



**UNIVERZITET U NOVOM SADU
TEHNIČKI FAKULTET „MIHAJLO PUPIN” ZRENJANIN**

**MODELIRANJE MAŠINSKIH TEHNIČKIH SISTEMA
KORIŠĆENJEM TRANSFORMACIONIH MATRICA**

**MODELING OF MECHANICAL TECHNICAL
SYSTEMS BY USING MATRIX OF
TRANSFORMATION**

- Doktorska disertacija -

Kandidat:
mr Danilo Mikić

Zrenjanin, 2016. godine



**UNIVERZITET U NOVOM SADU
TEHNIČKI FAKULTET „MIHAJLO PUPIN” ZRENJANIN**

**MODELIRANJE MAŠINSKIH TEHNIČKIH SISTEMA
KORIŠĆENJEM TRANSFORMACIONIH MATRICA**

**MODELING OF MECHANICAL TECHNICAL
SYSTEMS BY USING MATRIX OF
TRANSFORMATION**

- Doktorska disertacija -

Mentor:
doc. dr Eleonora Desnica

Kandidat:
mr Danilo Mikić

Zrenjanin, 2016. godine



UNIVERZITET U NOVOM SADU
TEHNIČKI FAKULTET „MIHAJLO PUPIN” ZRENJANIN

KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA

Redni broj: RBR	
Identifikacioni broj: IBR	
Tip dokumentacije: TD	Monografska dokumentacija
Tip zapisa: TZ	Tekstualni štampani materijal
Vrsta rada (dipl., mag., dokt.): VR	Doktorska disertacija
Ime i prezime autora: AU	mr Danilo T. Mikić
Mentor (titula, ime, prezime, zvanje): MN	doc.dr Eleonora Desnica
Naslov rada: NR	„Modeliranje mašinskih tehničkih sistema korišćenjem transformacionih matrica”
Jezik publikacije: JP	Srpski
Jezik izvoda: JI	Srpski/Engleski
Zemlja publikovanja: ZP	Srbija
Uže geografsko područje: UGP	AP Vojvodina
Godina: GO	2016.
Izdavač: IZ	Autorski reprint
Mesto i adresa: MA	Đure Đaković bb, 23000 Zrenjanin (8/317/147/53/428)
Fizički opis rada: FO	(broj poglavlja / stranica / slika / tabela / referenci/ priloga) (10 / 225/ 81 / 41 / 268 / 0)
Naučna oblast: NO	Industrijsko inženjerstvo
Naučna disciplina: ND	Tehnička dijagnostika, pouzdanost
Predmetna odrednica, ključne reči: PO	Mahanizmi mašina, tehnički sistemi, kotrljajni ležajevi pouzdanost, dijagnostika, održavanje
UDK	
Čuva se: ČU	U biblioteci Tehničkog fakulteta „Mihajlo Pupin” Zrenjanin

Važna napomena: VN	
Izvod: IZ	<p>Suština istraživanja u doktorskoj disertaciji je konkretna upotreba matematičkog modela matrica u fazama dijagnostike kao i izbor optimalnih parametara stanja mašina pri radu i otkazu sastavnih komponenata mašinskih sistema (robota-manipulator, kompresora i pumpe). Takođe, posredstvom matrica izvršen je izbor održavanja sve u cilju određivanja sigurnosti i funkcionisanja sastavnih komponenti mašinskih sistema.</p> <p>Krajni cilj uspešnosti modela matrica pri pcesu analize dijagnostike i održavanja jeste da se izvrši izbor najboljeg rešenja ili najpoželjnije varijante koja će povisiti nivo pouzdanosti čime će uticati na budući proces eksploatacije mašine. Dati model matrica, kao i softverskih alata, predstavljeni su kao modeli proračuna, dijagnostike, održavanja i pouzdanosti mašinskih sistema. Predstavljene matrice su univerzalnog karaktera iz razloga što se mogu primeniti kako na jednostavne, tako i na složene mašinske sisteme, bez obzira na dimenzije komponenti mašinskih sistema i njihova kretanja.</p>
Datum prihvatanja teme od strane NN veća: DP	12.19.2012.
Datum odbrane: DO	
Članovi komisije: (ime i prezime/titula/zvanje/naziv organizacije /status) KO	<p>predsednik: prof. dr Živoslav Adamović, redovni profesor, Tehnički fakultet „Mihajlo Pupin”, Zrenjanin;</p> <p>član: prof. dr Slobodan Navalušić, redovni profesor, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad;</p> <p>član: doc. dr Blaža Stojanović, docent, Fakultet inženjerskih nauka, Kragujevac,</p> <p>član: prof. dr Momčilo Bjelica, redovni profesor, Tehnički fakultet „Mihajlo Pupin”, Zrenjanin;</p> <p>mentor: doc. dr Eleonora Desnica, docent, Tehnički fakultet „Mihajlo Pupin”, Zrenjanin.</p>

UNIVERSITY OF NOVI SAD
 TECHNICAL FACULTY „MIHAJLO PUPIN” ZRENJANIN

Key word documentation

Accession number: ANO	
Identification number: INO	
Document type: DT	Monograph documentation
Type of record: TR	Textual printed material
Contents code: CC	Ph.D. Thesis
Author: AU	Danilo T. Mikić, Msc
Mentor: MN	Eleonora Desnica, Ph.D
Title: TI	„Modeling of mechanical technical systems by using matrix of transformation”
Language of text: LT	Serbian
Language of abstract: LA	English/Serbian
Country of publication: CP	Serbia
Locality of publication: LP	Vojvodina
Publication year: PY	2016.
Publisher: PU	The author’s reprint
Publication place: PP	Djure Djakovica bb, 23000 Zrenjanin
Physical description: PD	(chapters /pages / pictures / tables / literature) Appendix (10/225/81/41/268 / 0)
Scientific field SF	Industrial engineering
Scientific discipline SD	Technical diagnostics, reliability
Subject, Key words SKW	Mechanisms of machines, technical systems, roller bearings reliability, diagnostics, maintenance
UC	
Holding data: HD	In the library of Technical faculty „Mihajlo Pupin”, Zrenjanin

Note: N	
Abstract: AB	<p>The essence of research in his doctoral dissertation is the use of a concrete mathematical model matrix phases of diagnostics as the choice of optimal parameters of the state machines at work and cancellation of the constituent components of mechanical systems (robot-manipulator, compressor and pumps). Also, through the matrix have been selected maintenance of everything in order to determine the security and functioning of the components of the mechanical systems.</p> <p>Final goal of model performance matrix analysis underway in of diagnostics and maintenance is to make the selection of the best solutions and most preferably variants that will increase the level of reliability which will affect the future process of exploitation of machines. Give a model matrix, as well as the software tools are presented as models of the calculation, diagnostics, maintenance and reliability of mechanical systems. The presented matrices are universal character for the reason that can be applied both on the simple and on complex mechanical systems, regardless of the dimensions of the components of mechanical systems and their movements.</p>
Accepted on Scientific Board on: AS	12.09.2012.
Defended: DE	
Thesis Defend Board: DB	<p>President: Živoslav Adamović, Ph.D. Full Professor, Technical Faculty „Mihajlo Pupin”, Zrenjanin;</p> <p>Member: prof. dr Slobodan Navalušić, Ph.D. Full Professor, Faculty of Technical Sciences, Novi Sad;</p> <p>Member: Blaža Stojanović, Ph.D. Assistant Professor, Faculty of Engineering Science, University of Kragujevac;</p> <p>Member: prof. dr Momčilo Bjelica, Ph.D. Full Professor, Technical Faculty „Mihajlo Pupin”, Zrenjanin;</p> <p>Menthor: Eleonora Desnica, Ph.D., Associate Professor, Technical Faculty „Mihajlo Pupin”, Zrenjanin.</p>

SPISAK SLIKA

Slika 3.1. Organizacija istraživanja pouzdanosti tehničkih sistema	38
Slika 4.1. Manipulacioni roboti	43
Slika 4.2. Direktni i indirektni zadatak kinematike	44
Slika 4.3. Blok dijagram računarske simulacije indirektnog zadatka kinematike	45
Slika 4.4. Vektor položaja r tačke A	46
Slika 4.5. Zarotirani koordinatni sistemi	48
Slika 4.6. Segmenti i zglobovi industrijskog roboata Puma 560	51
Slika 4.7. Pokretni koordinatni sistem definisan vektorom položaja	52
Slika 4.8. Šematski prikaz susednih osa sa izabranim prostornim koordinatnim sistemima	53
Slika 4.9. Transformacija sa koordinatnog sistema hvataljke na bazni koordinatni sistem	56
Slika 4.10. Definicija vektora u generalisanim D'Alamberovim jednačinama	59
Slika 4.11. Šema izračunavanja koeficijenta	65
Slika 4.12. Manipulacioni robot Fanuc M16iB/10L	66
Slika 4.13. Radni prostor robota Fanuc	67
Slika 4.14. Definisavanje robotske ruke „Fanuc“ M16iB/10L	75
Slika 4.15. Unošenje bloka $jtarg$ za definisanje kretanja i definisanje njegovih parametara	75
Slika 4.16. Prikaz položaja robotske ruke u prostoru	76
Slika 4.17. Prikaz putanje-trajektorije manipulatora u ravnima	77
Slika 4.18. Grafički prikaz brzine i ubrzanja za vreme trajanja simulacije	78
Slika 5.1. Kinematički lanac	81
Slika 5.2. Određivanje brzine i ubrzanja tačke A	83
Slika 5.3. Vektora tačke K u pokretnom koordinatnom sistemu	85
Slika 5.4. Koordinatni sistemi	86
Slika 5.5. Prikaz paralelnih osa	87
Slika 5.6. Mehanizam kolenastog vratila sa klizačem (klipom)	88
Slika 5.7. Klipni kompresor E4NC-2010 „Trudbenik“ - Dobož	89
Slika 5.8. Rad jednostepenog kompresora jednosmernog dejstva	91
Slika 5.9. Kinematska šema klipnog kompresora	92
Slika 5.10. Klipni kompresor	95
Slika 5.11. Hod klipa	95
Slika 5.12. Brzina klipa	96
Slika 5.13. Ubrzanje klipa	96
Slika 5.14. Simulacija klipnog kompresora i električna šema u FluidSim 3.6	96
Slika 5.15. Referentni sistemi	98
Slika 5.16. Geometrija referentnih sistema	99
Slika 6.1. Model centrifugalne pumpe sa projektovanim delovima	106
Slika 6.2. Princip rada pumpe	107
Slika 6.3. Ulazni i izlazni protok radnog fluida centrifugalne pumpe	107
Slika 6.4. Sistem cevi	108
Slika 6.5. Orijentacija brzina, sila rotacije i momenata mlaza u cevima	111
Slika 6.6. Rotacija lokalnog koordinatnog sistema u krivini tačke	116
Slika 6.7. Diskretni model kod ravnomerne zakrivljene cevi	117
Slika 7.1. Oblasti primene vibrodiagnostike u različitim fazama životnog ciklusa mašina	120
Slika 7.2. Primena robota Fanuc kod brušenje ruba venca šerpe	129
Slika 7.3. Primena centrifugalne pumpe u eksploataciji	130
Slika 7.4. Dijagnostikovanje stanja klipnog kompresora	131
Slika 7.5. Šematski prikaz mernih mesta na pumpi gde su se nalazili ispitivani kotrljajni ležajevi	136
Slika 7.6. Geometrijska interpretacija skalarizacije	140
Slika 7.7. Algoritam za generisanje jedinstvenog dijagnostičkog kriterijuma	142
Slika 7.8. Šema karakterističnih procesa habanja tačaka mehanizama u zavisnosti od operativnog vremena	143
Slika 7.9. Moguće realizacije Markovljevih slučajnih procesa:	147

Slika 7.10. Algoritam pretrage optimalne strategije metodom potpunog razbijanja	150
Slika 8.1. Blok dijagram ispitivanja ležaja na manipulatoru	158
Slika 8.2. Uležištenje robota	159
Slika 8.3. Šematski prikaz robota i brusnih jedinica	160
Slika 8.4. Manipulacija robota po utvrđenom tehnološkom ciklusu i programu rada	161
Slika 8.5. Radni prostor robota i maksimalno dozvoljeno opterećenje zgloba ruke (hvataljke)	162
Slika 8.6. Sto za dinamičko ispitivanje ležaja, delovanjem aksijalne i radijalne sile	163
Slika 8.7. Kinematska šema ispitivanju ležaja	164
Slika 8.8. Mašine za ispitivanje aksijalnog i radijalnog zazora	164
Slika 8.9. Upravljanje ispitivanjem pomoću računara	165
Slika 8.10. Test habanja i zamora	167
Slika 8.11. Šema izvođenja testa aksijalnog zazora	169
Slika 8.12. Merenje aksijalnog zazora	169
Slika 8.13. Prikaz testa, test radijalnog zazora	170
Slika 8.14. Šematski prikaz opterećenja i obrtni momenat primenjenog na bazu (J1) šesto-osnog Fanuc robota M16 iB/10L	172
Slika 8.15. Radijalni ležaj (presek)	174
Slika 8.16. Šema kretanja alata pri ispitivanju	176
Slika 8.17. Montažni sklop za ispitivanje sa pozicijama	176
Slika 8.18. Montažni sklop za ispitivanje u 3D, Catia V5	176
Slika 8.19. Grafik prelaza pri reaktivnom obliku održavanja	186
Slika 8.20. Grafik prelaza pri proaktivnom održavanju	187
Slika 8.21. Grafik prelaza pri preduktivnom obliku održavanja	187
Slika 8.22. Statistika ležajeva na osnovu VDI procene stanja	190
Slika 8.23. Roc kriva	193
Slika 8.24. Procenjene vrednosti ležaja	194
Slika 8.25. Skala razmatranih stanja dijagnostikovanih sistema	195
Slika 8.26. Apsolutna vrednost procene ležaja	196
Slika 8.27. Rezultati diagnostike	196
Slika 8.28. Kretanje šanse i verovatnoće pojave otkaza lezaja u zavisnosti od $ y_j $	198
Slika 8.39. Troškovi strategija održavanja	201

SPISAK TABELA

Tabela 2.1. Uzroci vibracija u zavisnosti od frekvencije	17
Tabela 4.1. Poređenje računске složenosti dinamičkih jednačina manipulatora	64
Tabela 4.2. D-H parametri za robotsku ruku robota Fanuc M16iB/10L	67
Tabela 4.2. Rešenje zglobnog manipulatora	71
Tabela 4.3. Uglovi rešenja manipulatora	73
Tabela 5.1. Karakteristični parametri komponenti kompresora „Trudbenik”-Doboj	92
Tabela 5.2. Rezultati proračuna kinematike i dinamike klipnog kompresora	93
Tabela 5.3. Glavni geometrijski i fizički parametri jednostepenog kompresora	104
Tabela 7.1. Uzroci neispravnosti kotrljajnih ležaja, Rac (1991)	122
Tabela 7.2. Različiti pristupi održavanju na proizvodni proces	134
Tabela 7.3. Nivoi vibracija električnih mašina	135
Tabela 7.4. Verovatnoća pojave defekta kod mašina grupe III	136
Tabela 7.5. Skala kriterijuma	138
Tabela 7.6. Rezultati komparativne (uporedne) analize različitih metoda	146
Tabela 8.1. Vrednosti sila za testiranje	163
Tabela 8.2. Ocene ispitivanje frekventnog opsega u zavisnosti od broja obrtaja	171
Tabela 8.3. Granične vrednosti procene stanja ležišnih sklopova u zavisnosti od njihove temperature	172
Tabela 8.4. Granične vrednosti temperature i vibracija za ispitivani ležaj	172
Tabela 8.5. Opterećenja i obrtni momenat baze (J1) - robota M16 iB/10L	172
Tabela 8.6. Tehničke karakteristike robota M16iB/10L	173
Tabela 8.7. Konstrukcione veličine radijalnog kugličnog ležaj (16006)	174
Tabela 8.8. Provera veka ležaja na robotu	174
Tabela 8.9. Pohabanost ležaja	177
Tabela 8.10. Rezultati ispitivanja kotrljajnih ležajeva	182
Tabela 8.11. Vek trajanja ležaj na manipulatoru u eksploataciji	183
Tabela 8.12. Rezultati vibracione dijagnostike ležajeva na početku sezone	184
Tabela 8.13. Rezultati vibracione dijagnostike ležajeva na kraju sezone (za vreme remonta)	185
Tabela 8.14. Dijagnostički kriterijumi za procenu stanja ležajeva na osnovu VDI standarda	189
Tabela 8.14. Formirane grupe ležaja A	190
Tabela 8.15. Formirane grupe ležaja B	190
Tabela 8.16. Statistika za određivanje merne skale	192
Tabela 8.17. Razdvojenost ležajeva	193
Tabela 8.18. Kriterijumi procene vrednosti ležajeva	195
Tabela 8.19. Povezanost korelacije apsolutne procenjene vrednosti $ y_j $ i pojave otkaza	197
Tabela 8.20. Klasifikacija otkaza	197
Tabela 8.21. Rezultat binarne logističke regresije	197
Tabela 8.22. Ležajevi koji su održavani reaktivno	199
Tabela 8.23. Ležajevi koji su održavani proaktivno	199
Tabela 8.24. Ležajevi koji su održavani prediktivno	199
Tabela 8.25. Stacionarne strategije održavanja	200
Tabela 8.26. Rezultati strategije	200

NOMENKLATURA

- $Ox_0y_0z_0$ - Nepokretni koordinatni sistem,
 $Ox_iy_iz_i$ - Pokretni koordinatni sistemi,
 i - i -ti segment,
 i^{-1} - i -ti prethodni segment,
 x, y, z - Koordinatni sistem x, y, z ose,
 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ - Jedinični vektori ose x, y, z ,
 $\mathbf{i}_i, \mathbf{j}_i, \mathbf{k}_i$ - Jedinični vektori i -tog segmenta,
 $\mathbf{i}_a, \mathbf{j}_a, \mathbf{k}_a$ - Jedinični vektori koordinatnog sistema „ a ”,
 $\mathbf{i}_b, \mathbf{j}_b, \mathbf{k}_b$ - Jedinični vektori koordinatnog sistema „ b ”,
 S - Zglob (čvorna tačka),
 S_i - Početni zglob i -tog segmenta,
 C - Težište,
 C_i - Težište i -tog segmenta,
 \mathbf{l} - Vektor segmenta,
 \mathbf{l}_i - Vektor i -tog segmenta,
(oznaka $^{(0)}$) - predstavlja osnovni položaj segmenata, u nepokretnom koordinatnom sistemu,
 $\mathbf{l}_i^{(i)}$ - Vektor i -tog segmenta izraženog u pokretnom koordinatnom sistemu,
 $\mathbf{l}_{i-1}^{(0)}$ - Vektor predhodnog $i-1$ segmenta izraženog u nepokretnom koordinatnom sistemu,
 $\mathbf{l}_D^{(0)}$ - Vektor položaja tačke D segmenata izražen u nepokretnom koordinatnom sistemu,
 \mathbf{l}_{C_i} - Vektor težišta segmenata,
 $\mathbf{l}_{C_i}^{(0)}$ - Vektor položaja težišta segmenata izraženog u nepokretnom koordinatnom sistemu,
 $\mathbf{l}_1^{(0)} = {}^0\mathbf{R}_1\mathbf{l}_1^{(1)}$ - Transformacija vektora iz prvog koordinatnog sistema u nulti koordinatni sistem,
 ${}^N\mathbf{R}_p$ - Matrica rotacione transformacije pokretnog koordinatnog sistema u odnosu na nepokretni,
 r_x, r_y, r_z - Projekcije vektora \mathbf{r} u pravcu koordinatnih osa x', y', z' ,
 \mathbf{r}_i - Vektor položaja i -tog segmenta,
 \mathbf{r}_D - Vektor tačke D ,
 \mathbf{r}_{S_i} - Vektor položaja zglobova,
 \mathbf{r}_{C_i} - Vektor težišta segmenata,
 D_j - Krajnja tačka lanca,
 q_i - Generalisana koordinata (rotacija oko ose),
 \dot{q}_j - Izvod generalisane koordinate po vremenu,
 $\mathbf{j}_j^{(0)}$ - Jedinični vektor ose rotacije j -og segmenta, zadat u baznom koordinatnom sistemu,
 $\mathbf{r}_D^{(0)}$ - Vektor položaja tačke D u nepokretnom koordinatnom sistemu,
 $\mathbf{r}_{S_i}^{(0)}$ - Vektor položaja početnog zgloba S_i u nepokretnom koordinatnom sistemu,
 $\mathbf{r}_{C_i}^{(0)}$ - Vektor položaja težišta segmenata C_i u nepokretnom koordinatnom sistemu,
 $\boldsymbol{\omega}$ - Ugaona brzina,
 $\boldsymbol{\omega}_0$ - Ugaoan brzina nultog segmenta,
 $\boldsymbol{\omega}_i$ - Ugaoan brzina i -tog segmenta,
 $\boldsymbol{\omega}_i^{(0)}$ - Apsolutna ugaona brzina i -tog segmenta u nepokretnom koordinatnom sistemu,
 $\boldsymbol{\omega}_{i-1}^{(0)}$ - Apsolutna ugaona brzina prethodnog $i-1$ segmenta,
 $\boldsymbol{\omega}_i^{(i-1)}$ - Relativna ugaona brzina i -tog segmenta u prethodnom $i-1$ koordinatnom sistemu,
 \mathbf{v}_i - Brzine i -tog segmenta,
 $\mathbf{v}_D^{(0)}$ - Brzina tačke D u nepokretnom koordinatnom sistemu,

$\mathbf{v}_{S_i}^{(0)}$ - Brzina početka zgloba u nepokretnom koordinatnom sistemu,
 $\mathbf{v}_{C_i}^{(0)}$ - Brzina težišta segmenata u nepokretnom koordinatnom sistemu,
 $\mathbf{v}_x, \mathbf{v}_y, \mathbf{v}_z$ - Koordinate brzina na x, y, z osi,
 \mathbf{v}_{S_i} - Vektor brzine zgloba i -tog segmenta,
 $\boldsymbol{\varepsilon}$ - Ugaono ubrzanje,
 $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ - Ugaono ubrzanja i -tog segmenta,
 $\boldsymbol{\varepsilon}_i^{(0)}$ - Ugaono ubrzanje i -tog segmenta u nepokretnom koordinatnom sistemu,
 $\boldsymbol{\varepsilon}_{i-1}^{(0)}$ - Ugaono ubrzanje predhodnog $i-1$ segmenta u nepokretnom koordinatnom sistemu,
 $\mathbf{a}_{S_i}^{(0)}$ - Ubrzanje i -tog zgloba S_i u nepokretnom koordinatnom sistemu,
 $\mathbf{a}_{C_i}^{(0)}$ - Ubrzanje težišta segmenata C_i u nepokretnom koordinatnom sistemu,
 $\mathbf{a}_{C_i}^{(i-1)}$ - Relativno ubrzanje težišta segmenata C_i u odnosu na predhodni koordinatni sistem,
 I_x, I_y, I_z - Aksijalni momenti inercije za ose x, y, z ,
 $I_i^{(i)}$ - Moment inercije i -tog segmenta u odnosu na težište masa,
 \mathbf{J}_i - Moment inercije i -tog segmenta,
 $\mathbf{J}^{(0)}$ - Moment inercije u nepokretnom koordinatnom sistemu,
 $\mathbf{J}^{(i)}$ - Moment inercije u pokretnom koordinatnom sistemu,
 \mathbf{J}_{x_i} - Moment inercije oko ose x_i ,
 $S = \sin$,
 $S\theta = \sin \theta$,
 $S\varphi = \sin \varphi$,
 $S\psi = \sin \psi$,
 $C = \cos$,
 $C\theta = \cos \theta$,
 $C\varphi = \cos \varphi$,
 $C\psi = \cos \psi$,
 A - Homogena transformaciona matrica koja određuje položaj i orijentaciju koordinatni sistem,
 A_i - Homogena translatorna matrica alata,
 ${}^0\mathbf{R}_1$ - Matrica rotacione transformacije pokretnog koordinatnog sistema 1, u nepokretni 0,
 ${}^0\mathbf{R}_i$ - Matrica rotacione transformacije pokretnog koordinatni sistem i -tog u odnosu na nepokretni,
 ${}^a\mathbf{R}_b = ({}^b\mathbf{R}_a)^T$ - Transponovana matrica rotacione transformacije iz ose „ b ” u „ a ”,
 $({}^b\mathbf{R}_a)_x$ - Matrica rotacione transformacije pri jednoosnom okretanju oko x ose,
 $({}^a\mathbf{R}_b)_x = ({}^b\mathbf{R}_a)_x^T$ - Transponovana matrica rotacione transformacije oko x ose iz „ b ” u „ a ”,
 ${}^0\dot{\mathbf{R}}_1$ - Prvi izvod po vremenu matrice ${}^0\mathbf{R}_1$,
 ${}^0\ddot{\mathbf{R}}_1$ - Drugi izvod po vremenu matrice ${}^0\mathbf{R}_1$,
 q - Generalisana koordinata,
 \dot{q} - Generalisana brzina,
 \ddot{q} - Generalisano ubrzanje,
 θ_i - Promenljivi zglob,
 \dot{q}_i - Prvi izvod generalisane koordinate q_i ,
 τ_i - Generalisana sila (ili moment),
 P_x - Projekcija tačke P na x osi,
 P_y - Projekcija tačke P na y osi,
 P_z - Projekcija tačke P na z osi,
 \mathbf{v}_c - Vektor brzine tačke C ,
 \mathbf{v}_{x_0} - Jedinični vektor u pravcu x ,

E_k - Kinetička energija,
 E_p - Potencijalna energija,
 D_{ij}, C_i - Dinamički koeficijenti,
 S_n - Zglobovi (čvorne tačke) n -tog segmenta,
 V_n - Brzina n -tog segmenta,
 a_n - Ubrzanje n -tog segmenta,
 φ_n - Koordinata ugla n -tog segmenta,
 ω_n - Ugaona brzina n -tog segmenta,
 ε_n - Ugaono ubzanje n -tog segmenta,
 \bar{r}_K - Radijus vektora tačke K ,
 Π_K - Funkcija položaja razmatrane tačke,
 φ_1 - Koordinata 1 segmenta,
 $X_{001}, Y_{001}, Z_{001}$ - Koordinate pokretnog koordinatnog sistema O_1 u nepokretni sistem O ,
 \bar{r}_{nk} - Vektor koordinate tačke K na sistemu n ,
 q_1 - Unutrašnja koordinata ugla u zglobu,
 $\Pi_K = V_K^*$ - Analogne brzine tačke K , imaju dimenzije dužine,
 $\Pi'_K = a_K^*$ - Analogno ubrzanje tačke K , ima dimenziju dužine,
 S_i - Zglobna tačka segmenata i ,
 $\Pi'_n = \omega_n^*$ - Analogne ugaone brzine segmenta n (bezdimeziona veličina),
 $\Pi''_n = \varepsilon_n^*$ - Analogno ugaono ubrzanje segmenta n (bezdimeziona veličina),
 0M_1 - Matrica rotacione transformacije pokretnog koordinatnog sistema 1, u nepokretni 0,
znak (\cdot) ili „ T ” - označava transponovanje matrica,
 ${}^0\dot{M}_n$ - Prvi izvod po vremenu matrice 0M_n ,
 ${}^0\ddot{M}_n$ - Drugi izvod po vremenu matrice 0M_n ,
 \bar{r}_{3B} - Vektor koordinata tačke B za sistem S_3 ,
 V_c - Zapremina cilindra kompresora,
 V_s - Štetna zapremina,
 Q_w - Toplota koju radno telo predaje okolini,
 W - Rad pri promeni zapremine vazduha,
 m_c - Masa vazduha u cilindru kompresora,
 m_i - Masa vazduha koja ulazi u cilindar kroz usisni ventil,
 m_o - Masa vazduha koja izlazi iz cilindra kroz izduvni ventil,
 m_L - Masa gubitaka vazduha kroz zatore između klipa i zida cilindra,
 c_p - Specifična toplota vazduha pri konstantnom pritisku,
 c_v - Specifična toplota vazduha pri konstantnoj zapremini,
 k - Eksponent izoentropne radnog tela,
 T_i - Apsolutna temperatura vazduha koji ulazi u cilindar,
 T_o - Apsolutna temperatura vazduha koji izlazi iz cilindra,
 T - Apsolutna temperatura vazduha u cilindru,
 m_d - Masa vazduha na kraju faze izduvavanja,
 P - Snaga motora,
 n_k - Broj obrtaja kompresora,
 D_1 - Prečnik velike pesnice,
 d - Prečnik male pesnice,
 d_r - Prečnik vratila (radilice) kolenastog vratila,
 h - Hod klipa,
 r - Poluprečnik kolenastog vratila,
 p - Radni pritisak kompresora,
 Q - Kapacitet kompresora,
 V - Zapremina kompresora,
 V_{su} - Ukupna zapremina motora,

$T_{p_{max}}$ - Obrtni moment motora,
 p_e - Srednji efektivni pritisak,
 F - Sila pritiska klipa,
 S_B - Položaj ukrasne glave,
 F_B - Sila koja vrši pritisak na ukrasnu glavu,
 F_S - Sila koja deluje u pravcu spojne poluge,
 F_N - Sila koja deluje u pravcu krivaje,
 F_t - Tangencijalna sila na krivaju,
 D_p - Prečnik klipa,
 e_c - Ekscentričnost mase kolena,
 f - Vektor sila,
 f_b - Vektor sila kod ležaja rukavca,
 h_b - Debljina uljanog filma,
 h_p - Dužina klina kolena,
 I - Tenzor momenta inercije,
 l - Dužina klipnjače,
 l_b - Širina ležaja,
 m - Masa,
 P_g - Pritisak gasa unutar cilindra,
 p - Pritisak fluidnog filma,
 r_{pm} - Obrtaji u minuti,
 r - Poluprečnik,
 S - Somerfeldov broj,
 T_i - Transformacija matrice u koordinati,
 x_B - Položaj klipa duž pravca X ,
 Ω - Brzina rotacije kolenastog vratila,
 θ - Ugao rotacije kolena oko $Z-Z$ ose,
 γ - Ugao rotacije oko Y_1-Y_1 ose,
 α - Ugao rotacije klipnjače,
 β - Ugao rotacije oko $X-X$ ose,
 μ - Viskoznost uljnog filma,
 ε - Ekscentričnosti,
 φ - Ugao položaja,
 τ_z - Obrtni moment vratila motora,
 A, B, C - Odnose se na tačke A, B, C, respektivno,
 b - Odnosi se na ležaj,
 B_i - Odnosi se na i -ti pokretni sistem referencije,
 I - Inercijalni sistem referencije,
 N - Normalne sile reakcije između cilindra i klipa,
 ξ, η - Radijalni i transverzalni pravci,
 V_S - Radna zapremina motora,
 h - Hod klipa,
 V_{SU} - Ukupna zapremina motora,
 ω - Ugaona brzina,
 $T_{p_{max}}$ - Obrtni moment motora,
 p_e - Srednji efektivni pritisak,
 E - Young-ovog modula elastičnosti,
 μ - Poasonovog (*Poisson*-ovog) koeficijenta,
 q - Potrošnja vazduha jedne mašine,
 K - Koeficijent istovremenosti,
 G_1 - Gubitak u kompresoru,
 G_2 - Gubitak radi slabog zaptivanja cevnom vodom,
 G_3 - Gubici radi rashlađivanja vazduha u cevnom vodu,
 G_4 - Gubici usled trenja,

$\{\bar{u}_x, \bar{u}_y, \bar{u}_z\}$ - Pomeranja,

$\{\bar{F}_x, \bar{F}_y, \bar{F}_z\}$ - Sile,

$\{\bar{\phi}_x, \bar{\phi}_y, \bar{\phi}_z\}$ - Rotacije,

$\{\bar{M}_x, \bar{M}_y, \bar{M}_z\}$ - Momenti,

$\{u, v, w, \zeta_z\}$ - Lokalni parametri fluida i protoka,

K_S - Koeficijent smicanja u poprečnim cevima,

J_S - Torzioni moment inercije cevi,

$\{Q_S\}$ - Vektor simetričnih promenljivih stanja,

$\{Q_A\}$ - Vektor nesimetričnih promenljivih,

(\tilde{k}) - Približni talasni brojevi,

$[\tilde{T}_z]$ - Aksijalna ekstenzija pritiska talasa,

$[\tilde{T}_\phi]$ - Torziona transformaciona matrica prenošenje kretanja fluida ,

$[T_\alpha]$ - Transformacionu matricu za krivinu cevi.

SADRŽAJ

REZIME TEZE	i
ABSTRACT	iii
1. UVODNI DEO	1
2. DOSADAŠNJA ISTRAŽIVANJA	7
2.1. Primene matrica transformacije na tehničkim sistemima	7
2.2. Dosadašnja istraživanja na polju pouzdanosti robotizovanih sistema	11
2.3. Dosadašnja istraživanja na polju pouzdanosti klipnih kompresora	14
2.4. Dosadašnja istraživanja na polju pouzdanosti centrifugalne pumpe	16
3. METODOLOŠKI KONCEPT	20
3.1. Problem istraživanja	22
3.1.1. Uopšteni problem istraživanja	22
3.1.2. Problematika rada sklopova mašinskih sistema	24
3.1.3. Otkazi eksploatacione pouzdanosti tehničkih sistema	26
3.2. Predmet istraživanja	28
3.2.1. Istraživačke aktivnosti na definisanju pouzdanosti mašinskih sistema	30
3.2.2. Aktivnosti u izvođenju laboratorijskih ispitivanja	31
3.2.3. Osnovne aktivnosti u izvođenju eksploatacionih ispitivanja	32
3.3. Cilj istraživanja	32
3.4. Hipoteze istraživanja	33
3.5. Metode istraživanja	33
3.5.1. Teorijska istraživanja pouzdanosti tehničkih sistema	35
3.5.2. Laboratorijska metoda ispitivanja tehničkih sistema	36
3.5.3. Eksploataciona istraživanja pouzdanosti tehničkih sistema	36
3.5.4. Metode za statističku obradu podataka	37
3.5.5. Vremenski okvir istraživanja	37
3.6. Organizacija istraživanja	37
3.7. Naučna i društvena opravdanost istraživanja	39
4. MODELIRANJE INDUSTRIJSKIH ROBOTA I FORMIRANJE TRANSFORMACIONIH MATRICA	41
4.1. Razvoj i primena transformacionih matrica kod industrijskih robota	41
4.2. Matrice transformacija pri rešavanju kinematike i dinamike robota	42
4.2.1. Kinematska analiza modela robota-manipulatora	42
4.2.1.1. Direktni zadatak kinematike	44
4.2.1.2. Indirektni (inverzni) zadatak kinematike	44
4.2.1.3. Računarska simulacija	45
4.2.2. Matrice rotacione transformacije	45
4.2.3. Homogene koordinate i transformacione matrice	48
4.2.4. Predstavljanje Denavit-Hartenbergovih parametara	51
4.2.4.1. Algoritam za određivanje homogenih transformacionih matrica	53
4.2.5. Dinamika manipulatora	56
4.2.5.1. Lagranž-Ojlerova formulacija	58
4.2.5.2. Njutn-Ojlerova formulacija	58
4.2.5.3. Uopštene D'Alamberove jednačine kretanja	59
4.2.6. Formiranje transformacionih matrica na primeru robota Fanuc	66
4.2.6.1. Određivanje D-H parametara i formiranje transformacionih matrica	66
4.2.6.2. Izračunavanje direktne kinematike	69
4.2.6.3. Verifikacija modela	70
4.2.6.4. Inverzna kinematika	71
4.2.6.5. Transformacione matrice	72
4.2.6.5.1. Proračuni ugla zgloba za tačku	72
4.2.6.5.2. Problem orijentacije	73

4.2.7. Primena računara za proračun kinematike i dinamike robota i simulacija kretanja	73
4.2.7.1. Analiza modela robota korišćenjem programskog paketa Matlab	74
4.2.7.2. Simulacija industrijskog manipulatora Fanuc M16-iB/10L	75
4.2.8. Rezime matematičkog modeliranja manipulatora	78
5. MODELIRANJE INDUSTRIJSKIH KOMPRESORA I FORMIRANJE	80
TRANSFORMACIONIH MATRICA	
5.1. Matematičko modeliranje klipnog kompresora	80
5.2. Analitički metod klipnog mehanizma	81
5.2.1. Metoda vektora zatvorene konture	83
5.2.2. Metoda transformacije koordinata pomoću matrica	84
5.3. Model klipnog kompresor za analizu	89
5.3.1. Modeliranje klipnog kompresora	89
5.3.1.1. Kinematika i dinamika klipnog kompresora	91
5.3.1.2. Matematičko modeliranje klipnog kompresora korišćenjem matrica	97
5.3.1.2.1. Definicija nepokretnog i pokretnog koordinatnog sistema	97
5.3.1.2.2. Vektori položaja i jednačine veze	99
5.3.1.2.3. Kinematičke jednačine	100
5.3.1.2.4. Jednačine kretanja	101
5.3.1.2.5. Numerička primena	103
5.3.1.3. Rezultati i razmatranja	104
5.3.1.4. Zaključak na izvedenu kinematsku analizu	105
6. MODELIRANJE PUMPNIH POSTROJENJA I FORMIRANJE	106
TRANSFORMACIONIH MATRICA	
6.1. Model pumpnog sistema	106
6.2. Matematičko modeliranje pumpnih sistema	107
6.2.1. Kinematičko i dinamičko predstavljanje pumpnih sistema	107
6.2.1.1. Matrice kod dinamičkog ponašanja fluida u cevnim sistemima	107
6.2.1.2. Model transformacionih matrica kod prave cevi	109
6.2.1.2.1. Rešenje metode	109
6.2.1.2.2. Sistem odziva sistema	109
6.2.1.2.3. Matrice impedansi	110
6.2.1.3. Model kretanja tečnosti u cevnim sistemima	111
6.2.1.3.1. Aksijalno kretanje tečnosti u cevima	111
6.2.1.3.2. Otpori kretanja tečnosti	112
6.2.1.3.3. Torziona kretanja tečnosti	112
6.2.1.3.4. Ograničenje za predstavljanje modela kretanja tečnosti	112
6.2.1.4. Model transformacionih matrica tečnosti u cevnim sistemima	113
6.2.1.4.1. Rešenja diferencijalnih jednačina	113
6.2.1.4.2. Prave cevi ispunjene tečnošću	114
6.2.1.5. Zakrivljene cevi i kolena (laktovi)	116
7. PREDLOŽENI MODEL DIJAGNOSTIKE I POUZDANOSTI	119
SLOŽENIH TEHNIČKIH SISTEMA	
7.1. Dosadašnja istraživanja i osnovni pojmovi vibrodijagnostike na tehničkim sistemima	119
7.2. Metode tehničke dijagnostike složenih sistema	123
7.2.1. Vibracije kao parametar stanja sistema	124
7.2.2. Temperatura kao parametar stanja sistema	126
7.2.3. Dijagnostika stanja kotrljajnih ležajeva na mašinsko tehničkim sistemima	128
7.2.3.1. Analiza praćenja vibracija na sklopovima složenih sistema	131
7.2.3.2. Analiza pojave zamora i vibracija na sklopovima složenih sistema	133
7.2.3.3. Vibracije merenja nakon remonta i montaže	134
7.2.3.4. Procena opšteg nivoa vibracija	135
7.2.4. Analiza različitih metoda dijagnostike	137
7.2.5. Razvoj metoda dijagnostike složenih tehničkih sistema, njihovo održavanje i prognoza stanja	139
7.2.5.1. Formiranje dijagnostičkih kriterijuma	139

7.2.5.1.1. Metoda optimalne skalarizacije	140
7.2.5.1.2. Formiranje algoritma uopštenog kriterijuma	141
7.2.5.2. Razvoj algoritma optimalnog održavanja složenih sistema	142
7.2.5.2.1. Kinematički model habanja	142
7.2.5.3. Analiza matematičkog modela odlučivanja	143
7.2.5.4. Metoda Markovih slučajnih procesa	146
7.2.5.4.1. Nprekidni procesi sa diskretnim vremenom	147
7.2.5.4.2. Nprekidni proces sa neprekidnim vremenom	148
7.2.5.5. Metod iteracije o strategijama	149
7.2.5.6. Metod potpunog razbijanja	149
8.3. Modeli pouzdanosti složenih tehničkih sistema	150
7.3.1. Teorijske osnove pouzdanosti složenih tehničkih sistema	150
7.3.1.1. Kvantitativni pokazatelji bezotkaznosti i matematički modeli pouzdanosti	151
7.3.1.1.1. Statistička verovatnoća oblika predstavljanja pokazatelja bezotkaznosti i neobnovljivih objekata	151
7.3.2. Predloženi model pouzdanosti složenih tehničkih sistema	151
7.3.2.1. Model sistema zasnovan na korišćenju Roc krive	152
7.3.2.2. Model sistema zasnovan na korišćenju logističke regresije	153
7.3.2.2.1. Teorijske pretpostavke korišćenja binarne logističke regresije	153
7.3.2.2.2. Matematički model binarne logističke regresije	154
7.3.2.3. Metoda obezbeđivanja pouzdanosti složenih sistema	156
7.3.2.3.1. Tehnološki načini obezbeđivanja pouzdanosti proizvoda u procesu proizvodnje	156
7.3.2.3.2. Načini za poboljšanje pouzdanosti složenih tehničkih sistema u eksploataciji	156
8. REZULTATI ISTRAŽIVANJA	158
8.1. Eksperimentalna-laboratorijska istraživanja	158
8.1.1. Dijagnostički merni sistem za ispitivanje pouzdanosti	158
8.1.2. Problem utvrđivanja dijagnostike i pouzdanosti	159
8.1.3. Tehničke karakteristike probnog stola za dinamička ispitivanja, mašina i uređaja za merenje	162
8.1.3.1. Probni sto za dinamička ispitivanja	162
8.1.3.2. Mašina za ispitivanje aksijalnog i radijalnog zazora	164
8.1.4. Primenjene metode tehničke dijagnostike za dinamička ispitivanja	166
8.1.4.1. Test zamora i habanja ležaja (provera veka ležaja)	166
8.1.4.2. Izvođenje ispitivanja	167
8.1.4.3. Test aksijalnog zazora	168
8.1.4.4. Test radijalnog zazora	170
8.1.4.5. Test vibracija	171
8.1.4.6. Test temperature	171
8.1.5. Ispitivanje i provera ležaja na vratilu robota	172
8.1.5.1. Laboratorijska istraživanja pouzdanosti radijalnog kugličnog ležaja	172
8.1.6. Test zamora i habanja ležaja	174
8.1.6.1. Provera veka ležaja i proračun broja obrtaja	174
8.1.6.2. Ispitivanje i uslovi testiranja ležajeva	175
8.1.6.7. Ispitivanje i uslovi testiranja ležajeva	175
8.2. Eksploataciona istraživanja pouzdanosti ležaja na tehničkim sistemima	177
8.2.1. Eksploataciona istraživanja pouzdanosti ležaja na robotu	177
8.2.2. Eksploataciona istraživanja pouzdanosti ležaja na centrifugalnoj pumpi	178
8.2.3. Eksploataciona istraživanja pouzdanosti ležaja na klipnom kompresoru	180
8.3. Rezultati laboratorijskih ispitivanja	182
8.3.1. Laboratorijska ispitivanja pouzdanosti radijalnog kugličnog ležaja na robotu	182
8.3.1. Rezultati istraživanja pouzdanosti ležajeva na posmatranim mašinskim sistemima	184

8.3.3. Praktična primena Markovih procesa	185
8.3.3.1. Markovi procesi sa diskretnim stanjem i diskretnim vremenom	185
8.3.4. Dijagnostika i izbor optimalne strategije održavanja mašinskih sistema na sopstvenim rezultatima istraživanja	188
8.3.5. Predviđanja pouzdanosti ležaja na mašinskim sistemima	196
8.3.6. Održavanje mašinskih tehničkih sistemima	199
8.4. Rezime sprovedenih istraživanja	202
8.5. Diskusija rezultata istraživanja	206
8.6. Ključni rezultati istraživanja	207
8.7. Predlog daljih istraživanja	208
9. ZAKLJUČAK	210
9.1. Naučni doprinos disertacije	210
9.2. Pitanja koja disertacija otvara	212
9.3. Dokazivanje (potkrepljivost) glavne hipoteze	213
10. LITERATURA	214

REZIME TEZE

Prvo poglavlje disertacije ističe značaj korišćenja mašinsko tehničkih sistema kao i ciljeva istraživanja, hipoteze i primenjene metodologije istraživanja. Disertacija se bavi elementarnim teorijskim osnovama, neophodnim za razumevanje problema i značaja istraživanja. Primenom parametara u postupku dijagnostikovanja mašinskih tehničkih sistema omogućava utvrđivanje otkaza na pojedinim komponentama sistema, kao i nalaženje kritičnog puta do otkaza. U užem smislu, analiza mašinskih tehničkih sistema sa matricama doprinela je sistematizaciji metoda za proučavanje tipa funkcije održavanja i pouzdanosti komponenata, dok se širi smisao ogleda u njenoj primenljivosti na sve ostale tehničke sisteme.

U drugom poglavlju dat je pregled dosadašnjih istraživanja na polju pouzdanosti robotskih, klipnih i pumpnih sistema. Analizom navedene literature ustanovljeno je da je od fundamentalnog značaja za analizu i simulaciju tehničkih sistema. Suštinu ovih radova čini pojam, odnosno definisanje mehanike (kinematike i dinamike) mašinskih sistema, kao i stanja tih sistema primenom matematičkog metoda matrica. Ovaj kratak prikaz literature predstavlja obrazloženje stavova o predmetu istraživanja gde su iznete osnovne karakteristike modela i navedena njihova ograničenja. Takođe, u ovom poglavlju prikazan je pregled istraživanja matrične algebre. Uz pomoć starih osobina i jednakosti koje povlače za sobom sopstvene vrednosti inverzne matrice, pridružene i transponovane matrice, predstavljena su kretanja segmenata pomenutih tehničkih sistema.

Treće poglavlje predstavlja bazu disertacije, tj. predstavljen je metodološki koncept istraživanja. Definisani su problem, predmet, ciljevi istraživanja i navedena je hipoteza, metodologije, organizacije i naučno-društvene opravdanosti istraživanja. Navedene su korišćene metode istraživanja tokom izrade disertacije. Sama metodologija definiše i vrši iznalaženje modela proračuna, kao i proveru parametra stanja komponenti mašinskih tehničkih sistema (robot-manipulator, klipni kompresor, pumpa).

Četvrto, peto i šesto poglavlje daje identifikaciju ključnih parametra teorijskih istraživanja kao i efikasnijeg rada i korišćenja industrijskog robota, klipnog kompresora i centrifugalne pumpe. Kroz analizu parametara vibracija i temperature, bitnih za definisanje mehaničkih kretanja, kao i njihovu efikasnost i održavanje formirani su matematički modeli matrica. Na osnovu dobijenih rezultata, posebnom tehnikom matematičkog modeliranja matrica transformacije, određeni su pojedini problemi kretanja segmenata sistema. Predstavljene matematički modeli su osnova za razvoj i primenu različitih softvera za simulaciju i optimizaciju rada mašinskih sistema. Za analizu modeliranja i simulaciju korišćen je alat „Matlab-Simulink and Robotics toolbox”.

Sedmo poglavlje bazira se na predloženim matematičkim metodama provere ispravnosti, radne sposobnosti i funkcionalnosti tehničkih sistema. Predstavljene su teorijski aspekti praćenja dijagnostičkih parametara tehničkih sistema: brzine vibracija (vertikalne, horizontalne i aksijalne) i temperatura, kao i mogućnosti pružanja dijagnostike odstupanja. Praktična primena navedenih teoretskih istraživanja u okviru doktorske disertacije prezentovana je na sprovedenoj matematičkoj analizi dijagnostike složenih mašinskih sistema sa primenom rešenja matrica. Primenom metoda matrica, može se predvideti trenutak pravovremene zamene komponente pre nego što dođe do njenog otkaza. Matematički model matrica je definisan na bazi datih vrednosti i obuhvata korelaciju parametara dijagnostike stanja mašinskih sistema, korelacija parametara radnih temperatura, vibracije i pohabanosti elemenata mašinskih sistema. Na osnovu utvrđene korelacije, izvršena je analiza modela kroz empirijska istraživanja.

U osmom poglavlju predstavljene su vrednosti rezultata istraživanja, koja su praktično primenjena na teoretskim aspektima formiranja matematičkog modela matrica transformacija. Ovi parametri, kao promenljive, međusobno su povezani i transformišu se u obliku

homogenih koordinata za formiranje matrica transformacija. Dobijeni rezultati ovih istraživanja predstavljaju naučni i društveni doprinos predmetnoj problematici. Primena modela matrica omogućava jednostavno određivanje optimalne vrednosti stanja komponenata mašinskih sistema. Kroz disertaciju predstavljeni su rezultati sprovedenih laboratorijskih i eksploatacionih istraživanja, kao i njihove statističke analize, odnosno, analize oštećenja na elementima ležaja mašinskih sistema. Na osnovu dobijenih rezultata istraživanja, dat je predlog mera za povećanje efikasnosti primene ležaja mašinskih sistema centrifugalne pumpe, kompresora, sa posebnim akcentom na ležaj primenjen na robotu-menipulatoru. Takođe data je kritička analiza dobijenih rezultata istraživanja sa objašnjenjima karakterističnih dijagrama i zaključcima iz analize koji su izvedeni na osnovu dobijenih rezultata.

U poglavlju devet stavljen je akcent na analizu ključnih parametara koji utiču na modeliranje kretanja pojedinih segmenata mašinskih tehničkih sistema. Analizirani su rezultati koji su dobijeni primenom rešavanja sistema jednačina metodama matrica. U tu svrhu je uveden pojam stroge dijagonalne dominacije i pomoću njega je izvršena karakterizacija matrica tehnikom transformacije. Primenjeno je više matematičkih modela sa matricama transformacije, kako bi se dobile optimalne vrednosti održavanja mašinskih sistema. Ovako dobijeni rezultati sprovedeni na složenim tehničkim sistemima mogu se uspešno koristiti u daljim etapama proračuna tehničkih sistema. Buduća analiziranja problematike modeliranja, održavanja i pouzdanosti mašinskih sistema treba usmeriti u pravcu novih naučnih i tehničkih dostignuća.

Ovo poglavlje predstavlja pregled najznačajnijih zaključaka i rezultata doktorske disertacije. Naučni doprinos disertacije zasnovan je na otkrivanju novih naučnih saznanja, proveru (kroz navedena istraživanja), kao i potrebe za daljim istraživanjima jer tehnologija stalno napreduje i treba ići u korak sa naučnim otkrićima i saznanjima.

Na kraju je dat pregled korišćene literature tokom izrade doktorske disertacije.

ABSTRACT

The first chapter of the thesis points out the importance of using machine-technical systems, as well as the research objectives, hypotheses and applied research methodology. Doctoral thesis deals with elementary theoretical foundations necessary for understanding the problem and the importance of research. Applying the parameters in the process of diagnosing mechanical engineering systems to determine the cancellation on the individual components of the system, as well as finding the critical path to failure. In a narrow sense, technical analysis of mechanical systems with matrices contributed to the systematization of methods for studying the type of equipment maintenance and reliability of components, while the broader sense is reflected in its applicability to all other technical systems.

The second chapter provides an overview of current research in the field of robot reliability, piston and pump systems. The analysis of that literature was found to be of fundamental importance for the analysis and simulation of technical systems. The essence of these works seem term, ie defining mechanics (kinematics and dynamics) of mechanical systems, as well as the status of these systems by mathematical matrix method. This short review of literature presents an explanation of attitudes on the subject of research where the basic characteristics of the model and given their limitations. Also, this chapter gives an overview of the research matrix algebra. With the help of old properties and equality which entail eigenvalues of the inverse matrix associated to the transposed matrix, presented the motion segments mentioned technical systems.

The third chapter is the basis of the dissertation, ie. presented methodological concept research. We have defined the problem, subject, research objectives, and given the hypothesis, methodology, organization, scientific and social justification. Those methods were used during the development of the research dissertation. This methodology defines and makes finding a budget model, and check parameter of mechanical components of technical systems (robot, piston compressor, pump).

Fourth, fifth and sixth chapter provides identification of key parameters of theoretical research as well as more efficient operation and use of industrial robots, reciprocating compressors and centrifugal pumps. Through their analysis of vibration and temperature, essential for defining the mechanical movements, as well as their efficiency and maintain the established mathematical models matrices. Based on these results, a special technique of mathematical modeling transformation matrix, determined by the specific problems of movement segments of the system. Presented mathematical models are the basis for the development and implementation of various software for the simulation and optimization of mechanical systems. For the analysis of modeling and simulation tool was used „Matlab-Simulink and Robotics toolbox”.

The seventh chapter is based on the proposed mathematical methods of accuracy control, working capacity and functionality of technical systems. Presented are theoretical aspects of monitoring diagnostic parameters of technical systems: vibration velocity (vertical, horizontal and axial) and temperature, as well as the possibility of providing diagnostic discrepancies. Practical application of those theoretical research in the doctoral thesis presented is conducted mathematical analysis of complex diagnostics of mechanical systems with application solutions stencil. The application of the matrix method, one can anticipate the moment of timely replacement of components before they came to her dismissal. Mathematical model matrix is defined based on the given values including the correlation parameters condition diagnostics of mechanical systems, correlation of operating temperatures, vibration and wear of mechanical elements of the system. Based on correlations, an analysis model through empirical research.

In the eighth chapter, the value of research results, which are practically applied to the theoretical aspects of a mathematical model for matrix transformation. These parameters as variables, are mutually connected and are transformed into the form of a homogeneous

coordinate transformation matrix for the formation. The results of this research represent scientific and social contribution to the drug problem. The application of the model allows the easy determination of the optimal values of the components of mechanical systems. Through the thesis presents the results of the conducted laboratory research and exploitation, as well as their statistical analysis, respectively, analysis of damage to the bearing elements of mechanical systems. Based on results of research claims, a proposal for measures to increase the efficiency of application of bearing mechanical systems, centrifugal pumps, compressors, with special emphasis on bearing applied to the robot. It also provides a critical analysis of the research results with explanations of characteristic diagrams and conclusions from the analysis that are derived on the basis of the results obtained.

In chapter nine accent is put on the analysis of key parameters that influence the modeling of movement of certain segments of mechanical engineering systems. We analyzed the results that are obtained by solving the equations matrix methods. For this purpose, he introduced the concept of strict diagonal dominance and using it is the characterization of the transformation matrix technique. Applied more mathematical models with matrices of transformation, in order to obtain the optimum value of maintenance of mechanical systems. Thus obtained results conducted on complex technical systems can be successfully used in further stages of the budget of technical systems. Future analysis of the problem of modeling, maintenance and reliability of mechanical systems should be directed towards new scientific and technical achievements.

This chapter presents an overview the most significant conclusions and results of the doctoral thesis. The scientific contribution of the dissertation is based on the discovery of new scientific knowledge, check (provided through research), as well as the need for further research because the technology is constantly advancing and need to keep up with scientific discoveries and findings.

Finally, a review of the literature used during the development of the doctoral thesis.

1. UVODNI DEO

Doktorski rad pod nazivom „*Modeliranje mašinskih tehničkih sistema korišćenjem transformacionih matrica*” predstavlja sistematizovan prikaz dobijenih rezultata, teorijskih i eksperimentalnih, do kojih se došlo u disertaciji u svom dugogodišnjem radu iz oblasti teorija mehanizama mašina (manipulatora) i primenjene mehanike.

Danas se sve više i više pažnje posvećuje nauci na analizi sistema, kontrole i obradi informacija. Brz razvoj i sofisticiranost tehnologija, značajno je uticao na povećanje njihovog spektra aktivnosti sa jedne strane, odnosno na moguće posledice u nastajanju otkaza sa druge strane. Uvođenje automatizovanog upravljanja u svim industrijskim sistemima zahteva sveobuhvatnu analizu ovih sistema, uzimajući u obzir i industrijsku specifičnost. Osnova ovakve analize teorijskih i eksperimentalnih istraživanja tehničkih sistema, kao što su industrijski roboti, pumpe i kompresori, dovodi do poboljšanja efikasnosti upravljanja primenom savremenih metoda, od dijagnostike stanja do obrade informacija na svim nivoima.

Brz razvoj industrijskih mašina poslednjih godina ide u pravcu povećanja učinka rada, brzina, radnih zahvata i snage, što predstavlja povećan zahtev ležajeva u pogledu kinematskih i dinamičkih parametara pouzdanosti rada. Za kvalitetan rad mašinskih sistema nophodan je kvalitetan rad cele mašinske konstrukcije. Ovo se pre svega odnosi na povećanje nosivosti ležaja, smanjenje buke, vibracija, temperature na ležajevima. Kako bi tehnički sistemi ispunili samo ove zahteve moraju se steći odgovarajući preduslovi, a to je da ose vratila moraju da leže u istom pravcu vratila mašine, da budu saosne, uravnotežene [1]. U tom slučaju analiza tehničkih sistema (vibracija, temperatura) i dijagnostika su sada, više nego ikada, ključni faktori usmereni na osiguravanje pouzdanog rada rotacionih mašina.

Tendencije razvoja novih mašina, danas, bazirane su na visokoj produktivnosti, uslovljavajući značajan porast opterećenja, brzina i radnih temperatura. Kao posledice toga javljaju se problemi sa povećanim trenjem, habanjem, neuravnoteženošću i pojavom vibracija. Pri tome, ne treba zaboraviti činjenicu da svaki drugi kotrljajni ležaj na njima otkáže zbog neodgovarajućeg podmazivanja, što zasigurno nameće pitanje opravdanosti upotrebe i unapređenja novih tehnologija u proizvodnji i naročito u načinima održavanja kotrljajnih ležajeva [1].

Roboti, pumpe, kompresori, turboagregati, generatori, motori, reduktori, motori sa unutrašnjim sagorevanjem, turbine i ventilatori su primeri ključnih rotacionih mašina od kojih se zahteva pouzdan i efikasan rad uz odgovarajuću sigurnost. Neplaniran ispad ovakvih mašina često dovodi do katastrofalnih posledica po pitanju sigurnosti i operativnih troškova.

Problematika istraživanja ove doktorske disertacije pod nazivom „*Modeliranje mašinskih tehničkih sistema korišćenjem transformacionih matrica*” prevashodno je razvojno-istraživačkog karaktera. Za potrebe istraživanja dijagnostike stanja kotrljajnih ležajeva na industrijskom robotu vršeno je ispitivanje na već postojećem ispitnom stolu, a eksploataciona istraživanja ležaja vršena su na centrifugalnoj pumpi i klipnom kompresoru.

Tematika istraživanja u ovoj disertaciji obuhvata ležajeve koji su u funkciji tri tehnička sistema: industrijski robot, centrifugalna pumpa i klipni kompresor. Pažnja će biti usmerena trima mašinskim sistemima, kako njihovom razvoju koji će se detaljno obrazložiti, tako i rezultatima istraživanja. Stavljanje akcenta na različite tipove primene kotrljajnih ležajeva u ovoj disertaciji je važno jer se na tehničkim sistemima nalaze različiti tipovi kotrljajnih ležajeva. Sve ovo će biti predstavljeno sa ciljem da se definiše pouzdanost mašinskih sistema (industrijski robot, centrifugalna pumpa i klipni kompresor) na osnovu dijagnostike stanja kotrljajnih ležajeva na njima.

Ovi sistemi imaju veliku primenu u različitim vrstama industrije. Pojedini elementi sklopova ovih sistema su opterećeni različitim vidovima naprezanja npr. kombinovanim naprezanjima na savijanje, uvijanje, smicanje i površinski pritisak.

U toku eksploatacije, usled preopterećenja, kod pomenutih sistema može doći do različitih vidova razaranja materijala i loma delova na sklopovima mašinskih sistema.

Deformacije nastale usled povišenja temperature, vibracija, kao i habanja pojedinih elemenata ležaja mogu dovesti do otkaza, a često puta i lomova mašinskih sistema [1].

Istraživanje problematike rada i pouzdanosti navedenih tehničkih sistema (robota, pumpe, kompresora) veoma je zahtevan i kompleksan zadatak. Da bi se realizovalo ovo istraživanje, potrebno je poznavati kako istoriju tehničkih sistema (sklopove), tako i istoriju kotrljajnih ležajeva. Bez insistiranja na analizi razvoja navedenih mehanizama kroz istoriju, ne bi se mogla sagledati problematika koja je zaokupila autora ovog istraživanja, kao i načini na osnovu kojih su istraživači pre njega prevazilazili sve probleme do kojih su dolazili.

Sprovedenju eksperimentalnih istraživanja u okviru disertacije prethodila su teorijska istraživanja, u okviru kojih su prezentovani uzroci, načini i postupci za povišenje nivoa pouzdanosti ležajeva na tehničkim sistemima (industrijski manipulator, pumpa, kompresor). Takođe, naveden je znatan broj mera za povećanje eksploatacione pouzdanosti ležajeva u toku korišćenja, prezentovan kroz mere tehničkog održavanja i remonta. Eksperimentalna istraživanja bila su zasnovana na ispitivanju ležajeva kod robota u laboratorijskim i eksploatacionim uslovima, dok su istraživanja ležajeva u eksploataciji bila zasnovana na ispitivanju ležajeva kod centrifugalne pumpe i klipnog kompresoru.

Istraživači u svetu koji se bave matematičkom logikom i sistemima zasnovanim na teorijskom znanju, operacionim istraživanjima, itd. ostvarili su značajan napredak po pitanju razvoja rešenja za mnoge probleme od kojih zavise moderna tehnologija i svakodnevni život. Praksa u Srbiji pokazuje da rezultati koje naši istraživači postižu ostaju na teorijskom nivou. Stoga, u ovoj disertaciji predlažem usmeravanje ka razvoju primena ovih rezultata u novim tehnologijama i to korišćenjem naprednih matematičkih modela sa primenom u robotici, energetici, telekomunikacijama, informaciono-komunikacionih tehnologijama gde bi glavni ciljevi bili:

- jačanje naučno-tehnološke baze za razvoj informaciono-komunikacionih tehnologija u Srbiji, kao osnove društva baziranog na znanju,
- korišćenje naprednih matematičkih metoda, koje uglavnom nisu poznate inženjerima, za razvoj novih ili značajno poboljšanje postojećih informaciono-komunikacionih tehnologija [2].

Mašinski sistemi, slično kao i drugi tehnički sistemi, karakterišu se svojom namenskom funkcijom i funkcijom u radnoj sredini (tzv. primarnom i sekundarnom funkcijom). Aspekti koji se odnose na namensku – primarnu funkciju mašinskih sistema, odavno su savladani. Sve više pažnje se posvećuje funkcijama ovih sistema u radnoj sredini - sekundarnoj funkciji. Stoga je sve prisutnija potreba da se funkcije vezane za radnu-životnu sredinu svrstaju u primarne funkcije i da namenski funkcionišu u interaktivnom skladu.

Iz prakse proizilazi da osnovni i najveći deo opterećenja radne i životne sredine, direktno ili indirektno, izazivaju mašinski sistemi (proizvodnjom proizvoda).

Mašinski sistemi se široko koriste u svim oblastima ljudskog rada, u industriji, građevinarstvu, poljoprivredi, u službama građanstva u stambenim i zajedničkim objektima. Mnogi sistemi su svojom koncepcijom i tehničkim nivoom rešenja zastareli i ne odgovaraju higijenskim propisima, odnosno, propisima za zaštitu životne sredine. Svaka mašina, mašinski sistem, kao antropogena komponenta radne sredine, deluje interaktivno na čoveka i druge komponente radne sredine svojim mehaničkim, materijalnim, funkcionalnim i estetskim faktorima, na primer buka, vibracije i sl.

Sistem ispitivanih mašina, koje su predmet ove disertacije, predstavljaju veoma složene mašinske sisteme sa velikim brojem sklopova i elemenata koji imaju različita kretanja kako po obliku, tako i po brzinama. Uzroci nastanka buke i vibracija su mnogobrojni: neuravnotežene inercijalne sile obrtnih i translatorskih masa, prekomerni zamori u sklopovima, bacanje kotrljajnih ležajeva, promenljive sile trenja u kliznim spojevima, tvrdo mesto, nedovoljna krutost elemenata i sklopova mašina itd. [1].

Doktorski rad predstavlja izvestan doprinos u razvijanju metodologije za rešavanje problema mehanike tehničkih sistema industrijskog robota, centrifugalne pumpe i klipnog

kompresora pomoću jednačina matrica transformacije. Za upravljanje ovako složenim tehničkih sistema neophodno je poznavati mehaniku, odnosno kinematiku i dinamiku.

Industrijski roboti su mašine koje se koriste radi povećanja raznovrsnosti proizvodnih procesa u cilju povećanja produktivnosti i kvaliteta proizvodnih dobara. Pored *CNC* mašina, oni su tipičan predstavnik fleksibilno automatizovanih sistema, što znači da se mogu brzo prilagođavati promenama u proizvodnom programu, odnosno promenama u radnom zadatku.

U ovom delu rada razmatran je problem definisanja i rešavanja mehanike manipulacionih robota, što je od fundamentalnog značaja za uspešno projektovanje i izvođenje sistema upravljanja robota. Taj problem podrazumeva rešavanje kinematike i dinamike složenih (relativnih) kretanja sistema tela. S obzirom da se manipulacioni roboti sastoje iz više segmenata, međusobno povezanih zglobovima, proističe da su njihovi mehanički modeli veoma složeni, pa klasični mehanički proračuni za rešavanje njihovog kretanja postaju krajnje neefikasni i vrlo teško se dolazi do rešenja [3].

Istraživanja koja su prikazana u ovom radu predstavljaju generalizaciju rešavanja mehanike (kinematike i dinamike) robota primenom modernih mehaničkih metoda uz korišćenje *PC* računara. U tom cilju korišćene su opšte transformacione matrice četvrtog stepena za rešavanje problema kretanja rotacije i translacije pojedinih članova lanca robota, a za simulaciju delova korišćen je programski paket *MATLAB – SimMechanics* i *Robotics toolbox*. Ova metodologija omogućava formiranje matričnih dinamičkih jednačina kretanja, koje su pogodne za efikasno rešavanje uz pomoć računara, čime se prevazilazi osnovni problem klasičnih mehaničkih proračuna. Takođe, dinamički model robota koji se može rešiti uz pomoć računara omogućava da se na osnovu njega izvrši simulacija ponašanja, odnosno verifikacija modela, koja obezbeđuje izvršavanje analize ponašanja realnog robota.

Konkretni primeri kinematičkih i dinamičkih proračuna i simulacije korišćenjem transformacionih matrica modela dati su na primeru manipulacionog robota „*FANUC*”-Japan, koji se nalazi u eksploataciji AD „Metalac” Gornji Milanovac, a dati su i neki drugi korisni primeri u osnovnom tekstu rada.

I danas su značajna izvršena istraživanja, jer omogućuju optimalnije rešavanje mehanike manipulacionih robota: a sa razvojem hardvera računara primenljivost dobijenih rezultata postaće još veća. Generalisana rešenja mehanike, data u ovom radu, olakšaće dalja istraživanja u oblasti robotike.

Velika opterećenja i složeni radni zahvati su samo neki od uslova pod kojima rade današnji savremeni roboti. Osnovnu posebnost ovih robota predstavljaju eksploatacione pogodnosti koje karakteriše rad sa maksimalnim i minimalnim radnim snagama. U isto vreme, zahtevi koji se stavljaju ispred njih, u pogledu pouzdanosti, dosta su visoki, a centralno mesto u njima zauzimaju kotrljajni ležajevi kako sa aspekta njihovog izbora tako i sa aspekta dimenzionisanja uležištenja. Problematika istraživanja ove doktorske disertacije je i istraživačkog karaktera i ukazuje na osnovne karakteristike kotrljajnih (oscilirajućih) ležajeva koji se koriste kod robotizovanih sistema. U radu su navedeni teorijski, eksploatacioni kao i eksperimentalni rezultati istraživanja uležištenja robotizovanog sistema „*FANUC*” -Japan.

Kotrljajni ležajevi su najvitalniji radni delovi svih mašina i transmisionih sklopova. Koriste se za obezbeđivanje uslova za relativno kretanje obrtnih delova i za prenošenje opterećenja sa pokretnih na one koji miruju ili obrnuto. Osim dovoljne nosivosti ležaj treba da obezbedi potrebnu tačnost položaja osa obrtnih delova u stanju rotacije, dovoljno visoku brzinu rotacije i da dozvoli eventualno odstupanje položaja ose rotacije, koje može biti posledica odstupanja pri izradi ili posledica elastičnih deformacija. Po pravilu ležajevi se ugrađuju u osloncima vratila gde omogućuju obrtanje rukavca u odnosu na nepomični oslonac i prenošenje opterećenja na oslonac. Osim toga, ležajevi se ugrađuju i u sklopovima drugih, relativno pokretnih delova, kao što su obrtne glavčine u odnosu na vratilo, obrtni delovi spojnice, pokretni oslonci i dr. Izuzetno složena funkcija ležaja nametnula je potrebu za primenom posebnih tehnologija za izradu te ih izrađuju specijalizovani proizvođači. Takođe je razvijen i širok spektar konstrukcijskih rešenja [4].

Ležajevi, kao elementarni delovi svake mašine imaju značajnu ulogu u funkcionisanju mašine, njenom održavanju i pouzdanosti, jer imaju zadatak da prime opterećenja od prenosnika snage. Kako bi se izvršio adekvatan izbor ležajeva neophodno je upoznati se sa svim prednostima i nedostacima kotrljajnih ležajeva. Na dalje, unutar grupe kotrljajnih ležajeva za svaku aplikaciju može se birati između pojedinih tipova kotrljajnih ležajeva u zavisnosti od složenosti sistema odnosno eksploatacionih uslova. Svaki tip ležaja ima karakteristične osobine, na osnovu svog dizajna, koje manje ili više odgovaraju datim uslovima primene [1, 2, 4].

Poznavanje problematike vezane za osnove funkcionisanja kotrljajnih (oscilirajućih) ležajeva na robotizovanim sistemima u mnogome može doprineti pravilnom dimezionisanju uležištenja, kao što je to pokazano u ovom radu. Samo adekvatan izbor kotrljajnih ležajeva i pravilno dimezionisana uležištenja na robotima može obezbediti visoku pouzdanost, duži radni vek, smanjenje buke i vibracija i smanjenje osetljivosti na greške prilikom montaže kotrljajnih ležajeva [2, 3, 4].

U okviru ove problematike realizovan je eksperiment na već postojećem probnom stolu, koji se nalazi u Fabrici FAD u Gornjem Milanovcu. Na već razvijenom modelu opitnog stola mogu se obaviti različita dijagnostička merenja prenosnika snage poput: brzine vibracija, temperature, brzine obrtanja, obrtni momenti i dinamička ponašanja ležaja. Eksperimentalni sto obezbeđuje ispitivanje ležaja pri dejstvu radijalnog i aksijalnog opterećenja pri frekventnoj promeni, kao i ugaone oscilacije i rotacije pri frekventnoj promeni opterećenja, kao i aksijalni i radijalni zazori na ležaju.

Kao drugi tehnički sistem koji je praćen u eksploataciji za proizvodnju i distribuciju komprimovanog vazduha je klipni kompresor „Trudbenik” (Doboj), u okviru „Energetike” D.O.O. Kragujevac. **Klipni kompresori** su radne mašine ili uređaji koji sabijaju neki gas ili paru na viši pritisak, odnosno gasovima ili parama podižu energetske nivo. Primena sabijenog vazduha i drugih gasova ili pare u savremenoj proizvodnji i životu široko je zastupljena, a ovde se navode neke najvažnije primene.

Sabijeni-komprimovani vazduh upotrebljava se kao prenosnik energije potrebne za sprovođenje mehaničkih radnih zadataka, a uz to se često upotrebljavao i njegov sadržaj kiseonika da bi se omogućile određene hemijske reakcije. Komprimovani vazduh upotrebljava se za pogon pneumatskih čekića, bušilica i ostalih alata, pneumatski transport rastresitih materijala, pneumatski transport tečnosti i drugih gasova, mešanje i odvođenje tečnosti, mešanje i dovođenje kiseonika biološkim suspenzijama, filtriranje, pod pritiskom ili vakuumom, pogon visokih peći za proizvodnju sirovog gvožđa, pogon metalurških peći u proizvodnji čelika i obojenih metala, punjenje kesona i dizanje potonulih brodova, ventilaciju rudničkih prostora i uređaja, pogon gasnih turbina i avionskih mlaznih motora, ukapljivanje (ukapljivanje je prelaz pare ili gasa u tečno stanje hlađenjem pare (gasa) ili kompresijom i hlađenjem istovremeno) vazduha po (*Joule-Thomson*) Džul-Tomsonovom prigušnom efektu.

Klipni kompresori za svoj pogon koriste snagu pogonskog motora zbog čega je neophodno da karakteristike kompresora budu optimalne. Rad klipnih kompresora je cikličan što ukazuje da su karakteristični parametri rada kompresora dinamički-promenljivi.

Standardna ispitivanja kompresora obuhvataju stacionarne, prosečne vrednosti karakterističnih parametara i nedovoljna su za razvojna i optimizaciona istraživanja klipnih kompresora. Nestandardna ispitivanja klipnih kompresora zahtevaju specifičnu mernu instalaciju, koja može da omogući kako statička tako i dinamička merenja karakterističnih parametara.

Neadekvatna merna instalacija, pored grešaka u merenjima, može da onemogući merenje dinamičkih promena parametara, pa čak da svojom netransparentnošću utiče na rad klipnih kompresora i da uslovi formiranje pogrešnih zaključaka iz rezultata ispitivanja. Neadekvatan element instalacije može da pokvari karakteristike cele merne instalacije dok element sa predimenzioniranim karakteristikama može da podigne cenu izrade instalacije [5].

Naučni cilj doktorske disertacije je da se formira matematički model kompresora sa korišćenjem matrica transformacije, a zatim da se na realizovanoj mernoj instalaciji kompresora izvrši istraživanje (merenje određenih parametara). Verifikovani matematički model može da se koristi za izbor komponenti mernih i upravljačkih sistema i realizaciju sličnih mernih instalacija.

Istraživanja klipnih kompresora zahteva da se određeni parametri (temperatura ležaja, broj obrtaja pogonskog vratila, horizontalne vibracije, vertikalne vibracije i aksijalne vibracije) održavaju konstantnim u širokom opsegu rada objekata upravljanja. Zbog navedenog neophodno je da merni sistem bude automatski upravljan i da omogući ispitivanje u bilo kojoj tački radnog polja objekta ispitivanja.

Prikazivanje klipnih komponenti kao što su kolenasto vratilo, klipnjača i klip biće predstavljene pomoću matematičkih jednačina. Oblici matematičkih jednačina biće prikazani u vidu diferencijalnih jednačina, algebarskih jednačina i matrica [6].

Rešavanje ovih jednačina u simulacionom blok dijagramu biće predstavljene pomoću softverskog programa *FludSim 3.6*, kao i u *Matlabu R2010a*.

Verifikovani model merne instalacije može se koristiti za analizu u softverskom programu *Catia V5R21* i simulaciju međusobnog uticaja te ili slične merne instalacije i različitih objekata ispitivanja čiji su modeli poznati. Tokom istraživanja i realizovanja merenja neophodno je utvrditi postojeće stanje u realizaciji etape na osnovu dostupne literature. Objekat analiziranja i merenja određenih parametara predstavlja klipni kompresor.

Mnogi istraživači bavili su se predstavljanjem matematičkog modela kompresora. Predstavljanje modela je složen problem koji se rešava na više načina, uz primenu veoma različitih matematičkih aparata. Složenost problema matematičkog modeliranja kompresora pokazali su *Rasmussen* (Rasmussen) i *Jakobsen* (Jakobsen) tako što su analizom radova iz perioda od 1990. do 2000. godine izloženih na Internacionalnim inženjerskim konferencijama o kompresorima na *Pardju* (Purdue) univerzitetu utvrdili da su se u preko 100 radova na tim konferencijama u tom periodu istraživači bavili matematičkim modeliranjem različitih vrsta kompresora [7]. *Subramanijan* (Subramanian) sa saradnicima je napravio prikaz u literaturi korišćenih matematičkih modela kompresora [8].

Distribuirani matematički modeli kojima se potpuno opisuju svi procesi koji se odvijaju u kompresoru pomoću parcijalnih diferencijalnih jednačina nisu još napravljeni. Napravljeni su modeli koji mogu neke delove kompresora da opišu i da prikažu njihovo ponašanje metodom konačnih elemenata, kao što je na primer prenos toplote u cilindru [9]. Matematički modeli kompresora koji su zasnovani na fizičkim relacijama u kompresoru su veoma slični. Matematički modeli se razlikuju zbog namene kompresora, pa se drugačije modeliraju kompresori koji se primenjuju u rashladnim sistemima [10] od kompresora koji se koriste za klimatizaciju. Takođe, matematički modeli se razlikuju zbog konstruktivnih razlika kompresora, na primer, u broju stepena kompresije.

Ruski istraživači su detaljno opisali merne instalacije za merenje standardnih i nestandardnih karakteristika kompresora koje su bile aktuelne oko 1960. godine XX veka [11]. Standard ISO 1217:1996 [12] definiše osnovne karakteristike i veličine kompresora, u cilju pravilnog tumačenja karakteristika kako proizvođača, prodavca tako i kupca kompresora.

U poslednjih nekoliko godina, značajni razvojni naponi posvećeni su modifikacijama u projektovanju, karakteristikama, proizvodnji i napretku rotacionih i klipnih, kao i dinamičkih kompresora. Novi razvoj, sa aspekta tržišta i sve veće primene kompresora, nastaje sa razvojem automatizovanih industrijskih mašina u procesnoj tehnici sabijanjem-komprimovanjem različitih gasova i para. Danas kompresori imaju široku primenu u mašinstvu. Primenjuju se u industrijskim sistemima, kao i postrojenjima, automobilima i lokomotivama, poljoprivrednim mašinama, mašinama alatkama, bušilicama i pumpama naftne industrije, a takođe, imaju široku primenu u upravljačkim mehanizmima aviona i helikoptera, drvnoj industriji, tekstilnoj industriji, brodarstvu itd. Oni se karakterišu kompaktnošću koju

odlikuju mali gabariti, mala masa, laka montaža i demontaža, jednostavno korišćenje, održavanje, remont i popravka.

Kao treći tehnički sistem koji je praćen u eksploataciji za proizvodnju i distribuciju toplotne energije je centrifugalna pumpa „Jastrebac” (Niš), u okviru pumpne stanice TEC 2. koja se nalaze u eksploataciji „Energetika” D.O.O. Kragujevac. *Centrifugalne pumpe* su rotirajući mašine kod kojih se protok i pritisak generišu zbog promene količine kretanja fluida koji prolazi kroz rotor pričvršćen na vratilu koji se okreće velikom brzinom. Ove turbomašine imaju neizostavnu primenu u različitim oblastima, za transport neutralnih ili hemijski agresivnih fluida, čistih ili zaprljanih, hladnih ili vrelih, toksičnih i ekološki otrovnih fluida. Oni imaju primenu u svakodnevnom životu, medicini, tehnologiji crpljenja nafte iz bušotina do različitih industrijskih primena.

Širok spektar centrifugalnih pumpi, horizontalne pumpe, magnetne pumpe i vertikalne pumpe jedne su od najsvestranijih pumpi na današnjem tržištu. Promene mehaničkih struktura u ležištu i otežanim uslovima rada sistema u eksploataciji, dovode do znatnog umanjavanja pouzdanosti ovog tehničkog sistema. Osim toga, ovi nedostaci utiču i na nedovoljnu eksploatacijsku sigurnost kod povećanja temperature, vibracija i buke. Stoga, razumljiva je tendencija za stalno praćenje stanja sistema i poboljšanje njihovih karakteristika kao što su protok, visina pritiska i iskoristivost i slično.

Pošto je akcenat na ovim tehničkim sistemima stavljen na ležajeve, u ovom delu rada disertacije biće predstavljeno definisanje pouzdanosti ležajeva na osnovu dijagnostike stanja kotrljajnih ležajeva. Istraživanja pouzdanosti ležajeva u eksploatacionim uslovima vršena su na pumpnom postrojenju „Jastrebac” (Niš).

Laboratorijski probni sto i mašine za dinamičko i statičko ispitivanje prvenstveno su namenjene za ispitivanje pouzdanosti ležajeva, kao i ispitivanja zglobova spona kod automobila kao i ostalih mehaničkih prenosnika snage. Na već razvijenom modelu probnog stola mogu se obaviti različita dijagnostička merenja prenosnika snage, poput: vibracija, temperature, brzine obrtanja, obrtnog momenta. Merenja dijagnostičkih parametara na ovom stolu mogu biti ručna, automatizovana ili kombinovana. Za potpuno automatizovana ispitivanja mogu se koristiti senzori, a rezultati istraživanja se kontinualno prikupljaju i čuvaju na jednom mestu [13].

Odgovarajućom adaptacijom spoljnih elemenata, moguće je na opitnom stolu postaviti bilo koji prenosnik snage i vršiti željena ispitivanja (dijagnostička, tribološka, stepen iskorišćenja, vek trajanja itd.) [14]. Na već postojećem modelu opitnog stola, pod određenim uslovima, ispitivani su kuglični ležajevi, na kojima su vršena dijagnostička merenja stanja.

Naučno-istraživačke i razvojne aktivnosti u ovoj disertaciji pod nazivom „*Modeliranje mašinskih tehničkih sistema korišćenjem transformacionih matrica*” urađene su u skladu sa standardima i preporukama struke. Takođe, razmatrane su i proučene sve dostupne naučno-istraživačke objavljene publikacije, koje dotiču tematiku navedenih aktivnosti u zemlji i inostranstvu.

Naučni doprinos disertacije ogleda se u uspostavljanju saradnje koji je od opšteg interesa između naučno-istraživačkih delatnosti koje se bave modeliranjem, dijagnostikom, pouzdanošću, mehanikom, matematikom, računarstvom, inženjerstvom, telekomunikacijama i društvenim naukama.

Ova disertacija trebalo bi da doprinese preventivnim, tehničkim, dijagnostičkim pristupima nove tehnologije, korišćenja dijagnostičkih aparata. Primena novih tehnologija trebalo bi da ukaže i definiše dugoročan neprekidan proces koji utiču na sve aspekte života, kao i njihova primena u nekim ekonomskim izazovima. Ovaj razvoj podrazumevao bi izradu modela koji na kvalitetan način zadovoljava ekonomske potrebe, a istovremeno pruža automatizovani pristup dijagnostike mašinskih tehničkih sistema i uklanja uticaje koji prate prirodne procese.

2. DOSADAŠNJA ISTRAŽIVANJA

2.1. PRIMENE MATRICA TRANSFORMACIJE NA TEHNIČKIM SISTEMIMA

Savremeni tehnički sistemi, kao što su roboti, kompresori, pumpe, opremljeni su velikom mogućnošću kretanja i upravljačkim sistemima. Ostvaruju više funkcionalnih zavisnih kretanja sistema kod kojih je potrebno ostvariti određena pomeranja, opterećenja u funkciji od realnog vremena i od njihove međuzavisnosti. Potrebno obrađivati dobijene podatke, često menjati parametre, funkcionalne veze ili ih menjati po tačno utvrđenom pravilu, za ovakvu vrstu kretanja i definisanje iste primena transformacionih matrica kod tehničkih sistema je vrlo opravdana.

Kod izračunavanja složenih problema mehanike kretanja, kao što su kretanje segmenata manipulacionog robota, kretanje lopatica radnih kola pumpi i kretanje kolenastog vratila kod klipnih kompresora, kretanja aviona, primenjujemo znanja iz više oblasti. Shodno tome, aerodinamičke sile određujemo prema teoriji i praksi aerodinamike, pogonske sile prema konstrukciji motora, a sila Zemljine teže određena je u geofizici. Tako se susrećemo sa problemom da je jedna sila poznata u jednom koordinatnom sistemu, druga u drugome, treća u trećem, a kretanje tela u četvrtom koordinatnom sistemu. Ovaj problem nameće potrebu za nekim jednostavnim načinom prelaza iz jednog koordinatnog sistema u drugi, što znači da se ne zadržavati na problemu određivanja komponenti vektora u nekom koordinatnom sistemu ako su one poznate u drugom.

Još u 4. veku pre nove ere Vavilonci su se koristili tabelama i njihovim karakteristikama koje liče na ono što danas nazivamo matrica. Počeci teorije matrica i determinanti vezani su za rešavanje sistema linearnih jednačina. Međutim, postojbinom matrica smatra se Kina. U 2. veku pre nove ere, koeficijent sistema zapisivali su u tabelu, koja je u suštini transportovana matrica sistema (u smislu u kojem se taj pojam danas koristi), i rešavali sistem transformišući tu tabelu postupkom koji je *de facto* Gausova metoda eliminacija. *Han Dynasty* predstavio je rešavanje jednog problema prinosa pirinča metodom matrice. To je bio klasičan način rešavanja sistema linearnih jednačina, ali se zbog zapisa dovodi u vezu sa matricama [15].

Nakon dugog perioda, u kojem na ovu temu nije otkriveno ništa novo, godine 1683. pojavljuju se determinante i to istovremeno u Evropi i u Japanu. Japanski matematičar, Takakazu Šinsuke (*Takakazu Shinsuke Sek*, 1642. - 1708.) godine objavio je rad koje sadrži tabelarne metode rešavanja sistema slične starokineskim. Za rešavanje jednačina (ne i sistema) koristio se determinantama. Nije im davao nikakav naziv, ali je opisao računanje determinanti do veličine 5×5 [16].

Determinante je prvi otkrio i proučavao Lajbnic (*Leibniz G. W.* 1693.) godine ispitujući rešenja sistema linearnih jednačina. Kasnije se za otkrivača determinanti smatra Gabrijel Kramer (*Gabriel Cramer* (1704.-1752.), koji je 1750. godine dao pravila rešavanja jednačina ravanske krive koja prolazi kroz određeni broj tačaka pomoću determinanti [15]. Iako je detaljno opisao pravilo, nije ga dokazao, a u međuvremenu je Lajbnicovo otkriće palo u zaborav. Od tog doba nadalje rezultati o determinantama počinju se redovno objavljivati [16].

Maklaurin (*Maclaurin*) je 1730-ih godina dokazao prve objavljene rezultate o determinantama

(objavljeni tek 1748.). Radilo se o Kramerovom pravilu za 2×2 i 3×3 sistema sa naznakama kako bi se postupilo u slučaju 4×4 sistema [16].

Metode računanja determinanti objavili su *Bezout* 1764. god. i *Vandermonde* 1771. god., a *Laplace* (1772.) god. konstatuje da su njihove metode nepraktične i opisuje Laplaceov razvoj determinante. Determinantu naziva rezultantom [16].

Naziv determinante uveo je u matematiku *Gaus* (*Gauss K. F.*), u svom znamenitom delu *Disquisitiones Arithmetica* (1801), ali ga nije koristio u savremenom značenju. U istom delu opisuje množenje matrica i određivanje inverzne matrice. Pritom su Gaussove matrice isključivo tablice koeficijenata kvadratnih formi. Naziv determinanta u savremenom smislu prvi koristi *Koši* (*Cauchy A.L.*) u radu 1812. godine u kojem je dokazao i pravilo da je determinanta proizvoda matrica proizvod njihovih determinanti [17, 19]. To je pravilo danas poznato kao i *Bine Košijeva* (*Binet-Cauchy*) teorema. U kontekstu kvadratnih formi *Koši* je 1826.god. za matricu (a_{ij}) koristio naziv tablica. Odredio je njene svojstvene vrednosti i dao rezultate o dijagonalizaciji matrice u terminima mogućnosti transformacije kvadratne forme $\sum_{i,j} a_{ij} x_i x_j$ u oblik $\sum_i b_i y_i^2$. U tom kontekstu je dokazao da se svaka realna simetrična (kvadratna) matrica može dijagonalizovati. Zatim, ideja svojstvenih vrednosti se prvi put pojavila u *D'Alembertovim* radovima o sistemima linearnih diferencijalnih jednačina. Determinante se široko primenjuju u matematici tek nakon *Jakobija* (*Karl Gustav Jacob Jacobi* 1804-1851), koji je najpoznatiji po svojim rezultatima o eliptičnim funkcijama i parcijalnim diferencijalnim jednačinama prvog reda.

Naziv determinanta se po prvi put pojavio 1815. godine u *Košijevom* radu o teoriji determinanata. Ovaj rad, takođe, sadrži skraćenicu (a_{ij}) i postupak za izračunavanje pomoću determinanti razvoja po bilo kojoj vrsti ili koloni. *Eduard Furstenau* (*Eduard Fürstenau*) je uveo pojam determinante beskonačnog reda 1860. godine radeći na metodi aproksimacije korena algebarskih jednačina [18].

Hankelove determinante imaju veliku primenu u teoriji ortogonalnih polinoma, numeričkoj matematici, i takođe, i u drugim oblastima matematike i tehničkim naukama. Naročito je važno izračunavanje ovih determinanti u zatvorenom obliku [19]. U skorije vreme publikovan je veći broj naučnih radova u kojima se računaju *Hankelove* determinante različitih nizova celih brojeva. Objavljen je i veći broj preglednih radova na ovu temu (npr. radovi *Krattenthalera* [20]). U bogatoj literaturi vezanoj za *Hankelove* determinante, postoji veći broj metoda za njihovo izračunavanje. Pomenućemo metod *Dodgsonove* kondenzacije koji je otkrio (*Dodgson C. L.*) i koji je primenljiv u slučaju proizvoljne determinante.

Termin *matrica* (na latinskom „*matrix*“) uveo je 1850. *Džejms Džozef Silvester* (*James Joseph Sylvester* 1814-1897) da označi pravougaonu šemu brojeva. Ovaj termin je često koristio njegov prijatelj, matematičar i pravnik, autor više od hiljadu memoara *Artur Kejli* (*A. Cauley* 1821-1895) u radovima iz 1855. i 1858 [18]. U tim memoarima isticao je definisanje matrica, a posebno operacije kao što su sabiranje i množenje, izgradnje, dakle, postavio je temelj modernog izračunavanja matrica.

Matrice predstavljaju sisteme brojeva koje možemo tretirati skoro kao i brojeve, pa one u izvesnom smislu uopštavaju brojeve. Probleme u primenjenoj nauci, matematici i tehnici, kad god je moguće, treba posmatrati kroz prizmu matrica, jer je za njih poznat dobro razvijen matematički aparat. Postoji veliki broj algoritama za programiranje igara koji koriste matrične operacije.

Dakle, teorija matrica razvijena u tesnoj vezi sa teorijom vektora, i pronašla je značajne aplikacije u mnogim granama matematike i delu fizike.

Matrice postaju pravi deo matematike u 19. veku. *Kantor* i *Lebeg* su teorijom kvanta došli do matrica, koje u matematiku uvodi Artur Keli 1858. godine. Međutim, treba napomenuti da su takve šeme brojeva koristili kineski matematičari još u trinaestom veku pri rešavanja sistema linearnih jednačina [16].

Postoji mnogo primena matrica kako u matematici tako i u drugim naukama. Matrice se pominju u teoriji igara, ekonomiji, *data mining*-u i *text mining*-u. U početnoj fazi razvoja enkripcije su korišćene matrice, ali su zbog linearne prirode matrica kriptovane šifre relativno lako „razbijane”. U kompjuterskoj grafici koriste se matrice za predstavljanje objekata kao i za transformaciju i predstavljanje trodimenzionalnih objekata na dvodimenzionalnoj podlozi [21].

Matrice se koriste u razne svrhe, posebno u hemiji u oblasti kvantne teorije i spektroskopije. Srećemo ih i pri rešavanje *Roothaan*-ovih jednačina koje omogućavaju preklapanje orbite molekula u *Hartree–Fock*-ovoj metodi. Grevilov metod se koristi kao merilo za izračunavanje inverznih matrica. Zbog svoje dominacije ovaj metod se obimno primenjuje u mnogim matematičkim oblastima kao što su statističko zaključivanje, teorija filtriranja, teorija linearne procene, optimizacija, analitička dinamika itd. [22, 23]. Primenjuje se i u direktnom pristupu za izračunavanje matrica. Takođe, ovaj metod je široku primenu našao i u bazama podataka kao i u izračunavanjima vezanim za neuronske mreže [24].

Kako je matematika u potpunosti apstraktna nauka, njen razvoj je velikim delom uslovljen primenama. Što se tiče matrica, pored primamljivih i nikada potpuno dokučivih puteva matematike, možemo zahvaliti i drugim naukama koje su svoje probleme svele na matrice. Problem prinosa pirinča iz stare ere, danas, uspešno zamenjuju problemi iz oblasti fotografije, informatike, fizike, biologije, pa čak i psihologije. Najinteresantniji i najbrojniji su informatički problemi. Cela teorija kodiranja, koja čuva nepromenjenost podataka pri prenosu, zasniva se na matricama. Programiranje se ne može zamisliti bez matrica; jedan od boljih matematičkih programskih paketa Matlab, zasniva se na principu matrica. Matrice su toliko moćna stvar da ni imena velikih matematičara nisu odolela potrebi da njihov pojam ima sufiks „matrica”. Tako su *Katalanov*, *Paskalov* i *Fibonačijev* niz našli mesto u jednoj od trouglastih polovina matrice i stvorili probleme kombinatornih identiteta i svojih inverza, opet u svrhu postojanja lepih teorema i još težih dokaza [16].

Svakoj kvadratnoj matrici pridružujemo realni broj koji zovemo determinanta. Determinanta je kvadratna šema brojeva $n \times n$ elemenata raspoređenih u n vrsta i n kolona. Determinanta je broj, za razliku od matrice koja je samo šema proizvoljnih elemenata.

Generalisana inverzna matrica predstavlja uopštenje pojma obične inverzne matrice.

Ako je A regularna kvadratna matrica, tj. ako je $\det A \neq 0$, tada postoji jedinstvena matrica X tako da je $AX = XA = I$, gde je I jedinična matrica. U tom slučaju X je inverzna matrica matrice A i označava se sa A^{-1} . Ukoliko je A singularna matrica (ili pravougaona matrica), tada matrica X sa pomenutim osobinama ne postoji. U tim slučajevima, potrebno je odrediti neku vrstu „inverza” matrice A , tj. matrice koja će zadržati što je moguće više svojstava inverzne matrice. To je dovelo do pojma *uopštene*

inverzne matrice A . Pod uopštenim inverzom matrice A podrazumeva se matrica X koja je u izvesnom smislu pridružena matrici A .

Ideja o generalisanim inverzima implicitno je sadržana još u radovima Karl Fridrih Gaus (*Carl Friedrich Gauss* 1809), i to u vezi sa uvođenjem principa metoda najmanjih kvadrata kod nekonzistentnih sistema. Nakon toga je *Fredholm I.*, 1903. godine definisao pseudoinverz linearnog integralnog operatora koji nije invertibilan u običnom smislu, a kojim se rešavaju integralne jednačine u slučajevima kada inverzni operator ne postoji. Pokazalo se da tako definisan uopšteni inverzni operator nije jedinstven. Hurvitz (*Hurwitz W. A.*) je 1912. godine, koristeći pojam pseudo-rezolvente, opisao čitavu klasu takvih operatora. Generalisani inverzi diferencijalnih operatora implicitno su sadržani u *Hilbertovom* razmatranju generalisane *Greenove funkcije* 1904. godine a kasnije su ih proučavali i drugi autori, npr. *Reid W. T.* (1931) [19, 20].

Generalisane inverzne matrice imaju značajnu ulogu u mnogim disciplinama: linearna algebra, teorija operatora, teorija semigrupa, matematička statistika (regresija), izračunavanje polarne dekompozicije, teorija električnih kola, teorija automatskog upravljanja, filtriranje signala, diferentne jednačine, prepoznavanje slike itd. Napomenimo da je mnogo detaljnije razmatranje klasičnih primena generalisanih inverza dato u monografiji

Moore E. H. je 1920. prvi definisao i proučio jedinstveni generalisani inverz proizvoljne matrice, nazvavši ga „uopštena recipročnost matrice”. Moguće je da je do ovih rezultata *Moore* došao još 1906. godine, mada su prvi rezultati objavljeni tek 1920. godine. Međutim, njegov rad malo je bio poznat širokoj javnosti, verovatno zbog specifičnosti terminologije i oznaka [25].

Tek 1955. godine rad *Penrosea R.* [26] pobudio je pravi interes za izučavanje ove problematike. *Penrose* je dokazao da je *Mooreov* inverz zapravo rešenje sistema matricnih jednačina i zbog toga se ovaj inverz danas naziva *Moore-Penroseov inverz*. *Penrose* je, takođe, ukazao na ulogu ovog generalisanog inverza u rešavanju sistema linearnih jednačina. Teorija, primene i metode za izračunavanje generalisanih inverza razvijali su se veoma brzo u poslednjih 50 godina.

Teorijski pristup i metode za izračunavanje generalisanih inverznih matrica razvijali su se veoma brzo u poslednjih 50 godina. Publikovan je veliki broj naučnih radova i nekoliko monografija, npr. *Ben-Israel* i *Grevile* [27], *Rao* i *Mitra* [28], *Wang* kao i *Wei* i *Qiao* [29].

Poznat je veći broj klasa generalisanih inverznih matrica (*Moore-Penroseov inverz*, *Drazinov inverz*, *grupni inverz*, *težinski Moore-Penroseov inverz*, *LM inverz*, $\{i, j, k\}$ *inverzi*, *Bott-Duffinov inverz* itd...).

Matrica se definiše kao niz brojeva (ili algebarskih simbola) smeštenih u redove (m) i kolone (n).

Ako svrstamo $m \times n$ elemenata u pravougaonu šemu, koja ima m redova i n kolona, dobićemo pravougaonu tablicu koja služi kao izvor za dobijanje različitih determinanata i naziva se pravougaona matrica. Matrica se stavlja između 2 paralelna pravca ili između zagrade za razliku od determinante. Matrica sama nema numeričke vrednosti, jer je samo sistem izračunatih veličina, najčešće koeficijenata jednačina. Determinante dobijene iz matrice zovu se *minor* matrica ili *subdeterminante* matrica i ako je matrica označena sa M onda se njen minor označava sa M .

Rotaciona matrica 3×3 može biti definisana kao transformaciona matrica koja služi da vektor položaja u trodimenzionalnom euklidskom prostoru, izražen u koordinatama pokretnog rotacionog koordinatnog sistema, prevedu u koordinate referentnog nepokretnog koordinatnog sistema. Dokazano je da se takva specijalizovana analiza najefikasnije sprovodi metodom koja se bazira na transformaciji matrica, kao što su detaljno opisali *Gunter* i *Li*.

Da bi se mogle prikazivati određene fizičke i geometrijske veličine vezane za kretanje elemenata robota, potrebno je definisati određene referentne koordinatne sisteme u kojima će se sve navedene veličine prikazivati i računati. U tu svrhu je, između ostalog, potrebno koristiti se i sa matricama transformacije između različitih koordinatnih sistema. Kad je u pitanju veza koordinatnih sistema početnog i krajnjeg zgloba krutog člana sa rotacionim zglobovima, *Denavit-Hartenbergova* konvencija daje sistematiku ustanovljavanja pojedinih veličina manipulatorskog člana, kao i njihovu vezu.

Za povezivanje brzine promene unutrašnjih koordinata sa brzinama promene spoljašnjih koordinata koristi se Jacobijeva matrica. Povezivanje spoljašnjih sila, koje deluju na prihvatnicu i momenta koji se prenose na zglobove robota, vrši se Jacobijevom matricom. Ova matrica zavisi od tipa vektora spoljašnjih koordinata.

Za rešenje tog problema koristićemo se matricama transformacija, jer je matrični račun pogodan za rad na računaru.

Kako je tematika i veličina ovog rada ograničena brojem strana, u radu ću se baviti osnovnim pojmovima i karakteristikama matrične algebre i jednom od njenih primena. Uz pomoć starih osobina i jednakosti koje povlače za sobom sopstvene vrednosti inverzne matrice, pridružene i transponovane matrice, pokušaću da predstavim kretanja segmenata pomenutih tehničkih sistema u ovom delu rada.

Veliki broj međunarodnih i domaćih naučnih i stručnih časopisa, konferencija, udžbenika i internet resursa govore u prilog aktuelnosti teme doktorske disertacije. U radu su analizirani dostupni problemi [30, 31, 32, 33, 34, 35] vezani za rešavanje matrične problematike (osnovna matrična izračunavanja, matrica transformacija i generalisanje inverza), kao i radovi [36] vezani za novi pristup matričnih izračunavanja, *Matlab* sistema.

Literatura vezana za programski jezik *Matlab* zaista je obimna (npr. oficijalne knjige autora [37, 38], govore o značajnosti primene u robotici.

2.2. DOSADAŠNJA ISTRAŽIVANJA NA POLJU POUZDANOSTI ROBOTIZOVANIH SISTEMA

Dugi niz godina istraživanja na polju robotike svodila su se na identifikacije mehaničkih kretanja robota u zglobovima. U poslednje vreme, istraživačke aktivnosti usmerene su na identifikaciju vibracionih karakteristika i mogućih uzroka neželjenih pojava u sklopovima i u eksploataciji na industrijskom robotu.

Istraživanja koja su sprovedena na polju pouzdanosti robotizovanih sistema ukazuju na to da su mehanički problemi najčešći uzroci pojave otkaza sklopova sistema, što se odnosi na elemente za prenos snage, aktuator-motore i samu strukturu, kao i na ležajeve. Na svim ovim elementima ostvaruje se relativno kretanje različitih površina u direktnom ili indirektnom kontaktu. Neki merljivi izlazi robotskog sistema su korisni za dijagnostiku nestabilnosti robota [39].

Proučavajući robotske komponente, koje utiču na dinamiku robota *Monroe* (Monro) (1987) primenjuje dijagnostički program PRAB FA600 zasnovan na vibracijama robotskih nepokretnih komponenti, kao što su hidraulične jedinice. On je takođe istraživao hidraulično merenje temperature, kao drugi robotski parametar koji je relativno stabilan kada je hidraulični robot pri normalnom režimu rada [40].

Istraživanja koja su sprovedi Krieter i Haines (*Kryter and Haynes* 1989), u svojim radovima, ispitujući vibracije u pogonskom mehanizmu kod robota, ukazala su na prouzrokovanje odstupanja vibracija obrtnog momenta. Ove vibracije zavise od promene strujnih oscilacija na motoru, kao i na regulisanim ventilima koji imaju vremenski promenljiv ciklus rada. Strujne oscilacije na motoru se mogu meriti daljinski, duž motornih kablova, korišćenjem standardnih strujnih sonde bez dodatne opreme na robotu [41].

Ovakvi pristupi dijagnostike mašinskih sistema koriste deterministički odnos između merenja parametra koji predstavljaju nedostatak glavnog uzroka vibracija, iz čega proizilazi dijagnostika za predvidivo održavanje.

Dakalakis (1983) je u svom radu pokazao da doslednost (koherentnost) vibracija, u pogledu na zajedničku vezu, (pobude) osetljiva je na stanje manipulatora [42]. Takođe, Bicker i Dadbin (*Bicker and Daadbin*) (1989), pokazali su da nosivost, zazor i konfiguracije robota utiču na spektar vibracije na zglobu [43]. No, bilo je pokušaja da se dijagnostikuju greške samo na osnovu vibracija.

U literaturi se dijagnostika kotrljajnih ležajeva može se pratiti pomoću temperature ili merenja vibracija. Prema istraživanjima koje je sproveo *Lionu* (Lyon) (1987), temperaturni pragovi na ležajevima su pokazatelj loše performanse, kao i pikovi u spektru jačine vibracionih signala koji utiču na kinematiku ležaja [44].

Analizirajući vibracije i temperaturu kod robotskih sistema Mišel, J.S. (*Mitchell, J.S.*) (1981) je isticao merenja na ležištu ležaja [45], primenjujući jedan senzor za svaki ležaj.

Proučavajući mehaničke prenose snaga kod robota *Moore* (1992) i drugi navode da elementi prenosa snage, koji se koriste kod robota, mogu se ispitati analizom vibracije ili merenjem prenosa obrtnog momenta: spojnice, kaiševa, i lančanih pogona. Predloženi su dijagnostički sistemi kod robota zasnovani na akustičnim signalima. Takav bi morao sistem da bude u mogućnosti da identifikuje zvuke koji se odnose na oštećenje ležaja i da razdvoji tu informaciju od buke iz okruženja [46].

Kao odgovor na pitanje održavanju i dijagnostici robotizovanih sistema, *Dhillon* (1991) navodi nekoliko modela i svi se oslanjaju ili na posedovanje predznanja o pouzdanosti robotskih komponenti ili na funkciju raspodele gustine verovatnoće između kvarova ili na uzroke kvara celokupnog podsistema. Takvi podaci o dijagnostici kvarova i dobijene analize korisne su za procenu pouzdanosti, raspoloživosti i stepena defekata sistema robota ili njegovih komponenti. Iz toga proizilaze potrebe za održavanjem i određivanjem bilo kakvih nedostataka na dizajnu. Ovakva metoda zahteva sistem izveštavanja i dokumentovanja dijagnostike (arhiva održavanja) koja mora biti bez grešaka i laka za upotrebu [47].

Razmatrajući modele grešaka na manipulatoru, *Liégeois* (1985) je primenjivao podatke o statistici i uzroku grešaka u zglobu i celokupni model poremećaja na manipulator. Cilj je bio da se nadoknade greške bez modelovanja lokacije greške,

merenjem kretanja krajnjeg izvršioca (efector) [48]. Ovu metodu je proširio *Whitney* (1986) i ostali na robotskim kinematskim kalibracijama [49].

Čačko (1986), korišćenjem pristupa pouzdanosti tehničkih sistema, kao alternativu istako je verovatnoću kroz nekoliko determinističkih signala. Signali se analitički definišu i mogu da se prikupe iz mehaničkih struktura, kako bi model verovatnoće obuhvatio diferencijalne jednačine. Jednačine opisuju dinamičko ponašanje strukture, teoretske i eksperimentalne analize komponenti, dinamičke analize strukture (modalne analize) i modele pouzdanosti [50].

Za statistički model analize pouzdanosti *Cempel* (1989) je za modeliranje tehničkih sistema koristio *WeiBull*-ovu raspodelu kako bi modelirao grupu mašina (ventilatore, robote) za izračunavanje uzroka otkaza na sistemu [51].

Stephen B. Stancliff (2009) ističe pouzdanost komponenata mobilnih mašina na pouzdanost ulaznih parametara, kao što su dizajn i funkcionalnost sistema. Robotske komponente čija pouzdanost utiče na radne uslove je mehanički ležaj. Takvi ležajevi se nalaze na robotskim motorima i zglobovima. Na stanje kotrljajnih ležajeva značajno utiču radni uslovi kao što su: temperatura, broj obrtaja i opterećenja. Ovim se objašnjava kako se u jednoj tački na ležaju mogu ekstrapolirati, kroz određeni opseg, temperatura i uslovi opterećenja [52].

U literaturi se razmatraju i drugi pristupi dijagnostikovanja rešavanja problema sistema. Međutim oni se većinom svode na neke od opisanih pristupa. Činjenica je da danas nema robota koji se autonomno kreću što ukazuje na složenost problema planiranja putanje.

Kostić D. (2004) je ukazao da ubrzanje kretanja robota, uz očuvanje zadate tačnosti pozicioniranja njegovog vrha, i izvršenja željene prostorne trajektorije, predstavlja veće izazove u robotici. Uprkos sve zahtevnijim brzinama i tačnostima kretanja robota, neophodno je očuvati neophodnu robusnost upravljanja u odnosu na prisutne neodređenosti u dinamici robota i poremećaje koji utiču na kretanje. Dao je eksperimentalno poređenje upravljačke performanse ostvarene primenom različitih tehnika upravljanja. Kao kriterijumi poređenja uzeti su u obzir: zahtevnost projektovanja upravljačkog zakona, tačnost kretanja i robusnost u odnosu na dinamičke poremećaje. Takođe je dao i preporuke za izbor tehnike projektovanja upravljačkog zakona koja je najpogodnija u datom problemu upravljanja robotskim kretanjem [53].

Ispitujući pouzdanost kotrljajnih ležajeva na više tehničkih sistema *Adamović i sar.* (2009) zaključili su da su vibracije, tačnije njena ubrzanja, najbolji pokazatelji smanjene pouzdanosti ispitivanih tehničkih sistema [54].

Prema istraživanju *Ašonje A.* (2012), dijagnostika stanja kotrljajnih ležajeva na mašinskim sistemima, pokazuje u kojoj meri pouzdanosti zasnovane na dijagnostici stanja ležišnih sklopova mogu uticati na povišenje eksploatacionog nivoa pouzdanosti na tehničkim sistemima [13].

Ispitujući frekvenciju odziva funkcije sklopa ležaja *Ksiaojiang* i drugi (*Xiaojiang M.*) (1990), ukazuju na nelinearni odziv kao i pojavu zazora na ležaju [55].

Ioufang, L. i Bin V. (Youfang, L.; Bin W.) (1990) predstavili su ograničenje manipulatora-robota primenom modalne analize, dijagnostiku kao i labavosti koja se nalazi u prirodi nelinearne strukture [56]. Takođe su predstavili nelinearne sisteme koji imaju režime koji se menjaju sa stanjem sistema; svaka razlika nekog manipulatora poseduje diferencijalnu matricu inercije.

Danas je robotika važna naučno istraživačka disciplina i privredno industrijska grana. Robotika se vrlo brzo razvija i u tom su području nastale mnoge inovacije, a procenjuje se da će ih u sledećih desetak godina biti mnogo više nego do sada.

2.3. DOSADAŠNJA ISTRAŽIVANJA NA POLJU POUZDANOSTI KLIPNIH KOMPRESORA

Aktuelni trendovi u razvitku kompresorskih jedinica u stranim zemljama ukazuju na češću kontrolu tehničkog stanja sistema tokom rada. To je jedini način da se obezbedi nivo pouzdanosti mašine i poveća pouzdanost u eksploataciji.

Studije pokazuju da je globalna struktura proizvodnje kompresora 40-50% od ukupne potražnje čine klipni kompresori [74]. Međutim, u Rusiji i zemljama Zapadne Evrope, njihov udeo je mnogo veći-oko 80% [75].

Kod mašina ovog tipa, zbog translatornog kretanja klipa, nastaju nestacionarni dinamički udari, koji se odlikuju više kompaknošću, za razliku od prirode vibracionih stanja rotacionih mašina. Ovo dovodi do stvaranja dodatnih izvora vibracija, (neuravnoteženih sila inercije), momenata sile inercije, rotacionog i translatornog kretanje masa, obrtnih momenata, torzionih vibracija radilice i udaranja elemenata, mehanizma kretanja i cilindra (klipna grupa i ventili).

Klipni kompresori su najčešći primenjivani tip kompresora. Radni ciklus klipnog kompresora predstavlja promenu postepenog kretanje klipa, koji izaziva promenu zapremine radne komore (cilindra). Od kvaliteta tehničkog održavanja zavisi ispravno stanje kompresora, kao i njihov normalan i nesmetan rad.

Studije u kojima su navedeni matematički modeli klipnog kompresora predstavljaju složeni problem koji je rešavan na više načina uz primenu veoma različitih matematičkih aparata. Koliko je složen problem formiranja matematičkog modeliranja kompresora pokazano je u literaturi [7 i 8].

Složenost modeliranja klipnog kompresora uslovila je da se na osnovu eksperimentalnih rezultata i za jednostavna stacionarna stanja integrišu odvojeni modeli za protok ventila, prenos toplote u cilindru i gubitke u ležajevima. Aigner (*Aigner*) i Stetenruk (*Steteinruck*) su modelirali kretanje gasa u cilindru koje ima talasnu prirodu [76]. Link (*Link*) i Dešamp (*Deschamps*) su modelirali procese pri puštanju u rad i zaustavljanju kompresora jer imaju drugačiji oblik od ustaljenih stanja pa ih je neophodno i drugačije modelirati [77].

Jedna grupa matematičkih modela kompresora utvrđuje samo numeričke relacije između ulaza (zapremina usisanog vazduha, pogonske snage...) i izlaza (zapremina i pritisak komprimovanog vazduha, temperature kompresora...), pri čemu se ne ulazi u prirodu fizičkih procesa koji se odvijaju u kompresoru već kompresor se posmatra kao crna kutija [5].

Matematički modeli kojima se potpuno opisuju svi procesi koji se odvijaju u kompresoru pomoću parcijalnih diferencijalnih jednačina nisu još napravljeni. Napravljeni su modeli koji mogu neke delove kompresora da opišu i da prikažu njihovo ponašanje metodom konačnih elemenata kao što je na primer prenos toplote u cilindru [9].

Matematičko modeliranje klipnog kompresora je složeno jer je za opis procesa koji se dešavaju u toku njegovog rada potrebno koristiti relacije koje se koriste u različitim oblastima nauke. Procesu usisavanja vazduha i izduvavanja komprimovanog

vazduha opisuju se jednačinama iz dinamike fluida. Proces komprimovanja vazduha opisuje se termodinamičkim jednačinama zasnovanim na I i II zakonu termodinamike i jednačinama za prenos toplote i mase. Kretanje klipa i ventila opisuje se mehaničkim jednačinama. Pored toga mora se voditi računa i o energetskim relacijama koje su neophodne za rad kompresora. Najčešće se u literaturi pri matematičkom modeliranju obrađuju samo neki aspekti rada kompresora da bi se bolje proučili određeni fenomeni. Tako, na primer, Navaro (*Navarro*) sa saradnicima se fenomenološki bavi modeliranjem kompresora pomoću prvenstveno energetskih relacija [78].

Kompresori su po svojoj konstrukciji veoma slični motorima sa unutrašnjim sagorevanjem pa se metode modeliranja motora uz odgovarajuća ograničenja mogu primeniti i na klipne kompresore. Metode modeliranja i proračuna kompresora prikazane u literaturi [79] uz ograničenja da se ne uzimaju u obzir članovi koji se odnose na gorivo, produkte sagorevanja i sastav smeše iskorišćene su za modeliranje toka radnog ciklusa kompresora.

Matematičke relacije koje su pogodne za modeliranje i simulaciju klipnog kompresora koje postoje u literaturi ne mogu se neposredno koristiti za modeliranje klipnih kompresora zbog specifičnosti razvijenih modela. Model Prakaša (*Prakash*) i Singa (*Singh*) je namenjen za kompresore koji se koriste u sistemima za hlađenje u kojima se postupkom komprimovanja koristi fluid u obliku pare koji se prevodi u tečnu fazu [10]. Tako se modeliranjem klipnog kompresora jednačinama matrica u svojim radovima [80] istakli su značaj kinematičke i dinamičke analize za kretanja kolenastog vratila, klipnjače i klipa.

Proučavajući dinamičko modeliranje mehaničkih komponenti hermetičkog klipnog kompresora Estupinan (*Estupiñan*) i Santos (*Santos*) su u svom radu opisali komponente tela metodom konačnih elemenata (fleksibilne komponente). Formirali su jednačine koje opisuju matematički simulacioni model kompresora. Jednačine klipa, klipnjače i kolenasto vratilo sistema su formulisane pomoću Njutn-Ojlerove metode preko inercijalnog referentnog sistema i glavnih uglova rotacije za pokretni referentni sistem [81].

Posle analize matematičkih modela kompresora formiran je matematički model klipnog kompresora koji je zasnovan na uprošćenim jednačinama koje opisuju kretanja rotacije kolenastog vratila, klipnjače i klipa sa matricama rotacije, kao i dinamičke jednačine kretanja klipa, klipnjače i kolenastog vratila. Istovremeno, na osnovu matematičkog modela kompresora, mogu se odrediti fizičke veličine koje je neophodno meriti na kompresoru a samim tim i davači koji treba da budu sastavni deo merne instalacije.

Kako je klipni kompresor koji treba da se modelira jednostepeni, visokopritisni kompresor, koji se koristi za komprimovanje vazduha na pritiske do 7-10 [*bar*], može se smatrati da je vazduh idealan gas i da je njegov koeficijent stišljivosti (faktor realnog gasa) jednak jedinici pa se zbog toga mogu jednostavnije opisati termodinamički procesi u kompresoru (što nije predmet istraživanja u disertaciji). Proces u klipnom kompresoru su ciklične prirode u kome svaki ciklus sadrži faze: usisavanje gasa u cilindar, komprimovanja gasa, istiskivanja gasa iz cilindra i širenje gasa.

Narušavanje režima rada kompresorskih sistema, kao i njihovo održavanje na primer, (loše podmazivanje, trenje delova, neadekvatno hlađenje) zahteva da je kompresor neophodno remontovati. Narušavanje pravila o radu i narušavanje tehničkih

uputstava može dovesti do oštećenja pojedinih delova u sklopu sistema i može dovesti do požara, eksplozije, a kao posledica toga, gubitak života. Najčešći uzroci kvarova u sistemima su vibracije, šum i temperatura.

Istraživanja koje su sprovedeli *Li* i saradnici (1983) zasniva se na analizi trajektorije kretanja klipa kompresora i pojavi trenja, pri čemu su koristili hidrodinamičko podmazivanje posmatranog modela kompresora [82].

Zhu i saradnici (1992) analizirali su dinamiku sklopa klipa uzimajući u obzir površine klipa i cilindra korišćenjem numeričke analize [83]. *Baker* (1971) je proučavao metod za dobijanje putanje za pojednostavljene Rejnoldsove jednačine sa odgovarajućim pretpostavkama, koristeći izračunate vrednosti analizom kretanja putanje vratila usled kretanja ležaja, kao i radnog dinamičkog opterećenja [84]. *Breve* (1986) izvodi numeričku analizu Rejnoldsove jednačine primenom metode konačnih zapremina koristeći Elrod algoritam zasnovan na zakonu održanja mase, a proučavao je tečnosti za podmazivanje i karakteristike ležaja radnog dinamičkog opterećenja [85]. *Jung et al* (1996) proučavali su promenu putanje pod različitim uslovima rada putem dinamičke analize kompresora, i numeričke analize opterećenja ležajeva i kretanje (trajektorije) vratila koristeći Rejnoldsovu jednačinu [86].

Prata [87], *Čo (Cho)* [88] i *Kim* [89], istraživali su performanse rashladnih kompresora, dinamiku kretanja klipnjače i klipa zajedno sa efektima, podmazivanjem ležaja. Između ostalog, radovi pokazuju optimizaciju ležaja u cilju poboljšanja performansi kao i životnog veka ležaja i pouzdanosti sistema.

2.4. DOSADAŠNJA ISTRAŽIVANJA NA POLJU POUZDANOSTI CENTRIFUGALNE PUMPE

Centrifugalne pumpe imaju raznovrsnu mogućnost primene, od svakodnevnog života do različitih industrijskih primena. Stoga je razumljiva tendencija za stalnim poboljšanjem njihovih karakteristika. Konstrukcija i određivanje karakteristika centrifugalnih pumpi i dalje je zahtevan zadatak uglavnom, zbog sve složenije geometrije, ali i zbog strujnih pojava koje je teško neposredno istražiti, u nekim slučajevima gotovo i nemoguće.

Mnogi kvarovi pumpi posledica su jednostavnih, nepotrebnih otkazivanja, kao što je gubitak sile stezanja između dvaju sklopova koji izaziva olabavljeni zavrtnj. Ovaj gubitak sile stezanja može dovesti do pomeranja i na kraju do kvara ležaja, što može prouzrokovati veće posledice u eksploataciji.

Thomson W. T. (1999) u svom radu ističe probleme koji se mogu javiti tokom rada kod električnih mašina, a da su svakako mehanički kvarovi. Delovi posebno izloženi mehaničkim naprezanjima su ležajevi, spojnice i ostali delovi prenosnog mehanizma. Neki od uobičajenih mehaničkih problema koji se susreću kod asinhronih mašina su na primer [57]: pohabanost i kvarovi ležajeva; mehanička neuravnoteženost; oštećenja prenosnog mehanizma; vibracije na rezonantnim frekvencijama. Slične nedostatke u svojim studijama isticali su na pumpnim postrojenjima *Tavner P. J., Penman J.* (1987) [58].

Japikse, D. i drugi (1997), ističu da je jedan od problema kod pumpi pojava vibracije [59]. Ti su problemi posebno izraženi ako je pumpa postavljena vertikalno, ako je brzina pumpe promenljiva ili ako pumpa radi ravnomerno sa protokom ispod projektovanog. Problemi vibracija, koji se u literaturi najčešće pominju, su radijalne

vibracije vratila, odnosno rotordinamičko vertikalno kretanje na osu pumpe. Međutim, problematične vibracije se mogu pojaviti i u stacionarnim delovima pumpe, posebno kod vertikalnih pumpi. Kod ovih pumpi se pored radijalnih, mogu javiti i aksijalne i torzione (zbog uvijanja vratila delovanjem momenta) vibracije.

Klasifikaciju uzroka vibracija centrifugalnih pumpi dao je *McNally* (1998), i on je sve uzroke svrstao u tri grupe [60]:

- mehanički uzroci vibracija,
- hidraulički uzroci vibracija i
- ostali uzroci.

Kompleksnost savremenih mašinskih tehničkih sistema i tehnologija koje se koriste u industrijskoj proizvodnji, traži nove metode za praćenje i dijagnostiku što uslovljava da radnici u održavanju imaju određeni nivo znanja i obučenosti. Naročito je od važnosti praćenje stanje ležaja, jer su od vitalnog značaja za sve mašine i tehničke sisteme, uređaje u kojima se nalaze rotacioni delovi. Ležaji ugrađeni u vitalne sklopove mašina ili ležaji koji rade u teškim radnim uslovima, kakvi su u industrijskoj proizvodnji, zahtevaju često kontrolisanje *Ašonja, A.* (2006) [61].

Proučavajući probleme vibracija kod rotirajućih mašina *Albert F. Criqui* (1994) tvrdi da je veliki broj problema vibracija uzrokovan malim brojem uzroka, od kojih su najčešći debalans, nesaosnost i rezonanca. Međutim, praćenje rada rotacionih mašina često dovodi do zaključka da se radi o vibracijama, a u stvari je reč o nekim sasvim drugim spoljnim poremećajima. Treba uvek imati na umu da vibracije same po sebi ne predstavljaju problem, nego su one „simptom”, odnosno indikator da postoji nekog problema, pa samim tim i rešenje. Osim toga, treba voditi računa o tome da se vibracije gotovo uvek mere indirektno, tako da su rezultati merenja podložniji spoljnim uticajima i manje su precizni [62].

Istraživanja koja su sprovedeli *Japikse, D., Marscher, W. D., i Furst, R. B.* (1997), ukazuju na nekoliko osnovnih uzroka vibracija centrifugalnih pumpi, bez stroge klasifikacije na mehaničke i hidrauličke uzroke. Data je podela uzroka vibracija u zavisnosti od odnosa frekvencije poremećajne sile i ugaone brzine pumpe (tabela 2.1) [63]:

Tabela 2.1. Uzroci vibracija u zavisnosti od frekvencije

Odnos frekvencije i ugaone brzine	Uzrok
0,1	zaustavljanje toka u difuzoru
0,8	zaustavljanje toka u radnom kolu
1	debalans
1-2	nesaosnost vratila
broj lopatica	zazor između lopatica i kućišta

Prema istraživanjima *Francea* (1990) navode se sledeći uzroci vibracija pumpi [64]:

- pobuda vlastitih frekvencija rotora pumpe,
- trenje između fluida i površine lopatice pumpe, što izaziva vrtložno strujanje (posledica toga su subsinhronne vibracije),
- akustička rezonanca cevovoda,
- nestabilnost ležajeva i zaptivki i
- hidrauličke poremećajne sile.

Pored uobičajenih problema koji se odnose na neravnomernu raspodelu mase kod turbomašina, kao što su debalans (neuravnoteženost) ili nesaosnost, pumpe imaju sebi svojstven set problema. Neki od tih problema javljaju se zbog prirode fluida koji se distribuira, kao što su kavitacija i hidraulička opterećenja. Drugi problemi, kao što su rezonanca ili kritične brzine mogu teoretski biti slične onima kod drugih vrsta turbomašina, iako se mogu manifestovati na neočekivane načine u pumpama.

Vibracije uzrokovane debalansom mogu imati jak uticaj na ležajeve, vešanje, kućište i fundamente (temelje), i izazvati veliko habanje, odnosno, smanjenje trenja na zavrtnajskim i steznim spojevima i dovesti do odvajanja komponenti. Proizvodi koji nisu izbalansirani često imaju kraći vek trajanja. Debalans može znatno smanjiti sigurnost u radu mašine, što predstavlja opasnost za ljude i mašinu.

Glgorić (2005) navodi da je problem uravnoteženja najizraženiji kod rotora, jer je vrednost inercijalne sile rotora, koja se kreće jednoliko kružno, funkcija kvadrata njegove ugaone brzine, tako da i vrlo male neuravnotežene mase imaju znatnu vrednost inercijalne sile [65].

Hartog (1956) ističe da su vibracije u opštem smislu periodična kretanja koja se u svim pojedinostima ponavljaju posle izvesnog vremenskog intervala, nazvanog periodom vibracije [66].

Analizirajući vibracije centrifugalnih pumpi, *Smith D., Price S.M., Kunz F.K.* (1996), kao i *Black* (1979) istakli su da se većina problema vibracija javlja usled sinhronog fenomena kao što je frekvencija broja lopatica pomnoženog sa brzinom obrtanja, i frekvencije brzine obrtanja. Asinhroni fenomeni, kao što su recirkulacija ili nestabilnost vratila, takođe, mogu dovesti do neželjenih vibracija. Ti problemi se teže otkrivaju jer mehanizmi pobude vibracija u tim slučajevima nisu lako uočljivi [67, 68].

Hancock (1974) u svom radu naglašava da merenje vibracija pruža dobru osnovu za ostvarivanje radnog stanja procesne pumpe. Podaci o vibracijama obezbeđuju dobru osnovu za projektovanje programa preventivnog/korektivnog održavanja [69].

Lifson i saradnici (1987) sprovedli su istraživanja vibracija na rotacionim mašinama. Navode da vibracije mogu biti rezultat raznih pojava i mogu da utiču na različite delove mašine, i da većina problema koji su izazvani vibracijama se mogu klasifikovati na: strukturne prelome koji su izazvani zamorom materijala ili dinamičkim preopterećenjem; habanje, trenje, ili zamor površina ležajeva, zupčanika, spojnice, itd. i smanjenje performansi usled unutrašnjih zazora mašine [70].

Proučavajući uzrok vibracija na centrifugalnim pumpama *McNally* (1998) navodi da mehaničke vibracije obuhvataju [71]:

- debalans rotirajućih komponenti (oštećena radna kola, loše postavljeni ležajevi),
- savijeno ili uvrnuto vratilo (male deformacije),
- mimoilaženje osa pumpe i pogonskog člana,
- deformacije cevovoda (usled konstrukcije ili temperature),
- nedovoljno velika masa postolja pumpe,
- temperaturno širenje komponenti, posebno vratila,
- trenje između delova,
- pohabani ili olabavljeni ležajevi (u eksploataciji),
- olabavljene navrtke za spoj pumpe i postolja,
- olabavljeni delovi pumpe,

- taloženje materijala iz fluida na rotirajuće komponente pumpe i
- oštećeni delovi pumpe.

Proučavajući probleme vibracija kod složenih tehničkih sistema Suško Andrej Jevgenevič (*Евгеньевич Сушко Андрей* 2007) navodi da se najviša dijagnostička tačnost vibracija može postići korišćenjem više metoda. Međutim, mogućnosti praktične primene različitih metoda za rešavanje kompleksnih sistema dijagnostike vibracija je u operativnoj fazi. U ovom slučaju, dijagnostički rezultati dobijeni različitim metodama se dopunjuju u druge, kao i zaključci o daljoj upotrebi, popravci ili zameni posle sveobuhvatne analize dostupnih informacija. Dakle, ukazuje na potrebu uvođenja i primene automatizovane dijagnostike na složenim mašinama, jer se time efikasnije identifikuju glavne faze otkaza sistema dijagnostike ležajeva, kao i izbor optimalnog održavanja i strategije u proceni preostalog života sistema [72].

ISO standard 2372 dao je preporuke za vrednosti jačina vibracija, koje se koriste za opštu procenu stanja mašina i granične vrednosti vibracija koje su prihvatljive [73].

3. METODOLOŠKI KONCEPT

U okviru teme „*Modeliranje mašinskih tehničkih sistema korišćenjem transformacionih matrica*” istraživaće se mehanička i dinamička kretanja segmenata mašinskih tehničkih sistema, kao i vek trajanja kotrljajnih ležajeva na tehničkim sistemima kao što su industrijski manipulator, centrifugalna pumpa i klipni kompresor, kako bi se definisala pouzdanost ležajeva u radu na mašinskim tehničkim sistemima.

U savremenoj mašinskoj tehnici postavljaju se dva važna zahteva:

- da se što je više moguće poveća brzohodnost delova raznih mašina i
- da se što je više moguće smanje gabariti tih delova i konstrukcije uopšte.

Da bi se udovoljilo ovim zahtevima nužno je vršiti kinematičke i dinamičke proračune, tj. mehaničke analize. Određivanje položaja i kretanja segmenata sistema, načini izražavanja ovih veličina i veza između različitih načina, transformacije koordinata, odnosno preračunavanje kretanja iz unutrašnjih u spoljašnje koordinate i obratno. Tu se analiziraju i načini preračunavanja kretanja iz jednih koordinata u druge, odnosno direktni i inverzni problem kinematike mehanizama. Dinamičke analize posebno karakterišu pogonske karakteristike od kojih se ubrajaju reakcije u kinematičkim parovima, sile pokretanja i sile otpora kao funkcije unutrašnjih (generalisanih) koordinata ili trajektorije težišta hvataljki. U dinamičke energetske karakteristike spadaju rad i snaga pogonskih motora.

Problem kod ovako složenih mašinskih sistema se sastoji još i u rešavanju mehanike relativnog kretanja sistema tela, koja se usled složenosti modela i velikog broja stepeni slobode kretanja dosta komplikuje. Imajući u vidu realne potrebe u projektovanju robota, kompresora i pumpe, problem se može generalizovati i uprostiti primenom matrica transformacija. S obzirom da do sada ne postoji opšte primenljiv metod za ovo rešenje ovde se navode rezultati istraživanja u ovoj oblasti realizovanih za navedene mašinske sisteme modele primenom uopštenih matrica transformacija.

Navedena metodologija, primene matrica transformacija za rešavanje mehanike mašinskih sistema, omogućila je formiranje matricnih mehaničkih proračuna, a što je praktično izvodljivo korišćenjem računara. Time je prevaziđen osnovni problem klasičnih mehaničkih proračuna.

Projektovanje pouzdanosti komponenti složenih mašinskih sistema, zahteva potrebu za nizom različitih znanja iz oblasti teorije mehanizma i mašina, kao i pouzdanosti, mašinstva i savremenog pristupa projektovanju primenom računara. Jedino na taj način je moguće formulisati svrsishodne modele čija će namena biti brz i efikasan način projektovanja pouzdanosti ubuduće.

Sve mašine, sklopovi i mehanizmi, sastoje se od svega nekoliko osnovnih pokretnih mašinskih elemenata: ležajeva (kliznih ili kotrljajnih), koji su u procesu kretanja i međusobnog kontakta, i rade u vrlo nepovoljnim uslovima, a u toku rada su izloženi udarnim opterećenjima (dinamičko i statičko opterećenje), zupčanika, vođica, lančanih prenosnika i čeličnih užadi.

U svim tim elementima osnovna pojava je relativno kretanje različitih površina u direktnom ili indirektnom kontaktu. Takvo kretanje može biti:

- klizanje jedne površine po drugoj,
- kotrljanje jednog elementa (točak, kugla, valjak) po ravnoj površini i
- kombinovano kretanje.

Na mestu kontakta javljaju se složene mehaničke, termičke, ali i hemijske pojave.

Dva osnovna procesa, koji se javljaju pri relativnom kretanju mašinskih elemenata jesu trenje na dodirnim površinama i habanje materijala sa površina koje su u međusobnom kontaktu. Trenje, neodvojivo svojstvo površine parova materijala u kontaktu, je nepoželjno u ogromnoj većini elemenata i mašinskih sklopova i drugih mašinskih uređaja.

Pojava sile trenja pri klizanju i kotrljanju površina ne dovodi samo do nekorisnog utroška energije (pretvaranje izgubljene mehaničke energije u toplotnu), već usled habanja i

razaranja površina, dovodi do potencijalnih teških oštećenja elemenata i sklopova i konačno do otkazivanja rada mašine i postrojenja.

Pojava trenja u ležajevima, kao uzrok tome nepodmazanost (suv ležaj), nepravilno dimenzionisanje ležajeva u uležištenju (aksijalni, radijalni, radijalno-aksijalni, jednoredni, dvoredni itd.), kritičan broj obrtaja, položaj uležištenja (vertikalno, horizontalno) itd. – ležaj je uvek posledica određene pojave-anomalije.

Ove pojave ne javljaju se, po pravilu, u kliznim ležištima ili drugim mašinskim elementima sa stalno ili relativno malo promenljivim opterećenjima (ležišta rotacionih mašina), izuzev, kada su izloženi težim vibracijama visoke učestanosti. Kod kotrljajnih ležaja klipnih mašina, posebno kod motora sa unutrašnjim sagorevanjem, pumpi, kao i mašina drobilica, ova pojava je česta. Oštećenja su ograničena, najčešće na gornji sloj, pa se stoga i nazivaju oštećenja usled površinskog zamora materijala.

Kotrljajni ležajevi, zupčanci svih vrsta, bregaste osovine opterećeni su visoko koncentrisanim i funkcionalno cikličnim promenljivim opterećenjima i spadaju u posebnu vrstu oštećenja usled zamaranja materijala.

Pri kretanju ovih elemenata (kotrljanje, klizanje ili kombinovano kretanje), celokupno opterećenje, koncentrisano na vrlo malu površinu (teoretski na pravu liniju ili tačku), prenosi se na sve nove delove površine, usled čega vrlo visoka naprezanja u materijalima površina periodično variraju od nule do maksimuma.

Ležajevi su vitalni radni delovi svih mašinskih i transmisionih sistema i doprinose povećanju pouzdanosti kvaliteta u sistemima.

Tehnički sistemi kao što su industrijski roboti, centrifugalne pumpe i kompresori, predstavljaju organizovani skup elemenata, objedinjenih zajedničkom funkcijom cilja, i koriste se za rad u nepovoljnim radnim uslovima; pri čemu rade tokom dugog vremena, više smena i sezonski. Oštećenja i otkazi vitalnih elemenata mašinskih sistema, (npr. otkaz kotrljajnog ležaja) mogu da prouzrokuju otkaz cele mašine. Ako se na vreme ne repariraju i zamene, može doći do mnogo većih oštećenja ostalih mašinskih delova. Mada je po pravilu, cena samog ležaja relativno mala, svako oštećenje ležaja kojim se smanjuje funkcionalna ispravnost sistema ili nastaje otkaz, može izazvati velike materijalne troškove.

Savremeni mašinski sistem je usavršen sistem transformacije energije, visoke radne karakteristike, kompaktnosti i racionalnosti konstrukcije, sve većih nosivosti, masa, radnih zahvata i brzine kretanja; samim tim predstavlja što više instalisanih snaga motora, većih obrtnih brzina i većih opterećenja mašinskih delova, što nepovoljno utiče na njihovu pouzdanost. Svako povišenje nivoa pouzdanosti ležišnih sklopova na mašinskim sistemima, znači i povećanje nivoa pouzdanosti pogonske i radne mašine u celini. Mašinski sistemi u ovom smislu predstavljaju bitno dostignuće, te je i njihova primena veoma značajna. Uzimajući u obzir sve širu oblast primene ovih sistema, i njihova optimizacija dobija na značenju.

Otkazivanja kotrljajnih ležajeva u sklopovima mašinskih tehničkih sistema, bez savremene merne opreme i odgovarajućih metoda, ne mogu se dijagnostifikovati. Stoga, važno je istražiti mogućnosti za dijagnostiku stanja kotrljajnih ležajeva kako bi se na vreme sprovele mere tehničkog održavanja i remonta na oštećenim elementima ležišnog sklopa mašinsko tehničkog sistema i učinili neophodni koraci u popravci oštećenih elemenata ili zamenili novim i na taj način bi se sprečila dalja otkazivanja mašinskog sistema i svih ostalih delova u sistemu.

Aktuelnost teme disertacije ukazuje na neophodnost i masovnost primene industrijskih robota, centrifugalne pumpe i klipnih kompresora. Postoji veliki broj primena i efikasnih upotreba robota u industriji. Njihova primena motivisana je tehničkim i ekonomskim razlozima. Pored tehničkih prednosti koje upotreba robota donosi, treba naglasiti da je racionalnost uvođenja robota u konkretne pogone uslovljena, pre svega, obimom proizvodnje i karakterom operacija koje robot (ili više robota) treba da sprovodi. U slučaju da se radi o procesima serijske proizvodnje, sklapanju delova ili pakovanju, gde se radi o velikom broju

ponavljanja iste operacije ili niza operacija, prednosti robota su gotovo očigledne (povećanje kvaliteta gotovih proizvoda, smanjenje škartu, povećanje stepena ujednačenosti kvaliteta, povećanje stepena bezbednosti rada u celini, smanjenje potrebne radne snage kod rutinskih i ponovljivih procesa, smanjenje troškova proizvodnje i održavanja u celini, ispunjenje zahteva koje nameće konkurencija i sve strožiji standardi kvaliteta). Naravno, sa porastom obima proizvodnje, cena uvođenja robota pada, tako da su česti procesi gde se uložena sredstva vraćaju za nešto više od godinu dana, i to samo na bazi uštede u radnoj snazi [90].

Hidraulične mašine su tehničke naprave koje transformišu mehaničku energiju pokretnih delova mašine u strujnu energiju fluida ili obrnuto. U hidraulične mašine se obično ubrajaju pumpe i motori.

U savremenim industrijskim procesima neophodna je primena centrifugalne pumpe, koje se koriste za transport neutralnih ili hemijski agresivnih fluida, čistih ili zaprljanih, hladnih ili vrelih, toksičnih i ekološki otrovnih fluida. Radni fluid može biti: mazivo, emulzija, termalno ulje, voda (vrela/topla/hladna), rastvori kiseline i baza i druge hemikalije. Centrifugalne pumpe nisu samousisne. Pumpa predstavlja glavni element u svakom industrijskom procesu. Nepravilno izabrana pumpa može biti uzrok brojnih problema u radu sistema i uzrok zastoja u proizvodnji, kao i uzorak velikih gubitaka. Centrifugalne pumpe se češće od drugih tipova koriste u procesnoj industriji, termotehnici, termoenergetici i hidroenergetici. Imaju široki dijapazon primene, a dostupne su u velikom opsegu dimenzija i kapaciteta. Njihove prednosti su: kontinualan protok, relativno jednostavna konstrukcija, niska nabavna cena, male dimenzije, niski troškovi održavanja i miran rad.

Kompresori su radne mašine koje se koriste za povećanje pritiska gasova ili para uz smanjenje njihove zapremine, koje se nakon toga prebacuju na potrebno mesto. Energiju najčešće dobijenu od elektromotora, te je kompresori prenose na gasove (pare) koje kroz njih prolaze.

Klipni kompresor je jedan od prvih modela kompresora, ali još uvek ima najviše primena i veoma je efikasan. Klipni kompresor pokreće pravolinijski klip unutar cilindra putem klipnjače i kolenastog vratila. Ako se za sabijanje koristi samo jedna strana klipa, za njega kažemo da deluje jednosmerno. Ako dejstvo vrše obe strane klipa, gornja i donja, za njega kažemo da deluje dvosmerno.

Primenljivost klipnog kompresora praktično nema granica. On uz veoma male modifikacije može da sabija i vazduh i gasove. Klipni kompresor je jedini model koji može da sabija vazduh i gasove pod visokim pritiskom (npr. kada se koristi vazduh za disanje). Klipni kompresor može imati različitu konstrukciju - od jednog jedinog cilindra za postizanje niskog pritiska ili male zapremine, do višestepene konfiguracije sposobne za sabijanje, do veoma visokog pritiska. Kod ovih kompresora vazduh se sabija postepeno, uz povećavanje pritiska pre nego što pređe na sledeći stepen radi sabijanja vazduha pod još većim pritiskom.

Istraživanja koja su obavljena u okviru ove doktorske disertacije imala su teorijski i praktični značaj. Na osnovu saznanja do kojih su došli drugi istraživači, na osnovu sopstvenih praktičnih istraživanja sprovedenih na laboratorijskom stolu i na osnovu sopstvenih eksploatacionih istraživanja, došlo se do novih saznanja koja će u znatnoj meri unaprediti pouzdanost kotrljajnih ležajeva na mašinskim sistemima.

Tema disertacije aktuelna je u svetu i kod nas. Rezultati istraživanja do kojih se došlo ukazuju na koji način je moguće ostvariti povišenje nivoa pouzdanosti kotrljajnih ležajeva na robotu, pumpi i kompresoru.

3.1. PROBLEM ISTRAŽIVANJA

3.1.1. UOPŠTENI PROBLEM ISTRAŽIVANJA

Kao savremeni tehnički sistemi manipulacioni roboti, klipni kompresori i centrifugalne pumpe sastoje se iz više segmenata međusobno povezanih, te su njihovi mehanički modeli

veoma složeni. Zbog toga je za rešavanje kinematike i dinamike ovakvih modela primenjen metod korišćenja transformacionih matrica. Ovakva metodologija omogućava formiranje matričnih dinamičkih jednačina kretanja, koje su pogodne za efikasno rešavanje uz pomoć računara i time se prevazilazi osnovni problem klasičnih mehaničkih proračuna.

Postizanje pouzdanosti, na mašinama, predstavlja osnovu za ostvarivanje najveće moguće sigurnosti funkcionisanja sistema. Svako povećanje pouzdanosti kotrljajnih ležajeva na sklopu mašine, znači i povišenje nivoa pouzdanosti radne mašine u celini. Oštećenja i početna otkazivanja, kotrljajnih ležajeva, bez savremene merne opreme i odgovarajućih metoda se ne mogu dijagnostikovati. Stoga je važno istražiti mogućnosti za dijagnostiku stanja kotrljajnih ležajeva jer bi se na taj način na vreme zamenili novim i sprečila su se dalja oštećenja ostalih delova u mašinskom sistemu.

Istraživačke aktivnosti usmerene su i na identifikaciju vibracionih karakteristika i mogućih uzroka pojave neželjenih vibracija i temperature u eksploataciji, čiji su uzroci nedovoljno istraženi. Uzroci neželjenih vibracija i temperature različitog su porekla, a najčešći su debalansi rotirajućih elemenata. Razvoj savremenih *CAD* metoda i softvera za inženjersku analizu konstrukcija omogućava da se izvrši detaljna analiza dinamičkih karakteristika, čak i najsloženijih mašinskih elemenata i sklopova pa tako i kompresora i pumpi, koje su specifične zbog složene geometrije. Bez savremene merne opreme i odgovarajućih metoda oštećenja i početna otkazivanja kotrljajnih ležajeva ne može se dijagnostikovati.

Radi obezbeđivanja pouzdanosti na mašinskim sistemima ili projektovanja tehničkih sistema sa jedne i smanjenje troškova koji nastaju kao posledica neadekvatnog povećanja pouzdanosti, sa druge strane, potrebno je povišenje pouzdanosti mašine. Odnosno, elemenata na sklopu mašine koji to mogu da omoguće. Poznavanje problematike vezane za osnovno funkcionisanje ovako složenih mašina u industriji, (kotrljajni ležajevi) na mašinskim sklopovima sistema mogu doprineti pravilnom dimezionisanju što se može ogledati na primeru mašinskih tehničkih sistema kao što su robot, pumpa i kompresor.

Pored određenog habanja materijala površina, koju danas smatramo normalnom pojavom, u znatnom broju slučajeva u praksi nailazimo i na pojačana i abnormalna habanja i oštećenja kotrljajnih ležajeva u sklopovima koja, u relativno kratkom vremenskom periodu, dovode do otkazivanja i loma mašinskog elementa, a time i do otkazivanja rada mašina, pa i celog pogona. Složeni mehanizmi i procesi u pojavama trenja i habanja i njihove posledice pojavom visokog nivoa vibracija i temperature pri različitim uslovima eksploatacije su neminovnost, a posebno procesi habanja površina i mogućnosti njihovog smanjivanja primenom održavanja, popravke i remonta predmet su istraživanja nauke pod nazivom tribologija.

U navedenoj tematici do danas nije zabeležen ovakav problem istraživanja, što je i bio razlog da se istraži pouzdanosti mašinskih tehničkih sistema na prezentovan način.

Kroz praćenje učešća računarskog projektovanja i praćenja eksploatacione pouzdanosti mašina u mašinskim tehničkim sistemima, kao i pojedinim sektorima industrijskih organizacija, ukazala se ideja za primenu i uvođenje novih mehaničkih modela proračuna i projektovanja industrijskih mašina, korišćenjem transformacionih matrica.

Deo istraživanja predstavlja postojeće stanje projektovanja u području rada mašinstva, model industrijski manipulator, klipni kompresor i centrifugalna pumpa. Istraživanje predstavlja proračun mehanike kretanja i upravljanja sistema, kao i održavanja, koje dovodi do bržeg načina rešenja u pogledu primene novih tehnologija mehaničkih, elektronsko računarskih struktura sa odgovarajućim softverima. Za data istraživanja u opisu predmeta važnu ulogu predstavljaju i modeli pouzdanosti tehničkih sistema, sa ciljem da se istraži pouzdanost kotrljajnih ležajeva mašinskih tehničkih sistema na sklopovima robota, pumpi i kompresoru, gde će se pratiti pojedini dijagnostički parametri: broj obrtaja, buka, vibracije, temperatura kao i habanja i oštećenja kotrljajnih ležajeva.

Na osnovu društvenog i naučnog značaja ove problematike može se postaviti problem istraživanja u okviru kojeg će se izvršiti ispitivanje postojećeg stanja nivoa projektovanja pouzdanosti u privrednim organizacijama mašinske industrije s aspekta primene savremenih tehnologija i tehnika projektovanja pouzdanosti mašina.

Na osnovu navedenog problem istraživanja u disertaciji (usmeren na kotrljajne ležajeve kao najnepouzdanije radne elemente) posmatran je sa užeg i šireg aspekta.

Uži problem istraživanja ukazuje koje se metode i tehnike teorija pouzdanosti koriste i na osnovu kojih propisa i standarda, da li primena modela projektovanja pouzdanosti zaista obezbeđuje veću pouzdanost mašina, koja su ograničenja i teškoće u primeni modela projektovanja pouzdanosti.

Takođe uži problem istraživanja ukazao je u kojoj se meri može predvideti vek trajanja kotrljajnih ležajeva na osnovu dijagnostike stanja na mašinskim sistemima (industrijski robot, centrifugalna pumpa, klipni kompresor) u stvarnim uslovima eksploatacije, kako bi se povisio nivo pouzdanosti mašinskih sistema.

Širi problem istraživanja ukazao je u kojoj su meri eksploatacioni parametri rada kotrljajnih ležajeva uzročnici smanjenja pouzdanosti mašinskih sistema.

3.1.2. PROBLEMATIKA RADA SKLOPOVA MAŠINKIH TEHNIČKIH SISTEMA

Tokom vremena i upotrebe sklopova mašinskih sistema dolazi do starenja materijala i sredstava za rad, pa se time smanjuje tehnološka efikasnost, a dolazi i do evidentnog tehnološkog zastarevanja. Sredstva se tokom vremena habaju i smanjuje im se radna sposobnost. Sredstva za rad su podložna kvarovima, lomovima i oštećenjima, pa dovode do toga da se pojavljuju prekidi u radu. To uzrokuje pojavu troškova zbog zamene i popravke delova, ali i troškove zbog zastoja u samom procesu proizvodnje.

Kod većine mašinskih sistema (uključujući robote, pumpe, kompresore, motore, remenice, vitla, ventilatore, reduktore, transportere, motore sa unutrašnjim sagorevanjem itd.) unapred je poznata granica dozvoljene radne temperature, koja se može koristiti kao smernica za metodu dijagnostike. Jedan od najvećih problema u mehaničkim sistemima jeste preterana temperatura, kao i pojava vibracija na ležišnim sklopovima. Ove preterane emisije toplote mogu biti generisane zbog trenja, rashladne degradacije, materijalnih gubitaka ili blokade rada sistema. Preterana količina trenja može biti uzrokovana habanjem, nesaosnošću, nepodmazanošću ili preteranom podmazanošću i ostalim pogrešnim primenama.

Međutim industrijski roboti se, zbog svoje fleksibilnosti koriste u različite svrhe i u različitim sredinama. Isti tip robota se u različitim aplikacijama podvrgava različitim teretima, a razlikuju se i brzine izvođenja pojedinih operacija. To znači da će, kod unapred propisanih intervala održavanja, kod jednog robota delovi biti menjani prečesto, dok u nekom drugom postrojenju koje je opterećenije može doći do ranijeg otkazivanja dela, tj. do skupog zastoja u proizvodnji.

Primena savremenih robotizovanih sistema omogućava obavljanje mnogo kvalitetnijih poslova u procesu proizvodnje. Izbor optimalnog kretanja robota, odnosno ugla rotacije, zahteva određenu fleksibilnost izraženu za nekoliko stepeni slobode kretanja njegovih sastavnih delova kako pojedinačno, tako i u kompletu. Poznato je da se robot sastoji iz nekoliko segmenata i to; baze, ramena, lakta, ručnog zgloba i mehaničke ruke (hvataljke).

Struktura tehničkog sistema rezultat je postupka projektovanja na osnovu zadane funkcije kriterijuma i utvrđenog postupka rada. Pri tome je cilj projektovanja dobijanje izvedbenog projekta tehničkog sistema minimalne složenosti uz ispunjenje funkcije kriterijuma. Kako je struktura robota promenljiva, izazvana pokretanjem prenosnika, ima kao rezultat različite, kako statičke tako i dinamičke momente, u odnosu na osu rotacije. Kompletno kućište robota, zajedno sa pripadajućim delovima može da se rotira oko vertikalne ose za ograničeni ugao $\pm 350^\circ$.

Pre svega treba istaći da se ovde radi o čisto momentnom opterećenju izazvanom velikim masama velikih gabarita izmeštenih izvan osa rotacije. Uzimajući u obzir mase motora reduktora kako za pogon oko horizontalne ose, tako i za pogon pomeranja robota oko vertikalne ose, što znači da se ostvaruje momenat kojeg treba uležištiti. Način uležištenja robota kojim se omogućava stabilna i lako ostvariva rotacija.

U naučnoj literaturi nije mnogo obrađeno materijala iz ove oblasti, pa se za ovakve probleme orijentiše po katalogima poznatih svetskih proizvođača ležajeva i preporuka je da se za momentna opterećenja koriste uparena ležišta, tako što se izborom ležajeva i njihovog međusobnog rastojanja kompenzuje dato opterećenje ili se koriste tzv. dvoredni ležajevi. Jasno je da se ovde odnosom veličine ležaja i njihovog međusobnog rastojanja mogu kompenzovati i vrlo veliki momenti, ali pre svega povećanjem bočne dimenzije, što za posledicu ima veliku bočnu meru, koja osim estetske komponente ima i uticaj na opterećenje sistema za linearano vođenje po visini-duž stuba (poluge). Veće rastojanje povećava krak, pa samim tim raste vrednost sila na vođicama duž kojih se to vertikalno kretanje izvodi. Pošto je ležajeve potrebno osigurati, kao i zbog prostora potrebnog za omogućavanje veza sa pojasom stuba, odnosno, samim ramom, ta poprečna mera raste. Pošto je za nepokretni deo robota konstruisano uležištenje koje se vezuje zavrtnjevima na gornju površinu, koje zadovoljava nosivost konstrukcije na osnovu kataloga i baziran je na izvođenju odgovarajućih proračuna klasičnim načinom proračunavanja jednog radijalnog ležaja, gde se za momentno opterećenje uzima faktor korekcije koji spada u laku seriju [4].

Kontrola rada pumpi kao i njihovo održavanje ozbiljan je tehnički posao. S obzirom da od pogonske spremnosti i ispravnosti ovih mašina često zavisi rad celokupnih postrojenja, ovoj aktivnosti treba posvetiti najveću pažnju. U ovom tekstu navešće se neke od osnovnih specifičnosti kontrole rada i održavanja. Za ispravan rad mašine potrebno je strogo pridržavanje uputstava za rad koje daje proizvođač mašine, pored literature koja se specijalno bavi održavanjem. Ako se konstatuje da je protok na mašini manji nego što je uobičajeno, to je znak da treba tražiti uzrok takvog stanja. Jedan broj mogućih uzroka i njihovo otklanjanje ukazuju na veliki broj parametara kako radnih i konstrukcionih tako i onih vezanih za tehnička održavanja u toku eksploatacije, koji utiču na pouzdanost ovog, na prvi pogled, veoma jednostavnog tehničkog sistema.

Najveći problem klipnih kompresora su svakako vibracije, torzione vibracije (uvijanje radilice zbog delovanja momenta) kolenastog vratila. Poprečne vibracije izazvane centrifugalnom silom, kod kolenastog vratila nisu opasne jer su kritične brzine obrtanja daleko iznad najveće brzine obrtanja motora. Razlog relativno visokim vlastitim frekvencijama poprečnog oscilovanja leži u malom razmaku glavnih ležajeva prema promeru radilice. To je pak posledica danas uobičajenih konstrukcija kod rednih motora gde je svaki rukavac klipnjače oslonjen o dva glavna ležaja, što je nužno da bi naprezanja usled savijanja izazvanog silama plinova i inercije, ostala u dopuštenim granicama. Osim u slučaju kada su naprezanja izazvana savijanjem, računaju se statički (a ne dinamički) za svaki položaj kolenastog vratila, uzimajući u obzir sile plinova i inercije. Opravdanost ovakvih proračuna potvrđena je rezultatima merenja. Nasuprot tome, torzione vibracije ne mogu se rešavati statičkim metodama. Unutrašnji zakretni momenti u pojedinim glavnim rukavcima, izračunati su tako što je radilica zamenjena vibracijskim modelom sa koncentrisanim masama povezanim opružnim i prigušnim elementima i znatno se razlikuju od onih dobijenih statičkim proračunom. Kolenasto vratilo se samo kod izrazito niskih brzina obrtanja ponaša poput krutog tela. Kod motora sa većim brojem cilindara daleko najveći broj lomova radilice nastaje zbog torzijonih vibracija, čiju pobudu čine harmonici tangencijalne sile pojedinih cilindara.

Navedene karakteristike su samo skup uzroka sa jedne i posledica sa druge strane, ukazujući na veoma veliki broj parametara kako radnih i konstrukcionih tako i onih vezanih za tehnička održavanja u toku eksploatacije, koji utiču na pouzdanost ovako složenih tehničkih sistema.

3.1.3. OTKAZI EKSPLOATACIONE POUZDANOSTI TEHNIČKIH SISTEMA

Sigurnost funkcionisanja tehničkog sistema, a posebno termoenergetskog postrojenja (pumpe) i njene prateće energetske opreme određena je brojem različitih faktora, kao što su: konstrukcija kvaliteta korišćenih materijala, tehnologija izrade, kvalitet montaže, uslovi opsluživanja i eksploatacije, kvalitet pare i sl. U procesu eksploatacije javljaju se slučajevi potpunog ili delimičnog gubljenja funkcionalnih svojstava, odnosno otkaza sistema, koji može biti potpun (havarijski prekid ili obustava rada) ili delimičan (sniženje radne sposobnosti). Pri tome, otkazi koji nastaju mogu biti trenutni ili postepeni. Pored kriterijuma za ocenu pokazatelja pouzdanosti, neophodno je definisati i osnovne i dopunske pokazatelje pouzdanosti.

Kao ilustracija, u radu je data analiza pokazatelja rada ostvarenih na manipulatoru *Fanuc*, centrifugalnoj pumpi *Jastrebac-Niš* i klipnom kompresoru *Trudbenik-Doboj*.

Pouzdanost (engl. reliability) sa praktičnog stanovišta najpotpunije može da se shvati kao svojstvo sistema da radi bez otkaza u određenim uslovima (režimi rada i okolina) u određenom vremenskom periodu [91]. Teorija pouzdanosti je nauka koja se bavi izučavanjem otkaza (engl. failure) tehničkih sistema i njihovih sastavnih elemenata.

Pouzdanost, kao jedna od bitnih komponenata kvaliteta tehničkih sistema u savremenim uslovima ima značajnu ulogu. Polazeći od ove činjenice danas se teži proizvodnji što pouzdanijih sistema i njihovih elemenata. Da bi se ovo postiglo potrebno je pristupiti pouzdanosti još u razvojnoj fazi, odnosno u fazi projektovanja novog sistema, a u laboratoriji i eksploataciji analizi pouzdanosti. Neophodno je da sistem koji se projektuje poseduje određene, unapred zadate karakteristike i pokazatelje pouzdanosti [92].

Pouzdanost se može definisati na više načina, a suština je da pouzdanost predstavlja verovatnoću da će sistem uspešno obaviti zadatak funkciju, bez otkaza.

Pouzdanost je veoma složen pojam, i predstavlja jednu od najvažnijih karakteristika sistema. Da bismo odredili parametre pouzdanosti, potrebno je dobro poznavanje sistema. Pouzdanost bitno zavisi od stohastičkih procesa, tako da se odabir njenih pokazatelja vrši na osnovu verovatnoće pojave nekog događaja. Izbor pokazatelja pouzdanosti se vrši po diferencijalnoj i integralnoj šemi. U diferencijalnoj šemi se prvo određuje kakva svojstva treba da imaju pokazatelji pouzdanosti, a potom prema određenim normama se ustanovljavaju konkretni pokazatelji. U integralnoj šemi, ustanovljava se spisak svih mogućih pokazatelja pouzdanosti, bez njihovog razlikovanja po svojstvima. Optimalno rešenje se dobija isključenjem pokazatelja, koji nisu podložni normiranju, prema izabranim kriterijumima. Za svaku šemu se formira mnoštvo alternativnih varijanti rešenja za ocenu svake varijante i izbora najboljeg rešenja.

Otkaz ili kvar je prestanak sposobnosti elementa da obavlja svoju funkciju. Otkaz jednog elementa ne mora istovremeno da predstavlja otkaz sistema ako je element na kojem se kvar dogodio perifernog značaja. Međutim ako je element od vitalnog značaja, onda njegov otkaz uslovljava i otkaz sistema.

Radna sposobnost posmatranog objekta je stanje pri kojem je on sposoban da izvršava svoju zadatak funkciju, a da pri tome određeni parametri funkcionisanja ne pređu granične vrednosti. Sa tačke gledišta teorije pouzdanosti i teorije verovatnoće otkaz objekta predstavlja slučajni događaj, koji ima za posledicu gubitak radne sposobnosti. Vreme ispravnog rada do otkaza obuhvata vremenski period ispravnog rada objekta do nastupanja otkaza. Ovo vreme je efektivno vreme funkcionisanja objekta do pojave otkaza ne uzimajući u obzir eventualne prekide u radu. Ponekad se ovo vreme poklapa sa kalendarskim vremenom, u slučaju kad na objekat deluje neprekidan proces nezavisan od prekida rada (npr. korozija, delovanje spoljnjih temperaturnih faktora itd.). Vreme ispravnog rada se najčešće izražava u časovima rada, ali se može isto tako izraziti i u brojevima obrtanja, krugovima oscilovanja, dužini puta i sl. Vreme ispravnog rada se može definisati i kao vreme dostizanja granične vrednosti nekog parametra funkcionisanja [93].

Tehnički sistemi predstavljaju skupove elemenata i relacija između njih i njihovih karakteristika, povezanih međusobno u celinu na način pogodan za vršenje korisnog rada. To znači, da je za funkcionisanje sistema, pored kvaliteta elemenata u celini, neophodna određena veza između njih. Svaki složeni sistem objedinjuje veći ili manji broj sastavnih elemenata, te se o njegovoj pouzdanosti može suditi samo ako se analiziraju i analitički obuhvate pouzdanosti svakog detalja ponaosob.

Neporavnanje ležaja montiranog na osovinu uzrokuje zapažljivu aksijalnu vibraciju. Uzrokuje uvijajuće kretanje sa oko 180° do 350° faznog pomaka od vrha do dna ili sa strane na stranu, ako se meri u aksijalnom smeru na istom kućištu ležaja. Pokušaji da se poravna ležaj ili balansira rotor neće olakšati problem, pa se ležaj se mora zameniti i ispravno postaviti.

Osnovni cilj rada je da se kroz razvijeni model pouzdanosti utvrde osnovni faktori koji doprinose lošem odvijanju procesa posmatranog tehničkog sistema.

Takođe, pri radu tehničkih sistema, mašina prisutno je relativno kretanje i međusobno delovanje njihovih delova (čvrstih tela), čije se površine mogu naći u direktnom ili indirektnom dodiru. Mogućnosti otkaza ležajeva ovih sistema su velike. Analize pokazuju da se odstupanja kreću i do 20 puta u odnosu na teorijski vek ležaja. Prema istraživanjima, 34% ugrađenih kotrljajnih ležaja otkaze zbog zamora materijala, 36% usled neadekvatnog podmazivanja, a ostali uzročnici su granica zamora, neodgovarajuća montaža, prekomerne vibracije, uticaj električne energije itd. Zbog toga što kotrljajni element i prsten nisu odvojeni potrebnom debljinom zaštitnog sloja maziva, zamor materijala počinje vrlo rano [94].

Pored debljine maziva, treba imati u vidu i njegovu zaprljanost 95.

Osnovni procesi koji se javljaju pri relativnom kretanju dva čvrsta tela su:

- trenje na dodirnim površinama i
- habanje dodirnih površina.

Usled pojave trenja dolazi do gubitka mehaničke energije pri radu mehaničkog sistema. Zbog pojave habanja na elementima tehničkih sistema dolazi do promena površina mašinskih delova tokom eksploatacije. Površine mašinskih elemenata koje su prilikom kretanja u međusobnom kontaktu, menjaju vremenom i svoja svojstva. Menja im se geometrija, veličina, struktura i svojstva površinskih slojeva, a veličina i karakter promena zavisi od:

- uslova opterećenja,
- količine kretanja,
- prirode materijala elemenata koji su u kontaktu,
- sastava i svojstava okoline (vlaga, vazduh itd.) i
- sastava i svojstava maziva itd.

Po definiciji, habanje je progresivni proces gubitka materijala elemenata ili delova mašina koji su u neposrednom kontaktu i nalaze se u relativnom kretanju. Kao posledica procesa habanja dolazi do pohabivosti delova mašina, smanjenja efikasnosti njihovog rada, potrošnje energije itd.

Pod habanjem ležaja na tehničkim sistemima, koja je vrlo česta pojava podrazumevaju se i: abrazija, zamor materijala, korozija itd.

Abrazivno habanje je oblik habanja, odnosno, odstranjivanja materijala sa površina u kontaktu kao posledice zadiranja neravnina površine veće tvrdoće ili čvrstih delića raznog porekla u površinu manje tvrdoće. Delići materijala mogu biti slobodni i ponašati se kao treće telo, ali i utisnuti se u jednu ili obe površine. Oni mogu nastati ili unutar samog tribomehaničkog sistema kao rezultat procesa habanja površina ili se mogu uneti sredstvom za podmazivanje [13]. U cilju sprečavanja ulaza čvrstih čestica, mora se obezbediti dobro zaptivanje odgovarajućih elemenata mašine, a u sisteme podmazivanja ili hidraulike ugrađuju se uređaji za filtriranje. Abrazivno habanje može u pozitivnom smislu imati široku primenu kod obrade metala brušenjem, struganjem, poliranjem i dr.

Čest je slučaj pojave ove vrste habanja i tamo gde mašine rade sa prisutnim visokim procentom abrazivnih čestica u samom vazduhu, što je karakteristično za manipulatore i kompresorske mašine zbog složenog procesa u kojem rade. Habanje površina u kontaktu koje

je uslovljeno pojavom abrazivnog habanja, može imati sledeće oblike: mutne i svetle tragove, ogrebotine, zarez, talasaste putanje kotrljanja i sl.

Ova vrsta habanja prisutna je kod kotrljajnih ležaja koji su izloženi konstantnim uticajima vibracija u korozivnoj sredini, pri kojima ukupno trenje na kotrljajnim ležajima iznosi 97-99%.

Pojava habanje zamorom materijala je najzastupljenija pojava oštećenja kotrljajnih ležaja kojoj su izloženi svi njegovi elementi. Površinski zamor materijala nastaje kada promenljivi obimi opterećenja i broj ciklusa nadvisu one veličine koje materijal može sam da podnese. Pojava zamora materijala posebno je izražena kod grupe viših kinematskih parova, kod kojih su tačke dodira elemenata u relativnom kretanju veoma male, a uz to su uvek izloženi visokim specifičnim pritiscima. U toku rada elementi ležaja su izloženi jakom zamaranju celog sistema zbog učestalih naglih promena opterećenja. Mesta na kojima se javljaju prve pukotine definisane su položajem maksimalnog tangencijalnog napona na smicanje, koji dostiže maksimalnu vrednost neposredno ispod opterećene površine, a promenljivi normalni naponi istezanja izazivaju njihovo dalje širenje. Daljim širenjem pukotina izdvajaju se sitne ljuspice, i površine postaju grube i neravne, a njihova geometrija narušena. Dalja upotreba ovakvih ležajeva dovodi do smanjenja tačnosti obrtanja, pojave vibracija i narušavanja ergonomskih uslova za rad čoveka u procesu održavanja. Preostali vek trajanja kotrljajnih ležaja, kod kojih je registrovano habanje zamorom materijala iznosi još 10% računskog veka. Ovom vrstom habanja izložene su sve mašine u proizvodnom pogonu koje u sebi sadrže kotrljajne ležaje, prvenstveno utovarno-pretovarni transportni agregati. Ovaj vid habanja nije karakterističan za mašinske elemente kod kojih je prisutno stalno ili vrlo malo promenljivo opterećenje. Često se javlja kod zupčanika, svih vrsta kotrljajnih i kliznih ležajeva, bregastih osovina i dr.

Ova vrsta habanja može biti inicirana i koncentracijom napona stranih tvrdih čestica utisnutih u materijale ležaja, dugotrajnim mirovanjem ležaja pod statičkim delovanjem opterećenja, nepravilnom montažom, nepravilnim održavanjem, dugotrajnom upotrebom, prolaskom toka električne struje, varničanjem i dr. [13].

Korozivno habanje je proces oštećivanja površina koje klize u korozivnoj sredini, pri čemu delovanje korozivnog medija može biti hemijsko ili elektrohemijsko. U zavisnosti od intenziteta i stepena zahvaćenosti površine, ono može biti neprekinuto ili mestimično prekinuto. Kad bi površine mirovale produkti korozije mogli bi na njima stvarati sekundarne zaštitne slojeve. Klizanjem se, međutim ti slojevi kidaju i oštećuju, pa korozija može dalje da se širi. Problem korozionog habanja nije dominantan samo kod unutrašnjih sistema gde razna sagorevanja i isparavanja destruktivno deluju na čitav sklop, već i kod slabo zaštićenih spoljašnjih sistema, kod kojih dominantan uticaj na pojavu korozionog habanja imaju spoljašnji atmosferski uticaji. Ove pojave posebno su izražene kod industrijskih mašina, naročito kod termoenergetskih postrojenja kao što su pumpe, kompresori.

Ukoliko se u eksploataciji ne preduzimaju preventivne mere zaštite kotrljajnih ležaja, obično dolazi do pojave korozije i znatnog habanja kotrljajnih elemenata. Veličina ovog habanja zavisi od: kvaliteta konstrukcionog rešenja, fizičko-hemijskih svojstava materijala od kojeg je izrađen ležaj, uslova radne sredine, kvaliteta montaže, kvaliteta ulja i masti za podmazivanje, režima rada i dr. Neophodna zaštita, koja umnogome može smanjiti dominantan uticaj agresivnih i drugih materija, a samim tim i korozije, jeste upotreba maziva sposobnih da neutrališu iste [13].

3.2. PREDMET ISTRAŽIVANJA

Težnja za što efikasnijim procesom eksploatacije i održavanjem industrijskih mašina, prati i uključuje tehnološko-tehnička dostignuća današnjice, kao i primenu informacionih tehnologija za njihovo projektovanje, programiranje, upravljanje i održavanje. Kroz praćenje učešća računarskog projektovanja i praćenja eksploatacione pouzdanosti mašina ukazala se

ideja za uvođenje savremenog modeliranja i projektovanja pouzdanosti mašina pre procesa eksploatacije.

Istraživanja tehničkih sistema (manipulatora, pumpe, kompresora), koji imaju veliki broj sklopova i mehanizama, predstavljaju složena industrijska postrojenja, odnosno složenu problematiku proučavanja. Istraživanja pouzdanosti ograničena su na posmatranje pokretnih mašinskih elemenata, ležajeva.

Dosadašnja istraživanja vibracionog stanja tehničkih sistema nisu bila zastupljena u velikoj meri u ranijim eksploatacijama tehničkih sistema. U novije vreme uočavaju se velike koristi od neutralisanja neželjenog dejstva vibracija, pa se pristupilo opsežnijim istraživanjima u našoj zemlji.

Ležajevi koji su u sklopu mašinskih sistema, koji u današnje vreme imaju široku primenu, i koji su se malo izmenili, pojavili su se u periodu 1920-1930. godine. Istraživački radovi na otkrivanju njihovih svojstava i kvaliteta obavljani su u kasnijem periodu. Osnovni pravci ovih radova tiču se trajnosti, nosivosti i otpornosti na habanje ležajeva. Istraživanje tela u ležajevima počelo je 1940. godine kada je moment otpora obrtanju postao jedan od glavnih pitanja, a za neke vrste ležajeva i glavni kriterijum za određivanje njihove valjanosti u kvalitativnom odnosu.

Kao osnovne faktore koji utiču na gubitak energije u ležaju neophodno je smatrati opterećenje, frekvenciju obrtanja, način i količinu podmazivanja i vrstu maziva.

Postizanje pouzdanosti na mašinama predstavlja osnovu za ostvarivanje najveće moguće sigurnosti funkcionisanja sistema.

Pored značajnih radova iz ove oblasti, u domenu istraživanja industrijskih mašina i postrojenja, nameće se ideja i potreba ka usavršavanju novim metodama rada. Tako kroz praćenje učešća računarskog proračuna i praćenja eksploatacione pouzdanosti mašina ukazala se ideja za uvođenje modela proračuna sa matricama. Ovakva metodologija omogućava formiranje matricnih jednačina kretanja, koje su pogodne za efikasno rešavanje uz pomoć računara, čime se prevazilazi osnovni problem klasičnih mehaničkih proračuna. Na taj način će se razviti metoda za što realnije tumačenje rezultata istraživanja, tj. za predviđanje potencijalnog nivoa pouzdanosti ležajeva u eksploataciji, što predstavlja glavni cilj istraživačkih aktivnosti u ovoj disertaciji.

Na osnovu formulisanog problema predmet ovog istraživanja glasi „*Modeliranje mašinskih tehničkih sistema korišćenjem transformacionih matrica*”.

Istraživanja dijagnostike sprovedena na mašinskim tehničkim sistemima predstavljaju realne eksploatacione uslove korišćenja ležajeva u praksi.

Sprovedena istraživanja na robotu-manipulatoru pri ispitivanju pouzdanosti ležajeva na laboratorijsko-opitnom stolu predstavljaju realne eksploatacione uslove korišćenja ležajeva u praksi. Na opitnom stolu simulirane su one radne karakteristike (uglovi oscilacije, uglovi rotacije, temperatura, brzina vibracije, aksijalni zazor, radijalni zazor, opterećenje-frekventna promena opterećenja, broj obrtaja i dr.) koje odgovaraju najviše zastupljenim primerima u praksi, a ujedno se koriste za ispitivanje pouzdanosti ležajeva. Tokom ispitivanja zadovoljen je uslov da se ležaji ispituju pri 2 [%min], do 3600 ciklusa po času, ukupan broj promena na ispitnom stolu jednog uzorka ležaja 500000 ciklusa testiranja, 18665 [h] rada što odgovara dužini ispitivanja do 139 sati po komadu, ukupno vreme testiranja svih pet uzoraka 60 dana. Za potrebe ispitivanja korišćen je promenljivi režim opterećenja po unapred određenim ciklusima od 100000, 200000, 300000, 400000, 500000 po 139 časova rada. Navedeni režimi opterećenja su režimi koji su zastupljeni u praksi.

Merenja su izvedena na savremenoj mernoj opremi koja je mogla na adekvatan način da izmeri odgovarajuće dijagnostičke parametre. Dobijeni rezultati merenja su statistički obrađeni i prikazani.

U datim istraživanjima putem dijagnostičke merne opreme, pratiće se pokazatelji dinamičkog stanja kotrljajnih ležajeva: temperatura, vibracije, brzina obrtanja, kao i habanja i oštećenja kotrljajnih ležajeva.

Predmet istraživanja obuhvata analizu rada sastavnih komponenata sklopova mašinskih sistema, prvenstveno kroz primenu i sprovođenje kontrole dijagnostičkih parametara, sa ciljem obezbeđivanja optimalne efikasnosti rada kako robota, pumpi tako i kompresora. Optimalne vrednosti dobijene metodom analize rada komponenata daje vrednost radnih parametara koji se mogu prilagoditi i menjati kako bi se obezbedili optimalni uslovi rada.

U datim ispitivanjima ležaja primenjenog na industrijskom robotu putem dijagnostičke merne opreme, u zavisnosti od dostupnosti i tehničke izvodljivosti, pratiće se pokazatelji dinamičkog stanja kotrljajnih ležajeva: temperatura, vibracije, brzina obrtanja, kao i habanja i oštećenja kotrljajnih ležajeva. Posmatraće se uticaj vrednosti vibracija i temperature i drugih tehnoloških parametara ispitivanja na vek trajanja kotrljajnih ležaja. U istraživanjima ležaja kod centrifugalne pumpe i klipnog kompresora praćeno je dinamička stanja ležajeva, temperatura, broj obrtaja, brzina vibracija, ubrzanja vibracija. Tokom istraživanja praćen je ležaj kod pumpe pri 16380 časova rada, a kod kompresora 16000 časova rada.

Takođe, vizuelnom kontrolom ležaja, u eksploatacionim ispitivanjima, definisan je krajnji vek trajanja ispitivanih uzoraka ležaja.

Sa aspekta naznačene formulacije problema istraživanja, predmet istraživanja u ovoj doktorskoj disertaciji je analiza primene metoda i sprovođenje savremenih modela projektovanja pouzdanosti u privrednim organizacijama Šumadijskog i Zapadno Moravičkog okruga Srbije, sa ocenom efikasnosti njihove implementacije i uticaja na proces eksploatacije mašina.

3.2.1. ISTRAŽIVAČKE AKTIVNOSTI NA DEFINISANJU POUZDANOSTI MAŠINSKIH SISTEMA

Problematika izučavanja pouzdanosti mašinskih sistema, u načelu je vrlo složena i zahteva višegodišnje i obimne eksperimentalne radove, opšte smernice na kojima su istraživačke aktivnosti pouzdanosti mašinskih sistema sprovedene, predstavljene su kroz sledeća naučna istraživanja [96]:

- teorijska istraživanja izvođena su u smislu definisanja odgovarajućih oblika funkcija i zakona teorije pouzdanosti, modifikovanih i prilagođenih konkretnim osobinama tehničkih sistema čija se pouzdanost istražuje (kako sa aspekta gradnje posmatranog sistema, tako i u odnosu na vrstu i karakter nastalih neispravnosti i mogućnost njihovog otklanjanja), kao i radi utvrđivanja kriterijuma za bliže definisanje stvarnog uticaja pojedinih elemenata na pouzdanost sistema u celini;
- laboratorijska ispitivanja sprovedena su u cilju brzog određivanja karakteristika pouzdanosti posmatranih elemenata mašinskih sistema u optimalnim laboratorijskim uslovima. Ova ispitivanja podrazumevala su analizu postojećih metoda i uvođenje odgovarajućih poboljšanja na njima u cilju potpunijeg približavanja stvarnim uslovima sličnim onima koji se javljaju u eksploataciji;
- eksploataciona istraživanja parametara kao što su: broj obrtaja, granični broj obrtaja, temperatura, podmazivanje, spoljašnje opterećenje imaju veliki uticaj na radne karakteristike ležaja. Stoga su istraživanja izvođena u cilju sagledavanja osnovnih zakona pojava neispravnosti i upoznavanja stvarnih režima rada, tj. stvarnih zakona promene radnih opterećenja, uslova rada u eksploataciji i drugih relevantnih činilaca;
- statističke obrade rezultata istraživanja sprovedene su po metodama teorije pouzdanosti, odnosno statističke matematike, u cilju kvantitativnog određivanja pouzdanosti ispitivanih sistema, mašinskih sklopova i
- iznalaženje odgovarajućih matematičkih modela (statističke strukture) odnosno pojava neispravnosti koje dovode do otkaza ležaja na mašinskim sistemima.

Ova istraživanja sprovedena su na mašinskim sistemima (manipulacioni robot, centrifugalna pumpa, i klipni kompresor) koji se koriste u relativno sličnim uslovima rada. Dakle, istraživanja su ograničena na određenu oblast, odnosno region u kome se vrši eksploatacija izabrane kategorije mašinskog sistema. Na ovaj način dobijeni podaci treba da orijentaciono ukažu koji su sistemi, sklopovi ili podsklopovi, u datim uslovima eksploatacije, najkritičniji sa aspekta pouzdanosti, što bi pružilo realnu osnovu za izbor predmeta daljih istraživanja [96, 97].

Međutim, može se zaključiti da je postojanje dinamičkog problema karakteristično za određenu grupu rotacionih mašina, gde se one mogu razvrstati u određene grupe zavisno od nominalne snage pogona, broja obrtaja, izvedbe temelja i dr. Tako, npr. po standardu ISO 10816 sve mašine su razvrstane u četiri klase i za svaku od tih klasa date su preporuke za dopušteni nivo vibracija, merna mesta vibracija, način merenja i izbor mernih parametara. Moguće je izvršiti dalje spajanje određenih klasa mašina, uzimajući u obzir verovatnoću mogućih uzroka dinamičkog problema.

Istraživanja koja slede u nastavku pokazala su koliko se razlikuju laboratorijska istraživanja od eksploatacionih i kolika je pouzdanost mašinskih sistema.

3.2.2. AKTIVNOSTI U IZVOĐENJU LABORATORIJSKIH ISPITIVANJA

Prilikom izvođenja laboratorijskih ispitivanja i sprovođenja postupka dijagnostike na ležišnim sklopovima manipulacionog robota *Fanuc*, odnosno ispitivanja pouzdanosti mašinskih sistema, osnovne smernice kojim su se rukovala ispitivanja bile su:

- razvijanje eksperimentalnog stola za ispitivanje dinamičkog ponašanja ležaja robota, kao i određivanje njegovog veka i toplotnog ponašanja. Verifikacija razvijenih programskih rešenja je sprovedena sa više stanovišta. Prvo je programsko rešenje za statičku i dinamičku analizu verifikovano na bazi literaturnih podataka. U drugom delu je programsko rešenje verifikovano analizom statičkog, dinamičkog i toplotnog ponašanja pomenutih ležaja. Eksperimentalno ispitivanje dinamičkog ponašanja ležaja robota sprovedeno je u Fabrici automobilskih delova „FAD-u” AD. Gornji Milanovac za proizvodnju spona,
- ispitivani ležaji sa sigurnošću su zadovoljili kriterijume postavljene tehničkim uslovima (geometrijske i kinematske tačnosti, kontrola materijala, vizuelna kontrola, dinamička ispitivanja itd.),
- opterećenje ispitivanog ležaja vršeno je preko hidrauličkog agregata za opterećenje, a merenje stvarnog opterećenja vrši se posredno, merenjem pritiska ulja u hidrauličnom cilindru pomoću davača pritiska, koji je preko priključnog panela priključen na sistem za akviziciju podataka,
- za prikupljanje, obradu i prikazivanje rezultata kod eksperimentalnog ispitivanja za ispitivanje dinamičkog ponašanja i veka ležaja služi posebno razvijeno programsko rešenje za akviziciju (prikupljanje) podataka i upravljanje eksperimentalnim uređajem. Pod upravljanjem se podrazumeva zadavanje opterećenja, promena smera i vremena delovanja aksijalnog opterećenja, kao i zaustavljanje eksperimentalnog ispitivanja prilikom ispunjenja nekih od postavljenih uslova u vidu prekomernog povećanje temperature ili vibracija na ležaju,
- ispitivanja pouzdanosti ležaja zadovoljila su potrebe pri prenošenju opterećenja u istovetnim odnosima koji se koriste u stvarnim eksploatacionim uslovima,
- za sva ciklusna ispitivanja ležaja, zavisno od ciklusa opterećenja, korišćen je broj obrtaja od ~ 2 [$^{\circ}/min$], 18665 radnih sati, broj ciklusa testiranja 500000, broj ciklusa po času 3600 [c/h],
- ukupan broj sati testiranja na ispitnom stolu jednog uzorka ležaja 139 [h],
- broj sati rada ispitnog stola u 1 danu je $T_1=14$ [h/dan] i
- ukupno vreme ispitivanja svih 5 uzoraka ležaja na ispitnom stolu 60 dana testiranja.

Na eksperimentalnom stolu za ispitivanje veka i dinamičkog ponašanja ležaja robota omogućeno je merenje i analiza vibracija u horizontalnom (radijalnom), uzdužnom (aksijalnom) i vertikalnom pravcu ležaja, kao i praćenje temperature iz sledećih kriterijuma:

- merenja dijagnostičkih parametara temperature i vibracija vršena su na svakih 8 časova i uvek neposredno pre podmazivanja,
- merenja broja obrtaja vršena su na svakih 8 časova, laserskim beskontaktnim davačem broja obrtaja,
- merenja temperature čitavog rotacionog sklopa na eksperimentalnom stolu vršena su na kraju svakoga ciklusa ispitivanja,
- za svako novo ispitivanje korišćeni su svi novi kuglični ležajevi tipa 16006 SKF,
- ispitivanja su se izvodila pri temperaturi okoline od $>24^{\circ}\text{C}$.

Eksploataciono istraživanje ležajeva na centrifugalnoj pumpi kao i klipnom kompresoru sprovedeno je u „Energetika” D.O.O. Kragujevac.

3.2.3. OSNOVNE AKTIVNOSTI U IZVOĐENJU EKSPLOATACIONIH ISPITIVANJA

Sprovođenje eksploatacionih istraživanja pouzdanosti mašinskih sistema vršeno je u Fabričkom kompleksu „Metalac” D.O.O. Gornji Milanovac, Fabričkom kompleksu „FAD” Gornji Milanovac, „Energetika” D.O.O. Kragujevac, na teritoriji Zapadno Moravičkog i Šumadijskog okruga i drugo.

Osnovne aktivnosti kojim će se rukovoditi ispitivanja su:

- mašinski sistemi (manipulacioni robot, klipni kompresor i centrifugalna pumpa) su se koristili u eksploataciji u skladu sa potrebama i načinima za njihovu upotrebu,
- ležajevi na sklopovima mašina su se koristili za mašinske sisteme (manipulacioni robot), potrebne snage na manipulacionom robotu su identične onima koje su korišćene na laboratorijskom stolu,
- ležajevi na sklopovima mašina, (centrifugalna pumpa i klipni kompresor), potrebne snage praćeni su do otkaznog stanja, punih 5 godina,
- ispitivanje trenutnih/krajnjih dijagnostičkih parametara vršeno je za opterećenja kao u slučaju kod laboratorijski ispitivanih uzoraka,
- kao kriterijumi za procenu krajnjeg veka trajanja ležaja u eksploatacionim uslovima uzeti su kriterijumi, pod kojima temperatura za 10 minuta poraste za 10°C ili temperatura ležaja bude iznad 73°C ,
- kada su ležajevi u eksploataciji na mašinskim sistemima (centrifugalna pumpa, klipni kompresor) dostigli navedene uslove (predotkazno stanje), onda su na njima, bez obzira na ukupno vreme do kojeg su u upotrebi, na laboratorijskom stolu ispitivani trenutni dijagnostički parametri (vibracija i temperature) i
- vreme trajanja dijagnostičkih ispitivanja samo jednog ciklusa nije bilo duže od 15 minuta, nakon čega se proces ispitivanja zaustavljao i ponovo nastavljao, kako se ne bi naglo povećala temperatura u ležišnim sklopovima,
- rukovaoci su bili upoznati sa načinima održavanja i upotrebe.

3.3. CILJ ISTRAŽIVANJA

Cilj istraživanja u predloženoj temi bio je usmeren na istraživanju matematičkog modela matrica, kao i dijagnostike veka trajanja kotrljajnih ležajeva na mašinskim tehničkim sistemima, kao i izrada programskih rešenja za otkrivanje ranih uzroka promene stanja ležajeva, za upravljanje i održavanje istih, u zavisnosti od mera dijagnostike stanja, kojima su trenutno opremljene organizacije u kojima je istraživanje obavljeno. Poseban akcenat je

stavljen na primeru formiranja matematičkog modela manipulatora, centrifugalne pumpe i klipnog kompresora, gde će se za optimizaciju režima kretanja pri eksploataciji analizirati položaji uglova pojedinih segmenata kao i stanja ležajeva na mašinskim sistemima.

Takođe cilj istraživanja je da se utvrdi uticaj pojedinih tehnoloških faktora rada na vek trajanja ležajeva kako bi se definisala pouzdanost ležajeva na mašinskim tehničkim sistemima.

Cilj istraživanja bio je da usvojeni modeli treba da ustanove merljive pokazatelje efikasnosti koji bi dali pozitivan rezultat njihove upotrebne vrednosti i opravdali ulaganja za njihovo uvođenje. Primenom modela dijagnostike rezultuje se povećanje proizvodnog kvaliteta i smanjuju se troškovi koje povlače otkaze na mašina u eksploataciji. Takođe, ovaj model dao je i analizu uštede u zameni sastavnih komponenata sklopova kao i u postizanju boljeg kvaliteta proizvodnosti rada komponenata mašinskih sistema. Na osnovu njega predviđa se stanje funkcionalnosti komponenata sklopova i njihova mobilnost što dovodi do pravilnijeg preventivnog održavanja komponenata, značajnih ušteda u održavanju i funkcionisanja.

3.4. HIPOTEZE ISTRAŽIVANJA

Modeliranjem mašinskih tehničkih sistema korišćenjem matrica moguće je brzo analiziranje ponašanja velikog broja kretanja različitih položaja segmenata i konfiguracija mašina radi izbora najpovoljnijeg. Moguće i isprobati brojne analize upravljačkih šema, razne vrednosti parametara itd. primenom softvera od kojih su od posebnog interesa one koje vode ka optimalnim rešenjima.

U cilju jednostavnijeg i bržeg načina projektovanja povećanja pouzdanosti na sklopovima mašinskih sistema koji treba da poviše nivo uticaja savremenih tehnologija u procesu eksploatacije mašina, kao i dijagnostika stanja na sklopovima mašina, za date uslove korišćenja, trebala bi ukazati na nedostatke navedenih sistema u procesu eksploatacije.

Na osnovu analize literature i rezultata prethodnih istraživanja vezanih za ovu temu pošlo se od hipoteze:

„Korišćenjem postupaka modeliranja mašinskih tehničkih sistema pomoću transformacionih matrica može se doći do jednostavnijeg i bržeg načina projektovanja istih”.

Glavna hipoteza biće verifikovana putem postavljanja sledećih pomoćnih hipoteza:

- H_{P1} : Predloženo istraživanje pouzdanosti mašinskih tehničkih sistema omogućice efikasnije upravljanje dijagnostike, kao i uvođenje predloženih poboljšanja na povišenje nivoa pouzdanosti mašina u celini, odnosno unaprediti tehno-ekonomsku efikasnost posmatranog mašinskog sistema.

- H_{P2} : Primena raspoloživih tehničkih održavanja može uticati na povišenje pouzdanosti tehničkih sistema i obezbeđenje optimalnih zahteva sprovođenja metoda teorije i tehnike u eksploataciji tehničkih sistema.

3.5. METODE ISTRAŽIVANJA

Matematika je razvila nove grane, kao: račun verovatnoće kao osnova za statistiku, teoriju igara koja pokušava rešavanje konfliktnih situacija, kibernetiku itd. Neke modernije grane matematike razvijaju se u sasvim novom smeru, zanemarujući brojeve i baveći se nekvantitativnim kategorijama, kao: matematička logika, teorija skupova, topologija. Na drugoj strani, razvile su se neke nove grane društvenih nauka, kao: psihologija rada, teorija organizacije, operaciona istraživanja. Velika prepreka uspešnom prodoru matematičkih metoda u društvenim naukama je kompleksnost tih nauka. Pojave koje proučavaju društvene nauke su mnogo kompleksnije od prirodnih pojava. U njima se pored kvantitativnih javljaju i brojne nekvantitativne kategorije, koje je matematičkim metodama teško obuhvatiti. Takva priroda društvenih nauka postavlja određene granice primeni matematičkih metoda.

Za kvantitativno istraživanje nekog problema potrebni su početni podaci, različiti pokazatelji i parametri. To su različiti empirijski ili statistički podaci koji su dati ili su rezultat posrednih merenja i izračunavanja. Istraživački rad pomoću metoda matrica je specifičan način rada koji zahteva dobro poznavanje mehanike. Problem koji se rešava može predstaviti pogodnim matematičkim modelom (skupom matematičkih funkcija kojima se opisuju karakteristike problema-funkcija cilja i sistem ograničenja).

S obzirom na složenost disertacije, predviđena istraživanja zasnovana su na naučnim pretpostavkama i od primenjene metodologije modela zavisi donošenje odluka u procesima optimizacije tehničkih sistema, kao i prepoznavanja oblika pouzdanosti sklopova mašina (roboti, pumpi i kompresora).

Optimizacija postupaka dijagnostike (vibracija roboti, centrifugalne pumpe i kompresora) dobija se različitim metodama koje definišu kriterijume prema kojima se određuje optimalno rešenje koje pruža najveću gotovost i raspoloživost sastavnih komponenata tehničkog sistema.

Na osnovu izvedenih hipoteza definisanjem predmeta i postavljanjem cilja, uočena je potreba za korišćenje naučno-istraživačkih metoda i tehnika istraživanja. Osnovne istraživačke tehnike koje su korišćene za definisanje dosadašnjih i teorijskih istraživanjima su [97]:

- analiza literature, tehnika koja je primenjivana u postupku proučavanja dostupne literature iz domena teorije pouzdanosti i računarskog projektovanja i
- testiranje, u postupku provere ostvarenih i postavljenih ciljeva i zadataka istraživanja.

Zbog rastuće kompleksnosti i dinamike procesa promene stanja komponenata koji opisuju stohastičke procese parametara stanja, zahtevaju da se za opisivanje ovih procesa, posebno u cilju najpovoljnijih rešenja ili optimizacije, koriste metode teorije verovatnoće koji su za ova razmatranja posebno interesantni.

Metodologija istraživanja postupaka optimizacije vibracija sastavnih komponenata tehničkih sistema obuhvatila je sledeće metode [96, 97]:

- posebne naučne metode i postupke,
- opšte naučne metode i
- metode tehnike i postupke.

U radu će se za predviđena istraživanja pouzdanosti ležajeva na mašinskim tehničkim sistemima u okviru ove doktorske disertacije koristiti sistemski metodologija:

- za teorijska istraživanja (teorijska metoda),
- eksploataciona metoda i
- laboratorijska metoda.

U disertaciji su zatim korišćene posebne naučne metode i postupci navedenih istraživanja za dinamičko ispitivanje kotrljajnih ležajeva na mašinskim sistemima.

Od posebnih naučnih metoda korišćene su:

- analitičko-sintetička metoda,
- metoda generalizacije i specijalizacije,
- metoda klasifikacije,
- metoda indukcije i dedukcije i
- istorijska metoda.

U ovom primenjenom istraživanju za prikupljanje i obradu podataka korišćene su opšte naučne i tehničke metode naučnog istraživanja:

- metoda modelovanja (u cilju utvrđivanja i provere funkcionisanja hipotetičnog rešenja),
- statistička metoda,

- empirijska metoda i
- metoda analize sadržaja.

Za obrazovanje strukture modela sistema i pouzdanosti u procesima rada, korišćeni su: dijagnostički vektori za svaki ležaj koji je zamenjen jednom procenjenom vrednošću. Merna skala za definisanje vrednosti ležajeva pomoću statističke metode Rok krive (*Roc curve*). Korišćena je prediktivna metoda koja dovodi do potpunog poklapanja predviđenog stanja i stvarnog stanja ležaja. Korišćena je optimalna strategije za održavanje ležajeva pomoću Markovljevih lanaca. Za određivanje optimalne strategije održavanja ležajeva ocenjeni su i troškovi koje svaka od strategija iziskuje. Pomoću binarne logističke regresije, ispitana je procenjena vrednost, odnosno njena apsolutna vrednost koja zaista utiče na pojavu otkaza na ležajevima.

Naučnu novinu u istraživanju predstavljaju i teorijske osnove bazirane na poboljšanju pouzdanosti, kako bi se povećala verovatnoća rada bez otkaza robota, pumpe i kompresora i povećala njihova prilagodljivost na održavanje i remont.

Proračuni i validacija analitičkih rezultata sprovedeni su pre svega na metodama teorije verovatnoće i matematičkoj statistici, koja se primenjuju u cilju analitičkog određivanja pokazatelja pouzdanosti tehničkih sistema i uloženi napor za ostvarenje visokog nivoa pouzdanosti i smanjenja troškova dijagnostike u životnom veku tehničkog sistema. Za prikupljanje empirijskih i drugih podataka upotrebljena je tehnika evidentiranja podataka deskriptivnog karaktera u privrednim organizacijama.

Metodologija istraživanja navedenih tehničkih sistema najjasnije ukazuje na odnos između istraživačkih zahteva i dobijenih rezultata. Tako da je ovo istraživanje teorijski postavljeno i matematički matricama izvedeno. Zato ova disertacija ima kombinovani teorijski-izveden karakter gde pored navedenih metoda i tehnika prisutne su i, empirijska metoda, informatička metoda, metoda matematičke statistike i druge metode u zavisnosti od slučaja posmatranog tehničkog sistema.

3.5.1. TEORIJSKA ISTRAŽIVANJA POUZDANOSTI TEHNIČKIH SISTEMA

Teorijska istraživanja pouzdanosti mašinsko-tehničkih sistema obavljena su u cilju definisanja odgovarajućih oblika funkcija i zakona teorije pouzdanosti, modifikovanih i prilagođenih konkretnim osobinama sistema čija se pouzdanost istražuje. Prvi problem koji je rešavan je upravo vrednovanje svih elemenata posmatranog sistema i definisanje tzv. kritičnih elemenata koji imaju najveći uticaj na pouzdanost sistema u celini. Naime, obuhvatanje svih elemenata sistema rezultiralo bi veoma složenim oblikom funkcije pouzdanosti sistema, što bi bilo ne samo nepraktično sa aspekta operativnosti, već bi znatno otežalo uočavanje kritičnih tačaka, kojima upravo treba pokloniti najveću pažnju. Zato je neuporedivo racionalnije bilo izvršiti na određen način rangiranje svih elemenata sistema i u dalje razmatranje uzeti su samo oni elementi koji imaju ključni uticaj na pouzdanost, odnosno opšti tehničko-ekonomski uspeh sistema u celini. Kao ključni element koji utiče na pouzdanost posmatranog sistema odabran je ležaj. Ovakvim pristupom su se željeni rezultati istraživanja usmerili i ubrzali. Takođe, vrlo značajan problem koji je rešen u kontekstu teorijskih istraživanja pouzdanosti je i definisanje strukture sistema, tj. određivanje načina vezivanja elemenata sa aspekta teorije pouzdanosti, uzimajući u obzir specifičnosti posmatranog sistema, a pre svega činjenicu da sklopovi mašinskih sistema sadrže po pravilu kompleksne veze. Zato definisanje strukture takvih sistema u cilju formiranja odgovarajuće funkcije pouzdanosti, zahteva detaljnu analizu njihove gradnje kako u konstruktivnom, tako i u funkcionalnom smislu.

Teorijska istraživanja i predstavljene metode na posmatranom mašinskom sklopu, u okviru navedenog poglavlja, zasnovane su na rezultatima dosadašnjih eksperimentalnih istraživanja. Mnogobrojni faktori koji utiču na radnu sposobnost i pouzdanost ležajeva koji su prezentovani, zavisili su u znatnoj meri od korišćenih metoda ispitivanja.

Pored uticaja sastavnih delova mašina na pouzdanost tehničkih sistema ležajeva, u teorijskim istraživanjima prezentovane su: osnove razvoja i funkcionisanja kotrljajnih ležajeva i dijagnostičke metode merenja, istraživanja veka trajanja ležaja, aktuelna tehnička rešenja sa povećanom pouzdanošću itd.

3.5.2. LABORATORIJSKA METODA ISPITIVANJA TEHNIČKIH SISTEMA

Probni sto za laboratorijska ispitivanja konstruisan je za ispitivanje ležajeva opterećenih naizmenično promenljivim opterećenjem, ugaonom oscilacijom i ugaonom rotacijom, pri čemu se parametri menjaju prema određenoj frekvenciji. Ovo se uzima kao najprikladnija metoda za brzo određivanje karakteristika pouzdanosti ležajeva. Na laboratorijskom stolu se automatski vodi proces i beleže brojevi ciklusa fazno i ukupno. Pri završetku pojedinih faza ciklusa vrši se merenje izlaznih parametara i to aksijalni, radijalni zazor, vibracije i temperatura zagrevanja na postojećem probnom stolu ili posebnim mašinama za ispitivanje.

Za ovako složeno ispitivanje postavljaju se zahtevi koje treba da ispuni probni sto za ispitivanje, a oni su sledeći:

- mogućnost izbora opterećenja u određenom opsegu,
- jednostavna i laka promena veličine opterećenja,
- mogućnost povezivanja uređaja za ispitivanje (senzora za dijagnostiku) sa centralnim računarom za akviziciju podataka,
- mogućnost promene ugla zakretanja nad ispitivanim radijalnim ležajem,
- mogućnost ispitivanja i drugih komponenti, kliznih ležajeva, spona, zglobova kod transmisija i prenosnika snage i
- bezbednost rada pri ispitivanju.

Navedene zahteve je ispunio probni sto FAD, koji je konstruisan u kooperaciji sa američkom firmom *O&S*, saglasno zahtevima za testiranje zglobova *SAE 193*.

3.5.3. EKSPLOATACIONA ISTRAŽIVANJA POUZDANOSTI TEHNIČKIH SISTEMA

Eksploaciona istraživanja izvođena su u smislu upoznavanja stvarnih režima rada tj. stvarnih zakona promene radnih opterećenja, uslova rada u eksploataciji i drugih relevantnih činilaca, sa ciljem utvrđivanja zakona pojava neispravnosti. Eksploaciona istraživanja pouzdanosti posmatranih tehničkih sistema zahtevala su postojanje objektivnog i detaljnog informacionog sistema usklađenog sa sistemom, čija se pouzdanost izučava, odnosno, prilagođenog svim njegovim specifičnostima, ali, takođe, usklađenog i sa celokupnom organizacijom rada.

Eksploaciona istraživanja pouzdanosti tehničkih sistema (manipulacionog robota, centrifugalne pumpe, kompresora) i primene mera tehničkog održavanja i remonta na tehničkim sistemima vršena su u Fabričkom kompleksu „*Metalac*” D.O.O. Gornji Milanovac, Fabričkom kompleksu „*FAD*” Gornji Milanovac, „*Energetika*” D.O.O. Kragujevac, na teritoriji Zapadno Moravičkog okruga i Šumadijskog okruga i dr..

Ispitivanje eksploacione pouzdanosti (veka trajanja) ležajeva je vršeno na uzorku ležaja tipa 16006 SKF, koji je u sklopu manipulacionog robota „*Fanuc*”. Ispitivanje tehničkog sistema: Pumpno postrojenje-centrifugalna pumpa „*Energetika*” Kragujevac pri 16380 časova rada. Ispitivanje tehničkog sistema: Klipni kompresor „*Trudbenik*” Doboje, Energetika-Kragujevac pri 16000 časova rada.

Od dinamičkih metoda ispitivanja pouzdanosti tehničkih sistema korišćene su dinamičke metode za praćenje vibracija i temperature ležajeva.

3.5.4. METODE ZA STATISTIČKU OBRADU PODATAKA

U ovom istraživanju, konačni istraživački rezultati najvećim delom zavise od primenjene istraživačke metodologije, od analiza postojećih metoda za razvoj modela pouzdanosti tehničkih sistema, od komparativne analize različitih teorijskih modela pouzdanosti tehničkih sistema, kao i razvijanje modela pouzdanosti tehničkih sistema koji i najbolje opisuju eksperimentalne podatke.

Primenjene su metode analize i sinteze, metode modeliranja primenom matrica transformacije, i metoda verovatnoće.

Za verifikaciju dobijenih matrica transformacija korišćen je softverski paket *Matlab*, a za modeliranje komponenti tehničkih sistema korišćen je softver *Catia V5*. Za statističku obradu eksperimentalnih podataka u disertaciji korišćena je osnovna metoda (binarna logistička regresiona i korelaciona analiza jednofaktornih i višefaktornih eksperimenata, metoda Rok krive (*Roc curve*), kako bi se dobila predviđanja kretanja dijagnostičkih parametara i sl.).

Za izradu modela pouzdanosti korišćena je metoda analize i izbora teorijskih funkcija binarna logistička regresiona. Faze rada sastojale su se iz: sistematizacije i klasifikacije podataka, statističke obrade kvantitativnih podataka, generalizacije i interpretacije dobijenih podataka. Statistički podaci su interpretirani na više načina, u zavisnosti od vrste i prirode podataka tabelarno i grafički. Sama analiza, proračun i izrada grafikona i tabela uređena je u softverskom programu *SPSS Statistics 17.0*, *Microsoft Office Excel*-u uz pomoć više funkcija i sl.

Na osnovu dobijenih rezultata istraživanja i primene odgovarajućih matematičkih proračuna, došlo se do adekvatnih matematičkih modela pouzdanosti sklopova robota, pumpi i kompresora, kojima je predstavljena zakonitost ponašanja ležajeva, sa aspekta pojave neispravnosti. Modeli pouzdanosti bazirani su na praćenju dijagnostičkih veličina (temperature i vibracija) na ležišnim sklopovima.

3.5.5. VREMENSKI OKVIR ISPITIVANJA

Istraživačke aktivnosti u disertaciji, usmerene su pre svega na radu industrijskog manipulatora i izvršene su, kao što je pomenuto u fabričkom kompleksu „Metalac” D.O.O. Gornji Milanovac u periodu od septembra 2011. do marta 2013. godine. Istraživanja centrifugalna pumpe izvršena su u periodu 15.10.2009. do 15.04.2013. godine u „Energetici” D.O.O. Kragujevac. Eksploataciona istraživanja klipnog kompresora izvršena su u periodu od 15.10.2012. do 15.04.2013. godine u „Energetici” D.O.O. Kragujevac i fabričkom kompleksu „FAD” Gornji Milanovac.

Ostali radovi vezani za istraživački proces vršeni su u fabrici FAP korporacija A.D. Priboj, Servis hidraulike „Mikron” SZTR, Vranići-Čačak, i Laboratoriji Fakulteta inženjerskih nauka u Kragujevcu.

3.6. ORGANIZACIJA ISTRAŽIVANJA

Na osnovu dosadašnjih istraživanja, u literaturi se može naći određeni broj metoda dijagnostike (održavanja) i modela remonta. Međutim, ne postoji velika praktična primena tih modela, organizacija istraživanja je podeljena u faze:

- teorijskih istraživanja primenom naznačene metodologije istraživanja, analizom literature istaknutih naučnika, sagledavanjem postupaka provere osnovanosti ciljeva i zadataka istraživanja, obradom kvantitativnih i kvalitativnih podataka i statističkom obradom kvantitativne analize i sinteze informacija;
- empirijskih istraživanja koja zahtevaju veće naučno angažovanje utemeljeno teorijskim istraživanjima. Proces empirijskih istraživanjima se temelji na prikupljanju i obradi činjenica koje se nalaze u fizičkom svetu.

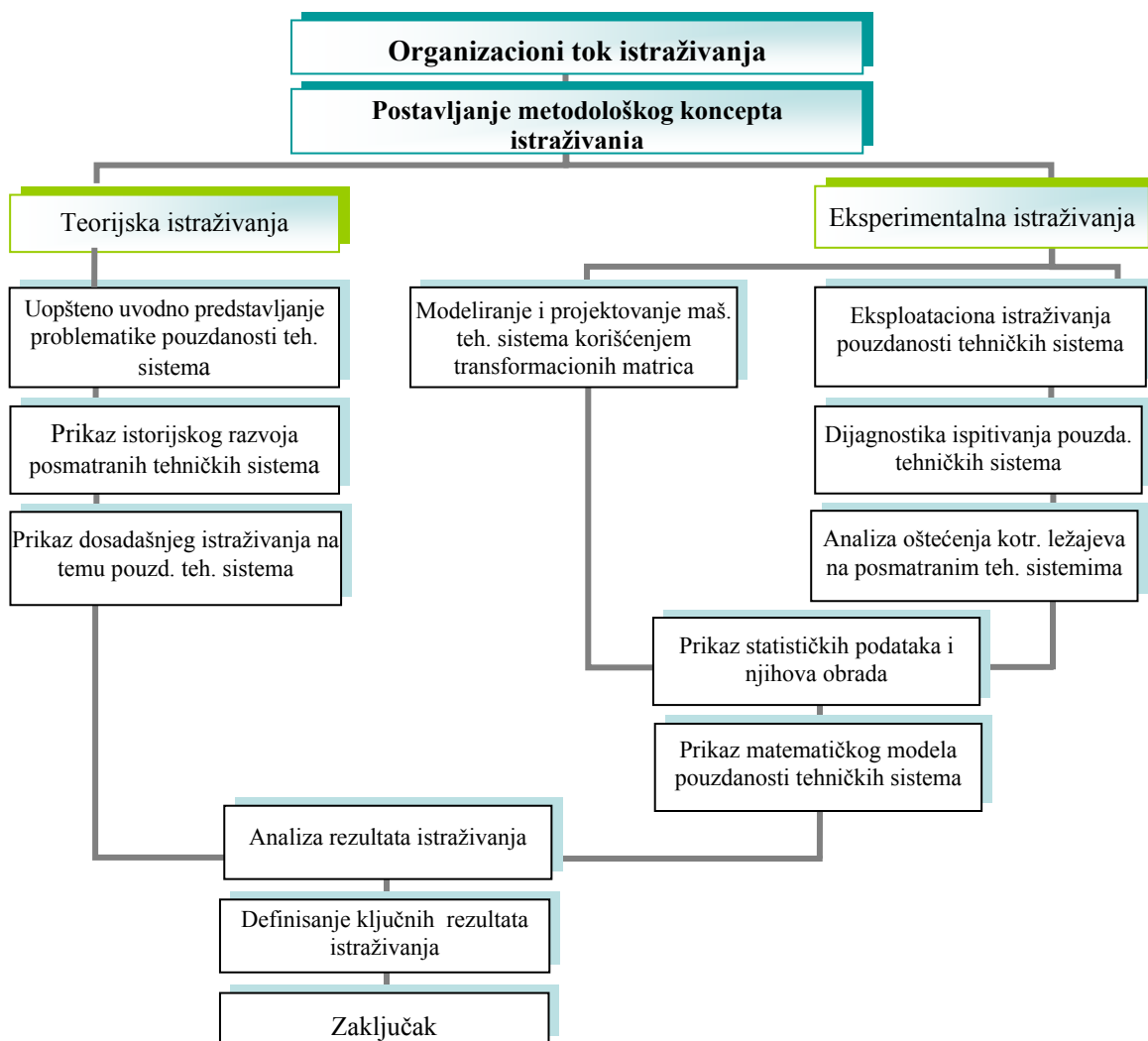
Analiza merenja i kontrole optimizacije postupaka vibracija i temperature je interaktivni postupak, pri čemu se prvo postavlja teorijski model, a zatim eksploatacioni. Da bi se blagovremeno i tačno vršila stalna kontrola merenja vibracija, temperature i dr., na komponentama sklopova pumpi i kompresora, neophodno je sprovesti određene procedure. Autor je formirao procedure u okviru informacionog sistema održavanja „Energetike” D.O.O. Kragujevac, prema načelima standardu ISO i procedure koje su poštovane pri merenju vibracija, na izabranim karakterističnim mernim mestima.

Na osnovu dosadašnjih istraživanja, u literaturi se može naći određeni broj metoda vibracione dijagnostike (održavanja prema stanju) i modela remonta. Međutim, ne postoji velika praktična primena tih modela.

U literaturi je teško naći primere proračuna optimalnog trenutka vibracione dijagnostike. Uz pomoć i primenu vibracione dijagnostike može se povisiti eksploatacioni nivo pouzdanosti komponenata sklopova pumpi i kompresora.

Modeli optimizacije postupaka vibracione dijagnostike po vremenu zasnivaju se na pouzdanosti uključujući i određene kriterijume optimizacije. Kriterijumi mogu biti maksimalni troškovi, maksimalna gotovost ili neko kompromisno rešenje.

Posebnu pažnju treba posvetiti matematičkom modelu optimizacije vibracione dijagnostike, koji omogućava izradu simulacionog programa, pomoću koga se aproksimativno opisuje osobina i karakteristika procesa promene stanja pumpi i kompresora i na taj način zamenjuje realne eksploatacije. Organizacija sprovedenih aktivnosti istraživanja predstavljena je na uprošćenoj šemi, sl.3.1.



Slika 3.1. Organizacija istraživanja pouzdanosti tehničkih sistema

3.7. NAUČNA I DRUŠTVENA OPRAVDANOST ISTRAŽIVANJA

Klasično modeliranje mašinskih sistema ukazalo je na nedostatke njegove primene. Modeliranjem mašinskih tehničkih sistema korišćenjem transformacionih matrica, pokazana je mogućnost korišćenja nelinearne optimizacije za efikasno računanje različitih uopštenih matrica.

Iz dosadašnje prakse formiranja kinematičkog i dinamičkog modela mašina može se zaključiti da se teško može izvršiti ručno sastavljanje takvog modela, a još teže realizovati potrebni proračun. Zato primena računara za rešavanje kinematike i dinamike i novi modeli omogućili su da se prevaziđu nedostaci teorije mehanike mašina i da ona postane upotrebljiva u praksi. Ovakva, računarski orijentisana kinematika i dinamika iskorišćena je s jedne strane za razradu savršenijih metoda upravljanja mašina, a s druge strane za razvoj metoda računarskog projektovanja, što je bio i postavljeni cilj ovog rada.

Takođe, dati su novi i modifikovani neki od postojećih algoritama za računanje proizvoljnih matrica i primenili ih efikasno na strukturnim matricama. Pokazano je kako je moguće te metode iskoristiti u praktične svrhe, i kako će ne dvosmisleno rezultovati bolju produktivnost mašinskih sistema, smanjiti investiciona ulaganja u mašinskoj proizvodnji, što povećava rentabilnost, ekonomsku dobit i naučnu opravdanost.

Optimizacijom dijagnostike robota, pumpi i kompresora samo održavanje može da se obavlja na različite načine. Jedna od najčešće korišćenih mogućnosti je da koristimo model koji opisuje različite oblike matematičkog modela.

Primena optimalnog modela praćenja postupaka temperature i vibracija analiziranih sklopova i uvođenjem postupaka tehnologije preventivnog održavanja direktno se utiče na optimizaciju povećanja dužine rada komponenti sklopova, tako da se mogu održavati u propisanim granicama (ovim postupcima produžava se vek rada komponenti analiziranih sklopova). Na ovaj način povećavamo produktivnost rada robota, pumpi i kompresora i time potvrđuje se opravdanost uvođenja optimalnog modela postupaka vibracione dijagnostike.

Da bismo rešili optimizacioni zadatak potrebno je uspešno odabrati pravilan kriterijum optimalnosti dijagnostike i definisati adekvatan matematički model, a onda izvršili izbor metode rešavanja u cilju istraživanja najpovoljnijeg rešenja. Konceptija optimizacije postupaka vibracija zasniva se na metodologiji primene parametara stanja komponenti prema pouzdanosti i predstavlja metod objektivnog upravljanja procesima promene stanja komponenti i preventivnog održavanja sastavnih komponenti robota, pumpi i kompresora.

Postupci preventivnog održavanja prema stanju (uz primenu vibracione dijagnostike), zavise od stanja komponentata sklopova robota, pumpi i kompresora, što se utvrđuje sprovođenjem praćenja promene parametara stanja koje reprezentuju stanje komponente robota, pumpi i kompresora. U zavisnosti od izvršene provere stanja i konstatovanog stanja komponenti robota, pumpe i kompresora donose se odluke o preduzimanju postupaka preventivnog održavanja prema stanju sklopova.

Dobijeni rezultati predstavljaju naučnu osnovu i suštinu modela optimizacije vibracione dijagnostike prema stanju rada komponentata, a provera parametra daje kontinualno praćenje promene odabranog parametra koji jednoznačno i sigurno opisuje stanje posmatranog tehničkog sistema. Na osnovu ovako identifikovanih promena utvrđenih odnosa parametra stanja i pouzdanosti, određuju se potrebni postupci preventivnog održavanja sastavnih komponentata sklopova.

Naučni rezultati ukazuju na:

- unapređenje procesa rada mašinskih tehničkih sistema,
- mogućnost predviđanja veka trajanja kotrljajnih ležajeva na sklopovima sistema,
- povišenje nivoa pouzdanosti tehničkih sistema primenom mera tehničkog održavanja, popravki i remonta,
- proračun i optimizaciju kretanja mehanizma sa korišćenjem razvijenih i moćnih računara i

- mogućnosti upotrebe rezultata istraživanja na drugim tehničkim sistemima.

Društvena opravdanost istraživanja predstavlja razvoj modela iz strukturnih parametara i faktora, a njegova primena u teoriji i organizaciji izvodi se praktično sa primenom tehnike preventivnog održavanja.

Modele optimizacije postupaka vibracione dijagnostike definišemo primenom dijagnostičkih metoda, radi postizanja optimalne efektivnosti komponenata robota, pumpi i kompresora.

Dobijeni rezultati predstavljaju naučnu i društvenu analizu od posebnog značaja za unapređenje postupka vibracione dijagnostike, kao i postupka preventivnog održavanja u industriji energetike. Na osnovu ovakvog praćenja stanja radne sposobnosti komponenata robota, pumpi i kompresora, tj. njenog funkcionisanja, a uzimajući u analizu metode i parametre stanja komponenti (npr. štetnosti vibracija, temperature, oštećenja ležaja i dr.), može se formirati blok dijagram za povezivanje ovih veličina u vidu eksploatacionih sistema.

Izbor parametara stanja sastavnih sklopova robota, pumpi i kompresora vrši se na osnovu analiza nivoa njihovog funkcionisanja, načina rada, uslova rada, faktora koji utiču na radnu sposobnost i pojavu otkaza (npr. uticaj otkaza ležaja u toku rada).

Ispitivanjem optimizacije radnih parametara dijagnostičkim putem, dobija se širi presek osnovnog dinamičkog stanja, što će predstavljati objektivnu ocenu njegovog stanja, na bazi kojih bi se mogli preduzeti pravci mogućih intervencija. Takođe, mogu se predstaviti ciljevi da se na bazi snimljene vibracione slike dobije širi uvid u eksploatacijsko stanje pumpe, a samim tim i celog industrijskog postrojenja.

Društvena opravdanost istraživanja predstavlja razvoj modela iz strukturnih parametara i faktora, a njegova primena u teoriji i organizaciji izvodi se praktično sa primenom tehnike preventivnog održavanja. Nakon primene ovog modela ne dolazi više do otkaza komponenti sklopova tehničkih sistema, tako da su znatne uštede na sastavnim sklopovima na kojima je vršeno ispitivanje i testiranje modela, a time dobijena optimalna vrednost stanja komponenata sklopova (manipulacionog robota, pumpe i kompresora), pa samim tim i ukupnog energetskog sistema kompanija u kome je vršeno istraživanje.

Društveni rezultati istraživanja ukazali su na:

- povećanje ekonomske efikasnosti na mašinskim tehničkim sistemima,
- poboljšanje bezbedonosnih uslova za rukovaoce mašinama,
- povećanje ekonomske efikasnosti povećanjem veka trajanja ležajeva na tehničkim sistemima i tehnološkim operacijama u kojima se primenjuju ležajevi i
- mogućnost povećanja pouzdanosti u eksploatacionim uslovima pravilnom upotrebom ležajeva, odn. primenom adekvatnih mera tehničkog održavanja, popravke i remonta.

Ispitivanjima optimizacije radnih parametara dijagnostičkim putem dobija se širi presek osnovnog dinamičkog stanja, što će predstavljati objektivnu ocenu njegovog stanja, na bazi koje bi se mogli preduzeti pravci mogućih intervencija. Takođe, mogu se predstaviti ciljevi da se na bazi snimljene vibracione slike dobije širi uvid u eksploatacijsko stanje tehničkih sistema, a samim tim i cele fabrike.

4. MODELIRANJE INDUSTRIJSKIH ROBOTA I FORMIRANJE TRANSFORMACIONIH MATRICA

4.1. RAZVOJ I PRIMENA TRANSFORMACIONIH MATRICA KOD INDUSTRIJSKIH ROBOTA

U ovom poglavlju razmatran je problem definisanja i rešavanja mehanike manipulacionih robota, što je od fundamentalnog značaja za uspešno projektovanje i izvođenje sistema upravljanja robota. Taj problem podrazumeva rešavanje kinematike i dinamike složenih (relativnih) kretanja sistema tela. S obzirom da se manipulacioni roboti sastoje iz više segmenata međusobno povezanih zglobovima, to su njihovi mehanički modeli veoma složeni, pa klasični mehanički proračuni za rešavanje njihovog kretanja postaju krajnje neefikasni i vrlo teško se dolazi do rešenja.

Istraživanja koja su prikazana u ovom delu disertacije predstavljaju generalizaciju rešavanja mehanike (kinematike i dinamike) robota primenom modernih mehaničkih metoda uz korišćenje PC računara. U tom cilju korišćene su opšte transformacione matrice četvrtog stepena za rešavanje problema kretanja rotacije i translacije pojedinih segmenata lanca robota, a za simulaciju delovi programskog paketa Matlab-Simulink and Robotics toolbox [98].

Takva metodologija omogućava formiranje matricnih dinamičkih jednačina kretanja, koje su pogodne za efikasno rešavanje uz pomoć računara, čime se prevazilazi osnovni problem klasičnih mehaničkih proračuna. Takođe, dinamički model robota koji se može rešiti uz pomoć računara omogućava da se na osnovu njega izvrši simulacija ponašanja, odnosno verifikacija modela koja obezbeđuje da se izvrši analiza ponašanja realnog robota. Konkretni primer modela kinematičkih i dinamičkih proračuna i korišćenje transformacionih matrica dati su na primeru manipulacionog robota Fanuc M16iB/10L u osnovnom tekstu rada.

Istraživanje literature pokazuju da se dizajn industrijskog robota, a pogotovo kretanja njegovih mehanizama oslanja na geometrijskim pristupima. Stoga metod treba da pojednostavi analizu ovih mehanizama sa primenom matrica transformacija.

U nastavku je načinjen pregleda ovih teza koja ukazuju na principe na kojima se zasnivaju. Poglavlja razmatraju osnovne principe i pristupe matrica i predstavljaju deo koja analizira osnovnu teoriju uključenu u korišćenje homogenih transformacionih matrica.

U uvodu o jednom tehničkom području korisno je da se uvidom u prošli razvoj sagleda trenutno značenje i budući trend razvoja područja koje se naziva robotika. Zato ću u uvodu dati kratki osvrt na nastanak robota.

U nastavku ovog poglavlja biće prikazana mnogo skraćenija oblast primene matrica kod robotizovanih sistema. Oblasti koje su dali pregled ove problematike potiču od *Fu*, *Gonzalez*, i *Lee* [99] i *Spong* i *Vidiasagar* [100].

Može se reći da su rani radovi dali veliki doprinos o današnjim robotima, a posebno oni radovi koji su se javili posle Drugog svetskog rata razvojem daljinskih kontrolisanih mašinskih manipulatora.

Metode koje definišu osnovne geometrijske aspekte robotskih manipulacija, kinematička kretanja, dinamičke aspekte manipulacija, kao i drugih robotskim sistemima biće analizirani u disertaciji.

Veliki deo robota kinematike i dinamike usmeren je na uspostavljanje raznih koordinatnih sistema za predstavljanje pozicija i orijentacije krutih tela, takođe i na transformacije između ovih koordinatnih sistema. Zaista, geometrija trodimenzionalnog prostora i krutih pokreta igra centralnu ulogu u svim aspektima robotske manipulacije.

Proučavaće se operacije rotacije i translacije, i uvođenje pojma homogene transformacije. Homogene transformacije kombinuju operacije rotacije i translacije u jedinstvenu matricu množena, a koriste se i u pronalaženju takozvane napredne kinematičke jednačine krutih manipulatora.

Prvi istraživači koji su dali koncept homogene transformacije matrice su *Denavit i Hartenberg* (1955) [101]. Razvili su matricu notacije koja će predstavljati vezu transformacija od niza 4×4 matrice transformacije koja se zove homogena transformacija matrica. Elementi matrice su trigonometrijske funkcije koje omogućavaju vezu različitih koordinatnih sistema sa zajedničkim koordinatnim sistemom. *Roberts* (1965) [102] i *Piper* (1968) [103] razvili su korišćenje ovih homogenih matrica za robotiku. Pomenuti modeli predstavljaju rotaciju matrica i kolonu vektora položaja kako bi opisali orijentaciju između koordinatnih sistema. Upotreba homogene matrice je postala vrlo uobičajena u oblasti robotike i njene primene je uglavnom ograničena.

U svojoj knjizi „Uvod u robotiku” *McKerrow* (1993) [104] prikazuje istoriju homogene matrice transformacija. Ove matrice je uveo *Forest* (1969) u kompjuterske sisteme (kompjutersku grafiku) da prevaziđe brojne probleme uključe u proračunima matrice. U početku, za dvodimenzionalne matrice transformacije, 2×2 uvedeno je da definišu različite odnose između koordinatnog sistema. Međutim samo rotacija bi se mogla definisati korišćenjem ove matrice i dodatna kolona je uvedena da preduzme translaciju u koje rezultiraju u matrice 2×3 . S obzirom da 2×3 matrica nije bila kvadratnog oblika, pa treći red morao se dodati tako da bude u mogućnosti da se dobije inverzna matrica. U robotici je opšte interesovanje za određivanje položaja predmeta u trodimenzionalnom prostoru. Dakle, uvođenjem dodatnog reda i kolone, matrica se može proširiti tako da obuhvati transformacije u tri dimenzije. Homogena matrica transformacije 4×4 je matrica koja preslikava položaj vektora i izražena je u homogene koordinate iz jednog koordinatnog sistema u drugi.

Nakon toga, uvodimo koncept homogene transformacione matrice koje se mogu koristiti za izvođenje transformacija koordinata. Ovakve transformacije omogućavaju nam da predstavljamo različita kretanja u različitim koordinatnim sistemima [104]. Ova tema je inspirisala mnoge na istraživanje i bila osnov velikom broju knjiga, koje daju doprinos u literaturi [105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112].

4.2. MATRICE TRANSFORMACIJA PRI REŠAVANJU KINEMATIKE I DINAMIKE ROBOTA

U osnovi pozicioniranja segmenata manipulatora je rešavanje njegove kinematike. Kako se radi o kinematici složenog kretanja sistema tela sa više stepeni slobode kretanja, to je rešenje ovakvog zadatka dosta složeno [113]. Za veći broj stepeni slobode kretanja takvi proračuni su skoro neprihvatljivi jer sadrže veliki broj preciznih preračunavanja. Nove mogućnosti za rešenje ovog zadatka stvorene su primenom *PC* računara za brzo umnožavanje matrica. U tom smislu formirana je moderna mehanika složenog (relativnog) kretanja tela koja podrazumeva primenu transformacionih matrica koje omogućavaju da se, jednostavnim umnožavanjem matrica, izračuna apsolutno kretanje sistema tela preračunavanjem njegovih relativnih kretanja [114].

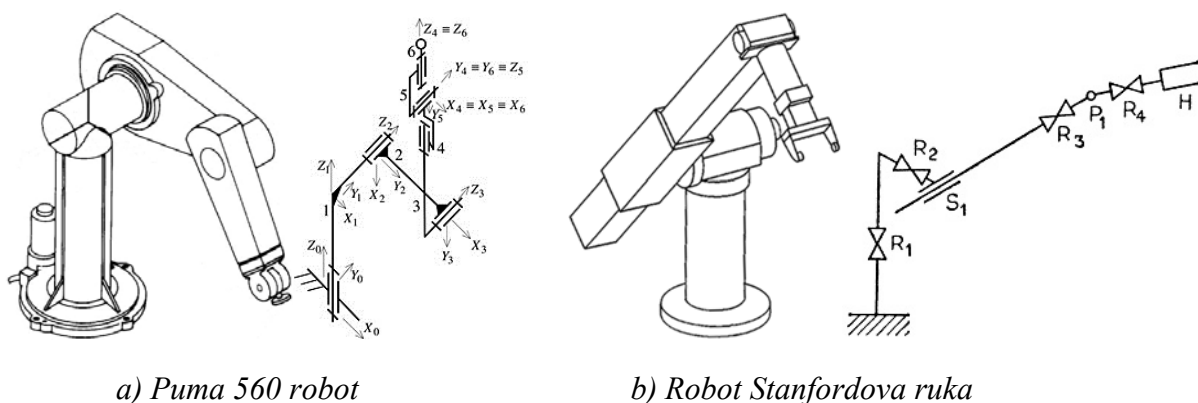
U ovom poglavlju disertacije data je primena korišćenja matrica rotacionih transformacija, opštih transformacionih matrica i primena *D-H* parametara za rešavanje direktnog i indirektnog zadatka kinematike robota [101].

Za predstavljanje dinamike manipulatora-robota neophodna su dva osnovna načina stvaranja dinamičkog modela robota i to: Lagranž-Ojlerov (*Lagrange-Euler*) model i Njutn-Ojlerov (*Newton-Euler*) model-rekurzivan postupak pogodan za korišćenje računara.

4.2.1. KINEMATSKA ANALIZA MODELA ROBOTA-MANIPULATORA

Mehanički manipulator, u opštem slučaju može se modelirati kao otvoren lanac, koji se sastoji od krutih segmenata, međusobno povezanih zglobovima, koji su pogonjeni aktuatorima. Jedan kraj tog lanca povezan je sa nosećom osnovom (bazom), a drugi kraj je slobodan i na njega je pričvršćen radni alat ili end-efektor (hvataljka npr.), koji služi da

manipuliše predmetima ili izvršava različite tehnološke operacije, npr. montažne [115]. Kod većine manipulatora, segmenti su povezani zglobovima koji imaju samo jedan stepen slobode kretanja. Postoje dva tipa takvih zglobova: *rotacioni* i *translatorni*. Rotacioni zglob dozvoljava samo rotaciju oko neke ose, dok translatorni dozvoljava samo klizanje duž neke ose bez rotacije (klizanje sa rotacijom se dobija kod *zavojnog zgloba*). Relativno kretanje zglobova jednih u odnosu na druge rezultuje kretanjem segmenata tako da robot zauzme željeni *položaj* i *orijentaciju* u svom radnom prostoru. U većini slučajeva primene industrijskih robota, zahteva se opis prostornog položaja hvataljke u odnosu na referentni nepokretni koordinatni sistem. Manipulatori se mogu klasifikovati obzirom na tipove zglobova i njihov raspored (od osnove prema hvataljci). Tako na primer, *Puma* manipulacioni robot (prikazan na sl. 4.1a, sa kinematskom šemom i inicijalnom pozicijom ruke) je klase $6R$, jer ima svih šest rotacionih zglobova, dok je robot *Stanfordova ruka* (sl. 4.1b) klase $2R-T-3R$, gde je R -rotacioni zglob, a T -translatorni zglob [116].



Slika 4.1. Manipulacioni roboti

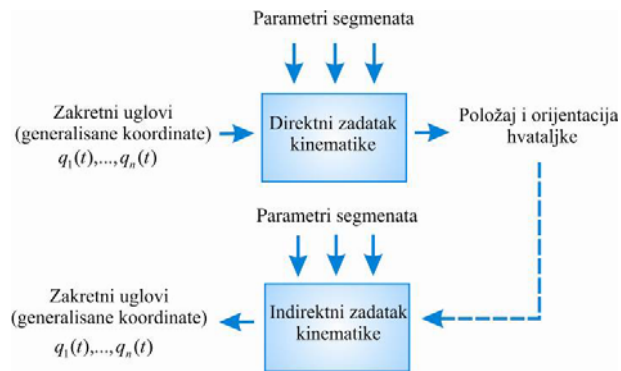
Kinematika industrijskih robota izučava geometriju kretanja manipulatora u odnosu na referentni nepokretni koordinatni sistem kao funkciju od vremena, ne razmatrajući sile i momente sila koje su uzročnici tog kretanja [3]. Što znači, predmet proučavanja je analitički opis prostornog pomeranja robota u funkciji vremena, odnosno relacije između zglobnih promenljivih (generalisanih koordinata) i pozicije i orijentacije end-efektora (hvataljke) robota.

U ovom poglavlju razmotrena su dva osnovna zadatka kinematike robota (od suštinskog značaja kako u teoretskom tako i na praktičnom planu):

1. Za konkretni manipulator, za poznat vektor generalisanih koordinata (vektor zglobnih promenljivih) $q(t) = [q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t)]^T$ i zadate geometrijske parametre segmenata (n - broj stepeni slobode), treba odrediti položaj i orijentaciju end-efektora (hvataljke) manipulatora u odnosu na referentni koordinatni sistem.

2. Za željeni položaj i orijentaciju hvataljke manipulatora u odnosu na referentni koordinatni sistem i poznate geometrijske parametre segmenata, treba ispitati da li se takav položaj i orijentacija hvataljke mogu postići, i ako mogu, koliko različitih kombinacija generalisanih koordinata zglobova manipulatora postoji za takav slučaj.

Prvi od tih zadataka obično se naziva direktni, a drugi - indirektni (obrnuti, inverzni) zadatak kinematike robota. Obzirom da su zglobne promenljive manipulatora nezavisne i zadatak obično određen u odnosu na referentni nepokretni koordinatni sistem, inverzni zadatak kinematike se češće koristi. Na slici 4.2 prikazan je jednostavan blok dijagram, koji ilustruje uzajamnu vezu ovih zadataka [3, 101].



Slika 4.2. Direktni i indirektni zadatak kinematike

Pošto segmenti manipulatora vrše rotaciono i/ili translatorno kretanje u odnosu na referentni koordinatni sistem, rezultujući prostorni pomeraj hvataljke određen je rotacijama i translacijama segmenata.

U ovom radu izložen je opšti sistematski pristup rešavanja prostornog položaja segmenata robota u odnosu na apsolutni koordinatni sistem, zasnovan na primeni matrične algebre. Za opis prostornog odnosa između dva susedna segmenta koriste se 4×4 homogene transformacione matrice [3].

4.2.1.1. Direktni zadatak kinematike

Direktni zadatak kinematike svodi se na određivanje 4×4 homogene transformacione matrice koja povezuje prostorni položaj koordinatnog sistema hvataljke manipulatora sa apsolutnim koordinatnim sistemom. Ove homogene transformacione matrice koriste se takođe pri određivanju dinamičkih jednačina kretanja manipulatora, o čemu će biti reči u sledećem poglavlju. Obzirom da segmenti manipulatora vrše rotaciono i/ili translatorno kretanje u odnosu na referentni koordinatni sistem, za svaki segment određuje se koordinatni sistem, čije se ose postavljaju duž osa zglobova. Direktni zadatak kinematike svodi se na određivanje transformacione matrice, koja uspostavlja vezu između koordinatnih sistema segmenata i apsolutnog koordinatnog sistema. Za opis orijentacije pokretnih koordinatnih sistema vezanih za zglobove u odnosu na apsolutni koordinatni sistem, koristi se 3×3 rotaciona matrica. Homogene koordinate se koriste za predstavljanje vektora položaja u trodimenzionalnom prostoru, i rotacione matrice se proširuju na 4×4 homogene transformacione matrice koje uključuju i translatorni pomeraj koordinatnog početka pokretnog koordinatnog sistema u odnosu na koordinatni početak nepokretnog (baznog) koordinatnog sistema. Takve matrice opisane su u [101]. Ovakvo matrično predstavljanje za opis prostorne geometrije manipulatora prvi su koristili Denavit i Hartenberg [101]. Prednost korišćenja njihovog načina predstavljanja je ta što se dobija univerzalni algoritam za određivanje kinematičkih jednačina manipulatora.

4.2.1.2. Indirektni (inverzni) zadatak kinematike

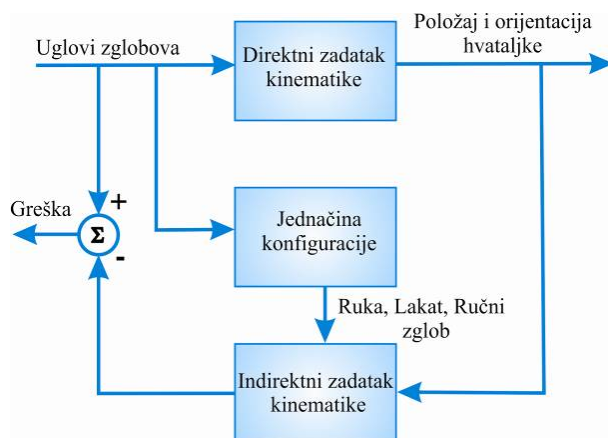
Indirektni (inverzni) zadatak kinematike obuhvata određivanje generalisanih koordinata koje odgovaraju zadatoj poziciji i orijentaciji hvataljke. Da bi mogli upravljati pozicijom i orijentacijom hvataljke manipulatora u cilju vršenja neophodnih operacija sa objektom manipulisanja, neophodno je znati rešavanje indirektnog zadatka kinematike. U opštem slučaju, rešenje inverznog problema nije jednoznačno, već postoji skup rešenja za generalisane koordinate koji odgovaraju istoj poziciji i orijentaciji hvataljke.

Postoje različite metode rešavanja indirektnog (inverznog) zadatka kinematike, u koje spadaju: metode indirektnog pretvaranja [117], matematička algebra, dualne matrice [118],

iterativna [119] i geometrijska metoda [120]. *Pajper* [121] je dobio rešenje indirektnog zadatka kinematike za bilo koji manipulator sa šest stepeni slobode koji za prva tri zglobova ima rotacione ili translatorne zglobove i kome se ose poslednja tri zglobova seku u jednoj tački. To rešenje može biti izraženo kao polinom četvrtog stepena po jednoj od nepoznatih i u zatvorenom obliku za preostale nepoznate. *Pol* i *drugi* autori [117] su za tu istu klasu manipulatora, kao i *Pajper*, predstavili korišćenje metode indirektno transformacije korišćenjem 4×4 homogenih transformacionih matrica. Nedostatak takvog pristupa predstavlja to što se iz njega ne vidi, na koji način se bira jedno rešenje od nekoliko postojećih koja odgovaraju istoj konfiguraciji robota. Po tom pitanju istraživač se mora osloniti na sopstvenu intuiciju. *Viker* i *drugi* [119, 122] i *Milenković* i *Huang* [123] predložili su iterativnu metodu rešavanja indirektnog zadatka kinematike koja se može primeniti kod većine industrijskih robota. Takav pristup zahteva veliki broj računskih operacija i ne garantuje najpogodnije rešenje. Osim toga, kao i metod indirektnog pretvaranja, metod iteracije ne ukazuje na najbolji izbor jednog rešenja od nekoliko postojećih, koja odgovaraju istoj konfiguraciji robota.

4.2.1.3. Računarska simulacija

Za proveru validnosti rešenja indirektnog zadatka kinematike robota, može biti sastavljen program za računare. Prvo se u programu generiše lokacija radnog prostora robota s obzirom na granične vrednosti zglobnih promenljivih. Zglobne promenljive (generalisane koordinate) predstavljaju ulaz u program rešenja direktnog zadatka kinematike koji formira matricu manipulatora T . Zglobne promenljive se koriste takođe u jednačinama konfiguracije, od kojih se određuju vrednosti tri indikatora konfiguracije robota. Vrednosti indikatora zajedno sa matricom T predstavljaju ulaze u program rešavanja indirektnog zadatka kinematike, koji izračunava vrednosti zglobnih promenljivih, koje treba da se poklope sa vrednostima koje su predstavljale ulaz u program rešavanja direktnog zadatka kinematike. Blok dijagram računarske simulacije predstavljen je na slici 4.3 [3, 117].



Slika 4.3. Blok dijagram računarske simulacije indirektnog zadatka kinematike

4.2.2. MATRICE ROTACIONE TRANSFORMACIJE

Rotaciona matrica veličine 3×3 može biti definisana kao transformaciona matrica koja služi da vektor položaja u trodimenzionalnom euklidskom prostoru izražen u koordinatama pokretnog rotacionog koordinatnog sistema prevede u koordinate referentnog nepokretnog koordinatnog sistema. Na slici 4.4 su prikazana dva pravouga koordinatna sistema. Jedan je nepokretni, a drugi pokretni koordinatni sistem. Jedinični vektori nepokretnog koordinatnog sistema (*u daljem tekstu, vektorske veličine pisane su malim slovima boldirano, a matrice*

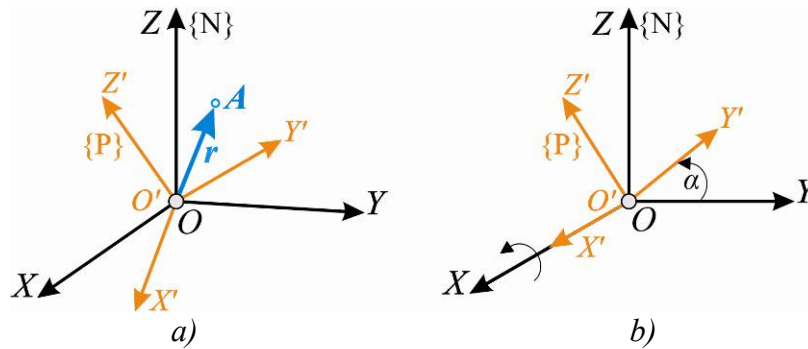
velikim slovima boldirano) sa koordinatnim početkom u tački O , su: $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$. Jedinični vektori pokretnog koordinatnog sistema sa koordinatnim početkom u tački O' , su: $(\mathbf{i}', \mathbf{j}', \mathbf{k}')$. Uz pomoć matrica rotacione transformacije, koordinate iz jednog mogu se prevesti u drugi koordinatni sistem. Obzirom da većina manipulacionih robota ima individualne mogućnosti kretanja svakog zgloba, koje se ogledaju u konačnim translacionim ili rotacionim pomeranjima, neophodno je odrediti uniformnu metodologiju za izvođenje transformacija koordinata sa jednog koordinatnog sistema na drugi. [3, 101, 117].

Na slici 4.4a i vektor položaja \mathbf{r} tačke A u nepokretnom koordinatnom sistemu $\{N\}$ može se definisati jednačinom:

$$\mathbf{r} = r_x \mathbf{i} + r_y \mathbf{j} + r_z \mathbf{k} \quad (4.2.2.1)$$

gde su:

r_x, r_y, r_z - projekcije vektora \mathbf{r} u pravcu koordinatnih osa x, y, z , sa jediničnim vektorima $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$, respektivno.



Slika 4.4. Položaj vektora \mathbf{r} tačke A : a) Nepokretni $\{N\}$ i pokretni $\{P\}$ koordinatni sistem, b) Rotacija oko x ose za fiksni ugao α

Na sličan način se može definisati vektor položaja \mathbf{r} tačke A u pokretnom koordinatnom sistemu $\{P\}$:

$$\mathbf{r} = r_{x'} \mathbf{i}' + r_{y'} \mathbf{j}' + r_{z'} \mathbf{k}' \quad (4.2.2.2)$$

gde su:

$r_{x'}, r_{y'}, r_{z'}$ - projekcije vektora \mathbf{r} u pravcu koordinatnih osa x', y', z' , sa jediničnim vektorima $\mathbf{i}', \mathbf{j}', \mathbf{k}'$, respektivno.

Iz jednačina (4.2.2.1) i (4.2.2.2) lako se može zaključiti:

$$r_x \mathbf{i} + r_y \mathbf{j} + r_z \mathbf{k} = r_{x'} \mathbf{i}' + r_{y'} \mathbf{j}' + r_{z'} \mathbf{k}' \quad (4.2.2.3)$$

Ako se jedn. (4.2.3) skalarno pomnoži jediničnim vektorom \mathbf{i} dobija se:

$$r_x = (\mathbf{i} \cdot \mathbf{i}) r_{x'} + (\mathbf{j} \cdot \mathbf{i}) r_{y'} + (\mathbf{k} \cdot \mathbf{i}) r_{z'} \quad (4.2.2.4)$$

Na sličan način, množenjem jediničnim vektorima \mathbf{j} , pa zatim \mathbf{k} dobija se:

$$r_y = (\mathbf{i}' \cdot \mathbf{j}) r_{x'} + (\mathbf{j}' \cdot \mathbf{j}) r_{y'} + (\mathbf{k}' \cdot \mathbf{j}) r_{z'} \quad (4.2.2.5)$$

$$r_z = (\mathbf{i}' \cdot \mathbf{k}) r_{x'} + (\mathbf{j}' \cdot \mathbf{k}) r_{y'} + (\mathbf{k}' \cdot \mathbf{k}) r_{z'} \quad (4.2.2.6)$$

Iz jednačina (4.2.2.4 - 4.2.2.5 i 4.2.2.6) može se zaključiti da je:

$$\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{i} \cdot \mathbf{i}' & \mathbf{j} \cdot \mathbf{i}' & \mathbf{k} \cdot \mathbf{i}' \\ \mathbf{i}' \cdot \mathbf{j} & \mathbf{j}' \cdot \mathbf{j} & \mathbf{k}' \cdot \mathbf{j} \\ \mathbf{i}' \cdot \mathbf{k} & \mathbf{j}' \cdot \mathbf{k} & \mathbf{k}' \cdot \mathbf{k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{x'} \\ r_{y'} \\ r_{z'} \end{bmatrix} \quad (4.2.2.7)$$

gde je:

${}^N \mathbf{R}_P$ - generalni izraz za matricu rotacione transformacije sa pokretnog $\{P\}$ na nepokretni $\{N\}$ koordinatni sistem i ima sledeći oblik:

$${}^N \mathbf{R}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{i} \cdot \mathbf{i}' & \mathbf{i} \cdot \mathbf{j}' & \mathbf{i} \cdot \mathbf{k}' \\ \mathbf{j} \cdot \mathbf{i}' & \mathbf{j} \cdot \mathbf{j}' & \mathbf{j} \cdot \mathbf{k}' \\ \mathbf{k} \cdot \mathbf{i}' & \mathbf{k} \cdot \mathbf{j}' & \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \angle(\mathbf{i}, \mathbf{i}') & \cos \angle(\mathbf{i}, \mathbf{j}') & \cos \angle(\mathbf{i}, \mathbf{k}') \\ \cos \angle(\mathbf{j}, \mathbf{i}') & \cos \angle(\mathbf{j}, \mathbf{j}') & \cos \angle(\mathbf{j}, \mathbf{k}') \\ \cos \angle(\mathbf{k}, \mathbf{i}') & \cos \angle(\mathbf{k}, \mathbf{j}') & \cos \angle(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \end{bmatrix} \quad (4.2.2.8)$$

Na sličan način mogu se dobiti koordinate vektora \mathbf{r} u pokretnom koordinatnom sistemu uz pomoć koordinata istog vektora u nepokretnom sistemu i matrice rotacione transformacije:

$$\begin{bmatrix} r_{x'} \\ r_{y'} \\ r_{z'} \end{bmatrix} = [{}^P \mathbf{R}_N] \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}' \cdot \mathbf{i} & \mathbf{i}' \cdot \mathbf{j} & \mathbf{i}' \cdot \mathbf{k} \\ \mathbf{j}' \cdot \mathbf{i} & \mathbf{j}' \cdot \mathbf{j} & \mathbf{j}' \cdot \mathbf{k} \\ \mathbf{k}' \cdot \mathbf{i} & \mathbf{k}' \cdot \mathbf{j} & \mathbf{k}' \cdot \mathbf{k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} \quad (4.2.2.9)$$

Pošto je skalarni proizvod vektora komutativan, iz jednačina (4.2.2.8) i (4.2.2.9) se vidi da je:

$${}^P \mathbf{R}_N = [{}^N \mathbf{R}_p]^{-1} = [{}^N \mathbf{R}_p]^T \quad (4.2.2.10)$$

Odnosno, može se definisati matrica \mathbf{Q} koja će biti jednaka:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T \quad (4.2.2.11)$$

i važi:

$$\mathbf{Q}\mathbf{R} = \mathbf{R}^T \mathbf{R} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{R} = \mathbf{I}_3 \quad (4.2.2.12)$$

gde je:

\mathbf{I}_3 - jedinična 3×3 matrica.

Transformacije date jednačinama (4.2.2.7) ili (4.2.2.9) nazivaju se *ortogonalne transformacije*, i pošto su svi vektori u skalarnom proizvodu jedinični vektori, mogu se takođe nazvati i *ortonormalne transformacije* [124].

Kod manipulacionih robota pokretni segmenti se najčešće sastavljaju tako da se njihovo zakretanje ne vrši istovremeno po sve tri ose. Obično se ta kretanja vrše postupno, uglavnom oko jedne ose, a kod nekih manipulatora kinematički parovi dozvoljavaju jedno ili dva zakretanja. Zbog toga je od praktičnog značaja pronalaženje rotacionih matrica koje predstavljaju rotacije pokretnog koordinatnog sistema oko svake od osa nepokretnog koordinatnog sistema pojedinačno [125].

Za slučaj rotacije oko Ox -ose za ugao α , kao što je prikazano na slici 4.4b, matrica rotacione transformacije ima oblik:

$${}^N \mathbf{R}_p(x; \alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{j} \cdot \mathbf{j}' & \mathbf{j} \cdot \mathbf{k}' \\ 0 & \mathbf{k} \cdot \mathbf{j}' & \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (4.2.2.13)$$

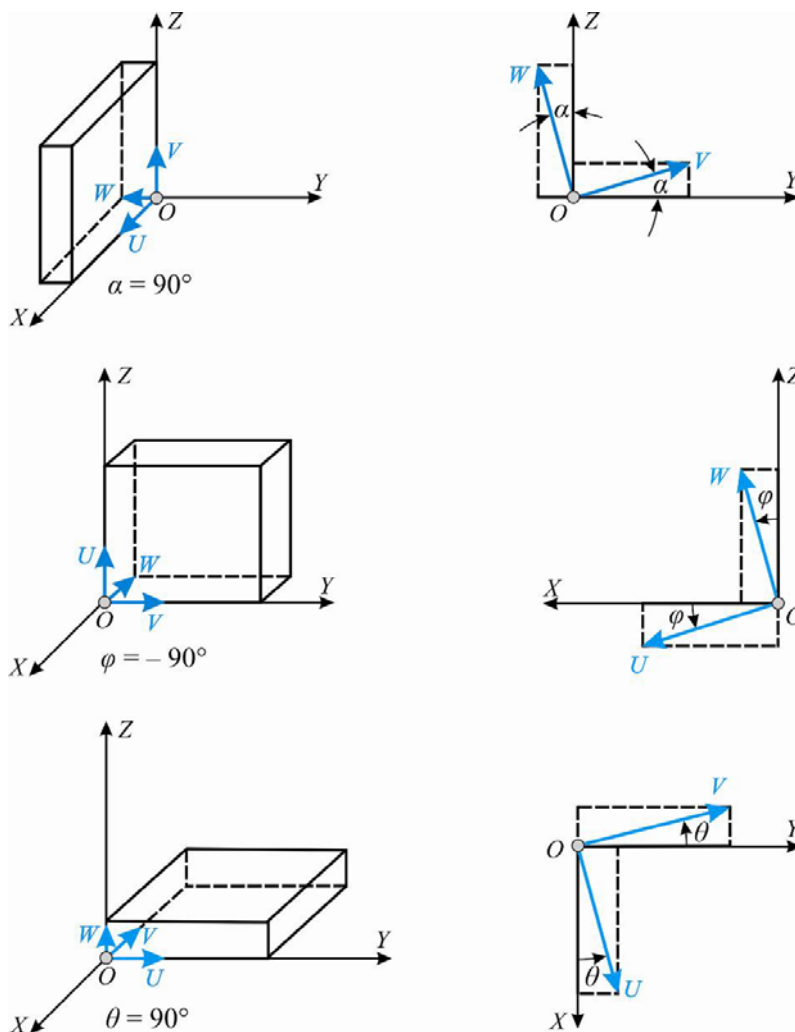
Slično, za slučaj rotacije oko ose Oy za ugao φ , i oko ose Oz za ugao θ , kao što je prikazano na slici 4.5, matrice rotacione transformacije, respektivno, imaju oblik:

$${}^N \mathbf{R}_p(y; \varphi) = \begin{bmatrix} \mathbf{i} \cdot \mathbf{i}' & 0 & \mathbf{i} \cdot \mathbf{k}' \\ 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{k} \cdot \mathbf{i}' & 0 & \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (4.2.2.14)$$

$${}^N \mathbf{R}_p(z; \theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{i} \cdot \mathbf{i}' & \mathbf{i} \cdot \mathbf{j}' & 0 \\ \mathbf{j} \cdot \mathbf{i}' & \mathbf{j} \cdot \mathbf{j}' & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2.2.15)$$

Matrice $\mathbf{R}_{x,\alpha}$ (jednačina (4.2.2.13), $\mathbf{R}_{y,\varphi}$ (jednačina 4.2.2.14), i $\mathbf{R}_{z,\theta}$ (jednačina 4.2.2.15) nazivaju se *osnovne rotacione matrice*. Za slučajeve kada zglobovi između dva segmenta dozvoljavaju dve ili tri rotacije, konačna rotaciona matrica može se dobiti umnožavanjem osnovnih matrica po određenom redosledu [108, 125].

- Osobine rotacionih matrica transformacije [126]:
- determinanta rotacione matrice je jednaka jedinici,
 - norma bilo koje vrste ili kolone rotacione matrice je jedinica,
 - skalarni proizvod vektora bilo koje vrste ili kolone sa vektorom druge vrste ili kolone (osim sebe same) je nula,
 - inverzna matrica rotacione matrice je takođe matrica rotacione transformacije i jednaka je transponovanoj matrici originalne matrice: $\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T$ i
 - proizvod rotacionih matrica je takođe rotaciona matrica.



Slika 4.5. Zarotirani koordinatni sistemi

4.2.3. HOMOGENE KOORDINATE I TRANSFORMACIONE MATRICE

Pošto rotacione matrice 3×3 ne daju dovoljno podataka i informacije o translaciji i globalnoj razmeri, dodata je četvrta koordinata ili komponenta, pomoću koje se vektor položaja $\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z)^T$ dat u trodimenzionalnom prostoru može izraziti u takozvanim homogenim koordinatama kao:

$$\mathbf{p} = (wp_x, wp_y, wp_z, w)^T.$$

Koncept predstavljanja tačke u trodimenzionalnom euklidskom prostoru u homogenim koordinatama je koristan za pronalaženje transformacionih matrica koje uključuju rotaciju, translaciju, razmeru i promenu perspektive. Generalno, predstavljanje N - komponentnog vektora položaja kao $(N+1)$ - komponentnog vektora naziva se *predstavljanje u homogenim*

koordinatama. U takvom načinu predstavljanja, dodata ($N+1$) - a koordinata je koordinata w . Fizičke koordinate su povezane sa homogenim koordinatama sledećim relacijama:

$$p_x = \frac{wp_x}{w} ; p_y = \frac{wp_y}{w} ; p_z = \frac{wp_z}{w} .$$

Treba napomenuti da nema jedinstvenih homogenih koordinata za predstavljanje vektora položaja u trodimenzionalnom prostoru. Na primer, $\mathbf{p}_1 = (w_1p_x, w_1p_y, w_1p_z, w_1)^T$ i $\mathbf{p}_2 = (w_2p_x, w_2p_y, w_2p_z, w_2)^T$ su homogene koordinate koje predstavljaju isti vektor položaja $\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z)^T$. Ipak, jedna od njih mogu predstavljati, na primer, četvrtu koordinatu w kao faktor razmere. Ako je ta koordinata, koja predstavlja faktor razmere, jedinična ($w = 1$), tada će homogene transformacione koordinate vektora položaja biti iste kao fizičke koordinate vektora. U robotskim aplikacijama, ovaj faktor razmere je uvek jednak jedinici, ali se često koristi u kompjuterskoj grafici, kao univerzalni faktor razmere (*scale factor*) koji može imati bilo koju pozitivnu vrednost.

Homogena transformaciona matrica je 4×4 matrica pomoću koje se može vektor položaja izražen u homogenim koordinatama jednog koordinatnog sistema izraziti u homogenim koordinatama drugog koordinatnog sistema. Smatra se da se homogena transformaciona matrica sastoji iz četiri submatrice [124, 125]:

$$\mathbf{T} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{R}_{3 \times 3} & \mathbf{p}_{3 \times 1} \\ \hline \mathbf{f}_{1 \times 3} & 1 \times 1 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} \text{matrica} & \text{vektor} \\ \text{rotacije} & \text{translacije} \\ \hline & \\ \text{vektor} & \text{faktor} \\ \text{perspektive} & \text{skaliranja} \end{array} \right] \quad (4.2.2.16)$$

Matrica formirana na sledeći način od matrice rotacije i vektora translacije između dva koordinatna sistema naziva se matricom homogene transformacije i obeležava se sa \mathbf{T} . Matrica \mathbf{R} definiše rotaciju između dva posmatrana koordinatna sistema, a vektor \mathbf{p} translaciju između njihovih koordinatnih početaka. Vektor iz poslednje vrste matrice \mathbf{T} , vektor $[0 \ 0 \ 0]$ se naziva vektorom perspektive, a član $\mathbf{T}(0 \ 0)$ faktorom skaliranja. U svim primerima koji su od interesa za nas, vektor perspektive i faktor skaliranja će biti konstantni.

Prema tome, pomoću homogenih transformacija se u okviru iste matrice objedinjavaju transformacije koordinata nastale usled rotacije i translacije između dva koordinatna sistema. Ukupna transformacija nastala kao rezultat niza sukcesivnih transformacija se, kao i u slučaju rotacija, dobija uzastopnim množenjem matrica odgovarajućih homogenih transformacija redosledom kojim su se događale. Pravila za slaganje rotacija i redosled transformacija, koje su izvedene za rotaciju, u potpunosti važe i za homogene transformacije.

Gornja leva 3×3 podmatrica (submatrica) predstavlja rotacionu matricu i može se definisati kao matrica transformacije koja deluje na vektor položaja u trodimenzionalnom euklidskom prostoru i položaj njegovih koordinata izražen u rotiranom koordinatnom sistemu $Ouvw$ (telo-ram-veza) na referentni koordinatni sistem $Oxyz$. Gornja desna 3×1 podmatrica predstavlja vektor položaja (vektor translacije) koordinatnog početka zarotiranog koordinatnog sistema u odnosu na referentni koordinatni sistem. Donja leva 1×3 podmatrica predstavlja promenu perspektive (vektor perspektive). Četvrti element u donjem desnom uglu predstavlja dijagonalni globalni faktor razmere (faktor skaliranja). Kod manipulacionih robota, homogena transformaciona matrica se koristi da objasni geometrijsku povezanost između pokretnih koordinatnih sistema zglobova $Ouvw$ i nepokretnog (referentnog) baznog koordinatnog sistema $Oxyz$.

U primeni industrijskih robota, obično oblik homogene matrice transformacija je:

$$\mathbf{T} = \left[\begin{array}{ccc|c} \mathbf{R} & & \mathbf{p} & \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

To opisuje odnos između Dekartovog pravouglog koordinatnog sistema u smislu Dekartove translacije, vektora \mathbf{p} , i orijentacije izražene kao 3×3 ortonormalne matrice rotacije, \mathbf{R} .

Ako je vektor položaja \mathbf{p} u trodimenzionalnom prostoru izražen u homogenim koordinatama, $\mathbf{p} = [p_x, p_y, p_z, 1]^T$, korišćenjem koncepta transformacionih matrica, 3×3 rotaciona matrica može biti proširena na 4×4 homogenu transformacionu matricu \mathbf{T}_{rot} za čistu rotaciju. Na taj način, jednačine (4.2.2.13)-(4.2.2.15) izražene kao homogene transformacione matrice, imaju oblik:

$$\mathbf{T}_{x,\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \mathbf{T}_{y,\varphi} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \mathbf{T}_{z,\theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2.2.17)$$

Ove rotacione matrice dimenzija 4×4 nazivaju se *osnovne homogene rotacione matrice*.

Gornja desna 3×1 podmatrica homogene transformacione matrice date izrazom (4.2.2.16) predstavlja efekat translacije pokretnog koordinatnog sistema čije su ose paralelne sa osama referentnog koordinatnog sistema, ali čiji je koordinatni početak na rastojanju (dx , dy , dz) od koordinatnog početka referentnog sistema.

$$\mathbf{T}_{tran} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & dx \\ 0 & 1 & 0 & dy \\ 0 & 0 & 1 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2.2.18)$$

Ova 4×4 transformaciona matrica naziva se *osnovna homogena matrica translacije*.

Donja leva 1×3 podmatrica homogene transformacione matrice predstavlja promenu perspektive, koja se koristi za robotsku viziju i kalibraciju kamere modela. U ovom radu, elementi te podmatrice imaju uvek vrednost nula, što označava nultu promenu perspektive.

Elementi glavne dijagonale homogene transformacione matrice određuju lokalnu i globalnu razmeru. Prva tri dijagonalna elementa određuju lokalno „istezanje” ili razmeru, kao:

$$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax \\ by \\ cz \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.2.2.19)$$

Prema tome, vrednosti koordinata se „rastežu” skalarno, skalarima a , b i c , respektivno. Važno je primetiti da osnovne rotacione matrice \mathbf{T}_{rot} ne proizvode takav efekat.

Četvrti element glavne dijagonale je faktor globalne razmere:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ s \end{bmatrix} \quad (4.2.2.20)$$

gde je:

$s > 0$. Fizičke Dekartove koordinate vektora su:

$$p_x = \frac{x}{s}; \quad p_y = \frac{y}{s}; \quad p_z = \frac{z}{s}; \quad w = \frac{s}{s} = 1 \quad (4.2.2.21)$$

Na taj način, četvrti dijagonalni element homogene transformacione matrice ima

efekat globalnog smanjenja koordinata ako je $s > 1$ i globalnog povećanja koordinata ako je $0 < s < 1$.

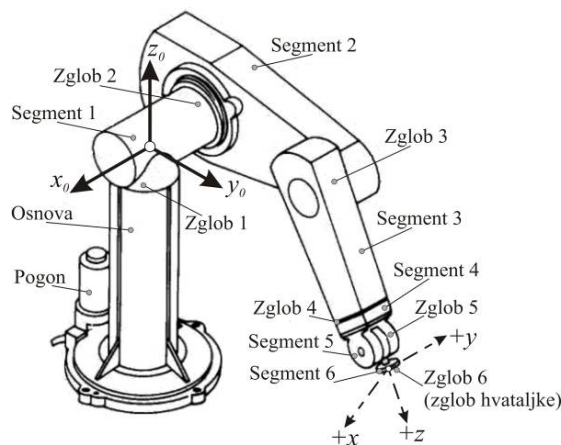
Tako 4×4 homogena transformaciona matrica prevodi vektor izražen u homogenim koordinatama nekog koordinatnog sistema $Ouvw$ u homogene koordinate referentnog koordinatnog sistema $Oxyz$, to jest za $w=1$ može se pisati [127, 128]:

$$\mathbf{p}_{xyz} = \mathbf{T} \mathbf{p}_{uvw} \quad (4.2.2.22a)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & p_x \\ n_y & s_y & a_y & p_y \\ n_z & s_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{s} & \mathbf{a} & \mathbf{p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2.2.22b)$$

4.2.4. PREDSTAVLJANJE DENAVIT- HARTENBERGOVIH PARAMETARA

U svojim studijama Denavit i Hartenberg [101] još 1955. razvijaju notaciju za dodeljivanje ortonormalnih koordinata za par susednih veza u jednom otvorenom kinematičkom lancu. Procedura uključuje pronalaženje veza između koordinata i njihovo korišćenje za pronalaženje 4×4 homogenih transformacionih matrica, sastavljenih od četiri posebne submatrice, radi transformacije koordinata iz svog u susedni koordinatni sistem. *D-H* notacija je od velikog značaja u robotici, gde se manipulator može modelovati kao više povezanih čvrstih tela (segmentata). Između dva tela postoji veza koja dozvoljava relativno kretanje između njih. Većina industrijskih robota predstavljaju otvoren kinematički lanac i sadrže osnovu, zglobove, segmente i hvataljku. Sposobnost upravljanja hvataljkom robota u trodimenzionalnom prostoru zahteva poznavanje povezanosti između zglobova manipulatora i pozicije i orijentacije hvataljke. Ta povezanost podrazumeva poznavanje i razumevanje matrica rotacione transformacije i vektora translacije.



Slika 4.6. Segmenti i zglobovi industrijskog robota Puma 560

Denavit-Hartenbergovi parametri (u daljem tekstu *D-H* parametri) kod manipulacionih robota pomažu da se sistematski izvedu transformacije sa posmatranog zgloba na susedni zglob. Kao rezultat, moguće je odrediti transformacije koordinata iz koordinatnog sistema hvataljke na koordinatni sistem osnove manipulatora (slika 4.6).

Neka je \mathbf{p}^N vektor položaja tačke A u nepokretnom koordinatnom sistemu $\{N\}$ (sl.4.4a). Ista tačka može biti predstavljena vektorom \mathbf{p}^P u pokretnom koordinatnom sistemu $\{P\}$. Na osnovu jednačine (4.2.2.7) može se pisati:

$$\mathbf{p}^N = {}^N \mathbf{R}_P \mathbf{p}^P \quad (4.2.2.23)$$

Analizirajmo sada drugi slučaj dva koordinatna sistema gde je koordinatni početak O' pokretnog koordinatnog sistema definisan vektorom položaja d^N u odnosu na koordinatni početak O nepokretnog koordinatnog sistema (slika 4.7).

Na osnovu prethodnih analiza, ako je $d^N = 0$, može se pisati: $p^N = {}^N R_P p^P$. Međutim, pošto se tačke O i O' ne poklapaju, odnosno $d^N \neq 0$, tada je:

$$p^N = {}^N R_P p^P + d^N \quad (4.2.2.24)$$

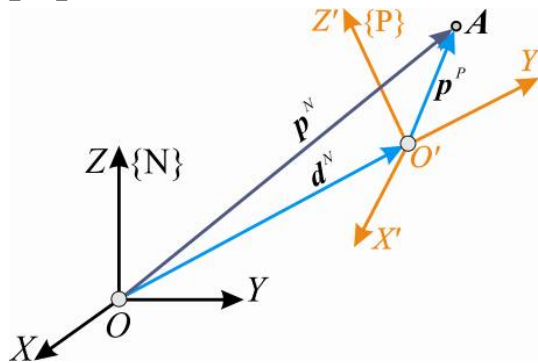
gde su:

${}^N R_P$ - matrica rotacione transformacije pokretnog koordinatnog sistema u odnosu na nepokretni i

d^N - izražen u nepokretnom koordinatnom sistemu, vektor položaja koordinatnog početka O' pokretnog u odnosu na koordinatni početak O nepokretnog koordinatnog sistema.

Tada je:

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}^N = \begin{bmatrix} {}^N R_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}^P + \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \end{bmatrix}^N \quad (4.2.2.25)$$



Slika 4.7. Pokretni koordinatni sistem definisan vektorom položaja d^N

Matrica rotacione transformacije i vektor pomeraja koordinatnog početka pokretnog koordinatnog sistema su submatrice 4×4 homogene transformacione matrice ${}^N A_P$. Jednačina (4.2.2.24) i (4.2.2.25) su iste, samo što je jednačina (4.2.2.24) napisana u vektorskom obliku.

Jednačina (4.2.2.26) obezbeđuje izraz za 4×4 homogenu transformacionu matricu ${}^N A_P$. Dakle, može se pisati:

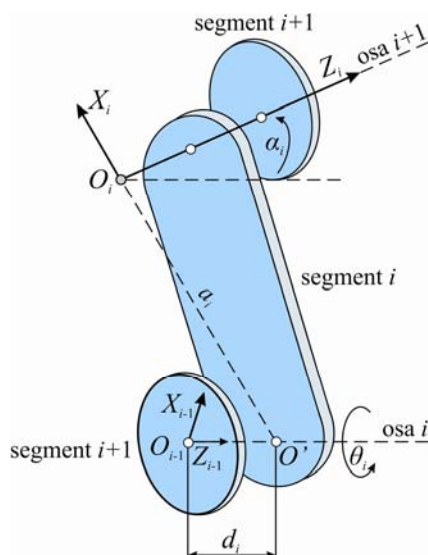
$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}^N = \begin{bmatrix} {}^N R_{P_{3 \times 3}} & d_{N_{3 \times 1}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}^P \Rightarrow {}^N A_P = \begin{bmatrix} {}^N R_{P_{3 \times 3}} & d_{N_{3 \times 1}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2.2.26)$$

Kada je opisana opšta povezanost između koordinatnih sistema, mogu se diskutovati $D-H$ parametri. Na slici 4.8, segment i povezuje segment $i-1$ sa segmentom $i+1$. Slika je korišćena za demonstraciju koraka obavljenih u određivanju Denavit-Hartenberg-ovih parametara. $D-H$ notacija je dodeljivanje prostornih koordinatnih sistema različitim zglobovima manipulatora. Metod uključuje određivanje četiri parametra potrebna za dobijanje kompletne homogene transformacione matrice. Ovi parametri su definisani[101]:

- dužina veze ili segmenta a_i - najkraće rastojanje između osa zglobova z_{i-1} i z_i (rastojanje od preseka ose z_{i-1} sa osom x_i do koordinatnog početka i -tog koordinatnog sistema, mereno duž x_i ose;
- ugao zakretanja α_i - ugao između osa zglobova z_{i-1} i z_i meren u ravni normalnoj na a_i (ugao rotacije oko x_i ose, potreban da se osa z_{i-1} dovede u paralelan položaj sa osom z_i , korišćenjem pravila desne ruke);

- rastojanje između segmenata (ofset) d_i -rastojanje od početka $i-1$ -og koordinatnog sistema do preseka ose z_{i-1} sa osom x_i , mereno duž ose z_{i-1} ;
- ugao zgloba θ_i - ugao rotacije oko z_{i-1} ose, potreban da se osa x_{i-1} dovede u paralelan položaj sa osom x_i (korišćenjem pravila desne ruke).

Parametri a_i i α_i su definisani geometrijom manipulatora i imaju konstantne vrednosti zasnovane na geometriji manipulatora, dok parametri d_i i θ_i mogu biti promenljivi (u zavisnosti od toga da li je zglob translatorni ili obrtni).



Slika 4.8. Šematski prikaz susednih osa sa izabranim prostornim koordinatnim sistemima za određivanje Denavit-Hartenberg-ovih parametara;
 d_i - rastojanje između segmenata $i-1$ i $i+1$, a_i - dužina veze
 $\alpha_i = z_{i-1} \xrightarrow{\text{oko } x_i} z_i$, $\theta_i = x_{i-1} \xrightarrow{\text{oko } z_{i-1}} x_i$

U svakom manipulatoru postoje dva tipa zglobova (veza): *rotacioni* i *translatorni*. Obrtni zglob dozvoljava rotaciju između dva segmenta oko jedne ose. Translatorski zglob dozvoljava translatorsko kretanje (klizanje) duž jedne ose. U obrtnom zglobu, rastojanje između segmenata d je konstantno. Kod translatorskih zglobova, to rastojanje je promenljivo i ugao zgloba θ je obično nula. Dužina veze a_i i ugao zakretanja α_i određeni su geometrijom manipulatora i zbog toga su konstantne vrednosti.

4.2.4.1. Algoritam za određivanje homogenih transformacionih matrica 0A_n

Posle određivanja $D-H$ parametara, sledeći korak je izvođenje homogenih transformacionih matrica za preračunavanje koordinata sa i -tog na $i-1$ koordinatni sistem. Za preračunavanje koordinata iz prostornog koordinatnog sistema $\{F_i\}$ u sistem $\{F_{i-1}\}$, potrebno je izvršiti sledeće transformacije [133.]:

1. Rotaciju oko ose z_{i-1} za ugao θ_i potreban da se osa x_{i-1} dovede u paralelan položaj sa osom x_i , tako da bude usmerena u istom smeru.
2. Translaciju duž ose z_{i-1} za rastojanje d_i potrebno da se ose x_{i-1} i x_i dovedu u podudaran položaj.
3. Translaciju duž ose x_i za rastojanje a_i potrebno da se koordinatni početci i -tog i $i-1$ zgloba dovedu u podudaran položaj.
4. Rotaciju oko ose x_i za ugao α_i potreban da se koordinatni sistemi i -tog i $i-1$ zgloba dovedu u podudaran položaj.

Svaka od ove četiri operacije može se izraziti osnovnim homogenim rotacionim ili translacionim matricama. Proizvod dobijene četiri osnovne homogene transformacione

matrice određenim redosledom, daje složenu homogenu transformacionu matricu ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$ poznatu kao *D-H* transformacionu matricu za susedne koordinatne sisteme i i $i-1$.

Za rotacione zglobove *D-H* homogena transformaciona matrica će imati oblik:

$${}^{i-1}\mathbf{A}_i = {}^{i-1}\mathbf{T}_{i,z,d} {}^{i-1}\mathbf{T}_{i,q} {}^{i-1}\mathbf{T}_{i,x,a} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & 0 \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_i & -\sin\alpha_i & 0 \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Kada se prethodno napisane matrice izmnože, dobija se:

$${}^{i-1}\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \sin\theta_i \sin\alpha_i & a_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & -\cos\theta_i \sin\alpha_i & a_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2.2.27)$$

Inverzna matrica prethodno napisane matrice određuje transformaciju za preračunavanje koordinata iz $i-1$ -og u i -ti koordinatni sistem:

$$\left[{}^{i-1}\mathbf{A}_i \right]^{-1} = {}^i\mathbf{A}_{i-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & \sin\theta_i & 0 & -a_i \\ -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & \sin\alpha_i & -d_i \sin\alpha_i \\ \sin\theta_i \sin\alpha_i & -\cos\theta_i \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & -d_i \cos\alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2.2.28)$$

gde su za rotacione zglobove:

α_i, a_i, d_i - konstante,

θ_i - promenljivi zglob.

Za translatorne zglobove, promenljiva zgloba je d_i , a konstante α_i, a_i, θ_i , pa će *D-H* homogena transformaciona matrica imati oblik:

$${}^{i-1}\mathbf{A}_i = {}^{i-1}\mathbf{T}_{i,z,0} {}^{i-1}\mathbf{T}_{i,z,d} {}^{i-1}\mathbf{T}_{i,x,\alpha} = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \sin\theta_i \sin\alpha_i & 0 \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & -\cos\theta_i \sin\alpha_i & 0 \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2.2.29)$$

I njena inverzna matrica:

$$\left[{}^{i-1}\mathbf{A}_i \right]^{-1} = {}^i\mathbf{A}_{i-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & \sin\theta_i & 0 & 0 \\ -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & \sin\alpha_i & -d_i \sin\alpha_i \\ \sin\theta_i \sin\alpha_i & -\cos\theta_i \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & -d_i \cos\alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2.2.30)$$

Korišćenjem *D-H* homogene transformacione matrice ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$ može se tačka koja pripada segmentu i manipulatora, određena vektorom položaja \mathbf{p}_i i predstavljena homogenim koordinatama u i -tom koordinatnom sistemu, izraziti u $i-1$ -om koordinatnom sistemu vezanom za $i-1$ segment manipulatora kao:

$$\mathbf{p}_{i-1} = {}^{i-1}\mathbf{A}_i \mathbf{p}_i \quad (4.2.2.31)$$

gde je:

$$\mathbf{p}_{i-1} = (x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1}, 1)^T, \text{ a } \mathbf{p}_i = (x_i, y_i, z_i, 1)^T.$$

Homogena $D-H$ transformaciona matrica potrebna za preračunavanje koordinata iz i -tog u susjedni $i-1$ koordinatni sistem, može se predstaviti i kao:

$${}^{i-1}\mathbf{A}_i = {}^{i-1}\mathbf{A}_{i'} \cdot {}^{i'}\mathbf{A}_i \quad (4.2.2.32)$$

U matrici ${}^{i-1}\mathbf{A}_{i'}$ sadrži se rotacija oko ose z_{i-1} za ugao θ_i potreban da se osa x_{i-1} dovede u paralelan položaj sa osom x_i i translacija duž ose z_{i-1} za rastojanje d_i potrebno da se ose x_{i-1} i x_i dovedu u podudaran položaj, dok se u matrici ${}^{i'}\mathbf{A}_i$ sadrži translacija duž ose x_i za rastojanje a_i potrebno da se koordinatni početci i -tog i $i-1$ zgloba dovedu u podudaran položaj i rotacija oko ose x_i za ugao α_i potreban da se koordinatni sistemi i -tog i $i-1$ zgloba dovedu u podudaran položaj. Izrazi za ${}^{i-1}\mathbf{A}_{i'}$ i ${}^{i'}\mathbf{A}_i$ su:

$${}^{i-1}\mathbf{A}_{i'} = \begin{bmatrix} & & 0 \\ & {}^{i-1}\mathbf{R}_{i_z, \theta} & 0 \\ & & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2.2.33)$$

$${}^{i'}\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} & & a_i \\ & {}^{i-1}\mathbf{R}_{i_x, \alpha} & 0 \\ & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2.2.34)$$

gde je:

${}^{i-1}\mathbf{R}_{i_z, \theta}$ i ${}^{i-1}\mathbf{R}_{i_x, \alpha}$ predstavljaju gornje leve podmatrice osnovnih rotacionih homogenih transformacionih matrica ${}^{i-1}\mathbf{T}_{i_z, \theta}$ i ${}^{i-1}\mathbf{T}_{i_x, \alpha}$, respektivno, ili osnovne rotacione matrice.

Prema tome, biće:

$${}^{i-1}\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} & & 0 \\ & {}^{i-1}\mathbf{R}_{i_z, \theta} & 0 \\ & & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} & & a_i \\ & {}^{i-1}\mathbf{R}_{i_x, \alpha} & 0 \\ & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & \\ {}^{i-1}\mathbf{R}_{i_z, \theta} & {}^{i-1}\mathbf{R}_{i_x, \alpha} & & \\ & & & \\ 0 & & & 1 \end{bmatrix} \mathbf{s}_i \quad (4.2.2.35)$$

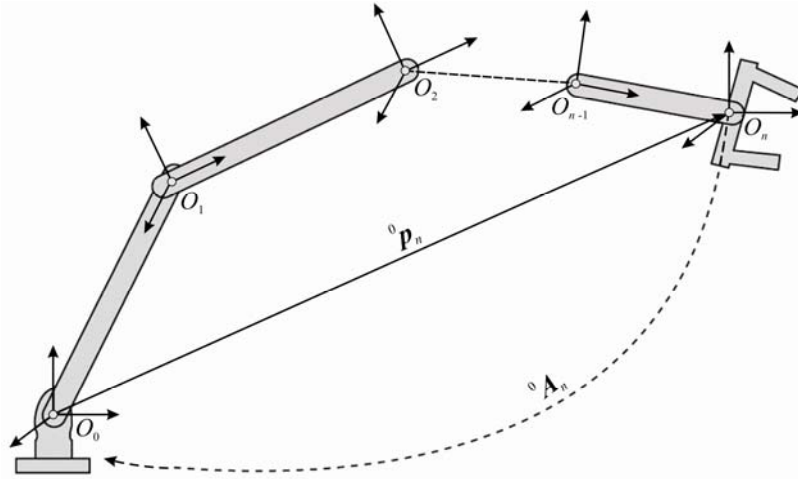
pri čemu je:

$$\begin{aligned} {}^{i-1}\mathbf{R}_{i_z, \theta} {}^{i-1}\mathbf{R}_{i_x, \alpha} &= \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \theta_i \sin \alpha_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & -\cos \theta_i \sin \alpha_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.2.2.36)$$

$${}^{i-1}\mathbf{R}_{i_z, \theta} \mathbf{s}_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ d_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_i \cos \theta_i \\ a_i \sin \theta_i \\ d_i \end{bmatrix} \quad (4.2.2.37)$$

gde je:

$$\mathbf{s}_i = \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ d_i \end{bmatrix} \quad (4.2.2.38)$$



Slika 4.9. Transformacija sa koordinatnog sistema hvataljke na bazni koordinatni sistem

Idući od n -tog ka baznom koordinatnom sistemu dobija se sledeći niz:

$${}^0A_n = {}^0A_1 \cdot {}^1A_2 \cdot \dots \cdot {}^{n-1}A_n = \prod_{i=1}^n {}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} {}^0R_n & {}^0p_n \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2.2.39)$$

Jednačina (4.2.2.39) predstavlja $D-H$ homogenu transformacionu matricu za preračunavanje koordinata iz koord. sistema hvataljke na bazni koordinatni sistem manipulatora (sl. 4.9).

Na osnovu jednačina (4.2.2.35) i (4.2.2.39) može se pisati:

$${}^0R_n = \begin{pmatrix} {}^0R_{1z,0} & {}^0R_{1x,\alpha} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^1R_{2z,0} & {}^1R_{2x,\alpha} \end{pmatrix} \dots \begin{pmatrix} {}^{n-1}R_{nz,0} & {}^{n-1}R_{nx,\alpha} \end{pmatrix} \quad (4.2.2.40)$$

$${}^0d_6 = {}^0p_n = \begin{pmatrix} {}^0R_{1z,0} & {}^0R_{1x,\alpha} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^1R_{2z,0} & {}^1R_{2x,\alpha} \end{pmatrix} s_1 + \dots + \begin{pmatrix} {}^0R_{1z,0} & {}^0R_{1x,\alpha} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^1R_{2z,0} & {}^1R_{2x,\alpha} \end{pmatrix} \dots \begin{pmatrix} {}^{n-2}R_{n-1z,0} & {}^{n-2}R_{n-1x,\alpha} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^{n-1}R_{nz,0} & {}^{n-1}R_{nx,\alpha} \end{pmatrix} s_n \quad (4.2.2.41)$$

4.2.5. DINAMIKA MANIPULATORA

Aktuelni dinamički model manipulatora može biti dobijen iz poznatih fizičkih zakona kao što su Njutnov i Lagranžov zakon mehanike. To vodi do razvoja dinamičkih jednačina kretanja za različite spojeve (zglobove) manipulatora u određenim granicama geometrijskih i inercijalnih parametara veza. Konvencionalni pristupi kao *Lagranž-Ojlerove* i *Njutn-Ojlerove* formulacije, mogu biti sistematizovano primenjeni u razvoju jednačina kretanja savremenog manipulatora. Različite forme jednačina kretanja, koje opisuju dinamiku manipulatora kao čvrstog tela, dobijene su iz ove dve formulacije, kao na primer *Viker Lagranž-Ojlerove* jednačine (*Viker* [122, 129], *Bejci* [116]), *Holerbah-Lagranžev* rekurzivne jednačine [130], *Luove Njutn-Ojlerove* jednačine [131], i *Lijeve* [132] generalisane *D'Alamberove* jednačine. Ove jednačine kretanja su ekvivalentne jedne drugima u smislu da opisuju dinamičko ponašanje istog fizičkog sistema robota - manipulatora. U svakom slučaju, struktura ovih jednačina se može razlikovati u zavisnosti od svrhe i namene zbog kojih su formirane. Neke se upotrebljavaju da se postigne brži proračun u rešavanju nominalnih torzija zglobova u servo manipulatoru, druge se koriste radi olakšavanja analize i sinteze upravljanja, a neke se koriste da unaprede računarsku simulaciju kretanja robota.

Jednačine dinamike kretanja manipulatora dobijene metodom Lagranž-Ojlera odlikuju se jednostavnošću i identičnošću pristupa. Pod pretpostavkom da segmenti predstavljaju kruta tela, ovaj pristup vodi do sistema nelinearnih diferencijalnih jednačina drugog reda. Koristeći 4×4 homogene transformacione matrice i jednačine Lagranž-Ojlera za opis kinematičkog lanca, *Bejci* [116] je pokazao da su jednačine kretanja šestosegmentnog Stanfordovog

manipulatora (*Stanford arm*) potpuno nelinearne, i da izražavaju efekte izazvane dejstvom sila inercije, koje su uslovljene ubrzanim kretanjem segmenata, dejstvom Koriolisovih i centrifugalnih sila između zglobova, kao i dejstvom sile teže. Osim toga, sile i momenti koji deluju u zglobovima zavise od parametara manipulatora, trenutnih vrednosti zglobnih promenljivih, brzina i ubrzanja, kao i od tereta koje manipulator prenosi. Jednačine Lagranž-Ojlera omogućavaju strogi opis dinamike stanja manipulatora i mogu biti iskorišćene za razradu usavršenih zakona upravljanja u prostoru zglobnih promenljivih (generalisanih koordinata). U manjem stepenu se koriste za rešavanje direktnog i indirektnog zadatka dinamike. Direktni zadatak se sastoji u tome, da se prema zadatim silama i momentima odrede generalisana ubrzanja, a njihovim integraljenjem vrednosti generalisanih brzina i koordinata. Indirektni zadatak se sastoji u tome, da se prema zadatim generalisanim koordinatama, brzinama i ubrzanjima odrede sile i momenti koji deluju u zglobovima manipulatora. Za rešavanje ova dva zadatka, kao pravilo neophodno je izračunati dinamičke koeficijente koje zahtevaju izračunavanje vrlo velikog broja aritmetičkih operacija. U vezi sa tim jednačine Lagranž-Ojlera bez dopunskih uprošćavanja praktično su neprimenjive za omogućavanje upravljanja manipulatorom u realnom vremenu.

Sa ciljem da dobiju efektivnije algoritme sa računске tačke gledišta za izračunavanje uopštenih sila i momenata, neki istraživači su koristili jednačine Njutn-Ojlera [108]. Izvođenje jednačina kretanja manipulatora metodom Njutn-Ojlera je prosto po sadržaju, ali zato zahteva mnogo vremena i rada. Kao rezultat javlja se sistem direktnih i indirektnih rekurentnih jednačina, koje se primenjuju na segmente manipulatora. Pomoću direktnih jednačina postupno od osnove prema hvataljki izračunavaju se kinematičke karakteristike kretanja segmenata, kao što su linearne i ugaone brzine i ubrzanja, linearna ubrzanja centara masa segmenata. Indirektne jednačine omogućavaju postupno od hvataljke prema osnovi izračunavanje sila i momenata, koje deluju na svaki pojedini segment. Najvažniji rezultat ovakvog pristupa je u tome, da je vreme, neophodno za izračunavanje uopštenih sila i momenata direktno proporcionalno broju zglobova, ali ne zavisi od konfiguracije manipulatora koja se realizuje u procesu kretanja. To omogućava jednostavno upravljanje manipulatorom u realnom vremenu u prostoru promenljivih parametara zglobova.

Slaba računska efikasnost jednačina Lagranž-Ojlera uslovljena je delimično time, što se za opis kinematičkog lanca koriste 4×4 homogene matrice. Jednačine Njutn-Ojlera imaju veću računsku efikasnost, zbog vektorskog predstavljanja i njihove rekurentne prirode. Holerbah [130] je probao da uveća računsku efikasnost jednačina Lagranž-Ojlera [116], koristeći njihovu rekurentnu prirodu. Rekurentne jednačine koje je dobio izgubile su „stuktornost“ dinamičkog modela, koja je veoma korisna pri projektovanju upravljanja u prostoru stanja. Za analizu upravljanja u prostoru stanja, potrebno je imati na raspolaganju zatvoren sistem diferencijalnih jednačina, koji tačno opisuje dinamičko ponašanje manipulatora. Osim toga, poželjno je, da se u tim jednačinama mogu lako izdvojiti komponente koje odražavaju dejstvo sila interakcije različite prirode, da bi se moglo projektovati odgovarajuće upravljanje i omogućila njihova maksimalna kompenzacija [133].

Još jedan pristup formiranju efektivnih u proračunskom smislu preciznih jednačina kretanja zasnovan je na generalisanom principu D'Alamberta. Ovaj pristup omogućava da se dođe do jednačina kretanja u vektorsko-matričnom obliku, koji je pogodan za analizu upravljanja. Osim toga, što u poređenju sa jednačinama Lagranž-Ojlera omogućavaju brže izračunavanje dinamičkih koeficijenata, ove jednačine eksplicitno ukazuju na uticaj različitih dinamičkih efekata, izazvanih rotacionim i translatornim kretanjem segmenata, što je veoma korisno u sintezi upravljanja položaja u prostoru stanja. Proračunska efikasnost ovih jednačina ostvarena je kompaktnom formulacijom, korišćenjem matrica rotacije i vektora relativnog položaja između zglobova za opisivanje kinematičkog lanca.

Jednačine kretanja manipulatora dobijene su pomoću *Lagranž-Ojlerovog*, *Njutn-Ojlerovog* i *D'Alamberovog principa*. Pristup je ilustrovan na primeru jednačina kretanja prostog dvosegmentnog manipulatora. Pošto je neophodno odrediti dinamičke koeficijente

jednačina kretanja i u zadacima izbora zakona upravljanja i pri modeliranju kretanja manipulatora pomoću računara, za svaki sistem jednačina kretanja izračunat je broj neophodnih matematičkih operacija sabiranja i množenja za njihovu realizaciju. Broj operacija potrebnih za izračunavanje uopštenih sila i momenata primenom generalisanih jednačina D'Alamberta je reda $O(n^3)$, primenom jednačina Lagranž-Ojlera: $O(n^4)$ (ili $O(n^3)$ ako je izvršena optimizacija), primenom Njutn-Ojlera: $O(n)$, gde je n broj stepeni slobode manipulatora [99, 127, 134].

U ovom poglavlju disertacije razmotrene su formulacije D'Alamberove dinamike kretanja manipulatora, dok kratak osvrt je dat na Lagranž - Ojlerovu formulaciju kao i Njutn-Ojlerovu formulaciju

4.2.5.1. Lagranž - Ojlerova formulacija

Opšte jednačine kretanja manipulatora mogu biti izražene kroz direktnu primenu Lagranž-Ojlerove formulacije za nekonzervativne sisteme. Za definisanje kinematike manipulatora koristi se Denavit-Hartenbergov matrični prikaz, dok se Lagranžova metoda koristi za izvođenje dinamičkih jednačina manipulatora. Direktna primena Lagranžove dinamičke formulacije, zajedno sa Denavit-Hartenbergovim prikazom koordinata veza, rezultuju pogodnim i kompaktnim algoritamskim opisom jednačina kretanja manipulatora. Algoritam je prikazan pomoću matričnih operacija i olakšava analizu i izračunavanje uz pomoć računara. Procena dinamičkih jednačina i jednačina upravljanja u funkcionalnom smislu biće bazirana na kompaktnim matričnim algoritmima izvedenim u ovom odeljku [135].

Uvođenje dinamičkih jednačina manipulatora n -tog stepena slobode je bazirano na sledećem:

1. Homogena transformaciona matrica 4×4 , koordinata ${}^{i-1}A_i$ opisuje prostornu vezu između i -tog i $(i-1)$ koordinatnog sistema zgloba. Pomoću nje se tačka koja pripada segmentu i , izražena u homogenim koordinatama i -tog koordinatnog sistema, može izraziti u homogenim koordinatama $(i-1)$ koordinatnog sistema.

2. Lagranž-Ojlerova jednačina:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i \quad i=1,2, \dots, n \quad (4.2.5.1)$$

gde su:

$L = E_K - E_P$ - Lagranževa funkcija,

q_i - generalisana koordinata robota,

\dot{q}_i - prvi izvod generalisane koordinate q_i i

τ_i - generalisana sila (ili moment) koja deluje na zglob i potrebna za pogon segmenta i .

Za definisanje Lagranž-Ojlerovih jednačina, neophodno je izabrati skup generalisanih koordinata potrebnih za opis sistema. Generalisane koordinate se biraju tako da potpuno opisuju položaj (poziciju i orijentaciju) sistema u odnosu na referentni koordinatni sistem. Za jednostavni manipulator sa rotacionim i translatorskim zglobovima, mogu se usvojiti različiti skupovi generalisanih koordinata potrebnih za opis manipulatora. U svakom slučaju, uglovi rotacije zglobova su vrlo pogodni, jer mogu biti mereni potenciometrima ili enkoderima ili drugim mernim uređajima. Izbor generalisanih koordinata treba da se podudara sa promenljivim zgloba, definisanim za svaki zglob prilikom formiranja 4×4 homogenih transformacionih matrica, kao što je opisano u prethodnom poglavlju. Prema tome, u slučaju rotacionog zgloba: $q_i = \theta_i$; u slučaju translatorskog zgloba: $q_i = d_i$.

4.2.5.2. Njutn-Ojlerova formulacija

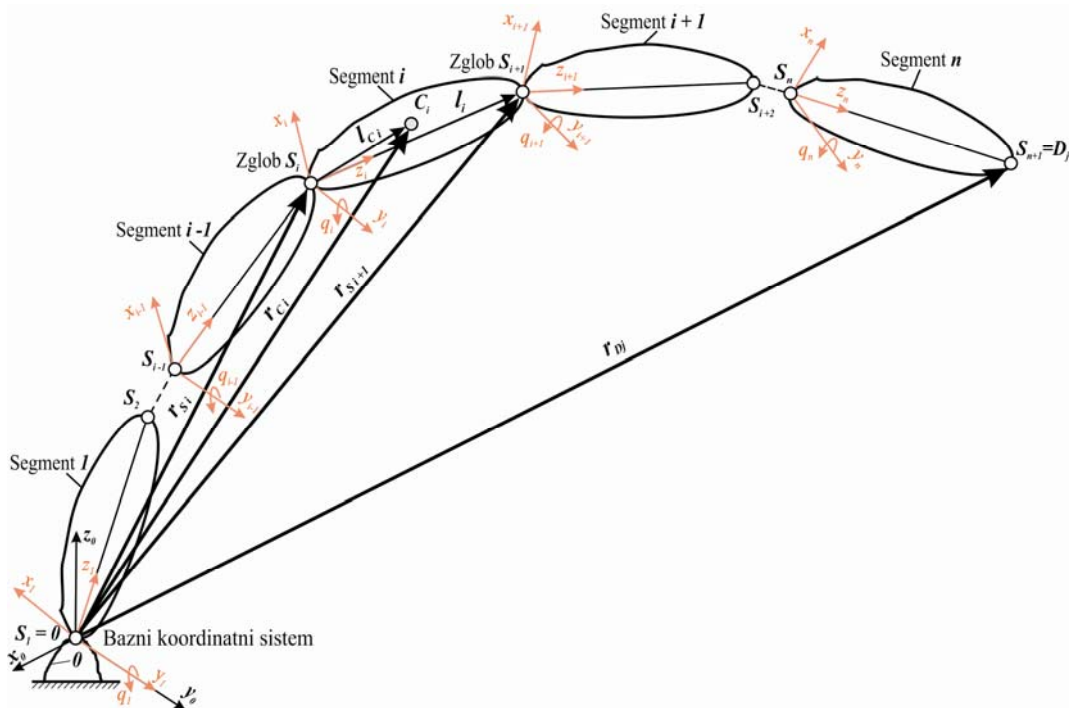
Kao alternativu za dobijanje efikasnijih jednačina kretanja, neki istraživači su se bazirali na drugom Njutnovom zakonu. Oni su dobijeni u različitim oblicima što je za rezultat

dalo različite forme *Njutn-Ojlerovih jednačina* kretanja za otvoreni kinematički lanac. (*Armstrong* [136], *Orin i drugi autori* [129], *Lu i drugi* [175], *Woker, Orin i Kahn* [137]). Primena ove formulacije na industrijski robot – robotsku ruku rezultuje skupom „unapred” i „unazad” rekurzivnih jednačina sa „haotičnim” vektorskim proizvodima u izrazima. Najznačajniji aspekt ovih formulacija je da vreme potrebno za proračun sila i momenata koje treba primeniti na zglobove, može biti značajno redukovano, tako da se omogući upravljanje u realnom vremenu. Izvođenje je bazirano na D’Alamberovom principu i skupu matematičkih jednačina koje opisuju kinematičke relacije pokretnih segmenata manipulatora u odnosu na bazni koordinatni sistem. Da bi Njutn-Ojlerova formulacija bila razumljiva, potrebno je razmotriti neke koncepte o kretanju i rotaciji koordinatnih sistema [135].

4.2.5.3. Uopštene D’Alamberove jednačine dinamike kretanja

Da bi se dobio efikasan skup jednačina kretanja u zatvorenoj formi, mogu se koristiti: vektor relativnog položaja i rotacione matrice transformacije za opis kinematike svakog segmenta, kinetička i potencijalna energija manipulatora za formiranje Lagranževe funkcije i primena Lagranž-Ojlerove formulacije za dobijanje jednačina kretanja [134]. U ovom odeljku izvedena je Lagranževa forma D’Alamberovih jednačina kretanja, ili, kako se još nazivaju, *generalisanih D’Alamberovih jednačina kretanja*. Pri tome su razmatrani samo roboti sa svim rotacionim zglobovima.

Pod pretpostavkom da su segmenti manipulatora kruta tela, ugaona brzina ω_s segmenta s u odnosu na bazni koordinatni sistem može biti izražena kao suma relativnih ugaonih brzina prethodnih segmenata. Uzevši u obzir da su segmenti manipulatora kruta tela, ugaona brzina ω_i i -tog segmenta u odnosu na bazni sistem koordinata može se predstaviti kao suma relativnih ugaonih brzina prethodnih segmenata (slika 4.10):



Slika 4.10. Definicija vektora u generalisanim D’Alamberovim jednačinama

Oznake sa slike 4.10 su:
 $Ox_0y_0z_0$ - nepokretni koordinatni sistem,
 $Ox_iy_iz_i$ - pokretni koordinatni sistemi,
 i -segmenti,

S_i - zglobovi (čvorne tačke),
 C_i - težište segmenata,
 l_i - vektor segmenta,
 l_{C_i} - vektor težišta segmenta,
 r_{S_i} - vektor položaja zglobova,
 r_{C_i} - vektor težišta segmenata,
 D_j - krajnja tačka lanca i
 q_i - generalisana koordinata (rotacija oko ose).

$$\boldsymbol{\omega}_i^{(0)} = \sum_{j=1}^i \dot{q}_j \mathbf{j}_j^{(0)} \quad (4.2.5.2)$$

oznake u jednačini (4.2.5.2) predstavljaju:

\dot{q}_j - izvod generalisane koordinate po vremenu,

$\mathbf{j}_j^{(0)}$ - jedinični vektor ose rotacije j -og segmenta, zadat u baznom koordinatnom sistemu.

Množeći sleva oba dela jednačine (4.2.5.2) matricom rotacione transformacije iz θ -tog u i -ti koordinatni sistem ${}^i R_0$, dobićemo ugaonu brzinu i -tog segmenta, izraženu u koordinatnom sistemu ovog segmenta:

$$\boldsymbol{\omega}_i^{(i)} = {}^i R_0 \boldsymbol{\omega}_i^{(0)} = \sum_{j=1}^i \dot{q}_j {}^i R_0 \mathbf{j}_j^{(0)} \quad (4.2.5.3)$$

Neka je prema slici 4.10, r_{C_i} - vektor položaja centra težišta mase i -tog segmenta u baznom koordinatnom sistemu. Ovaj vektor može biti predstavljen u obliku:

$$\mathbf{r}_{C_i}^{(0)} = \sum_{j=1}^{i-1} \mathbf{l}_j^{(0)} + \mathbf{l}_{C_i}^{(0)} \quad (4.2.5.4)$$

gde je:

$\mathbf{l}_{C_i}^{(0)}$ - vektor relativnog položaja težišta masa i -tog segmenta i početka i -tog koordinatnog sistema, izražen u baznom koordinatnom sistemu.

Pomoću jednakosti (4.2.5.2) do (4.2.5.4), linearna brzina \mathbf{v}_i i -tog segmenta u baznom koordinatnom sistemu može se predstaviti u obliku sume linearnih brzina, uslovljenih kretanjem prethodnih segmenata:

$$\mathbf{v}_i^{(0)} = \sum_{k=1}^{i-1} \left[\left(\sum_{j=1}^k \dot{q}_j \mathbf{j}_j^{(0)} \right) \times \mathbf{l}_k^{(0)} \right] + \left(\sum_{j=1}^i \dot{q}_j \mathbf{j}_j^{(0)} \right) \times \mathbf{l}_{C_i}^{(0)} \quad (4.2.5.5)$$

Kinetička energija i -tog segmenta ($1 \leq i \leq n$), koji ima masu m_i , nastaje iz kinetičke energije translatornog kretanja i kinetičke energije rotiranja oko težišta masa:

$$E_{ki} = (E_{ki})_{trans} + (E_{ki})_{rot} = \frac{1}{2} \mathbf{m}_i (\mathbf{v}_i^{(0)} \times \mathbf{v}_i^{(0)}) + \frac{1}{2} ({}^i R_0 \boldsymbol{\omega}_i^{(0)})^T \times I_i^{(i)} \times ({}^i R_0 \boldsymbol{\omega}_i^{(0)}) \quad (4.2.5.6)$$

gde je: $I_i^{(i)}$ - moment inercije i -tog segmenta u odnosu na težište masa, koji je predstavljen u koordinatnom sistemu i -tog segmenta.

Zbog jednostavnijeg rasuđivanja, dinamičke efekte povezane sa translatornim i rotacionim kretanjima i delovanjem sila teže, razmotrićemo ponaosob. Primenjujući jednačine Lagranža na komponente kinetičke energije, koja ja uslovljena translatornim kretanjem i -tog segmenta, imamo za $i \geq k$:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial (E_{k_i})_{trans}}{\partial \dot{q}_k} \right] - \frac{\partial (E_{k_i})_{trans}}{\partial q_k} &= \frac{d}{dt} \left[m_i \mathbf{v}_i^{(0)} \cdot \frac{\partial \mathbf{v}_i^{(0)}}{\partial \dot{q}_k} \right] - m_i \mathbf{v}_i^{(0)} \cdot \frac{\partial \mathbf{v}_i^{(0)}}{\partial q_k} = \\ &= m_i \dot{\mathbf{v}}_i^{(0)} \cdot \frac{\partial \mathbf{v}_i^{(0)}}{\partial \dot{q}_k} + m_i \mathbf{v}_i^{(0)} \cdot \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathbf{v}_i^{(0)}}{\partial \dot{q}_k} \right] - m_i \mathbf{v}_i^{(0)} \cdot \frac{\partial \mathbf{v}_i^{(0)}}{\partial q_k} \end{aligned} \quad (4.2.5.7)$$

gde je:

$$\frac{\partial \mathbf{v}_i^{(0)}}{\partial \dot{q}_k} = \mathbf{j}_k^{(0)} \times (\mathbf{l}_k^{(0)} + \mathbf{l}_{k+1}^{(0)} + \dots + \mathbf{l}_{i-1}^{(0)} + \mathbf{l}_{Ci}^{(0)}) = \mathbf{j}_k^{(0)} \times (\mathbf{r}_{Ci}^{(0)} - \mathbf{r}_{s_{k-1}}^{(0)}) ; \quad i \geq k \quad (4.2.5.8)$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathbf{v}_i^{(0)}}{\partial \dot{q}_k} \right] = \frac{\partial \dot{\mathbf{v}}_i^{(0)}}{\partial \dot{q}_k} \quad \text{i} \quad \frac{\partial \dot{\mathbf{v}}_i^{(0)}}{\partial \dot{q}_k} = \frac{\partial \mathbf{v}_i^{(0)}}{\partial q_k} \quad (4.2.5.9)$$

Jednačina (4.2.5.7) dobija izgled:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial (E_{k_i})_{trans}}{\partial \dot{q}_k} \right] - \frac{\partial (E_{k_i})_{trans}}{\partial q_k} = m_i \dot{\mathbf{v}}_i^{(0)} \cdot \left[\mathbf{j}_k^{(0)} \times (\mathbf{r}_{Ci}^{(0)} - \mathbf{r}_{s_{k-1}}^{(0)}) \right] \quad (4.2.5.10)$$

Sumirajući po svim segmentima od i do n dobija se kao rezultat generalisana sila sa desne strane Lagranž-Ojlerove jednačine (4.2.5.1) uslovljene translatorskim kretanjem svih segmenata:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial (E_k)_{trans}}{\partial \dot{q}_k} \right] - \frac{\partial (E_k)_{trans}}{\partial q_k} &= \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial (E_{k_i})_{trans}}{\partial \dot{q}_k} \right] - \frac{\partial (E_{k_i})_{trans}}{\partial q_k} \right\} = \\ &= \sum_{i=1}^n m_i \dot{\mathbf{v}}_i^{(0)} \cdot \left[\mathbf{j}_k^{(0)} \times (\mathbf{r}_{Ci}^{(0)} - \mathbf{r}_{s_{k-1}}^{(0)}) \right] \end{aligned} \quad (4.2.5.11)$$

gde se, uračunavši jednačinu (4.2.5.5), ubrzanje $\dot{\mathbf{v}}_i$ i -tog segmenta $\frac{d\mathbf{i}}{dt} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{i}$,

$|\Delta \mathbf{i}| = (i \cdot \sin \theta)(\omega \Delta t)$ određuje po formuli:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{v}}_i &= \frac{d}{dt} \left\{ \sum_{k=1}^{i-1} \left[\left(\sum_{j=1}^k \dot{q}_j \mathbf{j}_j^{(0)} \right) \times \mathbf{l}_k^{(0)} \right] + \left(\sum_{j=1}^i \dot{q}_j \mathbf{j}_j^{(0)} \right) \times \mathbf{l}_{Ci}^{(0)} \right\} = \\ &= \sum_{k=1}^{i-1} \left\{ \left(\sum_{j=1}^k \ddot{q}_j \mathbf{j}_j^{(0)} \right) \times \mathbf{l}_k^{(0)} + \left\{ \left(\sum_{j=1}^k \dot{q}_j \mathbf{j}_j^{(0)} \right) \times \left[\left(\sum_{j=1}^k \dot{q}_j \mathbf{j}_j^{(0)} \right) \times \mathbf{l}_k^{(0)} \right] \right\} \right\} + \\ &+ \left[\left(\sum_{j=1}^i \ddot{q}_j \mathbf{j}_j^{(0)} \right) \times \mathbf{l}_{Ci}^{(0)} \right] + \left\{ \left(\sum_{j=1}^i \dot{q}_j \mathbf{j}_j^{(0)} \right) \times \left[\left(\sum_{j=1}^i \dot{q}_j \mathbf{j}_j^{(0)} \right) \times \mathbf{l}_{Ci}^{(0)} \right] \right\} + \\ &+ \sum_{k=2}^{i-1} \left\{ \sum_{p=2}^k \left[\left(\sum_{q=1}^{p-1} \dot{q}_q \mathbf{j}_q^{(0)} \right) \times \dot{q}_p \mathbf{j}_p^{(0)} \right] \times \mathbf{l}_k^{(0)} \right\} + \left\{ \sum_{p=2}^i \left[\left(\sum_{q=1}^{p-1} \dot{q}_q \mathbf{j}_q^{(0)} \right) \times \dot{q}_p \mathbf{j}_p^{(0)} \right] \times \mathbf{l}_{Ci}^{(0)} \right\} \end{aligned} \quad (4.2.5.12)$$

Kinetička energija rotiranja i -tog segmenta određuje se formulom:

$$(E_{k_i})_{rot} = \frac{1}{2} \left({}^i \mathbf{R}_0 \boldsymbol{\omega}_i^{(0)} \right)^T \cdot I_i^{(i)} \cdot \left({}^i \mathbf{R}_0 \boldsymbol{\omega}_i^{(0)} \right) = \frac{1}{2} \left(\sum_{j=1}^i \dot{q}_j {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_j^{(0)} \right)^T \cdot I_i^{(i)} \cdot \left(\sum_{j=1}^i \dot{q}_j {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_j^{(0)} \right) \quad (4.2.5.13)$$

Ukoliko je:

$$\frac{\partial (E_{k_i})_{rot}}{\partial \dot{q}_k} = \left({}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_k^{(0)} \right)^T \cdot I_i^{(i)} \cdot \left(\sum_{j=1}^i \dot{q}_j {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_j^{(0)} \right) \quad (4.2.5.14)$$

$$\frac{\partial}{\partial q_k} \left({}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_j^{(0)} \right) = {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_j^{(0)} \times {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_k^{(0)} ; \quad k \geq j \quad (4.2.5.15)$$

$$\frac{d}{dt} \left({}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_k^{(0)} \right) = \sum_{j=k}^i \left(\frac{\partial}{\partial q_j} {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_k^{(0)} \right) \frac{dq_j}{dt} = {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_k^{(0)} \times \left(\sum_{j=k}^i \dot{q}_j {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_j^{(0)} \right) \quad (4.2.5.16)$$

Diferencirajući po vremenu jednačinu (4.2.5.14), dobijamo:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial (E_{k_i})_{rot}}{\partial \dot{q}_k} \right] = \left(\frac{d}{dt} {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_k^{(0)} \right)^T \cdot I_i^{(i)} \cdot \left(\sum_{j=1}^i \dot{q}_j {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_j^{(0)} \right) +$$

$$\begin{aligned}
& + ({}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_k^{(0)})^T \cdot I_i^{(0)} \cdot \left(\sum_{j=1}^i \ddot{q}_j {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_j^{(0)} \right) + ({}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_k^{(0)})^T \cdot I_i^{(0)} \cdot \left[\sum_{j=1}^i \dot{q}_j \left(\frac{d}{dt} {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_j^{(0)} \right) \right] = \\
& = \left({}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_k^{(0)} \times \sum_{j=k}^i \dot{q}_j {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_j^{(0)} \right)^T \cdot I_i^{(0)} \cdot \left(\sum_{j=1}^i \dot{q}_j {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_j^{(0)} \right) + ({}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_k^{(0)})^T \cdot I_i^{(0)} \cdot \left(\sum_{j=1}^i \ddot{q}_j {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_j^{(0)} \right) + \\
& + ({}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_k^{(0)})^T \cdot I_i^{(0)} \cdot \left[\sum_{j=1}^i \left(\dot{q}_j {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_j^{(0)} \times \sum_{q=j+1}^i \dot{q}_q {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_q^{(0)} \right) \right] \quad (4.2.5.17)
\end{aligned}$$

Koristeći se jednačinom (4.2.5.15), naći ćemo poseban izvod veličine $(E_{ki})_{rot}$ po koordinati q_k ($i \geq k$):

$$\frac{\partial (E_{ki})_{rot}}{\partial q_k} = \left[\sum_{j=1}^k \dot{q}_j {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_j^{(0)} \times {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_k^{(0)} \right]^T \cdot I_i^{(0)} \cdot \left[\sum_{j=1}^i \dot{q}_j {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_j^{(0)} \right] \quad (4.2.5.18)$$

Oduzimajući (4.2.5.18) iz (4.2.5.17) i proizvoda sumiranja po svim segmentima od k do n , dobićemo sile, uslovljene rotacionim kretanjem segmenata:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial (E_k)_{rot}}{\partial \dot{q}_k} \right] - \frac{\partial (E_k)_{rot}}{\partial q_k} &= \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial (E_{ki})_{rot}}{\partial \dot{q}_k} \right] - \frac{\partial (E_{ki})_{rot}}{\partial q_k} \right\} = \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ ({}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_k^{(0)})^T I_i^{(0)} \left(\sum_{j=1}^i \ddot{q}_j {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_j^{(0)} \right) + ({}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_k^{(0)})^T I_i^{(0)} \left\{ \sum_{j=1}^i \left[\dot{q}_j {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_j^{(0)} \times \left(\sum_{q=j+1}^i \dot{q}_q {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_q^{(0)} \right) \right] \right\} + \right. \\
& \left. + \left[{}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_k^{(0)} \times \left(\sum_{q=1}^i \dot{q}_q {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_q^{(0)} \right) \right]^T \cdot I_i^{(0)} \cdot \left(\sum_{j=1}^i \dot{q}_j {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_j^{(0)} \right) \right\}; \quad k=1, 2, \dots, n \quad (4.2.5.19)
\end{aligned}$$

Potencijalna energija manipulatora nastaje iz potencijalne energije svih njegovih segmenata:

$$E_p = \sum_{i=1}^n E_{p_i} \quad (4.2.5.20)$$

gde je: E_{p_i} - potencijalna energija i -tog segmenata, koji se izračunava po formuli:

$$E_{p_i} = -\mathbf{g} \cdot m_i \mathbf{r}_{Ci}^{(0)} = -\mathbf{g} \cdot m_i (\mathbf{r}_{s_{k-1}}^{(0)} + \mathbf{l}_k^{(0)} + \dots + \mathbf{l}_{Ci}^{(0)}) \quad (4.2.5.21)$$

gde je: $\mathbf{g} = (\mathbf{g}_x, \mathbf{g}_y, \mathbf{g}_z)^T$ i $|\mathbf{g}| = 9,8602 [m/s^2]$.

Primenjujući jednačinu Lagranž-Ojlera, imamo:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial (E_{p_i})}{\partial \dot{q}_k} \right] - \frac{\partial (E_{p_i})}{\partial q_k} &= - \frac{\partial (E_{p_i})}{\partial q_k} = \mathbf{g} \cdot m_i \frac{\partial (\mathbf{r}_{s_{k-1}}^{(0)} + \mathbf{l}_k^{(0)} + \dots + \mathbf{l}_{Ci}^{(0)})}{\partial q_k} = \\
&= \mathbf{g} \cdot m_i \frac{\partial (\mathbf{r}_{Ci}^{(0)} - \mathbf{r}_{s_{k-1}}^{(0)})}{\partial q_k} = \mathbf{g} \cdot m_i \left[\mathbf{j}_k^{(0)} \times (\mathbf{r}_{Ci}^{(0)} - \mathbf{r}_{s_{k-1}}^{(0)}) \right] \quad (4.2.5.22)
\end{aligned}$$

gde $\mathbf{r}_{s_{k-1}}^{(0)}$ ne zavisi od q_k . Sumirajući po svim segmentima od k do n , dobijamo momente, uslovljene silom teže:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial (E_p)}{\partial \dot{q}_k} \right] - \frac{\partial (E_p)}{\partial q_k} = - \sum_{i=k}^n \frac{\partial (E_{p_i})}{\partial q_k} = \sum_{i=1}^n \mathbf{g} \cdot m_i \left[\mathbf{j}_k^{(0)} \times (\mathbf{r}_{Ci}^{(0)} - \mathbf{r}_{s_{k-1}}^{(0)}) \right] \quad (4.2.5.23)$$

Sumirajući jednačine (4.2.5.11), (4.2.5.19) i (4.2.5.23), dobijamo moment P_i , koji stvara pogonska sila i -tog zgloba za realizaciju zadatog kretanja manipulatora:

$$\begin{aligned}
P_i &= \left\{ \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial (E_k)_{trans}}{\partial \dot{q}_k} \right] - \frac{\partial (E_k)_{trans}}{\partial q_k} \right\} + \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial (E_k)_{rot}}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial (E_k)_{rot}}{\partial q_i} \right] + \frac{\partial (E_p)}{\partial q_k} = \\
&= \sum_{i=k}^n \left\{ m_i \left\{ \left[\sum_{k=1}^{i-1} \left(\sum_{j=1}^k \ddot{q}_j \mathbf{j}_j^{(0)} \right) \times \mathbf{l}_k^{(0)} \right] + \left[\left(\sum_{j=1}^i \ddot{q}_j \mathbf{j}_j^{(0)} \right) \times \mathbf{l}_{Ci}^{(0)} \right] \right\} \cdot \left[\mathbf{j}_k^{(0)} \times (\mathbf{r}_{Ci}^{(0)} - \mathbf{r}_{s_{k-1}}^{(0)}) \right] \right\} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i=k}^n \left[\left({}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_k^{(0)} \right)^T I_i^{(i)} \left(\sum_{j=1}^i \ddot{q}_j {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_j^{(0)} \right) \right] + \sum_{i=k}^n \left(m_i \left[\sum_{k=1}^{i-1} \left\{ \left(\sum_{p=1}^k \dot{q}_p \mathbf{j}_p^{(0)} \right) \times \left[\left(\sum_{q=1}^k \dot{q}_q \mathbf{j}_q^{(0)} \right) \times \mathbf{l}_k^{(0)} \right] \right\} \right. \right. \\
& \left. \left. + \left\{ \sum_{p=2}^k \left[\left(\sum_{q=1}^{p-1} \dot{q}_q \mathbf{j}_q^{(0)} \right) \times \dot{q}_p \mathbf{j}_p^{(0)} \right] \times \mathbf{l}_k^{(0)} \right\} \right] \cdot \left[\mathbf{j}_k^{(0)} \times \left(\mathbf{r}_{Ci}^{(0)} - \mathbf{r}_{s_{k-1}}^{(0)} \right) \right] \right) + \\
& + \sum_{i=k}^n \left(m_i \left\{ \left(\sum_{p=1}^i \dot{q}_p \mathbf{j}_p^{(0)} \right) \times \left[\left(\sum_{q=1}^i \dot{q}_q \mathbf{j}_q^{(0)} \right) \times \mathbf{l}_{Ci}^{(0)} \right] \right\} + \right. \\
& \left. + \left\{ \sum_{p=2}^i \left[\left(\sum_{q=1}^{p-1} \dot{q}_q \mathbf{j}_q^{(0)} \right) \times \dot{q}_p \mathbf{j}_p^{(0)} \right] \times \mathbf{l}_{Ci}^{(0)} \right\} \cdot \left[\mathbf{j}_k^{(0)} \times \left(\mathbf{r}_{Ci}^{(0)} - \mathbf{r}_{s_{k-1}}^{(0)} \right) \right] \right) + \\
& + \sum_{i=k}^n \left(\left({}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_k^{(0)} \right)^T \cdot I_i^{(i)} \cdot \left\{ \sum_{j=1}^i \left[\dot{q}_j {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_j^{(0)} \times \left(\sum_{s=j+1}^i \dot{q}_s {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_s^{(0)} \right) \right] \right\} + \right. \\
& \left. + \mathbf{g} \cdot \left\{ \mathbf{j}_k^{(0)} \times \left[\sum_{j=k}^n m_j \left(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{s_{k-1}}^{(0)} \right) \right] \right\} \right) \tag{4.2.5.24}
\end{aligned}$$

Dobijena jednačina može se predstaviti u sledećem očiglednijem obliku:

$$P_i(t) = \sum_{j=1}^n \mathbf{D}_{ij} \ddot{q}_j(t) + \mathbf{h}_i^{trans}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{h}_i^{rot}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{C}_i \tag{4.2.5.25}$$

gde je: za $i = 1, 2, \dots, n$; $i \leq j$:

$$\begin{aligned}
\mathbf{D}_{ij} &= \mathbf{D}_{ij}^{rot} + \mathbf{D}_{ij}^{trans} = \sum_{i=j}^n \left[\left({}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_k^{(0)} \right)^T I_i^{(i)} \left({}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_j^{(0)} \right) \right] + \\
& + \sum_{i=j}^n \left\{ m_i \left[\mathbf{j}_j^{(0)} \times \left(\sum_{k=j}^{i-1} \mathbf{l}_k^{(0)} + \mathbf{l}_{Ci}^{(0)} \right) \right] \cdot \left[\mathbf{j}_k^{(0)} \times \left(\mathbf{r}_{Ci}^{(0)} - \mathbf{r}_{s_{k-1}}^{(0)} \right) \right] \right\} = \\
& = \sum_{i=j}^n \left[\left({}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_k^{(0)} \right)^T I_i^{(i)} \left({}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_j^{(0)} \right) \right] + \sum_{i=j}^n \left\{ m_i \left[\mathbf{j}_j^{(0)} \times \left(\mathbf{r}_{Ci}^{(0)} - \mathbf{r}_{s_{k-1}}^{(0)} \right) \right] \cdot \left[\mathbf{j}_k^{(0)} \times \left(\mathbf{r}_{Ci}^{(0)} - \mathbf{r}_{s_{k-1}}^{(0)} \right) \right] \right\} \tag{4.2.5.26}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{h}_i^{trans}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= \sum_{i=k}^n \left\{ m_i \left[\sum_{k=1}^{i-1} \left\{ \left(\sum_{p=1}^k \dot{q}_p \mathbf{j}_p^{(0)} \right) \left[\left(\sum_{q=1}^k \dot{q}_q \mathbf{j}_q^{(0)} \right) \times \mathbf{l}_k^{(0)} \right] \right\} + \right. \right. \\
& \left. \left. + \left\{ \sum_{p=2}^k \left[\left(\sum_{q=1}^{p-1} \dot{q}_q \mathbf{j}_q^{(0)} \right) \times \dot{q}_p \mathbf{j}_p^{(0)} \right] \times \mathbf{l}_k^{(0)} \right\} \right] \cdot \left[\mathbf{j}_k^{(0)} \times \left(\mathbf{r}_{Ci}^{(0)} - \mathbf{r}_{s_{k-1}}^{(0)} \right) \right] \right\} + \\
& + \sum_{i=k}^n \left(m_i \left\{ \left(\sum_{p=1}^i \dot{q}_p \mathbf{j}_p^{(0)} \right) \times \left[\left(\sum_{q=1}^i \dot{q}_q \mathbf{j}_q^{(0)} \right) \times \mathbf{l}_{Ci}^{(0)} \right] \right\} + \right. \\
& \left. + \left\{ \sum_{p=2}^i \left[\left(\sum_{q=1}^{p-1} \dot{q}_q \mathbf{j}_q^{(0)} \right) \times \dot{q}_p \mathbf{j}_p^{(0)} \right] \times \mathbf{l}_{Ci}^{(0)} \right\} \cdot \left[\mathbf{j}_k^{(0)} \times \left(\mathbf{r}_{Ci}^{(0)} - \mathbf{r}_{s_{k-1}}^{(0)} \right) \right] \right); \tag{4.2.5.27}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{h}_i^{rot}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= \sum_{i=k}^n \left\{ \left({}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_k^{(0)} \right)^T \cdot I_i^{(i)} \cdot \left\{ \sum_{j=1}^i \left[\dot{q}_j {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_j^{(0)} \left(\sum_{s=j+1}^i \dot{q}_s {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_s^{(0)} \right) \right] \right\} + \right. \\
& \left. + \left[{}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_k^{(0)} \times \left(\sum_{p=1}^i \dot{q}_p {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_p^{(0)} \right) \right]^T \cdot I_i^{(i)} \cdot \left(\sum_{q=1}^i \dot{q}_q {}^i \mathbf{R}_0 \mathbf{j}_q^{(0)} \right) \right\}; \tag{4.2.5.28}
\end{aligned}$$

$$C_i = -\mathbf{g} \cdot \left[\mathbf{j}_k^{(0)} \times \sum_{j=i}^n m_j (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{s_{k-1}}^{(0)}) \right] \quad (4.2.5.29)$$

Dinamički koeficijenti \mathbf{D}_{ij} , \mathbf{C}_i predstavljaju funkcije spojenih promenljivih zglobova i inercijalnih parametara manipulatora, dok su istovremeno \mathbf{h}_i^{trans} i \mathbf{h}_i^{rot} u funkciji spojenih parametara, brzina i parametara manipulatora. Ovi koeficijenti imaju sledeći fizički smisao:

- Koeficijenti \mathbf{D}_{ij} su povezani sa inercijom segmenata. Jednačina (4.2.5.26) odražava uticaj ubrzanog kretanja u j -tom zglobu na obrtni momenat P_i koji se realizuje u i -tom zglobu. U prvi sabirak u izrazu (4.2.5.26) je uračunat uticaj rotacionog kretanja j -tog segmenta na momenat koji se javlja u i -tom zglobu. Ako je $i=j$, onda \mathbf{D}_{ij} karakteriše momenat sila inercije, koji nastaje u i -tom zglobu kao odgovor na ubrzano obrtanje i -tog segmenta. Ako je $i \neq j$, onda taj sabirak karakteriše momenat sila inercije koji nastaje u i -tom zglobu kao odgovor na ubrzano rotiranje j -tog segmenta. Drugi sabirak u izrazu (4.2.5.26) odražava analogne efekte, koji su uslovljeni translatorskim ubrzanim kretanjem segmenata.

- Sabirak $\mathbf{h}_i^{trans}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ odražava efekte, povezane sa stalnom brzinom promena spojenih promenljivih. Jednačina (4.4.3.26) i (4.2.5.27) opisuje sumarni momenat centrifugalnih i Koriolisovih sila koji nastaje u i -tom zglobu kao posledica kretanja u p -tom i q -tom zglobu i uslovljen je translatorskim kretanjem p -tog i q -tog segmenta. Prvi i treći sabirak u izrazu (4.2.5.27) predstavljaju centrifugalnu i Koriolisovu silu inercije, koje su logično uslovljene translatorskim kretanjem segmenata sa brojevima manjim od s , i translatorskim kretanjem s -tog segmenta. Ako je $p=q$, to je centrifugalna sila koja deluje u i -tom zglobu. Ako je $p \neq q$, to je Koriolisova sila koja deluje u i -tom zglobu. Drugi i četvrti sabirak u izrazu (4.2.5.27) opisuju sile Koriolisa, koje su logično uslovljene translatorskim kretanjem svih segmenata sa brojevima manjim od s , i translatorskim kretanjem s -tog segmenta.

- Sabirak $\mathbf{h}_i^{rotac}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ takođe je povezan sa stalnom brzinom promene spojenih promenljivih. Analogno jednakosti (4.2.5.27) jednačina (4.2.5.28) opisuje sumarni moment centrifugalne i Koriolisove sile, koji nastaje u i -tom zglobu kao posledica kretanja u p -tom i q -tom zglobu, ali za razliku od $\mathbf{h}_i^{trans}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$, uslovljen je rotacionim kretanjem p -tog i q -tog segmenta. Prvi sabirak u jednačini (4.2.5.28) opisuje čisto Koriolisove sile inercije, koje deluju u i -tom zglobu kao posledica translatorskog kretanja p -tog i q -tog segmenta. Drugi sabirak opisuje sumu centrifugalne i Koriolisove sile inercije koje deluju u i -tom zglobu. Ako je $p=q$, to je centrifugalna sila koja deluje u i -tom zglobu; ako je $p \neq q$, to je Koriolisova sila, izazvana rotacionim kretanjem p -tog i q -tog segmenta.

- Koeficijent \mathbf{C}_i karakteriše silu, kojom segmenti sa brojevima većim od i , deluju na i -te zglobove pod dejstvom sile teže.

Podaci navedeni u tabeli 4.1 omogućavaju da izvršimo upoređivanje lakoće izračunavanja triju oblika predstavljanja jednačina dinamike kretanja manipulatora: jednačine Lagranž-Ojlera, jednačine Njutn-Ojlera i uopštene jednačine D' Alamberta.

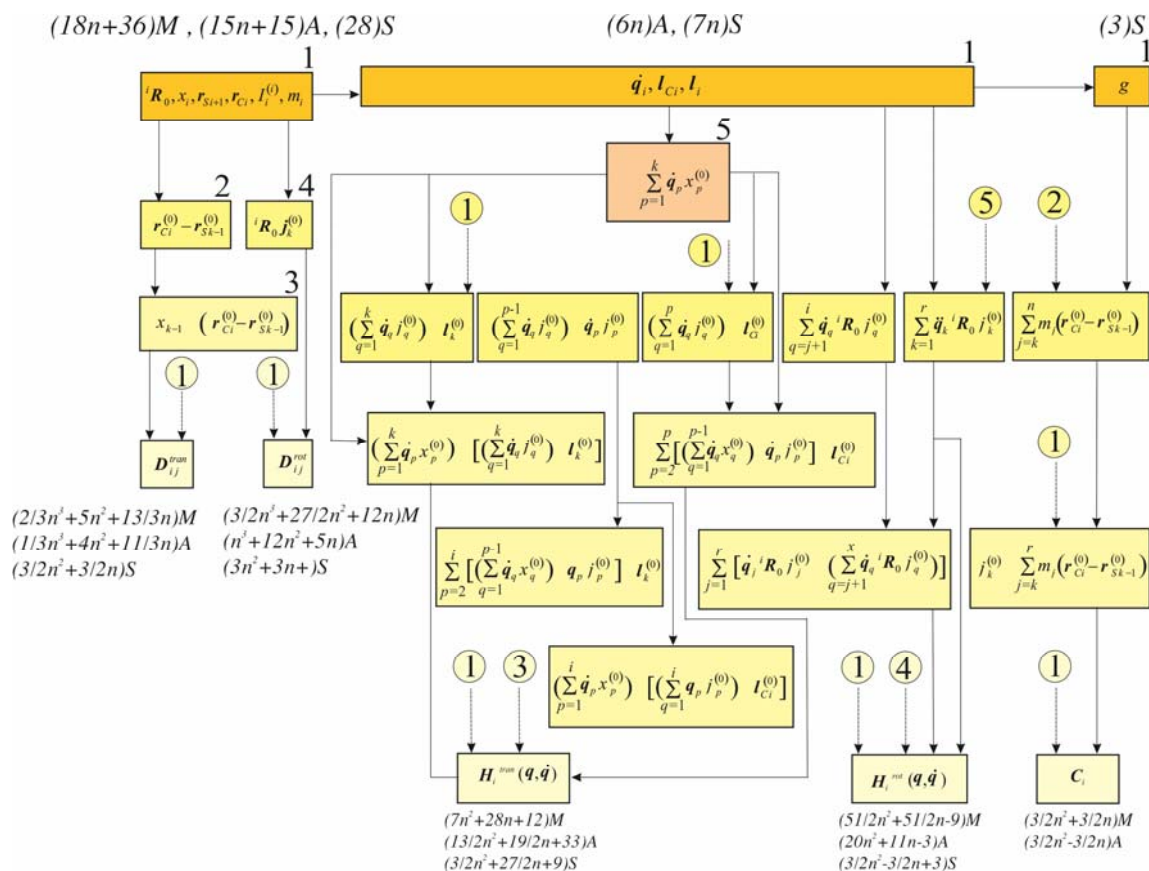
Tabela 4.1. Poređenje računске složenosti dinamičkih jednačina manipulatora [99]

	Jednačine Lagranž-Ojlera	Jednačine Njutn-Ojlera	Uopštene jednačine D' Alamberta
Broj operacije množenja	$128/3n^4 + 512/3n^3 + 739/3n^2 + 160/3n$	$132n$	$13/6n^3 + 105/2n^2 + 268/3n + 69$
Broj operacija sabiranja	$98/3n^4 + 781/6n^3 + 559/3n^2 + 245/6n$	$111n - 4$	$4/3n^3 + 44n^2 + 146/3n + 45$
Kinematički opis	Homogene 4×4 transformacione matrice	Rotacione matrice i vektori položaja	Rotacione matrice i vektori položaja
Oblik jednačina kretanja	Diferencijalne jednačine u zatvorenom sistemu	Rekurzivne jednačine	Diferencijalne jednačine u zatvorenom sistemu

(gde je n - broj stepeni slobode manipulatora)

Obračunavanje broja neophodnih operacija vršio se bez prethodne optimizacije jednačina.

Računska složenost dobijenih jednačina koja je prikazana na slici 4.11, posebno opisuje proceduru izračunavanja dinamičkih koeficijenata u svakoj računskoj tački trajektorije manipulatora sa ukazivanjem na broj neophodnih operacija sabiranja i množenja.



Slika 4.11. Šema izračunavanja koeficijenta D_{ij} , h_i^{trans} , h_i^{rotac} i C_i :

M - operacija množenja; A - operacija sabiranja; S - potreban broj jedinica memorije; cifra u kružiću označava izlaz n -tog bloka).

U ovom poglavlju disertacije jednačine kretanja manipulatora dobijene su pomoću principa D’Alamberta, dok metodom Lagranž-Ojlera, i Njutn-Ojlera su zanemarene. Troškovi proračuna uopštenih sila i momenata sa primenom opštih jednačina D’Alamberta ima red $O(n^3)$, sa primenom jednačina Lagranž-Ojlera - $O(n^4)$ (pri optimizaciji - $O(n^3)$), s primenom Njutn-Ojlera- $O(n^x)$, gde je n -broj stepeni slobode kretanja.

D’Alamberove jednačine kretanja daju sasvim dobro strukturirane jednačine na račun visokih troškova proračuna. Na prvi pogled za rešenje jednačina (4.2.5.26) - (4.2.5.29) potreban je veći broj izračunavanja. Računska složenost dobijenih jednačina koja se vidi sa slike 4.11 posebno opisuje proceduru izračunavanja dinamičkih koeficijenata u svakoj računskoj tački trajektorije manipulatora sa ukazivanjem na broj neophodnih operacija sabiranja i množenja. Tabela 4.1 omogućava da izvršimo upoređivanje lakoće izračunavanja triju oblika predstavljanja jednačina dinamike kretanja manipulatora, odnosno sumira računsku složenost Lagranž-Ojlerovih, Njutn-Ojlerovih i D’Alamberovih jednačina kretanja prema potrebnom broju matematičkih operacija po jednoj trajektoriji.

Pa ipak, većina vektorskih proizvoda koji spadaju u njih izračunavaju se vrlo brzo. Osim toga, što ove jednačine u poređenju sa jednačinama Lagranž-Ojlera, omogućavaju brže izračunavanje dinamičkih koeficijenata, D’Alamberove jednačine kretanja eksplicitno ukazuju na uticaj efekata izazvanim translacionim i rotacionim kretanjima segmenata. Takve informacije su korisne za analize upravljanja pri dobijanju prikladnog aproksimativnog modela manipulatora. Pored toga, D’Alamberove jednačine kretanja mogu biti korišćene pri

projektovanju manipulatora. Sve u svemu, korisnik je u mogućnosti da bira između formulacija koje su visoko strukturane, ali računski neefikasne (Lagranž-Ojlerova formulacija), formulacije koje ima efikasnije proračune, ali na račun “strukture” jednačina kretanja (Njutn-Ojlerova) i formulacije koja zadržava “strukturu” problema, ali uz umereno veće proračunske troškove

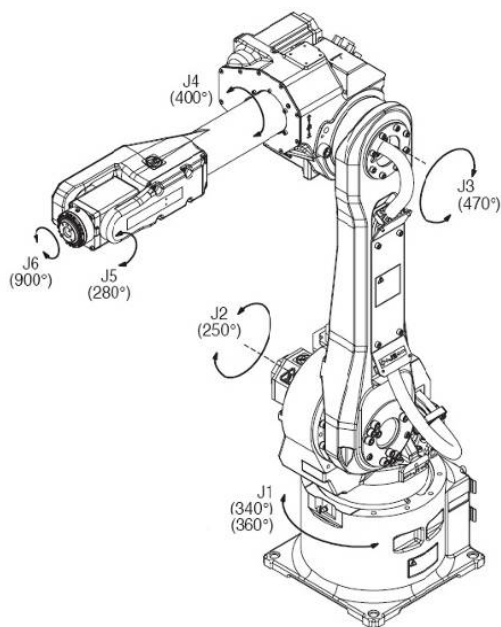
Pomoću principa D’Alamberta, rezultati prikazani u ovom radu, povezani sa kinematikom manipulatora, mogu se koristiti za rešavanje jednačina kretanja koje opisuju dinamiku manipulatora pomoću računara.

4.2.6. FORMIRANJA TRANSFORMACIONIH MATRICA NA PRIMERU ROBOTA FANUC

4.2.6.1. Određivanja D-H parametara i formiranje transformacionih matrica

Manipulator Fanuc M-16iB/10L [138] ima šest rotacionih zglobova koji mu daju 6 stepeni slobode. Njegovo kretanje izvodi se pomoću šest DC servo motora. Prvi korak u modeliranju robota predstavlja lociranje zglobova. Da li je rotacioni ili prizmatični i određivanje tipa kretanja (rotacija ili translacija), počevši od baznog zgloba, pa za svaki naredni zglob (slika 4.13). Drugi korak je u podešavanju koordinatnih sistema zglobova, počevši sa baznim zglobom (zglob 1).

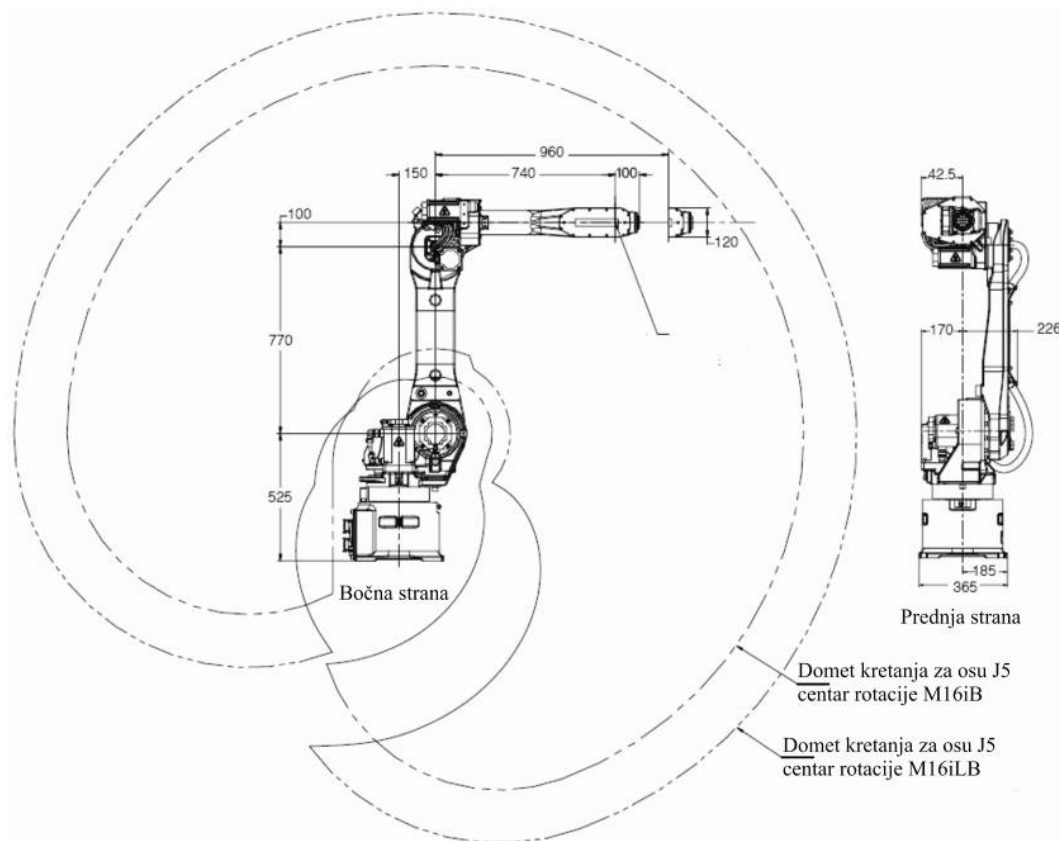
Kao što se može videti robot M-16iB/10L (slika 4.12) sa uglovima rotacije koji poseduje šest rotaciona zglova J1, J2, J3, J4, J5 i J6 gde svaki zglob poseduje dozvoljeni ugao zakretanja-rotaciju ($\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5$ i θ_6), pa su zbog toga sve vrednosti θ_i promenljive (tab. 4.1). Počevši od osnove (baze), dodeljuju se koordinatni sistemi zglobovima.



Slika 4.12. Manipulacioni robot Fanuc M-16iB/10L

Pošto su ustanovljeni koordinatni sistemi i rastojanja d_i između segmenata i dužina veze a_i (slika 4.13), za svaki zglob se potom određuje njegov koordinatni sistem prema pravilu desne ruke, pri čemu se počinje od baznog zgloba J1 za određivanje ugla α_i . To je ugao rotacije oko ose x_i potreban da se osa z_{i-1} dovede u paralelan položaj sa osom z_i . Kod rotacionih zglobova osa rotacije uvek je postavljena u pravcu z_{i-1} ose. Potom je potrebno odrediti ugao zakretanja α_i , tj. ugao rotacije oko x_i ose, koji se određuje tako što se osa z_0

odnosno z_{i1} dovede u paralelan položaj sa osom z_1 odnosno z_i to je $\pi/2$ ili 90° . Sledi se ista procedura i određuju uglovi α_2 do α_6 .



Slika 4.13. Radni prostor robota Fanuc

Postavljanjem koordinatnih sistema i određivanjem rastojanja segmenata i dužina veze, sledeći korak je određivanje $D-H$ parametara. Na osnovu dobijenih $D-H$ parametara formirana je tabela 4.2.

Tabela 4.2. $D-H$ parametri za robotsku ruku robota Fanuc M-16iB/10L

Broj ose	Ugao zakretanja α_i [rad]	Dužina veze a_i [m]	Rastojanje između segmenata d_i [m]	Ugao zakretanja θ_i [rad]	Min. [rad]	Max. [rad]
1 ₍₀₋₁₎	$-\pi/2$	0,150	0,525	θ_1 promenljivo	-2,9671	2,9671
2 ₍₁₋₂₎	0,0	0,770	0	θ_2 promenljivo	-2,1817	2,1817
3 ₍₂₋₃₎	$\pi/2$	0,10	0	θ_3 promenljivo	-4,0143	4,0143
4 ₍₃₋₄₎	$-\pi/2$	0	0,740	θ_4 promenljivo	-3,4907	3,4907
5 ₍₄₋₅₎	$\pi/2$	0	0	θ_5 promenljivo	-2,4435	2,4435
6 ₍₅₋₆₎	0	0	0,10	θ_6 promenljivo	-7,8540	7,8540

Tabela $D-H$ parametara predstavlja notaciju koju su razvili Denavit i Hartenberg [139], namenjenu za dodeljivanje ortogonalnih koordinata za par susednih veza u jednom otvorenom kinematskom sistemu. Ona se koristi u robotici, gde se jedan robot može modelovati kao više povezanih čvrstih tela (segmenata) gde se $D-H$ parametri koriste kako bi se definisala veza između dva susedna segmenta.

Pošto su određeni svi $D-H$ parametri, može se pristupiti izračunavanju transformacione matrice 0A_6 . Transformaciona matrica sadrži matricu rotacione transformacije 0R_6 i vektor položaja 0p_6 . Koristeći jednačine (4.2.2.40) i (4.2.2.41), dobija se:

$${}^0\mathbf{R}_6 = \left({}^0\mathbf{R}_{1z,0} \quad {}^0\mathbf{R}_{1x,\alpha}\right) \left({}^1\mathbf{R}_{2z,0} \quad {}^1\mathbf{R}_{2x,\alpha}\right) \left({}^2\mathbf{R}_{3z,0} \quad {}^2\mathbf{R}_{3x,\alpha}\right) \left({}^3\mathbf{R}_{4z,0} \quad {}^3\mathbf{R}_{4x,\alpha}\right) \left({}^4\mathbf{R}_{5z,0} \quad {}^4\mathbf{R}_{5x,\alpha}\right) \left({}^5\mathbf{R}_{6z,0} \quad {}^5\mathbf{R}_{6x,\alpha}\right) \quad (4.2.6.1)$$

$$\begin{aligned} {}^0\mathbf{p}_6 = & \left({}^0\mathbf{R}_{1z,0} \mathbf{s}_1\right) + \left({}^0\mathbf{R}_{1z,0} \quad {}^0\mathbf{R}_{1x,\alpha}\right) \left({}^1\mathbf{R}_{2z,0} \mathbf{s}_2\right) + \left({}^0\mathbf{R}_{1z,0} \quad {}^0\mathbf{R}_{1x,\alpha}\right) \left({}^1\mathbf{R}_{2z,0} \quad {}^1\mathbf{R}_{2x,\alpha}\right) \left({}^2\mathbf{R}_{3z,0} \mathbf{s}_3\right) + \\ & + \left({}^0\mathbf{R}_{1z,0} \quad {}^0\mathbf{R}_{1x,\alpha}\right) \left({}^1\mathbf{R}_{2z,0} \quad {}^1\mathbf{R}_{2x,\alpha}\right) \left({}^2\mathbf{R}_{3z,0} \quad {}^2\mathbf{R}_{3x,\alpha}\right) \left({}^3\mathbf{R}_{4z,0} \mathbf{s}_4\right) + \\ & + \left({}^0\mathbf{R}_{1z,0} \quad {}^0\mathbf{R}_{1x,\alpha}\right) \left({}^1\mathbf{R}_{2z,0} \quad {}^1\mathbf{R}_{2x,\alpha}\right) \left({}^2\mathbf{R}_{3z,0} \quad {}^2\mathbf{R}_{3x,\alpha}\right) \left({}^3\mathbf{R}_{4z,0} \quad {}^3\mathbf{R}_{4x,\alpha}\right) \left({}^4\mathbf{R}_{5z,0} \mathbf{s}_5\right) + \\ & + \left({}^0\mathbf{R}_{1z,0} \quad {}^0\mathbf{R}_{1x,\alpha}\right) \left({}^1\mathbf{R}_{2z,0} \quad {}^1\mathbf{R}_{2x,\alpha}\right) \left({}^2\mathbf{R}_{3z,0} \quad {}^2\mathbf{R}_{3x,\alpha}\right) \left({}^3\mathbf{R}_{4z,0} \quad {}^3\mathbf{R}_{4x,\alpha}\right) \left({}^4\mathbf{R}_{5z,0} \quad {}^4\mathbf{R}_{5x,\alpha}\right) \left({}^5\mathbf{R}_{6z,0} \mathbf{s}_6\right) \end{aligned} \quad (4.2.6.2)$$

Sledeće matrice su pojedinačne \mathbf{R} matrice za svaku osu manipulatora:

$$\begin{aligned} {}^0\mathbf{R}_{1z,0} &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) & 0 \\ \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & {}^0\mathbf{R}_{1x,\alpha} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \\ {}^1\mathbf{R}_{2z,0} &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 \\ \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & {}^1\mathbf{R}_{2x,\alpha} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \\ {}^2\mathbf{R}_{3z,0} &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) & 0 \\ \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & {}^2\mathbf{R}_{3x,\alpha} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}; \\ {}^3\mathbf{R}_{4z,0} &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_4) & -\sin(\theta_4) & 0 \\ \sin(\theta_4) & \cos(\theta_4) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & {}^3\mathbf{R}_{4x,\alpha} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \\ {}^4\mathbf{R}_{5z,0} &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_5) & -\sin(\theta_5) & 0 \\ \sin(\theta_5) & \cos(\theta_5) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & {}^4\mathbf{R}_{5x,\alpha} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \\ {}^5\mathbf{R}_{6z,0} &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_6) & -\sin(\theta_6) & 0 \\ \sin(\theta_6) & \cos(\theta_6) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & {}^5\mathbf{R}_{6x,\alpha} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Slično, vektor \mathbf{s}_i je dat kao:

$$\mathbf{s}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{s}_2 = \begin{bmatrix} a_2 \\ 0 \\ d_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{s}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{s}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{s}_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{s}_6 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_6 \end{bmatrix}$$

Prethodni izrazi za ${}^{i-1}\mathbf{R}_i$ i \mathbf{s}_i zamenjuju se u jednačine (4.2.6.1) i (4.2.6.2), pri čemu je $C_i = \cos(\theta_i)$, $S_i = \sin(\theta_i)$, i posle izračunavanja dobija se:

$${}^0\mathbf{R}_6 = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (4.2.6.3)$$

gde je:

$$\begin{aligned} r_{11} &= \left\{ \left[(C_1 C_2 C_3 - C_1 S_2 S_3) C_4 - S_1 S_4 \right] C_5 + (-C_1 C_2 S_3 - C_1 S_2 C_3) S_5 \right\} C_6 + \\ &+ \left[(C_1 C_2 C_3 - C_1 S_2 S_3) S_4 + S_1 C_4 \right] S_6 \\ r_{12} &= -\left\{ \left[(C_1 C_2 C_3 - C_1 S_2 S_3) C_4 - S_1 S_4 \right] C_5 + (-C_1 C_2 S_3 - C_1 S_2 C_3) S_5 \right\} S_6 + \\ &+ \left[(C_1 C_2 C_3 - C_1 S_2 S_3) S_4 + S_1 C_4 \right] C_6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
r_{13} &= [(C_1C_2C_3 - C_1S_2S_3)C_4 - S_1S_4]S_5 - (-C_1C_2S_3 - C_1S_2C_3)C_5 \\
r_{21} &= \{[(S_1C_2C_3 - S_1S_2S_3)C_4 + C_1S_4]C_5 + (-S_1C_2S_3 - S_1S_2C_3)S_5\}C_6 + \\
&\quad + [(S_1C_2C_3 - S_1S_2S_3)S_4 - C_1C_4]S_6 \\
r_{22} &= -\{[(S_1C_2C_3 - S_1S_2S_3)C_4 + C_1S_4]C_5 + (-S_1C_2S_3 - S_1S_2C_3)S_5\}S_6 + \\
&\quad + [(S_1C_2C_3 - S_1S_2S_3)S_4 - C_1C_4]C_6 \\
r_{23} &= [(S_1C_2C_3 - S_1S_2S_3)C_4 + C_1S_4]S_5 - (-S_1C_2S_3 - S_1S_2C_3)C_5 \\
r_{31} &= [(S_2C_3 + C_2S_3)C_4C_5 + (-S_2S_3 + C_2C_3)S_5]C_6 + (S_2C_3 + C_2S_3)S_4S_6 \\
r_{32} &= -[(S_2C_3 + C_2S_3)C_4C_5 + (-S_2S_3 + C_2C_3)S_5]S_6 + (S_2C_3 + C_2S_3)S_4C_6 \\
r_{33} &= (S_2C_3 + C_2S_3)C_4S_5 - (-S_2S_3 + C_2C_3)C_5 \\
{}^0\mathbf{p}_6 &= \begin{bmatrix} p_{11} \\ p_{21} \\ p_{31} \end{bmatrix} \tag{4.2.6.4}
\end{aligned}$$

gde je:

$$\begin{aligned}
p_{11} &= C_1C_2a_2 + S_1d_2 + (-C_1C_2S_3 - C_1S_2C_3)d_4 + \\
&\quad + \{[(C_1C_2C_3 - C_1S_2S_3)C_4 - S_1S_4]S_5 - (-C_1C_2S_3 - C_1S_2C_3)C_5\}d_6 \\
p_{21} &= S_1C_2a_2 - C_1d_2 + (-S_1C_2S_3 - S_1S_2C_3)d_4 + \\
&\quad + \{[(S_1C_2C_3 - S_1S_2S_3)C_4 + C_1S_4]S_5 - (-S_1C_2S_3 - S_1S_2C_3)C_5\}d_6 \\
p_{31} &= S_2a_2 + (-S_2S_3 + C_2C_3)d_4 + [(S_2C_3 + C_2S_3)C_4S_5 - (-S_2S_3 + C_2C_3)C_5]d_6
\end{aligned}$$

Konačna transformaciona matrica je:

$${}^0\mathbf{A}_6 = \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{R}_6 & {}^0\mathbf{p}_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.2.6.5}$$

Kako bi se robot za date parametre *D-H* simulirao, prethodno je potrebno rešiti inverznu kinematiku i dinamiku.

Direktna kinematika se koriste za izračunavanje pozicije krajnje tačke i pojedinih položaja.

Pomoću inverzne kinematike pozicije manipulatora se izračunavaju pomoću položaj krajnje tačke. Verifikacija rezultata vrši se sa simulatorom [140].

4.2.6.2. Izračunavanje direktne kinematike

Direktna kinematika se koriste za izračunavanje pozicije krajnje tačke manipulatora i pojedinih položaja njegovih tačaka. Ovo se postiže na osnovu *D-H* zadatih parametara za robot. Za inverznu kinematiku pozicija manipulatora se izračunava s obzirom na položaj krajnje tačke. Verifikacija rezultata vrši se simulatorom.

Koristeći Denavit-Hartenberg parametre za robot FANUC M-16/B/10L opisane u tabeli 4.1, koordinate transformacionih matrica robota se izračunavaju pomoću izraza:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\mathbf{A}_3\mathbf{A}_4\mathbf{A}_5\mathbf{A}_6\mathbf{A}_7 \tag{4.2.6.6}$$

gde su:

\mathbf{A} - homogena transformaciona matrica koja određuje položaj i orijentaciju koordinatni sistem,
 \mathbf{A}_i - homogena translatorna matrica alata.

Ako je zglob i rotacioni, homogena transformaciona matrica ${}^{i-1}A_i$ preračunavanja koordinata sa i -tog na $i-1$ koordinatni sistem ima oblik:

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\cos(\alpha_i) \times \sin(\theta_i) & \sin(\alpha_i) \times \sin(\theta_i) & a_i \times \cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\alpha_i) \times \cos(\theta_i) & -\sin(\alpha_i) \times \cos(\theta_i) & a_i \times \sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & b_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2.6.7)$$

Ako je zglob i translatorsni, matrica ${}^{i-1}A_i$ iz jednačinu (4.2.2.17):

$$A_{t,y,\phi} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ako unesemo podatke u matricu (4.2.2.17) imaće oblik:

$$A_t = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) & -0.0780 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) & 0.150 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ za } \beta = 25.2^\circ \quad (4.2.6.8)$$

gde su:

$$\cos \beta = 25,2^\circ = 0,9048$$

$$\sin \beta = 25,2^\circ = 0,4257$$

i -iti segment

i^{-1} -iti prethodni segment

$${}^{i-1}T_i, \text{ i } {}^0A_i = {}^0A_{i-1} {}^{i-1}T_i,$$

0A_i - homogena transformaciona matrica, opisuje počozaj pokretnog koordinatnog sistema i u odnosu na nepokretni koordinatni sistem 0.

Dve različite metodologije uspostavljene su za dodeljivanje koordinatnih sistema, svaka od njih omogućuje slobodu u stvaranja koordinatnog sistema.

1. Sistem i nalazi se duž ose zajedničkog zgloba $i+1$, kao što je opisao Paul [117], i Li [99, 125].

2. Sistem i nalazi se duž ose zajedničkog zgloba, često se nazivaju kao „modifikovani Denavit-Hartenbergov” oblik [144]. Ovaj oblik se obično koristi u literaturi koja se bavi dinamikom manipulatora. Veza matrica transformacija za ovaj oblik razlikuje se od (1).

Tako množenjem matrica (4.1.8.4) sa (4.1.8.6) dobijamo:

$$T = [0., 0., 0., 1.]$$

4.2.6.3. Verifikacija modela

U cilju provere direktne kinematike izračunate za manipulator, postavljene su veze početnih uglova zgloba, i uporedili sa grafičkim rezultatima koji su dati, za T izračunato iz jednačine (4.2.6.8):

$$T_{\theta_1=\theta_2=\theta_3=\theta_4=\theta_5=\theta_6=0} = \begin{bmatrix} 0,9048 & 0 & 0,4257 & 0,9415 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0,4257 & 0 & 0,9048 & 1,5190 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2.6.9)$$

Na osnovu date jednačine orijentacija hvataljke (alat) odgovara T izračunato. Stoga pretpostavljamo da je direktna kinematika tačna.

4.2.6.4. Inverzna kinematika

Inverzna kinematika je problem pronalaženja koordinata zglobova robota za datu homogenu transformacionu matricu koja određuje položaj i orijentaciju hvataljke manipulatora u odnosu na nepokretni koordinatni sistem.

Da bi se utvrdila pozicija manipulatora sa određenim zadatkom potrebno je odrediti koordinate tačke. Znamo da sferni zglob ima dimenzije $(0,25 [m] \times 0,25 [m])$ u x i y , a radijus r od $0,25 [m]$ sa centrom $C(0, 1, 0,3)$. Tako se koordinate tačke P za x i za y mogu dobiti u sledećim koracima.

Iz izloženog može se videti da je $P_x = 0,125$ i $P_y = 1,125$. Tada P_z se može odrediti iz jednačine:

$$P_z = C_z + \sqrt{\left(r^2 - (P_x - C_x)^2 - (P_y - C_y)^2\right)} = 0,4767 \quad (4.2.6.10)$$

gde su:

P_x - projekcija tačke P na x osi,

P_y - projekcija tačke P na y osi i

P_z - projekcija tačke P na z osi.

Posle toga određuje se dodeljivanje koordinatnog sistema tačke P .

Postavimo da z osa (\mathbf{v}_c) bude normalna na površinu u tačku P usmerena prema centru sfere C dobijamo:

$$\mathbf{v}_c = \frac{(C - P)}{r}$$

gde je:

\mathbf{v}_c - vektor brzine tačke C

$$\mathbf{v}_c = \begin{bmatrix} 0,5000 \\ -0,5000 \\ -0,7071 \end{bmatrix} \quad (4.2.6.11)$$

Postoje rešenja za dobijanje jediničnog vektora za x i y osu:

$$\mathbf{v}_x = \mathbf{v}_{x_0} \times \mathbf{v}_z$$

$$\mathbf{v}_x = \frac{\mathbf{v}_x}{\sqrt{(\mathbf{v}_x \cdot \mathbf{v}_x)}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,8164 \\ -0,5773 \end{bmatrix} \quad (4.2.6.12)$$

gde je:

\mathbf{v}_{x_0} - jedinični vektor u pravcu x .

$$\mathbf{v}_y = \mathbf{v}_z \times \mathbf{v}_x$$

$$\mathbf{v}_y = \frac{\mathbf{v}_y}{\sqrt{(\mathbf{v}_y \cdot \mathbf{v}_y)}} = \begin{bmatrix} 0,8660 \\ 0,2886 \\ 0,4082 \end{bmatrix} \quad (4.2.6.13)$$

Vektori brzina \mathbf{v}_c , \mathbf{v}_x , \mathbf{v}_y su dati u matricnoj formi i određuju orijentaciju zgloba.

Kao rezultat opisanog postupka dobijamo nizove vrednosti q koji odgovaraju nizu trenutaka vremena, odnosno dobijamo zakon kretanja u unutrašnjim koordinatama $q(t)$ i (t) . Ovim smo rešili inverzni problem kinematike robota.

4.2.6.5. Transformacione matrice

Transformaciona matrica A_b opisuje položaj koji je potreban da robotska ruka (kranja tačka) dođe u tačku P .

$$A_b = \begin{bmatrix} V_{x_x} & V_{y_x} & V_{c_x} & P_x \\ V_{x_y} & V_{y_y} & V_{c_y} & P_y \\ V_{x_z} & V_{y_z} & V_{c_z} & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (A_{tool})^{-1}$$

$$A_b = \begin{bmatrix} 0,2128 & 0,8660 & 0,4524 & -0,1779 \\ 0,5258 & 0,2886 & -0,8000 & 1,2894 \\ -0,8234 & 0,4082 & -0,3939 & 0,4728 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2.6.14)$$

4.2.6.5.1. Proračuni ugla zgloba za tačku

Kako je robot zglobni manipulator (manipulator čija zadnja tri zgloba imaju ukrštene ose) orijentacioni problem je rešen nezavisno od problema pozicioniranja. Za rešavanje problema inverzne kinematike, rešenje za zglobne manipulatore opisao ju u knjizi Angeles J. [142].

Problem pozicioniranja: prvi korak u rešavanju problema pozicioniranja je izračunavanje tačaka poslednje tri ose:

$$C_{ručni\ zglob} = \begin{bmatrix} -0,2232 \\ 1,3695 \\ 0,5122 \end{bmatrix} \quad (4.2.6.15)$$

Nakon toga, θ_3 se nalazi rešavanjem korene iz sledećih polinoma:

$$R\tau_3^4 + S\tau_3^3 + T\tau_3^2 + U\tau_3 + V=0$$

$$\text{odakle je: } \tau_3 = \tan\left(\frac{\theta_3}{2}\right) \quad (4.2.6.16)$$

gde je:

$$\theta_3 = 2,645, 1,4364 + 0,2565 i, 1,4364 - 0,2565 i \text{ i } 0,2274 \quad (4.2.6.17)$$

sa samo dva realna rešenja

$$\theta_{3\text{ stvarno}} = 2645, 0,2274 \quad (4.2.6.18)$$

Zatim možemo naći odgovarajući θ_1 za svaki stvarni-realni θ_3 (za više detalja u proračunima).

$$\theta_1 = 1,7324, 1,7324 \quad (4.2.6.19)$$

Za θ_2 trebamo izračunati dodatne koeficijente:

$$A_{11} = 1,0343, 1,0343 \quad (4.2.6.20)$$

$$A_{12} = -0,6984, 0,6984 \quad (4.2.6.21)$$

$$\Delta_2 = 1,5575, 1,5575 \quad (4.2.6.22)$$

određujući vrednost:

$$\theta_2 = -0,5836, 0,6043 \quad (4.2.6.23)$$

Sa vrednostima θ_1 , θ_2 i θ_3 problem za pozicioniranje je rešen i možemo nastaviti sa problemom orijentacije.

4.2.6.5.2. Problem orijentacije

Problem orijentacije se sastoji od pronalaženja θ_4, θ_5 i θ_6 sa:

$$\mathbf{R} = \mathbf{Q}_3^T \mathbf{Q}_2^T \mathbf{Q}_1^T \mathbf{Q} = \mathbf{Q}_4 \mathbf{Q}_5 \mathbf{Q}_6 \quad (4.2.6.24)$$

gde je:

\mathbf{Q}_i - orijentacija delova \mathbf{T}_i (jednačina 4.2.2.39).

Sa informacijama iz problema za pozicioniranje možemo izračunati \mathbf{R} :

$$\mathbf{R}_1 = \begin{bmatrix} 0,4975 & -0,4287 & 0,7542 \\ -0,2947 & -0,9012 & -0,3178 \\ 0,8159 & -0,0641 & -0,5747 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_2 = \begin{bmatrix} 0,9352 & 0,2036 & 0,2808 \\ -0,2947 & -0,9012 & -0,3718 \\ -0,1964 & 0,3826 & -0,5747 \end{bmatrix} \quad (4.2.6.25)$$

Kao što je \mathbf{R} jednako:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6 & -c_4 c_5 s_6 - s_4 c_6 & c_4 s_5 \\ s_4 c_5 c_6 + c_4 c_6 & -s_4 c_5 s_6 + c_4 c_6 & s_4 s_5 \\ -s_5 c_6 & s_5 s_6 & c_5 \end{bmatrix}$$

za $c_i = \cos(\theta_i)$ i $s_i = \sin(\theta_i)$ (4.2.6.26)

Kada se jednačina (4.2.6.26) uporedi sa jednačinom (4.2.6.25) preostali uglovi mogu se naći u tabeli 4.3.

$$\theta_4 = -0,3988, -2,3100 \quad (4.2.6.27)$$

$$\theta_5 = + -2,183, + -2,6970 \quad (4.2.6.28)$$

$$\theta_6 = -3,0631, 1,0966 \quad (4.2.6.29).$$

Dakle rešenja za manipulator predstavljene su sledeće vrednosti (tabela 4.3):

Tabela 4.3. Uglovi rešenja manipulatora

Rešenje	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
1	1,7324	-0,5836	2,645	-0,3988	2,183	3,0631
2	1,7324	-0,5836	2,645	-0,3988	-2,183	3,0631
3	1,7324	0,6043	0,2274	-2,3100	2,697	1,0966
4	1,7324	0,6043	0,2274	-2,3100	-2,697	1,0966

4.2.7. PRIMENA RAČUNARA ZA PRORAČUN KINEMATIKE I DINAMIKE ROBOTA I SIMULACIJA KRETANJA

Upotreba računara postala je sastavni deo rada i života mnogih ljudi. Primenom računara, povećavaju se efikasnost i uspešnost u datoj oblasti. Računari su neminovno pomogli mnogim oblastima života i postali nezaobilazno sredstvo za rad u velikom broju profesija. Tako upotreba računara postala je nezaobilazni deo svakog uspešnog projektovanja robota. U ovom poglavlju opisano je kako se na osnovu dobijenog dinamičkog modela robota rešenog uz pomoć računara može izvršiti simulacija ponašanja, odnosno verifikacija modela kojom se obezbeđuje analiza ponašanja realnog robota. Na primeru industrijskog robota Fanuc, opisan je celokupni postupak rešavanja kinematike i dinamike robota uz pomoć računara, od formiranja transformacionih matrica preko rešavanja direktne i inverzne kinematike, do dinamike i simulacije ponašanja robota.

Iz dosadašnjeg iskustva formiranja matematičkog modela dinamike robota može se zaključiti da se teško može izvršiti ručno sastavljanje takvog modela. Međutim, primena računara za rešavanje kinematike i dinamike omogućila je da se prevaziđu nedostaci teorije robotike i ona postane upotrebljiva u praksi. Ovakva, računarski orjentisana kinematika i dinamika može se iskoristiti s jedne strane za razradu savršenijih metoda upravljanja robotima, a s druge strane za razvoj metoda računarskog projektovanja robota.

Pri projektovanju robota, i to kako mehaničke konstrukcije, tako i upravljačkog sistema, postavlja se problem određivanja čitavog niza važnih parametara. Kod mehaničke konstrukcije u pitanju su, na primer, dimenzije poprečnih preseka segmenata mehanizma, a kod upravljačkog sistema može se raditi, na primer, o određivanju vrednosti pojačanja povratne sprege. Postoje različiti načini za određivanje ovakvih parametara. Međutim, vrednost izračunata ma kojim načinom ne može se smatrati verodostojnom dok se ne izvrši provera. Provera podrazumeva analizu ponašanja realnog robota koji je realizovan na osnovu izračunatih vrednosti parametara. Zato je neophodno razviti postupak kojim bi se unapred, pre nego što je robot realizovan, moglo analizirati njegovo ponašanje. Takav postupak naziva se simulacija ponašanja [143].

Simulacija ponašanja robota zasniva se na njegovom dinamičkom modelu. Umesto realnog uređaja, koristi se matematički dinamički model čijim rešavanjem se izračunava kretanje budućeg robota. Dinamički model robota opisan je u prethodnom poglavlju ovog rada, a rešava se uz pomoć računara. Tačnost izračunatog kretanja zavisi od tačnosti modela. Radi se o tome da matematički model nikada ne uzima u obzir sve dinamičke efekte. Na primer, dinamički modeli opisani u prethodnom poglavlju, iako veoma detaljni, ne uzimaju u obzir baš sve pojave. Konkretno, u obzir nije uzeto trenje u zglobovima mehanizma. Simulacija daje samo približne odgovore o ponašanju budućeg uređaja, ali su dobijeni rezultati veoma bliski ponašanju realnog robota.

4.2.7.1. Analiza modela robota korišćenjem programskog paketa Matlab

U ovom poglavlju opisano je projektovanje i analiza modela robota korišćenjem delova programskog paketa *Matlab*, *SimMechanics-a* i *Robotics toolbox-a*. *SimMechanics* je standardni deo programskog paketa *Matlab*, primenljiv na sve oblasti mehanike, dok je *Robotics toolbox* [144] deo programa specijalizovan za simulaciju manipulacionih robota.

Tulboks omogućava mnoge funkcije koje su korisne u robotici, uključujući kinematiku, dinamiku i generisanje trajektorije zglobova i hvataljke manipulatora. Bazira se na uopštenoj teoriji predstavljanja manipulatora kao otvorenog lanca koji se sastoji od krutih segmenata međusobno povezanih zglobovima (vezama) opisanoj u prethodnim poglavljima, pri čemu je korišćena standardna *Denavit-Hartenbergova notacija* [145]. U daljem tekstu prikazana je primena ovog softvera na konkretnom primeru robota *Fanuc* sa šest stepeni slobode.

Definisanje *D-H* parametara u simulaciji u *Matalab-u* izvršeno je preko *m* skripte pod nazivom **Fanuc_M16iB_10L.m** sledećeg sadržaja.

```
% FANUC Kinematicki podaci za Fanuc M16iB/10L robot
%
% Fanuc10L
%
% Definise objekat 'R' u tekucem workspace kojidefinise
% kinematicke karakteristike robotske ruke Fanuc M16iB/10L
% koristeći standardne DH parametre.
%
%
% Fanuc M16iB/10L robot
L1 = link([-pi/2 0.15 0 0.525 0 ]);
L2 = link([ 0 0.77 0 0 0 ]);
L3 = link([ pi/2 0.1 0 0 0 ]);
```



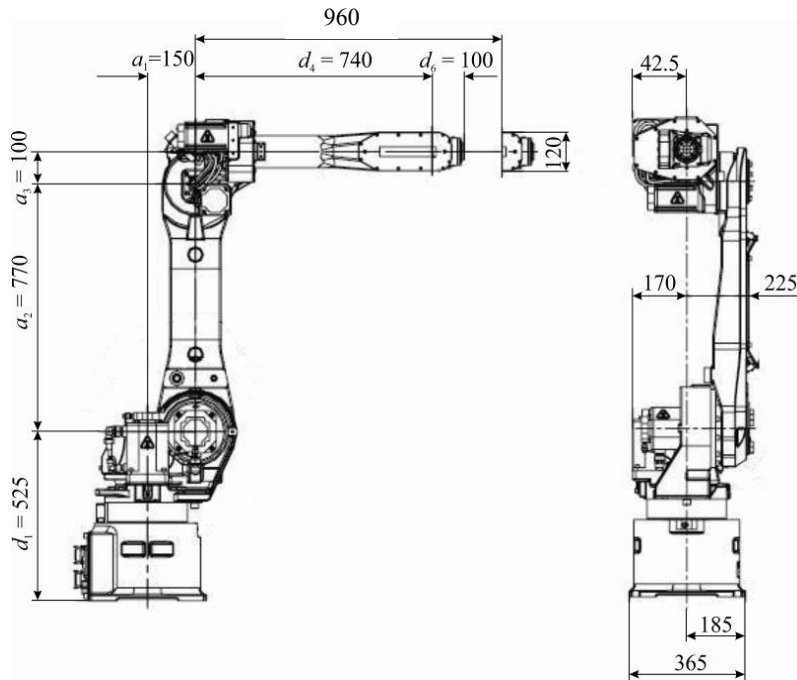
```

L4 = link([-pi/2 0 0 0.740 0 ]);
L5 = link([ pi/2 0 0 0 0 ]);
L6 = link([ 0 0 0 0.1 0 ]);

R=robot({L1 L2 L3 L4 L5 L6});
R.name='Fanuc M16iB/10L';
#####

```

Kao što se vidi iz sadržaja prethodne skripte uneti su $D-H$ parametri iz tablice 4.1 i kao takvi dodeljeni promenljivoj R koja definiše robotsku ruku „Fanuc” M16iB/10L (slika 4.14).

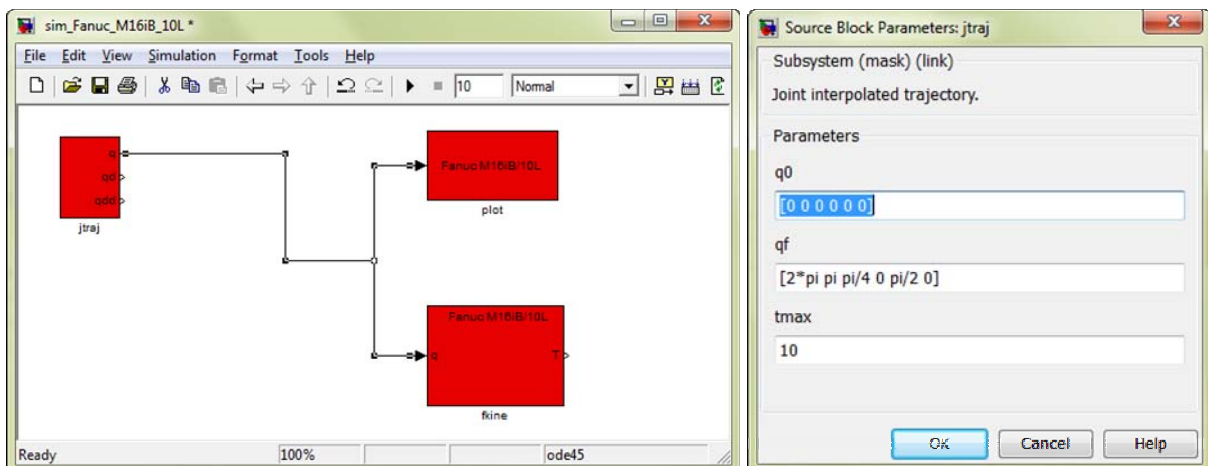


Slika 4.14. Definisane robotske ruke „Fanuc” M16iB/10L

4.2.7.2. Simulacija industrijskog manipulatora Fanuc M16-iB/10L

U ovom odeljku biće prikazana simulacija prethodno definisanog kretanja robota Fanuc.

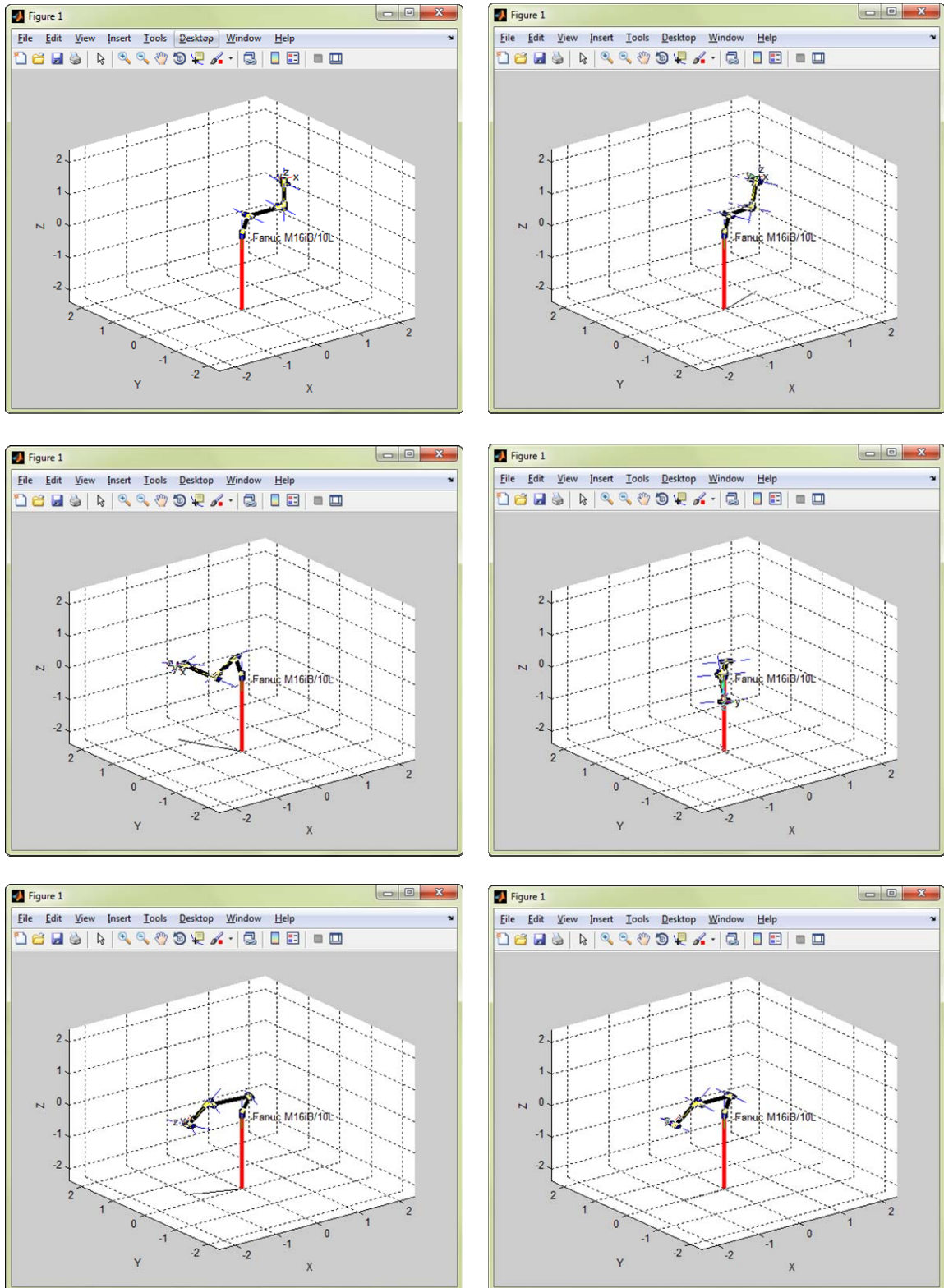
Ovaj blok determiniše početne (q_0) i krajnje (q_f) uglove svih 6 zglobova robotske ruke za vreme trajanja simulacije $t_{max} = 10 \text{ sec}$ (slika 4.15).



Slika 4.15. Unošenje bloka **jtraj** za definisanje kretanja i definisanje njegovih parametara

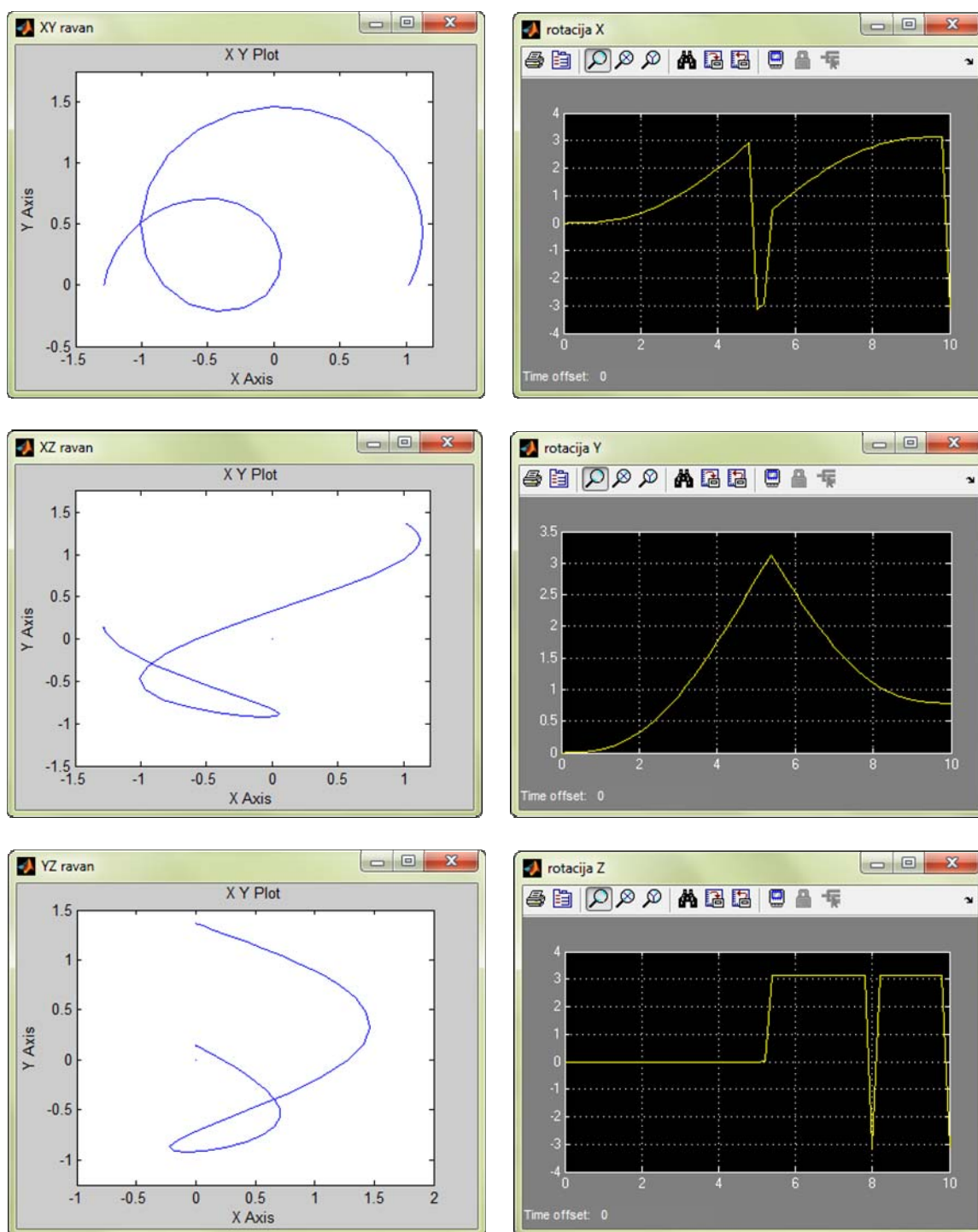
Tako na primer, zglob broj 3 će za vreme trajanja simulacije načiniti ugao od $\pi/4$, a zglob 4 neće napraviti nikakav pomeraj. Ovde je potrebno istaći da su ove vrednosti uglova date proizvoljno kako bi se što lakše uočio pomeraj robotske ruke, i ako na primer zglob 1 prema $D-H$ parametrima datim u tabeli 4.2 ne može da napravi veći pomeraj od $\pm 2,9671$ [rad].

Po pokretanju i posle simulacije dobijaju se sledeći grafici. Na slici 4.16 prikazan je položaj robotske ruke 0, 2, 4, 6, 8, 10 sekundi i nekoliko segmenata dobijene simulacije, odnosno nekoliko položaja robota pri izvršavanju zadate trajektorije.



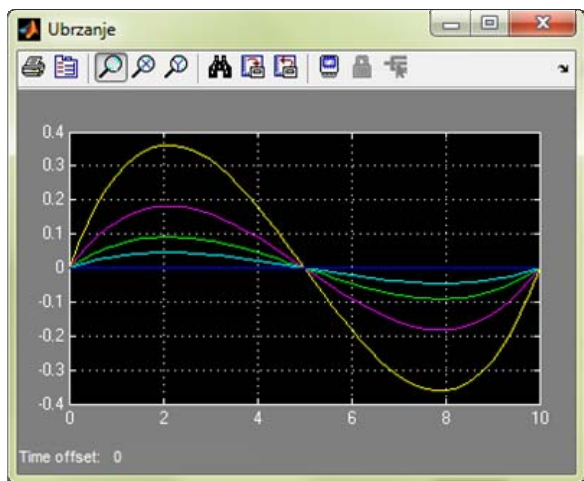
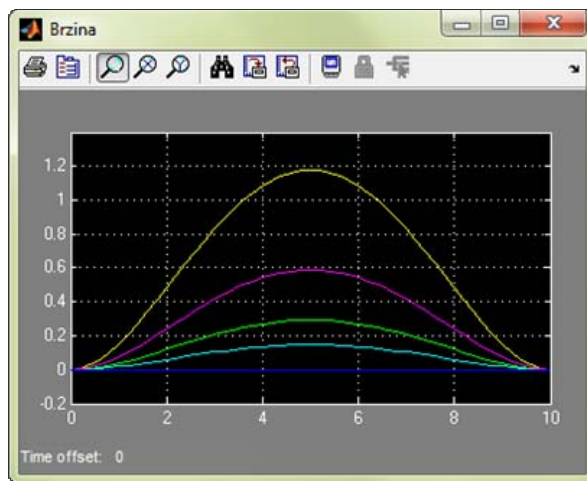
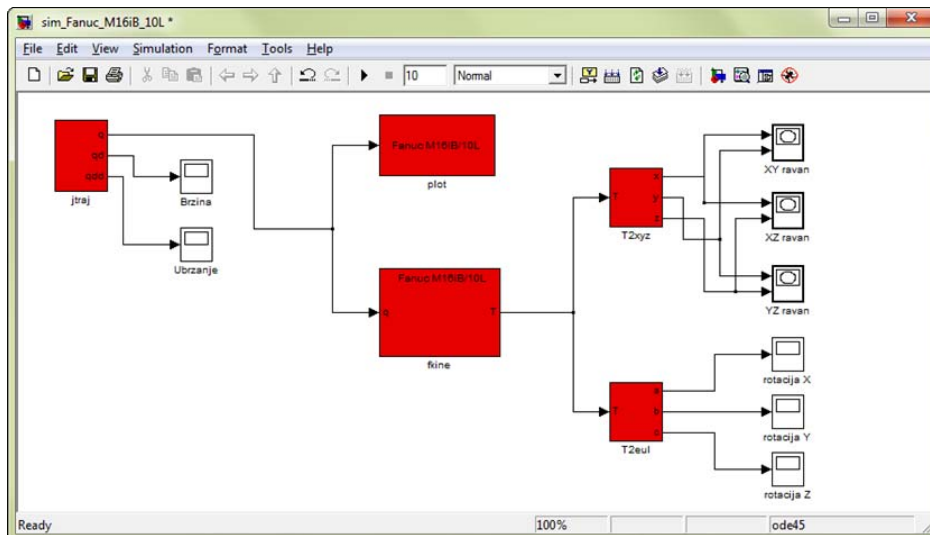
Slika 4.16. Prikaz položaja robotske ruke u prostoru

Mali koordinatni sistem vezan za kraj poslednjeg segmenta je prikazan da bi se videla orijentacija hvataljke robota (slika 4.14).



Slika 4.17. Prikaz putanje manipulatora-trajektorije u XY, XZ i YZ (levo) ravnima i uglovi rotacije oko osa X, Y i Z (desno)

Ukoliko su nam potrebne informacije o brzini i ubrzanju pojedinih zglobova robota možemo te veličine snimiti vezivanjem osciloskopa na izlaze bloka **jtraj**, **qd** (koji obezbeđuje prvi izvod pozicije u vremenu tj. brzinu zglobova) i **qdd** (obezbeđuje drugi izvod pozicije u vremenu, tj. ubrzanje zglobova). Dobijene vrednosti za iste parametre simulacije prikazane su na slici 4.18.



Slika 4.18. Grafički prikaz brzine i ubrzanja za vreme trajanja simulacije

Sa prethodne slike jasno se primećuje da kretanje i pomeraj zglobova nije interpoliran linearno između početnih i krajnjih položaja već postoji neka kvadratna ili kubna interpolacija tako da ubrzanja nisu nagla i ne postoji veliki trzaj zglobova. Najveću vrednost za brzinu naravno ima zglob 1 jer on treba da napravi pomeraj od 2π za vreme od 10 sekundi dok su pomeraji ostalih zglobova manji. Na slici je prikazano samo 4 grafika zbog toga što su pomeraji zglobova 4 i 6 jednaki nuli.

4.2.8. REZIME MATEMATIČKOG MODELIRANJA MANIPULATORA

Poslednjih godina oblast robotike i njena primena doživljavaju veoma buran razvoj, tako da se može konstatovati da su roboti postali nerazdvojni deo savremene industrijske fleksibilne automatizacije.

Postupak konstruisanja savremenih tipova robota je veoma složen proces koji se sastoji iz nekoliko etapa:

- definisanja i rešavanja kinematike i dinamike robota,
- projektovanja sistema upravljanja,
- projektovanja robotskih čula (pomoću različitih vrsta senzora),
- projektovanja robotske vizije (sposobnost robota da vidi okruženje) i
- projektovanja veštačke inteligencije robota (sposobnost robota da u zavisnosti od konkretne situacije samostalno donosi odluke).

Pri tome, sve etape su podjednako značajne za uspešno konstruisanje robota.

U ovom poglavlju, razmatran je problem definisanja i rešavanja mehanike manipulacionih robota, koji je od fundamentalnog značaja za uspešno projektovanje i izvođenje sistema upravljanja robota.

Iz navedenih analiza u radu, može se zaključiti da se taj problem svodi na rešavanje kinematike i dinamike složenih (relativnih) kretanja sistema tela koji se sastoji u sledećem:

- definisanja parametara kretanja, tj. broja stepeni slobode kretanja, odnosno određivanje generalisanih koordinata manipulatora,
- određivanja položaja pojedinih karakterističnih tačaka manipulatora (zglobovi, hvataljka), odnosno određivanje zakona kretanja,
- određivanja brzina pojedinih karakterističnih tačaka,
- određivanja ubrzanja pojedinih karakterističnih tačaka i
- određivanja pogonskih sila i momenata, tj. formiranja i rešavanja dinamičkih jednačina kretanja, itd.

S obzirom da se manipulacioni roboti sastoje iz više segmenata međusobno povezanih zglobovima, to su njihovi mehanički modeli veoma složeni, pa klasični mehanički proračuni za rešavanje njihovog kretanja postaju krajnje neefikasni i vrlo teško se dolazi do rešenja.

Zbog toga je za rešavanje kinematike i dinamike ovakvih modela primenjen metod korišćenja transformacionih matrica, što je opisano u poglavljima ovog rada.

Takva metodologija omogućava formiranje matričnih dinamičkih jednačina kretanja, koje su pogodne za efikasno rešavanje uz pomoć računara, čime se prevazilazi osnovni problem klasičnih mehaničkih proračuna.

Dobijena računarski orjentisana kinematika i dinamika iskorišćene su, s jedne strane za razradu savršenijih metoda upravljanja robotima, a s druge strane za razvoj metoda računarskog projektovanja robota. Generalno, dinamičke performanse manipulatora direktno zavise od efikasnosti algoritama upravljanja i dinamičkog modela manipulatora. Problem upravljanja zavisi od izvođenja dinamičkog modela fizičkog sistema manipulatora i od određivanja odgovarajućih zakona upravljanja, ili strategije za postizanje željenog odziva i performansi.

Takođe, dinamički model robota koji se može rešiti uz pomoć računara omogućava da se na osnovu njega izvrši simulacija ponašanja, odnosno verifikacija modela koja obezbeđuje da se izvrši analiza ponašanja realnog robota, što je opisano u četvrtom poglavlju ovog rada. Mogućnost simulacije ponašanja realnog robota pruža velike šanse za usavršavanje procesa projektovanja. Na primer, u zavisnosti od konkretnog zadatka, moguće je brzo analizirati ponašanje velikog broja različitih konfiguracija robota radi izbora najpovoljnije, ili isprobati razne upravljačke šeme, razne vrednosti pojačanja, itd.

Konkretni primer kinematičkih i dinamičkih proračuna i simulacije korišćenjem modela transformacionih matrica dati su na primeru manipulacionog robota Fanuc M16-iB/10L u osnovnom tekstu rada.

Može se zaključiti da je pitanje mehaničke analize manipulacionih robota korišćenjem transformacionih matrica rešeno veoma jednostavno i efikasno. Takođe, efikasan računarski orjentisan dinamički model i na njemu zasnovani proračuni i simulacija, postali su nezaobilazni deo svakog uspešnog projektovanja robota. Krajnji korak u korišćenju računara u projektovanju robota je formiranje postupka i programskog paketa koji bi, na osnovu postavljenih zahteva, vršio automatski izbor najpovoljnije konfiguracije robota. Ovaj postupak podrazumeva definisanje nekog kriterijuma optimalnosti i razvoj pogodnih metoda optimizacije.

5. MODELIRANJE INDUSTRIJSKIH KOMPRESORA I FORMIRANJE TRANSFORMACIONIH MATRICA

5.1. MATEMATIČKO MODELIRANJE KLIPNOG KOMPRESORA

Matematičko modeliranje klipnog kompresora je složeno jer je za opis procesa koji se dešavaju u toku njegovog rada potrebno koristiti relacije koje se koriste u različitim oblastima nauke. Procesi usisavanja vazduha i izduvavanja komprimovanog vazduha opisuju se jednačinama iz dinamike fluida. Proces komprimovanja vazduha opisuje se termodinamičkim jednačinama zasnovanim na I i II zakonu termodinamike i jednačinama za prenos toplote i mase. Kretanje klipa i ventila opisuje se mehaničkim jednačinama. Pored toga mora se voditi računa i o energetskim relacijama koje su neophodne za rad kompresora [7, 8]. Najčešće se u literaturi pri matematičkom modeliranju obrađuju samo neki aspekti rada kompresora da bi se bolje proučili određeni fenomeni. Tako, na primer, Navaro (*Navarro*) sa saradnicima se fenomenološki bavi modeliranjem kompresora pomoću prvenstveno energetskih relacija [78].

Složenost matematičkog modeliranja klipnog kompresora uslovlila je da se na osnovu eksperimentalnih rezultata i za jednostavna stacionarna stanja integrišu odvojeni modeli za protok ventila, prenos toplote u cilindru i gubitke u ležajevima [146]. Aigner (*Aigner*) i Stetenruk (*Steteinruck*) su modelirali kretanje gasa u cilindru koje ima talasnu prirodu [76]. Link (*Link*) i Dešamp (*Deschamps*) su modelirali procese pri puštanju u rad i zaustavljanju kompresora jer imaju drugačiji oblik od ustaljenih stanja pa ih je neophodno i drugačije modelirati [77].

Jedna grupa matematičkih modela kompresora utvrđuje samo numeričke relacije između ulaza (zapremina usisanog vazduha, pogonske snage) i izlaza (zapremina i pritisak komprimovanog vazduha, temperature kompresora), pri čemu se ne ulazi u prirodu fizičkih procesa koji se odvijaju u kompresoru već se kompresor posmatra kao crna kutija [7].

Matematički modeli kojima se potpuno opisuju svi procesi koji se odvijaju u kompresoru pomoću parcijalnih diferencijalnih jednačina nisu još napravljeni. Napravljeni su modeli koji mogu neke delove kompresora da opišu i da prikažu njihovo ponašanje metodom konačnih elemenata kao što je na primer prenos toplote u cilindru [9].

Kompresori su po svojoj konstrukciji veoma slični motorima sa unutrašnjim sagorevanjem pa se metode modeliranja motora uz odgovarajuća ograničenja mogu primeniti i na klipne kompresore. Metode modeliranja i proračuna kompresora prikazane u literaturi [79] uz ograničenja da se ne uzimaju u obzir članovi koji se odnose na gorivo, produkte sagorevanja i sastav smeše iskorišćene su za modeliranje toka radnog ciklusa kompresora.

Matematičke relacije koje su pogodne za modeliranje i simulaciju klipnog kompresora koje postoje u literaturi ne mogu se neposredno koristiti za modeliranje klipnih kompresora zbog specifičnosti razvijenih modela. Model Prakaša i Singa je namenjen za kompresore koji se koriste u sistemima za hlađenje u kojima se postupkom komprimovanja koristi fluid u obliku pare koji se prevodi u tečnu fazu [10]. Tako modeliranje klipnog kompresora jednačinama matrica u svojim radovima su istakli [78, 79, 84, 85, 147, 148] značaj kinematičke i dinamičke analize za kretanja kolenastog vratila, klipnjače i klipa.

Posle analize matematičkih modela kompresora formiran je matematički model klipnog kompresora koji je zasnovan na uprošćenim jednačinama koje opisuju kretanja rotacije kolenastog vratila, klipnjače i klipa sa matricama rotacije, kao i dinamičke jednačine kretanja klipa, klipnjače i kolenastog vratila.

Istovremeno, na osnovu matematičkog modela kompresora, mogu se odrediti fizičke veličine koje je neophodno meriti na kompresoru, a samim tim i davači koji treba da budu sastavni deo merne instalacije.

Kako je klipni kompresor koji treba da se modelira jednostepeni, visokopritisni kompresor, koji se koristi za komprimovanje vazduha na pritiske do 7-10 [*bara*], može se smatrati da je vazduh idealan gas i da je njegov koeficijent stišljivosti (faktor realnog gasa)

jednak jedinici pa se zbog toga mogu jednostavnije opisati termodinamički procesi u kompresoru (što nije predmet istraživanja u disertaciji). Proces u klipnom kompresoru su ciklične prirode u kome svaki ciklus sadrži faze: usisavanje gasa u cilindar, komprimovanje gasa, istiskivanje gasa iz cilindra i širenje gasa.

U daljem toku rada disertacije biće obuhvaćeni koordinatni sistemi za definisanje opštih matrica, kao i vektori položaja sistema za analizu klipa, klipnjače i kolenastog vratila, kao i kinematičke jednačine kretanja sistema.

5.2. ANALITIČKI METOD KLIPNOG MEHANIZMA

Analitička metoda se koristi za detaljno istraživanje mehanizama sa visokom preciznošću, kao i za dobijanje matematičkog odnosa između kretanja, brzine i ubrzanja poznatog segmenta n i kretanja vodećeg ugla segmenta φ_1 i dužina veze (segmenta). Za realizaciju ovih odnosa potrebno je:

$$\mathbf{S}_n = \mathbf{S}_n(\varphi_1, l_1, \dots, l_n) \mathbf{V}_n = \mathbf{V}_n(\varphi_1, l_1, \dots, l_n) \mathbf{a}_n = \mathbf{a}_n(\varphi_1, l_1, \dots, l_n) \quad (5.2.1)$$

$$\varphi_n = \varphi_n(\varphi_1), \quad \omega_n = \omega_n(\varphi_1), \quad \varepsilon_n = \varepsilon_n(\varphi_1) \quad (5.2.2).$$

gde su:

\mathbf{S}_n - zglobovi (čvorne tačke) n -tog segmenta,

\mathbf{V}_n - brzina n -tog segmenta,

\mathbf{a}_n - ubrzanje n -tog segmenta,

φ_n - koordinata ugla n -tog segmenta,

ω_n - ugaona brzina n -tog segmenta i

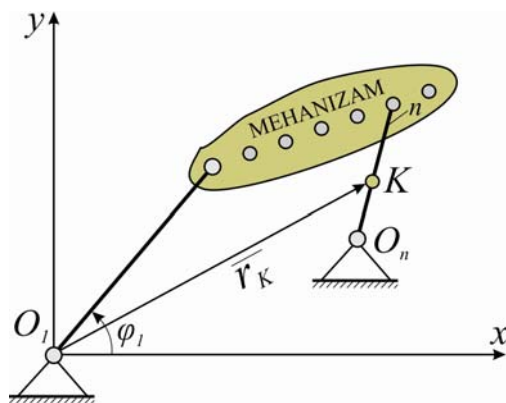
ε_n - ugaono ubrzanje n -tog segmenta.

Nedostaci ovakve metode istraživanja su svakako mala preglednost, veća složenost.

Svi vidovi opšte analitičke metode za kinematičko istraživanje veze mehanizama mogu se svesti na dve osnovne metode [149]:

1. Metoda vektora zatvorene konture.
2. Metoda transformacija koordinata korišćenjem matrica.

Suština metode je da se utvrdi funkcija položaja tačke \mathbf{K} na proizvoljnom segmentu- p_i (slika 5.1).



Slika 5.1. Kinematički lanac: $Ox_0 y_0 z_0$ - nepokretni koordinatni sistem, $Ox_n y_n z_n$ - pokretni koordinatni sistemi, \vec{r}_K - radijus vektora tačke \mathbf{K} mehanizma n -segmenti, S_n - zglobovi (čvorne tačke)

U slučaju mehanizma sa jednim stepenom slobode kretanje i položaj bilo koga člana p_i , i bilo koje tačke na njemu \mathbf{K} , jednoznačno se određuje u zavisnosti od ugla zakretanja φ_1 glavnog člana (ili pomeranja S_1 , koja se primenjuje kao generalizovana koordinata $\varphi_1 = \mathbf{q}_1$, to jest.

$$\bar{r}_K = \Pi_K(\varphi_1) = \Pi_K(q_1) = \Pi_K \quad (5.2.3)$$

gde su:

\bar{r}_K - radijus vektora tačke K mehanizma,

Π_K - funkcija položaja posmatrane tačke K [m],

φ_1 - ugao zakretanja 1 (prvog) segmenta,

$\Pi_K(q_1)$ - funkcija položaja tačke K za unutrašnju koordinatu ugla q_1 i

q_1 - unutrašnja koordinata ugla u zglobu.

$$\Pi'_K = \frac{d\bar{r}_K}{d\varphi_1} = \frac{d\Pi_K(\varphi_1)}{d\varphi_1} = (V_K^*) = \Pi'_K \quad (5.2.4)$$

Druga prenosna funkcija ili analogno ubrzanje ima dimenziju dužine [m]:

$$\Pi''_K = \frac{d}{d\varphi_1}(\Pi'_K) = \frac{d^2\Pi_K}{d\varphi_1^2} = (a_K^*) = \Pi''_K \quad (5.2.5).$$

Prenosna funkcija, kao i funkcija položaja, je geometrijska karakteristike i može se izraziti kao funkcije φ_1 , a nisu u funkciji vremena.

Ukoliko φ_1 zadovoljava ugaone koordinate, regularnost brzine prenosne funkcije Π'_K i Π''_K poklapaju se sa dimenzijom funkcije položaja razmatrane tačke Π_K .

Veza geometrijske karakteristike Π'_K , Π''_K se utvrđuje s kinematičkim zavisnostima.

Brzina tačke K :

$$V_K = \dot{\bar{r}}_K = \frac{d\Pi_K}{dt} = \frac{d\Pi_K}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} = \Pi'_K \cdot \omega_1, \quad (5.2.6)$$

Diferenciranjem po vremenu vektora brzina težišta segmenata $\dot{\bar{r}}_K$ određenih u jednačini (5.2.6) dobijamo apsolutna ubrzanja tačke njihovih težišta a_K , ubrzanje n -tog segmenta:

$$\begin{aligned} a_K = \ddot{\bar{r}}_K &= \frac{dV_K}{dt} = \frac{d}{dt}(\Pi'_K \cdot \omega_1) = \frac{d\Pi'_K}{dt} \cdot \omega_1 + \Pi'_K \frac{d\omega_1}{dt} = \\ &= \omega_1 \frac{d\Pi'_K}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} + \Pi'_K \cdot \varepsilon_1 = \Pi''_K \cdot \omega_1^2 + \Pi'_K \cdot \varepsilon_1, \end{aligned} \quad (5.2.7)$$

gde su:

$\Pi_K = V_K^*$ - analogne brzine tačke K , imaju dimenzije dužine [m],

$\Pi'_K = a_K^*$ - analogno ubrzanje tačke K , ima dimenziju dužine [m].

Dakle, problem može da se svede na proučavanju kinematičkog određivanja funkcije položaja i prenosne funkcije (ili analogne brzine i ubrzanja), prema poznatim brzinama ω_1 i ubrzanjima ε_1 . Ako je $\omega_1 = const$, to je $\varepsilon_1 = 0$. Ukoliko početni segment izvodi translatorno kretanje, onda uopštena generalizovana koordinata se zakreće oko čvrste tačke S . Ako segment n izvodi translatorno kretanje, to njegova ugaona brzina ω_n i ugaono ubrzanje ε_n se određuju kao funkcija položaja segmenta. Funkcija položaja segmenata n se određuje:

$$\varphi_n = \Pi_n(\varphi_1) \quad (5.2.8).$$

Diferenciranjem po vremenu vektora položaja segmenata l_n dobijamo njihove apsolutne ugaone brzine ω_n . Međutim, jednostavnije je odrediti relativne ugaone brzine diferenciranjem po vremenu generalisanih koordinata, a zatim izvršiti njihovo preračunavanje na apsolutni koordinatni sistem korišćenjem transformacionih matrica. Brzina proračunavanja se može povećati korišćenjem tzv. rekurentnog metoda koji se sastoji u sledećem: na izračunatu apsolutnu ugaonu brzinu prethodnog segmenta dodati preračunatu relativnu brzinu sledećeg segmenta. To je moguće jer su vektori relativne ugaone brzine segmenata klizeći. Tako dobijamo ugaonu brzinu segmenata n :

$$\omega_n = \frac{d\varphi_n}{dt} = \frac{d\varphi_n}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} = \Pi'_n \cdot \omega_1 \quad (5.2.9)$$

gde je :

S_i - zglobna tačka segmenata i ,

$\Pi'_n = \omega_n^*$ - analogne ugaone brzine segmenta n (bezdimenziona veličina).

Kod zupčastog prenosnika funkcija se javlja kao stepen prenosnog odnosa $\omega_n = i_{n_1} \cdot \omega_1$, $\Pi'_n = i_{n_1} = const$ kada je $\omega_n = const$.

Diferenciranjem po vremenu vektora apsolutne ugaone brzine ω_n dobijamo apsolutna ugaona ubrzanja. Međutim, jednostavnije je odrediti relativna ugaona ubrzanja diferenciranjem po vremenu generalisanih koordinata, a zatim izvršiti njihovo preračunavanje na apsolutni koordinatni sistem korišćenjem transformacionih matrica. Brzina proračunavanja se može i ovde, takođe, povećati korišćenjem tzv. rekurentnog metoda koji se sastoji u sledećem: na izračunato apsolutno ugaono ubrzanje prethodnog segmenta dodati preračunato relativno ubrzanje sledećeg segmenta. To je moguće jer su vektori relativnog ugaonog ubrzanja segmenata klizeći. Tada dobijamo ugaono ubrzanje n - tog segmenta:

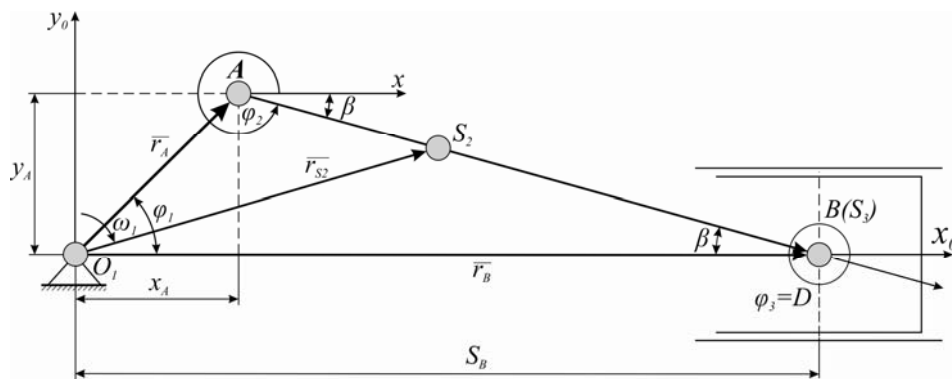
$$\begin{aligned} \varepsilon_n &= \frac{d\omega_n}{dt} = \frac{d}{dt} (\Pi'_n \cdot \omega_1) = \omega_1 \cdot \frac{d\Pi'_n}{dt} + \Pi'_n \frac{d\omega_1}{dt} = \\ &= \omega_1 \frac{d\Pi'_n}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} + \Pi'_n \cdot \varepsilon_1 = \Pi''_n \cdot \omega_1^2 + \Pi'_n \cdot \varepsilon_1 \end{aligned} \quad (5.2.10)$$

gde je:

$\Pi''_n = \varepsilon_n^*$ - analogno ugaono ubrzanje segmenta n (bezdimenziona veličina).

5.2.1. METODA VEKTORA ZATVORENE KONTURE

Ova metoda se određuje u zavisnosti od određivanja vektora pojedinih tačaka segmenata. S obzirom da je dat mehanizam sa jednim cilindrom, vektori pojedinih segmenata se određuju kao na slici 5.2:



Slika 5.2. Određivanje brzine i ubrzanja tačke A

Ako uzmemo da je $l_{O1A} = l_1$ [m], $l_{AB} = l_2$ [m], $\omega_1 = const$ [sec⁻¹]. Početak koordinatna X_0 Y_0 postavimo u tačku O_1 . Položaj brzine i ubrzanja tačke A određuje se vektorom radijusa \vec{r}_A i uglom φ_1 :

$$\vec{r}_A = \Pi_K(\varphi_1) = l_1 = const \quad (5.2.11)$$

Brzina:

$$V_A = \left| \frac{d\vec{r}_A}{dt} \right| = \left| \frac{d\vec{r}_A}{d\varphi_1} \right| \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} = \Pi'_A \cdot \omega_1 = l_1 \omega_1 \quad (5.2.12)$$

Ubrzanje:

$$\mathbf{a}_A = \ddot{\mathbf{r}} = \frac{dV_A}{dt} = \frac{d}{dt}(\Pi'_A \omega_1) = \frac{d\Pi'_A}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} \cdot \omega_1 + \Pi'_A \frac{d\omega_1}{dt} = \overline{l_1 \omega_1^2} + \overline{l_1 \varepsilon_1} \quad (5.2.13)$$

Iz metoda plana imamo:

$$\overline{\mathbf{a}}_A = \overline{\mathbf{a}}_{O_1} + \overline{\mathbf{a}}_{O_1}'' + \overline{\mathbf{a}}_{AO_1}' = \overline{\omega_1^2} l_1 + \varepsilon_1 \overline{l_1} \quad (5.2.14)$$

Brzina i ubrzanje tačke **B** prikazani su na (slici 5.2). Svaki pokretnu segment povezan sa vektorom \mathbf{l}_K . Smer obilaženja i pravac vektora uzeti su proizvoljno.

Zatvorena kontura vektorske jednačine:

$$\overline{l_1} + \overline{l_2} + \overline{\mathbf{r}}_B. \quad (5.2.15)$$

Položaj svakog vektora određen je uglom nagiba, računat u pravcu osa O_1X_0 odabranog pravca vektora. U datom slučaju za jednostavne mehanizme značenje brzine V_B i ubrzanja a_B imaju značajan vid (Π_B'' drugi izvod je preuzet pri korišćenju binoma Njutna ili razlaganjem u Furijeve redove).

Kod složenih mehanizama prvo se određuju položaji vezanih segmenata po Assuru L.V., zatim se izvode jednačine vektora najudaljenijih grupa segmenata. Zbog toga, analitičke metode razvijene su zahvaljujući razvoju i korišćenju računara. U nekim slučajevima, ne mogu se dobiti iskazivanja brzine i ubrzanja u eksplicitnom obliku, ovaj problem se svodi na rešavanje zadataka Košia, a rešen kompjuterskim numeričkim metodama. Brzina i ubrzanje za nekoliko konkretnih položaja mehanizama imaju značenje vrednosti grafičkih prikaza što će se prikazati u daljem toku rada.

5.2.2. METODA TRANSFORMACIJE KOORDINATA POMOĆU MATRICA

U ovom poglavlju su navedene osnovne matrice rotacione transformacije i njihova primena u različitim slučajevima pri rešavanju kinematike mehanizama, kao na primer za određivanje vektora segmenata, zglobova, težišta, njihovih brzina i ubrzanja.

Mehanizmi, u mehaničkom smislu, mogu se predstaviti sistemom krutih tela (segmenata) koji su međusobno povezani zakretnim (rotacionim) ili translatorskim vezama (zglobovima) koji se kreću pod dejstvom sila i obrtnih momenata. Niz segmenata povezanih zglobovima predstavlja kinematički lanac.

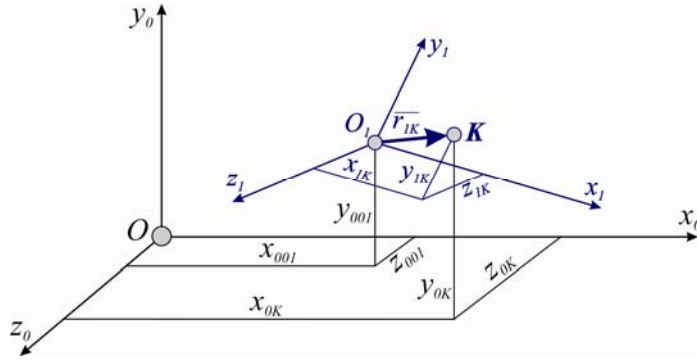
U ovom odeljku disertacije razmatraju se problemi položaja, brzina i ubrzanja segmenata mehanizma koji održavaju geometrijsku vezu pokretnih spojeva segmenata.

Razmotrićemo osobine matrice forme u procesu pretvaranja vektora u različitim koordinatnim sistemima, kao i prikaz vektora u rotiranim koordinatnim sistemima. Analiziraće se odnos postavljanja koordinatnih sistema kod jednoosnog okretanja. Definišaće se određivanje položaja mehanizma (zakoni kretanja), kao što su: određivanje vektora položaja segmenata. Takođe će se vršiti određivanje vektora položaja zgloba, težišta i tačke segmenta, kao i određivanje ugaone brzine i ubrzanja, linijske brzine i ubrzanja segmenata korišćenjem matrica rotacione transformacije.

Kod pronalaženja koordinate bilo koje tačke svih pokretnih segmenata, u odnosu na nepokretni koordinatni sistem (povezan za početak) koristi se metod transformacije koordinata pomoću matrica.

Na primer, tačka **K** u pokretnom koordinatnom sistemu O_I, x_I, y_I, z_I ima koordinate $x_{1K} y_{1K} z_{1K}$ (slika 5.3) ili u obliku matrica vektora tačke **K** na pokretni sistem. Vektor tačke **K** mehanizma zadat u svom pokretnom koordinatnom sistemu određuje se odnosom:

$$\overline{\mathbf{r}}_{1K} = \begin{bmatrix} x_{1K} \\ y_{1K} \\ z_{1K} \end{bmatrix} \quad (5.2.16).$$



Slika 5.3. Vektor tačke K u pokretnom koordinatnom sistemu

Koordinata tačke K u nepokretnom koordinatnom sistemu $Ox_0y_0z_0$ određuje se odnosom:

$$\begin{aligned} x_{0K} &= x_{1K} \cos(x_0x_1) + y_{1K} \cos(x_0y_1) + z_{1K} \cos(x_0z_1) + x_{001} \\ y_{0K} &= x_{1K} \cos(y_0x_1) + y_{1K} \cos(y_0y_1) + z_{1K} \cos(y_0z_1) + y_{001} \\ z_{0K} &= x_{1K} \cos(z_0x_1) + y_{1K} \cos(z_0y_1) + z_{1K} \cos(z_0z_1) + z_{001} \end{aligned} \quad (5.2.17)$$

gde su:

x_{001} , y_{001} , z_{001} - koordinate pokretnog koordinatnog sistema O_1 u odnosu na nepokretni koordinatni sistem O .

Formiranje kosinusne teoreme o osama može se napisati oblik matrice transformacije iz pokretnog koordinatnog sistema O_1 u nepokretni O sistem.

Kod mehanizama se često pokretni segmenti sastavljaju tako da se njihovo zakretanje ne vrši istovremeno po sve tri ose. Češće se ta kretanja vrše postupno, a kod nekih konstrukcija mehanizama kinematički parovi dozvoljavaju jedan ili dva zakretanja. Zato praktičan značaj imaju matrice okretanja u odnosu na odvojene ose. Tada, njihovim množenjem dobijamo opšti slučaj dvo ili troosnog okretanja. Takve matrice, koje odražavaju češće slučajeve, mogu se formirati primenom kosinusne teoreme.

$${}^0M_1 = \begin{bmatrix} \cos(x_0x_1) & \cos(x_0y_1) & \cos(x_0z_1) & x_{001} \\ \cos(y_0x_1) & \cos(y_0y_1) & \cos(y_0z_1) & y_{001} \\ \cos(z_0x_1) & \cos(z_0y_1) & \cos(z_0z_1) & z_{001} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.2.18).$$

gde je:

0M_1 - matrica transformacije prvog pokretnog koordinatnog sistema u odnosu na nepokretni sistem.

Formalno uvođenjem jedinice u matricu oblika četvrtog reda omogućava dobijanje kvadratne matrice 4×4 . Vektor tačke K u nepokretnom sistemu $Ox_0y_0z_0$ zapisuje se u obliku:

$$\bar{r}_{0K} = {}^0M_1 \bar{r}_{1K} \quad (5.2.19)$$

ili zapis skalarnog proizvoda vektora zadatih koordinata daje sledeći izraz:

$$\begin{bmatrix} x_{0K} \\ y_{0K} \\ z_{0K} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(x_0x_1) & \cos(x_0y_1) & \cos(x_0z_1) & x_{001} \\ \cos(y_0x_1) & \cos(y_0y_1) & \cos(y_0z_1) & y_{001} \\ \cos(z_0x_1) & \cos(z_0y_1) & \cos(z_0z_1) & z_{001} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_{1K} \\ y_{1K} \\ z_{1K} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.2.20).$$

Transponovanjem matrice 0M_1 , dobija se matrica prelaza iz nepokretnog koordinatnog sistema O na pokretni O_1 .

Gde je:

${}^0\mathbf{M}_1$ - matrica rotacione transformacije pokretnog koordinatnog sistema 1, u nepokretni 0.

$${}^1\mathbf{M}_0 = {}^0\mathbf{M}'_1 = \begin{bmatrix} \cos(x_0x_1) & \cos(y_0x_1) & \cos(z_0x_1) & 0 \\ \cos(x_0y_1) & \cos(y_0y_1) & \cos(z_0y_1) & 0 \\ \cos(x_0z_1) & \cos(y_0z_1) & \cos(z_0z_1) & 0 \\ x_{001} & y_{001} & z_{001} & 1 \end{bmatrix} \quad (5.2.21)$$

Gde su:

$${}^1\mathbf{M}_0 = {}^0\mathbf{M}'_1$$

$${}^0\mathbf{M}'_1 = ({}^0\mathbf{M}_1)^T$$

gde znak (') ili „ T ” - označava transponovanje matrica.

$$i \bar{\mathbf{r}}_{1K} = \mathbf{M}_{10} \bar{\mathbf{r}}_{0K} \quad (5.2.22).$$

Ukoliko imamo n nepokretnih koordinatnih sistema, prelaz iz sistema koordinata O_n u nepokretni koordinatni sistem vrši se preko n uzastopnih prelaza. Matrica transformacije koordinata ${}^0\mathbf{M}_n$ se zapisuje kao proizvod matrice svih srednjih prelaza.

Iz poslednje relacije može se izvući zaključak o tome da transformacija vektora $\bar{\mathbf{r}}_{1K} = l_n^{(n)}$, zadanog u n -tom koordinatnom sistemu, u nulti predstavlja proizvod njegovih koordinata, zdatih u n -tom sistemu, sa matricom transformacije ${}^0\mathbf{M}_n$, koja ima opšti oblik:

$${}^0\mathbf{M}_n = {}^0\mathbf{M}_1 \cdot {}^1\mathbf{M}_2 \cdot \dots \cdot {}^{n-1}\mathbf{M}_n \quad (5.2.23).$$

Vektor koordinate tačke K u nepokretnom koordinatnom sistemu glasi:

$$\bar{\mathbf{r}}_{0K} = {}^0\mathbf{M}_n \bar{\mathbf{r}}_{nK} \quad (5.2.24)$$

gde je: $\bar{\mathbf{r}}_{nK}$ - vektor koordinate tačke K u koordinatnom sistemu n .

Brzinu tačke K određujemo diferenciranjem generalisanih koordinata po vremenu ${}^0\mathbf{M}_n$:

$$\mathbf{V}_{0K} = \dot{\bar{\mathbf{r}}}_{0K} = {}^0\dot{\mathbf{M}}_n \bar{\mathbf{r}}_{nK} \quad (5.2.25).$$

gde je: ${}^0\dot{\mathbf{M}}_n$ - prvi izvod po vremenu matrice ${}^0\mathbf{M}_n$.

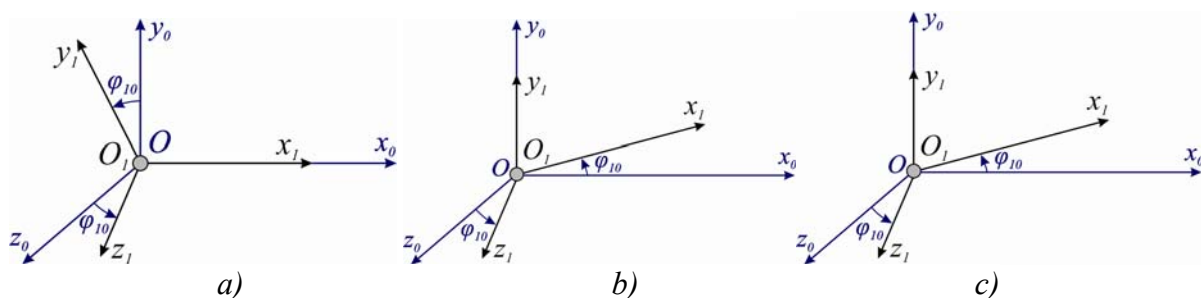
Ubrzanje tačke K se određuje diferenciranjem dva puta po vremenu generalisanih koordinata ${}^0\mathbf{M}_n$:

$$\mathbf{a}_{0K} = \ddot{\bar{\mathbf{r}}}_{0K} = {}^0\ddot{\mathbf{M}}_n \bar{\mathbf{r}}_{nK} \quad (5.2.26).$$

gde je: ${}^0\ddot{\mathbf{M}}_n$ - drugi izvod po vremenu matrice ${}^0\mathbf{M}_n$.

Kod pronalaženja koordinata date tačke često se koriste matrice posebnog oblika za slučajeve kada na sistem $Ox_0y_0z_0$ i $O_1x_1y_1z_1$ jedna od ova tri koordinatnih osa se poklapaju ili su (paralelne).

Na slikama (5.4 a, b, c) predstavljeni su koordinatni sistemi, koji imaju mogućnost jednoosnog okretanja (rotaciju) oko x_0 , y_0 i z_0 ose.



Slika 5.4. Koordinatni sistemi: a) Rotacija oko x_0 ose, b) Rotacija oko y_0 ose, c) Rotacija oko z_0 ose

Ako se rotacija vrši oko ose x_0 i x_i tako matricu rotacione transformacije dobijamo iz pokretnog koordinatnog sistema u nepokretni sistem oko nepokretne x ose (slika 5.4-a):

$${}^0M_{1(x)} = \begin{bmatrix} \cos 0^\circ & \cos 90^\circ & \cos 90^\circ & 0 \\ \cos 90^\circ & \cos \varphi_{10} & \cos(90^\circ + \varphi_{10}) & 0 \\ \cos 90^\circ & \cos(90^\circ - \varphi_{10}) & \cos \varphi_{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_{10} & -\sin \varphi_{10} & 0 \\ 0 & \sin \varphi_{10} & \cos \varphi_{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.2.27).$$

Ako se rotacija vrši oko ose y_0 i y_i matricu rotacione transformacije dobijamo iz pokretnog koordinatnog sistema u nepokretni koordinatni sistem oko y ose (slika 5.4-b):

$${}^0M_{1(y)} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{10} & 0 & \sin \varphi_{10} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_{10} & 0 & \cos \varphi_{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.2.24).$$

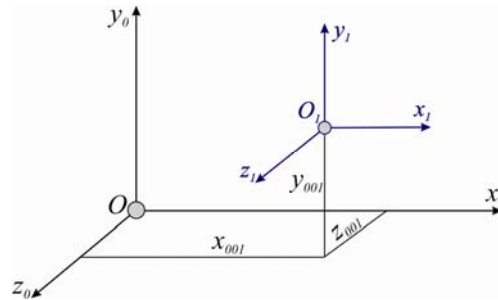
I u zadnjem slučaju ako se rotacija vrši oko ose z_0 i z_i matricu rotacione transformacije dobijamo iz pokretnog koordinatnog sistema na nepokretni sistem oko z ose (slika 5.4-c):

$${}^0M_{1(z)} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{10} & -\sin \varphi_{10} & 0 & 0 \\ \sin \varphi_{10} & \cos \varphi_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.2.28).$$

Znači, koordinatni početak pokretnog i nepokretnog sistema se podudaraju tako da (četvrta kolona i četvrti red se eliminišu) mogu se proveriti kao matrice veličine 3×3 .

Transponovanjem matrica $({}^0M_1)_x$, $({}^0M_1)_y$, $({}^0M_1)_z$ dobijamo matricu rotacije iz nepokretnog koordinatnog sistema $Ox_0y_0z_0$ u pokretni $O_1x_1y_1z_1$; $({}^1M_0)_x$, $({}^1M_0)_y$, $({}^1M_0)_z$.

Matrica transformacije za paralelne ose koordinatnih sistema (slika 5.5).



Slika 5.5. Prikaz paralelnih osa

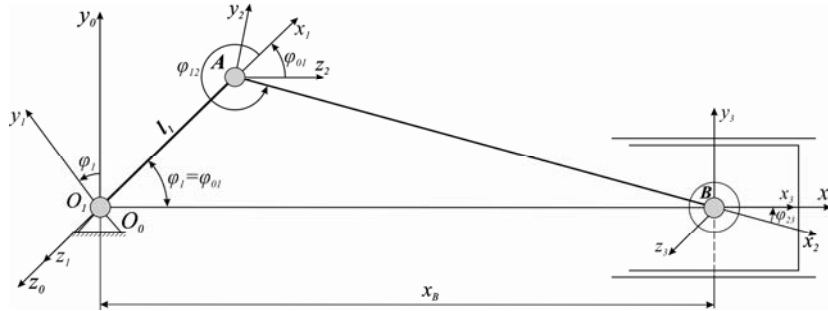
Matricu transformacije za paralelne ose dobijamo rotacijom pokretnog koordinatnog sistema u nepokretni koordinatni sistem koordinata:

$${}^0M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{00_1} \\ 0 & 1 & 0 & y_{00_1} \\ 0 & 0 & 1 & z_{00_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.2.29).$$

Razmotrimo ravanski klizni mehanizam kolenastog vratila-radilice sa klizačem na slici 5.6, s obzirom da je dato: $l_{O_1A} = l_1$, $l_{AB} = l_2$, gde je $\omega_1 = const$.

Nepokretni koordinatni sistem S_0 vezan je za oslonac tako da je osa O_1x_0 paralelna liniji kretanja klizača (karika 3 lansa). Sa segmentom 1 čvrsto je povezan koordinatnim sistemom S_1 pokazujući ose O_1x_1 duž linije O_1A . Položaj segmenta-karike 1 u odnosu na

nepokretni koordinatni sistem definisan je uglom rotacije $\varphi_1 = \varphi_{01}$ između osa O_1x_0 i O_1x_1 . Sa polugom 2 čvrsto je spojen koordinatni sistem S_2 , osa Ax_2 usmerena je duž linije AB . Položaj druge karike u odnosu na prvu je definisan uglom φ_{12} između osa O_1x_1 i Ax_2 . S obzirom da treća karika čvrsto povezuje sistem S_3 , osa Bx_3 se poklapa sa linijom kretanja klizača. Položaj karike 2 u odnosu na kariku 3 je definisana uglom φ_{23} između osa Ax_2 i Bx_3 .



Slika 5.6. Mehanizam kolenastog vratila sa klizačem (klipom)

Položaj tačke B klizača određuje se matičnim izrazom:

$$\bar{\mathbf{r}}_{0B} = {}^0\mathbf{M}_3 \cdot \bar{\mathbf{r}}_{3B} \quad (5.2.30)$$

gde je:

${}^0\mathbf{M}_3$ - matrica transformacije koordinata iz S_3 sistema za sistem S_0 ,

$${}^0\mathbf{M}_3 = {}^0\mathbf{M}_1 \cdot {}^1\mathbf{M}_2 \cdot {}^2\mathbf{M}_3$$

$\bar{\mathbf{r}}_{3B}$ - vektor koordinate tačke B za sistem S_3 :

$$\bar{\mathbf{r}}_{3B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.2.31).$$

Matrica uzastopnih transformacija:

$${}^0\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{01} & -\sin \varphi_{01} & 0 & 0 \\ \sin \varphi_{01} & \cos \varphi_{01} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^1\mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{12} & -\sin \varphi_{12} & 0 & l_1 \\ \sin \varphi_{12} & \cos \varphi_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$${}^2\mathbf{M}_3 = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{23} & -\sin \varphi_{23} & 0 & l_2 \\ \sin \varphi_{23} & \cos \varphi_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.2.32).$$

Množenjem matrica dobija se vektor koordinata tačke B za sistem S_0 (nakon transformacije se dobija):

$$\bar{\mathbf{r}}_{0B} = \begin{bmatrix} l_1 \cos \varphi_{01} + l_2 \cos(\varphi_{01} + \varphi_{12}) \\ l_1 \sin \varphi_{01} + l_2 \sin(\varphi_{01} + \varphi_{12}) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{0B} \\ y_{0B} \\ z_{0B} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.2.33)$$

to jest:

$$x_B = l_1 \cos \varphi_{01} + l_2 \cos \varphi_{02} \quad (5.2.34)$$

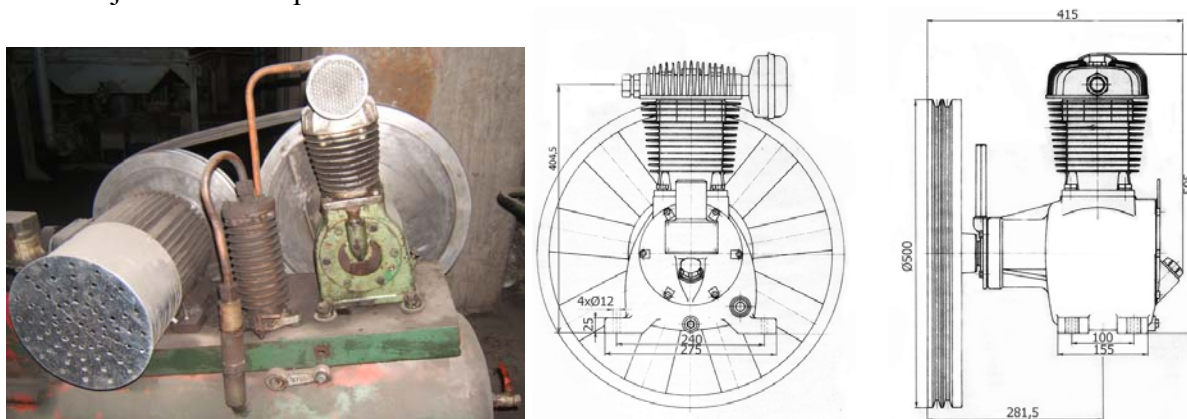
$$y_B = l_1 \sin \varphi_{01} + l_2 \sin \varphi_{02} = 0; \quad (5.2.35)$$

gde je:

$\varphi_{02} = \varphi_{01} + \varphi_{12}$ - ugao rotacije drugog segmenta.

5.3. MODEL KLIPNOG KOMPRESORA ZA ANALIZU

Predmet istraživanja u ovom poglavlju je klipni kompresor sa jednim cilindrom, tip „E4NC”, čiji je proizvođač fabrika kompresora „Trudbenik”-Doboja, koji je u funkciju DOO „Energetika”-Kragujevac (slika 5.7). Kompresori zahvaljujući svojim osobinama imaju široki spektar primene: u elektranama, energetici, za obogaćivanje rezervoara za vodu i akvarijuma kiseonikom, u metalnoj, kožnoj i drvnoj industriji za transport maziva i pretakanje tečnosti, za pogon raznih pneumatskih alata, uređaja i steznih naprava, za pokretanje pneumatskih prekidača, u garažama, servisnim radionicama za pogon aparata za prskanje, bojenje, izduvavanje, pumpanje i kontrolu guma, zatim za pokretanje automobilskih i industrijskih dizalica-platformi itd.



Slika 5.7. Klipni kompresor E4NC-2010 „Trudbenik” - Dboj

U standardnoj izradi kompresorski agregati su namenjeni za eksploataciju u normalnim radnim uslovima, dok je za rad u vlažnim, agresivnim, prašnjavim, eksplozivnim i sličnim uslovima potrebno konsultovati proizvođača.

Kod kompresora E4NC radne karakteristike uzete su na osnovu kataloga proizvođača:

- broj obrtaja kompresora: $n = 900 [min^{-1}]$,
- hod klipa: $h = 60 [mm]$,
- snaga elektromotora: $P = 5,5 [kW]$,
- broj obrtaja elektromotora: $n_1 = 2885 [min^{-1}]$,
- jednostepeni kompresorski agregat sa radnim pritiskom: 7-10 [bar],
- prečnik klipa: $D_p = 90 [mm]$ i
- kapacitet kompresora: $Q = [225 l/min]$.

U ovom poglavlju disertacije opisani su postupci koje je potrebno preduzeti za modeliranje klipnog kompresora. Opisuje se dinamika mehaničkih komponenata, uz pomoć dinamike složenih tela.

5.3.1. MODELIRANJE KLIPNOG KOMPRESORA

Formiranje matematičkog modela za istraživanje klipnih kompresora zahteva postojanje kvalitetnog matematičkog modela klipnog kompresora koji se koristi u energetici. Matematički model klipnog kompresora koristi se kao objekat na koji deluju izlazne veličine modela merne instalacije i istovremeno kao izvor poremećaja u upravljačkom sistemu modela merne instalacije. Istovremeno, na osnovu matematičkog modela kompresora, mogu se

odrediti fizičke veličine koje je neophodno meriti na kompresoru, a samim tim i davači koji treba da budu sastavni deo merne instalacije [79, 147].

Vrlo velika složenost modeliranja klipnog kompresora uslovlila je da se na osnovu istraživačkih rezultata i za jednostavna stacionarna stanja integrišu odvojeni modeli za protok ventila, prenos toplote u cilindru i gubitke u ležajevima [146]. Aigner i Stetenruk su modelirali kretanje gasa u cilindru koje ima talasnu prirodu. Link i Dešamp modelirali su procese pri puštanju u rad i zaustavljanju kompresora jer imaju drugačiji oblik od ustaljenih stanja, pa ih je neophodno i drugačije modelirati [77]. Dinamika rada ventila je modelirana kao dinamički sistem drugog reda, ali su pri modeliranju uzimane u obzir konstruktivne karakteristike ventila i na taj način su dobijani različiti modeli, [9, 76, 78, 79, 150, 151].

Matematički modeli kompresora koji su zasnovani na fizičkim relacijama u kompresoru su veoma slični. Matematički modeli se razlikuju zbog namene kompresora, pa se drugačije modeliraju kompresori koji se primenjuju u rashladnim sistemima [147, 148, 152] od kompresora koji se koriste za klimatizaciju ili za primenu u automobilu. Takođe, matematički modeli se razlikuju zbog konstruktivnih razlika kompresora, na primer, po broju stepena kompresije ili načinu realizacije ventila [5, 153, 154].

Matematičke relacije koje su pogodne za modeliranje i simulaciju klipnog kompresora, koje postoje u literaturi, ne mogu se neposredno koristiti za modeliranje klipnih kompresora uopštenim jednačinama, pa će u ovom delu rada biti korišćen pristup analizi uopštenim matricama transformacije.

Analizom matematičkog modela kompresora formiran je matematički model klipnog kompresora koji je zasnovan na bezdimenzionalnim jednačinama radnog procesa kompresora iz literature [155], uprošćenim jednačinama koje opisuju radne procese motora sa unutrašnjim sagorevanjem, jednačinama koje opisuju rad automatskih ventila [156] i jednačinama za prenos toplote [79, 85].

U tehničkoj literaturi predstavljeni su različiti nivoi modeliranja. Oni su u rasponu od vrlo jednostavnih modela baziranih na statističkoj korelaciji, do najsofisticiranijih modela zasnovanih na fundamentalnom znanju o procesu u sistemu, ali nivo najpogodnijeg modeliranja zavisi od specifične primene [157].

Izazov novih kompresora i potreba za visokom efikasnošću i bezšumnošću u radu su razlozi za razvoj opštih i preciznih metodologija predviđanja. Otuda model transformacione matrice, kao i numerička simulacija industrijskog kompresora postaje važna tehnika za projektovanje, optimizaciju i dijagnostiku, ili za sticanje dubokog razumevanja ponašanja sistema [148].

U radu je prikazan matematički model kompresora sa jednim cilindrom, na bazi analize nestacionarnog stanja kompresionog ciklusa. Na osnovu datog niza parametara (geometrija, termofizička svojstva i graničnih uslova pritisak usisavanja/potisikivanja, ulazna temperatura, vibracije itd.), numerička simulacija ocenjuje ponašanje temperature, vibracije, ubrzanje vibracija, broja obrtaja u svakom trenutku na ležištima sistema, kao i ugla vratila, zajedno sa trenutnom mehaničkom snagom komprimuje vazduh u cilindru [6, 158].

Na osnovu ovih rezultata, posebnom tehnikom matematičkog modeliranja primenom matrica transformacije, određene su pojedini problemi kretanja klipa, klipnjače i kolenastog vratila. Predstavljeni matematički model je osnova za razvoj i primenu različitih softvera za simulaciju i optimizaciju rada kompresorskih sistema [148].

Klipni kompresor koji treba da se modelira je jednostepeni, kompresor sa pritiskom od 7-10 [bara], koji se koristi u industriji kao agregat; odlikuju se nizom praktičnih i racionalnih rešenja. Konstruisani su na principu „*Baukasten*” sistema, i svi zajedno sačinjavaju familiju malih kompresorskih agregata, u okviru koje je zastupljena optimalna unifikacija delova i sklopova, a time je omogućena ekonomična proizvodnja visokog kvaliteta. Savremene konstrukcije su pogonjeni trofaznim elektromotorima (a neki alternativno monofaznim elektromotorom), zauzimaju minimalni prostor, lako se postavljaju na mesto upotrebe, ne zahtevaju temelj, a izvedba sa točkovima omogućava lako premeštanje.

Procesi u klipnom kompresoru su ciklične prirode u kome svaki ciklus sadrži faze: usisavanje gasa u cilindar, komprimovanja gasa, istiskivanja gasa iz cilindra i širenje gasa.

Model kompresora može se sastaviti u tri povezane celine: cilindar kompresora sa usisnim i izduvnim ventilom, usisne komore sa usisnim cevima i izduvne komore sa izduvnim cevima. Ako se smatra da je zapremina usisne i izduvne komore mnogo veća od zapremine cilindra kompresora („beskonačno” velika), pulsiranje vazduha pri usisavanju i izduvavanju ne moraju se uzimati u obzir pri modeliranju kompresora (slika 5.8-a).

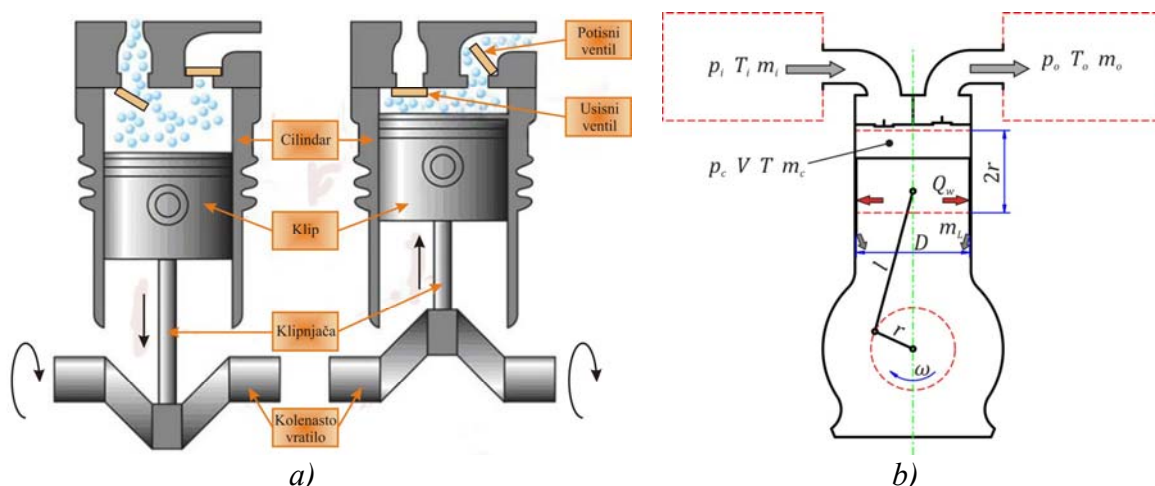
Matematičko modeliranje radnog procesa kompresora obuhvata analizu i modeliranje povezanih fizičkih elemenata, a to su:

- termodinamički procesi u kompresoru,
- kinematske relacije konstruktivnih delova kompresora i
- sile i momenti koji deluju na klip i pogonsko vratilo kompresora.

Termodinamički procesi u realnom klipnom kompresoru su mnogo složeniji od procesa prikazanih pomoću teorijskih indikatorskih dijagrama i za njihovo matematičko modeliranje neophodno je uvesti neka uprošćenja i pretpostavke.

Analiza i modeliranje termodinamičkih procesa u kompresoru urađena je korišćenjem multidimenzionalnog, opšteg modela uz određene pretpostavke:

- radno telo je vazduh koji se može smatrati da ima karakteristike idealnog gasa,
- protok gasa je izentropski i kvazistacionaran,
- u cilindru je gas uvek u ravnotežnom stanju,
- ne uzima se u obzir kinetička i potencijalna energija gasa.



Slika 5.8. Rad jednostepenog kompresora: a) radni hod-usisavanje i povratni hod-sabijanje i istiskivanje, b) model kompresora sa termodinamičkim procesom

Slika 5.8-b prikazuje model klipnog kompresora sa termodinamičkim procesom. Vazduh mase m_i , pritiska p_i , apsolutne temperature T_i , se usisava iz okoline u kompresor gde se komprimuje. Komprimovani vazduh mase m_o , iz kompresora se izduvava u rezervoar čija je zapremina mnogo veća od zapremine kompresora pa se može smatrati da je „beskonačno” velika. U rezervoaru je komprimovani vazduh pod pritiskom p_o i apsolutne temperature T_o . U procesima u kompresoru masa vazduha je m_c , pritisak p_c , apsolutna temperatura T , a radna zapremina cilindra je V . Zbog zazora između klipa i zidova cilindra dolazi do gubitaka radne materije mase m_L . Količina toplote koju kompresor razmeni sa okolinom je Q_w [5].

5.3.1.1. Kinematika i dinamika klipnog kompresora

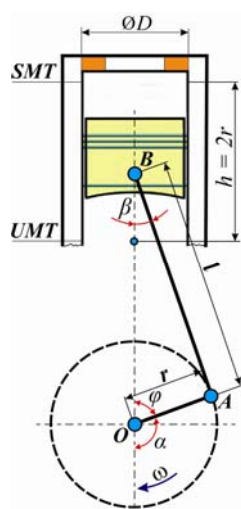
Kretanja pokretnih delova mehaničkih sistema predstavlja veoma značajnu klasu kretanja u mašinskoj tehnici. U savremenoj mašinskoj tehnici postavljaju se dva važna zahteva:

- da se što je više moguće poveća brzohodnost delova raznih mašina i
- da se što je više moguće smanje gabariti tih delova i konstrukcije uopšte.

Da bi se udovoljilo ovim zahtevima, nužno je vršiti kinematičke i dinamičke proračune, tj. mehaničke analize [157, 158].

Mehaničke karakteristike obuhvataju geometrijske, kinematičke i dinamičke karakteristike. U geometrijske karakteristike ubrajaju se: parametri delova kompresora, težišta a, takođe, i trajektorije težišta pokretnih delova, pomoću kojih se realizuje trajektorija. U geometrijske parametre trajektorija spadaju hod klipa (tj. dužina luka trajektorije klipnjače), luk trajektorije i zakrivljenost kolenastog vratila [148, 153].

Konstruktivne karakteristike kompresora definišu zakonitosti promene radne zapremine cilindra, a samim tim i tok radnih procesa u kompresoru. Pomoću konstruktivnih parametara kompresora uspostavljaju se veze između vremenskih relacija i promena prikazanih pomoću ugaonog položaja kolenastog vratila. Utvrđivanje kinematskih relacija u klipnom kompresoru vrši se na osnovu kinematske šeme (slika 5.9). Osovina klipa kompresora nalazi se na osi cilindra, što smanjuje složenost kinematskih relacija.



Slika 5.9. Kinematska šema klipnog kompresora

Kinematičke karakteristike obuhvataju: brzine i ubrzanja težišta pokretnih delova, ugaone brzine i ubrzanja pokretnih segmenata, zakon kretanja delova prema zadatoj trajektoriji, zakon „praćenja” koordinata težišta pokretnih delova-zavisnost brzine i ubrzanja od puta pri kretanju po zadatoj putanji.

Na osnovu datih parametara klipnog kompresora koje su uzeta od kataloga proizvođača predstavljene su u (tablici 5.1), izvršen je proračun jednačina kinematike i dinamike.

Tabela 5.1. Karakteristični parametri komponenti kompresora kod „Trudbenik”-Doboj

Oznaka	Naziv	Mera
P	Snaga motora	5,5 [kW]
n	Broj obrtaja motora (radilice)	2900 [°/min]
Q	Kapacitet kompresora	225 [l/min]
V	Zapremina rezervoara	140 [l]
n_k	Broj obrtaja kompresora	900 [°/min]
D_p	Prečnik klipa cilindra	90 [mm]
D_1	Prečnik velike pesnice	35 [mm]
d	Prečnik male pesnice	20 [mm]
d_r	Prečnik kolenastog vratila	30 [mm]
h	Hod klipa	60 [mm]

r	Poluprečnik krivaje- Poluprečnik kolena kolenastog vratila	$r=h/2=60/2=30$ [mm]
l_k	Dužina klipnjače	145 [mm]
p	Radni pritisak kompresora	7-10 [bar]
ω	ugaona brzina	303,7 [s ⁻¹]

Tokom analiziranja kinematike i dinamike u ovom poglavlju disertacije predstavljeno je određivanje položaja delova i kretanja kompresora, stim što su dobijene vrednosti predstavljene u (tabela 5.2). Analiza klipnog kompresora je veoma složena i daje rezultate striktno povezane sa specifičnom geometrijom simulirane mašine. Zato ćemo u ovom poglavlju opisati jednostavan model lako prilagodljiv za različite klipne kompresore, pošto je opšti model kompresora sastavljen od nekoliko podmodela koji se odnose na različite elemente koji imaju uticaja na njegovo ponašanje [159, 160]. Šema sistema koji proizilazi iz takve kategorizacije je predstavljena na slici 5.10 („Trudbenik“-Doboj).

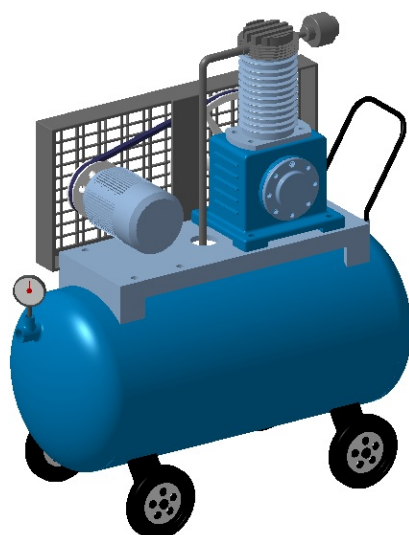
Tabela 5.2. Rezultati proračuna kinematike i dinamike klipnog kompresora

Oznaka	Naziv	Rezultati
ω	Ugaona brzina	303,7 [rad/sec]
λ	Koeficijent odnosa klipnjače	0,207
h	Hod klipa	60 [mm]
r	Poluprečnik kolena kolenastog vratila	$r = h/2=60/2=30$ [mm]
A_0	Faktor analize uravnoteženosti sile inercije	$\approx 1 + \lambda/4$
A_1	Faktor analize uravnoteženosti sile inercije	1
A_2	Faktor analize uravnoteženosti sile inercije	$\approx \lambda$
A_4	Faktor analize uravnoteženosti sile inercije	$\approx -0,002$
A_6	Faktor analize uravnoteženosti sile inercije	$\approx 0,000027$
A_8	Faktor analize uravnoteženosti sile inercije	$\approx 0,0000004$
$\alpha=0^\circ$	Određivanje harmonika x : Prvi harmonik $x' = r \cdot (1 - \cos\alpha)$ Drugi harmonik $x = r \cdot \lambda / 4 (1 - \cos 2\alpha)$	0 [mm] - prvi harmonik 0 [mm] - drugi harmonik
$\alpha=90^\circ$	Prvi harmonik $x' = r \cdot (1 - \cos\alpha)$ Drugi harmonik $x = r \cdot \lambda / 4 (1 - \cos 2\alpha)$	30 [mm] - prvi harmonik 3,104 [mm] - drugi harmonik
$\alpha=180^\circ$	Prvi harmonik $x' = r \cdot (1 - \cos\alpha)$ Drugi harmonik $x = r \cdot \lambda / 4 (1 - \cos 2\alpha)$	60 [mm] - prvi harmonik 0 [mm] - drugi harmonik
$\alpha=270^\circ$	Prvi harmonik $x' = r \cdot (1 - \cos\alpha)$ Drugi harmonik $x = r \cdot \lambda / 4 (1 - \cos 2\alpha)$	30 [mm] - prvi harmonik 3,104 [mm] - drugi harmonik
$\alpha=36^\circ$	Prvi harmonik $x' = r \cdot (1 - \cos\alpha)$ Drugi harmonik $x = r \cdot \lambda / 4 (1 - \cos 2\alpha)$	0 [mm] - prvi harmonik 0 [mm] - drugi harmonik
$\alpha=0^\circ$	Brzina klipa v : $r \cdot \omega \cdot \sin\alpha$ - prvi harmonik $r \cdot \omega \cdot \lambda / 2 \cdot \sin 2\alpha$ - drugi harmonik	0 [m/s] - prvi harmonik 0 [m/s] - drugi harmonik
$\alpha=45^\circ$	$r \cdot \omega \cdot \sin\alpha$ - prvi harmonik $r \cdot \omega \cdot \lambda / 2 \cdot \sin 2\alpha$ - drugi harmonik	6,44 [m/s] - prvi harmonik 0,94 [m/s] - drugi harmonik
$\alpha=90^\circ$	$r \cdot \omega \cdot \sin\alpha$ - prvi harmonik $r \cdot \omega \cdot \lambda / 2 \cdot \sin 2\alpha$ - drugi harmonik	9,11 [m/s] - prvi harmonik 0 [m/s] - drugi harmonik
$\alpha=135^\circ$	$r \cdot \omega \cdot \sin\alpha$ - prvi harmonik $r \cdot \omega \cdot \lambda / 2 \cdot \sin 2\alpha$ - drugi harmonik	6,44 [m/s] - prvi harmonik -0,94 [m/s] - drugi harmonik
$\alpha=180^\circ$	$r \cdot \omega \cdot \sin\alpha$ - prvi harmonik $r \cdot \omega \cdot \lambda / 2 \cdot \sin 2\alpha$ - drugi harmonik	0 [m/s] - prvi harmonik 0 [m/s] - drugi harmonik
$\alpha=225^\circ$	$r \cdot \omega \cdot \sin\alpha$ - prvi harmonik $r \cdot \omega \cdot \lambda / 2 \cdot \sin 2\alpha$ - drugi harmonik	-6,44 [m/s] - prvi harmonik 0,94 [m/s] - drugi harmonik
$\alpha=270^\circ$	$r \cdot \omega \cdot \sin\alpha$ - prvi harmonik $r \cdot \omega \cdot \lambda / 2 \cdot \sin 2\alpha$ - drugi harmonik	-9,11 [m/s] - prvi harmonik 0 [m/s] - drugi harmonik
$\alpha=315^\circ$	$r \cdot \omega \cdot \sin\alpha$ - prvi harmonik $r \cdot \omega \cdot \lambda / 2 \cdot \sin 2\alpha$ - drugi harmonik	-6,44 [m/s] - prvi harmonik -0,94 [m/s] - drugi harmonik

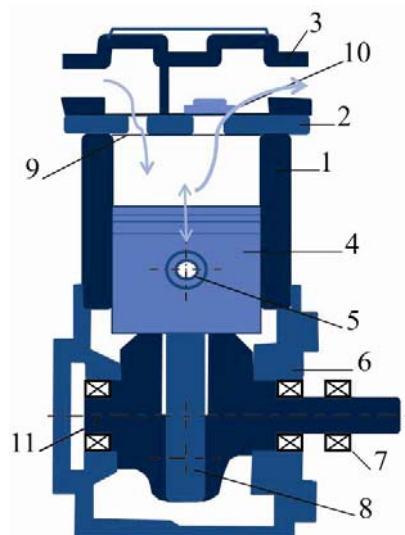
$\alpha=360^\circ$	$r \cdot \omega \cdot \sin \alpha$ - prvi harmonik $r \cdot \omega \cdot \lambda / 2 \cdot \sin 2\alpha$ - drugi harmonik	0 [m/s] - prvi harmonik 0 [m/s] - drugi harmonik
v_{sr}	Srednja brzina klipa: $v_{sr} = 2 \cdot h \cdot n$	5,8 [m/s]
a_{GMT}/a_{DMT}	Ubrzanje klipa: Za vrednost odnosa klipnjače $\lambda = 0,207$; odnos ubrzanja iznosi:	$\approx -1,522$
a	Ubrzanje klipa: $a = r \cdot \omega^2 \cdot (\cos \alpha + \lambda \cdot \cos 2\alpha)$ Prvi harmonik: $a_1 = r \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha$ Drugi harmonik: $a_2 = r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos 2\alpha$	[m/s ²] [m/s ²] [m/s ²]
$\alpha=0^\circ$	Prvi harmonik: $a_1 = r \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha$ Drugi harmonik: $a_2 = r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos 2\alpha$	2766,6 [m/s ²] - prvi harmonik 572,66 [m/s ²] - drugi harmonik
$\alpha=45^\circ$	Prvi harmonik $a_1 = r \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha$ Drugi harmonik $a_2 = r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos 2\alpha$	1956,28 [m/s ²] - prvi harmonik 0 [m/s ²] - drugi harmonik
$\alpha=90^\circ$	Prvi harmonik $a_1 = r \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha$ Drugi harmonik $a_2 = r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos 2\alpha$	0 [m/s ²] - prvi harmonik -572,66 [m/s ²] - drugi harmonik
$\alpha=135^\circ$	Prvi harmonik $a_1 = r \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha$ Drugi harmonik $a_2 = r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos 2\alpha$	-1956,28 [m/s ²] - prvi harmonik 0 [m/s ²] - drugi harmonik
$\alpha=180^\circ$	Prvi harmonik $a_1 = r \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha$ Drugi harmonik $a_2 = r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos 2\alpha$	-2766,6 [m/s ²] - prvi harmonik 572,66 [m/s ²] - drugi harmonik
$\alpha=225^\circ$	Prvi harmonik $a_1 = r \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha$ Drugi harmonik $a_2 = r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos 2\alpha$	-1956,28 [m/s ²] - prvi harmonik 0 [m/s ²] - drugi harmonik
$\alpha=270^\circ$	Prvi harmonik $a_1 = r \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha$ Drugi harmonik $a_2 = r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos 2\alpha$	0 [m/s ²] - prvi harmonik -572,66 [m/s ²] - drugi harmonik
$\alpha=315^\circ$	Prvi harmonik $a_1 = r \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha$ Drugi harmonik $a_2 = r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos 2\alpha$	1956,28 [m/s ²] - prvi harmonik 0 [m/s ²] - drugi harmonik
$\alpha=360^\circ$	Prvi harmonik $a_1 = r \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha$ Drugi harmonik $a_2 = r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos 2\alpha$	2766,6 [m/s ²] - prvi harmonik 572,66 [m/s ²] - drugi harmonik
Dinamika klipnog kompresora		
P	Snaga motora	5,5 [kW]
n	Broj obrtaja motora	2900 [°/min]
D	Prečnik cilindra	90 [mm] = 9 [cm]
V_s	Radna zapremina motora: $D^2 \pi / 4 \cdot s$	381,7 [cm ³]
V_{su}	Ukupna zapremina motora: $V_s \cdot i$; $i=1$ za jednocilindrične motore	381,7 [cm ³] = 0,3817 [l] = = 0,3817 [dm ³]
T_{pmax}	Obrtni moment motora: P/ω	18,175 [Nm]
p_e	Srednji efektivni pritisak: $30 \cdot T_{pmax} \cdot \tau / 9550 \cdot V_{su}$ $\tau = 4$ - za četvorotaktni motor.	0,6 [MPa] = 6 [bar] = = 600000 [N/m ²]
Sile klipnog mehanizma		
F	Sila pritiska: $F = D^2 \pi \cdot p_e / 4$	3817 N = 3,817 [kN]
S_B	Položaj ukrsne glave: $S_B = r \cdot (1 - \cos \varphi) + 1/2 \cdot r^2 / l \cdot \sin \varphi$; za $\varphi = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ$; za $\varphi_{max} = 78,31^\circ \Rightarrow S_B = 30 \cdot (1 - \cos 78,31^\circ) + 3,103 \cdot \sin 78,31^\circ$	26,96 [mm]
F_B	Sila koja vrši pritisak na ukrsnu glavu: $F_B = F \cdot \text{tg} \theta$; za $\varphi = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ$. $\varphi_{max} = 78,31^\circ \Rightarrow F_B = 3,817 \cdot \text{tg} 11,69^\circ$	0,79 [kN]
F_S	Sila u pravcu spojne poluge: $F_S = F / \cos \theta$; za $\varphi = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ$. $\varphi_{max} = 78,31^\circ \Rightarrow F_S = 3,817 / \cos 11,69^\circ$	3,879 [kN]

Nastavak Tabele 5.2. Rezultati proračuna kinematike i dinamike klipnog kompresora

F_N	Sila u pravcu krivaje: $F_N = F \cdot \cos(\varphi + \theta) / \cos \theta$; za $\varphi = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ$. $\varphi_{max} = 78,31^\circ \Rightarrow F_N = 3,817 \cdot \cos(78,31^\circ + 11,69^\circ) / \cos 11,69^\circ$	0 [kN]
F_t	Tangencijalna sila na krivaju: $F_t = F \cdot \sin(\varphi + \theta) / \cos \theta$; za $\varphi = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ$. $\varphi_{max} = 78,31^\circ \Rightarrow F_t = 3,817 \cdot \sin(78,31^\circ + 11,69^\circ) / \cos 11,69^\circ$	3,898 [kN]



a)



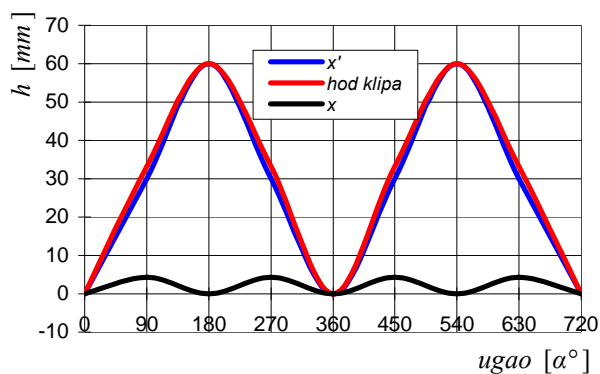
b)

Slika 5.10. Klipni kompresor: a) Model klipnog kompresora u Catia V5, b) pozicije kompresora: 1-cilindar, 2- disk ventila, 3- glava, 4-klip, 5- osovina klipa, 6- kućište, 7- kuglični ležajevi, 8- klipnjača, 9- usisni ventil, 10- potisni ventil, 11- radilica

Na osnovu rezultata koji su izračunati, a dati u tabeli (5.2) takođe su analizirani harmonici i prikazani dijagram hoda klipa slika 5.11, brzine klipa slika 5.12, ubrzanja klipa slika 5.13, kao i simulacija klipnog kompresora slika 5.14.

Harmonici i crtanje dijagrama hoda klip

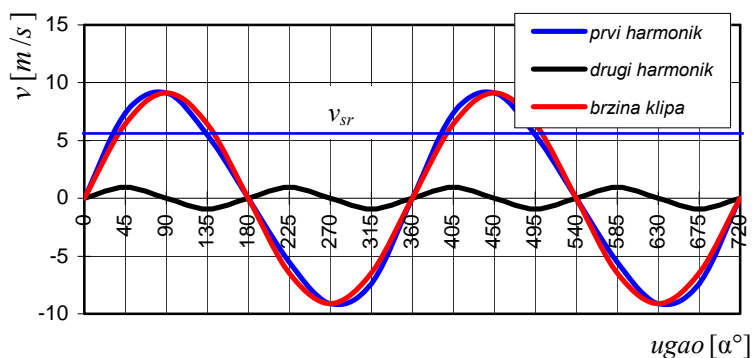
Prema slici 5.11. primećuje se kako period ponavljanja prvog harmonika iznosi $2n$, dok je period ponavljanja drugog harmonika (u ovom slučaju x) dvostruko veći i iznosi $4n$.



Slika 5.11. Hod klipa: prvi harmonik (plavo), drugi harmonik (crno), hod klipa (crveno)

Brzina klipa

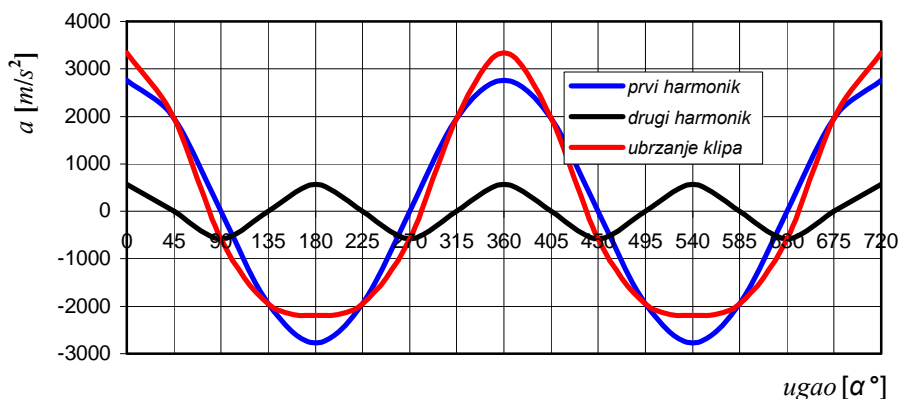
Srednja brzina klipa je vrlo važan pokazatelj izdržljivosti klipnog mehanizma, tačnije sklopa klip/karike/cilindar (slika 5.12.).



Slika 5.12. Brzina klipa (crveno), sa prvim (plavo) i drugim (crno) harmonikom

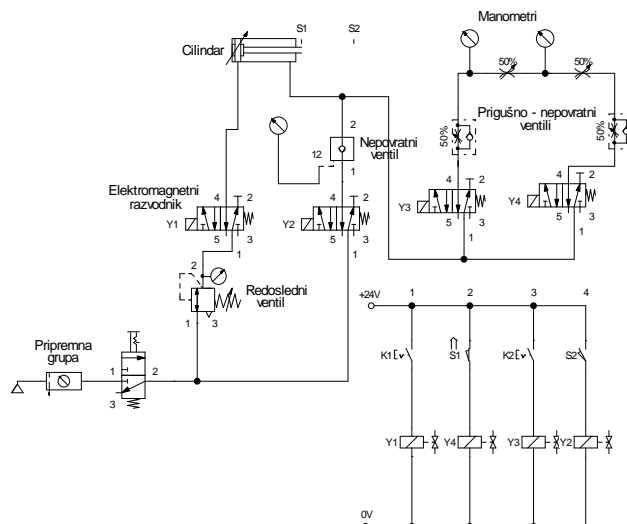
Ubrzanje klipa

Rastavljanje ubrzanja na harmonike posebno je važno kod izračunavanja inercijskih sila koje deluju u klipnom mehanizmu usled oscilirajućih masa (pravolinijski kretanja).



Slika 5.13. Ubrzanje klipa

Simulacija i verifikacija postojećeg modela klipnog mehanizma vršena je u softverskom programu FluidSim 3.6. Takođe u istom programu urađena je pneumatska i električna šema klipnog kompresora (slika 5.14).



Slika 5.14 Simulacija klipnog kompresora i električna šema u FluidSim 3.6

5.3.1.2. Matematičko modeliranje klipnog kompresora korišćenjem matrica

Komponente klipnog kompresora, kolenasto vratilo i klipnjača modeliraju se kao kruta tela; kretanje klipa se modelira kao materijalna tačka, a glavno vratilo (kolenasto vratilo) se modelira kao elastično telo preko konačnih elemenata.

Za analizu je uzet slučaj modeliranja kolenastog vratila i klipnjače, zbog obimnosti matematičkih matrica, da se ne bi išlo u suštinu, a zanemarila realnost sistema. U radu je zanemareno bočno pomeranje, kao i oscilacije nagiba pri maksimalnoj brzini kolenastog vratila. Takođe, nisu obrađene sile u ležajevima [157]. Prema tome, u zavisnosti od slučaja koji se istražuje, u radu je data opšta matrica transformacije kompresora koja je opisana u radu kako bi se opisao matematički model klipnog kompresora [89, 147].

Kao što je navedeno u poglavlju analiziraće se tri različita pristupa koja se razlikuju u definiciji uslova ograničenja kretanja centra kolenastog vratila, koja se uporedo izučavaju. Ta tri slučaja su:

Slučaj I: Zanemarivanje bočnog pomeranja i oscilacija u nagibu (pri maksimalnoj brzini) kolena.

Slučaj II: Uzima se u obzir bočno pomeranje, ali ne i oscilacije u nagibu (pri maksimalnoj brzini) kolena (kruto kolenasto vratilo).

Slučaj III: Razmatranje bočnog pomeranja i oscilacija u nagibu (pri maksimalnoj brzini) kolena (elastično kolenasto vratilo).

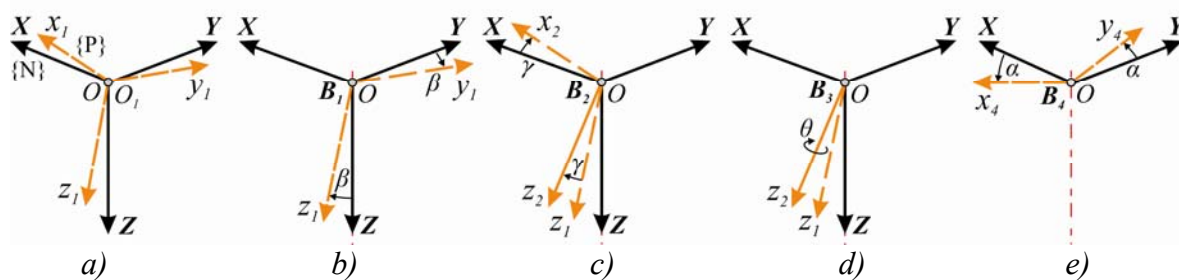
Iako prva dva pristupa pojednostavljuju problem i smanjuju vreme računanja uključujući uticaj oscilacija u nagibu (pri maksimalnoj brzini) kolenastog vratila u model (III slučaj), može se dobiti preciznija procena sila ležaja rukavca, s obzirom da debljina uljanog filma iznosi samo nekoliko mikrometara (minimalna debljina između dva tela koja su u relativnom kretanju). Kako bi obuhvatili oscilacije u nagibu kolenastog vratila (pri maksimalnoj brzini), kolenasto vratilo modelira se preko konačnih elemenata i spojeno je sa jednačinama kretanja klip-klizač-koleno mehanizma kroz stepene slobode, pri čemu je vratilo povezano sa kolenom. Štaviše, sile fluidnog filma u gornjim i donjim ležajevima računaju se korišćenjem analitičkih rešenja Reynoldsove jednačine, i uključene su u jednačine rotora u svakom trenutku vremena. Prema tome, u zavisnosti od slučaja koji se istražuje, dinamika kompresora je opisana uz pomoć različitih opštih sistema jednačina.

Za svaki od tri slučaja, jednačine kretanja sistema za klip-klipnjaču-kolenasto vratilo formulisani su uz pomoć teorije složene dinamike tela, korišćenjem Njutn-Ojlerove metode i korišćenjem zajedničkog okvira notacije složene dinamike (*Bremer*, 1988; *Ulbrich*, 1996; *Santos* 2001). Slika 5.15 predstavlja glavne geometrijske karakteristike sistema, što ukazuje na referentne okvire i glavne uglove rotacije (α , β , γ i θ).

5.3.1.2.1. Definicija nepokretnog i pokretnog koordinatnog sistema

Za definisanje opštih matrica potrebno je posmatrati nepokretni koordinatni sistem $OXYZ$ i četiri pokretna referentna sistema (slika 5.15 i 5.16).

Nepokretni koordinatni sistem vezan je za centar ležaja (tačka O), dok su pokretni referentni sistemi B_1 , B_2 i B_3 vezani za koleno, a pokretni referentni sistem B_4 vezan je za klipnjaču. Sistem $B_1 (x_1 y_1 z_1)$ se dobija okretanjem oko nepokretnog sistema, ugla β , oko ose X ; sistem $B_2 (x_2 y_2 z_2)$ se dobija okretanjem B_1 , za ugao γ , oko ose y_1 . Sistem $B_3 (x_3 y_3 z_3)$ dobija se okretanjem B_2 , ugao θ , oko ose z_2 , i sistem $B_4 (x_4 y_4 z_4)$ dobija se rotiranjem oko nepokretnog sistema, ugla α , oko Z ose, (slika 5.15).



Slika 5.15. Referentni sistemi: a) nepokretni koordinatni sistem $\{N\}$ i $\{P\}$ pokretni koordinatni sistem; b, c, d, e) rotacije oko ose fiksnog ugla

gde su:

O - nepokretni koordinatni sistem (odnosi se na inercijalni referentni sistem I),

X, Y - odnosi se na pravce X i Y ,

A, B, C - odnose se na tačke A, B, C , respektivno,

B_i - odnosi se na i -ti pokretni referentni sistem,

Ω - brzina rotacije kolenastog vratila [rad/s],

θ - ugao rotacije kolena oko Z - Z ose [rad],

α - ugao rotacije klipnjače [rad],

β - ugao rotacije oko X - X ose [rad],

γ - ugao rotacije oko Y_1 - Y_1 ose [rad],

φ - ugao položaja [rad],

$\{N\}$ - nepokretni koordinatni sistem,

$\{P\}$ - pokretni koordinatni sistem,

f_b - sile ležaja rukavca.

T_β - transformaciona matrica za slučaj rotacije oko β ose,

T_γ - transformaciona matrica za slučaj rotacije oko γ ose,

T_θ - transformaciona matrica za slučaj rotacije oko θ ose i

T_α - transformaciona matrica za slučaj rotacije oko α ose.

Uz pomoć geometrijske transformacije matrica $T_\beta, T_\gamma, T_\theta$ i T_α bilo koji vektor može lako da se transformiše iz jednog u drugi referentni koordinatni sistem.

Transformaciona matrica T_β , nepokretnog O koordinatnog sistema (na slici 5.15a predstavljen kao N) u pokretni sistem B_1 (5.15b) bza slučaj rotacije oko Ox -ose za ugao β ima oblik:

$$T_\beta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (5.3.1)$$

T_γ : Transformacija nepokretnog koordinatnog O sistema B_1 u pokretni sistem B_2 .

Transformaciona matrica nepokretnog koordinatnog sistema B_1 u pokretni sistem B_2 za slučaj rotacije oko Oy -ose za ugao γ , kao što je prikazano na slici 5.15c ima oblik:

$$T_\gamma = \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & -\sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{bmatrix} \quad {}^{B_1}T_{B_2}(y; \gamma) = \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & -\sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (5.3.2)$$

T_θ : Transformacija nepokretnog sistema B_2 u pokretni sistem B_3 .

Transformaciona matrica nepokretnog koordinatnog sistema B_2 u pokretni sistem B_3 za slučaj rotacije oko Oz -ose za ugao θ , kao što je prikazano na slici 5.15d ima oblik:

$$T_\theta = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad {}^{B_2}T_{B_3}(z; \theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.3.3)$$

T_α : Transformacija nepokretnog O sistema u pokretni sistem B_4 .

Transformacija matrica nepokretnog O (inercijalnog) koordinatnog sistema u pokretni sistem B_4 za slučaj rotacije oko Ox -ose za ugao α , kao što je prikazano na slici 5.15e ima oblik:

$$T_\alpha = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^N T_{B_4}(x; \alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.3.4)$$

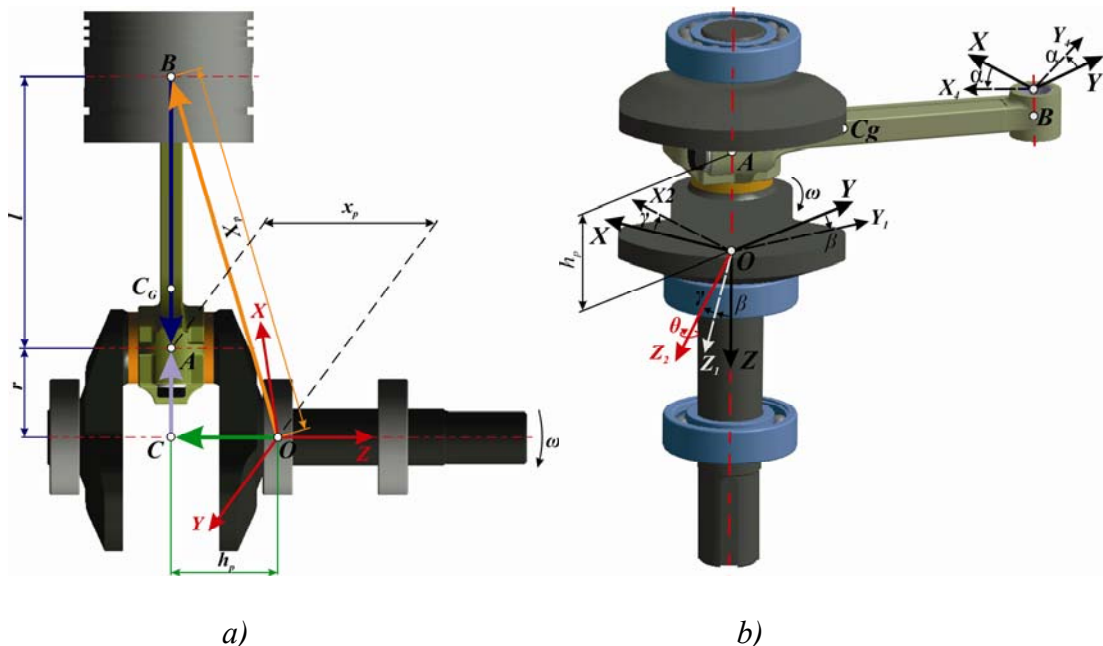
Ugaona brzina za svaki pokretni referentni sistem može se napisati kao:

$${}_1 \dot{\beta} = \begin{Bmatrix} \dot{\beta} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad {}_{B_1} \dot{\gamma} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\gamma} \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad {}_{B_2} \dot{\theta} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix}; \quad {}_1 \dot{\alpha} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\alpha} \end{Bmatrix}.$$

5.3.1.2.2. Vektori položaja i jednačine veze

Vektorske jednačine veze utvrđene su za tri proučavana slučaja koji su naglašeni u radu. Na sl. 5.16 je prikazan pojednostavljeni crtež koji ilustruje kako su povezani glavni delovi sistema (klip, klipnjača, kolenasto vratilo). Jednačina veze, kao i vektor položaja za analizu klipa, kolenastog vratila i klipnjače se dobijaju iz jednačine (5.3.5- 5.3.6).

Jednačine kretanja sistema klip-klipnjača-kolenasto vratilo formulisane su pomoću Njutn-Ojlerove metode, prateći metodologiju koju je predložio Santosa. Slika 5.16 prikazuje naznačeni nepokretni O (inercijalni) referentni sistem $OXYZ$ i glavne uglove rotacije četiri referentna sistema koji se kreću [161, 162, 163].



Slika 5.16. Geometrija referentnih sistema: a) ilustracija glavnih ograničenja jednačina; b) referentni okviri i rotacija uglova

Slučaj I

- Glavna ograničenja jednačina

$$Ox_p = {}_1 x_p + {}_1 \mathbf{I} = {}_1 \mathbf{r} \quad (5.3.5)$$

gde su:

$${}_1 \mathbf{r} = \mathbf{T}_\theta^T \cdot B_3 \mathbf{r}$$

$$B_3 \mathbf{r} = \{r_c \quad 0 \quad -h_p\}^T$$

$${}_I \mathbf{I} = \{-l \cos \alpha \quad l \sin \alpha \quad 0\}^T$$

$${}_I \mathbf{x}_p = \{x_B \quad 0 \quad -h_p\}^T$$

gde oznake predstavljaju:

h_p - dužina okretanja kolenastog vratila [m],

l - dužina klipnjače [m],

r - poluprečnik [m],

x_B - položaja klipa duž X pravca [m] i

\mathbf{I} – relativni inercijalni referentni sistem.

Slučaj II

- Glavna ograničenja jednačina

$$Ox_p = {}_I \mathbf{x}_p + {}_I \mathbf{I} = {}_I \mathbf{r} + {}_I \mathbf{c} \quad (5.3.6)$$

gde se vektor položaja centra kolenastog vratila dobijen iz:

$${}_I \mathbf{c} = \{x_c \quad y_c \quad 0\}^T$$

Slučaj III

- Glavna ograničenja jednačina

$${}_I \mathbf{x}_p + {}_I \mathbf{I} = {}_I \mathbf{r} + {}_I \mathbf{c} \mathbf{I} \quad (5.3.7).$$

U ovom slučaju glavna ograničenja se razmatraju zbog rotacije β i γ , stoga se vektor \mathbf{r} dobija:

$${}_I \mathbf{r} = \mathbf{T}_\beta^T \cdot \mathbf{T}_\gamma^T \cdot \mathbf{T}_\theta^T \cdot B_3 \mathbf{r}.$$

5.3.1.2.3. Kinematičke jednačine

Ugaone brzine, za svaki od pokretnih referentnih sistema, mogu se zapisati kao u J-ni (5.3.8).

$$I \dot{\beta} = \{\beta \quad 0 \quad 0\}^T; \quad B_1 \dot{\gamma} = \{0 \quad \dot{\gamma} \quad 0\}^T; \quad B_2 \dot{\theta} = \{0 \quad 0 \quad \dot{\theta}\}^T; \quad I \dot{\alpha} = \{0 \quad 0 \quad -\dot{\alpha}\}^T \quad (5.3.8)$$

Za slučajeve (I) i (II) apsolutna ugaona brzina kolenastog vratila se dobija iz $\omega = \dot{\theta}$, pošto su $\dot{\beta}$ i $\dot{\gamma}$ jednaki nuli. Dakle, u ovim slučajevima pokretni referentni sistem B_3 će se jednostavno dobiti rotiranjem inercijalnog sistema I , za ugao θ , oko ose Z . Apsolutna ugaona brzina kolenastog vratila (ω), za slučaj (III) napisana je pomoću pokretnog referentnog sistema B_3 , i data je izrazom:

$$B_3 \omega = B_3 \dot{\beta} + B_3 \dot{\gamma} + B_3 \dot{\theta} \quad (5.3.9)$$

gde su:

$$B_3 \dot{\beta} = T_\theta \cdot T_\gamma \cdot T_\beta \cdot I \dot{\beta},$$

$$B_3 \dot{\gamma} = T_\theta \cdot T_\gamma \cdot B_1 \dot{\gamma},$$

$$B_3 \dot{\theta} = T_\theta \cdot B_2 \dot{\theta}.$$

Izrazi za izračunavanje brzine i ubrzanja klipa kompresora (\dot{x}_B , \ddot{x}_B) i klipnjače ($\dot{\alpha}$, $\ddot{\alpha}$) dobijaju se diferenciranjem jednačine veze za svaki slučaj respektivno, jednačine (5.3.10-5.3.15).

Slučaj I

- Brzine

$$\begin{bmatrix} 1 & l \sin \alpha \\ 0 & l \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_B \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_c \dot{\theta} \sin \theta \\ r_c \dot{\theta} \cos \theta \end{bmatrix} \quad (5.3.10)$$

- Ubrzanja

$$\begin{bmatrix} 1 & l \sin \alpha \\ 0 & l \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_B \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_c (\ddot{\theta} \sin \theta - \dot{\theta}^2 \cos \theta) - l \dot{\alpha}^2 \cos \alpha \\ r_c (\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta) + l \dot{\alpha}^2 \sin \alpha \end{bmatrix} \quad (5.3.11).$$

Slučaj II

- Brzine

$$\begin{bmatrix} 1 & l \sin \alpha \\ 0 & l \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_B \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_c \dot{\theta} \sin \theta + \dot{x}_C \\ r_c \dot{\theta} \cos \theta + \dot{y}_C \end{bmatrix} \quad (5.3.12)$$

- Ubrzanja

$$\begin{bmatrix} 1 & l \sin \alpha \\ 0 & l \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_B \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_c (\ddot{\theta} \sin \theta - \dot{\theta}^2 \cos \theta) - l \dot{\alpha}^2 \cos \alpha + \ddot{x}_C \\ r_c (\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta) + l \dot{\alpha}^2 \sin \alpha + \ddot{y}_C \end{bmatrix} \quad (5.3.13).$$

Slučaj III

- Brzine

$$\begin{bmatrix} 1 & l \sin \alpha \\ 0 & l \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_B \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} \quad (5.3.14)$$

- Ubrzanja

$$\begin{bmatrix} 1 & l \sin \alpha \\ 0 & l \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_B \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_3 \\ k_4 \end{bmatrix} \quad (5.3.15).$$

gde je:

$$k_1 = -r_c (\dot{\gamma} \sin \gamma \cos \theta + \dot{\theta} \cos \gamma \sin \theta) - h_p \dot{\gamma} \cos \gamma + \dot{x}_C \quad (5.3.16)$$

$$k_2 = r_c \dot{\beta} (\cos \beta \sin \gamma \cos \theta - \sin \beta \sin \theta) + r_c \dot{\theta} (\cos \beta \cos \theta - \sin \beta \sin \gamma \sin \theta) + \dot{\gamma} (r_c \sin \beta \cos \gamma \cos \theta - h_p \sin \beta \sin \gamma) + \dot{\beta} h_p \cos \beta \cos \gamma + \dot{y}_C \quad (5.3.17)$$

$$k_3 = -r_c \ddot{\gamma} \sin \gamma \cos \theta + \dot{\gamma}^2 (h_p \sin \gamma - r_c \cos \gamma \cos \theta) + 2r_c \dot{\theta} \dot{\gamma} \sin \gamma \sin \theta - r_c \dot{\theta}_2 \cos \gamma \cos \theta - h_p \ddot{\gamma} \cos \gamma - r_c \ddot{\theta} \cos \gamma \sin \theta - l \dot{\alpha}^2 \cos \alpha + \ddot{x}_C \quad (5.3.18)$$

$$k_4 = -r_c \dot{\theta}^2 (\cos \beta \sin \theta + \sin \beta \sin \gamma \cos \theta) - \dot{\beta}^2 (r_c \cos \beta \sin \theta + r_c \sin \beta \sin \gamma \cos \theta + h_p \sin \beta \cos \gamma) - \dot{\gamma}^2 (r_c \sin \beta \sin \gamma \cos \theta + h_p \sin \beta \cos \gamma) + \dot{\beta} (h_p \cos \beta \cos \gamma - r_c \sin \beta \sin \theta + r_c \cos \beta \sin \gamma \cos \theta) + \ddot{\gamma} (r_c \sin \beta \cos \gamma \cos \theta - h_p \sin \beta \sin \gamma) - 2r_c \dot{\theta} \dot{\beta} (\sin \beta \cos \theta + \cos \beta \sin \gamma \sin \theta) + 2\dot{\beta} \dot{\gamma} (r_c \cos \beta \cos \gamma \cos \theta - h_p \cos \beta \sin \gamma) - 2r_c \dot{\theta} \dot{\gamma} \sin \beta \cos \gamma \sin \theta + r_c \ddot{\theta} (\cos \beta \cos \theta - \sin \beta \sin \gamma \sin \theta) + l \dot{\alpha}^2 \sin \alpha + \ddot{y}_C \quad (5.3.19)$$

5.3.1.2.4. Jednačine kretanja

Jednačine kretanja za svako telo i slučaj (III) dobijaju se iz J-na (5.3.20-5.3.24). Potrebno je naglasiti da sile trenja nisu uključene u modeliranje klipa.

- Jednačine sila kolenastog vratila

$$\Sigma I f = m_c \cdot I \bar{a}_c \Rightarrow I f_A + I f_{ub} + I f_b = m_c \{ \ddot{x}_c, \ddot{y}_c, 0 \}^T \quad (5.3.20)$$

gde su:

$I f_{ub}$ - vektor neuravnoteženih sila kolenastog vratila,

$I f_b$ - vektor dinamičkih sila ležaja.

- Jednačine momenta kolenastog vratila

$$\Sigma B_3 M_C = B_3 r \times B_3 f_A + B_3 \tau = B_3 I_C \cdot \frac{d}{dt}(B_3 \omega) + B_3 \omega \times (B_3 I_C \cdot B_3 \omega) + m_C \cdot B_3 \bar{r}_{C-cm} \times B_3 a_C \quad (5.3.21)$$

gde je:

$$B_3 f_A = T_\theta \cdot T_\gamma \cdot T_\beta \cdot I f_A; \quad B_3 \tau = \{0, 0, \tau_z\}^T; \quad B_3 \bar{r}_{C-cm} = \{e_c, 0, 0\}^T$$

- Jednačine sila klipnjače kompresora

$$\Sigma I f = m_{cr} \cdot I \bar{a}_{cr} = I f_A + I f_B \quad (5.3.22)$$

gde je:

$$I \bar{a}_{cr} = I a_B + I \dot{\alpha} \times I \dot{\alpha} \times I \bar{r}_{cr} + I \ddot{\alpha} \times I \bar{r}_{cr} = \begin{Bmatrix} \ddot{x}_B + \bar{r}_{cr} (\dot{\alpha}^2 \cos \alpha + \ddot{\alpha} \sin \alpha) \\ \bar{r}_{cr} (\ddot{\alpha}) \cos \alpha - \dot{\alpha}^2 \sin \alpha \\ 0 \end{Bmatrix}$$

- Momentne jednačine klipnjače

$$\Sigma B_4 M_B = B_4 I \times B_4 f_A = B_4 I_{cr} \cdot \frac{d}{dt}(B_4 \dot{\alpha}) + B_4 \dot{\alpha} \times (B_4 I_{cr} \cdot B_4 \dot{\alpha}) + m_{cr} \cdot B_4 \bar{r}_{cr} \times B_4 a_B \quad (5.3.23)$$

gde je:

$$B_4 f_A = T_\alpha \cdot I f_A; \quad B_4 a_B = T_\alpha \cdot I a_B; \quad I a_B = \{\ddot{x}_B, 0, 0\}^T$$

- Jednačine klipa kompresora

$$\Sigma I f_B = m_p \cdot I a_B = I f_B + I f_N + I f_P \quad (5.3.24).$$

Gde je:

$$I f_P = \{P_g \cdot A_p, 0, 0\}^T.$$

Kod svakog slučaja jednačine kretanja mogu biti zapisane u obliku matrice kao u jednačini (5.3.25), gde vektor \bar{b} sadrži glavne nepoznate (tj. sile reakcije, reakcije momenata i ubrzanja). Ovaj matricni sistem je u potpunosti opisan za svaki slučaj u dodacima A, B, i C respektivno. Za slučaj (III), gde je uključena elastičnost vratila, matricni sistem J-ne (5.3.25) mora biti priključen jednačinama kretanja rotora koje se dobijaju pomoću formulacije konačnih elemenata, što nije prikazano u narednim delovima rada [163].

$$\bar{A} \cdot \bar{b} = \bar{c} \quad (5.3.25)$$

gde vektor \bar{b} za svaki slučaj daje:

$$\bar{b}_{(I)} = \left\{ f_{B_x}, f_{B_y}, f_{B_z}, N_y, N_z, f_{A_x}, f_{A_y}, f_{A_z}, f_{C_x}, f_{C_y}, f_{C_z}, M_{C_x}, M_{C_y}, \ddot{\theta}, \ddot{x}_B, \ddot{\alpha} \right\}^T$$

$$\text{i } \ddot{q} = \{ \ddot{q}_1, \ddot{q}_2, \dots, \ddot{q}_{nss} \}^T$$

$$\bar{b}_{(II)} = \left\{ f_{B_x}, f_{B_y}, f_{B_z}, N_y, N_z, f_{A_x}, f_{A_y}, f_{A_z}, f_{C_x}, M_{C_x}, M_{C_y}, \ddot{\theta}, \ddot{x}_B, \ddot{\alpha}, \ddot{x}_C, \ddot{y}_C \right\}^T$$

$$\bar{b}_{(III)} = \left\{ f_{B_x}, f_{B_y}, f_{B_z}, N_y, N_z, f_{A_x}, f_{A_y}, f_{A_z}, f_{C_x}, \ddot{\theta}, \ddot{x}_B, \ddot{\alpha}, \ddot{x}_C, \ddot{y}_C, \ddot{\beta}, \ddot{\gamma} \right\}^T.$$

Međutim, jednačine kretanja napisane u obliku matrica i za sve slučajeve su uključeni u dodatku A.

5.3.1.3. Rezultati i razmatranja

Sistem jednačina opisan u prethodnim poglavljima numerički je rešen za svaki od tri slučaja koja su predstavljena. Numerički rezultati su naročito analizirani na ponašanje ležaja kolenastog vratila. Glavne sile kao i geometrijske dimenzije i fizička svojstva klipnog kompresora koje su dobijene tokom proračuna korišćene u ovom poglavlju su date u tabeli 5.3.

Tabela 5.3. Glavni geometrijski i fizički parametri jednostepenog kompresora

Naziv	Oznaka	Mera
Inercija motora-rotora	I_x, I_y, I_z	$I_x, I_y = 0,4 \times 10^{-3}$; $I_z = 0,1 \times 10^{-2}$ [$kg \cdot m^2$]
Broj cilindra	i	1
Masa klipa	m_p	0,052 [kg]
Spoljni prečnik ležaja	D	62 [mm]
Unutrašnji prečnik ležaja	\emptyset	30 [mm]
Širina ležajeva	b	16 [mm]
Zazor rukavca	c_b	15 [μm]
Dužina klina kolena	h_p	10 [mm]
Razdaljina između ležajeva	L	142 ; 50; [mm]
Viskoznost lubrikanta	μ	0,005 [$Pa \cdot s$]
Ekscentričnost mase kolena	e_c	6 [mm]
Poluprečnik klina na kolenu	r_c	8,8 [mm]
Poluprečnik ležajeva	r_b	15 [mm]
Ekscentričnost mase kolena	e_c	6 [mm]
Kapacitet kompresora	\emptyset	225 [l/min]
Zapremina rezervoara	V	140 [l]
Ukupna zapremina motora	V_{su}	381,7 [cm^3]=0,3817 [l]
Obrtni moment motora	T_{pmax}	18,175 [Nm]
Srednji efektivni pritisak	p_e	6 [bar]
Sila pritiska klipa	F	3,817 [kN]
Položaj ukrasne glave	S_B	26,96 [mm]
Sila koja vrši pritisak na ukrasnu glavu	F_B	0,79 [kN]
Sila koja deluje u pravcu spojne poluge	F_S	3,897 [kN]
Sila koja deluje u pravcu krivaje	F_N	0 [kN]
Tangencijalna sila na krivaju	F_t	3,898 [kN]

Rezultati - slučaj I

U ovom slučaju zanemarena su bočna pomeranja. Prema tome, sile ležaja se ne računaju već samo sile reakcije i momenti reakcije u centru kolena. Sile reakcije u spoju klina kolena i klipnjače označene su sa (f_A) i u spoju klipa i klipnjače (f_B). Maksimalne sile se nalaze blizu vrha mrtve tačke i jasno se može videti da su sile reakcije u X pravcu nadvladane od strane sile kompresije koja dolazi iz klipa i inercijalnih efekata.

Rezultati - slučaj II

U ovom slučaju zanemarene su oscilacije u nagibu kolena, a dozvoljena su bočna pomeranja. Sile rukavca za gornji ležaj se izračunavaju pomoću hidrodinamičkih jednačina fluidnog filma ležaja, što ovde nisu prikazane. Može se uočiti da su sile ležaja slične silama reakcije koje su dobijene za slučaj (I), što se i očekivalo zbog činjenice da uslovi ravnoteže uvek moraju biti ispunjeni, čak i ako je centru kolena dozvoljeno da ima bočne oscilacije.

Ovo se objašnjava činjenicom da u slučajevima (I) i (II), naginjanje oscilacija kolenastog vratila nisu dozvoljene, dakle transversalni momenti preko kolenastog vratila usled reakcije sile (f_A) su uravnoteženi reakcijom momenta M_x i M_y .

5.3.1.4. Zaključak na izvedenu kinematsku analizu

U radu je predstavljen jedan opšti model klipnog kompresora sa jednim cilindrom koji se koristi u industriji, i primenjena je kinematička analiza mehanizma, koja je izvedena posebnom matematičkom metodom matrica transformacija. Savremeni metod sa računarski potpomognutim posebnim softverom za analizu obrade, koji može simulirati ne samo kretanje mehanizma, već može odrediti i položaj, brzinu, ubrzanje, sile, momente i druge parametre u svakom trenutku vremena, ali je potrebna provera i primena zakona mehanike.

Poseban osvrt je dat na kinematičku analizu mehanizma i istraživanje kretanja pojedinih komponenti mehanizma i njegovih važnih tačaka.

Ovde su opisani osnovni pristupi, prednosti i nedostaci prezentovanih rešenja. Dobijeni rezultati mogu se uporediti, ako su korišćeni isti ulazni parametri [160]. Validacija rezultata modela kompresora sprovedena je uz pomoć rezultata postojećeg jednocilindričnog kompresora slika (5.14), pomoću softvera *FluidSim 3.6*.

Zahtevi koji se odnose na analizu klipnog mehanizma, ograničenja i specifikacije su dati kao:

- u mehanizmu svi delovi moraju da rade u tandemu,
- preporuke, da se mehanizam stalno održava, posebno kada je reč za ovu vrstu aplikacije,
- mehanizam je vođen od strane jednog motora i
- mehanizmi koji su odabrani za predloženi dizajn i sve njegove vrednosti uzeti su iz kataloga proizvođača kompresora.

Jednostavan prikaz realnog mehanizma, koji služi kao osnov za proračun, je kinematska šema. Kinematska šema klipnog mehanizma, sačinjena na osnovu stvarnog mehanizma. Pojedinačne komponente mehanizma su date brojevima zbog lakšeg rešenja problema, što ukazuje da se na vitalne komponente pojavljuju tribološke pojave na sistemu [158].

Primenjeni metod je analitički i grafički i isti ima nedostatke i otežava rad pri analizi. Predložene sugestije bi dale doprinos kvalitetu rada i njegovu vezu sa informacionim tehnologijama što je dato u literaturi [153, 154, 158, 164].

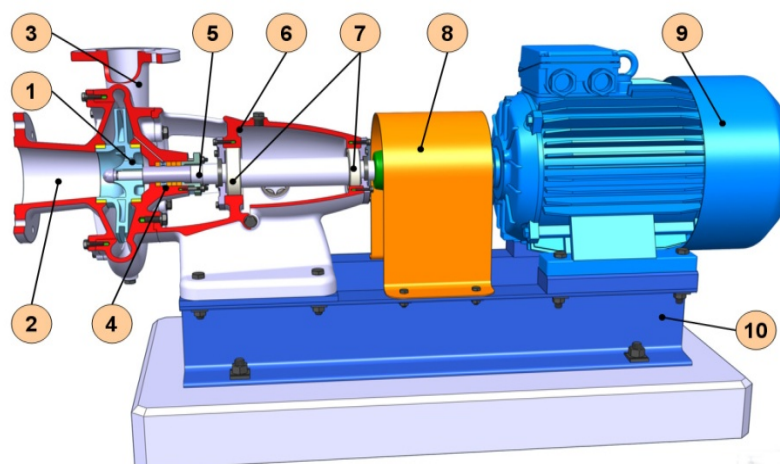
Jednačine 5.3.1-5.3.4 prikazuju matricu dimenzije 3×3 , odnosno, međusobnu povezanost između 3 promenljive. Izračunavanje korelacione matrice je početni korak u svakoj faktorskoj analizi. Ona se dobija matričnim proizvodom manje dimenzije standardizovane matrice podataka. Njeni elementi sadrže kosinuse uglova između svih mogućih elemenata unutar standardizovanog vektora kolone. Moguće je geometrijski prikazati odnose između vektora, čiji su kosinusi predstavljeni korelacijom. Na primer, u jednačini 5.3.1-5.3.4 prikazuju se tri vektora koji korespondiraju korelacionoj matrici. Vektori vrsta matrice podataka smeštaju se u trodimenzionalni prostor, i na osnovu jednačina predstavljaju segment konkretne primene predstavljenog modela i Matlab softvera.

U ovom delu poglavlja su analizirana tri različita pristupa za modeliranje klipnog kompresora. Međutim, između izučavanih slučajeva nisu pronađene značajnije razlike u proceni hidrodinamičkih sila kod ležaja rukavca i pritisaka fluidnog filma. Maksimalne sile nastaje kada se klip nalazi u krajnjem gornjem položaju. Rezultati pokazuju da se nelinearno ponašanje orbita povećava zbog nagibnih oscilacija kolena (pri maksimalnoj brzini), pod uticajem dužine klina kolena. Povećanje vibracija ležaja i temperature u ležaju može da se kontroliše na periodičnom ponašanju rada ležaja.

6. MODELIRANJE PUMPNIH POSTROJENJA I FORMIRANJE TRANSFORMACIONIH MATRICA

6.1. MODEL PUMPNOG SISTEMA

Matematički model pumpnih sistema, koji se sastoji od centrifugalne pumpe pokrenute od trofaznog asinhronog električnog motora i rezervoara konstantnog nivoa, istraživan je u ovom delu disertacije (slika 6.1). Matematički model je izveden analizom dinamičkog sistema i zasniva se na osnovnim zakonima fizike i mehanike fluida. Matematički model dobijen na osnovu realnih usvojenih pretpostavki se definiše u sistemima prostora stanja. Na ovaj način dobijeni matematički model, kao predstavljeni dinamički sistem, daje mogućnost za dalju analizu rešavanja sa matricama.



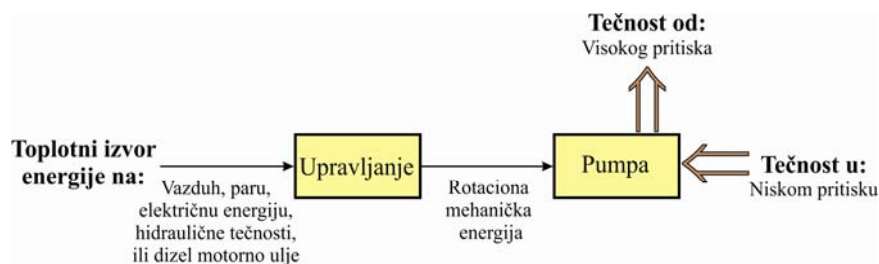
Slika 6.1. Model centrifugalne pumpe sa projektovanim delovima:
1-radno kolo, 2-usini aparat, 3-spiralni sprovodni aparat, 4-zaptivni sistem, 5-pogonsko vratilo,
6-kućište pumpe, 7-ležajevi, 8-elastična spojnica, 9-elektromotor, 10-postolja pumpe.

Postrojenja čine jednostepene pumpe sa usisnim i potisnim cevovodom, pratećom hidrauličkom armaturom, pritiskim sklopkama za automatski rad bez nadzora i elektroormanom, za zaštitu i signalizaciju. Pumpe su smeštene na zajedničkom postolju sa elastičnim držačima i čine jedinstvenu celinu. Na potisnom cevovodu su ugrađene hidroforske posude sa elastičnim zamenljivim membranama, pritiskim sklopkama, manometrom i ventilom sigurnosti. Kada pada pritisak u sistemu, pumpe se automatski kaskadno uključuju, jedna pa druga, zavisno od potrošnje i pada pritiska, i isključuju se kod obezbeđenja potrebnog pritiska. Pogonski elektromotori su trofazni. Elektromotori imaju ugrađene zatvorene SKF ležajeve. Centrifugalne pumpe priključene su na usisni i potisni cevovod preko sigurnosnih i nepovratnih ventila. Svaka pumpa ima svoju pritisnu sklopku za uključenje i isključenje, tj. elektroorman. Karakteristike primenjene centrifugalne pumpe:

- proizvođač-Jastrebac (Niš),
- tip-SPS10T,
- protok- Q (9000-14400) [l/min],
- napor- H (81-69) [m],
- snaga elektromotora $P=250$ [kW] i
- broj obrtaja $n = 1479$ [min^{-1}].

Princip rada pumpe: Osnovni radni deo pumpe je obrtno (radno) kolo sa lopaticama. Usled obrtanja radnog kola stvara se potpritisak koji aksijalno usisava tečnost iz rezervoara kroz usisni cevovod. Pre puštanja pumpe u rad, kućište i usisni cevovod moraju biti napunjeni tečnošću (ručno ili na neki drugi način) čime se ostvaruje kontinuitet tečnosti od donjeg

rezervoara do pumpe (slika 6.2). Ovako pripremljena pumpa spremna je da „povuče” vodu iz donjeg rezervoara. Tečnost koja je dospela u obrtno kolo biva zahvaćena lopaticama kola. Rezultat ovog delovanja je potiskivanje i ubrzano kretanje tečnosti ka periferiji kola i spiralnom kućištu pumpe, pri čemu kolo predaje tečnosti energiju.



Slika 6.2. Princip rada pumpe

U spiralnom delu kućišta, vrši se pretvaranje kinetičke energije tečnosti u potencijalnu (energiju pritiska) ili se uslovno može reći da se na račun smanjenja brzine povećava pritisak. Tečnost napušta obrtno kolo brzinom od 35-40 [m/s], što je znatno više od uobičajene brzine strujanja kroz cevovod 3-4 [m/s]. Na račun potencijalne energije, potisnuta tečnost savladava visinsku razliku od izlaznog dela pumpe do gornjeg rezervoara (geodetska potisna visina) savladavajući dejstvo sile zemljine teže i otpore strujanju kroz potisni vod.

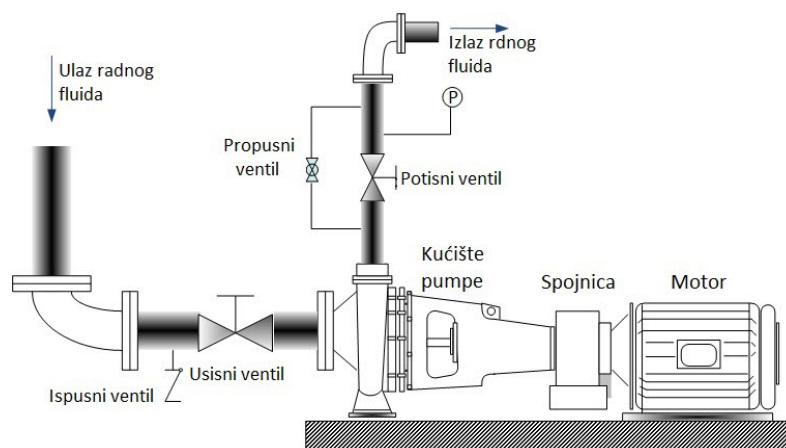
Kinematičko i dinamičko predstavljanje, kao i geometrijsko odstupanje modela životnog ciklusa proizvoda u proizvodnom procesu, primenjene centrifugalne pumpe u okviru pumpne stanice TEC 2, Energetika-Kragujevac, dato je u ovom delu disertacije. Da bi se ilustrovao ovaj metod, korišćena je teorija mehanike fluida koja je analizirana za određivanje ponašanja pojedinih parametara.

6.2. MATEMATIČKO MODELIRANJE PUMPNIH SISTEMA

6.2.1. KINEMATIČKO I DINAMIČKO PREDSTAVLJANJE PUMPNIH SISTEMA

6.2.1.1. Matrice kod dinamičkog ponašanja fluida u cevnim sistemima

Matematički model je razvijen analizom dinamike sistema i zasniva se na osnovnim zakonima fizike i mehanike fluida. Određivanje matematičkog modela industrijskog postrojenja obuhvata određivanje matematičkog modela centrifugalne pumpe primenjene u energetici „TC Kragujevac”. Pumpa je stalno snabdevena tečnošću sa ulaznim protokom. Protok radnog fluida prolazi preko kontrolnog ventila. Slika 6.3 prikazuje protok fluida centrifugalne pumpe.



Slika 6.3. Ulazni i izlazni protok radnog fluida centrifugalne pumpe

Matematički model mašinskih tehničkih sistema je skup diferencijalnih i algebarskih jednačina koji treba dovoljno tačno da opišu sve relevantne aspekte dinamičkog ponašanja mašine i da bude jednostavan za dalju analizu i računarsku obradu. Za potrebe analize rada i upravljanja industrijskog postrojenja-centrifugalnom pumpom, matematički model se formira tako da interpretira sve bitne procese od konkretnog značaja, a to su: hidraulički, električni, i mehanički procesi. U matematičkom modelu pumpe obično se uvode sledeće idealizacije i uprošćenja:

1. posmatra se cevovod pumpnih sistema,
2. posmatra se snabdevanje pumpe sa radnom tečnošću,
3. posmatra se trofazni asinhroni motor,
4. zanemaruje se uticaj statora i rotora na induktivnost,
5. zanemaruju se pojave uticaja stišljivosti tečnosti,
6. moment inercije pogona smatra se konstantnim,
7. pojave u električnoj mašini se dovoljno tačno opisuju primenom koncentrisanih parametara i
8. Smatra se da su svi prenosnici idealni (bez gubitaka), i da su sva vratila kruta.

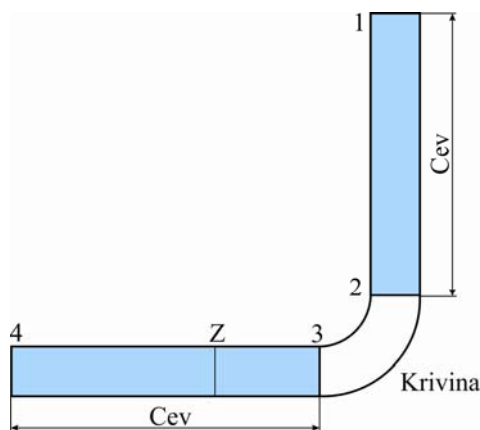
Ponašanje pumpnih sistema u cevima je složeno i odvija se u velikom broju, režima strujanja tečnosti. Transformacioni metod matrica u radovima [165] daje efikasan opis harmonika ponašanja pumpnih sistema. Svaku komponentu sistema moguće je opisati matricom transformacija, koja se odnosi na vibracije i kretanje tečnosti kako na svom ulaznom tako i na izlaznom delu. Vibracije stanja svakog dela se mogu opisati vektorom stanja $\{K\}$ koji se sastoji od jedne frekvencije Furijeovog koeficijenta dinamičkih (sila, pritiska ili momenta) i kinematskih veličina (sila, pritisak, moment, temperatura, brzine, protoci, geometrija kretanja za svaki stepen slobode kretanja. Transformaciona matrica $[T_{oi}]$ odnosi se na vektor stanja $\{Q_o\}$ u izlaznom delu komponente do vektora stanja $\{Q_i\}$ na svom ulaznom delu:

$$\{Q_o\}=[T_{oi}]\{Q_i\} \quad (6.25)$$

Sistem transformacionih matrica može biti formiran sukcesivnim množenjem transformacionih matrica komponenti cevnih sistema. Matrica $N \times N$ sistema predstavlja skup od N linearnih jednačina sa $2N$ nepoznatih promenljivih. Ovaj skup jednačina može biti rešen za N preostalih nepoznatih promenljivih nakon uvođenja N graničnih uslova. Primena metode se ponavlja na svakoj učestalosti-frekvenciji.

Cevni sistemi sa fluidnim sastavom interakcije mogu biti modelirane metodom konačnih elemenata, kao što je dato u literaturi [166, 167] međutim, MKE proračuna zahtevaju impresivne kompjuterske sisteme.

Prednost metode transformacionih matrica TMM nad MKE je u tome da se veličinom matrica kojom se sagledava sistem, uvećava veličina sistema, a umanjuje stepen veličine kod sistema koji je modeliran. Ovo tvrđenje se lako ilustruje na primeru dela cevovoda koji se sastoji iz dva prava dela cevi spojenih kolenom slika 6.5.



Slika 6.4. Sistem cevi

MKE aproksimira deformacije ovog sistema deformisanog u odnosu sa unapred definisanim funkcijama oblika. Broj čvorova M u modelu MKE ovog sistema zavisice najviše od uticaja frekvencije, odnosno odnosa kod dužine sistema na najmanje vibriranje dužina od uticaja. Svaki čvor imaće N stepeni slobode, tako da će matrica sistem biti tipa $NM \times NM$.

6.2.1.2. Metode transformacionih matrica kod prave cevi

Kod metode transformacionih matrica prava-ravna cev kod pumpe se može opisati kao upravljanje sistema parametara sa jednom matricom transformacije $2N \times 2N$. Veličina ove transformacione matrice je nezavisna od frekvencije i dužine cevi, jer transformaciona matrica koristi tačna rešenja jednačina odnosno funkcija pri vibriranju komponenata sistema. Sistem transformacionih matrica se dobija nakon množenja komponenata transformacionih matrica:

$$[T_{sis}] = [T_{43}^{cev}] [T_{32}^{krivina}] [T_{21}^{cev}] \quad (6.26)$$

Sistem transformacionih matrica $2N \times 2N$ je prikladniji nego veličine matrica MKE ($NM \times NM$).

Ovaj jednostavni primer ističe prednosti transformacionih matrica. Transformacioni model matrica cevovoda moguće je simulirati na personalnim računarima, a time i pokazati i prednosti u odnosu na matrice MKE.

6.2.1.2.1. Rešenje metode

Zavisno od željenog rezultata sistem matrica treba da bude sastavljen izborom odgovarajućih metoda rešenja. U osnovi dva glavna oblika primene transformacionih modela matrica su:

1. određivanje sistema rezonance i odgovarajućeg režima-odziv sistema za datu pobudu (odjeljak 6.2.2.2.2.),
2. određivanje otpora sistema, koji se koristi za istraživanje prenosa vibro-akustične energije posredstvom sistema (odjeljak 6.2.2.2.3).

6.2.1.2.2. Sistem odziva sistema

Određivanje odziva sistema koji je opisan pomoću $N \times N$ transformacione matrice zahteva N graničnih uslova. Kako svaki stepen slobode (n) predstavlja kinematičke (u_n) i dinamičke (F_n) promenljive, granični uslovi mogu biti izabrani iz:

$$u_n = u_n^K, F_n = F_n^K \text{ ili } F_n - i\omega \sum_m Z_{nm}^K u_m = 0 \quad (6.27)$$

gde je: $(n, m) = 1, 2, \dots, N/2$, eksponent K se odnosi na poznatu vrednost, i koeficijent Z_{nm}^K formira matricu završetka (prestanaka) otpora. Na primer, spajanje granica je opisano za $u_n = 0$ i slobodna granica za $F_n = 0$, dok je pojava kod pulsacije i vibracije na granici odlučivanja uzroka u_K ili F_K da se razlikuje od 0.

Granični uslovi mogu biti izraženi u matričnom obliku. To je pogodno za korišćenje graničnih uslova matrice $[B]$ da bi se primenilo stanje vektora, tako da su poznate promenljive eksponenta K odvojeni od nepoznatih promenljivih eksponenta U :

$$\begin{pmatrix} \{Q_0^K\} \\ \{Q_0^U\} \end{pmatrix} = [B_0] [T_{sis}] [B_i] \begin{pmatrix} \{Q_i^K\} \\ \{Q_i^U\} \end{pmatrix} \doteq [T_{0i}] \begin{pmatrix} \{Q_i^K\} \\ \{Q_i^U\} \end{pmatrix} \quad (6.28)$$

gde se eksponent i odnosi na ulaz a eksponent 0 na izlazni port (otvor) sistema. Ova jednačina matrica može se napisati kao:

$$\begin{pmatrix} \{Q_0^K\} \\ \{Q_0^U\} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} [T_{0i}^{KK}] & [T_{0i}^{KU}] \\ [T_{0i}^{UK}] & [T_{0i}^{UU}] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \{Q_i^K\} \\ \{Q_i^U\} \end{pmatrix} \quad (6.29)$$

Nepoznata veličina na ulazu cevnog sistema može biti rešena izjednačine:

$$[T_{0i}^{KU}] \{Q_i^U\} = \{Q_0^K\} - [T_{0,i}^{KK}] \{Q_i^K\} \quad (6.30)$$

Rešenje jedino postoji kada je sub matrica $[T_{0i}^{KU}]$ nejedinstvena (singularna). Submatrica $[T_{0,i}^{KU}]$ može postati jedinstvena pri frekvenciji kod jednog neprigušenog sistema cevi. Otuda sistem frekvencije je jednak nuli kod matrice determinante:

$$\det([T_{0i}^{KU}(f)]) = 0. \quad (6.31)$$

Posebnost (singularnost) će biti sprečena uvođenjem prigušenja u sistem transformacionih matrica. Kada je ulazni vektor utvrđen, izlazni vektor je određen zamenom u jednačini (6.29). Navedeni metod rešava sva nepoznata stanja promenljive pri jednoj frekvenciji. Funkcije utvrđivanja frekvencije su ustanovljene po ponavljanju postupka za višestruke frekvencije. Kada su stanja vektora na ulazu i izlazu iz sistema poznata, kretanje svake proizvoljne tačke u cevnom sistemu može se dobiti množenjem jednostavnim matricama. Pretpostavimo da je karakteristično posmatranje sistema stanje vektora, odnosno stanje vektora na poziciji Z u cevnom sistemu (slika 6.5). Ovo stanje vektor je povezano sa poznatim stanjem vektora na ulazu u sistem kao:

$$\{Q_Z\} = [T_{3Z}^{cev}] [T_{23}^{krivina}] [T_{12}^{cev}] \{Q_1\}. \quad (6.32)$$

Način rada može se odrediti ponavljanjem ovog proračuna za izbor položaja duž sistema.

6.2.1.2.3. Matrice impedansi

Sistem transformacionih matrica $[T_{sis}]$ može se napisati kao matrica sistema impedansi (otpora) $[Z_{sis}]$, koji se odnosi na opštu silu vektora $\{F\}$, na oba porta na brzinu vektora $i\omega\{U\}$:

$$\begin{pmatrix} \{F_i\} \\ \{F_0\} \end{pmatrix} = i\omega [Z_{sis}] \begin{pmatrix} \{U_i\} \\ \{U_0\} \end{pmatrix} \doteq i\omega \begin{bmatrix} [Z^{ii}] & [Z^{i0}] \\ [Z^{0i}] & [Z^{00}] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \{U_i\} \\ \{U_0\} \end{pmatrix} \quad (6.33)$$

Osnovne matrice $[Z^{ii}]$ i $[Z^{00}]$ su upravljani čvorovi (tačke) matrice impedanse na ulazu i izlazu sistema. Osnovne matrice $[Z^{i0}]$ i $[Z^{0i}]$ opisuju blokirane otpore prenosa impedanse. Kao i pri računanju odziva sistema neophodno je preuređenje vektora stanja. Kako su napori (F) i pomeranja (U) grupisani, preuređena transformaciona matrica sistema postaje:

$$\begin{pmatrix} \{F_0\} \\ \{U_0\} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} [T_{0i}^{FF}] & [T_{0i}^{FU}] \\ [T_{0i}^{FU}] & [T_{0i}^{UU}] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \{F_i\} \\ \{U_i\} \end{pmatrix} \quad (6.34)$$

Dakle, matrica impedanse može biti izvedena iz transformacione matrice kao:

$$i\omega [Z_{sis}] = \begin{bmatrix} -[T_{0i}^{UF}]^{-1} [T_{0i}^{UU}] & [T_{0i}^{UF}]^{-1} \\ [T_{0i}^{FU}] - [T_{0i}^{FF}] [T_{0i}^{UF}]^{-1} [T_{0i}^{UU}] & [T_{0i}^{FF}] [T_{0i}^{UF}]^{-1} \end{bmatrix} \quad (6.35)$$

Osnovna matrica $[T_{0i}^{UF}]$ može postati jedinstvena pri frekvencijama, kada sistem izaziva rezonanciju ako su sve granice spojene u celinu sistema.

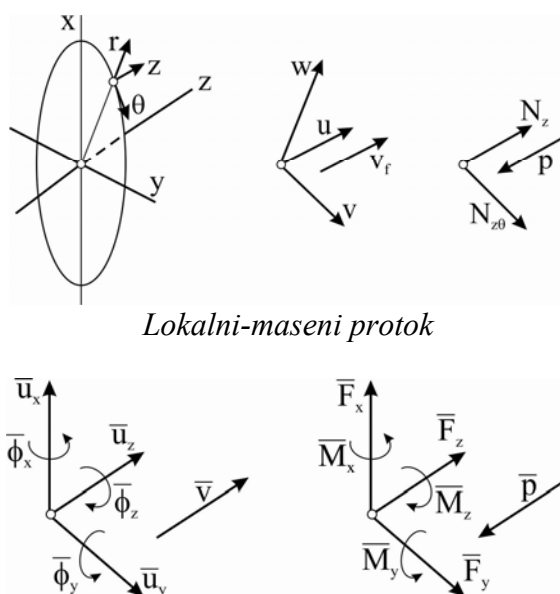
Metode impedanse se široko koriste za istraživanje vibracija, prenosa energije koje su usmerene na strukturu cevi [168, 169,170]. Iznenađujuće je da se transformacioni model matrica

retko pominje, iako je bila priznata odavno [165] i prepoznata kao efikasan metod za utvrđivanje matrica impedansi kod sistema koji se sastoje od kaskade komponenata.

6.2.1.3. Model kretanja tečnosti u cevnim sistemima

U sledećem poglavlju biće predstavljen model transformacionih matrica za predviđanje dinamičkog ponašanja trodimenzionalnog cevnog sistema. Ovaj model je zasnovan na kvazi-jednodimenzionalnom opisu pravog cevovoda. Ovde ćemo izvesti jednačine koje određuju mlaz kao ponašanje kod prave cevi iz trodimenzionalne jednačine.

Formirana cev preseka će imati sedam stepeni slobode u Dekartovom koordinatnom sistemu $\{x, y, z\}$, slika 6.5. Odgovarajuće promenljive kod kretanja su: tri pomeranja $\{\bar{u}_x, \bar{u}_y, \bar{u}_z\}$ i sile $\{\bar{F}_x, \bar{F}_y, \bar{F}_z\}$, tri rotacije $\{\bar{\phi}_x, \bar{\phi}_y, \bar{\phi}_z\}$ i momenti $\{\bar{M}_x, \bar{M}_y, \bar{M}_z\}$, aksijalno pomeranje tečnosti $\{\bar{v}_f\}$ i pritisak $\{\bar{p}\}$. Ovi parametri mogu se nalaziti dobijanjem prosečne vrednosti kod lokalnih parametara fluida i protoka $\{u, v, w, \zeta_z\}$ i $\{N_z, N_{z\theta}, p\}$ u poprečnom preseku cevi. Dobijeni ukupni rezultat čine 14 diferencijalnih jednačina prvog reda i mogu se grupisati u četiri nezavisna skupa zajedno sa jednačinama koje opisuju kretanje u različitim ravnima [237].



Lokalni-maseni protok

Pomeranja pri poprečnom preseku

Slika 6.5. Orijentacija brzina, sila rotacije i momenata mlaza u cevima

El-Raheb [171], Lesmez [172], [173] i Tijsseling [174] su došli do ekvivalentnih skupova jednačina počev od teorije vazduha, ali postoje neke razlike. El-Raheb i Frikha zanemarili su efekat Poasonove kontrakcije mlaza. Lesmez pogrešno u obzir uzima inerciju rotacije tečnosti. Tijsseling dodaje dejstva kod gravitacije i trenja. Kasnije je pripojen Darcy-Weisbach-ov faktor trenja. Tentarelli uključuje frekvenciju-zavisno trenje fluida kao i D'Souza & Oldenburgera [175].

6.2.1.3.1. Aksijalno kretanje tečnosti u cevima

Aksijalno kretanje talasa u tečnosti i kvazi-longitudinalnim (uzdužni) ekstenzionalnim talasima u cevi pri $(n = 0)$, predmet je ovog poglavlja. Kretanje tečnosti u cevi se prati preko Poasonove kontrakcije zida cevi. Četiri diferencijalne jednačine koje opisuju aksijalno kretanje su:

$$\begin{aligned}\frac{d\bar{p}}{dz} &= \rho_f \omega^2 \bar{v}_f, & \frac{d\bar{v}_f}{dz} &= -\frac{1}{K_f} \left(1 + \frac{2aK_f}{hE_s} \right) \bar{p} + 2\nu \frac{a}{a_i} \frac{\bar{F}_z}{E_s \bar{A}_s} \\ \frac{d\bar{F}_z}{dz} &= -\rho_s A_s \omega^2 \bar{u}_z, & \frac{d\bar{u}_z}{dz} &= \frac{\bar{F}_z}{E_s \bar{A}_s} - 2\nu \frac{a}{a_i} \frac{\bar{p} A_f}{E_s \bar{A}_s}\end{aligned}\quad (6.36)$$

6.2.1.3.2. Otpori kretanja tečnosti

Otpornost kretanja kod cevovod se javlja u dve vertikalne-normalne ravni xz i yz (slika 6.6). Jednačine za xz ravan biće predstavljene:

$$\begin{aligned}\frac{d\bar{F}_x}{dz} &= -m / \omega^2 \bar{u}_x, & \frac{d\bar{u}_x}{dz} &= \frac{\bar{F}_x}{K_s G_s A_s} + \bar{\phi}_y \\ \frac{d\bar{M}_y}{dz} &= -\bar{F}_x - \rho_s I_s \omega^2 \bar{\phi}_y, & \frac{d\bar{\phi}_y}{dz} &= \frac{\bar{M}_y}{E_s I_s}\end{aligned}\quad (6.37)$$

gde je $K_s = 2(1+\nu)/(4+3\nu)$ koeficijent smicanja, oblik faktora koji opisuje efektivne oblasti koji je izražen na smicanje u poprečnom presekom cevi.

Primećujemo da na unutrašnji fluid deluju sile kretanja inercije na poprečnom delu kod cevi ($m' = \rho_s A_s + \rho_f A_f$) ali ne i za obrtnu inerciju I_s . Za yz - ravan jednačine su slične.

$$\begin{aligned}\frac{d\bar{F}_y}{dz} &= -m / \omega^2 \bar{u}_y, & \frac{d\bar{u}_y}{dz} &= \frac{\bar{F}_y}{K_s G_s A_s} - \bar{\phi}_x \\ \frac{d\bar{M}_x}{dz} &= \bar{F}_y - \rho_s I_s \omega^2 \bar{\phi}_x, & \frac{d\bar{\phi}_x}{dz} &= \frac{\bar{M}_x}{E_s I_s}\end{aligned}\quad (6.38)$$

6.2.1.3.3. Torziona kretanja tečnosti

Jednačine torzionog kretanja mogu se izvesti u vidu:

$$\frac{d\bar{M}_z}{dz} = -\rho_s J_s \omega^2 \bar{\phi}_z, \quad \frac{d\bar{\phi}_z}{dz} = \frac{\bar{M}_z}{G_s I_s} \quad (6.39)$$

gde je: $J_s \approx 2\pi a^3 h$ predstavlja torzioni moment inercije cevi.

6.2.1.3.4. Ograničenje za predstavljanje modela kretanja tečnosti

Kvazi jednodimenzionalni model postaje nepotpun (ali ne i netačan) kada režim tečnosti ima više prekida u radu, (iznad $\Omega_{prekida}$):

$$\Omega_{prekida}^2 \approx \beta^2 \frac{n^2 (n^2 - 1)^2}{1 + n^2 + 2n\mu} \quad (6.40)$$

Ovakve približne vrednosti takođe pronašao je *Pavić* [176]. Kod krutih cevi prvi prekid frekvencija javlja se pri $0,293c_a / a_i$ kao u literaturi *Morse & Ingard* [177]. Dalje je model razvijen pod pretpostavkama da:

- cevi i tečnosti izloženi su linearnom elastičnom ponašanju,
- zidovi cevi materijala i tečnosti su homogeni i izotropni,
- debljina zida je mala u odnosu na poluprečnik cevi ($\beta^2 \ll 1$),
- efekat protoka fluida je zanemariv, Mahov-broj je mali ($M_a \ll 1$),
- viskoznost može biti zanemarljiva, Izvijeni-Shear broj je visok ($Sh \gg 1$),
- dužina kod prave cevi je velika u odnosu na prečnik ($L/a \gg 1$).

Približni izrazi su izvedeni da olakšavaju opis kretanja tečnosti, kao i prikaz frekventnog opsega ($\Omega < 0.2$). Ova dva periferna režima ($n = 0$ i $n = 1$) određuju ponašanje tečnosti na niskim frekvencijama. Pokazano je da niska frekvencija aproksimira jednačine za ove režime i svodi ih na kvazi-jednodimenzionalne jednačine kretanja mlaza tečnosti. Ove približne jednačine čine osnovu za model predviđanja kretanja tečnosti.

6.2.1.4. Model transformacionih matrica tečnosti u cevnim sistemima

U odeljku 6.2.2.3 predstavljen je jedno-dimenzionalni model za niske frekvencije i dinamičko ponašanje kod pravih cevi ispunjenih tečnošću. Vibracije cevi u poprečnom preseku su opisane za 14 promenljivih kretanja: tri ortogonalna pomeranja $\{u_x, u_y, u_z\}$, i sile $\{F_x, F_y, F_z\}$, tri rotacije $\{\phi_x, \phi_y, \phi_z\}$ i moment $\{M_x, M_y, M_z\}$, aksijalno pomeranje tečnosti $\{v\}$ i pritisak $\{p\}$. Ove promenljive povezane u vektorskom obliku su iskazane u sledećem obliku:

$$\{Q\} = \{p, F_z, v, u_z, F_x, \phi_y, u_x, M_y, F_y, \phi_x, u_y, M_x, M_z, \phi_z\} \quad (6.41)$$

Model jednačina opisuje pritisak, talase tečnosti, ekstenzionalna savijanja i turbulentne talase u cevi. Četiri grupe promenljivih, kao što su širenje tečnosti $\{p, v\}$ i veličine vibracije $\{F_z, u_z\}$ su povezane Poasonovim kontrakcijama zida cevi. Ove dve ortogonalne komponente kod talasa obuhvataju obe poprečne $\{F_{x,y}, u_{x,y}\}$ i rotacione $\{M_{y,x}, \phi_{y,x}\}$ vibracije. Orijehtacija stanja promenljivih definiše stanje u lokalnom koordinatnom sistemu koji prati sistem cevi prema slici 6.6. Z-osa kod ovog lokalnog koordinatnog sistema uvek je orijentisana duž aksijalne ose cevi. Primena lokalnog koordinatnog sistema ima prednosti, gde je izraz jednobrazan i može biti primenjen za matricu transformacije kod pravih delova cevovoda.

6.2.1.4.1. Rešenja diferencijalnih jednačina

Skup diferencijalnih jednačina koje opisuje prostiranje talasa fluida u pravoj cevi (jednačine 6.36-6.39) mogu se predstaviti kao:

$$\frac{d}{dz} \begin{pmatrix} \{Q_S\} \\ \{Q_A\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [0] & [\tau_{SA}] \\ [\tau_{AS}] & [0] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \{Q_S\} \\ \{Q_A\} \end{pmatrix} \doteq [\tau] \begin{pmatrix} \{Q_S\} \\ \{Q_A\} \end{pmatrix} \quad (6.42)$$

gde $\{Q_S\}$ predstavlja vektor simetričnih promenljivih stanja, a $\{Q_A\}$ vektor nesimetričnih promenljivih [170].

Opšte rešenje za ove diferencijalne jednačine može se napisati kao jednačine transformacionih matrica:

$$\{Q_0\} = [T]\{Q_i\} = e^{[\tau]L} \{Q_i\} \quad (6.43)$$

gde L označava dužinu kod cevi.

Bilo koja funkcija $f([\tau])$ kod kvadratnih matrica $N \times N$ može se izraziti silama kod matrice $[\tau]$, skraćena za red $N-1$ Pestel i Lecki (*Pestel & Leckie* 1963) [165]:

$$e^{[\tau]L} = C_0 [I] + C_1 [\tau] + C_2 [\tau]^2 + \dots + C_{N-1} [\tau]^{N-1} \quad (6.44)$$

U jednačini (6.44), $[I]$ predstavlja identičnu matricu $N \times N$. Kejli-Hamiltonova teorema navodi da sopstvene vrednosti λ_m ($m = 1, \dots, N$) moraju zadovoljiti istu polinomnu jednačinu:

$$e^{\lambda_m L} = C_0 + C_1 \lambda_m + C_2 \lambda_m^2 + \dots + C_{N-1} \lambda_m^{N-1} \quad (6.45)$$

tako da koeficijenti C_0, C_1, \dots, C_{N-1} mogu biti rešeni iz ovog skupa N linearnih jednačina jednom sopstvenom vrednošću $[\tau]$ i one su određene iz karakteristične jednačine:

$$\det \begin{pmatrix} -\lambda_m [I] & [\tau_{SA}] \\ [\tau_{AS}] & -\lambda_m [I] \end{pmatrix} = 0 \quad (6.46)$$

Model mlaza tečnosti kod prave cevi predstavlja tri grupe kod četiri spojene jednačine (6.42, 6.43, 6.44, 6.45) i jednu grupu kod dve spojene jednačine. Stoga najveća matrica $[\tau]$ je veličine 4×4 .

6.2.1.4.2. Prave cevi ispunjene tečnošću

Diferencijalne jednačine kod jednodimenzionog modela dinamičkog ponašanja na pravoj cevi (poglavlje 6.2.2.3) se može rešiti analitičkim metodom koji je predstavljen u odeljku 6.2.2.4.1. Ovde će biti izvedena matrica transformacije za cevi dužine L koji će biti izvedene po grupi kod sparnih stepeni slobode koristeći mogućnost jednačine skaliranja (6.47).

$$\begin{aligned} p &= \rho_f \tilde{c}_F \omega \tilde{p}, F_z = A_s \rho_s \tilde{c}_E \omega \tilde{F}_z, v = \tilde{v}, u_z = \tilde{u}_z \\ F_x &= m / \tilde{c}_B \omega \tilde{F}_x, \phi_x = (m / \tilde{c}_B) \tilde{\phi}_x, u_x = \tilde{u}_x, M_y = m / \tilde{c}_B^2 \tilde{F}_y \\ F_y &= m / \tilde{c}_B \omega \tilde{F}_y, \phi_y = (m / \tilde{c}_B) \tilde{\phi}_y, u_y = \tilde{u}_y, M_x = m / \tilde{c}_B^2 \tilde{F}_x \\ M_z &= A_s \rho_s c_T a \omega \tilde{M}_z, \phi_z = \tilde{\phi}_z / a \end{aligned} \quad (6.47)$$

U jednačini (6.47) znak (\sim) označava smanjenje promenljive.

Pri modeliranju cevnih sistema koja se sastoje više od jedne vrste cevi, određuje se performanse sa različitim geometrijskim svojstvima materijala i vrši se modifikacija transformacione matrice za cevi.

Aksijalno kretanje tečnosti duž cevi

Jednačina (6.36.) dovodi do karakterističnih jednačina kretanja talasa:

$$\lambda_m^4 + \lambda_m^2 (\tilde{k}_F^2 + \tilde{k}_E^2) + \tilde{k}_F^2 \tilde{k}_E^2 (1 - \sigma \tilde{v}^2) = 0 \quad (6.48)$$

sa definicijama:

$$\tilde{v} \doteq 2v \frac{a}{a_i} \quad \text{i} \quad \sigma \doteq \frac{A_f K_f}{A_s E_s} \left(1 + 2 \frac{a}{h} \frac{K_f}{E_s} \right)^{-1} = \frac{A_f p_f \tilde{c}_F^2}{A_s p_s \tilde{c}_E^2} \quad (6.49)$$

Približni talasni brojevi (\tilde{k}) pojavljuju se u ovoj jednačini, jer približan talas brzine se koristi u skaliranju (jednačina 6.47). Kao što je dato u jednačini, sopstvene vrednosti su skoro jednake $\lambda_{1,2} \doteq \mp i k_F \approx \mp i \tilde{k}_F$ i $\lambda_{3,4} \doteq \mp i k_E \approx \mp i \tilde{k}_E$. Odstupanja od ovih približnih rešenja je posledica Poasonovog člana $\sigma \tilde{v}^2$. Sa skalom stanja vektora $\{\tilde{p}, \tilde{F}_z, \tilde{v}, \tilde{u}_z\}$ analitički izraz kod ne-dimenzionalne transformacione matrice za aksijalnom ekstenzijom i pritiskom talasa $[\tilde{T}_z]$ sa koeficijentima, na osnovu tačnih rešenja (k_F, k_E) iz jednačine (6.48):

$$\begin{pmatrix} C_0 \\ C_2 \\ C_1 \\ C_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{k_E^2 - k_F^2} \begin{bmatrix} k_E^2 & -k_F^2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_E^2 & -k_F^2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \cos(k_F L) \\ \cos(k_E L) \\ \sin(k_F L) / k_F \\ \sin(k_E L) / k_E \end{pmatrix} \quad (6.50)$$

Savijanje mlaza pri kretanju fluida

Obe jednačine (6.37-6.38) dovode do karakteristične jednačine za savijanja kretanja:

$$\lambda_m^4 + \lambda_m^2 \tilde{k}_B^2 (\chi + \zeta) - \tilde{k}_B^4 (1 - \chi \zeta) = 0 \quad (6.51)$$

sa definicijama:

$$\chi \doteq \frac{E_s I_s}{K_s G_s A_s} \tilde{k}_B^2 \quad \text{i} \quad \zeta \doteq \frac{p_s I_s}{m} \tilde{k}_B^2 \doteq \frac{p_s I_s}{p_s A_s + p_f A_f} \tilde{k}_B^2 \quad (6.52)$$

Na niskim frekvencijama ($\zeta \ll 1$; $\chi \ll 1$) sopstvene vrednosti će se složiti sa Ojler-Bernulijevom teorijom mlaza tečnosti, opisujući putanju talasa $\lambda_{1,2} \doteq \mp ik_B \approx \mp i\bar{k}_B$ i kratkotrajna bliža polja $\lambda_{3,4} \doteq \mp k_N \approx \mp \bar{k}_B$. Sa skaliranim vektorom stanja $\{\tilde{F}_x, \tilde{\phi}_y, \tilde{u}_x, \tilde{M}_y\}$ nedimenzionalne transformacione matrice za savijanja kretanja u xz -ravni $[\tilde{T}_{xz}]$ određuju se:

$$\begin{bmatrix} C_0 - \chi \bar{k}_B^2 C_2 & -\bar{k}_B^2 C_2 & -\bar{k}_B (C_1 - \chi \bar{k}_B^2 C_3) & -\bar{k}_B^3 C_3 \\ -\bar{k}_B^2 C_2 & C_0 - \zeta \bar{k}_B^2 C_2 & \bar{k}_B^3 C_3 & \bar{k}_B (C_1 - \zeta \bar{k}_B^2 C_3) \\ \bar{k}_B (\chi C_1 - (1 + \chi^2) \bar{k}_B^2 C_3) & \bar{k}_B (C_1 - (\chi + \zeta) \bar{k}_B^2 C_3) & C_0 - \chi \bar{k}_B^2 C_2 & \bar{k}_B^2 C_2 \\ -\bar{k}_B (C_1 - (\chi + \zeta) \bar{k}_B^2 C_3) & -\bar{k}_B (\zeta C_1 - (1 + \zeta^2) \bar{k}_B^2 C_3) & \bar{k}_B^2 C_2 & C_0 - \zeta \bar{k}_B^2 C_2 \end{bmatrix} \quad (6.53)$$

i, sa skaliranjem stanja vektora $\{\tilde{F}_y, \tilde{\phi}_x, \tilde{u}_y, \tilde{M}_x\}$, matrica kretanja u yz ravni $[\tilde{T}_{yz}]$ jednaka je:

$$\begin{bmatrix} C_0 - \chi \bar{k}_B^2 C_2 & \bar{k}_B^2 C_2 & -\bar{k}_B (C_1 - \chi \bar{k}_B^2 C_3) & \bar{k}_B^3 C_3 \\ \bar{k}_B^2 C_2 & C_0 - \zeta \bar{k}_B^2 C_2 & -\bar{k}_B^3 C_3 & \bar{k}_B (C_1 - \zeta \bar{k}_B^2 C_3) \\ \bar{k}_B (\chi C_1 - (1 + \chi^2) \bar{k}_B^2 C_3) & -\bar{k}_B (C_1 - (\chi + \zeta) \bar{k}_B^2 C_3) & C_0 - \chi \bar{k}_B^2 C_2 & -\bar{k}_B^2 C_2 \\ \bar{k}_B (C_1 - (\chi + \zeta) \bar{k}_B^2 C_3) & -\bar{k}_B (\zeta C_1 - (1 + \zeta^2) \bar{k}_B^2 C_3) & -\bar{k}_B^2 C_2 & C_0 - \zeta \bar{k}_B^2 C_2 \end{bmatrix} \quad (6.54)$$

Obe ove matrice (6.47-6.48) imaju iste koeficijente:

$$\begin{pmatrix} C_0 \\ C_2 \\ C_1 \\ C_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{k_N^2 + k_B^2} \begin{bmatrix} k_N^2 & k_B^2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_N^2 & k_B^2 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \cos(k_B L) \\ \cosh(k_N L) \\ \sin(k_B L)/k_B \\ \sinh(k_N L)/k_N \end{pmatrix} \quad (6.55)$$

Svi koeficijenti kod matrica za savijanje mlaza sadrže kombinaciju \cos ili \sin sa \cosh ili \sinh funkcije, imaju za cilj da opišu kombinovani efekat za prostiranje talasa i kratkotrajan prolaz blizu polja, respektivno. Za duže cevi i višim frekvencijama u dokazivanju član $k_N L$ će postati veći. Fizički, efekat u blizini polja pri vibro-akustičnom prenošenju će se smanjiti sa povećanjem $k_N L$. Međutim, \cosh i \sinh funkcije, u transformacionim matricama mogu postati veoma velike, tako da informacije o kosinusu i sinusu funkcije mogu da se izgube usled numeričkih približnih otkaznih greški. Ovaj problem se može prevazići deljenjem vrednosti prave cevi na kraće cevi, a time i male vrednosti $k_N L$ čime se izbegavaju numeričke greške. Ove kraće cevi treba da budu tretirani kao podsistemi koji se rešavaju paralelno.

Torziono prenošenje kretanja fluida

Ove dve jednačine (6.39) pokazuju sopstvene vrednosti $\lambda_{1,2} = \mp ik_T$, prilagođene skale stanja odnosno vrednosti uvijanja $\{\tilde{M}_z, \tilde{\phi}_z\}$. Odgovarajuća bezdimenzionalna transformaciona matrica data je:

$$[\tilde{T}_\phi] = \begin{bmatrix} \cos(k_T L) & -\sin(k_T L) \\ \sin(k_T L) & \cos(k_T L) \end{bmatrix} \quad (6.56)$$

Kompletna matrica transformacije na pravom delu cevovoda

Pod matrice koje su date u prethodnom tekstu mogu se kombinovati u potpune (kompletne) transformacione matrice, koje se odnose na stanje vektora (jednačina 6.41) na ulaznim i izlaznim priključcima prave cevi:

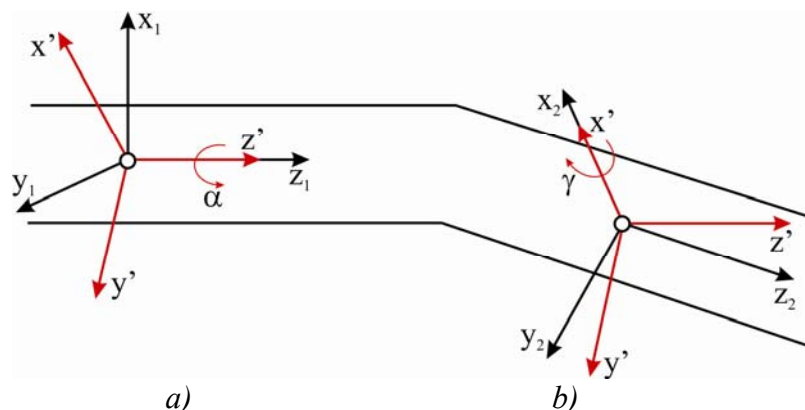
$$[\tilde{T}_{cevi}] = \begin{bmatrix} [\tilde{T}_z] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [\tilde{T}_{xz}] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [\tilde{T}_{yz}] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [\tilde{T}_\phi] \end{bmatrix} \quad (6.57)$$

6.2.1.5. Zakrivljene cevi i kolena (laktovi)

Analogno modeliranje širenja talasa u pravim cevima, može da se primeni za određivanje jednačine kretanja kod ravnomerno zakrivljene cevi kružnog poprečnog preseka [171,178] međutim, nema dostupnost analitičkih rešenja ovih jednačina. Rešenje kod torusa omotača-čaure, jednačine ne mogu biti odvojene u nezavisan periferni režim [179]. Zbog ove modalne sprege, povećanje pritiska i vibracija pokazuju jaku interakciju u zakrivljenoj cevi. Pritisak talasa ($n = 0$) u zakrivljenoj cevi će generisati ekstenzionalni talasi ($n = 0$) i savijeni talasi ($n = 1$). Savijanjem talasi će se spojiti sa ($n > 1$) talasa. Ovaj čvor će biti još veći ako poprečni presek zakrivljene cevi nije kružni. Manometar (Burdon brojač), koji se sastoji od savijene torusne cevi, oslanja se na ovom principu za merenje pritiska unutrašnje tečnosti. Ovde ćemo se dati kratak osvrt na modeliranje kod ravnomerne zakrivljenosti cevi ispunjene fluidom. Transformacioni model matrica zahteva pojednostavljeni model ponašanja mlaza.

U ovom delu disertacije dva potpuno različita pristupa su objašnjena. Diskretni model predstavlja zakrivljenu cev kao niz kod malih uglova krivina i kratke prave cevi [172, 180]. Kontinuirani model je zasnovan na skupu kod prvog reda diferencijalnih jednačina za ravnomerno zakrivljenu cev [171, 181].

Ovi modeli mlaza tečnosti ne opisuju talase u zidu cevi kada je ($n > 1$). Oba diskretna i kontinualna modela mlaza mogu približno da objasne ovaj efekat deljenjem savijene krutosti *EsIs* zakrivljene cevi od fleksibilnosti faktora kao u literaturi (*Von Karman* 1911) [182]. Prema ovom približavanju male deformacije kolena pretpostavlja se da lokalno reaguju. Za koleno sa uglom γ u (radijanima), radijus kod krivine R , i debljina zida h , faktor fleksibilnost jednak je $ff = 1.65a^2 / hR$, pod uslovom da je $R/a > 1.7$, i da $R\gamma > 2a$ da ne postoje prirubnice ili slične krutosti na udaljenosti za jednake cevi radijusa na bilo kojem kraju kolena. Isti faktor fleksibilnosti trebalo bi da se koristi za ravanski i na van ravni savijeno koleno. Fleksibilnost kolena je posebno važna za odgovor kod sistema gde ista nisu kratka u odnosu na dužinu prave cevi (*Everstine* 1986) [166].



Slika 6.6. Rotacija lokalnog koordinatnog sistema u krivini tačke:
a) Rotacija pri uglu α oko z ose; b) Rotacija pri uglu γ oko nove x ose

Stanje vektora u transformacioni model matrica su definisani u lokalnim koordinatama, koji su povezani sa orijentacijom komponenti cevni sistema. Lokalna z -osa je orijentisan duž cevi osa i lokalna y osa ukazuje prema središtu krivine kod lakta. Generalno, ova transformacija

uključuje dve uzastopne rotacije, α i γ , (slika 6.6). Transformacione matrice za lakat mogu se izraziti kao proizvod matrice $[T_\gamma]$ i $[T_\alpha]$.

Matrica $[T_\alpha]$ obavlja i rotaciju u odnosu na ugao alfa oko z-ose, tako da y-osa ukazuje na centar krivine:

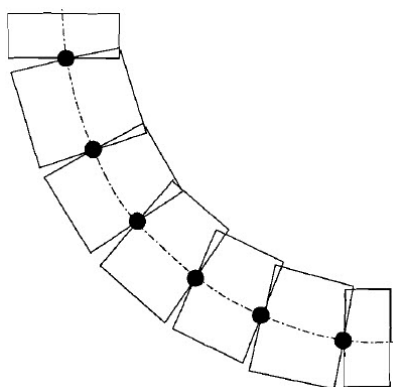
$$[T_\alpha] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_\alpha & 0 & 0 & 0 & S_\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_\alpha & 0 & 0 & 0 & -S_\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_\alpha & 0 & 0 & 0 & S_\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_\alpha & 0 & 0 & 0 & -S_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -S_\alpha & 0 & 0 & 0 & C_\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_\alpha & 0 & 0 & 0 & C_\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -S_\alpha & 0 & 0 & 0 & C_\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_\alpha & 0 & 0 & 0 & C_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.58)$$

Sa $C_\alpha = \cos(\alpha)$ i $S_\alpha = \sin(\alpha)$. Treba imati u vidu da je ovo dimenzionalna matrica transformacija.

Diskretni model

I diskretni i kontinuirani model za koleno matrice transformacija $[T_\gamma]$ opisuju čvor razvodne spojnice i rotaciju pri uglu γ koji poravnava novu z-osu kod ose cevi.

U diskretnom modelu zakrivljena cev se aproksimira nizom od M tačaka na krivini povezana sa $M + 1$ ravnih cevovoda, (slika 6.7). Treba izabrati tačku M tako da dužina l_m kod ravne cevi treba da bude manja u poređenju sa najkraćim talasnim dužinama. Model važi samo za $l_m / a > 1$, tako da je diskretizacija (odabiranje) beskorisna. Ravne cevi opisuju matricu transformacije u odeljku 6.2.2.4.2. Savijanjem krutosti $E_s I_s$ se i dalje deli odgovarajuća fleksibilnost faktora ff . Inercija i elastičnost fluida u krivini cevi su zapostavljeni.



Slika 6.7. Diskretni model kod ravnomerne zakrivljene cevi

Matrica transformacije za tačku u krivini je izvedena iz jednačine matrica transformacija za savijenu krivinu tačaka i jednačine kontinuiteta i ravnoteže sile i rezultata kao u (e.g. Lesmez1989) [172]:

$$[T_\gamma] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_f(1-C_\gamma) & C_\gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_\gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (C_\gamma-1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_\gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_\gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_\gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_\gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -S_\gamma \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_\gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & -S_\gamma & 0 \\ A_f S_\gamma & -S_\gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_\gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -S_\gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_\gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_\gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & C_\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_\gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_\gamma \end{bmatrix} \quad (6.59)$$

U jednačini 6.58 i 6.59 oznake predstavljaju $C_\gamma = \cos(\gamma)$ i $S_\gamma = \sin(\gamma)$. Jednačina 6.58 $[T_a]$ predstavlja dimenzionalnu transformacionu matricu za krivinu cevi.

Poređenja pokazuju male razlike između modela, do 6% kod viših frekvencija mada izgleda da kontinuiran model daje bolji rezultat od trodimenzionalnih modela MKE. Ne može se zaključiti da je ovaj model bolji, jer nije nezamislivo da je fleksibilnost faktora koji je jednak za modele transformacionih matrica previsok. Kolena mogu se modelirati u diskretnim ili kontinuiranim modelima u transformacionom modelu matrica. Oba modela su približna, zato treba biti obazriv sa tumačenjem kod proračuna odziva za sistem u kojima kolena zauzimaju značajno povećanje dužini na dužini u sistemu.

Transformacione matrice kod većih komponenata u kojima je viši red interni režim postaju neophodne, mogu biti modelirane pomoću metode konačnih elemenata, a zatim predstaviti u transformacioni model matrica). Hibridni metod koji kombinuje transformacioni model matrica sa konačnim elementima je uspešno primenjen u (Craggs & Stredulinsky 1990) [183] u akustičnom talasu širenja u krut cevni sistem. Hibridni metod je takođe poznat kao metod konačnih elemenata transformacija u strukturnoj mehanici (Tesar & Fillo 1988) [184]. Razvoj kod takvog hibridnog metoda bi mogla biti korisna nastavkom rada koji je opisan prema ovom radu.

7. PREDLOŽENI MODELI DIJAGNOSTIKE I POUZDANOSTI SLOŽENIH TEHNIČKIH SISTEMA

Za potrebe istraživanja pouzdanosti mašinskih tehničkih sistema u disertaciji je na primeru kotrljajnih ležajeva dat matematički model zasnovan na komparativnoj analizi ulaznih podataka, osnovnih faktora koji utiču na dijagnostiku, razvijenu na osnovu dijagnostičkih kriterijuma. Predloženi pristupi se mogu potpuno ili delimično koristiti za pripremu analize podataka navedenih sistema kao i druge složene mašinske sisteme. Međutim, u većini slučajeva, kod takvih sistema analize postoji kao potreba za simultano praćenje različitih kriterijuma.

Glavne teškoće i problemi takvog praćenja su neizbežan uticaj ljudskog faktora. Nedostatak standarda za korišćenje dozvoljenih vrednosti dijagnostičkih kriterijuma i potreba za integrisanu upotrebu dijagnostičkih procedura otežavaju dijagnostiku. Ključni faktori koji određuju tačnost analize su iskustvo i stručno znanje, u sprovođenju dijagnostike. Osobina rada pojedinih grupa složenih sistema u većini slučajeva ne dozvoljava da se prenese to iskustvo na drugim predmetima. Pod ovim uslovima posebno je važno da se stvori jedinstveni univerzalni opšti kriterijum ocene vrednovanja koji objektivno odslikava trenutno stanje analiziranog sistema.

Korišćenjem standarda predloženih u disertaciji, formirani su glavni dijagnostički kriterijumi za ocenu stanja kotrljajnih ležajeva na osnovu parametara vibracija i temperature:

- opšti nivo nesinhronih komponenti kotrljajnih ležaja, izračunat iz brzina vibracija i
- normalizovan ukupan nivo pojave temperature.

7.1. DOSADAŠNJA ISTRAŽIVANJA I OSNOVNI POJMOVI VIBRODIJAGNOSTIKE NA TEHNIČKIM SISTEMIMA

Automatski napredak u tehnologiji, povećanje industrijskih kapaciteta, nagli porast produktivnosti, borba za konkurentne proizvode, bezbedonosni zahtevi, stvorili su neophodne preduslove za nastanak tehničke dijagnostike sistema. Tako, u Srbiji pa i šire posebnu ulogu za dijagnostiku u preduzećima bio je majstor slušalac, koji je na dodir ili uvo sa šrafciđerom ili stetoskopom osluškivanjem merio male promene u mašinama. Rezultati takve dijagnostike je u velikoj meri bio pod uticajem ljudskog faktora, a procene oštećenja sistema su često bile subjektivne prirode. Stalno pooštavanje uslova za bezbedan rad je dovelo do neophodnosti da se stvore glavni ciljevi kvantitativne procene dijagnostičke opreme. Prva praćenja parametarskih vibracija uređajima, pojavila se krajem 40-h godina. Sa stacionarnim sistemima je postalo moguće da se spreči deformacije i havarije i da se zaustave mašine do njihovog potpunog uništenja, ali precizna definicija neispravnih komponenti pomoću analognih uređaja u to vreme je bilo nemoguće dokazati.

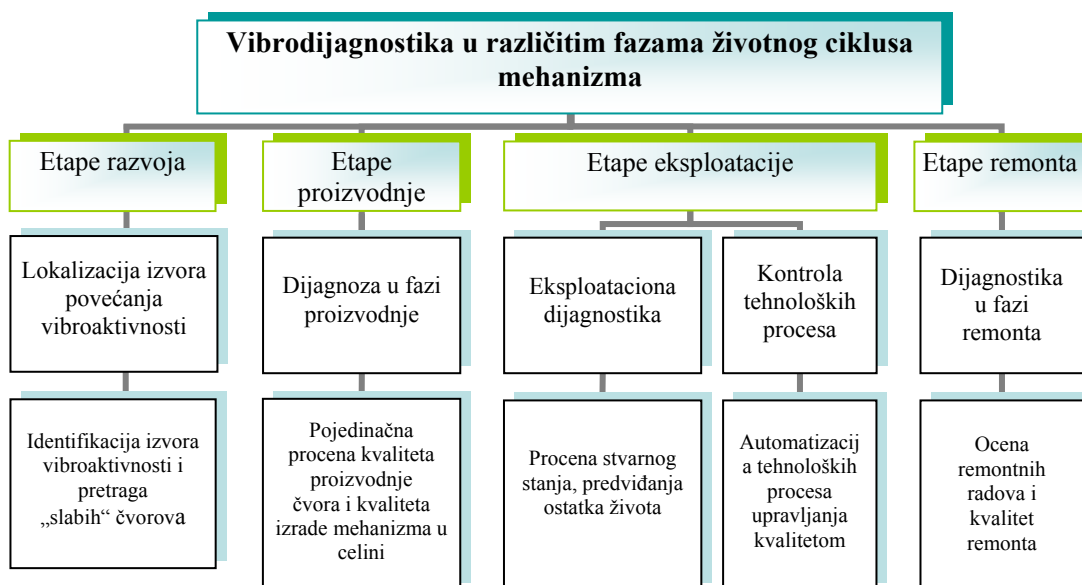
Kvalitativno nova etapa u razvoju kontrole, merne opreme, testiranja i merenja tehnike, pojava digitalne dijagnostičke opreme je počela 70-h i 80-h godina XX veka. Ona je bila povezana sa brzim razvojem mikroprocesora, paralelno sa kojima je došla smena generacija poluprovodničkih komponenti. Novi kompjuterski sistemi stvorili su softvere koji su korišćeni, za dijagnostičke svrhe. Otprilike u isto vreme u SAD i Evropi je počela ubrzana izgradnja (konstrukcija) gasnih turbinskih postrojenja sa kombinovanim ciklusom energije, gasa i naftnih pumpnih stanica. Bezbedan rad svih ovih mašina zahtevao je savremenu dijagnostičku podršku. Pojavljuju se stotinu malih preduzeća koje aktivno razvijaju tehniku dijagnostike.

Era kompjuterske revolucije omogućila je novi skok u oblasti vibracione dijagnostike. Predstavljen je veliki broj multifunkcionalne opreme merenja vibracija. Tokom ovog perioda domaći instrumenti daleko zaostaju od zapadnog (čak su većina kompanija imali za dijagnostiku strane uređaje i aparate). Nažalost, visoke cene zapadnih instrumenata i opreme značajno usporava njihovu široku primenu. I pored ovako skupe dijagnostičke opreme u

našoj zemlji počela je u industrijskim preduzećima masovna primena metoda i merne opreme za primenu vibracione dijagnostike.

Vibracije (oscilacije sa relativno malom amplitudom i ne previše niskom frekvencijom) - pojava tipična za bilo koju tehniku, koja sadrži oscilatorna kretanja elemenata mehaničkog sistema pri čemu su pomeranja tačaka sistema mala u poređenju sa dimenzijama samog sistema [186]. To proizilazi iz velikog broja osobina, koji se javljaju kao prirodna posledica izrade tehničkih elemenata i karakteristika materijala. Povećanjem vibracija ovakvih osobina mogu nastati ozbiljni defekti. S druge strane oštećenja na mernoj opremi dovodi do promene karakteristika vibracija. Povećanje vibracija iznad određenog nivoa može dovesti do deformacije komponenti. Na taj način, pojava vibracija karakteriše se kao razlog za nastanak defekata.

Vibrodiagnostika je jedna od metoda kontrole bez razaranja, nauka o uzrocima pojava vibracija i metoda njenog eliminisanja. Vibrodiagnostika se primenjuje za praćenje trenutnog stanja elemenata, da se identifikuju mogući defekti, proceni ostatak veka elemenata, odredi praćenje uslova i obim remontnih radova, što značajno povećava efikasnost ovoj metodi. Analize domaćih i stranih radova na ovu temu o praćenju stanja tehničkih sistemima sa rotacionim kretanjem pokazuju, da je za otkrivanje mogućih otkaza najefikasnije praćenje stanja (do 77%) koje se zasniva na vibracijama [186]. Na slici 7.1 prikazan je dijagram primene dijagnostike vibracija u različitim fazama životnog ciklusa mašina-mehanizama.



Slika 7.1. Oblasti primene vibrodiagnostike u različitim fazama životnog ciklusa mašina

Ekonomska opravdanost primene metoda vibrodiagnostike u različitim sektorima tehnike ima mnogo razloga: smanjena verovatnoća nepredviđenih havarija sa katastrofalnim posledicama; ukidanje ili smanjenje broja pregleda koji smanjuju vek opreme; niži troškovi održavanja i popravki; ekonomska ušteda rezervnih delova, goriva i maziva. Na taj način gubici povezani sa zastojima u radu i proizvodnim troškovima za obnovu oštećene opreme, u velikoj meri prevazilaze troškove nabavka, montaže i korišćenje sredstava praćenja vibracija.

Veliki broj radova i istraživanja, posvećen ovoj temi najbolji je pokazatelj o pitanjima određivanja ekonomske efikasnosti sprovođenja i primeni metoda vibrodiagnostike. Prema tome, ispravna primena metoda za vibrodiagnostiku omogućava održavanje u skladu sa pravilima da proaktivno smanje troškove održavanja opreme više od 2 puta.

Do danas, postoji mnogo različitih tipova merenja, koji omogućavaju da se proceni stanje najraznovrsnijim tehnikama [187]. U zavisnosti od rešenja zadatka (tipa opreme, njenih režima rada, dijagnostičke namene), mogu da se predstavljaju različita podešavanja veličina, pojasni opseg merenja vremena, tip i količina proseka, međutim merenja ostaju praktično

nepromenjena. Podrobnije o ovakvim razmatranjima, dijagnostika biće predstavljena na primeru kugličnih ležajeva koji su najčešći pokazatelji primera merenja, koji se koriste za procenu tehničkih stanja većine različitih složenih sistema.

Za rešavanje modela i problema optimizacije energetskog sistema, vibracionih postupaka, koriste se postupci koji su opisani u literaturi.

U knjizi *Dimenberg F. N., Kolesnikov K. S.*, (1989), su dali analizu prikaza osnovnih veličina vibracija – mehaničkih oscilacija, koje se pojavljuju u radu sastavnih komponenata energetskih sistema-pumpi, generatora i sistema i analiza prikupljanja podataka o otkazima koji su nastali povećanjem mehaničkih oscilacija [188].

Hill C., (1989), u svojoj knjizi predstavlja osnovnu analizu mehaničkih vibracija, koje nastaju pri radu osnovnih sastavnih komponenata pumpi kao i turbogeneratora. Takođe, u ovoj knjizi su prikazani svi karakteri nastajanja mehaničkih oscilacija pri radu sistema i za različite slučajeve je data matematička forma analize osnovnih njihovih veličina, kao i uticaj promene parametara temperature na ležajevima [189].

Mihalevič V.S., (1991), primenjuje model dijagnostike praćenja otkaza kliznih ležišta promene temperature u elektroenergetskom sistemu, kod kojih postoji značajno vreme praćenja. Uzimaju se u obzir i varijacija rada i ograničenja prouzrokovana mogućnošću opreme i uslovima rada [190].

Brankovski A. M., (1997) prikazuje u svojoj knjizi analize mašinskih sistema sa aspekta konstruktivnih rešenja, pouzdanosti i pogodnosti rada. U njoj su jasno definisana stanja rada pumpnog i turbogeneratorskog sistema koja omogućuju formiranje analize stabla otkaza sastavnih komponenata sistema. Ovakav prilaz omogućuje formiranje univerzalnog stabla otkaza bilo kog mašinskog sistema [191]

Jevgenevič Suško Andrej, (2007), u svojoj disertaciji ukazuje na potrebu uvođenja i primene automatizovane dijagnostike vibracija na složenim mašinama, jer se time efikasnije identifikuju glavne faze otkaza sistema dijagnostike kotrljajnih ležajeva, kao i izbor optimalnog održavanja i strategije u proceni preostalog života sistema [192].

Criqui A. F., (1994), tvrdi da je veliki broj problema vibracija kod rotirajućih mašina uzrokovan malim brojem uzroka, od kojih su najčešći debalans, nesaosnost i rezonanca. Međutim, praćenje rada rotacionih mašina često dovodi do zaključka da se radi o vibracijama, a u stvari se radi o nekim sasvim drugim spoljnim poremećajima. Treba uvek imati na umu da vibracije same po sebi ne predstavljaju problem, nego su one „*simptom*”, odnosno indikator da postoji neki problem, pa samim tim i rešenje. Meri se odziv mašine na dinamičku silu, a ne sama sila. Osim toga, treba voditi računa o tome da se vibracije gotovo uvek mere indirektno, tako da su rezultati merenja podložniji spoljnim uticajima i manje su precizni [62].

Ašonja (2006), u magistarskom radu vršio ispitivanje kotrljajnih ležaja na pumpama, pomoću analizatora udarnih impulsa A2011 i aktuelnih softverskih programa, koje daju podatke o trenutnom stanju kotrljajnih ležaja. Najvažniji pokazatelji procene trenutnog stanja kotrljajnih ležaja bili su: pojava udarnih impulsa, temperatura i vibracija, dok je procena približnog veka trajanja kotrljajnih ležaja isključivo zavisila od opterećenja ležaja i kvaliteta podmazivanja. Veliki udeo u ovakvom načinu ispitivanja od 90% čini prikupljanje podataka. Dobijene vrednosti istraživanja veka trajanja analiziranih kotrljajnih ležaja, pomoću tri softvera. Razlog ovome uticali su različiti softverski pristupi u određivanju tačnijih vrednosti: potrebne viskoznosti za stvaranje uljnog filma ν_l , faktora trajnosti a_{23} , modifikacionog faktora a_{SKF} i drugih veličina od kojih zavise dobijena rešenja [61].

ISO standard 2372 dao je preporuke za vrednosti jačina vibracija, koje se koriste za opštu procenu stanja mašina i granične vrednosti vibracija koje su prihvatljive. Prema veličini vibracija, jedna od podela industrijskih mašina je podela na sledeće vibracione klase [73, 193]:

I pojedinačni delovi motora i mašina integralno povezana sa kompletnom mašinom u normalnim uslovima rada, elektromotori do 15 [kW], sa optimalnim nivoom vibracija od $0 \div 1,8$ [mm/s],

II mašine srednje veličine bez osnove (male pumpe u hemijskoj industriji i elektromotori do 15 [kW]), sa optimalnim nivoom vibracija od 0÷2,8 [mm/s],

III velike mašine sa čvrstim osnovama (ventilatori i pumpe do 100 [kW]), sa optimalnim nivoom vibracija od 0÷4,5 [mm/s],

IV velike mašine sa mekim osnovama (ventilatori i turbogeneratori do 100 [kW] na brodovima), sa optimalnim nivoom vibracija do 7,1 [mm/s] i

V i VI teške mašine planirane za vibriranja (vibracioni ekrani, vibracioni generatori, mašine za ispitivanje dinamičkog zamora i dr.), sa optimalnim nivoom vibracija do 11 [mm/s].

Gligorić (2005), navodi probleme vibracija mašinskih elemenata sa obrtnim kretanjem i da je problem uravnoteženja najizraženiji kod rotora, jer je vrednost inercijalne sile F_i rotora koja se kreće jednoliko kružno funkcija kvadrata njegove ugaone brzine, tako da i vrlo male neuravnotežene mase imaju znatnu vrednost inercijalne sile.

Na sklopovima gde se nalaze kotrljajni ležaji zapaža se znatno prisustvo vibracionog habanja (frettinga), pri kome ukupno trenje kod kotrljajnih ležaja iznosi od 97÷99%. U tom slučaju normalno opterećenje i direktan dodir površina izaziva jaku adheziju spregnutih neravnina, a vibracije tokom rada njihovo raskidanje. Kod metala se ova pojava manifestuje tamno smeđim mrljama na površini, a kasnije odvajanjem u vidu finog metalnog praha. Ovakva oštećenja mogu se smanjiti eliminacijom vibracija, povećanjem tvrdoće i primenom čvrstih maziva. Uzroci neispravnosti kotrljajnih ležaja prema Racu, 1991, dati su u tab.7.1 [194].

Dosadašnja istraživanja vibracionog stanja pumpe nisu bila zastupljena u velikoj meri u ranijim eksploatacijama tehničkih sistema. U novije vreme uočavaju se velike koristi od neutralisanja neželjenog dejstva vibracija, pa se pristupilo opsežnijim istraživanjima u našoj zemlji.

Tabela 7.1. Uzroci neispravnosti kotrljajnih ležaja, Rac (1991)

Uzroci neispravnosti	Kotrljajni ležaji
	%
Neadekvatan proračun i konstrukcija	13,8
Greške u materijalu	1,9
Greške proizvodnje i montaže	14,4
Neadekvatna eksploat. i održavanje	37,4
Tribološki procesi	28,5
Ostalo	4,0

Optimizacija postupaka vibrodijagnostike se definiše strategijom procesa iznalaženja stanja komponenata pumpi, obezbeđuje plan aktivnog opterećenja i njegovu raspodelu među komponentama sklopova. Ona zahteva balansiranje između dugoročnih ciljeva i kratkoročnih ograničenja prouzrokovanih mogućnostima i nepreciznošću raspoloživih podataka rada sastavnih komponenata pumpe.

Kod realizacije optimizacionog matematičkog modela potrebno je predvideti mogućnost vraćanja korekcije u slučaju da pre isteka posmatranog optimizacionog perioda dođe do promene uslova rada (opterećenja, protoka, napora i sl.). Zato se kod dugoročne optimizacije problem uspešno rešava i sa srednjim vrednostima nekih veličina, a izbor tipa i broja ograničenja zavise od dužine optimizacionog perioda eksploatacije.

Istraživanja će obuhvatiti određene povezane i kvalitativne uticajne pojave optimizacionih parametara u funkciji pouzdanosti istih, sa ciljem da predvidi preostali radni vek sastavnih komponenata pumpi, na osnovu čega se može sprovesti njihovo preventivno održavanje.

Da bi se održao odgovarajući nivo sigurnosti funkcionisanja postrojenja potrebno je sve više pažnje poklanjati njihovom održavanju i organizaciji eksploatacije. Ovo je od velikog značaja ne samo za profesionalne, namenske uređaje i sisteme, od kojih zavisi funkcionisanje

velikih tehničko - tehnoloških sistema, već i za rad svih drugih uređaja predviđeni za najširu namenu.

Procene stručnjaka u svetu idu u pravcu da će treća decenija XXI veka biti izrazito obeležene aktivnostima vezanim za održavanje kako industrijskih tako i energetskih postrojenja, jer su industrijska postrojenja sve složenija i savršenija, a time i nepouzdanija, odnosno, zahtevaju sve više kompleksnijih znanja potrebnih za njihovo održavanje. Budućnost verovatno pripada ekspertnim sistemima koji treba da obezbede proaktivno održavanje.

Koncept proaktivnog održavanja se nedavno pojavio u industrijskoj praksi i privukao značajnu pažnju, naročito posle objavljivanja prvih rezultata koji su svedočili o velikim uštedama postignutim primenom ovog novog metoda. Suština filozofije proaktivnog održavanja je utvrđivanje osnovnih uzročnika otkaza i njihova eliminacija. Proaktivni pristup problemu održavanja industrijskih energetskih postrojenja, baziran je na stalnom praćenju na kontroli osnovnih uzročnika otkaza i aktivnostima na njihovom eliminisanju ili značajnom smanjenju negativnog dejstva. To znači da je usmereno na otkrivanje praćenje ranih simptoma otkaza (vibracije, temperatura, produkti habanja...).

Prema Živoslavu Adamoviću, proaktivni koncept ne prihvata otkaz kao normalno i moguće stanje, već se sprovodi niz adekvatnih mera da do otkaza uopšte ne dođe. Imajući u vidu sve napred navedeno, u samom radu je jedan deo posvećen prikazu svetskih trendova u monitoringu sistema kao i njihove konstrukcije alata monitoringa sistema. Jednostavno rečeno teži se da mašine vode zdrav život i da im se na taj način produži vek eksploatacije [196].

7.2. METODE TEHNIČKE DIJAGNOSTIKE SLOŽENIH SISTEMA

Određivanje stanja i dijagnostike otkaza tehničkih sistema primenom tehničke dijagnostike zahteva kvalitetan izbor metoda i tehnika tehničke dijagnostike, koje treba da zadovolje postavljene zahteve u pogledu objektivnosti, jednoznačnosti i ponovljivosti.

Većina metoda kontrole stanja tehničkih sistema zasnovana je na sistemskom praćenju pojave vibracija, buke i šumova, kontroli ulja i maziva (podmazivanja), praćenju pojava i razvoja korozije, praćenju toplotnog stanja (grejanja pojedinih sklopova) i dr. Još u okviru faze projektovanja tehničkog sistema, poželjno je definisati metodu održavanja praćenu odgovarajućim metodama tehničke dijagnostike, odnosno definisati način i sredstva kontrole stanja tehničkih sistema. Na taj način se direktno utiče na povećanje pogodnosti kontrole stanja tehničkih sistema, jer se konstrukcija prilagođava uslovima merenja i dijagnostike otkaza.

Metodi tehničke dijagnostike složenih tehničkih sistema u radnom režimu, pored ostalog, obuhvataju sledeće metode, [94]:

- a) vibrodijagnostičke metode, od kojih se izdvajaju:
 - analiza ukupnog nivoa vibracija kao promene mehaničkog ili procesnog stanja rotacione mašine,
 - analiza detekcije otkaza ležajeva u ranoj fazi nastajanja,
 - analiza nadzora i ocena stanja kotrljajnih ležajeva na mašinskim tehničkim sistemima,
 - modalna analiza, analiza za potrebe dijagnostike,
- b) nadzor i analizu tehnoloških (radnih) parametara: broja obrtaja, protoka, pritiska, temperature;
- c) analizu temperature, s ciljem utvrđivanja temperaturnih razlika kod ležajnih sklopova, radi utvrđivanja pregrevanja i detekcije problema neuravnoteženosti sistema i sl.) i mehaničkog (nesaosnost ili zakrivljenost vratila);
 - analizu kontaminacije ulja, kroz unutrašnju kontaminaciju (kao posledica različitih vrsta habanja).

Formiranje dijagnostičkog metoda na složenim mašinskim sistemima uglavnom prati njihov hijerarhijski nivo organizovanja, uz obuhvatanje uspostavljanja zakonitosti promene parametara stanja sistema i procesa koji se u njemu dešavaju. Sistem tehničke dijagnostike

predstavlja u suštini prateći sistem u okviru ovih postrojenja, koji obuhvata izbor dijagnostičkih parametara i utvrđivanje njihovih veza sa parametrima stanja sistema, karakteristike njihove promene, normative, kao i utvrđivanje moguće procene stanja i davanja dijagnoze za sistem u svakom trenutku vremena.

Kontrola trenutnog stanja sistema ili njegovih elemenata (najčešće najkritičnijih po nastanak otkaza), definisanje zakonitosti pojave otkaza u vremenu na osnovu baze podataka i predviđanje ponašanja sistema u budućnosti direktno su povezani sa razvojem sredstava kod kojih se dijagnostika primenjuje, kao i razvojem uređaja za dijagnosticiranje. Povišenjem složenosti tehničkih sistema, uz povećanje zavisnosti rada čoveka od pouzdanosti rada tih sistema, uz sve oštrije zahteve za kvalitet realizovanih procesa i zaštitu na radu i zaštitu životne sredine, podrazumeva primenu teorije informacija, postavljanje i proučavanje metoda otkaza i primenu računara pri dijagnosticiranju i obradi dobijenih podataka.

7.2.1. VIBRACIJE KAO PARAMETAR STANJA SISTEMA

Postoji nekoliko različitih slučajeva studije o istraživanju mašinskih sistema, koje su testirane u eksploataciji i u laboratorijskim uslovima i predstavljaju najčešće problem koji vode do oštećenja i kvara pojedinih delova postrojenja. Kvarovi i problemi koji se javljaju na ovim postrojenjima, dovode do problema održavanja, ekoloških problema i problema upravljanja vodom.

Trend korišćenja lakih materijala i mašinskih sistema velikih brzina, je doveo do povećanja izvora za pobudu vibracija i ozbiljnih vibracionih problema, što je povećalo neophodnost analize vibracija, da bi se otkaz uočio na vreme. Postoji mnogo uzroka zbog kojih se vibracije javljaju u postrojenjima, uključujući hidrauličke, mehaničke, strukturne, itd. koji vode do gubitka energije, smanjenja performansi i skraćivanja radnog veka.

Na dinamičko ponašanje mnogih mašinskih sistema veliki uticaj ima nosivost opterećenja, kao i dinamičko ponašanje motora kod robota (manipulatora). Takođe oni indukuju vibracije mehaničke strukture. Zbog toga je ograničena upotreba motora na područje mikromanipulatora, za koji mali troškovi prevladavaju nad potrebom za visokim dinamičkim performansama.

Za procenu vibracija parametara elemenata konstrukcije robota razmatraju se nepovoljni uticaji tzv. oscilirajuća opterećenja koja su izazvana time što ram robotskog uređaja ne izvodi potpuni krug prilikom rotacije nego se on zapravo samo povremeno njiše u rasponu od nekoliko stepeni. To ima za posledicu da je stalno opterećen samo deo kuglica ležaja, ovaj mali ugao može izazvati odnošenje masti van radne zone što posle izvesnog vremena može izazvati suvo trenje u radnom području. Zbog toga treba u preporukama za korišćenje i održavanje uređaja planirati određene procedure koje se tiču povremene promene maziva čak i kada uređaj miruje, kao i povremeno nefunkcionalno okretanja rama za puni krug, kako bi se korišćeno mazivo ravnomerno rasporedio duž kotrljajnih staza.

Podaci dobijeni iz mehaničkih vibracija i akustičnih zvukova šuma se prikupljaju i analiziraju, da bi se moglo predvideti kada će se mašina pokvariti. Brojni problemi se javljaju kod mnogih industrijskih pumpnih postrojenja (*Nasser*) [197].

Uzroci vibracija centrifugalnih pumpi se mogu podeliti na mehaničke, hidrauličke i ostale. Mehanički uzroci su obično ponašaju različito tokom vremena i realizacije te se ne mogu proračunati nego samo prognozirati.

Vibracije izazvane zbog protoka u pumpnim postrojenjima su uglavnom u zavisnosti od uslova rada, ulaznih izobličenja, kavitacije, otpora itd. Ovakva pojava stvorena usled protoka je kompleksnija u prirodi i teže se izdvaja od mehaničkih uzroka koji su u direktnoj vezi sa radnom (operativnom) brzinom pumpe.

Pod mehaničkim vibracijama, u opštem slučaju, podrazumevamo oscilatorno kretanje krutog tela u odnosu na njegov ravnotežni položaj. Uzročnik kretanja je poremećajna prinudna sila (prinudne vibracije), koja po svojoj prirodi, može biti determinisana ili slučajna.

Slobodnim vibracijama nazivamo periodično kretanje, koje telo izvodi po prestanku delovanja poremećajne sile. U svim ovim slučajevima, opšti karakter kretanja, može se izraziti harmonijskom vremenskom funkcijom, a kao osnovni parametri za njenu identifikaciju, pored frekvencije oscilovanja (broja ciklusa u jedinici vremena), alternativno se može izabrati i jedna od veličina kao što su amplituda pomeranja, njegova brzina, odnosno ubrzanje. Pored analitičkog istraživanja, vibracije se mogu prikazati i grafički. U praksi su zapisi vibracija mnogo složeniji. Najčešće se sreće složeno oscilovanje, dobijeno superpozicijom dveju ili više elementarnih vibracija sa različitim intenzitetima i različitim frekvencijama.

U svom najjednostavnijem obliku vibracije možemo smatrati oscilacijama ili kretanjem objekta koje se ponavlja oko nekog ravnotežnog položaja.

Mnogi mehanički sistemi su mnogo komplikovaniji od materijalne tačke, i nije neophodno njihovo kretanje pod dejstvom sile. Mehanički sistemi, kao što su rotirajuće mašine, nisu beskrajno krute, imaju različite stepene fleksibilnosti na različitim frekvencijama.

Ravnotežni položaj je položaj u kojem objekat ostaje van uticaja spoljnih sila. Ovaj tip vibracija je nazvan kretanje „celog tela” što znači da se svaki deo tela kreće zajedno u istom pravcu, smeru i vremenu. Vibraciono kretanje celog tela može se u potpunosti opisati kao kombinacija pojedinačnih kretanja i to preko šest različitih tipova. To je translacija u tri ortogonalne projekcije x , y i z , i rotacija oko x , y , i z ose. Svako složeno kretanje može se predstaviti kao kombinacija ovih šest jednostavnih kretanja. Na osnovu ovoga možemo reći da telo poseduje šest stepeni slobode.

Dinamika bilo kog klipnog mehanizma je izvor vibracija cele mašine. Stoga, promena dinamike dejstva proizvede, pre svih, parametre vibracija procesa. Pri radu kolenastog mehanizma javljaju se periodično promenljive sile (sile pritiska radnog medija, inercijalne sile, sile trenja). Sile pritiska radnog medija zavise od radnog procesa, površine klipa na koju deluje pritisak. Ove sile se prenose kroz kolenasti mehanizam i kućište mašine na ležaj kolenastog vratila, gde se uravnotežavaju. Tangencijalna sila na kolenu određuje trenutnu vrednost obrtnog momenta na kolenu. Inercijalne sile, koje nazivamo i slobodne sile, proporcionalne su kvadratu brzine okretanja, i one se javljaju samo na pokretnim delovima motora, ne uravnotežuju se same od sebe i putem kućišta motora prenose se na temelj i okolinu, uzrokujući vibracije. Bez obzira što je vremenski prosečna vrednost tih sila jednaka nuli, one upravo zbog izazivanja vibracije mašine imaju veliki značaj. Sile težine delova se praktično mogu zanemariti kod velikih brzina okretanja mehanizma. Sile trenja zavise o mnogim uticajima, napr. radnom pritisku, masama delova mehanizma, ležajevima i njihovom stanju, obradi i podmazivanju. Njih možemo odrediti uglavnom putem merenja [93, 194].

Merenja i analiza vibracija na radnoj mašini su se pokazala kao glavni procenitelj stanja mašine. Zbog neodvojive veze između vratila i kućišta, vibracije i ometajuće (uznemirujuće) sile koje deluju na unutrašnje komponente pumpe, vibracije su osetljiv pokazatelj promena u procenu rada mašine, koje utiču na promenu opterećenja na pumpi. Drugi operativni parametri kao što su temperatura, usisni pritisak, protok, itd, mogu dati značajne informacije, ali i dalje su vibracije najpogodniji pokazatelj stanja. Periodično praćenje vibracija je široko priznato kao pouzdan metod pri dinamičkom određivanju stanja pumpnih jedinica.

Različita iskustva bavljenja vibracijama na pumpi pokazuju da najčešći problemi-posledice nastaju usled loše montaže i rada u blizini motora pumpe, sistem prirodne frekvencije dovodi do prekomerne vibracione vrednosti na motoru i radnom kolu pumpe [67]. Povećanje krutosti pumpe pomoću postolja sa čvrstom montažom vezom rezultira smanjenju nivo vibracija.

Analiza vibracija pumpi velikog kapaciteta sugerise na to da je veća pažnja potrebna u projektovanju osnove (podupirača) postolja, nosača i njegovog ojačanja i pravilnog fiksiranja (pričvršćivanje), a posebno kada su u pitanju slučajevi visokih motora [198]. Mnogo faktora je uključeno u izazivanje vibracija na pumpi. Funkcionisanje pumpi počinje sa pravilnim

odabirom i dizajnom-projektom za određenu potrebu. Merenje vibracija pruža dobru osnovu za ostvarivanje radnog stanja procesne pumpe. Podaci o vibracijama obezbeđuju dobru osnovu za dizajniranje-projektovanje programa preventivnog/korektivnog održavanja [199]. Vibracije na rotacione mašine mogu biti rezultat raznih pojava i mogu da utiču na različite delove mašine. Većina problema koji su izazvani vibracijama se mogu klasifikovati na: strukturne prelome koji su izazvani zamorom materijala ili dinamičkim preopterećenjem; habanje, trenje, ili zamor površina ležajeva, zupčanika, spojnice, itd. i smanjenje performansi usled unutrašnjih trenja zazora mašine [200].

Svaka mašina za sebe predstavlja veoma složen mašinski sistem sa velikim brojem sklopova i elemenata koji u njoj imaju različita kretanja kako po obliku, tako i po brzinama. Uzroci nastanka vibracija su mnogobrojni: neuravnotežene inercijalne sile obrtnih i translatorskih masa, prekomerni zamori u sklopovima, bacanje kotrljajnih ležišta, promenljive sile trenja u kliznim spojevima, nagle promene opterećenosti mašina, nedovoljna krutost elemenata i sklopova mašina itd. Vibracije koje se javljaju na mašinama predstavljaju kretanje mehaničkih komponenti mašine napred-nazad kao i njihova reakcija na unutrašnje i spoljne sile, odnosno oscilatorno kretanje krutog tela u odnosu na svoj ravnotežni položaj.

Danas savremenom tehnikom korišćenjem blagodeti online, prediktivnog monitoringa stanja i vibro opreme, moguće je predvideti kvarove i u okviru redovnog remonta zameniti problematične delove. Ovim praktično eliminišemo mogućnost iznenadnog zastoja postrojenja, a takođe, u velikoj meri, smanjujemo resurse lagerovanih delova. Sve ovo, za postrojenje znači veću produktivnost bez zastoja, kao i optimalnije raspolaganje budžetom.

Prema daljem programu istraživanja a u cilju održavanja pumpnog postrojenja potrebno je sagledati proaktivno održavanje. Poslednja inovacija u oblasti prediktivnog održavanja je takozvano proaktivno održavanje, koje primenjuje razne tehnologije u cilju produženja veka mašina i radi praktične eliminacije reaktivnog održavanja.

Osnovni deo proaktivnog programa je analiza osnovnog uzroka kvara, odnosno utvrđivanje mehanizama i uzroka pojave kvara na mašini. Fundamentalni uzroci pojave otkaza na mašinama se na ovaj način mogu otkloniti, a mehanizmi otkaza se postepeno mogu inženjerskim pristupom eliminisati sa svake mašinske instalacije. Već dugo vremena je poznato da su debalans i nesaosnost osnovni uzroci većine otkaza na mašinama. Oba ova uzroka generišu dodatne sile na kotrljajnim ležajevima, skraćujući njihov vek. Značajno je bolji pristup precizno balansirati i poravnati mašinu, uključujući verifikaciju sa rezultatima analize vibracija, nego neprestano zamenjivati pohabane ležajeve.

Praćenje stanja ležajeva pri istraživanju vršeno je merenjem vrednosti brzine vibracija prema standardu ISO 10816-1:1995/Amd 1:2009 [73].

Prilikom svakog merenja tehničkih sistema (robot, pumpa i kompresor) senzori na instrumentima za merenje su postavljani na ista označena mesta kako bi se trend rasta vibracija mogao kontinualno posmatrati. Merenja vibracija vršena su sa uređajem *Vibrobalance 5000 BNL* [201].

7.2.2. TEMPERATURA KAO PARAMETAR STANJA SISTEMA

Temperaturno područje, termičko stanje nekog tehničkog sistema uslovljeno je tehničko-tehnološkim rešenjima, koja određuju pogonske uslove, konstruktivna izvođenja i karakteristike materijala. Pri analizi tehničkog stanja sistema, da bi se sagledali njegovi uticaji, mora se poći od uzroka nastajanja toplotne energije, koja može poticati od tehnološkog procesa ili od samog tehničkog sistema (trenja u ležištima i sl.).

Temperatura je odraz energetskog stanja materije i predstavlja veličinu koju u svakodnevnoj praksi najčešće merimo na mnogo različitih načina. Praćenjem stanja temperature dobija se termičko stanje koje nam omogućava, ne samo blagovremeno pronalaženje neispravnih delova u sistemu i sprečavanje težih otkaza, već i dobijanje niza

važnih podataka za statističku analizu, analizu kvaliteta, trajnost sistema, kao i periodičnost održavanja [202].

Za praćenje termičkog stanja koriste se sledeće metode:

- kontaktne (termoelementi, termistorski termometri, električni otporni termometri i merni elementi na principu termičke ekspanzije),
- beskontaktne (laserski termometri i termovizijske kamere) i
- indikatorske (osetljivost pojedinih boja, krede, papira i kuglica na promenu temperature).

Kod kontaktnih metoda, merni element je u neposrednom kontaktu sa sredinom čija se temperatura meri. Tačnost merenja uslovljena je nizom faktora koji određuju mogućnost toplotnog kontakta mernog elementa i merača sredine. Sa gledišta održavanja posebno je važna mogućnost praćenja tehničkog stanja čvrstih sistema na osnovu čega se može doneti ocena o termonaponskom stanju sistema.

Beskontaktne metode zasnivaju se na principu merenja elektromagnetne energije zračenja. Ove metode su vrlo pogodne za primenu u održavanju, jer omogućavaju brzo utvrđivanje radne sposobnosti, odnosno termičkog stanja celog sistema pri periodičnim kontrolama. Za ovakva merenja naročito su pogodni laserski infracrveni termometri.

Indikatorske metode se zasnivaju na osetljivosti pojedinog materijala (boje, krede, papira, kuglice) na promenu, odnosno porast temperature. Primenom ovih materijala može se samo ustanoviti približno postignuta maksimalna temperatura neke površine, što u praćenju stanja nema većeg značaja, ali ima za razne postupke održavanja. Prema navedenim mernim metodama očigledno je da se praćenje termičkog stanja može organizovati kao:

- kontinualno praćenje stanja i
- periodično praćenje stanja.

Primena preventivnog održavanja na osnovu termičke dijagnostike predstavlja jedan od najboljih načina za otkrivanje neispravnosti još dok su u inicijalnoj fazi. Informacije dobijene ovakvom dijagnostičkom metodom prvenstveno omogućavaju radnicima u održavanju, da na mašinama, ukoliko se ukaže potreba za tim, blagovremeno izvrše korektivne mere, kako bi se mašine konstantno nalazile u stanju ispravnosti.

Dobro poznavanje generisanja toplote, odnosno postizanja radne temperature u kotrljajnim ležajevima važno je za konstrukciju ležaja, podmazivanje i zaptivanje. Učinjeni su brojni pokušaji da se odrede temperature ležajeva u uslovima stacionarnog stanja. Korišćene su jednačine toplotne ravnoteže i jednačine za toplotu generisanu trenjem (proporcionalna brzini i opterećenju). Analitička rešenja nisu ukazala na rezultate identične stvarnoj radnoj temperaturi, jer koeficijent trenja ležaja i posebno koeficijent prelaza toplote nisu poznati sa odgovarajućim stepenom tačnosti. Iz tih razloga koriste se samo aproksimativne srednje radne temperature ležajeva u svrhu projektovanja konstrukcije ležaja. Radna temperatura ležaja nije jednoznačno određena (nije uniformna). Mesto najviše temperature je mesto dodira kotrljajnih elemenata sa kotrljajnim stazama. Mesto dodira sa unutrašnjom stazom daje više temperature nego dodiri na spoljnoj stazi. Međutim, za potrebe analize konstrukcije dovoljna je srednja (približna) temperatura ležaja. Srednja temperatura ulja (maziva) manja je nego temperatura površine staze. Sa aspekta dijagnostike od važnosti je lociranje mesta na kojem se postižu najviše radne temperature.

Temperatura kao parametar stanja istraživanja praćena je na tehničkim sistemima (robotu, pumpi i kompresoru) na samom ležištu sklopova. Za potrebe praćenja stanja temperature na ležištu, kao i na sklopovima pogodni su za korišćenje: *Infracrveni termometri* kao beskontaktni uređaji za merenje temperature [203]. Prenosivi infracrveni termometri sadrže laserski vazduh za bolju orijentaciju i viziranje mernog objekta. Beskontaktno merenje temperature koristi se tamo gde je potrebno brzo i tačno izmeriti temperaturu kao i kod pokretnih objekata i objekata pod naponom i teško dostupnih mesta.

7.2.3. DIJAGNOSTIKA STANJA KOTRLJAJNIH LEŽAJEVA NA MAŠINSKO TEHNIČKIM SISTEMIMA

Tehnički sistemi u energetske, proizvodnje, naftne, gasne i ostalim industrijama imaju veliki broj sklopova i mehanizama koji su u procesu kretanja i međusobnog kontakta. Sve mašine, sklopovi i mehanizmi sastoje se, po pravilu, od nekoliko osnovnih pokretnih mašinskih elemenata: ležajeva (kliznih ili kotrljajnih), zupčanika, vođica, lančanih prenosnika i čeličnih užadi.

Oštećenjem ležajeva, na mašinama i mehanizmima lančano se oštećuju i drugi delovi: vratila, spojnice, kućišta, radni elementi i dr. Zbog toga je poželjno poseban značaj pridavati periodičnim praćenjima trenutnog stanja ležajeva. Znatno umanjeno oštećenje ležajeva postiže se pravilnom montažom (po preporuci proizvođača), pravilnim održavanjem i upotrebom odgovarajućih maziva.

Kotrljajni ležaj je jedan od najzastupljenijih mašinskih elemenata u strukturi svakog tehničkog sistema. Pojava otkaza ovog elementa mahom izaziva ozbiljna oštećenja i na ostalim tribomehaničkim sistemima. Sa ovog aspekta, kotrljajni ležaji se smatraju kritičnim komponentama, jer njihovi otkazi najčešće prouzrokuju dugotrajne neplanirane zastoje.

Otkaz kotrljajnih ležaja u praksi je nemoguće izbeći. Ipak, pravovremeno utvrđeno pogoršanje stanja ležaja obezbeđuje dovoljno vremena za planiranje i sprovođenje aktivnosti u cilju sprečavanja iznenadne pojave otkaza. Na ovaj način se povećavaju pouzdanosti i raspoloživosti tehničkih sistema.

U cilju pravovremenog otkrivanja predstojećeg otkaza neophodno je sprovesti dijagnostiku stanja kotrljajnih ležaja u toku rada. Kroz dijagnostiku treba sagledati trenutno stanje kao i uslove podmazivanja ležaja. Zbog značaja kotrljajnih ležajeva primenjenih na složenim industrijskim sistemima, razvijeno je više metoda za dijagnostiku njihovog stanja [93].

Primenljivost bilo koje metode tehničke dijagnostike, ukazuje nam na bolju informisanost o stanju kotrljajnih ležajeva na mašinama i mehanizmima, čime nam omogućava da se podigne mnogo veća raspoloživost i funkcionalnost istih. Nove metode i tehnike iz oblasti tehničke dijagnostike omogućavaju nam još bolje planiranje, redukciju prekovremenog rada, značajno povećanje vremena između dva otkaza, a poznavajući stanje ležajeva na mašinama i mehanizmima omogućava nam i povećanje profita.

Vek eksploatacije kotrljajnog ležaja je nepredvidiv. Mogućnosti otkaza ovog elementa su veoma velike. Analize pokazuju da se moguća odstupanja kreću i do 20 puta u odnosu na teorijski vek ležaja.

Gubitak radne sposobnosti ležajeva izaziva i značajne materijalne izdatke za njihovu zamenu. Iz tih i sličnih razloga sasvim je racionalna primena njihovog održavanja, kao i pribegavanje reparacije ležajeva, naročito onih većih dimenzija koji su još u radu, a koji nisu do te mere oštećeni da se ne mogu reparirati. Ti ležajevi su veoma skupi, isporuke veoma dugo traju i rade se u pojedinačnim serijama po specijalnim porudžbinama [204, 205].

U industrijskoj proizvodnji jedan od najvažnijih zahteva predstavlja održavanje kontinualnog procesa proizvodnje u što dužem vremenskom periodu. To znači rad bez zastoja, odnosno rad sa što manje zastoja i to, po mogućnosti, planskih zastoja, jer svaki zastoj, a naročito oni neplanski, uzrokuju velike ekonomske gubitke, ali izaziva i dodatna oštećenja opreme što može da ugrozi sigurnost ljudi. Stoga je neophodno kontrolisati promene stanja mašina ili njihovih delova, posebno otkrivanje kvara u samoj početnoj fazi nastanka, a najkasnije pre prelaska potencijalnog u značajan kvar. Zato pristup održavanja mašinskih sistema ispitivanih u disertaciji ukazuje na neophodnost da se reaktivno održavanje zameni proaktivnim održavanjem, koje se zasniva na maksimalnoj primeni preventivnog održavanja.

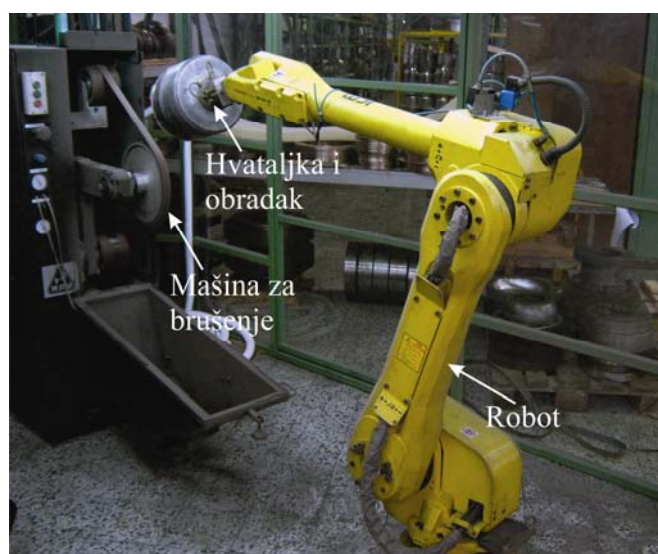
Danas sve složeniji tehnički sistemi kao što su pumpe, kompresori i industrijski roboti-manipulatori koji obezbeđuju visok stepen proizvodnosti, pred održavaoce su postavili

zadatke u traženju novih metoda održavanja, koji će ukupne troškove održavanja svesti na minimum.

Kako je jedan od glavnih ciljeva uvođenja robotskih sistema u industriji, zaštita radnika na opasnim i po zdravlje štetnim sredinama, to su vrlo često radna mesta koja opslužuju roboti izložena štetnim uticajima, bilo da se radi o visokim temperaturama ili velikim količinama prašine i štetnih gasova. Zbog toga, da bi robotski sistem uprkos negativnim uticajima okoline mogao efikasno vršiti svoju funkciju u dužem vremenskom periodu, potrebno je veliku pažnju posvetiti njegovom održavanju i zaštiti.

Preventivno održavanje robotskih sistema obično vrši služba održavanja proizvođača robota i to prema ugovoru o održavanju koji se sklapa prilikom nabavke robotskog sistema. Terenski radnici firme koja proizvodi robote obilaze u dogovorenim vremenskim intervalima robotski postrojenje i provode redovnu mere održavanja kao što su čišćenje nepristupačnih delova, različita podmazivanja, ili promene ulja kod delova koji su podložni trenju, zamena baterija kod upravljačkih jedinica itd.

U velikom broju slučajeva se zamena pojedinih delova robotskog sistema vrši tek nakon kvara tih delova. To ponekad može dovesti do višesatnog ili višednevnog zastoja u proizvodnji, što u slučaju velikih serija izaziva velike gubitke. Zbog toga proizvođači robota preporučuju standardne vremenske intervale za zamenu pojedinih delova da ne bi dolazilo do neočekivanih zastoja u proizvodnji. Industrijski roboti se, međutim, zbog svoje fleksibilnosti koriste u različite svrhe i različitim sredinama. Jedan te isti tip robota se u različitim aplikacijama podvrgava različitim opterećenjima, a razlikuju se i brzine izvođenja pojedinih operacija. To znači da će, kod unapred propisanih intervala održavanja, kod jednog robota delovi biti menjani prečesto, dok u nekom drugom postrojenju koje je opterećenje može doći do ranijeg otkazivanja dela, tj. do skupog zastoja u proizvodnji. Primer jednog robotskog radnog mesta za brušenje i poliranje je dat na slici 7.2.



Slika 7.2. Primena robota Fanuc kod brušenje ruba venca šerpe

Danas se za održavanje robota se sve više koriste i savremena rešenja vezana za upotrebu različitih senzora kojima se mere određene karakteristične veličine kod pojedinih delova i daju signal upravljačkom sistemu kada je potrebno izvršiti zamenu nekog od delova. Tako se npr. na osnovu stalnog preciznog merenja dimenzija dela izloženog trenju i habanju u toku rada može utvrditi kada taj deo dostiže kritičnu vrednost habanja u kontrolnoj jedinici, odnosno korisniku robota se šalje upozoravajući signal da deo treba zameniti. U novije vreme se pravi i softver koji na bazi podataka sa raznih senzora koji se nalaze robotskoj ćeliji pomoću statističke analize određuju kada je potrebno izvršiti zamenu potrošnih delova robota.

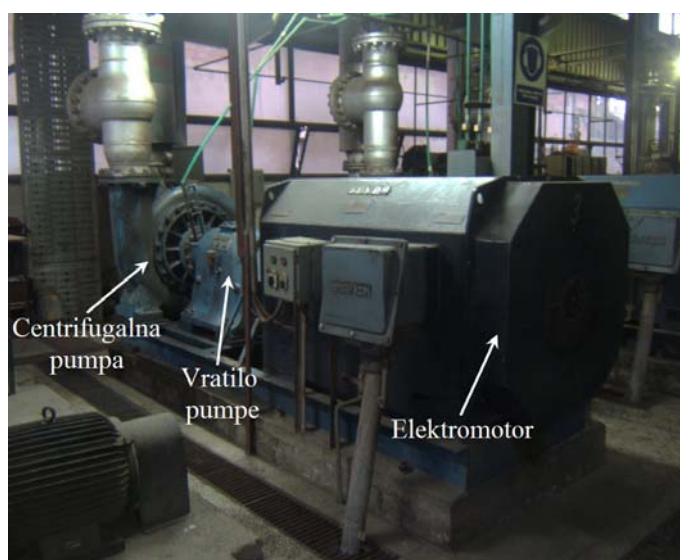
Najčešće se ovde koriste unutrašnji senzori robota, koji mere brzinu i opterećenje pojedinih osa robota, ali i spoljni senzori koji mere fizičke uticaje na samom radnom mestu, npr. temperaturu ili vlažnost, koji mogu uticati na životni vek pojedinih delova robota [205, 206].

Sve ove nabrojane mere održavanja robotskog postrojenja u velikoj meri doprinose pouzdanosti rada istog i znatno smanjuju gubitke u proizvodnji nastale iznenadnim prekidima rada usled kvarova [206].

Pumpe koje su najviše u upotrebi u procesnoj industriji, na poljoprivrednim, građevinskim, transportnim, industrijskih mašinama kao i brodogradnji, u njihovoj eksploataciji javljaju se vibracije čiji su uzroci nedovoljno istraženi. Uzroci neželjenih vibracija su različitog porekla, a najčešći su debalans rotirajućih elemenata (ležajevi). Jedan od najčešćih problema kod novih konstrukcija pumpi su vibracije. Ti su problemi posebno izraženi ako je brzina pumpe promenljiva ili ako pumpa mora raditi ravnomerno sa protokom ispod projektovanog. Problemi vibracija koji se u literaturi najčešće pominju su radijalne vibracije vratila, odnosno rotordinamičko kretanje, vertikalno na osu pumpe. Međutim, problematične vibracije se mogu pojaviti i u stacionarnim delovima pumpe, posebno kod vertikalnih i horizontalnih pumpi. Pored radijalnih, mogu se javiti i aksijalne i torzione vibracije. Primer radnog mesta centrifugalne pumpe dat je na slici 7.3.

Razvoj savremenih CAD metoda i softvera za inženjersku analizu konstrukcija omogućava da se izvrši detaljna analiza dinamičkih karakteristika čak i najsloženijih mašinskih elemenata i sklopova, pa tako i pumpi, koje su specifične zbog složene geometrije [207].

Najuobičajeniji tip tehničkog sistema sa rotacionim elementima je svakako kompresor koji se koristi u oblasti pokretanja mnogih mašinskih instalacija. Klipni kompresori koriste klipove koji se pokreću direktno putem klipnog mehanizma pretvarajući kružno kretanje rotora u oscilatorno kretanje.



Slika 7.3. Primena centrifugalne pumpe u eksploataciji

U toku eksploatacije kompresora kao tehničkog sistema dolazi do nepovratnih promena u sistemu izazvanih različitim procesima: trenjem, habanjem, temperaturom, korozijom, deformacijama. Uzroci koji dovode do navedenih pojava su najčešće izazvani geometrijskim, kinematskim i dinamičkim pojavama. Istovremeno ovo ukazuje na odsustvo podmazivanja površina u relativnom kretanju ili na postojanje prljavštine u sistemu cevovoda što dovodi do smanjenja odavanja toplote okolini i sl. Ocenjivanje stanja takvog dijagnostikovanog objekta se definiše graničnim vrednostima odgovarajućeg parametra ili karakteristike. Odstupanje karakteristika sistema od projektovanih vrednosti smatra se

otkazom sistema najčešći slučaj takvih otkaza elemenata su kotrljajni ležajevi. Vrednosti koje su karakteristične za normalno funkcionisanje sistema su uslovljene projektom sistema, načinom izrade, načinom funkcionisanja i uslovima ili promenom uslova okruženja. Primer dijagnostikovanog klipnog kompresora sa pojavom otkaza ležaja dat je na slici 7.4.



Slika 7.4. Dijagnostikovanje stanja klipnog kompresora

Analiza vibracija je neophodna za otkrivanje i dijagnostiku nedostataka klipnih postrojenja da bi se izbegla neispravnost u radu ili kvar u eksploatacionim uslovima imajući u vidu da, kotrljajni ležajevi čine oko 90% primene na rotacionim mašinama što ima za posledicu odlučujući uticaj na dinamiku ponašanja sistema. Praćenjem veličina vibracija ležajeva je siguran način koji ukazuje na eventualna oštećenja i brzinu pojave otkaza ležaja. Ovaj način omogućava da se preduzmu odgovarajuće korektivne mere kako ne bi došlo do otkaza sa velikim posledicama koje nastaju u slučaju totalne havarije sistema [158].

Karakteristika ovakvog načina održavanja jeste da obezbedi visok nivo pouzdanosti funkcionisanja tehničkih sistema u toku njihovog radnog ciklusa. Pri tome je neophodno izvesti niz metoda i postupaka korektivnog i preventivnog održavanja na sastavnim delovima tehničkog sistema. Detekcijom početnih faza kvarova na mašinama (mehanizmima) moguće je znatno povećati pouzdanost i raspoloživost tehničkih sistema i znatno olakšati i pojeftiniti procedure održavanja. Međutim, odluka o sprovođenju sistematskih kontrolnih merenja uglavnom je rezultat dugotrajnih analiza.

Nakon analize fizičkih pojava koje se događaju u kotrljajnim ležajevima, i nakon analize rada pojedinih mernih procedura mnogi proizvođači mašina redovno, ili po zahtevu kupca ugrađuju merne adaptore (posebno dizajnirane zavrtnjeve) kako bi definisali mesta za kontrolu kotrljajnih ležajeva. Na ovaj način mogu se dobijati trenutni izveštaji, koji mogu konstantno tokom vremena pratiti pogonske uslove rada ležajeva. Na taj način može se sa velikom sigurnošću predvideti razvoj kvara i tako na vreme planirati zamenu tokom sledećeg planiranog zastoja radi preventivnog održavanja, što znači direktnu uštedu u novcu i vremenu.

7.2.3.1. Analiza praćenja vibracija na sklopovima složenih sistema

Najbitnije aktivnosti praćenja vibracija na složenim sistemima su:

- analiza vibracija na rotacionim mašinama (turbine, turbokompresori, pumpe, elektro motori, generatori),

- analiza vibracija na klipnim mašinama (motori sa unutarnjim sagorevanjem, klipne pumpe),
- analiza vibracija na rotacionim i kliznim ležištima i na spojnicama upravljača,
- dinamička analiza karakteristika lopatica na turbo mašinama u cilju kontrole mehaničkog spoja sa rotorima/statorima - radi otkrivanja pukotina,
- merenje i analiza nivoa buke u industrijskoj okolini i
- dinamički proračuni i čvrstoća (kritična brzina, standardna frekvencija, naprezanja mašinskih delova).

Metodama vibrodijagnostike moguće je otkriti mehaničke promene koje se događaju na rotacionim mašinama, otkloniti njihove uzroke i sprečiti narušavanja sistema i kvarove opreme pre njihovog nastanka. Vibrodijagnostika kao rutinska metoda preventivnog održavanja energetskih mašina znatno smanjuje troškove održavanja, povećava bezbednost, pouzdanost i životni vek celog sistema.

Prednosti metode vibrodijagnostike su svakako: osetljivost, visoka preciznost određivanja vrste i veličine svakog od nedostataka, sposobnost da izvrši dijagnostiku i predviđanja performansi višestrukim merenjima vibracija [208].

Vibrodijagnostičke metode rešavaju dva glavna problema dijagnostike, u toku eksploatacija mašina: prepoznavanje stanja eksploatacije mašina i identifikovanje uzroka i uslova, kao i uzrok nastanka kvara koji bi trebalo da budu eliminisani.

U teorijskom smislu problem vibrodijagnostike je u praćenju odnosno, identifikovanju proizvoda sa potencijalno nepouzdanim delovima koji se mogu posmatrati u odnosu na eksploataciju složenih sistema u stvarnom tehničkom stanju, kao deo zadatka kontrole oštećenja slučajnog procesa na osnovu indirektnih informacije o procesu [209]. U ovom slučaju, kontrola procesa ili praćenje istih, u mnogim slučajevima ne počinje sa početkom rada eksploatacione mašine, u slučaju manifestovanja kvara, često puta se sprovodi u uslovima sa nepotpunim i nesigurnim informacijama.

Indirektna informacija o praćenju tehničkog sistema je u tome da se utvrdi stanje delova koristeći vibracije koji se prenose kroz dinamičke sisteme i transformišu se. Nepotpune informacije usled tehničkih nemogućnosti ne daju se sve potrebne informacije o sistemu, jer netačni podaci o formulaciji problema sistema i opis dijagnostičkih uslova, može biti uticaj buke.

Kao što je ranije pomenuto, uloga dijagnostike i kontrole u procesu upravljanja je uspostavljanje granica i uslova, gde je to dozvoljeno detekcija i prognoza izlaznih parametara. Istovremeno značajno je da je mnoštvo nedostataka defekata tehničkog sistema otkrivenih metodama vibrodijagnostike, kao i generisana oštećenja elemenata mašina, omogućava identifikaciju i merenje dijagnostičkih parametara.

Kritičnost određenih posmatranih tačaka-čvorova, ocenjuje se koeficijentom ponovljivosti greške, njihovom prosečnom učestalošću, procentom broja pojave neispravnosti grešaka datog elementa, kao i vrednostima troškova rada, otklanjanja propuštenih otkaza i sprovođenjem dijagnostike.

Pojave habanja i oštećenja materijala površina elemenata mašina kao posledice zamaranja materijala izuzetno su složene i danas su verovatno, glavni uzrok ograničenog veka trajanja mnogih mašinskih elemenata. Oštećenja duboko zadiru u samu molekularnu strukturu materijala, i kao takve, predstavljaju nedovoljno istraženo svojstvo materijala. Bliže poznate su samo spoljnje manifestacije ovih pojava i njihovi spoljni uzročnici. Ciklične promene naprezanja u materijalu preduslov su za pojavu zamora materijala.

Ne javljaju se, po pravilu, u kliznim ležištima ili drugim mašinskim elementima sa stalno ili relativno malo promenljivim opterećenjima (ležišta rotacionih mašina), izuzev kada su izloženi težim vibracijama visoke učestanosti. Kod kliznih ležišta klipnih mašina, posebno kod motora sa unutrašnjim sagorevanjem, mašina drobilica, probijačica i dr., pojava je česta. Oštećenja su ograničena, najčešće na gornji sloj, pa se stoga i nazivaju oštećenja usled

površinskog zamora materijala. Međutim i oštećenja po dubini su moguća, sa odlamanjima znatnih delova materijala.

Kotrljajni ležajevi, zupčanici svih vrsta, bregaste osovine i dr. imaju visoko koncentrisana i funkcionalno ciklično promenljiva opterećenja i spadaju u posebnu vrstu elemenata kod kojih dolazi do oštećenja usled zamaranja materijala. Pri kretanju ovih elemenata (kotrljanju, klizanju ili kombinovanom kretanju), celokupno opterećenje, koncentrisano na vrlo malu površinu (teoretski na pravu liniju ili tačku), prenosi se na sve nove delove površine, usled čega vrlo visoka naprezanja u materijalima površina periodično variraju od nule do maksimuma.

Posledica toga je zamor materijala, koji se ogleda u oštećenju materijala po površini i neposredno ispod nje, pri čemu se delići materijala odlamaju sa površine stvarajući karakterističan reljef u obliku manjih ili većih rupica – pitinga. Internacionalni naziv piting (engl. *pitting*) potiče od engleske reči: *pit* - jamica i danas se pod tim imenom pojavljuje u brojnoj svetskoj literaturi [158].

Kod novih zupčanika je tzv. piting uhodavanja ili početni piting česta pojava koja se vremenom ublažava i nestaje. Vrlo opasan je, razarajući ili progresivni piting, gde proces može i vrlo naglo da napreduje do konačnog otkazivanja i loma elementa. Izuzetno visoka ciklično promenljiva naprezanja imamo u materijalima kotrljajnih ležaja (kuglice odnosno valjci a naročito spoljni i unutrašnji prstenovi) i u materijalima zubaca različitih zupčanika. Slični uslovi postoje kod bregaste osovine i podizača ventila motora sa unutrašnjim sagorevanjem, kao i drugim elementima mašina [210].

7.2.3.2. Analiza pojave zamora i vibracija na sklopovima složenih sistema

Habanje zamorom materijala (pitting) je najzastupljenija pojava oštećenja kotrljajnih ležaja kojoj su izloženi svi njegovi elementi. Površinski zamor materijala nastaje kada promenljivi obimi opterećenja i broj ciklusa nadvise one veličine koje materijal može sam da podnese. Pojava zamora materijala je posebno izražena kod grupe viših kinematskih parova, kod kojih su tačke dodira elemenata u relativnom kretanju veoma male, a uz to su uvek izloženi visokim specifičnim pritiscima.

U toku rada elementi ležaja su izloženi jakom zamaranju celog sistema zbog učestalih naglih promena opterećenja. Mesta na kojima se javljaju prve pukotine definisane su položajem maksimalnog tangencijalnog napona na smicanje, koji dostiže maksimalnu vrednost neposredno ispod opterećene površine, a promenljivi normalni naponi istezanja izazivaju njihovo dalje širenje. Daljim širenjem pukotina izdvajaju se sitne ljuspice, i površine postaju grube i neravne, a njihova geometrija narušena. Dalja upotreba ovakvih ležaja dovodi do: smanjenja tačnosti obrtanja, pojave vibracija i narušenih ergonomskih uslova za rad čoveka u procesu održavanja. Preostali vek trajanja kotrljajnih ležaja, kod kojih je registrovano habanje zamorom materijala iznosi još 10% računskog veka. Ovom vrstom habanja izložene su sve mašine u poljoprivredi koje u sebi sadrže kotrljajne ležaje, prvenstveno utovarno-pretovarni transportni agregati. Vek trajanja ovih ležaja može se povećati upotrebom EP (extreme pressure) aditiva kojim će se povećati debljina uljnog filma i smanjiti kontakt između kotrljajnih elemenata. Nažalost ovi aditivi mogu imati i negativan uticaj na čeličnu matricu ležaja, ukoliko su temperatura i radni pritisci fluida visoki. Ovakvi procesi mogu dovesti do brzog stvaranja korozije, difuzije i zamora materijala. Maziva sa EP aditivima ne treba upotrebljavati za rad ležaja na temperaturama većim od 1000°C. Između ostalog ova vrsta habanja može biti inicirana i koncentracijom napona stranih tvrdih čestica utisnutih u materijale ležaja, dugotrajnim mirovanjem ležaja pod statičkim delovanjem opterećenja, nepravilnom montažom, nepravilnim održavanjem, dugotrajnom upotrebom, prolaskom toka električne struje, varničenjem i dr. [195].

7.2.3.3. Vibracije merenja nakon remonta i montaže

U procesu posle remonta, testiranje mašina ili neposredno nakon puštanja mašine u radnim tehnološkim režimima sprovede potpuna kontrola merenja u cilju procene kvaliteta s provedenog remonta i prepoznavanje stanja mašine od parametara vibracija. Tokom ovog perioda preporučena oprema registruje svoju frekvenciju. U slučaju slabo izvršenog remonta, prilikom ocenjivanja stanja mašine „zahteva preduzimanje mera”, mašina mora biti zaustavljena za sprovođenje ponovnog remonta. U bazu podataka računara neophodno je opisati s provedeni remont.

Iskustva su pokazala da je prihvatljiv nivo početnih kapitalnih investicija za tipična industrijska preduzeća za sredstva mernih instrumenata za periodično praćenje treba da bude ne više od 1% od cene opreme, namenjen praćenju.

Proaktivno tehničko održavanje (u daljem tekstu: PTO), čiji je cilj smanjenje ukupnog obima potrebne tehnike servisiranja i maksimiziranja roka servisne opreme (tj. idealno stvaranje „večite“ mašine, koje ne zahtevaju tehnički servisi), od sistematskog eliminisanja izvora defekta, što dovodi do prevremenog izlaza opreme od neuspeha. Drugim rečima sumirajući rezultate uobičajenih defekata, identifikovanih u toku rada opremom, sprovedena analiza i utvrđivanje njihovih uzroka i efekata intervala na interni remont, a zatim preduzimanje mera za sprečavanje pojave tih defekata.

Konkretno, napravljena je analiza osoblja za održavanje i utvrđuje nedostatke određenog tima, manifestuju se grupne mašine (na primer nepovoljni sklop, poravnanje i balansiranje), analiza rada remontne proizvodnje, identifikacija nedostataka remontne tehnologije (na primer tehnologija proizvodnje kliznih i kotrljajnih ležajeva), analiza opreme (na primer, nedostatak opreme za povećanje temperature kotrljajnih ležajeva tokom montaže), konstruktivne izmene (na primer, primena otpornog materijala na habanje) i dr.

Karakteristične osobine uticaja različitih pristupa održavanju na proizvodni proces i intervalima između remonta su prikazani u tabeli 7. 2.

Tabela 7.2. Različiti pristupi održavanju na proizvodni proces [209]

Vid tehničkog održavanja	Karakteristične osobine
Reaktivno održavanje	Povećanje verovatnoće značajno neplaniranih isključivanja i prekidi u radu
Plansko-Preventivno održavanje	Sveobuhvatna održavanje opreme za sprečavanje neplaniranih kvarova i isključivanje u radu
Služba za stvarno tehničko stanje	Usluga opreme su neispravne u vezi sa sprečavanjem neplaniranih isključivanja
Proaktivno održavanje	Produženje između intervala popravke i intervala između istraživanja

Greške konstruktivnih elemenata mehanizma, razvoj koji u procesu eksploatacije do kritičnog nivoa, tj. do pojave otkaza, ne može biti registrovan i kontrolisan sredstvima pomoću dijagnostike, uslovno se nazivaju greškama, izazivajući iznenadni kvar.

Kao što je ranije pomenuto, ova vrsta otkaza javlja, se npr. kod statičkog razaranja od dejstva momentalnih nastalih opterećenja, prekoračenja snage elemenata pri zamornom razaranju, nastale kao rezultat proizvodnih defekata (pukotine). Iznenadna priroda nastanka ovih promena otežava njihovo individualno predviđanje. Greške konstruktivnih elemenata mehanizma, pojava i razvoj kojih se mogu otkriti u ranoj fazi nastanka i kontrolisane do kritičnog nivoa, nazivaju se kvarovima izazivajući postepeni otkaz. Takvi kvarovi su rezultat normalnog habanja, kao rezultat koji postepeno proizilazi, monotone promene strukturnih parametara. Pri ovom habanje može biti progresivno ubrzanje, u slučaju krutih spojnih elemenata, odnosno usporavanje u slučaju elastičnih spajanja.

7.2.3.4. Procena opšteg nivoa vibracija

Razvijeni međunarodni standardni propisi (VDI 2056, ISO 2372, ISO 3945 i dr.) i normativi za ograničavanje nivoa vibracija zasnivaju se na saglasnosti ograničavanja i na pretpostavkama. Podrobnije omogućavaju visinu osa rotacije i učestalosti, obrtanja rotora, postupcima ugradnje, uslovima montaže i eksploatacije mašina, tako da imaju približno dozvoljene nivoe vibracija nakon dostizanja ograničenih stanja.

Prilikom procene vibracionih mašina sa rotacionim rotorom kao normalizovani parametri u većini slučajeva se uspostavlja jedan od sledećih:

- srednjekvadratna vrednost brzine vibracija, V_e [mm/s];
- srednjekvadratna vrednost brzine vibracija koja se sastoji od frekvencija rotacije rotora, V_{eo} [mm/s];
- srednjekvadratna vrednost brzine vibracija na elementima pričvršćivanja (fiksiranja) mašina u temelju na mestu položaja, V_{ef} [mm/s] [73, 193].

Na primer, u skladu sa jednim od standarda za procenu Ruske ocene intenziteta vibracija nakon prihvatanja, periodičnih, kvalifikacija, modela i prihvatanje testiranja električnih mašina sa rotacionom brzinom rotora od 3000 [°/min], i težinom rotora do 2000 [kg] treba biti u skladu sa vrednostima navedeni u tabeli 7.3.

Tablica 7.3. Nivoi vibracija električnih mašina

Normalizovani parametri vibracija	Rok eksploatacije nije ograničen	Ograničeni rok eksploatacije	Eksploatacija nije dozvoljena-neprihvatljiva
SKV brzine vibracija V_e , [mm/s]	do 4,5	4,5 7,1	preko 7,1
SKV brzine vibracija V_{eo} , [mm/s]	do 3,3	3,3 5,2	preko 5,2
SKV brzine vibracija V_{ef} , [mm/s]	—	—	preko 2,0

Drugi standard za električne rotacione mašine (metoda merenja i dozvoljenih vrednosti) prilikom korišćenja ocena tehničkog stanja centrifugalne pumpe, klipnog kompresora i robota sa električnim pogonom-za apsolutni intenzitet vibracija (eksploatacione norme vibracija) treba da budu određena u skladu sa standardom VDI 2056, ISO 2372 [73, 193].

Ocena „Dobar”- Prihvatljivo posle popravke-remonta; „dopušteno (upotrebljivo)”-bez oštećenog eksploatacionog stanja, nema potrebe za obavljanje intervencije za rešavanje otkrića kvara; „još uvek dopušteno (dozvoljeno)”- zahteva donošenje mera, sprovođenje intervencije za otkrivanje defekta, povećana kontrola, zahteva preduzimanje mera, planirani izlaz za popravku; „nedozvoljeno”-eksploatacija je dopuštena centriranjem ili debalansom, mora biti prekinuta, reakcija alarma opšteg nivoa.

Ocena vibromehaničnog stanje robota (manipulatora) izvršena je u skladu sa preporukama standarda ISO 2372, i svrstana u grupu I, jer je instalisana snaga elektromotora $P = 2,5$ [kW].

Vibraciono stanje centrifugalne pumpe određuje se nivoom vibracija na ležajevima elektromotora, neuravnoteženošću, defektima kotrljajnih ležaja pumpi, nesaosnošću, greškama oslanjanja. Ocena vibromehaničnog stanja pumpi koja su vršena u eksploataciji, izvršena su u skladu sa normama vibracija i preporukama standarda ISO 2372. Na osnovu instalisane snage pogonskih elektromotora $P = 250$ [kW], i broja obrtaja $n = 1491$ [min⁻¹] ispitivani tehnički sistemi su svrstani u grupu III.

Mašine III klase koje su izložene u „Pravilima tehničke eksploatacije električne mašine” shodno standardu ISO 10816, velike mašine (iznad 300 [kW] sa visokofrekventnim i teškim temeljima) predstavljene su u tabeli 7.4.

Ocena vibromehaničnog stanje klipnog kompresora izvršena je s preporukama standarda ISO 2372, i svrstana u grupu I, jer je instalisana snaga elektromotora $P = 250$ [kW].

Za pumpu koja je predmet istraživanja merene su vibracije koje su u vertikalnom, poprečnom i uzdužnom pravcu na vrhu poklopca ležajeva, nad osom simetrije ležište posteljice. Pravci se orijentišu u odnosu na glavnu osu rotora mašine.

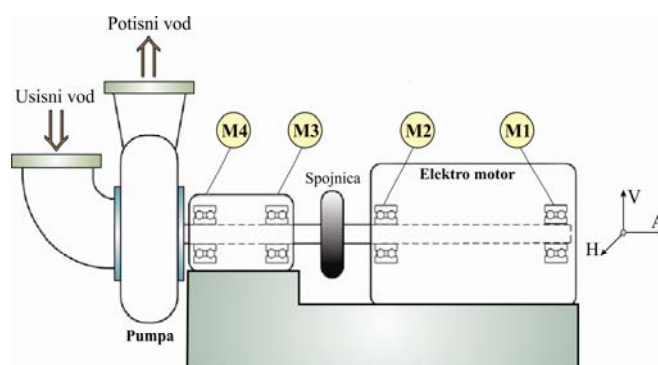
Tabela 7.4. Verovatnoća pojave defekta kod mašina grupe III

Vrsta oštećenja	
Nesaosnost	15%
Greške ležajeva	15%
Greške oslanjanja	15%
Neuravnoteženost	25%
Rezonantne pojave	15%
Ostali defekti	15%

Opšta ocena stanja konkretnog pumpnog postrojenja određena je na osnovu mernog mesta sa najvišim nivoom vibracija. Nisu definisana opšta pravila o tome koliko često treba kontrolisati vibracije. Intervali između merenja: dan, nedelja ili mesec zavise u potpunosti od samih mašina, njihovog značaja za fabriku i učestalosti javljanja novih vibracija. Uravnoteženje odnosno balansiranje mašina obavlja se u različitim fazama: od idejnog rešenja, izbora mehanizama, konstrukcije, projektovanja, proizvodnje, montaže i do određenog perioda u toku eksploatacije. Glavna svrha merenja veličina vibracija u radu je bila otkrivanje značajnog povećanja nivoa vibracija, na osnovu kojih su se odredile mere daljeg preventivnog održavanja.

Na svakom ležaju pumpe koja radi, deo sile koji ga pokreće da radi, deluje i na samu mašinu. Pošto pumpe nisu krute mašine, bilo koja sila delujući na nju izazvaće vibracije do određenog stepena, pri čemu se one tolerišu jer ih je nemoguće izbeći. Čitava pumpa pa i svaki njen deo, konstruisani su tako da izdrže neku normalnu količinu vibracija za njih duži period vremena. Sistematska merenja vibracija podrazumevaju permanentna beleženja i praćenja, kako bi se mogle uočiti postepene promene vibracija kotrljajnih ležaja pumpi tokom dužeg vremenskog perioda. Stvaranje vibracija na ležajima pumpi u osnovi prate tri uzroka: nešto je nestegnuto, necentrirano ili neuravnoteženo. Prihvatljivi nivo vibracija zavisi od: veličine mašine, njene funkcionalnosti, kao i stabilnosti njenog postolja.

Za pumpe koje pripadaju III klasi mašina optimalni nivo vibracija je $1,1 \div 4,5$ [mm/s], ulazak u opasnu zonu vibracija je od $4,5 \div 11,2$ [mm/s], dok sve iznad toga su nedozvoljene vibracije. Da bi se ocenilo trenutno stanje ležaja mašine na osnovu jačine vibracije mora se znati dozvoljeni nivo vibracija (onaj nivo koji definiše proizvođač) slika 7.5.



Slika 7.5. Šematski prikaz mernih mesta na pumpi gde su se nalazili ispitivani kotrljajni ležajevi

Prema ISO preporuci 2327 definisani su različiti tipovi vibracija za mašine koje su podeljene u klase. Brzina očitavanja vibracija traje oko 1 [s]. Merne tačke pri merenju

vibracija su bile na fizičkom modelu centrifugalne pumpe na kućištu ležaja, (sl. 7.7) a merile su se tri vrste vibracija: radijalne vibracije (merene u vertikalnom pravcu daju podatke o strukturalnoj slabosti), aksijalne vibracije (merene duž vratila su obično rezultat pogrešnog centriranja i loše grupisanih spojnica) i horizontalne vibracije (predstavljaju stanje ravnoteže).

U principu, vibrodijagnostika rada pri eksploataciji pumpnih postrojenja može se predstaviti na sledeći način. Početkom eksploatacije nakon završetka remontnih radova popravke, neophodno je sprovesti kontrolu kvaliteta popravki i sertifikaciju njegovih početnih tehničkih karakteristika. U procesu eksploatacije do trenutka vremena, kada vibroaktivnost mašina prelazi ocenu „dobro”, sprovedena je periodična brza analiza na opštem nivou vibracija. Posle prelaza intenziteta vibracije „dobro” uspostavlja se konačna dijagnostika, definiše period sledećeg istraživanja i mogućnosti dalje eksploatacije. Sa povećanjem intenziteta oscilacije viših nivoa ($0,8 \div 0,9$) od maksimalno dozvoljene održanog tehničkog istraživanja sa ustanovljenom definitivnom dijagnostikom, definisan je period i obim remontnih popravki.

Kao normalna ocena parametara vibracija je skup srednje kvadratne vrednosti brzine vibracija. Merna mesta na fizičkom modelu pumpe kao i šematski prikaz za istraživanje je data na slici 7.7.

Procena intenziteta vibracija agregata i centrifugalne pumpe (eksploataciona norma vibracije) se sprovodi u skladu sa međunarodnim standardom VDI 2056 [73, 193].

Merenje relativnih vibracija na vratilu i apsolutne vibracije ležajeva su standardizovane raznim međunarodnim i nacionalnim standardima i preporukama. Većina ovih standarda i uputstava daje, osim za definisanje izmerenih vrednosti, metode merenja i zahteve za merni pribor, kao numeričke vrednosti za procenu vibracije mašine. Poseban značaj za sprečavanje oštećenja mašina ima ograničenja za izdavanje upozorenja i alarm isključivanja.

7.2.4. ANALIZA RAZLIČITIH METODA DIJAGNOSTIKE

Radovi na popularizaciji brzina parametara i njihovo priznavanje kao glavni kriterijum procene radne sposobnosti na mašini je počelo 60-tih godina XX veka. Trenutno je danas tako da je srednje kvadratno značenje brzina vibracije standardno $10 [Hz] \div 1 [kHz]$, opseg frekvencije procenjuje stanje vibracija rotirajućih mašina za većinu tipova [211] i identifikaciju neispravnosti rotacionih mašina (debalans, nepravilno centriranje, itd.). Brzina i opseg su primenjivi za procenu kotrljajnih ležajeva.

Analiza osnovnih metoda vibracione dijagnostike, sprovedena u prethodnim poglavljima na primeru kotrljajnih ležajeva, je pokazala da danas ne postoji jedan metod koja bi mogao da se podjednako dobro koristi u okviru brze dijagnostike i periodično praćenje bez obzira na vrstu mašine, uslove rada, učestalosti rotacije.

Osim toga, mnoge metode imaju ograničenja. Dijagnostiku značajno komplikuju niske frekvencije rotacije, udarna opterećenja, izvori slučajnih visokih frekvencija vibracije. Na taj način, svaka od prethodno pomenutih metoda ima značajna ograničenja i može se koristiti samo u malom broju slučajeva (u određenoj fazi razvoja određenog defekta ili na konkretnoj tehnici). Dakle, za efektivnu ocenu trenutnog stanja složenih mašinskih sistema treba koristiti nekoliko različitih metoda, na osnovu kojih naknadno može da se izračuna dijagnostički kriterijum.

Drugi problem koji nastaje u dijagnostici, je potreba da se upotrebe dodatni apriorni podaci (frekvencija rotacije, konstruktivne karakteristike itd.). Ukoliko brzina obrtanja može se približno da se odredite, onda su geometrijske dimenzije ležaja, po pravilu nepoznate. Dakle, u izgradnji dijagnostičkih kriterijuma koristeći apriori mehanizme, podatke treba svesti na minimum.

Bilo koji parametri vibracija ili vrste merenja, dobijeni na radnim uređajima (agregatima), sadrže dijagnostičke informacije, opisujući stanje istovremeno nekoliko

komponenti mašina. Ova procena u rešavanju problema položaja stanje pojedinih čvornih tačaka u parametrima vibracija da se poboljša verodostojnost dijagnostike je neophodno isključiti od razmatranja komponenti druge prirode. Takva rešenja otežavaju dijagnostiku, jer zahtevaju potrebu za procenom mogućeg uticaja, na osnovu posmatranih podataka sila drugačije prirode od raznih izvori (vratilo, radno kolo, spojnica itd.), na osnovu izvršenih procena i formiranja dijagnostičkih kriterijuma [212].

Da bi ilustrovali analizu, sprovedenu u disertaciji na osnovu teorijskog znanja i praktičnog iskustva, koja se stekla tokom izvođenja dijagnostičkog rada u različitim industrijskim preduzećima, sprovedena je klasifikacija razmatranih više metoda po kriterijumu kao što su sprovođenje hardvera, podobnost za brzu analizu i periodično praćenje, otpornost, potreba korišćenja apriori podataka, oblast primene itd. U tabeli 7.5 predstavljena je skala pet tačaka (***** - maksimalna ocena, crtica-nedostatak mogućnosti), dati rezultati klasifikacije-uporedna procena „opšte dostupni” metod dijagnostike po navedenom kriterijumu.

Sumirajući rezultate analize, možemo formulisati osnovne uslove za dijagnostiku stanja složenih sistema. Prvo je potrebno da se dobije univerzalna procene na osnovu tehničkog stanja kompleksne upotrebe različitih parametara i kriterijuma. Količina prethodnih podataka treba da se svede na minimum, i uticaj različitih faktora koji narušavaju dijagnostičke informacije, po mogućnosti eliminiše.

S druge strane, ocena stanja složenih sistema, istovremeno na nekoliko dijagnostičkih kriterijuma - veoma je dugotrajan zadatak. Mnogo lakše i efikasnije je da se primenjuje matematički modeli dijagnostike u jednodimenzionalnom prostoru funkcija [212].

Tabela 7.5. Skala kriterijuma

Metod dijagnostike	Dijagnostičke metode		
	<i>t</i>	Ubr.v	Brz. v
Primena opreme	****	****	****
Potreba za obukom	**	***	****
Analiza po jednom merenju	****	****	****
Periodično praćenje	*****	*****	*****
Identifikacija defekta	****	****	****
Ocena stanja podmazivanja	*** (<i>m</i>)	**	***
Korišćenje dodatnih podataka	****	****	****
Otpornost na smetnje	****	***	****
Ograničenja na upotrebu	-	ob	ob
Legenda	<i>t</i> -temperatura <i>m</i> -periodično praćenje	Ubr.v-ubrzanja vibracija ob-ograničenje brzine	Brz. v-brzina vibracija

Na taj način, kada se dijagnostika isključuje „ljudski faktor”, preporučljivo je da se koristi jedan kriterijum, formira „najbolji” način N-dimenzionalni, gde je *N* - broj upotrebljivih dijagnostičkih kriterijuma, odnosno za rešavanje zadataka skalarizacije. Osim toga, neophodno je na osnovu dobijenih podataka predložiti adekvatan model opisujući razvoj defekta, i matematički aparat, procenu sa datom tačnošću, trenutni status koji dijagnostikuje lokaciju.

Pored toga, da se zadovolje zahtevi savremene proizvodnje za razne oblike organizovanja održavanja i popravke u preduzeću u okviru uspostavljenog sistema mora da se obavi predviđanje, proceni preostali život i planira optimalna aktivnost remonta [213]. Za ovo u dijagnostici moraju biti rešeni problemi alokacije (raspodela) trenda za podatke šuma odnosno buke, izgradnja različitih tipova predviđanja, izborom optimalne strategije za održavanje.

Na taj način, osnovni zadatak koji se mora rešiti u aparatu (hardveru) ili programski (softveru) za efikasnu dijagnostiku složenih tehničkih sistema, mogu biti formulisani na sledeći način:

- pretraga za većinu informativnih podataka,
- stvaranje algoritama njihovog filtriranja,
- razvoj metoda i algoritama za dijagnostiku,
- opis modela degradacije,
- razvoj algoritma izborom optimalnog oblika usluga i
- kreiranje i realizacija procedura za predviđanje.

Sprovesti analizu postojećih do danas aparata (hardvera) i softvera za izbor najpogodnijih alata za kreiranje automatskih dijagnostičkih procedura složenih sistema zasnovanih na već razvijenim standardnim alatima.

7.2.5. RAZVOJ METODA DIJAGNOSTIKE SLOŽENIH TEHNIČKIH SISTEMA, NJIHOVO ODRŽAVANJE I PROGNOZA STANJA

7.2.5.1. Formiranje dijagnostičkog kriterijuma

Provera ispravnosti, radne sposobnosti i funkcionalnosti tehničkog sistema, uz lociranje mesta otkaza na najnižem hijerarhijskom nivou, elementi su na bazi koje se vrši procena preostalog veka korišćenja ili trenda pojave neispravnosti. Značajni ekonomski efekti i sniženje eksploatacionih troškova kroz pravovremeno otkrivanje mogućih uzroka otkaza komponenti tehničkog sistema, moguće je ostvariti kroz primenu metoda i sredstava tehničke dijagnostike. Pri tome dijagnostika i definisanje uzroka mogu se ostvariti u toku same eksploatacije sistema ili u okviru zastoja i vremena za remont postrojenja i opreme, pa se razlikuju eksploataciona i remontna tehnička dijagnostika, kao sastavni elementi održavanja prema stanju. Značajna primena tehničke dijagnostike je i kod prognoziranja kratkoročne i dugoročne pouzdanosti tehničkog sistema i njene optimizacije, najčešće po ekonomskom kriterijumu [214].

Tehnička dijagnostika predstavlja značajno sredstvo za povišenje pouzdanosti, ekonomičnosti i sigurnosti složenih tehničkih sistema. Osnovni zadaci tehničke dijagnostike složenih tehničkih sistema kao što su proizvodni sistemi, energetske sistemi, se formulišu kao: prognoziranje i sprečavanje havarija, smanjenje broja i dužine trajanja ispada kroz predviđanje, otkrivanje i praćenje razvoja otkaza, skraćivanje obima planskih i neplanskih remonta na račun usavršavanja i primene metoda tehničke dijagnostike, sprečavanje ili otklanjanje, u procesu eksploatacije tehničkih sistema, uslova rada koji su generator oštećenja i pojave otkaza i računom podržano praćenje radnih resursa i efektivnosti proizvodnje mašinskih tehničkih sistema.

Metoda merenja pri utvrđivanju tehničkog sistema, koje predstavljaju skup posebnih postupaka pri kojima se definišu odnosi nekih izmerenih veličina, mogu biti apsolutne i relativne, metode merenja kontaktne i beskontaktne, metode merenja ili diferencijalne i kompleksne metode merenja. Osnovna karakteristika metoda ispitivanja bez razaranja materijala je neposredno izvođenje na predmetima kontrole, bez uzimanja uzorka i njihovog razaranja. S druge strane, ispitivanje materijala razaranjem materijala je utvrđivanje svojstava materijala, kroz korišćenje proba uzetih iz konkretnog dela. Savremene tehnike ispitivanja materijala sa razaranjem omogućuju ispitivanja sledećih svojstava: svojstva čvrstoće, stabilnost na povišenoj temperaturi, plastičnost, otpornosti na krti lom, otpornosti prema oksidaciji površine, otpornosti prema interkristalnoj i naponskoj koroziji, zavarljivosti materijala, relaksacije i dr.

Osnovna složenost ovakve procene je neizbežni uticaj ljudskog faktora. Nepostojanje propisa o dozvoljenim vrednostima dijagnostičkih kriterijuma i neophodnost za njihovo korišćenje otežavaju formalizovanje dijagnostičkih postupaka. Ključni faktori, određivanja

značajne analize, su iskustvo i stručno znanje korišćenja dijagnostike. Osobnosti rada odvojenih grupa složenih sistema u većini slučajeva ne dozvoljavaju prenošenje ovog iskustva na druge objekte. Pod ovakvim uslovima, posebno je važno formiranje ocene jedinstvenog univerzalnog kriterijuma, objektivno održavanje trenutnog stanje analiziranog sistema.

Ovo poglavlje disertacije se bavi teorijskim aspektima dijagnostike složenih tehničkih sistema, kao i mogućnostima pružanja dijagnostike odstupanja. Predstavljen je teorijski i matematički alat kako bi se obezbedila prikladnost kontrole složenih tehničkih sistema. U poglavlju su predstavljena rešenja zadatka i primena kontrole ponovljivosti-sistem testiranja. Navode se principi za jedan kriterijum i više kriterijumska optimizacija dijagnostike složenih sistema sa više kvarova.

Metode predstavljene u ovom poglavlju imaju visok stepen univerzalnosti i mogu se koristiti u svim oblastima nauke i tehnike, koje zahtevaju pouzdanu dijagnostiku i efikasnost i kontrolu tehničkih objekata, sistema ili proizvoda.

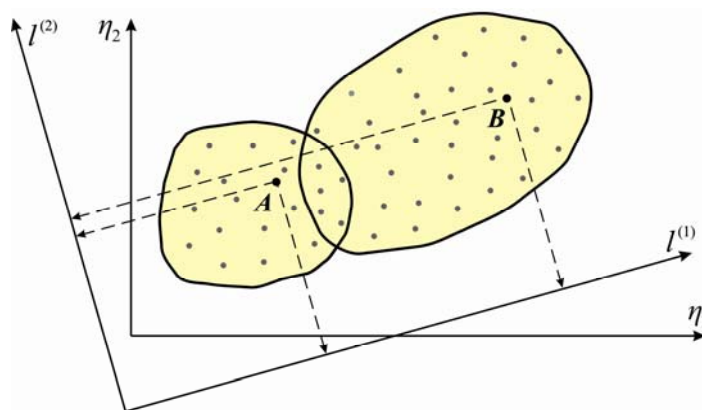
7.2.5.1.1. Metod optimalne skalarizacije

Jedan od najefikasnijih pristupa u formiranju opšteg kriterijuma, odnosno zamena vektora dijagnostičkih karakteristika skalarnu veličinu, je „optimalna” skalarizacija [215]. Pretpostavimo da postoje dve grupe predmeta (u ovom slučaju ležaja): A - „posle montaže” (u dobrom stanju) i B - „pred havarisano” (u veoma lošem stanju). Objekti svake grupe karakterišu uzorci, $X_1^A, \dots, X_{N_A}^A$ i $X_1^B, \dots, X_{N_B}^B$ odnosno, gde N_A - broj objekata u grupi A , a N_B - broj objekata u grupi B . Svaki vektor u uzorku, X_j^z , $z = A, B$, $j = 1, \dots, N_z$ predstavlja n - dimenzionalni $X_j^z = (X_{j1}^z, \dots, X_{jn}^z)$, pri čemu X_{ji}^z - i -ti dijagnostički kriterijum j -ti objekat. Ideja o formiranju „najbolje” skalarizacije zasniva se na zameni vektora X_j^z skalarom:

$$r_j^z = \sum_{i=1}^n l_i \cdot X_{ji}^z \quad (7.1)$$

Koeficijenti l_i u formuli (7.1) su izabrani nekim „optimalnim načinom” [215].

Najjasniji postupak za utvrđivanje „najbolje” skalarizacije može biti predstavljen, korišćenjem geometrijske interpretacije. Zamena vektora dijagnostičkih kriterijuma X_j^z skalarom r_j^z iz formule (7.1) ekvivalentna je svakom projektovanju X_j^z na neku pravu liniju sa pravcem vektora $l = (l_1, \dots, l_n)$. Na slici 7.6 predstavljena su dva skupa A i B u dvodimenzionalnom prostoru. Očigledno, da projekcija na pravac $l^{(1)}$ omogućava više jasnih razlika između A i B od projekcija na $l^{(2)}$.



Slika 7.6. Geometrijska interpretacija skalarizacije

Fišer R. je predložio da se izabere pravac l tako da je odnos razlike kvadrata, projektovan na l srednjih vrednosti za zbir varijacije (dispersije) projektovanih uzoraka maksimalna. Fišer je posredstvom vektora izrazio stav srednjih vrednosti i matrice kovarijansi.

Pretpostavimo, da svaki vektor posmatranja zamenjen je svojom projekcijom:

$$y_j^z = l_1 \cdot X_{j1}^z + \dots + l_n \cdot X_{jn}^z = l \cdot X_j^z \quad (7.2).$$

Srednja vrednost projektovanog uzorka je:

$$\hat{y}^z = \sum_{j=1}^{N_z} \sum_{k=1}^n l_k \cdot X_{jk}^z / N_z = l \cdot \hat{\mu}_z \quad (7.3)$$

gde je: $\hat{\mu}_z$ - matematičko očekivanje.

Iz Formule (7.3) može da se izračuna matematičko očekivanje vektore za svaku grupu (A i B). $\hat{\mu}_A^{(i)} = \sum_{m=1}^{N_A} X_{mi}^A / N_A$ i $\hat{\mu}_B^{(i)} = \sum_{m=1}^{N_B} X_{mi}^B / N_B$ - odnosno matematičko očekivanje vektora za grupe A i B .

Projekcije dispersije uzoraka izražena je u sledećoj formi:

$$D = l \cdot \left(\sum_{z=A,B} (N_z)^{-1} \sum_{j=1}^{N_z} (X_j^z - \hat{\mu}_z)(X_j^z - \hat{\mu}_z)^T \right) \cdot l^T = l \cdot (S_A + S_B) \cdot l^T \quad (7.4)$$

$$S_z = \|V_{ij}^z\|, \quad u, j = 1, \dots, n \quad z = A, B$$

$$V_{ij}^z = N_z^{-1} \cdot \sum_{m=1}^{N_z} (X_{mi}^z - \hat{\mu}_z^{(i)}) \cdot (X_{mj}^z - \hat{\mu}_z^{(j)}) \quad (7.5).$$

Na taj način, optimalni vektor Fišera l prikazuje sledeći izraz:

$$D' = \frac{(l \cdot (\hat{\mu}_A - \hat{\mu}_B))^2}{l \cdot (S_A + S_B) \cdot l^T} \quad (7.6).$$

Za posebnu matricu S_A i S_B vektora l_* , maksimalno D' se određuje kao:

$$l_*^T = (S_A + S_B)^{-1} \cdot (\hat{\mu}_A - \hat{\mu}_B)^T \quad (7.7).$$

U cilju određivanja da li postoji dovoljno jasna definisana podeljena grupa A i B , može da se koristi sledeći polu-empirijski kriterijum [215]:

$$|\hat{y}^A - \hat{y}^B| > 2,5 \cdot (\hat{\sigma}_A + \hat{\sigma}_B) \quad (7.8).$$

gde su:

S_A i S_B - ocene kovarijacionih matrica za grupe A i B ,

\hat{y}^A - dijagnostički kriterijum za grupu A ,

\hat{y}^B - dijagnostički kriterijum za grupu B ,

$\hat{\mu}_A$ - odgovarajuće očekivanje vektora za grupu A ,

$\hat{\mu}_B$ - odgovarajuće očekivanje vektora za grupu B i

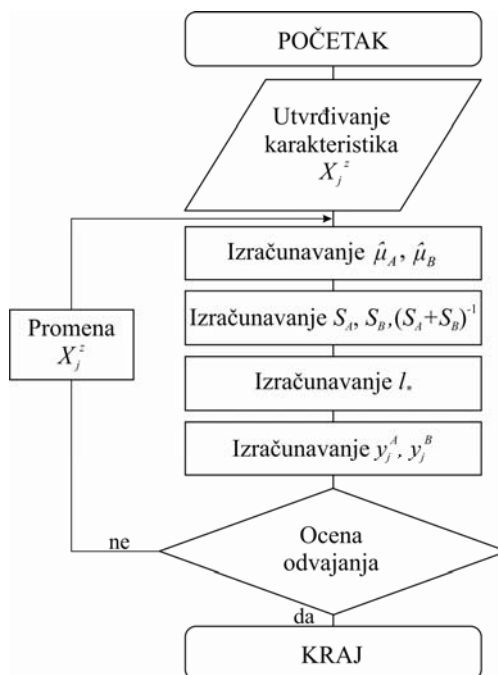
l_*^T - transponovani vektor povećanja.

7.2.5.1.2. Formiranje algoritma uopštenog kriterijuma

Za formiranje jedinstvenog dijagnostičkog kriterijuma na osnovu mnoštvo postojećih dijagnostičkih kriterijuma u disertaciji je predložen sledeći algoritam (slika 7.9):

Na osnovu dobijenih mnoštva dijagnostičkih karakteristika za dve grupe objekta (A - u dobrom stanju i B - u lošem stanju) X_1^A, \dots, X_{NA}^A i X_1^B, \dots, X_{NB}^B sukcesivno na osnovu formule (7.3), izračunava se matematičko očekivanje $\hat{\mu}_A$, $\hat{\mu}_B$, matrica kovarijanse S_A , S_B jednačina (7.5), inverzna matrica zbira $(S_A + S_B)^{-1}$ i optimalni vektor Fišera l_* (formula 7.7). Na osnovu navedenih podataka, iz formule (7.2) izračunava se dimenzionalni uzorak

jedinstvenog dijagnostičkog kriterijuma y_j^A , y_j^B . Za procenu „dvojivosti“ grupe A i B dobijamo nejednakost (7.8). Ako je nejednakost ispravna, onda znakovi su takvi da su grupe A i B dovoljno razdvojene, ako ne, neophodno je promeniti mnogo dijagnostičkih karakteristika.



Slika 7.7. Algoritam za generisanje jedinstvenog dijagnostičkog kriterijuma

7.2.5.2. Razvoj algoritma optimalnog održavanja složenih sistema

7.2.5.2.1. Kinematički model habanja

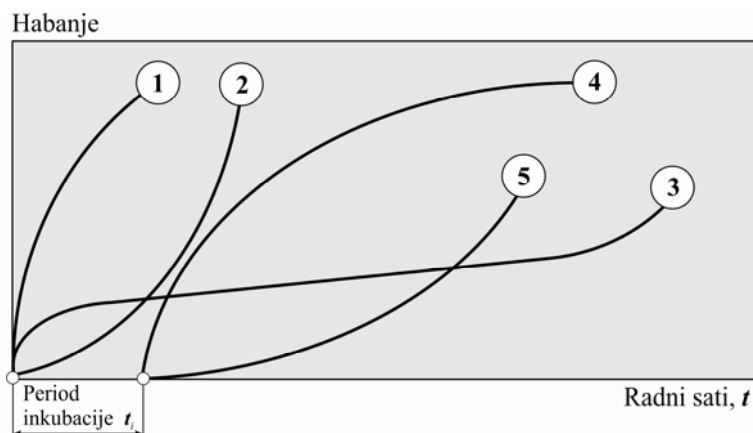
Komparativna analiza raznih matematičkih metoda za izbor matematičkog aparata na adekvatan način opisuje ponašanje objekta, i izbora optimalnog oblika dijagnostike. Razmotrimo svaku od ovih faza.

U poglavlju (7.2.5.1.1 i 7.2.5.1.2) pokazano je kako od mnoštva dijagnostičkih kriterijuma mogu da budu kreirane ocene trenutnog stanja dijagnostikovanog sistema. Sledeći zadatak, koji ima ogroman industrijski značaj, koji treba da bude rešen u okviru disertacije je da daje preporuke o daljoj dijagnostici i daljem održavanju složenih sistema (ne preduzmu bilo kakve mere, da sprovede dijagnostiku i tehničko održavanje, uraditi zamenu ili remont itd.). Osim toga, važno je da su takve usluga realizovane „najbolje“ u smislu proizvodnje i industrijskog i ekonomskog načina opravdanosti. Da bi se rešio ovaj problem u okviru ovog dela disertacije analiziran je model habanja dijagnostikovanog objekta, sprovedena je uporedna analiza različitih matematičkih metoda za izbor matematičkog aparata, koja adekvatno opisuje sprovedeno ponašanje objekta, i razvija izbor optimalnog načina dijagnostike i održavanja. Razmotrimo sukcesivno svaku od ovih faza.

U razvoju metode za procenu trenutnog stanja dijagnostikovanog sistema u fazi eksploatacije, važno je da se razume proces, koji se dešava u sistemu kao što je habanje i poznavanje osnovne faze razvoja defekata. Danas postoji mnogobrojna literatura, koja opisuje detaljno proces habanja različitih tačaka mehanizma [216]. Na slici 7.10 prikazana je šema karakterističnih procesa habanje tačaka mehanizama, u zavisnosti od operativnog vremena (brojevi označeni u skladu s tim: 1 - habanje elastične spojnice, 2 - habanje krute spojnice, 3 - klasična Lorencova kriva, 4 - zamor ili kavitacija habanja, 5 - korozivno habanje).

U praksi postoji istovremeno delovanje, postojanje svih ovih vrsta promena. Da bismo odabrali odgovarajući matematički aparat koji adekvatno opisuje dijagnostikovan sistem,

neophodno je znati obrasce promene praćenih parametara u zavisnosti od kretanja. Kao obično, ovi obrasce se razlikuju od procesa habanja prikazani na slici 7.8. U radovima o tribologiji, razlikuju se druge osnovne faze kinematičkog habanja: pri obradi, habanje sa konstantnom brzinom, ubrzano habanje.



Slika 7.8. Šema karakterističnih procesa habanja tačaka mehanizama u zavisnosti od operativnog vremena: 1- habanje elastične spojnice; 2- habanje krute spojnice; 3- klasična Lorenova kriva; 4- zamor ili kavitaciono habanje; 5- korozivno habanje [209]

Seriya ispitivanja na zamor ležajeva u istraživačkoj laboratoriji FAD G. Milanovac, pokazala su da se proces kontakta prilikom razmatranja ležajeva može zanemariti. S jedne strane, u toku ovog procesa vrši se habanja površina, usled grešaka proizvodnje delova ležaja (valovitost staze, sasvim velike i različite dimenzije kotrljajnih elemenata itd.) koji se mogu uspešno identifikovati u fazi ulazne kontrole korišćenjem specijalizovanih uređaja. S druge strane, u velikoj većini slučajeva pri radu nema uticaja na dalji rad ležajeva (izuzev za one slučajeve kada postoje ozbiljni defekti u montaži). Međutim, ovi nedostaci mogu lako biti detektovani na postojećim metodama i oni se razmatraju izvan okvira ovog rada. Pored toga proces za obradu u zavisnosti od eksploatacionih uslova, kao po pravilu ne traje duže od nedelju dana što je značajno manji period od životnog veka ležaja.

Za formalizovanje ove zavisnosti u disertaciji je predložena skala smanjenja greški dijagnostikovanog sistema.

7.2.5.3. Analiza matematičkog metoda odlučivanja

U svom fokusiranju problema na izboru optimalne strategije održavanja složenih sistema može se pripisati donošenju podrške i optimalne kontrole. Trenutno, veliki broj matematičkih metoda planiranja eksperimenata, operacionih istraživanja, itd. omogućavaju na osnovu postojećih matematičkih aparata uspešne odgovore na izazove bilo kog stepena složenosti.

Uspeh tog rešenja ili posebnog praktičnog problema zadatka, u velikoj meri zavisi odispravnosti izrade matematičkog modela i obrazloženja izbora matematičkog aparata. Dakle pri izboru odgovarajućeg matematičkog pristupa, posebno je važno da se razmotre sve moguće nijanse ponašanja posmatranog modela. Neki stručnjaci [217] predlažu sledeću klasifikaciju procesa odlučivanja:

- donošenje rešenja u uslovima definisanja (podaci tačno poznati),
- donošenje rešenja u uslovima rizika (podaci mogu biti opisani pomoću raspodele verovatnoće ili drugih karakterističnih korišćenih faktora),
- donošenje rešenja u neizvesnim uslovima (podaci se ne mogu propisati sa relativnom težinom koeficijenata).

Za izbor matematičkog aparata, koji omogućuje najbolju efektivnu procenu stanja složenih sistema i maksimalno razmatranje problematike koja se rešava, sprovedena je komparativna analiza nekoliko metoda, od kojih svaka funkcioniše različito na kompletnost podataka - potpuna sigurnost, rizik i neizvesnost. Kao metod usvojenog rešenja u uslovima neizvesnosti bio je izabran metod planiranja eksperimenata, kao metod nekompletnih podataka (u uslovima rizika) - *Markov* slučajni proces, za rešenja problema u uslovima neizvesnosti - teoriji igara.

Jedan od načina matematičkog modela istraživanja procesa podataka je eksperiment sa primenom metoda planiranja eksperimenta [218]. Potreba za ponovljenim istraživačkim mogućnostima merenja granica i uzimanjem u obzir velikog broja parametara u izvođenju aktivnog eksperimenta u vidu znatnog povećanja složenosti izvođenja rada.

Međutim, eksperimentalna istraživanja, sprovedena u disertaciji, otkrivaju veliki broj ozbiljnih problema na način korišćenja metoda planiranja eksperimenta za rešenje problema dijagnostike. Jedna od glavnih prepreka - nemogućnost velikog broja merenja dijagnostikovanih objekata, i praktično izvođenje aktivnog eksperimenta putem iskustvenih otkrivanja defekta.

Tokom praktičnog proučavanja mogućnosti korišćenja metode planiranja eksperimenata dobijeni su sledeći rezultati: razmatrana metodologija se može uspešno koristiti u raznim demonstracionim uređajima koji omogućavaju, modeliranje takve vrste defekta, kao što su nepravilno centriranje, debalans-neravnoteža, habanje, vibracije, temperatura, ali njegova primena za rešavanje problema automatizovane dijagnostike složenih sistema tokom eksploatacije je neefikasna [219].

Mnogo šire mogućnosti predstavljaju *Markovi* slučajni procesi, koji opisuju ponašanje stohastičkih sistema; u kome početak sledećeg stanja zavisi samo neposredno od prethodnog stanja sistema. Porodica slučajnih veličina $\{\xi_{t_n}\}$, gde su $t_0 < t_1 < \dots < t_n$ - momenti vremena, Markov proces će biti ako i samo ako, ima Markovo svojstvo:

$$P\{\xi_{t_n} = x_n \mid \xi_{t_{n-1}} = x_{n-1}, \dots, \xi_{t_0} = x_0\} = P\{\xi_{t_n} = x_n \mid \xi_{t_{n-1}} = x_{n-1}\} \quad (7.9)$$

za sve moguće vrednosti slučajnih promenljivih veličina $\xi_{t_0}, \xi_{t_1}, \dots, \xi_{t_n}$. Ponašanje sistema u ovom trenutku vremena t_{n+1} opisano je matricom prelaza verovatnoće. Znajući konačnu matricu verovatnoće može se predvideti „granično” ponašanje razmatranog sistema.

Sprovedena analiza ne samo da je pokazala mogućnost primene Markovog procesa tipa (izvođenje Markovog svojstva za jednim dijagnostičkim kriterijumom), ali je i dokazala efektivnost ovog pristupa. Primena Markovog slučajnog procesa omogućava prevazilaženje jednog od najozbiljnijih problema praktične dijagnostike-nedostatak kompletne statistike, naročito u okviru brze analize. Kao drugo, posebne vrste Markovih lanaca omogućavaju bez značajnih računarskih troškova izračunavanje optimalne strategije tehničkog održavanja dijagnostikovanog sistema. Jedina prepreka za korišćenje Markovih slučajnih procesa za rešavanje praktičnih zadataka dijagnostike, je veliki broj statističkih podataka neophodnih za formiranje prelazne matrice verovatnoće.

Drugi matematički aparat odlučivanja u uslovima nepouzdanosti je-teorija igara.

Međutim, ako se u procesu Markovog tipa suočavamo sa stohastičkom neizvešnošću, onda u teoriji igara neizvesnost je takva da se podacima ne može propisati relativna težina koeficijenata, koji bi predstavljali stepen njihovog značenja u procesu usvajanja rešenja. Nedostatak informacija je glavna prepreka na putu rešavanja problema, i u mnogim slučajevima model teorije igara omogućava samo šire razumevanje u problematici rešavanja zadataka [220].

U opštem slučaju, teorija igara predstavlja matematičku teoriju i metodologiju koja se koristi za analizu i rešavanje konfliktnih situacija i delimično konfliktnih situacija, gde je glavni cilj prepreka o racionalnom ponašanju učesnika u sukobu (konfliktu). Da bi se uradila matematička analiza konflikta, izračunavanje njegovog matematičkog modela - je igra. Svaki od učesnika u sukobu-konfliktu (igrač) ima na raspolaganju niz mogućih delovanja dejstva -

Tabela 7.6. Rezultati komparativne (uporedne) analize različitih metoda

Naziv metode	Metod planiranja eksperimenta	Markov procesi	Teorija igara i statistička rešenja
Kompletni podaci	Izvesno tačno	Mogu biti napisani pomoću raspodele verovatnoće ili drugih karakterističnih korišćenih faktora	Ne mogu biti propisane relativne težine koeficijena, što bi predstavljali stepen značajnih podataka u procesu usvojenih rešenja
Prednosti	1. Jednostavno poređenje izračunavanja 2. Mali obim analiziranih podataka	1. Nepostojanje potrebe korišćenja apriornih podataka 2. Jednostavnost matematičkog aparata	1. Jednostavnost praktične realizacije 2. Rešenje u uslovima nedovoljnog broja podataka
Nedostaci	1. Nemogućnost obavljanja aktivnog eksperimenta prilikom izvođenja-dijagnostike	1. Neophodnost za korišćenje velikog obima preliminarnih statističkih materijala	1. Složenost određivanja strategije 2. Nedostatak informacija za izgradnju matricnog oblika 3. Neophodnost formalizacije algoritma za formiranje kriterijuma

7.2.5.4. Metoda Markovih slučajnih procesa

Markovi procesi su oni stohastički procesi čije buduće stanje zavisi samo od trenutnog stanja. To svojstvo zovemo svojstvo odsustva pamćenja (*memoryless property*). Isto svojstvo ima i Poissonov proces, pa je Poissonov proces posebna vrsta Markovih procesa. Markovi procesi mogu imati diskretan ili kontinuiran skup stanja. U ovom poglavlju posmatramo procese sa diskretnim stanjima-lance. Bez obzira da li su kontinuirani ili diskretni po parametru, lanci menjaju stanje u diskretnim tačkama u indeksnom skupu T (nekontinuirano). U ovom poglavlju ćemo se upoznati sa osnovnim matematičkim modelima za opis Markovih lanaca. Pomoću tih modela ćemo kasnije analizirati sklopove sistema na mašinskim sistemima

U prethodnom poglavlju, uzimajući u obzir specifičnosti problema koji se rešava istraživano je nekoliko matematičkih metoda (metoda planiranja eksperimenata, Markov proces, teoriju igara i statistička rešenja), a svaki od njih funkcioniše drugačije sa potpuno različitim podacima - potpunom sigurnošću, rizikom i neizvesnošću. Sprovedena analiza je omogućila da izaberemo matematički alat koji najviše odgovara uslovima problema koji se rešava i adekvatno opisuje posmatrani model - Markovih slučajni proces. Razmotrićemo detaljnije neke teorijske aspekte procesa Markovog tipa.

Markovi procesi su dobila ime po izuzetnom ruskom matematičaru *A.A. Markovu* (1856-1922), koji je prvi počeo da proučava verovatnoću povezivanja slučajnih veličina i opisao teoriju konačnih lanaca Markova, međutim, konkretna primena (aplikacije) je ograničena uglavnom na način mešanja karti i lingvistističkim zadacima (problemima). Teoretska istraživanja obično su sprovedena algebarskim metodama. U 1932. bio je publikovan rad A. N. Kolmogorova „O analitičkim metodama u teoriji verovatnoće” u kojima su postavljeni temelji teorije Markovih procesa i dobili jednačine (direktne i inverzne), verovatnoće prelaza. Teorija lanaca sa beskonačnim brojem stanja, razvijena od strane Kolmogorova, je otkrila pristup širem krugu stručnjaka i privukla pažnju na njenoj mogućoj primeni. Opšta teorija Markovih procesa je primenjena u 30-40 godinama XX veka u radovima Kolmogorova A. N., Felera V., Deblina V., i Levina P., itd. Zbog jednostavnosti matematičkog aparata, visoke pouzdanosti i tačnosti i dobijenih rešenja Markovih procesi privukli su povećanje pažnje stručnjaka, koji se bave operacionim istraživanjima i teorijom usvojenih rešenja (odlučivanja) [220, 221, 222].

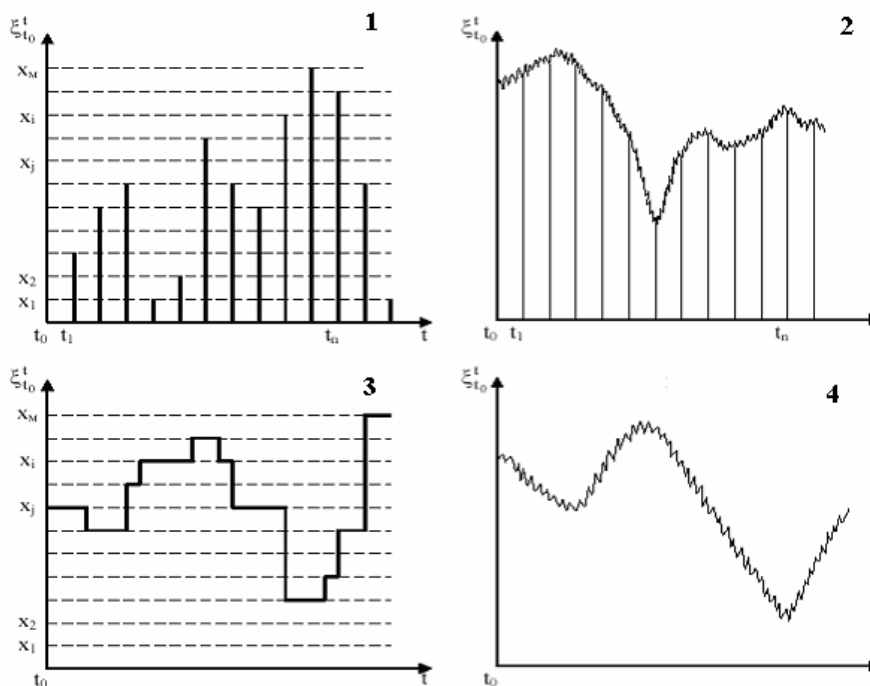
U opštem slučaju Markovi slučajni proces opisuje ponašanje stohastičkog sistema, u kome pojava sledećeg stanja sistema zavisi samo od neposrednog (direktnog) prethodnog

stanja sistema. To jest slučajni proces $\{\xi_t\}$, $t \in (0, T)$ nazivamo Markov, ako je za bilo koji trenutak vremena n u intervalu $(0, T)$ $t_1 < t_2 < \dots < t_n$ za uslovnu raspodelu verovatnoće zadovoljena relacija (7.9).

Osnovni vid Markovih slučajnih procesa klasifikuje se u skladu sa zadanim vrednostima u vremenu i brojnim numeričkim kompletima. Prema ovoj klasifikaciji se razlikuju [222, 223]:

- diskretna procesi sa diskretnim vremenom,
- kontinuirani procesi sa diskretnim vremenom,
- diskretni procesi sa kontinuiranim vremenom i
- kontinuirani procesi sa kontinuiranim vremenom.

Slika 7.9 u grafičkom obliku prikazuje moguću realizaciju Markovih slučajnih procesa.



Slika 7.9. Moguće realizacije Markovih slučajnih procesa: (1- diskretni procesi sa diskretnim vremenom, 2- neprekidni procesi sa diskretnim vremenom, 3- diskretni procesi sa neprekidnim vremenom, 4- neprekidni procesi sa neprekidnim vremenom).

Razmotrićemo detaljnije jedan od gore navedenih tipova Markovih procesa.

7.2.5.4.1. Neprekidni procesi sa diskretnim vremenom

Neprekidni Markov proces sa diskretnim vremenom predstavlja niz neprekidnih slučajnih veličina. Neka ovaj proces ima proizvodnu uslovnu funkciju raspodele:

$$\frac{\partial P\{\xi_{t_n} \leq x_n \mid \xi_{t_{n-1}} = x_{n-1}\}}{\partial x_n} = \pi(x_n \mid x_{n-1}) \quad (7.11)$$

koja se naziva gustinom prelaza verovatnoće. U slučaju homogenih procesa, ta gustina ne zavisi od vremena. Prelaz gustine zadovoljava uslove negativnosti i normalizacije:

$$\pi(x_n \mid x_{n-1}) \geq 0 \quad (7.12)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \pi(x_n \mid x_{n-1}) dx_n = 1 \quad (7.13).$$

Jednačine Kolmogorova-Čepmena u ovom slučaju imaju oblik [223]:

$$\pi(x_n | x_l) = \int_{-\infty}^{\infty} \pi(x_n | x_s) \pi(x_s | x_l) dx_s, \quad n > s > l \quad (7.14).$$

Prema prvobitnoj gustini $p(x_l)$ i prelazne verovatnoće $\pi(x_i | x_{i-1})$ može biti određena multivarijantna gustina verovatnoće vektora

$$\{x_1, \dots, x_n\}: p(x_1, \dots, x_n) = p(x_1) \prod_{i=2}^n \pi(x_i | x_{i-1}) \quad (7.15).$$

7.2.5.4.2. Nепrekidni proces sa nепrekidnim vremenom

Nепrekidni Markovi procesi se javljaju u vremenu nепrekidno i imaju nепrekidnu realizaciju. Markovo svojstvo (7.9) za ove procese označava, da za uzastopnim vremenskim trenucima $t_1 < t_2 < \dots < t_n$ prelazna verovatnoća gustine u momentu t_n zavisi od vrednosti x_{n-1} u trenutku t_{n-1} i ne zavisi od ostalih više ranijih vrednosti:

$$\pi(x_n, t_n | x_{n-1}, t_{n-1}, \dots, x_1, t_1) = \pi(x_n, t_n | x_{n-1}, t_{n-1}) \quad (7.16).$$

Bezuslovna gustina verovatnoće je jednaka:

$$p(x_n, t_n; \dots; x_1, t_1) = \pi(x_n, t_n | x_{n-1}, t_{n-1}) p(x_{n-1}, t_{n-1}; \dots; x_1, t_1) \quad (7.17).$$

Koristeći sukcesivno odnos (7.17) može se dobiti uslov za faktorizaciju stanja multivarijantne gustine verovatnoće:

$$p(x_n, t_n; \dots; x_1, t_1) = p(x_1, t_1) \prod_{i=2}^n \pi(x_i, t_i | x_{i-1}, t_{i-1}) \quad (7.18).$$

Izraz (7.18) definiše višedimenzionalnu (multivarijantna) gustinu verovatnoće Markovog procesa kroz jednodimenzionalnu početnu gustinu i dobijenu gustinu verovatnoće prelaza. Ova gustina zadovoljava uslove negativnosti i normalizacije.

$$\pi(x, t | x_0, t_0) \geq 0 \quad (7.19)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \pi(x, t | x_0, t_0) dx = 1 \quad (7.20).$$

Za slučaj nепrekidnog procesa sa nепrekidnim vremenom, jednačina Kolmogorov-Čepmen ima oblik:

$$\pi(x, t | x_0, t_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \pi(x, t | x_{n-1}, t_{n-1}) \pi(x_{n-1}, t_{n-1} | x_0, t_0) dx_{n-1} \quad (7.21).$$

Podrobnije informacije o različitim vidovima procesa Markovog tipa date su u literaturi [223]. Važna praktična primena Markovih slučajnih procesa je model sa prihodima ili rashodima, koji se koristi pri izboru najbolje strategije ponašanja. Razmotrimo ovo primenjivanje na primeru Markovog procesa sa diskretnim stanjem i diskretnim vremenskim intervalima. Za svaku moguću strategiju ponašanja (ukupno strategija N) na osnovu prikupljenih podataka (evidencija) sastavlja se matrica prelazne verovatnoće:

$$P^N = \|\pi_{ji}^N(t_n | t_{n-1})\|, \quad i, j = 1, M \quad (7.22)$$

Jednačina (7.22) karakteriše ponašanje sistema u uslovima jedne od strategija. Za procenu adekvatnosti-jednakosti primene izabrane strategije ponašanja sastavlja se matrica troškova (prihoda) oblika:

$$R^N = \|r_{ij}^N\| \quad (7.23).$$

Osnovni praktični cilj opisanog pristupa je izbor najbolje strategije ponašanja, koji ima za cilj da poveća profit (ili smanji troškove). U zavisnosti od postavljenog zadatka, može se smatrati model sa konačnim ili beskonačnim brojem faza. Razmotrimo naizmenično načine za rešavanje ovih problema.

Neka je broj stanja za svaku fazu jednak m . Neka optimalni očekivani prihod, dobijen u fazama od n do N , kroz $f_n(i)$ pri uslovima, da se sistem nalazi u početnoj fazi n u stanju i . Jednačina, povezivanja f_n i f_{n+1} , može se napisati na sledeći način:

$$f_n(i) = \max_k \left\{ \sum_{j=1}^m p_{ij}^k [r_{ij}^k + f_{n+1}(j)] \right\}, n=1,2, \dots, N \quad (7.24)$$

gde je: $f_{N+1}(j) \equiv 0$ za j .

Uvodimo sledeće značenje:

$$v_i^k = \sum_{j=1}^m p_{ij}^k r_{ij}^k \quad (7.25).$$

Zamenom izraza (7.25) u jednačini (7.24) dobijamo sledeće:

$$f_N(i) = \max_k \{v_i^k\}, f_n(i) = \max_k \left\{ v_i^k + \sum_{j=1}^m p_{ij}^k f_{n+1}(j) \right\} n=1,2, \dots, N-1 \quad (7.26).$$

U praksi više interesovanja predstavljaju modeli sa beskonačnim brojem koraka, koje mogu biti rešene metodom iteracije o strategijama, ili putem pretrage. Razmotrimo detaljnije svaku od postojećih metoda.

7.2.5.5. Metod iteracije o strategijama

Iterativni proces se sastoji od dva glavna koraka:

1. Za svaku strategiju s i odgovarajuće matrice \mathbf{P}^s i \mathbf{R}^s pri uslovima $f^s(m)=0$ rešavamo jednačinu:

$$E^s + f^s(i) - \sum_{j=1}^m p_{ij}^k f^s(j) = v_i^s, i=1,2, \dots, m \quad (7.27)$$

gde je, relativno nepoznata $E^s, f^s(1), \dots, f^s(m-1)$.

2. Za svako stanje i određuje se alternativa k , dajući:

$$\max_k \left\{ v_i^k + \sum_{j=1}^m p_{ij}^k f^s(j) \right\}, i=1,2, \dots, m \quad (7.28).$$

Dobijena optimalna rešenja za stanja $1, 2, \dots, m$ formiraju novu strategiju t . Ako su s i t identični, to je iteracija pretrage završena. U ovom slučaju, t je optimalna strategija. U suprotnom slučaju pretpostavimo da je $s \neq t$ i vraćamo se na korak 1.

7.2.5.6. Metod potpunog razbijanja

Kod metode potpunog razbijanja na osnovu poznate prelazne verovatnoće p_{ij}^s i prihoda (rashoda) r_{ij}^s za svaku iz strategija izračunavamo na osnovu formule (7.25) veličinu očekivanog prihoda $v_i^s, i=1,2, \dots, m$. Iz sistema jednačina:

$$\begin{cases} \pi^s \mathbf{P}^s = \pi^s \\ \pi_1^s + \pi_2^s + \dots + \pi_m^s = 1 \end{cases} \quad (7.29).$$

izračunati granicu prelaza verovatnoće π_i^s .

Za izračunavanje očekivanog prihoda v_i^s i granice prelaza verovatnoće π_i^s po formuli:

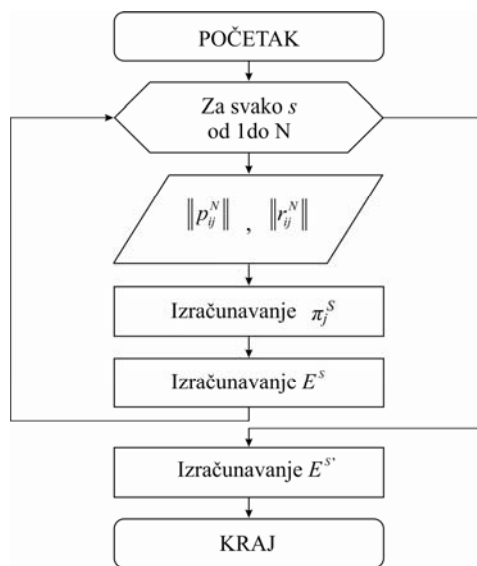
$$E^s = \sum_{i=1}^m \pi_i^s v_i^s \quad (7.30)$$

izračunati očekivani prihod za jedan korak pri izabranoj strategiji s . Optimalna strategija s^* se određuje iz uslova:

$$E^{s^*} = \max_s \{E^s\} \quad (7.31).$$

Očigledno, svaka od navedenih metoda ima svoju oblast primene. Dakle, sa stanovišta praktičnih izračunavanja i broja stacionarnih strategija u većini slučajeva koristi se metod potpune pretrage. Sa velikim brojem strategija najpogodniji je iterativni metod, koji određuje optimalnu strategiju iterativnim načinom.

Razmotrimo na primeru metodu potpunog razbijanja, postupak izrade algoritma pretrage optimalne strategije. Za rešenje ovog zadatka neophodno je za sve moguće varijante tehničkog održavanja na osnovu izračunatih očekivanih prihoda v_i^s i ograničenja prelazne verovatnoće π_i^s po formuli (7.14) izabrati varijantu sa najvećim očekivanim prihodima E^{s^*} . Na slici (7.10.) prikazan je algoritam rešenja postavljenog zadatka. Isto tako, možemo naći algoritam optimalne strategije koristeći iterativni metod.



Slika 7.10. Algoritam pretrage optimalne strategije metodom potpunog razbijanja

7.3. MODELI POUZDANOSTI SLOŽENIH TEHNIČKIH SISTEMA

7.3.1. TEORIJSKE OSNOVE POUZDANOST SLOŽENIH TEHNIČKIH SISTEMA

Podržavanje pouzdanost tehničkih sistema na datom nivou zahteva stalno praćenje i intervencije osoblja u svom radu. Ovo određuje složenost i obim posla, čiji je cilj obezbeđivanje pouzdanost uređaja u eksploataciji.

U procesu eksploatacije govorimo o eksploatacionoju pouzdanosti sistema (uređaja), tj. njegovom svojstvu bezotkaznog rada u određenom vremenskom periodu u zadanim uslovima pri usaglašenim normama mera održavanja i tekućeg remonta. Shodno tome, definicija pouzdanosti samo na osnovu podataka o parametrima elemenata sistema i srednjeg vremena između otkaza je neadekvatna (nedovoljna). Navedeni eksploatacioni faktori omogućavaju dobijanje potpunije karakteristike pouzdanosti sistema:

- kvalifikaciju opsluživanja osoblja,
- kvalitet i kvantitet sprovedenih radova za servisiranje i održavanje njegove pouzdanost,
- dostupnost rezervnih delova,
- korišćenje merenja i opreme, blagovremenog njegovog remonta i popravke,
- dostupnost tehničkog opisivanja, uputstvo za eksploataciju sistema i mernih pribora, uslova opterećenja i transportnih sistema i
- preporuke o načinu za njihovu montažu i demontažu.

Prilikom procene pouzdanosti mašinskih sistema, takođe, ne mogu se ne uzimati u obzir efikasnosti sistema, njegove vrednosti (cena), masa, uslovi skladištenja, moguća modernizacija komponenti i minijaturizacija konstrukcije, usavršavanje metoda pronalazjenja otkaza itd. Važno je znati rezervisanu pouzdanost sistema, koju blokiraju, komponente, elementi zahtevaju preventivne zamene, korekciju ili modifikacije. Da bi se ispitao uticaj takvog velikog broja faktora koji omogućavaju dobijanje informacije za predviđanje nivoa pouzdanosti i ocene efikasnosti sistema u eksploataciji procena sistema može se ostvariti samo primenom računara.

Ovakav pristup analize daje uspešne mere a i tehničke realizacije mera za povišenje nivoa pouzdanosti mašinskih sistema.

Ocenu efikasnosti mera za povišenje nivoa pouzdanosti mašinskih tehničkih sistema u uslovima eksploatacije moguće je vršiti na osnovu prognoziranja, metodom statičkih modeliranja.

7.3.1.1. Kvantitativni pokazatelji bezotkaznosti i matematički modeli pouzdanosti

7.3.1.1.1. Statistička verovatnoća oblika predstavljanja pokazatelja bezotkaznosti i neobnovljivih objekata

Najvažniji pokazatelji pouzdanosti neobnovljivih objekata, tj. pokazatelji o bezotkaznosti obuhvataju:

- verovatnoću bezotkaznog rada,
- funkcija gustine otkaza,
- intenzivnost otkaza i
- srednje vreme do otkaza.

Pokazatelji pouzdanosti se predstavljaju u dva oblika: statistički (slučajna vrednost) i verovatnoću.

Tokom ispitivanja ležajeva na mašinskim tehničkim sistemima posmatran je jedan broj sličnih objekata, dobijenih parametara u radu, i u vremenu do otkaza. Istraživanjem u disertaciji ovi brojevi predstavljaju izbor ukupnog broja ležajeva, imajući neograničenu količinu podataka o radnom vremenu ležaja do otkaza u sistemu. Kvantitativni pokazatelji definisani su za „opštu populaciju” i oni su određeni verovatnoćama indikatora i karakterišu slučajnu veličinu - vreme do otkaza. Indikatori definisani za uzorak, omogućavaju bilo kakve zaključke o slučajnoj veličini, i javljaju se selektivno.

U statističkoj definiciji verovatnoća otkaza predstavlja empirijsku funkciju raspodele otkaza. Tako događaji, koji se sastoje od pojava ili ne pojava otkaza, u radnom vremenu t , su suprotstavljeni. Sa logističkom regresijom se mogu koristiti predviđanja za zavisne promenljive na osnovu nezavisnih promenljivih. Tako se određuje procenat varijanse kod zavisne promenljive, koja je definisana nezavisnim promenljivim.

Logistička regresija se koristi za predviđanja verovatnoće događaja putem prilagođavanja podataka logističkoj krivoj. Logistička regresija je analiza u kojoj je jedna promenljiva zavisna dihotomna, odnosno binarna koja može imati dva ishoda, i poprima vrednosti 0 ili 1, i ima najmanje jednu ili više nezavisnih promenljivih. Ona predviđa verovatnoću događaja, a podaci su prilagođeni logističkoj krivi koja ima oblik slova S.

7.3.2. PREDLOŽENI MODELI POUZDANOSTI SLOŽENIH TEHNIČKIH SISTEMA

Za rešenje zadataka na osnovu procene pouzdanosti i predviđanja radne sposobnosti objekata neophodno je imati matematički model, koji se predstavlja analitičkim izrazom. Osnovni način za dobijanje modela sastoji se u sprovedenim ispitivanjima, izračunavanju statističke procene i njihove aproksimacije analitičkih funkcija.

U periodu normalne eksploatacije intenzitet otkaza opada i praktično ostaje konstantan, pri čemu su otkazi usled habanja slučajnih karaktera i pojavljuju se iznenada, pre svega, iz nepoštovanja uslova eksploatacije, slučajnih odstupanja opterećenja, nepovoljnih spoljnih faktora itd. Naime ovaj period usaglašen je na osnovu vremena eksploatacije objekata.

Povećanje intenziteta otkaza odnosi se na period starenja objekata i prouzrokovana je povećanjem broja otkaza usled habanja, starenja i drugih uzroka, povezanih sa dugotrajnom eksploatacijom.

Za potrebe istraživanja pouzdanosti složenih sistema (robot, pumpa, klipni kompresor) predstavljeni su matematički modeli zasnovani na analizi dijagnostičkih veličina u sklopovima ovih sistema.

U izradi modela u disertaciji primenjeno je više zasnovanih metoda. Korišćen je model Roc kriva, gde su definisane veličine grešaka na ležajevima mašinskih sistema i utvrđena skala razmatranih stanja dijagnostikovanih sistema. Takođe korišćen je model binarne logističke regresije koji ukazuje na statistički metod koji omogućava predviđanje i ocenjivanje mogućnosti nastanka verovatnoće kada određeni defekat nastupi na kotrljajnom ležaju.

Na osnovu dobijenih rezultata istraživanja u laboratorijskim uslovima (ispitivanje ležajeva na robotu) i eksploatacionim uzorcima ispitivanja na pumpi i klipnom kompresoru, i primene odgovarajućih matematičkih, modela došlo se do adekvatnih matematičkih modela složenih mašinskih sistema, kojima je predstavljeno ponašanje ležaja sa aspekta pojave neispravnosti.

7.3.2.1. Model sistema zasnovan na korišćenju Roc krive

Prilikom primene određenog istraživanja, razvijenog da identifikuje greške kotrljajnih ležajeva u mašinskim sistemima, odnosno one koji to i nisu, razvijeno je četiri slučaja razmatranja ležajeva (situacije testa ležaja). Osnovni koncept testa, po kome se on razlikuje od svih ostalih metoda je u postavljanju zadataka koje istraživač izložen istraživanju treba da izvrši, odnosno da reši. Istraživanjem se tako manifestuju svoje sposobnosti koje se, na određene načine, tom prilikom mogu meriti.

Stoga možemo reći da je primenom tehnika utvrđivanja (testom) i merenja početnog stanja i situacije nastale posle delovanja određenih činilaca, pri čemu se polazi od strogo utvrđenih modela značenje je provera, metoda provere sposobnosti istraživanja, optimalnog održavanja mašinskog sistema.

Tako merenjem vibracija i temperature na mašinskim sistemima, uspostavljaju se granice dozvoljenih vrednosti i primene ležaja u eksploataciji.

Granica da su ležajevi u predotkazno stanje (još uvek dozvoljeno), ispitani ležajevi na mašini nemaju deformacije, ili su sa malim deformacijama (oni su tzv. lažno pozitivni), ali nisu u toliko lošem stanju da bi se predvidela zamena. Dijagnostikom da je ležaj u nedopušteno stanje (otkazno stanje), ležajevi na mašini imaju određene greške koje se ne mogu popraviti, i predstavljaju škart (tačno pozitivni). Daljim testiranjem ležajevi na mašini nemaju deformacije nalaze se u dobrom stanju, tzv. (tačno negativno stanje). Daljim nastavkom testiranja, ležajevi na mašini imaju određene greške i te greške se mogu popraviti, nalaze se u dopušteno stanje (lažno negativno).

Dakle, test je u određenoj meri tačan (tačno identifikuje havarisane ležajeve i dobre ležajeve), a donekle je netačan (pogrešno klasifikuje dobre u grupu havarisanih, i obrnuto). Senzitivnost i specifičnost su mere koje se odnose na njegovu tačnost, preciznost i prediktivnu vrednost.

Senzitivnost je potencijal testa da otkrije ležajeve koje stvarno imaju ispitivanu deformaciju ili neku grešku. Obrazac za njegovo izračunavanje (7.32), npr. [224] u svom imeniocu sadrži tačno pozitivne i lažno negativne (dakle, one za koje unapred postoji informacija da su pred havarisani), dok se u njegovom brojiocu nalaze tačno pozitivni (odnosno, oni kod kojih se na testu pokaže da imaju istraživanu havarisanost):

$$S_e = TP / (TP + LN) \quad (7.32)$$

Specifičnost je sposobnost testa da identifikuje ležajeve koje nemaju registrovan datum havarije, a predstavlja odnos tačno negativnih s jedne strane i zbira tačno negativnih i lažno pozitivnih s druge strane (7.33), videti [225]:

$$S_p = TN / (TN + LP) \quad (7.33).$$

Kako bismo mogli preći na određenje Roc krive, važno je da objasnimo šta je to „1-specifičnost“. Lako je pokazati da je ova mera jednaka obrascu (7.34):

$$1 - S_p = LP / (LP + TN) \quad (7.34).$$

Spomenuti obrazac daje informaciju o udelu lažno pozitivnih (odnosno, ležajeva u dobrom stanju koje je test klasifikovao kao predhavarisane) među onima koji u stvari nemaju određenu havarisanost. Dakle, valjan test u kontekstu prethodnih razmatranja trebao bi imati visoku senzitivnost i visoku specifičnost, a što nižu „1-specifičnost“.

Roc krive predstavljaju statističku tehniku koja ima za cilj utvrđivanje vrednosti praga (granične vrednosti) određenog testa, u kojoj postoji najbolji odnos senzitivnosti i specifičnosti. Naziv ove krive nastao je pod okriljem teorije detekcije (elektronskih) signala tokom Drugog svetskog rata, odakle joj i naziv „karakteristična kriva primaoca/prijemnika-operatera“. Nadalje, Roc kriva je grafički prikaz odnosa senzitivnosti (*i*-osa) i „1-specifičnosti“ (*k*-osa). Kao što je već rečeno, cilj dobrog testa je da njegova senzitivnost bude što veća, a „1-specifičnost“ što manja. Zato ova kriva treba da bide što bliža gornjem levom uglu dela koordinatnog sistema. Ukoliko test samo po slučaju razlikuje dve grupe (to ne moraju samo biti predhavarisani ili ne havarisani, već to mogu biti npr. ležaji robota, pumpe ili kompresora, i slično), onda ova linija postaje prava koja ide sredinom koordinatnog sistema. Jedan od ciljeva analize vezane za Roc krivu je ispitati da li ona statistički značajno odstupa od referentne linije (tj. one koja prolazi sredinom grafikona). Ukoliko je rezultat pozitivan (prikazuje greške), možemo govoriti da određeni test ima statistički značajan stepen dijagnostičke efikasnosti. Preciznije rečeno, u istraživanju bitno je da li je površina ispod Roc krive statistički značajno različita od površine pod referentnom linijom. Površina pod Roc krivom je uvek pozitivan broj, koji se, teorijski, kreće u rasponu 0-1, a može se shvatiti kao suma diskriminativne tačnosti testa [226], što je vidljivo iz (7.35):

$$AUC = \int_0^1 Roc(u) du \quad (7.35).$$

Skale za izradu razmatranih stanja dijagnostikovanog sistema su razmatrane metodom grupno vođenog rada, nakon čega su podaci kodirani i uneseni u statistički softver SPSS 17.0. Nakon toga su izračunati ukupni rezultati za sve merne veličine ležaja. Ispitani uzorci su, shodno njihovim rezultatima na subskali optimizma, podeljeni u dve grupe. To je učinjeno tako da su ispod prosečne činili oni čiji rezultat je bio ispod medijane ili jednak medijani ($K_{si} \leq Mdn$). S druge strane, grupa iznad prosečno optimističnih formirana je od rezultata ispitanih ležajeva koji su imali rezultate veće od medijane ($K_{si} > Mdn$).

Za formalizaciju ove zavisnosti u disertaciji je data skala dijagnostikovanih sistema prikazana na slici (8.26).

7.3.2.2. Model sistema zasnovan na korišćenju logističke regresije

7.3.2.2.1. Teorijske pretpostavke korišćenja binarne logističke regresije

Regresija se koristi da ukaže na statistički metod koji omogućava predviđanje i ocenjivanje 1 promenljive na osnovu vrednosti neke druge promenljive ili više promenljivih. Logistička regresija se može koristiti za predviđanje zavisne promenljive na osnovu nezavisnih promenljivih, određuje procenat varijanse u zavisnoj promenljivoj koja je definisana nezavisnim promenljivim. Takođe se koristi za rangiranje važnosti nezavisnih promenljivih, i da bi procenila efekat interakcija, kao i odredila uticaj intervala kontrolisanja

nezavisne promenljive. Logistička regresija primenjuje maksimalnu procenu verovatnoće nakon promene zavisne promenljive u logističku promenljivu (prirodni logaritam verovatnoće nezavisnih promenljivih koji se pojavljuju). Na ovaj način logistička regresija procenjuje verovatnoću da određeni događaj nastupi. Logistička regresija računa promene u logaritmu verovatnoće zavisnih promenljivih a ne promene u zavisnim promenljivim kao što to radi regresija (kvadrat najmanjih vrednosti).

Logističke regresije nije popularna među istraživačima jer zahteva ozbiljno i detaljno poznavanje mernih skala, raspodela i tumačenje rezultata. U istraživačkoj praksi ona omogućava istraživaču da prevaziđe mnoge pretpostavke koje ograničavaju linearnu regresiju i to:

- Logistička regresija ne pretpostavlja linearnu vezu između zavisnih i nezavisnih promenljivih. Može rešiti nelinearne efekte čak i kada su eksponencijalni i polinomialni uslovi nisu eksplicitno dodati kao dodatne nezavisne vrednosti.
- Zavisna promenljiva bi trebala biti normalno distribuirana.
- Zavisna promenljiva mora biti kada varijansa procene opada za svaki nivo nezavisne promenljive.

Jedna od klasičnih pretpostavki linearne regresije predviđa da je varijansa greške konstantna i jednaka za sva opažanja, ili za sve vrednosti nezavisnih promenljivih.

Bez obzira na prethodno navedene prednosti, proces primene logističke regresije zahteva ispunjenje određenih uslova i transformacija promenljivih. Treba ispuniti sledeće uslove:

- a) Tumačenje logističkih koeficijenata nije moguće bez smislenog kodiranja.
- b) Uključenje svih relevantnih promenljivih u regresioni model: Ukoliko su relevantne promenljive ispuštene, uobičajena varijansa koju dele sa uključenim promenljivim može biti pogrešno pripisane ovim promenljivim, ili uslovi greške mogu biti preuveličani.
- c) Isključivanje svih relevantnih promenljivih ukoliko su uzročno i relevantne promenljive uključene u model uobičajena varijansa koju dele sa uključenim promenljivim može biti pogrešno pripisane i relevantni promenljivim.
- d) Pretpostavlja se da su uslovi greške nezavisni (nezavisno prikupljanje).
- e) Logistička regresija ne podrazumeva vezu između zavisnih i nezavisnih promenljivih kao što je to slučaj kod linearne regresije ali podrazumeva linearnu vezu između logaritma zavisnih i nezavisnih promenljivih. *Bok-Tidvell* transformacija i ortogonalni polinomialni kontrast su načini testiranja linearnosti logaritma između nezavisnih promenljivih.
- f) Veliki uzorci, za razliku od kvadrat najmanjih vrednosti regresije, kao i logistička regresija maksimalno koristi izračunavanja parametara i maksimizuje očekivanu logaritamsku verodostojnost (likelihood) procene, pre nego kvadrat najmanje vrednosti. Likelihood procene se oslanja na asiptotičku normalnost velikog uzorka što znači da pouzdanost procene opada onda kada ima nekoliko slučajeva za svaku posmatranu kombinaciju nezavisnih promenljivih.

7.3.2.2.2. Matematički model binarne logističke regresije

Jedna od matematičkih funkcija koja najbolje opisuje vezu između promenljivih i izražava relaciju između binarnog ishoda i jednog ili više faktora uticaja (prediktora) je funkcija logističkog odgovora:

$$\ln\left(\frac{P}{1-P}\right) = a + bX \quad (7.36)$$

gde su:

a, b - regresioni koeficijenti,

X - ishodi,

P - verovatnoća pojave.

Ova formula određuje statističko matematičku analizu svakog podatka.

$$\frac{P}{1-P} = e^{a+bX} \quad (7.37)$$

$$P = \frac{e^{a+bX}}{1+e^{a+bX}} \quad \text{ili:} \quad (7.38)$$

$$P_i = \frac{e^{(b_0+b_1x_1+\dots+b_kx_k)}}{1+e^{(b_0+b_1x_1+\dots+b_kx_k)}} \quad (7.39)$$

Jednačine 7.38 i 7.39 izračunavaju verovatnoću promenljive gde je e otprilike jednako 2.718, a b su težine logističke regresije (ili logaritamske težine) za nezavisnu varijablu. Ova metoda podrazumeva dihotomne promenljive date u binarnom obliku. Vrednost $Y = 1$ znači da se određeni događaj zaista dogodio, vrednost $Y = 0$ znači da je izostalo bilo kakvo događanje. X predstavlja nezavisnu promenljivu ili mnoštvo atributa (X_1, X_2, \dots, X_k).

Osnovna formula logističke regresije je:

$$P\{Y = 1 / X\} = \frac{1}{1+e^{-X\beta}} \quad (7.40)$$

$$X\beta = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k. \quad (7.41)$$

Funkcija $P_{(x)} = \frac{1}{1+e^{-x}}$ je logistična funkcija. Ovu vrstu funkcije prvi je predstavio belgijski matematičar *Vehulst*. Na početku dvadesetog veka veći broj naučnika istraživalo je njene osobine i mogućnost upotrebe. Kao regresionu funkciju prvi je upotrebio *Koks* 1958. godine. Kod logističke funkcije vrednost je ograničena između 0 i 1. Iz osnovne postavke se vidi da se vrednost 0 dobija u slučaju da je $x = -\infty$, a vrednost 1 za $x = \infty$, za $x = 0$ vrednost funkcije je 0,5.

Inverzni oblik logističke funkcije je logaritamska funkcija:

$$x = \log \frac{P}{1-P} = \log it(P). \quad (7.42)$$

Ako udružimo osnovnu formulu sa prethodnom dobićemo drugi oblik logističke regresije:

$$\log it(P\{Y = 1 / X\}) = X\beta = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k. \quad (7.43)$$

Diskretne attribute za više od dve vrednosti potrebno je pripremiti u formi više atributa. Pretpostavimo da je X_i diskretni atribut i ima q različitih vrednosti od v_1 do v_q . U ovom slučaju jednačina se može napisati u sledećem obliku:

$$\log it(P\{Y = 1 / X\}) = X\beta = \beta_0 + \dots + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \left[\beta_{i2} I(X_i = v_2) + \dots + \beta_{iq} I(X_i = v_q) + \dots + \beta_k X_k \right] \quad (7.44)$$

Član $\beta_{i1} I(X_i = v_i)$ je oslobođen zbog rešavanja problema zavisnosti atributa.

Uspeh logističke regresije može biti procenjen proverom u kvalifikacionoj tabeli, prikazujući pravilne i nepravilne klasifikacije dihotomnih, uobičajenih ili politomnih zavisnih promenljivih. Takođe, testovi mogućnosti uklapanja (prilagođavanja) kao što su model hi kvadrat su dostupni kao indikatori modela primenljivosti kao što je *Wald* statistika da bi testirali važnost individualnih nezavisnih promenljivih. Logistička regresija je tek u zadnje vreme postala popularnija među naučnicima, koji se bave društvenim naukama (ekonomija, bezbednost i sl.).

(Odds) se definiše kao odnosi mogućnosti i ne-mogućnosti određenog događaja. Što je odds nekog događaja veći, to je veća verovatnoća da se događaj desi.

$$odds = \frac{P}{1-P} \quad (7.45)$$

Binominalna (ili binarna) regresija je tip regresije koja se koristi kada je zavisna promenljiva dihotomna a nezavisna promenljiva je bilo kog tipa.

Do sada smo uglavnom raspravljali o nominalnoj regresiji kako bi shvatili njene osnovne karakteristike. Naravno da se složeni problemi sa više od dve promenljive ne mogu

rešiti na ovaj način te se primenjuje multinominalna logistička regresija. Kada se višestruke grupe zavisnih promenljivih mogu rangirati, tada je redna logistička regresija preformulisana u multinominalnu logističku regresiju.

Sledeći izraz predviđa mogućnost postojanja m kategorija u okviru zavisne varijable:

$$p(Y_i = m) = \frac{1}{1 + \sum_{j=2}^M e^{(z_{ij})}} \quad (7.46)$$

gde je Z_{ij} linearna funkcija koja se koristi da bi se predvideo m u okviru zavisne varijable tj., $(b_0 + b_1x_1 + \dots + b_vx_v)$.

Može se reći da se logistička regresija ili logistički model koristi za predviđanje verovatnoće događaja putem prilagođavanja podataka logističkoj krivi. Logistička regresija je tip regresione analize u kojoj je zavisna (kriterijumska) promenljiva dihotomna, odnosno binarna i kodira se sa 0 ili 1 i postoji najmanje jedna nezavisna (prediktorska) promenljiva.

7.3.2.3. Metode obezbeđivanja pouzdanosti složenih sistema

7.3.2.3.1. Tehnološki načini obezbeđivanja pouzdanosti proizvoda u procesu proizvodnje

Jedan od osnovnih dešavanja u fazi serijske proizvodnje, čiji je cilj obezbeđivanje pouzdanosti tehničkih sistema, je stabilnost tehnoloških procesa. Naučno zasnovane metode upravljanja kvalitetom proizvoda dopuštaju blagovremeno davanje zaključka o kvalitetu proizvoda. U industrijskom preduzeću primenjuje se dve metode statističke kontrole kvaliteta: tekuća kontrola procesa i selektivna metoda kontrole.

Metoda statističke kontrole (upravljanje) kvalitetom omogućava da blagovremeno upozori proizvodnju i, na taj način, neposredno (direktno) interveniše u tehnoložnost procesa.

Selektivna metoda kontrole ne ispostavlja direktno uticaj na proizvodnju, tako kako ona služi za kontrolu gotovih proizvoda, dozvoljava sebi da otkrije obim proizvodnje, razlozi njegove pojave u tehnološkom procesu ili kvalitativnih nedostataka materijala.

Analiza tačnosti i stabilnost tehnoloških procesa omogućava da se identifikuju i eliminišu faktori koji negativno utiče na kvalitet proizvoda. U opštem slučaju, kontrola stabilnosti tehnoloških procesa može se izvesti pomoću sledećih metoda:

- grafoanalitički sa nanošenjem na dijagramu vrednosti izmerenih parametara,
- računarska statistika sa kvantitativnim karakteristikama tačnosti i stabilnosti tehnoloških procesa i
- redviđanje pouzdanosti tehnoloških procesa na osnovu kvantitativnih karakteristika navedenih odstupanja.

7.3.2.3.2. Načini za poboljšanje pouzdanosti složenih tehničkih sistema u eksploataciji

Za povišenje pouzdanosti složenih tehničkih sistema u uslovima eksploatacije izvedene su niz aktivnosti, koji se mogu podeliti u sledeće četiri grupe:

1. razvoj naučnih metoda eksploatacije;
2. prikupljanje analiza i generalizacija iskustva,
3. veza projektovanja s proizvodnjom izrade,
4. povećanje kvalifikacije održavanja osoblja.

Naučne metode eksploatacije obuhvataju naučno zasnovane metode sprovedene tehničkim održavanjem, remontima i drugim aktivnostima za povišenje pouzdanosti složenih tehničkih sistema u procesu njihove eksploatacije. Postupak i tehnologija sprovedenih ovih

aktivnosti su opisane u odgovarajućim priručnicima i uputstvima za eksploataciju konkretnih proizvoda. Viši kvalitet izvršenja eksploatacionih aktivnosti na obezbeđivanju pouzdanosti izrade mašinskog inženjerstva pod uslovima rezultata statističkih istraživanja pouzdanosti ovih proizvoda. Pri eksploataciji izrade veliku ulogu ima iskustveni evidencioni kartoni. Veliki deo iskustva eksploatacije se koristi za rešavanje privatnih organizaciono-tehničkih aktivnosti, međutim prikupljene podatke potrebno je koristiti ne samo za rešavanje zadataka sadašnjih problema, ali i za stvaranje budućih izrada s visokom pouzdanošću.

Od velike važnosti ima organizacija prikupljanja informacija o otkazu. Sadržaj aktivnosti za prikupljanje takvih informacija, određena je tipom proizvoda i osobenostima eksploatacije tih proizvoda. Mogući izvori statističkih podataka mogu biti dobijeni rezultatima različitih vidova ispitivanja u eksploataciji, koji se formiraju periodično u vidu izveštaja o tehničkoj ispravnosti i pouzdanosti proizvoda.

Izučavanje osobenosti njihovog ponašanja omogućava mogućnost korišćenja akumuliranih podataka za projektovanje budućih proizvoda. Na taj način, prikupljanje i generalizacija podataka o otkazima proizvoda jedna je od najvažnijih zadataka, na koju bi trebalo biti posvećena posebna pažnja.

8. REZULTATI ISTRAŽIVANJA

U ovom poglavlju predstavljena su sprovedena laboratorijska i eksploataciona istraživanja, kao i njihove statističke analize odnosno analize oštećenja na elementima kotrljajnih ležaja mašinskih sistema (robot, klipni kompresor, centrifugalna pumpa). Takođe, je na osnovu dobijenih rezultata istraživanja, dat predlog mera za povećanje efikasnosti primene kotrljajnih ležaja mašinskih sistema centrifugalne pumpe, kompresora, sa posebnim akcentom na ležaj primenjen na robotu-manipulatoru.

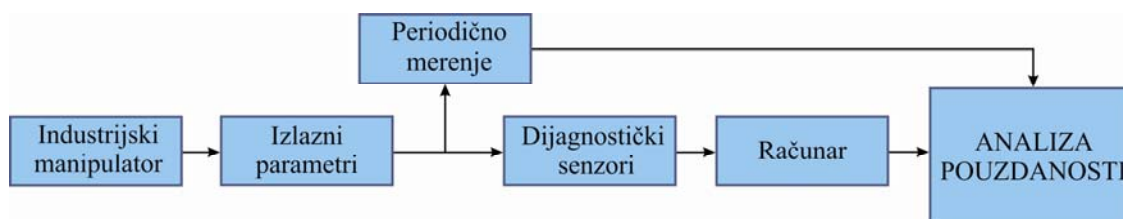
8.1. EKSPERIMENTALNA-LABORATORIJSKA ISTRAŽIVANJA

Eksperimentalna istraživanja pouzdanosti ležajeva su vršena na ležajevima primenjenih na robotu „FANUC” - Japan, i hidrauličkoj pumpi „JASTREBAC” - Niš, kompresoru „TRUDBENIK” - Doboj u laboratorijskim i eksploatacionim uslovima.

Laboratorijska ispitivanja pouzdanosti vršena su na ležaju primenjenom na robotu „FANUC” na probnom stolu i mašinama za dinamičko i statičko ispitivanje ležajeva u Fabrici automobilskih delova „FAD” Gornji Milanovac.

8.1.1. DIJAGNOSTIČKI MERNI SISTEM ZA ISPITIVANJE POUZDANOSTI

Dijagnostički merni sistem za ispitivanje pouzdanosti ležaja na industrijskom robotu *Fanuc* je integrisan na probnom stolu ili na opremi pored stola koja čini sastavni deo laboratorijsko-opitnog stola predstavljenog u prethodnim poglavljima. Šematski prikaz funkcionisanja sistema, odnosno metoda ispitivanja je data na blok dijagramu (slika 8.1).



Slika 8.1. Blok dijagram ispitivanja ležaja na manipulatoru

Prilikom ispitivanja pouzdanosti ležajeva korišćeni su kontinualni procesi ili periodični proces merenja dijagnostičkih parametara. Zbog veoma pristupačnog i jednostavnog načina merenja, korišćen je postupak periodičnog merenja dijagnostičkih parametara posle tačno definisanog broja ciklusa rada kako se definiše planom eksperimenta.

Postoji veliki broj različitih konstrukcija stolova za dinamičko ispitivanje pouzdanosti ležajeva. Ovim ispitivanjem se utvrđuje efikasnost elemenata uležištenja, odnosno havarije sklopa ležaja i njegovih komponenti kao posledica njihovog otkaza. Istovremeno se ostvaruje mogućnost utvrđivanja i predviđanja adekvatne pouzdanosti i dijagnostike ležaja, kako je ovim radom i izvršeno na sistemu industrijskog manipulatora, koji služi pri izvođenju procesa brušenja i poliranja ruba venca na posuđu kompanije „METALAC” AD Gornji Milanovac.

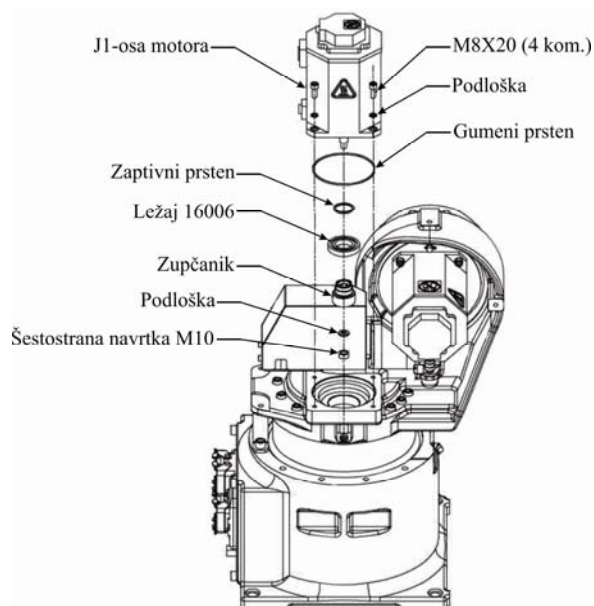
Primenom probnog stola ostvaruje se mogućnost podizanja saznanja o uticajima procesa na komponente mašinskog sistema, a time i realnije i potpunije sagledavanje parametara pri projektovanju i proizvodnji ležajeva kako u stranom tako i u domaćem okruženju. Pravilnim izborom mašinskih elemenata primenjenim na ovom sistemu moguće je izvršiti optimizaciju sistema u fazi proizvodnje i održavanja manipulatora.

8.1.2. PROBLEM UTVRĐIVANJA DIJAGNOSTIKE I POUZDANOSTI

Problemi utvrđivanja dijagnostike i pouzdanosti ležajeva na industrijskim mašinama su izučavani mahom kod svih značajnih svetskih proizvođača ležajeva. Rezultati ovih istraživanja se najčešće zadržavaju u tajnosti. Samo neki od reklamnih materijala skromno pokazuju rezultate i uređaje na kojima su oni ostvareni. Kao primer koji se može iskoristiti za ilustraciju i za ocenu stanja u ovoj oblasti je reklamni materijal vodećeg proizvođača kotrljajnih ležaja firme SKF.

U toku razvoja specijalnog uležištenja sa ležajevima na industrijskim manipulatorima, [227] vršena su testiranja veka trajanja ležajeva, dinamička nosivost kao i razvoj pojave habanja i zazora u ležaju, efikasnost zaptivanja pri uticaju atmosferalija, voda, prašine, i sl.

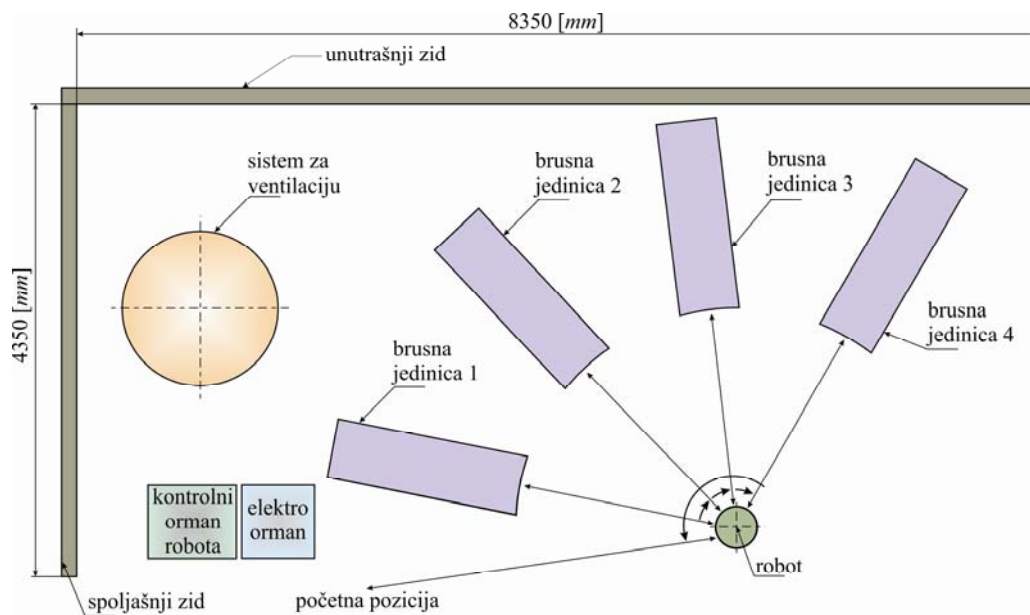
Postojeći asortiman i nivo kvaliteta izrade ležajeva iz domaćih izvora je dosta ograničen i trenutno sveden na firmu FKL Temerin koja u kooperaciji sa SKF-om nastoji da podiže nivo kvaliteta i prati trend razvoja u ovoj oblasti. Ležajevi renomiranih svetskih proizvođača imaju značajno duži vek trajanja od domaćih. Razvoj domaće industrije, zadržavanje postojećih ili otvaranje novih radnih mesta zahteva novi prilaz načinu projektovanja i proizvodnje ležajeva za industrijske sisteme pa i za industrijske manipulatore koji rade u neadekvatnim sredinama (slika 8.2).



Slika 8.2. Uležištenje robota

Ispitivanje ponašanja ležajeva u laboratorijskim i radnim uslovima je preduslov bilo kakvog napredka u ovoj oblasti. Sprovođenje ispitivanja je organizovano na tri nivoa: kod proizvođača (u cilju praćenja kvaliteta proizvodnje i provere novih konstrukcionih rešenja), kod korisnika (u cilju provere deklariranih karakteristika proizvoda kao deo procesa ulazne kontrole kupovnih proizvoda), i kod neutralne ustanove (u cilju nezavisnog ispitivanja i poređenja kvaliteta proizvoda različitih proizvođača).

Tehnički problem utvrđivanja pouzdanosti koji je razmatran ovim ispitivanjem odnosi se na tehnološki proces brušenja venca posuda na šerpama emajliranog posuda. Proces predstavlja obradu rezanjem kod koga se sloj materijala skida u vidu sitnih opiljaka brusnim materijalom. Agregatnu brusilicu sistema čine brusne jedinice raspoređene u lučnom obliku koje na pogonskom motoru na izlaznom vratilu nose točak sa neprekidnom brusnom trakom određene krupnoće brusnih zrna. Lay-out rasporeda opreme pri izvođenju tehnološkog procesa sa crtežom dela dat je na slici 8.3.



Slika 8.3. Šematski prikaz robota i brusnih jedinica

Manipulaciju i dodavanje posuda za obradu izvodi robot po utvrđenom tehnološkom ciklusu i programu rada (slika 8.4).

Posuda se za robot vezuje (steže) preko plastičnog centriraa koji se zavrtnjevima pričvršćuje za ruku manipulatora. Prilikom pokretanja ruke manipulatora uključuje se vakuum koji obezbeđuje da posuda ne ispadne iz centriraa prilikom obrtanja. Što se tiče stezanja vakuumom, pritisak u sistemu cele fabrike ne sme da padne ispod 6 [bari].

Ciklus u kome se obradi jedan rub posude traje do 2,5 [min] mada to zavisi od prečnika posude i širine ruba koji se obrađuje. Posuda treba da prođe proces skidanja viška emajla i brušenja na četiri brusne jedinice. Svaka brusna jedinica ima traku različite granulacije.

Manipulator i sve četiri brusne jedinice smeštene su u kabini. Kostur kabine urađen je od metalnih kutija, a kabina je zatvorena pleksiglasom. Kabina ima sopstveni sistem ventilacije tako da nema mogućnosti da metalni opiljci i prašina od emajla dođu u kontakt sa radnicima koji rade u neposrednoj blizini robota.

Manipulator pri obradi ruba brušenjem vrši kružno okretanje po osi J6 to je osa koja obrće centriraa. Maksimalan ugao obrtanja je 720°. Manipulator ima mogućnost kretanja oko šest osa što omogućava odličnu pokretljivost. Brzina obrtanja trake na brusnim jedinicama je 2500 [°/min].

Na osnovu programa za izvršavanje navedenih zadataka (koji nije dat zbog velikog sadržaja) može se zaključiti da su najvažniji parametri robota pri izvođenju operacije: ponovljivost, tačnost, rezolucija, veličina radnog prostora, kao i raspodela funkcije nosivosti u okviru radnog prostora.

Ukoliko je robot doveden u određenu tačku radnog prostora u kojoj su mu zapamćene unutrašnje koordinate, a zatim se iz te tačke izvede, pa mu se izda komanda da se vrati u istu tačku, greška pozicioniranja u odnosu na tu tačku u kojoj je prethodno bio naziva se ponovljivošću.

Tačnost je rastojanje u prostoru između ostvarenja i zadate (komandovane) pozicije ukoliko robot u komandovanoj poziciji nije prethodno bio.

Rezolucija je najmanji pomeraj komandovanog pokreta koji se može realizovati. Veličina rezolucije je posledica ograničenog broja bitova digitalnog upravljačkog sistema robota. Roboti imaju i za red veličina bolju ponovljivost od tačnosti.

Kada se robot nalazi u nekoj tački radnog prostora mogu se zapamtiti vrednosti koordinata u zglobovima (za rotacione zglobove to su uglovi) kojima odgovaraju trenutni položaji segmenata. Kada se robot izvede iz te pozicije, a zatim mu se komanduje da ponovo ide u istu tačku (vrednosti koordinata koje treba ostvariti su poznate) greška pozicioniranja se naziva ponovljivošću (slika 8.4).



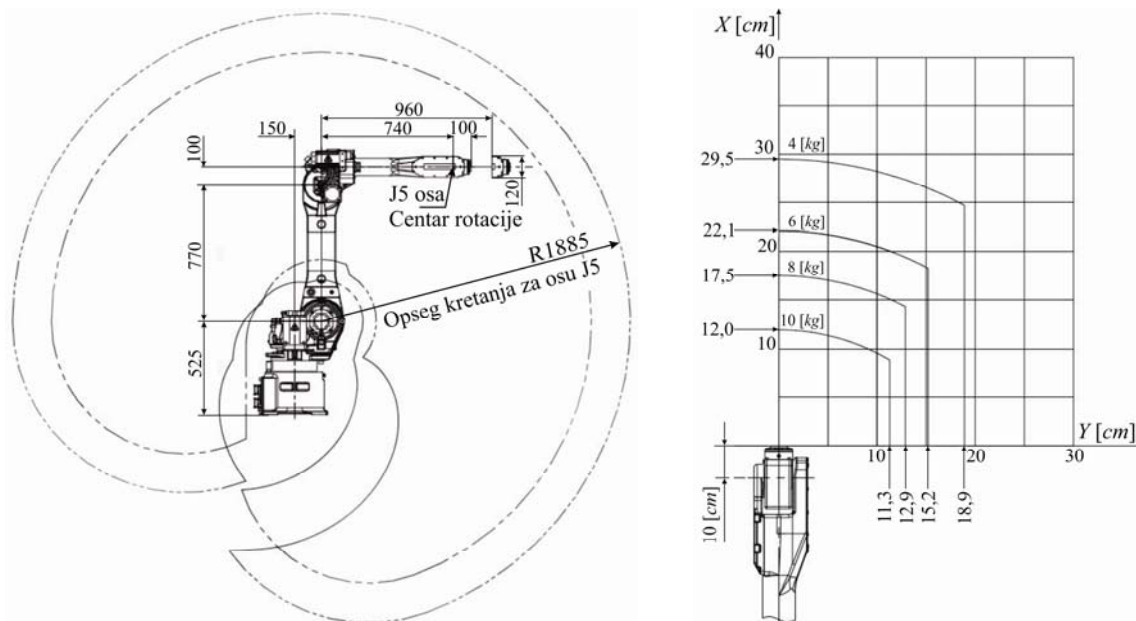
Slika 8.4. Manipulacija robota po utvrđenom tehnološkom ciklusu i programu rada

Ukoliko se robotu komanduje da ode u tačku u kojoj prethodno nije bio i nema informaciju o koordinatama u zglobovima koji toj poziciji odgovaraju, upravljački uređaj robota mora da ih izračuna na osnovu kinematskog modela koji poseduje. Greška pozicioniranja je u ovom slučaju dodatno indukovana odstupanjem parametara modela od stvarnih parametara robota i naziva se tačnošću.

Radi povećanja tačnosti robota razvijeni su razni kalibracioni postupci pomoću kojih se odstupanja stvarnih parametara robota od parametara koji upravljački uređaj robota koristi minimiziraju. Ponovljivost pri tome ostaje nepromenjena [228].

Radni prostor robota se može deliti na maksimalni i potpuno operativni u zavisnosti od mogućnosti pristupanja svakoj njegovoj tački sa proizvoljnom orijentacijom hvataljke. U slučaju da je potrebno da se vodi računa o održavanju željene tačnosti položaja pod opterećenjem (slika 8.5), radni prostor se deli na koncentrične prostore kojima se pripisuju vrednosti nosivosti robota. Tako je radni prostor pri najvećoj nosivosti (a da je i dalje obezbeđena željena tačnost pozicioniranja) daleko manji od radnog prostora neopterećenog manipulacionog robota. Vrlo često se u podacima proizvođača, samo navodi podatak o veličini radnog prostora neopterećenog robota, a tek se na osnovu posebnih zahteva daje informacija o veličini i obliku radnog prostora pod delimičnim ili maksimalnim opterećenjem.

Često se radni prostor koji odgovara određenoj tačnosti pozicioniranja u kombinaciji sa nosivošću robota prikazuje putem familije krivih za približne vrednosti nosivosti robota u vertikalnoj ravni. Ove krive su određene za maksimalnu vrednost momenta inercije po bilo kojoj od tri ose TCP koordinatnog sistema u centru mase objekta koji robot nosi. Sa slike 8.5 se vidi da je u konkretnom primeru nosivost na spoljašnjim granicama radnog prostora smanjena za 70% u odnosu na unutrašnje granice.



Slika 8.5. Radni prostor robota i maksimalno dozvoljeno opterećenje zgloba ruke (hvataljke) na različitim pozicijama u koordinatnom sistemu osnove

8.1.3. TEHNIČKE KARAKTERISTIKE PROBNOG STOLA ZA DINAMIČKA ISPITIVANJA, MAŠINA I UREĐAJA ZA MERENJE

8.1.3.1. Probni sto za dinamička ispitivanja

Probni sto je konstruisan za ispitivanje ležajeva opterećenih naizmjenično promenljivim opterećenjem, ugaonom oscilacijom i ugaonom rotacijom pri čemu se parametri menjaju prema određenoj frekvenciji. Automatski se vodi proces i beleže brojevi ciklusa fazno i ukupno. Pri završetku pojedinih faza ciklusa vrši se merenje izlaznih parametara i to aksijalni, radijalni zazor, vibracije i temperatura zagrevanja na postojećem probnom stolu ili posebnim mašinama za ispitivanje.

Za ovako složeno ispitivanje postavljaju se zahtevi koje trebao da ispuni probni sto za ispitivanje, a oni su bili sledeći:

- mogućnost izbora opterećenja u određenom opsegu,
- jednostavna i laka promena veličine opterećenja,
- mogućnost povezivanja uređaja za ispitivanje (senzora za dijagnostiku) sa centralnim računarom za akviziciju podataka,
- mogućnost promene ugla zakretanja nad ispitivanim radijalnim ležajem,
- mogućnost ispitivanja i drugih komponenti, klizna ležajeva, spona, zglobova kod transmisija i prenosnika snage,
- bezbednost rada pri ispitivanju.

Navedene zahteve je ispunio probni sto *FAD*, konstruisan u kooperaciji američkom firmom *O&S* saglasno zahtevima za testiranje zglobova *SAE 193*.

Izgled stola za dinamičko ispitivanje ležaja, delovanjem naizmjeničnog promenljivog opterećenja (pritisak-istezanje) dat na slici 8.6.



Slika 8.6. Sto za dinamičko ispitivanje ležaja, delovanjem aksijalne i radijalne sile

Tehničke karakteristike probnog stola

Mogućnost zadavanja opterećenja ± 7000 do $54\,000$ [N] mogu se usvojiti na osnovu nazivnog prečnika vratila, (tabela 8.1).

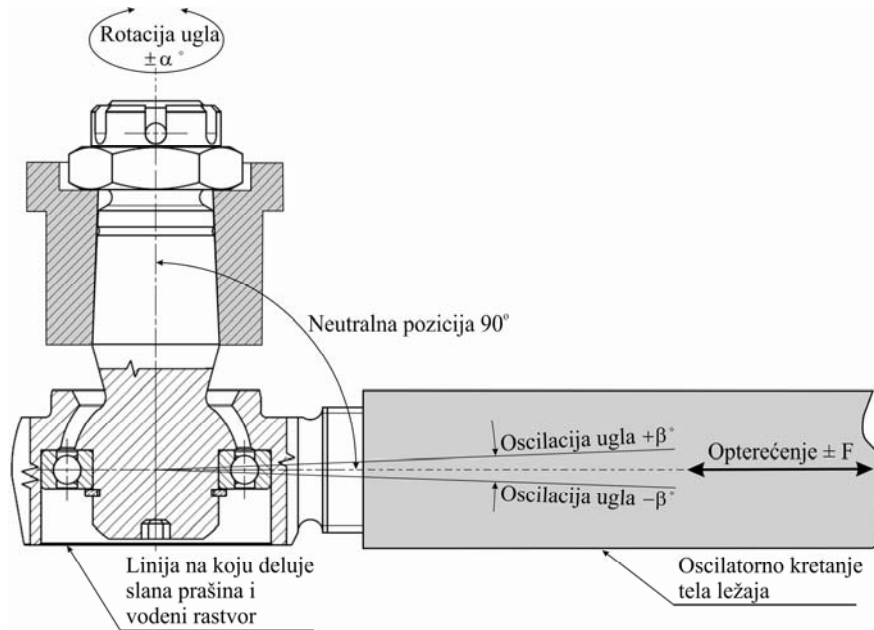
Vrste kretanja koja se mogu zadavati tokom ispitivanja:

- Ugaona oscilacija od $+\beta$ do $-\beta$,
- Ugaona rotacija od $+\alpha$ do $-\alpha$,
- Frekvencija ugaonih oscilacija od 0 do 1 [Hz],
- Frekvencija rotacije 0 do 0,5 [Hz],
- Frekvencija opterećenja od 0-1 [Hz],
- Sila F_Y [N] pritiska i istezanja od 11000 [N] do 54000 [N] pri odabranoj frekvenciji i odabranom broju ciklusa i
- Sila F_W [N] pritiska i istezanja od 7000 [N] do 34000 [N] pri odabranoj frekvenciji i odabranom broju ciklusa.

Tabela 8.1. Vrednosti sila za testiranje

PREČNIK VRATILA [mm] (Unutrašnji prsten ležajeva)	Sila F_Y [N]	Sila F_W [N]
25, 27, 28,30	11000	7000
35	21000	15000
40	36000	20000
50	54000	34000

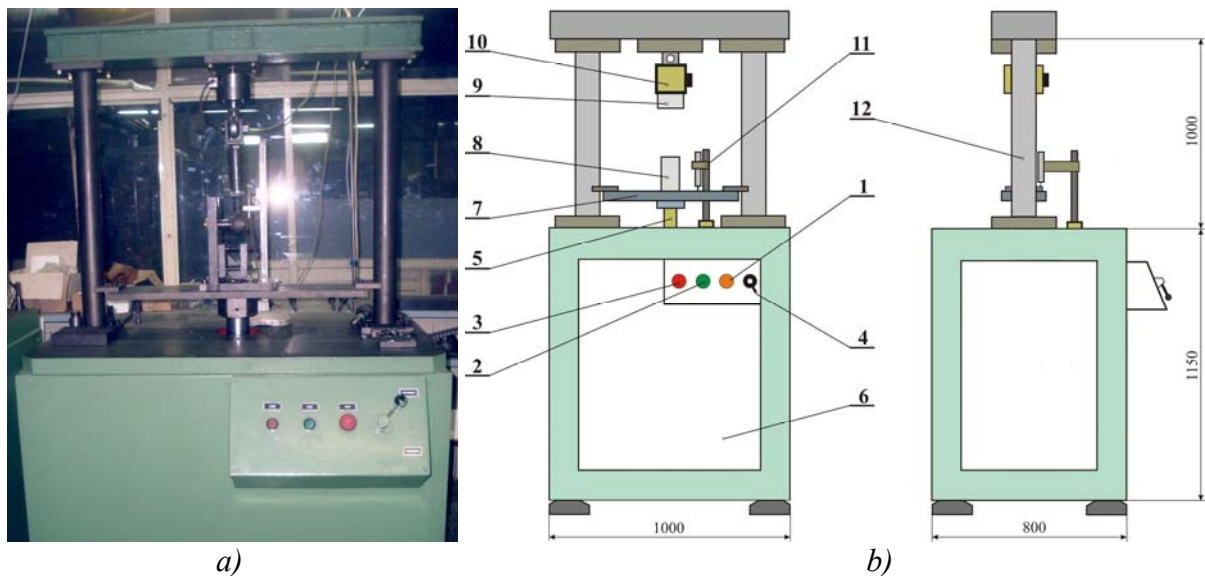
- U toku testiranja sklop je moguće izložiti dejstvu atmosferalija različitog sastava kao i vremena izlaganja dejstvu istih po utvrđenoj dinamici i programu.
- Trajanje testa kontroliše se brojačem ciklusa oscilacija pri odabranim frekvencijama do programski zadatog broja ciklusa.
- Može se primeniti veštačko hlađenje ukoliko se smatra za potrebno.
Kinematska šema ispitivanja ležaja data je na slici 8.7 za datu silu opterećenja $\pm F$.



Slika 8.7. Kinematska šema ispitivanja ležaja

8.1.3.2. Mašina za ispitivanje aksijalnog i radijalnog zazora

Prikaz mašine za ispitivanje aksijalnog i radijalnog zazora dat je na slici 8.8.



Slika 8.8. a) Izgled mašine za ispitivanje aksijalnog i radijalnog zazora;
 b) Šematski prikaz mašine za ispitivanje aksijalnog i radijalnog zazora: 1- stop taster, 2 - taster dole (zeleni), 3 - taster gore (crveni), 4 - ručna slavina, 5 - klipnjača radnog cilindra, 6 - noseća konstrukcija, 7 - donja noseća ploča, 8 - donji deo alata, 9 - gornji deo alata, 10 - davač sile, 11 - nosač davača hoda (pomeranja), 12 - noseći stubovi.

Šematski prikaz mašine sa osnovnim delovima dat je na slici 8.8-b. Kod ovog uređaja za ispitivanje, opterećenje se saopštava ispitivanom uzorku preko hidrauličkog cilindra, a merenje krutosti-zazora se ostvaruje preko davača sile sa mernim trakama (10) i induktivnog davača pomeranja (11).

Postolje uređaja (varena konstrukcija - 6) nosi donju noseću ploču sa nadgradnjom. Nadgradnju čine noseći stubovi (12) i nepokretna gređa koja sa nosećom pločom čini zatvoreni ram. Na donjoj strani gređe postavljen je davač sile sa gornjim delom alata za ispitivanje (9). Davač pomeranja smešten je u pokretnom nosaču tako da se može postaviti na proizvoljnom mestu na ploči i fino podesiti po visini pomoću točkića. Sa donje strane noseće ploče, u središnjem delu, postavljen je hidraulični radni cilindar koji je prirubnicom vezan za ploču. Klipnjača cilindra (5) prolazi kroz kružni otvor na ploči i saosna je sa nepokretnim davačem sile. Klipnjača cilindra nosi pokretnu ploču (7) koji sprečava njeno obrtanje oko svoje ose i nosi donji deo alata za ispitivanje (8).

Zavisno od dimenzija ispitivanog uzorka i odgovarajućeg alata, klipnjača cilindra se dovodi u željeni položaj u fazi montaže uzorka i pripreme za ispitivanje. Ova operacija se obavlja ručnim komandama na komandnom pultu.

Po završetku montaže uzorka i zauzimanja početnog položaja, pristupa se izvođenju ispitivanja. Ispitivanje se izvodi automatski, prema izabranim opcijama kompjuterskog programa.

Za slučaj da ispitivani uzorak svojim dimenzijama prevazilazi visinu koju diktiraju noseći stubovi, predviđena je mogućnost povećanja ove visine pomoću stubnih nastavaka koji se umeću između nosećih stubova i noseće ploče. Podizanje rama se ostvaruje radnim hidrauličnim cilindrom uz pomoć posebnog alata.

Uređaj je namenjen snimanju ispitivanjadinamičkog odstupanja elasticiteta ležajeva. Maksimalna sila koju uređaj može da ostvari je 1500 [N] i maksimalni hod od 500 [mm]. Uređaj za merenje sile ima opseg merenja od ± 2000 [N], a pomeranja ± 10 [mm].

Uređaj se pogoni zajedničkim hidrauličnim agregatom za sve uređaje, i upravlja zajedničkim računarem slika 8.9.



Slika 8.9. Upravljanje ispitivanjem pomoću računara

Praćenje stanja ležajeva na probnom stolu, merenja vibracija i temperature opisano je u literaturi [5, 13, 201, 203,229].

8.1.4. PRIMENJENJE METODE TEHNIČKE DIJAGNOSTIKE ZA DINAMIČKA ISPITIVANJA POUZDANOSTI KOTRLJAJNIH LEŽAJEVA

Dijagnostika i ispitivanje pouzdanosti kotrljajnih ležajeva moguće je vršiti na različitim vrstama probnih stolova i sa opremom kojom je moguće zauzeti sve parametre procesa uticajne na njegovu izdržljivost u konkretnom mašinskom sistemu.

U ovom radu ispitivanje je usmereno na probni sto sa pratećom mernom opremom koja je objašnjena u prethodnom poglavlju i koji se dosta primenjuje u automobilskoj industriji pri ispitivanju dinamičke čvrstoće i procesa habanja kako ležajeva tako i drugih delova podložnih habanju. Primenjeni postupak i metoda spadaju u grupu ispitivanja sa preopterećenjem. Opterećenja koji se zauzimaju na probnom stolu su višestruko uvećana u odnosu na opterećenja koja se mogu pojaviti na konkretnom mašinskom sistemu. Na ovaj način dužina ispitivanja (broj ciklusa) se skraćuje linearno koeficijentu uvećanja opterećenja u odnosu na realnu primenu delova u mašinskom sistemu.

Ležajevi koji su ispitivani putem dinamičkih ispitivanja odnose se na ispitivanje ležajeva kod industrijskih sistema primenjenih kod manipulatora za brušenje posuda firme Metalac AD. Za potrebe ispitivanja dijagnostike stanja kotrljajnih ležajeva na manipulatoru, ispitivanja vibracija su vršena na kugličnom ležaju tipa 16006 SKF, (slika 5.5) koji su se nalazili u sklopu baze i trupa robota, a koji aproksimativno ukazuje na stanja ležišnih sklopova industrijskih manipulatora.

Set za dijagnostiku sastojao se od uređaja za ispitivanja pojedinih dinamičkih parametara, poput vibracija (brzine i envelope ubrzanja), temperature i brzine obrtanja i merenja statičkih veličina. Za sve vreme rada na ovakvom uređaju mogla su se, po potrebi, vršiti praćenja osnovnih dinamičkih parametara ispitivanog ležaja, gde bi se prikupljeni podaci kontinualno čuvali u računar automatski ili ručno.

8.1.4.1. Test zamora i habanja ležaja (provera veka ležaja)

Ispravnosti svakog tehničkog sistema su pre svega, funkcija ispravnosti rada pokretnih delova, od kojih su kotrljajući ležaji svakako najvažniji elementi. Zbog toga, oštećenje i otkaz ovih vitalnih elemenata mogu da prouzrokuju znatne materijalne gubitke. Zato su istraživanja otkaza kotrljajnih ležaja mnogobrojna i pokazana su u literaturi kroz različite klasifikacije, istraživanja uzroka, manifestacija i predložene mere pri istraživanju uticaja na habanje i zamor ležaja, i postupke dijagnostike i ispitivanja. Ovakav cilj istraživanja je da se predloži metodologija praćenja stanja i postupak dijagnostike oštećenja [230].

Da bi se odredio napon koji izaziva zamorno oštećenje ležaja u toku dugotrajnog testa, urađena je simulacija testa na mašini za ispitivanje. Primenjeni postupak modeliranja je pokazan na slici 8.10.

Kontaktna opterećenja, zajedno sa postojećom geometrijom kontakta, su korišćena za izračunavanje maksimalnog kontaktnog pritiska i odgovarajućih dimenzija za unutrašnje i za spoljašnje prstenove.

Mehanički kontakt dveju površina različitih temperatura može, kao termoelement da ošteti površine predmeta. Pri kontaktu ovih elemenata u kretanju dolazi do habanja i bez električnog toka, usled složenih procesa habanja, zamora materijala i termičkih procesa sa delimičnim obostranim transferom materijala sa površine na površinu. Pored adhezivnog i abrazivnog habanja materijala površina u kontaktu i relativnom kretanju, zamor materijala i njegove posledice su danas, verovatno, glavni uzrok ograničenog veka trajanja mnogih mašinskih elemenata. Pri kontaktu opterećenih površina zavisno od uslova kontakta, a posebno uslova podmazivanja, nastaju odgovarajuća naprezanja materijala kao što su pritisak i zatezanje. Kao posledica dejstva klizanja ili kotrljanja površina, nastaju i odgovarajuća naprezanja materijala na smicanje.

Druga dejstva su takođe moguća, npr. termička, pa je materijal izložen znatnim naprezanjima čiji raspored, intenzitet i pravac nije uvek moguće odrediti. Sva naprezanja su u granicama otpornosti materijala sa znatnim koeficijentom sigurnosti.

Pri cikličnim jako promenljivim opterećenjima, posle određenog broja ciklusa, treba računati sa manjim ili većim oštećenjima, pa i sa potpunim otkazivanjem materijala. Pojava je poznata pod imenom zamor materijala.

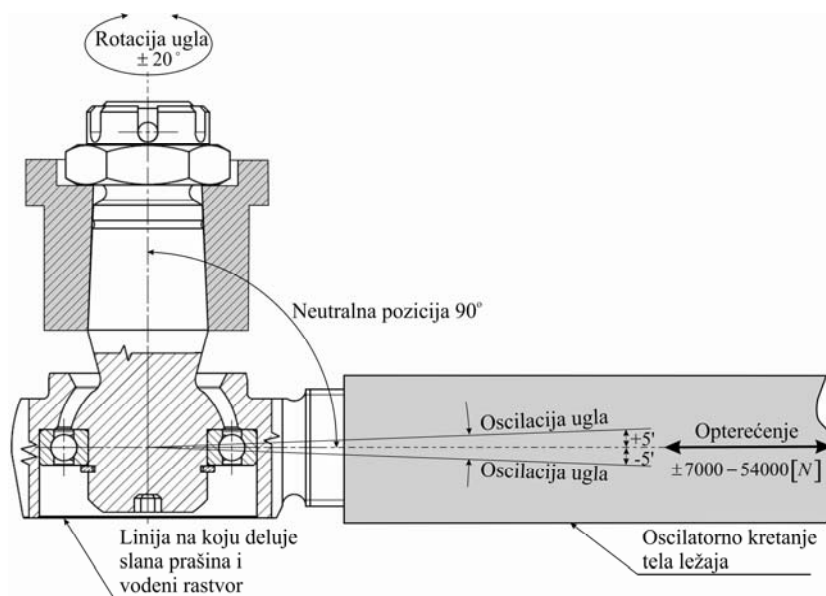
Pojave habanja i oštećenja materijala površina elemenata mašina kao posledice zamaranja materijala izuzetno su složene. Oštećenja duboko zadiru u samu molekularnu strukturu materijala, i kao takve, predstavljaju nedovoljno istraženo svojstvo materijala. Bliže poznate su samo spoljnje manifestacije ovih pojava i njihovi spoljni uzročnici.

U toku navedenih ispitivanja, uzorci ležaja su bili izloženi takvim opterećenjima, kojima po intenzitetu i učestanostima ležaja u realnoj eksploataciji verovatno nikada neće biti izložena. Dakle simuliran režim opterećenja, višestruko je strožiji od realnog eksploatacionog režima. Imajući u vidu da ni u takvim uslovima opterećenja ostvareni na ležajevima nisu doživeli veliku degradaciju, za očekivati je da je u uslovima realne eksploatacije, verovatnoća njihove degradacije svedena na minimum.

8.1.4.2. Izvođenje ispitivanja

Pre početka ispitivanja na probnom stolu neophodno je izvršiti pripremu uzoraka za ispitivanje. Potom se izvrši obeležavanje uzoraka rednim brojevima i izvrše početna merenja aksijalnog zazora i radijalnog zazora. Utvrđene vrednosti kao i parametri ispitivanja se unose u protokol o ispitivanju. Podese se parametri mašine za dinamičko ispitivanje, mašine za merenje zazora, upravljački računar za praćenje ispitivanja, kao i uređaj za merenje vibracija i merenje temperature. Obezbeđenjem prethodnog stvoreni su uslovi za ispitivanje

Uzorak se postavlja u alat za stezanje na probnom stolu (slika 8.10) i izvrši fiksiranje pomoću zavrtnja za stezanje delova. Preko nosača zgloba izvrši se stezanje za obrtno vreteno za rotaciju komada i isti se stegne momentom od 230 [Nm].



Slika 8.10. Test habanja i zamora

Podese se veličina pritiska hidrauličkog agregata i zauzme odgovarajuća sila opterećenja. Izvrši se podešavanje ugla oscilacije poluge i brojčanik postavi na broj ciklusa 0000000.

Ispitni kotrljajni ležajevi se mogu podvrgavati sledećim parametrima ispitivanja:

- Ugaona oscilacija od $+10^\circ$ do -10° na osu ležaja,
- Ugaona rotacija od $+20^\circ$ do -20° oko ose ležaja,
- Frekvencija ugaonih oscilacija 0-1 [Hz] i
- Frekvencija rotacije 0-0,5 [Hz].

Opterećenje ležaja

- Sila $F_{(x)} = 7 - 34 [kN]$, pritisak-istezanje pri frekvenciji od 0-1 [Hz] za ukupan broj od 500000 ciklusa.

- Sila $F_{(y)} = 11 - 54 [kN]$, pritisak-istezanje pri frekvenciji od 0-1 [Hz] za ukupan broj ciklusa po izboru varijanti sa ili bez ove sile. U toku testiranja sklop je moguće izložiti dejstvu različitih sadržaja rastvora. Jedan od primenjenih rastvora koji se sreće pri ispitivanju u automobilskoj industriji se sastoji od 20% soli i 20% ulja za hlađenje i 60% vode, u trajanju od 1 časa na 6 časova trajanja testa.

- Trajanje testa kontroliše se brojačem ciklusa oscilacija koji kod ovih testova iznosi 1000000 ciklusa. Može se primeniti veštačko hlađenje ukoliko se smatra za potrebno.

Po zauzimanju parametara ispitivanja ($F, f_1, f_2, \beta, \alpha$, sastav rastvora, itd.) testiranje može da započne. Uključivanjem tastera za pokretanje zakretanja i delovanja sile test počinje da se odvija.

Prema planu ispitivanja vrši se praćenje i merenje pojedinih parametara posle tačno određenog broja ciklusa i vrednosti merenja se protokolišu.

Ispitivanjem se izvode sledeći testovi:

- Test aksijalnog zazora,
- Test radijalnog zazora,
- Test vibracija i
- Test temperature.

Prema planu izvođenja prate se parametri sile (opterećenja), broja ciklusa, aksijalni i radijalni zazor, vibracije i temperatura i o svemu vodi protokol o merenju putem računara.

Završetak testa zamora i habanja:

- Po završetku testa zamora i habanja aksijalni i radijalni zazor ne sme biti veći od dvostruke vrednosti konstruktivnog zazora.

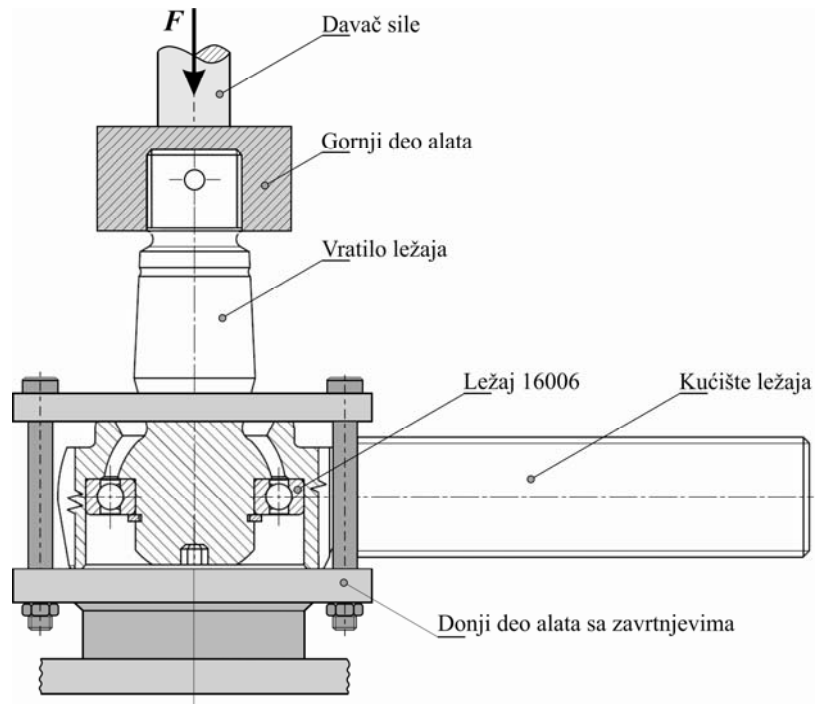
- Po završetku testa zamora i habanja, ležaj ne sme imati nikakve površinske naprsline koje se određuju vizuelnom proverom ili ferofluksom.

- Po završetku testa zamora i habanja ležaj ne sme pokazivati nikakve lokalne deformacije što se može odrediti proverom dimenzija.

8.1.4.3. Test aksijalnog zazora

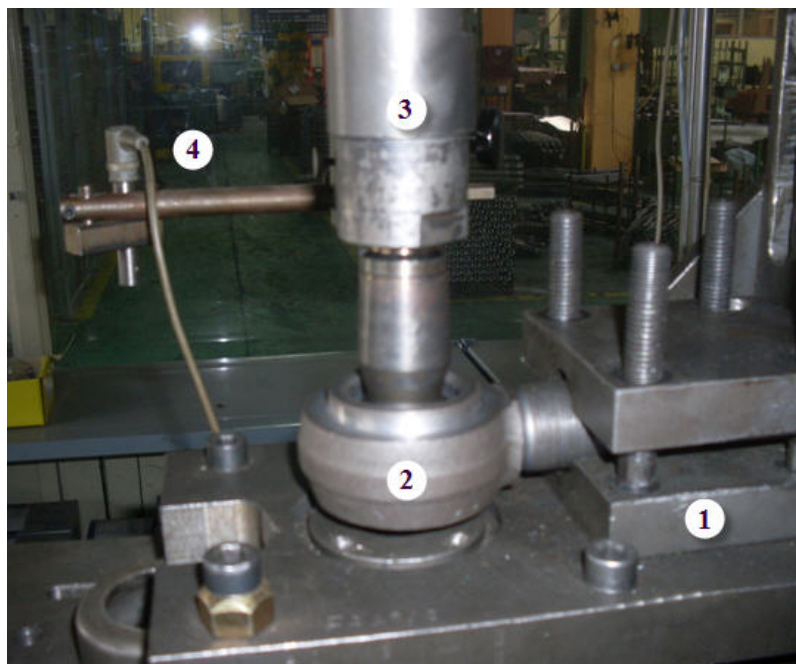
Test se izvodi tako što se vratilo ležaja postavi normalno na osu kućišta zgloba u koje je ugrađen ležaj. Kućište se oslanja u ležište tako da ne dolazi do deformacije otkovka i da to ne utiče na rezultate testiranja. Sila $F[N]$ se zadaje na vratilu preko senzora sile, a očitavanje kretanja unutrašnjeg prstena u odnosu na spoljašnji prsten putem senzora pomeranja. Veličina sile zavisi od unutrašnjeg prečnika ležaja.

Vrednosti aksijalnog zazora su definisane standardima za ležajeve a zazori posle eksploatacije (testiranja) ne smeju preći dvostruke vrednosti konstruktivnih zazora. Šema izvođenja postupka merenja aksijalnog zazora data je na slici 8.11.



Slika 8.11. Šema izvođenja testa aksijalnog zazora

Merenje zazora ležaja izvodi se tako što se pokrene na PC računaru program, prema uputstvu za korišćenje programa. Zatim pristupi montaži alata (slika 8.12).



Slika 8.12. Merenje aksijalnog zazora; 1 - donji alat, 2 - uzorak za ispitivanje, 3 - davač sile, 4 - davač pomeranja

Svi alati za merenje se sastoje iz dva dela, gornjeg i donjeg. Montaža alata započinje montažom donjeg dela alata. Da bi se olakšala montaža, potrebno je najpre klip hidrauličnog cilindra dovesti u krajnji donji položaj, pomoću tastera „DOLE” zelene boje, pozicija 1 na komandnom pultu. Kada se obavi ova operacija, donji deo alata se pomoću zavrtnjeva fiksira za donju ploču, nakon čega se pristupa montaži uzorka koji se ispituje. Gornji deo alata se

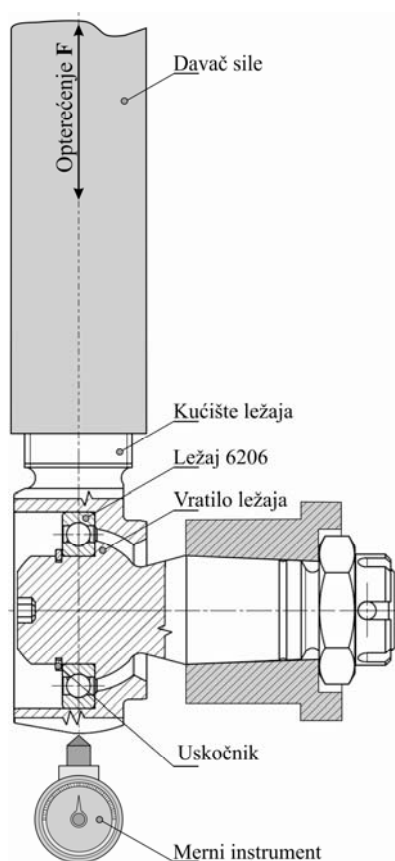
montira posle montaže uzorka na donji deo alata i to na taj način što se najpre preko klina spoji sa uzorkom koji se ispituje, a zatim se čitav sklop alata i uzorka podiže pomoću tastera „GORE” – crvene boje, pozicija 3 i spoji pomoću zavrtnja sa ušicom davača sile.

Montaža uzorka za ispitivanje se izvodi tako što se najpre namontira na donji deo alata i fiksira na predviđen način zavisno od oblika i gabarita uzorka, a zatim se na njega namontira gornji deo alata.

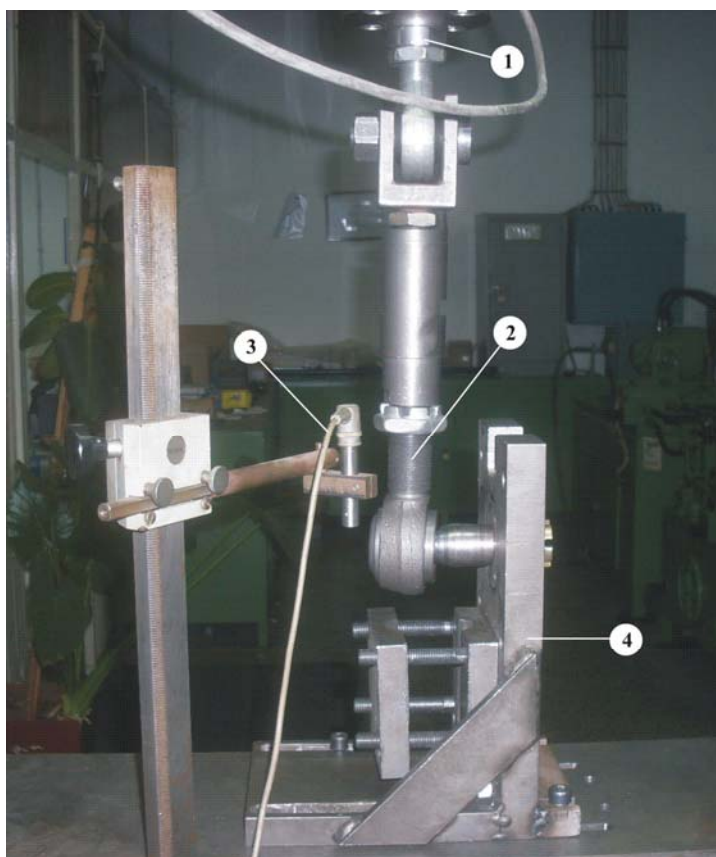
Pomeranjem davača pomeranja izvan zone podizanja donjeg dela alata, izbegava se oštećenje davača. Nakon toga se sklop alata i uzorka podigne do davača sile. Dovodi se davač pomeranja u kontakt sa donjom nosećom pločom alata. Vezu gornjeg dela alata i davača sile ne treba ostvariti pre pozicioniranja davača sile i pomeranja.

8.1.4.4. Test radijalnog zazora

Merenje radijalnog zazora se vrši na takav način da se dobije relativno kretanje vratila ležaja kako je prikazano na slici 8.13-*a*. Sila F se zadaje u [N] merenje iste putem senzora sile, a očitavanje kretanja putem senzora položaja. Veličina sile zavisi od unutrašnjeg prečnika ležaja.



a)



b)

Slika 8.13. Prikaz testa; a) Test radijalnog zazora; b) Merenje radijalnog zazora ležaja: 1- davač sile; 2 - uzorak za ispitivanje; 3 - davač pomeranja; 4 - donji alat

Vrednosti radijalnog zazora su definisane standardima za ležajeve, a zazoru posle eksploatacije (testiranja) ne smeju preći dvostruke vrednosti konstruktivnih.

Metodologija merenja i oprema za merenje je ista kao za aksijalni zazor sa tom razlikom što se zadavanje sile izvodi radijalno u odnosu na osu ležaja u posebnom alatu (slika 8.13-*b*).

Prilikom montaže uzorka vodi se računa o njegovom relativnom položaju u samom alatu, imajući u vidu da se isti alat koristi za merenje aksijalne i radijalne elastičnosti ležaja, uz zaokretanje alata za 90°, tj. bez demontaže uzorka koji se ispituje.

Po završenom ispitivanju i štampanju rezultata, potrebno je:

- Demontirati alat sa uzorkom sa uređaja (obrnutim redom od montaže),
- Zatvoriti ručnu slavinu na komandnom pultu uređaja i
- Sklopku za napajanje hidraulične pumpe prebaciti u položaj „0” i na kraju isključiti i glavni prekidač na bočnoj strani komandnog elektro-ormana.

8.1.4.5. Test vibracija

Kao što je naglašeno u prethodnim poglavljima, praćenje stanja ležajeva vršeno je merenjem vrednosti brzine vibracija prema standardu ISO 10816-1:1995/Amd 1:2009 [73, 193].

Dozvoljene vrednosti brzine vibracija na osnovu kojih su vršene ocene stanja vibracija na ležištu prikazane su u literaturi [73, 193]. U datoj literaturi brojčano su predstavljene vrednosti određenog nivoa vibracija za određene grupe, i to: tamno zelenom bojom predstavljen je „dobar” nivo vibracija, svetlo zelenom bojom predstavljen je „zadovoljavajući” nivo vibracija, žutom bojom predstavljen je „nezadovoljavajući” nivo vibracija i crvenom bojom predstavljen je „nepoželjan“ nivo vibracija [231]. U analizi rezultata istraživanja za brzinu vibracija korišćeni su podaci vezani za klasu I u koju spadaju male mašine, mašine do 15 [kW], iz razloga jer je pogonski motor na robotu snage od 2,5 [kW]. Prilikom svakog merenja senzori na instrumentima za merenje su postavljani na ista označena mesta kako bi se trend rasta vibracija mogao kontinualno posmatrati.

Merenje vibracija na probnom stolu vršena su uređajem *Vibrobalance 5000 BNL* [201].

U analizi ispitivanja opsega vibracija, korišćeni su podaci u tabeli (8.2) koji su dati u tri frekventna opsega u zavisnosti od broja obrtaja.

Tabela 8.2. Ocene ispitivanje frekventnog opsega u zavisnosti od broja obrtaja

Broj obrtaja od 700 [°/min]	Broj obrtaja 1800 [°/min]
nižem od 20-120 [Hz]	nižem od 50-300 [Hz]
srednjem od 121-700 [Hz]	srednjem od 301-1800 [Hz]
višem od 701-4000 [Hz]	višem od 1801-10000 [Hz]

8.1.4.6. Test temperature

Stanje temperature je pokazatelj mehaničkog stanja sistema ili promena opterećenja istog, koji uglavnom ukazuje na nedovoljno stanje podmazivanja. Temperatura kao parametar dijagnostike stanja izvođena je na samom ležaju u sklopu alata za testiranje na opitnom stolu.

Za temperaturu kao parametar stanja sistema na ležišnim sklopovima usvojene su njene standardne granične vrednosti koje se koriste u dijagnostici na kotrljajnim ležajevima i to: < 62°C - zadovoljavajuće stanje ležaja, 62÷73°C - nezadovoljavajuće stanje i >73°C - nepoželjno stanje, (tabela 8.3 i 8.4).

S obzirom na kompaktnost ležišnih sklopova na industrijskom manipulatoru, kao najprikladniji način merenja temperature, korišćen je sistem beskontaktnog laserskog merenja infracrvenim termometrom [203]. Kontrola stanja temperature ovim uređajem vršena je na sklopu manipulatora i ostalim rotacionim elementima na opitnom stolu. U praksi je ovakav način merenja poznat kao veoma jednostavan i precizan postupak. Osnovne radne karakteristike laserskog infracrvenog termometra su navedene u literaturi [203].

Tabela 8.3. Granične vrednosti procene stanja ležišnih sklopova u zavisnosti od njihove temperature

Temperatura ležaja	Stanje ležaja
$< 62^{\circ}\text{C}$	Zadovoljavajuće stanje
$62\div 73^{\circ}\text{C}$	Nezadovoljavajuće (upozorenje)
$> 73^{\circ}\text{C}$	Nepoželjno stanje

Tabela 8.4. Granične vrednosti temperature i vibracija za ispitivani ležaj

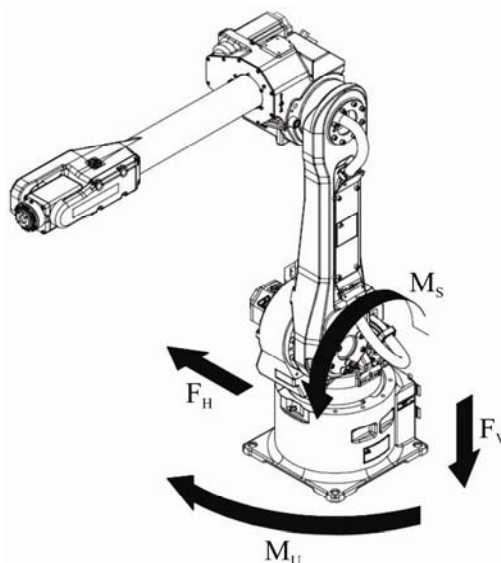
Temperatura ležajeva	$< 62^{\circ}\text{C}$	Zadovoljavajuće stanje
Brzina vibracije [mm/s]	0,28 - 0,71 (1,8)	Dobro/zadovoljavajuće stanje

8.1.5. ISPITIVANJE I PROVERA LEŽAJA NA VRATILU ROBOTA

8.1.5.1. Laboratorijska istraživanja pouzdanosti radijalnog kugličnog ležaja

Na osnovu dokumentacije proizvođača moguće je utvrditi opterećenja koja vladaju na ležaju u radijalnom i aksijalnom pravcu, momenti uvijanja i savijanja koji se indirektno prenose na ugrađeni ležaj centralne obrtne ose kao i ostali parametri kinematike samog robota tokom tehnološkog procesa (slika 8.14).

Tehničke karakteristike motora: model $\alpha\text{S } 8/4000$; izlaz $2,5 \text{ [kW]}$; volt 184 [V] , brzina $4000 \text{ [min}^{-1}\text{]}$; amper $\sim 8,3 \text{ [A]}$, frekvencija 267 [Hz] ; ulazni amper $\sim 200\text{-}240 \text{ [V]}$, $50/60 \text{ [Hz]}$; stepen iskorišćenja 97% ; klasa ins. $[F]$; IP 65; 3 faze; moment gubitka 8 [Nm] ; amper $\sim 11 \text{ [A]}$.



Slika 8.14. Šematski prikaz opterećenja i obrtni momenat primenjenog na bazu (J1) šesto-osnog Fanuc robota M-16 iB/10L

Tabela 8.5. Opterećenja i obrtni momenat baze (J1) - robota M-16 iB/10L

Stanje	Moment savijanja M_S [Nm]	Vertikalno opterećenje $F_V = Fa$ [N]	Moment uvijanja M_U [Nm]	Horizontalno opterećenje $F_H = Fr$ [N]
Mirovanje	1231 [Nm]	2541 [N]	0 [Nm]	0 [N]
Ubrzanje ili usporavanje	4616 [Nm]	3723 [N]	1737 [Nm]	3396 [N]
Opasno stanje	12359 [Nm]	7282 [N]	5633 [Nm]	5231 [N]

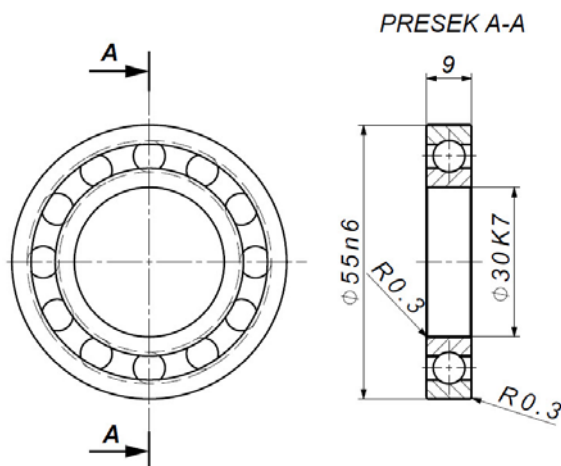
Tabela 8.6. Tehničke karakteristike robota M-16iB/10L

Specifikacija		
Naziv	Robot M-16iB/10L	
Tip	Zglobni tip	
Broj osa	6 axes (J1, J2, J3, J4, J5, J6)	
Korisna (maksimalna) nosivost	10 [kg]	
Maksimalno opterećenje i nosivost na zglobu J3	12 [kg]	
Domet	1885 [mm]	
Ponovljivost	±0.10 [mm]	
Uticaj radijusa	310	
Način montaže	Sprat-etaž, plafon (zid i ugao nosača) (Napomena1)	
Opseg kretanja (stepen)	J1 osa	340°/360° (5,93 [rad])
	J2 osa	250° (4,36 [rad])
	J3 osa	455° (7,94 [rad])
	J4 osa	400° (6,98 [rad])
	J5 osa	280° (4,89 [rad])
	J6 osa	900° (15,71 [rad])
Brzina kretanja (stepen/sec.)	J1 osa	165 [°/s] (2,88 [rad/s])
	J2 osa	165 [°/s] (2,88 [rad/s])
	J3 osa	175 [°/s] (3,05 [rad/s])
	J4 osa	350 [°/s] 6,11 [rad/s])
	J5 osa	340 [°/s] (5,93 [rad/s])
	J6 osa	520 [°/s] (9,08 [rad/s])
Dozvoljena opterećenja i moment u zglobu	J4	22,0 [Nm]
	J5	22,0 [Nm]
	J6	9,8 [Nm]
Dozvoljena opterećenja inercije u zglobu	J4	0,63 [kgm ²]
	J5	0,63 [kgm ²]
	J6	0,15 [kgm ²]
Mehanički kočioni sistem	sve ose	
Mehanička težina jedinice	220-230 [kg]	
Metod pogona	Električni servo pogon sa AC servo motorom	
Instalaciono okruženje	Temperatura okoline: 0 – 45°C Vlažnost okoline: Normalno: 75% [RH] ili manje Kratko vreme (do mesec dana) 95% ili manje Bez kondenzacije Visina: Do 1,000 [m] iznad nivoa mora , zahtevi nemaju određeni stav	
Potrebni objekti (kada ne postoji mogućnost obezbeđenja)	Prosečna potrošnja: 1.0 [kW] Ulazno napajanje kapacitet: 3.0 [kVA]	
Akustički nivo buke Vibracije [m/s ²] (G)	78.1 [dB] 4,9 [m/s ²] ili manje (0,5 G ili manje) NAPOMENA: Ova vrednost opterećenja ekvivalentna je akustičkom nivou buke mereno prema ISO 11201 (EN 31 201). Vrednosti se mere u sledećim uslovima. - Maksimalno opterećenje i maksimalna brzina - Automatsko funkcionisanje (auto režimu)	
IP ocena (s)	Telo IP54 i (IP 55 opcionalno-izborno) Ruka i zglob J3 i IP67	
NAPOMENA: Kretanja ose J1 i J2 njihov domet osa će biti ograničen		

8.1.6. TEST ZAMORA I HABANJA LEŽAJA

Primenjeni ležaj na osnovu tehničke dokumentacije (slika 8.2, poglavlje 8.1.2) poseduje karakteristike: sila $F = 0,31$ [kN] - maksimalno opterećenje ležaja, težina ležaja $G = 0,085$ [kg], radna temperatura ležaja $t = 0 \div 45^{\circ}\text{C}$, $t \leq 120^{\circ}\text{C}$. Oznaka ležaja i dimenzije date su prema standardu SKF 16006 u tabeli 8.7:

Tehnički podaci ležaja prikazani su na slici 8.15:



Slika 8.15. Radijalni ležaj (presek)

Tabela 8.7. Konstrukcione veličine radijalnog kugličnog ležaja (16006)

Dimenzije ležaja [mm]			Osnovne ocene opterećenja		Ocena brzine	
			dinamička [kN]	statička [kN]	referentni broj obrtaja [°/min]	dozvoljeni max. broj obrtaja [°/min]
D	d	B	C	C_0	n	n_1
55	30	9	11,9	7,35	28000	17000

8.1.6.1. Provera veka ležaja i proračun broja obrtaja

Provera trajanja veka ležaja se definiše kroz ukupan broj promena opterećenja pri izvođenju tehnološke operacije brušenja na rubu lonca.

Ležaj koji je primenjen 16006 SKF na vratilu robota opterećen je sa radijalnom silom $F_r = 3396$ [N], i aksijalnom silom $F_a = 3723$ [N], (tabela 8.5).

Potreban broj obrtaja se izračunava prema uglovima rotacije manipulatora.

Uglovi su uzeti prema (tabeli 8.6), pri čemu su: $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$ i α_6 uglovi rotacije pojedinih osa robota pri izvođenju tehnološke operacije brušenja venca posuđa.

U ovom delu rada disertacije data je provera statičkog opterećenja ležaja, ekvivalentna statička opterećenje ležaja, ekvivalentno opterećenje ležaja. Takođe vršeno je izračunavanje veka trajanja ležaja i ukupan broj promena opterećenja pri izvođenju tehnološke operacije brušenja posuđa u radnom veku ležaja. Sve proračunate vrednosti su date u tabeli 8.8.

Tabela 8.8. Provera veka ležaja na robotu

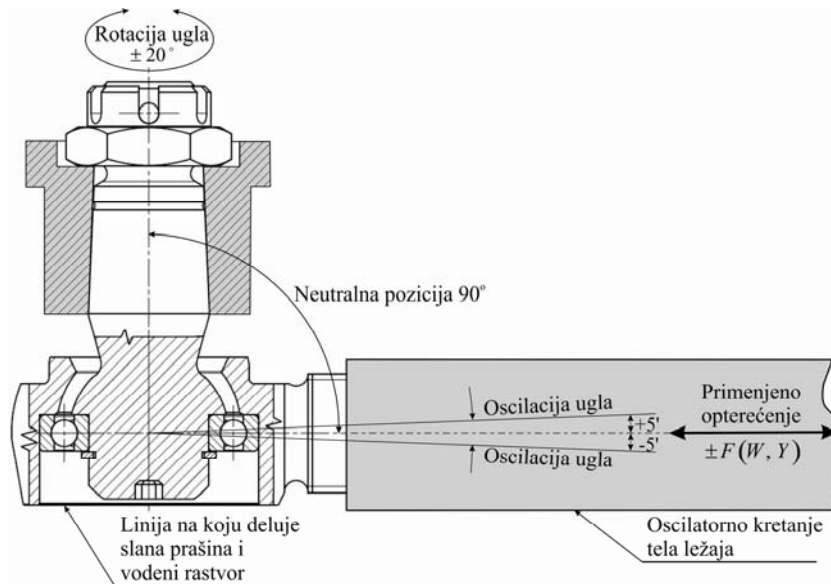
Oznaka	Naziv Proračun opterećenja ležaja i izbor parametara	Rezultati
n_k	Broj obrtaja po komadu: $\frac{\sum \alpha_i}{360} = \frac{(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6)}{360}$	4,8 [°/kom] α - uglovi rotacije
t_k	Vreme izrade jednog komada (jedne posude)	2,4 [min]

n	Broj obrtaja robota: $n = n_k/t_k$	2 [°/min]
C_0	Statička nosivost ležaja: $C_0 = f_0 \cdot F_0$ f_0 - koeficijent statičke sigurnost	7,35 [kN] $1,5 \div 3 = 1,88$
F_0	Ekvivalentna sila: $F_0 = x_0 \cdot Fr + Y \cdot Fa$ x_0 - radijalni faktor ležaja Y - aksijalni faktor ležaja	3,9 [kN] $x_0 = 0,6$ $Y = 0,5$
Fa_0	Aksijalna sila ležaja	3,723 [kN]
Fr_0	Radijalna sila ležaja	3,396 [kN]
F	Ekvivalentno opterećenje ležaja: $F = x \cdot Fr + y \cdot Fa$ x - radijalni faktor ležaja y - aksijalni faktor ležaja	5,621 [kN] $x = 0,56$ $y = 1$
L_h	Radni vek ležaja pri 10^6 promrna ciklusa opterećenja f_t - faktor smanjenja temperature m - faktor vrste kotrljajnog tela za kuglične ležajeve $\frac{10^6}{n \cdot 60} \left(\frac{f_t \cdot C_0}{F} \right)^m$	18665 [h] $f_t = 1$ do 120 °C $m = 3$
A	Broj sati rada opreme i ispitnog stola u jednom danu: $A = m \cdot t_s$ m - broj smene rada opreme t_s - efektivno vreme rada u smeni	14 [h/dan] $m = 2$ $t_s = 7$ [h]
L_{hd}	Vek trajanja ležaja u danima: $L_{hd} = L_h/A = 18665/14$	1333 [dana]
L_g	Vek trajanja izabranog ležaja u godinama: $L_g = L_d/234$ L_d - vek trajanja ležaja u danima r_{dg} - broj radnih dana u godini	5,7 [godina] $L_d = 1333$ $r_{dg} = 234$
N_p	Ukupan broj promena (ciklusa) u veku trajanja ležaja na ispitnim stolu: $N_p = L_h \cdot p_h \cdot 1/2,23$ [ciklusa] $N_p = 18865 \cdot 120 \cdot 1/2,23 \approx 1015157$ [obrtaja]	1000000 [ciklusa]
N_h	Ukupan broj sati testiranja po jednom komadu: $N_h = N_p / f \cdot 60$ [h] $\frac{500000[\text{ciklusa}]}{60[\text{ciklusa}/\text{min}] \cdot 60[\text{min}/\text{h}]}$	139 [h]
N_p	Ukupan broj ciklusa pri ekvivalentnom opterećenju: uvećan 2 puta: $5,621 \cdot 2 = 11,25$ [kN]	500000 [ciklusa]
f	Frekvencija promene opterećenja pritisak-istezanje: $f = 1$ [Hz], $f = 1$ [Hz] = 60 [ciklusa/min]	1 [Hz] = 60 [ciklusa/min]
T_1	Broj sati rada ispitnog stola u 1 danu	14 [h/dan]
n_k	Broj ispitivanih uzoraka	5 [kom]
m	Faktor uvećanja vremena za postavljanje komada-uzoraka i merenje uzoraka	1,20 - koeficijent
T_u	Ukupno vreme ispitivanja: $T_u = n_k \cdot N_h \cdot m / T_1$ [dan]	≈ 60 [dana]

8.1.6.2. Ispitivanje i uslovi testiranja ležajeva

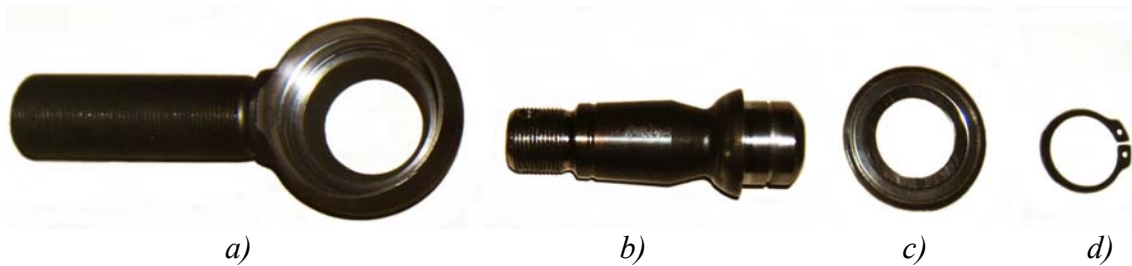
Primenjujući već napred objašnjenu ispitnu opremu za testiranje i merenje prišlo se testiranju pod sledećim parametrima ispitivanja:

- Šema kretanja alata pri opterećenju
- Dinamički test habanja-provera dinamičke čvrstoće

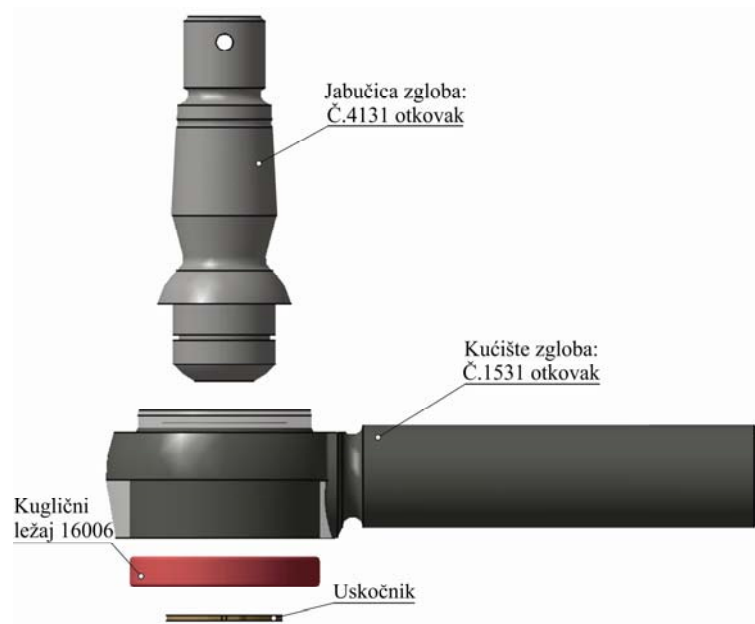


Slika 8.16. Šema kretanja alata pri ispitivanju

- Uzorci za ispitivanje - delovi montažnog sklopa za ispitivanje (slika 8.17) i montažni sklop za ispitivanje modeliran u Catia V5 (slika 8.18).



Slika 8.17. Montažni sklop za ispitivanje: a) kućište, b) vratilo ležaja, c) ispitni ležaj 16006, d) uskočnik



Slika 8.18. Montažni sklop za ispitivanje u 3D-Catia V5

Vrste oscilovanja i frekvencija

- Ugaona oscilacija β od +5' do - 5' na osu ležaja,
- Ugaona rotacija α od +20° do - 20° oko ose ležaja,
- Frekvencija ugaonih oscilacija 1 [Hz],
- Frekvencija rotacije 0,5 [Hz] .

Opterećenje

• Sila $F_{(W)} = 5,621[kN]$ sa ekvivalentnim opterećenjem, pri frekvenciji od 1 [Hz] za ukupan broj ciklusa 500000, sila uvećana 2 puta u odnosu na maksimalnu silu koja se pojavljuje pri radu robota. Ovo se uvodi rada smanjenja vremena ispitivanja ležaja odnosno ukupnog broja ciklusa, umesto milion sa ovim uvoženjem iznosi 500000.

- Atmosferalije

U toku testiranja sklop je izložen dejstvu rastvora koji se sastoji od 20% soli i 20% ulja za hlađenje SOL 100R FAM KRUŠEVAC i 60% vode, u trajanju od 1 časa posle 8 sati od početka testa.

- Broj uzoraka: 5 (pet)
- Brojevi ciklusa opterećenja posle kojih se vrši merenje:
0; 100 000; 200 000; 300 000; 400 000; 500 000.

Vrste testova pri ispitivanju

- test aksijalnog zazor,
- test radijalnog zazor,
- test vibracija,
- test temperature i
- test vizuelnog pregleda.

Kriterijumi pohabanosti

U tabeli 8.9 dati su podaci koji definišu postojanost korelacione veze između veličine prečnika vratila robota i opterećenja, odnosno dozvoljeni maksimalni i minimalni zazor kao konstruktivni tako i eksploatacioni.

Tabela 8.9. Pohabanost ležaja

Oznaka ležaja SKF 16006, (FK 6006) Prečnik vratila D [mm]	Zakretni moment (moment ključa) [Nm]	Maksimalni aksijalni zazor za F [N]	Početni (projektovani- konstruktivni zazor)	Maksimalni radijalni zazor za F [N]	Početni (projektovani- konstruktivni zazor)
			u eksploataciji [mm]		u eksploataciji [mm]
30	5-35	195	0,025-0,045	65	0,005-0,02
			0,090		0,04

8.2. EKSPLOATACIONA ISTRAŽIVANJA POUZDANOSTI LEŽAJA NA TEHNIČKIM SISTEMIMA

8.2.1. EKSPLOATACIONA ISTRAŽIVANJA POUZDANOSTI LEŽAJA NA ROBOTU

Eksploataciona istraživanja u cilju ispitivanja pouzdanosti primene ležajeva svode se na praćenje ponašanja mašinskog sistema u konkretnom tehnološkom procesu. Industrijski manipulator je primenjen u procesu brušenja posuđa u Kompaniji „Metalac” AD Gornji Milanovac.

U eksploataciji praćeni su ležajevi na vratilima navedenog mašinskog sistema. Praćenje eksploatacionih karakteristika navedenog mašinskog sistema svodila se na ocenu nivoa vibracija i temperature do kritičnih vrednosti. Za krajni dokaz o nastupanju otkaza ležišnih sklopova uzet je kriterijum pod kojim se temperatura za 10 minuta rada povećala za minimum 10°C ili temperatura ležaja bude iznad 73°C , kao i u slučaju kada vrednost brzine vibracija izade van okvira dozvoljenih vibracija saglasno ISO standardu [193]. Kao krajna ocena snižene eksploatacione pouzdanosti ispitivanog mašinskog sistema korišćena je vizuelna ocena na osnovu stanja ležajeva. Nakon toga su ležajevi mašinskih sistema odnošeni na laboratorijsko-opitni sto i vršena su završna ispitivanja dijagnostičkih parametara u predotkaznom stanju.

U eksploataciji robot je radio na $2 [^{\circ}/\text{min}]$, broj obrtaja po komadu. Provera veka trajanja ležaja izvršena je pri ukupnom broju ciklusa promene opterećenja od 500000 ciklusa, s tim što je opterećenje uvećano za dva puta u odnosu na stvarna opterećenja koja se pojavljuju na samom ležaju kako bi se ubrzao proces ispitivanja serije ležajeva od 5 uzoraka. Sa uvećanim opterećenjem vršene su promene od 500000 ciklusa/uzorku što odgovara ukupnom broju ciklusa od 10^6 prema kome se definiše vek trajanja ležaja. Analizom veličine opterećenja ležaja na vratilu posmatranog robota utvrđena je veličina ekvivalentnog opterećenja od $F = 5,621 [kN] = 5621 [N]$. Ovo opterećenje je uvećano za 2 puta i isto je primenjeno na ispitnom stolu i iznosi $\pm F = 11,242 [kN]$ pri frekvenciji od $1 [Hz]$. Tako da je vreme testiranja skraćeno na $60 [dana]$ za svih 5 uzoraka.

Mere tehničkog održavanja i remonta, kao i ispitivanje sprovedenih mera izvodila su se vizuelnom kontrolom.

U predstavljenim laboratorijskim uslovima ispitivanja od ispitanih 5 ležajeva samo je jedan ležaj došao do stanja otkaza. Velićine stanja vibracije i temperatura, ležaja u otkazu odgovaraju veličinama temperature ležišnih sklopova, koje ukazuju na stanje otkaza. U laboratorijskim uslovima ispitivanja na oštećenom kugličnom ležaju veličine aksijalnih zazora na ležaju od $0,093 [mm]$, ukazale su na temperaturu na ležaju od 75°C (tabela 8.9 rezultati ispitivanja kotrljajnih ležajeva). Identičan trend praćenja stanja aksijalnog srazmeran je rastu temperature, zabeležen je i kod drugih ležajeva koji su ostali još u ispravnom stanju [4, 158].

8.2.2. EKSPLOATACIONA ISTRAŽIVANJA POUZDANOSTI LEŽAJA NA CENTRIFUGALNOJ PUMPI

Eksploataciona istraživanja su obavljena u preduzeću Energetika D.O.O. u Kragujevcu. Toplotni kapacitet preduzeća Energetika je $312 [MW]$, u preduzeću se nalaze termocentrala-TEC2 koja služi za distribuciju tople vode (tu se meša para i vode iz sistema i stvara se topla voda). Na matičnoj lokaciji nema vrelovodnih kotlova, već su svi parni (pet komada). Viseći parni kotlovi K1 i K2 su snage $32 [MW]$, K3 i K4 su snage $64 [MW]$, a K5 je snage $120 [MW]$. Teoretski stepen iskorišćenja svih pet vrelovodnih kotlova je preko 85%. Ovako proizvedena toplotna energija se koristi za zagrevanje blizu 20000 porodićnih domaćinstava koja su priključena na sistem daljinskog grejanja na području grada Kragujevca.

Istraživanja u ovom delu disertacije su centrifugalne pumpe, na kojima se ispituje pouzdanost kotrljajnih ležajeva. Cilj istraživanja je bio da se vibrodijagnostičkim ispitivanjem kotrljajućih ležajeva u određenim vremenskim intervalima, definišu trenutni nivi pouzdanosti i da se spreće svi neželjeni zastoji koju mogu nastati zbog otkaza kotrljajnih ležajeva. A da se eventualne zamene oštećenih ležajeva planiraju i vrše u periodu kada postrojenje ne radi. U proteklom periodu pre nego što je započeto vibrodijagnostičko istraživanje zastoji po sezoni su iznosili oko 26 časova, što je bilo veoma mnogo.

Preduzeće upravlja veoma složenim sistemom za distribuciju toplotne energije s jedne strane, a s druge strane, sa dosta dotrajalim kapacitetima toplotne mreže zbog čega tokom godine ima sve više intervencija na otklanjanju kvarova na sistemima (oštećenje ležaja na centrifugalnim pumpama i sl.), a takođe i na dotrajaloj instalacionoj mreži. Sezona rada

preduzeća koje se ispituje je 182 dana, ali svake godine značajan broj dana se provede u otkazu zbog kvara na centrifugalnim pumpama. Ovo sve uslovljava gubitke u samom preduzeću Energetici, a cilj svega ovoga ispitivanja je smanjenje zastoja na prihvatljiv nivo i zamana ležaja u periodu kada postrojenje ne radi.

Istraživanja centrifugalna pumpe izvršena su u periodu 15.10.2009. do 15.04.2013. godine u „Energetici” D.O.O. Kragujevac.

Ukupno je ispitano šest centrifugalnih horizontalnih pumpi, aksijalnog tipa protoka. Pumpe se koriste za transport proizvedene tople vode od kotlova prema potrošačima. Proizvođač centrifugalne pumpe je „Jastrebac” – Niš, Srbija; Tip pumpe je SPS 10T. Protok pumpe je $Q = 9000 \div 14400$ [l/min], napor $H = 81 \div 69$ [m], snaga elektromotora $P = 250$ [kW], broj obrtaja $n = 1479$ [min^{-1}]. Na ovim tehničkim sistemima, ispitivani su kotrljajni ležajevi, po dva ležaja na elektromotoru (M_1 i M_2) i dva ležaja na centrifugalnoj pumpi (M_3 i M_4), poglavlje 7.2.3.4 (slika 7.7). Merna mesta određivana su shodno konstrukciji i mogućem pristupu samom pumpnom postrojenju.

Kada je reč o eksploatacionim postrojenjima, polazeći od iskustava drugih, nameće se potreba istraživanja i usvajanja adekvatne metodologije za definisanje modela kojim bi se vršila ocena stanja i perspektiva pumpnog sistema. Ova istraživanja će biti prilagođena sagledavanju aspekata koji u većoj ili manjoj meri utiču na povećanju efikasnosti pumpnih sistema u eksploataciji u okviru posmatranog preduzeća Energetike u Kragujevcu.

Do danas, postoji mnogo različitih tipova merenja, koji omogućavaju da se proceni stanje najraznovrsnijim tehnikama. U zavisnosti od rešenja zadatka (tipa opreme, njenih režima rada, dijagnostičke namene), mogu da se predstavljaju različite veličine, pojasni opseg merenja vremena, tip i količina preseka, međutim merenja ostaju praktično nepromenjena. Podrobnije o ovakvim razmatranjima, dijagnostika biće predstavljena na primeru kugličnih ležajeva koji su najčešći pokazatelji primera merenja, koji se koriste za procenu tehničkih stanja većine različitih složenih sistema.

Vibracije su osnovni pokazatelj stanja sistema. Na nivo vibracija pumpe, pored neuravnoteženosti obrtnih masa utiču i dinamičke pojave koje nastaju u ležajevima, zatim aerodinamičke pojave, kao i prenošenje vibracija od pogonskog elektromotora, spojnice i ostalih spoljnih pobuđivača. Glavni uzročnici povećanog nivoa vibracija pumpe u pogonskim uslovima jesu: oštećenje ležaja, korozija materijala, stvaranje naslaga na raznim delovima pumpe.

Na kotrljajnim ležajevima predstavljenih centrifugalnih pumpi vršena su vibrodijagnostička ispitivanja stanja pumpnih postrojenja. Kao uređaj za merenje i analizu podataka vibracionih sistema korišćen je Vibrobalance 5000 BNL [201]. Merene veličine brzine vibracija su odličan pokazatelj za određivanje rotacionih i strukturalnih problema kao što su neuravnoteženost, debalans, olabavljenost i sl. Ispitivanja su sprovedena na početku i na kraju grejne sezone (od 15.10. 2009 do 15.04. 2013. godine) i njima je obuhvaćeno svih šest pumpnih postrojenja u okviru pumpne stanice TEC2 (3 pumpe na potisnim i 3 na povratnim vodovima). Kao značajno postrojenje je P4, jer je često izloženo ispadima iz sistema.

Vibrodijagnostička ispitivanja su se sastojala od ispitivanja brzine vibracija na kotrljajnim ležajevima u skladu sa preporukama standarda VDI 2056 i ISO 2372 [193]. Na osnovu instalisane snage pogonskih elektromotora $P = 250$ [kW] ispitivani tehnički sistemi su svrstani u grupu G (III klasa). Vibracije su merene u: horizontalnom, vertikalnom i aksijalnom pravcu. Ocena vibromehaničnog stanja ispitivanog pumpnog postrojenja izvršena je u skladu sa preporukama standarda ISO 2372. Opšta ocena stanja konkretnog pumpnog postrojenja određena je na osnovu mernog mesta sa najvišim nivoom vibracija [232].

Analiza ukupnog nivoa vibracija kod rotacionih mašina, može na vreme dovesti do ranog detektovanja i izolovanja uobičajenih problema pumpi. Rano otkrivanje problema, omogućava planiranje korektivnih mera, da budu planirane u odgovarajućem vremenu što povećava produktivnost pumpe, ekonomičnost i efikasnost [233].

Ovakav pristup metodologije je direktno usmeren na preventivni sistem održavanja i optimalne formulacije tehničkih pregleda elektroenergetskog sistema, sa ciljem odlučivanja šta, kada i kako da se izbegnu visoko rizične situacije i da se smanji obim rizika.

Postoji nekoliko različitih studija o istraživanju pumpi koja su istraživana kako u eksploataciji tako i eksperimentalno i predstavljaju najčešće probleme koji vode do oštećenja pojedinih delova pumpnih postrojenja. Kvarovi i problemi koji se javljaju na ovim pumpnim postrojenjima, dovode do problema održavanja, ekoloških problema i problema upravljanja vodom. Nivo vibracija generisan pumpama koje su postavljene horizontalno a posebno vertikalno je visok, opasan i nedozvoljen. Pumpa usisavanjem stvara druge izvore vibracija visokog nivoa 15 [mm/s] zbog lošeg centriranja i problema ležajeva pumpe.

Mnoga iskustva bavljenja vibracijama na pumpi pokazuju da najčešći problemi nastaju usled loše montaže komponenata na sistemu kao i rada u blizini motora pumpe, sistem prirodne frekvencije dovodi do prekomerne vibracione vrednosti na motoru i radnom kolu pumpe [67]. Povećanje krutosti pumpe sa čvrstom montažom rezultira smanjenju nivoa vibracija.

Analiza vibracija pumpi velikog kapaciteta sugerise na to da je veća pažnja potrebna u projektovanju osnove-postolja, nosača/rama i njegovog ojačanja i pravilnog fiksiranja, a posebno kada su u pitanju visoki motori [198]. Mnogo faktora je uključeno u izazivanje vibracija na pumpi.

Merenje vibracija pruža dobru osnovu za ostvarivanje radnog stanja procesne pumpe. Podaci o vibracijama obezbeđuju dobru osnovu za projektovanje programa preventivnog/korektivnog održavanja Hancock [199]. Vibracije na rotacionim mašinama mogu biti rezultat raznih pojava i mogu da utiču na različite delove mašine. Većina problema koji su izazvani vibracijama se mogu klasifikovati na: strukturne prelome koji su izazvani zamorom materijala ili dinamičkim preopterećenjem; habanje, trenje, ili zamor površina ležajeva, zupčanika, spojnice, itd., i smanjenje performansi usled unutrašnjih zazora mašine [200].

8.2.3. EKSPLOATACIONA ISTRAŽIVANJA POUZDANOSTI LEŽAJA NA KLIPNOM KOMPRESORU

Jedan od tehničkih sistema koji je predmet istraživanja u ovoj disertaciji je klipni kompresor sa jednim cilindrom „E4NC” (slika 5.7, poglavlje 5.3), proizvođača „Trudbenik” - Dobož. Cilj predstavljenih istraživanja u radu je bilo ispitivanje pouzdanosti rada klipnog kompresora. Navedeno ispitivanje je zasnovano na praćenju dijagnostičkih parametara vibracija i temperature na ispitivanim kugličnim ležajevima koji se nalaze na kolenastom vratilu kompresora. U radu je ispitivana pouzdanost mašinskih sistema kroz praćenje vibracija, i temperature na kotrljajnim kugličnim ležajima i vršena je u eksploatacionim uslovima ispitivanja. Rezultati istraživanja na ispitivanim kugličnim ležajima pokazala su da veličine vibracija, kao aksijalni i radijalni zazori odgovaraju veličinama temperature u predotkaznom stanju i da su dobar pokazatelj pouzdanosti tehničkih sistema.

U toku eksploatacije kompresora kao tehničkog sistema dolazi do nepovratnih promena u sistemu izazvanih različitim procesima [8]: trenjem, habanjem, korozijom, deformacijama. Ocenjivanje stanja takvog dijagnostikovanog objekta se definiše graničnim vrednostima odgovarajućeg parametra ili karakteristike, odstupanje karakteristika sistema od projektovanih vrednosti smatra se otkazom sistema, a najčešći slučaj takvih otkaza javlja se na kugličnim ležajevima [234]. Vrednosti koje su karakteristične za normalno funkcionisanje sistema su uslovljene projektom sistema, načinom izrade, načinom funkcionisanja i uslovima ili promenom uslova okruženja [202, 208]. Može se pretpostaviti da oštećenjem ležaja dolazi do skupih i neplaniranih zastoja u proizvodnji, koji višestruko prevazilaze cenu samih ležajeva. Pojava otkaza ležaja u sistemu nastaje kao posledica oštećenja kotrljajnih elemenata ležišnih sklopova, a što se može manifestovati kao rast temperature i vibracija. Prezentovani rad se bavi problemima pouzdanosti kugličnih ležajeva kroz dijagnostiku aksijalnih zazora i

temperature na ispitivanim uzorcima. Na osnovu ovog pristupa u dijagnostici omogućeno je rukovaocima u održavanju da preduzmu odgovarajuće korektivne mere, kako ne bi došlo do otkaza sa velikim posledicama koje nastaju u slučaju totalne havarije sistema. Jer opravdanost istraživanja leži u činjenici, da uzroci koji dovode do navedenih pojava su najčešće izazvani geometrijskim, kinematskim i dinamičkim pojavama.

Kompresor koji je predmet istraživanja u radu obuhvata glavne mehaničke komponente koji pogon dobijaju od elektromotora preko remenog prenosnika. Uticaj pohabanosti elemenata podsistema ležaja na kolenastom vratilu utiču na parametre dizajniranja, kao što su minimalni zazori i maksimalni zazori, se pažljivo istražuju pošto model dozvoljava da se takva kretanja opišu. Upoređivanjem utvrđenih vrednosti posmatranih parametara sa propisanim graničnim vrednostima, stvara se osnova za donošenje odluke da li posmatrani deo ispunjava projektovanu funkciju cilja ili je potrebno izvršiti odgovarajuću aktivnost održavanja [195].

Imajući u vidu prethodno rečeno, ovo istraživanje u disertaciji ima za cilj da ispita i tribološko ponašanje kotrljajnih ležajeva sa osvrtom na pojavu vibracija, aksijalnih i radijalnog zazora, temperature, pohabanosti i deformacija, kako bi obezbedio nove informacije i znanja za buduće rukovaoce ovom opremom i istraživače.

Pouzdanost na kugličnim ležajevima je ispitivana posmatranjem dinamičkih parametara vibracija, aksijalnog i radijalnog zazora i temperature sa jedne strane i analize triboloških procesa i deformacije na elementima kotrljajnog ležaja (spoljašnje staze, unutrašnje staze i kuglica) sa druge strane. Na kraju ispitivanja pouzdanosti kotrljajnih ležajeva vršena su ponovo merenja dimenzija i vizuelni pregled, a predstavljene deformacije na elementima kotrljajnih ležajeva povezane su sa povećanjem vibracija i temperature kao i aksijalnog zazora na njima. Tribološka ocena oštećenja je vršena na oštećenim eksploatacionim uzorcima kugličnih ležajeva.

Za merenje pouzdanosti kotrljajnih ležajeva na klipnom kompresoru korišćene su sledeće eksploatacione metode ispitivanja:

- metoda za dinamička ispitivanja pouzdanosti i
- metoda za merenje zazora.

Od merne opreme za potrebe dijagnostičkih merenja je korišćeno:

- davači aksijalnog pomeranja (aksijalni zazor),
- merni listići za merenje zazora od 0,03 [mm],
- laserski infracrveni termometar za praćenje temperature,
- za merenje i analizu podataka vibracionih sistema korišćen je Vibrobalance 5000 BN,
- mikrometar za geometrijska merenja 0 ± 0.025 [mm].

Analiza pouzdanosti kugličnog ležaja na kolenastom vratilu klipnog kompresora posmatrana sa aspekta uticaja parametara vibracija i temperature, ukazuje na činjenicu da se može predvideti njihov vek trajanja, u cilju praćenja navedenih parametara [158]. U predstavljenim uslovima ispitivanja od ispitanih ležajeva samo su dva ležaja došla do stanja otkaza. Veličine stanja vibracija vertikalnih i aksijalnih ležajeva u otkazu odgovaraju veličinama temperature ležišnih sklopova, koje ukazuju na stanje otkaza. U eksploatacionim uslovima ispitivanja na oštećenom kotrljajnom ležaju veličine vibracija su vertikalna 7,47 [mm/s] na mernom mestu 3, aksijalne vibracije 4,78 [mm/s] na mernom mestu 4, ukazale su na temperaturu na ležaju od 79°C i na mernom mestu 3 i 65°C na mernom mestu 4 (tab. 8. 12) mereni kraju sezone). Identičan trend praćenja aksijalnih vibracionih stanja srazmeran rastu temperature, zabeležen je i kod drugih ležajeva koji su ostali još u ispravnom stanju [158].

Predstavljena istraživanja isključila su kontinualan uticaj spoljašnjih faktora koji bi mogli uticati na pouzdanost ležaja u eksploatacionim uslovima, kao što su, uslovi čistoće u ležaju i uslovi radne sredine (prašine, vlage i sl.). Sve ovo navedeno treba uzeti u obzir pri izvođenju zaključaka ovakvog istraživanja. Na osnovu predstavljene materije u radu budućim istraživačima stvara se prostor za dalja istraživanja u kojima bi se uspostavila još preciznija

funkcionalna zavisnost između parametra aksijalnog zazora i temperature, kako u laboratorijskim, tako i eksploatacionim uslovima ispitivanja.

8.3. REZULTATI LABORATORIJSKIH ISPITIVANJA

8.3.1. LABORATORIJSKA ISPITIVANJA POUZDANOSTI RADIJALNOG KUGLIČNOG LEŽAJA NA ROBOTU

Na osnovu rezultata merenja prema predviđenom protokolu i programu ispitivanja u tabeli 8.10 date su vrednosti ispitivanja ležaja (dinamički test) robota FANUC M-16iB/10L.

Tabela 8.10. Rezultati ispitivanja kotrljajnih ležajeva

Uzorak br.	Br. obrtaja [°/min]	Tip ležaja	Br. cikl. po času [$\frac{c}{h}$]	Radni sati [h]	Br. Ciklusa testiranja [kom]	Opterećenje, frek. promena optere. [$\frac{\pm kN}{Hz}$]	Ugaona oscilaci. [$\frac{\pm \beta'}{Hz}$]	Ugaona rotacija [$\frac{\pm \alpha'}{Hz}$]	Temperatura [°C]	Brzina vibra. [$\frac{mm}{s}$]	Aksij. Zazor A [mm]	Rad. Zazor H [mm]
1	2	16006	3600	0	0	$\frac{\pm 11,24kN}{1Hz}$	$\frac{\pm 5'}{1Hz}$	$\frac{\pm 20'}{0,5Hz}$	18	0,096	0,025	0,006
			3600	3731	100000				21	0,01	0,03	0,008
			3600	7433	200000				27	0,114	0,05	0,015
			3600	11194	300000				30	0,123	0,059	0,017
			3600	14933	400000				33	0,014	0,072	0,019
			3600	18665	500000				35	0,161	0,085	0,02
2	2	16006	3600	0	0	$\frac{\pm 11,24kN}{1Hz}$	$\frac{\pm 5'}{1Hz}$	$\frac{\pm 20'}{0,5Hz}$	18	0,084	0,031	0,008
			3600	3731	100000				22	0,089	0,038	0,01
			3600	7433	200000				31	0,098	0,055	0,013
			3600	11194	300000				35	0,101	0,06	0,016
			3600	14933	400000				37	0,139	0,067	0,018
			3600	18665	500000				37	0,171	0,076	0,021
3	2	16006	3600	0	0	$\frac{\pm 11,24kN}{1Hz}$	$\frac{\pm 5'}{1Hz}$	$\frac{\pm 20'}{0,5Hz}$	18	0,107	0,041	0,01
			3600	3731	100000				23	0,114	0,047	0,012
			3600	7433	200000				31	0,013	0,062	0,019
			3600	11194	300000				37	0,147	0,071	0,024
			3600	14933	400000				41	0,179	0,076	0,028
			3600	18665	500000				48	0,210	0,084	0,033
4	2	16006	3600	0	0	$\frac{\pm 11,24kN}{1Hz}$	$\frac{\pm 5'}{1Hz}$	$\frac{\pm 20'}{0,5Hz}$	18	0,115	0,042	0,015
			3600	3731	100000				27	0,136	0,048	0,018
			3600	7433	200000				41	0,206	0,062	0,025
			3600	11194	300000				47	0,243	0,071	0,03
			3600	14933	400000				56	0,284	0,078	0,035
			3600	18665	500000				63	1,890	0,089	0,04
5	2	16006	3600	0	0	$\frac{\pm 11,24kN}{1Hz}$	$\frac{\pm 5'}{1Hz}$	$\frac{\pm 20'}{0,5Hz}$	18	0,159	0,045	0,017
			3600	3731	100000				31	0,238	0,054	0,019
			3600	7433	200000				46	0,179	0,07	0,027
			3600	11194	300000				49	0,306	0,078	0,032
			3600	14933	400000				61	0,346	0,083	0,038
			3600	18665	500000				75	2,890	0,093	0,045

Rezultati merenja dijagnostičkih parametara stanja (brzine vibracije i temperature) na laboratorijskim uzorcima ležaja na sklopovima industrijskog manipulatora, prikazani su u tab.8.10. Vrednosti izmerenih parametara vibracija i temperature navedenih u tab. 8.10, prikazane su u bojama u skladu sa preporukama standarda [73, 193] i literature [13]. Tamno zelena boja, označava: - dobro stanje, svetlo zelena - zadovoljavajuće stanje, žuta - nezadovoljavajuće stanje i crvena - nepoželjno stanje.

Rezultati istraživanja veka trajanja (pouzdanosti) ležajeva na industrijskom manipulatoru koja su bila u eksploataciji u AD „Metalac” Gornji Milanovac na teritoriji zapadnomoravičkog okruga, ukazuju na veoma male i veoma različite vekove trajanja, tab.

8.11. Uzeti su pet uzoraka ležaja za istraživanje. (Prosečno vreme upotrebe pet ispitivana radijalna kuglična ležaja iznosilo je 60 dana, 139 časova za jedan komad, 14 časova dnevno).

Tabela 8.11. Vek trajanja ležaja na manipulatoru u eksploataciji

Broj ispitivanih ležajeva	Broj časova rada u ispravnom stanju [h]
1	20200
2	19980
3	19830
4	19650
5	19910

Analizom rada je utvrđeno da je istraživanje na robotu dalo nekoliko adekvatnih karakteristika, koja mogu da doprinesu povišenju pouzdanosti mašinskih sistema.

1. Laboratorijska ispitivanja ležajeva vršena su ubrzanom metodom na specijalnom probnom stolu kojim su zadavana preopterećenja, višestruko uvećana opterećenja.

2. Provera veka trajanja vršena je pri 500000 promena ubrzanom metodom.

3. Na probnom stolu su integrisani realni uslovi opterećenja, stepen slobode, kinematika i dinamika kretanja u eksploataciji.

4. Pored laboratorijskih ispitivanja na probnim stolovima vršena su paralelno i eksploataciona funkcionalna ispitivanja na primenjenim mašinskim sistemima.

5. Otkaz sistema utvrđen je putem merenja parametara aksijalnih i radijalnih zazora, momenata trenja, temperature zagrevanja, vibracija kao i vremena početka habanja i same pohabanosti ležajeva.

6. Ispitivanja su pokazala da je primenom ispitivanja sa preopterećenjem moguće relativno brzo doći do preopterećenja izdržljivosti ležajeva u eksploataciji od dugotrajnih eksploatacionih ispitivanja.

7. Radom je pokazana efektivnost izabranog dela u sistemu i opravdanosti izbora u konkretnom mašinskom sistemu.

8. Ispitivanja su pokazala da je ležaj u sistemu robota bio većih dimenzija što je uticalo na porast troškova sistema.

9. Predlaže se proizvođačima robota da mogu u budućnosti da izvrše optimizaciju ležaja tako što će uzeti ležaj manjih dimenzija i manje nosivosti.

10. Laboratorijska ispitivanja ležajeva koja su do danas vršena su pod uslovima opterećenja, geometrije, kinematike i dinamike u realnim uslovima, ali dugotrajna što stvara poteškoće za dobijanje rezultata u što kraćem vremenu što je ovde omogućeno.

Tokom eksploatacionih istraživanja, sprovedenih na ispitivanju mera tehničkog održavanja i remonta ležajeva na manipulatoru, opšta konstatacija je, da su nedovoljne i neadekvatne mere tehničkog održavanja i remonta najčešći uzroci smanjene eksploatacione pouzdanosti i otkaza ležajeva. U eksploatacionim uslovima vek trajanja ležaja na manipulatoru prikazan je u tabeli 8.11.

Razlozi zašto je vek trajanja radijalnih ležajeva na industrijskom manipulatoru u eksploatacionim uslovima manji od veka trajanja u laboratorijskim uslovima, treba tražiti u sledećim konstatacijama:

- nedovoljan nivo tehničkog održavanja, prvenstveno nedovoljno podmazivanje ležajeva u radu,
- nezaštićenost od atmosferskih uticaja kako za vreme rada tako i za vreme kada se manipulator ne koristi,
- udarna opterećenja prilikom svakog uključivanja manipulatora,

- promena uglova rotacije u toku rada manipulatora pod opterećenjem,
- prenos vibracija sa raznim režimima rada na ležišne sklopove manipulatora,
- nepridržavanje uputstava da se manipulatori uvek obrću u različitim smerovima,
- nije preporučljivo upotrebljavati manipulator pod uglovima kretanja u bazi za 360 stepeni.

8.3.2. REZULTATI ISTRAŽIVANJA POUZDANOSTI LEŽAJEVA NA POSMATRANIM MAŠINSKIM SISTEMIMA

U Tabeli 8.12 dati su rezultati istraživanja vibracija i temperature dijagnostike ležaja mašinko-tehničkih sistema na početku rada sezone.

Tablica 8.12. Rezultati vibracione dijagnostike ležajeva na početku sezone

Redni broj	Mesto merenja				Rezultati vibracionih istraživanja ležajeva			
	Mašina	Merna tačka	Sati rada [h]	Br. obrta [°/min]	Vibracije V [mm/s]	Vibracije H [mm/s]	Vibracije A [mm/s]	Temperatura t [°C]
1	Pumpa 1	1	13104	1479	0,60	0,71	0,40	39
2		2		-	0,92	2,08	0,38	53
3		3		-	3,77	4,87	2,83	65
4		4		-	3,36	4,26	3,47	60
5	Pumpa 2	1	13140	1479	0,59	0,98	0,76	48
6		2		-	0,85	1,08	1,30	49
7		3		-	3,25	3,05	4,43	58
8		4		-	3,56	4,97	4,92	66
9	Pumpa 3	1	13104	1479	0,35	0,53	0,44	39
10		2		-	0,67	0,43	0,45	37
11		3		-	2,55	4,00	2,19	50
12		4		-	2,66	4,53	2,89	55
13	Pumpa 4	1	13104	1479	0,47	0,55	0,67	40
14		2		-	0,86	1,07	0,42	49
15		3		-	3,60	5,01	4,40	65
16		4		-	3,25	4,63	3,34	62
17	Pumpa 5	1	13104	1479	0,49	0,40	0,50	45
18		2		-	0,54	0,78	0,56	47
19		3		-	4,16	5,69	3,24	68
20		4		-	3,58	4,16	3,23	61
21	Pumpa 6	1	13104	1479	0,47	0,52	0,60	38
22		2		-	0,61	0,72	0,58	48
23		3		-	3,94	4,83	4,97	68
24		4		-	3,03	4,32	2,71	58
25	Kompresor	1	16000	2900	1,08	1,11	1,22	49
26		2		-	3,02	1,43	1,21	50
27		3		-	4,27	2,07	3,27	63
28		4		-	2,46	3,05	3,46	65
29	Robot	1	18665	2	0,15	0,12	0,18	32
30		1		-	0,16	0,19	0,20	35
31		1		-	0,19	0,35	0,46	45
32		1		-	1,46	2,82	2,35	55
33		1		-	2,39	2,13	3,47	60

U Tabeli 8.13 dati su rezultati istraživanja vibracija i temperature dijagnostike ležaja mašinko-tehničkih sistema na kraju rada sezone, za vreme remonta.

Tablica 8.13. Rezultati vibracione dijagnostike ležajeva na kraju sezone (za vreme remonta)

Redni broj	Mesto merenja				Rezultati vibracionih istraživanja ležajeva			
	Mašina	Merna tačka	Sati rada [h]	Br. obrta [°/min]	Vibracije V [mm/s]	Vibracije H [mm/s]	Vibracije A [mm/s]	Temperatura t [°C]
1	Pumpa 1	1	13104	1479	0,63	0,73	0,9	41
2		2		-	1,64	2,45	1,04	58
3		3		-	7,88	11,19	8,08	77
4		4		-	6,37	8,71	6,95	71
5	Pumpa 2	1	13140	1479	0,98	1,17	1,06	53
6		2		-	1,95	2,33	2,79	62
7		3		-	6,15	5,97	8,77	66
8		4		-	10,88	11,4	9,25	82
9	Pumpa 3	1	13140	1479	0,84	0,75	1,12	42
10		2		-	0,77	0,51	0,49	39
11		3		-	5,63	8,02	5,58	65
12		4		-	5,77	8,89	6,39	68
13	Pumpa 4	1	13104	1479	0,67	0,75	0,64	41
14		2		-	1,09	1,46	0,93	55
15		3		-	7,84	12,28	8,61	80
16		4		-	6,15	9,33	7,67	72
17	Pumpa 5	1	13104	1479	0,51	0,44	0,4	49
18		2		-	0,95	1,69	0,82	52
19		3		-	8,82	12,88	7,95	75
20		4		-	6,78	8,27	6,11	70
21	Pumpa 6	1	13104	1479	0,57	0,69	0,61	40
22		2		-	0,99	0,89	0,92	50
23		3		-	7,97	9,82	11,97	73
24		4		-	5,95	8,46	5,24	67
25	Kompresor	1	16000	2900	1,11	1,22	1,63	56
26		2		-	2,83	2,08	1,86	61
27		3		-	7,47	4,13	3,78	79
28		4		-	2,22	3,56	4,48	65
29	Robot	1	18665	2	0,16	0,13	0,19	35
30		1		-	0,17	0,19	0,25	37
31		1		-	0,21	0,41	0,55	48
32		1		-	1,89	3,66	2,44	63
33		1		-	2,89	3,27	4,53	75

8.3.3. PRAKTIČNA PRIMENA MARKOVIIH PROCESA

8.3.3.1. Markovi procesi sa diskretnim stanjem i diskretnim vremenom

Iz definicije Markovih procesa, sledi da slučajni proces je familija slučajnih varijabli-veličina, $\{\xi_{t_n}\}$, gde je $t_0 < t_1 < \dots < t_n$ trenutak vremena, biće proces Markova tada i samo tada, ako ono ima Markovo svojstvo, jednačina (7.9). U okviru ovog poglavlja, koristeći se kriterijumom χ^2 , utvrđeno je da je skup vrednosti jednog dijagnostičkog kriterijuma $\{\xi_{t_n}\}$ porodica slučajnih veličina [235]. Pored toga u problemima dijagnostike, rukovodilac, kao

pravilo nema saznanja o prethodnom stanju sistema, stoga svojstvo Markova javlja se ne samo neophodno ograničenje, ali i značajno.

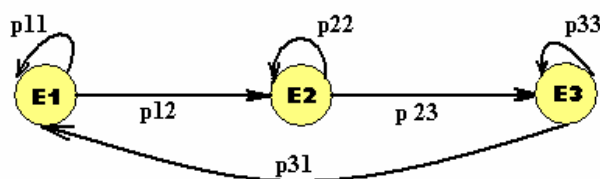
Pri razmatranju modela deformacije složenih sistema i proučavanje zavisnosti vibracija od vremena predložena je skala mogućih stanja, po kojoj stanje sistema može biti svrstano u jednu od tri moguće klase. Uprkos tome što porodica slučajnih veličina $\{\xi_{t_n}\}$, karakteriše vrednosti jedinstvenih dijagnostičkih kriterijuma, kontinuirano, na zonu sistema $E1-E2-E3$ mogu biti odabrane granice, na taj način da mnogi standardni kriterijumi $\{\xi_{t_n}^*\}$ budu diskretni. Dakle, pridržavajući se u prikazanom poglavlju Markovih slučajnih procesa (7.2.5.4) klasifikacije, pri rešavanju problema dijagnostike složenih sistema mogu da se koriste Markovi slučajni procesi sa diskretnim stanjima (vremenom). S druge strane, merenje različitih parametara dijagnostikovanog sistema proizilazi sa određenom diskretnošću. Dakle, stanja većine sistema može adekvatno biti opisana pomoću Markovih procesa sa diskretnim stanjem i diskretnim vremenom. Odgovor na pitanje o izboru najviše opravdanoj i efikasnoj strategiji održavanja u zavisnosti od specifičnosti proizvodnje može se dobiti korišćenjem Markovih procesa, tipa prihoda (rashodi-troškovi).

Razmotrimo detaljnije ponašanje dijagnostikovanog sistema na primeru ležajnih tačaka sklopova. Opisujući model deformacije ležaja izdvojeno je tri moguća stanja dijagnostikovanog ležaja ($E1$, $E2$ i $E3$). Neposredno nakon montaže ležaj se nalazi u stanje $E1$. Najmanje habanje ležaja, nalazi se u stanje $E1$, karakteriše ga normalan rad, prelazi u zonu stanja početnih defekata $E2$, a onda u zonu intenzivnog habanja $E3$. U zoni intenzivnog habanja $E3$, (javlja se izlazak ležaja iz stroja,) praćen njegovom zamenom u zonu normalne eksploatacije $E1$. Različiti vidovi remontnih radova, kao što su zamena maziva, promene nepropustljivosti, itd., mogu „dovesti” dijagnostikovan ležaj u „bolje” stanje, tj. umanjiti indeks trenutnog stanja. Dakle, ležajevi iz zone intenzivnog habanja $E3$ mogu da se „premeste” u zonu početka defekata $E2$ ili čak u zonu normalne eksploatacije $E1$, a iz zone početnih defekata $E2$ -u zonu normalne eksploatacije $E1$. U nekim slučajevima, rezultati tehničkog održavanja ne mogu se odraziti na stanje dijagnostikovanog ležaja, tada njegovo stanje ostaje nepromenjeno. Slično se dešava za habanja u ležaju, koja mogu biti toliko beznačajna, da neće promeniti njegovo trenutno stanje.

Vratimo se na problem izbora optimalne strategije održavanja pri korišćenju procesa Markovljevog tipa sa diskretnim stanjem i diskretnim vremenom [235]. Razmotrimo detaljnije osnovne modele održavanja složenih sistema - reaktivno, plansko i proaktivno održavanje. Za povećanje praćenja predstavljeno je ponašanje dijagnostikovanog modela u vidu grafika prelaza, čija temena (vrhovi) predstavljaju stanje Markovog lanca ($E1$, $E2$, $E3$) a lukovi odgovaraju pozitivnim elementima matrice.

Reaktivno (korektivno) tehničko održavanje

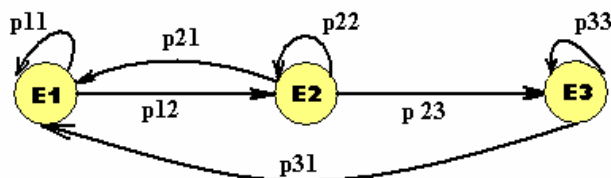
Primenjuje se kao pravilo, sa jeftinom pratećom opremom. Kod ovog tipa održavanje rutinskih popravki i pregled nije obezbeđen, a eksploatacija se izvodi do potpunog izlaska mašine iz stroja. Habanje ležajeva mašina, koje je održavano, po reaktivnom obliku, prelazi iz stanja $E1$ do $E2$, a zatim u $E3$. U svakom od stanja $E1$, $E2$ i $E3$ sistem se može nalaziti u bilo kom vremenu. Prelaz iz $E3$ u $E1$ predstavlja hitnu popravku održavanja. Na slici 8.19 predstavljen je grafik prelaza koji opisuje posmatrani sistem, koji se koristi po reaktivnom obliku održavanja.



Slika 8.19. Grafik prelaza pri reaktivnom obliku održavanja

Proaktivno (preventivno) tehničko održavanje

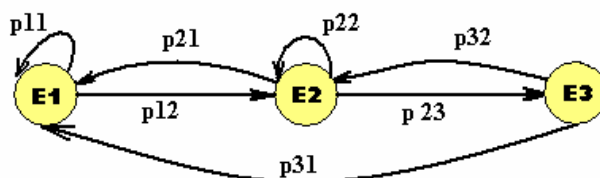
U Srbiji jedan od najčešćih rasprostranjenih vidova tehničkog održavanja različite tehnološke opremljenosti je plansko tehničko održavanje. Svi remontni radovi popravke su strogo regulisani i izvode su u određenim intervalima bez obzira na trenutno tehničko stanje. Proaktivno održavanje kod koga se kao mera habanja ležajeva mašina manifestuje prelazak održavanja iz stanja $E1$ u $E2$, a zatim u $E3$. U svakom od stanja $E1$, $E2$ i $E3$ sistem može da se nalazi u bilo koje vreme. S obzirom da se redovno održavanje vrši bez obzira na tehničko stanje, proaktivni remont (prelaz u stanju $E1$) može da se dogodi iz bilo kojeg stanja ($E1$, $E2$, $E3$). Na slici 8.20 prikazan je grafik prelaza sistema koji opisuje prelaz razmatranog sistema, koji je održavan proaktivno.



Slika 8.20. Grafik prelaza pri proaktivnom održavanju

Preduktivno tehničko održavanje

Najefikasniji oblik tehničkog održavanja industrijske opreme je preduktivno tehničko održavanje. Sve remontne popravke (zamena podmazivanja, zamena ležajeva itd.) u sistemu preduktivnog održavanja obavljaju se kao stvarna neophodnost-nužnost. Dakle, habanje ležajeva mašina, održavanje u sistemu preduktivnog tehničkog održavanja, prelazi iz stanja $E1$ u $E2$, pri čemu, kao pravilo se obavlja zamena maziva. Sistem može preći u stanje $E1$ ili ostati u stanju $E2$. Pri daljem habanju ležajeva proizilazi prelaz sistema u $E3$. U slučaju ako ponovimo podmazivanje nije preveden sistem u stanje $E2$, urađena je zamena ležaja (prelaz u stanje $E1$). U svakom od stanja $E1$ i $E2$ sistem se može nalaziti u bilo koje vreme. Na slici 8.21 predstavljen je grafik prelaza za opisivanje razmatranog sistema, koji služi za preduktivni oblik.



Slika 8.21. Grafik prelaza pri preduktivnom obliku održavanja

Da bi se odredile verovatnoće prelaza i utvrdilo najbolje s ekonomske tačke gledišta neophodna je strategija održavanja i statistička evidencija-karton merenja i posmatranja. U disertaciji sproveden je veliki broj istraživanja ležajeva na mašinskim tehničkim sistemima u raznim industrijskim oblastima, koji su dali podatke neophodne za postrojenja jednog dijagnostičkog kriterijuma, sastavljenu matricu prelazne verovatnoće i praktično rešenje problema izbora optimalne strategije održavanja. U daljem toku rada biće prikazani rezultati istraživačkog rada.

8.3.4. DIJAGNOSTIKA I IZBOR OPTIMALNE STRATEGIJE ODRŽAVANJA MAŠINSKIH SISTEMA NA SOPSTVENIM REZULTATIMA ISTRAŽIVANJA

Rezultati merenja dijagnostičkih parametara stanja (brzine vibracije i temperature) na laboratorijskim i eksploatacionim uzorcima ležišnih sklopova mašinskih tehničkih sistema, prikazani su u (tabeli 8.12 i 8.13).

Vrednosti izmerenih parametara vibracija i temperature navedenih u (tabeli 8.12 i 8.13), prikazane su u bojama u skladu sa preporukama standarda [73, 193]. Tamno zelena boja, označava: - dobro stanje, svetlo zelena - zadovoljavajuće stanje, žuta - nezadovoljavajuće stanje i crvena - nepoželjno stanje.

U tab. 8.12 i 8.13 oznake 1, 2, 3 i 4 predstavljaju ispitivane merne tačke ležišnih sklopova mašinskih sistema, oznake V , H i A označavaju vertikalne horizontalne i aksijalne vibracije, t -označava temperaturu na ležišnim sklopovima sistema.

U prethodnim poglavljima je razvijen dijagnostički kriterijum osobina brzina vibracija (poglavlje 7.2.3.4), izračunavanjem dobijen je optimalan način dijagnostike skalara-jedan dijagnostički kriterijum (poglavlje 7.2.5.1.2), koji pruži uputstva o izboru najefikasnije strategije za održavanje.

Za praktičnu proveru radne sposobnosti predložene metode u disertaciji je izvedeno pred remonto vibraciono istraživanje pumpe, kompresora, kao i robota (više od 30 ležajeva u tri preduzeća: D.O.O. „Energetika” Kragujevac, FAD. Gornji Milanovac, A.D. Metalac Gornji Milanovac. U toku istraživanja vibracija i temperature izmerena su brzine vibracija u sva tri pravca delovanja. Nakon sprovedenih istraživanja vibracija, za vreme remonta je napravljena detekcija grešaka ležaja.

Tabela 8.12 prikazuje rezultate merenja vibracija na 33 ležajeva raznih mašina na kraju sezone. Za svaki od 33 ležaja na osnovu rezultata istraživanja vibracije (tabela 8.12) su predstavljene vrednosti četiri dijagnostička kriterijuma i sprovedene su greške na utvrđenim ležajevima.

U tabelama 8.12 i 8.13 i 8.14 koriste se sledeće uslovne oznake:

Br. obrtaja - [$^{\circ}/min$],

V - vertikalne brzine vibracije [mm/s],

H - horizontalna brzina vibracije [mm/s],

A - aksijalna brzina vibracija, [mm/s],

t - temperatura [$^{\circ}C$]

Normalno - ležaj se nalazi u dobrom stanju,

Predotkazno - prisutan jedan defekt i

Otkaz (havarija) - postoje više defekata i značajno habanje.

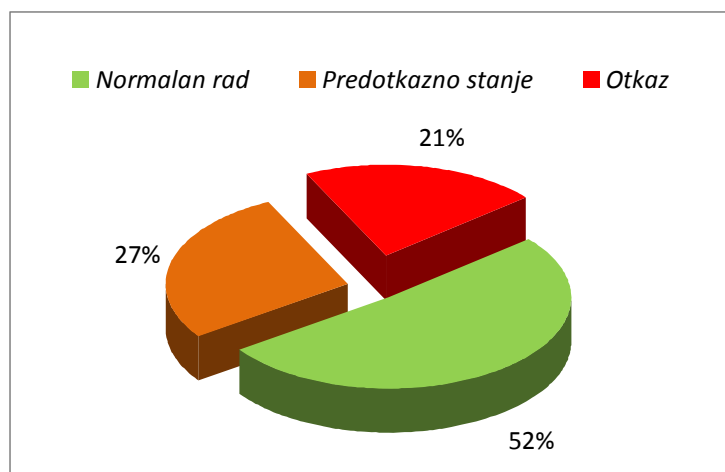
Na osnovu procene stanja po VDI [73, 193], uočimo da je nakon ispitivanja ležajeva 17 njih i dalje pokazivalo normalne vrednosti praćenih parametara, 9 ležajeva je upućivalo na predotkazno stanje, dok su parametri na 7 ležajeva upućivali da je otkaz jako blizu (tabela 8.14).

Tabela 8.14 . Dijagnostički kriterijumi za procenu stanja ležajeva na osnovu VDI standarda

Redni broj	Mesto merenja				Dijagnostički kriterijum				Rezultati ocene stanja l.
	Mašina	Merna tačka	Sati rada [h]	Br. obrta [°/min]	Vibracije V [mm/s]	Vibracije H [mm/s]	Vibracije A [mm/s]	Temperatura t [°C]	
1	Pumpa 1	1	13104	1479	0,63	0,73	0,9	41	Normalno
2		2		-	1,64	2,45	1,04	58	Normalno
3		3		-	7,88	11,1	8,08	77	Otkaz
4		4		-	6,37	8,71	6,95	71	Predotkaz
5	Pumpa 2	1	13140	1479	0,98	1,17	1,06	53	Normalno
6		2		-	1,95	2,33	2,79	62	Normalno
7		3		-	6,15	5,97	8,77	66	Predotkaz
8		4		-	10,88	11,4	9,25	82	Otkaz
9	Pumpa 3	1	bio rem	1479	0,84	0,75	1,12	42	Normalno
10		2		-	0,77	0,51	0,49	39	Normalno
11		3		-	5,63	8,02	5,58	65	Predotkaz
12		4		-	5,77	8,89	6,39	68	Predotkaz
13	Pumpa 4	1	13104	1479	0,67	0,75	0,64	41	Normalno
14		2		-	1,09	1,46	0,93	55	Normalno
15		3		-	7,84	12,28	8,61	80	Otkaz
16		4		-	6,15	9,33	7,67	72	Predotkaz
17	Pumpa 5	1	13104	1479	0,51	0,44	0,4	49	Normalno
18		2		-	0,95	1,69	0,82	52	Normalno
19		3		-	8,82	12,88	7,95	75	Otkaz
20		4		-	6,78	8,27	6,11	70	Predotkaz
21	Pumpa 6	1	13104	1479	0,57	0,69	0,61	40	Normalno
22		2		-	0,99	0,89	0,92	50	Normalno
23		3		-	7,97	9,82	11,97	73	Otkaz
24		4		-	5,95	8,46	5,24	67	Predotkaz
25	Kompresor	1	16000	2900	1,11	1,22	1,63	56	Normalno
26		2		-	2,83	2,08	1,86	61	Normalno
27		3		-	7,47	4,13	3,78	79	Otkaz
28		4		-	2,22	3,56	4,91	65	Predotkaz
29	Robot	1	18665	2	0,16	0,13	0,19	35	Normalno
30		1		-	0,17	0,19	0,25	37	Normalno
31		1		-	0,21	0,41	0,55	48	Normalno
32		1		-	1,89	3,66	2,44	63	Predotkaz
33		1		-	2,89	3,27	4,5	75	Otkaz

Cilj istraživanja u ovom poglavlju je, pre svega, formiranje opšteg kriterijuma za utvrđivanje stanja ležajeva. Preciznije, želimo da dijagnostički vektor, čije su koordinate parametri ispitivanja, zamenimo skalarnom vrednošću koja će nam sugerisati u kakvom je stanju posmatrani ležaj (slika 8.22). Za ostvarivanje zacrtanih ciljeva koristićemo algoritam razvijen u poglavlju (7.2.5.1.2).

Slika 8.22 predstavlja procentualnu zastupljenost ležajeva u ukupnom uzorku, 17 ležajeva radi normalno od ukupno 33, to je 52%, 9 ležaja su u predotkazno stanje ili oko 27%, 7 ležajeva su u otkaznom stanju ili oko 21%.



Slika 8.22. Statistika ležajeva na osnovu VDI procene stanja

Formirane su dve grupe od po 4 ležaja, grupu ležajeva **A**-koji su nakon istraživanja ostali u dobrom stanju i grupu ležajeva **B**-koji su nakon istraživanja u veoma lošem-havarisanom stanju.

Tabela 8.15. Formirane grupe ležaja

Grupa A-ležajevi u dobrom stanju				
Redni broj	Vibracije V [mm/s]	Vibracije H [mm/s]	Vibracije A [mm/s]	Temperatura t [°C]
1	0,63	0,73	0,9	41
10	0,77	0,51	0,49	39
13	0,67	0,75	0,64	41
21	0,57	0,69	0,61	40

Tabela 8.15. Formirane grupe ležaja

Grupa B-ležajevi u lošem stanju				
Redni broj	Vibracije V [mm/s]	Vibracije H [mm/s]	Vibracije A [mm/s]	Temperatura t [°C]
8	10,88	11,4	9,25	82
15	7,84	12,28	8,61	80
19	8,82	12,88	7,95	75
23	7,97	9,82	11,97	73

Prema tome, sopstveni vektori $X_1^A, \dots, X_{N_A}^A$ i $X_1^B, \dots, X_{N_B}^B$, koji karakterišu stanja ležajeva u svakoj od grupa, gde je N_A broj ležajeva u grupi A i N_B broj ležajeva u grupi B, (uopšteno, za čitav uzorak, $X_j^z, z = A, B, j = 1, \dots, N_z, X_j^z = (X_{j1}^z, \dots, X_{jn}^z)$, gde je X_{ji}^z - i -ti dijagnostički kriterijum j -ležaja), dati su u sledećem obliku:

Za grupu **A** (tabela 8.14):

$$X_j^A = (X_{j1}^A, \dots, X_{jn}^A), N_A=4$$

$$j=1 \quad X_1^A = (X_{11}^A, \dots, X_{1n}^A) = (0,63, \quad 0,73, \quad 0,9, \quad 41)$$

$$j=2 \quad X_2^A = (X_{21}^A, \dots, X_{2n}^A) = (0,77, \quad 0,51, \quad 0,49, \quad 39)$$

$$j=3 \quad X_3^A = (X_{31}^A, \dots, X_{3n}^A) = (0,67, \quad 0,75, \quad 0,64, \quad 41)$$

$$j=4 \quad X_4^A = (X_{41}^A, \dots, X_{4n}^A) = (0,57, \quad 0,69, \quad 0,61, \quad 40).$$

Za grupu **B** (tabela 8.15):

$$X_j^B = (X_{j1}^B, \dots, X_{jn}^B), N_B=4$$

$$j=1 \quad X_1^B = (X_{11}^B, \dots, X_{1n}^B) = (10,88, \quad 11,4, \quad 9,25, \quad 82)$$

$$j=2 \quad X_2^B = (X_{21}^B, \dots, X_{2n}^B) = (7,84, \quad 12,28, \quad 8,61, \quad 80)$$

$$j=3 \quad X_3^B = (X_{31}^B, \dots, X_{3n}^B) = (8,82, \quad 12,88, \quad 7,95, \quad 75)$$

$$j=4 \quad X_4^B = (X_{41}^B, \dots, X_{4n}^B) = (7,97, \quad 9,82, \quad 11,97, \quad 73).$$

Vektore očekivanja (sopstvene vektore matematičkog očekivanja) u svakoj od datih grupa možemo odrediti iz: $\hat{\mu}_A = (\hat{\mu}_A^{(1)}, \hat{\mu}_A^{(2)}, \hat{\mu}_A^{(3)}, \hat{\mu}_A^{(4)})$ i $\hat{\mu}_B = (\hat{\mu}_B^{(1)}, \hat{\mu}_B^{(2)}, \hat{\mu}_B^{(3)}, \hat{\mu}_B^{(4)})$, pri čemu je $i = 1, \dots, 4$, iz formule (7.3), tada je:

$$\hat{\mu}_A^{(i)} = \sum_{m=1}^{N_A} X_{mi}^A / N_A = (0,66, 0,67, 0,66, 40,25) i,$$

$$\hat{\mu}_B^{(i)} = \sum_{m=1}^{N_B} X_{mi}^B / N_B = (8,88, 11,60, 9,45, 77,5).$$

Kovarijacione matrice A i B date su formulom $S_z = \|V_{ij}^z\|$, $i, j = 1, \dots, n$; gde je $z = A, B$, pri čemu je: $V_{ij}^z = N_z^{-1} \cdot \sum_{m=1}^{N_z} (X_{mi}^z - \hat{\mu}_z^{(i)}) \cdot (X_{mj}^z - \hat{\mu}_z^{(j)})$, po formuli (7.5).

Realizacijom navedenih računskih operacija, dobijamo sledeće:

$$S_A = \begin{pmatrix} 0,0026 & 0,0044 & -0,0003 & 0,0251 \\ 0,0044 & -0,2577 & -0,1123 & -0,1367 \\ -0,0003 & -0,1123 & 0,1251 & 0,0923 \\ 0,0251 & -0,1367 & 0,0923 & 0,3766 \end{pmatrix} \quad S_B = \begin{pmatrix} 1,5 & 0,1 & -0,4 & 2,7 \\ 0,1 & 1,3 & -1,7 & 1,4 \\ -0,4 & -1,7 & 2,3 & -2,6 \\ 2,7 & 1,4 & -2,6 & 13,3 \end{pmatrix}$$

Optimalni vektora $\mathbf{l}_* = (l_1, \dots, l_n)$ može se dobiti koristeći se formulom (7.7):

$$l_*^T = (S_A + S_B)^{-1} \cdot (\hat{\mu}_A - \hat{\mu}_B)^T.$$

Zamenom vrednosti za $\hat{\mu}_A$, $\hat{\mu}_B$, S_A i S_B , dobijamo sledeće:

$$\mathbf{l}_* = (-21,9054, -157,5030, -120,3028, -3,4).$$

Na osnovu dobijenog optimalnog vektora l_* za bilo koji vektor dijagnostičkih kriterijuma koji karakteriše stanje ležaja, prema formuli (7.2) može se izračunati jedan dijagnostički kriterijum. Proverom po jednodimenzionalnom uzorku y_j^A i y_j^B i odvojenih grupa ležaja A (Normalna) i B (Havarisana), i koristeći polu-empirijski kriterijum (7.8) i literaturu [236] proveravamo odvojenost ovih grupa, za utvrđivanje visokog stepena razdvojenosti:

$$|\hat{y}^A - \hat{y}^B| > 2,5 \cdot (\hat{\sigma}_A + \hat{\sigma}_B) \text{ ili } \frac{|\hat{y}^A - \hat{y}^B|}{(\hat{\sigma}_A + \hat{\sigma}_B)} > 2,5 \text{ [236]},$$

pri čemu je:

$$\hat{y}^A = l_* \cdot \hat{\mu}_A \text{ i } \hat{y}^B = l_* \cdot \hat{\mu}_B, \quad \hat{\sigma}_A^2 = l_* \cdot S_A \cdot l_*^T, \quad \hat{\sigma}_B^2 = l_* \cdot S_B \cdot l_*^T.$$

Dakle, sada je:

$$\hat{y}^A = -1900,1709 \text{ i } \hat{y}^B = -3264,417, \quad \hat{\sigma}_A^2 = 1020,9229, \quad \hat{\sigma}_B^2 = 343,3233,$$

odnosno,

$$\frac{|\hat{y}^A - \hat{y}^B|}{(\hat{\sigma}_A + \hat{\sigma}_B)} = 27,025 > 2,5.$$

S provedena analiza pokazala je izuzetno visoku razdvojenost uzoraka po grupama, odnosno „dobar” stepen podele uzoraka.

Dijagnostiku ležajeva posmatramo postavljanjem granica za različite grupe ležajeva. Dijagnostički vektor za svaki ležaj sada možemo zameniti jednom procenjenom vrednošću

$$\text{koju dobijamo po formuli } y_j = \sum_{i=1}^n l_i \cdot X_{ji}.$$

Mernu skalu za vrednost y_j definisacemo pomoću statističke metode Roc krive (Roc curve). Najpre, ispitujemo da li je pomenuta procenjena vrednost dobar pokazatelj koji razdvaja ležajeve koji rade normalno i one za koje to nije slučaj.

Tabela 8.16. Statistika za određivanje merne skale y_j
Area Under the Curve

Test Result Variable(s): Procenjene vrednosti

Area	Std. Error ^a	Asymptotic Sig. ^b	Asymptotic 95% Confidence Interval	
			Lower Bound	Upper Bound
1,000	,000	,000	1,000	1,000

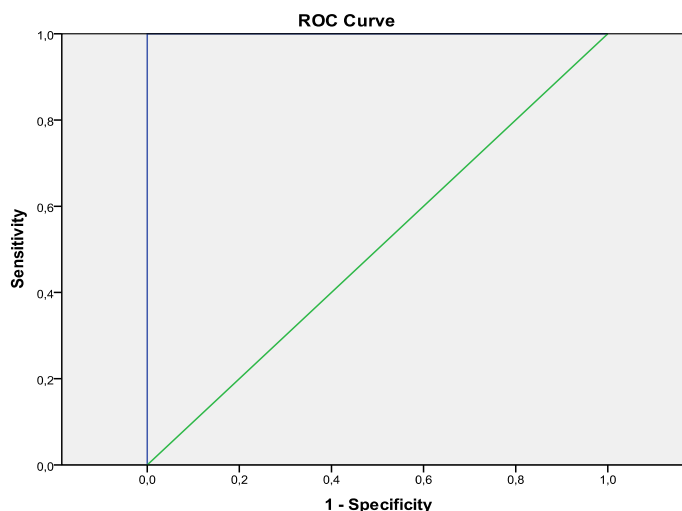
Coordinates of the Curve

Test Result Variable(s): Procenjene vrednosti

Positive if Greater Than or Equal To ^a Pozitivna ako je veća ili jednaka na ^a	Sensitivity Osetljivost	1 – Specificity 1- Specifičnost
-3434,251528	1,000	1,000
-3429,358690	1,000	0,938
-3419,574068	1,000	0,875
-3411,586149	1,000	0,813
-3289,204880	1,000	0,750
-2970,331711	1,000	0,688
-2680,318332	1,000	0,625
-2557,711854	1,000	0,563
-2475,324625	1,000	0,500
-2389,292603	1,000	0,438
-2337,732929	1,000	0,375
-2299,895134	1,000	0,313
-1908,128199	1,000	0,250
-1479,246364	1,000	0,188
-1399,670258	1,000	0,125
-1251,957059	1,000	0,063
-1040,871675	1,000	0,000
-888,452031	0,941	0,000
-782,441924	0,882	0,000
-673,542168	0,824	0,000
-582,700357	0,765	0,000
-557,575683	0,706	0,000
-533,089820	0,647	0,000
-478,004681	0,588	0,000
-428,304757	0,529	0,000
-395,258517	0,471	0,000
-362,823886	0,412	0,000
-339,872758	0,353	0,000
-314,545380	0,294	0,000
-296,868549	0,235	0,000
-291,968127	0,176	0,000
-239,133624	0,118	0,000
-177,681487	0,059	0,000
-164,837786	0,000	0,000

Kako je karakterističnost-značajan signifikantnost $p < 0,0005$ zaključujemo da je procenjena vrednost y_j dobar pokazatelj koji razdvaja ležajeve koji rade normalno i one za koje to ne važi. **Cut - off** je -1040,8717 što znači: svaki ležaj čija procenjena vrednost y_j iznosi više od -1040,8717 možemo smatrati da radi normalno. Senzitivnost (verovatnoća tačnog detektovanja normalnog stanja) je 100% (slika 8.23). Tabela 8.16 objašnjava da svaki uređeni par (senzitivnost, 1-specifičnost) je koordinata jedne tačke. Te tačke se ucrtavaju i dobija se grafik Roc krive.

Na slici 8.23 data je Roc kriva ili (Roc curve), predstavljena je plavom bojom na grafiku. Cilj celog testa je pronaći vrednost koja može uspešno da razdvoji ležajeve koji rade normalno i one koji ne rade kako treba. Upravo je to Cut of, granična vrednost za parametar y_j na osnovu koje možemo zaključiti da li ležaj radi normalno.



Slika 8.23. Roc kriva

Slika 8.23 pokazuje da je 100% pouzdan rezultat, jer je površina između grafika i rubova crteža jednaka 1. Utvrdili smo da je procenjena vrednost y_j dobar pokazatelj koji razdvaja grupu ležajeva koji prijavljuju otkaz i grupu ležajeva kod kojih to nije slučaj (tabela 8.17).

Tabela 8.17. Razdvojenost ležajeva

Area Under the Curve

Test Result Variable(s): Procenjene_vrednosti

Area	Std. Error ^a	Asymptotic Sig. ^b	Asymptotic 95% Confidence Interval	
			Lower Bound	Upper Bound
0,918	0,057	0,001	0,805	1,000

Coordinates of the Curve

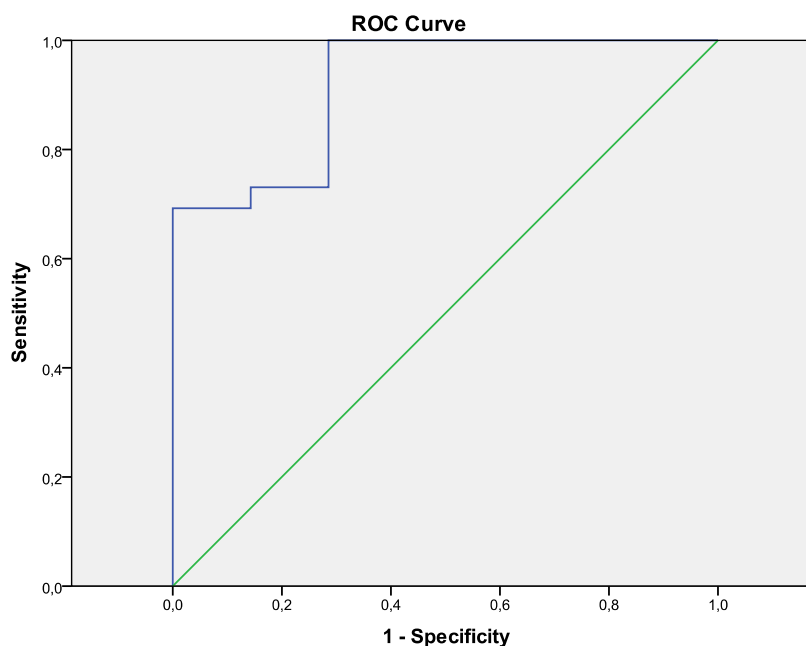
Test Result Variable(s): Procenjene_vrednosti

Positive if Greater Than or Equal To ^a	Sensitivity	1 - Specificity
-3434,251528	1,000	1,000
-3429,358690	1,000	0,857
-3419,574068	1,000	0,714
-3411,586149	1,000	0,571
-3289,204880	1,000	0,429
-2970,331711	1,000	0,286
-2680,318332	0,962	0,286
-2557,711854	0,923	0,286
-2475,324625	0,885	0,286
-2389,292603	0,846	0,286
-2337,732929	0,808	0,286
-2299,895134	0,769	0,286
-1908,128199	0,731	0,286
-1479,246364	0,731	0,143
-1399,670258	0,692	0,143
-1251,957059	0,692	0,000
-1040,871675	0,654	0,000
-888,452031	0,615	0,000
-782,441924	0,577	0,000
-673,542168	0,538	0,000
-582,700357	0,500	0,000

-557,575683	0,462	0,000
-533,089820	0,423	0,000
-478,004681	0,385	0,000
-428,304757	0,346	0,000
-395,258517	0,308	0,000
-362,823886	0,269	0,000
-339,872758	0,231	0,000
-314,545380	0,192	0,000
-296,868549	0,154	0,000
-291,968127	0,115	0,000
-239,133624	0,077	0,000
-177,681487	0,038	0,000
-164,837786	0,000	0,000

a. The smallest cutoff value is the minimum observed test value minus 1, and the largest cutoff value is the maximum observed test value plus 1. All the other cutoff values are the averages of two consecutive ordered observed test values.

Kako je značajnost-signifikantnost $p = 0.001 < 0.05$ zaključujemo da je procenjena vrednost y_j dobar pokazatelj koji razdvaja ležajeve koji prijavljuju otkaz i one kod kojih to nije slučaj. **Cut-off** je -2299,8951 (granična vrednost), što u prevodu znači sledeće: svaki ležaj čija procenjena vrednost y_j iznosi manje od -2299,8951 možemo smatrati da ležaj otkazuje. Senzitivnost (verovatnoća tačnog detektovanja otkaza) je 76,9%, (slika 8.24).



Slika 8.24. Procenjene vrednosti ležaja

Na slici 8.24, data je Roc kriva, predstavljena je plavom bojom na grafiku. Što je površina ograničena rubovima grafika, to je bliža 1. Cilj testiranja je da se pronade vrednost koja može uspešno da razdvoji ležajeve koji otkazuju i one koji još uvek nekako rade. Upravo je to Cut of, granična vrednost za parametar y_j na osnovu koje možemo zaključiti da li ležaj radi normalno.

Dobijenu mernu skalu procene možemo preformulisati pomoću slike (8.25) na sledeći način:

- ako je $|y_j| < 1040,871$ - smatramo da ležaj radi normalno;
- ako je $1040,871 \leq |y_j| \leq 2299,8951$ - ležaj je u predotkaznom stanju;
- ako je $|y_j| > 2299,8951$ - ležaj je u havarisanom stanju (otkaz ležaja).



Slika 8.25. Skala razmatranih stanja dijagnostikovanih sistema

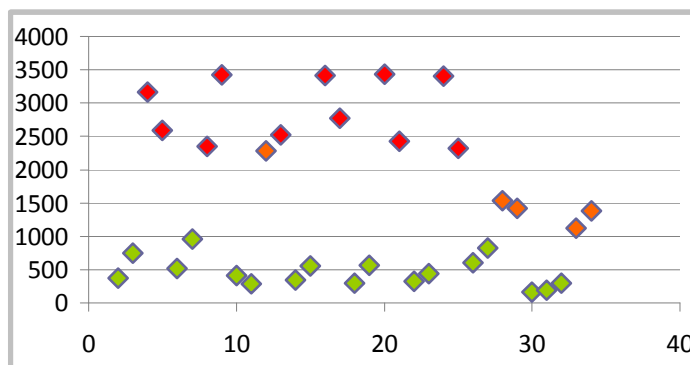
Primenjujući dobijeni kriterijum na procenjene vrednosti y_j , dobijamo sledeće rezultate u tabeli 8.18:

Tabela 8.18. Kriterijumi procene vrednosti ležajeva

Redni broj	Mašina	Rezultati vibracionih istraživanja ležajeva				
		Merna tačka	Stanje	Procenjena vrednost y_j	Apsolutna vrednost $ y_j $	Dijagnostička procena
1	Pumpa 1	1	Normalno	-376,4501	376,4501	Normalno
2		2	Normalno	-744,1221	744,1221	Normalno
3		3	Otkaz	-3168,92	3168,9197	Otkaz
4		4	Predotkazno	-2588,893	2588,8930	Otkaz
5	Pumpa 2	1	Normalno	-513,4668	513,4668	Normalno
6		2	Normalno	-956,1423	956,1423	Normalno
7		3	Predotkazno	-2354,467	2354,4667	Otkaz
8		4	Otkaz	-3425,466	3425,4659	Otkaz
9	Pumpa 3	1	Normalno	-414,0669	414,0669	Normalno
10		2	Normalno	-288,7421	288,7421	Normalno
11		3	Predotkazno	-2278,791	2278,7911	Predotkazno
12		4	Predotkazno	-2526,531	2526,5307	Otkaz
13	Pumpa 4	1	Normalno	-349,1977	349,1977	Normalno
14		2	Normalno	-552,7129	552,7129	Normalno
15		3	Otkaz	-3413,682	3413,6823	Otkaz
16		4	Predotkazno	-2771,744	2771,7437	Otkaz
17	Pumpa 5	1	Normalno	-295,1942	295,1942	Normalno
18		2	Normalno	-562,4385	562,4385	Normalno
19		3	Otkaz	-3433,252	3433,2515	Otkaz
20		4	Predotkazno	-2424,119	2424,1185	Otkaz
21	Pumpa 6	1	Normalno	-330,5479	330,5479	Normalno
22		2	Normalno	-442,5426	442,5426	Normalno
23		3	Otkaz	-3409,49	3409,4900	Otkaz
24		4	Predotkazno	-2320,999	2320,9992	Otkaz
25	Kompresor	1	Normalno	-602,9622	602,9622	Normalno
26		2	Normalno	-820,7617	820,7617	Normalno
27		3	Otkaz	-1537,465	1537,4653	Predotkazno
28		4	Predotkazno	-1421,027	1421,0274	Predotkazno
29	Robot	1	Normalno	-165,8378	165,8378	Normalno
30		1	Normalno	-189,5252	189,5252	Normalno
31		1	Normalno	-298,5429	298,5429	Normalno
32		1	Predotkazno	-1125,601	1125,6010	Predotkazno
33		1	Otkaz	-1378,313	1378,3131	Predotkazno

U tabela 8.18 prikazane su vrednosti dobijene za jedan dijagnostički kriterijum. Preračunavanjem jednog dijagnostičkog kriterijuma, evaluaciji ležajeva na osnovu analize i stvarnog otkrivanja greške ležaja prikazana je na slici (8.26).

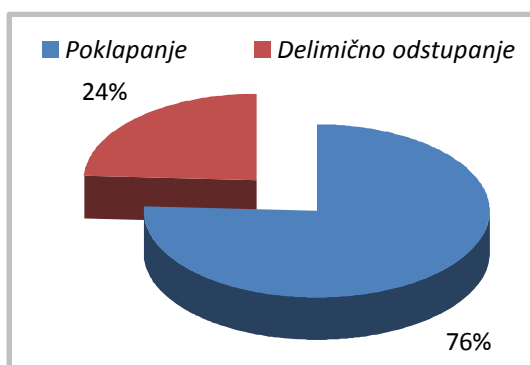
Grafik na slici 8.26 prikazuje da li bi ležaj bio u normalnom, predotkaznom ili otkaznom stanju ako bi vršili procenu samo preko parametra $|y_j|$. Na x -osi je dat redni broj ležaja, na y -osi je apsolutna vrednost $|y_j|$.



Slika 8.26. Apsolutna vrednost procene ležaja

Ovakav prediktivni postupak pokazao se vrlo uspešnim. Na 25 ležajeva prediktivna metoda dovodi do potpunog poklapanja predviđenog stanja i stvarnog stanja ležaja. Kod 8 ležajeva javlja se delimično odudaranje, u smislu da su neka predotkazna stanja predviđena kao otkazi i obrnuto. Dakle, postoji podudarnost od 75,76% (slika 8.26).

Grafik na slici 8.27 predstavlja procentualni prikaz poklapanja procene stanja ležaja pomoću apsolutnog $|y_j|$ i stvarnog stanja ležaja. Odnosno, u 76% (posto) slučajeva procena stanja ležaja se poklapa sa njegovim realnim stanjem.



Slika 8.27. Rezultati dijagnostike

Komparativna analiza pokazala je skoro potpuno slaganje sa rezultatima dijagnostičkih podataka vizuelnih rešavanja problema elemenata ležaja. Od 33 posmatranih snimljenih ležajeva, 24 ukupne slučajnosti i 9 delimični rezultati dijagnostike. Suprotno zaključivanje nedostaje. Identifikovano neprecizno sagledavanje može se objasniti nemogućnošću adekvatne vizuelne procene stanja ležajeva: normalno, preventivno, upozorenje i havarija.

8.3.5. PREDVIĐANJE POUZDANOSTI LEŽAJA NA MAŠINSKIM SISTEMIMA

Pomoću binarne logističke regresije, ispitali smo da li procenjena vrednost y_j , odnosno njena apsolutna vrednost $|y_j|$ zaista utiče na pojavu otkaza na ležajevima. Rezultati su izneti u nastavku teksta.

U tabeli 8.19 vrednost r predstavlja koeficijent korelacije (meru povezanosti) između parametra $|y_j|$ i pojave otkaza. Vrednost Sig je oznaka za signifikantnost, i ona predstavlja rezultat testa o postojanju korelacije (povezanosti). Te vrednosti računa program SPSS v.17.0 (Statistical Package for Social Sciences).

Tabela 8.19. Povezanost korelacije apsolutne procenjene vrednosti $|y_j|$ i pojave otkaza

Correlations			
		Apsolutne_procenjene_vrednosti	Otkaz
Apsolutne_procenjene_vrednosti	Pearson Correlation	1	,627**
	Sig. (2-tailed)		,000
	N	33	33
Otkaz	Pearson Correlation	,627**	1
	Sig. (2-tailed)	,000	
	N	33	33

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Postoji jaka pozitivna korelacija između $|y_j|$ i pojave otkaza na ležajevima ($r = 0,627$ i $\text{Sig} < 0,05$). Uslov za korišćenje binarne logističke regresije je zadovoljen. Ovim smo dokazali da ne postoji multikolinearnost, jer u izvesnoj meri kada je nezavisna promenljiva linearne funkcije druge nezavisne promenljive, multikolineranost će se desiti po logističkoj regresiji kao što se dešava u linearnoj regresiji.

Tabela 8.20. Klasifikacija otkaza

Classification Table ^{a,b}					
Observed		Predicted			
		Otkaz		Percentage Correct	
		Radno stanje	stanje otkaza		
Step 0	Otkaz	Radno stanje	26	0	100,0
		stanje otkaza	7	0	,0
		Overall Percentage			78,8

a. Constant is included in the model.

b. The cut value is ,500

Model Summary			
Step	-2 Log likelihood	Cox & Snell R Square	Nagelkerke R Square
1	20,139 ^a	,345	,536

a. Estimation terminated at iteration number 6 because parameter estimates changed by less than ,001.

Tabela 8.21. Rezultat binarne logističke regresije

Variables in the Equation									
		B	S.E.	Wald	df	Sig.	Exp(B)	95% C.I. for EXP(B)	
								Lower	Upper
Step 1 ^a	Apsolutne_procenjene_vrednosti	,002	,001	7,162	1	,007	1,002	1,000	1,003
	Constant	-4,852	1,706	8,094	1	,004	,008		

a. Variable(s) entered on step 1: Apsolutne_procenjene_vrednosti.

Kao što je prikazano u datoj tabeli, procenjene vrednosti daju jedinstven statistički značajan doprinos modelu (**Sig.=0,007<0,05**). Model u celini objašnjava između 34,5% (r^2 Cox-a Snell-a) i 53,6% (r^2 Nagelkerke-a) varijanse u statusu ležajeva.

Kako je $\text{Exp}(B) = 1,002$ (1,000-1,003) to znači da sa povećanjem vrednosti $|y_j|$ za 1, šansa da dođe do otkaza se povećava 1,002 puta, odnosno čitava 2 promila.

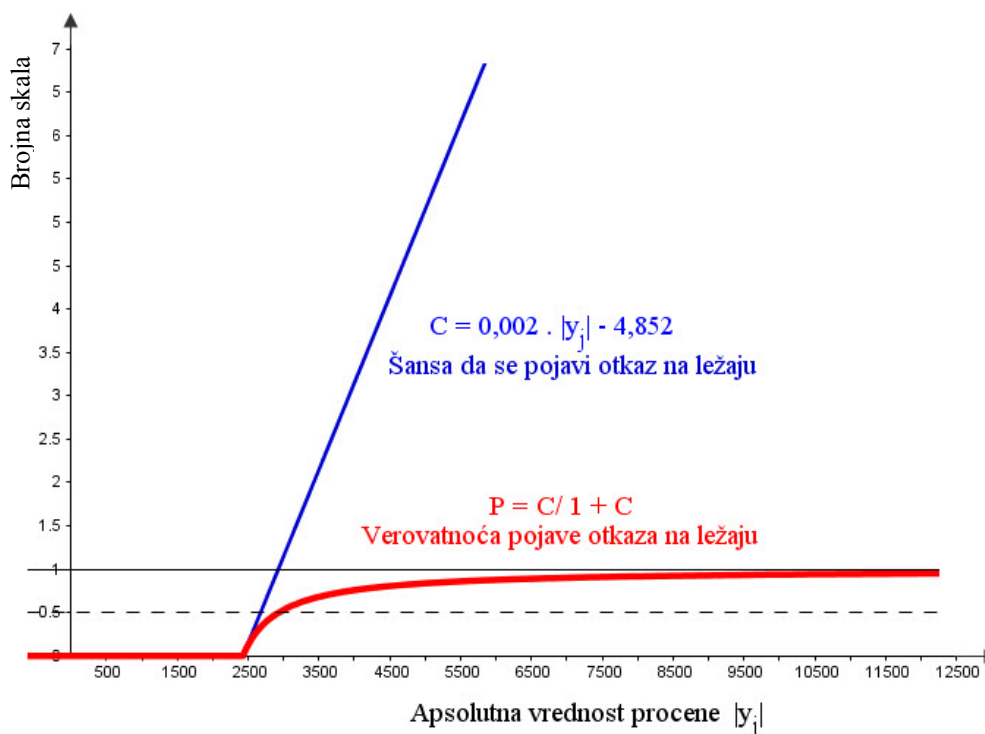
Vrednosti iz tabele (8.21) u koloni B (za promenljivu $|y_j|$ i konstantu) koriste se za određivanje šanse da pri datoj vrednosti za $|y_j|$ desi otkaz (šansa događaja je odnos verovatnoće da se događaj desi prema verovatnoći da se događaj ne desi).

Prema ovom predviđanju-predikciji, pouzdane pretpostavke o mogućim događajima, šansa da se pojavi otkaz na ležaju za $|y_j| < 2450$ gotovo da ne postoje (zato što je tada C manje od nule, što je po definiciji nemoguće). Sve dok je $|y_j| < 2950$, šansa da dođe do otkaza na ležaju je manja od 1, što implicira da je verovatnoća otkaza manja od 50%. Kada $|y_j|$ prelazi vrednost 2950, otkaz postaje verovatniji ishod. Kada apsolutna procenjena vrednost dođe oko 3450, šansa da dođe do otkaza iznosi približno 2, što znači da je verovatnoća otkaza postala 2 puta veća od verovatnoće da se otkaz neće desiti, tj. oko 67%.

Za $|y_j| = 4000$ verovatnoća pojave otkaza na ležaju raste do približno 76%, dok za apsolutne vrednosti parametra $|y_j| = 6000$, računamo šansu za pojavu otkaza po formuli $C = 0,002 \cdot |y_j| - 4,852$. Za $|y_j| = 6000$, šansa je $C = 0,002 \cdot 6000 - 4,852 = 7,148$. Sada je verovatnoća pojave otkaza na ležištu $P_{(0)} = C / (1 + C) = 7,148 / (1 + 7,148) = 0,877$, ili 87,7%. Vidimo sa se verovatnoća otkaza povećava na čak 87,7%.

U prethodnom delu teksta pokazano je da stanje ležaja možemo pratiti samo pomoću parametra $|y_j|$. Dalje smo pomoću binarne logističke regresije ispitali kako $|y_j|$ utiče na pojavu otkaza ležaja. $\text{Exp}(B)$, pokazuje koliko puta se povećava šansa (ne verovatnoća) za pojavu otkaza, ako se $|y_j|$ poveća za 1. Kako je $\text{Exp}(B) = 1,002$ to znači da se šansa za otkaz povećava 1,002 puta, ili 2 promila, kada se $|y_j|$ poveća za jedan.

Grafik na slici 8.28 predstavlja kretanje šanse za otkaz (plava linija) i verovatnoće otkaza ležaja (crvena linija) u zavisnosti od vrednosti parametra $|y_j|$. Verovatnoća otkaza je bitniji podatak od šanse, pa je u tekstu date neke ocene verovatnoće otkaza za specijalne vrednosti parametra $|y_j|$. Verovatnoća je računata preko datih formula. Na x-osi je apsolutna vrednost procene $|y_j|$, a na y-osi je brojna skala. Plava linija je vrednost šanse koja se dobija iz formule $C = 0,002 \cdot |y_j| - 4,852$, i crvena linija predstavlja verovatnoću otkaza koja se dobija iz odnosa $P_{(0)} = C / (1 + C)$.



Slika 8.28. Kretanje šanse i verovatnoće pojave otkaza ležaja u zavisnosti od $|y_j|$

8.3.6. ODRŽAVANJE MAŠINSKIH TEHNIČKIH SISTEMA

Za rešavanje problema određivanja optimalne strategije održavanja ležajeva pomoću Markova lanaca, gde je u prethodnim poglavljima dat detaljan teorijski osvrt na problem reaktivnog (zamena po otkazu), proaktivnog (zamena i podmazivanje u određenom periodu) i prediktivnog (zamena i podmazivanje po potrebi) održavanja i gde je rešenje podržano odgovarajućim graficima. U istraživanju ove disertacije, čitava grupa posmatranih ležajeva podeljena je u 3 grupe, i na svaku grupu je primenjena jedna strategiju održavanja (tabele 8.22, 8.23, 8.24).

Tabela 8.22. Ležajevi koji su održavani reaktivno

Grupa ležajeva koji su održavani reaktivno				
Redni broj	Vibracije V [mm/s]	Vibracije H [mm/s]	Vibracije A [mm/s]	Temperatura t [°C]
1	0,63	0,73	0,9	41
2	1,64	2,45	1,04	58
3	7,88	11,19	8,08	77
4	6,37	8,71	6,95	71
15	7,84	12,28	8,61	80
16	6,15	9,33	7,67	72
19	8,82	12,88	7,95	75
23	7,97	9,82	11,97	73

Tabela 8.23. Ležajevi koji su održavani proaktivno

Grupa ležajeva koji su održavani proaktivno				
Redni broj	Vibracije V [mm/s]	Vibracije H [mm/s]	Vibracije A [mm/s]	Temperatura t [°C]
5	0,98	1,17	1,06	53
6	1,95	2,33	2,79	62
7	6,15	5,97	8,77	66
8	10,88	11,4	9,25	82
17	0,51	0,44	0,4	49
18	0,95	1,69	0,82	52
22	0,99	0,89	0,92	50
24	5,95	8,46	5,24	67
29	0,16	0,13	0,19	35
30	0,17	0,19	0,25	37
31	0,21	0,41	0,55	48
32	1,89	3,66	2,44	63
33	2,89	3,27	4,53	75

Tabela 8.24. Ležajevi koji su održavani prediktivno

Grupa ležajeva koji su održavani prediktivno				
Redni broj	Vibracije V [mm/s]	Vibracije H [mm/s]	Vibracije A [mm/s]	Temperatura t [°C]
9	0,84	0,75	1,12	42
10	0,77	0,51	0,49	39
11	5,63	8,02	5,58	65
12	5,77	8,89	6,39	68
13	0,67	0,75	0,64	41
14	1,09	1,46	0,93	55
20	6,78	8,27	6,11	70
21	0,57	0,69	0,61	40
25	1,11	1,22	1,63	56
26	2,83	2,08	1,86	61
27	7,47	4,13	3,78	79
28	2,22	3,56	4,91	65

Matrice verovatnoće prelaska (metoda iteracije o strategijama) za svaku od strategija određujemo za P^1 - reaktivno, P^2 - za proaktivno, P^3 - za prediktivno održavanje. Rezultati su dobijeni na osnovu navedenih istraživanja.

$$P^1 = \begin{pmatrix} 0,25 & 0,75 & 0 \\ 0 & 0,33 & 0,67 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \end{pmatrix} \quad P^2 = \begin{pmatrix} 0,38 & 0,62 & 0 \\ 0,375 & 0,375 & 0,25 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \end{pmatrix} \quad P^3 = \begin{pmatrix} 0,33 & 0,67 & 0 \\ 0,375 & 0,25 & 0,375 \\ 0,33 & 0,67 & 0 \end{pmatrix}.$$

Za određivanje optimalne strategije održavanja dijagnostikovanih ležajeva potrebno je oceniti i troškove koje svaka od strategija iziskuje. Nažalost, rešenje ovog problema je nemoguće bez analize finansijskih podataka. U sadašnjem vremenu u ogromnim većinama preduzeća, pristup tim podacima se ograničava. Cene i troškovi se razlikuju od firme do firme, i jako je teško naći neke uopštene vrednosti. U radu će biti korišćene cene do koji je autor došao u organizacijama u kojima je istraživao ovu doktorsku disertaciju. Slični podaci navedeni su u literaturnim izvorima [72, 237, 238].

Troškovi održavanja (podmazivanja i sl.) - 4 eura po komadu na godišnjem nivou.

Troškovi redovne zamene -11 eura po komadu na godišnjem nivou.

Troškovi vanredne zamene -16 eura po komadu na godišnjem nivou.

Na osnovu navedenih podataka dobijamo matricu troškova (metoda iteracije o strategijama) za svaku od navedenih strategija: R^1 -za reaktivno, R^2 - proaktivno, R^3 - za prediktivno tehničko održavanje.

$$R^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 16 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad R^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 11 & 0 & 0 \\ 11 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad R^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 4 \\ 11 & 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Formalizujući moguće stacionarne strategije održavanja u tablici (8.25) su prikazane strategije.

Tabela 8.25. Stacionarne strategije održavanja

Strategija, S	Vid TO	Dejstva
1	Reaktivno	Eksploatacija do otkaza bez TO
2	Proaktivno	Planska eksploatacija bez TO
3	Prediktivno	Eksploatacija korišćenjem TO

Vođen koracima algoritma optimalne strategije, u disertaciji su date izračunate vrednosti za tražene parametre, uz formule opisane u poglavlju (8.3.3), za svaku od strategija očekivani prihod v_i^S i ograničavanje verovatnoće prelaza π_i^S , pomoću kojih su tražene vrednosti dobijene. Rezultati izračunavanja su prikazani u tabeli (8.26) pri čemu su indeksi $S = 1, 2, 3$ označavaju - broj strategije održavanja, $i = 1, 2, 3$ - broj stanja.

Tabela 8.26. Rezultati strategije

Strategija S	Očekivani troškovi			Stacionarne verovatnoće		
	v_1^S	v_2^S	v_3^S	π_1^S	π_2^S	π_3^S
1	0	0	6	0,27	0,31	0,42
2	0	4,125	5,5	0,403	0,398	0,199
3	0	4	6,31	0,36	0,46	0,18

Parametri v_i^S u tabeli dobijeni su pomoću formule $v_i^S = \sum_{j=1}^m p_{ij}^S r_{ij}^S$ (7.25), dok su

parametri π_i^S dobijeni iz sistema matičnih jednačina (7.29):

$$\begin{cases} \pi^S \mathbf{P}^S = \pi^S \\ \pi_1^S + \pi_2^S + \dots + \pi_m^S = 1 \end{cases}$$

Za svaku od strategija izračunati su očekivani troškovi E^1 , E^2 i E^3 iz formule (7.28).

Sada, pomoću formule matematičkog razbijanja $E^S = \sum_{i=1}^m \pi_i^S v_i^S$ (7.30) dobijamo

očekivani rashod za svaku strategiju pojedinačno (u eurima po ležaju), tj. $E^1 = 3,36\text{€}$; $E^2 = 2,74\text{€}$; $E^3 = 2,97\text{€}$.

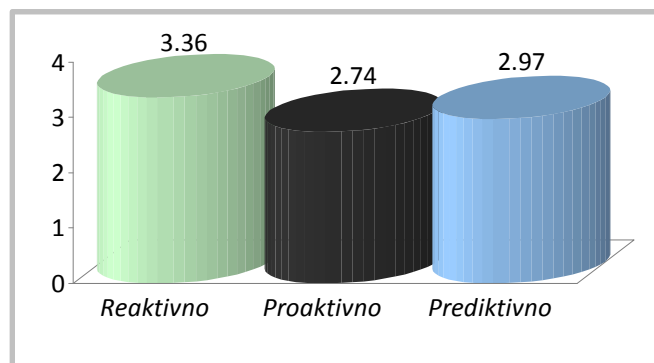
Najbolja strategija navedene matrice prelaska biće ona koja minimizira troškove održavanja. U ovom slučaju, to je druga strategija, tj. strategija proaktivnog održavanja. Ekonomska opravdanost izbora sistema pri ovim cenama najbolja je 2,74€.

Veliki broj radova posvećenih pitanjima utvrđivanja ekonomske efikasnosti sprovođenja i korišćenje metoda vibracione dijagnostike, je najbolji dokaz. Prema tome, komparativna analiza različitih metoda održavanja rotirajuće opreme, prema podacima Udruženja Otvorenog Sistema Informacija o Sistemu Stanja Mašina „MIMOSA“ [237], pokazala, da su specifični troškovi na tehničko održavanje u energetskom sektoru SAD napravljeni u 1998 godini po jedinici energije kapaciteta (KS- konjska snaga) odnosno:

- \$18 po KS - pri radu opreme do izlaska iz stroja,
- \$13 po KS - pri održavanju po propisima,
- \$9 po KS - pri održavanju po tehničkom stanju,
- \$6 po KS – pri proaktivnom održavanju.

Dakle, pravilna primena metoda i sredstva vibracione dijagnostike omogućava prelazak iz održavanja u skladu sa propisima (plansko) na proaktivno smanjili troškove na tehničko održavanje više od 2 puta.

Slika 8.29 predstavlja očekivanu cenu odražavanja jednog ležaja u zavisnosti od izbora strategije, bez obzira da li se taj ležaj pohabao ili ne.



Slika 8.29. Troškovi strategija održavanja

Na troškove jedne strategije znatno utiču tržišne cene elemenata i cene rada. Kako cene tokom godine mogu varirati i za više desetina procenata, tako se i troškovi strategije mogu značajno menjati. Na primer, ukoliko bi cena troškova održavanja ležaja bila 3 eura (umesto date 4 eura na godišnjem nivou), to bi značajno promenilo izbor strategije. U tom slučaju, troškovi prediktivnog održavanja bi se snižavali na 2.39€, što bi ovu strategiju promovisalo u najekonomičniju, najisplativiju, a samim tim i najefikasniju.

Do danas, proizvodnja, međutim, postaje sve uobičajena tzv. tehničko održavanje i organizacija mešovitih strategija. Optimalna strategija u ovom slučaju izabrana je uprkos svojim postojećim prednostima, pojedinačno za svaku ocenu, u zavisnosti od svoje vrednosti i značaja u procesu. Problem izbora mešovitih strategija može biti uspešno rešen primenom predloženih tehnika menjajući parametre.

8.4. REZIME SPROVEDENIH ISTRAŽIVANJA

Disertacija je omogućila da se primeni problematika formiranja matematičkog modela matrica, kao i izbor najznačajnijih parametara stanja mašinsko-tehničkih sistema.

Naučni doprinos disertacije ogleda se u sistematizovanom pregledu metoda kao i izboru odgovarajućih parametara stanja koji učestvuju u formiranju datog modela matrica. Značaj ove disertacije jeste i u primeni metoda simulacije prilikom izbora najboljih parametara dijagnostike stanja. Rezultat istraživanja predstavlja rešavanje kinematike i dinamike mašinskih segmenata sa korišćenjem matematičkog modela matrica. Takođe, predstavljen je i razvoj i verifikacija naučno zasnovane metodologije za optimalno održavanje mašinskih sistema. Osnovni zadatak je pravilan izbor, analiza i aplikacija najpovoljnijeg optimalnog modela na bazi sistemskog prilaza. Njihovim praćenjem i ispitivanjem, dokazan je i stepen njihove pouzdanosti. Simulacijom se može predvideti ponašanje pojedinih delova sistema, odnosno, verifikacija modela.

Prvo poglavlje „*Uvodni deo*” obuhvata opisivanje istraživanja problema, odnosno predmet, cilj, hipoteze, metodologiju, organizaciju i naučno društvenu opravdanost dijagnostike stanja mašinskih sistema. Bavi se elementarnim teorijskim osnovama neophodnim za razumevanje predmeta, problema i značaja istraživanja doktorske disertacije. Primena parametara u postupku dijagnosticiranja mašinskih tehničkih sistema omogućava utvrđivanje otkaza na pojedinim komponentama sistema, kao i nalaženje kritičnog puta na kome je najverovatnije i došlo do otkaza. Kroz izvršena sopstvena istraživanja dokazana je i pouzdanost komponenta na mašinskim sistemima. Sama metodologija definiše vezu i vrši proveru parametara stanja sastavnih komponenti mašinskih tehničkih sistema. U užem smislu, analiza mašinskih tehničkih sistema sa matricama doprinela je sistematizaciji metoda za proučavanje tipa funkcije održavanja i pouzdanosti komponenta, dok se širi smisao ogleda u njenoj primenljivosti na sve tehničke sisteme.

Drugo poglavlje „*Dosadašnja istraživanja*” sadrži pregled značajnih objavljenih radova koji se bave problematikom i koji su direktno vezani za sam postupak modeliranja mašinskih tehničkih sistema sa matricama, kao i stanjem tih sistema. Suštinu ovih radova čini pojam, odnosno definisanje mehanike (kinematike i dinamike) mašinskih sistema, kao i stanja tih sistema, održavanja primenom matematičkog metoda matrica, na bazi glavnih pokazatelja parametara stanja posmatranih sastavnih komponenta, kao i njihov značaj i uloga. Dat je pregled stanja istraživanja predmetne problematike i kritička analiza literaturnih izvora. Ovaj kratak prikaz literature predstavlja obrazloženje stavova o predmetu istraživanja gde su iznete osnovne karakteristike modela i navedena njihova ograničenja.

Treće poglavlje „*Metodološki koncept*” se bavi opisivanjem istraživanja problema, odnosno predmeta, cilja, hipoteza, metodologija, organizacije i naučno društvene opravdanosti istraživanja. Sama metodologija definiše i vrši iznalaženje modela proračuna, kao i proveru parametara stanja komponenti mašinskih tehničkih sistema (robot-manipulator, klipni kompresor, pumpa). Cilj je da se u metodološkom smislu teorijski i eksperimentalno, ispita hipoteza o relacijama za prepoznavanje tipa održavanja mašinskih sistema, kao i stanja komponenti mašinskih sistema na matematičkom modelu matrica. Naučno zasnovane metode koje su korišćene u rešavanju predmeta doktorske disertacije omogućile su u teorijskom delu da se analiziraju matematički i drugi modeli koji razmatraju problematiku izbora kretanja pojedinih segmenata mašinskih sistema, kao i praćenja parametara stanja komponenti i funkcije pouzdanosti mašinskih sistema. Teorijski deo istraživanja u okviru doktorske

disertacije na sistematski način prikazuje matematičke metode kao osnovu za donošenje odluka i sprovedenoj analizi matematičkog modeliranja mašinskih tehničkih sistema sa matricama, kao i sprovođenju mera održavanja zasnovanoj na broju izvođenja remontnih mera. Eksperimentalna istraživanja obuhvataju predstavljene rezultate istraživanja koji potkrepljuju i detaljnije objašnjavaju definisane hipoteze kroz analizu parametara sa matematičkim modelom matrica i upoređivanjem tako dobijenih rezultata sa rezultatima dobijenim računarskim programom. Sprovedena istraživanja u toku eksploatacije su omogućila proveru i dokazivanje kako glavne hipoteze, tako i postavljenih pomoćnih hipoteza.

Četvrto poglavlje **„Matematičko modeliranje industrijskih robota i formiranje transformacionih matrica”** bazira se na se formiranju matematičkog modela posmatranog robota *Fanuc M16iB/10L*, koji se nalazi u preduzeću „Metalac” Gornji Milanovac. Opisane su karakteristike kretanja segmenata sistema, a zatim se pristupilo rešavanju kinematike i dinamike robota sa šest stepeni slobode. Razvijena kinematika i dinamika robota, predstavlja značajan doprinos u razvoju savremenih mašina sa zglobnom strukturom. Dobijenim jednačinama transformacije matrica dimenzija 4×4 , prikazan je matematički model robota. Na osnovu definisanih jednačina matrica modela robota, izvršene su simulacije kretanja, kao i kontinualno kretanje segmenata. U cilju verifikacije dobijenog modela, izvršeno je programiranje robota sa istovetnim parametrima koji su korišćeni u simulaciji. Za analizu modeliranja i simulaciju korišćen je alata „Matlab-Simulink and Robotics toolbox”. Ovaj softverski alat omogućava rad sa vektorima i matricama, homogenim transformacijama, modeliranje, rešavanje problema direktne i inverzne kinematike, generisanje trajektorije kretanja i orijentacije robota. Za kreiranje modela robota u Matlab-u definisani su parametri matrice prema Denavit Hartenbergovoj notaciji.

Peto poglavlje **„Modeliranje industrijskih kompresora i formiranje transformacionih matrica”** bazira se na formiranju matematičkog modela kompresora. Predstavljen je jedan opšti model klipnog kompresora sa jednim cilindrom „Trudbenik”-Doboj koji je u primeni u „Energetici” Kragujevac, koji se koristi u industriji, na kome je primenjena kinematička analiza mehanizma, izvedena posebnom matematičkom metodom matrica transformacija. Poseban osvrt je dat na kinematičku analizu mehanizma i istraživanje kretanja pojedinih komponenti mehanizma i njegovih važnih tačaka. Na osnovu dobijenih rezultata, posebnom tehnikom matematičkog modeliranja primenom matrica transformacije, određene su pojedini problemi kretanja klipa, klipnjače i kolenastog vratila. Dobijene jednačine u ovom poglavlju prikazuju matricu dimenzije 3×3 , odnosno, međusobnu povezanost između tri promenljive. Izračunavanje korelacione matrice je početni korak u svakoj faktorskoj analizi. Ona se dobija matričnim proizvodom manje dimenzije standardizovane matrice podataka. Njeni elementi sadrže kosinuse uglova između svih mogućih elemenata unutar standardizovanog vektora kolone. Moguće je geometrijski prikazati odnose između vektora, čiji su kosinusi predstavljeni korelacijom. Na primer, u datim jednačinama prikazuju se tri vektora koji korespondiraju korelacionoj matrici. Vektori vrsta matrice podataka smeštaju se u trodimenzionalni prostor, i na osnovu jednačina predstavljaju segment konkretne primene predstavljenog modela. Razvijen je savremeni metod sa računarski potpomognutim posebnim softverom za analizu obrade, koji može simulirati ne samo kretanje mehanizma, već može odrediti i položaj, brzinu, ubrzanje, sile, momente i druge parametre u svakom trenutku vremena. Dobijeni rezultati mogu se uporediti, ako su korišćeni isti ulazni parametri. Validacija rezultata modela kompresora sprovedena je uz pomoć rezultata postojećeg jednocilindričnog kompresora pomoću softvera *FluidSim 3.6*. Predstavljeni matematički model je osnova za razvoj i primenu različitih softvera za simulaciju i optimizaciju rada kompresorskih sistema.

Šesto poglavlje **„Modeliranje pumpnih postrojenja i formiranje transformacionih matrica”** obuhvata rešavanje matričnih jednačina pumpe, a rešavanje sistema jednačina svodi se na veliki broj nepoznatih veličina. Razmatrano je uvođenje matematičkog modela pumpe

kao kompleksnog sistema, koja je u vezi sa cevnim i priključnim sistemima. Formirani model je analizirao kinematiku i dinamiku kretanja radnog fluida u okviru pumpnog postrojenja, sa jednačinama Njutnove, Ojler-Bernuli jednačine kao i njihova rešenja. Dobijene su vrednosti mehaničke analize, i određeni su programski postupci koji omogućuju da se u automatizovanom režimu rada izvrši mehanička (statička, kinematička i dinamička) analiza posmatranih modela u uslovima koji odgovaraju uslovima eksploatacije. Datim jednačinama je utvrđena primena analitičkih metoda kod vitalnih mašinskih elemenata gde se svodi na primenu empirije i raznih oblika funkcija čija je primena u najvećoj meri ograničena veličinom njene složenosti oblika i opterećenja. Za analizu su bile neophodne analitičke metode proračuna koji se mogu još bazirati na teoriji otpornosti materijala i teoriji elastičnosti. Jednačinama elastične deformacije (amplitude, frekvencije, vibracije) koja zavisi od ukupne dinamike kretanja sistema, dobijene su jednačine zavisnosti koje su date u vidu matrica krutosti. Matematički model matrica krutosti obuhvata zavisnu korelaciju između sila elastičnosti na vratilu pumpe sa i bez primene parametara stanja sistema. Iste su određene i deformacije posmatranog modela. Opšta forma analitičkog modela direktno sledi iz dinamike kretanja sistema fluida, što predstavlja kompleksnu analizu, što je opštom matricom teško analizirati.

Datom metodom jednačina omogućuju se brži proračun kretanja sistema kao i analiza kinematike, dinamike, mehaničke stabilnosti i deformacija izazvane spoljnim silama, zagrevanjem, ometanim toplotnim i drugim dilatacijama. Dobijeni matematički model matrica je pokazao visok stepen racionalnosti, visoku pouzdanost u radu, a naročito tačnost rezultata proračuna. Doprinos ove metode je u kompaktnošću prikaza matematičkog modela koristeći matrice, koje u ovom obliku omogućavaju kompjuterske simulacije dinamike sistema i relativnog lakog načina prikazivanja.

Sedmo poglavlje „**Predloženi modeli pouzdanosti i dijagnostike složenih tehničkih sistema**” razmatra formiranje matematičkog metoda provere ispravnosti, radne sposobnosti i funkcionalnosti tehničkih sistema, koji su tretirani u ovoj disertaciji uz lociranje mesta otkaza na najnižem hijerarhijskom nivou. Predstavljeni su teorijski aspekti praćenja dijagnostičkih parametara tehničkih sistema: brzine vibracija (vertikalne, horizontalne i aksijalne) i temperatura, kao i mogućnosti pružanja dijagnostike odstupanja u funkciji formiranja matematičkog aparata koji omogućava formiranje matrica transformacija. Vrednost se ogleda kroz izvršena istraživanja dijagnostičkih parametara koji ukazuje na međusobnu povezanost četiri dijagnostičke promenljive, tako da koordinate početnog modela bivaju transformisane u obliku homogenih koordinata više puta dok se ne formira konačna matrica 4×4 . Utvrđene vrednosti parametara sistema i predloženim algoritmom za generisanje jedinstvenog dijagnostičkog kriterijuma tehničkih sistema, definisane korelacije upotpunile su posmatrani model. Izračunavanjem dijagnostičkih kriterijuma dobijen je kriterijum „optimalna” skalarizacija. Formirani model za analizu uzima dve grupe komponenti sistema u dobrom stanju i u veoma lošem stanju. Objekti svake grupe karakterišu uzorci, svaki vektor u uzorku predstavlja n - dimenzionalni dijagnostički kriterijum. Formiranje „najbolje” skalarizacije zasniva se na zameni vektora skalarom. Praktičnu primenu zamene vektora dijagnostičkih kriterijuma skalarom predstavljen je stav Fišera da se posredstvom vektora izrazi stav srednjih vrednosti i matrice kovarijansi, tako da se dobija matematičko očekivanje vektora za svaku grupu komponenti sistema. Nakon sprovedenih istraživanja parametara, za vreme remonta je napravljena detekcija grešaka komponenti sistema, na osnovu rezultata istraživanja su predstavljene vrednosti četiri dijagnostička kriterijuma (V -vertikalne vibracije, H -horizontalne vibracije, A -aksijalne vibracije i t -temperatura), i sprovedene su greške na utvrđenim komponentama sistema. Na taj način se formiraju posebne matrice za obe grupe posmatranih dijagnostičkih parametara. Na osnovu dobijenih mnoštva dijagnostičkih karakteristika formirana je matrica 4×4 za dve grupe objekta u dobrom stanju i u lošem stanju, na taj način dolazimo do formiranja matematičkog očekivanja, matrica kovarijanse, inverzne matrice zbira, i optimalnog vektora Fišera.

Praktična primena navedenih teoretskih istraživanja u okviru doktorske disertacije prezentovana je na sprovedenoj matematičkoj analizi dijagnostike složenih mašinskih sistema sa primenom rešenja matrica. Primenom metoda matrica, može se predvideti trenutak pravovremene zamene komponente pre nego što dođe do njenog otkaza. Pomoću modela matrica može se izvršiti pravovremena provera postojećih parametara stanja komponenata i uporediti sa željenim stanjem pouzdanosti novih komponenata. Matematički model matrica je definisan na bazi datih vrednosti i obuhvata korelaciju parametara dijagnostike stanja mašinskih sistema, korelacija parametara radnih temperatura, vibracije i pohabanosti elemenata mašinskih sistema. Na osnovu utvrđene korelacije, izvršena je analiza modela kroz empirijska istraživanja.

Osmo poglavlje „*Rezultati istraživanja*” proučava određene metode koje su praktično primenjene na teoretskim aspektima formiranja matematičkog modela matrica transformacija sprovedenim prilikom utvrđivanja analize dijagnostike održavanja i pouzdanosti komponenti mašinskih sistema. Ovi parametri kao promenljive međusobno su povezani i transformišu se u obliku homogenih koordinata za formiranje matrica transformacija u primeni dijagnostičkih kriterijuma. Dobijeni rezultati ovih istraživanja predstavljaju naučni i društveni doprinos predmetnoj problematici. Izvršena teoretska i empirijska istraživanja su omogućila proveru i dokazivanje glavne hipoteze kao i postavljenih pomoćnih hipoteza. Primena modela matrica omogućava jednostavno određivanje optimalne vrednosti stanja komponenata mašinskih sistema, a za koju je potrebno poznavati zakon raspodele vremena rada do otkaza. Rezultati dobijeni modelom matrica pokazuju da sve korelacije u eksploatacionim uslovima zavise od izbora parametara, kao i od ponašanja posmatranih komponenata na sistemu. Konstatujemo da je za dobijanje pouzdanih vrednosti neophodno primenjivati odgovarajuće parametre stanja rada komponenata mašinskih sistema. Uzeti parametri, koji su analizirani sa metodom matrica i, koji se ispoljavaju kroz poboljšanje održavanja, i promene otkaza komponenti sistema beleže smanjenje troškova tehničkog održavanja više od 2 puta što opravdava njihovo uvođenje.

U okviru poglavlja devet „*Zaključak*” akcenat je stavljen na analizu ključnih parametara koji utiču na modeliranje kretanja pojedinih segmenata mašinskih tehničkih sistema. Takođe pomoću analize jednačina transformacionih matrica i definisanje ključnih parametara pri kinematičkim i dinamičkim uslovima rada analizirane su zavisnosti stanja mašinskih tehničkih sistema. U tu svrhu je uveden pojam stroge dijagonalne dominacije i pomoću njega je izvršena karakterizacija matrica tehnikom transformacije. Potom je tehnika transformacije prikazana kao alat pomoću koga se može izvršiti klasifikacija matrica, što je učinjeno uvođenjem stanja komponenti sistema, i održavanja tehničkih sistema sa istim. Kako bi dobili optimalne vrednosti održavanja mašinskih sistema, primenjeno je više matematičkih modela sa matricama transformacije. Sve veći broj realnih problema u oblasti mašinske tehnike i šire, danas se rešava matematičkim modeliranjem, zahvaljujući pre svega intenzivnom razvoju računarske tehnike. Umesto da se vrši veliki broj eksperimenata, što je često dug i skup put, formira se matematički model kojim se simulira određeni proces ili pojava. Pri mehaničkim proračunima (robota, kompresora, pumpe) metod korišćenja matrica je opravdan, optimalan, efikasan metod. Za ovakve složene slučajeve tehničkih sistema, jedini primenljiv metod. Da se do rezultata brzo dolazi zahvaljujući mogućnošću korišćenja razvijenih moćnih računara. Ovako dobijeni rezultati sprovedeni na složenim tehničkim sistemima mogu se uspešno koristiti u daljim etapama proračuna tehničkih sistema. Buduća analiziranja problematike modeliranja, održavanja i pouzdanosti mašinskih sistema treba usmeriti u pravcu novih naučnih i tehničkih dostignuća. Treba uzeti u obzir najznačajnije parametre za potrebe modelovanja kao što su promena temperature, vibracije i pohabanosti komponenti sistema. Takođe treba uzeti u obzir razvoj i usavršavanje metoda mehaničkog modeliranja tehničkih sistema, kao i optimizaciju režima kretanja segmenata sistema pri njihovoj eksploataciji korišćenjem računara, sa akcentom na korišćenje matrica transformacija, gde se mogu se rešavati kretanja sa više stepeni slobode. U okviru ovog

poglavlja detaljno su predstavljena potpoglavlja: naučni doprinos disertacije, pitanja koja disertacija „otvara” i dokazivanje (potkrepljivost) glavne hipoteze. Ova disertacija proučava oblast koju karakteriše savremenost, a njeno rešavanje originalnost, dok predloženi rezultati imaju kako teorijski tako i praktični značaj.

8.5. DISKUSIJA REZULTATA ISTRAŽIVANJA

Iako su matematičke metode matrica oblasti po svojoj sadržini veoma široke i na prvi pogled se prilično razlikuju, u disertaciji su analizirani i obrađeni neki delovi ovih oblasti i pokušalo se da ih na jedan prirodan način obuhvatimo i povežemo u jednu interesantnu i raznovrsnu celinu. Prikazana je mogućnost primene nelinearne optimizacije za efikasno računanje različitih uopštenih i običnih matrica. Takođe, pomoću novog algoritma za računanje generalisanih proizvoljnih matrica, modifikovan je postupak za primenu i efikasno sprovođenje održavanja mašinskih sistema sa matricama. Analizirano je i pokazano kako je moguće te metode iskoristiti u praktične svrhe, kao što su, recimo, pojedini tipovi održavanja mašinskih sistema, i kako pojedini parametri utiču pouzdanost sistema.

Do sličnih rezultata istraživanja, po pitanju pojave nedozvoljenih vibracija na mašinsko-tehničkim sistemima nailazimo u literaturi *Јевгеневич Сушко Анђеј* (2007) [72], koji proučava dijagnostiku složenih sistema pomoću automatizovane dijagnostike. Ukazujući za potrebu uvođenja i primene automatizovane dijagnostike, ističe da se time efikasnije identifikuju glavne faze otkaza sistema dijagnostike ležajeva, kao i izbor optimalnog održavanja i strategije u proceni preostalog života sistema.

Ispitujući pouzdanost kotrljajnih ležajeva na više tehničkih sistema, do sličnih rezultata su došli i *Adamović i sar.* (2009) gde su zaključili da su vibracije, tačnije njena ubrzanja, najbolji pokazatelji smanjene pouzdanosti ispitivanih tehničkih sistema [54].

Analizom matematičkog modeliranja procesa kompresora u literaturi [5] ističe brojne pokazatelje koji utiču na analizu i pouzdanost sistema, tačnije da sile termodinamičkih procesa, kinematskih, dinamičkih, razmena toplote, sila i momenata koji deluju na klip i pogonsko vratilo utiču na pojavu nestabilnosti sistema kompresora.

Ispitujući kardanska vratila na poljoprivrednim mašinama *Ašonja A.* (2012) je došao do rezultata da su aksijalna ubrzanja vibracija najmerodavniji pokazatelj stepena oštećenja kardanskih vratila [13].

Čabaravdić M. (2010) u svom radu ističe [206] funkcionisanje robotskog sistema. Da bi jedan robotski sistem pravilno i pouzdano funkcionisao, navodi, da potrebno je veliku pažnju posvetiti njegovom održavanju i sigurnosti. Moderni senzorski i upravljački sistemi znatno doprinose efikasnosti održavanja robota tako da se uz pomoć podataka tih sistema i savremenih algoritama na bazi statistike može predvideti vek trajanja pojedinih delova robota, te se ti delovi mogu na vreme zameniti. Na taj način se sprečavaju neželjeni prekidi proizvodnje usled kvara na robotskom sistemu.

Rezultati ovih istraživanja ukazuju na činjenicu da je ležaj u sistemu robota bio većih dimenzija što je uticalo na porast troškova sistema. Takođe istraživanja su rezultirala preporuku proizvođačima robota da mogu u budućnosti da izvrše optimizaciju ležaja tako što će uzeti ležaj manjih dimenzija i manje nosivosti.

Rezultati istraživanja brzina vibracija, kao parametar dijagnostike stanja sistema, merena je u horizontalnom, vertikalnom i aksijalnom pravcu na ležajnim jedinicama tokom svih istraživanja, pokazala je zadovoljavajuće rezultate ležišnih sklopova na mernim mestima 1 i 2 centrifugalne pumpe kao i klipnog kompresora (tabela 8.13).

Istraživanja temperatura kao pokazatelj radnog stanja ležišnih sklopova na tehničkim sistemima, ukazivala je na značajan porast prilikom promene radnog opterećenja i to na ležajnim jedinicama 3 i 4. Tokom ispitivanja ona je zavisila i od spoljnih vremenskih uslova koji su vladali. Najveća zabeležena temperatura iznosila je 82°C na centrifugalnoj pumpi 2, mernoj tački 4. Može se zaključiti, iz navedenih istraživanja, da dominantan uticaj ima

temperatura kotrljajnih ležajeva u ležišnim sklopovima mernih mesta 82°C , 80°C , 79°C , 77°C , 75°C , 73°C i to je temperatura koja je najveća na ležajevima (tabela 8.13).

Pristup održavanja složenog modela tehničkih sistema ispitivanih u disertaciji ukazuju na neophodnost da se reaktivno održavanje zameni proaktivnim održavanjem, koje se zasniva na maksimalnoj primeni preventivnog održavanja. Cilj ovakvog planiranja održavanja složenih tehničkih sistema u mašinstvu je planiranje preventivnog održavanja, tako da se sve nepredvidive intervencije, na rotacionoj opremi gde se kotrljajni ležajevi najvitalniji radni elementi, svedu na najmanju meru. Sve ovo navedeno se može ostvariti primenom savremene organizacije upravljanja na tehničkim održavanjem na složenim tehničkim sistemima. Jedan ovakav pristup održavanja je prikazan u disertaciji.

8.6. KLJUČNI REZULTATI ISTRAŽIVANJA

Na osnovu pregleda brojne literature, izvršenih teorijskih, laboratorijskih i eksploatacionih istraživanja, kao i predstavljanje matematičkog modela mašinskih sistema sa matricama i dijagnostike stanja kotrljajnih ležajeva na mašinskim-tehničkim sistemima, hipoteza pod nazivom „*Korišćenjem postupaka modeliranja mašinskih tehničkih sistema pomoću transformacionih matrica može se doći do jednostavnijeg i bržeg načina projektovanja istih*”, je potvrđena.

Kao ključni rezultati istraživanja i obrazloženja analize dobijenih rezultata u okviru ove disertacije navode se modeliranje tehničkih sistema matematičkim modelom matrica, kao i uticaj pojedinih eksploatacionih parametara rada, i različitih metoda dijagnostike mašinskih tehničkih sistema. Može se zaključiti da se postupak složenosti konstruisanja tehničkih sistema (roboti, kompresora i pumpe) ogleda u nekoliko etapa:

- Rešavanju kinematike i dinamike,
- Rešavanju sistema upravljanja.

Ove etape su podjednako značajne za konačno rešenje tehničkih sistema. Svakako da je rešavanje mehanike mehanizama tehničkih sistema jedno od osnovnih problema i uvek je aktuelno posebno za konkretne slučajeve.

Pri istraživanju matematičkih postupaka modeliranja tehničkih sistema dato je izvođenje iterativnih postupaka rešavanja sistema linearnih jednačina gde se koriste matrične forme, kao i tvrdjenja o vektorima i matricama. Analitičke metode proračuna i analize kod pumpi zasnivaju se na iznalaženju tačnih rešenja diferencijalnih jednačina kojima se opisuju određeni granični problemi. Ovi složeni granični problemi ne mogu da obuhvate rešenja svih kretanja segmenata pumpnih sistema, jer matrična forma ima svoja ograničenja.

Pri mehaničkim proračunima tehničkih sistema metod korišćenja matrica transformacija je opravdan, optimalan, efikasan metod:

- Za složenije slučajeve i jedini primenljiv metod;
- Da se do rezultata brzo dolazi zahvaljujući mogućnošću korišćenja razvijenih i moćnih računara;
- Da po svom karakteru dobijeni rezultati ovako sprovedenog mehaničkog proračuna može se uspešno koristiti u daljim etapama proračuna tehničkih sistema i
- Da se primenjena metodologija može koristiti i u jednostavnije inženjerske svrhe.

Primenom metoda matrica, može se predvideti trenutak pravovremene zamene komponente pre nego što dođe do njenog otkaza. Pomoću modela matrica može se izvršiti pravovremena provera postojećih parametara stanja komponenata i uporediti sa željenim stanjem pouzdanosti novih komponenata. Matematički model matrica je definisan na bazi datih vrednosti i obuhvata korelaciju parametara dijagnostike stanja mašinskih sistema, korelacija parametara radnih temperatura, vibracije i pohabanosti elemenata mašinskih sistema. Na osnovu utvrđene korelacije, izvršena je analiza modela kroz empirijska istraživanja.

Ključni rezultati istraživanja u okviru ove disertacije su [158]:

- primenom matrica transformacije došlo se do novih saznanja o korišćenju Markovih modela za izbor optimalnog korišćenja mašinskih sistema,
- primenom pravilnih mera tehničkog održavanja i remonta (proaktivnog, prediktivnog i reaktivnog) na mašinskim tehničkim sistemima bi se za više od 2 puta mogla povećati pouzdanost i smanjili troškovi održavanja, slika (8.29).
- veoma mala pouzdanost i vek trajanja mašinskih tehničkih sistema u eksploataciji su posledice neadekvatnog tehničkog održavanja i upotrebe, kao i složenih uslova koji vladaju u proizvodnom procesu,
- kao najvažniji razlozi u odstupanju veka trajanja u eksploatacionim u odnosu na laboratorijska ispitivanja mogu se nabrojati: neadekvatno tehničko održavanje, složeni uslovi eksploatacije proizvodnje, mogućnosti pojave debalansa, saosnosti, neparalelnosti između vratila i sl.

8.7. PREDLOG DALJIH ISTRAŽIVANJA

S obzirom na visoku tačnost definisanih modela sa matricama transformacije, olakšava se proces analize složenih mašinskih sistema, izbegavaju neželjene havarijske greške i oštećenja veoma skupih mašinskih sistema. Istraživanje modeliranja mašinskih tehničkih sistema pomoću transformacionih matrica, kao i pouzdanosti industrijskih mašina podrazumeva permanentan rad na istraživanju novih i što je pre moguće boljih metoda i tehnika. Uбудuće treba težiti sve više, da date matematičke metode teorije u što većem stepenu obuhvate brojne i uticajne činioce na pouzdanost mašinskih tehničkih sistema, polazeći pri tome od: specifičnosti gradnje mašinskih sistema, mogućnosti koje pruža proizvodnja, uslova eksploatacije itd.

Matematičko modeliranje sa matricama, programiranje projektovanja mašinskih sistema, održavanje i pouzdanosti mašina zahteva posedovanje informacija o izmeni radne sposobnosti sastavnih komponenti segmenata mašinskog sistema, kao i kinematike i dinamike kretanja u toku planiranog perioda rada. Informacija o pouzdanosti mašine je neophodna u svim etapama njihovog stvaranja, pri projektovanju, izradi, ispitivanju, eksploataciji, održavanju.

Primena računarskih tehnologija kroz razvoj adekvatnih softvera je danas neizbežna i u mnogome olakšava i ubrzava put dolaska do relevantnih podataka za donošenje odluka o postupcima proračuna i modeliranja i održavanja. Oslanjanje na ovu vrstu tehnologija omogućuje razvoj softvera za podršku praćenja pouzdanosti mašina u procesu eksploatacije.

Buduća istraživanja na temu modeliranja mašinskih tehničkih sistema sa matricama i projektovanja pouzdanosti i dijagnostike sistema bi mogla da donesu još efikasnija rešenja pri formiranju novih modela. Na taj način bi se najnovija tehnološka dostignuća učinila dostupnim i kombinovanje softverskih alata bi bilo opsežnije pri razvijanju novih modela projektovanja dijagnostike i pouzdanosti. Jedino kombinacijom više softverskih rešenja bi se podigao stepen univerzalnosti, jer ne postoji individualni model koji je univerzalno primenljiv model pouzdanosti, pošto povećanje nivoa pouzdanosti zavisi od toga koja je aplikacija u pitanju. Težnja pri stvaranju što univerzalnijeg rešenja obezbeđuje primat takvih modela projektovanja pouzdanosti u pogledu opšteg prihvatanja od strane korisnika čime će njihova upotreba prerasti u vid standarda.

Aktuelnost razmatrane problematike uticaja dijagnostike tehničkih sistema na nivo pouzdanosti i u procesu eksploatacije, kao i na održavanju i rezultatima istraživanja dobijenih tokom izrade ove doktorske disertacije, pokazuju da postoji još mogućnosti i potrebe za nastavkom istraživanja.

Rezultati istraživanja u disertaciji stvorili su dobru osnovu za dalja istraživanja, predlozi za nastavak istraživanja se mogu formulisati na sledeće načine:

- razvoj novih metoda ispitivanja pouzdanosti mašinskih tehničkih sistema, sa daleko složenijim režimima provere,
- razvoj modernijih laboratorijsko-opitnih stolova pogodnih za ispitivanje široke palete eksploatacionih karakteristika, sa kontrolom parametara: temperature, vibracije i sl.,
- razvoj novih metoda instrumentacije za praćenje veličina radijalnog, aksijalnog i zazora u ležajevima tokom eksploatacije i analize njihovih veličina na pouzdanost sistema,
- unapređenje postojećih tehničkih rešenja ležišnih sklopova u kojima bi se znatno poboljšalo podmazivanje svih kotrljajnih elemenata,
- unapređenje mera tehničkog održavanja, popravke i remonta tehničkih sistema,
- edukaciju i podizanje svesti kod studenata i rukovaoca mašinsko-tehničkih sistema o neophodnim merama u eksploataciji kako bi se povećala bezbednost korisnika i pouzdanost sistema,
- razvoj novog automatizovanog dijagnostičkog modela koji bi bio koncipiran tako da se kontrole kritičnih mašina provode prema unapred utvrđenim vremenskim intervalima-jednom mesečno,
- softversku podršku automatizovanoj dijagnostici tehničkih sistema je veoma važna u smislu efikasnosti dijagnostičkog procesa. Zbog toga bi dalja istraživanja mogla ići u pravcu razvoja softvera koji bi doprineo kvalitetnijem praćenju dijagnostičkih parametara i efikasnijem donošenju dijagnostičkih odluka, odnosno porastu nivoa pouzdanosti tehničkih sistema čiji se vitalni parametri prate,
- dalja istraživanja bi mogla ići u pravcu provere hipoteze da dijagnostika mašinskih tehničkih sistema doprinosi povišenju nivoa pouzdanosti mašinskih sistema, unapređenju energetske efikasnosti tih sistema, odnosno da doprinosi smanjenju gubitaka održavanja,
- istraživanja bi mogla ići i u pravcu provere tehno-ekonomske opravdanosti primene automatizovane dijagnostike na tehničkim sistemima, u cilju identifikacije komponenti koje su sklone otkazima i uzroka njihovih otkaza,
- takođe, dalja istraživanja bi mogla ići pravcu provere tehno-ekonomske opravdanosti primene automatizovane dijagnostike u okviru sistema daljinskog nadzora i upravljanja (SCADA sistema) na složenim tehničkim sistemima.

Procesni razvoj novih tehnologija u oblasti istraživanja pouzdanosti elemenata na mašinskim tehničkim sistemima je još uvek u razvoju, pa zato mogućnosti poboljšanja u ovom polju predstavljaju, itekako inspirativan istraživački zadatak. Navedeno najviše dolazi do izražaja, prvenstveno pri održavanju kotrljajnih ležajeva na sistemima, gde se mogu postići dobri finansijski efekti i velike uštede u vremenu [1, 4, 6, 156, 158].

9. ZAKLJUČAK

9.1. NAUČNI DOPRINOS DISERTACIJE

Doprinos istraživanja u okviru doktorske disertacije prvenstveno se ogleda na sprovedenoj analizi matematičkog modeliranja mašinskih tehničkih sistema sa matricama, kao i sprovođenju mera dijagnostike pouzdanosti zasnovanoj na broju izvođenja remontnih mera. Doprinos istraživanja, takođe, se ogleda i u dobijenim rezultatima istraživanja, koji su potvrdili tačnost postavljenih hipoteza i predstavljaju značajan naučni doprinos, koji se ogleda u sledećem:

- Razvijen je dijagnostički model komponenti stanja tehničkih sistema sa korišćenjem matrica;
- Formalizovana je procedura za višekriterijumsko ocenjivanje složenih sistema korišćenjem parametara vibracija, tako da stvoreni matematički aparat optimalne skalarizacije, razvija odgovarajuće algoritme;
- Razvijen je sopstveni model za proračun pouzdanosti složenih tehničkih sistema.

Proračun pokazatelja pouzdanosti vršen je korišćenjem analitičkih i empirijskih relacija, pomoću metode binarne logističke regresije. Proračunom je ispitivano da li procenjena vrednost y_j , odnosno njena apsolutna vrednost $|y_j|$ zaista utiče na pojavu otkaza na sistemima.

U okviru ove doktorske disertacije sakupljena su brojna iskustva istraživača iz sveta i naše zemlje, koji su se bavili eksperimentalnim i teorijskim istraživanjima u ovoj oblasti. Problematika ove disertacije je veoma aktuelna i zaokuplja sve veću pažnju naučne i stručne javnosti, jer se radi o širokom području interesovanja većeg broja naučnih oblasti, što joj daje multidisciplinarni karakter. Nakon detaljnog proučavanja domaće literature i radova iz oblasti modeliranja mašinskih sistema, mehanizama, dijagnostike, održavanja i projektovanja pouzdanosti mašina, nameće se konstatacija po kojoj se ovoj problematici ne posvećuje dovoljno pažnje u praksi.

Rezultati u disertaciji dobijeni su posredstvom stvaranja posebnog matematičkog aparata za modeliranje mašinskih tehničkih sistema sa osvrtom na korišćenje matrica, kao i analizu i predviđanja optimalne strategije održavanja složenih sistema. Na primeru, ležajeva različitih industrijskih jedinica u disertaciji je utemeljen značaj zadatka, dokazujući neophodnost primene višeparametarske analize, predložen je kriterijum metode dijagnostike, kao i predviđanja optimizacije tehničkog održavanja. Razvijena i generalizovana metodologija projektovanja dijagnostičkih sistema u disertaciji omogućava primenu rezultata u stvaranju slične metodologije za analizu sistema različitih objekata.

U okviru istraživačkih radova u disertaciji probleme i analizu složenih sistema posmatrani su sveobuhvatno. Posmatrajući ležajeve na tehničkim sistemima omogućilo je da se pored glavnog zadatka procene vibrodijagnostike ispitivanja, reši i niz dodatnih zadataka, imajući važan praktični značaj - izbor optimalne strategije održavanja i predviđanje preostalog resursa u okviru periodičnog praćenja.

Laboratorijska ispitivanja pojedinačnih komponentata ležajeva, vek trajanja i sigurnost u radu, kao i funkcionalno ispitivanja ugrađenih ležajeva, eksploaciona istraživanja vibracija i temperature vršena su na robotu tipa Fanuc. Sva laboratorijska ispitivanja ležajeva na robotu, izvršena su praktično na novom probnom stolu namenjenom za ispitivanja zglobnih veza. Karakteristika navedenih ispitivanja je da se po prvi put u naučne svrhe koristio probni sto za ispitivanje ležajeva primenom frekvencijskom – visokom opterećenju.

Probni sto savremene konstrukcije opremljen je hidrauličkim, mehaničkim, električnim komponentama za uzimanje različitog spektra opterećenja, režima rada sa mogućnošću očitavanja rezultata merenja tokom ispitivanja adekvatnom mernom opremom (senzorima pomeranja) i automatskom obradom podržanog pomoću računara. Ispitivanja su pokazala da se veoma precizno mogu izvršiti ispitivanja sa visokom tačnošću posmatranja metodom preopterećenja (režimi veći od realnih). Na ovaj način se može značajno ubrzati postupno

dobijanje rezultata pri ispitivanju ove vrste mašinskih elemenata, što je izuzetno značajno kod proizvođača delova kako bi razvoj novih proizvoda ubrzali i istim se pojavili na tržištu.

Rezultati istraživanja do koje se došlo u disertaciji ukazuju da bi korišćeni ležaj, na navedenom tehničkom sistemu robota u navedenim uslovima eksploatacije mogao da bude manjih dimenzija i nižih nosivosti. Na ovu konstataciju ukazuju sve vrednosti dijagnostičkih ispitivanja. Naučni doprinos u ovom segmentu istraživanja u doktorskoj disertaciji je taj da su realna ispitivanja (realni režimi eksploatacije) sa visokim procentom tačnošću, mogu simulirati na probnom stolu odnosno ubrzati nezavisno od primenjenog sistema ispitivanja. Rezultati navedenih laboratorijskih ispitivanja ležaja robota na probnom stolu koji ukazuju na dobar rad tehničkog sistema, i oni su identični rezultatima ispitivanja koje u svojim istraživanjima ističe se u literaturi [13].

Pravilna primena metoda i dijagnostike omogućava prelazak iz održavanja u skladu sa propisima, plansko na proaktivno. Ovaj vid održavanja izvodio bi se sa ciljem povećanja ukupne pouzdanosti odn. prolongiranja ukupnog veka trajanja mašinskih tehničkih sistema. Naveden način održavanja je ekonomski isplativiji, jer na troškove jedne strategije znatno utiču tržišne cene elemenata i cene rada.

Tokom eksploatacionih istraživanja, sprovedenih na ispitivanju mera tehničkog održavanja i remonta ležajeva na manipulatoru, opšta konstatacija je, da su nedovoljne i neadekvatne mere tehničkog održavanja i remonta najčešći uzroci smanjene eksploatacione pouzdanosti i otkaza ležajeva. Režimi rada na probnom stolu su višestruko uvećani u odnosu na realno opterećenje mašinskog sistema robota primenjenog za brušenje posuda. Za navedena ispitivanja korišćena je metoda režima preopterećenja. Da su rezultati u laboratorijskim uslovima pokazali bolje vrednosti nego u eksploatacionim uslovima što se može prepisati nedovoljnom pridržavanju održavanja tehničkih sistema.

Teorijska saznanja do kojih se došlo dobijena su proučavanjem literature eminentnih stručnjaka iz oblasti modeliranja mašinskih sistema, računarskog projektovanja pouzdanosti i dijagnostike i analizom stranih knjiga i časopisa međunarodnog značaja. Iz tog razloga materija koja je predstavljena u ovoj disertaciji ima posebnu vrednost i daje vredan naučni doprinos.

Doprinos empirijskih istraživanja u doktorskoj disertaciji je predstavljanje rezultata istraživanja koji potkrepljuje definisane hipoteze. Rezultati obavljenih empirijskih istraživanja ukazuju da postojeća metodologija projektovanja mašina minorno uključuje proces projektovanja pouzdanosti pri proizvodnji sastavnih komponenti mašinskih sistema. Takav pristup u procesu proizvodnje konstrukcijskih celina ne obezbeđuje visoki nivo pouzdanosti mašina što prouzrokuje neprihvatljive troškove eksploatacije.

Postignuto je analitičko poređenje različitih matematičkih metoda planiranja eksperimenata i istraživanja operacija sa različitim podacima za procenu kompletnosti i njihovu praktičnu primenu u rešavanju problema u organizaciji optimalnog održavanja. Po prvi put pokazana je izvodljivost adekvatne primene procesa Markova za izbor najboljeg tipa održavanja složenih sistema. Razvijen je model za izgradnju najbolje strategije održavanja sa prihodima i sa rashodima (troškovi).

Sprovedena je eksperimentalna verifikacija predloženih metoda na primeru ležajeva. Izračunate su dozvoljene vrednosti na skali: „Normalno”, „Predotkazno-upozorenje” i „Otkaz - Havarija”. Potvrđena je visoka tačnost dobijenih rezultata dijagnostike, pouzdanosti sistema, kao i održavanju. Sastavljena je eksperimentalna matrica prelazne verovatnoće za različite oblike tehničkih sistema dijagnostike i tehničkog održavanja i urađen zaključak u pogledu ekonomske isplativosti njihove praktične primene. Po prvi put predložena je metoda mešovite strategije pouzdanosti složenih mašinskih sistema, kao i održavanja u zavisnosti od troškova njihovog održavanja i remonta.

Analiza teorijskih i numeričkih karakteristika matrica koja je predstavljena je od fundamentalnog značaja kako za proračune tako i za dizajn efikasnih algoritama za izračunavanja na matricama transformacija. Neki opšti proračuni kao i algoritmi za rešavanje mnogih problema, velikih dimenzija, postaju nekorisni zbog svoje kompleksnosti. Zbog toga

proračuni mašinskih tehničkih sistema i dizajnirani algoritmi koji se oslanjaju na neke posebne osobine, zajedničke za neku klasu problema, ostaju efikasni i u slučaju problema velikih dimenzija. To zapravo znači da osobina mnogih klasa matrica dozvoljava istraživačima da proračunaju, konstruišu i analiziraju brze algoritme za rešavanje problema koji su u vezi sa tim klasama matrica. Teorijska dostignuća su korišćena da bi se dobili efikasni numerički algoritmi za rešavanje različitih problema koji se tiču matrica transformacija

Dakle, doktorska disertacija „*Modeliranje mašinskih tehničkih sistema korišćenjem transformacionih matrica*” ukazala je na svu kompleksnost i značaj savremenih metoda proračuna, održavanja i dijagnostike stanja ležajeva na složenim mašinskih sistemima zasnovani na matricama transformacija. Različitih modela projektovanja pouzdanosti i održavanja, čime je nedvosmisleno obezbeđen visok doprinos eksploatacionom veku mašina, koji se u svakom trenutku može unapred preispitati, poboljšati, prilagoditi i modifikovati, preko merljive vrednosti ocene njihovog uticaja na proces eksploatacije u realnim uslovima.

9.2. PITANJA KOJA DISERTACIJA „OTVARA”

Sprovedena istraživanja nesumnjivo su pokazala da modeliranje mašinskih tehničkih sistema, kao i dijagnostika tehničkih sistema ima pozitivne efekte na porast nivoa pouzdanosti navedenih sistema u procesu eksploatacije, kao i na ukupne troškove i ekonomičnost održavanja. Međutim, ostala su i neka otvorena pitanja koja disertacija otvara na temu „*Modeliranje mašinskih tehničkih sistema korišćenjem transformacionih matrica*” mogla bi se izložiti u sledećih nekoliko pitanja:

- S obzirom na visoku tačnost definisanih modela, ova metoda matrica je pogodna za razvoj, programiranje i testiranje jednostavnih i složenih mašinskih sistema, čime se olakšava proces analize, izbegavaju neželjene havarijske greške i oštećenja veoma skupih mašinskih tehničkih sistema. Kod budućih istraživanja u kojoj meri je potrebno proučiti uticaj opterećenja sistema na tačnost u složenim uslovima rada i brzinu kretanja?

- Daljim razvojem i istraživanjem u ovoj oblasti treba verifikovati primenu dobijenih rezultata u modeliranju, održavanju i upravljanju tehničkih sistema ovakvog tipa. Pored toga kod budućih istraživanja u kojoj meri je potrebno razviti i verifikovati sličnu metodologiju za model sa rotacionim i translacionim vezama sa matricama transformacije?

- Dalja istraživanja ukazuju na potrebu za novom organizacijom procesa modeliranja mašinskih tehničkih sistema, dijagnostike, novom tehnologijom i savremenim mernim uređajima koji će se primenjivati na novim, nedostupnim mernim mestima tehničkih sistema. U buduću, treba prikazati savremene i razvijene postupke modeliranja, dijagnostike stanja mašinskih sistema i ukazati na potrebe i mogućnosti njihove primene u mašinskoj industriji.

- Dalja istraživanja ukazuju na potrebu u kojoj meri daljih analiza modela, treba da obuhvati metodologiju pomoću algoritma i to u određivanju sigurnosti funkcionisanju sastavnih komponenti mašinskih sistema sistemom?

- Razviti novi automatizovani dijagnostički model koji bi bio napisan tako da se kontrole kritičnih stanja mašina sprovode prema unapred utvrđenim vremenskim intervalima.

- U kojoj meri će mogućnosti razvoja novih softverskih rešenja biti baziranih na primeni metoda veštačke inteligencije prilikom donošenju dijagnostičkih odluka?

- Kako će se smenjivati tradicionalni i savremeni pristupi održavanja i projektovanja mašina?

- Da li ugradnju dijagnostičke opreme, puštanje u rad i održavanje tehničkog sistema kao i buduće primene novog automatizovanog dijagnostičkog aparata-modela u nekom preduzeću, treba poveriti proizvođačima dijagnostičke opreme (jer najveći broj proizvođača dijagnostičke opreme nudi i usluge njene ugradnje i puštanja u pogon) ili to treba poveriti sopstvenom kadru preduzeća?

- Jedno od otvorenih pitanja jeste i pitanje kadrovske politike. U službama održavanja obično postoji dovoljan broj visoko obučenog osoblja, čija je uloga važna kod redovnog

održavanja mašina, pa se postavlja pitanje da li je racionalnije rešenje prebaciti ih u službu koja će se baviti samo automatizovanom dijagnostikom, jer nije beznačajno njihovo poznavanje tehničkih sistema u pogonu koji održavaju.

9.3. DOKAZIVANJE (POTKREPLJIVOST) GLAVNE HIPOTEZE

Naučno istraživanje u okviru doktorske disertacije imalo je za cilj predstavljanje matematičkog modeliranja mašinskih tehničkih sistema kao i bržeg i jednostavnijeg načina projektovanja primenom metoda proračuna, korišćenjem transformacionih matrica. Nadalje, cilj je bio da se utvrdi kakav je uticaj pojedinih eksploatacionih parametara rada na pouzdanost mašinskih tehničkih sistema kako bi se mogla definisati pouzdanost ležajeva na tehničkim sistemima primenom matematičkog modela matrica. U skladu sa navedenim ciljem i na osnovu obavljenih teorijskih i eksperimentalnih i (eksploatacionih) istraživanja ležajeva mašinskih sistema hipoteza pod nazivom „*Korišćenjem postupaka modeliranja mašinskih tehničkih sistema pomoću transformacionih matrica može se doći do jednostavnijeg i bržeg načina projektovanja istih*” , je potvrđena.

Postavljeni cilj ostvaren je dokazivanjem sledećih pomoćnih hipoteza:

- Hipoteza pod kojim istraživanje pouzdanosti mašinskih tehničkih sistema omogućava efikasnije upravljanje dijagnostike, kao i uvođenje predloženih poboljšanja za povišenje nivoa pouzdanosti mašina u celini, odnosno unapređuje ekonomsku efikasnost posmatranih mašinskih sistema, je potvrđena.
- Hipoteza po kojoj primena raspoloživih tehničkih održavanja može uticati na povišenje pouzdanosti sistema i obezbeđenje optimalnih zahteva sprovođenja metoda teorije i tehnike u eksploataciji tehničkih sistema je potvrđena.

Istraživanja u okviru disertacije pokazala su da je ocenu efektivnosti mašinskih tehničkih sistema moguće doneti primenom matrica transformacija, i da predstavlja pokazatelj uspešnosti i pouzdanosti mašinskih sistema. Povećanje pouzdanosti mašinskih tehničkih sistema moguće je postići određivanjem postupaka u sistemu dijagnostike tehničkih sistema, koji se definišu ležajevi na mašinskim sistemima povećanja gotovosti, a smanjenju ukupnih troškova koji odlaze na sektor ispitivanja i održavanja odnosno tehničke dijagnostike.

8. LITERATURA

- [1] Ašonja, A., Mikić, D., Desnica, E., Adamović, Ž., Oštećenja kotrljajnih ležajeva, Zbornik radova - XXXVI Konferencija Majski skup održavalaca Srbije „Merenje indikatora performansi održavanja”, Društvo za tehničku dijagnostiku Srbije, No.4, pp. 29-37, 31. maj, Vrnjačka Banja, 2013.
- [2] Ognjanović, Z., Rašković, M., Marković, Z., Probability logics, u Ognjanović, Z., (editor), Logic in Computer Science, Zbornik radova 12 (20), Mathematical Institute SANU, pp. 35–111, Belgrade, 2009.
- [3] Mikić, D., Mehaničko modeliranje antropomorfnih robota korišćenjem transformacionih matrica, Magistarski rad, Čačak, 2005.
- [4] Mikić, D., Ašonja, A., Primena kotrljajnih ležajeva u robotici, Traktori i pogonske mašine, Poljoprivredni fakultet Novi Sad-Departman za poljoprivrednu tehniku, Časopis Naučnog društva za pogonske mašine, traktore i održavanje JUMTO, XVII Naučni skup, Razvoj traktora i mobilnih sistema, Vol.15, No.4, 89-95, Novi Sad, 03.12.2010.
- [5] Taranović, D., Modeliranje merne instalacije za nestandardna ispitivanja klipnih kompresora motornih vozila, doktorska disertacija, Univerzitet u Kragujevcu, Fakultet inženjerskih nauka, Kragujevac, 2012.
- [6] Desnica, E., Mikić, D., Various approaches to kinematic analysis in the process of design of piston mechanisms, Acta Tehnica Corviniensis-Bulletin of Engineering, Tome VII, Fascicule 2, ISSN: 2067 – 3809, pp.63-68, April-June 2014.
- [7] Rasmussen, B. D., Jakobsen, A., Review of Compressor Models and Performance Characterizing Variables, Fifteenth International Compressor Engineering Conference at Purdue University, West Lafayette, IN USA, p.p. 515-522, July 25-28, 2000.
- [8] Subramanian, K., Subramanian, L. R. G., Joseph, B., Jayaraman, Mathematical Modeling and Simulation of Reciprocating Compressors-A Review V. of Literature, Mathematics Modelling and Applied Computing, Volume 1, Number 1, pp. 81-96, 2010.
- [9] Pereira, E. L. L., Deschamps, C. J., Ribas, F. A., Numerical Analysis of Heat Transfer inside the Cylinder of Reciprocating Compressors in the Presence of Suction and Discharge Processes, International Compressor Engineering Conference, International Compressor Engineering Conference at Purdue University, West Lafayette, IN USA, Paper 1310, p.p. 1-8, July 12-15, 2010.
- [10] Prakash, R., Singh, R., Mathematical Modeling and Simulation of Refrigerating Compressors, Fifteenth International Compressor Engineering Conference at Purdue University, West Lafayette, IN, USA, p.p. 274-285, 1974.
- [11] Маторин, С. В., Лисичкин, В. Е., Мельников, Н. И., Испытание компрессорных машин, Машиностроение, Москва, 1964.
- [12] International Organization for Standardization. ISO1217:1996. Displacement compressors: acceptance tests. Geneva, CH: ISO; 1996.
- [13] Ašonja, A., Dijagnostika stanja kotrljajnih ležajeva i njen uticaj na pouzdanost kardanskih vratila na poljoprivrednim mašinama, Doktorska disertacija, Univerzitet u Novom Sadu, Tehnički fakultet „M. Pumpin”, Zrenjanin, 2012.
- [14] Ašonja, A., Adamović, Ž., Gligorić, R., Pastuhov, A.G., Mikić, D., Desnica, E., Tehničko rešenje: Laboratorijsko-opitni stoza ispitivanje pouzdanosti poljoprivrednih kardanskih vratila, model: „ANA”, tip: 23-26-26-04, Srpski akademski centar, Novi Sad, 2012.
- [15] Zhang, F., Matrix Theory: Basic Results and Techniques, New York: Springer-Verlag, 1999.
- [16] Brückler, F. M., Povijest matematike Matrice i vektori, teorija skupova ak. g. 2013./14.
- [17] Cauchy, A.L., Cauchy 1812b, Mémoire sur les fonctions qui ne peuvent obtenir que deux valeurs égales et de signes contraires par suite des transpositions opérées entre les variables qu'elles renferment, Journal de l'École Polytechnique, xviii Cahier, Tome x, pp. 91–169, 1815.

- [18] Petković, Lj., Matematički simboli i termini, Mašinski fakultet, Niš, 2010.
- [19] Petković, D. M., Simboličko izračunavanje Hankelovih determinanti i generalisanih inverza matrica, Doktorska disertacija, Niš, Jun 2008.
- [20] Krattenthaler, C., Advanced determinant calculus: a complement, *Linear Algebra Appl.* 411, pp.68-166, 2005.
- [21] Pepić, H.S., Matrična izračunavanja u PHP/MySQL okruženju, doktorska disertacija, Niš, maj 2012.
- [22] Kurmayya, T., Sivakumar, K.C., Moore-Penrose inverse of a Gram matrix and its nonnegativity, *J. Optim. Theory Appl.* 139, pp. 201–207, 2008.
- [23] Udawadia, F.E., Phohomsiri, P., Generalized LM-inverse of a matrix augmented by a column vector, *Appl. Math. Comput.* 190, 999–1006, 2007.
- [24] Itiki, C., Dynamic programming and diagnostic classification, *J. Optim. Theory Appl.* 127, pp.579–586, 2005.
- [25] Moore, E.H., On the reciprocal of the general algebraic matrix, *Bull. Amer. Math. Soc.* 26, 394-395, 1920.
- [26] Penrose, R., A generalized inverse for matrices, *Proc. Cambridge Philos. Soc.* 51, 406-413, 1955.
- [27] Israel-Ben, A., Greville, T.N.E., Generalized Inverses. Theory and Applications, Second edition, CMS Books in Mathematics/Ouvrages de Mathématiques de la SMC, 15. Springer-Verlag, New York, 2003.
- [28] Rao, C.R., Mitra, S.K., Generalized Inverse of Matrices and its Applications, John Wiley and Sons, Inc, New York, London, Sydney, Toronto, 1971.
- [29] Wang, G., Wei, Y., Qiao, S., Generalized Inverses: Theory and Computations, Science Press, 2003.
- [30] Corke, P. I., Brian Armstrong-Helouvy, A Search for Consensus Among Model Parameters Reported for the PUMA 560 Robot.
- [31] Paul, R. P., Robot Manipulators: Mathematics, Programming, and Control. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1981.
- [32] Whitney, D. and Gorinevskii, D. M., „The mathematics of coordinated control of prosthetic arms and manipulators”, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 20, no. 4, pp. 303-309, 1972.
- [33] Hollerbach, J. M., „Dynamics”, in *Robot Motion - Planning and Control* (M. Brady, J. M. Hollerbach, T. L. Johnson, T. Lozano-Perez, and M. T. Mason, eds.), pp. 51-71, MIT, 1982.
- [34] Siciliano, B., Sciavicco, L., Villani, L., Oriolo, G.: *Robotics: Modelling, Planning and Control*, Advanced Textbooks in Control and Signal Springer, 2010.
- [35] Соколов, Н.П., Пространственные матрицы и их приложения, Москва, Книга по Требованию, 2012.
- [36] Walker, M. W., and Orin, D. E., „Efficient dynamic computer simulation of robotic mechanisms”, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 104, pp. 205-211, 1982.
- [37] MathWorks, Optimization Toolbox™ User's Guide, Matlab R2015a, Online only Revised for Version 7.2 (Release 2015a), © Copyright 1990–2015.
- [38] Corke, P. I., *Robotics Toolbox for Matlab*, (Release 9), Copyrightc, Peter Corke, Februar 2015.
- [39] Asada, H., Slotine, J-J.E., *Robot Analysis and Control*, Toronto: John Wiley and Sons, 1986.
- [40] Monroe, J.E., *Industrial Robot Maintenance: The Design and Implementation of a Diagnostic Monitoring System for an Industrial Robot*. MSc Thesis, Queen's University, March 1987.
- [41] Kryter, R.C., Haynes, H.D., „Condition Monitoring of Machinery Using Motor Current Signature Analysis”, *Sound and Vibration*, pp. 14-21, September 1989.

- [42] Dakalakis, N.G. „Analysis of Robot Performance Operation”. Proceedings 13th ISIR, Vol. 1 pp.7/73-7/95,1983.
- [43] Bicker, H., Daadbin, A., „The Monitoring of Vibration in Industrial Robots”. ASME Design Technical Conference. Montreal, pp. 273-277, 1989.
- [44] Lyon, R.H., Machinery Noise and Diagnostics. Toronto: Butterworth,1987.
- [45] Mitchell, J.S., An Introduction to Machinery Analysis and Monitoring. Tulsa, OK: PennWell Publishing, 1981.
- [46] Moore, T.N., Jeswiet, J., Lipsett, M.G., „Machinery Fault Diagnosis for Automated Machining Systems”, Proceedings 7th International Conference on Computer-Aided Production Engineering. Cookeville, TN, June 1992.
- [47] Dhillon, B.S., Robot Reliability and Safety. New York: Springer-Verlag, 1991.
- [48] Liegeois, A., Robot Technology, Volume 7: Performance and Computer-Aided Design. Englewood Cliffs NJ: Prentice-Hall, 1985.
- [49] Whitney, D.E., Lozinski, C.A., Rourke, J.M., „Industrial Robot Forward Calibration Method and Results”. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 108, pp. 1-8, 1986.
- [50] Čačko, J., Bily, M., Bukovec, J., Random Processes: Measurement, Analysis and Simulation. New York: Elsevier, 1986.
- [51] Cempel, C., „Passive Diagnostics and Reliability Experiment: Application in Machine Condition Monitoring”. ASME Journal of Vibrations, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, pp. 82-87, Jan. 1989.
- [52] Stephen, B. S.: Planning to Fail: Incorporating Reliability into Design and Mission Planning for Mobile Robots, The Robotics Institute Carnegie Mellon University, Pittsburgh, Pennsylvania 15213, September, 2009.
- [53] Kostić, D., Data-driven robot motion control design - Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven, Proefschrift, NUR 978, Netherlands, 2004.
- [54] Adamović, Ž., Gavrić, M., Grbavac, Ž., Sigurnost funkcionisanja tehničkih sistema, Akademija inženjerstva održavanja, Beograd, 2009.
- [55] Xiaojiang, M., Jingxia, Y., Peide, L., „Dynamical Tests of a Bearing Assembly and Nonlinear Analysis”. Proceedings of 8th International Modal Analysis Conference, Kissimmee, FL, pp. 685-689, 1990.
- [56] Youfang, L., Bin, W., „Modal Analysis Problems in the Nonuniform Inertial Field”. Proceedings of 8th International Modal Analysis Conference, Kissimmee, FL, pp. 784-87, 1990.
- [57] Thomson, W. T., „A Review of On-Line Condition Monitoring Techniques for ThreePhase Squirrel-Cage Motors-Past Present and Future”, IEEE SDEMPED '99, Spain, pp. 3-18, Sept. 1999.
- [58] Tavner, P. J., Penman J., „Condition Monitoring of Electrical Machines”, John Wiley & Sons Inc., New York, 1987.
- [59] Japikse, D., Marscher, W.D., and Furst, R.B., Centrifugal Pump Design and Performance, Concepts ETI, Inc., Wilder, 1997.
- [60] McNally, B., „Centrifugal Pump & Mechanical Seal Reference Manual”, McNally Institute, 1998.
- [61] šonja, A., Upotreba softverskih sistema za određivanje veka trajanja kotrljajnih ležajeva u toku korišćenja, Magistarski rad, Poljoprivredni fakultet u Novom Sadu, 2006.
- [62] Criqui, A.F., False and misleading sources of vibration, Proceedings of the Twenty-Third Turbomachinery Symposium, Turbomachinery Laboratory, Texas A&M University, College Station, Texas, pp. 137-150,1994.
- [63] Japikse, D., Furst, R., Marscher, W.D., „Centrifugal Pump Design and Performance”, Wilder, 1997.
- [64] France, D., Taylor, P.W., „Near running speed subsynchronous vibration in centrifugal pumps”, Mech, E.I., Seminar, Vibration in Centrifugal Pumps, London, 1990.

- [65] Gligorić, R., Ašonja, A., Problemi uravnoteženja i vibracija mehanizama, Pregledni rad, Održavanje mašina, broj 5, 52-56, THEDIS, Smederevo, 2005.
- [66] Hartog, D., Mechanical vibrations, Mc Graw-Hill Book company, New York, 1956.
- [67] Smith, D., Price, S.M., Kunz, F.K., „Centrifugal Pump Vibration Caused By Supersynchronous Shaft Instability, Use of Pumpout Vanes To Increase Pump Stability”, 13th International Pump Users Symposium, Tamu, Texas, 1996.
- [68] Black, H., „Effects of Fluid-Filled Clearance Spaces On Centrifugal Pump and Submerged Motor Vibrations”, 8th International Turbomachinery Symposium, TAMU, Texas, 1979.
- [69] Hancock, W., „How to Control Pump Vibration”, Hydrocarbon Processing, pp. 107-113, 1974.
- [70] Lifson, A., Simmons, H., and Smalley, A., „Vibration Limits for Rotating Machinery”, Mechanical Engineering, pp. 60-65, 1987.
- [71] McNally, B., „Centrifugal Pump & Mechanical Seal Reference Manual”, McNally Institute, 1998.
- [72] Евгеньевич, С. А., „Разработка специального математического и программного обеспечения для автоматизированной диагностики сложных систем, Диссертация”, Москва, 2007.
- [73] ISO 10816-1:1995/Amd 1:2009. Mechanical vibration - Evaluation of machine vibration by measurements on non-rotating parts - Part 1: General guidelines, 2009.
- [74] Сафин, А.Х., Тенденции в технико-экономической структуре производства и развитии компрессорного оборудования.- Компрессорная техника и пневматика, №2. С.4-9, 2002.
- [75] Пластинин, П.И., Поршневые компрессоры. Том.1. Теория и расчет / 2-е изд. перераб. и доп. –М.: Колос, 456с, 2000.
- [76] Aigner, R., Steiner, H.: Waves in reciprocating compressors, PAMM Proceeding of Applied Mathematics and Mechanics, Vol. 4 No, p.p. 516-517, 2004.
- [77] Link, R., Deschamps, C. J.: Numerical modeling of startup and shutdown transients in reciprocating compressors, International Journal of Refrigeration, Vol. 34, Issue 6, p.p. 1398–1414, September, 2011.
- [78] Navarro, E., Granryd, E., Urchueguia, J. F., Corberan, J. M.: A phenomenological model for analyzing reciprocating compressors, International Journal of Refrigeration, Vol. 30, Issue 7, p.p. 1254-1265. November 2007.
- [79] Pedreira, J. A., Fluctuation Optimization in Reciprocating Compressor, Journal of Mechanics Engineering and Automation 3, pp. 543-550, Brazil, 2013.
- [80] Kurka, P. R. G., Paulino, K. L. G., Izuka, J. H., Dynamic Modeling of Reciprocating Compressors with Vertical Axis, Proceedings of ISMA 2010 Including USD 2010, pp.1573-1587, Brazil, 2010.
- [81] Estupiñan, E.A., Santos, I.F., Dynamic Modeling of Hermetic Reciprocating Compressors, Combining Multibody Dynamics, Finite Elements Method and Fluid Film Lubrication, International Journal of Mechanics, Issue 4, Volume 1, pp.36-43, 2007.
- [82] Li, D. F., Rohde, S. M., and Ezza, H. A., „An Automotive Piston Lubrication Model” , ASLE Transaction, Vol. 181, No. 1, pp. 23-41, 1983.
- [83] Zhu, D., Cheng, H. S., Arai, T., and Hamai, K., „A Numerical Analysis for Piston Skirts in Mixed Lubrication Part 1: Basic Modeling”, Journal of Tribology, Vol. 114, pp. 553-562, 1992.
- [84] Booker, J. F., „Dynamically-Loaded Journal Bearing: Numerical Application of the mobility Method”, ASME Journal of Lubrication Technology, January, pp. 168-176, 1971.
- [85] Brewe, D. E., „Theoretical modeling of the Vapor Cavitation in Dynamically Loaded Journal Bearing”, ASME Journal of Tribology, Vol. 108, pp. 628-638, 1986.

- [86] Cho, I. S., Chang, W. S., Kim, J. M., Kim, D.W., Oh, S.H., Jung, J.Y. „The Analysis of Shaft Center Locus in the Refrigeration & Air-conditioning Rotary Compressor”, Journal of KSTLE, Vol.12, No. 2, pp.65-73, 1996.
- [87] Prata, A. T., Fernandes, J. R. S., Fagotti, F., Dynamic Analysis of Piston Secondary Motion for Small Reciprocating Compressors, Journal of Tribology, v. 122,pp. 752-760, 2000.
- [88] Cho, J.R., Moon, S.J., A numerical analysis of the interaction between the piston oil film and the component deformation in a reciprocating compressor. Tribology International, 38, pp. 459–468, 2005.
- [89] Kim, T.J., Han, J.S., Comparison of the Dynamic Behavior and Lubrication Characteristics of a Reciprocating Compressor Crankshaft in Both Finite and Short Bearing Models. Tribology Transactions, 47,pp. 61-69, 2004.
- [90] <http://mehatronika.gomodesign.rs/primena-robota-u-industriji/>
- [91] Sandler, G.H., System Reliability Engineering, PrenticeHall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1983.
- [92] Todorović, D. Zelenović D., Efektivnost sistema u mašinstvu, Naučna knjiga, Beograd, 1994.
- [93] Adamovic, Ž., Tehnička dijagnostika, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1998.
- [94] Miličić, D., Milovanović, Z., Monografija Energetske mašine - Parne turbine, Mašinski fakultet, Univerzitet u Banjoj Luci, Banja Luka, 2010.
- [95] Ašonja, A., Oštećenja kotrljajnih ležaja na poljoprivrednim mašinama, vol.10. No 4, pp.120-125, Traktori i pogonske mašine „Jumto”, 2005.
- [96] Adamović, Ž., Ašonja, A., Metodologija naučno-istraživačkog rada: Naukologija - Metodologija – Tehnologija, Srpski akademski centar, Novi Sad, 2014.
- [97] Adamović, Ž., Metodologija naučno-istraživačkog rada, Tehnički fakultet „Mihajlo Pupin”, Zrenjanin, 2011.
- [98] Corke, P. I., A Robotics Toolbox for Matlab, IEEE Robotics and Automation Magazine, Vol.3, No.1, pp.24-32, March 1996.
- [99] Fu, K.S., Gonzale, R.C., and Lee, C.S.G., Robotics: Control, Sensing, Vision and Intelligence, McGraw Hill, Book Company, 1987.
- [100] Spong, M. W., and Vidyasagar, M., Dynamics and Control of Robot Manipulators, John Wiley, 1989.
- [101] Denavit, J., and Hartenberg, R.S., A Kinematic Notation for Lower Pair Mechanisms; Journal of Applied Mechanics, p.215-221, 1955.
- [102] Roberts, L.G., Homogeneous Matrix representation and Manipulation of n-Dimensional Constructs; Document No. MS 1045, Lincoln Laboratory, MIT, 1965.
- [103] Pieper, D.L., The Kinematics of Manipulators Under Control; AIM- 72, Stanford University Artificial Intelligence Laboratory, Stanford, 1968.
- [104] Spong, M., W., Hutchinson, S., and Vidyasagar, M.: Robot Dynamics and Control, Second Edition, New York, January 28, 2004.
- [105] Craig, J., Introduction to Robotics: Mechanics and Control. Addison Wesley, Reading, MA, 1986.
- [106] Critchlow, A. J., Introduction to Robotics. Macmillan, New York, 1985.
- [107] Dorf, R., Robotics and Automated Manufacturing. Reston, VA, 1983.
- [108] Fu, K.S., Gonzalez, R. C., and Lee, C.S.G., Robotics: Control Sensing, Vision, and Intelligence. McGraw-Hill, St Louis, 1987.
- [109] Groover, M., and et al., Industrial Robotics: Technology, Programming, and Applications. McGraw-Hill, St. Louis, 1986.
- [110] Paul, R., Robot Manipulators: Mathematics, Programming and Control, MIT Press, Cambridge, MA, 1982.

- [111] Snyder, W. E., *Industrial Robots: Computer Interfacing and Control*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, pp. 24-33, 1985.
- [112] Yoshikawa, T., Manipulability of robotic mechanisms. *International Journal of Robotics Research*, 4(2): 3–9, 1985.
- [113] Milićević, I., *Primena matrica transformacija pri rešavanju kinematike i dinamike manipulacionih robota*, Magistarski rad, Čačak, 2006.
- [114] Corke, P.I., A Robotics Toolbox for Matlab, *IEEE Robotics and Automation Magazine*, Vol.3, No.1, pp.24-32, March 1996.
- [115] Milićević, I., Slavković, R., Golubović, D., *Industrial Robot Models Designing and Analysis with Application of Matlab Software*, Machine Design, The Journal of Faculty of Technical Sciences, pp. 71-78, Novi Sad, 2007.
- [116] Bejczy, A. K., *Robot Arm Dynamics and Control*, Technical Memo 33-669, Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, California, 1974.
- [117] Paul, R. P., Shimano, B. E., Mayer, G., Kinematic Control Equations for Simple Manipulators, *IEEE Trans. Systems, Man, Cybern.*, Vol. SMC-11, No.6, pp. 449-455, 1981.
- [118] Denavit, J., Description and Displacement analysis of mechanisms based on 2x2 dual matrices, Ph. D. Tesis, Mechanical engineering, Northwestern U., Evanston, Ill, 1965.
- [119] Uicker, J. J., Jr., Denavit, J., Hartenberg, R. S., An Iterative methods for the displacement analysis of spatial mechanisms, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 31, Series E, pp. 309-314, 1964.
- [120] Lee, C. S. G., Ziegler, M., A Geometric approach in solving the inverse kinematics of Puma robots, *IEEE. Trans. Aerospace and electronic systems*, AES-20, No.6, pp.695-706, 1984.
- [121] Pieper, D. L., Roth, B., The Kinematics of Manipulators under Computer Control, *Proc. 11 Intl. Congr. Theory of Machines and Mechanisms*, Vol.2, pp. 159-168, 1969.
- [122] Uicker, J. J., *On the Dynamic Analysis of Spatial Linkages using 4 x 4 Matrices*, Ph.D. dissertation, Northwestern University, Evanston, Ill, 1965.
- [123] Milenkovic, V., Huang B., Kinematics of major robot linkages, *Proc. 13th Intl. Symp. Industrial Robots*, Chicago, Ill, pp. 16-31, 1983.
- [124] Chase, M. A., Vector Analysis of Linkages, *Trans. ASME, J. Engr. Industry, Series B*, 85. pp. 289-297, 1963.
- [125] Lee, C. S. G., *Robot Arm Kinematics, Dynamics, and Control*, IEEE Computer, vol. 15, pp. 62–80, Dec., 1982.
- [126] *Handbook, Robotic and Automation*, edited by Thomas R. Kurfess, CRC Press, 2005.
- [127] Aggarwal, J. K., Badler, N. I., Motion and Time, Varying-Imagery, Special Issue. *IEEE Trans, Pattern Anal, Mashine Inteligence, PAMI-2*, No.6, pp.493-588, 1980.
- [128] Фу, К., Гонсалес, Р., Ли, К., *Робототехника*, Перевод с английского канд. техн. наук А. А. Сорокина, А. В. Градецкого и канд. тех. наук. М. Ю. Рачкова, под редакцией д-ра техн. наук В. Г. Градецкого, Москва, Мир, 1989.
- [129] Orin, D. E., Mc Ghee, R. B., Vukobratović, M., Hartoch, G., Kinematic and Kinetic Analysis of Open- Chain Linkages Utilizing Newton-Euler Methods, *Math Biosci.*, 43, pp. 107-130, 1979.
- [130] Hollerbach, J. M., A Recursive Lagrangian Formulation of Manipulator Dynamics and a Comparative Study of Dynamics Formulation Complexity, *IEEE Trans. Systems, Man, Cybern.*, vol.SMC-10, No.11, pp.730-736., 1980.
- [131] Luh, J.Y.S., Walker, M. W., Paul, R. P., On-Line Computational Scheme for Mechanical Manipulators, *Trans. ASME, J. Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 120, pp. 69-76, 1980.
- [132] Lee, C.S.G., Lee, B. H., Nigam, R., Development of the Generalized D'Alembert Equations of Motion for Mechanical Manipulators, *Proc. 22nd Conf. Decision and Control*, pp. 1205-1210, San Antonio, Texas, 1983.

- [133] Huston, R. L., Kelly, F. A., The Development of Equations of motion of single-arm robots, IEEE Trans. Systems, Man Cybern, SMC-12, No. 3, pp. 259-266, 1982.
- [134] Mikić, D., Ašonja, A., Gligorić, R., Savin, L., Tomić, M., Dynamic Solving of Rotational Transformation Matrix Using the D’Alamber Principle, TTEM-Technics Technologies Education Management, Vol.7, No.3, pp.1187-1195, 2012.
- [135] Lewis, R. A., Autonomous Manipulation on a Robot: Summary of Manipulators Software Functions, Technical Memo 33-679, Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, Calif., 1974.
- [136] Armstrong, W. M., Recursive Solution to the Equations of Motion of an N-link Manipulator, Proc. 5th World Congress, Theory of Machines, Mechanisms, vol. 2, pp. 1343-1346, 1979.
- [137] Walker, M. W., Orin, D. E., Efficient Dynamic Computer Simulation of Robotic Mechanisms, Trans. ASME, J. Systems, Measurement and Control, Vol. 104, pp. 205-211, 1982.
- [138] Fanuc Robotics America Inc. www.fanurobotics.com
- [139] Balasubramanian, R., The Denavit Hartenberg Convention, Robotics Institute Carnegie Mellon University, dostupno na: <https://notendur.hi.is/pgg/DenavitHartenberg.pdf>
- [140] Baron, L., École Polytechnique de Montréal, Simulation Software of FANUC robot
- [141] Craig, J. J., Introduction to Robotics. Addison Wesley, second ed., 1989.
- [142] Angeles, J., Fundamentals of Robotic Mechanical Systems: Theory, Methods and Algorithms, Springer, New York, 2nd edition, 2003.
- [143] Mikić, D., Ašonja, A., Desnica, E., Adamović, Ž., Petrović, D., Geometrijski prikaz strukture radnog prostora industrijskih robota, Zbornik radova - XXXVI Konferencija Majski skup održavalaca Srbije „Merenje indikatora performansi održavanja”, Društvo za tehničku dijagnostiku Srbije, No.6, 31. maj, Vrnjačka Banja, 38-45, 2013.
- [144] Corke, P., Robotics Toolbox for MATLAB, Release 9.10, 2015.
- [145] Stefanović, S., Mikić, D., Golubović, D., Ilić, D., Modeling and simulation of robot kr 80 series based on matlab software program, Faculty of Engineering Hunedoara-International Journal of Engineering, Tome XI, fascicule 3, pp.161-168, 2013.
- [146] Qvale, E. B., Soedel, W., Stevenson, M. J., Elson, J. P., Coates, D. A., Problem areas in mathematical modeling and simulation of refrigeration compressors, ASHRAE Transactions., 2215, p.p. 75-78, 1972.
- [147] Pulido, E. E., Santos, I. F., Feasibility of Applying Controllable Lubrication Techniques to Reciprocating Machines, PhD Thesis, Technical University of Denmark, Department of Mechanical Engineering, DCAMM Special Report No. S111, Denmark, December 2009.
- [148] Mikić, D., Desnica, E. Ašonja, A., Adamović, Ž., Kinematics of Piston Mechanism with the Use Rotating Transformation Matrix, III International Conference-Industrial Engineering and Environmental Protection 2013 (IIZS 2013), pp.187-193, Zrenjanin, Serbia, 30 October 2013.
- [149] Ефанов, А.М., Ковалевский, В.П., Теория механизмов и машин, Министерство образования Российской Федерации, Оренбургский государственный университет, Оренбург, 2004.
- [150] Luszczycki, M., Cyklis, P., Zelasko, J., Developed Mathematical Model of the Self-Acting Valves of the Reciprocating Compressor and Its Application for Tongue Valves, International Compressor Engineering Conference at Purdue University, West Lafayette, IN, USA, p.p. 1241-1248, 1992.
- [151] Schwerzler, D. D., Hamilton, J. F., An Analytical Method for Determining Effective Flow and Force Areas for Refrigeration Compressor Valving Systems, International mCompressor Engineering Conference at Purdue University, West Lafayette, IN, USA, p.p. 30-36, 1972.

- [152] Winandy, E., Saavedra, C. O., Lebrun, J., Simplified modelling of an open-type reciprocating compressor, *International Journal of Thermal Sciences*, Volume 41, Issue 2, February 2002, p.p. 183-192, 2002.
- [153] Venkatesan, J., Nagarajan, G., Seeniraj, R. V., Murugan, R., Experimental validation of a mathematical model of a reed-valve reciprocating air compressor from an automotive braking system, *International journal of automotive technology*, vol. 11, No3, p.p. 317-322, doi:10.1007/s12239-010-0039-8, 2010.
- [154] Pešić, R., Davinić, A., Taranović, D., Miloradović, D., Petković, S., Experimental determination of double vibration function parameters in diesel engines with biodiesel, *Thermal Science*, Vol.14, No.Suppl., pp. 207-218, Doi 10.2298/TSCI100505069P, 2010.
- [155] Jankov, R., *Klipni kompresori*, Mašinski fakultet, Beograd, 1990.
- [156] Katalog „Trudbenik” Doboj.
- [157] Mikić, D., Desnica, E., Ašonja, A., Adamović, Ž., Mechanical modeling of industrial machines, II International Conference – Industrial Engineering And Environmental Protection (IIZS 2012), Zrenjanin, october 2012.
- [158] Mikić, D., Desnica E., Ašonja, A., Stojanović, B., Vulović, S., Reliability analysis of ball bearing on the crankshaft of piston compressors, *Journal of the Balkan Tribological Association*, Vol., No., pp. (ISSN: Work is accepted), 2015.
- [159] Pérez-Segarra, C. D., Escanes, F., Oliva, A., Numerical Study of the Thermal and Fluid-Dynamic Behaviour of Reciprocating Compressors, *International Compressor Engineering Conference*, Purdue University, USA, pp.143-150,1994.
- [160] Escanes, F., Pérez-Segarra, C. D., Rigol, J.a, Serra, J. M., Pons, J., Escriv, M.à, Jorne, M.t, Numerical Simulation of Hermetic Reciprocating Compressors. Recent Improvements and Experimental Validation, *International Compressor Engineering Conference*, Purdue University, USA, pp. 193-198, 1996.
- [161] Santos, I. F., *Dinâmica de Sistemas Mecânicos*, (in Portuguese). Makron Books, Sao Paulo, Brazil, 2001.
- [162] Garcia de Jalon, J. and Bayo, E., „Kinematic and Dynamic Simulation of Multibody Systems”, Ed. Springer-Verlag, New-York, p. 440, 1994.
- [163] Estupiñan, E., A., Santos, I. F., Modelling Hermetic Compressors Using Different Constraint Equations to Accommodate Multibody Dynamics and Hydrodynamic Lubrication, *J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng*, Vol. XXXI, No. 1, January-March 2009.
- [164] Jevtić, N., Dijagnostika hidrauličnog sistema pomoću akvizicije podataka, *Tehnička dijagnostika*, Vol.11, No.3, pp.9-14, 2012.
- [165] Pestel, E.C. & F.A Leckie, *Matrix methods in elastomechanics*. McGraw-Hill, New York, 1963.
- [166] Everstine, G.c., Dynamic analysis of fluid-filled piping systems using finite element techniques. *ASME Journal of Pressure Vessel Technology* 108: 57-61, 1986.
- [167] Yeo, M.F. & L.J. Schmid, Wave propagation in solid and fluid structures using finite element transfer matrices. *Journal of Sound and Vibration* 130(3): 439-452, 1989.
- [168] Cushieri, I.M., Excitation and response of piping systems. *Journal of the Acoustical Society of America* 83(2): 641-646, 1988.
- [169] Horner, J.L. & R.G. White, Prediction of vibrational power transmission through bends and joints in beam-like structures. *Journal of Sound and Vibration* 147: 87-103, 1991.
- [170] Petersson, B.A.T., Structural acoustic power transmission by point moment and force excitation, Part I: beam- and frame-like structures. *Journal of Sound and Vibration* 160(I) : 43-66, 1993.
- [171] El - Raheb, M., Vibrations of three - dimensional pipe systems with acoustic coupling. *Journal of Sound and Vibration* 78 (1): 39-67, 1981.
- [172] Lesmez, M. W., *Modal analysis of vibrations in liquid-filled piping systems*. PhD Thesis, Michigan state university, USA.

- [173] Frikha, S., Analyse experimentale des sollicitations dynamiques appliquees a une portion de structure en service modelisable par la theorie des poutres. PhD Thesis, Laboratoire de Mecanique des Structures, ENS AM, Paris, 1992.
- [174] Tijsseling, A.S., Fluid - structure interaction in case of waterhammer with cavitation. PhD Thesis, Delft University of Technology, 1993.
- [175] D'Souza, A.F. & R. Oldenburger, Dynamic response of fluid lines. ASME Journal of Basic Engineering 86(3): 589-598, 1964.
- [176] Pavić, G., Vibroacoustical energy flow through straight pipes. Journal of Sound and Vibration 143(3): 411-429, 1992.
- [177] Morse, P.M. & K.D. Ingard, Theoretical acoustics. 1986 reprint, Princeton University Press, Princeton, 1968.
- [178] Whatham, J.F., Pipe bend analysis by thin shell theory. ASME Journal of Applied Mechanics 53: 173-180, 1986.
- [179] Firth, D. & F.J. Fahy, Acoustic characteristics of circular bends in pipes. Journal of Sound and Vibration 97(2): 287-303, 1984.
- [180] Wilkinson, D.H., Acoustic and mechanical vibrations in liquid-filled pipework systems. Proc. Bnes international conference on vibration in nuclear plant, Keswick (UK): 863-878, 1978.
- [181] Davidson, L.c. & D.R. Samsury, Liquid-structure coupling in curved pipes II. The Shock and Vibration Bulletin 42(1): 123-136, 1972.
- [182] Karman, T. Von, Ueber die Formanderung diinnwandiger Rohre, insbesondere federnder Ausgleichrohre. Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure SSe 45): 1889-1895, 1911.
- [183] Craggs, A. & D. C Stredulinsky, Analysis of acoustic wave transmission in a piping network. Journal of the Acoustical Society of America 88(1): 542-547, 1990.
- [184] Tesar, A. & L. Fillo, Transfer Matrix Method. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1988.
- [185] Zaimović-Uzunović, N., Lemeš, S., Metod konačnih elemenata, ISBN 9958-42-079-1, Dom štampe, Zenica, 2002.
- [186] Неразрушающий контроль: Справочник: В7 т. / Под общ. ред. В.В. Клюева. Т. 7: Кн. 2: Вибродиагностика./ Балицкий, Ф.Я., Барков, А.В., Баркова, Н.А. и др. М.: Машиностроение, 829с.: ил., 2005.
- [187] Евгеньевич, А. С.: Обзор современных методов диагностики подшипников качения // Перспективы внедрения системы ТО по ФС: труды 6-й международной конференции по вибрации/М.:Изд-во «Диамех 2000» С.17-24.2002.
- [188] Дименберг, Ф.Н., Колесников, К.С.: Вибраций в технике, Справочник Том 3, Машиностроение, Москва, 1989.
- [189] Hill, C.: Anintroduction to Chemical Engineering kintecics and Termoelektric Diesign, Free University, Amsterdam, Haimes, Y.Y., W.A. Hall and H.T. Freedman, Multiobjktive Optimization in Water Recources Systems, Elseiver Scientific Publishing Company, New York, 1989.
- [190] Михалевич, В.С.: Методы последовательное оптимизации, Москва, 1991.
- [191] Брановский, А. М.: Исследование и устранение вибрации турбоагрегатов, Энергия, Moskva, 1997.
- [192] Евгеньевич, А. С.: Разработка специального математического и программного обеспечения для автоматизированной диагностики сложных систем, Диссертация, Москва, 2007 г.
- [193] ISO 2372. Mechanical vibration in rotating machinery. Basis for specifying evaluation standards for rotating machines with operating speeds from 10 to 200 revolutions per second, 9p. 1974.
- [194] Раc, А.: Osnovi tribologije, Mašinski fakultet, Beograd, 1991.

- [195] Ašonja, A., Adamović, Ž., Gligorić R.: Izbor i dimenzionisanje kotrljajnih ležajeva, Duga knjiga, Sremski Karlovci, 2010.
- [196] Adamović, Ž., Preventivno održavanje u mašinstvu, Građevinska knjiga, Beograd, 1988.
- [197] Nasser, M. A., „Mechanical Vibrations problems and solutions in Large scale Pumping Stations”, Engineering Research Journal, Vol. 50, University of Helwan, Faculty of Eng. Tech., Mataria, Cairo, Nov., 1996.
- [198] Awasthi, J., „Vibration Problem of Large Capacity Pumps – A Case Study”, Journal of Indian Water Works Association, Vol. 19, pp. 287-294, 1987.
- [199] Hancock, W., „How to Control Pump Vibration”, Hydrocarbon Processing, pp. 107-113, 1974.
- [200] Lifson, A., Simmons, H., and Smalley, A., „Vibration Limits for Rotating Machinery”, Mechanical Engineering, pp. 60- 65, 1987.
- [201] <http://www.evb.rs/vibrobalance.php>
- [202] Adamović, Ž. ,Tehnička dijagnostika, Tehnički fakultet „Mihajlo Pupin”, Zrenjanin, 2008.
- [203] <http://rovex.rs/meraci/tp6.html>
- [204] Desnica, E., Ašonja, A., Mikić, D., Stojanović, B., Reliability of model of bearing assembly on an agricultural of Cardan shaft, Journal of the Balkan Tribological Association, Vol.21, No.1, pp.38-48, 2015.
- [205] Ашоња, А., Економска оправданост репарације лежишних склопова, Пољопривредна техника, Vol.33, No.1, 67-73. 2008.
- [206] Čabaravdić, M., Održavanje i sigurnost robotskih sistema, 1. Konferencija „Održavanje 2010“, str. 231-235 Zenica, B&H, 2010.
- [207] Микић, Д., Десница, Е., Ашоња, А., Петровић, Д., Адамовић, Ж. (2015). Примена рачунара за анализу и детекцију параметара у процесу одржавања техничких система, XV Конференција „Техничка дијагностика машина и постројења”, Друштво за техничку дијагностику Србије, No.64, 30. 10. 2015. Врњачка Бања. (ISBN 978-86-83701-38-4)
- [208] Adamović, Ž., Ašonja, A., Milošević, D., Vibrodijagnostika i tribodijagnostika mašina, Srpski akademski centar, Novi Sad, 2013.
- [209] Ширман, А., Соловьев, А., Практическая вибродиагностика и мониторинг состояния механического оборудования, Москва, 1996.
- [210] Stojanović, B., Blagojević, M., Mehanički prenosnici, Kragujevac, 2015.
- [211] ГОСТ Р ИСО 10816-3-99. Вибрация. Контроль состояния машин по результатам измерений на невращающихся частях. Часть 3. Промышленные машины номинальной мощностью более 15 кВт и номинальной скоростью от 120 до 15000 мин⁻¹. Введен впервые. Введ. 22.12.1999. М.: Изд-во стандартов, 2000. 11с. УДК 621.9:534.1.08:006.354. Группа Т34, 1999.
- [212] Евгеньевич, А. С., Разработка алгоритма скаляризации для оценки вектора признаков при решении задачи диагностики подшипников качения // Науч.: Сб. науч. тр. В 17 т. М.: Т. 2. С, Сессия МИФИ, 2007.
- [213] Евгеньевич, А. С., Разработка математической модели оптимального технического обслуживания и ремонта промышленного оборудования // Науч. : Сб. науч. тр. В17 т. М.: Т.2. С.153-154, Сессия МИФИ, 2007.
- [214] Mikić, D., Desnica, E., Aleksandar, A., Petrović, D., Adamović, Ž. (2016). Matematičko modeliranje industrijskih mašina pri različitim postupcima obrade, XXXIX Majski skup održavaosa Srbije-Konferencija „Tehnička dijagnostika mašina i postrojenja”, No.39, 20. i 21.05.2016, Vrnjačka Banja, (ISBN 978-86-83701-43-8)
- [215] Герцбах, И., Теория надежности с приложениями к профилактическому обслуживанию: Монография / Под ред. Рыкова, В.В.; пер. с англ. М.Г. Сухарева. М.: ГУП Изд-во «Нефть и газ» РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 263 с, 2003.

- [216] Попов, А.К. Мусатов и др.; Под ред. К.В. Фролова. 4-мзд., испр. М.: Теория механизмов и механика машин: Учеб. для вузов / К.В. Фролов, С.А. Высшая школа, 496 с.: ил., 2003.
- [217] Вентцель Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология: Учебное пособие для вузов. 3-е изд, стереотип. М.: Дрофа, 208 с., 2004.
- [218] Марковский, М.В., Чалый, В.Д. Информационная технология идентификации динамических объектов: Учебное пособие. М.: МИФИ, 1999.
- [219] Лукьяненко, А.В., Классификатор вибродиагностических признаков дефектов роторных машин. Иркутск: Изд-во Ир ГТУ, 228 с., 1999.
- [220] Jovičić M., Ekonometrijski metodi i modeli, Centar za izdavačku delatnost Ekonomskog fakulteta, Beograd, 2011.
- [221] David F. Anderson (2013). Introduction to Stochastic Processes with Applications in the Biosciences. Madison: University of Wisconsin at Madison.
- [222] Герцбах И.Б., Кордонский Х.Б. Модели отказов / Под ред. Б.В. Гнеденко. М.: Советское радио, 166с. 1966.
- [223] Городецкий, А.Я. Информационные системы. Вероятностные модели и статистические решения: Учеб. пособие. СПб: Изд-во СПбГПУ, 326 с., 2003.
- [224] aničić, B. i Novović Z.: Procena uspešnosti u klasifikovanju rezultata na osnovu graničnih (cut-off) skorova: receiver operating characteristic curve, Primjenjena psihologija, 4(4), 335-351, 2011.
- [225] Gonçalves, L., Subtil, A., Oliveira, R.M., & P. De Tea Bermudez: ROC curve estimation: An overview, REVSTAT-Statistical journal, 12(1), 1-20, 2014.
- [226] Fawcett, T.,: An introduction to ROC analysis, Pattern Recognition Letters, 27(8), 861-874, 2006.
- [227] Mikić, D., Ašonja, A., Primena kotrljajnih ležajeva u robotici, Traktori i pogonske mašine, Vol.15, No.4, 89-95. (ISSN: 0354-9496) ; (UDK 631.372), 2010.
- [228] Borovac, B., Đorđević, G., Rašić, M.: Industrijska robotika, fakultet tehničkih nauka , Novi Sad, 2007.
- [229] Živković, A.: Računarska i eksperimentalna analiza ponašanja kugličnih ležaja za specijalne namene, doktorska disertacija, Fakultet tehničkih nauka, NoviSad, 2013.
- [230] Scott, D., Bearing Failure Dijagnosis and Investigation, Wear, 25,199-213,1973.
- [231] Mikić, D., Desnica, E., Ašonja, A., Petrović, D., Vibrodijagnostička ispitivanja centrifugalnih pupmpi u procesnoj industriji, XI Konferencija „Tehnička dijagnostika termoelektrana, solarnih elektrana, toplana i hidroelektrana”, Zbornik radova ISBN 978-86-83701-32-2 , Vrnjačka Banja, 07.11.2014.
- [232] Abdel - Rahman, S. M., and Helal, M. A., Measurements and Analysis of Mechanical Vibration of Awlad Tuke No. 2 Pumping Station, Tech. Report, Mech. & Elect. Research Institute, National water Research center, Delta Barrage Egypt, 1997.
- [233] Mikić, D., Desnica, E., Ašonja , A., Adamović, Ž., Monitoring the state of the technical of system in the exploitation, IV International Conference Industrial Engineering And Environmental Protection 2014 (IIZS 2014), Zrenjanin, Serbia, 179-188, 2014.
- [234] Mikić, D., Ašonja, A.,: Methods and maintenance procedures of robotized systems, Maintenance machines , 8(1-2), pp. 3-11, Smederevo, Serbia, 2011.
- [235] Евгеньевич, А. С., Современные подходы к формированию системы оптимального технического обслуживания и ремонта компрессорного оборудования // Компрессорная техника и пневматика, №1. С. 33-37, 2007.
- [236] Gertsbakh I. Models of Preventive Maintenance. North-Holland, Amsterdam – New York – Oxford, 1977.
- [237] <http://www.mimosa.org>
- [238] Beker, I., Tehnologija održavanja, Tema 10: Podešavanje saosnosti, www.iim.ftn.uns.ac.rs