



**UNIVERZITET U NOVOM SADU
FAKULTET TEHNIČKIH
NAUKA**



Departman za energetiku, elektroniku i telekomunikacije

**MODELOVANJE IMPEDANSE ZEMLJE KAO
POVRATNOG PROVODNIKA**

Doktorska disertacija

MENTOR:
prof. dr Neda Pekarić-Nadž

KANDIDAT:
mr Karolina Kasaš-Lažetić

Novi Sad, 2015



UNIVERZITET U NOVOM SADU
FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA



KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA

Redni broj	RBR	
Identifikacioni broj	IBR	
Tip dokumentacije	TD	Monografska publikacija
Tip zapisa	TZ	Tekstualni štampani materijal
Vrsta rada	VR	Doktorska disertacija
Autor	AU	mr Karolina Kasaš-Lažetić
Mentor	MN	prof. dr Neda Pekarić-Nadž
Naslov rada	NR	Modelovanje impedanse zemlje kao povratnog provodnika
Jezik publikacije	JP	Srpski (Latinica)
Jezik izvoda	JI	Srpski (Latinica)
Zemlja publikovanja	ZP	Republika Srbija
Uže geografsko područje	UGP	Autonomna Pokrajina Vojvodina
Godina	GO	2015
Izdavač	IZ	Autorski reprint
Mesto i adresa	MA	FTN, Trg Dositeja Obradovića 6, 21000 Novi Sad
Fizički opis rada	FO	164 strane, 7 glava, 62 slike, 16 tabela, 7 priloga
Naučna oblast	NO	Elektrotehničko i računarsko inženjerstvo
Naučna disciplina	ND	Teorijska elektrotehnika
Predmetna odrednica/Ključne reči	PO	Raspodela struje, fluks Pointingovog vektora, homogeno i dvoslojno zemljište, impedansa zemlje
UDK		
Čuva se	ČU	U biblioteci Fakulteta tehničkih nauka
Važna napomena	VN	
Izvod	IZ	U radu je pokazano da frekvencijski zavisna impedansa zemlje kao povratnog provodnika, pri proizvoljnoj učestanosti može veoma tačno da se odredi pomoću fluksa kompleksnog Pointingovog vektora. Za izračunavanje kompleksnog Pointingovog vektora, neophodno je prethodno odrediti raspodelu struje u zemlji, kao i raspodelu magnetskog polja i u zemlji i u vazduhu iznad površi zemlje. Obe ove raspodele takođe su značajne za analizu elektroenergetskih sistema.
Datum prihvatanja teme od NN veća	DP	25. 02. 2009. godine
Datum odbrane	DO	
Članovi komisije	KO	Predsednik prof. dr Zlata Cvetković Univerzitet u Nišu, Elektronski fakultet, Niš Član prof. dr Vera Bajović Univerzitet u Novom Sadu, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad

		<p>Član prof. dr Nikola Đurić Univerzitet u Novom Sadu, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad</p> <p>Član prof. dr Tatjana Grbić Univerzitet u Novom Sadu, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad</p> <p>Član prof. dr Miroslav Prša Univerzitet u Novom Sadu, Profesor Fakulteta tehničkih nauka u Novom Sadu u penziji</p> <p>Mentor prof. dr Neda Pekarić-Nadž Univerzitet u Novom Sadu, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad</p>



**UNIVERSITY OF NOVI SAD
FACULTY OF TECHNICAL SCIENCES**



KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number	ANO	
Identification number	INO	
Document type	DT	Monographic publication
Type of record	TR	Textual printed material
Contents code	CC	Ph.D. thesis
Author	AU	Karolina Kasaš-Lažetić, M.Sc.
Mentor	MN	prof. Neda Pekarić-Nadž, Ph.D.
Title	TI	Modeling of Earth return path impedance
Language of text	LT	Serbian (Latin)
Language of abstract	LA	Serbian (Latin)
Country of publication	CP	Republic of Serbia
Locality of publication	LP	Autonomous Province of Vojvodina
Publication year	PY	2015
Publisher	PB	Author's reprint
Publisher's place	PP	Trg Dositeja Obradovića 6, 21000 Novi Sad
Physical description	PD	164 pages, 7 chapters, 62 figures, 16 tables, 7 appendices
Scientific field	SF	Electrical and computer engineering
Scientific discipline	SD	Theoretical electromagnetics
Subject/Key words	S/KW	Current distribution, Poynting vector flux, single layer and two layer ground, Earth return impedance
UC		
Holding data	HD	Library of Faculty of technical sciences
Note	N	
Abstract	AB	The thesis shows that the Earth return impedance at arbitrary low frequency can be accurately determined from the complex Poynting vector flux. For the complex Poynting vector calculation, first it is necessary to determine the current distribution inside the ground, as well as the magnetic field distribution both inside the ground and in the air above the ground surface. Both distributions are also significant for power electrical systems analysis.
Accepted by Scientific Board on	ASB	2009/02/25
Defended on	DE	
Defend Board	DB	<p>President prof. Zlata Cvetković, Ph. D. University of Niš, Faculty of electronics, Niš</p> <p>Member prof. Vera Bajović, Ph. D. University of Novi Sad, Faculty of Technical sciences, Novi Sad</p> <p>Member prof. Nikola Đurić, Ph. D. University of Novi Sad Faculty of Technical sciences, Novi Sad</p>

		Member	prof. Tatjana Grbić, Ph. D. University of Novi Sad, Faculty of Technical sciences, Novi Sad
		Member	prof. Miroslav Prša, Ph. D. University of Novi Sad, Retired from Faculty of Technical Sciences, Novi Sad
		Mentor	prof. Neda Pekarić-Nadž, Ph. D. University of Novi Sad, Faculty of Technical sciences, Novi Sad

Zahvalnica

Svaku disertaciju potpisuje samo jedan istraživač, ali svaka od njih čuva nevidljive tragove mnogih dragih ljudi iz okruženja, nastavnika, kolega, prijatelja i porodice, kojima je svaki autor neizmerno zahvalan.

Ovom prilikom želim posebno da se zahvalim mentoru, prof. dr Nedi Pekarić-Nadž, na dragocenim smernicama, konstruktivnim idejama, pohvalama i dobronamernim kritikama tokom izrade rada, kao i nesebičnoj podršci tokom naše dugogodišnje saradnje.

Zahvaljujem se članovima Komisije, koji su svojim sugestijama, komentarima i savetima doprineli poboljšanju kvaliteta ove disertacije. Zadovoljstvo mi je da se zahvalim prof. dr Veri Bajović, na svemu što me naučila i svojim ličnim stavom pokazala. Prof. dr Zlati Cvetković se zahvaljujem na spremnosti i otvorenosti za svaki vid profesionalne saradnje i ljudsku toplinu pri svakom našem susretu. Visoka profesionalnost sa jedne, i stalan optimizam sa druge strane prof. dr Tatjane Grbić, su predstavljale stalnu inspiraciju da ovaj rad uspešno privedem kraju. Prof. dr Nikoli Đuriću se zahvaljujem na bezgraničnoj pozitivnoj energiji i nesebičnoj podršci u svakoj prilici, kao i na svim drugarskim savetima tokom svih ovih godina naše saradnje.

Ogromnu zahvalnost dugujem profesoru dr Miroslavu Prši, koji mi je predložio temu disertacije i defakto vodio izradu teze, nesebično i strpljivo prenoseći svoje bogato iskustvo i znanje, u želji da ove stranice postanu stvarnost. Njegova podrška i verovanje u mene, čak i onda kada sam ja gubila samopouzdanje, bili su od neprocenjive važnosti tokom izrade ove teze i naše dugogodišnje saradnje.

Hvala mojim dragim kolegama sa Katedre za teorijsku elektrotehniku, koji svojim vedrim duhom i velikom kolegijalnošću, svaki posao pretvore u zadovoljstvo.

Ovom prilikom bih želela da se zahvalim i prof. dr Laslu Nađu, na dugogodišnjem iskrenom prijateljstvu, stručnoj i ljudskoj podršci.

Zahvaljujem se prof. dr Bogosavu Lažetiću, za svaki vid pomoći i podrške tokom svih ovih godina. Zbog njega i dalje verujem da su odgovornost i savesnost uvek bile i ostale vrline.

Zahvaljujem se mojoj sestri Albin i drugaricama, koje su uvek tu za mene i sa kojima delim sve naše radosti i poneke trenutke tuge.

Mojoj porodici, Ivanu, Filipu i Saši, neizmerno hvala za njihovu brižnost koja me greje, polet koji me snaži i vedar duh koji me potkrepljuje.

Zahvaljujem se svojim dragim roditeljima na bezgraničnoj ljubavi i dobroti koju su mi pružili, na svemu što su me naučili i svojim ličnim primerom pokazali. Disertaciju posvećujem njima.

SADRŽAJ

Ključna dokumentacija.....	III
Zahvalnica	VII
Sadržaj.....	IX
Spisak slika.....	XI
Spisak tabela.....	XV
Lista skraćenica.....	XVII
1. Uvod.....	1
1.1 Motivacija	5
1.2 Problem i predmet istraživanja	6
1.3 Cilj istraživanja	7
1.4 Hipoteze, koncepcija i metodologija istraživanja	8
1.5 Struktura disertacije	9
2. Stanje u oblasti istraživanja.....	13
2.1 Podela metoda.....	13
2.2 Različiti modeli za određivanje parametara nadzemnih vodova	21
2.2.1 Karsonov model	31
2.2.2 Metod kompleksne dubine povratne struje kroz zemlju	39
3. Predloženi metod.....	43
3.1 Određivanje vektora jačine električnog polja u homogenom zemljištu.....	45
3.2 Određivanje vektora gustine struje u homogenom zemljištu.....	51
3.3 Određivanje vektora gustine struje u višeslojnom zemljištu	51
3.4 Elementi Pointingovog vektora	53
3.5 Određivanje kompleksnog vektora jačine magnetskog polja	55
3.5.1 Određivanje vektora jačine magnetskog polja koji potiče od jačine struje u nadzemnom vodu	55
3.5.2 Određivanje vektora jačine magnetskog polja koji potiče od jačine struje u zemlji	56

4. Određivanje impedanse Zemlje metodom konačnih elemenata.....	66
5. Dobijeni rezultati.....	69
5.1 Raspodela struje u homogenom zemljištu	71
5.2 Raspodela struje u dvoslojnom zemljištu	89
5.3 Raspodela struje određena pomoću MKE	96
5.4 Izračunavanje impedanse Zemlje.....	98
6. Diskusija rezultata	109
7. Zaključak	111
LITERATURA.....	113
PRILOZI.....	121

Spisak slika

- Slika 2.1** Parametri nadzemnog voda elementarne dužine dx
- Slika 2.2** Geometrija sistema za određivanje podužnih impedansi nadzemnih vodova
- Slika 2.3** Užad koja se najčešće koriste za nadzemne vodove
- Slika 2.4** Zamena užadi uprošćenim modelom u cilindričnom koordinatnom sistemu
- Slika 2.5** Geometrija sistema pri definisanju kompleksne dubine prodiranja
- Slika 3.1** Model sistema za određivanje strujne raspodele u zemlji
- Slika 3.2** Geometrija posmatranog modela
- Slika 3.3** Definisane elementarne površi dS
- Slika 3.4** Nadzemni vod iznad višeslojnog zemljišta
- Slika 3.5** Magnetsko polje na površi zemlje koje potiče od struje u nadzemnom vodu
- Slika 3.6** Raspodela magnetskog polja usled postojanja struje u zemlji
- Slika 3.7** Komponente rezultantnog vektora jačine magnetskog polja na površi zemlje
- Slika 5.1** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, u funkciji rastojanja, r , od nadzemnog voda, za $\rho = 50 \Omega m$ i $f = 50 Hz$
- Slika 5.2** Modifikovan dijagram raspodele intenziteta vektora gustine struje, u funkciji rastojanja od nadzemnog voda, za $\rho = 50 \Omega m$ i $f = 50 Hz$
- Slika 5.3** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, u funkciji specifične otpornosti tla, za $h = 15 m$ i $f = 50 Hz$
- Slika 5.4** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, u funkciji specifične otpornosti tla, za $h = 15 m$ i $f = 50 Hz$ na semi - logaritamskoj skali
- Slika 5.5** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, prikazana pomoću izolinijskih linija ($h = 15 m, \rho = 50 \Omega m, f = 50 Hz$)
- Slika 5.6** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do $500 m$ ($h = 15 m, \rho = 50 \Omega m, f = 50 Hz$)
- Slika 5.7** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do $500 m$ ($h = 15 m, \rho = 50 \Omega m, f = 250 Hz$)
- Slika 5.8** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do $500 m$ ($h = 15 m, \rho = 50 \Omega m, f = 450 Hz$)

- Slika 5.9** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 500 m
($h = 15\text{ m}$, $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, $f = 2500\text{ Hz}$)
- Slika 5.10** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 500 m
($h = 15\text{ m}$, $\rho = 500\ \Omega\text{m}$, $f = 50\text{ Hz}$)
- Slika 5.11** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 500 m
($h = 15\text{ m}$, $\rho = 100\ \Omega\text{m}$, $f = 50\text{ Hz}$)
- Slika 5.12** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 500 m
($h = 15\text{ m}$, $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, $f = 50\text{ Hz}$)
- Slika 5.13** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 500 m
($h = 15\text{ m}$, $\rho = 20\ \Omega\text{m}$, $f = 50\text{ Hz}$)
- Slika 5.14** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 3000 m
($h = 15\text{ m}$, $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, $f = 50\text{ Hz}$)
- Slika 5.15** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 3000 m
($h = 15\text{ m}$, $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, $f = 250\text{ Hz}$)
- Slika 5.16** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 3000 m
($h = 15\text{ m}$, $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, $f = 450\text{ Hz}$)
- Slika 5.17** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 3000 m
($h = 15\text{ m}$, $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, $f = 2500\text{ Hz}$)
- Slika 5.18** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 3000 m
($h = 15\text{ m}$, $\rho = 500\ \Omega\text{m}$, $f = 50\text{ Hz}$)
- Slika 5.19** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 3000 m
($h = 15\text{ m}$, $\rho = 100\ \Omega\text{m}$, $f = 50\text{ Hz}$)
- Slika 5.20** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 3000 m
($h = 15\text{ m}$, $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, $f = 50\text{ Hz}$)
- Slika 5.21** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 3000 m
($h = 15\text{ m}$, $\rho = 20\ \Omega\text{m}$, $f = 50\text{ Hz}$)
- Slika 5.22** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji
($h = 15\text{ m}$, $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, $f = 50\text{ Hz}$, $\delta = 503\text{ m}$)
- Slika 5.23** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji
($h = 15\text{ m}$, $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, $f = 250\text{ Hz}$, $\delta = 225\text{ m}$)
- Slika 5.24** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji
($h = 15\text{ m}$, $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, $f = 450\text{ Hz}$, $\delta = 167,76\text{ m}$)
- Slika 5.25** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji
($h = 15\text{ m}$, $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, $f = 2500\text{ Hz}$, $\delta = 71,18\text{ m}$)
- Slika 5.26** Raspodela intenziteta vektora gustine struje, za $h = 15\text{ m}$, u funkciji rastojanja od koordinatnog početka, $\rho_1/\rho_2 = 50/1000$, do dubine $x = 5\text{ m}$

- Slika 5.27** Raspodela intenziteta vektora gustine struje, za $h = 15\text{ m}$, u funkciji rastojanja od koordinatnog početka, $\rho_1/\rho_2 = 50/1000$, do dubine $x = 4000\text{ m}$
- Slika 5.28** Raspodela intenziteta vektora gustine struje, za $h = 15\text{ m}$, u funkciji rastojanja od koordinatnog početka, $\rho_1/\rho_2 = 500/50$, do dubine $x = 5\text{ m}$
- Slika 5.29** Raspodela intenziteta vektora gustine struje, za $h = 15\text{ m}$, u funkciji rastojanja od koordinatnog početka, $\rho_1/\rho_2 = 500/50$, do dubine $x = 1000\text{ m}$
- Slika 5.30** Raspodela intenziteta vektora gustine struje, za $h = 15\text{ m}$, u funkciji rastojanja od koordinatnog početka, $\rho_1/\rho_2 = 500/50$, do dubine $x = 5\text{ m}$
- Slika 5.31** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u dvoslojnom zemljištu, za $h = 15\text{ m}$, u funkciji rastojanja od koordinatnog početka, $\rho_1/\rho_2 = 50/1000$, do dubine $x = 10\text{ m}$
- Slika 5.32** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u dvoslojnom zemljištu, za $h = 15\text{ m}$, u funkciji rastojanja od koordinatnog početka, $\rho_1/\rho_2 = 50/1000$, do dubine $x = 300\text{ m}$
- Slika 5.33** Raspodela intenziteta vektora gustine struje, za $h = 15\text{ m}$, u funkciji rastojanja od koordinatnog početka, $\rho_1/\rho_2 = 500/50$ do dubine $x = 10\text{ m}$
- Slika 5.34** Raspodela intenziteta vektora gustine struje, za $h = 15\text{ m}$, u funkciji rastojanja od koordinatnog početka, $\rho_1/\rho_2 = 500/50$ do dubine $x = 300\text{ m}$
- Slika 5.35** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do dubine $x = 300\text{ m}$ ($h = 15\text{ m}$, $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, $f = 50\text{ Hz}$, Comsol)
- Slika 5.36** Raspodela intenziteta vektora gustine struje u dvoslojnom zemljištu, do dubine $x = 25\text{ m}$, ($h = 15\text{ m}$, $\rho_1/\rho_2 = 500/50$, $f = 50\text{ Hz}$, Comsol)
- Slika.5.37** Podužna otpornost zemlje, za $\rho = 50\ \Omega\text{m}$ i različite visine nadzemnog voda, u funkciji frekvencije
- Slika 5.38** Podužna otpornost zemlje, za $h = 15\text{ m}$ i različite vrednosti specifične otpornosti zemlje, u funkciji frekvencije
- Slika.5.39** Podužna otpornost zemlje za $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, $h = 15\text{ m}$, u funkciji frekvencije
- Slika 5.40** Procentualno relativno odstupanje podužne otpornosti zemlje za $h = 15\text{ m}$ i $\rho = 15\ \Omega\text{m}$, u funkciji frekvencije
- Slika 5.41** Podužna reaktansa zemlje za $h = 15\text{ m}$ i različite vrednosti specifičnih otpornosti tla, u funkciji frekvencije
- Slika 5.42** Podužna reaktansa zemlje, za $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, $h = 15\text{ m}$, u funkciji frekvencije
- Slika 5.43** Procentualno relativno odstupanje podužne reaktanse zemlje, za $h = 15\text{ m}$ i $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, u funkciji frekvencije
- Slika 5.44** Podužna induktivnost zemlje, za $h = 15\text{ m}$ i različite vrednosti specifičnih otpornosti tla, u funkciji frekvencije

- Slika 5.45** Podužna induktivnost zemlje, za $\rho = 50 \Omega m$, $h = 15 m$ u funkciji frekvencije
- Slika P1.1** Zavisnost kritične frekvencije od specifične otpornosti tla, $\epsilon_r = 1$
- Slika P1.2** Zavisnost minimalne kritične frekvencije, f_{\min} , od specifične otpornosti tla, pri različitim vrednostima relativne permitivnosti zemlje, ϵ_r
- Slika P2.1** Model cilindričnog provodnika kružnog poprečnog preseka
- Slika P2.2** Model dvoslojnog provodnika kružnog poprečnog preseka u cilindričnom koordinatnom sistemu
- Slika P3.1** Sistem od n provodnika

Spisak tabela

- Tabela 5.1** *Ulazni podaci*
- Tabela 5.2** *Vrednosti specifične električne otpornosti tla*
- Tabela 5.3** *Vrednosti dubine prodiranja i šestostruke vrednosti dubine prodiranja pri zadatim parametrima*
- Tabela 5.4** *Procentualni deo jačine struje u zemlji, do dubina definisanim umnošcima dubine prodiranja, u zavisnosti od frekvencije, za $\rho = 50 \Omega m$*
- Tabela 5.5** *Procentualni deo jačine struje u zemlji, do dubina definisanim umnošcima dubine prodiranja, u zavisnosti od specifične otpornosti tla, za $f = 50 \text{ Hz}$*
- Tabela 5.6** *Najčešće kombinacije specifične otpornosti slojeva zemljišta u Vojvodini*
- Tabela 5.7** *Procentualno relativno odstupanje podužne otpornosti zemlje*
- Tabela 5.8** *Procentualno relativno odstupanje podužne reaktanse zemlje*
- Tabela P1.1** *Granične frekvencije u zavisnosti od specifične otpornosti tla, $f_{kr} = 1/(2\pi\epsilon_0\rho)$ [MHz]*
- Tabela P1.2** *Granične frekvencije u zavisnosti od specifične otpornosti i relativne permitivnosti tla, $f_{kr} = 1/(2\pi\epsilon_r\epsilon_0\rho)$ [MHz]*
- Tabela P3.1** *SGP za provodnike u vidu punog užeta (a - stvarni poluprečnik provodnika)*
- Tabela P3.2** *SGP za provodnike u vidu šupljeg užeta ili za Alučel užad (a - stvarni poluprečnik provodnika)*
- Tabela P7.1** *Intenzitet vektora gustine struje, J , u $[mA/m^2]$, u funkciji rastojanja od nadzemnog voda, $(h+x)$ [m] (Slika 5.1)*
- Tabela P7.2** *Intenzitet vektora gustine struje, J , u $[mA/m^2]$, u funkciji rastojanja od nadzemnog voda $(h+x)$ [m], za različite vrednosti specifične otpornosti tla (Slika 5.3)*

Tabela P7.3 Raspodela intenziteta vektora gustine struje, J , u $[mA/m^2]$, za $h = 15$ m, u funkciji rastojanja od koordinatnog početka, $\rho_1/\rho_2 = 50/1000$, do 5 m (Slika 5.26)

Tabela P7.4 Raspodela intenziteta vektora gustine struje, J , u $[mA/m^2]$, za $h = 15$ m, u funkciji rastojanja od koordinatnog početka, $\rho_1/\rho_2 = 500/50$, do 5 m (Slika 5.28)

Lista skraćenica

ACCR	Aluminijum – aluminijum oksid uže (Aluminium Conductor Composite Reinforced)
ACSR	Alučel uže (Aluminium Conductor Steel Reinforced)
ATP/EMTP	Univerzalni programski paket za simulaciju prelaznih stanja elektromagnetske i elektromehaničke prirode (Alternative Transients Program/ Electromagnetic Transients Program)
DC/AC	Jednosmerna struja/ naizmjenična struja (Direct current/ Alternating current)
EM	Elektromagnetsko
FEM	Metod konačnih elemenata (Finite Element Method)
GMR	Srednji geometrijski poluprečnik (Geometric Mean Radius)
IEC 61000	Paket standarda za elektromagnetsku kompatibilnost (International Electrotechnical Commission)
ITU-T	Organizacija koja se bavi usaglašavanjem standarda u oblasti Telekomunikacija (International Telecommunication Union – Telecommunication Standardization Sector)
LED	Svetleća dioda (Light-Emitting Diode)
M_FPV	Metod baziran na proračunu fluksa Pointingovog vektora
MKE	Metod konačnih elemenata
SGP	Srednji geometrijski poluprečnik
SWER	Monofazni elektroenergetski prenosni sistem sa povratnom strujom kroz zemlju (Single Wire Earth Return)
TEM	Transverzalni elektromagnetski
VKS	Vremenski konstantna struja

1. Uvod

Razvoj proizvodnje, prenosa i distribucije električne energije je oduvek predstavljao preku potrebu, ali i jednu uvek izazovnu oblast istraživanja, od pronalaska električne struje sve do danas.

Istorijski gledano, puštanje u rad Edisonove prve javne elektrane (Pearl Street Power Station) u Njujorku 1882. godine, je značilo početak jednog intenzivnog i plodnog razvojnog puta elektroenergetike. Edisonova elektrana je proizvodila vremenski konstantan napon od 110 V. Pošto napon nije mogao da se transformiše na viši naponski nivo, i time smanje gubici tokom prenosa, ova elektrana je mogla da obezbedi električnu energiju za napajanje oko 3000 sijalica sa užarenim vlaknom, ali samo na rastojanju do 800 m od elektrane [Wang].

Tokom početnih godina distribucije električne energije, Edisonova vremenski konstantna struja je predstavljala standard, kako u Sjedinjenim Američkim Državama, tako i u Evropi, međutim i dalje sa ograničenim dometom, do rastojanja oko 3 km od elektrane.

Dostavljanje različitih količina električne energije različitim potrošačima iziskivalo je postavljanje odvojenih vodova za pojedine potrošačke grupe i činilo je ove prenosne sisteme skupim i nepraktičnim [133].

Nakon patentiranja Teslinog polifaznog sistema naizmjeničnih napona, krajem 1887. godine, što je tada predstavljao sasvim nov koncept prenosa električne energije, započeo je tzv. rat struja između Tesle i Vestinghousa sa jedne i Edisona sa druge strane.

Trebalo je odlučiti koji sistem prenosa električne energije je efikasniji; Edisonov, baziran na vremenski konstantnim naponima ili Teslin polifazni sistem. Uspešno puštanje u rad prvog sistema sastavljenog od generatora, transformatora i potrošača različitih snaga, značilo je da je bitku u ratu struja dobio Tesla. Time su nepobitno postavljeni temelji efikasnog načina prenosa električne energije, bazirani na korišćenju naizmjeničnih napona i struja.

Ubrzo nakon otkrića polifaznih sistema, 1891. godine je u Nemačkoj pušten u rad prvi trofazni elektroenergetski sistem [Glover]. 1896. godine je izvršen prvi prenos električne energije na daljinu u komercijalne svrhe, postavljanjem 35 kilometara dugog dalekovoda

između elektrane na Nijagarinim vodopadima i grada Bafala. U narednih pet godina, izgrađen je i dalekovod do Njujorka.

Prvi transformator u nekom elektroenergetskom prenosnom sistemu je korišćen 1882. godine [Katz], dok se njegova poboljšana verzija pojavila 1886. godine.

Do 1890. godine proizvodnja električne energije je rasla brzo, zbog velike potražnje za unutrašnjim i uličnim osvetljenjem, tako da je izgrađen velik broj električnih mreža, koje su najčešće imale samo jedan zadatak: da obezbede električnu energiju za osvetljenje.

Vestinghausova distributivna mreža, izgrađena 1891. godine, bila je prva koja se koristila ne samo za osvetljenje već i za pokretanje elektromotora. Prvi trofazni naizmienični sistem za prenos električne energije na naponu od 110 *kV* pušten je u rad 1907. godine u Mičigenu.

Naponski nivo od 220 *kV* je prvi put upotrebljen 1923. godine, za prenos električne energije između Sijera Nevade i San Franciska.

U Švedskoj je 1952. godine realizovana prva prenosna mreža naponskog nivoa 380 *kV* u dužini od nepunih 1000 *km*.

U Srbiji je 1960. godine prvi put pušten u pogon dalekovod naponskog nivoa 220 *kV*, a devet godina kasnije i dalekovod naponskog nivoa 400 *kV*.

Prenos električne energije, od vremenski konstantnih do polifaznih sistema, vršen je na raznim učestanostima, počev od 0 *Hz* pa naviše. Sistemi električne vuče su u početku radili na trećini sadašnje industrijske učestanosti u Evropi (50/3 *Hz* tj. 16²/₃ *Hz*) i na 25 *Hz* u Americi [Hill[]].

Današnja električna postrojenja i uređaji rade na učestanostima 50 *Hz* i 60 *Hz*, dok neki specijalni sistemi za snabdevanje električnom energijom pri vazduhoplovstvu, u radarskim sistemima, u podmornicama, brodovima i vojnim uređajima koriste učestanost od 400 *Hz*, zbog potrebe za manjim gabaritima i manjim težinama jezgara transformatora i elektromotora, što je razlog korišćenja viših frekvencija.

Razvoj tehnologije i prelaz sa vremenski konstantnih sistema na naizmienične, omogućio je efikasnu promenu naponskih nivoa pomoću transformatora, i time uspešno prenošenje električne energije na daljinu [Popović, 1981].

Danas su većina savremenih prenosnih i distributivnih sistema naizmienični, trofazni sistemi, frekvencije 50 *Hz* (odnosno 60 *Hz*), koji rade na različitim naponskim nivoima.

U našoj zemlji je prenosna mreža nadzemna i podzemna, naizmienična, trofazna, na naponskim nivoima 110 *kV*, 220 *kV* i 400 *kV*. Današnji elektroenergetski sistemi se uglavnom zasnivaju na trofaznim veličinama i Teslinom obrtnom elektromagnetskom polju [Strezoski].

Uobičajena praksa je da se za opisivanje redovnog rada današnjih savremenih prenosnih i elektrodistributivnih sistema, kao i vanrednih situacija u njima (zemljospoj, udar groma i sl.), koristi model koji sadrži elemente definisane u skladu sa teorijom električnih kola. Veoma je bitno da model što vernije prikaže realan sistem, tako da je od velikog značaja da elementi koji opisuju električne karakteristike sistema, a to su njegova *otpornost*, *induktivnost* i *kapacitivnost*, budu što bolje definisani.

Osim u provodnicima sistema, u određenim situacijama se struja javlja i u zemlji, tako da u svim realnim elektrodistributivnim sistemima, prisustvo zemlje igra važnu ulogu. Zbog toga je neophodno da se ponašanje i uticaj zemlje opiše veličinom, koja je u takvom modelu najbolje karakteriše, a to je njena *impedansa*.

Naučnici i inženjeri se dugi niz godina bave problematikom određivanja i optimizacije elemenata prenosnih sistema i uzemljivača distributivnih sistema. Prvi rad u kojem je data empirijska formula za izračunavanje impedanse zemlje objavljen je 1926. godine [Carson]. Izraz prikazan u Karsonovom (Carson) fundamentalnom radu od tada predstavlja osnovni model za određivanje impedanse zemlje, a u inženjerskoj praksi je poznat pod nazivom Karsonov obrazac.

Nekoliko godina kasnije, francuski inženjer Geri (Gary) je razvio model koji je isto toliko dobar kao i Karsonov model, ali je lakši za korišćenje [Gary].

Pojavom računara, sve je više radova u kojima se opisuju razni načini određivanja električnih parametara nadzemnih vodova pomoću računara, od kojih je prvi objavljen davne 1963. godine [Hesse], kao i radovi koji se bave načinima poboljšanja tzv. korekcionih faktora u Karsonovom obrascu.

U prisustvu sve ozbiljnijih računarskih konfiguracija i metod konačnih elemenata (MKE), na engleskom FEM (Finite Element Method) pronalazi svoje mesto i daje ozbiljan doprinos u analizama elektroenergetskih sistema.

Strujna raspodela u zemlji može da se javi u više slučajeva:

- u monofaznim elektroenergetskim prenosnim sistemima, koji su sastavljeni od jednog nadzemnog voda sa povratnim putem kroz zemlju (tzv. SWER- Single Wire Earth Return), gde zemlja predstavlja povratni provodnik sa strujama osnovne, niske frekvencije, uz određeni procenat viših harmonika [Ćirić],
- u slučaju zemljospoja u niskofrekvencijskim prenosnim sistemima bez zaštitne užadi, kada je zemlja povratni provodnik nultog redosleda faza. U slučajevima nepredviđenih i nepoželjnih događaja, kao što su zemljospoj, udar groma ili prenapon, u zemlji se pojavljuju struje širokog frekvencijskog spektra. U početnim trenucima su vremenske promene elektromagnetskih polja (EM) i struja veoma brze (tranzienti i subtranzienti) i taj vremenski

interval je važan pri projektovanju i analizi delovanja gromobranske i prenaponske zaštite. Posle takvih, visokofrekvencijskih pojava, do aktiviranja zaštite mogu da se jave niskofrekvencijske, kvazistatičke pojave, za čije opisivanje nije neophodno korišćenje jednačina elektromagnetskih talasa. U svim tim slučajevima, struja pronalazi svoj put kroz zemlju, tražeći putanju najmanje impedanse.

- Struja u zemlji, na niskim frekvencijama, može da se javi i pri prenosu signala u zatvorenim podzemnim oblastima: tunelima, rudnicima, pećinama.

Stoga, u zavisnosti od uzroka nastanka struje u zemlji, mogu da se posmatraju tri odvojene grupe problema.

- Kada se zemlja javlja kao povratni provodnik elektroenergetskog sistema, u zemlji postoji struja niske, tzv. industrijske učestanosti, i određen procenat viših harmonika, tako da se ceo problem raspodele struje u zemlji može posmatrati kao kvazistatički slučaj.
- Sa druge strane, pri udaru groma ili nastanku zemljospoja, vremenske promene struje u zemlji su veoma brze. U tom slučaju, pri određivanju stanja u zemlji, neophodno je uzeti u obzir širok frekvencijski spektar, počev od niskih frekvencija sve do elektromagnetskih tranzienata i subtranzienata. Samim tim, u analizu problema treba uključiti i domen elektromagnetskih talasa, oblast visokih učestanosti, koji doseže i do nekoliko desetina *MHz* [Arnautovski-Toševa], [Olsen, 1983], [Olsen, 1996], [Papadopoulos, 2009]. Kao što je rečeno, posle određenog vremena, EM polje i strujna raspodela postaju kvazistatički.
- Kada se struja u zemlji javlja pri prenosu elektromagnetskih talasa niskih frekvencija, zemlja se ponaša kao talasovod, i predstavlja prenosni medijum. Iako izračunavanje impedanse zemlje u tom slučaju pripada oblasti niskih frekvencija, problemi tog tipa spadaju u domen elektromagnetskih talasa [Bataller, 2009, 2010].

Gore navedene grupe problema se uvek analiziraju odvojeno, iako se u pojedinim situacijama javlja i kvazistatički slučaj i transferzalni elektromagnetski (TEM) talasi.

Poznavanje strujne raspodele po poprečnom preseku zemlje omogućava tačan proračun elektromagnetskog polja u vazduhu, iznad zemlje, kao i u samoj zemlji. Poznavanje i električnog i magnetskog polja je neophodno da bi mogla da se odredi frekvencijski zavisna impedansa zemlje i od primarnog je značaja za određivanje svih parametara svakog sistema za prenos i distribuciju električne energije.

Pod pojmom frekvencijski zavisne impedanse sistema podrazumevamo frekvencijski odziv otpornosti i induktivnosti prenosnog elektrenergetskog sistema, tj. uticaj promene frekvencije na parametre voda. U većini udžbenika i stručne literature, parametri voda se

određuju u režimu vremenski konstantnih napona i jačina struja, eventualno na osnovnoj industrijskoj učestanosti. Uticaji viših harmonika i tranzienata se u proračunima uglavnom zanemaruju.

U realnim prenosnim sistemima naponi i struje su bogati harmonicima. Uticaj površinskog efekta i efekta blizine ne može da se zanemari na višim frekvencijama, tako da je neophodno odrediti frekvencijski zavisnu impedansu prenosnog sistema u širokom dijapazonu učestanosti.

Računari i korišćenje odgovarajućih programskih paketa omogućili su efikasno rešavanje i najkomplikovanijih režima rada elektroenergetskih sistema. Za uspešan rad savremenih softvera, neophodne su ozbiljne baze podataka, koje treba da sadrže podatke o generatorima, transformatorima, potrošačima i naravno o vodovima koji ih povezuju. Od kvaliteta podataka sadržanih u ovakvim bazama zavisi kvalitet rešenja koji se očekuje od računara. Zbog toga je, pored ostalog, bitno da baze sadrže što tačnije podatke i o impedansama vodova u kojima je impedansa zemlje neizostavan član [Mučalica].

Do željenih brojnih vrednosti impedansi prenosnog sistema može da se dođe merenjem ili proračunom. Rezultati merenja bi trebali da budu tačniji, ali zbog komplikovane procedure postupka merenja, ona se uglavnom izvode retko, najčešće prilikom izgradnje nadzemnog prenosnog sistema.

Kvalitetna merenja, pre svega zahtevaju skupu i preciznu mernu opremu, stručan i iskusen kadar koji može ovu opremu da pravilno koristi. Za takva merenja treba da se obezbedi poseban režim napajanja potrošača, ili čak njihova isključenja, što je uglavnom povezano sa velikim teškoćama. Problem se rešava tako što se umesto izmerenih vrednosti impedansi u računarske baze podataka unose vrednosti dobijene proračunima, koji su ipak mnogo praktičniji alati za to [Mučalica], [Švenda].

1.1 Motivacija

Ideja koja me je inspirisala da se posvetim istraživanjima prikazanim u ovoj disertaciji je bila, da određivanju frekvencijski zavisne impedanse zemlje, kao elementu, koji je uvek prisutan pri opisivanju ukupne impedanse nekog elektroenergetskog sistema, pristupim sa stanovišta elektromagnetike, odnosno, opisivanjem događanja u zemlji putem analize elektromagnetskih polja.

Imajući pred sobom Karsonov obrazac, koji je u bezbroj inženjerskih proračuna opravdao svoj zadatak, bilo je izazovno započeti istraživanje na jednom sasvim novom pristupu određivanja impedanse zemlje. Mnogo puta se pokazalo, da se mogu pronaći bolja rešenja za stare probleme.

Tokom razvoja sasvim novog pristupa proračunu, opisanog u ovoj tezi, baziranog na fluksu kompleksnog Pointingovog vektora, dodatnu motivaciju mi je pružala činjenica da sam

svakim korakom bliža mogućem saznanju da će razvijen metod dati tačnije rezultate, na mnogo pristupačniji i brži način, prvenstveno u prisustvu značajnog procenta viših harmonika.

1.2 Problem i predmet istraživanja

Promena tehnologije prenosa električne energije sa vremenski konstantnih napona na vremenski promenljive napone, omogućila je efikasnu promenu naponskih nivoa, zahvaljujući korišćenju transformatora. Povećanje radne frekvencije dovelo je do smanjenja dimenzija i težine elemenata prenosnog sistema.

Porast frekvencije je, međutim, doveo do povećanja smetnji u vidu harmonika, tranzienata i interferencije, čije otklanjanje predstavlja nove izazove. Frekvencijski zavisna impedansa prenosnog sistema postaje stoga još značajniji parametar svih elektroenergetskih sistema.

Dvadeseti vek je doneo značajno veću potrošnju električne energije, uz pojavu sve većeg broja nelinearnih potrošača u distributivnim sistemima, koji stvaraju više harmonike. Kao izvor viših harmonika, najčešće se javlja tiristorsko i triačko upravljanje elektromotornim pogonima, tiristorske veze u električnoj vuči, korišćenje besprekidnih napajanja, energetskih ispravljača i pretvarača, kao i upotreba transformatora sa feromagnetskim jezgrom.

U drugoj polovini dvadesetog veka, sve većim korišćenjem računara, njihovi čoperski uređaji za napajanje stvaraju dodatne više harmonike u elektroenergetskim sistemima.

U najnovije vreme porastu nivoa viših harmonika doprinosi i sve šira upotreba štedljivih sijalica i svetiljki na bazi svetlećih dioda (LED – Light-Emitting Diode).

Obnovljivi izvori, kao što su npr. fotonaponske ćelije, koji koriste DC/AC konvertore, ili vetrogeneratori koji sadrže nelinearne elemente, takođe prouzrokuju više harmonike u mreži.

Niz negativnih efekata koje donose viši harmonici, odražavaju se na samu mrežu i priključene potrošače. Zajednički interesi potrošača i proizvođača električne energije su poslednjih godina doveli u žižu interesovanja probleme vezane za kvalitet električne energije, tj. sadržaj harmonika u distributivnoj mreži.

Zbog svega navedenog, može da se zaključi da u elektroenergetskim sistemima nije dovoljno izučavanje pojava samo na osnovnoj frekvenciji, nego je neophodno uzeti u obzir i više harmonike, čiji se procenat reguliše nizom standarda i preporuka iz oblasti kvaliteta električne energije [Janda], [100].

Pojednostavljen oblik Karsonovog obrasca, koji se često naziva i Karson – Klemova formula, i koji se može naći u većini inženjerskih priručnika [108], daje dovoljno tačne rezultate proračuna impedanse zemlje samo na industrijskim frekvencijama.

Međutim, pošto se u elektroenergetskim sistemima tokom rada javljaju i viši harmonici, njihovo prisustvo ne sme da se zanemari. Njihov uticaj na podužnu impedansu zemlje ne može tačno da se odredi pomoću Karsonovog pojednostavljenog obrasca, što može da predstavlja problem pri određivanju uticaja prisustva zemlje na rad prenosnih i elektrodistributivnih sistema.

Prema tome, *glavni problem* koji se danas pojavljuje u elektrotehničkoj inženjerskoj praksi je kako precizno i efikasno odrediti ponašanje elektrodistributivnih i prenosnih sistema sa značajnim prisustvom viših harmonika.

U skladu sa definisanim problemom istraživanja, *predmet istraživanja* je razvoj efikasnog postupka za što tačniji proračun raspodele struje u zemlji i frekvencijski zavisne impedanse zemlje, kao neophodnog elementa svakog modela elektroenergetskog sistema.

Na osnovu pregleda dostupne literature može da se zaključi da pristup određivanju frekvencijski zavisne impedanse zemlje preko fluksa kompleksnog Pointingovog vektora kroz površ zemlje do sada nije opisan.

1.3 Cilj istraživanja

Osnovni cilj istraživanja je razvoj metoda za što preciznije određivanje frekvencijski zavisne impedanse zemlje pomoću izraza za fluks kompleksnog Pointingovog vektora kroz površ zemlje.

Proračun treba da se izvrši za različite vrednosti visine elektroenergetskog provodnika iznad zemlje i za različite specifične otpornosti zemlje, karakteristične za region. Pri tome se smatra da je zemlja homogena, konstantne specifične provodnosti, σ . Opseg frekvencija od interesa je do pedesetog harmonika osnovne učestanosti.

Pri određivanju frekvencijski zavisne impedanse prvobitno se određuje strujna raspodela u zemlji, što takođe može, pored osnovnog cilja, da se tretira kao jedan od značajnih ciljeva ove disertacije.

Znajući da je dvoslojno i višeslojno zemljište bliže realnom slučaju, sledeći cilj koji se postavlja je da se prouči raspodela struje i u slučaju dvoslojnog i višeslojnog zemljišta, pretpostavljajući da su slojevi, svaki za sebe, homogeni. Planirano je da se analiza izvrši za debljine slojeva i raspodelu specifične provodnosti slojeva karakterističnih za region.

S obzirom da su metodi za određivanje impedanse zemlje koji se sada koriste u velikoj meri verifikovani u praksi, potrebno je da se izvrši poređenje rezultata dobijenih u radu, sa rezultatima određenim pomoću pojednostavljenog Karsonovog obrasca za niske frekvencije. Za verifikaciju izračunatih vrednosti predviđeno je i njihovo poređenje sa rezultatima dobijenim pomoću MKE.

Analiza rezultata treba da utvrdi da li je pojednostavljen oblik Karsonovog izraza pogodan za proračun impedanse zemlje na višim harmonicima osnovne industrijske učestanosti.

Očekuje se da primena novog predloženog metoda ukaže na prednosti pristupa određivanja impedanse zemlje koji polazi od fizičkog modela samog problema i do rešenja dolazi elektromagnetskim pristupom, direktnim rešavanjem diferencijalnih jednačina elektromagnetskog polja.

Osim toga, očekuje se da prikazani metod neće postavljati posebne zahteve u pogledu performansi računara i da će proračun moći da se izvrši za veoma kratko vreme.

1.4 Hipoteze, koncepcija i metodologija istraživanja

Osnovna hipoteza ove disertacije je da frekvencijski zavisna impedansa zemlje kao povratnog provodnika, pri proizvoljnoj učestanosti može veoma tačno da se odredi pomoću fluksa kompleksnog Pointingovog vektora kroz površ zemlje.

Da bi se potvrdila osnovna hipoteza, neophodno je sprovesti sledeće postupke:

- Prvo se pretpostavi kompleksna jačina struje u nadzemnom vodu, i struja iste jačine, suprotnog smera, u zemlji.
- Na osnovu pretpostavljene jačine struje, određuje se raspodela vektora jačine električnog polja u zemlji, a samim tim i
- raspodela vektora gustine struje u zemlji.
- Strujna raspodela u zemlji i struja u nadzemnom provodniku prouzrokuju magnetsko polje, čija raspodela na površi zemlje treba da se odredi.
- Pomoću kompleksnih vektora jačine električnog polja i jačine magnetskog polja, može u svakoj tački na površi zemlje da se odredi kompleksni Pointingov vektor.
- Fluks kompleksnog Pointingovog vektora kroz površ zemlje po jedinici dužine nadzemnog voda definiše podužnu kompleksnu snagu koja se predaje zemlji.
- Iz podužne kompleksne snage predate zemlji može da se izračuna podužna impedansa zemlje.

Naredna, takođe veoma važna hipoteza u ovom radu, je da precizno poznavanje svih veličina koje se određuju gore navedenim postupcima može da se iskoristi za određivanje i nekih drugih parametara, kao što su, na primer, napon koraka i napon dodira. Ove dve

veliĉine su znaĉajne upravo u situacijama kada, zbog kvara na nekom od elemenata elektroenergetskog sistema, doĉe do zemljospoja i kroz zemlju se uspostavi struja.

Treća dodatna hipoteza ovog rada je da su svi gore pomenuti postupci i veliĉine koje se njima odreĉuju, vaŹni prilikom projektovanja budućih postrojenja nekog elektroenergetskog sistema, kao i prilikom provere uslova bezopasnosti u postojećim postrojenjima.

U ovom radu je opisan jedan nov metod za proraĉun strujne raspodele unutar zemlje, kao i njene impedanse, za prvu od tri grupe problema navedenih u uvodnom delu, kada se zemlja posmatra kao povratni provodnik elektroenergetskog sistema. To znaĉi, da su analizirani samo sluĉajevi koji obuhvataju struje niskih uĉestanosti, opisani preko kvazistatiĉkih elektromagnetskih polja.

PredloŹeni metod se oslanja na teoriju elektromagnetskih polja i treba da bude veoma taĉan i pogodan (pouzdan) za analizu stanja u zemlji u širokom opsegu niskih uĉestanosti. Uzima u obzir sva bitna fiziĉka dešavanja u zemlji, ukljuĉujući pravilno posmatranje uticaja površinskog efekta i efekta blizine na raspodelu struje u zemlji, a time i na odreĉivanje poduŹne impedanse zemlje.

Korišćenjem pristupa koji se oslanja delom na analitiĉke, a delom na numeričke metode proraĉuna, u radu je prikazan efikasan i precizan postupak za odreĉivanje strujne raspodele u zemlji, kako na osnovnoj industrijskoj uĉestanosti, tako i u prisustvu viših harmonika. Ta ĉinjenica predstavlja znaĉajnu prednost u odnosu na većinu korišćenih pojednostavljenih izraza za impedansu zemlje, koji se javljaju u najĉešće korišćenim priručnicima [Dommel 1985], [39], [41]. U disertaciji je pokazano da ti pojednostavljeni izrazi daju zadovoljavajuće rezultate na industrijskim uĉestanostima, ali ne i za proraĉune u prisustvu viših harmonika.

Za verifikaciju dobijenih rezultata korišćene su Karson – Klemova formula i komercijalni programski paket Comsol Multyphysics, baziran na korišćenju metoda konaĉnih elemenata.

Uz odreĉene manje izmene i manja proširivanja, predloŹeni metod moŹe da posluŹi za odreĉivanje impedanse zemlje i u druga dva sluĉaja spomenuta u uvodnom delu ovog poglavlja.

1.5 Struktura disertacije

Doktorska disertacija poĉinje kljuĉnim dokumentacijskim informacijama na srpskom i engleskom jeziku, posle kojih slede zahvalnica, sadržaj, spisak slika, spisak tabela i lista skraćenica.

Sedam centralnih poglavlja ĉine osnovni deo, suštinu ovog rada. Posle njih je, na kraju teze, dat spisak korišćene literature kao i odgovarajući prilozi. Prilozi su izdvojeni, da ne bi

dodatno opterećivali poglavlja. Služe za lakše praćenje izlaganja za one koje žele da se detaljnije upoznaju sa pojedinim tehničkim detaljima neophodnim za dublje razumevanje problematike.

Kratak prikaz 1. poglavlja - Uvod

Uvod predstavlja prvo poglavlje disertacije, i ima za cilj, da pobudi interesovanje čitaoca za temu disertacije, i da ga zaintrigira za dalje čitanje teze.

U ovom poglavlju je dat kratak istorijski pregled razvoja proizvodnje, prenosa i distribucije električne energije. Da bi se bolje sagledao motiv izbora teme disertacije, već na ovom mestu su uvedeni ključni pojmovi, kao što su frekvencijski zavisna strujna raspodela i frekvencijski zavisna impedansa zemlje.

Nakon toga, opisana je motivacija za proučavanje izabrane oblasti i ukratko predloženi problemi koji se javljaju u elektrotehničkoj inženjerskoj praksi, vezani za precizno i efikasno određivanje ponašanja elektrodistributivnih i prenosnih sistema, u kojima postoji značajno prisustvo viših harmonika.

U skladu sa projektovanim problemom istraživanja, jasno je definisan predmet istraživanja. U ovom poglavlju su postavljene osnovne i dodatne ciljeve istraživanja.

Radne hipoteze opisane na ovom mestu, predviđaju tok proračuna i očekivanja vezana, kako za parcijalne, tako i konačne rezultate rada.

Kratak prikaz 2. poglavlja - Stanje u oblasti istraživanja

Na početku drugog poglavlja, čitalac je već upoznat sa motivacijom autora teze, definisanim predmetom i ciljem istraživanja. Da bi kasnije, čitajući disertaciju, lakše ispratio osnovnu ideju rada, u drugom poglavlju je prvo data podela relevantne tehničke literature, vezane za proračune parametara niskofrekvencijskih prenosnih sistema.

Radovi iz posmatrane oblasti mogu da se svrstaju u tri osnovne grupe. U prvu grupu spadaju radovi koji opisuju metode i tehnike koji služe za poboljšanje Karson – Klemovog obrasca. Drugu grupu čine radovi koji za definisanje povratne struje kroz zemlju koriste teoriju likova i veličinu nazvanu kompleksna dubina prodiranja. Treću grupu radova čine oni, koji se, u proračunu, baziraju na metodu konačnih elemenata.

Na ovom mestu su navedeni najznačajniji radovi iz sve tri grupe, sa kratkim opisom ključnih rezultata dobijenih u njima.

U ovom poglavlju su takođe identifikovani problemi i rešenja vezana za proračun impedanse zemlje u prisustvu višeslojnog zemljišta, kablova ukopanih u homogenu i višeslojno tlo, kao i specifičnosti analize problema na višim frekvencijama.

Kratak prikaz 3. Poglavlja - Predložen metod

Treće poglavlje je centralni deo disertacije. U ovom poglavlju je opisan metod, koji je predložen u osnovnoj hipotezi rada i kao originalan doprinos, objavljen u priznatom međunarodnom časopisu „Acta Polytechnica Hungarica“, [Kasaš-Lažetić, 2015].

Detaljno i pregledno je prikazan postupak određivanja frekvencijski zavisne impedanse zemlje kao povratnog provodnika, pri proizvoljnoj niskoj učestanosti, pomoću fluksa kompleksnog Pointingovog vektora kroz površ zemlje.

Da bi se odredili elementi kompleksnog Pointingovog vektora, neophodno je odrediti prvo raspodelu električnog polja kao i raspodelu magnetskog polja i u zemlji i u vazduhu. U okviru ovog poglavlja je pokazano da se poznavanjem raspodele električnog polja i specifične otpornosti tla, može odrediti i raspodela struje u zemlji, kao važan parametar u inženjerskoj praksi pri definisanju elemenata elektroenergetskih sistema.

Matematički aparat, koji je korišćen u razvijenom metodu, iako se u prvi mah čini dosta složen, može da se isprati bez poteškoća. Čitaoci - inženjeri će bez problema da prepoznaju inženjersku suštinu postupka, odnosno celokupnog izloženog metoda.

Razvijen postupak može da se koristi za različite ulazne parametre, kao što su visina nadzemnog provodnika, specifična provodnost ili specifična otpornost tla i frekvencija.

Iako je osnovni metod razvijen za homogeno tlo, čitalac disertacije može u ovom poglavlju da se upozna i sa primenom opisanog postupka za proračune u dvoslojnom zemljištu, koji je svakako bliži realnom slučaju.

Kratak prikaz 4. poglavlja – Određivanje impedanse Zemlje metodom konačnih elemenata

Da bi se rezultati dobijeni novim metodom verifikovali, treba ih uporediti sa rezultatima dobijenim pomoću nekog već poznatog metoda. U ovom radu je za verifikaciju rezultata izabran MKE, pri čemu je korišćen komercijalni programski paket Comsol Multiphysics 3.5a. Četvrto poglavlje ima za cilj da ukratko opiše princip proračuna impedanse zemlje, korišćenjem ovog programskog paketa.

Kratak prikaz 5. poglavlja – Dobijeni rezultati

Čitalac koji je ispratio ceo tok izvođenja novog metoda, opisanog u 3. poglavlju, čitajući ovo poglavlje biće u prilici da sagleda rezultate proračuna i najavljene prednosti novog metoda.

U ovom poglavlju su predstavljeni najvažniji rezultati proračuna. Većina rezultata je prikazana u paru, u vidu tabela i njihovih grafičkih prikaza, radi lakšeg razumevanja navedenih zavisnosti. Zbog bolje preglednosti rada, tabele su date u Prilozima. Predstavljene su uticaji svih relevantnih parametara na proračunate vrednosti, i naglašeni oni koji su najznačajniji za rad realnih elektroenergetskih sistema, prvenstveno u regionu.

Svi grafici i slike u ovom poglavlju su, radi lakše analize, dati u boji i detaljno su komentarisani, uz tumačenja fizičkih dešavanja, koja stoje iza prikazanih zavisnosti.

Kratak prikaz 6. poglavlja – Diskusija rezultata

U šestom poglavlju je još jednom sagledan tok razvoja posmatranog metoda i dati su najrelevantniji komentari vezani za pojedine korake, korišćene postupke i procedure.

Kratak prikaz 7. poglavlja - Zaključak

Na kraju rada, u sedmom poglavlju, su sažeti rezultati dobijeni u disertaciji, koji potvrđuju radne hipoteze opisane u uvodnom delu teze.

Na kraju Zaključka, navedeni su mogući pravci budućih istraživanja, korišćenjem razvijenog metoda za visoke frekvencije.

2. Stanje u oblasti istraživanja

2.1 Podela metoda

Tehnička literatura koja se bavi proračunom parametara niskofrekvencijskih prenosnih sistema može grubo da se razvrsta u tri grupe [Wang].

Radovi iz prve grupe opisuju moguća poboljšanja fundamentalnog Karsonovog rada [Carson], u kojem je prvi put dat izraz za proračun impedanse zemlje. Alternativni korekcionni izrazi za poboljšanje tačnosti proračuna mogu da se nađu u nekoliko radova, od kojih su najznačajniji [Pollaczek, 1926], [Whise], [Alvarado], [Hofmann], [Ramirez, 2007].

U drugu grupu mogu da se svrstaju radovi koji za definisanje povratne struje kroz zemlju koriste teoriju likova i veličinu nazvanu kompleksna dubina prodiranja [Garay], [Deri, 1981a], [Deri, 1981b], [Papadopoulos, 2009].

Radovi koji opisuju postupke bazirane na metodu konačnih elemenata (MKE) čine treću veliku grupu radova [Triantafyllidis], [Wang], [Papagiannis], [Tsiamitros, 2008a].

Pioniri: Karson i Polaček

Karson je 1926. godine, u radu koji je objavljen u časopisu Bell System Technical Journal [Carson], opisao svoju teoriju o određivanju elektromagnetskog polja prouzrokovanog strujom u nadzemnom vodu iznad nesavršene zemlje. Pomoću izraza koje je izveo, mogao je da odredi sopstvene i međusobne frekvencijski zavisne podužne impedanse nadzemnog voda sa povratnim putem kroz zemlju u širokom opsegu frekvencija [Zhi].

Jednačine koje su date u Karsonovom fundamentalnom radu ne daju rešenja u zatvorenoj formi. Impedansa zemlje je izražena pomoću nesvojstvenih integrala, za koje je jednom prilikom čak i sam Karson rekao da mu je žao što su tako komplikovani [Olsen, 2000]. Integrali definisani u tim izrazima, koji se često zovu *korekcionni faktori*, se rešavaju ili razvojem u beskonačan red, ili primenom nekog od numeričkih metoda integracije. Neophodno je napomenuti da korišćenje razvoja u beskonačan red, zbog spore konvergencije, može da dovede do značajnih odstupanja pri višim frekvencijama.

Pri proračunu parametara energetskih nadzemnih vodova se uglavnom koristi samo nekoliko početnih članova razvoja Karsonovog integrala u red. U inženjerskim priručnicima [Dommel 1985], [39], [41], se Karsonova formula daje uvek u pojednostavljenom obliku, sa prvim, eventualno prva dva člana razvoja u red, što će biti prikazano na kraju ovog poglavlja. Praksa je potvrdila da su uprošćeni Karsonovi izrazi na industrijskim frekvencijama sasvim prihvatljive tačnosti [Judkins].

Nezavisno od Karsona, do sličnih izraza, za frekvencijski zavisne podužne impedanse voda sa povratnim putem kroz zemlju, došli su Rudenberg (1925), Majr (Mayr, 1925) i Polaček (Pollaczek, 1926) [Pollaczek, 1926]. Oni su u svojim radovima, frekvencijski zavisne impedanse prenosnog naizmeničnog elektroenergetskog sistema, uzimajući zemlju kao povratni provodnik, predstavili takođe samo u integralnom obliku.

Integralni oblik posmatranog izraza je u vreme njegovog nastajanja bio veoma nepraktičan za korišćenje, tako da je Karson, vrlo brzo dao alternativno rešenje, predstavljajući integrale u vidu beskonačnih redova. Suprotno od Karsona, Rudenberg, Majr i Polaček nisu predložili nova rešenja preko redova. Karsonovi izrazi su među inženjerima postali popularni i prihvatljivi tek pojavom računara, pogotovo za proračune na višim frekvencijama, prvenstveno zbog izračunavanja i dalje dosta složenih izraza [Kersting].

Danas, Karsonov metod predstavlja standardni metod za određivanje frekvencijski zavisne impedanse nadzemnih energetskih vodova, a uprošćeni izrazi su uvršteni i u međunarodne preporuke [41].

Kada se uporede Karsonove formule [Carson] sa Polačekovim izrazima, dolazi se do zaključka, da su Karsonove formule ipak nešto lakše za programiranje nego Polačekove, ali imaju užu oblast primene.

Prednost Polačekovih izraza je u tome, što su opštiji, tj. mogu da se koriste za proračune vezane za nadzemne vodove, ali i za proračune parametara kablova i cevi ukopanih u jednoslojnu, homogenu zemlju [Papadopoulos, 2010a].

Dilema: novi metodi numeričke integracije ili novi aproksimativni izrazi

Problem pri određivanju ukupne impedanse nadzemnih i podzemnih vodova, u većini slučajeva, pogotovo na višim frekvencijama predstavlja član koji opisuje uticaj zemlje i koji je dat pomoću Karsonove formule. Kao što je već rečeno, naučnicima je više od devedeset godina interesantan problem rešavanja nesvojtvenog integrala u Karsonovom izrazu. Mnogi radovi na temu određivanja impedanse zemlje su nastali sa ciljem da se što preciznije izračuna nesvojtveni integral u Karsonovom korekcionom faktoru.

Jedna grupa istraživača pokušava da poboljša tačnost proračuna predlaganjem novih algoritama i metoda numeričke integracije. Druga grupa smatra da je efikasnije pronaći nove aproksimativne izraze, koji bi zamenili Karsonov izraz za impedansu zemlje [Rachidi].

Leanjós (Leaños), kao član prve grupe, primenio je tzv. hibridni algoritam, da bi rešio nesvojtveni integral u Karsonovoj formuli. On je, da bi došao do rešenja, koristio dva različita

numerička metoda, tj. kombinovao je algoritme koji su nazvani po njihovim autorima, a to su algoritam Gaus-Lobata i algoritam Uribe-Ramireza [Leaños].

Nekoliko naučnika je pokušalo da nesvojstveni integral u Karsonovom izrazu zameni aproksimativnim izrazom predstavljenim preko logaritamske funkcije [Sunde], [Wait, 1969], [Gary], [Deri, 1981*b*], [Petterson].

Alvarado i Betancourt su predložili korekzione izraze za gore spomenute aproksimativne logaritamske funkcije [Alvarado], dok su Picaro i Erikson uveli nešto složenije logaritamske funkcije [Pizzaro, 1991*a*] [Pizzaro, 1991*b*] za poboljšanje tačnosti datih izraza.

Noda je korekzione izraze koje su dali Picaro i Eriksson poboljšao korišćenjem naprednog optimizacionog postupka, i time dobio tačnije vrednosti koeficijenata. Dodavanjem nove promenljive, uspeo je da smanji grešku u izrazu za međusobnu impedansu [Noda].

Na osnovu Magnusonovog rada, nesvojstveni integral u Karsonovom izrazu može da se predstavi u zatvorenom obliku koristeći Struveove funkcije prvog reda i Besselove funkcije prvog reda druge vrste [Abramowitz, 1950], [Abramowitz, 1972].

Uribe je sa saradnicima u radovima [Uribe], [Ramirez] predložio novu tehniku rešavanja Karsonovog nesvojstvenog integrala uvođenjem novih, normalizovanih parametara, čime je broj fizičkih promenljivih sa pet smanjio na dva. Time je postigao da se greške koje se javljaju pri korišćenju različitih metoda mogu predstaviti u vidu dvodimenzionalne mape. Te mape u vidu konturnih linija predočavaju izbor metoda za zadate ulazne promenljive. Mape je dao za Geri-Dubantonovu formulu, za Alvarado-Betankurtovu formulu i za formulu Node. U istom radu je pokazao da je za izračunavanje Karsonovog izraza pogodnije koristiti aproksimativne izraze nego primeniti neku od metoda numeričke integracije.

Računarsko orijentisani algoritmi za proračun

Prvi računarsko orijentisani postupak određivanja parametara nadzemnih energetskih vodova, koji uključuje i određivanje impedanse zemlje, opisao je Hese [Hese], [Dommel, 1985].

Mnogi programski paketi koji se koriste za analizu elektroenergetskih sistema u sebi sadrže gotove, uglavnom uprošćene, empirijske formule za određivanje parametara nadzemnih vodova. Međutim, mnogo su značajniji oni računarsko orijentisani algoritmi, kojima mogu da se proračunaju elementi sistema različitih topologija, vodeći računa, pri određivanju impedanse zemlje, o usklađivanju broja članova razvoja Karsonovog izraza u red sa frekvencijskim opsegom od interesa.

U svim tim proračunima postizanje željene, zadate tačnosti dobijenih rezultata igra značajnu ulogu. U mnogim radovima su opisane procene greške pri proračunu u funkciji broja korišćenih članova razvoja nesvojstvenog integrala u red [Wu].

Ako se posmataju samo industrijske učestanosti (50 Hz i 60 Hz), bez prisustva viših harmonika, uprošćeni izrazi daju vrednosti prihvatljive tačnosti. Dommel je bio prvi koji je

korekzione faktore u Karsonovom izrazu predstavio u obliku pogodnom za primenu na računaru [Deri, 1981a]. Domel je pokazao da na višim frekvencijama uprošćene formule unose značajne greške i da je u tim analizama neophodno koristiti dodatne članove, čiji broj zavisi od raznih faktora [Dommel, 1985].

Gerijev metod i kompleksna dubina povratnog puta kroz zemlju

Pedeset godina nakon fundamentalnih radova Karsona i Polačeka, 1976. godine, na osnovu ideje francuskog inženjera elektrotehnike, Dubantona, njegov kolega Geri je predložio novi pristup rešavanju problema određivanja impedanse zemlje. Njihova osnovna ideja je bila da se uticaj zemlje zameni fiktivnom, savršeno provodnom ravni na određenoj dubini ispod površi zemlje [Gary].

Rastojanje između nadzemnih vodova i fiktivnih provodnika Geri je izrazio, pomalo neočekivano, kompleksnim rastojanjem, uvodeći veličinu pod nazivom kompleksna dubina prodiranja. Zahvaljujući tome, impedansu nadzemnog voda mogao je da prikaže matematičkim izrazom, mnogo jednostavnijim od Karsonovog obrasca.

Gerijeva formula se pokazala isto tako efikasnom kao Karsonov izraz u celom frekvencijskom opsegu. Dok je pri korišćenju Karsonove formule na visokim frekvencijama trebalo odrediti veliki broj članova razvoja nesvojtvenog integrala u red, da bi greška bila prihvatljiva, Gerijev metod je bio efikasan bez komplikovanih numeričkih proračuna. Međutim, zbog nedostatka teorijskih dokaza, inženjeri su u početku ovaj pristup prihvatili sa rezervom.

Nedugo posle objavljivanja Gerijevog rada, profesor Deri sa Budimpeštanskog univerziteta ukazao je na vezu između Karsonove formule i Gerijevog kompleksnog povratnog puta kroz zemlju. Dokazao je da Gerijev izraz daje isto rešenje u celokupnom frekvencijskom opsegu, i to u zatvorenom obliku, kao i Karsonov nesvojtveni integral koji ne može da se predstavi u zatvorenom obliku, [Deri, 1981a]. Nakon objavljivanja ovog rada, Gerijev metod je dobio široku primenu u proračunima parametara prenosnih elektroenergetskih sistema.

Umarji je u svom radu [Umarji] uporedio rezultate dobijene pomoću Karsonovog metoda i metoda kompleksne dubine povratnog puta kroz zemlju sa komercijalnim programom za izračunavanje impedanse zemlje (Line Constants – ATP/EMTP koji u sebi ima implementirane Karsonove obrasce). Na osnovu dobijenih rezultata analize trofaznog nadzemnog voda, zaključio je da je u većini rešavanih primera metod kompleksne dubine povratnog puta kroz zemlju bio efikasniji u proračunima.

Noda je predložio metod u kome povratnu struju kroz zemlju smešta u dve paralelne ravni, na različitim kompleksnim dubinama. U radu [Noda] je dat i tačan odnos jačina struja u posmatranim ravnima.

Danas postoji veći broj preglednih radova, u kojima se upoređuju rezultati proračuna parametara nadzemnih vodova na konkretnim konfiguracijama [Vintan], [Clarke], [Rashidi], [Tevan], [Wang].

Moć računara: metod konačnih elemenata

Metod konačnih elemenata predstavlja numerički postupak rešavanja mnogih inženjerskih problema definisanih diferencijalnim jednačinama, koji, uz pomoć sve moćnijih, modernih računara, može da obradi veliki broj podataka. Sistem diferencijalnih jednačina, MKE prevodi u sistem algebarskih jednačina i uz pomoć sve moćnijih računara rešava taj sistem [Cristina], [Triantafyllidis], [Papagiannis], [Papadopoulos, 2007].

U elektrotehnici se MKE koristi za numeričko rešavanje Maksvelovih jednačina. Posmatrajući probleme vezane za prenos i distribuciju električne energije, pomoću MKE mogu da se proračunaju mnoge veličine koje utiču na parametre i dešavanja u posmatranim sistemima.

Primena MKE prilazi problemu određivanja parametara elektroenergetskog sistema iz sasvim drugog pravca, nezavisno od svih drugih prikazanih metoda.

Određivanje frekvencijske zavisnosti impedanse elektroenergetskog prenosnog sistema, strujne raspodele u zemlji, raspodele magnetskog polja u okolini nadzemnog voda, interferencije između nadzemnih vodova i cevi raznih namena ukopanih u zemlju u koridoru nadzemnih vodova, su samo neki od problema koji efikasno mogu da se rešavaju korišćenjem MKE.

MKE je veoma moćan alat za analizu problema vezanih za proračun parametara elektroenergetskih sistema u kojima postoje nepravilnosti u tlu u okolini prenosnih vodova. Ukoliko se prenosni vod proteže iznad stenovitih predela, u blizini reka ili iznad jezera, MKE će relativno lako da se izbori sa nehomogenošću terena. Karsonov metod i metod kompleksne dubine povratnog puta kroz zemlju nemaju takve osobine i ne mogu da se primene u tim slučajevima.

Elektromagnetsko polje vazdušnog prenosnog voda može da se smatra teorijski neograničenim. Za rešavanje neograničenih polja se MKE koristi primenjujući nekoliko različitih pristupa, kao što su proširenje prostora izdelfjenog na elemente, što se smatra direktnim rešenjem, korišćenjem integralnih jednačina, kao što je Grinova funkcija, [Silvester, 1971], posmatranjem ograničenog domena unutar polja, tzv. „window frame technique” [Silvester, 1977], metod graničnih elemenata [Salon], infinitezimalno skaliranje [Hurwitz], kao i noviji hibridni (harmonijski) MKE [Chari].

U [Hatzithanassiou], su navedene prednosti i nedostaci direktnog korišćenja MKE i pristupa preko Grinovih funkcija. Prema [Hatzithanassiou], nedostaci direktnog korišćenja MKE, (veliki broj elemenata i jednačina koje se rešavaju) lakše mogu da se prevaziđu nego nedostaci ostalih metoda, pogotovo korišćenjem savremenih računara, povećanih performansi. Zbog toga će i u ovoj disertaciji za upoređivanje rezultata biti korišćena MKE nad, praktično, neograničenim domenom.

Nedostatak MKE može da bude relativno visoka cena gotovih softvera i porast vremena proračuna, pogotovo kod 3D modela.

Bliže realnoj konfiguraciji: višeslojno zemljište

U praksi, zemlja je najčešće sastavljena od više slojeva, tako da se velika grupa istraživača bavi određivanjem što tačnijih izraza za impedansu višeslojne zemlje. Sand (Sunde) je bio među prvima, koji je nakon što je predložio rešenje za homogenu zemlju, ponudio rešenje i za dvoslojno zemljište [Sunde]. Njega su pratili mnogi istraživači objavljivanjem svojih radova na istu temu [Ametani, 1974], [Iwamoto], [Wedepohl, 1966], [Lagace], [Papagiannis], [Hemmatian], [Papadopoulos, 2010b].

Sand je pri rešavanju problema u prisustvu dvoslojne zemlje, pretpostavio da se nadzemni vod nalazi na površi zemlje. Vize (Wise) je u svom metodu već posmatrao nadzemni vod na realnoj visini iznad površine tla [Wise, 1934].

Uticaj troslojnog zemljišta na impedansu zemlje, proučavali su [Ametani, 1976], [Nakagawa, 1973a], [Nakagawa, 1973b], [Papagiannis].

Izrazi za impedansu višeslojne zemlje dati su u [Nakagawa, 1976].

Elektromagnetska kompatibilnost i kablovi ukopani u homogenu zemlju

Mnogi problemi elektromagnetske kompatibilnosti se javljaju usled međusobnog uticaja sistema ukopanih u zemlju. Kao što je pri definisanju parametara nadzemnog voda neophodno poznavanje impedanse zemlje kao povratnog puta, tako je i od velikog značaja poznavanje parametara kablova koji su ukopani u zemlju. Ovo je važno zbog toga što značajan deo ukupne impedanse kabla ukopanog u zemlju predstavlja impedansa zemlje kao povratnog provodnika.

U slučaju da zemlja predstavlja povratni vod u sistemu kablova ukopanih u zemlju, sopstvena impedansa zemlje kao povratnog provodnika iznosi čak do 90% impedanse kabla. Međusobna impedansa podzemnih kablova koja je u tom slučaju veoma značajna, je u celosti prouzrokovana upravo povratnim putem kroz zemlju [Nguyen], [Hemmatian], [Hatzathanassiou].

Polaček je prvi odredio ukupnu impedansu provodnika ukopanog u homogenu zemljište. Izraz koji je predstavio, sadržavao je kompleksni nesvojstveni integral, koji jako sporo konvergira. Problem koji nastaje zbog spore konvergencije, do danas predstavlja izazov za mnoge naučnike i inženjere, koji se svih ovih godina bave pronalaženjem pogodnijih izraza za impedansu kablova ukopanih u zemlju, u zatvorenom obliku [Saad].

Izračunavanje integrala u Polačekovoj formuli je dosta složeno i do danas ostaje izazovna oblast za proučavanje. Aproksimacije date formule izrazima u zatvorenoj formi su predložene u [Wedepohl, 1973], [Saad].

Nguyen i Papagianis, [Nguyen], [Papagianis] su opisali numeričke metode za rešavanje Polačekovog integrala. Nguyen je dao i jedno rešenje za impedansu homogene zemlje do kojeg je došao korišćenjem neuralnih mreža [Nguyen].

Ametani je u svom radu [Ametani, 2009] ukazao na numeričku nestabilnost nesvojestvenog integrala u Polačekovom izrazu. Greške u proračunu povezuje sa Polačekovom pretpostavkom da se vrši TEM način prostiranja, koji ne može da pokrije sve relne situacije koje mogu da nastupe.

Radovi iz ove oblasti se uglavnom bave uprošćavanjem podintegralne funkcije u Polačekovom izrazu za impedansu zemlje kao povratnog provodnika, u prisustvu podzemnih kablova, radi bolje konvergencije izraza. Jedan od novijih radova [Zou] opisuje algoritam koji poboljšava proračun Polačekovog integrala, uvodeći aproksimaciju pomoću zbira više eksponencijalnih integrala. Zou je u svom radu predložio novi način numeričke integracije i uporedio ga sa češće korišćenim Monte Karlo metodom.

U [Saad] i [Gustavsen] je dato rešenje Polačekovog izraza u zatvorenom obliku za impedansu zemlje kao povratnog puta za kablove koji su ukopani u zemlju. U tim radovima je izvršena uporedna analiza dobijenih izraza sa već postojećim uprošćenim izrazima, koje su izveli Vedepol (Wedepohl) [Wedepohl, 1973], Ametani [Ametani 2009] i Šemjen (Semlyen) [Semlyen]. Pokazalo se da metodi opisani u [Saad] i [Gustavsen] daju bolju aproksimaciju Polačekovog izraza, nego metodi opisani u [Wedepohl, 1973], [Ametani 2009] i [Semlyen] u frekvencijskom opsegu od interesa za sisteme sa ukopanim provodnim cevima. Jedino ograničenje, dato u [Saad] je da razmak između dva ukopana kabla bude manji od zbira dubina na kojem su kablovi postavljeni.

Papadopoulos je sa saradnicima opisao proračun impedanse trofaznih kablova ukopanih u homogenu zemlju [Papadopoulos, 2010b]. U radu [Micu], je prikazan softver razvijen za određivanje strujne raspodele u zemlji, u prisustvu ukopanih cevi.

Složeni problemi

Mnogi istraživači koriste MKE za određivanje impedanse zemlje u prisustvu ukopanih kablova [Satsios], [Csala], [Zou].

Primenjuju se razne tehnike proračuna, u širokom frekvencijskom opsegu. Vu (Wu) [Wu] je opisao ključne promene koje treba izvršiti na Karsonovim izrazima, ako se oni koriste za proračun podužne impedanse provodnika unutar cilindričnih cevastih koridora ukopanih u homogenu zemlju.

Tylavsky je takođe dao aproksimativne izraze za podužne impedanse, uvodeći pojam kompleksnog poluprečnika, analogno sa kompleksnom dubinom povratnog puta kroz zemlju koju je predložio Geri, a dokazao Deri [Tylavsky].

Često se proučavaju i složeniji problemi, npr. kada je potrebno odrediti parametri kablova ukopanih u višeslojno zemljište [Lagance], [Zhang] i [Hemmatian].

Sand i Tsiamitros su analizirali uticaj dvoslojnog zemljišta na impedansu zemlje u prisustvu ukopanih vodova [Sunde], [Tsiamitros, 2005a], [Tsiamitros, 2005b]. Hemmatian je izveo izraze za sopstvenu i međusobnu impedansu zemlje sastavljene od tri homogena sloja, u koju su ukopani kablovi. Pokazao je da korišćenje Polačekovog izraza, koji važi za homogenu

zemljište, nije pogodno rešenje u tom slučaju i da predstavlja izvor značajnih grešaka [Hemmatian].

Tsiamitros sa saradnicima je u [Tsiamitros, 2006] opisao određivanje impedanse zemlje u okolini nadzemnih vodova u prisustvu vodova ukopanih u višeslojnu zemlju.

U domenu elektromagnetskih talasa

Iako je van teme ove disertacije, treba ipak napomenuti, da postoji velik broj radova koji se bave analizom elektroenergetskih sistema u prisustvu visokih frekvencija. Pionirski rad iz ovog domena je objavljen tridesetih godina prošlog veka [Wise, 1934], a od tada su mnogi naučnici i istraživači izučavali uticaj zemlje u domenu elektromagnetskih talasa [Sunde], [Galloway], [Kikuchi], [Pistol'kors, 1952], [Pistol'kors, 1953], [Kuester, 1978], [Kuester, 1996]. Osnovne ideje tih radova su bile da se ispituju uticaji raznih faktora, kao što su permitivnost i permeabilnosti zemlje, vektor gustine struje pomeraja [Perc], [Hofman] ili nehomogenost zemljišta [Nakagawa, 1973b], [Wedepohl, 1996], sa ciljem da se pojednostave već postojeće procedure proračuna ili da se opiše model koji najbolje predstavlja realne konfiguracije.

Većina izraza za određivanje impedanse zemlje kao sastavnog dela ukupne impedanse sistema nadzemnih vodova ili onih ukopanih u zemlju su izvedeni uz pretpostavku da je zemlja homogena i da se struja pomeraja zanemaruje.

Šemjen je u svom radu analizirao vezu između specifične otpornosti tla, ρ i frekvencije, f , za različite vrednosti permitivnosti sredine, da bi utvrdio ponašanje zemlje pri različitim vrednostima ovih parametara. Definisao je kritičnu frekvenciju, koja je, zajedno sa svim relevantnim zaključcima, detaljno opisana u Prilogu 1. Zaključio je da postoji oblast u kojoj se zemlja ponaša kao provodnik, druga u kojoj se zemlja ponaša kao izolator, a između tih oblasti postoji zona u kojoj obe vrste struja, i kondukciona i struja pomeraja, moraju da se uzmu u obzir [Semlyen].

Pre ovog rada su Vedepol (Wedepohl) i Eftimiadis (Efthymiadis) objavili radove u kojima opisuju sasvim nov pristup rešavanju problema, koji pokriva sve tri gore spomenute oblasti [Wedepohl], [Efthymiadis].

Moura je analizirao uticaj frekvencijski zavisne specifične provodnosti i permitivnosti zemlje na impedansu zemlje, korišćenjem raznih empirijskih formula, koje su izveli Scot (Scott) (1967), Smit (Smith) i Longmajr (Longmire) (1975), Viskario (Viscario) i Portela (1987), Portela (1999) kao i Viskario i Alipio (2013), [Moura]. Istom problematikom se bavio i Portela sa saradnicima [Portela].

Značajan pomak u istraživanjima u prisustvu visokih frekvencija načinio je Vajt [Wait, 1969], proširivši analizu na sisteme koji su sastavljeni od više nadzemnih vodova, iznad višeslojne zemlje [Wait, 1972]. Veoma dobar pregled dostignuća iz date oblasti dat je u [Hofmann].

2.2 Različiti modeli za određivanje parametara nadzemnih vodova

Transport električne energije na velika rastojanja između proizvođača i centara potrošnje vrši se dalekovodima, različitih naponskih nivoa. Dalekovodi se spajaju u visokonaponskim razvodnim postrojenjima u kojima se vrši bilo promena naponskog nivoa pomoću transformatora ili razvod električne energije na istom naponu. Transformatorske stanice i razvodna postrojenja su složena postrojenja koja omogućavaju da elektroenergetski sistem funkcioniše kao celina.

Pored dalekovoda i postrojenja, prenosne i distributivne sisteme prate i drugi sistemi (telekomunikacioni sistemi, sistemi daljinskog upravljanja i drugi). Svi oni zajedno čine jedan od najsloženijih infrastrukturnih sistema današnjice.

Za pravilan, bezbedan i ekonomski opravdan rad svakog elektroenergetskog sistema, neophodno je vršiti proračune i analizu različitih radnih stanja i kvarova svih delova sistema. Zbog toga je veoma značajno poznavanje karakteristika elemenata elektroenergetskih vodova i zbog toga su opravdana istraživanja vezana za njih [Strezoski].

Poznavanje parametara nadzemnog voda je veoma važno za analizu stanja svakog elektroenergetskog sistema. Osim mehaničkih karakteristika vodova i analize klimatskih uslova u njihovom okruženju, veoma je bitno poznavanje i njihovih električnih parametara.

Osnovni zadatci svih proračuna i analiza su određivanje naponskih prilika duž voda, određivanje tokova snaga, analiza kratkih spojeva i gubitaka snage duž vodova.

Parametri voda

Kao što je poznato, parametri bilo kog elementa sistema za prenos i distribuciju električne energije su otpornost, induktivnost, odvodnost i kapacitivnost.

Pri posmatranju nadzemnih vodova, otpornost i induktivnost mogu da se tretiraju kao uzdužni parametri voda, a odvodnost i kapacitivnost kao poprečni parametri voda.

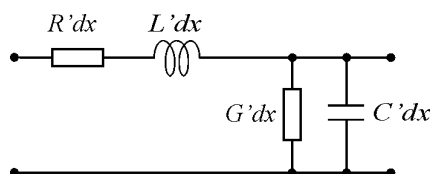
Svi ti parametri zavise od mnogih faktora, kao što su vrste materijala i konstrukcija provodnika, međusobni položaj provodnika, rastojanje između provodnika, položaja zaštitnih užadi, dužine provodnika i atmosferskih prilika [Radović].

U prvj aproksimaciji može da se smatra da su parametri voda najčešće ravnomerno raspodeljeni duž voda i da, kao takvi, mogu da se tretiraju kao sistemi sa koncentrisanim parametrima. Ukoliko se parametri voda značajno menjaju duž voda, takav sistem se naziva sistem sa raspodeljenim parametrima. Svako predstavljanje takvog voda zamenskim šemama sa koncentrisanim parametrima predstavlja u izvesnoj meri aproksimaciju. Korisna analiza datog problema je data u [Stenvig].

Vodovi, u opštem slučaju, nemaju istu dužinu, tako da se parametri vodova definišu po jedinici dužine. Uobičajeno je da se definišu po kilometru dužine voda.

Svi elementi koji čine neki elektroenergetski sistem se u inženjerskoj praksi predstavljaju matematičkim modelima i prikazuju odgovarajućim zamenskim, ekvivalentnim šemama. Šeme se formiraju pomoću parametara elemenata koji ih karakterišu. Stepennost složenosti ekvivalentnih šema zavisi od cilja proračuna, željene tačnosti kao i karakteristika elemenata.

Nadzemni vod, s obzirom na njegove dimenzije, se obično opisuje podužnim parametrima. Ekvivalentna šema nadzemnog voda, definisana preko parametara voda dužine dx , za elektroenergetski sistem koji se tretira kao sistem sa raspodeljenim parametrima, je data na slici 2.1.



Slika 2.1 *Parametri nadzemnog voda elementarne dužine dx*

Kao što je prethodno napomenuto i kao što se vidi na slici 2.1, uobičajena je praksa da se uzdužni parametri voda karakterišu podužnom otpornošću i induktivnošću, a poprečni podužnom odvodnošću i kapacitivnošću.

Nadzemni vodovi sistema za prenos i distribuciju električne energije, kao i sredina koja ih okružuje, su najvećim delom linearni ili vrlo lako mogu da se linearizuju, kao što je slučaj sa alučel užadima. Veličine koje definišu prenos i distribuciju električne energije, kao što su napon i jačina struje, su najvećim delom prostoperiodične. Zbog toga se najčešće, u analizu tih vodova uvodi kompleksna notacija i parametri voda se izražavaju u obliku kompleksnih impedansi, odnosno admitansi. Impedansa i admitansa se uvek daju po jedinici dužine voda,

$$\underline{Z}' = R' + jX', \quad \underline{Y}' = G' + jB'. \quad (2.1)$$

U gornjim izrazima pojedine veličine predstavljaju:

R' podužnu otpornost (rezistansu), izraženu u $[\Omega/m]$,

X' podužnu reaktansu, izraženu u $[\Omega/m]$, koja može da bude jednaka $\omega L'$ ili $1/\omega C'$,

G' podužnu provodnost izraženu u $[S/m]$,

B' podužnu susceptansu, izraženu u $[S/m]$, koja može da bude jednaka $1/\omega L'$ ili $\omega C'$.

Parametri voda, u zavisnosti od režima rada, proračuna električnih prilika ili proračuna struja kvara, mogu da imaju različite vrednosti. U mnogim slučajevima pojedini parametri mogu da se zanemare, u odnosu na vrednosti drugih parametara, i time pojednostave proračuni [Radović]. U mnogim inženjerskim proračunima se često vod modeluje samo kao redna impedansa.

Impedansa svakog sistema za prenos električne energije može da se opiše, na osnovu prirode parametara, preko:

- otpornosti vodova i njihove
- sopstvene i međusobne reaktanse.

Otpornost voda je definisana odnosom napona po jedinici dužine provodnika i jačine struje koja postoji u provodniku. Na vrednost otpornosti otpornika utiču tri faktora: temperatura (specifična otpornost materijala), frekvencija (površinski efekat) i složena struktura voda.

Za širok opseg temperatura, temperaturna zavisnost otpornosti voda može da se smatra linearnom. Otpornost provodnika raste sa porastom frekvencije, usled prisustva površinskog efekata. U [Stevenson] i [Clarke] date su empirijske formule za izračunavanje otpornosti voda kružnog poprečnog preseka u zavisnosti od frekvencije. Otpornost provodnika pri radnim uslovima je uglavnom data u katalogima proizvođača.

Uticaj frekvencije i složene strukture provodnika na otpornost vodova će se analizirati u narednim segmentima ovog poglavlja.

Sopstvena i međusobna reaktansa zavise od ukupnog magnetskog polja u okolini nadzemnog voda. Reaktanse voda su frekvencijski zavisne i direktno srazmerne sopstvenoj i međusobnoj induktivnosti provodnika. Pri većim poprečnim presecima provodnika, sopstvena reaktansa je dominantna u odnosu na otpornost provodnika.

Međusobna impedansa između provodnika i i j , Z_{ij} , koja se često označava sa Z_m , predstavlja odnos elektromotorne sile indukovane po jedinici dužine provodnika i i jačine struje u provodniku j . Zbog simetrije sistema, impedansa Z_{ij} jednaka je impedansi Z_{ji} , tj. $Z_{ij} = Z_{ji} = Z_m$.

Kako sopstvena, tako i međusobna impedansa sistema za prenos električne energije, zavise između ostalog i od jačine povratne struje kroz zemlju. Zemlja može da se tretira kao polubeskonačan nesavršen provodnik. Zbog neregularnosti terena i nepoznatog uticaja površinskog efekta i efekta blizine, vrlo je teško odrediti tačnu strujnu raspodelu u zemlji.

Kao što je već rečeno, mnogi vrhunski inženjeri proučavaju ovaj problem blizu 90 godina, uglavnom pokušavajući da pojednostave postupak izračunavanja ili da poboljšaju tačnost proračuna. Za određivanje vrednosti impedansi koriste različite pristupe, koji se oslanjaju ili na već gotove uprošćene izraze iz priručnika [108], ili na više ili manje složene i zahtevne proračune pomoću računara. Veoma dobar pregled aktuelnih pristupa i osnovnih izraza za proračun, dat je u [Varjú].

U sledećih nekoliko poglavlja biće predstavljeni najčešće korišćeni izrazi za definisanje podužne sopstvene i međusobne impedanse savršenog provodnika kružnog poprečnog preseka, iznad nesavršeno provodne zemlje.

Podužna sopstvena i međusobna impedansa i -tog provodnika, \underline{Z}'_{ii} i \underline{Z}'_{ij}

Podužna sopstvena i podužna međusobna impedansa savršenog provodnika kružnog poprečnog preseka, iznad nesavršeno provodne zemlje, čija specifična provodnost, σ [S/m], nije beskonačna, ($\sigma \neq \infty$). Podužne impedanse, \underline{Z}'_{ii} i $\underline{Z}'_{ij} = \underline{Z}'_m$, mogu da se predstave u vidu zbira impedansi

$$\begin{aligned}\underline{Z}'_{ii} &= j\omega L'_{ii} + \underline{Z}'_u + \underline{Z}'_z & [\Omega / km] \\ \underline{Z}'_{ij} = \underline{Z}'_m &= j\omega L'_{ij} + \underline{Z}'_{zm} & [\Omega / km]'\end{aligned}\quad (2.2)$$

ili u raščlanjenom obliku, kao

$$\begin{aligned}\underline{Z}'_{ii} &= j\omega L'_{ii} + (R'_u + jX'_u) + (R'_z + jX'_z) & [\Omega / km] \\ \underline{Z}'_{ij} = \underline{Z}'_m &= j\omega L'_{ij} + (R'_{zm} + jX'_{zm}) & [\Omega / km]'\end{aligned}\quad (2.3)$$

Grupisanjem članova u gornjem izrazu, dolazi se do izraza za podužnu sopstvenu i međusobnu impedansu provodnika iznad nesavršeno provodne zemlje,

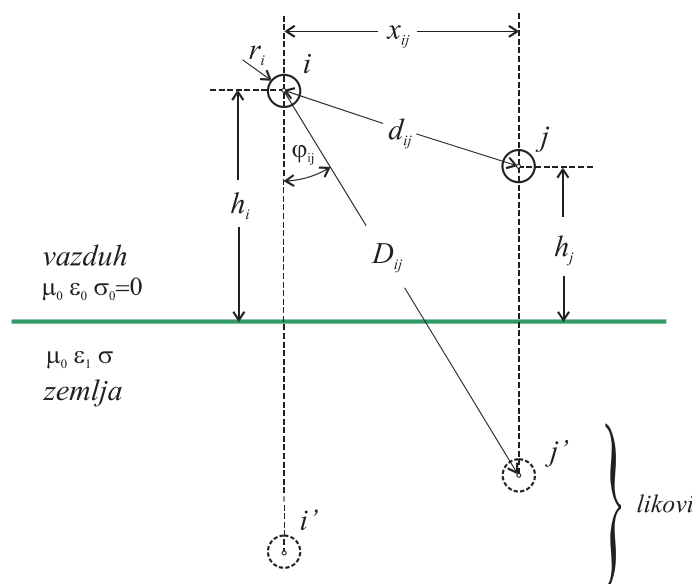
$$\begin{aligned}\underline{Z}'_{ii} &= (R'_u + R'_z) + j(\omega L'_{ii} + X'_u + X'_z) & [\Omega / km] \\ \underline{Z}'_{ij} &= R'_{zm} + j(\omega L'_{ij} + X'_{zm}) & [\Omega / km]'\end{aligned}\quad (2.4)$$

gde su

- L'_{ii} podužna spoljašnja samoinduktivnost nadzemnog voda, u prisustvu savršeno provodne zemlje u [H/km],
- L'_{ij} podužna međusobna induktivnost nadzemnog voda, u prisustvu savršeno provodne zemlje u [H/km],
- Z'_u podužna unutrašnja impedansa nadzemnog voda u [Ω/km],
- Z'_z podužna sopstvena impedansa nesavršeno provodne zemlje u [Ω/km],
- Z'_{zm} podužna međusobna impedansa nesavršeno provodne zemlje u [Ω/km],
- R'_u podužna otpornost (rezistansa) provodnika u [Ω/km],
- X'_u podužna unutrašnja reaktansa provodnika u [Ω/km],
- R'_z podužna sopstvena otpornost nesavršeno provodne zemlje u [Ω/km],

- X'_z podužna sopstvena reaktansa nesavršeno provodne zemlje u [Ω/km],
 R'_{zm} podužna međusobna otpornost nesavršeno provodne zemlje u [Ω/km],
 X'_{zm} podužna međusobna reaktansa nesavršeno provodne zemlje u [Ω/km],

Za razumevanje definicije izraza navedenih u (2.4) najbolje je posmatrati sliku 2.2, na kojoj su predstavljena dva nadzemna voda, njihovi likovi i definisana rastojanja u sistemu.



Slika 2.2 Geometrija sistema za određivanje podužnih impedansi nadzemnih vodova

- r_i poluprečnik i -tog provodnika u [m],
 h_i srednja visina i -tog provodnika iznad zemlje u [m],
 h_j srednja visina j -tog provodnika iznad zemlje u [m],
 x_{ij} horizontalno rastojanje između i -tog i j -tog provodnika u [m],
 d_{ij} rastojanje između i -tog i j -tog provodnika u [m],
 D_{ij} rastojanje između i -tog provodnika i lika j -tog provodnika u [m].

Podužna spoljašnja samoinduktivnost nadzemnog voda, L'_{ii}

Podužna spoljašnja samoinduktivnost nadzemnog voda, u prisustvu savršeno provodne zemlje ($\sigma \rightarrow \infty$), L'_{ii} , u skladu sa oznakama na slici 2.2, može da se izrazi u obliku

$$L'_{ii} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2h_i}{r_i} = 2 \cdot 10^{-4} \ln \frac{2h_i}{r_i} \quad [H / km], \quad (2.5)$$

gde je

- μ_0 permeabilnost vakuuma (vazduha), $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} H/m$,
- r_i poluprečnik i -tog provodnika dat u $[m]$,
- h_i normalno rastojanje ili srednja visina i -tog provodnika do površi zemlje u $[m]$,

Izraz 2.5 je dobijen na osnovu pretpostavke da je zemlja savršeni provodnik, koristeći poznati metod likova [Popović, 1981], kao i pretpostavku da je $r_i \ll h_i$ ($2h_i - r_i \approx 2h_i$).

Ako se iznad savršeno provodne zemlje, paralelno sa njom nalazi više savršenih provodnika, međusobna podužna impedansa $Z'_{ij} = Z'_{ji} = Z'_m$ između provodnika i i j , koji se nalaze na visinama h_i i h_j može da se opiše pomoću zbira dva izraza, (2.2) i (2.3).

Prvi sabirak je podužna impedansa $j\omega L'_{ij}$, koja zavisi od podužne međusobne induktivnosti nadzemnih vodova i i j .

Drugi sabirak je podužna impedansa povratnog puta kroz zemlju Z'_{zm} , koji je zajednički za nadzemne vodove i i j .

Podužna međusobna induktivnost nadzemnog voda, L'_{ij}

Podužna međusobna induktivnost i -tog i j -tog provodnika, u prisustvu savršeno provodne zemlje ($\sigma \rightarrow \infty$), L'_{ij} , u skladu sa oznakama na slici 2.2 može da se izrazi u obliku [Popović, 1986],

$$L'_{ij} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_{ij}}{d_{ij}} = 2 \cdot 10^{-4} \ln \frac{D_{ij}}{d_{ij}} \quad [H / km], \quad (2.6)$$

gde je

- μ_0 permeabilnost vakuuma (vazduha),
- d_{ij} rastojanje između i -tog i j -tog provodnika u $[m]$,
- D_{ij} rastojanje između i -tog provodnika i lika j -tog provodnika u $[m]$.

Podužna unutrašnja impedansa nadzemnog voda, Z'_u

Podužna sopstvena impedansa savršenog provodnika, Z'_{ii} , zavisi i od vrednosti njene podužne unutrašnje impedanse, Z'_u (2.2), (2.3) i (2.4).

Pre nego što se definišu elementi podužne unutrašnje impedanse nadzemnog elektroenergetskog voda, potrebno je osvrnuti se ukratko na konstrukcione karakteristike voda.

Konstrukcione karakteristike voda

Zbog visoke cene bakra, u praksi se za provodnike nadzemnih vodova koristi aluminijum. Do površine poprečnog preseka 16 mm^2 , provodnici se izrađuju u vidu jedne žice. Za veće preseke provodnici se prave u vidu užadi zbog veće fleksibilnosti i mehaničke čvrstine.

Užad mogu biti homogena, kada su sve žice od istog materijala, ili kombinovana, kada se za žice užeta koriste dva materijala.

Najčešće se kombinuju aluminijum i čelik, ili aluminijum i aluminijum oksid. U prvom slučaju je reč o alučel užetu (ACSR – Aluminium Conductor Steel Reinforced), u drugom o kompozitnom aluminijum - aluminijum oksid užetu (ACCR - Aluminum Conductor Composite Reinforced).

Oba tipa užadi su napravljena u obliku upredenih provodnika. U slučaju manjih poprečnih preseka alučel užadi, oko čeličnog provodnika kružnog poprečnog preseka su upredeni aluminijumski provodnici, dok je kod većih poprečnih preseka i čelično jezgro sastavljeno od više upredenih pocinkovanih čeličnih provodnika. Smer upređanja narednog sloja je uvek suprotan u odnosu na prethodni sloj.

Često se čelično jezgro, koje služi da da mehaničku čvrstoću vodu, zamenjuje provodnicima od aluminijum-oksida, koji imaju manju težinu.

Tipičan izgled realnog alučel provodnika i ACCR provodnika je prikazan na slici 2.3.



Slika 2.3 Užad koja se najčešće koriste za nadzemne vodove¹

Radi pojednostavljenja analize posmatranih provodnika, u praktičnim proračunima se realan provodnik često zamenjuje modelom, sastavljenim ili od samo jednog provodnika kružnog poprečnog preseka od aluminijuma, ili od koaksijalno postavljenih cilindričnih

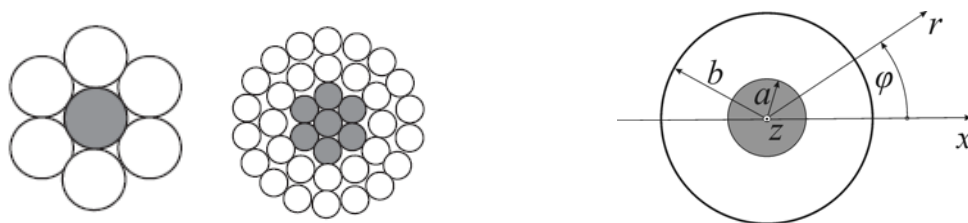
¹Slike užadi su preuzete sa https://en.wikipedia.org/wiki/ACCC_conductor#/media/File:ACSR_%26_ACCE_Conductors.JPG (pristup jul 2015)

provodnika kružnog poprečnog preseka, unutrašnjeg od čelika ili kompozitnog aluminijum oksida, a spoljašnjeg od aluminijuma, kao što je prikazano na slici 2.4 [Kasaš-Lažetić, 2011].

U zavisnosti od željene tačnosti proračuna, podužnu unutrašnju impedansu $Z'_u = R'_u + jX'_u$ nadzemnog voda autori predstavljaju, pomoću jednog od dva različita modela.

U prostijem modelu se nadzemni vod posmatra kao prav žičani provodnik poluprečnika b ($a = 0$), specifične provodnosti σ i permeabilnosti μ [Popović, 1986].

Složeniji model, koji je bliži realnom provodniku, uzima u obzir da je nadzemni vod načinjen od upredenih užadi od dva različita materijala. Model se u tom slučaju sastoji od dva koncentrično postavljena sloja, [Prša, 2011]. Unutrašnji sloj je provodnik punog poprečnog preseka poluprečnika a , načinjen od čelika ili aluminijum-oksida, na koji se naslanja cevasti provodnik spoljašnjeg poluprečnika b , od aluminijuma, kao što je prikazano na slici 2.4.



Slika 2.4 Zamena užadi uprošćenim modelom u cilindričnom koordinatnom sistemu

Na ovom mestu će biti dati samo krajnji izrazi za podužnu otpornost i -tog provodnika i unutrašnju podužnu samoinduktivnost i -tog provodnika kružnog preseka poluprečnika b na proizvoljnoj učestanosti, za oba modela. Detalji izvođenja su dati u Prilogu 2.

Model u vidu provodnika poluprečnika b – prostiji model

$$\begin{aligned} R'_u &= \frac{m}{2\pi b\sigma} \operatorname{Re}\{f(mb)\} \quad [\Omega/km] \\ L'_u &= \frac{m}{2\pi b\sigma} \frac{1}{\omega} \operatorname{Im}\{f(mb)\} \quad [\Omega/km] \end{aligned} \quad (2.7)$$

gde je

$$f(mb) = j \frac{\operatorname{ber}(mb) + j\operatorname{bei}(mb)}{\operatorname{ber}'(mb) + j\operatorname{bei}'(mb)}, \quad m = \sqrt{\omega\mu\sigma}. \quad (2.8)$$

Kelvinove funkcije koje pripadaju familiji Besselovih funkcija se označavaju sa ber , bei , ker i kei , a odgovarajući prvi izvodi tih funkcija su ber' , bei' , ker' i kei' [Abramowitz, 1970].

Promenljiva $m = \sqrt{\omega\mu\sigma}$, koja nastupa u argumentu Kelvinovih funkcija, zavisi od kružne učestanosti, ω , permeabilnosti provodnika, μ i specifične provodnosti, σ .

Model u vidu dva koaksijalno postavljena provodnika – složeniji model

$$\underline{Z}'_u = R'_u + jX'_u = R'_{VKS} \frac{j}{2}(mb)(1-S^2) \cdot \frac{[ber(mb) + jbei(mb)] + \phi \cdot [(ker(mb) + jkei(mb))]}{[ber'(mb) + jbei'(mb)] + \phi \cdot [(ker'(mb) + jkei'(mb))]} \quad (2.9)$$

gde je

$$R'_{VKS} = \frac{1}{[\pi\sigma(b^2 - a^2)]}, \quad (2.10)$$

otpornost provodnika pri vremenski konstantnoj pobudi.

Veličina ϕ , koja se pojavljuje u izrazu (2.9), je data u obliku,

$$\phi = -\frac{ber'ma + jbei'ma}{ker'ma + jkei'ma}. \quad (2.11)$$

Za provodnik načinjen od jednog materijala, na osnovu slike 2.4, $a = 0$, a samim tim je, u izrazu (2.9), $S = 0$.

Vrednosti ostalih parametara su isti kao u slučaju prostog modela.

Podužna unutrašnja rezistansa R'_u i reaktansa X'_u u širokom opsegu frekvencije raste sa porastom frekvencije. Pri posmatranju elektroenergetskih sistema, koji rade na učestanosti 50 Hz, uticaj frekvencije na podužnu unutrašnju otpornost R'_u može da se zanemari.

Zanemarivanjem uticaja frekvencije, podužna unutrašnja otpornost postaje jednaka podužnoj otpornosti provodnika pri vremenski konstantnim strujama, $R'_u = R'_{VKS}$.

Podužna unutrašnja reaktansa, X'_u se u praksi najčešće posmatra kao reaktansa provodnika kružnog poprečnog preseka od nemagnetskog materijala, $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} H/m$. Na učestanosti $f = 50 Hz$ podužna unutrašnja reaktansa iznosi,

$$X'_u = \omega L_u = \omega \frac{\mu_0}{8\pi} = \pi \cdot f = 0,0157 \quad [\Omega / km]. \quad (2.12)$$

Poznavajući izraze za podužnu unutrašnju i spoljašnju induktivnost nadzemnog voda, može da se odredi i njegova ukupna podužna reaktansa,

$$X'_{u-uk} = \omega L'_{ii} + X'_u = \left(\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2h_i}{r_i} + \omega \frac{\mu_0}{8\pi} \right) = \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\ln \frac{2h_i}{r_i} + \frac{1}{4} \right) = \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \left(\ln \frac{2h_i}{r_i} + \ln e^{\frac{1}{4}} \right),$$

$$X'_{u-uk} = \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \left(\ln \frac{2h_i}{r_i e^{-0,25}} \right) \quad [\Omega / m] \quad (2.13)$$

gde je

- X'_{u-uk} ukupna podužna induktivnost nadzemnog voda [Ω/m]
- ω kružna učestanost u [rad/s]
- μ_0 permeabilnost vakuuma (vazduha) u [H/m]
- h_i srednja visina i -tog provodnika iznad zemlje u [m],
- r_i poluprečnik i -tog provodnika u [m].

Da bi se kompletirali izrazi za podužnu sopstvenu i međusobnu impedansu i -tog provodnika, prema izrazu (2.3), ostaje još da se odrede podužne sopstvene i međusobne impedanse zemlje, takozvani Karsonovi korekcionni faktori.

Podužna sopstvena impedansa zemlje (Karsonov korekcionni faktor), \underline{Z}'_z

Treći sabirak u izrazima (2.2) i (2.3) za podužnu sopstvenu impedansu i -tog provodnika, \underline{Z}'_{ii} predstavlja podužnu sopstvenu impedansu nesavršeno provodne zemlje i često se naziva Karsonov korekcionni faktor.

Taj član opisuje uticaj nesavršeno provodne zemlje kao povratnog puta, u slučaju kada postoji samo jedan nadzemni provodnik.

Podužna međusobna impedansa zemlje (Karsonov korekcionni faktor), \underline{Z}'_{zm}

Treći sabirak u izrazima (2.2) i (2.3), za podužnu međusobnu impedansu između i -tog i j -tog provodnika, \underline{Z}'_{ij} predstavlja podužnu međusobnu impedansu nesavršeno provodne zemlje i često se naziva Karsonov korekcionni faktor.

Podužna međusobna impedansa zemlje, kao što je dato u [BP], može da se predstavi kao zbir podužne otpornosti zemlje i njene podužne reaktanse. Karsonov korekcionni faktor, u ovom slučaju, opisuje uticaj nesavršeno provodne zemlje kao povratnog puta, u prisustvu više nadzemnih provodnika.

2.2.1 Karsonov model

Iako je Karsonov rad objavljen davne 1926. godine, ostao je najcitiraniji rad iz ove oblasti, sve do danas. Da bi se Karsonovi izrazi pravilno koristili u proračunima, neophodno je da se tačno sagledaju sve pretpostavke i izvršene aproksimacije, pod kojim je dati model razvijen.

Uprošćeni izrazi, za određivanje frekvencijski zavisne impedanse prenosnog sistema, izvedeni iz opšteg Karsonovog izraza, se i dan danas najviše koriste.

Karsonove formule su izvedene pod sledećim pretpostavkama [Karson], [Švenda], [Dommel, 1992], [Csala]:

- provodnici su postavljeni paralelno sa površi zemlje,
- provodnici su dovoljno dugački da se trodimenzionalni efekat krajeva može zanemariti, što znači da se problem može posmatrati kao dvodimenzionalan, 2D.
- ugib provodnika se uzima u obzir indirektno, preko srednje visine provodnika,
- vodovi se nalaze u vazduhu, koji je homogen, bez gubitaka, permitivnosti ϵ_0 i permeabilnosti μ_0 ,
- Zemlja je homogena, ravna, čvrstog agregatnog stanja, iste specifične otpornosti ρ , permitivnosti $\epsilon=\epsilon_0$ i permeabilnosti $\mu=\mu_0$,
- Zemlja zauzima polubeskonačan prostor ograničen beskonačnom ravnom površi prema vazduhu,
- za date specifične otpornosti zemlje i posmatrane frekvencije, zemlja se ponaša kao dobar provodnik, $\sigma \gg \omega\epsilon_0$, odnosno struje pomeraja mogu da se zanemare. Talasna dužina je dovoljno velika upoređujući sa transferzalnim geometrijskim dimenzijama, (Prilog 1, tabela P1.2),
- struja pomeraja u vazduhu može da se zanemari [Papadopoulos, 2007],
- visina nadzemnih vodova u odnosu na površ zemlje je mala u odnosu na talasnu dužinu [Deri, 1981a],
- rastojanje između nadzemnih vodova je bar za jedan red veličine veće od poluprečnika provodnika, tako da efekat blizine može da se zanemari.

Karsonove formule uz sve gore navedene pretpostavke, mogu da se smatraju dovoljno tačnim pri modelovanju elektroenergetskih sistema, čak i kada je zemlja višeslojna. Proširenje Karsonove formule na višeslojno tlo dato je u [Nakagawa, 1973b].

Na frekvencijama iznad kritične frekvencije $f_{kr} = 1/(2\pi\epsilon_0\rho)$, kada se uticaj struje pomeraja ne može zanemariti, Karsonovi izrazi ne mogu da se koriste za proračune [Semlyen].

Komentare, koje je dao professor Vajt u [Wait, 1977], u vezi Karsonovih pretpostavki objedinili su Olsen, Jung i Čang u [Olsen, 2000]. U istom radu su date relacije koje definišu ograničenja vezana za pojedine parametre sredine i vodova, koji utiču na primenu Karsonovih izraza. Date su granice za debljinu nadzemnog voda, kao i za visinu nadzemnog voda u zavisnosti od talasne dužine i debljine nadzemnog voda.

Iz datih razmatranja može da se zaključi da su efekti propagacije kvazi-TEM moda dominantni kada je visina nadzemnog voda $h < 0,3\lambda$, gde je sa λ obeležena talasna dužina.

Karsonovi korekcionni izrazi za podužnu sopstvenu impedansu, \underline{Z}'_z i podužnu međusobnu impedansu, \underline{Z}'_{zm} , savršenog nadzemnog provodnika sa povratnim putem kroz nesavršeno provodnu i nemagnetsku zemlju, $\mu = \mu_0$, sadrže po dva sabirka, kao što je dato u (2.3) i (2.4).

$$\begin{aligned}\underline{Z}'_z &= R'_z + jX'_z \\ \underline{Z}'_{zm} &= R'_{zm} + jX'_{zm}\end{aligned}\quad (2.14)$$

Gornji izrazi modeluju uticaj neravnomerne raspodele vremenski promenljive struje u zemlji na ukupnu impedansu nadzemnog voda i izražavaju se u jedinicama $[\Omega/m]$ ili $[\Omega/km]$.

Posmatrajući sistem koji se sastoji od dva nadzemna voda na srednjim visinama $h_i [m]$ i $h_j [m]$, poluprečnika provodnika $r_i [m]$ i $r_j [m]$, prikazan na slici 2.2, podužna sopstvena impedansa i podužna međusobna impedansa povratnog puta kroz zemlju, pretpostavljajući kvazi - TEM mod propagacije [Karson], [Pollaczek, 1926], [Pollaczek, 1927], je izražena pomoću formula, koje sadrže kompleksne promenljive [Deri, 1981a],

$$\begin{aligned}\underline{Z}'_z &= j\omega \frac{\mu_0}{\pi} J_z \quad [\Omega/m] \\ \underline{Z}'_{zm} &= j\omega \frac{\mu_0}{\pi} J_{zm} \quad [\Omega/m]\end{aligned}\quad (2.15)$$

gde su J_z i J_{zm} izražene pomoću nesvojstvenih integrala,

$$\begin{aligned}J_z &= P_z + jQ_z = \int_0^{\infty} \frac{e^{-2h_i\lambda}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + j\omega\mu_0\sigma}} d\lambda \\ J_{zm} &= P_{zm} + jQ_{zm} = \int_0^{\infty} \frac{e^{-(h_i+h_j)\lambda}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + j\omega\mu_0\sigma}} \cos(\lambda x_{ij}) d\lambda\end{aligned}\quad (2.16)$$

Nesvojstveni integrali u izrazima (2.16) predstavljaju Karsonove korekzione faktore. Njihovim razvojem u red se dobijaju izrazi za podužnu sopstvenu impedansu, \underline{Z}'_z i podužnu međusobnu impedansu \underline{Z}'_{zm} zemlje, [Karson], [Umarji], [Judkins], [Imriš].

Podužne impedanse u izrazima (2.15) su date u jedinicama $[\Omega/m]$. Pošto je kod nadzemnih vodova često praktičnije da se podužne impedanse definišu u $[\Omega/km]$, promena jedinica se

najlakše postiže uvrštavanjem vrednosti permeabilnosti vakuuma (vazduha), $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ [H/m], u član $\omega\mu_0/\pi$. Na taj način se dobija činilac $4\omega \cdot 10^{-4}$ i izraz u [Ω/km].

Karsonovi korekcionni faktori - podužna spostvena impedansa zemlje

Izrazi za podužnu otpornost R'_z i podužnu reaktansu, X'_z , zemlje u vidu razvoja u beskonačan red su:

$$\begin{aligned}
 R'_z = P_z = 4\omega \cdot 10^{-4} & \left\{ \frac{\pi}{8} - \right. \\
 & - b_1 k^1 + \\
 & + b_2 [(c_2 - \ln k) k^2] + \\
 & + b_3 k^3 - \\
 & - d_4 k^4 - \\
 & - b_5 k^5 + \\
 & + b_6 [(c_6 - \ln k) k^2] + \\
 & + b_7 k^7 - \\
 & - d_8 k^8 \\
 & \left. - \dots \right\} \\
 X'_z = Q_z = 4\omega \cdot 10^{-4} & \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \ln 2 - \ln \gamma - \ln k \right) + \right. \\
 & + b_1 k^1 - \\
 & - d_2 k^2 + \\
 & + b_3 k^3 - \\
 & - b_4 [(c_4 - \ln k) k^4] + \\
 & + b_5 k^5 - \\
 & - d_6 k^6 + \\
 & + b_7 k^7 - \\
 & - b_8 [(c_8 - \ln k) k^8] + \dots \\
 & \left. + \dots \right\}
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

Karsonovi korekcionni faktori - podužna međusobna impedansa zemlje

Izrazi za podužnu međusobnu otpornost R'_{zm} i podužnu reaktansu, X'_{zm} , zemlje, u vidu razvoja u beskonačan red su:

$$\begin{aligned}
 R'_{zm} = P_{zm} = 4\omega \cdot 10^{-4} & \left\{ \frac{\pi}{8} - \right. \\
 & - b_1 k_m^1 \cos \varphi + \\
 & + b_2 \left[(c_2 - \ln k_m) k_m^2 \cos 2\varphi + \varphi k_m^2 \sin 2\varphi \right] + \\
 & + b_3 k_m^3 \cos 3\varphi - \\
 & - d_4 k_m^4 \cos 4\varphi - \\
 & - b_5 k_m^5 \cos 5\varphi + \\
 & + b_6 \left[(c_6 - \ln k_m) k_m^6 \cos 6\varphi + \varphi k_m^6 \sin 6\varphi \right] + \\
 & + b_7 k_m^7 \cos 7\varphi - \\
 & - d_8 k_m^8 \cos 8\varphi \\
 & - \dots \left. \right\} \\
 X'_{zm} = Q_{zm} = 4\omega \cdot 10^{-4} & \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \ln 2 - \ln \gamma - \ln k_m \right) + \right. \\
 & + b_1 k_m^1 \cos \varphi - \\
 & - d_2 k_m^2 \cos 2\varphi + \\
 & + b_3 k_m^3 \cos 3\varphi - \\
 & - b_4 \left[(c_4 - \ln k_m) k_m^4 \cos 4\varphi + \varphi k_m^4 \sin 4\varphi \right] + \\
 & + b_5 k_m^5 \cos 5\varphi - \\
 & - d_6 k_m^6 \cos 6\varphi + \\
 & + b_7 k_m^7 \cos 7\varphi - \\
 & - b_8 \left[(c_8 - \ln k_m) k_m^8 \cos 8\varphi + \varphi k_m^8 \sin 8\varphi \right] + \dots \\
 & + \dots \left. \right\} \tag{2.18}
 \end{aligned}$$

Uočava se da su članovi u izrazima (2.17) i (2.18) grupisani po četiri. Izrazi (2.17) i (2.18) su dati u $[\Omega/km]$.

U izrazima za podužnu reaktansu, X'_z i X'_{zm} , sa $\ln\gamma$ je označena Ojlerova (Euler) konstanta [Carson], koja ima vrednost $\ln\gamma = 0,57723$ [Jeffrey], pri čemu važi jednakost $0,5 + \ln(2/\gamma) = 0,6159315$.

Koeficijenti b_i , c_i i d_i , koji figurišu u navedenim izrazima, su konstante koje se određuju na osnovu rekurzivnih formula [Švenda]:

Koeficijenti b_i

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{\sqrt{2}}{6}, \\ b_2 &= \frac{1}{16}, \\ b_i &= b_{i-2} \frac{\text{sign}}{i(i+2)} \quad i = 3, 4, 5 \end{aligned} \quad (2.19)$$

Promenljiva sign može da ima dve vrednosti ± 1 , pri čemu se znak menja posle svaka dva sukcesivna člana niza

$$\text{sign} = (-1)^{\lfloor \frac{n+1}{4} \bmod 2 \rfloor} = 1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, -1, \dots \quad \text{za } n = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots$$

Koeficijenti c_i

$$\begin{aligned} c_2 &= \ln(2/\gamma) + 1 + \frac{1}{4} = 1,3659315 \\ c_i &= c_{i-2} + \frac{1}{i} + \frac{1}{i+2} \quad i = 4, 6, 8, \dots \end{aligned} \quad (2.20)$$

Koeficijenti d_i

$$d_i = \frac{\pi}{4} b_i \quad i = 2, 4, 6, 8, \dots \quad (2.21)$$

Iz izraza (2.17) i (2.18) se vidi, da su koeficijenti c_i , d_i sa neparnim indeksima jednaki nuli. Koeficijenti b_i , c_i i d_i mogu unapred da se izračunaju i sačuvaju za dalju upotrebu.

Ugao φ

Ugao φ zavisi od geometrije sistema i u skladu sa slikom 2.2 ($\varphi = \varphi_{ij}$), može da se predstavi kao,

$$\varphi = \varphi_{ij} = \arccos \frac{h_i + h_j}{D_{ij}} = \arcsin \frac{x_{ij}}{D_{ij}}, \quad (2.22)$$

gde je

φ_{ij} ugao između pravca na kojem se nalaze i -ti provodnik i njegov lik i rastojanja između i -tog provodnika i lika j -tog provodnika u $[m]$,

h_i srednja visina i -tog provodnika iznad zemlje u $[m]$,

h_j srednja visina j -tog provodnika iznad zemlje u $[m]$,

D_{ij} rastojanje između i -tog provodnika i lika j -tog provodnika u $[m]$,

U originalnom Karsonovom radu je za obeležavanje ugla φ_{ij} korišćena oznaka θ .

Parametri k i k_m

Parametri k i k_m zavise od geometrije sistema, specifične otpornosti tla i frekvencije, kao što je prikazano u izrazima,

$$\begin{aligned} k &= 4\pi\sqrt{5} \cdot 10^{-4} (2h_i) \cdot \sqrt{\frac{f}{\rho}} \\ k_m &= 4\pi\sqrt{5} \cdot 10^{-4} D_{ij} \cdot \sqrt{\frac{f}{\rho}} \end{aligned}, \quad (2.23)$$

gde je

h_i srednja visina i -tog provodnika iznad zemlje u $[m]$,

D_{ij} rastojanje između i -tog provodnika i lika j -tog provodnika u $[m]$,

f frekvencija u $[Hz]$,

ρ specifična otpornost zemlje $[\Omega m]$,

U originalnom Karsonovom radu, koeficijent k_m je obeležen sa r ($k_m = r$).

U izrazu za podužnu međusobnu rezistansu i reaktansu, u pojedinim sabircima se pojavljuje član

$$k_m^i \cos i\varphi. \quad (2.24)$$

Veza koja postoji između sukcesivnih članova koji sadrže činioce (2.24), može da se iskoristi radi lakšeg programiranja izraza za više članove reda kojim se aproksimira podužna impedansa.

Koriste se sledeće transformacije:

$$\begin{aligned} k_m^i \cos i\varphi &= k_m^{i-1+1} \cos[(i-1+1)\varphi] = k_m^{i-1} k_m \cos[(i-1)\varphi + \varphi], \\ k_m^i \sin i\varphi &= k_m^{i-1+1} \sin[(i-1+1)\varphi] = k_m^{i-1} k_m \sin[(i-1)\varphi + \varphi]. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Posmatrani izraz može da se predstavi primenom adicijonih formula u obliku [Švenda],

$$\begin{aligned} k_m^i \cos i\varphi &= k_m \left\{ k_m^{i-1} \cos[(i-1)\varphi] \cos \varphi - k_m^{i-1} \sin[(i-1)\varphi] \sin \varphi \right\}, \\ k_m^i \sin i\varphi &= k_m \left\{ k_m^{i-1} \cos[(i-1)\varphi] \sin \varphi + k_m^{i-1} \sin[(i-1)\varphi] \cos \varphi \right\}. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Karsonovi redovi dobro konvergiraju za male argumente k i k_m . Njihove vrednosti su na industrijskoj učestanosti, pri najčešće korišćenim rastojanjima između vodova, dovoljno male da bi dovoljno tačni proračuni mogli da se izvrše uzimanjem samo prvih članova Karsonovih korekcionih faktora za podužne otpornosti R'_z i R'_{zm} i podužne reaktanse X'_z i X'_{zm} , u izrazima (2.17) i (2.18).

Pri velikim vrednostima parametra k_m , da bi proračuni bili tačni, treba da se koriste asimptotski razvoji izraza (2.17) i (2.18), u red, [107], [Clarke], [Calabrese].

Iz (2.23) se vidi da parametri k i k_m rastu sa porastom frekvencije ili smanjenjem specifične otpornosti tla. Koeficijent k_m ima veću vrednost i pri većim razmacima između nadzemnih vodova. U skladu sa tim, sa porastom vrednosti parametara k i k_m , raste broj članova reda (2.17) i (2.18), koji treba da se uzmu u obzir pri proračunima [IEEE 1974], [Dommel 1985].

Domel je u svom radu prikazao preuređene izraze (2.17) i (2.18), koji su pogodniji za proračune Karsonovih korekcionih faktora na računaru [Dommel 1974], [Dommel 1992], [Deri 1981a]. Uticaj broja članova reda na konačnu vrednost Karsonovih korekcionih faktora je prikazan u vidu grafika u [Švenda].

Kada su parametri $k, k_m \geq 5$, na primer kod velikog rastojanja između nadzemnih vodova ili pri manjoj specifičnoj otpornosti tla, a prvenstveno na visokim frekvencijama, za proračun je najbolje da se koriste konačni nizovi dati u [Carson], [Semlyen], [Švenda]:

$$\begin{aligned}
 R'_{zm} &= \frac{\mu_0 \omega}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{\cos \varphi}{k_m} - \frac{\sqrt{2} \cos 2\varphi}{k_m^2} + \frac{\cos 3\varphi}{k_m^3} + \frac{3 \cos 5\varphi}{k_m^5} - \frac{45 \cos 7\varphi}{k_m^7} \right) \quad [\Omega / m], \\
 X'_{zm} &= \frac{\mu_0 \omega}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{\cos \varphi}{k_m} - \frac{\cos 3\varphi}{k_m^3} + \frac{3 \cos 5\varphi}{k_m^5} + \frac{45 \cos 7\varphi}{k_m^7} \right) \quad [\Omega / m].
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

Kada su parametri k , $k_m \geq 10$, treba da se koriste sledeći aproksimativni izrazi:

$$\begin{aligned}
 R'_{zm} &= \frac{\mu_0 \omega}{\pi} \cdot \left(\frac{\cos \varphi}{k_m} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\cos 2\varphi}{k_m^2} \right) \quad [\Omega / m], \\
 X'_{zm} &= \frac{\mu_0 \omega}{\pi} \cdot \frac{\cos \varphi}{k_m} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \quad [\Omega / m].
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

Karson je predočio da se pri vrednostima parametara k , $k_m \leq 0,25$ primenjuju izrazi:

$$\begin{aligned}
 R'_{zm} &= \frac{\mu_0 \omega}{\pi} \cdot \left(\frac{\pi}{8} - \frac{k_m \cos \varphi}{3\sqrt{2}} + \frac{k_m^2}{16} \cos 2\varphi \cdot \left(0,6728 + \ln \frac{2}{k_m} \right) + \frac{k_m^2}{16} \varphi \sin 2\varphi \right) \quad [\Omega / m], \\
 X'_{zm} &= \frac{\mu_0 \omega}{\pi} \cdot \left(-0,0386 + \frac{1}{2} \ln \frac{2}{k_m} + \frac{k_m \cos \varphi}{3\sqrt{2}} \right) \quad [\Omega / m].
 \end{aligned} \tag{2.29}$$

Na niskim frekvencijama se uzimaju samo prvi članovi izraza (2.17) i (2.19):

$$\begin{aligned}
 R'_{zm} &= \frac{\mu_0 \omega}{\pi} \cdot \frac{\pi}{8} \quad [\Omega / m], \\
 X'_{zm} &= \frac{\mu_0 \omega}{\pi} \cdot \left(-0,0386 + \frac{1}{2} \ln \frac{2}{k_m} \right) \quad [\Omega / m].
 \end{aligned} \tag{2.30}$$

U izrazima od (2.27) do (2.30) su date vrednosti samo za podužne međusobne otpornosti i podužne međusobne reaktanse. Iz njih lako mogu da se odrede podužne sopstvene otpornosti i podužne sopstvene reaktanse, ako se u navedene izraze uvrste sledeće vrednosti: $k_m = k$, $\varphi = 0$ ($\cos \varphi = 1$).

Karson – Klemova formula

Uprošćeni izrazi za određivanje podužne sopstvene impedanse i podužne međusobne impedanse provodnika sa povratnim putem kroz zemlju, poznatiji kao Karson – Klemove formule, se dobijaju kada se uzmu u obzir samo prvi članovi izraza (2.17) i (2.18), predstavljeni u (2.30).

U skladu sa (2.4), realni deo podužne sopstvene impedanse nadzemnog provodnika sadrži dva sabirka, R'_u i R'_z , dok je njen imaginarni deo predstavljen zbirom ($\omega L'_{ii} + X'_u + X'_z$).

Nakon sabiranja izraza (2.5), (2.12) i X'_z iz (2.30), i primenom odgovarajućih matematičkih operacija, dobija se izraz (2.31),

$$\underline{Z}'_{ii} = R'_u + 9,8696f \cdot 10^{-4} + j2,8937f \cdot 10^{-3} \log \frac{658,86875 \sqrt{\frac{\rho}{f}}}{SGP} [\Omega / km]. \quad (2.31)$$

Sličnim postupkom se dobija i izraz za podužnu međusobnu impedansu nadzemnog provodnika,

$$\underline{Z}'_{ij} = 9,8696f \cdot 10^{-4} + j2,8937f \cdot 10^{-3} \log \frac{658,86875 \sqrt{\frac{\rho}{f}}}{D_{ij}} [\Omega / km], \quad (2.32)$$

uz korišćenje srednje visine provodnika iznad tla, gde su:

- R'_u podužna otpornost provodnika u $[\Omega/km]$,
- f učestanost u $[Hz]$,
- SGP srednji geometrijski poluprečnik provodnika u $[m]$, (izvođenje dato u Prilogu 4)
- D_{ij} rastojanje između i -tog i j -tog provodnika u $[m]$.

Važno je napomenuti da Karsonova uprošćena formula daje dobre rezultate za frekvencije ispod 5 kHz [Csala].

Izvođenje Karson – Klemove formule je dato u Prilogu 5.

2.2.2 Metod kompleksne dubine povratne struje kroz zemlju

Izračunavanje Karsonovih nesvojstvenih integrala je inženjerima u praksi oduvek predstavljao problem, ali je za istraživače, teoretičare bio i ostao izazovan problem.

Dubanton je, kao inženjer praktičar, želeo da pojednostavi postupak proračuna podužne sopstvene impedanse i podužne međusobne impedanse provodnika sa povratnim putem kroz zemlju [Dubanton].

Znao je da je ključ problema u pronalaženju adekvatnih izraza u zatvorenoj formi, lakih za korišćenje, koji bi efikasno zamenili nesvojsvene integrale u Karsonovim formulama (2.15)

i (2.16) i naravno, dali dovoljno tačne rezultate. Ideju je pretočio u formulu, i dobio metod koji je opravdao očekivanja.

U metodu kompleksne dubine povratne struje kroz zemlju, koju je prvo formulisao Dubanton, a objavio Geri [Gary], osnovna ideja je bila da se povratna struja, koja je inače raspodeljena kroz ceo poprečni presek realne, nesavršeno provodne ali homogene zemlje, zameni povratnom strujom kroz fiktivnu savršeno provodnu ravan.

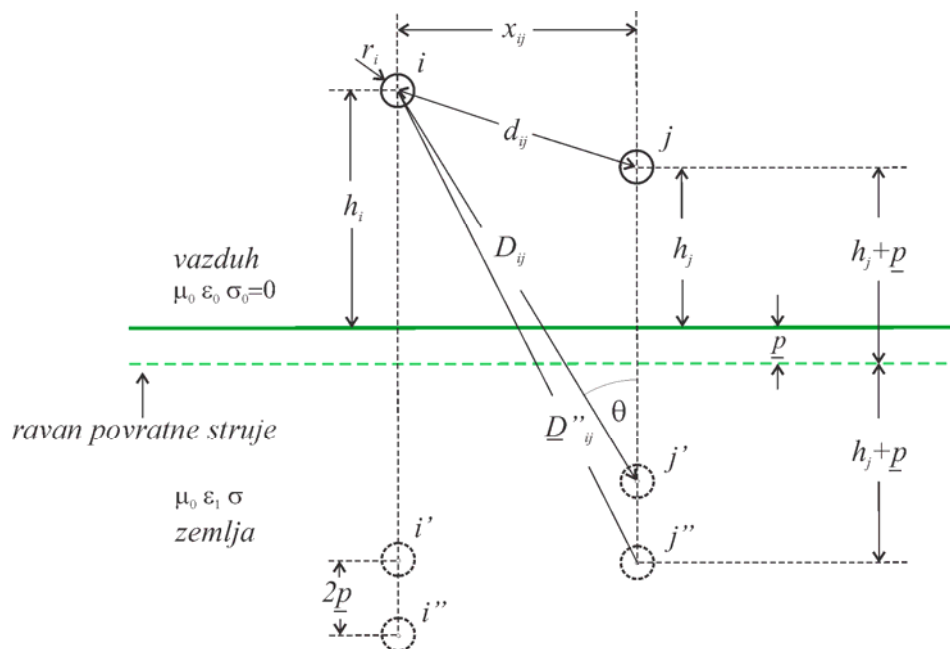
Posmatrana ravan se nalazi na određenoj dubini \underline{p} ispod površi zemlje, pri čemu je ta dubina izražena kao kompleksan broj. Govori se o ravni, jer se ta ravan definiše i kao ravan u odnosu na koju može da se primeni teorema likova [Deri, 1981a].

U metodu kompleksne dubine povratne struje kroz zemlju, fiktivna savršeno provodna površ se nalazi na kompleksnoj dubini \underline{p} ispod realne površi zemlje, tako da se može smatrati da se struja vraća na dubini $(h_i+2\underline{p})$ ispod realne površi zemlje, kao što je prikazano na slici 2.5. Sa i'' je označen lik i -tog provodnika, j'' je lik j -tog provodnika, a \underline{p} kompleksna dubina prodiranja u zemlju.

Drugim rečima, uticaj zemlje može da se predstavi odgovarajućom grupom povratnih provodnika, koji se nalaze na dubini $(h_i+2\underline{p})$, gde je

$$\underline{p} = \frac{1}{\sqrt{j\omega\mu_0\sigma}} = \frac{1}{2}(1-j)\sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\sigma}} = (1-j)\frac{\delta}{2}, \quad (2.33)$$

kompleksan broj, izražen preko standardno definisane dubine prodiranja, δ .



Slika 2.5 Geometrija sistema pri definisanju kompleksne dubine prodiranja

Podužna sopstvena impedansa i podužna međusobna impedansa se primenom metoda kompleksne dubine povratne struje kroz zemlju, izračunavaju pomoću izraza (2.34) i (2.35) [Deri, 1981a], [Umarji].

Gerij – Dubantonova formula

$$\underline{Z}'_{ii} = \underline{Z}'_u + j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2(h_i + \underline{p})}{r_i} = R'_u + j \left(X'_u + 2\omega \cdot 10^{-4} \ln \frac{2(h_i + \underline{p})}{r_i} \right) \quad (2.34)$$

$$\underline{Z}'_{ij} = \underline{Z}'_m = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{\sqrt{(h_i + h_j + 2\underline{p})^2 + x_{ij}^2}}{\sqrt{(h_i - h_j)^2 + x_{ij}^2}} = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_{ij}''}{d_{ij}} = j2\omega \cdot 10^{-4} \ln \frac{D_{ij}''}{d_{ij}}. \quad (2.35)$$

Posmatrane podužne impedanse su date u $[\Omega/km]$. Veličine r_i , h_i , h_j , x_{ij} , \underline{p} , d_{ij} i D_{ij}'' su prikazane na slici 2.5.

Treba napomenuti da se, iz izraza (2.34), lako može dobiti izraz za podužnu sopstvenu impedansu u Karson – Klemovoj formuli, uz pretpostavku da je visina provodnika h_i iznad zemlje zanemarljiva u odnosu na vrednost kompleksne dubine prodiranja \underline{p} . Taj uslov je ispunjen na niskim frekvencijama, za koje je Karson – Klemova formula i predviđena [Deri, 1981a].

Na višim frekvencijama, gde struja pomeraja ne može da se zanemari, umesto izraza za kompleksnu dubinu prodiranja, datog u obliku (2.33), treba da se koristi izraz

$$\underline{p} = \frac{1}{\sqrt{j\omega\mu_0(\sigma_z + j\omega\varepsilon_z)}} \quad (2.36)$$

Izrazi (2.34) i (2.35), su nastali, kao što je na početku 2. poglavlja već spomenuto, najverovatnije intuitivno, bazirani na velikom Dubantovom inženjerskom iskustvu u praksi i pretočeni, zahvaljujući Geriju, u odgovarajuće matematičke formule [Dommel, 1966].

Dokaz da se gornji izrazi veoma dobro aproksimiraju Karsonovu formulu u celom frekvencijskom opsegu u kojem su definisane Karsonove formule, dali su Deri i Tevan [Deri, 1981a].

Glavna prednost izraza 2.34 i 2.35 u odnosu na Karsonove formule se ogleda u tome, što pomoću njih, impedanse mogu da se izračunaju korišćenjem običnih kalkulatora, za bilo koje parametre sistema. Za primenu Karsonovih formula je potreban računarski program ili grafici sa kojih se očitavaju određene numeričke vrednosti.

Prilikom korišćenja Gerijevog metoda kompleksne dubine povratne struje kroz zemlju, jedino treba voditi računa o odnosu $\tan\theta = (x_{ij}/(h_i + h_j))$, posmatrajući oznake na slici 2.5.

Kao što je pokazano u [Deri, 1981a] greška koja se javlja pri određivanju Gerijevo izraza za sopstvenu impedansu, u poređenju sa Karsonovim izrazom, je pri ne jako velikim rastojanjem između provodnika ($\theta \leq 63,43^\circ$), manja od 3,2%, što je za praktične proračune veoma dobar rezultat.

Za veoma male i veoma velike vrednosti odnosa δ/h_i , što se javlja pri veoma niskim i veoma visokim učestanostima, greška u oba slučaja teži nuli.

U tipičnim sistemima odnos δ/h_i je veoma mali ($\theta \leq 26,56^\circ$), tako da je greška metoda manja od 0,5%, što znači da su izrazi 2.34 i 2.35 veoma dobra zamena za Karsonove obrasce u svim sistemima koji se sastoje od jednog ili dva nadzemna voda [Deri, 1981a].

Nešto lošije poklapanje Geri – Dubantonovog izraza sa Karsonovim izrazom, sa greškom do 10%, se javlja u frekvencijskom opsegu od 100 Hz do 10 kHz, ali je i ta greška prihvatljiva [Deri, 1981a].

Međutim, u prisustvu telekomunikacionih vodova, uključujući preslušavanja između energetske i telekomunikacionih vodova, odnos δ/h_i može da bude veoma velik, i da prouzrokuje grešku i do 15%.

Alvarado i Betankurt [Alvarado] su predložili aproksimativni izraz pomoću kojeg se greška metoda kompleksne dubine povratnog puta kroz zemlju smanjuje na ispod 2,5%. Njihovi izrazi, koji treba da se koriste umesto Karsonovih korekcionih faktora, čak i za velike vrednosti količnika δ/h_i daju više nego dobre rezultate za inženjersku praksu.

Dobijeni izrazi su pokazali da na ponašanje Karsonovog korekcionog faktora najviše utiče član $\sqrt{\omega\mu\sigma}$.

Na osnovu Geri – Dubantonovog izraza, predloženi su novi pristupi proračunu impedanse povratnog puta kroz zemlju [Hartenstajn], [Koglin] i [Rees 101], koji su bliži realnom, jer se zemlja posmatra kao sistem sastavljen od više paralelno postavljenih slojeva sa uniformnom raspodelom struje u svakom od slojeva.

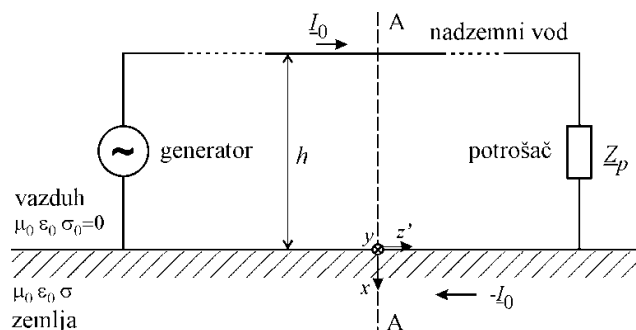
Gerij – Dubantonov model daje odlične rezultate pri izračunavanju kompleksnih impedansi u celokupnom frekvencijskom domenu i mnogo je brži i lakši za korišćenje nego Karsonova formula. Ovaj metod važi za homogeno zemljište, ali lako može da se proširi i na višeslojno tlo.

U Prilogu 5 je dato nekoliko normalizovanih oblika izraza (2.16) koji su lakši za dalju analizu, kao i nekoliko izraza, predloženih za poboljšanje tačnosti Geri – Dubantonove formule.

3. Predloženi metod

Predloženi metod predstavlja sasvim nov pristup određivanju impedanse zemlje kao povratnog provodnika, koji do sad nije korišćen u inženjerskoj praksi. Prvi put se naučnoj i stručnoj javnosti prikazuje originalan postupak u kojem se rešenje problema traži preko fluksa kompleksnog Pointingovog vektora. Originalnost pristupa je potvrđen objavljivanjem rada u priznatom međunarodnom časopisu „Acta Polytechnica Hungarica“, [Kasaš-Lažetić, 2015].

Da bi se odredila impedansa zemlje, koristi se model prikazan na slici 3. 1. Sistem se sastoji od nadzemnog voda, sa strujom jačine I_0 , koji se proteže od generatora do potrošača, Z_p i zemlje koja predstavlja povratni provodnik. Nadzemni vod je beskonačne dužine i nalazi se iznad površi zemlje, paralelno sa njom, na visini h .



Slika 3.1 Model sistema za određivanje strujne raspodele u zemlji

Pretpostavlja se da povratna struja postoji u beskonačnom poprečnom preseku zemlje, pri čemu je, usled površinskog efekta u zemlji i uticaja nadzemnog voda, odnosno efekta blizine, raspodela struje po poprečnom preseku zemlje neravnomerna. Maksimalna vrednost intenziteta vektora gustine struje se javlja u oblasti neposredno ispod nadzemnog voda, da bi zatim, sa povećanjem rastojanja u svim pravcima ravni normalne na pravac provodnika, opadala.

Maksimalna vrednost intenziteta vektora gustine struje, kao i celokupna strujna raspodela, zavise od sledećih parametara: od visine na kojoj se nalazi nadzemni vod, h , učestanosti struje, f , permeabilnosti zemlje, μ i njene specifične provodnosti, σ .

Pri određivanju strujne raspodele u zemlji pretpostavljeno je da je zemlja homogena, tj. da je specifična provodnost zemlje, σ , konstantna. To znači da je i specifična otpornost, $\rho = 1/\sigma$, konstantna. Ova pretpostavka može da se koristi kada se zemlja posmatra kao povratni vod, dok bi se, pri proračunu raspodele jačine struje nastale usled zemljospoja ili udara groma, lokalna nehomogenost specifične otpornosti zemlje morala biti uzeta u obzir.

Realno zemljište je veoma retko homogeno, tako da model zemlje predstavljen u vidu paralelno postavljenih slojeva svakako daje bolju aproksimaciju od homogene zemlje.

Zemlja, kao i vazduh, se smatraju da su linearni materijali u užem smislu, da su nemagnetski, $\mu = \mu_0$, i da im je permitivnost jednaka permitivnosti vakuuma, $\varepsilon = \varepsilon_0$. Vazduh se smatra savršenim izolatorom ($\sigma = 0$), zemlja dobrim provodnikom ($\omega\varepsilon \ll \sigma$, $\sigma \neq 0$). Korišćene su i ostale pretpostavke navedene na početku poglavlja 2.2.1 [Karson], [Domel], [Csala], [Švenda]. Ispravnost ovih pretpostavki može da se proveri analizom koja je data u Prilogu 1.

Sve ove pretpostavke su u skladu sa osnovnim pretpostavkama koje je koristio Karson u svom fundamentalnom radu u kojem je prvi put dat izraz za izračunavanje podužne impedanse zemlje kao povratnog provodnika [Carson].

Posmatrajući sliku 3.1, geometrija sistema sugerise da je podesno da se ceo problem analizira u Dekartovom koordinatnom sistemu (x, y, z'), sa koordinatnim početkom koji se nalazi na površi zemlje, posebno u slučaju nehomogenog, višeslojnog zemljišta.

Kako se ista slika strujne raspodele u zemlji ponavlja u ravnima normalnim na osu provodnika, ceo problem može da se tretira kao dvodimenzionalan, 2D.

Da bi se odredila impedanse zemlje, neophodno je da se izračuna kompleksni Pointingov vektor, $\underline{P} = \underline{E} \times \underline{H}^*$, gde je \underline{E} kompleksni vektor jačine električnog polja, a \underline{H}^* konjugovano kompleksna efektivna vrednost vektor jačine magnetskog polja [Popović, 1986]. Fluks Pointingovog vektora kroz površ zemlje predstavlja kompleksnu snagu koja ulazi u zemlju,

$$\underline{S} = P + jQ = \underline{Z} |\underline{I}_0|^2 = \int_{S_{zemlje}} (\underline{E} \times \underline{H}^*) \cdot d\vec{S}. \quad (3.1)$$

Deljenjem dobijenog izraza sa kvadratom modula kompleksne jačine struje kroz nadzemni provodnik, odnosno, kroz zemlju, dobija se podužna impedansa zemlje, kada se zemlja posmatra kao povratni provodnik,

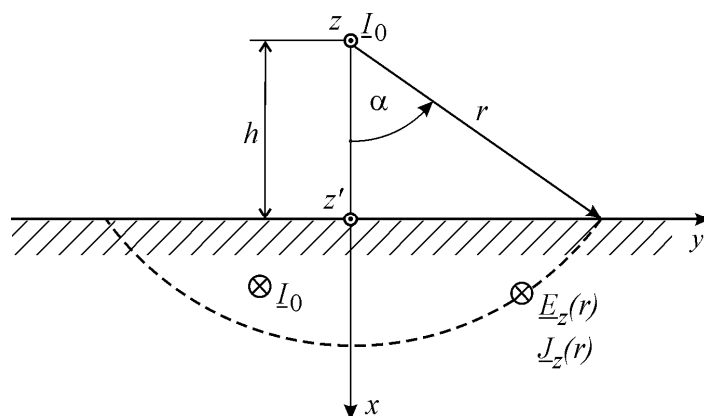
$$\underline{Z}' = \frac{1}{|\underline{I}_0|^2} \cdot \int_{S_{zemlje}} (\underline{E} \times \underline{H}^*) \cdot d\vec{S}. \quad (3.2)$$

Poznavanje podužne impedanse zemlje predstavlja preduslov za formiranje tačnog modela prenosnog elektroenergetskog sistema.

U narednim poglavljima sledi detaljan opis postupaka određivanja vektora jačine električnog polja, vektora jačine magnetskog polja i podužne impedanse zemlje računane pomoću kompleksnog Pointingovog vektora.

3.1 Određivanje vektora jačine električnog polja u homogenom zemljištu

Na slici 3.2 je predstavljen poprečni presek sistema u ravni A-A sa slike 3.1. Sa jedne strane, geometrija problema je takva, da je za određivanje raspodele vektora jačine električnog polja i vektora gustine struje, u slučaju homogene sredine, najpogodnije korišćenje cilindričnog koordinatnog sistema (r, φ, z) , u kojem se z -osa poklapa sa osom nadzemnog voda. U tom slučaju, vektor gustine struje \vec{J} ima samo z komponentu, koja zavisi jedino od rastojanja r od ose provodnika. Ako bi se problem analizirao u Dekartovom koordinatnom sistemu (x, y, z') , vektor gustine struje bi i dalje imao samo z komponentu, ali bi njegova vrednost zavisila od obe preostale koordinatne, x i y .



Slika 3.2 Geometrija posmatranog modela

Sa druge strane, ravna razdvojna površ između vazduha i zemlje, i između pojedinih slojeva u slučaju višeslojnog zemljišta, sugeriše korišćenje Dekartovog koordinatnog sistema (x, y, z') , kao što je prikazano na slici 3.2.

Kombinacija cilindričnog i pravouglog koordinatnog sistema pojednostavljuje kompletnu analizu i olakšava proračunavanje elemenata Pointingovog vektora.

Polazne jednačine za analizu problema su prve dve Maksvelove jednačine u kompleksnom domenu, za kvazistacionarno elektromagnetsko polje [Popović, 1986], [Popović, 1999],

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{E} &= -j\omega \vec{B} \\ \text{rot} \vec{H} &= \vec{J} \end{aligned} \quad (3.3)$$

gde je sa \vec{B} označena kompleksna efektivna vrednost vektora magnetske indukcije. Pri tome, kompleksni vektor jačine magnetskog polja, \vec{H} , u posmatranom cilindričnom koordinatnom sistemu ima samo φ komponentu, a kompleksni vektor gustine struje, \vec{J} , a samim tim i kom-

pleksni vektor jačine električnog polja, \vec{E} , samo z komponentu. Koristeći izraz za rotor u cilindričnom koordinatnom sistemu, prikazan u Prilogu 6, navedene Maksvelove jednačine (3.3) postaju,

$$\begin{aligned} \text{rot}\vec{E} &= \vec{i}_\varphi \left(\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) = -\vec{i}_\varphi \frac{\partial E_z}{\partial r} \\ \text{rot}\vec{H} &= \vec{i}_z \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (rH_\varphi)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} \right) = \vec{i}_z \frac{1}{r} \frac{\partial (rH_\varphi)}{\partial r} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Uz poznate konstitutivne relacije koje postoje između kompleksnih vektora \vec{E} i \vec{J} kao i između kompleksnih vektora \vec{H} i \vec{B} ,

$$\begin{aligned} \vec{J} &= \sigma \vec{E} \\ \vec{B} &= \mu \vec{H} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Maksvelove jednačine postaju

$$\begin{aligned} -\vec{i}_\varphi \frac{\partial E_z}{\partial r} &= -j\omega\mu H_\varphi \\ -\vec{i}_z \frac{1}{r} \frac{\partial (rH_\varphi)}{\partial r} &= -\vec{i}_z \left(\frac{1}{r} H_\varphi + \frac{\partial H_\varphi}{\partial r} \right) = \underline{J}_z \end{aligned} \quad (3.6)$$

Izražavajući vektor \vec{H}_φ iz prve jednačine u 3.6 i uvrštavajući u drugu, dobija se da je

$$\begin{aligned} H_\varphi &= \frac{1}{j\omega\mu} \frac{\partial E_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{1}{j\omega\mu} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{j\omega\mu} \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) &= \sigma E_z \end{aligned} \quad (3.7)$$

Nakon diferenciranja i nekoliko jednostavnih koraka preuređivanja izraza (3.7), stiže se do diferencijalne jednačine koja opisuje raspodelu električnog polja

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} - \underline{k}^2 E_z = 0, \quad (3.8)$$

u kojoj je kompleksni koeficijent \underline{k}^2 definisan kao

$$\underline{k}^2 = \frac{j\omega\mu\sigma}{\pi} \alpha(r) = \frac{j\omega\mu\sigma}{\pi} \arccos \frac{h}{r}, \quad (3.9)$$

uzimajući u obzir da se strujna raspodela javlja samo unutar zemlje (slika 3.2).

Rešavanjem diferencijalne jednačine (3.8) dolazi se do raspodele intenziteta vektora jačine električnog polja u zemlji u ravnima koje su paralelne sa xOy ravni, nakon čega se lako mogu odrediti i vrednosti vektora gustine struje u zemlji.

Iz izraza (3.9) se vidi da raspodela vektora jačine električnog polja u zemlji ne zavisi samo od kružne učestanosti, ω , permeabilnosti zemlje, μ , specifične provodnosti zemlje, σ i rastojanja od nadzemnog voda, r , nego i od visine, h , na kojoj se u odnosu na površ zemlje nalazi nadzemni vod. Kada se posmatra kvazistatični režim, permitivnost zemlje ne utiče na raspodelu vektora jačine električnog polja u zemlji i zbog toga se ne pojavljuje u izrazu (3.9).

Diferencijalna jednačina (3.8) predstavlja generalizovani oblik modifikovane Besselove diferencijalne jednačine nultog reda (generalizovan oblik, zbog postojanja kompleksnog koeficijenta \underline{k}^2 , nultog reda, pošto je parametar $\nu = 0$) [Abramowitz, 1970].

Kada koeficijent \underline{k}^2 ima konstantnu vrednost, opšte rešenje diferencijalne jednačine (3.8) je oblika [Abramowitz, 1970]

$$\underline{E}_z(r) = \underline{A}I_0(\underline{k}r) + \underline{C}K_0(\underline{k}r), \quad (3.10)$$

gde je $I_0(\underline{k}r)$ modifikovana Beselova funkcija nultog reda prve vrste, $K_0(\underline{k}r)$ modifikovana Beselova funkcija nultog reda druge vrste, dok su \underline{A} i \underline{C} kompleksni koeficijenti, koje treba odrediti.

Znajući da intenzitet vektora jačine električnog polja teži nuli sa porastom rastojanja r od ose nadzemnog voda, vrednost funkcije $\underline{E}_z(r)$ treba da teži nuli, $\underline{E}_z(r) \rightarrow 0$, kada $r \rightarrow \infty$.

Pošto Beselova funkcija nultog reda prve vrste $I_0(\underline{k}r) \rightarrow \infty$ kada $r \rightarrow \infty$, [Abramowitz, 1970], zaključuje se da kompleksni koeficijent \underline{A} u jednačini (3.10) treba da bude jednak nuli, $\underline{A} = 0$, da bi gornji uslov bio ispunjen. Prema tome, konačan oblik funkcije raspodele vektora jačine električnog polja ima oblik,

$$\underline{E}_z(r) = \underline{C}K_0(\underline{k}r). \quad (3.11)$$

Kada veličina \underline{k}^2 nije konstantna, kao što je slučaj u posmatranom problemu, funkcija raspodele vektora jačine električnog polja treba da se odredi nekom od numeričkih metoda. U tom slučaju, funkcija $K_0(\underline{k}r)$, treba da se razdvoji na realni i imaginarni deo,

$$\underline{E}_z(r) = \underline{C}[\ker(ar) + j\operatorname{kei}(ar)], \quad (3.12)$$

gde su \ker i kei Kelvinove funkcije koje pripadaju familiji Besselovih funkcija [Abramowitz, 1970], a parametar a je

$$a = \frac{k}{\sqrt{j}} = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{\pi} \arccos \frac{h}{r}}. \quad (3.13)$$

Znajući da funkcija \ker ima beskonačnu vrednost kada je argument jednak nuli [Abramowitz, 1970], lako se uočava, da će pri rastojanju $r = h$, koeficijent a imati vrednost nula, pošto je $\arccos 1 = 0$. Da bi realni deo modifikovane Besselove funkcije nultog reda

druge vrste mogao da se odredi i za $a = 0$, treba da se izvrši ekstrapolacija na osnovu najbližih vrednosti funkcije $ker(ar)$ u okolini kritičnog argumenta. Pošto se za ekstrapolaciju mogu koristiti razni interpolacioni metodi, u ovom radu je za tu funkciju izabran Aitkinov interpolacioni postupak [Jeffry].

Izračunavanje imaginarnog dela modifikovane Beselove funkcije nultog reda druge vrste ne predstavlja problem ni za jednu vrednost argumenta, prema tome ni za argument $a=0$, u kojoj ona ima vrednost $kei(0) = -0,7854$ [Abramowitz, 1970].

Da bi se dobilo partikularno rešenje jednačine (3.12), neophodno je da se odredi vrednost kompleksnog koeficijenta \underline{C} . Najpogodniji način za to je da se iskoristi uslov da je ukupna jačina povratne struje kroz zemlju, $-\underline{I}_0$, jednaka fluksu vektora gustine struje po poprečnom preseku zemlje (xOz ravan, slika 3.3), odnosno integracijom vektora gustine struje po porečnom preseku zemlje,

$$-\underline{I}_0 = \int_{S_{zemlje}} \underline{\vec{J}} \cdot d\vec{S}. \quad (3.14)$$

Korišćenjem poznate relacije, $\underline{\vec{J}} = \sigma \underline{\vec{E}}$, između vektora gustine struje $\underline{\vec{J}}$ i vektora jačine električnog polja $\underline{\vec{E}}$, gornja jednačina može da se izrazi u obliku

$$-\underline{I}_0 = \int_{S_{zemlje}} \sigma \underline{\vec{E}} \cdot d\vec{S} = \int_{S_{zemlje}} \sigma \underline{C} [ker(ar) + jkei(ar)] \vec{i}_z \cdot d\vec{S}. \quad (3.15)$$

Ako se pretpostavi, da je jačina struje u nadzemnom vodu,

$$\underline{I}_0 = (1 + j0)A, \quad (3.16)$$

jačina povratne struje kroz zemlju, tada, ima vrednost,

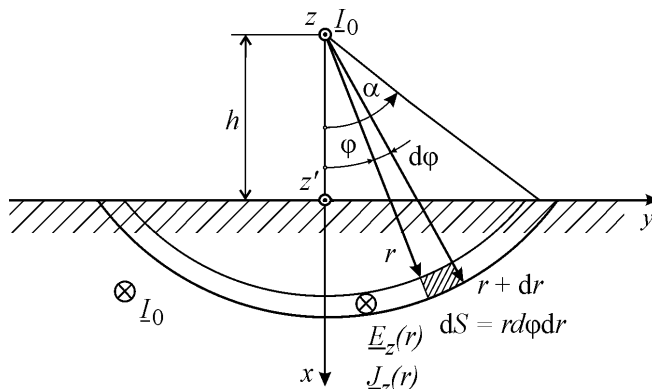
$$-\underline{I}_0 = (-1 + j0)A.$$

Pošto su vektori $\underline{\vec{J}}$ i $d\vec{S}$ istog pravca, ali suprotnog smera, njihov skalarni proizvod je negativan, i na osnovu toga sledi, da je

$$\underline{I}_0 = 1 = 2\underline{C} \int_h^\infty \int_0^{\alpha(r)} [ker(ar) + jkei(ar)] r d\varphi dr, \quad (3.17)$$

gde je element površi zemlje kroz koji se računa fluks vektora gustine struje (slika 3.3),

$$dS = r d\varphi dr.$$

Slika 3.3 Definisiranje elementarne površi dS

Integracijom po promenljivoj ϕ dobija se izraz

$$L_0 = 1 = 2\underline{C} \int_h^{\infty} [\ker(ar) + j\text{kei}(ar)] \alpha(r) r dr = 2\underline{C} [F_1 + jF_2]. \quad (3.18)$$

gde su izrazi F_1 i F_2 dati u vidu integrala,

$$F_1 = \int_h^{\infty} \ker(ar) \alpha(r) r dr, \quad (3.19)$$

$$F_2 = \int_h^{\infty} \text{kei}(ar) \alpha(r) r dr.$$

Da bi se integrali u (3.19) mogli odrediti analitički, veličina a mora da ima konstantnu vrednost. Međutim, kao što može da se vidi iz (3.13), ta veličina nije konstantna, već zavisi od ugla,

$$\alpha(r) = \arccos \frac{h}{r}, \quad (3.20)$$

pri čemu ugao $\alpha(r) \rightarrow \frac{\pi}{2}$, kada $r \rightarrow \infty$.

Sve dok zavisnost koeficijenta a od ugla $\alpha(r)$ nije zanemarljivo mala, što se javlja na manjim dubinama unutar zemlje, analitička integracija nije moguća i mora da se pristupi numeričkoj integraciji.

Pri graničnoj vrednosti ugla, $\alpha(r) \rightarrow \frac{\pi}{2}$ koeficijent a može da se smatra nezavisnim od ugla, odnosno, konstantnim,

$$a = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2}} = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}, \quad (3.21)$$

i tada se integrali F_1 i F_2 iz (3.19) sigurno mogu rešiti analitički.

Postavlja se međutim pitanje, koje je granično rastojanje, $r = R$, od provodnika, do kog zavisnost koeficijenta a od ugla $\alpha(r)$ ne može da se zanemari. Drugim rečima, na kom rastojanju se nalazi granica između primene numeričke integracije i integracije.

Da bi se dobila zadovoljavajuća tačnost proračuna, koja može da se smatra da je postignuta ako je greška manja od 0,5%, odlučeno je da se vektor jačine električnog polja i strujna raspodela u zemlji računaju numeričkim metodom sve dok je vrednost rastojanja r manja od šestostruke vrednosti dubine prodiranja, δ [Wang], koja može da se predstavi izrazom

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}. \quad (3.22)$$

To znači, da se integrali u izrazima F_1 i F_2 mogu odrediti nekim od metoda numeričke integracije u oblasti od $r = h$ do $r = R = 6\delta$, dok se u oblasti $r > R = 6\delta$ rešenja dobijaju analitički.

$$\begin{aligned} F_1 &= \int_h^\infty \ker(ar)\alpha(r)r dr = \int_h^{R=6\delta} \ker(ar)\alpha(r)r dr + \frac{\pi}{2} \int_{R=6\delta}^\infty \ker(ar)r dr = G_{1N} + D_{1A}, \\ F_2 &= \int_h^\infty kei(ar)\alpha(r)r dr = \int_h^{R=6\delta} kei(ar)\alpha(r)r dr + \frac{\pi}{2} \int_{R=6\delta}^\infty kei(ar)r dr = G_{2N} + D_{2A}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Korišćenjem relacija za integraciju \ker i kei funkcija [Jeffrey], uz poznatu jednakosti $\omega = 2\pi f$, i smatrajući da je zemlja nemagnetska sredina, permeabilnosti $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m, sabirci D_{1A} i D_{2A} u (3.23), posle integracije imaju vrednosti

$$\begin{aligned} D_{1A} &= \frac{\pi}{2} \int_R^\infty r \ker\left(\frac{1}{\delta}r\right) dr = -\frac{\pi}{2} \frac{R}{\delta\omega\mu\sigma} 2kei'\frac{R}{\delta} = 12,471 \cdot 10^3 \frac{1}{\sigma f}, \\ D_{2A} &= \frac{\pi}{2} \int_R^\infty r kei\left(\frac{1}{\delta}r\right) dr = \frac{\pi}{2} R\delta \ker'\frac{R}{\delta} = 13,445 \cdot 10^3 \frac{1}{\sigma f}. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Za određivanje sabiraka G_{1N} i G_{2N} korišćeno je Simpsonovo pravilo numeričke integracije [Süli]. Oblast integracije je izdvojena, od površi zemlje do graničnog rastojanja $R = 6\delta$, na $m = 500$ intervala,

$$\Delta r = \frac{R-h}{m} = \frac{R-h}{500}. \quad (3.25)$$

Poznavajući oba sabirka u izrazima (3.23), a time i vrednosti izraza F_1 i F_2 , nepoznati kompleksni koeficijent \underline{C} može da se odredi iz (3.18). Konačno, vrednost koeficijena \underline{C} , za $\underline{I}_0 = 1\text{A}$, iznosi

$$\underline{C} = \frac{I}{2} \frac{\underline{I}_0}{F_1 + jF_2} = \frac{I}{2} \left[\frac{F_1}{F_1^2 + jF_2^2} - j \frac{F_2}{F_1^2 + jF_2^2} \right]. \quad (3.26)$$

Poznavajući vrednost koeficijenta \underline{C} , bez većih poteškoća, realni deo, $\text{Re}\{\underline{E}_z(r)\}$, imaginarni deo, $\text{Im}\{\underline{E}_z(r)\}$, kao i moduo, $|\underline{E}_z(r)|$ kompleksnog vektora jačine električnog polja, može da se odredi iz (3.12).

Nije naodmet još jednom napomenuti da se vrednost koeficijenta \underline{C} , a samim tim i raspodela vektora jačine električnog polja, u zemlji, menja u funkciji parametara f , σ , μ i h . Izvođenje je urađeno u skladu sa pretpostavkama datim na početku poglavlja 2.2.1.

3.2 Određivanje vektora gustine struje u homogenom zemljištu

Pošto vektor gustine struje $\underline{\vec{J}}$, ima isti pravac i smer kao vektor jačine električnog polja, $\underline{\vec{E}}$, on lako može da se odredi pomoću izraza

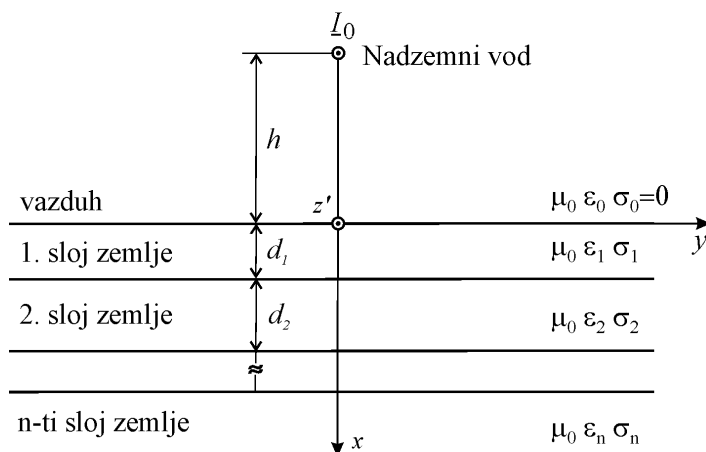
$$\underline{\vec{J}} = \sigma \underline{\vec{E}} \quad \underline{J}_z = \sigma \underline{E}_z \quad (3.27)$$

u svim tačkama unutar zemlje, za različite vrednosti visine nadzemnog voda, h , različite specifične provodnosti zemlje, σ i učestanosti, f , kao i jačine struje \underline{I}_0 . Još jednom treba da se naglasi da se pri proračunu, zemlja smatrala polubeskonačnom, homogenom sredinom, konstantne specifične provodnosti σ i permeabilnosti jednake permeabilnosti vakuuma, $\mu = \mu_0$. Ta aproksimacija je prihvatljiva u slučajevima kada se zemlja posmatra kao povratni vod.

3.3 Određivanje vektora gustine struje u višeslojnom zemljištu

Iako se mnoge analize zasnivaju na pretpostavci da je zemlja homogena, sa konstantnom specifičnom provodnošću, činjenica je ipak ta, da je zemlja retko homogena, i da se njena specifična provodnost, menja od tačke do tačke. U praksi, zemlja se često posmatra kao da se sastoji od više slojeva različitih elektromagnetskih osobina.

Da bi se napravio realan model zemljišta, treba da se uzme u obzir njegova slojevita struktura. Idealizovan izgled višeslojnog zemljišta, prikazan je na slici 3.4.



Slika 3.4 *Nadzemni vod iznad višeslojnog zemljišta*

Prvi sloj, u skladu sa slikom 3.4, se modeluje kao sloj konačne debljine d_1 , specifične provodnosti σ_1 i permitivnosti ϵ_1 . Sledeći sloj ima takođe konačnu debljinu d_2 , specifičnu provodnost σ_2 i permitivnost ϵ_2 . Poslednji n -ti sloj se smatra polubeskonačnim, odgovarajućih elektromagnetskih karakteristika. Slojevi se posmatraju kao da su nemagnetski, permeabilnosti jednako permeabilnosti vakuuma (vazduha), μ_0 .

Za oblast niskih frekvencija koje se razmatraju pri ovom izvođenju, polje je kvazistatičko, što znači da se gustina struje pomeraja može zanemariti. U tom slučaju, permitivnost slojeva ne igra ulogu u određivanju raspodele vektora gustine struje i može da se smatra da je permitivnost slojeva jednaka permitivnosti vakuuma (vazduha), $\epsilon = \epsilon_0$ [Popović, 1986]. U Prilogu 1 su date osnovne relacije koje potkrepljuju date tvrdnje.

Određivanje vektora gustine struje u višeslojnom zemljištu je neznatno složenije nego u slučaju kada se zemlja smatra homogenom sredinom jednake specifične provodnosti u svim tačkama.

U skladu sa posmatranim modelom sa slike 3.4, i razmatranjima sa početka ovog poglavlja, vektor jačine električnog polja ima samo z' komponentu, što znači da je tangentan na razdvojni površ između pojedinih slojeva različitih specifičnih provodnosti. Granični uslovi, da tangencijalne komponente vektora jačine električnog polja na razdvojnoj površi susednih slojeva, i -tog i j -tog, moraju da budu jednaki, su, prema tome, ispunjeni

$$\vec{n} \times (\vec{E}_i - \vec{E}_j) = 0, \quad (3.28)$$

odnosno

$$E_{it} = E_{jt} \quad (3.29)$$

Iz gornje jednakosti se zaključuje, da je određivanje vektora jačine električnog polja u višeslojnom zemljištu identično postupku opisanom za homogeno zemljište. Vektor gustine struje se, zatim, poznavajući specifične provodnosti slojeva, odnosno njihove specifične otpornosti, $\rho = 1/\sigma$, određuje za pojedine slojeve kao

$$\underline{J}_1(r) = \sigma_1 \underline{E}_z(r), \quad \underline{J}_2(r) = \sigma_2 \underline{E}_z(r), \quad \dots \quad \underline{J}_n(r) = \sigma_n \underline{E}_z(r). \quad (3.30)$$

Na osnovu (3.29) i (3.30) sledi, da će na razdvojnim površima vektor gustine struje imati skokovite promene u skadu sa

$$\underline{J}_j = \frac{\sigma_j}{\sigma_i} \underline{J}_i = \frac{\rho_i}{\rho_j} \underline{J}_i. \quad (3.31)$$

Na primer, pri prelazu iz sloja jedne specifične provodnosti, σ_i , u sloj druge specifične provodnosti, σ_j , vektor gustine struje se skokovito menja, dok unutar sloja opada u dubinu od jedne granične površi sloja do druge ($\sigma_j > \sigma_i \rightarrow J_j > J_i$).

3.4 Elementi Pointingovog vektora

Kao što je u uvodnom delu napomenuto, impedansa zemlje se u predloženom metodu koji se opisuje u radu, određuje pomoću Pointingovog vektora. U ovom poglavlju će detaljnije da se objasni način određivanja kompleksnog Pointingovog vektora,

$$\underline{\vec{P}} = \underline{\vec{E}} \times \underline{\vec{H}}^*, \quad (3.32)$$

a samim tim i impedanse zemlje.

Posmatrajući još jednom izraz za kompleksnu snagu,

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = \underline{Z} |\underline{I}_0|^2 = \int_{S_{zemlje}} (\underline{\vec{E}} \times \underline{\vec{H}}^*) \cdot d\underline{\vec{S}}, \quad (3.33)$$

vidimo, da se impedansa zemlje može odrediti ako se izračuna fluks kompleksnog Pointingovog vektora kroz površ zemlje. Iz (3.33) se zaključuje, da je kompleksni Pointingov vektor normalan na ravan koju obrazuju vektori $\underline{\vec{E}}$ i $\underline{\vec{H}}^*$, i da ima dimenziju površinske gustine snage, u jedinicama $[VA/m^2]$. Energija se prenosi kroz elektromagnetsko polje u pravcu i smeru kompleksnog Pointingovog vektora, a količina prenesene kompleksne energije, po jedinici vremena i jedinici površine normalne na vektor, predstavlja intenzitet kompleksnog Pointingovog vektora [Juhas].

U opštem slučaju, vektorski proizvod $\underline{\vec{E}} \times \underline{\vec{H}}^*$ u Dekartovom koordinatnom sistemu, (x, y, z') može da se napiše u obliku

$$\vec{E} \times \vec{H}^* = \begin{vmatrix} \vec{i}_x & \vec{i}_y & \vec{i}_z \\ E_x & E_y & E_z \\ H_x^* & H_y^* & H_z^* \end{vmatrix}, \quad (3.34)$$

$$\vec{E} \times \vec{H}^* = (E_y H_z^* - E_z H_y^*) \vec{i}_x + (E_z H_x^* - E_x H_z^*) \vec{i}_y + (E_x H_y^* - E_y H_x^*) \vec{i}_z.$$

Vektor normale na površ zemlje $d\vec{S}$, koji u posmatranom koordinatnom sistemu ima x komponentu, može da se predstavi u obliku

$$d\vec{S} = dS(-\vec{i}_x) = \ell dy(-\vec{i}_x). \quad (3.35)$$

Elementarna površ dS je pravougaonik, širine dy i jedinične dužine ℓ u pravcu z' ose. Posle množenja svake od komponenti vektora $\vec{E} \times \vec{H}^*$ iz (3.34) jediničnim vektorom $-\vec{i}_x$, u podintegralnoj funkciji (3.33) ostaje samo član

$$(\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot d\vec{S} = (E_y H_z^* - E_z H_y^*) \vec{i}_x \cdot \ell dy(-\vec{i}_x) = -(E_y H_z^* - E_z H_y^*) \cdot \ell dy. \quad (3.36)$$

Posmatrajući izraz na desnoj strani (3.36) i na osnovu geometrije sistema (slika 3.5), može da se zaključi da y komponenta vektora jačine električnog polja, E_y , ne postoji, a da je komponenta H_z^* jednaka nuli, pošto ne doprinosi fluksu Pointingovog vektora kroz površ zemlje. Time se podintegralna funkcija svodi na izraz

$$(\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot d\vec{S} = E_z H_y^* \ell dy, \quad (3.37)$$

iz kojeg se vidi, da Pointingov vektor zavisi samo od z komponente vektora jačine električnog polja, E_z i y komponente, tj. projekcije vektora magnetskog polja, \vec{H}_y^* na površ zemlje.

Posmatrajući izraz (3.33), se vidi da je ostalo još samo da se odredi oblast integracije, S_{zemlje} , koja se određuje na sledeći način.

Pošto nas, za određivanje impedanse zemlje, interesuje snaga koja prodire u zemlju kroz njenu celokupnu površ, integracija treba da se izvrši od $-\infty$ do $+\infty$, što se, zbog simetrije, može računati i kao

$$\underline{Z} = \frac{1}{|\underline{I}_0|^2} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} E_z H_y^* \ell dy = \frac{2\ell}{|\underline{I}_0|^2} \cdot \int_0^{\infty} E_z H_y^* dy. \quad (3.38)$$

Podužna impedansa zemlje, prema tome, svodi se na

$$\underline{Z}' = \frac{2}{|\underline{I}_0|^2} \cdot \int_0^{\infty} E_z H_y^* dy. \quad (3.39)$$

To znači da je potrebno poznavati z komponentu vektora jačine električnog polja, što je urađeno u prethodnom delu teksta i y komponentu vektora jačine magnetskog polja u svakoj tački površi zemlje ($x = 0$), što će biti opisano u narednom potpoglavlju.

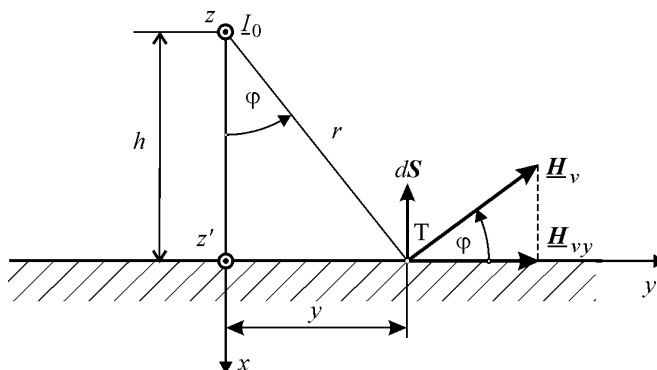
3.5 Određivanje kompleksnog vektora jačine magnetskog polja

Nakon što je određen vektor jačine električnog polja, potrebno je da se odredi i vektor jačine magnetskog polja, \vec{H} , što je mnogo složeniji i izazovniji zadatak [Prša, 2008]. Kompleksni vektor jačine magnetskog polja \vec{H} , na površi zemlje, sadrži dve komponente. Jedna potiče od struje jačine I_0 u nadzemnom vodu, dok druga potiče od struje unutar zemlje.

3.5.1 Određivanje vektora jačine magnetskog polja koji potiče od jačine struje u nadzemnom vodu

U skladu sa slikom 3.5, komponenta vektora jačine magnetskog polja, koja potiče od struje jačine I_0 u nadzemnom vodu, obeležena sa \vec{H}_v , u proizvoljnoj tački T(0,y) na površi zemlje, ima vrednost

$$\vec{H}_v = \frac{I_0}{2\pi r} \vec{i}_\varphi. \quad (3.40)$$



Slika 3.5 Magnetsko polje na površi zemlje koje potiče od struje u nadzemnom vodu

Posmatrajući izraz (3.39), uočava se da je za određivanje Pointingovog vektora od značaja samo projekcija vektora \vec{H}_v na površ zemlje, koja iznosi

$$\vec{H}_{vy} = \frac{I_0}{2\pi r} \cos \varphi = \frac{I_0}{2\pi r} \cdot \frac{h}{h^2 + y^2}, \quad (3.41)$$

uz elementarne trigonometrijske funkcije, koje se lako uočavaju na slici 3.5,

$$\cos \varphi = \frac{h}{r} \quad \text{i} \quad r^2 = h^2 + y^2. \quad (3.42)$$

3.5.2 Određivanje vektora jačine magnetskog polja koji potiče od jačine struje u zemlji

Drugu komponentu vektora jačine magnetskog polja stvara vektor gustine struje unutar zemlje, $\vec{J}_0(R)$, čija se raspodela dobija na način opisan u poglavljima 3.1 i 3.2. Ako sa \vec{H}_0 obeležimo tu komponentu vektora jačine magnetskog polja, rezultatni vektor \vec{H} može da se predstavi kao zbir te dve komponente,

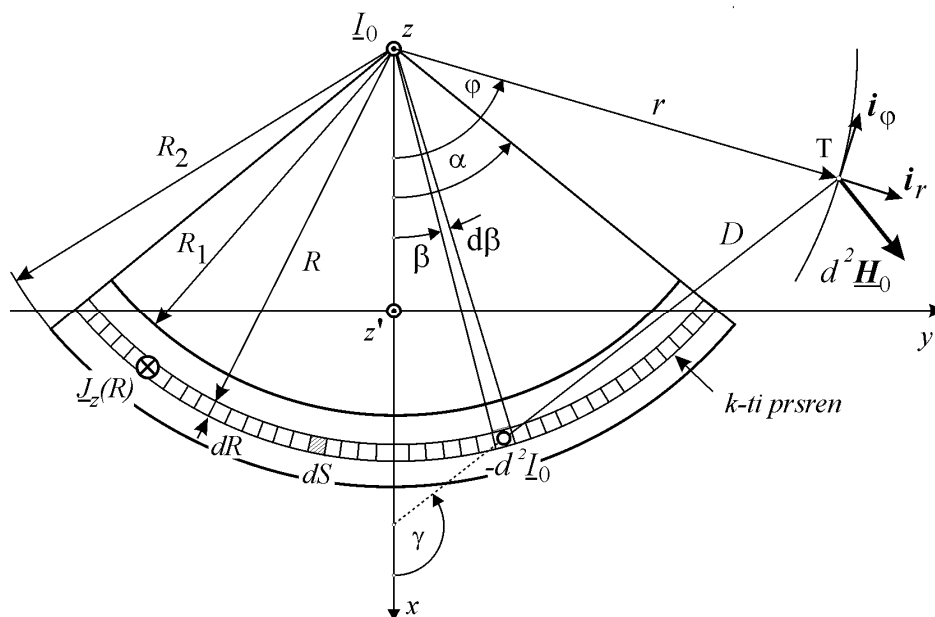
$$\vec{H} = \vec{H}_v + \vec{H}_0. \quad (3.43)$$

Pri određivanju kompleksnog vektora magnetskog polja \vec{H} , treba posmatrati sliku 3.6 i koristiti oznake sa te slike.

Uvođenjem kompleksnih cilindričnih koordinata, „kompleksni” ortovi u smeru r i φ ose su,

$$\vec{i}_r = e^{i\varphi} \quad \text{i} \quad \vec{i}_\varphi = ie^{i\varphi}. \quad (3.44)$$

Imaginarna jedinica i se uvodi u obeležavanja, pošto je imaginarna jedinica j iskorišćena pri definisanju kompleksne zavisnosti u frekvencijskom domenu (3.1).



Slika 3.6 Raspodela magnetskog polja usled postojanja struje u zemlji

Elementarno strujno vlakno, sa diferencijalnom strujom jačine $-d^2 I_0$, prouzrokuje u proizvoljnoj tački T iznad površi zemlje, a koja se nalazi na rastojanju D od vlakna, kompleksni vektor jačine magnetskog polja,

$$d^2 \underline{H}_0 = \frac{-d^2 \underline{I}_0}{2\pi D} \vec{i}_\varphi = -ie^{i\gamma} \frac{d^2 \underline{I}_0}{2\pi D}, \quad (3.45)$$

pri čemu je diferencijalna jačina struje, $-d^2 \underline{I}_0$, na mestu elementarne površi $dS = R d\beta dR$,

$$d^2 \underline{I}_0 = \underline{J}(R) dS = \underline{J}(R) R d\beta dR. \quad (3.46)$$

Prema oznakama rastojanja sa slike 3.6, važe relacije

$$de^{i\gamma} = re^{i\varphi} - Re^{i\beta} \quad \text{odnosno} \quad de^{-i\gamma} = re^{-i\varphi} - Re^{-i\beta}. \quad (3.47)$$

Da bi se izračunao fluks Pointingovog vektora kroz površ zemlje, tačku T treba „spustiti” na površ zemlje. Uvrštavanjem izraza (3.47) u jednačinu (3.46) i posmatrajući tačku T na površi zemlje, $T(0, \gamma)$, dobija se da je

$$d^2 \underline{H}_0 = -i \frac{\underline{J}(R)}{2\pi} R \frac{d\beta}{re^{-i\varphi} - Re^{-i\beta}} dR. \quad (3.48)$$

U gornjem izrazu figurišu dva rastojanja. Jedno je rastojanje tačke T do nadzemnog voda obeleženo sa r , a drugo, rastojanje nadzemnog voda do strujnog vlakna $-d^2 \underline{I}_0$, obeleženo sa R . Posmatrajući imenilac izraza (3.48), nameće se zaključak da strujno polje može da se подели na dve oblasti: jednu za $r < R$ i drugu za $r > R$.

3.5.2.1 Određivanje vektora jačine magnetskog polja u oblasti $r > R$

Analizirajmo prvo oblast, gde je $r > R$. U toj oblasti se nalaze tačke, koje su „ispod” dela prstena kojem pripada strujno vlakno čiji se uticaj analizira. Izvlačenjem člana $re^{-i\varphi}$ iz brojioca izraza 3.48, dobija se da je

$$d^2 \underline{H}_0 = -i \frac{\underline{J}(R)}{2\pi} R \frac{d\beta}{re^{-i\varphi} - Re^{-i\beta}} dR = -i \frac{\underline{J}(R)}{2\pi} \frac{R}{r} \frac{e^{i\varphi}}{1 - \frac{R}{r} e^{i\varphi} e^{-i\beta}} d\beta dR. \quad (3.49)$$

S obzirom da je

$$\left| \frac{R}{r} e^{i\varphi} e^{-i\beta} \right| < 1, \quad (3.50)$$

izraz

$$\left(1 - \frac{R}{r} e^{i\varphi} e^{-i\beta} \right)^{-1}, \quad (3.51)$$

može da se razvije u beskonačan red (Maklorenov red) [Adžić],

$$\left(1 - \frac{R}{r} e^{i\varphi} e^{-i\beta}\right)^{-1} = \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^m e^{im\varphi} e^{-im\beta}, \quad (3.52)$$

tako da je drugi diferencijal vektora jačine magnetskog polja, prouzrokovan strujnim vlaknom,

$$d^2 \underline{H}_0 = -i \frac{\underline{J}(R)}{2\pi} \left[\sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^{m+1} e^{i(m+1)\varphi} e^{-im\beta} \right] d\beta dR. \quad (3.53)$$

Ceo kružni segment površine $2\alpha(R_2^2 - R_1^2)$ stvara u tački T prvi diferencijal vektora jačine magnetskog polja,

$$d\underline{H}_0 = -i \frac{1}{2\pi} \sum_{m=0}^{\infty} e^{i(m+1)\varphi} \left[\int_{R_1}^{R_2} \left(\frac{R}{r}\right)^{m+1} \underline{J}(R) dR \int_{-\alpha}^{+\alpha} e^{-im\beta} d\beta \right]. \quad (3.54)$$

S obzirom da je ugao α konstantan za ceo kružni segment, drugi integral u 3.54,

$$\int_{-\alpha}^{+\alpha} e^{-im\beta} d\beta = 2 \frac{\sin(m\alpha)}{m}, \quad (3.55)$$

može da se izvuče ispred integrala po koordinati R , tako da se, konačno, dobija vektor jačine magnetskog polja, prouzrokovan kružnim strujnim segmentom između rastojanja R_1 i R_2 od nadzemnog voda, čiji je intenzitet

$$d\underline{H}_0 = -i \frac{1}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin(m\alpha)}{m} e^{i(m+1)\varphi} \left[\int_{R_1}^{R_2} \left(\frac{R}{r}\right)^{m+1} \underline{J}(R) dR \right]. \quad (3.56)$$

Kompleksni vektor jačine magnetskog polja ima r i φ komponentu,

$$d\vec{H}_0 = d\underline{H}_0 \vec{i}_r + d\underline{H}_0 \vec{i}_\varphi = e^{i\varphi} d\underline{H}_0 r + i e^{i\varphi} d\underline{H}_0 \varphi. \quad (3.57)$$

Ako se obe strane gornje jednakosti pomnože sa $e^{-i\varphi}$,

$$e^{-i\varphi} d\underline{H}_0 = d\underline{H}_0 r + i d\underline{H}_0 \varphi. \quad (3.58)$$

iz (3.56) se dobija

$$e^{-i\varphi} d\underline{H}_0 = \frac{1}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin(m\alpha)}{m} \left(-i e^{im\varphi} \right) \left[\int_{R_1}^{R_2} \left(\frac{R}{r}\right)^{m+1} \underline{J}(R) dR \right], \quad (3.59)$$

$$e^{-i\varphi} d\underline{H}_0 = \frac{1}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin(m\alpha)}{m} (\sin(m\varphi) - i \cos(m\varphi)) \left[\int_{R_1}^{R_2} \left(\frac{R}{r}\right)^{m+1} \underline{J}(R) dR \right].$$

Prema tome, koordinatne komponente vektora $d\vec{H}_0$, postaju,

$$dH_{0r} = \frac{I}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin(m\alpha)}{m} \sin(m\varphi) \left[\int_{R_1}^{R_2} \left(\frac{R}{r}\right)^{m+1} \underline{J}(R) dR \right], \quad (3.60)$$

$$dH_{0\varphi} = -\frac{I}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin(m\alpha)}{m} \cos(m\varphi) \left[\int_{R_1}^{R_2} \left(\frac{R}{r}\right)^{m+1} \underline{J}(R) dR \right]. \quad (3.61)$$

S obzirom da funkcija $\underline{J}(R)$ nije data u analitičkom obliku, gornje integrale nije moguće rešiti analitički. Postavlja se pitanje, kako treba izabrati funkciju, koja bi najbolje aproksimirala realni i imaginarni deo funkcije $\underline{J}(R)$.

Pošto je ugao α isti za sve kružne segmente, čija je debljina veoma mala u oblasti u kojoj najznačajniji deo snage prodire u zemlju, a to je u oblasti ispod nadzemnog voda, pretpostavka da je zavisnost intenziteta gustine struje od rastojanja, unutar dela kružnog prstena, u zemlji, linearna, daje prihvatljivu zamenu funkcije $\underline{J}(R)$, pravom.

Na osnovu prethodnog razmatranja, može da se pretpostavi linearna promena i realnog i imaginarnog dela kompleksnog vektora gustine struje, $\underline{J}(R)$, između poluprečnika R_1 i R_2 , opšteg oblika,

$$Re\{\underline{J}(R)\} = a_1 R + b_1, \quad Im\{\underline{J}(R)\} = a_2 R + b_2 \quad za \quad R_1 \leq R \leq R_2, \quad (3.62)$$

Pri tome su poznate vrednosti komponenti $\underline{J}(R_1)$ i $\underline{J}(R_2)$, koje su određene na način opisan u poglavljima 3.1 i 3.2. Koeficijenti a_1 i a_2 , kao i slobodni članovi b_1 i b_2 su,

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{Re\{\underline{J}(R_2)\} - Re\{\underline{J}(R_1)\}}{R_2 - R_1} \quad i \quad b_1 = Re\{\underline{J}(R_1)\} - a_1 R_1 = Re\{\underline{J}(R_2)\} - a_1 R_2, \\ a_2 &= \frac{Im\{\underline{J}(R_2)\} - Im\{\underline{J}(R_1)\}}{R_2 - R_1} \quad i \quad b_2 = Im\{\underline{J}(R_1)\} - a_2 R_1 = Im\{\underline{J}(R_2)\} - a_2 R_2. \end{aligned} \quad (3.63)$$

Za ovako definisanu funkciju raspodele gustine struje, $\underline{J}(R)$, integracija izraza (3.60) i (3.61) može da se izvede bez većih poteškoća. Dobijene r i φ komponente vektora jačine magnetskog polja, između poluprečnika R_1 i R_2 su

$$dH_{0r} = \frac{I}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{\sin m\alpha}{m} \sin m\varphi \left[\frac{ar^2}{m+3} \left[\left(\frac{R_2}{r}\right)^{m+3} - \left(\frac{R_1}{r}\right)^{m+3} \right] + \frac{br}{m+2} \left[\left(\frac{R_2}{r}\right)^{m+2} - \left(\frac{R_1}{r}\right)^{m+2} \right] \right] \right\}, \quad (3.64)$$

$$d\mathbf{H}_{0\varphi} = -\frac{1}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{\sin m\alpha}{m} \cos m\varphi \left\{ \frac{ar^2}{m+3} \left[\left(\frac{R_2}{r} \right)^{m+3} - \left(\frac{R_1}{r} \right)^{m+3} \right] + \frac{br}{m+2} \left[\left(\frac{R_2}{r} \right)^{m+2} - \left(\frac{R_1}{r} \right)^{m+2} \right] \right\} \right\}. \quad (3.65)$$

Ako se poslednja dva izraza pažljivo pogledaju, uočava se da su to dva beskonačna reda tekućeg indeksa m , koji postaju neodređeni izrazi za $m = 0$. Za sve druge vrednosti indeksa m , oba reda su *konvergentna*. Da bi magnetsko polje moglo da se odredi, neophodno je da se izračunaju svi članovi izraza (3.64) i (3.65). Prvi član u (3.64), se dobija pronalaženjem granične vrednosti izraza kad $m \rightarrow 0$. Kako je

$$\lim_{m \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\pi} \frac{\sin m\alpha}{m} \sin m\varphi \left\{ \frac{ar^2}{m+3} \left[\left(\frac{R_2}{r} \right)^{m+3} - \left(\frac{R_1}{r} \right)^{m+3} \right] + \frac{br}{m+2} \left[\left(\frac{R_2}{r} \right)^{m+2} - \left(\frac{R_1}{r} \right)^{m+2} \right] \right\} \right) = 0, \quad (3.66)$$

sabiranje komponenti, u (3.64) praktično počinje sa članom, za $m = 1$. Vrednost prvog člana niza (3.65), za $m = 0$, koji definiše φ komponentu vektora jačine magnetskog polja je različita od nule i iznosi

$$\begin{aligned} & \lim_{m \rightarrow 0} \left(\frac{\sin m\alpha}{m} \cos m\varphi \left\{ \frac{ar^2}{m+3} \left[\left(\frac{R_2}{r} \right)^{m+3} - \left(\frac{R_1}{r} \right)^{m+3} \right] + \frac{br}{m+2} \left[\left(\frac{R_2}{r} \right)^{m+2} - \left(\frac{R_1}{r} \right)^{m+2} \right] \right\} \right) = \\ & = \frac{ar^2}{3} \left[\left(\frac{R_2}{r} \right)^3 - \left(\frac{R_1}{r} \right)^3 \right] + \frac{br}{2} \left[\left(\frac{R_2}{r} \right)^2 - \left(\frac{R_1}{r} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (3.67)$$

Prema tome, r i φ komponente vektora jačine magnetskog polja, u oblasti $r > R$, postaju

$$d\mathbf{H}_{0r} = \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \frac{\sin m\alpha}{m} \sin m\varphi \left\{ \frac{ar^2}{m+3} \left[\left(\frac{R_2}{r} \right)^{m+3} - \left(\frac{R_1}{r} \right)^{m+3} \right] + \frac{br}{m+2} \left[\left(\frac{R_2}{r} \right)^{m+2} - \left(\frac{R_1}{r} \right)^{m+2} \right] \right\} \right\}, \quad (3.68)$$

$$\begin{aligned} d\mathbf{H}_{0\varphi} &= -\frac{\alpha}{\pi} \left\{ \frac{ar^2}{3} \left[\left(\frac{R_2}{r} \right)^3 - \left(\frac{R_1}{r} \right)^3 \right] + \frac{br}{2} \left[\left(\frac{R_2}{r} \right)^2 - \left(\frac{R_1}{r} \right)^2 \right] \right\} - \\ & - \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \frac{\sin m\alpha}{m} \cos m\varphi \left\{ \frac{ar^2}{m+3} \left[\left(\frac{R_2}{r} \right)^{m+3} - \left(\frac{R_1}{r} \right)^{m+3} \right] + \frac{br}{m+2} \left[\left(\frac{R_2}{r} \right)^{m+2} - \left(\frac{R_1}{r} \right)^{m+2} \right] \right\} \right\}. \end{aligned} \quad (3.69)$$

3.5.2.2 Određivanje vektora jačine magnetskog polja u oblasti $r < R$

Polazeći od jednačine (3.49), koristeći sličan postupak proračuna koji je opisan u 3.6.1, dolazi se do izraza za vektor magnetskog polja u oblasti $r < R$. To je oblast između površi zemlje i tankog prstena kojem pripada strujno vlakno čiji se uticaj analizira. Za razliku od transformacije izraza (3.49) pri $r > R$, kada se u prvom koraku iz imenioca izvukao član $re^{-i\varphi}$, sada se iz imenioca izdvaja član $Re^{-i\beta}$.

$$d^2 \underline{H}_0 = -i \frac{J(R)}{2\pi} R \frac{d\beta}{re^{-i\varphi} - Re^{-i\beta}} dR = i \frac{J(R)}{2\pi} \frac{e^{i\beta}}{1 - \frac{r}{R} e^{-i\varphi} e^{i\beta}} d\beta dR. \quad (3.70)$$

Pošto je

$$\left| \frac{r}{R} e^{-i\varphi} e^{i\beta} \right| < 1, \quad (3.71)$$

izraz

$$\left(1 - \frac{r}{R} e^{-i\varphi} e^{i\beta} \right)^{-1}, \quad (3.72)$$

može takođe da se razvije u beskonačan Maklorenov red,

$$\left(1 - \frac{r}{R} e^{-i\varphi} e^{i\beta} \right)^{-1} = \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{r}{R} \right)^m e^{-im\varphi} e^{im\beta}. \quad (3.73)$$

Time drugi diferencijal vektora jačine magnetskog polja, prouzrokovan strujnim vlaknom postaje,

$$d^2 \underline{\vec{H}}_0 = i \frac{J(R)}{2\pi} \left[\sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{r}{R} \right)^{m+1} e^{-im\varphi} e^{i(m+1)\beta} \right] d\beta dR. \quad (3.74)$$

Kružni segment površine $2\alpha(R_2^2 - R_1^2)$ stvara sada u tački T prvi diferencijal vektora jačine magnetskog polja,

$$d\underline{H}_0 = i \frac{1}{2\pi} \sum_{m=0}^{\infty} e^{-im\varphi} \left[\int_{R_1}^{R_2} \left(\frac{r}{R} \right)^m \underline{J}(R) \int_{-\alpha}^{+\alpha} e^{i(m+1)\beta} d\beta dR \right]. \quad (3.75)$$

Princip izračunavanja oba integrala u (3.54) je isti kao u slučaju $r > R$. Integral po promenljivoj β , u ovom slučaju je

$$d\underline{H}_0 = i \frac{1}{2\pi} \sum_{m=0}^{\infty} e^{-im\varphi} \left[\int_{R_1}^{R_2} \left(\frac{r}{R} \right)^m \underline{J}(R) \int_{-\alpha}^{+\alpha} e^{i(m+1)\beta} d\beta dR \right]. \quad (3.76)$$

Ostaje još da se reši integral po promenljivoj R . Uvrštavanjem izraza (3.76) u (3.75) dobija se

$$\int_{-\alpha}^{+\alpha} e^{i(m+1)\beta} d\beta = 2 \frac{\sin(m+1)\alpha}{m+1}. \quad (3.77)$$

Ako se gornji izraz predstavi preko koordinatnih komponenti, istim postupkom kao u (3.58)

$$e^{-i\varphi} d\vec{H}_0 = d\vec{H}_{0r} + i d\vec{H}_{0\varphi}, \quad (3.78)$$

dobija se beskonačna suma

$$e^{-i\varphi} d\vec{H}_0 = \frac{1}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin(m+1)\alpha}{m+1} [\sin(m+1)\varphi + i \cos(m+1)\varphi] \int_{R_1}^{R_2} \left(\frac{r}{R}\right)^m \underline{J}(R) dR, \quad (3.79)$$

koja može da se predstavi i u obliku

$$e^{-i\varphi} d\vec{H}_0 = \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin(m\alpha)}{m} [\sin(m\varphi) + i \cos(m\varphi)] \int_{R_1}^{R_2} \left(\frac{r}{R}\right)^{m-1} \underline{J}(R) dR. \quad (3.80)$$

Gornji izraz je sličan izrazu (3.59). Osnovna razlika je u tome, što suma u (3.80) kreće od $m = 1$, međutim ta promena neće uticati na krajnji rezultat.

Koordinatne komponente vektora $d\vec{H}_0$, za oblast $r < R$, postaju,

$$d\vec{H}_{0r} = \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin(m\alpha)}{m} \sin(m\varphi) \left[\int_{R_1}^{R_2} \left(\frac{r}{R}\right)^{m-1} \underline{J}(R) dR \right] \vec{i}_r, \quad (3.81)$$

$$d\vec{H}_{0\varphi} = \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin(m\alpha)}{m} \cos(m\varphi) \left[\int_{R_1}^{R_2} \left(\frac{r}{R}\right)^{m-1} \underline{J}(R) dR \right] \vec{i}_\varphi. \quad (3.82)$$

Zamenjujući funkciju gustine struje $\underline{J}(R)$, između R_1 i R_2 jednačinom prave, kao i u oblasti $r > R$, nakon integracije, realni i imaginarni deo intenziteta magnetskog polja \vec{H}_r i \vec{H}_φ se mogu zapisati u obliku

$$d\vec{H}_{0r} = \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \frac{\sin m\alpha}{m} \sin m\varphi \left[\frac{ar^2}{m-3} \left[\left(\frac{r}{R_1}\right)^{m-3} - \left(\frac{r}{R_2}\right)^{m-3} \right] + \frac{br}{m-2} \left[\left(\frac{r}{R_1}\right)^{m-2} - \left(\frac{r}{R_2}\right)^{m-2} \right] \right] \right\}, \quad (3.83)$$

$$dH_{0\varphi} = \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \frac{\sin m\alpha}{m} \cos m\varphi \left\{ \frac{ar^2}{m-3} \left[\left(\frac{r}{R_1} \right)^{m-3} - \left(\frac{r}{R_2} \right)^{m-3} \right] + \frac{br}{m-2} \left[\left(\frac{r}{R_1} \right)^{m-2} - \left(\frac{r}{R_2} \right)^{m-2} \right] \right\} \right\}. \quad (3.84)$$

Lako se uočava, da izrazi (3.83) i (3.84) nisu definisani za $m = 2$ i $m = 3$, pošto se za date vrednosti promenljive m dobijaju izrazi oblika "0/0". Zbog toga, za određivanje navedenih sabiraka, treba primeniti Lopitalovo pravilo [Ross]. Konačno, komponente vektora jačine magnetskog polja, prouzrokovanog strujnom raspodelom u zemlji, dobijaju sledeći oblik

$$\begin{aligned} dH_{0r} = & \frac{1}{\pi} \sin\alpha \cdot \sin\varphi \left\{ \frac{ar^2}{2} \left[\left(\frac{R_2}{r} \right)^2 - \left(\frac{R_1}{r} \right)^2 \right] + br \left[\left(\frac{R_2}{r} \right) - \left(\frac{R_1}{r} \right) \right] \right\} + \\ & + \frac{1}{2\pi} \sin 2\alpha \cdot \sin 2\varphi \left\{ ar^2 \left[\left(\frac{R_2}{r} \right) - \left(\frac{R_1}{r} \right) \right] + br \ln \frac{R_2}{R_1} \right\} + \\ & + \frac{1}{3\pi} \sin 3\alpha \cdot \sin 3\varphi \left\{ ar^2 \ln \frac{R_2}{R_1} + br \left[\left(\frac{r}{R_1} \right) - \left(\frac{r}{R_2} \right) \right] \right\} + \\ & + \frac{1}{\pi} \sum_{m=4}^{\infty} \left\{ \frac{\sin m\alpha}{m} \sin m\varphi \left\{ \frac{ar^2}{m-3} \left[\left(\frac{r}{R_1} \right)^{m-3} - \left(\frac{r}{R_2} \right)^{m-3} \right] + \frac{br}{m-2} \left[\left(\frac{r}{R_1} \right)^{m-2} - \left(\frac{r}{R_2} \right)^{m-2} \right] \right\} \right\}, \end{aligned} \quad (3.85)$$

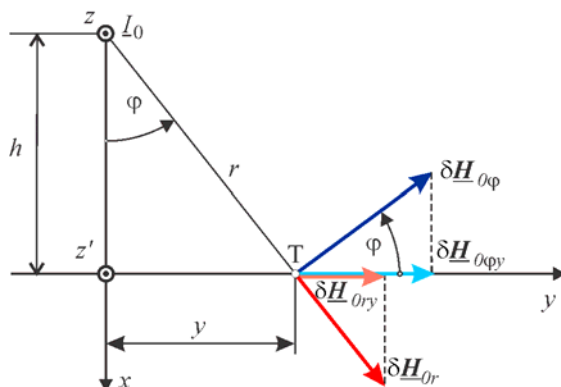
$$\begin{aligned} dH_{0\varphi} = & \frac{1}{\pi} \sin\alpha \cos\varphi \left\{ \frac{ar^2}{2} \left[\left(\frac{R_2}{r} \right)^2 - \left(\frac{R_1}{r} \right)^2 \right] + br \left[\left(\frac{R_2}{r} \right) - \left(\frac{R_1}{r} \right) \right] \right\} + \\ & + \frac{1}{2\pi} \sin 2\alpha \cos 2\varphi \left\{ ar^2 \left[\left(\frac{R_2}{r} \right) - \left(\frac{R_1}{r} \right) \right] + br \ln \frac{R_2}{R_1} \right\} + \\ & + \frac{1}{3\pi} \sin 3\alpha \cos 3\varphi \left\{ ar^2 \ln \frac{R_2}{R_1} + br \left[\left(\frac{r}{R_1} \right) - \left(\frac{r}{R_2} \right) \right] \right\} + \\ & + \frac{1}{\pi} \sum_{m=4}^{\infty} \left\{ \frac{\sin m\alpha}{m} \cos m\varphi \left\{ \frac{ar^2}{m-3} \left[\left(\frac{r}{R_1} \right)^{m-3} - \left(\frac{r}{R_2} \right)^{m-3} \right] + \frac{br}{m-2} \left[\left(\frac{r}{R_1} \right)^{m-2} - \left(\frac{r}{R_2} \right)^{m-2} \right] \right\} \right\}. \end{aligned} \quad (3.86)$$

3.5.2.3 Određivanje ukupnog vektora magnetskog polja

Kompleksni vektor jačine magnetskog polja, koji potiče od raspodele vektora gustine struje u zemlji, može, konačno, da se napiše u obliku

$$\underline{H}_{0,y} = \sum_{k=1}^n \left[(dH_{0rk})_y + (dH_{0\varphi k})_y \right], \quad (3.87)$$

gde je n broj prstenova, pomoću kojih se određivao vektor jačine magnetskog polja u proizvoljnoj tački T , na površi zemlje. Obe komponente vektora jačine magnetskog polja, zajedno sa njihovim projekcijama na površ zemlje, prikazane su na slici 3.7.



Slika 3.7 Komponente rezultantnog vektora jačine magnetskog polja na površi zemlje

U skladu sa slikom 3.7, može da se napiše, da je,

$$\underline{H}_{0y} = \sum_{k=1}^n \left[d\underline{H}_{0rk} \sin\varphi + d\underline{H}_{0\phi k} \cos\varphi \right]. \quad (3.88)$$

Uzimajući u obzir da je za određivanje Pointingovog vektora i njegovog fluksa kroz površ zemlje potrebna samo tangencijalna, tj. y komponenta ukupnog vektora magnetskog polja, u skladu sa (3.43) imamo da je,

$$\underline{H}_y = \underline{H}_{vy} + \underline{H}_{0y} = \frac{I_0}{2\pi} \frac{h}{h^2 + y^2} + \sum_{k=1}^n \left[d\underline{H}_{0rk} \frac{y}{\sqrt{h^2 + y^2}} + d\underline{H}_{0\phi k} \frac{h}{\sqrt{h^2 + y^2}} \right]. \quad (3.89)$$

Pomoću ovog izraza i prethodno definisanog kompleksnog vektora jačine električnog polja, može da se odredi Pointingov vektor, njegov fluks i impedansa zemlje.

Na osnovu (3.39), kompleksna podužna impedansa zemlje je,

$$\underline{Z}' = 2 \int_0^{\infty} \underline{E}_z \underline{H}_y^* dy. \quad (3.90)$$

Pošto su izrazi za $\underline{E}_z(y)$ i $\underline{H}_z(y)$ dati u numeričkom obliku, izračunavanje izraza za podužnu impedansu zemlje treba, takođe, izvršiti numeričkim putem. Izraz (3.90) postaje,

$$\begin{aligned}
\underline{Z}' &= \operatorname{Re}\{\underline{Z}'\} + j \operatorname{Im}\{\underline{Z}'\} = \\
&= 2 \sum_{k=1}^n \frac{\operatorname{Re}\{\underline{E}_{zk} \underline{H}_{yk}^*\} + \operatorname{Re}\{\underline{E}_{z(k+1)} \underline{H}_{y(k+1)}^*\}}{2} \Delta y_k + \\
&+ j 2 \sum_{k=1}^n \frac{\operatorname{Im}\{\underline{E}_{zk} \underline{H}_{yk}^*\} + \operatorname{Im}\{\underline{E}_{z(k+1)} \underline{H}_{y(k+1)}^*\}}{2} \Delta y_k,
\end{aligned} \tag{3.91}$$

gde se sabiranje vrši po prstenovima, kojih ima n .

Poluprečnici prstenova su birani tako, da doprinos svakog sabirka u (3.91) bude podjednak u celokupnom domenu integracije. Stoga su intervali Δy_k bili sve veći kako se povećavalo rastojanje y .

Gore opisanim postupkom može da se odredi podužna impedansa zemlje, za različite parametre ρ , h , μ i f u skladu sa izvršenim pretpostavkama datim na početku analize problema.

4. Određivanje impedanse Zemlje metodom konačnih elemenata

Metod konačnih elemenata (MKE) je dobro poznat i opšte prihvaćen alat za rešavanje mnogih problema teorijske i praktične elektrotehnike. Bazira se na diskretizaciji oblasti od interesa na odgovarajući broj podoblasti, tzv. konačnih elemenata.

U dostupnoj literaturi, mogu da se nađu radovi više autora, koji detaljno opisuju razne pristupe rešenjavanju problema proračuna impedanse zemlje koristeći sopstvene formulacije MKE [Cristina], [Triantafyllidis], [Papagiannis], [Papadopoulos, 2007].

U ovoj disertaciji je MKE korišćen prvenstveno za verifikaciju rezultata dobijenih novorazvijenim metodom, detaljno opisanim u prethodnom poglavlju, a ne za upoređivanje dva metoda. I pored toga, osvrt na korišćenje oba metoda će biti dat u zaključku.

MKE prikazan u ovom radu omogućava dva različita pristupa za izračunavanje podužne otpornosti zemlje i podužne induktivnosti (reaktanse) zemlje. U oba slučaja može da se koristi isti model prikazan na slikama 3.1 i 3.2. Ceo numerički proračun može da se primeni na isti poprečni presek A-A i problem može da se tretira kao dvodimenzionalan, 2D

Da bi se odredila raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, najpogodniji način je rešavanje skalarne, kompleksne, parcijalne diferencijalne jednačine, koja se, slično kao izraz (3.8), izvodi iz Maksvelovih jednacina:

$$\frac{\partial^2 \underline{J}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \underline{J}_z}{\partial y^2} - \underline{k}^2 \underline{J}_z = 0, \quad (4.1)$$

gde \underline{J}_z predstavlja z -komponentu kompleksnog vektora gustine struje, dok je \underline{k}^2 određen izrazom (3.9).

Snaga Džulovih gubitaka po jedinici dužine, koja se u zemlji pretvara u toplotu, definisana je na sledeći način:

$$P'_J = \frac{P_J}{\ell} = \frac{1}{\ell} \int_{V_{zemlje}} \rho |\underline{J}_z|^2 dv = \frac{1}{\ell} \int_{S_{zpp}} \rho |\underline{J}_z|^2 \ell dS = \int_{S_{zpp}} \rho |\underline{J}_z|^2 dS = R' |I_0|^2, \quad (4.2)$$

gde je ℓ dužina domena u kojem se vrši proračun, duž z ose. Podužna otpornost zemlje može da se odredi iz (4.2), kao,

$$R' = \frac{P'_J}{|I_0|^2} . \quad (4.3)$$

Da bi se izračunala podužna induktivnosti zemlje, neophodno je odrediti podužnu energiju sadržanu u magnetskom polju u zemlji,

$$W'_m = \frac{W_m}{\ell} = \frac{1}{2\ell} \int_{V_{zemlje}} \mu |\underline{H}|^2 dv = \frac{1}{2} \int_{S_{zpp}} \mu |\underline{H}|^2 dS = \frac{1}{2} L'_z |I_0|^2 . \quad (4.4)$$

Iz gornje jednačine može da se odredi podužna impedansa zemlje, kao,

$$L'_z = \frac{2W'_m}{|I_0|^2} . \quad (4.5)$$

Gornji izraz predstavlja podužnu induktivnost zemlje, ali je to samo prvi deo induktivnosti celog sistema, koji čine nadzemni vod i zemlja kao povratni provodnik. Ukoliko se traži ukupna podužna induktivnost celog sistema, potrebno je jednačini (4.5) dodati i drugi deo, koji predstavlja unutrašnju podužnu induktivnost nadzemnog provodnika. Ukupna podužna impedansa celog sistema je, u tom slučaju, data izrazom,

$$L'_{uk} = L'_z + L'_u = L'_z + \frac{\mu_0}{8\pi} . \quad (4.6)$$

Bilo koji metod baziran na MKE može relativno jednostavno i lako da se koristi. Međutim, čak i 2D proračuni su uvek praćeni velikim brojem elemenata, koji zahtevaju dodatne računarske performanse u pogledu RAM-a, keš memorije i procesorskog vremena. Problem bi bio još izraženiji u slučaju 3D proračuna. Broj elemenata u formiranoj mreži može da se smanji uočavanjem simetrije sistema i korišćenjem najpogodnijih graničnih uslova.

Proračun impedanse zemlje pomoću MKE, zahteva definiciju odgovarajućih granica, uzimajući u obzir vazduh i zemlju kao dva područja sa njihovim sopstvenim parametrima (permitivnost, permeabilnost, specifična provodnost). Veličina ispitivanog domena zavisi od korišćene frekvencije, permeabilnosti i specifične provodnosti zemlje.

Velik broj elemenata daleko od nadzemnog voda ni u jednom slučaju ne utiče na tačnost računanja, ali zahteva značajne dodatne računarske resurse. Najveće promene u strujnoj raspodeli nastupaju upravo ispod provodnika i njegovoj blizini. Da bi se smanjio broj

konačnih elemenata i naglasio domen blizu nadzemnog voda, bez smanjenja tačnosti računanja, deo mreže je generisan ručno. Takav pristup je omogućio kompromis između dva suprotstavljena zahteva:

- značajno smanjenje broja konačnih elemenata uz
- povećanje tačnosti računanja.

Pošto je problem rešavan korišćenjem komercijalnog računarskog pogramskog paketa, COMSOL Multiphysics 3.5a [Comsol], baziranog na MKE, uočen je još jedan tehnički detalj koji nastupa pri korišćenju bilo kog komercijalnog programa. Korisnici moraju prvo da dobro prouče program, i dobro se upoznaju sa programom kao i sa potencijalnim problemima koji mogu da nastupe pri njegovom korišćenju.

5. Dobijeni rezultati

Kao što je rečeno na početku, kao osnovni cilj disertacije je postavljeno razvijanje efikasnog metoda za precizno određivanje frekvencijski zavisne impedanse zemlje, pomoću izraza za fluks kompleksnog Pointingovog vektora kroz površ zemlje.

Nakon što je metod razvijen i njegovom primenom se došlo do rezultata, izvršena je verifikacija metoda upoređivanjem rezultata sa rezultatima koji se dobijaju primenom MKE i uprošćenog Karsonovog obrasca.

Za proveru tačnosti rezultata je korišćena Karson – Klemova formula, [Dommel 1985, 1986], [39], [41] koja koristi samo prve članove razvoja Karsonovog izraza u red.

Verifikacija originalnosti razvijenog metoda i pouzdanosti rezultata dobijenih primenom posmatranog metoda, prikazanog u Poglavlju 3, je potvrđena objavljivanjem rada u priznatom međunarodnom časopisu, [Kasaš-Lažetić, 2015].

Disertacija se nije bavila upoređivanjem dobijenih rezultata sa Karsonovim izrazom u razvijenom obliku.

Da bi se odredili elementi kompleksnog Pointingovog vektora, prvo je određena strujna raspodela u zemlji. Zemljište je uvek, više ili manje nehomogeno, ali u velikom broju slučajeva, pogotovo kada se posmatra na većim rastojanjima, može da se tretira kao homogeno. Zbog toga je važno prvo razmotriti pojave u homogenom zemljištu.

S druge strane, pošto je realno zemljište u većini slučajeva dvoslojno, ili sastavljeno od više različitih slojeva, treba izvršiti proračune raspodele intenziteta vektora gustine struje i za kombinacije slojeva tla koje se najčešće javljaju u okruženju.

Dobijeni rezultati su prikazani na dva načina. Jedan je, klasičan grafički prikaz veličine u funkciji rastojanja, drugi, pomoću izolinija, uz popunjavanje prostora između dve izolinije odgovarajućim bojama sa usvojene palete. Time se promene vrednosti posmatrane veličine predstavljaju promenom nijansi boja iz zadate palete.

Ulazni podaci

Raspodela intenziteta vektora gustine struje po poprečnom preseku zemlje je određena i za homogeno i za dvoslojno zemljište, za osam karakterističnih vrednosti specifične otpornosti zemlje preuzetih iz [85].

Analize su izvršene za pet različitih visina nadzemnog voda iznad površi zemlje i devet različitih vrednosti frekvencija. Frekvencijski opseg obuhvata interval od osnovne industrijske učestanosti, 50 Hz, do pedesetog harmonika.

Ulazni podaci su dati u tabeli 5.1.

TABELA 5.1
Ulazni podaci

$\rho[\Omega m]$	20	50	100	250	500	1 000	2 500	10000
$h [m]$	10	15	20	25	30			
$f[Hz]$	50	100	150	250	350	450	750	1 500 2 500

U skladu sa Pravilnikom o tehničkim normativima za uzemljenja elektroenergetskih postrojenja nazivnog napona iznad 1000 V [85], u tabeli 5.2 su date vrednosti specifičnih otpornosti tla, ρ , za pojedine vrste tla. Zbog toga će, kao parametar u rezultatima, figurisati specifična otpornost, ρ , a ne specifična provodnost, σ .

TABELA 5.2
Vrednosti specifične otpornosti tla

Vrsta tla	$\rho [\Omega m]$
Morska voda	0,2
Rečna voda	50
Treset	20
Humus	20
Baštenska zemlja	40
Ilovača	40
Glinasta zemlja	100
Peskulja	300
Pesak	500
Krečnjak	700
Šljunkovita zemlja	3000
Kamenito tlo	10000

Pošto je većina tipova zemlje nemagnetska, smatra se da je relativna permeabilnost zemlje jednaka jedinici, $\mu_r = 1$. Permitivnost zemlje, u posmatranom frekvencijskom opsegu, može da se izjednači sa permitivnošću vakuuma [Csala], [Prilog 1].

U radu je pretpostavljeno je, da je struja u nadzemnom vodu prostoperiodična, jačine predstavljene u kompleksnom domenu kao

$$\underline{I}_0 = (1 + j0)kA. \quad (5.1)$$

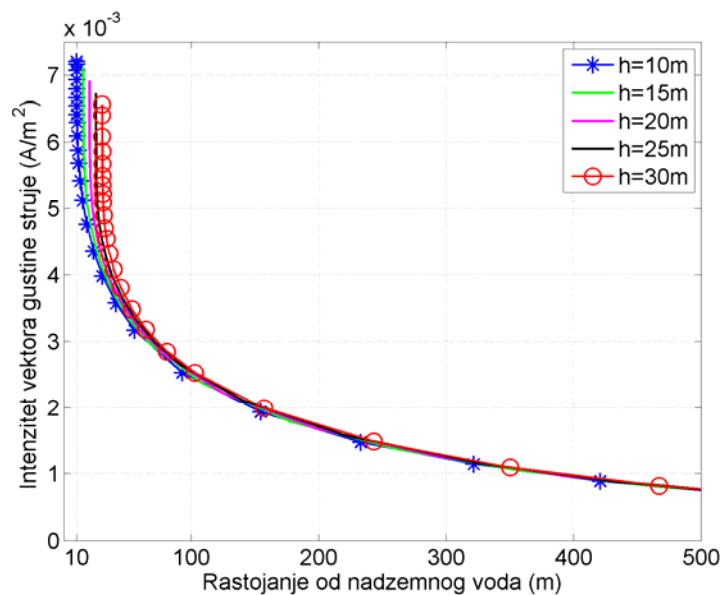
S obzirom da je ceo problem linearan, ovakav izbor struje u nadzemnom vodu, a samim tim i u zemlji, neće uticati na raspodelu struje po poprečnom preseku zemlje, već će uticati samo na vrednosti intenziteta vektora gustine struje.

5.1 Raspodela struje u homogenom zemljištu

Uticao visine nadzemnog voda

Pri analizi raspodele intenziteta vektora gustine struje po poprečnom preseku zemlje, prvo je posmatrano homogeno zemljište. Iako su proračuni izvršeni za sve kombinacije ulaznih podataka iz tabele 5.1, u disertaciji je prikazan samo deo dobijenih rezultata. Preliminarni rezultati su objavljeni u [Prša, 2007].

Pri specifičnoj otpornosti zemlje, $\rho = 50 \Omega m$ i frekvenciji $f = 50 \text{ Hz}$, za četiri različite vrednosti visine nadzemnog voda, raspodela intenziteta vektora gustine struje je prikazana na slici 5.1. U Prilogu 7, u tabeli P7.1 se nalaze brojne vrednosti prikazanih veličina.

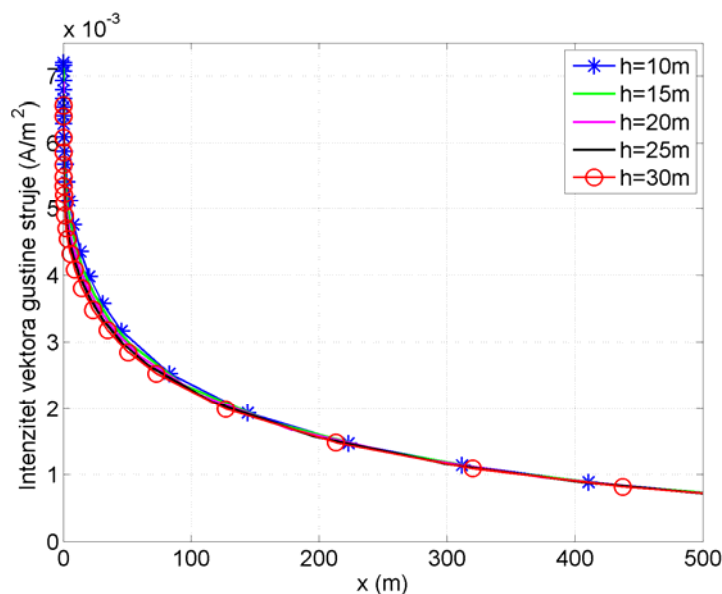


Slika 5.1 Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, u funkciji rastojanja od nadzemnog voda, za $\rho = 50 \Omega m$ i $f = 50 \text{ Hz}$

Na prvi pogled se, na slici 5.1 uočavaju značajne razlike intenziteta vektora gustine struje, za male vrednosti rastojanja od nadzemnog voda. Međutim, takav dijagram je posledica crtanja različitih visina po apscisi, odnosno pomeranja maksimalne vrednosti intenziteta vektora \underline{J}_z po apscisi.

Zbog toga je ispravnije taj dijagram nacrtati tako, da se sve krive translatorno pomere po apscisi, do koordinatnog početka, odnosno, da se maksimalne vrednosti svih krivih nađu za istu (nultu) vrednost apscise.

To se postiže tako, što se od svih vrednosti koje se nanose na apscisu oduzme odgovarajuća visina, h , nadzemnog voda. Tako preuređen dijagram je prikazan na slici 5.2.



Slika 5.2 *Modifikovan dijagram raspodele intenziteta vektora gustine struje, u funkciji rastojanja od nadzemnog voda, za $\rho = 50 \Omega m$ i $f = 50 \text{ Hz}$*

Gornja slika daje mnogo bolji uvid u zavisnost raspodele struje od visine nadzemnog voda i pokazuje, da je uticaj visine nadzemnog voda na raspodelu intenziteta vektora gustine struje pri istoj specifičnoj otpornosti tla zanemarljiv. Ovo je direktna posledica činjenice da je visina h zanemarljiva u odnosu na dubinu prodiranja.

Sa druge strane, upoređujući slike 5.1 i 5.2, na slici 5.1 se mnogo jasnije vide razlike u maksimalnim vrednostima intenziteta vektora gustine struje, koje nastupaju neposredno ispod nadzemnog voda, za različite vrednosti visine provodnika iznad zemlje. Prema očekivanju, zbog najvećeg uticaja nadzemnog voda na strujnu raspodelu u zemlji, najveća vrednost intenziteta vektora gustine struje nastupa pri najmanjoj visini provodnika, $h = 10 \text{ m}$. Ta razlika se mnogo teže uočava na slici 5.2.

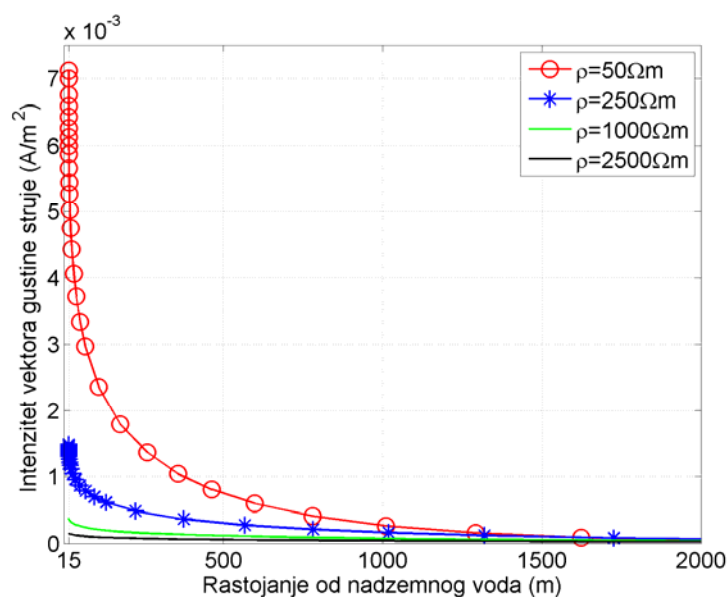
Uticaj specifične otpornosti tla

Zavisnost intenziteta vektora gustine struje od specifične otpornosti tla, pri visini nadzemnog voda, $h = 15 \text{ m}$ i istoj frekvenciji je predstavljena na slici 5.3. U Prilogu 7, u tabeli P7.2 se nalaze brojne vrednosti prikazanih veličina.

Kao što se i očekivalo, površinski efekat je najizraženiji pri najmanjoj vrednosti specifične otpornosti zemlje, kada je $\rho = 50 \Omega\text{m}$. Za ostale posmatrane vrednosti specifične otpornosti zemlje, $\rho = 250 \Omega\text{m}$, $\rho = 1000 \Omega\text{m}$, $\rho = 2500 \Omega\text{m}$ površinski efekat je manje izražen, a dubina prodiranja je mnogo veća.

Sa slike se vidi da intenzitet vektora gustine struje, \underline{J}_z , za sve četiri posmatrane vrednosti specifične otpornosti zemlje, ima najveću vrednost na površi zemlje, a zatim naglo opada sa porastom rastojanja r od provodnika.

Osim toga, sa slike 5.3 može da se uoči poznata činjenica da za manje vrednosti specifične otpornosti zemlje, odnosno, pri izrazitijem površinskom efektu, raste maksimalan intenzitet vektora gustine struje.



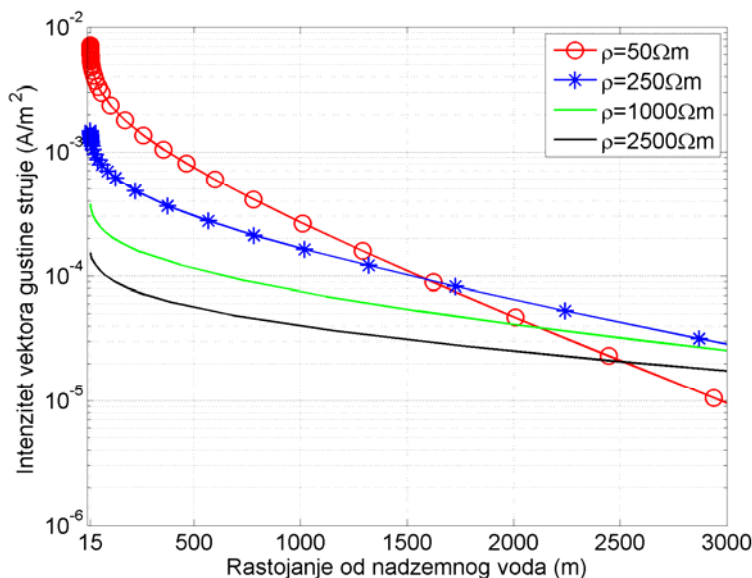
Slika 5.3 Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, u funkciji specifične otpornosti tla, za $h = 15 \text{ m}$ i $f = 50 \text{ Hz}$

Pri izraženijem površinskom efektu su struja i elektromagnetsko polje locirani u manjoj zapremini, bliže površi zemlje.

Pošto fluks vektora gustine struje kroz ceo poprečni presek zemlje treba da bude jednak ukupnoj jačini povratne struje u zemlji, nezavisno od specifične otpornosti zemlje, na osnovu gore izloženog, zaključuje se da grafici sa slike 5.3 treba da se seku na određenim dubinama.

Predstavljanjem slike 5.3 na semi-logaritamskom grafiku, jasno se uočavaju tačke preseka pojedinih krivih za različite vrednosti specifične otpornosti zemlje.

Raspodela intenziteta vektora gustine struje za $h = 15\text{ m}$ i četiri različite vrednosti specifične otpornosti zemlje na semi-logaritamskom grafiku, pri čemu je logaritamska podela samo na ordinati, data na slici 5.4.



Slika 5.4 Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, u funkciji specifične otpornosti tla, za $h = 15\text{ m}$ i $f = 50\text{ Hz}$, na semi-logaritamskoj skali

Prikaz raspodele struje pomoću konturnih linija

Drugi način prikazivanja strujne raspodele u zemlji je pomoću konturnih linija, takozvanih izolinija. Izolinije povezuju iste vrednosti intenziteta vektora gustine struje, pri čemu je fluks vektora gustine struje, između dve susedne konturne linije, približno isti na celom prikazu.

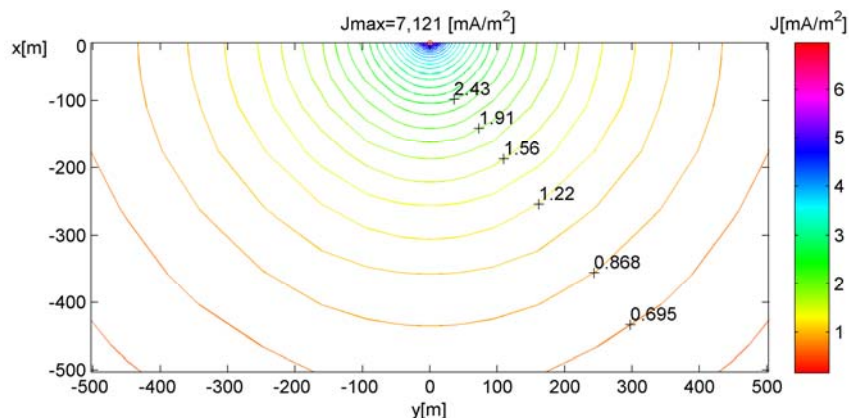
Drugim rečima, kroz površ koja je definisana između dve susedne konturne linije, postoji ista jačina struje. Svakoju konturnoj liniji je pridružena jedinstvena vrednost intenziteta vektora gustine struje, koja može da bude ispisana uz odgovarajuću konturnu liniju, kao što je prikazano na slici 5.5.

Po pravilima crtanja izolinija, porast razmaka između konturnih linija predstavlja tendenciju opadanja posmatrane veličine, dok smanjenje razmaka znači porast intenziteta veličine od interesa.

Prilikom prikaza strujne raspodele konturnim linijama, moguće je usvojiti nekoliko različitih kriterijuma. Prvo, za prikaz raspodele struje konturnim linijama, moguće je unapred definisati bilo broj konturnih linija koji će biti nacrtan, bilo fluks između dve susedne konturne linije. Ako se definiše broj konturnih linija, program za crtanje raspodele struje, na osnovu maksimalne i minimalne vrednosti intenziteta vektora gustine struje iz tabele, određuje jačinu struje između dve susedne konturne linije, a ako je ta vrednost zadata, program određuje broj konturnih linija.

Konturnim linijama mogu da se pridruže boje sa palete, u opsegu između najmanje i najveće vrednosti veličine koja se predstavlja na slici. Time se olakšava analiza rezultata prikazanih na posmatranoj slici.

Kao primer, na slici 5.5 je data raspodela gustine struje u zemlji ispod nadzemnog voda postavljenog na visini $h = 15\text{ m}$ iznad površi zemlje specifične otpornosti $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, na frekvenciji $f = 50\text{ Hz}$, prikazana konturnim linijama, u prozoru veličine $500\text{ m} \times 1000\text{ m}$.



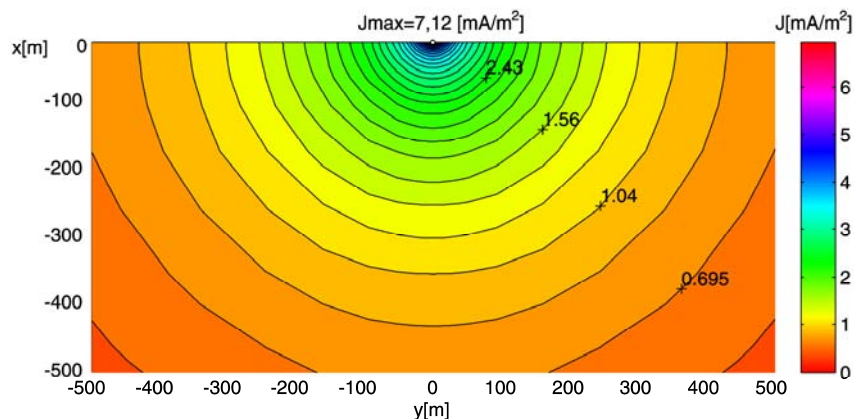
Slika 5.5 Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, prikazana pomoću izolinija ($h = 15\text{ m}$, $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, $f = 50\text{ Hz}$)

Prikaz raspodele struje u funkciji frekvencije pomoću palete boja

Radi lakšeg uvida u raspodelu struje po poprečnom preseku zemlje, prostor između dve susedne konturne linije može dodatno da se popuni nijansama boja i tako dobije prostorna raspodela prikazana na slici. 5.6.

Za ovakav prikaz raspodele struje je korišćen programski paket MATLAB, u kome može da se izabere još i spektar boja za ceo crtež, domen od interesa i mnogo drugih različitih parametara, koji su značajni za izgled cele slike i jasniju vizuelizaciju strujne raspodele.

Na slici 5.6 je predstavljena ista raspodela struje koja je prikazana konturnim linijama na slici 5.5.



Slika 5.6 Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 500 m ($h = 15$ m, $\rho = 50$ Ω m, $f = 50$ Hz)

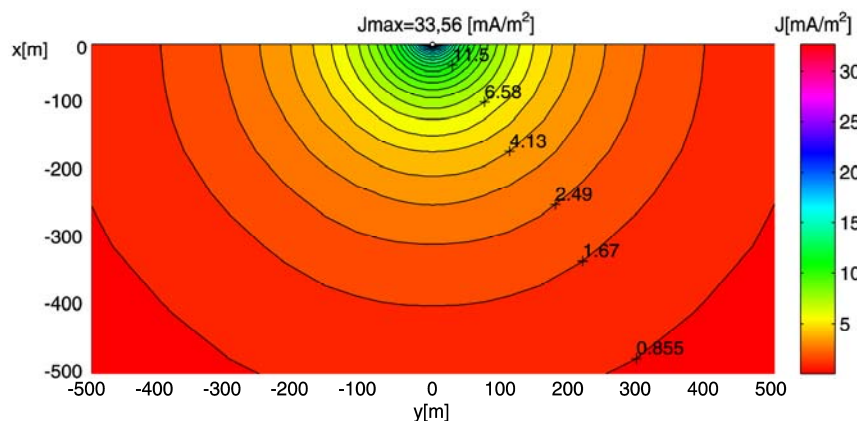
Pri izboru domena od interesa, u konkretnom slučaju je opravdano vezati se za dubinu prodiranja, koja je prethodno definisana, izrazom 3.22. Pri tome su takođe moguća dva pristupa. U prvom slučaju je domen koji se prikazuje, za različite specifične otpornosti zemljišta na različitim frekvencijama (pokazano je da visina nadzemnog provodnika zanemarljivo malo utiče na strujnu raspodelu), iste veličine, nezavisan od dubine prodiranja.

Na taj način su na slikama 5.6 do 5.9 prikazane strujne raspodele, pri istoj jačini struje, istoj visini nadzemnog voda i istoj specifičnoj otpornosti tla, ali na različitim frekvencijama.

Oblast koja je prikazana čini pravougaonik dimenzija 500 m \times 1000 m, pri čemu su proračuni vršeni do šestostruke vrednosti odgovarajuće dubine prodiranja (tabela 5.2).

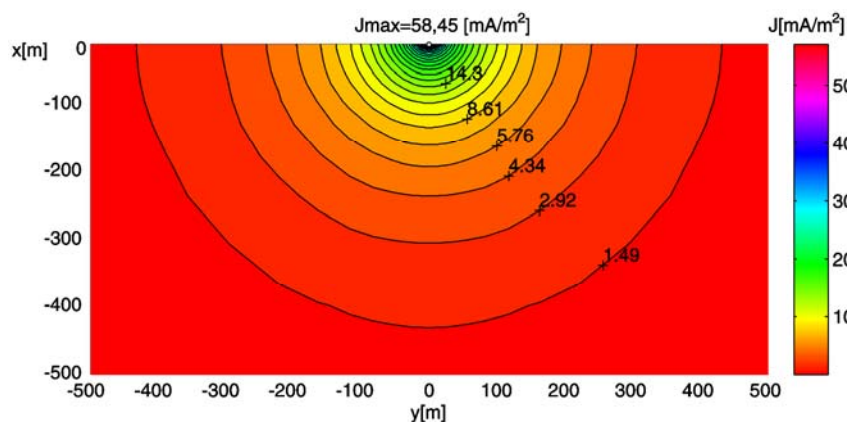
Za prve tri frekvencije prikazan je samo deo raspodele bez posebnih komentara, dok je za poslednju frekvenciju, uz sliku 5.9, pošto je prikaz specifičan, dato posebno objašnjenje.

Na slici 5.7 je data strujna raspodela u zemlji pri visini nadzemnog voda $h = 15$ m, pri specifičnoj otpornosti zemlje $\rho = 50$ Ω m i frekvenciji $f = 250$ Hz.



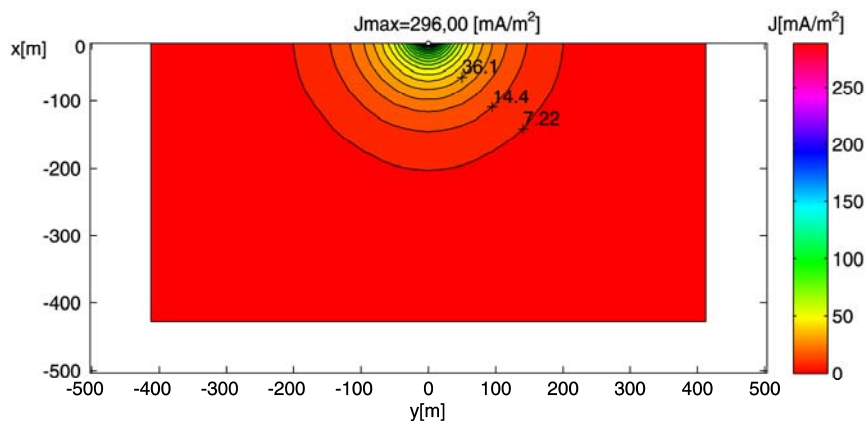
Slika 5.7 Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 500m ($h = 15$ m, $\rho = 50$ Ω m, $f = 250$ Hz)

Na slici 5.8 je prikazana strujna raspodela u zemlji pri visini nadzemnog voda $h = 15\text{ m}$, specifičnoj otpornosti zemlje $\rho = 50\ \Omega\text{m}$ i frekvenciji $f = 450\text{ Hz}$.



Slika 5.8 Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 500 m ($h = 15\text{ m}$, $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, $f = 450\text{ Hz}$)

Slika 5.9 prikazuje strujnu raspodelu u zemlji pri visini nadzemnog voda $h = 15\text{ m}$, pri specifičnoj otpornosti zemlje $\rho = 50\ \Omega\text{m}$ i frekvenciji $f = 2500\text{ Hz}$. Na slici 5.9 se uočava beli okvir, kojeg na prethodnim slikama nije bilo. Taj deo se javlja prilikom prikaza strujne raspodele, u slučajevima kada je veličina poprečnog preseka analizirane oblasti manja od oblasti definisane za prikaz rezultata ($6\delta = 6 \cdot 71,2\text{ m} = 427,2 < 500\text{ m}$).



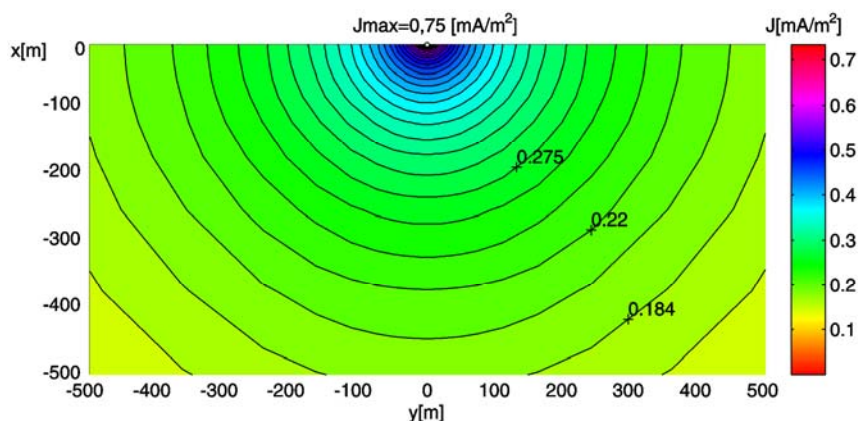
Slika 5.9 Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 500 m ($h = 15\text{ m}$, $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, $f = 2500\text{ Hz}$)

Na slikama 5.6 do 5.9 se jasno vidi izrazitost površinskog efekta, koja raste sa porastom učestanosti. Isti efekat se uočava i pri smanjenju vrednosti specifične otpornosti zemlje, pri istim ostalim parametrima, kao što je prikazano na slikama od 5.10 do 5.13.

Očigledno je da se, pri manje izrazitom površinskom efektu (slike 5.6, 5.7, 5.10 i 5.11) struja raspoređuje po većoj površi poprečnog preseka zemlje, dok, kao što se vidi na slikama 5.8, 5.9, 5.12 i 5.13, strujna raspodela postoji u znatno manjem delu poprečnog preseka zemlje, neposredno ispod nadzemnog voda.

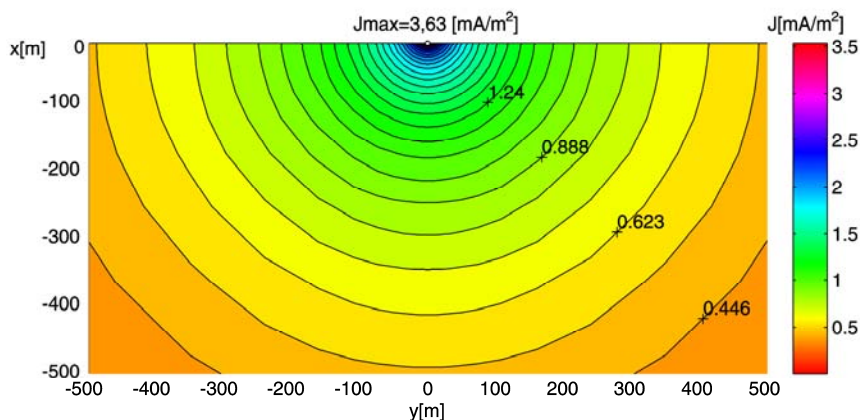
Prikaz raspodela struje u funkciji specifične otpornosti pomoću palete boja

Na slici 5.10 je data strujna raspodela u zemlji, pri visini nadzemnog voda $h = 15\text{ m}$, pri specifičnoj otpornosti zemlje $\rho = 500\ \Omega\text{m}$ i frekvenciji $f = 50\text{ Hz}$.



Slika 5.10 *Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 500 m*
($h = 15\text{ m}$, $\rho = 500\ \Omega\text{m}$, $f = 50\text{ Hz}$)

Na slici 5.11 je prikazana strujna raspodela u zemlji, pri visini nadzemnog voda $h = 15\text{ m}$, specifičnoj otpornosti zemlje $\rho = 100\ \Omega\text{m}$ i frekvenciji $f = 50\text{ Hz}$.

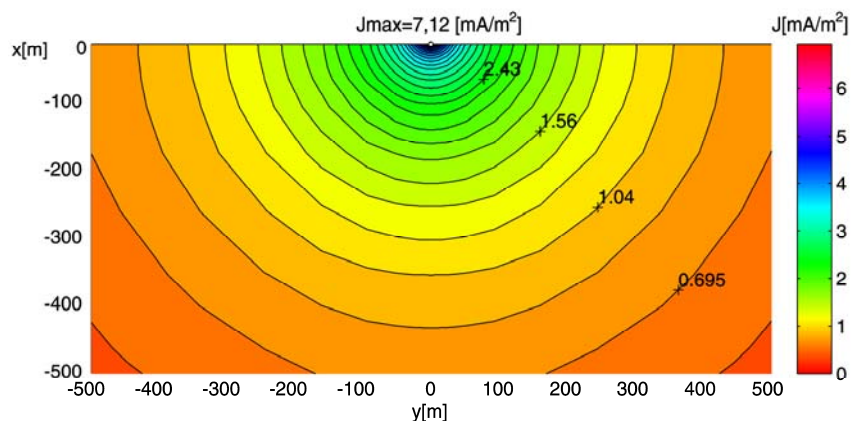


Slika 5.11 *Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 500 m*
($h = 15\text{ m}$, $\rho = 100\ \Omega\text{m}$, $f = 50\text{ Hz}$)

Upoređivanjem slika 5.11 i 5.12 uočava se da smanjenjem specifične otpornosti zemlje, intenzitet vektora gustine struje, usled površinskog efekta, raste u bližoj okolini nadzemnog voda, ali istovremeno i brže opada na većim dubinama.

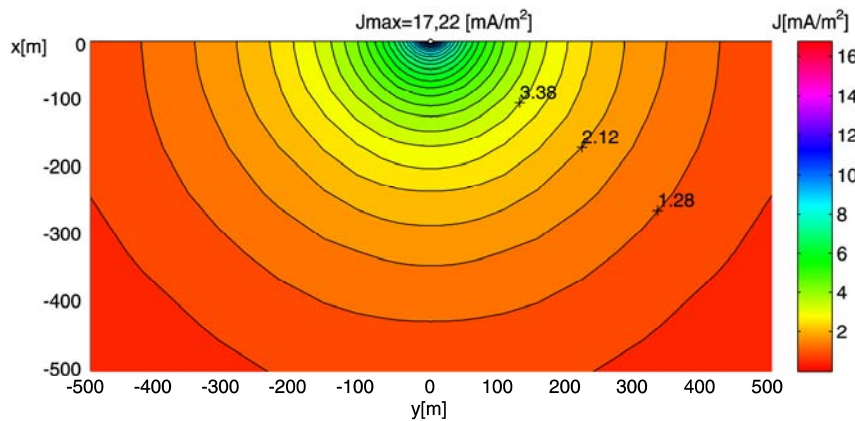
Upoređivanjem maksimalnog intenziteta vektora gustine struje i vrednosti na spoljašnjim konturnim linijama, uočava se izrazitiji pad vrednosti intenziteta vektora gustine struje pri manjoj specifičnoj otpornosti tla.

Slika 5.12 prikazuje strujnu raspodelu u zemlji pri visini nadzemnog voda $h = 15\text{ m}$, specifičnoj otpornosti zemlje $\rho = 50\ \Omega\text{m}$ i frekvenciji $f = 50\text{ Hz}$. Na datoj slici se vidi još izrazitiji pad intenziteta vektora gustine struje sa porastom dubine, što može da se uoči pojavljivanjem novih nijansi boja iz donjeg dela legende vrednosti J .



Slika 5.12 Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 500 m ($h = 15\text{ m}$, $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, $f = 50\text{ Hz}$)

Na slici 5.13 se vidi raspodela intenziteta vektora gustine struje, pri najmanjoj vrednosti specifične otpornosti, $\rho = 20\ \Omega\text{m}$, pri istim vrednostima ostala dva parametra.



Slika 5.13 Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 500 m ($h = 15\text{ m}$, $\rho = 20\ \Omega\text{m}$, $f = 50\text{ Hz}$)

Na poslednjoj slici može da se uoči, da je intenzitet vektora gustine struje još veći, najveći od posmatrana četiri slučaja, a tendencija opadanja sa dubinom najizrazitija.

Analizom boja na poslednje četiri slike, može da se dođe do istih zaključaka kao i analizom dijagrama na slici 5.3, vezano za izrazitost površinskog efekta i to ne samo duž jedne linije, već po celom poprečnom preseku zemlje.

Na celom prikazu slike 5.10 se uočavaju praktično iste nijanse boje iz sredine spektra, što znači da ne postoje brze prostorne promene intenziteta vektora gustine struje, odnosno, da je površinski efekat manje izrazit. Posmatrajući slike 5.11, 5.12 i 5.13, mogu da se vide brže promene boja, kao i povećavanje domena označenog crvenom bojom iz donjeg dela spektra na legendi, što predstavlja manje vrednosti intenziteta vektora gustine struje.

Takav prikaz vizuelno ukazuje na sve izrazitiji površinski efekat, odnosno sve veće „potiskivanje struje“ ka površi zemlje.

Raspodela struje u funkciji frekvencije – veći domen prikaza

Na slikama od 5.14 do 5.17 su prikazane raspodele struja u oblasti poprečnog preseka zemlje, veličine $3000\text{ m} \times 6000\text{ m}$.

Radi lakše analize prikazanih grafika, u tabeli 5.3 su date vrednosti dubine prodiranja i njene šestostruke vrednosti, za sve prikazane primere, računane pomoću izraza

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} = \sqrt{\frac{1}{\pi f \mu_0 \sigma}} = \sqrt{\frac{\rho}{\pi f 4\pi \cdot 10^{-7}}} = \frac{10^3}{2\pi} \sqrt{10 \frac{\rho}{f}} \quad (5.2)$$

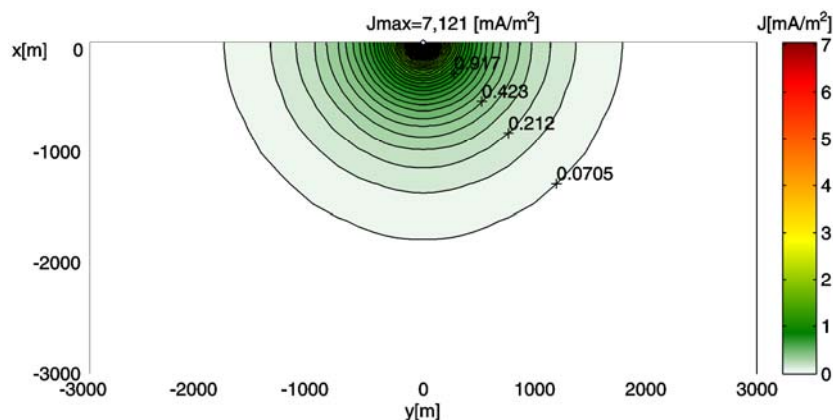
TABELA 5.3

Vrednosti dubine prodiranja i šestostruke vrednosti dubine prodiranja pri zadatim parametrima

$f [Hz]$	$h = 15\text{ m}$	
	$\rho = 50 [\Omega m]$	
	$\delta [m]$	$6\delta [m]$
50	503,29	3019,75
250	225,08	1350,48
450	167,76	1006,56
2500	71,18	427,08

U skladu sa vrednostima iz tabele 5.3 i izabranom veličinom prozora, očekuje se da će na frekvencijama 250 Hz , 450 Hz i 2500 Hz raspodela intenziteta vektora gustine struje biti prikazana unutar manje oblasti od one definisane za predstavljanje rezultata, ($6\delta < 3000\text{ m}$).

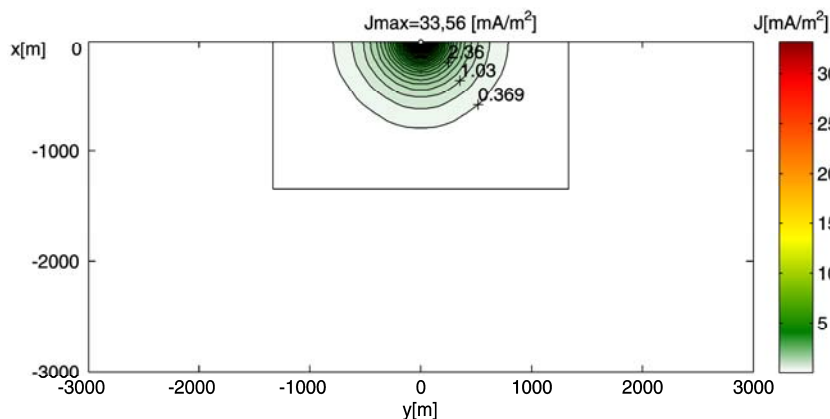
Na slici 5.14 je prikazana raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, kada je nadzemni vod na visini $h = 15\text{ m}$, specifična otpornost tla jednaka, $\rho = 50\ \Omega\text{ m}$, a frekvencija iznosi $50\ \text{Hz}$.



Slika 5.14 Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 3000 m
($h = 15\ \text{m}$, $\rho = 50\ \Omega\text{ m}$, $f = 50\ \text{Hz}$)

Pri datim ulaznim parametrima i u skladu sa podacima iz tabele 5.3 vidi se da je na slici 5.14 prikazana celokupna oblast, ($6\delta \approx 3000\ \text{m}$), u kojoj može da se očekuje raspodela struje u zemlji i da je struja praktično iščezla na većim dubinama.

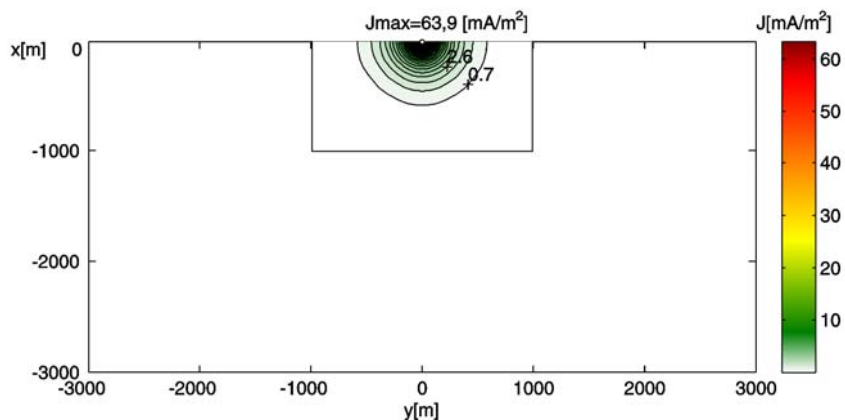
Na slici 5.15 je data raspodela intenziteta vektora gustine struje za istu visinu nadzemnog voda, iznad zemlje iste specifične provodnosti kao u prethodnom slučaju, ali na frekvenciji petog harmonika industrijske učestanosti.



Slika 5.15 Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 3000 m
($h = 15\ \text{m}$, $\rho = 50\ \Omega\text{ m}$, $f = 250\ \text{Hz}$)

Na posmatranoj frekvenciji, oblast u kojoj se očekuje da će se naći celokupna struja u zemlji, je manja od usvojenog prozora za prikaz rezultata ($6\delta_{250\text{Hz}} = 1350,48\ \text{m} < 3000\ \text{m}$) i zbog toga se javlja „slika u slici”. Površinski efekat je više izražen nego u primeru prikazanom na slici 5.14.

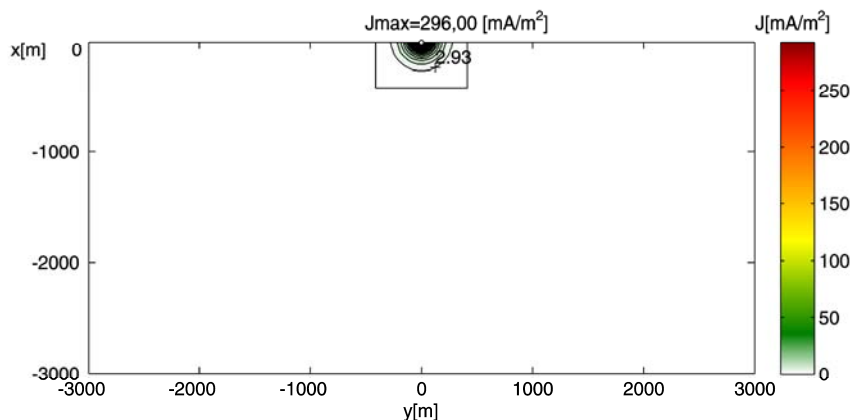
Slika 5.16 predstavlja strujnu raspodelu kada se nadzemni vod nalazi na visini $h = 15\text{ m}$, kada je specifična otpornost tla jednaka, $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, a frekvencija iznosi 450 Hz .



Slika 5.16 *Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 3000 m*
($h = 15\text{ m}$, $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, $f = 450\text{ Hz}$)

U ovom slučaju takođe imamo efekat „slika u slici”, pošto je i na ovoj frekvenciji oblast do šestostruke vrednosti dubine prodiranja manja od visine prozora koja je usvojena za prikaz rezultata ($6\delta_{450\text{Hz}} = 1006,56\text{ m} < 3000\text{ m}$).

Na slici 5.16 je predstavljena strujna raspodela kada se nadzemni vod nalazi na visini $h = 15\text{ m}$, kada je specifična otpornost tla jednaka, $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, a frekvencija iznosi 2500 Hz .

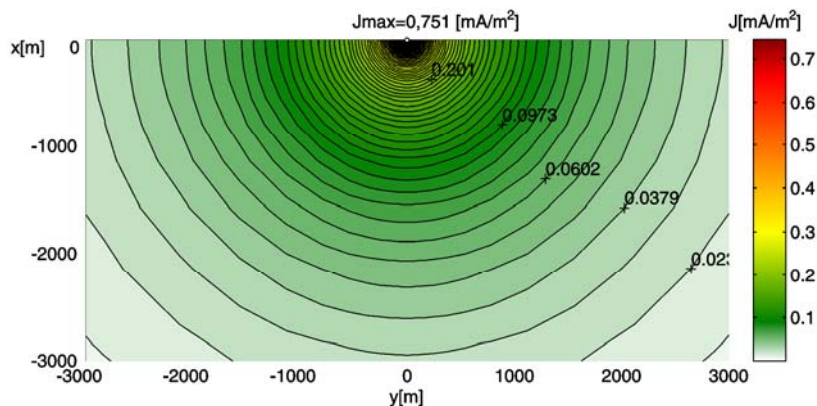


Slika 5.17 *Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 3000 m*
($h = 15\text{ m}$, $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, $f = 2500\text{ Hz}$)

Posmatrajući slike od 5.14 do 5.17, vidi se da maksimalan intenzitet vektora gustine struje koji se javlja na površi zemlje raste sa porastom frekvencije, a oblast u kojoj je skoncentrisana raspodela struje se značajno smanjuje. Prema očekivanjima, veoma dobro se uočava porast izrazitosti površinskog efekta sa porastom frekvencije, pri istoj specifičnoj otpornosti tla.

Raspodela struje u funkciji specifične otpornosti – veći domen prikaza

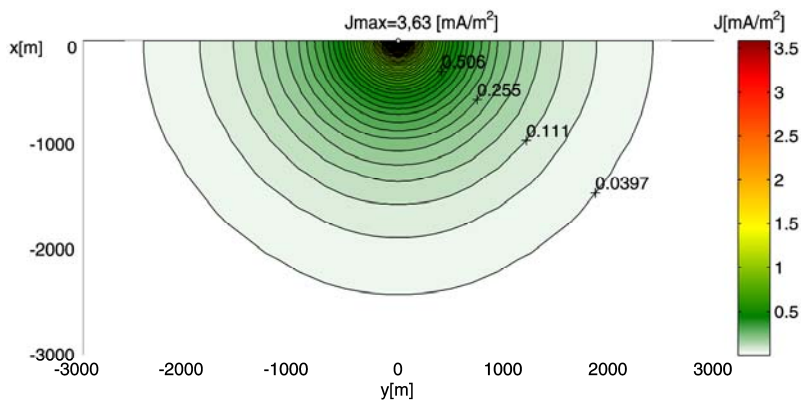
Na slici 5.18 je predstavljena strujna raspodela kroz poprečni presek zemlje u široj okolini nadzemnog voda, pri $h = 15\text{ m}$, $\rho = 500\ \Omega\text{m}$ i $f = 50\text{ Hz}$.



Slika 5.18 Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 3000 m ($h = 15\text{ m}$, $\rho = 500\ \Omega\text{m}$, $f = 50\text{ Hz}$)

Kao što se vidi na slici 5.18, zbog velike specifične otpornosti i time manje izrazitog površinskog efekta, vrednosti intenziteta vektora gustine struje se relativno sporo menjaju unutar posmatrane oblasti.

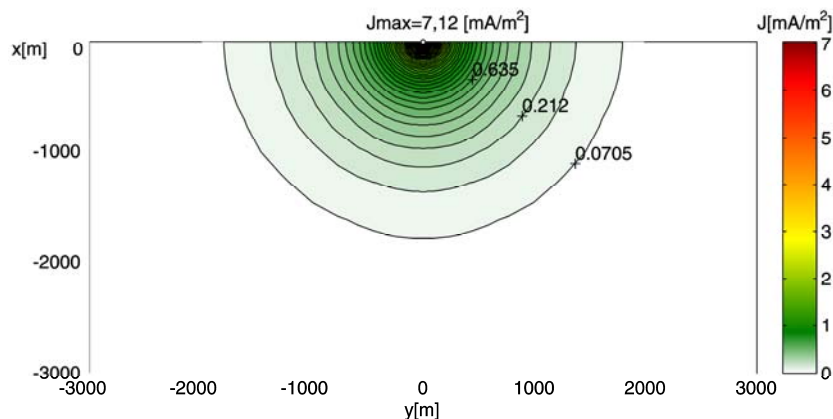
Slika 5.19 prikazuje strujnu raspodelu pri specifičnoj otpornosti $\rho = 100\ \Omega\text{m}$.



Slika 5.19 Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 3000 m ($h = 15\text{ m}$, $\rho = 100\ \Omega\text{m}$, $f = 50\text{ Hz}$)

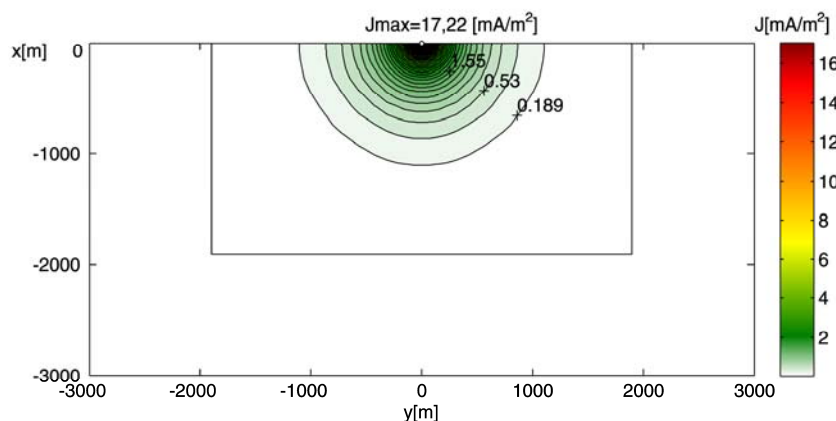
Maksimalna vrednost intenziteta vektora gustine struje, koja se javlja ispod nadzemnog voda je veća, ali se primećuje i tendencija bržeg opadanja vrednosti intenziteta vektora gustine struje sa porastom dubine.

Na slici 5.20 je predstavljena strujna raspodela kada se nadzemni vod nalazi na visini $h = 15\text{ m}$, kada je specifična otpornost tla jednaka, $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, a frekvencija iznosi 2500 Hz .



Slika 5.20 *Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 3000 m*
($h = 15 \text{ m}$, $\rho = 50 \text{ } \Omega\text{m}$, $f = 50 \text{ Hz}$)

Slika 5.21 predstavlja raspodelu struje u zemlji u okolni nadzemnog voda, koji se nalazi na visini $h = 15 \text{ m}$. Specifična otpornost zemlje je jednaka $\rho = 20 \text{ } \Omega\text{m}$



Slika 5.21 *Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do 3000 m*
($h = 15 \text{ m}$, $\rho = 20 \text{ } \Omega\text{m}$, $f = 50 \text{ Hz}$)

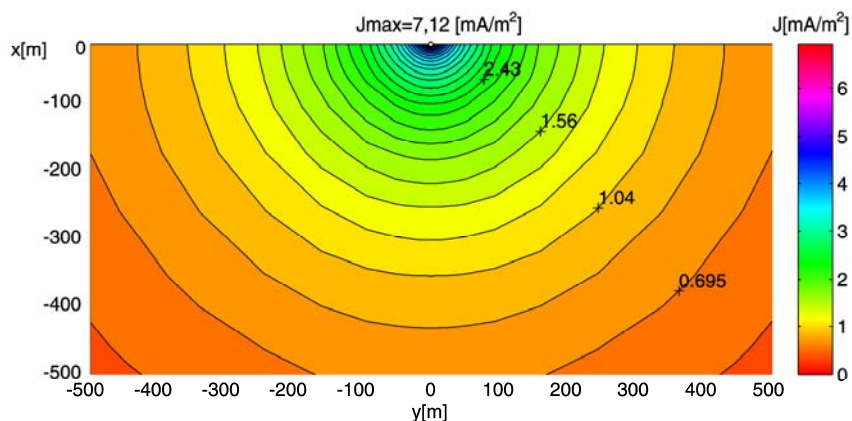
Posmatrajući sve četiri slike od 5.18 do 5.21 zajedno, primećuje se da maksimalan intenzitet vektora gustine struje, koji se javlja na površi zemlje raste sa opadanjem specifične otpornosti tla, ali i da je oblast u kojoj se javlja raspodela struje sve manja.

Slike pokazuju kako zemlja „istiskuje“ struju ka površi ispod nadzemnog voda. Sve veća svetla oblast na gornjoj slici potkrepljuje činjenicu da opadanjem vrednosti specifične otpornosti, pri istoj frekvenciji, površinski efekat sve više dolazi do izražaja.

Raspodela struje do dubine prodiranja δ

Druga mogućnost pri izboru domena za prikazivanje strujne raspodele je da se, kao granica domena, izabere dubina prodiranja ili njen umnožak. U tom slučaju se granice domena znatno razlikuju, ali se očekuje da slike budu međusobno veoma slične.

Slika 5.22 prikazuje strujnu raspodelu u zemlji do jedne dubine prodiranja, kada je nadzemni provodnik na visini $h = 15\text{ m}$, specifična otpornost tla jednaka $\rho = 50\text{ m}$, a frekvencija iznosi $f = 50\text{ Hz}$. Za navedene podatke, dubina prodiranja iznosi, $\delta = 503\text{ m}$.

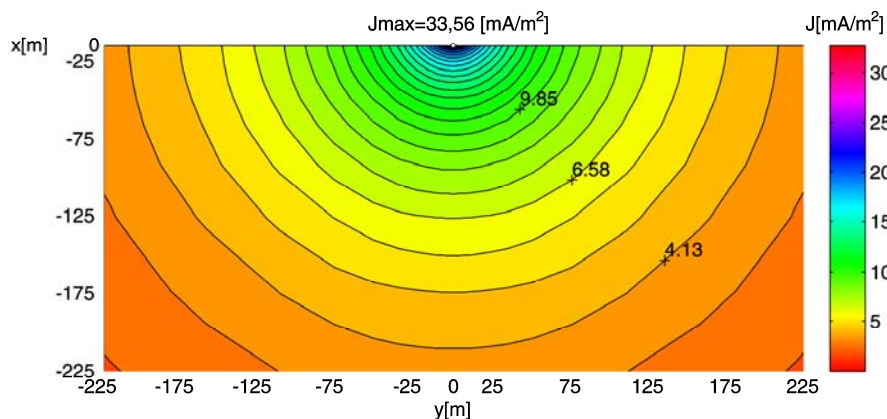


Slika 5.22 Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji
($h = 15\text{ m}$, $\rho = 50\text{ m}$, $f = 50\text{ Hz}$, $\delta = 503\text{ m}$)

Slika 5.22 je već prikazana u prethodnom delu (slika 5.6), ali u ovom slučaju će poslužiti za upoređivanje sa naredne četiri slike pri istoj visini provodnika iznad zemlje, $h = 15\text{ m}$, iste specifične otpornosti zemljišta, $\rho = 50\text{ }\Omega\text{m}$, ali pri različitim frekvencijama, koje će uticati na izrazitost površinskog efekta.

Kao što je dobro poznato, porastom učestanosti, raste i izrazitost površinskog efekta. Međutim, ako se strujna raspodela prikaže konturnim linijama, do dubine u zemlji koja odgovara dubini prodiranja, izrazitost površinskog efekta neće biti vidljiva u spektru boja. Ona može samo implicitno da se nasluti na osnovu različitih granica domena i na osnovu vrednosti koje mogu da se očitaju uz oznake na pojedinim konturnim linijama.

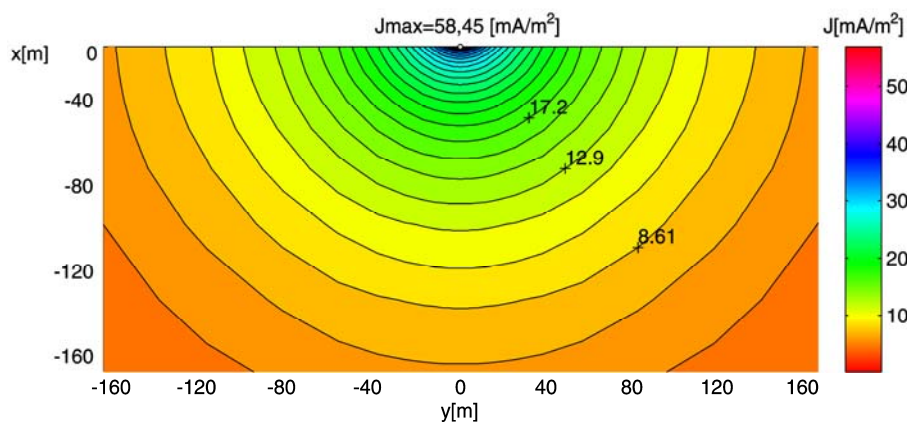
Na slici 5.23 je data raspodela intenziteta vektora gustine struje do jedne dubine prodiranja za istu konfiguraciju kao u prethodnom primeru, ali na višoj frekvenciji, $f = 250\text{ Hz}$. Dubina prodiranja je $\delta = 225\text{ m}$.



Slika 5.23 *Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji*
($h = 15\text{ m}$, $\rho = 50\text{ m}$, $f = 250\text{ Hz}$, $\delta = 225\text{ m}$)

Prema očekivanjima, slika 5.23 je po spektru boja veoma slična slici 5.22, a značajna razlika je u veličini prikazanog domena i vrednostima pojedinih konturnih linija.

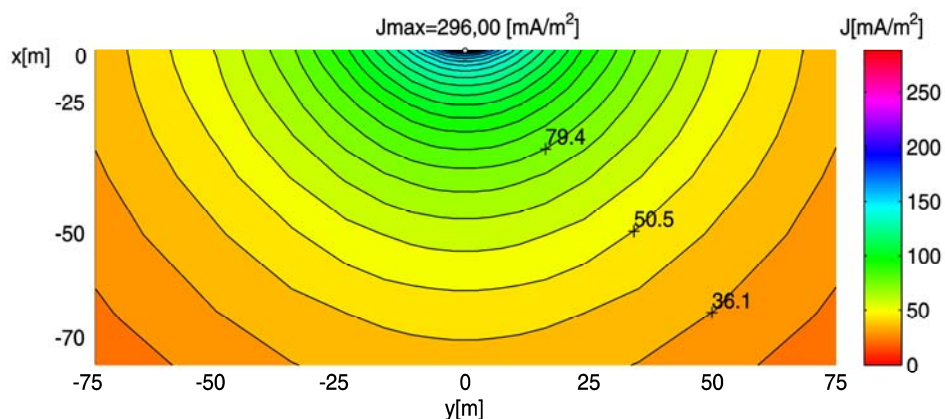
Slika 5.24 prikazuje strujnu raspodelu u zemlji na frekvenciji $f = 450\text{ Hz}$, pri zadatoj konfiguraciji tla i provodnika, kada je dubina prodiranja još manja, i iznosi $\delta = 167,76\text{ m}$.



Slika 5.24 *Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji*
($h = 15\text{ m}$, $\rho = 50\text{ m}$, $f = 450\text{ Hz}$, $\delta = 167,76\text{ m}$)

Ovo je još jedna slika vrlo slične raspodele boja, različite veličine prikazanog domena i sa novim, većim, vrednostima pojedinih konturnih linija.

Na slici 5.25 je prikazana raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji za $h = 15\text{ m}$, $\rho = 50\text{ m}$, $f = 2500\text{ Hz}$ kada je dubina prodiranja najmanja, i iznosi $\delta = 71,18\text{ m}$.



Slika 5.25 Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji
($h = 15 \text{ m}$, $\rho = 50 \text{ m}$, $f = 2500 \text{ Hz}$, $\delta = 71,18 \text{ m}$)

Upoređujući sve četiri prethodne slike, može da se uoči činjenica, koja je mogla da se očekuje i koja je bila najavljena. Pošto je prikaz strujne raspodele uvek bio do dubine u zemlji koja je približno jednaka dubini prodiranja za izabranu visinu provodnika iznad zemlje, $h = 15 \text{ m}$, za izabranu specifičnu otpornost tla, $\rho = 50 \text{ } \Omega\text{m}$ i promenljivu frekvenciju, spektri boja su veoma slični za sve četiri slike.

Ono što ih bitno razlikuje su veličine prikazivanog domena, koji se smanjuje povećanjem učestanosti i vrednosti intenziteta vektora gustine struje prikazane određenom konturnom linijom vrednosti konturne linije. Pri tome se povećanjem frekvencije, povećavaju i maksimalne vrednosti intenziteta vektora gustine struje, u tački neposredno ispod provodnika.

Procentualni deo jačine struje u zemlji, do dubina definisanim umnošcima dubine prodiranja

Kada se već prikaz strujne raspodele vezuje za dubinu prodiranja, zanimljivo je uočiti koliki procentualni deo jačine struje u zemlji je sadržan do jedne dubine prodiranja, a koliko u narednim umnošcima te dubine.

S obzirom na ogroman poprečni presek zemlje i mogućnost struje da se proizvoljno po njemu raspodeli, može da se očekuje da jačina struje, kao i sve veličine koje iz nje proizilaze, ne zavise od specifične otpornosti zemljišta. U slučaju veće specifične otpornosti tla, struja će biti ravnomernije raspoređena do veće dubine u zemlji, a pri manjim specifičnim otpornostima zemljišta će ista jačina struje postojati kroz manju površinu, bliže površi zemlje.

Zbog toga može da se očekuje i da procenat jačine struje u umnošcima dubine prodiranja neće zavisiti ni od frekvencije, ni od specifične otpornosti zemlje.

Da bismo se u to uverili, odredimo koliki procenat jačine struje, I , sadržan u umnošcima dubine prodiranja, u odnosu na ukupnu jačinu struje, I_0 .

U tabelama 5.4 i 5.5 su prikazani rezultati za nekoliko različitih frekvencija i nekoliko različitih specifičnih otpornosti zemljišta.

TABELA 5.4

Procentualni deo jačine struje u zemlji, do dubina definisanim umnošcima dubine prodiranja, u zavisnosti od frekvencije, za $\rho = 50 \Omega m$

f [Hz]	$\rho = 50$ [Ωm]	Dubina u [m]				
	δ [m]	1 δ	2 δ	3 δ	4 δ	5 δ
$I/I_0 \times 100$ [%]						
50	503,3	52,29	76,75	93,65	98,56	100
250	225,1	52,49	76,93	93,77	98,66	100
450	167,8	52,57	76,98	93,83	98,73	100
2500	71,2	53,41	77,58	94,24	99,08	100

TABELA 5.5

Procentualni deo jačine struje u zemlji, do dubina definisanim umnošcima dubine prodiranja, u zavisnosti od specifične otpornosti tla, za $f = 50$ Hz

ρ [Ωm]	$f = 50$ [Hz]	Dubina u [m]				
	δ [m]	1 δ	2 δ	3 δ	4 δ	5 δ
$I/I_0 \times 100$ [%]						
500	5033,0	52,19	76,67	93,59	98,50	100
100	711,8	52,25	76,72	93,62	98,54	100
50	503,3	52,29	76,75	93,65	98,56	100
20	318,3	52,38	76,82	93,70	99,61	100

Kao što je bilo pretpostavljeno, iz tabele se vidi da procenat jačine struje u pojedinim umnošcima dubine prodiranja, zaista ne zavisi ni od frekvencije, ni od specifične otpornosti zemlje i da za 1 δ iznosi nešto više od 52% ukupne struje u zemlji.

Rezultati prikazani u tabelama 5.4 i 5.5 ujedno predstavlja i potvrdu da bi se već, računanjem do rastojanja od pet dubina prodiranja, ostvarila greška manja od 0,5%, koja je procenjena i usvojena u Poglavlju 3, na strani 50, ove teze.

Računanjem do šest dubina prodiranja, kao što je urađeno u svim proračunima u ovoj tezi, postignuta je dodatna tačnost svih dobijenih rezultata.

5.2 Raspodela struje u dvoslojnom zemljištu

Aproksimacija realnog zemljišta modelom sa dva homogena sloja se pokazala opravdanom za velik broj slučajeva u praksi. Na delovima trase elektroenergetskog prenosnog sistema se uglavnom menjaju samo debljine slojeva i/ili njihove specifične otpornosti.

U modelu dvoslojnog zemljišta, koji je analiziran, uzeto je da je kompleksna jačina struje u provodniku $I_0 = 1kA$. Posmatrana su stanja u zemlji pri frekvencijama koje predstavljaju neparne harmonike osnovne industrijske učestanosti 50 Hz.

Proračuni su izvršeni za tri različite debljine prvog sloja, ($d_1 = 1 m$, $d_2 = 2 m$ i $d_3 = 5 m$) i kombinacije specifičnih otpornosti slojeva zemljišta, datih u tabeli 5.5, koje su najviše zastupljene na prostoru Vojvodine.

Rezultati prikazani u tabeli 5.5 su dobijeni merenjima specifične otpornosti lokalnog zemljišta [Mučalica].

TABELA 5.6

Najčešće kombinacije specifične otpornosti slojeva zemljišta u Vojvodini

Sloj	ρ [Ωm]						
1	50	50	50	100	100	100	500
2	100	500	1000	1000	3000	50	50

Analizirajući raspodelu intenziteta vektora gustine struje, u skladu sa podacima iz tabele 5.5, za različite kombinacije specifičnih otpornosti zemlje, na različitim frekvencijama, zaključuje se da dolazi do skokovite promene intenziteta vektora gustine struje, \vec{J} , na razdvojnoj površi dva sloja.

Kada su slojevi postavljeni tako, da je sloj bliže površi zemlje manje, a sloj ispod njega veće specifične otpornosti, intenzitet vektora gustine struje naglo opada na razdvojnoj površi i obratno.

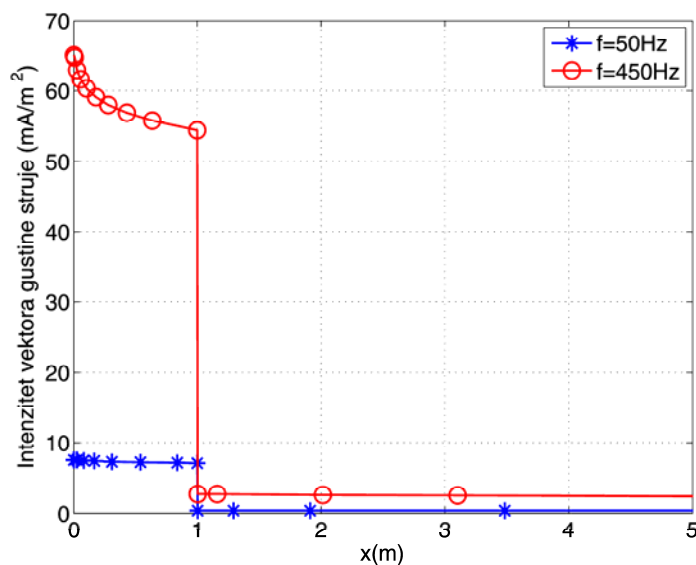
Kao primer, u radu je prikazana raspodela gustine struje u dvoslojnom zemljištu, za oba tipična rasporeda slojeva.

Izabrani su rasporedi slojeva iz tabele 5.5, sa odnosima specifičnih otpornosti slojeva $\rho_1/\rho_2 = 50$ [Ω/m]/1000 [Ω/m] i $\rho_1/\rho_2 = 500$ [Ω/m]/50 [Ω/m].

Debljina gornjeg sloja je jednaka 1m, donji sloj se proteže do beskonačne dubine. Nadzemni vod se nalazi na visini $h = 15 m$. Koordinatni početak se nalazi na površi zemlje.

U posmatranom modelu, električne i magnetske karakteristike okruženja - vazduha su usvojene kao $\epsilon_{r0}=1$, $\mu_{r0}=1$, $\sigma_0=0$.

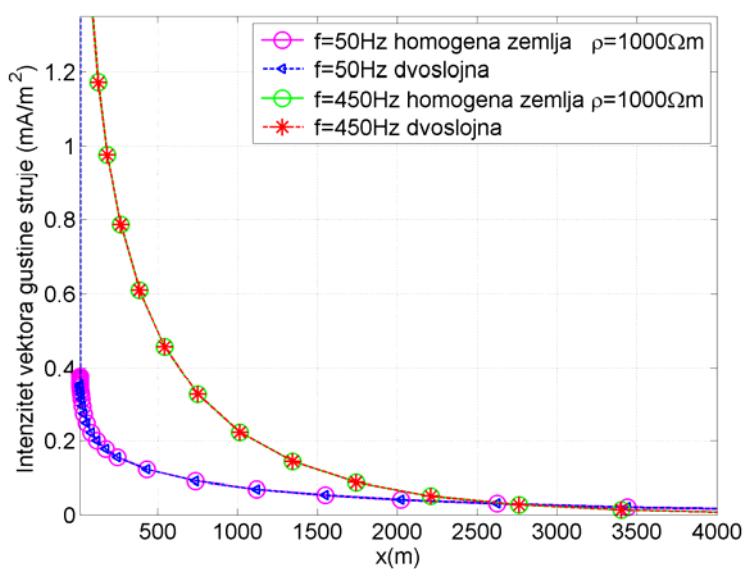
Raspodele intenziteta vektora gustine struja do dubine 5 m, za frekvencije 50 Hz i 450 Hz, za prvi par specifičnih otpornosti su prikazane na slici 5.26. U Prilogu 7, u tabeli P7.3 se nalaze brojne vrednosti prikazanih veličina.



Slika 5.26 Raspodela intenziteta vektora gustine struje, za $h = 15$ m, u funkciji rastojanja od koordinatnog početka, $\rho_1/\rho_2 = 50/1000$, do dubine $x = 5$ m

Nagli pad intenziteta vektora gustine struje na graničnoj površi dva sloja je očekivan, na obe posmatrane frekvencije. Razlika u intenzitetima je ograničena na uzan, gornji sloj tla. Sa slike se vidi da je površinski efekat jače izražen na višim frekvencijama.

Ista raspodela struje može da se prikaže i do dubine 4000 m, kao na slici 5.27.



Slika 5.27 Raspodela intenziteta vektora gustine struje, za $h = 15$ m, u funkciji rastojanja od koordinatnog početka, $\rho_1/\rho_2 = 50/1000$, do dubine $x = 4000$ m

Posmatrajući veću oblast unutar zemlje, do dubine 4000 m, za dvoslojno i homogeno zemljište specifične otpornosti jednake specifičnoj otpornosti drugog sloja, na obe posmatrane frekvencije, dobijeni su očekivani rezultati.

Skokovita promena intenziteta vektora gustine struje u dvoslojnom zemljištu, sa veoma malom debljinom prvog sloja, u poređenju sa dubinom prodiranja, na slici 5.27 se ne uočava.

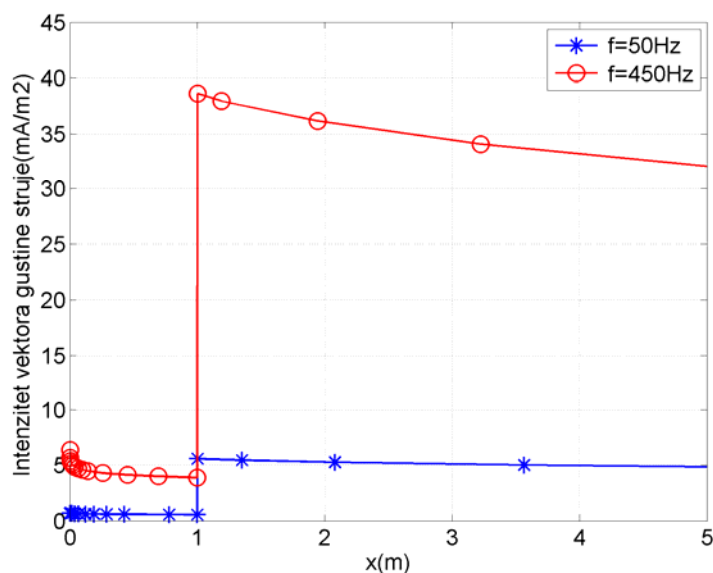
Primećuje se da je raspodela struje u jednoslojnom zemljištu specifične otpornosti $\rho = 1000 \Omega m$ i dvoslojnom zemljištu odnosa specifičnih otpornosti $\rho_1/\rho_2 = 50/1000$ praktično identična. Drugim rečima, prisustvo tankog gornjeg sloja, u poredjenju sa dubinom prodiranja, nema uticaja na raspodelu struje u zemlji, a samim tim ni na impedansu zemlje.

Dvoslojno zemljište se ponaša kao da je homogeno, specifične otpornosti drugog sloja. Na posmatranim frekvencijama, značajniji uticaj prvog sloja se javlja tek pri debljinama između 10 m i 50 m [25].

Raspodele intenziteta vektora gustine struja do dubine 5 m, za frekvencije 50 Hz i 450 Hz, pri istoj visini nadzemnog voda, $h = 15 m$, za drugi par specifičnih otpornosti, su prikazane na slici 5.28.

Za datu raspodelu specifičnih otpornosti mogu da se izvedu slični suštinski zaključci kao i u prvom slučaju, sa tom razlikom da će ovog puta intenzitet vektora gustine struje biti veći u donjem sloju.

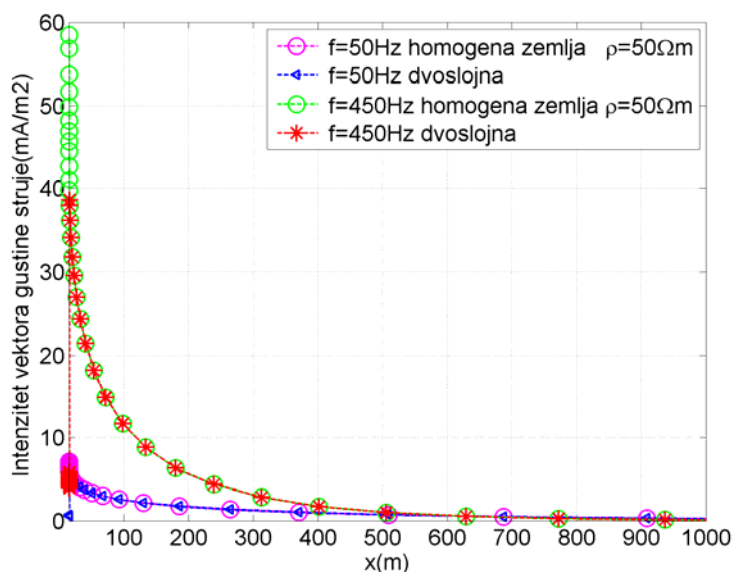
Na grafiku prikazanom na slici 5.28, na kojem je prikazana samo plitka oblast ispod površi zemlje, se lako uočava razlika u odnosu na sliku 5.26. U Prilogu 7, u tabeli P7.4 se nalaze brojne vrednosti prikazanih veličina.



Slika 5.28 Raspodela intenziteta vektora gustine struje, za $h = 15 m$, u funkciji rastojanja od koordinatnog početka, $\rho_1/\rho_2 = 500/50$, do dubine $x = 5 m$

Kada se dijagram zavisnosti intenziteta vektora gustine struje u dvoslojnom zemljištu, odnosa specifičnih otpornosti, $\rho_1/\rho_2 = 500/50$ prikazuje samo do dubine 5 m u zemlji, vidi se skokovit porast intenziteta vektora gustine struje.

Porast se, na obe prikazane frekvencije, pojavljuje na razdvojnoj površi između slojeva, na dubini od 1 m. Do njega dolazi zbog skokovitog smanjenja specifične otpornosti zemlje; sa $\rho_1 = 500 \Omega m$, koliko iznosi specifična otpornost prvog sloja, na 10 puta manju vrednost, $\rho_2 = 50 \Omega m$.



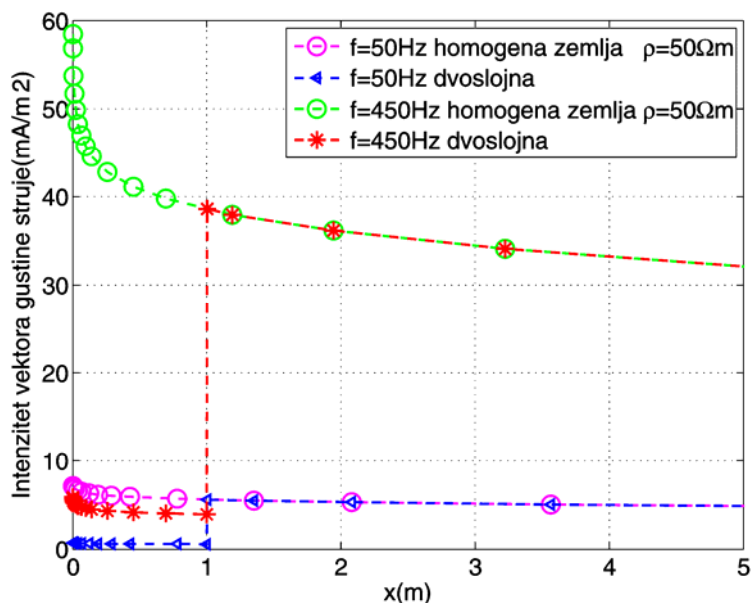
Slika 5.29 Raspodela intenziteta vektora gustine struje, za $h = 15 m$, u funkciji rastojanja od koordinatnog početka, $\rho_1/\rho_2 = 500/50$, do dubine $x = 1000 m$

Ako se ista zavisnost prikaže do 1000 m duboko u zemlji, i istovremeno se, na istom dijagramu, na obe frekvencije, prikaže i strujna raspodela u homogenom zemljištu, specifične otpornosti drugog sloja, $\rho_2 = 50 \Omega m$, vidi se da se na obe frekvencije dijagrami u potpunosti podudaraju.

To, ustvari, znači da je, zbog male debljine prvog sloja u odnosu na debljinu drugog i u odnosu na dubinu prodiranja, u ovom slučaju, uticaj prvog sloja na raspodelu struje, a samim tim i kasnije, na impedansu zemlje, zanemarljivo mali.

Naredni dijagram, prikazan na slici 5.30, predstavlja kombinaciju prethodna dva grafika.

Prikazana je strujna raspodela u dvoslojnom zemljištu odnosa specifičnih otpornosti, $\rho_1/\rho_2 = 500/50$ zajedno sa raspodelom struje za homogeno zemljište specifične otpornosti drugog sloja, $\rho_2 = 50 \Omega m$, za dve frekvencije, $f = 50 Hz$ i $f = 450 Hz$ do dubine 5 m od površi zemlje.

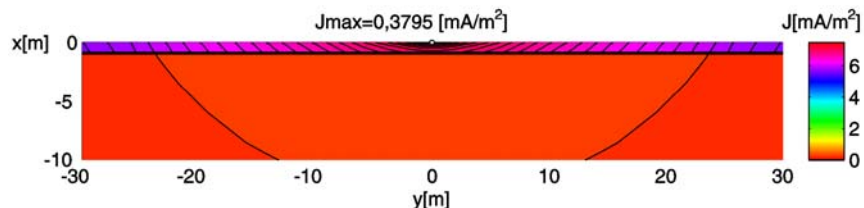


Slika 5.30 Raspodela intenziteta vektora gustine struje, za $h = 15$ m, u funkciji rastojanja od koordinatnog početka, $\rho_1/\rho_2 = 500/50$, do dubine $x = 5$ m

I sa gonje slike se vidi skokovit porast intenziteta vektora gustine struje na razdvojnoj površi između slojeva, ali i poklapanje dijagrama dvoslojne i homogene zemlje u drugom sloju. To ponovo ukazuje da je uticaj prvog sloja zanemarljiv i da se zemlja ponaša kao homogena, specifične otpornosti drugog sloja, ρ_2 .

Kao što je raspodela struje u slučaju homogenog zemljišta bila takođe prikazana i pomoću konturnih linija, isti način prikazivanja može da se primeni i za dvoslojno zemljište.

Strujna raspodela u dvoslojnom zemljištu, za raspored slojeva $50 \Omega\text{m}/1000 \Omega\text{m}$, pri frekvenciji $f = 50$ Hz i visini nadzemnog voda $h = 15$ m, prikazana pomoću konturnih linija i prostorne raspodele, do dubine 10 m, data je na slici 5.31.

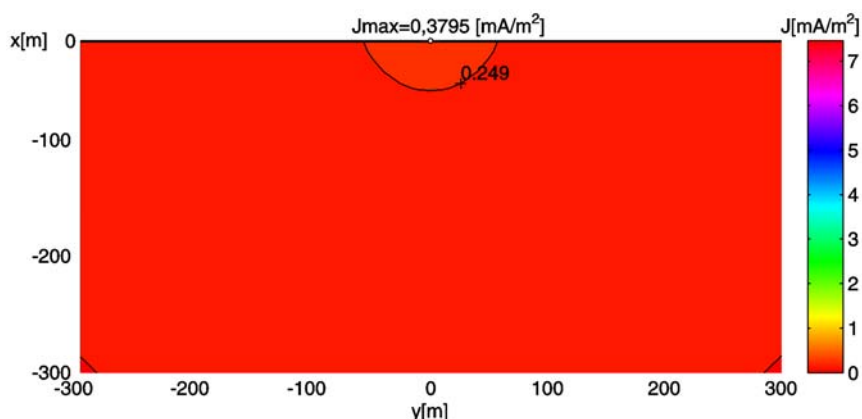


Slika 5.31 Raspodela intenziteta vektora gustine struje u dvoslojnom zemljištu, za $h = 15$ m, u funkciji rastojanja od koordinatnog početka, $\rho_1/\rho_2 = 50/1000$, do dubine $x = 10$ m

Na slici 5.31 je prikazana ista zavisnost kao na slici 5.26, ovog puta pomoću izoliniija i palete boja.

Na osnovu odnosa specifičnih otpornosti slojeva, bilo je očekivano da će veći deo struje da se nađe u gornjem sloju. Gušće raspoređene konturne linije u gornjem sloju i boje iz gornjeg dela palete u odnosu na one u donjem sloju zemlje su potvrdile očekivanja.

Strujna raspodela u dvoslojnom zemljištu, za raspored slojeva $\rho_1/\rho_2 = 50 \Omega m/1000 \Omega m$, pri frekvenciji $f = 50 \text{ Hz}$ i visini nadzemnog voda, $h = 15 \text{ m}$, prikazana pomoću konturnih linija i prostorne raspodele, do dubine 300 m , data je na slici 5.32.



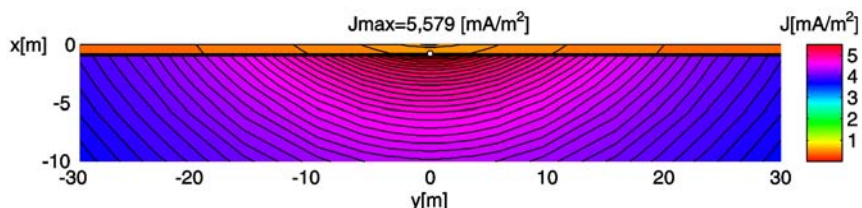
Slika 5.32 Raspodela intenziteta vektora gustine struje u dvoslojnom zemljištu, za $h = 15 \text{ m}$, u funkciji rastojanja od koordinatnog početka, $\rho_1/\rho_2 = 50/1000$, do dubine $x = 300 \text{ m}$

Na slici 5.32 je prikazana ista zavisnost kao na slici 5.27, pomoću izolinijskih i paleta boja.

Zbog male debljine gornjeg sloja, na slici 5.32 se praktično vidi samo strujna raspodela u donjem sloju. Zbog velike specifične otpornosti donjeg sloja, koja iznosi $\rho = 1000 \Omega m$, može da se očekuje da će se samo mali deo strujne raspodele naći u tom sloju.

Na osnovu obeležene vrednosti intenziteta vektora gustine struje na ucrtanoj konturnoj liniji, i upoređujući je sa paletom boja na desnoj strani slike, uočava se da su vrednosti intenziteta vektora gustine struje veoma male i pripadaju vrednostima sa donjeg kraja legende. Uticaj tankog gornjeg sloja, manje specifične otpornosti se na ovoj slici ne vidi.

Raspodela intenziteta vektora gustine struje u dvoslojnom zemljištu, za raspored slojeva $500 \Omega m/50 \Omega m$, pri frekvenciji, $f = 50 \text{ Hz}$ i visini nadzemnog voda, $h = 15 \text{ m}$ prikazana pomoću konturnih linija i prostorne raspodele, do dubine 10 m , data je na slici 5.33.



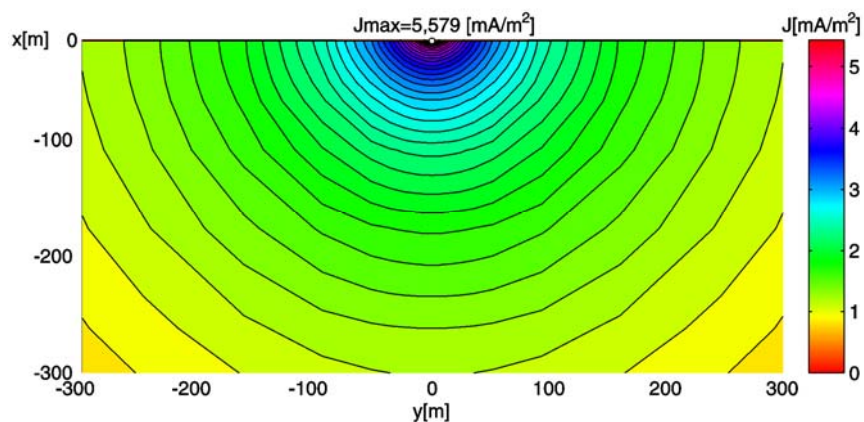
Slika 5.33 Raspodela intenziteta vektora gustine struje u dvoslojnom zemljištu, za $h = 15 \text{ m}$, u funkciji rastojanja od koordinatnog početka, $\rho_1/\rho_2 = 500/50$, do dubine $x = 10 \text{ m}$

Slika 5.33 predstavlja istu zavisnost, kao na grafiku 5.28, pomoću izolinija i palete boja.

U ovom modelu je gornji sloj veće specifične otpornosti nego donji i zbog toga se veći deo strujne raspodele nalazi u donjem sloju. Sa slike 5.33 se dati odnos specifičnih otpornosti lako uočava, ako se isprati gustina konturnih linija u pojedinim slojevima i odgovarajuće nijanse boja sa palete.

Sasvim očekivano, sa slike se vidi da je najveći intenzitet vektora gustine struje, u ovom slučaju na razdvojnoj površi između slojeva.

Strujna raspodela u dvoslojnom zemljištu, za raspored slojeva $500 \Omega m / 50 \Omega m$, pri frekvenciji, $f = 50 \text{ Hz}$ i visini nadzemnog voda, $h = 15 \text{ m}$, prikazana pomoću konturnih linija i prostorne raspodele, do dubine 300 m , data je na slici 5.34.



Slika 5.34 Raspodela intenziteta vektora gustine struje, za $h = 15 \text{ m}$, u funkciji rastojanja od koordinatnog početka $\rho_1/\rho_2 = 500/50$ do dubine $x = 300 \text{ m}$

Slika 5.34 odgovara raspodeli prikazanoj na grafiku 5.29, pomoću izolinija i palete boja.

Uticaj tankog gornjeg sloja se na ovoj slici ne vidi. I u ovom modelu je donji sloj dominantan, a zbog veličine i manje specifične otpornosti donjeg sloja, veći deo strujne raspodele je u tom sloju.

Razlika u gustini konturnih linija prikazanih na slikama 5.32 i 5.34 može odmah da ukaže na grub odnos specifičnih otpornosti donjih slojeva.

Na kraju, na osnovu analize svih slučajeva dvoslojnog zemljišta, sa karakterističnim debljinama slojeva i usvojenim specifičnim otpornostima, na svim proučavanim frekvencijama, može da se zaključi da je u svim situacijama, uticaj gornjeg sloja zanemarljiv. To znači da se dvoslojno i višeslojna zemljišta, čija je debljina znatno manja od dubine prodiranja, ponašaju kao homogena, specifične otpornosti donjeg sloja.

Na osnovu gornjih zaključaka, svi naredni rezultati će biti dati samo za model homogenog tla.

5.3 Raspodela struje određena pomoću MKE

Za verifikaciju rezultata dobijenih primenom metoda razvijenog u okviru ove teze, korišćen je programski paket Comsol Multiphysics 3.5a [Comsol], čiji se rad bazira na rešavanju parcijalnih diferencijalnih jednačina metodom konačnih elemenata i računanju svih ostalih veličina od interesa, direktnim izrazima ili postprocesnom integracijom.

Definisanje modela za proračun i postupak numeričkog rešavanja postavljenog problema opisan je u Poglavlju 4. Da bi se odredile sve veličine neophodne za proračun impedanse zemlje, primenjen je AC/DC modul programskog paketa Comsol Multiphysics 3.5a, koji obezbeđuje jedinstveno okruženje u 2D i 3D prostoru. Izabran je mod: „2D Quasi-static, Magnetic/ Perpendicular Induction Currents, Vector Potential” i „Time harmonic” simulacija.

Da bi rezultati dobijeni u tezi mogli da se uporede sa rezultatima proračuna u Comsolu, i u ovom modelu je pretpostavljeno da je kompleksna jačina struje u nadzemnom provodniku intenziteta,

$$\underline{I}_0 = (1 + j0) kA. \quad (5.3)$$

Svi proračuni pomoću ovog programa su izvršeni za iste ulazne podatke, date u tabelama 5.1 i 5.4. Električne i magnetske karakteristike okruženja postavljene su, takođe, na identične vrednosti ($\epsilon_r=1$, $\mu_r=1$, $\sigma_0=0$).

Oblast od interesa za proračun je ograničen blokom dovoljno velikih dimenzija, radi postavljanja graničnih uslova. Za proračune je, u ovom primeru, za granicu oblasti izabran kvadrat stranica, $a_{gr} = 10000 \text{ m}$, sa središtem u koordinatnom početku. Nadzemni vod je postavljen na visini h na ordinati posmatranog koordinatnog sistema.

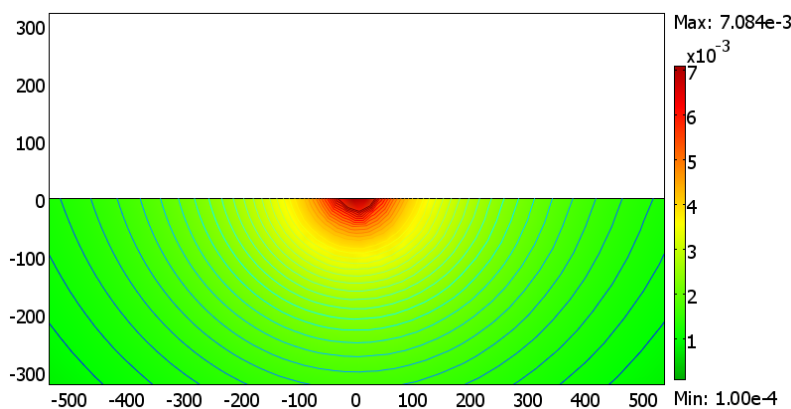
Pri definiciji graničnih uslova treba uzeti u obzir činjenicu da elektromagnetsko polje iščezava na dovoljno velikom rastojanju od koordinatnog početka.

Da bi se što tačnije odredila strujna raspodela u zemlji, neophodno je postaviti dovoljno gustu mrežu u svim delovima posmatranog modela. Gušća mreža je formirana u domenima u kojima se očekuju brže prostorne promene veličina koje su od interesa, u konkretnom slučaju, vektora gustine struje. U poslednjoj fazi proračuna, program vrši izračunavanje vrednosti magnetskog vektor potencijala u određenim tačkama mreže i time omogućuje određivanje drugih veličina od interesa, koje su potrebne za dalje proračune.

U ovom slučaju, to je intenzitet vektora gustine struje u zemlji, tačnije njegova raspodela po poprečnom preseku zemlje, snaga Džulovih gubitaka po jedinici dužine zemlje i podužna energija sadržana u magnetskom polju u zemlji. Pomoću tih veličina se, na osnovu izraza (4.3) i (4.5), izračunavaju podužna otpornost i podužna impedansa zemlje po kilometru dužine. Korišćeni programski paket podržava i različite načine prikazivanja rezultata. Na

ovom mestu je raspodela intenziteta vektora gustine struje prikazana u vidu prostorne raspodele, sa dodatim konturnim linijama.

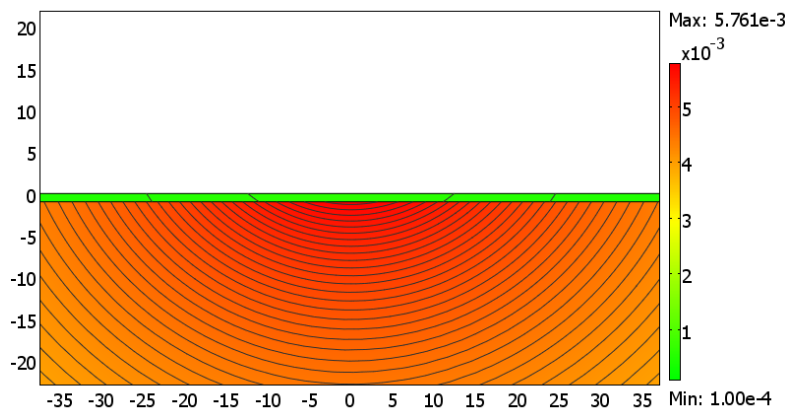
Na slici 5.35 je, kao primer, prikazana strujna raspodela u zemlji, u okolini nadzemnog voda, koji je postavljen na visinu, $h = 15\text{ m}$. Specifična otpornost zemlje je, $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, a frekvencija je $f = 50\text{ Hz}$.



Slika 5.35 Raspodela intenziteta vektora gustine struje u zemlji, do dubine $x = 300\text{ m}$ ($h = 15\text{ m}$, $\rho = 50\ \Omega\text{m}$, $f = 50\text{ Hz}$, Comsol)

Kao što može da se uoči, izračunata raspodela je praktično identična strujnoj raspodeli prikazanoj na slici 5.6.

Kao drugi primer, raspodela struje u dvoslojnom zemljištu, određena korišćenjem programskog paketa COMSOL, za $h = 15\text{ m}$, $\rho_1/\rho_2 = 500/50$ i $f = 50\text{ Hz}$, je prikazana na slici 5.36.



Slika 5.36 Raspodela intenziteta vektora gustine struje u dvoslojnom zemljištu, do dubine $x = 25\text{ m}$, ($h = 15\text{ m}$, $\rho_1/\rho_2 = 500/50$, $f = 50\text{ Hz}$, Comsol)

Analizom slike 5.36, može da se uoči velika sličnost sa prikazom na slici 5.33, koja je dobijena primenom razvijenog metoda. Parametri su isti kao i za raspodelu prikazanu na slici 5.33. Može da se uoči jedino neznatno odstupanje maksimalnog intenziteta vektora gustine struje u ova dva načina određivanja raspodele struje.

5.4 Izračunavanje impedanse Zemlje

Da bi se proverio novorazvijeni metod i vrednosti izračunate impedanse zemlje, izračunate vrednosti su upoređene sa rezultatima dobijenim:

- numeričkim metodom baziranim na metodu konačnih elemenata (MKE), korišćenjem programskog paketa Comsol Multiphysics 3.5a i
- pomoću pojednostavljenog Karsonovog izraza (Karson – Klemovom formulom) [Tsiamitros 2008a], [Tsiamitros 2008b], koju je, zbog poređenja, bolje prikazati u obliku datom u (2.4),

$$\begin{aligned} \underline{Z}'_{ii} &= (R'_u + R'_z) + j(\omega L'_{ii} + X'_u + X'_z) & [\Omega / km] \\ \underline{Z}'_{ij} &= R'_{zm} + j(\omega L'_{ij} + X'_{zm}) & [\Omega / km] \end{aligned}$$

pri čemu nas, za određivanje impedanse zemlje, interesuje samo izraz za podužnu sopstvenu impedansu,

$$\underline{Z}'_{ii} = (R'_u + R'_z) + j(\omega L'_{ii} + X'_u + X'_z) \quad [\Omega / km], \quad (5.4)$$

gde je

- R'_u podužna otpornost (rezistansa) provodnika u $[\Omega/km]$,
- R'_z podužna sopstvena otpornost nesavršeno provodne zemlje u $[\Omega/km]$,
- ω kružna učestanost u radijanima po sekundi $[rad/s]$,
- L'_{ii} podužna spoljašnja samoinduktivnost nadzemnog voda, u prisustvu savršeno provodne zemlje u $[H/km]$,
- X'_u podužna unutrašnja reaktansa provodnika u $[\Omega/km]$,
- X'_z podužna sopstvena reaktansa nesavršeno provodne zemlje u $[\Omega/km]$.

Kao što je već rečeno, izraz (5.4) predstavlja ukupnu podužnu impedansu voda i zemlje kao povratnog provodnika. Pošto se, kako predloženim novim metodom, tako i metodom baziranim na MKE, određuje samo podužna impedansa zemlje, rezultati dobijeni ovim

metodama će se upoređivati sa odgovarajućim članovima izraza (5.4). Ti članovi su: drugi član realnog dela, podužna otpornost zemlje, R'_z i treći član imaginarnog dela, X'_z , podužna reaktansa zemlje, prikazana u obliku,

$$\begin{aligned} R'_z &= 4\omega \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\pi}{8}, \\ X'_z &= 4\omega \cdot 10^{-7} \cdot \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \ln 2 - \ln \gamma - \ln k \right) \right]. \end{aligned} \quad (5.5)$$

gde je

- ω kružna učestanost u radijanima po sekundi [rad/s].
- $\ln \gamma$ Ojlerova konstanta, $\ln \gamma = 0,57723$,
- k parametar definisan u izrazu 2.23.

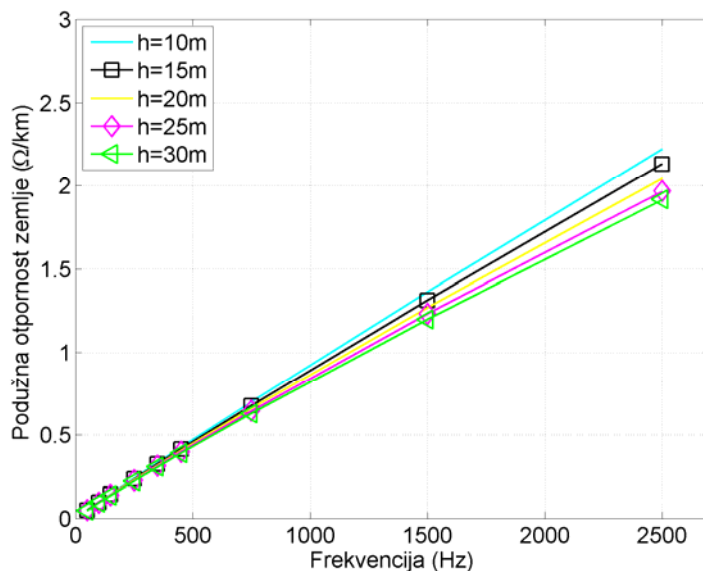
Kao što se vidi iz izraza (5.5), podužna otpornost zemlje ne zavisi od specifične otpornosti tla. To je zbog toga što ceo poprečni presek zemlje stoji na raspolaganju struji u zemlji. Posmatrajući izraz za podužnu otpornost,

$$R' = \frac{\rho}{S}, \quad (5.6)$$

za velike vrednosti specifične otpornosti (šljunkovita zemlja, kamenito tlo), površinski efekat je manje izrazit, tako da će struja da se raspoređi po većoj površini poprečnog preseka zemlje (veće ρ , veće S), tako da odnos ρ/S ostaje praktično konstantan.

Za male vrednosti specifične otpornosti (treset, humus, baštenska zemlja), površinski efekat je izrazitiji, struja se raspoređuje po manjoj površi, bliže površi zemlje (tada je manje ρ i manje S), tako da je odnos ρ/S i u ovom slučaju približno konstantan.

Na slici 5.37 je prikazana podužna otpornost zemlje, računata pri specifičnoj otpornosti homogenog zemljišta $\rho = 50 \Omega m$ i pet različitih visina nadzemnog voda, primenom metoda razvijenog i opisanog u ovom radu.

Podužna sopstvena otpornost zemlje

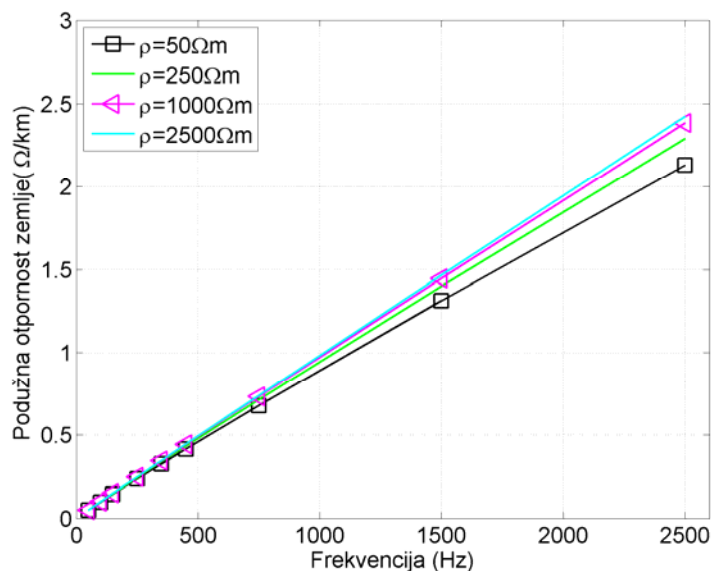
Slika. 5.37 *Podužna otpornost zemlje, za $\rho = 50 \Omega m$ i različite visine nadzemnog voda u funkciji frekvencije*

Sa slike se vidi da je uticaj visine na kojoj se nalazi nadzemni vod sasvim zanemarljiv na nižim učestanostima, ali da uticaj visine blago raste sa porastom frekvencije.

Razlog za to je blago smanjenje magnetskog polja u zemlji i na površi zemlje sa povećanjem visine provodnika. Na višim frekvencijama te manje promene magnetskog polja smanjuju pojavu elektromagnetske indukcije, manji je vektor jačine indukovanog električnog polja, manji intenziteti indukovanih struja i , samim tim, manje izrazit površinski efekat.

To se vidi i na slici 5.37, na kojoj prikazana zavisnost podužne otpornosti od frekvencije, za najveću vrednost visine nadzemnog voda, $h = 30 m$, leži ispod svih ostalih krivih.

Zavisnost podužne otpornosti zemlje od frekvencije, kada se specifična otpornost tla uzima kao parametar, pri nadzemnom vodu na visini $h = 15 m$, dobijena pomoću novorazvijenog metoda, prikazana je na slici 5.38.



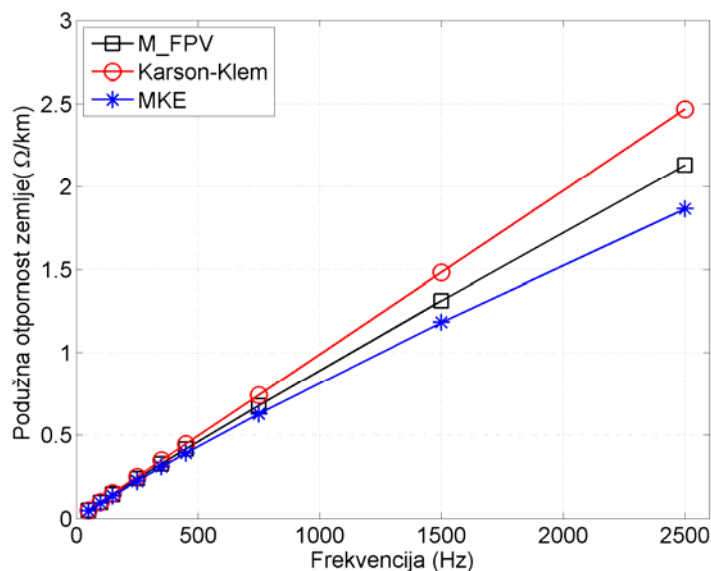
Slika 5.38 Podužna otpornost zemlje, za $h = 15 m$ i različite specifične otpornosti zemlje, u funkciji frekvencije

Sa slike 5.38 se vidi da specifična otpornost zemlje, i pored objašnjenja u prethodnom delu teksta, vezanog za razlog nenastupanja u Karson – Klemovoj formuli, vezano za izraz (5.6), ipak utiče na podužnu otpornost zemlje, pogotovo na višim frekvencijama. Objašnjenje za tu pojavu je izrazitiji površinski efekat na višim frekvencijama, na kojima pojednostavljena Karson-Klemova formula daje manje tačne rezultate.

Da bi se lakše uporedile vrednosti podužnih otpornosti dobijenih primenom pojedinih metoda, na grafiku slike 5.39 je prikazana podužna otpornost zemlje, računata pri specifičnoj otpornosti homogenog zemljišta $\rho = 50 \Omega m$ i pri visini nadzemnog voda $h = 15 m$, pomoću sva tri metoda.

Upoređeni su rezultati dobijeni:

- novim metodom opisanim u poglavlju 3 ove disertacije, označeni sa M_FPV (Metod baziran na izračunavanju Fluksa Pointingovog Vektora),
- korišćenjem Karson – Klemove formule, (oznaka Karson – Klem) na osnovu druge jednačine iz sistema (5.5),
- numeričkom procedurom, označenom sa MKE.



Slika.5.39 Poduzna otpornost zemlje, za $\rho = 50 \Omega m$, $h = 15 m$, u funkciji frekvencije

Sa slike se vidi da je slaganje svih dobijenih rezultata za poduznu otpornost zemlje veoma dobro, što je odličan pokazatelj ispravnosti posmatranog novog metoda.

Posmatrajući sliku 5.39, može da se zaključi da je pojednostavljena Karson – Klemova formula, prva jednačina iz sistema (5.5), veoma pogodna za određivanje poduzne otpornosti zemlje, pogotovo na nižim frekvencijama.

Poklapanje rezultata pojedinih metoda je veoma dobro, prvenstveno na nižim frekvencijama.

Da bi odstupanja u rezultatima, dobijenim predloženim metodom, od rezultata druga dva metoda koji su korišćeni za verifikaciju i koja su prikazana na slici 5.39, kao i njihov rast pri porastu frekvencije, mogla da se kvantifikuju, određena je procentualna relativna greška, definisana kao,

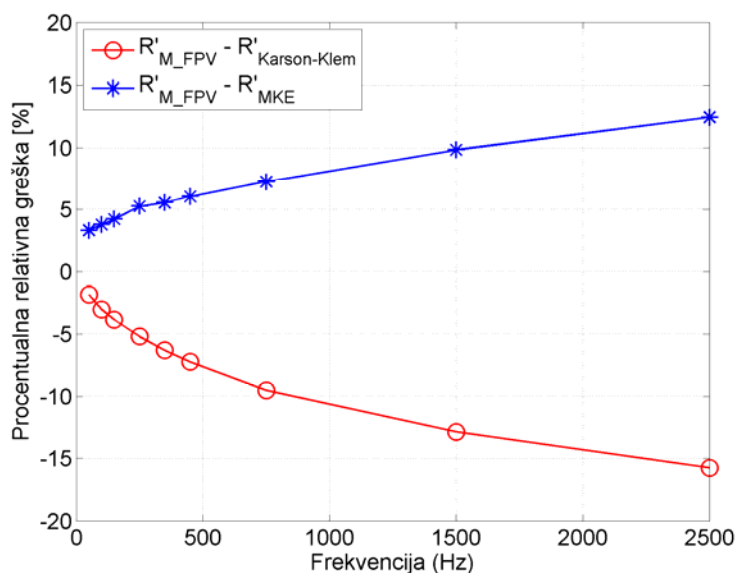
$$\varepsilon = \frac{R'_{M_FPV} - R'_{Karson-Klem/MKE}}{R'_{M_FPV}} \cdot 100 \quad [\%]. \quad (5.7)$$

Vrednosti procentualnog relativnog odstupanja poduzne otpornosti zemlje u funkciji frekvencije, za nadzemni vod, koji se nalazi na visini, $h = 15 m$, pri specifičnoj otpornosti zemlje, $\rho = 50 \Omega m$, dati su u tabeli 5.7.

TABELA 5.7
 Procentualno relativno odstupanje podužne otpornosti zemlje

$h = 15 \text{ m}$ $\rho = 50 \Omega \text{ m}$		$R' [\Omega/\text{km}]$								
$f [\text{Hz}]$	50	100	150	250	350	450	750	1500	2500	
M_FPV	0,485	0,0958	0,1425	0,2345	0,3249	0,4141	0,6758	1,3115	2,1314	
Karson-Klem	0,0493	0,0987	0,1480	0,2467	0,3454	0,4441	0,7402	1,4804	2,4674	
MKE	0,0469	0,0922	0,1365	0,2222	0,3069	0,3891	0,6269	1,1826	1,8662	
$\varepsilon [\%]$										
M_FPV:	-1,649	-3,0271	-3,8596	-5,2026	-6,3096	-7,2446	-9,5294	-12,878	-15,764	
KK										
$\varepsilon [\%]$										
M_FPV:	3,2989	3,7578	4,2105	5,2452	5,5402	6,0371	7,2359	9,8284	12,4425	
MKE										

Grafički prikaz odstupanja iz tabele 5.7 je dat na slici 5.40.



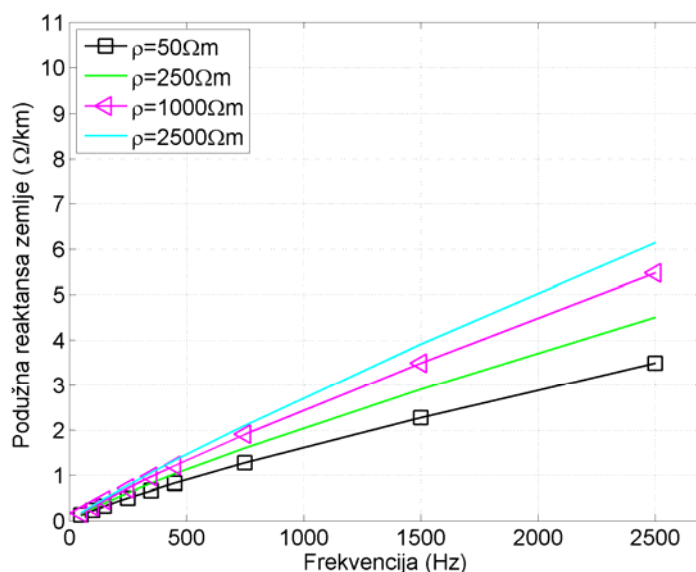
Slika 5.40 Procentualno relativno odstupanje podužne otpornosti zemlje, za $h = 15 \text{ m}$ i $\rho = 15 \Omega \text{ m}$, u funkciji frekvencije

Na osnovu brojnih vrednosti iz tabele 5.7 i sa slike 5.40 se vidi da su odstupanja u oblasti niskih frekvencija veoma mala, dok se veća odstupanja javljaju tek na višim frekvencijama. S druge strane, porastom frekvencije raste i izrazitost površinskog efekta, odnosno, cela strujna raspodela se javlja na sve manjem prostoru, što znači da raste brzina

prostornih promena svih posmatranih veličina. Pošto se pojavljuje sve veća promena između dve susedne, bliske tačke, da bi se dobila ista tačnost računanja, bez obzira što se posmatrani domen smanjuje, potrebno je korišćenje većeg broj elemenata u MKE. To, međutim, pri ograničenim računarskim resursima nije uvek moguće i zbog toga relativna procentualna odstupanja rastu sa porastom učestanosti. Razlozi odstupanja pojednostavljene Karson-Klem formule na višim frekvencijama su već objašnjeni u prethodnom delu teksta.

Podužna sopstvena reaktansa zemlje

Zavisnost podužne reaktanse zemlje od frekvencije, za visinu nadzemnog voda $h = 15$ m i četiri različite vrednosti specifične provodnosti, računata primenom razvijenog metoda, opisanog u disertaciji, prikazana je na slici 5.41.

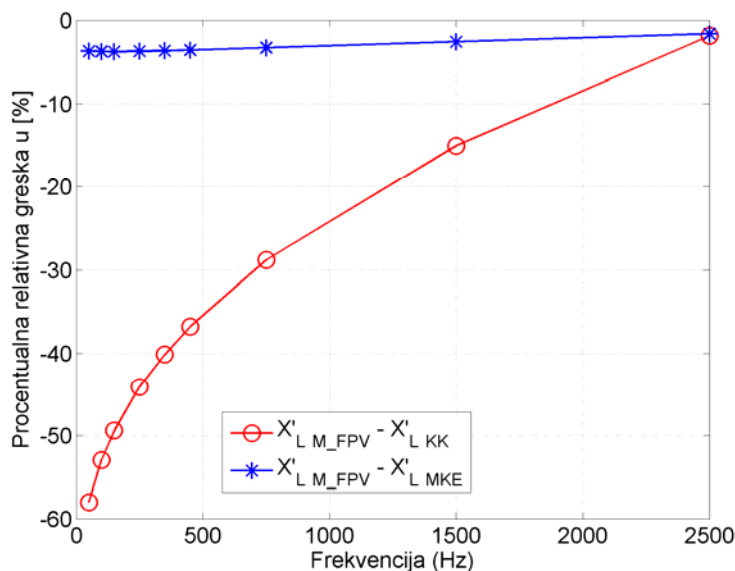


Slika 5.41 *Podužna reaktansa zemlje, za $h = 15$ m i različite vrednosti specifičnih otpornosti tla, u funkciji frekvencije*

Sa slike 5.41 se vidi da podužna reaktansa ne raste linearno sa frekvencijom, već nešto sporije, što dovodi do zaključka da se očekuje opadanje podužne induktivnosti sa frekvencijom.

Da bi se lakše uporedile vrednosti podužnih reaktansi dobijene primenom pojedinih metoda, na grafiku slike 5.42 je prikazana podužna reaktansa zemlje, računata pri specifičnoj otpornosti homogenog zemljišta, $\rho = 50 \Omega m$ i pri visini nadzemnog voda $h = 15$ m, dobijene pomoću sva tri metoda, pri čemu je u Karson – Klemovoj formuli, posmatrana samo podužna reaktansa zemlje, računata po drugoj jednačini iz izraza 5.5.

Grafički prikaz odstupanja prikazanih u tabeli 5.8, je dat na slici 5.43.



Slika 5.43 Procentualno relativno odstupanje podužne reaktanse zemlje, za $h = 15 \text{ m}$ i $\rho = 50 \Omega\text{m}$, u funkciji frekvencije

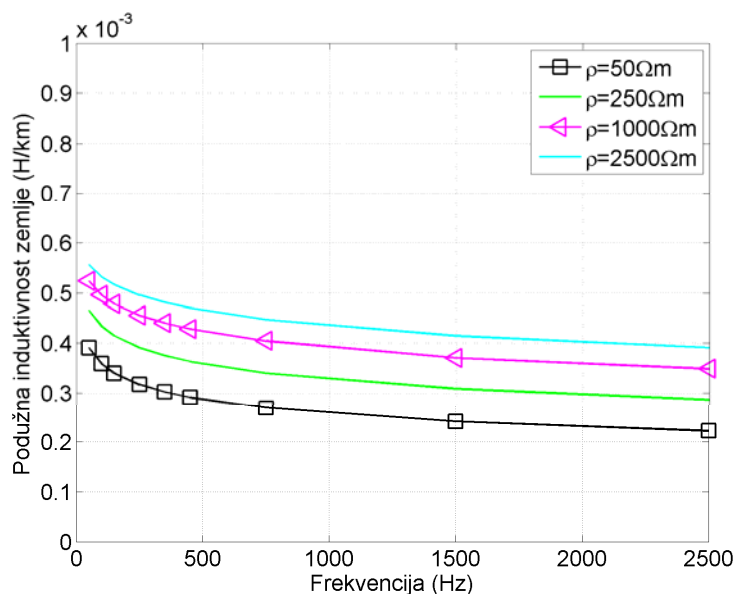
Na osnovu brojnih vrednosti iz tabele 5.8 i slike 5.43 se vidi da su odstupanja na svim frekvencijama, između vrednosti reaktansi dobijenih novorazvijenim metodom i MKE, veoma mala i da spadaju u opseg numeričkih grešaka oba metoda.

S druge strane, iako se to ne uočava odmah na slici 5.42, odstupanja rezultata dobijenih na osnovu druge jednačine sistema jednačina (5.5) u Karson – Klemovoj formuli su značajnija, posebno na nižim frekvencijama.

Jedan od razloga za to su male vrednosti podužne reaktanse na niskim frekvencijama, pa je relativno odstupanje veliko, dok apsolutno odstupanje nije. Sa slike 5.43 se uočava i možda pomalo neočekivana zavisnost, da oba predstavljena odstupanja opadaju sa porastom frekvencije.

Podužna sopstvena induktivnost zemlje

Zavisnosti podužnih induktivnosti od frekvencije, kada je nadzemni vod na visini $h = 15 \text{ m}$, pri četiri različite vrednosti specifične otpornosti tla, izračunate novim metodom, su prikazane na slici 5.45.



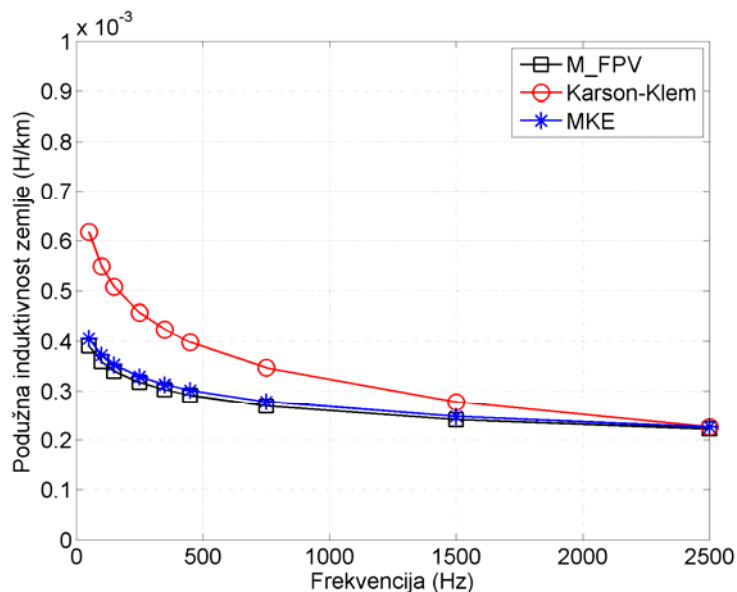
Slika 5.44 Podužna induktivnost zemlje, za $h = 15 \text{ m}$ i različite vrednosti specifičnih otpornosti tla, u funkciji frekvencije

Kao što se i očekivalo, podužna induktivnost zemlje opada sa porastom frekvencije kao i pri izraženijem površinskom efektu.

Pri najvećoj specifičnoj otpornosti zemlje, površinski efekat je najmanje izrazit, a podužna induktivnost zemlje ima najveću vrednost koja polako opada sa frekvencijom.

Pri najmanjoj specifičnoj otpornosti, kada je površinski efekat izraženiji, podužna induktivnost zemlje je najmanja i opada na isti način sa frekvencijom.

Kao i u slučaju podužne otpornosti i podužne reaktanse zemlje, radi lakšeg poređenja, na slici 5.45 su prikazane podužne induktivnosti zemlje, računane pri specifičnoj otpornosti homogenog zemljišta, $\rho = 50 \Omega m$ i pri visini nadzemnog voda $h = 15 m$, pomoću sva tri metoda.



Slika.5.45 Podužna induktivnost zemlje, za $\rho = 50 \Omega m$, $h = 15 m$ u funkciji frekvencije

Na slici 5.45 može da se vidi veoma dobro poklapanje rezultata dobijenih razvijenim metodom i primenom metoda konačnih elemenata (poređenje donje dve krive na slici 5.45) i nešto slabije poklapanje tih rezultata sa rezultatima primene pojednostavljene Karson – Klem formule. Procentualna relativna odstupanja koja u ovom slučaju nastupaju su ista kao i odstupanja podužne reaktanse i zbog toga neće biti posebno razmatrana.

6. Diskusija rezultata

Na osnovu prikazanih rezultata može da se zaključi, da je u potpunosti potvrđena osnovna hipoteza ove disertacije, u kojoj se predviđalo da frekvencijski zavisna impedansa zemlje kao povratnog provodnika, pri proizvoljnoj učestanosti, može veoma tačno da se odredi pomoću fluksa kompleksnog Pointingovog vektora.

Određivanje fluksa kompleksnog Pointingovog vektora, kao što je navedeno u poglavlju 1.4, prilikom definisanja koncepcije i metodologije rada, je izvršeno u etapama.

Polazeći od Maksvelovih jednačina u kompleksnom obliku, a zatim rešavajući difuzionu parcijalnu diferencijalnu jednačinu, prvo u cilindričnom, a zatim i u Dekartovom koordinatnom sistemu, određeni su kompleksni vektori jačine električnog polja i kompleksni vektor gustine struje u homogenoj zemlji. Posle toga je pokazano da je model za proračun impedanse zemlje kao povratnog provodnika, razvijen za homogeno zemljište mogao lako da se modifikuje i iskoristi za određivanje raspodele struje i ostalih parametara u dvoslojnom i višeslojnom zemljištu.

Tako određena strujna raspodela može da se iskoristi za određivanje i drugih parametara, kao što su napon koraka i napon dodira. Poznavanje tih veličina je bitno kod pojave zemljospoja, koji se javlja zbog kvara na nekim od elemenata elektroenergetskog sistema.

Nakon toga je, u zemlji i u vazduhu, određeno rezultatno magnetsko polje, prouzrokovano strujom u nadzemnom provodniku i strujnom raspodelom u zemlji.

Poznavanjem potrebnih komponenti kompleksnog vektora jačine električnog polja i kompleksnog vektora jačine magnetskog polja u svim tačkama na površi zemlje, koji su potrebni za definisanje kompleksnog Pointingovog vektora, bez poteškoća može da se izračuna i fluks datog vektora kroz površ zemlje.

Upotreba komercijalnog programskog paketa Comsol Mulyphysics 3.5a, koji se bazira na korišćenju MKE, a primenjen je za verifikaciju dobijenih rezultata, iziskivala je detaljno poznavanje strukture, mogućnosti i primene datog komercijalnog programskog paketa.

Veoma dobro slaganje rezultata proračunatih novorazvijenim metodom i onim dobijenim pomoću programskog paketa Comsol Mulyphysics 3.5a, u suštini je verifikovalo oba metoda i kvalifikovalo ih za šire upotrebe računanja sličnih problema i proveru rezultata dobijenih drugim metodima.

Pokazalo se da je razvijeni metod za određivanje frekvencijski zavisne impedanse zemlje kao povratnog provodnika preko fluksa Pointingovog vektora ispravan i da su dobijeni isti rezultati kao i pomoću ovog programskog paketa, iako ova dva programa do istih rezultata dolaze potpuno različitim pristupima. Pri tome se, kao što je već naglašeno, korišćenjem programskog paketa Comsol Multyphysics 3.5a, podužna otpornost zemlje određuje preko Džulovih gubitaka, a podužna induktivnost metodom virtuelnih radova u magnetskom polju.

Prilikom proračuna relevantnih veličina, nisu postojale nikakve poteškoće pri primeni matematičkog modela i pojedinih matematičkih postupaka, kao ni pri korišćenju računarskih resursa. To znači, da je algoritam za novi metod izračunavanja frekvencijski zavisne impedanse zemlje kao povratnog provodnika bio precizno formulisani i u detalje razrađen, a matematički model veoma dobro osmišljen.

Svi koraci algoritma su sledili logičan tok fizičkih dešavanja, baziranih na zakonitostima elektromagnetike, a korišćenje odgovarajućeg složenog matematičkog aparata, detaljno opisanog u Poglavlju 3, je pomoglo da se proračuni izvrše dosledno i dovedu do preciznih rešenja.

Rezultati dobijeni u radu su predstavljeni na adekvatan način, uzimajući u obzir uticaj svih relevantnih parametara. Svi rezultati, prikazani graficima i slikama datim pomoću konturnih linija, su detaljno komentarisani, dajući adekvatna fizička objašnjenja.

Da bi se pojedini grafici mogli još detaljnije analizirati, u prilogima su, u vidu tabela, date odgovarajuće brojne vrednosti veličina prikazanih na odgovarajućim graficima, kako bi se osnovni tekst u Poglavlju 5 rasteretio, a čitanje olakšalo.

U prilogima se nalaze dodatni izrazi, tabelarne vrednosti i izvođenja nekih veličina, koje će čitaocu, koji želi da se dublje upozna sa problematikom, trebalo to da omogući.

7. Zaključak

Na osnovu sveobuhvatnog pristupa usvojenom problemu istraživanja i na osnovu dobijenih rezultata, mogu da se izvedu konačni zaključci ovog rada, koji u potpunosti daju odgovore na postavljene hipoteze.

Posle detaljnog proučavanja dostupne tehničke literature, usvojivši mnoga saznanja u istraživačkoj oblasti, uočeni su određeni nedostaci najčešće korišćenih postupaka za određivanje pojedinih, frekvencijski zavisnih, elemenata elektroenergetskih sistema, kao što je, na primer, frekvencijski zavisna impedansa zemlje.

Ustanovljeno je da pojedini pojednostavljeni izrazi, najčešće upotrebljavani u inženjerskoj praksi, daju dobre rezultate na osnovnim industrijskim učestanostima, ali da rezultati značajno odstupaju na višim učestanostima, odnosno, u slučajevima kada u sistemu postoji značajno prisustvo viših harmonika. U novije vreme, zbog sve intenzivnijeg korišćenja novih tehnologija, koje stvaraju dodatna izobličenja prostoperiodičnih veličina na svim nivoima elektroenergetskih sistema, problem preciznog određivanja frekvencijski zavisnih parametara sistema, još više dobija na značaju.

S druge strane, složeniji metodi za određivanje frekvencijski zavisnih elemenata elektroenergetskih sistema, bazirani uglavnom na numeričkim metodima, uz korišćenje savremenih, brzih računara, zahtevaju znatne računarske performanse, kako u pogledu brzine rada, tako i u pogledu svih računarskih memorija.

Zbog svega toga je u radu postavljena i potvrđena, osnovna hipoteza, po kojoj frekvencijski zavisna impedansa zemlje kao povratnog provodnika, pri proizvoljnoj učestanosti, može veoma tačno da se odredi pomoću fluksa kompleksnog Pointingovog vektora kroz površ zemlje. Važno je naglasiti da, iako predloženi metod omogućava određivanje impedanse zemlje pri proizvoljnim učestanostima, u radu su posmatrane učestanosti koje se, u većoj ili manjoj meri, pojavljuju u elektroenergetskim sistemima. Vrlo često se, osim osnovne učestanosti, pojavljuje i značajan procenat viših harmonika. U radu je posmatrana osnovna učestanost, 50 Hz i učestanosti do 2500 Hz, odnosno do pedesetog harmonika osnovne učestanosti.

Metod koji je razvijen, detaljno opisan i verifikovan u ovom radu, je u potpunosti opravdao očekivanja, ispunjavajući svoj osnovni cilj; njegovo korišćenje ne zahteva posebne računarske performanse, a dovoljno je tačan i u proračunima u koje su uključeni i viši harmonici osnovne učestanosti.

Prilikom razvoja osnovne hipoteze i razmatranja načina njene primene, pojavile su se i dodatne hipoteze, koje su kasnije, posebno razmatrane i u potpunosti potvrđene. To se, pre svega, odnosi na određene međukorake, koji su se pokazali kao veoma značajni sami po sebi. Pokazalo se da su parcijalni rezultati, kao što je precizno određena strujna raspodela u homogenim i višeslojnim zemljištima, takođe veoma značajni u inženjerskoj praksi.

Frekvencijski zavisna strujna raspodela u zemlji je određena veoma tačno, čak i za sisteme sa značajnim sadržajem viših harmonika i posebno je važna pri konstrukciji i optimizaciji rada elektroenergetskih, prenosnih i distribucionih sistema i njihovih uzemljenja. Strujna raspodela u zemlji je važna i zbog uticaja na druge sisteme zakopane u zemlji, kao što su vodne cevi za transport tečnih ili gasovitih materijala, telekomunikacioni kablovi, elektroenergetski kablovi i slično. U svim tim slučajevima struja u zemlji može da prouzrokuje ozbiljne neželjene efekte, koji, poznavanjem strujne raspodele, mogu da budu unapred u velikoj meri smanjeni ili čak u potpunosti eliminisani. Zbog svega toga je, u ovom radu, raspodeli struje posvećena posebna pažnja, pa je raspodela intenziteta vektora gustine struje, za različite situacije i parametre, prikazana na više mogućih načina.

Sledeći korak u određivanju frekvencijski zavisne impedanse zemlje kao povratnog voda, je predviđao isto tako precizno određivanje magnetskog polja, kako u zemlji, tako i u prostoru između zemlje i nadzemnog voda. Poznavanje vremenski promenljivog magnetskog polja, prouzrokovanog strujama u nadzemnim vodovima i strujama u zemlji, je posebno važno zbog pojave elektromagnetske indukcije, koja je uvek posledica svih vremenski promenljivih magnetskih polja i uvek je frekvencijski zavisna. To znači da je precizno određivanje indukovanih električnih polja i indukovanih struja izuzetno važno za opisivanje i proračunavanje događanja, kako u zemlji, tako i iznad nje. Osim toga, poznavanje raspodele magnetskih polja u prostoru u kome žive i borave ljudi, značajno je i sa ekološkog stanovišta, odnosno, u vidu zaštite životne sredine od neželjenih uticaja elektromagnetskih polja.

Na kraju, precizno određena impedansa zemlje, i na osnovnoj učestanosti i u prisustvu viših harmonika, omogućava i precizne konstrukcije svih elemenata elektroenergetskih sistema. Predloženim metodom prisustvo viših harmonika može lako da se uzme u obzir, sa svim posledicama koje prate pojave viših frekvencija u bilo kom elektroenergetskom sistemu.

Na kraju ovog rezimea svega što je urađeno u toku celokupnog istraživanja, važno je napomenuti da su svi prikazani rezultati provereni odgovarajućim postupcima.

Kao što je već više puta pomenuto, fluks kompleksnog Pointingovog vektora opisuje kompleksnu snagu koja se predaje kroz neku površ, a pomoću te kompleksne snage se dalje definišu impedanse na proizvoljnim učestanostima. Prema tome, princip računanja koji je dat u ovom radu, kao i metod i programi koji su razvijeni i opisani, nisu vezani samo za niske frekvencije, već pomoću njih mogu da se rešavaju i problemi na višim frekvencijama. U takvim slučajevima elektromagnetska polja nisu opisana kvazistatičkim diferencijalnim jednačinama, nego se koriste i talasne jednačine, čija rešenja su, pre svega, TEM talasi na vodovima.

Zbog toga bi bilo logično da dalja istraživanja i korišćenje razvijenog programa idu u tom pravcu, kako bi mogli detaljnije da se ispituju i tranzienti i subtranzienti, koji nastupaju u zemlji, prilikom zemljospoja ili atmosferskih pražnjenja. Na taj način bi mogla da se obuhvati većina događanja u zemlji, kada se u njoj, iz bilo kog razloga, pojavi struja.

LITERATURA

1. Abramowitz M., "Tables of Integrals of Struve Functions," *J. Math. Phys.*, 1950, Vol. 29, pp. 49-51.
2. Abramowitz M. and Stegun I. A., "Bessel functions of integer order," in *Handbook of Mathematical Functions*, 9th Ed. New York, NY: Dover Publications, 1970, pp. 355-433.
3. Abramowitz M. and Stegun I. A. (Eds.), "Struve Function $\mathbf{H}_\nu(x)$," §12.1 in *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, 9th printing, New York: Dover, 1972, pp. 496-498.
4. Adžić N., Kovačević I., Marić V. i Ungar V., "Matematička analiza II," Novi Sad: Izdavaštvo FTN, 1996.
5. Alvarado F. L. and Betancourt R., "An accurate closed-form approximation for ground return impedance calculations," 1983, *Proc. IEEE*, Vol. 71, pp. 279-280.
6. Ametani A., "Stratified earth effects on wave propagation," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, 1974, Vol. PAS-93, pp. 1233-1239.
7. Ametani A. and Schinzinger R., "Equations for surge impedance and propagation constant of transmission lines above stratified earth," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, 1976, Vol. PAS-95, No. 3, pp. 773-781.
8. Ametani A., Yoneda T., Baba Y. and Nagaoka N., "An investigation of earth return impedance between overhead and underground conductors and its approximation," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 2009, Vol. 51, No. 3, pp. 860-867.
9. Arnautovski-Toseva V. and Grcev L., "High frequency current distribution in horizontal grounding systems in two-layer soil," in *Proc. 2003 International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, pp. 205-208.
10. Bataller V., Muñoz A., Molina Gaudó P., Mediano A., Cuchí J. A. and Villarroel J. L., "Electrode contact impedance measurement in through-the-earth communication," in *Proc. 2009 14th International Conference on Design of Circuits and Integrated Systems*, pp. 1-6.
11. Bataller V., Muñoz A., Molina Gaudó P., Mediano A., Cuchí J. A. and Villarroel J. L. "Earth impedance model for through-the-earth communication applications with electrodes" *Radio Science*, 2010, Vol. 45, RS6015, pp. 1-18.
12. Calabrese G.O., "Symmetrical components," Ronald Press, 1959.
13. Carson J. R., "Wave propagation in overhead wires with ground return," *Bell. Syst. Tech. J.*, 1926, Vol. 5, pp. 539-554.
14. Chari M.V.K and Bedrosian G., "Hybrid harmonic/finite element method for two - dimensional open boundary problems," *IEEE Trans. Magn*, 1987, Vol. MAG-23, No. 5, pp. 3572-3574.

15. Ćirić M. R., Ochoa F.L. and Padilha A., "Power flow in distribution networks with earth return," *Electrical Power and Energy Systems*, 2004, Vol. 26, pp. 373–380.
16. Clarke E., "Circuit Analysis of AC power systems, II," General electric company, 1950.
17. Comsol Multiphysics User's Guide, Version 3.5a.
18. Cristina S. and Feliziani M., "A finite element technique for multiconductor cable parameters calculation," *IEEE Trans. Magn.* 1989, Vol. 25, No. 4, pp. 2986–2988.
19. Csala D., "Overview on formulae describing the electromagnetic interference phenomena between high voltage overhead lines and nearby metallic structures with special focus on capacitive coupling," Diploma project, 2011, Cluj Napoca Romania, Kozani Greece.
20. Deri A. and Tevan G., "Mathematical verification of Dubanton's simplified calculation of overhead transmission line parameters and its physical interpretation," *Archiv für Elektrotechnik*, 1981a, Vol. 63, pp. 191–198.
21. Deri A., Tevan G., Semlyen A. and Castanheira A., "The complex ground return plane: a simplified model for homogeneous and multi-layer earth return," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, 1981b, Vol. PAS-100, No. 8, pp. 3686–3693.
22. Dommel H.W., "A method for solving phenomena in multiphase systems," PSCC Conference Stockholm, 1966.
23. Dommel H.W., "Electromagnetic effects of overhead lines," by *IEEE Working group*, *IEEE Trans. Power App. Syst.*, 1974, Vol. PAS-93, pp. 900–901.
24. Dommel H.W., "Overhead line parameters from handbook formulas and computer programs," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, 1985, Vol. PAS-104, No. 2, pp. 366–372.
25. Dommel H.W., "Electromagnetic Transients program Reference Manual," Portland, OR: Bonneville Power Administration, 1986, pp. 4.1–4.50.
26. Dommel H.W., "Electromagnetic Transients program Theory book," 2nd. ed. Vancouver, BC, Canada: Microtran Power System Analysis Corp., 1992.
27. Dubanton C., "The approximate calculation of primary and secondary transmission lines parameters. Homopolar values," in *E. D. F. Bul. direction etudes et recherches.série.*, (in French) 1969, pp. 53–62.
28. Ebrahimi R., Babae A. and Hoseynpoor M., "Evaluation and Calculation of Overhead Line Impedance in Distribution Networks," *Australian J. Basic Appl. Sci.*, 2011, Vol. 5, No. 8, pp. 1278–1284.
29. Gary C., "Approche complete de la propagation multifilaire en haute frequence par utilization des matrices complexes," ("Complete approach to multiconductor propagation at high frequency with complex matrices," in French), *EdF Bulletin de la Direction des Etudes et Recherches*, 1976, Serie B., No. 3/4, pp. 5-20.
30. Galloway R.H., Shorrocks and Wedepohl L.M., "Calculation of Electrical Parameters for Short and Long Polyphase Transmission Lines", *Proc IEE*, 1964, Vol. 111, pp. 2051–2059.
31. Glover J.D. and Sarma M., "Power system analysis and design," Boston, USA: PWS-KENT Publishing, 1995.
32. Gustavsen B., Noda T., Naredo J.L., Uribe F.A. and Martinez-Velasco J., "Power system transients: Parameters Determination," Boca Raton, FL: CRP Press, 2009.

33. Hatziathanassiou V. and Labridis D., "Coupled magneto-thermal field computation in three-phase gas insulated cables. Part 2: Calculation of ampacity and losses," *Electrical engineering/ Arch. elektrotech.*, 1993, Vol. 76, No. 5, pp. 397–404.
34. Hemmatian B., Vahidi B. and Hosseinian, S. H., "Earth return path impedances of underground cable for three-layer earth," *Journal of Zhejiang University SCIENCE A*, 2009, Vol. 10, No. 8, pp. 1191-1198.
35. Hesse, M.H., "Electromagnetic and electrostatic transmission-line parameters by digital computer," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, 1963, Vol. PAS-82, pp. 282–291.
36. Hill R. J., "Electric railway traction – Part 1 Electric traction and DC traction motor drives," *Power Engineering Journal*, 1994, Vol. 8, No. 1, pp. 47–56.
37. Hofmann L., "Series expansions for line series impedances considering different specific resistances, magnetic permeabilities, and dielectric permittivities of conductors, air, and ground," *IEEE Trans. Power Del.*, 2003, Vol. 18, No. 2, pp. 564–570.
38. Hurwitz H. Jr., "Infinitesimal scaling-A new procedure for modeling exterior field problems," *IEEE Trans. Magn.* 1984, Vol. MAG-20, No. 5, pp. 1918–1923.
39. IEEE Committee Report, "Electromagnetic Effects of overhead lines-Practical problems, safeguards, and method of calculation," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, 1974, Vol. PAS-93, No. 3, pp. 892–904.
40. Imriš P., "Transient based earth fault location in 110kV subtransmission networks," Doctoral dissertation, 2006, Helsinki University of Technology, pp. 195–199.
41. ITU-T, "Calculating induced voltages and currents in practical cases," CCITT Directives concerning the protection of telecommunication lines against harmful effects from electric power and electrified railway lines: vol. II, ITU, Geneva, 1999.
42. Iwamoto K., "Use of the travelling waves on the measurement of earth resistivity," *J. inst. Radio Eng.*, 1958, Vol. 78.
43. Janda Ž., "Pregled standarda i preporuka za kontrolu viših harmonika u električnim mrežama," Stručni rad, Elektrotehnički institut „Nikola Tesla”, Beograd, 2004.
44. Jeffrey A. And Dai H. H., "Bessel functions," in *Handbook of Mathematical formulas and Integrals*, 4th Ed. New York, NY: Elsevier Academic Press, 2008, pp. 289–308.
45. Judkins, R. E. and Nordell, D. E. "Discussion of electromagnetic effects of overhead transmission lines practical problems, safeguards and methods of calculation," *IEEE Trans. Power. App. Syst.*, 1974, vol. PAS-93, pp. 892–902.
46. Juhas A., "Zbirka iz elektromagnetike", Novi Sad: FTN izdavaštvo, 2008.
47. Kasaš-Lažetić, K., Prša M. i Mučalica N., "Preciznije određivanje frekvencijski zavisnih ekvivalentnih provodnika alučel užadi," Simpozijum Infoteh-Jahorina 2011, Jahorina, 2011, Vol 10. Ref D-13 pp 334-338.
48. Kasaš-Lažetić, K., Herceg D., Đurić N. and Prša N., "Determining Low-Frequency Earth Return Impedance: A Consistent Electromagnetic Approach," 2015, Acta polytechnica Hungarica, (*Paper in press*).
49. Katz E. "Lucien Gaulard," (2007-04-08), Archived from the original on 2008-04-22. Retrieved 2008-05-25.

50. Kersting W. H., "Distribution system modeling and analysis", New York: CRC Press, 2002.
51. Kikuchi H., "Wave propagation along an infinite wire above ground at high frequencies," *Proc. Electrotech. J.*, 1959, Vol. 2, pp. 73-78.
52. Kuester E.F., Chang D.C. and Olsen R.G., "Modal theory of long horizontal wire structures above the earth – Part I: Excitation," *Radio Sci.*, 1978, Vol. 13, No. 4, pp. 605-613.
53. Kuester E.F. and Chang D.C., "Modal representation of a horizontal wire above a finitely conducting earth," *Scientific Rep.21, RADC-TR-76-287*, 1996.
54. Lagace P.J., Fortin J. and Crainic E. D., "Interpretation of resistivity sounding measurements in n-layer soil using electrostatic images," *IEEE Trans. Power Del.*, 1996, Vol. 11, No. 3, pp. 1349-1354.
55. Leños O.R., Naredo J.L. and Moreno P., "Assessment of approximate formulas for calculating overhead-line earth-impedances," in *2008 Proc. Power Symposium, NAPS'08*, pp. 1–6.
56. Micu D.D., Czumbil L., Prsa M. and Kasas-Lazetic K., "Interstud electromagnetic interference software - An accurate evaluation of current distribution in soil and in underground pipelines," in *Proc. 2012 International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, Rome 2012, pp. 1–5.
57. Moura R.A.R., Schroeder A.O., Menezes H.L., Nascimento L.C. and Lobato A.T., "Influence of the soil and frequency effects to evaluate atmospheric overvoltages in overhead transmission lines – Part I: The influence of the soil in the transmission lines parameters," in *Proc. 2014 International Conf. on Atmospheric Electricity*, Norman, Oklahoma, USA pp. 1–10.
58. Mućalica D., "Proračun i merenje karakterističnih parametara nadzemnih i polietilenskih kablovskih vodova srednjeg napona," Magistarski rad, Beograd, 2000.
59. Nakagawa M., "An analytical study on earth return propagation," M.Sc. Thesis, Doshisha University, Kyoto, Japan 1973a
60. Nakagawa M. at al., "Further studies on wave propagation in overhead lines with earth return: impedance of stratified earth," *IEE Proc. 1973b*, Vol. 120, No. 12, pp. 1521–1528.
61. Nakagawa M. and Iwamoto K., "Earth-return impedance for multilayer case," *IEEE Trans. Power. App. Syst.*, 1976, Vol. PAS-95, No. 2, pp. 671–676.
62. Nguyen, T. T., "Earth return path impedances of underground cables – Part 1: numerical integration of finite integral," *IEE Proc. Gener. Transm. Distrib.*, 1998, Vol. 145, No. 6, pp. 621-626.
63. NPTEL, National Program on Technology Enhanced learning, Indian institute of technology, "Transmission Line Parameters", Kharagpur, dostupno na <http://www.nptel.ac.in/courses/108105067/3> (preuzeto 25. jula 2015).
64. Noda T., "A double logarithmic approximation of Carson's ground return impedance," *IEEE Trans. Power Del.*, 2005, Vol. 21, No. 1, pp. 472–479.
65. Olsen R.G and Pankaskie T.A., "On the exact, Carson and image theories for wires at or above the earth's interface," *IEEE Trans. Power. App. Syst.*, 1983, Vol. PAS-102, No. 4, pp. 769–778.

66. Olsen R.G. and Willis M.C., "A comparison of exact and quasi-static methods for evaluating grounding systems at high frequencies", *IEEE Trans. Power Del.*, 1996, Vol. 11, No. 2, pp. 1071–1080.
67. Olsen R. G, Young, J.L. and Chang D.C., "Electromagnetic wave propagation on a thin wire above earth," *IEEE Trans. On Antennas and Prop.* vol. 48, 2000, No. 9, pp. 1413–1419.
68. Papadopoulos T.A., and Papagiannis G.K., "Influence of earth permittivity on overhead transmission line earth-return impedances," *Proceedings of IEEE PowerTech Conference*, 2007, Lousane, pp. 790–795.
69. Papadopoulos T.A., Papagiannis G.K. and Labridis D.A., "Wave propagation characteristics of overhead conductors above imperfect stratified earth for a wide frequency range," *IEEE Trans. Power Del.*, 2009, Vol. 45, No. 3, pp. 1064–1067.
70. Papadopoulos T. A., Tsiamitros D. A. and Pappagianis G. K., "Impedances and admittances of underground cables for the homogeneous earth case," *IEEE Trans. Power Del.*, 2010a, Vol. 25, No. 2, pp. 961–969.
71. Papadopoulos T. A., Papagiannis G. K. and Labridis D. A., "A generalized model for the calculation of the impedances and admittances of overhead power lines above stratified earth," *Electric Power System research.*, 2010b, Vol. 80, pp. 1160–1170 b.
72. Papagiannis G. K., Tsiamitros A., Labridis D. P. and Dokopoulos P. S., "A Systematic approach to the evaluation of the influence of multilayered earth on overhead power transmission lines," *IEEE Trans. Power Del.*, 2005, Vol. 20, No.4, pp. 2594–2601.
73. Perc M.C. and Raghuvveer M.R., "Generalized derivation of fields, and impedance correction factors of lossy transmission lines. Part II. Lossy conductors above lossy ground," *IEEE Trans. Power Deliv.*, 1974, Vol. 93, No. 6, pp. 1832–1841.
74. Petterson P., "Image representation of wave propagation on wires above, on and under ground," *IEEE Trans. Power Del.*, 1994, Vol. 9, No.2, pp. 1049–1055.
75. Pistol'kors, A. A., "On the theory of a wire near the interface between two media," *Dokl. Akad.*, 1952, Vol. 86, pp. 941–943 (na ruskom).
76. Pistol'kors, A. A., "On the theory of a wire parallel to the plane interface between two media," *Radiotek.*, 1953, Vol. 8, pp. 8–18 (na ruskom).
77. Pizzaro M., "Modeling frequency dependent line parameters for time domain simulations of transients in power systems," *Lic. Tek.*, Royal Inst. Technol., Stockholm, Sweden, 1991a.
78. Pizzaro M. and Eriksson R., "Modeling of the ground mode of transmission lines in a time domain simulations," in *Proc. 7th ISH*, Dresden, Germany, 1991b, pp. 179–182.
79. Pollaczek F., "Über das Feld einer unendlich langen wechselstromdurchflossenen Einfachleitung", *Elektrische Nachrichten Technik*, 1926, Vol. 3, No. 9, pp. 339–359.
80. Pollaczek F., "On the induction effects of a single phase ac line", *Elektrische Nachrichten Technik*, (na nemačkom) 1927, Vol. 4, pp. 18–30.
81. Popović B. D., "Osnovi elektrotehnike 2," Beograd: Građevinska knjiga, 1981.
82. Popović B. D., "Elektromagnetika," Beograd: Građevinska knjiga, 1986.

83. Popović Z. and Popović B. D., "Maxwell's equations" in *Introductory Elektromagnetics*, Upper Saddle River, New Jersey 07458: Prentice Hall, 1999, pp. 359–382.
84. Portela C. M., Tavares M. C. and Pissolato J., "Influence of earth conductivity and permittivity frequency dependence in electromagnetic transient phenomena," *Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America, 2004 IEEE/PES, 2004*, pp. 941–946.
85. Pravilnik o tehničkim normativima za uzemljenja elektroenergetskih postrojenja nazivnog napona iznad 1000V, „Sl. list SRJ”, br. 61/95.
86. Prša M. and Kasaš-Lažetić K., "An accurate determination of current distribution within the earth," in *Proc. 2007 International Conf. on Applied Electromagnetics PES 2007*, Paper No. 07–9, pp. 1–4.
87. Prša M. and Kasaš-Lažetić K., "Magnetic field due to a current distribution within the earth," in *Proc. 2008 Conf. on Electricity Distribution of Serbia*, CIRED, pp. 71–75.
88. Prša M., Kasaš-Lažetić K. and Đurić.N., "Determination of frequency dependent radiuses of steel cored aluminum conductors", 2nd International Conference on EMF-ELF, 2011, Paris, Paper No A-P-05 pp.117-123.
89. Rachidi F., Nucci C.A. and Ianoz M., "Transient analysis of Multiconductor lines above a lossy ground," *IEEE Trans. Power Del.*, 1999, Vol. 14, No.1, pp. 294–302.
90. Radović J., "Visokonaponske mreže i vodovi – predavanja II kol," Podgorica: Izdanje Elektrotehnički fakultet, 2010.
91. Ramirez A. and Uribe F., "A broad range algorithm for the evaluation of Carson's integral," *IEEE Trans. Power Del.*, 2007, Vol. 22, No. 2, pp. 1188–1193.
92. Ross F. L. and Thomas G.B, Jr., "Calculus," 2nd Edition. Addison Wesley, 1994.
93. Saad, O., Baba G. and Giroux M., "A closed-form approximation for ground return impedance of underground cables," *IEEE Trans. Power Del.*, 1996, Vol. 11, No. 3, pp. 1536–1545.
94. Satsios, K.J., Labridis, D. P. and Dokopoulos P. S., "Finite element computation of field and eddy currents of a system consisting of a power transmission line above conductors buried in nonhomogeneous earth," *IEEE Trans. Power Del.*, 1998, Vol. 13, No. 3, pp. 876–882.
95. Salon S.J. and Schneider J.M., "A hybrid finite-element boundary integral formulation of the eddy-current problem," *IEEE Trans. Magn.* 1982, Vol. MAG-18, No. 12, pp. 461–466.
96. Semlyen A., "Ground return parameters of transmission lines an asymptotic analysis for very high frequencies," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, 1981, Vol. PAS-100, No. 3, pp. 1031–1038.
97. Short T. A., "Electric power distribution equipment and systems - 2. Overhead lines," Taylor & Francis, 2006.
98. Silvester P.P. and M.S. Hsieh, "Finite-element solution of 2-dimensional exterior-field problems," *IEE Proc.*, 1971, Vol. 118, No. 12, pp. 1743–1747.
99. Silvester P.P., Lowther D.A., Carpenter C.J. and Wyatt E.A., "Exterior finite-elements for 2-dimensional field problems with open boundaries," *IEE Proc.*, 1977, Vol. 124, No. 12, pp. 1267–1270.
100. Standardi iz grupe IEC 61000.

101. Stenvig N.M., "Time-domain modeling of high-frequency electromagnetic wave propagation, overhead wires, and earth," Master thesis, Michigan technological University, 2011.
102. Stevenson W.D., "Time-domain modeling of high-frequency electromagnetic wave propagation, overhead wires and earth," Master thesis, Michigan Technological University, 2011.
103. Strezoski V., "Osnovi elektroenergetike – skripta za predavanja," Novi Sad: FTN Izdavaštvo, 1996.
104. Sunde, E.D., "Earth Conduction Effects in Transmission Systems," Dover, New York, 1968.
105. Süli E. and Mayers D., "An Introduction to Numerical Analysis," Cambridge University Press, Cambridge, 2003.
106. Švenda G., "Modelovanje sistema uzemljenja električnih mreža i postrojenja u faznim koordinatama", Doktorska disertacija, Beograd, 2001, pp 17-22.
107. "Transmission line reference book, 345kV and above," *Electric power research institute*, Fred Weider and Son printers, Inc., 1975.
108. Tevan G. and Deri A., "Some remarks about the accurate evaluation of the Carson integral for mutual impedances of lines with earth return," *Archiv für Elektrotechnik*, 1984, Vol. 67, No. 2, pp. 83–90.
109. Triantafyllidis D.G., Papagiannis G.K. and Labridis D.P., "Calculation of overhead transmission line impedances: a finite element approach," *IEEE Trans. Power Del.*, 1999, Vol. 14, No. 1, pp. 287–293.
110. Tsiamitros D.A., Papagiannis G.K., Labridis D.P. and Dokopoulos P.S., "Earth return path impedances of underground cables for the two layer case," *IEEE Trans. Power Del.*, 2005a, Vol. 20, No. 3, pp. 2174–2181.
111. Tsiamitros D.A., Cristoforidis G.C., Papagiannis G.K., Labridis D.P. and Dokopoulos P.S., "Earth conduction effects in system of overhead and underground conductors in multilayered soils," *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, 2006, Vol. 153, No. 3, pp. 291–299.
112. Tsiamitros D.A., Papagiannis G.K. and Dokopoulos P.S., "Earth return impedances of conductor arrangements in multilayer soils- part I: theoretical model," *IEEE Trans. Power Del.*, 2008a, Vol. 23, No. 4, pp. 2392–2400.
113. Tsiamitros D.A., Papagiannis G.K. and Dokopoulos P.S., "Earth return impedances of conductor arrangements in multilayer soils- part II: numerical results," *IEEE Trans. Power Del.*, 2008b, Vol. 23, No. 4, pp. 2401–2408.
114. Tylavsky D.J., Brown, K. A. and Ma T., "Closed-form solution for underground impedance calculations," *Proc. IEEE*, 1986, Vol. 74, No. 4, pp. 1290–1292.
115. Umarji H., "Calculation of parameters of overhead power lines," dostupno na https://fenix.tecnico.ulisboa.pt/downloadFile/395137455925/Resumo_ingles.pdf, preuzeto 23. avgusta 2015.
116. Uribe F., Zuniga P., Barocio E., "Ground-impedance graphic analysis through relative error images," *IEEE Trans. Power Del.*, 2013, Vol. 28, No. 2, pp. 1235–1237
117. Varjú Gy., "Earth return, phenomena and impedance," Budapest University of Technology&Economics, Budapest, dostupno na

- <https://www.yumpu.com/en/document/view/32853076/earth-return-phenomena-and-impedance> (preuzeto 25. jula 2015)
118. Vintan M., Mihi P.I. and Borlea I., "AC power lines impedances computational methods," *Journal of sustainable energy*. 2010, Vol. 1, No.2, pp. 1–4
 119. Wait J.R. and Spies K. P., "On the image representation of the quasistatic fields of a line current source above the ground," *Can. J. Phys.* 1969, Vol. 47, pp. 2731–2733
 120. Wait J.R., "Theory of wave propagation along a thin wire parallel to an interface," *Radio. Sci.* 1972, Vol. 7, pp. 675–679
 121. Wait J.R., "Excitation of an ensemble of J parallel cables by an external dipole over an M layered ground," *AEÜ*. 1977, Vol. 31, pp. 489–493
 122. Wang Y. J and Liu S. J., "A review of methods for calculation of frequency-dependent impedance of overhead power transmission lines," *Proc. Nat. Sci. Counc. ROC(A)*, 2001, Vol. 25, No. 6, pp. 329–338
 123. Wedepohl L.M., "Calculation of electrical parameters for short and long polyphase transmission lines," *Proc IEE*, 1963, Vol. 110, pp. 2200–2212
 124. Wedepohl L.M. and Wasley, "Wave propagation in multi conductor overhead lines," *Proc. IEE*, 1966, Vol. 113, No. 4, pp. 627–632
 125. Wedepohl L.M. and Wilcox, "Transient Analysis of Underground power-transmission systems -model and Wave-Propagation Characteristics," *Proc IEE*, 1973, Vol. 120, pp. 253–260
 126. Wedepohl L.M., Nguyen T.T. and Irwin, G.D., "Frequency-Dependent Transformation Matrices for Untransposed Transmission Lines using Newton-Raphson Method," *IEEE Trans. on Power Systems*, 1996, Vol. PWRS-11, pp. 1538–1546
 127. Whise W.H., "Effect of ground permeability on ground return circuits," *Bell. Syst. Tech. J.*, 1931, Vol. 10, pp. 472–484
 128. Write SH.H. and Hall C.F. (Central Station Engineers of the Westinghouse Electric Corporation), "Characteristics of overhead conductors," in *Electrical Transmission and Distribution – Reference Book*: Pennsylvania East Pittsburgh, 1950, pp. 33–64
 129. Wu M., "Physical Interpretation of Impedance formulas for conductors enclosed in a cylindrical tunnel," *IEEE Trans. on Power Delivery*., 2011, Vol. 26, No 3, pp. 1354–1360
 130. Zhang B., Liu G., and Chow P., "Parameter estimation of horizontal multilayer earth by complex image method," *IEEE Trans. on Power Delivery*, 2005, Vol. 20, No 2, pp. 1394–1401
 131. Zhi Y.E., Ma J.E., Fang Y.T. and Li K., "Electromagnetic field of a horizontal infinitely long magnetic line source over the earth coated with a dielectric layer," *Progress in electromagnetics research Letters*, 2012, Vol. 31, pp. 55–64
 132. Zou J., Li J.J, Lee, B. and Chang S. H., "Fast and highly accurate algorithm for calculating the earth-return impedance of underground conductors," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 2011, Vol. 53, No. 1, pp. 237–240.
 133. http://www.pearlstreetinc.com/NYISO_bulk_elect_beginnings.pdf (preuzeto 23. maja 2015).

PRILOZI

PRILOG 1

Uticaj permitivnosti i permeabilnosti tla na izračunavanje impedanse zemlje

Prilikom modelovanja elektroenergetskih sistema, od velikog je značaja, da se detaljno analizira uticaj svakog elementa koji ulazi u posmatran model. Zbog toga je neophodno, da se uticaj realne nesavršene zemlje, kao neizostavnog dela modela, predstavi što tačnije, pogotovo u prisustvu visokih frekvencija, gde uticaj brzine promene elektromagnetskog polja ne sme da se zanemari.

Metod razvijen i prikazan u ovoj disertaciji se bazira na istim pretpostavkama koje je Karson koristio u svom najviše citiranom radu [Carson], i koje su navedene na početku poglavlja 2.2.1, smatrajući, među ostalim, da je permitivnost zemlje jednaka permitivnosti vakuuma.

Permitivnost sredine u kojoj se posmatra elektromagnetsko polje je značajna u dielektricima, u kojima ne može da se uspostavi kondukciona struja ili je ona mnogo manja od struje pomeraja. Kondukciona struja i struja pomeraja mogu da budu istog reda veličine samo u slučajevima vremenski brzo promenljivog elektromagnetskog polja u nesavršenom dielektriku. U svim ostalim slučajevima je jedna od struja dominantna, a permitivnost je značajna samo u slučaju da preovlađuje struja pomeraja.

Ako postoje uslovi da se koristi kompleksna notacija, dominantnost jedne ili druge struje može da se odredi na osnovu upoređivanja naredna dva izraza [Popović, 1986],

$$|\underline{\sigma}(\omega)| \quad i \quad |\omega \cdot \underline{\varepsilon}(\omega)| \quad (P1.1)$$

gde je

- $\underline{\sigma}$ kompleksna specifična provodnost u [S/m],
- $\underline{\varepsilon}$ kompleksna permitivnost u [F/m],
- ω kružna učestanost u [rad/s].

Ako je dominantan levi član, radi se o sredini koja je dobro provodna i permitivnost ne igra nikakvu ulogu, ako je dominantan desni član, reč je o dobrom izolatoru i permitivnost tog dielektrika je veoma važna, a ako su oba člana istog reda veličine, u takvoj sredini postoje i kondukcione struje i struje pomeraja, pa je permitivnost opet značajna.

Uticaj permitivnosti (u ovom slučaju zemlje) može da se ispita i na drugi način, kao što je to učinio Šemjen [Semlyen], definišući kritičnu frekvenciju,

$$f_{kr} = \frac{1}{2\pi\epsilon_r\epsilon_0\rho} \quad (\text{P1.2})$$

gde je

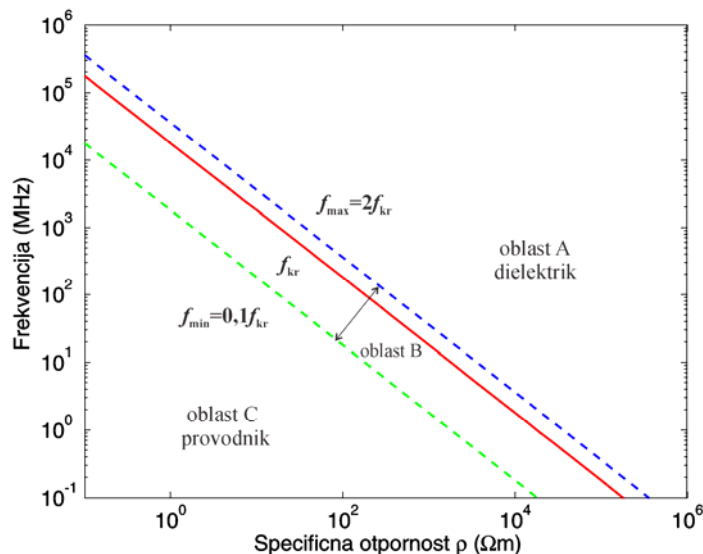
- ϵ_r relativna permitivnost zemlje,
- ϵ_0 permitivnost vakuuma u $[F/m]$,
- ρ specifična otpornost zemlje u $[\Omega m]$.

Pomoću jednakosti (P1.1), Šemjen je frekvencijski zavisno ponašanje homogene zemlje podelio u tri oblasti,

- $f < 0,1 f_{kr}$ dominantan uticaj kondukcionih struja - zemlja se ponaša kao provodnik, tzv. Karsonova oblast (oblast C),
- $0,1f_{kr} < f < 2f_{kr}$ približno jednaki uticaji kondukcione struje i struje pomeraja, prelazna oblast (oblast B),
- $f > 2f_{kr}$ dominantan uticaj struje pomeraja - zemlja se ponaša kao dielektrik, tzv. Šemjenova oblast (oblast A).

U oblasti frekvencija koje su analizirane u ovoj tezi, $50 \text{ Hz} \div 2,5 \text{ kHz}$, aproksimacija da zemlja može da se smatra dobrim provodnikom, je sasvim korektna. Čitalac teze može da se uveri u to, posmatrajući, bilo osnovni kriterijum (P1.1), bilo preko kritičnih frekvencija, kao što će to biti urađeno u nastavku.

Na slici P1.1 su, u logaritamsko – logaritamskoj razmeri, predstavljene granice pojedinih oblasti, pri $\epsilon_r = 1$ [Semlyen], [Stenvig].



Slika P1.1 Zavisnost kritične frekvencije od specifične otpornosti tla, $\epsilon_r = 1$

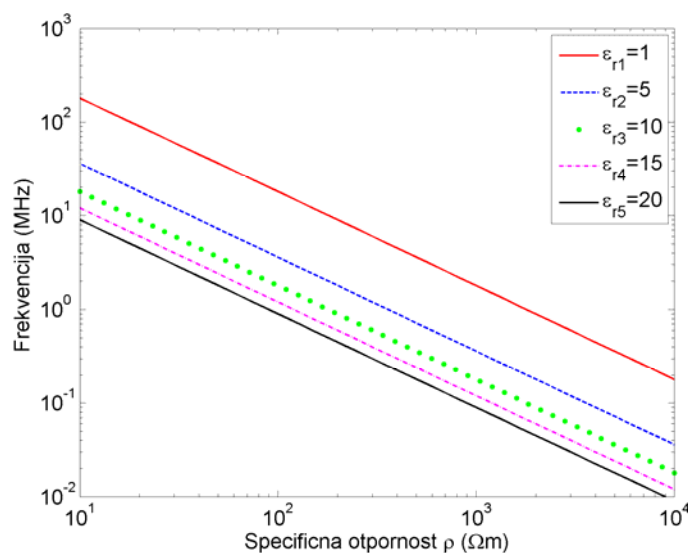
U tabeli P1.1 su predstavljene vrednosti graničnih frekvencija za neke karakteristične vrednosti specifične otpornosti tla, pri $\epsilon_r = 1$.

TABELA P1.1
Granične frekvencije u zavisnosti od
specifične otpornosti tla, $f_{kr} = 1/(2\pi\epsilon_0\rho)^*$ [MHz]

ρ [Ωm]	$0,1f_{kr}$	f_{kr}	$2f_{kr}$
0,1	3600	$18 \cdot 10^4$	$36 \cdot 10^4$
1	1800	$18 \cdot 10^3$	$36 \cdot 10^3$
20	90	900	1800
100	18	180	360
1000	1,8	18	36

$$*\epsilon_0 = (8,85419 \pm 0,00002) \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

Na slici P1.2 je, u logaritamsko – logaritamsko razmeri, nacrtana zavisnost minimalne kritične frekvencije, f_{min} , od specifične otpornosti zemlje, pri različitim vrednostima relativne permitivnosti zemlje, ϵ_r [Papadopoulos, 2007]. Drugim rečima predstavljena je Karsonova oblast, oblast C. Za učestanosti iznad predstavljenih granica, uticaj struje pomeraja ne sme da se zanemari.



Slika P1.2 Zavisnost minimalne kritične frekvencije, f_{min} , od specifične otpornosti tla pri različitim vrednostima relativne permitivnosti zemlje, ϵ_r

U tabeli P1.2 su predstavljene vrednosti graničnih frekvencija za neke karakteristične vrednosti specifične otpornosti, ρ i relativne permitivnosti tla, ϵ_r .

TABELA P1.2
Granične frekvencije u zavisnosti od
specifične otpornosti i relativne permitivnosti tla, $f_{kr} = 1/(2\pi\epsilon_r\epsilon_0\rho)$ [MHz]

ρ [Ωm]	20	50	100	500	1000	10000
ϵ_r						
1	900	360	180	36	18	1,80
5	180	72	36	7,19	3,60	0,36
10	90	36	18	3,60	1,80	0,18
15	60	24	12	2,40	1,20	0,12
20	45	18	8,9	1,80	0,90	0,09

Sa gore prikazanih slika i tabela se vidi, da je kritična frekvencija za Karsonovu oblast, za različite specifične otpornosti tla, u domenu megaherca, što znači da je bilo opravdano da se za permitivnost zemlje, u svim posmatranim slučajevima, uzme da je, $\epsilon_r = 1$.

Što se tiče magnetskih karakteristika neke sredine (u ovom slučaju provodnika nadzemnog voda i zemlje), uobičajeno je da se njihova interakcija sa magnetskim poljem definiše preko permeabilnosti,

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0, \quad (\text{P1.2})$$

pri čemu su vrednosti relativne permeabilnosti približno jednake jedinici za diamagnetske i paramagnetske materijale, a samo za nelinearne, feromagnetske materijale su vrednosti relativne permeabilnosti znatno veće od jedinice, do reda veličine 10^5 .

U posmatranom sistemu, struja u zemlji može da se pojavi u delu u kome postoji značajna koncentracija nekog feromagnetskog materijala, ali je verovatnoća za to veoma mala, tako da ta situacija neće biti razmatrana.

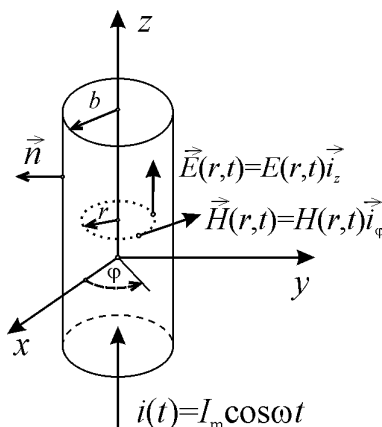
Druga mogućnost da postoji prisustvo nekog feromagnetskog materijala u sistemu je korišćenje alučel provodnika (čelično jezgro) za nadzemni vod. Međutim, u tom slučaju je specifična otpornost aluminijuma mnogo manja od specifične otpornosti čelika, a i površinski efekat je, čak i na najnižim frekvencijama, zbog velike vrednosti relativne permeabilnosti čelika, veoma izrazit, tako da su procenti jačina struja u čeličnom jezgru, zanemarljivo mali u odnosu na aluminijumski plašt. To, ustvari, znači da je i u tom slučaju relativna permeabilnost čeličnog jezgra nebitna i može da se smatra da je jednaka jedinici.

Prema tome, na kraju bi moglo da se zaključi da, za sve frekvencije posmatrane u ovom radu, i sva posmatrana zemljišta, može da se smatra da su i zemlja i provodnici provodni, nemagnetski, što znači da je, u svim proučavanim slučajevima opravdano korišćenje vrednosti $\epsilon_r = 1$ i $\mu_r = 1$.

PRILOG 2

Izrazi za podužnu otpornost i unutrašnju samoinduktivnost provodnika kružnog poprečnog preseka na proizvoljnoj učestanosti

Najjednostavniji model pravog žičanog provodnika kružnog poprečnog preseka poluprečnika b , specifične provodnosti σ i permeabilnosti μ , prikazan je na slici P2.1 [Popović, 1999]. U provodniku postoji prostoperiodična struja efektivne vrednosti I i ugaone učestanosti ω . Zbog osne simetrije, problem se analizira u cilindričnom koordinatnom sistemu, čija se z -osa poklapa sa osom provodnika.



Slika P2.1 Model cilindričnog provodnika kružnog poprečnog preseka

Rešavanjem dve rotorske Maksvelove jednačine u cilindričnom koordinatnom sistemu, za jedine postojeće komponente vektora gustine struje, vektora jačine električnog polja i vektora jačine magnetskog polja,

$$\begin{aligned} -\frac{dE}{dr} &= -j\omega\mu H, \\ \frac{1}{r} \frac{d}{dr}(rH) &= J. \end{aligned} \quad (\text{P2.1})$$

uz poznatu relaciju $J = \sigma E$, uvrštavanjem izraza za intenzitet vektora jačine magnetskog polja, H , iz prve od gornjih jednačina u drugu, dolazi se do diferencijalne jednačine,

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dJ}{dr} \right) = j\omega\mu\sigma J \quad (\text{P2.2})$$

Posle diferenciranja i jednostavnog preuređivanja, jednačina (P2.2) postaje Beselova diferencijalna jednačina drugog reda, čije rešenje je intenzitet vektora gustine struje,

$$\frac{d^2 J}{du^2} + \frac{1}{u} \frac{dJ}{du} + J = 0. \quad (\text{P2.3})$$

pri čemu su uvedene sledeće smene:

$$u = \sqrt{-js}, \quad s = mr, \quad m = \sqrt{\omega\mu\sigma}.$$

Nakon rešavanja date diferencijalne jednačine [Popović, 1986], raspodela struje po poprečnom preseku provodnika može da se predstavi u obliku,

$$J(s) = J(0)(\text{ber } s + j\text{bei } s) \quad (\text{P2.4})$$

gde su $\text{ber } s$ i $\text{bei } s$ realni i imaginarni deo Beselove funkcije, čije se vrednosti mogu naći u tablicama funkcija [Abramowicz, 1970] ili u bibliotekama većine matematičkih programskih paketa. $J(0)$ predstavlja intenzitet vektora gustine struje duž ose provodnika.

U konkretnim zadacima, najčešće je poznata ukupna jačina struje, I , tako da je pogodnije izraziti gustinu struje, J , preko kompleksne efektivne vrednosti jačine struje I kroz provodnik.

Na osnovu Amperovog zakona,

$$H(mb)2\pi b = I, \quad (\text{P2.5})$$

uvršćavanjem izraza za vektor gustine struje, $J = \sigma E$, u prvu od Makswelovih jednačina, (P2.1) i korišćenjem relacije (P2.4), dobija se,

$$H(s) = \frac{1}{j\omega\mu\sigma} \frac{dJ(s)}{dr} = \frac{m}{j\omega\mu\sigma} J(0)(\text{ber}'mr + j\text{bei}'mr), \quad (\text{P2.6})$$

gde $\text{ber}'mr$ i $\text{bei}'mr$ predstavljaju prve izvode realnog i imaginarnog dela Beselove funkcije, [Jeffrey].

Kombinujući jednačine (P2.5) i (P2.6), $J(0)$ može da se izrazi preko efektivne vrednosti jačine struje, I , i tako dobijen izraz uvrsti u (P2.4) i (P2.6). Tako se dolazi do izraza za intenzitet vektora gustine struje i intenzitet vektora jačine magnetskog polja,

$$J(mr) = j \frac{I}{2\pi b} m \frac{(\text{ber } mr + j\text{bei } mr)}{(\text{ber}'mb + j\text{bei}'mb)}, \quad (\text{P2.7})$$

$$H(mr) = \frac{I}{2\pi b} \frac{(\text{ber}'mr + j\text{bei}'mr)}{(\text{ber}'mb + j\text{bei}'mb)}.$$

Iz izraza za kompleksnu snagu proizvoljnog prijemnika sa dva kraja, računatog ili u odnosu na priključke ili preko fluksa Pointingovog vektora spolja u telo, pomoću izraza [Popović, 1986],

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{|I|^2} \operatorname{Re} \left\{ \oint_S (\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot d\vec{S} \right\} \\ X_{un} &= \frac{1}{|I|^2} \operatorname{Im} \left\{ \oint_S (\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot d\vec{S} \right\} \end{aligned} \quad (\text{P2.8})$$

moгу da se odrede izrazi za podužnu otpornost i -tog provodnika i podužnu unutrašnju samoinduktivnost i -tog provodnika kružnog poprečnog preseka, poluprečnika b , na proizvoljnoj učestanosti,

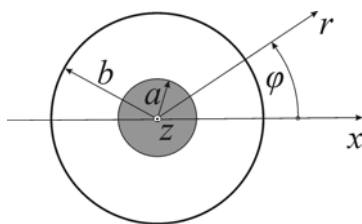
$$\begin{aligned} R'_u &= \frac{m}{2\pi b\sigma} \operatorname{Re} \{ f(mb) \} \quad [\Omega / km] \\ L'_u &= \frac{m}{2\pi b\sigma} \frac{1}{\omega} \operatorname{Im} \{ f(mb) \} \quad [\Omega / km] \end{aligned} \quad (\text{P2.9})$$

gde je,

$$f(mb) = j \frac{\operatorname{ber} mb + j \operatorname{bei} mb}{\operatorname{ber}' mb + j \operatorname{bei}' mb}, \quad m = \sqrt{\omega \mu \sigma}. \quad (\text{P2.10})$$

Izrazi za podužnu otpornost i unutrašnju samoinduktivnost provodnika sa koaksijalno postavljenim slojevima kružnog poprečnog preseka, na proizvoljnoj učestanosti

Korišćenjem složenijeg modela provodnika sa koaksijalno postavljenim slojevima kružnog poprečnog preseka, prikazanog u cilindričnom koordinatnom sistemu na slici P2.2,



Slika P2.2 Model dvoslojnog provodnika kružnog poprečnog preseka, u cilindričnom koordinatnom sistemu

sličnim postupkom po kome su izvedeni izrazi (P2.9) i (P2.10), unutrašnja impedansa provodnika sačinjenog od dva različita materijala, može da se izrazi kao,

$$\underline{Z}'_u = R'_u + jX'_u = R'_{VKS} \frac{j}{2} mb(1-S^2) \cdot \frac{(ber\ mb + jbei\ mb) + \phi(ker\ mb + jkei\ mb)}{(ber'\ mb + jbei'\ mb) + \phi(ker'\ mb + jkei'\ mb)}, \quad (P2.11)$$

gde je,

$$R'_{VKS} = \frac{1}{\pi\sigma(b^2 - a^2)}, \quad (P2.12)$$

podužna otpornost provodnika pri vremenski konstantnoj pobudi, a $S = a/b$.

Veličina ϕ je data u obliku,

$$\phi = -\frac{ber'\ ma + jbei'\ ma}{ker'\ ma + jkei'\ ma}, \quad (P2.13)$$

gde su ker i kei Kelvinove funkcije koje pripadaju familiji Besselovih funkcija, a ker' , kei' su njihovi prvi izvodi, respektivno (Abramowitz, Stegun). Kelvinove funkcije se definišu kao,

$$\begin{aligned} ber\ x + jbei\ x &= I_0(x\sqrt{j}) \\ ker\ x + jkei\ x &= K_0(x\sqrt{j}) \end{aligned} \quad (P2.14)$$

pri čemu su I_0 i K_0 modifikovane Beselove funkcije nultog reda prve i druge vrste, respektivno.

Prvi izvodi Kelvinovih funkcija su dati sa:

$$\begin{aligned} ber'\ x + jbei'\ x &= \sqrt{j}I_1(x\sqrt{j}) \\ ker'\ x + jkei'\ x &= -\sqrt{j}K_1(x\sqrt{j}) \end{aligned} \quad (P2.15)$$

gde su I_1 i K_1 modifikovane Beselove funkcije prvog reda prve i druge vrste, respektivno.

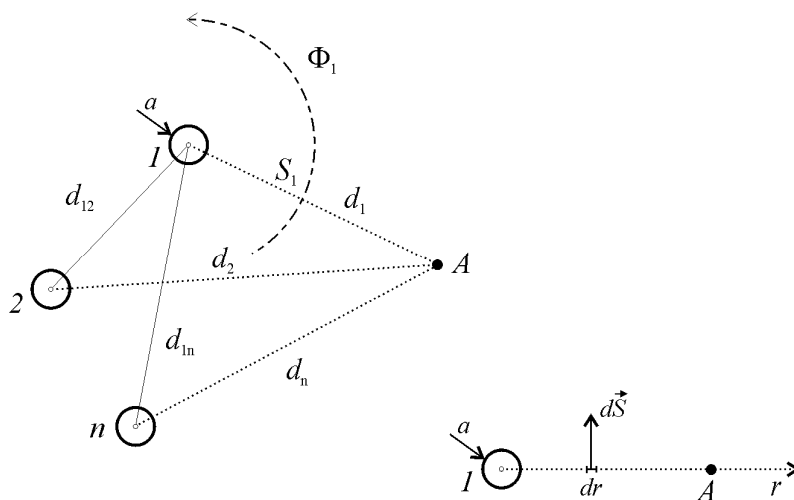
Za provodnik kružnog poprečnog preseka, načinjenog od jednog materijala, $a = 0$, $S = 0$ i $\phi = 0$, i izraz (P2.11) postaje jednak izrazu (P2.10).

PRILOG 3

Srednji geometrijski poluprečnik - SGP

U Karson – Klemovim formulama, (2.31) i (2.32), koje predstavljaju uprošćene izraze za određivanje podužne sopstvene impedanse i podužne međusobne impedanse provodnika sa povratnim putem kroz nesavršeno provodnu zemlju, figuriše veličina sa skraćenicom SGP (Srednji Geometrijski Poluprečnik), (u literaturi na engleskom jeziku oznaka je GMR Geometric Mean Radius).

Na slici P3.1 je predstavljen poprečni presek sistema od n paralelno postavljenih provodnika, poluprečnika a , koji pripadaju istom strujnom krugu [Kersting], [63].



Slika P3.1 Sistem od n provodnika

Pretpostavimo da u provodniku 1 postoji vremenski konstantna struja intenziteta I_1 . Fluks Φ_{1A} , vektora magnetske indukcije, koji stvara struja jačine I_1 kroz ravnu površ S_1 , oslonjenu na provodnik 1 i paralelan pravac koji sadrži tačku A, je jednak

$$\Phi_{1A} = \int_{S_1} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S} = \int_a^{d_1} \frac{\mu_0 I_1}{2r\pi} \ell dr = \frac{\mu_0 \ell I_1}{2\pi} \ln \frac{d_1}{a}. \quad (\text{P3.1})$$

Iz gornjeg izraza, podužna samoinduktivnost provodnika 1 može da se odredi kao količnik

$$L'_{sp} = \frac{\Phi_{1A}}{\ell I_1} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{d_1}{a}. \quad (\text{P3.2})$$

Vidimo da vrednost L'_{sp} zavisi od obuhvatnog fluksa Φ_{1A} . Veći obuhvatni fluks se dobija porastom rastojanja d_1 , a time se povećava i podužna spoljašnja induktivnost.

Unutrašnja samoinduktivnost provodnika 1, načinjenog od magnetskog materijala permeabilnosti μ , u opštem slučaju, može da se odredi samo pomoću magnetske energije lokalizovane u provodniku.

$$W_{1un} = \frac{1}{2} L'_{1un} I_1^2 = \int_{v_{un}} \frac{1}{2} \mu H^2 dv = \int_0^a \frac{1}{2} \mu \left(J_1 \frac{r}{2} \right)^2 dv = \int_0^a \frac{1}{2} \mu \left(\frac{I_1}{a^2 \pi} \frac{r}{2} \right)^2 2\pi r \ell dr = \frac{\mu \ell I_1^2}{16\pi}. \quad (P3.3)$$

Na osnovu gornjeg izraza, podužna unutrašnja samoinduktivnost provodnika, iznosi,

$$L'_{1un} = \frac{2W_{1un}}{\ell I^2} = \frac{\mu}{8\pi}. \quad (P3.4)$$

Podužna samoinduktivnost provodnika jednaka je zbiru unutrašnje i spoljašnje podužne samoinduktivnosti,

$$L'_1 = L'_{1un} + L'_{sp} = \frac{\mu}{8\pi} + \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{d_1}{a}. \quad (P3.5)$$

Prethodni izraz se često predstavlja u obliku:

$$L'_1 = \frac{\mu}{8\pi} + \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{d_1}{a} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\ln \frac{d_1}{a} + \frac{\mu_r}{4} \right) = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\ln \frac{d_1}{a} + \ln e^{\mu_r/4} \right) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \frac{d_1}{ae^{-\mu_r/4}}. \quad (P3.6)$$

Imenilac količnika pod logaritmom se zapisuje pomoću veličine koja se naziva srednji geometrijski poluprečnik,

$$SGP = ae^{-\mu_r/4}, \quad (P3.7)$$

i važi za provodnike punog poprečnog preseka od magnetskog materijala relativne permeabilnosti μ_r i stvarnog poluprečnika a . Iz (P3.7) se vidi, u skladu sa opisom u Prilogu 1, da je za provodnike od nemagnetskog materijala, vrednost SGP manja od stvarnog poluprečnika provodnika a .

Većina korišćenih provodnika je napravljena od nemagnetskih materijala, za koje je relativna permeabilnost, $\mu_r = 1$. U tom slučaju vrednost SGP iznosi,

$$SGP = ae^{-1/4} = 0,7788a. \quad (\text{P3.8})$$

Za provodnike u vidu užeta, vrednosti SGP -a se izračunavaju kao srednja geometrijska udaljenost svih n žica koje formiraju uže, pomoću izraza,

$$SGP_u = \sqrt[n]{(r_{11}r_{12}\dots r_{1n}) \cdot (r_{21}r_{22}\dots r_{2n}) \dots (r_{n1}r_{n2}\dots r_{nn})}, \quad (\text{P3.9})$$

gde su,

$r_{11} = r_{22} = \dots = r_{nn} = SGP$ jedne žice (P4.8),

$r_{12} = r_{21}$ udaljenost ose žice 1 od ose žice 2,

\vdots

$r_{1n} = r_{n1}$ udaljenost ose žice 1 od ose žice n .

Kod ACSR i ACCR užadi proračun je još složeniji, pošto provodnici nisu od istog materijala. Uticaj magnetskih karakteristika ACSR provodnika je opisan u Prilogu 1.

Proizvođači užadi, u katalogima, pored ostalih konstrukcionih karakteristika, daju i vrednosti SGP -a [Write], [Short], kao što je, na primer, prikazano u tabeli P3.1 i tabeli P3.2.

TABELA P3.1

*SGP za provodnike u vidu punog užeta
(a - stvarni poluprečnik provodnika)*

Broj žica u užetu	SGP
3	0,6778 a
7	0,7256 a
19	0,7577 a
37	0,7678 a
61	0,7722 a
91	0,774 a
127	0,776 a

TABELA P3.2

*SGP za provodnike u vidu šupljeg užeta ili za Alučel užad
(a - stvarni poluprečnik provodnika)*

Broj žica u užetu	SGP
30 žica / 2 sloja	0,826a
26 žica / 2 sloja	0,809a
54 žica / 3 sloja	0,810a
Jednoslojni ACSR	0,35a-0,70a

Konačan izraz za podužnu samoinduktivnost provodnika, na osnovu (P3.6) i (P3.7) je:

$$L'_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \frac{d_1}{SGP}. \quad [\Omega / m] \quad (P3.9)$$

Podrazumeva se da rastojanje d_1 i veličina SGP treba da budu izraženi u istim jedinicama.

Isti izraz za induktivnost se dobija i u slučaju da struja nije ravnomerno raspodeljena u provodniku, nego je koncentrisana u cevastom provodniku poluprečnika SGP [Radović], [Short], [Kersting], [NPTEL].

Postoji još jedan pristup definisanju SGP-a [Write], kada se u izrazu (P3.5) sabirci grupišu na sledeći način:

$$L'_1 = \left(\frac{\mu}{8\pi} + \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1}{a} \right) + \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{d_1}{1} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{\mu_r}{4} + \ln \frac{1}{a} \right) + \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{d_1}{1}. \quad (P3.10)$$

Izraz u prvoj zagradi (P3.10) predstavlja uticaj zbira flukseva unutar provodnika i fluksa van provodnika, do poluprečnika od $1 m$ (1 stope, odnosno, odgovarajućeg jediničnog rastojanja u korišćenom sistemu mera). U tom izrazu figurišu samo veličine koje predstavljaju karakteristike provodnika, njegovu permeabilnost i poluprečnik.

Drugi sabirak predstavlja podužnu induktivnost pod uticajem fluksa van poluprečnika od $1 m$, do rastojanja d_1 . Ovaj član ne zavisi od karakteristika provodnika, već zavisi samo od rastojanja do tačke A (slika P3.1).

Sličnim sređivanjem kao u (P3.6), dolazi se do izraza,

$$L'_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\ln e^{\mu_r/4} + \ln \frac{1}{a} \right) + \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{d_1}{1} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1}{ae^{-\mu_r/4}} + \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{d_1}{1}, \quad (P3.11)$$

u kojem se takođe pojavljuje član oblika (P3.7).

U [Write], *SGP* se definiše kao poluprečnik cilindričnog provodnika sa beskonačno tankim zidom, čiji je spoljašnji fluks u prostoru do poluprečnika od $1\ m$ jednak zbiru unutrašnjeg i spoljašnjeg fluksa stvarnog provodnika 1 sa slike P3.1. Drugim rečima, *SGP* predstavlja fiktivni matematički poluprečnik masivnog provodnika, ili provodnika u vidu užeta, kojim se odjednom obuhvataju podužna induktivnost provodnika usled unutrašnjeg fluksa i usled spoljašnjeg fluksa do poluprečnika od $1\ m$. Na osnovu toga, u izrazu,

$$L'_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1}{SGP} + \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{d_1}{1}, \quad (\text{P3.12})$$

prvi sabirak predstavlja podužnu induktivnost provodnika usled fluksa kroz provodnik i fluksa van provodnika, do poluprečnika od $1\ m$. Drugi sabirak predstavlja podužnu induktivnost provodnika usled fluksa u prostoru oko provodnika 1, od poluprečnika od $1\ m$ do rastojanja d_1 .

Sabirci iz (P3.12) se često daju u vidu tabela, tako da, poznavajući vrednosti posmatranih podužnih induktivnosti, pomoću njih lako mogu da se odrede vrednosti za *SGP*.

Na osnovu gornjih izraza, podužna reaktansa provodnika može da se izrazi u obliku,

$$X'_1 = \omega L'_1 = \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{d_1}{SGP} = \mu_0 f \ln \frac{d_1}{SGP}. \quad (\text{P3.13})$$

PRILOG 4

Izvođenje Karson – Klemove formule za podužnu sopstvenu impedansu nadzemnog voda

Podužna sopstvena i međusobna impedansa nadzemnog voda može da se predstavi u obliku:

$$\begin{aligned} \underline{Z}'_{ii} &= (R'_u + R'_z) + j(\omega L'_{ii} + X'_u + X'_z) \\ \underline{Z}'_{ij} &= R'_{zm} + j(\omega L'_{ij} + X'_{zm}) \end{aligned} \quad (P4.1)$$

Uvrštavanjem (2.5), (2.6) i prvih članova iz (2.17) u gornje izraze, vodeći računa da se članovi iz (2.17) uvrste u jedinicama $[\Omega/m]$, dobijaju se sledeće formule:

$$\begin{aligned} \underline{Z}'_{ii} &= \left(R'_u + 4\omega \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\pi}{8} \right) + j \left(\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2h_i}{r_i} + \omega \frac{\mu_0}{8\pi} + 4\omega \cdot 10^{-7} \cdot \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \ln 2 - \ln \gamma - \ln k \right) \right] \right), \\ \underline{Z}'_{ij} &= \left(4\omega \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\pi}{8} \right) + j \left(\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2h_i}{r_i} + 4\omega \cdot 10^{-7} \cdot \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \ln 2 - \ln \gamma - \ln k_m \right) \right] \right), \end{aligned} \quad (P4.2)$$

pri čemu su podužne impedanse izražene u $[\Omega/m]$.

Od sledećeg koraka izvođenje će biti prikazano samo za \underline{Z}'_{ii} .

Nakon uvrštavanja vrednosti za kružnu učestanost, $\omega = 2\pi f$ i Ojlerove konstante, $\ln \gamma = 0,57722$ u (P4.2), dobija se izraz,

$$\underline{Z}'_{ii} = \left(R'_u + \pi^2 \cdot f \cdot 10^{-7} \right) + j \left(\omega \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \frac{1}{2} \ln \frac{2h_i}{SGP} + \omega \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - 0,57722 + \ln 2 - \ln k \right) \right] \right) \quad (P4.3)$$

Grupisanjem članova u uglastoj zagradi, izraz (P4.3) postaje,

$$\underline{Z}'_{ii} = \left(R'_u + \pi^2 \cdot f \cdot 10^{-7} \right) + j \left(\omega \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \frac{1}{2} \ln \frac{2h_i}{SGP} + \omega \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (-0,07722) + \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{2}{k} \right] \right) \quad (P4.4)$$

Preuređivanjem imaginarnog dela gornjeg izraza, dobija se,

$$\underline{Z}'_{ii} = \left(R'_u + \pi^2 \cdot f \cdot 10^{-7} \right) + j \omega \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \frac{1}{2} \left(\ln \frac{2h_i}{SGP} \cdot \frac{2}{k} - 0,07722 \right) \quad (P4.5)$$

Konstantna vrednost, 0,07722 može da se napiše u obliku $\ln e^{0,07722}$, tako da je,

$$\begin{aligned} \underline{Z}'_{ii} &= \left(R'_u + \pi^2 \cdot f \cdot 10^{-7} \right) + j\omega \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \frac{1}{2} \left(\ln \frac{2h_i}{SGP} \cdot \frac{2}{k} - \ln e^{0,07722} \right) = \\ &= \left(R'_u + \pi^2 \cdot f \cdot 10^{-7} \right) + j\omega \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \frac{1}{2} \ln \frac{2h_i}{SGP} \cdot \frac{2e^{-0,07722}}{k}. \end{aligned} \quad (\text{P4.6})$$

Uvrštavanjem parametra

$$k = 4\pi\sqrt{5} \cdot 10^{-4} (2h_i) \sqrt{\frac{f}{\rho}}, \quad (\text{P4.7})$$

u izraz (P4.6), dobija se

$$\underline{Z}'_{ii} = \left(R'_u + \pi^2 \cdot f \cdot 10^{-7} \right) + j\omega \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{2h_i}{SGP} \cdot \frac{2e^{-0,07722}}{4\pi\sqrt{5} \cdot 10^{-4} (2h_i) \sqrt{\frac{f}{\rho}}}. \quad (\text{P4.8})$$

Grupisanjem članova pod logaritmom, izraz (P4.8) postaje,

$$\underline{Z}'_{ii} = R'_u + \underbrace{\pi^2 \cdot f \cdot 10^{-7}}_{9,8696 f \cdot 10^{-7}} + j \underbrace{4 \cdot \pi \cdot f}_{12,56637 f \cdot 10^{-7}} \ln \frac{e^{-0,07722}}{\underbrace{2\pi\sqrt{5} \cdot 10^{-4}}_{658,86875}} \cdot \frac{\sqrt{\frac{\rho}{f}}}{SGP}. \quad (\text{P4.9})$$

Konačno, krajnji oblik Karson – Klemove formule za podužnu sopstvenu impedansu nadzemnog voda, izražene preko prirodnog logaritma, u jedinicama $[\Omega/km]$ je [Ebrahimi],

$$\underline{Z}'_{ii} = R'_u + 9,8696 f \cdot 10^{-4} + j12,56637 f \cdot 10^{-4} \ln \frac{658,86875 \sqrt{\frac{\rho}{f}}}{SGP} \quad [\Omega / km], \quad (\text{P4.10})$$

gde je,

- R'_u podužna unutrašnja otpornost provodnika u $[\Omega/km]$,
- f frekvencija u $[Hz]$,
- ρ specifična otpornost zemlje u $[\Omega m]$,
- SGP srednji geometrijski poluprečnik i -tog provodnika u $[m]$.

Sličnim postupkom se dolazi do izraza za podužnu međusobnu impedansu nadzemnog voda, izraženu preko prirodnog logaritma,

$$\underline{Z}'_{ij} = 9,8696f \cdot 10^{-4} + j12,56637f \cdot 10^{-4} \ln \frac{658,86875 \sqrt{\frac{\rho}{f}}}{D_{ij}} \quad [\Omega / km], \quad (\text{P4.11})$$

gde je

f frekvencija u [Hz],

ρ specifična otpornost zemlje [Ωm],

D_{ij} rastojanje između i -tog provodnika i lika j -tog provodnika u [m].

Alternativni izrazi A

Izrazi (P4.89 i (P4.9) se često zapisuju u obliku,

$$\underline{Z}'_{ii} = (R'_u + \pi^2 \cdot f \cdot 10^{-4}) + j2\omega \cdot 10^{-4} \ln \frac{658,8 \sqrt{\frac{\rho}{f}}}{SGP} \quad [\Omega / km], \quad (\text{P4.12})$$

$$\underline{Z}'_{ij} = \pi^2 \cdot f \cdot 10^{-4} + j2\omega \cdot 10^{-4} \ln \frac{658,8 \sqrt{\frac{\rho}{f}}}{D_{ij}} \quad [\Omega / km]. \quad (\text{P4.13})$$

gde je,

R'_u podužna unutrašnja otpornost provodnika u [Ω/km],

f frekvencija u [Hz],

ω kružna učestanost u [rad/s],

ρ specifična otpornost zemlje u [Ωm].

SGP srednji geometrijski poluprečnik i -tog provodnika u [m],

D_{ij} rastojanje između i -tog provodnika i lika j -tog provodnika u [m].

Alternativni izrazi B

Kada se u imaginarnom delu izraza (P4.12) i (P4.13) prirodni logaritam zameni logaritmom osnove 10, dobijaju se izrazi,

$$\underline{Z}'_{ii} = R'_u + 9,8696f \cdot 10^{-4} + j2,8937f \cdot 10^{-3} \log \frac{658,86875 \sqrt{\frac{\rho}{f}}}{SGP} \quad [\Omega / km], \quad (P4.14)$$

$$\underline{Z}'_{ij} = 9,8696f \cdot 10^{-4} + j2,8937f \cdot 10^{-3} \log \frac{658,86875 \sqrt{\frac{\rho}{f}}}{D_{ij}} \quad [\Omega / km]. \quad (P4.15)$$

Lako mogu da se uoče jedine dve razlike u izrazima za podužnu sopstvenu i podužnu međusobnu impedansu nadzemnog voda. Izraz (P4.15), ne sadrži prvi član iz (P4.14), R'_u i u imaginarnom delu, imenilac u razlomku je rastojanje D_{ij} umesto SGP .

Alternativni izrazi C

U anglosaksonskoj stručnoj literaturi [Westinghouse] se izrazi za podužnu sopstvenu i podužnu međusobnu impedansu često predstavljaju u jedinicama $[\Omega / milji]$,

$$\underline{Z}'_{ii} = R'_u + 0,00159f + j0,004657f \log \frac{2160 \sqrt{\frac{\rho}{f}}}{SGP_{ustopama}} \quad [\Omega / milji], \quad (P4.16)$$

$$\underline{Z}'_{ij} = 0,00159f + j0,004657f \log \frac{2160 \sqrt{\frac{\rho}{f}}}{D_{ij \text{ u stopama}}} \quad [\Omega / milji] \quad (P4.17)$$

Prilikom pretvaranja dužinskih mernih jedinica iz SI sistema, korišćene su jednakosti, $1 \text{ km} = 0,621371 \text{ milja}$, $1 \text{ m} = 3,28084 \text{ stope}$.

Alternativni izrazi D

Alternativni izrazi, za podužnu sopstvenu i podužnu međusobnu impedansu, korišćenjem kružne učestanosti ω , umesto frekvencije f , izraženi preko prirodnog logaritma imaju oblik,

$$\underline{Z}'_{ij} = R'_u + 1,571\omega \cdot 10^{-4} + j2\omega \cdot 10^{-4} \ln \frac{1650\sqrt{\frac{\rho}{\omega}}}{SGP} \quad [\Omega / km], \quad (P4.18)$$

$$\underline{Z}'_{ij} = 1,571\omega \cdot 10^{-4} + j2\omega \cdot 10^{-4} \ln \frac{1650\sqrt{\frac{\rho}{\omega}}}{D_{ij}} \quad [\Omega / km], \quad (P4.19)$$

gde je,

R'_u podužna unutrašnja otpornost provodnika u $[\Omega/km]$,

ω kružna učestanost u $[rad/s]$,

ρ specifična otpornost zemlje u $[\Omega m]$,

SGP srednji geometrijski poluprečnik i -tog provodnika u $[m]$,

D_{ij} rastojanje između i -tog provodnika i lika j -tog provodnika u $[m]$.

PRILOG 5

Alternativni izrazi za zamenu Karsonovih nesvojsvenih integrala i normalizovani izrazi za proračun Geri – Dubantonove formule

U poglavlju 2 teze, su dati izrazi za podužnu sopstvenu impedansu i podužnu međusobnu impedansu povratnog puta kroz zemlju, takozvani Karsonovi izrazi:

$$\begin{aligned}\underline{Z}'_z &= j\omega \frac{\mu_0}{\pi} J_z = j\omega \frac{\mu_0}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-2h_i\lambda}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + j\omega\mu_0\sigma}} d\lambda, \\ \underline{Z}'_{zm} &= j\omega \frac{\mu_0}{\pi} J_{zm} = j\omega \frac{\mu_0}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-(h_i+h_j)\lambda}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + j\omega\mu_0\sigma}} \cos(\lambda x_{ij}) d\lambda.\end{aligned}\tag{P5.1}$$

Nesvojsveni integrali, koji se javljaju u (P5.1), su veoma komplikovani za proračune zbog svojih oscilatornih karaktera, tako da postoji veliki broj radova koji se bave pronalaženjem adekvatnih izraza za njihovu zamenu. U ovom prilogu će biti navedeni neki od njih.

Vrlo često se gornja dva izraza zapisuju kao jedan, u obliku

$$\underline{Z}'_{zm} = j\omega \frac{\mu_0}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-2h\lambda}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 + j\omega\mu_0\sigma}} \cos(\lambda x_{ij}) d\lambda,\tag{P5.2}$$

pri čemu je $h = (h_i + h_j)/2$. Podužna sopstvena impedansa, \underline{Z}'_m se dobija ako se u (P5.2) uzme da je $h_i = h_j$, a rastojanje $x_{ij} = 0$.

5A Ramirez [Ramirez] – Karsonov integral posle normiranja

Ramirez je, uvodeći bezdimenzione parametre, α , p i q , dobio pogodniji izraz za dalju analizu. Bezdimenzioni parametri, koje je predložio su:

$$\begin{aligned}\alpha &= \lambda \left| \underline{p} \right|, \\ p &= \frac{2h}{\left| \underline{p} \right|}, \\ q &= \frac{x_{ij}}{\left| \underline{p} \right|},\end{aligned}\tag{P5.3}$$

pri čemu je $h = (h_i + h_j) / 2$ a \underline{p} kompleksna dubina prodiranja data izrazom 2.32. Posle normiranja, integral P5.2 postaje,

$$J_{zm} = J_{ij} = -j \int_0^{\infty} e^{-p\alpha} \left[\sqrt{\alpha^2 + j} - \alpha \right] \cos(q\alpha) d\alpha. \quad (\text{P5.4})$$

Pri definisanju sopstvene impedanse, J_z , u izraz (P5.4) treba da se uvrsti,

$$p = 2h \quad i \quad q = 0. \quad (\text{P5.5})$$

5B Leanjos [Leaños] – Karsonov integral posle normiranja

Leaños je za analizu koristio nešto izmenjene bezdimenzione parametre:

$$\begin{aligned} \beta &= \lambda |\underline{p}|, \\ \xi &= \frac{2h}{|\underline{p}|}, \\ \eta &= \frac{x_{ij}}{|\underline{p}|} \end{aligned} \quad (\text{P5.6})$$

i posle normiranja je dobio integral oblika,

$$J_{zm} = J_{ij} = -j \int_0^{\infty} e^{-\beta\xi} \left[\sqrt{\beta^2 + j} - \beta \right] \cos(\beta\xi\eta) d\beta. \quad (\text{P5.7})$$

Sopstvena impedansa se, pomoću (P5.7), dobija uvrštavanjem, $\eta = 0$.

5C Alvarado Betankurt [Alvarado Betancourt] - Geri – Dubantonov izraz posle normiranja

Geri – Dubantonova formula je adekvatna zamena za Karsonove izraze, tako da su mnogi naučnici radili poboljšanje te formule. Jedna od njih je,

$$J_z = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\underline{p}}{h_i} + 1 \right) - \frac{1}{24} \frac{1}{\left(1 + \frac{h_i}{\underline{p}} \right)^3},$$

$$J_{zm} = \frac{1}{4} \ln \frac{\left(\frac{\underline{p}}{h} + 1 \right)^2 + \beta^2}{1 + \beta^2} - \frac{1}{48} \left(\frac{1}{\left[\frac{h}{\underline{p}} (1 + j\beta) + 1 \right]^3} + \frac{1}{\left[\frac{h}{\underline{p}} (1 - j\beta) + 1 \right]^3} \right),$$
(P5.8)

gde je,

$$h = (h_i + h_j) / 2, \quad \underline{p} = 1 / \sqrt{j\omega\mu\sigma}, \quad \beta = x_{ij} / (h_i + h_j).$$

5D Leanjos [Leaños] – Geri – Dubantonov izraz posle normiranja

Uz korišćenje istih normalizovanih parametara, navedenih u (P5.6), normalizovan oblik Geri – Dubantonove formule koju je predložio Leaños, ima oblik,

$$J_{zm} = \frac{1}{4} \ln \left(\frac{\left(1 + \frac{2\sqrt{-j}}{\xi} \right)^2 + \eta^2}{1 + \eta^2} \right).$$
(P5.9)

Sopstvena impedansa se, pomoću (P5.9), dobija uvrštavanjem, $\eta = 0$.

5E Picaro i Erikson [Pizzaro i Eriksson] - Geri – Dubantonov izraz posle normiranja

Picaro i Erikson su predložili aproksimativan izraz za Geri – Dubantonovu formulu u vidu zbira,

$$\underline{Z}_{zm} = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \left[A \ln \frac{\sqrt{(h_i + h_j + 2\alpha \underline{p})^2 + x_{ij}^2}}{\sqrt{(h_i - h_j)^2 + x_{ij}^2}} + B \ln \frac{\sqrt{(h_i + h_j + 2\beta \underline{p})^2 + x_{ij}^2}}{\sqrt{(h_i - h_j)^2 + x_{ij}^2}} \right],$$
(P5.10)

u kojem odgovarajuće konstante imaju sledeće vrednosti: $A = 0,1159$, $B = 0,8841$, $\alpha = 0,2258$, $\beta = 1,1015$ [Pizzaro, 1991a].

PRILOG 6

Izraz za rotor u cilindričnom koordinatnom sistemu [Popović, 1986]

$$\operatorname{rot} \vec{A} = \vec{i}_r \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) + \vec{i}_\varphi \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) + \vec{i}_z \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (r A_\varphi)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} \right). \quad (\text{P6.1})$$

PRILOG 7

TABELA P7.1

Intenzitet vektora gustine struje, J , u $[mA/m^2]$, u funkciji rastojanja od nadzemnog voda, $(h+x)$ [m] (Slika 5.1)

$\rho=50\Omega m, f=50Hz$									
$h=10m$		$h=15m$		$h=20m$		$h=25m$		$h=30m$	
$h+x$	J	$h+x$	J	$h+x$	J	$h+x$	J	$h+x$	J
10,000	7,205	15,000	7,120	20,000	6,971	25,00	6,73	30,000	6,56
10,004	7,160	15,006	7,002	20,008	6,787	25,01	6,58	30,012	6,40
10,012	7,071	15,018	6,764	20,024	6,501	25,03	6,07	30,036	6,07
10,026	6,932	15,037	6,591	20,049	6,306	25,06	6,06	30,071	5,86
10,048	6,794	15,069	6,425	20,089	6,124	25,11	5,88	30,131	5,66
10,087	6,655	15,121	6,264	20,156	5,953	25,19	5,70	30,224	5,49
10,136	6,538	15,188	6,132	20,239	5,815	25,29	5,56	30,341	5,35
10,214	6,413	15,289	5,995	20,365	5,687	25,44	5,42	30,515	5,21
10,321	6,291	15,427	5,867	20,534	5,554	25,64	5,30	30,746	5,09
10,598	6,086	15,779	5,656	20,959	5,340	26,14	5,10	31,321	4,89
11,058	5,872	16,352	5,447	21,646	5,144	26,94	4,90	32,234	4,70
11,651	5,682	17,081	5,267	22,510	4,976	27,94	4,73	33,370	4,54
12,877	5,409	18,565	5,017	24,252	4,731	29,94	4,50	35,628	4,31
14,774	5,115	20,829	4,752	26,885	4,480	32,94	4,26	38,995	4,08
18,032	4,761	24,668	4,432	31,304	4,189	37,94	3,97	44,576	3,80
23,400	4,354	30,913	4,061	38,427	3,831	45,94	3,64	53,453	3,48
30,303	3,981	38,849	3,720	47,394	3,510	55,94	3,33	64,486	3,18
40,948	3,571	50,945	3,341	60,943	3,152	70,94	2,99	80,937	2,85
55,529	3,173	67,332	2,970	79,136	2,801	90,94	2,66	102,744	2,52
92,948	2,529	92,300	2,568	106,62	2,418	120,94	2,29	135,260	2,17
154,367	1,929	130,332	2,147	148,136	2,021	165,94	1,90	183,744	1,79
233,077	1,472	186,107	1,733	208,523	1,620	230,94	1,52	253,357	1,43
321,787	1,139	264,494	1,349	292,717	1,254	320,94	1,17	349,163	1,09
420,883	0,885	370,558	1,010	405,749	0,932	440,94	0,86	476,131	0,79
547,658	0,657	509,558	0,724	552,749	0,665	595,94	0,61	639,131	0,55
720,561	0,458	686,945	0,494	738,943	0,457	790,94	0,41	842,937	0,36
941,529	0,297	908,365	0,319	969,652	0,296	1030,94	0,26	1092,22	0,23
1212,496	0,181	1174,978	0,194	1245,459	0,172	1315,94	0,15	1386,42	0,13
1535,400	0,103	1487,945	0,112	1566,943	0,109	1645,94	0,09	1724,93	0,07
1912,174	0,054	1858,042	0,060	1944,491	0,052	2030,94	0,05	2117,38	0,04
2344,754	0,027	2286,687	0,030	2378,813	0,036	2470,94	0,02	2563,06	0,01
2835,077	0,012	2780,236	0,014	2875,588	0,012	2970,94	0,01	3066,29	0,02
3019,763	0,009	3019,759	0,019	3019,756	0,019	3019,756	0,01	3019,75	0,01

TABELA P7.2

Intenzitet vektora gustine struje, J , u $[mA/m^2]$, u funkciji rastojanja od nadzemnog voda, $(15+x)$ $[m]$, za različite vrednosti specifične otpornosti tla (Slika 5.3)

$h=15m, f=50Hz$							
$\rho=50\Omega m$		$\rho=250\Omega m$		$\rho=1000\Omega m$		$\rho=2500\Omega m$	
$15+x$	J	$15+x$	J	$15+x$	J	$15+x$	J
15,000	7,120	15,000	1,48	15,000	0,379	15,000	0,152
15,006	7,002	15,013	1,47	15,027	0,377	15,042	0,152
15,018	6,764	15,041	1,44	15,082	0,372	15,129	0,151
15,037	6,591	15,083	1,41	15,166	0,368	15,262	0,150
15,069	6,425	15,154	1,39	15,308	0,364	15,488	0,149
15,121	6,264	15,271	1,37	15,542	0,359	15,856	0,147
15,188	6,132	15,419	1,35	15,839	0,355	16,326	0,146
15,289	5,995	15,647	1,32	16,293	0,351	17,045	0,144
15,427	5,867	15,955	1,30	16,911	0,346	18,021	0,142
15,779	5,656	16,742	1,26	18,483	0,336	20,507	0,139
16,352	5,447	18,023	1,21	21,045	0,325	24,558	0,134
17,081	5,267	19,653	1,17	24,306	0,313	29,713	0,129
18,565	5,017	22,971	1,11	30,942	0,294	40,206	0,121
20,829	4,752	28,034	1,04	41,069	0,273	56,218	0,112
24,668	4,432	36,618	0,954	58,236	0,248	83,362	0,101
30,913	4,061	50,583	0,863	86,165	0,222	127,52	0,089
38,849	3,720	68,327	0,781	121,65	0,200	183,63	0,081
50,945	3,341	95,376	0,705	175,75	0,177	269,17	0,071
67,332	2,970	132,019	0,613	249,03	0,155	385,05	0,062
92,3	2,568	225,068	0,483	435,13	0,122	679,29	0,049
130,332	2,147	376,255	0,364	737,51	0,091	1157,4	0,037
186,107	1,733	568,124	0,275	1121,2	0,069	1764,1	0,028
264,494	1,349	782,354	0,210	1549,7	0,053	2441,6	0,021
370,558	1,010	1019,52	0,162	2024,0	0,041	3191,6	0,016
509,558	0,724	1320,31	0,121	2625,6	0,030	4142,8	0,012
686,945	0,494	1727,13	0,082	3439,2	0,021	5429,2	0,008
908,365	0,319	2242,87	0,053	4470,7	0,013	7060,1	0,006
1174,978	0,194	2870,41	0,032	5725,8	0,008	9044,6	0,003
1487,945	0,112	3612,64	0,018	7210,2	0,004	11391,7	0,002
1858,042	0,060	4472,44	0,009	8929,8	0,002	14110,8	0,000
2286,687	0,030	5452,71	0,005	10890,	0,001	17210,5	0,000
2780,236	0,014	6556,31	0,002	13090,	0,000	20700,5	0,000
3019,759	0,019	6752,36	0,002	13504,	0,000	21352,9	0,000

TABELA P7.3

Raspodela intenziteta vektora gustine struje, J , u $[mA/m^2]$, za $h = 15\text{ m}$, u funkciji rastojanja od koordinatnog početka, $\rho_1/\rho_2 = 50/1000$, do dubine od 5 m (Slika 5.26)

$\rho_1/\rho_2=50/1000, h=15\text{m}$			
$f=50\text{Hz}$		$f=450\text{Hz}$	
$x\text{ [m]}$	J	$x\text{ [m]}$	J
0,000	7,542	0,000	65,012
0,027	7,540	0,009	64,720
0,082	7,440	0,027	62,960
0,166	7,360	0,055	61,640
0,308	7,280	0,103	60,360
0,542	7,180	0,181	59,080
0,839	7,100	0,280	58,000
1,000	7,072	0,431	56,860
1,001	0,353	0,637	55,760
1,293	0,351	1,000	54,444
1,911	0,346	1,001	2,722
3,483	0,336	1,161	2,693
5,000	0,329	2,015	2,595
		3,102	2,506
		5,000	2,397

TABELA P7.4

Raspodela intenziteta vektora gustine struje, J , u $[mA/m^2]$, za $h = 15$ m, u funkciji rastojanja od koordinatnog početka, $\rho_1/\rho_2=500/50$, do dubine 5 m (Slika 5.28)

$\rho_1/\rho_2=500/50, h=15m$			
$f=50Hz$		$f=450Hz$	
x [m]	J	x [m]	J
0,000	0,695	0,000	6,386
0,006	0,700	0,002	5,685
0,018	0,676	0,006	5,375
0,037	0,659	0,012	5,171
0,069	0,643	0,023	4,990
0,121	0,626	0,040	4,826
0,188	0,613	0,063	4,699
0,289	0,600	0,096	4,573
0,427	0,587	0,142	4,458
0,779	0,566	0,260	4,281
1,000	0,558	0,451	4,113
1,001	5,575	0,694	3,976
1,352	5,447	1,000	3,863
2,081	5,267	1,001	38,635
3,565	5,018	1,188	37,900
5,000	4,849	1,943	36,160
		3,223	34,080
		5,000	32,073