

## НАСТАВНО-НАУЧНОМ ВЕЋУ

**Предмет:** Извештај Комисије о оцени докторске дисертације кандидата Невенке Коларевић

Одлуком Наставно-научног већа Грађевинског факултета Универзитета у Београду бр. 240/11-14 од 21.04.2016. године именовани смо за чланове Комисије за преглед, оцену и одбрану докторске дисертације кандидата Невенке Коларевић дипл. грађ. инж. под називом:

### **ВИБРАЦИЈЕ И ИЗБОЧАВАЊЕ ПЛОЧА И ЉУСКИ ПРИМЕНОМ МЕТОДЕ ДИНАМИЧКЕ КРУТОСТИ**

Након прегледа докторске дисертације и пратећег материјала, Комисија подноси следећи

#### **ИЗВЕШТАЈ**

### **1. Увод**

#### 1.1. Хронологија одобравања и израде дисертације

- 17.04.2014. на седници Катедре за техничку механику и теорију конструкција кандидат је изложио предложену тему докторске дисертације под насловом "Вибрације и избочавање плоча и љуски применом континуалних елемената". Комисија коју је образовало Веће Катедре је прихватила тему докторске дисертације и предложила кандидату да тему пријави Наставно-научном већу Грађевинског факултета.
- 03.06.2014. кандидат је пријавио тему докторске дисертације Наставно-научном већу Грађевинског факултета у Београду.
- 23.04.2015. Наставно-научно веће Грађевинског факултета у Београду именовало је Комисију за оцену подобности теме и кандидата докторске дисертације у саставу: проф. др Бранислав Пујевић, проф. др Мира Петронијевић, проф. др Ђорђе Лађиновић, доцент др Ненад Марковић и доцент др Марија Нефовска-Даниловић.
- 14.05.2015. Наставно-научно веће Грађевинског факултета у Београду прихватило је Извештај Комисије за оцену подобности теме и кандидата докторске дисертације, којим је коригован наслов докторске дисертације у "Вибрације и избочавање плоча и љуски применом методе динамичке крутости", и своју одлуку доставило Већу грађевинско-урбанистичких наука Универзитета у Београду на давање сагласности.
- 26.05.2015. Веће грађевинско-урбанистичких наука Универзитета у Београду дало је сагласност на предлог теме докторске дисертације под насловом " Вибрације и избочавање плоча и љуски применом методе динамичке крутости".
- 11.04.2016. докторска дисертација је предата на преглед и оцену.

- На седници одржаној 21.04.2016. године Наставно-научно веће Грађевинског факултета у Београду именовало је Комисију за оцену и одбрану докторске дисертације у следећем саставу:
  - др Бранислав Пујевић, редовни професор, Грађевински факултет Универзитета у Београду,
  - др Мира Петронијевић, редовни професор, Грађевински факултет Универзитета у Београду,
  - др Ђорђе Лађиновић, редовни професор, Факултет техничких наука Универзитета у Новом Саду,
  - др Ненад Марковић, доцент, Грађевински факултет Универзитета у Београду
  - др Марија Нефовска-Даниловић, доцент, Грађевински факултет Универзитета у Београду.

### 1.2. Научна област дисертације

Дисертација кандидата Невенке Коларевић припада научној области Грађевинарство, ужа научна област Техничка механика и теорија конструкција. За ментора дисертације именована је др Марија Нефовска-Даниловић, доцент Грађевинског факултета Универзитета у Београду.

### 1.3. Биографски подаци о кандидату

Невенка Коларевић је рођена 09.11.1981. године у Београду. На Грађевински факултет у Београду се уписала 2000. године. Дипломирала је 2006. године на Одсеку за конструкције са просечном оценом 8,74. Дипломски рад под називом „Интеракција конструкција-тло код конзолне армирано бетонске дијафрагме“ је одбранила са оценом 10. Докторске студије је уписала 2007. године на Грађевинском факултету и положила све испите предвиђене наставним планом са просечном оценом 10.

У периоду од 2007. до 2008. године Невенка Коларевић је била запослена у предузећу „БГ инвест“ као пројектант антенских стубова за мобилну телефонију. Од 2008. године запослена је као асистент-студент докторских студија на Катедри за техничку механику и теорију конструкција на Грађевинском факултету у Београду, где је учествовала у извођењу вежби из предмета: Теорија плоча и љуски, Метод коначних елемената, Отпорност материјала 1 (у школској 2012./13. години), Теорија конструкција 1 на Одсеку за Менаџмент, технологију и информатику. Поред тога, Невенка Коларевић је учествовала у групним вежбама и прегледању графичких радова из предмета Статика конструкција и Матрична анализа конструкција.

Невенка Коларевић је од 2011. до 2013. године била ангажована на научном пројекту ИИИ 42012 – „Побољшање енергетске ефикасности зграда у Србији и унапређење националних регулативних капацитета за њихову сертификацију“ (Руководилац пројекта: проф др. Драгослав Шумарац дипл. грађ. инж). Од 2014. године ангажована је на научном пројекту ТР 36046 „Истраживање дејства вибрација на људе и зграде у циљу одрживог развоја градова“ (Руководилац пројекта: проф. Др Мира Петронијевић дипл. грађ. инж.). Објавила је два рада у часописима са SCI листе, као и два рада на међународним конференцијама.

Говори енглески и француски језик, а служи се шпанским и руским. Удата је и мајка двоје деце.

## **2. ОПИС ДИСЕРТАЦИЈЕ**

### 1.1. Садржај дисертације

Докторска дисертација „Вибрације и избочавање плоча и љуски применом методе динамичке крутости“ има 232 стране, садржи 49 слика и 33 табеле. Подељена је на девет поглавља: 1) Увод; 2) Mindlin-ова теорија плоча; 3) Континуални елемент Mindlin-ове плоче за анализу вибрација и избочавања; 4) Теорија танких љуски; 5) Континуални елемент затворене кружно цилиндричне љуске

за анализу вибрација и избочавања; 6) Континуални елемент сегмента кружно цилиндричне љуске за анализу вибрација; 7) Закључци и препоруке; 8) Литература; 9) Прилози.

## 1.2. Кратак приказ појединачних поглавља

**Прво** поглавље је уводно и у њему је дефинисана метода динамичке крутости и истакнуте њене предности у односу на методу коначних елемената (МКЕ) као методу која има широку примену у анализи комплексних проблема динамике конструкција. У наставку је дат преглед литературе и стање истраживања у области примене методе динамичке крутости у решавању проблема вибрација и избочавања. Затим су дефинисани главни циљеви истраживања у оквиру дисертације. На крају је дат кратак садржај дисертације.

У **другом** поглављу прво су наведене основе на којима се заснива Mindlin-ова теорија савијања плоча, затим је дат приказ основних једначина у *Descartes*-овим координатама на основу којих су изведене једначине кретања правоугаоне плоче са или без дејства аксијалних сила, као и једначине еластичне стабилности.

За континуални елемент *Mindlin*-ове плоче у **трећем** поглављу је изведена динамичка матрица крутости. Три спрегнуте једначине кретања у фреквентном домену су помоћу напонске функције трансформисане у две независне једначине кретања по непознатом угибу и напонској функцији. Опште решење слободних вибрација је одређено применом методе суперпозиције. Произвољно поље померања плоче представљено је као збир четири компоненте: *SS*-симетрична око обе координатне осе  $x$  и  $y$ , *AA*-антисиметрична око обе координатне осе, *SA*-симетрична око  $x$  а антисиметрична око  $y$  координатне осе и обрнуто-*AS*). На тај начин је омогућена анализа само једне четвртине правоугаоне плоче. Решење за угиб и напонску функцију је претпостављено у облику *Fourier*-ових редова. Силе и померања дуж контуре плоче, које представљају континуалне функције координата коришћењем методе пројекције су апроксимирани *Fourier*-овим редовима. На тај начин је постигнута дискретизација контурних услова. Успостављањем релације између тако формулисаних вектора пројекција сила и померања на контури плоче, добијена је динамичка матрица крутости. Динамичка матрица крутости је изведена за сваки од четири наведена случаја деформације посебно, тј. за четвртину плоче. Помоћу матрице трансформације добијена је динамичка матрица крутости за континуални елемент правоугаоне плоче. Поступак формирања глобалне динамичке матрице крутости система плоча је сличан поступку у МКЕ, с том разликом што су у методи динамичке крутости континуални елементи уместо у чворовима повезани дуж контура.

На основу теоретских разматрања развијен је рачунарски програм у *MATLAB*-у за одређивање сопствених фреквенција и облика осциловања система плоча са произвољним граничним условима. Примена методе динамичке крутости у анализи слободних вибрација плоча илустрована је на нумеричким примерима плоча и система плоча са различитим граничним условима. У примерима су варирани број чланова реда у општем решењу, однос дебљине и распона плоче, односи димензија плоче и вредност *Poisson*-овог коефицијента. Резултати су упоређени са аналитичким и нумеричким резултатима из литературе, као и резултатима који су добијени применом комерцијалног програма *Abaqus*. На крају сваког примера изведени су закључци.

Матрица крутости избочавања *Mindlin*-ове правоугаоне плоче изведена је за случај *Levy*-еве плоче на основу тачног аналитичког решења проблема еластичне стабилности. Коришћен је сличан поступак као и у случају проблема слободних вибрација у погледу формирања глобалне матрице крутости система плоча, аплицирања граничних услова, као и поступка одређивања својствених вредности (критични фактори оптерећења) и својствених облика (форме избочавања). На основу рачунарског програма извршена је параметарска анализа и одређени су критични фактори избочавања за плоче и системе плоча са различитим комбинацијама граничних услова, изложених једноаксијалној или двоаксијалној компресији.

На крају трећег поглавља је изведена динамичка матрица крутости *Levy*-еве плоче оптерећене константним аксијалним силама у равни, и извршена анализа слободних вибрација плоча са различитим граничним условима и интензитетом аксијалних сила.

У **четвртом** поглављу дат је приказ теорије танких љуски. Изведене су једначине кретања и силе на контурама љуске по *Donnell-Mushtari*-евој и *Flügge*-овој теорији, које су две најчешће коришћене теорије танких љуски.

Примена методе динамичке крутости у анализи слободних вибрација и избочавања затворених кружних цилиндричних љуски приказана је у **петом** поглављу. На основу аналитичког решења једначина кретања изведене су динамичке матрице крутости континуалног елемента кружне цилиндричне љуске по *Donnell-Mushtari*-евој и *Flügge*-овој теорији, док је проблем еластичне стабилности решен за случај *Flügge*-ове теорије. Дефинисан је и поступак формирања глобалне динамичке матрице крутости система. Динамичке карактеристике и фактор критичног оптерећења љуски са различитим условима ослањања, константне и скоковите дебљине, као и различитим односима дужине и полупречника одређене су и упоређене са доступним резултатима из литературе.

У **шестом** поглављу формулисан је континуални елемент сегмента кружно цилиндричне љуске по *Donnell-Mushtari*-евој и *Flügge*-овој теорији. Примењен је сличан поступак решавања као код правоугаоних плоча. Опште решење је добијено применом методе суперпозиције, тј. декомпозицијом поља померања на четири компоненте симетричне односно антисиметричне у односу на координатне осе. Компонентална померања су приказана у облику *Fourier*-ових редова. Дискретизација сила и померања дуж контура извршена је применом методе пројекције, након чега је успостављена веза између пројекција сила и померања на контури, чиме је дефинисана динамичка матрица крутости сегмента кружне цилиндричне љуске. Ред динамичке матрице крутости условљен је усвојеним бројем чланова реда у општем решењу. Како би се извршила верификација динамичке матрице крутости сегмента кружне цилиндричне љуске, изведена је и динамичка матрица крутости сегмента љуске са специјалним граничним условима за које постоје тачна аналитичка решења једначина кретања. Развијен је алгоритам за формирање глобалне динамичке матрице крутости система који се састоји од више континуалних елемената који су међусобно повезани дуж праве или кружне контуре. У нумеричким примерима приказани су резултати за кружне цилиндричне љуске са различитим комбинацијама граничних услова, различитих геометријских и материјалних карактеристика, и упоређени са аналитичким и нумеричким резултатима из литературе, као и са резултатима програма *Abaqus*. Анализирани су следећи нумерички примери:

- Зависност брзине конвергенције слободног сегмента кружне цилиндричне љуске од граничних услова и геометрије
- Слободне вибрације кружно цилиндричних љуски са скоковитом променом дебљине
- Слободне вибрације кружно цилиндричне љуске са прстенастим међуослонцима, различитих геометријских карактеристика
- Слободне вибрације система типа бачвастиг крова

На основу теоретских разматрања и нумеричких примера приказаних у дисертацији, у **седмом** поглављу су дати закључци, као и препоруке за будућа истраживања.

У списку коришћене литературе у **осмом** поглављу дате су референце које детаљно приказују тренутно стање у анализи вибрација плоча и љуски.

Последње **девето** поглаље—Прилози садржи све неопходне изразе, динамичке матрице крутости, матрице крутости у геометријски нелинеарној анализи и матрице трансформације које су изведене у докторској дисертацији.

### 3. ОЦЕНА ДИСЕРТАЦИЈЕ

#### 1.3. Савременост и оригиналност

Докторска дисертација под насловом "Вибрације и избочавање плоча и љуски применом методе динамичке крутости" представља оригинални научни рад у области теорије плоча и љуски. На основу диференцијалних једначина кретања *Mindlin*-ове плоче и љуске по *Donnell-Mushtari*-евој и

*Flügge*-овој теорији формулисаних у фреквентном домену и њиховог општег решења у облику *Fourier*-ових редова, развијене су динамичке матрице крутости континуалног елемента плоче и сегмента кружне цилиндричне љуске. Развијен је оригинални рачунарски програм у MATLAB-у за анализу вибрација и избочавања плоча и љуски применом методе динамичке крутости. Тиме је проширена постојећа база дводимензионалних континуалних елемената и омогућена је шира примена методе динамичке крутости у решавању различитих проблема који више нису ограничени само на линијске системе или на дводимензионалне системе са специјалним граничним условима. Нека од оригиналних решења приказаних у овој дисретацији су објављена у међународном часопису *Journal of Sound and Vibration*.

### 3.2. Осврт на референтну и коришћену литературу

У дисертацији је наведено 56 референци које су од значаја за тему дисертације. Преглед литературе обухвата широк опсег доступних публикација из области теорије плоча и љуски, аналитичких и нумеричких метода примењених у анализи вибрација и избочавања плоча и љуски, као и методе динамичке крутости. Већину референци чине радови објављени у врхунским међународним часописима: *Journal of Sound and Vibration*, *Computers and Structures*, *International Journal of Solids and Structures*, *International Journal of Mechanical Sciences*. Списком литературе обухваћене су и две монографије из области вибрација плоча и љуски аутора А. Leissa-е, у којима је дат свеобухватан приказ аналитичких решења слободних вибрација плоча и љуски. Такође, у литератури су наведене и две књиге у којима је примењена метода динамичке крутости у анализи различитих проблема вибрација конструкција. Списак литературе укључује и два рада у међународном часопису категорије M21 у којима је кандидат Невенка Коларевић коаутор.

Кроз преглед и анализу наведене литературе постављена је основа за рад на одабраној теми дисертације.

### 3.3 Опис и адекватност примењених научних метода

Током истраживања коришћене су методе анализе и синтезе постојећих достигнућа из области вибрација и избочавања плоча и љуски. У дисертацији су примењене и следеће методе и поступци:

1. Метода динамичке крутости
2. *Fourier*-ови редови и *Fourier*-ова трансформација
3. Геометријски нелинеарна анализа плоча и љуски
4. *Wittrick-Williams*-ов алгоритам
5. Поступак одређивања својствених вредности трансцедентних матрица техником претраживања
6. Меоде програмирања у MATLAB-у

Основу истраживања представља метода динамичке крутости, чији је кључни елемент фреквентно зависна динамичка матрица крутости континуалног елемента добијена на основу "strong" форме решења једначина кретања и једначина еластичне стабилности. У поступку формирања глобалне динамичке матрице крутости система коришћени су слични поступци *assembling*-а као у МКЕ. Проблем *assembling*-а је у методи динамиошке крутости компликованији, јер су континуални елементи међусобно повезани дуж контура уместо у чворовима као што је случај у МКЕ. Проблем је решен дискретизацијом сила и померања дуж контура континуалних елемената применом методе пројекције. Може се рећи да метода динамичке крутости представља методу која успешно комбинује тачност и поузданост аналитичких метода са једноставним *assembling*-ом МКЕ, чиме је дискретизација посматраног домена минимизирана и није условљена највишом фреквнцијом од интереса у анализи.

Пошто су елементи динамичке матрице крутости комплексне функције фреквенције, проблем одређивања сопствених фреквенција је трансцедентан. За одређивање сопствених фреквенција, примењена је модификована техника претраживања у циљу елиминисања нумеричких потешкоћа

које се могу јавити приликом одређивања нула детерминанте глобалне динамичке матрице крутости. Да би се елиминисала могућност изостављања појединих фреквенција у оквиру одређеног опсега, примењен је *Wittrick-Williams*–ов алгоритам који одређује број сопствених фреквенција које су мање од унапред изабране фреквенције.

### 3.4 Применљивост остварених резултата

Рачунарски програм развијен у оквиру докторске дисертације може се користити у анализи вибрација и избочавања плоча и љуски. Његовом применом корисник може одредити сопствене фреквенције и облике осциловања, односно критичне параметре оптерећења система правоугаоних плоча и кружно цилиндричних љуски. Добијени резултати имају високу тачност и поузданост нарочито у случајевима када су конструкције изложене високофреквентним динамичким побудама.

### 3.5 Оцена достигнутих способности кандидата за самостални научни рад

На основу анализе докторске дисертације, литературе која је коришћена у раду, оригиналних резултата добијених на основу изведене теорије и развијеног рачунарског програма, као и на основу радова које је кандидат објавила у врхунском међународном часопису са SCI листе, Комисија сматра да је кандидат несумњиво доказала способност за самостални научноистраживачки рад.

## 4. ОСТВАРЕНИ НАУЧНИ ДОПРИНОС

### 4.1 Приказ остварених научних доприноса

Основни научни доприноси у дисертацији су:

- 1) Развој правоугаоног континуалног елемента плоче заснованог на *Mindlin*-овој теорији,
- 2) Развој континуалног елемента сегмента кружне цилиндричне љуске заснованог на *Donnell-Mushtari*-евој и *Flügge*-овој теорији,
- 3) Развој „assembling“ алгоритма за формирање глобалне динамичке матрице крутости система плоча, односно љуски који су међусобно повезани дуж контура,
- 4) Развој програма за анализу вибрација и избочавања плоча и љуски применом методе динамичке крутости.

### 4.2 Критичка анализа резултата истраживања

Методологија за моделирање плоча и љуски применом методе динамичке крутости, која је развијена у оквиру докторске дисертације представља значајно унапређење постојећих модела, а који су се заснивали на једноставнијим теоријама плоча, чија је примена била ограничена само на плоче са специјалним граничним условима (*Levy*-еве плоче). Континуални елемент сегмента кружне цилиндричне љуске је ново оригинално решење које до сада није публикувано у доступној литератури.

Коришћењем рачунарског програма развијеног у оквиру дисертације могу се одредити динамичке карактеристике система плоча и љуски са произвољним граничним условима, као и критични фактори избочавања *Levy*-евих плоча и затворених кружних цилиндричних љуски. Такође, у дисертацији је показана и примена методе динамичке крутости у геометријски нелинеарној анализи плоча.

У поређењу са МКЕ предности методе динамичке крутости огледају се у високој тачности и поузданости, елиминацији дискретизације домена и смањеном времену потребном за прорачун. У овој дисертацији направљен је помак у примени методе динамичке крутости и на сложеније системе који се састоје из више континуалних елемената плоча или љуски, при чему гранични услови могу бити произвољни. Са друге стране, још увек постоји ограничење примене ове методе у погледу геометрије континуалних елемената који су у овом тренутку ограничени само на правоугаони облик

код плоча, односно на сегмент кружне цилиндричне љуске. Развој континуалних елемената сложеније геометрије свакако представља изазов и могући правац за наставак истраживања у овој области. Постојећа база континуалних елемената може се проширити елементима композитних плоча и љуски, као и елементима љуски код којих је узет у обзир утицај деформације смицања. Поред тога, одређивање динамичког одговора у линеарној или геометријски нелинеарној анализи би такође могао да представља наставак рада у овој области.

#### 4.3 Верификација научних доприноса

Током истраживања и рада на докторској дисертацији кандидат Невенка Коларевић је објавила следеће радове:

##### Категорија M21:

1. **Kolarevic N**, Marjanović M, Nefovska-Danilovic M, Petronijevic M (2016). Free vibration analysis of plate assemblies using the dynamis stiffness method based on the higher order shear deformation theory. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 364, pp.110-132. (IF=1.813)
2. **Kolarevic N**, Nefovska-Danilovic M, Petronijevic M (2015). Dynamic stiffness elements for free vibration analysis of rectangular Mindlin plate assemblies. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 359 pp.84–106. (IF=1.813)

##### Категорија M33:

1. **Kolarević N**, Nefovska-Danilović M, Petronijević M. Transverse vibration of rectangular Mindlin plate using spectral element method. *International symposium on stability, vibration and control of machines and structures SVCS 2014*, 3-5 July, 2014, Belgrade, Serbia
2. Marjanović M, **Kolarević N**, Nefovska-Danilović M, Petronijević M. Shear deformable dynamic stiffness elements for free vibration analysis of rectangular isotropic multilayer plates. *International Conference Contemporary Achievements in Civil Engineering 2016*. Subotica, Serbia, 279-288.

## 5. ЗАКЉУЧАК И ПРЕДЛОГ

На основу анализе дисертације, испуњености циљева и задатака истраживања, примењене методологије, добијених резултата и остварених научних доприноса, може се констатовати да докторска дисертација „**Вибрације и избочавање плоча и љуски применом методе динамичке крутости**“ представља оригиналан и вредан научни допринос, као и да је кандидат Невенка Коларевић показала способност за бављење научно-истраживачким радом.

У оквиру дисертације дефинисани су нови континуални елементи плоча и љуски, на основу чега је развијен нумерички модел за анализу вибрација и избочавања плоча и љуски применом методе динамичке крутости. На основу теоретских разматрања, развијен је рачунарски програм за одређивање динамичких карактеристика и критичног фактора избочавања система плоча и љуски, који је верификован бројним нумеричким примерима. У овој дисертацији направљен је помак у примени методе динамичке крутости и на сложеније системе састављене од више континуалних елемената, без ограничења у погледу граничних услова.

Докторска дисертација кандидата Невенке Коларевић представља оригинални научни рад у области теорије конструкција, посебно у области динамичке анализе, и даје добру основу и могућност за наставак истраживања у овој области.

На основу горе наведеног, Комисија предлаже Наставно-научном већу Грађевинског факултета Универзитета у Београду да се прихвати докторска дисертација Невенке Коларевић, дипл. грађ. инж., под називом „**Вибрације и избочавање плоча и љуски применом методе динамичке крутости**“ и да се одобри њена јавна одбрана.

### ЧЛАНОВИ КОМИСИЈЕ

.....  
Проф. др Бранислав Пујевић,  
Универзитет у Београду, Грађевински факултет

.....  
Проф. др Мира Петронијевић,  
Универзитет у Београду, Грађевински факултет

.....  
Проф. др Ђорђе Лађиновић,  
Универзитет у Новом Саду, Факултет техничких наука

.....  
Доц. др Ненад Марковић,  
Универзитет у Београду, Грађевински факултет

.....  
Доц. др Марија Нефовска-Даниловић,  
Универзитет у Београду, Грађевински факултет