

## ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

### ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ

Презиме, име једног  
родитеља и име      Радојевић, Мирослав, Ивана  
Датум и место рођења      25.01.1983. Ниш

#### Основне студије

Универзитет      У Нишу  
Факултет      Природно – математички факултет  
Студијски програм      Математика  
Звање      Дипломирани математичар за рачунарство и информатику  
Година уписа      2002.  
Година завршетка      2008.  
Просечна оцена      9,00

ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ - НИШ

Примљено: 06.10.2016.			
Орг. јед.	Број	Прилог	Вредност
01	3560		

#### Мастер студије, магистарске студије

Универзитет      /  
Факултет      /  
Студијски програм      /  
Звање      /  
Година уписа      /  
Година завршетка      /  
Просечна оцена      /  
Научна област      /  
Наслов завршног рада      /

#### Докторске студије

Универзитет      У Нишу  
Факултет      Природно – математички факултет  
Студијски програм      Математика  
Година уписа      2008.  
Остварен број ЕСПБ бодова      165  
Просечна оцена      10,00

### НАСЛОВ ТЕМЕ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Наслов теме докторске дисертације      Уопштени инверзи и квазихипонормалне матрице у просторима са недефинитним скаларним производом  
Име и презиме ментора, звање      др Драган С. Ђорђевић, редовни професор  
Број и датум добијања сагласности за тему докторске дисертације      8/17-01-001/15-007,      12.01.2015.

### ПРЕГЛЕД ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Број страна      v + 98  
Број поглавља      4  
Број слика (шема, графикона)      0  
Број табела      0  
Број прилога      0

**ПРИКАЗ НАУЧНИХ И СТРУЧНИХ РАДОВА КАНДИДАТА  
који садрже резултате истраживања у оквиру докторске дисертације**

Р. бр.	Аутор-и, наслов, часопис, година, број волумена, странице	Категорија
1	I. M. Radojević, D. S. Djordjević. Quasihyponormal and strongly quasihyponormal matrices in inner product spaces, <i>Electron. J. Linear Algebra</i> 2012 (23), 1023-1039. У овом раду дато је уопштење нормалних и хипонормалних матрица у просторима са недефинитним скаларним производом, а затим је извршена екстензија и на дегенеративан случај. Дефинисане су Н-квазихипонормалне матрице и линеарне релације. Ова класа матрица садржи Н-нормалне, Мур-Пенроуз Н-нормалне и Н-хипонормалне матрице. Како квазихипонормалне матрице немају особину да је за њих језгро матрице Н-инваријантно, дефинисана је поткласа квазихипонормалних матрица за коју ова особина важи – то су јако Н-квазихипонормалне матрице. Дата је карактеризација Н-квазихипонормалних и јако Н-квазихипонормалних матрица.	M22
2	I. M. Radojević. New results for EP matrices in indefinite inner product spaces, <i>Czech. Math. J.</i> 2014 (64), 91-103. У овом раду представљени су резултати везани за ЕП-матрице у просторима са недефинитним скаларним производом у односу на недефинитни матрични производ. Ове матрице називају се Ј-ЕП матрице. Дата је веза између ЕП и Ј-ЕП матрица, као и ортогоналности потпростора. Дефинисани су потребни и довољни услови под којим важи закон обрнутог редоследа за Мур-Пенроузов инверз недефинитног матричног производа две матрице (РОЛ). Такође, уопштени су резултати везани за звезда парцијално уређење и Ј-ЕП матрице.	M23
3	I. M. Radojević, D. S. Djordjević. Moore-Penrose inverse in indefinite inner product spaces, accepted in <i>Filomat</i> . Дефинисан је Мур-Пенроузов инверз матрица и линеарних релација у просторима са дегенеративним недефинитним скаларним производом. Овај инверз уопштава Мур-Пенроузов инверз, тежински инверз, као и Мур-Пенроузов инверз у просторима са недегенеративним недефинитним скаларним производом. Показане су бројне особине овог инверза за квадратне матрице и, као последица дегенеративности простора, истакнута разлика у односу да досад познате особине.	M22

**НАПОМЕНА:** уколико је кандидат објавио више од 3 рада, додати нове редове у овај део документа

**ИСПУЊЕНОСТ УСЛОВА ЗА ОДБРАНУ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ**

Кандидат испуњава услове за оцену и одбрану докторске дисертације који су предвиђени Законом о високом образовању, Статутом Универзитета и Статутом Факултета. ДА  
Увидом приложеној докторској дисертацији, као и у списак научних радова кандидата, комисија закључује да кандидат испуњава све потребне услове за одбрану докторске дисертације.

**ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ**

Кратак опис појединих делова дисертације (до 500 речи)

Ова дисертација се састоји из четири главе које су подељене на секције.

Прва глава је уводног карактера. У њој су представљени основни појмови и резултати везани за коначнодимензионалне просторе са недефинитним скаларним производом, при чему су истакнуте разлике недегенеративног и дегенеративног случаја. Такође, уведене су линеарне релације, које ће бити коришћене у осталим деловима дисертације.

У другој глави уводе се Н-квазихипонормалне матрице и линеарне релације које представљају уопштење Н-нормалних, Мур-Пенроуз Н-нормалних и Н-хипонормалних матрица које су биле предмет проучавања бројних аутора. Карактеришу се Н-квазихипонормалне матрице у дегенеративним просторима са недефинитним скаларним производом. За овакве матрице дефинише се поткласа јако Н-квазихипонормалних матрица која је истовремено природно уопштење класе јако Н-хипонормалних матрица. За матрице из ове класе показано је да увек постоји инваријантан потпростор који садржи језгро матрице Н. Ови резултати представљају значајна уопштења, а такође су важни за испитивање максималних семидефинитних потпростора.

У трећој глави уведен је појам Мур-Пенроузовог инверза за матрице у дегенеративним просторима са недефинитним скаларним производом. Дефиниција је општа и односи се и на линеарне релације. Овај инверз је генерализација Мур-Пенроузовог инверза у недегенеративном случају који су дефинисали Камарај и Сивакумар 2005. године. Уколико је матрица Н која индукује недефинитан скаларни производ инвертибилна, ова два инверза се поклапају. Ако је матрица Н позитивно дефинитна, овај инверз представља тежински инверз. Дате су бројне особине Мур-Пенроузовог инверза и кроз примере истакнут њихов значај, као и разлике у односу на до тада познате уопштене инверзе.

Четврта глава односи се на ЕП матрице у просторима са недефинитним скаларним производом у односу на матрични производ. Ове матрице су познате у литератури и називају се Ј-ЕП матрице. У дисертацији је дата веза ових матрица са ЕП матрицама и са ортогоналношћу потпростора. Дати су потребни и довољни услови под којим важи закон обрнутог редоследа за Мур-Пенроузов инверз недефинитног матричног производа две матрице (РОЛ). Такође, уопштени су резултати везани за звезда парцијално уређење и Ј-ЕП матрице. У овом делу, поред уопштења познатих резултата, постигнуто је и значајно побољшање неких резултата слабењем услова.

## ВРЕДНОВАЊЕ РЕЗУЛТАТА ДОКТОРСKE ДИСЕРТАЦИЈЕ

Ниво остваривања постављених циљева из пријаве докторске дисертације (до 200 речи)

Постављени циљеви из пријаве докторске дисертације у потпуности су испуњени. Кандидат је уопштио појам нормалности и хипонормалности и дефинисао квазихипонормалне матрице у просторима са недефинитним скаларним производом. У истим просторима дато је уопштење Мур-Пенрозовог инверза. У оба случаја коришћен је концепт линеарних релација. Такође, побољшани су познати резултати који се тичу ЕП-матрица у просторима са недефинитним скаларним производом са недефинитним матричним производом.

Вредновање значаја и научног доприноса резултата дисертације (до 200 речи)

Научни допринос ове дисертације огледа се у следећем:

Дисертација се бави теоријом матрица, при чему се многи познати резултати уопштавају на одговарајуће резултате у просторима са недефинитним скаларним производом. Од посебног су значаја уопштења у дегенеративном случају, чиме је омогућено решавање бројних математичких проблема. Наиме, потенцијална сингуларност матрице која индукује недефинитан скаларни производ захтева нови приступ који је коришћен у овој дисертацији. Уводе се нове класе матрица и инверза и дају могућности за даља истраживања.

Оцена самосталности научног рада кандидата (до 100 речи)

Резултати на којима се базира ова докторска дисертација објављени су у међународним научним часописима. Кандидат је објавио један самосталан научни рад у часопису из категорије М23, као и два научна рада у коауторству у часописима категорије М22. Дисертација садржи и до сада непубликоване резултате кандидата. Самосталност у раду кандидата се позитивно оцењује.



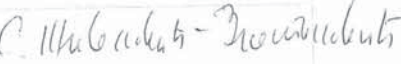


### ЗАКЉУЧАК (до 100 речи)

Приложена дисертација садржи научне резултате значајне по квалитету. Резултати су верификовани у референтним научним часописима из математике, као и у једном математичком часопису Универзитета у Нишу. Комисија позитивно оцењује ову докторску дисертацију и предлаже да се приступи усменој одбрани ове дисертације.

### КОМИСИЈА

Број одлуке ННВ о именовану Комисије 8/17-01-008/16-014

Датум именовања Комисије 21.09.2016.

Р. бр.	Име и презиме, звање		Потпис
1.	др Драган Ђорђевић, редовни професор	Ментор, председник	
	математика	Природно – математички факултет Универзитет у Нишу <small>(Научна област) (Установа у којој је запослен)</small>	
2.	др Владимир Ракочевић, дописни члан САНУ	члан	
	математика	Природно – математички факултет Универзитет у Нишу <small>(Научна област) (Установа у којој је запослен)</small>	
3.	др Снежана Живковић Златановић, редовни професор	члан	
	математика	Природно – математички факултет Универзитет у Нишу <small>(Научна област) (Установа у којој је запослен)</small>	
4.	др Ивана Ђоловић, ванредни професор	члан	
	математика	Технички факултет у Бору Универзитет у Београду <small>(Научна област) (Установа у којој је запослен)</small>	
5.	др Дијана Мосић, ванредни професор	члан	
	математика	Природно – математички факултет Универзитет у Нишу <small>(Научна област) (Установа у којој је запослен)</small>	

Датум и место:

Ниш, 4.10.2016.

.....