

УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ

ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ
<p>1. Датум и орган који је именовео комисију</p> <p>16. јун 2016. године, Наставно-научно веће ПМФ-а на 14. седници .</p> <p>2. Састав комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:</p> <ul style="list-style-type: none">• др Ненад Теофанов, редовни професор, Анализа и вероватноћа, 01. 10. 2010. године, Природно-математички факултет у Новом Саду, председник• др Стеван Пилиповић, академик, редовни професор, Анализа и вероватноћа, 25. 02. 1988. године, Природно-математички факултет у Новом Саду, ментор• др Бојан Прангоски, доцент, Математика, 04. 09. 2014. године Машински факултет Универзитет Св. Кирил и Методије, Скопље, ментор• др Дора Селеш, ванредни професор, Анализа и вероватноћа, 17. 10. 2012. године, Природно-математички факултет у Новом Саду, члан• др Слободанка Митровић, редовни професор, Математика, 26. 01. 2006. године, Шумарски факултет у Београду, члан
II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ
<p>1. Име, име једног родитеља, презиме:</p> <p>Смиљана, Радојко, Јакшић</p> <p>2. Датум рођења, општина, држава:</p> <p>13. 09. 1982. године, Сремска Митровица, Република Србија</p> <p>3. Назив факултета, назив студијског програма дипломских академских студија – мастер и стечени стручни назив</p> <p>Природно-математички факултет у Новом Саду, Дипломирани математичар – математика финансија</p> <p>4. Година уписа на докторске студије и назив студијског програма докторских студија</p> <p>2015. године, Математика</p>

5. Назив факултета, назив магистарске тезе, научна област и датум одбране:

**Природно-математички факултет у Новом Саду,
„Weylova трансформација у просторима дистрибуција и ултрадистрибуција“,
математичке науке, 25. 08. 2010. године**

6. Научна област из које је стечено академско звање магистра наука:

Математичке науке

III НАСЛОВ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

„Distributions and ultradistributions on R_+^d through Laguerre expansions with applications to pseudo-differential operators with radial symbols“ („Дистрибуције и ултрадистрибуције на R_+^d кроз Лагеров развој са применама на псеудо-диференцијалне операторе са радијалним симболима“)

IV ПРЕГЛЕД ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

Докторска дисертација је прегледно написана на 113 страна. Дисертација садржи све неопходне делове научног рада, уобличене у четири поглавља: Нотација (стр. 5-15), Простор $S(R_+^d)$ (стр. 17-23), Простори $G_\alpha^\beta(R_+^d)$, $\alpha, \beta \geq 0$ (стр. 25-63), Вајлови псеудо-диференцијални оператори са радијалним симболима (стр. 65-83), три додатка: Прилози из функционалне анализе (стр. 85-94), Комацов приступ ултрадистрибуцијама (стр. 95-97), Теорема Собољева о потапању (стр. 99-100) и списак коришћене литературе који садржи укупно 44 библиографске јединице. Дисертација такође садржи и друге предвиђене елементе: Предговор, Биографију кандидата и Кључну документацијску информацију (која садржи изводе и основне податке о докторској дисертацији на српском и на енглеском језику).

Дисертација у целини, као и њени појединачни делови имају добро систематизовану структуру и план излагања. Експозиторни део дисертације, Нотација, је добро организован, садржи све релевантне дефиниције и теореме потребне за разумевање даљих делова излагања. Друга, трећа и четврта глава дисертације садрже оригиналне резултате истраживања кандидата који припадају актуелним токовима науке.

Излагање резултата је јасно и прецизно организовано у логичке целине. Проблематика истраживања је јасно формулисана и мотивисана. Сами резултати истраживања (дефинисање и анализа простора брзо опадајућих функција на R_+^d и њихових дуала; дефинисање и анализа простора ултрадиференцијабилних функција на R_+^d и њихових дуала; непрекидност Вајлових псеудо-диференцијалних оператора са радијалним симболима из претходно наведених простора) су прецизно изложени и теоријски добро засновани.

V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

Наслов Наслов докторске дисертације је јасно и прецизно формулисан, одражава текст и садржај истраживања.

Нотација

У нотацији дисертације изложени су основни појмови, ознаке, дефиниције и теореме, које су коришћене у даљем раду. Дата је дефиниција више-димензионог Еуклидовског простора и објашњена је мулти-индексна нотација. Уведени су простори низова s^α и $(s^\alpha)'$ за које је показано да су нуклеарни и Фрешеови простори. Дата је дефиниција Лагерових и Ермитових функција и наведене су особине ових функција које ће се користити у доказима који следе. У наставку су уведени Гелфанд-Шилови простори и приказани су резултати од значаја за доказе у наставку тезе. На крају су наведени простори ултрадиференцијабилних функција на R_+ , уз основне резултате који ће бити проширени у више-димензиони случај.

Простор $S(\mathbb{R}_+^d)$

У другом поглављу анализиран је простор брзопадајућих функција на \mathbb{R}_+^d и његов дуал. Као новина, дата је алтернативна дефиниција овог простора, показано је да је пресликавање између простор брзопадајућих функција на \mathbb{R}_+^d (респ. дуала) и брзопадајућих низова (респ. спорорастућих низова) тополошки изоморфизам, доказана је Шварцова теорема о језгру и на крају је дата теорема Витнијевог типа за $S(\mathbb{R}_+^d)$.

Простори $G_\alpha^\beta(\mathbb{R}_+^d)$, $\alpha, \beta \geq 0$

У овом поглављу су уведени простори ултрадифернцијабилних функција на \mathbb{R}_+^d , фракциони степени и модификовани фракциони степени Ханкел-Клифордове трансформације на простор брзопадајућих функција на \mathbb{R}_+^d и дефинисан је модификован фракциони степен парцијалне Ханкел-Клифордове трансформације на простор брзопадајућих функција на \mathbb{R}_+^d . Затим је доказано да су наведене трансформације тополошки изоморфизми на простору брзопадајућих функција на \mathbb{R}_+^d и да могу бити проширене на изометрије из простора квадрат-интеграбилних функција на исти простор. Такође је показано и дејство трансформација на простор ултрадифернцијабилних функција на \mathbb{R}_+^d . У наставку је испитивана карактеризација простора ултрадифернцијабилних функција на \mathbb{R}_+^d и њихових дуала преко Фурије-Лагерових коефицијената. Штавише, утврђено је постојање тополошког изоморфизма између простора ултрадифернцијабилних функција на \mathbb{R}_+^d (респ. дуала) и простора низова s^α (респ. $(s^\alpha)'$). Дате су Шварцове теореме о језгру као и топологија простора анализираних у овом поглављу. Показано је да између простора ултрадифернцијабилних функција на \mathbb{R}_+^d и Гелфанд-Шилових простора који се састоје од парних функција постоји тополошки изоморфизам. У наставку су дате две структуралне теореме за дуале простора ултрадифернцијабилних функција на \mathbb{R}_+^d .

Вајлови псеудо-дифернцијални оператори са радијалним симболима

Ово поглавље почиње мотивацијом за анализу Вајлових псеудо-дифернцијалних оператора и познатим резултатом о Вајловом псеудо-дифернцијалном оператору са радијалним симболима на простору квадрат-интеграбилних функција. Затим је показана непрекидност Вајловог псеудо-дифернцијалног оператора са радијалним симболима из простора брзопадајућих функција на \mathbb{R}_+^d (респ. дуала) са простора брзопадајућих функција на \mathbb{R}^d (респ. дуала) на простор брзопадајућих функција на \mathbb{R}^d (респ. дуала). Доказана је и непрекидност Вајловог псеудо-дифернцијалног оператора са радијалним симболима из простора ултрадифернцијабилних функција на \mathbb{R}_+^d (респ. дуала) са Гелфанд-Шилових простора (респ. дуала) на просторе Гелфанд-Шилова (респ. дуала).

У Прилогу **Прилози из функционалне анализе** дат је преглед појмова и теорема које су коришћене у доказима главних резултата дисертације, у прилогу **Комацуов приступ ултрадистрибуцијама** дат је преглед теорије Комацуа потребне за доказ структуралне теореме, а у прилогу **Теорема Собољева о потапању** дата је теорема којом је насловљен прилог и која се користи у доказу структуралне теореме.

Литература

Литература обухвата 44 библиографске јединице релеватне за испитивану тематику, а које су наведене у складу са важећим правилима за цитирање. Литературни наводи су актуелни и адекватно одабрани за упоређивање са резултатима докторске дисертације.

VI СПИСАК НАУЧНИХ И СТРУЧНИХ РАДОВА КОЈИ СУ ОБЈАВЉЕНИ ИЛИ ПРИХВАЋЕНИ ЗА ОБЈАВЉИВАЊЕ НА ОСНОВУ РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА У ОКВИРУ РАДА НА ДОКТОРСКОЈ ДИСЕРТАЦИЈИ

1. S. Jakšić, S. Pilipović, B. Prangoski, *G-type spaces of ultradistributions over R_+^d and the Weyl pseudo-differential operators with radial symbols*, *Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Serie A. Matemáticas*, DOI 10.1007/s13398-016-0313-3. [M22]

2. S. Jakšić, B. Prangoski, *Extension theorem of Whitney type for $S(R_+^d)$ by the use of the Kernel Theorem*, *Publ. Inst. Math. Beograd*, 99(113)(2016), 59-65. [M23]

VII ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА

Оригинални научни резултати у другом поглављу дисертације се односе на испитивање простора брзопадајућих функција на R_+^d и његовог дуала. Доказано је постојање тополошког изоморфизма између простор брзопадајућих функција на R_+^d (респ. дуала) и брзопадајућих низова (респ. спорорастућих низова), дата је Шварцова теорема о језгру и на крају је показана теорема Витнијевог типа за $S(R_+^d)$.

Оригинални научни резултати у трећем поглављу дисертације се односе на просторе ултрадиференцијабилних функција на R_+^d и њихове дуале који до сада нису били дефинисани у више-димензионом случају. Изложена је оригинална и детаљна анализа ових простора. У сврху доказа уведен је модификовани фракциони степен парцијалне Ханкел-Клифордове трансформације на простору брзопадајућих функција на R_+^d , а добијени резултати укључују карактеризацију ових простора преко Фурије-Лагерових коефицијената, увид у њихову тополошку структуру, везу са Гелџанд-Шиловим просторима (просторима ултрадиференцијабилних функција на R^d), доказ Шварцове теореме о језгру и две структуралне теореме за дуале.

Оригинални научни резултати у четвртном поглављу се односе на теорију Вајлових псеудо-диференцијалних оператора. Дефинисана је нова класа ових оператора са радијалним симболима из простора који су уведени у другом и трећем поглављу ове дисертације.

VIII ОЦЕНА НАЧИНА ПРИКАЗА И ТУМАЧЕЊА РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА

Добијени резултати у дисертацији су актуелни и на високом теоријском нивоу, оригинални су, квалитетни, и од изузетног значаја за савремене токове науке што обезбеђује релевантност тезе. Приказ свих резултата истраживања је добро организован по логичким целинама, формулације резултата су математички прецизне, докази теорема су тачно изведени, а дате су и илустрације кроз бројне примере. Тумачење добијених резултата је коректно изведено, уз детаљну анализу која пружа одговор на релевантна питања.

Начин приказа и тумачења резултата истраживања се оцењују позитивно.

IX КОНАЧНА ОЦЕНА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:	
1. Да ли је дисертација написана у складу са образложењем наведеним у пријави теме	Дисертација је написана у складу са образложењем које је кандидат доставио приликом пријаве теме. На основу резултата истраживања изведени су закључци који дају јасне одговоре на постављене циљеве истраживања.
2. Да ли дисертација садржи све битне елементе	Дисертација садржи све битне елементе научно-истраживачког рада и представља комплетну и заокружену целину. У дисертацији је дата неопходна теоријска основа из области које обухвата тема саме дисертације и детаљан приказ добијених резултата. Списак референци садржи релевантне радове и сведочи да је кандидат добро упознао област истраживања. Дисертација је прегледна и добро организована.
3. По чему је дисертација оригиналан допринос науци	У другом поглављу дисертације је доказана теорема Витнијевог типа за $S(\mathbb{R}_+^d)$ и дата је Шварцова теорема за $S(\mathbb{R}_+^d)$ и његов дуал. У трећем поглављу је дата комплетна анализа простора ултрадиференцијабилних функција на \mathbb{R}_+^d и њихова веза са добро познатим Гелфанд-Шиловим просторима. У четвртном поглављу класа Вајлових псеудо-диференцијалних оператора је проширена не само на класу са радијалним симболима са експоненцијалним и субекспоненцијалним степеном раста већ и на класу са радијалним симболима из $S(\mathbb{R}_+^d)$ и његовог дуала. Неки оригинални резултати су објављени, односно прихваћени за штампу у два часописа са такозване СЦИ листе.
4. Недостаци дисертације и њихов утицај на резултат истраживања	Дисертација нема недостатака који би утицали на резултате истраживања.
X ПРЕДЛОГ:	
На основу укупне оцене дисертације, комисија предлаже: да се докторска дисертација „Distributions and ultradistributions on \mathbb{R}_+^d through Laguerre expansions with applications to pseudo-differential operators with radial symbols“ („Дистрибуције и ултрадистрибуције на \mathbb{R}_+^d кроз Лагеров развој са применама на псеудо-диференцијалне операторе са радијалним симболима“) прихвати, а кандидату Смиљани Јакшић одобри одбрана.	

Нови Сад, 24.06.2016.

ЧЛАНОВИ КОМИСИЈЕ

др Ненад Теофанов, редовни професор, Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду, председник

др Стеван Пилиповић, редовни професор, Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду, ментор

др Бојан Прангоски, доцент, Машински факултет, Универзитета Св. Кирил и Методије у Скопљу, ментор

др Дора Селеш, ванредни професор, Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду, члан

др Слободанка Митровић, редовни професор, Шумарски факултет, Универзитет у Београду, члан

