



УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ
ФАКУЛТЕТ ЗА МАШИНСТВО
И ГРАЂЕВИНАРСТВО



Мишо Б. Бјелић

КАРАКТЕРИЗАЦИЈА ГЕОМЕТРИЈЕ И МИКРОСТРУКТУРЕ
ШАВА НА БАЗИ ТОПЛОТНОГ И МЕТАЛУРШКОГ МОДЕЛА
МАГ ПОСТУПКА ЗАВАРИВАЊА КАО ОСНОВА ЗА
ОДРЕЂИВАЊЕ ПАРАМЕТАРА ТЕХНОЛОГИЈЕ

Докторска дисертација

Краљево, 2016.

ИДЕНТИФИКАЦИОНА СТРАНИЦА

I. АУТОР	
Име и презиме:	Мишо Бјелић
Датум и место рођења:	25.4.1976., Бањалука, Босна и Херцеговина
Садашње запослење:	Асистент на Факултету за машинство и грађевинарство Универзитета у Крагујевцу
II. ДОКТОРСКА ДИСЕРТАЦИЈА	
Наслов:	КАРАКТЕРИЗАЦИЈА ГЕОМЕТРИЈЕ И МИКРОСТРУКТУРЕ ШАВА НА БАЗИ ТОПЛОТНОГ И МЕТАЛУРШКОГ МОДЕЛА МАГ ПОСТУПКА ЗАВАРИВАЊА КАО ОСНОВА ЗА ОДРЕЂИВАЊЕ ПАРАМЕТАРА ТЕХНОЛОГИЈЕ
Број страница:	150
Број слика:	137
Број библиографских података:	105
Установа и место где је рад израђен:	Факултет за машинство и грађевинарство у Краљеву, Универзитета у Крагујевцу
Научна област (УДК):	621.791.754 : 536.12 : 519.876.5
Ментор:	др Милан Коларевић , ванредни професор
III. ОЦЕНА И ОДБРАНА	
Датум пријаве теме:	24.4.2013. године
Број одлуке и датум прихватања докторске дисертације:	332/1 12.6.2013. године
Комисија за оцену подобности теме и кандидата:	др Милан Коларевић , ванредни професор, Факултет за машинство и грађевинарство у Краљеву
	др Миомир Вукићевић , ванредни професор, Факултет за машинство и грађевинарство у Краљеву
	др Раде Карамарковић , доцент, Факултет за машинство и грађевинарство у Краљеву
	др Мирослав Мијајловић , доцент, Машински факултет у Нишу
Комисија за оцену и одбрану докторске дисертације:	др Катарина Герић , редовни професор, Факултет техничких наука у Новом Саду
	др Вукић Лазић , редовни професор, Факултет инжењерских наука у Крагујевцу
	др Драган Милчић , редовни професор, Машински факултет у Нишу
	др Миомир Вукићевић , ванредни професор, Факултет за машинство и грађевинарство у Краљеву
	др Мирко Ђапић , ванредни професор, Факултет за машинство и грађевинарство у Краљеву
Датум одбране дисертације:	

ПРЕДГОВОР

Ова докторска дисертација је урађена на Катедри за производно машинство, Факултета за машинство и грађевинарство у Краљеву Универзитета у Крагујевцу и представља резултат вишегодишњег научног и стручног усавршавања.

На првом месту, захваљујем се професорима: ментору, др Милану Коларевићу и др Миомиру Вукићевићу на помоћи, поверењу и слободи коју су ми дали током израде ове дисертације.

Посебну захвалност желим да искажем колегама са Машинског факултета Техничког универзитета у Прагу: др Јану Кудлачеку (Jan Kudláček), др Карелу Кованди (Karel Kovanda), др Ладиславу Коларику (Ladislav Kolařík), др Марији Колариковој (Marie Kolaříková) и др Петру Вондроушу (Petr Vondrouš), на професионалном и пријатељском односу као и на неизмерној помоћи и корисним сугестијама приликом израде експерименталног дела дисертације у лабораторијама Машинског факултета у Прагу.

Кћеркама Елени и Маши и супрузи Снежани поред захвалности за стрпљење, разумевање и подршку коју су ми пружале, дугујем и време које нисам провео са њима због израде ове дисертације.

КАРАКТЕРИЗАЦИЈА ГЕОМЕТРИЈЕ И МИКРОСТРУКТУРЕ ШАВА НА БАЗИ ТОПЛОТНОГ И МЕТАЛУРШКОГ МОДЕЛА МАГ ПОСТУПКА ЗАВАРИВАЊА КАО ОСНОВА ЗА ОДРЕЂИВАЊЕ ПАРАМЕТАРА ТЕХНОЛОГИЈЕ

Резиме

Симулациони модели у заваривању дају увид у утицај параметара технологије заваривања на температурско поље у завариваним деловима а посредством температурског поља и на геометрију, микроструктуру и механичке особине завареног споја. У овој дисертацији развијен је аналитички, тродимензионални, квазистационарни модел топлотне размене при сучеонм заваривању лимова МАГ поступком. На основу аналитичког модела, добијен је нумерички модел применом методе коначних разлика. Решавање система диференцијалних једначина извршено је итеративним путем применом мултигрид и релаксационог метода за тачку. Поред модела топлотне размене, извршено је моделирање кинетике трансформације аустенита при хлађењу завариваних лимова применом Киркалдијевог (Kirkaldy) и Лијевог (Li) модела. Ова два модела су искоришћена за процену вредности тврдоће по Викерсу (Vickers) у попречном пресеку завареног споја.

Примена нумеричких модела, односно, тачност излазних резултата модела у општем случају, ограничена је тачношћу улазних података. У овом случају постоје величине чија се улазна вредност не може са сигурношћу одредити. Да би се превазишла оваква ограничења примењен је вишекритеријумски генетски алгоритам у комбинацији са развијеним нумеричким моделом. Међутим, налажење глобалног оптимума уз помоћ глобалних оптимизационих алгоритама, повезана је са великим бројем итерација што за последицу има веома дуго прорачунско време. У циљу смањења времена трајања прорачуна, развијени нумерички модел замењен је мета - моделом применом метода одзивних површина уз употребу кубне интерполације.

Применом наведеног алгоритма извршена је минимизација одступања параметара геометрије шави и средње вредности тврдоће у одређеном броју мерних тачака, у попречном пресеку шави у односу на експерименталне вредности добијене сучеоним заваривањем МАГ поступком лимова од челика P355GH. Као променљиве су узете управо величине чију вредност није било могуће са сигурношћу одредити. У овом случају то су степен корисног дејства електричног лука и параметри извора топлоте. На основу описаног поступка калибрације, одређена је функционална зависност наведених величина од параметара технологије заваривања.

Овако калибрисан модел искоришћен је за одређивање параметара технологије МАГ поступка минимизацијом суме квадрата одступања тражених од експерименталних вредности параметара геометрије шави и микротврдоће. Минимизација је изведена применом вишекритеријумског генетског алгоритма. Експериментална верификација показала је да развијени модели и методологије представљају поуздан начин за одређивање параметара технологије МАГ поступка заваривања.

Кључне речи: симулација, нумерички модел, МАГ поступак заваривања, метод коначних разлика, микроструктура, тврдоћа, калибрација, вишекритеријумска оптимизација, генетски алгоритам

CHARACTERIZATION OF WELD GEOMETRY AND MICROSTRUCTURE BASED ON HEAT-TRANSFER AND METALLURGICAL MODEL OF THE GMAW PROCESS AS A BASIS FOR PREDICTION OF THE TECHNOLOGICAL PARAMETERS

Abstract

Simulation models of welding processes give us an insight into the influence of welding parameters on temperature field in welded parts and by means of temperature fields and the influence to geometry, microstructure and mechanical properties of welded joints. In this dissertation an analytical, three-dimensional, quasi-stationary model of heat transfer during GMA welding was developed. Numerical model of heat transfer is derived from developed analytical model using finite differences. System of finite-difference equations is solved iteratively using successive over-relaxation and multigrid method. Beside the heat-transfer model, decomposition of austenite during cooling stage of welding process is also modeled using Kirkaldy's and Li's models. These models were used to estimate the value of Vickers hardness in the cross section of the welded joint.

The accuracy of the output results of the numerical model in general, is limited by the accuracy of the input data. In this case, there are parameters whose value cannot be prescribed accurately. In order to overcome these limitations, multi-criteria genetic algorithm combined with the developed numerical model was applied. However, finding a global optimum using global optimization algorithms, is associated with a large number of iterations which results in a very long time of computation. In order to reduce the time of computation, the developed numerical model has been replaced by a meta-model using response surface methodology and cubic interpolation.

Using mentioned algorithm, minimization of difference between the simulated and measured values of weld geometry parameters and mean value of hardness measured in particular number of locations, during GMA welding of P355GH steel has been made. Variables in this minimization process were parameters whose value is impossible to determine with certainty. In this case, that were arc efficiency and heat sources parameters. Using described calibration procedure it was possible to determine functional relationship between uncertain variables and welding parameters.

Thus calibrated model was used to determine the parameters of GMAW process, by minimization of difference between simulated and measured values of weld geometry parameters and hardness using least squares method. Minimization is carried out using multi-criteria genetic algorithm. Experimental verification has showed that the developed models and methodologies represent a reliable way for determination of the GMAW parameters.

Key words : simulation, numerical model, GMAW, finite difference method, microstructure, hardness, calibration, multi-criteria optimization, genetic algorithm

САДРЖАЈ

СПИСАК ОЗНАКА	IX
СПИСАК СЛИКА	XV
СПИСАК ТАБЕЛА	XXI
1. УВОДНА РАЗМАТРАЊА	1
1.1. Предмет истраживања	3
1.2. Циљ истраживања	3
1.3. Основне хипотезе	4
1.4. Методе истраживања	4
1.5. Значај истраживања	4
1.6. Структура рада	5
2. ПРЕГЛЕД СТАЊА У ОБЛАСТИ ИСТРАЖИВАЊА	7
3. ОПШТЕ КАРАКТЕРИСТИКЕ МАГ ПОСТУПКА ЗАВАРИВАЊА	15
3.1. Основе МИГ/МАГ поступка	16
3.1.1 Предности и недостаци МАГ поступка.....	16
3.2. Параметри технологије МАГ поступка	17
3.2.1 Јачина струје заваривања	17
3.2.2 Напон електричног лука.....	17
3.2.3 Брзина заваривања	18
3.2.4 Поларитет електроде.....	18
3.2.5 Проток заштитног гаса	18
3.2.6 Дужина слободног краја електродне жице.....	18
3.2.7 Врста преноса додатног материјала.....	19
4. СИМУЛАЦИОНИ МОДЕЛ ПРОЦЕСА ЗАВАРИВАЊА	21
4.1. Моделирање топлотног процеса током заваривања	22
4.1.1 Нумеричко моделирање.....	25
4.1.2 Формирање система једначина.....	41
4.1.3 Модел извора топлоте.....	47
4.2. Моделирање термо – физичких карактеристика материјала	48
4.2.1 Моделирање густине материјала.....	48
4.2.2 Моделирање топлотне проводљивости материјала	49

4.2.3	Моделирање специфичног топлотног капацитета	49
4.2.4	Моделирање удела фаза.....	50
4.3.	Микроструктурни модел	53
4.3.1	Киркалдијев модел изотермалне трансформације аустенита.....	53
4.3.2	Лијев модел изотермалне трансформације аустенита	56
4.3.3	Утицај величине зрна	58
4.3.4	Моделирање тврдоће у завареном споју.....	60
4.3.5	Моделирање кинетике континуалног хлађења	61
5.	ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ИСТРАЖИВАЊА.....	62
5.1.	Поступак, материјали и опрема за извођење екперимента.....	63
5.1.1	Основни материјал.....	63
5.1.2	Додатни материјал.....	64
5.1.3	Заштитни гас	64
5.1.4	Експериментална опрема.....	65
5.2.	Опис и резултати извођења експеримента.....	70
5.2.1	Припрема узорка за заваривање	70
5.2.2	Заваривање узорака	71
5.2.3	Припрема металографских узорака.....	71
5.2.4	Одређивање параметара геометрије шава	72
5.2.5	Фотографисање микроструктуре	73
5.2.6	Мерење микротврдоће.....	73
5.2.7	Лакирање узорака.....	73
5.2.8	Резултати извођења експеримената.....	73
6.	КАЛИБРАЦИЈА И ВАЛИДАЦИЈА СИМУЛАЦИОНОГ МОДЕЛА	80
6.1.	Калибрација симулационог модела.....	81
6.2.	Метамоделирање параметара геометрије шава и тврдоће и оптимизација калибрационих модела	83
6.2.1	Први модел калибрације.....	89
6.2.2	Други модел калибрације.....	91
6.2.3	Трећи модел калибрације.....	93
6.2.4	Четврти модел калибрације.....	95
6.2.5	Пети модел калибрације	97
6.2.6	Шести модел калибрације.....	99
6.3.	Избор модела за калибрацију и валидација симулационог модела.....	101
7.	ОДРЕЂИВАЊЕ ПАРАМЕТАРА ТЕХНОЛОГИЈЕ МАГ ПОСТУПКА.....	112
7.1.	Оптимизациони модел.....	113
7.1.1	Функције циља.....	115
7.1.2	Функције ограничења.....	116
7.1.3	Резултати оптимизације и избор оптималног решења	117

7.2. Експериментална проверка	121
7.3. Анализа резултата	124
8. ЗАКЉУЧАК.....	127
ЛИТЕРАТУРА	131
ПРИЛОГ	138

СПИСАК ОЗНАКА

Ознака	Јединица мере	Назив
A_d	m^2	Површина попречног пресека надвишења шава
Ae_1	$^{\circ}C$	Равнотежна температура трансформације аустенита
Ae_3	$^{\circ}C$	Равнотежна температура трансформације аустенита
A_o	m^2	Површина попречног пресека увара
a_{hf}	m	Полуоса предњег елипсоида модела извора топлоте у правцу координатне осе x
a_{hb}	m	Полуоса задњег елипсоида модела извора топлоте у правцу координатне осе x
B	m	Ширина лица шава
B_s	$^{\circ}C$	Температура почетка беинитне трансформације
b_h	m	Полуоса предњег и задњег елипсоида модела извора топлоте у правцу координатне осе y
C_c	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$	Константа зрачења апсолутно црног тела
C_{liq}	$\%$	Садржај угљеника у течној фази
C_{α}	$\%$	Садржај угљеника у фериту
C_{γ}	$\%$	Садржај угљеника у аустениту
c_p	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	Специфични топлотни капацитет
$c_{p_{i,j,k}}$	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	Специфични топлотни капацитет у тачки са координатама (i,j,k)
$c_{p_{liq}}$	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	Специфични топлотни капацитет течне фазе
c_{pp}	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	Специфични топлотни капацитет перлита
c_h	m	Полуоса предњег и задњег елипсоида модела извора топлоте у правцу координатне осе z
$c_{p\alpha}$	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	Специфични топлотни капацитет ферита
$c_{p\gamma}$	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	Специфични топлотни капацитет аустенита
d_e	m	Пречник електродне жице
dg	m	Промена величине зрна у току временског интервала dt
dX_B	$\%$	Промена нормализованог запреминског удела беинита у току временског интервала dt
dX_F	$\%$	Промена нормализованог запреминског удела ферита у току временског интервала dt

Ознака	Јединица мере	Назив
dX_p	%	Промена нормализованог запреминског удела перлита у току временског интервала dt
dx	m	Дужина странице елементарног паралелоипеда у правцу x – осе
dy	m	Дужина странице елементарног паралелоипеда у правцу y – осе
dz	m	Дужина странице елементарног паралелоипеда у правцу z – осе
$f_{cem.}$		Запремински удео цементита
f_b	%	Запремински удео беинита
f_{liq}	%	Запремински удео течне фазе
f_{ls}	%	Удео трансформисане течне фазе у току ликвидус – солидус трансформације
f_{α}	%	Запремински удео ферита
f_{γ}	%	Запремински удео аустенита
$f_{\gamma\alpha}$	%	Удео трансформисаног аустенита у току аустенитно – феритне трансформације
$f_{\gamma p}$	%	Удео трансформисаног аустенита у току аустенитно – перлитне трансформације
G	–	Величина зрна према ASTM
Gr	–	Грасхофов број
g	$m \cdot s^{-2}$	Убрзање силе земљине теже
H	m	Дубина уваривања
HV	–	Тврдоћа по Викерсу
HV_B	–	Тврдоћа беинита
HV_F	–	Тврдоћа ферита
HV_M	–	Тврдоћа маргензита
HV_P	–	Тврдоћа перлита
HV_{SR}	–	Средња вредност тврдоће у низу мерних тачака
HV_i^{exp}	–	Средња вредност тврдоће у низу мерних тачака за i -ти експериментални узорак
HV_i^{Kirkaldy}	–	Средња вредност тврдоће по Киркалдијевом моделу за низ мерних тачака у току i -те симулације
HV_i^{Li}	–	Средња вредност тврдоће по Лијевом моделу за низ мерних тачака у току i -те симулације
h	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$	Коефицијент прелаза топлоте
h	m	
h_d	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$	Коефицијент прелаза топлоте за доњу страну плоче

Ознака	Јединица мере	Назив
h_{dekv}	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$	Еквивалентни коефицијент прелаза топлоте за доњу површину хоризонталне плоче
h_g	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$	Коефицијент прелаза топлоте за горњу страну плоче
h_{gekv}	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$	Еквивалентни коефицијент прелаза топлоте за горњу површину хоризонталне плоче
I	A	Јачина струје заваривања
k	mm^2/min	Константа раста зрна
L	$J \cdot kg^{-1}$	Латентна топлота
$L_{\gamma \rightarrow \alpha}$	$J \cdot kg^{-1}$	Латентна топлота аустенитно – феритне трансформације
$L_{\gamma \rightarrow p}$	$J \cdot kg^{-1}$	Латентна топлота аустенитно – перлитне трансформације
$L_{liq \rightarrow sol}$	$J \cdot kg^{-1}$	Латентна топлота топљења
l	mm	Слободна дужина жице
l_k	m	Карактеристична дужина чврсте површине
M_s	$^{\circ}C$	Температура почетка мартензитне трансформације
Pr		Прантлов број
Δp	Pa	Карактеристична промена притиска дуж струје флуида
Q	J/mol	Енергија активације
q_l	$W \cdot m^{-3}$	Запреминска снага електричног лука
q_{lf}	$W \cdot m^{-3}$	Запреминска снага предњег елипсоида модела извора топлоте
q_{lb}	$W \cdot m^{-3}$	Запреминска снага задњег елипсоида модела извора топлоте
$q_{i,j,k}^1$	$W \cdot m^{-3}$	Запреминска снага модела извора топлоте у тачки са координатама (i,j,k)
q_x	$W \cdot m^{-2}$	Специфични топлотни проток (флукс) на улазу у елементарни паралелопипед у правцу x – осе
q_{x+dx}	$W \cdot m^{-2}$	Специфични топлотни проток (флукс) на излазу из елементарног паралелопипеда у правцу x – осе
q_y	$W \cdot m^{-2}$	Специфични топлотни проток (флукс) на улазу у елементарни паралелопипед у правцу y – осе
q_{y+dy}	$W \cdot m^{-2}$	Специфични топлотни проток (флукс) на излазу из елементарног паралелопипеда у правцу y – осе
q_z	$W \cdot m^{-2}$	Специфични топлотни проток (флукс) на улазу у елементарни паралелопипед у правцу z – осе
q_{z+dz}	$W \cdot m^{-2}$	Специфични топлотни проток (флукс) на излазу из елементарног паралелопипеда у правцу z – осе
R	$J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$	Универзална гасна константа

Ознака	Јединица мере	Назив
R_{eH}	$N \cdot mm^{-2}$	Горња граница течења
R_m	$N \cdot mm^{-2}$	Затезна чврстоћа
T	$^{\circ}C$	Температура
T_a	$^{\circ}C$	Температура околине
T_d	$^{\circ}C$	Температура растварања карбида/нитрида
T_p	$^{\circ}C$	Почетна температура
$T_{i,j,k}$	$^{\circ}C$	Температура у тачки са координатама (i,j,k)
T_{liq}	$^{\circ}C$	Ликвидус температура
T_{sol}	$^{\circ}C$	Солидус температура
ΔT	K	Карактеристична разлика температура
U	V	Напон електричног лука
V_T	$^{\circ}C \cdot s^{-1}$	Брзина хлађења на температури од $700^{\circ}C$
v_z	$m \cdot s^{-1}$	Брзина заваривања
v_e	$m \cdot s^{-1}$	Брзина довођења електродне жице
X_{BR}	%	Стварни запремински удео беинита
X_F	%	Нормализовани запремински удео ферита
X_{FE}	%	Равнотежни запремински удео ферита
X_{FR}	%	Стварни запремински удео ферита
X_P	%	Нормализовани запремински удео перлита
X_{PE}	%	Равнотежни запремински удео перлита
X_{PR}	%	Стварни запремински удео перлита
α	$m^2 \cdot s^{-1}$	Коефицијент температурске проводљивости
β		Коефицијент запреминског ширења флуида
γ_o	%	Степен мешања
$\gamma_{o,i}^{exp}$	%	Степен мешања за i-ти експериментални узорак
$\gamma_{o,i}^{sim}$	%	Степен мешања за i-ту симулацију
$\Delta t_{8/5}$	s	Време хлађења у интервалу од $800 - 500^{\circ}C$
Δx	mm	Корак мреже у правцу x - осе
Δy	mm	Корак мреже у правцу y - осе
Δz	mm	Корак мреже у правцу z - осе
$\Delta \xi$	mm	Корак мреже у правцу ξ - осе
δ_A	%	Релативна грешка за површину попречног пресека увара
δ_B	%	Релативна грешка за ширину лица шава

Ознака	Јединица мере	Назив
δ_H	%	Релативна грешка за дубину уваривања
$\delta_{HV_{SR}}$	%	Релативна грешка за средњу вредност тврдоће у низу мерних тачака
δ_{ψ}	%	Релативна грешка за коефицијент облика шава
δ_{γ_0}	%	Релативна грешка за степен мешања
δQ_x	J	Елементарна количина топлоте на улазу у елементарни паралелопипед у правцу x – осе
δQ_{x+dx}	J	Елементарна количина топлоте на излазу из елементарног паралелопипеда у правцу x – осе
δQ_y	J	Елементарна количина топлоте на улазу у елементарни паралелопипед у правцу y – осе
δQ_{y+dy}	J	Елементарна количина топлоте на излазу из елементарног паралелопипеда у правцу y – осе
δQ_z	J	Елементарна количина топлоте на улазу у елементарни паралелопипед у правцу z – осе
δQ_{z+dz}	J	Елементарна количина топлоте на излазу из елементарног паралелопипеда у правцу z – осе
ε		Емисиони однос
η	%	Коефицијент корисног дејства електричног лука
λ	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$	Коефицијент топлотне проводљивости
$\lambda_{i,j,k}$	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$	Коефицијент топлотне проводљивости за тачку са координатама (i,j,k)
λ_{liq}	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$	Коефицијент топлотне проводљивости течне фазе
λ_p	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$	Коефицијент топлотне проводљивости перлита
λ_x	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$	Коефицијент топлотне проводљивости у правцу x – осе
λ_y	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$	Коефицијент топлотне проводљивости у правцу y – осе
λ_z	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$	Коефицијент топлотне проводљивости у правцу z – осе
λ_{α}	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$	Коефицијент топлотне проводљивости ферита
λ_{γ}	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$	Коефицијент топлотне проводљивости аустенита
ν	$m^2 \cdot s^{-1}$	Кинематска вискозност флуида за карактеристичну површину
ρ	$kg \cdot m^{-3}$	Густина материјала
$\rho_{cem.}$	$kg \cdot m^{-3}$	Густина цементита
$\rho_{i,j,k}$	$kg \cdot m^{-3}$	Густина материјала у тачки са координатама (i,j,k)
ρ_{liq}	$kg \cdot m^{-3}$	Густина течне фазе
ρ_{α}	$kg \cdot m^{-3}$	Густина ферита
ρ_{γ}	$kg \cdot m^{-3}$	Густина аустенита
σ_c	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$	Штефан-Болцманова константа

Ознака	Јединица мере	Назив
τ	s	Време у покретном координатном систему
τ_B	s	Време трансформације аустенита у беинит
τ_F	s	Време трансформације аустенита у ферит
τ_P	s	Време трансформације аустенита у перлит
ω		Коефицијент релаксације
ξ	m	Оса покретног координатног система
ψ		Коефицијент облика шава
Ψ_i^{exp}		Коефицијент облика шава за i -ти експериментални уз-орак
Ψ_i^{sim}		Коефицијент облика шава за i -ту симулацију

СПИСАК СЛИКА

Слика 4.1.	Модел размене топлоте током заваривања.....	22
Слика 4.2.	Веза између покретног и непокретног координатног система	24
Слика 4.3.	Дискретизација прорачунске области	25
Слика 4.4.	Гранични услови у току процеса заваривања.....	27
Слика 4.5.	Гранични услови на површинама 1-2-3-4 и 5-6-7-8.....	28
Слика 4.6.	Гранични услови на површинама 1-2-5-6 и 3-4-7-8.....	29
Слика 4.7.	Гранични услови на површинама 1-4-5-8 и 2-3-6-7.....	30
Слика 4.8.	Гранични услови на ивицама 1-2 и 3-4.....	31
Слика 4.9.	Гранични услови на ивицама 1-5 и 2-6.....	32
Слика 4.10.	Гранични услови на ивицама 5-6 и 7-8.....	33
Слика 4.11.	Гранични услови на ивицама 3-7 и 4-8.....	34
Слика 4.12.	Гранични услови на ивицама 5-8 и 6-7.....	35
Слика 4.13.	Гранични услови на ивицама 1-4 и 2-3.....	36
Слика 4.14.	Гранични услови на теменима 1 и 2.....	37
Слика 4.15.	Гранични услови на теменима 3 и 4.....	38
Слика 4.16.	Гранични услови на теменима 5 и 6.....	39
Слика 4.17.	Гранични услови на теменима 7 и 8.....	40
Слика 4.18.	Голдаков модел извора топлоте	47
Слика 4.19.	Fe – Fe ₃ C дијаграм	52
Слика 4.20.	Приказ удела појединачних фаза у зависности од температуре за основни материјал	52
Слика 4.21.	Приказ удела појединачних фаза у зависности од температуре за додатни материјал	52
Слика 4.22.	Приказ зависности густине основног и додатног материјала од температуре.....	52
Слика 4.23.	Приказ зависности топлотне проводљивости основног и додатног материјала од температуре	52
Слика 4.24.	Приказ зависности ефективног специфичног топлотног капацитета основног и додатног материјала од темпер.	52

Слика 4.25. Дијаграм изотермалне трансформације аустенита за основни материјал по Киркалдијевом моделу	56
Слика 4.26. Дијаграм изотермалне трансформације аустенита за додатни материјал по Киркалдијевом моделу	56
Слика 4.27. Дијаграм изотермалне трансформације аустенита за основни материјал по Лијевом моделу	58
Слика 4.28. Дијаграм изотермалне трансформације аустенита за додатни материјал по Лијевом моделу	58
Слика 4.29. Приказ температурског циклуса трансформације аустенита [89].....	59
Слика 4.30. Шематски приказ примене Шејловог правила у моделирању кинетике континуалног хлађења [80]	61
Слика 5.1. Додатни материјал	65
Слика 5.2. Заштитни гас, Arcal 5	65
Слика 5.3. Робот ARC Mate 100iC	66
Слика 5.4. Управљачка јединица, SYSTEM R-30iC.....	66
Слика 5.5. Извор струје MIGATRONIC Sigma Galaxy 400	66
Слика 5.6. Уређај за додавање жице	66
Слика 5.7. Тракаста тестера BOMAR ergonomic 275.230 DG.....	67
Слика 5.8. Кружна тестера STRUERS Labotom-3.....	67
Слика 5.9. Преса за узорке, STRUERS CitoPress-1	68
Слика 5.10. Уређај за полирање узорака, BUEHLER.....	68
Слика 5.11. Стерео микроскоп STEMI DV4 са камером AxioCam ERc 5s	68
Слика 6.12. Металуршки микроскоп Zeiss AxioObserver 5	69
Слика 6.13. Уређај за мерење тврдоће Buehler IndentaMet.....	69
Слика 5.14. Димензије припремљених узорака од челика P355GH	70
Слика 5.15. Позиционирање и стезање узорака на радном столу.....	70
Слика 5.16. Заварени узорци: а) узорак добијен у првом експерименту; б) узорак добијен у другом експерименту; в) узорак добијен у трећем експерименту	71
Слика 5.17. Епрувете за металографију: а) након обраде на тракастој тестери BOMAR ergonomic; б) након обраде на кружној тестери STRUERS Labotom	72
Слика 5.18. Обрађени узорци за металографска испитивања: а) узорак добијен у првом експерименту; б) узорак добијен у другом експерименту; в) узорак добијен у трећем експерименту.	72
Слика 5.19. Параметри геометрије шава: В – ширина лица шава, Н – дубина уваривања, h – висина надвишења шава, A _d – површина надвишења шава, A _o +A _d – површина шава.....	73

Слика 5.20.	Геометрија шава: а) зоне фотографисања микроструктуре, ОМ – основни метал, ЗУТ – зона утицаја топлоте, МШ – метал шава; б) положај тачака за мерење микротврдоће	73
Слика 5.21.	Геометријске карактеристике шава за први експеримент: а) шематски приказ мерених величина; б) макро - пресек шава на коме је обављено мерење	74
Слика 5.22.	Приказ микроструктуре завареног споја за први експеримент: а) основни материјал; б) ЗУТ – зона нормализације; в) ЗУТ – зона прегревања; г) метал шава	75
Слика 5.23.	Тврдоћа по Викерсу: а) положај мерних тачака; б) дијаграм вредности тврдоће у мерним тачкама	75
Слика 5.24.	Геометријске карактеристике шава за други експеримент: а) шематски приказ мерених величина; б) макро - пресек шава на коме је обављено мерење	76
Слика 5.25.	Приказ микроструктуре завареног споја за други експеримент: а) основни материјал; б) ЗУТ – зона нормализације; в) ЗУТ – зона прегревања; г) метал шава	77
Слика 5.26.	Тврдоћа по Викерсу: а) положај мерних тачака; б) дијаграм вредности тврдоће у мерним тачкама	77
Слика 5.27.	Геометријске карактеристике шава за трећи експеримент: а) шематски приказ мерених величина; б) макро - пресек шава на коме је обављено мерење	78
Слика 5.28.	Приказ микроструктуре завареног споја за трећи експеримент: а) основни материјал; б) ЗУТ – зона нормализације; в) ЗУТ – зона прегревања; г) метал шава	79
Слика 5.29.	Тврдоћа по Викерсу: а) положај мерних тачака; б) дијаграм вредности тврдоће у мерним тачкама	79
Слика 6.1.	Алгоритам одређивања функционалне зависности параметара η и a_{hb}/a_{hf}	82
Слика 6.2.	Приказ концепта метамоделирања за функцију две променљиве: а) вредности променљивих величина; б) излазне вредности модела; в) метамодел [54]	83
Слика 6.3.	Симулација бр. 1: Контурни дијаграм зависности ширине лица шава	85
Слика 6.4.	Симулација бр. 1: Контурни дијаграм зависности дубине уваривања	85
Слика 6.5.	Симулација бр. 1: Контурни дијаграм зависности коефицијента облика шава	85
Слика 6.6.	Симулација бр. 1: Контурни дијаграм зависности површине попречног пресека шава	85
Слика 6.7.	Симулација бр. 1: Контурни дијаграм зависности степена мешања	85
Слика 6.8.	Симулација бр. 1: Контурни дијаграм зависности средње вредности тврдоће по Киркалдијевом моделу	85

Слика 6.9.	Симулација бр. 1: Контурни дијаграм зависности средње вредности тврдоће по Лијевом моделу	86
Слика 6.10.	Симулација бр. 2: Контурни дијаграм зависности ширине лица шава	86
Слика 6.11.	Симулација бр. 2: Контурни дијаграм зависности дубине уваривања	86
Слика 6.12.	Симулација бр. 2: Контурни дијаграм зависности коефицијента облика шава.....	86
Слика 6.13.	Симулација бр. 2: Контурни дијаграм зависности површине попречног пресека шава	86
Слика 6.14.	Симулација бр. 2: Контурни дијаграм зависности степена мешања	86
Слика 6.15.	Симулација бр. 2: Контурни дијаграм зависности средње вредности тврдоће по Киркалдијевом моделу	87
Слика 6.16.	Симулација бр. 2: Контурни дијаграм зависности средње вредности тврдоће по Лијевом моделу	87
Слика 6.17.	Симулација бр. 3: Контурни дијаграм зависности ширине лица шава	87
Слика 6.18.	Симулација бр. 3: Контурни дијаграм зависности дубине уваривања	87
Слика 6.19.	Симулација бр. 3: Контурни дијаграм зависности коефицијента облика шава.....	87
Слика 6.20.	Симулација бр. 3: Контурни дијаграм зависности површине попречног пресека шава	87
Слика 6.21.	Симулација бр. 3: Контурни дијаграм зависности степена мешања	88
Слика 6.22.	Симулација бр. 3: Контурни дијаграм зависности средње вредности тврдоће по Киркалдијевом моделу	88
Слика 6.23.	Симулација бр. 3: Контурни дијаграм зависности средње вредности тврдоће по Лијевом моделу	88
Слика 6.24.	Функционална зависност коефицијента корисног дејства ел. лука за први модел	90
Слика 6.25.	Функционална зависност односа параметара извора топлоте за први модел	90
Слика 6.26.	Функционална зависност коефицијента корисног дејства ел. лука за други модел	92
Слика 6.27.	Функционална зависност односа параметара извора топлоте за други модел	92
Слика 6.28.	Функционална зависност коефицијента корисног дејства ел. лука за трећи модел	94
Слика 6.29.	Функционална зависност односа параметара извора топлоте за трећи модел	94
Слика 6.30.	Функционална зависност коефицијента корисног дејства ел. лука за четврти модел	96

Слика 6.31. Функционална зависност односа параметара извора топлоте за четврти модел	96
Слика 6.32. Функционална зависност коефицијента корисног дејства ел. лука за пети модел.....	98
Слика 6.33. Функционална зависност односа параметара извора топлоте за пети модел	98
Слика 6.34. Функционална зависност коефицијента корисног дејства ел. лука за шести модел	100
Слика 6.35. Функционална зависност односа параметара извора топлоте за шести модел	100
Слика 6.36. Симулација бр. 1 – температуре на површини лима: а) пресечне равни паралелне са xOz , б) пресечне равни паралелне са yOz , в) изотерме на површини лима, г) распоред температура по дебљини лима – поређење са експериментом.....	106
Слика 6.37. Симулација бр. 1: удео ферита у попречном пресеку завареног споја	107
Слика 6.38. Симулација бр. 1: удео перлита у попречном пресеку завареног споја	107
Слика 6.39. Симулација бр. 1: удео беинита у попречном пресеку завареног споја.....	107
Слика 6.40. Симулација бр. 1: удео мартензита у попречном пресеку завареног споја.....	107
Слика 6.41. Симулација бр. 1: тврдоћа по Викерсу у попречном пресеку завареног споја.....	107
Слика 6.42. Симулација бр. 1: тврдоћа по Викерсу у мерним тачкама 1 – 9.....	107
Слика 6.43. Симулација бр. 2 – температуре на површини лима: а) пресечне равни паралелне са xOz , б) пресечне равни паралелне са yOz , в) изотерме на површини лима, г) распоред температура по дебљини лима – поређење са експериментом.....	108
Слика 6.44. Симулација бр. 2: удео ферита у попречном пресеку завареног споја	109
Слика 6.45. Симулација бр. 2: удео перлита у попречном пресеку завареног споја	109
Слика 6.46. Симулација бр. 2: удео беинита у попречном пресеку завареног споја.....	109
Слика 6.47. Симулација бр. 2: удео мартензита у попречном пресеку завареног споја.....	109
Слика 6.48. Симулација бр. 2: тврдоћа по Викерсу у попречном пресеку завареног споја.....	109
Слика 6.49. Симулација бр. 2: тврдоћа по Викерсу у мерним тачкама 1 – 9.....	109
Слика 6.50. Симулација бр. 2 – температуре на површини лима: а) пресечне равни паралелне са xOz , б) пресечне равни паралелне са yOz , в) изотерме на површини лима, г) распоред температура по дебљини лима – поређење са експериментом.....	110
Слика 6.51. Симулација бр. 3: удео ферита у попречном пресеку завареног споја	111

Слика 6.52.	Симулација бр. 3: удео перлита у попречном пресеку завареног споја	111
Слика 6.53.	Симулација бр. 3: удео беинита у попречном пресеку завареног споја	111
Слика 6.54.	Симулација бр. 3: удео мартензита у попречном пресеку завареног споја.....	111
Слика 6.55.	Симулација бр. 3: тврдоћа по Викерсу у попречном пресеку завареног споја.....	111
Слика 6.56.	Симулација бр. 3: тврдоћа по Викерсу у мерним тачкама 1 – 9.....	111
Слика 7.1.	Апроксимација функционалне зависности напона лука	114
Слика 7.2.	Апроксимација функционалне зависности јачине струје	114
Слика 7.3.	Апроксимација функционалне зависности параметра a_{hf}	114
Слика 7.4.	Апроксимација функционалне зависности параметра a_{hb}	114
Слика 7.5.	Апроксимација функционалне зависности параметра b_h	114
Слика 7.6.	Апроксимација функционалне зависности параметра c_h	114
Слика 7.7.	Алгоритам одређивања параметара технологије.....	116
Слика 7.8.	Симулација – температуре на површини лима: а) пресечне	119
Слика 7.9.	Симулација: удео ферита у попречном пресеку завареног споја	120
Слика 7.10.	Симулација: удео перлита у попречном пресеку завареног споја	120
Слика 7.11.	Симулација: удео беинита у попречном пресеку завареног споја	120
Слика 7.12.	Симулација: удео мартензита у попречном пресеку завареног споја.....	120
Слика 7.13.	Симулација: тврдоћа по Викерсу у попречном пресеку завареног споја	120
Слика 7.14.	Симулација: тврдоћа по Викерсу у мерним тачкама 1 – 9.....	120
Слика 7.15.	Приказ промене напона у току заваривања	121
Слика 7.16.	Приказ промене јачине струје у току заваривања	121
Слика 7.17.	Геометријске карактеристике шава: а) шематски приказ мерених величина; б) макро - пресек шава на коме је обављено мерење.....	122
Слика 7.18.	Приказ микроструктуре завареног споја: а) основни материјал; б) ЗУТ – зона нормализације; в) ЗУТ – зона прегревања; г) метал шава.....	123
Слика 7.19.	Тврдоћа по Викерсу: а) положај мерних тачака; б) дијаграм вредности тврдоће у мерним тачкама	123
Слика 7.20.	Упоредни приказ експерименталне и симулиране геометрије шава.....	124
Слика 7.21.	Упоредни приказ симулираних и експерименталних вредности тврдоће у мерним тачкама.....	125
Слика 7.22.	Упоредни приказ минималних, средњих и максималних вредности тврдоће за симулацију и експеримент	125

СПИСАК ТАБЕЛА

Табела 4.1.	Вредности коефицијената C^* и D^* за нисколегиране челике [90]	59
Табела 5.1.	Механичке карактеристике челика P355GH	63
Табела 5.2.	Хемијски састав челика P355GH	64
Табела 5.3.	Механичке карактеристике жице ОК Autrod 12.50	64
Табела 5.4.	Хемијски састав жице ОК Autrod 12.50	64
Табела 5.5.	Физичко – хемијске карактеристике заштитног гаса Arcal 5	64
Табела 5.6.	Карактеристике робота ARC Mate 100iC	65
Табела 5.7.	Техничке карактеристике извора струје и уређаја за додавање жице	66
Табела 5.8.	Техничке карактеристике тракасте тестере BOMAR ergonomic 275.230 DG	67
Табела 5.9.	Техничке карактеристике кружне тестере STRUERS Labotom-3	67
Табела 5.10.	Техничке карактеристике пресе за узорке, STRUERS CitoPress – 1	67
Табела 5.11.	Техничке карактеристике уређаја за по-лирање узорака, Buehler Beta	67
Табела 5.12.	Техничке карактеристике стерео микроскопа STEMI DV4	68
Табела 5.13.	Техничке карактеристике камере AxioCam ERc 5s	68
Табела 5.14.	Техничке карактеристике микроскопа Zeiss AxioObserver 5	69
Табела 5.15.	Техничке карактеристике уређаја за мерење тврдоће Buehler IndentaMet	69
Табела 5.16.	Вредности параметара технологије заваривања	71
Табела 5.17.	Измерене вредности геометријских карактеристика шава за први експеримент	74
Табела 5.18.	Вредности тврдоће по Викерсу у мерним тачкама	75
Табела 5.19.	Измерене вредности геометријских карактеристика шава за други експеримент	76
Табела 5.20.	Вредности тврдоће по Викерсу у мерним тачкама	77
Табела 5.21.	Измерене вредности геометријских карактеристика шава за други експеримент	78
Табела 5.22.	Вредности тврдоће по Викерсу у мерним тачкама	79
Табела 6.1.	Претпостављене функционалне зависности за први модел калибрације	89
Табела 6.2.	Преглед функција циља за први модел калибрације	89
Табела 6.3.	Преглед функција ограничења за први модел калибрације	89
Табела 6.4.	Вредности параметара добијених оптимизацијом	90

Табела 6.5.	Упоредни приказ експерименталних и симулационих вредности геометријских параметара шава и средње вредности тврдоће у случају првог модела.....	90
Табела 6.6.	Претпостављене функционалне зависности за други модел калибрације.....	91
Табела 6.7.	Преглед функција циља за други модел калибрације.....	91
Табела 6.8.	Преглед функција ограничења за други модел калибрације.....	91
Табела 6.9.	Вредности параметара добијених оптимизацијом.....	92
Табела 6.10.	Упоредни приказ експерименталних и симулационих вредности геометријских параметара шава и средње вредности тврдоће у случају другог модела.....	92
Табела 6.11.	Претпостављене функционалне зависности за трећи модел калибрације.....	93
Табела 6.12.	Преглед функција циља за трећи модел калибрације.....	93
Табела 6.13.	Преглед функција ограничења за трећи модел калибрације.....	93
Табела 6.14.	Вредности параметара добијених оптимизацијом.....	94
Табела 6.15.	Упоредни приказ експерименталних и симулационих вредности геометријских параметара шава и средње вредности тврдоће у случају трећег модела.....	94
Табела 6.16.	Претпостављене функционалне зависности за четврти модел калибрације.....	95
Табела 6.17.	Преглед функција циља за четврти модел калибрације.....	95
Табела 6.18.	Преглед функција ограничења за четврти модел калибрације.....	95
Табела 6.19.	Вредности параметара добијених оптимизацијом.....	96
Табела 6.20.	Упоредни приказ експерименталних и симулационих вредности геометријских параметара шава и средње вредности тврдоће у случају четвртог модела.....	96
Табела 6.21.	Претпостављене функционалне зависности за пети модел калибрације.....	97
Табела 6.22.	Преглед функција циља за пети модел калибрације.....	97
Табела 6.23.	Преглед функција ограничења за пети модел калибрације.....	97
Табела 6.24.	Вредности параметара добијених оптимизацијом.....	98
Табела 6.25.	Упоредни приказ експерименталних и симулационих вредности геометријских параметара шава и средње вредности тврдоће у случају петог модела.....	98
Табела 6.26.	Претпостављене функционалне зависности за шести модел калибрације.....	99
Табела 6.27.	Преглед функција циља за шести модел калибрације.....	99
Табела 6.28.	Преглед функција ограничења за шести модел калибрације.....	99
Табела 6.29.	Вредности параметара добијених оптимизацијом.....	100
Табела 6.30.	Упоредни приказ експерименталних и симулационих вредности геометријских параметара шава и средње вредности тврдоће у случају шестог модела.....	100

Табела 6.31.	Упоредни преглед величина апсолутних и релативних грешака за појединачне параметре геометрије шава и средње вредности тврдоће	101
Табела 6.32.	Преглед средњих вредности релативних грешака по моделима за калибрацију	102
Табела 6.33.	Упоредни приказ величина релативних и апсолутних грешака за два изабрана модела калибрације за одабране параметре геометрије шава....	102
Табела 6.34.	Приказ збирних вредности релативних грешака за први и други модел калибрације	103
Табела 6.35.	Вредности улазних параметара који се односе на геометрију модела	103
Табела 6.36.	Вредности улазних параметара који се односе на почетне и граничне услове.....	103
Табела 6.37.	Вредности улазних параметара који се односе на модел извора топлоте.....	104
Табела 6.38.	Вредности улазних параметара који се односе на технологију заваривања	104
Табела 6.39.	Величине грешака појединачних параметара	104
Табела 7.1.	Преглед функционалних зависности улазних параметара модела	115
Табела 7.2.	Преглед функција циља.....	115
Табела 7.3.	Преглед тражених вредности параметара геометрије и тврдоће по Викерсу	116
Табела 7.4.	Преглед функција ограничења.....	116
Табела 7.5.	Вредности параметара технологије добијене оптимизацијом.....	117
Табела 7.6.	Величине грешака појединачних параметара	117
Табела 7.7.	Приказ збирних вредности релативних грешака за изабране параметре	118
Табела 7.8.	Приказ збирних вредности релативних грешака за остале параметре.....	118
Табела 7.9.	Упоредни приказ тражених и стварних вредности параметара технологије.....	121
Табела 7.10.	Измерене вредности геометријских карактеристика шава.....	122
Табела 7.11.	Вредности тврдоће по Викерсу у мерним тачкама	123
Табела 7.12.	Приказ вредности геометријских параметара и грешке појединачних параметара	124
Табела 7.13.	Приказ вредности параметара и грешке појединачних параметара	125
Табела П.1.	Вредности параметара геометрије шава и минималних, максималних и средњих вредности тврдоће на мерној линији по Киркалдијевом и Лијевом моделу за метамодел првог експеримента	139
Табела П.2.	Вредности параметара геометрије шава и минималних, максималних и средњих вредности тврдоће на мерној линији по Киркалдијевом и Лијевом моделу за метамодел другог експеримента	143
Табела П.3.	Вредности параметара геометрије шава и минималних, максималних и средњих вредности тврдоће на мерној линији по Киркалдијевом и Лијевом моделу за метамодел трећег експеримента.....	147

ПОГЛАВЉЕ

1

УВОДНА РАЗМАТРАЊА

Поступци електролучног заваривања представљају доминантан начин спајања нераздвојивом везом за већину комерцијалних метала. Захтеви за повећаном продуктивношћу довели су до тренда аутоматизације процеса заваривања. Успешно спровођење процеса аутоматизације повезано је са могућношћу одређивања параметара технологије заваривања у односу на захтеве који се тичу геометрије шава, механичких карактеристика завареног споја, итд. Међутим, одређивање параметара технологије а самим тим и аутоматизација процеса заваривања су повезани са многобројним проблемима који су последица недовољног разумевања утицаја параметара процеса на пренос топлоте и масе у течном купатилу и зони утицаја топлоте као и на геометрију и микроструктуру завареног споја. Такође, непостојање довољно квалитетних сензорских система за праћење процеса заваривања представља велики технички проблем.

Иако симулационо моделирање производних процеса има растући тренд последњих година, примена симулационих модела заваривачких процеса у циљу бољег разумевања наведених феномена као и у индустрији у циљу смањења трошкова и потребног времена за извођење експеримената, је још увек ограничена [1]. Основни разлог је сложеност и нелинеарност процеса заваривања што за последицу има потребу за познавањем више различитих области науке у циљу формирања модела. Развој симулационих модела на макроскопском нивоу представља термо – механички проблем који обухвата температурска поља, померања, напоне и деформације. На микроскопском нивоу ту су проблеми фазних трансформација и микроструктуре материјала. Такође, постоји и међусобни утицај микроструктуре и механичких деформација на процес размене топлоте у току заваривања и обрнуто, утицај процеса размене топлоте на микроструктуру завареног споја као и на напонско – деформационо стање.

Други разлог је последица претходно наведених физичких феномена. Без обзира на развој рачунарске технике, време потребно за извођење симулација заваривачких процеса и даље је веома велико што доводи до немогућности примене симулационих модела у реалном времену као и до великих трошкова. Трећи разлог је недовољно познавање вредности одређених улазних величина што као последицу даје недовољно поуздане излазне резултате без обзира на сложеност модела. Имајући у виду наведене разлоге, може се закључити да су два основна императива у формирању симулационих модела заваривачких процеса, смањење времена потребног за извођење симулација као и повећање поузданости излазних резултата симулационог модела.

Смањење прорачунског времена могуће је остварити на два начина: развојем рачунарске технике, на шта истраживачи не могу да утичу, или применом једноставнијих симулационих модела што опет представља мач са две оштрице, јер применом сувише једноставних модела није могуће описати процес заваривања са задовољавајућом тачношћу. Одавде следи да је потребно пронаћи одговарајућу меру између сложености модела и времена потребног за симулацију, што представља задатак који уопште није једноставно решити. Поузданост излазних резултата могуће је унапредити калибрацијом модела у односу на експерименталне податке, а у циљу проналажења вредности величина које нису једнозначно одређене. Калибрацију је неопходно спровести без обзира на сложеност модела.

Претходно наведени аспекти, у циљу одређивања параметара технологије МАГ поступка заваривања представљају тежиште ове дисертације.

1.1. Предмет истраживања

Предмет истраживања у оквиру ове докторске дисертације је могућност одређивања параметара технологије МАГ поступка заваривања у односу на захтеване геометријске и микроструктурне карактеристике шава користећи при томе моделе топлотне размене у комбинацији са металуршким моделима, тј. моделима разлагања аустенита при хлађењу.

Основни проблем који се разматра је могућност формирања квазистационарног аналитичког модела топлотне размене при МАГ поступку заваривања. Формирање модела је сам по себи задатак који се може решити уз примену принципа термодинамике. Оно што је потребно је пронаћи праву меру између сложености модела и захтеваних излазних резултата у циљу постизања примењивости модела у реалним условима.

Применом нумеричких метода могуће је обухватити почетне и граничне услове који владају у току процеса заваривања. Међутим, примена нумеричких метода је најчешће везана за дискретизацију прорачунске области, што са собом носи и повећање прорачунског времена. Употреба мета - модела може бити погодно решење овог проблема.

Без обзира на сложеност симулационог модела, поузданост излазних резултата зависи од поузданости улазних резултата. Бројне улазне величине, као нпр. коефицијент корисног дејства електричног лука нису једнозначно одређене па се као један од проблема јавља и могућност одређивања функционалне зависности таквих величина од параметара технологије заваривања.

1.2. Циљ истраживања

Основни циљ истраживања у оквиру ове дисертације је формирање симулационог модела, који ће омогућити одређивање параметара технологије при сучеоном заваривању лимова МАГ поступком, на бази захтеваних геометријских и физичких карактеристика шава и завареног споја. За постизање овог циља потребно је:

- формирати квазистационарни, тродимензионални, аналитички модел, топлотне размене при заваривању лимова у сучеоном положају,
- на бази развијеног аналитичког модела, формирати нумерички модел применом одговарајућих нумеричких метода а у циљу што тачнијег описивања почетних и граничних услова као и функционалних зависности карактеристика материјала од температуре,
- на бази нумеричког модела, формирати мета - модел у циљу смањења прорачунског времена,
- извршити калибрацију нумеричког модела утврђивањем функционалних зависности неодређених параметара од параметара технологије заваривања,
- инверзним моделирањем прилагодити развијени модел за одређивање параметара технологије МАГ поступка.

1.3. Основне хипотезе

Полазне хипотезе ове дисертације су:

- применом теоријских знања о процесима интеракције извора топлоте и завариваних лимова, као и размени топлоте и микроструктурним трансформацијама у металу завареног споја приликом заваривања МАГ поступком, могуће је формирати аналитички модел температурског поља у завариваним лимовима а самим тим и дефинисати геометријске и физичке карактеристике шава и завареног споја у функцији од параметара технологије заваривања.
- симулациони модели заједно са одговарајућим процедурама за калибрацију и оптимизацију, могу се искористити за одређивање параметара технологије МАГ поступка заваривања на бази захтеваних геометријских и/или физичких карактеристика шава и завареног споја.

1.4. Методе истраживања

Дисертацију ће у основи чинити теоријска и експериментална истраживања. Теоријска истраживања ће се базирати на општим научним методама: аналитичко - дедуктивној, методи моделирања и методи симулације.

Аналитичко - дедуктивна метода биће коришћена за анализу процеса топлотне размене и фазних трансформација. Применом методе моделирања биће формиран аналитички модел температурског поља у завариваним лимовима. Методама симулације биће омогућено теоријско симулирање температурског поља а посредством њега и геометрије и физичких карактеристика шава и завареног споја уз употребу рачунара.

Експериментална истраживања биће коришћена за калибрацију симулационог модела као и за проверу друге хипотезе о могућности примене симулационог модела за одређивање параметара технологије. У циљу извођења експерименталних истраживања биће формиран макро - пресеци завареног споја у циљу испитивања геометрије шава и мерења микротврдоће по Викерсу.

1.5. Значај истраживања

Развој рачунарске технике последњих година довео је до наглог скока примене симулационих метода применом развијених софтверских решења у различитим областима науке. У области заваривања, примена оваквих решења је још увек у повоју из више разлога. Први разлог је релативно мали број расположивих софтверских пакета. Други не мање битан разлог је сложеност оваквих решења и непогодност за примену у реалним условима услед дугог времена за извођење симулација. Такође, ту је и ограничена поузданост излазних резултата симулације. Имајући у виду наведене разлоге, развој аналитичког модела а на бази њега и софтверског решења које омогућава одређивање параметара технологије у реалним временским оквирима а при томе има одговарајућу поузданост представља изазов али истовремено и допринос ка решавању проблема пројектовања технологије заваривања.

1.6. Структура рада

Истраживања која су обављена у складу са постављеним циљевима истраживања приказана су кроз осам поглавља.

У првом, уводном поглављу, дат је опис проблема који се истражује, приказани су предмет и основни циљеви рада, дат је преглед полазних хипотеза, описана је методологија рада и значај истраживања. Поред тога, дат је и сажет приказ свих поглавља рада.

У другом поглављу приказан је преглед стања у области истраживања и извршена класификација и анализа постојеће литературе према предмету истраживања.

Треће поглавље приказује анализу електролучних поступака заваривања у заштитној атмосфери инертних и активних гасова, тј. МИГ/МАГ поступака. У оквиру овог поглавља приказана је структура опреме за МИГ/МАГ поступке и анализирани су физички феномени у течном купатилу који утичу на геометрију шава. Описани су и основни параметри технологије МИГ/МАГ поступка заваривања.

Четврто поглавље садржи теоријску анализу процеса размене топлоте при заваривању лимова МАГ поступком. У оквиру овог поглавља, развијен је аналитички квазистационарни модел размене топлоте при заваривању лимова МАГ поступком. Процес је описан нестационарном диференцијалном једначином елиптичког типа. За њено решавање као и за узимање у обзир почетних и граничних услова примењен је метод коначних разлика. Добијени систем од 27 диференцијалних једначина је због нелинеарности решен итеративним путем, применом мултигрид и релаксационог метода за тачку. Нелинеарност модела последица је зависности термо – физичких карактеристика материјала од температуре. Моделирање ових зависности изведено је комбинацијом Fe – Fe₃C и постојећих модела за одређивање температура трансформације у наведеном дијаграму. Модели су формиран за челик P355GH. За решавање система диференцијалних једначина развијен је програм МАГЗД у програмском пакету MATLAB који, на основу одговарајућих улазних података, као излаз даје симулацију температурског поља у тачкама мреже. Применом постојећих аналитичких модела микроструктурних трансформација, тј. разлагања аустенита при хлађењу завареног споја, формиран је, такође у програмском пакету MATLAB, програм који на основу симулираног температурског поља даје расподелу микроструктура, тј. израчунава тврдоћу по Викерсу у тачкама прорачунске мреже.

Пето поглавље даје приказ експерименталне опреме као и услова под којим су изведена експериментална истраживања. Експерименти су изведени на лимовима од челика P355GH, дебљине 6 mm, на заваривачком роботу FANUC ArcMate 100iC. Укупно су заварена три експериментална узорка. Из заварених узорака направљени су макро - пресеци на којима је извршено мерење геометрије шава, снимање микроструктуре у четири зоне завареног споја као и мерење микротврдоће у одговарајућим тачкама макро – пресека.

Шесто поглавље приказује поступак калибрације и валидације модела. У циљу смањења прорачунског времена, нумерички модел размене топлоте, замењен је метамоделима који описују различите параметре геометрије шава као и средње вредности тврдоће према Киркалдијевом и Лијевом моделу. Метамоделирање је изведено применом методе одзивних

површина уз коришћење кубне интерполације. У оквиру овог поглавља, развијено је шест различитих модела за калибрацију симулационог модела применом вишекритеријумског генетског алгоритма на бази скупа експерименталних резултата. На овај начин, одређене су функционалне зависности неодређених параметара, у овом случају, коефицијента корисног дејства електричног лука и параметри топлотног извора од параметара технологије МАГ поступка. Поређењем симулираних и експерименталних вредности параметара геометрије о средње вредности тврдоће у мерним тачкама, изабран је калибрациони модел који даје најмању грешку.

Седмо поглавље приказује поступак одређивања параметара технологије МАГ поступка заваривања на бази тражених критеријума. Одређивање параметара је изведено применом вишекритеријумског генетског алгоритма при чему је функција циља формирана применом методе најмањих квадрата. Функција циља је заснована на захтеваним геометријским и механичким карактеристикама завареног споја. Такође у оквиру овог поглавља дата је упоредна анализа резултата симулације базиране на израчунатим вредностима параметара технологије и експерименталних резултата.

Последње, осмо поглавље, садржи критички осврт на добијене резултате теоријског и експерименталног дела дисертације, одговарајуће закључке у односу на постављене циљеве рада као и правце даљих истраживања.

На крају дисертације дат је преглед коришћене литературе и прилог у коме су приказане вредности геометријских параметара као и минималне, максималне и средње вредности тврдоће добијене коришћењем Киркалдијевог и Лијевог модела а које су коришћене за формирање метамодела у петом поглављу.

ПОГЛАВЉЕ

2

**ПРЕГЛЕД СТАЊА У
ОБЛАСТИ ИСТРАЖИВАЊА**

Моделі процеса заваривања могу се у основи класификовати у четири основне групе:

- аналитички модели,
- нумерички модели,
- експериментални модели,
- метамоделі.

Појава аналитичких модела датира из четрдесетих и педесетих година двадесетог века, а прве доприносе у овој области дали су **Розентал** (Rosenthal) [2,3] и **Рикалин** (Рыкалин) [4]. Ови модели не описују пренос топлоте у зони заваривања са задовољавајућом тачношћу [5] из неколико разлога. Први разлог је последица посматрања материјала као изотропног и хомогеног, при чему се не узимају у обзир зависности физичких карактеристика материјала од температуре као ни постојање фазних трансформација. Такође, ови модели не узимају у обзир ни реалне граничне услове већ се претпоставља да су гранични услови адијабатски а није узета у обзир ни реална геометрија тела већ се сматра да је тело полубесконачне или бесконачне геометрије. У наставку је због великог броја, дат преглед само значајнијих аналитичких модела од шездесетих година прошлог века, наовамо.

Кристенсен (Christensen), **Дејвис** (Davies) и **Гјермундсен** (Gjermundsen) [6] су развили аналитичке моделе којима су описали заваривање лимова од угљеничног челика и алуминијума применом РЕЛ, МИГ/МАГ и ЕПП поступка. Резултати који описују температурско поље, као и димензије шавова у попречном пресеку су дати у бездимензионом облику.

Малмут (Malmuth) [7] је развио аналитички модел којим је симулирао аутоматске поступке заваривања применом покретног тачкастог извора топлоте. За разлику од претходних модела, у обзир је узео и фазне трансформације тј. латентну топлоту топљења. Резултати аналитичког модела показали су добро слагање са нумеричким моделима који су се почели јављати у то време.

Игер (Eagar) и **Цаи** (Tsai) [8] су применили покретни Гаусов модел извора топлоте на Розенталов аналитички модел и извели једначину која описује температурско поље у полубесконачном телу. Модел је верификован експериментима на угљеничном и нерђајућем челику, као и на узорцима од алуминијума и титана.

Мир (Myhr) и **Гронг** (Grong) [9] су на бази различитих аналитичких модела температурског поља при заваривању танких, дебелих и лимова средње дебљине формирали бездимензионе мапе расподеле температура при заваривању челичних и алуминијумских лимова различитих дебљина. Испитивања су показала да се мапе могу применити за предикцију температура унутар граница ЗУТ у широком распону параметара технологије заваривања.

Џеонг (Jeong) и **Чо** (Cho) [10] су презентовали аналитичко решење добијено решавањем не-стационарне парцијалне диференцијалне једначине провођења топлоте уз примену конвекционих граничних услова при заваривању угаоних шавова. Решење је добијено уз претпоставку да су ширина и дужина лимова бесконачне док дебљина лимова у споју има коначну вредност. Примењен је Гаусов модел извора топлоте. Добијена решења су потврђена експерименталним путем уз примену ТИГ поступка.

Нгујен (Nguyen), **Охта** (Ohta) и остали [11] су извели аналитичко решење једначине температурског поља при кретању модела двоструког елипсоидног извора топлоте на површини полубесконачног тела. При томе, модел је узео у обзир само процес провођења топлоте. Модел је показао добро слагање са резултатима мерења температура у различитим тачкама експерименталних узорака као и резултатима мерења димензија геометрије попречног пресека шава.

Фасани (Fassani) и **Тревизан** (Trevisan) [12] су дали допринос извођењу аналитичког решења једначине температурског поља при вишепролазном заваривању. У раду су упоредили решења добијена применом тачкастог модела извора топлоте са решењима добијеним применом Гаусовог модела. Експериментални део је изведен заваривањем лимова од нисколегираног челика применом МАГ поступка. Закључци до којих су дошли, указују да се Гаусов модел извора топлоте даје боље слагање са експерименталним резултатима него тачкасти. Исто тако показали су да се тачкасти модел може сасвим поуздано користити за симулацију температура ван зоне течног купатила и зоне утицаја топлоте.

Квон (Kwon) и **Векмен** (Weckman) [13] су развили аналитички модел двостраног електролучног заваривања и применили га за предикцију геометрије попречног пресека шава као и температура у завариваним лимовима уз примену Гаусовог модела извора топлоте. Експериментална верификација је изведена двостраним заваривањем лимова применом ТИГ и плазма поступка. Модел се показао као поуздан у предикцији димензија и облика геометрије шава.

Друга група модела су нумерички модели процеса заваривања. Настала у циљу превазилажења ограничења која су везана за аналитичке моделе, ова група модела доживела је нагли развој са развојем рачунарске технике. Ови модели обухватају нелинеарности улазних параметара, полазне и граничне услове првог, другог и трећег реда што повећава флексибилност и примењивост модела. За решавање ових модела користи се метода коначних разлика, метода коначних елемената или метода коначних запремина. Ограничење ове врсте модела је да их је практично немогуће решити без примене рачунара као и да је време које се захтева за нестационарну анализу веома велико и директно зависи од процесорске снаге рачунара. У наставку је дат преглед најзначајнијих доприноса у области нумеричког моделирања почевши од седамдесетих година прошлог века.

Хибит (Hibbit) и **Маркал** (Marcal) [14] су у свом нумеричком моделу третирали процес заваривања као термо – механички процес. Примењена је метода коначних елемената уз примену трапезоидног модела извора топлоте, а узете су у обзир и зависности физичких карактеристика материјала од температуре као и фазне трансформације. Укључени су и гранични услови путем размене топлоте конвекцијом и зрачењем. Модел је показао добро слагање са експерименталним резултатима у погледу температура изван граница зоне утицаја топлоте. У погледу предикције заосталих напона, модел није био у складу са експерименталним резултатима.

Пејли (Paley) и **Хиберт** (Hibbert) [15] су на бази истраживања које је спровео **Вестби** (Westby) [16] су направили рачунарски програм за прорачун тродимензионалног температурског поља, при чему су у обзир узели и променљивост физичких особина завариваног материјала у функцији температуре. Модел извора топлоте је био Гаусов. Резултати рада програма су показали добро слагање рачунских и експерименталних резултата.

Круц (Krutz) и **Зегерлинд** (Seegerlind) [17] су уз примену методе коначних елемената, креирали рачунарски програм у којем су у обзир узели температурску зависност специфичне топлоте и топлотне проводљивости. Фазне промене обухваћене су преко латентне топлоте топљења, док су гранични услови обухватили и конвекцију и зрачење. Програм се показао као поуздан алат за оптимизацију затезне чврстоће завареног споја.

Мазумдер (Mazumder) и **Стин** (Steen) [18] су развили тродимензионални модел размене топлоте провођењем при заваривању ласером уз примену покретног Гаусовог модела извора топлоте узимајући у обзир латентну топлоту топљења. Физичке карактеристике материјала су узете као независне од температуре а геометрија је апроксимирана телом бесконачне дужине и коначних вредности ширине и дебљине. За решавање проблема коришћена је метода коначних запремина. Резултати симулације су показали задовољавајуће слагање са експерименталним.

Коу (Kou) [19] је применио метод коначних разлика на модел **Шемсундара** (Shamsundar) и **Спероуа** (Sparrow) [20] да би развио нумерички дводимензионални модел температурског поља при заваривању танких лимова. У обзир је узео латентну топлоту топљења, зависност физичких карактеристика материјала од температуре, Павелићев модел извора топлоте као и размену топлоте са околином преко граничних површина путем конвекције и зрачења. Резултати симулације су поређени са Розенталовим моделом примењеним на заваривање алуминијума као и са експерименталним резултатима добијеним заваривањем танких алуминијумских лимова аутоматским ТИГ поступком. Резултати симулације су показали добро слагање са резултатима аналитичког модела као и са експерименталним резултатима.

Коу (Kou) и **Ли** (Le) [21] су применом методе коначних разлика развили компјутерски модел тродимензионалне топлотне размене провођењем при заваривању алуминијумских лимова ТИГ поступком. Модел се показао као посебно поуздан при симулацији заваривања лимова средње дебљине. Експериментална мерења температуре и димензија шава су се веома добро поклапала са симулираним вредностима.

Голдак (Goldak), **Чакраварти** (Chakravarti) и **Биби** (Bibby) [22] су применом методе коначних елемената и уз увођење новог модела извора топлоте – двоструког елипсоидног модела, извели моделирање дводимензионалне размене топлоте провођењем при сучеоним заваривањем дебелих лимова ЕПП поступком. Двоструки елипсоидни модел се показао као поузданији од претходно развијених модела [6,17] у случају ЕПП поступка као и од модела [23] за случај заваривања електронским снопом.

Коу (Kou) и **Сан** (Sun) [24] су моделирали дводимензионални, стационарни процес размене топлоте провођењем и конвекцијом за случај заваривања ТИГ поступком. Применом модела, истраживали су утицај силе потиска, електромагнетне силе и површинског напона на кретање течне фазе у течном купатилу као и на облик лица шава. Резултати истраживања показали су веома добро слагање са претходним истраживањима [25–27].

Голдак (Goldak), **Биби** (Bibby), **Мур** (Moore), **Хаус** (House) и **Петел** (Patel) [28] су дали преглед стања у развоју метода, модела и рачунарских програма за симулацију размене топлоте провођењем и конвекцијом као и за описивање кретања течне фазе у зони течног купатила. Такође, извршили су поређење неколико симулираних и експериментално добијених вредности температура за различите случајеве заваривања.

Линдгрен (Lindgren) [29] је применом методе коначних елемената анализирао деформације и заостале напоне при сучеоном заваривању лимова великих димензија. За прорачун температурског поља користио је Розенталов аналитички модел [3]. Резултате симулације упоређени су са претходно добијеним експерименталним резултатима [30–32]. Показано је се аналитички модели могу са поузданошћу користити за прорачун температурског поља у случају механичке анализе заварених спојева.

Текривол (Tekriwal) и **Мазумдер** (Mazumder) [33] су истраживали процес размене топлоте провођењем при МИГ/МАГ поступку сучеоног заваривања лимова уз примену методе коначних елемената при чему су у обзир узели и процес формирања шава. Модел је обухватио зависности физичких карактеристика материјала од температуре, фазне трансформације, као и размену топлоте на граничним површинама путем конвекције и зрачења. Поређење резултата симулације који су обухватили димензије зоне утицаја топлоте и течног купатила са експерименталним резултатима показало је мало одступање симулираних од експерименталних резултата.

Закариа (Zacharia), **Еразлан** (Eraslan), **Ејдун** (Aidun) и **Дејвид** (David) [34] су истраживали тродимензионални нестационарни процес размене топлоте провођењем и конвекцијом, узимајући у обзир деловање силе потиска, електромагнетне силе и површинског напона као и реалну геометрију завариваних делова. Модел су применили за анализу ТИГ поступка заваривања у случају заваривања алуминијумских лимова при чему су анализирали деловање наведених сила. Модел је показао веома добро слагање са експерименталним резултатима приказаним у [26].

Ву (Wu) [35] је развио математички модел МИГ поступка заваривања примењујући метод коначних разлика узимајући у обзир провођење и конвекцију топлоте као и утицај силе потиска, електромагнетне силе, површинског напона, притисак електричног лука као и пренос материјала кроз електрични лук. Модел је примењен за случај преноса у млазу и показао је одлично слагање са експерименталним резултатима у погледу одређивања димензија шава у попречном пресеку.

Кумар (Kumar) и **Бадур** (Bhaduri) [36] су моделирали МИГ/МАГ поступак заваривања уз примену методе коначних елемената. Као модел извора топлоте, користили су измењени модел који је предложио Ланкастер (Lancaster) [37]. У процесу моделирања, укључили су и променљивост физичких карактеристика материјала у функцији температуре, латентну топлоту топљења као и размену топлоте на граничним површинама путем конвекције и зрачења. Валидација модела је извршена поређењем са експерименталним вредностима димензија шава у попречном пресеку.

Ким (Kim) и **Базу** (Basu) [38] су применом дводимензионалног, нестационарног модела анализирали утицај силе потиска, електромагнетне силе, површинског напона и врсте преноса материјала на облик и димензије шава у попречном пресеку за МИГ/МАГ поступак заваривања. Показали су да су главне обликујуће силе: електромагнетна сила, површински напон и врста преноса додатног материјала кроз електрични лук.

Ким (Kim), **Зенг** (Zhang) и **Диброј** (DebRoy) [39] су развили нумерички модел тродимензионалног провођења топлоте при МИГ/МАГ поступку заваривања угаоних шавова користећи комбинацију Ланкастеровог модела извора топлоте [37] и волуметријског модела. Об-

лик и димензије лица шава моделирали су минимизацијом укупне површинске енергије. Симулиране вредности геометријских параметара шава као и температурског поља биле у складу са експерименталним резултатима.

Чу (Cho) и **Ферсон (Farson)** [40] су истраживали облик и димензије надвишења шава при МИГ/МАГ поступку заваривања нормалним и великим брзинама заваривања, применом нумеричког тродимензионалног модела. Анализирали су феномене и утицајне факторе везане за формирање надвишења шава и указали су који су главни утицајни фактори у оба случаја. Модел је верификован и експериментално.

Кумар (Kumar) и **Диброј (DebRoy)** [41] су на бази нумеричког модела преноса топлоте провођењем и конвекцијом у случају МИГ/МАГ поступка заваривања истраживали утицај угла нагиба шава и угла заокрета шава на температурско поље, облик лица шава и димензије течног купатила. Развијени модел је показао да су одступања симулираних од експерименталних вредности димензија геометрије шава, облика лица шава и течног купатила у прихватљивим границама.

Тредја (Traidia) и **Рожи (Roger)** [42] су применом методе коначних елемената анализирали утицај електричног лука на димензије течног купатила и геометрију шава. Модел је објединио провођење и конвекцију топлоте у течном купатилу, као и електромагнетно дејство електричног лука. Модел је тестиран на сучеоном заваривању лимова од нерђајућег челика, а резултати симулације су од експерименталних вредности одступали у разумним границама.

Рависанкар (Ravisankar), **Велага (Velaga)**, **Раџпут (Rajput)** и **Венугопал (Venugopal)** [43] су истраживали утицај брзине заваривања и снаге електричног лука на висину заосталих напона на при заваривању цеви ТИГ поступком. За истраживање су користили нумерички модел базиран на методи коначних елемената.

Експериментални приступ моделирању процеса заваривања представља технику којом се на бази емпиријских података формира „преносна“ функција које се повезују улазни и излазни параметри модела. Заснива се на примени различитих техника као што су: вишефакторна анализа, Тагучијев план експеримента, метод одзивне површине, фази логика, неуронске мреже, итд. У наставку је дат преглед неколико таквих модела.

Тарн (Tarng) и **Јанг (Yang)** [44] су применом Тагучијевог плана експеримента анализирали утицај параметара технологије ТИГ поступка заваривања на димензије шава: ширину лица и корена шава као и на висину надвишења лица и корена шава. Применом АНОВА анализе утврдили су утицај сваког од истраживаних параметара а затим су нашли оптималне вредности параметара технологије у циљу минимизације наведених димензија шава.

Гунарац (Gunaraj) и **Мурган (Murugan)** [45] су у случају ЕПП поступка заваривања истраживали зависност дубине уваривања, ширине лица шава, висине надвишења шава и степена мешања од параметара технологије. У ту сврху, применили су метод одзивне површине, уз примену централног четворо - факторног композитног ротатабилног плана експеримента и варирање вредности променљивих на пет нивоа. Модел су искористили за оптимизацију и испитивање утицаја параметара технологије на излазне величине.

Тарн (Tarng), **Јанг (Yang)** и **Хуанг (Juang)** [46] су комбинацијом фази логике и Тагучијевог

плана експеримента за ЕПП поступак заваривања, извршили оптимизацију параметара процеса у циљу оптимизације количине депозита и степена мешања. Применом АНОВА анализе анализирали су утицај сваког од улазних параметара а затим су и утврдили оптималне вредности сваког од њих што је потврђено и експериментом.

Тарн (Tarng), **Хуанг** (Juang) и **Чанг** (Chang) [47] су истраживали процес наваривања применом ЕПП поступка при чему су применили „сиво – базирану“ Тагучијеву методу у циљу одређивања оптималних вредности напона, јачине струје, брзине наваривања, слободне дужине жице и температуре предгревања потребних за оптимизацију количине депозита и степена мешања. Добијене вредности су потврђене експериментом.

Ким (Kim), **Сон** (Son) и остали [48] су применом регресионе анализе истраживали утицај четири параметра технологије МАГ поступка заваривања: јачине струје, напона, брзине заваривања и угла нагиба на дубину уваривања при заваривању на роботу. Експерименти су потврдили да се овако формиран модел може користити за контролу процеса заваривања на роботу.

Ким (Kim), **Сон** (Son), **Јанг** (Jang) и **Јарагада** (Yaragada) [49] су развили модел који описује зависности ширине лица шава, надвишења лица шава и дубине уваривања од три параметра технологије заваривања: напона, јачине струје и брзине заваривања за случај МАГ поступка заваривања на роботу. За формирање модела користили су вишефакторни план експеримената и регресиону анализу. Анализиран је и утицај сваког од улазних параметара на излазне величине. Адекватност модела је потврђена и експерименталним путем.

Олаби (Olabi), **Казалино** (Casalino), **Бенјонис** (Benyounis) и **Хашми** (Hashmi) [50] су комбинацијом неуронских мрежа и Тагучијевог метода истраживали оптималне вредности брзине заваривања, снаге и жижне даљине при заваривању ласером у циљу оптимизације односа дубине уваривања и ширине лица шава као и односа дубине уваривања и ширине ЗУТ-а. Тагучијев L_9 план експеримента је коришћен за обуку неуронске мреже. Оптимална комбинација улазних параметара је потврђена и експерименталним путем.

Атес (Ates) [51] је применом неуронских мрежа испитивао утицај различитих гасних смеша на механичке карактеристике завареног споја при МИГ/МАГ поступку заваривања. Користио је трокомпонентне гасне смеше са различитим уделима Ar, O₂, и CO₂. Модел се показао као способан за одређивање удела појединачних компоненти гасне смеше у зависности од тражених механичких карактеристика.

Нагеш (Nagesh) и **Дата** (Datta) [52] су комбинацијом вишефакторног плана експеримената, неуронских мрежа и генетског алгоритма истраживали утицај и оптималне вредности пет параметара технологије ТИГ поступка заваривања на геометрију шава. Димензије параметара геометрије шава су добијене применом вишефакторног плана експеримената а затим су те комбинације улазних и излазних параметара искоришћене за тренинг неуронске мреже. Комбинацијом неуронске мреже и генетског алгоритма, добијене су оптималне вредности параметара технологије а затим су и потврђене експерименталним путем.

Џија (Jia), **Ксу** (Xu) и остали [53] су комбинацијом вишеструке регресије и метода најмањих квадрата формирали модел за одређивање вредности параметара двоструко елипсоидног модела извора топлоте за примену у нумеричким симулацијама МИГ/МАГ поступка. Модел се показао као поуздан а резултати су верификовани експерименталним путем.

Као што је већ речено, примена нумеричких модела у симулацијама процеса заваривања је практично немогућа без употребе рачунара. И поред развоја рачунарске технике, време потребно за извођење иоле сложенијих модела је велико. Зато се често користе једноставнији модели који представљају ефикасну замену за ове сложеније моделе. Ови једноставнији модели се називају метамоделу [54]. За креирање ових модела најчешће се користе: регресиона анализа, метод најмањих квадрата, неуронске мреже, итд. У наставку је приказан преглед најзначајнијих радова из ове области.

Кумар (Kumar) и **Диброј** (DebRoy) [55] су на бази нумеричких модела [39,56,57] уз примену неуронских мрежа развили седам метамодела за предикцију параметара геометрије шава, течног купатила, времена хлађења $t_{8/5}$, максималне температуре, на основу 22 улазна параметра за случај заваривања МИГ/МАГ поступком. На бази различитих комбинација вредности улазних параметара уз употребу нумеричких модела, добили су тражене излазне параметре а затим су те комбинације улазних и излазних параметара користили за тренинг неуронских мрежа. Каснија тестирања неуронских мрежа показала су веома добра слагања са експерименталним резултатима.

Мишра (Mishra) и **Диброј** (DebRoy) [58] су за ТИГ поступак користећи неуронске мреже, развили шест метамодела са седамнаест улазних параметара. За тренинг неуронских мрежа користили су експерименталне податке добијене моделима [56,59]. За одређивање тежинских коефицијента неуронских мрежа користили су комбинацију генетског алгоритма и градијентног метода оптимизације.

Кумар (Kumar) и **Диброј** (DebRoy) [60] су истраживали примену постојећих модела [38, 55, 56, 60–62] у циљу формирања метамодела, применом неуронских мрежа. Неуронска мрежа је искоришћена за предикцију параметара геометрије шава на бази 22 улазна параметра у случају МИГ/МАГ поступка заваривања. У комбинацији са генетским алгоритмом, неуронска мрежа је искоришћена за налажење различитих комбинација улазних параметара који као излаз дају захтевану вредност параметра геометрије шава. Ова комбинација неуронске мреже и генетског алгоритма, показала се као веома ефикасна.

Мишра (Mishra) је у својој докторској дисертацији [64] истраживао примену нумеричких модела за одређивање параметара технологије заваривања у циљу добијања тражених вредности различитих параметара геометрије шава у случају заваривања ТИГ поступком. Нумерички модел је искористио за тренинг неуронске мреже као метамодела. Овако добијени метамодел је касније искористио у сврху калибрације нумеричког модела.

Кумар (Kumar) [65] је користећи моделе [56,57] истраживао могућности одређивања параметара технологије МИГ/МАГ поступка у циљу смањења различитих врста грешака. Нумеричке моделе је комбиновао са неуронским мрежама за добијање метамодела који је касније искоришћен у комбинацији са генетским алгоритмом за одређивање вредности параметара технологије.

ПОГЛАВЉЕ

3

**ОПШТЕ КАРАКТЕРИСТИКЕ
МАГ ПОСТУПКА ЗАВАРИВАЊА**

3.1. Основе МИГ/МАГ поступка

МИГ/МАГ поступак спада у групу електролучних поступака заваривања који се одвијају у заштитној атмосфери инертних или активних гасова, при чему се енергија активације потребна за формирање нераздвојиве везе добија на основу трансформације електричне у топлотну енергију.

МИГ/МАГ поступак заваривања развијен је током двадесетих година прошлог века, првенствено за заваривање алуминијума у заштитној атмосфери инертног гаса, али је ширу комерцијалну употребу доживео тек крајем четрдесетих година истог века. Процес је у почетку коришћен применом струја великих густина, уз употребу додатног материјала у облику пуних жица малих пречника. У току каснијег развоја, поступак је прилагођен за примену уз употребу струја мањих густина, уз могућност заваривања већег броја различитих материјала и уз употребу активних гасова [66].

Данас се МИГ/МАГ поступак са успехом примењује за заваривање: угљеничних, нисколегираних и високолегираних челика, као и различитих обојених метала и њихових легура: алуминијума, бакра, никла, титана, итд.

3.1.1 Предности и недостаци МАГ поступка

За формирање заштитне атмосфере током заваривања МАГ поступком, најчешће се користи угљен – диоксид или нека од смеша угљен – диоксида са аргоном, кисеоником и сл. Према степену механизације може се користити као: полуаутоматизован, аутоматизован и роботизован поступак [67].

Основне предности [66–69] овог поступка огледају се у:

- примењивости за заваривање свих комерцијалних метала и њихових легура,
- високој продуктивности и економичности због смањења временских норматива и уноса мање количине додатног материјала,
- применом одговарајуће врсте преноса материјала, могуће је остварити дубље уваривање у односу на Е поступак
- могућност заваривања у свим положајима и могућност контроле процеса формирања шавова,
- могућност заваривања делова малих дебљина,
- једноставнија обука заваривача,
- услед одсуства троске, нема потребе за накнадним чишћењем шавова, итд.

Поред бројних предности, МАГ поступак има и неке недостатке [66–68,70]:

- опрема потребна за извођење МАГ поступка је много сложенија, скупља и компликованија за преносну употребу у односу на опрему за неке друге поступке, Е поступак, нпр.,

- примена на отвореном простору је ограничена услед могућности за одношење заштитног гаса из зоне заваривања због постојања ваздушних струјања,
- услед димензија пиштоља за заваривање, отежана је примена на тешко приступним местима,
- повећано распрскавање додатног материјала у зони заваривања,
- виши нивои топлотног у ултраљубичастог зрачења.

3.2. Параметри технологије МАГ поступка

Постоји велики број различитих параметара од чијег правилног избора зависи и квалитет завареног споја формираног МАГ поступком а неки од њих су:

- јачина струје заваривања,
- напон електричног лука,
- брзина заваривања,
- поларитет електроде,
- проток заштитног гаса,
- дужина слободног краја електродне жице,
- врста преноса додатног материјала, итд.

У наставку је дат кратак опис сваког од наведених параметара технологије МАГ поступка.

3.2.1 Јачина струје заваривања

Јачина струје заваривања, у случају да су сви остали параметри технологије на константном нивоу, директно зависи од брзине довођења жице. За мање јачине струје, та зависност је приближно линеарна, док се за случај већих јачина струје, та зависност може изразити једначином (3.1.1):

$$v_e = aI + bI^2 \quad (3.1.1)$$

При чему су a и b константе пропорционалности, а l слободна дужина жице у mm.

При држању свих осталих параметара на константном нивоу, повећање јачине струје заваривања доводи до [66]:

- повећања дубине уваривања и ширине лица шава,
- повећања количине депозита и
- повећања запремине растопа.

3.2.2 Напон електричног лука

Напон електричног лука представља параметар који се уз брзину довођења жице, директно подешава на извору струје. Директно зависи од дужине електричног лука. Повећање вредности напона доводи до повећања ширине лица шава, при чему треба водити рачуна

да превисоке вредности напона могу довести до порозности, распрскавања и формирања заједа [66]. Прениске вредности напона могу довести до прогоревања и порозности шава [67].

3.2.3 Брзина заваривања

Брзина заваривања представља брзину којом се пиштољ за заваривање помера дуж осе шава. Са повећањем брзине заваривања, количина истопљеног основног материјала у јединици времена се у почетку повећава да би након неког времена дошло до смањења брзине топљења основног материјала. Мала брзина заваривања доводи до повећања запремине растопа као и до повећања ширине лица шава, док превисока брзина заваривања доводи до смањења лица шава, недовољне дубине уваривања и формирања заједа.

3.2.4 Поларитет електроде

Поларитет електроде представља термин који се користи да опише начин повезивања пиштоља за заваривање у односу на извор једносмерне струје. Уобичајено је да се у случају МАГ поступка заваривања, пиштољ за заваривање повезује на позитиван пол извора струје што омогућава стабилан лук, мало распрскавање додатног материјала, већу дубину уваривања као и добре карактеристике шава.

Могуће је такође у случају МАГ поступка повезати пиштољ на негативан пол извора струје, али се такав начин повезивања користи ретко, у неким случајевима наваривања [66]. Примена оваквог повезивања доводи до нестабилности електричног лука као и до смањења дубине уваривања.

Наизменична струја није наишла на неку ширу примену због нестабилности електричног лука.

3.2.5 Проток заштитног гаса

У случају МАГ поступка заваривања, као заштитни гасови користе се угљен – диоксид, као и смеше угљен – диоксида са аргоном, кисеоником и другим гасовима. Избор врсте заштитног гаса као и проток гаса имају велики утицај на стабилност лука, врсту преноса материјала, геометрију шава, итд.

Проток заштитног гаса бира се у функцији пречника додатног материјала, величине млазнице као и јачине струје заваривања. Такође на проток гаса утичу и врста завареног споја, услови рада, положај заваривања, итд.

3.2.6 Дужина слободног краја електродне жице

Овај параметар представља дужину између врха електродне жице и врха контактне вођице. Дужина слободног краја жице директно утиче на отпорност тако што се са повећањем дужине повећава и отпорност, док се са смањењем дужине смањује и отпорност електричног кола. Повећање отпорности као последицу има и пораст температуре и повећање брзине топљења жице што доводи до смањења слободне дужине жице и повећања напона. Услед повећаног напона, у односу на снагу извора струје долази до смањења јачине струје и

смањења брзине топљења електродне жице што као последицу има повећање слободне дужине и смањење напона лука.

3.2.7 Пренос додатног материјала

Начин на који се растопљени додатни материјал преноси кроз електрични лук до течног купатила зависи од више различитих параметара међу којима су најугицајнији: јачина струје, напон електричног лука, врста заштитног гаса, карактеристика извора струје, итд. Основне врсте преноса додатног материјала које се могу јавити при заваривању су:

- краткоспојени пренос,
- крупнокапљичасти пренос,
- пренос у млазу,
- пулсирајући пренос.

3.2.7.1 Краткоспојени пренос

Краткоспојени пренос материјала одвија се у опсегу најмањих јачина струје и пречника додатног материјала који се примењују за заваривање МАГ поступком [66]. У овом случају преноса, додатни материјал се преноси само када се електродна жица налази у кратком споју са течним купатилом. На овај начин, формира се течно купатило мале запремине, које брзо очвршћава што чини овај начин преноса погодним за заваривање танких лимова.

Напон празног хода мора бити довољно мали да онемогући успостављање електричног лука за време трајања кратког споја. Након одвајања капљице растопљеног метала, вредност напона се повећава до вредности довољне за поновно успостављање електричног лука.

3.2.7.2 Крупнокапљичасти пренос

Крупнокапљичасти пренос представља врсту преноса додатног материјала кроз електрични лук, при коме се додатни материјал преноси од врха електроде до течног купатила у облику велике капљице чији је пречник већи од пречника електродне жице. Обично се јавља при коришћењу угљен – диоксида као заштитног гаса и при мало већим јачинама струје у односу на оне које су карактеристичне за краткоспојени пренос материјала.

Квалитет овако добијених шавова је најчешће незадовољавајући у смислу недовољног проваривања и неправилне геометрије шавова а што је последица малих густина струје и неаксијалности преноса.

3.2.7.3 Пренос у млазу

Ова врста преноса додатног материјала карактеристична је за подручје већих вредности јачине струје и напона електричног лука и то у заштитној атмосфери која садржи минимално 80% аргона [67]. Растопљени додатни материјал се кроз електрични лук преноси у виду великог броја ситних капљица са пречником мањим или једнаким пречнику електродне жице. За пренос у млазу потребно је да жица буде па плус полу извора струје и да јачина струје буде већа од одређене критичне вредности. Лук је веома стабилан и могуће је

заваривати у свим положајима. Најчешће се користи за заваривање материјала веће дебљине у хоризонталном положају.

3.2.7.4 Пулсирајући пренос

Пулсирајући пренос додатног материјала кроз електрични лук последица је примене два различита нивоа јачине струје, једног ниског, константног који служи да одржава електрични лук али је недовољан да изазове пренос материјала кроз лук и другог, импулсног који у збиру са базним нивоом струје даје стабилан лук са импулсним, аксијалним преносом материјала у млазу.

Последица примене оваквог начина преноса додатног материјала је и мања количина унесене топлоте што представља предност у случају заваривања материјала мањих дебљина него што је то могуће са класичним преносом у млазу. Овај начин преноса могућ је само у заштитној атмосфери инертних гасова или смеша са високим садржајем инертних гасова.

ПОГЛАВЉЕ

4

**СИМУЛАЦИОНИ МОДЕЛ
ПРОЦЕСА ЗАВАРИВАЊА**

4.1. Моделирање топлотног процеса током заваривања

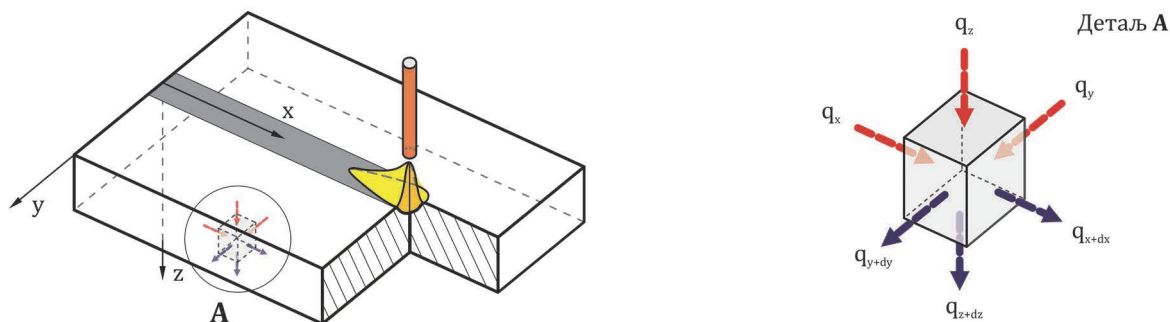
Током процеса заваривања топљењем, извор топлоте делује на локализованом подручју у коме долази до формирања течног купатила. Уско локализовани извор топлоте извор је и настанка деформација и заосталих напона у завареном споју. У околини течног купатила температурски циклус је такав да температуре које се јављају нису довољно високе да изазову топљење материјала али су зато довољно високе да доведу до микроструктурних трансформација. Имајући у виду наведено, може се закључити да је моделирање процеса заваривања компликован процес.

Четири су основна узрока која чине моделирање процеса заваривања компликованим [5]:

- **делимична локализација.** Само део основног материјала се загрева до температура виших од температуре топљења, што чини процес загревања и хлађења неравномерним,
- **кретање извора топлоте.** Током заваривања, извор топлоте се креће релативно у односу на делове који се заварују, често великим брзинама, што је узрок високих температурских градијената при загревању и хлађењу,
- **нестационарност процеса.** Узрок нестационарности је управо покретљивост извора топлоте, која условљава велике брзине загревања и хлађења. И ове брзине су по својој природи нестационарне.
- **хибридни механизам размене топлоте.** Процес размене топлоте обавља се провођењем и конвекцијом. У течном купатилу јавља се и испаравање, док се на граничним површинама топлота размењује конвекцијом и зрачењем.

Без обзира на ограничења и тешкоће, моделирањем процеса заваривања стиче се увид у утицај различитих параметара процеса на сам процес размене топлоте а посредством њега и излазне резултате који обухватају геометрију шавва, микроструктуру завареног споја, деформације, итд.

Процес моделирања размене топлоте провођењем започиње издвајањем једног елементарног делића из завариваних делова и анализом процеса топлотне размене у оквиру њега [71–73], слика 4.1.



Слика 4.1. Модел размене топлоте током заваривања

Елементарне количине топлоте δQ_x , δQ_y и δQ_z као и специфични топлотни протоци на улазу у елементарни паралелопипед у правцима x , y и z осе, q_x , q_y и q_z приказани су једначинама (4.1.1–4.1.3) респективно:

$$\delta Q_x = q_x \cdot dy \cdot dz \cdot dt; \quad q_x = -\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \quad (4.1.1)$$

$$\delta Q_y = q_y \cdot dx \cdot dz \cdot dt; \quad q_y = -\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \quad (4.1.2)$$

$$\delta Q_z = q_z \cdot dx \cdot dy \cdot dt; \quad q_z = -\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \quad (4.1.3)$$

На исти начин могу се приказати елементарне количине топлоте δQ_{x+dx} , δQ_{y+dy} и δQ_{z+dz} као и специфични топлотни протоци q_{x+dx} , q_{y+dy} и q_{z+dz} , на излазу из елементарног паралелопипеда у правцима x , y и z осе, једначине (4.1.4 – 4.1.6):

$$\delta Q_{x+dx} = q_{x+dx} \cdot dy \cdot dz \cdot dt; \quad q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx = q_x - \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \quad (4.1.4)$$

$$\delta Q_{y+dy} = q_{y+dy} \cdot dx \cdot dz \cdot dt; \quad q_{y+dy} = q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy = q_y - \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) dy \quad (4.1.5)$$

$$\delta Q_{z+dz} = q_{z+dz} \cdot dx \cdot dy \cdot dt; \quad q_{z+dz} = q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz = q_z - \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) dz \quad (4.1.6)$$

Укупна количина топлоте δQ , која се доводи елементарном паралелопипеду може се добити као разлика улазних и излазних количина топлоте при чему треба узети у обзир и унутрашње изворе, једначина (4.1.7):

$$\delta Q = (\delta Q_x - \delta Q_{x+dx}) + (\delta Q_y - \delta Q_{y+dy}) + (\delta Q_z - \delta Q_{z+dz}) + \delta Q_v \quad (4.1.7)$$

Унутрашњи извори топлоте последица су дејства електричног лука и микроструктурних односно фазних трансформација, једначина (4.1.8):

$$\delta Q_v = q_l - \rho L \frac{\partial f_{liq}}{\partial t} \quad (4.1.8)$$

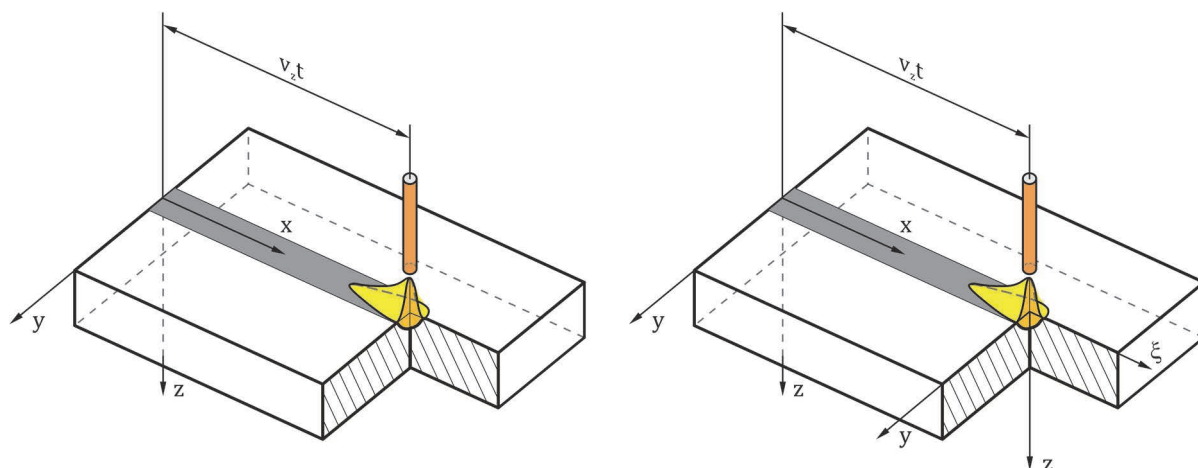
Промена у количини топлоте доводи до промене температуре у одређеном временском интервалу, па се након одређених трансформација и уз претпоставку да је материјал хомоген и изотропан, добија једначина (4.1.9) која представља једначину топлотне размене у завариваним лимовима:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) - \rho L \frac{\partial f_{liq}}{\partial t} + q_l \quad (4.1.9)$$

Једначина топлотне размене је нестационарна, парцијална диференцијална једначина. Решавање оваквог типа једначине аналитичким путем могуће је у специјалним случајевима који не обухватају реалне граничне услове.

Такође, услед нестационарности такво решење би се односило само на одређени тренутак времена. У условима заваривања са константним параметрима технологије, температурско поље после одређеног почетног времена постаје стационарно [4], па се уз примену одговарајућих математичких трансформација једначина (4.1.9) може превести у квазистационарни облик.

За овакву врсту трансформације потребно је увести покретни координатни систем [71,74] који је везан за извор топлоте, у овом случају електрични лук, слика 4.2.



Слика 4.2. Веза између покретног и непокретног координатног система

Имајући у виду везу приказану на слици 4.2., може се било каква промена у времену и простору описати једначинама трансформације (4.1.10 – 4.1.11):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\xi, y, z, \tau) = \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial t} \quad (4.1.10)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\xi, y, z, \tau) = \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial x} \quad (4.1.11)$$

Применом приказаних трансформација на једначину (4.1.12) која описује везу између покретног и непокретног координатног система добија се:

$$x = v_z t + \xi \Rightarrow \xi = x - v_z t \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial \xi}{\partial t} = -v_z \\ \frac{\partial \xi}{\partial x} = 1 \end{cases} \quad (4.1.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\xi, y, z, \tau) = -v_z \frac{\partial}{\partial \xi} \quad (4.1.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\xi, y, z, \tau) = \frac{\partial}{\partial \xi} \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial x^2}(\xi, y, z, \tau) = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \quad (4.1.14)$$

Заменом изведених једначина (4.1.13 – 4.1.14) у једначину (4.1.9) добија се једначина (4.1.15) која описује топлотну размену у покретном координатном систему:

$$-\rho c_p v_z \frac{\partial T}{\partial \xi} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \rho L v_z \frac{\partial f_{liq}}{\partial \xi} + q_i \quad (4.1.15)$$

Део једначине који описује фазне трансформације, односно количину топлоте услед топљења/очвршћавања метала могуће је трансформисати уз примену математичког формализма, једначина (4.1.16):

$$\frac{\partial f_{liq}}{\partial \xi} = \frac{\partial f_{liq}}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial \xi} \quad (4.1.16)$$

Сменом изведеног израза у једначину (4.1.15) и уз одговарајућа груписања добија се једначина (4.1.17):

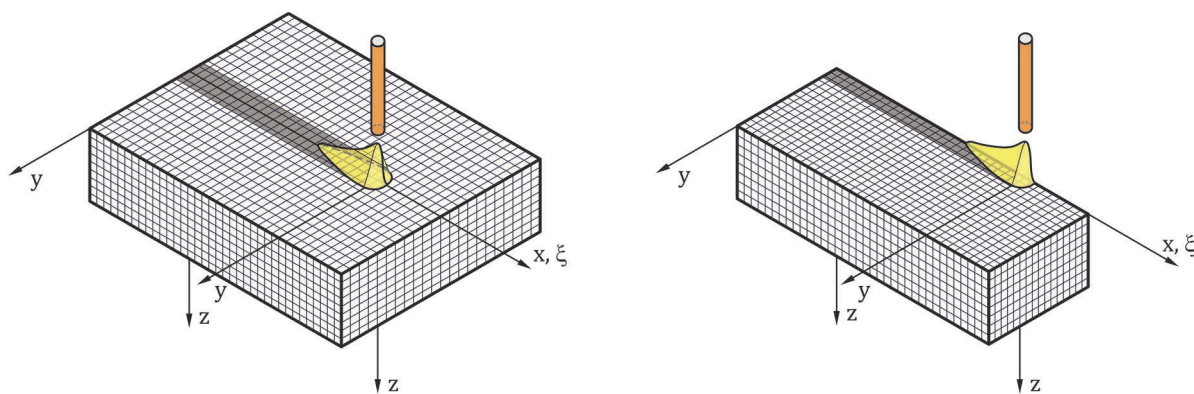
$$-v_z \left(1 + \frac{L}{c_p} \frac{\partial f_{liq}}{\partial T} \right) \frac{\partial T}{\partial \xi} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + q_i \quad (4.1.17)$$

Израз f_{liq} представља удео растопе у областима испод солидус температуре, затим између солидус и ликвидус температуре и изнад ликвидус температуре и може се представити једначином (4.1.18):

$$f_{liq} = \begin{cases} 0 & \text{за } T \leq T_{sol} \\ \frac{T - T_{sol}}{T_{liq} - T_{sol}} & \text{за } T_{sol} < T < T_{liq} \\ 1 & \text{за } T \geq T_{liq} \end{cases} \quad (4.1.18)$$

4.1.1 Нумеричко моделирање

Као што је већ напоменуто, решавање једначине (4.1.17) аналитичким путем повезано је са бројним тешкоћама и могуће је само у специјалним случајевима. У свим осталим случајевима потребно је прибећи примени нумеричких метода. У овом случају примењен је метод коначних разлика. Дискретизација простора изведена је као што је приказано на слици 4.3.



Слика 4.3. Дискретизација прорачунске области

Дискретизација извода по просторним координатама за све три осе покретног координатног система изведена је применом централних коначних разлика, једначине (4.2.1 – 4.2.4):

$$\frac{\partial T}{\partial \xi} = \frac{T_{i+1,j,k} - T_{i-1,j,k}}{2\Delta\xi} \quad (4.2.1)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} = \frac{T_{i+1,j,k} - 2T_{i,j,k} + T_{i-1,j,k}}{\Delta\xi^2} \quad (4.2.2)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{T_{i,j+1,k} - 2T_{i,j,k} + T_{i,j-1,k}}{\Delta y^2} \quad (4.2.3)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{T_{i,j,k+1} - 2T_{i,j,k} + T_{i,j,k-1}}{\Delta z^2} \quad (4.2.4)$$

Заменом наведених једначина у једначину (4.1.17) добија се једначина (4.2.5):

$$\begin{aligned} -v_z \left(1 + \frac{L}{c_{p_{i,j,k}}} \frac{\partial f_{liq}}{\partial T} \right) \frac{T_{i+1,j,k} - T_{i-1,j,k}}{2\Delta\xi} = \frac{\lambda_{i,j,k}}{\rho_{i,j,k} c_{p_{i,j,k}}} \left(\frac{T_{i+1,j,k} - 2T_{i,j,k} + T_{i-1,j,k}}{\Delta\xi^2} + \right. \\ \left. + \frac{T_{i,j+1,k} - 2T_{i,j,k} + T_{i,j-1,k}}{\Delta y^2} + \frac{T_{i,j,k+1} - 2T_{i,j,k} + T_{i,j,k-1}}{\Delta z^2} \right) + q_{i,j,k}^1 \end{aligned} \quad (4.2.5)$$

Уз примену одговарајући трансформација спроведених у циљу издвајања члана $T_{i,j,k}$, добија се једначина (4.2.6):

$$\begin{aligned} \left(\frac{4\lambda_{i,j,k}}{\Delta\xi} + \frac{4\lambda_{i,j,k}\Delta\xi}{\Delta y^2} + \frac{4\lambda_{i,j,k}\Delta\xi}{\Delta z^2} \right) T_{i,j,k} = \left[v_z \rho_{i,j,k} \left(c_{p_{i,j,k}} + L \frac{\partial f_{liq}}{\partial T} \right) + \frac{2\lambda_{i,j,k}}{\Delta\xi} \right] T_{i+1,j,k} + \left[\frac{2\lambda_{i,j,k}}{\Delta\xi} \right. \\ \left. - v_z \rho_{i,j,k} \left(c_{p_{i,j,k}} + L \frac{\partial f_{liq}}{\partial T} \right) \right] T_{i-1,j,k} + \frac{2\lambda_{i,j,k}\Delta\xi}{\Delta y^2} (T_{i,j+1,k} + T_{i,j-1,k}) + \frac{2\lambda_{i,j,k}\Delta\xi}{\Delta z^2} (T_{i,j,k+1} + T_{i,j,k-1}) + 2\Delta\xi q_{i,j,k}^1 \end{aligned} \quad (4.2.6)$$

Увођењем смена приказаних једначинама (4.2.7 – 4.2.9) ради једноставнијег приказа:

$$a_{i,j,k} = \frac{\Delta y^2 \Delta z^2 (v_z \rho_{i,j,k} c_{ef_{i,j,k}} \Delta\xi + 2\lambda_{i,j,k})}{4\lambda_{i,j,k} (\Delta\xi^2 \Delta y^2 + \Delta\xi^2 \Delta z^2 + \Delta y^2 \Delta z^2)}; \quad b_{i,j,k} = \frac{\Delta y^2 \Delta z^2 (2\lambda_{i,j,k} - v_z \rho_{i,j,k} c_{ef_{i,j,k}} \Delta\xi)}{4\lambda_{i,j,k} (\Delta\xi^2 \Delta y^2 + \Delta\xi^2 \Delta z^2 + \Delta y^2 \Delta z^2)} \quad (4.2.7)$$

$$c_{i,j,k} = \frac{\Delta\xi^2 \Delta z^2}{2(\Delta\xi^2 \Delta y^2 + \Delta\xi^2 \Delta z^2 + \Delta y^2 \Delta z^2)}; \quad d_{i,j,k} = \frac{\Delta\xi^2 \Delta y^2}{2(\Delta\xi^2 \Delta y^2 + \Delta\xi^2 \Delta z^2 + \Delta y^2 \Delta z^2)} \quad (4.2.8)$$

$$e_{i,j,k} = \frac{\Delta\xi^2 \Delta y^2 \Delta z^2}{2\lambda_{i,j,k} (\Delta\xi^2 \Delta y^2 + \Delta\xi^2 \Delta z^2 + \Delta y^2 \Delta z^2)}; \quad c_{ef_{i,j,k}} = \left(c_{p_{i,j,k}} + L \frac{\partial f_{liq}}{\partial T} \right) \quad (4.2.9)$$

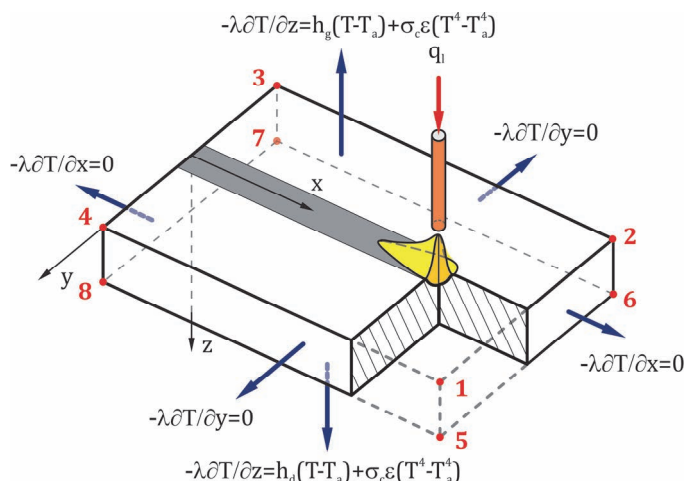
добија се једначина (4.2.10):

$$T_{i,j,k} = a_{i,j,k} T_{i+1,j,k} + b_{i,j,k} T_{i-1,j,k} + c_{i,j,k} (T_{i,j+1,k} + T_{i,j-1,k}) + d_{i,j,k} (T_{i,j,k+1} + T_{i,j,k-1}) + e_{i,j,k} q_l \quad (4.2.10)$$

Директна примена једначине (4.2.10) ограничена је на унутрашње тачке прорачунске области. За примену на граничним површинама потребно је дефинисати граничне услове.

4.1.1.1 Гранични услови

У овом случају претпостављено је да се размена топлоте са околином преко граничних површина обавља путем конвекције и зрачења. При томе је усвојено да размена на бочним странама лимова не постоји због релативно мале површине истих, слика 4.4.



Слика 4.4. Гранични услови у току процеса заваривања

Ради једноставнијег приказа а и формалног превођења у линеарни облик уведен је еквивалентни коефицијент размене топлоте на граничним површинама. Применом математичких трансформација, средњи топлотни флуks може се изразити на следећи начин, једначине (4.3.1 – 4.3.2):

$$q_g = h_g (T - T_a) + \varepsilon \sigma_c (T^4 - T_a^4) = h_g (T - T_a) + \varepsilon \sigma_c (T - T_a) (T + T_a) (T^2 + T_a^2) \quad (4.3.1)$$

$$q_d = h_d (T - T_a) + \varepsilon \sigma_c (T^4 - T_a^4) = h_d (T - T_a) + \varepsilon \sigma_c (T - T_a) (T + T_a) (T^2 + T_a^2) \quad (4.3.2)$$

Коефицијент прелаза топлоте са горње и доње површине лима може се према [75] изразити једначином (4.3.3):

$$h_g = \frac{0.54 \cdot \lambda \cdot (Gr \cdot Pr)^{1/4}}{l_k}; \quad h_d = \frac{0.27 \cdot \lambda \cdot (Gr \cdot Pr)^{1/4}}{l_k} \quad (4.3.3)$$

Сменом у једначине (4.3.1 – 4.3.2) добијају се изрази (4.3.4 – 4.3.5) који описују средњи топлотни флуks на горњој и доњој површини лима:

$$q_g = (T - T_a) \left[\frac{0.54 \cdot \lambda \cdot (Gr \cdot Pr)^{1/4}}{l_k} + \varepsilon \sigma_c (T + T_a) (T^2 + T_a^2) \right] = h_{gekv} (T - T_a) \quad (4.3.4)$$

$$q_d = (T - T_a) \left[\frac{0.27 \cdot \lambda \cdot (Gr \cdot Pr)^{1/4}}{l_k} + \varepsilon \sigma_c (T + T_a) (T^2 + T_a^2) \right] = h_{dekv} (T - T_a) \quad (4.3.5)$$

При томе су Грасхофов (Grashof) и Прантлов (Prandtl) број дефинисани изразима (4.3.6):

$$Gr = \frac{\beta g l_k^3 \Delta T}{\nu^2}; \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (4.3.6)$$

Имајући у виду претходно наведено, могу се еквивалентни коефицијенти размене топлоте за горњу и доњу површину изразити једначинама (4.3.7 – 4.3.8):

$$h_{gekv} = \left[0.54 \cdot \lambda \cdot \left(\frac{\beta g (T - T_a)}{\nu \alpha l_k} \right)^{1/4} + \varepsilon \sigma_c (T + T_a) (T^2 + T_a^2) \right] \quad (4.3.7)$$

$$h_{dekv} = \left[0.27 \cdot \lambda \cdot \left(\frac{\beta g (T - T_a)}{\nu \alpha l_k} \right)^{1/4} + \varepsilon \sigma_c (T + T_a) (T^2 + T_a^2) \right] \quad (4.3.8)$$

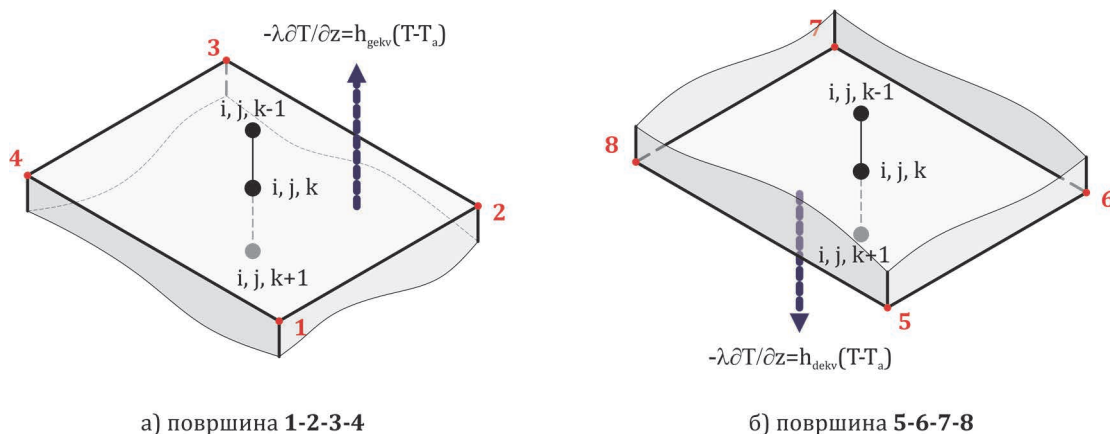
Имајући у виду граничне услове приказане на слици 4.4. као и једначине (4.3.7 – 4.3.8) може се уз увођење смена (4.3.9 – 4.3.10):

$$f_{i,j,k}^g = \left(\frac{\lambda_{i,j,k}}{\lambda_{i,j,k} + 2d_{i,j,k} \Delta z h_{i,j,k}^{gekv}} \right); \quad f_{i,j,k}^d = \left(\frac{\lambda_{i,j,k}}{\lambda_{i,j,k} + 2d_{i,j,k} \Delta z h_{i,j,k}^{dekv}} \right) \quad (4.3.9)$$

$$g_{i,j,k}^g = \frac{\Delta z}{\lambda_{i,j,k}} h_{i,j,k}^{gekv}; \quad g_{i,j,k}^d = \frac{\Delta z}{\lambda_{i,j,k}} h_{i,j,k}^{dekv} \quad (4.3.10)$$

извести прилагођавање једначине (4.2.10) граничним условима.

За горњу и доњу површину лима означене као 1-2-3-4 и 5-6-7-8 гранични услови приказани



Слика 4.5. Гранични услови на површинама 1-2-3-4 и 5-6-7-8

су на слици 4.4. Да би било могуће извести граничне услове на овим површинама, потребно је увести фиктивне тачке са координатама $(i, j, k-1)$ и $(i, j, k+1)$ ван прорачунске области.

Површина 1-2-3-4

Имајући у виду граничне услове приказане на слици 4.5а може извести гранични услов изражен једначином (4.3.11)

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k-1}}{2\Delta z} = h_{i,j,k}^{gek} (T_{i,j,k} - T_a) \Rightarrow T_{i,j,k-1} = T_{i,j,k+1} - 2g_{i,j,k}^g (T_{i,j,k} - T_a) \quad (4.3.11)$$

Применом овог услова на једначину (4.2.10) добија се једначина (4.3.12) која описује температуре унутар граница површине 1-2-3-4:

$$T_{i,j,k} = f_{i,j,k}^g \left[a_{i,j,k} T_{i+1,j,k} + b_{i,j,k} T_{i-1,j,k} + c_{i,j,k} (T_{i,j+1,k} + T_{i,j-1,k}) + 2d_{i,j,k} (T_{i,j,k+1} + g_{i,j,k}^g T_a) + e_{i,j,k} q_{i,j,k}^l \right] \quad (4.3.12)$$

Површина 5-6-7-8

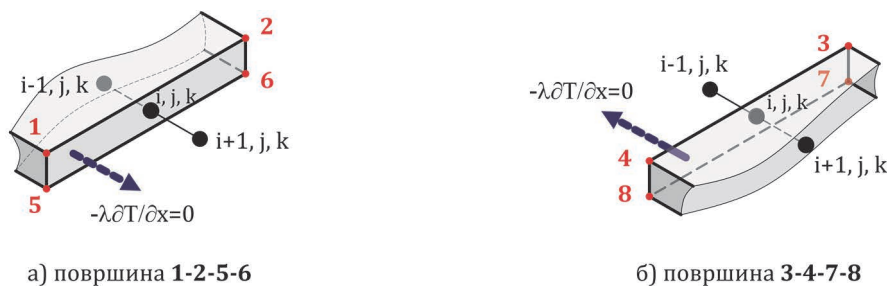
Према условима са слике 4.5б, гранични услов на површини 5-6-7-8 може се изразити једначином (4.3.13):

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k+1}}{2\Delta z} = h_{i,j,k}^{dek} (T_{i,j,k} - T_a) \Rightarrow T_{i,j,k+1} = T_{i,j,k-1} - 2g_{i,j,k}^d (T_{i,j,k} - T_a) \quad (4.3.13)$$

Једначина (4.2.10) уз примену овог услова постаје:

$$T_{i,j,k} = f_{i,j,k}^d \left[a_{i,j,k} T_{i+1,j,k} + b_{i,j,k} T_{i-1,j,k} + c_{i,j,k} (T_{i,j+1,k} + T_{i,j-1,k}) + 2d_{i,j,k} (T_{i,j,k-1} + g_{i,j,k}^d T_a) + e_{i,j,k} q_{i,j,k}^l \right] \quad (4.3.14)$$

На исти начин, изводе се, уз увођење фиктивних тачке $(i+1,j,k)$ за површину 1-2-5-6 и тачке $(i-1,j,k)$ за површину 3-4-7-8 гранични услови за ове две површине, слика 4.6.



Слика 4.6. Гранични услови на површинама 1-2-5-6 и 3-4-7-8

Површина 1-2-5-6

Услов са слике 4.6а може се изразити преко једначине (4.3.15):

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i-1,j,k} - T_{i+1,j,k}}{2\Delta x} = 0 \Rightarrow T_{i+1,j,k} = T_{i-1,j,k} \quad (4.3.15)$$

која уз смену у једначину (4.2.10) постаје једначина (4.3.16)

$$T_{i,j,k} = (a+b)T_{i-1,j,k} + c(T_{i,j+1,k} + T_{i,j-1,k}) + d(T_{i,j,k+1} + T_{i,j,k-1}) + eq_l \quad (4.3.16)$$

Површина 3-4-7-8

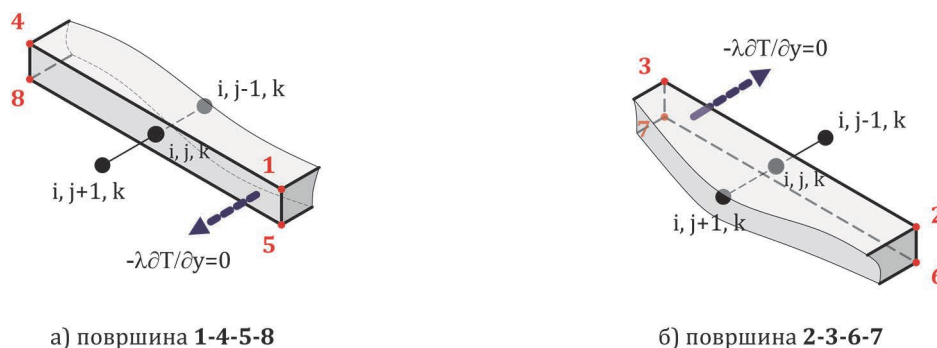
За површину 3-4-7-8, размена топлоте може се према слици 4.6б изразити као:

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i+1,j,k} - T_{i-1,j,k}}{2\Delta x} = 0 \Rightarrow T_{i-1,j,k} = T_{i+1,j,k} \quad (4.3.17)$$

што применом на једначину (4.2.10) доводи до једначине (4.3.18):

$$T_{i,j,k} = (a_{i,j,k} + b_{i,j,k}) T_{i+1,j,k} + c_{i,j,k} (T_{i,j+1,k} + T_{i,j-1,k}) + d_{i,j,k} (T_{i,j,k+1} + T_{i,j,k-1}) + e_{i,j,k} q_{i,j,k}^l \quad (4.3.18)$$

Следећи приказану методологију могу се извести гранични услови и за бочне површине 1-4-5-8 и 2-3-6-7. За површину 1-4-5-8 уводи се фиктивна тачка $(i,j+1,k)$ а за површину 2-3-6-7 тачка $(i,j-1,k)$.



Слика 4.7. Гранични услови на површинама 1-4-5-8 и 2-3-6-7

Површина 1-4-5-8

На основу слике 4.7а, гранични услов на површини 1-4-5-8 може се изразити једначином (4.3.19):

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j-1,k} - T_{i,j+1,k}}{2\Delta y} = 0 \Rightarrow T_{i,j+1,k} = T_{i,j-1,k} \quad (4.3.19)$$

што уз једначину (4.2.10) доводи до једначине (4.3.20) која описује расподелу температура унутар граница површине 1-4-5-8:

$$T_{i,j,k} = a_{i,j,k} T_{i+1,j,k} + b_{i,j,k} T_{i-1,j,k} + 2c_{i,j,k} T_{i,j-1,k} + d_{i,j,k} (T_{i,j,k+1} + T_{i,j,k-1}) + e_{i,j,k} q_{i,j,k}^l \quad (4.3.20)$$

Површина 2-3-6-7

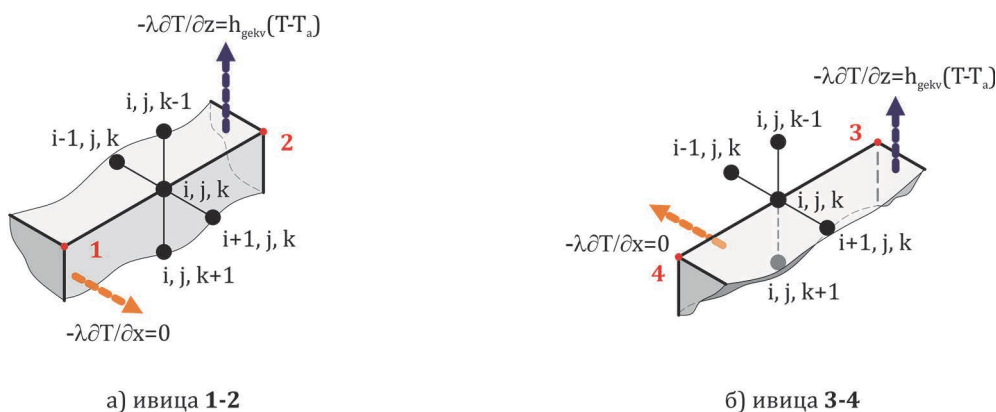
Гранични услов на површини 2-3-6-7 може се описати једначином (4.3.21):

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j+1,k} - T_{i,j-1,k}}{2\Delta y} = 0 \Rightarrow T_{i,j-1,k} = T_{i,j+1,k} \quad (4.3.21)$$

Тако да једначина (4.2.10) добија облик (4.3.22)

$$T_{i,j,k} = a_{i,j,k} T_{i+1,j,k} + b_{i,j,k} T_{i-1,j,k} + 2c_{i,j,k} T_{i,j+1,k} + d_{i,j,k} (T_{i,j,k+1} + T_{i,j,k-1}) + e_{i,j,k} q_{i,j,k}^1 \quad (4.3.22)$$

Гранични условима на ивицама лимова изводе се према претходно описаној методологији, при чему се за сваку ивицу, будући да се налазе у пресеку две површине, примењују два гранична услова. За ивице 1-2 и 3-4, слика 4.8., уводе се по две фиктивне тачке и то: за ивицу 1-2 уводе се тачке $(i,j,k-1)$ и $(i+1,j,k)$ док се за ивицу 3-4 уводе тачке $(i-1,j,k)$ и $(i,j,k-1)$.



Слика 4.8. Гранични услови на ивицама 1-2 и 3-4

Ивица 1-2

Гранични услови на ивици 1-2 могу се изразити једначинама (4.3.23) и (4.3.24):

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k-1}}{2\Delta z} = h_{i,j,k}^{\text{gekv}} (T_{i,j,k} - T_a) \quad \Rightarrow \quad T_{i,j,k-1} = T_{i,j,k+1} - 2g_{i,j,k}^g (T_{i,j,k} - T_a) \quad (4.3.23)$$

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i-1,j,k} - T_{i+1,j,k}}{2\Delta x} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i+1,j,k} = T_{i-1,j,k} \quad (4.3.24)$$

Сменом ова два услова у једначину (4.2.10) добија се једначина (4.3.25):

$$T_{i,j,k} = f_{i,j,k}^g \left[(a_{i,j,k} + b_{i,j,k}) T_{i-1,j,k} + c_{i,j,k} (T_{i,j+1,k} + T_{i,j-1,k}) + 2d_{i,j,k} (T_{i,j,k+1} + g_{i,j,k}^g T_a) + e_{i,j,k} q_{i,j,k}^1 \right] \quad (4.3.25)$$

Ивица 3-4

На основу слике 4.8б, гранични услови за ивицу 3-4 могу се изразити на следећи начин:

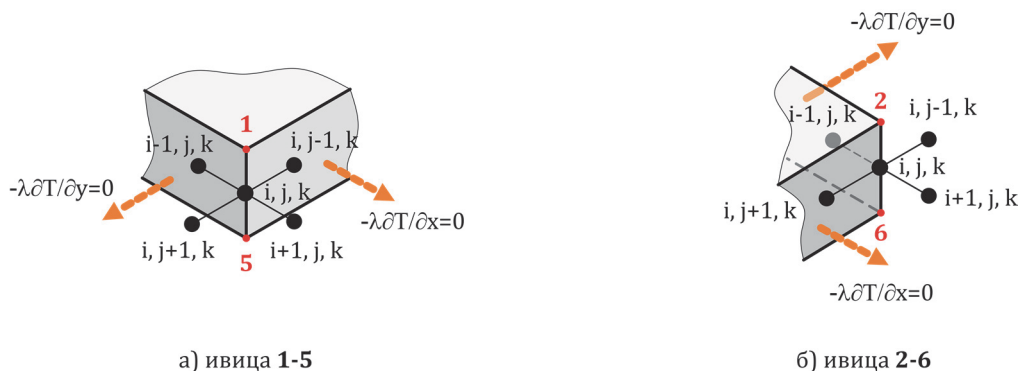
$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k-1}}{2\Delta z} = h_{i,j,k}^{\text{gekv}} (T_{i,j,k} - T_a) \quad \Rightarrow \quad T_{i,j,k-1} = T_{i,j,k+1} - 2g_{i,j,k}^g (T_{i,j,k} - T_a) \quad (4.3.26)$$

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i+1,j,k} - T_{i-1,j,k}}{2\Delta x} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i-1,j,k} = T_{i+1,j,k} \quad (4.3.27)$$

Што трансформише једначину (4.2.10) у облик:

$$T_{i,j,k} = f_{i,j,k}^g \left[(a_{i,j,k} + b_{i,j,k}) T_{i+1,j,k} + c_{i,j,k} (T_{i,j+1,k} + T_{i,j-1,k}) + 2d_{i,j,k} (T_{i,j,k+1} + g_{i,j,k}^g T_a) + e_{i,j,k} q_{i,j,k}^1 \right] \quad (4.3.28)$$

За ивице 1-5 и 2-6 уводе се фиктивне тачке и то: за ивицу 1-5, тачке $(i,j+1,k)$ и $(i+1,j,k)$ а за ивицу 2-6, тачке $(i+1,j,k)$ и $(i,j-1,k)$, слика 4.9.



Слика 4.9. Гранични услови на ивицама 1-5 и 2-6

Ивица 1-5

Трансформација граничних услова са слике 4.9а, у нумерички облик доводи до једначина (4.3.29) и (4.3.30):

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i-1,j,k} - T_{i+1,j,k}}{2\Delta x} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i+1,j,k} = T_{i-1,j,k} \quad (4.3.29)$$

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j-1,k} - T_{i,j+1,k}}{2\Delta y} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i,j+1,k} = T_{i,j-1,k} \quad (4.3.30)$$

које примењене на једначину (4.2.10) дају једначину (4.3.31):

$$T_{i,j,k} = (a_{i,j,k} + b_{i,j,k})T_{i-1,j,k} + 2c_{i,j,k}T_{i,j-1,k} + d_{i,j,k}(T_{i,j,k+1} + T_{i,j,k-1}) + e_{i,j,k}q_{i,j,k}^l \quad (4.3.31)$$

Ивица 2-6

На исти начин, следећи граничне услове са слике 4.9б, добијају се једначина (4.3.32) као и једначина (4.3.33):

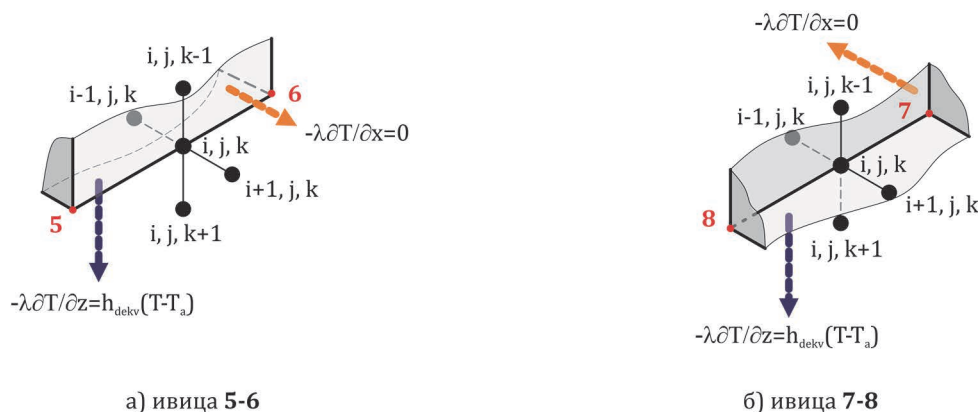
$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i-1,j,k} - T_{i+1,j,k}}{2\Delta x} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i+1,j,k} = T_{i-1,j,k} \quad (4.3.32)$$

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j+1,k} - T_{i,j-1,k}}{2\Delta y} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i,j-1,k} = T_{i,j+1,k} \quad (4.3.33)$$

Тако да сада једначина која описује расподелу температуре на тачкама ивице 2-6 гласи:

$$T_{i,j,k} = (a_{i,j,k} + b_{i,j,k})T_{i-1,j,k} + 2c_{i,j,k}T_{i,j+1,k} + d_{i,j,k}(T_{i,j,k+1} + T_{i,j,k-1}) + e_{i,j,k}q_{i,j,k}^l \quad (4.3.34)$$

У случају ивица 5-6 и 7-8 уводе се следеће фиктивне тачке: $(i,j,k+1)$ и $(i+1,j,k)$ за ивицу 5-6 и тачке $(i,j,k+1)$ и $(i-1,j,k)$ за ивицу 7-8, слика 4.10.



Слика 4.10. Гранични услови на ивицама 5-6 и 7-8

Ивица 5-6

Гранични услови за ивицу 5-6 могу се изразити једначинама (4.3.35) и (4.3.36):

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k+1}}{2\Delta z} = h_{i,j,k}^{\text{dekv}} (T_{i,j,k} - T_a) \quad \Rightarrow \quad T_{i,j,k+1} = T_{i,j,k-1} - 2g_{i,j,k}^d (T_{i,j,k} - T_a) \quad (4.3.35)$$

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i-1,j,k} - T_{i+1,j,k}}{2\Delta x} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i+1,j,k} = T_{i-1,j,k} \quad (4.3.36)$$

Ове две једначине у комбинацији са једначином (4.2.10) дају једначину (4.3.37):

$$T_{i,j,k} = f_{i,j,k}^d \left[(a_{i,j,k} + b_{i,j,k}) T_{i-1,j,k} + c_{i,j,k} (T_{i,j+1,k} + T_{i,j-1,k}) + 2d_{i,j,k} (T_{i,j,k-1} + g_{i,j,k}^d T_a) + e_{i,j,k} q_{i,j,k}^l \right] \quad (4.3.37)$$

која описује температуру у тачкама на ивици 5-6.

Ивица 7-8

Гранични услови са слике 4.10б у нумеричком облику могу се описати једначинама:

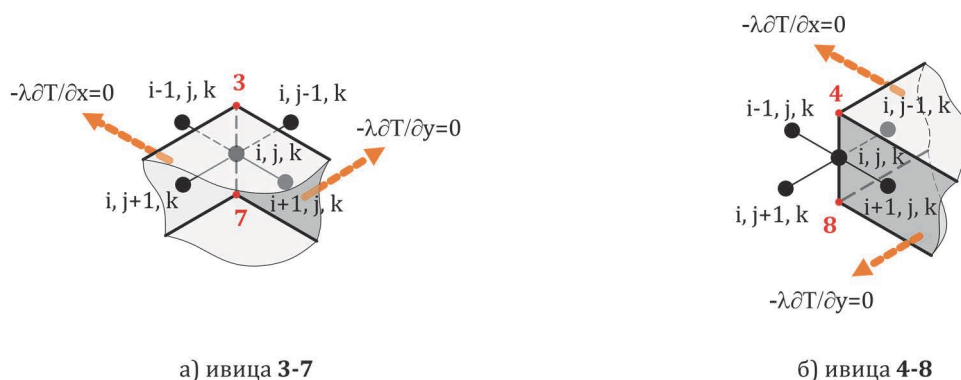
$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k+1}}{2\Delta z} = h_{i,j,k}^{\text{dekv}} (T_{i,j,k} - T_a) \quad \Rightarrow \quad T_{i,j,k+1} = T_{i,j,k-1} - 2g_{i,j,k}^d (T_{i,j,k} - T_a) \quad (4.3.38)$$

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i+1,j,k} - T_{i-1,j,k}}{2\Delta x} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i-1,j,k} = T_{i+1,j,k} \quad (4.3.39)$$

Једначина (4.2.10) после трансформације уз примену једначина (4.3.38) и (4.3.39) даје једначину која описује расподелу температура на ивици 7-8:

$$T_{i,j,k} = f_{i,j,k}^d \left[(a_{i,j,k} + b_{i,j,k}) T_{i+1,j,k} + c_{i,j,k} (T_{i,j+1,k} + T_{i,j-1,k}) + 2d_{i,j,k} (T_{i,j,k-1} + g_{i,j,k}^d T_a) + e_{i,j,k} q_{i,j,k}^l \right] \quad (4.3.40)$$

За формирање граничних услова за ивице 3-7 и 4-8, додате су следеће фиктивне тачке: за ивицу 3-7, тачке $(i-1,j,k)$ и $(i,j-1,k)$, а за ивицу 4-8, тачке $(i-1,j,k)$ и $(i,j+1,k)$, слика 4.11.



Слика 4.11. Гранични услови на ивицама 3-7 и 4-8

Ивица 3-7

Узимајући у обзир граничне услове са слике 4.11а, могу се написати следеће две једначине које описују процес топлотне размене на ивици 3-7:

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j+1,k} - T_{i,j-1,k}}{2\Delta y} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i,j-1,k} = T_{i,j+1,k} \quad (4.3.41)$$

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i+1,j,k} - T_{i-1,j,k}}{2\Delta x} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i-1,j,k} = T_{i+1,j,k} \quad (4.3.42)$$

Применом једначина (4.3.41) и (4.3.42) уз једначину (4.2.10), добија се једначина:

$$T_{i,j,k} = (a_{i,j,k} + b_{i,j,k}) T_{i+1,j,k} + 2c_{i,j,k} T_{i,j+1,k} + d_{i,j,k} (T_{i,j,k+1} + T_{i,j,k-1}) + e_{i,j,k} q_{i,j,k}^l \quad (4.3.43)$$

Ивица 4-8

Гранични услови са слике 4.11б могу се применом метода коначних разлика трансформисати у следеће две једначине:

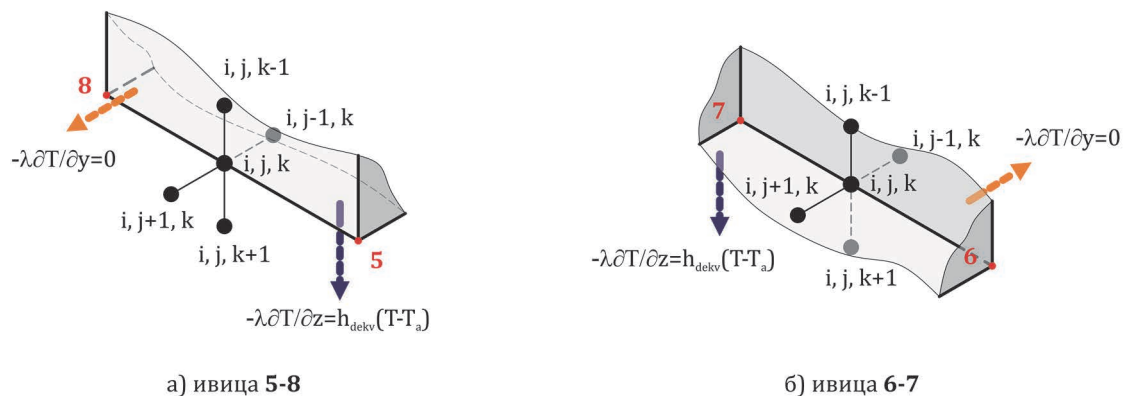
$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i+1,j,k} - T_{i-1,j,k}}{2\Delta x} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i-1,j,k} = T_{i+1,j,k} \quad (4.3.44)$$

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j-1,k} - T_{i,j+1,k}}{2\Delta y} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i,j+1,k} = T_{i,j-1,k} \quad (4.3.45)$$

које замењене у једначину (4.2.10) дају једначину расподеле температуре на ивици 4-8:

$$T_{i,j,k} = (a_{i,j,k} + b_{i,j,k}) T_{i+1,j,k} + 2c_{i,j,k} T_{i,j-1,k} + d_{i,j,k} (T_{i,j,k+1} + T_{i,j,k-1}) + e_{i,j,k} q_{i,j,k}^l \quad (4.3.46)$$

Гранични услови за ивице 5-8 и 6-7, формиран су додавањем по две фиктивне тачке за сваку од ове две ивице и то: за ивицу 5-8, тачке $(i,j+1,k)$ и $(i,j,k+1)$, а за ивицу 6-7, тачке $(i,j-1,k)$ и $(i,j,k+1)$, слика 4.12. Додавањем ових тачака било је могуће применити Фуријеов закон на граничне површине у чијем preseку се налазе споменуте ивице.



Слика 4.12. Гранични услови на ивицама 5-8 и 6-7

Ивица 5-8

За ивицу 5-8, нумерички облици граничних услова са слике 4.12а приказани су једначинама (4.3.47) и (4.3.48):

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k+1}}{2\Delta z} = h_{i,j,k}^{\text{dekv}} (T_{i,j,k} - T_a) \quad \Rightarrow \quad T_{i,j,k+1} = T_{i,j,k-1} - 2g_{i,j,k}^d (T_{i,j,k} - T_a) \quad (4.3.47)$$

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j-1,k} - T_{i,j+1,k}}{2\Delta y} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i,j+1,k} = T_{i,j-1,k} \quad (4.3.48)$$

Једначина (4.2.10) сада добија облик:

$$T_{i,j,k} = f_{i,j,k}^d \left[a_{i,j,k} T_{i+1,j,k} + b_{i,j,k} T_{i-1,j,k} + 2c_{i,j,k} T_{i,j-1,k} + 2d_{i,j,k} (T_{i,j,k-1} + g_{i,j,k}^d T_a) + e_{i,j,k} q_{i,j,k}^l \right] \quad (4.3.49)$$

Ивица 6-7

Ивица 6-7 применом граничних услова са слике 4.12б мора да задовољи следеће две једначине:

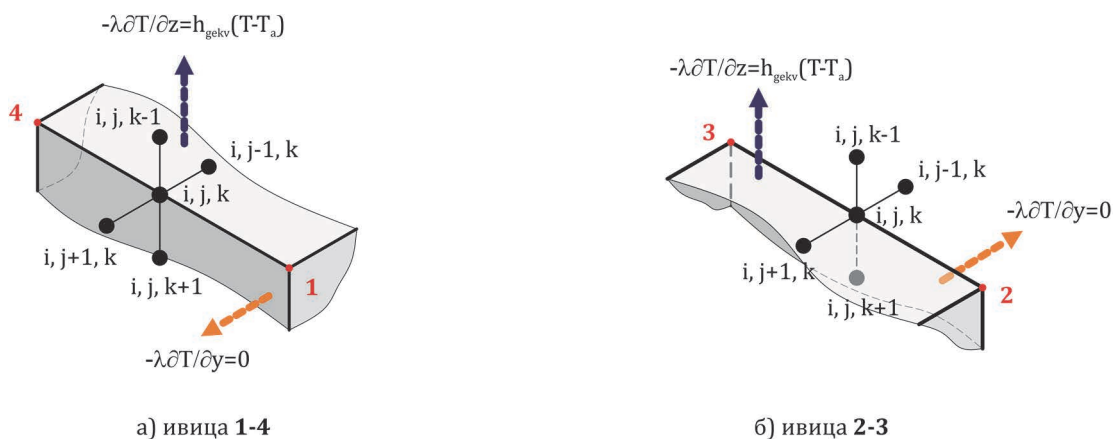
$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k+1}}{2\Delta z} = h_{i,j,k}^{\text{dekv}} (T_{i,j,k} - T_a) \quad \Rightarrow \quad T_{i,j,k+1} = T_{i,j,k-1} - 2g_{i,j,k}^d (T_{i,j,k} - T_a) \quad (4.3.50)$$

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j+1,k} - T_{i,j-1,k}}{2\Delta y} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i,j-1,k} = T_{i,j+1,k} \quad (4.3.51)$$

Које у комбинацији са једначином (4.2.10) дају једначину (4.3.52) која приказује вредности температура на ивици 6-7:

$$T_{i,j,k} = f_{i,j,k}^d \left[a_{i,j,k} T_{i+1,j,k} + b_{i,j,k} T_{i-1,j,k} + 2c_{i,j,k} T_{i,j+1,k} + 2d_{i,j,k} (T_{i,j,k-1} + g_{i,j,k}^d T_a) + e_{i,j,k} q_{i,j,k}^l \right] \quad (4.3.52)$$

Према слици 4.13, гранични услови за ивице 1-4 и 2-3 формиран су додавањем по две фиктивне тачке и то: за ивицу 1-4 додате су тачке $(i,j+1,k)$ и $(i,j,k+1)$, слика 4.13а, док су за ивицу 2-3 додате тачке $(i,j-1,k)$ и $(i,j,k-1)$, слика 4.13б.



Слика 4.13. Гранични услови на ивицама 1-4 и 2-3

Ивица 1-4

Тачке на ивици 1-4 морају да задовоље граничне услове описане једначинама (4.3.53) и (4.3.54):

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k-1}}{2\Delta z} = h_{i,j,k}^{gkv} (T_{i,j,k} - T_a) \quad \Rightarrow \quad T_{i,j,k-1} = T_{i,j,k+1} - 2g_{i,j,k}^g (T_{i,j,k} - T_a) \quad (4.3.53)$$

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j-1,k} - T_{i,j+1,k}}{2\Delta y} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i,j+1,k} = T_{i,j-1,k} \quad (4.3.54)$$

који примењени на општу једначину (4.2.10) формирају једначину (4.3.55):

$$T_{i,j,k} = f_{i,j,k}^g \left[a_{i,j,k} T_{i+1,j,k} + b_{i,j,k} T_{i-1,j,k} + 2c_{i,j,k} T_{i,j-1,k} + 2d_{i,j,k} (T_{i,j,k+1} + g_{i,j,k}^g T_a) + e_{i,j,k} q_{i,j,k}^l \right] \quad (4.3.55)$$

Ивица 2-3

По истом принципу, за тачке на ивици 2-3 важе гранични услови (4.3.56) и (4.3.37):

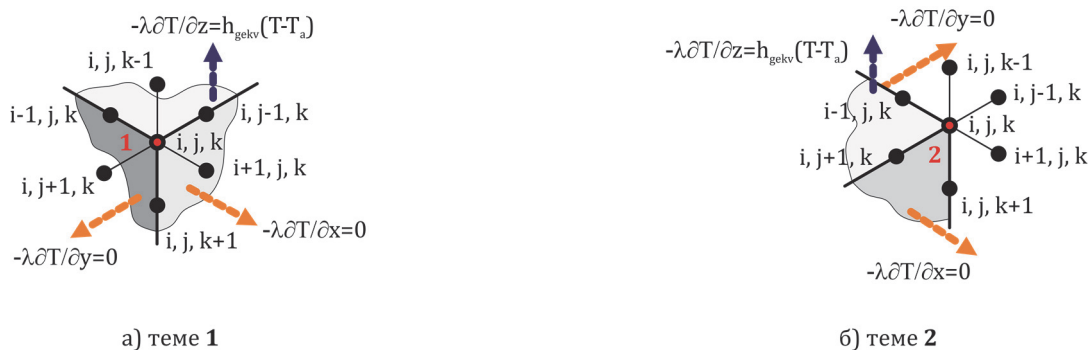
$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k-1}}{2\Delta z} = h_{i,j,k}^{gkv} (T_{i,j,k} - T_a) \quad \Rightarrow \quad T_{i,j,k-1} = T_{i,j,k+1} - 2g_{i,j,k}^g (T_{i,j,k} - T_a) \quad (4.3.56)$$

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j+1,k} - T_{i,j-1,k}}{2\Delta y} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i,j-1,k} = T_{i,j+1,k} \quad (4.3.57)$$

Трансформација једначине (4.2.10) сменом претходно наведене две једначине доводи до једначине (4.3.58) која описује расподелу температура по ивици 2-3:

$$T_{i,j,k} = f_{i,j,k}^g \left[a_{i,j,k} T_{i+1,j,k} + b_{i,j,k} T_{i-1,j,k} + 2c_{i,j,k} T_{i,j+1,k} + 2d_{i,j,k} (T_{i,j,k+1} + g_{i,j,k}^g T_a) + e_{i,j,k} q_{i,j,k}^l \right] \quad (4.3.58)$$

За теме 1 и 2 која се налазе у пресеку три граничне површине, потребно је дефинисати и по три фиктивне тачке и то: за теме 1, тачке $(i,j+1,k)$, $(i+1,j,k)$ и $(i,j,k-1)$, док је за теме 2 потребно увести тачке $(i,j-1,k)$, $(i+1,j,k)$ и $(i,j,k-1)$, слика 4.14.



Слика 4.14. Гранични услови на теменима 1 и 2

Теме 1

Као што је већ напоменуто, теме 1 се налази у пресеку три граничне површине, слика 4.14а, па је за њега потребно дефинисати и три гранична услова описана једначинама (4.3.59 – 4.3.61):

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k-1}}{2\Delta z} = h_{i,j,k}^{\text{gekv}} (T_{i,j,k} - T_a) \quad \Rightarrow \quad T_{i,j,k-1} = T_{i,j,k+1} - 2g_{i,j,k}^g (T_{i,j,k} - T_a) \quad (4.3.59)$$

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i-1,j,k} - T_{i+1,j,k}}{2\Delta x} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i+1,j,k} = T_{i-1,j,k} \quad (4.3.60)$$

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j-1,k} - T_{i,j+1,k}}{2\Delta y} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i,j+1,k} = T_{i,j-1,k} \quad (4.3.61)$$

Сменом ова три услова, једначина (4.2.10) добија облик (4.3.62):

$$T_{i,j,k} = f_{i,j,k}^g \left[(a_{i,j,k} + b_{i,j,k}) T_{i-1,j,k} + 2c_{i,j,k} T_{i,j-1,k} + 2d_{i,j,k} (T_{i,j,k+1} + g_{i,j,k}^g T_a) + e_{i,j,k} q_{i,j,k}^l \right] \quad (4.3.62)$$

Теме 2

По истом принципу, гранични услови за теме 2, слика 4.14б, могу се изразити преко једначина (4.3.63 – 4.3.65):

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k-1}}{2\Delta z} = h_{i,j,k}^{\text{gekv}} (T_{i,j,k} - T_a) \quad \Rightarrow \quad T_{i,j,k-1} = T_{i,j,k+1} - 2g_{i,j,k}^g (T_{i,j,k} - T_a) \quad (4.3.63)$$

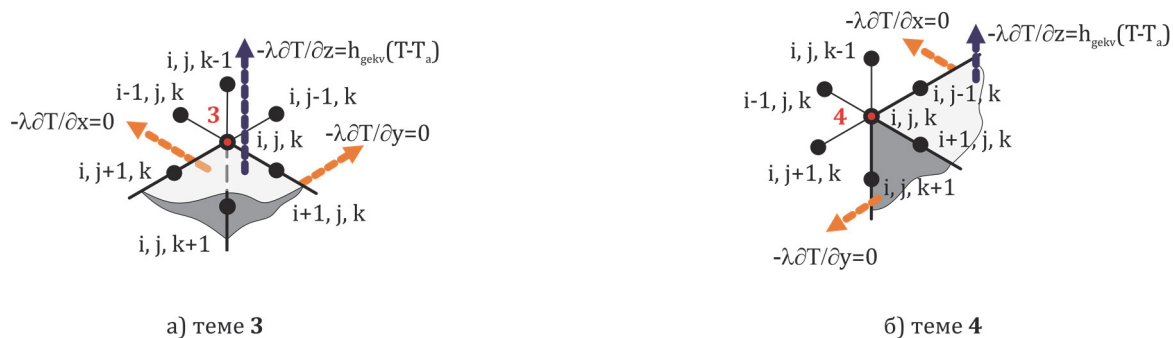
$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j+1,k} - T_{i,j-1,k}}{2\Delta y} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i,j-1,k} = T_{i,j+1,k} \quad (4.3.64)$$

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i-1,j,k} - T_{i+1,j,k}}{2\Delta x} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i+1,j,k} = T_{i-1,j,k} \quad (4.3.65)$$

што уз основну једначину даје:

$$T_{i,j,k} = f_{i,j,k}^g \left[(a_{i,j,k} + b_{i,j,k}) T_{i-1,j,k} + 2c_{i,j,k} T_{i,j+1,k} + 2d_{i,j,k} (T_{i,j,k+1} + g_{i,j,k}^g T_a) + e_{i,j,k} q_{i,j,k}^l \right] \quad (4.3.66)$$

Темена 3 и 4 се у граничне услове укључују увођењем по три фиктивне тачке: за теме 1, тачке $(i,j+1,k)$, $(i+1,j,k)$ и $(i,j,k-1)$, док је за теме 2 потребно увести тачке $(i,j-1,k)$, $(i+1,j,k)$ и $(i,j,k-1)$, слика 4.14.



Слика 4.15. Гранични услови на теменима 3 и 4

Теме 3

За теме 3, нумерички облици граничних услова са слике 4.15а приказани су једначинама (4.3.67 – 4.3.69):

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k-1}}{2\Delta z} = h_{i,j,k}^{\text{gekv}} (T_{i,j,k} - T_a) \quad \Rightarrow \quad T_{i,j,k-1} = T_{i,j,k+1} - 2g_{i,j,k}^g (T_{i,j,k} - T_a) \quad (4.3.67)$$

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i+1,j,k} - T_{i-1,j,k}}{2\Delta x} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i-1,j,k} = T_{i+1,j,k} \quad (4.3.68)$$

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j+1,k} - T_{i,j-1,k}}{2\Delta y} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i,j-1,k} = T_{i,j+1,k} \quad (4.3.69)$$

што уз примену основне једначине даје једначину (4.3.70):

$$T_{i,j,k} = f_{i,j,k}^g \left[(a_{i,j,k} + b_{i,j,k}) T_{i+1,j,k} + 2c_{i,j,k} T_{i,j+1,k} + 2d_{i,j,k} (T_{i,j,k+1} + g_{i,j,k}^g T_a) + e_{i,j,k} q_{i,j,k}^l \right] \quad (4.3.70)$$

Теме 4

Теме 4 мора да задовољи три гранична услова описана једначинама (4.3.71 – 4.3.73):

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k-1}}{2\Delta z} = h_{i,j,k}^{\text{gekv}} (T_{i,j,k} - T_a) \quad \Rightarrow \quad T_{i,j,k-1} = T_{i,j,k+1} - 2g_{i,j,k}^g (T_{i,j,k} - T_a) \quad (4.3.71)$$

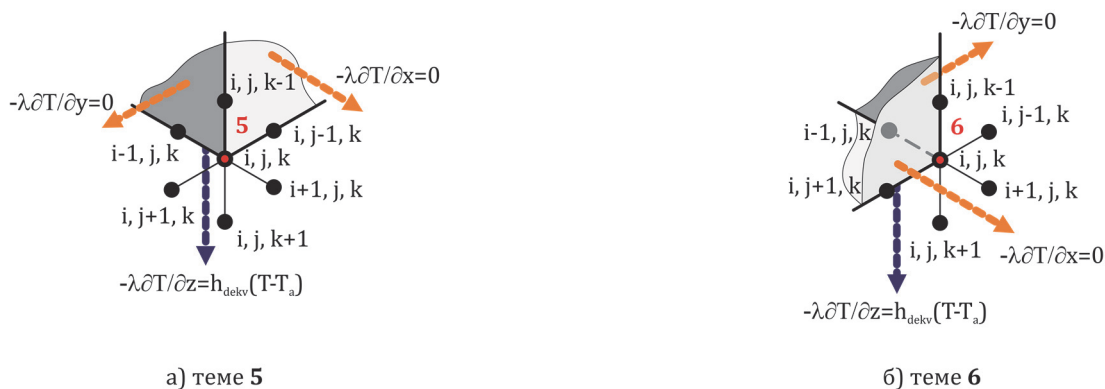
$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i+1,j,k} - T_{i-1,j,k}}{2\Delta x} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i-1,j,k} = T_{i+1,j,k} \quad (4.3.72)$$

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j-1,k} - T_{i,j+1,k}}{2\Delta y} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i,j+1,k} = T_{i,j-1,k} \quad (4.3.73)$$

Послевица ових граничних услова је једначина (4.3.74) која описује температуру у темени:

$$T_{i,j,k} = f_{i,j,k}^g \left[(a_{i,j,k} + b_{i,j,k}) T_{i+1,j,k} + 2c_{i,j,k} T_{i,j-1,k} + 2d_{i,j,k} (T_{i,j,k+1} + g_{i,j,k}^g T_a) + e_{i,j,k} q_{i,j,k}^l \right] \quad (4.3.74)$$

Према слици 4.16, гранични услови за темена 5 и 6 су формирано додавањем по три фиктивне тачке: за теме 5 додате су тачке $(i+1,j,k)$, $(i,j+1,k)$ и $(i,j,k+1)$, слика 4.16а, док су за теме 6 додате тачке $(i+1,j,k)$, $(i,j-1,k)$ и $(i,j,k+1)$, слика 4.16б.



Слика 4.16. Гранични услови на теменима 5 и 6

Теме 5

Применом граничних услова са слике 4.16а, добијају се једначине (4.3.75 – 4.3.77):

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i-1,j,k} - T_{i+1,j,k}}{2\Delta x} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i+1,j,k} = T_{i-1,j,k} \quad (4.3.75)$$

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j-1,k} - T_{i,j+1,k}}{2\Delta y} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i,j+1,k} = T_{i,j-1,k} \quad (4.3.76)$$

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k+1}}{2\Delta z} = h_{i,j,k}^{dekv} (T_{i,j,k} - T_a) \quad \Rightarrow \quad T_{i,j,k+1} = T_{i,j,k-1} - 2g_{i,j,k}^d (T_{i,j,k} - T_a) \quad (4.3.77)$$

Трансформација једначине (4.2.10) сменом претходно наведене три једначине доводи до израза (4.3.78):

$$T_{i,j,k} = f_{i,j,k}^d \left[(a_{i,j,k} + b_{i,j,k}) T_{i-1,j,k} + 2c_{i,j,k} T_{i,j-1,k} + 2d_{i,j,k} (T_{i,j,k-1} + g_{i,j,k}^d T_a) + e_{i,j,k} q_{i,j,k}^l \right] \quad (4.3.78)$$

који описује температуру у теменима 4.

Теме 6

За теме 6 се уз примену истих принципа и узимајући у обзир граничне услове приказане на слици 4.16б, могу написати једначине (4.3.79 – 4.3.81):

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i-1,j,k} - T_{i+1,j,k}}{2\Delta x} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i+1,j,k} = T_{i-1,j,k} \quad (4.3.79)$$

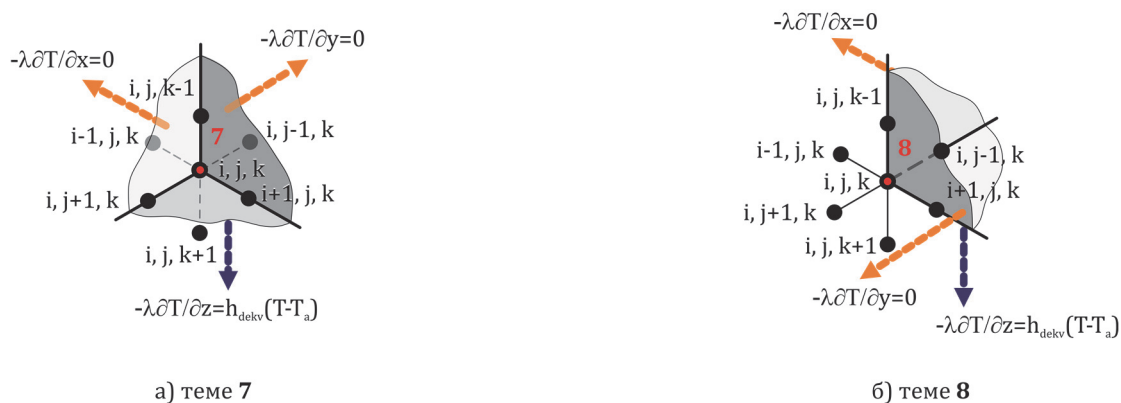
$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j+1,k} - T_{i,j-1,k}}{2\Delta y} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i,j-1,k} = T_{i,j+1,k} \quad (4.3.80)$$

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k+1}}{2\Delta z} = h_{i,j,k}^{\text{dekv}} (T_{i,j,k} - T_a) \quad \Rightarrow \quad T_{i,j,k+1} = T_{i,j,k-1} - 2g_{i,j,k}^d (T_{i,j,k} - T_a) \quad (4.3.81)$$

Коначни облик једначине која описује температуру у темену 6 сада гласи:

$$T_{i,j,k} = f_{i,j,k}^d \left[(a_{i,j,k} + b_{i,j,k}) T_{i-1,j,k} + 2c_{i,j,k} T_{i,j+1,k} + 2d_{i,j,k} (T_{i,j,k-1} + g_{i,j,k}^d T_a) + e_{i,j,k} q_{i,j,k}^l \right] \quad (4.3.82)$$

На основу слике 4.17, фиктивне тачке за темена 7 и 8, неопходне за увођење граничних услова су: за теме 7, тачке $(i-1,j,k)$, $(i,j-1,k)$ и $(i,j,k+1)$ а за теме 8, тачке $(i-1,j,k)$, $(i,j+1,k)$ и $(i,j,k+1)$.



Слика 4.17. Гранични услови на теменима 7 и 8

Теме 7

Тачка на темену 7, слика 4.17а, мора да задовољи три гранична услова описана једначинама (4.3.83 – 4.3.85):

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k+1}}{2\Delta z} = h_{i,j,k}^{\text{dekv}} (T_{i,j,k} - T_a) \quad \Rightarrow \quad T_{i,j,k+1} = T_{i,j,k-1} - 2g_{i,j,k}^d (T_{i,j,k} - T_a) \quad (4.3.83)$$

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i+1,j,k} - T_{i-1,j,k}}{2\Delta x} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i-1,j,k} = T_{i+1,j,k} \quad (4.3.84)$$

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j+1,k} - T_{i,j-1,k}}{2\Delta y} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i,j-1,k} = T_{i,j+1,k} \quad (4.3.85)$$

Једначина (4.2.10) сада после смене претходно наведене три једначине, у трансформисаном облику гласи:

$$T_{i,j,k} = f_{i,j,k}^d \left[(a_{i,j,k} + b_{i,j,k}) T_{i+1,j,k} + 2c_{i,j,k} T_{i,j+1,k} + 2d_{i,j,k} (T_{i,j,k-1} + g_{i,j,k}^d T_a) + e_{i,j,k} q_{i,j,k}^l \right] \quad (4.3.86)$$

Теме 8

Гранични услови које мора да испуни тачка на темену 8, слика 4.17б могу се приказати једначинама (4.3.87 – 4.3.89):

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k+1}}{2\Delta z} = h_{i,j,k}^{\text{dekv}} (T_{i,j,k} - T_a) \quad \Rightarrow \quad T_{i,j,k+1} = T_{i,j,k-1} - 2g_{i,j,k}^d (T_{i,j,k} - T_a) \quad (4.3.87)$$

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i+1,j,k} - T_{i-1,j,k}}{2\Delta x} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i-1,j,k} = T_{i+1,j,k} \quad (4.3.88)$$

$$\lambda_{i,j,k} \frac{T_{i,j-1,k} - T_{i,j+1,k}}{2\Delta y} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{i,j+1,k} = T_{i,j-1,k} \quad (4.3.89)$$

Следећи претходно описану процедуру, добија се једначина (4.3.90) која описује температуру у тачки на темену 8:

$$T_{i,j,k} = f_{i,j,k}^d \left[(a_{i,j,k} + b_{i,j,k}) T_{i+1,j,k} + 2c_{i,j,k} T_{i,j-1,k} + 2d_{i,j,k} (T_{i,j,k-1} + g_{i,j,k}^d T_a) + e_{i,j,k} q_{i,j,k}^l \right] \quad (4.3.90)$$

4.1.2 Формирање система једначина

Изведене једначине температурског поља у завариваним лимовима потребно је прилагодити тако да индекси тачака за које се рачунају вредности добију конкретне вредности. На тај начин добија се систем од 27 диференцијалних једначина који је потребно решити. Пошто се због симетричности геометрије за коју се прорачунава температурско поље, ради само са половином модела у циљу смањења прорачунског времена, индекси везани за x, y и z осу, а то су у овом случају индекси i, j и k, респективно могу да узму следеће вредности: индекс i узима вредности i=1, m; индекс j узима вредности j=1, n; док индекс k узима вредности k=1, l.

На овај начин, добија се следећи систем диференцијалних једначина:

- за тачке са индексима (i=1; j=1; k=1), једначина гласи:

$$T_{1,1,1} = f_{1,1,1}^g \left[(a_{1,1,1} + b_{1,1,1}) T_{2,1,1} + 2c_{1,1,1} T_{1,2,1} + 2d_{1,1,1} (T_{1,1,2} + g_{1,1,1}^g T_a) + e_{1,1,1} q_{1,1,1}^l \right] \quad (4.4.1)$$

- за тачке са индексима (i=1; j=1; k=2,l-1), једначина гласи:

$$T_{1,1,k} = (a_{1,1,k} + b_{1,1,k}) T_{2,1,k} + 2c_{1,1,k} T_{1,2,k} + d_{1,1,k} (T_{1,1,k+1} + T_{1,1,k-1}) + e_{1,1,k} q_{1,1,k}^l \quad (4.4.2)$$

- за тачке са индексима (i=1; j=1; k=l), једначина гласи:

$$T_{1,1,l} = f_{1,1,l}^d \left[(a_{1,1,l} + b_{1,1,l}) T_{2,1,l} + 2c_{1,1,l} T_{1,2,l} + 2d_{1,1,l} (T_{1,1,l-1} + g_{1,1,l}^d T_a) + e_{1,1,l} q_{1,1,l}^l \right] \quad (4.4.3)$$

- за тачке са индексима (i=1; j=2,n-1; k=1), једначина гласи:

$$T_{1,j,1} = f_{1,j,1}^g \left[(a_{1,j,1} + b_{1,j,1}) T_{2,j,1} + c_{1,j,1} (T_{1,j+1,1} + T_{1,j-1,1}) + 2d_{1,j,1} (T_{1,j,2} + g_{1,j,1}^g T_a) + e_{1,j,1} q_{1,j,1}^l \right] \quad (4.4.4)$$

- за тачке са индексима ($i=1; j=2, n-1; k=2, l-1$), једначина гласи:

$$T_{1,j,k} = (a_{1,j,k} + b_{1,j,k})T_{2,j,k} + c_{1,j,k}(T_{1,j+1,k} + T_{1,j-1,k}) + d_{1,j,k}(T_{1,j,k+1} + T_{1,j,k-1}) + e_{1,j,k}q_{1,j,k}^1 \quad (4.4.5)$$

- за тачке са индексима ($i=1; j=2, n-1; k=l$), једначина гласи:

$$T_{1,j,l} = f_{1,j,l}^d \left[(a_{1,j,l} + b_{1,j,l})T_{2,j,l} + c_{1,j,l}(T_{1,j+1,l} + T_{1,j-1,l}) + 2d_{1,j,l}(T_{1,j,l-1} + g_{1,j,l}^d T_a) + e_{1,j,l}q_{1,j,l}^1 \right] \quad (4.4.6)$$

- за тачке са индексима ($i=1; j=n; k=1$), једначина гласи:

$$T_{1,n,1} = f_{1,n,1}^g \left[(a_{1,n,1} + b_{1,n,1})T_{2,n,1} + 2c_{1,n,1}T_{1,n-1,1} + 2d_{1,n,1}(T_{1,n,2} + g_{1,n,1}^g T_a) + e_{1,n,1}q_{1,n,1}^1 \right] \quad (4.4.7)$$

- за тачке са индексима ($i=1; j=n; k=2, l-1$), једначина гласи:

$$T_{1,n,k} = (a_{1,n,k} + b_{1,n,k})T_{2,n,k} + 2c_{1,n,k}T_{1,n-1,k} + d_{1,n,k}(T_{1,n,k+1} + T_{1,n,k-1}) + e_{1,n,k}q_{1,n,k}^1 \quad (4.4.8)$$

- за тачке са индексима ($i=1; j=n; k=l$), једначина гласи:

$$T_{1,n,l} = f_{1,n,l}^d \left[(a_{1,n,l} + b_{1,n,l})T_{2,n,l} + 2c_{1,n,l}T_{1,n-1,l} + 2d_{1,n,l}(T_{1,n,l-1} + g_{1,n,l}^d T_a) + e_{1,n,l}q_{1,n,l}^1 \right] \quad (4.4.9)$$

- за тачке са индексима ($i=2, m-1; j=1; k=1$), једначина гласи:

$$T_{i,1,1} = f_{i,1,1}^g \left[a_{i,1,1}T_{i+1,1,1} + b_{i,j,k}T_{i-1,1,1} + 2c_{i,1,1}T_{i,2,1} + 2d_{i,1,1}(T_{i,1,2} + g_{i,1,1}^g T_a) + e_{i,1,1}q_{i,1,1}^1 \right] \quad (4.4.10)$$

- за тачке са индексима ($i=2, m-1; j=1; k=2, l-1$), једначина гласи:

$$T_{i,1,k} = a_{i,1,k}T_{i+1,1,k} + b_{i,1,k}T_{i-1,1,k} + 2c_{i,1,k}T_{i,2,k} + d_{i,1,k}(T_{i,1,k+1} + T_{i,1,k-1}) + e_{i,1,k}q_{i,1,k}^1 \quad (4.4.11)$$

- за тачке са индексима ($i=2, m-1; j=1; k=l$), једначина гласи:

$$T_{i,1,l} = f_{i,1,l}^d \left[a_{i,1,l}T_{i+1,1,l} + b_{i,1,l}T_{i-1,1,l} + 2c_{i,1,l}T_{i,2,l} + 2d_{i,1,l}(T_{i,1,l-1} + g_{i,1,l}^d T_a) + e_{i,1,l}q_{i,1,l}^1 \right] \quad (4.4.12)$$

- за тачке са индексима ($i=2, m-1; j=2, n-1; k=1$), једначина гласи:

$$T_{i,j,1} = f_{i,j,1}^g \left[a_{i,j,1}T_{i+1,j,1} + b_{i,j,1}T_{i-1,j,1} + c_{i,j,1}(T_{i,j+1,1} + T_{i,j-1,1}) + 2d_{i,j,1}(T_{i,j,2} + g_{i,j,1}^g T_a) + e_{i,j,1}q_{i,j,1}^1 \right] \quad (4.4.13)$$

- за тачке са индексима ($i=2, m-1; j=2, n-1; k=2, l-1$), једначина гласи:

$$T_{i,j,k} = a_{i,j,k}T_{i+1,j,k} + b_{i,j,k}T_{i-1,j,k} + c_{i,j,k}(T_{i,j+1,k} + T_{i,j-1,k}) + d_{i,j,k}(T_{i,j,k+1} + T_{i,j,k-1}) + e_{i,j,k}q_{i,j,k}^1 \quad (4.4.14)$$

- за тачке са индексима ($i=2, m-1; j=2, n-1; k=l$), једначина гласи:

$$T_{i,j,l} = f_{i,j,l}^d \left[a_{i,j,l}T_{i+1,j,l} + b_{i,j,l}T_{i-1,j,l} + c_{i,j,l}(T_{i,j+1,l} + T_{i,j-1,l}) + 2d_{i,j,l}(T_{i,j,l-1} + g_{i,j,l}^d T_a) + e_{i,j,l}q_{i,j,l}^1 \right] \quad (4.4.15)$$

- за тачке са индексима ($i=2, m-1; j=n; k=1$), једначина гласи:

$$T_{i,n,1} = f_{i,n,1}^g \left[a_{i,n,1}T_{i+1,n,1} + b_{i,n,1}T_{i-1,n,1} + 2c_{i,n,1}T_{i,n-1,1} + 2d_{i,n,1}(T_{i,n,2} + g_{i,n,1}^g T_a) + e_{i,n,1}q_{i,n,1}^1 \right] \quad (4.4.16)$$

- за тачке са индексима ($i=2, m-1; j=n; k=2, l-1$), једначина гласи:

$$T_{i,n,k} = a_{i,n,k}T_{i+1,n,k} + b_{i,n,k}T_{i-1,n,k} + 2c_{i,n,k}T_{i,n-1,k} + d_{i,n,k}(T_{i,n,k+1} + T_{i,n,k-1}) + e_{i,n,k}q_{i,n,k}^1 \quad (4.4.17)$$

- за тачке са индексима ($i=2, m-1; j=n; k=l$), једначина гласи:

$$T_{i,n,l} = f_{i,n,l}^d \left[a_{i,n,l} T_{i+1,n,l} + b_{i,n,l} T_{i-1,n,l} + 2c_{i,n,l} T_{i,n-1,l} + 2d_{i,n,l} (T_{i,n,l-1} + g_{i,n,l}^d T_a) + e_{i,n,l} q_{i,n,l}^l \right] \quad (4.4.18)$$

- за тачке са индексима ($i=m; j=1; k=1$), једначина гласи:

$$T_{m,1,1} = f_{m,1,1}^g \left[(a_{m,1,1} + b_{m,1,1}) T_{m-1,1,1} + 2c_{m,1,1} T_{m,2,1} + 2d_{m,1,1} (T_{m,1,2} + g_{m,1,1}^g T_a) + e_{m,1,1} q_{m,1,1}^l \right] \quad (4.4.19)$$

- за тачке са индексима ($i=m; j=1; k=2, l-1$), једначина гласи:

$$T_{m,1,k} = (a_{m,1,k} + b_{m,1,k}) T_{m-1,1,k} + 2c_{m,1,k} T_{m,2,k} + d_{m,1,k} (T_{m,1,k+1} + T_{m,1,k-1}) + e_{m,1,k} q_{m,1,k}^l \quad (4.4.20)$$

- за тачке са индексима ($i=m; j=1; k=l$), једначина гласи:

$$T_{m,1,l} = f_{m,1,l}^d \left[(a_{m,1,l} + b_{m,1,l}) T_{m-1,1,l} + 2c_{m,1,l} T_{m,2,l} + 2d_{m,1,l} (T_{m,1,l-1} + g_{m,1,l}^d T_a) + e_{m,1,l} q_{m,1,l}^l \right] \quad (4.4.21)$$

- за тачке са индексима ($i=m; j=2, n-1; k=1$), једначина гласи:

$$T_{m,j,1} = f_{m,j,1}^g \left[(a_{m,j,1} + b_{m,j,1}) T_{m-1,j,1} + c_{m,j,1} (T_{m,j+1,1} + T_{m,j-1,1}) + 2d_{m,j,1} (T_{m,j,2} + g_{m,j,1}^g T_a) + e_{m,j,1} q_{m,j,1}^l \right] \quad (4.4.22)$$

- за тачке са индексима ($i=m; j=2, n-1; k=2, l-1$), једначина гласи:

$$T_{m,j,k} = (a_{m,j,k} + b_{m,j,k}) T_{m-1,j,k} + c_{m,j,k} (T_{m,j+1,k} + T_{m,j-1,k}) + d_{m,j,k} (T_{m,j,k+1} + T_{m,j,k-1}) + e_{m,j,k} q_{m,j,k}^l \quad (4.4.23)$$

- за тачке са индексима ($i=m; j=2, n-1; k=l$), једначина гласи:

$$T_{m,j,l} = f_{m,j,l}^d \left[(a_{m,j,l} + b_{m,j,l}) T_{m-1,j,l} + c_{m,j,l} (T_{m,j+1,l} + T_{m,j-1,l}) + 2d_{m,j,l} (T_{m,j,l-1} + g_{m,j,l}^d T_a) + e_{m,j,l} q_{m,j,l}^l \right] \quad (4.4.24)$$

- за тачке са индексима ($i=m; j=n; k=1$), једначина гласи:

$$T_{m,n,1} = f_{m,n,1}^g \left[(a_{m,n,1} + b_{m,n,1}) T_{m-1,n,1} + 2c_{m,n,1} T_{m,n-1,1} + 2d_{m,n,1} (T_{m,n,2} + g_{m,n,1}^g T_a) + e_{m,n,1} q_{m,n,1}^l \right] \quad (4.4.25)$$

- за тачке са индексима ($i=m; j=n; k=2, l-1$), једначина гласи:

$$T_{m,n,k} = (a_{m,n,k} + b_{m,n,k}) T_{m-1,n,k} + 2c_{m,n,k} T_{m,n-1,k} + d_{m,n,k} (T_{m,n,k+1} + T_{m,n,k-1}) + e_{m,n,k} q_{m,n,k}^l \quad (4.4.26)$$

- за тачке са индексима ($i=m; j=n; k=l$), једначина гласи:

$$T_{m,n,l} = f_{m,n,l}^d \left[(a_{m,n,l} + b_{m,n,l}) T_{m-1,n,l} + 2c_{m,n,l} T_{m,n-1,l} + 2d_{m,n,l} (T_{m,n,l-1} + g_{m,n,l}^d T_a) + e_{m,n,l} q_{m,n,l}^l \right] \quad (4.4.27)$$

Брзина решавања система једначина (4.4.1 – 4.4.27) итеративним путем, не узимајући у обзир рачунарску технику, зависи од густине прорачунске мреже и брзине конвергенције итеративног метода. Због убрзања решавања наведеног система, употребљен је релаксациони метод у комбинацији са мултигрид методом [76,77]. Систем (4.4.1 – 4.4.27) након прилагођавања за примену релаксационог метода сада има облик (4.4.28 – 4.4.54):

- за тачке са индексима ($i=1; j=1; k=1$), једначина гласи:

$$\begin{aligned} T_{1,1,1}^{s+1} = & (1-\omega)T_{1,1,1}^s + \omega f_{1,1,1}^g \left[(a_{1,1,1} + b_{1,1,1})T_{2,1,1}^s + 2c_{1,1,1}T_{1,2,1}^s + \right. \\ & \left. + 2d_{1,1,1}(T_{1,1,2}^s + g_{1,1,1}^g T_a) + e_{1,1,1}q_{1,1,1}^1 \right] \end{aligned} \quad (4.4.28)$$

- за тачке са индексима ($i=1; j=1; k=2, l=1$), једначина гласи:

$$\begin{aligned} T_{1,1,k}^{s+1} = & (1-\omega)T_{1,1,k}^s + \omega \left[(a_{1,1,k} + b_{1,1,k})T_{2,1,k}^s + 2c_{1,1,k}T_{1,2,k}^s + \right. \\ & \left. + d_{1,1,k}(T_{1,1,k+1}^s + T_{1,1,k-1}^{s+1}) + e_{1,1,k}q_{1,1,k}^1 \right] \end{aligned} \quad (4.4.29)$$

- за тачке са индексима ($i=1; j=1; k=l$), једначина гласи:

$$\begin{aligned} T_{1,1,l}^{s+1} = & (1-\omega)T_{1,1,l}^s + \omega f_{1,1,l}^d \left[(a_{1,1,l} + b_{1,1,l})T_{2,1,l}^s + 2c_{1,1,l}T_{1,2,l}^s + \right. \\ & \left. + 2d_{1,1,l}(T_{1,1,l-1}^{s+1} + g_{1,1,l}^d T_a) + e_{1,1,l}q_{1,1,l}^1 \right] \end{aligned} \quad (4.4.30)$$

- за тачке са индексима ($i=1; j=2, n-1; k=1$), једначина гласи:

$$\begin{aligned} T_{1,j,1}^{s+1} = & (1-\omega)T_{1,j,1}^s + \omega f_{1,j,1}^g \left[(a_{1,j,1} + b_{1,j,1})T_{2,j,1}^s + c_{1,j,1}(T_{1,j+1,1}^s + T_{1,j-1,1}^{s+1}) + \right. \\ & \left. + 2d_{1,j,1}(T_{1,j,2}^s + g_{1,j,1}^g T_a) + e_{1,j,1}q_{1,j,1}^1 \right] \end{aligned} \quad (4.4.31)$$

- за тачке са индексима ($i=1; j=2, n-1; k=2, l=1$), једначина гласи:

$$\begin{aligned} T_{1,j,k}^{s+1} = & (1-\omega)T_{1,j,k}^s + \omega \left[(a_{1,j,k} + b_{1,j,k})T_{2,j,k}^s + c_{1,j,k}(T_{1,j+1,k}^s + T_{1,j-1,k}^{s+1}) + \right. \\ & \left. + d_{1,j,k}(T_{1,j,k+1}^s + T_{1,j,k-1}^{s+1}) + e_{1,j,k}q_{1,j,k}^1 \right] \end{aligned} \quad (4.4.32)$$

- за тачке са индексима ($i=1; j=2, n-1; k=l$), једначина гласи:

$$\begin{aligned} T_{1,j,l}^{s+1} = & (1-\omega)T_{1,j,l}^s + \omega f_{1,j,l}^d \left[(a_{1,j,l} + b_{1,j,l})T_{2,j,l}^s + c_{1,j,l}(T_{1,j+1,l}^s + T_{1,j-1,l}^{s+1}) + \right. \\ & \left. + 2d_{1,j,l}(T_{1,j,l-1}^{s+1} + g_{1,j,l}^d T_a) + e_{1,j,l}q_{1,j,l}^1 \right] \end{aligned} \quad (4.4.33)$$

- за тачке са индексима ($i=1; j=n; k=1$), једначина гласи:

$$\begin{aligned} T_{1,n,1}^{s+1} = & (1-\omega)T_{1,n,1}^s + \omega f_{1,n,1}^g \left[(a_{1,n,1} + b_{1,n,1})T_{2,n,1}^s + 2c_{1,n,1}T_{1,n-1,1}^{s+1} + \right. \\ & \left. + 2d_{1,n,1}(T_{1,n,2}^s + g_{1,n,1}^g T_a) + e_{1,n,1}q_{1,n,1}^1 \right] \end{aligned} \quad (4.4.34)$$

- за тачке са индексима ($i=1; j=n; k=2, l-1$), једначина гласи:

$$T_{1,n,k}^{s+1} = (1-\omega)T_{1,n,k}^s + \omega \left[(a_{1,n,k} + b_{1,n,k})T_{2,n,k}^s + 2c_{1,n,k}T_{1,n-1,k}^{s+1} + d_{1,n,k}(T_{1,n,k+1}^s + T_{1,n,k-1}^{s+1}) + e_{1,n,k}q_{1,n,k}^l \right] \quad (4.4.35)$$

- за тачке са индексима ($i=1; j=n; k=l$), једначина гласи:

$$T_{1,n,l}^{s+1} = (1-\omega)T_{1,n,l}^s + \omega f_{1,n,l}^d \left[(a_{1,n,l} + b_{1,n,l})T_{2,n,l}^s + 2c_{1,n,l}T_{1,n-1,l}^{s+1} + 2d_{1,n,l}(T_{1,n,l-1}^{s+1} + g_{1,n,l}^d T_a) + e_{1,n,l}q_{1,n,l}^l \right] \quad (4.4.36)$$

- за тачке са индексима ($i=2, m-1; j=1; k=1$), једначина гласи:

$$T_{i,1,1}^{s+1} = (1-\omega)T_{i,1,1}^s + \omega f_{i,1,1}^g \left[a_{i,1,1}T_{i+1,1,1}^s + b_{i,j,k}T_{i-1,1,1}^{s+1} + 2c_{i,1,1}T_{i,2,1}^s + 2d_{i,1,1}(T_{i,1,2}^s + g_{i,1,1}^g T_a) + e_{i,1,1}q_{i,1,1}^l \right] \quad (4.4.37)$$

- за тачке са индексима ($i=2, m-1; j=1; k=2, l-1$), једначина гласи:

$$T_{i,1,k}^{s+1} = (1-\omega)T_{i,1,k}^s + \omega \left[a_{i,1,k}T_{i+1,1,k}^s + b_{i,1,k}T_{i-1,1,k}^{s+1} + 2c_{i,1,k}T_{i,2,k}^s + d_{i,1,k}(T_{i,1,k+1}^s + T_{i,1,k-1}^{s+1}) + e_{i,1,k}q_{i,1,k}^l \right] \quad (4.4.38)$$

- за тачке са индексима ($i=2, m-1; j=1; k=l$), једначина гласи:

$$T_{i,1,l}^{s+1} = (1-\omega)T_{i,1,l}^s + \omega f_{i,1,l}^d \left[a_{i,1,l}T_{i+1,1,l}^s + b_{i,1,l}T_{i-1,1,l}^{s+1} + 2c_{i,1,l}T_{i,2,l}^s + 2d_{i,1,l}(T_{i,1,l-1}^{s+1} + g_{i,1,l}^d T_a) + e_{i,1,l}q_{i,1,l}^l \right] \quad (4.4.39)$$

- за тачке са индексима ($i=2, m-1; j=2, n-1; k=1$), једначина гласи:

$$T_{i,j,1}^{s+1} = (1-\omega)T_{i,j,1}^s + \omega f_{i,j,1}^g \left[a_{i,j,1}T_{i+1,j,1}^s + b_{i,j,1}T_{i-1,j,1}^{s+1} + c_{i,j,1}(T_{i,j+1,1}^s + T_{i,j-1,1}^{s+1}) + 2d_{i,j,1}(T_{i,j,2}^s + g_{i,j,1}^g T_a) + e_{i,j,1}q_{i,j,1}^l \right] \quad (4.4.40)$$

- за тачке са индексима ($i=2, m-1; j=2, n-1; k=2, l-1$), једначина гласи:

$$T_{i,j,k}^{s+1} = (1-\omega)T_{i,j,k}^s + \omega \left[a_{i,j,k}T_{i+1,j,k}^s + b_{i,j,k}T_{i-1,j,k}^{s+1} + c_{i,j,k}(T_{i,j+1,k}^s + T_{i,j-1,k}^{s+1}) + d_{i,j,k}(T_{i,j,k+1}^s + T_{i,j,k-1}^{s+1}) + e_{i,j,k}q_{i,j,k}^l \right] \quad (4.4.41)$$

- за тачке са индексима ($i=2, m-1; j=2, n-1; k=l$), једначина гласи:

$$T_{i,j,l}^{s+1} = (1-\omega)T_{i,j,l}^s + \omega f_{i,j,l}^d \left[a_{i,j,l}T_{i+1,j,l}^s + b_{i,j,l}T_{i-1,j,l}^{s+1} + c_{i,j,l}(T_{i,j+1,l}^s + T_{i,j-1,l}^{s+1}) + 2d_{i,j,l}(T_{i,j,l-1}^{s+1} + g_{i,j,l}^d T_a) + e_{i,j,l}q_{i,j,l}^l \right] \quad (4.4.42)$$

- за тачке са индексима ($i=2, m-1; j=n; k=1$), једначина гласи:

$$T_{i,n,1}^{s+1} = (1-\omega)T_{i,n,1}^s + \omega f_{i,n,1}^g \left[a_{i,n,1} T_{i+1,n,1}^s + b_{i,n,1} T_{i-1,n,1}^{s+1} + 2c_{i,n,1} T_{i,n-1,1}^{s+1} + 2d_{i,n,1} (T_{i,n,2}^s + g_{i,n,1}^g T_a) + e_{i,n,1} q_{i,n,1}^l \right] \quad (4.4.43)$$

- за тачке са индексима ($i=2, m-1; j=n; k=2, l-1$), једначина гласи:

$$T_{i,n,k}^{s+1} = (1-\omega)T_{i,n,k}^s + \omega \left[a_{i,n,k} T_{i+1,n,k}^s + b_{i,n,k} T_{i-1,n,k}^{s+1} + 2c_{i,n,k} T_{i,n-1,k}^{s+1} + d_{i,n,k} (T_{i,n,k+1}^s + T_{i,n,k-1}^{s+1}) + e_{i,n,k} q_{i,n,k}^l \right] \quad (4.4.44)$$

- за тачке са индексима ($i=2, m-1; j=n; k=l$), једначина гласи:

$$T_{i,n,l}^{s+1} = (1-\omega)T_{i,n,l}^s + \omega f_{i,n,l}^d \left[a_{i,n,l} T_{i+1,n,l}^s + b_{i,n,l} T_{i-1,n,l}^{s+1} + 2c_{i,n,l} T_{i,n-1,l}^{s+1} + 2d_{i,n,l} (T_{i,n,l-1}^{s+1} + g_{i,n,l}^d T_a) + e_{i,n,l} q_{i,n,l}^l \right] \quad (4.4.45)$$

- за тачке са индексима ($i=m; j=1; k=1$), једначина гласи:

$$T_{m,1,1}^{s+1} = (1-\omega)T_{m,1,1}^s + \omega f_{m,1,1}^g \left[(a_{m,1,1} + b_{m,1,1}) T_{m-1,1,1}^{s+1} + 2c_{m,1,1} T_{m,2,1}^s + 2d_{m,1,1} (T_{m,1,2}^s + g_{m,1,1}^g T_a) + e_{m,1,1} q_{m,1,1}^l \right] \quad (4.4.46)$$

- за тачке са индексима ($i=m; j=1; k=2, l-1$), једначина гласи:

$$T_{m,1,k}^{s+1} = (1-\omega)T_{m,1,k}^s + \omega \left[(a_{m,1,k} + b_{m,1,k}) T_{m-1,1,k}^{s+1} + 2c_{m,1,k} T_{m,2,k}^s + d_{m,1,k} (T_{m,1,k+1}^s + T_{m,1,k-1}^{s+1}) + e_{m,1,k} q_{m,1,k}^l \right] \quad (4.4.47)$$

- за тачке са индексима ($i=m; j=1; k=l$), једначина гласи:

$$T_{m,1,l}^{s+1} = (1-\omega)T_{m,1,l}^s + \omega f_{m,1,l}^d \left[(a_{m,1,l} + b_{m,1,l}) T_{m-1,1,l}^{s+1} + 2c_{m,1,l} T_{m,2,l}^s + 2d_{m,1,l} (T_{m,1,l-1}^{s+1} + g_{m,1,l}^d T_a) + e_{m,1,l} q_{m,1,l}^l \right] \quad (4.4.48)$$

- за тачке са индексима ($i=m; j=2, n-1; k=1$), једначина гласи:

$$T_{m,j,1}^{s+1} = (1-\omega)T_{m,j,1}^s + \omega f_{m,j,1}^g \left[(a_{m,j,1} + b_{m,j,1}) T_{m-1,j,1}^{s+1} + c_{m,j,1} (T_{m,j+1,1}^s + T_{m,j-1,1}^{s+1}) + 2d_{m,j,1} (T_{m,j,2}^s + g_{m,j,1}^g T_a) + e_{m,j,1} q_{m,j,1}^l \right] \quad (4.4.49)$$

- за тачке са индексима ($i=m; j=2, n-1; k=2, l-1$), једначина гласи:

$$T_{m,j,k}^{s+1} = (1-\omega)T_{m,j,k}^s + \omega \left[(a_{m,j,k} + b_{m,j,k}) T_{m-1,j,k}^{s+1} + c_{m,j,k} (T_{m,j+1,k}^s + T_{m,j-1,k}^{s+1}) + d_{m,j,k} (T_{m,j,k+1}^s + T_{m,j,k-1}^{s+1}) + e_{m,j,k} q_{m,j,k}^l \right] \quad (4.4.50)$$

- за тачке са индексима ($i=m; j=2, n-1; k=l$), једначина гласи:

$$T_{m,j,l}^{s+1} = (1-\omega)T_{m,j,l}^s + \omega f_{m,j,l}^d \left[(a_{m,j,l} + b_{m,j,l})T_{m-1,j,l}^{s+1} + c_{m,j,l} (T_{m,j+1,l}^s + T_{m,j-1,l}^{s+1}) + 2d_{m,j,l} (T_{m,j,l-1}^{s+1} + g_{m,j,l}^d T_a) + e_{m,j,l} q_{m,j,l}^l \right] \quad (4.4.51)$$

- за тачке са индексима ($i=m; j=n; k=1$), једначина гласи:

$$T_{m,n,1}^{s+1} = (1-\omega)T_{m,n,1}^s + \omega f_{m,n,1}^g \left[(a_{m,n,1} + b_{m,n,1})T_{m-1,n,1}^{s+1} + 2c_{m,n,1} T_{m,n-1,1}^{s+1} + 2d_{m,n,1} (T_{m,n,2}^s + g_{m,n,1}^g T_a) + e_{m,n,1} q_{m,n,1}^l \right] \quad (4.4.52)$$

- за тачке са индексима ($i=m; j=n; k=2, l-1$), једначина гласи:

$$T_{m,n,k}^{s+1} = (1-\omega)T_{m,n,k}^s + \omega \left[(a_{m,n,k} + b_{m,n,k})T_{m-1,n,k}^{s+1} + 2c_{m,n,k} T_{m,n-1,k}^{s+1} + d_{m,n,k} (T_{m,n,k+1}^s + T_{m,n,k-1}^{s+1}) + e_{m,n,k} q_{m,n,k}^l \right] \quad (4.4.53)$$

- за тачке са индексима ($i=m; j=n; k=l$), једначина гласи:

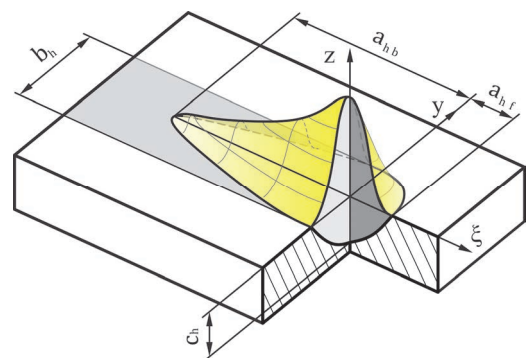
$$T_{m,n,l}^{s+1} = (1-\omega)T_{m,n,l}^s + \omega f_{m,n,l}^d \left[(a_{m,n,l} + b_{m,n,l})T_{m-1,n,l}^{s+1} + 2c_{m,n,l} T_{m,n-1,l}^{s+1} + 2d_{m,n,l} (T_{m,n,l-1}^{s+1} + g_{m,n,l}^d T_a) + e_{m,n,l} q_{m,n,l}^l \right] \quad (4.4.54)$$

4.1.3 Модел извора топлоте

Као модел извора топлоте примењен је Голдаков двоструки елипсоидни модел [22]. Карактеристика овог модела је да је предња половина модела четвртина једног елипсоидалног извора, док је задња половина, четвртина другог елипсоидалног извора, слика 4.18. Унутар предње половине модела, расподела густине снаге одвија се по једначини (4.4.55) док се унутар задње половине расподела снаге одвија према једначини (4.4.56):

$$q_{lf}(x, y, z) = \frac{6\sqrt{3}f_f Q}{a_{hf} b_h c_h \pi \sqrt{\pi}} e^{-3\frac{x^2}{a_{hf}^2}} e^{-3\frac{y^2}{b_h^2}} e^{-3\frac{z^2}{c_h^2}} \quad (4.4.55)$$

$$q_{lb}(x, y, z) = \frac{6\sqrt{3}f_b Q}{a_{hb} b_h c_h \pi \sqrt{\pi}} e^{-3\frac{x^2}{a_{hb}^2}} e^{-3\frac{y^2}{b_h^2}} e^{-3\frac{z^2}{c_h^2}} \quad (4.4.56)$$



Слика 4.18. Голдаков модел извора топлоте

При чему треба да буде задовољен услов описан једначином (4.4.57):

$$f_f + f_b = 2 \quad (4.4.57)$$

4.2. Моделирање термо-физичких карактеристика материјала

На основу једначине (4.2.6) може се видети да је за прорачун температурског поља при заваривању потребно и познавање вредности одређених термо-физичких параметара: густине материјала, специфичног топлотног капацитета и топлотне проводљивости. Могуће је усвојити да су вредности ових параметара константне, тј. да не зависе од температуре на којој се материјал налази, али у реалним околностима, то није случај, па је потребно у циљу тачнијег моделирања процеса, употребљавати вредности датих параметара у функцији од температуре.

Податке о зависности наведених параметара од температуре веома често није могуће наћи у литератури, па преостаје да се или изврше експериментална испитивања за конкретан материјал, што је дуготрајан и скуп процес, или да се употребом одређених термодинамичких или регресионих модела изврши моделирање зависности густине, топлотне проводљивости и специфичног топлотног капацитета од температуре.

У експерименталном делу ове дисертације као основни материјал коришћен је челик P355GH док је као додатни материјал коришћена жица ОК Autrod 12.50. Будући да није било могуће пронаћи податке о функционалној зависности наведених параметара од температуре, извршено је њихово моделирање према методологији приказаној у [78].

4.2.1 Моделирање густине материјала

Густина материјала у случају угљеничних и нисколегираних челика може се према [79] изразити једначином (4.4.1):

$$\rho = \frac{1}{\left(\frac{f_{\alpha}}{\rho_{\alpha}} + \frac{f_{\text{cem.}}}{\rho_{\text{cem.}}} + \frac{f_{\gamma}}{\rho_{\gamma}} + \frac{f_{\text{liq}}}{\rho_{\text{liq}}} \right)} \quad (4.5.1)$$

Густина материјала се у овом случају рачуна на основу густина појединачних фаза: ферита, цементита, аустенита и течне фазе. Густине појединачних фаза се према [79] могу израчунати као:

- густина ферита у функцији температуре и хемијског састава може се изразити једначином (4.4.2):

$$\rho_{\alpha} = (7875.96 - 0.297T - 5.62 \cdot 10^{-5} T^2) \cdot (1 - 0.0246C) + A_s \quad (4.5.2)$$

- густина цементита је функционално зависна од температуре и може се изразити једначином (4.4.3):

$$\rho_{\text{cem.}} = 7686.45 - 0.0663T - 3.12 \cdot 10^{-4} T^2 \quad (4.5.3)$$

- у случају аустенита, густина је функција температуре и хемијског састава, једначина (4.4.4):

$$\rho_{\gamma} = (8099.79 - 0.506T)(1 - 0.0146C) + A_S \quad (4.5.4)$$

– густина течне фазе је такође функција хемијског састава и температуре, једначина (4.4.5):

$$\rho_{\text{liq}} = (8319.49 - 0.835T)(1 - 0.01C) + A_L \quad (4.5.5)$$

При чему су изрази за корекционе факторе A_S и A_L дати једначинама:

$$A_S = -63.1\text{Si} - 6.1\text{Mn} - 9.3\text{Cr} + 2.6\text{Mo} - 0.3\text{Ni} \quad (4.5.6)$$

$$A_L = -67.5\text{Si} - 3.9\text{Mn} - 8.6\text{Cr} + 24\text{Mo} + 3.3\text{Ni} \quad (4.5.7)$$

4.2.2 Моделирање топлотне проводљивости материјала

Топлотна проводљивост челика може се, ако се челик посматра као смеша различитих фаза, према [80] изразити једначином (4.4.8):

$$\lambda = f_{\alpha}\lambda_{\alpha} + f_p\lambda_p + f_{\gamma}\lambda_{\gamma} + f_{\text{liq}}\lambda_{\text{liq}} \quad (4.5.8)$$

Топлотне проводљивости појединачних фаза могу се према [81] изразити следећим релацијама:

– топлотна проводљивост ферита и перлита у функцији од температуре, дата је једначином (4.4.9):

$$\lambda_{\alpha,p} = 44.01 - 3.863 \cdot 10^{-5} T^2 - 3.001 \cdot 10^{-7} T^{2.5} \quad (4.5.9)$$

– топлотна проводљивост аустенита је такође функција температуре и приказана је једначином (4.4.10):

$$\lambda_{\gamma} = 10.41 + 2.51 \cdot 10^{-8} T^{2.5} + 4.653 \cdot 10^{-1} \sqrt{T} \quad (4.5.10)$$

– топлотна проводљивост течне фазе према [82] има константну вредност:

$$\lambda_{\text{liq}} = 35 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

4.2.3 Моделирање специфичног топлотног капацитета

Специфични топлотни капацитет челика може се узимајући у обзир и латентне топлоте фазних трансформација могу се према [83–85] изразити једначином (4.4.11):

$$c_p = f_{\alpha}c_{p\alpha} + f_p c_{pp} + f_{\gamma}c_{p\gamma} + f_{\text{liq}}c_{p\text{liq}} + L_{\gamma \rightarrow \alpha} \frac{df_{\gamma\alpha}}{dT} + L_{\gamma \rightarrow p} \frac{df_{\gamma p}}{dT} + L_{\text{liq} \rightarrow \text{sol}} \frac{df_{\text{ls}}}{dT} \quad (4.5.11)$$

Специфични топлотни капацитети појединачних фаза описани су следећим релацијама:

- специфични топлотни капацитет ферита и перлита у функцији температуре може се према [81] описати једначином (4.4.12):

$$c_{p\alpha,p} = 3.42 \cdot 10^6 + 1.347 \cdot 10^{-1} T^2 + 2.015 \cdot 10^4 \sqrt{T} \quad (4.5.12)$$

- специфични топлотни капацитет аустенита у функцији температуре је према [86] описан једначином (4.4.13):

$$c_{p\gamma} = -4 \cdot 10^{-8} T^3 + 4 \cdot 10^{-5} T^2 + 9 \cdot 10^{-2} T + 532 \quad (4.5.13)$$

- вредност специфичног топлотног капацитета течне фазе је једнака:

$$c_{p\text{liq}} = 830 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$$

Латентне топлоте фазних трансформација у функцији од температуре су приказане једначинама (4.4.14 - 4.4.15):

$$L_{\gamma \rightarrow \alpha} = 1.25 \cdot 10^8 + 3.34 \cdot 10^6 T - 4.33 \cdot 10^3 T^2 \quad (4.5.14)$$

$$L_{\gamma \rightarrow p} = 7.14 \cdot 10^8 + 2.09 \cdot 10^6 T - 3.18 \cdot 10^3 T^2 \quad (4.5.15)$$

$$L_{\text{sol} \rightarrow \text{liq}} = 280000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

4.2.4 Моделирање удела фаза

У једначинама (4.4.1), (4.4.8) и (4.4.11), одговарајуће карактеристике материјала су изражене у функцији карактеристика појединачних фаза: ферита, перлита, аустенита и течне фаза, и удела сваке од фаза у саставу челика на одговарајућим температурама. Пошто су зависности карактеристика појединачних фаза од хемијског састава и температуре већ дефинисане, преостало је да се нађу функционалне зависности учешћа појединачних фаза од температуре и хемијског састава. Удео појединачних фаза може се најједноставније дефинисати применом Fe - Fe₃C дијаграма, слика 4.19. За одређивање удела фаза приказаних на дијаграму, потребно је прво дефинисати вредности одговарајућих температура:

- температуре Ae₁ и Ae₃ могу се према [87] дефинисати изразима (4.4.16 - 4.4.17):

$$Ae_1 = 723 - 16.9\text{Ni} + 29.1\text{Si} + 6.38\text{W} - 10.7\text{Mn} + 16.9\text{Cr} + 290\text{As} \quad (4.5.16)$$

$$Ae_3 = 910 - 203\sqrt{C} + 44.7\text{Si} - 15.2\text{Ni} + 31.5\text{Mo} + 104\text{V} + 13.1\text{W} - 30\text{Mn} + 11\text{Cr} + 20\text{Cu} - 700\text{P} - 400\text{Al} - 120\text{As} - 400\text{Ti} \quad (4.5.17)$$

- ликвидус температура, T_{liq}, је на основу [88] одређена једначином (4.4.18):

$$T_{\text{liq}} = 1536 - (78C + 7.6\text{Si} + 4.9\text{Mn} + 34\text{P} + 30\text{S} + 5\text{Cu} + 3.1\text{Ni} + 1.3\text{Cr} + 3.6\text{Al} + 2\text{Mo} + 2\text{V} + 18\text{Ti}) \quad (4.5.18)$$

– солидус температура, T_{sol} , се може изразити једначином (4.4.19), на основу [89]:

$$T_{sol} = 1536 - (415.5C + 12.3Si + 6.8Mn + 124.5P + 183.9S + 4.3Ni + 1.4Cr + 4.1Al) \quad (4.5.19)$$

Поред дефинисања израза за наведене температуре, потребно је поставити функционалне зависности садржаја угљеника у појединачним фазама. Тако се за садржај угљеника у фериту, C_α , за температуре испод Ae_1 , који је представљен линијом PQ на слици 4.19, може уз линеаризацију поставити следећа зависност (4.4.20):

$$C_\alpha = 0.02 \frac{T - 20}{Ae_1 - 20}, \quad \text{за } T \leq Ae_1 \quad (4.5.20)$$

док се за опсег температура између Ae_1 и Ae_3 , што је на слици 4.19. представљено линијом GP, учешће угљеника може одредити једначином (4.4.21):

$$C_\alpha = 0.02 \frac{T - Ae_3(C=0)}{Ae_1 - Ae_3(C=0)}, \quad \text{за } Ae_1 < T \leq Ae_3 \quad (4.5.21)$$

Садржај угљеника у аустениту, C_γ , може се на основу једначине (4.4.17) дефинисати као:

$$C_\gamma = \left[(910 + 44.7Si - 15.2Ni + 31.5Mo + 104V + 13.1W - 30Mn + 11Cr + 20Cu - 700P - 400Al - 120As - 400Ti) - T \right]^2 / 203^2 \quad (4.5.22)$$

По истом принципу, садржај угљеника у течној фази са може на основу једначине (4.4.18) изразити једначином (4.4.23):

$$C_{liq} = \left[1536 - (7.6Si + 4.9Mn + 34P + 30S + 5Cu + 3.1Ni + 1.3Cr + 3.6Al + 2Mo + 2V + 18Ti) - T \right] / 78 \quad (4.5.23)$$

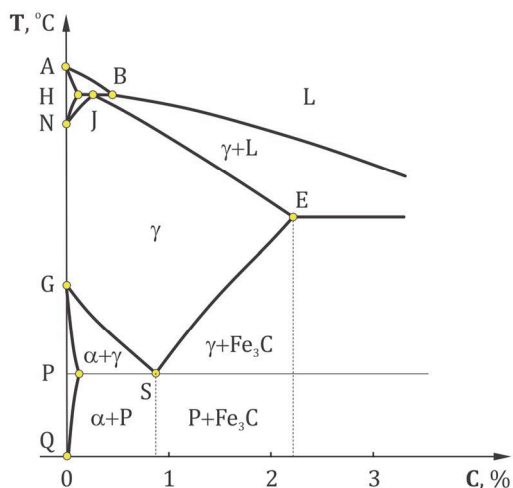
На основу једначина (4.4.16 - 4.4.23), могу се уз примену правила полуге дефинисати изрази за одређивање удела појединачних фаза и то: ферита, f_α , и перлита, f_p , на основу израза (4.4.24):

$$f_\alpha = \frac{C_{eut} - C}{C_{eut} - C_\alpha}, \quad f_p = \frac{C - C_\alpha}{C_{eut} - C_\alpha} \quad (4.5.24)$$

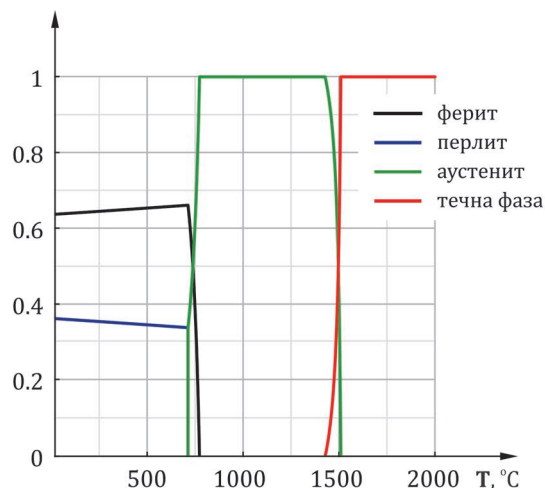
као и аустенита, f_γ , и течне фазе, f_{liq} , на основу израза (4.4.25):

$$f_\gamma = \frac{C - C_\alpha}{C_\gamma - C_\alpha}, \quad f_{liq} = \frac{C - C_\gamma}{C_{liq} - C_\gamma} \quad (4.5.25)$$

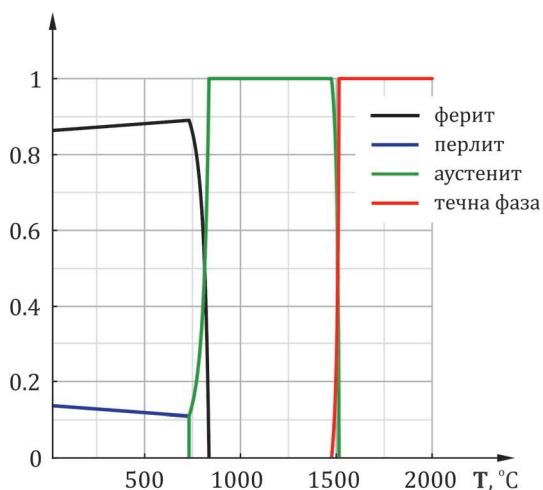
За наведени основни и додатни материјал, одређене су мана основу претходно дефинисаних израза и приказане на сликама, следеће зависности: слике 4.20. и 4.21., приказује удео појединачних фаза за основни и додатни материјал у функцији температуре, слика 4.22., приказује промену густине основног и додатног материјала са температуром, слика 4.23., приказује температурску зависност топлотне проводљивости основног и додатног материјала док слика 4.24., одређује температурску зависност ефективног специфичног топлотног капацитета.



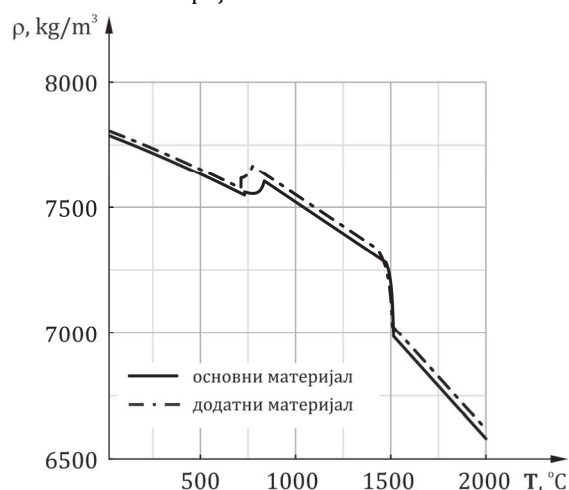
Слика 4.19. Fe – Fe₃C дијаграм



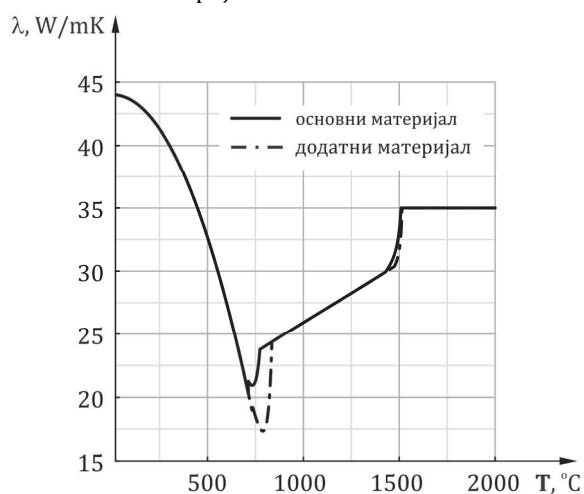
Слика 4.20. Приказ удела појединачних фаза у зависности од температуре за основни материјал



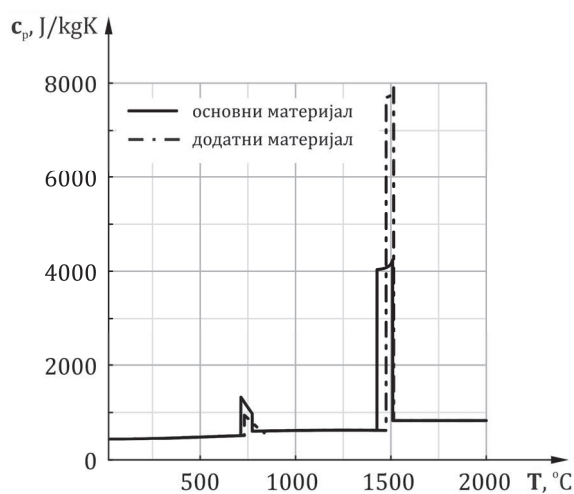
Слика 4.21. Приказ удела појединачних фаза у зависности од температуре за додатни материјал



Слика 4.22. Приказ зависности густине основног и додатног материјала од температуре



Слика 4.23. Приказ зависности топлотне проводљивости основног и додатног материјала од температуре



Слика 4.24. Приказ зависности ефективног специфичног топлотног капацитета основног и додатног материјала од темпер.

4.3. Микроструктурни модел

Микроструктура завареног споја, односно микроструктура метала шава и зоне утицаја топлоте има кључан утицај на механичке карактеристике завареног споја. За описивање микроструктуре челика, у пракси се најчешће користе дијаграми изотермалне трансформације аустенита и дијаграми континуалног хлађења при заваривању. За одређени челик, ови дијаграми добијају се експерименталним испитивањем. Међутим, у случају непостојања експерименталних дијаграма за челик одређеног хемијског састава, прибегава се употреби модела који описују процес изотермалне трансформације аустенита. Два таква модела су Киркалдијев и Лијев модел изотермалне трансформације.

4.3.1 Киркалдијев модел изотермалне трансформације аустенита

На основу истраживања [90,91], Киркалди [92] је предложио низ једначина које описују кинетику изотермалне трансформације аустенита односно које одређују време потребно за трансформацију одређене количине аустенита, на одређеној температури.

Користећи експерименталне податке са дијаграма изотермалне трансформације за велики број челика различитог хемијског састава, Киркалди је предложио следеће једначине:

- за реакцију трансформације аустенита у ферит, време потребно за формирање количине ферита X_F , под изотермалним условима на температури T , при ASTM величини зрна G , може се описати једначином (4.6.1):

$$\tau_F = \frac{59.6Mn + 1.45Ni + 67.7Cr + 244Mo}{2^{\frac{(G-1)}{2}} (Ae_3 - T)^3} \cdot e^{\left(\frac{-23500}{RT}\right)} \int_0^{X_F} \frac{dX_F}{X_F^{\frac{2(1-X_F)}{3}} (1-X_F)^{\frac{2X_F}{3}}} \quad (4.6.1)$$

- за реакцију трансформације аустенита у перлит, време потребно за формирање количине перлита X_P , под истим условима као за ферит, може се описати једначином (4.6.2):

$$\tau_P = \frac{1.79 + 5.42(Cr + Mo + 4Mo \cdot Ni)}{2^{\frac{(G-1)}{2}} (Ae_1 - T)^3 \cdot D_P} \int_0^{X_P} \frac{dX_P}{X_P^{\frac{2(1-X_P)}{3}} (1-X_P)^{\frac{2X_P}{3}}} \quad (4.6.2)$$

При чему је коефицијент D_P представљен једначином (4.6.3):

$$\frac{1}{D_P} = \frac{1}{e^{\left(\frac{-27500}{RT}\right)}} + \frac{0.01Cr + 0.052Mo}{e^{\left(\frac{-37000}{RT}\right)}} \quad (4.6.3)$$

- реакција трансформације аустенита у беинит, под условима који важе за ферит и перлит, описано је једначином (4.6.4):

$$\tau_B = \frac{(2.34 + 10.1C + 3.8Cr + 19Mo) 10^{-4} Z}{2^{\frac{(G-1)}{2}} (B_S - T)^3} \cdot e^{\left(\frac{-27500}{RT}\right)} \int_0^{X_B} \frac{dX_B}{X_B^{\frac{2(1-X_B)}{3}} (1-X_B)^{\frac{2X_B}{3}}} \quad (4.6.4)$$

Вредност променљива Z зависи од хемијског састава челика и одређује се према једначинама (4.6.5 – 4.6.6):

$$Z = e^{\left[X_B^2 (1.9C + 2.5Mn + 0.9Ni + 1.7Cr + 4Mo - 2.6) \right]} \quad (4.6.5)$$

$$Z = 1 \quad \text{за} \quad (1.9C + 2.5Mn + 0.9Ni + 1.7Cr + 4Mo - 2.6) < 0 \quad (4.6.6)$$

Температуре Ae_1 и Ae_3 одређене су једначинама (4.4.16 – 4.4.17) док се температура почетка беинитне трансформације одређује на основу [92], једначина (4.6.7):

$$B_s = 656 - 58C - 35Mn - 75Si - 15Ni - 34Cr - 41Mo \quad (4.6.7)$$

Уобичајено је да се за почетак трансформације усваја тренутак када количина трансформисаног аустенита достигне вредност $X=0.001$. У том случају одређени интеграл представљен једначином (4.6.8) има вредност:

$$\int_0^{0.001} \frac{dX}{X^{\frac{2(1-X)}{3}} (1-X)^{\frac{2X}{3}}} = 0.2996 \quad (4.6.8)$$

Крај трансформације је тренутак када количина трансформисаног аустенита достигне вредност $X=0.999$. Одређени интеграл представљен једначином (4.6.9) у том случају има вредност:

$$\int_0^{0.999} \frac{dX}{X^{\frac{2(1-X)}{3}} (1-X)^{\frac{2X}{3}}} = 4.0593 \quad (4.6.9)$$

Сада се времена за почетак и крај реакција трансформације аустенита у одговарајуће фазе могу описати као:

- за трансформацију аустенита у ферит, време почетка и краја трансформације описано је једначином (4.6.10):

$$\tau_{F_s} = 0.2996 \cdot R_F; \quad \tau_{F_f} = 4.0593 \cdot R_F \quad (4.6.10)$$

- време почетка и завршетка реакције трансформације аустенита у перлит дато је једначином (4.6.12):

$$\tau_{P_s} = 0.2996 \cdot R_P; \quad \tau_{P_f} = 4.0593 \cdot R_P \quad (4.6.11)$$

- трансформација аустенита у беинит почиње и завршава након временских периода описаних једначинама (4.6.12):

$$\tau_{B_s} = 0.2996 \cdot R_B; \quad \tau_{B_f} = 4.0593 \cdot R_B \quad (4.6.12)$$

Коефицијенти R_F , R_P , R_B представљени су једначинама (4.6.13 – 4.6.15) и за одређену температуру представљају константе чија се вредност израчунава на основу хемијског састава и величине зрна:

$$R_F = \frac{59.6Mn + 1.45Ni + 67.7Cr + 244Mo}{2^{\frac{(G-1)}{2}} (Ae_3 - T)^3 \cdot e^{\left(\frac{-23500}{RT}\right)}} \quad (4.6.13)$$

$$R_P = \frac{1.79 + 5.42(Cr + Mo + 4Mo \cdot Ni)}{2^{\frac{(G-1)}{2}} (Ae_1 - T)^3 \cdot D_p} \quad (4.6.14)$$

$$R_B = \frac{(2.34 + 10.1C + 3.8Cr + 19Mo)10^{-4}Z}{2^{\frac{(G-1)}{2}} (B_s - T)^3 \cdot e^{\left(\frac{-27500}{RT}\right)}} \quad (4.6.15)$$

Поред примене за формирање дијаграма изотермалне трансформације аустенита, једначине (4.6.1 – 4.6.6) могу се одговарајућим трансформацијама довести у облик који описује количину трансформисаног аустенита у току времена. Те једначине, у зависности од врсте реакције гласе:

- за реакцију трансформације аустенита у ферит, количина формираног ферита током времена одређена је једначином (4.6.16):

$$\frac{dX_F}{dt} = \frac{2^{\frac{(G-1)}{2}} (Ae_3 - T)^3 \cdot e^{\left(\frac{-23500}{RT}\right)}}{59.6Mn + 1.45Ni + 67.7Cr + 244Mo} X_F^{\frac{2(1-X_F)}{3}} (1 - X_F)^{\frac{2X_F}{3}} \quad (4.6.16)$$

- за реакцију трансформације аустенита у перлит, количина формираног перлита током времена одређена је једначином (4.6.17):

$$\frac{dX_P}{dt} = \frac{2^{\frac{(G-1)}{2}} (Ae_1 - T)^3 \cdot D_p}{1.79 + 5.42(Cr + Mo + 4Mo \cdot Ni)} X_P^{\frac{2(1-X_P)}{3}} (1 - X_P)^{\frac{2X_P}{3}} \quad (4.6.17)$$

- за реакцију трансформације аустенита у беинит, количина формираног беинита током времена одређена је једначином (4.6.18):

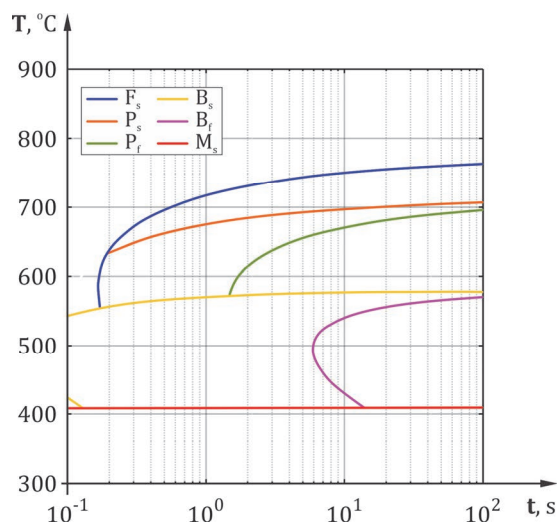
$$\frac{dX_B}{dt} = \frac{2^{\frac{(G-1)}{2}} (B_s - T)^3 \cdot e^{\left(\frac{-27500}{RT}\right)}}{(2.34 + 10.1C + 3.8Cr + 19Mo)10^{-4}Z} X_B^{\frac{2(1-X_B)}{3}} (1 - X_B)^{\frac{2X_B}{3}} \quad (4.6.18)$$

Количине формираног ферита, перлита и беинита, које се одређују на основу једначина (4.6.16 – 4.6.18) представљају нормализоване вредности, док се стварне вредности формираних фаза, X_{FR} , X_{PR} , X_{BR} израчунавају на основу израза (4.6.19):

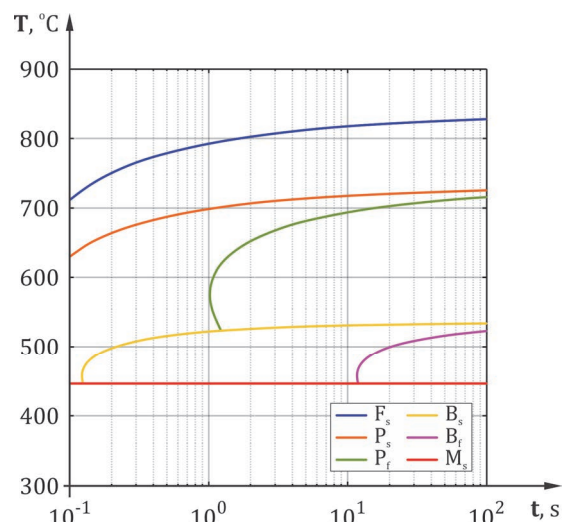
$$X_F = \frac{X_{FR}}{X_{FE}}; \quad X_P = \frac{X_{PR}}{X_{PE}}; \quad (4.6.19)$$

где су X_{FE} , X_{PE} равнотежне вредности добијене на основу Fe - Fe₃C дијаграма.

На основу Киркалдијевог модела, уз примену програмског пакета MATLAB, формиран су дијаграми изотермалне трансформације аустенита за основни материјал, челик P355GH, слика 4.24., као и за додатни материјал, ОК Autrod 12.50, слика 4.26.



Слика 4.25. Дијаграм изотермалне трансформације аустенита за основни материјал по Киркалдијевом моделу



Слика 4.26. Дијаграм изотермалне трансформације аустенита за додатни материјал по Киркалдијевом моделу

4.3.2 Лијев модел изотермалне трансформације аустенита

За разлику од Киркалдија, Ли [93] је као извор експерименталних података за калибрацију свог модела изотермалне трансформације аустенита, користио дијаграме континуалног хлађења при заваривању. Једначине које је он предложио за описивање кинетике реакције изотермалне трансформације аустенита имају облик (4.6.20 – 4.6.22):

- за реакцију трансформације аустенита у ферит, време потребно за формирање количине ферита X_F , под изотермалним условима на температури T , при величини зрна G , може се описати једначином (4.6.20):

$$\tau_F = \frac{e^{(1+6.31C+1.78Mn+0.31Si+1.12Ni+2.7Cr+4.06Mo)}}{2^{0.41G} (Ae_3 - T)^3 \cdot e^{\left(\frac{-27500}{RT}\right)}} \int_0^{X_F} \frac{dX_F}{X_F^{0.4(1-X_F)} (1-X_F)^{0.4X_F}} \quad (4.6.20)$$

- трансформација аустенита у перлит, при условима који важе у претходном случају може се описати једначином (4.6.21):

$$\tau_P = \frac{e^{(-4.25+4.12C+4.36Mn+0.44Si+1.71Ni+3.33Cr+5.19\sqrt{Mo})}}{2^{0.32G} (Ae_1 - T)^3 \cdot e^{\left(\frac{-27500}{RT}\right)}} \int_0^{X_P} \frac{dX_P}{X_P^{0.4(1-X_P)} (1-X_P)^{0.4X_P}} \quad (4.6.21)$$

- кинетика реакције трансформације аустенита у беинит, описана је једначином (4.6.22):

$$\tau_B = \frac{e^{(-10.23+10.18C+0.85Mn+0.55Ni+0.9Cr+0.36Mo)}}{2^{0.29G} (B_s - T)^2 \cdot e^{\left(\frac{-27500}{RT}\right)}} \int_0^{X_B} \frac{dX_B}{X_B^{0.4(1-X_B)} (1-X_B)^{0.4X_B}} \quad (4.6.22)$$

Аналогно Киркалдијевом моделу, за почетак трансформације се усваја тренутак када количина трансформисаног аустенита достигне вредност $X=0.001$. У том случају одређени инте-

грал представљен једначином (4.6.23) има вредност:

$$\int_0^{0.001} \frac{dX_F}{X_F^{0.4(1-X_F)}(1-X_F)^{0.4X_F}} = 0.0264 \quad (4.6.23)$$

Крај трансформације је на исти начин, одређен тренутком када количина трансформисаног аустенита достигне вредност $X=0.999$. Одређени интеграл представљен једначином (4.6.24) у том случају има вредност:

$$\int_0^{0.999} \frac{dX_F}{X_F^{0.4(1-X_F)}(1-X_F)^{0.4X_F}} = 2.0254 \quad (4.6.24)$$

Времена почетка и краја реакција трансформације аустенита у одговарајуће фазе могу описати као:

- за трансформацију аустенита у ферит, време почетка и краја трансформације описано је једначином (4.6.25):

$$\tau_{F_s} = 0.0264 \cdot R_F; \quad \tau_{F_f} = 2.0254 \cdot R_F \quad (4.6.25)$$

- време почетка и завршетка реакције трансформације аустенита у перлит дато је једначином (4.6.26):

$$\tau_{P_s} = 0.0264 \cdot R_P; \quad \tau_{P_f} = 2.0254 \cdot R_P \quad (4.6.26)$$

- трансформација аустенита у беинит почиње и завршава након временских периода описаних једначинама (4.6.27):

$$\tau_{B_s} = 0.0264 \cdot R_B; \quad \tau_{B_f} = 2.0254 \cdot R_B \quad (4.6.27)$$

Вредности коефицијенти R_F , R_P , R_B представљених су једначинама (4.6.25 – 4.6.27) могу се за одређену температуру израчунати на основу хемијског састава и величине зрна:

$$R_F = \frac{e^{(1+6.31C+1.78Mn+0.31Si+1.12Ni+2.7Cr+4.06Mo)}}{2^{0.41G} (Ae_3 - T)^3 \cdot e^{\left(\frac{-27500}{RT}\right)}} \quad (4.6.28)$$

$$R_P = \frac{e^{(-4.25+4.12C+4.36Mn+0.44Si+1.71Ni+3.33Cr+5.19\sqrt{Mo})}}{2^{0.32G} (Ae_1 - T)^3 \cdot e^{\left(\frac{-27500}{RT}\right)}} \quad (4.6.29)$$

$$R_B = \frac{e^{(-10.23+10.18C+0.85Mn+0.55Ni+0.9Cr+0.36Mo)}}{2^{0.29G} (B_s - T)^2 \cdot e^{\left(\frac{-27500}{RT}\right)}} \quad (4.6.30)$$

Као и у случају Киркалдијевог модела, једначине (4.6.20 – 4.6.22) се трансформисати у облик који описује количину трансформисаног аустенита у току времена. Те једначине, у зависности од врсте реакције гласе:

- у случају реакцију трансформације аустенита у ферит, количина формираног ферита током времена одређена је једначином (4.6.32):

$$\frac{dX_F}{dt} = \frac{2^{0.41G} (Ae_3 - T)^3 \cdot e^{\left(\frac{-27500}{RT}\right)}}{e^{(1+6.31C+1.78Mn+0.31Si+1.12Ni+2.7Cr+4.06Mo)}} X_F^{0.4(1-X_F)} (1-X_F)^{0.4X_F} \quad (4.6.31)$$

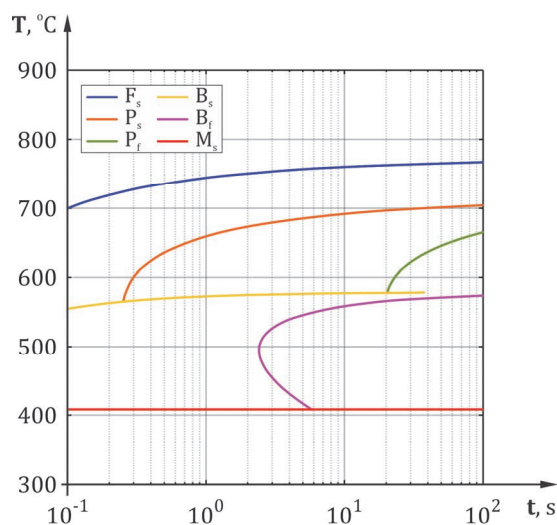
- у случају реакцију трансформације аустенита у перлит, количина формираног перлита током времена одређена је једначином (4.6.33):

$$\frac{dX_P}{dt} = \frac{2^{0.32G} (Ae_1 - T)^3 \cdot e^{\left(\frac{-27500}{RT}\right)}}{e^{(-4.25+4.12C+4.36Mn+0.44Si+1.71Ni+3.33Cr+5.19\sqrt{Mo})}} X_P^{0.4(1-X_P)} (1-X_P)^{0.4X_P} \quad (4.6.32)$$

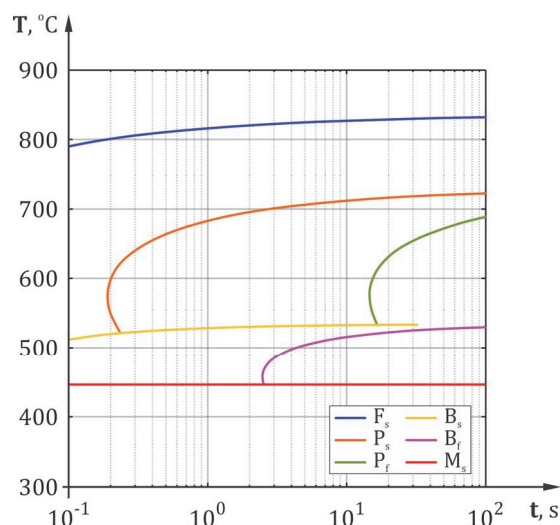
- за реакцију трансформације аустенита у беинит, количина формираног беинита током времена одређена је једначином (4.6.34):

$$\frac{dX_B}{dt} = \frac{2^{0.29G} (B_s - T)^2 \cdot e^{\left(\frac{-27500}{RT}\right)}}{e^{(-10.23+10.18C+0.85Mn+0.55Ni+0.9Cr+0.36Mo)}} X_B^{0.4(1-X_B)} (1-X_B)^{0.4X_B} \quad (4.6.33)$$

Стварне вредности количина формираних фаза одређују се на основу израза (4.6.19). На основу Лијевог модела формиран су дијаграми изотермалне трансформације за основни, слика 4.27. и додатни материјал, слика 4.28.



Слика 4.27. Дијаграм изотермалне трансформације аустенита за основни материјал по Лијевог моделу

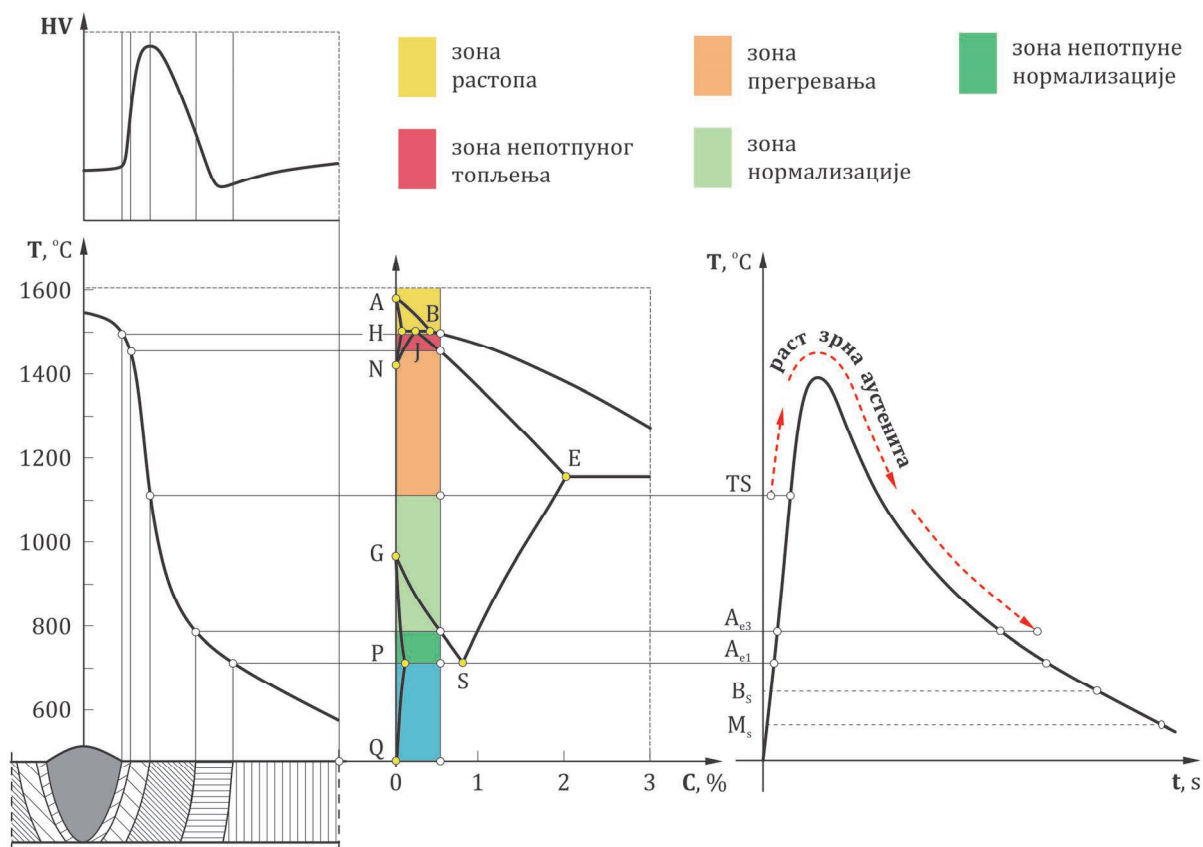


Слика 4.28. Дијаграм изотермалне трансформације аустенита за додатни материјал по Лијевог моделу

4.3.3 Утицај величине зрна

У једначинама које описују кинетику трансформације аустенита према оба модела, величина зрна аустенита на почетку процеса трансформације има утицај на излазне резултате модела. У случају челика који садрже хемијске елементе који формирају нитриде или карбиде,

као што је случај са челиком P355GH који садржи ниобијум, раст зрна неће почети док температура не пређе вредност T_d , на којој се растварају карбиди, у овом случају NbC, слика 4.29.



Слика 4.29. Приказ температурског циклуса трансформације аустенита [94]

Температура на којој долази до растварања карбида зависи од процентуалног учешћа елемената који формирају карбиде и нитриде, %A и %B, и може се према [95] одредити једначином (4.6.34):

$$T_d = \frac{D^*}{C^* - \log[\%A]_0 [\%B]_0} \quad (4.6.34)$$

Вредности коефицијената C^* и D^* усвајају се у зависности од врсте карбида / нитрида из табеле.

Табела 4.1. Вредности коефицијената C^* и D^* за нисколегиране челике [95]

Врста карбида / нитрида	C^*	D^*
TiN	0.32	8000
TiC	4.33	10475
NbN	4.04	10230
NbC	2.26	6770
VN	3.02	7840
VC	6.72	9500

Величина зрна, g , у току времена се повећава, при чему ниво повећања зависи од температуре, T , енергије активације, Q , и времена, t , и може се на основу [96,97] описати једначином (4.6.35):

$$\frac{dg}{dt} = \frac{k}{2g} \cdot e^{\left(\frac{Q}{RT}\right)} \quad (4.6.35)$$

где је R , универзална гасна константа а k , константа раста зрна.

Величина зрна, g , зависи од хемијског састава челика, температуре, T , и времена, t , а може се према [98] одредити на основу једначине (4.6.36):

$$g = 76671 \cdot e^{\left(\frac{89098+3581C+1211Ni+1443Cr+4031Mo}{RT}\right)} t^{0.211} \quad (4.6.36)$$

Величина зрна према ASTM јединицама, која се користи у Киркалдијевом и Лијевом моделу трансформације аустенита повезана је са величином зрна, g , релацијом (4.6.37) приказаном у [99]:

$$G = -2.89 \cdot \log(g) - 2.95 \quad (4.6.37)$$

4.3.4 Моделирање тврдоће у завареном споју

Тврдоћа у било којој тачки зоне утицаја топлоте или шава зависи од удела појединачних фаза: ферита, X_F , перлита, X_P , беинита, X_B и мартензита, X_M . Када је познат удео сваке од ових фаза у одређеној тачки, тврдоћа се може према [97] израчунати применом једначине (4.6.34):

$$HV = HV_F \cdot X_F + HV_P \cdot X_P + HV_B \cdot X_B + HV_M \cdot X_M \quad (4.6.38)$$

Тврдоће појединачних фаза зависе од хемијског састава челика и од брзине хлађења на температури од 700°C. Једначине које описују тврдоће појединачних фаза проистекле су из експерименталног истраживања [100]:

- тврдоћа ферита и перлита одређена је једначином (4.6.35):

$$H_{FP} = 42 + 223C + 53Si + 30Mn + 12.6Ni + 7Cr + 19Mo + \\ + (10 - 19Si + 4Ni + 8Cr + 130V) \log(V_r) \quad (4.6.39)$$

- тврдоћа беинита израчунава се на основу једначине (4.6.36):

$$H_B = -323 + 185C + 330Si + 153Mn + 65Ni + 144Cr + 191Mo + \\ + (89 + 53C - 55Si - 22Mn - 10Ni - 20Cr - 33Mo) \log(V_r) \quad (4.6.40)$$

- тврдоћа беинита може се одредити применом једначине (4.6.37):

$$H_M = 127 + 949C + 27Si + 11Mn + 8Ni + 16Cr + 21 \log(V_r) \quad (4.6.41)$$

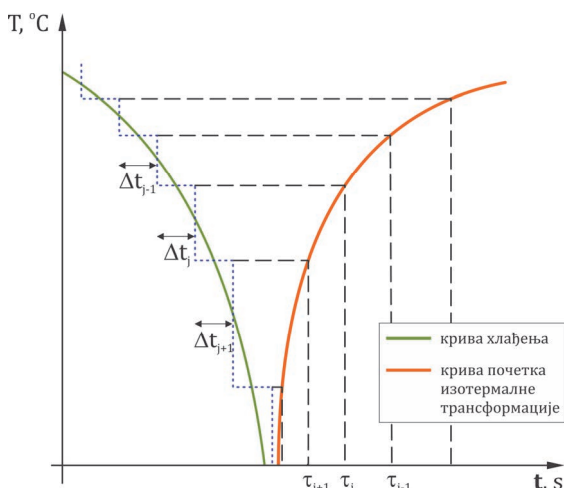
Брзина хлађења на 700°C може се одредити једначином (4.6.38):

$$V_r = 3600 \left(\frac{800^{\circ} - 500^{\circ}}{\Delta t_{8/5}} \right) \quad (4.6.42)$$

4.3.5 Моделирање кинетике континуалног хлађења

Иако Киркалдијев и Лијев модел омогућавају да се на релативно једноставан начин моделирају процеси изотермалне трансформације аустенита, директна примена ових модела у случају заваривања није могућа зато што се процеси заваривања одвијају са променљивим брзинама загревања и хлађења. У том случају потребно је користити дијаграме континуалног хлађења при заваривању.

Дијаграми континуалног хлађења при заваривању могу се моделирати применом Киркалдијевог и Лијевог модела изотермалне трансформације уз примену Шејловог (Scheil) правила [101]. Према овом правилу, крива хлађења, слика 4.30., се апроксимира низом изотермалних корака Δt_j мале дужине трајања. За сваки од тих изотермалних корака, на основу Киркалдијевог или Лијевог модела, израчунава се време почетка трансформације, Δt_j .



Слика 4.30. Шематски приказ примене Шејловог правила у моделирању кинетике континуалног хлађења [85]

Трансформација аустенита при континуалном хлађењу почиње када је испуњен услов (4.6.43):

$$\sum_{j=1}^m \frac{\Delta t_j}{\tau_j} = 1 \quad (4.6.43)$$

Након почетка трансформације количина трансформисаног аустенита рачуна се применом изотермалних модела у току временског периода Δt_j и сумирањем тако израчунатих количина дуж криве хлађења.

На основу нумеричког модела размене топлоте током заваривања као и на основу Киркалдијевог и Лијевог модела изотермалне трансформације аустенита, у програмском пакету MATLAB, креиран је софтвер, МАГЗД, који на основу улазних параметара технологије МАГ поступка заваривања као излаз даје температурско поље у завариваним лимовима. На основу температурског поља, софтвер такође као излазне резултате даје и параметре геометрије шава: ширину лица шава, дубину уваривања, површину попречног пресека шава, коефицијент облика шава и степен мешања. Што се тиче тврдоће, као излазни резултат добија се и расподела вредности тврдоће у попречном пресеку завареног споја по Киркалдијевом и по Лијевом моделу.

ПОГЛАВЉЕ

5

**ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА
ИСТРАЖИВАЊА**

5.1. Поступак, материјали и опрема за извођење екперимента

Експериментални део истраживања обављен је у лабораторијама Машинског факултета, Техничког универзитета у Прагу, Република Чешка. Истраживање је било део универзитетске размене остварене у оквиру програма СЕЕРУС (пројекат СШ-НР-0108-07-1314).

Експериментално истраживање обављено је у пет фаза. Прва фаза је обухватила заваривање испитних узорака МАГ поступком уз употребу заваривачког робота и обављена је у лабораторији за електролучне поступке заваривања која је опремљена опремом за Е, МИГ, МАГ, ТИГ, ЕПП и поступак заваривања микроплазмом.

Друга фаза истраживања је обављена у радионици за машинску обраду при чему је извршено резање заварених узорака и припрема епрувета за металграфска испитивања. Трећа фаза истраживања обављена је у лабораторији за металграфију при чему су епрувете додатно обрађене и утиснуте у полимерну смолу ради формирања узорака за даља испитивања. Тако добијени узорци су избрушени, полирани и хемијски нагрижени у циљу припреме узорака за четврту фазу испитивања.

Четврта фаза је обухватила микроскопска мерења параметара геометрије шава, микроскопско снимање микроструктура основног материјала, метала шава, зоне утицаја топлоте и зоне прегревања. У петој фази испитивања, извршено је мерење микротврдоће по Викерсу у одговарајућим тачкама завареног споја.

5.1.1 Основни материјал

Као основни материјал за заваривање, употребљен је челик Р355GH. Овај челик је намењен за рад на повишеним температурама и широко је коришћен за израду посуда под притиском, котлова и измењивача топлоте. Спада у групу ситнозрних конструкционих челика и одликује се добром заварљивошћу. Механичке карактеристике и хемијски састав челика Р355GH приказане су у табелама 5.1. и 5.2.

Табела 5.1. Механичке карактеристике челика Р355GH

Ознака	Дебљина d	Горња граница течења R _{eH}	Затезна чврстоћа R _m	Издужење %	Енергија удара		
					-20°C	0°C	20°C
Р355GH	≤ 16	355	510 – 650	20	27	34	40
	16 – 40	345	510 – 650	20	27	34	40
	40 – 60	335	460 – 580	20	27	34	40
	60 – 100	315	490 – 630	20	27	34	40
	100 – 150	295	480 – 630	20	27	34	40
	150 – 250	280	470 – 630	20	27	34	40

Табела 5.2. Хемијски састав челика P355GH

C	Si	Mn	Cr	Ni	W	Mo	V	Nb	P	S
%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
0.20	0.19	1.45	-	-	-	-	-	0.014	0.016	0.062

5.1.2 Додатни материјал

Као додатни материјал за заваривање, употребљена је жица ОК Autrod 12.50, шведског произвођача ESAB, пречника 1.2 mm. Ова жица намењена је за заваривање нелегираних конструкционих и ситнозрних челика намењених за израду посуда под притиском. Жица се може користити за заваривање у заштитној атмосфери CO₂ или смеси Ar и CO₂. Површина жице није заштићена слојем бакра, слика 5.1. У табели 5.3 приказане су механичке карактеристике додатног материјала.

Табела 5.3. Механичке карактеристике жице ОК Autrod 12.50

Ознака	Горња граница течења	Затезна чврстоћа	Издужење	Енергија удара	
	R _{eH}	R _m		-20°C	20°C
	MPa	MPa	%	J	
ОК Autrod 12.50	470	560	26	90	130

Табела 5.4. приказује хемијски састав жице ОК Autrod 12.50.

Табела 5.4. Хемијски састав жице ОК Autrod 12.50

C	Si	Mn	Cr	Ni	W	Mo	V	Nb	P	S
%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
0.08	0.58	1.06	-	-	-	-	-	-	0.009	0.01

5.1.3 Заштитни гас

У циљу заштите зоне заваривања, коришћена је двокомпонентна смеша аргона и угљен – диоксида у односу 82% Ar и 18% CO₂. Произвођач, немачка фирма Linde, смешу пакује под комерцијалним називом Arcal 5, слика 5.2. Овај гас намењен је заваривању конструкционих и нисколегираних челика уз пренос додатног материјала кроз електрични лук, у кратком споју или у млазу. У табели 5.5. приказане су основне физичко – хемијске карактеристике гаса Arcal 5.

Табела 5.5. Физичко – хемијске карактеристике заштитног гаса Arcal 5

Класификација према стандарду EN ISO 14175:2009	Састав		Моларна маса g/mol	Температура кључања °C	Особине
	Ar	CO ₂			
M21 – ArC – 18	80 – 84 %	16 – 20 %	39.948	-185.9	Без мириса и укуса



Слика 5.1. Додатни материјал



Слика 5.2. Заштитни гас, Arcal 5

5.1.4 Експериментална опрема

Део експеримента, везан за заваривање експерименталних узорака је у циљу поновљивости експеримената и смањења грешака, изведен на заваривачком роботу ARC Mate 100iC, произвођача FANUC, слика 5.3. Робот са својих шест степени слободе је посебно пројектован за извођење операција електролучног заваривања. У табели 5.6. приказане су карактеристике робота. Робот је опремљен управљачком јединицом FANUC System R-30iA, слика 5.4., која омогућава контролу до 40 степени слободе, смањење времена трајања циклуса као и унапређену контролу вибрација.

Табела 5.6. Карактеристике робота ARC Mate 100iC

Модел робота		ARC Mate 100iC/8L
Број оса управљања		6 оса (J1, J2, J3, J4, J5, J6)
Домет		2028 mm
Могућност монтаже		на поду, на плафону, под углом
Углови ротације (Макс. брзина)	Оса J1	340° / 370° (200°/s)
	Оса J2	255° (200°/s)
	Оса J3	462° (210°/s)
	Оса J4	400° (430°/s)
	Оса J5	360° (430°/s)
	Оса J6	900° (630°/s)
Максимална носивост		8 kg
Дозвољени момент оптерећења	Оса J4	15.1 Nm
	Оса J5	16.1 Nm
	Оса J6	5.9 Nm
Тачност позиционирања		± 0.08 mm
Маса		150 kg



Слика 5.3. Робот ARC Mate 100iC



Слика 5.4. Управљачка јединица, SYSTEM R-30iC

Као извор струје за заваривање, коришћен је уређај Migatroniс Sigma Galaxy 400, слика 6.5., у комбинацији са уређајем за додавање жице, MWF 41/Intern, слика 5.6. Техничке карактеристике уређаја приказане су у табели 5.7.

Табела 5.7. Техничке карактеристике извора струје и уређаја за додавање жице

Напон мреже (50–60Hz)	3 x 400 V
Ефект. јачина струје (мрежа)	16.5 A
Максимална снага	19.5 kVA
Снага празног хода	40 W
Ефикасност	0.82
Фактор снаге	0.90
Опсег јачина струје	15 – 400 A
Интермитенција 100% (20°C)	310 A
Интермитенција 60% (20°C)	400 A
Интермитенција 100% (40°C)	280 A
Интермитенција 60% (40°C)	350 A
Димензије	906 x 524 x 925 mm
Маса	60 kg
Брзина довођења жице	0.5 – 30.0 m/min
Пречник калема	300 mm
Интермитенција 100% (40°C)	420 A
Интермитенција 60% (40°C)	500 A
Тип конектора за поликабл	EURO
Димензије	440 x 245 x 780 mm
Маса	19 kg



Слика 5.5. Извор струје MIGATRONIC Sigma Galaxy 400



Слика 5.6. Уређај за додавање жице

Припрема епрувета за металографска испитивања и мерење микротврдоће обављена је у складу са стандардом СРПС ЕН ИСО 15614–1. За исецање епрувета из заварених узорака употребљена је тракаста тестера BOMAR ergonomic 275.230 DG, слика 5.7. Тако добијене епрувете су додатно обрађене на кружној тестери STRUERS Labotom-3, слика 5.8. Техничке карактеристике тестера дате су у табелама 5.8. и 5.9.



Слика 5.7. Тракаста тестера BOMAR ergonomic 275.230 DG



Слика 5.8. Кружна тестера STRUERS Labotom-3

Табела 5.8. Техничке карактеристике тракасте тестере BOMAR ergonomic 275.230 DG

Излазна снага	1,1 – 1,5 kW
Укупна снага	2,7 kVA
Брзина траке	40 – 80 m/min
Димензије траке	2720 x 27 x 0.9 mm
Најмањи пречник	5 mm
Димензије	1400 x 640 x 1270 mm
Маса	310 kg

Табела 5.9. Техничке карактеристике кружне тестере STRUERS Labotom-3

Снага мотора	3.2 kW
Број обртаја	2845 o/min
Дим. тоцила	250 x 1–1.5 x 32 mm
Макс. дим. обратка	145 x 500 x 250 mm
Димензије стола	200 x 215 mm
Димензије	651 x 410 x 645 mm
Маса	80 kg

Припрема узорка за металографска испитивања састојала се у пресовању обрађених епрувета у полимерну матрицу уз употребу пресе STRUERS CitoPress – 1, слика 5.9. Тако формирану узорци, обрађени су на уређају за брушење и полирање Buehler Beta, слика 5.10. Техничке карактеристике оба уређаја дате су у табелама 5.10. и 5.11.

Табела 5.10. Техничке карактеристике пресе за узорке, STRUERS CitoPress – 1

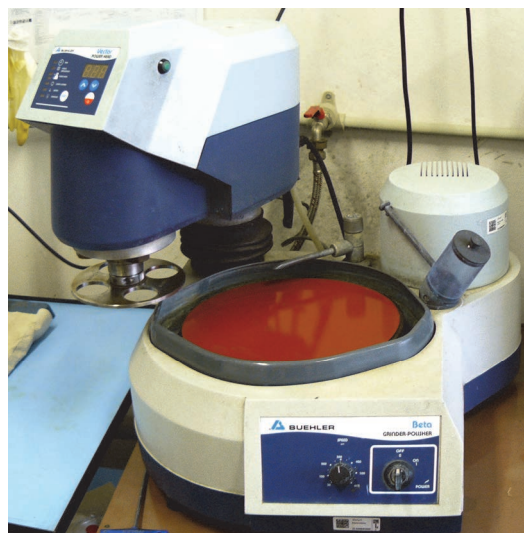
Пречник узорка	25, 30, 40, 50 mm
Радни притисак	50–350 bar
Време загрев./хлађ.	1–15 min
Темп. загревања	120 – 150 – 180°C
Притисак воде	1–10 bar
Димензије	480 x 560 x 440 mm
Маса	34 kg

Табела 5.11. Техничке карактеристике уређаја за полирање узорка, Buehler Beta

Снага мотора	575 W
Број обртаја	30 - 600 o/min
Пречник радне плоче	203 mm
Макс. број узорака	4
Притисак воде	1 – 6 bar
Димензије	475 x 250 x 500 mm
Маса	38 kg



Слика 5.9. Преса за узорке, STRUERS CitoPress-1



Слика 5.10. Уређај за полирање узорака, BUEHLER

Мерење димензија геометрије шавна на припремљеним металографским узорцима је обављено на стерео микроскопу STEMI DV4, слика 5.11. У комбинацији са камером AxioCam ERc 5s, која је повезана на рачунар, мерење је извршено у софтверском пакету AxioVision. Техничке карактеристике микроскопа и камере дате су у табелама 5.12. и 5.13.

Табела 5.12. Техничке карактеристике стерео микроскопа STEMI DV4

Главно увећање	8 – 32x
Увећање додат. сочива	0.3 – 2x
Радно растојање	31 – 285 mm
Угао гледања	60°
Димензије	230 x 300 x 350 mm
Маса	5 kg

Табела 5.13. Техничке карактеристике камере AxioCam ERc 5s

Резол. сензора/CCD	5 MP / 2560 x 1920
Димензије пиксела	2.2 x 2.2 μm
Димензије сензора	5.7 x 4.28 mm
Спектар	400 – 700 nm
Слика у реалном вре-	13 fps / 800 x 600 pix
Димензије	65 x 65 x 63 mm



Слика 5.11. Стерео микроскоп STEMI DV4 са камером AxioCam ERc 5s

Снимање микроструктуре узорака изведено је на инвертованом микроскопу Zeiss AxioObserver 5, слика 5.12.. Последњи део експерименталних испитивања односио се на мерење микротврдоће методом по Викерсу. Мерење је обављено на уређају за мерење тврдоће Buehler IndentaMet, слика 5.13. Техничке карактеристике уређаја приказане су у табелама 5.14. и 5.15.



Слика 5.12. Металушки микроскоп Zeiss AxioObserver 5



Слика 5.13. Уређај за мерење тврдоће Buehler IndentaMet

Табела 5.14. Техничке карактеристике микроскопа Zeiss AxioObserver 5

Дим. радне површине	250 x 230 mm
Снага извора светл.	100 W
Резолуција фокус.	0.2 mm/о
Скалирање	1 μ m
Димензије	295 x 805 x 707 mm
Маса	27 kg

Табела 5.15. Техничке карактеристике уређаја за мерење тврдоће Buehler IndentaMet

Распон оптерећења	0.1 – 1 kgf
Време утискивања	5 – 99 s
Увећање објектива	10 – 400 x
Димензије отиска	0.1 – 200 μ m
Поступак	Викерс, Кнуп
Димензије	190 x 430 x 520
Маса	39 kg

5.2. Опис и резултати извођења експеримента

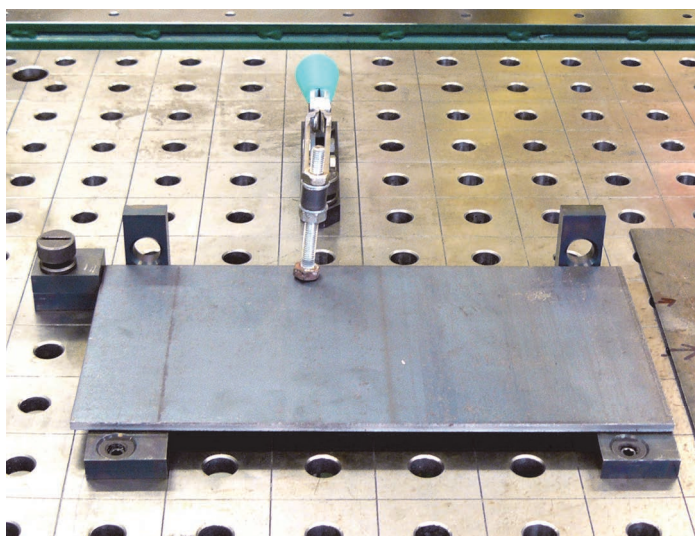
5.2.1 Припрема узорка за заваривање

Димензије узорака од челика P355GH припремљених за заваривање износиле су 300 x 150 x 5 mm. Припремљени узорци приказани су на слици 5.14.



Слика 5.14. Димензије припремљених узорака од челика P355GH

За потребе извођења експеримента припремљена су укупно три узорка наведених димензија. Узорци су пре заваривања очишћени и одмашћени. Овако припремљени узорци позиционирани су и стегнути на радном столу робота у складу са сликом 5.15.



Слика 5.15. Позиционирање и стезање узорака на радном столу

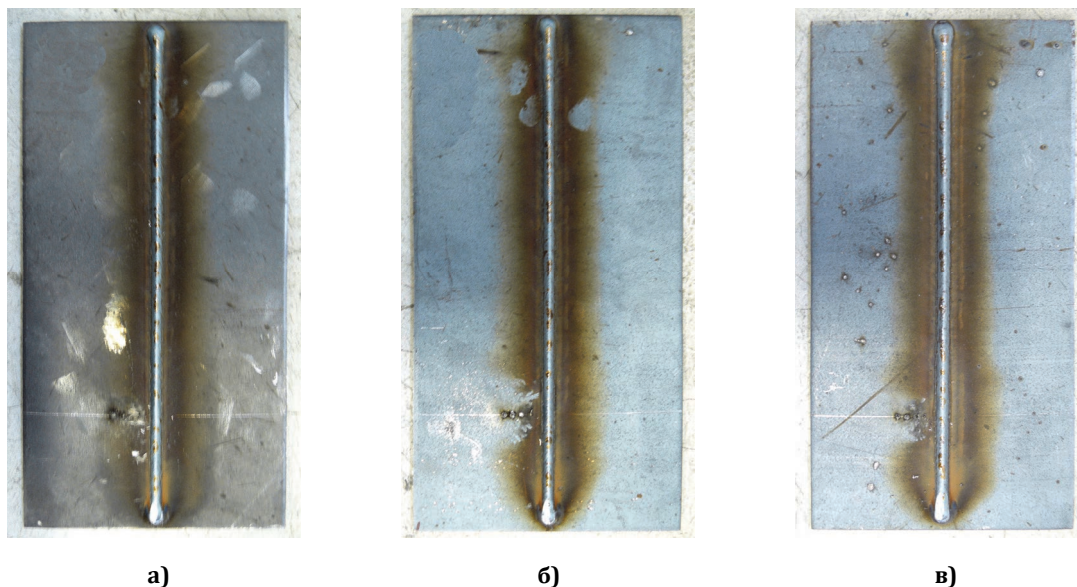
5.2.2 Заваривање узорака

Параметри технологије МАГ поступка заваривања који су примењени у појединачним експериментима приказани су у табели 5.16. У свим случајевима, брзине заваривања, пречник жице и проток гаса имали су константне вредности.

Табела 5.16. Вредности параметара технологије заваривања

Ознака	Назив	Јед. мере	Вредност		
			Први експеримент	Други експеримент	Трећи експеримент
U	напон лука	V	20.2	20.3	21.8
I	јачина струје	A	185	190	222
v_z	брзина заваривања	m/s	0.008	0.008	0.008
v_e	брзина довођење жице	m/min	4.30	4.50	5.70
d_e	пречник жице	m	0.0012	0.0012	0.0012
Q	проток гаса	l/min	12	12	12
T_p	почетна температура	°C	21.3	21	22
T_a	температура околине	°C	20.5	20.5	20.5

Након заваривања добијени су узорци чији је изглед са стране лица шава приказан на слици 5.16.



Слика 5.16. Заварени узорци: **а)** узорак добијен у првом експерименту; **б)** узорак добијен у другом експерименту; **в)** узорак добијен у трећем експерименту

5.2.3 Припрема металографских узорака

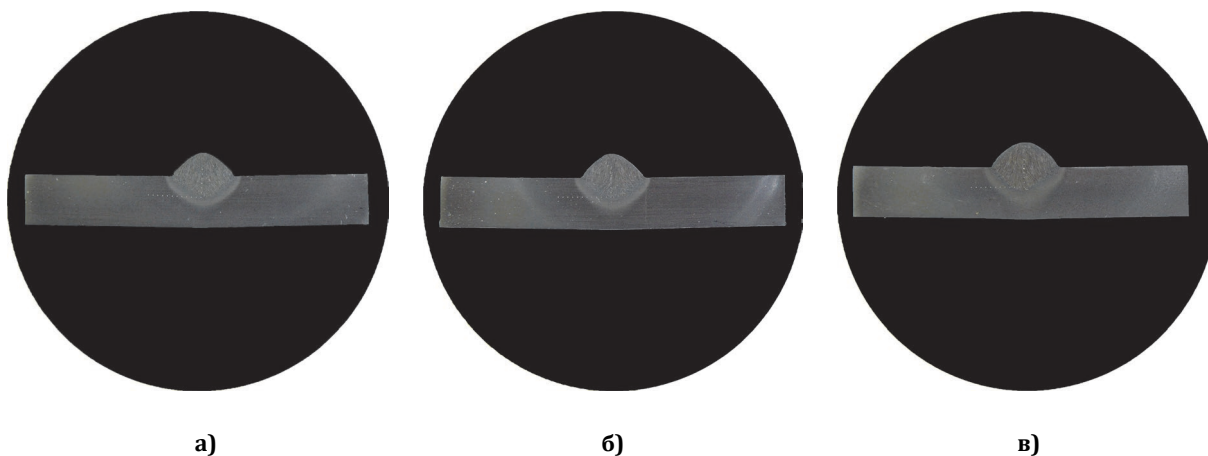
Припрема узорака за металографска испитивања обављена је у неколико корака. Први корак био је исецање епрувета из заварених узорака приказаних на слици 5.16., у складу са одредбама стандарда СРПС ЕН ИСО 15614-1. Епрувете су исечене на тракастој тестери BOMAR ergonomis 275.230 DG уз примену константног хлађења емулзијом.

Тако добијене епрувете, слика 5.17а, још једном су ради смањења дужине обрађене на кружној тестери STRUERS Labotom-3, такође уз константно хлађење. Епрувете добијене након ове обраде, приказане су на слици 5.17б.



Слика 5.17. Епрувете за металографију: **а)** након обраде на тракастој тестери BOMAR ergonomic; **б)** након обраде на кружној тестери STRUERS Labotom

Ради лакшег руковања и заштите епрувета при даљем раду, исте су уз употребу уређаја STRUERS CitoPress-1 упресоване у полимерну матрицу Struers MultiFast. Пресовање је изведено на температури од 150°C у трајању од 15 минута. Тако добијени узорци су након хлађења су обрађени брушењем и полирањем на уређају Buehler Beta. Брушење је обављено брусним папирима са гранулацијом од 150 до 1000. Након брушења, узорци су исполирани уз употребу абразивних честица Al_2O_3 . Исполирани узорци су испрани водом, алкохолом а затим осушени у струји топлог ваздуха. Овако добијени узорци су нагрижени Nitalom а затим опет испрани водом и алкохолом и осушени у струји топлог ваздуха. Коначан изглед овако добијених узорка приказан је на слици 5.18.

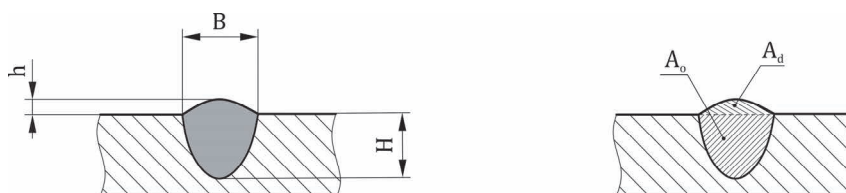


Слика 5.18. Обрађени узорци за металографска испитивања: **а)** узорак добијен у првом експерименту; **б)** узорак добијен у другом експерименту; **в)** узорак добијен у трећем експерименту

5.2.4 Одређивање параметара геометрије шави

На припремљеним узорцима, приказаним на слици 5.18. извршено је мерење параметара геометрије шави уз употребу микроскопа STEMI DV-4 и камере AxioCam Hrc 5s. Мерење је

извршено на рачунару уз употребу програмског пакета AxioVision при чему су мерени следећи параметри геометрије: ширина лица шава, дубина уваривања, висина надвишења шава, површина попречног пресека шава и површина надвишења шава, слика 5.19.



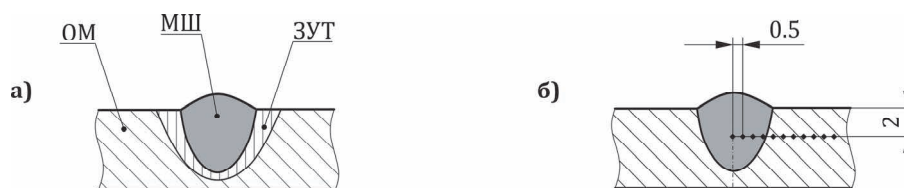
Слика 5.19. Параметри геометрије шава: B – ширина лица шава, H – дубина уваривања, h – висина надвишења шава, A_d – површина надвишења шава, $A_o + A_d$ – површина шава

5.2.5 Фотографисање микроструктуре

Након припреме узорака и мерења параметара геометрије шава, извршено је фотографисање микроструктуре на микроскопу Zeiss AxioObserver 5. Снимљена је по једна фотографија микроструктуре метала шава и основног метала и две фотографије у зони утицаја топлоте, слика 5.20а. Фотографисање је извршено при увећању од 100x.

5.2.6 Мерење микротврдоће

Мерење микроструктуре обављено је применом методе по Викерсу. Услед малих димензија завареног споја, мерење је извршено применом оптерећења од 9.81N, тј. HV1. Мерење је у низу тачака на растојању 2 mm од горње површине узорака. Растојање између мерних тачака износило је 0.5 mm. Положај мерних тачака приказан је на слици 5.20б. Мерење микротврдоће извршено је на уређају Buehler IndentaMet.



Слика 5.20. Геометрија шава: а) зоне фотографисања микроструктуре, ОМ – основни метал, ЗУТ – зона утицаја топлоте, МШ – метал шава; б) положај тачака за мерење микротврдоће

5.2.7 Лакирање узорака

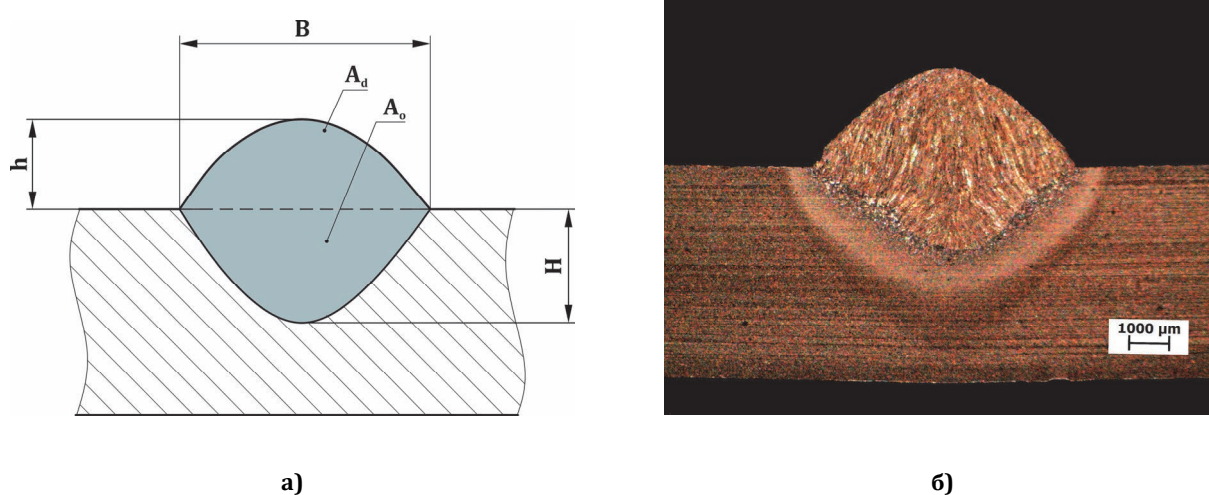
На крају експеримента, узорци су у циљу заштите од корозије лакирани акрилним лаком у спреју.

5.2.8 Резултати извођења експеримената

Резултати мерења параметара геометрије шава, фотографисања микроструктуре и мерења микротврдоће, приказани су у табелама 5.17. – 5.22.

5.2.8.1 Први експеримент

Параметри технологије заваривања који су примењени за извођење првог експеримента приказани су у табели 5.16. У циљу утврђивања вредности параметара геометрије шавова добијене у првом експерименту, извршено је мерење следећих геометријских карактеристика шавова: ширине лица шавова, дубине уваривања, висине надвишења шавова, површине попречног пресека шавова као и површине попречног пресека надвишења шавова, слика 5.21а. Мерење је изведено на макро - пресеку приказаном на слици 5.21б.



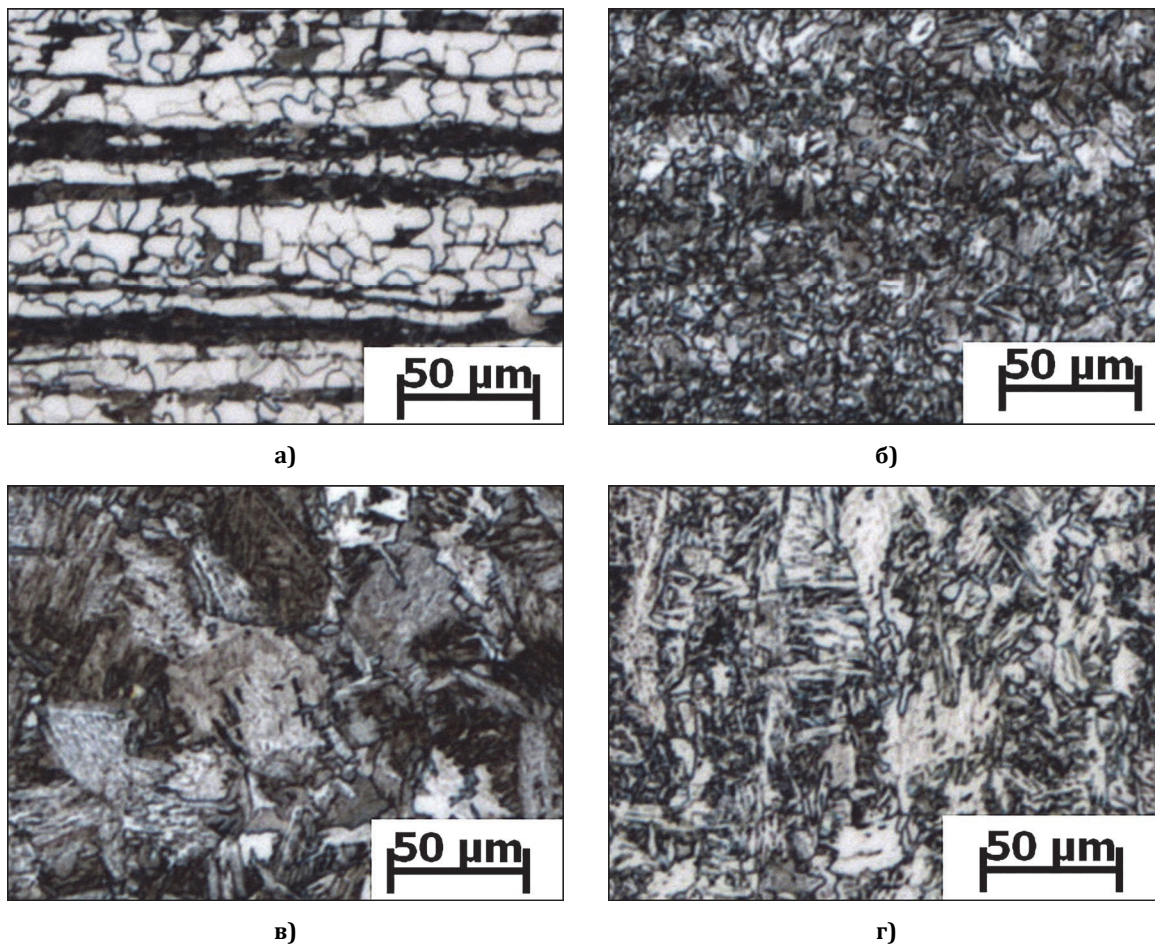
Слика 5.21. Геометријске карактеристике шавова за први експеримент: а) шематски приказ мерених величина; б) макро - пресек шавова на коме је обављено мерење

Измерене вредности су приказане у табели 5.17. Поред директно измерених вредности, у табели су дате и вредности коефицијента облика шавова као и степена мешања који су добијени рачунским путем на основу измерених вредности параметара геометрије шавова.

Табела 5.17. Измерене вредности геометријских карактеристика шавова за први експеримент

Ознака	Геометријска карактеристика	Јед. мере	Вредност
B	ширина лица шавова	mm	6.49
H	дубина уваривања	mm	2.07
h	надвишење шавова	mm	2.49
$\psi = B/H$	коефицијент облика шавова		3.13
A_o	површина попречног пресека ОМ	mm ²	7.21
A_d	површина попречног пресека надвишења шавова	mm ²	10.61
$\gamma_o = A_o/(A_o+A_d)$	степен мешања		0.405

Микроструктура завареног споја снимљена је у четири зоне: основном материјалу, зони нормализације, зони прегревања и металу шавова, слика 5.22.

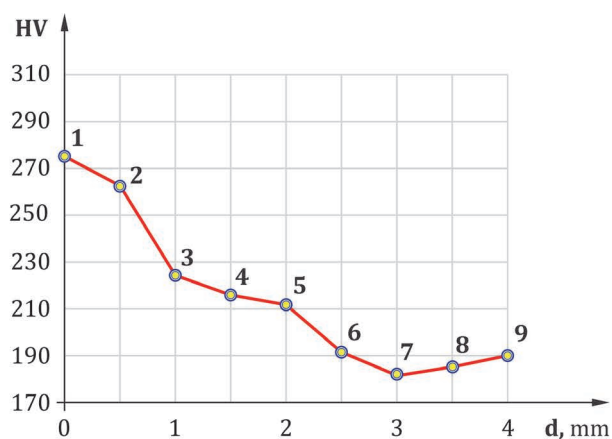
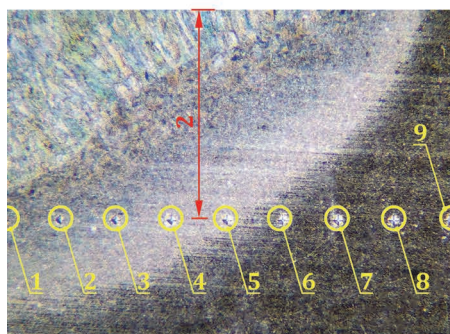


Слика 5.22. Приказ микроструктуре завареног споја за први експеримент: а) основни материјал; б) ЗУТ - зона нормализације; в) ЗУТ - зона прегревања; г) метал шава

Измерене вредности тврдоће по Викерсу HV1, приказане су у табели 5.18. и на слици 5.23б, док је на слици 5.23а дат приказ положаја мерних тачака у макро - пресеку.

Табела 5.18. Вредности тврдоће по Викерсу у мерним тачкама

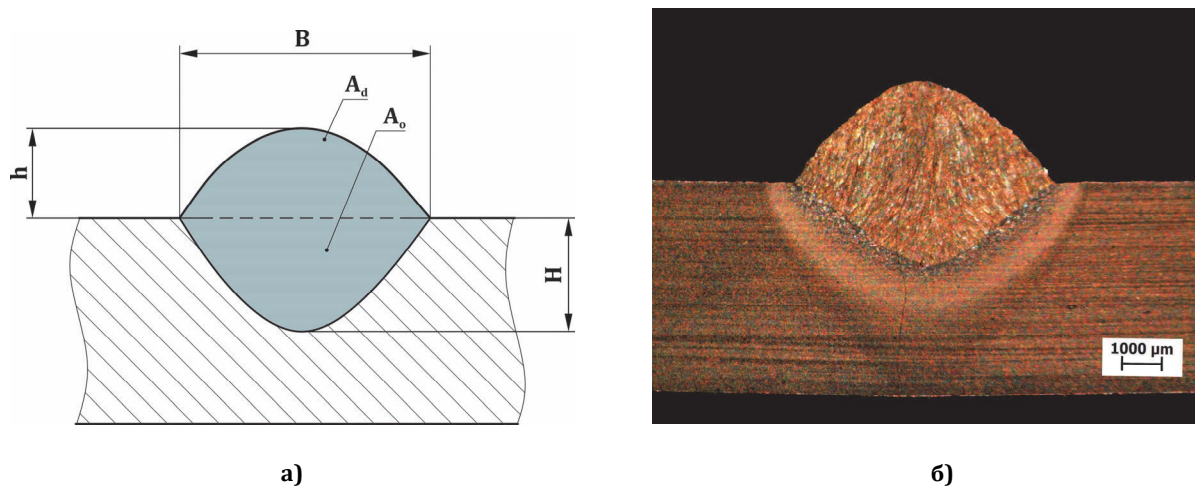
Мерно место	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Растојање од осе шави, mm	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
Тврдоћа HV1	274.8	262.2	224.2	215.8	212.1	191.1	181.6	185.3	190.2



Слика 5.23. Тврдоћа по Викерсу: а) положај мерних тачака; б) дијаграм вредности тврдоће у мерним тачкама

5.2.8.2 Други експеримент

Заваривање другог узорка извршено је са вредностима параметара технологије приказаним у табели 5.16. Вредности параметара геометрије шава добијене у току другог експеримента утврђене су мерењем следећих геометријских карактеристика шава: ширине лица шава, дубине уваривања, висине надвишења шава, површине попречног пресека шава као и површине попречног пресека надвишења шава, слика 5.24а. Мерење је изведено на макро - пресеку приказаном на слици 5.24б.



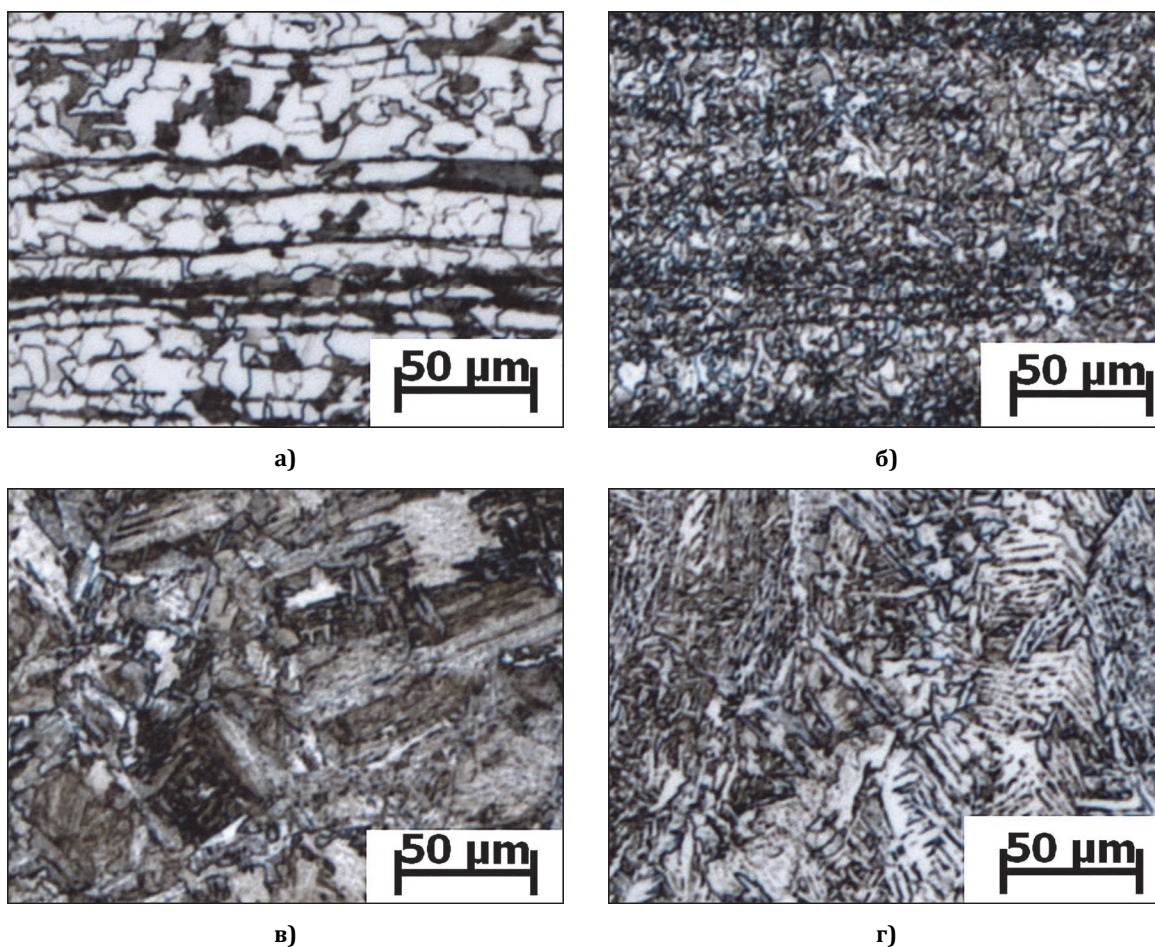
Слика 5.24. Геометријске карактеристике шава за други експеримент: а) шематски приказ мерених величина; б) макро - пресек шава на коме је обављено мерење

Измерене вредности су приказане у табели 5.19. Поред директно измерених вредности, у табели су дате и вредности коефицијента облика шава као и степена мешања који су добијени рачунским путем на основу измерених вредности параметара геометрије шава.

Табела 5.19. Измерене вредности геометријских карактеристика шава за други експеримент

Ознака	Геометријска карактеристика	Јед. мере	Вредност
B	ширина лица шава	mm	6.57
H	дубина уваривања	mm	2.06
h	надвишење шава	mm	2.55
$\psi = B/H$	коефицијент облика шава		3.19
A_o	површина попречног пресека ОМ	mm ²	7.49
A_d	површина попречног пресека надвишења шава	mm ²	10.93
$\gamma_o = A_o/(A_o+A_d)$	степен мешања		0.407

Микроструктура завареног споја снимљена је у четири зоне: основном материјалу, зони нормализације, зони прегревања и металу шава, слика 5.25.

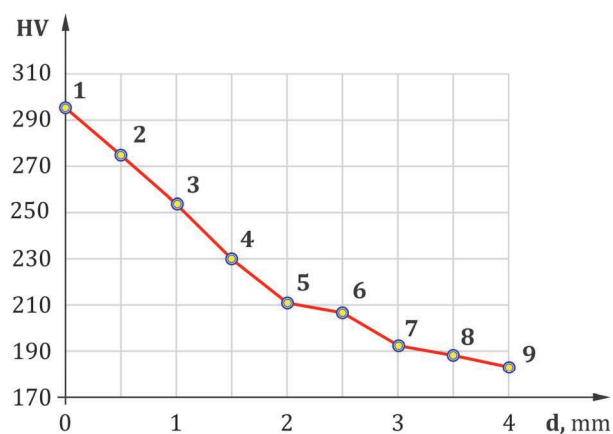
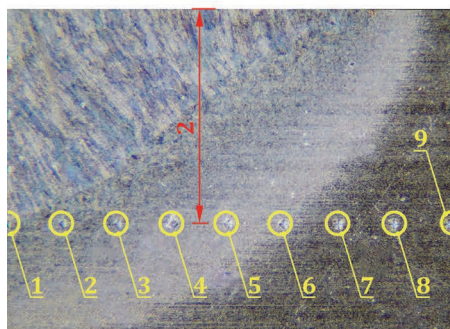


Слика 5.25. Приказ микроструктуре завареног споја за други експеримент: **а)** основни материјал; **б)** ЗУТ – зона нормализације; **в)** ЗУТ – зона прегревања; **г)** метал шава

Измерене вредности тврдоће по Викерсу HV1, приказане су у табели 5.20. и на слици 5.26б, док је на слици 5.26а дат приказ положаја мерних тачака у макро – пресеку.

Табела 5.20. Вредности тврдоће по Викерсу у мерним тачкама

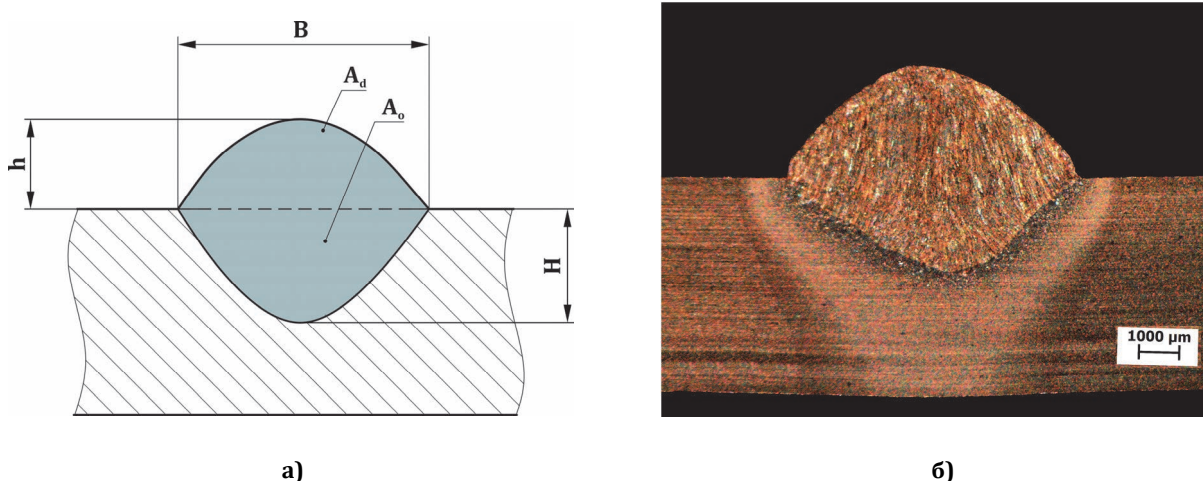
Мерно место	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Растојање од осе шава, mm	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
Тврдоћа HV1	294.9	274.4	253.4	229.7	210.8	206.6	192.5	188.1	182.9



Слика 5.26. Тврдоћа по Викерсу: **а)** положај мерних тачака; **б)** дијаграм вредности тврдоће у мерним тачкама

5.2.8.3 Трећи експеримент

У табели 5.16 приказане су вредности параметара технологије употребљених за заваривање трећег узорка. У циљу утврђивања параметара геометрије шава добијене у току трећег експеримента, извршено је мерење следећих геометријских карактеристика шава: ширине лица шава, дубине уваривања, висине надвишења шава, површине попречног пресека шава као и површине попречног пресека надвишења шава, слика 5.27а. Мерење је изведено на макро - пресеку приказаном на слици 5.27б.



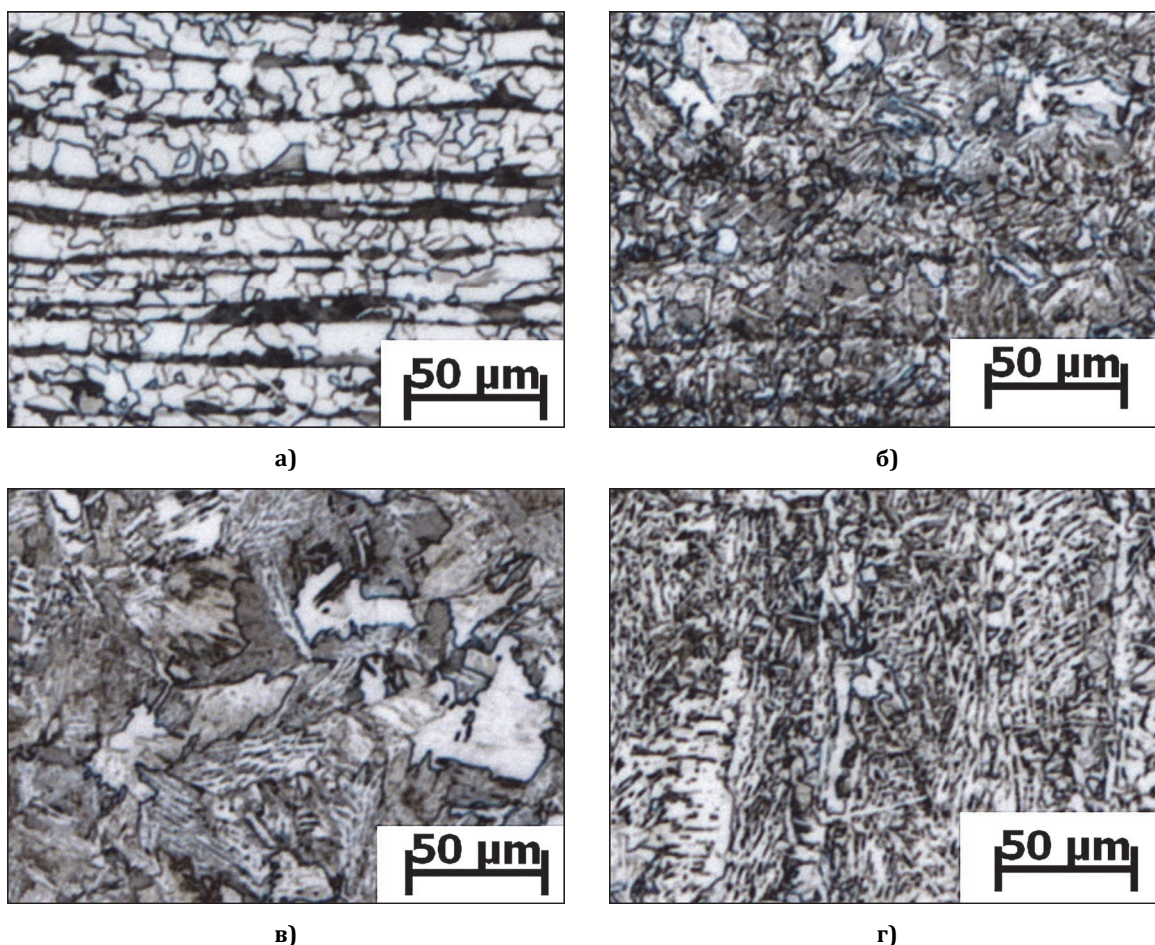
Слика 5.27. Геометријске карактеристике шава за трећи експеримент: а) шематски приказ мерених величина; б) макро - пресек шава на коме је обављено мерење

Вредности геометријских карактеристика су приказане у табели 5.21. У табели су дате и вредности коефицијента облика шава као и степена мешања који су добијени рачунским путем на основу измерених вредности параметара геометрије шава.

Табела 5.21. Измерене вредности геометријских карактеристика шава за други експеримент

Ознака	Геометријска карактеристика	Јед. мере	Вредност
B	ширина лица шава	mm	7.27
H	дубина уваривања	mm	2.32
h	надвишење шава	mm	2.81
$\psi = B/H$	коефицијент облика шава		3.13
A_o	површина попречног пресека ОМ	mm ²	9.89
A_d	површина попречног пресека надвишења шава	mm ²	13.9
$\gamma_o = A_o/(A_o+A_d)$	степен мешања		0.416

Микроструктура завареног споја снимљена је у четири зоне: основном материјалу, зони нормализације, зони прегревања и металу шава, слика 5.28.

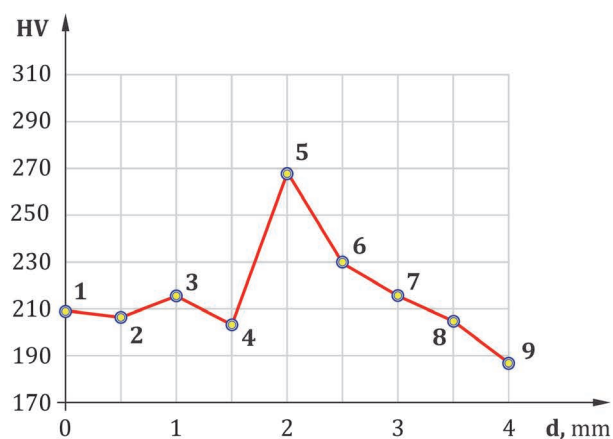
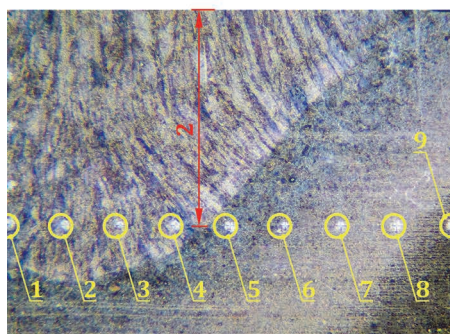


Слика 5.28. Приказ микроструктуре завареног споја за трећи експеримент: **а)** основни материјал; **б)** ЗУТ – зона нормализације; **в)** ЗУТ – зона прегревања; **г)** метал шава

Табела 5.22. и слика 5.29б приказују измерене вредности тврдоће по Викерсу HV1, док је на слици 5.29а дат приказ положаја мерних тачака у макро – пресеку.

Табела 5.22. Вредности тврдоће по Викерсу у мерним тачкама

Мерно место	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Растојање од осе шави, mm	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
Тврдоћа HV1	209.2	206.3	215.3	203.1	267.9	229.2	215.3	204.6	186.7



Слика 5.29. Тврдоћа по Викерсу: **а)** положај мерних тачака; **б)** дијаграм вредности тврдоће у мерним тачкама

ПОГЛАВЉЕ

6

КАЛИБРАЦИЈА И ВАЛИДАЦИЈА СИМУЛАЦИОНОГ МОДЕЛА

6.1. Калибрација симулационог модела

Без обзира на исправност претпоставки на којима је формиран симулациони модел као и на сложеност модела, тачност излазних резултата симулације, у овом случају, температурског поља, а посредством њега и параметара геометрије шави и тврдоће у тачкама завареног споја највише зависе од улазних података. Модел развијен у оквиру ове дисертације захтева деветнаест улазних величина које се могу груписати као: улазни параметри који се односе на модел геометријске апроксимације завариваних делова (6 улазних величина), параметри који обухватају почетне и граничне услове (4 улазне величине), параметри који се односе на технологију заваривања (4 улазне величине) и параметри модела извора топлоте (5 улазних величина).

Прва група параметара која се односи на геометријску апроксимацију завариваних делова, обухвата три параметра који се односе на димензије делова по све три осе координатног система и три параметра који се односе на густину мреже којом је извршена дискретизација простора. На прва три параметра се не може утицати пошто су дефинисани геометријом делова док се на друга три параметра може утицати само у одређеном обиму, будући да постоји максимална дозвољена величина ћелија мреже у смислу конвергенционе стабилности модела.

Друга група параметара која се односи на почетне и граничне услове обухвата: почетну температуру делова, температуру околине, емисиони однос и положај извора топлоте у односу на координатни систем. Прва два параметра добијају се директним мерењем, трећи параметар је карактеристика стања површине делова док је четврти параметар условно речено произвољан и због квазистационарности модела не утиче на резултате симулације.

Трећа група параметара односи се на технологију и представљају величине чија је вредност позната тј. исте су као вредности које се користе у експерименту са којим се симулација пореди.

Параметри који највише утичу на тачност излазних резултата симулације су параметри из групе која се односи на модел извора топлоте. Први од пет параметара из ове групе је коефицијент ефективног дејства електричног лука, η . Вредност овог параметра зависи од поступка заваривања који се симулира. У случај МАГ поступка заваривања, при заваривању челика у заштитној атмосфери угљен – диоксида, параметар η се креће у границама 0.75 – 0.93, док се у случају заваривања челика у заштитној атмосфери аргона, параметар η налази у границама 0.66 – 0.7 [95]. Јасно је да избор вредности у овим границама знатно утиче на резултате симулације. Други и трећи параметар из ове групе чије су вредности познате су:

- \mathbf{b}_h , димензија полуосе извора у правцу y – осе,
- \mathbf{c}_h , димензија полуосе извора у правцу z – осе.

Четврти и пети параметар чије је вредности потребно одредити су

- \mathbf{a}_{hf} , димензија x – полуосе предњег елипсоида извора топлоте,

- a_{hb} , димензија x – полуосе задњег елипсоида извора топлоте.

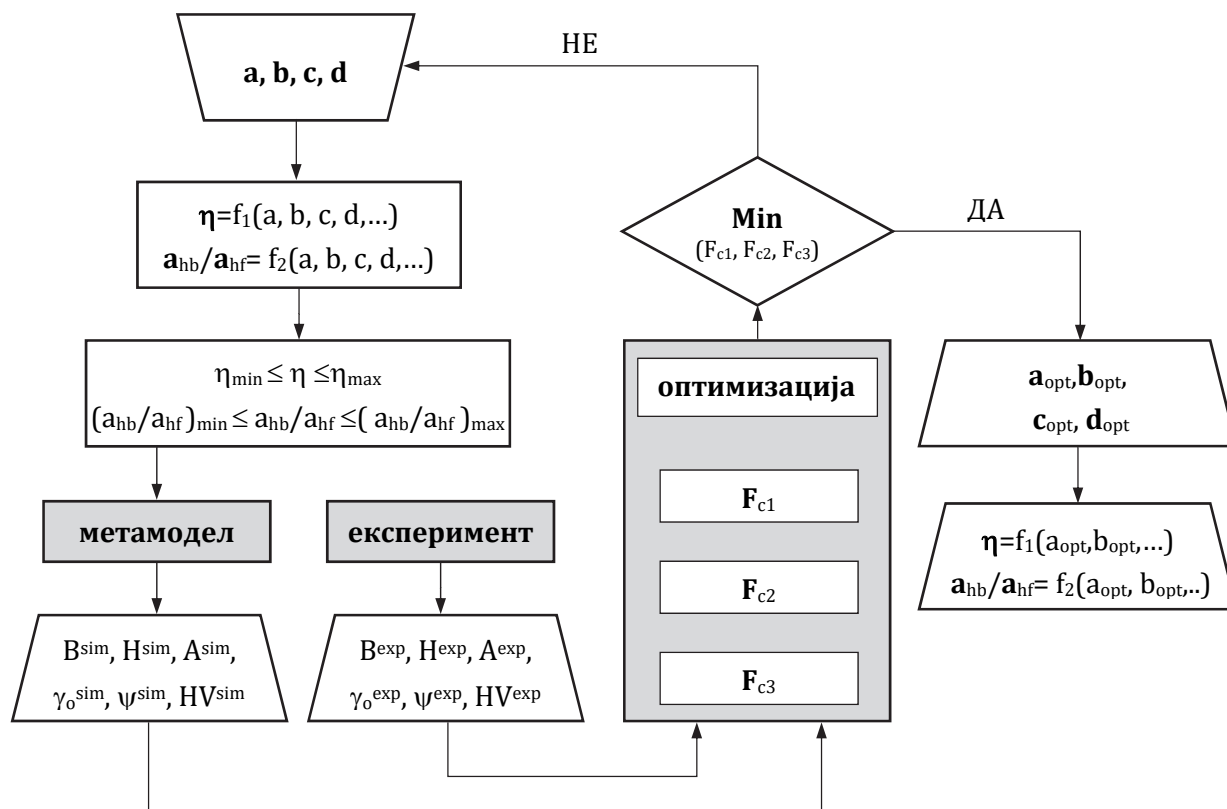
Вредност параметра a_{hf} се усваја да буде једнака вредности параметра b_h , док се вредност параметра a_{hb} усваја тако да однос a_{hb}/a_{hf} креће око броја 2, [5,97,102].

Имајући у виду наведено, може се закључити да су два параметра чија вредност није прецизно одређена:

- коефицијент корисног дејства лука η ,
- однос a_{hb}/a_{hf} .

За поуздане излазне резултате симулационог модела потребно је одредити тачне вредности ових улазних параметара. У случају појединачних симулација, одређивање конкретних вредности параметара η и a_{hb}/a_{hf} могуће је извршити минимизацијом одступања излазних резултата симулације од експерименталних резултата при чему су променљиве у процесу минимизације управо параметри η и a_{hb}/a_{hf} .

Проблем постаје сложенији када треба одредити оптималне вредности наведених параметара за више различитих симулација. У оваквом случају, решење је могуће наћи претпостављањем функционалне зависности параметара η и a_{hb}/a_{hf} од неког од параметара процеса и коефицијената који одређују претпостављену функционалну зависност и представљају променљиве у процесу оптимизације. Алгоритам поступка приказан је на слици 6.1.



Слика 6.1. Алгоритам одређивања функционалне зависности параметара η и a_{hb}/a_{hf}

6.2. Метамоделирање параметара геометрије шава и тврдоће и оптимизација калибрационих модела

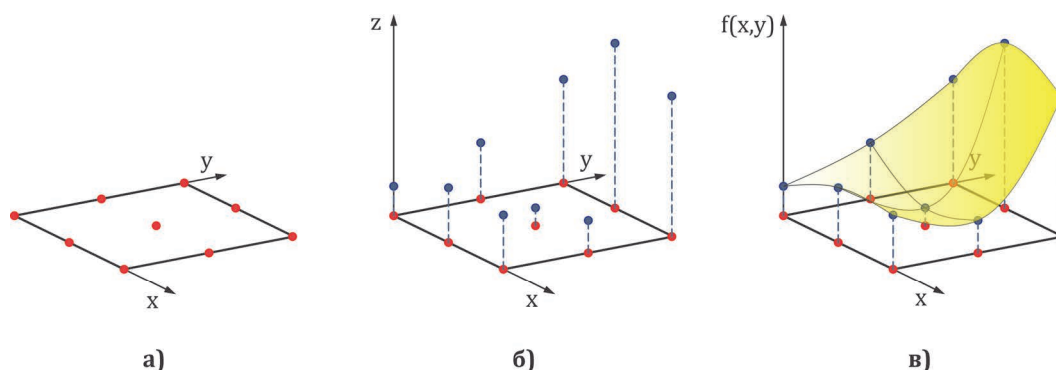
За калибрацију симулационог модела претпостављена су три облика функционалне зависности параметара η и a_{hb}/a_{hf} од односа брзине довођења жице и брзине заваривања:

- линеарна функционална зависност, табеле 6.1. и 6.6.,
- експоненцијална функционална зависност, табеле 6.11 и 6.16.,
- зависност у облику Гаусове функције, табеле 6.21. и 6.26.

Ови облици функционалних зависности узети су произвољно јер је у суштини могуће узети било који облик за који се сматра да ће добро представљати зависност параметара η и a_{hb}/a_{hf} од односа брзине довођења жице и брзине заваривања. Као метод оптимизације коришћен је вишекритеријумски генетски алгоритам [103,104] који омогућава минимизацију више функција циља истовремено. Коришћењем више појединачних функција циља уместо једне агрегативане функције, омогућен је увид у величину сваке појединачне функције циља а на основу њих и избор једног од више понуђених оптималних решења.

Брзина долажења до резултата применом симулационог модела описаног у петом поглављу, зависи од густине прорачунске мреже, тј. од корака мреже у правцима оса x , y и z . Са повећањем густине мреже, односно смањењем корака, временски период који је потребан да софтвер да излазне резултата се повећава. Када су у питању једна или две симулације које треба обавити, време извршења програмског кода не представља велики проблем. Међутим, у ситуацијама као што је калибрација модела или неки други облик оптимизације, број извршења програмског кода може бити веома велики што последично доводи до веома дугог временског периода потребног за добијање крајњих резултата. У случају неких измена у оптимизационом моделу, нпр. измене граничних услова, потребно је поново пустити софтвер у рад, што опет доводи до губитка времена.

Метамоделирање представља технику којом се одређени модел замењује неким другим, заменским моделом који на одговарајући начин oponаша оригинални модел а при томе има боље карактеристике које се односе на ефикасност рада модела [54]. Метамодел није ништа друго него функција која апроксимира или интерполира одзив правог модела на одређени сет улазних података [105], слика 6.2.



Слика 6.2. Приказ концепта метамоделирања за функцију две променљиве: **а)** вредности променљивих величина; **б)** излазне вредности модела; **в)** метамодел [54]

Пошто се калибрација симулационог модела заснива на процесу оптимизације, може се претпоставити да ће за проналажење оптималног решења бити потребан велики број итерација што у комбинацији са временом трајања једне итерације од 30 – 40 минута даје веома велико време трајања процеса калибрације. Ако се узме у обзир да се за избор калибрационог модела, користи више различитих функционалних зависности, то још више повећава време потребно за проналажење оптималног модела калибрације.

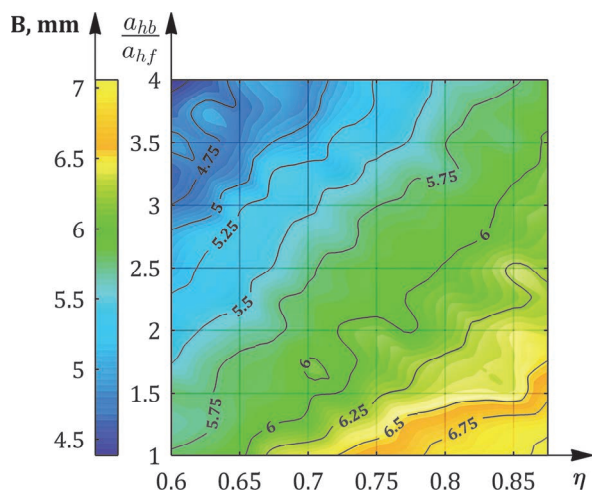
У циљу смањења овог временског периода, формирана су метамодел симулационих модела приказаног у петом поглављу на бази параметара технологије приказаних у шестом поглављу у табели 6.16. За сваку од три комбинације параметара технологије, као променљиве величине узете су параметри на основу којих се и обавља калибрација: коефицијент корисног дејства електричног лука, η и однос параметара модела извора топлоте, $\mathbf{a}_{hb}/\mathbf{a}_{hf}$. Вредности параметара су вариране у границама 0.6 – 0.875 за η , односно у границама 1 - 4 за $\mathbf{a}_{hb}/\mathbf{a}_{hf}$. Варирање је извршено на 12 односно 13 нивоа, што је дало 156 различитих комбинација ова два параметра.

За сваку од ових 156 комбинација улазних параметара и за сваки од модела, израчунате су применом симулационог моделирања вредности следећих параметара: ширине лица шава, B , дубине уваривања, H , површине попречног пресека шава, A_s , степена мешања, γ_o , коефицијента облика шава, ψ , и средње вредности тврдоће, HV_{sr} , у 9 мерних тачака дефинисаних у шестом поглављу за Киркалдијев и за Лијев модел. Вредности ових параметара за сваки од симулационих модела и за сваку од 156 комбинација улазних параметара дате су у прилогу. На основу израчунатих вредности излазних параметара извршена је интерполација кубним сплајновима а у функцији од наведена два улазна параметра. Интерполација је обављена у програмском пакету MATLAB. Графички прикази метамодела дати су на сликама 6.3 – 6.23.

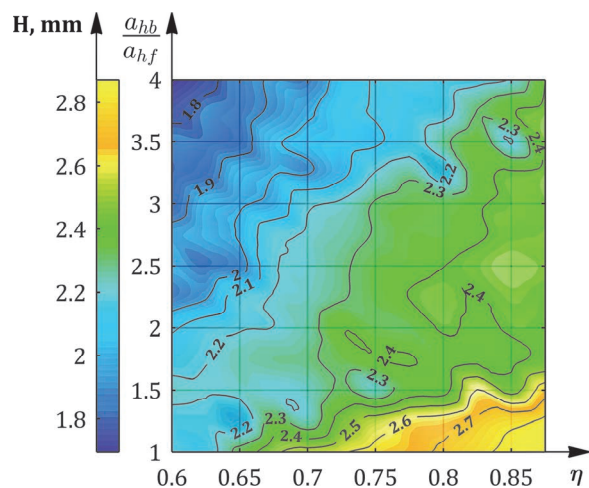
Функције циља су дефинисане преко метода најмањих квадрата тј. преко суме квадрата одступања излазних величина симулационог модела у односу на експерименталне резултате и приказане су у табелама 6.2., 6.7., 6.12., 6.17., 6.22. и 6.27. Као излазне величине симулационог модела које су поређене са експерименталним вредностима узете су две геометријске карактеристике шава и једна механичка карактеристика :

- степен мешања, γ_o ,
- коефицијент облика шава, ψ
- средња вредност тврдоће у мерним тачкама дефинисаним експериментом, HV_{sr}

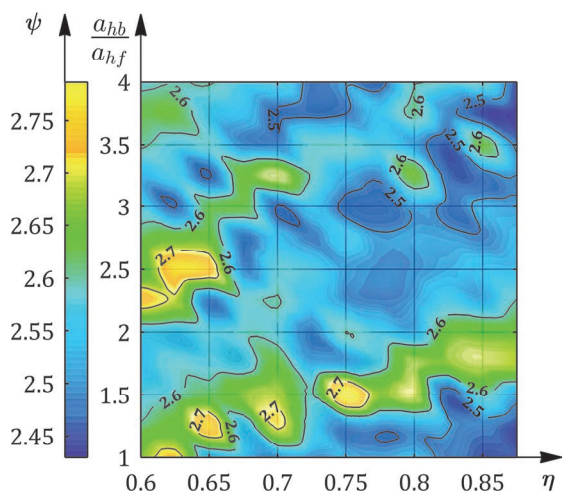
Наведене геометријске карактеристике су узете у циљу смањења броја функција циља а самим тим и убрзања процеса оптимизације.



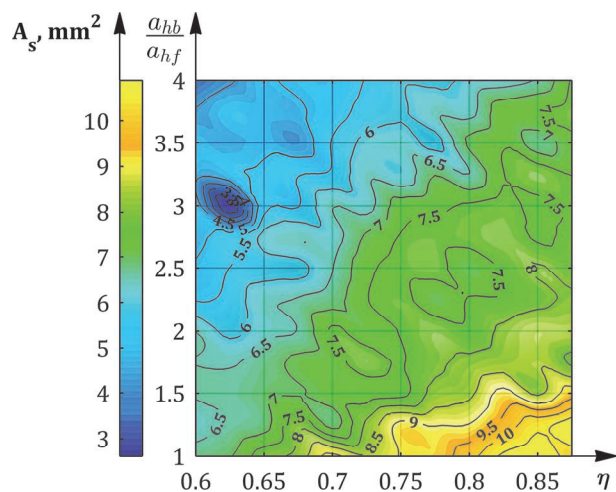
Слика 6.3. Симулација бр. 1: Контурни дијаграм зависности ширине лица шава



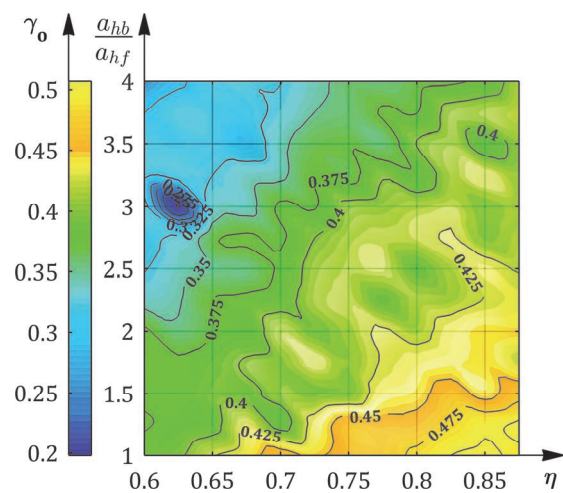
Слика 6.4. Симулација бр. 1: Контурни дијаграм зависности дубине уваривања



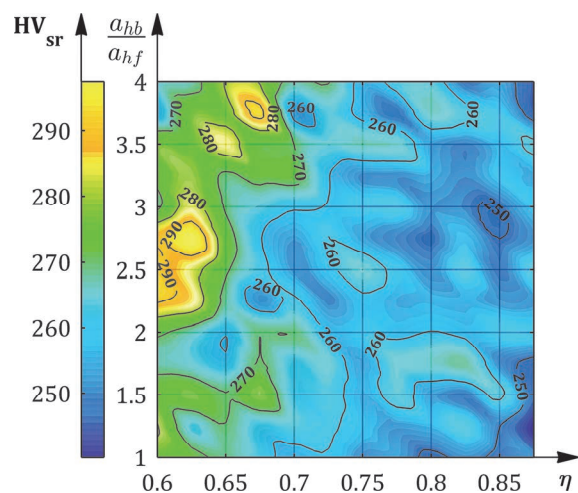
Слика 6.5. Симулација бр. 1: Контурни дијаграм зависности коефицијента облика шава



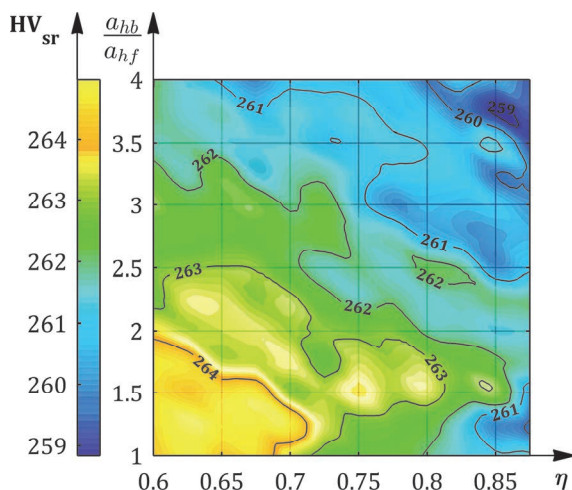
Слика 6.6. Симулација бр. 1: Контурни дијаграм зависности површине попречног пресека шава



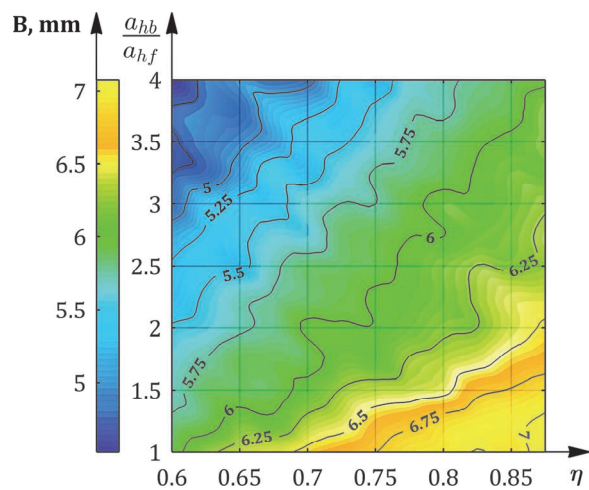
Слика 6.7. Симулација бр. 1: Контурни дијаграм зависности степена мешања



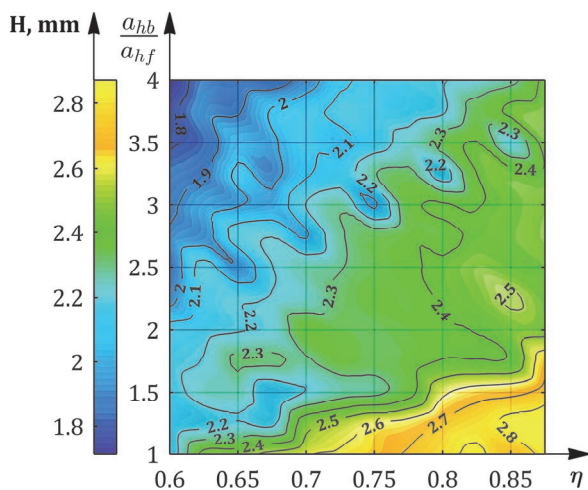
Слика 6.8. Симулација бр. 1: Контурни дијаграм зависности средње вредности тврдоће по Киркалдијевом моделу



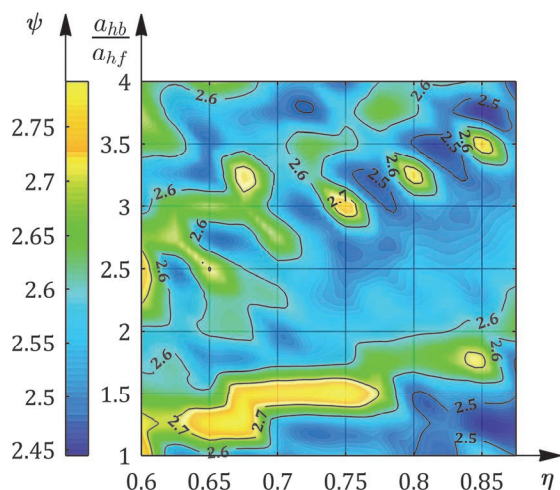
Слика 6.9. Симулација бр. 1: Контурни дијаграм зависности средње вредности тврдоће по Лијевом моделу



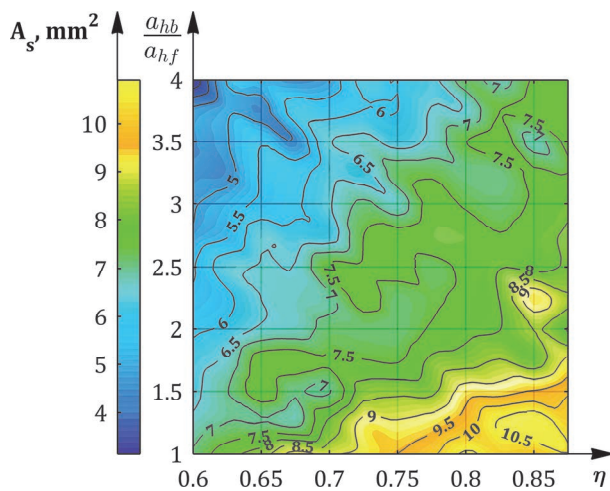
Слика 6.10. Симулација бр. 2: Контурни дијаграм зависности ширине лица шава



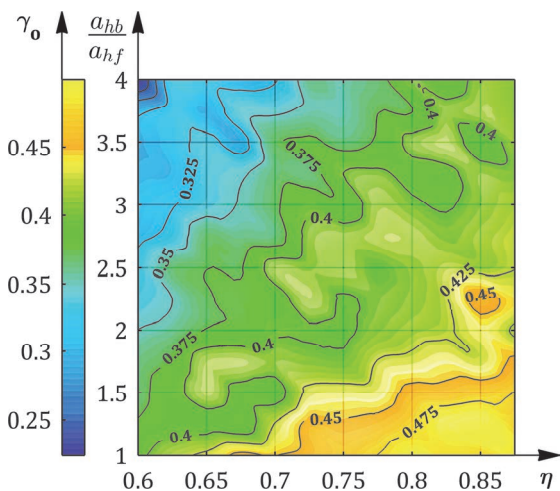
Слика 6.11. Симулација бр. 2: Контурни дијаграм зависности дубине уваривања



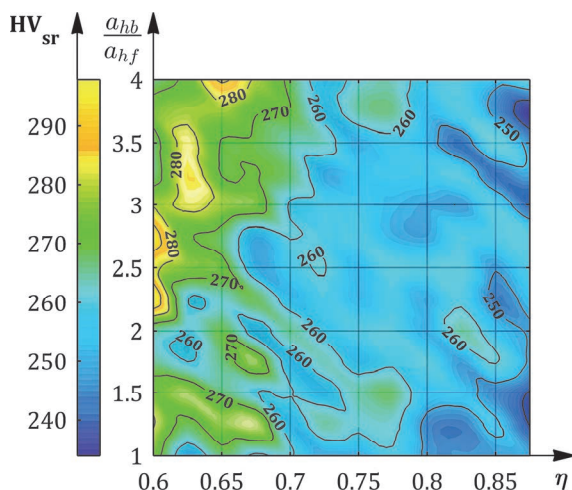
Слика 6.12. Симулација бр. 2: Контурни дијаграм зависности коефицијента облика шава



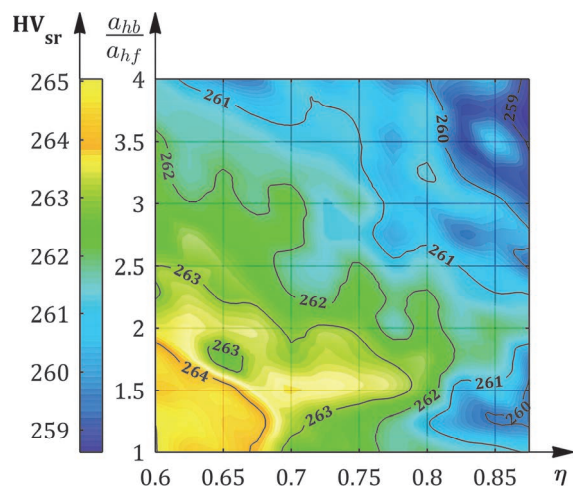
Слика 6.13. Симулација бр. 2: Контурни дијаграм зависности површине попречног пресека шава



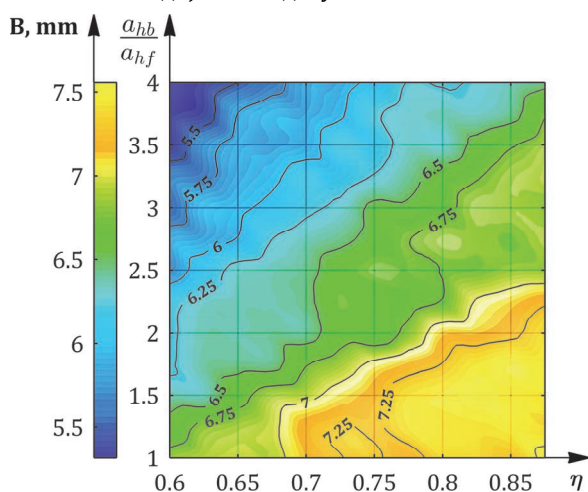
Слика 6.14. Симулација бр. 2: Контурни дијаграм зависности степена мешања



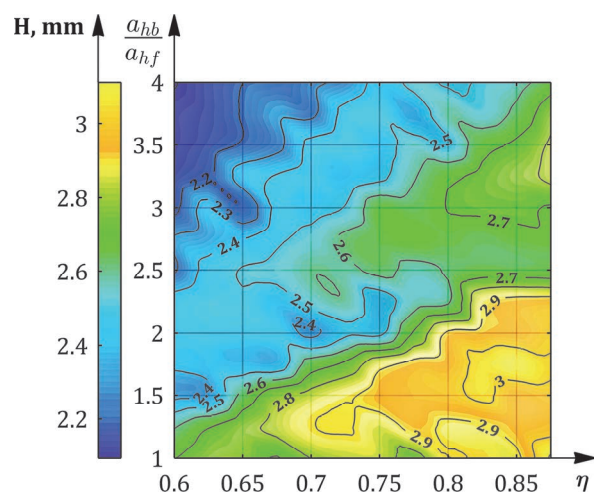
Слика 6.15. Симулација бр. 2: Контурни дијаграм зависности средње вредности тврдоће по Киркалдијевом моделу



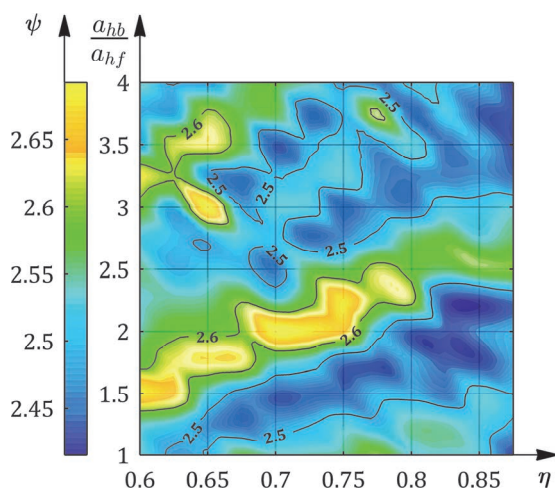
Слика 6.16. Симулација бр. 2: Контурни дијаграм зависности средње вредности тврдоће по Лијевом моделу



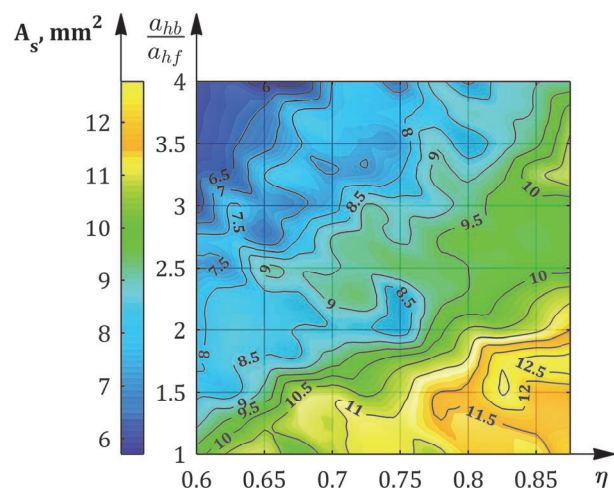
Слика 6.17. Симулација бр. 3: Контурни дијаграм зависности ширине лица шава



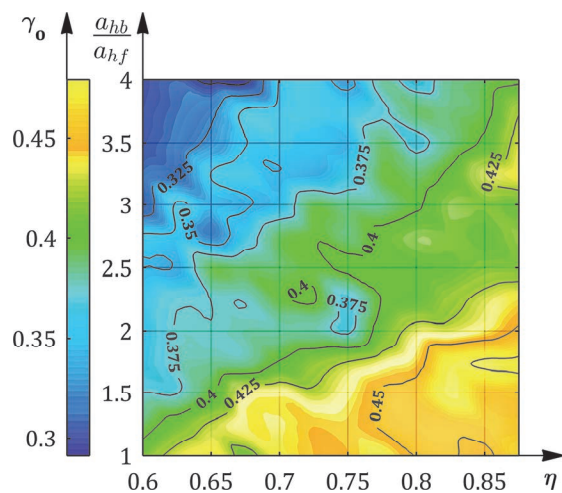
Слика 6.18. Симулација бр. 3: Контурни дијаграм зависности дубине уваривања



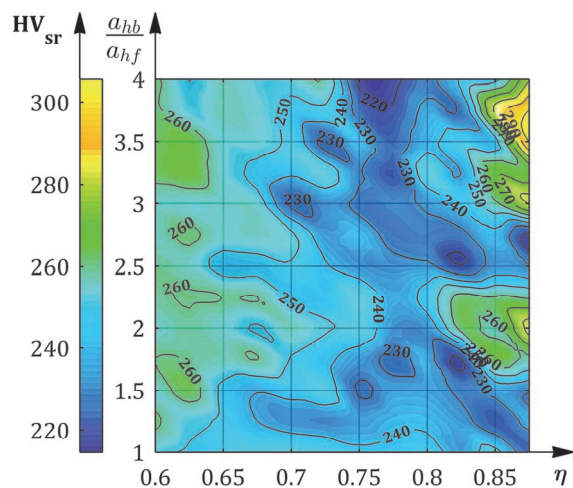
Слика 6.19. Симулација бр. 3: Контурни дијаграм зависности коефицијента облика шава



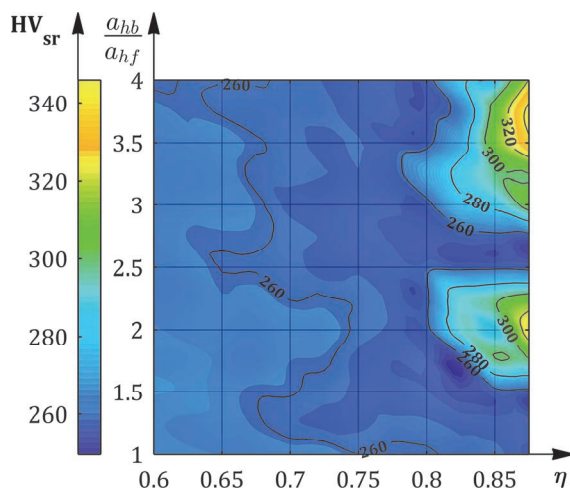
Слика 6.20. Симулација бр. 3: Контурни дијаграм зависности површине попречног пресека шава



Слика 6.21. Симулација бр. 3: Контурни дијаграм зависности степена мешања



Слика 6.22. Симулација бр. 3: Контурни дијаграм зависности средње вредности тврдоће по Киркалдијевом моделу



Слика 6.23. Симулација бр. 3: Контурни дијаграм зависности средње вредности тврдоће по Лијевом моделу

6.2.1 Први модел калибрације

У случају првог модела калибрације претпостављена је линеарна зависност коефицијента корисног дејства електричног лука и односа параметара модела извора топлоте од количника брзине довођења жице и брзине заваривања. Једначине су приказане у табели 6.1.

Табела 6.1. Претпостављене функционалне зависности за први модел калибрације

Коефицијент корисног дејства електричног лука	Однос параметара модела извора топлоте
$\eta(a, b) = a \left(\frac{v_e}{v_z} \right) + b$	$\frac{a_{hb}}{a_{hf}}(c, d) = c \left(\frac{v_e}{v_z} \right) + d$

У циљу одређивања параметара a , b , c и d , формиране су три независне функције циља применом методе најмањих квадрата. Прва функција циља, f_{c1} , минимизира одступање симулираних вредности коефицијента облика шава од експерименталних. Друга функција циља, f_{c2} , минимизира одступање симулираних вредности степена мешања од експерименталних док трећа функција циља, f_{c3} , минимизира симулиране средњу вредност тврдоће на мерној линији користећи Киркалдијев модел у односу на средњу измерену вредност тврдоће. Функције циља f_{c1} , f_{c2} , f_{c3} , приказане су у табели 6.2. Индекс i , у функцијама циља, односи се на редни број експеримента/симулације.

Табела 6.2. Преглед функција циља за први модел калибрације

$\text{Min } f_{c1}(a, b, c, d)$	$\text{Min } f_{c2}(a, b, c, d)$	$\text{Min } f_{c3}(a, b, c, d)$
$\sum_{i=1}^3 \left(\frac{\Psi_i^{\text{exp}} - \Psi_i^{\text{sim}}}{\Psi_i^{\text{exp}}} \right)^2$	$\sum_{i=1}^3 \left(\frac{\gamma_{o,i}^{\text{exp}} - \gamma_{o,i}^{\text{sim}}}{\gamma_{o,i}^{\text{exp}}} \right)^2$	$\sum_{i=1}^3 \left(\frac{HV_i^{\text{exp}} - HV_i^{\text{Kirkaldy}}}{HV_i^{\text{exp}}} \right)^2$

Функције ограничења су постављене преко ограничавања минималних и максималних вредности коефицијента корисног дејства лука и односа параметара модела извора топлоте а из њих су проистекла функционална ограничења приказана у табели 6.3.

Табела 6.3. Преглед функција ограничења за први модел калибрације

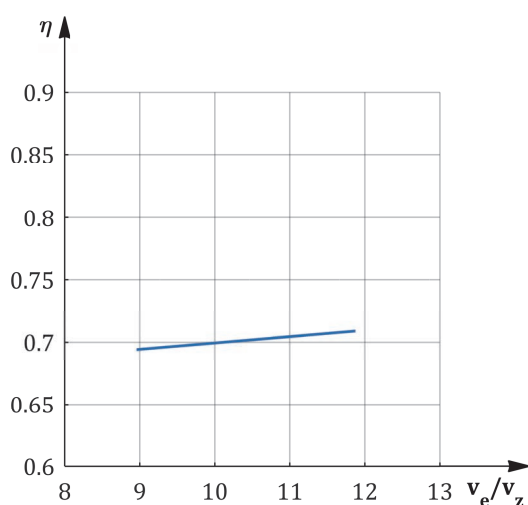
Редни број органичења	$0.6 \leq \eta(a, b) \leq 0.875$	$1 \leq \frac{a_{hb}}{a_{hf}}(c, d) \leq 4$
1.	$a \left(\frac{v_e}{v_z} \right)_{\min} + b \geq 0.6$	$c \left(\frac{v_e}{v_z} \right)_{\min} + d \geq 1$
2.	$a \left(\frac{v_e}{v_z} \right)_{\max} + b \geq 0.6$	$c \left(\frac{v_e}{v_z} \right)_{\max} + d \geq 1$
3.	$a \left(\frac{v_e}{v_z} \right)_{\min} + b \leq 0.875$	$c \left(\frac{v_e}{v_z} \right)_{\min} + d \leq 4$
4.	$a \left(\frac{v_e}{v_z} \right)_{\max} + b \leq 0.875$	$c \left(\frac{v_e}{v_z} \right)_{\max} + d \leq 4$

Оптимизација је изведена применом вишекритеријумског генетског алгоритма у програмском пакету MATLAB. Вредности параметара a , b , c и d добијених оптимизацијом као и једначине функционалних зависности коефицијента корисног дејства лука и односа параметара модела извора топлоте приказане су у табели 6.4.

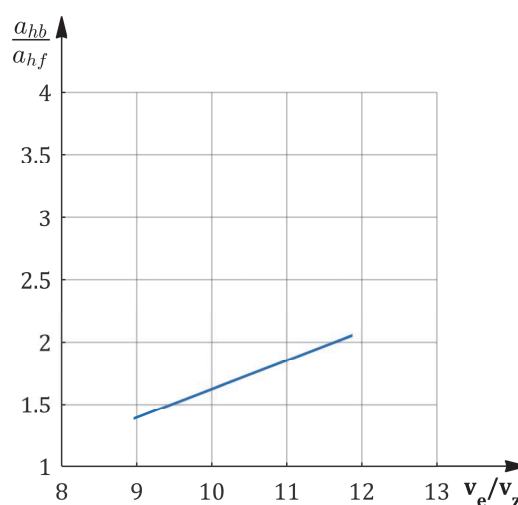
Табела 6.4. Вредности параметара добијених оптимизацијом

a	b	c	d
0.0050	0.6492	0.2299	-0.6755
$\eta = 0.005 \left(\frac{v_e}{v_z} \right) + 0.6492$		$\frac{a_{hb}}{a_{hf}} = 0.2299 \left(\frac{v_e}{v_z} \right) - 0.6755$	

Графички приказ добијених функционалних зависности дат је на сликама 6.24. и 6.25.



Слика 6.24. Функционална зависност коефицијента корисног дејства ел. лука за први модел



Слика 6.25. Функционална зависност односа параметара извора топлоте за први модел

У табели 6.5. је дат упоредни приказ апсолутних и релативних грешака за сва три експеримента/симулације на бази овако калибрисаног модела.

Табела 6.5. Упоредни приказ експерименталних и симулационих вредности геометријских параметара шава и средње вредности тврдоће у случају првог модела

Параметар	Прва симул./експерим.				Друга симул./експерим.				Трећа симул./експерим.			
	Симулација	Експеримент	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %	Симулација	Експеримент	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %	Симулација	Експеримент	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %
B	5.96	6.49	0.53	8.2	6.20	6.57	0.37	5.7	6.44	7.27	0.83	11.4
H	2.17	2.07	0.10	4.7	2.27	2.06	0.21	10.2	2.41	2.32	0.09	4.1
A	7.21	7.21	0.00	0.0	7.37	7.49	0.12	1.6	8.53	9.89	1.36	13.7
ψ	2.75	3.14	0.39	12.3	2.73	3.19	0.46	14.4	2.67	3.13	0.47	14.9
γ₀	0.405	0.405	0.00	0.0	0.403	0.407	0.004	1.0	0.380	0.416	0.036	8.5
HV_{sr}	262.3	215.3	47.1	21.9	271.2	225.9	45.3	20	257.2	215.3	41.9	19.5

6.2.2 Други модел калибрације

И у случају другог модела калибрације претпостављена је линеарна зависност коефицијента корисног дејства електричног лука и односа параметара модела извора топлоте од количника брзине довођења жице и брзине заваривања. Једначине су приказане у табели 6.6.

Табела 6.6. Претпостављене функционалне зависности за други модел калибрације

Коефицијент корисног дејства електричног лука	Однос параметара модела извора топлоте
$\eta(a, b) = a \left(\frac{v_e}{v_z} \right) + b$	$\frac{a_{hb}}{a_{hf}}(c, d) = c \left(\frac{v_e}{v_z} \right) + d$

Применом методе најмањих квадрата су у циљу одређивања параметара a , b , c и d , формиране три независне функције циља. Функција циља, f_{c1} , минимизира одступање симулираних вредности коефицијента облика шава од експерименталних. Функција циља, f_{c2} , минимизира одступање симулираних вредности степена мешања од експерименталних. Трећа функција циља, f_{c3} , минимизира симулирану средњу вредност тврдоће на мерној линији користећи Лијев модел у односу на средњу измерену вредност тврдоће за разлику од првог модела. Функције циља f_{c1} , f_{c2} , f_{c3} , приказане су у табели 6.7.

Табела 6.7. Преглед функција циља за други модел калибрације

$\text{Min } f_{c1}(a, b, c, d)$	$\text{Min } f_{c2}(a, b, c, d)$	$\text{Min } f_{c3}(a, b, c, d)$
$\sum_{i=1}^3 \left(\frac{\Psi_i^{\text{exp}} - \Psi_i^{\text{sim}}}{\Psi_i^{\text{exp}}} \right)^2$	$\sum_{i=1}^3 \left(\frac{\gamma_{o,i}^{\text{exp}} - \gamma_{o,i}^{\text{sim}}}{\gamma_{o,i}^{\text{exp}}} \right)^2$	$\sum_{i=1}^3 \left(\frac{HV_i^{\text{exp}} - HV_i^{\text{Li}}}{HV_i^{\text{exp}}} \right)^2$

Ограничења су, као и у првом моделу, постављене преко ограничавања минималних и максималних вредности коефицијента корисног дејства лука и односа параметара модела извора топлоте а из њих су проистекла функционална ограничења приказана у табели 6.8.

Табела 6.8. Преглед функција ограничења за други модел калибрације

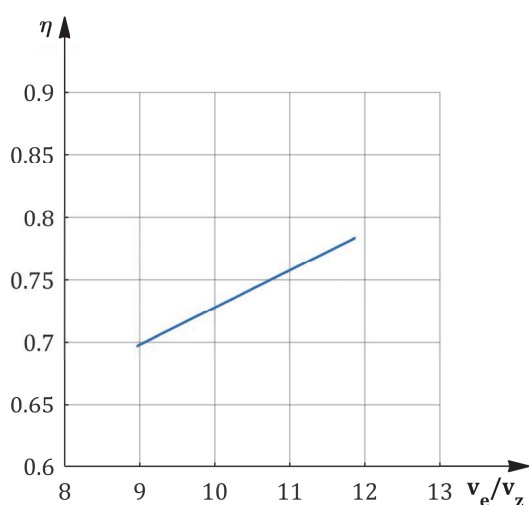
Редни број ограничења	$0.6 \leq \eta(a, b) \leq 0.875$	$1 \leq \frac{a_{hb}}{a_{hf}}(c, d) \leq 4$
1.	$a \left(\frac{v_e}{v_z} \right)_{\min} + b \geq 0.6$	$c \left(\frac{v_e}{v_z} \right)_{\min} + d \geq 1$
2.	$a \left(\frac{v_e}{v_z} \right)_{\max} + b \geq 0.6$	$c \left(\frac{v_e}{v_z} \right)_{\max} + d \geq 1$
3.	$a \left(\frac{v_e}{v_z} \right)_{\min} + b \leq 0.875$	$c \left(\frac{v_e}{v_z} \right)_{\min} + d \leq 4$
4.	$a \left(\frac{v_e}{v_z} \right)_{\max} + b \leq 0.875$	$c \left(\frac{v_e}{v_z} \right)_{\max} + d \leq 4$

Оптимизација је изведена применом вишекритеријумског генетског алгоритма у програмском пакету MATLAB. Вредности параметара a, b, c и d добијених оптимизацијом као и једначине функционалних зависности коефицијента корисног дејства лука и односа параметара модела извора топлоте приказане су у табели 6.9.

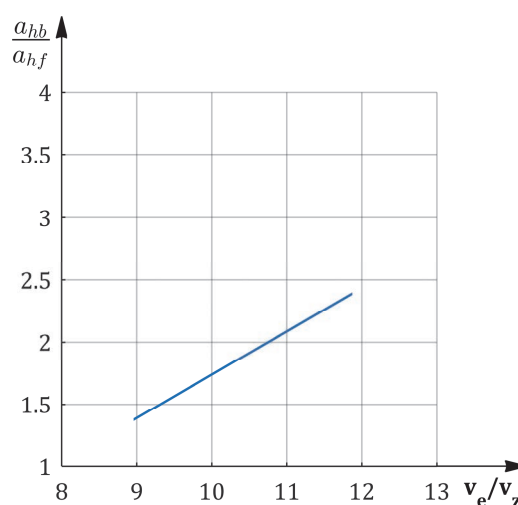
Табела 6.9. Вредности параметара добијених оптимизацијом

a	b	c	d
0.0298	0.4297	0.3479	-1.7406
$\eta = 0.0298 \left(\frac{v_e}{v_z} \right) + 0.4297$		$\frac{a_{hb}}{a_{hf}} = 0.3479 \left(\frac{v_e}{v_z} \right) - 1.7406$	

Графички приказ добијених функционалних зависности дат је на сликама 6.26. и 6.27.



Слика 6.26. Функционална зависност коефицијента корисног дејства ел. лука за други модел



Слика 6.27. Функционална зависност односа параметара извора топлоте за други модел

У табели 6.10. је дат упоредни приказ апсолутних и релативних грешака за сва три експеримента/симулације на бази овако калибрисаног модела.

Табела 6.10. Упоредни приказ експерименталних и симулационих вредности геометријских параметара шава и средње вредности тврдоће у случају другог модела

Параметар	Прва симул./експерим.				Друга симул./експерим.				Трећа симул./експерим.			
	Симулација	Експеримент	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %	Симулација	Експеримент	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %	Симулација	Експеримент	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %
B	5.93	6.49	0.56	8.6	6.16	6.57	0.41	6.3	6.74	7.27	0.53	7.3
H	2.23	2.07	0.16	7.5	2.23	2.06	0.17	8.0	2.60	2.32	0.28	12.3
A	7.18	7.21	0.03	0.5	7.11	7.49	0.38	5.1	9.46	9.89	0.43	4.4
ψ	2.66	3.14	0.47	15.0	2.77	3.19	0.42	13.2	2.59	3.13	0.55	17.4
γ₀	0.403	0.405	0.002	0.3	0.394	0.407	0.013	3.1	0.405	0.416	0.011	2.6
HV_{sr}	264.6	215.3	49.3	22.9	263.2	225.9	37.3	16.5	259.0	215.3	43.7	20.3

6.2.3 Трећи модел калибрације

Трећи модел калибрације заснован је на претпоставци о експоненцијална зависност коефицијента корисног дејства електричног лука и односа параметара модела извора топлоте од количника брзине довођења жице и брзине заваривања. Једначине су приказане у табели 6.11.

Табела 6.11. Претпостављене функционалне зависности за трећи модел калибрације

Коефицијент корисног дејства електричног лука	Однос параметара модела извора топлоте
$\eta(a,b) = a \cdot e^{-\left(\frac{b \cdot v_z}{v_e}\right)}$	$\frac{a_{hb}}{a_{hf}}(c,d) = c \cdot e^{-\left(\frac{d \cdot v_z}{v_e}\right)}$

Одређивања параметара a , b , c и d , засновано је на, као и у прва два случаја, три независне функције циља добијене применом методе најмањих квадрата. Минимизација одступања симулираних вредности коефицијента облика шава од експерименталних обухваћено је функцијом циља, f_{c1} . Друга функција циља, f_{c2} , минимизира одступање симулираних вредности степена мешања од експерименталних док трећа функција циља, f_{c3} , минимизира симулирану средњу вредност тврдоће на мерној линији користећи Киркалдијев модел у односу на средњу измерену вредност тврдоће. Функције циља f_{c1} , f_{c2} , f_{c3} , приказане су у табели 6.12.

Табела 6.12. Преглед функција циља за трећи модел калибрације

$\text{Min } f_{c1}(a,b,c,d)$	$\text{Min } f_{c2}(a,b,c,d)$	$\text{Min } f_{c3}(a,b,c,d)$
$\sum_{i=1}^3 \left(\frac{\Psi_i^{\text{exp}} - \Psi_i^{\text{sim}}}{\Psi_i^{\text{exp}}} \right)^2$	$\sum_{i=1}^3 \left(\frac{\gamma_{o,i}^{\text{exp}} - \gamma_{o,i}^{\text{sim}}}{\gamma_{o,i}^{\text{exp}}} \right)^2$	$\sum_{i=1}^3 \left(\frac{HV_i^{\text{exp}} - HV_i^{\text{Kirkaldy}}}{HV_i^{\text{exp}}} \right)^2$

Функције ограничења су постављене преко ограничавања минималних и максималних вредности коефицијента корисног дејства лука и односа параметара модела извора топлоте а из њих су проистекла функционална ограничења приказана у табели 6.13.

Табела 6.13. Преглед функција ограничења за трећи модел калибрације

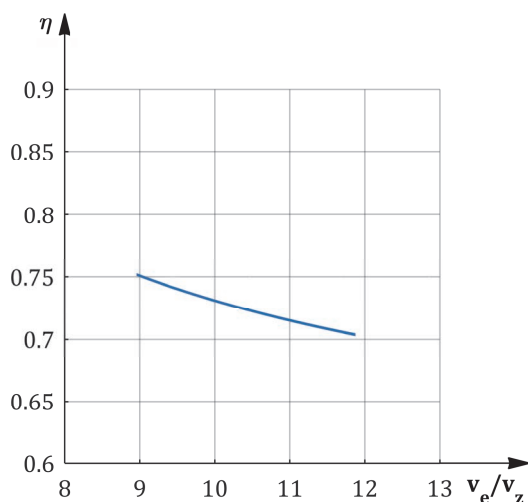
Редни број ограничења	$0.6 \leq \eta(a,b) \leq 0.875$	$1 \leq \frac{a_{hb}}{a_{hf}}(c,d) \leq 4$
1.	$a \cdot e^{-\left(\frac{b \cdot v_z}{v_e}\right)_{\min}} \geq 0.6$	$c \cdot e^{-\left(\frac{d \cdot v_z}{v_e}\right)_{\min}} \geq 1$
2.	$a \cdot e^{-\left(\frac{b \cdot v_z}{v_e}\right)_{\max}} \geq 0.6$	$c \cdot e^{-\left(\frac{d \cdot v_z}{v_e}\right)_{\max}} \geq 1$
3.	$a \cdot e^{-\left(\frac{b \cdot v_z}{v_e}\right)_{\min}} \leq 0.875$	$c \cdot e^{-\left(\frac{d \cdot v_z}{v_e}\right)_{\min}} \leq 4$
4.	$a \cdot e^{-\left(\frac{b \cdot v_z}{v_e}\right)_{\max}} \leq 0.875$	$c \cdot e^{-\left(\frac{d \cdot v_z}{v_e}\right)_{\min}} \leq 4$

И у овом случају, оптимизација је изведена применом вишекритеријумског генетског алгорита у програмском пакету MATLAB. Вредности параметара a , b , c и d добијених оптимизацијом као и једначине функционалних зависности коефицијента корисног дејства лука и односа параметара модела извора топлоте приказане су у табели 6.14.

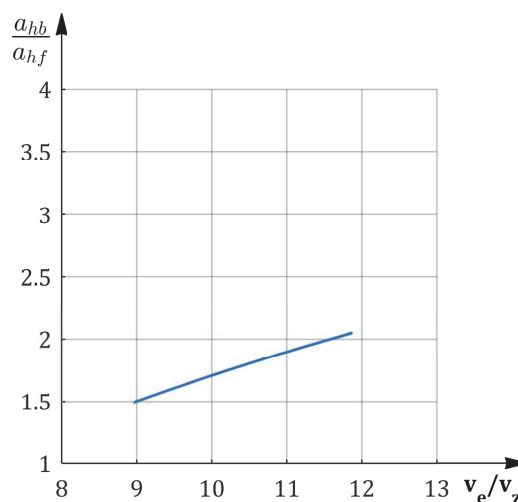
Табела 6.14. Вредности параметара добијених оптимизацијом

a	b	c	d
0.5742	-2.4146	5.4324	11.5706
$\eta = 0.5742 \cdot e^{\left(\frac{2.4146 \cdot v_z}{v_e}\right)}$		$\frac{a_{hb}}{a_{hf}} = 5.4324 \cdot e^{\left(\frac{11.5706 \cdot v_z}{v_e}\right)}$	

Графички приказ добијених функционалних зависности дат је на сликама 6.28. и 6.29.



Слика 6.28. Функционална зависност коефицијента корисног дејства ел. лука за трећи модел



Слика 6.29. Функционална зависност односа параметара извора топлоте за трећи модел

У табели 6.15. је дат упоредни приказ апсолутних и релативних грешака за сва три експеримента/симулације на бази овако калибрисаног модела.

Табела 6.15. Упоредни приказ експерименталних и симулационих вредности геометријских параметара шава и средње вредности тврдоће у случају трећег модела

Параметар	Прва симул./експерим.				Друга симул./експерим.				Трећа симул./експерим.			
	Симулација	Експеримент	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %	Симулација	Експеримент	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %	Симулација	Експеримент	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %
В	6.28	6.49	0.21	3.3	6.25	6.57	0.32	4.9	6.42	7.27	0.85	11.7
Н	2.30	2.07	0.23	11.3	2.27	2.06	0.21	10.2	2.46	2.32	0.14	6.0
А	8.17	7.21	0.96	13.3	7.67	7.49	0.18	2.4	8.51	9.89	1.38	13.9
ψ	2.72	3.14	0.41	13.1	2.75	3.19	0.44	13.7	2.61	3.13	0.52	16.7
γ₀	0.435	0.405	0.03	7.5	0.412	0.407	0.005	1.4	0.380	0.416	0.036	8.6
HV_{sr}	258.5	215.3	43.3	20.1	263.9	225.9	38.0	16.8	250.7	215.3	35.4	16.5

6.2.4 Четврти модел калибрације

У случају четвртог модела калибрације претпостављена је експоненцијална зависност коефицијента корисног дејства електричног лука и односа параметара модела извора топлоте од количника брзине довођења жице и брзине заваривања. Једначине су приказане у табели 6.16.

Табела 6.16. Претпостављене функционалне зависности за четврти модел калибрације

Коефицијент корисног дејства електричног лука	Однос параметара модела извора топлоте
$\eta(a,b) = a \cdot e^{-\left(\frac{b \cdot v_z}{v_e}\right)}$	$\frac{a_{hb}}{a_{hf}}(c,d) = c \cdot e^{-\left(\frac{d \cdot v_z}{v_e}\right)}$

Параметри a , b , c и d , одређени су формирањем три независне функције циља, применом методе најмањих квадрата. Прва функција циља, f_{c1} , минимизира одступање симулираних вредности коефицијента облика шава од експерименталних. Друга функција циља, f_{c2} , минимизира одступање симулираних вредности степена мешања од експерименталних док трећа функција циља, f_{c3} , минимизира симулирану средњу вредност тврдоће на мерној линији користећи Лијев модел у односу на средњу измерену вредност тврдоће. Функције циља f_{c1} , f_{c2} , f_{c3} , приказане су у табели 6.17.

Табела 6.17. Преглед функција циља за четврти модел калибрације

Min $f_{c1}(a,b,c,d)$	Min $f_{c2}(a,b,c,d)$	Min $f_{c3}(a,b,c,d)$
$\sum_{i=1}^3 \left(\frac{\Psi_i^{\text{exp}} - \Psi_i^{\text{sim}}}{\Psi_i^{\text{exp}}} \right)^2$	$\sum_{i=1}^3 \left(\frac{\gamma_{o,i}^{\text{exp}} - \gamma_{o,i}^{\text{sim}}}{\gamma_{o,i}^{\text{exp}}} \right)^2$	$\sum_{i=1}^3 \left(\frac{HV_i^{\text{exp}} - HV_i^{\text{Li}}}{HV_i^{\text{exp}}} \right)^2$

Ограничења су постављена преко ограничавања минималних и максималних вредности коефицијента корисног дејства лука и односа параметара модела извора топлоте а из њих су проистекла функционална ограничења приказана у табели 6.18.

Табела 6.18. Преглед функција ограничења за четврти модел калибрације

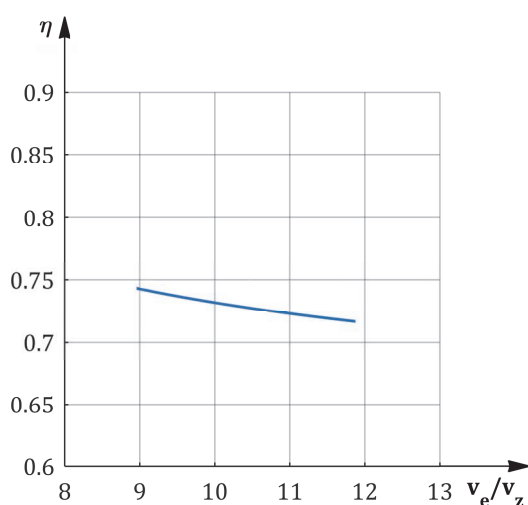
Редни број ограничења	$0.6 \leq \eta(a,b) \leq 0.875$	$1 \leq \frac{a_{hb}}{a_{hf}}(c,d) \leq 4$
1.	$a \cdot e^{-\left(\frac{b \cdot v_z}{v_e}\right)_{\min}} \geq 0.6$	$c \cdot e^{-\left(\frac{d \cdot v_z}{v_e}\right)_{\min}} \geq 1$
2.	$a \cdot e^{-\left(\frac{b \cdot v_z}{v_e}\right)_{\max}} \geq 0.6$	$c \cdot e^{-\left(\frac{d \cdot v_z}{v_e}\right)_{\max}} \geq 1$
3.	$a \cdot e^{-\left(\frac{b \cdot v_z}{v_e}\right)_{\min}} \leq 0.875$	$c \cdot e^{-\left(\frac{d \cdot v_z}{v_e}\right)_{\min}} \leq 4$
4.	$a \cdot e^{-\left(\frac{b \cdot v_z}{v_e}\right)_{\max}} \leq 0.875$	$c \cdot e^{-\left(\frac{d \cdot v_z}{v_e}\right)_{\min}} \leq 4$

И у овом случају, оптимизација је изведена применом вишекритеријумског генетског алгорита у програмском пакету MATLAB. Вредности параметара a , b , c и d добијених оптимизацијом као и једначине функционалних зависности коефицијента корисног дејства лука и односа параметара модела извора топлоте приказане су у табели 6.19.

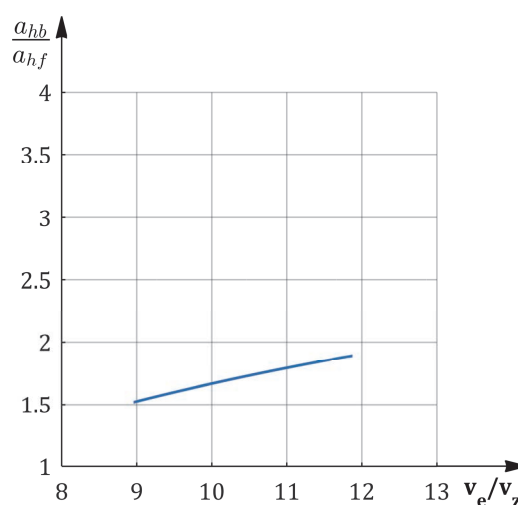
Табела 6.19. Вредности параметара добијених оптимизацијом

a	b	c	d
0.6403	-1.3355	3.7067	7.9887
$\eta = 0.6403 \cdot e^{\left(\frac{1.3355 \cdot v_z}{v_e}\right)}$		$\frac{a_{hb}}{a_{hf}} = 3.7067 \cdot e^{\left(\frac{7.9887 \cdot v_z}{v_e}\right)}$	

Графички приказ добијених функционалних зависности дат је на сликама 6.30. и 6.31.



Слика 6.30. Функционална зависност коефицијента корисног дејства ел. лука за четврти моде



Слика 6.31. Функционална зависност односа параметара извора топлоте за четврти модел

У табели 6.20. је дат упоредни приказ апсолутних и релативних грешака за сва три експеримента/симулације на бази овако калибрисаног модела.

Табела 6.20. Упоредни приказ експерименталних и симулационих вредности геометријских параметара шава и средње вредности тврдоће у случају четвртог модела

Параметар	Прва симул./експерим.				Друга симул./експерим.				Трећа симул./експерим.			
	Симулација	Експеримент	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %	Симулација	Експеримент	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %	Симулација	Експеримент	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %
B	6.16	6.49	0.33	5.2	6.30	6.57	0.27	4.1	6.42	7.27	0.85	11.7
H	2.22	2.07	0.15	7.2	2.34	2.06	0.28	13.8	2.42	2.32	0.10	4.1
A	7.09	7.21	0.12	1.7	8.18	7.49	0.69	9.2	8.50	9.89	1.39	14.1
ψ	2.77	3.14	0.36	11.6	2.69	3.19	0.50	15.7	2.66	3.13	0.48	15.2
γ₀	0.401	0.405	0.004	1.0	0.428	0.407	0.021	5.3	0.379	0.416	0.037	8.7
HV_{sr}	263.2	215.3	48.0	22.3	263.2	225.9	37.3	16.5	261.5	215.3	46.2	21.5

6.2.5 Пети модел калибрације

Пети модел калибрације претпоставља зависност коефицијента корисног дејства електричног лука и односа параметара модела извора топлоте од количника брзине довођења жице и брзине заваривања у облику Гаусове функције. Једначине су приказане у табели 6.21.

Табела 6.21. Претпостављене функционалне зависности за пети модел калибрације

Коефицијент корисног дејства електричног лука	Однос параметара модела извора топлоте
$\eta(a,b,c) = a \cdot e^{-\left(\frac{v_e/v_z - b}{c}\right)^2}$	$\frac{a_{hb}}{a_{hf}}(d,f,g) = d \cdot e^{-\left(\frac{v_e/v_z - f}{g}\right)^2}$

У циљу одређивања параметара a , b , c , d , f и g , формиране су као и у претходним моделима, три независне функције циља применом методе најмањих квадрата. Функција циља, f_{c1} , минимизира одступање симулираних вредности коефицијента облика шава од експерименталних. Минимизација одступање симулираних вредности степена мешања од експерименталних обухваћено је функцијом циља, f_{c2} , док функција циља, f_{c3} , минимизира симулирану средњу вредност тврдоће на мерној линији користећи Киркалдијев модел у односу на средњу измерену вредност тврдоће. Функције циља f_{c1} , f_{c2} , f_{c3} , приказане су у табели 6.22.

Табела 6.22. Преглед функција циља за пети модел калибрације

$\text{Min } f_{c1}(a,b,c,d,f,g)$	$\text{Min } f_{c2}(a,b,c,d,f,g)$	$\text{Min } f_{c3}(a,b,c,d,f,g)$
$\sum_{i=1}^3 \left(\frac{\Psi_i^{\text{exp}} - \Psi_i^{\text{sim}}}{\Psi_i^{\text{exp}}} \right)^2$	$\sum_{i=1}^3 \left(\frac{\gamma_{o,i}^{\text{exp}} - \gamma_{o,i}^{\text{sim}}}{\gamma_{o,i}^{\text{exp}}} \right)^2$	$\sum_{i=1}^3 \left(\frac{HV_i^{\text{exp}} - HV_i^{\text{Kirkaldy}}}{HV_i^{\text{exp}}} \right)^2$

Функције ограничења су постављене преко минималних и максималних вредности коефицијента корисног дејства лука и односа параметара модела извора топлоте а из њих су проистекла функционална ограничења приказана у табели 6.23.

Табела 6.23. Преглед функција ограничења за пети модел калибрације

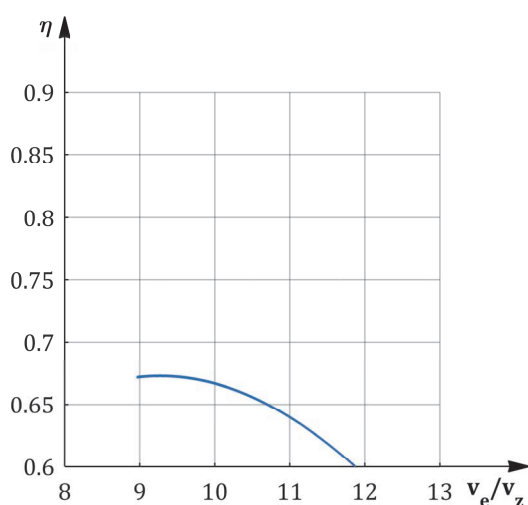
Редни број ограничења	$0.6 \leq \eta(a,b) \leq 0.875$	$1 \leq \frac{a_{hb}}{a_{hf}}(c,d) \leq 4$
1.	$a \cdot e^{-\left(\frac{(v_e/v_z)_{\min} - b}{c}\right)^2} \geq 0.6$	$d \cdot e^{-\left(\frac{(v_e/v_z)_{\min} - f}{g}\right)^2} \geq 1$
2.	$a \cdot e^{-\left(\frac{(v_e/v_z)_{\max} - b}{c}\right)^2} \geq 0.6$	$d \cdot e^{-\left(\frac{(v_e/v_z)_{\max} - f}{g}\right)^2} \geq 1$
3.	$a \cdot e^{-\left(\frac{(v_e/v_z)_{\min} - b}{c}\right)^2} \leq 0.875$	$d \cdot e^{-\left(\frac{(v_e/v_z)_{\min} - f}{g}\right)^2} \leq 4$
4.	$a \cdot e^{-\left(\frac{(v_e/v_z)_{\max} - b}{c}\right)^2} \leq 0.875$	$d \cdot e^{-\left(\frac{(v_e/v_z)_{\max} - f}{g}\right)^2} \geq 4$

И у овом случају, оптимизација је изведена применом вишекритеријумског генетског алгорита у програмском пакету MATLAB. Вредности параметара a , b , c , d , f и g , добијених оптимизацијом као и једначине функционалних зависности коефицијента корисног дејства лука и односа параметара модела извора топлоте приказане су у табели 6.24.

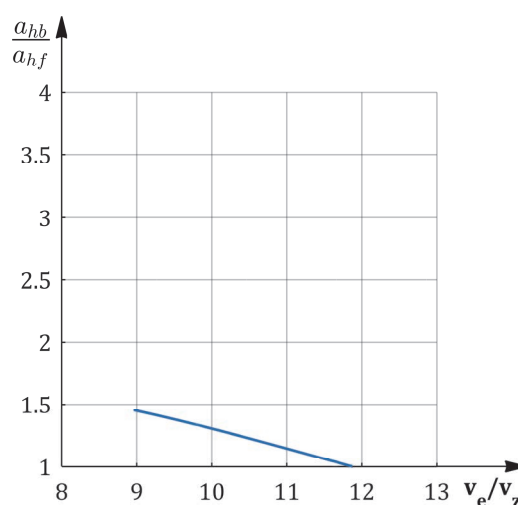
Табела 6.24. Вредности параметара добијених оптимизацијом

a	b	c	d	f	g
0.6729	9.2696	7.6964	1.7039	5.4708	-8.7732
$\eta = 0.6729 \cdot e^{-\left(\frac{v_e/v_z - 9.2696}{7.6964}\right)^2}$			$\frac{a_{hb}}{a_{hf}} = 1.7039 \cdot e^{-\left(\frac{v_e/v_z - 5.4708}{-8.7732}\right)^2}$		

Графички приказ добијених функционалних зависности дат је на сликама 6.32. и 6.33.



Слика 6.32. Функционална зависност коефицијента корисног дејства ел. лука за пети модел



Слика 6.33. Функционална зависност односа параметара извора топлоте за пети модел

У табели 6.25. је дат упоредни приказ апсолутних и релативних грешака за сва три експеримента/симулације на бази овако калибрисаног модела.

Табела 6.25. Упоредни приказ експерименталних и симулационих вредности геометријских параметара шава и средње вредности тврдоће у случају петог модела

Параметар	Прва симул./експерим.				Друга симул./експерим.				Трећа симул./експерим.			
	Симулација	Експеримент	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %	Симулација	Експеримент	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %	Симулација	Експеримент	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %
B	5.90	6.49	0.59	9.1	6.09	6.57	0.48	7.4	6.84	7.27	0.43	5.9
H	2.21	2.07	0.14	6.7	2.20	2.06	0.14	6.9	2.70	2.32	0.38	16.2
A	7.02	7.21	0.19	2.6	6.97	7.49	0.52	6.9	9.75	9.89	0.14	1.4
ψ	2.67	3.14	0.46	14.8	2.76	3.19	0.43	13.3	2.54	3.13	0.60	19.0
γ₀	0.398	0.405	0.007	1.6	0.389	0.407	0.018	4.2	0.412	0.416	0.004	0.8
HV_{sr}	275.9	215.3	60.7	28.2	267.5	225.9	41.5	18.4	252.1	215.3	36.8	17.1

6.2.6 Шести модел калибрације

У случају шестог модела калибрације претпостављена је као и у петом моделу, зависност коефицијента корисног дејства електричног лука и односа параметара модела извора топлоте од количника брзине довођења жице и брзине заваривања у облику Гаусове функције. Једначине су приказане у табели 6.26.

Табела 6.26. Претпостављене функционалне зависности за шести модел калибрације

Коефицијент корисног дејства електричног лука	Однос параметара модела извора топлоте
$\eta(a, b, c) = a \cdot e^{-\left(\frac{v_e/v_z - b}{c}\right)^2}$	$\frac{a_{hb}}{a_{hf}}(d, f, g) = d \cdot e^{-\left(\frac{v_e/v_z - f}{g}\right)^2}$

У циљу одређивања параметара a , b , c , d , f и g , формиране су као и у претходним моделима, три независне функције циља применом методе најмањих квадрата. Прва функција циља, f_{c1} , минимизира одступање симулираних вредности коефицијента облика шавова од експерименталних. Друга функција циља, f_{c2} , минимизира одступање симулираних вредности степена мешања од експерименталних док трећа функција циља, f_{c3} , минимизира симулиране средњу вредност тврдоће на мерној линији користећи Лијев модел у односу на средњу измерену вредност тврдоће. Функције циља f_{c1} , f_{c2} , f_{c3} , приказане су у табели 6.27.

Табела 6.27. Преглед функција циља за шести модел калибрације

$\text{Min } f_{c1}(a, b, c, d, f, g)$	$\text{Min } f_{c2}(a, b, c, d, f, g)$	$\text{Min } f_{c3}(a, b, c, d, f, g)$
$\sum_{i=1}^3 \left(\frac{\Psi_i^{\text{exp}} - \Psi_i^{\text{sim}}}{\Psi_i^{\text{exp}}} \right)^2$	$\sum_{i=1}^3 \left(\frac{\gamma_{o,i}^{\text{exp}} - \gamma_{o,i}^{\text{sim}}}{\gamma_{o,i}^{\text{exp}}} \right)^2$	$\sum_{i=1}^3 \left(\frac{HV_i^{\text{exp}} - HV_i^{\text{Li}}}{HV_i^{\text{exp}}} \right)^2$

Ограничења су постављене преко минималних и максималних вредности коефицијента корисног дејства лука и односа параметара модела извора топлоте а из њих су проистекла функционална ограничења приказана у табели 6.28.

Табела 6.28. Преглед функција ограничења за шести модел калибрације

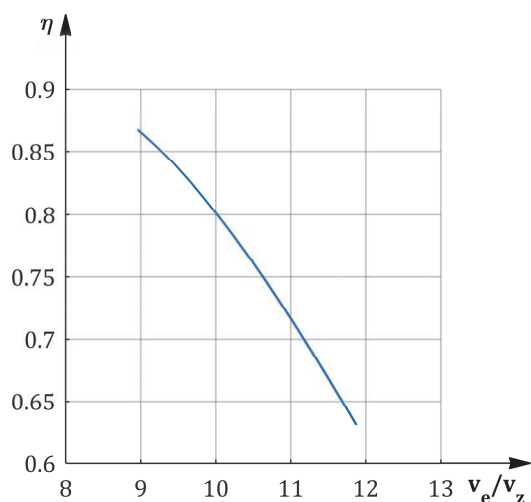
Редни број органичења	$0.6 \leq \eta(a, b) \leq 0.875$	$1 \leq \frac{a_{hb}}{a_{hf}}(c, d) \leq 4$
1.	$a \cdot e^{-\left(\frac{(v_e/v_z)_{\min} - b}{c}\right)^2} \geq 0.6$	$d \cdot e^{-\left(\frac{(v_e/v_z)_{\min} - f}{g}\right)^2} \geq 1$
2.	$a \cdot e^{-\left(\frac{(v_e/v_z)_{\max} - b}{c}\right)^2} \geq 0.6$	$d \cdot e^{-\left(\frac{(v_e/v_z)_{\max} - f}{g}\right)^2} \geq 1$
3.	$a \cdot e^{-\left(\frac{(v_e/v_z)_{\min} - b}{c}\right)^2} \leq 0.875$	$d \cdot e^{-\left(\frac{(v_e/v_z)_{\min} - f}{g}\right)^2} \leq 4$
4.	$a \cdot e^{-\left(\frac{(v_e/v_z)_{\max} - b}{c}\right)^2} \leq 0.875$	$d \cdot e^{-\left(\frac{(v_e/v_z)_{\max} - f}{g}\right)^2} \geq 4$

И у овом случају, оптимизација је изведена применом вишекритеријумског генетског алгорита у програмском пакету MATLAB. Вредности параметара a, b, c, d, f и g, добијених оптимизацијом као и једначине функционалних зависности коефицијента корисног дејства лука и односа параметара модела извора топлоте приказане су у табели 6.29.

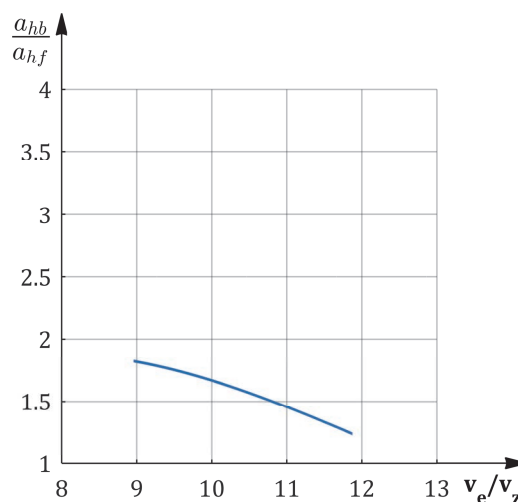
Табела 6.29. Вредности параметара добијених оптимизацијом

a	b	c	d	f	g
0.9084	7.3441	-7.5040	1.8876	7.7702	-6.3360
$\eta = 0.9084 \cdot e^{-\left(\frac{v_e/v_z - 7.3441}{-7.5040}\right)^2}$			$\frac{a_{hb}}{a_{hf}} = 1.8876 \cdot e^{-\left(\frac{v_e/v_z - 7.7702}{-6.3360}\right)^2}$		

Графички приказ добијених функционалних зависности дат је на сликама 6.34. и 6.35.



Слика 6.34. Функционална зависност коефицијента корисног дејства ел. лука за шести модел



Слика 6.35. Функционална зависност односа параметара извора топлоте за шести модел

У табели 6.30. је дат упоредни приказ апсолутних и релативних грешака за сва три експеримента/симулације на бази овако калибрисаног модела.

Табела 6.30. Упоредни приказ експерименталних и симулационих вредности геометријских параметара шава и средње вредности тврдоће у случају шестог модела

Параметар	Прва симул./експерим.				Друга симул./експерим.				Трећа симул./експерим.			
	Симулација	Експеримент	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %	Симулација	Експеримент	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %	Симулација	Експеримент	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %
B	6.36	6.49	0.13	2.0	6.52	6.57	0.05	0.8	6.83	7.27	0.44	6.1
H	2.41	2.07	0.34	16.5	2.42	2.06	0.36	17.5	2.71	2.32	0.39	16.7
A	8.36	7.21	1.15	16.0	7.91	7.49	0.42	5.6	9.74	9.89	0.15	1.5
ψ	2.64	3.14	0.50	15.9	2.69	3.19	0.49	15.5	2.52	3.13	0.61	19.5
γ₀	0.441	0.405	0.036	8.9	0.420	0.407	0.013	3.2	0.412	0.416	0.004	0.9
HV_{sr}	261.5	215.3	46.2	21.5	261.8	225.9	35.9	15.9	261.6	215.3	46.3	21.5

6.3. Избор модела за калибрацију и валидација симулационог модела

Приказани модели за калибрацију симулационог модела дају различите вредности апсолутних и релативних грешака за различите параметре геометрије шава и средње вредности тврдоће у случају три изведена експеримента/симулације. Ради лакшег увида у величине апсолутних и релативних грешака, у табели 6.31. дат је њихов приказ за три одабрана параметра геометрије шава: коефицијент облика шава - ψ , степен мешања - γ_0 и средњу вредност тврдоће у мерним тачкама - HV_{sr} .

Табела 6.31. Упоредни преглед величина апсолутних и релативних грешака за појединачне параметре геометрије шава и средње вредности тврдоће

Параметар	Модел калибрације	Редни број симулације / експеримента						СРЕДЊА ВРЕДНОСТ	
		1		2		3		Апсолутна грешка	Релативна грешка, %
		Апсолутна грешка	Релативна грешка, %	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %		
ψ	1.	0.39	12.3	0.46	14.4	0.47	14.9	0.44	13.9
	2.	0.47	15	0.42	13.2	0.55	17.4	0.48	15.2
	3.	0.41	13.1	0.44	13.7	0.52	16.7	0.46	14.5
	4.	0.36	11.6	0.5	15.7	0.48	15.2	0.45	14.2
	5.	0.46	14.8	0.43	13.3	0.6	19	0.50	15.7
	6.	0.5	15.9	0.49	15.5	0.61	19.5	0.53	17.0
γ_0	1.	0	0	0.004	1	0.036	8.5	0.01	3.2
	2.	0.002	0.3	0.013	3.1	0.011	2.6	0.01	2.0
	3.	0.03	7.5	0.005	1.4	0.036	8.6	0.02	5.8
	4.	0.004	1	0.021	5.3	0.037	8.7	0.02	5.0
	5.	0.007	1.6	0.018	4.2	0.004	0.8	0.01	2.2
	6.	0.036	8.9	0.013	3.2	0.004	0.9	0.02	4.3
HV_{sr}	1.	47.1	21.9	45.3	20	41.9	19.5	44.77	20.5
	2.	49.3	22.9	37.3	16.5	43.7	20.3	43.43	19.9
	3.	43.3	20.1	38	16.8	35.4	16.5	38.90	17.8
	4.	48	22.3	37.3	16.5	46.2	21.5	43.83	20.1
	5.	60.7	28.2	41.5	18.4	36.8	17.1	46.33	21.2
	6.	46.2	21.5	35.9	15.9	46.3	21.5	42.80	19.6

Из приказане табеле могуће је на основу изабраног параметра и за одговарајући експеримент/симулацију одабрати модел калибрације који даје минималну апсолутну односно релативну грешку. Међутим, пошто су у овом случају узета у обзир три параметра од којих се два односе на геометрију шава и представљају бездимензионалне величине, а трећи пара-

метар представља механичку карактеристику, за избор одговарајућег калибрационог модела узет је у обзир збир средњих вредности релативних грешака одговарајућих параметара по моделима калибрације за сва три експеримента. Вредности грешака приказане су у табели 6.32.

Табела 6.32. Преглед средњих вредности релативних грешака по моделима за калибрацију

Модел калибрације	Релативна грешка				
	δ_{ψ}	δ_{γ_0}	δ_{HVsr}	$\delta_{\psi} + \delta_{\gamma_0}$	$\delta_{\psi} + \delta_{\gamma_0} + \delta_{HVsr}$
	%	%	%	%	%
1.	13.9	3.2	20.5	17.1	37.6
2.	15.2	2	19.9	17.4	37.1
3.	14.5	5.8	17.8	20.3	38.1
4.	14.2	5	20.1	19.2	39.3
5.	15.7	2.2	21.2	17.9	39.1
6.	17	4.3	19.6	21.3	40.9

На основу табеле 6.32. може се закључити да најмање збирне вредности релативних грешака дају први и други калибрациони модел, уз благу предност другог модела. Може се уочити да први модел даје мање одступање геометријских параметара док други модел даје мање одступање средње вредности тврдоће. Поставља се питање који од ова два модела изабрати? У циљу објективног избора, у табели 6.33. је за ова два модела калибрације дат упоредни приказ апсолутних и релативних грешака за преостала три параметра геометрије шава: ширину лица шава – В, дубину уваривања – Н и површину попречног пресека шава – А, не узимајући у обзир надвишење шава.

Табела 6.33. Упоредни приказ величина релативних и апсолутних грешака за два изабрана модела калибрације за одабране параметре геометрије шава

Параметар	Модел калибрације	Редни број симулације / експеримента						СРЕДЊА ВРЕДНОСТ	
		1		2		3		Апсолутна грешка	Релативна грешка, %
		Апсолутна грешка	Релативна грешка, %	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %		
В	1.	0.53	8.2%	0.37	5.7%	0.83	11.4%	0.58	8.4%
	2.	0.56	8.6%	0.41	6.3%	0.53	7.3%	0.5	7.4%
Н	1.	0.10	4.7%	0.21	10.2%	0.09	4.1%	0.13	6.3%
	2.	0.16	7.5%	0.17	8.0%	0.28	12.3%	0.20	9.3%
А	1.	0.00	0.0%	0.12	1.6%	1.36	13.7%	0.49	5.1%
	2.	0.47	0.5%	0.42	5.1%	0.55	4.4%	0.48	3.3%

У табели 6.34. је ради лакшег упоређивања дат преглед релативних грешака за ова три па

раметра за сва три експеримента/симулације у случају првог и другог калибрационог модела. На основу упоредних резултата може се закључити да први калибрациони модел даје мање одступање приказаних параметара шава.

Табела 6.34. Приказ збирних вредности релативних грешака за први и други модел калибрације

Модел	Релативна грешка			
	δ_B %	δ_H %	δ_A %	$\delta_B + \delta_H + \delta_A$ %
1.	8.4%	6.3%	5.1%	19.9%
2.	7.4%	9.3%	3.3%	20.0%

Имајући у виду резултате приказане у табелама 6.32. и 6.34., за калибрацију симулационог модела изабран је други модел калибрације. У циљу валидације симулационог модела изведене су три симулације са улазним параметрима приказаним у табелама 6.35-6.38. Табела 6.35. приказује вредности групе параметара који су везани за модел геометријске апроксимације делова који се заварују.

Табела 6.35. Вредности улазних параметара који се односе на геометрију модела

Ознака	Назив	Јед. мере	Вредност параметара за симулацију бр.		
			1	2	3
x_d	димензија лима по x – оси	m	0.298		
y_d	димензија лима по y – оси	m	0.15		
z_d	димензија лима по z – оси	m	0.00525		
Δx	димензија ћелије мреже по x – оси	m	0.00025		
Δy	димензија ћелије мреже по y – оси	m	0.00025		
Δz	димензија ћелије мреже по z – оси	m	0.00025		

Почетне и граничне услови приказани су у табели 6.36.

Табела 6.36. Вредности улазних параметара који се односе на почетне и граничне услове

Ознака	Назив	Јед. мере	Вредност параметара за симулацију бр.		
			1	2	3
T_p	почетна температура	°C	21.3	21	22
T_a	температура околине	°C	20.5	20.5	20.5
i_c	положај електричног лука на x – оси	m	0.228		
ε	емисиони однос		0.45		

Табела 6.37. приказује вредности параметара везаних за модел извора топлоте а међу оста-

лим и параметара η и a_{hb} / a_{hf} чије су вредности одређене на основу калибрационог модела.

Табела 6.37. Вредности улазних параметара који се односе на модел извора топлоте

Ознака	Назив	Јед. мере	Вредност параметара за симулацију бр.		
			1	2	3
η	коэффициент корисног дејства електричног лука		0.6940	0.6961	0.7086
a_{hf}	димензија x – полуосе предњег елипсоида извора топлоте	m	0.00649	0.00657	0.00727
a_{hb}	димензија x – полуосе задњег елипсоида извора топлоте	m	0.00898	0.00972	0.01494
b_h	димензија y – полуосе извора топлоте	m	0.00649	0.00657	0.00727
c_h	димензија z – полуосе извора топлоте	m	0.00207	0.00206	0.00232

Технолошки параметри коришћени у симулацијама приказани су у табели 6.38.

Табела 6.38. Вредности улазних параметара који се односе на технологију заваривања

Ознака	Назив	Јед. мере	Вредност параметара за симулацију бр.		
			1	2	3
U	напон лука	V	20.3	20.4	21.9
I	јачина струје	A	184.7	189.7	221.1
v_z	брзина заваривања	m/s	0.008		
v_e	брзина довођење жице	m/min	4.3	4.5	5.7

Након обављених симулација, одређене су и приказане у табели 6.36., величине апсолутних и релативних грешака одабраних параметара добијених симулацијом у односу на експерименталне вредности.

Табела 6.39. Величине грешака појединачних параметара

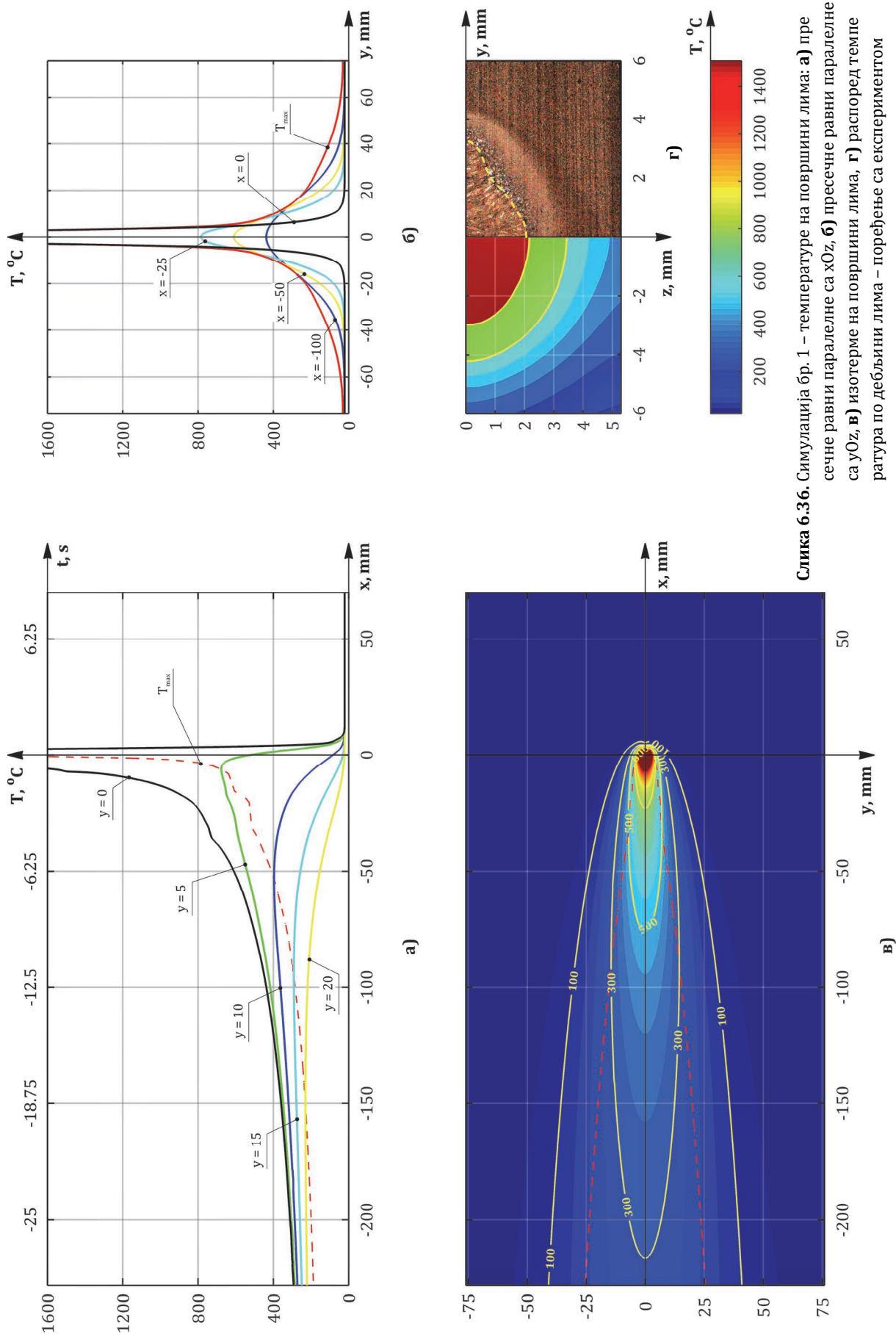
Параметар	Јединица мере	Редни број симулације / експеримента						Средња апсолутна грешка	Средња релативна грешка
		1		2		3			
		Апсолутна грешка	Релативна грешка, %	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %		
B	mm	0.53	8.2%	0.37	5.7%	0.83	11.4%	0.58	8.4%
H	mm	0.10	4.7%	0.21	10.2%	0.09	4.1%	0.13	6.3%
A	mm ²	0.00	0.0%	0.12	1.6%	1.36	13.7%	0.49	5.1%
ψ		0.39	12.3%	0.46	14.4%	0.47	14.9%	0.44	13.9%
γ_o		0.00	0.0%	0.00	1.0%	0.04	8.5%	0.01	3.2%
HV_{sr}	HV	47.1	21.9%	45.3	20.0%	41.9	19.5%	44.7	20.5%

На основу приказаних резултата може се видети да одабрани модел калибрације у комбинацији са симулационим моделом даје веома добре резултате у погледу предикције параметара геометрије шава: ширине лица шава, дубине уваривања и површине попречног пресека увара, где су величине средњих вредности релативних грешака крећу од 5.1% за површину попречног пресека увара до 8.4% за ширину лица шава. Веома добри резултати су добијени и у случају предикције степена мешања где је величина средње релативне грешке 3.2%. Нешто слабији резултати су добијени у случају коефицијента облика шава и средње вредности тврдоће, где су средње вредности грешке 13.9% и 20.5% респективно. На основу добијених резултата може се закључити да изабрани поступак калибрације као и изабрани калибрациони модел представљају поуздан и валидан начин калибрисања симулационог модела.

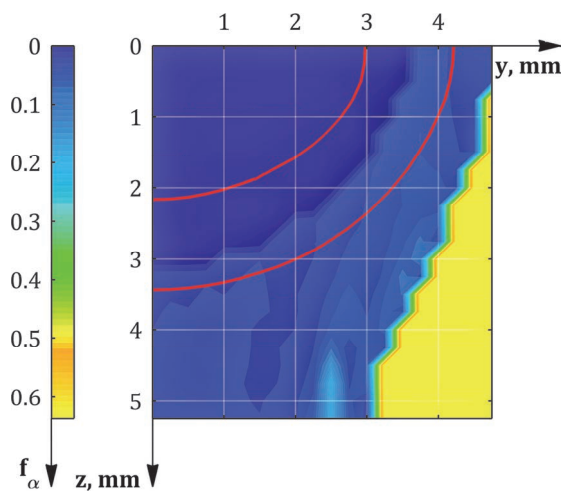
У наставку су дати графички прикази резултата све три симулације. Сlike 6.36. – 6.42. приказују резултате добијене у току симулације бр. 1. Сlike 6.36а – 6.36в, приказује распоред температура на горњој површини лима у различитим равнима. Сlike 6.36г даје упоредни приказ димензија шава и зоне утицаја топлоте добијених симулацијом и експерименталним путем. Сlike 6.37. – 6.40. приказују резултате металуршких симулације. На сликама 6.37.-6.40. дат је приказ удела ферита, перлита, беинита и мартензита у попречном пресеку завареног споја, респективно. Сlike 6.41. даје приказ расподеле тврдоће по Викерсу у тачкама попречног пресека завареног споја, док слика 6.42. приказује вредности тврдоће по Викерсу у одабраним мерним тачкама.

За случај симулације бр. 2, резултати су приказани на сликама 6.43. – 6.49. Сlike 6.43а – 6.43в, приказује распоред температура на горњој површини лима у различитим равнима. Сlike 6.43г даје поређење димензија шава и зоне утицаја топлоте добијених симулацијом и експерименталним путем. Сlike 6.44. – 6.49. приказују резултате металуршких симулације. Удео фаза: ферита, перлита, беинита и мартензита, у попречном пресеку завареног споја приказан је на сликама 6.44.-6.47. Расподела тврдоће по Викерсу у тачкама попречног пресека завареног споја приказана је на слици 6.48., док су вредности тврдоће по Викерсу у одабраним мерним тачкама приказани на слици 6.49.

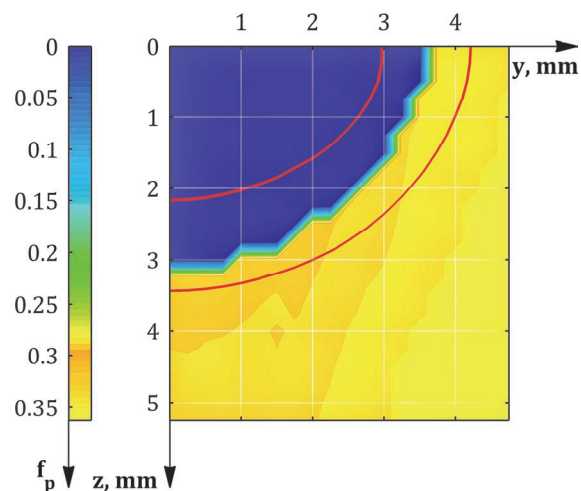
Графички прикази резултата за симулацију бр. 3. су приказани на сликама 6.50. – 6.56. Распоред температура на горњој површини лима у различитим пресечним равнима приказан је на сликама 6.50а – 6.50в. Упоредни приказ димензија шава и зоне утицаја топлоте добијених симулацијом и експерименталним путем дат је на слици 6.50г. Сlike 6.51. – 6.54. приказују удео ферита, перлита, беинита и мартензита, у попречном пресеку завареног споја респективно. Тврдоћа по Викерсу у тачкама попречног пресека завареног споја приказана је на слици 6.55., док су вредности тврдоће по Викерсу у одабраним мерним тачкама приказани на слици 6.56.



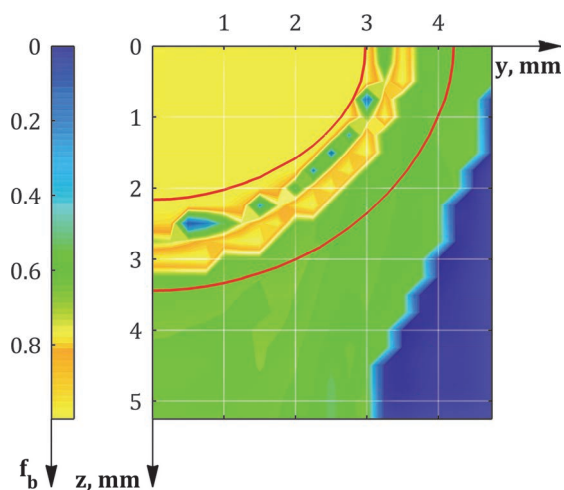
Слика 6.36. Симулација бр. 1 – температуре на површини лима: **а)** пре сечне равни паралелне са xOz , **б)** пресечне равни паралелне са yOz , **в)** изотерме на површини лима, **г)** распоред температуре по дебелини лима – поређење са експериментом



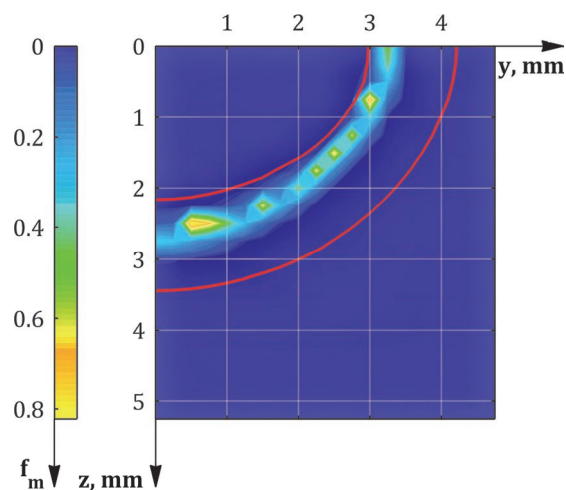
Слика 6.37. Симулација бр. 1: удео ферита у попречном пресеку завареног споја



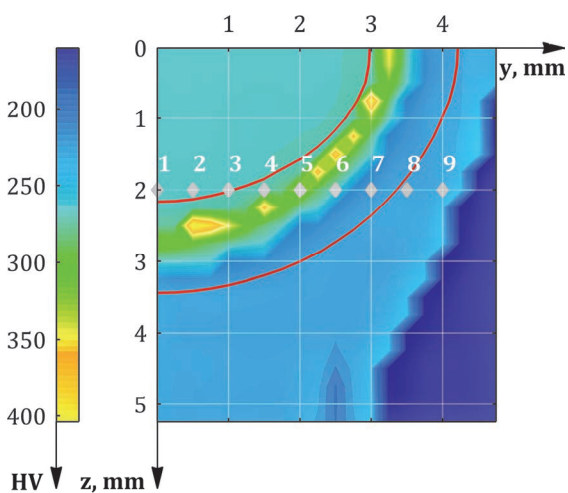
Слика 6.38. Симулација бр. 1: удео перлита у попречном пресеку завареног споја



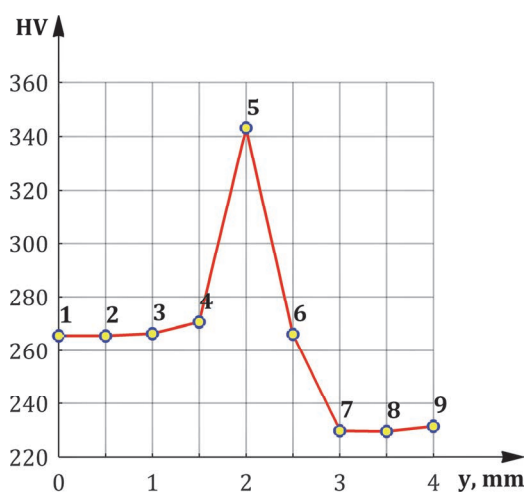
Слика 6.39. Симулација бр. 1: удео беинита у попречном пресеку завареног споја



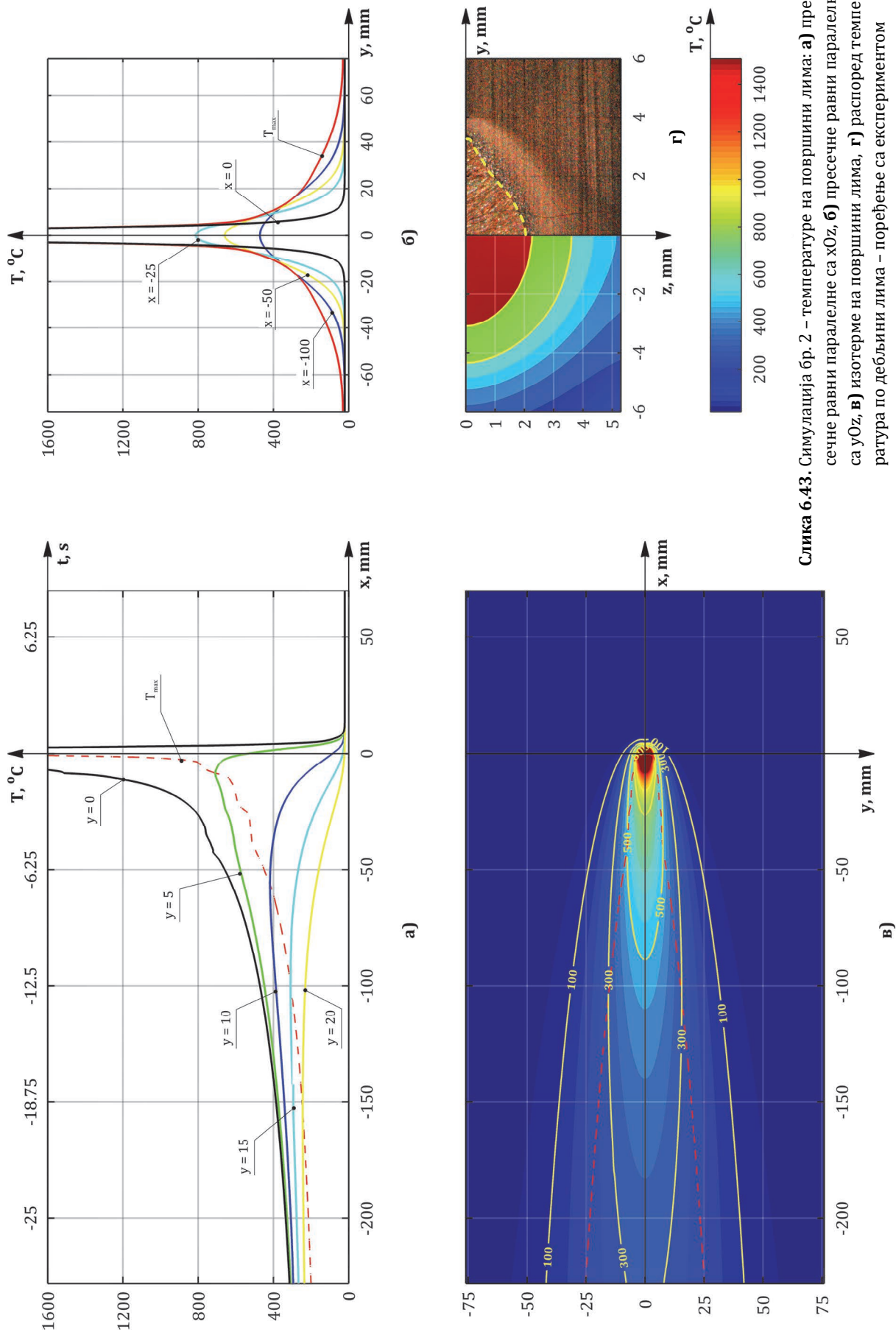
Слика 6.40. Симулација бр. 1: удео мартензита у попречном пресеку завареног споја



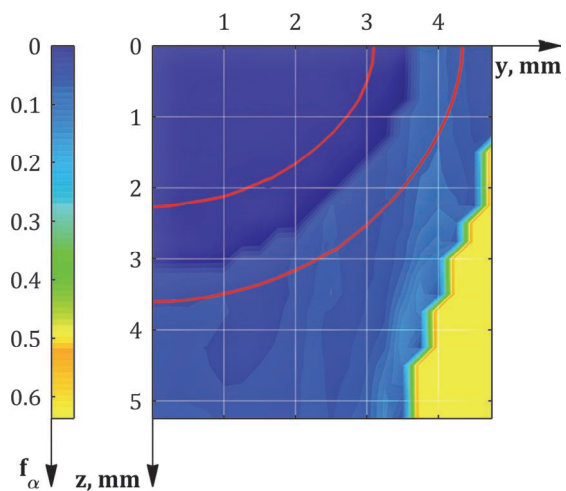
Слика 6.41. Симулација бр. 1: тврдоћа по Викерсу у попречном пресеку завареног споја



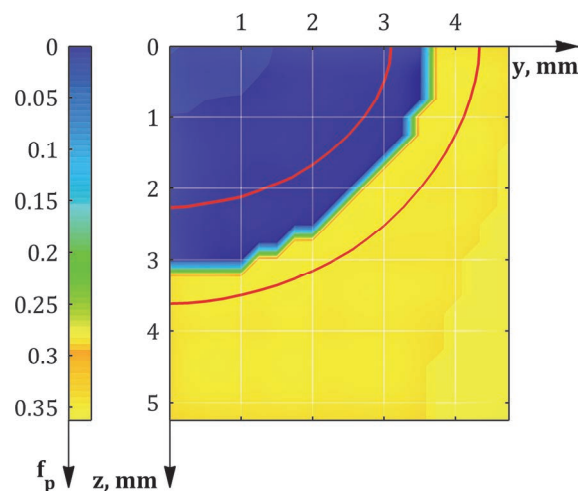
Слика 6.42. Симулација бр. 1: тврдоћа по Викерсу у мерним тачкама 1 – 9



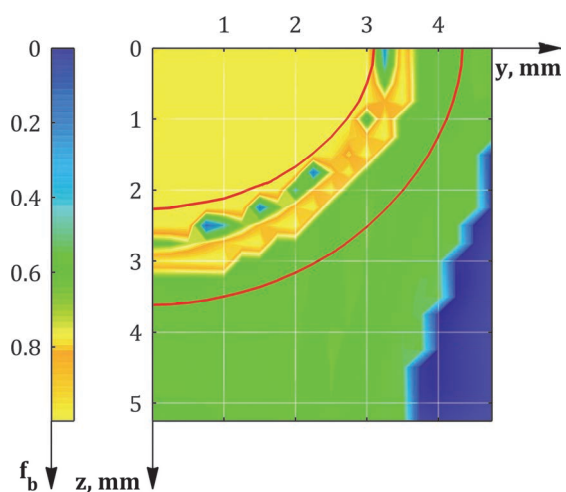
Слика 6.43. Симулација бр. 2 – температуре на површини лима: **а)** пре сечне равни паралелне са xOz , **б)** пресечне равни паралелне са yOz , **в)** изотерме на површини лима, **г)** распоред температуре по дебљини лима – поређење са експериментом



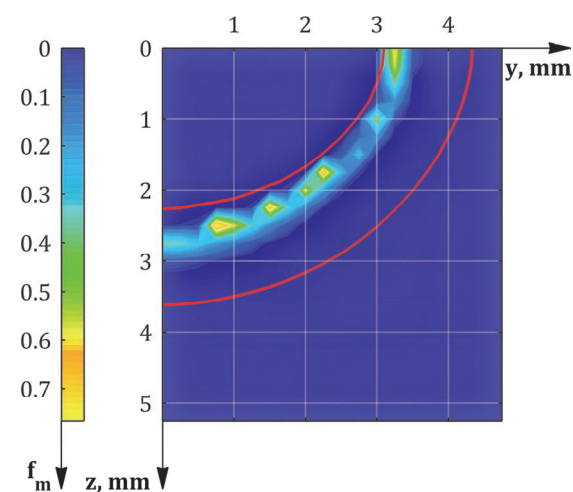
Слика 6.44. Симулација бр. 2: удео ферита у попречном пресеку завареног споја



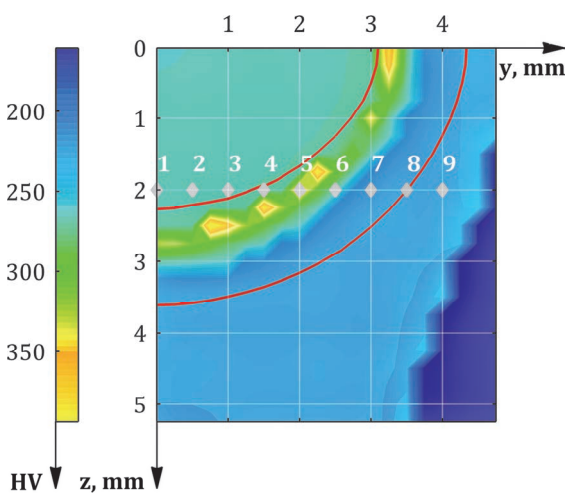
Слика 6.45. Симулација бр. 2: удео перлита у попречном пресеку завареног споја



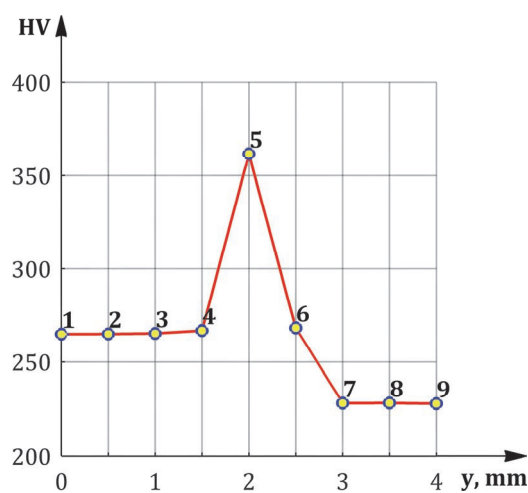
Слика 6.46. Симулација бр. 2: удео беинита у попречном пресеку завареног споја



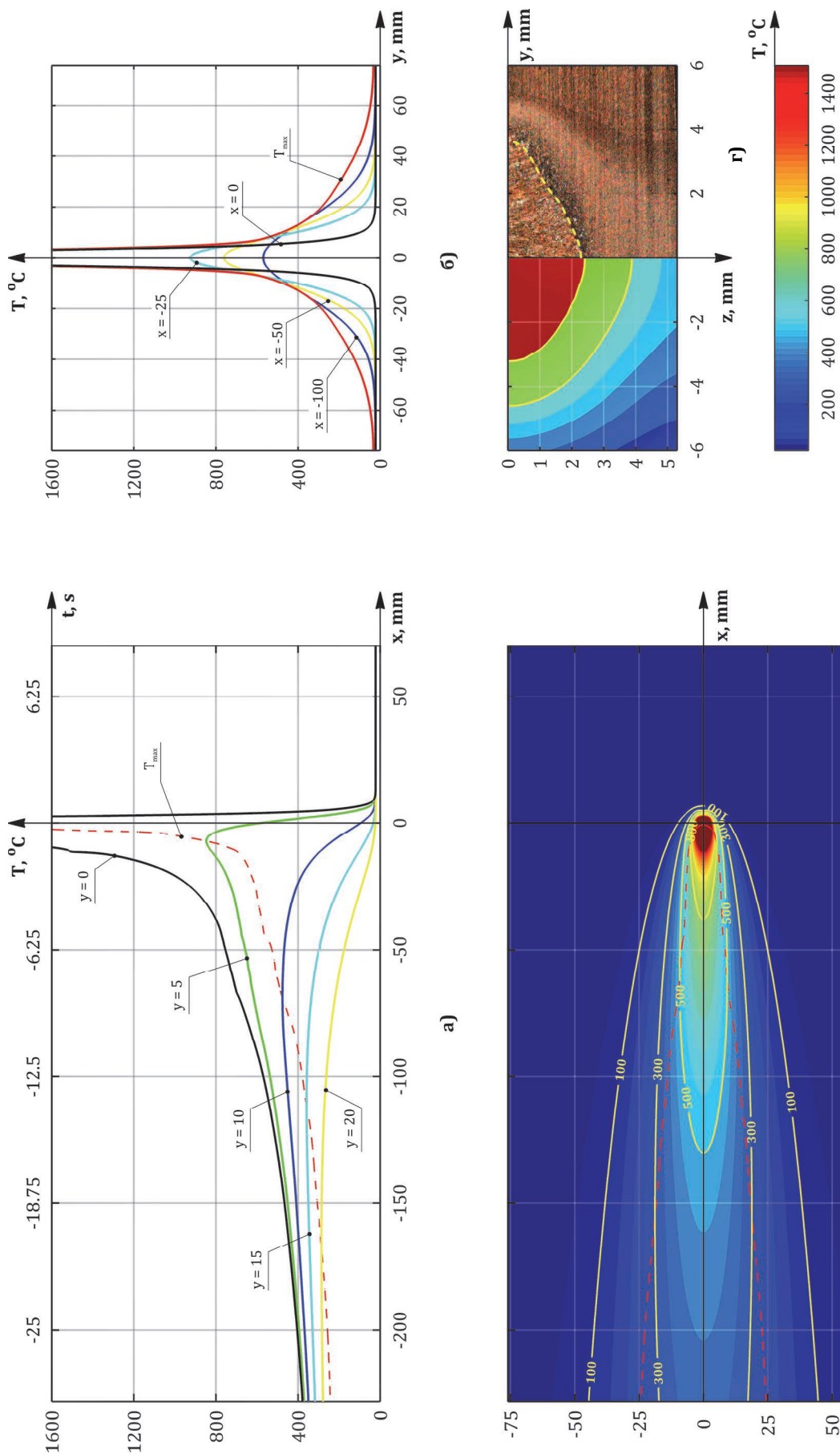
Слика 6.47. Симулација бр. 2: удео мартензита у попречном пресеку завареног споја



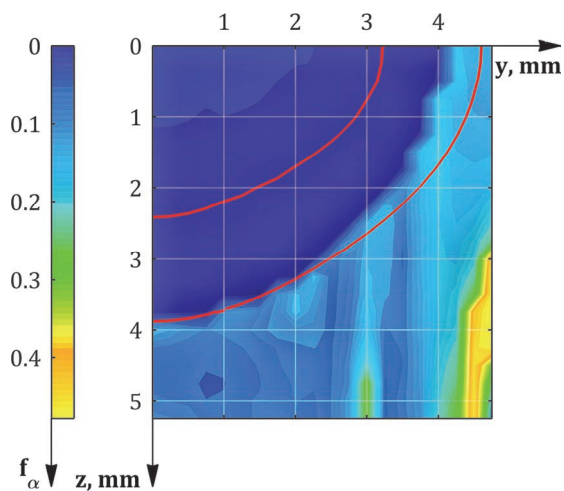
Слика 6.48. Симулација бр. 2: тврдоћа по Викерсу у попречном пресеку завареног споја



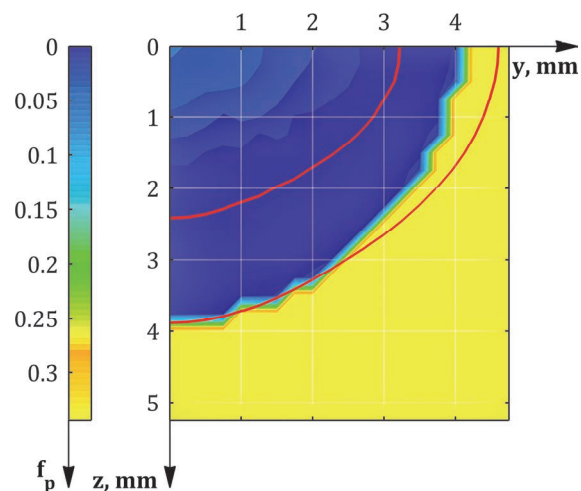
Слика 6.49. Симулација бр. 2: тврдоћа по Викерсу у мерним тачкама 1 – 9



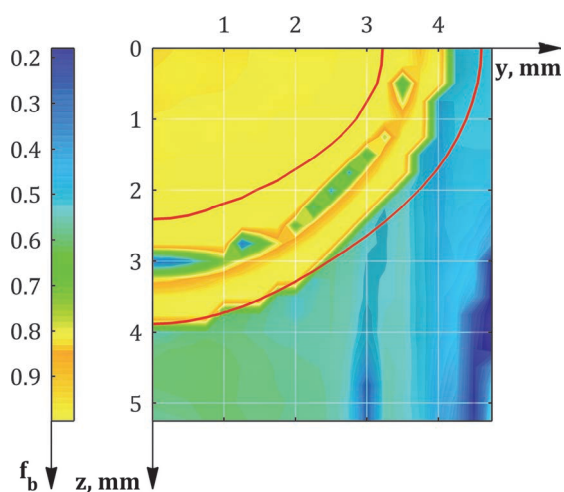
Слика 6.50. Симулација бр. 2 – температуре на површини лима: а) пре сечне равни паралелне са xOz , б) пресечне равни паралелне са yOz , в) изотерме на површини лима, г) распоред темпе ратура по дебелини лима – поређење са експериментом



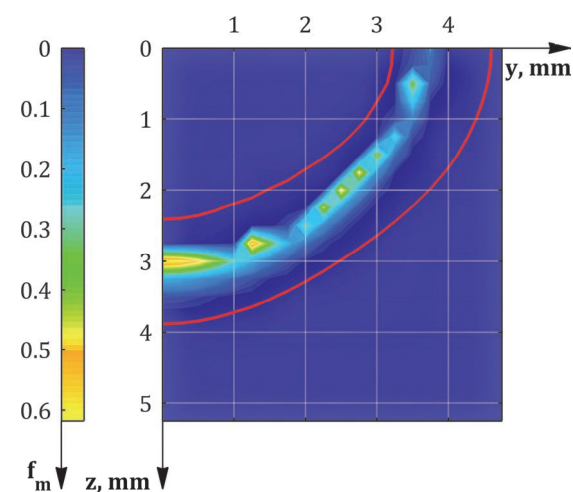
Слика 6.51. Симулација бр. 3: удео ферита у попречном пресеку завареног споја



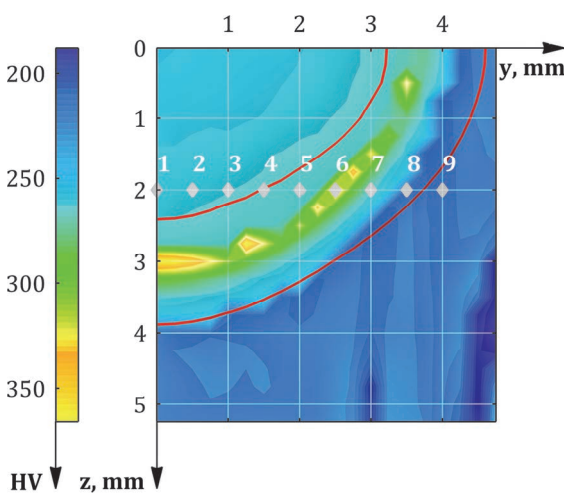
Слика 6.52. Симулација бр. 3: удео перлита у попречном пресеку завареног споја



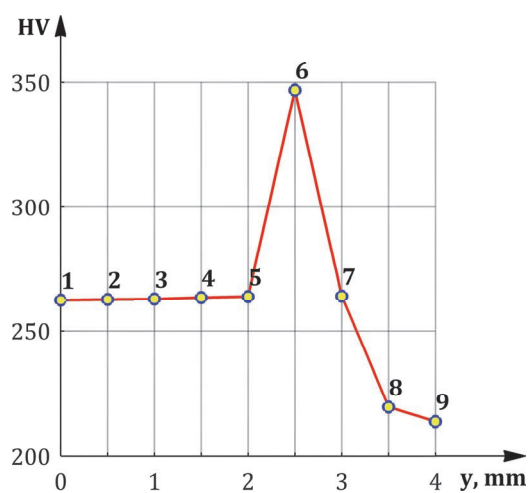
Слика 6.53. Симулација бр. 3: удео беинита у попречном пресеку завареног споја



Слика 6.54. Симулација бр. 3: удео мартензита у попречном пресеку завареног споја



Слика 6.55. Симулација бр. 3: тврдоћа по Викерсу у попречном пресеку завареног споја



Слика 6.56. Симулација бр. 3: тврдоћа по Викерсу у мерним тачкама 1 – 9

ПОГЛАВЉЕ

7

**ОДРЕЂИВАЊЕ ПАРАМЕТАРА
ТЕХНОЛОГИЈЕ МАГ ПОСТУПКА**

7.1. Оптимизациони модел

Развијени симулациони модел омогућава да се на основу уноса параметара технологије МАГ поступка заваривања као излазни резултат симулације добије температурско поље, а да се затим на основу њега одреде и различити параметри геометрије шава као и тврдоћа по Викарс у различитим тачкама попречног пресека шава.

Одређивање вредности параметара технологије на основу захтеваних вредности параметара геометрије шава и тврдоће представља инверзан проблем који је могуће решити применом различитих оптимизационих метода. Избор оптимизационог метода који ће бити примењен за решавање инверзног проблема зависи од више различитих параметара: броја променљивих, броја функција циља, врсте функција ограничења, итд.

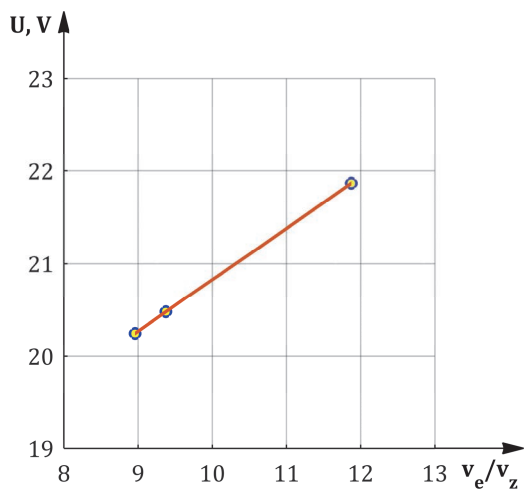
У случају МАГ поступка заваривања, као променљиве, односно параметри процеса чија се вредност тражи могу се јавити: напон електричног лука, јачина струје, брзина довођења жице, брзина заваривања, проток заштитног гаса, слободна дужина жице, растојање контактне вођице од површине радног дела, итд. Велики број променљивих као последицу има и дуго време трајања оптимизационог процеса по итерацији а имајући у виду да је за проналажење оптималног решења најчешће потребан и велики број итерација, то доводи и до веома дугог временског интервала потребног за долажење до оптималног решења.

У циљу смањења времена трајања процеса оптимизације, потребно је на неки начин смањити број променљивих које учествују у оптимизационом процесу. То је могуће извести тако што ће вредности неких параметара учествовати у процесу оптимизације са константним вредностима па самим тим неће ни бити посматране као променљиве. Други начин смањења броја променљивих је да се успостави функционална зависност између различитих параметара процеса што значи да се одређивањем вредности једног параметра одређују вредности још једног или више других параметара.

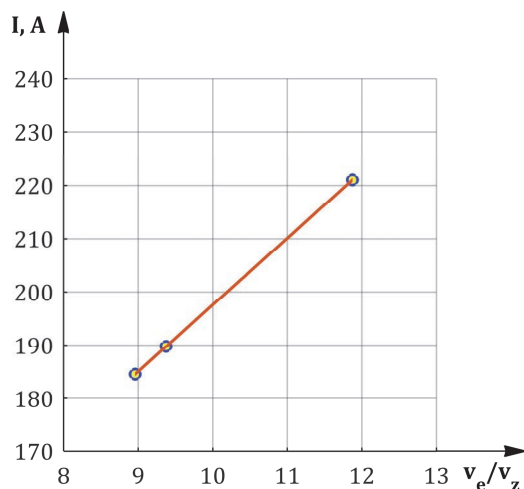
Експериментални део дисертације приказан у шестом и седмом поглављу изведен је тако што су као променљиве величине узети: напон електричног лука, јачина струје, брзина довођења жице. Вредности параметара: брзине заваривања, протока заштитног гаса, слободне дужина жице, растојања контактне вођице од површине радног предмета су посматрани као константе. На овај начин, број променљивих које учествују у процесу оптимизације сведен је на три.

Применом поступка апроксимације, узимајући у обзир експерименталне резултата који су коришћени у поступку калибрације симулационог модела, добијене су функционалне зависности напона електричног лука и јачине струје од односа брзине довођења жице и брзине заваривања, слике 7.2. и 7.3.

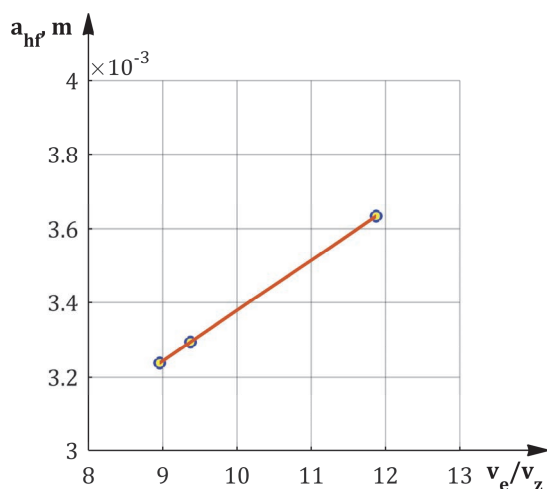
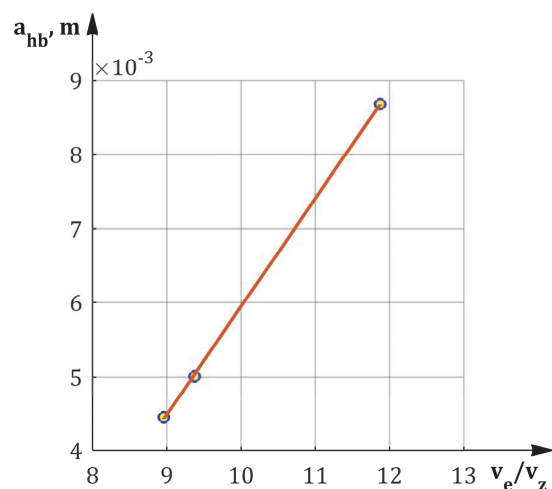
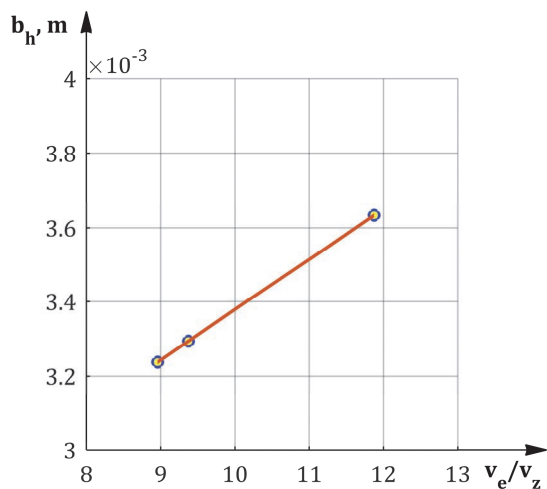
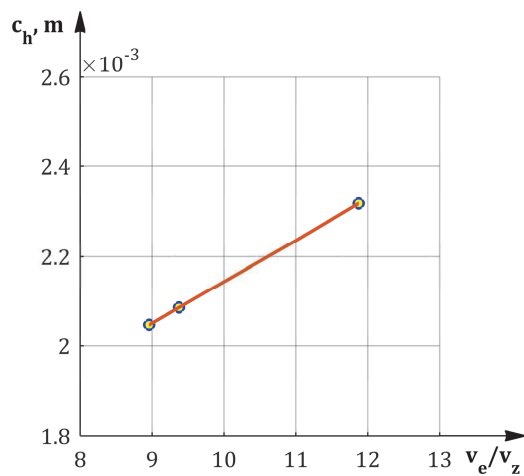
На исти начин, одређена је зависност параметара модела извора топлоте, слике 7.4. – 7.7. Овим путем, као променљиве величине преостале су брзине довођења жице и брзина заваривања, тј. њихов однос. Имајући у виду да је брзина заваривања у току експерименталног дела била константна, број променљивих у процесу оптимизације је на овај начин сведен на један, чиме ће поступак оптимизације бити знатно убрзан.



Слика 7.1. Апроксимација функционалне зависности напона лука



Слика 7.2. Апроксимација функционалне зависности јачине струје

Слика 7.3. Апроксимација функционалне зависности параметра a_{hf} Слика 7.4. Апроксимација функционалне зависности параметра a_{hb} Слика 7.5. Апроксимација функционалне зависности параметра b_h Слика 7.6. Апроксимација функционалне зависности параметра c_h

Једначине функционалних зависности различитих параметара од односа брзине довођења жице и брзине заваривања, добијена апроксимацијом, приказане су у табели 7.1.

Табела 7.1. Преглед функционалних зависности улазних параметара модела

Параметар	Јединица мере	Функционална зависност	R ²
U	v	$0.5556 \cdot \left(\frac{v_e}{v_z}\right) + 15.27$	0.9943
I	A	$12.5 \cdot \left(\frac{v_e}{v_z}\right) + 72.6$	1
a_{hf}	m	$0.0001359 \cdot \left(\frac{v_e}{v_z}\right) + 0.00202$	0.9985
a_{hb}	m	$a_{hf} \cdot \left[0.2299 \cdot \left(\frac{v_e}{v_z}\right) - 0.6755 \right]$	0.9985
b_h	m	$0.0001359 \cdot \left(\frac{v_e}{v_z}\right) + 0.00202$	0.9985
c_h	m	$0.00009209 \cdot \left(\frac{v_e}{v_z}\right) + 0.001223$	0.9726
η		$0.005 \cdot \left(\frac{v_e}{v_z}\right) + 0.6492$	

7.1.1 Функције циља

За формирање функција циља примењен је исти поступак као и у случају калибрације модела, тј. формиране су три функције циља од којих се две односе на минимизацију одступања параметара геометрије шава, док се трећа функција циља односи на минимизацију одступања средње вредности тврдоће у мерним тачкама у односу на средњу вредност добијену применом Киркалдијевог модела. Применом вишекритеријумске оптимизације омогућена је оцена величине одступања симулираних вредности сваког геометријског параметра као и средње вредности тврдоће од експерименталних, појединачно. Свака од три функције циља формирана је применом методе најмањих квадрата, табела 7.2.

Табела 7.2. Преглед функција циља

$\text{Min } f_{c1}(v_e/v_z)$	$\text{Min } f_{c2}(v_e/v_z)$	$\text{Min } f_{c3}(v_e/v_z)$
$\left(\frac{\Psi^{\text{exp}} - \Psi^{\text{sim}}}{\Psi^{\text{exp}}}\right)^2$	$\left(\frac{\gamma_o^{\text{exp}} - \gamma_o^{\text{sim}}}{\gamma_o^{\text{exp}}}\right)^2$	$\left(\frac{HV^{\text{exp}} - HV^{\text{Kirkaldy}}}{HV^{\text{exp}}}\right)^2$

Експерименталне вредности појединачних параметара геометрије и тврдоће у односу на које је примењен метод најмањих квадрата приказане су у табели 7.3.

Табела 7.3. Преглед тражених вредности параметара геометрије и тврдоће по Викерсу

Ψ^{exp}	γ_o^{exp}	HV^{exp}
2.96	0.434	216.9

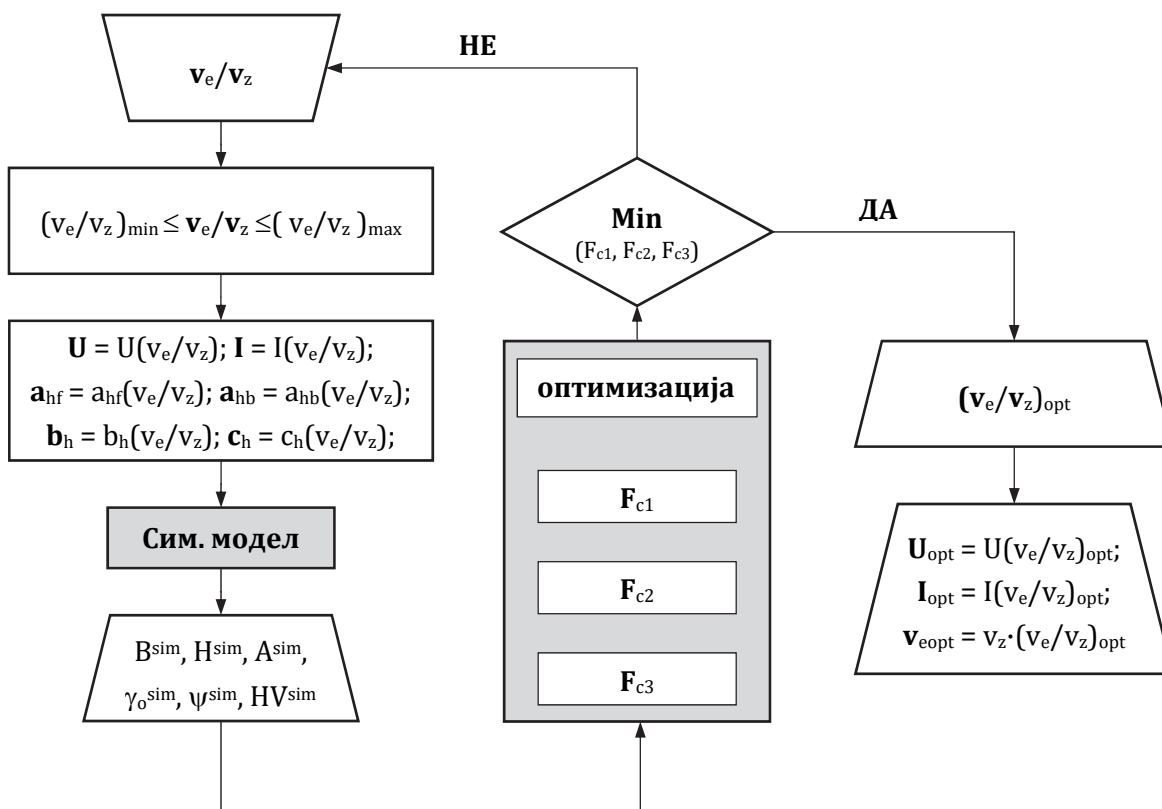
7.1.2 Функције ограничења

Функције ограничења су постављене преко ограничавања минималних и максималних вредности односа брзине довођења жице и брзине заваривања на основу експерименталних вредности а из њих су проистекла функционална ограничења приказана у табели 7.4.

Табела 7.4. Преглед функција ограничења

Општи облик огранич.	$\left(\frac{v_e}{v_z}\right)_{\min} \leq \frac{v_e}{v_z} \leq \left(\frac{v_e}{v_z}\right)_{\max}$
Р. бр. огранич.	
1.	$8.9583 \leq \frac{v_e}{v_z} \leq 11.875$

Поступак оптимизације изведен је у оптимизационом модулу програмског пакета MATLAB, применом вишекритеријумског генетског алгорита. Алгоритам на којем је заснован поступак оптимизације приказан је на слици 7.7.



Слика 7.7. Алгоритам одређивања параметара технологије

7.1.3 Резултати оптимизације и избор оптималног решења

Вишекритеријумски генетски алгоритам као резултат даје већи број решења проблема оптимизације. У табели 7.5. приказане су вредности параметара технологије добијене на основу три одабрана решења.

Табела 7.5. Вредности параметара технологије добијене оптимизацијом

Ознака	Назив	Јед. мере	Редни број решења		
			1	2	3
U	напон лука	V	21.3	21.2	21.3
I	јачина струје	A	209.3	207.0	208.4
v_z	брзина заваривања	mm/s	8		
v_e	брзина довођење жице	m/min	5.3	5.2	5.2

Приказана решења представљају комбинације параметара чијом је применом у току процеса заваривања могуће остварити захтеване параметре геометрије шава и средње вредности тврдоће. Међутим, избор коначног решења могуће је извести само на основу конкретних резултата симулације и поређења истих са експерименталним. Зато је применом добијених вредности параметара технологије извршена симулација температурских поља а посредством њих су добијене вредности параметара геометрије шава. Поређењем симулираних и експерименталних вредности, израчунате су вредности апсолутних и релативних грешака за појединачне параметре, табела 7.6.

Табела 7.6. Величине грешака појединачних параметара

Параметар	Јединица мере	Редни број симулације / експеримента					
		1		2		3	
		Апсолутна грешка	Релативна грешка, %	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %
B	mm	0.70	9.8%	0.75	10.5%	0.76	10.7%
H	mm	0.04	1.5%	0.03	1.2%	0.01	0.4%
A	mm ²	0.99	10.4%	1.11	11.6%	1.19	12.4%
ψ		0.33	11.1%	0.28	9.5%	0.31	10.4%
γ_o		0.03	7.4%	0.04	8.1%	0.04	8.6%
HV_{sr}	HV	47.1	21.7%	40.9	18.9%	46.7	21.6%

Параметри који су узети у обзир при оптимизацији могу се поделити у две групе. Прва група су параметри геометрије: коефицијент облика шава и степен мешања, и они представљају бездимензионалне величине. Друга група обухвата само један параметар који представља механичку карактеристику и то средњу вредност тврдоће у мерним тачкама.

Избор одговарајућег решења може се у овом случају извести на основу збира средњих вредности релативних грешака одговарајућих параметара за сва три експеримента / симулације. Вредности грешака приказане су у табели 7.7.

Табела 7.7. Приказ збирних вредности релативних грешака за изабране параметре

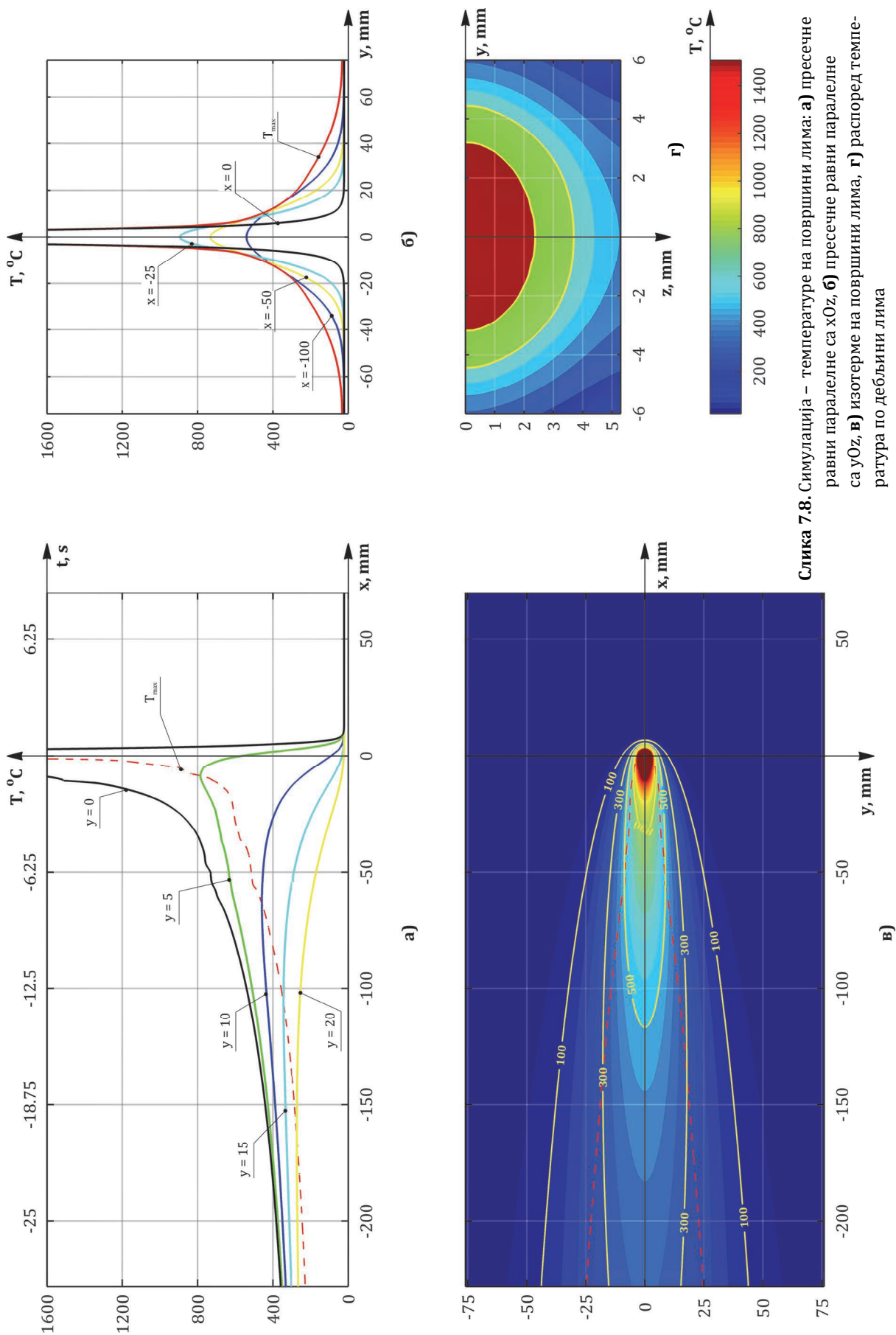
Редни број симулације	Релативна грешка				
	δ_{ψ} %	δ_{γ_0} %	δ_{HVsr} %	$\delta_{\psi} + \delta_{\gamma_0}$ %	$\delta_{\psi} + \delta_{\gamma_0} + \delta_{HVsr}$ %
1.	11.1%	7.4%	21.7%	18.50%	40.2%
2.	9.5%	8.1%	18.9%	17.60%	36.5%
3.	10.4%	8.6%	21.6%	19.00%	40.6%

На основу приказаних резултата може се закључити да друго решење даје најмање укупно релативно одступање. Поред параметара који су коришћени за минимизацију, преостала су још три параметра геометрије шава који нису директно обухваћени оптимизацијом: ширина лица шава, дубина уваривања и површина попречног пресека шава. Укупне релативне грешке за ова три параметра приказане су у табели 7.8. За ова три параметра, најмање одступање се добија применом првог скупа параметара технологије, али је разлика у односу на друго решење мања него разлика између првог и другог решења приказана у табели 7.7. На основу ових резултата, одабрано је друго решење приказано у табели 7.5.

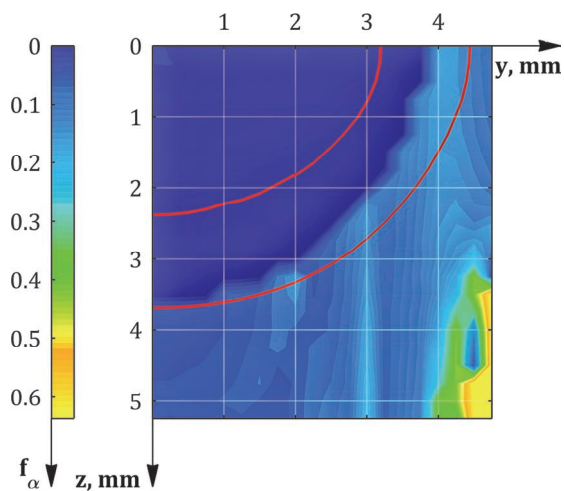
Табела 7.8. Приказ збирних вредности релативних грешака за остале параметре

Редни број симулације	Релативна грешка			
	δ_B %	δ_H %	δ_A %	$\delta_B + \delta_H + \delta_A$ %
1.	9.8%	1.5%	10.4%	21.70%
2.	10.5%	1.2%	11.6%	23.30%
3.	10.7%	0.4%	12.4%	23.50%

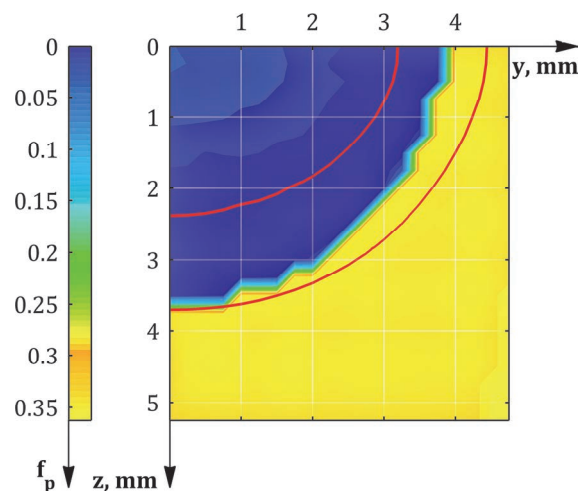
На основу изабране групе параметара технологије извршене су симулације температурског поља као и металуршке симулације. Параметри који се односе на геометрију модела као и на почетне и граничне услове, приказани су у табелама 7.35 – 7.36. Сlike 7.8а – 7.8г, приказују распоред температура на горњој површини лима у различитим равнима. Сlike 7.9. – 7.14. приказују резултате металуршких симулације. На сликама 7.9. – 7.12. дат је приказ удела ферита, перлита, беинита и мартензита у попречном пресеку завареног споја, респективно. Слика 7.13. даје приказ расподеле тврдоће по Викерсу у тачкама попречног пресека завареног споја, док слика 7.14. приказује вредности тврдоће по Викерсу у одабраним мерним тачкама.



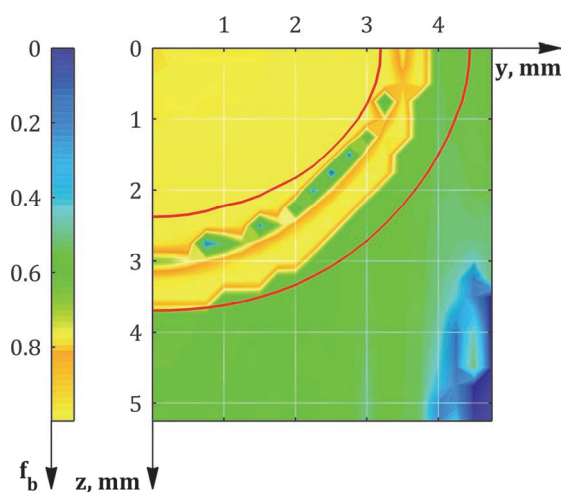
Слика 7.8. Симулација – температуре на површини лима: **а)** просечне равни паралелне са xOz , **б)** просечне равни паралелне са yOz , **в)** изотерме на површини лима, **г)** распоред температура по дебелини лима



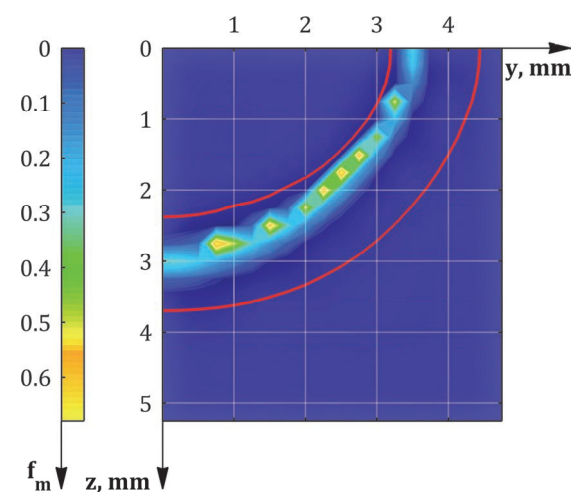
Слика 7.9. Симулација: удео ферита у попречном пресеку завареног споја



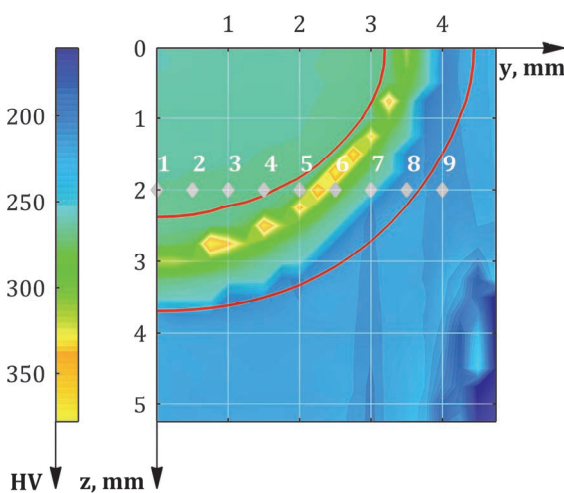
Слика 7.10. Симулација: удео перлита у попречном пресеку завареног споја



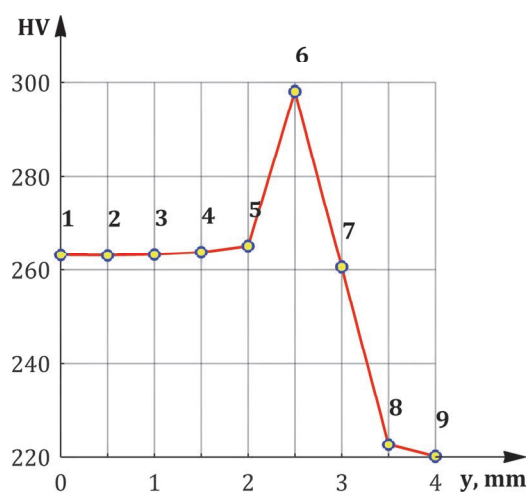
Слика 7.11. Симулација: удео беинита у попречном пресеку завареног споја



Слика 7.12. Симулација: удео мартензита у попречном пресеку завареног споја



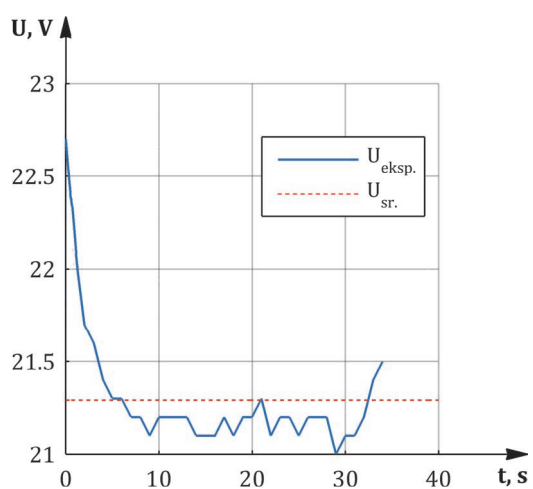
Слика 7.13. Симулација: тврдоћа по Викерсу у попречном пресеку завареног споја



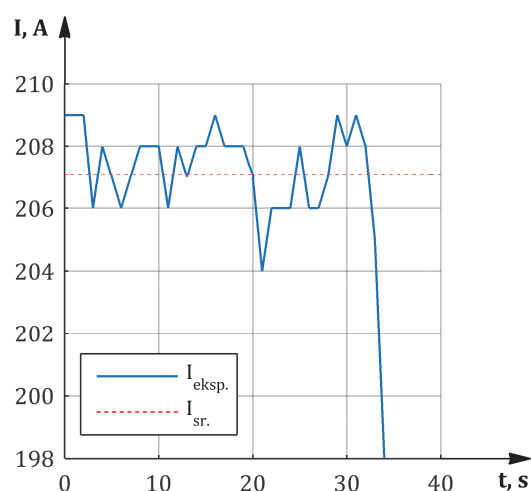
Слика 7.14. Симулација: тврдоћа по Викерсу у мерним тачкама 1 – 9

7.2. Експериментална провера

Експериментална провера извршена је применом вредности параметара технологије добијених описаним поступком оптимизације. Међутим, вредности параметара који се задају на уређају за заваривање, нису константне већ се мењају у току времена. Услед тога, стварна вредност параметара најчешће није она која се читава на дисплеју уређаја већ се разликује у неком степену. Да би се утврдиле стварне вредности параметара, у овом случају напона и јачине струје, вредности истих су мерене у току поступка заваривања експерименталног узорка, слике 7.15. и 7.16.



Слика 7.15. Приказ промене напона у току заваривања



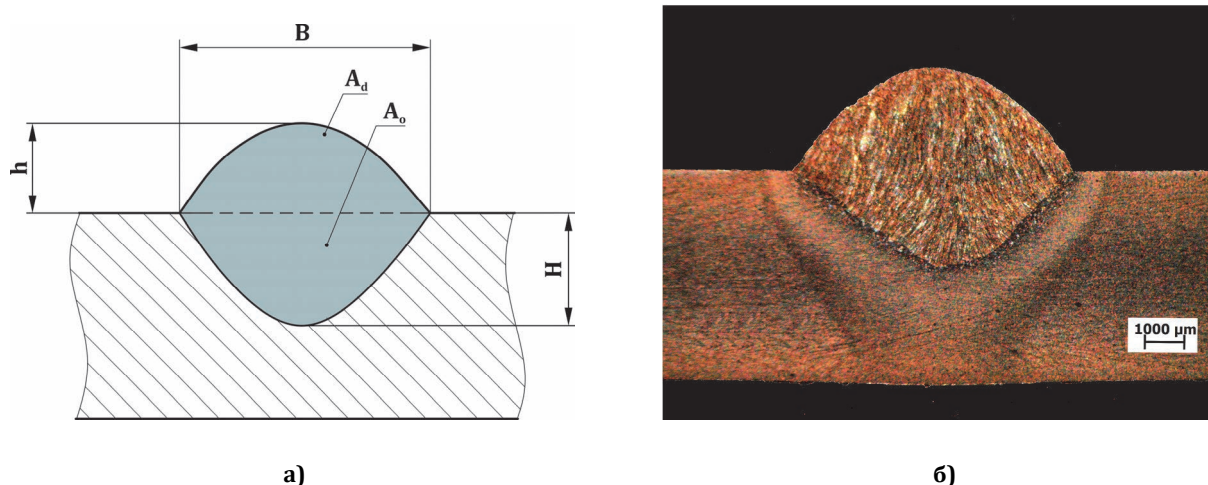
Слика 7.16. Приказ промене јачине струје у току заваривања

На основу измерених вредности, одређене су средње вредности напона и јачине струје и оне су приказане као стварне вредности којима је изведено заваривање. Упоредни приказ задатих и остварених вредности параметара дат је у табели 7.9.

Табела 7.9. Упоредни приказ тражених и стварних вредности параметара технологије

Ознака	Назив	Јед. мере	Оптималне вредности	Стварне вредности
U	напон лука	V	21.2	21.3
I	јачина струје	A	207	207.1
v_z	брзина заваривања	mm/s	8	
v_e	брзина довођење жице	m/min	5.2	5.2
Q_l	линијска енергија	J/mm	386.2	388.2
d_e	пречник жице	m	0.0012	
Q	проток гаса	l/min	12	
T_p	почетна температура	°C	21.9	
T_a	температура околине	°C	20.5	

Вредности параметара геометрије шава добијене у току експеримента, утврђене су мерењем следећих геометријских карактеристика шава: ширине лица шава, дубине уваривања, висине надвишења шава, површине попречног пресека шава као и површине попречног пресека надвишења шава, слика 7.17а. Мерење је изведено на макро – пресеку приказаном на слици 7.17б.



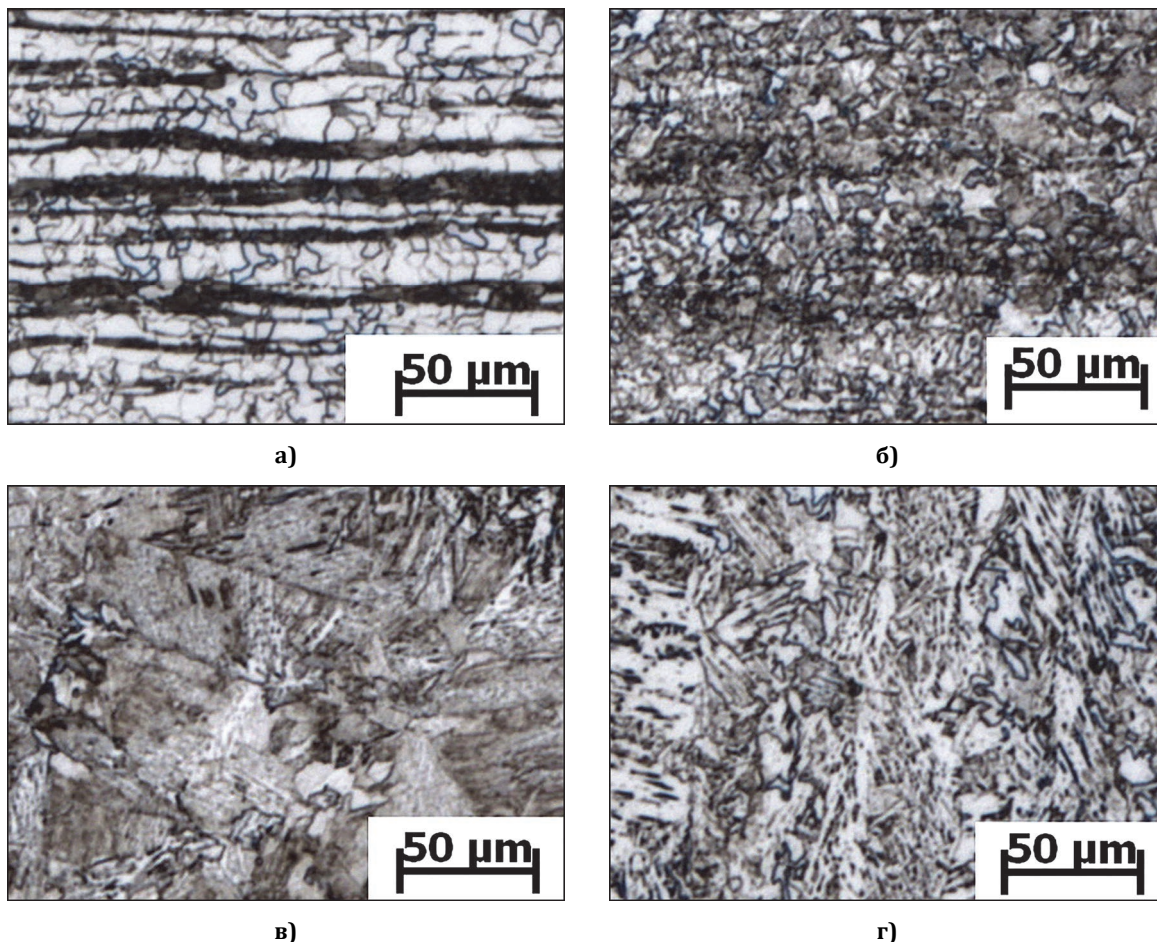
Слика 7.17. Геометријске карактеристике шава: а) шематски приказ мерених величина; б) макро - пресек шава на коме је обављено мерење

Измерене вредности су приказане у табели 7.10. Поред директно измерених вредности, у табели су дате и вредности коефицијента облика шава као и степена мешања који су добијени рачунским путем на основу измерених вредности параметара геометрије шава. Ова два параметра спадају представљају параметре геометрије шава на основу којих је извршена оптимизација, односно на основу којих су одређене вредности параметара технологије заваривања.

Табела 7.10. Измерене вредности геометријских карактеристика шава

Ознака	Геометријска карактеристика	Јед. мере	Вредност
B	ширина лица шава	mm	7.19
H	дубина уваривања	mm	2.41
h	надвишење шава	mm	2.67
$\psi = B/H$	коефицијент облика шава		2.96
A_o	површина попречног пресека ОМ	mm ²	9.79
A_d	површина попречног пресека надвишења шава	mm ²	12.77
$\gamma_o = A_o/(A_o+A_d)$	степен мешања		0.434

Осим макроструктуре, снимљена је и микроструктура завареног споја. Снимање микроструктура изведено је у четири зоне завареног споја: основном материјалу, зони нормализације, зони прегревања и металу шава, слика 7.18.

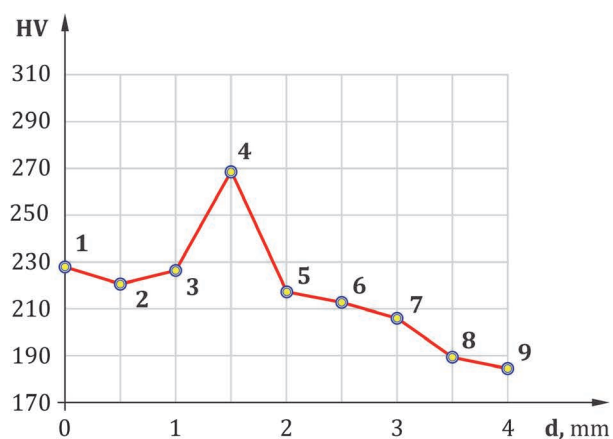
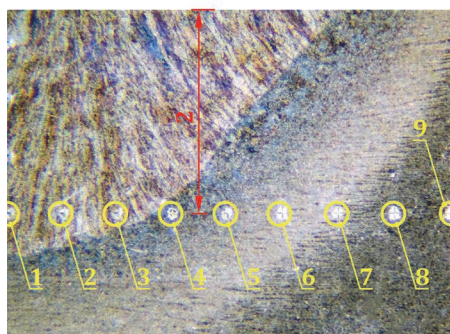


Слика 7.18. Приказ микроструктуре завареног споја: **а)** основни материјал; **б)** ЗУТ – зона нормализације; **в)** ЗУТ – зона прегревања; **г)** метал шав

Вредности тврдоће по Викерсу, HV1, добијене мерењем, приказане су у табели 7.11. и на слици 7.19б, док је на слици 7.19а дат приказ положаја мерних тачака у макро – пресеку.

Табела 7.11. Вредности тврдоће по Викерсу у мерним тачкама

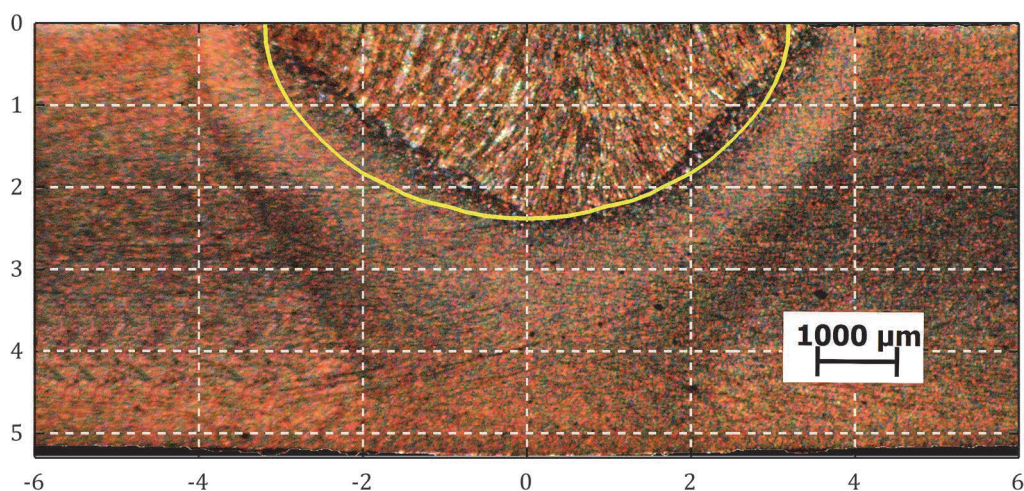
Мерно место	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Растојање од осе шав, mm	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
Тврдоћа HV1	227.7	220.5	226.2	268.5	217.2	212.6	205.9	189.2	184.3



Слика 7.19. Тврдоћа по Викерсу: **а)** положај мерних тачака; **б)** дијаграм вредности тврдоће у мерним тачкама

7.3. Анализа резултата

На основу експерименталних и резултата симулације формиран је упоредни приказ геометријских карактеристика шава, приказан на слици 7.20. Из приказа се може видети да формиран оптимизациони модел даје добре резултате у погледу одређивања вредности параметара технологије на бази захтеваних вредности геометријских карактеристика. Може се приметити да постоји веома добро слагање између симулираних и експерименталних вредности ширине лица шава и дубине уваривања. Нешто веће одступање постоји између површине попречног пресека шава у случају симулације и експеримента.



Слика 7.20. Упоредни приказ експерименталне и симулиране геометрије шава

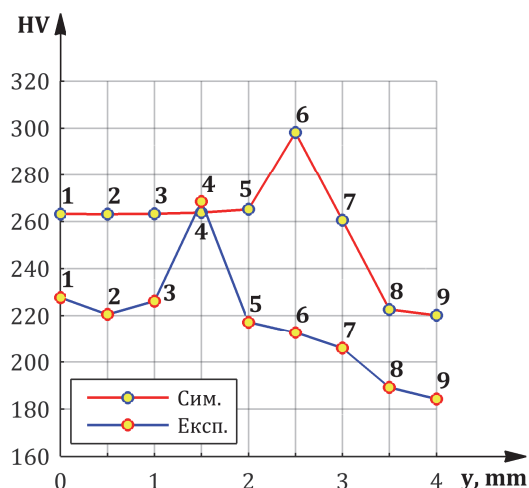
На основу табеле 7.12., може се приметити да су релативне грешке појединачних параметара у нивоу средње релативне грешке изабраног калибрационог модела. За неке параметре: дубину уваривања и коефицијент облика шава, релативне грешке су мање него у случају калибрационог модела.

Табела 7.12. Приказ вредности геометријских параметара и грешке појединачних параметара

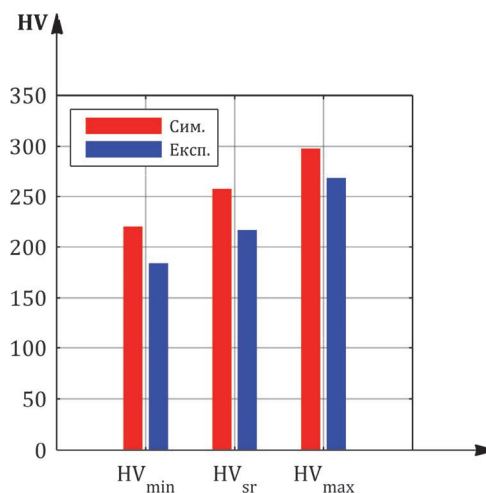
Параметар	Јединица мере	Вредност		Грешка		Средња релативна грешка калибрационог модела
		Симулација	Експеримент	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %	
В	mm	6.44	7.19	0.75	10.5%	8.4%
Н	mm	2.44	2.41	0.03	1.2%	6.3%
А	mm ²	8.59	9.70	1.11	11.6%	5.1%
ψ		2.68	2.96	0.28	9.5%	13.9%
γ₀		0.40	0.43	0.04	8.1%	3.2%

Разлика се креће од 4.4 – 5.1%. За преостале параметре, релативна грешка је већа у односу на средњу релативну грешку калибрационог модела, и та разлика се креће од 2.1 – 6.5%. Разлика у површини попречног пресека шава последица је примене двоструког елипсоидног модела извора топлоте који по себи не може да обухвати утицај различитих параметара који утичу на облик и површину попречног пресека шава: врсту преноса материјала, врсту заштитног гаса, итд.

Што се тиче тврдоће, добијени су нешто слабији резултати, слике 7.21. и 7.22. Поређењем вредности тврдоће у мерним тачкама, добијених симулацијом и експерименталним путем,



Слика 7.21. Упоредни приказ симулираних и експерименталних вредности тврдоће у мерним тачкама



Слика 7.22. Упоредни приказ минималних, средњих и максималних вредности тврдоће за симулацију и експеримент

може се приметити да симулациони модел даје веће вредности тврдоће. У случајевима минималне, средње и максималне вредности тврдоће у мерним тачкама, ниво релативне грешке се креће у распону од 11 – 19.5%, што је опет боље у односу на средњу релативну грешку калибрационог модела од 20.5%. Овакве вредности тврдоће, добијене симулацијом последица су некалибрисаног Киркалдијевог модела што је последица непостојања експерименталних података са реалних дијаграма изотермалне трансформације аустенита.

Табела 7.13. Приказ вредности параметара и грешке појединачних параметара

Параметар	Јединица мере	Вредност		Грешка		Средња релативна грешка калибрационог модела
		Симулација	Експеримент	Апсолутна грешка	Релативна грешка, %	
HV _{min}	HV	220.2	184.3	35.9	19.5%	
HV _{sr}	HV	257.8	216.9	40.9	18.9%	20.5%
HV _{max}	HV	298.1	268.5	29.6	11.0%	

Такође може се приметити да симулациони модел приказује на већој удаљености од осе шава у односу на експерименталне резултате што је последица шире зоне утицаја топлоте коју даје симулациони модел у односу на експеримент.

ПОГЛАВЉЕ

8

ЗАКЉУЧАК

У циљу креирања методологије за одређивање параметара технологије заваривања на бази захтеваних геометријских и механичких карактеристика шава спроведена су различита теоријска и експериментална истраживања. Циљ теоријских истраживања био је развој поузданог и брзог симулационог модела МАГ поступка заваривања, као основе за развој модела за одређивање вредности параметара технологије заваривања МАГ поступком на бази тражених вредности неких параметара геометрије шава као и средње вредности тврдоће у одређеним тачкама завареног споја. У оквиру теоријског дела дисертације развијен је аналитички модел размене топлоте у завариваним лимовима, за случај сучеоног споја, без припреме ивица основног материјала. Применом методе коначних разлика, уз употребу релаксационог и мултигрид метода, добијени аналитички модел преведен је у нумерички облик, при чему су узети у обзир и гранични услови на површинама завариваних лимова који су обухватили размену топлоте са околином путем конвекције и зрачења. На бази нумеричког модела, креиран је и софтвер МАГЗД који се показао као веома ефикасан у погледу времена потребног за добијање крајњих резултата, тј. за симулацију температурског поља. На бази теоријских модела Киркалдија и Лија, у комбинацији са развијеним моделом размене топлоте током заваривања, развијени су и софтвери за симулацију тврдоће завареног споја.

Експериментални део рада изведен је у циљу добијања података потребних за калибрацију и валидацију нумеричког модела процеса заваривања. Експериментална истраживања обухватила су: заваривање три узорка МАГ поступком при чему је као основни материјал коришћен челик P355GH а као додатни материјал жица ОК Autrod 12.50, затим, припрема металографских узорака, мерење вредности различитих параметара геометрије шава, мерење микротврдоће методом по Викерсу, као и микроскопско снимање микроструктуре у различитим зонама завареног споја.

У циљу повећања тачности излазних резултата нумеричког модела, развијено је шест различитих модела калибрације за одређивање вредности два неодређена параметра: коефицијента корисног дејства, η , и односа параметара модела извора топлоте a_{hf}/a_{hb} . При томе су претпостављене три различите врсте функционалних зависности неодређених параметара у функцији односа брзине довођења жице и брзине заваривања и то: линеарна зависност, експоненцијална зависност и зависност у облику Гаусове функције које су комбиноване са симулираним вредностима тврдоће добијеним по Киркалдијевом и Лијевом моделу. Сваки од калибрационих модела оцењен је на бази одступања симулираних вредности параметара геометрије шава: коефицијента облика и степена мешања, као и одступања средње вредности тврдоће у девет мерних тачака од експерименталних резултата. При томе је у циљу смањења времена потребног за одређивање параметара калибрационих модела примењен поступак метамоделирања. На основу спроведених експерименталних и теоријских истраживања може се закључити да најбоље резултате у погледу калибрације и валидације даје линеарни модел зависности коефицијента корисног дејства лука и односа параметара модела извора топлоте од параметара технологије који је комбинован са Киркалдијевим микроструктурним моделом. Резултати симулација добијени уз примену овог модела калибрације показали су веома добра слагања са експерименталним резултатима. На бази три изведене симулације/експеримента, средње релативне грешке за пара-

метре геометрије шава биле су: 8.4% за ширину лица шава, 6.3% за дубину уваривања и 5.1% за површину попречног пресека увара. За параметре на основу којих је извршена оптимизација одступања су била минимална у случају степена мешања, 3.2%, док су у случају коефицијента облика шава и средње вредности тврдоће, та одступања била нешто већа и износила су 13.9 и 20.5%, респективно. На основу поређења резултата обављених симулација и експеримената може се закључити да формирање калибрационог модела на бази функционалне зависности неодређених параметара од параметара технологије представља поуздан начин за одређивање конкретних вредности неодређених параметара симулационог модела и за повећање тачности излазних резултата модела што потврђују и експериментални резултати. Употреба вишекритеријумског генетског алгоритма омогућава оцену одступања сваког параметра укљученог у функције циља, засебно што даје могућност да се у зависности од потребе за већим или мањим одступањем појединачних параметара у односу на експерименталне резултата бира одговарајућа функционална зависност. Иако је за поступак метамоделирања потребно обавити већи број симулација унапред, метамоделирање представља ефикасан и поуздан начин за убрзање процеса оптимизације. То се нарочито огледа у ситуацијама када је потребно изменити граничне услове или функције циља.

Нешто већа одступања која су се јавила у случају средње вредности тврдоће у мерним тачкама могу се објаснити као последица пре свега већег броја мерних тачака и директне примене металуршког модела без калибрације. Калибрацију модела није било могуће извести због непостојања експериментално добијеног дијаграма изотермалне трансформације за челик P355GH који би могао бити искоришћен за подешавање параметара микроструктурног модела.

За одређивање параметара технологије МАГ поступка на бази захтеваних геометријских и механичких карактеристика, изведена су такође теоријска и експериментална истраживања. Теоријска истраживања обухватила су: формирање оптимизационог модела за одређивање вредности параметара технологије, применом вишекритеријумског генетског алгоритма и формирање функционалних зависности улазних параметара симулационог модела од изабраних параметара технологије. На бази ових истраживања добијено је више могућих комбинација параметара технологије који омогућавају добијање геометријских и механичких карактеристика шава приближних захтеваним.

Избор једне од тих комбинација захтевао је извођење више симулација на основу којих су одређена одступања симулираних параметара геометрије и тврдоће у односу на жељене резултате. На основу израчунатих одступања, изабрана је комбинација параметара технологије која је дала најмања одступања геометријских и механичких карактеристика у односу на захтеване.

У циљу утврђивања стварног одступања, извршено је експериментално истраживање заваривањем једног узорка израђеног од челика P355GH, исте дебљине као и узорци који су коришћени за калибрацију. Поређењем симулираних и експерименталних вредности изабраних параметара утврђена су мала одступања и то: одступање ширине лица шава износило је 10.5%, дубине уваривања 1.2% а површине попречног пресека увара 11.6%. Параметри који су коришћени у функцијама циља имали су одступања: 9.5% за коефицијент облика и 8.1% за степен мешања док је за средњу вредност тврдоће то одступање износило 18.9%.

На бази ових истраживања може се приметити да оптимизациони приступ одређивању параметара геометрије на бази вишекритеријумског генетског алгоритма представља ефикасан и поуздан начина за дефинисање параметара на бази захтеваних геометријских и механичких карактеристика завареног споја. Одступања симулираних геометријских и механичких карактеристика на бази изабраног скупа параметара технологије су у нивоу одступања изабраног калибрационог модела при чему су за дубину уваривања и коефицијент облика те грешке мање у односу на калибрациони модел док су одступања осталих параметара већа у односу на калибрациони модел. Одступања у односу на експерименталне резултате, поготову за површину попречног пресека увара као и облик границе увара могу се објаснити применом двоструког елипсоидног модела извора топлоте који нема могућност да обухвати различите параметре који утичу на облик границе увара.

У циљу даљег унапређења поступка одређивања параметара технологије МАГ поступка заваривања као и смањења одступања симулираних од експерименталних резултата треба обратити пажњу на више различитих аспеката. Пре свега, пренос топлоте у течном купатилу је комплексан феномен који поред размене топлоте провођењем обухвата и размену топлоте струјањем уз деловања електромагнетних сила и утицај површинског напона. Термо – механичке карактеристике материјала могу се тачније дефинисати применом термодинамичких модела.

Моделирање извора топлоте представља кључни изазов у добијању поузданих резултата симулације. Употребљени модел није у могућности да обухвати утицаје врсте преноса материјала, врсте и протока заштитног гаса, итд. Зато би формирање једног таквог модела уз моделирање претходно наведених утицаја представљало прави изазов за будућа истраживања, али оваква истраживања због своје сложености и обима захтевају укључивање већег броја истраживача.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] **Pittner A.**, *A contribution to the solution of the inverse heat conduction problem in welding simulation*, Докторска дисертација, Technischen Universität Berlin, Berlin, Germany, 2012
- [2] **Rosenthal D.**, *Mathematical theory of heat distribution during welding and cutting*, Welding journal, 1941, Vol. 20, № 5, p. 220s – 234s
- [3] **Rosenthal D.**, *The theory of moving sources of heat and its application to metal treatments*, Transactions ASME, 1946, Vol. 43, № 11, p. 849–866
- [4] **Рыкалин Н.Н.**, *Расчеты тепловых процессов при сварке*, Машгиз, Москва, 1951
- [5] **Wu C.S.**, *Welding thermal processes and weld pool behaviors*, Taylor & Francis, Boca Raton-Florida, 2011
- [6] **Christensen N., Davies V. de L., Gjermundsen K.**, *Distribution of temperatures in arc welding*, British Welding Journal, 1965, Vol. 12, № 2, p. 54–75
- [7] **Malmuth N.D.**, *Temperature field of a moving point source with change of state*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 1976, Vol. 19, № 4, p. 349–354, DOI:10.1016/0017-9310(76)90090-9
- [8] **Eagar T.W., Tsai N.S.**, *Temperature fields produced by traveling distributed heat sources*, Welding journal, 1983, Vol. 62, № 12, p. 346–355
- [9] **Myhr O.R., Grong Ø.**, *Dimensionless maps for heat flow analyses in fusion welding*, Acta Metallurgica et Materialia, 1990, Vol. 38, № 3, p.449–460, DOI:10.1016/0956-7151(90)90151-6
- [10] **Jeong S.K., Cho H.S.**, *An analytical solution to predict the transient temperature distribution in fillet arc welds*, Welding Journal-Including Welding Research Supplement, 1997, Vol. 76, № 6, p. 223s
- [11] **Nguyen N.T., Ohta A., Matsuoka K., Suzuki N., Maeda Y.**, *Analytical solutions for transient temperature of semi-infinite body subjected to 3-D moving heat sources*, Welding journal, 1999, Vol. 78, p. 265–274 – s
- [12] **Fassani R.N.S., Trevisan O.V.**, *Analytical modeling of multipass welding process with distributed heat source*, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2003, Vol. 25, № 3, p. 302–305, DOI:10.1590/S1678-58782003000300013
- [13] **Kwon Y., Weckman D.C.**, *Analytical thermal model of conduction mode double sided arc welding*, Science and Technology of Welding and Joining, 2015, DOI:10.1179/174329308X319244
- [14] **Hibbitt H.D., Marcal P. V.**, *A numerical, thermo-mechanical model for the welding and subsequent loading of a fabricated structure*, Computers & Structures, 1973, Vol. 3, № 5, p. 1145–1174, DOI:10.1016/0045-7949(73)90043-6
- [15] **Paley Z., Hibbert P.D.**, *Computation of temperatures in actual weld designs*, Welding journal, 1975, Vol. 54, № 11, p. 385s – 392s
- [16] **Westby O.**, *Temperature Distribution in the Work Piece by Welding*, Докторска дисертација, Department of Metallurgy and Metal Working, The Technical University, Trondheim, Norway, 1968
- [17] **Krutz G.W., Segerlind L.J.**, *Finite element analysis of welded structures*, Welding Journal Research Supplement, 1978, p. 211s – 216s
- [18] **Mazumder J., Steen W.M.**, *Heat transfer model for CW laser material processing*, Journal of Applied Physics, AIP Publishing, , 1980, Vol. 51, № 2, p. 941, DOI:10.1063/1.327672
- [19] **Kou S.**, *Simulation of heat flow during the welding of thin plates*, Metallurgical Transactions A, 1981, Vol. 12, № 12, p. 2025–2030, DOI:10.1007/BF02644171

- [20] **Shamsundar N., Sparrow E.M.**, *Analysis of multidimensional conduction phase change via the enthalpy model*, Journal of Heat Transfer, 1975, Vol. 97, № 3, p. 333–340, DOI:10.1115/1.3450375
- [21] **Kou S., Le Y.**, *Three-dimensional heat flow and solidification during the autogenous GTA welding of aluminum plates*, Metallurgical Transactions A, 1983, Vol. 14, № 11, p. 2245–2253, DOI:10.1007/BF02663298
- [22] **Goldak J., Chakravarti A., Bibby M.**, *A new finite element model for welding heat sources*, Metallurgical Transactions B, 1984, Vol. 15, № 2, p. 299–305, DOI:10.1007/BF02667333
- [23] **Chong L.M.**, *Predicting welding hardness*, Докторска дисертација, Carleton University, Ottawa, Canada, 1982, 56 - 57 p.
- [24] **Kou S., Sun D.K.**, *Fluid flow and weld penetration in stationary arc welds*, Metallurgical Transactions A, 1985, Vol. 16, № 1, p. 203–213, DOI:10.1007/BF02815302
- [25] **Woods R.A., Milner D.R.**, *Motion in the weld pool in arc welding*, Welding Journal, 1971, Vol. 50, № 4, p. 163
- [26] **Heiple C.R.**, *Mechanism for minor element on GTA fusion zone geometry*, Welding Journal, 1982, Vol. 61, p. 97s – 102s
- [27] **Brimacombe J.K., Weinberg F.**, *Observations of surface movements of liquid copper and tin*, Metallurgical and Materials Transactions B, 1972, Vol. 3, № 8, p. 2298–2299, DOI:10.1007/BF02643250
- [28] **Goldak J., Bibby M., Moore J., House R., Patel B.**, *Computer modeling of heat flow in welds*, Metallurgical Transactions B, 1986, Vol. 17, № 3, p. 587–600, DOI:10.1007/BF02670226
- [29] **Lindgren L.E.**, *Temperature fields in simulation of butt-welding of large plates*, Communications in Applied Numerical Methods, 1986, Vol. 2, № 2, p. 155–164, DOI:10.1002/cnm.1630020206
- [30] **Jonsson M., Karlsson L., Lindgren L.E.**, *Deformations and stresses in butt-welding of large plates with special reference to the mechanical material properties*, Journal of Engineering Materials and Technology, 1985, Vol. 107, № 4, p. 265–270, DOI:10.1115/1.3225817
- [31] **Andersson B.**, *Thermal stresses in a submerged-arc welded joint considering phase transformations*, Journal of Engineering Materials and Technology, 1978, Vol. 100, № 4, p. 356–362, DOI:10.1115/1.3443504
- [32] **Andersson B., Karlsson L.**, *Thermal stresses in large butt-welded plates*, Journal of Thermal Stresses, 1981, Vol. 4, № 3-4, p. 491–500, DOI:10.1080/01495738108909982
- [33] **Tekriwal P., Mazumder J.**, *Finite element analysis of three-dimensional transient heat transfer in GMA welding*, Welding Journal, 1988, Vol. 67, № 5, p. 150–156
- [34] **Zacharia T., Eraslan A.H., Aidun D.K., David S.A.**, *Three-dimensional transient model for arc welding process*, Metallurgical Transactions B, 1989, Vol. 20, № 5, p. 645–659, DOI:10.1007/BF02655921
- [35] **Wu C.S.**, *Computer simulation of three dimensional convection in travelling MIG weld pools*, Engineering Computations, 1992, Vol. 9, № 5, p. 529–537, DOI:10.1108/eb023881
- [36] **Kumar S., Bhaduri S.C.**, *Three-dimensional finite element modeling of gas metal-arc welding*, Metallurgical and Materials Transactions B, 1994, Vol. 25, № 3, p. 435–441, DOI:10.1007/BF02663394
- [37] **Lancaster J.**, *The physics of welding*, Pergamon, Oxford, New York, 1986
- [38] **Kim I.S., Basu A.**, *A mathematical model of heat transfer and fluid flow in the gas metal arc welding process*, Journal of Materials Processing Technology, 1998, Vol. 77, № 1-3, p. 17–24, DOI:10.1016/S0924-0136(97)00383-X

- [39] **Kim C.H., Zhang W., DebRoy T.**, *Modeling of temperature field and solidified surface profile during gas-metal arc fillet welding*, Journal of Applied Physics, 2003, Vol. 94, № 4, p. 2667–2679, DOI:10.1063/1.1592012
- [40] **Cho M.H., Farson D.F.**, *Understanding bead hump formation in gas metal arc welding using a numerical simulation*, Metallurgical and Materials Transactions B, 2007, Vol. 38, № 2, p. 305–319, DOI:10.1007/s11663-007-9034-5
- [41] **Kumar A., DebRoy T.**, *Heat transfer and fluid flow during gas-metal - arc fillet welding for various joint configurations and welding positions*, Metallurgical and Materials Transactions A, 2007, Vol. 38, № 3, p. 506–519, DOI:10.1007/s11661-006-9083-4
- [42] **Traidia A., Roger F.**, *Numerical and experimental study of arc and weld pool behaviour for pulsed current GTA welding*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 2011, Vol. 54, № 9-10, p. 2163–2179, DOI:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2010.12.005
- [43] **Ravisankar A., Velaga S.K., Rajput G., Venugopal S.**, *Influence of welding speed and power on residual stress during gas tungsten arc welding (GTAW) of thin sections with constant heat input: A study using numerical simulation and experimental validation*, Journal of Manufacturing Processes, 2014, Vol. 16, № 2, p. 200–211, DOI:10.1016/j.jmapro.2013.11.002
- [44] **Tarng Y.S., Yang W.H.**, *Optimisation of the weld bead geometry in gas tungsten arc welding by the Taguchi method*, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 1998, Vol. 14, № 8, p. 549–554, DOI:10.1007/BF01301698
- [45] **Gunaraj V., Murugan N.**, *Application of response surface methodology for predicting weld bead quality in submerged arc welding of pipes*, Journal of Materials Processing Technology, 1999, Vol. 88, № 1-3, p. 266–275, DOI:10.1016/S0924-0136(98)00405-1
- [46] **Tarng Y.S., Yang W.H., Juang S.C.**, *The use of fuzzy logic in the Taguchi method for the optimisation of the submerged arc welding process*, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2000, Vol. 16, № 9, p. 688–694, DOI:10.1007/s001700070040
- [47] **Tarng Y.S., Juang S.C., Chang C.H.**, *The use of grey-based Taguchi methods to determine submerged arc welding process parameters in hardfacing*, Journal of Materials Processing Technology, 2002, Vol. 128, № 1-3, p. 1–6, DOI:10.1016/S0924-0136(01)01261-4
- [48] **Kim I.S., Son J.S., Kim I.G., Kim J.Y., Kim O.S.**, *A study on relationship between process variables and bead penetration for robotic CO₂ arc welding*, Journal of Materials Processing Technology, 2003, Vol. 136, № 1-3, p. 139–145, DOI:10.1016/S0924-0136(02)01126-3
- [49] **Kim I.S., Son K.J., Yang Y.S., Yaragada P.K.D. V.**, *Sensitivity analysis for process parameters in GMA welding processes using a factorial design method*, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2003, Vol. 43, № 8, p. 763–769, DOI:10.1016/S0890-6955(03)00054-3
- [50] **Olabi A.G., Casalino G., Benyounis K.Y., Hashmi M.S.J.**, *An ANN and Taguchi algorithms integrated approach to the optimization of CO₂ laser welding*, Advances in Engineering Software, 2006, Vol. 37, № 10, p. 643–648, DOI:10.1016/j.advengsoft.2006.02.002
- [51] **Ates H.**, *Prediction of gas metal arc welding parameters based on artificial neural networks*, Materials & Design, 2007, Vol. 28, № 7, p. 2015–2023, DOI:10.1016/j.matdes.2006.06.013
- [52] **Nagesh D.S., Datta G.L.**, *Genetic algorithm for optimization of welding variables for height to width ratio and application of ANN for prediction of bead geometry for TIG welding process*, Applied Soft Computing, 2010, Vol. 10, № 3, p. 897–907, DOI:10.1016/j.asoc.2009.10.007
- [53] **Jia X., Xu J., Liu Z., Huang S., Fan Y., Sun Z.**, *A new method to estimate heat source parameters in gas metal arc welding simulation process*, Fusion Engineering and Design, 2014, Vol. 89, № 1, p. 40–48, DOI:10.1016/j.fusengdes.2013.11.006

- [54] **Ryberg A.-B., Domeij Bäckryd R., Nilsson L.**, *Metamodel-Based Multidisciplinary Design Optimization for Automotive Applications*, Linköping University Electronic Press, Linköping, Sweden, 2012
- [55] **Kumar A., DebRoy T.**, *Neural network model of heat and fluid flow in gas metal arc fillet welding based on genetic algorithm and conjugate gradient optimisation*, *Science and Technology of Welding and Joining*, 2006, Vol. 11, № 1, p. 106–119, DOI:10.1179/174329306X84319
- [56] **Zhang W., Kim C.H., DebRoy T.**, *Heat and fluid flow in complex joints during gas metal arc welding—Part I: Numerical model of fillet welding*, *Journal of Applied Physics*, 2004, Vol. 95, № 9, p. 5210–5219, DOI:10.1063/1.1699485
- [57] **Zhang W., Kim C.H., DebRoy T.**, *Heat and fluid flow in complex joints during gas metal arc welding—Part II: Application to fillet welding of mild steel*, *Journal of Applied Physics*, 2004, Vol. 95, № 9, p. 5220–5229, DOI:10.1063/1.1699486
- [58] **Mishra S., DebRoy T.**, *A genetic algorithm and gradient - descent - based neural network with the predictive power of a heat and fluid flow model for welding*, *Welding Journal Research Supplement*, 2006, Vol. 85, № 11
- [59] **Zhang W., Roy G.G., Elmer J.W., DebRoy T.**, *Modeling of heat transfer and fluid flow during gas tungsten arc spot welding of low carbon steel*, *Journal of Applied Physics*, 2003, Vol. 93, № 5, p. 3022–3033, DOI:10.1063/1.1540744
- [60] **Kumar A., DebRoy T.**, *Tailoring fillet weld geometry using a genetic algorithm and a neural network trained with convective heat flow calculations*, *Welding Journal Research Supplement*, 2007, Vol. 86, № 1, p. 26s – 33s
- [61] **Kumar A., DebRoy T.**, *Guaranteed fillet weld geometry from heat transfer model and multi-variable optimization*, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2004, Vol. 47, № 26, p. 5793–5806, DOI:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2004.06.038
- [62] **Kumar A., Zhang W., DebRoy T.**, *Improving reliability of modelling heat and fluid flow in complex gas metal arc fillet welds—part I: an engineering physics model*, *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2005, Vol. 38, № 1, p. 119–126, DOI:10.1088/0022-3727/38/1/019
- [63] **Kumar A., DebRoy T.**, *Improving reliability of modelling heat and fluid flow in complex gas metal arc fillet welds—part II: application to welding of steel*, *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2005, Vol. 38, № 1, p. 127–134, DOI:10.1088/0022-3727/38/1/020
- [64] **Mishra S.**, *Tailoring weld geometry and composition in fusion welding through convective mass transfer calculations*, Докторска дисертација, The Pennsylvania State University, Philadelphia, Pennsylvania, 2006
- [65] **Kumar A.**, *Tailoring defect free fusion welds based on phenomenological modeling*, Докторска дисертација, The Pennsylvania State University, Philadelphia, Pennsylvania, 2006
- [66] **Holliday D.B., Dull R.M., Hartman D.K., Wright D.A.**, *Welding Handbook. Volume 2: Welding Processes, Part 1*, American Welding Society / ed. by O'Brien R.L., 1991, p. 147–207
- [67] **Bajić B., Bajić D., Delić D.**, *Suština i tehnika postupaka električnog zavarivanja topljenjem metala i njihovih legura: priručnik*, Grafičar : Pobjeda, Podgorica, 2005
- [68] **Naidu D.S., Ozcelik S., Moore K.L.**, *Modeling, sensing and control of gas metal arc welding*, Elsevier, Amsterdam, New York, 2003
- [69] **Sedmak A., Šijački-Žeravčić V., Milosavljević A., Đorđević V., Vukićević M.**, *Mašinski materijali II deo*, Mašinski fakultet, Beograd, 2000
- [70] **Majstorović A., Jovanović M.**, *Osnovi zavarivanja, lemljenja i lepljenja*, Naučna knjiga, Beograd, 1988

- [71] **Бјелић М.**, *Симулација температурског поља при заваривању танких лимова МАГ поступком*, Магистарски рад, Универзитет у Крагујевцу, Машински факултет, Краљево, 2009
- [72] **Ђелић М., Kovanda K., Kolařík L., Kolaříková M., Vondrouš P.**, *Modeling and numerical analysis of wire temperature in GMA welding*, 8th International Conference Heavy Machinery HM 2014, Zlatibor, 2014, p. B 79–82
- [73] **Бјелић М., Вукићевић М., Миодраговић Г.**, *Мозућности примене симулационих метода за одређивање геометрије шава*, XXXIII ЈУПИТЕР конференција, Машински факултет, Београд, 2007, p. 2.67–2.72.
- [74] **Özişik N.M.**, *Heat conduction*, Wiley, New York, 1993
- [75] **Çengel Y.A.**, *Heat transfer: A practical approach*, McGraw-Hill, New York, 2003
- [76] **Petrović Z., Stupar S.**, *Projektovanje računарom: metod konačnih razlika*, Mašinski fakultet, Beograd, 1992
- [77] **Versteeg H., Malalasekera W.**, *An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method*, Longman Scientific & Technical, Harlow Essex, England, 1995
- [78] **Ђелић М.Б., Kovanda K., Kolařík L., Vukićević M.N., Radičević B.S.**, *Numerical modeling of two-dimensional heat-transfer and temperature-based calibration using simulated annealing optimization method: Application to gas metal arc welding*, Thermal Science, 2016, Vol. 20, № 2, p. 655–665, DOI:10.2298/TSCI150415127B
- [79] **Miettinen J., Louhenkilpi S.**, *Calculation of thermophysical properties of carbon and low alloyed steels for modeling of solidification processes*, Metallurgical and Materials Transactions B, 1994, Vol. 25, № 6, p. 909–916, DOI:10.1007/BF02662773
- [80] **Babu K., Prasanna Kumar T.S.**, *Comparison of austenite decomposition models during finite element simulation of water quenching and air cooling of AISI 4140 steel*, Metallurgical and Materials Transactions B, 2014, Vol. 45, № 4, p. 1530–1544, DOI:10.1007/s11663-014-0069-0
- [81] **de Oliveira W.P., Savi M.A., Pacheco P.M.C.L., de Souza L.F.G.**, *Thermomechanical analysis of steel cylinders quenching using a constitutive model with diffusional and non-diffusional phase transformations*, Mechanics of Materials, 2010, Vol. 42, № 1, p. 31–43, DOI:10.1016/j.mechmat.2009.09.006
- [82] **Miettinen J.**, *Calculation of solidification-related thermophysical properties for steels*, Metallurgical and Materials Transactions B, 1997, Vol. 28, № 2, p. 281–297, DOI:10.1007/s11663-997-0095-2
- [83] **Piekarska W., Kubiak M., Bokota A.**, *Numerical Simulation of Thermal Phenomena and Phase Transformations in Laser-Arc Hybrid Welded Joints*, Archives of Metallurgy and Materials, 2011, Vol. 56, № 2, p. 409–421, DOI:10.2478/v10172-011-0044-6
- [84] **Piekarska W., Kubiak M.**, *Theoretical investigations into heat transfer in laser-welded steel sheets*, Journal of Thermal Analysis and Calorimetry, 2012, Vol. 110, № 1, p. 159–166, DOI: 10.1007/s10973-012-2486-0
- [85] **Şimşir C., Gür C.H.**, *A FEM based framework for simulation of thermal treatments: Application to steel quenching*, Computational Materials Science, 2008, Vol. 44, № 2, p. 588–600, DOI:10.1016/j.commatsci.2008.04.021
- [86] **Ariza E.A., Martorano M.A., Batista de Lima N., Tschiptschin A.P.**, *Numerical simulation with thorough experimental validation to predict the build-up of residual stresses during quenching of carbon and low-alloy steels*, ISIJ International, 2014, Vol. 54, № 6, p. 1396–1405, DOI:10.2355/isijinternational.54.1396

- [87] **Andrews K.W.**, *Empirical formulae for the calculation of some transformation temperatures*, J. Iron Steel Inst, 1965, Vol. 203, № 7, p. 721–727
- [88] **Guthmann K.**, *Günstige Gießtemperatur im Vergleich zum Erstarrungspunkt von Eisen und Stahlschmelzen*, Stahl und Eisen, 1951, Vol. 71, p. 399–402
- [89] **Takeuchi E., Brimacombe J.K.**, *Effect of oscillation-mark formation on the surface quality of continuously cast steel slabs*, Metallurgical Transactions B, 1985, Vol. 16, № 3, p. 605–625, DOI:10.1007/BF02654859
- [90] **Zener C.**, *Kinetics of the decomposition of austenite*, Trans. AIME, 1946, Vol. 167, p. 550–595
- [91] **Hillert M.**, *The role of interfacial energy during solid state phase transformations*, Jernkontorets Annaler, 1957, Vol. 141, p. 757–789
- [92] **Kirkaldy J., Venugopalan D.**, *Prediction of microstructure and hardenability in low-alloy steels*, International Conference on Phase Transformations in Ferrous Alloys, 1983, p. 125–148
- [93] **Li M.V., Niebuhr D. V., Meekisho L.L., Atteridge D.G.**, *A computational model for the prediction of steel hardenability*, Metallurgical and Materials Transactions B, 1998, Vol. 29, № 3, p. 661–672, DOI:10.1007/s11663-998-0101-3
- [94] **Radaj D.**, *Heat effects of welding: temperature field, residual stress, distortion*, Springer - Verlag, Berlin, Germany, 1992
- [95] **Grong Ø.**, *Metallurgical modelling of welding*, Institute of Materials, London, 1997
- [96] **Ashby M.F., Easterling K.E.**, *A first report on diagrams for grain growth in welds*, Acta Metallurgica, 1982, Vol. 30, № 11, p. 1969–1978, DOI:10.1016/0001-6160(82)90100-6
- [97] **Goldak J.A., Akhlaghi M.**, *Computational welding mechanics*, Springer, New York, 2005
- [98] **Lee S.-J., Lee Y.-K.**, *Prediction of austenite grain growth during austenitization of low alloy steels*, Materials & Design, 2008, Vol. 29, № 9, p. 1840–1844, DOI:10.1016/j.matdes.2008.03.009
- [99] **Nguyen T.C., Weckman D.C.**, *A thermal and microstructure evolution model of direct-drive friction welding of plain carbon steel*, Metallurgical and Materials Transactions B, 2006, Vol. 37, № 2, p. 275–292, DOI:10.1007/BF02693157
- [100] **Maynier P., Jungmann B., Dollet J.**, *Creusot-Loire System for the Prediction of the Mechanical Properties of Low Alloy Steel Products*, Hardenability Concepts with Applications to Steel, Trans. AIME, 1977, p. 518–545
- [101] **Gür C.H., Şimsir C.**, *Simulation of Quenching*, Handbook of thermal process modeling of steels / ed. by Gür C.H., Pan J., CRC Press; IFHTSE/International Federation for Heat Treatment and Surface Engineering, Boca Raton - Florida, 2009
- [102] **Nguyen N.T.**, *Thermal analysis of welds*, WIT, Southampton, Boston, 2004
- [103] **Yang X.-S.**, *Engineering optimization: an introduction with metaheuristic applications*, John Wiley & Sons, New Jersey, 2010
- [104] **Rao S.S.**, *Engineering Optimization: Theory and Practice*, John Wiley & Sons, New Jersey, 2009
- [105] **Ryberg A.-B., Bäckryd R.D., Nilsson L.**, *A metamodel-based multidisciplinary design optimization process for automotive structures*, Engineering with Computers, 2014, Vol. 31, № 4, p. 711–728, DOI:10.1007/s00366-014-0381-y

ПРИЛОГ

Табела П.1. Вредности параметара геометрије шави и минималних, максималних и средњих вредности тврдоће на мерној линији по Киркалдијевом и Лијевом моделу за метамодел првог експеримента

Ред. бр.	η	$\frac{a_{hb}}{a_{hf}}$	В	Н	A _{om}	ψ	γ_0	Киркалди			Ли		
								HV _{min}	HV _{max}	HV _{sr}	HV _{min}	HV _{max}	HV _{sr}
1.	0.725	3.5	5.34	2.06	6.13	2.59	0.37	223.7	382.3	264.5	257.8	264.6	261.0
2.	0.675	2.5	5.51	2.19	5.84	2.52	0.35	227.1	363.7	262.1	260.1	265.6	263.0
3.	0.65	2.5	5.37	1.96	5.73	2.74	0.35	228.2	393.9	271.3	261.2	265.6	263.0
4.	0.65	1.75	5.79	2.24	6.73	2.58	0.39	227.6	359.5	261.2	260.8	265.5	263.3
5.	0.725	2.5	5.84	2.28	7.37	2.56	0.41	222.1	357.4	258.0	258.1	264.2	261.7
6.	0.7	3	5.45	2.18	6.48	2.50	0.38	224.3	360.4	260.8	258.6	264.8	261.9
7.	0.775	1.5	6.29	2.36	8.19	2.66	0.44	226.0	358.3	263.3	261.3	264.8	263.2
8.	0.6	3	4.76	1.85	4.80	2.57	0.31	230.7	391.7	268.4	261.5	265.5	262.8
9.	0.825	1	6.90	2.77	10.62	2.49	0.50	217.3	296.6	251.6	258.1	263.5	261.4
10.	0.6	1	5.78	2.17	6.69	2.67	0.39	232.1	418.4	275.5	262.8	266.9	264.3
11.	0.775	2	5.99	2.33	7.91	2.56	0.43	224.5	306.5	258.6	259.6	265.1	262.9
12.	0.8	1.75	6.29	2.35	8.13	2.67	0.43	225.8	382.3	266.3	261.0	264.9	263.2
13.	0.65	1.25	5.84	2.12	6.82	2.75	0.39	231.7	375.7	269.7	262.5	267.6	264.6
14.	0.75	1.25	6.39	2.54	9.13	2.51	0.46	225.1	311.0	256.7	260.1	264.6	262.8
15.	0.65	3.25	4.90	1.96	5.10	2.49	0.32	227.5	397.2	269.0	260.6	265.9	262.6
16.	0.625	2.5	5.28	1.92	5.51	2.76	0.34	229.1	416.4	283.2	261.6	265.8	263.0
17.	0.8	3.25	5.70	2.15	6.51	2.65	0.38	219.4	334.5	254.8	257.3	264.2	260.9
18.	0.675	1	6.32	2.47	8.20	2.55	0.44	227.9	314.7	262.9	263.1	265.7	264.5
19.	0.775	3.75	5.44	2.14	6.43	2.55	0.38	218.9	316.3	253.2	256.6	264.2	260.8
20.	0.875	1.25	6.92	2.83	10.81	2.45	0.50	207.1	269.4	240.3	256.1	262.0	259.9
21.	0.75	3.25	5.58	2.20	6.12	2.53	0.37	220.4	332.8	254.7	256.9	264.4	261.2
22.	0.725	1	6.52	2.58	8.56	2.52	0.45	223.7	317.6	259.2	259.9	264.7	262.7
23.	0.725	1.75	5.94	2.34	7.80	2.54	0.42	226.8	392.7	265.1	260.0	265.1	262.7
24.	0.85	1.5	6.40	2.47	8.41	2.60	0.44	224.2	325.6	261.3	260.1	264.9	262.9
25.	0.85	2.5	6.27	2.47	8.04	2.54	0.43	213.8	300.7	251.2	256.9	263.3	260.5
26.	0.7	2.75	5.62	2.21	6.26	2.54	0.37	224.5	322.0	255.1	258.8	265.0	262.3
27.	0.875	1.75	6.51	2.42	7.92	2.69	0.43	221.1	285.4	248.4	257.6	264.4	261.8
28.	0.775	2.5	5.92	2.37	7.71	2.50	0.42	220.6	331.3	257.7	258.0	264.0	261.6
29.	0.725	1.25	6.30	2.44	8.10	2.58	0.43	226.7	373.9	261.3	261.1	265.1	263.4
30.	0.875	3.5	6.04	2.43	7.31	2.48	0.41	204.4	363.4	261.2	255.3	262.4	259.2
31.	0.625	1	5.84	2.14	6.96	2.73	0.40	231.9	397.4	272.7	263.0	267.3	264.8
32.	0.825	1.25	6.80	2.72	9.67	2.50	0.48	217.3	363.2	258.8	258.5	263.3	261.5
33.	0.675	3	5.34	2.03	5.48	2.63	0.34	226.3	354.4	264.2	259.8	265.5	262.7
34.	0.675	2.25	5.72	2.21	6.54	2.59	0.38	226.7	319.5	256.3	260.3	265.4	263.0
35.	0.75	1.5	6.22	2.23	7.36	2.79	0.41	226.8	297.7	256.2	261.3	265.4	263.7
36.	0.675	1.75	5.84	2.27	7.14	2.57	0.40	227.4	379.7	270.5	261.0	265.3	263.3
37.	0.8	1.25	6.66	2.64	9.02	2.52	0.46	221.4	308.4	255.1	259.4	264.2	262.3
38.	0.85	1.75	6.39	2.38	8.45	2.69	0.44	221.0	290.4	253.3	259.5	264.2	262.1
39.	0.775	3.25	5.72	2.28	6.99	2.51	0.40	218.0	306.8	254.4	256.6	264.1	260.9
40.	0.7	1.25	6.06	2.24	6.84	2.71	0.39	229.7	306.6	263.5	263.0	266.0	264.6

Ред. бр.	η	$\frac{a_{hb}}{a_{hf}}$	В	Н	A _{om}	ψ	γ_0	Киркалди			Ли		
								HV _{min}	HV _{max}	HV _{sr}	HV _{min}	HV _{max}	HV _{sr}
41.	0.875	2.25	6.27	2.41	8.07	2.60	0.43	220.2	296.6	254.6	258.4	264.3	261.9
42.	0.65	3.5	4.81	1.86	4.89	2.59	0.32	228.1	409.7	284.5	260.3	263.6	261.5
43.	0.85	2.75	6.08	2.43	7.41	2.50	0.41	213.4	290.5	250.0	257.2	263.0	260.4
44.	0.75	3.5	5.40	2.09	6.29	2.59	0.37	221.9	396.9	266.7	257.5	264.4	261.0
45.	0.875	4	5.87	2.40	7.56	2.45	0.42	207.1	295.5	246.0	254.7	263.0	259.3
46.	0.8	2.25	6.11	2.43	7.53	2.52	0.42	221.2	317.0	256.2	258.2	264.1	261.6
47.	0.7	2.25	5.80	2.23	6.78	2.60	0.39	225.7	337.7	261.1	260.7	265.1	263.2
48.	0.675	3.5	5.01	1.99	4.67	2.52	0.31	225.7	412.0	271.4	259.1	265.5	261.4
49.	0.6	2.75	5.05	1.93	4.83	2.62	0.31	228.6	417.2	289.2	261.0	264.2	262.2
50.	0.7	4	4.91	1.92	5.09	2.55	0.32	225.1	393.5	267.8	258.4	265.2	260.8
51.	0.75	2.25	5.90	2.35	7.66	2.52	0.42	220.7	367.7	258.6	258.2	264.3	261.7
52.	0.8	1.5	6.38	2.37	8.40	2.69	0.44	226.0	283.2	255.6	261.0	265.1	263.4
53.	0.775	2.25	6.02	2.40	7.10	2.51	0.40	222.0	316.2	256.5	257.9	264.5	261.9
54.	0.65	2.25	5.43	2.16	6.39	2.51	0.38	228.2	397.5	268.0	261.6	265.5	263.4
55.	0.725	3.75	5.15	2.07	5.71	2.49	0.35	224.2	376.8	263.8	258.1	264.7	261.1
56.	0.75	3	5.74	2.31	7.25	2.49	0.41	219.6	364.7	258.3	257.2	264.1	261.2
57.	0.65	3	5.22	1.99	5.35	2.63	0.34	227.3	379.4	269.1	260.3	265.5	262.5
58.	0.7	2	5.83	2.26	7.59	2.58	0.42	226.3	395.3	269.6	260.7	265.1	263.1
59.	0.7	3.5	5.10	2.03	5.54	2.51	0.34	224.3	400.1	269.9	258.6	265.0	261.4
60.	0.6	2.5	5.14	1.96	5.07	2.62	0.32	230.0	419.7	291.4	261.7	265.2	262.8
61.	0.625	1.5	5.73	2.21	6.58	2.60	0.38	230.7	419.9	276.0	262.7	266.1	264.2
62.	0.625	4	4.60	1.77	4.44	2.60	0.29	228.3	362.9	266.7	260.2	263.6	261.4
63.	0.65	2	5.65	2.19	6.33	2.58	0.37	227.5	350.3	260.5	261.0	265.5	263.4
64.	0.7	3.25	5.35	1.99	5.59	2.68	0.34	224.8	409.1	272.8	259.0	265.1	261.7
65.	0.7	1.5	5.98	2.23	7.30	2.68	0.41	227.5	371.8	262.5	260.6	265.2	263.1
66.	0.725	2	6.02	2.39	7.17	2.51	0.40	224.3	312.4	259.3	260.0	265.1	262.9
67.	0.65	2.75	5.31	2.01	6.17	2.64	0.37	227.1	416.7	274.5	260.5	265.5	262.5
68.	0.7	3.75	4.95	1.98	5.24	2.49	0.33	225.0	349.8	257.8	258.3	265.2	261.4
69.	0.675	2	5.71	2.20	6.52	2.59	0.38	227.0	375.5	269.8	261.0	265.6	263.4
70.	0.775	1.75	6.22	2.41	7.89	2.58	0.43	226.1	370.8	265.0	261.0	264.8	263.1
71.	0.8	3	5.88	2.34	7.56	2.51	0.42	213.6	288.6	252.1	257.1	263.7	260.6
72.	0.725	3	5.64	2.22	6.31	2.55	0.37	224.8	325.4	259.5	259.8	265.0	262.4
73.	0.7	1	6.42	2.54	9.17	2.53	0.46	227.1	313.6	257.6	260.8	265.0	263.4
74.	0.825	2.25	6.13	2.39	7.57	2.56	0.42	220.8	314.5	255.8	258.3	264.2	261.7
75.	0.85	2.25	6.21	2.44	7.86	2.55	0.43	219.5	286.4	254.1	258.8	264.3	261.9
76.	0.85	1.25	6.87	2.77	10.33	2.48	0.49	215.0	295.9	250.1	256.8	262.8	260.4
77.	0.85	3.25	5.97	2.41	7.82	2.48	0.42	212.1	352.6	256.2	256.0	262.8	260.0
78.	0.65	1.5	5.83	2.23	6.89	2.62	0.39	230.9	397.6	270.2	262.4	266.9	264.4
79.	0.85	3.75	5.86	2.39	7.49	2.45	0.41	210.2	385.6	257.3	254.5	262.8	258.9
80.	0.8	3.5	5.75	2.27	7.09	2.53	0.40	218.1	309.0	255.1	257.0	263.9	261.0
81.	0.8	1	6.84	2.72	9.82	2.52	0.48	218.1	264.5	248.7	259.0	264.0	261.9
82.	0.875	3.75	5.90	2.43	7.71	2.43	0.42	200.2	293.4	246.7	255.2	262.6	259.3

Ред. бр.	η	$\frac{a_{hb}}{a_{hf}}$	В	Н	A _{om}	ψ	γ_0	Киркалди			Ли		
								HV _{min}	HV _{max}	HV _{sr}	HV _{min}	HV _{max}	HV _{sr}
83.	0.8	2	6.14	2.41	7.64	2.55	0.42	222.5	374.9	260.2	258.1	264.3	261.8
84.	0.775	1	6.69	2.66	9.22	2.51	0.47	221.8	291.5	253.2	259.8	264.4	262.5
85.	0.85	2	6.39	2.41	8.43	2.65	0.44	220.3	345.4	259.3	257.9	263.7	261.4
86.	0.725	3.25	5.39	2.07	6.39	2.60	0.38	224.1	345.8	260.3	258.5	264.8	261.8
87.	0.6	1.75	5.49	2.15	6.49	2.55	0.38	231.0	368.0	267.2	262.4	267.0	264.6
88.	0.675	4	4.92	1.91	5.09	2.57	0.32	224.3	413.2	279.3	258.5	262.5	260.3
89.	0.825	2.5	6.13	2.43	7.59	2.52	0.42	219.8	335.2	258.3	258.8	264.3	261.9
90.	0.85	3.5	5.80	2.19	6.74	2.64	0.39	217.7	319.3	256.1	257.4	263.9	261.1
91.	0.775	4	5.32	2.14	5.87	2.48	0.36	219.8	357.3	262.9	256.6	264.3	260.7
92.	0.675	1.25	6.00	2.34	7.89	2.56	0.43	230.0	307.8	262.6	262.8	266.0	264.6
93.	0.825	2	6.29	2.38	8.12	2.65	0.43	221.7	336.3	258.3	258.3	264.1	261.7
94.	0.6	4	4.39	1.70	4.00	2.59	0.27	229.7	353.4	264.8	261.0	263.5	262.0
95.	0.65	4	4.83	1.85	4.92	2.60	0.32	226.3	402.1	280.5	259.2	262.6	260.9
96.	0.625	3	4.88	1.96	2.62	2.50	0.20	227.6	421.3	283.2	261.0	264.7	262.3
97.	0.6	3.75	4.65	1.77	4.54	2.62	0.30	228.9	365.7	260.2	260.4	265.0	261.9
98.	0.75	2	6.08	2.34	7.54	2.60	0.42	224.6	312.3	259.1	259.7	264.9	262.8
99.	0.725	2.75	5.67	2.26	7.07	2.51	0.40	224.2	336.0	260.0	259.7	264.8	262.4
100.	0.6	1.5	5.74	2.23	6.54	2.58	0.38	230.1	402.7	274.7	263.0	266.3	264.5
101.	0.725	2.25	5.85	2.29	7.48	2.55	0.41	223.0	295.5	254.7	259.5	264.5	262.3
102.	0.6	2	5.35	2.09	6.49	2.57	0.38	229.6	396.3	271.3	262.2	265.9	263.7
103.	0.625	3.75	4.81	1.83	4.93	2.63	0.32	228.3	388.9	276.0	260.3	263.5	261.5
104.	0.825	2.75	5.99	2.39	7.87	2.51	0.43	213.2	324.8	254.6	256.8	263.3	260.5
105.	0.75	1	6.63	2.63	9.04	2.52	0.46	221.4	293.0	253.4	260.1	264.1	262.4
106.	0.75	3.75	5.27	2.11	5.92	2.50	0.36	221.5	337.8	257.8	257.6	264.8	261.2
107.	0.825	3	5.94	2.39	7.70	2.49	0.42	214.0	294.8	250.8	257.2	263.3	260.5
108.	0.65	1	5.95	2.34	7.79	2.55	0.42	229.8	379.1	268.8	262.6	265.6	264.3
109.	0.7	1.75	6.02	2.28	7.25	2.64	0.41	227.3	343.8	262.5	261.5	265.3	263.5
110.	0.6	3.5	4.78	1.84	4.87	2.60	0.31	228.1	390.5	276.4	260.6	263.8	261.7
111.	0.875	2.75	6.15	2.44	7.67	2.52	0.42	212.8	291.3	252.8	256.9	263.5	260.5
112.	0.875	2	6.37	2.40	8.36	2.65	0.44	220.4	336.0	258.1	258.0	263.7	261.5
113.	0.775	3.5	5.52	2.15	5.84	2.57	0.35	220.4	379.9	265.9	257.3	264.3	261.1
114.	0.8	2.75	5.92	2.36	7.71	2.51	0.42	215.9	284.1	250.1	257.3	263.6	260.8
115.	0.75	4	5.27	2.11	5.92	2.50	0.36	221.2	342.3	257.7	256.6	264.4	260.7
116.	0.6	1.25	5.64	2.16	6.31	2.61	0.37	232.2	418.9	280.5	263.2	266.7	264.5
117.	0.725	1.5	6.01	2.32	7.26	2.59	0.41	227.0	376.6	263.0	260.9	265.3	263.2
118.	0.75	1.75	6.09	2.40	7.46	2.54	0.41	225.7	296.0	256.3	260.8	265.2	263.3
119.	0.6	3.25	4.64	1.82	4.64	2.55	0.30	230.4	379.9	272.9	261.3	264.1	262.3
120.	0.675	3.75	4.88	1.92	4.93	2.55	0.32	226.2	417.1	292.0	259.5	262.5	261.0
121.	0.625	1.75	5.68	2.19	6.45	2.59	0.38	229.6	334.2	265.2	262.1	266.2	264.4
122.	0.875	2.5	6.21	2.45	7.79	2.54	0.42	216.5	348.1	258.5	257.1	263.5	260.9
123.	0.625	2.75	5.18	1.96	5.21	2.64	0.33	228.4	422.6	297.5	261.3	264.0	262.3
124.	0.625	2.25	5.36	1.99	5.65	2.69	0.35	230.1	419.7	285.7	262.1	266.0	263.5

Ред. бр.	η	$\frac{a_{hb}}{a_{hf}}$	В	Н	A _{om}	ψ	γ_0	Киркалди			Ли		
								HV _{min}	HV _{max}	HV _{sr}	HV _{min}	HV _{max}	HV _{sr}
125.	0.85	4	5.72	2.21	6.56	2.59	0.38	211.0	308.0	252.9	254.7	263.4	259.9
126.	0.8	4	5.58	2.15	6.15	2.60	0.37	217.1	376.5	263.7	257.2	263.4	260.0
127.	0.85	3	6.06	2.42	7.34	2.51	0.41	213.7	286.3	250.0	257.0	263.4	260.6
128.	0.825	3.75	5.78	2.30	7.31	2.51	0.41	213.6	377.3	261.7	256.7	263.0	259.8
129.	0.7	2.5	5.71	2.21	6.48	2.58	0.38	224.3	320.8	254.5	259.0	264.9	262.2
130.	0.8	3.75	5.64	2.16	6.34	2.61	0.37	219.3	386.8	266.8	257.0	263.9	260.6
131.	0.675	3.25	5.27	1.99	5.48	2.64	0.34	225.7	413.6	272.5	259.3	265.3	261.4
132.	0.725	4	5.07	2.04	5.54	2.49	0.34	223.2	403.4	270.4	257.6	264.8	260.9
133.	0.6	2.25	5.27	1.93	5.47	2.73	0.34	230.0	417.0	290.7	261.7	265.2	262.8
134.	0.875	1.5	6.71	2.66	9.29	2.53	0.47	211.6	267.2	246.6	256.4	263.4	260.6
135.	0.85	1	6.95	2.83	10.89	2.46	0.51	217.8	268.5	248.0	257.7	263.1	261.1
136.	0.675	2.75	5.44	2.17	6.46	2.51	0.38	226.2	347.3	260.4	259.6	265.1	262.4
137.	0.75	2.5	5.90	2.35	7.62	2.51	0.42	219.5	380.7	264.6	259.0	264.3	261.9
138.	0.8	2.5	6.01	2.40	7.08	2.51	0.40	219.9	284.3	252.9	258.7	264.6	262.2
139.	0.875	3.25	6.08	2.43	7.49	2.50	0.41	212.4	342.1	255.2	255.9	262.9	259.9
140.	0.625	1.25	5.72	2.17	6.56	2.63	0.38	232.3	346.1	264.1	263.4	267.0	265.0
141.	0.875	3	6.11	2.43	7.53	2.51	0.42	211.2	349.8	256.1	256.0	263.1	260.2
142.	0.625	3.25	4.77	1.86	4.82	2.57	0.31	227.4	397.0	278.5	260.4	263.9	261.7
143.	0.625	3.5	4.73	1.83	4.74	2.58	0.31	228.4	388.8	275.7	260.7	263.7	261.8
144.	0.825	4	5.61	2.17	6.24	2.59	0.37	213.2	295.6	252.7	255.2	263.8	260.3
145.	0.775	3	5.80	2.34	7.34	2.48	0.41	218.8	369.0	258.0	256.5	263.8	260.5
146.	0.75	2.75	5.85	2.31	7.54	2.53	0.42	220.8	309.6	255.9	258.3	264.2	261.7
147.	0.825	3.5	5.84	2.37	7.44	2.47	0.41	215.3	288.0	252.6	257.1	263.7	260.7
148.	0.775	2.75	5.91	2.36	7.65	2.51	0.42	218.6	286.3	252.9	258.2	264.2	261.7
149.	0.675	1.5	5.87	2.20	6.97	2.66	0.40	229.9	406.0	276.6	263.2	266.1	264.6
150.	0.825	1.75	6.34	2.38	8.27	2.67	0.44	223.8	399.9	268.7	260.8	264.3	262.5
151.	0.825	3.25	5.84	2.36	7.49	2.47	0.41	215.3	289.2	252.1	257.3	263.6	260.8
152.	0.825	1.5	6.42	2.60	9.15	2.47	0.46	221.5	291.6	253.4	259.9	264.2	262.5
153.	0.625	2	5.53	2.16	5.85	2.56	0.36	228.7	389.8	266.9	261.7	265.5	263.3
154.	0.875	1	7.06	2.87	10.32	2.46	0.49	215.4	273.7	247.9	258.1	262.9	261.1
155.	0.775	1.25	6.58	2.62	8.96	2.51	0.46	221.6	298.1	254.2	260.0	264.5	262.7
156.	0.65	3.75	4.77	1.86	4.87	2.57	0.31	225.8	391.5	276.7	260.3	263.8	261.7

Табела П.2. Вредности параметара геометрије шава и минималних, максималних и средњих вредности тврдоће на мерној линији по Киркалдијевом и Лијевом моделу за метамодел другог експеримента

Ред. бр.	η	$\frac{a_{hb}}{a_{hf}}$	В	Н	А _{ом}	Ψ	γ _о	Киркалди			Ли		
								HV _{min}	HV _{max}	HV _{sr}	HV _{min}	HV _{max}	HV _{sr}
1.	0.725	3.5	5.47	2.07	6.67	2.64	0.38	221.4	355.5	263.1	257.5	264.2	261.1
2.	0.675	2.5	5.71	2.20	6.52	2.60	0.37	224.7	319.3	254.7	259.2	265.0	262.4
3.	0.65	2.5	5.43	2.01	6.54	2.70	0.37	227.5	399.9	272.5	260.7	265.4	262.9
4.	0.65	1.75	5.90	2.32	7.75	2.55	0.41	226.3	397.7	266.0	260.1	265.1	262.7
5.	0.725	2.5	5.87	2.29	7.56	2.56	0.41	221.9	374.7	260.2	257.9	264.2	261.4
6.	0.7	3	5.65	2.20	6.45	2.57	0.37	224.6	322.1	259.4	259.7	265.0	262.4
7.	0.775	1.5	6.38	2.36	8.39	2.70	0.43	226.2	385.4	267.3	261.4	264.8	263.3
8.	0.6	3	4.85	1.88	4.96	2.58	0.31	229.3	398.2	279.3	261.1	264.7	262.3
9.	0.825	1	7.01	2.82	10.17	2.49	0.48	216.6	264.7	247.2	258.3	263.5	261.5
10.	0.6	1	5.90	2.11	7.10	2.79	0.39	233.2	379.3	275.1	263.8	266.5	265.0
11.	0.775	2	6.11	2.37	7.56	2.58	0.41	221.6	373.3	259.4	257.9	264.1	261.6
12.	0.8	1.75	6.34	2.41	8.26	2.63	0.43	224.8	332.2	259.1	260.0	264.6	262.8
13.	0.65	1.25	6.11	2.21	7.01	2.77	0.39	229.9	402.5	275.5	262.8	265.9	264.3
14.	0.75	1.25	6.61	2.60	9.06	2.54	0.45	223.1	356.5	261.3	259.7	264.2	262.4
15.	0.65	3.25	5.08	2.02	5.55	2.52	0.34	225.8	392.5	269.5	259.5	265.4	262.0
16.	0.625	2.5	5.41	2.13	6.33	2.53	0.37	227.3	414.3	274.8	260.7	265.6	262.9
17.	0.8	3.25	5.90	2.16	7.07	2.73	0.39	218.4	306.6	254.8	257.0	264.1	261.1
18.	0.675	1	6.44	2.53	9.20	2.55	0.46	227.1	320.1	258.6	261.9	265.2	263.9
19.	0.775	3.75	5.72	2.16	6.54	2.65	0.37	219.1	384.7	266.1	257.0	263.9	260.6
20.	0.875	1.25	7.04	2.86	10.21	2.46	0.48	210.7	262.7	239.7	255.7	262.5	259.9
21.	0.75	3.25	5.77	2.29	7.29	2.52	0.40	219.4	307.0	254.9	257.3	263.9	261.1
22.	0.725	1	6.66	2.62	9.15	2.55	0.46	221.7	293.0	253.6	259.9	264.4	262.5
23.	0.725	1.75	6.10	2.36	7.52	2.58	0.41	226.1	361.8	263.9	261.3	265.0	263.3
24.	0.85	1.5	6.76	2.67	9.53	2.53	0.47	211.8	264.8	246.6	256.6	263.5	260.8
25.	0.85	2.5	6.22	2.44	7.88	2.55	0.42	214.4	291.3	250.4	257.6	263.3	260.5
26.	0.7	2.75	5.60	2.09	6.23	2.68	0.36	223.9	344.9	260.3	259.0	265.1	262.3
27.	0.875	1.75	6.64	2.67	9.09	2.49	0.45	212.8	294.4	249.0	256.6	262.4	260.2
28.	0.775	2.5	6.04	2.39	7.31	2.53	0.40	219.5	369.2	259.0	257.2	264.2	261.2
29.	0.725	1.25	6.41	2.53	9.15	2.53	0.46	224.8	379.4	265.2	260.6	264.5	262.8
30.	0.875	3.5	6.16	2.44	7.67	2.52	0.41	187.5	313.7	246.7	254.7	262.4	258.9
31.	0.625	1	6.19	2.43	7.81	2.55	0.42	229.0	293.9	254.3	261.8	266.0	264.4
32.	0.825	1.25	6.90	2.77	10.56	2.50	0.49	212.4	266.2	246.3	256.9	262.6	260.4
33.	0.675	3	5.41	2.03	5.93	2.67	0.35	225.3	410.8	273.6	259.0	265.1	261.8
34.	0.675	2.25	5.78	2.21	6.65	2.61	0.38	225.6	390.2	268.9	260.5	265.1	262.8
35.	0.75	1.5	6.35	2.28	8.37	2.78	0.43	226.4	365.5	264.4	261.6	264.8	263.4
36.	0.675	1.75	5.91	2.31	7.79	2.55	0.42	227.0	401.2	274.5	261.7	265.0	263.3
37.	0.8	1.25	6.83	2.71	9.74	2.51	0.47	214.9	270.2	248.1	257.5	263.7	261.1
38.	0.85	1.75	6.56	2.42	8.22	2.71	0.43	222.1	354.5	260.5	258.6	263.9	261.8
39.	0.775	3.25	5.81	2.33	7.40	2.50	0.40	216.4	326.2	255.7	256.8	263.5	260.6
40.	0.7	1.25	6.31	2.46	8.12	2.56	0.43	225.5	295.2	256.1	260.6	265.2	263.2

Ред. бр.	η	$\frac{a_{hb}}{a_{hf}}$	В	Н	A _{om}	ψ	γ_0	Киркалди			Ли		
								HV _{min}	HV _{max}	HV _{sr}	HV _{min}	HV _{max}	HV _{sr}
41.	0.875	2.25	6.42	2.45	8.58	2.62	0.44	217.2	303.3	252.3	258.3	263.3	261.1
42.	0.65	3.5	4.96	1.97	5.46	2.52	0.33	226.4	404.9	269.5	259.4	265.3	261.7
43.	0.85	2.75	6.18	2.44	7.82	2.53	0.42	211.9	350.2	256.3	256.2	263.1	260.1
44.	0.75	3.5	5.63	2.15	6.28	2.61	0.37	220.4	324.0	254.1	256.9	264.4	261.0
45.	0.875	4	5.95	2.43	7.75	2.45	0.41	198.6	353.1	258.8	255.4	262.1	258.8
46.	0.8	2.25	6.15	2.41	7.65	2.55	0.41	220.1	284.8	252.9	258.6	264.5	262.1
47.	0.7	2.25	5.85	2.24	6.90	2.61	0.39	222.7	340.5	256.2	258.4	264.6	262.0
48.	0.675	3.5	5.11	1.98	5.03	2.57	0.32	225.0	394.0	268.9	258.6	265.2	261.6
49.	0.6	2.75	5.14	1.92	5.09	2.68	0.32	228.3	418.6	294.6	261.3	263.9	262.3
50.	0.7	4	4.94	1.94	5.21	2.54	0.32	224.9	399.4	268.0	258.3	265.0	260.9
51.	0.75	2.25	6.03	2.38	7.23	2.54	0.40	221.5	283.2	253.9	259.3	264.8	262.5
52.	0.8	1.5	6.44	2.58	9.24	2.50	0.46	222.2	291.9	253.9	259.6	264.4	262.6
53.	0.775	2.25	6.07	2.37	7.43	2.56	0.40	221.6	317.9	257.6	258.6	264.5	261.9
54.	0.65	2.25	5.71	2.19	6.50	2.61	0.37	226.9	371.5	262.9	260.1	265.4	262.9
55.	0.725	3.75	5.32	2.13	6.01	2.50	0.35	221.9	340.4	257.7	256.9	264.5	261.0
56.	0.75	3	5.75	2.09	6.69	2.75	0.38	224.0	326.3	255.5	258.5	264.8	261.8
57.	0.65	3	5.33	1.99	5.62	2.67	0.34	225.2	413.7	277.2	259.8	265.4	262.2
58.	0.7	2	6.04	2.38	7.20	2.54	0.40	225.4	375.4	265.4	260.5	265.0	262.9
59.	0.7	3.5	5.37	2.07	6.46	2.59	0.37	223.8	378.2	264.1	258.5	264.6	261.2
60.	0.6	2.5	5.27	1.91	5.45	2.76	0.33	228.9	416.0	283.1	261.6	266.0	263.0
61.	0.625	1.5	5.87	2.24	6.97	2.62	0.39	230.0	407.4	276.0	262.8	266.1	264.4
62.	0.625	4	4.81	1.85	5.04	2.61	0.32	226.0	396.6	272.1	259.2	263.2	260.8
63.	0.65	2	5.72	2.19	6.59	2.61	0.38	227.4	369.1	269.1	260.8	265.5	263.4
64.	0.7	3.25	5.41	2.09	6.32	2.59	0.37	224.9	392.3	267.1	258.8	264.9	261.7
65.	0.7	1.5	6.09	2.21	6.97	2.76	0.39	227.4	318.5	260.4	261.4	265.7	263.7
66.	0.725	2	6.03	2.35	7.23	2.56	0.40	224.7	303.7	258.3	260.2	265.2	263.1
67.	0.65	2.75	5.44	2.15	6.39	2.53	0.37	226.3	394.3	267.1	260.1	265.2	262.5
68.	0.7	3.75	5.20	2.06	5.79	2.52	0.35	222.9	401.6	270.0	257.6	265.0	260.9
69.	0.675	2	5.80	2.22	6.70	2.62	0.38	226.8	328.6	256.9	260.4	265.4	263.3
70.	0.775	1.75	6.26	2.36	8.10	2.65	0.43	224.6	312.3	259.2	260.1	264.9	262.9
71.	0.8	3	6.08	2.41	7.42	2.53	0.40	213.9	294.7	250.8	256.9	263.5	260.5
72.	0.725	3	5.75	2.28	7.11	2.52	0.39	220.5	361.4	258.2	256.9	264.3	261.3
73.	0.7	1	6.57	2.58	8.92	2.54	0.45	224.4	327.2	260.9	259.7	264.7	262.7
74.	0.825	2.25	6.28	2.44	8.02	2.57	0.42	220.6	339.9	258.6	258.1	263.8	261.4
75.	0.85	2.25	6.42	2.51	9.30	2.55	0.46	218.6	297.3	248.1	257.2	263.4	261.1
76.	0.85	1.25	6.95	2.83	10.89	2.46	0.50	212.9	316.1	250.8	256.6	261.8	260.0
77.	0.85	3.25	6.12	2.43	7.60	2.52	0.41	188.7	292.0	244.8	255.5	262.5	259.2
78.	0.65	1.5	5.89	2.26	7.81	2.61	0.42	229.5	355.2	266.3	262.5	265.8	264.4
79.	0.85	3.75	5.92	2.42	7.74	2.45	0.41	203.6	303.4	247.9	255.0	262.6	259.1
80.	0.8	3.5	5.85	2.35	7.48	2.49	0.41	215.1	285.9	252.3	257.0	263.7	260.7
81.	0.8	1	6.92	2.77	10.59	2.50	0.49	218.4	268.4	248.3	258.8	263.9	261.9
82.	0.875	3.75	6.16	2.45	7.61	2.51	0.41	197.6	261.8	234.1	253.9	262.2	258.6

Ред. бр.	η	$\frac{a_{hb}}{a_{hf}}$	В	Н	A _{om}	ψ	γ_0	Киркалди			Ли		
								HV _{min}	HV _{max}	HV _{sr}	HV _{min}	HV _{max}	HV _{sr}
83.	0.8	2	6.21	2.40	7.86	2.59	0.42	220.9	283.5	253.6	259.1	264.6	262.3
84.	0.775	1	6.88	2.71	9.90	2.54	0.48	218.4	359.2	258.8	258.9	263.3	261.7
85.	0.85	2	6.41	2.46	8.52	2.61	0.44	219.8	302.6	254.1	258.5	264.2	262.0
86.	0.725	3.25	5.62	2.15	6.27	2.61	0.36	222.0	312.8	254.6	257.3	264.7	261.6
87.	0.6	1.75	5.63	2.17	6.24	2.59	0.36	229.8	327.2	265.5	262.5	266.1	264.5
88.	0.675	4	4.87	1.84	5.00	2.64	0.31	224.6	411.9	278.5	258.4	262.4	260.1
89.	0.825	2.5	6.25	2.46	7.97	2.54	0.42	217.0	347.5	258.5	257.0	263.6	261.0
90.	0.85	3.5	6.04	2.21	6.79	2.73	0.38	215.1	384.5	259.3	255.9	263.6	259.9
91.	0.775	4	5.65	2.17	6.34	2.60	0.37	216.8	376.5	263.6	256.9	263.5	260.1
92.	0.675	1.25	6.05	2.18	6.84	2.78	0.38	229.5	409.2	277.8	262.4	266.0	264.2
93.	0.825	2	6.25	2.40	7.99	2.60	0.42	219.5	385.2	265.3	258.9	263.7	261.6
94.	0.6	4	4.52	1.71	3.15	2.64	0.22	228.0	358.0	265.6	260.3	263.6	261.4
95.	0.65	4	4.94	1.85	5.13	2.67	0.32	225.0	414.3	291.4	258.6	261.4	260.2
96.	0.625	3	5.20	1.96	5.22	2.66	0.32	227.3	414.2	281.9	260.7	265.5	262.0
97.	0.6	3.75	4.77	1.78	4.60	2.68	0.30	228.4	382.2	273.7	260.5	263.6	261.5
98.	0.75	2	6.01	2.34	7.17	2.57	0.40	224.1	310.0	258.8	259.9	265.0	262.9
99.	0.725	2.75	5.86	2.29	7.49	2.56	0.41	219.6	365.0	258.6	258.0	264.1	261.4
100.	0.6	1.5	5.68	2.16	6.36	2.63	0.37	230.5	410.4	274.0	262.9	266.2	264.3
101.	0.725	2.25	5.92	2.32	7.76	2.55	0.42	221.4	366.0	259.0	258.2	264.3	261.8
102.	0.6	2	5.52	2.13	5.89	2.59	0.35	228.1	327.8	264.3	261.0	265.8	263.5
103.	0.625	3.75	4.82	1.88	4.92	2.57	0.31	227.7	394.6	277.6	260.2	263.2	261.5
104.	0.825	2.75	6.11	2.42	7.53	2.53	0.41	210.8	345.5	256.1	255.5	263.1	260.0
105.	0.75	1	6.74	2.65	9.50	2.54	0.47	222.0	293.2	253.5	259.6	264.4	262.5
106.	0.75	3.75	5.54	2.15	6.00	2.58	0.35	219.8	369.1	264.7	257.5	264.3	260.9
107.	0.825	3	6.04	2.39	7.22	2.52	0.40	213.6	289.4	250.1	257.0	263.5	260.6
108.	0.65	1	6.36	2.45	8.25	2.59	0.43	228.0	310.0	266.4	263.1	265.7	264.4
109.	0.7	1.75	5.90	2.28	7.59	2.58	0.41	226.5	332.5	256.7	260.7	265.2	263.1
110.	0.6	3.5	4.73	1.79	4.71	2.64	0.30	228.9	372.2	265.8	261.0	264.9	262.2
111.	0.875	2.75	6.29	2.46	8.07	2.55	0.42	211.3	366.2	257.8	256.2	262.9	260.1
112.	0.875	2	6.52	2.47	7.97	2.64	0.42	219.4	302.7	249.6	257.9	264.1	261.7
113.	0.775	3.5	5.76	2.24	6.64	2.58	0.38	217.2	365.8	257.6	256.4	263.9	260.4
114.	0.8	2.75	6.00	2.37	7.87	2.53	0.42	214.8	290.5	251.0	257.3	263.6	260.8
115.	0.75	4	5.33	2.12	6.00	2.51	0.35	219.0	351.8	261.8	256.8	264.2	260.7
116.	0.6	1.25	5.79	2.13	6.64	2.72	0.38	232.6	396.7	280.7	263.5	266.7	265.0
117.	0.725	1.5	6.26	2.26	8.25	2.77	0.43	226.3	300.3	256.4	261.4	265.3	263.6
118.	0.75	1.75	6.07	2.34	7.45	2.59	0.41	225.6	298.9	256.5	260.3	265.2	263.1
119.	0.6	3.25	4.75	1.85	4.79	2.57	0.30	229.1	384.4	265.2	260.7	265.4	262.2
120.	0.675	3.75	5.12	2.01	5.72	2.55	0.34	225.0	410.8	270.8	258.2	264.9	260.8
121.	0.625	1.75	5.75	2.21	6.63	2.61	0.38	228.4	340.0	260.0	261.1	265.8	263.7
122.	0.875	2.5	6.27	2.44	8.07	2.57	0.42	214.6	345.9	256.8	256.6	262.6	259.9
123.	0.625	2.75	5.27	1.96	5.45	2.69	0.33	227.8	380.6	271.2	260.7	265.8	262.9
124.	0.625	2.25	5.53	2.14	5.88	2.58	0.35	227.6	339.3	260.2	260.4	265.7	263.3

Ред. бр.	η	$\frac{a_{hb}}{a_{hf}}$	В	Н	A _{om}	ψ	γ_0	Киркалди			Ли		
								HV _{min}	HV _{max}	HV _{sr}	HV _{min}	HV _{max}	HV _{sr}
125.	0.85	4	5.88	2.27	7.57	2.59	0.41	211.2	324.2	253.0	255.3	263.0	259.7
126.	0.8	4	5.71	2.19	7.25	2.60	0.40	213.1	347.4	257.9	256.6	263.5	260.0
127.	0.85	3	6.13	2.43	7.59	2.53	0.41	211.9	340.7	255.4	255.8	263.5	260.3
128.	0.825	3.75	5.86	2.34	7.50	2.50	0.41	212.9	380.2	257.0	255.2	263.0	259.1
129.	0.7	2.5	5.84	2.26	7.61	2.58	0.41	222.3	353.3	257.5	258.1	264.3	261.7
130.	0.8	3.75	5.71	2.19	6.55	2.61	0.37	216.5	303.0	254.0	256.7	263.9	260.8
131.	0.675	3.25	5.39	1.97	5.80	2.73	0.35	225.0	402.7	270.3	258.9	265.1	261.7
132.	0.725	4	5.26	2.08	6.15	2.53	0.36	220.6	334.6	256.6	256.1	264.3	260.5
133.	0.6	2.25	5.34	1.97	5.59	2.71	0.34	230.2	422.2	297.7	262.0	265.1	263.0
134.	0.875	1.5	6.87	2.74	9.91	2.51	0.48	208.9	262.9	239.4	255.6	262.7	259.9
135.	0.85	1	6.94	2.72	10.11	2.55	0.48	214.3	267.2	247.8	257.7	263.4	261.3
136.	0.675	2.75	5.60	2.20	6.18	2.55	0.36	225.0	318.3	255.0	259.0	265.2	262.3
137.	0.75	2.5	5.93	2.35	7.71	2.52	0.41	219.5	287.3	253.6	259.0	264.4	262.1
138.	0.8	2.5	6.15	2.42	7.64	2.55	0.41	219.6	329.5	257.5	257.9	264.1	261.5
139.	0.875	3.25	6.11	2.42	7.50	2.53	0.41	202.6	302.6	247.7	254.3	262.8	259.1
140.	0.625	1.25	5.87	2.17	7.01	2.70	0.39	231.4	368.9	267.6	262.6	267.1	264.6
141.	0.875	3	6.23	2.46	7.89	2.54	0.42	200.5	296.5	242.9	255.0	262.8	259.4
142.	0.625	3.25	4.82	1.89	4.87	2.55	0.31	227.8	411.6	285.1	260.3	263.8	261.7
143.	0.625	3.5	4.85	1.84	4.98	2.64	0.31	227.8	405.8	282.7	260.3	263.7	261.6
144.	0.825	4	5.79	2.21	6.75	2.62	0.38	213.3	359.1	258.8	256.2	263.3	259.7
145.	0.775	3	5.94	2.37	7.72	2.51	0.41	214.4	288.6	252.4	256.8	263.7	260.7
146.	0.75	2.75	5.92	2.34	7.66	2.53	0.41	219.1	324.7	256.8	257.8	263.9	261.3
147.	0.825	3.5	5.97	2.41	7.82	2.48	0.42	200.4	296.1	246.4	255.5	262.4	259.2
148.	0.775	2.75	5.99	2.38	7.87	2.52	0.42	214.4	289.0	252.3	257.3	263.5	260.6
149.	0.675	1.5	5.90	2.14	7.06	2.76	0.39	228.1	342.6	260.1	261.1	265.6	263.5
150.	0.825	1.75	6.41	2.41	8.53	2.66	0.44	219.2	286.0	252.0	258.9	264.1	261.8
151.	0.825	3.25	6.02	2.40	7.10	2.51	0.39	206.0	349.4	255.2	255.6	263.0	259.9
152.	0.825	1.5	6.70	2.65	9.29	2.53	0.46	215.0	313.7	252.5	257.7	262.9	260.6
153.	0.625	2	5.59	2.16	6.12	2.58	0.36	227.3	346.4	260.5	261.1	265.8	263.6
154.	0.875	1	7.08	2.83	10.49	2.50	0.49	214.8	269.9	247.5	257.5	262.9	260.9
155.	0.775	1.25	6.70	2.63	9.26	2.54	0.46	221.4	365.4	262.0	258.6	263.7	261.8
156.	0.65	3.75	4.85	1.89	4.84	2.56	0.31	226.5	409.4	277.4	259.6	264.2	261.3

Табела П.3. Вредности параметара геометрије шава и минималних, максималних и средњих вредности тврдоће на мерној линији по Киркалдијевом и Лијевом моделу за метамодел трећег експеримента

Ред. бр.	η	$\frac{a_{hb}}{a_{hf}}$	В	Н	A_{om}	ψ	γ_o	Киркалди			Ли		
								HV _{min}	HV _{max}	HV _{sr}	HV _{min}	HV _{max}	HV _{sr}
1.	0.725	3.5	6.14	2.46	7.57	2.50	0.35	179.1	262.4	226.5	253.5	262.9	258.5
2.	0.675	2.5	6.36	2.53	8.91	2.51	0.39	208.5	320.9	247.0	256.0	263.2	259.9
3.	0.65	2.5	6.32	2.51	9.06	2.52	0.39	213.3	296.9	246.3	255.4	263.4	259.9
4.	0.65	1.75	6.43	2.44	8.60	2.64	0.38	220.7	325.1	256.7	258.2	264.3	261.8
5.	0.725	2.5	6.63	2.58	9.12	2.57	0.40	197.7	317.1	241.0	253.8	261.9	258.3
6.	0.7	3	6.20	2.46	7.79	2.52	0.36	168.3	262.0	228.1	254.9	262.4	258.6
7.	0.775	1.5	7.35	2.96	11.47	2.49	0.45	178.5	260.5	233.6	252.5	260.8	257.9
8.	0.6	3	5.62	2.18	6.28	2.58	0.31	222.6	316.4	255.4	257.8	265.2	262.0
9.	0.825	1	7.36	2.89	11.41	2.54	0.45	204.7	262.8	236.2	255.0	262.0	259.3
10.	0.6	1	6.84	2.70	9.75	2.54	0.41	220.6	286.2	252.1	258.5	264.4	262.2
11.	0.775	2	6.83	2.71	9.68	2.52	0.41	195.1	261.4	233.4	253.8	262.2	258.7
12.	0.8	1.75	7.26	2.94	11.06	2.47	0.44	179.4	259.3	232.4	252.2	260.7	257.5
13.	0.65	1.25	6.88	2.77	10.37	2.48	0.43	214.8	268.9	248.3	257.6	263.6	261.4
14.	0.75	1.25	7.22	2.86	11.07	2.53	0.44	202.1	266.5	235.3	254.7	261.5	258.8
15.	0.65	3.25	5.86	2.35	7.50	2.50	0.35	215.3	305.4	254.3	257.1	264.4	261.2
16.	0.625	2.5	6.11	2.44	7.54	2.51	0.35	217.5	325.5	255.9	257.8	264.3	261.5
17.	0.8	3.25	6.61	2.68	8.91	2.47	0.39	177.7	294.5	245.8	250.7	296.8	268.0
18.	0.675	1	6.94	2.69	10.07	2.58	0.42	217.6	268.1	248.6	257.7	263.9	261.6
19.	0.775	3.75	6.31	2.42	8.22	2.61	0.37	134.0	261.5	220.9	253.2	262.0	257.9
20.	0.875	1.25	7.39	2.96	11.63	2.50	0.46	181.7	260.9	232.9	253.7	261.5	258.3
21.	0.75	3.25	6.26	2.48	8.00	2.53	0.37	186.2	261.6	230.7	253.6	262.6	258.9
22.	0.725	1	7.24	2.84	11.15	2.55	0.45	215.4	266.9	246.8	257.7	264.0	261.3
23.	0.725	1.75	6.87	2.72	9.88	2.53	0.42	201.5	265.2	242.8	255.6	263.3	260.3
24.	0.85	1.5	7.40	2.94	11.63	2.52	0.46	178.1	260.9	233.2	251.8	261.2	257.7
25.	0.85	2.5	6.85	2.64	9.84	2.59	0.41	181.5	261.3	234.0	253.0	261.9	258.5
26.	0.7	2.75	6.35	2.54	9.00	2.51	0.39	200.7	334.2	252.0	255.6	263.0	259.6
27.	0.875	1.75	7.43	3.01	12.74	2.47	0.48	174.1	325.5	257.7	248.3	343.1	297.9
28.	0.775	2.5	6.72	2.57	9.45	2.62	0.40	182.5	261.0	232.3	253.5	262.0	258.5
29.	0.725	1.25	7.26	2.91	11.13	2.50	0.44	202.5	267.1	235.7	254.6	261.3	258.7
30.	0.875	3.5	6.86	2.82	10.60	2.44	0.43	173.7	345.4	300.6	250.8	374.3	336.0
31.	0.625	1	6.90	2.77	10.61	2.49	0.43	218.5	266.8	248.6	258.8	264.4	262.2
32.	0.825	1.25	7.37	2.89	11.51	2.55	0.45	199.4	261.4	233.3	254.4	261.6	258.5
33.	0.675	3	6.06	2.43	7.41	2.50	0.35	211.2	332.8	254.5	255.6	264.2	260.4
34.	0.675	2.25	6.37	2.45	8.37	2.60	0.38	216.7	357.7	260.1	257.3	264.1	261.1
35.	0.75	1.5	7.19	2.93	10.83	2.45	0.44	176.5	261.4	229.2	254.1	261.9	258.8
36.	0.675	1.75	6.42	2.44	8.59	2.63	0.38	219.9	352.5	260.2	258.3	264.3	261.7
37.	0.8	1.25	7.36	2.88	11.38	2.55	0.45	186.7	261.4	238.1	254.6	261.9	259.2
38.	0.85	1.75	7.45	3.06	12.65	2.43	0.48	174.2	323.4	267.0	249.3	335.8	298.7
39.	0.775	3.25	6.42	2.59	9.10	2.48	0.40	156.5	261.5	223.3	252.5	262.1	258.1
40.	0.7	1.25	7.19	2.90	10.88	2.48	0.44	203.4	265.5	236.5	254.9	262.8	259.2

Ред. бр.	η	$\frac{a_{hb}}{a_{hf}}$	В	Н	A _{om}	ψ	γ_0	Киркалди			Ли		
								HV _{min}	HV _{max}	HV _{sr}	HV _{min}	HV _{max}	HV _{sr}
41.	0.875	2.25	7.22	2.94	10.91	2.45	0.44	64.0	325.7	258.8	250.4	334.2	306.4
42.	0.65	3.5	5.82	2.21	6.82	2.63	0.33	215.5	299.9	253.9	257.2	264.4	261.2
43.	0.85	2.75	6.78	2.67	9.59	2.54	0.41	178.6	261.0	237.5	252.6	261.6	258.3
44.	0.75	3.5	6.15	2.45	7.63	2.52	0.35	182.1	261.5	235.8	254.8	262.6	259.1
45.	0.875	4	6.44	2.65	9.11	2.43	0.40	174.1	337.8	279.0	248.8	360.0	320.1
46.	0.8	2.25	6.76	2.59	9.57	2.61	0.41	203.1	326.7	243.5	254.0	261.9	258.5
47.	0.7	2.25	6.44	2.54	9.14	2.54	0.40	208.9	330.0	247.8	255.6	263.2	259.9
48.	0.675	3.5	5.86	2.27	7.46	2.58	0.35	212.5	314.3	254.1	254.5	263.8	260.2
49.	0.6	2.75	5.85	2.31	7.55	2.53	0.35	219.7	307.0	255.5	257.4	264.8	261.8
50.	0.7	4	5.86	2.28	7.52	2.58	0.35	208.2	323.1	252.9	255.3	263.2	259.6
51.	0.75	2.25	6.56	2.45	8.17	2.68	0.37	206.0	295.8	248.2	254.7	263.1	259.8
52.	0.8	1.5	7.39	2.97	11.59	2.49	0.45	178.9	260.8	233.3	252.0	260.9	257.6
53.	0.775	2.25	6.68	2.56	9.30	2.61	0.40	187.9	271.9	236.2	253.9	262.1	258.7
54.	0.65	2.25	6.35	2.49	8.35	2.55	0.38	215.4	361.1	259.9	257.2	263.3	260.6
55.	0.725	3.75	5.98	2.43	7.79	2.46	0.36	203.2	298.0	248.1	255.1	263.2	259.4
56.	0.75	3	6.56	2.67	8.75	2.46	0.39	181.1	261.3	228.2	252.7	261.8	258.1
57.	0.65	3	5.95	2.21	7.25	2.69	0.34	216.8	306.3	254.7	257.5	264.4	261.4
58.	0.7	2	6.40	2.38	8.57	2.69	0.38	217.4	326.2	256.7	258.5	264.3	261.6
59.	0.7	3.5	5.92	2.42	7.69	2.44	0.36	200.6	299.5	247.6	255.0	263.4	259.6
60.	0.6	2.5	5.85	2.29	7.49	2.55	0.35	220.3	367.5	259.2	258.4	264.7	261.7
61.	0.625	1.5	6.35	2.40	8.31	2.65	0.37	224.9	361.9	264.0	260.1	265.3	263.3
62.	0.625	4	5.37	2.15	6.23	2.50	0.31	205.8	313.4	249.8	255.2	264.1	260.1
63.	0.65	2	6.36	2.46	8.37	2.59	0.38	219.0	301.8	254.7	258.5	264.5	261.9
64.	0.7	3.25	6.11	2.45	7.50	2.50	0.35	200.4	262.8	241.4	253.7	263.1	259.4
65.	0.7	1.5	6.93	2.83	10.82	2.45	0.44	206.6	262.8	243.0	256.3	262.6	260.2
66.	0.725	2	6.65	2.48	8.55	2.68	0.38	215.3	293.2	250.9	257.3	263.7	261.2
67.	0.65	2.75	6.01	2.40	7.08	2.51	0.34	213.5	330.5	255.2	256.2	263.7	260.3
68.	0.7	3.75	5.88	2.28	7.65	2.58	0.36	210.4	319.2	247.9	254.7	263.5	259.5
69.	0.675	2	6.41	2.46	8.53	2.60	0.38	219.1	296.4	249.1	257.3	264.4	261.6
70.	0.775	1.75	7.15	2.93	10.65	2.44	0.43	181.0	260.6	227.4	253.1	261.0	257.5
71.	0.8	3	6.68	2.70	9.18	2.47	0.40	168.0	260.4	232.2	252.8	261.5	257.9
72.	0.725	3	6.30	2.51	9.04	2.52	0.39	187.2	262.2	233.2	253.4	262.1	258.2
73.	0.7	1	7.14	2.80	10.82	2.55	0.44	217.0	274.7	248.7	257.2	263.7	261.2
74.	0.825	2.25	7.02	2.89	10.04	2.43	0.42	112.8	314.1	262.6	248.7	322.5	290.6
75.	0.85	2.25	7.11	2.93	10.49	2.43	0.43	174.0	333.5	260.4	248.2	341.8	297.3
76.	0.85	1.25	7.40	2.94	11.63	2.52	0.46	151.2	260.2	223.7	254.0	261.2	258.2
77.	0.85	3.25	6.85	2.77	10.39	2.47	0.43	174.2	335.3	268.7	213.1	339.5	297.7
78.	0.65	1.5	6.66	2.63	9.15	2.53	0.40	215.1	269.4	248.0	256.8	264.0	261.1
79.	0.85	3.75	6.42	2.62	9.07	2.45	0.39	178.6	327.5	282.1	249.1	331.1	305.1
80.	0.8	3.5	6.30	2.49	8.15	2.53	0.37	177.6	261.2	236.9	252.3	261.8	258.2
81.	0.8	1	7.35	2.90	11.40	2.54	0.45	208.3	263.9	243.5	256.1	262.9	260.3
82.	0.875	3.75	6.73	2.76	10.20	2.44	0.42	173.3	353.4	300.0	249.5	386.5	344.8

Ред. бр.	η	$\frac{a_{hb}}{a_{hf}}$	В	Н	A _{om}	ψ	γ_0	Киркалди			Ли		
								HV _{min}	HV _{max}	HV _{sr}	HV _{min}	HV _{max}	HV _{sr}
83.	0.8	2	7.12	2.91	10.55	2.44	0.43	178.1	260.7	233.8	252.8	260.7	257.7
84.	0.775	1	7.16	2.76	10.82	2.59	0.44	202.6	262.2	242.9	257.1	262.5	260.5
85.	0.85	2	7.21	2.94	10.90	2.45	0.44	94.9	314.5	256.0	249.4	325.2	286.6
86.	0.725	3.25	6.13	2.44	7.58	2.51	0.35	187.3	307.8	245.5	254.6	262.8	259.0
87.	0.6	1.75	6.23	2.41	7.93	2.58	0.36	224.1	316.5	260.0	260.1	265.3	263.1
88.	0.675	4	5.67	2.22	5.77	2.56	0.29	212.3	303.0	252.6	255.2	264.2	260.2
89.	0.825	2.5	6.79	2.65	9.62	2.56	0.41	125.4	261.6	220.5	253.3	261.5	258.1
90.	0.85	3.5	6.73	2.72	9.40	2.48	0.40	52.5	334.0	246.8	248.3	363.9	309.7
91.	0.775	4	6.26	2.53	8.65	2.47	0.38	74.1	260.8	217.8	253.5	261.5	257.7
92.	0.675	1.25	6.95	2.83	10.90	2.46	0.44	210.6	263.3	240.1	255.8	263.1	260.3
93.	0.825	2	7.13	2.93	10.57	2.44	0.43	114.4	314.8	262.8	248.9	325.8	291.5
94.	0.6	4	5.33	2.09	6.05	2.54	0.30	216.7	381.7	262.1	256.3	264.3	259.7
95.	0.65	4	5.50	2.20	5.81	2.50	0.29	212.4	335.0	256.3	256.5	264.2	260.0
96.	0.625	3	5.88	2.34	7.54	2.51	0.35	215.9	312.0	254.5	257.1	264.1	261.0
97.	0.6	3.75	5.33	2.12	6.10	2.51	0.31	218.8	344.7	261.3	257.1	264.7	260.8
98.	0.75	2	6.58	2.48	8.25	2.65	0.37	201.6	336.3	247.5	254.8	263.0	259.7
99.	0.725	2.75	6.44	2.62	9.18	2.46	0.40	184.3	262.0	234.7	253.7	262.5	258.9
100.	0.6	1.5	6.36	2.37	8.35	2.68	0.38	225.8	281.4	254.9	261.1	265.5	263.6
101.	0.725	2.25	6.70	2.59	9.33	2.59	0.40	203.5	269.0	244.7	255.6	263.3	260.1
102.	0.6	2	6.21	2.44	7.83	2.55	0.36	218.9	289.8	254.8	258.7	264.8	262.2
103.	0.625	3.75	5.40	2.15	6.31	2.51	0.31	217.5	313.0	252.4	255.9	264.4	260.3
104.	0.825	2.75	6.81	2.64	9.71	2.58	0.41	180.1	260.8	227.3	251.6	261.6	257.4
105.	0.75	1	7.28	2.85	11.15	2.55	0.45	201.3	262.6	241.9	256.0	262.7	260.0
106.	0.75	3.75	6.22	2.48	7.87	2.50	0.36	181.1	261.6	225.4	252.0	262.2	258.0
107.	0.825	3	6.85	2.72	9.79	2.52	0.41	175.8	311.8	242.4	245.7	315.2	275.0
108.	0.65	1	6.96	2.78	10.93	2.50	0.44	216.8	265.1	248.0	258.6	264.1	261.9
109.	0.7	1.75	6.73	2.65	9.30	2.55	0.40	209.1	299.6	249.6	255.9	263.5	260.5
110.	0.6	3.5	5.34	2.13	6.15	2.51	0.31	220.9	344.7	262.4	257.9	264.9	261.4
111.	0.875	2.75	6.87	2.69	9.90	2.56	0.42	112.3	260.8	217.2	251.2	261.2	256.8
112.	0.875	2	7.37	2.99	11.49	2.47	0.45	125.1	337.0	283.4	250.5	354.1	327.4
113.	0.775	3.5	6.33	2.54	8.94	2.49	0.39	178.8	260.8	224.5	251.5	261.9	257.6
114.	0.8	2.75	6.84	2.66	9.74	2.57	0.41	180.7	260.6	227.4	252.0	261.0	257.1
115.	0.75	4	6.06	2.43	7.33	2.49	0.35	96.9	262.2	217.2	253.4	262.4	258.2
116.	0.6	1.25	6.59	2.59	8.88	2.54	0.39	221.8	358.1	261.5	258.9	264.5	262.2
117.	0.725	1.5	7.08	2.89	10.39	2.45	0.43	200.8	290.7	244.5	255.5	261.7	259.4
118.	0.75	1.75	7.04	2.87	10.27	2.46	0.43	181.9	261.9	234.9	253.0	262.0	258.5
119.	0.6	3.25	5.65	2.14	6.35	2.64	0.31	220.4	360.8	262.9	257.5	264.5	261.0
120.	0.675	3.75	5.86	2.28	7.56	2.57	0.35	211.9	359.7	254.1	255.2	263.4	259.2
121.	0.625	1.75	6.39	2.43	8.46	2.63	0.38	224.1	334.6	259.3	260.5	264.8	262.9
122.	0.875	2.5	6.86	2.65	9.90	2.59	0.42	154.2	260.4	230.8	253.1	260.9	257.8
123.	0.625	2.75	5.89	2.34	7.60	2.51	0.35	215.1	373.3	261.9	257.3	263.6	260.4
124.	0.625	2.25	6.33	2.48	8.26	2.55	0.37	217.0	359.6	260.6	258.0	264.0	261.4

Ред. бр.	η	$\frac{a_{hb}}{a_{hf}}$	B	H	A _{om}	ψ	γ_0	Киркалди			Ли		
								HV _{min}	HV _{max}	HV _{sr}	HV _{min}	HV _{max}	HV _{sr}
125.	0.85	4	6.35	2.56	8.95	2.48	0.39	175.7	320.0	246.8	249.1	322.3	283.7
126.	0.8	4	6.23	2.48	7.91	2.51	0.36	157.2	260.3	227.5	252.2	261.8	257.5
127.	0.85	3	6.86	2.73	9.80	2.52	0.41	175.4	315.8	257.8	250.7	319.5	284.0
128.	0.825	3.75	6.33	2.53	8.87	2.50	0.39	175.8	295.4	231.5	241.7	297.5	265.2
129.	0.7	2.5	6.42	2.59	8.94	2.48	0.39	209.7	343.2	249.2	255.0	263.0	259.5
130.	0.8	3.75	6.35	2.59	8.91	2.46	0.39	177.5	267.4	232.6	239.2	268.7	256.5
131.	0.675	3.25	5.96	2.41	7.77	2.47	0.36	202.3	294.7	247.2	255.1	263.2	259.5
132.	0.725	4	5.92	2.32	7.75	2.55	0.36	203.6	376.9	258.8	255.0	263.0	258.9
133.	0.6	2.25	6.18	2.44	7.84	2.54	0.36	219.8	334.9	258.2	257.3	264.5	261.6
134.	0.875	1.5	7.42	2.97	11.70	2.50	0.46	177.8	259.8	231.0	251.6	260.6	257.1
135.	0.85	1	7.28	2.88	11.22	2.53	0.45	206.4	262.5	242.5	255.2	262.1	259.6
136.	0.675	2.75	6.25	2.47	7.97	2.52	0.36	211.0	350.1	256.3	256.0	263.5	260.3
137.	0.75	2.5	6.74	2.63	9.43	2.56	0.40	196.9	261.5	234.7	254.4	262.4	258.8
138.	0.8	2.5	6.76	2.61	9.50	2.58	0.41	182.8	260.8	232.0	253.5	261.8	258.5
139.	0.875	3.25	6.90	2.82	10.78	2.45	0.44	173.9	338.0	264.6	247.8	343.2	299.8
140.	0.625	1.25	6.80	2.69	9.66	2.53	0.41	217.3	296.2	252.0	257.9	264.1	261.6
141.	0.875	3	6.82	2.69	9.72	2.53	0.41	178.7	327.3	280.9	248.9	332.0	306.0
142.	0.625	3.25	5.69	2.19	6.48	2.60	0.32	219.4	380.1	266.0	257.4	264.5	261.0
143.	0.625	3.5	5.67	2.16	6.41	2.62	0.32	218.5	381.2	265.9	256.6	264.4	260.7
144.	0.825	4	6.27	2.52	8.77	2.49	0.39	176.1	310.7	241.5	250.6	312.9	277.3
145.	0.775	3	6.55	2.64	8.75	2.48	0.39	180.2	261.3	227.7	252.0	261.9	257.8
146.	0.75	2.75	6.58	2.66	8.88	2.48	0.39	184.4	261.7	234.8	253.8	262.3	258.9
147.	0.825	3.5	6.57	2.67	8.82	2.46	0.39	177.1	303.4	245.8	250.2	307.0	273.9
148.	0.775	2.75	6.74	2.68	9.46	2.51	0.40	180.9	260.6	227.4	252.0	261.1	257.2
149.	0.675	1.5	6.87	2.76	10.68	2.49	0.43	211.3	263.8	240.6	255.6	263.2	260.2
150.	0.825	1.75	7.39	3.03	12.37	2.44	0.47	176.7	257.9	219.7	243.5	259.7	253.0
151.	0.825	3.25	6.73	2.73	9.40	2.47	0.40	86.4	319.3	240.0	239.7	324.0	284.7
152.	0.825	1.5	7.45	3.02	12.54	2.47	0.47	177.5	258.6	228.5	248.0	259.9	254.9
153.	0.625	2	6.36	2.46	8.38	2.59	0.38	220.0	341.8	258.6	257.8	263.9	261.4
154.	0.875	1	7.56	3.11	12.00	2.43	0.46	180.9	258.3	224.0	252.4	260.4	257.1
155.	0.775	1.25	7.36	2.93	11.46	2.51	0.45	186.4	260.6	238.2	255.5	261.8	259.3
156.	0.65	3.75	5.75	2.21	6.58	2.61	0.32	213.2	346.3	257.4	256.2	263.9	259.8