



УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ
ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА У
НОВОМ САДУ



Ненад Познановић

**ПРИЛОГ КИНЕМАТИЧКОЈ
СИНТЕЗИ МЕХАНИЗАМА У
СИСТЕМИМА ОСЛАЊАЊА
МОТОРНИХ ВОЗИЛА**

ДОКТОРСКА ДИСЕРТАЦИЈА

Нови Сад, 2016.



УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ • ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА
21000 НОВИ САД, Трг Доситеја Обрадовића 6

КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА

Редни број, РБР:	
Идентификациони број, ИБР:	
Тип документације, ТД:	Монографска публикација
Тип записа, ТЗ:	Текстуални штампани материјал
Врста рада, ВР:	Докторска дисертација
Аутор, АУ:	Ненад Познановић
Ментор, МН:	Доц. др Борис Стојић, Доц. др Маја Чавић
Наслов рада, НР:	Прилог кинематичкој синтези механизма у системима ослањања моторних возила
Језик публикације, ЈП:	Српски
Језик извода, ЈИ:	Српски/Енглески
Земља публиковања, ЗП:	Република Србија
Уже географско подручје, УГП:	АП Војводина
Година, ГО:	2016.
Издавач, ИЗ:	Ауторски репринт
Место и адреса, МА:	ФТН, Трг Доситеја Обрадовића 6, 21000 Нови Сад
Физички опис рада, ФО: (поглавља/страна/цитата/табела/слика/графика/прилога)	поглавља: 7 / страна: 96 / цитата: 59 / табела: 24 / слика: 41 / графика: 0 / прилога: 2
Научна област, НО:	Машинско инжењерство
Научна дисциплина, НД:	Моторна возила
Предметна одредница/Кључне речи, ПО:	Возило, ослањање, механизам, кинематичка синтеза
УДК	
Чува се, ЧУ:	Библиотека Факултета техничких наука
Важна напомена, ВН:	
Извод, ИЗ:	<p>У раду је разматран проблем пројектовања полужних механизма који се примењују у системима еластичног ослањања друмских возила. Полужни механизми за вођење точка имају задатак да остваре покретну везу точка са носећим структурама возила која омогућава приближно вертикално релативно кретање точка у односу на тело возила и обезбеђује пријем активних и реактивних сила и момената насталих у интеракцији точка са подлогом.</p> <p>Дефинисана је једноставна, универзална метода за оптималну синтезу механизма у системима ослањања возила, која не захтева припреме и прилагођавање различитим специфичним условима и захтевима синтезе механизма у оквирима ове тематике. Основне карактеристике предложеног поступка су: тачност и практична применљивост усвојеног методолошког прилаза; једноставност и универзалност целокупног поступка синтезе, осигурана усвајањем алгоритма диференцијалне еволуције као оптимизационе методе; робусност метода и одсуство потребе за припремом и прилагођавањем различитим поставкама проблема синтезе; имплементацијом поступка у окружењу општег математичког програма Mathcad омогућено је да сви елементи прорачуна (улазни подаци, једначине, коментари, скице, дијаграмски прикази и нумерички резултати) буду обједињени на једном месту.</p> <p>Примена развијеног поступка синтезе демонстрирана је на карактеристичним проблемима оптималне синтезе механизма за ослањање возила. Проблеми су постављени тако да је задато кретање носача точка - генерисано је механизмом познате конфигурације. У таквој поставци проблема, у којој се поуздано зна да се задато кретање</p>



УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ • ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА
21000 НОВИ САД, Трг Доситеја Обрадовића 6

КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА

носача точка може остварити, изведени су нумерички експерименти са вишеструким понављањем поступка синтезе уз варирање почетних вредности непознатих конструкционих параметара случајним избором из широких интервала. Добијени резултати су показали да је у свим случајевима развијени поступак синтезе резултовао механизмом који остварује задато кретање уз одступања знатно испод прага физичке значајности.

Датум прихватања теме, **ДП**: 27. 02. 2008.

Датум одбране, **ДО**:

Чланови комисије, **КО**: Председник: Проф. др Миодраг Злоколица

Члан: Проф. др Јованка Лукић

Члан: Доц. др Драган Ружић

Члан, ментор: Доц. др Борис Стојић

Члан, ментор: Доц. др Маја Чавић

Потпис ментора



KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number, ANO :	
Identification number, INO :	
Document type, DT :	Monographic publication
Type of record, TR :	Textual printed document
Contents code, CC :	PhD Thesis
Author, AU :	Nenad Poznanović
Mentor, MN :	PhD Boris Stojić, PhD Maja Čavić
Title, TI :	A contribution to the kinematical synthesis of motor vehicle suspension mechanisms
Language of text, LT :	Serbian
Language of abstract, LA :	Serbian / English
Country of publication, CP :	Republic of Serbia
Locality of publication, LP :	AP of Vojvodina
Publication year, PY :	2016
Publisher, PB :	Author's reprint
Publication place, PP :	Faculty of Technical Sciences, Trg D. Obradovica 6, 21000 Novi Sad
Physical description, PD : (chapters/pages/ref./tables/pictures/graphs/appendixes)	chapters:7 / pages:96 / ref.:59 / tables: 24 / pictures: 41 / graphs:0 / appendixes: 2
Scientific field, SF :	Mechanical Engineering
Scientific discipline, SD :	Motor vehicles
Subject/Key words, S/KW :	Vehicle, suspension, mechanism, kinematical synthesis
UC	
Holding data, HD :	Library of the Faculty of Technical Sciences Novi Sad
Note, N :	
Abstract, AB :	<p>This paper is focused on the design of lever mechanisms used in systems for elastic vehicle suspension.</p> <p>The lever mechanisms used for wheel guidance are tasked with accomplishing a mobile connection between the wheel and the support structure that allows the wheel a roughly vertical motion relative to the vehicle body and receives the active and reactive forces and torque originating from the interaction between the wheel and the ground.</p> <p>A simple, universal method for the optimal synthesis of mechanisms used in vehicle support systems is defined, one that doesn't require extensive preparation or adjustments for specific conditions. The basic characteristics of the proposed method are: accuracy and practical applicability of the method; simplicity and universality of the whole synthesis process, insured by adopting the differential evolution algorithm for the optimization method; robustness of the method and the lack of need for preparation and adjustments to the different synthesis problems; by implementing the method in the universal mathematical program Mathcad, the calculation elements (input, equations, comments, sketches, diagrams and numerical results) are all presented and accessible in one place.</p> <p>The application of the developed method is demonstrated on characteristic problems of the optimal synthesis of vehicle support mechanisms. The problems are set up so that the motion of the wheel support is known – it is generated by a mechanism with a known configuration. In this kind of setting, where one is sure the given motion of the wheel support can be accomplished, a series of numerical tests was performed with multiple repetitions of the synthesis method using different initial values of the</p>



UNIVERSITY OF NOVI SAD • FACULTY OF TECHNICAL SCIENCES
21000 NOVI SAD, Trg Dositeja Obradovića 6

KEY WORDS DOCUMENTATION

unknown construction parameters randomly chosen from wide intervals. The results of these experiments have shown that for each set of initial values, the developed method resulted in a mechanism that accomplished the required motion with very slight deviations, too small to be of any practical importance.

Accepted by the Scientific Board on, **ASB**: February 27th, 2008.

Defended on, **DE**:

Defended Board, **DB**: President: PhD Miodrag Zlokolica

Member: PhD Jovanka Lukić

Member: PhD Dragan Ružić

Member, Mentor: PhD Boris Stojić

Member, Mentor: PhD Maja Čavić

Menthor's sign

SPISAK SLIKA

Sl. 3-1 Primeri označavanja mehanizama za vođenje točka.....	17
Sl. 3-2 Primer mehanizma za vođenje zadnjih točkova automobila, [32].....	17
Sl. 3-3 Kinematički model mehanizma sa slike Sl. 3-2.....	18
Sl.3-4 Osnovni mehanizmi za vođenje točkova u sistemima nezavisnog oslanjanja, [32].....	21
Sl. 4-1 Pseudokôd klasičnog algoritma DE	26
Sl. 4-2 Funkcija cilja prema jed. (8).....	27
Sl. 4-3 Evolucija populacije potencijalnih rešenja tokom 40 iteracija za funkciju cilja prema jed. (8), Mathcad dokument "DE primer.xmcd", Prilog 2	28
Sl. 4-4 Mathcad program funkcije za optimizaciju primenom klasičnog algoritma DE	34
Sl. 5-1 Orijentacija referentnog koordinatnog sistema, [32]	36
Sl. 5-2 Oblik vodeće poluge, odnosno lokacija karakteristične tačke 1 rotacionog zgloba (a) i prizmatičnog zgloba (b) duž ose zgloba ne utiče na vođenje tačke 2	37
Sl. 5-3 Karakteristični uglovi orijentacije točka na levoj strani vozila, definisani preko jediničnog vektora ose točka, [32].....	39
Sl. 5-4 Karakteristični parametri položaja ose zakretanja upravljačkog točka, [32].....	42
Sl. 5-5 Karakteristične veličine vodeće poluge sa dva sferna zgloba	43
Sl. 5-6 Karakteristične veličine poluge sa rotacionim i sfernim zglobovom – osa rotacije definisana preko dve tačke	44
Sl. 5-7 Karakteristične tačke poluge sa prizmatičnim i sfernim zglobovom.....	44
Sl. 5-8 Karakteristične veličine poluge sa dva rotaciona zgloba- ose rotacije definisane preko dve tačke	45
Sl. 5-9 Osnovne vektorske veličine u jednačini položaja karakterističnih tačaka nosača točka (oznake opisane u tekstu).....	46
Sl. 5-10 Karakteristične tačke 5KS mehanizma.....	52
Sl. 5-11 Karakteristične tačke RS-SP-KS mehanizma.....	53
Sl. 5-12 Mehanizam za vođenje zadnjih točkova sa međusobno povezanim polugama, [54].....	54
Sl. 5-13 Vektorski model mehanizma na Sl. 5-12	54
Sl. 5-14 Vektorski model složene poluge 3 mehanizma na Sl. 5-13	55
Sl. 5-15 Nosač točka i jedna KS/SS vodeća poluga modelirani kao prostorna RS dijada	59
Sl. 5-16 Promena položaja karakterističnih vektora RS dijade usled prenosnog i relativnog kretanja	59
Sl. 5-17 Vektorski model SP-3KS mehanizma.....	62
Sl. 5-18 Dozvoljena odstupanja parametra q prema jed. (75).....	64
Sl. 6-1 IAVSD test primer 5KS mehanizma, [55].....	68
Sl. 6-2 Prikaz mehanizma dobijenog sintezom u okviru Mathcad dokumenta Primer 1.xmcd, Prilog 1	69
Sl. 6-3 Koordinate karakterističnih tačaka razmatranog primera SP-3KS mehanizma	72
Sl. 6-4 Prikaz mehanizma dobijenog sintezom, Mathcad dokument Primer 2.xmcd, Prilog 2	73
Sl. 6-5 Koordinate karakterističnih tačaka razmatranog mehanizma sa međusobno povezanim vodećim polugama, [32].....	75

Sl. 6-6 Primer mehanizma dobijenog sintezom, Mathcad dokument Primer 3.xmcd, Prilog 2	76
Sl. 6-7 Prikaz rezultata 40 izvršavanja postupka sinteze zajedno sa mehanizmom kojim je generisano kretanje nosača točka: a) primenom algoritma diferencijalne evolucije, b) primenom Mathcad funkcije Minimize bazirane na kvazi-Njutnovoj metodi.....	78
Sl. 6-8 Koordinate karakterističnih tačaka razmatranog 5KS mehanizma, [57]	79
Sl. 6-9 Primer mehanizma dobijenog primenom tehnike analitičkog određivanja ugla β_{nt} , Mathcad dokument Primer 4b.xmcd, Prilog 2	81
Sl. 6-10 Prikaz rezultata 40 izvršavanja postupka sinteze zajedno sa mehanizmom kojim je generisano zadato kretanje nosača točka: a) primenom tehnike zasnovane na aproksimacionom polinomu, b) primenom tehnike analitičkog određivanja β_{nt} c) primenom standardne metode indirektna sinteze (β_{nt} zadato)	83
Sl. 6-11 Koordinate karakterističnih tačaka mehanizma i ostale zadate dimenzije, [58].....	84
Sl. 6-12 Položaj poluga 3, 4 i 5 određen primenom opisanog postupka sinteze, Mathcad dokument Primer 5.xmcd, Prilog 2.....	86
Sl. 6-13 Vertikalno kretanje točka ($\Delta p_{03y}=0$): zadate (označene tačkama) i dobijene vrednosti parametara položaja nosača točka i njihove razlike, Mathcad dokument Primer 5.xmcd, Prilog 2	87
Sl. 6-14 Čisto zakretanje točka ($\Delta p_{1cz}=0$): zadate (označene tačkama) i dobijene vrednosti parametara položaja nosača točka i njihove razlike, Mathcad dokument Primer 5.xmcd, Prilog 2	88
Sl. 6-15 Rasipanje rezultata položaja tačaka 03, 04 i 05 Mathcad dokument Primer 5 analiza rezultata.xmcd, Prilog 2	89

SPISAK TABELA

Tab. 3-1: Osnovni tipovi zglobova za kinematičko modelovanje mehanizama u sistemu oslanjanja vozila, [32]	15
Tab.3-2: Osnovni tipovi vodećih poluga za kinematičko modelovanje mehanizama u sistemima oslanjanja vozila, [32]	16
Tab.3-3: Osnovni mehanizmi- pregled broja ograničenja koja nosaču točka nameću pojedine veze, [32]	19
Tab.3-4: Šematski prikaz postupka formiranja skupa osnovnih mehanizama za nezavisno vođenje točkova, [32]	20
Tab.5-1 Broj konstrukcionih parametara osnovnih tipova vodećih poluga	38
Tab. 6-1: Primer 1 - zadate vrednosti osnovnih parametara položaja nosača točka	68
Tab.6-2: Maksimalna i srednja apsolutna odstupanja između zadatih i ostvarenih vrednosti parametara položaja nosača točka– srednje vrednosti na osnovu 100 ponavljanja postupka sinteze	70
Tab.6-3: Srednje apsolutno odstupanje koordinata karakterističnih tačaka u odnosu na odgovarajuće koordinate tačaka mehanizma kojim je generisano kretanje nosača točka,	70
Tab.6-4: Prosečno vreme izvršavanja postupka sinteze, broj iteracija algoritma DE	71
Tab. 6-5: Primer 2 - zadate vrednosti osnovnih parametara položaja nosača točka	72
Tab.6-6: Prosečne vrednosti maksimalnih i srednjih odstupanja između zadatih i ostvarenih vrednosti parametara položaja nosača točka, na osnovu 100 ponavljanja postupka	74
Tab.6-7: Srednje apsolutno odstupanje koordinata karakterističnih tačaka u odnosu na odgovarajuće koordinate tačaka mehanizma kojim je generisano kretanje nosača točka	74
Tab.6-8: Prosečno vreme izvršavanja postupka sinteze, broj iteracija algoritma DE	74
Tab. 6-9: Primer 3 - zadate vrednosti osnovnih parametara položaja nosača točka	75
Tab.6-10: Prosečne vrednosti maksimalnih i srednjih odstupanja između zadatih i ostvarenih vrednosti parametara položaja nosača točka, na osnovu 40 ponavljanja postupka	77
Tab.6-11: Srednje apsolutno odstupanje koordinata karakterističnih tačaka u odnosu na odgovarajuće koordinate tačaka mehanizma kojim je generisano kretanje nosača točka	77
Tab.6-12: Prosečno vreme izvršavanja postupka sinteze, broj iteracija algoritma DE	77
Tab. 6-13: Primer 4 - zadate vrednosti osnovnih parametara položaja nosača točka	80
Tab.6-14: Prosečne vrednosti maksimalnih i srednjih odstupanja između zadatih i ostvarenih vrednosti parametara položaja nosača točka, na osnovu 40 ponavljanja postupka	81
Tab.6-15: Srednje apsolutno odstupanje koordinata karakterističnih tačaka u odnosu na odgovarajuće koordinate tačaka mehanizma kojim je generisano kretanje nosača točka	82
Tab.6-16: Prosečno vreme izvršavanja postupka sinteze, broj iteracija algoritma DE	82
Tab. 6-17: Koeficijenti polinoma zadatih parametara položaja nosača točka	85
Tab. 6-18: Propisane vrednosti nezavisnih parametara položaja mehanizma	85
Tab.6-19: Prosečne, minimalne i maksimalne vrednosti rezultujućih funkcija cilja parametara, na osnovu 40 ponavljanja postupka sinteze	89

SADRŽAJ

1. UVOD.....	1
1.1 PREDMET ISTRAŽIVANJA.....	1
1.2 POSTAVKA PROBLEMA I CILJEVA ISTRAŽIVANJA	2
1.2.1 Motivacija.....	2
1.2.2 Izbor metode sinteze.....	2
1.2.3 Proširenje postavki metode indirektno optimalne sinteze.....	4
1.2.4 Primena algoritma diferencijalne evolucije u sintezi mehanizama za oslanjanje vozila	5
1.2.5 Alternativna postavka višekriterijumske optimizacije	7
1.3 STRUKTURA DISERTACIJE	8
2. PREGLED LITERATURE IZ OBLASTI ISTRAŽIVANJA.....	9
3. STRUKTURNA KLASIFIKACIJA MEHANIZAMA ZA VOĐENJE TOČKA U SISTEMIMA OSLANJANJA VOZILA	13
3.1 UVOD.....	13
3.2 STRUKTURNA ANALIZA MEHANIZAMA ZA VOĐENJE TOČKA	13
3.2.1 Stepen pokretljivosti.....	13
3.2.2 Tipovi zglobova u mehanizmima za oslanjanje vozila.....	14
3.2.3 Tipovi vodećih poluga.....	15
3.2.4 Označavanje.....	16
3.2.5 Primer strukturne analize mehanizma za vođenje točka	17
3.3 OSNOVNI MEHANIZMI ZA KINEMATIČKO VOĐENJE TOČKOVA U SISTEMIMA NEZAVISNOG OSLANJANJA	19
4. OPTIMIZACIJA PRIMENOM ALGORITMA DIFERENCIJALNE EVOLUCIJE	22
4.1 UVOD.....	22
4.2 KLASIČNI ALGORITAM DE	23
4.2.1 Postavka problema.....	23
4.2.2 Oznake i važniji pojmovi.....	23
4.2.3 Tok postupka.....	24
4.2.4 Pseudokôd.....	26
4.2.5 Prikaz rada algoritma DE	27
4.2.6 Rukovanje ograničenjima u algoritmu DE	29
4.2.7 Parametri algoritma DE.....	30
4.3 OSTALE VARIJANTE ALGORITMA DE.....	31
4.3.1 Alternativne šeme mutacije u algoritmu DE.....	31
4.3.2 Varijante DE sa promenljivim parametrima algoritma.....	31
4.3.3 Višekriterijumska optimizacija primenom algoritma DE	32

4.4	REALIZACIJA ALGORITMA DE U PROGRAMU MATHCAD	33
5.	TEORIJSKE OSNOVE USVOJENOG POSTUPKA DIMENZIONE SINTEZE MEHANIZAMA ZA VOĐENJE TOČKA	35
5.1	KONCEPT USVOJENOG POSTUPKA.....	35
5.2	KINEMATIČKO MODELOVANJE MEHANIZAMA U SISTEMU OSLANJANJA VOZILA.....	35
5.2.1	<i>Referentni koordinatni sistem</i>	<i>35</i>
5.2.2	<i>Konstruktivni parametri mehanizama u sistemu oslanjanja vozila</i>	<i>36</i>
5.2.3	<i>Parametri položaja i kretanja nosača točka.....</i>	<i>38</i>
5.2.4	<i>Jednačine ograničenja vodećih poluga</i>	<i>43</i>
5.2.5	<i>Izvodi jednačina ograničenja.....</i>	<i>45</i>
5.2.6	<i>Jednačine položaja karakterističnih tačaka na nosaču točka.....</i>	<i>46</i>
5.2.7	<i>Jednačine brzina karakterističnih tačaka nosača točka</i>	<i>48</i>
5.3	METODA INDIREKTNE OPTIMALNE SINTEZE	49
5.3.1	<i>Postavka problema.....</i>	<i>49</i>
5.3.2	<i>Opis postupka sinteze.....</i>	<i>50</i>
5.3.3	<i>Primeri.....</i>	<i>52</i>
5.3.4	<i>Sinteza mehanizma sa međusobno povezanim vodećim polugama.....</i>	<i>54</i>
5.3.5	<i>Primena metode indirektno sinteze u slučaju kada nisu poznati svi osnovni parametri položaja nosača točka.....</i>	<i>57</i>
5.3.5.1	<i>Redukovanje stepena pokretljivosti nosača točka usvajanjem konstrukcionih parametara</i>	<i>57</i>
5.3.5.2	<i>Primena aproksimacionog polinoma za nepoznate parametre položaja.....</i>	<i>58</i>
5.3.5.3	<i>Analičko određivanje ugla rotacije nosača točka oko ose točka</i>	<i>58</i>
5.4	METODA DIREKTNE OPTIMALNE SINTEZE.....	61
5.4.1	<i>Postavka problema.....</i>	<i>61</i>
5.4.2	<i>Opis postupka sinteze.....</i>	<i>61</i>
5.4.3	<i>Kinematika analiza.....</i>	<i>62</i>
5.4.4	<i>Višekriterijumska optimizacija.....</i>	<i>64</i>
6.	PRIMERI PRIMENE USVOJENOG POSTUPKA DIMENZIONE SINTEZE MEHANIZAMA ZA VOĐENJE TOČKA	66
6.1	UVOD.....	66
6.2	PRIMER 1: SINTEZA 5KS MEHANIZMA METODOM INDIREKTNE SINTEZE.....	68
6.3	PRIMER 2: SINTEZA SP-3KS MEHANIZMA METODOM INDIREKTNE SINTEZE.....	72
6.4	PRIMER 3: SINTEZA MEHANIZMA SA MEĐUSOBNO POVEZANIM POLUGAMA	75
6.5	PRIMER 4: TEHNIKE INDIREKTNE SINTEZE U SLUČAJU KADA NISU POZNATI SVI OSNOVNI PARAMETRI POLOŽAJA NOSAČA TOČKA.....	79
6.6	PRIMER 5: MODIFIKACIJA 5KS MEHANIZMA PRIMENOM METODE DIREKTNE SINTEZE .	84
7.	ZAKLJUČAK	90
	LITERATURA	93

1. UVOD

1.1 PREDMET ISTRAŽIVANJA

Razmatra se problem projektovanja polužnih mehanizama koji se primenjuju u sistemima elastičnog oslanjanja drumskih vozila.

Polužni mehanizmi za vođenje točka imaju zadatak da ostvare pokretnu vezu točka sa nosećim strukturama vozila koja omogućava približno vertikalno relativno kretanje točka u odnosu na telo vozila i obezbeđuje prijem aktivnih i reaktivnih sila i momenata nastalih u interakciji točka sa podlogom [1]. U okviru sistema oslanjanja, mehanizmi za vođenje točka propisuju skup mogućih položaja točka u odnosu na telo vozila, dok opruge i amortizeri, saglasno trenutnom opterećenju, određuju koji će od tih položaja biti zauzet. Time što određuju položaj točka u odnosu na telo vozila, mehanizmi za vođenje točka posredno utiču i na ugao nagiba točka u odnosu na podlogu, kao i ugao usmerenosti točka u odnosu na pravac kretanja vozila. Na ovaj način, oni utiču na veličinu dodirne površi i raspodelu pritisaka u kontaktu pneumatika sa podlogom, a time i na koeficijente podužnog i poprečnog prijanjanja kao fundamentalne faktore sa gledišta realizacije sila pogona i kočenja i stabilnosti kretanja vozila. Od načina izvođenja ovih mehanizama zavisi položaj trenutnih osa valjanja i galopiranja vozila, kao i položaj ose zakretanja upravljačkih točkova, čime se značajno određuje dinamičko ponašanje vozila. Na osnovu izloženog, jasno je zašto je problemu projektovanja mehanizama u sistemima oslanjanja neophodno posvetiti veliku pažnju.

U procesu projektovanja mehanizama za vođenje točkova, prvi zadatak predstavlja izbor karakterističnih geometrijskih veličina, kao što su dimenzije elemenata mehanizma i lokacije zglobova kojima se vodeće poluge vezuju za telo vozila i noseći element rukavca točka. Tradicionalni pristup rešavanju ovog problema se može opisati kao iterativna kinematička analiza – projektant, najčešće u okruženju nekog programa za simulaciju kretanja mehaničkih sistema, višestruko ponavlja postupak kinematičke analize, pri čemu, saglasno znanju, iskustvu i intuiciji, metodom pokušaja i grešaka, varira parametre mehanizma u cilju ostvarenja željenog kinematičkog ponašanja mehanizma. S obzirom na veliki broj konstrukcionih parametara, čiji se uticaj zbog uzajamne interakcije ne može zasebno razmatrati, ovakav postupak se po pravilu pokazuje kao veoma obiman i naporan, a pri tome ne pruža garanciju da će dobijeno rešenje biti zadovoljavajuće.

U cilju prevazilaženja opisanog problema, prirodna je tendencija da se u proces projektovanja sistema oslanjanja vozila uvedu metode koje primenom matematički zasnovanih postupaka i procedura omogućavaju kreiranje mehanizma željenih kinematičkih karakteristika. Upravo takve metode su metode kinematičke sinteze polužnih mehanizama.

Implementacija postupaka kinematičke sinteze u oblast projektovanja mehanizama u sistemu oslanjanja vozila nije jednostavna iz više razloga:

- Mehanizmi u sistemu oslanjanja vozila su takvog tipa i strukture, da ne nalaze širu primenu u ostalim oblastima mašingradnje. Iz tih razloga, oni ne pripadaju grupi standardnih mehanizama za koje u literaturi postoje detaljno razrađene metode sinteze;
- Pred mehanizme za vođenje točka se postavljaju specifični kinematički zahtevi i konstrukciona ograničenja, koji po pravilu nisu obuhvaćeni u standardnim teorijskim postavkama problema sinteze;
- Složena prostorna struktura ovih mehanizama implicira veliki broj konstrukcionih parametara potrebnih za njihovo opisivanje, što, dalje, vodi ka matematičkim modelima sa velikim brojem jednačina i nepoznatih čije efikasno rešavanje nalaže primenu matematičkih metoda koje se obično ne primenjuju kada su u pitanju problemi sinteze jednostavnijih mehanizama.

Primena postupaka kinematičke sinteze na mehanizme u sistemu oslanjanja vozila, u kontekstu specifičnih zahteva koji se pred te postupke postavljaju, osnovni je predmet istraživanja ove disertacije.

1.2 POSTAVKA PROBLEMA I CILJEVA ISTRAŽIVANJA

1.2.1 Motivacija

Istraživanja u ovoj disertaciji su preduzeta u nameri da se definiše i razradi metodološki prilaz dimenzionoj sintezi mehanizama u sistemu oslanjanja vozila koji odgovara sledećim zahtevima:

- može se primeniti na sve standardne mehanizme za kinematičko vođenje točka u sistemu oslanjanja savremenih vozila,
- dopušta definisanje postavke problema sinteze u saglasnosti sa realnim potrebama i projektnim zahtevima i u tom smislu:
 - ne postavlja ograničenja u pogledu načina zadavanja parametara kojima se propisuju željene kinematičke karakteristike mehanizma,
 - ne postavlja ograničenja u pogledu broja i vrste nepoznatih konstrukcionih parametara mehanizma koje je sintezom potrebno odrediti,
- omogućava efikasno rešavanje problema sinteze, uzimajući u obzir kako vreme potrebno za pripremu matematičkog modela, tako i vreme potrebno za njegovo rešavanje.

1.2.2 Izbor metode sinteze

Na osnovu analize postupaka koji se literaturi predlažu, prikazanih u poglavlju 2, mogu se izdvojiti dva osnovna pristupa rešavanju problema sinteze mehanizama u sistemu oslanjanja vozila.

Metode egzaktno sinteze su namenjene rešavanju problema u kojima se zahteva da nosač točka zauzme nekoliko unapred propisanih tačnih položaja. Ovakav zahtev se matematički formuliše u obliku sistema jednačina koji se formira tako što se svakom posmatranom

položaju pridružuje set jednačina koje izražavaju uslove očuvanja veza među elementima mehanizma. Da bi problem bio rešiv, neophodno je da broj jednačina u dobijenom sistemu odgovara broju nepoznatih konstrukcionih parametara. Iz tih razloga, broj tačnih položaja u postavci zadatka, mora biti usklađen sa brojem nepoznatih konstrukcionih parametara mehanizma. Ovakav zahtev, u uslovima praktične primene metode, po pravilu dovodi do toga da se željeno kretanje mehanizma može zadati u veoma malom broju položaja. Primera radi, u [2] i [3] broj razmatranih položaja je svega tri, što se ne može smatrati dovoljnim s obzirom da ponašanje mehanizma van tih položaja ostaje nepoznato. Problem sa malim brojem zadatih položaja, pogotovo u slučaju kada su ti položaji međusobno udaljeni, predstavlja i mogućnost da dobijena rešenja ne pripadaju istoj grani, što praktično znači da mehanizam ne može preći iz jednog u drugi zadati položaj bez rastavljanja zglobova.

Metode optimalne sinteze, koje se nazivaju i *metodama aproksimativne sinteze*, ne postavljaju ograničenja u pogledu broja položaja u kojima se zadaju parametri položaja nosača točka i na taj način dopuštaju precizno definisanje željenog kretanja mehanizma. U ovim metodama, problem sinteze se postavlja kao problem minimizacije odstupanja kretanja koje mehanizam ostvaruje u odnosu na zadato kretanje. Rešavanje ovog problema se izvodi metodama optimizacije. Primena metoda optimizacije donosi niz važnih mogućnosti, kao što su definisanje intervala dopuštenih vrednosti konstrukcionih parametara mehanizma, propisivanje stepena važnosti pojedinih parametara položaja nosača točka, propisivanje važnosti pojedinih položaja mehanizma i sl.

S obzirom na navedene prednosti, metode optimalne sinteze su usvojene kao osnov metodološkog prilaza koji se razmatra u ovoj disertaciji.

U okviru usvojenog prilaza, predviđena je primena dva tipa metoda optimalne sinteze – *metode direktne optimalne sinteze* i *metode indirektno optimalne sinteze*. U metodi direktne optimalne sinteze, funkcija cilja se formira tako da neposredno izražava razliku između ostvarenih i željenih parametara položaja nosača točka. Metoda indirektno optimalne sinteze uspešnost nekog rešenja ocenjuje funkcijom cilja koja je srazmerna odstupanju jednačina geometrijskih ograničenja veza u slučaju kada se nosač točka, oslobođen od veza koje nameću vodeće poluge, kreće po zadatoj putanji.

Koncept metode direktne sinteze u velikoj meri odgovara konceptu iterativne kinematičke analize koji se primenjuje u tradicionalnom projektovanju. Razlika je u tome što u ovom slučaju, umesto projektanta, procesom potrage za rešenjima upravlja algoritam za optimizaciju. Metoda direktne sinteze ne postavlja bilo kakva ograničenja u pogledu broja i tipa zadatih i nepoznatih veličina. Ova metoda se može primeniti i u problemima gde se postavljaju zahtevi u pogledu položaja trenutne ose zavojnog kretanja nosača točka, što zahteva analizu brzina. Sa praktičnog gledišta je veoma bitno i to što metoda direktne sinteze omogućava propisivanje različitih stepeni važnosti zadatih parametara kretanja nosača točka. Iz tih razloga, metoda direktne optimalne sinteze se može smatrati najopštijom metodom sinteze mehanizama u sistemu oslanjanja vozila. Sa druge strane, ova metoda je računski veoma zahtevna – tokom procesa optimizacije, u svakoj iteraciji je neophodno sprovesti kinematičku analizu onoliko puta koliki je broj zadatih položaja u postavci problema. Ako se ima na umu da u opštem slučaju kinematička analiza podrazumeva rešavanje sistema od pet nelinearnih jednačina i da se po pravilu kretanje nosača točka zadaje u više od deset položaja, jasno je da ova metoda neminovno zahteva dugo vreme za izvršavanje.

Metoda indirektno optimalne sinteze ne zahteva kinematičku analizu u svakoj iteraciji pa je značajno efikasnija od metode direktne sinteze. Međutim, ova metoda ne omogućava

propisivanje stepena važnosti zadatih parametara položaja nosača točka, niti se može primeniti u problemima u kojima se postavljaju specifikacije u pogledu generalisanih brzina nosača točka, odnosno položaja trenutne ose zavojnog kretanja. Metoda indirektno sinteze je prvenstveno predviđena za rešavanje klasičnog problema sinteze mehanizama, u kom se željeno kretanje vođenog elementa, u ovom slučaju nosača točka, zadaje propisivanjem niza položaja kroz koje vođeni element treba da prođe. Ovakav tip problema se u literaturi naziva i problemom vođenja krutog tela, kao i prostornim Burmesterovim problemom [4]. U okviru usvojenog metodološkog prilaza, predviđeno je da se metoda indirektno optimalne sinteze primenjuje u sledećim slučajevima:

- u slučaju kada je postavka projektnog zadatka sinteze takva da odgovara, ili se može prilagoditi, postavci problema za čije rešavanje je ova metoda namenjena, ili
- kao prva metoda u sklopu dvofazne sinteze, kada je njen zadatak da pronade načelno rešenje i tako suzi oblast pretrage za metodu direktne sinteze koja se primenjuje u drugoj fazi.

1.2.3 Proširenje postavki metode indirektno optimalne sinteze

Metoda indirektno optimalne sinteze je predstavljena u radu [5] na problemu sinteze višepolužnog "multilink" mehanizma, u kom se nosač točka vodi u odnosu na telo vozila putem pet poluga vezanih za telo vozila i nosač točka preko sfernih zglobova. I u radu [6], koji je jedini od ostalih radova u kom je primenjena ova metoda, takođe se razmatra isti mehanizam. Kako ni u jednom od ovih radova nisu prikazane šire metodološke postavke koje obuhvataju slučajeve vodećih poluga sa drugim tipovima zglobova, može se konstatovati da pitanje primene ove metode u problemima sa mehanizmima drugačije strukture nije istraženo.

Drugi problem, koji u velikoj meri ograničava mogućnost primene metode indirektno sinteze u praksi, se odnosi na podrazumevani set ulaznih podataka. Postavka ove metode pretpostavlja da je projektant u mogućnosti da propiše set željenih prostornih položaja nosača točka, što zahteva definisanje šest parametara – tri koordinate jedne tačke (obično centra točka) i tri ugla prostorne orijentacije nosača točka. Ukoliko u svakom položaju nije zadato ovih šest prostornih koordinata nosača točka, metoda se u originalnoj postavci ne može primeniti. Najvažniji problem sa ovakvim setom ulaznih podataka odnosi se na potrebu definisanja sve tri komponente prostorne orijentacije nosača točka. Dve od te tri komponente se mogu definisati kao direktne funkcije uglova usmerenosti i bočnog nagiba točka, koji se standardno zadaju u postavci problema s obzirom da su najvažnije funkcionalne karakteristike mehanizma. Međutim, za treću komponentu orijentacije nosača točka, koja odgovara uglu rotacije nosača oko pravca ose točka, u praksi ne postoje bilo kakve smernice i informacije na osnovu kojih bi se mogle propisati njene vrednosti. Razlog za ovakvu situaciju je to što se, zbog rotacione veze, ova komponenta kretanja nosača točka ne prenosi na točak, pa iz tog razloga ona ni na koji način ne utiče na položaj točka i funkcionalne karakteristike mehanizma u sistemu oslanjanja. U takvoj situaciji, projektant je prinuđen da u postavci zadatka pretpostavi vrednosti ove komponente orijentacije nosača točka. S obzirom da metoda indirektno sinteze ne omogućava propisivanje stepena važnosti pojedinih parametara položaja nosača točka, pretpostavljene vrednosti ove komponente se tokom sinteze tretiraju na isti način, i stoga utiču na rezultat sinteze, kao i vrednosti zaista bitnih parametara. Sličan problem se javlja ako su u postavci zadatka sinteze izostavljeni neki drugi parametri položaja nosača točka, što, na primer, nije redak slučaj kada je u pitanju promena položaja centra točka u podužnom pravcu.

S obzirom da se radi o veoma efikasnoj metodi, zaključeno je da bi bilo vredno istražiti mogućnosti prevazilaženja opisanih ograničenja originalne postavke metode.

U tom smislu, postavljeni su sledeći ciljevi:

- Definirati šire teorijske postavke metode indirektno optimalne sinteze, tako da se metoda može primeniti na sve standardne mehanizme za vođenje točka u sistemu oslanjanja vozila;
- Istražiti načine i predložiti potrebne modifikacije kao bi se metoda indirektno optimalne sinteze mogla primeniti i u slučajevima kada u postavci zadatka sinteze nisu zadati svi parametri položaja nosača točka.

1.2.4 Primena algoritma diferencijalne evolucije u sintezi mehanizama za oslanjanje vozila

U radovima prikazanim u literaturi, optimalna sinteza se realizuje primenom determinističkih ili stohastičkih metoda optimizacije. Determinističke metode su primenjene u [7,6,8,9,10] i pripadaju klasi klasičnih optimizacionih metoda u kojima se potraga za optimalnim rešenjem usmerava na osnovu gradijenta (nagiba) funkcije cilja. Primena stohastičkih metoda optimizacije, konkretno genetičkog algoritma, je detaljnije razmotrena samo u radu [11]. Ovaj optimizacioni algoritam je predložen i u [12,13], ali nisu prikazani načini njegove implementacije. U literaturi nije pronađen ni jedan primer primene neke druge metode iz grupe evolucionih algoritama¹.

Na osnovu prethodnog, može se zaključiti da u oblasti sinteze mehanizama u sistemu oslanjanja vozila nije posvećena značajnija pažnja primeni metoda stohastičke optimizacije baziranih na evolucionim algoritmima. Ovo se može smatrati problemom, imajući u vidu nekoliko prednosti zbog kojih evolucioni algoritmi zaslužuju da budu razmotreni kao konkurentna alternativa klasičnim metodama optimizacije:

1. U poređenju sa klasičnim gradijentnim metodama, osnovna prednost metoda optimizacije baziranih na evolucionim algoritmima je mogućnost pronalaska globalnog optimuma. Gradijentne metode pretragu usmeravaju ka minimumu koji je najbliži početnim vrednostima. U odsustvu adekvatne kombinacije početnih vrednosti, a u situaciji kada postoji više lokalnih minimuma, što je čest slučaj u problemima sinteze sa većim brojem nepoznatih, postoji velika verovatnoća da rešenje neće konvergirati ka globalnom minimumu. Sa druge strane, evolucioni algoritmi su tako koncipirani da primenom niza probnih rešenja vrše paralelno slučajno pretraživanje celokupnog domena funkcije cilja u cilju pronalaska oblasti u kojima funkcija cilja ima niske vrednosti. Ukoliko se pojavi više takvih oblasti, ovi algoritmi nastavljaju da ih paralelno pretražuju, uz postepeno premeštanje težišta potrage ka onoj oblasti u kojoj se ostvaruju najniže vrednosti funkcije cilja, s obzirom da se u njoj očekuje globalni minimum. Zbog sposobnosti pretraživanja celokupnog domena funkcije cilja, evolucioni algoritmi se u nazivaju i metodama globalne optimizacije.
2. Važna osobina evolucionih algoritama je da zahtevaju samo poznavanje vrednosti funkcija cilja, a da pri tome nije neophodno da njena zavisnost od nezavisno promenljivih bude eksplicitno izražena u analitičkom obliku. Ovo ih čini posebno

¹ U radu [59] je primenjen PSO algoritam za optimizaciju rojem čestica na primeru mehanizma za vođenje točka sa dva trougla ramena u cilju minimizacije promene uglova usmerenosti i bočnog nagiba pri vertikalnom kretanju točka. U ovom radu, međutim, funkcija cilja nije formirana putem metoda kinematičke sinteze, već primenom teorije planiranja višefaktornih eksperimenata, kao aproksimaciona funkcija dobijena regresionom analizom odziva mehanizma modeliranog u programu MSC ADAMS.

pogodnim za primenu u okviru metode direktne optimalne sinteze u kojoj se funkcija cilja formira na osnovu parametara do kojih se dolazi numeričkim rešavanjem sistema jednačina pozicione analize.

3. Za razliku od gradijentnih metoda, evolucioni algoritmi se mogu primeniti i u slučaju kada funkcije cilja nisu kontinualne i diferencijabilne. Ova okolnost dopušta primenu logičkih operatora u definiciji funkcije cilja, čime se značajno olakšava uvođenje različitih postavki višekriterijumske optimizacije, kao i rukovanje ograničenjima u obliku funkcija od nezavisno promenljivih.
4. Evolucioni algoritmi po definiciji uključuju granična ograničenja najmanjih i najvećih vrednosti nezavisno promenljivih i na taj način omogućavaju propisivanje oblasti prihvatljivih rešenja. U slučaju determinističkih metoda, ovakva ograničenja zahtevaju uvođenje novih promenljivih i modifikaciju funkcija cilja (videti [14], poglavlja 2.5 i 7).

Najvažniji nedostatak evolucionih algoritama u odnosu na klasične gradijentne metode je da u velikom broju slučajeva zahtevaju višestruko duže vreme izvršavanja. Ovo se u prvom redu može objasniti konceptom paralelnog stohastičkog pretraživanja, koji favorizuje širinu pretraživanja na uštrb brzine konvergencije.

Između većeg broja varijanti evolucionih algoritama, u disertaciji je kao predmet razmatranja izdvojen *algoritam diferencijalne evolucije*.

Prilikom usvajanja algoritma diferencijalne evolucije (DE) kao izabrane metode optimizacije, uzete su u obzir komparativne studije, [15,16,17,18], koje su pokazale da algoritmi DE, pored jednostavnosti i malog broja parametara algoritma, na velikom broju referentnih test funkcija, ostvaruju performanse koje su, u pogledu tačnosti, brzine konvergencije i robusnosti, uporedive ili bolje od srodnih metoda kao što su genetički algoritmi (GA), evolucione strategije, simulirano žarenje, optimizacija rojem čestica (PSO). Prilikom izbora metode optimizacije, uzeto je u obzir i to da je ovoj algoritam uspešno primenjen u problemima sinteze ravanskih mehanizama [19,20,21,22]. U radu [23], upoređeni su GA, PSO i DE algoritmi na primeru tri karakteristična problema sinteze zglobnog četvorougla i zaključeno je da DE algoritam ostvaruje najbolje rezultate u pogledu tačnosti i brzine konvergencije. Ovakav zaključak su potvrdili i numerički eksperimenti izvedeni u pripremnoj fazi ovog istraživanja, koji su pokazali da je DE optimizacija u pogledu brzine u rangu sa PSO, ali da po pravilu generiše bolja rešenja. Prethodno je naročito izraženo u slučaju sinteze sa većim brojem promenljivih. Preliminarna istraživanja su pokazala i to da mogućnost pronalaženja minimuma u slučaju algoritma DE daleko manje zavisi od načina podešavanja parametara algoritma nego što je to slučaj sa PSO algoritmom.

Cilj istraživanja je da se utvrde mogućnosti i performanse algoritma DE kao optimizacionog postupka u širokom spektru postavki problema sinteze mehanizama u sistemu oslanjanja vozila. Pri tome, zamisao je da se u svim primerima primeni ista, osnovna verzija algoritma DE, uz zadržavanje istih vrednosti parametara algoritma, iako je jasno da bi se usvajanjem drugačijih parametara i/ili drugih verzija ovog algoritma, prilagođenih konkretnim primerima, mogle ostvariti bolje performanse postupka optimizacije.

Ovako koncipirano istraživanje u prvi plan stavlja potrebu za utvrđivanjem jednostavne, univerzalne metode optimizacije, koja ne zahteva pripreme i prilagođavanje različitim zadacima sinteze mehanizama u sistemima oslanjanja vozila.

1.2.5 Alternativna postavka višekriterijumske optimizacije

U svim radovima u kojima je prikazana metoda direktne optimalne sinteze, funkcija cilja je formirana kao suma kvadrata razlike između ostvarenih i željenih vrednosti parametara kretanja mehanizma, pomnoženih težinskim koeficijentima. Iako omogućava jednostavno svođenje na problem jednokriterijumske optimizacije, ovakav postupak se zasniva na pretpostavci da se težinskim koeficijentima mogu adekvatno izraziti projektni zahtevi i prioriteta, što je u praksi relativno teško izvodljivo. Naime, vrednosti težinskih koeficijenata treba da odražavaju važnost pojedinih parametara, ali i da uzmu u obzir i različite merne jedinice ovih parametara, dijapazon vrednosti koje parametri zauzimaju u posmatranom opsegu kretanja mehanizma, kao i njihovu osetljivost, koja, generalno, nije poznata pre početka optimizacije.

Iz tih razloga, zaključeno je da bi bilo svrsishodno istražiti mogućnost realizacije metode višekriterijumske optimizacije koja omogućava postavku problema na način koji je bliži načinu razmišljanja u praksi. Konkretno, namera je da se razmotri postavka koja uključuje:

- propisivanje prihvatljivih odstupanja u odnosu na ciljne vrednosti parametara, kao i
- sukcesivnu minimizaciju odstupanja parametara po prioritetima, od najvažnijih ka manje važnim.

Ovakva postavka višekriterijumske optimizacije omogućava neposredno formulisanje stvarnih projektnih zahteva u pogledu dozvoljenih odstupanja i važnosti pojedinih funkcionalnih parametara mehanizma, pri čemu nije potrebno voditi računa o usklađenosti njihovih opsega, mernih jedinica i sl.

S obzirom da u literaturi nije pronađen primer algoritma diferencijalne evolucije koji predviđa ovakvu verziju višekriterijumske optimizacije, njena realizacija je nametnula zadatak razvoja posebne varijante ovog algoritma.

1.3 STRUKTURA DISERTACIJE

Disertacija se sastoji iz sedam poglavlja.

U uvodnom poglavlju je predstavljen predmet istraživanja i obrazloženi su problemi i ciljevi istraživanja.

Drugo poglavlje sadrži sistematizovani pregled radova u kojima su opisane metode kinematičke sinteze mehanizama za vođenje točka u sistemima oslanjanja vozila.

U trećem poglavlju je na osnovu strukturne analize izdvojen skup osnovnih mehanizama za vođenje točka u sistemima nezavisnog oslanjanja.

U četvrtom poglavlju su predstavljeni najvažniji aspekti optimizacije primenom algoritma diferencijalne evolucije. Pored osnovne verzije algoritma diferencijalne evolucije, prikazan je i pregled ostalih varijanti ovog algoritma, kao i način njegove realizacije u okviru programa Mathcad.

U petom, najvažnijem, poglavlju disertacije postavljene su teorijske osnove usvojenog postupka dimenzionisanje sinteze mehanizama u sistemu oslanjanja vozila. U okviru ovog poglavlja su opisani principi metoda direktne i indirektno sinteze, zajedno sa svim jednačinama i kinematičkim relacijama potrebnim za matematičko formulisanje problema sinteze različitih mehanizama u sistemu oslanjanja. U okviru ovog poglavlja, posebne tačke su posvećene realizaciji alternativne postavke višekriterijumske optimizacije u okviru metoda direktne sinteze i rešavanju problema indirektno sinteze u situaciji kada nisu zadati svi parametri položaja nosača točka.

U šestom poglavlju je demonstrirana primena usvojenog postupka u karakterističnim problemima optimalne sinteze mehanizama za oslanjanje vozila. U okviru svakog od pet razmotrenih primera prikazana je analiza dobijenih rezultata.

Disertacija se završava zaključnim razmatranjima, pregledom postignutih rezultata i preporukama za dalja istraživanja prikazanim u sedmom poglavlju.

2. PREGLED LITERATURE IZ OBLASTI ISTRAŽIVANJA

Cilj ovog poglavlja je predstavljanje osnovnih metoda dimenzione sinteze mehanizama u sistemima oslanjanja vozila. Pregledom su obuhvaćeni i radovi koji nisu iz uže oblasti istraživanja, ali u kojima se prikazuju metode sinteze mehanizama koji po strukturi odgovaraju mehanizmima u sistemu oslanjanja vozila.

Roth je u radu [24] iz 1967. godine postavio osnove analitičkog prilaza problemima egzaktne sinteze prostornih mehanizama. U radu se posmatra telo u više zadatih prostornih položaja, a kao problem se postavlja određivanje položaja "specijalnih" tačaka na tom telu, koje, tokom njegovog prolaska kroz zadate položaje, zauzimaju lokacije koji leže na sferi, kružnici, liniji, cilindru ili ravni. Ovako (apstraktno) postavljen problem, u suštini odgovara problemu egzaktne sinteze pet tipova binarnih poluga (sa dva zgloba) za vođenje posmatranog tela u odnosu na nepokretnu bazu. Primera radi, sferna površ odgovara sintezi poluge sa dva sferna zgloba, kružnica sintezi poluge sa sfernim i rotacionim zglobovima na krajevima itd. Važna osobenost predloženog (analitičkog) prilaza je da rezultuje nizom rešenja kojima odgovaraju različita mesta vezivanja poluge na posmatranom telu i nepokretnom elementu. U radu je pokazano da se, kada je u pitanju SS poluga sa sfernim zglobovima na krajevima, položaj posmatranog tela može zadati u najviše sedam položaja i da u tom slučaju postoji najviše dvadeset realnih rešenja. Slični zaključci su izvedeni i za ostale tipove poluga. Na osnovu ovakvih rezultata, sinteza nekog mehanizma se svodi na usvajanje kombinacije rešenja na osnovu dobijenih skupova rešenja za primenjene tipove poluga. Sa matematičkog gledišta, za potrebe izvođenja jednačina sinteze, u ovom radu se pored analitičkih postupaka predviđa primena i numeričkih metoda. Konkretno, jednačina sinteze za SS polugu je svedena na polinom četvrtog stepena po tri nepoznate, pri čemu se koeficijenti za njegovih 65 članova određuju numeričkim rešavanjem tri sistema algebarskih jednačina.

Innocenti, u radu [25] iz 1995. godine, a potom i Liao i McCarthy, u radu [26] iz 2001. godine, su prikazali načine kako se problem sinteze SS poluge za sedam zadatih položaja vođenog tela može čisto analitičkim putem svesti na polinom dvadesetog stepena po jednoj nepoznatoj. Svakom od najviše dvadeset realnih korena ovog polinoma, odgovara drugačije izvođenje SS poluge za vezu vođenog tela sa nepokretnim elementom. U oba rada, problem je analiziran u kontekstu sinteze mehanizma sa pet SS poluga, koji po strukturi odgovara tzv. multilink mehanizmu za vođenje točka¹.

Opšte postavke numeričke egzaktne sinteze binarnih poluga u prostornim mehanizmima opisao je 1968. godine Suh u radu [27]. Za razliku od prethodno opisanog analitičkog

¹ u disertaciji je ovaj mehanizam klasifikovan kao 5KS mehanizam, videti [Sl.3-4](#), strana 21.

prilaza, predviđeno je da se jednačine sinteze rešavaju u početnom, neizmenjenom obliku primenom numeričkog postupaka koji rezultuje jednim rešenjem koje zavisi od izabranih početnih vrednosti nepoznatih veličina. Prikazani postupak predviđa primenu 4x4 matrica pomeranja za objedinjeno definisanje prostornih rotacija i translacionih pomeranja vođenog elementa. U radu su izvedene jednačine za sintezu SS poluge, RS poluge (sa rotacionim i sfernim zglobovima) i RR poluge (sa dva rotaciona zgloba). Drugaćijim rezonovanjem nego u [24], izvedeni su zaključci o maksimalnom broju položaja u kojima se može zadati kretanje vođenog elementa (sedam za SS polugu, četiri za RS polugu i tri za RR polugu). Prikazani su primeri egzaktne sinteze dva mehanizma koja po strukturi odgovaraju mehanizmima koji nalaze primenu u sistemu oslanjanja vozila – mehanizma sa dva trougla ramena i mehanizma sa trapeznom vodećom polugom¹. Ovakav pristup egzaktnoj sintezi je opisan i u knjigama [4] (Suh i Radcliffe, 1978, poglavlje 6.11) i [28] (Sandor i Erdman, 1984, poglavlje 6.19).

Chen i Roth su u [29] iz 1969. godine su, na osnovu postavke problema kao u [24], izveli jednačine egzaktne sinteze za ukupno osam kombinacija zglobova u binarnim polugama i 11 kombinacija zglobova u kinematičkim lancima sačinjenim od dve ili više binarnih poluga. Za razliku od [24], u ovom radu je predviđeno numeričko rešavanje jednačina sinteze.

Primena prethodno opisanih opštih postavki numeričke egzaktne sinteze binarnih poluga u kontekstu sinteze mehanizama u sistemu oslanjanja je demonstrirana u [30], [2] i [3].

Suh je u prvom delu rada [30] iz 1989. godine, u cilju, kako je navedeno, umanjenja jaza između teorijskih istraživanja i primene u projektovanju u automobilske industriji, prikazao principe strukturnog modelovanja i kinematičke analize mehanizma sa dva trougla ramena, Mekfersonovog mehanizma i multilink mehanizma sa pet vodećih poluga, da bi, potom, prikazao postupak sinteze RS poluge mehanizma sa dva trougla ramena u dva zadata položaja. Razmotreni problem sinteze je specifičan po tome što uključuje zahtev u pogledu položaja ose zavojnog kretanja nosača točka.

Kang i Suh su u radu [2] iz 1994. godine prikazali postupak sinteze Mekfersonovog mehanizma², koji pored SS i RS poluge uključuje i SC polugu. SC polugom sa sfernim i cilindričnim zglobovima je modeliran teleskopski amortizer, koji u ovom tipu mehanizma učestvuje u vođenju nosača točka. Analiziran je slučaj egzaktne sinteze mehanizma za tri zadata položaja nosača točka. Variranjem početnih vrednosti nepoznatih veličina dobijeno je pet konfiguracija mehanizma od kojih svaka ostvaruje zadato kretanje. U okviru rada je prikazan i postupak analize pozicija, brzina i ubrzanja ovog mehanizma.

U radu [3] iz 2004. godine, Raghavan je razmotrio problem usvajanja položaja tačke oslanjanja upravljačke spona na telu vozila ili na nosaču točka, sa ciljem da se ostvari linearna promena ugla usmerenosti točka pri vertikalnom kretanju točka. Ovakav, za praksu tipičan problem, formulisan je kao zadatak egzaktne sinteze SS poluge za tri propisana položaja nosača točka. Postupak sinteze je prikazan na primeru mehanizma sa dva trougla ramena i multilink mehanizma sa pet SS poluga.

U prethodno navedenim radovima, problem sinteze je postavljen tako da se zahteva da vođeni element tačno zauzme niz propisanih položaja. Pri tome, broj položaja u kojima se propisuje kretanje je određen iz uslova da problem ima zatvorenu formu, odnosno da broj nepoznatih odgovara broju raspoloživih jednačina. Ukoliko je broj propisanih

¹ 2RS-KS i RR-KS mehanizmi prema *Sl.3-4*

² RS-SP-KS mehanizam prema *Sl.3-4*

položaja mali, postoji velika verovatnoća da će se kretanje van tih položaja razlikovati od očekivanog. Ovo je razlog za uvođenje koncepta aproksimativne sinteze, čija je polazišna ideja da je bolje obezbediti minimalna odstupanja u celokupnom radnom opsegu kretanja mehanizma, nego ostvariti nekoliko tačnih položaja. Ovakva postavka podrazumeva primenu metoda optimizacije, pa se aproksimativna sinteza u literaturi naziva i optimalnom sintezom, [4].

Kada su u pitanju prostorni mehanizmi koji nalaze primenu u sistemima oslanjanja, uvođenje metoda optimalne sinteze su prvi predložili Sandor, Xu i Yang u radu [31] iz 1986. godine. U radu je opisan postupak koji kombinuje metode egzaktne i optimalne sinteze. Predloženi postupak rezultuje mehanizmom koji u nekoliko položaja tačno zauzima propisane položaje, a u ostalim aproksimativno. Postupak je prikazan na primeru sa tri tačna i jednim aproksimativnim položajem, za mehanizam koji po strukturi odgovara mehanizmu sa dva trougla ramena. Prikazani postupak aproksimativne sinteze je zasnovan na minimizaciji zbira tri funkcije cilja, koje su srazmerne odstupanju jednačina ograničenja svake vodeće poluge zasebno. Zbirna funkcija cilja je proširena kaznenim funkcijama za sprečavanje promene grane rešenja i narušavanja propisanog redosleda položaja. Optimizacija je izvedena primenom (determinističkog) Hooke Jeeves metoda direktnog pretraživanja.

Simionescu i Beale su u radu [5] iz 2002. godine, koji je jedan od najčešće citiranih radova iz predmetne oblasti, prikazali postupak optimalne sinteze multilink mehanizma sa pet vodećih poluga. Predloženi postupak se, u suštini, zasniva na uvođenju metoda optimizacije u postavku metoda egzaktne sinteze. Problem sinteze je formulisan kao problem pronalaženja tačaka na nosaču točka i telu vozila, tako da se rastojanje ovih tačaka što manje menja tokom kretanja nosača točka po zadatoj putanji. Ovakva postavka odgovara problemu pronalaženja tačaka koje se kreću po sferi u slučaju metoda egzaktne sinteze. Funkcija cilja je definisana kao zbir kvadrata promene rastojanja između tačaka na nosaču točka i odgovarajućih nepokretnih tačaka na telu vozila, posmatrano u svim zadatim položajima nosača točka, za sve poluge zajedno. Na opisani način, nezavisno od broja zadatah položaja, postupak omogućava određivanje svih 30 konstrukcionih parametara mehanizma, koji odgovaraju prostornim koordinatama centara pet zglobova na nosaču točka i pet zglobova na telu vozila. Kao završni korak, ovaj postupak predviđa izvršavanje kinematičke analize mehanizma dobijenog sintezom, kako bi se utvrdila stvarna odstupanja između ostvarenog i zadatog kretanja nosača točka.

Koncept optimalne sinteze u prethodnim radovima se zasniva na pretpostavci da će kretanje nosača točka malo odstupati od propisanog ukoliko se obezbedi da odstupanja u odnosu na geometrijska ograničenja veza budu minimalna u situaciji kada se nosač točka (oslobođen od veza) kreće po zadatoj putanji. Umesto ovakvog, indirektnog, definisanja cilja optimizacije, u metodama direktne optimalne sinteze, funkcija cilja se neposredno definiše kao razlika između propisanih i ostvarenih parametara položaja nosača točka. Važna prednost metoda direktne optimalne sinteze je da se mogu primeniti i u problemima kada su zadati samo neki parametri položaja nosača točka (odnosno kada željeno kretanje nosača točka nije u potpunosti definisano). Sa druge strane, metode direktne optimalne sinteze podrazumevaju sprovođenje kinematičke analize mehanizma u svakoj iteraciji, pa su po pravilu značajno sporije od ostalih metoda.

Struski i Wach 2007. godine su u [12] opisali postupak direktne optimalne sinteze na primeru multilink (5KS) mehanizma za vođenje prednjih točkova automobila. Razmotren je problem određivanja lokacije spoljašnjih sfernih zglobova za tri vodeće poluge (9

nepoznatih koordinata), pri čemu je željeno kretanje mehanizma opisano zadavanjem vrednosti uglova usmerenosti i bočnog nagiba točka i promene širine traga točkova. Vrednosti ova tri parametra su zadate preko aproksimacionih polinoma, u funkciji od visine centra točka i pomeranja zupčaste letve kao nezavisnih parametara položaja mehanizma. Funkcija cilja je formirana u obliku sume kvadrata odstupanja između ostvarenih i propisanih vrednosti tri pomenuta parametra položaja točka, za devet reprezentativnih položaja mehanizma, uz primenu težinskih koeficijenata za isticanje važnosti pojedinih parametara i položaja mehanizma. U okviru svake iteracije procesa optimizacije, veličine ostvarenih parametara položaja točka se određuju na osnovu pozicione analize mehanizma u devet položaja, što u svakom od tih položaja zahteva rešavanje sistema od tri nelinearne jednačine. Umesto klasičnih numeričkih metoda, u radu je za rešavanje ovih sistema predložena primena metode perturbacije.

U načelu veoma slični postupci direktne optimalne sinteze su primenjeni i u radovima [13] (Hwang i dr. 2007), [11] (Habibi i dr. 2008) i [10] (Lee i dr. 2009). Važnije specifičnosti ovih radova su uvođenje parametara položaja upravljačke ose točka kao zadatih veličina u [13] i [10] i prikaz primene genetičkog algoritma kao metode optimizacije u [11].

Radovi [7] (Jimenez i dr. 1997), [8] (Sanscibrian i dr. 2005) i [9] (Sanscibrian i dr. 2010) prikazuju posebnu verziju metoda direktne optimalne sinteze. Matematički modeli u ovim metodama su izvedeni tako da omogućuje eksplicitno određivanje parcijalnih izvoda funkcije cilja po nepoznatim konstrukcionim parametrima mehanizma, čime se stvaraju uslovi za efikasnu primenu gradijentnih metoda optimizacije. Ovakva koncepcija omogućava prevazilaženje osnovne slabosti metoda direktne optimalne sinteze u pogledu male brzine izvršavanja. Naime, ove metode, zahvaljujući informaciji o nagibima površi funkcije cilja, omogućavaju pronalaženje optimalnog rešenja u vrlo malom broju iteracija i na taj način umanjuju značaj vremena potrebnog za izvršavanje kinematičke analize u svakoj iteraciji. Sa druge strane, osnovni nedostatak ove grupe metoda su veoma složeni i netipični matematički modeli, čije izvođenje je neophodno ponoviti za svaki konkretan problem sinteze (kako u pogledu strukture mehanizma, tako i u pogledu zadatih i traženih veličina), što zahteva značajno vreme za pripremu problema, čak i uz primenu matematičkih procesora za simbolička izračunavanja. Primera radi, metoda prikazana u [9], predviđa analitičko izvođenje parcijalnih izvoda 37 jednačina po 51 promenljivoj.

Za kraj ovog pregleda, može se izdvojiti sofisticiran postupak dimenzione sinteze koji su Knapczyk i Maniowski prikazali u radu [6] iz 2003. godine, na primeru multilink mehanizama za vođenje prednjih upravljačkih točkova. Postupak je karakterističan po tome što se izvodi u dve faze, pri čemu je u prvoj fazi primenjena metoda indirektna, a u drugoj direktne optimalne sinteze. Indirektna optimalna sinteza je izvedena na osnovama postupka prikazanog u [5], ali uz razdvajanje problema sinteze za svaku vodeću polugu zasebno (što odgovara pristupu primenjenom u metodama egzaktne sinteze). Prva faza sinteze poslužila je za određivanje konačnih vrednosti većeg dela nepoznatih konstrukcionih parametara, kao i za određivanje načelnih vrednosti onih parametara koji su predmet direktne sinteze u drugoj fazi, čime je njen zadatak značajno olakšan. U radu je prikazan način na koji se u problem sinteze mogu uključiti zahtevi u pogledu visine centra valjanja tela vozila, kao i zahtevi u pogledu odnosa uglova zakretanja točkova prilikom upravljanja. Takođe, prikazano je interesantno rešenje u kom je položaj virtuelne upravljačke ose aproksimiran preko ose konačne rotacije između dva susedna položaja nosača točka, čime je izbegnuta potreba za analizom brzina.

3. STRUKTURNA KLASIFIKACIJA MEHANIZAMA ZA VOĐENJE TOČKA U SISTEMIMA OSLANJANJA VOZILA

3.1 UVOD

Razmatranja u ovom poglavlju su rezultat prethodnih istraživanja autora, prikazanih u okviru magistarskog rada [32]. Razmatranja su ponovljena u meri koliko je potrebno da bi se prikazali načini građenja mehanizama za vođenje točka s obzirom na strukturu i tipove veza među elementima, kao i da bi se predstavili principi njihovog strukturnog modelovanja i obeležavanja koji su preuzeti iz tog istraživanja.

Klasifikacijom su obuhvaćeni samo mehanizmi koji ostvaruju čisto kinematičko vođenje točkova. Iz tih razloga, nisu uzeti u razmatranje mehanizmi koji zahtevanu pokretljivost ostvaruju na račun deformacija njihovih elemenata i zglobova, kao što su statički neodređeni mehanizmi sa "viškom" vodećih poluga i mehanizmi sa elastičnim vodećim polugama.

3.2 STRUKTURNA ANALIZA MEHANIZAMA ZA VOĐENJE TOČKA

Mehanizmi za vođenje točka po pravilu imaju zatvorenu paralelnu-platformsku topološku strukturu u kojoj nosač točka ima ulogu platforme koja se vodi u odnosu na telo vozila putem više poluga u paralelnoj sprezi. U ovakvoj strukturi, vođenje nosača točka se ostvaruje putem tzv. prostih (binarnih) vodećih poluga koje su jednim krajem u zglobnoj vezi sa nosačem točka, a drugim sa telom vozila.

Među izvedenim rešenjima, može se pronaći svega nekoliko primera mehanizama sa međusobno povezanim vodećim polugama. Ovakvi nestandardni mehanizmi, koji uključuju vodeće poluge sa više od dva zgloba, nisu obuhvaćeni sistematizacijom u ovom poglavlju.

3.2.1 Stepen pokretljivosti

Mehanizmi za vođenje točka imaju jedan stepen slobode koji odgovara kretanju točka u približno vertikalnom pravcu. U slučaju upravljačkih točkova, postavlja se zahtev da se omogući i zakretanje točka oko približno vertikalne upravljačke ose. Ovaj dopunski stepen pokretljivosti se realizuje pridruživanjem mehanizma za upravljanje (sa jednim stepenom slobode kretanja), kojim se menja položaj oslone tačke jedne vodeće poluge mehanizma za oslanjanje.

U pogledu karaktera putanje koje točkovi ostvaruju, može se konstatovati da se u savremenim vozilima po pravilu primenjuju mehanizmi koji vode točkove po prostornim putanjama. Izuzetak predstavljaju jednostavna ramena rotaciono vezana za telo vozila, kojima se ostvaruje vođenje točka po lučnoj ravanskoj putanji.

3.2.2 Tipovi zglobova u mehanizmima za oslanjanje vozila

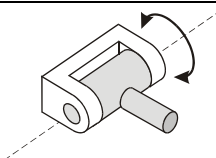

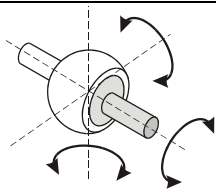

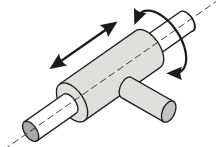

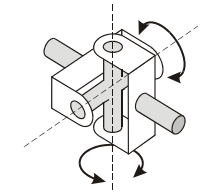

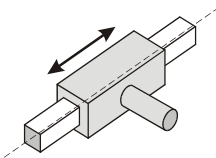

Veze među elementima u mehanizma za oslanjanje se uvek ostvaruju putem nižih kinematičkih parova, tj. putem zglobova u kojima se elementi dodiruju po površini. Razlog za to leži u činjenici da niži kinematički parovi imaju veću nosivost i otpornost na habanje od viših parova u kojima se spregnuti delovi dodiruju po liniji ili u tački.

Detaljnija analiza tipova veza u savremenim vozilima pokazuje da se svi realni mehanizmi u sistemima oslanjanja obrazuju primenom svega tri vrste zglobova – rotacionim, sfernim i cilindričnim zglobovima. Cilindrični zglobovi primenjuju samo u mehanizmima u kojima teleskopski amortizeri učestvuju u vođenju točkova (Mekfersonov mehanizam i njegovi derivati).

Pored tri pomenuta tipa realnih zglobova, prilikom modelovanja mehanizama, u cilju poništavanja tzv. pasivnih stepeni slobode, u kinematičke modele se uvode i Kardanovi i translatorni zglobovi, *Tab. 3-1*. Pasivni stepeni slobode odgovaraju kretanjima koja ne utiču na kretanje ostalih elemenata u mehanizmu. Tipični primeri elemenata sa pasivnim stepenom slobode kretanja su proste vodeće poluge sa dva sferna zgloba na krajevima i vodeće poluge koje kombinuju kolinearne sferne i cilindrične zglobove (klipnjače amortizera u Mekfersonovom oslanjanju). Prilikom kinematičkog modelovanja takvih vodećih poluga, u cilju sprečavanja njihove rotacije oko sopstvene podužne ose (pasivnih stepeni slobode), spoljašnji sferni zglobovi se u prvom slučaju zamenjuju sa Kardanovim, dok se u drugom slučaju cilindrični zglobovi modeluju kao translatorni (prizmasti) kinematički parovi.

U cilju prigušivanja vibracija i sprečavanja prostiranja strukturne buke, u sve spoljašnje zglobove za vezu sistema oslanjanja sa ostalim strukturama vozila ugrađuju se elastični (gumeni) umeci. U uskim zglobovima, elastičnost tih umetaka dopušta ugaonu pokretljivost tih zglobova u više pravaca, pa se oni modeluju kao sferni ili Kardanovi zglobovi.

Tab. 3-1: Osnovni tipovi zglobova za kinematičko modelovanje mehanizama u sistemu oslanjanja vozila, [32]

Tip	Prikaz	Broj stepeni slobode	Oznaka ¹⁾	Šematska oznaka
rotacioni zglob		1	R	
sferni zglob		3	S	
cilindrični zglob		2	C	
kardanski (univerzalni) zglob		2	K	
translatorni (prizmatični) zglob		1	P	

¹⁾ slovne oznake zglobova usvojene prema [33]

3.2.3 Tipovi vodećih poluga

Uzimajući u obzir da se nosači točka vode primenom prostih binarnih vodećih poluga (sa dva zgloba), pri čemu se u sistemima oslanjanja primenjuju svega tri vrste zglobova, može se zaključiti da se u mehanizmima za oslanjanje javlja samo ograničen broj tipova vodećih poluga. Analiza izvedenih rešenja pokazuje da se od devet mogućih kombinacija tri tipa zgloba na dva kraja vodećih poluga, u praksi primenjuje svega pet- primenu su našle vodeće poluge na čijim krajevima se nalaze dva sferna zgloba, sferni i rotacioni zglob, rotacioni i sferni zglob, dva rotaciona zgloba, kao i sferni i cilindrični zglob (prvo su navedeni zglobovi kojima se poluga vezuje sa telom vozila, a potom zglobovi za vezu sa nosačem točka). Kombinacija sfernog i cilindričnog zgloba na krajevima vodeće poluge javlja se samo u vidu specijalnog slučaja kada se sferni zglob nalazi na pravcu klizanja cilindričnog zgloba (cilindrični amortizer). Prethodno je pomenuto da se u takvim vodećim polugama, radi poništavanja pasivnih stepeni slobode, cilindrični zglobovi modeluju kao translatorni. Iz istih razloga se jedan sferni zglob vodećih poluga sa dva sferna zgloba zamenjuje sa kardanskim. Uzimajući ove modifikacije u obzir, dolazi se do skupa od pet osnovnih tipova binarnih vodećih poluga prikazanih u *Tab.3-2*.

Tab.3-2: Osnovni tipovi vodećih poluga za kinematičko modelovanje mehanizama u sistemima oslanjanja vozila, [32]

Oznaka poluge ¹⁾	Šematski prikaz	Broj ograničenih stepeni slobode
KS		1
RS		2
SR		2
RR		4
SP		2

¹⁾ prvo slovo u oznaci vodeće poluge označava zglob kojim je ostvarena veza sa telom vozila, a drugo zglob za vezu sa nosačem točka (slovne oznake zglobova prema Tab. 3-1)

U prethodnoj tabeli, podatak o broju ograničenja koja neka poluga nameće nosaču točka, izveden je tako što je od šest ograničenja, koje bi ona nametala u slučaju krute veze na oba kraja, oduzet broj stepeni slobode koje dopuštaju njeni zglobovi.

Podatak o broju ograničenja koje nameću pojedini tipovi vodećih poluga, Tab.3-2, može se iskoristiti za strukturnu sintezu mehanizama za vođenje točka. Naime, problem strukturnog formiranja nekog mehanizma može se postaviti kao problem izbora kombinacije vodećih poluga koje inicijalno slobodno pokretnom nosaču točka (sa šest stepeni slobode kretanja), oduzimaju ukupno pet stepeni slobode, odnosno ostavljaju jedan stepen slobode kretanja.

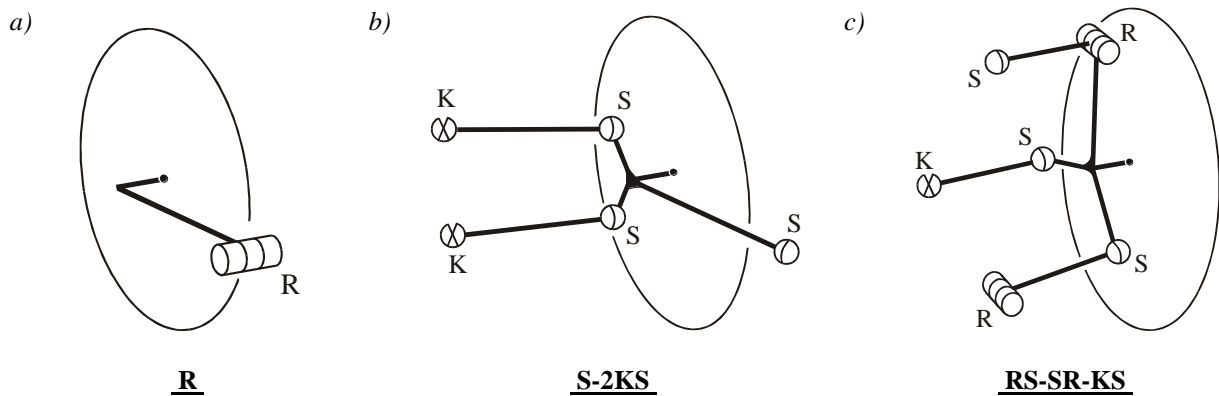
3.2.4 Označavanje

Usvojeno je da se označavanje mehanizama izvodi u skladu sa sledećim pravilima:

- oznake definišu veze između vođenog elementa (nosača točka) i tela vozila;
- veze nosača točka sa telom vozila ostvarene putem jednog zglobova označavaju se jednim slovom prema Tab. 3-1;
- vezama ostvarenim putem prostih binarnih vodećih poluga dodeljuju se dvoslovne oznake prema Tab.3-2;
- ukoliko u mehanizmu postoji više vodećih poluga istog tipa, ispred slovne oznake tipa upisuje se broj takvih vodećih poluga.

Opisani sistem označavanja izveden je na bazi sličnih konvencija primenjenih u [33].

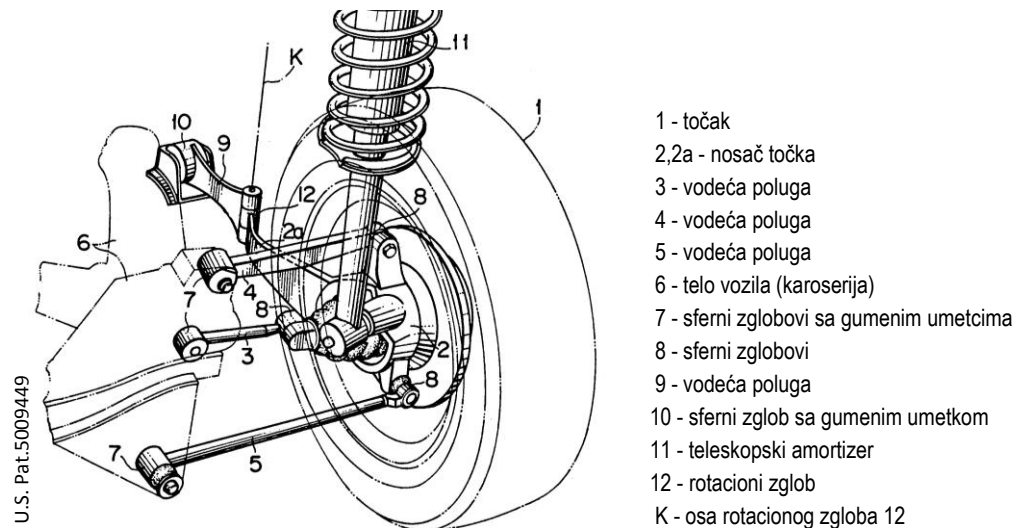
Na Sl. 3-1 prikazano je nekoliko karakterističnih primera označavanja mehanizama.



Sl. 3-1 Primeri označavanja mehanizama za vođenje točka

3.2.5 Primer strukturne analize mehanizma za vođenje točka

Primena iznetih stavova i postupaka vezanih za strukturnu analizu i modelovanje mehanizama u sistemima oslanjanja, demonstrirana je na primeru mehanizma na Sl. 3-2.

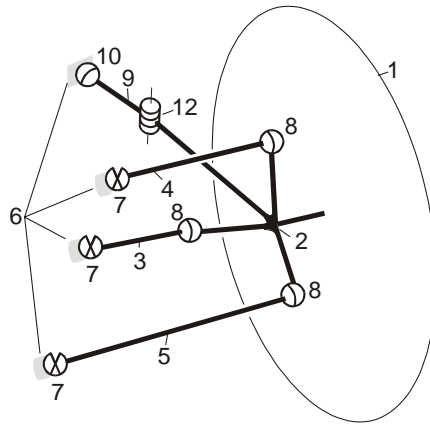


Sl. 3-2 Primer mehanizma za vođenje zadnjih točkova automobila, [32]

Razmatrani mehanizam je paralelne strukture sa nosačem točka (2) vođenim u odnosu na telo vozila (6) putem četiri binarne vodeće poluge (3,4,5,9). Amortizer (11), s obzirom na zglobnu vezu sa nosačem točka i telom vozila, ne nameće bilo kakva kinematička ograničenja u pogledu položaja nosača točka, te se ne može smatrati elementom mehanizma za vođenje točka. Radi poništavanja pasivnih stepeni slobode vodećih poluga (3), (4) i (5), spoljašnji sferni zglobovi (7) su modelovani kao Kardanovi.

Na osnovu prethodnog, formiran je model prikazan na Sl. 3-3.

U skladu sa prethodno izloženim pravilima, oznaka mehanizma glasi SR-3KS.



Sl. 3-3 Kinematički model mehanizma sa slike Sl. 3-2

Stepen pokretljivosti (F) ovako modelovanog mehanizma može se, umesto standardnog Kucbah-Grublerovog kriterijuma, proveriti kriterijumom koji je predložen u [32]:

$$F = \Sigma f_i - 6 \cdot n_L = (4 \cdot f_S + 3 \cdot f_K + 1 \cdot f_R) - 6 \cdot n_L = (4 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 1 \cdot 1) - 6 \cdot 3 = 1$$

gde $\Sigma f_i = 19$ predstavlja ukupan broj stepeni slobode koji dopuštaju zglobovi mehanizma, $n_L = 3$ je broj nezavisnih zatvorenih kontura¹, dok su $f_S = 3$, $f_K = 2$ i $f_R = 1$, redom, brojevi stepeni slobode sfernih, kardanskih i rotacionih zglobova, *Tab. 3-1*.

Pokretljivost razmatranog mehanizma može se još jednostavnije utvrditi na osnovu ograničenja koje nameću vodeće poluge, *Tab.3-2*:

$$F = 6 - \Sigma C = 6 - 5 = 1$$

gde $\Sigma C = 5$ označava ukupan broj ograničenja nametnutih nosaču točka – tri KS poluge oduzimaju nosaču točka po jedan stepen, a SR poluga dva stepena slobode kretanja.

¹ Uslov nezavisnosti zatvorenih kontura je da svaka od njih mora da obuhvati makar jedan element koji nije obuhvaćen drugim konturama, Jedan od načina na koji se one u ovom slučaju mogu formirati je da prva kontura obuhvati elemente 3,2,4,6, druga 3,2,5,6, a treća 3,2,9,6. Za sve mehanizme paralelne strukture važi da je broj zatvorenih kontura uvek za jedan manji od broja oslonih tačaka mehanizma.

3.3 OSNOVNI MEHANIZMI ZA KINEMATIČKO VOĐENJE TOČKOVA U SISTEMIMA NEZAVISNOG OSLANJANJA

Na osnovu zaključaka strukturne analize izvedenih sistema nezavisnog oslanjanja iz prethodnih poglavlja, uzimajući u obzir i analize drugih autora, [33], u nastavku je formiran skup osnovnih mehanizama za kinematičko vođenje točkova u sistemima nezavisnog oslanjanja.

U grupu osnovnih mehanizama uvršteni su standardni mehanizmi u kojima se nosač točka vezuje za telo vozila putem zglobova prikazanih u *Tab. 3-1* i/ili paralelno vezanih vodećih poluga iz *Tab.3-2*. Na osnovu analize rešenja potvrđenih u praksi, pretpostavljeno je da se direktna zglobna veza nosača točka sa telom vozila može ostvariti samo primenom rotacionih ili sfernih zglobova. S obzirom da se u realnim mehanizmima u ulozi vodećeg elementa ne pojavljuje više od jednog cilindričnog amortizera, usvojeno je da se u osnovnim mehanizmima ne može primeniti više od jedne SP vodeće poluge (kojima se takvi amortizeri modeluju). U grupu osnovnih mehanizama nisu uvršteni mehanizmi koji zahtevanu pokretljivost ostvaruju na račun pasivne rotacije nosača točka ili strukture koju čine nosač točka i vodeća poluga (što je slučaj kada se nosač jednim krajem vodi preko sfernog zgloba a drugim preko RS, SR ili SP poluge). Svi mehanizmi su formirani tako da dopuštaju samo jedan stepen slobode kretanja (u slučaju upravljačkih točkova, dopunski stepen pokretljivosti može se ostvariti bez izmene njihove osnovne strukture, vezivanjem oslone tačke jedne vodeće poluge za upravljački prenosnik). Na osnovu prethodnog sledi da u svim osnovnim mehanizmima veze ostvarene putem zglobova i vodećih poluga treba da nosaču točka ograniče ukupno *pet* stepeni slobode kretanja. U *Tab.3-3* u nastavku, prikazani su svi tipovi veza koji se primenjuju za građenje osnovnih mehanizama u sistemima nezavisnog oslanjanja, sortirani prema broju ograničenja koja nameću nosaču točka.

Tab.3-3: Osnovni mehanizmi- pregled broja ograničenja koja nosaču točka nameću pojedine veze, [32]

Broj ograničenja	Tip veze
5	rotacioni zglob
4	RR poluga
3	sferni zglob
2	RS, SR ili SP poluga
1	KS poluga

Skup od 13 osnovnih mehanizama se dobija variranjem načina na koji se raspoložive veze mogu ukomponovati tako da nosaču točka nametnu ukupno pet ograničenja, odnosno omogućće jedan stepen slobode kretanja mehanizma u celini, videti *Tab.3-4* i *Sl.3-4*.

Tab.3-4 Šematski prikaz postupka formiranja skupa osnovnih mehanizama za nezavisno vođenje točkova, [32]

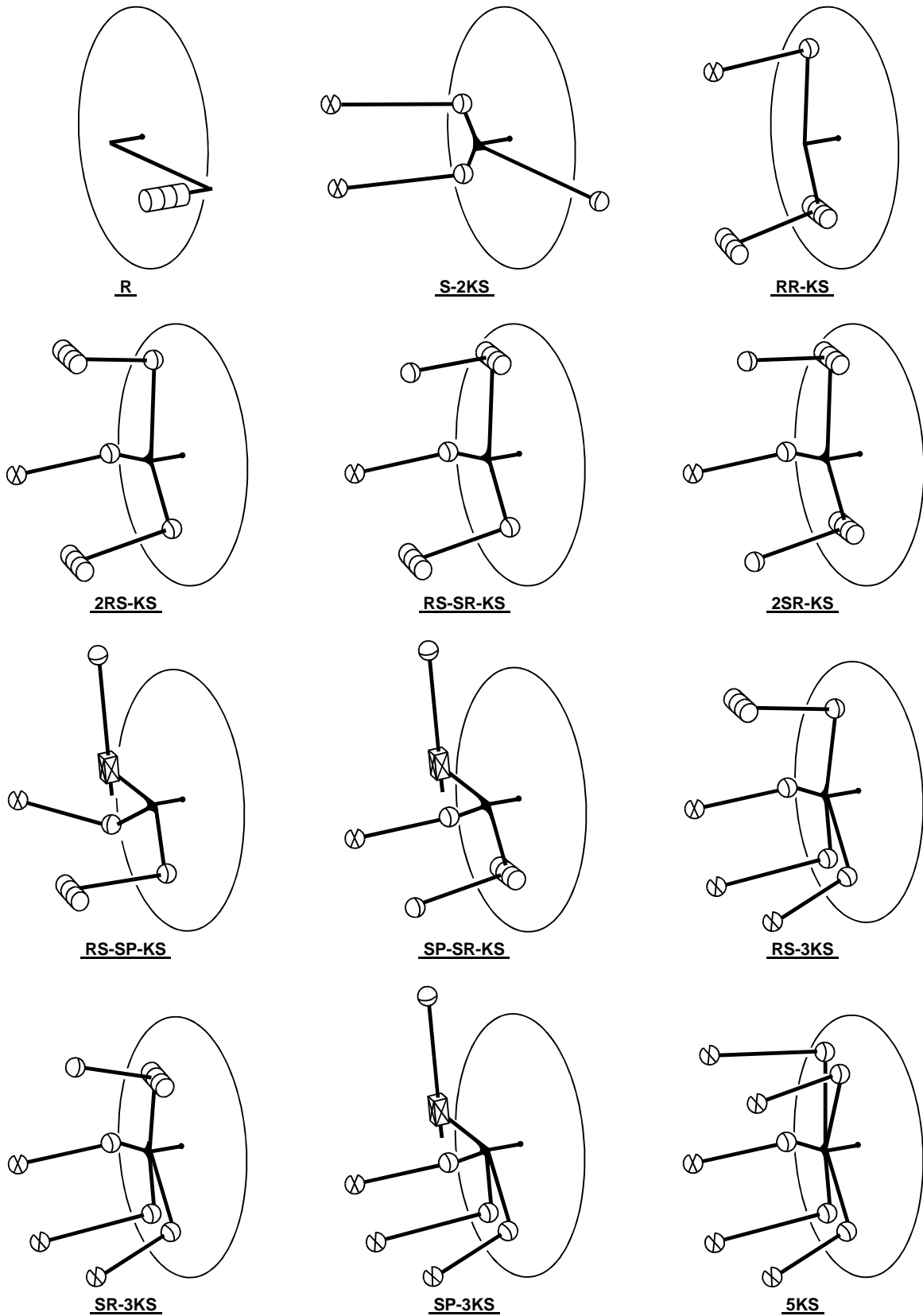
Broj ograničenja	Odgovarajuće veze prema Tab.3-3	Odgovarajući osnovni mehanizmi
5	1 × 5 ograničenja → 1 × rotacioni zglob	R
4+1	1 × 4 ograničenja → 1 × RR poluga 1 × 1 ograničenje → 1 × KS poluga	RR-KS
3+2	1 × 3 ograničenja → 1 × sferni zglob 1 × 2 ograničenja → 1 × RS, SR ili SP poluga	-- ¹⁾
3+1+1	1 × 3 ograničenja → 1 × sferni zglob 2 × 1 ograničenje → 2 × KS poluga	S-2KS
2+2+1	2 × 2 ograničenja → 2 × RS, SR ili SP poluga ²⁾ 1 × 1 ograničenje → 1 × KS poluga	2RS-KS RS-SR-KS RS-SP-KS 2SR-KS SR-SP-KS
2+1+1+1	1 × 2 ograničenja → 1 × RS, SR ili SP poluga 3 × 1 ograničenje → 3 × KS poluga	RS-3KS SR-3KS SP-3KS
1+1+1+1+1	5 × 1 ograničenje → 5 × KS poluga	5KS

¹⁾ mehanizmi S-RS, S-SR i S-SP nisu uvršteni u skup osnovnih mehanizama zato što zahtevanu pokretljivost ostvaruju na račun rotacije oko ose koja prolazi kroz centre sfernih zglobova, dok rotacioni ili prizmatični zglobovi sve vreme ostaju blokirani

²⁾ usvojeno je da se u osnovnim mehanizmima može primeniti najviše jedna SP poluga.

Ovako formiran skup osnovnih mehanizama, iako nevelik u poređenju sa grupom od 524 mehanizma izdvojenih u "Atlasu mehanizama za nezavisno oslanjanje", [33], obuhvata gotovo sve tipove mehanizama koji se primenjuju u savremenim sistemima nezavisnog oslanjanja, izuzimajući statički neodređene mehanizme sa elastičnim vodećim polugama i mehanizme sa međusobno povezanim polugama. Od 12 prikazanih mehanizama, samo za mehanizme tipa RS-SR-KS i 2SR-KS nisu nađeni primeri primene u savremenim vozilima¹.

¹ Jedna verzija RS-SR-KS mehanizma se ipak opisuje u patentnoj prijavi US 4968056 kompanije Toyota



Sl.3-4 Osnovni mehanizmi za vođenje točkova u sistemima nezavisnog oslanjanja, [32]

4. OPTIMIZACIJA PRIMENOM ALGORITMA DIFERENCIJALNE EVOLUCIJE

4.1 UVOD

Diferencijalna evolucija (DE) je metoda numeričke optimizacije prvenstveno predviđena za rešavanje problema u kojima se optimizuju realni, kontinualno promenljivi parametri.

DE je relativno nova metoda prvi put prikazana 1995. godine u tehničkom izveštaju ICSI instituta univerziteta u Berkliju [34]. Široj javnosti je postala poznata nakon objavljivanja radova [17,35,36].

DE pripada grupi heurističkih evolucionih algoritama zasnovanim na direktnom slučajnom pretraživanju domena funkcije cilja putem populacije potencijalnih rešenja. U tom pogledu DE deli pristup sa nizom srodnih optimizacionih algoritama kao što su Genetički algoritmi, Evolucionarne strategije, PSO algoritmi za optimizaciju rojem čestica i td, [37].

Osnovna ideja algoritma DE je da se proces pretraživanja, odnosno proces generisanja novih potencijalnih rešenja, zasniva na modifikaciji postojećih rešenja (Evoluciji) dodavanjem skalirane razlike (Diferencije) druga dva slučajno odabrana rešenja iz tekuće populacije. Pri tome, novo rešenje se prihvata kao zamena za postojeće ako ostvari povoljniju vrednost funkcije cilja. Ovakav pristup ima poželjno svojstvo adaptivnog koraka pretraživanja, [38]: s obzirom da je modifikacija postojećih rešenja srazmerna razlici dva slučajno odabrana rešenja, u početnoj fazi optimizacije, kada je populacija raspršena, velike su i promene rešenja, što doprinosi širini pretrage. Međutim, kada se kao rezultat selekcije koja daje prednost uspešnim rešenjima, populacija postepeno okupi u blizini optimuma, razlike između pojedinih rešenja postaju male, pa će i modifikacije biti male, čime se pospešuje lokalno pretraživanje i konvergencija ka optimumu.

DE je dobro prilagođena problemima globalne optimizacije s obzirom da se zasniva na konceptu paralelnog pretraživanja koji umanjuje verovatnoću konvergencije ka lokalnim optimumima. Takođe, primena direktne pretrage bazirane samo na vrednostima funkcije cilja, koja u takvoj postavci može biti nekontinualna i nediferencijabilna, omogućava primenu DE i u slučajevima kada optimizaciju nije moguće izvesti tradicionalnim gradijentnim metodama.

Na bazi osnovne verzije algoritma, u protekle dve decenije je razvijen veliki broj varijanti algoritma DE. Kao glavni pravci razvoja izdvajaju se varijante razvijene u cilju poboljšanja performansi algoritma (na primer sa adaptivnom promenom parametara algoritma), kao i varijante kojima se algoritam prilagođava posebnim tipovima problema optimizacije (na primer višekriterijumskoj, višemodalnoj ili diskretnoj optimizaciji).

U nastavku su prikazani osnovi aspekti tzv. *klasičnog* algoritma DE prema [34,17]. Za širu analizu i razradu postavki metode videti [18]. Sveobuhvatan pregled varijanti DE, kao i pregled primera aplikacija DE u inženjerskim problemima prikazan je u [15].

4.2 KLASIČNI ALGORITAM DE

4.2.1 Postavka problema

Razmatra se problem jednokriterijumske optimizacije sa graničnim ograničenjima postavljen na način kako sledi:

$$\begin{array}{l}
 \text{Pronaći vrednosti parametara} \\
 (x_1, \dots, x_D) \in \mathfrak{R} \\
 \text{za koje se dobija minimalna vrednost funkcije cilja} \\
 f(x_1, \dots, x_D) \\
 \text{i koje zadovoljavaju granična ograničenja} \\
 x_{min_i} \leq x_i \leq x_{max_i} \quad i = 1, \dots, D.
 \end{array} \quad (1)$$

Cilj optimizacije je, dakle, pronaći vrednosti D realnih parametara koji minimiziraju funkciju cilja u skladu sa postavljenim ograničenjima.

Problemi u kojima je potrebno maksimizirati vrednost funkcije cilja se svode na prethodnu postavku uvođenjem negativnog predznaka funkcije cilja.

4.2.2 Oznake i važniji pojmovi

Primenjuje se standardna notacija prema kojoj se parametri x_1, \dots, x_D prikazuju u obliku vektora kolone čija dimenzija odgovara broju parametara D :

$$\mathbf{x} = (x_1 \dots x_D)^T. \quad (2)$$

Tokom procesa optimizacije, vektor parametara \mathbf{x} se tretira kao višedimenziona nezavisno promenljiva koja se varira u cilju nalaženja rešenja problema. U tom kontekstu, vektor \mathbf{x} se naziva i *vektorom potencijalnog rešenja*.

Algoritam DE predviđa paralelno pretraživanje domena funkcije cilja putem više vektora potencijalnih rešenja. Na osnovu analogije sa evolucionim procesima, uobičajeni naziv za skup vektora kojim se vrši pretraživanje je *populacija*, dok se pojedini vektori u populaciji nazivaju *jedinkama*, a populacija u nekoj posmatranoj iteraciji *generacijom*. U istom duhu, operacije u kojima se generišu novi vektori potencijalnih rešenja se nazivaju *mutacijom*, *ukrštanjem* i *selekcijom*,

Ukupan broj jedinki u populaciji je označen sa NP .

Na osnovu izloženog sledi da populaciju čini NP vektora koji sadrže vrednosti za D nezavisno promenljivih parametara:

$$\mathbf{x}_{i,g} = \begin{bmatrix} x_{1,i,g} \\ x_{2,i,g} \\ \vdots \\ x_{D,i,g} \end{bmatrix} = (x_{j,i,g}), \quad \begin{array}{l} j = 1, \dots, D \\ i = 1, \dots, NP \\ g = 1, \dots, G_{max} \end{array} \quad (3)$$

gde $\mathbf{x}_{i,g}$ označava vektor potencijalnog rešenja u g -toj generaciji, koji se nalazi na i -tom mestu u populaciji, dok je $x_{j,i,g}$ vrednost j -tog parametra u tom vektoru.

4.2.3 Tok postupka

Inicijalizacija

Postupak započinje generisanjem slučajne početne populacije. Za svaku nezavisno promenljivu se prethodno zadaju minimalna i maksimalna vrednost koje su po pravilu usvajaju tako da budu jednake graničnim vrednostima zadatim u postavci problema optimizacije, (1. Nadalje se za sve vektore u populaciji, za svaki element zasebno, generišu slučajne vrednosti saglasno datim granicama prema uniformnoj raspodeli verovatnoća:

$$x_{j,i,1} = x_{min_j} + rand(0,1) \cdot (x_{max_j} - x_{min_j}), \quad (4)$$

gde je $rand(0,1)$ funkcija koja sa uniformnom raspodelom verovatnoća generiše slučajnu vrednost u intervalu $[0,1]$, dok su x_{min_j} i x_{max_j} granice propisane za j -tu promenljivu.

Ovakav postupak u opštem slučaju obezbeđuje da početna populacija ravnomerno pokriva dopušteni domen funkcije cilja.

Mutacija

Počevši od početne generacije, u svakoj iteraciji, za svaki vektor $\mathbf{x}_{i,g}$ iz tekuće generacije se formira konkurentski *probni vektor* $\mathbf{u}_{i,g}$ kojim se pokušava popraviti njegova vrednost funkcije cilja. Probni vektor $\mathbf{u}_{i,g}$ se dobija ukrštanjem početnog vektora $\mathbf{x}_{i,g}$ sa tzv. *mutiranim vektorom* $\mathbf{v}_{i,g}$.

Mutirani vektor se obrazuje kao linearna kombinacija tri slučajno izabrana vektora iz tekuće generacije, $\mathbf{x}_{r1,g}$, $\mathbf{x}_{r2,g}$ i $\mathbf{x}_{r3,g}$, koji su međusobno različiti i različiti od vektora $\mathbf{x}_{i,g}$ (indeksi $r1 \neq r2 \neq r3 \neq i$). Prvi vektor $\mathbf{x}_{r1,g}$ se proglašava tzv. *baznim vektorom* i na njega se dodaje *vektor diferencijalne mutacije* koji je jednak skaliranoj razlici preostala dva vektora $\mathbf{x}_{r2,g}$ i $\mathbf{x}_{r3,g}$:

$$\mathbf{v}_{i,g} = \mathbf{x}_{r1,g} + F \cdot (\mathbf{x}_{r2,g} - \mathbf{x}_{r3,g}). \quad (5)$$

Faktor skaliranja, F , je parametar algoritma DE kojim se utiče na dinamiku odnosno finoću pretraživanja prostora potencijalnih rešenja i po pravilu ima vrednost manju od jedan.

Ukrštanje

Nakon generisanja mutiranog vektora $\mathbf{v}_{i,g}$, taj vektor se ukršta sa početnim vektorom $\mathbf{x}_{i,g}$ u cilju dobijanja probnog vektora $\mathbf{u}_{i,g}$. Ukrštanje je kontrolisano parametrom algoritma $CR \in [0,1]$ kojim se određuje verovatnoća da će neki element probnog vektora biti preuzet iz mutiranog vektora umesto iz početnog vektora. Sama operacija ukrštanja se izvodi tako što se za svaki element probnog vektora generiše slučajni broj u intervalu $(0,1)$ i ukoliko je on manji od CR , taj element se izjednačava sa odgovarajućim elementom mutiranog vektora, dok se u protivnom on preuzima iz početnog vektora:

$$u_{j,i,g} = \begin{cases} v_{j,i,g} & \text{ako je } rand(0,1) \leq CR \text{ ili } j = jrnd \\ x_{j,i,g} & \text{inače.} \end{cases} \quad (6)$$

U prethodnom izrazu, dopunski uslov $j = jrnd$ obezbeđuje da najmanje jedan element probnog vektora bude preuzet iz mutiranog vektora, pri čemu $jrnd$ označava indeks tog elementa koji je slučajno izabran iz intervala $[1, D]$.

Selekcija

U narednoj fazi, sprovodi se operacija selekcije upoređivanjem vrednosti funkcije cilja za probni vektor $\mathbf{u}_{i,g}$ sa vrednošću funkcije cilja koja odgovara početnom vektoru $\mathbf{x}_{i,g}$. Ukoliko je dobijena vrednost funkcije cilja za probni vektor manja ili jednaka od njene vrednosti za početni vektor, probni vektor zamenjuje početni vektor u populaciji u narednoj generaciji. U protivnom, početni vektor do daljnjeg zadržava svoje mesto u populaciji.

$$\mathbf{x}_{i,g+1} = \begin{cases} \mathbf{u}_{i,g} & \text{ako je } f(\mathbf{u}_{i,g}) \leq f(\mathbf{x}_{i,g}) \\ \mathbf{x}_{i,g} & \text{inače} \end{cases} \quad (7)$$

S obzirom da se sprovodi za svaku jedinku, selekcija rezultuje time da populaciju u narednoj generaciji čini set pobedničkih, trenutno najboljih vektora potencijalnih rešenja. Ovo pomaže konvergenciju ka boljim rešenjima imajući na umu da takva populacija služi kao baza komponentata za građenje novih probnih vektora u narednoj iteraciji.

Kriterijum zaustavljanja

Opisani proces generisanja novih generacija kroz operacije mutacije, ukrštanja i selekcije se ponavlja sve do ispunjenja uslova definisanih kriterijumom zaustavljanja.

Izbor kriterijuma zaustavljanja nije jednoznačan i zavisi od prirode i načina postavke problema.

Kriterijum zaustavljanja na bazi vrednosti funkcije cilja se može primeniti samo u situaciji kada je njena minimalna vrednost unapred poznata. Ovo je na primer slučaj kada je funkcija cilja definisana u zavisnosti od odstupanja između ostvarenih i zadatih vrednosti posmatranih parametara, kada se zna da je njena minimalna vrednost jednaka nuli.

U opštem slučaju, kada minimalna vrednost funkcije cilja nije poznata, algoritam DE, s obzirom da ne predviđa izračunavanje izvoda funkcije cilja, ne pruža mogućnost provere konvergencije ka optimalnom rešenju, pa nije moguće utvrditi da li je ostvarena vrednost funkcije cilja minimalna.

U takvoj situaciji, u odsustvu dokaza o optimalnosti rešenja, po pravilu se primenjuju kriterijumi zaustavljanja zasnovani na praćenju toka procesa optimizacije. Kriterijumi ovog tipa koriste okolnost da algoritam postepeno usmerava sve jedinke u populaciji ka oblasti u kojoj se ostvaruju najbolja rešenja, što, posle dovoljno velikog broja iteracija, dovodi do toga da je kompletna populacija okupljena u neposrednoj blizini jednog, trenutno najboljeg rešenja. Ovo znači da se u završnoj fazi pretraživanja vektori potencijalnih rešenja i njima odgovarajuće vrednosti funkcije cilja veoma malo razlikuju, odakle sledi da se u narednim iteracijama ne mogu očekivati drugačija rešenja (imajući u vidu da se mehanizam generisanja novih rešenja, tj. operacija mutacije, zasniva na razlici postojećih rešenja). U tom kontekstu, kriterijumi zaustavljanja se formulišu tako da detektuju stagnaciju procesa optimizacije na osnovu praćenja:

- promene najbolje ostvarene vrednosti funkcije cilja ili srednje vrednosti funkcija cilja celokupne populacije tokom određenog broja iteracija,
- promene vrednosti nezavisnih parametara koji odgovaraju najboljem rešenju tokom određenog broja iteracija,
- razlike (udaljenosti) vektora najboljeg i najgoreg rešenja u populaciji, ili, slično, standardne devijacije populacije vektora potencijalnih rešenja kao pokazatelja njihovog rasipanja, tj. različitosti.

Za detaljniji pregled i formulaciju navedenih kriterijuma videti [39].

Važno je primetiti da kriterijumi na bazi stagnacije prekidaju izvršavanje algoritma i u slučaju neuspešne potrage za optimalnim rešenjem, s obzirom da je priroda algoritma DE takva da i u takvom slučaju, posle određenog broja iteracija, dolazi do gubitka različitosti među jedinkama i konvergencije populacije ka nekom trenutno najboljem, ali ipak neoptimalnom rešenju.

Svi prethodno opisani kriterijumi se po pravilu kombinuju sa kriterijumom zaustavljanja na osnovu maksimalnog broja iteracija, čime se sprečava neograničeno dugo izvršavanje algoritma ukoliko ne dođe do njihovog ispunjenja.

4.2.4 Pseudokôd

Jednostavnost algoritma DE postaje očigledna kada se predstavi u obliku pseudokoda, *Sl. 4-1*, izvedenog na bazi primera prikazanog u [40], u kom su objedinjene operacije mutacije i ukrštanja, odnosno jednačine (5) i (6).

```
Begin  
  Zadati parametre algoritma  $NP$ ,  $CR$ ,  $F$  i maksimalan broj iteracija  $GMAX$   
  Kreirati slučajnu inicijalnu populaciju  $\mathbf{x}_{i,1}$ ,  $i = 1, \dots, NP$   
  Odrediti vrednosti funkcije cilja za inicijalnu populaciju  $f(\mathbf{x}_{i,1})$ ,  $i = 1, \dots, NP$   
  For  $g = 1$  to  $GMAX$  Do  
    For  $i = 1$  to  $NP$  Do  
      Izabrati slučajne indekse jedinki  $r1 \neq r2 \neq r3 (\neq i) \in [1, NP]$   
      Izabrati slučajni indeks parametra  $jrnd \in [1, D]$   
      For  $j = 1$  to  $D$  Do  
        If ( $rand(0, 1) < CR$  or  $j = jrnd$ ) Then  
           $u_{j,i,g} = x_{j,r1,g} + F \cdot (x_{j,r2,g} - x_{j,r3,g})$   
        Else  
           $u_{j,i,g} = x_{j,i,g}$   
        End If  
      End For  
      If ( $f(\mathbf{u}_{i,g}) \leq f(\mathbf{x}_{i,g})$ ) Then  
         $\mathbf{x}_{i,g+1} = \mathbf{u}_{i,g}$   
      Else  
         $\mathbf{x}_{i,g+1} = \mathbf{x}_{i,g}$   
      End If  
    End For  
  End For  
End
```

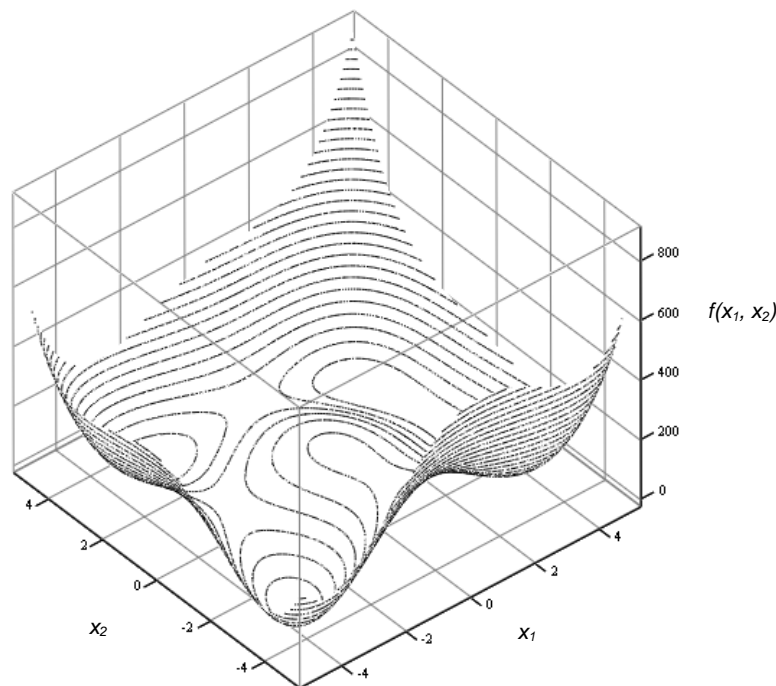
Sl. 4-1 Pseudokôd klasičnog algoritma DE

4.2.5 Prikaz rada algoritma DE

Priroda potrage za optimalnim rešenjem putem algoritma DE prikazana je na primeru minimizacije dvodimenzionalne funkcije cilja prema jed. (8), prikazane na Sl. 4-2.

$$f(x_1, x_2) = (x_1^2 + x_2 - 11)^2 + (x_1 + x_2^2 - 7)^2 + 0,01 \cdot (x_1 + x_2) \quad (8)$$

Funkcija (8) je dobijena tako što je Himmelblauovoj funkciji, [41], dodat treći član, kako bi se od četiri ravnopravna minimuma jednake vrednosti, kao globalni minimum izdvojio samo onaj u okolini tačke (3,2). Ovo je učinjeno sa namerom da se ukaže na sposobnost algoritma DE da pronađe globalni minimum i u uslovima kada postoje još tri bliska lokalna minimuma.

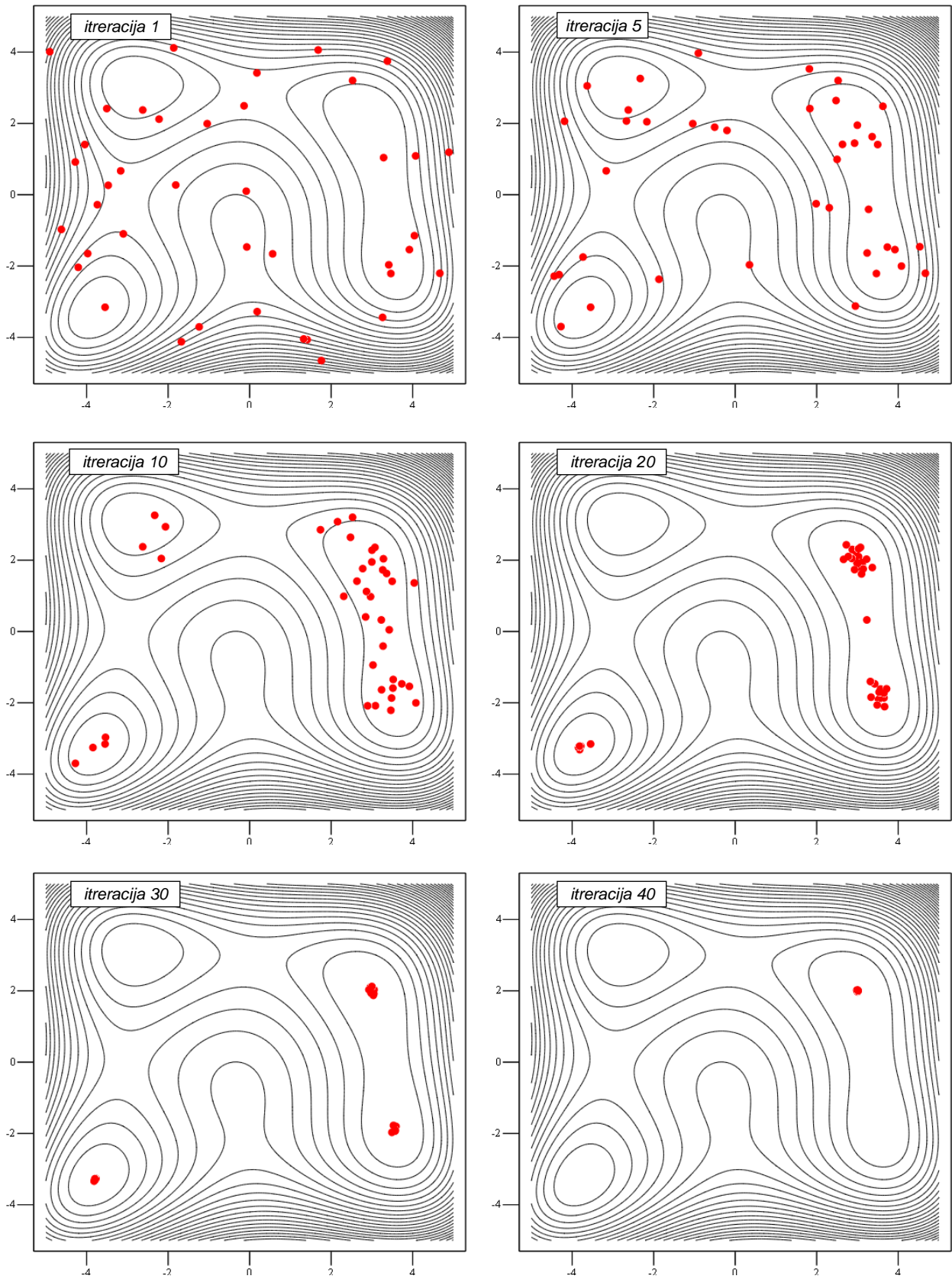


Sl. 4-2 Funkcija cilja prema jed. (8)

Optimizacija funkcije (8) je izvedena u okviru Mathcad programa "DE primer.xmcd" u Prilogu 2, sa parametrima algoritma $NP=40$, $F=0,6$ i $CR=0,9$.

Tok procesa optimizacije tokom 40 iteracija se može sagledati praćenjem distribucije populacije potencijalnih rešenja, Sl. 4-3.

U početnoj fazi pretraga ima globalni karakter sa velikim promenama položaja jedinki. Kao rezultat takve pretrage, nakon deset iteracija dolazi do grupisanja jedinki u oblastima sa niskim vrednostima funkcije cilja. S obzirom da se probna rešenja grade kao kombinacija postojećih, ovo grupisanje uvećava verovatnoću da nove jedinke budu slične postojećim, pa pretraga tokom narednih dvadeset iteracija dobija lokalni karakter, pri čemu se jedinke postepeno usmeravaju ka najbližem minimumu. Paralelno sa ovim procesom, dolazi i do prebacivanja jedinki iz okoline jednog u okolinu drugog minimuma. Ovo se dešava tokom operacije selekcije, prilikom ukrštanja sa probnim rešenjima iz okoline drugih minimuma. Posle 40 iteracija, opisani procesi su doveli do toga da je kompletna populacija koncentrisana u jednoj tački koja odgovara globalnom minimumu.



Sl. 4-3 Evolucija populacije potencijalnih rešenja tokom 40 iteracija za funkciju cilja prema jed. (8), Mathcad dokument "DE primer.xmcd", Prilog 2

4.2.6 Rukovanje ograničenjima u algoritmu DE

U prethodnim poglavljima je prikazan algoritam DE koji se odnosi na tzv. bezuslovnu optimizaciju, odnosno optimizaciju bez ograničenja. U realnim problemima, pogotovo inženjerskog tipa, po pravilu se postavljaju zahtevi za ograničavanjem najmanjih i najvećih vrednosti parametara koji se optimizuju. Ovakvi zahtevi se u postavci problema (1) formulišu u obliku *graničnih ograničenja* kojima se propisuje interval dopuštenih vrednosti parametara.

Provera zadovoljenosti graničnih ograničenja se u algoritmu DE realizuje uvođenjem dopunskog koraka koji se izvodi nakon formiranja probnog vektora u operacijama mutacije i ukrštanja, a pre operacije selekcije. U slučaju da se tom prilikom utvrdi da neka komponenta probnog vektora ne zadovoljava ograničenja, standardni postupak je da se njena vrednost zameni novom koja je u skladu sa granicama predviđenim za odgovarajući parametar. Generisanje nove dopuštene vrednosti parametra se obično izvodi usvajanjem slučajne vrednosti iz opsega $[x_{min j}, x_{max j}]$, ili usvajanjem vrednosti koja se nalazi između granične vrednosti i vrednosti posmatranog parametra u baznom vektoru $x_{j, r1, g}$ mutiranog vektora (videti jed. (5)):

$$u_{j, i, g} = \begin{cases} x_{j, r1, g} + R \cdot (x_{max j} - x_{j, r1, g}) & \text{ako je } v_{j, i, g} > x_{max j} \\ x_{j, r1, g} - R \cdot (x_{j, r1, g} - x_{min j}) & \text{ako je } v_{j, i, g} < x_{min j} \end{cases} \quad (9)$$

gde je R koeficijent koji se usvaja kao konstanta, na primer $R=1/2$, ili kao slučajna vrednost, $R = rand(0,1)$, [18] poglavlje 4.3.1.

Šira postavka problema optimizacije sa ograničenjima, uključuje i opšta ograničenja u obliku funkcija od nezavisno promenljivih parametara:

$$\begin{aligned} g_m(\mathbf{x}) &\leq 0, \quad m = 1, \dots, M \\ h_n(\mathbf{x}) &= 0, \quad n = 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (10)$$

U opštem slučaju, ovakva postavka otežava problem optimizacije primenom DE, s obzirom da se sprečava slobodno pretraživanje, što je naročito dolazi do izražaja u situaciji kada oblasti dopuštene ograničenjima imaju oblik više razdvojenih ostrva u domenu funkcije cilja. Postojanje ograničenja oblika (10) po pravilu podrazumeva primenu tehnika kojima se predviđa pretraživanje i van oblasti dopuštenih ograničenjima. U tom kontekstu, karakteristične su tehnike bazirane na primeni kaznenih funkcija kojima se uvećava vrednost funkcije cilja za nedopuštena rešenja, [18] poglavlje 4.3.2, kao i varijante algoritma DE sa posebnim operatorima selekcije kojima se rangiraju dopuštena i nedopuštena rešenja [42,40]. Za širi pregled metoda rukovanja opštim ograničenjima videti [15].

4.2.7 Parametri algoritma DE

Algoritam DE predviđa tri parametra kojima se kontroliše karakter i tok procesa optimizacije:

- broj jedinki u populaciji NP ,
- faktor skaliranja F (jed. (5)) i
- verovatnoća ukrštanja CR , (jed. (6)).

Izborom odgovarajućih vrednosti ovih parametara može se značajno uticati na performanse algoritma u pogledu brzine i sposobnosti nalaženja globalnog optimuma.

Broj jedinki u populaciji NP se po pravilu usvaja na osnovu broja nezavisno promenljivih D u razmatranom problemu. U [43] se preporučuje da NP bude u granicama između $3 \cdot D$ i $8 \cdot D$, pri čemu se veće populacije preporučuju za probleme u kojima je teže naći globalni optimum (na primer u slučaju višemodalnih funkcija cilja). Slično, u [18] se $NP=5 \cdot D \cdot CR$ navodi kao dobra standardna vrednost, dok se za višemodalne probleme preporučuju vrednosti od $10 \cdot D$ ili više.

Faktor skaliranja F utiče na stepen modifikacije probnih rešenja u odnosu na rešenja iz postojeće populacije. Tipično se usvaja iz intervala od 0,4 do 0,95 (1), [17,44]. Niže vrednosti iz navedenog intervala pospešuju lokalno pretraživanje i tako, pogotovu u završnoj fazi, ubrzavaju proces optimizacije. Sa druge strane, niske vrednosti F umanjuju različitost između jedinki čime uvećavaju rizik od prerane konvergencije ka lokalnim minimumima u slučaju višemodalnih funkcija cilja, ili ka neoptimalnim rešenjima u ravnim oblastima funkcija sa slabo izraženim minimumima. U slučaju pojave prerane konvergencije, potrebno je usvojiti vrednosti F bliže gornjoj granici pomenutog intervala. U situaciji kada karakter funkcije cilja nije unapred poznat, u [17] i [43] se kao dobar početni izbor navode vrednosti $F=0,5$ odnosno $F=0,6$. U [44] je veći značaj dat stabilnosti konvergencije ka globalnom optimumu nego brzini, pa se kao standardna vrednost preporučuje $F=0,9$.

Parametrom CR se kontroliše tempo uvođenja modifikovanih vrednosti nezavisno promenljivih iz mutiranih vektora u postojeću populaciju. U tzv. separabilnim problemima, u kojima se može razdvojiti uticaj pojedinih nezavisno promenljivih na funkciju cilja, pojedinačno uvođenje novih vrednosti doprinosi efikasnosti pretraživanja, pa se u takvim slučajevima preporučuje da parametar CR bude iz intervala od 0 do 0,2 [44]. U opštem slučaju, koji uključuje i višemodalne i neseeparabilne funkcije cilja, veće vrednosti CR , u intervalu 0,9 do 1, pospešuju širinu pretraživanja i ubrzavaju konvergenciju ka globalnom optimumu [17,44].

4.3 OSTALE VARIJANTE ALGORITMA DE

4.3.1 Alternativne šeme mutacije u algoritmu DE

Iako najčešće primenjivana, strategija građenja mutiranog vektora prema jed. (5) nije jedina koja se primenjuje u algoritmu DE. Naime, već u prvim radovima [17,35], autori algoritma su predvideli da se na mestu baznog vektora, umesto slučajno izabranog vektora iz tekuće populacije, mogu upotrebiti i trenutno najbolje rešenje ili vektor rešenja koji se nalazi između posmatranog i najboljeg rešenja. U istim radovima je predviđena i mogućnost dodavanja dva umesto jednog vektora diferencijalne mutacije. U [45] je pokazano da primena ovakvih alternativnih formi mutiranog vektora može doprineti povećanju brzine i stabilnosti pronalaženja globalnog optimuma.

Kao najčešće primenjivane, [15,46,47], mogu se izdvojiti sledeće šeme građenja mutiranog vektora:

- "DE/rand/1" :

$$\mathbf{v}_{i,g} = \mathbf{x}_{r1,g} + F \cdot (\mathbf{x}_{r2,g} - \mathbf{x}_{r3,g}), \quad (5)$$

- "DE/best/1":

$$\mathbf{v}_{i,g} = \mathbf{x}_{best,g} + F \cdot (\mathbf{x}_{r2,g} - \mathbf{x}_{r3,g}), \quad (11)$$

- "DE/target-to-best/1":

$$\mathbf{v}_{i,g} = \mathbf{x}_{i,g} + K \cdot (\mathbf{x}_{best,g} - \mathbf{x}_{i,g}) + F \cdot (\mathbf{x}_{r2,g} - \mathbf{x}_{r3,g}), \quad (12)$$

- "DE/rand/2":

$$\mathbf{v}_{i,g} = \mathbf{x}_{r1,g} + F \cdot (\mathbf{x}_{r2,g} - \mathbf{x}_{r3,g}) + F \cdot (\mathbf{x}_{r4,g} - \mathbf{x}_{r5,g}), \quad (13)$$

- "DE/best/2":

$$\mathbf{v}_{i,g} = \mathbf{x}_{best,g} + F \cdot (\mathbf{x}_{r2,g} - \mathbf{x}_{r3,g}) + F \cdot (\mathbf{x}_{r4,g} - \mathbf{x}_{r5,g}). \quad (14)$$

gde se u oznaci šema mutacije u prvom polju navodi tip baznog vektora, a u drugom broj vektora diferencijalne mutacije. U prethodnim izrazima, $\mathbf{x}_{r1,g} \dots \mathbf{x}_{r5,g}$ su slučajno izabrani vektori uz uslov $r1 \neq r2 \neq r3 \neq r4 \neq r5 \neq i$, $\mathbf{x}_{best,g}$ je vektor najboljeg rešenja iz tekuće generacije, a $\mathbf{x}_{i,g}$ je ciljani vektor sa kojim se mutirani vektor ukršta i poredi prilikom selekcije. Koeficijent K određuje lokaciju baznog vektora duž pravca između posmatranog i najboljeg rešenja. Obično se, radi umanjenja broja parametara algoritma, usvaja da bude jednak faktoru skaliranja F .

4.3.2 Varijante DE sa promenljivim parametrima algoritma

Na osnovu prikaza u poglavlju 4.2.7 može se zaključiti da su za različite probleme, na primer za funkcije cilja se jednim ili više ekstrema, ili za separabilne funkcije cilja, poželjne različite veličine parametara algoritma. Isti zaključak važi i kada se posmatraju različite faze izvršavanja algoritma – jedne vrednosti parametara podstiču širinu pretraživanja u početnim fazama, a druge brzinu konvergencije u završnim. U tom smislu, može se konstatovati da se sa konstantnim parametrima predviđenim klasičnim algoritmom DE mogu ostvariti samo kompromisna rešenja u pogledu brzine i pouzdanosti pronalaženja globalnog optimuma.

U cilju prevazilaženja opisanog problema, razvijen je veliki broj varijanti algoritma sa promenljivim parametrima (za pregled videti [48]). Prema načinu upravljanja promenom vrednosti parametara, razlikuju se tri osnovna pristupa [49]:

- *deterministička promena parametara*: izvodi se po unapred zadatom zakonu, obično u funkciji od broja proteklih iteracija,
- *adaptivna promena parametara* se vrši na bazi povratne informacije o stanju procesa optimizacije, na primer na osnovu odnosa vrednosti funkcije cilja najbolje i najgore jedinke [50], ili na osnovu posebnih pokazatelja koji uključuju i podatak o udaljenosti jedinki od najboljeg rešenja [47],
- *samoadaptivna promena parametara*: zasniva se na ideji da se svakoj jedinki dodele zasebne veličine parametara koje se nezavisno variraju, pri čemu se nove vrednosti parametara prenose u narednu generaciju ukoliko jedinka prođe selekciju (drugim rečima, izmenjeni parametri se prihvataju ukoliko su rezultovali uspešnom jedinkom); tipični primeri samoadaptivnih algoritama su jDE algoritam [51] i JADE algoritam [52].

S obzirom na pokazane performanse, algoritmi sa samoadaptivnom promenom parametara su se nametnuli kao jedan od najaktuelnijih pravaca razvoja metode diferencijalne evolucije [48].

4.3.3 Višekriterijumska optimizacija primenom algoritma DE

Problem višekriterijumske optimizacije podrazumeva istovremenu optimizaciju više funkcija cilja. Rešenje problema je jednoznačno samo u specijalnom slučaju kada postoji jedno zajedničko rešenje za koje sve funkcije cilja zauzimaju minimalnu vrednost. U svim ostalim slučajevima, usled nepoklapanja rešenja u kojima dostižu minimume, sve funkcije cilja nije moguće simultano minimizirati. S obzirom da ne postoji rešenje koje je istovremeno najbolje po svim kriterijumima, rešenje problema optimizacije nije jednoznačno. Ovo zahteva uvođenje posebnog koncepta za ocenu uspešnosti rešenja – *koncepta Pareto optimalnosti*. Pareto optimalnim rešenjima, koja se nazivaju i dominantnim, kao i nedominiranim rešenjima, se smatraju ona rešenja koja nije moguće poboljšati po bilo kom kriterijumu, a da pri tome ne dođe do pogoršanja makar jednog od ostalih kriterijuma. U opštem slučaju, rešenje problema višekriterijumske optimizacije je (teorijski beskonačno velik) skup Pareto optimalnih rešenja.

Prilikom praktične višekriterijumske optimizacije se primenjuju dva osnovna prilaza. U prvom se teži pronalaženju dovoljno velikog broja Pareto optimalnih rešenja, kako bi se pre donošenja odluke o izboru nekog rešenja, stvorili uslovi za sagledavanje uticaja i interakcija u pogledu stepena ispunjenosti pojedinih kriterijuma. Drugi prilaz ima za cilj izdvajanje samo jednog rešenja iz skupa Pareto optimalnih rešenja. Ovo se obično ostvaruje propisivanjem dopunskih zahteva u pogledu nivoa ili odnosa (stepena važnosti) pojedinih kriterijuma pre početka optimizacije. Tipični predstavnici metoda u kojima se primenjuje ovakav prilaz su *metoda težinskih koeficijenata*, koja se zasniva na formiranju agregatne funkcije cilja u obliku sume pojedinačnih funkcija cilja pomnoženih sa težinskim koeficijentima i *min–max metoda*, u kojoj se minimizira najveće odstupanje funkcija cilja od njihovih optimalnih vrednosti. Zajedničko za sve metode iz ove grupe je da višekriterijumski problem svode na problem jednokriterijumske optimizacije.

U slučaju primene metoda za svodenje višekriterijumske optimizacije na optimizaciju jednog kriterijuma, optimizacija se može izvesti primenom standardnog algoritma DE opisanog u prethodnim poglavljima.

S obzirom da se bazira na populaciji potencijalnih rešenja, postavka algoritma DE prirodno odgovara postavci problema Pareto optimizacije u kojem je potrebno odrediti niz Pareto optimalnih rešenja radi sagledavanja zavisnosti između postavljenih kriterijuma. U [15] je prikazan pregled većeg broja varijanti algoritma DE predviđenih za rešavanje problema Pareto optimizacije. Varijanta opisana u [18], poglavlje 4.6.4, se može izdvojiti kao posebno jednostavna s obzirom da, u odnosu na klasični algoritam DE, predviđa samo izmenu u operaciji selekcije koja se u ovom slučaju zasniva na principu dominantnosti, uz izdvajanje dominantnih rešenja iz rezultujuće populacije na kraju optimizacije.

4.4 REALIZACIJA ALGORITMA DE U PROGRAMU MATHCAD

Na *Sl. 4-4* je prikazana funkcija za optimizaciju primenom diferencijalne evolucije programirana u okruženju programskog paketa Mathcad.

Funkcija je zasnovana na klasičnom algoritmu DE sa šemom mutacije prema jed. (5, pri čemu je, kao u pseudokodu na *Sl. 4-1*, algoritam pojednostavljen objedinjavanjem operacija mutacije i ukrštanja. Rukovanje mutiranim vektorima koji ne zadovoljavaju granična ograničenja je izvedeno u skladu sa jednačinom (9).

Usvojeno je da se kriterijum zaustavljanja zasniva na praćenju rasipanja populacije oko trenutno najboljeg rešenja: iterativni proces se prekida kada udaljenost najudaljenije jedinke od trenutno najboljeg rešenja padne ispod vrednosti zadate ulaznim parametrom funkcije $TOL\Delta x$. Udaljenost u D -dimenzionom prostoru između neke jedinke i najboljeg rešenja se određuje preko intenziteta (norme) vektora njihove razlike:

$$\Delta x_i = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{best}\| = \sqrt{\sum_{j=1}^D (\mathbf{x}_{i,j} - \mathbf{x}_{best,j})^2} \quad (15)$$

gde *best* označava indeks vektora najboljeg rešenja. U cilju efikasnijeg izvršavanja programa, provera ispunjenosti kriterijuma zaustavljanja se vrši samo u slučaju izmene najbolje jedinke.

Osnovna specifičnost primenjenog programskog rešenja leži u načinu rukovanja podacima o jedinkama. Naime, umesto da se registruju vrednosti svih nezavisno promenljivih, za sve jedinke, u svim iteracijama, programom je predviđeno samo praćenje vrednosti jedinke u tekućoj (\mathbf{x}_i) i narednoj generaciji (\mathbf{x}_{n_i}). Ovakvim pristupom je ostvareno rasterećenje memorijskih resursa računara i ubrzano izvršavanje programa.

Prikaz promene vrednosti funkcije cilja i $\max(\Delta x)$ kao pokazatelja rasipanja populacije tokom iterativnog procesa se prema potrebi aktivira putem ulaznog parametra funkcije *traceON* (vrednosti se prikazuju u zasebnom "trace" prozoru programa Mathcad).

<pre> DE(D, NP, F, CR, Gmax, TOLΔx, traceON) := best ← 0 izmena ← 0 for i ∈ 0..NP - 1 for j ∈ 0..D - 1 x_{0j} ← runif(1, x_{minj}, x_{maxj}) x_i ← x₀ f_i ← f_{cilj}(x_i) best ← i if f_i < f_{best} for g ∈ 0..Gmax - 1 for i ∈ 0..NP - 1 while r1 ← floor(md(NP)) = i "" while r2 ← floor(md(NP)) = r1 ∨ r2 = i "" while r3 ← floor(md(NP)) = r1 ∨ r3 = r2 ∨ r3 = i "" jmd ← floor(md(D)) for j ∈ 0..D - 1 u_j ← $\begin{cases} (x_{r1})_j + F \cdot [(x_{r2})_j - (x_{r3})_j] & \text{if } md(1) \leq CR \vee j = jmd \\ (x_i)_j & \text{otherwise} \end{cases}$ u_j ← $\frac{(x_{r1})_j + x_{minj}}{2}$ if u_j < x_{minj} u_j ← $\frac{(x_{r1})_j + x_{maxj}}{2}$ if u_j > x_{maxj} fc ← f_{cilj}(u) if fc ≤ f_i f_i ← fc x_{n1} ← u if fc ≤ f_{best} izmena ← 1 best ← i x_{n1} ← x_i otherwise x ← x_n if izmena for i ∈ 0..NP - 1 Δx_i ← x_i - x_{best} trace("{0}, {1}, {2}", g, f_{best}, max(Δx)) if traceON break if max(Δx) < TOLΔx izmena ← 0 $\begin{pmatrix} x_{best} \\ f_{best} \\ g \end{pmatrix}$ </pre>	<ul style="list-style-type: none"> • kreiranje slučajne početne populacije • određivanje vrednosti funkcije cilja za početnu populaciju • određivanje indeksa najbolje jedinke <ul style="list-style-type: none"> • slučajni izbor indeksa tri različita vektora za građenje mutiranog vektora i slučajni izbor indeksa komponente mutiranog vektora koja mora ući u probni vektor • objedinjene operacije mutacije i ukrštanja • korigovanje vrednosti koje ne zadovoljavaju granična ograničenja, saglasno jed. (9) <ul style="list-style-type: none"> • određivanje vrednosti funkcije cilja probnog vektora <ul style="list-style-type: none"> • operacija selekcije- formiranje naredne generacije, za nove jedinke se registruje vrednost funkcije cilja • ako je ostvarena bolja vrednost funkcije cilja, registruje se indeks nove najbolje jedinke <ul style="list-style-type: none"> • zamena populacije novim jedinkama <ul style="list-style-type: none"> • u slučaju da je izmenjena najbolja jedinka: <ul style="list-style-type: none"> • provera ispunjenosti kriterijuma zaustavljanja i opcioni ispis međurezultata <ul style="list-style-type: none"> • izlazni rezultati: najbolja jedinka, njena vrednost funkcije cilja, broj iteracija
--	---

Sl. 4-4 Mathcad program funkcije za optimizaciju primenom klasičnog algoritma DE

5. TEORIJSKE OSNOVE USVOJENOG POSTUPKA DIMENZIONIRANE SINTEZE MEHANIZAMA ZA VOĐENJE TOČKA

5.1 KONCEPT USVOJENOG POSTUPKA

Usvojeni postupak se zasniva na primeni metoda direktne i indirektne optimalne sinteze u kombinaciji sa algoritmom diferencijalne evolucije kao metodom optimizacije.

Postupkom je predviđeno da se metoda indirektne sinteze primenjuje uvek kada se zadatak sinteze postavlja kao klasičan problem vođenja nosača točka kroz niz zadatih položaja, a da pri tome nisu postavljeni dopunski zahtevi. Metoda indirektne sinteze se primenjuje i kao prva metoda u sklopu dvofazne sinteze, kada je njen zadatak da pronađe načelno rešenje i tako suzi oblast pretrage za sporiju, ali opštiju metodu direktne sinteze kojom se u drugoj fazi uzimaju u obzir šire postavljeni projektni zahtevi i prioriteti.

U okviru obe metode sinteze, predviđena je primena klasične verzije algoritma DE sa konstantnim parametrima algoritma za sve probleme. Usvojene su sledeće vrednosti parametara algoritma DE:

- broj jedinki u populaciji: $NP = 5 \cdot D$, gde je D broj nepoznatih konstrukcionih parametara mehanizma,
- faktor skaliranja: $F = 0,6$
- verovatnoća ukrštanja: $CR = 0,9$.

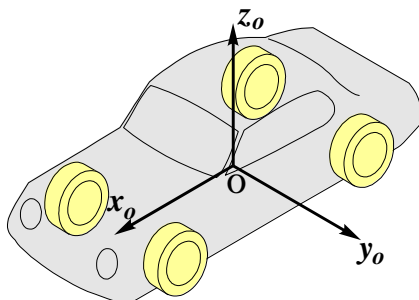
Usvajanjem ovakve koncepcije algoritma DE, koja je predviđena za široku klasu zadataka optimizacije, postupak sinteze je rasterećen potrebe za pripremom i prilagođavanjem različitim postavkama problema.

5.2 KINEMATIČKO MODELOVANJE MEHANIZAMA U SISTEMU OSLANJANJA VOZILA

5.2.1 Referentni koordinatni sistem

Za analize sistema oslanjanja kvazistatičkog tipa, uobičajeno je da se kao referentni (globalni) koordinatni sistem, usvoji koordinatni sistem koji je vezan za telo (tj. ram/karoseriju) vozila. U ovom radu, orijentacija i položaj referentnog koordinatnog sistema su usvojeni prema konvenciji koja je predviđena standardom ISO 8855:2011, *Sl. 5-1*. Referentni koordinatni sistem je orijentisan tako da se njegova x osa poklapa sa uzdužnom osom vozila i usmerena je unapred, z osa je usmerena vertikalno naviše, a osa y ka levoj strani vozila. Centar koordinatnog sistema se nalazi u središnjoj vertikalnoj ravni

vozila, pri čemu položaj centra u toj ravni nije izričito propisan, ali se po pravilu usvaja tako da y osa prolazi kroz centar analiziranog točka u početnom/referentnom položaju mehanizma.



Sl. 5-1 Orijentacija referentnog koordinatnog sistema, [32]

5.2.2 Konstrukcioni parametri mehanizama u sistemu oslanjanja vozila

Konstrukcioni parametri su skalarne veličine koje jednoznačno definišu geometriju elemenata mehanizama. U procesu dimenzioniranja sinteze figurišu kao nepoznate, odnosno tražene veličine.

Razlikuju se dva načina definisanja geometrije mehanizma:

- putem karakterističnih geometrijskih dimenzija elemenata, kao što su njihove dužine, rastojanja između karakterističnih tačaka elemenata, uglovi između karakterističnih pravaca i sl. Za elemente složenog oblika, kao što je nosač točka, primenjuju se i relativne koordinate u lokalnom koordinatnom sistemu elementa;
- preko koordinata položaja karakterističnih tačaka zglobova i orijentacije vektora pravca osa rotacionih i prizmatičnih zglobova mehanizma, prikazanih u odnosu na nepokretni referentni koordinatni sistem, za mehanizam u početnom položaju.

Usvajanje konstrukcionih parametara mehanizma na bazi koordinata karakterističnih tačaka i orijentacije vektora pravca osa zglobova, omogućava da se, osim geometrije elemenata, definiše i početni položaj mehanizma, čime se izbegava potreba za dopunskim proračunima prilikom postavke kinematičkog modela.

Za potrebe definisanja geometrije nosača točka, karakterističnim tačkama i vektorima zglobova na nosaču točku se pridružuje karakteristična tačka u centru točka i jedinični vektor pravca ose točka. Prema potrebi, skup karakterističnih tačaka mehanizma se može proširiti i tačkama koje mogu biti predmet posebnih zahteva, kao što su na primer tačke u kojima se ostvaruje veza elemenata mehanizma sa oprugom i/ili amortizerom.

U radu je primenjena matricna notacija, opisana u [4], prema kojoj se karakteristične tačke prikazuju kao vektori kolone dimenzije 3×1 :

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}, \quad (16)$$

gde \mathbf{p} označava vektor položaja karakteristične tačke u odnosu na koordinatni početak referentnog koordinatnog sistema, dok p_x , p_y i p_z predstavljaju projekcije tog vektora na ose referentnog koordinatnog sistema, odnosno koordinate karakteristične tačke.

Slično, pravac osa zglobova se prikazuje u obliku:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$\sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2} = 1, \quad (18)$$

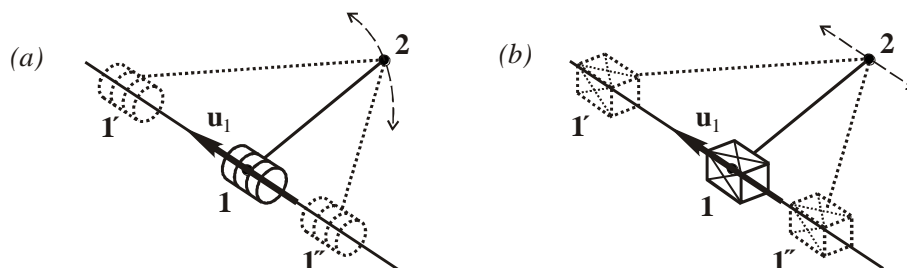
gde je \mathbf{u} jedinični vektor pravca ose zglobova, a u_x , u_y i u_z su projekcije tog vektora na ose referentnog koordinatnog sistema, koje se nazivaju i kosinusima pravca.

Primenjen je sledeći način označavanja vektora položaja karakterističnih tačaka i vektora pravca ose zglobova:

- \mathbf{p}_{0i} - vektor položaja karakteristične tačke i-te vodeće poluge, za zglob na telu vozila,
- \mathbf{p}_{1i} - vektor položaja karakteristične tačke i-te vodeće poluge, za zglob na nosaču točka,
- \mathbf{p}_{1c} - vektor položaja centra točka,
- \mathbf{u}_{0i} , \mathbf{u}_{1i} - jedinični vektori pravca osa zglobova i-te poluge na telu vozila i nosaču točka, redom,
- \mathbf{u}_c - jedinični vektor pravca ose točka.

Vektori u referentnom (početnom) položaju mehanizma označeni su dodavanjem sufiksa "o" oznaci vektora, npr. \mathbf{p}_{1c0} ili \mathbf{u}_{1i0} .

U cilju umanjnja broja konstrukcionih parametara potrebnih za definisanje položaja i orijentacije rotacionih i translatornih (prizmatičnih) zglobova, usvojeno je da se pravci osa ovih zglobova definišu preko dve tačke – karakteristične tačke zgloba i dopunske tačke na osi zgloba. Za umanjnje broja konstrukcionih parametara se koristi okolnost da se položaj ovih tačaka duž ose zgloba može slobodno usvojiti, s obzirom da ne utiče na kinematičko ponašanje vođenog elementa, videti *Sl. 5-2*. U slučaju rotacionog zgloba, ova okolnost dopušta da se po jedna koordinata obe karakteristične tačke može proizvoljno usvojiti pre početka sinteze. Preostale četiri koordinate su konstrukcioni parametri rotacionog zgloba. U slučaju prizmatičnih zglobova, dalje umanjnje broja konstrukcionih parametara se ostvaruje na osnovu toga što se ovi zglobovi uvek primenjuju u paru sa sfernim zglobom koji leži na pravcu njihovog klizanja. Zahvaljujući toj okolnosti, za definisanje poluge sa sfernim i prizmatičnim zglobom je potrebno svega pet konstrukcionih parametara – tri koordinate sfernog zgloba i dve koordinate karakteristične tačke prizmatičnog zgloba (treća koordinata te tačke se proizvoljno usvaja pre sinteze).



Sl. 5-2 Oblik vodeće poluge, odnosno lokacija karakteristične tačke **1** rotacionog zgloba (a) i prizmatičnog zgloba (b) duž ose zgloba ne utiče na vođenje tačke **2**

Primenom prethodno opisanih principa, može se izvesti zaključak o broju konstrukcionih parametara potrebnih za definisanje geometrije osnovnih tipova vodećih poluga u sistemu oslanjanja, *Tab.5-1*.

Tab.5-1 Broj konstrukcionih parametara osnovnih tipova vodećih poluga

Tip poluge ¹⁾	Broj konstrukcionih parametara
KS (SS)	6
RS / SR	7
SP	5
RR	8

¹⁾ oznake prema *Tab.3-2*

Podaci iz prethodne tabele se primenjuju za određivanje ukupnog broja konstrukcionih parametara svih osnovnih mehanizama za vođenje točka, *Sl.3-4*. Primera radi, za definisanje 2RS-KS mehanizma sa dva trougla ramena je potrebno odrediti 20 parametara, za Mekfersonov RS-SP-KS mehanizam 18, a za 5KS multilink mehanizam 30 parametara.

Važna karakteristika opisanog načina definisanja geometrije mehanizma je da rezultuje minimalnim brojem konstrukcionih parametara¹. Okolnost da kao parametri mehanizma figurišu samo koordinate tačaka, u značajnoj meri pojednostavljuje formiranje jednačina sinteze i olakšava primenu metoda optimizacije.

5.2.3 Parametri položaja i kretanja nosača točka

Nazivaju se i funkcionalnim parametrima mehanizma, [7,9]. U procesu sinteze figurišu kao zadate veličine kojima se u više položaja mehanizma definišu željene karakteristike položaja i kretanja nosača točka.

Osnovni parametri položaja nosača točka

Osnovni parametri položaja nosača točka su šest generalisanih koordinata – tri koordinate koje definišu njegovu poziciju i tri koordinate koje definišu njegovu orijentaciju.

Prostorna pozicija nosača točka se po pravilu definiše zadavanjem apsolutnih *koordinata centra točka* ili zadavanjem *pomeranja centra točka* u odnosu na poznati početni položaj.

Saglasno primenjenoj notaciji, to zahteva zadavanje N vektora položaja centra točka \mathbf{p}_{1c} :

$$\mathbf{p}_{1c}^{(i)} = (p_{1cx_i} \ p_{1cy_i} \ p_{1cz_i})^T, \quad i = 1 \dots N, \quad (19)$$

odnosno N vektora promene položaja centra točka, $\Delta\mathbf{p}_{1c}$:

$$\Delta\mathbf{p}_{1c}^{(i)} = (\Delta p_{1cx_i} \ \Delta p_{1cy_i} \ \Delta p_{1cz_i})^T = \mathbf{p}_{1c}^{(i)} - \mathbf{p}_{1c0}, \quad i = 1 \dots N, \quad (20)$$

gde je N broj zadatih položaja nosača točka, a \mathbf{p}_{1c0} vektor položaja centra točka u početnom, referentnom položaju.

¹ Prema standardnom pristupu, [4,28], u kom se kao parametri primenjuju i komponente jediničnih vektora osa zglobova, za opisivanje RS poluge je potrebno 9 parametara, a za RR polugu 12 parametara.

Visina centra točka (p_{1cz}) se obično tretira kao nezavisni parametar položaja mehanizma u funkciji od kojeg se prikazuju svi ostali parametri položaja i kretanja.

Prostorna orijentacija nosača točka se u postavci zadatka sinteze može zadati na više načina – na primer, primenom različitih kombinacija uglova rotacije oko osa referentnog koordinatnog sistema, od kojih se kao tipična može izdvojiti kombinacija prema RPY (*engl.* Roll-Pitch-Yaw) konvenciji, dalje, primenom kosinusa pravca ose točka ili preko matrica rotacije dobijenih kinematičkom analizom ili snimanjem izvedenih rešenja trokoordinatnim mernim uređajem. Ipak, sa gledišta funkcionalnih zahteva koji se postavljaju pred mehanizme za vođenje točka, najpogodnije je orijentaciju nosača točka zadati na osnovu karakterističnih uglova označenih kao:

$$\gamma_t^{(i)}, \psi_t^{(i)}, \beta_{nt}^{(i)} \quad i = 1 \dots N, \quad (21)$$

ili na osnovu promena tih uglova u odnosu na početni/referentni položaj:

$$\Delta\gamma_t^{(i)} = \gamma_t^{(i)} - \gamma_{t_o}, \Delta\psi_t^{(i)} = \psi_t^{(i)} - \psi_{t_o}, \Delta\beta_{nt}^{(i)} = \beta_{nt}^{(i)} - \beta_{nt_o}, \quad i = 1 \dots N, \quad (22)$$

gde su:

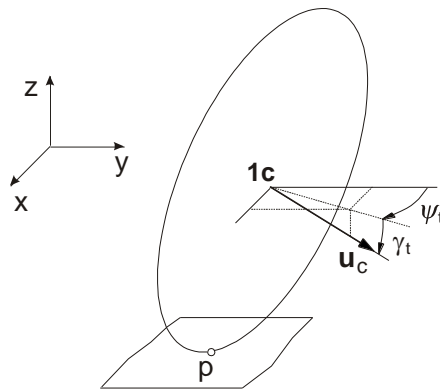
γ_t – ugao bočnog nagiba točka, *Sl. 5-3*. Predstavlja ugao nagiba ravni točka u odnosu na vertikalu (normalu na ravan podloge). Pozitivan je ako je gornji deo točka nagnut od vozila. Matematički se može definisati na osnovu jediničnog vektora pravca ose točka $\mathbf{u}_c = (u_{cx} \ u_{cy} \ u_{cz})^T$:

$$\gamma_t = -\arcsin(u_{cz}); \quad (23)$$

ψ_t – ugao usmerenosti točka, *Sl. 5-3*. Odgovara uglu koji zaklapaju linija preseka ravni točka sa podlogom i podužna osa vozila. Pozitivan je ako je prednji kraj točka zakrenut ka podužnoj osi vozila.

$$\psi_t = \arctg\left(\frac{u_{cx}}{u_{cy}}\right); \quad (24)$$

β_{nt} – ugao rotacije nosača točka oko ose točka. Odgovara uglu zakretanja nosača točka oko y ose referentnog koordinatnog sistema u situaciji kada se apsolutne rotacije izvode po redosledu $\beta_{nt} \rightarrow \gamma_t \rightarrow \psi_t$.



Sl. 5-3 Karakteristični uglovi orijentacije točka na levoj strani vozila, definisani preko jediničnog vektora ose točka, [32]

U praktičnim postavkama zadatka sinteze, često nisu zadati svi osnovni parametri položaja nosača točka. Ovo se u prvom redu odnosi na ugao rotacije nosača oko ose točka (β), s obzirom da se ova komponenta kretanja nosača točka ne prenosi na točak, pa ne utiče na

performanse mehanizma. Takođe, nije redak slučaj da nisu postavljeni zahtevi u pogledu podužnog pomeranja centra točka (p_{1cx}).

Izvedeni parametri položaja i kretanja nosača točka

Izvedeni parametri položaja i kretanja nosača točka se mogu razvrstati na parametre koji se odnose na položaj tačke dodira točka sa podlogom i parametre koji su funkcija položaja trenutne ose zavojnog kretanja (ose rotacije) nosača točka. Izvode se na osnovu osnovnih parametara položaja nosača točka.

Tačka dodira točka sa podlogom, koja se naziva i *centrom kontakta pneumatika*, definiše se kao tačka u kojoj vertikalna projekcija ose točka na ravan podloge prodire kroz ravan točka. Vektor položaja tačke dodira točka sa podlogom (\mathbf{p}_p) se prikazuje kao funkcija prečnika pneumatika D_t , vektora položaja centra točka \mathbf{p}_{1c} i uglova usmerenosti i bočnog nagiba točka ψ_t i γ_t :

$$\mathbf{p}_p = (p_{px} \ p_{py} \ p_{pz})^T = \mathbf{p}_{1c} - \mathbf{r}_{1cp} = \mathbf{p}_{1c} - \frac{D_t}{2} \cdot \begin{bmatrix} \sin(\psi_t) \cdot \sin(\gamma_t) \\ \cos(\psi_t) \cdot \sin(\gamma_t) \\ \cos(\gamma_t) \end{bmatrix}. \quad (25)$$

gde je \mathbf{r}_{1cp} vektor položaja tačke dodira točka sa podlogom u odnosu na centar točka.

Razmak točkova (t) je poprečno rastojanje između tačaka dodira sa podlogom dva točka iste osovine. Za slučaj kada se levi i desni točak nalaze u istom položaju u odnosu na telo vozila i kada centar referentnog koordinatnog sistema leži u podužnoj simetralnoj ravni vozila važi:

$$t = 2 \cdot p_{py} = 2 \left(p_{1cy} - \frac{1}{2} D_t \cos(\psi_t) \sin(\gamma_t) \right), \quad (26)$$

gde je p_{py} "y" komponenta vektora položaja tačke dodira točka sa podlogom, jed. (25).

Izvedeni parametri *kretanja* nosača točka zahtevaju da se na osnovu analize brzina mehanizma prethodno odrede:

- vektor brzine centra točka $\mathbf{v}_{1c} = (v_{1cx} \ v_{1cy} \ v_{1cz})^T$ i
- vektor ugaone brzine nosača točka $\boldsymbol{\omega} = (\omega_x \ \omega_y \ \omega_z)^T$.

Položaj centra valjanja vozila obično se određuje pod pretpostavkom da su levi i desni točak u istom položaju u odnosu na telo vozila (tj. da je centar valjanja u simetralnoj ravni vozila). U tom slučaju, dovoljno je definisati *visinu centra valjanja vozila u odnosu na ravan podloge* (h_R):

$$h_R = \frac{v_{py}}{v_{pz}} \cdot p_{py}. \quad (27)$$

U prethodnom izrazu, v_{py} i v_{pz} su komponente vektora prenosne brzine dodirne tačke točka sa podlogom (\mathbf{v}_p). Ova brzina odgovara brzini fiktivne tačke koja pripada nosaču točka a poklapa se sa tačkom dodira točka sa podlogom. Može se prikazati u formi prvog izvoda izraza (25):

$$\mathbf{v}_p = (v_{px} \ v_{py} \ v_{pz})^T = \mathbf{v}_{1c} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{1cp} \quad (28)$$

gde je \mathbf{v}_{1c} vektor brzine centra točka, $\boldsymbol{\omega}$ vektor ugaone brzine nosača točka, a \mathbf{r}_{1cp} vektor položaja tačke dodira točka sa podlogom u odnosu na centar točka.

Parametri položaja ose zakretanja upravljačkih točkova

Osa zakretanja upravljačkih točkova se poklapa sa trenutnom osom zavojnog kretanja nosača točka kada se mehanizam za vođenje točka kreće samo pod dejstvom upravljačkog prenosnika (stepen slobode koji dopušta deformacije opruge se smatra uklonjenim).

Pravac i prostorni položaj trenutne ose zavojnog kretanja nosača točka određeni su vektorom pravca vektora trenutne ugaone brzine (\mathbf{u}_ω) i vektorom položaja tačke te ose koja je na najmanjem rastojanju od centra točka (\mathbf{p}_w):

$$\mathbf{u}_\omega = (u_{\omega x} \ u_{\omega y} \ u_{\omega z})^T = \frac{\boldsymbol{\omega}}{\|\boldsymbol{\omega}\|}, \quad (29)$$

$$\mathbf{p}_w = \mathbf{p}_{1c} + \frac{\mathbf{v}_{1c}^T \cdot (\mathbf{u}_\omega \times \mathbf{u}_{r\omega})}{\|\boldsymbol{\omega}\|} \cdot \mathbf{u}_{r\omega}, \quad (30)$$

gde $\|\boldsymbol{\omega}\|$ označava intenzitet (moduo) vektora ugaone brzine, a $\mathbf{u}_{r\omega}$ označava jedinični vektor pravca najkraćeg rastojanja ose zavojnog kretanja od centra točka (tačke 1c) određen sledećom relacijom:

$$\mathbf{u}_{r\omega} = \frac{\mathbf{v}_{1c} \times \mathbf{u}_\omega}{\|\mathbf{v}_{1c} \times \mathbf{u}_\omega\|}. \quad (31)$$

Druga karakteristična tačka ose zakretanja točka je tačka njenog prodora kroz ravan podloge (\mathbf{p}_{wp}):

$$\mathbf{p}_{wp} = (p_{wpx} \ p_{wpy} \ p_{wpz})^T = \mathbf{p}_w + d_p \cdot \mathbf{u}_\omega, \quad (32)$$

gde d_p označava rastojanje tačke prodora od tačke \mathbf{p}_w , jed. (30):

$$d_p = \frac{(\mathbf{p}_p - \mathbf{p}_w)^T \cdot \mathbf{u}_p}{\mathbf{u}_\omega^T \cdot \mathbf{u}_p}, \quad (33)$$

$\mathbf{u}_p = (0 \ 0 \ 1)^T$ – jedinični vektor normale na ravan podloge.

Ugao podužnog nagiba ose zakretanja točka- ugao kinematičkog zatura točka (τ), *Sl. 5-4*, je ugao koji, gledano sa boka vozila, zaklapa osa zakretanja točka sa vertikalom. Smatra se pozitivnim ako je osa nagnuta ka zadnjem kraju vozila.

$$\tau = - \arctg \left(\frac{u_{\omega x}}{u_{\omega z}} \right) \quad (34)$$

Ugao bočnog nagiba ose zakretanja točka (σ), *Sl. 5-4*, je ugao koji, gledano sa prednje strane vozila, zaklapa osa zakretanja točka sa vertikalom.

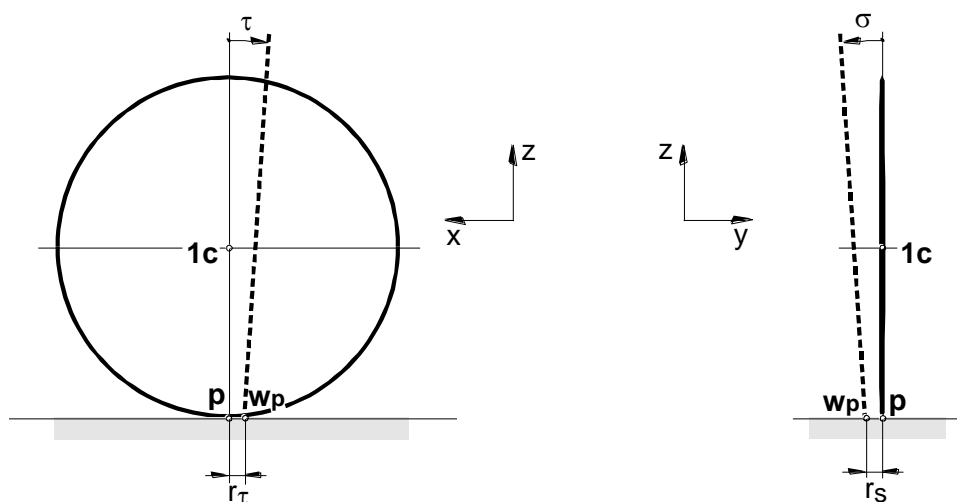
$$\sigma = - \arctg \left(\frac{u_{\omega y}}{u_{\omega z}} \right) \quad (35)$$

Trag zatura (r_τ), *Sl. 5-4*, označava rastojanje, gledano sa boka vozila, između tačke prodora ose zakretanja točka kroz ravan podloge, jed. (30), i tačke dodira točka sa podlogom, jed. (25).

$$r_\tau = p_{wpx} - p_{px} \quad (36)$$

Krak zakretanja upravljačkog točka (r_S), Sl. 5-4, je rastojanje između tačke dodira točka sa podlogom i tačke prodora ose zakretanja točka kroz ravan podloge, gledano sa prednje strane vozila.

$$r_S = p_{py} - p_{wpy} \quad (37)$$



Sl. 5-4 Karakteristični parametri položaja ose zakretanja upravljačkog točka, [32]

Granični broj zadatih položaja mehanizma

Od broja položaja mehanizma u kojima su propisani parametri položaja nosača točka zavisi priroda očekivanih rezultata optimalne sinteze. Ukoliko je broj zadatih položaja nosača točka manji od nekog graničnog broja, postoji beskonačno mnogo rešenja, pa se, zbog numeričke prirode optimalne sinteze, ne mogu očekivati ponovljivi rezultati. U slučaju da je broj zadatih položaja jednak graničnom, postoji konačan broj mehanizama koji mogu da tačno ostvare sve propisane vrednosti parametara, pa problem poprima oblik zadatka egzaktne sinteze. I na kraju, ukoliko je broj zadatih položaja veći od graničnog, postavlja se zadatak pronalaženja mehanizma koji ostvaruje minimalna odstupanja u odnosu na propisane parametre.

Granični broj zadatih položaja mehanizma¹ (gp), izveden iz uslova da ukupan broj jednačina geometrijskih ograničenja, posmatrano po svim položajima mehanizma zajedno, bude jednak broju nepoznatih konstrukcionih parametara, ima oblik:

$$gp = \frac{kp}{jo + pp - 6} + 1 \quad (38)$$

gde je:

kp – broj nepoznatih konstrukcionih parametara mehanizma,

jo – broj jednačina ograničenja po položaju mehanizma²,

pp – broj zadatih osnovnih parametara položaja nosača točka.

¹ Granični broj zadatih položaja mehanizma uključuje i početni položaj.

² Broj jednačina ograničenja je jednak zbiru stepeni slobode koje poluge koje su predmet sinteze oduzimaju nosaču točka (za slučaj sinteze svih poluga: $jo = 5$).

5.2.4 Jednačine ograničenja vodećih poluga

Jednačine ograničenja vodećih poluga imaju centralnu ulogu u postavljanju matematičkih modela u metodama direktne i indirektno sinteze. U metodi direktne sinteze, na osnovu njih se formiraju sistemi jednačina kinematičke analize, koja je sastavni deo te metode, dok se u metodi indirektno sinteze, funkcija cilja se formira tako da izražava zbirna odstupanja jednačina ograničenja.

Jednačinama ograničenja vodećih poluga se matematički formulišu geometrijski uslovi u pogledu uzajamnog položaja karakterističnih tačaka u kojima se vodeće poluge vezuju za nosač točka i telo vozila.

Broj (skalarnih) jednačina ograničenja je uvek jednak broju stepeni slobode koje neka vodeća poluga oduzima nosaču točka prema *Tab.3-2*.

U nastavku su prikazane jednačine ograničenja za sve osnovne tipove vodećih poluga u mehanizmima za vođenje točka. Usvojeni način definisanja osa rotacionih i translacionih zglobova putem dopunske tačke, opisan u tački 5.2.2, značajno pojednostavljuje oblik jednačina ograničenja i omogućava da se ograničenja svih vodećih poluga opišu sa samo dva tipa jednačina (za razliku od pet tipova prikazanih u [32]).

Karakteristične dimenzije poluga koje figurišu u jednačinama ograničenja prikazanim u nastavku, u postavci kada se geometrija mehanizma definiše preko koordinata karakterističnih tačaka mehanizma u početnom položaju, se određuju izrazima oblika:

$$l = \| \mathbf{p}_{20} - \mathbf{p}_{10} \|, \quad (39)$$

gde su: \mathbf{p}_{10} , \mathbf{p}_{20} - vektori položaja karakterističnih tačaka vodeće poluge u početnom položaju,

$\| \|$ - označava intenzitet vektora.

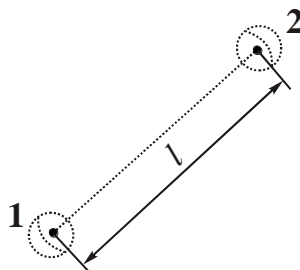
Slično, početni položaj jediničnog vektora pravca ose zgloba se određuje prema:

$$\mathbf{u}_{10} = \frac{\mathbf{p}_{20} - \mathbf{p}_{10}}{\| \mathbf{p}_{20} - \mathbf{p}_{10} \|}. \quad (40)$$

Ograničenja SS/KS poluge

Jedino ograničenje koje ovakve poluge nameću je da rastojanje karakterističnih tačaka zglobova (tačke **1** i **2**, *Sl. 5-5*) mora biti jednako dužini elementa l :

$$\| \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1 \| - l = 0 \quad (41)$$

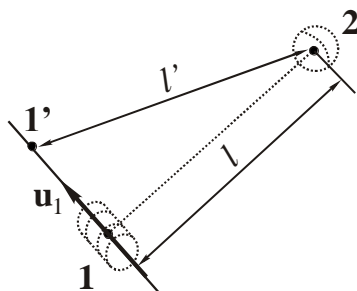


Sl. 5-5 Karakteristične veličine vodeće poluge sa dva sferna zgloba

Ograničenja RS/SR poluge

Ograničenja ovih elemenata izražavaju dve skalarne jednačine. U slučaju kada je osa rotacionog zgloba određena preko dopunske tačke $\mathbf{1}'$, Sl. 5-6, obe jednačine ograničenja imaju oblik i značenje kao jednačina (41):

$$\begin{aligned} \|\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1\| - l &= 0, \\ \|\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1'\| - l' &= 0, \end{aligned} \quad (42)$$



Sl. 5-6 Karakteristične veličine poluge sa rotacionim i sfernim zglobom – osa rotacije definisana preko dve tačke

Ograničenja PS poluge

Ovom elementu odgovaraju dve skalarne jednačine ograničenja koje se izvode iz uslova kolinearnosti vektora relativnog položaja karakterističnih tačaka sa jediničnim vektorom pravca klizanja, Sl. 5-7.

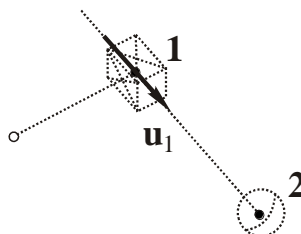
$$(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1) \times \mathbf{u}_1 = 0, \quad (43)$$

gde je: $\mathbf{u}_1 = \mathbf{R} \cdot \mathbf{u}_{10}$ - jedinični vektor pravca klizanja prizmatičnog zgloba,

\mathbf{R} - matrica rotacije pravca klizanja u odnosu na početni položaj,

\mathbf{u}_{10} - jedinični vektor pravca klizanja prizmatičnog zgloba u početnom položaju, jed. (40).

Vektorskoj jednačini (43) odgovaraju tri skalarne, od kojih su samo dve nezavisne. Prilikom kinematičke analize, u cilju uvećanja numeričke stabilnosti postupka, poželjno je da se u sistem jednačina ograničenja uključe dve jednačine čiji članovi imaju najveće apsolutne vrednosti. Sa druge strane, prilikom formiranja funkcija cilja u okviru metode indirektno sinteze, mogu se uzeti u obzir sve tri komponente vektora kojim rezultuje leva strana jednačine.

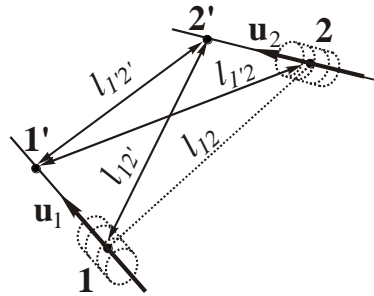


Sl. 5-7 Karakteristične tačke poluge sa prizmatičnim i sfernim zglobom

Ograničenja RR poluge

Ograničenja ovog zglobnog para formulišu se preko četiri skalarne jednačine koje imaju oblik i značenje jednačine (41):

$$\begin{aligned}
 & \| \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1 \| - l_{12} = 0, \\
 & \| \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1' \| - l_{1'2} = 0, \\
 & \| \mathbf{p}_2' - \mathbf{p}_1 \| - l_{12'} = 0, \\
 & \| \mathbf{p}_2' - \mathbf{p}_1' \| - l_{1'2'} = 0,
 \end{aligned}
 \tag{44}$$



Sl. 5-8 Karakteristične veličine poluge sa dva rotaciona zgloba-
ose rotacije definisane preko dve tačke

5.2.5 Izvodi jednačina ograničenja

Jednačine za analizu brzina mehanizma se formiraju na osnovu izvoda jednačina ograničenja vodećih poluga po vremenu. U prethodno prikazanim jednačinama ograničenja, primenjena su samo dva tipa skalarnih jednačina. Diferencirani oblici ovih jednačina prikazani su u nastavku.

I tip jednačina ograničenja: $\| \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1 \| - \text{const} = 0$

Prvi izvod po vremenu:

$$(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1)^T (\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1) = 0,
 \tag{45}$$

gde su: $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ - vektori brzina karakterističnih tačaka zglobova,

II tip jednačina ograničenja: $(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1) \times \mathbf{u}_1 = 0$

Prvi izvod po vremenu:

$$(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1) \times \mathbf{u}_1 + (\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1) \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}_1) = 0,
 \tag{46}$$

gde su: $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ - vektori brzina karakterističnih tačaka zglobova,
 $\boldsymbol{\omega}$ - vektor ugaone brzine jediničnog vektora ose zgloba \mathbf{u}_1 .

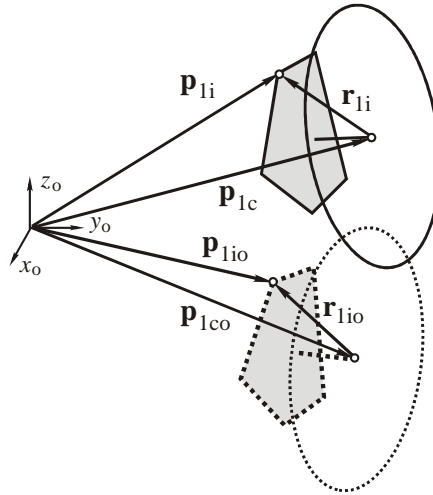
5.2.6 Jednačine položaja karakterističnih tačaka na nosaču točka

Prostorni položaj karakterističnih tačaka na nosaču točka, kao pokretnih tačaka mehanizma, se prikazuje u funkciji položaja centra točka i tri ugla orijentacije nosača točka, *Sl. 5-9*:

$$\mathbf{p}_{1j} = \mathbf{p}_{1c} + \mathbf{R}(\alpha, \beta, \gamma) \cdot (\mathbf{p}_{1j0} - \mathbf{p}_{1c0}) = \mathbf{p}_{1c} + \mathbf{R}(\alpha, \beta, \gamma) \cdot \mathbf{r}_{1j0} = \mathbf{p}_{1c} + \mathbf{r}_{1j} \quad (47)$$

gde je:

- \mathbf{p}_{1j} , \mathbf{p}_{1j0} - vektor položaja j-te karakteristične tačke nosača točka, u trenutnom i početnom položaju,
- \mathbf{p}_{1c} , \mathbf{p}_{1c0} - vektor položaja centra točka, u posmatranom i početnom položaju,
- $\mathbf{R}(\alpha, \beta, \gamma)$ - matrica rotacije u funkciji tri ugla promene orijentacije nosača točka u odnosu na početni/referentni položaj,
- \mathbf{r}_{1j} , \mathbf{r}_{1j0} - karakteristični vektor j-te tačke nosača točka u odnosu na centar točka, za nosač u trenutnom i početnom položaju.



Sl. 5-9 Osnovne vektorske veličine u jednačini položaja karakterističnih tačaka nosača točka (oznake opisane u tekstu)

U prethodnom izrazu, matrica rotacije nosača točka, $\mathbf{R}(\alpha, \beta, \gamma)$, je složena matrica, koja se dobija odgovarajućom kombinacijom (proizvodom) tri osnovne matrice koje opisuju rotacije oko osa referentnog koordinatnog sistema:

$$\mathbf{R}_x(\gamma) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\gamma & -s\gamma \\ 0 & s\gamma & c\gamma \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_y(\beta) = \begin{bmatrix} c\beta & 0 & s\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\beta & 0 & c\beta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_z(\alpha) = \begin{bmatrix} c\alpha & -s\alpha & 0 \\ s\alpha & c\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (48)$$

$$s\alpha = \sin(\alpha); c\alpha = \cos(\alpha); s\beta = \sin(\beta); c\beta = \cos(\beta); s\gamma = \sin(\gamma); c\gamma = \cos(\gamma).$$

Izabrana kombinacija osnovnih matrica rotacije zavisi od redosleda izvođenja rotacija koje odgovaraju uglovima kojima se opisuje orijentacija nosača točka. Između dvanaest kombinacija (uređenih trojki) apsolutnih ugaonih koordinata preko kojih se može opisati prostorna orijentacija nekog tela u prostoru, [53], izabrana je kombinacija koja odgovara uglovima rotacije izvedenim po redosledu $\beta \rightarrow \gamma \rightarrow \alpha$, pri čemu, prema (48), ugao β opisuje rotaciju oko y ose, ugao γ rotaciju oko x ose, a α rotaciju oko z ose referentnog

koordinatnog sistema. Ovakvoj kombinaciji uglova rotacije odgovara matrica rotacije nosača točka oblika:

$$\mathbf{R}(\alpha, \beta, \gamma) = \mathbf{R}_z(\alpha) \cdot \mathbf{R}_x(\gamma) \cdot \mathbf{R}_y(\beta). \quad (49)$$

Navedena kombinacija uglova rotacije je odabrana s obzirom da je uočeno da redosled rotacija odgovara redosledu koji se primenjuje prilikom definisanja karakterističnih uglova orijentacije nosača točka, jed. (21) do (24), Sl. 5-3, odnosno uglova usmerenosti i bočnog nagiba točka i ugla rotacije nosača točka oko ose točka. Proširivanjem matrice (49) matricama rotacije koje odgovaraju uglovima usmerenosti i bočnog nagiba točka za mehanizam u početnom položaju, dolazi se do matrice rotacije nosača točka koja omogućava neposredno uvrštavanje uglova usmerenosti i bočnog nagiba točka i ugla rotacije nosača točka oko ose točka:

$$\mathbf{R}(\psi_t, \gamma_t, \beta_{nt}) = \mathbf{R}_z(-\psi_t) \cdot \mathbf{R}_x(-\gamma_t) \cdot \mathbf{R}_y(\beta_{nt}) \cdot \mathbf{R}_x(\gamma_{to}) \cdot \mathbf{R}_z(\psi_{to}), \quad (50)$$

gde je:

- ψ_t - ugao usmerenosti točka u posmatranom položaju mehanizma,
- γ_t - ugao bočnog nagiba točka u posmatranom položaju,
- β_{nt} - ugao rotacije nosača točka oko ose točka u posmatranom položaju,
- γ_{to}, ψ_{to} - ugao bočnog nagiba točka i ugao usmerenosti točka za mehanizam u početnom položaju¹,

Razvijanjem izraza (50), uz izdvajanje matrice \mathbf{R}_0 sa članovima konstantne vrednosti, dolazi se do oblika matrice rotacije nosača točka koji je pogodan za brzo izračunavanje u okviru iterativnih postupaka:

$$\mathbf{R}(\psi_t, \gamma_t, \beta_{nt}) = \begin{bmatrix} c\psi_t \cdot c\beta_{nt} - s\psi_t \cdot s\beta_{nt} \cdot s\gamma_t & s\psi_t \cdot c\gamma_t & c\psi_t \cdot s\beta_{nt} + s\psi_t \cdot c\beta_{nt} \cdot s\gamma_t \\ -s\psi_t \cdot c\beta_{nt} + c\psi_t \cdot s\beta_{nt} \cdot s\gamma_t & c\psi_t \cdot c\gamma_t & -s\psi_t \cdot s\beta_{nt} + c\psi_t \cdot c\beta_{nt} \cdot s\gamma_t \\ -s\beta_{nt} \cdot c\gamma_t & -s\gamma_t & c\beta_{nt} \cdot c\gamma_t \end{bmatrix} \cdot \mathbf{R}_0 \quad (51)$$

gde je:

$$\mathbf{R}_0 = \mathbf{R}_x(\gamma_{to}) \cdot \mathbf{R}_z(\psi_{to}) = \begin{bmatrix} c\psi_{to} & s\psi_{to} & 0 \\ -c\gamma_{to} \cdot s\psi_{to} & c\gamma_{to} \cdot c\psi_{to} & s\gamma_{to} \\ s\gamma_{to} \cdot s\psi_{to} & -s\gamma_{to} \cdot c\psi_{to} & c\gamma_{to} \end{bmatrix} = const$$

$s\psi_t = \sin(\psi_t)$; $c\psi_t = \cos(\psi_t)$; $s\gamma_t = \sin(\gamma_t)$; ...

Predloženi postupak formiranja matrice rotacije nosača točka se može okarakterisati kao jednostavna i efikasna alternativa postupku prikazanom u [6], koji predviđa dekompoziciju matrice rotacije na vektore kolone i njihovo određivanje metodama vektorske algebre uz primenu Rodrigezeve formule.

¹ Matrice $\mathbf{R}_x(\gamma_{to})$ i $\mathbf{R}_z(\psi_{to})$ na desnoj strani izraza (50) su uvedene da bi se promena prostorne orijentacije nosača točka izrazila u odnosu na položaj u kom su vrednosti uglova usmerenosti i bočnog nagiba točka jednake nuli. Iako na prvi pogled ne izgleda tako, ovo nije moglo biti izvedeno prostim oduzimanjem početnih vrednosti uglova u prve dve matrice sa desne strane izraza (50).

5.2.7 Jednačine brzina karakterističnih tačaka nosača točka

Do jednačina za određivanje brzina karakterističnih tačaka nosača točka, dolazi se diferenciranjem izraza (47):

$$\mathbf{v}_{li} = \mathbf{v}_{lc} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{li} \quad (52)$$

gde je:

- \mathbf{v}_{li} - vektor brzine i-te karakteristične tačke nosača točka,
- \mathbf{v}_{lc} - vektor brzine centra točka,
- $\boldsymbol{\omega}$ - vektor ugaone brzine nosača točka,
- \mathbf{r}_{li} - vektor položaja i-te karakteristične tačke nosača točka.

Za razliku od numerički određene matrice prema postupku prikazanom u [6], eksplicitna analitička forma matrice rotacije prema jed. (51), omogućava, saglasno postupku prikazanom u [32], poglavlje 4.3.1, neposredno izvođenje vektora ugaone brzine nosača točka:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} -\omega_\gamma c\psi_t + \omega_\beta s\psi_t c\gamma_t \\ \omega_\gamma s\psi_t + \omega_\beta c\psi_t c\gamma_t \\ -\omega_\psi - \omega_\beta s\gamma_t \end{bmatrix}, \quad (53)$$

gde su ω_ψ , ω_γ , ω_β ugaone brzine koje odgovaraju promeni uglova ψ_t , γ_t i β_{nt} .

5.3 METODA INDIREKTNE OPTIMALNE SINTEZE

5.3.1 Postavka problema

Metoda indirektne optimalne sinteze je namenjena rešavanju klasičnog problema dimenzione sinteze mehanizma kao generatora kretanja vođenog člana. Metoda podrazumeva da je željeno kretanje mehanizma zadato propisivanjem niza sukcesivnih prostornih položaja vođenog člana, nosača točka.

Postavka problema ove metode se može opisati kao inverzija zadatka pozicione kinematičke analize mehanizma u više položaja – u kinematičkoj analizi je zadata geometrija mehanizma, a potrebno je odrediti položaje vođenog elementa, dok su indirektnoj sintezi položaji vođenog elementa poznati, a određuje se geometrija mehanizma u početnom položaju. S obzirom da opisuju isti fizički proces, obe ove metode se baziraju na istim kinematičkim jednačinama, jednačinama geometrijskih ograničenja vodećih poluga, ali uz zamenjene uloge poznatih i nepoznatih veličina. Ovakav prilaz problemu sinteze, metoda indirektne sinteze deli sa metodama egzaktne sinteze. S obzirom da se u metodi indirektne sinteze ne postavljaju ograničenja u pogledu broja zadatih položaja mehanizma, u opštem slučaju broj jednačina ograničenja prevazilazi broj nepoznatih parametara mehanizma, pa ne postoji rešenje koje istovremeno zadovoljava sve jednačine. U takvoj situaciji, kao cilj se postavlja pronalaženje rešenja za koje su odstupanja postavljenih jednačina ograničenja, tzv. *strukturne greške*, [4], minimalne. Opisani zadatak se može predstaviti kao zahtev za obezbeđivanjem minimalnih odstupanja u odnosu na geometrijska ograničenja poluga, na primer u pogledu konstantnog rastojanja zglobova, u situaciji kada se nosač točka, oslobođen od veza koje nameću vodeće poluge, kreće po idealnoj (zadatoj) putanji, [5].

Problem indirektne optimalne sinteze mehanizama za vođenje točka se može formalno postaviti kako sledi:

Za kretanje nosača točka propisano zadavanjem vrednosti šest osnovnih parametara položaja nosača točka u N sukcesivnih položaja:

$$\mathbf{q}' = (p_{1cx}^{(i)} \ p_{1cy}^{(i)} \ p_{1cz}^{(i)} \ \psi_t^{(i)} \ \gamma_t^{(i)} \ \beta_{nt}^{(i)})^T, \quad i = 1 \dots N$$

potrebno je odrediti vrednosti konstrukcionih parametara mehanizma, tj. koordinata karakterističnih tačaka mehanizma u početnom položaju:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{p}_{01} \ \mathbf{p}_{11o} \ \mathbf{p}_{02} \ \mathbf{p}_{12o} \ \dots)^T,$$

takvih da rezultuju minimalnom vrednošću funkcije cilja

$$f_c(\Delta_k(\mathbf{x}, \mathbf{q}')), \quad k = 1 \dots P$$

gde su $\Delta_k(\mathbf{x}, \mathbf{q}')$ strukturne greške P jednačina ograničenja vodećih poluga.

5.3.2 Opis postupka sinteze

Inicijalizacija

S obzirom na iterativnu prirodu optimalne sinteze, za inicijalizaciju postupka neophodno je usvojiti početne vrednosti nepoznatih konstrukcionih parametara, tj. koordinata karakterističnih tačaka mehanizma u početnom položaju. Ove koordinate se tokom procesa sinteze tretiraju kao nepoznate nezavisno promenljive čiju je optimalnu vrednost potrebno odrediti. Inicijalne vrednosti se usvajaju uzimajući u obzir postavljena konstrukciona ograničenja kojima se izražavaju zahtevi u pogledu lokacija pojedinih tačaka, raspoloživog prostora, položaja poluga u odnosu na ostale komponente vozila i sl..

Određivanje položaja pokretnih tačaka

Za potrebe određivanja strukturnih grešaka, neophodno je prethodno odrediti položaje tačaka na nosaču točka koji odgovaraju različitim položajima mehanizma. Položaj ovih tačaka se određuje pod pretpostavkom da nosač točka zauzima položaje u skladu sa vrednostima koordinata centra točka i uglova orijentacije koje su zadate u postavci zadatka sinteze:

$$\mathbf{p}_{1j}^{(i)} = \mathbf{p}_{1c}^{(i)} + \mathbf{R}^{(i)} (\mathbf{p}_{1j0} - \mathbf{p}_{1c0}) \quad (54)$$

gde je:

$\mathbf{p}_{1j}^{(i)}$ - vektor položaja karakteristične tačke na nosaču točka koja odgovara j -toj vodećoj polugi, u i -tom položaju nosača točka,

$\mathbf{p}_{1c}^{(i)}$, \mathbf{p}_{1c0} - vektor položaja centra točka u i -tom i početnom položaju,

$\mathbf{R}^{(i)}$ - matrica rotacije nosača točka, određena prema jed. (51), za uglove orijentacije koji odgovaraju i -tom zadatom položaju nosača točka:

$$\mathbf{R}^{(i)} = \mathbf{R}(\psi_t^{(i)}, \gamma_t^{(i)}, \beta_{nt}^{(i)}),$$

\mathbf{p}_{1j0} - vektor položaja karakteristične tačke na nosaču točka koja odgovara j -toj vodećoj polugi, za mehanizam u početnom položaju (nezavisno promenljiva u procesu optimizacije)

Strukturne greške

Strukturne greške su jednake odstupanjima jednačina ograničenja vodećih poluga. S obzirom da se ograničenja vodećih poluga zasnivaju na dva tipa jednačina, mogu se izdvojiti i dva tipa strukturnih grešaka.

Prvi tip strukturne greške odgovara jednačini ograničenja oblika (41) i primenjuje se za opisivanje odstupanja KS/SS, RS/SR i RR poluga. Opisuje promenu rastojanja između karakterističnih tačaka poluge u i -tom položaju u odnosu na njihovo rastojanje u početnom položaju:

$$\Delta^{(i)}(\mathbf{p}_{0j}, \mathbf{p}_{1j0}) = \left\| \mathbf{p}_{1j}^{(i)} - \mathbf{p}_{0j} \right\| - \left\| \mathbf{p}_{1j0} - \mathbf{p}_{0j} \right\| \quad (55)$$

gde je:

\mathbf{p}_{0j} - vektor položaja nepokretne karakteristične tačke (na telu vozila) j -te vodeće poluge,

\mathbf{p}_{1j0} , $\mathbf{p}_{1j}^{(i)}$ - vektor položaja pokretne karakteristične tačke j -te vodeće poluge na nosaču točka, u početnom i u i -tom položaju nosača točka određen prema jed. (54).

Drugi tip strukturne greške se primenjuje za opisivanje odstupanja u pogledu kolinearnosti vektora relativnog položaja karakterističnih tačaka SP vodeće poluge sa jediničnim vektorom pravca te poluge. Strukturna greška se kvantifikuje preko intenziteta vektorskog proizvoda vektora položaja karakteristične tačke prizmatičnog zgloba na nosaču točka u odnosu na centar nepokretnog sfernog zgloba i jediničnog vektora pravca ose poluge, jed. (56). Intenzitet ovog vektorskog proizvoda je jednak rastojanju karakteristične tačke prizmatičnog zgloba od ose poluge.

$$\Delta^{(i)}(\mathbf{p}_{0j}, \mathbf{p}_{1jo}) = \left\| \left(\mathbf{p}_{1j}^{(i)} - \mathbf{p}_{0j} \right) \times \left(\mathbf{R}^{(i)} \cdot \frac{\mathbf{p}_{1jo} - \mathbf{p}_{0j}}{\| \mathbf{p}_{1jo} - \mathbf{p}_{0j} \|} \right) \right\|, \quad (56)$$

gde je:

- \mathbf{p}_{0j} - vektor položaja karakteristične tačke na telu vozila j -te vodeće poluge,
- $\mathbf{p}_{1jo}, \mathbf{p}_{1j}^{(i)}$ - vektor položaja pokretne karakteristične tačke j -te vodeće poluge na nosaču točka, u početnom i i -tom položaju nosača točka prema jed. (54),
- $\mathbf{R}^{(i)}$ - matrica rotacije nosača točka, jed. (51), za uglove orijentacije koji odgovaraju i -tom zadatom položaju nosača točka.

Funkcije cilja

Funkcije cilja se formiraju tako da integrišu strukturne greške jednačina ograničenja vodećih poluga u svim posmatranim položajima mehanizma. Formiraju se za svaku vodeću polugu zasebno.

Funkcija cilja j -te vodeće poluge:

$$f_c(\mathbf{p}_{0j}, \mathbf{p}_{1jo}) = \frac{1}{P(N-1)} \sum_{k=1}^P \sum_{i=1}^N \left(f_{w_i} \cdot \left| \Delta_k^{(i)}(\mathbf{p}_{0j}, \mathbf{p}_{1jo}) \right| \right) \quad (57)$$

gde su:

- $\mathbf{p}_{0j}, \mathbf{p}_{1jo}$ - vektori položaja karakterističnih tačaka poluge u početnom položaju,
- P - broj jednačina ograničenja vodeće poluge:
 $P = 1$ za KS/SS i SP polugu, $P = 2$ za RS/SR polugu i $P = 4$ za RR polugu,
- f_{w_i} - težinski koeficijent i -tog položaja, $f_{w_i} \in (0, 1]$.

Ovako definisane funkcije cilja jednake su srednjoj vrednosti promene rastojanja između karakterističnih tačaka zglobova poluge, odnosno udaljenosti karakteristične tačke prizmatičnog zgloba od pravca klizanja, posmatrano za sve položaje i sve jednačine ograničenja poluge zajedno.

Važna osobina postupka je da se funkcije cilja formiraju za svaku vodeću polugu ponaosob, a ne za mehanizam u celini, što je slučaj u osnovnoj postavci metode u [5]. Ovakav pristup, koji dopušta da se sinteza mehanizma vrši polugu po polugu, što je tipično za metode egzaktne sinteze, a koji je u kontekstu metode indirektno sinteze primenjen u [6], omogućava značajno pojednostavljenje problema sa matematičkog gledišta i ubrzanje procesa optimizacije.

Kinematička analiza

Nakon završetka optimizacije i određivanja koordinata karakterističnih tačaka za koje su strukturne greške jednačina ograničenja minimalne, potrebno je sprovesti pozicionu analizu dobijenog mehanizma da se utvrdila stvarna odstupanja između zadatih i ostvarenih parametara položaja nosača točka.

5.3.3 Primeri

Opisani postupak omogućava sistematski pristup formiranju funkcija cilja za sintezu svih standardnih mehanizama za vođenje točka u sistemu oslanjanja vozila. Za razmatrani mehanizam potrebno je samo izabrati set tipskih izraza (54) do (57) prema vrsti vodećih poluga mehanizma. U nastavku su prikazana dva primera koji demonstriraju jednostavnost ovakvog postupka.

Primer 1: 5KS mehanizam

Sinteza poluge 1

$$\mathbf{p}_{11}^{(i)} = \mathbf{p}_{1c}^{(i)} + \mathbf{R}^{(i)} (\mathbf{p}_{11o} - \mathbf{p}_{1co})$$

$$\Delta^{(i)}(\mathbf{p}_{01}, \mathbf{p}_{11o}) = \left\| \mathbf{p}_{11}^{(i)} - \mathbf{p}_{01} \right\| - \left\| \mathbf{p}_{11o} - \mathbf{p}_{01} \right\|$$

$$f_{c1} = \sum_{i=1}^N \left(fw_i \cdot \left| \Delta^{(i)}(\mathbf{p}_{01}, \mathbf{p}_{11o}) \right| \right)$$

Sinteza poluge 2

$$\mathbf{p}_{12}^{(i)} = \mathbf{p}_{1c}^{(i)} + \mathbf{R}^{(i)} (\mathbf{p}_{12o} - \mathbf{p}_{1co})$$

$$\Delta^{(i)}(\mathbf{p}_{02}, \mathbf{p}_{12o}) = \left\| \mathbf{p}_{12}^{(i)} - \mathbf{p}_{02} \right\| - \left\| \mathbf{p}_{12o} - \mathbf{p}_{02} \right\|$$

$$f_{c2} = \sum_{i=1}^N \left(fw_i \cdot \left| \Delta^{(i)}(\mathbf{p}_{02}, \mathbf{p}_{12o}) \right| \right)$$

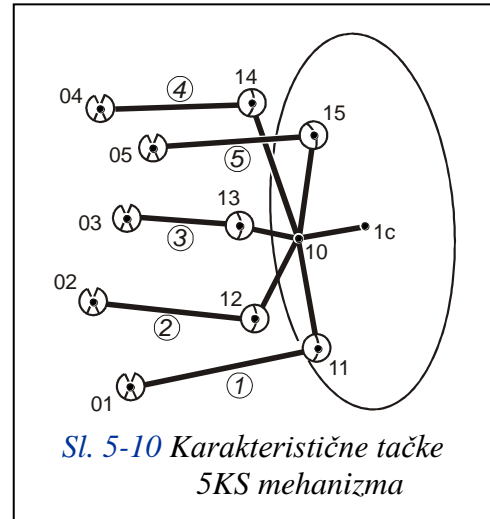
⋮

Sinteza poluge 5

$$\mathbf{p}_{15}^{(i)} = \mathbf{p}_{1c}^{(i)} + \mathbf{R}^{(i)} (\mathbf{p}_{15o} - \mathbf{p}_{1co})$$

$$\Delta^{(i)}(\mathbf{p}_{05}, \mathbf{p}_{15o}) = \left\| \mathbf{p}_{15}^{(i)} - \mathbf{p}_{05} \right\| - \left\| \mathbf{p}_{15o} - \mathbf{p}_{05} \right\|$$

$$f_{c5} = \sum_{i=1}^N \left(fw_i \cdot \left| \Delta^{(i)}(\mathbf{p}_{05}, \mathbf{p}_{15o}) \right| \right)$$



Dakle, problem sinteze mehanizma sa 30 nepoznatih konstrukcionih parametara je sveden na optimizaciju pet funkcija cilja po šest promenljivih.

Primer 2: Mekfersonov RS-SP-KS mehanizam

Sinteza RS poluge 1

usvojene veličine¹: $p_{01x}, p_{01'x}$

$$\mathbf{p}_{11}^{(i)} = \mathbf{p}_{1c}^{(i)} + \mathbf{R}^{(i)} (\mathbf{p}_{11o} - \mathbf{p}_{1co})$$

$$\Delta_1^{(i)}(\mathbf{p}_{01}, \mathbf{p}_{11o}) = \left\| \mathbf{p}_{11}^{(i)} - \mathbf{p}_{01} \right\| - \left\| \mathbf{p}_{11o} - \mathbf{p}_{01} \right\|$$

$$\Delta_2^{(i)}(\mathbf{p}_{01'}, \mathbf{p}_{11o}) = \left\| \mathbf{p}_{11}^{(i)} - \mathbf{p}_{01'} \right\| - \left\| \mathbf{p}_{11o} - \mathbf{p}_{01'} \right\|$$

$$f_{c1} = \sum_{i=1}^N \left(f_{w_i} \cdot \left(\left| \Delta_1^{(i)}(\mathbf{p}_{01}, \mathbf{p}_{11o}) \right| + \left| \Delta_2^{(i)}(\mathbf{p}_{01'}, \mathbf{p}_{11o}) \right| \right) \right)$$

Sinteza KS poluge 2

$$\mathbf{p}_{12}^{(i)} = \mathbf{p}_{1c}^{(i)} + \mathbf{R}^{(i)} (\mathbf{p}_{12o} - \mathbf{p}_{1co})$$

$$\Delta^{(i)}(\mathbf{p}_{02}, \mathbf{p}_{12o}) = \left\| \mathbf{p}_{12}^{(i)} - \mathbf{p}_{02} \right\| - \left\| \mathbf{p}_{12o} - \mathbf{p}_{02} \right\|$$

$$f_{c2} = \sum_{i=1}^N \left(f_{w_i} \cdot \left| \Delta^{(i)}(\mathbf{p}_{02}, \mathbf{p}_{12o}) \right| \right)$$

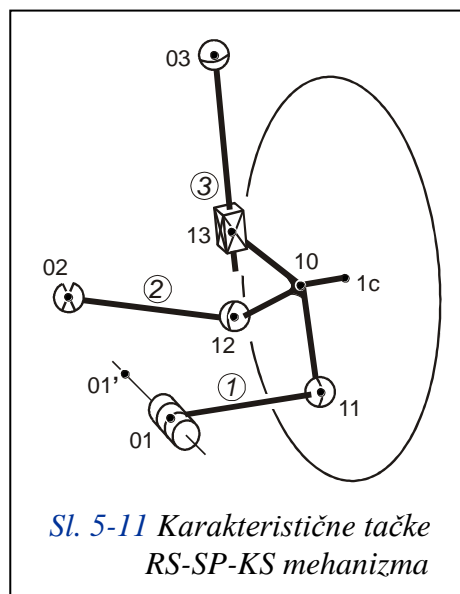
Sinteza SP poluge 3

usvojena veličina: p_{13oz}

$$\mathbf{p}_{13}^{(i)} = \mathbf{p}_{1c}^{(i)} + \mathbf{R}^{(i)} (\mathbf{p}_{13o} - \mathbf{p}_{1co})$$

$$\Delta^{(i)}(\mathbf{p}_{03}, \mathbf{p}_{13o}) = \left\| \left(\mathbf{p}_{13}^{(i)} - \mathbf{p}_{03} \right) \times \left(\mathbf{R}^{(i)} \cdot \frac{\mathbf{p}_{13o} - \mathbf{p}_{03}}{\left\| \mathbf{p}_{13o} - \mathbf{p}_{03} \right\|} \right) \right\|$$

$$f_{c3} = \sum_{i=1}^N \left(f_{w_i} \cdot \Delta^{(i)}(\mathbf{p}_{03}, \mathbf{p}_{13o}) \right)$$



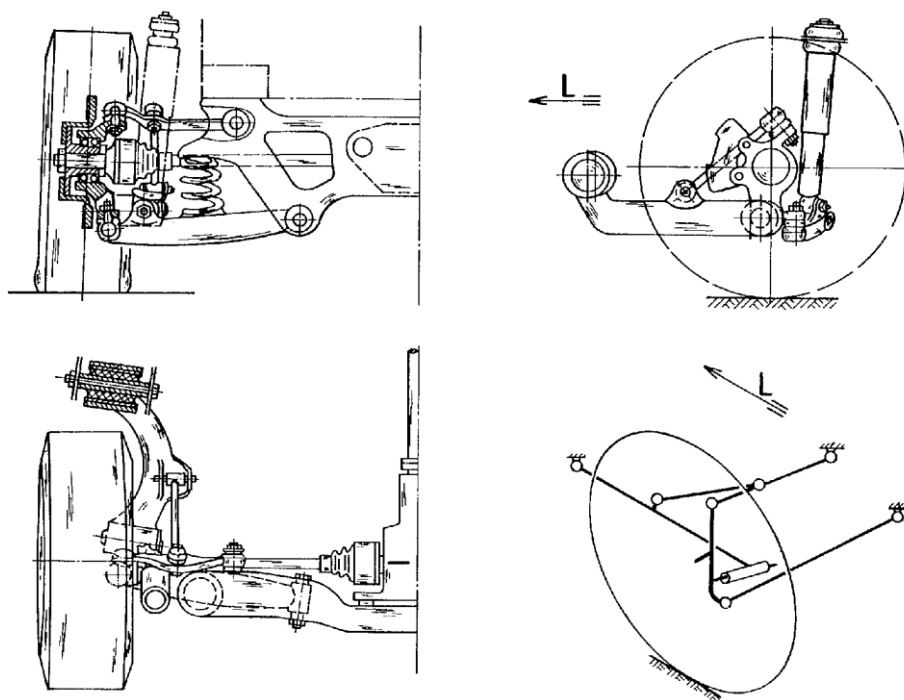
Sl. 5-11 Karakteristične tačke RS-SP-KS mehanizma

Na osnovu prikazanog sledi da sinteza ovog mehanizma podrazumeva optimizaciju tri funkcije cilja sa sedam (f_{c1}), šest (f_{c2}) i pet (f_{c3}) nepoznatih konstrukcionih parametara.

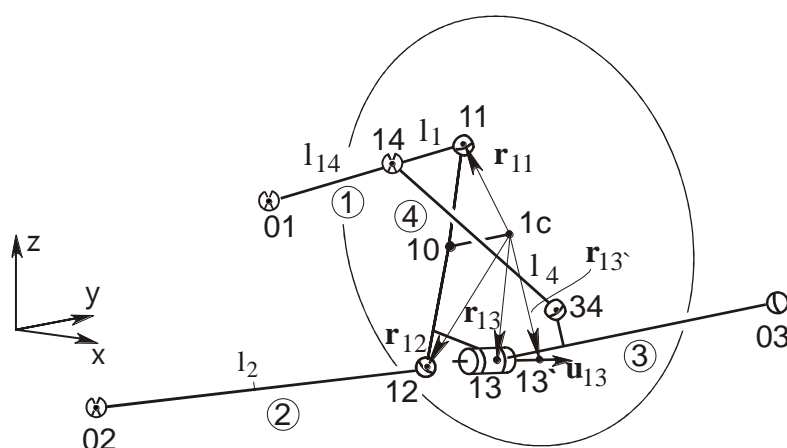
¹ videti t. 5.2.2

5.3.4 Sinteza mehanizma sa međusobno povezanim vodećim polugama

Radi demonstracije primenljivosti metode indirektno sinteze i na mehanizme netipične strukture, razmotren je problem sinteze mehanizma sa međusobno povezanim vodećim polugama koji je opisan u patentnom dokumentu U.S.Pat. 4556238 [54], *Sl. 5-13*.



Sl. 5-12 Mehanizam za vođenje zadnjih točkova sa međusobno povezanim polugama, [54]



Sl. 5-13 Vektorski model mehanizma na *Sl. 5-12*

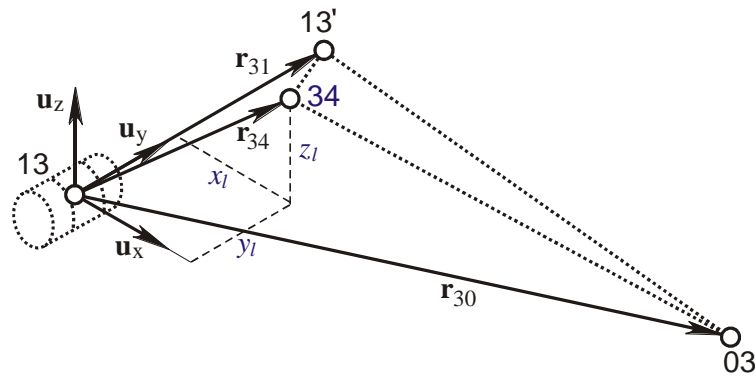
Da bi se metoda mogla primeniti, neophodno je pozicije tačkaka 14 i 34 poluge 4 izraziti u funkciji od zadatih parametara položaja nosača točka. Ovo se izvodi tako što se njihov položaj prikazuje u funkciji od pokretnih tačkaka nosača točka.

Položaj tačke 14, koja leži na osi poluge 1, se određuje na osnovu položaja tačaka 01 i 11 i rastojanja l_{14} od tačke 01, kao konstrukcionog parametra mehanizma:

$$\mathbf{p}_{14}^{(i)} = \mathbf{p}_{01} + l_{14} \frac{\mathbf{p}_{11}^{(i)} - \mathbf{p}_{01}^{(i)}}{\|\mathbf{p}_{11}^{(i)} - \mathbf{p}_{01}^{(i)}\|} \quad (58)$$

Za određivanje položaja tačke 34, koja se nalazi na složenoj vodećoj polugi 3, usvojena je posebna procedura zasnovana na uvođenju lokalnog koordinatnog sistema čiji položaj određuju tačke 13, 13' i 03 ove poluge. Položaj tačke 34 se prikazuje kao funkcija njenih lokalnih koordinata i prostornog položaja lokalnog koordinatnog sistema.

Lokalni koordinatni sistem se formira sa centrom u tački 13, y osom koja prolazi kroz tačku 13', x osom koja leži u ravni sa tačkom 03 i z osom upravnom na tu ravan, *Sl. 5-14*.



Sl. 5-14 Vektorski model složene poluge 3 mehanizma na Sl. 5-13

Lokalni koordinatni sistem i koordinate tačke 34 se određuju za polugu u početnom položaju primenom sledeće procedure.

- Karakteristični vektori poluge 3 u početnom položaju:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{310} &= \mathbf{p}_{13'0} - \mathbf{p}_{130} \\ \mathbf{r}_{300} &= \mathbf{p}_{030} - \mathbf{p}_{130} \\ \mathbf{r}_{340} &= \mathbf{p}_{340} - \mathbf{p}_{130} \end{aligned} \quad (59)$$

- Jedinični vektori osa lokalnog koordinatnog sistema u početnom položaju:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{y0} &= \frac{\mathbf{r}_{310}}{\|\mathbf{r}_{310}\|} \\ \mathbf{u}_{z0} &= \frac{\mathbf{r}_{300} \times \mathbf{r}_{310}}{\|\mathbf{r}_{300} \times \mathbf{r}_{310}\|} \\ \mathbf{u}_{x0} &= \mathbf{u}_{y0} \times \mathbf{u}_{z0} \end{aligned} \quad (60)$$

- Koordinate tačke 34 u lokalnom koordinatnom sistemu

$$\begin{aligned} x_l &= \mathbf{r}_{340}^T \cdot \mathbf{u}_{x0} \\ y_l &= \mathbf{r}_{340}^T \cdot \mathbf{u}_{y0} \\ z_l &= \mathbf{r}_{340}^T \cdot \mathbf{u}_{z0} \end{aligned} \quad (61)$$

U nekom proizvoljnom položaju mehanizma, položaj tačke 34 se prikazuje kao funkcija njenih lokalnih koordinata, jed. (61), i prostornog položaja lokalnog koordinatnog sistema:

- Karakteristični vektori poluge 3 na osnovu kojih se određuje usmerenost osa lokalnog koordinatnog sistema u i -tom položaju mehanizma:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{31}^{(i)} &= \mathbf{p}_{13'}^{(i)} - \mathbf{p}_{13}^{(i)} \\ \mathbf{r}_{30}^{(i)} &= \mathbf{p}_{03}^{(i)} - \mathbf{p}_{13}^{(i)} \end{aligned} \quad (62)$$

- Jedinični vektori osa lokalnog koordinatnog sistema u i -tom položaju mehanizma:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_y^{(i)} &= \frac{\mathbf{r}_{31}^{(i)}}{\|\mathbf{r}_{31}^{(i)}\|} \\ \mathbf{u}_z^{(i)} &= \frac{\mathbf{r}_{30}^{(i)} \times \mathbf{r}_{31}^{(i)}}{\|\mathbf{r}_{30}^{(i)} \times \mathbf{r}_{31}^{(i)}\|} \\ \mathbf{u}_x^{(i)} &= \mathbf{u}_y^{(i)} \times \mathbf{u}_z^{(i)} \end{aligned} \quad (63)$$

- Vektor položaja tačke 34 u i -tom položaju mehanizma:

$$\mathbf{p}_{34}^{(i)} = \mathbf{p}_{13}^{(i)} + x_l \mathbf{u}_x^{(i)} + y_l \mathbf{u}_y^{(i)} + z_l \mathbf{u}_z^{(i)} \quad (64)$$

Nakon određivanja vektora položaja tačaka 14 i 34, jed. (58) i (64), mogu se izvesti relacije za sintezu razmatranog mehanizma (oznake prema jed. (54) do (57)):

Sinteza sklopa povezanih poluga 1, 3 i 4

usvojene veličine: $p_{13oy}, p_{13'o_y}$

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_{11}^{(i)} &= \mathbf{p}_{1c}^{(i)} + \mathbf{R}^{(i)} (\mathbf{p}_{11o} - \mathbf{p}_{1co}) \\ \Delta_1^{(i)}(\mathbf{p}_{01}, \mathbf{p}_{11o}) &= \|\mathbf{p}_{11}^{(i)} - \mathbf{p}_{01}\| - \|\mathbf{p}_{11o} - \mathbf{p}_{01}\| \\ \Delta_2^{(i)}(\mathbf{p}_{03}, \mathbf{p}_{13o}) &= \|\mathbf{p}_{13}^{(i)} - \mathbf{p}_{03}\| - \|\mathbf{p}_{13o} - \mathbf{p}_{03}\| \\ \Delta_3^{(i)}(\mathbf{p}_{03}, \mathbf{p}_{13'o}) &= \|\mathbf{p}_{13'}^{(i)} - \mathbf{p}_{03}\| - \|\mathbf{p}_{13'o} - \mathbf{p}_{03}\| \\ \Delta_4^{(i)}(l_{14}, \mathbf{p}_{34o}) &= \|\mathbf{p}_{34}^{(i)} - \mathbf{p}_{14}(l_{14})^{(i)}\| - \|\mathbf{p}_{34o} - \mathbf{p}_{14o}(l_{14})\| \\ f_{c1} &= \sum_{i=1}^N \left(f w_i \cdot \left(\left| \Delta_1^{(i)}(\mathbf{p}_{01}, \mathbf{p}_{11o}) \right| + \left| \Delta_2^{(i)}(\mathbf{p}_{03}, \mathbf{p}_{13o}) \right| + \left| \Delta_3^{(i)}(\mathbf{p}_{03}, \mathbf{p}_{13'o}) \right| + \left| \Delta_4^{(i)}(l_{14}, \mathbf{p}_{34o}) \right| \right) \right) \\ & \text{(broj nepoznatih: 17)} \end{aligned} \quad (65)$$

Sinteza KS poluge 2

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_{12}^{(i)} &= \mathbf{p}_{1c}^{(i)} + \mathbf{R}^{(i)} (\mathbf{p}_{12o} - \mathbf{p}_{1co}) \\ \Delta^{(i)}(\mathbf{p}_{02}, \mathbf{p}_{12o}) &= \|\mathbf{p}_{12}^{(i)} - \mathbf{p}_{02}\| - \|\mathbf{p}_{12o} - \mathbf{p}_{02}\| \\ f_{c2} &= \sum_{i=1}^N \left(f w_i \cdot \left| \Delta^{(i)}(\mathbf{p}_{02}, \mathbf{p}_{12o}) \right| \right) \\ & \text{(broj nepoznatih: 6)} \end{aligned} \quad (66)$$

5.3.5 Primena metode indirektne sinteze u slučaju kada nisu poznati svi osnovni parametri položaja nosača točka

Metoda indirektne sinteze u osnovnoj postavci opisanoj u tački 5.3.1 se može primeniti samo za probleme u kojima je kretanje nosača točka u potpunosti propisano zadavanjem svih šest prostornih koordinata položaja. Kao takva, ona je prvenstveno pogodna za probleme sinteze u kojima postoje snimljene karakteristike kretanja postojećih mehanizama, što na primer odgovara zadatku kada je uz izmenjene konstruktivne zahteve (npr. u pogledu raspoloživog prostora) potrebno što vernije reprodukovati kretanje postojećeg mehanizma. Međutim, u generalnim postavkama problema sinteze, zahtev za poznavanjem svih šest parametara položaja nosača točka po pravilu predstavlja problem. Ovo se u prvom redu odnosi na ugao orijentacije koji odgovara rotaciji nosača točka oko ose točka, čije vrednosti obično nisu poznate. Naime, za propisivanje vrednosti ovog ugla orijentacije nosača točka u literaturi ne postoje smernice ili preporuke s obzirom da odgovarajuće kretanje nosača ne utiče na položaj i kretanje točka. Takođe, nije redak slučaj da su iz seta podataka za opisivanje željenog kretanja točka izostavljeni podaci koji se odnose na neke druge parametre položaja, kao što su pomeranje centra točka u podužnom ili poprečnom pravcu.

U nastavku su razmotrene tri tehnike koje omogućavaju prevazilaženje opisanog problema i primenu metode indirektne sinteze u slučaju kada nisu zadati svi osnovni parametri položaja nosača točka.

5.3.5.1 Redukovanje stepena pokretljivosti nosača točka usvajanjem konstrukcionih parametara

Ova tehnika predviđa da se za svaki parametar položaja nosača točka koji nije zadat, usvoje konstrukcioni parametri koji odgovaraju jednoj jednačini ograničenja. Na primer, u slučaju kada nisu poznate vrednosti jednog parametra položaja nosača točka, ovo se može realizovati usvajanjem položaja oslonih tačaka jedne KS vodeće poluge.

Opisanim postupkom se obezbeđuje redukcija stepena pokretljivosti nosača točka, kako bi njegov broj stepeni slobode kretanja odgovarao broju zadatih parametara položaja nosača točka. U takvoj situaciji, dobija se kinematički određeno kretanje nosača točka, što, dalje, omogućava da se, pre početka sinteze, rešavanjem jednačina ograničenja usvojene poluge odrede parametri položaja koji nisu zadati i tako problem svede na standardnu postavku metode indirektne sinteze.

Kao karakterističan, može se izdvojiti slučaj kada je usvojen položaj jedne KS poluge, s obzirom da u postavci zadatka nisu zadate vrednosti ugla rotacije nosača točka oko ose točka (β_{nt}). Do jednačine za određivanje β_{nt} , dolazi se tako što se u jednačini ograničenja usvojene KS poluge, položaj tačke na nosaču točka eksplicitno izrazi u funkciji od parametara položaja nosača točka:

$$\| \mathbf{p}_{1c}^{(i)} + \mathbf{R}(\psi_t^{(i)}, \gamma_t^{(i)}, \beta_{nt}^{(i)}) \cdot (\mathbf{p}_{1j_0} - \mathbf{p}_{1c_0}) - \mathbf{p}_{0j} \| = 0. \quad (67)$$

U prethodnoj jednačini, s obzirom da su vektori položaja karakterističnih tačaka poluge \mathbf{p}_{0j} i \mathbf{p}_{1j_0} usvojeni, kao nepoznata veličina figuriše samo ugao $\beta_{nt}^{(i)}$. Rešavanjem ove jednačine za $i=1..N$ položaja nosača točka dolazi se do seta vrednosti traženog ugla, čime su stvoreni uslovi za primenu osnovne verzije metode.

5.3.5.2 Primena aproksimacionog polinoma za nepoznate parametre položaja

Ideja na kojoj se zasniva ova tehnika je da se parametri položaja nosača točka koji nisu zadati prevedu u nepoznate veličine koje su predmet optimizacije. Ovo, u suštini, znači da se od algoritma optimizacije zahteva da, uz neizmenjenu funkciju cilja, pored traženih konstrukcionih parametara mehanizma, odredi i vrednosti nepoznatih parametara položaja nosača točka. S obzirom da bi neposredno uvođenje svih vrednosti nepoznatog parametra (za različite položaje mehanizma) kao nezavisno promenljivih dovelo do značajnog uvećanja broja nepoznatih i otežanja problema optimizacije, nepoznati parametri se predstavljaju preko aproksimacionih polinoma. U takvoj postavci, zadatak optimizacije se proširuje sa svega nekoliko (nepoznatih) koeficijenata aproksimacionog polinoma, koje je potrebno odrediti tako da dopuste ostvarivanje zadatih parametara položaja nosača točka uz što manja odstupanja.

Na osnovu analize dijagrama koji prikazuju promenu parametara položaja nosača točka u funkciji od promene visine točka (Δp_{1cz}), aproksimacioni polinom je usvojen u obliku dvodelne kvadratne funkcije u kojoj se koeficijenti uz kvadratni član razlikuju za položaje iznad i ispod referentnog položaja:

$$x(\Delta p_{1cz}) = \begin{cases} c_1 \cdot \Delta p_{1cz}^2 + c_0 \cdot \Delta p_{1cz} + x_o & \text{za } \Delta p_{1cz} \geq 0 \\ c_2 \cdot \Delta p_{1cz}^2 + c_0 \cdot \Delta p_{1cz} + x_o & \text{za } \Delta p_{1cz} < 0 \end{cases} \quad (68)$$

gde $x(\Delta p_{1cz})$ predstavlja aproksimativnu funkciju za nepoznati parametar, c_0 , c_1 i c_2 su koeficijenti polinoma koji se određuju u procesu optimizacije, a x_o je poznata/usvojena vrednost posmatranog parametra za točak u referentnom položaju.

Iako je aproksimativnog karaktera, ovakva tehnika može da rezultuje rešenjima sa odstupanjima koja su prihvatljiva u praksi (videti rezultate numeričkih eksperimenata prikazane u poglavlju 6).

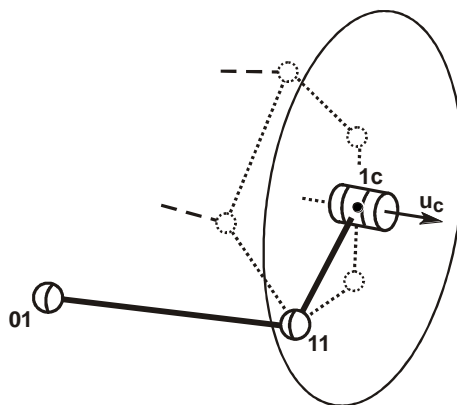
Sa druge strane, funkcija cilja koja objedinjuje konstrukcione parametre mehanizma i koeficijente polinoma više nije separabilna, što znači da sintezu nije moguće izvesti zasebno po vodećim polugama, već se mora sprovesti za mehanizam u celini. Ova okolnost otežava i usporava proces optimizacije.

5.3.5.3 Analitičko određivanje ugla rotacije nosača točka oko ose točka

Ova tehnika se može primeniti samo za postavke problema sinteze u kojima su zadati svi parametri položaja nosača točka osim ugla rotacije nosača točka oko ose točka. Iako nešto složenija, tehnika dopušta rešavanje problema u osnovnoj postavci, bez uvođenja aproksimacija ili usvajanja položaja vodećih poluga, što je bio slučaj u prethodne dve tehnike.

U razmatranoj postavci zadatka sinteze, propisivanjem koordinata centra točka i dva karakteristična ugla točka, ugla bočnog nagiba i ugla usmerenosti točka, prostorni položaj i orijentacija osovine (ose) točka su u potpunosti određeni.

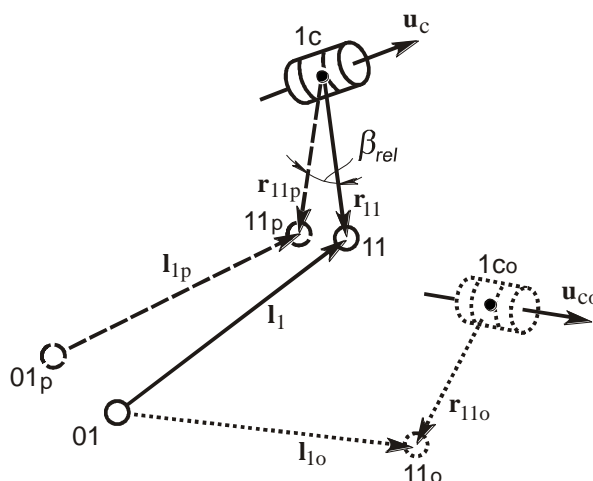
Ukoliko se nosač točka i jedna KS/SS vodeća poluga predstave kao dijada koja je na jednom kraju rotacionim zglobovima vezana za osu točka, a na drugom sfernim zglobovima za nepokretnu tačku na telu vozila, *Sl. 5-15*, dolazi se do modela koji omogućava analitičko određivanje ugla relativne rotacije rotacionog zgloba (tj. nosača točka) pri promeni prostornog položaja ose točka.



Sl. 5-15 Nosač točka i jedna KS/SS vodeća poluga modelirani kao prostorna RS dijada

Postupak analitičkog određivanja ugla relativne rotacije rotacionog zgloba RS dijade je izveden na bazi postupka opisanog u [4], u poglavljima 4.5 i 4.6.

Sa promenom prostornog položaja ose točka (centra točka 1c i vektora pravca \mathbf{u}_c ose točka) dolazi do kretanja i promene položaja elemenata dijade. Ova promena položaja se opisuje preko komponentata prenosnog i relativnog kretanja, Sl. 5-16.



Sl. 5-16 Promena položaja karakterističnih vektora RS dijade usled prenosnog i relativnog kretanja

Prenosno kretanje između početnog i i -tog položaja se može predstaviti kao konačna rotacija oko vektora $\mathbf{u}_p^{(i)}$ za ugao $\theta_p^{(i)}$, koji se određuju preko promene pravca ose točka:

$$\mathbf{u}_p^{(i)} = \frac{\mathbf{u}_{co} \times \mathbf{u}_c^{(i)}}{\|\mathbf{u}_{co} \times \mathbf{u}_c^{(i)}\|} \quad (69)$$

$$\theta_p^{(i)} = \arccos(\mathbf{u}_{co}^T \cdot \mathbf{u}_c^{(i)}). \quad (70)$$

Na osnovu dobijenih parametara konačne rotacije, može se odrediti promena položaja karakterističnih vektora dijade usled prenosnog kretanja, Sl. 5-16:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{11p}^{(i)} &= \mathbf{R}_u(\theta_p^{(i)}, \mathbf{u}_p^{(i)}) \cdot \mathbf{r}_{11o}, \\ \mathbf{l}_{1p}^{(i)} &= \mathbf{R}_u(\theta_p^{(i)}, \mathbf{u}_p^{(i)}) \cdot \mathbf{l}_{1o}, \end{aligned} \quad (71)$$

gde $\mathbf{R}_u(\theta, \mathbf{u})$ označava matricu rotacije oko ose definisane jediničnim vektorom \mathbf{u} , za ugao θ :

$$\mathbf{R}_u(\theta, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} u_x^2 v \theta + c \theta & u_x u_y v \theta - u_z s \theta & u_x u_z v \theta + u_y s \theta \\ u_x u_y v \theta + u_z s \theta & u_y^2 v \theta + c \theta & u_y u_z v \theta - u_x s \theta \\ u_x u_z v \theta - u_y s \theta & u_y u_z v \theta + u_x s \theta & u_z^2 v \theta + c \theta \end{bmatrix}, \quad (72)$$

$$\mathbf{u} = (u_x \quad u_y \quad u_z)^T; \quad s \theta \equiv \sin(\theta); \quad c \theta \equiv \cos(\theta); \quad v \theta \equiv \text{vers}(\theta) \equiv 1 - \cos(\theta).$$

Određivanjem položaja karakterističnih vektora $\mathbf{r}_{11p}^{(i)}$ i $\mathbf{l}_{1p}^{(i)}$, (71), stvoreni su uslovi za primenu formule za određivanje ugla relativne rotacije β_{rel} prema [4]:

$$\beta_{rel}^{(i)} = 2 \cdot \arctg \left(\frac{-F \pm \sqrt{E^2 + F^2 - G^2}}{G - E} \right)$$

$$E = \mathbf{r}_{01c}^{(i)T} \left(-\mathbf{u}_c^{(i)} \times \mathbf{u}_n^{(i)} \right)$$

gde je:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{01c}^{(i)} &= \mathbf{p}_{01} - \mathbf{p}_{1c}^{(i)} \\ \mathbf{u}_n^{(i)} &= \mathbf{u}_c^{(i)} \times \mathbf{r}_{11p}^{(i)} \end{aligned}$$

$$F = \mathbf{r}_{01c}^{(i)T} \mathbf{u}_n^{(i)}$$

$$G = \mathbf{r}_{01c}^{(i)T} \left(\mathbf{r}_{11p}^{(i)} + \mathbf{u}_c^{(i)} \times \mathbf{u}_n^{(i)} \right) + \frac{1}{2} \left(\mathbf{l}_{1p}^{(i)T} \mathbf{l}_{1p}^{(i)} - \mathbf{r}_{01c}^{(i)T} \mathbf{r}_{01c}^{(i)} - \mathbf{r}_{11p}^{(i)T} \mathbf{r}_{11p}^{(i)} \right)$$

Ugao relativne rotacije β_{rel} jednak je traženom uglu rotacije nosača točka oko ose točka β_{nt} .

Nakon određivanja parametara prenosne i relativne rotacije, položaj ostalih karakterističnih tačaka na nosaču točka se određuje prema:

$$\mathbf{p}_{1j}^{(i)} = \mathbf{p}_{1c}^{(i)} + \mathbf{R}_u(\beta_{rel}^{(i)}, \mathbf{u}_c^{(i)}) \mathbf{R}_u(\theta_p^{(i)}, \mathbf{u}_p^{(i)}) (\mathbf{p}_{1j0} - \mathbf{p}_{1c0}). \quad (74)$$

Opisana tehnika se može primeniti na sve osnovne mehanizme, s obzirom da svi u strukturi uključuju makar jednu KS/SS polugu.

S obzirom da koordinate KS vodeće poluge u dijadi implicitno utiču preko vrednosti β_{rel} na položaj pokretnih tačaka ostalih poluga, jed. (74), sintezu nije moguće izvesti polugu po polugu, već se mora sprovesti za sve poluge odjednom. Ova okolnost otežava i usporava proces pronalazaženja rešenja, te se može okarakterisati kao mana opisane tehnike.

5.4 METODA DIREKTNE OPTIMALNE SINTEZE

5.4.1 Postavka problema

Metoda direktne optimalne sinteze omogućava rešavanje najšire klase problema dimenzione sinteze mehanizama za vođenje točka s obzirom da dopušta slobodan izbor u pogledu tipa i broja parametara kojima se zadaje željeno kretanje nosača točka. U tom smislu, pored osnovnih parametara položaja nosača točka, u postavci zadatka direktne sinteze se mogu zadati i izvedeni parametri položaja i kretanja nosača, uključujući parametre koji zahtevaju analizu brzina mehanizma, kao i bilo koja druga veličina do koje se može doći kinematičkom analizom mehanizma. U pogledu broja zadatih parametara i broja položaja mehanizma u kojima su oni propisani, takođe se ne postavljaju ograničenja, pri čemu treba imati na umu njihov uticaj na prirodu očekivanih rešenja (videti stav na kraju tačke 5.2.3 i jed. (38)). Prema potrebi, neki parametri mogu biti zadati samo u pojedinim položajima mehanizma.

Važna karakteristika ove metode je da se bazira na funkcijama cilja koje direktno zavise od razlike između ostvarenih i propisanih vrednosti parametara kretanja nosača točka, posmatrano za svaki parametar zasebno. Ovo omogućava da se problem sinteze postavi kao problem višekriterijumske optimizacije koja dopušta isticanje važnosti pojedinih parametara.

Problem direktne optimalne dimenzione sinteze mehanizama za vođenje točka u opštem slučaju se može postaviti na sledeći način:

Za kretanje nosača točka propisano zadavanjem vrednosti P parametara položaja i kretanja nosača točka u N položaja:

$$\mathbf{q}' = (q'_1 \langle i \rangle \quad q'_2 \langle i \rangle \quad \dots \quad q'_P \langle i \rangle)^T, \quad i = 1 \dots N$$

potrebno je odrediti vrednosti konstrukcionih parametara mehanizma, tj. koordinata karakterističnih tačaka mehanizma u početnom položaju:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{p}_{01} \quad \mathbf{p}_{11o} \quad \mathbf{p}_{02} \quad \mathbf{p}_{12o} \quad \dots)^T,$$

takvih da rezultuju minimalnim vrednostima funkcija cilja

$$f_{c1}(q'_1 \langle i \rangle - q_1 \langle i \rangle), f_{c2}(q'_2 \langle i \rangle - q_2 \langle i \rangle), \dots, f_{cP}(q'_P \langle i \rangle - q_P \langle i \rangle),$$

koje zavise od razlike $(q'_k \langle i \rangle - q_k \langle i \rangle)$ između propisanih i ostvarenih vrednosti parametara kretanja nosača točka.

5.4.2 Opis postupka sinteze

Koncept metode direktne optimalne sinteze je veoma jednostavan.

U sklopu iterativne potrage za optimalnim rešenjem, u svakoj iteraciji se vrši kinematička analiza mehanizma čija geometrija odgovara tekućim (probnim) vrednostima traženih konstrukcionih parametara. Kinematička analiza se izvodi sa ciljem da se odrede vrednosti onih parametara kretanja nosača točka čije vrednosti su propisane u postavci zadatka sinteze. Na osnovu poređenja funkcija cilja koje izražavaju razlike između ostvarenih i propisanih vrednosti parametara sa funkcijama cilja iz prethodne iteracije, optimizacioni algoritam formira nove vrednosti konstrukcionih parametara i prosleđuje ih u narednu iteraciju.

5.4.3 Kinematička analiza

Postupak kinematičke analize u okviru direktne optimalne sinteze je predstavljen na primeru tzv. pseudo-Mekferson SP-3KS mehanizma, *Sl. 5-17*. Sve primenjene jednačine izvedene su u skladu sa principima prikazanim u poglavlju 5.2.

U svakoj iteraciji optimizacije, kinematičkoj analizi se prosleđuju, kao ulazne veličine, trenutne vrednosti konstrukcionih parametara, odnosno koordinate karakterističnih tačaka mehanizma u početnom položaju (\mathbf{p}_{01} , \mathbf{p}_{02} , \mathbf{p}_{03} , \mathbf{p}_{04} , \mathbf{p}_{11o} , \mathbf{p}_{12o} , \mathbf{p}_{13o} , \mathbf{p}_{14o}). Pri tome, iz postavke zadatka sinteze se preuzimaju podaci o visini centra tačka ($p_{1cz}^{(i)}$) i, eventualno, u slučaju upravljačkih točkova, podaci o pomeranju oslone tačke upravljačke spone, tačke 03, ($\Delta p_{03y}^{(i)}$). Ove veličine imaju ulogu nezavisnih parametara položaja mehanizma, u funkciji od kojih se određuju svi traženi parametri kretanja. Za potrebe analize brzina, vrednosti zadatih brzina centra tačka $v_{1cz}^{(i)}$ i oslone tačke upravljačke spone $v_{03y}^{(i)}$ se takođe preuzimaju iz postavke zadatka¹. Kao zadatak kinematičke analize, postavlja se zahtev za određivanjem osnovnih parametara položaja nosača tačka ($p_{1cx}^{(i)}$, $p_{1cy}^{(i)}$, $\psi_t^{(i)}$, $\gamma_t^{(i)}$, $\beta_{nt}^{(i)}$) i odgovarajućih brzina ($v_{1cx}^{(i)}$, $v_{1cy}^{(i)}$, $\omega_\psi^{(i)}$, $\omega_\gamma^{(i)}$, $\omega_\beta^{(i)}$). Na osnovu ovih veličina, primenom jed. (25) do (37), mogu se odrediti ostali izvedeni parametri položaja i kretanja nosača.

Analiza pozicija

Dužine vodećih poluga:

$$l_1 = \|\mathbf{p}_{11o} - \mathbf{p}_{01}\|$$

$$l_2 = \|\mathbf{p}_{12o} - \mathbf{p}_{02}\|$$

$$l_3 = \|\mathbf{p}_{13o} - \mathbf{p}_{03}\|$$

Karakteristični vektori nosača tačka u početnom položaju:

$$\mathbf{r}_{11o} = \mathbf{p}_{11o} - \mathbf{p}_{1co}$$

$$\mathbf{r}_{12o} = \mathbf{p}_{12o} - \mathbf{p}_{1co}$$

$$\mathbf{r}_{13o} = \mathbf{p}_{13o} - \mathbf{p}_{1co}$$

$$\mathbf{r}_{14o} = \mathbf{p}_{14o} - \mathbf{p}_{1co}$$

Jedinični vektor poluge 4 u početnom položaju:

$$\mathbf{u}_{14o} = \frac{\mathbf{p}_{04} - \mathbf{p}_{14o}}{\|\mathbf{p}_{04} - \mathbf{p}_{14o}\|}$$

Položaj pokretnih tačaka na nosaču tačka:

$$\mathbf{p}_{11}^{(i)} = \mathbf{p}_{1c}^{(i)} + \mathbf{R}^{(i)} \mathbf{r}_{11o} = \mathbf{p}_{1c}^{(i)} + \mathbf{r}_{11}^{(i)}$$

$$\mathbf{p}_{12}^{(i)} = \mathbf{p}_{1c}^{(i)} + \mathbf{R}^{(i)} \mathbf{r}_{12o} = \mathbf{p}_{1c}^{(i)} + \mathbf{r}_{12}^{(i)}$$

$$\mathbf{p}_{13}^{(i)} = \mathbf{p}_{1c}^{(i)} + \mathbf{R}^{(i)} \mathbf{r}_{13o} = \mathbf{p}_{1c}^{(i)} + \mathbf{r}_{13}^{(i)}$$

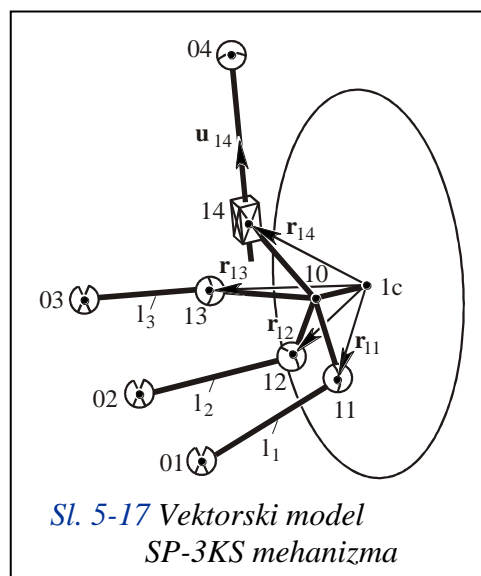
$$\mathbf{p}_{14}^{(i)} = \mathbf{p}_{1c}^{(i)} + \mathbf{R}^{(i)} \mathbf{r}_{14o} = \mathbf{p}_{1c}^{(i)} + \mathbf{r}_{14}^{(i)}$$

$$\text{gde je: } \mathbf{p}_{1c}^{(i)} = (p_{1cx}^{(i)} \ p_{1cy}^{(i)} \ p_{1cz}^{(i)})^T$$

$$\mathbf{R}^{(i)} = \mathbf{R}(\psi_t^{(i)}, \gamma_t^{(i)}, \beta_{nt}^{(i)}), \text{ jed. (51)}$$

Položaj jediničnog vektora poluge 4:

$$\mathbf{u}_{14}^{(i)} = \mathbf{R}^{(i)} \mathbf{u}_{14o}$$



Sl. 5-17 Vektorski model SP-3KS mehanizma

¹ S obzirom da se intenziteti komponentata vektora brzina karakterističnih tačaka i vektora ugaone brzine linearno menjaju sa promenom intenziteta zadatih brzina, položaj ose zavojnog kretanja nosača tačka ne zavisi od njihove veličine. Iz tih razloga, ako se analiza brzina vrši u cilju određivanja parametara koji su funkcija položaja ove ose, veličine zadatih brzina se mogu slobodno usvojiti.

Jednačine ograničenja:

$$\| \mathbf{p}_{11}^{(i)} - \mathbf{p}_{01} \| - l_1 = 0$$

$$\| \mathbf{p}_{12}^{(i)} - \mathbf{p}_{02} \| - l_2 = 0$$

$$\| \mathbf{p}_{13}^{(i)} - \mathbf{p}_{03}^{(i)} \| - l_3 = 0$$

$$\{ (\mathbf{p}_{04} - \mathbf{p}_{14}^{(i)}) \times \mathbf{u}_{14}^{(i)} \}_k = 0 \quad \text{gde je } k = \{(x,y) \vee (x,z) \vee (y,z)\} \quad (\text{dve skalarne jednačine}^1)$$

U svakom od $i = 1 \dots N$ položaja, vrednosti pet nepoznatih veličina $p_{1cx}^{(i)}, p_{1cy}^{(i)}, \psi_t^{(i)}, \gamma_t^{(i)}$ i $\beta_m^{(i)}$ se određuju numeričkim rešavanjem sistema od pet prikazanih jednačina ograničenja.

Analiza brzina

Brzine tačaka na nosaču točka:

$$\mathbf{v}_{11}^{(i)} = \mathbf{v}_{1c}^{(i)} + \boldsymbol{\omega}^{(i)} \times \mathbf{r}_{11}^{(i)}$$

$$\mathbf{v}_{12}^{(i)} = \mathbf{v}_{1c}^{(i)} + \boldsymbol{\omega}^{(i)} \times \mathbf{r}_{12}^{(i)}$$

$$\mathbf{v}_{13}^{(i)} = \mathbf{v}_{1c}^{(i)} + \boldsymbol{\omega}^{(i)} \times \mathbf{r}_{13}^{(i)}$$

$$\mathbf{v}_{14}^{(i)} = \mathbf{v}_{1c}^{(i)} + \boldsymbol{\omega}^{(i)} \times \mathbf{r}_{14}^{(i)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{v}_{11}^{(i)} = \mathbf{v}_{1c}^{(i)} + \boldsymbol{\omega}^{(i)} \times \mathbf{r}_{11}^{(i)} \\ \mathbf{v}_{12}^{(i)} = \mathbf{v}_{1c}^{(i)} + \boldsymbol{\omega}^{(i)} \times \mathbf{r}_{12}^{(i)} \\ \mathbf{v}_{13}^{(i)} = \mathbf{v}_{1c}^{(i)} + \boldsymbol{\omega}^{(i)} \times \mathbf{r}_{13}^{(i)} \\ \mathbf{v}_{14}^{(i)} = \mathbf{v}_{1c}^{(i)} + \boldsymbol{\omega}^{(i)} \times \mathbf{r}_{14}^{(i)} \end{array} \right\} \quad \text{gde je: } \mathbf{v}_{1c}^{(i)} = (v_{1cx}^{(i)} \ v_{1cy}^{(i)} \ v_{1cz}^{(i)})^T$$

$$\boldsymbol{\omega}^{(i)} = \boldsymbol{\omega}(\omega_\psi^{(i)}, \omega_\gamma^{(i)}, \omega_\beta^{(i)}), \quad \text{prema jed. (53)}$$

Prvi izvod jednačina ograničenja:

$$(\mathbf{v}_{11}^{(i)})^T (\mathbf{p}_{11}^{(i)} - \mathbf{p}_{01}) = 0$$

$$(\mathbf{v}_{12}^{(i)})^T (\mathbf{p}_{12}^{(i)} - \mathbf{p}_{02}) = 0$$

$$(\mathbf{v}_{13}^{(i)} - \mathbf{v}_{03}^{(i)})^T (\mathbf{p}_{13}^{(i)} - \mathbf{p}_{03}^{(i)}) = 0$$

$$\{ -\mathbf{v}_{14}^{(i)} \times \mathbf{u}_{14}^{(i)} + (\mathbf{p}_{04} - \mathbf{p}_{14}^{(i)}) \times (\boldsymbol{\omega}^{(i)} \times \mathbf{u}_{14}^{(i)}) \}_k = 0 \quad \text{gde je } k = \{(x,y) \vee (x,z) \vee (y,z)\}$$

Prethodnih pet jednačina predstavljaju sistem linearnih jednačina čijim se rešavanjem određuju nepoznate komponente vektora brzine centra točka $\mathbf{v}_{1c}^{(i)}$ i vektor ugaone brzine nosača točka $\boldsymbol{\omega}^{(i)}$. Postupak određivanja virtualne upravljačke ose i drugih izvedenih parametara baziranih na ovim veličinama je prikazan u tački 5.2.3, jed. (29) do (37).

U slučaju da su u postavci zadatka sinteze kao nezavisni parametri položaja mehanizma primenjene neke druge veličine, kao što su na primer visina tačke dodira točka sa tlom ili rastojanje oslonih tačaka (dužina) opruge, prikazane sisteme jednačina ograničenja i njihovih izvoda je potrebno proširiti jednačinom koja te veličine dovodi u vezu sa osnovnim parametrima položaja i kretanja nosača točka. U tom slučaju, koordinata visine centra točka ($p_{1cz}^{(i)}$) i odgovarajuća brzina ($v_{1cz}^{(i)}$) se pridružuju ostalim nepoznatim veličinama.

¹ videti napomenu uz jed. (43)

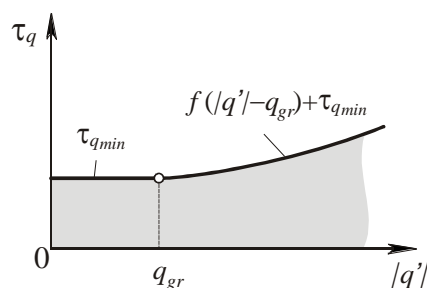
5.4.4 Višekriterijumska optimizacija

Metoda direktne optimalne sinteze podrazumeva minimizaciju više funkcija cilja srazmernih odstupanju između ostvarenih i zadatih vrednosti parametara kretanja nosača točka. Za rešavanje ovog problema višekriterijumske optimizacije predviđena je primena postupka baziranog na sledećem konceptu:

- propisana su dozvoljena (prihvatljiva) odstupanja u odnosu na zadate vrednosti parametara kretanja nosača točka,
- funkcije cilja se normalizuju na osnovu dozvoljenih odstupanja,
- parametri položaja i kretanja nosača točka se rangiraju po važnosti – postupak optimizacije se vodi tako da se prvo obezbedi da odstupanja parametra najvišeg prioriteta budu u dozvoljenim granicama, zatim drugog po važnosti i tako redom,
- ukoliko su svi parametri svedeni u granice dozvoljenih odstupanja, dalja optimizacija se vrši sa ciljem minimizacije odstupanja parametra koji, u poređenju sa ostalim parametrima, najviše odstupa od zadate vrednosti.

Dozvoljena odstupanja τ_q u odnosu na zadate vrednosti nekog parametra kretanja nosača točka q' , se propisuju kao konstante ili u funkciji od veličine parametra, jed. (75), Sl. 5-18. U slučaju funkcionalne zavisnosti, neophodno je zadati minimalnu vrednost dozvoljenih odstupanja $\tau_{q_{min}}$ za parametre u intervalu $\pm q_{gr}$ oko nule.

$$\tau_q(q') = \begin{cases} \tau_{q_{min}} & |q'| \leq q_{gr} \\ f(|q'| - q_{gr}) + \tau_{q_{min}} & |q'| > q_{gr} \end{cases} \quad (75)$$



Sl. 5-18 Dozvoljena odstupanja parametra q prema jed. (75)

Kao mera odstupanja između ostvarenih i zadatih vrednosti parametra u nekom položaju nosača točka, primenjuje se *relativna greška* $\varepsilon_q^{(i)}$, koja se definiše u odnosu na usvojena dozvoljena odstupanja. Relativna greška ima vrednost manju od jedan ako se odstupanja ostvarenih parametara nalaze u granicama dozvoljenih odstupanja.

$$\varepsilon_q^{(i)} = \frac{|q^{(i)} - q'^{(i)}|}{\tau_q^{(i)}} \quad (76)$$

gde je: $q^{(i)}$ – ostvarena vrednost parametra dobijena kinematičkom analizom u i -tom položaju nosača točka,

$q'^{(i)}$ – zadata vrednost parametra za i -ti položaj,

$\tau_q^{(i)} = \tau_q(q'^{(i)})$ – dozvoljeno odstupanje parametra q u i -tom položaju.

Funkcija cilja parametra q se usvaja tako da izražava njegovu maksimalnu relativnu grešku, posmatrano za sve položaje zajedno, uzimajući u obzir važnost pojedinih položaja, izraženu težinskim koeficijentima $f_w^{(i)} \leq 1$.

$$f_{cq} = \max(f_w^{(i)} \cdot \varepsilon_q^{(i)}), \quad i=1 \dots N. \quad (77)$$

Za realizaciju optimizacije prema prioritetima saglasno stepenu važnosti parametara, iskorišćena je okolnost da algoritam diferencijalne evolucije dopušta primenu logičkih operatora u funkcijama cilja, s obzirom da ne postavlja zahtev u pogledu neprekidnosti funkcija cilja.

Način formiranja osnovne funkcije cilja je prikazan u jed. (78), na primeru optimizacije tri parametara. Funkcija cilja parametra najvišeg prioriteta je označena sa f_{cq1} , sledećeg po važnosti sa f_{cq2} , a najnižeg prioriteta sa f_{cq3} .

$$f_c = \begin{cases} f_{cq1} & \text{ako je } f_{cq1} > 1 \\ f_{cq2} & \text{ako je } f_{cq1} \leq 1 \wedge f_{cq2} > 1 \\ f_{cq3} & \text{ako je } f_{cq1} \leq 1 \wedge f_{cq2} \leq 1 \wedge f_{cq3} > 1 \\ \max(f_{cq1}, f_{cq2}, f_{cq3}) & \text{ako je } f_{cq1} \leq 1 \wedge f_{cq2} \leq 1 \wedge f_{cq3} \leq 1 \end{cases} \quad (78)$$

Ovako definisanom funkcijom cilja se u suštini upravlja procesom optimizacije po prioritetima – osnovna funkcija cilja prima vrednost funkcije cilja parametara trenutno najvišeg prioriteta čija su odstupanja van dozvoljenih granica ($f_{cq} > 1$). Interesantno je primetiti da se tokom optimizacije funkcija cilja parametara nižeg prioriteta, mogu prihvatiti i rešenja koja rezultuju porastom funkcija cilja višeg prioriteta, ukoliko su njihove vrednosti u dozvoljenim granicama. Završna faza optimizacije odgovara tzv. min-max metodi o kojoj je bilo reči u tački 4.3.3.

Opisanu postavku višekriterijumske optimizacije karakterišu dve osnovne prednosti u odnosu na standardnu metodu zasnovanu na zbornoj funkciji cilja sa težinskim koeficijentima:

- uvođenjem dozvoljenih odstupanja omogućeno je neposredno definisanje stvarnih zahteva u pogledu preciznosti rezultata posmatranih parametara (imajući u vidu uslove eksploatacije, tolerancije u proizvodnji i montaži, mogućnost provere merenjem i sl.),
- s obzirom da se tokom procesa optimizacije uvek razmatra samo po jedna (normalizovana) funkcija cilja nekog parametara, nije potrebno voditi računa o usklađenosti njihovih veličina, mernih jedinica, osetljivostima i sl.

6. PRIMERI PRIMENE USVOJENOG POSTUPKA DIMENZIONIRANE SINTEZE MEHANIZAMA ZA VOĐENJE TOČKA

6.1 UVOD

U ovom poglavlju je na nekoliko primera demonstrirana primena usvojenog postupka sinteze. Svi primeri su realizovani u okruženju matematičkog programa opšte namene Mathcad, verzija 15. Ovakvo programsko rešenje pruža uvid u kompletan tok proračuna, s obzirom da su uz primenu uobičajene matematičke notacije svi elementi proračuna, tj. ulazni podaci, jednačine, dijagramski prikazi i numerički rezultati, objedinjeni u istom dokumentu. U okviru Mathcad programa su razvijene namenske funkcije za optimizaciju primenom algoritma diferencijalne evolucije, za rešavanje jednačina kinematičke analize i za grafičko predstavljanje i obradu dobijenih rezultata.

Razmotreno je pet karakterističnih primera:

1. U prvom je izvršena sinteza 5KS mehanizma sa pet vodećih poluga primenom metode indirektna sinteze. U okviru ovog primera, performanse usvojene metode, u kojoj se sinteza vrši za svaku polugu zasebno, su upoređene sa performansama originalne postavke metode prema [5], koja predviđa sintezu mehanizma u celini;
2. Za drugi primer je izabrana savremena varijanta Mekfersonovog mehanizma, SP-3KS mehanizam, kao predstavnik grupe standardnih mehanizama za vođenje točka za koje u literaturi nije prikazana primena metode indirektna sinteze;
3. U trećem primeru su prikazani rezultati sinteze mehanizma sa međusobno povezanim vodećim polugama, kao demonstracija primenljivosti metode indirektna sinteze i u problemima sinteze mehanizama neparalelne strukture;
4. U okviru četvrtog primera, na problemu sinteze jednog 5KS mehanizma za vođenje zadnjih točkova, upoređene su performanse tehnika koje omogućavaju primenu metode indirektna sinteze u slučaju kada nije zadat ugao rotacije nosača točka oko ose točka kao osnovni parametar položaja nosača točka;
5. U petom primeru je demonstrirana primena metode direktne sinteze na problemu modifikacije postojećeg 5KS mehanizma izmeštanjem oslonih tačaka tri vodeće poluge.

U cilju verifikacije metode i provere performansi optimizacionog algoritma u pogledu mogućnosti pronalaženja optimalnog rešenja, u prva četiri primera zadato kretanje nosača

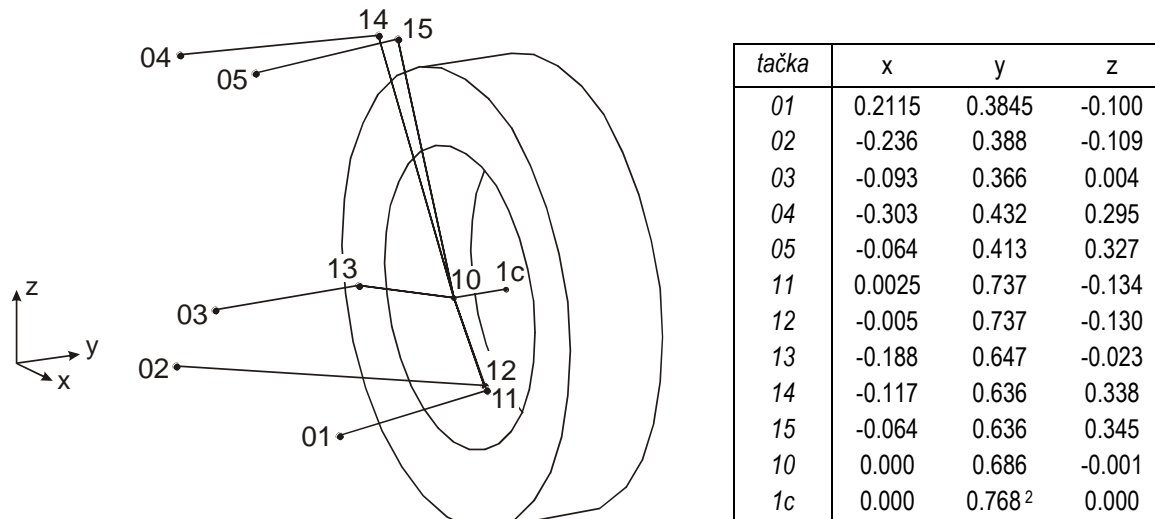
točka je generisano mehanizmom poznate konfiguracije, i na taj način su kreirani problemi u kojima se pouzdano zna da se zadato kretanje nosača točka može ostvariti. U takvoj postavci problema, izvedeni su numerički eksperimenti sa višestrukim ponavljanjem postupka sinteze uz variranje početnih vrednosti nepoznatih konstrukcionih parametara slučajnim izborom iz širokih intervala. Obradom dobijenih rezultata, utvrđeni su osnovni statistički pokazatelji na osnovu kojih su doneti zaključci u pogledu kvaliteta ostvarenih rešenja i brzine izvršavanja postupka.

U okviru prva tri primera, za potrebe uporedne analize, optimizacija je paralelno sa algoritmom diferencijalne evolucije, izvedena i primenom Mathcad funkcije *Minimize* koja se zasniva na determinističkoj kvazi-Njutnovoju metodi optimizacije sa numeričkim određivanjem parcijalnih izvoda funkcije cilja.

Svi numerički eksperimenti su izvedeni na prenosnom računaru, sa procesorom Intel i7-3612QM na 2,1 GHz i 6 GB memorije.

6.2 PRIMER 1: SINTEZA 5KS MEHANIZMA METODOM INDIREKTNE SINTEZE

Za generisanje zadatih vrednosti parametara položaja nosača točka primenjen je IAVSD¹ test primer 5KS mehanizma, [55], sa koordinatama karakterističnih tačaka prikazanim na Sl. 6-1.



Sl. 6-1 IAVSD test primer 5KS mehanizma, [55]

Postavka problema

Vrednosti parametara položaja nosača točka su propisane u 15 položaja, u funkciji od dva nezavisna parametra položaja mehanizma – promene visine centra točka Δp_{1cz} i pomeranja oslone tačke 03 duž y ose Δp_{03y} (što odgovara slučaju upravljčkog prenosnika sa zupčastom letvom). Indeks referentnog položaja je 5.

Tab. 6-1: Primer 1 - zadate vrednosti osnovnih parametara položaja nosača točka *

$\langle i \rangle$	Δp_{1cz}	Δp_{03y}	p_{1cx}	p_{1cy}	p_{1cz}	ψ_t	γ_t	β_{nt}
1	-0.2	0	0.00286	0.68267	-0.2	-6.68868	-1.65205	0.16808
2	-0.15	0	0.00573	0.72351	-0.15	-2.28735	0.26875	1.21942
3	-0.1	0	0.00457	0.74807	-0.1	-1.03087	0.47833	1.02304
4	-0.05	0	0.00249	0.76231	-0.05	-0.41431	0.09084	0.57018
5	0	0	0	0.768	0	0	-0.7	0
6	0.05	0	-0.0027	0.76572	0.05	0.39064	-1.88428	-0.63814
7	0.1	0	-0.0055	0.75532	0.1	0.88664	-3.55989	-1.3071
8	0.15	0	-0.00828	0.73589	0.15	1.65289	-5.97141	-1.94319
9	0.2	0	-0.01079	0.70505	0.2	3.02181	-9.69996	-2.36504
10	0	-0.075	-0.01876	0.7702	0	-23.45925	2.51056	-2.65058
11	0	-0.05	-0.01135	0.77064	0	-14.94174	1.24749	-1.61232
12	0	-0.025	-0.00523	0.76983	0	-7.26331	0.23075	-0.75295
13	0	0.025	0.00453	0.7652	0	7.10769	-1.64021	0.71668
14	0	0.05	0.00847	0.7614	0	14.26762	-2.65437	1.47738
15	0	0.075	0.01188	0.75644	0	21.69163	-3.78659	2.38455

* dužinske mere su izražene u metrima, uglovi u stepenima

¹ IAVSD - International Association for Vehicle System Dynamics

² U [55] su permutovane poslednje dve cifre ove koordinate, za detalje videti [32], poglavlje 7.2.

Sintezom je potrebno odrediti 30 nepoznatih koordinata karakterističnih tačaka mehanizma.

Za sve nepoznate koordinate su propisani intervali dopuštenih vrednosti širine 150 mm koji obuhvataju njihovu (tačnu) vrednost koja odgovara mehanizmu kojim je generisano zadato kretanje. Pri tome, položaj intervala dopuštenih vrednosti u odnosu na tačnu vrednost je određen u funkciji od slučajne veličine (sa uniformnom raspodelom verovatnoća) koja se menja prilikom svakog ponavljanja postupka.

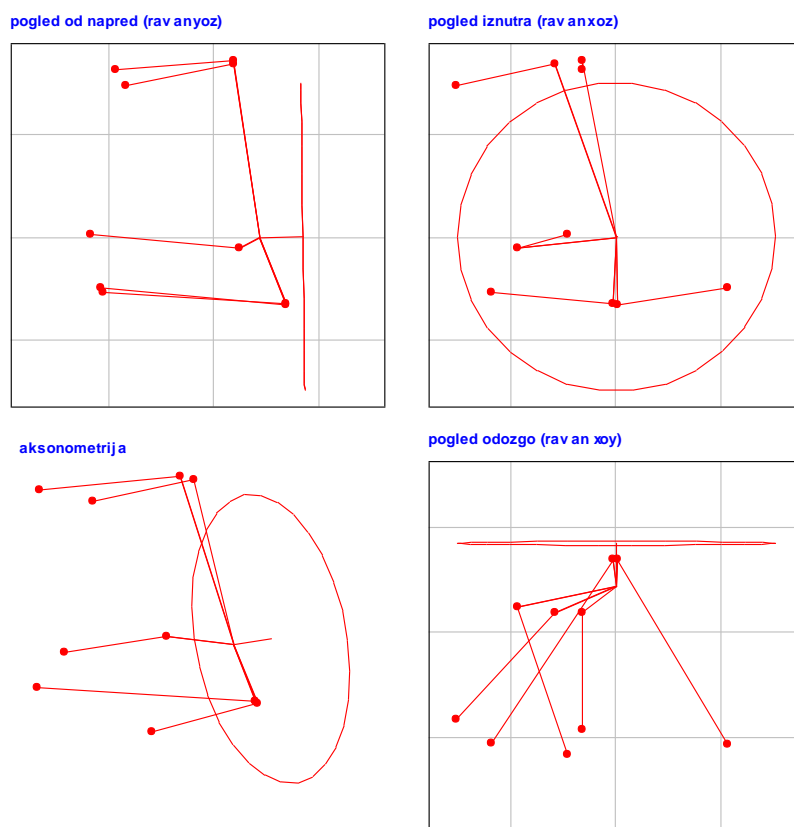
Postupak sinteze

Sinteza mehanizma je izvedena metodom indirektno sinteze, na način prikazan u Primeru 1 u tački 5.3.3. Funkcije cilja su formirane za svaku vodeću polugu zasebno, čime je problem sveden na optimizaciju pet funkcija cilja sa po šest nepoznatih koordinata dve karakteristike tačke vodećih poluga.

Optimizacija je izvedena sa istim parametrima algoritma DE za sve funkcije cilja:

- broj nepoznatih: $D = 6$
- broj jedinki u populaciji: $NP = 30$
- faktor skaliranja: $F = 0,6$
- verovatnoća ukrštanja: $CR = 0,9$
- kriterijum zaustavljanja¹: $TOL\Delta x = 1 \cdot 10^{-5}$
- maksimalan broj iteracija: $G_{max} = 10000$

Kompletan tok proračuna, zajedno sa dobijenim rezultatima u numeričkoj i grafičkoj formi, Sl. 6-2, je prikazan u Mathcad dokumentu u Prilogu 1.



Sl. 6-2 Prikaz mehanizma dobijenog sintezom u okviru Mathcad dokumenta Primer 1.xmcd, Prilog 1

¹ videti t. 4.4, jed. (15)

Analiza rezultata sinteze, performanse algoritma DE

S obzirom na numeričku prirodu usvojene metode optimalne sinteze, ponavljanje postupka ne mora nužno da rezultuje istim rešenjem. U cilju stvaranja uslova za objektivnu analizu rezultata i performansi metode, postupak sinteze je ponovljen 100 puta uz slučajno variranje položaja intervala dopuštenih vrednosti nepoznatih koordinata.

Dobijeni rezultati, zajedno sa ostvarenim vrednostima funkcije cilja i vremenom izvršavanja, su registrovani u dokumentu *Primer 1.txt, Prilog 2*. Statistička obrada rezultata je izvršena u Mathcad dokumentu *Primer 1 analiza rezultata.xmcd, Prilog 2*. U okviru ovog dokumenta, analizirani su i rezultati optimizacije dobijeni Mathcad funkcijom Minimize na bazi kvazi-Njutnove metode.

Za potrebe uporedne analize, rezultati sinteze predmetnog mehanizma su obrađeni i za slučaj kada je sinteza izvedena primenom metode indirektno sinteze u originalnoj postavci, [5], sa funkcijom cilja koja se rešava po svih 30 nepoznatih koordinata odjednom, dokumenti *Primer 1 Sim.xmcd, Primer 1 Sim.txt i Primer 1 Sim analiza rezultata.xmcd, Prilog 2*.

Najvažniji statistički pokazatelji kvaliteta rezultata i performansi razmatranih varijanti postupka sinteze su prikazani u nastavku.

Tab.6-2: Maksimalna i srednja apsolutna odstupanja između zadatih i ostvarenih vrednosti parametara položaja nosača točka – srednje vrednosti na osnovu 100 ponavljanja postupka sinteze

	P_{1cx} $\Delta^{\max} / \Delta^{\text{sr}}$ [m]	P_{1cy} $\Delta^{\max} / \Delta^{\text{sr}}$ [m]	ψ_t $\Delta^{\max} / \Delta^{\text{sr}}$ [°]	γ_t $\Delta^{\max} / \Delta^{\text{sr}}$ [°]	β_{nt} $\Delta^{\max} / \Delta^{\text{sr}}$ [°]
usvojeni postupak (algoritam DE)	1.5·10 ⁻⁸ / 3.4·10 ⁻⁹	1.3·10 ⁻⁸ / 2.4·10 ⁻⁹	8.9·10 ⁻⁶ / 1.8·10 ⁻⁶	5.1·10 ⁻⁶ / 9.5·10 ⁻⁷	4.8·10 ⁻⁶ / 1.1·10 ⁻⁶
usvojeni postupak (Minimize)¹⁾	1.4·10 ⁻³ / 3.1·10 ⁻⁴	1.0·10 ⁻³ / 2.2·10 ⁻⁴	0.71 / 0.14	0.35 / 0.07	0.43 / 0.09
postupak prema [5] (algoritam DE)²⁾	3.9·10 ⁻⁸ / 1.1·10 ⁻⁸	3.1·10 ⁻⁸ / 7.1·10 ⁻⁹	1.7·10 ⁻⁵ / 3.9·10 ⁻⁶	1.1·10 ⁻⁵ / 2.2·10 ⁻⁶	1.1·10 ⁻⁵ / 2.8·10 ⁻⁶
postupak prema [5] (Minimize)³⁾	8.9·10 ⁻³ / 1.9·10 ⁻³	5.7·10 ⁻³ / 1.3·10 ⁻³	3.10 / 0.61	1.58 / 0.36	2.39 / 0.54

¹⁾ parametri funkcije: TOL = 1·10⁻¹⁵, CTOL = 1·10⁻¹⁵

²⁾ parametri algoritma DE: D=30, NP=150, TOL Δx =1·10⁻⁴, Gmax=50000

³⁾ kinematička analiza je pokazala da deset mehanizama nije može da ostvari zahtevanu pokretljivost

Tab.6-3: Srednje apsolutno odstupanje koordinata karakterističnih tačaka u odnosu na odgovarajuće koordinate tačaka mehanizma kojim je generisano kretanje nosača točka,

	Δp_{sr} [m]
usvojeni postupak (algoritam DE)	7.2·10 ⁻⁷
usvojeni postupak (Minimize)	0.027
postupak prema [5] (algoritam DE)	3.9·10 ⁻⁶
postupak prema [5] (Minimize)	0.031

Tab.6-4: Prosečno vreme izvršavanja postupka sinteze, broj iteracija algoritma DE

	vreme izvršavanja	broj iteracija
usvojeni postupak (algoritam DE)	.14 s	1998 ¹⁾
usvojeni postupak (Minimize)	0.3 s	– ²⁾
postupak prema [5] (algoritam DE)	658 s (11.0 min)	41783
postupak prema [5] (Minimize)	9 s	–

¹⁾ zbirno za sve funkcije cilja zajedno

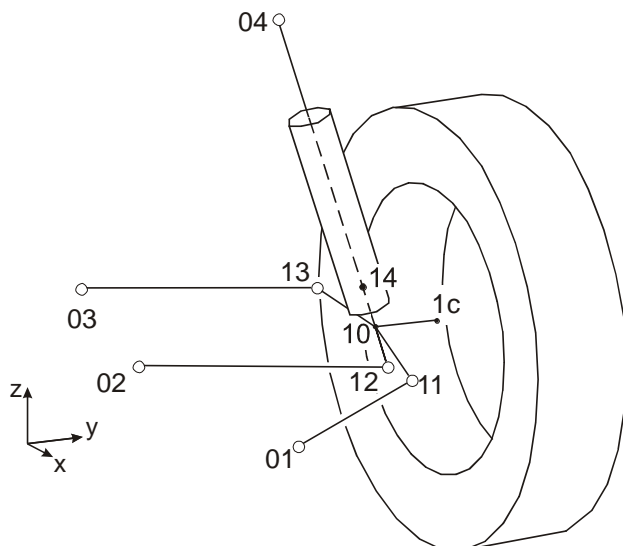
²⁾ Mathcad ne prikazuje podatak o broju iteracija

Na osnovu rezultata prikazanih u [Tab.6-2](#) i [Tab.6-3](#) može se konstatovati da je sinteza usvojenim postupkom, u svih 100 ponavljanja, rezultovala istim mehanizmom kojim je generisano zadato kretanje. Prethodni zaključak važi i za postupak sinteze prema [5] u kombinaciji sa algoritmom DE, što ukazuje na sposobnost algoritma DE da i u problemima sa većim brojem nepoznatih pronade globalno optimalno rešenje. Poređenje performansi ova dva postupka u pogledu brzine, [Tab.6-4](#), pokazuje da primena usvojene koncepcije sinteze za svaku polugu zasebno, vodi ka drastičnom uvećanju brzine postupka.

Iako je ubedljivo najbrža, pokazalo se da optimizacija primenom funkcije Minimize rezultuje vrlo grubim rešenjima, sa odstupanjima koja se, pogotovo u slučaju problema sa većim brojem nepoznatih (postupak prema [5]), mogu okvalifikovati kao neprihvatljiva.

6.3 PRIMER 2: SINTEZA SP-3KS MEHANIZMA METODOM INDIREKTNE SINTEZE

Zadate vrednosti parametara položaja nosača točka su generisane SP-3KS mehanizmom sa koordinatama karakterističnih tačaka prikazanim na *Sl. 6-5*. Koordinate se baziraju na vrednostima prikazanim u [56], uz izmenu položaja i orijentacije referentnog koordinatnog sistema i pomeranje tačke 14 duž ose amortizera (što ne utiče na kinematiku mehanizma).



tačka	x	y	z
01	0.2947	0.3651	-0.0589
02	-0.0611	0.3835	-0.1188
03	0.0737	0.3534	-0.0767
04	-0.0737	0.5947	0.4576
11	0.0255	0.6912	-0.0720
12	-0.0059	0.6799	-0.1402
13	0.1353	0.6946	-0.0976
14	-0.0366	0.6755	0.0114
1c	0.0000	0.7870	0.0000

Sl. 6-3 Koordinate karakterističnih tačaka razmatranog primera SP-3KS mehanizma

Postavka problema

Vrednosti parametara položaja nosača točka su propisane u 15 položaja, u funkciji od promene visine centra točka Δp_{1cz} i pomeranja oslone tačke 03 duž y ose Δp_{03y} . Indeks referentnog položaja je 3.

Tab. 6-5: Primer 2 - zadate vrednosti osnovnih parametara položaja nosača točka

$\langle i \rangle$	Δp_{1cz} [m]	Δp_{03y} [m]	p_{1cx} [m]	p_{1cy} [m]	p_{1cz} [m]	ψ_t [°]	γ_t [°]	β_{nt} [°]
1	-0.1	0	0.00052	0.77239	-0.1	-0.2617	3.86103	0.73284
2	-0.05	0	0.00053	0.78309	-0.05	-0.15502	2.0377	0.41289
3	0	0	0	0.787	0	-0.26	0.69	0
4	0.05	0	-0.00076	0.78443	0.05	-0.48079	-0.09407	-0.54445
5	0.1	0	-0.00152	0.77519	0.1	-0.73197	-0.09735	-1.27209
6	-0.025	0.03	-0.01796	0.78543	-0.025	-13.18805	3.40746	-2.60349
7	0.025	0.03	-0.01805	0.78572	0.025	-12.98695	2.51997	-3.32029
8	-0.025	-0.03	0.0168	0.77988	-0.025	11.96576	0.23702	3.14642
9	0.025	-0.03	0.01553	0.78098	0.025	11.46179	-0.94909	2.93294
10	-0.075	0.06	-0.03994	0.76879	-0.075	-29.21545	8.08066	-3.90131
11	0.075	0.06	-0.03866	0.76854	0.075	-27.19489	6.62681	-6.6417
12	-0.075	-0.06	0.03363	0.7603	-0.075	24.61019	1.62397	5.62808
13	0.075	-0.06	0.02841	0.76531	0.075	22.1646	-1.90516	5.68552
14	0	0.09	-0.06618	0.74511	0	-50.65332	13.45535	-6.4223
15	0	-0.09	0.04559	0.75176	0	36.63099	-0.05422	9.08452

Zadatak je odrediti 23 nepoznate koordinate karakterističnih tačaka mehanizma – po šest koordinata tri KS poluge i pet koordinata PS poluge. Saglasno postupku modeliranja opisanom u t. 5.2.2, usvojeno je da z koordinata tačke 14 ima vrednost prema Sl. 6-3.

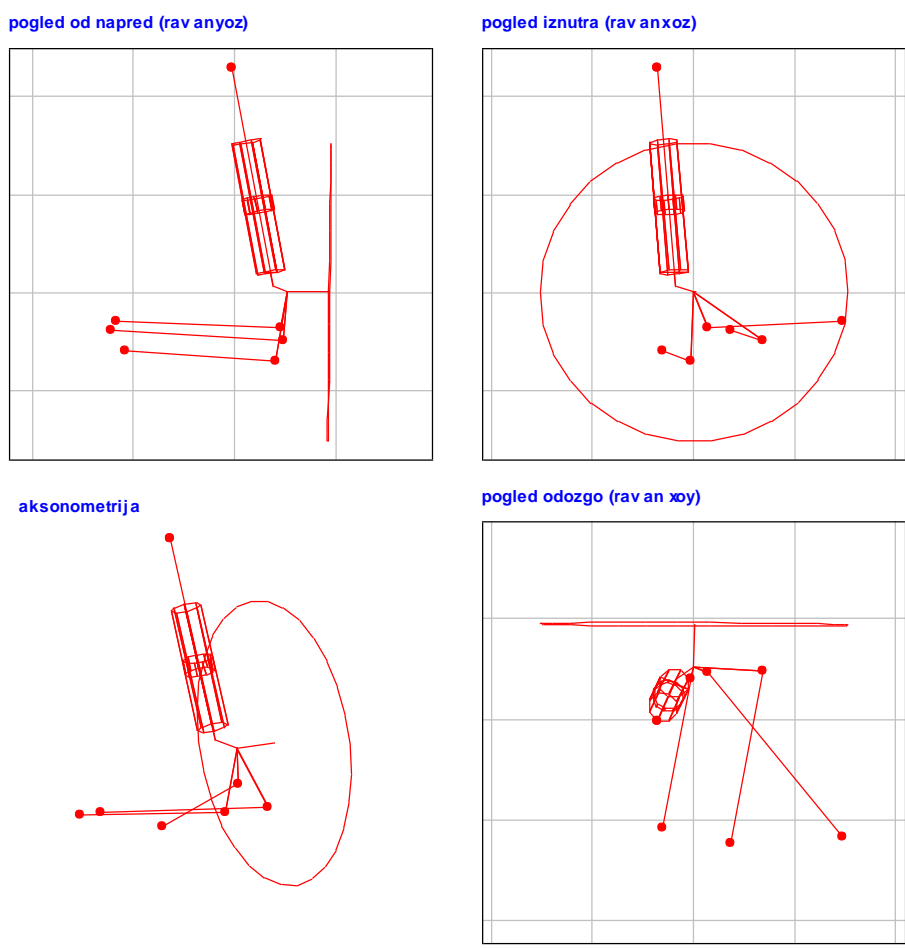
Intervali dopuštenih vrednosti nepoznatih koordinata karakterističnih tačaka, širine 150 mm, su slučajno pozicionirani u odnosu na vrednosti odgovarajućih koordinata prema Tab. 6-5.

Postupak sinteze

Sinteza mehanizma je izvedena metodom indirektno sinteze, pri čemu je funkcija cilja PS poluge formirana kao u slučaju Mekfersonovog mehanizma obrađenog u drugom primeru u tački 5.3.3.

Usvojeni su isti parametri algoritma DE kao u prethodnom primeru.

Sinteza je izvedena u okviru MathCad dokumenta *Primer 2.xmcd*, Prilog 2.



Sl. 6-4 Prikaz mehanizma dobijenog sintezom, Mathcad dokument *Primer 2.xmcd*, Prilog 2

Analiza rezultata sinteze, performanse algoritma DE

Za potrebe analize performansi metode, postupak sinteze je ponovljen 100 puta uz izmenu intervala dopuštenih vrednosti nepoznatih koordinata. Dobijeni rezultati, prikazani u dokumentu *Primer 2.txt*, su obrađeni u okviru dokumenta *Primer 2 analiza rezultata.xmcd*, Prilog 2. Kao u prethodnom primeru, analizom su obuhvaćeni i rezultati optimizacije dobijeni Mathcad funkcijom Minimize. Rezultati analize su prikazani u nastavku.

Tab.6-6: Prosečne vrednosti maksimalnih i srednjih odstupanja između zadatih i ostvarenih vrednosti parametara položaja nosača točka, na osnovu 100 ponavljanja postupka

	P_{Icx}	P_{Icy}	ψ_t	γ_t	β_{nt}
	$\Delta^{\max} / \Delta^{\text{sr}}$ [m]	$\Delta^{\max} / \Delta^{\text{sr}}$ [m]	$\Delta^{\max} / \Delta^{\text{sr}}$ [°]	$\Delta^{\max} / \Delta^{\text{sr}}$ [°]	$\Delta^{\max} / \Delta^{\text{sr}}$ [°]
optimizacija algoritmom DE	$3.5 \cdot 10^{-8} / 1.3 \cdot 10^{-8}$	$5.7 \cdot 10^{-8} / 2.0 \cdot 10^{-8}$	$1.2 \cdot 10^{-5} / 3.6 \cdot 10^{-6}$	$1.3 \cdot 10^{-5} / 4.1 \cdot 10^{-6}$	$1.1 \cdot 10^{-5} / 3.9 \cdot 10^{-6}$
optimizacija funkcijom Minimize ¹⁾	$6.5 \cdot 10^{-3} / 2.0 \cdot 10^{-3}$	$5.2 \cdot 10^{-3} / 8.9 \cdot 10^{-4}$	3.03 / 0.69	1.01 / 0.20	0.72 / 0.20

¹⁾ parametri funkcije: TOL = $1 \cdot 10^{-15}$, CTOL = $1 \cdot 10^{-15}$

Tab.6-7: Srednje apsolutno odstupanje koordinata karakterističnih tačaka u odnosu na odgovarajuće koordinate tačaka mehanizma kojim je generisano kretanje nosača točka

	Δp_{sr} [m]
optimizacija algoritmom DE	$2.2 \cdot 10^{-6}$
optimizacija funkcijom Minimize ¹⁾	0.028

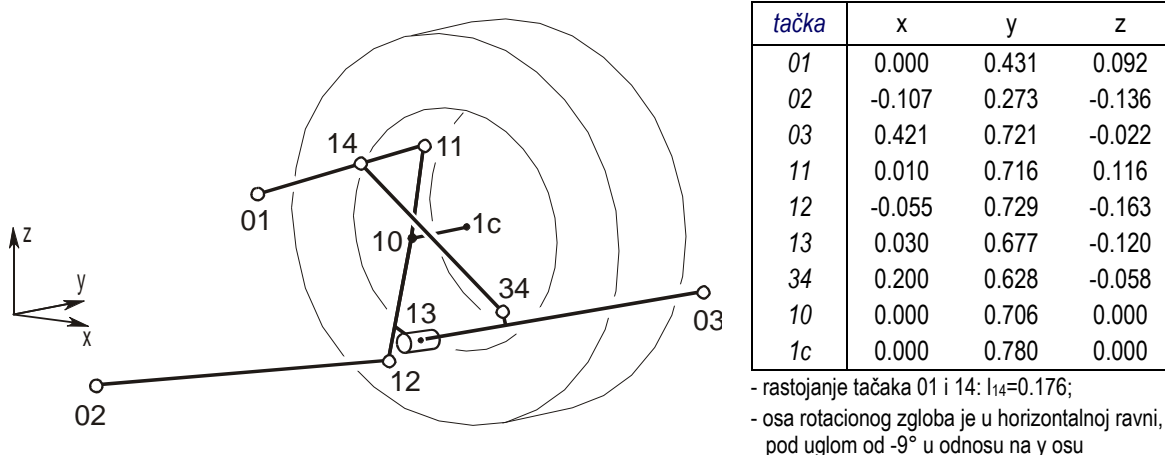
Tab.6-8: Prosečno vreme izvršavanja postupka sinteze, broj iteracija algoritma DE

	vreme izvršavanja	broj iteracija
optimizacija algoritmom DE	.0.9 s	1138 ¹⁾
optimizacija funkcijom Minimize ¹⁾	0.4 s	–

Na osnovu prikazanih rezultata se može videti da je i u ovom slučaju, u svih 100 ponavljanja, optimizacija primenom algoritma DE rezultovala pronalaženjem globalnog optimalnog rešenja, odnosno mehanizma kojim je generisano zadato kretanje. Zaključci u pogledu performansi funkcije Minimize su takođe isti, s obzirom da dobijena rešenja značajno odstupaju od tačnih vrednosti.

6.4 PRIMER 3: SINTEZA MEHANIZMA SA MEĐUSOBNO POVEZANIM POLUGAMA

Razmatra se sinteza mehanizma opisanog u tački 5.3.4. Zadate vrednosti parametara položaja nosača točka su generisane mehanizmom sa koordinatama karakterističnih tačaka prema Sl. 6-5.



Sl. 6-5 Koordinate karakterističnih tačaka razmatranog mehanizma sa međusobno povezanim vodećim polugama, [32]

Postavka problema

Vrednosti parametara položaja nosača točka su propisane u 11 položaja, u funkciji od promene visine centra točka Δp_{1cz} .

Tab. 6-9: Primer 3 - zadate vrednosti osnovnih parametara položaja nosača točka

$\langle i \rangle$	Δp_{1cz} [m]	p_{1cx} [m]	p_{1cy} [m]	p_{1cz} [m]	ψ_t [°]	γ_t [°]	β_{nt} [°]
1	-0.1	0.02289	0.7648	-0.1	-1.18980	3.04616	-6.12819
2	-0.08	0.01576	0.77063	-0.08	-0.68124	2.51092	-5.08648
3	-0.06	0.01005	0.77495	-0.06	-0.33368	1.94463	-3.93761
4	-0.04	0.00558	0.77789	-0.04	-0.11707	1.34334	-2.70072
5	-0.02	0.00225	0.77956	-0.02	-0.01090	0.69877	-1.38635
6	0	0	0.78	0	0	0	0
7	0.02	-0.00123	0.77924	0.02	-0.07233	-0.76613	1.45616
8	0.04	-0.00144	0.77727	0.04	-0.21755	-1.61504	2.98242
9	0.06	-0.00065	0.77408	0.06	-0.42602	-2.56492	4.58125
10	0.08	0.00116	0.76962	0.08	-0.68799	-3.63745	6.25730
11	0.1	0.00405	0.76381	0.1	-0.99274	-4.85909	8.01788

Potrebno je odrediti 22 nepoznate koordinate karakterističnih tačaka mehanizma i konstrukcioni parametar l_{14} koji opisuje rastojanje tačke 14 na vodećoj polugi 1 od tačke 01. U slučaju tačke 13 usvojena je vrednost y koordinate navedena u tabeli na Sl. 6-5, dok je za y koordinatu tačke 13', koja određuje osu rotacionog zgloba, ta vrednost uvećana za 100 mm.

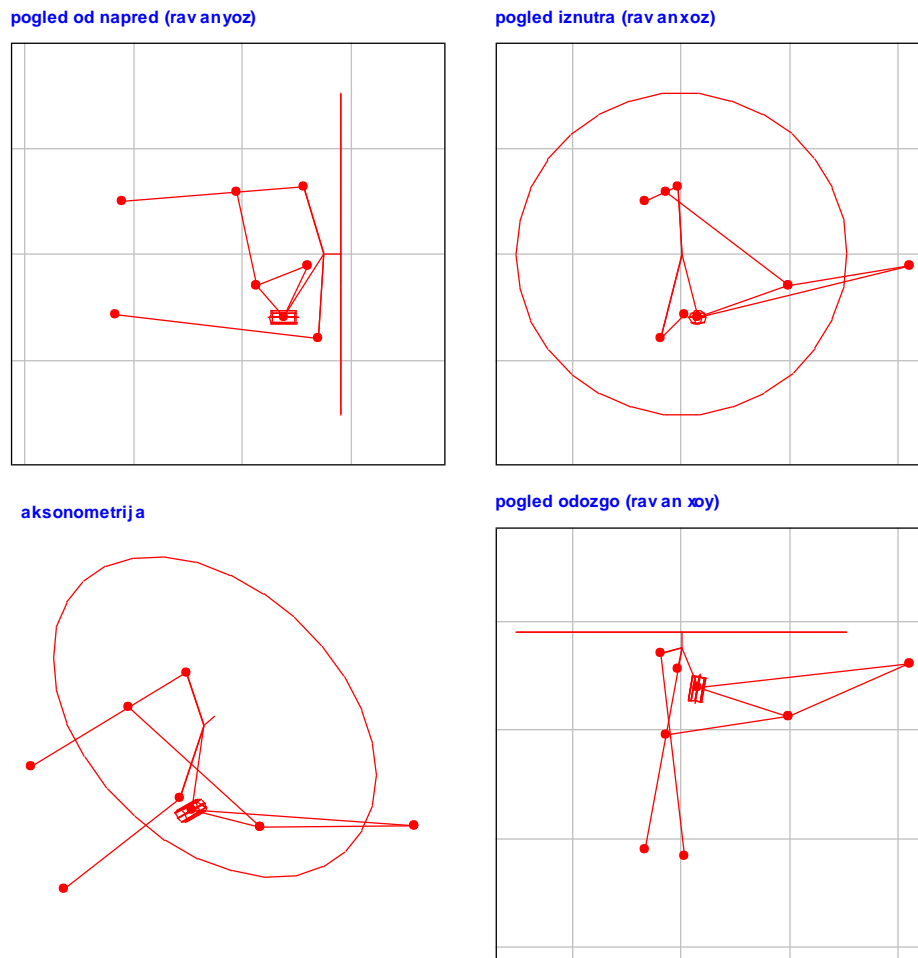
Intervali dopuštenih vrednosti nepoznatih koordinata karakterističnih tačaka, širine 150 mm, su slučajno pozicionirani u odnosu na vrednosti odgovarajućih koordinata prema Tab. 6-5. Usvojeno je da donja granica intervala dopuštenih vrednosti parametra l_{14} bude 0.1 m, dok je za gornju granicu izabrana dužina poluge 1.

Postupak sinteze

Sinteza mehanizma je izvedena metodom indirektno sinteze na način opisan u tački 5.3.4. Saglasno tom postupku, sinteza je izvedena zasebno za KS (SS) polugu 2 i za sklop povezanih poluga 1, 3 i 4 zajedno.

Za sintezu poluge 2 su primenjeni parametri algoritma DE $D = 6$, $NP = 30$, a za sintezu sklopa poluga 1, 3 i 4, $D = 17$, $NP = 85$, uz vrednosti parametara za prekidanje procesa optimizacije $TOL\Delta x = 1 \cdot 10^{-5}$, $G_{max} = 50000$.

Postupak je sproveden primenom MathCad dokumenata *Primer 3.xmcd* u Prilogu 2.



Sl. 6-6 Primer mehanizma dobijenog sintezom, Mathcad dokument *Primer 3.xmcd*, Prilog 2

Analiza rezultata sinteze, performanse algoritma DE

Postupak sinteze je ponavljen 40 puta za slučajne intervale dopuštenih vrednosti konstrukcionih parametara. Dobijeni rezultati su zabeleženi u dokumentu *Primer 3.txt*. Statistička obrada rezultata je izvedena u *Primer 3 analiza rezultata.xmcd*, Prilog 2.

Tab.6-10: Prosečne vrednosti maksimalnih i srednjih odstupanja između zadatih i ostvarenih vrednosti parametara položaja nosača točka, na osnovu 40 ponavljanja postupka

	p_{1cx}		p_{1cy}		ψ_t		γ_t		β_{nt}	
	$\Delta^{\max} / \Delta^{\text{sr}}$ [m]	$\Delta^{\max} / \Delta^{\text{sr}}$ [m]	$\Delta^{\max} / \Delta^{\text{sr}}$ [m]	$\Delta^{\max} / \Delta^{\text{sr}}$ [m]	$\Delta^{\max} / \Delta^{\text{sr}}$ [°]	$\Delta^{\max} / \Delta^{\text{sr}}$ [°]	$\Delta^{\max} / \Delta^{\text{sr}}$ [°]	$\Delta^{\max} / \Delta^{\text{sr}}$ [°]	$\Delta^{\max} / \Delta^{\text{sr}}$ [°]	$\Delta^{\max} / \Delta^{\text{sr}}$ [°]
optimizacija algoritmom DE	5.3·10 ⁻⁷ / 1.0·10 ⁻⁷	1.6·10 ⁻⁷ / 4.8·10 ⁻⁸	3.2·10 ⁻⁵ / 8.4·10 ⁻⁶	7.2·10 ⁻⁵ / 1.9·10 ⁻⁵	2.1·10 ⁻⁴ / 4.3·10 ⁻⁵					
optimizacija funkcijom Minimize¹⁾	2.6·10 ⁻³ / 8.1·10 ⁻⁴	1.2·10 ⁻³ / 2.9·10 ⁻⁴	0.54 / 0.16	0.86 / 0.22	1.30 / 0.39					

¹⁾ parametri funkcije: TOL = 1·10⁻¹⁵, CTOL = 1·10⁻¹⁵

Tab.6-11: Srednje apsolutno odstupanje koordinata karakterističnih tačaka u odnosu na odgovarajuće koordinate tačaka mehanizma kojim je generisano kretanje nosača točka

	Δp_{sr} [m]
optimizacija algoritmom DE	0.010
optimizacija funkcijom Minimize¹⁾	0.044

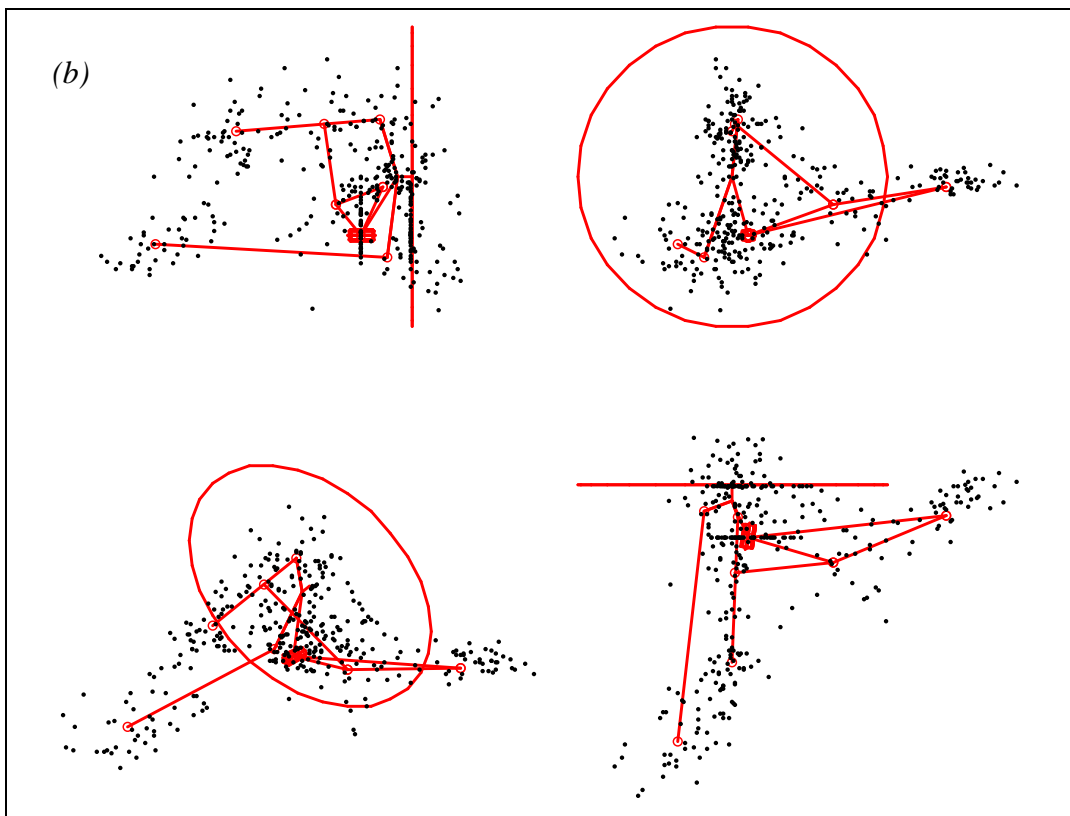
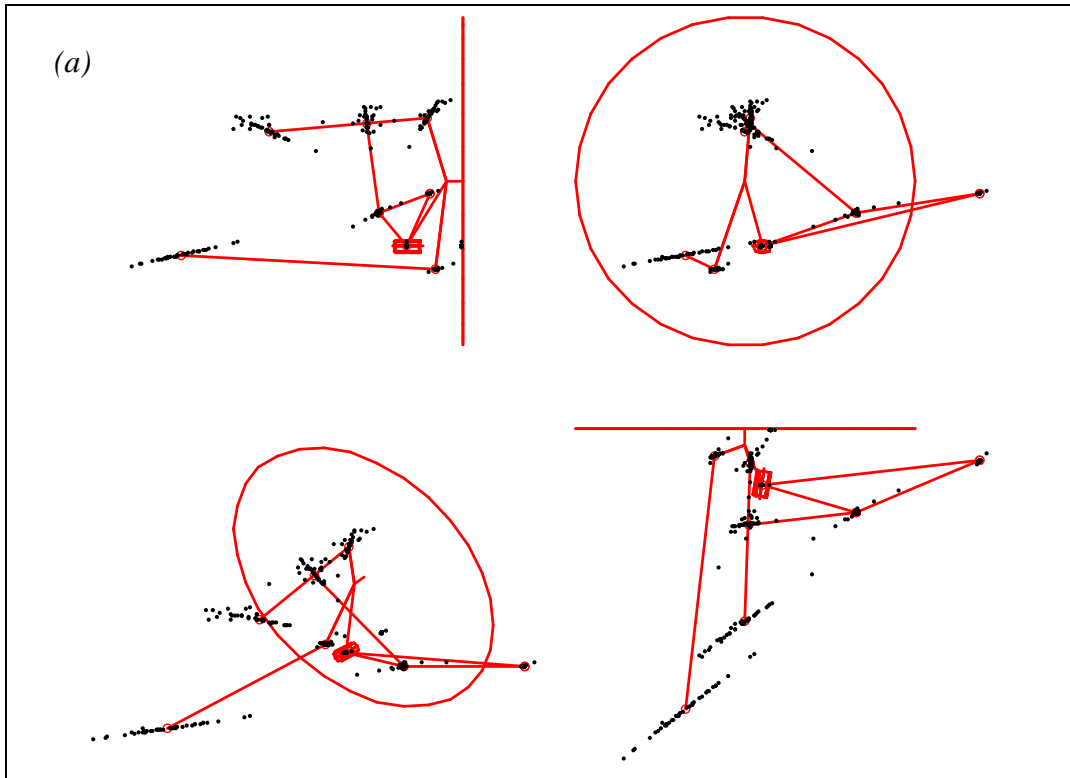
Tab.6-12: Prosečno vreme izvršavanja postupka sinteze, broj iteracija algoritma DE

	vreme izvršavanja	broj iteracija
optimizacija algoritmom DE	460 s (7.7 min)	40240 ¹⁾
optimizacija funkcijom Minimize¹⁾	2.1 s	–

¹⁾ u 14 slučajeva proces optimizacije je prekinut s obzirom da je dostignut maksimalni broj iteracija prema Gmax

Rezultati prikazani u **Tab.6-10** pokazuju da je u svih 40 ponavljanja, postupak sinteze rezultovao mehanizmima koji, uz odstupanja daleko ispod praga fizičke značajnosti, ostvaruju vođenje nosača točka saglasno zadatim parametrima položaja. Međutim, za razliku od prethodna dva primera, podatak o prosečnom odstupanju koordinata karakterističnih tačaka prema **Tab.6-11**, ukazuje da mehanizmi dobijeni sintezom nemaju istu konfiguraciju, odnosno nisu isti kao mehanizam kojim je generisano kretanje nosača. Ovakva situacija je nastala s obzirom da postoji više koordinata karakterističnih tačaka, ili kombinacija koordinata karakterističnih tačaka, čija se promena praktično ne odražava na kretanje nosača točka, a samim tim i na vrednost funkcije cilja. Rasipanje dobijenih rešenja, videti *Sl. 6-7 (a)*, je dakle nastalo u uslovima slabo izraženog globalnog minimuma. Rezultati u **Tab.6-12** pokazuju da u ovakvim uslovima algoritam DE sporo konvergira ka optimalnom rešenju, odnosno zahteva veliki broj iteracija i, posledično, dugo vreme izvršavanja.

Rezultati ostvareni funkcijom Minimize se i u ovom slučaju mogu okarakterisati kao nezadovoljavajući. Nemogućnost pronalazjenja rešenja bliskog optimalnom postaje jasno vidljiva na osnovu objedinjenog prikaza tačnog rešenja sa 40 rezultata sinteze primenom ove funkcije, *Sl. 6-7 (b)*.



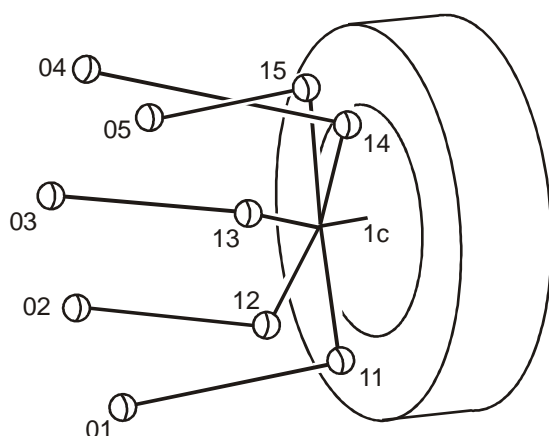
Sl. 6-7 Prikaz rezultata 40 izvršavanja postupka sinteze¹ zajedno sa mehanizmom kojim je generisano kretanje nosača točka:
 a) primenom algoritma diferencijalne evolucije,
 b) primenom Mathcad funkcije Minimize bazirane na kvazi-Njutnovojoj metodi.

¹ svakoj tački na dijagramu odgovara karakteristična tačka nekog mehanizama dobijenog sintezom

6.5 PRIMER 4: TEHNIKE INDIREKTNE SINTEZE U SLUČAJU KADA NISU POZNATI SVI OSNOVNI PARAMETRI POLOŽAJA NOSAČA TOČKA

U okviru ovog primera analizirani su rezultati dobijeni primenom dve tehnike opisane u poglavlju 5.3.5, koje omogućavaju primenu metode indirektna sinteze u slučaju kada nisu zadati svi osnovni parametri položaja nosača točka. Razmotrene su tehnike opisane u tačkama 5.3.5.2 i 5.3.5.3, koje se zasnivaju na primeni aproksimacionog polinoma i analitičkom određivanju ugla rotacije nosača točka oko ose točka. Treća tehnika, opisana u tački 5.3.5.1, bazirana na usvajanju karakterističnih tačaka neke poluge, nije analizirana, s obzirom da se njeni rezultati ne mogu objektivno uporediti sa rezultatima druge dve tehnike. Naime, rezultati ove tehnike zavise od vrednosti usvojenih koordinata i od toga za koju polugu su one usvojene. Nakon usvajanja poluge, sinteza ovom tehnikom se svodi na standardnu indirektnu sintezu, koja je obrađena u prethodnim primerima.

Na primeru jednog 5KS mehanizma za vođenje zadnjeg točka, razmotren je slučaj kada u postavci zadatka sinteze nisu zadate vrednosti ugla rotacije nosača točka oko ose točka (β_{nt}). Koordinate karakterističnih tačaka mehanizma putem kojeg su generisani ostali osnovni parametri kretanja nosača su preuzete iz [57].



tačka	x	y	z
01	-0.2096	-0.5271	-0.0882
02	0.3244	-0.3821	-0.0462
03	0.1874	-0.4301	-0.0022
04	-0.0716	-0.3501	0.1338
05	0.2324	-0.3281	0.1458
11	-0.0251	-0.0638	-0.0951
12	0.0298	-0.0768	-0.1561
13	0.1809	-0.1409	-0.0273
14	0.0111	-0.053	0.14
15	-0.0599	-0.056	0.11
1c	0	0	0

Sl. 6-8 Koordinate karakterističnih tačaka razmatranog 5KS mehanizma, [57]

Postavka problema

U Tab. 6-13 u nastavku su prikazane zadate vrednosti parametara položaja nosača točka dobijene kinematičkom analizom razmatranog mehanizma za 13 položaja visine centra točka.

Sintezom je potrebno odrediti koordinate svih karakterističnih tačaka mehanizma. Kao u prethodnim primerima, usvojeno je da intervali dopuštenih vrednosti nepoznatih koordinata budu širine 150 mm.

Tab. 6-13: Primer 4 - zadate vrednosti osnovnih parametara položaja nosača točka

$\langle i \rangle$	Δp_{1cz} [m]	p_{1cx} [m]	p_{1cy} [m]	p_{1cz} [m]	ψ_t [°]	γ_t [°]
1	-0.15	0.03287	-0.04604	-0.15	-0.2393	-0.21556
2	-0.125	0.02591	-0.03232	-0.125	-0.17909	-0.01385
3	-0.1	0.01965	-0.02142	-0.1	-0.119	0.00291
4	-0.075	0.01399	-0.01296	-0.075	-0.06998	-0.12678
5	-0.05	0.00886	-0.00668	-0.05	-0.03469	-0.38336
6	-0.025	0.00421	-0.0024	-0.025	-0.01222	-0.75824
7	0	0	0	0	0	-1.25
8	0.025	-0.00378	0.0006	0.025	0.00522	-1.86275
9	0.05	-0.00714	-0.00057	0.05	0.00686	-2.60537
10	0.075	-0.0101	-0.00348	0.075	0.00816	-3.49151
11	0.1	-0.01265	-0.00815	0.1	0.0117	-4.54007
12	0.125	-0.0148	-0.01462	0.125	0.01901	-5.77608
13	0.15	-0.01654	-0.02296	0.15	0.02975	-7.23218

Postupak sinteze

Sinteza mehanizma primenom aproksimacionog polinoma je izvedena u skladu sa tehnikom opisanom u 5.3.5.2. Sinteza bazirana na analitičkom određivanju ugla β_{nt} je izvedena prema 5.3.5.3.

Primena obe tehnike ne dopušta razdvajanje nepoznatih prilikom optimizacije, tako da sintezu nije moguće izvesti zasebno po vodećim polugama, već samo za mehanizam u celini. U slučaju tehnike zasnovane na aproksimacionom polinomu, sinteza predmetnog mehanizma je zahtevala istovremenu optimizaciju 33 nepoznate (30 koordinata karakterističnih tačaka i tri koeficijenta aproksimacionog polinoma), dok je tehnika analitičkog određivanja β_{nt} podrazumevala optimizaciju 30 koordinata karakterističnih tačaka.

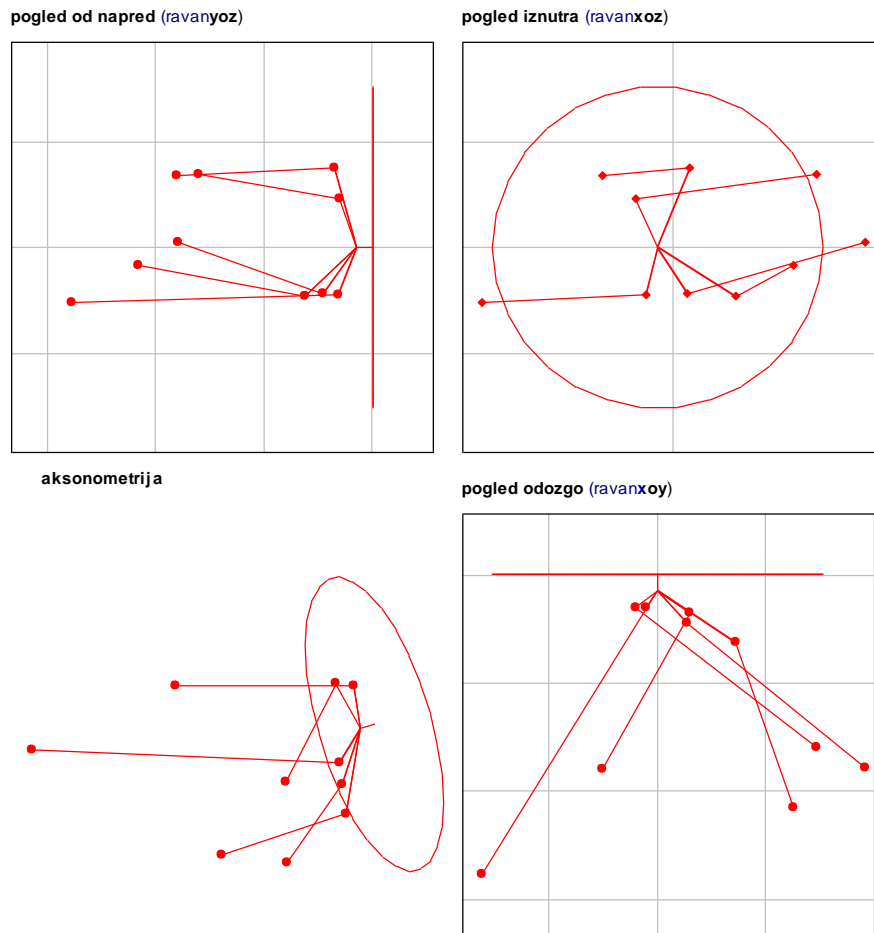
U okviru algoritma DE, za oba postupka je usvojen isti broj jedinki $NP = 150$, maksimalni broj iteracija $Gmax = 50000$ i kriterijum zaustavljanja $TOL\Delta x = 1 \cdot 10^{-4}$.

Postupak sinteze tehnikom aproksimacionog polinoma je primenjen u Mathcad dokumentu *Primer 4a.xmcd*, a tehnikom analitičkog određivanja β_{nt} u dokumentu *Primer 4b.xmcd*, koji se nalaze u Prilogu 2.

Analiza rezultata sinteze, performanse algoritma DE

Postupak sinteze primenom obe tehnike je ponovljen 40 puta uz izmenu intervala dopuštenih vrednosti nepoznatih koordinata. Rezultati dobijeni tehnikom aproksimacionog polinoma su registrovani u dokumentu *Primer 4a.txt* i obrađeni u okviru dokumenta *Primer 4a analiza rezultata.xmcd*, Prilog 2. U slučaju tehnike analitičkog određivanja β_{nt} ovi dokumenti su *Primer 4b.txt* i *Primer 4b analiza rezultata.xmcd*.

S obzirom da je prilikom numeričkih eksperimenata uočena rasipanja rezultata, da bi se utvrdilo da li ona potiču od prirode problema (slabo izraženog optimuma), ili su rezultat nesavršenosti razmatranih tehnika, sinteza je izvršena i standardnom indirektnom metodom (sa zadatim vrednostima β_{nt}). Rezultati i njihova analiza su prikazani u dokumentima *Primer 4 ref.txt* i *Primer 4 ref analiza rezultata.xmcd* u Prilogu 2.



Sl. 6-9 Primer mehanizma dobijenog primenom tehnike analitičkog određivanja ugla β_{nt} , Mathcad dokument Primer 4b.xmcd, Prilog 2

Tab.6-14: Prosečne vrednosti maksimalnih i srednjih odstupanja između zadatih i ostvarenih vrednosti parametara položaja nosača točka, na osnovu 40 ponavljanja postupka

	P_{Icx} $\Delta^{\max} / \Delta^{\text{sr}}$ [m]	P_{Icy} $\Delta^{\max} / \Delta^{\text{sr}}$ [m]	ψ_t $\Delta^{\max} / \Delta^{\text{sr}}$ [°]	γ_t $\Delta^{\max} / \Delta^{\text{sr}}$ [°]
tehnika aproksimacionog polinoma	$3.0 \cdot 10^{-5} / 7.1 \cdot 10^{-6}$	$1.1 \cdot 10^{-5} / 2.3 \cdot 10^{-6}$	0.019 / 0.004	0.005 / 0.001
tehnika analitičkog određivanja β_{nt}	$2.0 \cdot 10^{-5} / 3.9 \cdot 10^{-6}$	$6.6 \cdot 10^{-6} / 1.2 \cdot 10^{-6}$	0.018 / 0.003	0.005 / $8.9 \cdot 10^{-4}$
indirektna metoda (β_{nt} zadato)	$1.6 \cdot 10^{-7} / 4.8 \cdot 10^{-8}$	$9.0 \cdot 10^{-8} / 2.8 \cdot 10^{-8}$	$2.0 \cdot 10^{-4} / 4.4 \cdot 10^{-5}$	$7.7 \cdot 10^{-5} / 2.0 \cdot 10^{-5}$

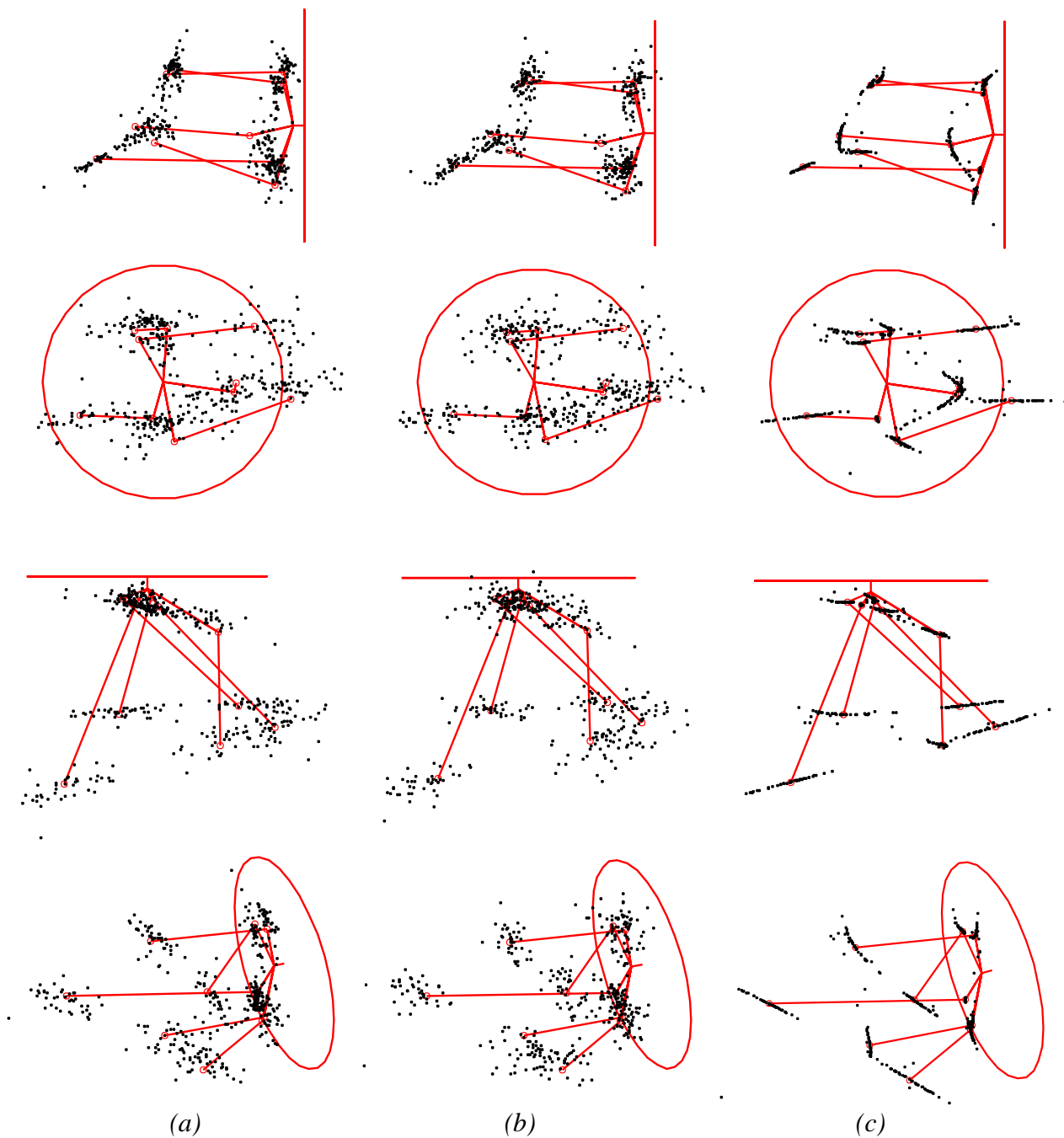
Tab.6-15: Srednje apsolutno odstupanje koordinata karakterističnih tačaka u odnosu na odgovarajuće koordinate tačaka mehanizma kojim je generisano kretanje nosača točka

	Δp_{sr} [m]
tehnika aproksimacionog polinoma	0.033
tehnika analitičkog određivanja β_{nt}	0.032
indirektna metoda (β_{nt} zadato)	0.015

Tab.6-16: Prosečno vreme izvršavanja postupka sinteze, broj iteracija algoritma DE

	vreme izvršavanja	broj iteracija
tehnika aproksimacionog polinoma	812 s (13.5 min)	50000
tehnika analitičkog određivanja β_{nt}	1327 s (22.1 min)	50000
indirektna metoda (β_{nt} zadato)	7.7 s	12502

Obe analizirane tehnike su rezultovale relativno velikim rasipanjima rezultata, *Sl. 6-10*, koja se, međutim, nisu odrazila u vidu neprihvatljivih rešenja. Naprotiv, vrednosti odstupanja svih parametara položaja nosača točka u odnosu na zahtevane vrednosti, videti *Tab.6-14*, se mogu oceniti kao zanemarljiva. Obe tehnike su se pokazale kao spore, što se u prvom redu može pripisati sporijoj konvergenciji algoritma DE u uslovima slabo izraženog globalnog minimuma.



Sl. 6-10 Prikaz rezultata 40 izvršavanja postupka sinteze¹ zajedno sa mehanizmom kojim je generisano zadato kretanje nosača točka:

- a) primenom tehnike zasnovane na aproksimacionom polinomu,
- b) primenom tehnike analitičkog određivanja β_{nt}
- c) primenom standardne metode indirektna sinteze (β_{nt} zadato).

¹ svakoj tački na dijagramu odgovara karakteristična tačka nekog mehanizama dobijenog sintezom

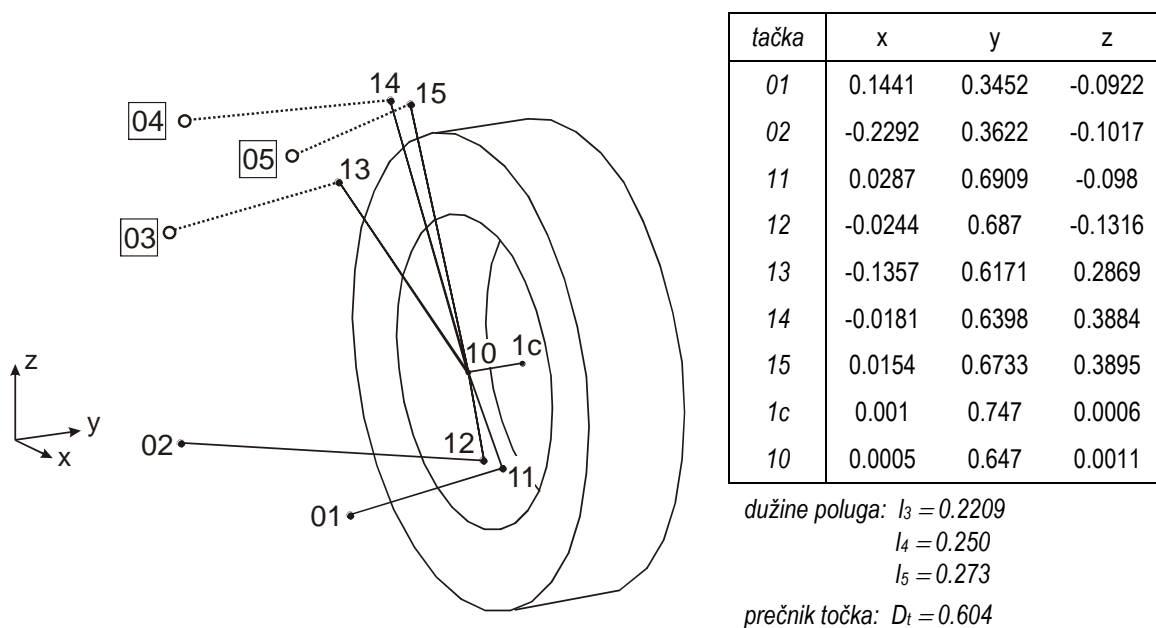
6.6 PRIMER 5: MODIFIKACIJA 5KS MEHANIZMA PRIMENOM METODE DIREKTNE SINTEZE

U okviru ovog primera, razmotren je zadatak modifikacije postojećeg 5KS mehanizma za vođenje prednjih točkova izmenom lokacije oslonih tačaka tri vodeće poluge na telu vozila. Problem je izveden na bazi postavke prikazane u [12].

Zadatak je rešen primenom metode direktne sinteze.

Postavka problema

Koordinate zadatih karakterističnih tačaka mehanizma i dužine poluga 3, 4 i 5 su usvojene prema Sl. 6-11.



Sl. 6-11 Koordinate karakterističnih tačaka mehanizma i ostale zadate dimenzije, [58].

Željeno kretanje nosača točka je propisano sa dva osnovna parametra položaja nosača točka, uglom bočnog nagiba γ_t i uglom usmerenosti točka ψ_t i jednim izvedenim parametrom, relativnom promenom širine traga (razmaka) točkova Δt_{rel}^1 . Ovi parametri su zadati u funkciji od promene visine centra točka Δp_{1cz} i pomeranja oslone tačke 03 duž y ose Δp_{03y} , kao nezavisnim parametrima, u obliku polinoma četvrtog stepena, (79), sa koeficijentima prema Tab. 6-17.

$$f_{ap}(x_1, x_2) = c_1 x_1^4 + c_2 x_1^3 x_2 + c_3 x_1^2 x_2^2 + c_4 x_1 x_2^3 + c_5 x_2^4 + c_6 x_1^3 + c_7 x_1^2 x_2 + c_8 x_1 x_2^2 + c_9 x_2^3 + c_{10} x_1^2 + c_{11} x_1 x_2 + c_{12} x_2^2 + c_{13} x_1 + c_{14} x_2 + c_0. \quad (79)$$

Zadatak sinteze je odrediti koordinate položaja tačaka 03, 04 i 05, tako da mehanizam ostvari vođenje nosača točka uz što manja odstupanja u odnosu na zadate parametre kretanja.

Intervali dopuštenih vrednosti koordinata traženih tačaka, širine 150 mm, su usvojeni tako da obuhvataju vrednosti koordinata postojećeg mehanizma.

¹ videti jed. (26)

Tab. 6-17: Koeficijenti polinoma zadatih parametara položaja nosača točka

koeficijenti polinoma	γ_i [rad]	ψ_i [rad]	Δt_{rel} [-]
c_1	$-1.67587 \cdot 10^1$	$-5.68157 \cdot 10^1$	$-3.40506 \cdot 10^0$
c_2	$2.52388 \cdot 10^1$	$-2.06172 \cdot 10^2$	$-2.49132 \cdot 10^1$
c_3	$1.04936 \cdot 10^2$	$-4.14478 \cdot 10^2$	$-7.80012 \cdot 10^1$
c_4	$3.87101 \cdot 10^1$	$-4.12571 \cdot 10^2$	$-4.22912 \cdot 10^1$
c_5	$1.97410 \cdot 10^2$	$-1.67294 \cdot 10^3$	$-2.14783 \cdot 10^2$
c_6	$1.80886 \cdot 10^0$	$1.01499 \cdot 10^1$	$7.62582 \cdot 10^{-1}$
c_7	$-1.13993 \cdot 10^0$	$2.53615 \cdot 10^1$	$4.49888 \cdot 10^0$
c_8	$-6.08698 \cdot 10^0$	$1.92855 \cdot 10^1$	$5.42728 \cdot 10^0$
c_9	$-2.50260 \cdot 10^1$	$2.17480 \cdot 10^2$	$1.92137 \cdot 10^1$
c_{10}	$-1.16772 \cdot 10^0$	$-2.25900 \cdot 10^0$	$-1.74714 \cdot 10^0$
c_{11}	$-7.75725 \cdot 10^{-1}$	$5.60529 \cdot 10^{-1}$	$5.14008 \cdot 10^{-1}$
c_{12}	$9.45156 \cdot 10^{-1}$	$-3.88192 \cdot 10^0$	$-2.78094 \cdot 10^0$
c_{13}	$1.12717 \cdot 10^{-1}$	$2.40037 \cdot 10^{-2}$	$2.37093 \cdot 10^{-2}$
c_{14}	$-1.72086 \cdot 10^{-1}$	$6.34032 \cdot 10^0$	$1.18886 \cdot 10^{-1}$
c_0	$5.00037 \cdot 10^{-3}$	$5.00037 \cdot 10^{-3}$	0

Za potrebe propisivanja konkretnih vrednosti zadatih parametara položaja nosača točka, izabrano je 15 kombinacija nezavisnih parametara položaja mehanizma prema Tab. 6-18.

Tab. 6-18: Propisane vrednosti nezavisnih parametara položaja mehanizma

$\langle i \rangle$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Δp_{1cz}	-0.1	-0.075	-0.5	-0.025	0	0.025	0.5	0.075	0.1	0	0	0	0	0	0
Δp_{03y}	0	0	0	0	0	0	0	0	-0.075	-0.5	-0.025	0	0.025	0.5	0.075

Za nezavisne parametre prema prethodnoj tabeli, na osnovu jed. (79) i odgovarajućih koeficijenata iz Tab. 6-18, određene su zadate vrednosti parametara položaja nosača točka na osnovu kojih je izvršena sinteza.

Postupak sinteze

Sinteza mehanizma je izvedena metodom direktne sinteze. U ovom slučaju, kinematička analiza je obuhvatila samo analizu pozicija, s obzirom da u postavci zadatka nisu propisani parametri koji zahtevaju analizu brzina. Poziciona analiza je sprovedna u skladu sa postupkom opisanim u tački 5.4.3, uz jednačine ograničenja vodećih poluga sledećeg oblika:

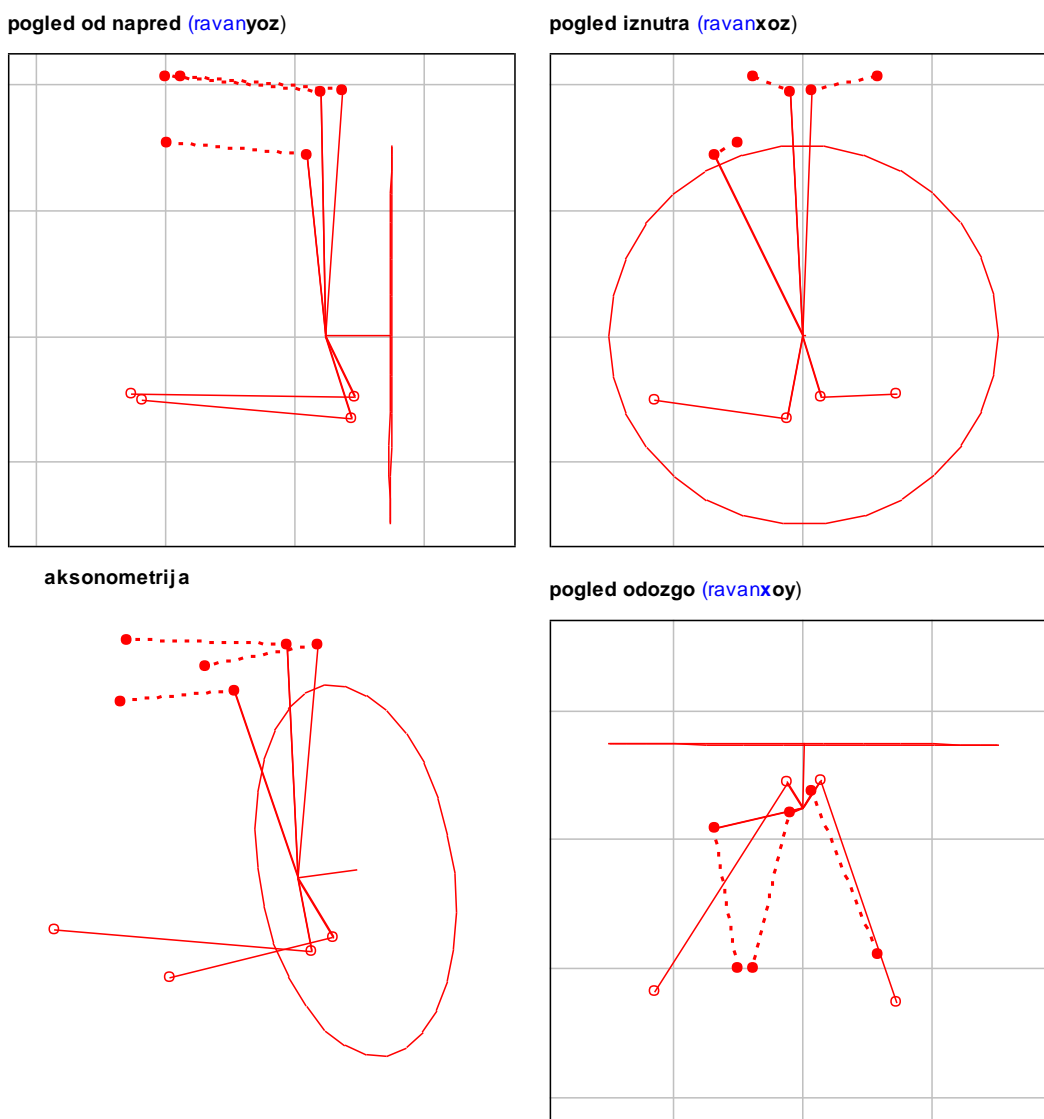
$$\| \mathbf{p}_{1j}^{(i)} - \mathbf{p}_{0j} \| - l_j = 0, \quad i = 1 \dots 15, j = 1 \dots 5 \quad (80)$$

Vrednosti promene širine traga Δt_{rel} su izvedene na bazi osnovnih parametara položaja nosača točka dobijenih rešavanjem jednačina ograničenja.

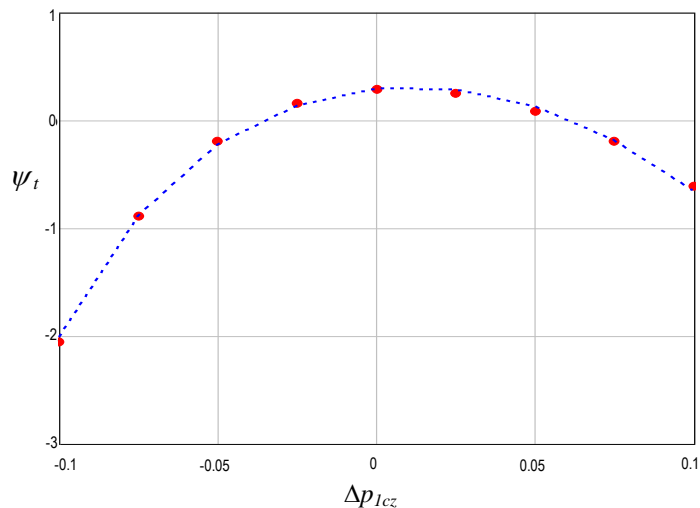
Višekriterijumska optimizacija je realizovana primenom postupka opisanog u 5.4.4. Kao parametar najvišeg prioriteta usvojen je ugao usmerenosti točka, kao drugi po važnosti ugao bočnog nagiba točka, dok je kao treća po važnosti usvojena promena širine traga točkova. Za ugao usmerenosti i ugao bočnog nagiba točka usvojeno je dozvoljeno odstupanje od $\pm 0,05^\circ$ za vrednosti uglova u granicama od $\pm 2^\circ$, a van tog intervala se dozvoljena odstupanja linearno povećavaju za $0,025^\circ$ po stepenu. Za relativnu promenu traga, propisano je konstantno dozvoljeno odstupanje veličine 5% od najveće zadate vrednosti tog parametra.

Za sprovođenje ovakve verzije višekriterijumske optimizacije primenjena je posebna verzija algoritma DE sa modifikovanim operatorom selekcije, koji, prilikom ocenjivanja uspešnosti neke jedinke, uzima u obzir broj funkcija cilja parametara višeg prioriteta u dozvoljenim granicama. Parametri algoritma DE: $NP = 50$, $Gmax = 5000$ i kriterijum zaustavljanja $TOL\Delta x = 1 \cdot 10^{-4}$.

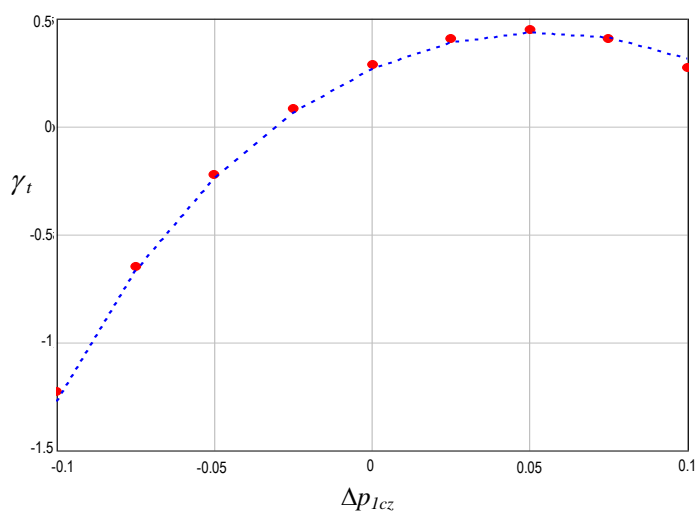
Opisani postupak je realizovan u Mathcad dokumentu *Primer 5.xmcd*, Prilog 2. U nastavku su prikazani neki važniji rezultati dobijeni u okviru ovog dokumenta.



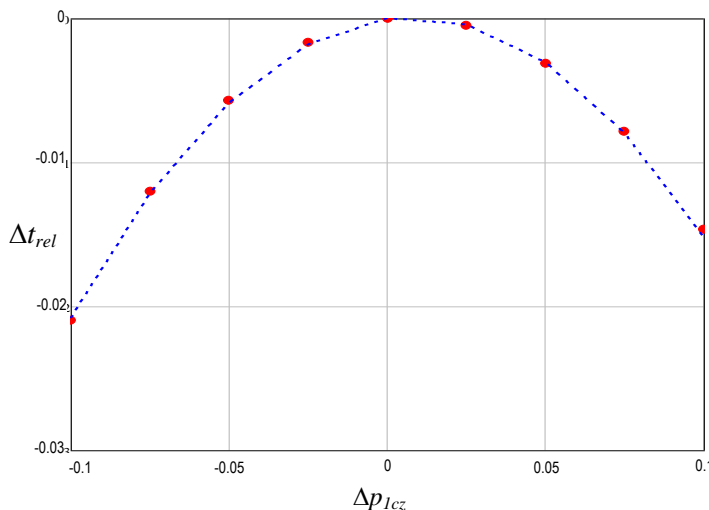
Sl. 6-12 Položaj poluga 3, 4 i 5 određen primenom opisanog postupka sinteze, Mathcad dokument *Primer 5.xmcd*, Prilog 2



$\Delta p_{1cz}^{(i)}$ [m]	$\psi_t^{(i)} - \psi_t'^{(i)}$ [°]	dozvoljeno odstupanje [°]
-0.1	0.047	± 0.051
-0.075	0.022	± 0.05
-0.05	-0.016	± 0.05
-0.025	-0.013	± 0.05
0	0.017	± 0.05
0.025	0.044	± 0.05
0.05	0.046	± 0.05
0.075	0.014	± 0.05
0.1	-0.046	± 0.05

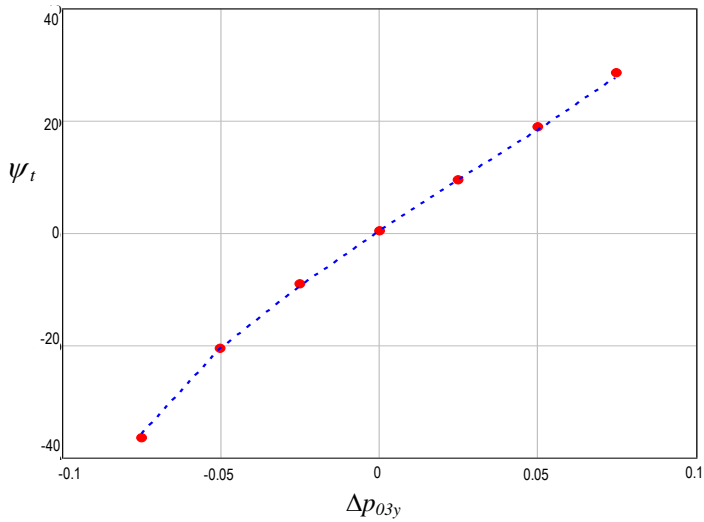


$\Delta p_{1cz}^{(i)}$ [m]	$\gamma_t^{(i)} - \gamma_t'^{(i)}$ [°]	dozvoljeno odstupanje [°]
-0.1	-0.045	± 0.05
-0.075	-0.021	± 0.05
-0.05	-0.018	± 0.05
-0.025	-0.02	± 0.05
0	-0.021	± 0.05
0.025	-0.02	± 0.05
0.05	-0.014	± 0.05
0.075	0.005	± 0.05
0.1	0.045	± 0.05

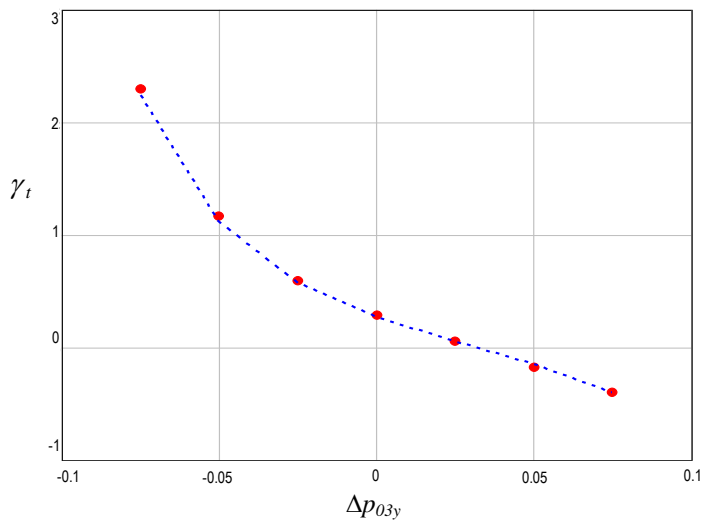


$\Delta p_{1cz}^{(i)}$ [m]	$\Delta t_{rel}^{(i)} - \Delta t_{rel}'^{(i)}$ [-]	dozvoljeno odstupanje [-]
-0.1	$8.7 \cdot 10^{-5}$	$\pm 2 \cdot 10^{-3}$
-0.075	$-1.6 \cdot 10^{-4}$	$\pm 2 \cdot 10^{-3}$
-0.05	$2.0 \cdot 10^{-4}$	$\pm 2 \cdot 10^{-3}$
-0.025	$-1.2 \cdot 10^{-4}$	$\pm 2 \cdot 10^{-3}$
0	0	$\pm 2 \cdot 10^{-3}$
0.025	$8.3 \cdot 10^{-5}$	$\pm 2 \cdot 10^{-3}$
0.05	$6.5 \cdot 10^{-5}$	$\pm 2 \cdot 10^{-3}$
0.075	$-1.2 \cdot 10^{-4}$	$\pm 2 \cdot 10^{-3}$
0.1	$-5.2 \cdot 10^{-4}$	$\pm 2 \cdot 10^{-3}$

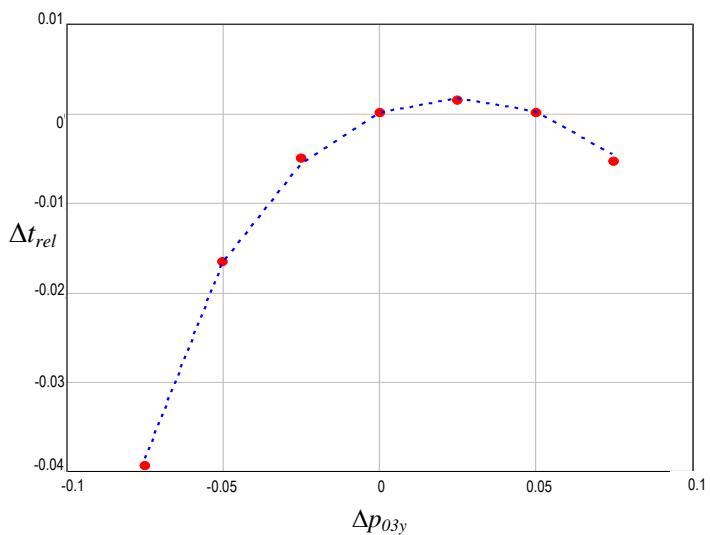
Sl. 6-13 Vertikalno kretanje točka ($\Delta p_{03y}=0$): zadate (označene tačkama) i dobijene vrednosti parametara položaja nosača točka i njihove razlike, Mathcad dokument Primer 5.xmcd, Prilog 2



$\Delta p_{03y}^{(i)}$ [m]	$\psi_t^{(i)} - \psi_t'^{(i)}$ [°]	dozvoljeno odstupanje [°]
-0.075	0.838	± 0.912
-0.05	0.118	± 0.515
-0.025	-0.21	± 0.229
0	0.017	± 0.05
0.025	0.019	± 0.235
0.05	-0.424	± 0.471
0.075	-0.654	± 0.713



$\Delta p_{03y}^{(i)}$ [m]	$\gamma_t^{(i)} - \gamma_t'^{(i)}$ [°]	dozvoljeno odstupanje [°]
-0.075	0.052	± 0.057
-0.05	$3 \cdot 10^{-5}$	± 0.05
-0.025	-0.004	± 0.05
0	-0.021	± 0.05
0.025	-0.002	± 0.05
0.05	0.046	± 0.05
0.075	0.033	± 0.05



$\Delta p_{03y}^{(i)}$ [m]	$\Delta t_{rel}^{(i)} - \Delta t_{rel}'^{(i)}$ [-]	dozvoljeno odstupanje [-]
-0.075	$1.4 \cdot 10^{-4}$	$\pm 2 \cdot 10^{-3}$
-0.05	$-4.9 \cdot 10^{-4}$	$\pm 2 \cdot 10^{-3}$
-0.025	$-6.2 \cdot 10^{-4}$	$\pm 2 \cdot 10^{-3}$
0	0	$\pm 2 \cdot 10^{-3}$
0.025	$2.5 \cdot 10^{-4}$	$\pm 2 \cdot 10^{-3}$
0.05	$8.0 \cdot 10^{-5}$	$\pm 2 \cdot 10^{-3}$
0.075	$7.4 \cdot 10^{-4}$	$\pm 2 \cdot 10^{-3}$

Sl. 6-14 Čisto zakretanje točka ($\Delta p_{1cz} = 0$): zadate (označene tačkama) i dobijene vrednosti parametara položaja nosača točka i njihove razlike, Mathcad dokument Primer 5.xmcd, Prilog 2

Analiza rezultata sinteze, performanse algoritma DE

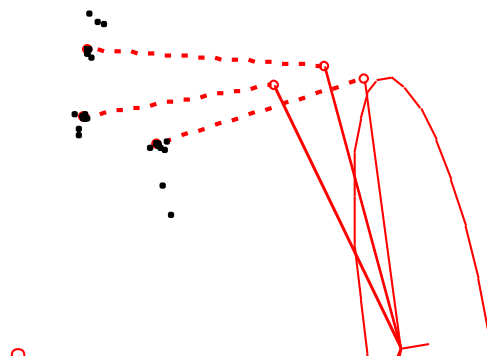
Postupak sinteze je ponovljen 40 puta uz izmenu intervala dopuštenih vrednosti nepoznatih koordinata. Rezultati su registrovani u formi tekstualne datoteke *Primer 5.txt* i obrađeni u dokumentu *Primer 5 analiza rezultata.xmcd*, Prilog 2.

Tab.6-19: Prosečne, minimalne i maksimalne vrednosti rezultujućih funkcija cilja parametara, na osnovu 40 ponavljanja postupka sinteze

	funkcija cilja parametra prvog prioriteta $f_{c\psi}$	funkcija cilja parametra drugog prioriteta $f_{c\gamma}$	funkcija cilja parametra trećeg prioriteta $f_{c\Delta t}$
prosečna vrednost median(f_{cq})	0.9183	0.9176	0.3744
najmanja vrednost min(f_{cq})	0.9182	0.9090	0.3556
najveća vrednost max(f_{cq})	1	55.4	10.2

Rezultati u [Tab.6-19](#) pokazuju da u razmatranom problemu postoji optimalno rešenje za koje se sva tri parametra nalaze u granicama dozvoljenih odstupanja (što prema jed. (76) i (77) rezultuje vrednostima $f_{cq} \leq 1$). U svih 40 ponavljanja, postupak sinteze je rezultovao parametrom prvog prioriteta u dozvoljenim granicama. Međutim, rasipanja rezultata ipak postoje, mada nisu tako izražena kao u nekoliko prethodnih primera, videti [Sl. 6-15](#). Analiza dobijenih rezultata pokazuje da u šest navrata parametri drugog i trećeg reda nisu dovedeni u dozvoljene granice i da, u još tri slučaja, iako se nalaze u dozvoljenim granicama, funkcije cilja ovih parametara odstupaju više od 1% od optimalne vrednosti. Detaljniji uvid u tok postupka optimizacije je pokazao da ovakvi slučajevi tipično nastaju kada po završetku optimizacije parametra prvog prioriteta, funkcije cilja ostalih parametara imaju vrednosti daleko od optimalnih¹.

I pored malog broja nepoznatih konstrukcionih parametara, izvršavanje sinteze je zahtevalo prosečno 540 sekundi i 2350 iteracija. Ovo nije neočekivano, s obzirom da metoda direktne sinteze podrazumeva sprovođenje kinematičke analize u svakoj iteraciji, za svaku jedinku u populaciji.



*Sl. 6-15 Rasipanje rezultata položaja tačaka 03, 04 i 05
Mathcad dokument Primer 5 analiza rezultata.xmcd, Prilog 2*

¹ Kao jedno od mogućih rešenja ovog problema, može se razmotriti primena varijanti algoritma DE sa "rastresanjem" populacije, [18], nakon dostizanja dozvoljenih odstupanja za svaku funkciju cilja višeg prioriteta.

7. ZAKLJUČAK

U radu su definisane osnove i razmotreni različiti aspekti primene postupka optimalne kinematičke sinteze mehanizama u sistemima oslanjanja vozila zasnovanog na primeni algoritma diferencijalne evolucije.

Koncepcija predloženog postupka omogućuje dimenzionu sintezu svih standardnih mehanizama za kinematičko vođenje točka u savremenim vozilima. Postupak takođe dopušta definisanje postavke problema sinteze u saglasnosti sa realnim potrebama i projektnim zahtevima i, u tom smislu, ne postavlja ograničenja u pogledu broja, vrste i načina zadavanja parametara kojima se propisuju željene kinematičke karakteristike mehanizma, kao i broja nepoznatih konstruktivnih parametara mehanizma.

Prilikom definisanja teorijskih osnova metoda direktne i indirektne sinteze na kojima se zasniva predloženi postupak, izvedene su sve jednačine i relacije koje su potrebne za kinematičko opisivanje položaja i kretanja mehanizma. Jednačine geometrijskih ograničenja vodećih poluga su definisane za sve kombinacije zglobova u mehanizmima sistema oslanjanja vozila. Formiranje matematičkih modela je time svedeno na primenu tipskih jednačina koje se biraju prema vrsti vodećih poluga razmatranog mehanizma. Ovim je proces modelovanja u značajnoj meri ubrzan i umanjena je mogućnost pojave greške.

Jednostavnost i univerzalnost celokupnog postupka sinteze je osigurana usvajanjem algoritma diferencijalne evolucije kao optimizacione metode. Ovaj algoritam se pokazao kao robusna metoda koja ne zahteva pripreme i prilagođavanje različitim postavkama problema sinteze. Svi razmatrani primeri rešeni su primenom osnovne verzije algoritma DE, sa istim vrednostima faktora skaliranja i verovatnoće ukrštanja kao parametrima algoritma.

Implementacijom postupka u okruženju opšteg matematičkog programa Mathcad omogućeno je da svi elementi proračuna (ulazni podaci, jednačine, komentari, skice, dijagramski prikazi i numerički rezultati) budu objedinjeni na jednom mestu. Korisniku su stavljene na raspolaganje komponente sa bibliotekama kinematičkih jednačina, namenskim funkcijama i rutinama za grafičko predstavljanje rezultata, čime su stvoreni uslovi za efikasno rešavanje najrazličitijih varijanti problema sinteze.

Validacija i provera performansi predloženog postupka sinteze izvedena je na više primera u kojima je zadato kretanje nosača točka generisano mehanizmom poznate konfiguracije. U takvoj postavci problema, u kojoj se pouzdano zna da se zadato kretanje nosača točka može ostvariti, izvedeni su numerički eksperimenti sa višestrukim ponavljanjem postupka sinteze uz variranje početnih vrednosti nepoznatih konstrukcionih parametara slučajnim izborom iz širokih intervala. Dobijeni rezultati su pokazali da je praktično u svim slučajevima sinteza rezultovala mehanizmom koji ostvaruje zadato kretanje uz odstupanja

znatno ispod praga fizičke značajnosti. Ova činjenica je protumačena kao potvrda tačnosti i praktične primenljivosti usvojenog metodološkog prilaza.

Prilikom opisanih numeričkih eksperimenata, optimizacija je, pored algoritma DE, vršena i primenom Mathcad funkcije za optimizaciju koja se zasniva na determinističkoj kvazi-Njutnovoj metodi optimizacije sa numeričkim određivanjem gradijenata funkcije cilja. Iako mnogostruko brža, ova Mathcad funkcija je gotovo bez izuzetka rezultovala značajno lošijim rešenjima, koja su, u velikom broju analiziranih primera, vodila ka neprihvatljivim odstupanjima između ostvarenog i zadanog kretanja mehanizma.

Kao osnovni nedostatak algoritma DE, uočena je spora konvergencija u završnim fazama optimizacije u problemima sa slabo izraženim minimumima. Ovakav slučaj je karakterističan za probleme sinteze koji obuhvataju više nezavisno promenljivih konstrukcionih parametara koji veoma malo utiču na vrednosti funkcija cilja. U takvim situacijama, ukoliko je brzina postupka optimizacije važnija od njegove jednostavnosti, može se razmotriti kombinacija algoritma DE kao globalnog optimizatora, sa nekom od gradijentnih metoda (poželjno sa analitički izvedenim gradijentima) za završnu, lokalnu optimizaciju.

U zaključku ovog pregleda rezultata istraživanja, mogu se konstatovati sledeći specifični doprinosi unapređenju postojećih znanja iz oblasti kinematičke sinteze mehanizama u sistemu oslanjanja vozila:

- Istražena je primena algoritma diferencijalne evolucije, što je prvi slučaj primene ovog algoritma i u problemima sinteze prostornih mehanizama uopšte;
- Definisane su šire teorijske postavke metode indirektno optimalne sinteze, čime su stvoreni uslovi da se metoda može primeniti na sve standardne mehanizme za kinematičko vođenje točka u sistemu oslanjanja vozila;
- Prikazano je nekoliko tehnika koje omogućavaju primenu metode indirektno optimalne sinteze u slučajevima kada u postavci zadatka sinteze nisu zadati svi parametri položaja nosača točka;
- Na primeru jednog mehanizma, demonstriran je način rešavanja problema sinteze mehanizama sa međusobno povezanim vodećim polugama;
- U okviru metode direktne optimalne sinteze, realizovana je alternativna varijanta višekriterijumske optimizacije koja, osim što omogućava prevazilaženje ograničenja standardne postavke sa agregatnom funkcijom cilja i težinskim koeficijentima, uvodi i koncept prihvatljivih odstupanja u odnosu na zadate vrednosti parametara kretanja nosača točka;
- Predložena je posebna tehnika konstruisanja matrice rotacije nosača točka kojom je omogućeno da ta matrica bude izražena neposredno u funkciji od uglova usmerenosti i bočnog nagiba točka i ugla rotacije nosača točka oko ose točka.

Po najboljem znanju autora, ni jedan od prethodno navedenih rezultata istraživanja do sada nije prikazan u literaturi iz predmetne oblasti.

Kao mogući pravci budućih istraživanja mogu se izdvojiti:

- Rešavanje problema sinteze statički neodređenih mehanizama u sistemu oslanjanja vozila koji zahtevanu pokretljivost ostvaruju na račun deformacije elemenata mehanizma ili elastičnih umetaka u zglobovima;
- Objedinjavanje kinematičke sinteze sa zahtevima u pogledu:
 - distribucije opterećenja po vodećim poluga mehanizma,
 - elastokinematičkog ponašanja mehanizma za karakteristične kombinacije opterećenja na točku,
 - položaja ose elastičnosti mehanizma;
- Sinteza mehanizama sa promenljivom dužinom vodećih poluga i/ili promenljivim položajem oslonih tačaka na telu vozila;
- Primena deformabilnih mehanizama bez kinematičkih zglobova u sistemu oslanjanja vozila.

LITERATURA

- [1] Reimpell, J., Stoll, H. (2001). *The Automotive Chassis. Engineering Principles*. Oxford: Butterworth-Heinemann.
- [2] Kang, H. Y., Suh, C. H. (1994). Synthesis and Analysis of Spherical-Cylindrical (SC) Link in the McPherson Strut Suspension Mechanism. *Journal of Mechanical Design*, 116 (2), 599-606. doi:10.1115/1.2919420
- [3] Raghavan, M. (2004). Suspension design for linear toe curves: a case study in mechanism synthesis. *Journal of Mechanical Design*, 126 (2), 278–282.
- [4] Suh, C. H., Radcliffe, C. W. (1978). *Kinematics and Mechanisms Design*. New York: John Wiley and Sons.
- [5] Simonescu, P. A., Beale, D. (2002). Synthesis and analysis of the five-link rear suspension system used in automobiles. *Mechanism and Machine Theory*, 37, 815-832.
- [6] Knapczyk, J., Maniowski, M. (2003). Dimensional synthesis of a five-rod guiding mechanism for car front wheels. *Archive of Mechanical Engineering*, 50 (1), 89-116.
- [7] Jimenez, J. M., Alvarez, G., Cardenal, J., Cuadrado, J. (1997). A simple and general method for kinematic synthesis of spatial mechanisms. *Mechanism and Machine Theory*, 32 (3), 323–341.
- [8] Sancibrian, R., Garcia, P., Viadero, F., Fernandez, A. (2005). Suspension System Vehicle Design Using a Local Optimization Procedure. *ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. 7, pp. 227-236. Long Beach, California, USA: ASME. doi:10.1115/DETC2005-84441.
- [9] Sancibrian, R., Garcia, P., Viader, F., Fernandez, A., De-Juan, A. (2010). Kinematic design of double-wishbone suspension systems using a multiobjective optimisation approach. *Vehicle System Dynamics*, 48 (7), 793-813. doi:10.1080/00423110903156574
- [10] Lee, H. G., Won, C. J., Kim, J. W. (2009). Design Sensitivity Analysis and Optimization of McPherson Suspension Systems. *World Congress on Engineering*, 2, pp. 1532-1537. London.
- [11] Habibi, H., Shirazi, K. H., Shishesaz, M. (2008). Roll steer minimization of McPherson-strut suspension system using genetic algorithm method. *Mechanism and Machine Theory*, 43 (1), 57–67. doi:10.1155/2014/354857.
- [12] Struski, J., Wach, W. (2007). Multidimensional Optimization of the Steered Wheel Multi-Link Suspension System. *SAE Technical Paper 2007-01-0849*. doi:10.4271/2007-01-0849

- [13] Hwang, J. S., Kim, S. R., Han, S. Y. (2007). Kinematic design of a double wishbone type front suspension mechanism using multi-objective optimization. *5th Australasian Congress on Applied Mechanics*. Brisbane, Australia.
- [14] Rao, S. S. (2009). *Engineering Optimization: Theory and Practice, 4th Edition*. Hoboken, New Jersey: John Wiley Sons.
- [15] Das, S., Suganthan, P. N. (2011). Differential Evolution: A Survey of the State-of-the-Art. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 15 (1), 4 - 31.
- [16] Vesterstrom, J., Thomsen, R. (2004). A comparative study of differential evolution, particle swarm optimization, and evolutionary algorithms on numerical benchmark problems. *IEEE Congress on Evolutionary Computation, CEC2004*, 2, pp. 1980 - 1987. Portland, USA: IEEE. doi:10.1109/CEC.2004.1331139
- [17] Storn, R., Price, K. (1997). Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for global Optimization over Continuous Spaces. *Journal of Global Optimization*, 11 (4), 341-359.
- [18] Price, K. V., Storn, R. M., Lampinen, J. A. (2005). *Differential Evolution - A Practical Approach to Global Optimization*. Springer.
- [19] Shiakolas, P. S., Koladiya, D., Kebrle, J. (2005). On the optimum synthesis of six-bar linkages using differential evolution and the geometric centroid of precision positions technique. *Mechanism and Machine Theory*, 40 (3), 319–335. doi:10.1016/j.mechmachtheory.2004.07.005
- [20] Bulatović, R. R., Đorđević, S. R. (2009). On the optimum synthesis of a four-bar linkage using differential evolution and method of variable controlled deviations. *Mechanism and Machine Theory*, 44 (1), 235–246. doi:10.1016/j.mechmachtheory.2008.02.001.
- [21] Bulatović, R. R., Đorđević, S. R. (2011). Control of the optimum synthesis process of a four-bar linkage whose point on the working member generates the given path. *Applied Mathematics and Computation*, 217 (23), 9765–9778. doi:10.1016/j.amc.2011.04.064.
- [22] Peñuñuri, F., Peón-Escalante, R., Villanueva, C., Pech-Oy, D. (2011). Synthesis of mechanisms for single and hybrid tasks using differential evolution. *Mechanism and Machine Theory*, 46 (10), 1335–1349. doi:10.1016/j.mechmachtheory.2011.05.013
- [23] Acharyya, S. K., Mandal, M. (2009). Performance of EAs for four-bar linkage synthesis. *Mechanism and Machine Theory*, 44 (9), 1784–1794. doi:10.1016/j.mechmachtheory.2009.03.003.
- [24] Roth, B. (1967). The Kinematics of Motion Through Finitely Separated Positions. *Journal of Applied Mechanics*, 34 (3), 591-598.
- [25] Innocenti, C. (1995). Polynomial Solution of the Spatial Burmester Problem. *Journal of Mechanical Design*, 117 (1), 64-68. doi:10.1115/1.2826118.
- [26] Liao, Q., McCarthy, M. (2001). On the seven position synthesis of a 5-SS Platform Linkages. *Journal of Mechanical Design*, 123 (1), 74-79. doi:10.1115/1.1330269
- [27] Suh, C. H. (1968). Design of Space Mechanisms for Rigid Body Guidance. *Journal of Engineering for Industry*, 90 (3), 499-506. doi:10.1115/1.3604677
- [28] Sandor, G. N., Erdman, A. G. (1984). *Advanced mechanism design: analysis and synthesis, Vol 2*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.
- [29] Chen, P., Roth, B. (1969). Design Equations for the Finitely and Infinitesimally Separated Position Synthesis of Binary Links and Combined Link Chains. *Journal of Engineering for Industry*, 1 (1), 209-219. doi:10.1115/1.3591523.

- [30] Suh, C. (1989). Synthesis and Analysis of Suspension Mechanisms with Use of Displacement Matrices. *SAE Technical Paper 890098*. doi:10.4271/890098
- [31] Sandor, G. N., Xu, L. J., Yang, S. P. (1986). Computer-aided synthesis of two-closed-loop RSSR-SS spatial motion generator with branching and sequence constraints. *Mechanism and Machine Theory*, 21 (4), 345-350. doi:10.1016/0094-114X(86)90056-X
- [32] Poznanović, N. R. (2001). *Prilog kinematičkoj analizi sistema oslanjanja automobila*. Novi Sad: Fakultet tehničkih nauka.
- [33] Raghavan, M. (1996). Number and dimensional synthesis of independent suspension mechanisms. *Mechanism and Machine Theory*, 31 (8), 1141-1153. doi:10.1016/0094-114X(96)84605-2
- [34] Storn, R., Price, K. (1995). *Differential Evolution – A Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization Over Continuous Spaces*. ICSI.
- [35] Storn, R. (1996). On the usage of differential evolution for function optimization. *Biennial Conference of the North American Fuzzy Information Processing Society NAFIPS* (pp. 519-523). Berkeley, USA: IEEE
- [36] Storn, R., Price, K. (1996). Minimizing the real functions of the ICEC'96 contest by differential evolution. *IEEE International Conference on Evolutionary Computation* (pp. 842 - 844). Nagoya, Japan: IEEE.
- [37] Engelbrecht, A. P. (2007). *Computational Intelligence: An Introduction* (2nd ed.). Wiley Publishing.
- [38] Čupić, M. (2012). Prirodom inspirirani optimizacijski algoritmi. Metaheuristike. (verzija 0.1.2012-08-28). pristupljeno na <http://java.zemris.fer.hr/nastava/pioa>.
- [39] Zielinski, K., Peters, D., Laur, R. (2005). Stopping Criteria for Single-Objective Optimization. *Third International Conference on Computational Intelligence, Robotics and Autonomous Systems*. Singapore.
- [40] Mezura-Montes, E., Coello Coello, C. A., Tun-Morales, E. I. (2004). Simple Feasibility Rules and Differential Evolution for Constrained Optimization. *MICAI 2004: Advances in Artificial Intelligence* (pp. 707-716). Mexico City: Springer-Verlag.
- [41] Jamil, M., Yang, X. (2013). A literature survey of benchmark functions for global optimization problems. *Int. Journal of Mathematical Modelling and Numerical Optimisation*, 4 (2), 150–194.
- [42] Lampinen, J. (2002). A Constraint Handling Approach for the Differential Evolution Algorithm. *Congress on Evolutionary Computation CEC '02*. 2, pp. 1468 - 1473. Honolulu, Hawaii: IEEE.
- [43] Gämperle, R., Müller, S. D., Koumoutsakos, P. (2002). A Parameter Study for Differential Evolution. *Advances in Intelligent Systems, Fuzzy Systems, Evolutionary Computation* (pp. 293-298). Interlaken, Switzerland: WSEAS Press.
- [44] Ronkkonen, J., Kukkonen, S., Price, K. V. (2005). Real-parameter optimization with differential evolution. *IEEE Congress on Evolutionary Computation* (pp. 506 - 513 Vol.1). Edinburgh, Scotland: IEEE.
- [45] Mezura-Montes, E., Velázquez-Reyes, J., Coello Coello, C. (2006). A comparative study of differential evolution variants for global optimization. *Genetic and Evolutionary Computation Conference GECCO 2006*, (pp. 485--492). Seattle, USA.

- [46] Mallipeddi, R., Suganthan, P. N., Pan, Q. K., Tasgetiren, M. F. (2011). Differential evolution algorithm with ensemble of parameters and mutation strategies. *Applied Soft Computing*, 11 (2), 1679–1696.
- [47] Yu, W., Zhang, J. (2012). Adaptive differential evolution with optimization state estimation. *Genetic and Evolutionary Computation Conference GECCO*, (pp. 1285-1292). Philadelphia, USA.
- [48] Chiang, T., Chen, C., Lin, Y. (2013). Parameter control mechanisms in differential evolution: A tutorial review and taxonomy. *IEEE Symposium on Differential Evolution (SDE)* (pp. 1-8). Singapore: IEEE.
- [49] Eiben, A. E., Hinterding, R., Michalewicz, Z. (1999). Parameter control in evolutionary algorithms. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 3 (2), 124 - 141.
- [50] Ali, M. M., Törn, A. A. (2004). Population set-based global optimization algorithms: some modifications and numerical studies. *Computers Operations Research - CoR*, 31 (10), 1703-1725.
- [51] Brest, J., Greiner, S., Bošković, B., Mernik, M., Žumber, V. (2006). Self-Adapting Control Parameters in Differential Evolution: A Comparative Study on Numerical Benchmark Problems. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 10 (6), 646-657.
- [52] Zhang, J., Sanderson, J. C. (2009). JADE: Adaptive Differential Evolution With Optional External Archive. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 13 (5), 945-958.
- [53] Kim, J. K., Park, J. H., Chung, I. S., Lee, B. H. (1989). A vehicle dynamic analysis program using Euler angles in xyz-convention. *11th IAVSD-Symposium, Supplement to Vehicle System Dynamics*, 18, pp. 322 - 344.
- [54] Matschinsky, W. (1985). *Independent wheel suspension for motor vehicles, U.S. Patent 4556238*.
- [55] Hiller, M., Frik, S. (1993). Road vehicle benchmark 2: Five-Link Suspension. *Supplement to Vehicle System Dynamics*, 22, 254-262.
- [56] Meissonnier, J., Fauroux, C. J., Gogu, G., Montezin, C. (2006). Geometric Identification of an Elastokinematic Model in a Car Suspension. *Proceedings of the I MECH E Part D Journal of Automobile Engineering*, 220 (9), 1209-1220. doi:10.1243/09544070JAUTO239
- [57] Knapczyk, J., Maniowski, M. (2006). Stiffness Synthesis of a Five-Rod Suspension for Given Load-Displacement Characteristics. *Proc. IMechE, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 220 (7), 879-889. doi:10.1243/09544070JAUTO63
- [58] Struski, J., Wach, K. (2012). Theoretical basis of determining the translation and rotation of steering wheel stub axle. *Engineering Transactions*, 60 (1), 41-51.
- [59] Cheng, X., Lin, Y. (2014). Multiobjective Robust Design of the Double Wishbone Suspension System Based on Particle Swarm Optimization. *The Scientific World Journal*, 2014, Article ID 354857, 7 pages. doi:10.1155/2014/354857.

PRILOZI

PRILOG 1 Mathcad dokument *Primer 1.xmcd*

PRILOG 2 CD SA PRILOZIMA

PRILOG 1

Mathcad dokument *Primer 1.xmcd*

SINTEZA MEHANIZMA ZA VOĐENJE TOČKA SA PET VODEĆIH POLUGA

Reference: D:\OneDrive\Dokumenti\mcd\final\Primer 1\3D objekti.xmcd(R)

Zadane veličine

Vektor položaja centra točka:

$$\mathbf{p}'_{ic} := \begin{pmatrix} 2.861998414518248 \cdot 10^{-3} & 6.826680943438948 \cdot 10^{-1} & -2 \cdot 10^{-1} \\ 5.730264493639239 \cdot 10^{-3} & 7.235117288168152 \cdot 10^{-1} & -1.5 \cdot 10^{-1} \\ 4.569064668756998 \cdot 10^{-3} & 7.480698437062464 \cdot 10^{-1} & -1 \cdot 10^{-1} \\ 2.486871976366798 \cdot 10^{-3} & 7.623126818962718 \cdot 10^{-1} & -5 \cdot 10^{-2} \\ 0 & 7.68 \cdot 10^{-1} & 0 \\ -2.700675122630947 \cdot 10^{-3} & 7.657175348539307 \cdot 10^{-1} & 5 \cdot 10^{-2} \\ -5.501146570489402 \cdot 10^{-3} & 7.553228276907334 \cdot 10^{-1} & 1 \cdot 10^{-1} \\ -8.278163459500238 \cdot 10^{-3} & 7.358851715721538 \cdot 10^{-1} & 1.5 \cdot 10^{-1} \\ -1.079312112311154 \cdot 10^{-2} & 7.050512821526268 \cdot 10^{-1} & 2 \cdot 10^{-1} \\ -1.875979937847076 \cdot 10^{-2} & 7.701986017418577 \cdot 10^{-1} & 0 \\ -1.135249730234938 \cdot 10^{-2} & 7.706370829359739 \cdot 10^{-1} & 0 \\ -5.226815288674129 \cdot 10^{-3} & 7.69829599366504 \cdot 10^{-1} & 0 \\ 4.527479725948302 \cdot 10^{-3} & 7.652039145548388 \cdot 10^{-1} & 0 \\ 8.468028918465984 \cdot 10^{-3} & 7.613971500642328 \cdot 10^{-1} & 0 \\ 1.187823495829877 \cdot 10^{-2} & 7.564448525908999 \cdot 10^{-1} & 0 \end{pmatrix}^T$$

Ugovi orijentacije nosača točka (za orijentaciju definisanu matricom rotacije $\mathbf{R}_x(\alpha) \cdot \mathbf{R}_y(\gamma) \cdot \mathbf{R}_z(\beta) \cdot \mathbf{R}_x(\gamma_{to}) \cdot \mathbf{R}_z(\psi_{to})$):

$$\alpha' := \begin{pmatrix} 6.688676046090689 \cdot 10^0 \\ 2.287352830137162 \cdot 10^0 \\ 1.030872049102316 \cdot 10^0 \\ 4.143097706356949 \cdot 10^{-1} \\ 0 \cdot 10^0 \\ -3.906419808566262 \cdot 10^{-1} \\ -8.866406962251058 \cdot 10^{-1} \\ -1.652894437090304 \cdot 10^0 \\ -3.021814453563037 \cdot 10^0 \\ 2.345924997178118 \cdot 10^1 \\ 1.494173728871727 \cdot 10^1 \\ 7.263311113054108 \cdot 10^0 \\ -7.107690599465928 \cdot 10^0 \\ -1.42676168123928 \cdot 10^1 \\ -2.169163029352776 \cdot 10^1 \end{pmatrix} \text{ deg}$$

$$\beta' := \begin{pmatrix} 168.07956771781744 \cdot 10^{-3} \\ 1.219416896904608 \cdot 10^0 \\ 1.023041541436508 \cdot 10^0 \\ 570.1769278623264 \cdot 10^{-3} \\ 0 \cdot 10^0 \\ -638.1377504512772 \cdot 10^{-3} \\ -1.307102959589792 \cdot 10^0 \\ -1.94318951497612 \cdot 10^0 \\ -2.365042514709279 \cdot 10^0 \\ -2.650583114994682 \cdot 10^0 \\ -1.612318580551712 \cdot 10^0 \\ -752.9531338646034 \cdot 10^{-3} \\ 716.6787761530768 \cdot 10^{-3} \\ 1.477382896763442 \cdot 10^0 \\ 2.38454529143028 \cdot 10^0 \end{pmatrix} \text{ deg}$$

$$\gamma' := \begin{pmatrix} 1.652053421313498 \cdot 10^0 \\ -2.687526314869364 \cdot 10^{-1} \\ -4.783324695772277 \cdot 10^{-1} \\ -9.083904683792467 \cdot 10^{-2} \\ 7.000000000000002 \cdot 10^{-1} \\ 1.884277993673189 \cdot 10^0 \\ 3.559885061413452 \cdot 10^0 \\ 5.971405094803427 \cdot 10^0 \\ 9.699955518920464 \cdot 10^0 \\ -2.510559537685096 \cdot 10^0 \\ -1.247494921596274 \cdot 10^0 \\ -2.307496603239746 \cdot 10^{-1} \\ 1.640212823026228 \cdot 10^0 \\ 2.654370025740034 \cdot 10^0 \\ 3.78658686287218 \cdot 10^0 \end{pmatrix} \text{ deg}$$

Ukupan broj položaja mehanizma

$$N' := \text{rows}(\alpha')$$

$$i := 0..N' - 1$$

Indeks referentnog - početnog položaja

$$\text{ref} := 4$$

Ugao usmerenosti točka referentnom položaju

$$\psi_{\text{to}} := -\alpha'_{\text{ref}} = 0 \cdot \text{deg}$$

Ugao bočnog nagiba točka u referentnom položaju

$$\gamma_{\text{to}} := -\gamma'_{\text{ref}} = -0.7 \cdot \text{deg}$$

Nezavisni parametri položaja mehanizma

Visina centra točka

$$\Delta z_c := \left[\left(\mathbf{p}'_{\text{ic}} \right)^{(2)} \right]_i$$

$$\Delta z_c^T = (-0.2 \ -0.15 \ -0.1 \ -0.05 \ 0 \ 0.05 \ 0.1 \ 0.15 \ 0.2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$$

Pomeranje zupčaste letve (pomeranje tačke 03 duž y ose)

$$d_u := (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -0.075 \ -0.05 \ -0.025 \ 0.025 \ 0.05 \ 0.075)^T$$

Ostalo

Prečnik točka

$$D_t := 0.604$$

$$R_t := \frac{D_t}{2}$$

SINTEZA MEHANIZMA

Funkcija cilja

Funkcija cilja je razdvojiva (separabilna), pa se određuje kao zbir pet komponentalnih funkcija cilja definisanih za vodeću polugu zasebno.

Težinska funkcija položaja

$$f_{w_i} := 1$$

Priprema -prethodno izračunavanje računski zahtevnih veličina koje figurišu u funkcijama cilja

$$\mathbf{R}_i := \mathbf{R}_z(\alpha_i) \cdot \mathbf{R}_x(\gamma_i) \cdot \mathbf{R}_y(\beta_i) \cdot \mathbf{R}_x(\gamma_{to}) \cdot \mathbf{R}_z(\psi_{to}) \quad \begin{array}{l} \text{matrice rotacije nosača} \\ \text{točka u svim položajima} \end{array}$$

$$\Delta \mathbf{p}_{1c_i} := \mathbf{p}'_{1c} \langle i \rangle - \mathbf{R}_i \cdot \mathbf{p}'_{1c} \langle \text{ref} \rangle$$

Funkcija cilja za poluge 1, 2, 4 i 5

$$f_{\text{cilj}_d}(\mathbf{x}) := \left| \begin{array}{l} \text{suma} \leftarrow 0 \\ \\ \mathbf{p}_{0x} \leftarrow \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \\ \\ \mathbf{p}_{1x0} \leftarrow \begin{pmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} \\ \\ l \leftarrow \left| \Delta \mathbf{p}_{1c_{\text{ref}}} + \mathbf{R}_{\text{ref}} \cdot \mathbf{p}_{1x0} - \mathbf{p}_{0x} \right| \\ \text{for } i \in 0..N' - 1 \\ \quad \text{suma} \leftarrow \text{suma} + f_{w_i} \cdot \left| \left| \Delta \mathbf{p}_{1c_i} + \mathbf{R}_i \cdot \mathbf{p}_{1x0} - \mathbf{p}_{0x} \right| - l \right| \\ \\ \frac{\text{suma}}{N'} \end{array} \right.$$

Funkcija cilja za polugu 3

$$f_{\text{cilj}_d}(\mathbf{x}) := \left| \begin{array}{l} \text{suma} \leftarrow 0 \\ \\ \mathbf{p}_{0x} \leftarrow \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \\ \\ \mathbf{p}_{1x0} \leftarrow \begin{pmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} \\ \\ l \leftarrow \left| \Delta \mathbf{p}_{1c_{\text{ref}}} + \mathbf{R}_{\text{ref}} \cdot \mathbf{p}_{1x0} - \mathbf{p}_{0x} \right| \\ \text{for } i \in 0..N' - 1 \\ \quad \text{suma} \leftarrow \text{suma} + f_{w_i} \cdot \left| \left| \Delta \mathbf{p}_{1c_i} + \mathbf{R}_i \cdot \mathbf{p}_{1x0} - \left[\mathbf{p}_{0x} + \begin{pmatrix} 0 \\ d_{w_i} \\ 0 \end{pmatrix} \right] \right| - l \right| \\ \\ \frac{\text{suma}}{N'} \end{array} \right.$$

Optimizacija primenom algoritma diferencijalne evolucije

Granična ograničenja nezavisno promenljivih

Granice koordinata su usvojene u vidu kocke dužine stranica K oko tačnih tačaka mehanizma za koje su geni zadata kretanja. Položaj kocke u odnosu na tačku je slučajna veličina.

$$K := 0.15$$

Vektori položaja tačaka mehanizma za koji su generisana zadata kretanja (tačne tačke)

$$\begin{pmatrix} p_{t1} & p_{t2} & p_{t3} & p_{t4} & p_{t5} \end{pmatrix} := \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 0.2115 \\ 0.3845 \\ -0.1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -0.236 \\ 0.388 \\ -0.109 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -0.093 \\ 0.366 \\ 0.004 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -0.303 \\ 0.432 \\ 0.295 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -0.064 \\ 0.413 \\ 0.327 \end{pmatrix} \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} p_{t1} & p_{t2} & p_{t3} & p_{t4} & p_{t5} \end{pmatrix} := \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 0.0025 \\ 0.737 \\ -0.134 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -0.005 \\ 0.737 \\ -0.13 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -0.188 \\ 0.647 \\ -0.023 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -0.117 \\ 0.636 \\ 0.338 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -0.064 \\ 0.636 \\ 0.345 \end{pmatrix} \end{bmatrix}$$

$$x_t := \text{stack}(p_{t1}, p_{t1}, p_{t2}, p_{t2}, p_{t3}, p_{t3}, p_{t4}, p_{t4}, p_{t5}, p_{t5})$$

$$p_{01min} := p_{t1} - K \cdot \text{runif}(3, 0, 1) \quad p_{02min} := p_{t2} - K \cdot \text{runif}(3, 0, 1) \quad p_{03min} := p_{t3} - K \cdot \text{runif}(3, 0, 1)$$

$$p_{01max} := p_{01min} + K \quad p_{02max} := p_{02min} + K \quad p_{03max} := p_{03min} + K$$

$$p_{04min} := p_{t4} - K \cdot \text{runif}(3, 0, 1) \quad p_{05min} := p_{t5} - K \cdot \text{runif}(3, 0, 1)$$

$$p_{04max} := p_{04min} + K \quad p_{05max} := p_{05min} + K$$

$$p_{11min} := p_{t1} - K \cdot \text{runif}(3, 0, 1) \quad p_{12min} := p_{t2} - K \cdot \text{runif}(3, 0, 1) \quad p_{13min} := p_{t3} - K \cdot \text{runif}(3, 0, 1)$$

$$p_{11max} := p_{11min} + K \quad p_{12max} := p_{12min} + K \quad p_{13max} := p_{13min} + K$$

$$p_{14min} := p_{t4} - K \cdot \text{runif}(3, 0, 1) \quad p_{15min} := p_{t5} - K \cdot \text{runif}(3, 0, 1)$$

$$p_{14max} := p_{14min} + K \quad p_{15max} := p_{15min} + K$$

$$x_{1min} := \text{stack}(p_{01min}, p_{11min}) \quad x_{2min} := \text{stack}(p_{02min}, p_{12min}) \quad x_{3min} := \text{stack}(p_{03min}, p_{13min})$$

$$x_{1max} := \text{stack}(p_{01max}, p_{11max}) \quad x_{2max} := \text{stack}(p_{02max}, p_{12max}) \quad x_{3max} := \text{stack}(p_{03max}, p_{13max})$$

$$x_{4min} := \text{stack}(p_{04min}, p_{14min}) \quad x_{5min} := \text{stack}(p_{05min}, p_{15min})$$

$$x_{4max} := \text{stack}(p_{04max}, p_{14max}) \quad x_{5max} := \text{stack}(p_{05max}, p_{15max})$$

$$x_{min} := \text{stack}(x_{1min}, x_{2min}, x_{3min}, x_{4min}, x_{5min})$$

$$x_{max} := \text{stack}(x_{1max}, x_{2max}, x_{3max}, x_{4max}, x_{5max})$$

Verzija DE funkcije sa funkcijom cilja i graničnim vrednostima u listi ulaznih parametara

```

DE(D, NP, F, CR, Gmax, TOLΔx, traceON, f_cilja, x_min, x_max) :=
    best ← 0
    izmena ← 0
    for i ∈ 0..NP - 1
        for j ∈ 0..D - 1
            x0j ← runif(1, xminj, xmaxj)
            xi ← x0
            fi ← f_cilja(xi)
            best ← i if fi < fbest
    for g ∈ 0..Gmax - 1
        for i ∈ 0..NP - 1
            while r1 ← floor(md(NP)) = i
                ""
            while r2 ← floor(md(NP)) = r1 ∨ r2 = i
                ""
            while r3 ← floor(md(NP)) = r1 ∨ r3 = r2 ∨ r3 = i
                ""
            jmd ← floor(md(D))
            for j ∈ 0..D - 1
                uj ←  $\begin{cases} \left( \frac{x_{r1j}}{r1} + F \cdot \left[ \frac{x_{r2j}}{r2} - \frac{x_{r3j}}{r3} \right] \right) & \text{if } md(1) \leq CR \vee j = jmd \\ \left( \frac{x_{r1j}}{r1} \right) & \text{otherwise} \end{cases}$ 
                uj ←  $\frac{(x_{r1j}) + x_{minj}}{2}$  if uj < xminj
                uj ←  $\frac{(x_{r1j}) + x_{maxj}}{2}$  if uj > xmaxj
            fc ← f_cilja(u)
            if fc ≤ fi
                fi ← fc
                xn ← u
                if fc ≤ fbest
                    izmena ← 1
                    best ← i
                xn ← xi otherwise
            x ← xn
        if izmena
            for i ∈ 0..NP - 1
                Δxi ← |xi - xbest|
                trace("{0}, {1}, {2}; g, fbest, max(Δx)") if traceON
            break if max(Δx) < TOLΔx
        izmena ← 0
     $\begin{pmatrix} x_{best} \\ f_{best} \\ g \end{pmatrix}$ 

```

x_{g,i,j}
g - brojač
i - brojač
j - brojač

Optimizacija primenom funkcije Minimize (kvazi-Njutnova metoda/metoda konjugovanih gradijenata)

Slučajne početne vrednosti

$p := 0..4$

$$\mathbf{xmin}_p := \left(\mathbf{xmin}_{6-p} \quad \mathbf{xmin}_{6-p+1} \quad \mathbf{xmin}_{6-p+2} \quad \mathbf{xmin}_{6-p+3} \quad \mathbf{xmin}_{6-p+4} \quad \mathbf{xmin}_{6-p+5} \right)^T$$

$$\mathbf{xmax}_p := \left(\mathbf{xmax}_{6-p} \quad \mathbf{xmax}_{6-p+1} \quad \mathbf{xmax}_{6-p+2} \quad \mathbf{xmax}_{6-p+3} \quad \mathbf{xmax}_{6-p+4} \quad \mathbf{xmax}_{6-p+5} \right)^T$$

$ix := 0..5$

$$\mathbf{xM}_{ix,p} := \text{runif} \left[1, \left(\mathbf{xmin}_p \right)_{ix}, \left(\mathbf{xmax}_p \right)_{ix} \right] 0$$

Parametri zaustavljanja iterativnog procesa

$$\text{TOL} := 10^{-15}$$

$$\text{CTOL} := 10^{-15}$$

Optimizacija

pet zasebnih funkcija cilja

$$\mathbf{xM} := \mathbf{xM}^{(0)} \qquad t3 := \text{tim}(1)$$

Given

$$\mathbf{xmin}_0 \leq \mathbf{xM} \leq \mathbf{xmax}_0$$

$$\mathbf{xM0} := \text{Minimize}(f_{cilj0}(\mathbf{xM}))$$

$$fM0 := f_{cilj0}(\mathbf{xM0})$$

$$\mathbf{xM} := \mathbf{xM}^{(1)}$$

Given

$$\mathbf{xmin}_1 \leq \mathbf{xM} \leq \mathbf{xmax}_1$$

$$\mathbf{xM1} := \text{Minimize}(f_{cilj1}(\mathbf{xM}))$$

$$fM1 := f_{cilj1}(\mathbf{xM1})$$

$$\mathbf{xM} := \mathbf{xM}^{(2)}$$

Given

$$\mathbf{xmin}_2 \leq \mathbf{xM} \leq \mathbf{xmax}_2$$

$$\mathbf{xM2} := \text{Minimize}(f_{cilj2}(\mathbf{xM}))$$

$$fM2 := f_{cilj2}(\mathbf{xM2})$$

$$\mathbf{xM} := \mathbf{xM}^{(3)}$$

Given

$$\mathbf{xmin}_3 \leq \mathbf{xM} \leq \mathbf{xmax}_3$$

$$\mathbf{xM3} := \text{Minimize}(f_{cilj3}(\mathbf{xM}))$$

$$fM3 := f_{cilj3}(\mathbf{xM3})$$

$$\text{Prilog } I_{(4)} \\ \mathbf{xM} := \mathbf{xM}^{(4)}$$

Given

$$\mathbf{xmin}_4 \leq \mathbf{xM} \leq \mathbf{xmax}_4$$

Parametri algoritma DE

D := 6

NP := 30

F := 0.6

CR := 0.9

Gmax := 10000

TOLΔx := $1 \cdot 10^{-5}$

Prikaz međurezultata u Trace prozoru

Optimizacija

Optimizacija se izvodi redom za svaku funkciju cilja zasebno. Završna vrednost funkcije cilja i ukupan broj iteracija određuju preko zbira vrednosti funkcija cilja i broja iteracija za komponentalne funkcije cilja.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}_{DE} \\ f_{DE} \\ g \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \mathbf{x}1 \\ f1 \\ g1 \end{pmatrix} \leftarrow \text{DE1}(D, NP, F, CR, Gmax, TOL\Delta x, \text{traceON}, f_{cilj\alpha}, \mathbf{x}1_{min}, \mathbf{x}1_{max})$$
$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}2 \\ f2 \\ g2 \end{pmatrix} \leftarrow \text{DE1}(D, NP, F, CR, Gmax, TOL\Delta x, \text{traceON}, f_{cilj\alpha}, \mathbf{x}2_{min}, \mathbf{x}2_{max})$$
$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}3 \\ f3 \\ g3 \end{pmatrix} \leftarrow \text{DE1}(D, NP, F, CR, Gmax, TOL\Delta x, \text{traceON}, f_{cilj\alpha}, \mathbf{x}3_{min}, \mathbf{x}3_{max})$$
$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}4 \\ f4 \\ g4 \end{pmatrix} \leftarrow \text{DE1}(D, NP, F, CR, Gmax, TOL\Delta x, \text{traceON}, f_{cilj\alpha}, \mathbf{x}4_{min}, \mathbf{x}4_{max})$$
$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}5 \\ f5 \\ g5 \end{pmatrix} \leftarrow \text{DE1}(D, NP, F, CR, Gmax, TOL\Delta x, \text{traceON}, f_{cilj\alpha}, \mathbf{x}5_{min}, \mathbf{x}5_{max})$$
$$\mathbf{x}_{DE} \leftarrow \text{stack}(\mathbf{x}1, \mathbf{x}2, \mathbf{x}3, \mathbf{x}4, \mathbf{x}5)$$
$$f_u \leftarrow \frac{1}{4} \cdot (f1 + f2 + f3 + f4 + f5)$$
$$g_u \leftarrow g1 + g2 + g3 + g4 + g5$$
$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}_{DE} \\ f_u \\ g_u \end{pmatrix}$$

t1 := tim(1)

t2 := tim(1)

ukupno vreme izvršavanja: $\Delta t_{12} := \text{round}(t2 - t1, 1) = 5.5$

$$\frac{\Delta t_{12}}{60} = 0.1$$

Rezultati

Najbolja vrednost f. cilja: $f_{DE} = 2.2477179192 \cdot 10^{-9}$

Broj iteracija: $g = 5610$

Optimizacija primenom funkcije Minimize (kvazi-Njutnova metoda/metoda konjugovanih gradijenata)

Slučajne početne vrednosti

$p := 0..4$

$$\mathbf{xmin}_p := \left(\mathbf{xmin}_{6-p} \quad \mathbf{xmin}_{6-p+1} \quad \mathbf{xmin}_{6-p+2} \quad \mathbf{xmin}_{6-p+3} \quad \mathbf{xmin}_{6-p+4} \quad \mathbf{xmin}_{6-p+5} \right)^T$$

$$\mathbf{xmax}_p := \left(\mathbf{xmax}_{6-p} \quad \mathbf{xmax}_{6-p+1} \quad \mathbf{xmax}_{6-p+2} \quad \mathbf{xmax}_{6-p+3} \quad \mathbf{xmax}_{6-p+4} \quad \mathbf{xmax}_{6-p+5} \right)^T$$

$ix := 0..5$

$$\mathbf{xM}_{ix,p} := \text{runif} \left[1, \left(\mathbf{xmin}_p \right)_{ix}, \left(\mathbf{xmax}_p \right)_{ix} \right] 0$$

Parametri zaustavljanja iterativnog procesa

$$\text{TOL} := 10^{-15}$$

$$\text{CTOL} := 10^{-15}$$

Optimizacija

pet zasebnih funkcija cilja

$$\mathbf{xM} := \mathbf{xM}^{(0)} \qquad t3 := \text{tim}(1)$$

Given

$$\mathbf{xmin}_0 \leq \mathbf{xM} \leq \mathbf{xmax}_0$$

$$\mathbf{xM0} := \text{Minimize}(f_{cilj0} \mathbf{xM})$$

$$fM0 := f_{cilj0}(\mathbf{xM0})$$

$$\mathbf{xM} := \mathbf{xM}^{(1)}$$

Given

$$\mathbf{xmin}_1 \leq \mathbf{xM} \leq \mathbf{xmax}_1$$

$$\mathbf{xM1} := \text{Minimize}(f_{cilj1} \mathbf{xM})$$

$$fM1 := f_{cilj1}(\mathbf{xM1})$$

$$\mathbf{xM} := \mathbf{xM}^{(2)}$$

Given

$$\mathbf{xmin}_2 \leq \mathbf{xM} \leq \mathbf{xmax}_2$$

$$\mathbf{xM2} := \text{Minimize}(f_{cilj2} \mathbf{xM})$$

$$fM2 := f_{cilj2}(\mathbf{xM2})$$

$x_M := xM^{(3)}$

Given

$x \min_3 \leq x_M \leq x \max_3$

$xM3 := \text{Minimiz}(f_{cilj\& xM})$

$fM3 := f_{cilj\& xM3}$

$x_M := xM^{(4)}$

Given

$x \min_4 \leq x_M \leq x \max_4$

$xM4 := \text{Minimiz}(f_{cilj\& xM})$

$fM4 := f_{cilj\& xM4}$

$t4 := \text{tim}(1)$

ukupno vreme izvršavanja: $\Delta t_{34} := \text{round}(t4 - t3, 1) = 0.6$

$$\frac{\Delta t_{34}}{60} = 0$$

Rezultati

Najbolja vrednost f. cilja: $f_M := fM0 + fM1 + fM2 + fM3 + fM4 = 0.02$

Najbolje rešenje:

$x_M := \text{stack}(xM0, xM1, xM2, xM3, xM4)$

Beep

Upis rezultata u txt datoteku

Upisati podatke

fajl := "Primer 1 5KS.txt"

```

datumvreme(t) := t ← t·s + 1970yr - (25min + 3ls)
                 ty ← floor( $\frac{t}{yr}$ )
                 td ← floor( $\frac{t - ty \cdot yr}{day}$ )
                 th ← floor( $\frac{t - (ty \cdot yr + td \cdot day)}{hr}$ )
                 tm ← floor( $\frac{t - (ty \cdot yr + td \cdot day + th \cdot hr)}{min}$ )
                 ts ← floor( $\frac{t - (ty \cdot yr + td \cdot day + th \cdot hr + tm \cdot min)}{s}$ )
                 dd ← (0 31 59 90 120 151 181 211 242 272 303 333 364)T
                 i ← 1
                 while td > ddi-1
                   i ← i + 1
                 thstr ← if(th < 10, concat("0", num2str(th)), num2str(th))
                 tmstr ← if(tm < 10, concat("0", num2str(tm)), num2str(tm))
                 tsstr ← if(ts < 10, concat("0", num2str(ts)), num2str(ts))
                 (concat(num2str(td + 1 - ddi-2), ".", num2str(i - 1), ".", num2str(ty))
                  concat(thstr, ":", tmstr, ":", tsstr))

```

PRNPRECISION= 15

PRNCOLWIDTH= 23

PCid:= "PCx" on error READFILE"PCid.txt", "delimited")₀

(upisati u fajl PCid.txt identifikaciju računara u obliku "PCn", gde je n redni broj računara)

kraj_zapisa := "

"

```

if upis = 1
  APPENDPRN(fajl, stack(fDE, Δt12, fM, Δt34, D, NP, F, CR, g, "x.DE:", xDE, "x.M:", xM, datumvreme(t4), PCid, kraj_zapisa)T)
  "upisano"
"nije upisano" otherwise

```

KINEMATIČKA ANALIZA MEHANIZMA DOBIJENOG SINTEZOM

preuzimanje podataka o mehanizmu kojim je rezultovala sinteza

$$\mathbf{x} := \mathbf{x}_{DE}$$

$$(\mathbf{p}_{01} \ \mathbf{p}_{02} \ \mathbf{p}_{03} \ \mathbf{p}_{04} \ \mathbf{p}_{05}) := \left[\begin{array}{c} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{12} \\ x_{13} \\ x_{14} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{18} \\ x_{19} \\ x_{20} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{24} \\ x_{25} \\ x_{26} \end{pmatrix} \end{array} \right]$$

$$(\mathbf{p}_{110} \ \mathbf{p}_{120} \ \mathbf{p}_{130} \ \mathbf{p}_{140} \ \mathbf{p}_{150}) := \left[\begin{array}{c} \begin{pmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{15} \\ x_{16} \\ x_{17} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{21} \\ x_{22} \\ x_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{27} \\ x_{28} \\ x_{29} \end{pmatrix} \end{array} \right]$$

$$\mathbf{p}_{1c0} := \mathbf{p}'_{1c} \langle \text{ref} \rangle$$

tačka \mathbf{p}_{100} koja zajedno sa tačkom \mathbf{p}_{1c0} (centrom točka) određuje pravac ose točka se usvaja tako da uglovi usmereni i bočnog nagiba točka u početnom položaju imaju vrednosti propisane u postavci zadatka

$$r_{1c} := 0.082 \quad \text{usvojeno rastojanje i od centra točka}$$

$$\mathbf{p}_{100} := \mathbf{p}_{1c0} - r_{1c} \cdot \begin{pmatrix} \cos(-\gamma_{to}) \cdot \sin(-\psi_{to}) \\ \cos(-\gamma_{to}) \cdot \cos(-\psi_{to}) \\ \sin(-\gamma_{to}) \end{pmatrix}$$

POZICIONA ANALIZA

Dužine vodećih poluga

$$l_1 := |\mathbf{p}_{110} - \mathbf{p}_{01}|$$

$$l_2 := |\mathbf{p}_{120} - \mathbf{p}_{02}|$$

$$l_3 := |\mathbf{p}_{130} - \mathbf{p}_{03}|$$

$$l_4 := |\mathbf{p}_{140} - \mathbf{p}_{04}|$$

$$l_5 := |\mathbf{p}_{150} - \mathbf{p}_{05}|$$

Karakteristični vektori nosača točka u početnom položaju

$$\mathbf{r}_{n10} := \mathbf{p}_{110} - \mathbf{p}_{1c0} \quad r_{11} := |\mathbf{r}_{n10}|$$

$$\mathbf{r}_{n20} := \mathbf{p}_{120} - \mathbf{p}_{1c0} \quad r_{12} := |\mathbf{r}_{n20}|$$

$$\mathbf{r}_{n30} := \mathbf{p}_{130} - \mathbf{p}_{1c0} \quad r_{13} := |\mathbf{r}_{n30}|$$

$$\mathbf{r}_{n40} := \mathbf{p}_{140} - \mathbf{p}_{1c0} \quad r_{14} := |\mathbf{r}_{n40}|$$

$$\mathbf{r}_{n50} := \mathbf{p}_{150} - \mathbf{p}_{1c0} \quad r_{15} := |\mathbf{r}_{n50}|$$

$$\mathbf{r}_{nc0} := \mathbf{p}_{1c0} - \mathbf{p}_{1c0} \quad r_{1c} := |\mathbf{r}_{nc0}|$$

$$\mathbf{r}_{n00} := \mathbf{p}_{100} - \mathbf{p}_{1c0} \quad r_{10} := |\mathbf{r}_{n00}|$$

Sistem jednačina ograničenja veza

Given

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_{1c} &\leftarrow \mathbf{p}_{1c0} + \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} \\ \mathbf{R} &\leftarrow \mathbf{R}_x(\alpha) \cdot \mathbf{R}_x(\gamma) \cdot \mathbf{R}_y(\beta) \cdot \mathbf{R}_x(\gamma_{to}) \cdot \mathbf{R}_z(\psi_{to}) \\ &\left[\begin{array}{l} |\mathbf{p}_{1c} + \mathbf{R} \cdot \mathbf{r}_{n10} - \mathbf{p}_{01}| \\ |\mathbf{p}_{1c} + \mathbf{R} \cdot \mathbf{r}_{n20} - \mathbf{p}_{02}| \\ \left| \mathbf{p}_{1c} + \mathbf{R} \cdot \mathbf{r}_{n30} - \left[\mathbf{p}_{03} + \begin{pmatrix} 0 \\ d_u \\ 0 \end{pmatrix} \right] \right| \\ |\mathbf{p}_{1c} + \mathbf{R} \cdot \mathbf{r}_{n40} - \mathbf{p}_{04}| \\ |\mathbf{p}_{1c} + \mathbf{R} \cdot \mathbf{r}_{n50} - \mathbf{p}_{05}| \end{array} \right] \end{aligned} = \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ l_4 \\ l_5 \end{pmatrix}$$

pozicije $(\Delta x, \Delta y, \Delta z, \alpha, \beta, \gamma, d_u) := \text{Find}(\Delta x, \Delta y, \alpha, \beta, \gamma)$

funkcija pozicije za zadatu vrednost $\Delta z, d_u$ rešavanjem sistema jednačina ograničenja određuje $\Delta x, \Delta y, \alpha, \beta, \gamma$

Nezavisno promenljivi parametri položaja mehanizma

$$\Delta z_c^T = (-0.2 \ -0.15 \ -0.1 \ -0.05 \ 0 \ 0.05 \ 0.1 \ 0.15 \ 0.2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$$

$$d_u^T = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -0.075 \ -0.05 \ -0.025 \ 0.025 \ 0.05 \ 0.075)$$

$$N := \text{rows}(\Delta z_c)$$

$$i := 0..N - 1$$

Početne vrednosti

$$\begin{pmatrix} \Delta x_{c_i} \\ \Delta y_{c_i} \\ \alpha_i \\ \beta_i \\ \gamma_i \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\psi_{to} \\ 0 \\ -\gamma_{to} \end{pmatrix}$$

Rešavanje sistema jednačina ograničenja u N položaja mehanizma

$$\begin{pmatrix} \Delta x_{c_i} \\ \Delta y_{c_i} \\ \alpha_i \\ \beta_i \\ \gamma_i \end{pmatrix} := \text{pozicije}(\Delta x_{c_i}, \Delta y_{c_i}, \Delta z_{c_i}, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i, d_{u_i})$$

Pozicije pokretnih tačaka

$$\mathbf{p}_{1c}^{(i)} := \mathbf{p}_{1c0} + \begin{pmatrix} \Delta x_{c_i} \\ \Delta y_{c_i} \\ \Delta z_{c_i} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_1 := \mathbf{R}_x(\alpha_1) \cdot \mathbf{R}_x(\gamma_1) \cdot \mathbf{R}_y(\beta_1) \cdot \mathbf{R}_x(\gamma_{10}) \cdot \mathbf{R}_x(\psi_{10})$$

$$\mathbf{p}_{11}^{(i)} := \mathbf{p}_{1c}^{(i)} + \mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{r}_{n10}$$

$$\mathbf{p}_{12}^{(i)} := \mathbf{p}_{1c}^{(i)} + \mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{r}_{n20}$$

$$\mathbf{p}_{13}^{(i)} := \mathbf{p}_{1c}^{(i)} + \mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{r}_{n30}$$

$$\mathbf{p}_{14}^{(i)} := \mathbf{p}_{1c}^{(i)} + \mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{r}_{n40}$$

$$\mathbf{p}_{15}^{(i)} := \mathbf{p}_{1c}^{(i)} + \mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{r}_{n50}$$

$$\mathbf{p}_{10}^{(i)} := \mathbf{p}_{1c}^{(i)} + \mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{r}_{n00}$$

Provera rezultata

Maksimalne veličine numerickih grešaka:

$$\Delta_{1_i} := \left| \mathbf{p}_{11}^{(i)} - \mathbf{p}_{01} \right| - l_1 \quad \max(\overrightarrow{|\Delta_1|}) = 0$$

$$\Delta_{2_i} := \left| \mathbf{p}_{12}^{(i)} - \mathbf{p}_{02} \right| - l_2 \quad \max(\overrightarrow{|\Delta_2|}) = 0$$

$$\Delta_{3_i} := \left| \mathbf{p}_{13}^{(i)} - \left[\mathbf{p}_{03} + \begin{pmatrix} 0 \\ d_{u_1} \\ 0 \end{pmatrix} \right] \right| - l_3 \quad \max(\overrightarrow{|\Delta_3|}) = 0$$

$$\Delta_{4_i} := \left| \mathbf{p}_{14}^{(i)} - \mathbf{p}_{04} \right| - l_4 \quad \max(\overrightarrow{|\Delta_4|}) = 0$$

$$\Delta_{5_i} := \left| \mathbf{p}_{15}^{(i)} - \mathbf{p}_{05} \right| - l_5 \quad \max(\overrightarrow{|\Delta_5|}) = 0$$

Graficki prikaz mehanizma

Mehanizam se prikazuje u položaju br $P := \text{ref}$ ($0 \leq P \leq N - 1$) $N = 15$

```

dummy := i * p01^T
M1_Poluge := stack(Poluga2(p01, p11^(P)), dummy Poluga2(p02, p12^(P)), dummy Poluga2(p03, p13^(P)), dummy Poluga2(p04, p14^(P)), dummy Poluga2(p05, p15^(P)))
M1_NosaèToèak := stack(Nosaè5(p1c^(P), p10^(P), p11^(P), p12^(P), p13^(P), p14^(P), p15^(P)), dummy Tocak(0.5 D1, p10^(P), p1c^(P)))

O1 := M1_Poluge           O5 := dummy           O9 := dummy
O2 := dummy              O6 := M1_NosaèToèak
O3 := dummy              O7 := dummy
O4 := dummy              O8 := dummy

```

Karakteristični vektori nosača točka

$$r_{n1} := P_{11} - P_{1c}$$

$$r_{n2} := P_{12} - P_{1c}$$

$$r_{n3} := P_{13} - P_{1c}$$

$$r_{n4} := P_{14} - P_{1c}$$

$$r_{n5} := P_{15} - P_{1c}$$

$$r_{nc} := P_{1c} - P_{1c}$$

$$r_{n0} := P_{10} - P_{1c}$$

$$u_c^{(i)} := \frac{P_{1c}^{(i)} - P_{10}^{(i)}}{\left| P_{1c}^{(i)} - P_{10}^{(i)} \right|} \quad \text{vektor pravca ose točka}$$

Karakteristični vektori vodečih poluga

$$l_1^{(i)} := P_{11}^{(i)} - P_{01}$$

$$l_2^{(i)} := P_{12}^{(i)} - P_{02}$$

$$l_3^{(i)} := P_{13}^{(i)} - \left[P_{03} + \begin{pmatrix} 0 \\ d_{u_i} \\ 0 \end{pmatrix} \right]$$

$$l_4^{(i)} := P_{14}^{(i)} - P_{04}$$

$$l_5^{(i)} := P_{15}^{(i)} - P_{05}$$

Pomožne promenljive

x := 0	dummy := (O1 ^T) ⁽⁰⁾ ^T	O4 := dummy on error O4	O7 := dummy on error O7
y := 1	O2 := dummy on error O2	O5 := dummy on error O5	O8 := dummy on error O8
z := 2	O3 := dummy on error O3	O6 := dummy on error O6	O9 := dummy on error O9

Projekcije na koordinatne ravni

argumenti na osama dijagramskih prikaza

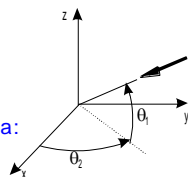
O1x := O1 ^(x)	O1y := O1 ^(y)	O1z := O1 ^(z)	O6x := O6 ^(x)	O6y := O6 ^(y)	O6z := O6 ^(z)
O2x := O2 ^(x)	O2y := O2 ^(y)	O2z := O2 ^(z)	O7x := O7 ^(x)	O7y := O7 ^(y)	O7z := O7 ^(z)
O3x := O3 ^(x)	O3y := O3 ^(y)	O3z := O3 ^(z)	O8x := O8 ^(x)	O8y := O8 ^(y)	O8z := O8 ^(z)
O4x := O4 ^(x)	O4y := O4 ^(y)	O4z := O4 ^(z)	O9x := O9 ^(x)	O9y := O9 ^(y)	O9z := O9 ^(z)
O5x := O5 ^(x)	O5y := O5 ^(y)	O5z := O5 ^(z)			

Kosa projekcija

pravac posmatranja:

$$\theta_1 := 15 \text{ deg} \quad \theta_2 := -30 \text{ deg}$$

funkcija za transformaciju koordinata:



$$T(O) := (R_y(\theta_1) \cdot R_x(-\theta_2) \cdot O^T)^T$$

O1' := T(O1)	O3' := T(O3)	O5' := T(O5)	O7' := T(O7)	O9' := T(O9)
O2' := T(O2)	O4' := T(O4)	O6' := T(O6)	O8' := T(O8)	

argumenti na osama grafika:

O1'x := O1' ^(x)	O1'y := O1' ^(y)	O1'z := O1' ^(z)	O6'x := O6' ^(x)	O6'y := O6' ^(y)	O6'z := O6' ^(z)
O2'x := O2' ^(x)	O2'y := O2' ^(y)	O2'z := O2' ^(z)	O7'x := O7' ^(x)	O7'y := O7' ^(y)	O7'z := O7' ^(z)
O3'x := O3' ^(x)	O3'y := O3' ^(y)	O3'z := O3' ^(z)	O8'x := O8' ^(x)	O8'y := O8' ^(y)	O8'z := O8' ^(z)
O4'x := O4' ^(x)	O4'y := O4' ^(y)	O4'z := O4' ^(z)	O9'x := O9' ^(x)	O9'y := O9' ^(y)	O9'z := O9' ^(z)
O5'x := O5' ^(x)	O5'y := O5' ^(y)	O5'z := O5' ^(z)			

[Podešavanje veličine "prozora" grafičkih prikaza](#)

```

Granice(A) :=
  for i ∈ 0..2
  |
  |   mni ← min(Re(A)(i) + Im(A)(i))
  |   mxi ← max(Re(A)(i) + Im(A)(i))
  |   Δi ← mxi - mni
  |
  |   Δmax ← max(Δ)
  |   for i ∈ 0..2
  |   |
  |   |   M1,0 ← mni - 0.5(1.1Δmax - Δi)
  |   |   M1,1 ← mxi + 0.5(1.1Δmax - Δi)
  |   |
  |   | M
  |

```

O := stack(O1, O2, O3, O4, O5, O6, O7, O8, O9)

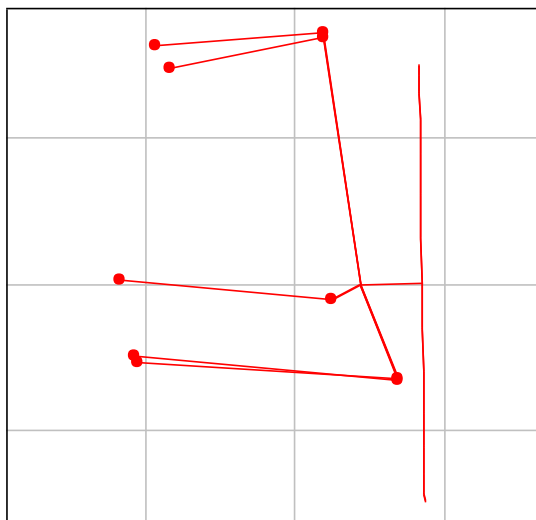
O' := stack(O1', O2', O3', O4', O5', O6', O7', O8', O9')

projekcije na koordinatne ravni: $\begin{pmatrix} xmn & xmx \\ ymn & ymx \\ zmn & zmx \end{pmatrix} := \mathbf{Granice(O)}$

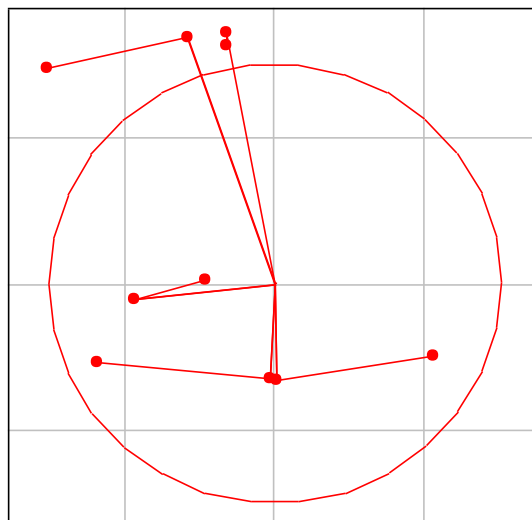
kosa projekcija: $\begin{pmatrix} x'mn & x'mx \\ y'mn & y'mx \\ z'mn & z'mx \end{pmatrix} := \mathbf{Granice(O')}$

$$\begin{pmatrix} xmn & xmx \\ ymn & ymx \\ zmn & zmx \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.355 & 0.354 \\ 0.214 & 0.924 \\ -0.333 & 0.377 \end{pmatrix}$$

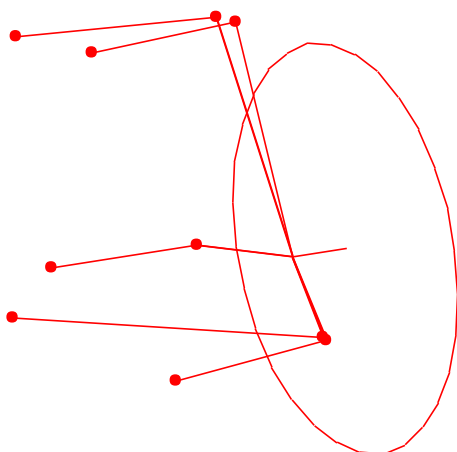
pogled od napred (rav anyoz)



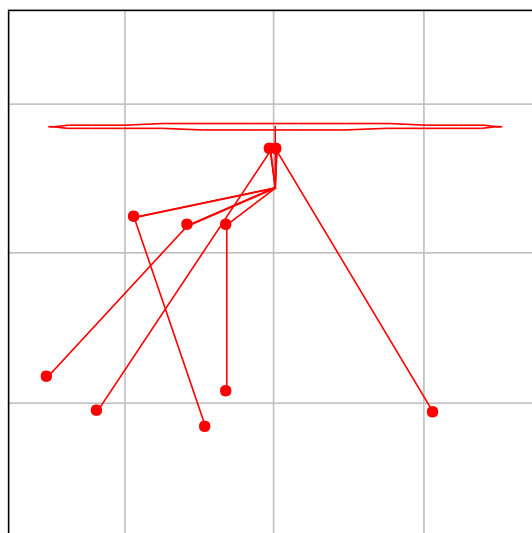
pogled iznutra (rav an xoz)



aksonometrija



pogled odozgo (rav an xoy)



ANALIZA REZULTATA

Razlika između zadatog i ostvarenog kretanja nosača točka

Odstupanja položaja centra točka

$$\max(\overrightarrow{|\mathbf{p}_{1c} - \mathbf{p}'_{1c}|}) = 1.3 \times 10^{-8}$$

$$\text{mean}(\overrightarrow{|\mathbf{p}_{1c} - \mathbf{p}'_{1c}|}) = 1 \times 10^{-9}$$

$$\text{median}(\overrightarrow{|\mathbf{p}_{1c} - \mathbf{p}'_{1c}|}) = 1.7 \times 10^{-10}$$

Odstupanja uglova orijentacije nosača točka

$$\max(\overrightarrow{|\alpha - \alpha'|}) = 4.5 \times 10^{-6} \cdot \text{deg}$$

$$\text{mean}(\overrightarrow{|\alpha - \alpha'|}) = 7.3 \times 10^{-7} \cdot \text{deg}$$

$$\text{median}(\overrightarrow{|\alpha - \alpha'|}) = 3.5 \times 10^{-7} \cdot \text{deg}$$

$$\max(\overrightarrow{|\gamma - \gamma'|}) = 2.7 \times 10^{-6} \cdot \text{deg}$$

$$\text{mean}(\overrightarrow{|\gamma - \gamma'|}) = 4.4 \times 10^{-7} \cdot \text{deg}$$

$$\text{median}(\overrightarrow{|\gamma - \gamma'|}) = 9.5 \times 10^{-8} \cdot \text{deg}$$

$$\max(\overrightarrow{|\beta - \beta'|}) = 4.0 \times 10^{-6} \cdot \text{deg}$$

$$\text{mean}(\overrightarrow{|\beta - \beta'|}) = 6.6 \times 10^{-7} \cdot \text{deg}$$

$$\text{median}(\overrightarrow{|\beta - \beta'|}) = 2.7 \times 10^{-7} \cdot \text{deg}$$

Razlika između tačnih i dobijenih koordinata tačaka

Optimizacija algoritmom DE

$$\max(\overrightarrow{|x_t - x_{DE}|}) = 3.166 \times 10^{-6}$$

$$\text{mean}(\overrightarrow{|x_t - x_{DE}|}) = 3.783 \times 10^{-7}$$

$$\text{median}(\overrightarrow{|x_t - x_{DE}|}) = 1.742 \times 10^{-7}$$

Optimizacija funkcijom Minimize

$$\max(\overrightarrow{|x_t - x_M|}) = 1.498 \times 10^{-1}$$

$$\text{mean}(\overrightarrow{|x_t - x_M|}) = 3.291 \times 10^{-2}$$

$$\text{median}(\overrightarrow{|x_t - x_M|}) = 1.648 \times 10^{-2}$$

$x_{\min} =$	$x_{DE} =$	$x_t =$	$x_M =$	$x_{\max} =$
(0.211)	(0.21149683)	(0.2115)	(0.36130972)	(0.361)
(0.356)	(0.38449994)	(0.3845)	(0.39892827)	(0.506)
(-0.188)	(-0.10000019)	(-0.1)	(-0.03775091)	(-0.038)
(-0.022)	(0.00249999)	(0.0025)	(-0.00585973)	(0.128)
(0.669)	(0.73699997)	(0.737)	(0.73347584)	(0.819)
(-0.143)	(-0.13400011)	(-0.134)	(-0.07282045)	(0.007)
(-0.289)	(-0.23599984)	(-0.236)	(-0.13854622)	(-0.139)
(0.265)	(0.38799998)	(0.388)	(0.39042385)	(0.415)
(-0.135)	(-0.10900006)	(-0.109)	(-0.0910127)	(0.015)
(-0.122)	(-0.00499998)	(-0.005)	(-0.007615)	(0.028)
(0.659)	(0.73700002)	(0.737)	(0.73080351)	(0.809)
(-0.261)	(-0.13000008)	(-0.13)	(-0.11139523)	(-0.111)
(-0.2)	(-0.09300095)	(-0.093)	(-0.19957431)	(-0.05)
(0.32)	(0.36600013)	(0.366)	(0.39217312)	(0.47)
(-0.01)	(0.00399972)	(0.004)	(-0.00971137)	(0.14)
(-0.331)	(-0.18800024)	(-0.188)	(-0.21256449)	(-0.181)
(0.566)	(0.6470002)	(0.647)	(0.67682536)	(0.716)
(-0.092)	(-0.02300027)	(-0.023)	(-0.03409528)	(0.058)
(-0.325)	(-0.30299804)	(-0.303)	(-0.20081463)	(-0.175)
(0.284)	(0.43199962)	(0.432)	(0.41711436)	(0.434)
(0.277)	(0.29500074)	(0.295)	(0.30632464)	(0.427)
(-0.246)	(-0.11699979)	(-0.117)	(-0.0963359)	(-0.096)
(0.519)	(0.63599967)	(0.636)	(0.62839527)	(0.669)
(0.188)	(0.33800056)	(0.338)	(0.33848065)	(0.338)
(-0.065)	(-0.06399941)	(-0.064)	(0.01876654)	(0.085)
(0.333)	(0.41299993)	(0.413)	(0.42152664)	(0.483)
(0.237)	(0.32700021)	(0.327)	(0.36029199)	(0.387)
(-0.156)	(-0.06399988)	(-0.064)	(-0.05407329)	(-0.006)
(0.596)	(0.63599996)	(0.636)	(0.65096699)	(0.746)
(0.219)	(0.34500016)	(0.345)	(0.36898213)	(0.369)

$$\mathbf{x}_t - \mathbf{x}_{DE} = \begin{pmatrix} 3.166 \times 10^{-6} \\ 5.574 \times 10^{-8} \\ 1.879 \times 10^{-7} \\ 1.13 \times 10^{-8} \\ 2.911 \times 10^{-8} \\ 1.105 \times 10^{-7} \\ -1.553 \times 10^{-7} \\ 1.69 \times 10^{-8} \\ 5.531 \times 10^{-8} \\ -2.265 \times 10^{-8} \\ -2.027 \times 10^{-8} \\ 7.732 \times 10^{-8} \\ 9.481 \times 10^{-7} \\ -1.316 \times 10^{-7} \\ 2.841 \times 10^{-7} \\ 2.383 \times 10^{-7} \\ -1.96 \times 10^{-7} \\ 2.712 \times 10^{-7} \\ -1.962 \times 10^{-6} \\ 3.785 \times 10^{-7} \\ -7.364 \times 10^{-7} \\ -2.129 \times 10^{-7} \\ 3.303 \times 10^{-7} \\ -5.637 \times 10^{-7} \\ -5.914 \times 10^{-7} \\ 6.523 \times 10^{-8} \\ -2.14 \times 10^{-7} \\ -1.211 \times 10^{-7} \\ 3.512 \times 10^{-8} \\ -1.605 \times 10^{-7} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{x}_t - \mathbf{x}_M = \begin{pmatrix} -1.498 \times 10^{-1} \\ -1.443 \times 10^{-2} \\ -6.225 \times 10^{-2} \\ 8.36 \times 10^{-3} \\ 3.524 \times 10^{-3} \\ -6.118 \times 10^{-2} \\ -9.745 \times 10^{-2} \\ -2.424 \times 10^{-3} \\ -1.799 \times 10^{-2} \\ 2.615 \times 10^{-3} \\ 6.196 \times 10^{-3} \\ -1.86 \times 10^{-2} \\ 1.066 \times 10^{-1} \\ -2.617 \times 10^{-2} \\ 1.371 \times 10^{-2} \\ 2.456 \times 10^{-2} \\ -2.983 \times 10^{-2} \\ 1.11 \times 10^{-2} \\ -1.022 \times 10^{-1} \\ 1.489 \times 10^{-2} \\ -1.132 \times 10^{-2} \\ -2.066 \times 10^{-2} \\ 7.605 \times 10^{-3} \\ -4.807 \times 10^{-4} \\ -8.277 \times 10^{-2} \\ -8.527 \times 10^{-3} \\ -3.329 \times 10^{-2} \\ -9.927 \times 10^{-3} \\ -1.497 \times 10^{-2} \\ -2.398 \times 10^{-2} \end{pmatrix}$$

PRILOG 2

CD SA PRILOZIMA

Priloženi CD sadrži:

1. Elektronsku verziju disertacije
2. Mathcad dokumenti
 - DE primer.xmcd
 - Primer 1.xmcd
 - Primer 1.txt
 - Primer 1 analiza rezultata.xmcd
 - Primer 1 Sim.xmcd
 - Primer 1 Sim.txt
 - Primer 1 analiza rezultata Sim.xmcd
 - Primer 3.xmcd
 - Primer 3.txt
 - Primer 3 analiza rezultata.xmcd
 - Primer 4a.xmcd
 - Primer 4a.txt
 - Primer 4a analiza rezultata.xmcd
 - Primer 4b.xmcd
 - Primer 4b.txt
 - Primer 4b analiza rezultata.xmcd
 - Primer 4 ref.xmcd
 - Primer 4 ref.txt
 - Primer 4 ref analiza rezultata.xmcd
 - Primer 5.xmcd
 - Primer 5.txt
 - Primer 5 analiza rezultata.xmcd
 - 3D objekti.xmcd