

На седници Наставно-научног већа Математичког факултета одржаној 27.03.2015. у Београду одређени смо у Комисију за преглед и оцену рукописа

Анализа комутативних прстена придруживањем симплицијалних комплекса

који је предат као докторска дисертација Неле Милошевић. Кандидаткиња је предала текст, комисија је исти прегледала и подноси Већу следећи

ИЗВЕШТАЈ

1. Биографија кандидаткиње

Нела Милошевић је након прва два разреда опште гимназије у Котору школовање наставила у иностранству. Средње образовање је завршила на Li Po Chun United World College у Хонг Конгу, након чега је уписала студије на департману за математику Williams College-а у САД 2004. године. Дипломирала је 2008. године са просечном оценом 3.93 (од 4) и одликовањем *magna cum laude*. Докторске студије на Математичком факултету у Београду, студијски програм Математика, уписала је 2009. године. Положила је све испите предвиђене планом и програмом докторских студија са просечном оценом 9.75.

2. Списак научних радова кандидаткиње

1. N. Milošević, *Independence complexes of comaximal graphs of commutative rings with identity*, Publications de l'Institut Mathématique (Beograd), прихваћен за објављивање, 8 стр., doi: 10.2298/PIM150126018M, ISSN: 0350-1302, IF 2014: 0.270, M23.
2. N. Milošević, Z.Z. Petrović, *Order complex of ideals in a commutative ring with identity*, Czechoslovak Mathematical Journal, прихваћен за објављивање, 7 стр., ISSN: 0011-4642, IF 2014: 0.288, M23.

3. N. Milošević, Z.Z. Petrović, *Ideal zero-divisor complex*, Journal of Commutative Algebra, прихваћен за објављивање, 18 стр., ISSN:1939-0807, IF 2014: 0.264, M23.

3. Излагања на научним конференцијама

1. *Associating simplicial complexes to commutative rings*, АСАТ летња школа алгебарске топологије, 22-25. јун 2015, Љубљана, Словенија.
2. *Independence complexes of comaximal graphs of commutative rings*, Пета математичка конференција Републике Српске, 05-06. јун 2015, Требиње.
3. *Homology of Ideal Zero-Divisor Complex*, Четврта математичка конференција Републике Српске, 06-07. јун 2014, Требиње.

4. Предмет докторске дисертације

Предмет изучавања докторске дисертације су симплицијални комплекси придружени комутативним прстенима са јединицом. Полазна тачка дисертације је анализа алгебарских својстава помоћу комбинаторних објеката. Овакав приступ посебну популарност стекао је последњих петнаест година када су се појавили многи резултати у радовима који повезују комутативну алгебру и теорију графова. У овом раду таква анализа је уопштена на симплицијалне комплексе који су придружени комутативним прстенима са јединицом на различите начине, и за које се одређује хомотопски тим геометријске реализације.

За делимично уређен скуп нетривијалних идеала у комутативном прстену, разматра се уређајни комплекс и одређује његов хомотопски тип у генералном случају.

У раду се разматрају и симплицијални комплекси који могу бити индиректно придружен прстенима, па се тако изучава комплекс независности комаксималног графа и хиперграфа и одређује хомотопски тип тих комплекса за генералне комутативне прстене са јединицом.

Даље, ова теза се бави и изучавањем нула делитеља тако што се посматрају прави нетривијални идеали у прстену који су нула делитељи и разматра се комплекс идеала нула делитеља. Хомотопски тип овог симплицијалног комплекса одређује се за коначне прстене као и за прстене са бесконачно много максималних идеала.

5. Приказ дисертације

Ова дисертација састоји се од увода на 4 стране, текста од 79 страна подељеног у 7 глава и списка литературе од 34 библиографске јединице.

Прве три главе ове дисертације су уводног карактера. У првој глави (стр. 5–7) дат је преглед основних појмова и теорема из теорије комутативних прстена које се користе у раду. Друга глава (стр. 8–19) посвећена је ћелијским комплексима, нарочито детаљним дефиницијама у вези симплицијалних комплекса као и потребним теоремама из области симплицијалне топологије. У трећој глави (стр. 20–36) приказана је дискретна теорија Морса за симплицијалне комплексе која се користи касније у глави 6 за изучавање комплекса идеала нула делитеља.

Четврта, пета и шеста глава посвећене су оригиналним резултатима кандидаткиње.

У четвртој глави (стр. 37–45) разматра се уређајни комплекс придружен делимично уређеном скупу нетривијалних идеала у комутативном прстену са јединицом. Овакав комплекс помиње се у раду В. А. Васиљева (*Topology of discriminants and their complements*, Proceedings of ICM 1994, 209–226), као занимљив за изучавање, одакле и инспирација за његово разматрање у овом раду. Ова глава бави се изучавањем тог комплекса и одређивањем хомотопског типа његове геометријске реализације за генералне комутативне прстене са јединицом.

Пета глава (стр. 46–58) посвећена је изучавању комплекса независности ко-максималног графа. До резултата се долази прије свега разматрањем његовог поткомплекса односно комплекса независности комаксималног хиперграфа. И у овој глави одређује се хомотопски тип за генералне комутативне прстене са јединицом.

Шеста глава (стр. 59–76) посвећена је изучавању комплекса идеала делитеља нуле. Инспирисана великим бројем радова у којима се изучавају делитељи нуле преко графова као и мало другачијим приступом који разматра идеале који су нула делитељи, кандидаткиња дефинише симплицијални комплекс у којем су темена прави нетривијални идеали а симплекси скупови идеала чији производ није нула. Ова глава анализира топологију таквог комплекса за случај када прстен има бесконачно много максималних идеала (у том случају до резултата се долази директно алгебарским путем), као и за коначне прстене када се користи дискретна теорија Морса описана у трећој глави. За коначне комутативне прстене представљен је алгоритам за градијентно векторско поље комплекса чиме се доказује да је овај комплекс хомотопно еквивалентан CW комплексу са значајно мање ћелија. Даље, доказује се да је овај комплекс хомотопан букету сфера различитих димензија. На крају главе, добијени резултати се примењују на неке класе и примере комутативних прстена чиме се долази до интересантних комбинаторних резултата. Резултати ове главе знатно проширују раније резултате Ахтара и Лија (R. Akhtar, L. Lee, *Homology of zero divisors*, Rocky Mountain J. Math, 37, No. 4 (2007), 1105–1126.).

У седмој глави (стр. 77–79) представљене су смернице за даљи рад. Приказано је више идеја придруживања симплицијалних комплекса комутативним прстенима на нове начине који би могли бити разматрани, као и могућност придруживања симплицијалних комплекса групама.

6. Закључак

Резултати до којих је Нела Милошевић дошла у свом раду и које је представила у поднетом тексту обухватају неколико значајних области савремене математике: комутативну алгебру, комбинаторику и алгебарску топологију. Њен алгебарско-комбинаторан приступ је интересантан, превасходно нове идеје о придруживању симплицијалних комплекса комутативним прстенима. У тези се разматрају симплицијални комплекси који су придружени прстенима на више начина, што даје широк спектар и преглед предмета изучавања. За сваки од тих комплекса одређен је хомотопски тип геометријске реализације комплекса што је значајно и нетривијално. Посебно треба истаћи да је у тези дато решење проблема, који је, у нешто другачијем облику, пре 20 година сугерисао истакнути светски математичар Виктор Васиљев, као и значајно проширење ранијих резултата неких других математичара, који се у овој тези добијају применом дискретне теорије Морса, која се овде, по први пут, појављује у оваквим разматрањима.

Сама теза је одлично написана, са правим односом познатих и нових резултата и јасно истакнутим научним доприносом кандидаткиње.

Због свега наведеног, предлажемо Наставно-научном већу Математичког факултета да прихвати приложени текст као докторску дисертацију Неле Милошевић и одреди комисију за њену јавну одбрану.

Београд, 25. август 2015.

ЧЛАНОВИ КОМИСИЈЕ:

проф. др Зоран Петровић, ванредни професор (ментор)
Универзитет у Београду, Математички факултет

проф. др Александар Липковски, редовни професор
Универзитет у Београду, Математички факултет

проф. др Зоран Петрић, ванредни професор
Универзитет у Београду, Математички факултет

др Зоран Пуцановић, доцент
Универзитет у Београду, Грађевински факултет

Institute of Mathematics CAS, v. v. i.

Žitná 25, 115 67 Praha 1
Czech Republic



Prague, August 26 2015

To whom this may concern:

This is to confirm that the paper

Ref. No.: 394/14 (3732)
Authors: Nela Milošević (nela.milosevic@udg.edu.me), Zoran Z. Petrović
Title: Order complex of ideals in a commutative ring with identity

has been accepted for publication in Czechoslovak Mathematical Journal on September 3 2014.

Sincerely yours,

Prof. RNDr. Miroslav Engliš, DrSc.
Editor-in-Chief,
Czechoslovak Mathematical Journal