



УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ
ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА
МЕХАНИЗАЦИЈА И КОНСТРУКЦИОНО
МАШИНСТВО



Mr Радомир Д. Ђокић

**ИСТРАЖИВАЊЕ ДИНАМИКЕ И РАЗВОЈ
МАШИНА ВЕРТИКАЛНОГ ТРАНСПОРТА
ПРИМЕНОМ НУМЕРИЧКО-
ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИХ ПОСТУПАКА**

ДОКТОРСКА ДИСЕРТАЦИЈА

Нови Сад, 2015. године



УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ • ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА
21000 НОВИ САД, Трг Доситеја Обрадовића 6

КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА

Редни број, РБР:	
Идентификациони број, ИБР:	
Тип документације, ТД:	Монографска публикација
Тип записа, ТЗ:	Текстуални штампани материјал
Врста рада, ВР:	Докторска дисертација
Аутор, АУ:	мр Радомир Д. Ђокић
Ментор, МН:	др Јован Владић, редовни професор
Наслов рада, НР:	Истраживање динамике и развој машина вертикалног транспорта применом нумеричко-експерименталних поступака
Језик публикације, ЈП:	Српски
Језик извода, ЈИ:	Српски
Земља публиковања, ЗП:	Србија
Уже географско подручје, УГП:	Војводина
Година, ГО:	2015
Издавач, ИЗ:	Ауторски репринт
Место и адреса, МА:	Нови Сад, Трг Доситеја Обрадовића 6
Физички опис рада, ФО: (поглавља/страна/ цитата/табела/слика/графика/прилога)	9/159/105/13/154/-/1/
Научна област, НО:	Машинско инжењерство
Научна дисциплина, НД:	Машинске конструкције, транспортни системи и логистика
Предметна одредница/Кључне речи, ПО:	Машине вертикалног транспорта, нумеричко-експериментални поступци, динамичка анализа
УДК	
Чува се, ЧУ:	Библиотека Факултета техничких наука, Нови Сад
Важна напомена, ВН:	
Извод, ИЗ:	<p>Дефинисани су експериментални поступци за одређивање губитака и степена искоришћења постројења у зависности од релативног оптерећења кабине (коша) у експлоатационим условима, као и за одређивање механичких карактеристика челичних ужади.</p> <p>Дата је могућност примене метода нумеричке анализе за решавање система ПДЈ хиперболичног типа са константним параметрима и граничним условима што одговара случајевима осциловања кабине (коша) након заустављања (кочења) погонског мотора.</p> <p>Развијени су адекватни прорачунски модели који омогућују комплексну динамичку анализу лифтова и извозних постројења у функцији променљиве крутости и граничних услова. Дефинисан је утицај променљиве крутости на стабилност кретања, кроз промену слободне дужине ужади.</p>
Датум прихватања теме, ДП:	30.12.2013.
Датум одбране, ДО:	
Чланови комисије, КО:	Председник: др Миомир Јовановић, ред. професор
	Члан: др Миломир Гашић, ред. професор
	Члан: др Растислав Шостаков, ванр. професор
	Члан: др Никола Бркљач, доцент
	Члан: др Нинослав Зубер, доцент
	Члан, ментор: др Јован Владић, ред. професор
	Потпис ментора



KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number, ANO :	
Identification number, INO :	
Document type, DT :	Monographic publication
Type of record, TR :	Textual printed material
Contents code, CC :	Doctoral dissertation
Author, AU :	Radomir D. Đokić, MSc
Mentor, MN :	Jovan Vladić, Ph.D., Full Professor
Title, TI :	Dynamics researching and development of vertical transport machines using numerical-experimental procedures
Language of text, LT :	Serbian
Language of abstract, LA :	Serbian
Country of publication, CP :	Serbia
Locality of publication, LP :	Vojvodina
Publication year, PY :	2015
Publisher, PB :	Author's reprint
Publication place, PP :	Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 6
Physical description, PD : (chapters/pages/ref./tables/pictures/graphs/appendixes)	9/159/105/13/154/-/1/
Scientific field, SF :	Mechanical Engineering
Scientific discipline, SD :	Machine Design, Transport Systems and Logistics
Subject/Key words, S/KW :	Vertical transport machines, numerical-experimental procedures, dynamic analysis
UC	
Holding data, HD :	Library of the Faculty of Technical Sciences in Novi Sad
Note, N :	
Abstract, AB :	<p>We have defined the experimental procedures for defining the dissipation and the utility factor of vertical transport machines depending on the relative loading of the cabin (cage) in exploiting conditions, as well as for the setting the mechanical characteristics of the steel ropes.</p> <p>There is given the option of applying the numerical analyses methods for solving the PDE systems of the hyperbolic type with constant parameters and boundary conditions, which is suitable for the cases when there are oscillations of the cabin (cage) after stopping (braking) the driving motor.</p> <p>The adequate calculation models have been developed and they enable a complex dynamic analyses of elevators and mine elevators in the function of variable stiffness and boundary conditions. We also defined the influence of the variable stiffness on the stability of movement, through a change in the ropes' free length.</p>
Accepted by the Scientific Board on, ASB :	30.12.2013.
Defended on, DE :	
Defended Board, DB :	
President:	Miomir Jovanović, Ph.D., Full Professor
Member:	Milomir Gašić, Ph.D., Full Professor
Member:	Rastislav Šostakov, Ph.D., Assoc. Professor
Member:	Nikola Brkljač, Ph.D., Assis. Professor
Member:	Ninoslav Zuber, Ph.D., Assis. Professor
Member, Mentor:	Jovan Vladić, Ph.D., Full Professor
	Menthor's sign

ЗАХВАЛНОСТ

Посебну захвалност дугујем свом цењеном ментору, проф. др Јовану Владићу, на усмеравању, добрим идејама, саветима и свесрдној помоћи током израде дисертације, од којег сам научио како бити посвећен, истрајан и ефикасан у научно-истраживачком раду и решавању проблема. Његова стручност и искуство допринели су квалитету ове дисертације и њеном успешном завршетку. Приликом припреме и извођења експерименталних истраживања (у фабрици „Lafarge“ у Беочину и руднику „Јама“ у РТБ Бор), од њега сам добио свесрдну подршку и помоћ, а посебно кроз нове идеје у начину мерења механичких величина.

Захваљујем се мом драгом пријатељу Хотимиру мл. Личену на изузетној и немерљивој помоћи приликом припреме и извођења експеримената на лифтовима и извозним постројењима у Беочину и Бору. Његово искуство и помоћ у савременој мерној опреми, дали су посебан допринос квалитету добијених резултата истраживања у оквиру ове докторске дисертације.

Такође, захваљујем се мр Јовану Грујићу, на безрезервној помоћи и подршци у припреми мерних алата и прибора за потребе експерименталних истраживања. Његова помоћ у изради помоћних мерних прибора била је од веома великог значаја за квалитет мерења и тачност измерених величина.

Овом приликом, велику захвалност упућујем свим члановима Комисије за оцену докторске дисертације. Посебно се захваљујем проф. др Миомиру Јовановићу на помоћи око организације и успешне реализације мерења на извозној машини рудника „Јама“ РТБ Бор. Захваљујем се професорима Николи Бабину, Растиславу Шостакову и Николи Бркљачу на искреним и пријатељским саветима током целог периода израде дисертације.

Децембар 2015. године

Мр Радомир Д. Ђокић

САДРЖАЈ

1.0 УВОДНА РАЗМАТРАЊА	1
1.1 Врсте и карактеристике машина за вертикално дизање	5
1.1.1 Лифтови	5
1.1.2 Извозна постројења.....	10
1.2 Кинематске шеме преноса снаге и кретања у системима са погонском ужетњачом	15
1.3 Предмет, значај и циљ истраживања	17
1.4 Полазне хипотезе, методе истраживања и очекивани научни допринос	18
1.5 Преглед релевантних истраживања	20
1.6 Преглед садржаја дисертације по поглављима	21
2.0 АНАЛИЗА И ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ОДРЕЂИВАЊЕ ПОГОНСКИХ КАРАКТЕРИСТИКА ЛИФТОВА	25
2.1 Специфичности и карактеристике преноса снаге и кретања погонском ужетњачом	25
2.1.1 Утицај облика жљеба на вучну способност ужетњаче. Редуковани коэффициент трења	29
2.1.2 Критеријуми истрошености жљеба.....	31
2.2 Отпори и степен искоришћења преноса	36
2.2.1 Експериментална метода за одређивање отпора код лифтова	43
3.0 МОДЕЛИРАЊЕ И ДИНАМИЧКА АНАЛИЗА МАШИНА ВЕРТИКАЛНОГ ТРАНСПОРТА	54
3.1 Дефинисање кинематских параметара - крутокинетичка анализа	54
3.2 Еластокинетичка анализа. Динамички модели у систему дизања погонском ужетњачом	58
4.0 АНАЛИЗА И ПРИМЕНА АНАЛИТИЧКО-НУМЕРИЧКИХ ПОСТУПАКА ЗА РЕШАВАЊЕ МАТЕМАТИЧКИХ МОДЕЛА	65
4.1 Преглед значајнијих метода за решавање обичних диференцијалних једначина	66
4.2 Методе за решавање математичких модела кроз парцијалне диференцијалне једначине	71
4.2.1 Класификација парцијалних диференцијалних једначина другог реда.....	72
4.2.2 Нумеричко решавање парцијалних диференцијалних једначина	73
4.3 Примена методе коначних разлика на примеру извозних постројења	81
5.0 ФОРМИРАЊЕ АДЕКВАТНОГ МОДЕЛА ЗА ДИНАМИЧКУ АНАЛИЗУ РУДНИЧКИХ ЛИФТОВА	85
5.1 Редуковање броја степени слободе и критична брзина дизања	86
5.2 Механичке карактеристике челичног ужета	90
5.2.1 Крутост и модул еластичности ужета	90
5.2.2 Пригушење код лифтова и извозних постројења	94
5.3 Погонске карактеристике	99

5.4	Меродавни динамички модел за извозно постројење	105
6.0	ОПИС И РЕЗУЛТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТА. ОДРЕЂИВАЊЕ ДИНАМИЧКИХ ПАРАМЕТАРА.....	106
6.1	Опис извозне машине и мерног система	107
6.1.1	Коришћена мерна опрема.....	109
6.2	Протокол о испитивању	114
6.3	Резултати мерења	117
6.4	Одређивање динамичких параметара на основу резултата мерења	122
7.0	ПРИМЕНА СПЕЦИЈАЛИЗОВАНИХ СОФТВЕРА ЗА ДИНАМИЧКУ АНАЛИЗУ И КОРЕЛАЦИЈА СА ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИМ РЕЗУЛТАТИМА	126
7.1	Опис динамичког модела	126
7.1.1	Дизање кабине са задатим кретањем преко промене броја обртаја електромотора	128
7.1.2	Рачунарске симулације динамичког понашања рудничког лифта и корелација резултата	131
7.1.3	Анализа карактера промене обимне брзине погонске ужетњаче (брзина дизања) као подлоге за управљачки систем	141
8.0	ЗАКЉУЧНА РАЗМАТРАЊА И ПРАВЦИ ДАЉИХ ИСТРАЖИВАЊА.....	144
9.0	ЛИТЕРАТУРА.....	148
	ПРИЛОГ.....	154

СПИСАК СЛИКА

- Слика 1.1.** Пресек једног подземног рудника са шематским приказаом рудничког лифта за вертикални извоз сировина (а) и један од погонских система код рудничких лифтова (б)
- Слика 1.2.** Степенишни лифт за особе са инвалидитетом
- Слика 1.3.** Неке од највиших зграда на свету
- Слика 1.4.** Преглед светски познатих објеката по изразитој висини и максималној пројектованој брзини уграђених лифтова
- Слика 1.5.** Електрични лифт
- Слика 1.6.** Хидраулични лифт (у овом случају панорамски)
- Слика 1.7.** Неке од изведби лифтова са зупчаником и зупчастом летвом
- Слика 1.8.** Однос укупне цене и уложених средстава код лифтова са зупчаником и зупчастом летвом са једне стране и конструкције степеништа (а) и класичног електричног лифта са челничим ужадима (б) са друге стране
- Слика 1.9.** Неке од изведби подизних платформи
- Слика 1.10.** Маказаста подизна платформа са једним (а) и са два (б) пара маказа
- Слика 1.11.** Подизна радна платформа са маказастим механизмом дизања
- Слика 1.12.** Врсте подземних копова
- Слика 1.13.** Извозно постројење у рудницима са подземним копом
- Слика 1.14.** Системи дизања са добошем и Көере систем
- Слика 1.15.** Системи везивања ужади
- Слика 1.16.** Положај погонске машине
- Слика 1.17.** Системи везивања ужади: а) 1:1 једноструко премотавање, погон горе; б) 1:1 једноструко премотавање, погон доле; в) 2:1 једноструко премотавање, погон горе; г) 3:1 једноструко премотавање, погон горе; д) 1:1 двоструко премотавање, погон горе; е) 1:1 двоструко премотавање, погон доле; ж) 1:1 погон горе са компензацијом ужетњачом; з) 2:1 једноструко премотавање, погон доле, а помоћне ужетњаче су испод кабине [87]
- Слика 2.1.** Модел еластичног клизања прве врсте, [87]
- Слика 2.2.** Модел еластичног клизања друге врсте, [87]
- Слика 2.3.** Модел преноса силе погонском ужетњачом - сила на наилазној страни ужета већа од силе на силазној страни, [87]
- Слика 2.4.** Модел преноса силе погонском ужетњачом - сила на наилазној страни ужета мања од силе на силазној страни, [87]
- Слика 2.5.** Распоред сила у ужету при деловању погонског момента на ужетњачу
- Слика 2.6.** „Равно налегање“
- Слика 2.7.** Жљебови погонских ужетњача; клинасти подсечени жљеб (а), претпоставка о распореду притиска у додиру ужета и заобљеног жљеба (б), хабање клинастог жљеба ужетњаче (в), [83, 82]
- Слика 2.8.** Зависност редукованог коефицијента трења (μ) од (β) и (γ) као параметра, [83, 82]

- Слика 2.9.** Зависност редукованог коефицијента трења (μ) од односа (t/d) и (γ) као параметра, [83, 82]
- Слика 2.10.** Општа скица лифтовског постројења, [56]
- Слика 2.11.** Номограм за одређивање граничних вредности ширине подреза код клинастих жлебова без термичке обраде контактних површина
- Слика 2.12.** Места на којима се јављају губици за различита кинематска решења
- Слика 2.13.** Скица лифтовског постројења
- Слика 2.14.** Приказ погонског механизма и дела пужног редуктора лифта на коме су вршена мерења
- Слика 2.15.** Приказ система за вођење кабине и противтега и реалног стања на лифту
- Слика 2.16.** Ток снаге код лифтова
- Слика 2.17.** Силе трења на клизачима кабине
- Слика 2.18.** Цртеж мерне полуге
- Слика 2.19.** Мерна полука монтирана на замајцу електромотора
- Слика 2.20.** Давач силе и мерно појачало
- Слика 2.21.** Мерни прибор за мерење силе у ужадима
- Слика 2.22.** Шематски приказ лифта
- Слика 2.23.** Укупни степен искоришћења код испитиваног лифта за статичке услове и $\beta=0,5$
- Слика 2.24.** Мерни прибор за утврђивање (проверу) маса кабине и противтега
- Слика 2.25.** Мерни прибор за мерење силе у ужадима
- Слика 2.26.** Мерни прибор коришћен у сврху „статичких“ мерења
- Слика 2.27.** Мерна полука монтирана на замајцу електромотора
- Слика 2.28.** Кочница са ручицом за откочивање (а) и део опреме за мерење (б)
- Слика 3.1.** Дијаграми кретања лифта и извозних постројења
- Слика 3.2.** Општи (а) и упрошћен (б) изглед динамичког модела стандардне конструкције лифта
- Слика 3.3.** Динамички модели носећег елемента, нееластични елемент (а), Хуков модел (б), Келвинов модел (в) и стандардни модел (г)
- Слика 3.4.** Осциловање ужета константне дужине
- Слика 3.5.** Динамички модел лифта [68, 67]
- Слика 3.6.** Гранични услови: а) на ужници без клизања, б) на ужници са клизањем, в) на кабини [68]
- Слика 4.1.** Дијаграм тока за решавање математичких модела [42]
- Слика 4.2.** Класификација метода за решавање математичких модела
- Слика 4.3.** Ојлеров полигон
- Слика 4.4.** Мрежа чворова са граничним и почетним условима
- Слика 4.5.** Илустрација мреже простор-време код таласне једначине; кругови представљају познате тачке (у времену $n-1$ и n), а квадрати представљају тачке које треба одредити

- Слика 4.6.** Генерални приказа мреже код једначина хиперболичног типа, са граничним и почетним условима
- Слика 4.7.** Модел „тешког“ ужета са окаченим теретом (кабином, кошом) на крају
- Слика 4.8.** Зависност издужења од времена t и просторне координате x
- Слика 4.9.** Померање тачака (промена издужења) по просторној координати за одређени временски тренутак
- Слика 5.1.** Осциловање ужета константне дужине, основни модел (а), редуковани модел (б)
- Слика 5.2.** Облици (форме) осциловања прва три хармоника (а, б и с) и збирни облик осциловања за $\alpha = 0,1$
- Слика 5.3.** Различите конструкције челичног ужета
- Слика 5.4.** Дијаграми напон-деформација код ужади са влакнастим језгром, у случају новог ужета и након 10 оптерећења (а) и после десетог циклуса наношења оптерећења за различите нивое напона (б), [17]
- Слика 5.5.** Промена напона на истезање код ужади челичним језгром, у случају новог ужета и након 10 оптерећења [17]
- Слика 5.6.** Амплитуде и период пригушених осцилација
- Слика 5.7.** Осилаторни систем са вискозним пригушењем [9]
- Слика 5.8.** Хистерзисне површине код хомогених материјала и челичног ужета [17, 55]
- Слика 5.9.** Систем са хистерезисним пригушењем [9]
- Слика 5.10.** Експериментални модел за мерење пригушења у ужету, [72]
- Слика 5.11.** Вођице извозног постројења
- Слика 5.12.** Систем са Кулоновим пригушењем [9]
- Слика 5.13.** Дијаграм утицаја Кулоновог трења на укупно пригушење
- Слика 5.14.** Динамички модели погона, са погонским моментом (а) и са бројем обртаја погонске ужетњаче, односно њеном обимном брзином (б)
- Слика 5.15.** Статичка моментна карактеристика асинхроне машине, [95]
- Слика 5.16.** Различити модели погонског момента (силе)
- Слика 5.17.** Примери дијаграма кретања за једнобрзински (а) и двообрзински (б) мотор
- Слика 5.18.** Формирање “spline-а” брзине као погонске карактеристике на ужетњачи
- Слика 5.19.** Меродаван динамички модел за анализу извозне машине у руднику „Јама“ РТБ Бор
- Слика 6.1.** Давач броја обртаја прилагодљив разним носачима и монтажи на различитим локацијама
- Слика 6.2.** Кочиони систем у оквиру погонског механизма извозне машине рудника „Јама“ РТБ Бор
- Слика 6.3.** Спојни прибор за везу носећих ужади са кошом (кабином)
- Слика 6.4.** Погонска машина и шематски приказ распореда мерних места, [94]
- Слика 6.5.** Део мерне опреме коришћен у оквиру есперимента на извозној машини ASEA HSDE 2.5 У РУДНИКУ „ЈАМА“ РТБ БОР

Слика 6.6. Инкрементални енкодер спојен са мерним точком постављеним на венац кочионог диска (а); мерно појачало QUANTUM X MX480B (б); радио антене NanoStation loco NS2L (в)

Слика 6.7. Оптички сензор – давач броја обртаја ROS-P, фиксиран на кошу

Слика 6.8. Друго осмоканално мерно појачало QUANTUM X MX480B спојено са рачунаром

Слика 6.9. Мерење убрзања на спојном прибору коша

Слика 6.10. Мерење деформација на спојном прибору

Слика 6.11. Бензински агрегат за напајање мерног уређаја електричном енергијом

Слика 6.12. Мерење силе у ужадима са дигиталним читавањем

Слика 6.13. Шематски приказ вертикалног рудничког окна у руднику „Јама“ РТБ Бор

Слика 6.14. Параметри извозног постројења меродавни за анализу

Слика 6.15. Обимна брзина бубња на месту намотавања носећих ужади, мерена енкодером (плава линија), преклопљена са бзином кретања коша добијеном преко оптичког давача (црвена линија)

Слика 6.16. Обимна брзина бубња на месту намотавања носећих ужади, пре и након „филтрирања“ мерног записа

Слика 6.17. Промена убрзања коша приликом спуштања празног коша, које одговара датотеци Б.003

Слика 6.18. Промена силе у носећим ужадима на месту спојног прибора за део мерења који одговара датотеци Б.003

Слика 6.19. Збирни дијаграм који одговара мерењима приликом дизања празног коша – датотека Б.006 (II случај кретања)

Слика 6.20. Збирни дијаграм који одговара мерењима приликом спуштања празног коша и наглог заустављања, из „велике“ брзине – датотека Б.012 (III сл. кретања)

Слика 6.21. Збирни дијаграм који одговара мерењима приликом дизања празног коша и наглог заустављања, из „велике“ брзине – датотека Б.013 (IV сл. кретања)

Слика 6.22. Збирни дијаграм који одговара мерењима приликом дизања оптерећеног коша од стране локомотиве – део датотеке Б.010 (V случај кретања)

Слика 6.23. Збирни дијаграм који одговара мерењима приликом спуштања оптерећеног коша од стране локомотиве – део датотеке Б.010 (VI случај кретања)

Слика 6.24. Измерене вредности убрзања коша за наведене случајеве кретања

Слика 7.1. Модел лифта

Слика 7.2. Модел рама кабине са издвојеним једним сегментом

Слика 7.3. „Step“ функција

Слика 7.4. Осциловање терета на вертикалној опрузи

Слика 7.5. Положај маркера чије се растојање мери у току кретања приликом одређивања издужења ужета

Слика 7.6. Промена брзине и убрзања кабине при недовољном растојању маркера

Слика 7.7. Формирање “spline-а” брзине као погонске карактеристе на ужетњачи

Слика 7.8. Рачунарски модел извозног постројења

Слика 7.9. Дијаграми убрзања коша за случај кретања I (сл. 6.14а)

- Слика 7.10.** Дијаграми убрзања коша за случај кретања II (сл. 6.14б)
- Слика 7.11.** Дијаграми убрзања коша за случај кретања III (сл. 6.14в)
- Слика 7.12.** Дијаграми убрзања коша за случај кретања IV (сл. 6.14г)
- Слика 7.13.** Дијаграми убрзања коша за случај кретања V (сл. 6.14д)
- Слика 7.14.** Дијаграми убрзања коша за случај кретања VI (сл. 6.14ђ)
- Слика 7.15.** Дијаграм промене положаја, брзине и убрзања коша, за I случај кретања – датотека Б.003
- Слика 7.16.** Упоредни дијаграми промене издужења, коефицијента крутости и параметра пригушења носеће ужади, за I случај кретања – датотека Б.003
- Слика 7.17.** Дијаграм промене силе у ужадима током мерења у оквиру датотеке Б.003 (I случај кретања)
- Слика 7.18.** Дијаграм промене положаја, брзине и убрзања коша, за II случај кретања – датотека Б.006
- Слика 7.19.** Упоредни дијаграми промене издужења, коефицијента крутости и параметра пригушења носеће ужади, за II случај кретања – датотека Б.006
- Слика 7.20.** Дијаграм промене силе у ужадима током мерења у оквиру датотеке Б.006 (II случај кретања)
- Слика 7.21.** Дијаграм промене положаја, брзине и убрзања коша, за III случај кретања – датотека Б.012
- Слика 7.22.** Упоредни дијаграми промене издужења, коефицијента крутости и параметра пригушења носеће ужади, за III случај кретања – датотека Б.012
- Слика 7.23.** Дијаграм промене силе у ужадима током мерења у оквиру датотеке Б.012 (за III случај кретања)
- Слика 7.24.** Дијаграм промене положаја, брзине и убрзања коша, за IV случај кретања – датотека Б.013
- Слика 7.25.** Упоредни дијаграми промене издужења, коефицијента крутости и параметра пригушења носеће ужади, за IV случај кретања – датотека Б.013
- Слика 7.26.** Дијаграм промене силе у ужадима током мерења у оквиру датотеке Б.013 (IV случај кретања)
- Слика 7.27.** Дијаграм промене положаја, брзине и убрзања коша, за V случај кретања – датотека Б.010Г
- Слика 7.28.** Упоредни дијаграми промене издужења, коефицијента крутости и параметра пригушења носеће ужади, за V случ. кретања – датотека Б.010Г
- Слика 7.29.** Дијаграм промене силе у ужадима током мерења у оквиру датотеке Б.010Г (V случај кретања)
- Слика 7.30.** Дијаграм промене положаја, брзине и убрзања коша, за VI случај кретања – датотека Б.010Д
- Слика 7.31.** Упоредни дијаграми промене издужења, коефицијента крутости и параметра пригушења носеће ужади, за VI случ. кретања – датотека Б.010Д
- Слика 7.32.** Дијаграм промене силе у ужадима током мерења у оквиру датотеке Б.010Д (VI случај кретања)
- Слика 7.33.** Утицај на комфор возње преко кинематске карактеристике погонског система

Слика 7.34. Одређивање тренутка почетка кочења на основу дијаграма убрзања

Слика 7.35. Приказ утицаја управљања на величину амплитуда осциловања система

СПИСАК ТАБЕЛА

Табела 2.1. Скица попречног пресека, вредност редукованог коефицијента трења (μ) и коефицијент облика жљеба (ρ) при одређивању површинског притиска, за различите облике жљеба за уже, [83, 82]

Табела 2.2. Стационарне силе на страни кабине, односно противтега и карактеристичним фазама моторског и генераторског, односно кочног режима рада

Табела 2.3. Мерење бр. 1 – терет у кабинџи $Q_K = 375 \text{ kg}$, $\lambda = 0,5$, $M_Q = 0 \text{ Nm}$

Табела 2.4. Мерење бр. 2 – терет у кабинџи $Q_K = 575 \text{ kg}$, $\lambda = 0,77$, $M_Q = 24 \text{ Nm}$

Табела 2.5. Мерење бр. 3 – терет у кабинџи $Q_K = 775 \text{ kg}$, $\lambda = 1,03$, $M_Q = 46,64 \text{ Nm}$

Табела 2.6. Мерење бр. 4 – терет у кабинџи $Q_K = 175 \text{ kg}$, $\lambda = 0,23$, $M_Q = -24 \text{ Nm}$

Табела 2.7. Мерење бр. 5 – празна кабина, $\lambda = 0,0$, $M_Q = -44 \text{ Nm}$

Табела 5.1. Граничне вредности за α

Табела 5.2. Подаци спроведеног експеримента, [17, 72]

Табела 6.1. Техничке карактеристике извозне машине

Табела 6.2. Садржај мерења на извозном постројењу у руднику „Јама“ РТБ Бор

Табела 6.3. Величине добијене мерењем

Табела 6.4. Израчунате величине

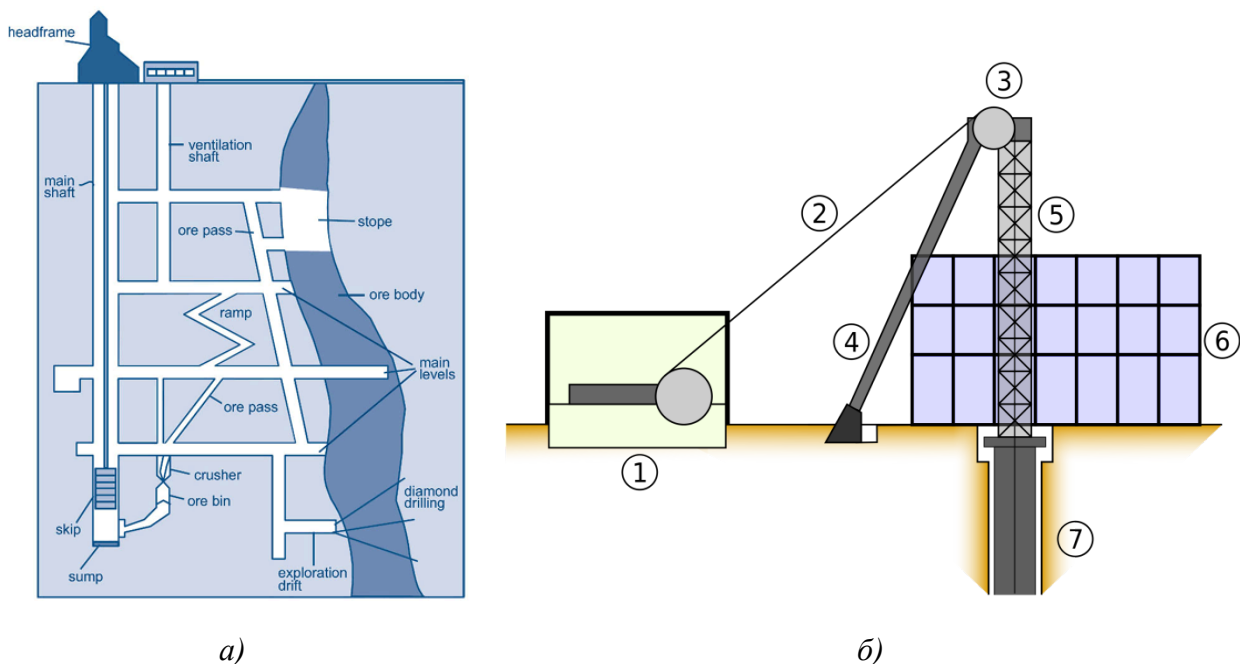
1.0 УВОДНА РАЗМАТРАЊА

Захтеви привреде и савременог друштва условили су развој и примену машина за вертикални транспорт специфичних карактеристика, што се у првом реду односи на примену лифтова и извозних постројења великих висина и брзина дизања у високим зградама и рудницима са подземном експлоатацијом.

Посебна пажња у системима вертикалног дизања и спуштања терета и људи посвећује се извозним постројењима у рудницима, или што је чешће у говору, рудничким лифтовима (eng.: *mining elevators*).

Извозно постројење је назив за опрему и уређаје за транспорт у рудничким окнима. То су првенствено и претежно вертикална окна. Међутим, поред њих појављују се и окна под нагибом, која захтевају специфичне машине и уређаје и уређаје за транспорт сировина.

Производња у рудницима је обично разграната, просторно, тј. ископи су међусобно дислоцирани хоризонтално и по висини (односно дубини). Извоз сировина је јединствен, бар за поједине функције, па свака сметња и застој може кочити комплетну производњу. Због тога се намеће да је добро и правилно одабрано извозно постројење од виталне важности за укупни рад једног рудника. Руднички лифтови су сами по себи скупи, како у погледу инвестиција, тако и у погледу погонских трошкова.



Слика 1.1. Пресек једног подземног рудника са шематским приказом рудничког лифта за вертикални извоз сировина (а) и један од погонских система код рудничких лифтова (б)

Развој грађевинарства, сходно захтевима за реализацију урбанистичких планова, условио је експанзију изградње високих стамбених, пословних и јавних зграда. Свакако, експанзија било које привредне делатности одређене историјске епохе зависила је од

покретачких субјеката одређеног друштва, степена достигнутог нивоа развоја цивилизације, а такође и од достигнутог нивоа науке и технологије тог друштва. Тенденције у грађевинарској делатности наметале су потребу унапређења вертикалног транспорта лифтовима. Данас се постављају високи захтеви пред конструкторе и произвођаче лифтова у погледу капацитета и поузданости у експлоатацији. Да би сви ови захтеви били испуњени, неопходно је спровести свеобухватне студије и обезбедити потребне услове испитивања лифтова, односно виталне опреме и уређаја лифтовских постројења (хватачких уређаја, граничника брзине, одбојника кабине, односно противтега, као и забраве прилазних врата). Због великог броја лифтова у употреби, енормног броја корисника дневно и великог броја радника у овом сектору, дешавају се бројне теже повреде и несреће са фаталним исходом.

Уређаји вертикалног транспорта у данашње време не представљају луксуз и ствар престижа, већ су неопходни у савременим грађевинама које константно померају границе у грађевинарству у погледу висине модерних објеката где постају незаобилазна ставка и нужно средство за ефикасан транспорт лица и терета међу спратовима облакодера.

Савремена друштва су лифтове уврстили у законске одредбе закона о грађевинарству, како би на такав начин заштитили права свих оних особа које се користе колицима и имају тешкоће у кретању. На тај начин се тим особама омогућава несметано кретање и шанса да се докажу као пуноправни чланови друштва. Све наведено долази до изражаја када су у питању савремени тржни центри и објекти од јавног значаја, код којих је постављање прилазних рампи или непрактично или физички немогуће реализовати.



Слика 1.2. Степенишни лифт за особе са инвалидитетом

Велики напредак у електронским системима за време Другог светског рата довео је до мноштва промена у конструкцијијама и инсталацијама машина вертикалног транспорта, посебно лифтова у стамбеним и пословним зградама. Развој информационог технологија омогућио је значајан напредак у ефикасности лифтова у зградама великих висина. У данашње време, граде се зграде са великим бројем спратова, при чему су

лифтови неопходни како би олакшали превоз путника на одређену дестинацију. Највиша зграда на свету, у овом тренутку, је Бурж Калифа (*eng.* Burj Khalifa), која се налази у Дубаиу и висока је чак 828 m (сл. 1.3а). У њој је инсталиран, између већег броја, и лифт који је по брзини на **трећем месту** у свету (до 2014. године). Лифт је развила једна од најпознатијих компанија у свету – *Otis* и може да развије максималну брзину од 36 km/h или 10 m/s. У тој згради се налази и први уграђен лифт са две спојене кабине (*eng.* *double-decker*), носивости од 12 до 14 лица по кабинџ. Његова специфичност је и што у области путничких лифтова има највећу висину дизања од 504 m.

Што се тиче уграђених лифтова изразитих карактеристика, до прошле године **најбржи путнички лифт** на свету се налазио у згради „*Taipei 101*“ у Тајвану. Зграда је висока 509 m, а један од укупно 61 лифта који су уграђени у зграду (произвођача *Toshiba*), може да развије брзину од 16,8 m/s или 1010 m/min и креће се од петог до 89-ог спрата. Године 2014, фирма *Mitsubishi* уградила је у једном објекту у Шангају лифт који може да достигне брзину од чак 18 m/s (64.8 km/h).

На **другом месту**, односно на трећем, по брзини је путнички лифт произвођача *Mitsubishi*, уграђен у згради „*Yokohama Landmark Tower*“ у Јапану. Зграда поседује 79 лифтова, а најбржи међу њима остварује брзину од 750 m/min или 12,5 m/s. Потребно му је само 40 s да кабина стигне од другог до 69-ог спрата.

У згради „*Sunshine 60 Building*“ висине 240 m у Јапану, постоји лифт од укупно 40 који се креће брзином од 36 km/h (10 m/s) и иде од приземља до 60-ог спрата. Произвођач је такође фирма *Mitsubishi*.

„*Shanghai World Financial Centre*“ у Кини висине 492 m има уграђена 4 лифта (произвођач *ThyssenKrupp*) са две спојене кабине (*eng.* *double-decker*). Њихова брзина је 10 m/s, а носивост сваке кабине је 2000 kg.

Зграда „*China World Trade Centre Tower III*“ у Пекингу висине 330 m има лифт који транспортује људе у хотел смештен на 72-ом спрату брзином 10 m/s за 11 s.

Од значајнијих објеката у свету, који поседују путничке лифтове изражених карактеристика, ваља споменути „*John Hancock Centre*“ у Чикагу висине 344 m са једним од лифтова који развија брзину од 33 km/h ($\approx 9,2$ m/s) и „*Jin Mao Tower*“ у Шангају (Кина) висине 421 m. У тој згради има уграђених чак 130 лифтова, међу којима два експрес лифта врше транспорт на 88 спрат за 45 s (546 m/min или 9,1 m/s).

Од следеће године (2016) примат најбржег лифта на свету преузеће путнички лифт, који је у фази изградње, у згради „*CTF Finance Centre*“ у кинеском граду Guangzhou. Зграда је у завршној фази и висока је 530 m. Пројектована брзина лифта (**будућег са највећом брзином дизања**) је 20 m/s.

У овом поглављу споменуће се неки светски објекти који су значајни по својој конструкцији и предњаче по висини. На другом месту по висини (иза зграде Бурж Калифа) је кула (*CN Tower*) у Торонту висине 553 m (сл. 1.3б). Светски трговински центар (*One World Trade Center*), као једна од најпознатијих зграда у Њујорку, висока је 541 m (сл. 1.3в).

Добро је споменути и још једну зграду значајну по висини и улози машина вертикалног транспорта, а то је кула „*Oriental Pearl*“ у Шангају (Кина) висока 468 m (сл. 1.3г).



а)



б)



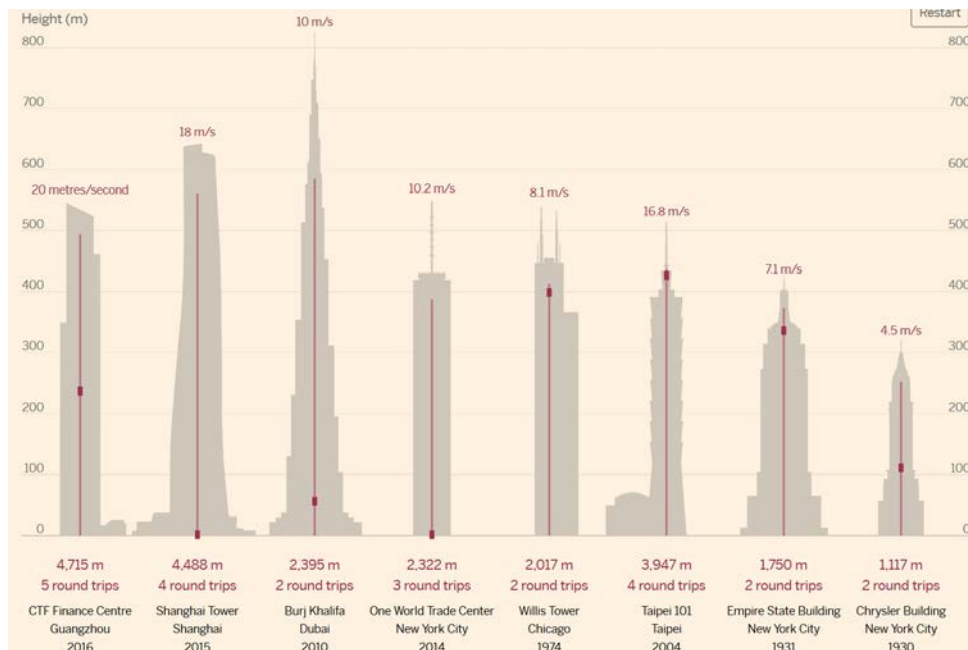
в)



г)

Слика 1.3. Неке од највиших зграда на свету

Кратак преглед зграда, изграђених у неколико светских градова и познатих по екстремним висинама, као и по пројектованим максималним брзинама уграђених лифтова, са хронологијом времена њихове изградње, дат је на сл. 1.4.



Слика 1.4. Преглед светски познатих објеката по изразитој висини и максималној пројектованој брзини уграђених лифтова

1.1 Врсте и карактеристике машина за вертикално дизање

1.1.1 Лифтови

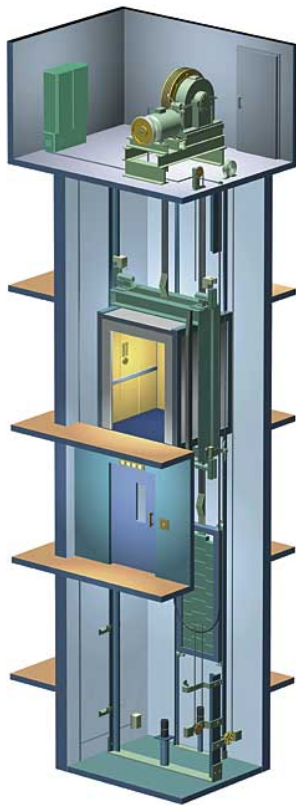
Да би се споменуле главне карактеристике машина вертикалног транспорта, неопходно је дати њихову класификацију. Сама подела и приказ врста ових машина може детаљно да се изврши по неколико критеријума, мада у разној литератури може се срести и велики број критеријума. Детаљна подела машина вертикалног транспорта дата је у [92], а овде ће се навести врсте према неколико значајних критеријума за анализу у овој докторској дисертацији.

Основни критеријум по коме се може направити подела машина за вертикално дизање је **према конструкцији**. То су:

- Машине за вертикални превоз путника и терета
- Машине за коси транспорт

Према начину погона подела се може извршити на:

- Лифтове на електрични погон, сл. 1.5,
- Хидрауличне лифтове, сл. 1.6.



Неке од карактеристика лифтова на електрични погон су:

- Због употребе савитљивих носећих елемената (ужади) погодни су за превоз људи и терета у високим зградама.
- Носивост машина на електрични погон се креће до неколико тона, чак и пар десетина тона (случај код рудничких лифтова).
- Брзине дизања се крећу и до 20 m/s, а висине до неколико стотина метара.
- Релативно висок комфор возње, употребом савремених система за управљање (неосетан полазак и пристајање).
- Захтевају значајан простор за машинску просторију, мада нова решења су без машинске просторије, али тиме и са ограниченом носивошћу.
- Већа потрошња енергије и већа инвестициона улагања у поређењу са машинама за вертикални транспорт са хидрауличним погоном.

Слика 1.5. Електрични лифт



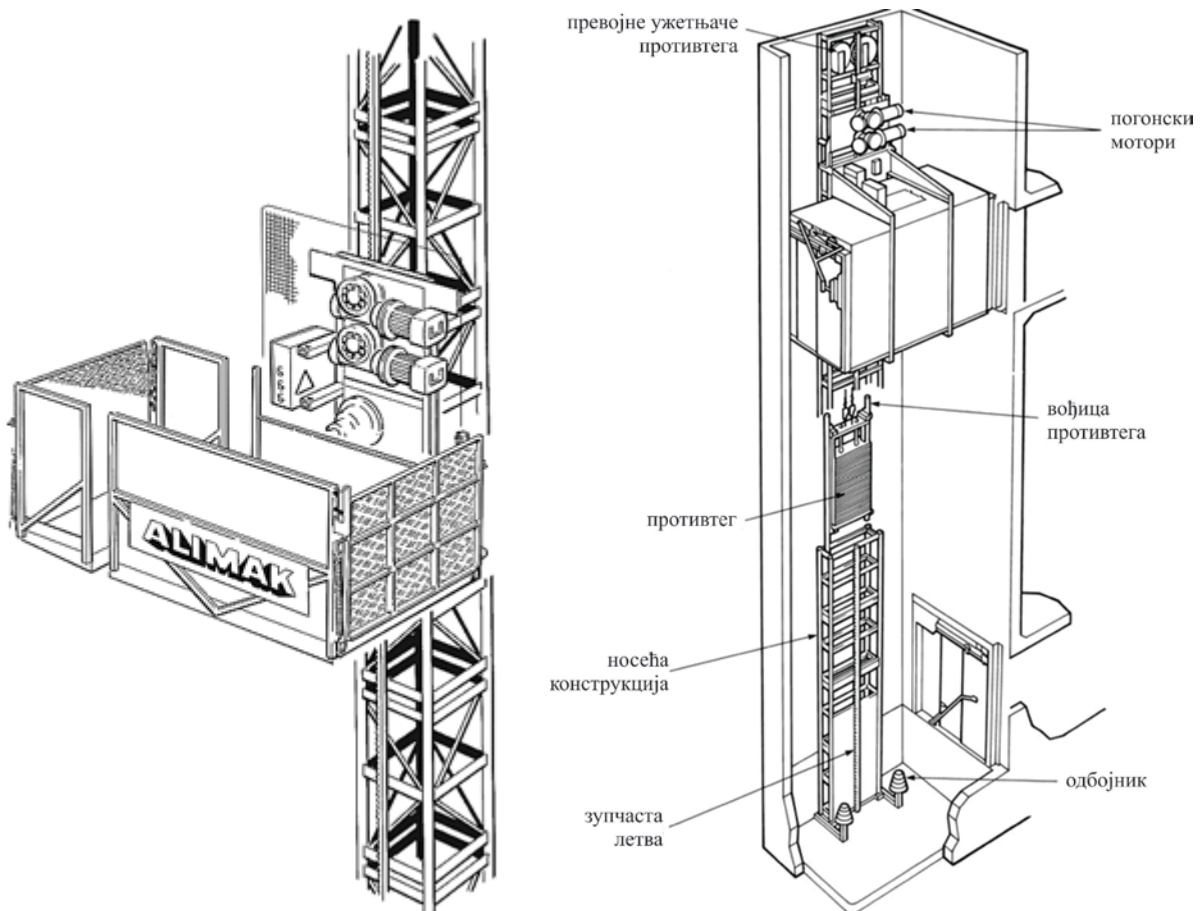
Слика 1.6. Хидраулични лифт (у овом случају панорамски)

Неке од карактеристика хидрауличних лифтова су:

- Подесни су за превоз терета и транспорт људи у нижим стамбеним зградама.
- Носивост теретних хидрауличних лифтова се креће од неколико стотина килограма до више десетинат она.
- Највећа брзина од око 1 m/s и висина од 30 m.
- Висок комфор вожње, неосетан полазак и пристајање,
- Знатно мања бука од оне код електричних лифтова,
- Машинска просторија је мања и може бити поред возног окна на било којој етажи објекта,
- Мала потрошња енергије, нижа инвестициона улагања, итд.

Специфична група машина вертикалног транспорта су **лифтови са зупчаником и зупчастом летвом** (као што су „алимак“ лифтови), сл. 1.7. Према класификацији они би се могли сврстати у групу машина на електрични погон.

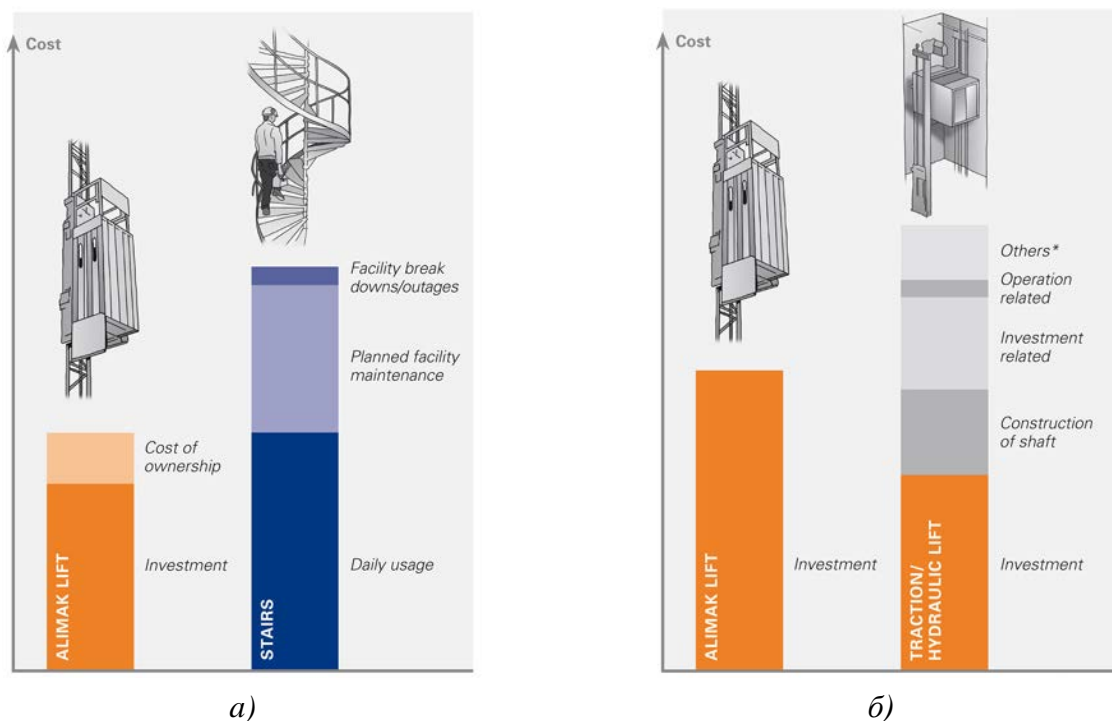
Основне компоненте лифтова са зупчаником и зупчастом летвом су зупчата летва континуалне дужине и један или више зупчаника, чији су зуби у сталном захвату са зупчастом летвом, која је причвршћена на носећу конструкцију. Висине дизања су углавном „неограничене“; а према валидним подацима највиша кота на коју се подиже кабина ових лифтова је око 640 m.



Слика 1.7. Неке од изведби лифтова са зупчаником и зупчастом летвом

Главна употреба лифтова са зупчаником и зупчастом летвом је у фабрикама, складиштима, малопродајним објектима и у објектима за сервис возила, а такође, они се све више користе за подизање терета великих тежина. Лифтови са зупчаником и зупчастом летвом су посебно погодни у ситуацијама када кабина лифта треба да се креће са спољашње стране зграде. Поред тога, брзина монтаже и могућност за спољну примену, чини лифтове са зупчаником и зупчастом летвом погодним за привремену употребу, нпр. у стамбеним зградама где су постојећи лифтови у фази ремонта.

На сл. 1.8а је приказано да је укупна цена лифта типа „алимак“ у коју улазе инвестиција и цена „права својине“ знатно мања од укупне цене коштања степеништа (у коју улази цена дневног коришћења, израде и одржавања) за исту висину. Сл. 1.8б пак показује да су инвестициона улагања у лифтове типа зупчаник - зупчаста летва већа од улагања у „класичне“ лифтове, међутим, споредни трошкови и трошкови у припреми и изради возног окна дају да је цена рецимо једног лифта на електрични погон знатно већа.



Слика 1.8. Однос укупне цене и уложених средстава код лифтова са зупчаником и зупчастом летвом са једне стране и конструкције степеништа (а) и класичног електричног лифта са челичним ужадима (б) са друге стране

Подизне платформе (са маказастим механизмом)

Маказасте подизне платформе за подизање људи и терета раде се у различитим изведбама. У зависности од потребне висине дизања, маказасте платформе се производе различитих конструкција и кинематике преноса кретања.



Слика 1.9. Неке од изведби подизних платформи

За мале висине дизања терета (до 2 m), користе се платформе приказане на сл. 1.10. Носивости ових платформи се крећу до 20 t, односно и до 30 t, у зависности од броја подизних механизма (хидроцилиндара) и њихове паралелне везе. Погон се остварује по правилу са 1 или 2 хидроцилиндра, а за мање носивости навојним вретеном. Висина дизања се удвостручи редном везом система маказа (по висини), сл. 1.10б. Брзина дизања је мала.



Слика 1.10. Маказасти подизни механизми са једним (а) и са два (б) пара маказа

Једна од врста **подизних радних платформи** је и маказасти платформа предвиђена за дизање лица и ручног алата, лаких пратећих терета и др., при раду на висини – за монтажу, ремонт и одржавање објеката и инсталација, радове на фасадама, акције спасавања и сл. Подизна радна платформа се по правилу изводи као мобилна, као колица са ручним погоном, као приколица или као самоходно возило. Неке од изведби ових платформи дате су на сл. 1.11. Носивост подизне радне платформе износи 150÷1000 kg, у зависности од положаја корпе платформе.

Редном везом по висини више маказастих механизма постижу се висине дизања подизне радне платформе и преко 10 m. Дизање се по правилу врши хидроцилиндром, погонски агрегат смештен је у постоље са точковима. Широко се користи за све врсте радова на мањој висини, у објектима и ван њих.



Слика 1.11. Подизна радна платформа са макастим механизмом дизања

Према начину преношења вучне силе на погонски елемент машине за вертикално дизање и спуштање терета имају поделу на:

Машине са бубњем (добошем). Машине вертикалног транспорта код којих се вучна сила за подизање кабине остварује намотавањем носеће ужади на бубањ погонске машине.

Машине са погонском ужетњачом. То су машине вертикалног транспорта код којих се вучна сила преноси од погонске машине на носећу ужад преко трења између ужади и жљебова погонске ужетњаче.

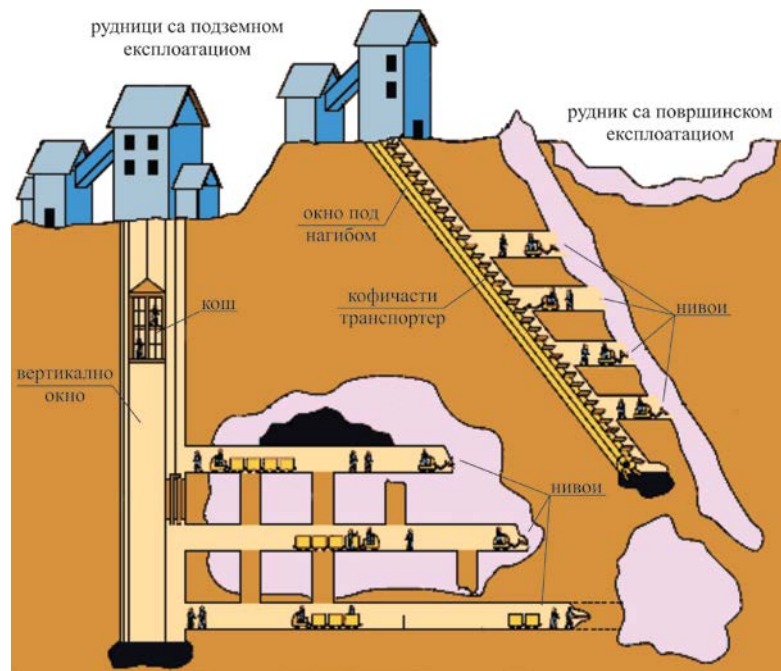
1.1.2 Извозна постројења

Класификација извозних постројења

Према нагибу окна:

- а) вертикална извозна постројења,
- б) извозна постројења под нагибом.

Сл. 1.12, у пресеку, приказује два различита типа подземних копова. Први део приказује вертикално извозно окно које се састоји од делова (возних окана) за смештај подизних уређаја - рудничких лифтова, чије се кабине називају „кавези“ или „кошеви“ (енг. *cage*) и посебних вентилационих канала. Код рудника са окнима под нагибом, рудари раде на различитим нивоима, а руда се на површину транспортује путем кофичастих транспортера.



Слика 1.12. Врсте подземних копова

Према начину преношења вучне силе:

- а) извозна постројења са бубњем,
- б) пренос силе путем трења (Кјере систем).

Према начину уравнотежења:

- а) неуравнотежен систем (системи са цилиндричним бубњевима без компензационих ужади),
- б) статички уравнотежен систем (системи са цилиндричним или конусним бубњевима и ужетњачама - пренос силе путем трења са компензационим ужадима),
- в) динамички уравнотежен систем (системи са тешким компензационим ужадима, или системи са конусним бубњевима са великим углом нагиба обода бубња).

Класификација се такође може извршити и према још читавом низу детаља, као кочницама, начину аутоматизације, величини извозног окна и сл.

Најчешће заступљени типови извозних постројења и тенденције развоја

Окна под нагибом и одговарајуће извозне машине које раде у саставу њих су ретка у експлоатацији. Главни разлог је што су коса окна (под нагибом) дужа за исту висину (дубину), па су при изради скупља. Други разлог је што су за коса окна потребне специјалне извозне посуде (кофице код кофичастих транспортера) које се најчешће морају за сваки конкретан случај посебно пројектовати и израђивати. За вертикална окна су кошеви или „кавези“ (како је раније већ споменуто) стандардизовани или у најмању руку типизирани, па се купују из серијске производње. Косим окнима руда се извлачи посебним скип посудама, што отежава решење превоза (извоза) људи из рудничких окана. Трећи разлог су тешкоће да се на једноставан и задовољавајући начин реши проблем прихвата посуда у хаваријским ситуацијама, што код вертикалних окана нема тих проблема.

Елементи којима се погонска сила преноси на уже су најчешће, како је речено у класификацији, бубњеве и ужетњаче за пренос силе путем трења. Највећи број извозних постројења ради на принципу преноса силе путем трења. Разлог је знатно лакша и једноставнија конструкција извозног постројења са Кёере системом, него са бубњевима. Ова околност омогућава смештај целог извозног уређаја у самом торњу (објекту изнад површине тла), што има низ предности у односу на смештај погонске машине на тлу у посебној згради поред окна (мањи потребни простор, краћа носећа ужад, ужад не заузимају слободни простор, опадају осцилације ужади на делу од бубња до превојних ужетњача на торњу и др.).

Конусни бубњеве се раде за веома дубоке јаме, где је тежина носећег ужета према тежини корисног терета знатна, и где услед тога долази до значајнијег неуравнотежења система. Захваљујући различитим пречницима намотавања ужета на конусни бубањ на почетку и на крају извоза руде, постиже се подједнако велики момент током целог рада који погонска машина мора развијати. Израда и одржавање оваквих бубњева је међутим веома компликована и скупа, па се ово решење најчешће избегава. Потреба за уравнотежењем овим начином јавља се код дубина преко 1000÷1200 m. На цилиндричне бубњеве било које врсте уже се намотава у једном слоју, чиме се заштићује од гњечења (контаката у тачки) и оштећења.

Код преноса силе путем трења (Кёере систем) нема намотавања ужета, међутим један од недостатака је онај опште познат, да може доћи до проклизавања.

Кошевима („кавезима“) се превозе јамски вагонети, али по потреби и сав могући потребни материјал и људи. Због тога су кошеви и најуниверзалније, односно најпогодније конструкције за јаме где нема више (извозних) окана специјализованих по намени. Међутим, кошеви имају и недостатак – њихова маса и маса вагонета смањује могући корисни терет. Ово је нарочито изражен проблем код дубоких јама где је сопствена маса ужета већ велика, да је укупни терет који се још може додати знатно редукован. Зато се све више примењују скип уређаји, како за руде где се и иначе претежно користе, тако и за угаљ, код којих је однос корисног у односу на укупни терет повољнији. Разлог већој примени скип уређаја је и врста хоризонталног транспорта у јамама. Примена континуалног хоризонталног транспорта практично онемогућује употребу кошева при вертикалном транспорту. Код скип уређаја остаје проблем превоза материјала, а посебно људи.

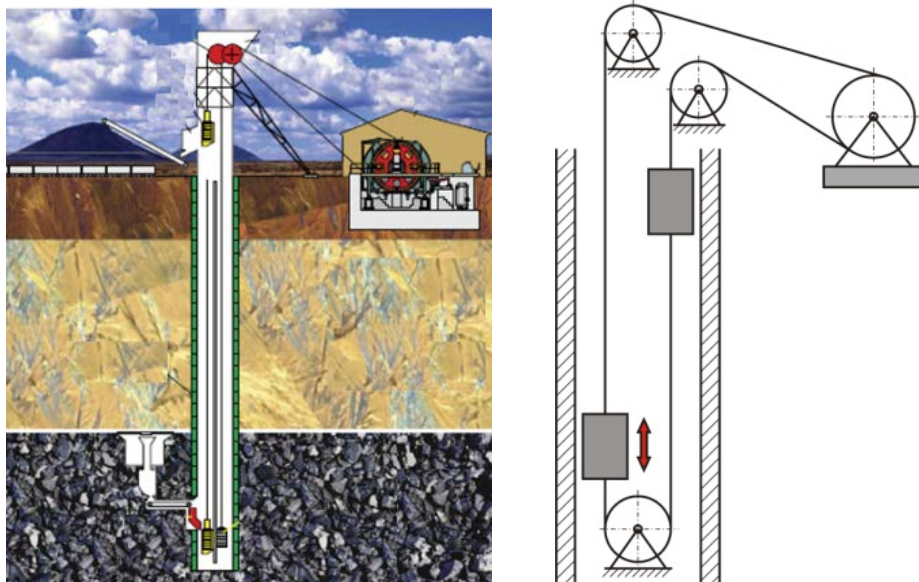
Настоји се да се извозна постројења граде тако да буду што једноставнија. Из тог разлога се најчешће примењују неуравнотежени системи са цилиндричним бубњевима и системи са компензационим ужадима са преносом силе путем трења. С већим дубинама расту и проблеми који произилазе из неуравнотежености система, јер исцрпљивањем рудног богатства, односно продубљивањем јама они постају актуелнији.

Рудничка окна су у пресеку квадратна или правоугаона, код веома плитких окана, или округла, што је најчешће примењивани облик. Она се раде и са елипсастим попречним пресеком, мада веома ретко.

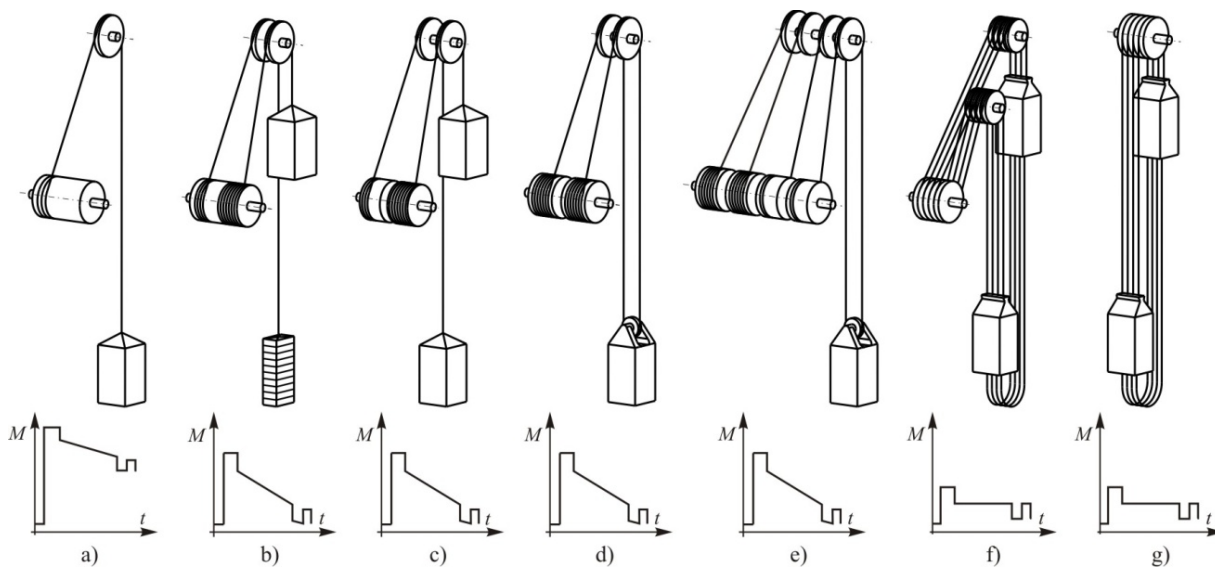
Једно рудничко окно може служити и за две, ређе и више извозних машина, чиме се постиже повећање извозног капацитета. Терет се може, у случају кошева, састојати из једних или више колица, смештених на свакој етажи коша, што директно утиче на потребну величину коша. Извозне машине великих брзина могу остварити веће

капацитете и са мањим вагонетима или скип уређајима, тј. у том случају ће рудничко окно за исти капацитет бити мањих димензија.

На сл. 1.13 и 1.14 шематски су приказани најчешће примењивани системи дизања у извозним постројењима са погонским добошем и фрикционим преносом (Көере систем) – како је веће наведено у претходном тексту.



Слика 1.13. Извозно постројење у рудницима са подземним копом



Слика 1.14. Системи дизања са добошем и Көере систем

Код система са добошем за дизање, носећа ужад се намотавају и складиште на добош. Систем дизања са једним добошем (сл. 1.14а,б), због великих оптерећења и због потребне велике дужине добоша, има мању примену, међутим систем са два добоша (сл. 1.14ц) дозвољава дизање два одвојена “терета” у истом возном (рудничком) окну (нпр. један “терет” може бити кабина (кош), а други противтег, као што је случај код стандардних лифтовских постројења, или у честим случајевима у рудницима оба “терета” могу бити “корисна” – један кош се подиже, а други спушта). Добоши се постављају у

машинској просторији која се налази бочно у односу на окно, а ужад се са њега преко превојних ужетњача спуштају у окно до коша. Вишеужетни систем дизања (сл. 1.14д,е) код рудничких лифтова је заправо варијација система за дизање са два бубња. Користи се за терете већих маса и у релативно дубоким јамама.

Системи дизања путем трења (Кёере) се најчешће примењују у европским рудницима. Погон се поставља изнад (сл. 1.14г) или бочно од возног окна. У случају бочног постављања (сл. 1.14ф) користе се превојне ужетњаче постављене изнад коша (кабине) и противтега. Главне предности овог система су смањење снаге погонског мотора, односно потребног момента, једноставнија примена већег броја челичних ужади и могућност постављања погонске ужетњаче директно изнад возног окна. Међутим, због ограничења контактне притиска ($1,75 \text{ MPa}$) и ограничења проклизавања ($S_1/S_2 \leq 1,4$) између ужади и ужетњаче, ове предности се губе, тако да се у пракси оба система примењују готово равноправно.

Карактеристике извозних постројења

У наредном делу текста даће се укратко значајне карактеристике (брзина дизања, убрзање, висина дизања, ...) за извозна постројења у свету код којих у оквиру погонског механизма имамо системе са добошем (један или два) и системе преноса снаге путем трења, [62]. Иначе, постоји једна „неформална“ подела извозних постројења према месту (територији) уградње. Системи дизања са добошем су најзаступљенији у Северној и Јужној Америци и Јужној Африци, док системи дизања путем трења доминирају у Европи, Азији и Аустралији.

Системи дизања са добошем

- Извозно постројење са системом дизања са два добоша и са металним вођицама ради са максималном брзином дизања од 18 m/s .
- Слична извозна постројења, али са дрвеним вођицама раде са максималним брзинама од 12 m/s .
- Према подацима компаније „АВВ“, која је главна за производњу погонских агрегата код рудничких лифтова, оптимална брзина дизања је у директној вези са висином дизања $\rightarrow v = 0,405 \cdot \sqrt{H}$.
- Међутим, према [62], због ограничених вредности убрзања даје се следићи однос брзине и висине дизања:

$$v = 0,313 \cdot \sqrt{H}, \text{ за висине дизања испод } \sim 460 \text{ m,}$$

$$v = 0,432 \cdot \sqrt{H}, \text{ за висине дизања изнад } \sim 460 \text{ m.}$$

- Број обртаја добоша код погона са редуктором не би требао да прелази 75 o/min , а код безредукторских погона 100 o/min .

Системи преноса снаге путем трења (Кёере систем)

- Брзина кретања коша код извозних машина са системом преноса снаге путем трења иду до 18 m/s (у новије време и до 19 m/s).
- Највеће дубине са којих се врши транспорт материјала (и људи) иду до 2000 m .

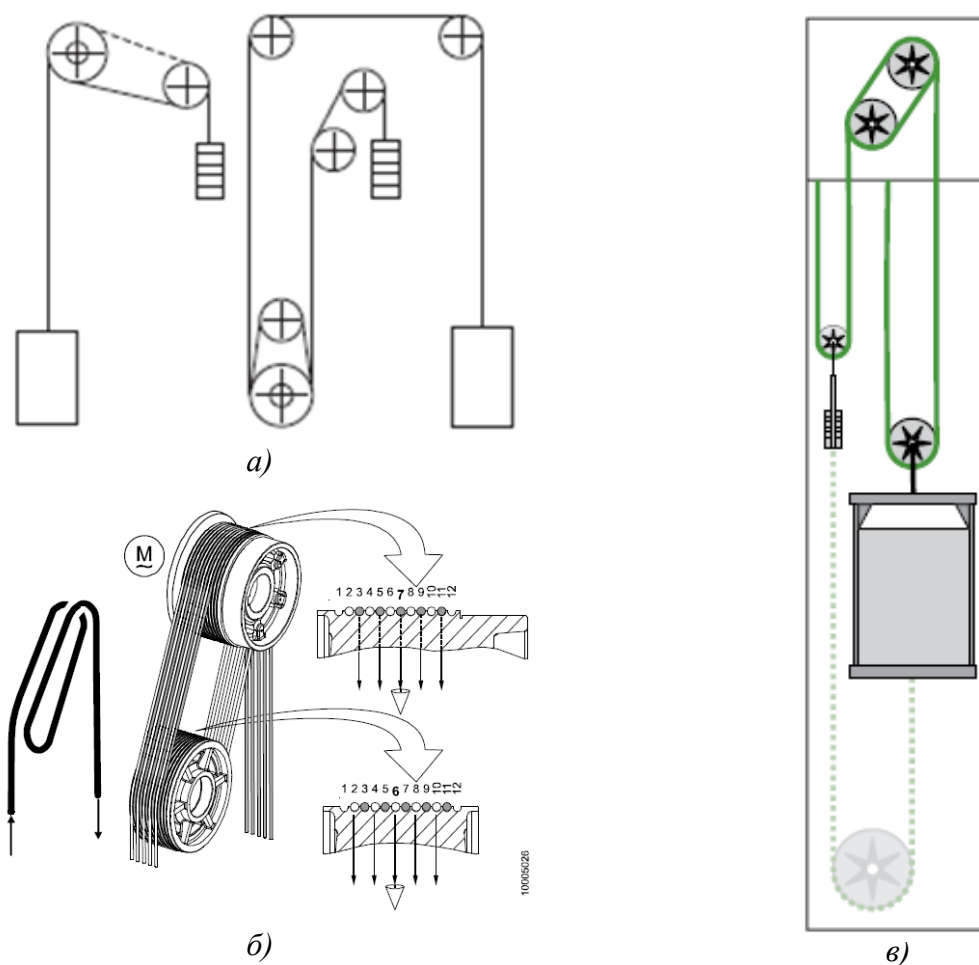
- Однос пречника погонске ужетњаче и носећих ужади не би требао да буде мањи од 100:1 за пречник ужади до 25 mm, 110:1 за пречник ужади до 35 mm, 120:1 за пречник ужади до 50 mm и 125:1 за пречник ужади преко 50 mm.
- Као и код добоша, број обртаја ужетњаче код погона са редуктором не би требао да прелази 75 o/min, а код безредукторских погона 100 o/min.

1.2 Кинематске шеме преноса снаге и кретања у системима са погонском ужетњачом

Шема намотавања ужади, сагласно усвојеној терминологији, означава се као кинематска шема лифта. Кинематске шеме дају основни приказ о начину кретања кабине окретањем погонске ужетњаче или добоша, као и начине уравнотежења кабине са теретом преко противтега. Уједно се кинематским шемама појашњавају конструкције и начини уградње лифтова различите намене.

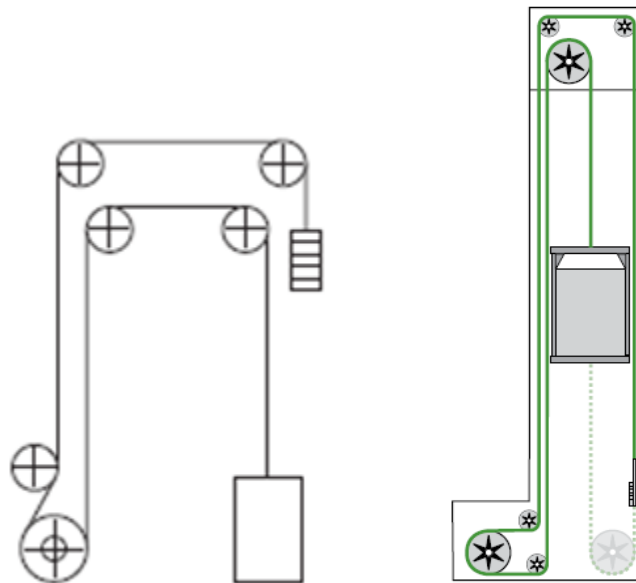
Везивање по систему 1:1 са једноструким премотавањем ужади на ужетњачама од кабине до противтега, је најчешћа конфигурација везивања ужади, сл. 1.15а.

Друге конфигурације везивања укључују однос 2:1, који је популаран јер дозвољава употребу мотора мањих снага за вучу, сл. 1.15б,в.



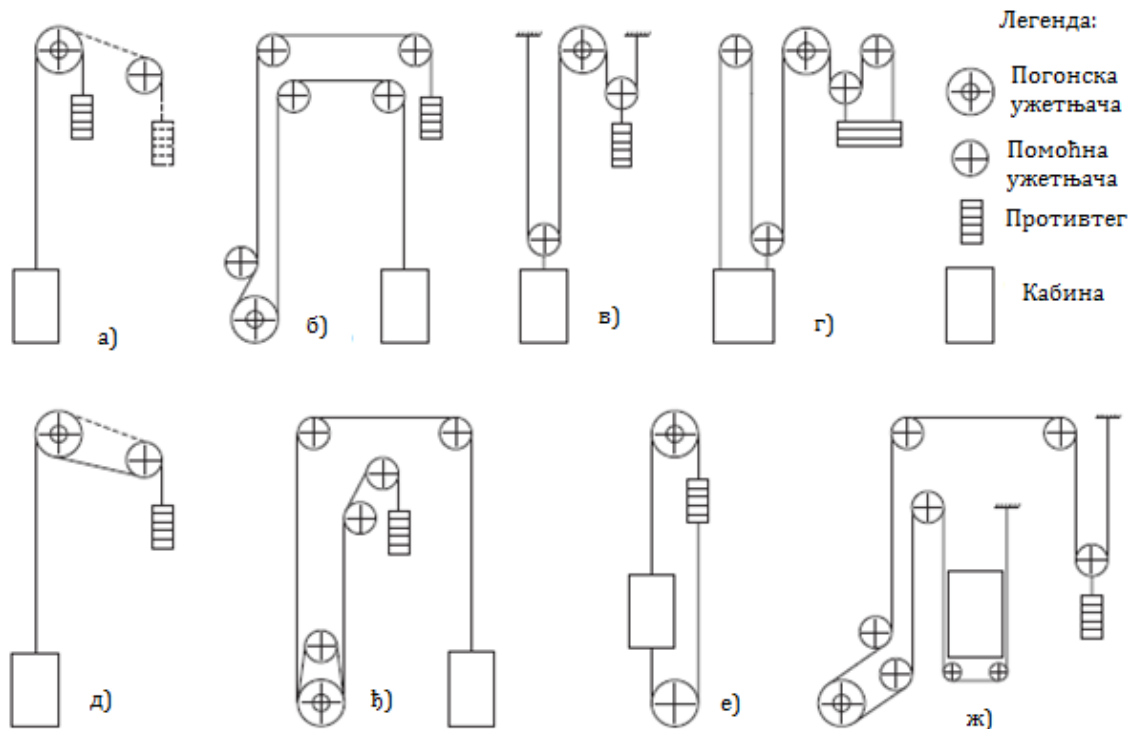
Слика 1.15. Системи везивања ужади

Трећа конфигурација везивања је такође везивање по систему 1:1, која се огледа у томе да је погонска машина смештена са стране у нивоу јаме возног окна, сл. 1.16.



Слика 1.16. Положај погонске машине

И друге комбинације кинематских шема лифтова приказане су на сл. 1.17.



Слика 1.17. Системи везивања ужади: а) 1:1 једноструко премотавање, погон горе; б) 1:1 једноструко премотавање, погон доле; в) 2:1 једноструко премотавање, погон горе; г) 3:1 једноструко премотавање, погон горе; д) 1:1 двоструко премотавање, погон горе; њ) 1:1 двоструко премотавање, погон доле; е) 1:1 погон горе са компензацијоном ужетњачом; ж) 2:1 једноструко премотавање, погон доле, а помоћне ужетњаче су испод кабине [87]

1.3 Предмет, значај и циљ истраживања

Интензиван развој привреде и захтеви савременог друштва у погледу ефикасности и комфора условили су развој и примену специфичних постројења вертикалног транспорта. У области високоградње и подземној експлоатацији рудног богатства већ данас се користе постројења чије брзине кретања иду и до 20 m/s, односно 72 km/h са висинама дизања до 1000 m и носивошћу неколико десетина тона. Код ових уређаја су посебно изражени динамички утицаји, које је потребно одредити како би се могло извршити њихово адекватно пројектовање и поуздано коришћење. Анализа уређаја са великим брзинама кретања захтева решавање сложених динамичких проблема са променљивим параметрима (параметарске осцилације) код којих су могуће резонантне појаве, које за последицу могу имати озбиљне хаварије са великом материјалном штетом и људским жртвама. Да би се могла вршити оваква анализа, неопходно је дефинисати одговарајуће динамичке моделе и одредити реалне вредности динамичких параметара који зависе од механичких особина челичних ужади (модул еластичности, пригушење, крутост слободног крака ужади,...) и карактеристика конкретног постројења (носивост, брзина кретања, начин вођења,...).

Код машина вертикалног транспорта са погонском ужетњачом од посебног је значаја обезбедити одговарајуће услове на контактним површинама погонске ужетњаче и челичних ужади, односно вучну способност, како би се пренос снаге и кретања са погонског механизма остварио без клизања ужета као целине по погонској ужетњачи. Пошто при раду долази до хабања контактних површина ужетњаче са челичним ужадима, потребно је дефинисати утицај триболошких карактеристика на вучну способност. Посебна специфичност дизаличких машина са погонском ужетњачом се огледа у томе што трење у делу погонског механизма и на вођицама није директно пропорционално величини оптерећења, већ зависи од релативног оптерећења кабине (коша), па се овај проблем мора посебно анализирати, а вредности одредити експериментално. Карактеристике на контактної површини између ужетњаче и ужета у динамичкој анализи морају бити обухваћене одговарајућим граничним условима.

У дисертацији ће бити разматрани и дефинисани различити динамички модели који би били примењиви за лифтове и извозна постројења различитих карактеристика. Поред „стандардних“ осцилаторних параметара, ови модели би обухватили и утицај промене дужине слободног крака ужета на динамичко понашање система у току дизања. При одређеном односу механичких карактеристика челичног ужета (модул еластичности, унутрашње трење, ...) и конкретних параметара лифта (брзина и висина дизања, носивост и тежина кабине и противтега,...), могућа је, при дизању, појава повећања динамичког оптерећења, што доводи до нестабилног рада лифтова, а у одређеним случајевима и до разарања његових делова. Дефинисање критичног подручја, односно критичне брзине дизања од посебног је значаја са становишта сигурности рада лифтова, како би се још у фази пројектовања обезбедио њихов поуздан рад.

Циљ ове дисертације је научно–стручни допринос развоју нумеричко експерименталних поступака за анализу система вертикалног транспорта са погонском ужетњачом, која би омогућила стварање квалитетније базе за пројектовање и контролу рада лифова и извозних постројења у експлоатацији, односно као подршка повећању

ефикасности примене ових уређаја у подземној експлоатацији и механизацији рудника и савременој лифтоградњи.

Научни методи примењени у оквиру ове тезе су метод анализе и синтезе, математичке методе (првенствено нумеричке методе које се користе при анализи механичких система). За решавање једначина кретања испитиваног модела коришћен је софтверски пакет MATLAB, док је за израду и динамичку анализу виртуалног модела, односно симулацију реалног понашања система за вертикално дизање примењен софтверски пакет ADAMS.

1.4 Полазне хипотезе, методе истраживања и очекивани научни допринос

Основна хипотеза обухвата претпоставку да је код система за вертикално дизање са погонском ужетњачом могуће дефинисати критичну брзину дизања чијим се прекорачењем јавља нестабилно кретање целог система. Ова хипотеза базира на чињеници да се при дизању, због промене слободне дужине ужета, мења и крутост система што, као параметар динамичког модела, узрокује појаву тзв. параметарских осцилација код којих је, под одређеним условима, могућа појава резонанције (нестабилно кретање).

Остале хипотезе су:

- Реалне вредности механичких карактеристика челичних ужади (модул еластичност, пригушење, крутост,...), код постројења у експлоатацији, могу се одредити мерењем параметара осциловања кабине (коша) након кочења погонског механизма. Ова хипотеза базира на претпоставци да након кочења погонског механизма кабина (кош) врши слободне хармонијске осцилације са пригушењем са челичним ужетом као тешком опругом.
- Формирањем адекватних динамичких модела и сумулацијама динамичког понашања реалних постројења могуће је дефинисати подлоге за програм управљања погонским механизмом, који би обезбедили минимална динамичка оптерећења уз задржавање истог времена вожње, што је од посебног интереса за „комфор вожње“ код путничких лифтова у прелазним режимима рада.
- Избор тренутка почетка кочења у току једног периода осцилације кабине (коша) утиче на величину осцилација у наредном периоду. Ова претпоставка је од посебног значаја за случај принудног кочења лифтова и извозних постројења.

Научни методи примењени у оквиру ове тезе су метод анализе, синтезе, експеримента и математичке методе (првенствено нумеричке методе које се користе при анализи механичких система). За решавање једначина кретања испитиваног модела коришћен је софтверски пакет MATLAB, док је за израду и динамичку анализу виртуалног модела, односно симулацију реалног понашања система за вертикално дизање примењен софтверски пакет ADAMS.

Код извозних постројења и лифтова, посебно за превоз људи, захтевају се строги услови за безбедност рада постројења. Код преноса снаге и кретања путем трења неопходно је обезбедити такву вучну способност да не дође до клизања ужета као целине по погонској ужетњачи. У дисертацији су дефинисане функционалне зависности које обухватају утицаје облика налегања челичних ужади и триболошких карактеристика на

вучну способност ужетњаче. Од посебног интереса је дефинисање граничних вредности ширине подреза код ужетњаче са клинастим жлебовма. Формиран је номограм који омогућује њихово одређивање у функцији релативне тежине кабине и против-тега, обухватног угла и пречника ужета за случај „дубоког“ подреза.

Да би се могла вршити квалитетна анализа рада и пројектовање система са погонском ужетњачом, неопходно је одредити величину губитака који се јављају у погонском механизму и вођицама лифта. Дефинисан је експериментални поступак за одређивање губитака и степена искоришћења постројења у зависности од релативног оптерећења кабине (коша) у експлоатационим условима. Поступак је реализован на теретном лифту са пратиоцем у цементари „Lafarge“ - Беоцин чија је носивост 750 kg, а висина дизања 80 m.

Претходно наведени резултати представљају подлогу за анализу динамичког понашања система за вертикално дизање са погонском ужетњачом, где се очекује посебан научни допринос спроведених истраживања. Овај допринос би се огледао у следећем:

- Дефинисање експерименталног поступка за одређивање механичких карактеристика челичних ужади меродавних за анализу у експлоатационим условима, реализован и верификован на конкретном извозном постројењу рудника “Јама” Рударско топионичарског басена Бор.
- Могућност примене метода нумеричке анализе помоћу софтвера MATLAB за решавање система парцијалних диференцијалних једначина хиперболичног типа са константним параметрима и граничним условима, што одговара случајевима осциловања кабине (коша) након заустављања (кочења) погонског мотора.
- Развој адекватних прорачунских модела, који омогућују комплексну динамичку анализу лифтова и извозних постројења у функцији променљиве крутости и граничних услова. У дисертацији је дефинисан утицај променљиве крутости на стабилност кретања кроз промену слободне дужине ужади ($E \cdot A / L$), на основу чега је одређена критична брзина дизања. Гранични услови су дефинисани на местима везивања ужади за кабину (кош) и противтег, док су променљиви гранични услови, који зависе од брзине дизања, дефинисани за наилазну и силазну тачку на погонској ужетњачи.
- Рачунарске симулације на формираним прорачунским моделима вршене су помоћу специјализованог комерцијалног софтвера за динамичку анализу (ADAMS-Аутоматска Динамичка Анализа Механичких Система). У дисертацији је дефинисан специфичан поступак описа у ADAMS-у који омогућава рачунарске симулације виртуалног прототипа система за вертикално дизање са погонском ужетњачом. Као параметри динамичких модела, коришћени су резултати добијени на основу експеримента на извозном постројењу. Верификација модела је извршена корелацијом - поређењем резултата експеримента и оних који су добијени на основу рачунарских симулација у ADAMS-у.

Верификовани модели су коришћени за анализу могућности побољшања „ комфора вожње“ дефинисањем подлоге за управљачки програм погонског мотора са циљем смањења динамичких оптерећења, тј. амплитуда осциловања. Такође је приказан поступак за одређивање утицаја избора тренутка кочења погонског механизма у оквиру једне полупериоде осциловања кабине (коша) код принудног кочења на величину амплитуда осциловања, односно динамичка оптерећења која су тада посебно изражена.

1.5 Преглед релевантних истраживања

Број радова који се баве проблематиком преноса снаге путем трења (погонска ужетњача – носеће уже) и понашањем појединих елемената лифтовских постројења у експлоатацији са становишта динамике је изузетно велики. Без обзира на то, проблем динамичке анализе лифтова још увек није на задовољавајући начин решен. Овде ће се навести само поједини, значајни радови са кратким описом проблематике истраживања.

Разматрајући проблем дизања погонским добошем, Н.Г. Савин и О.А. Горошко, развили су један доста прикладан начин за анализу динамике нити променљиве дужине. Владић Ј. [87], 1982. године, примењује сличан поступак решавања парцијалних диференцијалних једначина кретања за наилазни и силазни крак ужета формирањем ткз. интегралних једначина кретања. Решавање система парцијалних диференцијалних једначина кретања са променљивим коефицијентима, извршено је применом методе раздвајања променљивих, што знатно поједностављује анализу. На основу добијених облика сопствених функција осциловања, извршена је анализа обичних нелинеарних осцилација са вискозним трењем поступком. Применом методе Митропољски – Богољубов, за случај када су параметри осцилатора посматрани као споре функције времена, дефинисани су услови стабилности кретања односно одређена је критична брзина дизања у зависности од величине унутрашњег трења у челичном ужету тј. коефицијента пригушења. Приликом решавања проблема гранични услови су формирани узимајући у обзир клизање наилазног и силазног крака ужета у облику који одговара стварном понашању ужета на обухватном углу на погонској ужетњачи. Закон кретања ужетњаче дефинисан је у функцији параметара погона дизања и моментне карактеристике погонског електромотора.

Pakdemirli M. и Ulsoy A. G. [48], су у свом раду 1997. године истраживали динамику проблема лонгитудиналних осцилација ужета. Аналитичка решења лонгитудиналних осцилација тражили су користећи два приступа. У првом приступу, најпре су вршили раздвајање система једначина, а затим их решавали методама за решавање једначина вишег степена. У другом приступу, методе за решавање једначина вишег степена примењивали су директно на систем парцијалних диференцијалних једначина.

Kaczmarczyk S., Ostachowicz W., разматрали су проблематику осциловања ужади код рудничких лифтова великих висина (дубина) дизања. Такође, разматрали су спрегнуте лонгитудиналне осцилације ужета у окну и трансферзалне осцилације тзв. „хоризонталног“ дела ужета између горњег система превојних котурова и ужетњаче, односно бубња. Проблем је решаван применом приближне методе за случај када су параметри осцилатора споре функције времена. Слично као и у радовима [87], [70] и [68] констатује се да услед променљивих параметара (параметарске осцилације) може доћи до резонанције при одређеним вредностима брзине дизања и пригушења у ужадима.

Године 2005., Shampine L.F. [54] са факултета за математику, универзитета у Даласу, развија модул применљив за софтверски пакет MATLAB у којем директно коришћењем тзв. „hpde“ функције решава парцијалне диференцијалне једначине „хиперболичног“ типа у функцији једне просторне координате и времена.

Комаров М.С., за одређивање динамичког оптерећења у случају вертикалног дизања погонском ужетњачом најчешће усваја динамички модел са три степена слободе

кретања при чему у разматрање узима редуковану масу погонског дела, масу кабине и терета и масу противтега. Погонски моменат M односно сила P је дата у функцији времена. Величина погонске силе у прелазном режиму рада обично се одређује приближно, као функције времена ($P = f(t)$) у зависности од начина упуштања погонског мотора („меки“, „средњи“ и „крути“ погонски - кочиони режим). Цео поступак базира на анализи динамичког модела са ова степена слободe (дизања са погонским добошем), при чему се коначна решења за дизање погонском ужетњачом добијају на основу равнотеже момената силазног и наилазног крака. Овакав модел је применљив у случају малих висина и брзина дизања.

Флоринский Ф.В. [103] и Столярчук, В.Ф. [101], у случају малих брзина и већих висина дизања, када се тежина ужета не може занемарити, примењују модел са бесконачно много степени слободe кретања, при чему се гранични услови дефинишу за место наиласка и силаска ужета са ужетњаче и за тачке вешања кабине, односно противтега. Као и код предходног модела анализа базира на динамичком моделу еластичног штапа констатне дужине.

Поред горе наведеног, овом проблематиком се бавио и низ других аутора, као што су J. A. Wickert, C. D. Mote, A. H. Nayfeh, A. Ceranoglu, D. T. Mook и др., који су у својим радовима решавали проблематику лонгитудиналних и трансферзалних осцилација покретног еластичног штапа са нелинеарним параметрима и променљивим граничним условима, што је у различитој форми и степену применљиво на динамику лифтова. Радови поменутих аутора неће се детаљније разматрати, јер превазилазе оквири овог рада.

Код великих висина дизања, обично се због повећања капацитета, захтевају и веће брзине (до 20 m/s) па се мора усвојити такав динамички модел који обухвата и утицај промене слободне дужине ужета на његово динамичко понашање. Анализа овог проблема тек крајем XX века добија већи значај обзиром на сталну тежњу ка повећању брзине дизања, чиме може бити доведена у питање стабилност рада оваквих уређаја.

1.6 Преглед садржаја дисертације по поглављима

У првом, уводном поглављу дат је преглед машина вертикалног транспорта, где је акценат стављен на лифтове и извозна постројења у рудницима. У том делу укратко је дат осврт на неке историјске податке и чињенице које су условиле нагли развој ових машина. Приказани су детаљно најважнији параметри лифтова (брзина, висина дизања) у савременом свету, уграђених у зградама које доминирају по висини и броју људи на дневном нивоу, које треба превести по спратовима. Приказана је, кратко, класификација лифтова по неким најзначајнијим критеријумима, са образложењем предности и недостатака једних у односу на друге.

Дата је, такође и подела извозних постројења са аспекта начина извоза материјала у рудницима и на основу преноса снаге са погонског на носећи елемент. Карактеристике савремених решења извозних постројења, као што су максималне брзине дизања/спуштања коша, дубине спуштања, као максимални капацитети, наведене су за неколико примера.

И на крају у овом поглављу, дат је приказ кинематских шема лифтова, тј. могућих начина намотавања ужади, сагласно усвојеној терминологији у области вертикалног

транспорта. Кинематским шемама код лифтова се дају основни прикази о начину кретања кабине окретањем погонске ужетњаче или добоша, као и начини уравнотежења кабине са теретом преко противтега.

У другом поглављу врши се анализа и дају подлоге за одређивање погонских карактеристика лифтова експерименталним путем. Наиме, карактеристике преноса снаге и кретања код лифтова погонском ужетњачом су везане за комбинацију тзв. еластичних клизања прве и друге врсте, који представљају граничне случајеве и јављају су код еластичних елемената већих дебљина и веома малих дебљина.

Вршена је анализа могућности преноса силе погонском ужетњачом у зависности од облика жљеба. У тој анализи посебна пажња је посвећена значају тзв. редукованог коефицијента трења.

Дат је преглед и анализа отпора, односно извора губитака снаге код уређаја за вертикално дизање, од којих најзначајнији се јављају и посебно су изражени код пужних редуктора, и на вођицама кабине и противтега, где утицај има и врста елемената за вођење. Посебан проблем је изражен због променљивог стања контактних површина (између вођица и клизача) у току експлоатације и ексцентричног оптерећења кабине.

У том поглављу приказана је експериментална метода за одређивање отпора код лифтова и дати су резултати везани за теретни лифт са пратиоцем у згради измењивача топлоте у Lafarge-у у Беочину. Такође, вршена је анализа добијених резултата мерења за одређивање зависности степена искоришћења постројења у односу на релативно оптерећење кабине (коша).

У трећем поглављу врши се анализа и дају механички модели као подлога за динамичку анализу машина вертикалног транспорта. Дефинишу се кинематски параметри (брзина и убрзање, а због комфора вожње код путничких лифтова веома битна и брзина промене убрзања, односно трзај) као основне величине које се јављају код лифтова и извозних постројења у рудницима. Кроз еластокинетичку анализу, дају се динамички модели у систему дизања погонском ужетњачом, који одговарају лифтовима великих висина и брзина дизања.

Посебно се дају подлоге за дефинисање диференцијалних једначина кретања кроз моделе лифта са два степена слободе, са носећим елементом у облику штапа („тешко“ уже) константне дужине и са „тешким“ ужетом променљиве дужине. Посебан осврт се даје последњем моделу који одговара брзоходим и експрес лифтовима великих висина дизања, као и извозним постројењима. Поред значајне тежине слободног дела ужета, анализа се посвећује и потреби узимања у обзир промене крутости као основног параметра динамичких модела.

Дате су подлоге за дефинисање адекватних граничних услова у наилазној и силазној тачки на погонској ужетњачи и на местима везивања ужади за кабину (кош) и противтег и дефинисани су одговарајући математички модели који описују понашање система за дизање са погонском ужетњачом.

У четвртном поглављу разматрају се могућности примене аналитичко-нумеричких поступака за решавање математичких модела, првенствено оних који налазе примену за описивање кретања код извозних постројења са великим дубинама спуштања коша (кабине). Дају се начини решавања система парцијалних диференцијалних једначина хиперболичног типа у модификованом облику. Такође, дат је детаљан преглед метода,

како аналитичких тако и нумеричких, за решавање једначина и система једначина кроз које је неки технички проблем дефинисан. Посебно се пажња посвећује значајнијим методама за решавање обичних и парцијалних диференцијалних једначина, које имају примену и дефинисању кретања код машина вертикалног транспорта.

Поред навођења неких од метода, акценат је дат на примену методе коначних разлика и Фуријеове методе раздвајања променљивих при решавању парцијалних диференцијалних једначина и то хиперболичног типа. Као пример примене ових метода дато је решавање диференцијалних једначина кретања (лонгитудиналне осцилације) терета са носећим елементом у облику штапа („тешко“ уже) константне дужине, кроз коришћење софтверског пакета MATLAB.

У петом поглављу пажња је посвећена развоју и формирању адекватног модела за динамичку анализу рудничких лифтова у зависности од њихових основних карактеристика (висина и брзина дизања). На основу анализе карактеристика извозне машине у руднику „Јама“ РТБ Бор, спроведен је поступак редуковања броја степени слободе система за вертикално дизање. Формирање меродавног модела за анализу динамичког понашања огледа се у томе да се модел поједностави, тако да се искључе мали утицаји „вишег“ реда и задрже само најутицајнији (репрезентативни) параметри.

За анализу рудничких лифтова размотрене су специфичности основних механичких карактеристика челичног ужета (крутост, пригушење и модул еластичности ужета) као доминантног елемента у динамичком моделу и погонске карактеристике на ужетњачи. Ова анализа је базирана на утврђивању параметара за конкретан случај извозног постројења у руднику „Јама“ РТБ Бор. Посебно се анализира, у оквиру осциловања машинских система, неколико облика пригушења, као што су унутрашње пригушење у материјалу, Кулоново (суво) трење и отпор средине (флуидно пригушење).

Разматране су могућности моделирања погонских карактеристика, за извозна постројења, преко погонског момента, или путем тзв. кинематског услова на погонској ужетњачи.

У шестом поглављу дата је анализа експерименталних резултата мерења извршених на извозном постројењу рудника “Јама” Рударско топионичарског басена Бор. Дат је детаљан опис и протокол извршених мерења. Приказан је део резултата мерења релевантних за одређивање динамичких параметара. Резултати су приказани за издвојених 6 случајева кретања коша од површине тла до дубине од 500 m, и то два случаја кретања (спуштање и дизање) празног коша са „финим“ заустављањем на одређеним нивоима. Затим два случаја кретања празног коша, али са наглим заустављањем и на крају два случаја, дизање и спуштање, оптерећеног коша са „нормалним“ заустављањем у постојећим станицама (хоризонтима)

Након тога извршено је одређивање динамичких параметара на основу резултата мерења, где су параметри крутости и пригушења добијени са мерних дијаграма одређивањем периода осциловања, односно фреквенције и логаритамског декремента пригушења. За то је меродаван део дијаграма осциловања коша након заустављања ужетњаче.

У седмом поглављу приказана је примена специјализованих софтвера за динамичку анализу и корелација са експерименталним резултатима. Један од таквих софтвера, посебно погодан за анализу динамичког понашања система у облику механизма је

софтвер за Аутоматску Динамичку Анализу Механичких Система - MSC ADAMS. Коришћењем могућности тог софтвера дефинисана је таква концепција динамичког модела рудничког лифта, где је уже као носећи елемент представљено опругом са пригушењем (Келвинов модел), која је једним крајем везана за штап (*beam*) одређене крутости, који представља горњи носач рама кабине (коша), а другим крајем за крути елемент који у горњем делу добија погон од електромотора.

За моделирање погонског механизма (кроз дефинисање промене кинематских параметара – промена броја обртаја на погонској ужетњачи), коришћена је комбинација постојећих алата у самом програму, како би се добили задовољавајући резултати. Промена броја обртаја је задата у облику „*spline-a*“ који једнозначно описује промену броја обртаја погонске ужетњаче добијене директним мерењем на погонској ужетњачи путем инкременталног енкодера.

За верификацију динамичког модела приказани су увећани периоди осциловања након потпуног заустављања ужетњаче за карактеристичне случајеве, где је извршена корелација ”преклапањем“ са дијаграмима добијеним мерењима.

У овом поглављу вршена је анализа могућности побољшања „ комфора вожње“ коришћењем добијених резултата симулације. Анализиран је карактер промене обимне брзине погонске ужетњаче (брзина дизања) као подлоге за управљачки систем. Управљачким програмом би се постигло најкраће време вожње, уз одговарајући комфор вожње, односно уз контролу динамичких оптерећења.

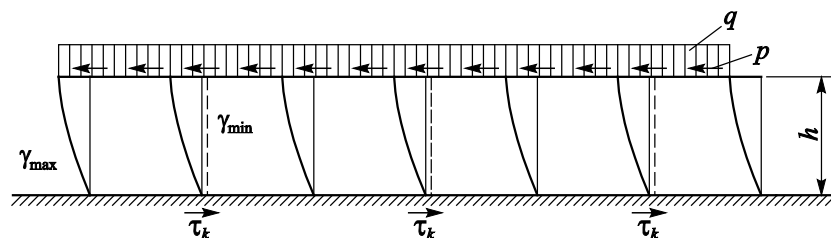
У осмом поглављу дати су закључци уз смернице даљег развоја. На крају дисертације су, након списка коришћене литературе, дати прилози.

2.0 АНАЛИЗА И ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ОДРЕЂИВАЊЕ ПОГОНСКИХ КАРАКТЕРИСТИКА ЛИФТОВА

2.1 Специфичности и карактеристике преноса снаге и кретања погонском ужетњачом

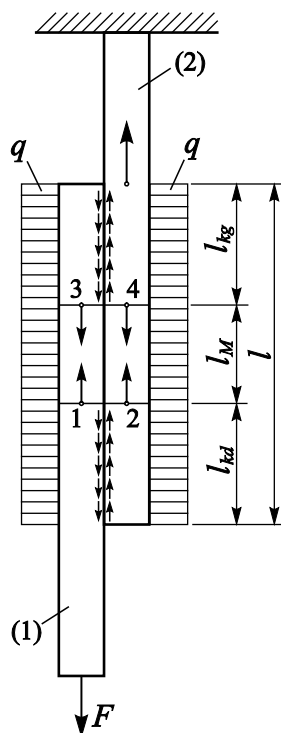
Адекватно објашњење механизма преноса оптерећења погонском ужетњачом могуће је на основу депланационе теорије, узимањем у обзир деформација контактних површина еластичних тела [87]. На основу депланационе теорије, пренос оптерећења погонском ужетњачом се одвија уз комбинацију два гранична случаја, тз. еластичног клизања прве и еластичног клизања друге врсте, са карактеристикама датим у наредном тексту.

1. Еластично клизање прве врсте (сл. 2.1) јавља се код еластичних елемената веће дебљине, оптерећених са тангенцијалном силом ($p = \text{const.}$) и континуалним (нормалним) оптерећењем ($q = \text{const.}$), при чему се због ексцентричног оптерећења јавља депланација (закривљивање) пресека еластичног елемента. Пренос оптерећења се одвија уз појаву, у функцији храпавости, распоређених зона клизања и мировања (релативно мировање). При повећању тангенцијалног оптерећења (p) одједном долази до клизања елемената као целине, што има за последицу знатну разлику у величини коефицијента трења кретања и мировања. Овај вид преноса оптерећења је веома битан са становишта одређивања граничних вредности сигурности против проклизавања, јер одређује величину нестабилне зоне α_{rM} . Модел приказан на сл. 2.1 подразумева да је подлога много веће крутости од горњег елемента, тј. деформације подлоге су занемарене.



Слика 2.1. Модел еластичног клизања прве врсте, [87]

2. Еластично клизање друге врсте (сл. 2.2) јавило би се при преносу оптерећења еластичним елементима веома мале дебљине, при чему се као једино могућа деформација јавља истезање елемената (депланација се може занемарити због веома мале ексцентричности оптерећења), што је узрок појави зоне са еластичним клизањем, где се реализује укупан пренос оптерећења, и зоне апсолутног мировања. Повећањем силе (F), клизање елемената као целине се врши постепено без значајније разлике у вредности коефицијента трења мировања и кретања.



Слика 2.2. Модел еластичног клизања друге врсте, [87]

На основу равнотеже сила које се јављају у еластичним елементима у контакту приказаних на сл. 2.2 и чињенице да релативног кретања између елемената неће бити на оним местима где су јединичне деформације једнаке (l_M), може се одредити величина карактеристичних зона на основу следећих релација:

$$F_1 = F_3 = F - F_t \quad (2.1)$$

$$F_2 = F_4 = F_t \quad (2.2)$$

$$F_t = \mu \cdot N = \mu \cdot q \cdot l_{kd} \quad (2.3)$$

Како је на дужини l_M , $u_1 = u_2$ добија се:

$$l_{kd} = \frac{F}{\mu \cdot q \cdot \left(1 + \frac{E_1 \cdot A_1}{E_2 \cdot A_2}\right)} \quad (2.4)$$

$$l_{kg} = \frac{F}{\mu \cdot q \cdot \left(1 + \frac{E_2 \cdot A_2}{E_1 \cdot A_1}\right)} \quad (2.5)$$

где је:

$E_1 \cdot A_1$ – крутост еластичног елемента (1),

$E_2 \cdot A_2$ – крутост еластичног елемента (2).

Сабирајући изразе (2.4) и (2.5) добија се:

$$F = \mu \cdot q \cdot (l_{kd} + l_{kg}) \quad (2.6)$$

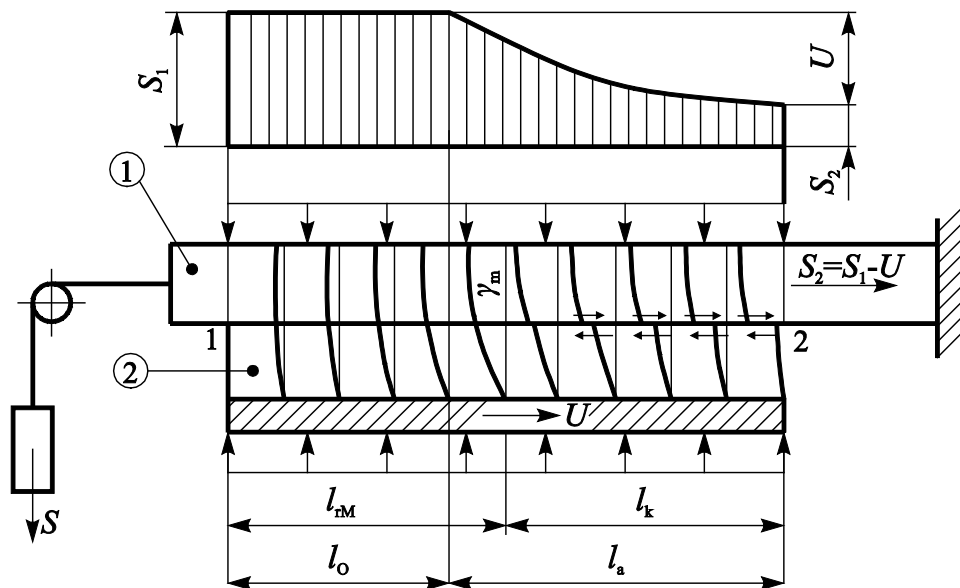
што говори о томе да се пренос оптерећења са еластичног елемента (1) на еластични елемент (2) врши само у зонама еластичног клизања.

3. **Механизам преноса оптерећења код погонске ужетњаче** одвија се уз комбинацију претходна два идеализована начина који представљају граничне случајеве. Обзиром на облик оптерећења код погонске ужетњаче интересантан је, за даље разматрање, модел еластичног клизања друге врсте, при чему су коначни елементи коначне дебљине. У овом случају се депланација не може занемарити и поред зона клизања l_{k1} и l_{k2} и апсолутног мировања l_m јављају се и зоне релативног мировања l_{m1} и l_{m2} . При томе се дужина зона клизања одређује на основу израза (2.4) и (2.5) који су кориговани уношењем коефицијента ($k < 1$) који показује учешће зона клизања у преносу оптерећења:

$$l_{k1} = \frac{k \cdot F}{\mu \cdot q \cdot \left(1 + \frac{E_1 A_1}{E_2 A_2}\right)} \quad (2.7)$$

$$l_{k2} = \frac{k \cdot F}{\mu \cdot q \cdot \left(1 + \frac{E_2 A_2}{E_1 A_1}\right)} \quad (2.8)$$

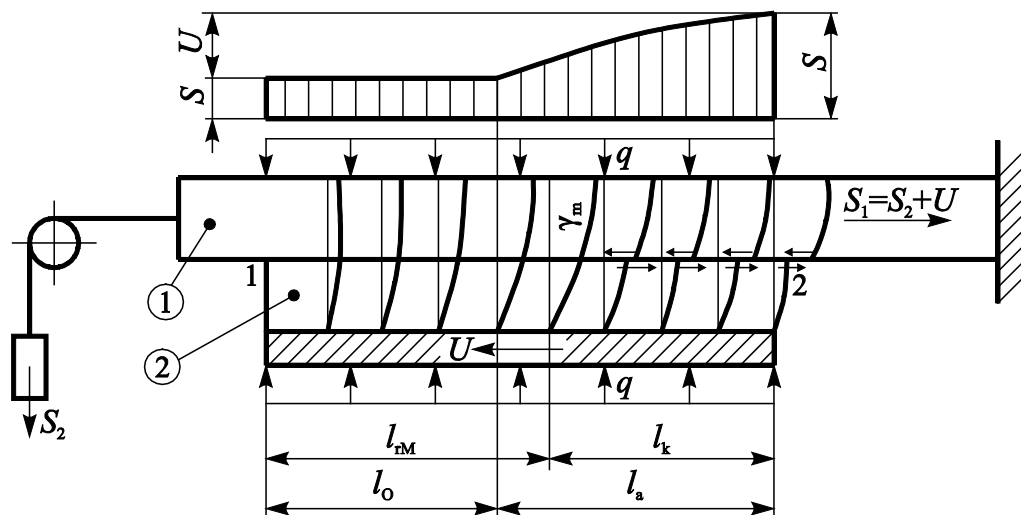
Примењујући претходно изложену теорију могуће је на основу раванског модела, приказаног на сл. 2.3, објаснити механизам преноса оптерећења код погонске ужетњаче.



Слика 2.3. Модел преноса силе погонском ужетњачом - сила на наилазној страни ужета већа од силе на силазној страни, [87]

Сл. 2.3 представља модел који приказује пренос оптерећења погонском ужетњачом у случају када је сила у наилазној грани ужета (S_1) већа од силе у силазној грани (S_2). Ако се еластични елемент (1) (челично уже) оптерети силом (S_1) доћи ће до његовог издужења, ако се затим оствари контакт овог елемента са еластичним елементом (2) (погонска ужница) и након тога делује на њега обимном силом (U) у тачки (2) еластичног елемента (1), на основу равнотеже сила, деловала би сила $S_2 = S_1 - U$. Како је $S_2 < S_1$ следи, према Хуковом закону, тежња еластичног елемента (2) да смањи деформацију односно дужину. Услед овога доћи ће до појаве клизања у тачки (2). Клизање ће се смањивати идући ка унутрашњости контакта уз повећање депланације пресека еластичних елемената, тако да ће на одређеној дужини (l_n) клизање потпуно нестати, а непосредно иза тог места појавила би се зона са максималним углом закривљивања пресека (γ_m) што одређује ткз. активну зону (l_a) у преносу оптерећења, где се може сматрати да се реализује укупна сила. Преостали део контакта састоји се од зоне релативног и апсолутног мировања чије дужине зависе од односа механичких особина еластичних елемената.

Разматрајући на аналоган начин и други случај оптерећења када је $S_1 < S_2$, може се закључити да се код погонске ужетњаче зона клизања увек формира на силазној страни без обзира на однос оптерећења у наилазној и силазној грани ужета, што је потврђено и експериментима мерећи разлику брзина одговарајућих кракова ужета. На 2.4 приказан је начин преноса оптерећења код погонске ужетњаче, где се због знатно веће крутости површине ужетњаче према изразима (2.4) и (2.5), односно (2.7) и (2.8) јавља само једна зона клизања, а преостали део се може посматрати као зона релативног мировања.



Слика 2.4. Модел преноса силе погонском ужетњачом - сила на наилазној страни ужета мања од силе на силазној страни, [87]

У систему погонских механизма који остварују пренос снаге и кретања путем трења, од посебног значаја је разматрање проблематике везане за вучну способност ужетњаче, због остварења поузданог рада лифта, док у домену динамичке анализе овај значај се огледа због потребе дефинисања адекватних граничних услова неопходних за решавање диференцијалних једначина кретања.

Кретање и погонски момент са ужетњаче на уже се преноси путем трења на обухватном углу. Распоред сила у ужету на контактної површини ужета и ужетњаче се успоставља сагласно величини сила у силазној и наилазној грани ужета и променљив је у различитим фазама кретања. У тренутку када се укључи погонски мотор, долази до клизања наилазне гране ужета и она би се повећавала са повећавањем погонског момента док не би дошло до клизања ужета као целине или код лифтова док не дође до кретања кабине. У том случају би на наилазној страни била формирана зона клизања, а зона релативног мировања би се формирала на силазној страни. Након обртања ужетњаче за обухватни угао ужета, зона еластичног клизања се формира на силазној грани, а зона релативног мировања на наилазној грани. Више речи о овој проблематици дато је у [5].

Примењујући овај поступак на погонску ужетњачу максимална сила у наилазном краку и вучна способност погонске ужетњаче дефинисана је Ојлеровим обрасцем:

$$S_{1\max} = S_2 \cdot e^{\mu\alpha} \quad (2.9)$$

$$\frac{S_{1\max}}{S_2} = \frac{S_2 \cdot e^{\mu\alpha}}{S_2} = e^{\mu\alpha}$$

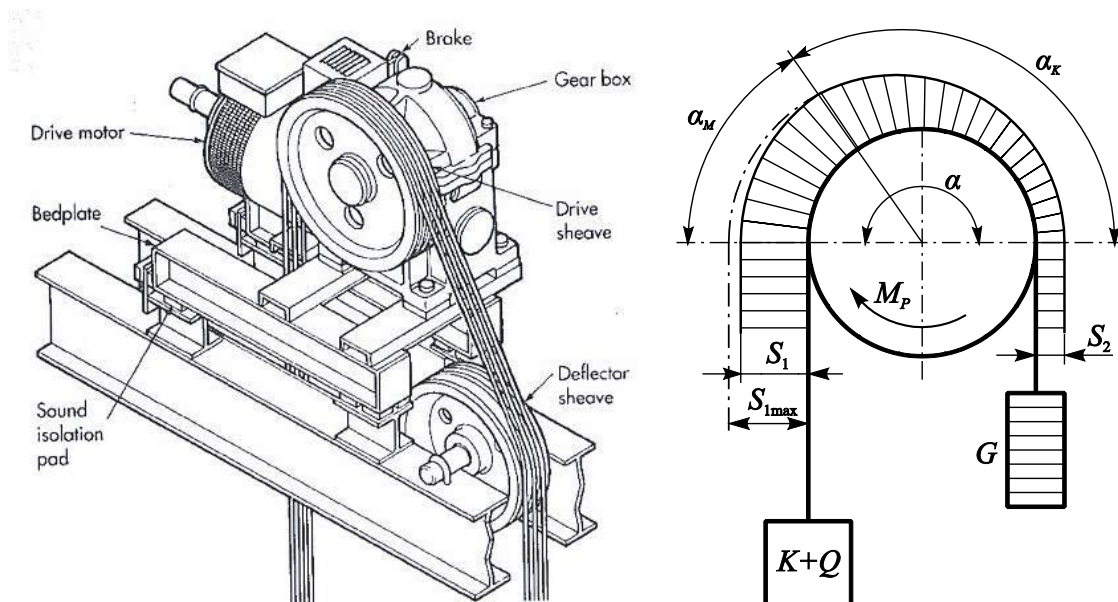
где је:

S_{1max} - максимално могућа сила у наилазном краку ужета,

S_2 - сила у силазном краку ужета,

μ - редуковани коефицијент трења ужета у жљебовима погонске ужетњаче,

α - обухватни угао ужета на погонској ужетњачи.



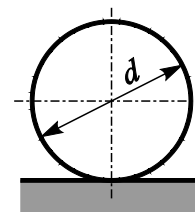
Слика 2.5. Распоред сила у ужету при деловању погонског момента на ужетњачу

Максимално могућа обимна сила на погонској ужетњачи изражена преко вучне способности је:

$$U_{max} = S_{1max} - S_2 = S_2 (e^{\mu \cdot \alpha} - 1) \quad (2.10)$$

2.1.1 Утицај облика жљеба на вучну способност ужетњаче. Редуковани коефицијент трења

Могућност преноса силе погонском ужетњачом у зависности од облика жљеба најчешће се описује помоћу редукованог коефицијента трења. Редуковани коефицијент трења представља замишљену вредност коефицијента трења који би требало да се јави при налегању ужета по цилиндричној површини без жљеба („равно налегање“) (сл. 2.6), да би омогућио, уз исте остале параметре, пренос исте обимне силе као и у случају налегања ужета у одговарајућем облику жљеба.

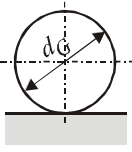
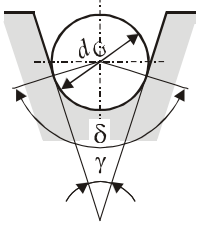
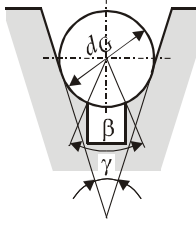
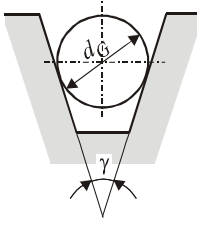


Слика 2.6. „Равно налегање“

При извођењу израза који дефинишу зависност редукованог коефицијента трења од облика жљеба, посебно се разматрају заобљени, односно заобљени-подсечени жљеб и

клинасти. У овој дисертацији неће се изводити коплетни изрази за редуковане коефицијенте трења код различитих облика жљебова, већ ће се они дати табеларно, а комплетна извођења се могу наћи у [92, 82].

Табела 2.1. Скица попречног пресека, вредност редукованог коефицијента трења (μ) и коефицијент облика жљеба (ρ) при одређивању површинског притиска, за различите облике жљеба за уже, [83, 82]

Назив	Равни	Заобљени	Заобљени подсечени	Клинасти
Скица				
μ	μ_0	$\frac{4 \cdot \cos \frac{\gamma}{2} \cdot \mu_0}{\pi - \gamma + \sin \gamma}$	$\frac{4 \cdot \left(\cos \frac{\gamma}{2} - \sin \frac{\beta}{2} \right) \cdot \mu_0}{\pi - \gamma - \beta + \sin \gamma - \sin \beta}$	$\frac{\mu_0}{\sin \frac{\gamma}{2} \left(+ \mu_p \cdot \cos \frac{\gamma}{2} \right)}$
ρ	–	$\rho = \frac{8}{\pi - \gamma + \sin \gamma}$	$\rho = \frac{8 \cdot \cos \frac{\beta}{2}}{\pi - \gamma - \beta + \sin \gamma - \sin \beta}$	$\rho = \frac{4,5}{\sin \frac{\gamma}{2}}$

„Раван додир“ ужета и ужетњаче нема практични значај, како због потребе постојања рубова који спречавају пад ужета са ужетњаче, тако и због мале вредности коефицијента трења. Већ се заобљени жљеб одликује већом вредношћу редукованог коефицијента трења μ , а у циљу даљег повећања вучне способности погонске ужетњаче изводе се жљебови код којих је одстрањен део дна жљеба директно испод ужета. Тиме је постигнуто да се уже ослања више преко бокова жљеба, па се због дејства ефекта клина јављају далеко веће силе трења, односно редуковани коефицијент трења.

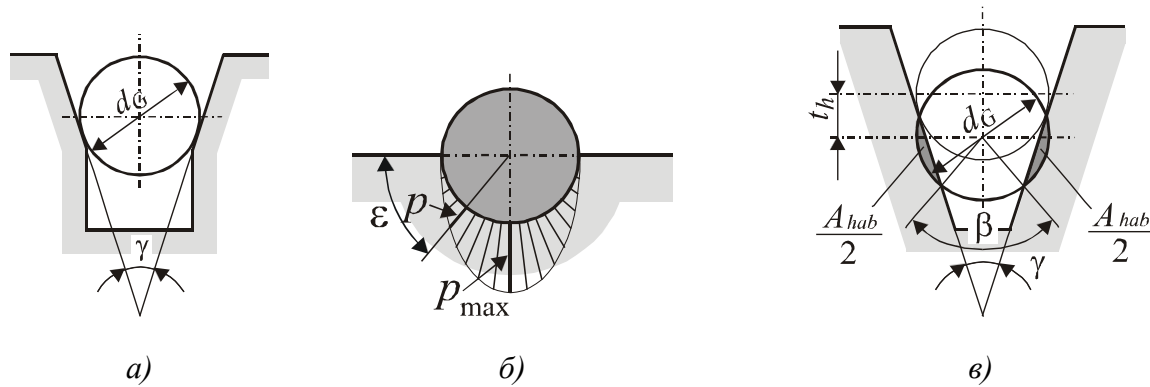
Обзиром на деформабилност попречног пресека ужета, а тиме и његово „тоњење“ према дну жљеба (код клинастог жљеба), јавиће се при том и силе трења у радијалном правцу, које при том преузимају део силе притиска и тиме смањују пожељан ефекат клина. У прорачуну се овај утицај по правилу занемарује. Утицај овог трења је обухваћен чланом у загради у изразу за μ (таб. 2.1, за клинасти жљеб).

У току експлоатације лифтова и извозних постројења, посебно при недовољној тврдоћи бокова жљебова, долази до њиховог хабања, а тиме и до промене геометрије додира ужета и ужетњаче:

- „раван додир“ прелази у заобљени додир уз постепено смањење угла δ , а тиме и редукованог коефицијента трења μ ,
- **заобљени и заобљени подсечени жљеб** остају такви, али им постепено расте δ ($\delta_{max} = \pi$), такође уз пораст (минимални) редукованог коефицијента трења μ (ако подсечени део има облик клинастог жљеба, редуковани коефицијент трења може при том и да опада),
- **клинасти жљеб** прелази у заобљени подсечени, уз смањење редукованог коефицијента трења, као и угла γ ($\rightarrow 0$). Како се и након преласка у заобљени подсечени жљеб,

смањује редуковани коефицијент трења, клинасти жљеб се изводи у дну као подсечени – са паралелним боковима, сл. 2.7а.

Изрази, дати у таб. 2.1, за редуковани коефицијент трења заобљених жљебова, изведени су уз претпоставку о синусној расподели притиска по дужини попречног пресека дна жљеба $p = p_{\max} \cdot \sin \varepsilon$, сл. 2.7б.



Слика 2.7. Жљебови погонских ужетњача; клинасти подсечени жљеб (а), претпоставка о распореду притиска у додиру ужета и заобљеног жљеба (б), хабање клинастог жљеба ужетњаче (в), [83, 82]

2.1.2 Критеријуми истрошености жљеба

Проблематика утицаја хабања контактних површина није детаљније разматрана у стручној литератури. Један пример је данас неважећи стандард [97] где је је специфично истрошење жљеба, сл. 2.7в, дефинисано као:

$$R = \frac{A_{hab}}{\pi \cdot d^2} \quad (2.11)$$

Гранична (највећа дозвољена) вредност (R) зависи од врсте и намене лифта и за путнички лифт износи:

$$R_{gr} = 0,08 \text{ - при одређивању утицаја истрошења, односно} \\ = 0,05 \text{ - при провери површинског притиска између ужета и ужетњаче.}$$

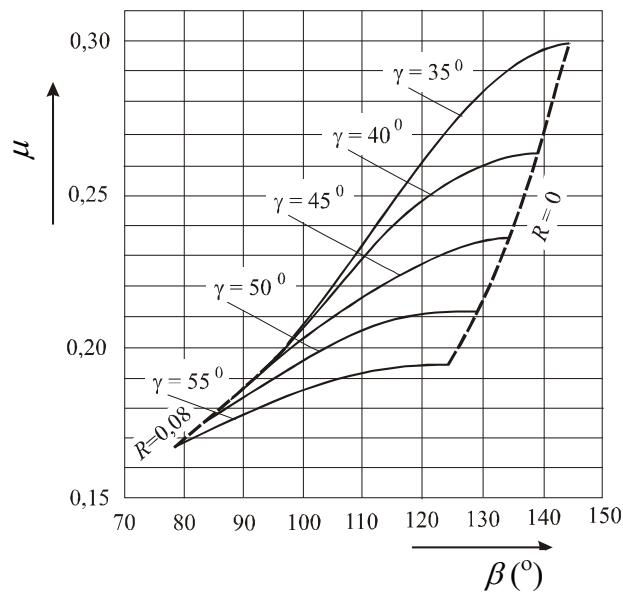
Обзиром на геометријске карактеристике жљеба, сл. 2.7, је:

$$R = \frac{\pi - (\beta + \gamma) - \sin(\beta + \gamma)}{\pi} \quad (2.12)$$

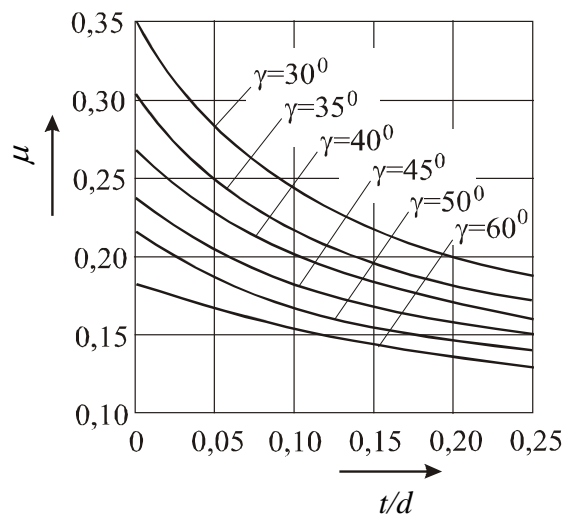
Како је величина (R) непогодна за контролу, дефинисана је и релативна дубина тоњења ужета (t) услед хабања бокова клинастог жљеба, у односу на пречник ужета (d), као:

$$\frac{t}{d} = 0,5 \cdot \left(\frac{1}{\sin \frac{\gamma}{2}} - \cos \frac{\beta}{2} - \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}} \right) \quad (2.13)$$

Према [82], стандард [56] даје и графички приказ зависности редукованог коефицијента трења (μ) од угла подреза (β), односно од релативне дубине истрошења (t/d) и у оба случаја од угла клина (γ) клинастог жљеба као параметра, сл. 2.8 и сл. 2.9.



Слика 2.8. Зависност редукованог коефицијента трења (μ) од (β) и (γ) као параметра, [83, 82]



Слика 2.9. Зависност редукованог коефицијента трења (μ) од односа (t/d) и (γ) као параметра, [83, 82]

Према стандарду SRPS EN 81-1, [56] дефинисани су услови које треба да задовољи ужетњача код лифтовских постројења. Такође, и у претходним стандардима као нпр. JUS M.D1.510, где је при провери вучне способности ужетњаче са клинастим жљебом захтеван додатни степен сигурности $C_2 = 1,2$. Овај степен сигурности је обезбеђивао регуларан пренос сила путем погонске ужетњаче и при одређеном степену хабања бокова клинастог жљеба. Проблем се у досадашњој пракси јављао због тога што је стање истрошености жљеба вршено на основу процене комисије за преглед лифтова или сервисера. У [83, 82] дато је детаљно разматрање овог проблема, где су дати предлози за утврђивање стања

истрошености на основу мерења помоћу посебних шаблона. Нови стандард прописује услове да се у случају ужетњаче са клинастим жљебом, која није термички обрађена (подложна је хабању и смањењу редукованог коефицијента трења) мора применити клинасти жљеб са подрезом. Међутим, и даље остаје проблем одређивања минимално дозвољеног угла подреза који мора да се одреди за сваки лифт посебно. У овој дисертацији ће се анализирати проблематика одређивања критичне вредности угла подреза. Како клинасти жљеб после краћег времена прелази у заобљени подсечени жљеб, разматрања изведена за клинати жљеб ће бити општег карактера (у примени су готово искључени „раван“ и заобљен додир).

Према стандарду SRPS EN 81-1, [56] предвиђено је:

1. За случај кретања мора се задовољити услов:

$$\frac{S_1}{S_2} = e^{\mu\alpha} \quad (2.14)$$

где је:

$\frac{S_1}{S_2}$ - најнеповољнији однос сила у наилазном и силазном краку ужета,

μ - редуковани коефицијент трења,

α - обухватни угао.

- За стање нормалног кретања дефинисано да однос статичких сила за најнеповољнији положај кабине са оптерећењем 125% у односу на носивост лифта.
- За стање кочења (хитног, хаваријског) треба узети најнеповољнији однос динамичких сила у зависности од положаја кабине и њеног оптерећења (пуна, празна), при чему убрзања (успорења) не могу бити мања од:

$a \geq 0,5 \text{ m/s}^2$ - за нормалан случај,

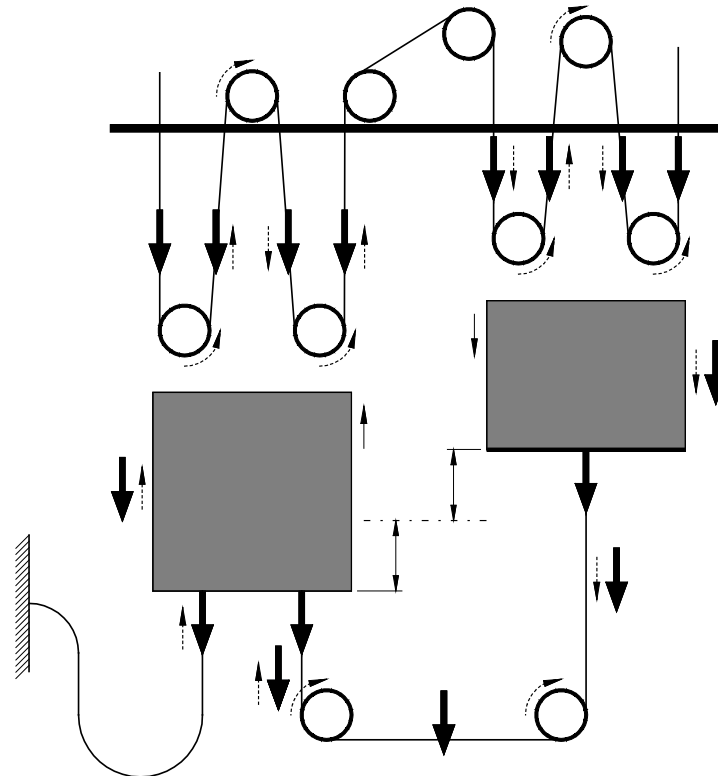
$a \geq 0,8 \text{ m/s}^2$ - за одбојнике са скраћеним ходом.

2. За случај заглављивања или ослањања противтега на одбојнике мора бити задовољен услов:

$$\frac{S_1}{S_2} \geq e^{\mu\alpha} \quad (2.15)$$

Овај услов неће бити посебно анализиран у овој дисертацији. Задовољење овог услова у првом реду зависи од типа и конструкционих карактеристика лифта.

Као што је наведено за клинасти жљеб, према [56], предвиђена је примена ужетњача са термички обрађеним површинама налегања, при чему се хабање, а тиме и редуковани коефицијент трења, у току експлоатације не узима у обзир (занемарује се) и у случају примене ужетњача без термичке обраде, када се мора применити подсецање (подрезивање) клинастог жљеба. У наведеном стандарду [56] дат је практични пример, који указује на елементе и параметре, који треба да се узму у обзир при дефинисању вучне стабилности погонске ужетњаче.



Слика 2.10. Општа скица лифтовског постројења, [56]

На основу претходног, уочљиво је да дефинисање вучних карактеристика код лифтова мора да се изврши за сваки конкретан случај посебно.

Да би се илустровала проблематика дефинисања вучне способности, у дисертацији ће бити приказан поступак на системима за вешање 1:1, са занемаривањем утицаја тежине ужади, трења у вођицама и замајних маса превојних и затезних котурова.

На основу претходног, за стање нормалног кретања би било:

$$S_1 = G_k + 1,25Q \text{ - сила на страни кабине,}$$

$$S_2 = G_T \sim G_k + 0,5Q \text{ - сила на страни противтега.}$$

Ако се уведе смена:

$$G_k = k \cdot Q \tag{2.16}$$

где је:

k - коефицијент тежине кабине у односу на носивост,

добија се услов:

$$\frac{k + 1,25}{k + 0,5} \leq e^{\mu\alpha} \tag{2.17}$$

Минимална вредност редукованог коефицијента трења је:

$$\mu_{\min} = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{k + 1,25}{k + 0,5} \tag{2.18}$$

На основу израза из поглавља 2.1.1 може се написати:

$$\mu_{\min} = \mu_0 \cdot \frac{4 \left(\cos \frac{\gamma}{2} - \sin \frac{\beta_{gr}}{2} \right)}{\pi - \gamma - \beta_{gr} + \sin \gamma - \sin \beta_{gr}} \quad (2.19)$$

или, за $\gamma = 0$:

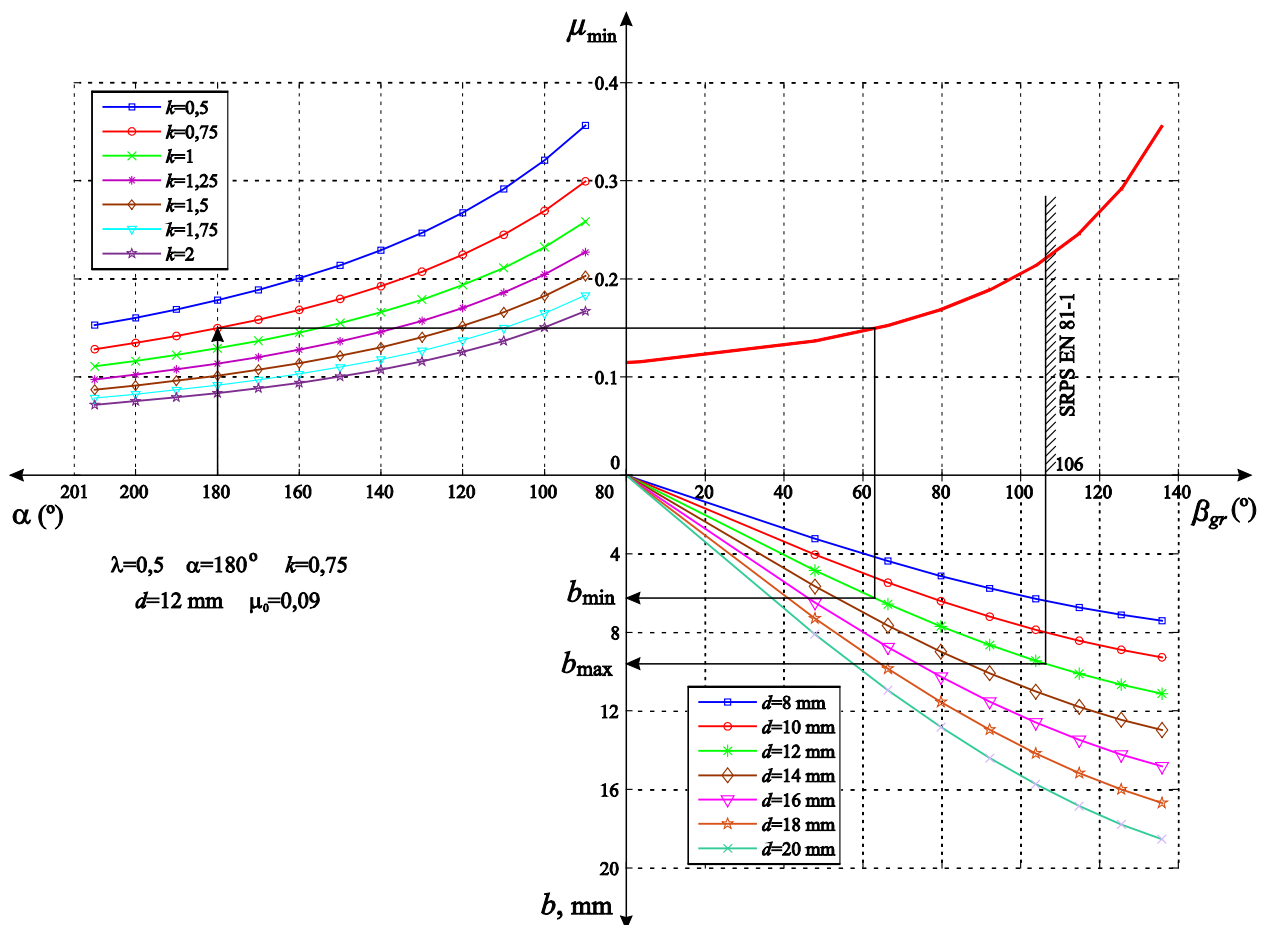
$$\mu_{\min} = \mu_0 \cdot \frac{4 \left(1 - \sin \frac{\beta_{gr}}{2} \right)}{\pi - \beta_{gr} - \sin \beta_{gr}} \quad (2.20)$$

$$\mu_0 = 0,09$$

на основу чега се може одредити и максимална величина угла подреза β_{gr} , односно ширина подреза битна за израду ужетњаче:

$$b = d \cdot \sin \frac{\beta_{gr}}{2} \quad (2.21)$$

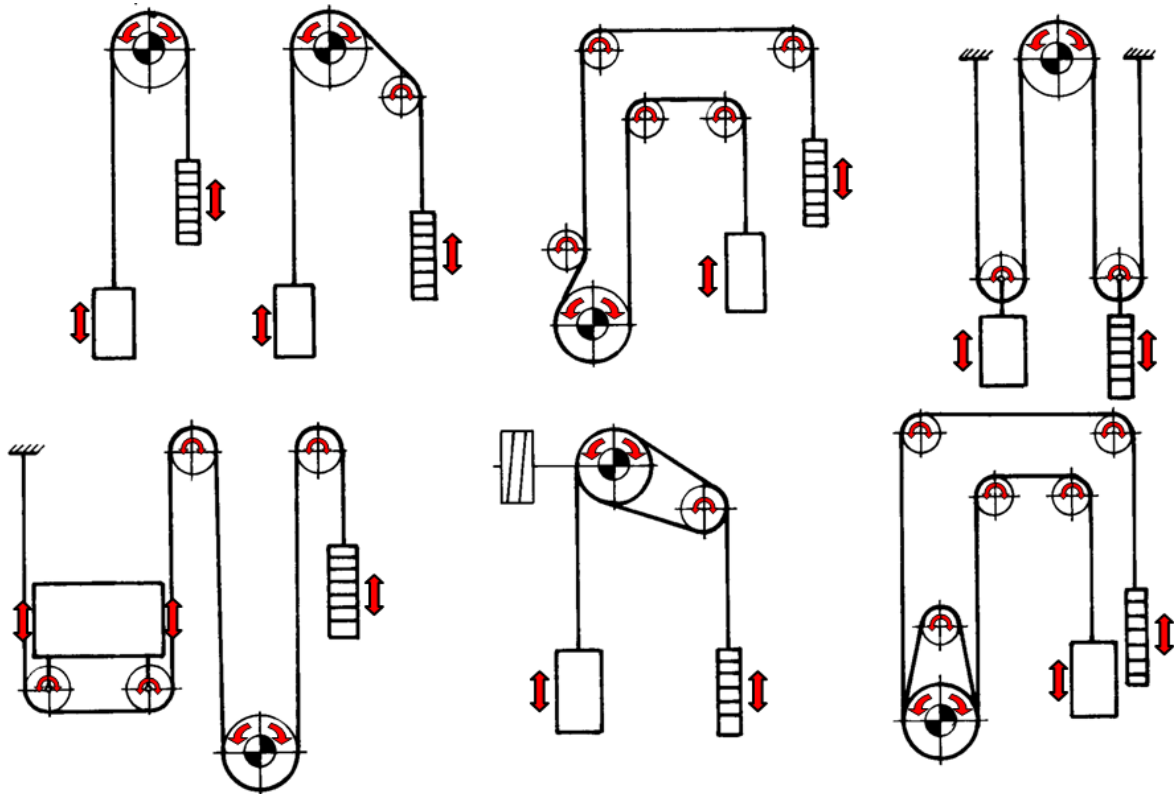
Користећи изразе (2.18), (2.20) и (2.21) а уврштавајући за основни коефицијент трења између ужета и погонске ужетњаче (μ_0) вредност нпр. 0.09, може се зависност наведених величина и параметара приказати кроз дијаграм дат на сл. 2.11.



Слика 2.11. Номограм за одређивање граничних вредности ширине подреза код клинастих жлебова без термичке обраде контактних површина

2.2 Отпори и степен искоришћења преноса

Извори губитака снаге, код уређаја за вертикално дизање, су многобројни, сл. 2.12. Због њихове бројности, разноврсности њихових карактера, као и утицајних фактора, у пракси није могуће њихово прецизно дефинисање, па се користе грубе процене или експерименти за одређивање њихове величине.

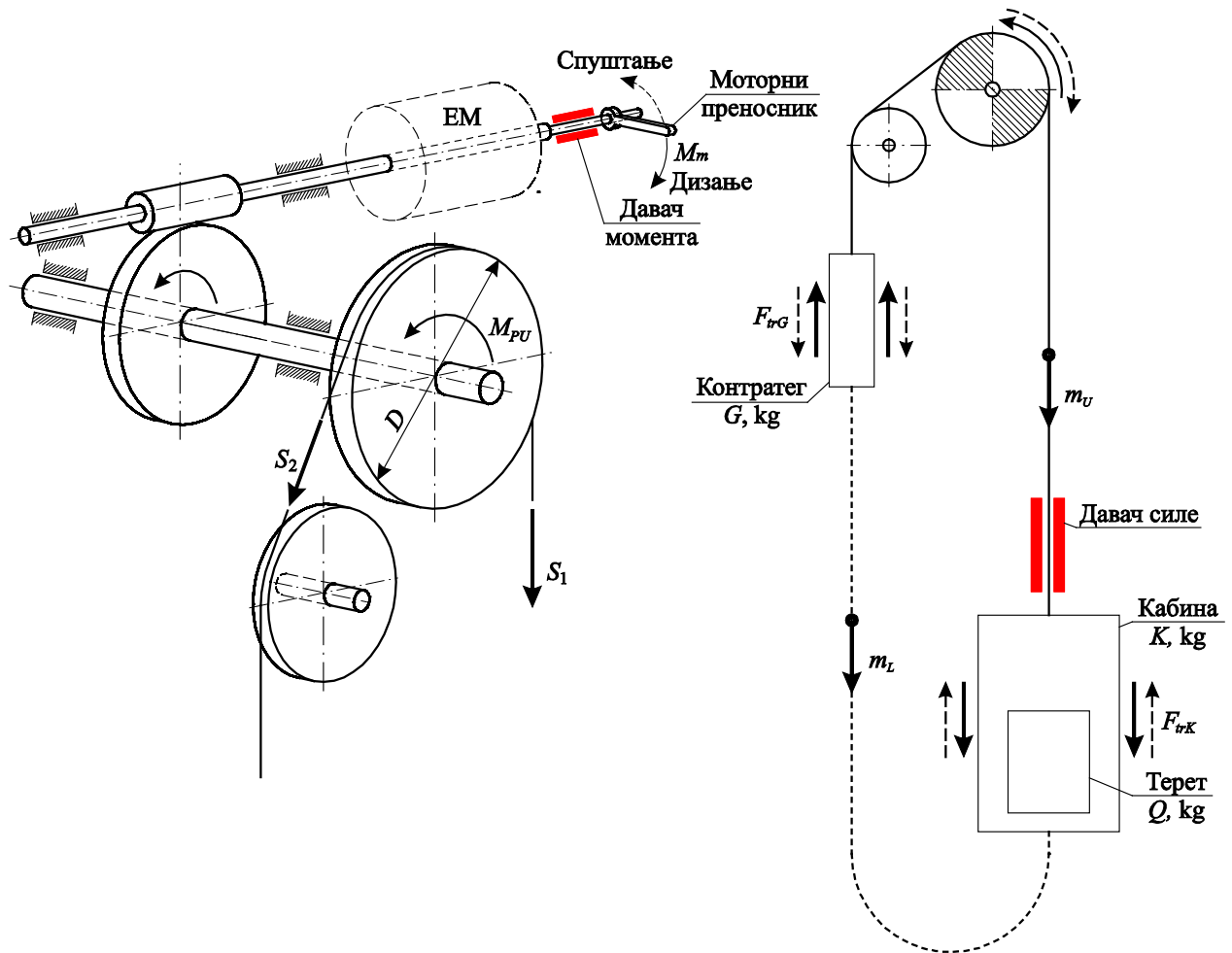


Слика 2.12. Места на којима се јављају губици за различита кинематска решења

Губици у преносу снаге у погонском механизму лифтова и машина вертикалног транспорта јављају се првенствено у [82]:

- редуктору и то:
 - на местима спреге зупчаника, односно пужа и пужног точка,
 - у лежајевима вратила, услед трења,
- на ужетњачама (погонској, одбојној, превојним на кабинини и противтегу) и то:
 - у лежајевима ужетњача, услед трења,
 - на местима савијања ужета, услед крутости и унутрашњег трења ужета,
- на вођицама кабинине и противтега.

На сл. 2.13 дата је скица једног лифтовског постројења са пужним погонским механизмом, на основу које је могуће извршити анализу рада и утицаје појединачних отпора на укупан отпор и степен искоришћења постројења. Скица је настала на основу реализованих мерења на теретном лифту са пратиоцем у фабрици „Lafarge“ у Беочину, када је коришћен моторни преносник (нарезница, сл. 2.26в) ради уноса момента преко замајца електромотора, а а сврху „статичких“ мерења и експерименталног одређивања вредности и карактера промене степена искоришћења, односно губитака, што је описано касније у овом поглављу.



Слика 2.13. Скица лифтовског постројења

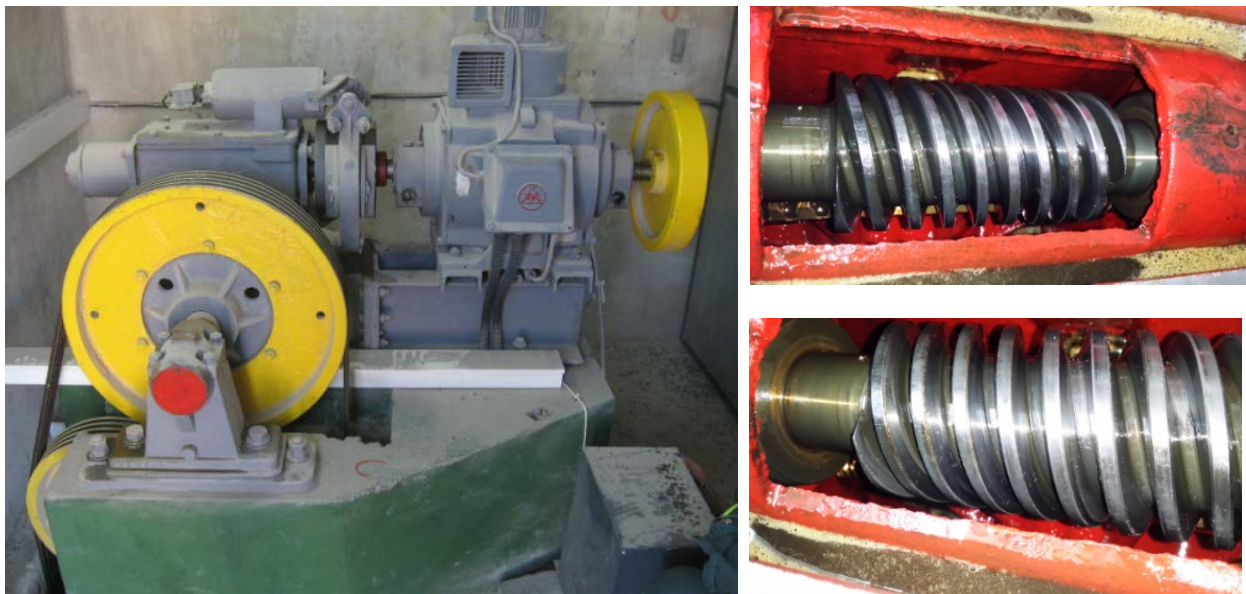
Комплетна анализа система за дизање са погонском ужетњачом је веома сложена и детаљно је приказана у [82], а овде се, само као илустрација, наводе изрази за силе у функцији степена искоришћења, одакле се може констатовати утицај, а сходно томе и значај одређивања реалних вредности отпора. Утицај отпора је обухваћен коефицијентима искоришћења (η) за редуктор, кабину и противтег. Детаљно објашњење свих величина у изразима и њихових ознака дато је у [82].

Табела 2.2. Стационарне силе на страни кабине, односно противтега и карактеристичним фазама моторског и генераторског, односно кочног режима рада, [82]

Режим	Услови	Страна	Сила
Моторски	дизање пуне кабине из најниже станице	кабина	$S_{Kst} = - \left\{ \left[(m_K + \lambda \cdot m_Q) \cdot (1 + f_{K \max}) \cdot g + \frac{F_D}{1 + \eta_{KU}^2} + W_{GB} \right] \cdot \frac{2}{i_K} \cdot \frac{1}{1 + \eta_{RU}} + \frac{m_G \cdot g}{i_K} \right\}$
		противтег	$S_{Tst} = \left\{ \left[m_T \cdot (1 - f_{T \max}) + m_D \right] \cdot g + \frac{F_D \cdot \eta_{KU}^2}{1 + \eta_{KU}^2} \right\} \cdot \frac{2}{i_K} \cdot \frac{\eta_{RU} \cdot \eta_{OU}}{1 + \eta_{RU}}$

	спуштање празне кабине из највише станице	кабина	$S_{Kst} = - \left\{ [m_K \cdot (1 - f_{Kmax}) + m_D + m_{EK}] \cdot g + \frac{F_D \cdot \eta_{KU}^2}{1 + \eta_{KU}^2} - W_{GB} \right\} \cdot \frac{2}{i_K} \cdot \frac{\eta_{RU}}{1 + \eta_{RU}}$
		противтег	$S_{Tst} = \left[m_T \cdot (1 + f_{Tmax}) \cdot g + \frac{F_D}{1 + \eta_{KU}^2} \right] \cdot \frac{2}{i_K} \cdot \frac{1}{1 + \eta_{RU}} + \frac{m_G \cdot g}{i_K} \cdot \frac{1}{\eta_{OU}}$
Генераторски, односно кочни	дизање празне кабине у највишу станицу	кабина	$S_{Kst} = - \left[(m_K + m_D + m_{EK}) \cdot g + \frac{F_D}{1 + \eta_{KU}^2} + W_{GB} \right] \cdot \frac{2}{i_K} \cdot \frac{1}{1 + \eta_{RU}}$
		противтег	$S_{Tst} = \left[\left(m_T \cdot g + \frac{F_D \cdot \eta_{KU}^2}{1 + \eta_{KU}^2} \right) \cdot \frac{2}{i_K} \cdot \frac{\eta_{RU}}{1 + \eta_{RU}} + \frac{m_G \cdot g}{i_K} \right] \cdot \eta_{OU}$
	спуштање пуне кабине у најнижу станицу	кабина	$S_{Kst} = - \left\{ (m_K + \lambda \cdot m_Q) \cdot g + \frac{F_D \cdot \eta_{KU}^2}{1 + \eta_{KU}^2} - W_{GB} \right\} \cdot \frac{2}{i_K} \cdot \frac{\eta_{RU}}{1 + \eta_{RU}} + \frac{m_G \cdot g}{i_K}$
		противтег	$S_{Tst} = \left[(m_T + m_D) \cdot g + \frac{F_D}{1 + \eta_{KU}^2} \right] \cdot \frac{2}{i_K} \cdot \frac{1}{1 + \eta_{RU}} \cdot \frac{1}{\eta_{OU}}$

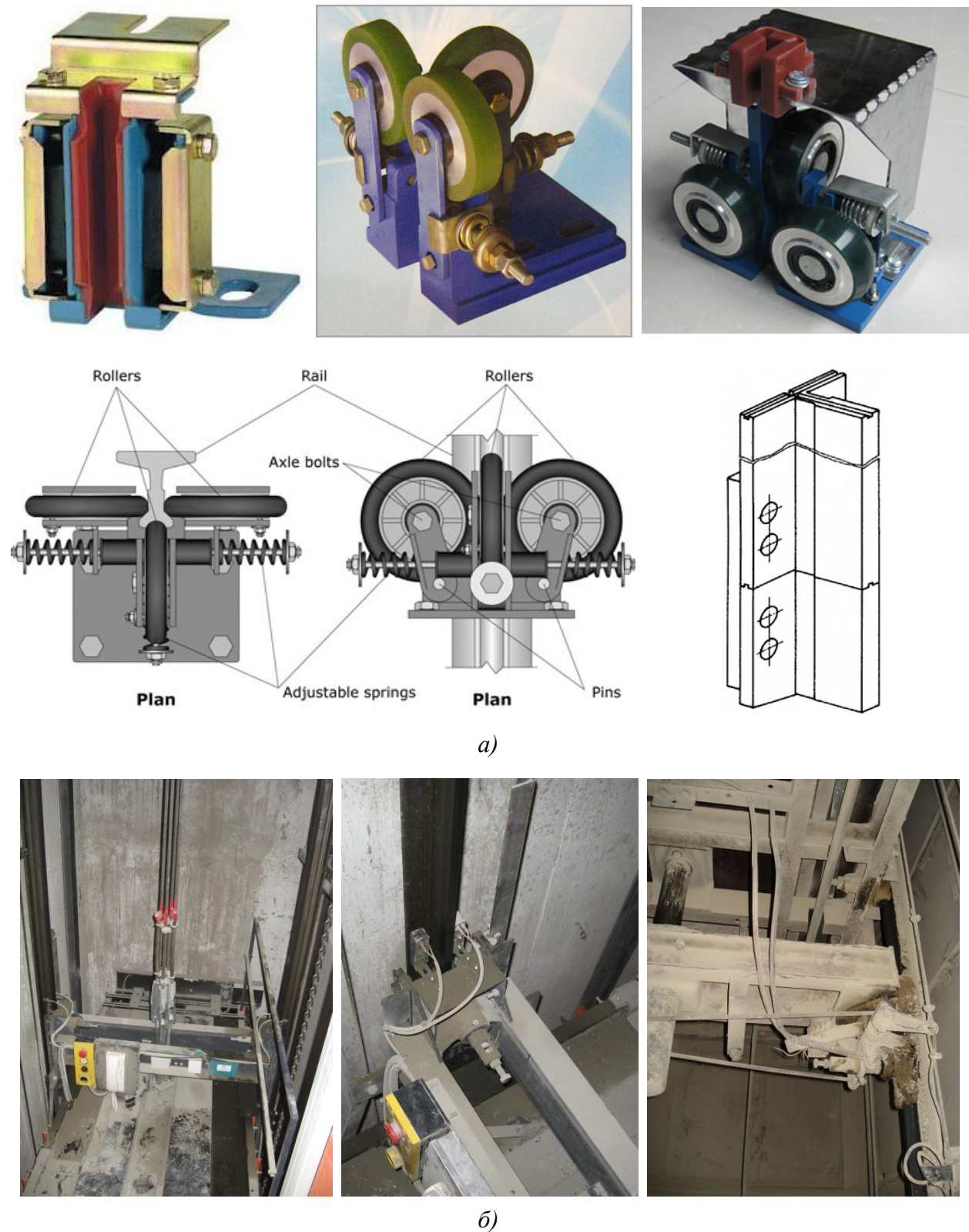
Најзначајнији отпори се јављају у преноснику, посебно су изражени код пужних редуктора, и на вођицама кабине и противтега. На сл. 2.14 приказан је пример погонског механизма са пужним преносником лифта, на коме су вршена мерења.



Слика 2.14. Приказ погонског механизма и дела пужног редуктора лифта на коме су вршена мерења

Што се тиче отпора система за вођење лифта, они зависе првенствено од примењеног решења. За вођење кабине најчешће се користе клизачи или батерије са точковима сл. 2.15а. Величина отпора, поред врсте елемената за вођење, зависи и од начина и стања подмазивања контактних површина, монтаже, односно регулације претходног притезања између клизача и вођица. Посебан проблем при дефинисању отпора

се јавља због променљивог стања контактних површина у току експлоатације (хабања, оштећење и утицај спољашње средине, сл. 2.15б) и ексцентричног оптерећења кабине (положај тежишта терета у односу на тачку вешања кабине).



Слика 2.15. Приказ система за вођење кабине и противтега и реалног стања на лифту

Уобичајено, губици се обрачунавају кроз степене искоришћења преноса. У литератури се уобичајено губици процењују глобално према [82]:

- губици у редуктору: $\eta_R \approx 0,45 \div 0,80$,
- губици на ужетњачама: $\eta_U \approx 0,96 \div 0,98$, при чему већи η одговарају котрљајним лежајевима, ужадима са већим бројем струкова, са тањим жицама и са неметалним језгром ужета,
- губици у возном окну: обично као $\eta_{VO} = 0,7 \div 0,8$, при чему мање вредности одговарају клизачима вођица, постојању компензационих ужади, односно ланаца и њихових превојних ужетњача, односно ланчаника, и сл.

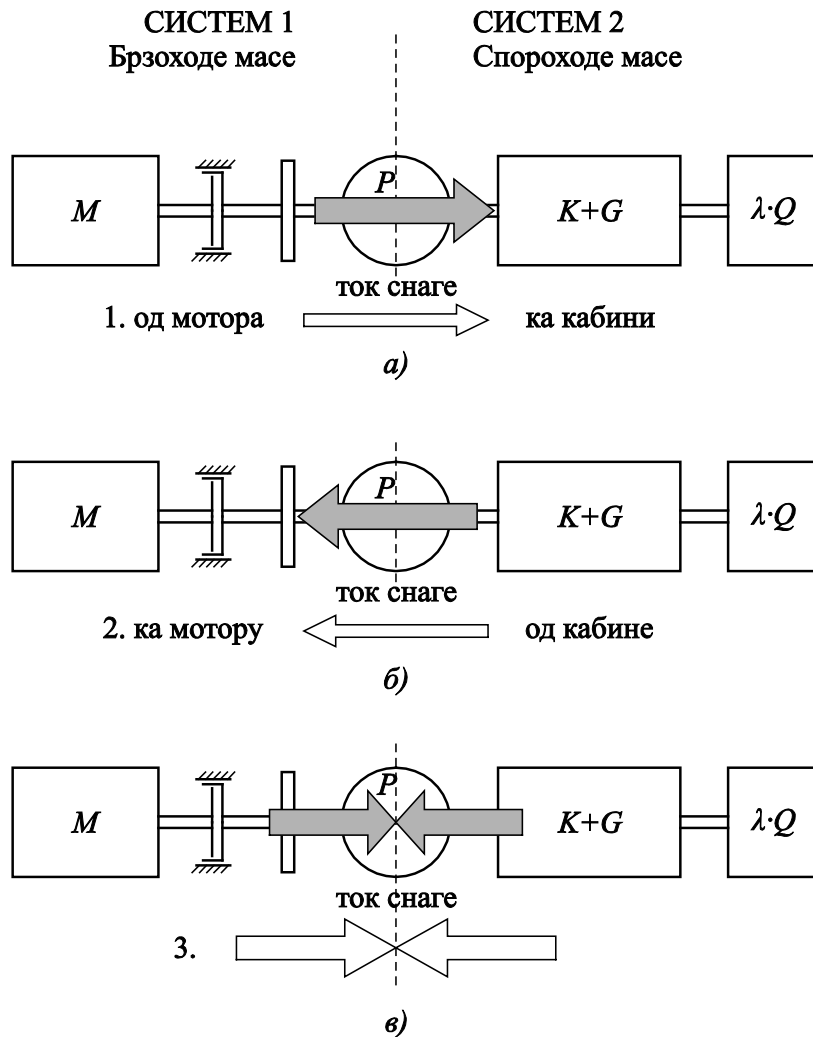
Такође се користе орјентационе вредности укупних губитака у зависности од врсте лифта према:

- $\eta_{uk} = 0,45 \div 0,55$, за теретне лифтове,
- $\eta_{uk} = 0,50 \div 0,55$, за путничке лифтове са моторима наизменичне,
- $\eta_{uk} = 0,65$, за путничке лифтове и моторима једносмерне струје,
- $\eta_{uk} = 0,80$, за путничке лифтове, безредукторски погон.

Посебан утицај на степен искоришћења сваког преносника снаге има **релативно оптерећење** кабине (код извозних постројења - коша). Степен искоришћења преноса је највећи при номиналном оптерећењу и празној кабини док при оптерећењу кабине са половином корисне носивости вредност η пада и до нуле.

Такође, одређени утицај на величину степена искоришћења има и ток снаге кроз погонски механизам. Посебан проблем се јавља у случају самокочивости преносника (најчешће пужни редуктор). У пракси се, за ужетњаче, зупчасте парове и уопште преноснике са високим η , не прави разлика у величини степена искоришћења преноса у зависности од смера тока снаге, док се за пужни преносник о овоме мора водити рачуна. Могу се јавити следећи карактеристични случајеви тока снаге, [82]:

- од погонског електромотора ка кабини, односно противтегу, сл. 2.16а,
- од кабине, односно противтега ка погонском електромотору, сл. 2.16б,
- од погонског електромотора ка преноснику и од кабине, односно противтега ка преноснику (случај самокочивости) сл. 2.16в.



Слика 2.16. Ток снаге код лифтова

Отпори на вођицама кабине услед ексцентричног оптерећења могу се одредити на основу сл. 2.17. Кабина је оптерећена називним теретом (Q) и налази се доле у стању мировања.

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{K + Q + s + \sum F_{tr}}{G} \quad (2.22)$$

где је:

$\sum F_{tr}$ - силе трења на клизачима кабине услед ексцентрицитетa положаја терета.

Укупни отпори који се јављају при ексцентричном оптерећењу кабине су:

$$\sum F_{tr} = 4 \cdot F_{tr1} + 2 \cdot F_{tr2} = 2 \cdot Q \cdot g \cdot \frac{e_{Q(A)} + e_{Q(B)}}{h_{kl}} \cdot \mu_{kl} \quad (2.23)$$

где је:

$F_{tr1} = F_{N1} \cdot \mu_{kl}$ - сила трења на клизачима кабине услед ексцентрицитетa положаја оптерећења $e_{Q(A)}$,

$F_{tr2} = F_{N2} \cdot \mu_{kl}$ - сила трења на клизачима кабине услед ексцентрицитета положаја оптерећења $e_{Q(B)}$,

$e_{Q(A)} \approx \frac{A}{6}$ - највећи ексцентрицитет положаја оптерећења по ширини кабине (A),

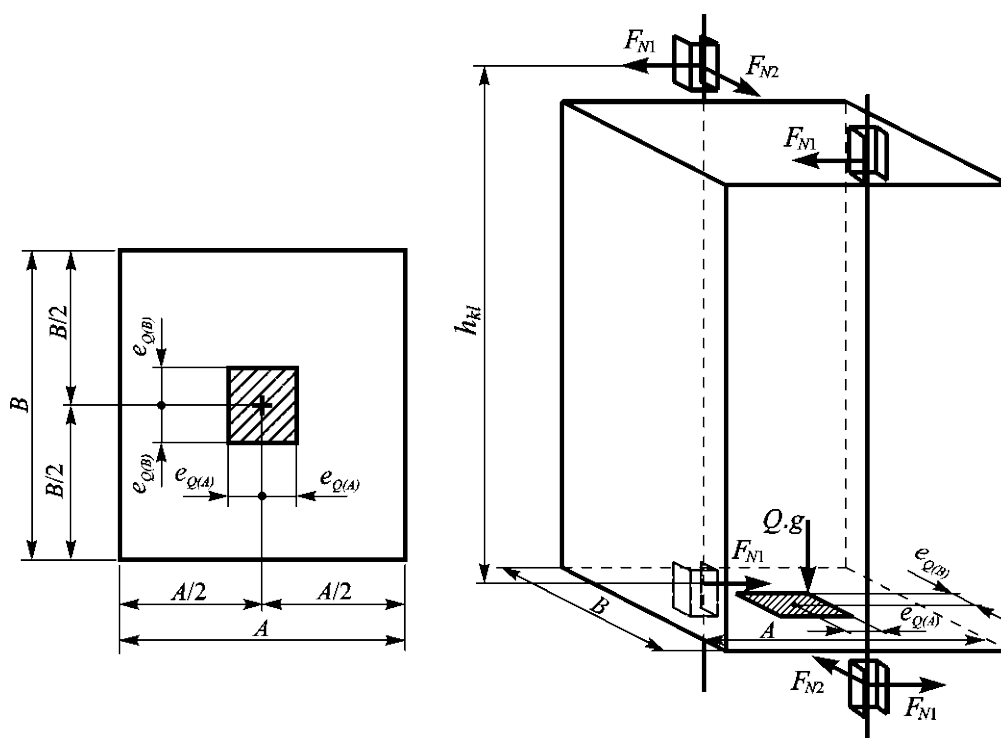
$e_{Q(B)} \approx \frac{B}{6}$ - највећи ексцентрицитет положаја оптерећења по ширини кабине (B),

h_{kl} - висински размак клизача,

$\mu_{kl} = 0,1 \div 0,15$ - коефицијент трења клизача кабине,

$F_{N1} = Q \cdot \frac{e_{Q(A)}}{2 \cdot h_{kl}}$ - нормална сила на клизачу изазвана услед ексцентрицитета $e_{Q(A)}$,

$F_{N2} = Q \cdot \frac{e_{Q(B)}}{h_{kl}}$ - нормална сила на клизачу изазвана услед ексцентрицитета.



Слика 2.17. Силе трења на клизачима кабине

На основу израза за величину трења на вођицама (2.23), може се констатовати да се вредности отпора могу мењати од нуле (нема ексцентрицитета) до неке максималне вредности, која зависи од односа ширине кабине и растојања елемената за вођење на кабинџи. Треба имати у виду, да се ови отпори могу мењати у току вожње, посебно код путничких лифтова.

На основу претходног, може се уочити значајна проблематика везана за одређивање губитака, односно степена искоришћења постројења за вертикално дизање са погонском

ужетњачом, па се јавља потреба да произвођач лифтова експериментално утврди вредности и карактер промене степена искоришћења свих елемената у преносу, посебно пужног редуктора и елемената за вођење кабине и противтега или да се предвиде одговарајућа експериментална мерења на уграђеним постројењима која се налазе у експлоатацији. У наредном одељку дефинише се експериментална метода за одређивање величине отпора, односно укупног степена искоришћења код лифтовских постројења.

2.2.1 Експериментална метода за одређивање отпора код лифтова

Метода базира на одређивању отпора код лифтова као последице трења у вођицама кабине и противтега и у делу погонског механизма. На овај начин се одређује укупан (еквивалентан) отпор кретања помоћу посебно израђеног мерног прибора за различита оптерећења кабине. Поступак мерења подразумева мерење величине отпора тако што се преко погонског електромотора кабина подигне на жељену висину (позицију). Након тога се врши ручно откочивање погона (раздвајање облога кочнице помоћу ручице) у машинској просторији при чему се кабина држи на истој висини преко мерне полуге односно замајца. У зависности од тога где је веће оптерећење (на страни кабине или противтега) полугом прибора који је везан за замајца лифта се врши закретање замајца за два круга у смеру већег оптерећења након чега се поново активира кочница. Крај мерне полуге се веже за давач силе након чега се поново ручно деактивира кочница и изврши „нуловање” на давачу силе. Померањем краја мерне полуге преко давача силе у супротном правцу се мери вредност укупног отпора за актуелну позицију и оптерећење кабине.

Димензије мерног прибора и посебно елемената за везу са замајцем или вратилом морају одговарати карактеристикама погонског механизма за конкретан лифт. Потребно је предвидети одговарајући начин оптерећивања кабине. Најповољније је користити палету са џаковима (песак, шљунак, цемент, итд.) мада се могу користити и друге врсте терета који омогућује варирање величине и ексцентричности оптерећења у кабини. Такође мерни прибор захтева одређени простор у машинској просторији (уклапа се у простор машинске просторије дефинисан Правилником о лифтовима). Треба напоменути да ово техничко решење није погодано за примену код лифтова без машинске просторије.

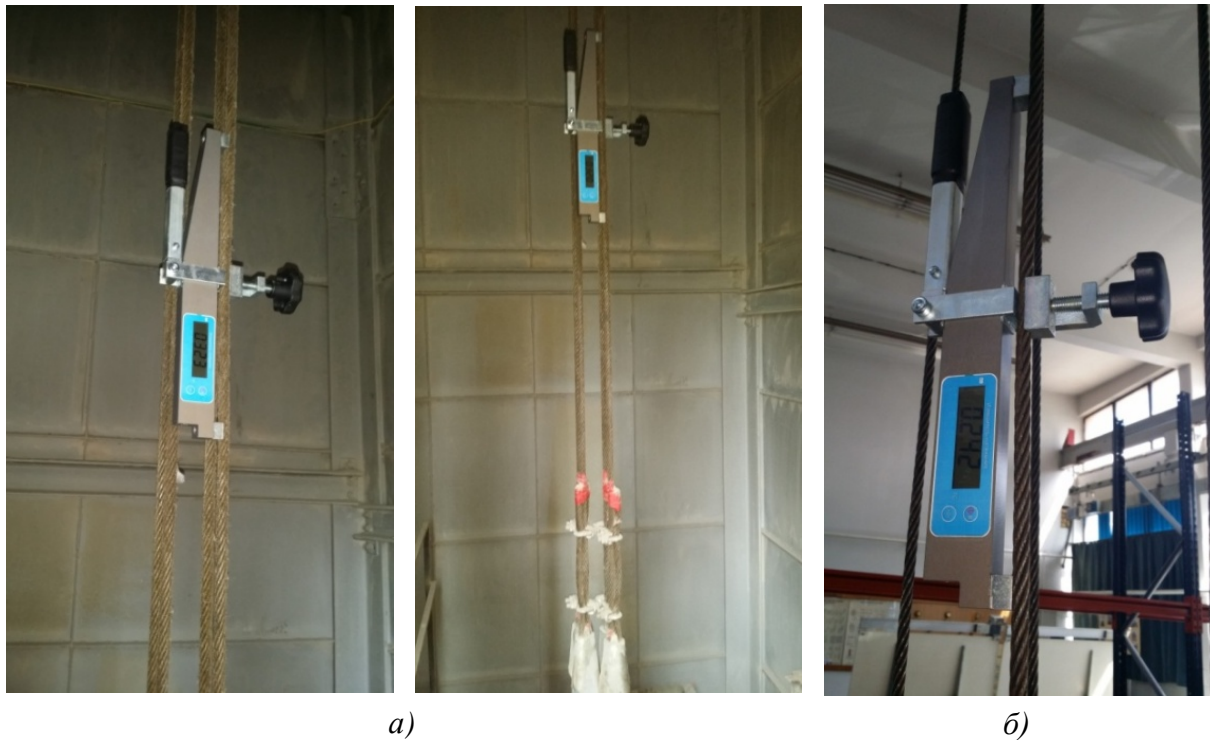
Резултати добијени путем овог техничког решења се користе у области пројектовања, реконструкције и одржавања лифтова. За рачунску анализу погонских карактеристика лифтова, посебно са становишта „ комфора возње“ код путничких лифтова, потребно је познавање реалних вредности отпора јер је њихов утицај ($\eta_{uk} = 0,45 \div 0,8$) истог реда величине као и утицај називне носивости лифта (Q) а веома често и већи код лифтова у експлоатацији када је релативно оптерећење кабине $\lambda \approx 0,5$.

Овом методом је могуће, за статичке услове, одређивање реалних вредности укупног отпора код лифтова који зависи од великог броја фактора као што су: конструкција лифта, врста преносника у склопу погонског механизма, релативна брзина контактних површина, врста клизача кабине и противтега, величина и ексцентричност оптерећења кабине, подмазивања, хабања и стања контактних површина, температуре итд.

Због великог броја утицајних фактора прорачунско одређивање отпора односно укупног степена искоришћења се врши на основу процене у широким границама ($\eta_{uk} = 0,45 \div 0,8$) са могућим великим грешкама. У пракси се најчешће користе резултати лабораторијских испитивања отпора односно степена искоришћења који се врше засебно

Давач силе и мерно појачало са дисплејом су два мерна уређаја који омогућавају да се сила у (N) или маса у (kg) региструју са давача силе и у дигиталном облику читају са дисплеја мерног појачала. Та два уређаја приказана су на сл. 2.20. У ситуацији када се ручица кочнице откочи, давач силе региструје разлику у тежинама кабине и противтега. Након „нулирања“ мерног појачала и потезањем давача силе на горе преко ручне полуге, мерно појачало региструје отпоре од вођица до редуктора.

Уређај за мерење силе у ужадима, сл. 2.21а, је искоришћен да се одреди тачна тежина кабине и противтега. Мерење је извршено тако што је уређај монтиран на носећа ужад (од првог до четвртог) непосредно изнад кабине. Након тога очитане су вредности сила (тежина) у појединачним ужадима и њиховим збиром добијена тачна (стварна) тежина како кабине тако и противтега. Због тачности мерног уређаја, претходно је извршено његово баждарење у лабораторијским условима, на основу терета чија је тежина позната и помоћу лабораторијске мосне дизалице (сл. 2.21б).



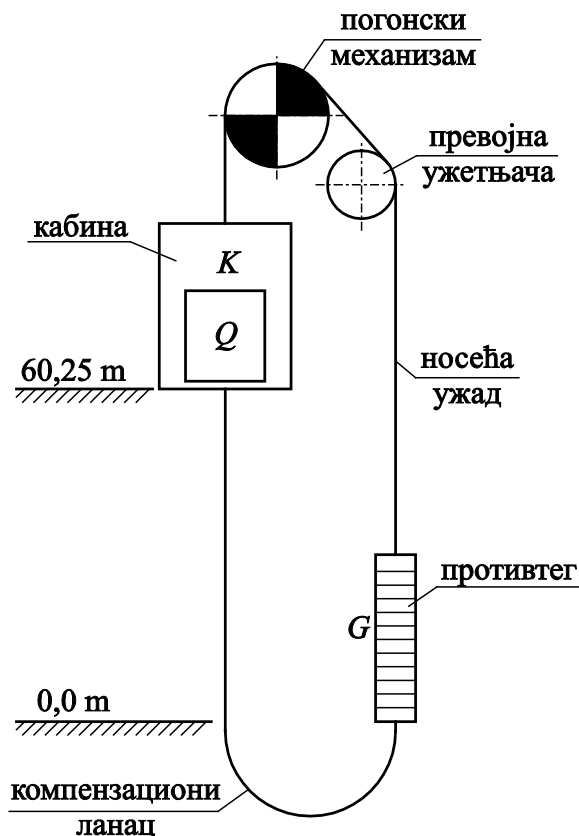
Слика 2.21. Мерни прибор за мерење силе у ужадима

Карактеристике лифта

Мерења су извршена на индустријском лифту (лифт за превоз терета са пратиоцем) у згради Измењивача топлоте у фабрици „LAFARGE“ у Беочину. Шематски приказ лифта је дат на сл. 3.5, а технички подаци су:

Врста лифта:	Теретни лифт са пратиоцем – IV врста
Носивост:	$Q = 750 \text{ kg}$
Маса кабине:	$K = 700 \text{ kg}$
Маса противтега:	$G = 1075 \text{ kg}$
Висина дизања:	$H = 60,25 \text{ m}$
Број станица/прилаза	6/6

Брзина дизања:	$v = 1,2 \text{ m/s}$
Положај машинске просторије:	Горе, изнад возног окна
Пречник погонске ужетњаче:	$D = 650 \text{ mm}$
Угао клинастог жљеба:	$\gamma = 35^\circ$
Обухватни угао ужета на пог. ужетњачи:	$\alpha = 160^\circ$
Пречник ужета:	$d = 13 \text{ mm}$
Број ужади:	$z = 4$
Маса ужета:	$q = 0,59 \text{ kg/m}$
Сила кидања ужета:	$F_R = 90,6 \text{ kN}$
Димензије кабине:	1160 x 2160 x 2100 mm
Вођице кабине:	$\perp 90 \times 65 \times 14 \text{ mm}$
Вођице противтега:	$\perp 50 \times 50 \times 6 \text{ mm}$
Димензије возног окна:	1960 x 2460 mm
Врата кабине:	Аутоматска телескопска
Врата возног окна:	Полуаутоматска једнокрилна
Погон:	Пужни редуктор спрегнут са асинхроним електромотором



Слика 2.22. Шематски приказ лифта

Резултати мерења

У наредним табелама дати су резултати дела мерења извршених у Lafarge-у на теретном лифту са пратиоцем носивости 750 kg. Приказане су величине оптерећења на

давачу силе F_T , односно момента на вратилу електромотора M_T , за различита оптерећења и положај кабине. Степен искоришћења лифта је:

$$\eta = M_Q / (M_Q + M_T) \quad (2.24)$$

где је:

$M_Q = (\lambda - \beta) \cdot Q \cdot g \cdot D / (2 \cdot i_R)$ - момент терета редукован на вратило погонског мотора,

$M_T = F_T \cdot L_T$ - момент на вратилу електромотора (у центру мерне полуге),

F_T - сила измерена на давачу силе,

$L_T = 500$ mm - растојање давача силе од центра мерне полуге,

$D = 650$ mm - пречник погонске ужетњаче,

$i_R = 27,7$ - преносни однос редуктора,

$\beta = 0,5$ - фактор тежине противтега,

$\lambda = 0 \div 1$ - фактор оптерећења кабине.

Табела 2.3. Мерење бр. 1 – терет у кабини $Q_K = 375$ kg, $\lambda = 0,5$, $M_Q = 0$ Nm

		доња станица			станица на средини висине дизања			горња станица					
		F_T	M_T	η	F_T	M_T	η	F_T	M_T	η			
дизање кабине	у станици	13,0	6,5	0	13,5	6,75	0	14,1	7,05	0			
	ван станице ~2 m (два круга пог. ужетњаче)	10,5	5,25		12,0	6,0		11,2	5,6				
спуштање кабине	у станици	9,2	4,6		9,1	4,55		6,7	3,35				
	ван станице ~2 m (два круга пог. ужетњаче)	7,3	3,65		6,1	3,05		6,4	3,2				
средња вредност (η_{sr})		0											

Табела 2.4. Мерење бр. 2 – терет у кабини $Q_K = 575$ kg, $\lambda = 0,77$, $M_Q = 24$ Nm

дизање кабине	доња станица			станица на средини висине дизања			горња станица		
	F_T	M_T	η	F_T	M_T	η	F_T	M_T	η
у станици	19,4	9,7	0,71	15,7	7,85	0,75	16,7	8,4	0,74
ван станице ~2 m (два круга пог. ужетњаче)	20,0	10,0	0,70	16,4	8,2	0,74	18,6	9,3	0,72
средња вредност (η_{sr})		0,73							

Табела 2.5. Мерење бр. 3 – терет у кабинџи $Q_k = 775 \text{ kg}$, $\lambda = 1,03$, $M_Q = 46,64 \text{ Nm}$

дизање кабинџе	доња станица			станица на средини висине дизања			горња станица		
	F_T	M_T	η	F_T	M_T	η	F_T	M_T	η
у станицџи	27,6	13,8	0,77	24,9	12,45	0,79	23,9	12,0	0,8
ван станицџе ~2 m (два круга пог. ужетњаџе)	27,4	13,7	0,77	24,8	12,4	0,79	22,6	11,3	0,8
средња вредност (η_{sr})	0,79								

Табела 2.6. Мерење бр. 4 – терет у кабинџи $Q_k = 175 \text{ kg}$, $\lambda = 0,23$, $M_Q = -24 \text{ Nm}$

спуштање кабинџе	доња станица			станица на средини висине дизања			горња станица		
	F_T	M_T	η	F_T	M_T	η	F_T	M_T	η
у станицџи	13,5	6,75	0,78	15,0	7,5	0,76	16,9	8,45	0,74
ван станицџе ~2 m (два круга пог. ужетњаџе)	14,7	7,35	0,76	14,9	7,45	0,76	14,3	7,15	0,77
средња вредност (η_{sr})	0,76								

Табела 2.7. Мерење бр. 5 – празна кабинџа, $\lambda = 0,0$, $M_Q = -44 \text{ Nm}$

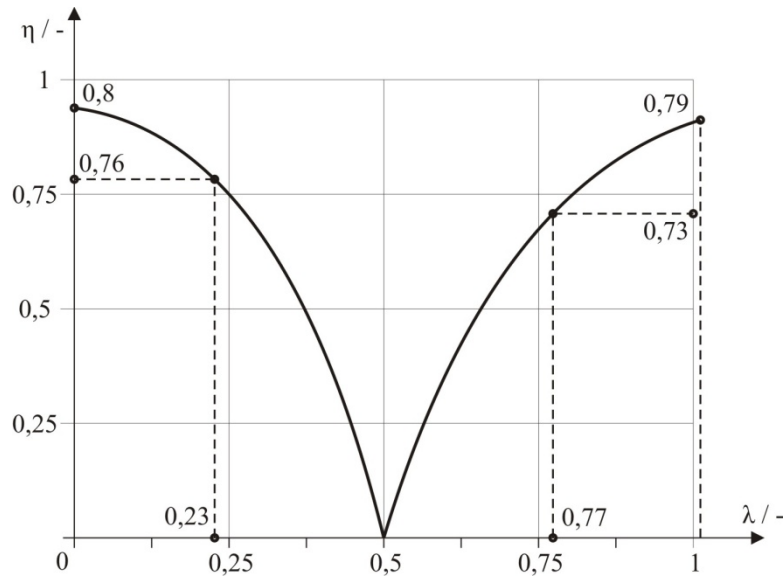
спуштање кабинџе	доња станица			станица на средини висине дизања			горња станица		
	F_T	M_T	η	F_T	M_T	η	F_T	M_T	η
у станицџи	20,8	10,4	0,81	19,7	9,85	0,82	21,5	10,75	0,80
ван станицџе ~2 m (два круга пог. ужетњаџе)	22,3	11,2	0,80	22,1	11,0	0,80	23,0	11,5	0,79
средња вредност (η_{sr})	0,8								

Резултати мерења су приказани на дијаграму, сл. 2.23.

Некон извршених мерења и анализе резултата уочене су могућности за побољшање методе применом коригованог мерног прибора који треба да омогући:

- мерење тежине кабинџе са теретом у било ком положају,
- одређивање величине трења у вођицама у било ком положају кабинџе,
- телеметријска мерења са централог места (нпр. из машинске просторије лифта),
- „квзистатичка“ мерења меродавних параметара на вођицама (у окну) и погонском механизму у току дужег времена (нпр. за један или више обртаја ужетњаџе, што за посмтрани лифт износи преко 30 обртаја на замајцу), а не само у кратком временском периоду. Ова могућност је од посебног значаја за одређивање утицаја трења пужног пара,

- мали број обртаја ужетњаче (реализовано применом нарезнице за навоје) како би се могао искључити утицај инерцијалних сила и споредни ефекти.

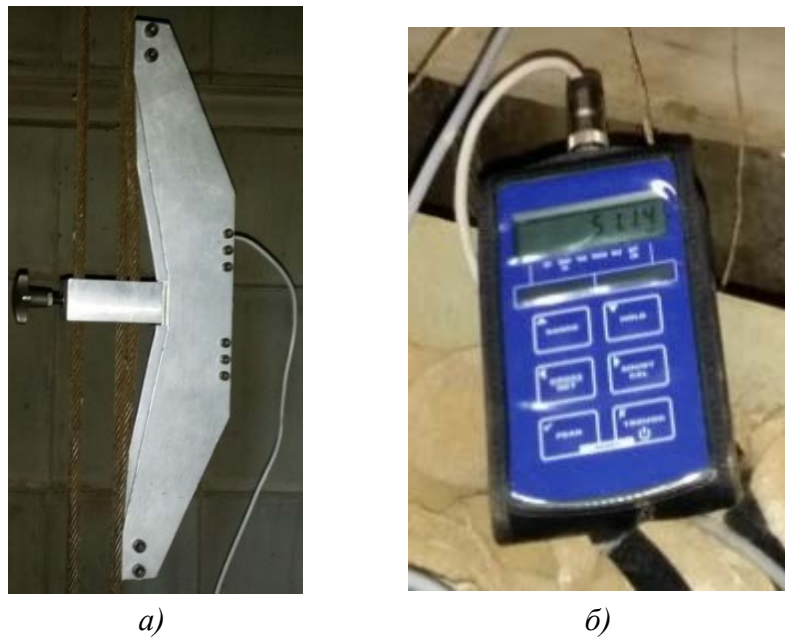


Слика 2.23. Укупни степен искоришћења код испитиваног лифта за статичке услове и $\beta=0,5$

Опис коригованог мерног прибора

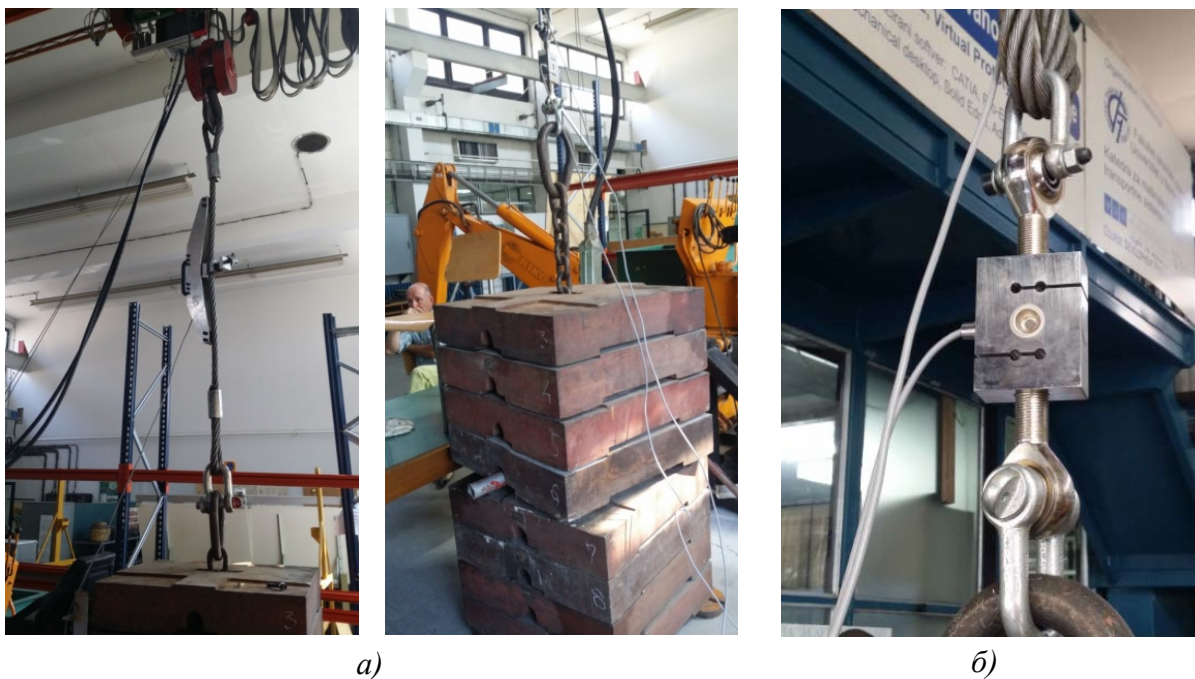
Измене подразумевају да се уместо уређаја за мерење силе треба применити уређај за мерење силе у носећим ужадима на бази давача силе на истезање типа S – НВМ S9М, опсега мерења од 0,5 до 50 kN, са дигиталним записом (могућност анализе и обраде резултата), сл. 2.24а и мерним појачалом са дисплејом за одређивање тежине кабине и противтега, сл. 2.24б.

Давач силе и мерно појачало са дисплејом су два мерна уређаја који омогућавају да се сила у (N) или маса у (kg) региструју са давача силе и у дигиталном облику читају са дисплеја мерног појачала. Када лифт мирује преко давача силе региструје се тежина кабине са теретом. У ситуацији када се преко ручице кочница откочи и лифт покрене давач силе региструје стварну силу у ужету која је већа или мања за величину трења на вођицама у зависности од смера кретања кабине. Након „нулирања“ мерног појачала оно региструје отпоре од вођица до редуктора.



Слика 2.24. Мерни прибор за утврђивање (проверу) маса кабине и противтега

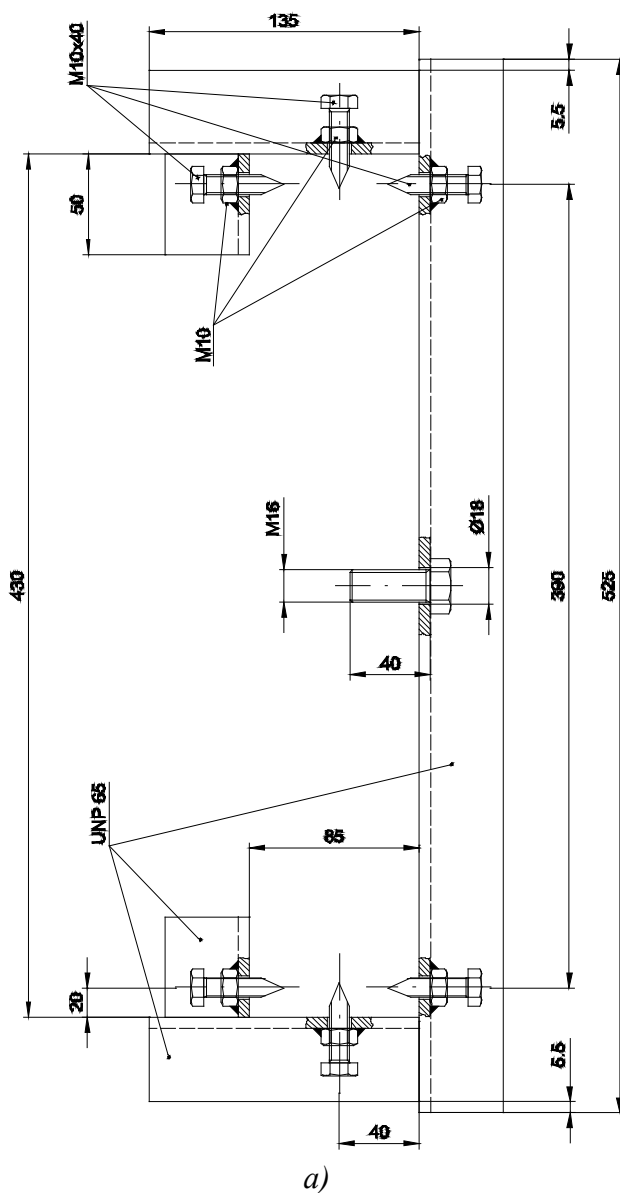
Уређај за мерење силе у ужадима, сл. 2.25а, искоришћен је да се одреди тачна тежина кабине и противтега. Мерење је извршено тако што је уређај монтиран на носећа ужад (од првог до четвртог) непосредно изнад кабине. Након тога очитане су вредности сила (тежина) у појединачним ужадима и њиховим збиром добијена тачна (стварна) тежина, како кабине (930 kg) тако и противтега (1285 kg). Због тачности мерног уређаја, претходно је извршено његово баждарење у лабораторијским условима, на основу терета чија је тежина позната (претходно утврђена баждареним динамометром, сл. 2.25б) и помоћу лабораторијске мосне дизалице.



Слика 2.25. Мерни прибор за мерење силе у ужадима

У сврху „статичких“ мерења и експерименталног одређивања вредности и карактера промене степена искоришћења, односно губитака, првенствено пужног редуктора и елемената за вођење кабине и противтега, коришћен је следећи прибор:

- Мерна полука (модификована), сл. 2.26а,
- Уређај за мерење момента НВМ Т4А, опсега мерења до 50 Nm, сл. 2.26б,
- Универзална моторна нарезница, коришћена у сврху континуалног обртања замајца, а тиме и дизања и спуштања кабине/противтега, сл. 2.26в,
- Универзално мерно појачало – 8 канално QUANTUM X МХ480В, сл. 2.26г,
- Софтвер за прикупљање и обраду мерних сигнала НВМ catmanEasy-АР,
- Рачунар ASUS, за складиштење мерних сигнала, прикупљаних са замајца електромотора.



б)



в)



г)

Слика 2.26. Мерни прибор коришћен у сврху „статичких“ мерења

Мерна полука је конструисана и израђена да омогући једноставну и чврсту везу са замајцем електромотора и да би се на њеној средини на једноставан начин и брзо могао

везати уређај за мерење момента. Приказан је изглед мерне полуге у облику радионичке документације као подлоге за њену израду, а на сл. 2.27а приказана је мерна полука са уређајем за мерење момента и погонским елементом (нарезница за навоје) у току мерења, монтирана на замајац електромотора.



а)



б)

Слика 2.27. Мерна полука монтирана на замајцу електромотора

Након ручног деловања на полуку кочнице (сл. 2.28а), укључује се моторна нарезница (сл. 2.27б), чији се обртни момент преко давача момента (сл. 2.27б) преноси на замајац, а тиме врши и подизање, тј. спуштање кабине. Мерни сигнал (промена обртног момента на замајцу) је са давача момента вођен на универзално мерно појачало – 8 канално QUANTUM X MX480В, а одатле преко софтвера за прикупљање и обраду мерних сигнала HBM catmanEasy-AP складиштен на меморију рачунара (сл. 2.28б).



а)



б)

Слика 2.28. Кочница са ручицом за откочивање (а) и део опреме за мерење (б)

Треба напоменути да су мерења вршена за случајеве када је кабина била у доњој станици (у приземљу), приближно на средини висине дизања и у горњој станици. За све те сличајеве кабина је дизања преко моторне нарезнице за један пун круг погонске ужетњаче, а онда спуштана такође за један круг ужетњаче, с тим да у случају када је кабина била у горњој станици, онда је прво вршено спуштање, па дизање.

У наредном поглављу описани су и дати резултати мерења, који су уједно послужили за одређивање губитака (првенствено у редуктору), а на основу тога дате подлоге за методу одређивања отпора код лифтова.

НАПОМЕНА: На жалост, у току мерења је установљено да код оптерећења кабине која се разликују већ више од 100 kg од половине називног оптерећења ($750/2=375$ kg) долази до појаве момената на погонској нарезници који прелази мерни опсег мерача момента (50 Nm). Ово је указало на озбиљну неправилност у функционисању лифта. Након прегледа лифта од стране стручне комисије и сервисера (март 2015.) установљени су проблеми и делу погонског механизма са пужним паром па је донета одлука да се обустави експлоатација лифта и замени целокупан погонски механизам. Планирано је да ће замена бити извршена најкасније до јуна 2015. године, након чега би се извршила предвиђена мерења. Међутим како замена није још извршена (септембар 2015.) морало се, у оквиру ове дисертације, одустати од ових мерења. Међутим како је метода верификована већ код претходног мерења, који су извршени раније (17.04.2014.), чији су резултати приказани горе може се констатовати да је предложена метода за експериментално одређивање отпора код лифтова са коригованом опремом погодна за примену у експлоатационим условима односно за одређивање реалних вредности ових параметара. Без обзира на завршетак дисертације након монтаже погонског механизма и пуштања лифта у рад извршиће се предвиђена мерења која ће бити од изузетне важности јер се ретко пружа прилика да се мерења врше на новом (реконструисаном) лифту.

3.0 МОДЕЛИРАЊЕ И ДИНАМИЧКА АНАЛИЗА МАШИНА ВЕРТИКАЛНОГ ТРАНСПОРТА

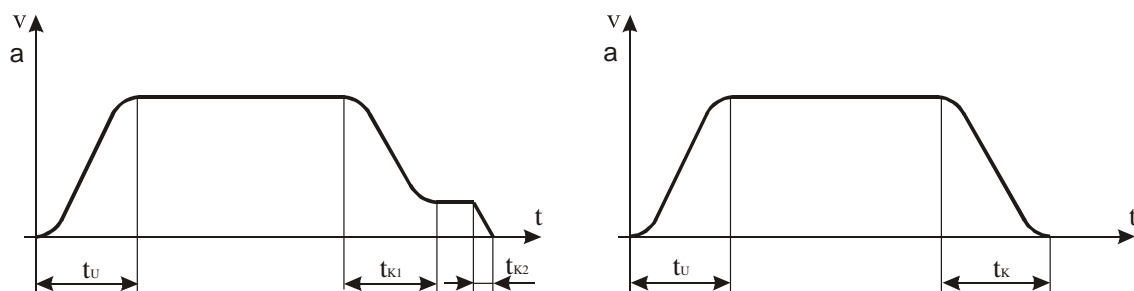
3.1 Дефинисање кинематских параметара - крутокинетичка анализа

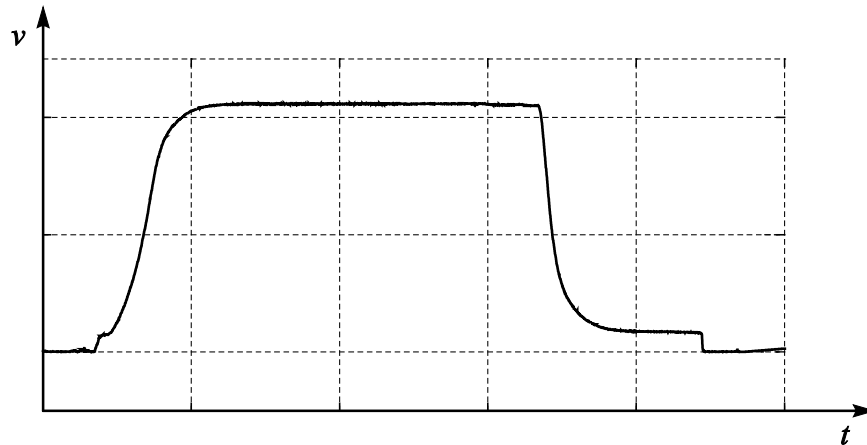
Основне кинематске величине које се јављају код машина за вертикално дизање терета су брзина и убрзање. Међутим, због комфора вожње код особних лифтова веома је битна и брзина промене убрзања, односно трзај.

Граничне вредности појединих кинематских параметара су последица ограничења, која су карактеристична за одређену врсту уређаја. Иначе, што се тиче брзине дизања тежи се да она буде што већа, јер она директно утиче на капацитет. Како се брзина може постићи тек након одређеног времена, у зависности од потребне висине дизања, бира се њена оптимална вредност, јер није исправно пројектовати уређај са великом називном брзином, ако се он користи за вожњу са спрата на спрат, па се најчешће догађа да се та називна вредност и не достигне.

Код особних лифтова основни кинематски параметри се одређују из услова комфора, односно удобности вожње, при чему је важно да: максимално убрзање и успорење при покретању и кочењу не сме да пређе одређену граничну вредност, и брзина промене убрзања-успорјења не сме бити велика, односно максимално убрзање-успорјење не сме бити постигнуто сувише брзо. Код савременух лифтова максимално убрзање и успорење (сем принудних) се регулише преко управљачких програма. Овде се наводе подаци из ранијег периода где су, многобројним испитивањима за особне лифтове при вожњи са спрата на спрат, утврђене су граничне вредности убрзања и брзине његове промене (трзаја): $a_{\max} = 1,4 \text{ m/s}^2$ и $\dot{a}_{\max} = 1 \text{ m/s}^3$.

Код примене асинхроних мотора без управљања (директно укључивање), максимална убрзања могу да пређу вредност од $1,4 \text{ m/s}^2$, али никако не и границу од $2,5 \text{ m/s}^2$, [87]. Ако се ради о осталим врстама лифтова (лифтови који имају дужи пут између заустављања, не крећу се са спрата са спрат), или о извозним постројењима тада, посебно ако се ради о превозу терета, не постоје посебни прописи о максималним убрзањима. На основу наведеног, уобичајени дијаграми кретања карактеристични за особне лифтове и извозна постројења су дати на сл. 3.1.





Слика 3.1. Дијаграми кретања лифта и извозних постројења

Убрзање-успорјење кабине и противтега може се одредити на основу равнотежа момената за осу електромотора, тако да се добијају следеће једначине:

- убрзање

$$M_M = M_{in/M}^{rot} + M_{in/M}^{tr} \pm M_{st/M} \quad (3.1)$$

- кочење

$$M_K = M_{in/M}^{rot} + M_{in/M}^{tr} \mp M_{st/M} \quad (3.2)$$

где је:

M_M - момент мотора,

$M_{in/M}^{rot}$ - момент инерцијалних сила ротационих маса,

$M_{in/M}^{tr}$ - момент инерцијалних сила транслаторних маса,

$M_{st/M}$ - момент статичког оптерећења од тежине кабине, корисног терета и противтега редукован на вратило електромотора,

M_K - момент кочења.

Знак (-) испред $M_{st/M}$ важи за генераторски режим рада, односно када је рад мотора потпомогнут статичким моментом од спољњег оптерећења.

Момент инерцијалних сила ротационих маса:

$$M_{in/M}^{rot} = J_{red/M} \cdot \varepsilon = \alpha \cdot (J_R + J_K) \cdot \frac{2 \cdot a \cdot i_R}{D} \quad (3.3)$$

где је:

$J_{red/M} \approx \alpha (J_R + J_K)$ - момент инерције ротационих маса редукован на вратило електромотора,

$$\varepsilon = i_R \cdot \frac{a}{D} = i_R \cdot \frac{2 \cdot a}{D} \quad \text{- угаоно убрзање вратила електромотора,}$$

i_R - преносни однос редуктора,

a - убрзање транслаторних маса,
 D - пречник погонске ужетњаче,
 $\alpha = 1,15 \div 1,25$ - коефицијент утицаја спороходних ротационих маса у односу на прво вратило(вратило електромотора),

J_R - момент инерције ротора електромотора са замајцем,

J_K - момент инерције спојнице.

Момент инерцијалних сила транслаторних маса при оптерећењу кабине називним теретом:

$$M_{in/M}^{tr/n} = \frac{\sum m \cdot a \cdot \frac{D}{2}}{i_R \cdot \eta} = \frac{a \cdot (Q + K + G) \cdot D}{2 \cdot i_R \cdot \eta} \quad (3.4)$$

где је:

$\sum m = Q + K + G$ - укупна транслаторна маса,

Q - називна носивост лифта,

K - маса кабине,

G - маса противтега,

η - укупни степен искоришћења лифтовског постројења.

Статички момент редукован на вратило електромотора за кабину оптерећену називним теретом:

$$M_{st/M}^n = \frac{(Q + K - G) \cdot g \cdot D}{2 \cdot i_R \cdot \eta} \quad (3.5)$$

Уводећи ознаке за карактеристичне односе:

$\lambda = \frac{Q_S}{Q}$ - релативно оптерећење кабине и

$\beta = \frac{G - K}{Q}$ - коефицијент тежине противтега,

где је:

Q_S - стварно оптерећење кабине корисним теретом,

и заменом у израз (3.5) добија се:

$$M_{st/M}^n = \frac{(1 - \beta) \cdot Q \cdot g \cdot D}{2 \cdot i_R \cdot \eta} \quad (3.6)$$

Сада се стварни статички момент и момент инерцијалних сила транслаторних маса који одговарају стварном оптерећењу кабине могу изразити на следећи начин:

$$M_{st/M} = M_{st/M}^n \cdot \frac{\lambda - \beta}{1 - \beta} = \frac{(1 - \beta) \cdot Q \cdot g \cdot D}{2 \cdot i_R \cdot \eta} \cdot \frac{\lambda - \beta}{1 - \beta} = \frac{(\lambda - \beta) \cdot Q \cdot g \cdot D}{2 \cdot i_R \cdot \eta} \quad (3.7)$$

$$M_{in/M}^{tr} = M_{in/M}^{tr/n} \cdot \frac{\lambda \cdot Q + K + G}{Q + K + G} = \frac{a \cdot (Q + K + G) \cdot D}{2 \cdot i_R \cdot \eta} \cdot \frac{\lambda \cdot Q + K + G}{Q + K + G} =$$

$$= \frac{a \cdot (\lambda \cdot Q + K + G) \cdot D}{2 \cdot i_R \cdot \eta} \quad (3.8)$$

Уврштавајући изразе (3.3), (3.7) и (3.8) у једначине (3.1) и (3.2), при вођењу рачуна да у једначини (3.2) у изразима за статички момент редукован на вратило електромотора и момент инерцијалних сила транслаторних маса члан (η) треба да стоји у бројиоцу због тога што отпори помажу при кочењу:

$$M_M = \frac{2 \cdot a \cdot i_R}{D} \cdot \left[\alpha \cdot (J_R + J_K) + \frac{(\lambda \cdot Q + K + G) \cdot D^2}{4 \cdot i_R^2 \cdot \eta} \right] \pm \frac{(\lambda - \beta) \cdot Q \cdot g \cdot D}{2 \cdot i_R \cdot \eta} \quad (3.9)$$

$$M_K = \frac{2 \cdot a \cdot i_R}{D} \cdot \left[\alpha \cdot (J_R + J_K) + \frac{(\lambda \cdot Q + K + G) \cdot D^2}{4 \cdot i_R^2 \cdot \eta} \right] \mp \frac{(\lambda - \beta) \cdot Q \cdot g \cdot D}{2 \cdot i_R \cdot \eta} \cdot \eta \quad (3.10)$$

Решавањем ове једначине по (a) добија се:

- за период убрзања

$$a = D \cdot \frac{M_M \mp \frac{(\lambda - \beta) \cdot Q \cdot g \cdot D}{2 \cdot i_R \cdot \eta}}{2 \cdot i_R \cdot \left[\alpha \cdot (J_R + J_K) + \frac{(\lambda \cdot Q + K + G) \cdot D^2}{4 \cdot i_R^2 \cdot \eta} \right]} \quad (3.11)$$

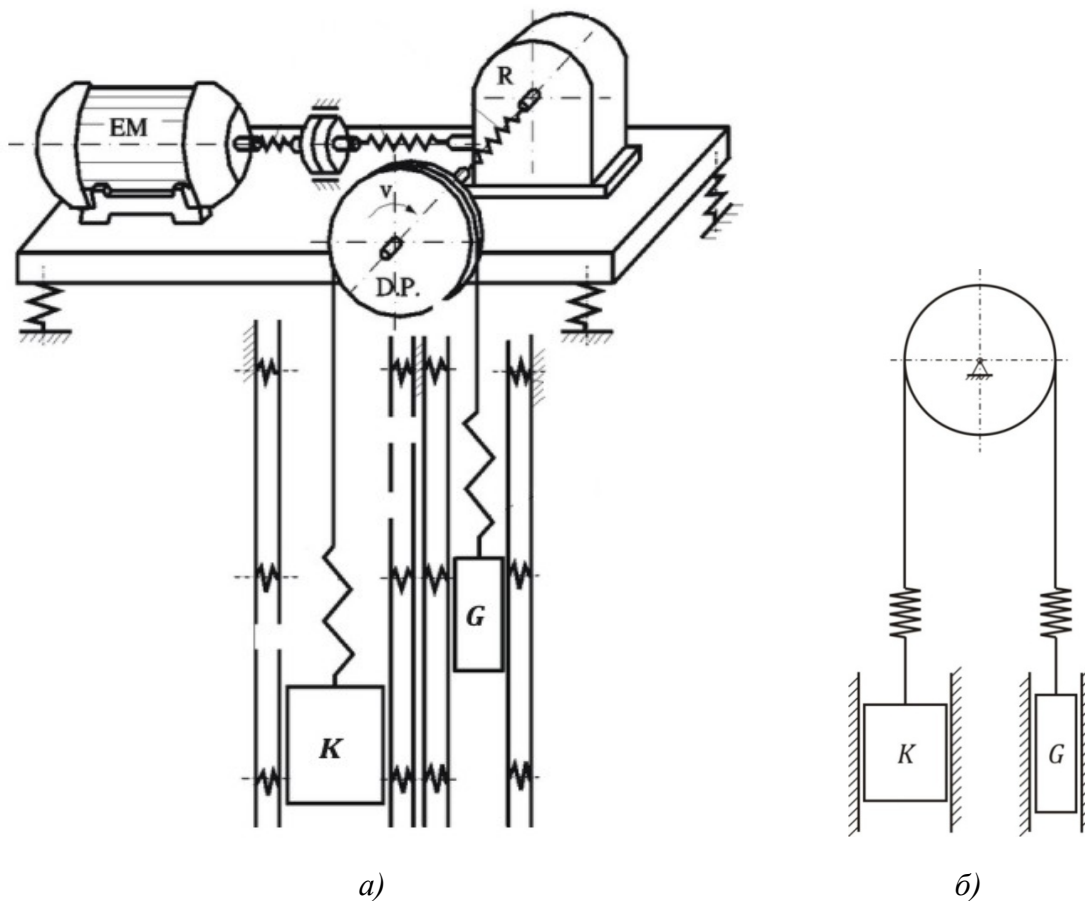
- за период кочења (успорјење)

$$a = D \cdot \frac{M_K \pm \frac{(\lambda - \beta) \cdot Q \cdot g \cdot D}{2 \cdot i_R} \cdot \eta}{2 \cdot i_R \cdot \left[\alpha \cdot (J_R + J_K) + \frac{(\lambda \cdot Q + K + G) \cdot D^2}{4 \cdot i_R^2 \cdot \eta} \right]} \quad (3.12)$$

У претходном разматрању, елементи лифта су се посматрали као крути (тзв. „крути систем“ лифтовског постројења), што одговара „крутокинетичкој анализи“. Од посебног интереса је еластичност ужета, која значајно утиче на динамичка оптерећења, а тиме и на кинематику кретања кабине. Код старијих лифтова, на вратилу електромотора се налази замајац, чији је задатак да кретање погонског дела одржи што равномернијим и што је однос замајних момената ротационих и транслаторних маса већи, то је утицај различитог оптерећења кабине и еластичности ужета на кинематику кретања погонског дела механизма мањи.

3.2 Еластокинетичка анализа. Динамички модели у систему дизања погонском ужетњачом

Горе разматрани модели, како је наведено, одговарају за лифтове релативно мале висине и брзине. Крутост појединих погонских елемената, као параметара динамичког модела, зависи од конструктивне изведбе конкретног уређаја. На основу многобројних испитивања на одређеним конструкцијама погона дизања о величини утицаја крутости елемената на његово динамичко понашање може се проблем знатно упростити. У литератури се иначе наводи да је утицај крутости ротационих елемената погона дизања од погонског електромотора до ужетњаче (ротор, спојница, редуктор, ...) свега 0,5% у односу на утицај крутости ужета на динамичка оптерећења, сл. 3.2. Како је цела конструкција погонског склопа постављена на масивно бетонско постоље чија је крутост велика, може се и овај утицај искључити из разматрања, посебно код лифтова и извозних постројења великих висина дизања.



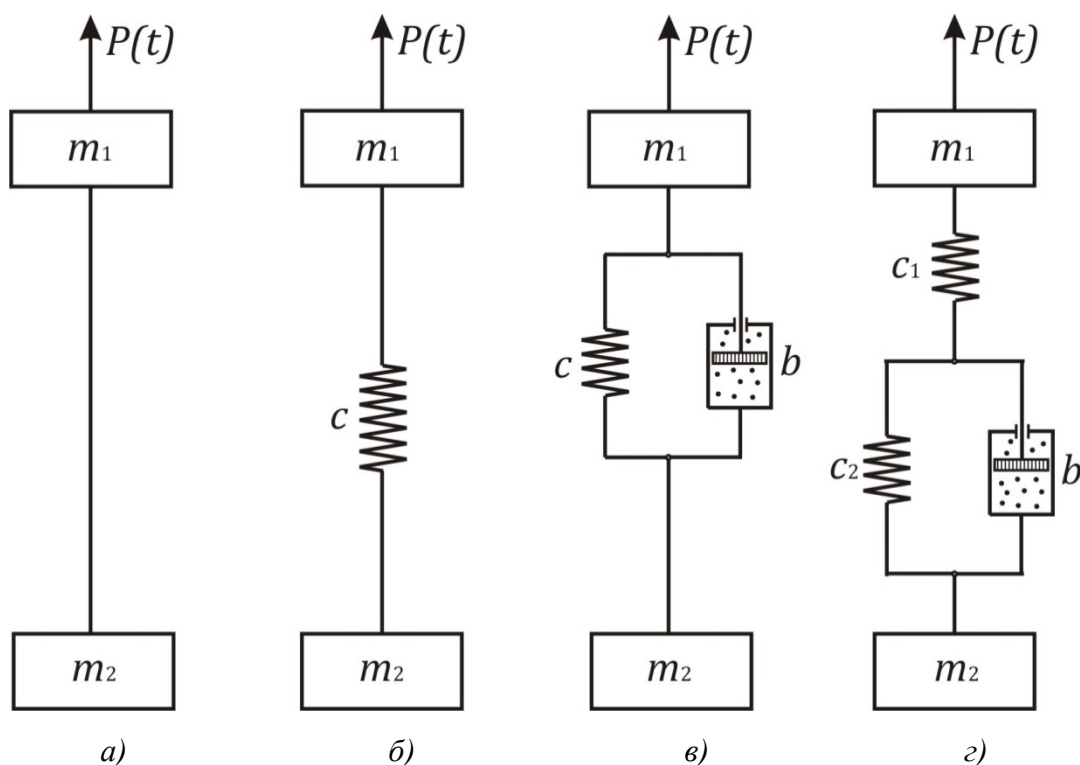
Слика 3.2. Општи (а) и упрошћен (б) изглед динамичког модела стандардне конструкције лифта

а) Модел лифта са два степена слободe

Најчешће се за одређивање динамичког оптерећења у случају вертикалног дизања погонском ужетњачом усвајају динамички модели приказани на сл. 3.3, код којих је m_1 - редукована маса погонског дела, m_2 - маса кабине и терета, и P - погонска сила. Сл. 3.3а

приказује модел ужета какав би одговарао погонима код којих су висина и брзина дизања релативно мале, што доводи до тога да се уже посматра као нееластични савитљиви елемент. На тој слици је приказан тзв. крутокинетички модел лифта који је детаљно анализиран у поглављу 3.1.

Формирање динамичког модела лифта може се разложити на три дела. Прво, може се приступити дефинисању модела ужета као носећег елемента. Наиме, уже се може посматрати на више начина. Према [87], најмеродавније је посматрати уже као Келвинов или стандардни модел (сл. 3.3в,г), где се уже посматра као опруга велике крутости (c) у комбинацији са пригушењем (b). На сл. 3.3б,в,г представљени су динамички модели са два степена слободне кретања, који се веома често користе при анализи лифтова.



Слика 3.3. Динамички модели носећег елемента, нееластични елемент (а), Хуков модел (б), Келвинов модел (в) и стандардни модел (г)

б) Модел лифта са носећим елементом у облику штапа („тешко“ уже) константне дужине

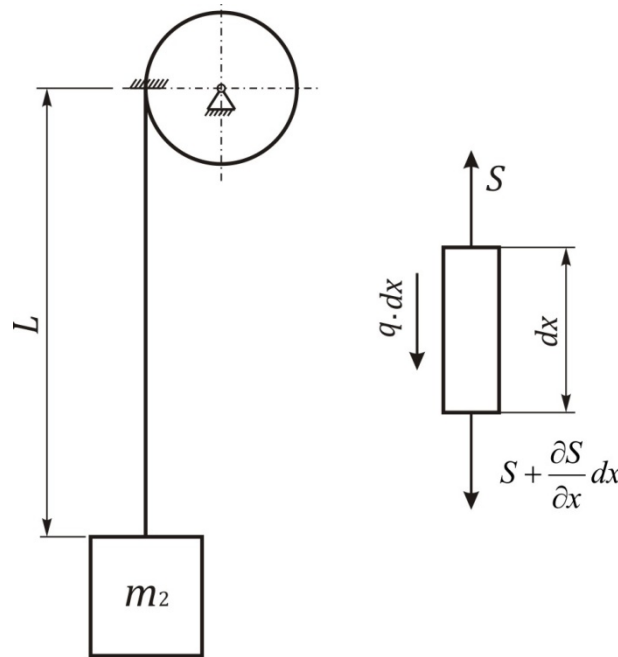
Недостатак претходних модела се огледа у томе да се добијају приближне вредности аплитуда и фреквенција осциловања које су прихватљиве за случајеве малих висина дизања. Код већих висина дизања, потребно је узети и утицај тежине челичног ужета. Ово је могуће приближно моделирати као осцилације са једним степеном слободне кретања, са „тешком“ опругом, што је обрађено у општој литератури. Међутим, овај проблем се тачније може моделирати као систем са бесконачним бројем степени слободне кретања (лонгитудиналне осцилације штапа) са одговарајућим граничним условима, поглавље 5.0.

Формирање диференцијалних једначина осциловања ужета константне дужине ће се извршити разматрањем једне стране (стране на којој се налази кабина), што је

оправдано, јер се дужина ужета задржава константном, тј. у суштини се разматрају уздужне осцилације штапа дужине L , [89]. Размарање ће се извршити према сл. 3.4.

На основу Даламберовог принципа, посматрајући равнотежу елементарног дела ужета, може се написати:

$$\frac{q}{g} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = E \cdot A \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(u + b \cdot \frac{\partial u}{\partial t} \right) + q \quad (3.13)$$



Слика 3.4. Осциловање ужета константне дужине

Ако би се посматрало осциловање око равнотежног положаја (положаја статичке равнотеже), при чему би се са $v(x,t)$ обележило удаљење од равнотежног положаја, а са $u(x,0) = u_{st}$ издужење ужета услед деловања сопствене тежине ужета, диференцијална једначина осциловања ужета константне дужине попримила би облик [87]:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{g \cdot E \cdot A}{q} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(v + b \cdot \frac{\partial v}{\partial t} \right) \quad (3.14)$$

Решење једначине (3.14) се може добити (тражити) у облику производа две функције које су функције само једне променљиве (поступак решавања парцијалних диференцијалних једначина методом раздвајања променљивих детаљније је образложен у поглављу 4.0):

$$v(x,t) = X(x) \cdot T(t) \quad (3.15)$$

Ако се израз (3.15) два пута диференцира и уврсти у једначину (3.14), добиће се две обичне диференцијалне једначине:

$$\begin{aligned} \ddot{T} + b \cdot k^2 \cdot c^2 \cdot \dot{T} + k^2 \cdot c^2 \cdot T &= 0 \\ X'' + k^2 \cdot X &= 0 \end{aligned} \quad (3.16)$$

где је:

$$c^2 = \frac{g \cdot E \cdot A}{q} - \text{брзина простирања еластичног таласа}$$

Решење друге једначине је облика:

$$X(x) = A_1 \cdot \cos(k \cdot x) + A_2 \cdot \sin(k \cdot x) \quad (3.17)$$

Константе A_1 и A_2 се одређују из граничних услова, [87]:

а) за $x = 0$, на основу сл. 3.4, издужење је једнако нули, тј. $u(0, t) = 0$, па је први гранични услов $v(0, t) = 0$.

$$\text{б) за } x = L, \text{ други гранични услов је } \frac{Q}{q} \cdot \left(\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right)_{x=L} = -E \cdot A \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(v + b \cdot \frac{\partial v}{\partial t} \right)_{x=L}$$

Комплетно решење система обичних диференцијалних једначина (3.16), а тиме и једначине (3.14) дато је у [87]. Овде ће се навести само део поступка решавања који се односи на одређивање фреквентне једначине осциловања ужета, са теретом на доњем крају, у случају мировања погонске ужетгаче.

Користећи други гранични услов и заменом у једначине (3.16) и (3.15), након сређивања, добије се [87]:

$$k \cdot L \cdot \tan(k \cdot L) = \frac{q \cdot L}{Q} \quad (3.18)$$

Увођењем ознака: $\beta = k \cdot L$ и $\alpha = \frac{q \cdot L}{Q}$, добија се фреквентна једначина осциловања ужета са теретом на доњем крају, у случају мировања погонске ужетгаче, у облику:

$$\beta \cdot \tan \beta = \alpha \quad (3.19)$$

За различите односе тежине ужета и терета, могуће је рачунским методама или графичким путем наћи решења за горњу једначину, [101, 103]. Једначина има бесконачно много корена, па је број сопствених кружних фреквенција бесконачно велики.

За карактеристичне вредности β (од 0 до $7\pi/2$, у зависности од броја корена једначине и од односа маса ужади и терета, тј. вредности за α), дефинисане су и сопствене форме осциловања ужета:

$$X_i(x) = A_2 \cdot \sin(k \cdot x) = A_2 \cdot \sin\left(\beta_i \cdot \frac{x}{L}\right) \quad (3.20)$$

Карактеристично за велике висине дизања и за мале носивости кабине, када су вредности за α знатне, вредности за β према [101] и [87] су:

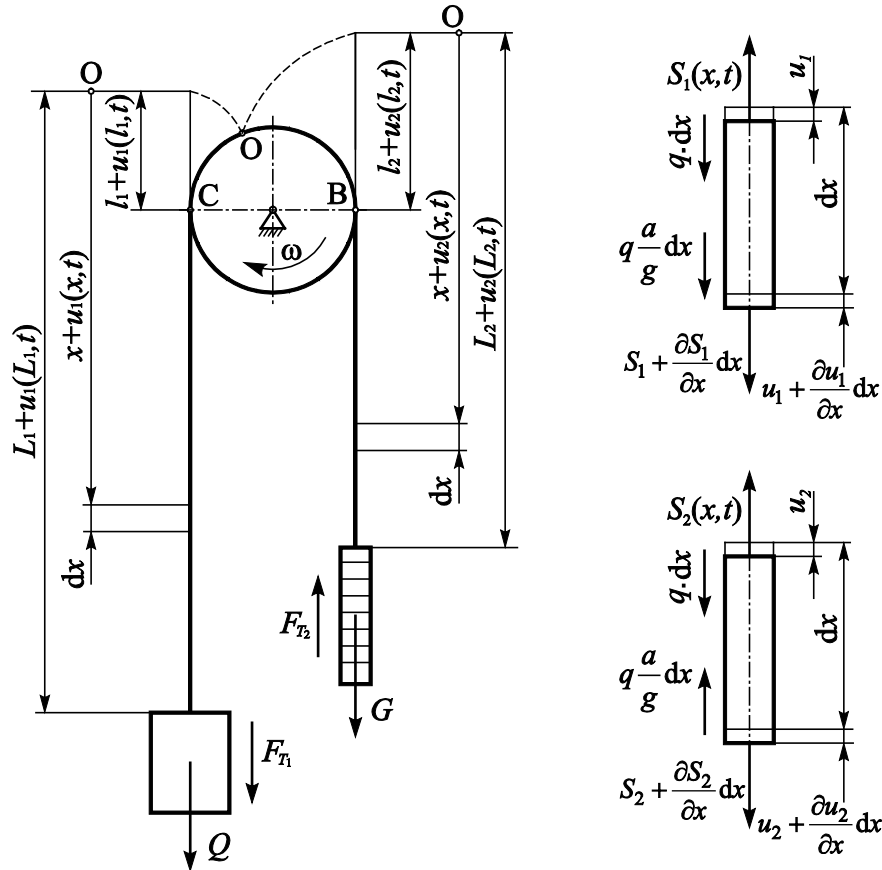
$$\beta = \frac{2n-1}{2} \cdot \pi \quad (3.21)$$

где је:

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

в) Модел лифта са „тешким“ ужетом променљиве дужине

За лифтове велике висине дизања и брзине кретања, претходно наведени модели не одговарају, због чињенице да се у току дизања, поред тежине слободног дела ужета, значајно мења и основни параметар динамичких модела – крутост EA/l . Меродаван динамички модел за описивање динамичког понашања уређаја са погонском ужетњачом приказан је на сл. 3.5.



Слика 3.5. Динамички модел лифта [68, 67]

Модел лифта приказан на сл. 3.5 омогућује комплексну анализу динамичког понашања лифта који обухвата утицај промене дужине слободног крака челичног ужета на његову крутост $c = E \cdot A/l$ (параметарске осцилације). Овакав модел се мора применити код брзоходних и експресних лифтова, као и извозних постројења при анализи динамичког понашања и стабилности кретања система.

На основу равнотеже елементарних делова за наилазну и силазну грану и момената на погонској ужетњачи, сл. 3.5, динамичко понашање се дефинише помоћу система од три парцијалне диференцијалне једначине у облику [68]:

$$\frac{q}{g} \cdot \frac{\partial^2 u_1(x,t)}{\partial t^2} = E \cdot A \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} \cdot \left[u_1(x,t) + b \cdot \frac{\partial u_1(x,t)}{\partial t} \right] + q \cdot \left(1 \pm \frac{a}{g} \right) \quad (3.22)$$

$$\frac{q}{g} \cdot \frac{\partial^2 u_2(x,t)}{\partial t^2} = E \cdot A \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} \cdot \left[u_2(x,t) + b \cdot \frac{\partial u_2(x,t)}{\partial t} \right] + q \cdot \left(1 \pm \frac{a}{g} \right) \quad (3.23)$$

$$M_m = \frac{R}{i \cdot \eta} \cdot E \cdot A \cdot \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left\{ u_1(l_1, t) - u_2(l_2, t) + \frac{\partial}{\partial t} [u_1(l_1, t) - u_2(l_2, t)] - J_r \cdot \frac{a \cdot i_R}{\eta} \right\} \quad (3.24)$$

где је:

u_1, u_2 - еластична деформација ужета,

E - модул еластичности,

A - попречни пресек ужета,

a - убрзање погонског механизма,

M_m - погонски момент мотора,

i_R - преносни однос редуктора,

η - коефицијент искоришћења погона,

J_r - момент инерције ротационих маса редукован на вратило ужетњаче,

R - полупречник ужетњаче.

Представљајући уже као Келвинов модел може се написати:

$$S(x, t) = E \cdot A \cdot \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left[u(x, t) + b \cdot \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \right] \quad (3.25)$$

где је:

b - коефицијент који узима обзир унутрашње трење (параметар пригушења)

Да би се решио наведени систем једначина, потребно је дефинисати граничне услове за места наиласка и силаска ужета са погонске ужетњаче и на местима везе крајева ужади за кабину и противтег.

Ако се узме да нема клизања ужета по погонској ужетњачи (задовољени услови за вучну способност), гранични услов на месту наиласка ужета на погонску ужетњачу, сл. 3.6, може се написати у облику [68]:

$$u_1(l_1, t) = \int_0^t \frac{\partial u_1(l_1, t)}{\partial x} \left(\frac{dl_1}{dt} \right) \cdot dt \quad (3.26)$$

где је:

l_1 - намотани део ужета на ужетњачу,

$\frac{dl_1}{dt}$ - брзина намотавања ужета (дизања).

Ако долази до еластичног клизања ужета на погонској ужетњачи, гранични услов је:

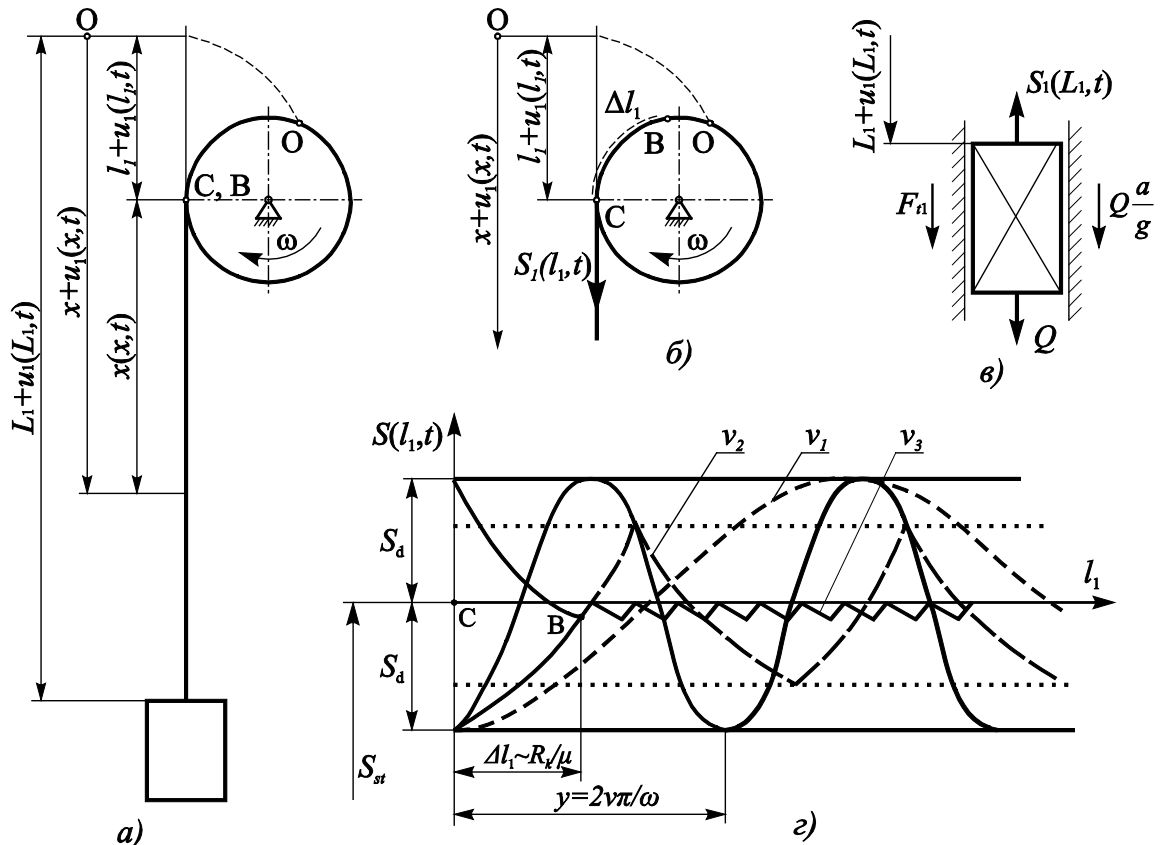
$$u_1(l_1, t) = \int_0^t \frac{\partial u_1(l_1, t)}{\partial x} \left(\frac{dl_1}{dt} - \frac{d}{dt} (\Delta l_1) \right) \cdot dt + \Delta l_1 \cdot \frac{\partial u_1(l_1, t)}{\partial x} \quad (3.27)$$

где је:

$\frac{d}{dt}(\Delta l_1)$ - брзина еластичног клизања.

Гранични услов на месту везивања ужета за кабину је:

$$Q = E \cdot A \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(u_1(L_1, t) + b \cdot \frac{\partial u_1(L_1, t)}{\partial t} \right) + \left(\frac{Q}{g} \cdot \frac{\partial^2 u_1(L_1, t)}{\partial t^2} - a \right) \quad (3.28)$$



Слика 3.6. Гранични услови: а) на ужници без клизања, б) на ужници са клизањем, в) на кабини [68]

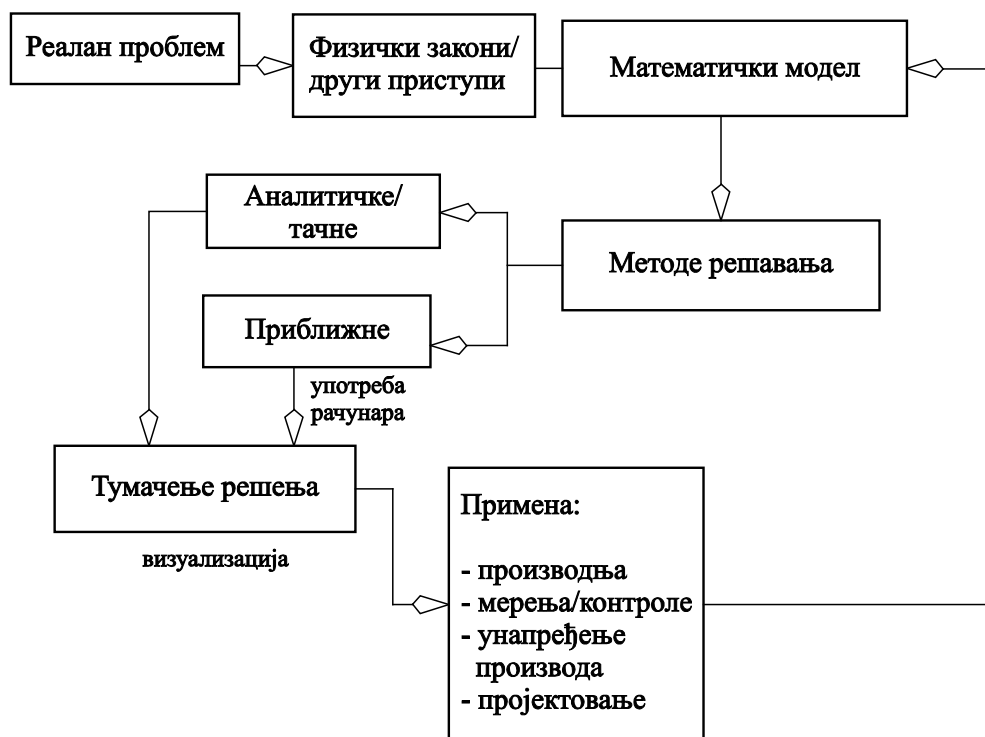
При великим брзинама дизања, брзина промене силе на обухватном углу ужетњаче је мања од силе трења, па се задржава сила у ужету на делу угла релативног мировања, онаква каква је била пре наилаaska на ужетњачу. Због променљиве вредности силе у силазној грани ужета, могу настати такође параметарске осцилације, које нису предмет истраживања у овој дисертацији. Сходно томе, могу се посматрати одвојено наилазна и силазна грана ужета, у случајевима задавања кинематских услова на погонској ужетњачи (оптерећења не утичу на погонски механизам).

Аналитичко решење система диференцијалних једначина са нехолономним граничним условима је изузетно сложено, а детаљан поступак решавања дат је у [87].

4.0 АНАЛИЗА И ПРИМЕНА АНАЛИТИЧКО-НУМЕРИЧКИХ ПОСТУПАКА ЗА РЕШАВАЊЕ МАТЕМАТИЧКИХ МОДЕЛА

Анализа система и машина вертикалног транспорта подразумева формирање математичких модела кроз системе диференцијалних и алгебарских једначина, како је детаљно описано у претходном поглављу. У литератури је доступан велики број аналитичко-нумеричких метода и поступака за решавање математичких модела. Шема дата на сл. 4.2 приказује детаљнији преглед метода, како аналитичких тако и нумеричких за решавање једначина и система једначина кроз које је неки технички проблем дефинисан.

У наредном тексту су приказане неке од најзначајнијих метода које се у свету примењују за решавање математичких модела, као што су системи диференцијалних једначина формирани и описани у претходном поглављу. Такође, кроз један од поступака биће дат и начин решавања неких проблема применом нумеричких метода и софтверског пакета MATLAB. На сл. 4.1 дат је дијаграм [42], са кога се види пут и начини решавања математичких модела.



Слика 4.1. Дијаграм тока за решавање математичких модела [42]



Слика 4.2. Класификација метода за решавање математичких модела

4.1 Преглед значајнијих метода за решавање обичних диференцијалних једначина

У наставку је дат преглед метода које се у техници користе за решавање математичких модела примењених код машина вертикалног транспорта и сличних проблема. Дакле, како показује шема на сл. 4.2, постоји велики број метода за решавање диференцијалних једначина, при чему ће бити приказане само оне које су интересантне за ову дисертацију, односно за решавање формираних математичких модела.

Као што је опште познато из математике, под диференцијалном једначином подразумева се једначина у којој се поред непознате функције и њеног аргумента појављује и један или више њених извода. Решење (или интеграл) диференцијалне једначине је функција која задовољава ту једначину. На пример, ако је $y = y(x)$ непозната функција аргумента x , онда је за диференцијалну једначину $y'' - y = e^x$ решење $y(x) = xe^x + Ce^x$. Са C је означена произвољна бројна константа, што указује на то да диференцијална једначина нема у општем случају јединствено решење. Зато су при решавању диференцијалних једначина од интереса неки посебни услови помоћу којих се одређују непознате константе. За диференцијалне једначине првог реда задају се тзв. почетни услови облика $y' = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$, што је такође познато као Кошијев проблем (енг. *Cauchy*). У том случају се добија јединствено решење.

Као што се види са сл. 4.2, постоји велики број аналитичких метода за решавање диференцијалних једначина, али су те методе ограничене на специјалне случајеве. Тада се добија решење у облику израза споменутих у претходном пасусус. Међутим, код великог броја проблема (који су често повезани са математичким моделима већине техничких система), није могуће применити аналитичке методе, па је потребно приступити нумеричком одређивању приближног решења. Нумеричко решење је пожељно чак и у

случајевима када постоји решење у коначном облику, али је врло компликовано. Нпр. нумеричко решење диференцијалне једначине често је задато у облику табеле, тако да аналитички израз за функцију остаје и даље непознат. За добијање већег броја значајних цифара у решењу потребно је уложити већи напор при израчунавању и применити прецизнији метод.

Најчешће примењиване аналитичке методе

Аналитичке методе дају приближно решење постављеног проблема помоћу одговарајућих аналитичких израза. Могућност практичне примене ових метода је веома ограничена, тако да оне немају велики значај.

1. Метод неодређених коефицијената

Ако је дат Кошијев (енг. *Cauchy*) проблем:

$$y' = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0$$

Решење овог проблема је у облику реда:

$$y(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + a_3(x - x_0)^3 + \dots$$

где су:

a_0, a_1, a_2, \dots - непознати коефицијенти.

На основу почетног услова $y(x_0) = y_0$, добија се за први коефицијент $a_0 = y_0$. Остали коефицијенти се добијају изједначавањем:

$$y'(x) = f(x, y(x)) \tag{4.1}$$

где је:

$$y'(x) = a_1 + 2a_2(x - x_0) + 3a_3(x - x_0)^2 + \dots$$

Из услова да лева и десна страна у изразу (4.1) буду једнаке, одређују се коефицијенти a_k .

2. Пикардов (енг. *Picard*) метод сукцесивних апроксимација

Кошијев проблем $y' = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$, може се приказати у следећем еквивалентном облику:

$$y(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f(t, y(t)) dt \tag{4.2}$$

Полазећи од неке почетне апроксимативне функције $y^{[0]}(x)$, на основу (4.2) може се конструисати низ узастопних апроксимација $\{y^{[k]}\}_{k \in \mathbb{N}}$ помоћу формуле:

$$y^{[n+1]}(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f(t, y^{[n]}(t)) dt \tag{4.3}$$

Детаљније образложење Пикардовог метода дато је у [80].

Најчешће примењиване нумеричке методе

1. Ојлеров (енг. Euler) метод

Ојлеров метод је најпростији представник нумеричких метода. Апроксимација функције решења не добија се у облику израза већ у облику табеле приближних вредности.

Да би се појаснио поступак тражења решења применом Ојлеровог метода посматраће се диференцијална једначина (Кошијев проблем) чије се решење тражи у интервалу $[a, b]$. Интервал $[a, b]$ се може поделити на n подинтервала помоћу тачака $x_0 = a, x_k = a + hk$ ($k = 1, \dots, n$), где је $h = (b - a)/n$.

Ако се претпостави да је функција y непрекидна заједно са својим изводима y' и y'' , тада се на основу Тејлорове (енг. Taylor) формуле може рећи да постоји тачка c_1 између тачака x_0 и x ($x \in (x_0, x_1)$) таква да је:

$$y(x) = y(x_0) + (x - x_0)y'(x_0) + \frac{(x - x_0)^2}{2}y''(c_1)$$

Како је $y'(x_0) = f(x_0, y_0)$ и $h = x_1 - x_0$, одавде следи да се за $x = x_1$ може написати:

$$y(x_1) = y_0 + h \cdot f(x_0, y_0) + \frac{h^2}{2}y''(c_1)$$

Уколико је корак h довољно мали, може се занемарити последњи члан на десној страни и за апроксимацију тачне вредности $y(x_1)$ узети:

$$y_1 = y_0 + h \cdot f(x_0, y_0) \tag{4.4}$$

Сличним поступком на интервалу (x_1, x_2) добија се апроксимација тачне вредности $y(x_2)$:

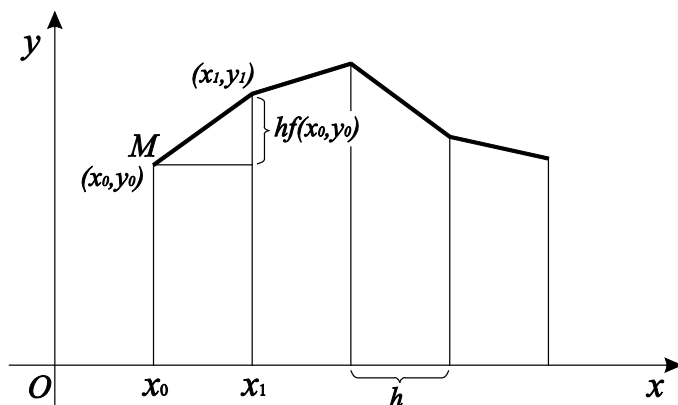
$$y_2 = y_1 + h \cdot f(x_1, y_1)$$

Поступак се понавља, генеришући низ вредности:

$$y_{k+1} = y_k + h \cdot f(x_k, y_k), \quad (k = 0, 1, \dots, n-1) \tag{4.5}$$

Релација (4.5) представља општи облик појединачног корака Ојлеровог метода.

На овај начин се добија низ тачака (x_k, y_k) , $k = 0, \dots, n$, чијим спајањем настаје полигонална линија која се зове Ојлеров полигон. Ова полигонална линија апроксимира график тражене функције $y = y(x)$ као што је то приказано на сл. 4.3. На основу израза (4.5) и сл. 4.3 види се да део полигоналне линије, који спаја тачке (x_0, y_0) и (x_1, y_1) , представља део тангенте на кривој $y(x)$ у тачки (x_0, y_0) . Део линије који спаја (x_1, y_1) и (x_2, y_2) припада правој паралелној тангенти у тачки (x_1, y_1) , итд.



Слика 4.3. Ојлеров полигон

Са сл. 4.3 може се закључити да Ојлеров метод није нарочито прецизан и да зависи од броја корака n , тј. од величине корака h . Са исте слике се види да ће акумулирана грешка Ојлеровог метода бити значајна.

У сваком кораку дефинисаном формулом (4.5) направљена је грешка једнака изостављеном члану $y''(c_k) \frac{h^2}{2}$. На целом интервалу $[a, b]$ после n корака грешка износи:

$$\sum_{k=1}^n y''(c_k) \frac{h^2}{2} \approx \frac{b-a}{2} y''(c) \cdot h \approx O(h) \quad (4.6)$$

Укупна грешка ће бити и већа него што се то види из формуле (4.6), због тога што израчунате тачке (x_k, y_k) не леже на графику тачног решења $y = y(x)$.

2. Методи Рунге-Кута (енг. Runge-Kutta)

Карл Рунге¹ и Вилхелм Кута² развили су методе које се заснивају на примени Тејлоровог реда, али избегавају израчунавање извода разматране диференцијалне једначине. Постоје две врсте метода Рунге-Кута, и то методе Рунге-Кута реда два и реда четири. Иначе, метод Рунге-Кута реда четири је много прецизнији и у широј је употреби од метода Рунге-Кута реда два.

Да би се показала суштина метода Рунге-Кута реда два и четири поћи ће се од Кошијевог проблема и његовог решења у облику Тејлоровог реда.

$$y' = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0 \quad (4.7)$$

$$y(x+h) = y(x) + h \cdot y'(x) + \frac{h^2}{2!} y''(x) + \frac{h^3}{3!} y'''(x) + \dots \quad (4.8)$$

Према методу Рунге-Кута апроксимираће се горњи ред да би се избегло одређивање извода, а при томе постигла што је могуће већа тачност, у облику следеће формуле:

¹ Carl David Tolme Runge (1856 ÷ 1927), немачки математичар и физичар. Професор на Универзитету у ХанOVERу до 1904. године и на Универзитету у Готингену (Göttingen) од 1904. до 1925. године

² Martin Wilhelm Kutta (1867 ÷ 1944), немачки математичар, професор Универзитета у Штутгарту

$$y(x+h) = y(x) + \omega_1 k_1 + \omega_2 k_2 \quad (4.9)$$

где је:

$$k_1 = h \cdot f(x, y)$$

$$k_2 = h \cdot f(x + \alpha h, y + \beta k_1) = h \cdot f(x + \alpha h, y + \beta h f(x, y))$$

Ако се последња два израза уврсте у израз (4.9) добија се:

$$y(x+h) = y(x) + \omega_1 h f(x, y) + \omega_2 h f(x + \alpha h, y + \beta h f(x, y)) \quad (4.10)$$

Тачност последњег израза зависи од константи $\omega_1, \omega_2, \alpha$ и β . Дакле, потребно је одредити наведене константе, тако да израз буде што је могуће тачнији. Одређивање ових константи се врши коришћењем *Taylor*-ове формуле за функцију две променљиве и узимајући само прва три члана.

$$f(x + \alpha h, y + \beta h f(x, y)) = f + \alpha h f_x + \beta h f f_y + \frac{1}{2} \left(\alpha h \frac{\partial}{\partial x} + \beta h f \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \cdot f(\bar{x}, \bar{y}) \quad (4.11)$$

где је (\bar{x}, \bar{y}) тачка на линијском сегменту који спаја тачке (x, y) и $(x + \alpha h, y + \beta h f)$. Једначина (4.10) добија следећи облик:

$$y(x+h) = y(x) + (\omega_1 + \omega_2) h f(x, y) + \alpha \omega_2 h^2 f_x + \beta \omega_2 h^2 f f_y + O(h^3) \quad (4.12)$$

Како је $y' = f(x, y)$, онда је други извод:

$$y'' = \frac{dy'}{dx} = \frac{\partial}{\partial x} f(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial x} = f_x + f_y f$$

а једначина (4.10) постаје:

$$y(x+h) = y(x) + h f(x, y) + \frac{1}{2} h^2 f_x + \frac{1}{2} h^2 f f_y + O(h^3) \quad (4.13)$$

Једначине (4.12) и (4.13) биће подударне у случају да су им десне стране једнакости подударне тј., ако је:

$$\omega_1 + \omega_2 = 1, \quad \alpha \omega_2 = \frac{1}{2}, \quad \beta \omega_2 = \frac{1}{2}$$

Одавде се налазе решења за: $\omega_1 = \frac{1}{2}$, $\omega_2 = \frac{1}{2}$, $\alpha = 1$ и $\beta = 1$. На основу ових решења једначина (4.10) постаје:

$$y(x+h) = y(x) + \frac{h}{2} f(x, y) + \frac{h}{2} f(x+h, y+h f(x, y))$$

Последњи израз представља метод Рунге-Кута реда два. Подразумевајући да је вредност $y(x)$ добијена у n -том итеративном кораку, а $y(x+h)$ у следећој итерацији, може се означити $y_n = y(x)$ и $y_{n+1} = y(x+h)$. На основу овога добија се еквивалентан запис метода Рунге-Кута реда два у облику:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}(k_1 + k_2)$$

где је:

$$k_1 = f(x, y),$$

$$k_2 = f(x + h, y + k_1)$$

Грешка овог метода на рачун узимања само прва три члана у Тејлоровом развоју за функцију две променљиве је реда:

$$h^3 \left(\frac{1}{6} - \frac{\alpha}{4} \right) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x} + f \frac{\partial}{\partial y} \right)^2 \cdot f + \frac{h^3}{6} f_x \left(\frac{\partial}{\partial x} + f \frac{\partial}{\partial y} \right) \cdot f$$

Од далеко већег практичног значаја је метод Рунге-Кута реда четири који се дефинише изразом:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

где је:

$$k_1 = f(x, y),$$

$$k_2 = f\left(x + \frac{h}{2}, y + \frac{h}{2}k_1\right),$$

$$k_3 = f\left(x + \frac{h}{2}, y + \frac{h}{2}k_2\right),$$

$$k_4 = f(x + h, y + hk_3).$$

Као што се види, апроксимација y_{n+1} се добија на рачун израчунавања функције (f) у четири тачке. Коначна формула поклапа се са Тејлоровим развојем закључно до члана који садржи h^4 . Према томе, грешка је реда $O(h^5)$.

4.2 Методе за решавање математичких модела кроз парцијалне диференцијалне једначине

Парцијална диференцијална једначина у општем случају садржи две или више независно променљивих x, y, \dots , функцију тих променљивих $u(x, y, \dots)$ и њене парцијалне изводе:

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \dots, \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}, \dots, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \dots$$

Функција $u(x, y, \dots)$ која задовољава одређену парцијалну једначину и неопходан број граничних услова представља њено партикуларно решење. Број неопходних граничних услова по некој од независно променљивих једнак је реду највишег парцијалног извода функције $u(x, y, \dots)$ по тој променљивој. У овом кратком образложењу фокус ће бити на парцијалне диференцијалне једначине другог реда (коришћене за описивање кретања код машина вертикалног транспорта, поглавље 3.0), чији је општи облик:

$$a(x, y) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b(x, y) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + c(x, y) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + d(x, y) \frac{\partial u}{\partial x} + e(x, y) \frac{\partial u}{\partial y} + f(x, y)u = g(x, y) \quad (4.14)$$

Функција $u(x, y)$ као партикуларно решење диференцијалне једначине (4.14) треба да задовољи и услове на границама домена дефинисаности функције, којих у општем случају по свакој од независно променљивих има по два. У практичним проблемима, функције $a(x, y), b(x, y), \dots, g(x, y)$, које се зову параметри у општој партиципалној диференцијалној једначини (4.14) су најчешће неке константе a, b, \dots, g .

4.2.1 Класификација партиципалних диференцијалних једначина другог реда

На основу вредности тзв. дискриминанте:

$$D(x, y) = b^2 - 4ac \quad (4.15)$$

у области дефинисаности, партиципалне диференцијалне једначине се деле на:

- параболне, $D = 0$,
- хиперболне, $D > 0$,
- елиптичне, $D < 0$,

и као што се види, само параметри a, b и c , уз изводе другог реда одређују тип партиципалне диференцијалне једначине.

Физичке појаве које најбоље описују споменути класификацију партиципалних диференцијалних једначина су:

• Нестационарно провођење топлоте кроз штап малог попречног пресека (једнодимензиони проблем). Општи математички модел за овај случај је:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (4.16)$$

где је:

x - растојање од краја штапа,

t - време,

λ - параметар (константа).

Поређењем израза (4.14) и (4.16), закључује се да је:

$$\left. \begin{array}{l} a = \lambda \\ b = 0 \\ c = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow D = 0$$

- Једначина нестационарног таласног кретања

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \alpha \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \alpha \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad (4.17)$$

Поређењем израза (4.14) и (4.17), закључује се да је:

$$\left. \begin{array}{l} a = 1 \\ b = 0 \\ c = \alpha \\ a \cdot c < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow D > 0$$

• Парцијална диференцијална једначина која дефинише стационарну дводимензионалну расподелу температуре (по пресеку тела у облику нпр. квадра)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (4.18)$$

Поређењем израза (4.14) и (4.18), закључује се да је:

$$\left. \begin{array}{l} a = 1 \\ b = 0 \\ c = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow D < 0$$

Проблем лонгитудиналних осцилација код носећих ужади машина вертикалног транспорта, који је разматран и описан у поглављу 3.0, најбоље описују једначине хиперболичног типа ($D > 0$). У наредном тексту највећа пажња ће бити посвећена методама и начинима решавања, дакле, парцијалних диференцијалних једначина хиперболичног типа, како би се неке од метода (нумеричких) могле применити и за решавање једначина кретања код лифтова и извозних постројења.

4.2.2 Нумеричко решавање парцијалних диференцијалних једначина

Нумеричко решење неке парцијалне диференцијалне једначине (4.14) добија се у облику табеле приближних вредности тражене функције $u(x,y)$ за еквиливантне вредности независно променљивих.

У даљем тексту биће објашњене неке од метода за нумеричко решавање парцијалних диференцијалних једначина, које у техници имају највећу примену и које се на најбољи начин могу применити код проблематике анализе машина вертикалног транспорта. Због опширности објашњења, у овој дисертацији ће се приказати нумеричке методе за решавање парцијалних диференцијалних једначина хиперболичног типа, које су уско везане за динамичку анализу лифтова и извозних постројења, првенствено у рудницима.

1. Методе коначних разлика (методе мрежа) за решавање парцијалних диференцијалних једначина хиперболичног типа

Метода коначних разлика за нумеричко решавање парцијалних диференцијалних једначина обухвата:

- дискретизацију области (домена) независно променљивих,
- апроксимацију парцијалних извода коначним разликама,
- решавање резултујућег система алгебарских једначина.

При томе:

- унутрашње тачке обалсти (мреже) задовољавају диференцијалну једначину,
- тачке на граници области (домена) задовољавају граничне услове.

Основна идеја методе коначних разлика је у замени извода разматране функције њиховим приближним вредностима. У реализацији те идеје уводе се тачке, односно мрежа чворова (отуда назив – метода мрежа), у којима се решење тражи.

Да би се приказао поступак решавања парцијалних диференцијалних једначина хиперболичног типа, најпре ће се поћи од општег случаја развоја функције $u(x)$ са једном променљивом у Тејлоров ред.

$$u(x + \Delta x) = u(x) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Delta x^n}{n!} \frac{\partial^n u}{\partial x^n} = u(x) + \Delta x \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\Delta x^3}{3!} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \dots \quad (4.19)$$

Из једначине (4.19) први извод функције је:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u(x + \Delta x) - u(x)}{\Delta x} - \frac{\Delta x}{2!} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\Delta x^2}{3!} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} - \dots \quad (4.20)$$

Због веома малог корака по x ($\Delta x \ll 1$), и увођењем упрошћења у ознакама, једначина (4.20) се може записати и облику:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_{n+1} - u_n}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (4.21)$$

где је уведена скраћена ознака:

$$u_{n+1} - u_n = u(x + \Delta x) - u(x)$$

Израз (4.21) је у литератури познат под именом **разлика напред**. Слично последњем, добија се и **разлика назад**. Уместо полазног развоја у ред (4.19), сада је:

$$u(x + (-\Delta x)) = u(x) - \Delta x \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\Delta x^3}{3!} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \dots \quad (4.22)$$

односно:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_n - u_{n-1}}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (4.23)$$

где је:

$$u_n - u_{n-1} = u(x) - u(x - \Delta x)$$

Оба израза, и коначна разлика напред и коначна разлика назад, имају грешку реда $O(\Delta x)$. Комбинујући ова два прилаза долази се до још једне коначне разлике – **централна разлика**, која обезбеђује тачнију и бољу апроксимацију. Ако се одузме израз (4.23) од израза (4.21), добија се:

$$u_{n+1} - u_{n-1} = 2\Delta x \frac{\partial u}{\partial x} + 2 \frac{\Delta x^3}{3!} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \dots \quad (4.24)$$

односно:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_{n+1} - u_{n-1}}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \quad (4.25)$$

Други извод се може на сличан начин наћи, комбинациом различитих развоја у Тејлоров ред.

$$u(x + 2\Delta x) = u(x) + 2\Delta x \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{(2\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{(2\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \dots \quad (4.26)$$

Одузимајући од последње једначине, једначину (4.19), помножену са 2, добија се следећи израз:

$$u(x + 2\Delta x) - 2 \cdot u(x + \Delta x) = -u(x) + \Delta x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \Delta x^3 \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \dots \quad (4.27)$$

одакле се други извод функције може изразити као:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{u_{n+2} - 2u_{n+1} + u_n}{\Delta x^2} + O(\Delta x) \quad (4.28)$$

где је:

$$u_{n+2} - 2u_{n+1} + u_n = u(x + 2\Delta x) - 2u(x + \Delta x) + u(x)$$

што као и код првог извода представља **разлику напред**. **Разлика назад и централна разлика** су:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{u_{n-2} - 2u_{n-1} + u_n}{\Delta x^2} + O(\Delta x) \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}}{\Delta x^2} + O(\Delta x^2) \quad (4.30)$$

где је:

$$u_{n-2} - 2u_{n-1} + u_n = u(x - 2\Delta x) - 2u(x - \Delta x) + u(x)$$

$$u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1} = u(x + \Delta x) - 2u(x) + u(x - \Delta x)$$

Централна коначна разлика (4.30) даје тачнију апроксимацију тачака унутар мреже, тј. области (домена) диференцијалне једначине од коначне разлике напред и назад. Аналогно приказаном начину, коначне разлике се могу извести и за парцијалне диференцијалне једначине вишег реда, што се у овој дисертацији неће давати. Анализа машина вертикалног транспорта, као што је проблем осциловања кабине (коша) на челичном ужету, обично се описује диференцијалним једначинама другог реда, па је образложење методе коначних разлика у претходном тексту довољно да би се применило на специфичне случајеве, као што су лифтови и извозна постројења.

У ту сврху, размотриће се једнодимензионална парцијална диференцијална једначина хиперболичног типа другог реда:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a(x, t) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x, t) \quad (4.31)$$

где је $a(x, t) > 0$ за свако x и $t > 0$.

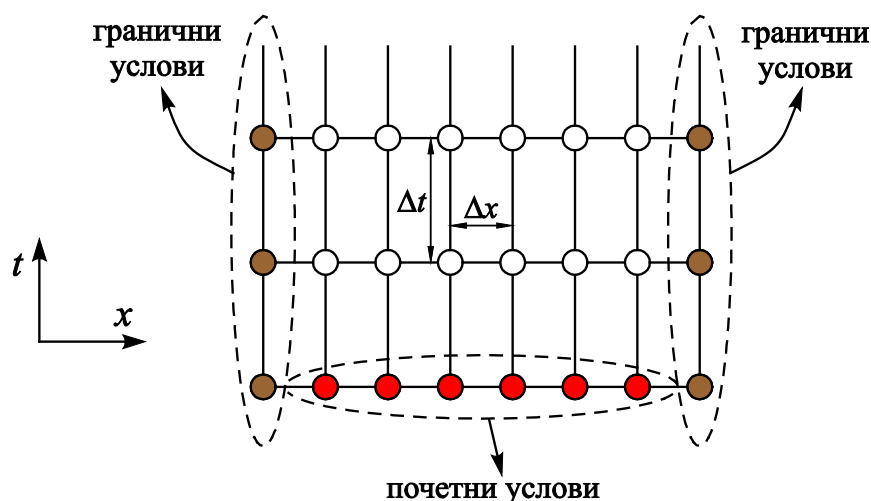
У граничној области за променљиву координату x (нпр. промена дужине слободног крака ужета код лифтова укупне дужине L) дефинишу се гранични услови као, сл. 4.4:

$$\begin{cases} u(0,t) = g_1(t) \\ u(L,t) = g_2(t) \end{cases} \quad \text{за } t > 0 \quad (4.32)$$

а такође и почетни услови као, сл. 4.4:

$$\begin{aligned} u(x,0) &= u_0(x), \quad x \in \{0,L\} \\ \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{(x,t=0)} &= v_0(x), \quad x \in \{0,L\} \end{aligned} \quad (4.33)$$

где је други познат као тзв. Кошијев услов (енг. *Cauchy*).



Слика 4.4. Мрежа чворова са граничним и почетним условима

Ако се уведе ознака $a(x,t) = c^2$, где c представља позитивну константу, онда се опште (аналитичко) решење једначине (4.31) даје у облику:

$$u(x,t) = \frac{f(x+ct) + f(x-ct)}{2} + \frac{1}{2c} \int_{x-ct}^{x+ct} v_0(x) dx \quad (4.34)$$

Ради лакшег објашњења увешће се ознаке N и K , које представљају број тачака у просторној координати x и број тачака (подела) по координати времена t . Онда и функција $u(x,t)$ добија облик u_n^k . Увођењем додатних ознака:

$$x_n = n \cdot \frac{L}{N}, \quad t_k = k \cdot \frac{T}{K} \quad (4.35)$$

где је:

$$0 \leq n \leq N, \quad 0 \leq k \leq K$$

L - укупна просторна координата (дужина),

T - укупно (крајње) време интеграције,

онда гранични и почетни услови постају:

$$\begin{cases} u_0^k = g_1(t_k) \\ u_N^k = g_2(t_k) \end{cases} \quad 0 \leq k \leq K \quad (4.36)$$

$$\begin{cases} u_n^0 = u_0(x_n) \\ \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{n,0} = v_0(x_n) \end{cases} \quad 0 \leq n \leq N \quad (4.37)$$

Користећи једначине (4.28) до (4.30), и замењујући одговарајуће изводе по времену и просторној координати x , може се написати, [44]:

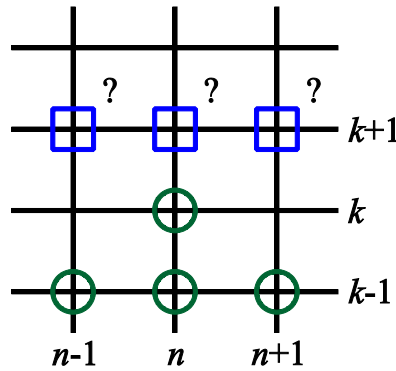
$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{u_n^{k+1} - 2u_n^k + u_n^{k-1}}{\Delta t^2} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= \frac{1}{2} \left(\frac{u_{n+1}^{k+1} - 2u_n^{k+1} + u_{n-1}^{k+1}}{\Delta x^2} + \frac{u_{n+1}^{k-1} - 2u_n^{k-1} + u_{n-1}^{k-1}}{\Delta x^2} \right) \end{aligned} \quad (4.38)$$

где је:

$$\Delta t = T/K \text{ и } \Delta x = L/N.$$

Увођењем ознаке (скраћенице) $\lambda = \frac{\Delta t^2}{\Delta x^2}$, добија се система од $(N-1)$ једначина у замену за парцијалну диференцијалну једначину у области од $(k+1)$ тачака по времену. Да би се овај систем решио, мора се познавати поље у $(k+1)$ -ој тачки.

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} \lambda a_n^{k+1} u_{n-1}^{k+1} + (1 + \lambda a_n^{k+1}) u_n^{k+1} - \frac{1}{2} \lambda a_{n+1}^{k+1} u_{n+1}^{k+1} = \\ \frac{1}{2} \Delta t^2 (f_n^{k+1} + f_n^{k-1}) + 2u_n^k - \left[\frac{\lambda}{2} a_n^{k-1} u_{n-1}^{k-1} - (1 - \lambda a_n^{k-1}) u_n^{k-1} + \frac{\lambda}{2} a_n^{k-1} u_{n+1}^{k-1} \right] \end{aligned} \quad (4.39)$$



Слика 4.5. Илустрација мреже простор-време код таласне једначине; кругови представљају познате тачке (у времену $n-1$ и n), а квадрати представљају тачке које треба одредити

Према једначини (4.39), да би се дошло до решења, такође се морају познавати поље (вредности) у тачкама $(k-1)$. То обезбеђују почетни услови (4.37). Користећи развој у Тејлоров ред по t добија се:

$$u_n^k = u_n^{k-1} + \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{k-1} \Delta t + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right|_{k-1} \Delta t^2 \quad (4.40)$$

Потребно је одредити само u_n^1 , где се на основу једначине (4.31) пише:

$$u_n^1 = u_n^0 + v_n^0 \Delta t + \frac{1}{2} f_n^0 \Delta t^2 + \frac{1}{2} \lambda a_n^0 (u_{n+1}^0 - 2u_n^0 + u_{n-1}^0), \text{ за } (1 \leq n \leq N-1) \quad (4.41)$$

Разматрањем специјалног случаја (хомогене диференцијалне једначине) са $f(x,t)=0$ и коришћењем већ уведене позитивне константе $a(x,t)=c^2$, добија се једноставан систем алгебарских једначина:

$$(1+\alpha)u_n^{k+1} - \frac{1}{2}\alpha u_{n+1}^{k+1} - \frac{1}{2}\alpha u_{n-1}^{k+1} = 2u_n^k + \frac{1}{2}\alpha u_{n+1}^{k-1} - (1+\alpha)u_n^{k-1} + \frac{1}{2}\alpha u_{n-1}^{k-1} \quad (4.42)$$

где је:

$$\alpha = c^2 \frac{\Delta t^2}{\Delta x^2}$$

Једначина (4.42) представља одличан облик и подлогу за решавање оваквих проблема нумеричким путем у савременим софтверским алатима, као што су MATLAB, Mathcad, Mathematica и сл. То се првенствено може закључити ако се она преведе у матрични облик, [74]. Пример је дат за $N=5$:

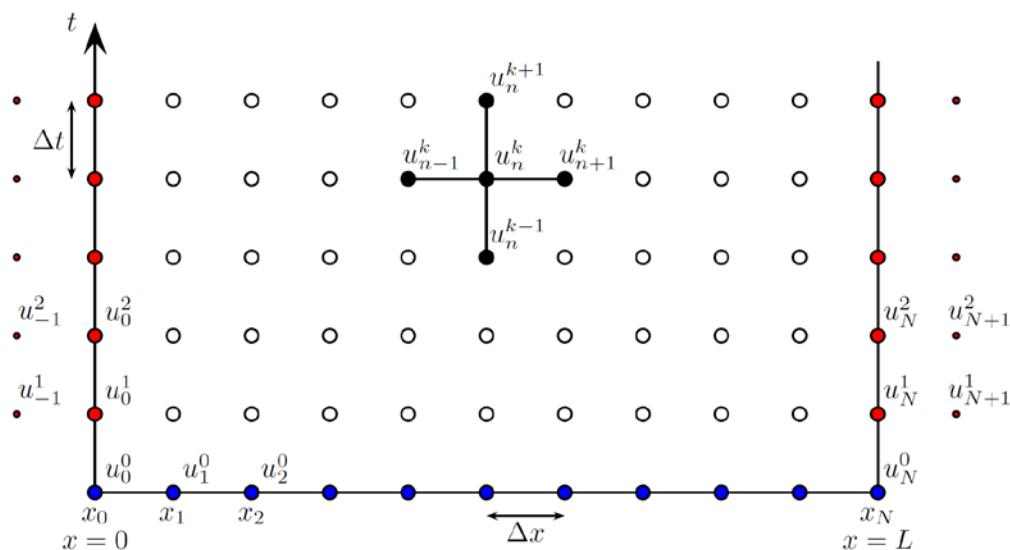
$$\begin{bmatrix} (1+\alpha) & -\frac{1}{2}\alpha & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2}\alpha & (1+\alpha) & -\frac{1}{2}\alpha & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2}\alpha & (1+\alpha) & -\frac{1}{2}\alpha \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2}\alpha & (1+\alpha) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1^{k+1} \\ u_2^{k+1} \\ u_3^{k+1} \\ u_4^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2u_1^k + \frac{1}{2}u_2^{k-1} - (1+\alpha)u_1^{k-1} \\ 2u_2^k + \frac{1}{2}u_3^{k-1} - (1+\alpha)u_2^{k-1} + \frac{1}{2}\alpha u_1^{k-1} \\ 2u_3^k + \frac{1}{2}u_4^{k-1} - (1+\alpha)u_3^{k-1} + \frac{1}{2}\alpha u_2^{k-1} \\ 2u_4^k + \frac{1}{2}u_3^{k-1} - (1+\alpha)u_4^{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\alpha(u_0^{k-1} + u_0^{k+1}) \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2}\alpha(u_5^{k-1} + u_5^{k+1}) \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

где су гранични услови издвојени кроз последњу вектор колону са десне стране једнакости.

Матрична једначина (4.43) представља систем, чијим се решавањем одређује вектор $(u_1^{k+1} \ u_2^{k+1} \ u_3^{k+1} \ u_4^{k+1})$, а захтева познавање вектора, које се добија из почетног услова, за $k=1$:

$$u_n^1 = u_n^0 + v_n^0 \Delta t + \frac{1}{2} \alpha (u_{n+1}^0 - 2u_n^0 + u_{n-1}^0), \text{ за } (1 \leq n \leq N) \quad (4.44)$$

Графичка презентација решења парцијалне диференцијалне једначине хиперболичног типа (у специјалном случају таласна једначина) дата је на сл. 4.6.



Слика 4.6. Генерални приказа мреже код једначина хиперболичног типа, са граничним и почетним условима

Изрази (4.38), (4.39) и (4.42), као и матрица (4.43) представљају тзв. имплицитну методу коначних разлика, у литератури познатију као Кранк-Николсонова метода (енг. *Crank–Nicolson method*).

Једноставнија метода за коришћење је тзв. експлицитна метода, према којој коначне разлике (4.38) имају облик:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{u_n^{k+1} - 2u_n^k + u_n^{k-1}}{\Delta t^2} \quad (4.45)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{u_{n+1}^k - 2u_n^k + u_{n-1}^k}{\Delta x^2}$$

где се решење једначине (4.31), за $f(x, t) = 0$, добија у експлицитном облику, као:

$$u_n^{k+1} = 2u_n^k - u_n^{k-1} + \alpha(u_{n+1}^k - 2u_n^k + u_{n-1}^k) \quad (4.46)$$

односно:

$$u_n^{k+1} = 2(1 - \alpha)u_n^k + \alpha(u_{n+1}^k + u_{n-1}^k) - u_n^{k-1} \quad (4.47)$$

где је:

$\alpha = c^2 \frac{\Delta t^2}{\Delta x^2}$ - уведена скраћеница, као и код пређашњег случаја имплицитне методе.

- За $k = 0$, све вредности са десне стране једначина познате су из почетних услова и из вредности функција у било ком тренутку t_k , рачунају се њихове вредности у следећем тренутку t_{k+1} .
- Вредности функција u_0^{k+1} и u_N^{k+1} (граничне вредности) се, као и код имплицитне методе, добијају из граничних услова.

Поступак се може, као и код имплицитне методе, поједностављено приказати преко „мреже“ дате на сл. 4.6.

Од величине временског корака, при нумеричкој интеграцији, зависи не само тачност, него и стабилност рачунског процеса и услов стабилности експлицитне методе је:

$$\sqrt{\alpha} = c \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1 \quad (4.48)$$

који је у литератури познат под називом *Courant-Friedrichs-Lewy* (CFL) услов.

Уочава се, да је за добијање решења веће тачности (мали корак Δx), неопходан врло мали временски корак Δt , да би се обезбедила стабилност, што експлицитну методу чини неефикасном.

Предност имплицитне методе у односу на експлицитну је у томе што је безусловно стабилна - без обзира на величину временског корака. У односу на експлицитну методу, има недостатак што је сложенија, јер захтева решавање тродијагоналног система алгебарских једначина у сваком временском кораку.

2. Фуријеова метода раздвајања променљивих

Као метода коначних разлика, и метода раздвајања променљивих биће представљена кроз једноставан случај – хомогене једнодимензионалне таласне једначине, тј. специјалног облика парцијалне диференцијалне једначине хиперболичног типа, дате кроз израз (4.31). Њен специјални облик (таласна једначина) је:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad (4.49)$$

са почетним и граничним условима (4.37), (4.36):

$$\begin{cases} u(x, 0) = u_0(x) \\ \frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} = v_0(x) \end{cases} \quad 0 \leq x \leq L \quad (4.50)$$

$$\begin{cases} u(0, t) = g_1(t) \\ u(L, t) = g_2(t) \end{cases} \quad 0 \leq t \leq T \quad (4.51)$$

Код специјалног облика – таласне једначине (4.49), гранични услови су једнаки нули (учвршћена оба краја), тј. $g_1(t) = g_2(t) = 0$.

Метода раздвајања променљивих даје функцију $u(x, t)$ у облику:

$$u(x, t) = X(x) \cdot T(t) \quad (4.52)$$

где су X и T функције само од x , односно од t .

Заменом израза (4.52) и (4.49) и двоструким диференцирањем по x , односно t , добија се:

$$X(x)\ddot{T}(t) - c^2 T(t)X''(x) = 0 \quad (4.53)$$

односно раздвајањем променљивих:

$$\frac{\ddot{T}(t)}{c^2 T(t)} = \frac{X''(x)}{X(x)} \quad (4.54)$$

Како је са леве стране само функција по t , а са десне само функција по x , онда ће та једнакост важити само ако обе функције једнаке константи, нпр. $-k^2$. Тако се добијају две обичне диференцијалне једначине:

$$\ddot{T} + k^2 \cdot c^2 \cdot T = 0 \quad (4.55)$$

$$X'' + k^2 \cdot X = 0 \quad (4.56)$$

Решења последње две једначине су облика:

$$T = A \cos(kct) + B \sin(kct)$$

$$X = C \cos(kx) + D \sin(kt)$$

па је партикуларно решење једначине (4.49) облика:

$$u = (A \cos(kct) + B \sin(kct)) \cdot (C \cos(kx) + D \sin(kt)) \quad (4.57)$$

Константе A , B , C и D се одређују из почетних (4.50) и граничних (4.51) услова, у зависности од конкретног проблема. За конкретне случајеве и диференцијалне једначине кретања, нека од комплетних решења и извођења су дата у [89, 96]. Код система са вертикалним дизањем терета, односно система који се описују диференцијалним једначинама осциловања терета на носећим ужадима, од изузетног значаја је дефинисање адекватних почетних и граничних услова, јер директно утиче на решење једначине (4.57).

Метода раздвајања променљивих, првенствено спада у аналитичке методе, али развојем програмских језика и апликативних софтвера за нумеричку анализу, она је веома погодна за примену. Из тог разлога и њено објашњење је нашло место у овом поглављу докторске дисертације.

4.3 Примена методе коначних разлика на примеру извозних постројења

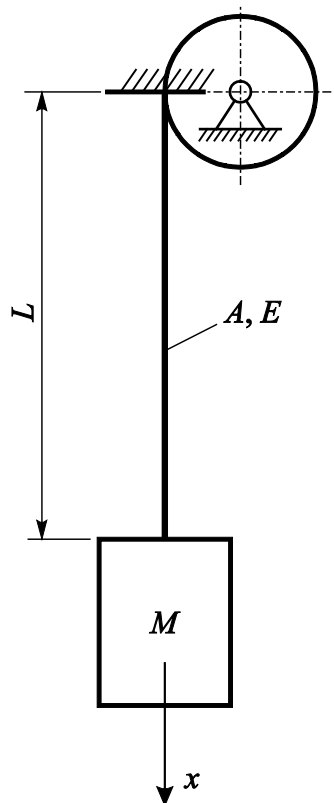
У овом поглављу ће се дати поступак решавања диференцијалних једначина кретања (осциловања) терета са носећим елементом у облику штапа („тешко“ уже) константне дужине, користећи методе приказане у поглављу 4.2.2. Наиме, како је већ описано у поглављу 3.2, код већих висина дизања, потребно је узимати у разматрање и утицај тежине челичног ужета као носећег елемента. Такође, како је већ споменуто, ово је могуће приближно моделирати као осцилације са једним степеном слободе кретања, са „тешком“ опругом. Међутим, овај проблем се још тачније може моделирати као систем са бесконачним бројем степени слободе кретања (лонгитудиналне осцилације штапа) са одговарајућим граничним условима.

Управо, у овој тачки ће се, као пример, посматрати лонгитудиналне осцилације „тешког“ ужета (штапа) константне дужине. У поглављу 3.2, примењена је раније објашњена Фуријеова метода раздвајања променљивих за решавање оваквих проблема, која подразумева решавање система обичних диференцијалних једначина.

На наредним примерима примениће се описани поступак решавања парцијалних диференцијалних једначина хиперболичног типа методом коначних разлика.

При лонгитудиналним (уздужним) осцилацијама ужета велике масе, све честице унутар ужета се крећу паралелно са осом ужета. Издужење се наизменично понавља по времену t и по просторној координати x .

Разматраће се „тешко“ уже са масом на крају, сл. 4.7. Овај модел генерално може да представља извозно постројење у рудницима, у тренутку када дође до заустављања коша и када он поче слободно да осцилује (занемаривањем трења у вођицама). Модели, који описују комплетно кретање коша, (убрзавање, кретање константном брзином и заустављање) описани су тачки 5.0, а резултати мерења и нумеричка анализа у софтверу MSC ADAMS са корелациом резултата мерења су дати у тачкама 6.0 и 7.0.



Слика 4.7. Модел „тешког“ ужета са окаченим теретом (кабином, кошом) на крају

Улазни параметри за анализу динамичког модела са сл. 4.7 су:

$L = 500$ m - укупна слободна дужина ужади у тренутку заустављања коша,

$M = 30$ t - редукована осцилујућа маса,

$A = 1700$ mm² - укупна површина металног попречног пресека ужади,

$E = 1,3 \cdot 10^5$ МПа - модул еластичности ужета за одабране параметре.

Подаци (наведени параметри) су усвојени за конкретно извозно постројење рудника „Јама“ РТБ Бор, које је описано у поглављу 6.0, дибијени мерењима и каснијим одређивањем појединих динамичких параметара, што је такође дато у истом поглављу.

Диференцијална једначина кретања је парцијална диференцијална једначина хиперболичног типа описана изразом (4.31), кроз њен специјални облик (таласна једначина) за $f(x,t) = 0$ и $a(x,t) = c^2$, што је написано изразом (4.49):

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

где је константа c једнака:

$$c^2 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

и представља брзину простирања таласа, а $\rho = 7,86 \text{ t/m}^3$ густину материјала жица у носећим ужадима.

Гранични услови се дефинишу за крајеве ужета. На горњем крају уже се посматра као „укљештено“, па нема померања. Дакле, за $x=0$, на основу израза (4.32), први гранични услов је:

$$u(0, t) = 0 \quad (4.58)$$

Други гранични услов се добија за доњи крај ужета, на месту везе са теретом. На основу извођења датих у [89] и примењене методе раздвајања променљивих, добијено је да је други гранични услов:

$$\frac{\partial u(L, t)}{\partial x} - \frac{M \cdot k^2}{A \cdot \rho \cdot c^2} u(L, t) = 0 \quad (4.59)$$

где је константа k за овак случај једнака, [89]:

$$k = (2m - 1) \frac{\pi}{2 \cdot L}, \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

Почетни услови (4.33) се одређују из следећег посматрања. „Тешко“ уже је почетном тренутку оптерећено тежином ($M \cdot g$), па се његов крај истегне за, [88, 89]:

$$\Delta L = \frac{M \cdot g \cdot L}{E \cdot A}, \text{ а остали делови се померају линеарно:}$$

$$u(x, 0) = \frac{\Delta L}{L} \cdot x = \frac{M \cdot g}{E \cdot A} \cdot x \quad (4.60)$$

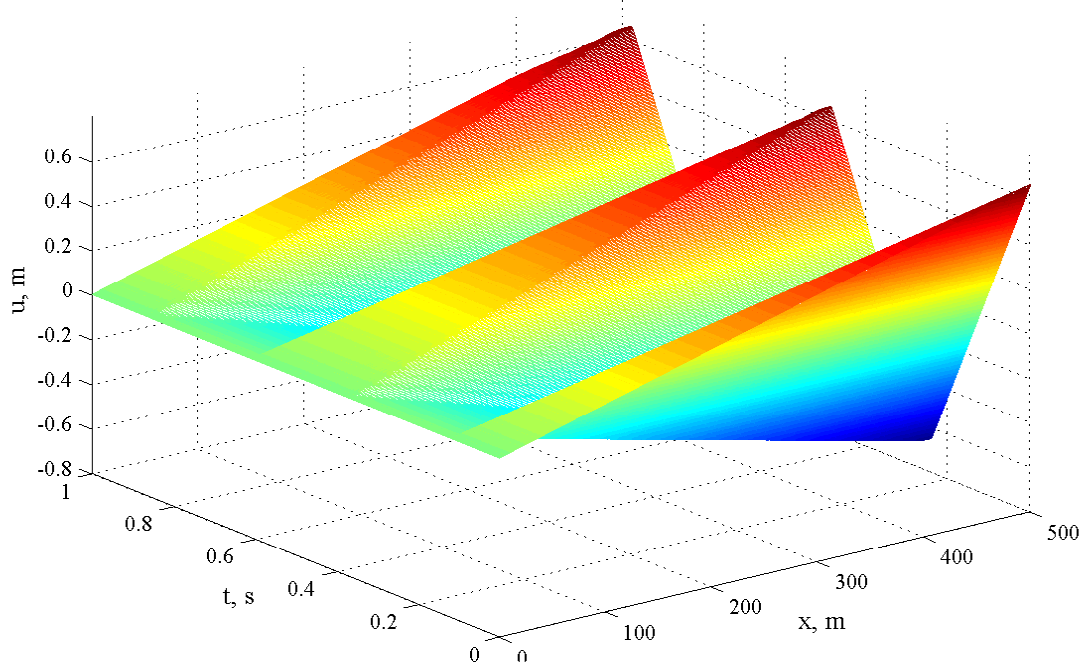
Израз (4.60) представља први почетни услов. Други почетни услов се добија из становишта да је систем у почетку био у миру, тј. да су сви делови „тешког“ ужета имали брзину једнаку нули.

$$\frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} = 0 \quad (4.61)$$

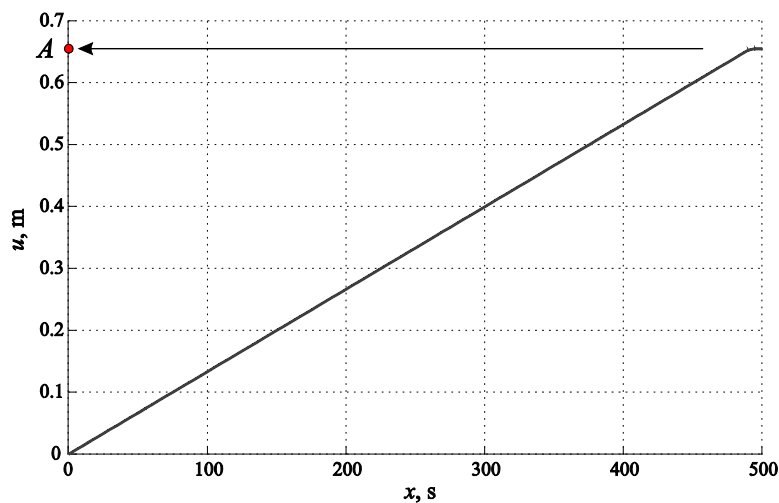
Решење диференцијалне једначине кретања (осциловања) „тешког“ ужета добијено је методом коначних разлика у софтверском пакету MATLAB, коришћењем експлицитне методе за решавање једначина хиперболичног типа, објашњене у претходној тачки.

Коришћењем наведених граничних и почетних услова и једначине (4.47), где је други почетни услов (4.61) написан у облику (4.44), водећи рачуна да је $v_n^0 = 0$, добијени су резултати приказани на сл. 4.8. Сл. 4.9 приказује померање тачака (делића) у оквиру „тешког“ ужета дуж кординате (x) за једно одређено време (t). Тачка (A), сл 4.9, одговара укупном издужењу (померање краја носећих ужади, на месту везе са кошом), а приказана

је ради поређења са променом издужења, добијеном симулацијама у поглављу 7.0, за полазне параметре који одговарају резултатима приказаним на сл. 7.31.



Слика 4.8. Зависност издужења од времена t и просторне координате x



Слика 4.9. Померање тачака (промена издужења) по просторној координати за одређени временски тренутак

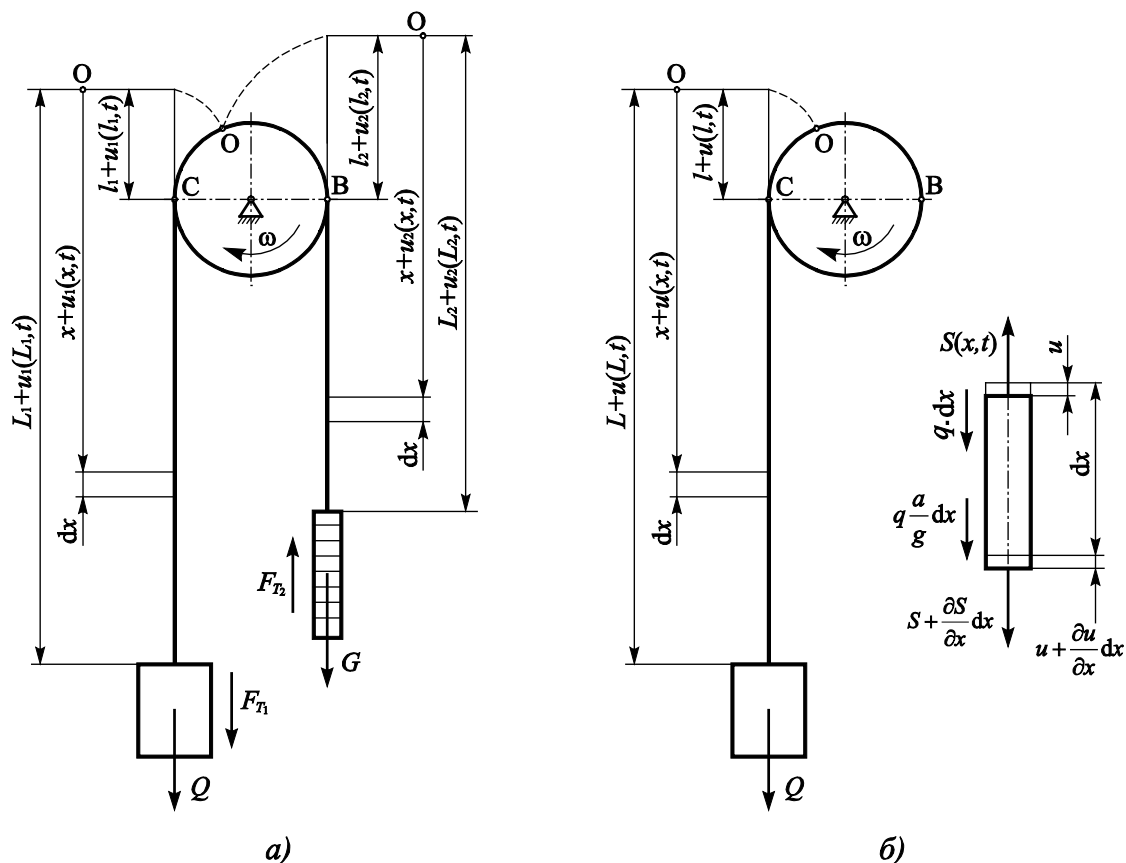
Треба напоменути, да је кроз овај поступак, приказан начин решавања описаних математичких модела, кроз једноставан случај, када у разматрање није узет утицај пригушења у носећим ужадима. На бази описане методе коначних разлика (експлицитне и имплицитне), могуће је проширити поставку проблема и увести утицај унутрашњег трења преко једначине (3.14).

5.0 ФОРМИРАЊЕ АДЕКВАТНОГ МОДЕЛА ЗА ДИНАМИЧКУ АНАЛИЗУ РУДНИЧКИХ ЛИФТОВА

У овом делу ће се на основу претходне анализе и анализе карактеристика извозне машине у руднику „Јама“ РТБ Бор, спровести поступак редуковања броја степени слободне система за вертикално дизање и дефинисати механичке карактеристике које директно утичу на параметре динамичког модела.

Као што је наведено, карактеристике рудничких лифтова се огледају у томе што су висине дизања веома велике и крећу се до 2000 m, а брзине до 20 m/s (max 19,2 m/s), [87]. Анализа у овом раду ће се односити на Көере систем због експеримената који су изведени на рудничком лифту у руднику „Јама“ РТБ Бор. Основни динамички модел за овај систем је приказан на сл. 5.1а. Међутим, ако се посматра регуларан рад постројења када нема проклизавања челичног ужета на погонској ужатњачи и када се као погонска карактеристика узме брзина ужета у наилазној тачки ужета на ужетњачу (мерење обимне брзине на ужетњачи), модел рудничког лифта се може представити у облику који је приказан на сл. 5.1б.

Овај модел представља систем са лонгитудиналним осцилацијама „тешког“ челичног ужета са бесконачним бројем степени слободне, које се на једном крају намотава на ужетњачу брзином $v(t)$, а на другом крају је оптерећено концентрисаном масом. Формирање меродавног модела за анализу динамичког понашања се огледа у томе да се модел поједностави, тако да се искључе мали утицаји „вишег“ реда и задрже само најутицајнији (репрезентативни) параметри [48]. Због променљиве дужине ужета у току осциловања се мења крутост као параметар динамичког модела што указује на појаву параметарских осцилација и могућност појаве резонанције. Пошто се код оваквих уређаја мора спречити појава резонантних случајева дефинисаће се критична брзина дизања при којој долази нестабилног кретања односно до повећања оптерећења при смањену слободне дужине ужета. Поред тога, за ову анализу ће се размотрити специфичности основних механичких карактеристика челичног ужета (крутост и пригушење) као доминантног елемента у динамичком моделу и погонске карактеристике на ужетњачи. Ова анализа ће се базирати на утврђивању параметара за конкретан случај извозног постројења у руднику „Јама“ РТБ Бор. Детаљнији подаци о овом постројењу дати су у поглављу 6.0.



Слика 5.1. Осциловање ужета константне дужине, основни модел (а), редуковани модел (б)

5.1 Редуковање броја степени слободe и критична брзина дизања

Сходно претходним разматрањима деформација произвољног попречног пресека представља функцију положаја x и времена t , наиме:

$$u = f(x, t) \quad (5.1)$$

Посматрајући равнотежу елементарног дела (dx), може се записати:

$$\frac{q \cdot dx}{g} \cdot \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = -S + S + \frac{\partial S}{\partial x} dx + q \cdot dx \pm \frac{q \cdot dx}{g} \cdot a \quad (5.2)$$

Ако се аксијална сила S изрази у функцији релативне деформације $\varepsilon = \partial u / \partial x$, за случај пригушених осилација:

$$S = E \cdot A \cdot \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left[1 + b \cdot \frac{\partial}{\partial t} \right] \cdot \varepsilon \quad (5.3)$$

и једначина (5.2) подели са $\frac{q \cdot dx}{g}$, добија се:

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = \frac{g \cdot E \cdot A}{q} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(u(x,t) + b \cdot \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \right) + g - a \quad (5.4)$$

где је:

E - модул еластичности, МПа

A - површина попречног пресека ужета, mm^2

u - еластична деформација ужета, mm

b - коефицијент пригушења, Ns/m

q - тежина ужета по дужном метру, N/m

a - убрзање погона (на месту наиласка ужета на ужетњачу), m/s^2

Да би се одредили облици осциловања, посматраће се упрошћена једначина (5.4) без последња два члана на десној страни, што одговара осциловању ужета након заустављања ужетњаче. У том случају се решење те једначине може потражити као производ две функције, од којих је једна функција положаја, а друга функција времена [89], у облику:

$$u(x,t) = X(x) \cdot T(t) \quad (5.5)$$

Ако се уведе ознака $\frac{g \cdot E \cdot A}{q} = c^2$, где је (c) брзина простирања еластичног таласа

дуж ужета, израз (5.5) диференцира по времену и положају, уврсти у упрошћену једначину (5.4) и изврши раздвајање променљивих добија се:

$$\frac{\ddot{T}}{c^2(T + b \cdot \dot{T})} = \frac{X''}{X} = -k^2 \quad (5.6)$$

где је (k) константа која не зависи ни од времена ни од положаја. Ово даје две обичне диференцијалне једначине:

$$\begin{aligned} \ddot{T} + b \cdot k^2 \cdot c^2 \cdot \dot{T} + k^2 \cdot c^2 \cdot T &= 0 \\ X'' + k^2 \cdot X &= 0 \end{aligned} \quad (5.7)$$

Детаљно решавање диференцијалних једначина са граничним условима дато је у [87, 68]. Решење друге једначине, која дефинише **основне облике осциловања** појединих хармоника, је облика:

$$X(x) = A_i \cdot \sin \beta_i \cdot \frac{x-l}{L-l} \quad (5.8)$$

при чему се добија фреквентна једначина у облику:

$$\beta_i \cdot \text{tg}(\beta_i) = \alpha \quad (5.9)$$

где је:

$$\beta_i = k \cdot (L-l)$$

$$\alpha = \frac{q \cdot (L-l)}{Q} \text{ - однос тежина слободне дужине ужета и коша, односно кабине.}$$

За различите односе тежине ужета и терета могуће је рачунским методама или графичким путем наћи решења за трансцедентну једначину (5.9). Она има бесконачно много корена, па је и број сопствених кружних фреквенција бесконачно велики.

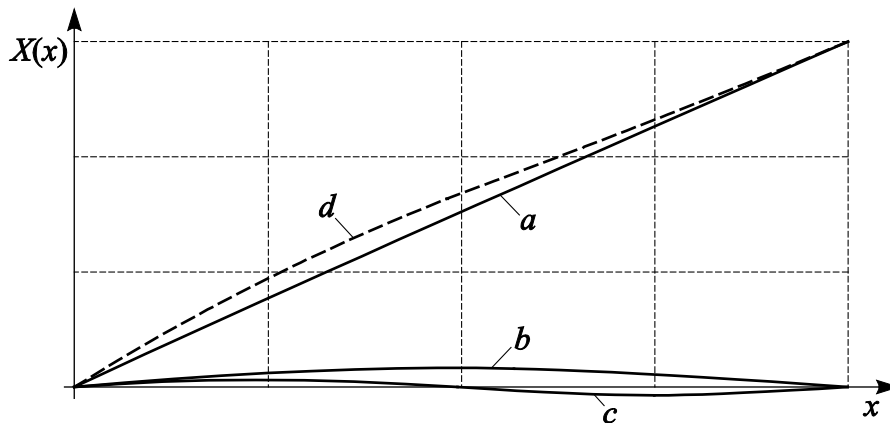
За конкретно извозно постројење у руднику „Јама“ РТБ Бор (Т.6.1), граничне вредности за α дате су у таб. 5.1. У изразу за α , укупна дужина ужади (L), према сл. 6.13 је 540 m, када се кош налази у доњем новоу (хоризонту), односно 29 m када је кош у горњем положају (на површини тла). Пошто је тежина Величина (l) представља премотану дужину носећих ужади.

У случају мале тежине слободне дужине ужета у односу на концентрисану масу могуће је знатно поједностављење анализе динамичког понашања рудничких лифтова.

Табела 5.1. Граничне вредности за α

α		Положај коша	
		на површини тла	у доњем нивоу
Стање коша	празан	0,037	0,70
	са теретом	0,022	0,41

Због вишеструко мањих амплитуда осциловања виших хармоника, њихов утицај се може занемарити, па се комплетан осцилаторни процес, описан једначином (5.4) са бесконачним бројем степени слободне, чији је збирни облик осциловања приказан на сл. 5.4 испрекиданом линијом (d) може, са задовољавајућом тачношћу заменити правом линијом (a), односно системом са једним степеном слободне са константном дилатацијом (ε) дуж слободног крака ужета.



Слика 5.2. Облици (форме) осциловања прва три хармоника (a, b и c) и збирни облик осциловања за $\alpha = 0,1$

Сходно претходном израз (5.5) се може се написати као:

$$u(x, t) = (x - l) \cdot T(t) \tag{5.10}$$

Диференцирањем горњег изрази и заменом у једначину (5.4), након сређивања добија се:

$$\ddot{T}(\tau) + \omega_1^2 \cdot T(\tau) = \varepsilon \cdot R(l_1, v) \cdot \dot{T}(\tau) \tag{5.11}$$

где је:

$$\omega_1^2(l_1) = \frac{g \cdot E \cdot A}{\left[Q + \frac{q \cdot (L_1 - l_1)}{3} \right] \cdot (L_1 - l_1)} - \text{фреквенција осциловања основног облика,}$$

$$R(l_1, v) = \frac{1}{L_1 - l_1} \cdot \left\{ v - b \cdot \frac{E \cdot A \cdot g}{\varepsilon \cdot \left[Q + \frac{q \cdot (L_1 - l_1)}{3} \right]} \right\},$$

$$\varepsilon = \frac{v}{L_1 \cdot \omega_1(l_1)} - \text{мали параметар спорог времена (код извозних постријења } \leq 5 \cdot 10^{-3} \text{),}$$

$$\tau = \varepsilon \cdot t - \text{„споро“ време.}$$

Диференцијална једначина (5.11) одговара облику диференцијалне једначине која описује нелинеарне осцилације са вискозним трењем, за случај када су параметри осцилатора споре функције времена, чије се решење може наћи у облику:

$$T(t) = a_1(t) \cdot \cos \theta(t) \quad (5.12)$$

Уврштавајући последњу једначину у (5.11) и након одређеног броја математичких операција добија се:

$$a_1(t) = h_{10} \cdot \left(\frac{L_1 - l_{10}}{L_1 - l_1} \right)^{1/4} \cdot e^m, \text{ и} \quad (5.13)$$

$$\theta_1(t) = \int_0^t \omega_1(l) \cdot dt + \theta_{10} \quad (5.14)$$

где је:

$$h_{10}^0 \cong - \frac{Q}{E \cdot A} \cdot \frac{a}{g} - \text{амплитуда функције } a_1 \text{ у тренутку } t = 0,$$

$$m = \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dt} \cdot (\Delta l_1) \cdot \int_0^t \frac{dt}{L_1 - l_1} - \frac{b}{2} \cdot \int_0^t \omega_1^2(l) \cdot dt \right],$$

l_{10} - прмотана дужина ужета преко ужетњаче у тренутку $t = 0$.

Сменом у (5.10), једначина (5.3) постаје:

$$S_1(x, t) = E \cdot A \cdot a_1(t) \cdot \cos \theta_1(t) + [Q + q \cdot (L_1 - x)] \cdot \left(1 + \frac{a}{g} \right) \quad (5.15)$$

Ако амплитуда $a_1(t)$ функције $T(t)$ са временом расте, онда ће се повећавати и сила у краку ужета $S_1(x, t)$, што је показатељ резонантне појаве при дизању. Другим речима ако је:

$$\frac{da_1(t)}{dt} \geq 0 \quad (5.16)$$

јавља се нестабилно кретање. На основу извода ϕ -је $a_1(t)$ се добија израз за критичну брзину дизања у облику:

$$v_c = \frac{2 \cdot b \cdot g \cdot E \cdot A}{Q + \frac{q \cdot (L_1 - l_1)}{3}} \quad (5.17)$$

На основу израза (5.14) се види, да критична брзина зависи од параметара постројења. Уколико је брзина дизања већа од горе дефинисане вредности, у току кретања ће се повећавати оптерећење услед осциловања, што може да доведе до кидања ужета. При пројектовању лифтова и извозних постројења овај случај се не сме дозволити. Интересантан је закључак, да веће пригушење у ужету дозвољава веће брзине дизања, односно ако не би било пригушења, онда би при било којој брзини дизања долазило до случаја нестабилног кретања.

5.2 Механичке карактеристике челичног ужета

Моделирање ужета се најчешће врши помоћу тзв. Келвиновог модела који представља паралелну везу идеално еластичног тела и идеално вискозног тела. Крутост (c) и пригушење (b), као параметри овог модела, су углавном дефинисани преко модула еластичности и коефицијента пригушења за хомогена тела (челик, алуминијум,...). Због специфичне конструкције челичног ужета, дефинисање ових параметара је веома сложено, па се у пракси користе орјентациони подаци добијени на основу „екстраполације“ експерименталних резултата добијених под одређеним условима (најчешће статичким), што може да доведе до већих нетачности при динамичкој анализи извозних машина.

5.2.1 Крутост и модул еластичности ужета

Крутост је основни параметар осцилаторних процеса и она представља карактеристику материјала која дефинише однос оптерећења и деформације. Код већине осцилаторних процеса са малим амплитудама и елементима израђених од челика и сличних материјала она се узима као константна величина. Међутим, код неких материјала, који се такође користе у машинству, ова карактеристика није линеарна што доводи до појаве тзв. нелинеарних осцилација, чија је анализа вишеструко сложенија. Код машина за дизање са челичним ужадима јавља се специфичан случај нелинеарности, који се односи на промену крутости са променом слободне дужине ужади према релацији:

$$c(t) = \frac{E \cdot A}{L(t)} \quad (5.18)$$

где је:

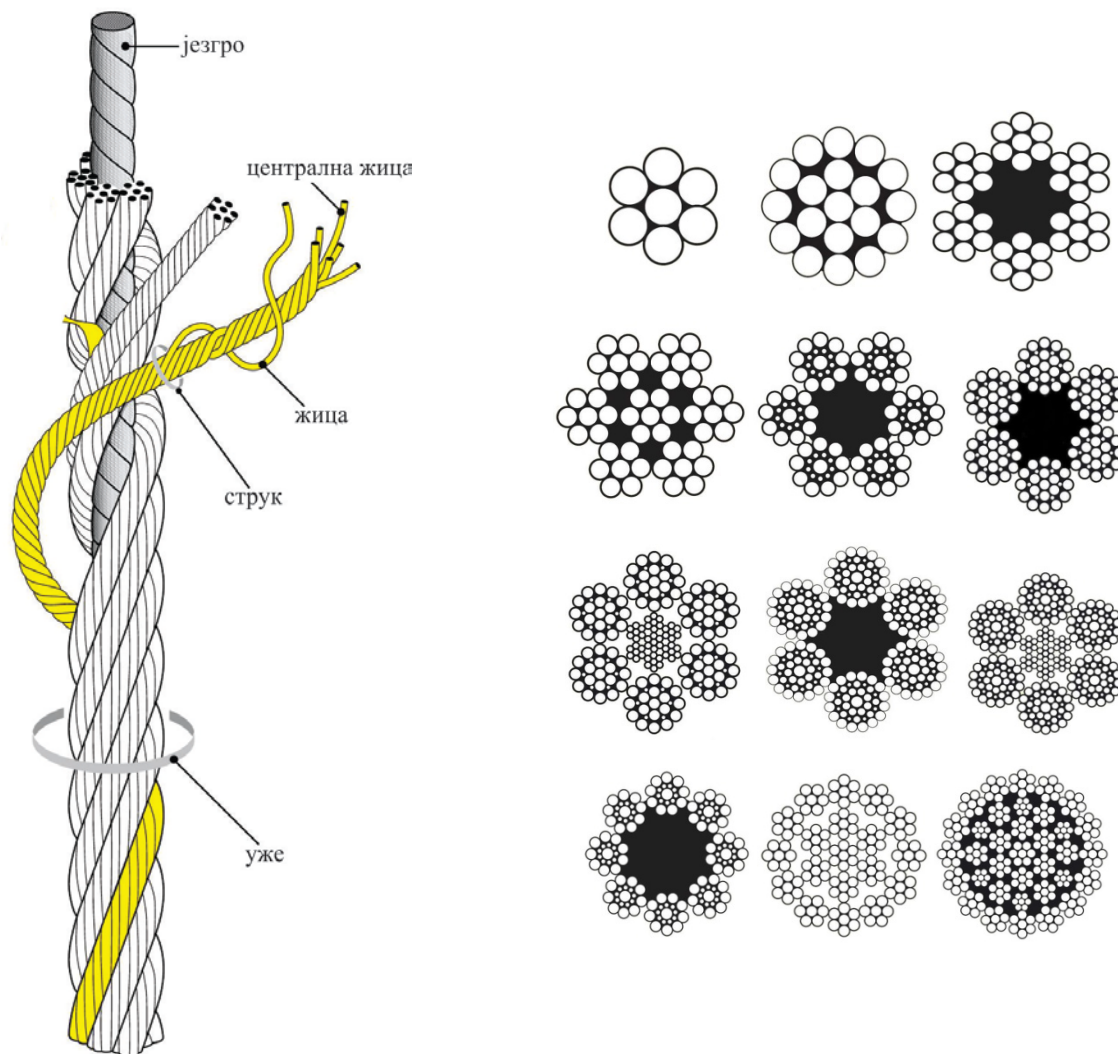
E – модул еластичности ужета, МПа

A – попречни пресек ужета, mm^2

$$L(t) = L - \int v(t)dt - \text{слободна дужина ужета, m}$$

$v(t)$ – обимна брзина ужетњаче, m/s

Поред променљиве крутости треба имати у виду да је **модул еластичности (E)**, за разлику од хомогених тела, знатно теже дефинисати, јер челично уже представља сложену конструкцију која се састоји од већег броја жица које су уплетене у струкове, а струкови у уже са језгром од челика или пластике.



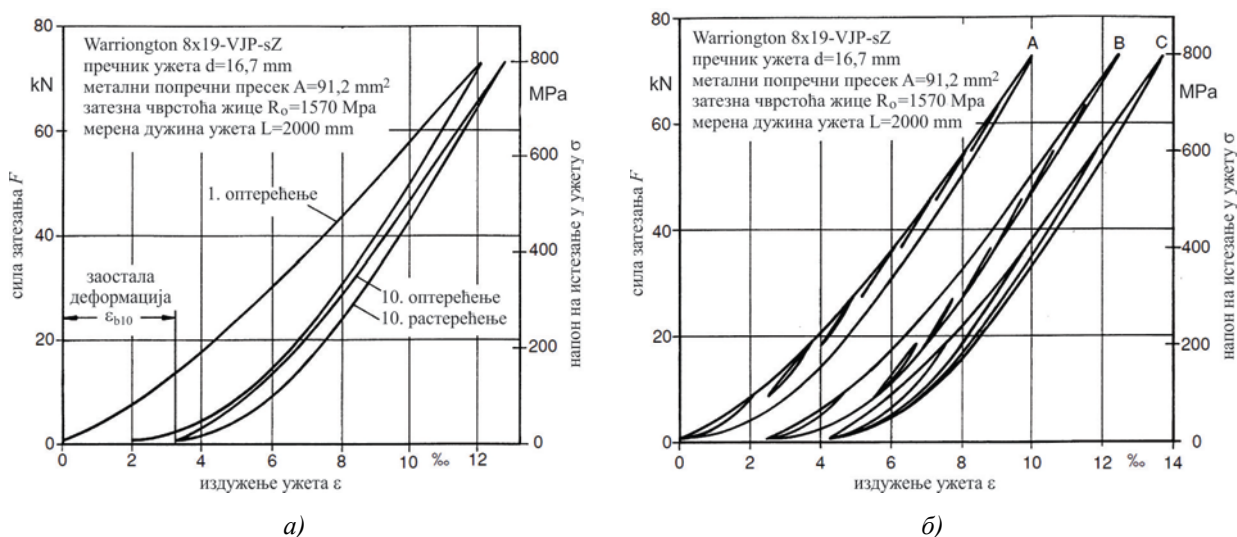
Слика 5.3. Различите конструкције челичног ужета

У литератури [17, 61] користе се различити изрази за његово израчунавање у зависности од модула еластичности жица и углова поужавања жица у струк и струкова у уже. Овакви изрази дају само орјентационе податке јер реалне вредности модула еластичности, поред горе наведених параметара, зависе од величине напона, материјала језгра, времена експлоатације (број оптерећивања), врсте додира жица итд. На сл. 5.4 приказани су експериментални резултати спроведени у [17], а за челично уже са језгром од природних влакана. Уочљива је разлика у резултатима за случај првог оптерећења (ново уже) и после 10 оптерећења, односно растерећења, сл. 5.4а, као и утицај нивоа

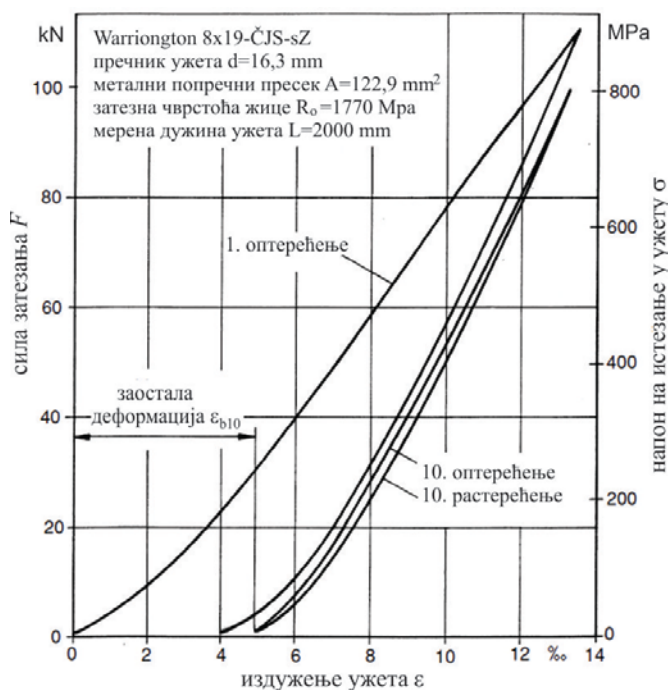
напона при оптерећењу и растерећењу сл. 5.4б. Са слике се да уочити нагло повећање напона у ужету услед његовог истезања.

Промена напона на истезање код ужади са челичним језгром приказана је на сл. 5.5. Дијаграм такође показује нагло повећање напона приликом издужења ужади. Ово повећање није тако велико као код ужади са влакнастим језгром, међутим, заостала деформација је већа.

Више о овој анализи и о резултатима овог експеримента дато је у [17].



Слика 5.4. Дијаграми напон-деформација код ужади са влакнастим језгром, у случају новог ужета и након 10 оптерећења (а) и после десетог циклуса нашошења оптерећења за различите нивое напона (б), [17]



Слика 5.5. Промена напона на истезање код ужади челичним језгром, у случају новог ужета и након 10 оптерећења [17]

Примена чак и овако добијених резултата у статичким условима је дискутабилна када се ради о динамичким процесима. Адекватне величине модула еластичности за ужад у експлоатацији могу се добити директним мерењима у реалним условима рада постројења. Користећи функционалне зависности између крутости (c), фреквенције (ω) и модула еластичности (E), за случај слободних осцилација са пригушењем, може се одредити вредност модула еластичности на основу периода осиловања (T), односно фреквенције (f), одређених на дијаграмима добијених експерименталним путем сл. 5.6.

На основу периода осиловања пригушених осцилација, кружна фреквенција је $\tilde{\omega} = \frac{2\pi}{\tilde{T}}$, што из основне диференцијалне једначине кретања, даје коефицијент крутости:

$$c = M_e \cdot \omega^2 \tag{5.19}$$

а на основу израза (5.18) може се добити:

$$E = \frac{c \cdot L}{A} \tag{5.20}$$

где је:

$\omega = \sqrt{\tilde{\omega}^2 + \delta^2}$ - кружна фреквенција слободних осцилација, rad/s

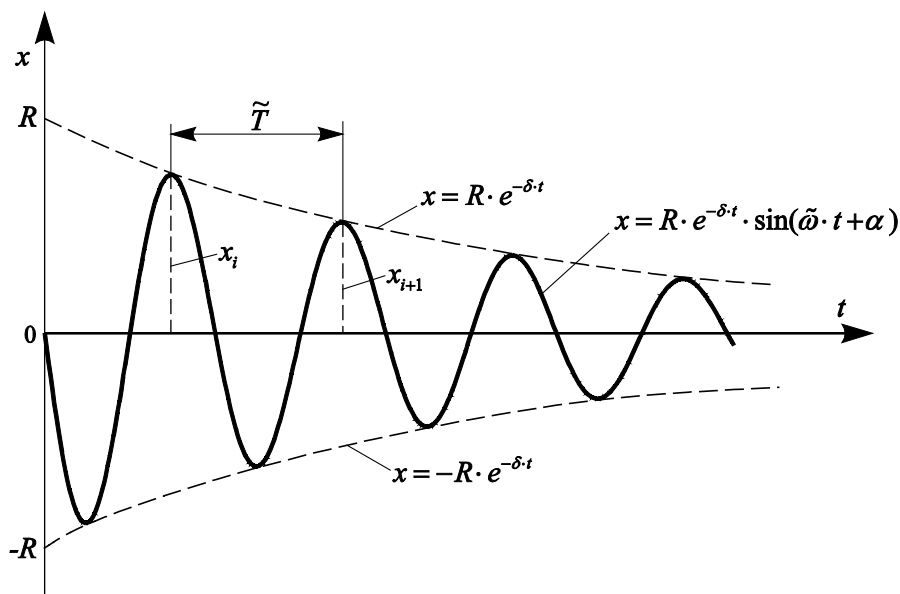
\tilde{T} - период осиловања (измерена вредност), сл. 5.6, s

$M_e = M + q \cdot \frac{2}{3} L$ - редукована осцилаторна маса, kg

M - укупна маса која виси на ужадима, kg

A - површина попречног пресека ужета, mm²

У току кретања долази до повећања или смањења слободне дужине носећих ужади (дизање или спуштање), што указује да треба узимати променљиву дужину $L(t)$ у изразу за M_e . Међутим, код лифтова већих висина дизања и извозних постројења коришћење компензационих ланаца и узади, практично доводи до тога да је редукована осцилаторна маса готово у сваком тренутку приближно иста (ако се узме у обзир $2/3L$).



Слика 5.6. Амплитуде и период пригушених осцилација

5.2.2 Пригушење код лифтова и извозних постројења

Може се сматрати да публиковани подаци о реалним вредностима пригушења код челичних ужади, која се налазе у експлоатацији практично не постоје. Подаци о коефицијентима пригушења чак и код хомогених тела, као што су метали (челик, алуминијум,...), због сложености и специфичности њиховог дефинисања, су такође веома оскудни.

У оквиру осциловања машинских система јављају се три облика пригушења [55]:

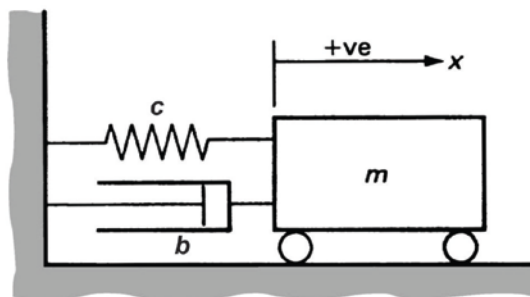
- Унутрашње пригушење у материјалу,
- Кулоново (суво) трење и
- Отпор средине (флуидно пригушење).

Унутрашње пригушење јавља се у два облика, као чисто вискозно пригушење и као последица унутрашњег трења у материјалу тзв. хистерезиса [55]. За идеално еластичне материјале важи познати однос напон-деформација $\sigma = E \cdot \varepsilon$, где E представља модул еластичности. За реалне материјале напон касни, па се јавља хистерезисна петља, приказана на сл. 5.8а. Када се деформација и напон мењају хармонијски, петља је елипса, [99]. Површина хистерезисне петље представља губитак енергије по јединици запремине материјала током једног осцилаторног циклуса.

Вискозно пригушење код кога је сила пригушења пропорционална брзини, је најчешћи начин дефинисања утицаја унутрашњег пригушења. Модел са вискозним пригушењем и једним степеном слободе кретања дат је на сл. 5.7. Дакле, једначина кретања система је добро позната једначина, код које је сила пригушења пропорционална брзици $F_v = b \cdot \dot{x}$:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = 0 \quad (5.21)$$

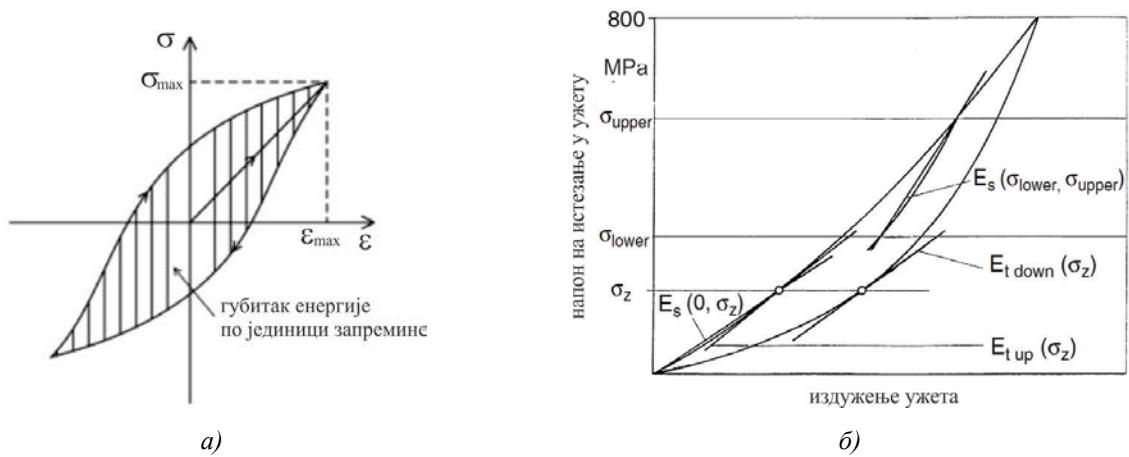
Решење једначине је функција дата на сл. 5.6.



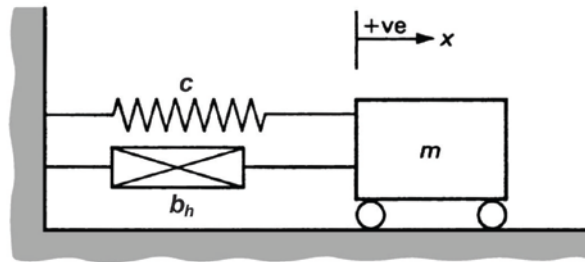
Слика 5.7. Осцилаторни систем са вискозним пригушењем [9]

Хистерезисно пригушење је пригушење које се јавља због унутрашњег трења у структури материјала (енг. *Hysteretic damping*), сл. 5.8а. За разлику од вискозног пригушења овде сила пригушења не зависи од фреквенције, већ зависи, како је речено, од површине хистерезиса, односно од губитка енергије при цикличном оптерећењу. Модел са хистерезисним пригушењем дат је на сл. 5.9. У основи анализа система са оваквим пригушењем захтева да се сила пригушења подели са крушном фреквенциом осциловања (ω), што даје једначину:

$$m\ddot{x} + \left(\frac{b_h}{\omega}\right)\dot{x} + cx = 0 \quad (5.22)$$



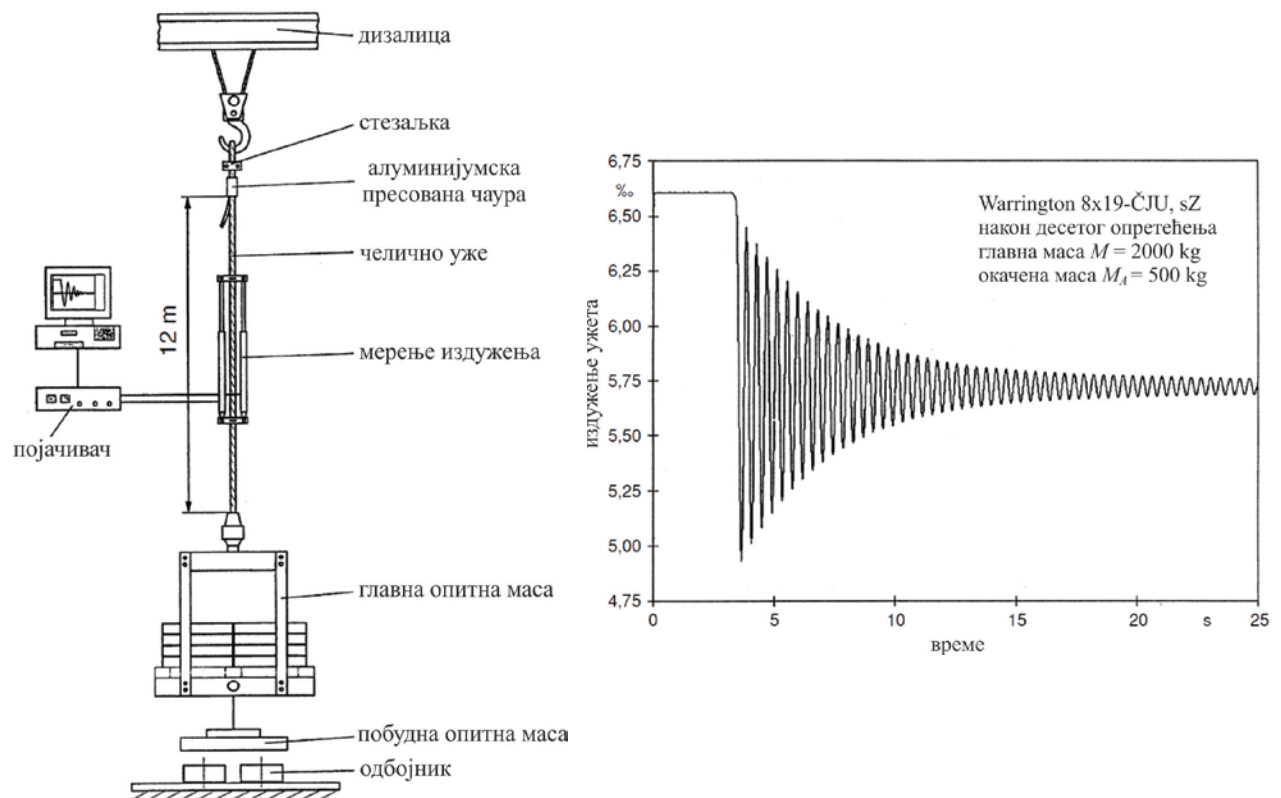
Слика 5.8. Хистерзисне површине код хомогених материјала и челичног ужета [17, 55]



Слика 5.9. Систем са хистерзисним пригушењем [9]

Код челичног ужета треба очекивати да преовлађује хистерзисно пригушење (као код хомогених материјала - метала) при чему треба имати у виду да величина овог пригушења не зависи од облика хистерзиса, већ од површине хистерзиса. Али због сложене конструкције, посебно код ужета са влакнастим (неметалним) језгром, могућ је и удео вискозног пригушења. Не постоје значајнији резултати, па би била неопходна експериментална испитивања овог параметра код челичних ужади.

Одређени подаци о пригушењу код челичних ужади, према [17], добијени су испитивањем у лабораторијским условима на моделу приказаном на сл. 5.1а, а дати у таб. 5.2 на сл., [72]. Експеримент је спровођен, тако што су се главна (M) и побудна опитна (M_A) окачиле о челично уже пречника 10 mm и дужине 12 m. Након одсецања танког ужета које носи побудну опитну масу (M_A), главна маса је почела (наставила) да осцилује са одређеним пригушењем, према запису (дијаграму) датом на сл. 5.10б.



Слика 5.10. Експериментални модел за мерење пригушења у ужету, [72]

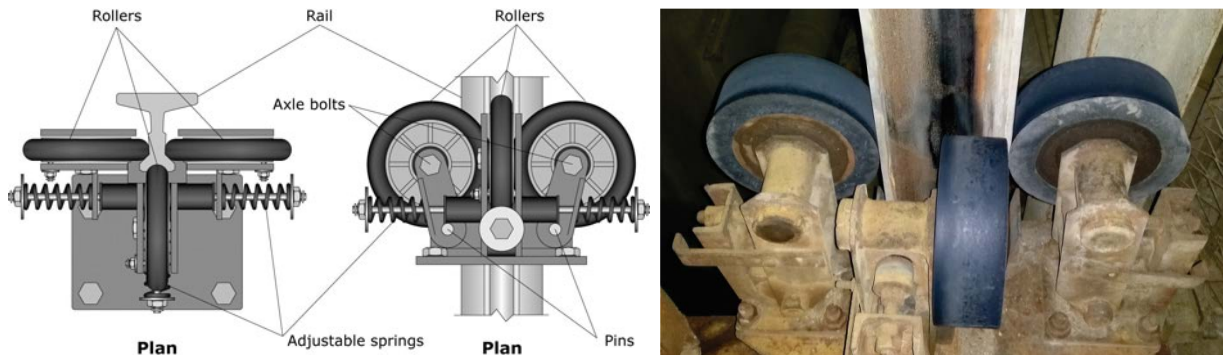
Резултати приказани у таб. 5.2 показују да је за мали средњи напон у ужету (87 МПа), разлика између измерене и израчунате фреквенције осциловања 13%. За велике средње напоне у ужету ова разлика практично и не постоји. Пригушење у челичном ужету при лонгитудиналним осцилацијама је много веће за мале вредности напона (мања оптерећења) и то захваљујући унутрашњем трењу у жадима. Са сл. 5.4б јасно се може видети да веће вредности напона „дају“ мање хистерезисне (затворене) површине. Свакако, на основу сл. 5.4б, која важи за челична ужад са влакнастим језгром и експеримента приказаног на сл. 5.10 који је спроведен за уже са језгром од челичног ужета, може се закључити да су вредности коефицијента пригушења знатно веће код ужади са језгром од влакана.

Табела 5.2. Подаци спроведеног експеримента, [17, 72]

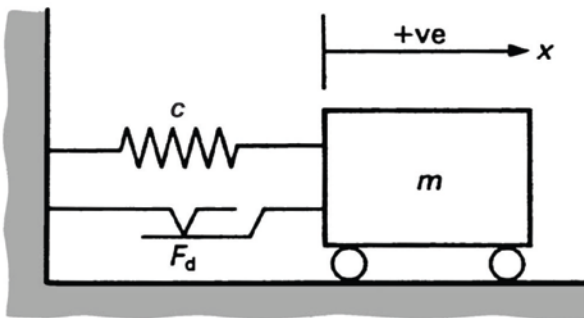
главни терет M , kg	средњи напон σ_z , МПа	поб. опитни терет M_A , kg	измерена фреквенција f_m , 1/s	израчуната фреквенција f_c , 1/s	логаритамски декремент Λ , -	коэф. пригушења δ , 1/s
400	87	134	5,03	4,45	0,125	0,629
2000	435	134	2,48	2,44	0,046	0,115
2000	435	500	2,41	2,44	0,089	0,215

Кулоново пригушење се код извозних постројења јавља у вођицама коша и контратега, сл. 5.11. Сила трења се може узети као константна величина која зависи од коефицијента трења и нормалне силе са супротним смером у односу на кретање. Код

центричног вешања кабине величина нормалне силе зависи од монтажних услова код клизача или величине преднапрезања опруге точкава за вођење. Код ексцентричног вешања (нпр. рукаг систем) и код ексцентричног положаја терета у кабинџ нормална сила зависи од конструктивних параметара кабинџ и може бити велика.



Слика 5.11. Вођице извозног постројења



$$m\ddot{x} + cx = \mu F_N (\text{sign } \dot{x})$$

Слика 5.12. Систем са Кулоновим пригушењем [9]

У случају разматране извозне машине за време експеримента, може се сматрати да је оптерећење коша било центрично тако да је укупна сила Кулоновог трења на вођицама:

$$F_T = n_v \cdot n_t \cdot \mu \cdot F_N \quad (5.23)$$

где је:

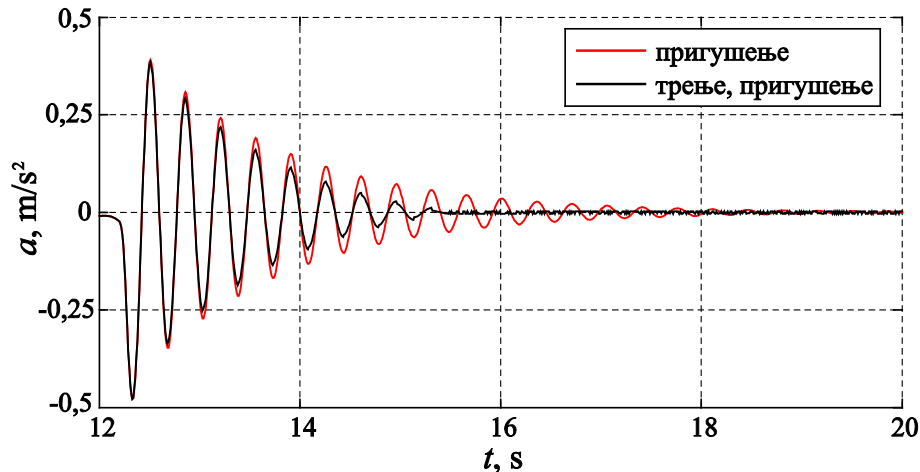
n_v - број група точкава за вођење (две вођице),

$n_t = 3$ - број точкава у групи за вођење,

μ - отпор котрљања точка по вођици,

F_N - сила притиска точка на вођицу за центрично оптерећење, зависи од притезања опруга при монтажи.

У случају мањих убрзања и успорења и већег оптерећења точкава за вођење или ексцентричног оптерећења кабинџ, ово пригушење се може занемарити. Као илустрација на сл. 5.13 дат је пример утицаја трења у вођицама на осцилације коша извозног постројења за: $a = 0,5 \text{ m/s}^2$ и $F_N = 500 \text{ N}$.



Слика 5.13. Дијаграм утицаја Кулоновог трења на укупно пригушење

Флуидно пригушење се јавља код рудничких лифтова због опструјавања ваздуха при осциловању коша у окну. Овде ће се дати процена утицаја пригушења ваздуха при осциловању коша код извозног постројења у руднику „Јама“ РТБ Бор. Сила отпора ваздуха је:

$$F_F = c \cdot A \cdot q \tag{5.24}$$

где је:

$c = 1,4$ - коефицијент опструјавања,

$A = 16 \text{ m}^2$ - површина коша,

$q = \frac{\dot{x}^2}{1,6} \text{ Pa}$ - притисак ваздуха при осциловању,

\dot{x} - брзина осциловања коша.

Како је сила вискозног трења $F_v = b \cdot \dot{x}$, утицај пригушења ваздуха при осциловању коша је могуће проценити на основу односа:

$$\frac{F_F}{F_v} = \frac{c \cdot A \cdot \dot{x}}{1,6 \cdot b} = 2,6 \cdot 10^{-3} \tag{5.25}$$

За разматрано постројење највећи утицај флуидног пригушења се јавља при минималном унутрашњем пригушењу и максималној брзини осциловања. Пошто брзина осциловања за извозно постројење, за препоручене услове кочења, не прелази 1 m/s , следи да је овај утицај знатно мањи од 1% у односу на пригушење услед унутрашњег трења и може се занемарити.

Сходно претходном, може се констатовати да се при анализи динамичког понашања извозног постројења пригушење може моделирати као пригушење које се састоји од унутрашњег пригушења хистерезисног типа и евентуално Кулоновог пригушења које се јавља на вођицама коша у зависности од ексцентричности терета у кошу.

Слично као и модул еластичности, **укупни коефицијент пригушења** се може одредити мерењима осциловања коша извозног постројења. На основу теорије слободних

хармонијских осцилација са пригушењем, мерењем аплитуда осциловања, сл. 5.6, може се одредити логаритамски декремент, а на основу њега и коефицијенти пригушења према:

$$D = \ln \frac{x_i}{x_{i+1}} = \frac{1}{n} \ln \frac{x_i}{x_{i+n}} = \delta \cdot \tilde{T} \quad (5.26)$$

$$\delta = \frac{D}{\tilde{T}} \quad (5.27)$$

па је фактор пригушења:

$$b = 2 \cdot \delta \cdot M_e \quad (5.28)$$

где је:

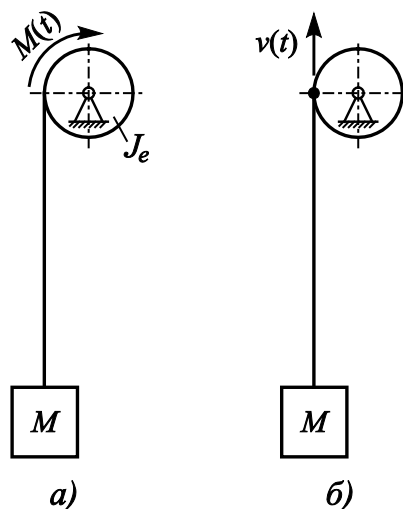
x_i, x_{i+1} и x_{i+n} - измерене амплитуде,

\tilde{T} - измерени период осциловања слободних осцилација са пригушењем,

M_e - редукована осцилаторна маса (маса коша, терета и дела ужади).

5.3 Погонске карактеристике

Погон, односно принудно кретање извозног постројења је могуће моделирати преко погонског момента, сл. 5.14а или путем тзв. кинематског услова на погонској ужетњачи, сл. 5.14б.



Слика 5.14. Динамички модели погона, са погонским моментом (а) и са бројем обртаја погонске ужетњаче, односно њеном обимном брзином (б)

У овој докторској дисертацији, базирајући се на мерењима извршеним на реалном постројењу, као основа за моделирање погона искоришћена је брзинска карактеристика (кинематски услов) – обимна брзина на погонској ужетњачи (бубњу), срачуната из мереног броја обртаја, сл. 5.14б.

Други начин задавања погонске карактеристике при анализи машина за вертикално дизање је, како је већ наведено, преко **погонског момента**. Овакав начин је првенствено применљив код нумеричке анализе применом савремених рачунарских алата, а да при том

немамо повратни запис о промени кинематских величина на погонском уређају. Дакле, најједноставнији начин је да се погон опише моментном карактеристиком „стандардног“ асинхроног мотора. Због све израженије примене фреквентних претварача и могућности квалитетне регулације, овај опис и јесте практично везан само за асинхроне машине.

Погонска карактеристика асинхроног електромотора

Код задавања погона преко „статичке карактеристике“ погонског момента електромотора $P=f(v)$, може се користити добро позната једначина [95, 90]:

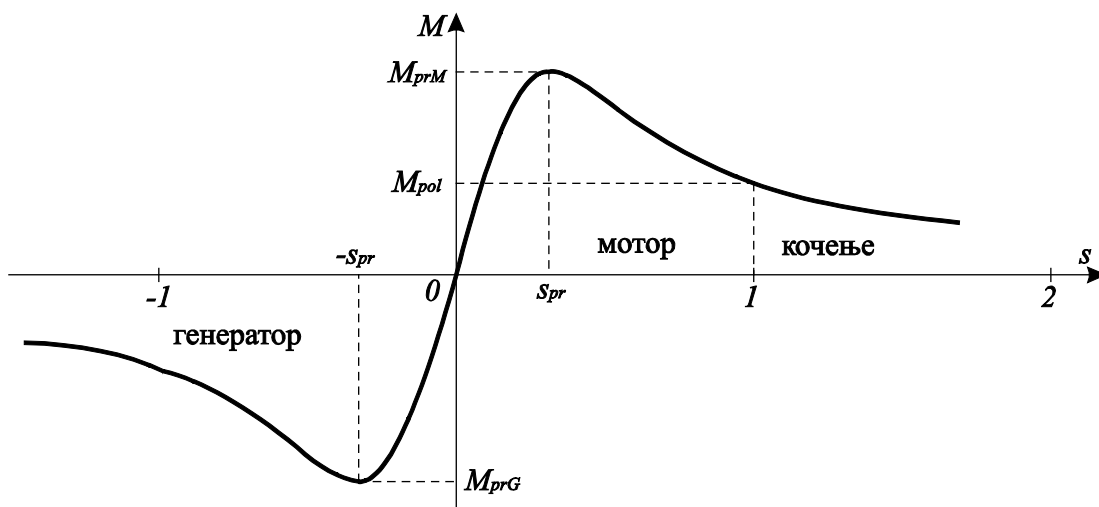
$$M = \frac{q}{\omega_s} \cdot U^2 \cdot \frac{\frac{R_r'}{s}}{\left(R_s + \frac{R_r'}{s}\right)^2 + \left(X_{\gamma s} + X_{\gamma rk}'\right)^2} \tag{5.29}$$

ако су у обзир узму број пари полова p и фреквенција напајања f ($\omega_s = 2\pi f / p$), израз (5.29) постаје:

$$M = \frac{q}{2 \cdot \pi \cdot f} \cdot U^2 \cdot p \cdot \frac{\frac{R_r'}{s}}{\left(R_s + \frac{R_r'}{s}\right)^2 + \left(X_{\gamma s} + X_{\gamma rk}'\right)^2} \tag{5.30}$$

где је: ω_s - синхрона угаона брзина, q - број фаза, U - промена напона, p - број пари полова, R_s - отпор статора, R_r' - сведени отпор ротора, $X_{\gamma s}$ - реактанса расипања статора, $X_{\gamma rk}'$ - сведена реактанса расипања ротора.

Момент, представљен једначином (5.30), је сложена функција клизања и његова промена је приказан на сл. 5.15, на којој су назначене карактеристичне вредности момента. Моментна карактеристика приказана на овој слици назива се статичка моментна карактеристика, с обзиром да одређује вредности момента у стационарном стању са различитим клизањима.



Слика 5.15. Статичка моментна карактеристика асинхроне машине, [95]

За клизање једнако јединици мотор развија полазни момент $M(s=1) = M_{pol}$, (стартни (потезни) момент, моменат који се развија у стању кратког споја са називним напоном):

$$M_{pol} = \frac{q}{2 \cdot \pi \cdot f} \cdot U^2 \cdot p \cdot \frac{R_r'}{(R_s + R_r')^2 + (X_{\gamma s} + X_{\gamma rk}')^2} \quad (5.31)$$

Максимална вредност момента је тзв. превални момент и јавља се на тзв. превалном клизању. При налажењу превалног клизања s_{pr} , због сложености уводе се извесне апроксимације и добија се превално клизање као:

$$s_{pr} = \pm \frac{R_r'}{\sqrt{R_s^2 + (X_{\gamma s} + X_{\gamma rk}')^2}} \approx \pm \frac{R_r'}{X_{\gamma s} + X_{\gamma rk}'} \quad (5.32)$$

Заменом израза (5.32) у израз (5.30) добија се превални (потезни) момент:

$$M_{pr} = \pm \frac{q}{4 \cdot \pi \cdot f} \cdot p \cdot \frac{U^2}{\pm R_s + \sqrt{R_s^2 + (X_{\gamma s} + X_{\gamma rk}')^2}} \quad (5.33)$$

Однос M_{prM} и M_{prG} је различит од 1, односно потезни момент није исти у моторском и генераторском режиму рада. Знак „+“ односи се на моторски, а знак „-“ на генераторски режим рада. При томе је $|M_{prG}| > |M_{prM}|$.

Потезни момент код асинхроних мотора је иначе бар 1,6 пута већи од номиналног (стационарног) момента. Такође, треба напоменути да мотор при укључењу на мрежу из мирног стања „пребрисава“ целу моментну карактеристику од $s=1$ ($n=0$) до стационарне радне тачке, нпр. s_n (n_n), ако је оптерећен називним механичким моментом. У стационарној радној тачки клизање је реда неколико процената.

Количник M/M_{pr} даје следећи израз који се назива **Клосова једначина**:

$$\frac{M}{M_{pr}} = \frac{2 \cdot (1 + \varepsilon)}{\frac{s}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s} + 2\varepsilon} \quad (5.34)$$

при чему је:

$$\varepsilon = \frac{R_s}{\sqrt{R_s^2 + (X_{\gamma s} + X_{\gamma rk}')^2}} = \frac{R_s}{R_r'} \cdot s_{pr} \quad (5.35)$$

Код електромотора средњих и великих снага је $R_s \ll X_{\gamma s}$, па је онда и $\varepsilon \approx 0$. На основу тога добија се упрошћена Клосова једначина:

$$\frac{M}{M_{pr}} = \frac{2}{\frac{s}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s}} \quad (5.36)$$

Приликом задавања овакве погонске карактеристике, проблем представља то што у каталозима произвођача не стоје увек подаци о свим параметрима који фигуришу у изразима (5.30) и (5.36). Произвођачи електромотора у каталозима обично наводе вредности за бројеве обртаја ротора (синхрони и номинални) n_s , n_n , као и вредности номиналног момента M_n и податак о преоптеретивости мотора (M_{pr}/M_n). Уврштавањем:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \text{ и } s_{pr} = 2 \cdot s_n \cdot \frac{M_{pr}}{M_n} = 2 \cdot \frac{n_s - n_n}{n_s} \cdot \frac{M_{pr}}{M_n}$$

у упрошћену Клосову једначину (5.36) добија се вредност момента у функцији брзине, односно броја обртаја ротора.

С друге стране, ако се жели моделирати погон и описати рад асинхроне машине не само у устаљеном режиму, већ уопште (и у празном режиму), онда за то може да послужи **комплексни математички модел** дефинисан кроз систем диференцијалних и алгебарских једначина, [90]:

$$u_s = R_s \cdot i_s + \frac{d\psi_s}{dt} + j\omega_s \psi_s$$

$$0 = R_r \cdot i_r + \frac{d\psi_r}{dt} + j(\omega_s - \omega) \psi_r$$

$$\psi_s = L_s \cdot i_s + M \cdot i_r$$

$$\psi_r = M \cdot i_s + L_r \cdot i_r$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = P_m - m_m$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega$$

$$m = j \frac{M}{L_r} (\bar{i}_s \cdot \psi_r - i_s \cdot \bar{\psi}_r) = jM (\bar{i}_s \cdot i_r - i_s \cdot \bar{i}_r) = j(\bar{i}_s \cdot \psi_s - i_s \cdot \bar{\psi}_s)$$

где је: u_s - напон, R_s - отпор статора, R_r - сведени отпор ротора, i_s - статорска струја, i_r - роторска струја, ψ_s - магнетни флуks статора, ψ_r - магнетни флуks ротора, ω_s - угаона брзина статора, ω - разлика угаоне брзине статора и ротора, M - заједничка индуктивност, L_s - статорска индуктивност, L_r - роторска индуктивност сведена на статор, J - момент инерције ротора, m - електрични момент по пару полова, m_m - механички момент, j - имагинарна јединица.

Због своје сложености и потребе мерења више електричних величина примена оваквог математичког модела је веома ретка у нумеричкој анализи механичких система, а у овој докторској дисертацији неће бити примењиван овакав математички модел за дефинисање кретања

Ако се у датом комплексном математичком моделу изврши раздвајање реалних и имагинарних делова, добија се, уместо комплексног, реални математички модел, чији облик се може наћи у [90].

Због своје сложености, величина погонске силе у прелазном режиму рада обично се одређује приближно, у зависности од начина упуштања погонског мотора, на основу следећих релација:

$$M(t) = M_0 = \text{const. (сл. 5.16-линија } a)$$

$$M(t) = M_0 \cdot \left(1 - \frac{t}{t_1}\right) - \text{меки погонски (кочиони) режим (сл. 5.16- линија } b)$$

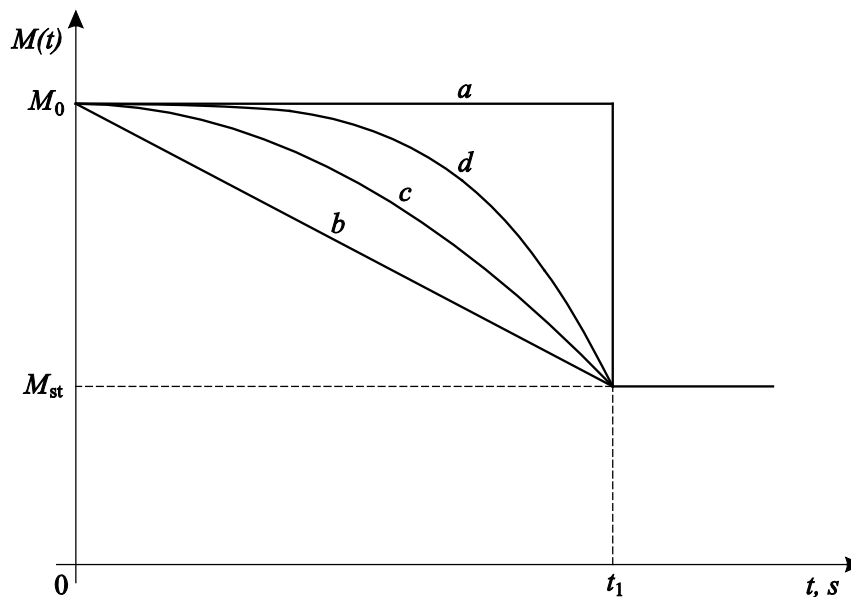
$$M(t) = M_0 \cdot \left(1 - \frac{t^2}{t_1^2}\right) - \text{средњи погонски (кочиони) режим (сл. 5.16- линија } c)$$

$$M(t) = M_0 \cdot \left(1 - \frac{t^4}{t_1^4}\right) - \text{крути погонски (кочиони) режим (сл. 5.16- линија } d)$$

где је:

M_0 - максимална почетна вредност погонске силе

t_1 - период убрзања (кочења)



Слика 5.16. Различити модели погонског момента (силе)

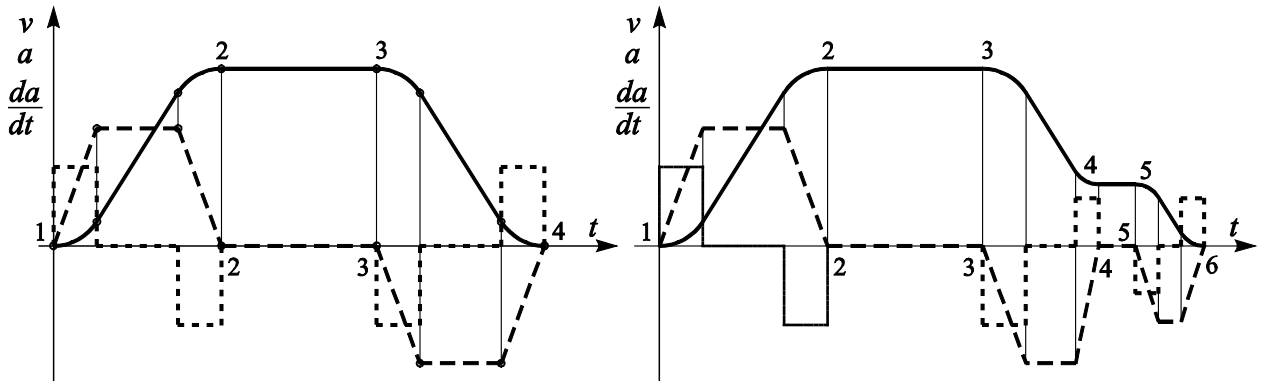
Кинематске карактеристике погонског система

Како је већ наведено, један од начина моделирања погонског механизма јесте и дефинисање кинематских услова на погонској ужетњачи (бубњу). Моделирање преко кинематских услова подразумева познавање брзине дизања, што је у овој дисертацији обезбеђено мерењем обимне брзине ужетњаче на месту наиласка ужета (прерачуната брзина мерена на месту кочионог диска).

Практично, при анализи лифтова и извозних постројења то би значило да постоје два начина:

- задавањем функције промене броја обртаја електромотора (преко обимне брзине погонске ужетњаче),
- задавањем убрзања на погонској ужетњачи (бубњу).

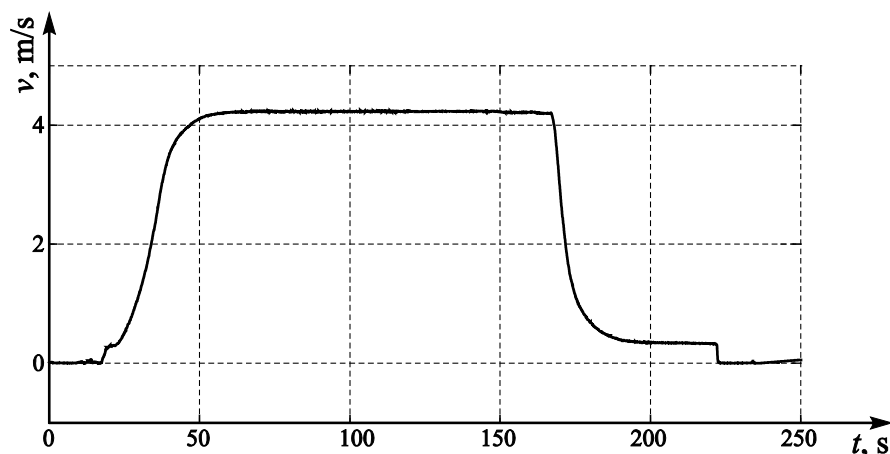
На сл. 5.17 приказани су уобичајени дијаграми брзине, убрзања и трзаја.



Слика 5.17. Примери дијаграма кретања за једнобрзински (а) и двобрзински (б) мотор

Дефинисање брзине у функцији времена може да се изврши на више начина. Један од начина је да се брзина дефинише комбинациом Хевисајдове (*step*) функције са кубним полиномом и линеарне зависности брзина-време [66].

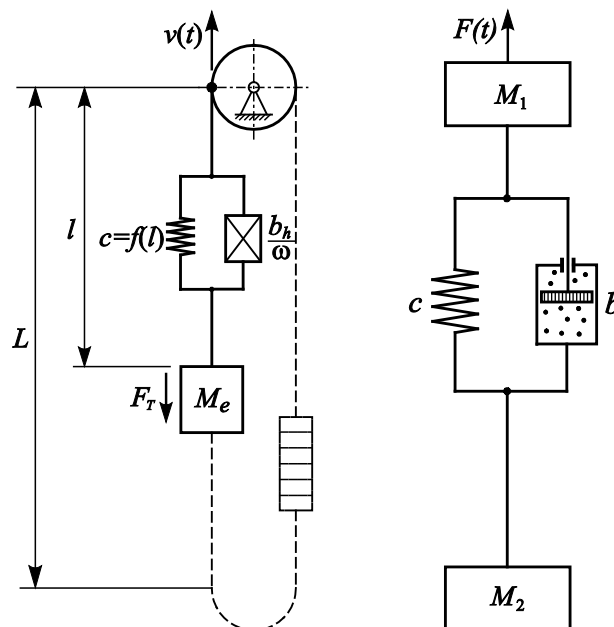
Други начин, а који је искоришћен и примењен у овој дисертацији, јесте да се промена брзине задаје у облику „*spline*-а“ који једнозначно описује промену броја обртаја погонског електромотора сведеног на обимну брзину бубња, односно погонске ужетњаче добијене директним мерењем на погонској ужетњачи путем инкременталног енкодера. „*Spline*“, коришћен у софтверу за нумеричку анализу, представља осредњену линију измерене обимне брзине на погонској ужетњачи, чиме је одстрањен тзв. шум мерења, сл. 5.18.



Слика 5.18. Формирање „*spline*-а“ брзине као погонске карактеристе на ужетњачи

5.4 Меродавни динамички модел за извозно постројење

На основу претходне анализе, за случај извозног постројења Көере типа, са погонском ужетњачом (бубњем) изнад окна, може се дефинисати меродаван модел за динамичку анализу у облику приказаном на сл. 5.19.



Слика 5.19. Меродаван динамички модел за анализу извозне машине у руднику „Јама“ РТБ Бор

Меродавни модел представља осцилаторни систем са једним степеном слободне, са ужадима која су описана еквивалентним Келвиновим моделом, при чему се крутост при дизању мења са променом слободне дужине ужета, док је пригушење хистерезисног типа где је укључено и трење у вођицама [104]. Маса коша се узима као константна величина за одговарајући осцилаторни процес, али се разматрају различите варијанте (празна кабина, пуна кабина и редукована тежина ужади). Дефинисање параметара овог модела је извршено комбиновањем познатих теоријских релација за слободне осцилације са пригушењем и резултата мерења на извозној машини у руднику „Јама“ РТБ Бор, што је описано у наредном поглављу. Када се упореди са моделом приказаним на сл. 5.19, може се констатовати значајна разлика, јер меродавни модел обухвата утицај променљивости крутости са кретањем, променљивост масе и пригушење хистерезисног типа у односу на уобичајени модел ужета са константном крутошћу и масама и пригушењем вискозног типа. Овакав динамички модел ће послужити за одређивање динамичких параметара (E , b , ω , δ ,...) коришћењем резултата мерења на извозном постројењу у Бору.

6.0 ОПИС И РЕЗУЛТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТА. ОДРЕЂИВАЊЕ ДИНАМИЧКИХ ПАРАМЕТАРА

Мерења на извозном постројењу рудника „Јама“ који се налази у оквиру Рударско топионичарског басена Бор вршена су у два наврата, и то први пут у јулу 2014. године и други пут 2015. године у мају месецу. Шта је карактеристично за ова два мерења и која је разлика међу њима? У оквиру мерења која су вршена у јулу 2014. године, брзина дизања и спуштања коша мерена је помоћу давача броја обртаја (брзине) MFN-EFN 2 са инкременталним енкодером „Оптоелектроника“ 500/1, приказаног на сл. 6.1. Мерење је вршено директним контактом и ротацијом сензора брзине са вођицом коша и то на крову самог коша.

Након тога (независно), мерена је брзина, односно број обртаја погонског бубња смештеног у машинској просторији на врху куле Сервисног окна рудника „Јама“. Такође, као и преко вођице рудничког лифта, контактном методом сензор брзине је мерио број обртаја бубња преко кочионог диска, који се може видети на сл. 6.4а.



Слика 6.1. Давач броја обртаја прилагодљив разним носачима и монтажи на различитим локацијама

Код оваквог мерења брзине постојало је неколико недостатака, од којих су два најзначајнија. Прво, непостојање адекватног носача и постоља, није било могуће учврстити конструкцију давача броја обртаја за кров коша. Због тога неко од учесника мерења је морао све време држати давач уз бетонску вођицу лифта, што је условљавало нетачности у мерењу. Те нетачности су се посебно исказале при покретању и заустављању постројења, јер су инерцијалне силе довеле до тога да се давач и кош крећу у одређеним тренуцима у супротним смеровима, поготово приликом заустављања и појаве слободних осцилација коша.

Друго, не вршењем мерења брзине на погонском бубњу у истом тренутку када и на самом кошу, није било могуће адекватно уочити и „записати“ кашњење одзива и пренос сигнала путем носећих елемената (ужади) од погонског механизма до спојног прибора, тј. коша. На основу оваквог мерења, значајна грешка се уноси и у каснију нумеричку анализу

и корелацију са експерименталним мерењима, јер се као улазна величина узима промена броја обртаја бубња, односно промена обимне брзине бубња на месту намотавања носећих ужади.

Резултати ових мерења су детаљно анализирани и приказани у оквиру пројекта Теоријско-експериментална истраживања динамике транспортних машинских система, [94] и у овој дисертацији се неће посебно обрађивати и представљати, већ ће се у наредном тексту, пажња посветити опису мерења извршеног у мају 2015. године, као и анализи измерених величина. Слично као и код мерења извршених у склопу одређивања отпора и степена искоришћења преноса погонског механизма у фабрици „Lafarge“ у Беоцину и овде су ова мерења послужила за формирање коригованог мерног поступка и опреме како би се добиле адекватне вредности за меродавне параметре динамичке анализе.

6.1 Опис извозне машине и мерног система

Мерења су извршена на рудничкој извозној машини шведског произвођача „ASEA“ типа HSDE 2.5, носовости 22 t, максималне пројектоване брзине дизања коша 16 m/s и пројектоване висине дизања 523 m у првој фази и 763 m у другој фази ископа руде, чији је погонски механизам дат на сл. 6.4а, а шематски приказ целе машине као и места где су се вршила мерења дати су на сл. 6.4б. Извозна машина је произведена 1977. године. Остале значајне карактеристике ове извозне машине се могу видети кроз таб. 6.1.

Возно окно је иначе кружног попречног пресека, пречника 10 m. Пренос силе на носеће елементе (ужад) остварује се путем трења (Коере систем) са ожлебљеног бубња.

Табела 6.1. Техничке карактеристике извозне машине

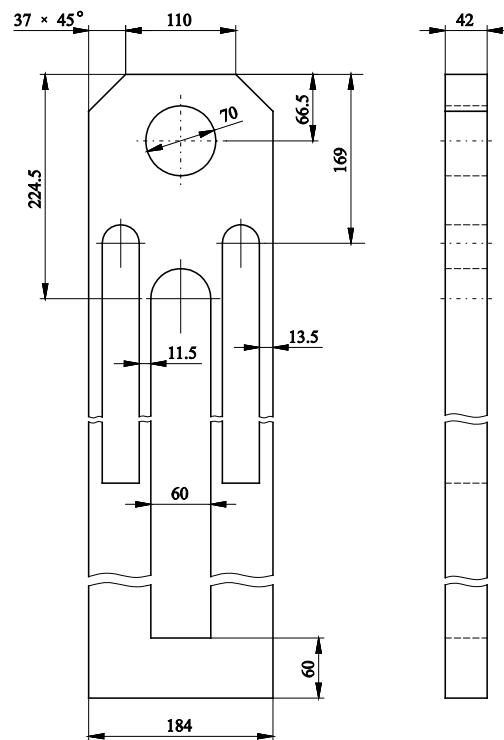
Погонски електромотор	Тип: LC 1907 Снага: 1500/2860 kW Број обртаја: 122,2 o/min Момент: 117,2/233,4 kN
Кочиони систем	Шест хидрауличних диск кочица типа BSGF 408, распоређених на два кочиона диска, сл. 6.2. Притисак кочионе папуче на диск: 74,6 kN Кочиони момент: 460,94 kNm Коефицијент трења папуча/диск: 0,4
Кош (кабина)	Маса: 13 t, у чији састав улази кош и спојни прибор за везу са носећим ужадима, сл. 6.3
Противтег	Маса: 21 t
Носећа ужад	$z = 6$ ком $d = 27$ mm 150 жица у пресеку, галванизована у троугаоној изведби. Паралелно поужена, 3 са десним, а 3 са левим смером поужавања. Сила кидања: 561 kN. Затезна чврстоћа жица: 1700 МПа. Јединична маса: 3,02 kg/m.

Опис и резултати експеримента. Одређивање динамичких параметара

Компензациона (балансна) ужад	$z = 2$ ком $d = 50$ mm 222 жице у пресеку, галванизована у троугаоној изведби. Са кошом повезана обртним кукама – „карабињерима“ типа HASA 125/51-55, ради спречавања одвртања. Јединична маса: 9,64 kg/m.
Погонски бубањ	Изражен заваривањем, пречника 2,5 m. Габарити: 2,95 x 2,95 x 1,97 m



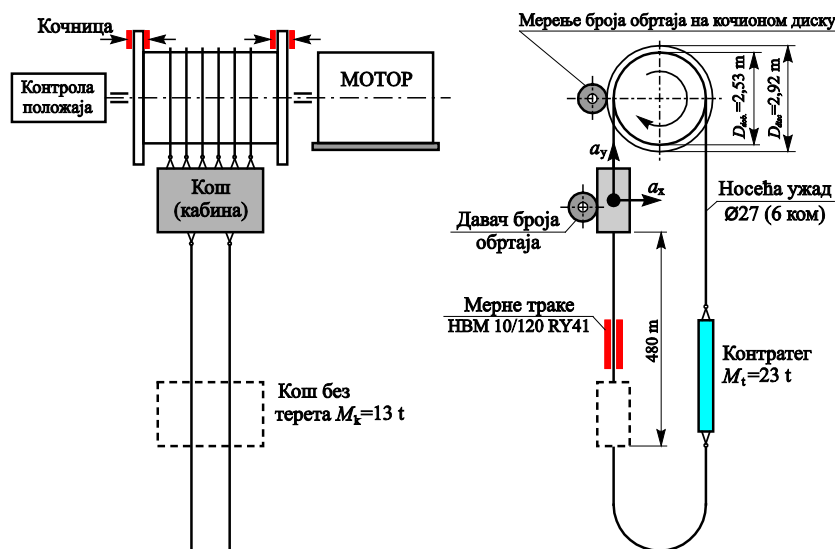
Слика 6.2. Кочиони систем у оквиру погонског механизма извозне машине рудника „Јама“ РТБ Бор



Слика 6.3. Спојни прибор за везу носећих ужади са кошом (кабином)



a)



б)

Слика 6.4. Погонска машина и шематски приказ распореда мерних места, [94]

6.1.1 Коришћена мерна опрема

У сврху експеримента на извозном постројењу коришћена је следећа мерна опрема:

- Универзално мерно појачало – 8 канално (2 ком) QUANTUM X MX480B, сл. 6.5а,
- Софтвер за прикупљање и обраду мерних сигнала НВМ catmanEasy-AP,
- Рачунар за складиштење мерних сигнала HP 530,
- Антене за бежични пренос мерног сигнала (2 ком) NanoStation loco NS2L произвођача **IBIQUITI NETWORKS**, домета до 5 km уз оптичку видљивост антена, сл. 6.5б,
- Инкрементални енкодер – давач броја обртаја AINS 41 произвођача **Meyer Industrie-Electronic GmbH – MEYLE**, опсега мерења до 6000 o/min и са дозвољеном аксијалним/радијалним оптерећењем на излазном вратилу од 30/20 N, сл. 6.5в.
- Оптички мерач броја обртаја типа ROS произвођача **Monarch Instrument**, мерног опсега од 1 до 250000 o/min, сл. 6.5г,

- Давач убрзања HBM В12, сл. 6.5д,
- Мерне траке HBM LY41-6/120, сл. 6.5ђ,
- Уређај за мерење силе у носећим ужадима на бази давача силе на истезање типа S – HBM S9M, опсега мерења од 0,5 до 50 kN.



а)



б)



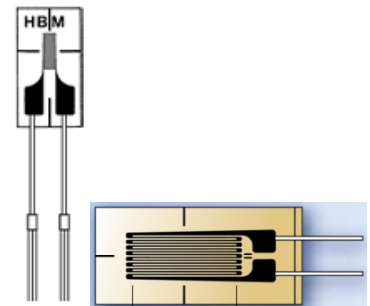
в)



з)



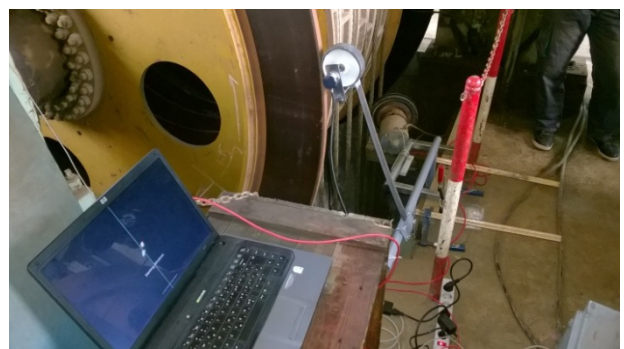
д)



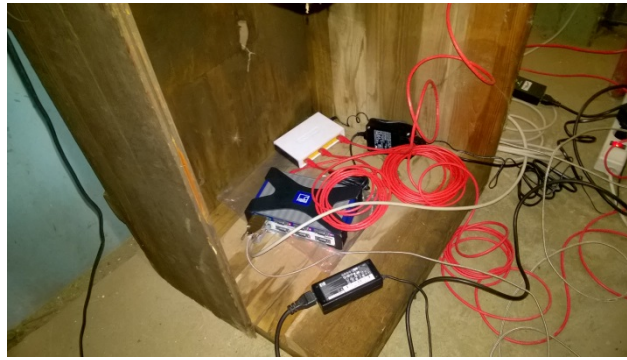
ђ)

Слика 6.5. Део мерне опреме коришћен у оквиру експеримента на извозној машини ASEA HSDE 2.5 у РУДНИКУ „ЈАМА“ РТБ БОР

Број обртаја добоша мерен је путем инкременталног енкодера AINS 41, постављеног на адаптивни носач са мерним точком пречника 127 mm, који је био директно ослоњен на венац кочионог диска, сл. 6.6а. Мерни сигнал са енкодера вођен је на појачало QUANTUM X MX480B, а онда бежичним путем преко радио антене NanoStation loco NS2L сигнал је слат до „пријемника“ (друге радио антене постављене на кошу) и рачунара на кошу и складиштен у једну заједничку датотеку са осталим мерним сигнаlima.



а)



б)



в)

Слика 6.6. *Инкрементални енкодер спојен са мерним точком постављеним на венац кочионог диска (а); мерно појачало QUANTUM X MX480В (б); радио антене NanoStation loco NS2L (в)*

Брзина дизања и спуштања коша је мерена преко точка за вођење чија је промена броја обртаја регистрована помоћу оптичког сензора ROS постављеног на магнетни сталак, сл. 6.7. Сигнал са оптичког сензора вођен је до другог осмоканалног мерног појачала QUANTUM X MX480В (сл. 6.8) и збирно са сигнаlima од акцелерометра и мерних трака складиштен на рачунару.



Слика 6.7. *Оптички сензор – давач броја обртаја ROS-P, фиксиран на кошу*



Слика 6.8. Друго осмоканално мерно појачало QUANTUM X MX480B спојено са рачунаром

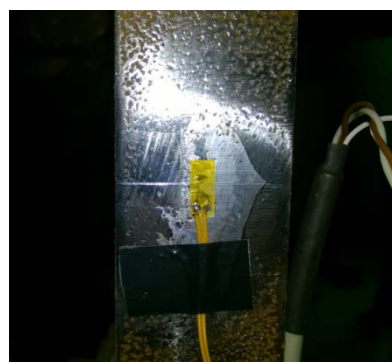
Промена убрзања коша током мерења регистрована је акцелерометром НВМ В12 постављеног на спојни прибор коша преко магнетног држача, сл. 6.9.



Слика 6.9. Мерење убрзања на спојном прибору коша

Промене сила у носећим ужадима праћене су мерењем деформације спојног прибора (једног дела његове конструкције). Деформације су мерене на сваком спојном прибору од укупно 6, мерним тракама НВМ LY41-6/120, сл. 6.10. Мерни сигнали са мерних трака су такође преко мерног појачала QUANTUM X MX480B, приказаног на сл. 6.8, вођени до рачунара и складиштени у једну заједничку датотеку.

Део мерног система постављен на кошу је напајан електричном енергијом од стране бензинског агрегата приказаног на сл. 6.11.



Слика 6.10. Мерење деформација на спојном прибору



Слика 6.11. Бензински агрегат за напајање мерног уређаја електричном енергијом

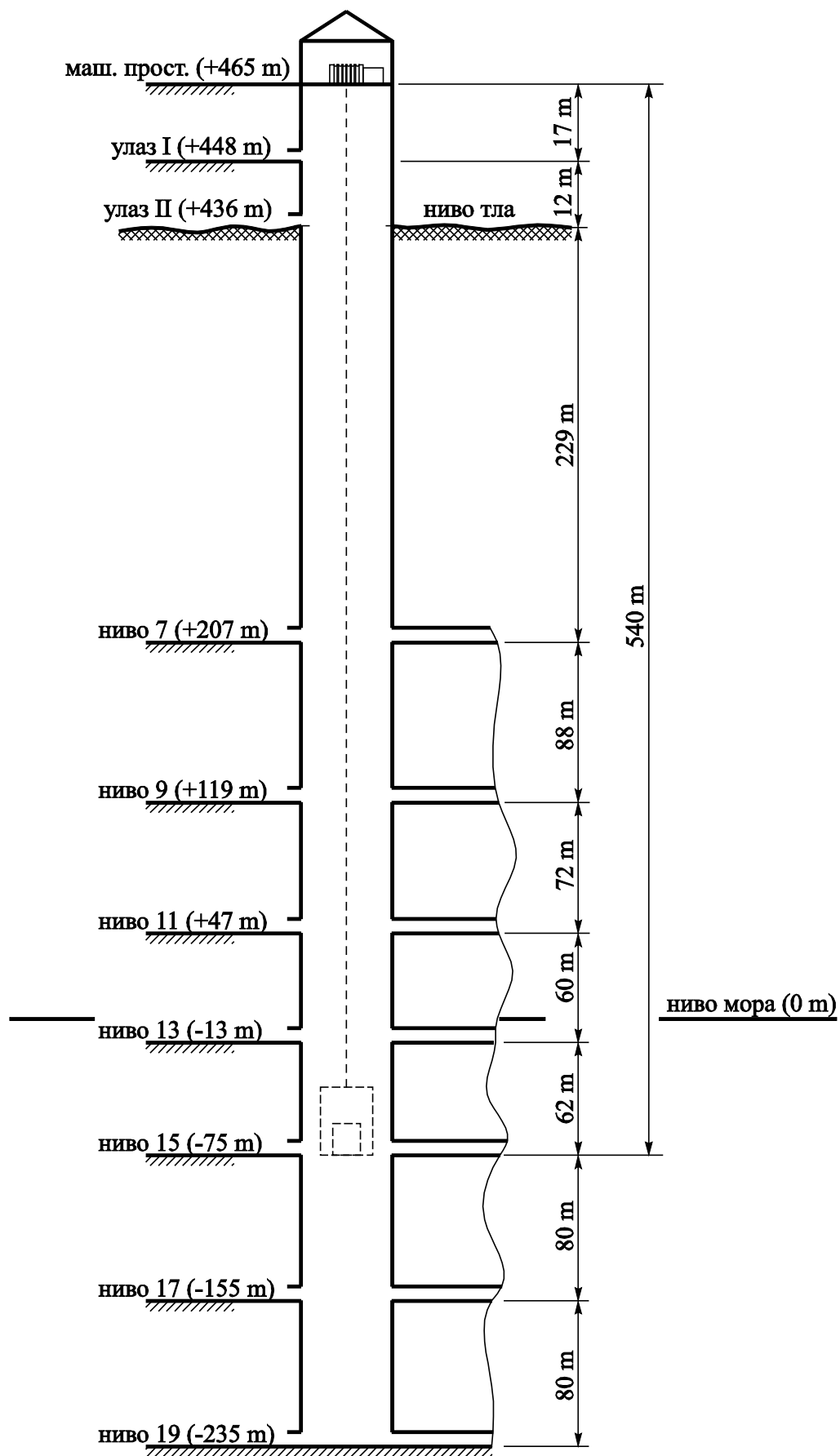


Слика 6.12. Мерење силе у ужадима са дигиталним читавањем

6.2 Протокол о испитивању

У таб. 6.2 хронолошки је дат протокол мерења, бележен непосредно пре сваког покретања коша. Укупно је било 14 кретања, с тим што се датотека Б.010 састоји из четири дела, а они су везани за одлазак празног коша до нивоа где се налазио терет, унос терета (улазак локомотиве), вожња са теретом, излазак локомотиве и враћање празног коша до полазног нивоа.

Да би била јаснија предочена процедура, односно садржај мерења, на сл. 6.13 приказана је извозна машина са означеним рудничким „хоризонтима“, тј. нивоима, чије су коте одређене на основу надморске висине, у плусу и минусу. Ниво тла је на надморској висини од +436 m, а машинска просторија на +465 m. Треба приметити да постоје и два нивоа (17 и 19) које иначе извозно постројење не опслужује.



Слика 6.13. Шематски приказ вертикалног рудничког окна у руднику „Јама“ РТБ Бор

Табела 6.2. Садржај мерења на извозном постројењу у руднику „Јама“ РТБ Бор

Датотека	Време почетка мерења	Детаљан опис одређене датотеке
Б.001	13:05	Спуштање празног коша (при сваком мерењу са празним кошом на њему се налазило пет особа) сервисном (малом) брзином са коте +436 на доле.
Б.002	13:07	Наставак кретања сервисном брзином на доле. Трајање кретања ~30 s.
Б.003	13:08	Спуштање празног коша „великом“ брзином ~4,5 m/s. Зауостављање у 13:10. Прђени пут је ~60÷70 m.
Б.004	13:13	Наставак спуштања празног коша „великом“ брзином. Долазак до седмог хоризонта (нивоа). Кретање је трајало ~1 min.
Б.005	13:15	Кретање празног коша на доле до 15-ог хоризонта. Зауостављање у 13:17 на 15-ом хоризонту.
Б.006	13:20	Дизање празног коша до 13-ог нивоа. Зауостављање у 13:21 на 13-ом нивоу.
Б.007	13:23	Наставак кретања празног коша на горе брзином ~3 m/s са наглим зауостављањем (зауостављање из велике брзине).
Б.008	13:25	Наставак кретања на горе „великом“ брзином са намером поновног наглог зауостављања. Кош је нагло зауостављен на ~15 m изнад 11-ог хоризонта.
Б.009	13:28	Спуштање празног коша смањеном брзином 11-ог нивоа. Намера је да се кош оптерети (улазак локомотиве за вучу вагонета) и да се креће од 15-ог хоризонта до 11-ог и назад.
Б.010	до 13:50	До времена 13:50 празан кош (без лица на њему) се спустио до 15-ог хоризонта. На том хоризонту је локомотива ушла у кош, затим је извршено кретање оптерећеног коша 11-ог хоризонта и назад до 15-ог. На 15-ом хоризонту локомотива је изашла из коша и празан кош је враћен на 11 хоризонт, након чега се пет лица опет вратило на њега.
Б.011	13:52	Дизање празног коша са 11-ог хоризонта „великом“ брзином. Кош се зауставио нагло из велике брзине на ~50 m изнад 11-ог хоризонта.
Б.012	13:54	Спуштање празног коша „великом“ брзином, са намером наглог зауостављања. Кош је зауостављен на ~10 m изнад 11-ог хоризонта.
Б.013	13:57(58)	Кретање на горе празног коша „великом“ брзином. Нагло зауостављање из велике брзине на ~4÷5 m испод 7-ог хоризонта. Кретање је трајало ~1 min.
Б.014	13:59	Наставак кретања на горе у „великом“ брзини. У 14:01 „нормално“ зауостављање на коти +436 m (површина тла) и уједно крај мерења.

6.3 Резултати мерења

У овом поглављу ће се приказати део резултата мерења релевантних за одређивање динамичких параметара, сходно разматрањима датим у тачки 5.0. Резултати су приказани за издвојених 6 случајева кретања, а остатак резултата због своје обимности биће представљен у Прилогу ове дисертације.

Одређивање параметара динамичког модела биће приказано за шест случајева кретања (дизања и спуштања) коша, са и без оптерећења:

I) Спуштање празног коша са коте +406 m на коту +266 m (слободни крак носећих ужадина страни коша у почетку кретања је 59 m). Заустављање коша регуларно из мање брзине.

II) Дизање празног коша са коте -74 (надморска висина) за 476 m. Заустављање коша регуларно из мање брзине.

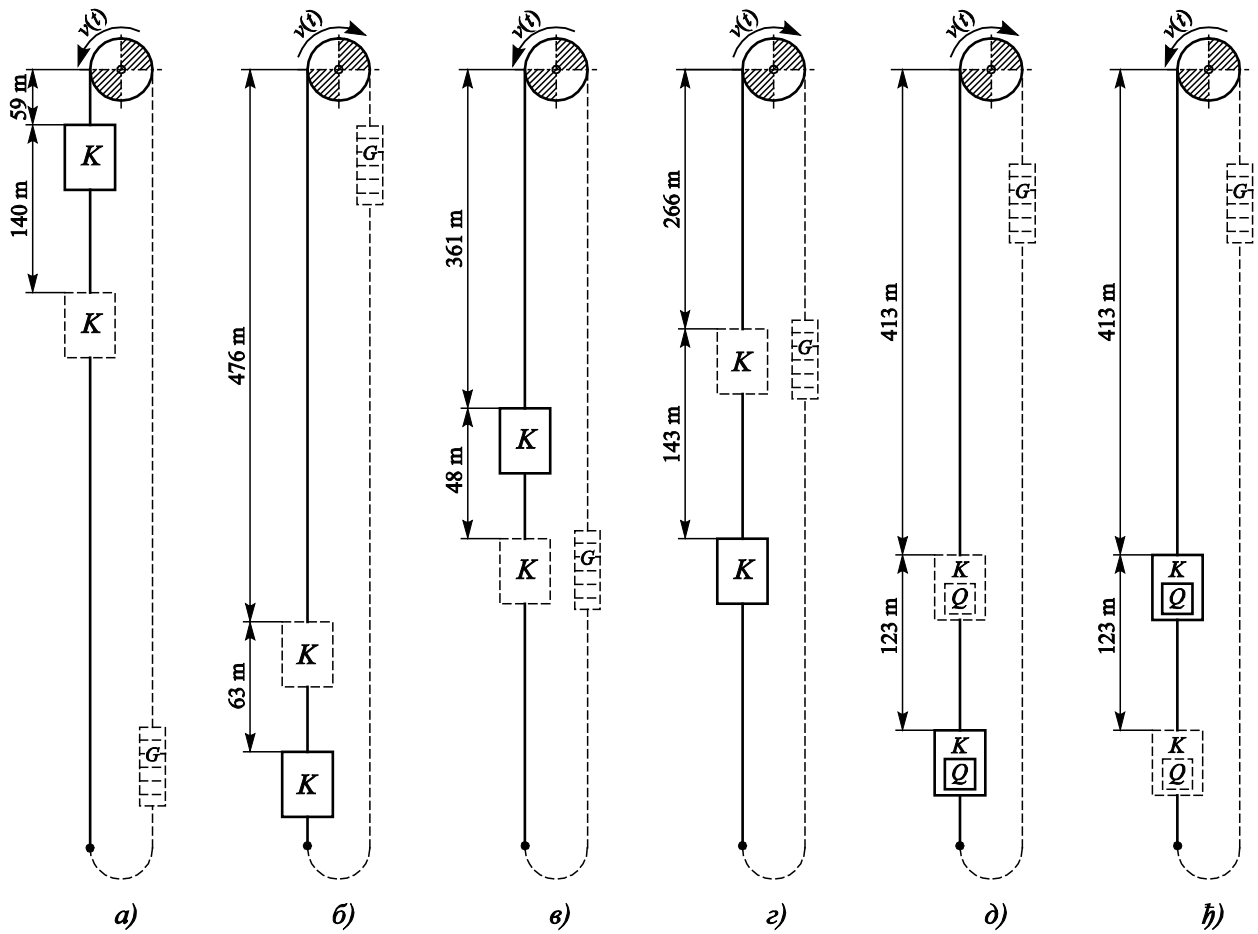
III) Спуштање празног коша са коте +104 m на коту +56 m (48 m). Заустављање коша вршено наглим искључењем напајања погонског електромотора – из велике брзине.

IV) Дизање празног коша са коте +56 m на коту +199 m (143 m). Заустављање коша вршено као у претходном случају наглим искључењем напајања погонског електромотора – из велике брзине.

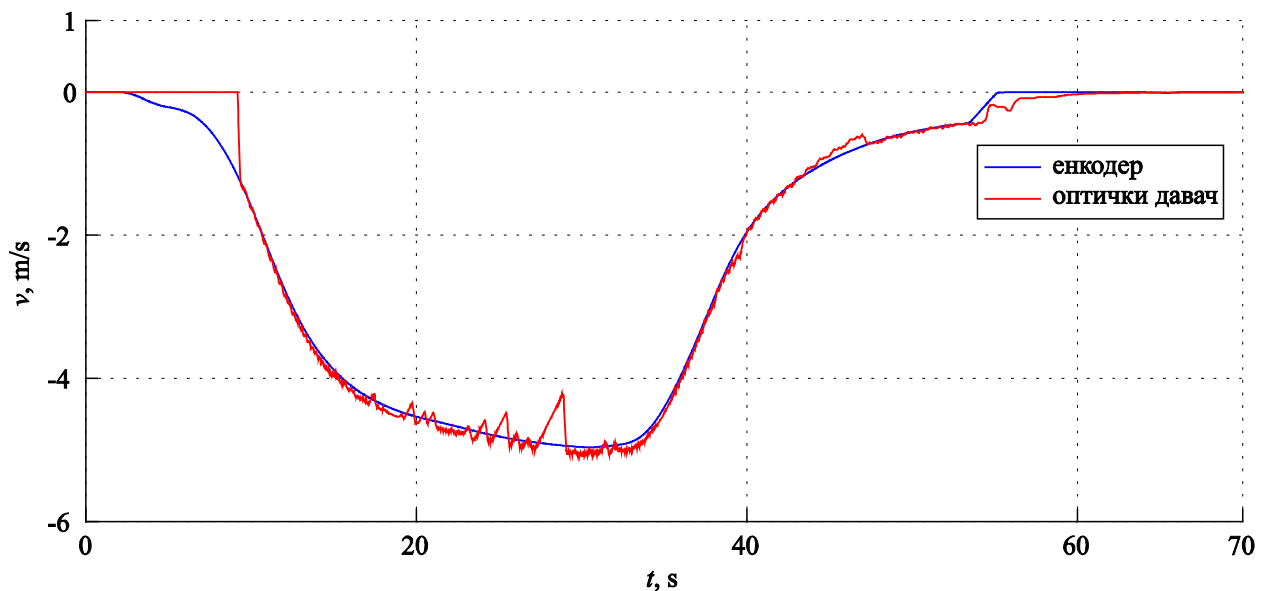
V) Дизање коша под оптерећењем (локомотива за вучу вагонета масе ~9350 kg) са коте -71 m на коту +52 m (413 m). Заустављање коша вршено из мале брзине.

VI) Спуштање коша под оптерећењем (локомотива за вучу вагонета масе ~9350 kg) са коте +52 m и враћање на коту -71 m (413 m). Заустављање коша вршено из мале брзине.

На сл. 6.14 шематски су приказани ових шест случајева. На сл. 6.15 приказан је дијаграм обимне брзине бубња прерачунат на брзину дизања за први случај кретања (I) – плава линија. Црвена линија представља мерену брзину са крова коша путем оптичког давача. „Шпицеви“ код црвене линије су последица повремених одвајања точка за вођење од вођице. Ово одвајање точка за вођење посебно је изражено у доњем делу вођица на дубинама преко 400 m (сл. 6.19 и сл. 6.20).

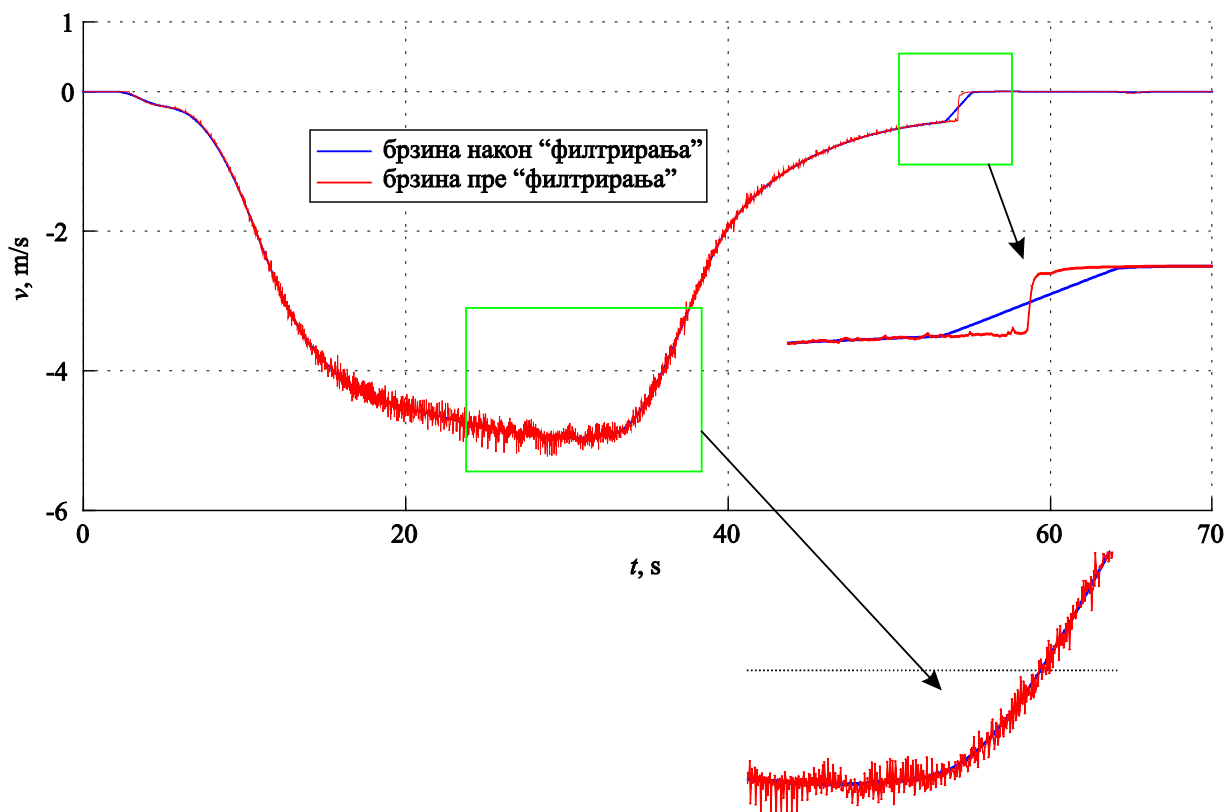


Слика 6.14. Параметри извозног постројења меродавни за анализу



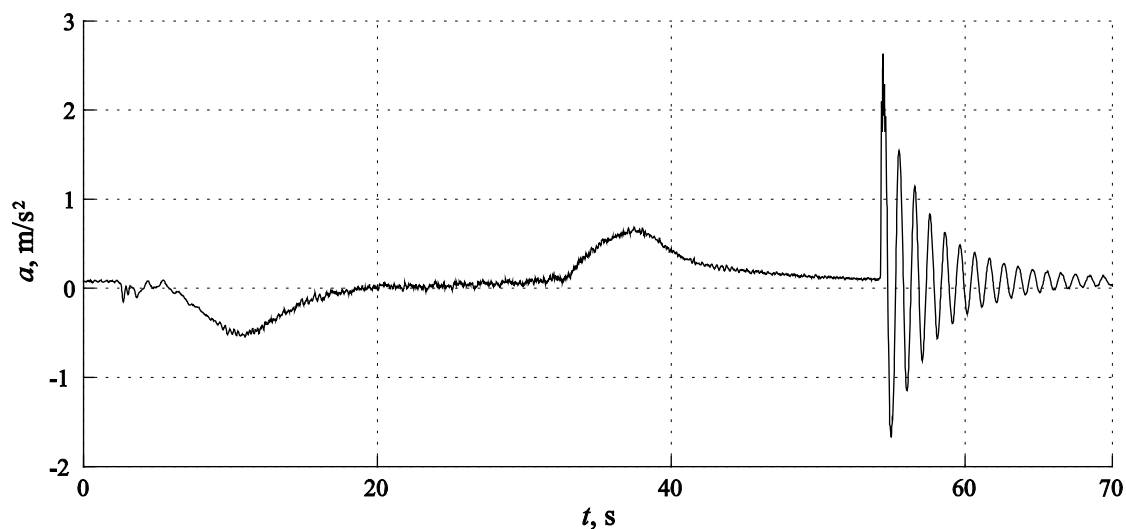
Слика 6.15. Обимна брзина бубња на месту намотавања носећих ужади, мерена енкодером (плава линија), преклопљена са бзином кретања коша добијеном преко оптичког давача (црвена линија)

На сл. 6.16 приказан је начин филтрирања резултата на примеру обимне брзине бубња за први случај кретања (I). Шум је последица појаве вибрација мерног точка на контакту са ободом бубња.



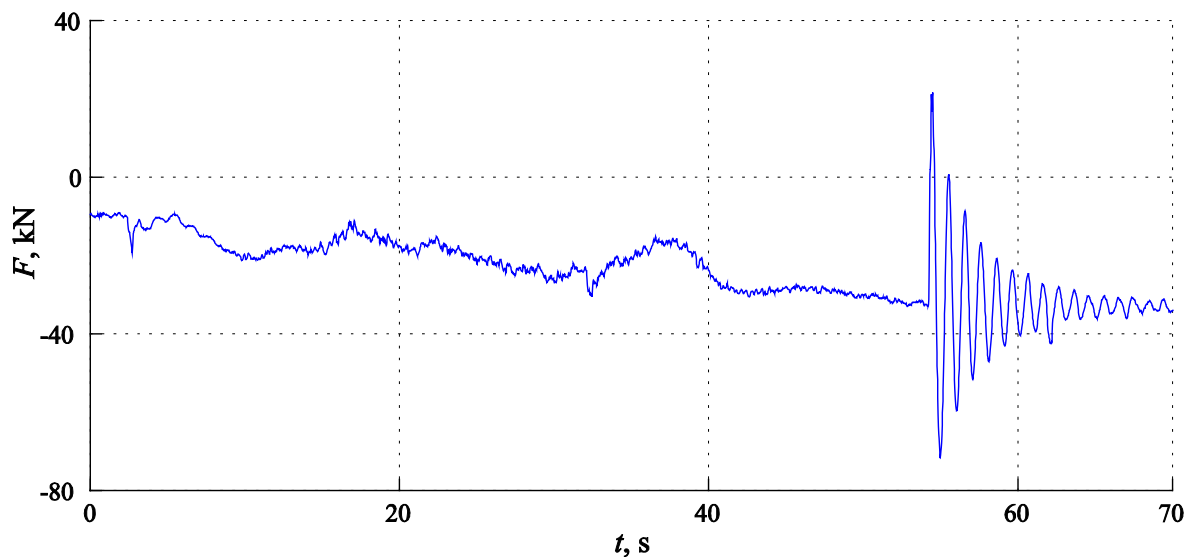
Слика 6.16. Обимна брзина бубња на месту намотавања носећих ужади, пре и након „филтрирања“ мерног записа

На сл. 6.17 приказано је убрзање коша за први случај кретања (I) са израженим осциловањем након заустављања кабине, што ће се користити за одређивање механичких карактеристика челичних ужади (слободно осциловање).



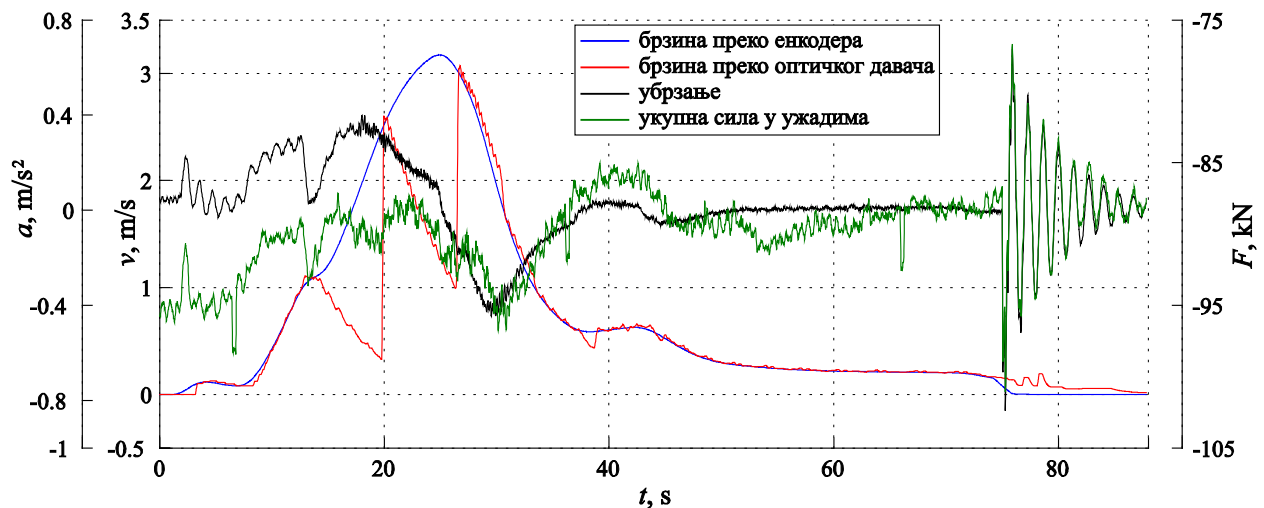
Слика 6.17. Промена убрзања коша приликом спуштања празног коша, које одговара датотеци Б.003

На сл. 6.18 дате су силе у носећим ужадима на месту спојног прибора, за први случај кретања (I). Уочљива је сагласност овог дијаграма са претходним.



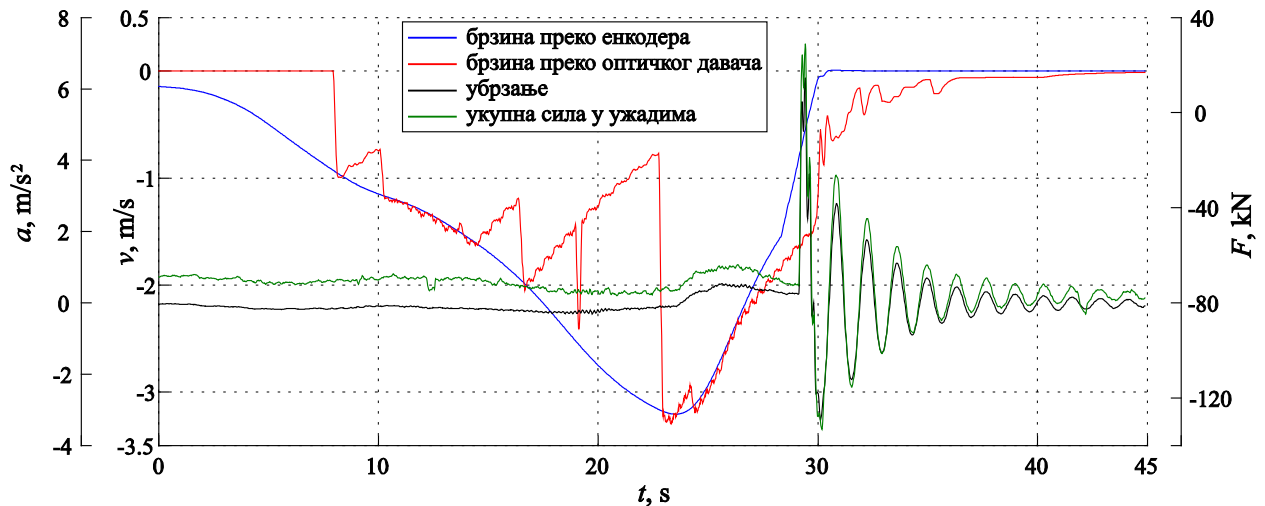
Слика 6.18. Промена силе у носећим ужадима на месту спојног прибора за део мерења који одговара датотеци Б.003

За остале случајеве кретања дају се збирни дијаграми промене брзине, убрзања и силе изнад коша. На сл. 6.19 приказан је збирни дијаграм за други случај кретања (II).

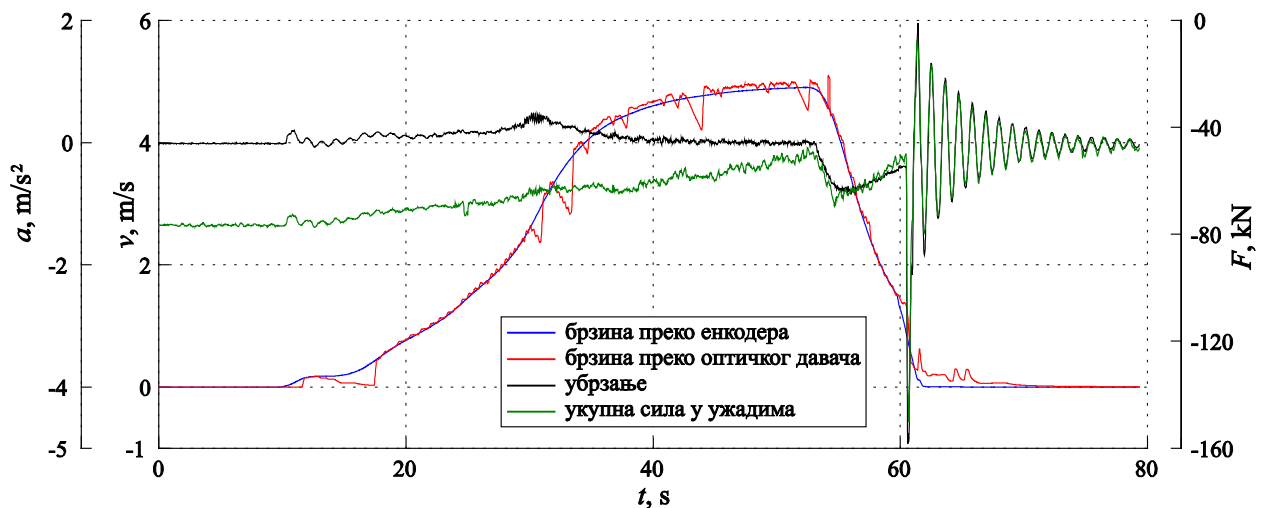


Слика 6.19. Збирни дијаграм који одговара мерењима приликом дизања празног коша – датотека Б.006 (II случај кретања)

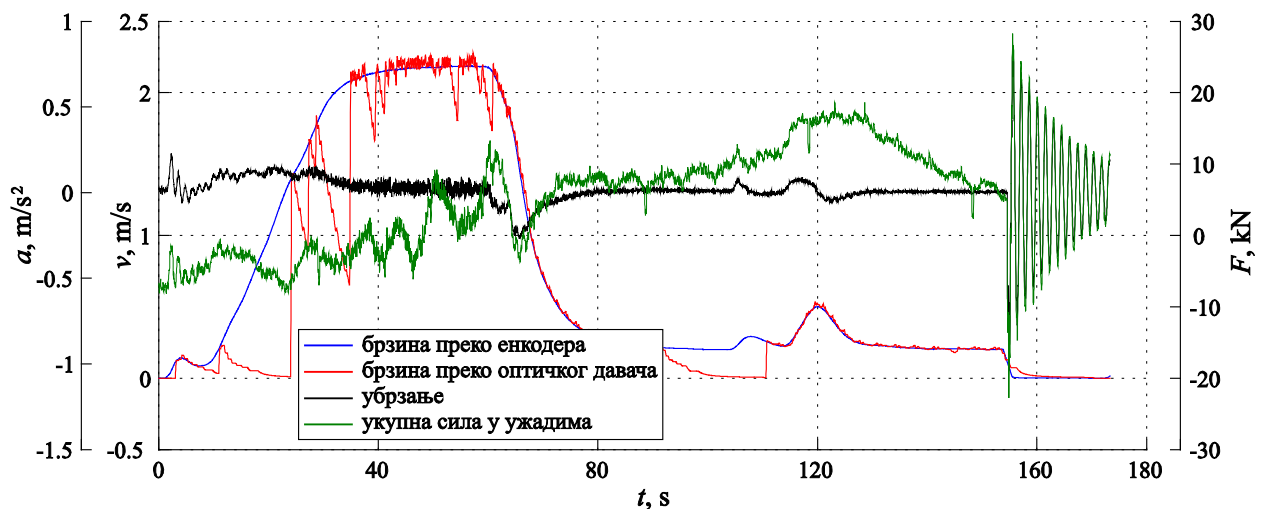
Сл. 6.20 приказује збирни дијаграм за трећи случај кретања (III), а на сл. 6.21 приказан је збирни дијаграм за четврти случај кретања (IV). Збирни дијаграми за пети и шести случај кретања (V), (VI), дати су на сл. 6.22, односно на сл. 6.23.



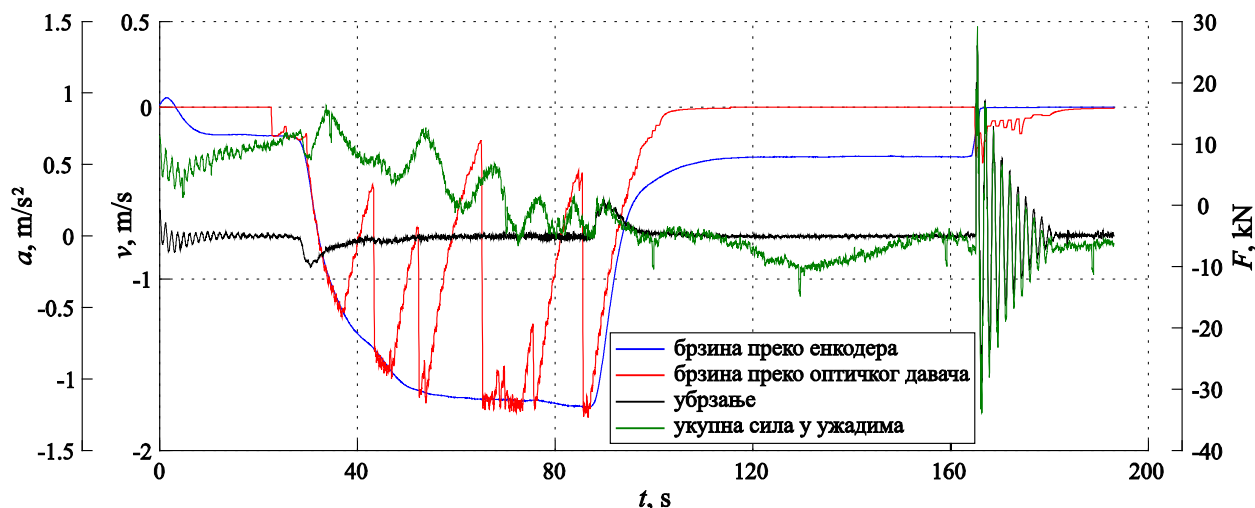
Слика 6.20. Збирни дијаграм који одговара мерењима приликом спуштања празног коша и наглог заустављања, из „велике“ брзине – датотека Б.012 (III сл. кретања)



Слика 6.21. Збирни дијаграм који одговара мерењима приликом дизања празног коша и наглог заустављања, из „велике“ брзине – датотека Б.013 (IV сл. кретања)



Слика 6.22. Збирни дијаграм који одговара мерењима приликом дизања оптерећеног коша од стране локомотиве – део датотеке Б.010 (V случај кретања)



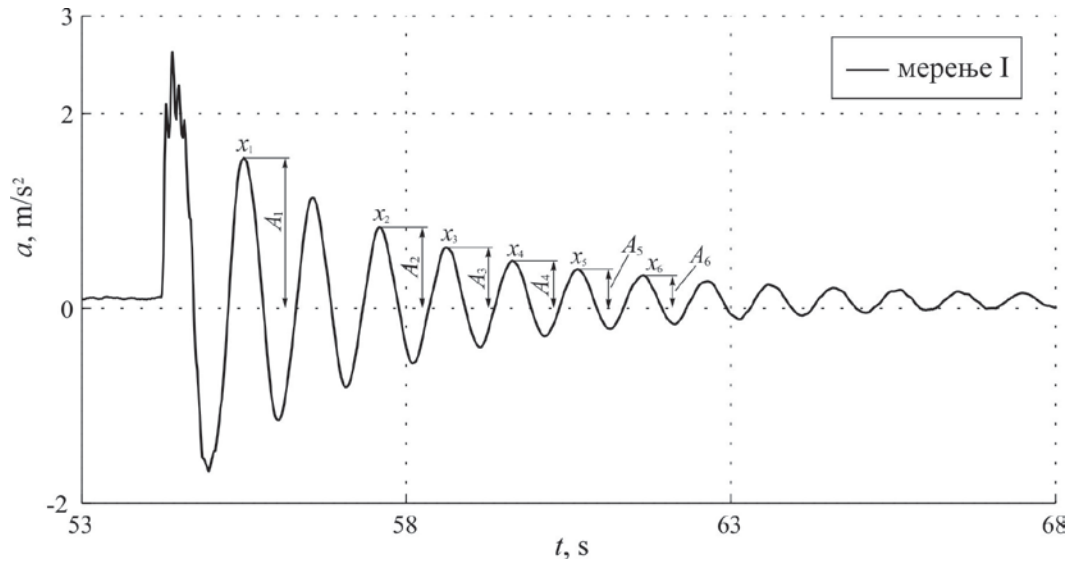
Слика 6.23. Збирни дијаграм који одговара мерењима приликом спуштања оптерећеног коша од стране локомотиве – део датотеке Б.010 (VI случај кретања)

Остали резултати мерења су дати у Прилогу дисертације.

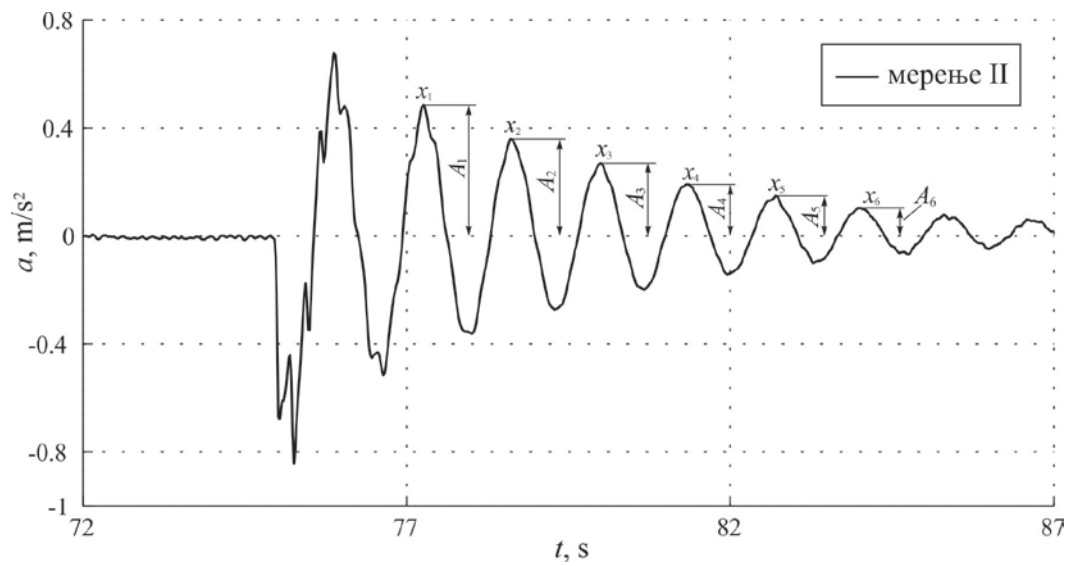
6.4 Одређивање динамичких параметара на основу резултата мерења

Како је наведено у тачки 5.0, параметри крутости и пригушења се могу одредити са мерних дијаграма одређујући период осциловања, односно фреквенцију и логаритамски декремент пригушења. Како наведене релације (5.26) и (5.27) важе за случај слободних хармонијских осцилација са пригушењем, меродаван је део дијаграма осциловања коша након заустављања ужетњаче. На сл. 6.24 дате су промене убрзања коша за наведених шест случајаева, за периоде осциловања коша након заустављања погонског бубња.

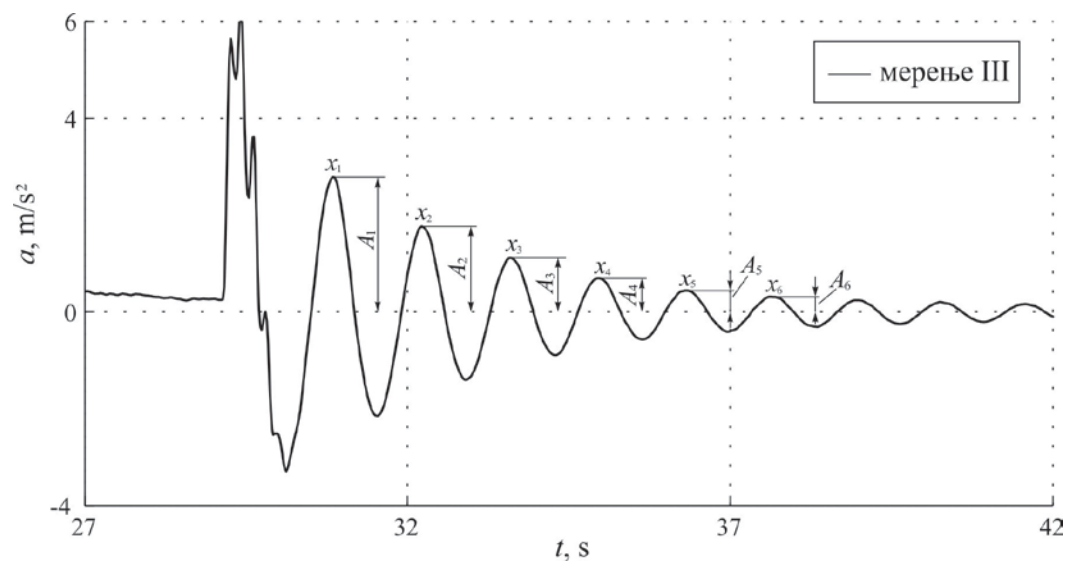
На основу анализе приказаних резултата у таб. 6.3 и 6.4, може се констатовати да су подаци за модуле еластичности сагласни са литературним подацима [17]. Ово указује на валидност примењеног поступка који омогућава дефинисање реалних (погонских) вредности код рудничких лифтова. Вредности коефицијената пригушења, за које не постоје значајнији компаративни подаци, нису константне величине, већ се значајно разликују за анализираних случајева. Може се уочити да однос (δ/ω) показује сличну зависност као и модул еластичности, зависи од напона, а у мањој мери од фреквенција, што је карактеристика пригушења хистерезисног типа. Тек на основу опсежнијих мерења могли би се донети поузданији закључци. Због ограничења при извођењу експеримената извршен је релативно мали број мерења везан за ове параметре, па један од закључака да у будућем периоду треба радити на припреми експеримената у лабораторијским условима, где би у разматрање ушле различите конструкције ужади.



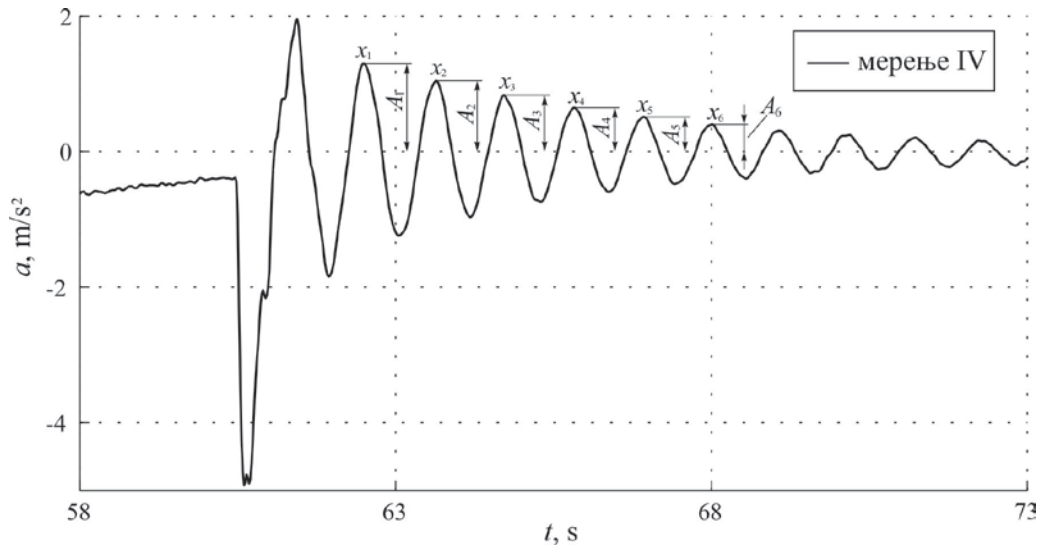
a)



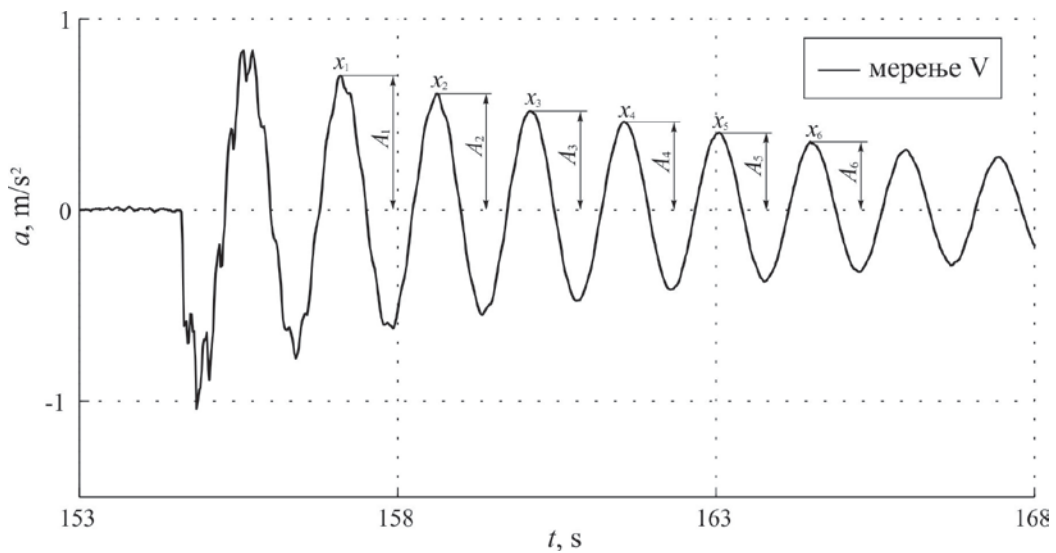
б)



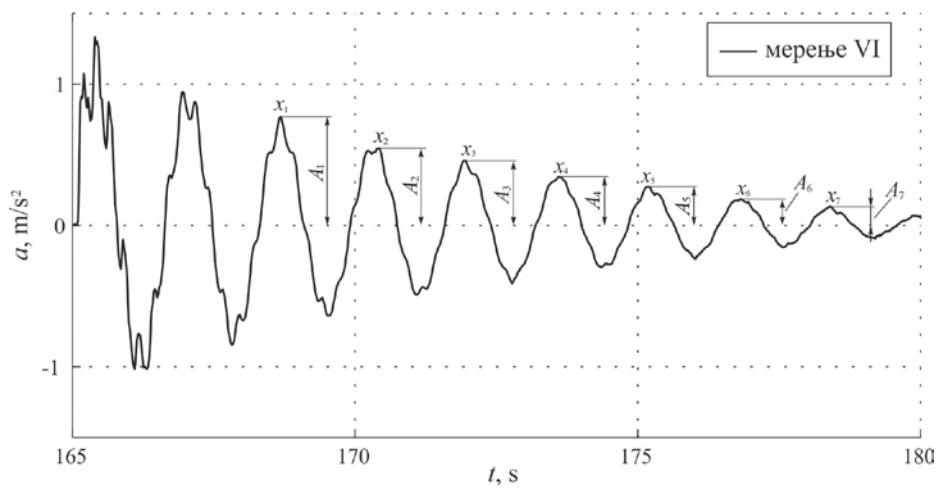
в)



а)



б)



в)

Слика 6.24. Измерене вредности убрзања коша за наведене случајеве кретања

На основу претходних дијаграма и релација приказаних у поглављу 5.2 могу се одредити механичке карактеристике челичних ужади.

Табела 6.3. Величине добијене мерењем

	M_e , kg	L , m	T , s	ω , rad/s	A_i , m/s ²	A_{i+1} , m/s ²
I (сл. 6.14а) ↓	23 180	59÷ 199	1,03	6,12	1,4439	1,0409
II (сл. 6.14б) ↑	20 950	539÷ 476	1,36	4,63	0,4846	0,3564
III (сл. 6.14в) ↓	21 492	361÷ 409	1,35	4,67	2,7892	1,7679
IV (сл. 6.14г) ↑	22 648	409÷ 266	1,11	5,69	1,2967	1,0459
V (сл. 6.14д) ↑	30 960	536÷ 413	1,47	4,26	0,7035	0,6090
VI (сл. 6.14ђ) ↓	29 966	413÷ 536	1,62	3,88	0,7688	0,5450

M_e - редукована маса коша; L - слободна дужина ужади; T – период осциловања; ω – кружна фреквенција; x -амплитуда осциловања.

Табела 6.4. Израчунате величине

	σ , МПа	E , МПа	c , N/m	$D=\ln(x_i/x_{i+1})$	b , Ns/m	δ , s ⁻¹	δ/ω
I (сл. 6.14а) ↓	133,8	102 131	868 114	0,31	14 106	0,30	0,050
II (сл. 6.14б) ↑	120,9	125 511	448 253	0,30	9 490	0,23	0,049
III (сл. 6.14в) ↓	124,0	112 553	467 826	0,44	13 974	0,33	0,070
IV (сл. 6.14г) ↑	130,7	114 527	731 942	0,23	9 620	0,21	0,037
V (сл. 6.14д) ↑	178,7	136 730	562 813	0,14	5 686	0,09	0,022
VI (сл. 6.14ђ) ↓	172,9	142 436	451 755	0,29	10 853	0,18	0,047

σ – напрезање у ужадима; E – модул еластичности; c – крутост ужади; D – логаритамски декремент; b – параметар пригушења; δ – коефицијент пригушења.

7.0 ПРИМЕНА СПЕЦИЈАЛИЗОВАНИХ СОФТВЕРА ЗА ДИНАМИЧКУ АНАЛИЗУ И КОРЕЛАЦИЈА СА ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИМ РЕЗУЛТАТИМА

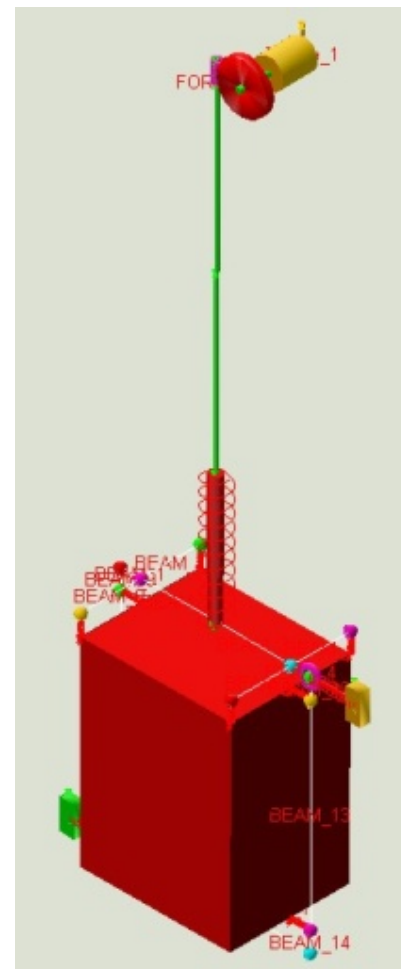
Сходно констатацијама наведеним у поглављу 4.0 у погледу ограничења за примену MATLAB-а у решавању система диференцијалних једначина са променљивим граничним условима, решење је могуће потражити применом специјализованих софтвера за динамичку анализу. Један од таквих софтвера, посебно погодан за анализу динамичког понашања система у облику механизма је софтвер за Аутоматску Динамичку Анализу Механичких Система - MSC ADAMS (енг. *Automated Dynamic Analysis of Mechanical Systems*). О симулацијама и могућностима овог софтвера за динамичку анализу система за вертикално дизање терета, детаљније је дато у [92].

7.1 Опис динамичког модела

Ако се посматрају регуларни случајеви рада лифтова и извозних постројења, код којих нема клизања ужета као целине по погонској ужетњачи и за случај кинематског услова на погонској ужетњачи (дефинисана промена брзине дизања) који је био меродван при експерименталним испитивањима онда се може извести потпуно раздвајање анализе динамичког понашања за страну кабине и за страну противтега. У даљем тексту ће се приказати анализа динамичког понашања елемената на страни кабине.

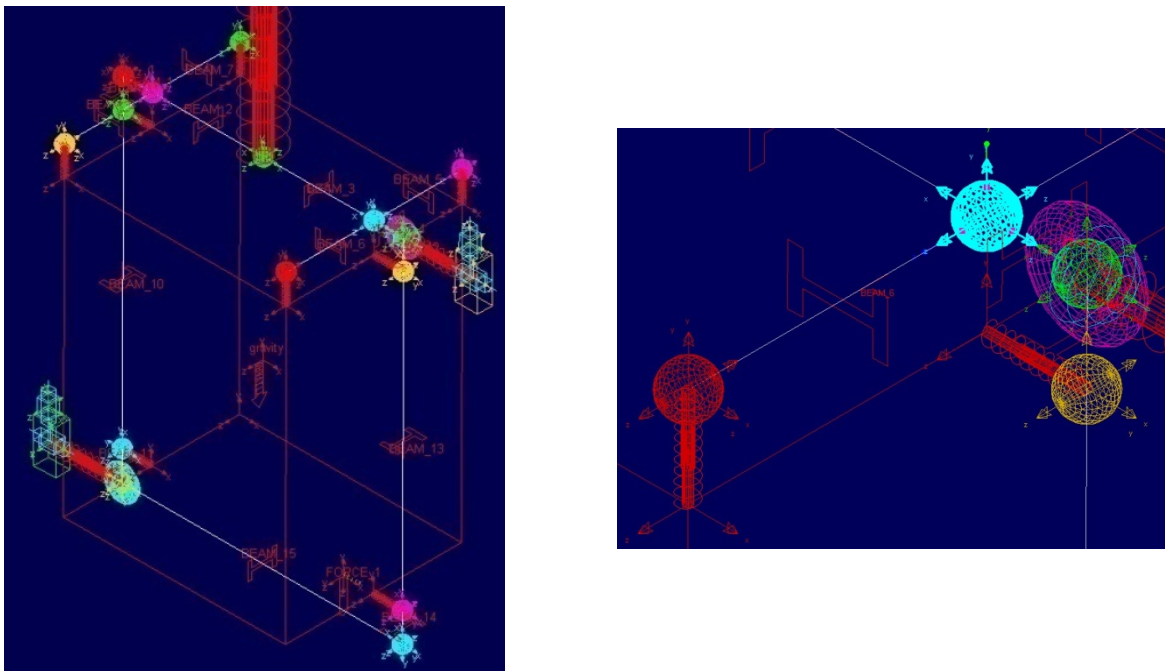
За испитивање понашања лифта на електрични погон током кретања и у прелазним режимима рада, формиран је модел у ADAMS-у. Изглед модела приказан је на сл. 7.1. Усвојена је таква концепција динамичког модела лифта, где је уже као носећи елемент представљено опругом са пригушењем (Келвинов модел), која је једним крајем везана за штап (*beam*) одређене крутости који представља горњи носач рама кабине, а другим крајем за крути елемент који у горњем делу добија погон од електромотора.

Рам кабине је моделиран на тај начин, што су концентрисане масе које представљају масу појединих носача рама кабине, повезане beam-овима (*Massless Beam*).



Слика 7.1. Модел лифта

Приликом моделирања рама кабине вршено је повезивање концентрисаних маса, које су формиране ради дефинисања масе самог рама кабине. Са друге стране, концентрисане масе су биле неопходне из разлога што „*beam*“ као линијски елемент у ADAMS-у за почетну и крајњу тачку захтева неки део (*Part*). На сл. 7.4а дат је један сегмент рама кабине чиме је поткрепљена претходна прича. Наиме, на слици се види концентрисана маса у којој се сучељавају *beam*-ови који представљају различите профиле у раму кабине.



Слика 7.2. Модел рама кабине са издвојеним једним сегментом

Тек након уношења свих захтеваних параметара као што су: главни моменти инерције попречног пресека штапа за све три осе, однос површина смицања у y правцу, однос површина смицања у z правцу, *Jung*-ов модул еластичности за материјал штапа, модул смицања, површина попречног пресека штапа, може се констатовати да је један носач у раму кабине деИзглед поља за унос карактеристика носача дат је на сл. 7.4б.

Дефинисане су моделске променљиве (енг. *design variables*) које представљају модул еластичности ужета (*.LIFT.E*) – E , попречни пресек носећих ужади (*.LIFT.A*) – A , висину дизања (*.LIFT.L*) – L и параметар пригушења у ужету (*.LIFT.PRIGUSENJE*)– b . Као што је већ констатовано, уже је моделирано као опруга (енг. *translational spring-damper*), одговарајућих вредности коефицијената крутости и пригушења. Како коефицијент крутости директно зависи од слободне дужине ужета, а она се током рада лифта мења, онда је и коефицијент крутости променљив.

Моделирање погонског механизма код транспортних уређаја са погонском ужетњачом представља проблем који није лако и једноставно решити. ADAMS не садржи алат којим би се представио систем носеће уже – погонска ужетњача. Зато се мора користити комбинација постојећих алата, како би се добили задовољавајући резултати. Након већег броја покушаја различитог моделирања погонског механизма, дошло се до неколико варијанти (решења).

7.1.1 Дизање кабине са задатим кретањем преко промене броја обртаја електромотора

Дефинисање промене броја обртаја

Овај начин је једноставнији и он одговара регулисаном погону, где се бројем обртаја електромотора управља преко фреквентног регулатора. Задавање функције промене броја обртаја електромотора може се превести у задавање функције промене положаја одређеног маркера на ужету у правцу дизања кабине. То доводи до задавања трансляторног кретања на трансляторном или цилиндричном зглобу, којим је упрошћено измоделирана веза ужета са погонском ужетњачом. Кретање је задато коришћењем наредбе *Motion*.

Опис кретања у времену може се задати на више начина, мада се најчешће користи комбинација наредби *If*, *Poly* и *Step*.

If наредба омогућава дефинисање функције кретања у оквиру наредбе *Motion*. Наредба *If* има запис у следећем облику:

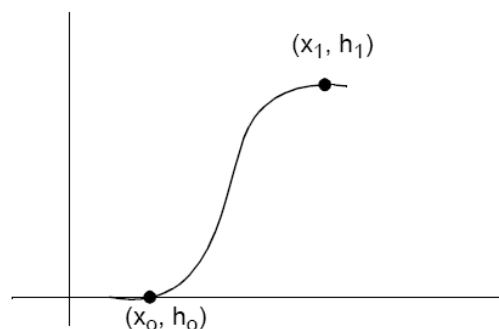
IF (izraz1: izraz2, izraz3, izraz4).

Izraz1 је у ствари променљива у функцији кретања, као што је речено то је у овом случају време. Ако је *izraz1* мањи од нуле функција је једнака *izrazu2*, ако је једнак нули функција је једнака *izrazu3* и кад је већи од нуле функција је једнака *izrazu4*. Иначе, програм дозвољава да се у низу веже 17 *If* наредби.

Step наредба дефинише *Step* функцију (сл. 7.3) која приближно одговара Хевисајдовој функцији са кубним полиномом.

Једначина која дефинише *Step* је следећег облика:

$$Step = \left\{ \begin{array}{ll} h_0 & : x \leq x_0 \\ h_0 + (h_1 - h_0) \cdot \left[\frac{x - x_0}{x_1 - x_0} \right]^2 \cdot \left\{ 3 - 2 \cdot \left[\frac{x - x_0}{x_1 - x_0} \right] \right\} & : x_0 < x < x_1 \\ h_1 & : x \geq x_1 \end{array} \right.$$



Слика 7.3. „Step“ функција

Формат наредбе *Step* је следећи:

STEP (x, x_0, h_0, x_1, h_1)

где су:

x – независна променљива,

x_0 – реална променљива која дефинише x вредност од које почиње *step* функција,
 x_1 – реална променљива која дефинише x вредност у којој се *step* функција завршава,

h_0 – почетна вредност *step* функције,

h_1 – крајња вредност *step* функције.

Треба имати у виду да се кретања могу задавати преко померања, преко брзине или преко убрзања, узависноти од тога шта је лакше дефинисати у датом тренутку. У овом раду, кретања која су задавана наредбом **Motion**, дефинисана су **Step** функцијом преко обимне брзине погонске ужетњаче и наредбом **If** преко убрзања на погонској ужетњачи.

Poly наредба рачуна вредност полинома. Једначина која дефинише **Poly** је следећег облика:

$$P(x) = a_0 \cdot (x - x_0)^0 + a_1 \cdot (x - x_0) + \dots + a_n \cdot (x - x_0)^n$$

Формат наредбе **Poly** је следећи:

POLY ($x, x_0, a_0, a_1, \dots, a_n$)

где су:

x – независна променљива (време (*time*)),

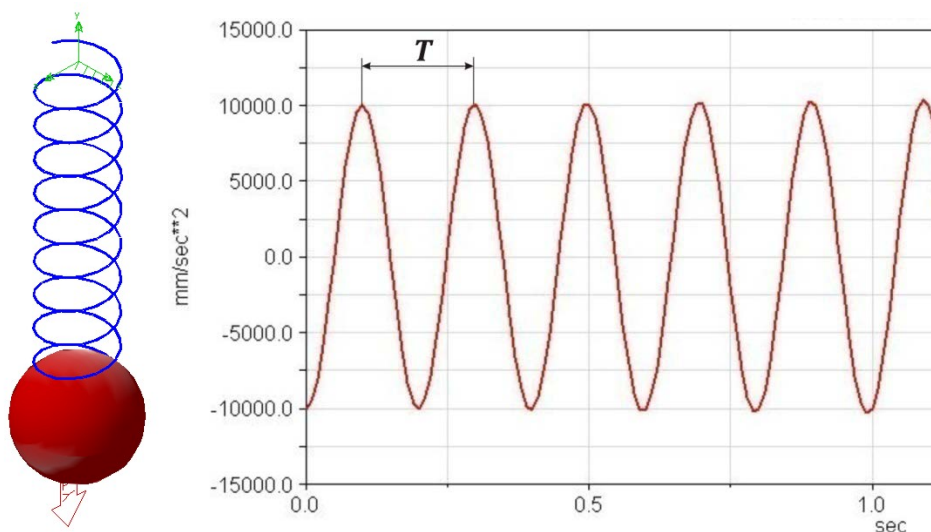
x_0 – реална променљива која дефинише корак полинома,

a_0, a_1, \dots, a_n – реалне променљиве које дефинишу до n -коэффицијената полинома.

Утврђивање утицајних параметара (предпроцесирање)

Како програм MSC ADAMS у основи служи за динамичку анализу механичких система (механизма), треба бити опрезан са применом „дифолтног“ (eng. *default*) - стандардног софтвера.

Да би се утврдио утицај појединих параметара на валидност резултата симулације, користила се теорија хармонијских осцилација са једним степеном слободе (осциловање терета на вертикалној опрузи), сл. 7.4.



Слика 7.4. Осциловање терета на вертикалној опрузи

Један од утицајних параметара на квалитет излазних резултата јесте време између два читавања функције, тзв. *step size*. Наиме, *step size* мора бити довољно мали, односно број тзв. „интеграционих“ корака, у којима „*solver*“ налази решење функције, мора бити довољно велики да би функција имала довољан број „читавања“ у току једног периода осциловања. Са друге стране сувише мала вредност корака (*step size*) доводи до нумеричке грешке у сваком кораку и утиче на нетачност резултата. У зависности од врсте проблема (типа фреквентног домена), солвера (*solver*) и других параметара који утичу на карактер осциловања, оптималан корак интеграције неопходан за добијање валидних резултата неће бити исти.

Анализирањем и испитивањем различитих случајева и утицајних параметара, дошло се до закључка који је послужио за даља разматрања проблема дизања кабине у склопу лифтовских и извозних постројења. Наиме, у даљим разматрањима и динамичким симулацијама узиман је *step size* који је завистан од фреквенције осциловања терета.

Значајна ствар при изради модела, јесте управо начин задавања кретања, односно анализа граничних случајева при узимању параметара за анализу. Наиме, при разматрању проблематике осциловања ужета променљиве дужине (променљиве крутости), уже се моделира као опруга чија се крутост мења.

Промена крутости услед промене дужине ужади не може се задати кроз моделску променљиву. Из тог разлога се моделира сила у ужету (опрузи) између два маркера (на кабини и на делу ужета који је посматран као крут елемент, сл. 7.5) названа „крутост ужета“ путем функционалне зависности. Вредност те силе задата је у функцији крутости и издужења и „генерално“³ је записана у следећем облику:

$$\begin{aligned} &.LIFT.KRUTOST_UZETA = \\ &(.LIFT.E*.LIFT.A/DM(MARKER_NA_UZETU,MARKER_ZA_VISINU_DIZANJA))* \\ &(SLOBODNA_DUZINA_UZETA - DM(MARKER_NA_KABINI,MARKER_NA_UZETU)) \end{aligned}$$

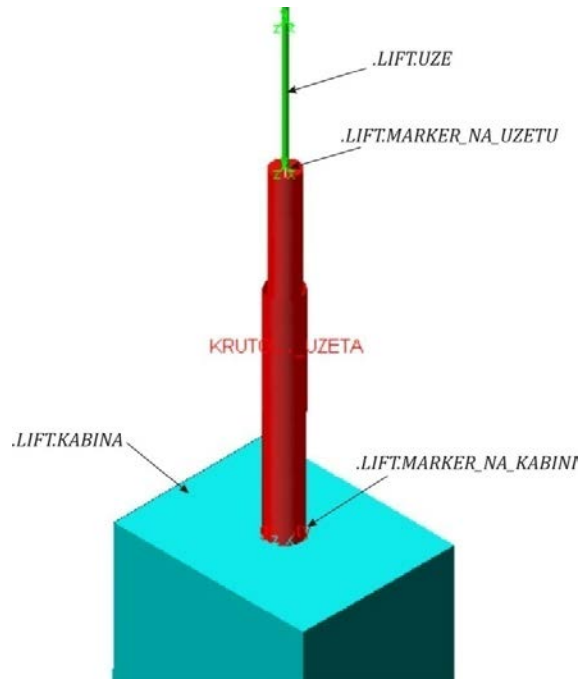
Вредност силе је добијена као производ крутости и издужења ужета као променљивих величина. Као што је већ раније наведено, крутост ужета је једнака $c = EA/l$, где су модул еластичности (E) и површина попречног пресека ужади (A) задати као моделске променљиве (*design variables*) $.LIFT.E$ и $.LIFT.A$.

Дужину ужета (l) која се мења (смањује) током дизања кабине, програм рачуна као растојање између два маркера, од којих је један везан на месту везе ужади на кабини, а други на погонској ужетњачи, што је приближно једнако висини дизања.

Издужење ужета се узима као разлика измереног растојања између два маркера, од којих је један на месту везе ужета и рама кабине, а други на делу ужета на којем је оно приказано као крут елемент (из разлога упрошћеног начина израде модела) и слободне дужине ужета (опруге). Управо, приликом моделирања треба водити рачуна да други маркер који служи за одређивање издужења ужета (маркер на делу ужета које је представљено као крут елемент, сл. 7.5), не буде сувише близу кабине (првог маркера). Због осциловања кабине, може се догодити да услед деловања инерцијалне силе први маркер ($MARKER_NA_KABINI$) „мимоиђе“ други маркер ($MARKER_NA_UZETU$) и доведе

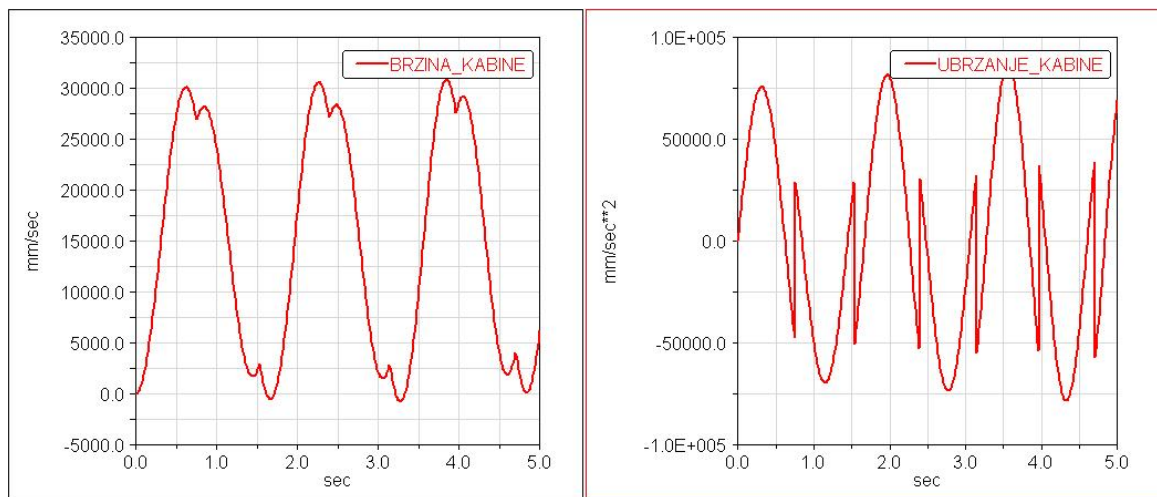
³Приказани израз за крутост означава уопштени израз. У зависности од врсте носећих ужади и од висине дизања, одређени параметри у изразу ће се мењати.

до нестабилног кретања, како приказује сл. 7.6. Зато други маркер треба поставити на довољној удаљености од првог, сл. 7.5.



Слика 7.5. Положај маркера чије се растојање мери у току кретања приликом одређивања издужења ужета

Оваква анализа и разматрање проблематике моделирања су спроведени при задатом кретању преко константне брзине.

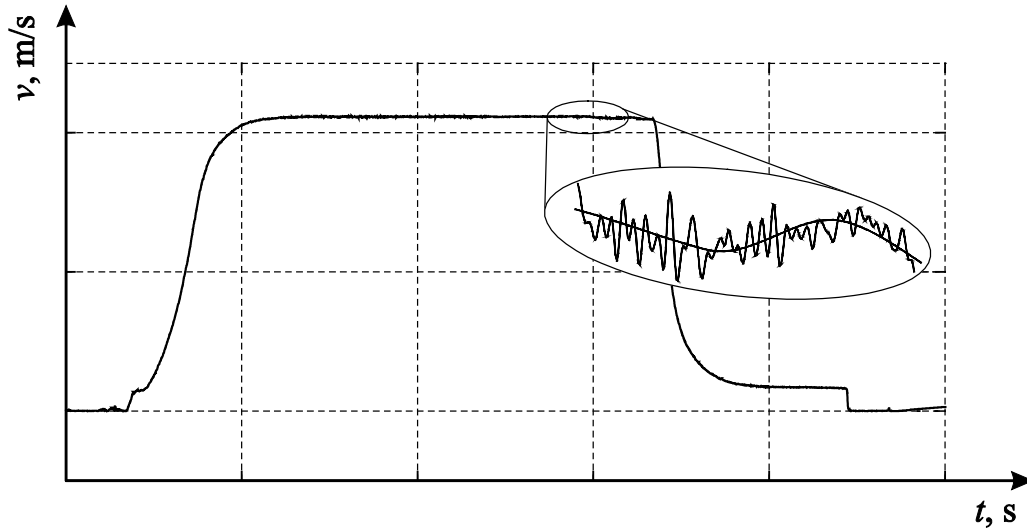


Слика 7.6. Промена брзине и убрзања кабине при недовољном растојању маркера

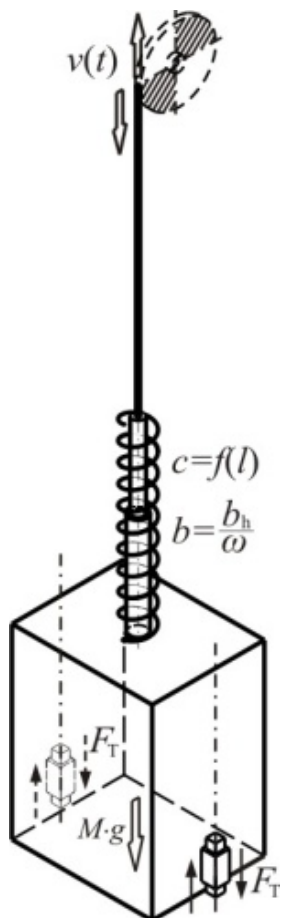
7.1.2 Рачунарске симулације динамичког понашања рудничког лифта и корелација резултата

Како је већ објашњено у поглављу 5.0, карактеристика погона је представљена путем задавања брзине, односно промене броја обртаја погонске ужетњаче. У овом раду, промена брзине је задата у облику „spline-а“ који једнозначно описује промену броја

обраћаја погонског електромотора сведеног на обимну брзину добоша, односно погонске ужетњаче, добијене директним мерењем на погонској ужетњачи путем инкременталног енкодера. „Spline“, коришћен у софтверу, представља осредњену линију измерене обимне брзине на погонској ужетњачи чиме је одстрањен тзв. шум мерења, сл. 7.7.



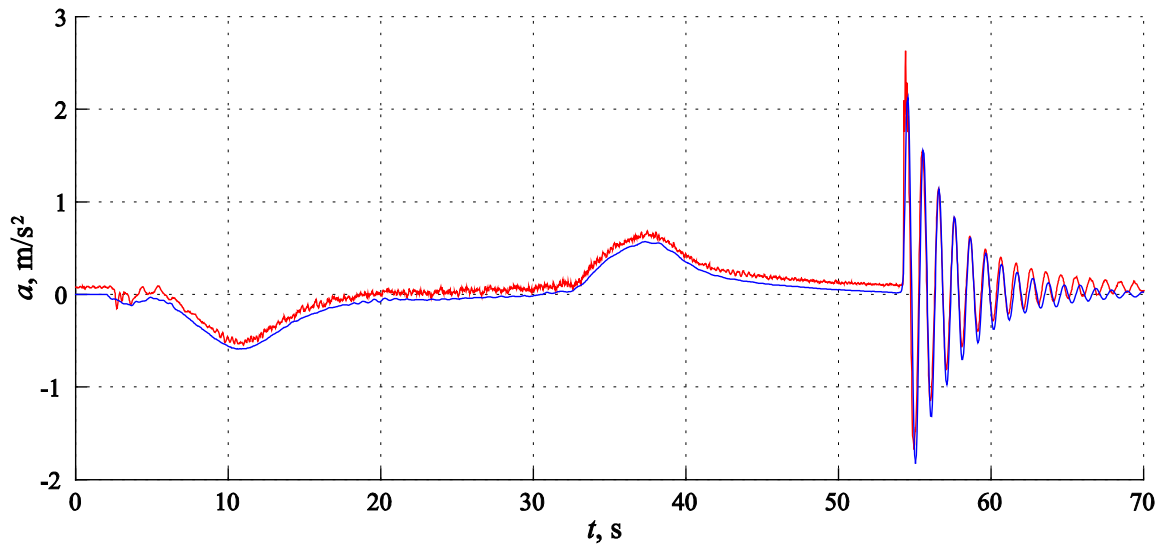
Слика 7.7. Формирање „spline-a“ брзине као погонске карактеристике на ужетњачи



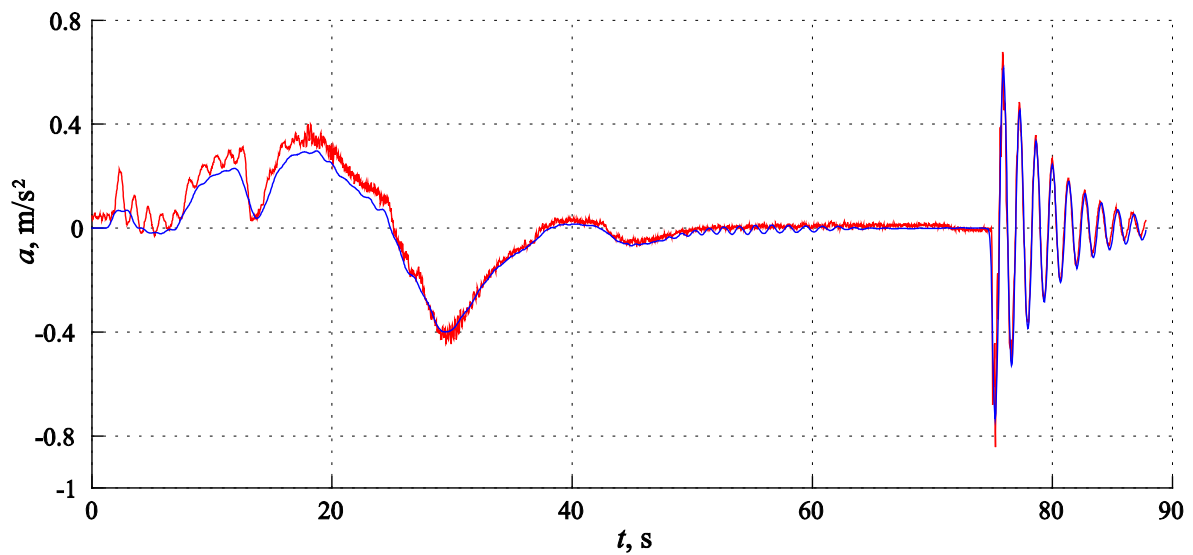
Слика 7.8. Рачунарски модел извозног постројења

Изглед динамичког модела коришћеног за симулације у ADAMS-у, који одговара меродавном динамичком моделу за анализу извозне машине датог у тачке 5.4, приказан је на сл. 7.8.

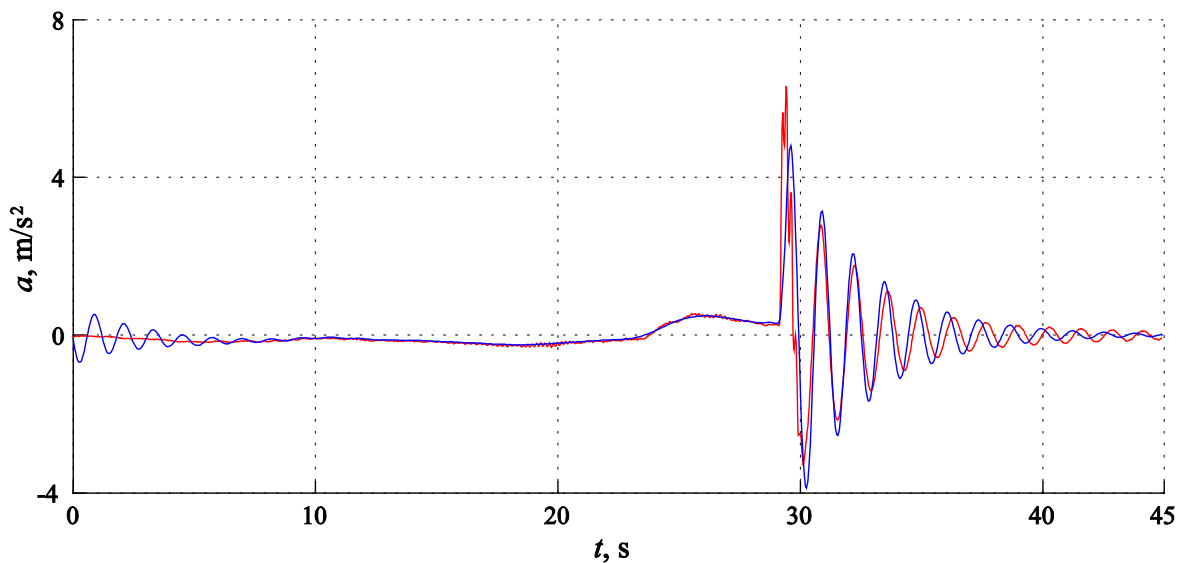
За верификацију динамичког модела приказани су увећани периоди осциловања, након потпуног заустављања ужетњаче за наведене карактеристичне случајеве, „преклопљени“ са дијаграмима добијеним мерењима. Као најповољнији, за верификацију, изабрани су дијаграми убрзања за шест наведених случајева кретања. „Преклопљени“ дијаграми су приказани на сл. 7.9 ÷ 7.14.



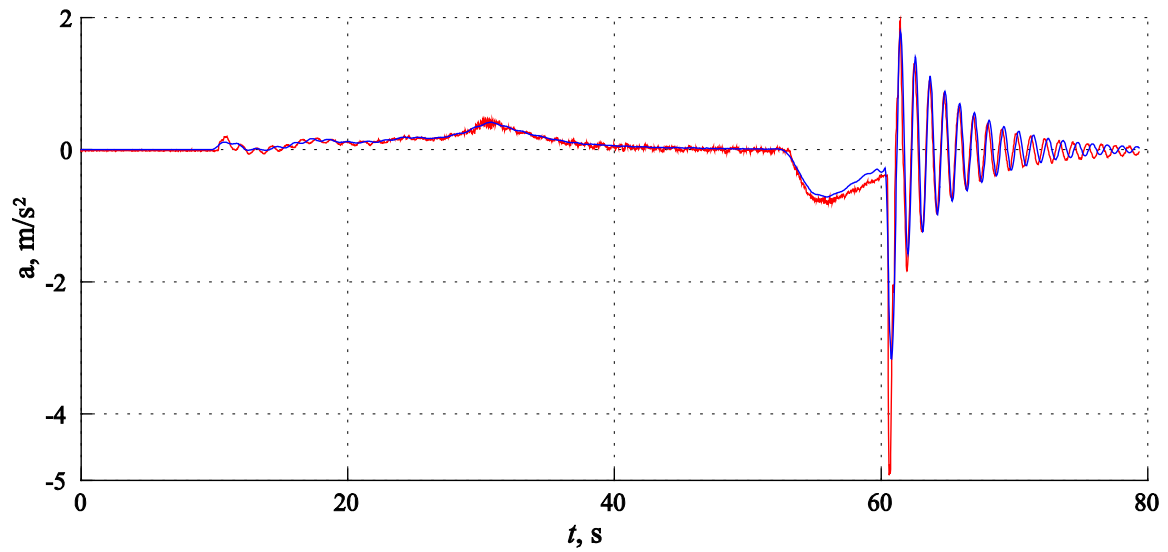
Слика 7.9. Дијаграми убрзања коша за случај кретања I (сл. 6.14а)



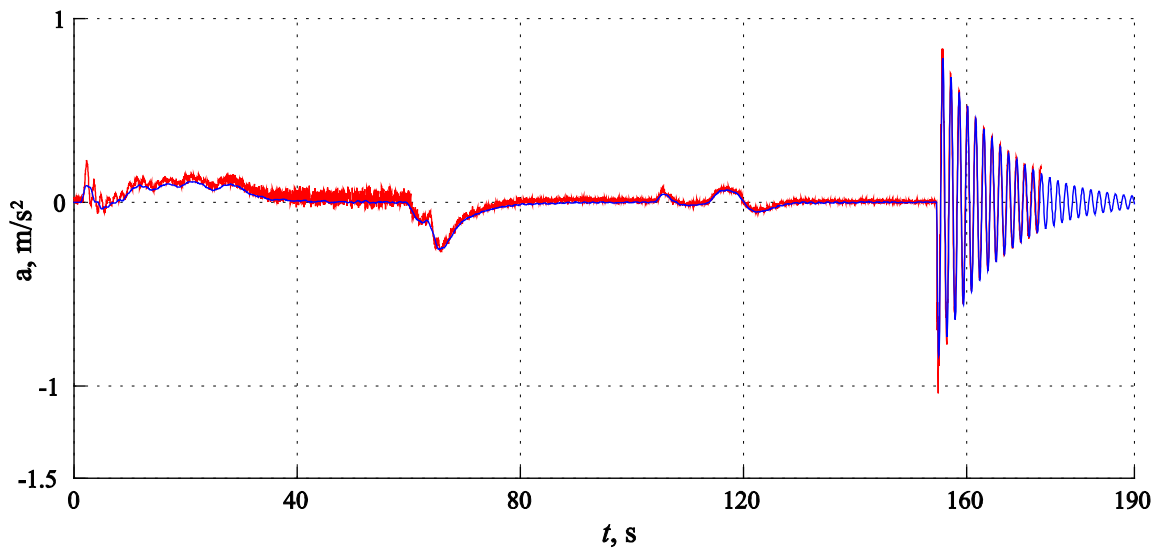
Слика 7.10. Дијаграми убрзања коша за случај кретања II (сл. 6.14б)



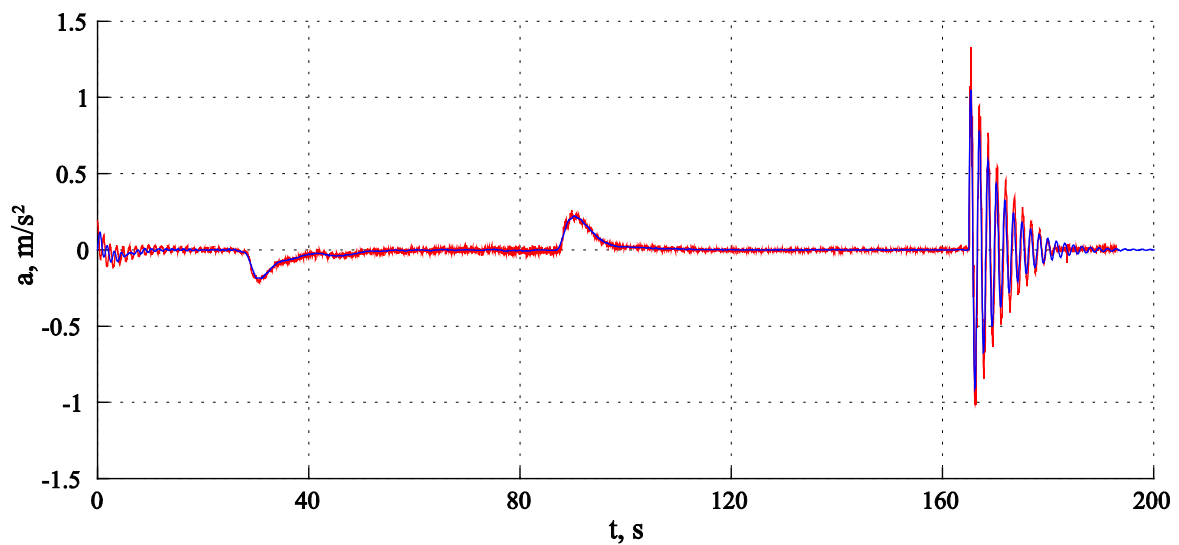
Слика 7.11. Дијаграми убрзања коша за случај кретања III (сл. 6.14в)



Слика 7.12. Дијаграми убрзања коша за случај кретања IV (сл. 6.14г)

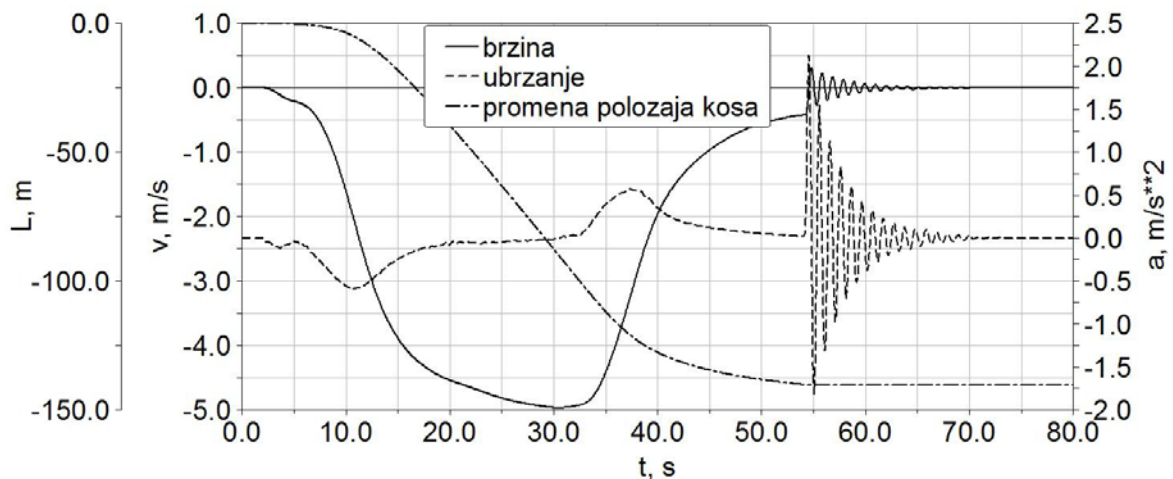


Слика 7.13. Дијаграми убрзања коша за случај кретања V (сл. 6.14д)

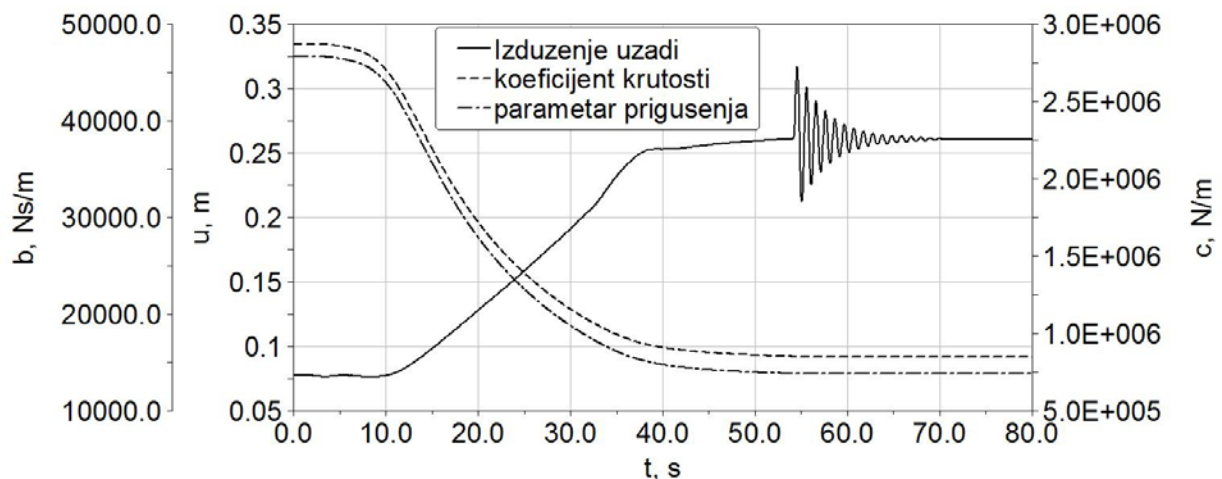


Слика 7.14. Дијаграми убрзања коша за случај кретања VI (сл. 6.14ђ)

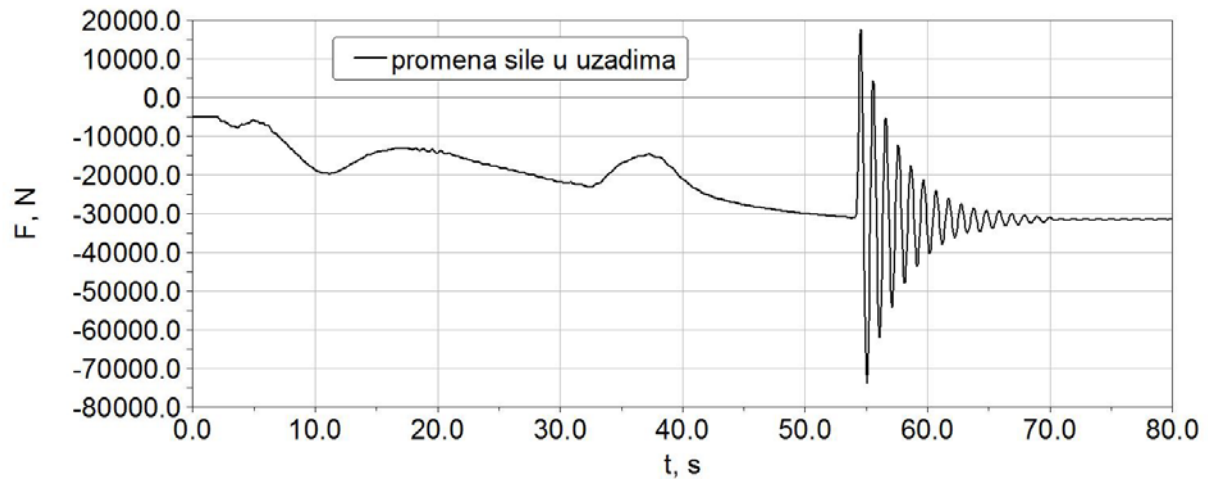
На основу претходних дијаграма може се констатовати да динамички модел са динамичким параметрима одређеним на основу експеримента са задовољавајућом тачношћу описују реално понашање рудничког лифта што омогућује извођење рачунарских симулација ради анализе реалних оптерећења извозног постројења. Приказани поступак представља нов приступ који омогућује анализу динамичког понашања код система за вертикално дизање који се налазе у експлоатацији. Као илустрација могућности динамичке анализе, у наредном тексту приказани су дијаграми промене појединих величина, израђени у софтверу за динамичку анализу MSC ADAMS, користећи експерименталне податке приказане у таб. 6.4.



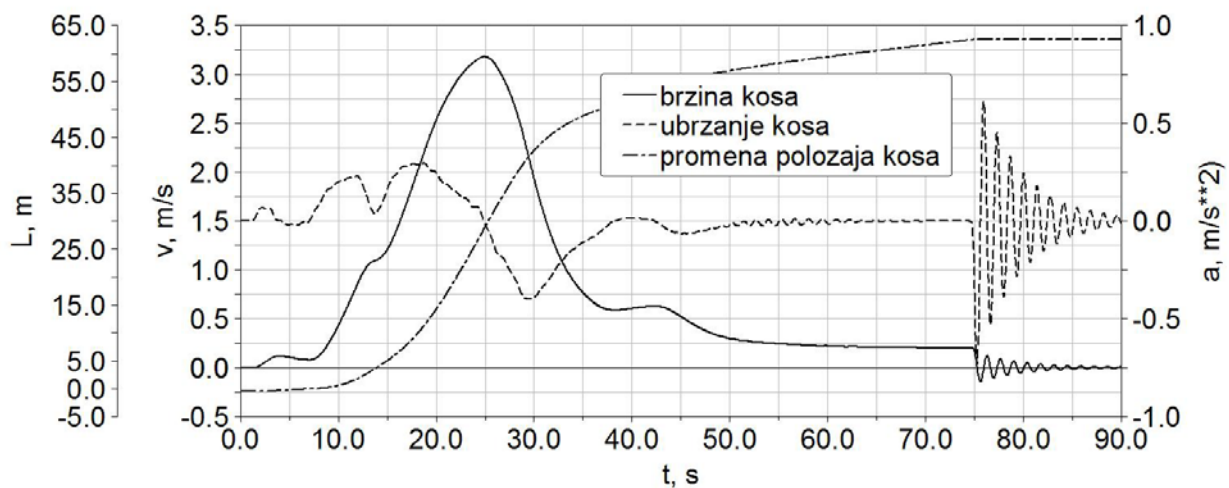
Слика 7.15. Дијаграм промене положаја, брзине и убрзања коша, за I случај кретања – датотека Б.003



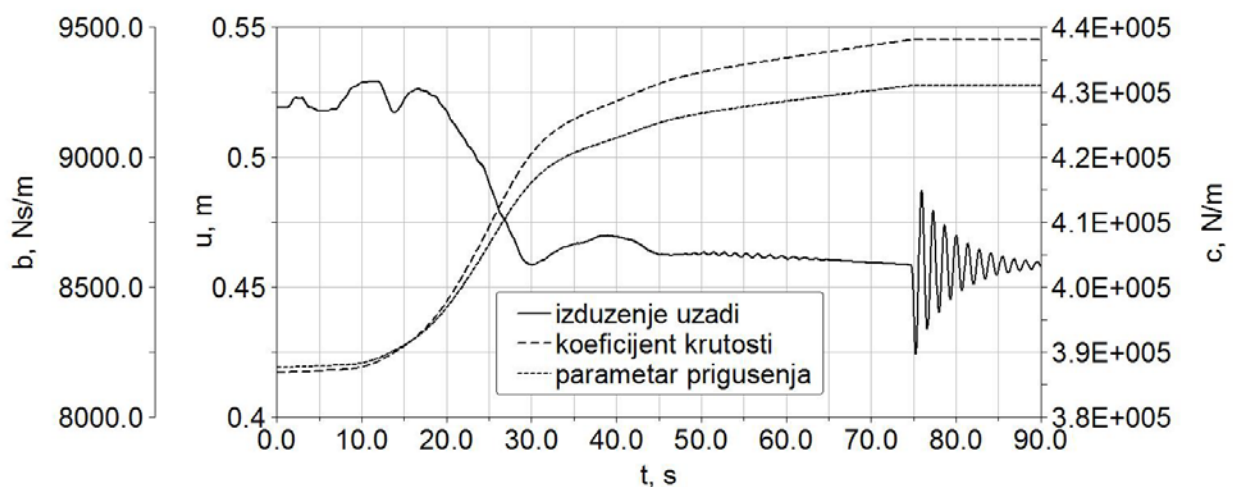
Слика 7.16. Упоредни дијаграми промене издужења, коефицијента крутости и параметра пригушења носеће ужади, за I случај кретања – датотека Б.003



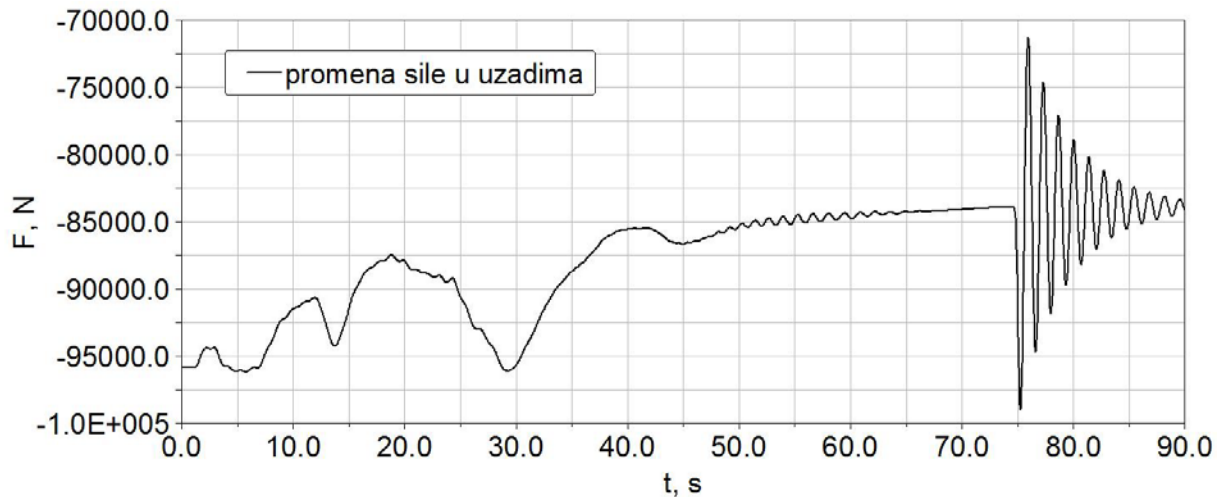
Слика 7.17. Дијаграм промене силе у ужадима током мерења у оквиру датотеке Б.003 (I случај кретања)



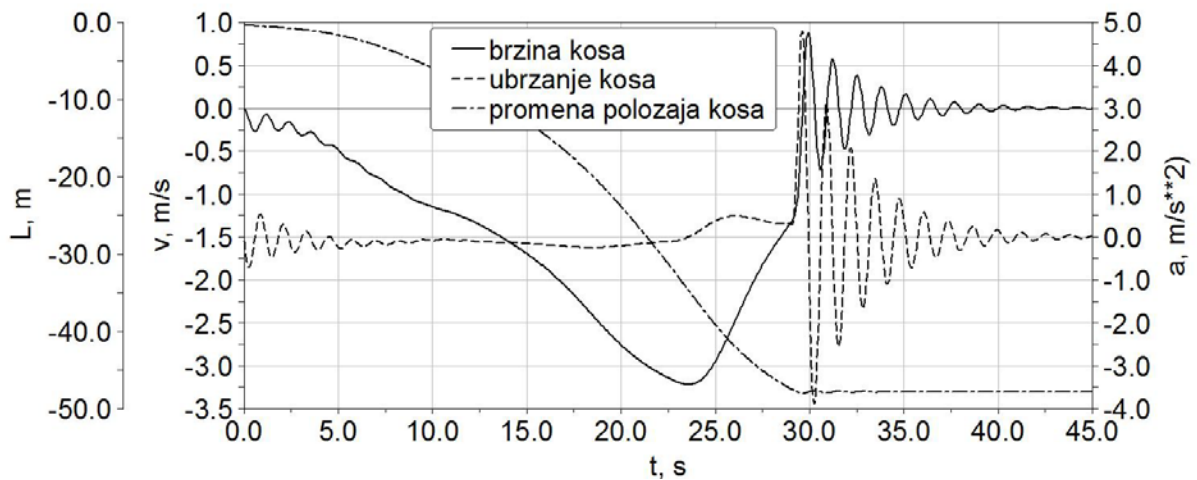
Слика 7.18. Дијаграм промене положаја, брзине и убрзања коша, за II случај кретања – датотека Б.006



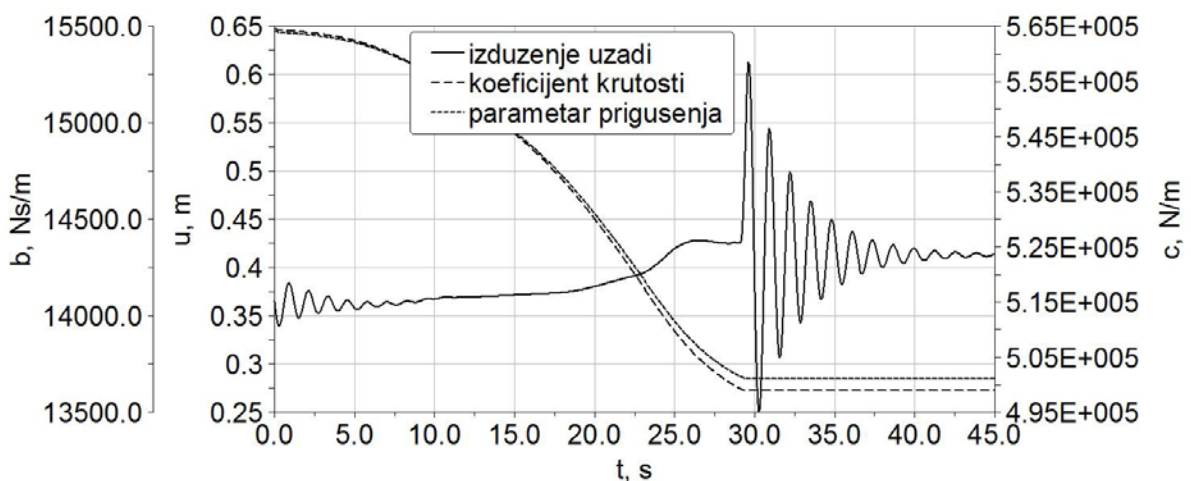
Слика 7.19. Упоредни дијаграми промене издужења, коефицијента крутости и параметра пригушења носеће ужади, за II случај кретања – датотека Б.006



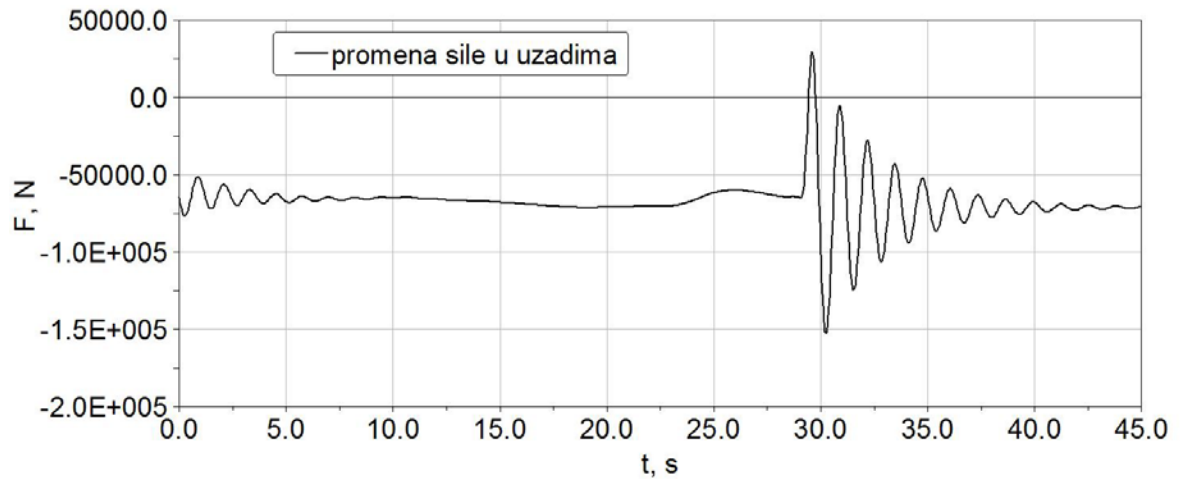
Слика 7.20. Дијаграм промене силе у ужадима током мерења у оквиру датотеке Б.006 (II случај кретања)



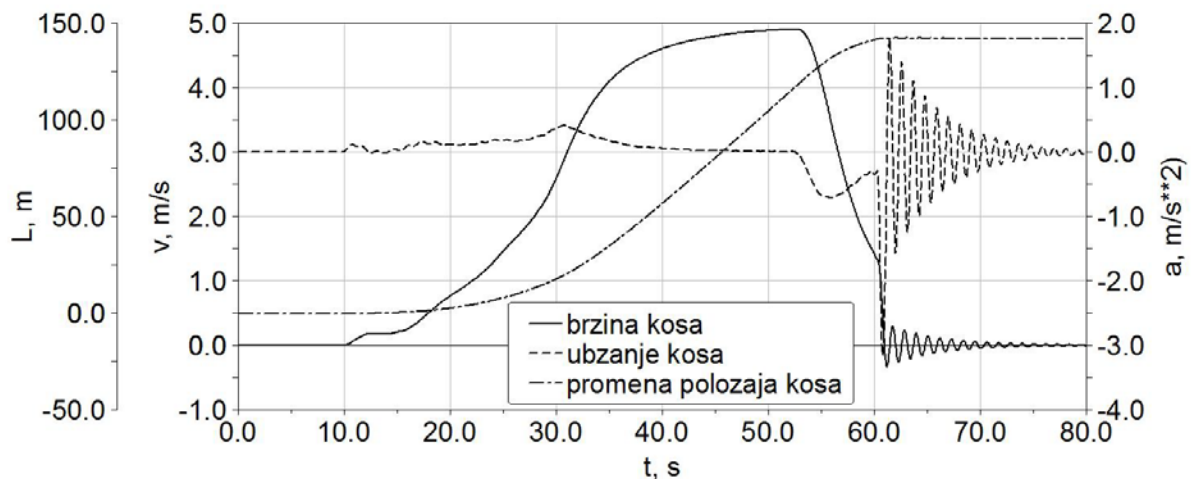
Слика 7.21. Дијаграм промене положаја, брзине и убрзања коша, за III случај кретања – датотека Б.012



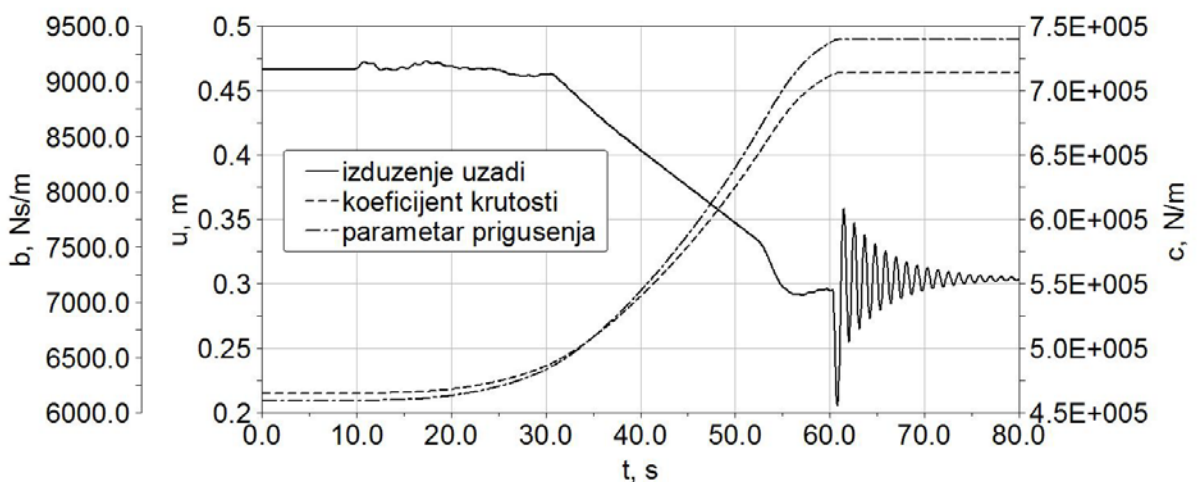
Слика 7.22. Упоредни дијаграми промене издужења, коефицијента крутости и параметра пригушења носеће ужади, за III случај кретања – датотека Б.012



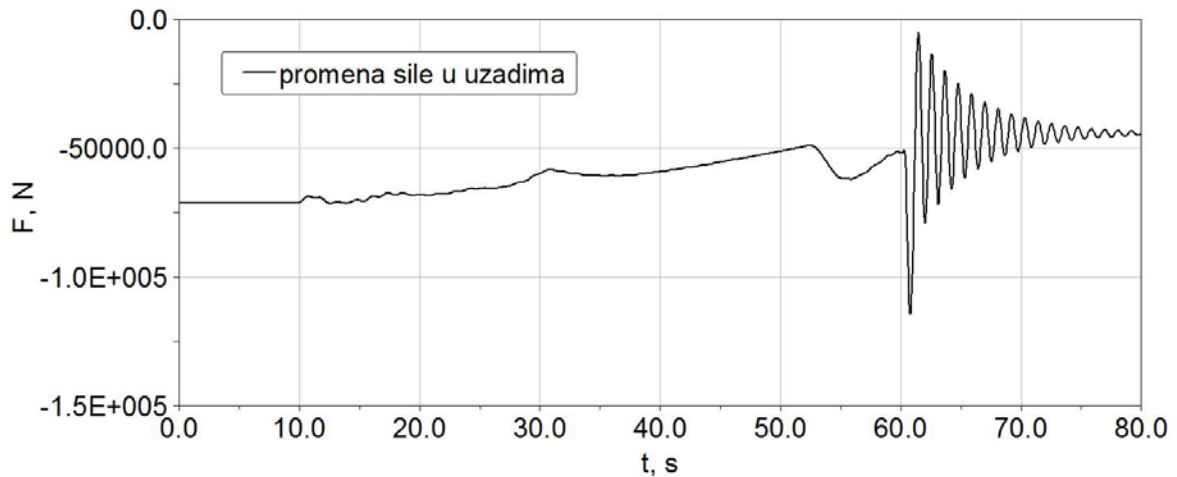
Слика 7.23. Дијаграм промене силе у узадима током мерења у оквиру датотеке Б.012 (за III случај кретања)



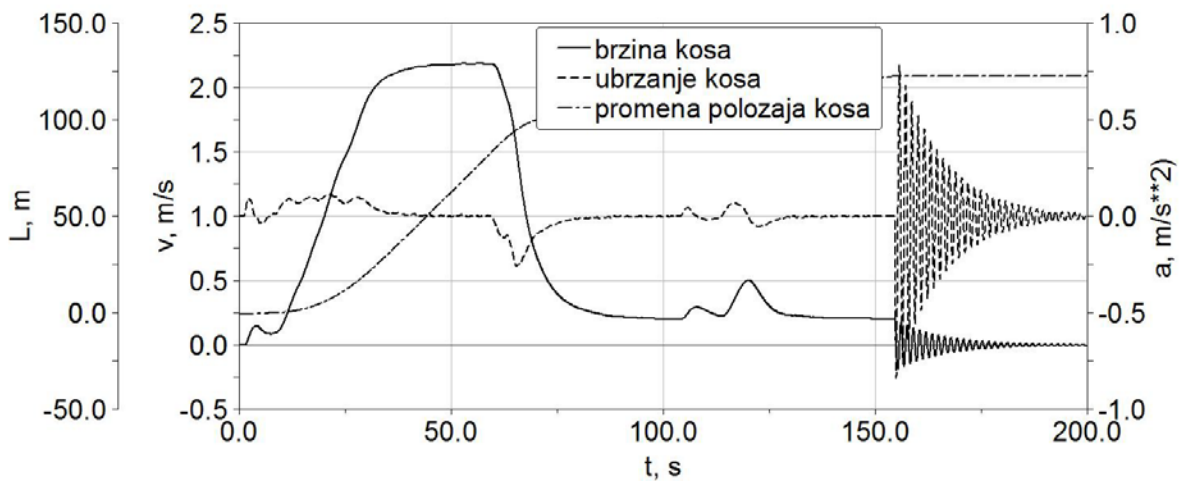
Слика 7.24. Дијаграм промене положаја, брзине и убрзања коша, за IV случај кретања – датотека Б.013



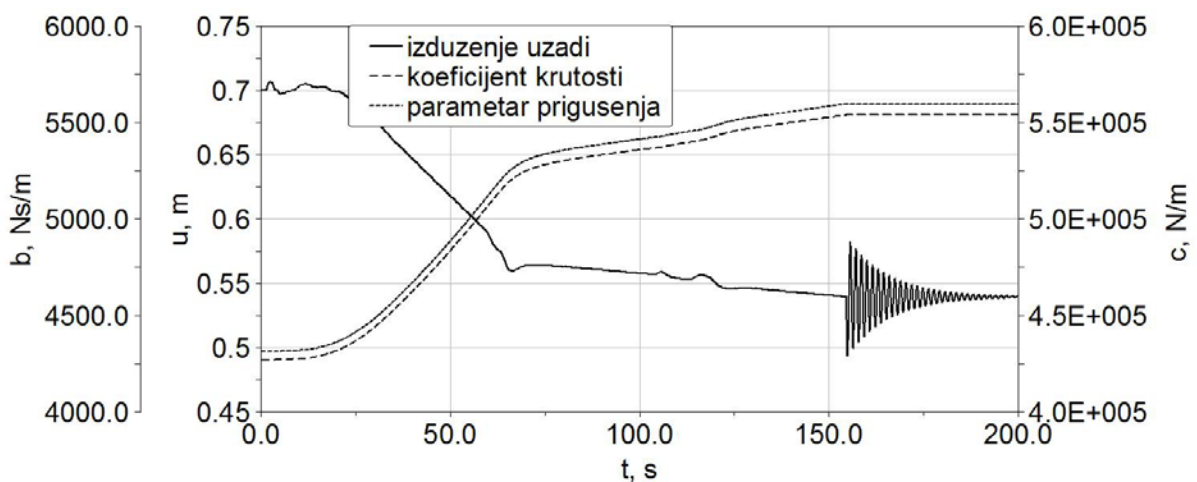
Слика 7.25. Упоредни дијаграми промене издужења, коефицијента крутости и параметра пригушења носеће ужади, за IV случај кретања – датотека Б.013



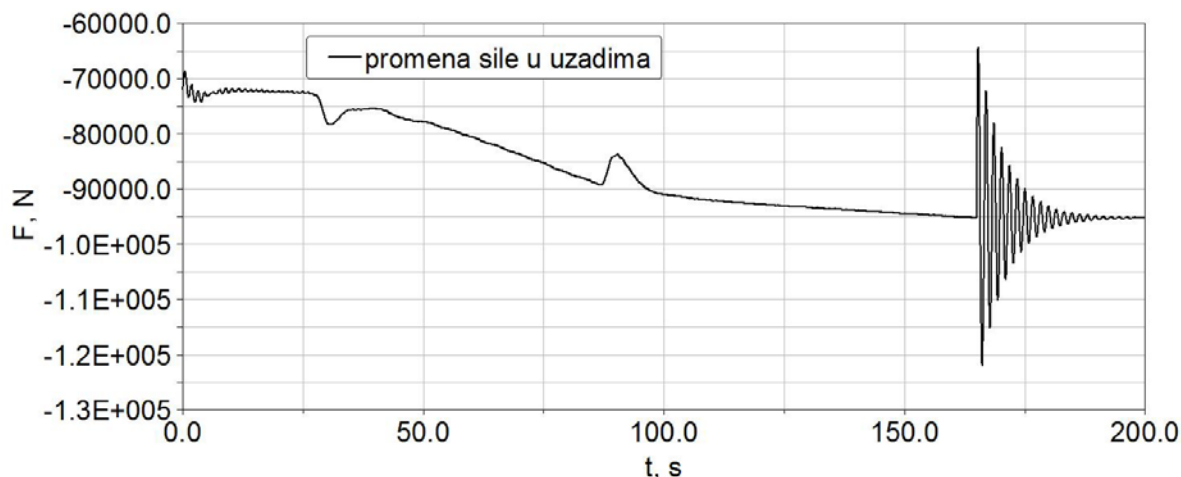
Слика 7.26. Дијаграм промене силе у ужадима током мерења у оквиру датотеке Б.013 (IV случај кретања)



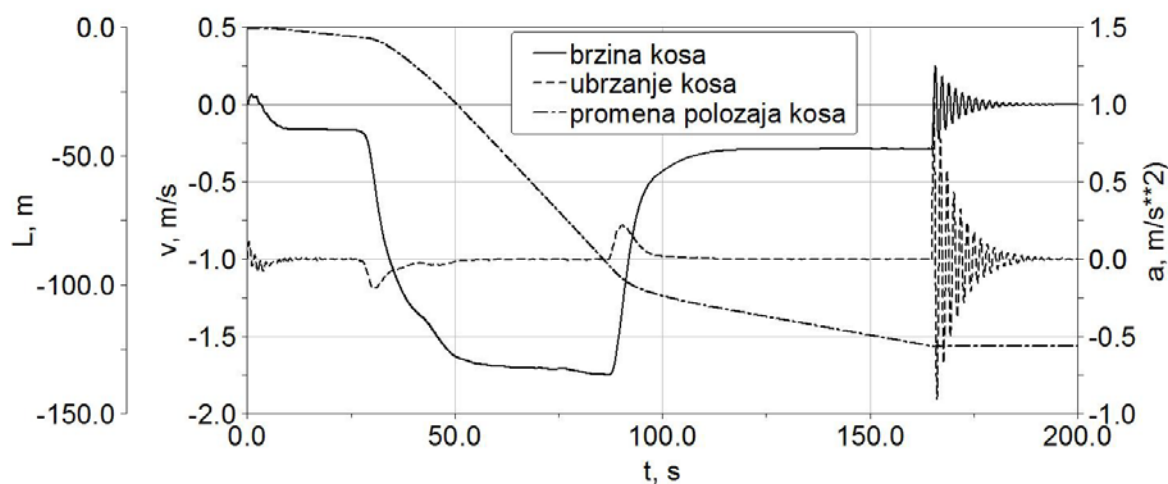
Слика 7.27. Дијаграм промене положаја, брзине и убрзања коша, за V случај кретања – датотека Б.010Г



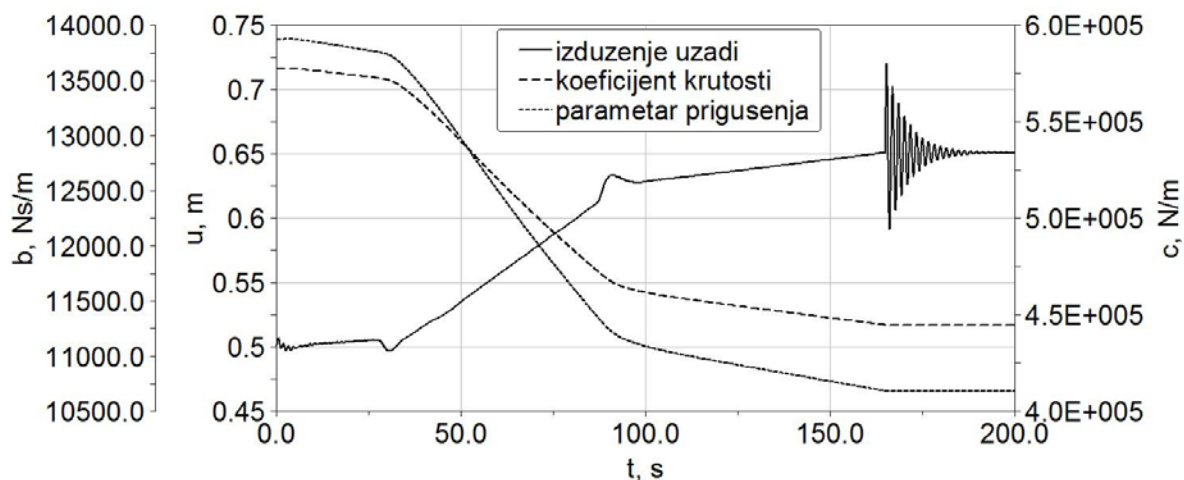
Слика 7.28. Упоредни дијаграми промене издужења, коефицијента крутости и параметра пригушења носеће ужади, за V случ. кретања – датотека Б.010Г



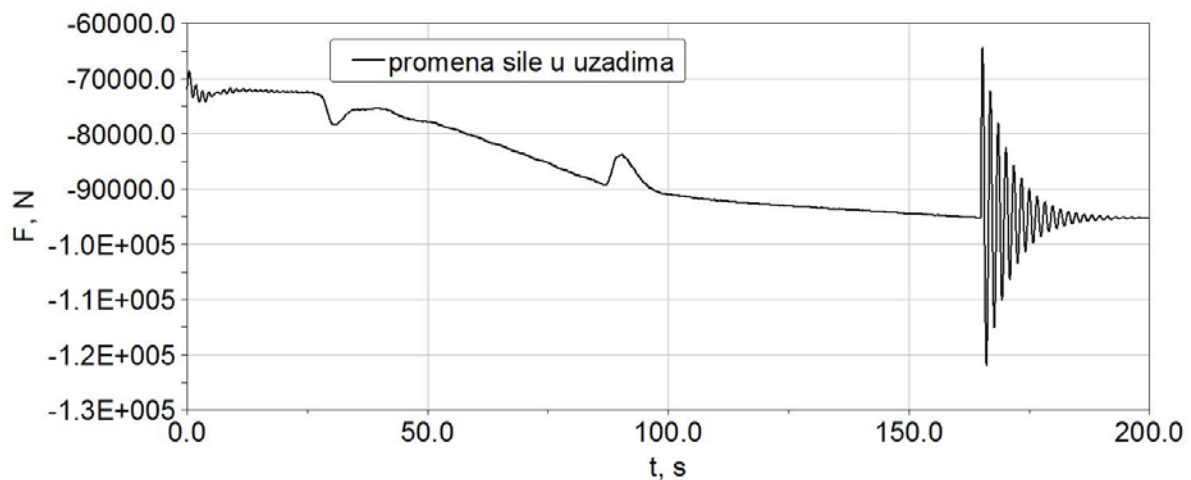
Слика 7.29. Дијаграм промене силе у ужадима током мерења у оквиру датотеке Б.010Г (V случај кретања)



Слика 7.30. Дијаграм промене положаја, брзине и убрзања коша, за VI случај кретања – датотека Б.010Д



Слика 7.31. Упоредни дијаграми промене издужења, коефицијента крутости и параметра пригушења носеће ужади, за VI случ. кретања – датотека Б.010Д



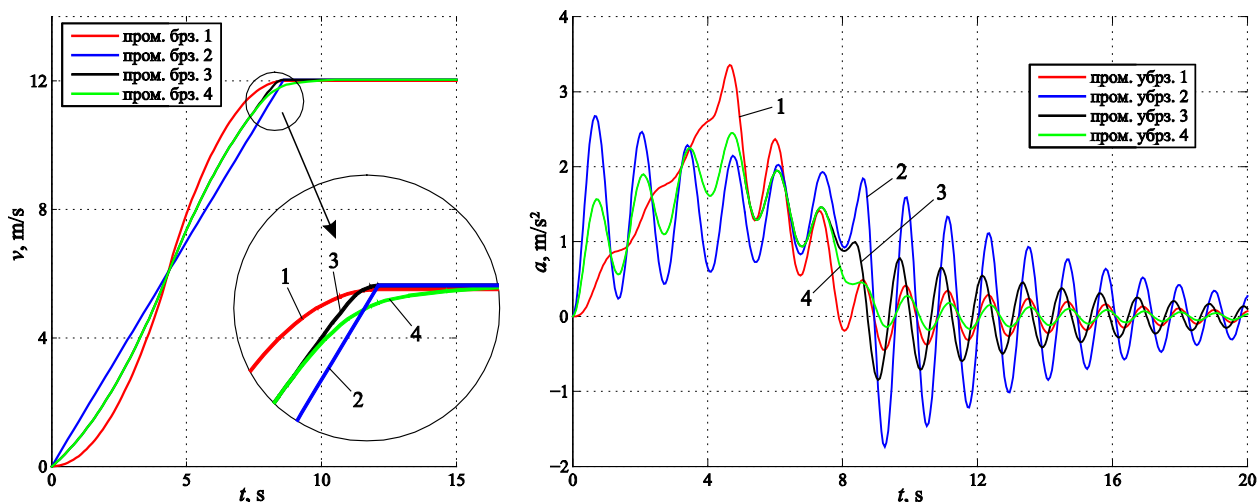
Слика 7.32. Дијаграм промене силе у узадима током мерења у оквиру датотеке Б.010Д (VI случај кретања)

7.1.3 Анализа карактера промене обимне брзине погонске ужетњаче (брзина дизања) као подлоге за управљачки систем

Сходно претходном, могуће су различите врсте анализе појединих параметара система за вертикално дизање са погонском ужетњачом, при чему су истраживања утицаја промене брзине дизања, односно броја обртаја погонског мотора од посебног интереса. Одређивање оптималног облика промене брзине дизања, са циљем остваривања максималног капацитета, односно најкраћег времена вожње, уз обезбеђење високог комфора вожње, посебно код савремених путничких лифтова, чије брзине достижу вредност од 20 m/s , могуће је применом приказаног поступка. Као што је наведено, динамички параметри у току пројектовања лифта или извозног постројења се могу само орјентационо одредити, па и одступања у експлоатацији могу бити значајна. Поступак приказан у овој дисертацији растеређује фазу пројектовања, јер је могуће применом једноставнијих поузданих поступака пројектовати постројење, а након уградње, применом приказаног поступка одредити реалне параметре и извршити динамичку анализу, која би омогућила одређена подешавања и корекције на израђеном постројењу, ради успостављања оптималних радних услова. Ово се посебно односи на дефинисање одговарајућег управљачког програма којим се постиже, како је наведено, најкраће време вожње уз одговарајући комфор вожње, односно уз контролу динамичких оптерећења.

На наредним сликама су приказани и издвојени неки од могућих начина утицаја на кинематске карактеристике погона (начин упуштања електромотора). Како је приказано у тачки 5.3, један од начина моделирања погонског механизма јесте и дефинисање кинематских услова на погонској ужетњачи (бубњу), задавањем функције промене броја обртаја електромотора (преко обимне брзине погонске ужетњаче).

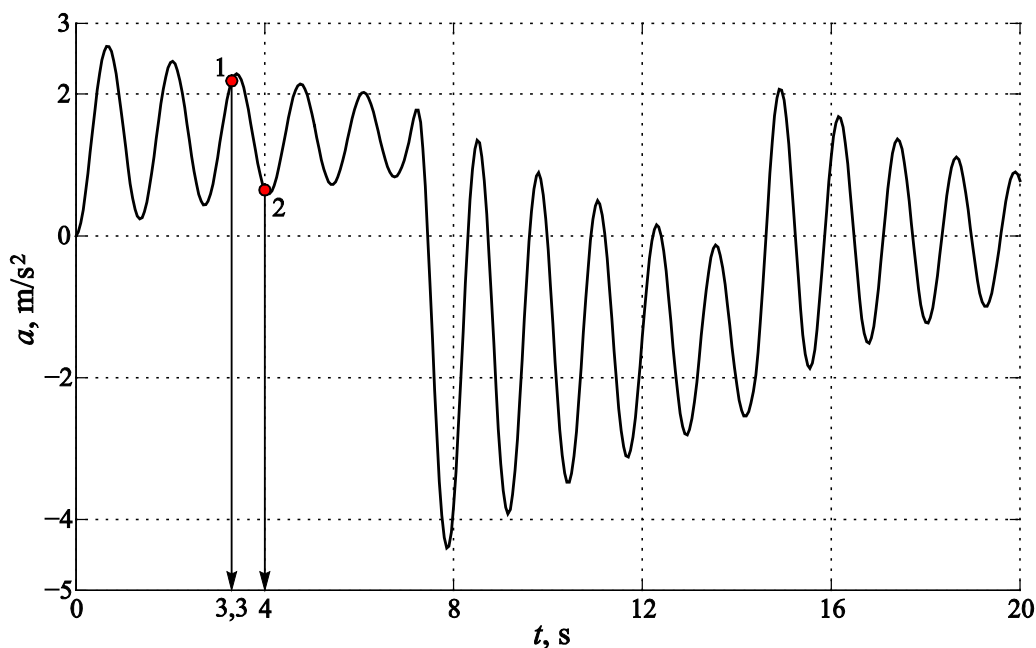
На сл. 7.33 приказан је утицај промене брзинске карактеристике на амплитуде осцоловања кабине (коша), а тиме и на комфор вожње. Наиме, битно је уочити да, врло малом корекцијом броја обртаја електромотора, при преласку са убрзаног кретања и тренутка „промене“ убрзања, може се веома умирити систем (знатно смањити амплитуде), поз. 4 на сл. 7.33.



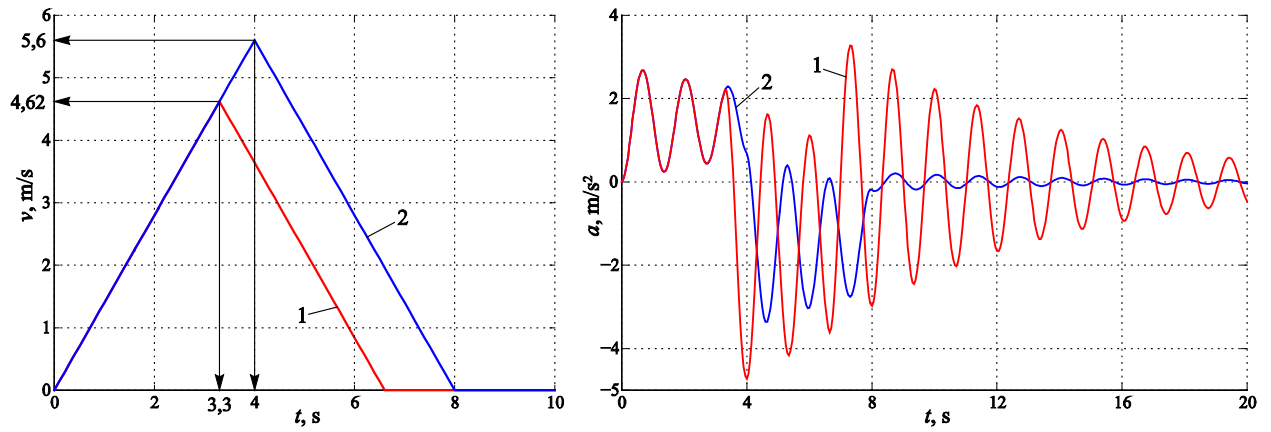
Слика 7.33. Утицај на комфор возње преко кинематске карактеристике погонског система

У случају високих зграда (по неколико стотина метара) и рудника великих дубина, када је потребно за кратко време достићи велике брзине кретања кабине, односно коша, достижу се високе вредности убрзања, што негативно утиче, првенствено на комфор путника. Уградњом давача убрзања (акцелерометара) на местима везе ужади са кабином (кошем), добијао би се, у сваком тренутку, одзив у виду промене убрзања, како је нпр. приказано на сл. 7.34. Ово може бити од изузетне важности код експрес лифтова, када се кретањем између два суседна спрата не може достићи номинална брзина, него након убрзања одмах наступи кочење, сл. 7.35.

Управљањем, може се утицати на погонску карактеристику мотора да кочење наступи када убрзање „дође“ у тачку (2), што се манифестује дијаграмима приказаним на сл. 7.35. Наравно, управљањем треба водити рачуна о пређеном путу кабине (коша) и тачности пристајања у станицама.



Слика 7.34. Одређивање тренутка почетка кочења на основу дијаграма убрзања



Слика 7.35. Приказ утицаја управљања на величину амплитуда осциловања система

8.0 ЗАКЉУЧНА РАЗМАТРАЊА И ПРАВЦИ ДАЉИХ ИСТРАЖИВАЊА

Савремени лифтови који се користе у објектима чије су висине веће од 500м са брзинама дизања до 20 m/s као и руднички лифтови који опслужују руднике са подземном експлоатацијом на дубинама до 2000 m, носивошћу до 30 t и брзинама дизања до 20 m/s, су постројења код којих динамичка анализа има посебан значај како због дефинисања квалитетне подлоге за оптимално пројектовање тако и због њихове ефикасне експлоатације и одржавања у релативно тешким радним условима. Поред наведених екстремних параметара сложеност динамичке анализе ових постројења се јавља првенствено због следећег:

- динамичка анализа обухвата комплексан осцилаторни проблем са бесконачним бројем степени слободе на кога утиче велики број фактора,
- погонски момент је променљива величина (функција броја обртаја ужетњаче, радног оптерећења и карактеристика погонског мотора),
- посебну тешкоћу у динамичкој анализи оваквих постројења представља чињеница да се ради о осцилаторном процесу са променљивим граничним условима на месту наиласка и силаска челичног ужета са погонске ужетњаче,
- крутост челичног ужета се мења са променом положаја коша па се јављају параметарске осцилације које под одређеним условима могу довести до резонантних појава односно нестабилног кретања и хаварије постројења са несагледивим последицама,
- модул еластичности челичних ужади није константна величина, као код хомогених тела, већ зависи од конструкције, напона и времена експлоатације ужета,
- пригушење у челичном ужету је недовољно истражена карактеристика и последица је унутрашњег трења хистерезисног типа, које зависи од конструкције ужета, напона у ужету, врсте контакта и трења између жица, подмазивања, амплитуде, фреквенције осциловања итд.

Анализом параметара конкретног постројења могуће је сложени динамички модел знатно упростити, изостављањем малих величина вишег реда и добити погодан модел за динамичку анализу. Систем са бесконачним бројем степени слободе се може свести на систем са три степена слободе односно са по једним степеном слободе за сваки крак ужета и ужетњачу са променљивим параметрима и принудним кретањем које се може моделирати преко измерене брзине на ужетњачи. У случају да се обезбеде услови да уже као целина не клиже по погонској ужетњачи, правилним дефинисањем вучне способности, може се анализа динамичког понашања сваког крака ужета вршити независно. Систем парцијалних диференцијалних једначина хиперболичног типа могуће је решити применом нумеричких метода (MATLAB) али само за случајеве након заустављања (кочења) погонског механизма при чему се узима да крутост одговара тренутним вредностима слободне дужине ужета као константне величине са одговарајућим граничним условима. Да би се могла вршити анализа динамичког понашања система у току кретања неопходно је парцијалне диференцијалне једначине, применом методе раздвајања независно променљивих величина, заменити са системом обичних диференцијалних једначина.

Овакав прилаз омогућава дефинисање критичне брзине дизања у функцији механичких карактеристика (модул еластичности и пригушење) и напона (оптерећења) у челичним ужадима. Такође на овај начин је могуће извођење рачунарских симулација и анализа динамичког понашања у току кретања применом одговарајућих специјализованих софтвера за динамичку анализу механичких система. У дисертацији је приказан поступак моделирања у софтверском пакету АДАМС система за вертикално дизање са погонском ужетњачом са параметрима одређеним мерењима на извозном постројењу у Бору. Поступак моделирања је верификован корелацијом са резултатима експеримента, директним преклапањем дијаграма убрзања, добијених нумеричком анализом са дијаграмима убрзања добијеним на основу мерења у току целог процеса кретања кабине за шест изабраних случајева кратања.

Систем ужади је могуће заменити еквивалентним Келвиновим моделом које има променљиву крутост ($c=EA/l$) и пригушење. Комбиновањем теоријске анализе и експерименталног поступка могуће је одредити реалне вредности модула еластичности и пригушења на основу мерења периода и амплитуда осциловања у тренутку заустављања погонске ужетњаче. Ова хипотеза базира на претпоставци да након кочења погонског механизма кабина (кош) врши слободне хармонијске осцилације са пригушењем са челичним ужетом као тешком опругом. На основу теоријских релација које су дефинисане за овај случај осциловања и измерених вредности периода и амплитуда осциловања могу се израчунати реалне вредности модула еластичности. Овако одређене вредности модула еластичности указују на његову значајну зависност од оптерећења, односно напона у ужадима. Коефицијент пригушења у ужадима није константна величина као код модела са вискозним трењем, који се уобичајено користи при моделирању осцилаторних процеса, већ зависи од фреквенције, односно положаја коша при чему однос (δ/ω) указује да у ужадима преовладава пригушење хистерезисног типа које би, код оваквих система, требало детаљније изучити. У дисертацији је разрађен експериментални поступак који омогућује одређивање горе наведених параметара код лифтова и извозних постројења који се налазе у експлоатацији. Посебан проблем код извођења ових експеримената се јавља због потребе синхронизације и истовремености мерења величина на различитим местима при чему је један део опреме покретан и налази се на кабини (кошу) а други део у машинској просторији чија удаљеност може бити значајна. Реализација мерења је извршена у два циклуса на извозном постројењу рудника "Јама" који припада РТБ Бор.

Формирањем адекватних динамичких модела, одређивањем реалних вредности за динамичке параметре и сумулацијама динамичког понашања реалних постројења могуће је дефинисати подлоге за програм управљања погонским механизмом који би обезбедили минимална динамичка оптерећења уз задржавање истог времена вожње што је од посебног интереса за „комфор вожње“ и ефикасност путничких лифтова са великим брзинама у прелазним режимима рада. Такође правилан избор тренутка почетка кочења у току једног периода осцилације кабине директно утиче на амплитуде њеног осциловања у наредном периоду што је од посебног значаја за случај принудног кочења код лифтова и извозних постројења.

Код извозних постројења и лифтова, посебно за превоз људи, се захтевају строги услови за безбедност рада постројења. Код преноса снаге и кретања путем трења неопходно је обезбедити такву вучну способност да не дође до клизања ужета као целине по погонској ужетњачи. Поред тога ово је важно и са становишта дефинисања

одговарајућих граничних услова динамичког модела у тачкама наиласка и силаска ужади са погонске ужетњаче. Повећање вучне способности може се извести ибором одговарајућег облика контакта између ужета и ужетњаче. Најчешће се у пракси примењује клинасти жлеб. Уколико контактне површине ужетњаче нису термички обрађене у току експлоатације долази до њиховог хабања тако да клинасти жлеб прелази у полукружно подсечени уз смањење редукованог коефицијента трења односно вучне способности. Како би се спречило клизање ужади по погонској ужетњачи потребно је користити клинасте жлебове са подрезом. Граничне вредности ширине подреза могуће је дефинисати у функцији релативне тежине кабине и противтега, обухватног угла и пречника ужета. Корисно је израдити одговарајуће номограме који би се могли користити при изради пројеката оваквих лифтова како би се обезбедио њихов поуздан рад. У дисертацији је приказан пример одређивања граничних вредности ширине подреза за лифтове који се данас најчешће срећу у експлоатацији.

Специфичност дизаличких машина са погонском ужетњачом се огледа у томе што трење у делу погонског механизма и на вођицама није директно пропорционално величини оптерећења већ зависи од релативног оптерећења кабине (коша), врсте преносника, карактеристика система за вођење кабине и против-тега, монтажних услова итд. Због тога се овај проблем мора анализирати посебно за сваки конкретан случај, а реалне вредности одредити експериментално. У дисертацији је дефинисан, и на конкретном лифту реализован, експериментални поступак који омогућује одређивање губитака и коефицијента искоришћења код лифтова.

Правци даљих истраживања би обухватили следеће:

- лабораторијска испитивања модула еластичности и пригушења код челичних ужади,
- оптимизација мерне опреме за ефикасно мерење параметара за одређивање механичких карактеристика челичних ужади на постројењима у експлоатацији у склопу редовних и периодичних прегледа,
- израду експерименталног модела система за вертикално дизање са погонском ужетњачом великих висина и брзина дизања који би омогућио варирање основних кинематских и динамичких параметара са специфичном мерном опремом за регистровање показатеља нестабилног кретања односно критичне брзине дизања,
- израду управљачког система који би омогућио варирање карактеристика прелазног режима рада и његов утицај на "комфор возње" са циљем дефинисања управљачког програма који би омогућио смањење динамичких оптерећења код постројења са великим брзинама дизања,
- развој методе која би, на бази података регистрованих у току кретања кабине, омогућила избор најповољнијег тренутка за почетак кочења, у току једне полупериоде њеног осциловања, при принудном кочењу постројења са погонском ужетњачом,
- истраживање утицаја односа масе кабине са теретом и носећих ужади на облике осциловања,
- детаљну анализу утицајних величина, посебно вођица и трансферзалних осцилација ужади, на слободне лонгитудиналне осцилације кабине (коша) након заустављања погонског механизма,

- дефинисање експерименталног поступка који би омогућио да се утврде величине губитака посебно у погонском механизму а посебно у у окну постројења како би се створила квалитетна подлога за анализу и повећање ефикасности рада постројења са погонском ужетњачом.

9.0 ЛИТЕРАТУРА

1. ADAMS/View – User's reference manual; Learning ADAMS/View Basics; Refining Model Designs in ADAMS/View, 2003.
2. Afonin V.I., The preliminary selection of motors for geared elevator hoist drives. *Russian Electrical Engineering*, Vol. 79, No. 11, 2008, p. 631-635.
3. Afonin, V.I., Kruglikov, O.V., Rodionov, R.V., Energy consumption of elevator electric drives with different control systems. *Russian Electrical Engineering*, Vol. 82, No. 3, 2011, p. 121-125.
4. Arrasate, X., Kaczmarczyk, S., et al., Measurement and simulation of machine-borne vertical vibration in elevator systems. *11th International Conference on Vibration Problems*, Lisbon, Portugal, 9–12 September 2013, pp. 1-10.
5. Arrasate, X., Kaczmarczyk, S., et al., The modelling and experimental testing of the vertical dynamic response of an elevator system with a 2:1 roping configuration. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 01/2014, 42(s 1–2), p. 258–282.
6. Aziz, Z.A. et al., A numerical approach for solving a general nonlinear wave equation. *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, 4 (19), 2012, p. 3858-3864.
7. Bangash, M.Y.H., Bangash, T., Lifts, elevators, escalators and moving walkways/travelators. Taylor & Francis group, London, 2007.
8. Bao, J., Zhang, P., Zhu, C., Computing Simulation and Dynamics Modeling of Flexible Hoisting Rope with Time-varying Length. *Journal of Computational Information Systems* 8: 10 (2012), p. 4177–4184.
9. Beards C. F. Engineering Vibration Analysis with Application to Control Systems. Edward Arnold - Hodder Headline Group, London, 1995.
10. Causon, D.M., Mingham, C.G., Introductory Finite Difference Methods for PDEs. Ventus Publishing ApS, 2010.
11. Chi, R.M., Shu, H.T., Longitudinal vibration of a hoist rope coupled with the vertical vibration of an elevator car. *Journal of Sound and Vibration* 148(1) (1991), p. 154-159.
12. Cho, Y.M., Rajamani, R., Identification and experimental validation of a scalable elevator vertical dynamic model. *Control Engineering Practice*, 9 (2001), p. 181-187.
13. Đokić, R., Vladić, J., Gajić, A., Živanić, D., Numerical analysis of elevator ropes vibration with time varying length. *The Eighth International Conference HEAVY MACHINERY-HM 2014*, Zlatibor, Serbia, 25-28 June 2014., Proceedings p. A.119-124.
14. Emory, B.H., Zhu, W.D., Modal Testing and Modeling of a Simplified Elevator System. *Proceedings of the IMAC-XXVII*, Orlando, Florida USA, February 9-12, 2009.
15. Fadugba, S.E., Edogbanya, O.H, Zelibe, S.C, Crank-Nicolson method for solving parabolic partial differential equations. *International Journal of Applied Mathematics and Modeling IJA2M*, Vol. 1, No. 3, September 2013, p. 8-23.
16. Feng, Y., Zhang, J., Zhao, Y., Modeling and robust control of horizontal vibrations for high-speed elevator. *Journal of Vibration and Control*, 15(9), 2009, p. 1375-1396.

17. Feyrer, K., Wire Ropes. University of Stuttgart, Germany, 2007.
18. Filas, J., Mudron, M., The dynamic equation of motion of driving mechanism of a freight elevator. *Procedia Engineering*, 48 (2012), p. 149-152.
19. Flores, T.A., Method of Lines for The Numerical Solution of Partial Differential Equations. Chemical Engineering Dpt, UIA-Santa FE, December 1, 2008.
20. Forsythe, E. G., Computer-Verfahren für lineare algebraische Systeme. R. Oldenbourg München und Wien, 1971.
21. Franzen, C. F., Englert, Th., Der Aufzugbau. Braunschweig, 1972.
22. Garvie, R.M., Finite-Difference Schemes for Reaction–Diffusion Equations Modeling Predator–Prey Interactions in MATLAB. *Bulletin of Mathematical Biology* 69 (2007), p. 931-956.
23. Gilat, A., Увод у MATLAB® 7.5 са примерима, превод трећег издања, *Микро књига*, Београд, 2007, ISSN 978-86-7555-327-4.
24. Goroshko, O.A., Evolution of the dynamic theory of hoist ropes. *International Applied Mechanics*, Vol. 43, No. 1, 2007, p. 64-67.
25. Gueye, S.B., et al., Solution of 1D poisson equation with Neumann-Dirichlet and Dirichlet-Neumann boundary conditions, using the finite difference method. *Journal of Electromagnetic Analysis and Applications*, 6, 2014, p. 309-318.
26. Hamdy, A., Active damping of vibrations in elevator cars. *Journal of Structural Control*, Vol. 6, No. 1, June 1999, p. 53-100.
27. Hamilton, J., Vibration-Based Techniques for Measuring the Elastic Properties of Ropes and the Added Mass of Submerged Objects. *Journal of atmospheric and oceanic technology*, Vol. 17, 2000, p. 688-697.
28. Heidary, D.S.B., Honarmandi, P., Theoretical Study on Effective Design Parameters in Elevator Vibration. *Transaction on Control and Mechanical Systems*, Vol. 2, No. 12, Dec. 2013, pp. 414-421.
29. Herrera, I., Kaczmarczyk, S., The Assessment of Vibration Absorption Capacity of Elevator's Passengers. *Journal of Physics: Conference Series*, 181 (2009) 012081.
30. Herrera, I., Su, H., Kaczmarczyk, S., Investigation into the damping and stiffness characteristics of an elevator car system. *Applied Mechanics and Materials*, 24-25, 2010, p. 77-82.
31. Himmelblau, D.M., Bischoff, K.B., Process Analysis and Simulation. Wiley, New York, 1968.
32. Hritonenko, N., Yatsenko Y., Applied Mathematical Modelling of Engineering Problems. *Kluwer Academic Publishers*. Applied Optimization, Vol. 81, 2003.
33. Jacquot, G.R., Hamann, J.C., Visualization of PDE solutions using implicit methods and MATLAB. *ASEE Annual Conference Proceedings*, Session 1220, 1996.
34. Kaczmarczyk, S., Iwankiewicz, R., Dynamic response of an elevator car due to stochastic rail excitation. *Proceedings of the Estonian Academy of Sciences. Physics. Mathematics*, Vol. 55, No. 1, 2006, pp. 58-67.

35. Kaczmarczyk, S., Iwankiewicz, R., Terumichi, Y., The dynamic behaviour of a non-stationary elevator compensating rope system under harmonic and stochastic excitations. *Journal of Physics: Conference Series*, 181 (2009) 012047.
36. Kaczmarczyk, S., Ostachowicz, W., Transient vibration phenomena in deep mine hoisting cables. Part 1: Mathematical model. *Journal of Sound and Vibration* 262 (2003), p. 219–244.
37. Kaczmarczyk, S., Ostachowicz, W., Transient vibration phenomena in deep mine hoisting cables. Part 2: Numerical simulation of the dynamic response. *Journal of Sound and Vibration* 262 (2003), p. 245–289.
38. Kaczmarczyk, S., Transient resonance in a hoisting cable system with a periodic excitation. *R & D Journal*, 13 (1) 1997, p. 31-40.
39. Kim, C.S., et al., Nonlinear robust control of a hydraulic elevator: experiment-based modeling and two-stage Lyapunov redesign. *Control Engineering Practice*, 13 (2005), p. 789-803.
40. Kimura, H., Ito, H., Nakagawa, T., Vibration analysis of elevator rope (Forced vibration of rope with time-varying length. *Journal of Environment and Engineering*, Vol. 2, No. 1, 2007, p. 87-96.
41. Kreiss, O.H., Scherer, G., Method of lines for hyperbolic differential equations. *Siam Journal on Numerical Analysis*, vol. 29, no. 3, June 1992, p. 640-646.
42. Li, Z., Qiao, Z., Tang, T., Numerical solution of partial differential equations – an introduction to finite difference and finite element methods. *Center for research and scientific comput. & Department of mathematics*, North Carolina State University, 2011.
43. Mirabdollah Yani, R., Darabi, E., An analytical solution for vibration of elevator cables with small bending stiffness. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 70, 2012, p. 179-183.
44. Mitchell, A.R., Griffiths, D.F., The Finite Difference Method in Partial Differential Equations. *John Wiley & Sons*, Inc. Chichester, 1980.
45. Mottaghi, M., Vibrations in a Lift System. Symposium on Lift and Escalator Technologies, The University of Northampton, School of Science and Technology, September 2011, pp. 52-55.
46. Mutoh, N., et al., Horizontal vibration suppression method suitable for super-high-speed elevators. *Electrical Engineering in Japan*, Vol. 129, No. 1, 1999, p. 59-73.
47. Otsuki, M., et al., Application of nonstationary sliding mode control to suppression of transverse vibration of elevator rope using input device with gaps. *JSME International Journal*, Series C, Vol. 49, No. 2, 2006, p. 385-394.
48. Pakdemirli, M., Ulsoy A. G., Stability analysis of an axially accelerating string. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 203, no. 5, June 1997, p. 815-832,
49. Ramos, J.I., Numerical methods for nonlinear second-order hyperbolic partial differential equations. II – Rothe's techniques for 1-D problems. *Applied Mathematics and Computation* 190 (2007) 804-832.
50. Sandilo, S.H., van Horssen, W.T., On boundary damping for an axially moving beam and on the variable length induced vibrations of an elevator cable. *7th European Nonlinear Dynamics Conference (ENOC 2011)*, Rome, Italy, July 24 - 29, 2011.

51. Saucez, P., Some, L., Wouwer, A.V., Matlab implementation of a moving grid method based on the equidistribution principle. *Applied Mathematics and Computation* 215 (2009), p. 1821–1829.
52. Schmülling, B., Hameyer, K., Decoupling and adjustment of forces in an electromagnetic guiding system with six degrees of freedom. *The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, Vol. 30, No. 3, (2011), p. 1011-1018.
53. Sha, D., Bajic, B.V., Yang, H., New model and sliding mode control of hydraulic elevator velocity tracking system. *Simulation Practice and Theory*, 9 (2002), p. 365-385.
54. Shampine, L. F., Solving Hyperbolic PDEs in Matlab. *Mathematics Department Southern Methodist University*, Dallas, May 2005, TX 75275.
55. Silva, C. W., *Vibration, Damping, Control and Design*. CRC Press - Taylor & Francis Group, Boca Raton, Florida, 2007.
56. SRPS EN 81-1: Безбедносна правила за конструкцију и уградњу лифтова — Део 1: Лифтови са електричним погоном, Београд, децембар 2013.
57. Terumichi, Y., et al., Nonstationary Vibrations of a String with Time-Varying Length and a Mass-Spring System Attached at the Lower End. *Nonlinear Dynamics* 12: 1997, p. 39-55.
58. Törnig, W., *Numerische Mathematik für Ingenieure und Physiker, Band 1: Numerische Methoden der Algebra*. TU Darmstadt, 1979.
59. Törnig, W., *Numerische Mathematik für Ingenieure und Physiker, Band 2: Eigenwertprobleme und numerische Methoden der Analysis*. TU Darmstadt, 1979.
60. Tyni, T., Ylinen, J., Evolutionary bi-objective optimisation in the elevator car routing problem. *European Journal of Operational Research*, 169 (2006), p. 960-977.
61. Vergne, J. N., *The Hard Rock Miner's Handbook*, Edition 3. McIntosh Engineering Limited, Ontario, Canada, 2003.
62. Vergne, J. N., *The Hard Rock Miner's Handbook*, Edition 3. McIntosh Engineering Limited, Ontario, Canada, 2003.
63. Vladić, J., Babin, N., Đokić, R., Živanić, D., Determination of dynamic behaviour for vertical load. *XVIII International Conference on MATERIAL HANDLING, CONSTRUCTIONS AND LOGISTICS*, 19-20 October 2006, Belgrade, Serbia, pp. 93-96.
64. Vladić, J., Đokić, R., Dynamic behaviour of elevators and tribological processes in their driving systems. *The 2nd International Conference "POWER TRANSMISSIONS '06"*, 25-26. April 2006, Novi Sad, Serbia, pp. 537-542.
65. Vladić, J., Đokić, R., Dynamic simulations and type of electrical elevators models. *MACHINE DESIGN 2012*, Faculty of technical sciences Novi Sad, December 2012., p. 219-224, vol. 4 (2012) no. 4, ISSN 1821-1259.
66. Vladić, J., Đokić, R., Kljajin, M., Karakašić, M., Modelling and simulations of elevator dynamic behaviour. *Tehnički vjesnik/Technical Gazette*, vol. 18, no. 3, 2011, p. 423-434.
67. Vladić, J., Jovanović, M., Đokić, R., Kljajin, M., Karakašić, M., Theoretical and experimental analysis of elevator dynamic characteristics. *Tehnički vjesnik/Technical Gazette*, vol. 22, no. 4, July – August 2015, p. 1011-1020.

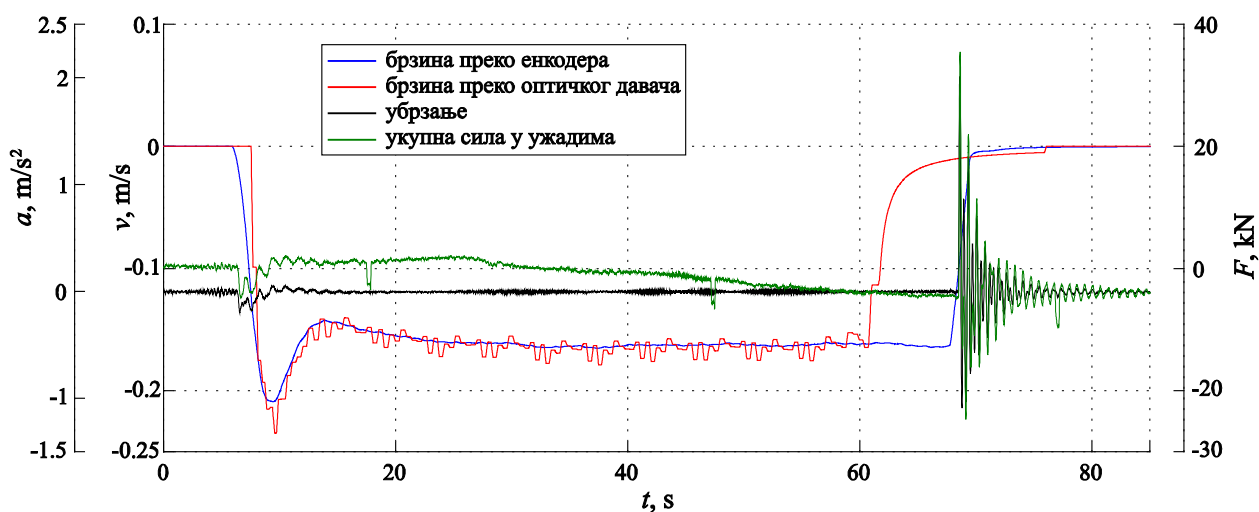
68. Vladić, J., Malešev, P., Šostakov, R., Brkljač, N., Dynamic analysis of the load lifting mechanisms. *Strojniški Vestnik/Journal of Mechanical Engineering*, vol. 54, no. 10, 2008, p. 655-661.
69. Vladić, J., Sovilj, B., Šostakov, R., Tribological Characteristics of Power Transmissions in Systems with Driving Pulley. *ROTRIB '96*, Bucharest, 1996, pp. 290-299.
70. Vladić, J., Zlokolica, M., On the dynamic analysis of the load lifting mashines. ICVE'98, Dalian, China, 1998.
71. Watanabe, S., Higashinaka, T., Dynamic Simulation of Rope for High-speed Elevators. *Technical reports, Mitsubishi Electric ADVANCE*, March 2012, p. 17-19.
72. Wehking, K.-H., Vogel, W., Schulz, R., Dämpfungsverhalten von Drahtseilen. *Fördern und Heben* 49 ½, 1999, S60-61.
73. Wouwer, A.V., et al., A MATLAB implementation of upwind finite differences and adaptive grids in the method of lines. *Journal of Computational and Applied Mathematics* 183 (2005), p. 245–258.
74. Xavier, A., Study in finite difference methods III: wave equation by the implicit method. *Technical Educational Note #03*, November 2014.
75. Young, T., Mohlenkamp, J.M., Introduction to numerical methods and matlab programming for engineers. Department of Mathematics, Ohio University Athens, 2012.
76. Zhang, X., Li, H., Meng, G., Effect of Friction on the Slide Guide in an Elevator System. *Journal of Physics: Conference Series*, 96 (2008) 012074.
77. Zhu, W.D., Teppo, L.J., Design and analysis of a scaled model of a high-rise, high-speed elevator. *Journal of Sound and Vibration*, 264 (2003), p. 707–731.
78. Zhu, W.D., Xu, G.Y., Vibration of elevator cables with small bending stiffness. *Journal of Sound and Vibration* 263 (2003), p. 679–699.
79. Бан, Ж., Основе МАТЛАБ-а. Факултет електротехнике и рачунарства, Загреб, 2003.
80. Бертолино, М., Диференцијалне једначине. Научна књига Београд, 1980.
81. Бертолино, М., Нумеричка анализа. Научна књига Београд, 1981.
82. Владић, Ј., Шостаков, Р., Брклјач, Н., Личен, Х., Живанић, Д., Истраживање и развој путничких лифтова на електрични погон. *Пројекат Министарства за науку и технолошки развој*, МИС 3.03.3214.Б, 2002 – 2004.
83. Владић, Ј., Шостаков, Р., Ђокић, Р., Живанић, Д., Истраживање и анализа вучне способности погонске ужетњаче лифта у реалним условима рада. *ТЕХНИКА Часопис савеза инжењера и техничара Србије*, бр. 3, 2010., стр. 29-35, ISSN 0040-2176.
84. Владић, Ј., Аутоматизовано пројектовање. Факултет техничких наука, Нови Сад, WUS Austria – project CDP+ 114/2006.
85. Владић, Ј., Бабин, Н., Шостаков, Р., Брклјач, Н., Ђокић, Р., Истраживање и развој путничких лифтова на електрични погон. *IX СЕВЕР-ов Симпозијум о механичким преносницима “СЕВЕР ПРЕНОСНИЦИ 2003“*, Суботица, 10. октобар 2003.
86. Владић, Ј., Карактеристике преноса снаге у системима са погонском ужницом. *Конструисање машина*, vol. 5, no. 1, Београд, 2002., str. 19-27.

87. Владић, Ј., Прилог одређивању степена сигурности против проклизавања динамички оптерећеног ужета у систему преноса снаге погонском ужетњачом. Магистарски рад, Нови Сад, 1982.
88. Вујановић, Б., Динамика. Универзитет у Новом Саду, 1992.
89. Вујановић, Б., Теорија осцилација. Универзитет у Новом Саду, 1995.
90. Вучковић, В., Електрични погони. Електротехнички факултет Београд, 1997.
91. Горошко, О. А., Артјухова, В. Е., Зависимост коефициентов рассеяния энергий в канате от его натяжения, *В кн.: Стальные канаты*, 5, Киев, 1968, с. 57-58.
92. Ђокић, Р., Развој аналитичко-нумеричких поступака за одређивање динамичког понашања лифтова. Магистарска теза, ФТН Нови Сад, 2010.
93. Живанић, Д., Аутоматизација поступака за статичку и динамичку анализу једноужних жичара. Магистарска теза, Факултет техничких наука, Нови Сад, 2006.
94. Јовановић, М., Владић, Ј., Ђокић, Р., и др., Теоријско-експериментална истраживања динамике транспортних машинских система. *Пројекат Министарства просвете, науке и технолошког развоја*, ТР-35049, 2011 – 2015.
95. Леви, Е., Вучковић, В., Стрезоски, В., Основи електротехнике (електроенергетски претварачи). Факултет техничких наука у Новом Саду, 1996.
96. Пап, Е., Парцијалне диференцијалне једначине. ПМФ Нови Сад, 1986.
97. Правилник о техничким нормативима за лифтове на електрични погон за вертикални пренос лица и терета.
98. Радашин, З., Математика у машинству – неодређени интеграл, свеска 9. Машински факултет у Новом Саду, 1973.
99. Спасојевић, Ђ., Лабораторија физике 1 и 2 (помоћни уџбеник). Физички факултет у Београду, 2008.
100. Стојаковић, З., Херцег, Д., Нумеричке методе линеарне алгебре. ПМФ Нови Сад, 1985.
101. Стољарчук, В. Ф., Динамика вертикалног подјема. Издательство Львовского университета, 1965.
102. Ђаласан, Л., Петковска, М., MATLAB и додатни модули Control System Toolbox и SIMULINK. *Микро књига*, Београд, 1995.
103. Флоринский, Ф.В., Динамика шахтного подъемного каната. Углетехиздат, Москва, 1955.
104. Хромов, О. В., Выбор модели внутреннего трения на основе экспериментальных осциллограмм затухающих колебаний системы. *Зб. наук.: Механика, енергетика, екологија*, Севастополь, 2010, с. 35-39.
105. Шелендић, Б., Верткални, коси и хоризонтални транспорт. Београд, 1982.

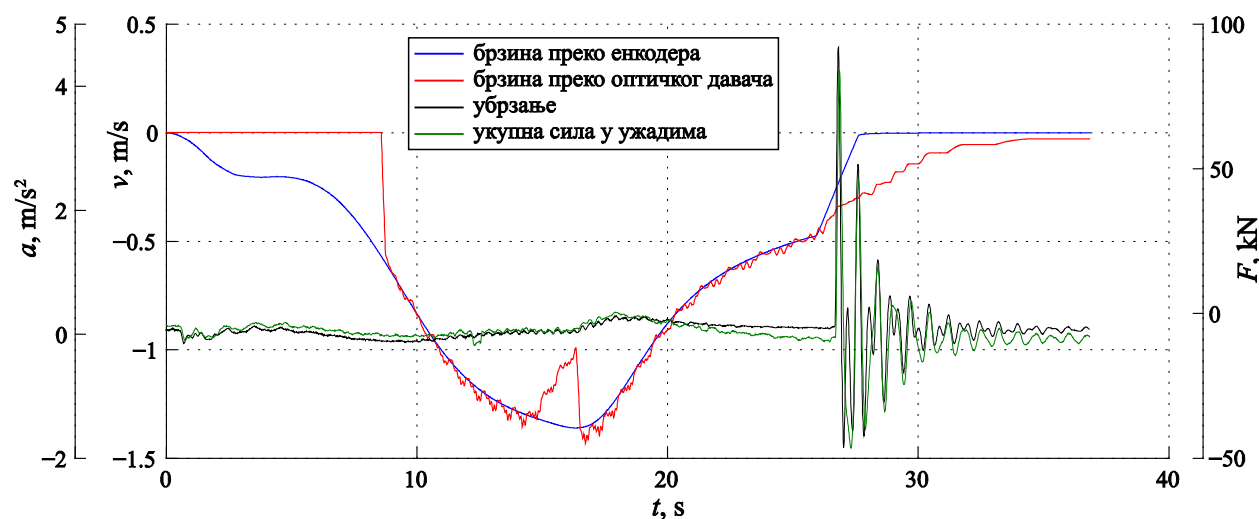
Прилог: РЕЗУЛТАТИ МЕРЕЊА

На наредним сликама приказане су промене брзине и убрзања коша извозне машине рудника „Јама“ РТБ Бор, као и промена укупне силе у ужадима (6 ком), током мерења. Дијаграми временски обухватају све остале случајеве кретања коша, који нису приказани у поглављу 6.0, а обухваћени су и објашњени кроз таб. 6.2.

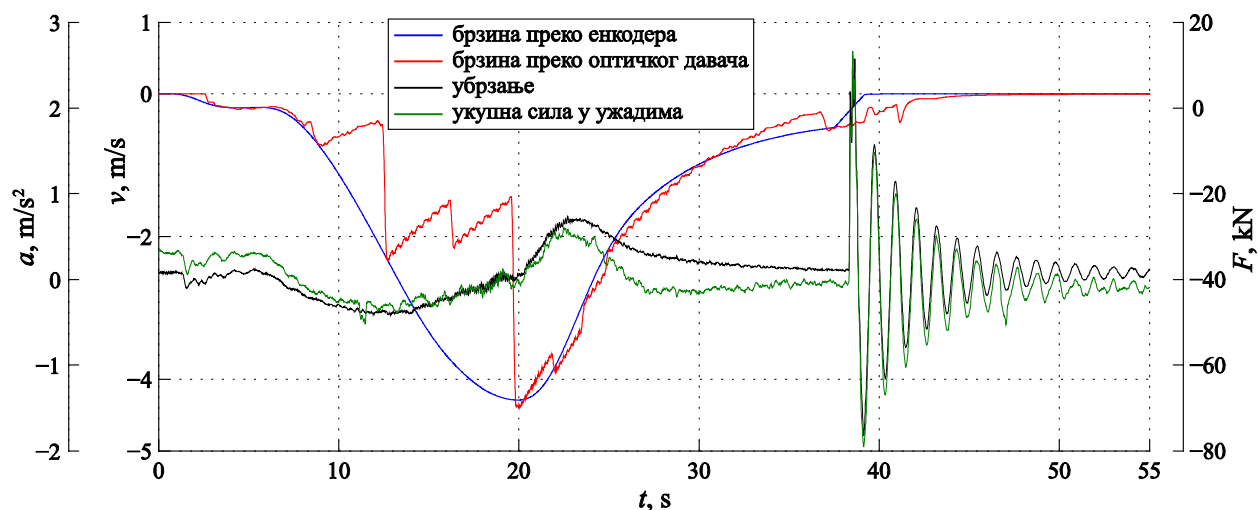
На сликама од П.12 до П.16, приказане су промене мерених величина, кроз записе који су трајали од почетка, па до краја експеримента.



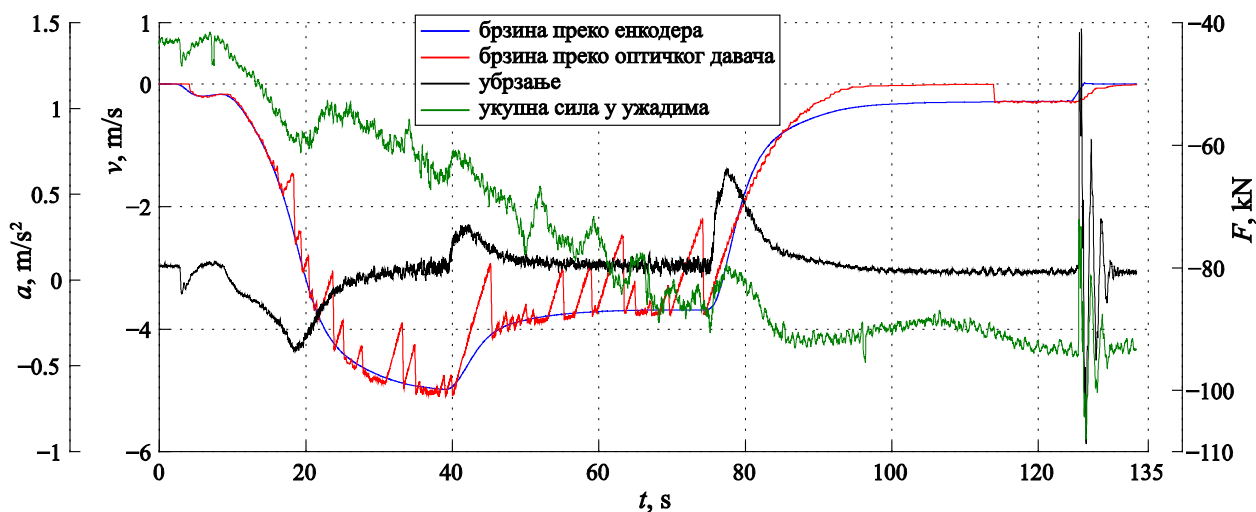
Слика П.1. Збирни дијаграм који одговара мерењима приликом спуштања празног коша сервисном брзином – датотека Б.001



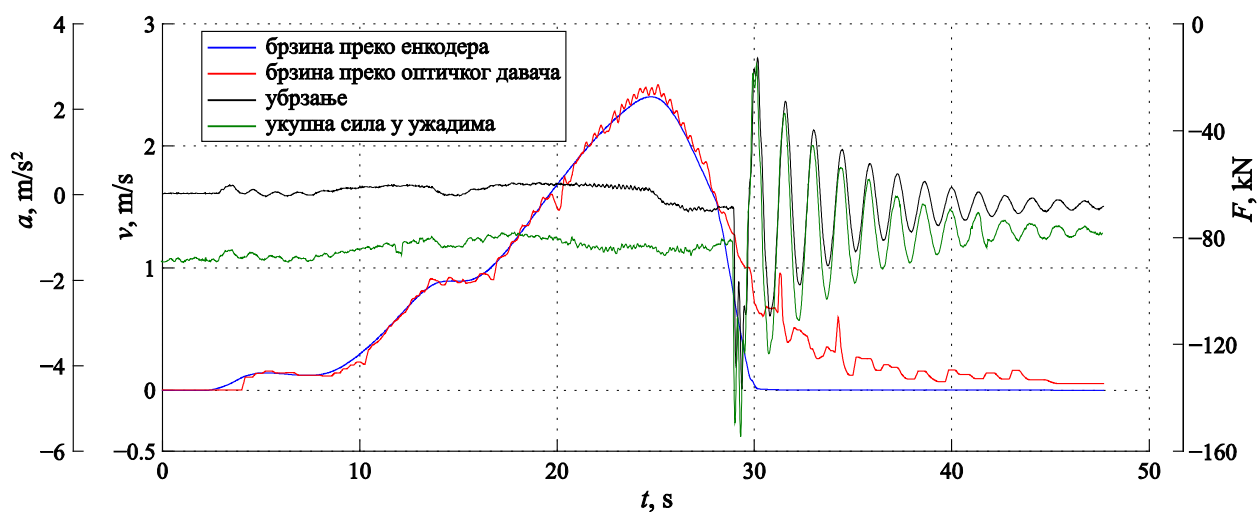
Слика П.2. Збирни дијаграм који одговара мерењима приликом спуштања празног коша сервисном брзином – датотека Б.002



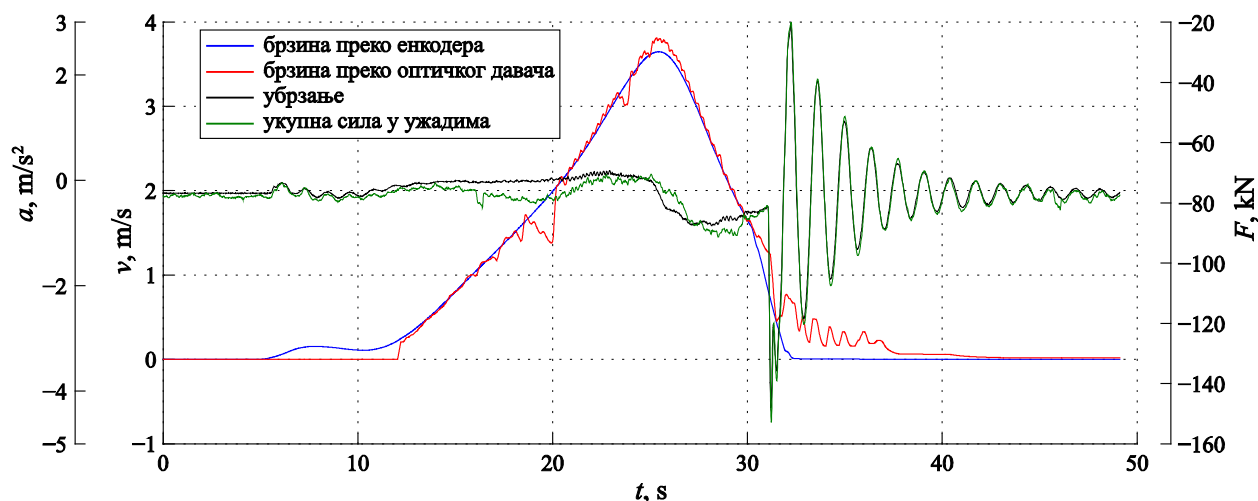
Слика П.3. Збирни дијаграм који одговара мерењима приликом спуштања празног коша – датотека Б.004



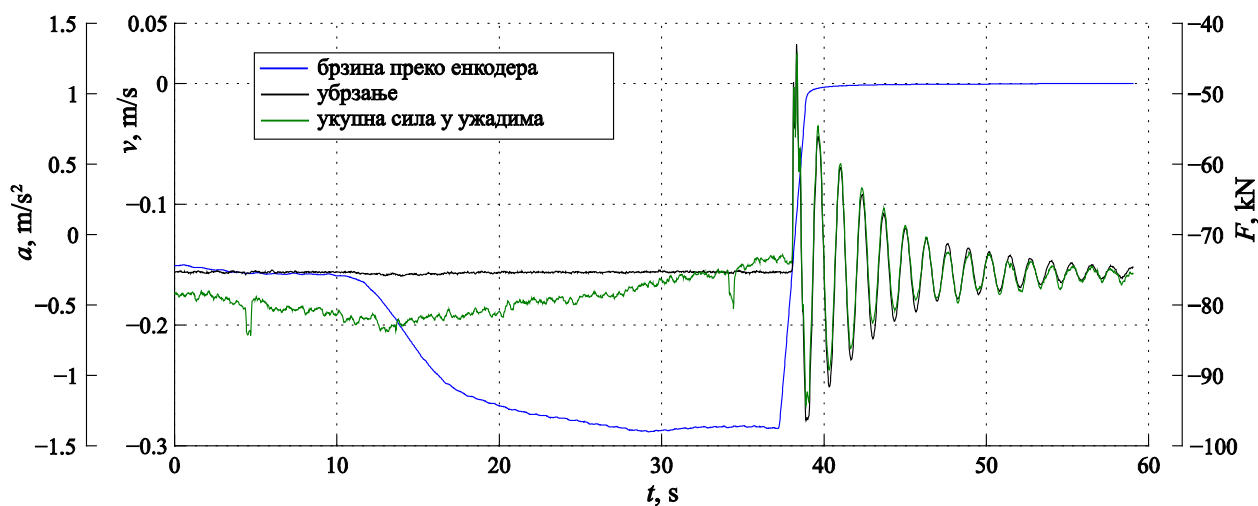
Слика П.4. Збирни дијаграм који одговара мерењима приликом спуштања празног коша – датотека Б.005



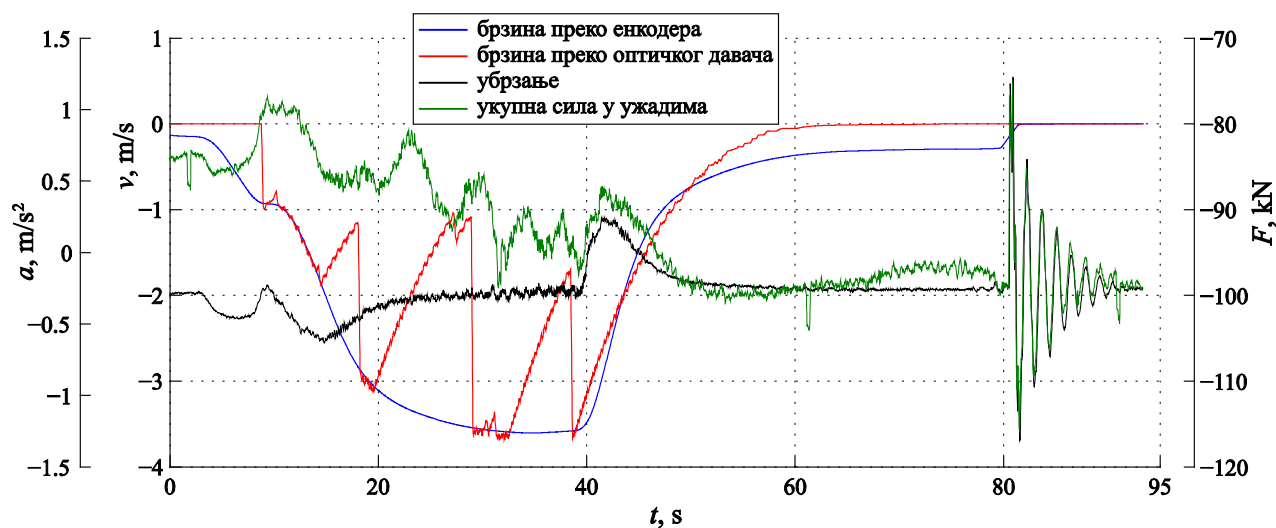
Слика П.5. Збирни дијаграм који одговара мерењима приликом дизања празног коша, са наглим заустављањем – датотека Б.007



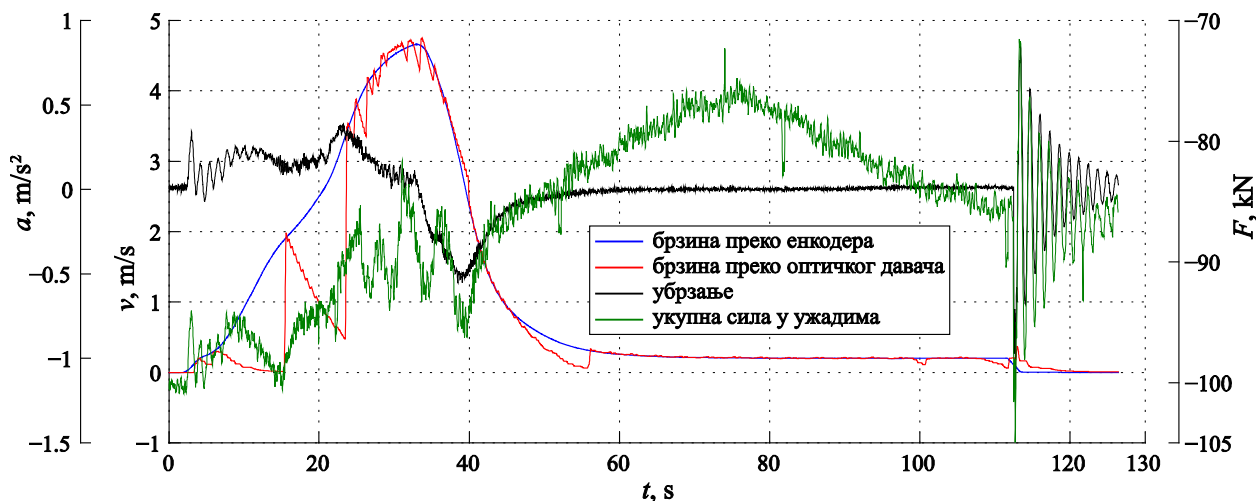
Слика П.6. Збирни дијаграм који одговара мерењима приликом дизања празног коша, са наглим заустављањем – датотека Б.008



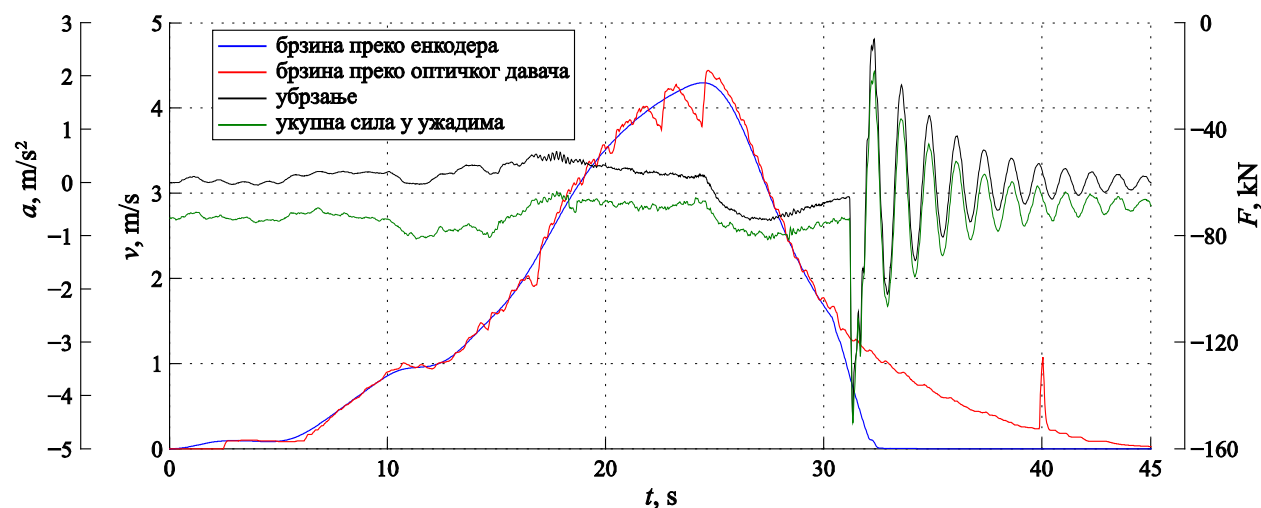
Слика П.7. Збирни дијаграм који одговара мерењима приликом спуштања празног коша – датотека Б.009



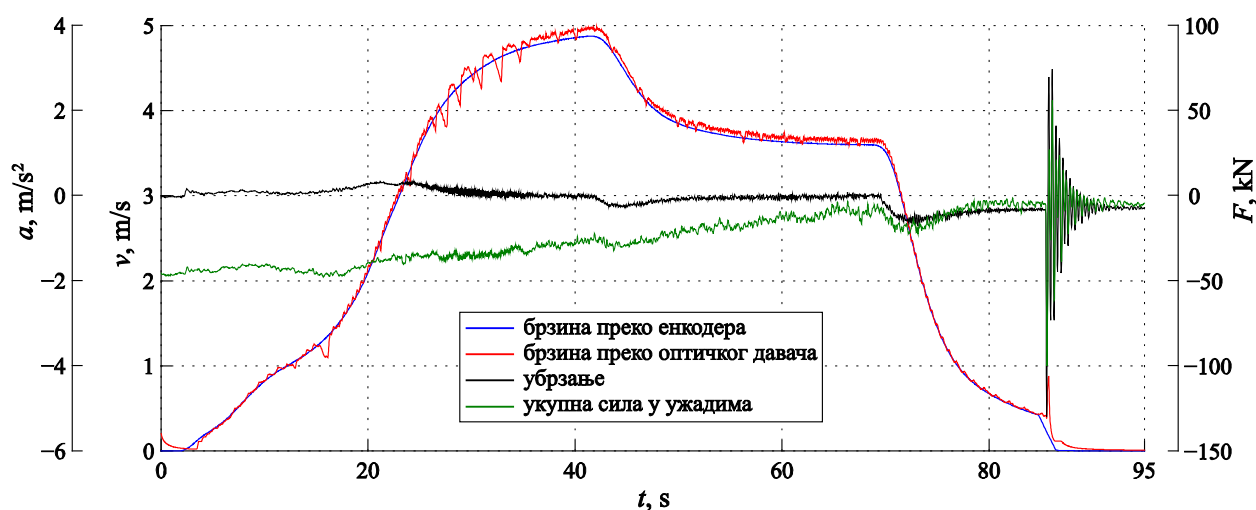
Слика П.8. Збирни дијаграм који одговара мерењима приликом спуштања празног коша (без људи на њему), ради утовара терета – датотека Б.010-1



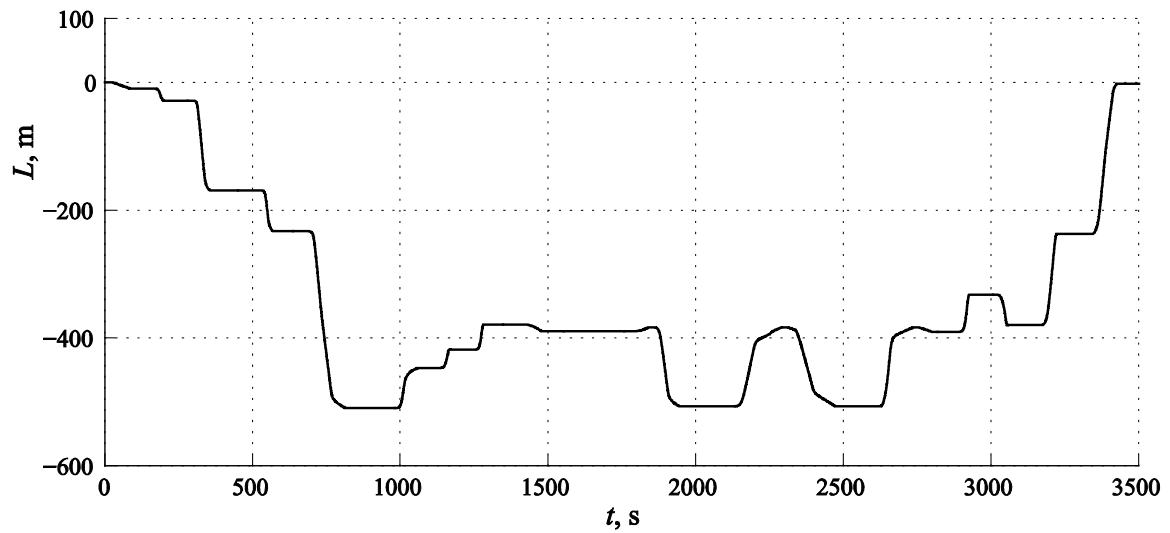
Слика П.9. Збирни дијаграм који одговара мерењима приликом дизања празног коша (без људи на њему), након истовара терета – датотека Б.010-3



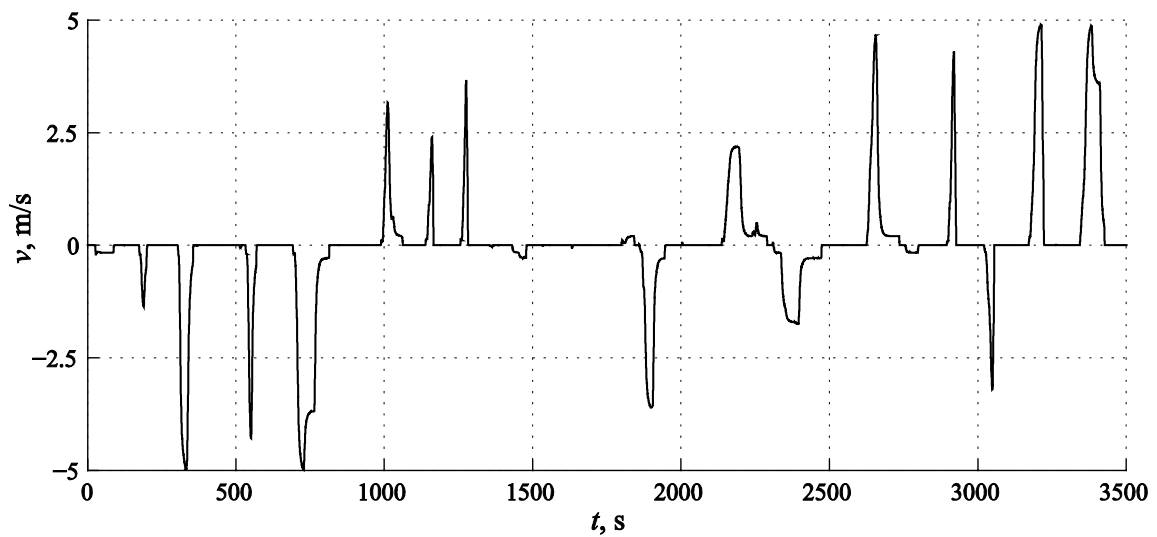
Слика П.10. Збирни дијаграм који одговара мерењима приликом дизања празног коша, са наглим заустављањем – датотека Б.011



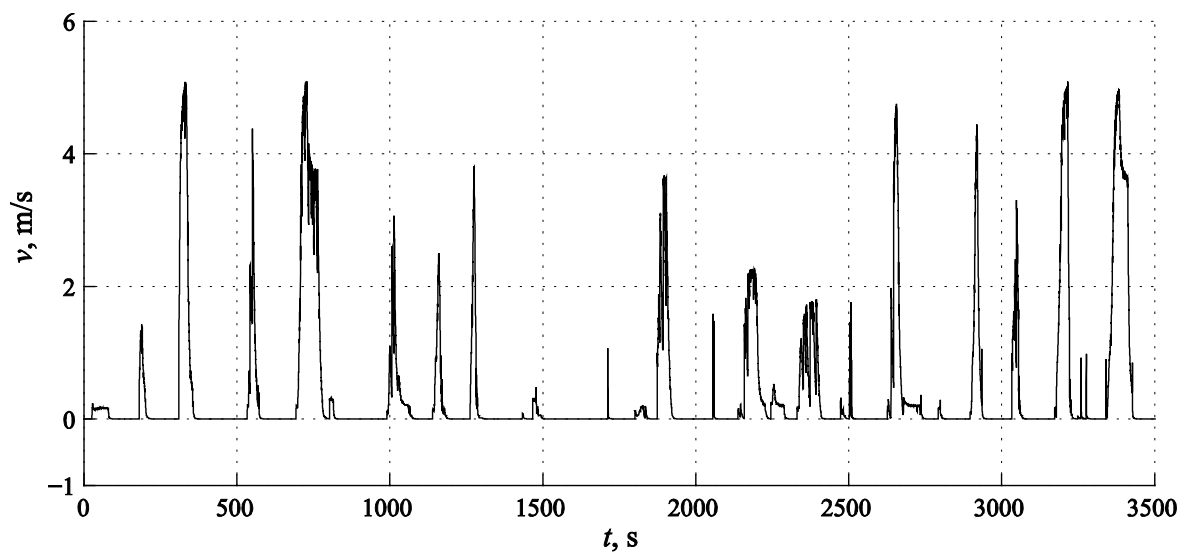
Слика П.11. Збирни дијаграм који одговара мерењима приликом дизања празног коша, долазај у почетни ниво(крај мерења) – датотека Б.014



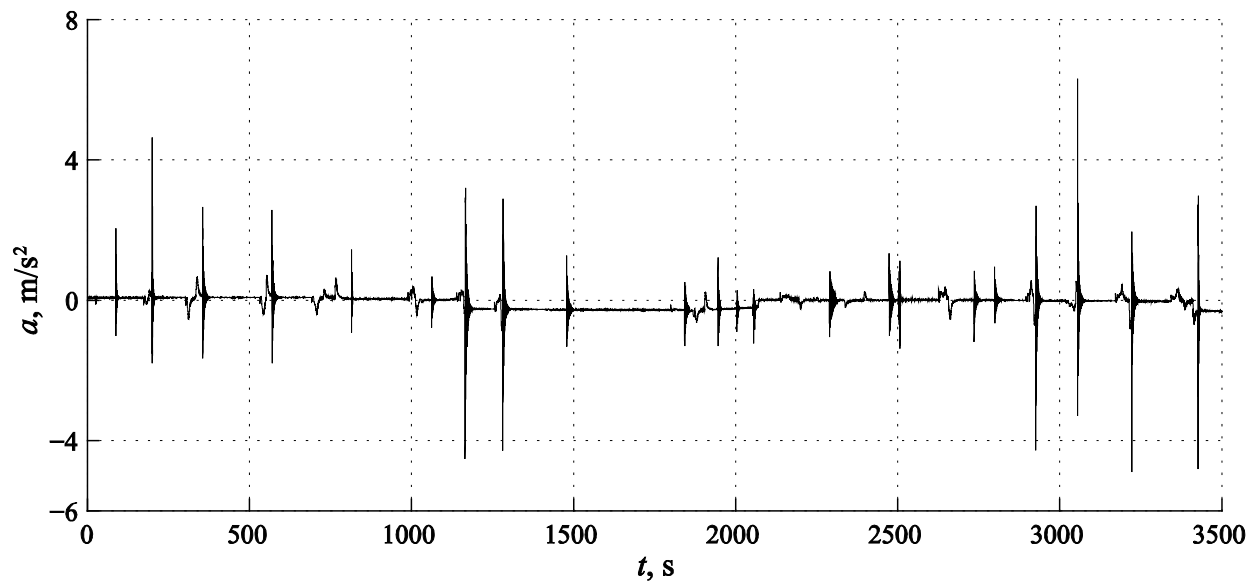
Слика П.12. Пређени пут коша у току трајања целог мерења



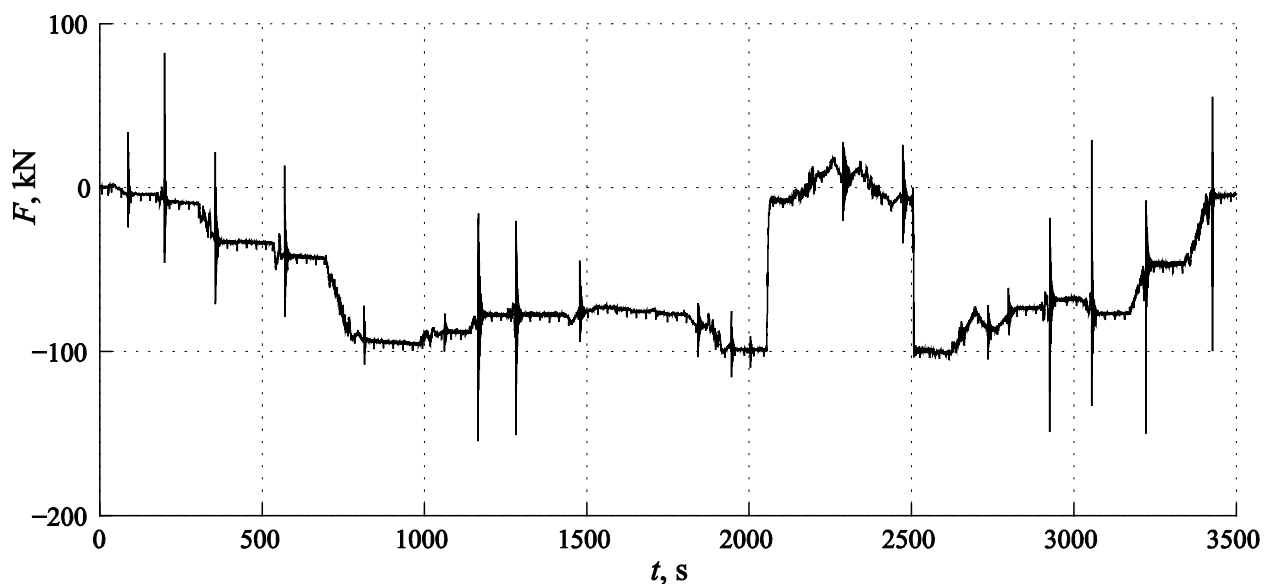
Слика П.13. Промена брзине коша у току трајања целог мерења, добијена преко инкременталног енкодера



Слика П.14. Промена брзине коша током мерења, добијена преко оптичког сензора



Слика П.15. Промена убрзања коша у току трајања целог мерења



Слика П.16. Промена укупне силе у носећим ужадима у току трајања целог мерења