Универзитет „Унион – Никола Тесла“
Факултет за градитељски менаџмент

Смиљана П. Котур

Вибрације лаких челичних међуспратних конструкција у префабрикованим објектима и утицај неконструктивних зидова на њихове модалне карактеристике

~докторска дисертација~

Београд, 2016.

University “Union – Nikola Tesla”
Faculty of Construction Management

Smiljana P. Kotur

Vibrations of Lightweight Steel Floors in Prefabricated Buildings and Effects of Non-Structural Walls on Their Modal Properties

~doctoral dissertation~

Belgrade, 2016.

Ментор докторске дисертације:
Др. Александар Павић, редовни професор
Факултет за градитељски менаџмент
Универзитета „Унион-Никола Тесла“

Чланови комисије за одбрану докторске дисертације:

Др Славко Божиловић, професор емеритус
Факултет за градитељски менаџмент
Универзитета „Унион-Никола Тесла“

Др Радомир Фолић, професор емеритус
Факултет техничких наука
Универзитета у Новом Саду

Др Александар Вег, редовни професор
Машински факултет
Универзитета у Београду

Др Сузана Копривица, редовни професор
Факултет за градитељски менаџмент
Универзитета „Унион-Никола Тесла“

Датум одбране:

Вибрације лаких челичних међуспратних конструкција у префабрикованим објектима и утицај неконструктивних зидова на њихове модалне карактеристике

Сажетак:

Светско тржиште префабрикованих објеката са конструкцијом од хладно обликованих челичних профила (ХОП) приметно расте. Намена префабрикованих објеката више није искључиво пословна и индустријска, већ је све више везана за секторе, као што су: становање, образовање и здравство. Ипак, значајно мања маса конструкција од ХОП у односу на конвенционалне конструкције често има за последицу појаву непријатних вибрација изазваних кретањем људи или радом машина. Сходно томе, гранична стања употребљивости према вибрацијама често постају главни критеријум при пројектовању међуспратних конструкција од ХОП.

Вибрације таваница са конструкцијом од ХОП су до сада углавном експериментално испитиване, док су за прорачун њихових модалних својстава коришћени аналитички модели намењени дрвеним и стандардним спрегнутим таваницама са конструкцијом од топло ваљаних челичних профила. Велика одступања аналитичких од експерименталних резултата у досадашњим истраживањима указују на неопходност развијања аналитичких/нумеричких модела који ће узети у обзир специфичности конструкција од ХОП. Поред тога, утицај неконструктивних зидова на модална својства међуспратних конструкција се редовно при прорачунима занемарује, те не постоји много истраживања и препорука везаних за њихово моделирање.

Истраживање спроведено у оквиру ове дисертације обухвата динамичко тестирање прототипа префабриковане зграде, развијање нумеричких модела заснованих на методи коначних елемената (МКЕ) и унапређење нумеричких модела применом методе *FE model updating*-а. При томе, истраживање је обухватало две фазе: 1) експериментално испитивање и МКЕ анализу објекта без преградних зидова (прва конфигурација) и 2) тестирање и МКЕ анализу објекта са преградним зидовима (друга конфигурација). Почетни МКЕ модели за обе конфигурације развијени су на основу препорука и постојећих модела садржаних у релевантној научној литератури.

Разлике између измерених и нумеричких модалних карактеристика су за почетни МКЕ модел прве конфигурације биле значајне (чак 41%). Како варирањем параметара у оквиру *FE model updating*-а нису постигнути задовољавајући резултати, било је неопходно развити нову стратегију моделирања. Уведене су полу-круте везе на контакту између плоче и греда, затим, између попречних и главних греда, као и између главних греда и стубова. Допринос фасадних зидова крутости конструкције је

умањен увођењем полу-крутих веза на контакту зидова са конструктивним рамом објекта. Варирањем параметара у поступку *FE model updating*-а постигнута је идеална сагласност МКЕ и експерименталних сопствених фреквенција (<0,2%), док су све MAC вредности веће од 90%. Сходно томе, развијена стратегија моделирања је оцењена као прецизна и поуздана.

Разлике између измерених и МКЕ модалних својстава за почетни модел друге конфигурације квантитативно нису биле велике, али квалитативно јесу. Стога се приступило развоју МКЕ модела преградних зидова који ће боље одразити модално понашање реалне конструкције. Вертикалне опруге којима су преградни зидови представљени у почетном моделу замењене су знатно комплекснијим моделом који је обухватио и интеракцију зида са таваницама и фасадним зидовима, као и интеракцију компоненти унутар зида. Коначне разлике између нумеричких и експерименталних сопствених фреквенција добијене варирањем параметара у оквиру поступка *FE model updating*-а су незнатне (<0,7%), док су све MAC вредности изнад 89%. Развијени МКЕ модел преградних зидова је адекватно и квалитетно представио реални систем.

Нумерички модели, процедуре за прорачун крутости веза, као и коначне вредности непоузданих параметара добијене у поступку *FE model updating*-а могу послужити у будућности инжењерима и научним истраживачима при пројектовању сличних међуспратних конструкција од ХОП где ће употребљивост према вибрацијама сасвим извесно бити главни критеријум пројектовања.

Кључне речи: модална анализа, вибрације, префабрикован објекат, лаке челичне таванице, неконструктивни зид

Научна област: Техничко-технолошке науке, грађевинарство

Ужа научна област: Конструкције у грађевинарству, грађевинске вибрације

УДК број:

Vibrations of Lightweight Steel Floors in Prefabricated Buildings and Effects of Non-Structural Walls on Their Modal Properties

Abstract:

The global market of prefabricated buildings with cold-formed steel (CFS) framing is growing markedly. The use of prefabrication is no more related exclusively to commercial and industrial building applications, as they are increasingly popular in the health, education, and residential construction markets. However, the reduced weight of CFS structures makes them susceptible to excessive vibrations induced by human activities or machinery. Hence, vibration serviceability often proves to be a governing criterion in the design of lightweight steel floors.

The vibration performance of CFS framed floors has been mainly investigated experimentally, while the calculation of their modal properties has been mostly performed using the design guides pertinent to timber and standard composite floors. Great differences between the experimental and analytical results, which are reported in the relevant scientific literature, indicate the importance of the analytical/numerical models development that will take into account specific features of the CFS floors. Additionally, the effects of the non-structural walls on the floor modal properties had been regularly neglected in vibration serviceability checks which led to very little research and lack of information about their modelling.

Research presented in this doctoral dissertation comprises dynamic testing of the prefabricated building prototype, development of the numerical models based on the finite element (FE) method, and improvement of the numerical models using FE model updating technique. The investigations were conducted in two phases: 1) dynamic testing and numerical analysis of the prototype building without partition walls (first configuration) and 2) experimental investigations and numerical analysis of the prototype building with partition walls (second configuration). Initial FE models for both configurations were developed following recommendations and guidelines provided in the relevant scientific literature.

Differences between the natural frequencies calculated by the initial FE model and their experimental counterparts were up to 41% in the case of the first configuration. Despite the fact that FE model was considerably improved by FE model updating, differences remained quite high and the new modelling strategy was needed. Thus, partial interaction at the slab-beam contact, semi-rigid connections between the joists and main beams, as well as, semi-rigid joints between the main beams and columns were incorporated in the FE model. The contribution of the façade walls to the overall stiffness of the building was reduced by

insertion of the semi-rigid connections, i.e. vertical springs, between the walls and the structural frame. The first four natural frequencies matched ideally (differences less than 0,2%) and all MAC values were above 90%.

As for the second configuration, differences between the natural frequencies predicted by the initial FE model and the measured ones were not high. However, the initial FE model did not manage to capture the main features of the measured modes. Thus, the new FE model of the partition walls was developed in order to reflect more accurately the modal behaviour of the real structure. Vertical springs that represented the partition wall in the initial FE model were substituted by the more complex model which included the interaction between the partition and the floors/façade walls, as well as, the interaction between the components of the partition wall. After the model had been improved by FE model updating the differences between experimental and numerical natural frequencies were negliable (<0,7%) and MAC values for the all natural modes were above 89%.

Developed numerical models, procedures for the calculation of the connections stiffness, and final values of the uncertain parameters obtained in the FE model updating process can be used for future design of similar lightweight steel floors in prefabricated buildings where vibration serviceability will be their governing design criterion.

Keywords: modal analysis, vibration, prefabricated building, lightweight steel floor, non-structural wall

Scientifis field: Technical sciencies, civil engineering

Narrow scientific field: Structural engineering, vibration engineering

UDC number:

Садржај

Сажетак 4
Abstract 6
Списак ознака 10
Списак скраћеница 15
Списак слика 16
Списак табела 21
1. Увод 22
1.1. Гранично стање употребљивости према вибрацијама 23
1.1.1. Кључни елементи анализе вибрација 25
1.2. Опис предмета истраживања 27
1.2.1. Вибрације лаких челичних таваница 27
1.2.2. Утицај неконструктивних зидова на модална својства лаких челичних таваница 29
1.3. Циљеви истраживања, полазне хипотезе и примењена методологија 31
1.3.1. Циљеви истраживања 31
1.3.2. Полазне хипотезе 33
1.3.3. Примењена методологија 34
1.4. Очекивани резултати и доприноси истраживања 34
1.5. Структура докторске дисертације 34
2. Преглед литературе 36
2.1. Вибрације лаких таваница 36
2.1.1. Дрвене таванице 37
2.1.2. Спрегнуте таванице са ХОП 44
2.2. Утицај преградних зидова на модално понашање међуспратних конструкција 61
3. Динамичко тестирање 77
3.1. Опис испитиваног објекта 77

3.2. Методологија тестирања 83
3.3. Резултати мерења и процена модалних карактеристика 86
3.3.1. Прва конфигурација 86
3.3.2. Друга конфигурација 95
4. МКЕ моделирање 101
4.1. МКЕ модел тестираног објекта 102
4.1.1. Прва конфигурација 103
4.1.2. Друга конфигурација 132
5. Метода *FE model updating*-а 142
5.1. Теоријска основа *FE model updating*-а 144
5.2. Design Optimisation модул у програму ANSYS 147
5.3. Примена метода садржаних у Design Optimisation модулу програма ANSYS у поступку *FE model updating*-а 154
6. Резултати 155
6.1. Прва конфигурација 155
6.1.1. Модел 1-1 155
6.1.2. Модел 1-2 162
6.2. Друга конфигурација 165
6.2.1. Модел 2-1 165
6.2.2. Модел 2-2 169
6.2.3. Модел 2-3 170
7. Закључак 176
Литература 180
Прилог 190
Биографија са библиографијом 191

Списак ознака

Мала слова

a_0, a_i, b_{ij} - коефицијенти полинома у изразу за приближну функцију циља $\hat{f}\ (x)$
a_1, a_2 - коефицијенти у изразима за одређивање положаја неутралних линија појединачних делова попречног пресека спрегнуте греде код које је постигнуто делимично садејство греде и плоче
c - дужина корака профилисаног челичног лима у хоризонталном правцу; флексибилност смичућег споја састављеног од два танка лима ($t < 8mm$) и завртња
$d^{(j)}$ - градијентни вектор у j-ој итерацији
$f(x)$ - функција циља
$\hat{f}(x)$ - приближна функција циља
$f^{(j)}$ - вредност стварне функције циља добијена за j-ти сет независних променљивих
$\hat{f}^{(j)}$ - вредност приближне функције циља добијена за j-ти сет независних променљивих
$f^{(b)}$ - најбоље решење, односно најмања вредност функције циља у свим дотадашњим итерацијама
f_0 – сопствена фреквенција основног тона; референтна вредност приближне функције циља која је уведена како би се постигла конзистентност јединица мере у оквиру израза за $F(x, p_k)$,
$f_c(\theta)$ - нумерички одређене сопствене фреквенције као функције вектора непоузданих параметара θ
f_e - експериментално одређене сопствене фреквенције
f_i – сопствена фреквенција i –ог тона
g - гравитационо убрзање
$g_i(x)$ - зависна променљива којој је задато функционално ограничење у виду горње границе подручја допустивих решења
$\hat{g}_i(x)$ - приближна зависна променљива којој је задато функционално ограничење у виду горње границе подручја допустивих решења
$\overline{g}_i$ - горња граница подручја допустивих решења за функционално ограничење задато зависној променљивој $g_i(x)$
h - крак сила у изразу за одређивање укупне ротационе крутости k везе између попречне и главне греде
$h_i(x)$ - зависна променљива којој је задато функционално ограничење у виду доње границе подручја допустивих решења
$\hat{h}_i(x)$ - приближна зависна променљива којој је задато функционално ограничење у виду доње границе подручја допустивих решења

$\underline{h}_i$ - доња граница подручја допустивих решења за функционално ограничење задато зависној променљивој $h_i(x)$
h_p – учесталост корака, фреквенција хода
h_1, h_2 – растојања тежишта појединачних делова попречног пресека спрегнуте греде у односу на заједничку неутралну осу
i - редни број
j – редни број
k - модул клизања спојног средства у смичућем споју; укупна ротациона крутост везе између попречне и главне греде; крутост смичућег споја састављеног од два танка лима ($t < 8mm$) и завртња; број подитерација у којима се вредност параметра казне p_k мења од мањих ка већим вредностима
k_1, k_2, k_3, k_4, k_5 - крутости појединачних опруга у изразу за укупну ротациону крутост везе између попречне и главне греде
m – маса по јединици дужине; укупан број сопствених тонова обухваћених у поступку *FE model updating*-а
m_1 – укупан број функционалних ограничења која се односе на зависну променљиву $g_i(x)$
m_2 – укупан број функционалних ограничења која се односе на зависну променљиву $h_i(x)$
m_3 - укупан број функционалних ограничења која се односе на зависну променљиву $w_i(x)$
n – укупан број непоузданих параметара θ_j; укупан број независних променљивих x_i у оквиру једног сета (вектора x); коефицијент којим се уводи утицај положаја смичуће равни у односу на навој завртња код смичућег споја састављеног од два танка лима ($t < 8mm$) и завртња
n_d - укупан број сетова независних променљивих (вектора x)
n_s – укупан број итерација
n_{si} – укупан број сукцесивних недопустивих решења
p_k - параметар казне
q - параметар казне
s - растојање између спојних средстава у смичућем споју
s_j - величина померања, односно промена интензитета вектора независних променљивих $x^{(j)}$ у оквиру j-те итерације
$s_j{}^*$ - максимално померање, односно максимална промена интензитета вектора независних променљивих $x^{(j)}$ у оквиру j-те итерације
t – дебљина плоче
t_1, t_2 - дебљине танких лимова у изразу за флексибилност смичућег споја састављеног од два танка лима ($t < 8mm$) и завртња

$w_i(x)$ - зависна променљива којој је задато функционално ограничење у виду доње и горње границе подручја допустивих решења
$\widehat{w}_i(x)$ - приближна зависна променљива којој је задато функционално ограничење у виду доње и горње границе подручја допустивих решења
$\underline{w}_i$ и $\overline{w}_i$ - доња и горња граница подручја допустивих решења за функционално ограничење задато зависној променљивој $w_i(x)$ (ознака са цртицом испод одговара доњој граници, а ознака са цртицом изнад односи се на горњу границу)
x - вектор независних променљивих
x_i - i -та независна променљива у оквиру једног сета (вектора x)
$\underline{x}_i$, $\overline{x}_i$ - доња и горња граница подручја прегледа или варијационог интервала за независну променљиву x_i
$x^{(b)}$ - вектор независних променљивих који одговара најбољем решењу
$x^{(j)}$ - почетни вектор независних променљивих у j-ој итерацији који се варира све док се не добије минимум $\tilde{F}^{(j)}$
$\tilde{x}^{(j)}$ - вектор независних променљивих који одговара минимуму $\tilde{F}^{(j)}$ у j-ој итерацији
z_T – положај тежишта попречног пресека
$z_{T,x}$ – положај тежишта попречног пресека у X-Z равни
$z_{T,y}$ - положај тежишта попречног пресека у Y-Z равни

Велика слова

A – површина попречног пресека
A_x – површина попречног пресека плоче у равни X-Z
A_y - површина попречног пресека плоче у равни Y-Z
C - параметар у матрици елемента MATRIX27 који се варира у процесу *FE model updating*-а
D_x - крутост на савијање ортотропне плоче око X осе
D_y - крутост на савијање ортотропне плоче око Y осе
D_{xy} - торзиона крутост ортотропне плоче
E – модул еластичности, Young-ов модул
E_x – модул еластичности за савијање око X осе
E_y– модул еластичности за савијање око Y осе
E^2 - функција грешке која се минимизује при апроксимацији функције циља $f(x)$
EX/EY – коефицијент ортотропије
$F(x, p_k)$ - проширена, приближна функција циља
$\tilde{F}^{(j)}$ - минимум проширене, приближне функције циља у j-ој итерацији
$G(\hat{g}_i)$ - казнена функција која одговара функционалном ограничењу са приближном зависном променљивом $\hat{g}_i$

G_{xy} - модул клизања
$H(\hat{h}_i)$ - казнена функција која одговара функционалном ограничењу са приближном зависном променљивом $\hat{h}_i$
I - момент инерције
I_2 – сопствени момент инерције корака профилисаног челичног лима око тежишне хоризонталне осе
I_{grede} - момент инерције попречног пресека челичне греде у оквиру спрегнуте греде са делимичним садејством греде и плоче
I_{ploce} - момент инерције попречног пресека плоче
$I_{sadej.deo\ ploce}$ - момент инерције попречног пресека садејствујућег дела плоче у оквиру спрегнуте греде са делимичним садејством греде и плоче
I_x - момент инерције попречног пресека око X осе
I_y, IY - момент инерције попречног пресека око Y осе
I^s - сопствени момент инерције
I^p - положајни момент инерције
$J(\theta)$ - функција циља у процесу *FE model updating*-а
K – крутост
L – дужина, распон; стварна дужина корака профилисаног челичног лима
M – маса; маса по јединици површине; момент савијања
M_i, M_j – момент у чвору i и момент у чвору j елемента MATRIX27
N_s – максималан дозвољени број итерација
N_{si} - максималан дозвољени број сукцесивних недопустивих решења
P – концентрисана сила
$P_x(x_i)$, $P_g(g_i)$, $P_h(h_i)$, $P_w(w_i)$ - казнене функције
$Q(x, q)$ - проширена, бездимензионална функција циља
∇Q - градијент проширене, бездимензионалне функције циља
RAD – радијус, полупречник
ROTX - ротација око X осе
ROTY - ротација око Y осе
ROTZ - ротација око Z осе
S - матрица осетљивости
S_{max} – процентуални део максималног померања $s_j{}^*$
THK – дебљина плоче
UX – померање у правцу X осе
UY - померање у правцу Y осе
UZ - померање у правцу Z осе
W – ширина таванице у основи

$W(\widehat{w}_i)$ - казнена функција која одговара функционалном ограничењу са приближном зависном променљивом $\widehat{w}_i$
$X(x_i)$ - казнена функција која одговара функционалном ограничењу са независним променљивим x_i
X, Y, Z – ознаке координатних оса у Декартовом координатном систему

Грчки алфабет

α_i- дозвољена одступања у оквиру функционалних ограничења која се односе на зависну променљиву $g_i(x)$
β_i - дозвољена одступања у оквиру функционалних ограничења која се односе на зависну променљиву $h_i(x)$
γ_i - дозвољена одступања у оквиру функционалних ограничења која се односе на зависну променљиву $w_i(x)$
γ_1, γ_2 – коефицијенти у изразима за одређивање положаја неутралних линија појединачних делова попречног пресека спрегнуте греде код које је постигнуто делимично садејство греде и плоче
Δ – померање, угиб
$\Delta\theta_j$ - коначна промена j-ог непоузданог параметра
Δf_{ci} - коначна промена i-те нумеричке сопствене фреквенције услед коначне промене j-ог непоузданог патраметра $\Delta\theta_j$
ζ – фактор пригушења
θ - вектор непоузданих параметара
θ_j - j-ти непоуздани параметар у оквиру вектора θ
ν - Poisson–ов коефицијент
ν_{xy} - Poisson–ов коефицијент за савијање око X осе
ν_{yx} - Poisson–ов коефицијент за савијање око Y осе
π – математичка константа
ρ – густина материјала
ρ_i - толеранција за i-ту независну променљиву (уколико је разлика између вредности независне променљиве x_i у две сукцесивне итерације мања од ρ_i постигнута је конвергенција у процесу оптимизације)
τ - толеранција за функцију циља (уколико је разлика између вредности функције циља добијених у две сукцесивне итерације мања од τ постигнута је конвергенција у процесу оптимизације)
φ – укупна ротација унутар везе између попречне и главне греде
φ_i, φ_j – ротација у чвору i и ротација у чвору j елемента MATRIX27
$\phi^{(j)}$ - тежински коефицијент за j-ти сет независних променљивих у изразу за E^2

Списак скраћеница

Ћирилично писмо

2Д – дводимензионални
3Д - тродимензионални
КЕ – коначни елемент
МКЕ – метода коначних елемената
САД – Сједињене Америчке Државе
ТВП – топло ваљани профили
ТП – тест позиција
ХОП – хладно обликовани профили

Латинично писмо

AISC – American Institute of Steel Construction
ANSYS – Analysis Systems
ASCE – American Society of Civil Engineers
ASD – Acceleration Spectral Density
ATC – Applied Technology Council
DOF - Degree of Freedom
DFAP – Dynamic Floor Analysis Program
EMA - Experimantal Modal Analysis
FE – finite element
FRF – Frequency Response Function
IBC – International Building Code
ID – идентификациони број
LUSAS – London University Stress Analysis System
MAC – Modal Assurance Criterion
MDOF – Multi Degree of Freedom
MIMO – Multi Input Multi Output
MMIF - Multivariate Mode Indicator Function
NAFFAP - Natural Frequency Floor Analysis Program
OSB – Oriented Strand Board
PSD – Power Spectral Density
r.m.s. – root mean square
SDOF – Single Degree of Freedom
SOFiSTiK – Software für Statik und Konstruktion

Списак слика

Слика 1: Дрвена таваница испитивана у раду Ohlsson-а (1982) 38

Слика 2: Први тип лаке челичне таванице тестиране у оквиру докторске тезе Ohlsson-а (1982): а) FRF дијаграм, б) ASD дијаграми за тестове са силом ходања и трчања и в) ASD дијаграм за *heel-drop* тест 46

Слика 3: Таваница са конструкцијом од ХОП испитивана у раду Xu *et al.* (2000)..... 49

Слика 4: PSD дијаграми за тест са џаком песка (Xu *et al.*, 2000): а) PSD дијаграми за убрзања измерена дуж једне греде и б) PSD дијаграми за убрзања измерена дуж Y осе на различитим гредама..... 51

Слика 5: Сопствени облици тонова: а) симетричан тон и б) антиметричан тон..... 52

Слика 6: Duragal таваница испитивана у раду Zhao *et al.* (2001)..... 55

Слика 7: Сопствени облик основног тона Duragal таванице испитиване у раду Zhao *et al.* (2001) 56

Слика 8: Основа дрвене међуспратне конструкције тестиране у раду Hu & Tardif (1999) 63

Слика 9: Различити распореди преградних зидова (Hu & Tardif, 1999): а) полу-преграда постављена у правцу решеткастих носача, б) полу-преграда постављена у правцу управном на правац пружања решеткастих носача и в) две полу-преграде инсталиране у оба правца 64

Слика 10: Распоред неконструктивних зидова у раду Alikhail *et al.* (1999) (основа тестиране таванице)..... 66

Слика 11: Претходно напрегнута бетонска плоча тестирана у оквиру докторске дисертације Falati (1999)..... 67

Слика 12: Распоред полу-преграда (Falati, 1999): а) полу-преграде постављене у правцу управном на главни правац, б) полу-преграде постављене у главном правцу и в) полу-преграде инсталиране у главном и попречном правцу 69

Слика 13: Деформација полу-преграда у основном сопственом тону тестиране плоче (Falati, 1999): а) обртање полу-преграда инсталираних у попречном правцу, б) деформација полу-преграда постављених у подужном правцу и в) бочно осциловање полу-преграда постављених у попречном правцу 70

Слика 14: Измењени сопствени облик основног тона тестиране плоче услед ангажовања преграде пуне висине (Falati, 1999): а) деформација преградног зида при притиску (полу-осцилација плоче на доле) и б) деформација преградног зида при затезању (полу-осцилација плоче на горе) 71

Слика 15: Спољашњи изглед тестиране префабриковане зграде 78

Слика 16: Конструктивни систем испитиваног објекта 79

Слика 17: Попречни пресеци линијских елемената 79

Слика 18: Попречни пресеци површинских елемената 80

Слика 19: Пресек таванице на првом спрату 81

Слика 20: Распоред преградних зидова 82

Слика 21: Потконструкција преградног зида 82

Слика 22: Попречни пресеци хоризонталних и вертикалних ХОП у оквиру потконструкције преградног зида 83

Слика 23: Попречни (хоризонтални) пресек преградног зида: а) 'Тип 1' и б) 'Тип 2' .. 83

Слика 24: Мрежа ТП развијена за аплицирање силе и мерење убрзања на тавници на првом спрату префабриковане зграде 86

Слика 25: FRF криве које одговарају убрзањима измереним у 25 ТП за референтне позиције ТП9 и ТП12 (прва конфигурација) 87

Слика 26: Провера реципроцитета између ТП9 и ТП12 (прва конфигурација) 88

Слика 27: Резултати *curve-fitting*-а спроведеног у програму ME'scope (Vibrant technology, 2012) за 25 FRF кривих са референтном позицијом ТП9 (прва конфигурација) 89

Слика 28: Експериментално одређени сопствени тонови за прву конфигурацију 91

Слика 29: Дијаграм стабилности за 25 FRF кривих које одговарају референтној позицији ТП9 (прва конфигурација)..... 93

Слика 30: Измерена убрзања услед силе ходања у временском домену 95

Слика 31: FRF криве које одговарају убрзањима измереним у 25 ТП за референтне позиције ТП9 и ТП12 (друга конфигурација)..... 96

Слика 32: Провера реципроцитета између ТП9 и ТП12 (друга конфигурација) 97

Слика 33: Резултати *curve-fitting*-а спроведеног у програму ME'scope (Vibrant technology, 2012) за 25 FRF кривих са референтном позицијом ТП9 (друга конфигурација) 98

Слика 34: Експериментално одређени сопствени тонови за другу конфигурацију 98

Слика 35: Дијаграм стабилности за 25 FRF кривих које одговарају референтној позицији ТП9 (прва конфигурација)..... 99

Слика 36: Попречни пресек спрегнуте плоче у X правцу: а) бетонски део пресека и б) челични део пресека 105

Слика 37: Карактеристике спрегнуте плоче за прорачун момента инерције око Y осе: а) греда променљивог попречног пресека, б) усвојен модел греде променљивог попречног пресека, в) попречни пресек деонице 1 у Y правцу и г) попречни пресек деонице 2 у Y правцу 108

Слика 38: Карактеристике кровног панела 111

Слика 39: Распоред и идентификациони бројеви полу-крутих веза на контакту спрегнутих плоча и греда, попречних и главних греда, као и главних греда и стубова у Моделу 1-2 121

Слика 40: Распоред и идентификациони бројеви полу-крутих веза на контакту фасадних зидова и конструктивног рама у Моделу 1-2 122

Слика 41: Дијаграми дилатација у пресеку спрегнуте греде: а) нема садејства, б) делимично садејство и в) пуно спрезање између плоче и греде 124

Слика 42: Детаљи веза 128

Слика 43: Деформација везе између попречне и главне греде услед деловања момента савијања који затеже горње влакно попречне греде 128

Слика 44: Компоненте везе које учествују у деформацији и усвојени модел полу-круте везе са опругама у затегнутој и притиснутој зони 129

Слика 45: MATRIX27 (Ansys Inc, 2005) 131

Слика 46: Матрица крутости за полу-круту везу између главне греде и стуба (ротациона оруга око X осе) 132

Слика 47: Усвојен модел преградног зида у Моделу 2-1 133

Слика 48: Вертикална, аксијална деформација преградног зида изложеног вибрацијама подне таванице: а) затезање и б) притисак 134

Слика 49: Усвојен модел преградног зида у Моделу 2-2 137

Слика 50: Распоред и идентификациони бројеви полу-крутих веза између преградног зида и зграде у Моделу 2-3 138

Слика 51: Распоред и идентификациони бројеви полу-крутих веза између гипсаних панела и потконструкције преградног зида у Моделу 2-3 139

Слика 52: Ротација гипсаних облога као крутих тела: а) смицање поља потконструкције преградног зида услед хоризонталне силе која делује на врху и б) смицање поља потконструкције преградног зида услед верикалних вибрација подне таванице 141

Слика 53: Сопствени тонови одређени помоћу почетног Модела 1-1 156

Слика 54: Упарени експериментални и нумерички сопствени тонови одређени помоћу почетног Модела 1-1 (прва конфигурација)..... **Error! Bookmark not defined.**

Слика 55: Анализа осетљивости сопствених фреквенција почетног Модела 1-1 услед повећања вредности непоузданих параметара за 1%..... 159

Слика 56: Сопствени тонови одређени помоћу Модела 2-1 166

Слика 57: Деформација преградног зида у трећем експериментално одређеном сопственом тону: а) модел преградног зида усвојен у Моделу 2-1 и б) реалан преградни зид..... 168

Слика 58: Сопствени тонови одређени помоћу Модела 2-2 170

Слика 59: Сопствени тонови одређени помоћу Модела 2-3 172

Слика 60: Закивци употребљени за везу између преградног и фасадног зида..... 174

Списак табела

Табела 1: Коефицијенти пригушења у зависности од уређења канцеларије (Hewitt & Murray, 2004) 62

Табела 2: Материјали 104

Табела 3: Карактеристике делова попречног пресека спрегнуте плоче у X правцу .. 105

Табела 4: Карактеристике делова попречног пресека кровног панела у X и Y правцу 113

Табела 5: Карактеристике делова попречног пресека фасадног зида 116

Табела 6: Прорачун укупне вертикалне крутости и масе преградних зидова ‘Тип 1’ и ‘Тип 2’ 135

Табела 7: Непоуздани параметри изабрани за анализу осетљивости 157

Табела 8: Непоуздани параметри варирани у поступку *FE model updating*-а са циљем унапређења Модела 1-1 161

Табела 9: Поређење експерименталних и нумеричких модалних карактеристика након извршеног унапређења Модела 1-1 применом методе *FE model updating*-а ... 162

Табела 10: Непоуздани параметри варирани у поступку *FE model updating*-а са циљем унапређења Модела 1-2 163

Табела 11: Поређење експерименталних и нумеричких модалних карактеристика након извршеног унапређења Модела 1-2 применом методе *FE model updating*-а ... 163

Табела 12: Поређење експерименталних и нумеричких модалних карактеристика израчунатих помоћу Модела 2-1, Модела 2-2 и унапређеног Модела 2-3 применом методе *FE model updating*-а 167

Табела 13: Непоуздани параметри варирани у поступку *FE model updating*-а са циљем унапређења Модела 2-3 171

1. Увод

Префабрикација се данас сматра једним од кључних покретача развоја грађевинске индустрије у целом свету (Egan, 1998; NRC, 2009; Timetric, 2014). То потврђује и чињеница да је вредност дела светског тржишта које чине префабриковани објекти у 2012. години износила 90,1 милијарду $, а очекивана годишња стопа раста вредности тржишта за период 2013-2017 је чак 8,6% (Timetric, 2014). Интересантно је да префабрикација није више везана само за индустријске и пословне објекте, већ данас постоји тренд њене примене и код других категорија објеката, као што су стамбене зграде, школе и болнице (Hartley & Blagden, 2007; Cowles & Warner, 2013).

Под префабрикацијом се, у ширем смислу, подразумева производња грађевинских елемената ван градилишта. Према томе, зидани објекти од опеке би се могли сматрати делимично префабрикованим. Међутим, данас појам префабрикације има уже значење те обухвата производњу и склапање раванских или просторних грађевинских целина (делова објекта) у фабрици, затим, њихов транспорт до градилишта и монтажу на лицу места. Раванске или дводимензионалне (2Д) префабриковане јединице називају се панели, док се просторне или тродимензионалне (3Д) називају модули. Отуда су често, поред префабрикације, у употреби и појмови *панелизација* и *модуларизација*. Како би транспорт и манипулација панелима и модулима били лакши, пожељно је да маса ових елемента буде што мања. Због добрих механичких карактеристика и мале масе употреба хладно обликованих челичних профила (ХОП) као конструктивних елемената се показала као добро решење.

Традиционално ХОП су се користили за израду неконструктивних елемената, као што су: фасаде, преградни зидови и кровни панели. Међутим, у свету је данас присутан тренд ка њиховој све већој примени за конструктивне системе нижих и средњих зграда. На пример, ХОП рамовске конструкције су препознате као најбоља замена за дрвене конструкције у подручјима са израженим земљотресима, као што су Јапан и западна обала САД, и у изразито влажним подручјима где су дрвене

конструкције изложене деловању плесни или најезди термита (Lawson *et al.* 1999, Mehta *et al.* 2013).

Примена ХОП у Србији је углавном још увек везана за неконструктивне системе. Префабрикација је присутна у изградњи индустријских и трговачких објеката, док је тржиште префабрикованих стамбених зграда у Србији врло скромно и по питању техничких и по питању естетских критеријума. Разлог за то је у највећој мери предрасуда која постоји према монтажним објектима и уверење да не могу да испуне захтеве носивости и употребљивости у истој мери као традиционално грађени објекти (Build, 2013).

Предности употребе ХОП као конструктивних елемената у оквиру панела и модула су бројне и, пре свега, подразумевају: значајно смањено време потребно за изградњу објекта, мањи број радника на градилишту, често нижу укупну цену, лакшу манипулацију елементима због мале масе, бољи квалитет грађевинских елемената с обзиром на производњу која се врши у контролисаним условима унутар фабрике, могућност рециклаже челика и већу енергетску ефикасност процеса. Ипак, постоје и недостаци међу којима је можда најизраженији - осетљивост префабрикованих зграда са конструкцијом од ХОП на свакодневна динамичка оптерећења као што је кретање људи у објекту. Један од главних узрока ове осетљивости је мала свеукупна маса објекта. Сходно томе, гранично стање употребљивости према вибрацијама често постаје главни критеријум при пројектовању ових зграда.

1.1. Гранично стање употребљивости према вибрацијама

Грађевинске вибрације су научна област која се бави проучавањем вибрација у грађевинским објектима које проузрокују различити процеси у самом објекту (кретање људи, рад машина итд.) или његовој непосредној близини (саобраћај, побијање шипова итд.), а које у великој мери могу нарушити употребљивост објекта. Одмах треба нагласити да се ради о вибрацијама ниског интензитета које, за разлику од земљотреса, врло ретко могу довести до губитка носивости конструкције. Ред величине амплитуда померања је најчешће од неколико микрона до пар милиметара.

Међутим, ове вибрације могу неповољно утицати на удобност корисника објекта и учинак њиховог рада, као и на производне и разне друге процесе у којима је потребна велика прецизност (производња микро-чипова, хируршке операције итд.). У специјалним случајевима када се ради о великом броју људи концентрисаном на малом простору који се крећу у истом ритму (нпр. публика на стадионима, колона пешака на мосту итд.) и погађају сопствену фреквенцију конструкције изазивајући *резонанцу* последице могу бити озбиљне повреде настале услед панике, или у крајњим случајевима губитак носивости конструкције. Серија оваквих догађаја у 2000. и 2001. години (Миленијумски мост у Лондону, стадион Миленијум у Кардифу, Ливерпулов стадион Енфилд итд.) алармирала је јавност и указала на потребу за већим знањем, као и већим бројем стручњака, из области грађевинских вибрација. Посебно се показала важном неопходност анализе вибрација и провере употребљивости објекта још у фази пројектовања како би се избегли огромни трошкови санације када је објекат већ готов.

Проблеми везани за вибрације грађевинских објеката у Србији јављали су се код мостова, устава и хидроелектрана (Поповић и Фолић, 2008), термоелектрана (Veg *et al.* 2015, Savic *et al.* 2012), електро-енергетских дистрибутивних трансформатора (Узуновић и Албијанић, 1981). Подаци о рекламацијама на вибрације у зградама и кућама које су изазване кретањем људи (ходање, трчање, плес, скакање итд.) нису пронађени. До таквих информација је тешко доћи зато што не постоји обједињена база података повезана са државним институцијама и консултантским фирмама која би указивала на учесталост овог проблема. Са друге стране, могући разлог због којег прекомерне вибрације нису честа појава је дугогодишња доминација зиданих и бетонских конструкција у српском грађевинарству. Без обзира на можда ретко суочавање са овим проблемом од стране инжењера, постоји значајан број научних истраживања из ове области у Србији (Glisovic 2007, Petrovic&Pavic 2011, Zivanovic M.&Pavic 2011, Мишковић *et al.* 2012, Спасојевић-Шурдиловић 2013, Nefovska-Danilovic *et al.* 2013, Petronijevic *et al.* 2013, Брчић *et al.* 2014, Вег 2015).

1.1.1. Кључни елементи анализе вибрација

Препоруке и процедуре за проверу употребљивости објекта према вибрацијама зависе од примењених прописа и углавном обухватају анализу три важна сегмента: извор вибрација, пут преноса и пријемника.

Извор вибрација, може бити човек или машина, и може имати карактер удара или периодичне силе. Ходање представља приближно периодично оптерећење са фреквенцијом у опсегу 1,4-2,5 Hz (Wyatt, 1989). Математичка интерпретација силе ходања је најчешће Фуријеов ред (Bachmann et al., 1995). Наиме, свака периодична функција може се представити као сума хармоника, тј. хармонијских осцилација, чије су фреквенције једнаке производу редног броја хармоника и фреквенције хода ($i \cdot h_p$, где је h_p фреквенција хода, а i редни број хармоника). Хармоници имају различите амплитуде и фазе. Утврђено је да се вертикална компонента силе ходања може довољно тачно апроксимирати са прва четири хармоника (Rainer et al., 1988). Уједно када се фреквенција било ког од ових хармоника ($i \cdot h_p,\ i = 1, \dots, 4$) изједначи са сопственом фреквенцијом конструкције настаје резонанца.

Пут којим се вибрације преносе од извора до пријемника је најчешће сама конструкција. Међутим, то може бити и тло на којем се налази конструкција када је извор вибрација ван објекта. Конструкција је динамички систем чије понашање одређују следећи параметри: сопствене фреквенције, сопствени облици тонова, модалне масе и пригушења. Одзив система (померања, брзине и убрзања) у великој мери зависи од динамичких карактеристика конструкције. Исто оптерећење може проузроковати различито понашање две конструкције уколико се њихове динамичке карактеристике битно разликују. Утврђено је, на пример, да вертикалне вибрације изазване силом ходања код међуспратних конструкција са основном фреквенцијом изнад одређене границе (7-12 Hz, у зависности од прописа) најчешће имају транзијентан карактер (*transient vibrations*), док су за таванице са основном фреквенцијом испод те границе типичне стационарне вибрације (*steady-state vibrations*). (Напомена: Синтагма „стационарне вибрације“ је наизглед контрадикторна, стога је потребно објашњење. Наиме, то су вибрације чије се

статистичке карактеристике (нпр. ефективна померања, брзине, убрзања) не мењају у току времена.) Конкретно ова разлика је условила поделу међуспратних конструкција на нискофреквенцијске и високофреквенцијске (Wyatt, 1989) у зависности од тога да ли је основна фреквенција испод или изнад одређене границе (7-12 Hz).

Пријемник је најчешће човек, али могу бити и машине, опрема и уређаји. Како је људско тело, као и појединачни органи, динамички систем, вибрације се са објекта преносе на њега и побуђују га на вибрирање. Човек региструје вибрације тек онда када оне пређу одређени праг осетљивости. Постоји више фактора који заједно одређују тај праг: врста вибрација, интензитет, фреквенцијски опсег, дужина трајања и правац пружања у односу на положај људског тела (BS 6472: 1992; Griffin, 1996; Mansfield, 2005). На пример, човек који седи ће осетити вертикалне стационарне вибрације са фреквенцијским опсегом 4-8 Hz када је ефективно убрзање (*r.m.s. acceleration*) веће од 0,01 m/s^2. Уколико се промени само фреквенцијски опсег тако да буде испод 1 Hz праг осетљивости је три пута већи - 0,03 m/s^2 ефективног убрзања (Mansfield, 2005). Поред наведених фактора реакција човека на вибрације зависи и од тренутне активности, као и субјективних карактеристика. Према томе, људи који читају у библиотеци ће бити осетљивији од оних који се баве неком физичком активношћу, на пример, у плесној дворани или спортској сали.

Постоје многи фактори који процес анализе вибрација у објекту чине изразито комплексним. Јако је тешко моделирати силу ходања зато што је људско тело сложен био-физички систем. Поред тога, иста особа не хода увек на исти начин. Утврђено је да на силу ходања утичу различити фактори, као што су: пол, темперамент, расположење особе. Затим, човек који изазива вибрације није стационаран и не може се изоловати, а понекад су извор вибрација и пријемник иста особа. Људско тело је комплексан динамички систем који утиче на модалне карактеристике објекта, што је посебно изражено код лаких конструкција (Ohlsson, 1982; Sachse&Pavic, 2003). Према томе, често је неопходно уврстити утицаје интеракције између човека и објекта у модалну анализу конструкције. Реални објекти садрже низ несавршености и нелинеарности, геометријских и материјалних, које се при моделирању најчешће

занемарују. Неконструктивни елементи, као што су фасаде, преградни зидови, подигнути подови, спуштени плафони, се често уводе само као додатна маса и пригушење, док се њихов утицај на крутост и сопствене облике тонова занемарује. Ови и многи други фактори указују на изразиту комплексност и мулти-дисциплинарност проблема грађевинских вибрација.

1.2. Опис предмета истраживања

Предмет истраживања ове докторске дисертације је двоструk и обухвата:

1) Анализу динамичког понашања лаких челичних међуспратних конструкција са нагласком на моделирању (пажња је усмерена само на пут простирања вибрација, односно одређивање модалних својстава конструкције);
2) Испитивање и моделирање утицаја неконструктивних зидова на модално понашање лаких челичних таваница.

1.2.1. Вибрације лаких челичних таваница

Таванице са конструкцијом од ХОП су међуспратни системи састављени од хладно-обликованих челичних греда, које могу бити постављене само у једном или у два ортогонална правца, и подне плоче која је ослоњена на њих. Називају се још и лаке челичне таванице. Најчешће се класификују у литератури као високофреквенцијски системи иако то није сасвим оправдано, јер неретко поседују основну фреквенцију испод 10 Hz (граница дефинисана од стране Pavic-a & Willford-a (2005)).

Врста подне плоче у великој мери одређује динамичко понашање таваница са конструкцијом од ХОП. На пример, подне плоче од иверице (*particleboard*), шперплоче (*plywood*) и OSB (*oriented-strand board*) имају малу крутост на савијање и самим тим је и мала крутост таванице у трансверзалном правцу, тј. у правцу управном на правац ХОП. Транзијентне вибрације изазване силом ходања су локалног карактера, као и квази-статички угиб који настаје при сваком кораку. Осећај непријатности је највише присутан код особе која хода, односно изазива вибрације. Ова појава, када су извор и пријемник иста особа, назива се *springiness* (Ohlsson, 1982). Са друге стране, ХОП таванице код којих је подна плоча од бетона

на профилисаном челичном лиму или само бетона, имају добру крутост на савијање и у правцу ХОП греда и управно на њих те је садејство греда веће и одзив конструкције другачији.

Досадашња истраживања вибрација лаких челичних таваница су углавном била експериментална са мало аналитичког и нумеричког моделирања. Генерално, анализа вибрација и провера употребљивости ХОП таваница су се сводили на примену прописа који су предвиђени за дрвене и стандардне спрегнуте таванице са конструкцијом од топло-ваљаних профила (ТВП). При томе, прописи садрже аналитичке процедуре које не дају довољно тачне резултате чак ни за типове конструкција за које су намењени. Наиме, аналитички модели садржани у прописима представљају превише поједностављену интерпретацију реалних конструкција и углавном теже ка испуњењу конзервативног принципа у пројектовању, а то је да су „резултати на страни сигурности“. Коефицијенти који се користе у емпиријским формулама добијени су за дрвене и ТВП системе и нису адекватни код прорачуна динамичког одзива ХОП таваница. Овакав приступ се показао као непрецизан и непоуздан зато што превиђа специфичне карактеристике таваница са ХОП конструкцијом.

Маса таванице је кључан фактор у анализи вибрација који, поред директног утицаја на сопствене фреквенције и величину одзива, значајно утиче и на понашање веза. Код нормалних/тешких таваница (класификација таваница је приказана у Одељку 2.1.) везе се моделирају као апсолутно круте зато што су вибрацијска померања и дилатације толико мали да се претпоставља да чак ни трење на контакту елемената није превазиђено (Pavic & Reynolds P., 2002). Са друге стране, истраживања вибрација лаких међуспратних конструкција указују на потребу за увођењем полу-крутих веза у анализу. Објашњење највероватније лежи у чињеници да је трење на контакту елемената код лаких таваница мање, а интензитет одзива већи, због драстично мање укупне масе. Последично, трење се при вибрацијама лакше превазилази, а крутост везе диктирају карактеристике спојних средстава и елемената конструкције у споју.

Утврђено је да је полу-круто понашање веза код дрвених таваница последица гњечења дрвета на контакту са металним механичким спојним средством, елонгације рупе и проклизавања елемената у споју (Reynolds T. et al., 2013). Ако се узме у обзир да је разлика у пречнику спојног средства (нпр. тела завртња) и пречника рупе истог реда величине као померања таванице настала услед силе ходања јасно је да ће мале промене у структури, као што је елонгација рупе услед гњечења дрвета, имати велики утицај на динамичку крутост таванице. У случају таваница са конструкцијом од ХОП не долази до гњечења челика у спојевима због високе тврдоће коју челик поседује. Поставља се питање како се понашају везе у таваницама са конструкцијом од ХОП и који су параметри кључни за одређивање њихове крутости.

1.2.2. Утицај неконструктивних зидова на модална својства лаких челичних таваница

Неконструктивни зидови су архитектонски елементи чија је основна функција организовање унутрашњег простора у складу са наменом објекта. Могу бити од различитих материјала, затим, у виду преграда пуне висине или полу-преграда (први се пружају од пода до плафона, други су везани само за под и мање су висине од висине спрата), фиксни или покретни, и у зависности од начина градње – зидани, монолитни или монтажни. Како се организација унутрашњег простора, као и намена, често мењају у току радног века објекта тако се и неконструктивни зидови уклањају, монтирају нови, постављају на различитим местима и у различитим правцима. Ово је један од разлога због којег се неносећи зидови најчешће не уводе у структурну анализу.

Сам назив неконструктивни зидови потиче од улоге коју ови елементи имају у преносу оптерећења у оквиру конструкције. Углавном је веза преградних зидова са плафоном флексибилна како би се спречило оштећење или лом зида услед већих угиба горње таванице. Ово важи како за монтажне (дрвена или метална потконструкција са облогама од различитих материјала), тако и за зидане преградне зидове. Код првих се формира покретна веза између потконструкције зида и плафона, док се код других на врху зида поставља дебљи слој малтера који је мање

крутости/чврстоће од остатка зида (обично постоји разлика у висини спрата и збирној висини постављених блокова те се разлика попуњава малтером). Ово је други разлог због којег се допринос неносећих зидова крутости и носивости система не узима у обзир при динамичким и статичким прорачунима.

Изразито повољан утицај неконструктивних зидова на употребљивост таваница према вибрацијама покренуо је питање да ли се рационалним избором и распоредом ових елемената може на економичан начин решити проблем вибрација још у фази пројектовања. Инсталација преградних зидова може бити повољно решење чак и у фази готовог објекта када је неопходно побољшати његову употребљивост према вибрацијама. Међутим, скептичност инжењера према увођењу неконструктивних зидова у анализу вибрација, пре свега због несигурности везане за њихово континуално присуство у току експлатационог века објекта, довели су до тога да данас има изразито мало знања о њиховом утицају на модалне карактеристике таваница, као и конкретних упутстава за њихово моделирање.

Повољан утицај неконструктивних зидова на динамичко понашање међуспратних конструкција се најчешће повезивао са порастом пригушења (Lenzen, 1966; Murray, 1975; Hewitt & Murray, 2004). Ипак, поједини истраживачи су истакли и друге ефекте, као што је локално укрућивање таванице у зонама где су инсталирани неносећи вертикални елементи, што је за последицу имало повећање сопствених фреквенција, појаву додатних тонова или ишчезавање постојећих (Pernica, 1987; Falati, 1999; Miskovic & Pavic, 2009). Затим, у неким истраживањима је ефекат неконструктивних зидова имао глобалан карактер те је примећен пораст сопствених фреквенција, без значајне промене сопствених облика тонова (Hu & Tardif, 1999). Интересантне су и разлике у величинама промена модалних својстава међуспратних система које су саопштене у прегледаној литератури. У неким испитивањима промене сопствених фреквенција су сматране занемарљивим, док су у другим биле чак 47% (Devin 2013). Мале промене сопствених фреквенција могу бити резултат компензовања утицаја преградног зида као додатне масе и као додатног укрућења. Међутим, показало се да је и релативан однос масе/крутости неконструктивног зида

у односу на масу/крутост таванице важан фактор (мала маса/крутост неконструктивног зида у односу на масу/крутост таванице не може значајно променити њене сопствене фреквенције). Поред тога, утицај преградних зидова зависи и од многих других параметара, као што су густина покривености таванице зидовима, конфигурација зида и начин везивања за таваницу(е), правац пружања, а према најновијим истраживањима (Devin, 2013) и од интензитета одзива. Без обзира на резултате научних истраживања актуелни прописи третирају утицај неконструктивних вертикалних елемената на модалне карактеристике таваница само преко повећаних коефицијената пригушења и као додатно непокретно линијско гравитационо оптерећење (CAN3 S16.1-1974; Wyatt, 1989; HIVOSS&VOF, 2009).

Коначно, треба истаћи да су преградни зидови до сада моделирани само као вертикалне опруге те је у анализу увођена искључиво њихова аксијална крутост у вертикалном правцу (Miskovic & Pavic, 2009; Devin, 2013). До сада нису пронађени у литератури сложенији модели преградних зидова који би обухватали и утицај савијања зидних облога (гипс, профилисани лим, OSB) у својој равни, интеракцију елемената унутар зида, као и интеракцију зида са конструкцијом зграде.

1.3. Циљеви истраживања, полазне хипотезе и примењена методологија

1.3.1. Циљеви истраживања

Како је предмет истраживања двоструk циљеви су подељени у две групе:

1) Циљеви истраживања везани за динамичко понашање лаких челичних таваница;
2) Циљеви истраживања који се односе на утицај неконструктивних зидова на модалне карактеристике лаких челичних таваница.

Две групе садрже исте главне циљеве, а разликују се по подциљевима. Главни циљеви истраживања су:

1) Спровођење експерименталних испитивања на реалној лакој челичној међуспратној конструкцији у оквиру префабрикованог објекта;

2) Развој нумеричких модела тестиране конструкције, као и комплетне стратегије моделирања;
3) Корелација експерименталних и нумеричких резултата;
4) Унапређење нумеричких модела применом резултата прикупљених у фази тестирања.

Подциљеви у оквиру **прве групе** циљева су:

1) Модално тестирање лаке челичне таванице у оквиру префабрикованог објекта (прва конфигурација);
2) Одређивање модалних својстава испитиване таванице: сопствене фреквенције, сопствени облици и пригушења (обрада резултата модалног тестирања спроведеног на првој конфигурацији);
3) Мерење одзива лаке челичне таванице проузрокованог ходањем субјекта;
4) Анализа експерименталних резултата;
5) Развој нумеричког модела тестиране таванице заснованог на препорукама и моделима предложеним у релевантној научној литератури;
6) Избор параметара који утичу на модална својства моделиране таванице и спровођење анализе осетљивости;
7) Унапређење нумеричког модела варирањем изабраних параметара;
8) Физичка интерпретација добијених резултата.

Подциљеви у оквиру **друге групе** циљева су:

1) Модално тестирање лаке челичне таванице са инсталираним преградним зидовима на њој у оквиру истог префабрикованог објекта (друга конфигурација);
2) Одређивање модалних својстава испитиване таванице са преградним зидовима: сопствене фреквенције, сопствени облици и пригушења (обрада резултата модалног тестирања спроведеног на другој конфигурацији);
3) Поређење модалних карактеристика одређених за прву и за другу конфигурацију;

4) Анализа утицаја преградних зидова на основу експерименталних резултата;
5) Развој нумеричког модела преградног зида који ће бити интегрисан у већ направљени модел међуспратне конструкције (модел преградног зида ће бити заснован на препорукама актуелних прописа и најновијих истраживања);
6) Избор параметара у оквиру преградних зидова који утичу на модална својства таванице и спровођење анализе осетљивости;
7) Унапређење нумеричког модела варирањем изабраних параметара;
8) Физичка интерпретација добијених резултата.

На основу наведених подциљева за прву и за другу групу може се закључити да је друга група циљева зависна у односу на прву. Наиме, за постизање друге групе циљева која се односи на утицај неконструктивних зидова на модална својства лаке челичне таванице неопходно је да се претходно испуне циљеви прве групе који подразумевају одређивање и анализу модалних својстава те исте таванице.

1.3.2. Полазне хипотезе

Будући да хипотезе представљају могућа, пробна и проверљива решења научног проблема полазна позиција за истраживање у овој докторској дисертацији су модели или препоруке за моделирање који се могу пронаћи у научној и стручној литератури.

Почетни модел зграде без преградних зидова (прва конфигурација) развијен је у складу са препорукама за моделирање датим у оквиру извештаја ACOUSVIBRA пројекта (ACOUSVIBRA, 2008), затим, општим принципима који важе при моделирању таваница (Pavic & Reynolds P., 2002), као и на основу инжењерске процене. Овај модел се сматра првом хипотезом и односи се на први део предмета истраживања.

Иницијални модел преградних зидова, који се састојао од вертикалних опруга и концентрисаних маса, усвојен је по процедури описаној у раду Devin-a (2013). Овај модел је усвојен као друга хипотеза и односи се на други део предмета истраживања.

1.3.3. Примењена методологија

Методе и технике које су примењене у циљу спровођења истраживања могу се поделити у три групе:

1) Експерименталне;
2) Нумеричке,
3) Оптимизационе.

Прва група метода коришћена је при динамичком тестирању префабрикованог објекта. Друга група метода примењена је при прорачуну карактеристика конструкције и дефинисању нумеричких модела. Трећа група метода је употребљена за унапређење МКЕ модела конструкције, односно модела заснованих на примени методе коначних елемената (МКЕ). Све методе и технике су описане и објашњене у оквиру одговарајућих поглавља.

1.4. Очекивани резултати и доприноси истраживања

У складу са постављеним циљевима истраживања очекивани резултати и доприноси су:

1) Проширење знања и разумевања везаних за динамичко понашање таваница са конструкцијом од ХОП и утицаја неконструктивних зидова на њихове модалне карактеристике;
2) Развој стратегије моделирања и нумеричких модела који у најбољој мери одражавају динамичко понашање лаких челичних таваница и неконструкривних зидова;
3) Физичка интерпретација добијених вредности параметара нумеричких модела таваница са конструкцијом од ХОП и неконструктивних зидова;
4) Састављање препорука за моделирање лаких челичних таваница и утицаја неконструктивних зидова на њихово модално понашање.

1.5. Структура докторске дисертације

Преглед релевантне литературе која се односи на вибрације лаких челичних међуспратних конструкција, као и на утицај преградних зидова на модалне карактеристике свих типова таваница, садржан је у другом поглављу. Опис објекта и експериментална испитивања која су спроведена на објекту су приказани у Поглављу 3. Процедуре за развој симулационих модела представљене су у Поглављу 4, док је опис методе *FE model updating*-а и коришћених оптимизационих алгоритама обухваћен у Поглављу 5. Резултати су прикзаани у Поглављу 6. Кључни закључци и

главни доприноси дисертације, као и предлози могућих праваца будућих истраживања су изложени у Поглављу 7.

2. Преглед литературе

2.1. Вибрације лаких таваница

Подела међуспратних конструкција која често диктира процедуру и прописе који ће се применити за анализу вибрација је подела на: лаке, нормалне и тешке међуспратне конструкције. Најчешће се дрвене и спрегнуте таванице са конструкцијом од ХОП сврставају у лаке, док се стандардне спрегнуте са ТВП и бетонске таванице сматрају нормалним или тешким међуспратним конструкцијама (Hu et al, 2006; Ljunggren, 2006; IBC, 2012). Маса се показала као битан аспект у анализи вибрација због директног утицаја на сопствене фреквенције и интензитет одзива (померања, брзине и убрзања). Сопствена фреквенција је обрнуто сразмерна маси што указује на често понашање лаких таваница као високофреквенцијских, а нормалних и тешких таваница као нискофреквенцијских. Међутим, потребно је нагласити да лаке таванице нису истовремено и високофреквенцијске, а нормалне/тешке тавнице нису искључиво нискофреквенцијске. Први разлог је чињеница да спрегнуте таванице са конструкцијом од ХОП често имају веће распоне од дрвених таваница захваљујући бољим механичким карактеристикама ХОП-а и последично ниже основне фреквенције (често испод 10 Hz). Са друге стране, спрегнуте таванице са ТВП могу имати кратке распоне и основне фреквенције изнад 10 Hz што их сврстава у високофреквенцијске међуспратне конструкције. Одзив система је обрнуто сразмеран модалној маси што упућује на закључак да је интензитет убрзања већи код лаких таваница у односу на нормалне/тешке таванице.

Лаке таванице се могу дефинисати и као таванице чија је маса мања од 250 kg/m^2, док би нормалне таванице биле тежине између 250 kg/m^2 и 500 kg/m^2, а тешке изнад 500 kg/m^2. Ohlsson (1982) је пружио дефиницију лаких таваница са аспекта грађевинских вибрација тврдећи да су то таванице код којих се утицај интеракције човек-конструкција на модалне карактеристике таванице не може занемарити. Ohlsson (1982) је још додао да се међуспратне конструкције са модалном масом већом од 1000 kg, у свим (*unity-scaled*) тоновима, могу сматрати тешким таваницама.

Када су у питању вибрације лаких таваница много више истраживања је спроведено за дрвене таванице него за спрегнуте таванице са ХОП. Разлози леже у чињеници да су дрвене конструкције један од најстаријих типова носећих система у грађевинарству, док су конструкције од ХОП постале актуелне тек у току последњих пар деценија. Примена ХОП као носећих елемената била је најизраженија у подручјима где су се дрвене конструкције показале као осетљиве на утицаје плесни, инсеката и земљотреса. Први објекти са конструкцијом од ХОП грађени су тако што су елементи од дрвета директно замењивани са ХОП (Farach & Grupe Jr., 1994). Принципи пројектовања који важе за дрвене конструкције су пренети у анализу и пројектовање конструкција од ХОП. Данас, ова пракса још увек постоји у прорачунима везаним за проверу употребљивости према вибрацијама таваница са конструкцијом од ХОП.

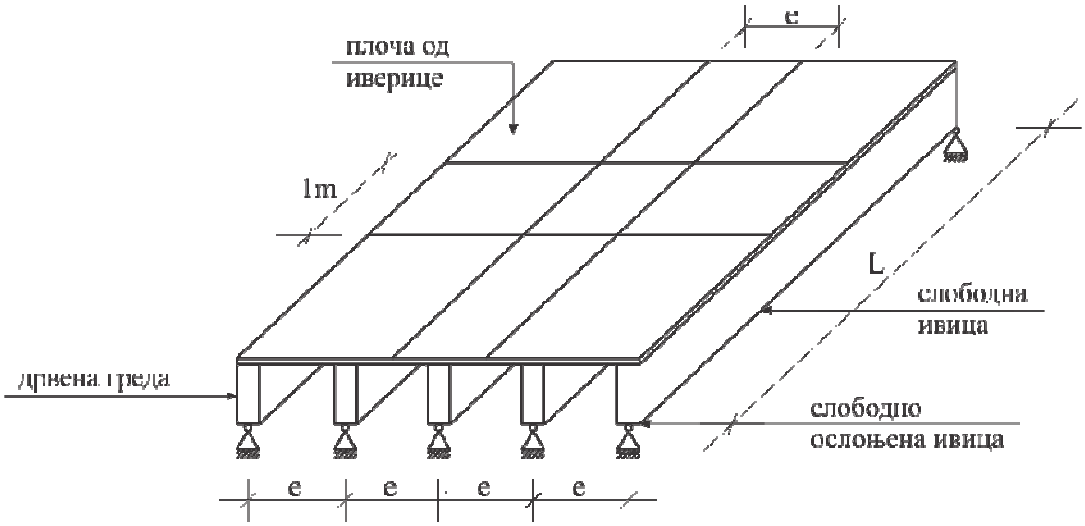
Литература приказана у одељку 2.1.1 садржи истраживања везана за вибрације дрвених таваница са акцентом на моделирање и увођење полу-крутих веза у анализу. Затим, у одељку 2.1.2 прегледана је литература која обухвата експериментална и аналитичка/нумеричка истраживања која се односе на таванице са ХОП. Упоредна анализа досадашњих истраживања дрвених таваница и таваница са ХОП неопходна је како би се утврдиле сличности и разлике између динамичког понашања ова два типа међуспратних конструкција, и дефинисала полазна позиција за истраживање специфичности ХОП таваница.

2.1.1. Дрвене таванице

У овом одељку приказана су истраживања која су указивала на важност полу-крутих веза у вибрационом понашању дрвених таваница. Представљени су аналитички/нумерички модели који су обухватали утицај полу-крутих веза, као и поједина експериментална истраживања која су се бавила овим питањем.

Ohlsson (1982) је направио модел дрвене таванице у виду роштиљне конструкције. Модално тестирање међуспратне конструкције је претходно извршено у лабораторији. Таваница се састојала од дрвених греда паралелно постављених на

једнаком међусобном растојању и танке подне плоче од иверице (Слика 1). Дрвене греде су у моделу представљене као главни носачи, док су траке подне плоче ширине 1 m представљене као попречни носачи. Ohlsson (1982) препоручује усвајање спрегнутог дејства када су дрвене греде и подна плоча спојени вијцима и лепком, а неспрегнутог када су ови елементи спојени само вијцима. Конкретно, то се одражава на модел тако што ће у првом случају карактеристике попречног пресека главних носача бити срачунате као за Т-пресек састављен од пресека дрвене греде и садејствујућег дела плоче, док ће у другом случају бити срачунате само за пресек дрвене греде.



Слика 1: Дрвена таваница испитивана у раду Ohlsson-а (1982)

Ohlsson (1982) је нагласио да важну улогу у модалном понашању дрвених таваница имају торзионе крутости дрвених греда, као и крутост веза на споју подне плоче са дрвеним гредама. Затим, Ohlsson (1982) додаје да су стварне крутости увек између апсолутно крутих и апсолутно флексибилних. Иако су торзионе крутости главних носача у моделу биле једнаке нули, а веза између главних и попречних носача усвојена као апсолутно крута, првих пет израчунатих сопствених фреквенција таванице су биле у доброј сагласности са измереним вредностима. Ohlsson (1982) је, ипак, истакао да би сагласност резултата била још боља да су везе између главних и

попречних носача моделиране као полу-круте и да су унете реалне торзионе крутости греда.

Chui (1987) је спровео опсежна експериментална испитивања на шест дрвених таваница различитих распона главних греда, различитих врста материјала од којих су направљене подне плоче, и различитих врста спојних средстава на контакту подне плоче са гредама. Варирајући параметре везане за спој подне плоче са гредама Chui (1987) је добио интересантне резултате. Дупло мање растојање између ексера (125 mm уместо 250 mm) само је мало повећало сопствене фреквенције. Када су ексери замењени са еластомерним лепком сопствене фреквенције су опет само незнатно порасле. Када је ротациона крутост на крајевима греда двоструко увећана, просечно повећање сопствених фреквенција је било само 1%.

Поред експерименталних испитивања Chui (1987) је направио и математички модел дрвене таванице заснован на Rayleigh-Ritz методи. Модел је био предвиђен за динамичку анализу лаких дрвених таваница правоугаоног облика основе и без отвора. Постојала је могућност моделирања веза на споју подне плоче са гредама као полу-крутих што је било побољшање у односу на Ohlsson-ов (1982) модел. Израчунате сопствене фреквенције и сопствени облици тонова су били у доброј сагласности са резултатима мерења. Највећа грешка при процени основне фреквенције је била 13%.

Hu (1992) развија нумерички модел дрвене таванице користећи методу модалне синтезе и Rayleigh-Ritz методу. Њен модел превазилази недостаке модела који је направио Chui (1987), јер допушта могућност неправилних облика основе таванице, као и отворе, а при томе задржава ефикасност при прорачуну. Торзиона крутост и смичуће деформације дрвених греда су обухваћени моделом, као и полу-круте везе на контакту подне плоче са гредама. При томе, утицај полу-крутих веза је уведен преко ефективне крутости на савијање греда (Smith, 1980), тј. умањеног момента инерције око хоризонталне осе услед парцијалног садејства подне плоче и греде. Резултати нумеричке анализе су верификовани помоћу експерименталних резултата.

Модел се показао као бољи у односу на друге моделе (Chui, 1987) посебно у процени сопствених фреквенција нижих тонова. Поред тога, предвиђено је да модел има примену код свих лаких таваница независно од материјала.

Filiatrault *et al.* (1990), Folz & Foschi (1991), Neumann (1992) су спровели независна истраживања у односу на Ohlsson (1982), Chui (1987) и Hu (1992). Развијена су два програма заснована на методи коначних трака: 1) NAFFAP за анализу сопствених фреквенција и 2) DFAP за анализу принудних вибрација лаких таваница. Модели су пружали могућности увођења ортотропије подне плоче, различитих крутости за номинално исте греде (услед несавршености и разлика које постоје између реалних греда), и полу-крутих веза на контакту подне плоче и греда. Смичућа крутост спојних елемената на контакту подне плоче и греда дефинисана је у моделима помоћу P-Δ криве (где је P смичућа сила паралелна оси греде, а Δ клизање на контакту у правцу силе). Претпостављено је да је у случају вибрација због ниског интензитета оптерећења и мале величине вертикалних померања таванице ова зависност у линеарном домену P-Δ криве. Ова претпоставка је заснована на резултатима статичких тестова на дрвеним таваницама са ексерима као спојним средствима које је спровео Foschi (1982).

Neumann (1992) је покушао да експериментално одреди смичућу крутост на споју подне плоче и дрвене греде оствареном на два начина: 1) само помоћу лепка и 2) помоћу лепка и ексера. Међутим, резултати ових статичких тестова су показали велика одступања и за један и за други тип везе. Интересантно је да није било скоро никакве разлике у измереној крутости између ова два типа. У моделу је коришћена просечна вредност крутости добијена када се одбаце сви резултати са превеликим одступањима. При томе, Neumann (1992) је спој између подне плоче и греда моделирао само помоћу ексера уз објашњење да лепкови, тј. еластомерни адхезиви, показују изразиту еластичну деформацију сличну гуми при ниским нивоима оптерећења и стога не доприносе смичућој крутости везе. Добра сагласност израчунатих и измерених резултата за прве три сопствене фреквенције (разлика мања од 5%) добијена је тек када је експериментално одређена крутост спојних средстава

редукована у моделу за 64,7-70,6%. Уколико је модел добро рефлектовао понашање реалне конструкције, ови резултати указују на нижу динамичку крутост спојних средстава на контакту подне плоче и греда у односу на ону добијену на основу статичких тестова.

Hu *et al.* (2002), Jiang & Hu (2002) и Jiang *et al.* (2004) су направили модел заснован на МКЕ у циљу прорачуна основне фреквенције и статичког угиба дрвених таваница. За везу између подне плоче и греда, као и везу попречног укрућења (*bridging, blocking*) и греда, направљени су посебни елементи – конектори: 1) четворочворни коначни елемент (КЕ) за полу-круту везу подна плоча-греда и 2) дворочворни КЕ за полу-круту везу између греда и попречног укрућења. Мерења основне фреквенције и угиба услед концентрисане силе су спроведена на укупно 22 међуспратна система са гредама у виду дрвених I-носача или решеткастих носача. Модел је успешно предвидео угибе, док су израчунате основне фреквенције углавном биле веће од измерених. Аутори су претпоставили да разлог лежи у чињеници што су ослонци греда били моделирани као апсолутно крути, а не полу-крути. Међутим, добра сагласност између експериментално и нумерички израчунатих статичких угиба, а генерално прецењена вредност основних фреквенција од стране истог модела, указују на различиту динамичку и статичку крутост на савијање дрвених таваница. Исто као у Neumann-овом (1990) истраживању динамичка крутост је мања од статичке.

Bernard (2008) је спровео експериментална истраживања на међуспратним конструкцијама са два типа главних носача: 1) дрвеним I-носачима и 2) лепљеним ламелираним гредама. Испитивао је утицај различитих структурних модификација на статичку крутост и на динамички одзив система. Утврдио је да је статички угиб значајно већи када је веза између подне плоче и греда остварена помоћу ексера и лепка него у случају када је оставрена само помоћу ексера. Са друге стране, додавање лепка на везу већ остварену ексерима скоро да није имало никаквог утицаја на сопствене фреквенције.

Weckendorf (2009) је спровео модалну анализу међуспратне конструкције са дрвеним I-гредама у програму LUSAS. Сви структурни елементи (подна плоча, ножице и ребра I-греда) су моделирани помоћу осмочворних површинских КЕ, док су везе између структурних елемената остварене помоћу двочворних КЕ у виду опруга. Крутост опруга на контакту подне плоче са I-гредама је израчуната на основу емпиријских формула за модул клизања препоручених у Еврокоду 5 (EN 1995-1-1, 2004). Крутости транслационих опруга на крајевима I-греда су одређене усаглашавањем основне фреквенције добијене мерењем и нумеричким моделом. Просечна грешка процене основне фреквенције је била мала (1,09%), док су просечне грешке за 4. и 5. тон биле 11,66% и 9,02%, респективно (модел је преценио измерене сопствене фреквенције). Основна фреквенција доминантно зависи од крутости опруга на крајевима I-греда, док фреквенције виших тонова зависе и од крутости опруга на контакту подне плоче и греда. Очигледно је да би мања крутост опруга на смичућем споју између плоче и греда била неопходна како би се постигла задовољавајућа сагласност резултата и за више тонове. Закључно, резултати добијени са оваквим нумеричким моделом би опет указали на нижу динамичку крутост смичућих спојних средстава у односу на статичку (добијену емпиријским формулама из Еврокода 5).

Reynolds T. *et al.* (2013) је испитивао динамичку крутост смичућих спојева у дрвеним конструкцијама. Усмерио је пажњу на смичуће везе остварене помоћу *dowel-type* механичких спојних средстава (ексери, вијци, завртњеви, дрвени чепови). Указао је на непримењивост емпиријских формула за модул клизања, садржаних у важећим стандардима, на анализу вибрација дрвених конструкција. Као разлог навео је чињеницу да су те емпиријске формуле изведене за смичуће спојеве оптерећене статичком силом која је знатно већег интензитета него што је динамичка сила изазвана ходањем, турбуленцијом ветра или вибрационим машинама. Reynolds T. *et al.* (2013) тврди да је почетна крутост смичућег споја мала зато што долази до гњечења дрвета на контакту спојног средства и зида рупе у елементу. Затим, та крутост расте и достиже вредност која се са даљим повећањем интензитета

оптерећења не мења. Тек када оптерећење постане веће од вредности која одговара граници еластичности смичућа крутост споја почиње да опада (пластично понашање). У раду је понуђена процедура прорачуна динамичке крутости смичућег споја која се заснива на моделу - деформација греде на еластичној подлози. Укупна деформација греде, односно спојног средства, једнака је збиру издужења рупе, померања рупе и деформације околног дрвета у правцу деловања смичуће силе.

Коначно, на основу приказаних истраживања могу се извести одређени закључци.

Експериментална испитивања (Chui, 1987; Neumann, 1992; Bernard, 2008) показала су да повећање броја механичких спојних средстава или додавање лепка на споју подне плоче са дрвеним гредама не подразумева значајно повећање динамичке крутости система (сопствене фреквенције су незнатно порасле). Дисперзија резултата мерења саопштена у раду Neumann-а (1992) указује највероватније на утицај различитих фактора на крутост смичућег споја, као што су: дебљина слоја лепка и понашање лепка као лубриканта при оптерећењима малог интензитета.

Преглед аналитичких/нумеричких истраживања вибрација дрвених таваница приказује како су се модели развијали од једноставних (Ohlsson, 1982) ка сложенијим (Hu *et al.* 2002; Jiang & Hu, 2002; Jiang *et al.* 2004; Weckendorf, 2009). При томе, истраживања показују важност увођења полу-крутих веза у статичку и модалну анализу дрвених таваница. Поређењем резултата добијених тестирањем конструкција са вредностима срачунатим помоћу симулационих модела дошло се до закључка да је крутост дрвених таваница мања када су побуђене на вертикално вибрирање него када су оптерећене вертикалном концентрисаном статичком силом.

Разлика између статичке и динамичке крутости дрвене таванице може се донекле објаснити помоћу резултата саопштених у раду Reynolds-а T. *et al.* (2013). Дакле, при статичком оптерећењу долази до гњечења дрвета на контакту механичког спојног средства са зидом рупе што проузрокује елонгацију рупе у правцу деловања смичуће силе. При даљем повећању статичког оптерећења крутост смичућег споја расте до одређене вредности при којој су влакна у дрвету максимално збијена и престаје

гњечење. Када се систем побуди на вибрирање спојно средство више није тесно везано са зидовима рупе, јер је рупа већег пречника услед гњечења дрвета и елонгације. Последица је „шетање“ спојног средства у рупи и проклизавање између елемената у споју. Према томе, крутост конструкције при динамичком оптерећењу је мања у поређењу са крутошћу добијеном за статичко оптерећење.

2.1.2. Спрегнуте таванице са ХОП

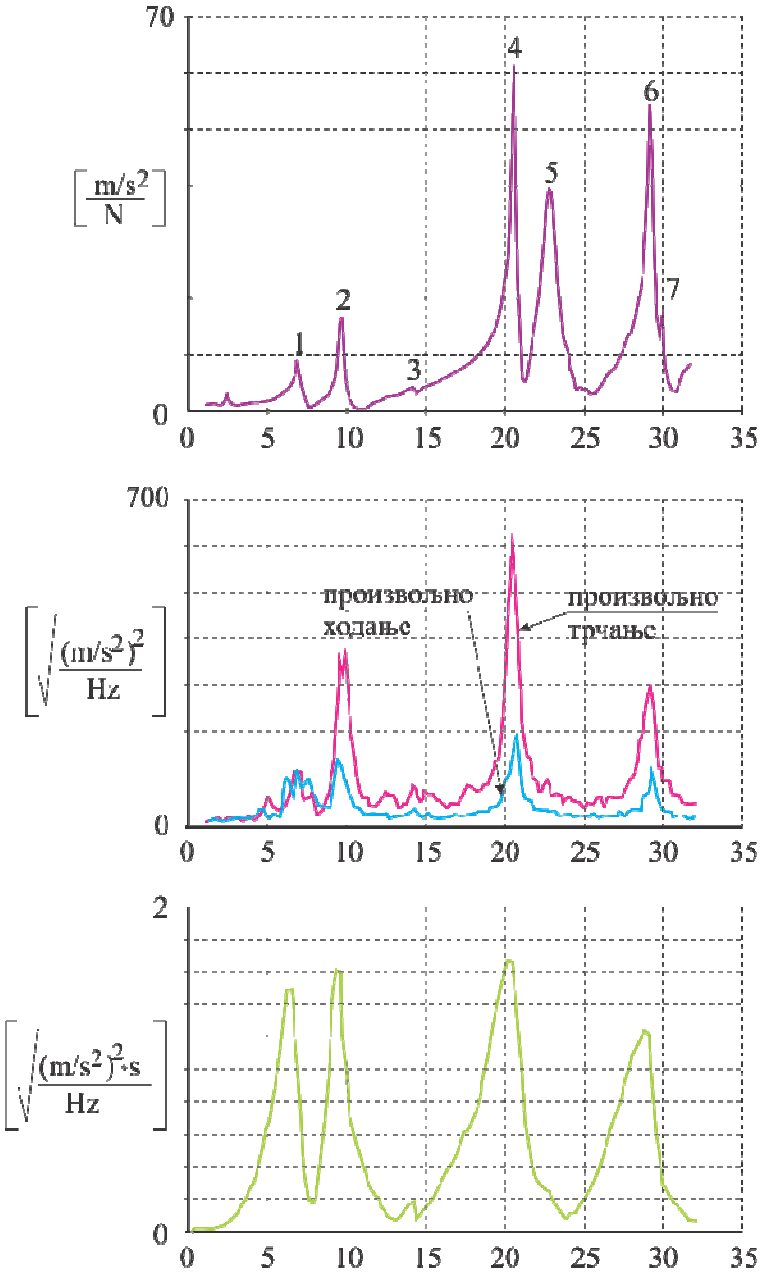
У овом одељку приказан је хронолошки преглед литературе која се бавила вибрацијским понашањем таваница са конструкцијом од ХОП. На крају одељка су представљена истраживања која обухватају анализу утицаја крутости веза на модалне катактеристике лаких челичних таваница.

Прва истраживања обављена на таваницама са ХОП су била експериментална. Ohlsson (1982) у својој докторској дисертацији, поред анализе вибрација дрвених таваница, приказује и резултате експерименталних испитивања спроведених на лаким челичним таваницама. Тестирана су укупно три различита типа спрегнутих челичних таваница од којих су два испитивана у лабораторији, док су за трећи тип мерења спроведена *in situ*.

Први тип таванице састојао се од профилисаног челичног лима (висина ребра лима је 200 mm) на који је ослоњена шперплоча. Таваница је слободно ослоњена дуж све четири ивице. Распон тестиране таванице у оба правца је приближно 7000 mm. У оквиру модалног тестирања сила је аплицирана чекићем, док су убразања измерена помоћу акцелерометара распоређених на подној плочи у складу са претходно развијеном мрежом тест позиција. FRF (*frequency response function, inertance*) дијаграми добијени на основу резултата модалног тестирања приказани су на Слика 2а. Основна фреквенција је 7,0 Hz (<10 Hz) што према важећим прописима таваницу категорише као нискофреквенцијски систем.

Поред модалног тестирања спроведени су: тест са произвољним ходањем (*random walk*), тест са произвољним трчањем (*random running*) и *heel-drop* тест. (Напомена: Придев „произвољан“ означава произвољан правац и смер кретања особе која изводи

тест. У *heel-drop* тесту особа стоји усправно на таваници, затим се подиже на прсте и свом тежином удара петама о површину пода).



Слика 2: Први тип лаке челичне таванице тестиране у оквиру докторске тезе Ohlsson-а (1982): а) FRF дијаграм, б) ASD дијаграми за тестове са силом ходања и трчања и в) ASD дијаграм за *heel-drop* тест

Убрзања измерена услед произвољне силе ходања, где је учесталост корака у опсегу 1,5-2 Hz, имају стационаран (*steady-state*) карактер који је карактеристичан за нискофреквенцијске таванице. Густине спектра убрзања (*acceleration spectral density (ASD)*) за тест са произвољним ходањем и тест са произвољним трчањем приказани су на Слика 2б, док је ASD дијаграм за *heel-drop* тест представљен на Слика 2в. Ohlsson (1982) тврди да се поређењем FRF графика (Слика 2а) са ASD дијаграмима (Слика 2б и 2в) може приметити да су прва четири сопствена тона таванице била побуђена у сва три теста. Максимум који одговара четвртом сопственом тону конструкције доминира на ASD дијаграмима и за тест ходања и за тест трчања (Слика 2б). Поред тога, максимуми виших тонова (од другог до шестог) на ASD криви која одговара произвољном трчању (Слика 2б) су најмање два пута већи од оних на ASD криви која се односи на произвољно ходање. Ohlsson (1982) закључује да сила трчања много лакше побуђује више тонове у односу на силу ходања.

Други тип таванице тестиране у лабораторији састојао се од хладно-обликованих челичних „C“ греда на које је ослоњена подна плоча од иверице. Веза плоче са гредама је остварена помоћу вијака. Распони таванице у оба правца су приближно 5000 mm. Прва четири сопствена тона одређена су на основу резултата модалног тестирања, док је ASD дијаграм добијен из теста са произвољним ходањем. Прве две сопствене фреквенције су 13,2 Hz и 17,2 Hz те је таваница високофреквенцијска. ASD дијаграм је показао да је произвољна сила ходања побудила прва четири сопствена тона конструкције и, при томе, је други тон био доминантан.

Трећи тип таванице састојао се од префабрикованих лаких бетонских плоча ослоњених на топло-ваљане челичне I-греде које се пружају у два ортогонална правца. Овај тип спрегнуте таванице је по тежини у категорији нормалних таваница (>250 kg/m^2) стога није релевантан за предмет истраживања ове докторске тезе.

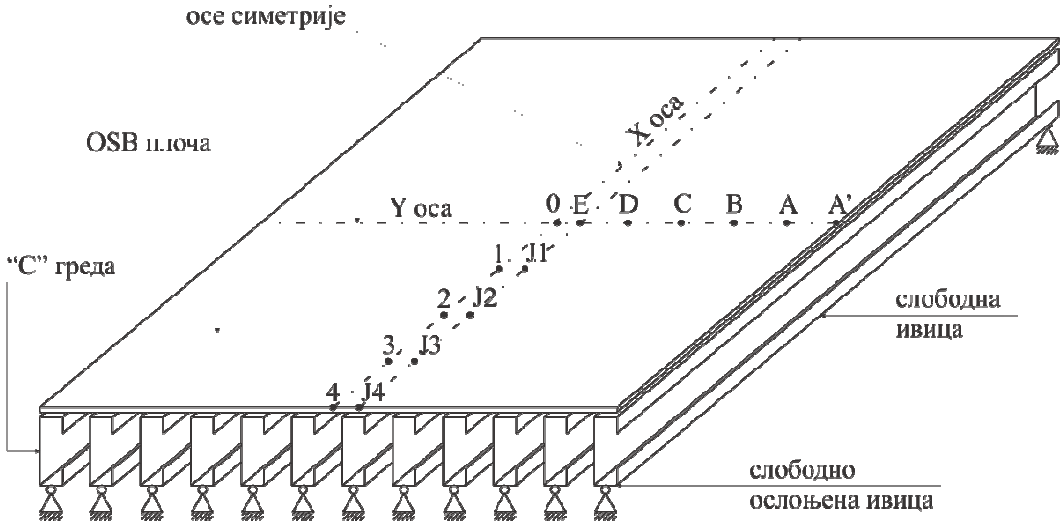
Kraus (1997) у оквиру своје мастер дисертације приказује експерименталне резултате прикупљене на 12 лаких челичних таваница у лабораторији и 11 зона у оквиру међуспратних конструкција у реалним стамбеним објектима. Међуспратне конструкције направљене у лабораторији састојале су се од девет хладно-обликованих челичних „С“ греда паралелно постављених на једнаком међусобном растојању и OSB плоче. Таванице су се разликовале у распонима ХОП-а и диманзијама попречних пресека ХОП-а. Дијаграми густине спектра снаге (*power spectral density (PSD)*) добијени су на основу *heel-drop* теста. (Напомена: PSD график представља дистрибуцију вибрационе енергије система у фреквенцијском домену. У овој докторској дисертацији ASD једнак је квадратном корену од PSD) Убрзање је измерено са једним акцелерометром постављеним на месту које је процењено као геометријски центар таванице (сила у *heel-drop* тесту је аплицирана на истом месту). Процена основног тона са PSD дијаграма, према мишљењу Kraus (1997), није била у потпуности поуздана, јер често први пик (максимна вредност која указује на постојање сопственог тона) није био уједно и највећи. Стога је за основну фреквенцију бирана она која одговара пику највећег интензитета. Примећено је да увек постоји један пик у оспегу 8-12 Hz независно од конфигурације испитиване таванице што је приписано утицају човека који је наносио силу. Kraus (1997) је истакла и значајан утицај виших тонова на одзив система као и чињеницу да су пикови на PSD дијаграму били груписани у јата. Упоређене су експериментално добијене и израчунате основне фреквенције таваница. За прорачун основне фреквенције коришћена је формула за просту греду где је занемарено спрегнуто дејство OSB плоче и ХОП. Иако Kraus (1997) тврди да се на овај начин поприлично прецизно може предвидети основна фреквенција спрегнутих челичних таваница, на основу приказаних резултата може се закључити да то важи само за један број испитиваних таваница, док је за друге грешка у процени била чак и 62%.

Употребљивост таваница експериментално је одређена помоћу теста субјективне процене корисника. Учесници истраживања требало је да сврстају међуспратну конструкцију у једну од три категорије: прихватљива, на граници прихватљивости и

неприхватљива за употребу у стамбеним објектима. Прикупљени подаци упоређени су са оценом употребљивости добијеном коришћењем различитих прописа. Оцене засноване на прописима које су биле у најбољој сагласности са субјективном проценом корисника су издвојиле тај пропис као најпоузданији за анализу таваница са конструкцијом од ХОП. Провера критеријума употребљивости спроведена је помоћу 4 прописа: Шведски пропис (Ohlsson, 1988), Аустралијски пропис (Australian Standard AS3623, 1993), Канадски пропис (Canadian Wood Council et al. 1996) и Џонсонов критеријум (Johnson, 1994). Шведски пропис је заснован на резултатима Ohlsson-а (1982) и односи се на све лаке таванице независно од материјала од којег су направљене, уколико им је основна фреквенција изнад 8 Hz и максималан распон 6-8 m. Аустралијски правилник се односи на таванице са челичном носећом конструкцијом и у великој мери користи одредбе Шведског правилника. Канадски пропис и Џонсонов критеријум предвиђени су за дрвене међуспратне конструкције. Провера употребљивости је извршена тако што су измерене вредности статичког угиба, основне фреквенције и почетне брзине транзијентног одзива упоређене са граничним вредностима дефинисаним у правилницима. Најбољи резултати добијени су применом Канадског прописа.

Xu *et al.* (2000) су спровели испитивања у лабораторији на међуспратној конструкцији састављеној од хладно обликованих челичних „C“ греда на које је ослоњена OSB плоча (Слика 3). Таваница је носила у једном правцу, односно две ивице паралелне са „C“ гредама су биле слободне. Спроведена су три теста са различитим оптерећењем: тест са џаком песка (10 kg тежак џак са песком бачен је са висине 0,33 m на геометријски центар таванице), *heel-drop* тест и тест са силом ходања. Поред ова три теста, који су служили за испитивање динамичког одзива таванице, измерен је и статички угиб у тачкама дуж оса симетрије приказаним на Слика 3 (статичка сила од 1 kN нанета је у тачки „0“). Анализиран је утицај различитих параметара на статички угиб и основну фреквенцију система, и то су: распон „C“ греда, начин ослањања „C“ греда (слободно ослоњени или укљештени крајеви), број ослоњених ивица таванице (само две наспрамне ивице или све четири

ивице ослоњене), тип попречних укрућења (*blocking*), и конфигурација попречних укрућења.

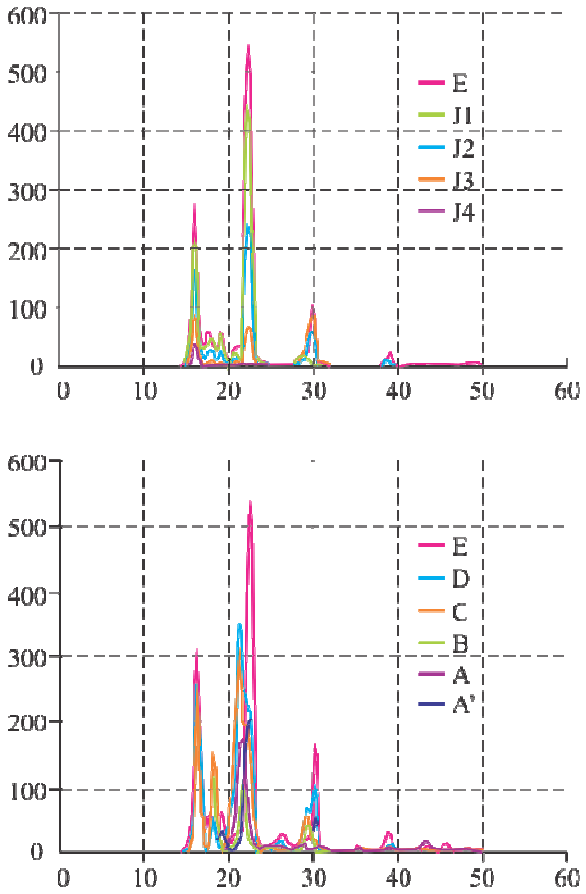


Слика 3: Таваница са конструкцијом од ХОП испитивана у раду Xu *et al.* (2000)

Варирањем наведених параметара добијени су очекивани резултати: 1) смањење распона „C“ греда проузроковало је повећање основне фреквенције и смањење статичког угиба, 2) промена граничних услова на крајевима „C“ греда из слободно ослоњених у укљештене имало је за последицу повећање основне фреквенције и смањење статичког угиба, 3) конструкција са све четири ослоњене ивице имала је већу основну фреквенцију и мањи статички угиб од система са само две наспрамне ослоњене ивице, 4) повећање крутости попречног укрућења није имало никакав утицај на основну фреквенцију, док је статички угиб приметно смањен (у раду је приказан само резултат повећања крутости попречног укрућења код таванице која носи у једном правцу). Што се тиче последњег резултата објашњење највероватније лежи у чињеници да основни тон, будући да се ради о таваници која носи у једном правцу, ангажује само „C“ греде, док попречна укрућења остају недеформисана (самим тим не доприносе крутости система). Случај је другачији када је у питању статички угиб. Пошто се ради о таваници са подном плочом од иверице, која има малу крутост на савијање, статички угиб је локалног карактера. Попречна укрућења

повећавају трансверзалну крутост таванице и садејство „C“ греда те је статички угиб мањи када је крутост попречног укрућења већа.

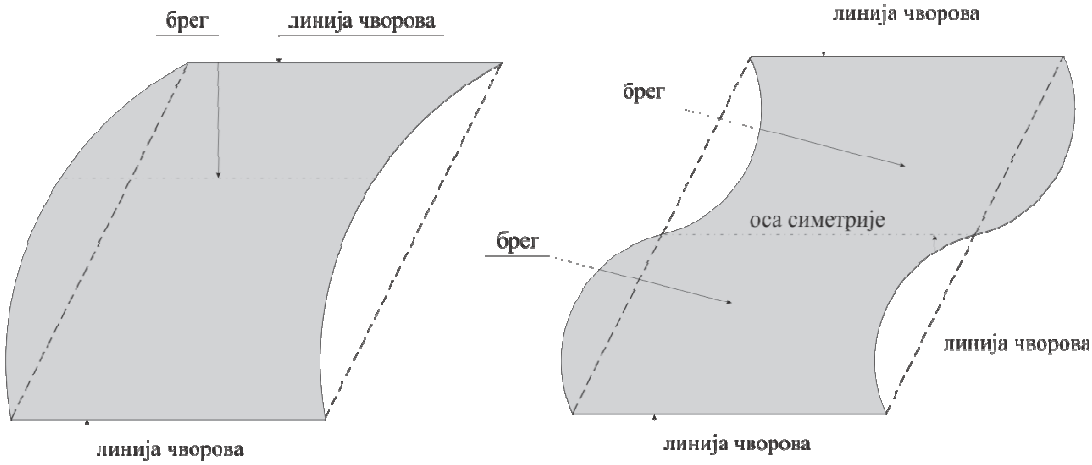
Основна фреквенција таванице одређена је на основу PSD дијаграма добијених у тесту са џаком песка. Мерења убрзања су извршена са једним акцелерометром тако што је при свакој новој позицији акцелерометра тест са џаком песка понављан. Позиције у којима су мерена убрзања приказане су на Слика 3. Како PSD график представља дистрибуцију вибрационе енергије система у фреквенцијском домену, код плоча са равномерно распоређеном крутошћу и масом по јединици површине највећа вибрациона енергија одговара основној фреквенцији. Међутим, Xu *et al.* (2000) су истакли да први пик на PSD дијаграму, за различите конфигурације испитиване таванице, није увек био и највећи. PSD дијаграм приказан на Слика 4а одговара убрзањима измереним дуж X осе, док PSD дијаграм на Слика 4б одговара убрзањима измереним дуж Y осе на истој таваници (ознаке J1-J4 су позиције дуж „C“ греде која је најближа X оси, видети Слика 3). Највећа вибрациона енергија је концентрисана мало изнад 20 Hz и, при томе, то није први максимум. Могу се приметити и разлике у облику и распореду максимума на овим дијаграмима. На PSD графику на Слика 4а све криве су истог облика и имају максимуме при истим фреквенцијама, док код PSD графика на Слика 4б то није случај. Разлог је можда чињеница да су на првом дијаграму приказана мерења извршена дуж једне греде (J1-J4 на Слика 3), док су на другом графику представљена мерења са различитих „C“ греда (A'-E на Слика 3). У раду Xu *et al.* (2000) је одлучено да највећи пик, а не први, буде показатељ основне фреквенције. Ипак, остала је недоумица да ли су основни тонови коректно одређени.



Слика 4: PSD дијаграми за тест са џаком песка (Xu *et al.*, 2000): а) PSD дијаграми за убрзања измерена дуж једне греде и б) PSD дијаграми за убрзања измерена дуж Y осе на различитим гредама

Примењена методологија модалног тестирања садржи одређене недостатке. Први недостатак је везан за неразвијање мреже тест позиција (ТП). У случају да су мерења извршена у довољно густо распоређеним тачкама у оквиру мреже ТП постојали би потпунији подаци о сопственим облицима тонова што би помогло у проналажењу основног тона (сопствени облици тонова генерално нису приказани у раду). Други недостатак је везан за изабране тачке у којима је извршено побуђивање таванице на вибрирање, као и тачкама у којима су извршена мерења убрзања. Наиме, осе симетрије су уједно и линије чворова за многе тонове, стога ови тонови нису могли

да буду побуђени/регистровани уколико је сила аплицирана/одзив измерен у чвору. Према томе, наношење силе само у центру таванице и мерење убрзања дуж оса симетрије правоугаоне основе таванице потпуно је превидело постојање свих антиметричних тонова (Слика 5). (Напомена: Чвор (*node*) је тачка на конструкцији која се не помера при побуђивању неког тона, док је брег (*anti-node*) тачка која има највећу амплитуду.) Ипак, резултати приказани на Слика 4а и 4б показују да постоје разлике у вибрационом понашању различитих „С“ греда у оквиру исте таванице. Може се закључити да није постигнуто пуно садејство „С“ греда што може бити последица мале крутости подне плоче која их повезује, као и полу-крутих веза на контакту елемената конструкције.



Слика 5: Сопствени облици тонова: а) симетричан тон и б) антиметричан тон

Tangorra et al. (2002) су користили експерименталне резултате прикупљене и објављене у раду Xu et al. (2000) како би утврдили поузданост одређених прописа. Измерене статичке угибе и експериментално процењене основне фреквенције упоредили су са прорачунским вредностима добијеним употребом аналитичких модела из актуелних прописа. Коришћени правилници су исти као у дисертацији Kraus (1997) са додатком америчког стандарда (ATC Design Guide 1, 1999). (Напомена: ATC Design Guide 1 (1999) се односи на све таванице са челичном конструкцијом, обухватајући и таванице са ХОП.) Највећи ниво сагласности између

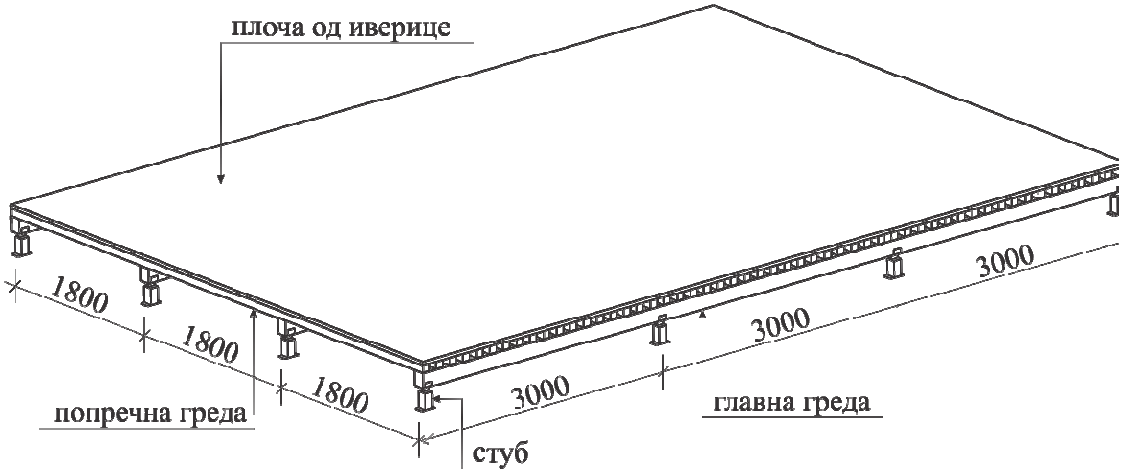
измерених и срачунатих вредности постигнут је применом америчког прописа (ATC Design Guide 1, 1999). Стандардна девијација грешке при процени статичког угиба услед концентрисане силе на геометријском центру конструкције је била 18,90% (минимална је 0,96%, а максимална 40,35%). Идентична стандардна девијација грешке од 18,90% добијена је и за основну фреквенцију (минимална је 0,38%, а максимална 41,45%). Имајући у виду да су резултати добијени применом ATC Design Guide 1 (1999) бољи у односу на друге прописе, а да при томе указују на велику грешку у процени статичких и динамичких карактеристика лаких челичних таваница, може се закључити да аналитички модели садржани у постојећим прописима нису адекватни и поуздани у анализи спрегнутих таваница са ХОП. Tangorra et al. (2002) су истакли да је главни разлог лоше процене реалних карактеристика чињеница да су коришћене формуле са емпиријским коефицијентима за модул смицања на контакту подне плоче и греда, као и за попречна укрућења, које су предвиђене за дрвене и спрегнуте таванице са ТВП. Одређивање ових параметара за спрегнуте таванице са ХОП, према мишљењу Tangorra et al. (2002), би требало да буде предмет будућих испитивања.

Parnell (2008) и Davis (2008) су спровели опсежна експериментална истраживања на 23 различите конфигурације лаких челичних таваница у лабораторији и 20 *in situ* таваница такође са конструкцијом од ХОП. Извршена су три теста, слично као и у раду Xu et al. (2000), и то су: тест са џаком песка, *heel-drop* тест и тест са ходањем. Убрзања су мерена са три акцелерометра постављена на: геометријски центар (пресек оса симетрије код таваница правоугаоне основе), четвтини распона дуж једне осе симетрије, и четвртини распона дуж друге осе симетрије. Основне фреквенције одређене су помоћу PSD дијаграма где је пик највећег интензитета усвојен као њен показатељ. Коришћене су PSD криве добијене при тесту са џаком песка како тежина човека при *heel-drop* тесту не би утицала на сопствене фреквенције. Измерен је статички угиб услед концентрисане силе нанете у центру таванице. Пригушење је рачунато на два начина: *half-power bandwidth* методом и методом логаритамског декремента на основу одзива измерених у *heel-drop* тесту и тесту са џаком песка.

Почетно убрзање транзијентног одзива добијено је на основу резултата *heel-drop* теста, док је ефективно (r.m.s.) убрзање одређено из убрзања измерених у тесту са силом ходања.

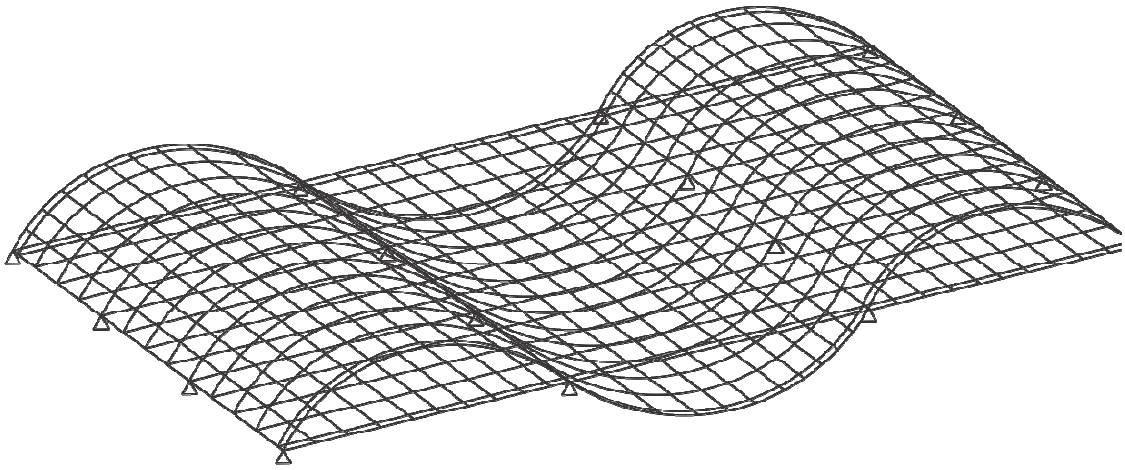
Parnell (2008) је упоредио измерене вредности са прорачунским вредностима добијеним применом следећих прописа: 1) ATC Design Guide 1 (1999), 2) AISC Steel Design Guide No.11 (1997) и 3) Orthotropic Ribbed Plate Method (Smith & Chui, 1988; Hu & Chui, 2004). (Напомена: AISC Steel Design Guide No.11 (1997) је намењен стандардним спрегнутим таваницама са конструкцијом од ТВП. Orthotropic Ribbed Plate Method је предвиђен за дрвене међуспратне конструкције.) Слично као у раду Tangorra et al. (2002) највећа сагласност аналитичких и измерених резултата добијена је употребом ATC Design Guide 1 (1999). Стандардна девијација грешке при процени основне фреквенције код *in situ* таваница била је 16% (минимална је 1%, а максимална 36%), док је за међуспратне конструкције испитиване у лабораторији била још већа 44% (минимална је 19%, а максимална 83%). Резултати поново указују на неадекватност и непоузданост аналитичких процедура у важећим прописима код прорачуна модалних карактеристика таваница са ХОП.

Zhao *et al.* (2001) су испитивали модално понашање Duragal таванице у лабораторији (Слика 6) и направили нумерички модел у виду роштиљне конструкције. Тестирана Duragal таваница састојала се од шупљих ХОП правоугаоног пресека и подне плоче од иверице. Главне греде су континуални носачи на три поља и ослоњене су на кратке стубове. Попречне греде, постављене на једнаком међусобном растојању, су ослоњене на главне греде. Таваница је носила у једном правцу, тј. правцу пружања главних греда.



Слика 6: Duragal таваница испитивана у раду Zhao *et al.* (2001)

Предмет истраживања је био утицај крутости веза на основну фреквенцију система. При томе, експериментално одређене крутости веза су унете у моделе (анализирано је више модела типа роштиљне конструкције). Утврђено је да смичућа крутост веза (у вертикалном правцу) између попречних и главних греда има одлучујућу улогу када је у питању основна фреквенција. Ротациона крутост на крајевима попречних греда, ротациона крутост на крајевима главних греда, као и смичућа крутост веза између подне плоче и попречних греда имају занемарљив утицај. Ипак, добијене резултате треба анализирати у ширем контексту. Наиме, утицаји крутости веза испитивани су само за основни тон (Слика 7). Посматрањем Слика 7 може се закључити да су само главне греде биле ангажоване у основном тону зато што је испитивана таваница носила само у једном правцу. Већа деформација система у вишим тоновима подразумева веће учешће смичућих веза на контакту подне плоче и попречних греда, као и ротационих веза на крајевима попречних греда, што значи да ће утицај ових веза бити израженији у вишим тоновима.



Слика 7: Сопствени облик основног тона Duragal таванице испитиване у раду Zhao *et al.* (2001)

Потребно је још напоменути да је измерена ротациона крутост на крајевима главних греда била поприлично мала ($4 \cdot 10^4$ Nm/rad). Према томе, када је у моделу ова веза промењена из зглобне у полу-круту, где је измерена ротациона крутост додељена полу-крутој вези, добијена је мала разлика у основној фреквенцији. Може се закључити да утицај ротационе крутости на крајевима главних греда на основну фреквенцију таванице није занемарљив, већ се највероватније ради о јако малој промени која није могла да проузрокује значајније промене у фреквенцији основног тона.

Rack and Lange (2009) су тестирали две различите конфигурације лаких челичних таваница у лабораторији. Прву конфигурацију чиниле су хладно-обликоване челичне „C“ греде, распона 5000 mm, постављене паралелно на једнаком међусобном растојању и OSB плоча. Друга конфигурација састављена је од лећима спојених хладно-обликованих „C“ профила, распона 5000 mm, постављених паралелно на нешто већем међусобном растојању у односу на прву конфигурацију и OSB плоче.

Испитиван је утицај различитих параметара: 1) додатне масе у виду врећа песка које су на различите начине биле распоређене по површини подне плоче, 2) спуштеног

плафона од гипсаних панела дебљине 12,5 mm, 3) спојних средстава на смичућем споју подне плоче са ХОП итд. Приметан је недостатак одређених података у раду. Наиме, иако је поменуто развијање МКЕ модела у програму SOFiSTiK, као и добра сагласност израчунате основне фреквенције основног система (без додате масе, спуштеног плафона и промене смичућих спојних средстава) са измереним вредностима, нигде у раду се не могу пронаћи резултати нумеричке анализе. Rack and Lange (2009), ипак, препоручују моделирање везе на контакту подне плоче са гредама у виду специјалног елемента састављеног од ротационе и транслационе опруге. Што се тиче експерименталних резултата утврђено је да замена самоурезујућих вијака са тзв. *ballistic nailing* системом који има већу смичућу крутост не утиче на статички угиб таванице, али смањује убрзање. Аутори напомињу да је то показатељ различите крутости лаких челичних таваница при статичком и при динамичком оптерећењу. Међутим, нису дата потпунија објашњења због чега је убрзање мање, а статички угиб непромењен, код система који би требало да поседује већу крутост.

Zhou *et al.* (2011) су испитивали међуспратну конструкцију састављену од хладно-обликованих челичних „С“ греда и спрегнуте бетонске плоче на профилисаном челичном лиму. „С“ греде, распона 4800 mm, су постављене паралелно на једнаком међусобном растојању. Таваница је носила у једном правцу (правцу пружања „С“ греда). Укупна дебљина спрегнуте плоче је била 50 mm (ова вредност је дата у тексту и треба је узети са резервом зато што је на цртежима дебљина плоче 85 mm). Плоча је причвршћена за греде помоћу самоурезујућих вијака. Не постоји додатна арматура у бетону у виду челичних шипки или мреже (профилисани челични лим се сматра основном арматуром која прихвата напоне затезања). Поред тога, самоурезујући вијци су искључиво имали улогу да причврсте профилисани лим за горњу ножицу „С“ греда, односно тело самоурезујућег вијка није улазило у бетонску плочу као у случају можданика.

Експериментално су испитивани утицаји различитих параметара на основну фреквенцију таванице, и то утицаји: 1) густине распореда самоурезујућих вијака, 2)

начина ослањања крајева „С“ греда, 3) типа попречног укрућења и 4) интензитета додатног сталног оптерећења које је предвиђено у фази експлоатације. Слободне вибрације су проузроковане ударом чекића у геометријском центру таванице. Направљена је мрежа од укупно 21 тест позиције у којима су постављени акцелерометри. При томе, акцелерометри су причвршћени за доњу ножицу „С“ греда.

Резултати су показали да са наношењем додатног сталног оптерећења на бетонску плочу основна фреквенција опада, што је очекиван резултат. Међутим, промене основне фреквенције од макс. 10% за додатно стално оптерећење од 80 kg/m^2 и макс. 20% за додатно оптерећење од 200 kg/m^2, су мале узимајући у обзир да је тежина таванице приближно 120 kg/m^2 (или 180 kg/m^2 за оребрену плочу дебљине 85 mm). (Напомена: Сопствене фреквенције су обрнуто сразмерне квадратном корену од масе. У случају да је маса основног система 120 kg/m^2, промена основне фреквенције за додатно оптерећење од 80 kg/m^2 је приближно 22%, док је за додатно оптерећење од 200 kg/m^2 промена приближно 39%. Уколико је маса основног система 180 kg/m^2, промене основне фреквенције су приближно 17% и 31%, за додатно оптерећење од 80 kg/m^2 и 200 kg/m^2, респективно. У оба случаја измерена промена основне фреквенције је значајно мања од очекиване.) Објашњење можда лежи у чињеници да је са повећањем масе подне плоче порастао и степен приањања, као и сила трења, на контакту подне плоче са гредама. Последично, порасла је и крутост система. Према томе, промена основне фреквенције је била мања од очекиване, због истовременог повећања и масе и крутости таванице.

Што се тиче осталих параметара, утврђено је да повећање крутости попречног укрућења нема никаквог ефекта на основну фреквенцију. Будући да се ради о таваници која носи само у једном правцу, објешњење је исто као у раду Xu et al. (2000). Укљештење крајева „С“ греда (које је постигнуто додавањем масивних греда на 2 наспрамне ивице дуж којих је плоча ослоњена) проузроковало је пораст основне фреквенције што је опет у складу са очекивањима. Интересантно, са повећањем растојања између самоурезујућих вијака (дупло повећање) основна фреквенција је порасла што је објашњено несавршеностима присутним код реалних конструкција,

конкретно неравномерно расподељеном масом спрегнуте плоче по јединици површине.

Zhou et al. (2011) су направили МКЕ модел у програму ANSYS где су „С“ греде, профилисани лим, носачи на које су ослоњене „С“ греде и попречна укрућења представљени помоћу SHELL181 елемената (SHELL181 је површински КЕ предвиђен за моделирање танких љуски са опцијом нелинеарног понашања). Бетон је моделиран помоћу SOLID65 елемената (SOLID65 је запреминski КЕ намењен за моделирање армираног бетона са могућностима увођења пукотина и лома у анализу). Самоурезујући вијци представљени су у моделу са BEAM188 елементима, док је веза профилисаног лима и горње ножице „С“ греда на деловима између самоурезујућих вијака симулирана помоћу CONTAC52 елемената. Нажалост, ово су све информације о моделу које се могу наћи у раду. Карактеристике елемената (пре свега смичуће крутости самоурезујућих вијака) нису приказане. Поставља се питање и да ли је било неопходно уводити елементе са нелинарним понашањем у модалну анализу која је у програму ANSYS по дефиницији линеарна. Поред тога, ако је верификација модела извршена према одзиву система, интересантно је на који начин су нелинеарности, које опционо пружају изабрани елементи, унете у модел. Максимално одступање срачунатих основних фреквенција у односу на измерене је 11%.

На основу прегледане литературе могу се извести следећи закључци.

Резултати експерименталних испитивања које је спровео Ohlsson (1982) указују на присуство виших тонова у одзиву лаких челичних таваница када су изложене сили ходања или трчања. При томе, примећена је и доминација виших тонова у овим одзивима (четврти тон код првог типа и други тон код другог типа тестираних таваница). Стога, анализа вибрација лаких челичних таваница треба да обухвата и више тонове, а не само основни тон како је то често случај.

Велике разлике између измерених и израчунатих основних фреквенција у радовима Kraus (1997), Tangorra et al. (2002), Parnell (2008) указују на сувише поједностављен и непоуздан приступ који нуде постојећи прописи. Разлози леже у чињеници да су

емпиријски коефицијенти у препорученим аналитичким процедурама изведени на основу експерименталних испитивања дрвених и стандардних таваница са ТВП. Поред тога, теоријски оквир препоручених процедура заснован је на претпоставкама које очигледно превиђају суштински важне карактеристике лаких челичних таваница (њихово одређивање је један од циљева ове дисертације).

Нумерички модели у радовима Zhao et al. (2001) и Zhou et al. (2011) су верификовани кроз сагласност измерених и израчунатих основних фреквенција. Поставља се питање да ли модел са довољном тачношћу може да представља реалну конструкцију, ако се верификација врши само за једну сопствену фреквенцију. Наиме, у раду Zhao et al. (2003) неки елементи међуспратне конструкције нису ангажовани у основном тону, стога су погрешно означени као нерелевантни. Поред тога, с обзиром на значајно учешће виших тонова у одзиву система изложених сили ходања (Ohlsson 1982), да ли модел верификован само према основном тону може са довољном тачношћу рефлектовати динамичко понашање реалне конструкције.

Упоредном анализом резултата истраживања везаних за дрвене и спрегнуте таванице са ХОП долази се до закључка да маса конструкције, поред тога што директно утиче на сопствене фреквенције и величину одзива, значајно утиче и на понашање и улогу веза у вибрацијама међуспратних система. Код нормалних/тешких међуспратних конструкција сила трења на контакту елемената је велика захваљујући поприличној маси (пре свега подне плоче). У случају лаких таваница, трење на контакту елемената се очигледно лако превазилази чак и када су динамичка оптерећења ниског интензитета. Према томе, пренос силе преузимају спојна средства. Код дрвених конструкција крутост веза зависи углавном од деформације (гњечења) дрвета на контакту са спојним средством. Ово објашњење не важи за лаке челичне таванице, јер се челик одликује високом тврдоћом. (Напомена: Термин *тврдоћа* означава отпорност материјала на продирање другог, тврђег материјала у његову структуру) Досадашња истраживања која су обухватала утицај крутости веза на модалне карактеристике лаких челичних таваница (Zhao et al., 2001; Zhou et al., 2011) нису пружила препоруке и процедуре за прорачун крутости веза, које ће бити

верификоване и за више сопствене тонове. Поставља се питање који су то кључни параметри који диктирају понашање веза у спрегнутим таваницама са конструкцијом од ХОП изложеним сили ходања.

2.2. Утицај преградних зидова на модално понашање међуспратних конструкција

Повољан утицај неконструктивних зидова на употребљивост таваница је у почетку повезиван са порастом пригушења. Lenzen (1966) је спровео експериментална испитивања на 46 спрегнутих челично-бетонских таваница у реалним објектима. Утврдио је да неконструктивни елементи доприносе укупном пригушењу међуспратне конструкције и да је тај допринос највећи када су инсталирани преградни зидови на таваници или испод ње. Конкретно, три међуспратне конструкције чије су вибрације процењене као најнепријатније су биле без преградних зидова. Стога је Lenzen (1966) закључио да у објектима са уобичајеном покривеношћу таваница преградним зидовима најчешће не долази до проблема прекомерних вибрација. Murray (1975) истиче да се у случају вибрација изазваних кретањем корисника, извор и пријемник не могу изоловати као у случају вибрација услед рада машина те се контрола мора спровести побољшањем карактеристика конструкције. Преградни зидови могу значајно повећати пригушење које је сматрано главном мером за смањење вибрација и Murray (1975) препоручује факторе пригушења у рангу 10-20% за таванице са инсталираним преградним зидовима. Касније су ове вредности одбачене од стране Wyatt-a (1985), Ohlsson-a (1988a) и Eriksson-a (1994) као превелике и непоуздане, јер су одређене применом недаекватних техника мерења и *heel-drop* теста.

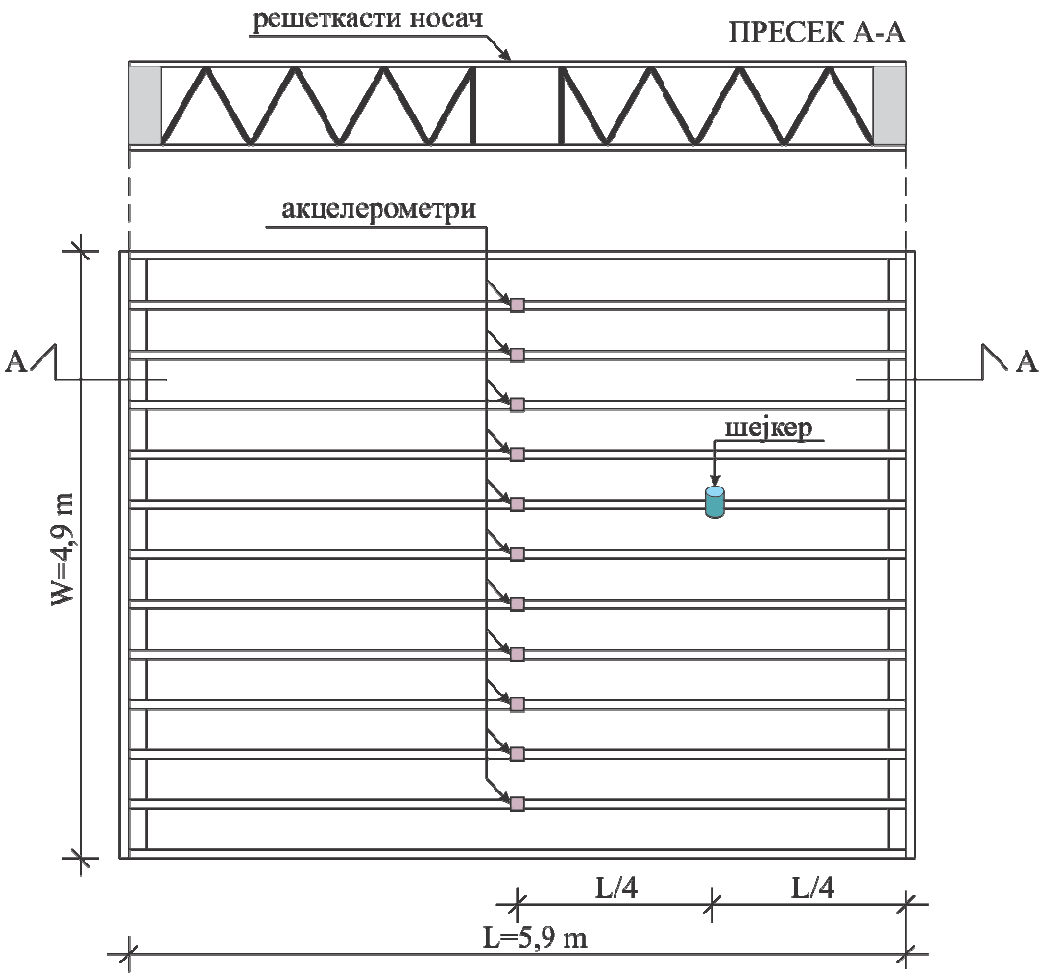
Ohlsson (1988б) је истакао позитиван утицај који неконструктивни елементи имају на вибрацијско понашање таваница, али је нагласио да провера употребљивости конструкције не би требало да зависи од елемената чије присуство није сигурно и мења се са наменом објекта. Петнаест година касније Hanagan (2003) такође указује на повољно дејство преградних зидова, али препоручује да се не уводе у анализу вибрација из истих разлога које је навео и Ohlsson (1988б).

Hewitt & Murray (2004) препоручују мање вредности фактора пригушења од оних које је предложио Murray (1975). У Табела 1 су наведене вредности фактора пригушења у зависности од врсте канцеларијског простора и заступљености неконструктивних вертикалних елемената. Murray (2000) је истакао разлику између пригушења одређеног на основу логаритамског декремента из *heel-drop* теста и модалног пригушења, наглашавајући да је модално пригушење од једне половине до две трећине пригушења одређеног на основу логаритамског декремента. Због тога су велике разлике између фактора пригушења које је препоручио Murray (1975) и које су предложили Hewitt & Murray (2004).

Табела 1: Фактори пригушења у зависности од уређења канцеларије (Hewitt & Murray, 2004)

Уређење канцеларије	Фактор пригушења [%]
Традиционална канцеларија са преградним зидовима пуне висине	5
Електронска канцеларија	2-2,5
Канцеларија без преградних зидова	2,5-3
Канцеларија - библиотека	3-4

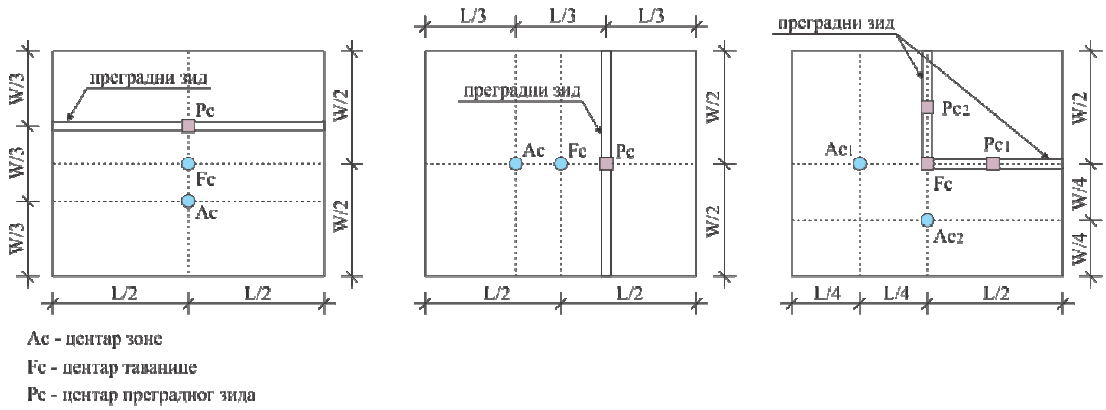
Поред очигледног утицаја неконструктивних елемената на пригушење, примећено је да они имају утицај на сопствене фреквенције и сопствене облике тонова. Hu & Tardif (1999) су испитивали утицај преградних зидова на статички угиб и динамичке карактеристике лаких дрвених таваница. Основни систем тестиране таванице састојао се од дрвених решеткастих носача постављених на једнаком међусобном растојању (Слика 8). Подна плоча је шперплоча (Canadian Softwood Plywood) и причвршћена је вијцима за решеткасте носаче. Систем је ослоњен само дуж две наспрамне ивице, односно носи у једном правцу – правцу пружања решеткастих носача.



Слика 8: Основа дрвене међуспратне конструкције тестиране у раду Hu & Tardif (1999)

Преградни зидови висине 1200 mm, тачније полу-преграде, састављене су од дрвеног скелета (вертикално и хоризонтално постављених дрвених гредица) и гипсаних панела дебљине 12,7 mm причвршћених са обе стране дрвене потконструкције. Испитивана су три различита распореда полу-преграда: 1) једна полу-преграда постављена је паралелно са решеткастим носачима на трећини ширине конструкције (Слика 9а) и простирала се целом дужином таванице, 2) једна полу-преграда постављена је управно на правац пружања решеткастих носача на трећини распона (Слика 9б) и простирала се целом ширином таванице и 3) две полу-преграде

постављене су тако да се једна пружала у правцу решеткастих носача, а друга управно на правац носача, формирајући одвојену просторију у углу правоугаоне основе система (Слика 9в). Како би симулирали утицај преградних зидова пуне висине дуж горње ивице полу-преграда равномерно је рапоређена додатна маса од 22 kg/m'.



Слика 9: Различити распореди преградних зидова (Hu & Tardif, 1999): а) полу-преграда постављена у правцу решеткастих носача, б) полу-преграда постављена у правцу управном на правац пружања решеткастих носача и в) две полу-преграде инсталиране у оба правца

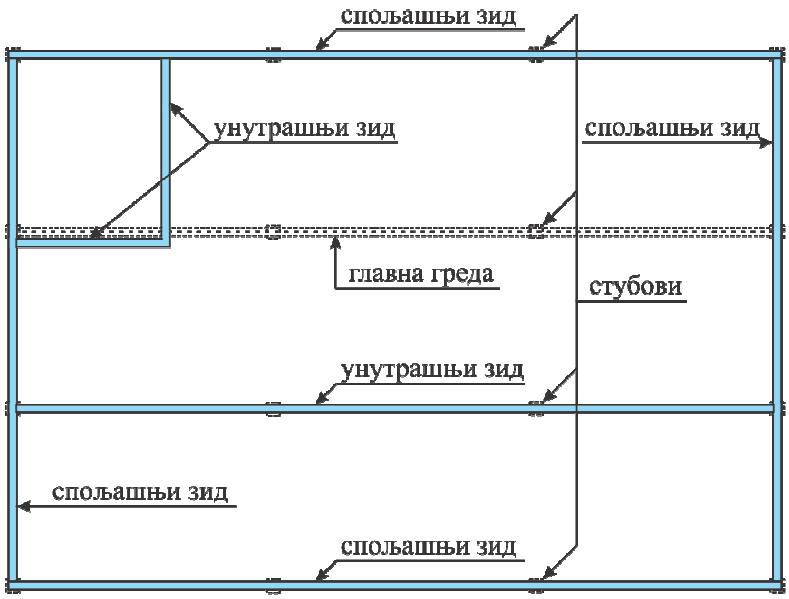
Прва конфигурација неконструктивних лаких зидова повећала је основну фреквенцију основног система са 10,9 Hz на 11,4 Hz, а пригушење од 7% незнатно се смањило на 6% (није објашњен начин одређивања пригушења). Статички угиб, који код међуспратних конструкција са подном плочом мале крутости на савијање (као што је шперплоча) има изразито локални карактер, се најупадљивије смањио (чак 81%) на месту директно испод преградног зида, док је у центру таванице редукован за само 6,4%. Hu & Tardif (1999) указују на чињеницу да је полу-преградни зид постављен тачно изнад једног од решеткастих носача те је масом и крутошћу највише допринео том носачу.

У случају друге конфигурације утицај полу-преграде инсталиране управно на правац пружања решеткастих носача је био више глобалног карактера. Основна фреквенција

порасла је на 12,2 Hz, пригушење се није променило у односу на основни систем, а статички угиб испод центра преградног зида и у центру таванице смањио се за 72,6% и 36,4%, респективно. Утврђено је и да се разлика између сопствене фреквенције првог и другог тона повећала са 3,2 Hz на 6,9 Hz што указује на повећање крутости конструкције у правцу управном на решеткасте носаче. Очигледно је преградни зид повећао садејство решеткастих носача, који су иначе били повезани само танком подном плочом, и на тај начин повећао укупну крутост система у трансверзалном правцу. (Напомена: Код изразито ортотропних плоча са великом разликом у крутости на савијање између два ортогонална правца обично је мала разлика између фреквенција сопствених тонова.)

Трећа конфигурација је смањила основну фреквенцију са 10,9 Hz на 8,9 Hz што указује на већи допринос полу-преграда маси, него крутости основног система. Статички угиби испод центра једног и другог преградног зида су се смањили за 53,2% и 48%, док се статички угиб у центру таванице смањио за 22,9% (центар таванице је уједно и место спајања два ортогонално постављена преградна зида). Утицај полу-преграда на крутост конструкције је највероватније био само локалног карактера стога су статички угиби смањени, а основна фреквенције није порасла.

Alikhail *et al.* (1999) су спровели истраживање везано за утицај лаких дрвених зидова на модалне карактеристике, статички угиб и људску перцепцију вибрација код лаких челичних таваница. Међуспратна конструкција, иста као у раду Zhao *et al.* (2001) (Слика 6), испитивана је у три различите фазе: 1) таваница без неконструктивних елемената (основни систем), 2) таваница са дрвеним зидовима и плафонском конструкцијом ослоњеном на зидове и 3) систем исти као у другој фази са додатном масом на плафону која треба да симулира тежину кровне конструкције. Потребно је истаћи да су се зидови састојали само од дрвеног рама без панела и да су постављени дуж све четири ивице међуспратне конструкције (симулирајући фасаду), као и изнад једне од унутрашњих главних греда (Слика 10). Два додатна преградна зида (један у правцу главних греда, други у правцу попречних греда) су постављена у углу таванице формирајући одвојену просторију - собу.



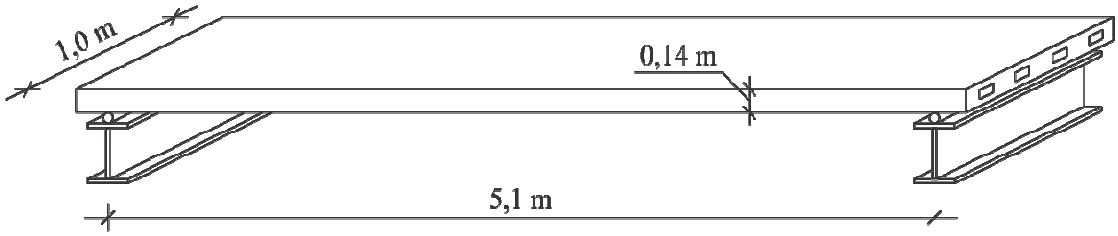
Слика 10: Распоред неконструктивних зидова у раду Alikhail *et al.* (1999) (основа тестиране таванице)

Основна фреквенција, експериментално утврђена у првој фази, износила је 18,9 Hz. Незнатно је смањана у другој фази на 18,7 Hz, док је у трећој фази порасла на 22,1 Hz и 21,9 Hz за додатну масу на плафону од 40 kg/m^2 и 90 kg/m^2, респективно. Пригушење од 3,2%, колико је измерено у првој фази, порасло је на 6,6% у другој, и на 11,1% и 14,6% у трећој при додатој маси од 40 kg/m^2 и 90 kg/m^2, респективно. Статички угиб се генерално мало променио од прве до треће фазе: са 1,1 mm у првој фази на 1,05 mm у другој и на 1,01 mm у трећој. Оцена употребљивости је била скоро иста у прве две фазе, док је у трећој упадљиво побољшана.

Alikhail *et al.* (1999) закључују да је присуство неконструктивних зидова и плафона у другој фази деловало на основну конструкцију само као додатна маса што је потврђено и скоро непромењеном вредношћу статичког угиба. Мала промена основне фреквенције од свега 0,2 Hz је највероватније последица мале промене модалне масе овог тона зато што су неконструктивни зидови углавном били постављени изнад ослонаца. Међутим, постоји могућност и да је утицај повећања масе, услед додавања зидова и плафона, ипак делимично компензован и повећањем

крутости те је због тога промена основне фреквенције изразито мала у другој фази. Треба имати у виду и да је статички угиб код таваница са подном плочом од иверице локалног карактера те додавање зидова изнад ослонаца не може значајно утицати на њихово смањење (угиб је мерен у пољу између главних греда). Интересантно, додатна маса од 40 kg/m^2 и 90 kg/m^2 на плафонској конструкцији у трећој фази проузроковала је приметно повећање крутости система. Очигледно су неконструктивни зидови, преносећи масу са плафона на таваницу, повећали укљештење дуж ивица таванице, као и дуж унутрашње главне греде (Слика 10) и на тај начин повећали крутост система.

Falati (1999) у својој докторској дисертацији приказује истраживање спроведено у лабораторији на претходно-напрегнутој бетонској плочи (Слика 11). Плоча носи у једном (дужем) правцу.

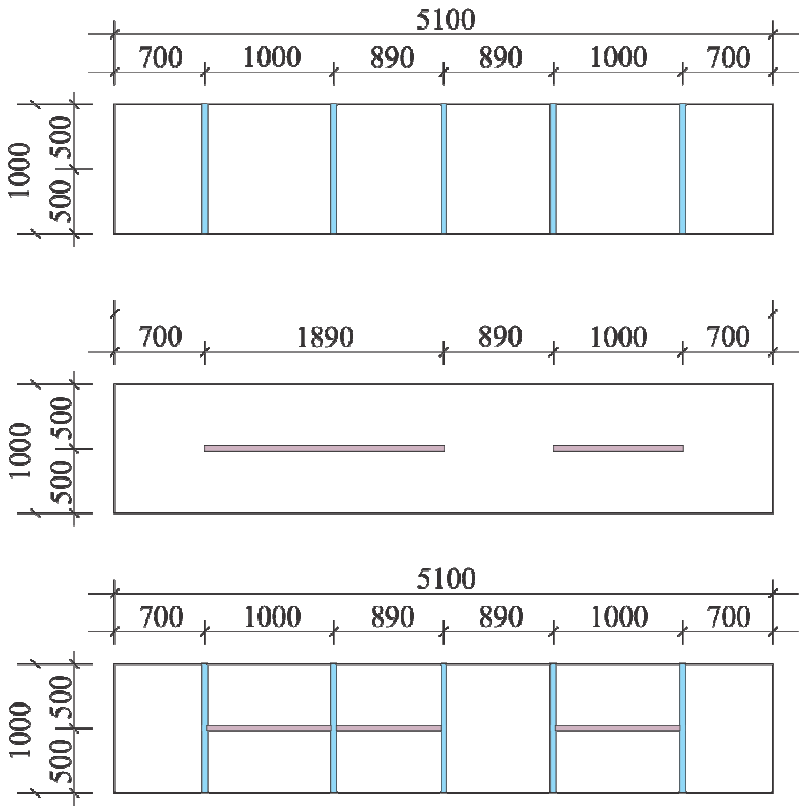


Слика 11: Претходно напрегнута бетонска плоча тестирана у оквиру докторске дисертације Falati (1999)

Испитиван је утицај полу-преградних зидова у три различита распореда (Слика 12а,б,в), као и утицај преградног зида пуне висине само у једном положају - управно на правац главног распона. Полу-преграде су гипсани панели дебљине 9 mm и висине 1200 mm. Спојени су круто за бетонску плочу помоћу L челичних профила, вијака и завртњева. Преградни зид пуне висине је исто гипсани панел дебљине 9 mm постављен испод бетонске плоче тако да повезује плочу са подом лабораторије (висина зида је 400 mm). Крута веза између преграде и плоче је остварена помоћу L челичних профила и спојних средстава која су већ била уграђена у бетонску плочу са

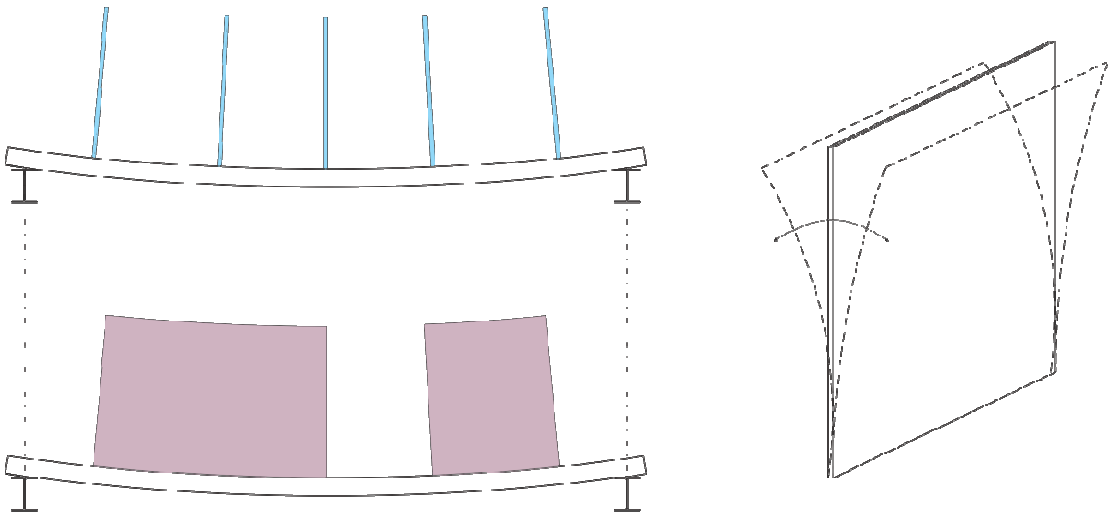
доње стране, док је веза између преграде и пода лабораторије остварена помоћу L – профила који су залепљени за под лабораторије и причвршћени завртњевима за гипсани панел.

Полу-преградни зидови постављени управно на главни правац плоче (Слика 12а) смањили су основну фреквенцију са 8 Hz на 7,76 Hz, док је пригушење порасло са 1,1% на 1,3%. Када су полу-преграде инсталиране паралелно са главним правцем плоче (Слика 12б) основна фреквенција и пригушење су остали непромењени. У случају полу-преградних зидова постављених паралелно и управно на главни правац плоче (Слика 12в) измерена је основна фреквенција од 7,81 Hz и пригушење од 1,69%.



Слика 12: Распоред полу-преграда (Falati, 1999): а) полу-преграде постављене у правцу управном на главни правац, б) полу-преграде постављене у главном правцу и в) полу-преграде инсталиране у главном и попречном правцу

Falati (1999) закључује да полу-преградни зидови постављени дуж главног правца (Слика 12б) немају никакав утицај на модалне карактеристике. Са друге стране, полу-преградни зидови распоређени управно на главни правац (Слика 12а) доприносе само пригушењу система. Потребно је нагласити да огромна разлика у маси и крутости гипсаних панела у поређењу са бетонском плочом указује на чињеницу да полу-преграде врло мало могу променити основну фреквенцију система (маса зида је око 7 kg/m', а маса плоче је 350 kg/m'). Из тог разлога мале промене основне фреквенције (до 3%) могу бити протумачене или као последица утицаја полу-преграда или као грешка при мерењу. Међутим, уколико ипак претпоставимо да се ради о утицају полу-преграда, изразито мало смањење основне фреквенције услед додавања зидова у попречном правцу може бити последица повећања масе. При томе, крутост система се није мењала зато што се полу-преграде постављене дуж краћег правца плоче нису деформисале у основном тону (Слика 13а). Непромењена вредност основне фреквенције у случају подужно постављених полу-преграда може бити последица истовременог повећања и масе и крутости ситема. Како се плоча деформише дуж главног правца у основном тону, постоји могућност да се и подужно постављене полу-преграде деформишу пратећи сопствени облик тона (Слика 13б). У случају полу-преграда постављених у оба правца основна фреквенција се смањила због повећања масе услед додавања зидова. Уколико се претпостави да полу-преграде доприносе само маси система, а не и крутости, смањење основне фреквенције би требало да буде израженије у овом случају него у случају само попречно постављених полу-преграда (због већег броја зидова и последично масе). Ипак, полу-преграда постављена дуж главног правца доприноси и крутости система те је промена основне фреквенције у трећем случају (Слика 12в) мања него у првом (Слика 12а).

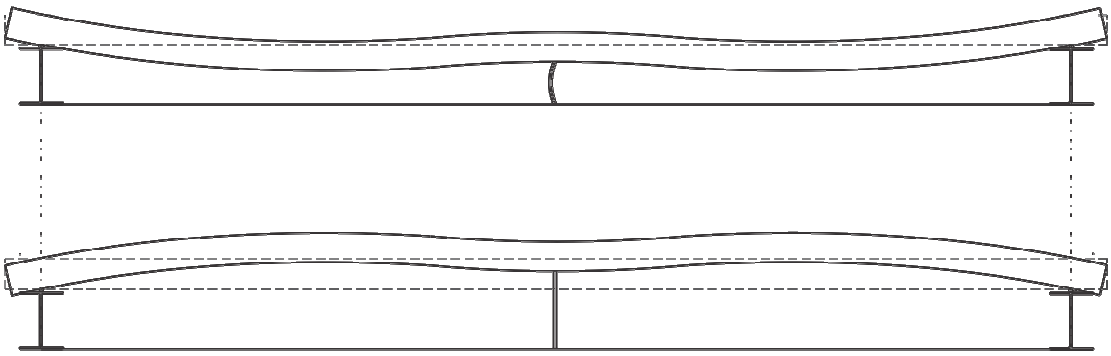


Слика 13: Деформација полу-преграда у основном сопственом тону тестиране плоче (Falati, 1999): а) обртање полу-преграда инсталираних у попречном правцу, б) деформација полу-преграда постављених у подужном правцу и в) бочно осциловање полу-преграда постављених у попречном правцу

Повећање пригушења у случају попречно постављених полу-преграда је, како Falati (1999) закључује, последица бочног осциловања полу-преграда (Слика 13в) и губитка енергије до којег долази услед овог осциловања. У другој фази, када су полу-преграде постављене дуж главног правца плоче, нема промене пригушења. При трећем распореду полу-преграда (Слика 12в) пригушење је порасло више него при првом распореду (Слика 12а) што Falati (1999) приписује спрегнутом понашању подужних и попречних полу-преграда и губитку енергије кроз трење.

Преградни зид, који је једним крајем био везан за под лабораторије, а другим за бетонску плоче је имао драстично израженији утицај на модалне карактеристике плоче. Основна фреквенција је порасла са 8 Hz на 20,34 Hz, док је пригушење порасло са 1,1% на 1,95%. Falati (1999) ову промену објашњава значајним доприносом преградног зида крутости система. Како је додатним испитивањима утврђено да се преграда бочно извијала при притиску који настаје услед вертикалног вибрирања бетонске плоче Falati (1999) је закључио да се преграда понаша као

вертикални еластични ослонац (Слика 14). У дисертацији је предложен и аналитички модел за прорачун модалних карактеристика где је бетонска плоча представљена простом гредом, а еластични ослонац је замењен концентрисаном, трансверзалном, периодичном силом. Диференцијална једначина кретања овог система је нехомогена, односно сила у еластичном ослонцу се уводи као спољашње динамичко оптерећење. Крутост опруге Falati (1999) је одредио експерименталним путем тако што је измерио аксијалну деформацију која настаје при бочном извијању гипсаног панела. Међутим, треба размотрити и могућност да преграда није изложена само аксијалном притиску, већ и затезању, при вибрирању бетонске плоче (Слика 14). У том случају, опруга, којом је представљена преграда у моделу, ће имати различиту крутост при затезању и при притиску (због бочног извијања). Ово свакако важи у случају да је преграда била недеформисана пре иницирања вибрација.



Слика 14: Измењени сопствени облик основног тона тестиране плоче услед ангажовања преграде пуне висине (Falati, 1999): а) деформација преградног зида при притиску (полу-осцилација плоче на доле) и б) деформација преградног зида при затезању (полу-осцилација плоче на горе)

Miskovic & Pavic (2009) су експериментално и нумерички анализирали утицај преградних зидова (пуне спратне висине) на динамичко понашање две номинално идентичне спрегнуте бетонске таванице са ТВП конструкцијом. Вишеспратна зграда, у којој су извршена мерења, обухватала је скелетну челичну конструкцију

састављену од топло-ваљаних челичних стубова и греда. Подна плоча је бетонска плоча на профилисаном челичном лиму. Сопствене фреквенције и сопствени облици тонова добијени на основу резултата модалног тестирања поприлично су се разликовали за две номинално идентичне таванице. Утврђено је да је то резултат различитог броја и распореда преградних зидова присутних на овим таваницама.

Сопствене фреквенције првих шест тонова израчунате помоћу МКЕ модела су се разликовале од измерених за макс. 19,5% за једну и 24,2% за другу међуспратну конструкцију. Када су унети преградни зидови у МКЕ модел у виду вертикалних опруга висине 1 m (на једном крају везаних за таваницу, а на другом за непокретан ослонац), максимална разлика између израчунатих и измерених сопствених фреквенција се смањила на 10,5% за једну и 14,9% за другу међуспратну конструкцију. Треба напоменути да су опруге са номиналном аксијалном крутошћу зидова уносиле превише крутости у МКЕ модел те је њихова почетна аксијална крутост смањена. Редукована крутост одређена је на основу релативног померања у флексибилном споју преградних зидова са плафоном. Коначна вредност аксијалне крутости за преградни зид са потконструкцијом од ХОП и дуплим гипсаним панелима са обе стране је $1{,}25 \times 10^8$ (N/m)/m' (висина зида је 4 m). После извршеног аутоматизованог *model updating*-а максимална разлика за прва три тона је редукована на 2,58% за једну и 4,52% за другу таваницу.

Devin (2013) у својој докторској дисертацији представља истраживање спроведено на четвороспратној армирано-бетонској згради у три фазе: 1) основна конструкција, 2) основна конструкција са фасадом постављеном дуж две наспрамне странице приближно правоугаоне основе зграде и 3) готов објекат са свим неконструктивним елементима, инсталацијама и опремом. Таванице су типске, дебљине 300 mm, и ослоњене на стубове распоређене на једнаком међусобном растојању од 7,5 m у једном и 6,6 m у другом правцу. Мерења амбијенталних вибрација су извршена на једној међуспратној конструкцији у све три фазе. Затим, су спроведена мерења принудних вибрација изазваних са 4 генератора вибрација на две номинално идентичне таванице у оквиру исте зграде, али само у трећој фази. Циљ првог дела

мерења који се односио на амбијенталне вибрације била је анализа утицаја додавања неносећих зидова на модалне карактеристике једне таванице. Сврха другог дела је била студија утицаја различитог броја и распореда преградних зидова на динамичко понашање две номинално исте таванице.

МКЕ модел основног система (носећа конструкција целог објекта, а не само таванице на којој су вршена мерења) био је у одличној сагласности са резултатима добијеним за амбијенталне вибрације у првој фази. Разлика између измерених и израчунатих сопствених фреквенција прва три тона је била мања од 5,7%, док је најмања вредност MAC (*Modal Assurance Criterion*) била 0,84. Ови резултати добијени су поштовањем генералних принципа који важе за моделирање масивних таваница (све везе су круте и динамички модул еластичности бетона је за 30% већи од статичког). Експериментални резултати показали су повећање крутости система са додатком фасадних зидова у другој фази. Наиме, сопствене фреквенције прва три тона (10,7 Hz, 12,4 Hz и 14,1 Hz) су порасле за 6,5%, 8,9% и 8,5%, респективно. Вредности MAC између прва три тона одређених у првој и у другој фази тестирања су изнад 0,77 што указује на малу промену сопствених облика тонова. Овај резултат је очекиван зато што су додати само фасадни зидови. Интересантно, сопствене фреквенције прва три тона су опале у трећој фази у односу на прву фазу за 14%, 11,3% и 5%. Ови резултати указују на већи допринос преградних зидова, као и осталих неконструктивних елемената и опреме, маси него крутости основног система. Међутим, примећено је да су неки тонови који су постојали у првој фази тестирања ишчезли у другој и трећој фази што сугерише да неконструктивни зидови сузбијају вертикалне вибрације у зонама које су густо покривене овим неносећим елементима.

У другом делу експерименталних испитивања када су две номинално исте таванице биле побуђене на осиловање помоћу генератора вибрација приметан је велики пораст сопствених фреквенција. Прве три фреквенције једне таванице су порасле за 46,7%, 33,1% и 26,2%, док су у случају друге таванице порасле за 40,2%, 37,9% и 34,8%. Ови резултати указују на значајан допринос неконструктивних зидова крутости испитиваних међуспратних конструкција. Различите промене сопствених

фреквенција између тонова једне таванице су последица различитог положаја преградних зидова у односу на чворове и брегове одређеног тона. Са друге стране, различите промене сопствених фреквенција између две номинално исте тестиране међуспратне конструкције су резултат различитог броја и распореда неносећих зидова присутних на њима.

МКЕ модел целе конструкције зграде састојао се од МКЕ модела основног система (верификованог поређењем са резултатима мерења при амбијенталним вибрацијама) и неконструктивних зидова представљених вертикалним еластичним опругама (једним крајем везаним за под, а другим за плафон). Крутости опруга израчунате су као збир аксијалних крутости саставних компоненти зида (AE/L, где су: A – површина хоризонталног попречног пресека компоненте зида, E – модул еластичности и L - висина компоненте зида). На пример, у случају преградних зидова, крутост је рачуната као збир аксијалне крутости ХОП и аксијалних крутости гипсаних облога. Маса неносећих вертикалних елемената је додата систему у виду концентрисаних маса на поду одређеног спрата дуж правца пружања зидова. После извршеног *model updating*-а, у којем су вариране само крутости еластичних опруга које су представљале неконструктивне зидове, добијена је добра сагласност са експерименталним резултатима. Максимална разлика између измерених и израчунатих сопствених фреквенција прва три тона за једну таваницу је 5,7%, а за другу 10,9%. Ови резултати добијени су за преградне зидове са 10% мањом аксијалном крутошћу у односу на стварну (израчунату на основу техничке документације) и фасадне зидове са 27% мањом аксијалном крутошћу у односу на номиналну.

Devin (2013) закључује да утицај неконструктивних зидова зависи од интензитета вибрација изазваних у међуспратним конструкцијама. Мала вертикална померања таванице услед амбијенталних вибрација нису проузроковала деформисање неносећих зидова, односно нису ангажовала ове елементе. Према томе, претпоставка о моделирању неконструктивних елемената као масе распоређене по јединици дужине (непокретно линијско оптерећење) је у овом случају оправдано. Када је

повећана енергија вибрирања увођењем генератора вибрација као побуђивача, неконструктивни зидови су почели да се понашају у конструктивном маниру повећавајући основну фреквенцију једне од две испитиване таванице за чак 46,7%. У овом случају било је неопходно увести вертикалне преграде и фасаде у МКЕ модел конструкције не само као додатну масу, већ и као елементе који доприносе крутости система.

На основу прегледане литературе могу се извести следећи закључци.

Утицај неконструктивних зидова на модалне карактеристике система је различит код лаких и код нормалних/тешких међуспратних конструкција. Код лаких таваница значајну улогу је имала мала крутост на савијање подне плоче стога су полу-преграде имале улогу укрућења. У случају полу-преграда постављених паралелно са главним гредама допринос крутости таванице је претежно био локалног карактера те је углавном редукован статички угиб у непосредној околини преграде, а основна фреквенција је мало порасла. Када су полу-преграде биле постављене управно на правац главних греда утицај је био глобални, тј. одражавао се на целокупно модално понашање таванице, зато што је порасла трансверзална крутост конструкције и постигнуто је боље садејство главних греда.

Утицај полу-преграда на модалне карактеристике масивних таваница је такође зависио од њиховог положаја у односу на главни правац плоче (ово се односи на плочу која носи у једном правцу испитивану у раду Falati (1999)). Када је полу-преграда била постављена дуж главног правца, она је пратила деформацију плоче у основном тону, због круте везе између ње и плоче. У случају полу-преграда постављених управно на главни правац, како се плоча није деформисала у том правцу у основном тону, ни полу-преграде се нису деформисале те није било доприноса крутости система.

Положај преградних зидова се показао важним и у раду Alikhail et al (1999). Неконструктивни зидови постављени изнад ослонаца нису доприносили маси основног система, док је њихов допринос крутости зависио од интензитета

непокретног оптерећења које су преносили са плафонске конструкције на ослонце. Дакле, допринос зидова крутости таванице се огледао кроз повећање укљештења дуж њених ивица.

Затим, може се приметити разлика у утицају преградних зидова пуне висине и полу-преграда. Већи допринос крутости таванице је присутан код преградних зидова пуне висине (Falati 1999). Број неконструктивних зидова такође може утицати на модалне карактеристике међуспратне конструкције. Miskovic & Pavic (2009) и Devin (2013) указују на потпуно сузбијање вертикалних померања у зонама таванице које су густо покривене преградним зидовима. Важан закључак Devin-овог (2013) истраживања је и да утицај неконструктивних зидова зависи од амплитуде вибрација. Стога, при малим амплитудама не долази до деформације преградних зидова те се они понашају као додатна непокретна маса. Када су амплитуде веће преградни зидови учествују у деформацији конструкције те доприносе и крутости. Miskovic & Pavic (2009) и Devin (2013) изводе још један важан закључак везан за крутост којом неконструктивни зидови делују на таваницу. Наиме, аксијална крутост преградних зидова која је ангажована при вибрацијама конструкције је мања од номиналне.

Коначно, треба истаћи да су преградни зидови до сада моделирани само као вертикалне опруге те је у анализу увођена искључиво њихова аксијална крутост. На основу експерименталних резултата приказаних у радовима Hu & Tardif (1999) и Falati (1999) постоје назнаке да деформације преградних зидова укључују и савијање гипсаних панела равни (у виду дијафрагме). До сада нису пронађени у литератури модели преградних зидова који обухватају и ову врсту деформације. Генерално, нису пронађени сложенији модели који би детаљно и свеобухватно испитали понашање и утицај неконструктивних зидова на вибрације таваница.

3. Динамичко тестирање

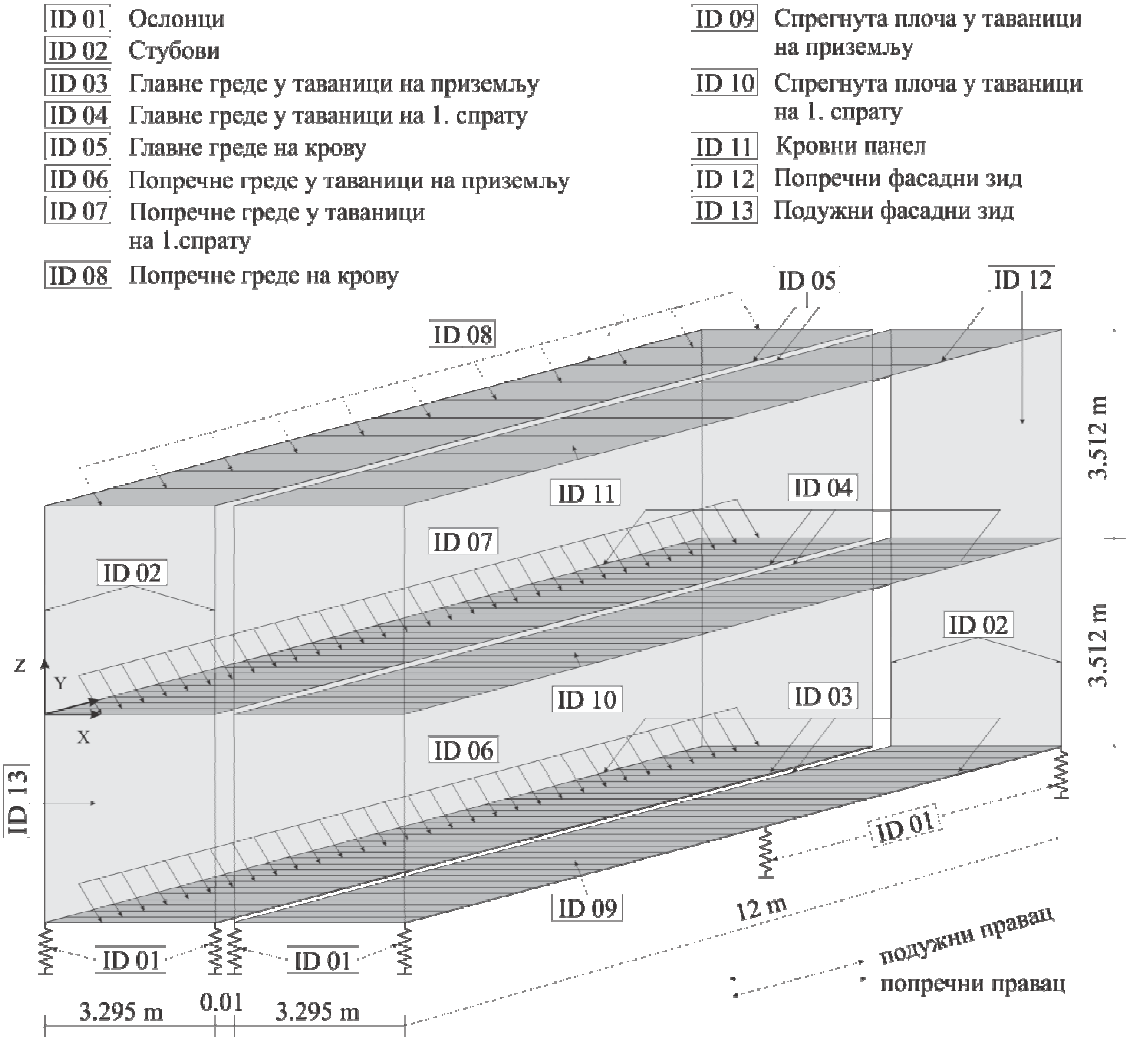
Експериментална истраживања спроведена су на прототипу префабриковане зграде у пуној размери у Великој Британији у новембру 2007. године. Тестирање је обухватало две фазе: 1) мерења на основној конструкцији затвореној са фасадним и кровним панелима (прва конфигурација) и 2) мерења на истој конструкцији као у првој фази, али са инсталираним преградним зидовима (друга конфигурација). Спроведене су две врсте динамичког испитивања објекта: 1) модално тестирање и 2) мерење одзива услед контролисане силе ходања (фреквенцију ходања диктира метроном).

3.1. Опис испитиваног објекта

Једноспратна префабрикована зграда направљена је спајањем два модула која су претходно произведена у фабрици. Спољашњи изглед објекта приказан је на Слика 15.

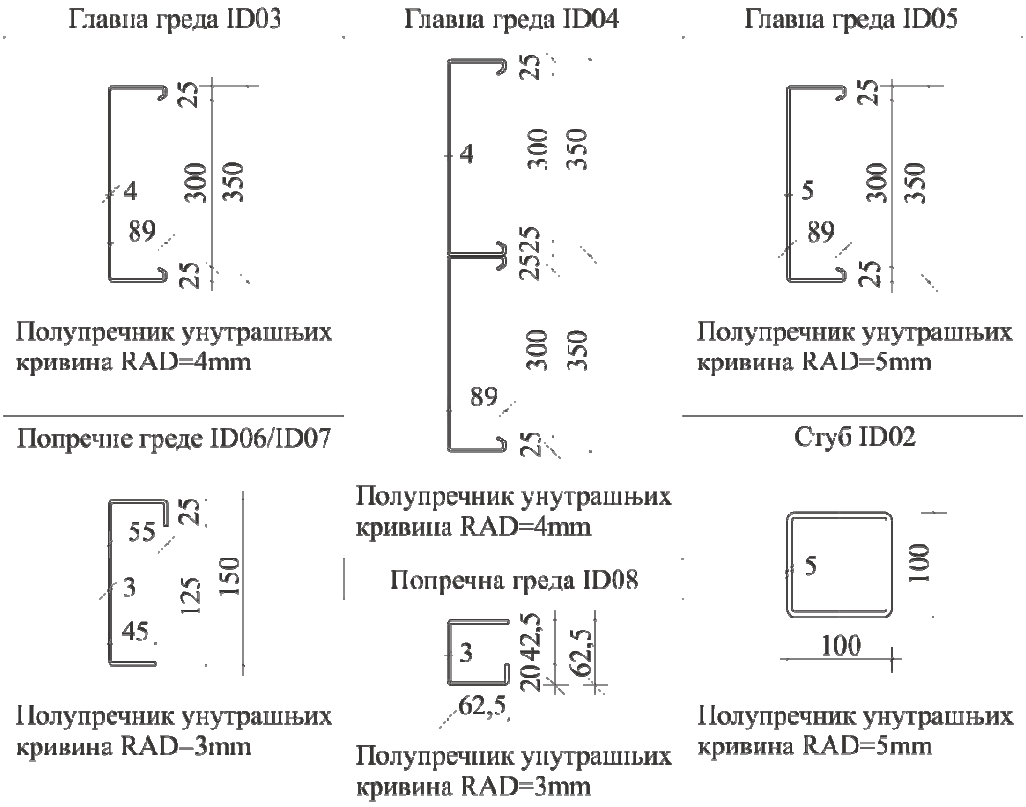
Слика 15: Спољашњи изглед тестиране префабриковане зграде

Сваки модул има правоугаону основу димензија 3,3 m x 12 m. Носећа конструкција модула обухвата стубове, главне греде и попречне греде (Слика 16). Сви линијски елементи конструкције су ХОП и њихови попречни пресеци су приказани на Слика 17. Главне греде су рапона 12 m и ослањају се директно на стубове. Попречне греде, распона 3,3 m, ослоњене су на главне греде и постављене на међусобном растојању од 0,2 m у таваници приземља и првог спрата, док су на међусобном растојању од 1,2 m у нивоу крова.



Слика 16: Конструктивни систем испитиваног објекта

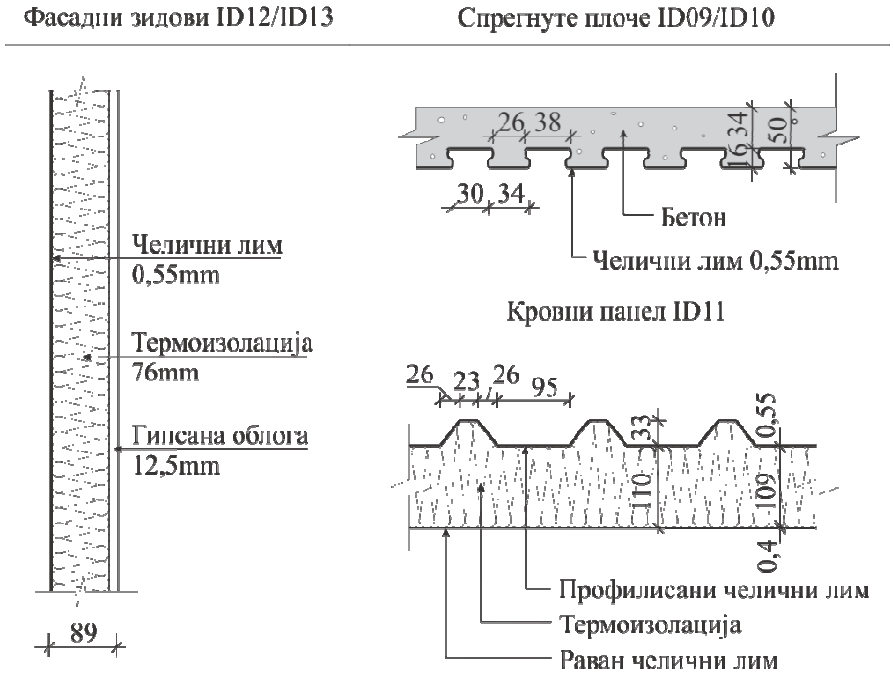
Подна плоча је спрегнута бетонска плоча на профилисаном челичном лиму (Слика 18, ID09/ID10). Ребра плоче се пружају у правцу управном на правац пружања попречних греда. Веза на контакту спрегнуте плоче са гредама остварена је помоћу самоурезујућих вијака. При томе, тело вијка није упуштено у бетонску плочу као код стандардних можданика, већ искључиво има улогу да причврсти профилисани лим за горњу ножицу греде. Самоурезујући вијци постављени су на међусобном растојању од приближно 0,2 m и служе за везу спрегнуте плоче са главним и попречним гредама (Слика 19). Иста спрегнута плоча налази се у таваници приземља и на првом спрату.



Слика 17: Попречни пресеци линијских елемената

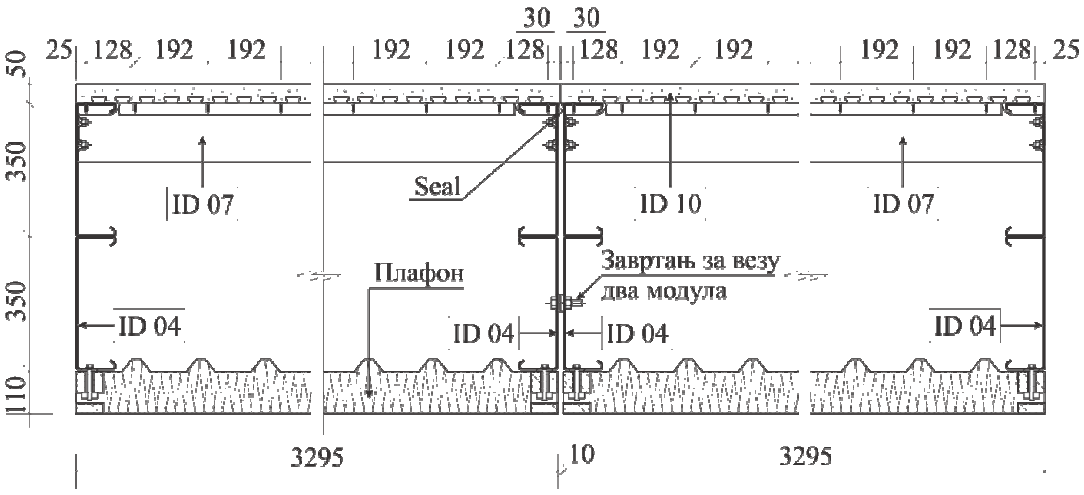
Конструкција је затворена са фасадним и кровним панелима. Попречни пресеци ових неконструктивних елемената приказани су на Слика 18 (ID11- ID13). Поред тога,

иста врста панела која је коришћена за покривање кровне конструкције такође је употребљена и као плафонска плоча у приземљу (причвршћена за доње ножице главних греда на првом спрату, Слика 19).



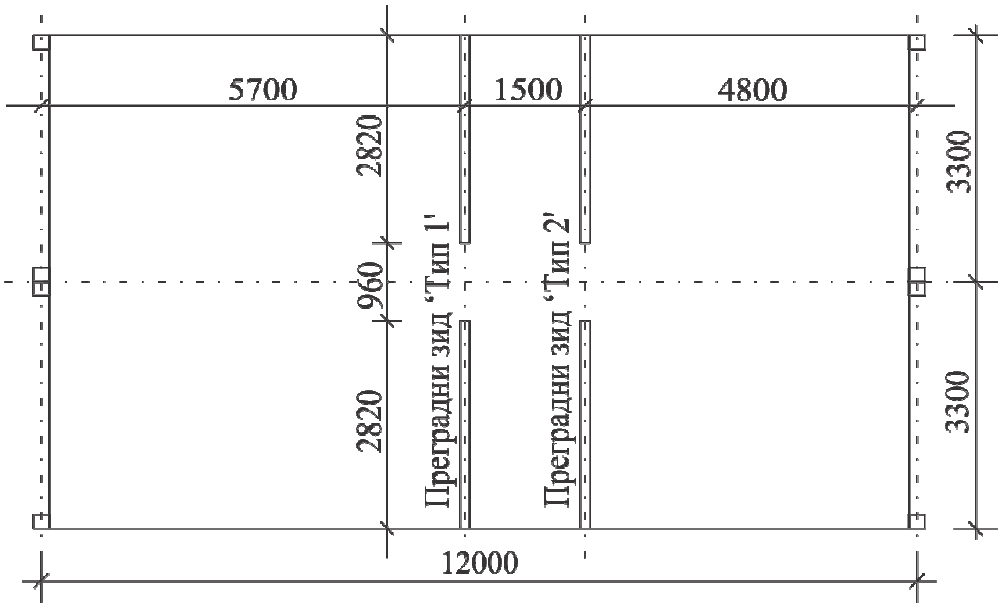
Слика 18: Попречни пресеци површинских елемената

Два модула су спојена низом завртњева постављених на једнаком растојању дуж унутрашњих главних греда. Веза је остварена на сва три нивоа са по 9 завртњева на сваком нивоу (Слика 19). Објекат је ослоњен на стопе састављене од шупљих челичних профила (Слика 15). Модули су само ослоњени на стопе, као што су и стопе само ослоњене на тло, без додатних спојних средстава. Подне облоге, инсталације, опрема и намештај нису били присутни у објекту у току тестирања.

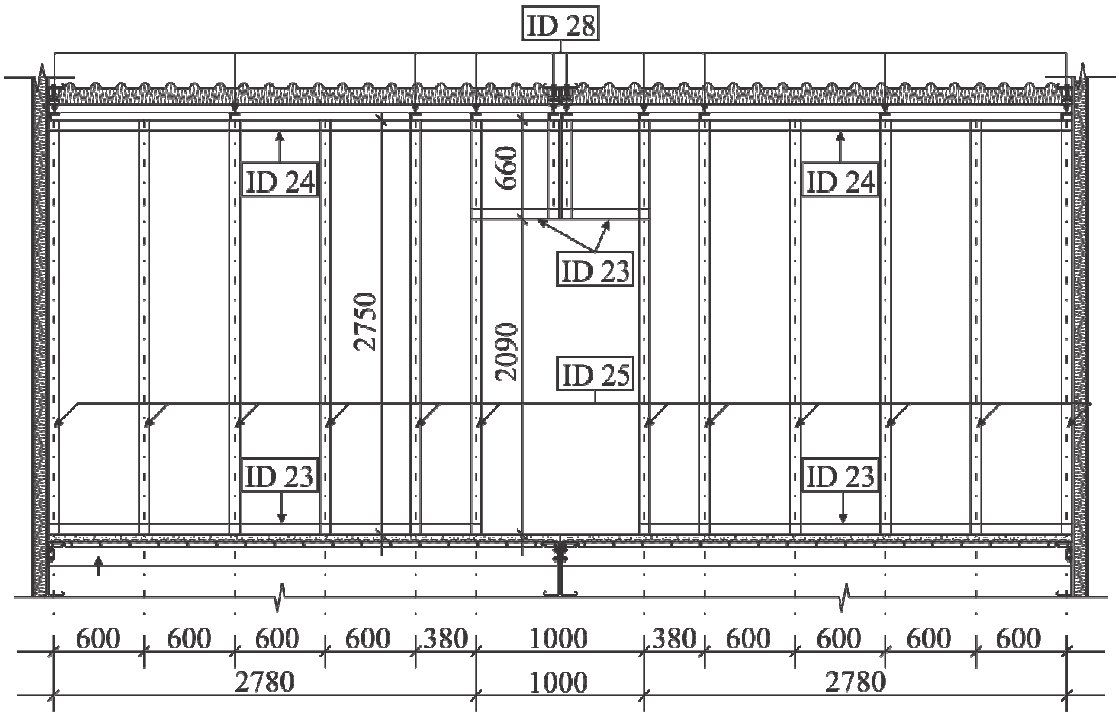


Слика 19: Пресек таванице на првом спрату

У другој фази тестирања додата су два преградна зида на првом спрату постављена као на Слика 20. Потконструкција преградног зида састојала се од вертикалних „С“ профила (или стубаца) на међусобном растојању од 0,6 m и хоризонталних „С“ профила (или каналица) на врху и на дну рама (Слика 21 и Слика 22).



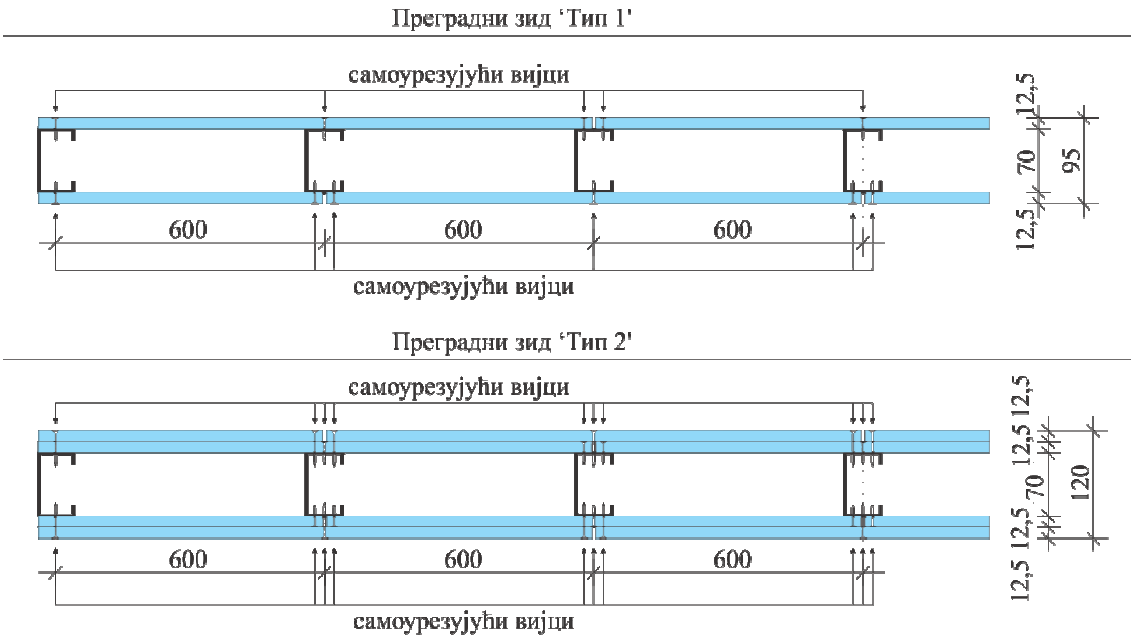
Слика 20: Распоред преградних зидова



Слика 21: Потконструкција преградног зида

Два зида су се разликовала по броју гипсаних панела причвршћених за потконструкцију те је један зид био обложен са по једним гипсаним панелом са обе стране, а други са по два гипсана панела причвршћена за обе стране потконструкције (Слика 23). Веза стубаца и кровног панела је била покретна, односно било је дозвољено вертикално релативно померање у споју. Челични угаоници круто су везани вијцима за кровни панел и увучени у вертикалне „С“ профиле тако да је на контакту угаоника са стубцем деловала само сила трења (ID28, Слика 21). Подне каналице су спојене са бетонском плочом помоћу шрафова и пластичних типлова, док су ивични ступци везани за фасадне зидове са закивцима.

Слика 22: Попречни пресеци хоризонталних и вертикалних ХОП у оквиру потконструкције преградног зида



Слика 23: Попречни (хоризонтални) пресек преградног зида: а) 'Тип 1' и б) 'Тип 2'

3.2. Методологија тестирања

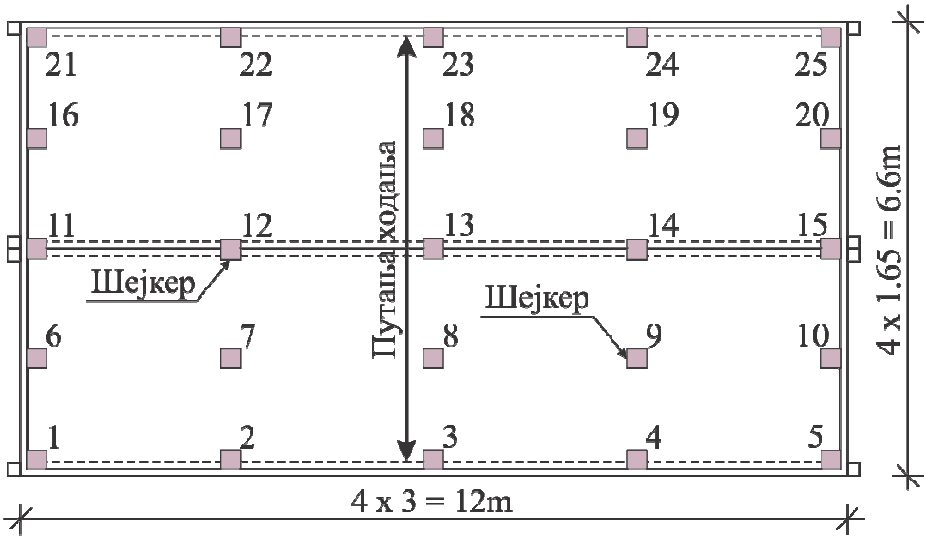
Модално тестирање или експериментална модална анализа (*experimantal modal analysis* (EMA)) спроводи се са циљем одређивања модалних карактеристика реалних конструкција. Сопствене фреквенције и сопствени облици тонова се могу

искористити за дефинисање учесталости корака (*pacing rate*), као и путање којом субјект корача (*walking path*), како би се измерио резонантан одзив система и извршила контрола употребљивости таванице према вибрацијама. Поред тога, експериментално одређене модалне карактеристике се могу употребити за побољшање МКЕ модела, као и утврђивање стратегије моделирања за одређени тип конструкције (Reynolds & Pavic, 2000).

Прелиминарни МКЕ модел испитиване префабриковане зграде направљен је пре самог модалног тестирања како би се унапред утврдиле очекиване вредности динамичких карактеристика. Модел је формиран на основу информација које су пронађене у пројектној документацији (технички цртежи и спецификације материјала). У суштини, модел је био груба апроксимација реалног објекта и послужио је само да се оквирно одреди опсег сопствених фреквенција које ће бити од интереса у току мерења, стога неће бити приказан у докторској тези. Додатно, сопствени облици тонова добијени на основу МКЕ модела употребљени су за дефинисање плана тест позиција (*test grid*), затим, позиција у којима је нанета сила и локације центра за прикупљање података.

MIMO (Multi-Input-Multi-Output) модално тестирање спроведено је на првом спрату префабриковане зграде. MIMO техника подразумева истовремено (симултано) побуђивање конструкције на вибрирање аплицирањем силе у више позиција и мерењем убрзања у више позиција. При томе, једну позицију дефинишу два параметра: локација и правац наношења силе/мерења одзива, те се често користи и термин *степен слободе (degree of freedom (DOF))*. Предности ове методе тестирања су многоструке, а међу њима најочигледније су: симултана побуда свих делова конструкције на вибрирање (равномерно распоређена енергија вибрација по конструкцији) и побуђивање свих сопствених тонова који су од интерса за динамичку анализу. Прва, од две наведене предности, је посебно важна код великих конструкција као што су грађевинске, док је друга значајна код конструкција са локалним тоновима (Peres *et al*, 2014).

План тест позиција дефинисан на основу прелиминарног МКЕ модела приказан је на Слика 24. Акцелерометари Q-Flex QA750 су постављени на 25 ТП ради мерења вертикалног убрзања конструкције. Два генератора вибрација APS Model 113 су употребљена за изазивање вертикалних вибрација у позицијама ТП9 и ТП12 (Слика 24). Избор позиција у којима се аплицира сила треба да буде такав да се избегну чворови оних сопствених тонова који су процењени као важни за анализу. Позиција ТП9 је изабрана по овом принципу. Међутим, имајући у виду да вибрације лаких таваница често имају локални карактер, друга позиција, односно ТП12, налази се тачно изнад унутрашњих главних греда, и то на другом крају таванице у односу на ТП9 (ради равномерног ангажовања конструкције). Коришћени трансдуктори су пиезоелектрични акцелерометри Endveco 7754-1000 са номиналном осетљивошћу 1V/g (погодни за ниско-фреквенцијске вибрације). Анализатор динамичког сигнала SignalCalc ACE је служио за прикупљање и претварање измерених убрзања из временског у фреквенцијски домен. Центар за прикупљање података се налазио у углу таванице (ТП5, ТП10 и ТП15 на Слика 24) близу ослонаца како би што мање утицао на резултате.



Слика 24: Мрежа ТП развијена за аплицирање силе и мерење убрзања на тавници на првом спрату префабриковане зграде

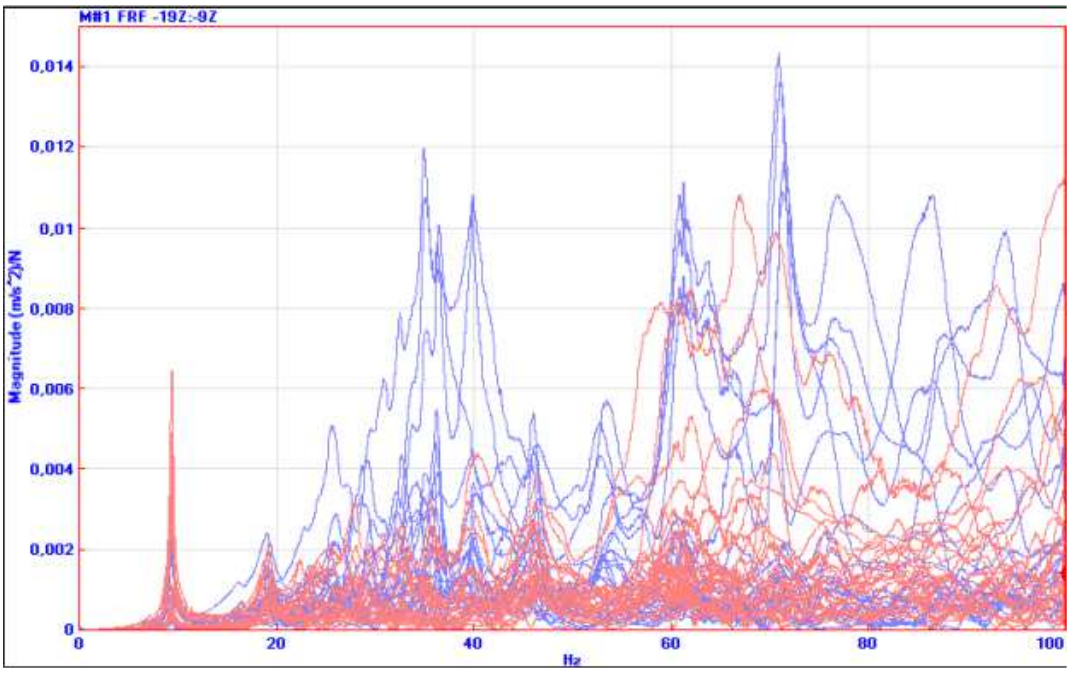
Тест са силом ходања спроведен је након модалног тестирања. Учесталост корака и путања кретања субјекта одређени су на основу сопствених фреквенција и сопствених облика тонова добијених из модалног тестирања.

3.3. Резултати мерења и процена модалних карактеристика

Будући да је експериментално испитивање конструкције обухватало две фазе, мерења на основној конструкцији (прва конфигурација) и мерења на конструкцији са преградним зидовима (друга конфигурација), резултати и модална својства су приказани за сваку фазу посебно.

3.3.1. Прва конфигурација

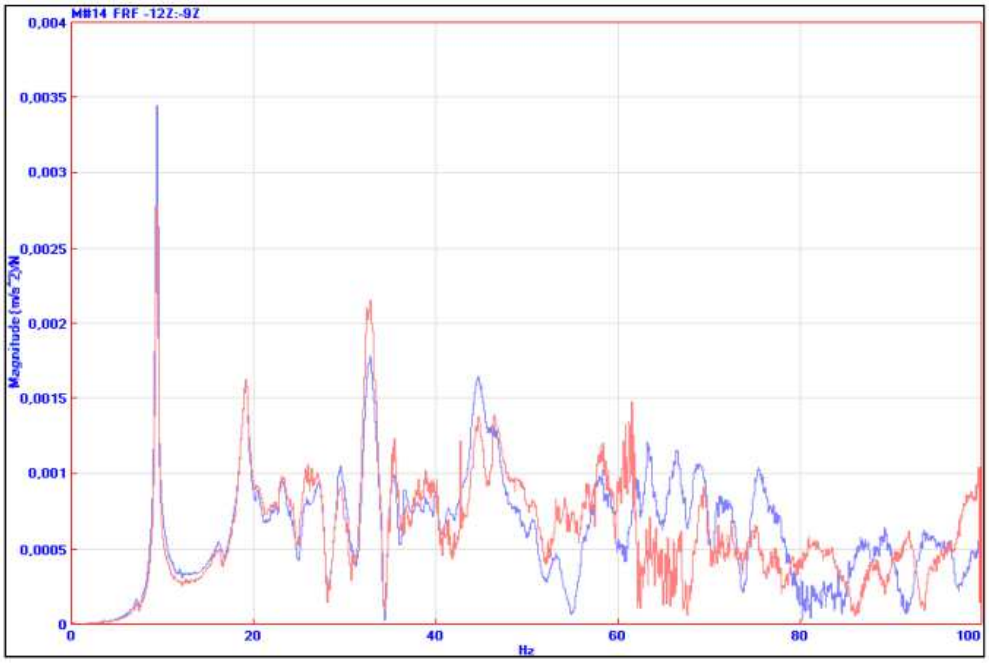
Укупно 50 FRF кривих (убрзање/сила (m/s^2)/N) у фреквенцијском опсегу 0,5 Hz-100 Hz, које одговарају референтним позицијама ТП9 и ТП12, приказане су на Слика 25.



Слика 25: FRF криве које одговарају убрзањима измереним у 25 ТП за референтне позиције ТП9 и ТП12 (прва конфигурација)

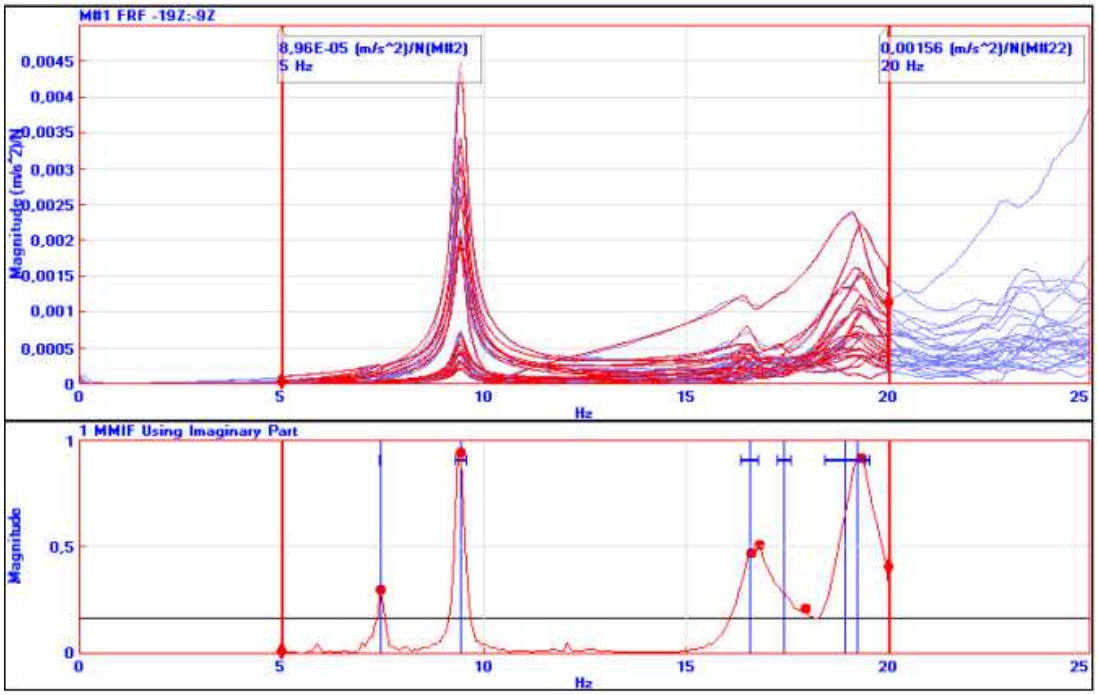
Плавом бојом означено је 25 FRF кривих које се односе на ТП9, док је наранџастом бојом представљено 25 FRF кривих које одговарају ТП12. Посматрањем FRF дијаграма одмах се може уочити максимум при фреквенцији нешто нижој од 10 Hz. Затим, у зони изнад 30 Hz јављају се максимуми јачег интензитета од првог јасног пика уоченог испод 10 Hz. Даљом анализом утврђено је да плаве FRF криве које доминирају у зони изнад 30 Hz одговарају убрзањима измереним у позицијама ТП6-ТП10, док наранџасте FRF криве чије амплитуде достижу максималне вредности у овој зони одговарају измереним убрзањима у ТП12 и ТП13. Очигледно се побуђују локални тонови у близини генератора вибрација с'тим што је израженији утицај генератора вибрација у ТП9 него у ТП12.

Провера реципроцитета (*reciprocity check*) приказана на Слика 26 представља поређење одзива измереног у ТП9, а побуђеног у ТП12 и обрнуто, одзива измереног у ТП12, а побуђеног у ТП9. Теоријски ове две FRF криве би требало да буду идентичне (Ewins, 2000), али због шума и нелинеарности реалних конструкција, то никад није случај. Сагласност FRF кривих на слици је боља у фреквенцијском опсегу испод 20-25 Hz него изнад ове вредности што указује на нелинерано понашање конструкције у вишим тоновима.



Слика 26: Провера реципроцитета између ТП9 и ТП12 (прва конфигурација)

Процена модалних карактеристика извршена је у програму ME'scope (Vibrant technology, 2012). За *curve-fitting* изабрана је *polynomial* метода која се заснива на *rational fraction polynomial* методи (Richardson & Formenti, 1982). Конкретно ради се о процени модалних карактеристика на бази FRF дијаграма (у овом случају убрзање/сила (m/s^2)/N) применом MDOF процедуре (обухваћено је више резонантних пикова на FRF дијаграму). При томе, анализиране су само FRF криве које одговарају референтној позицији ТП9 зато што се референтна позиција ТП12 налази у чвору антиметричних тонова. Према томе, ови сопствени тонови, са теоријског становишта, нису присутни у виду резонантних максимума на FRF кривама које одговарају референтној позицији ТП12. Резултати *curve-fitting*-а приказани су на Слика 27. Поступак одређивања модалних карактерисика је описан у наставку.



Слика 27: Резултати *curve-fitting*-а спроведеног у програму ME'scope (Vibrant technology, 2012) за 25 FRF кривих са референтном позицијом ТП9 (прва конфигурација)

Имајући у виду примећено нелинарно понашање конструкције у фреквенцијском опсегу изнад 20-25 Hz, као и нелинеарности присутне у почетној зони FRF дијаграма близу координатног почетка, одлучено је да се *curve-fitting* спроведе само на делу дијаграма од 5 Hz до 20 Hz. Утицај резонантних пикова (или сопствених тонова) ван овог фреквенцијског опсега уведен је у анализу преко параметра *extra numerator polynomial terms* (усвојена је максимална вредност 8 како би се добиле што квалитетније апроксимације реалних FRF кривих у граничним зонама – почетак и крај опсега).

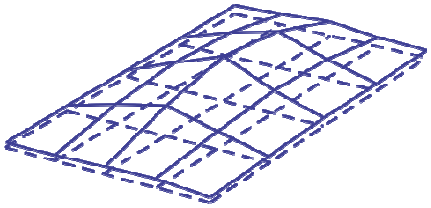
Број резонантних максимума у изабраном фреквенцијском опсегу је одређен помоћу MMIF (*Multivariate Mode Indicator Function*) и резултати су приказани у доњем делу Слика 27. Црвеним тачкама означени су пикови и може се видети да их има укупно шест (не рачунајући црвене тачке на почетку и на крају фреквенцијског опсега). Црна хоризонтална линија представља границу која раздваја пикове ниског интензитета,

који се приписују шуму, од максимума значајно већег интензитета који би требало да одговарају сопственим тоновима конструкције. Ова граница није фиксна, односно подешава је корисник програма. Може се приметити да пета црвена тачка (гледано слева на десно) одговара пику изразито малог интензитета који се, при томе, не издваја као остали максимуми те је навероватније у питању шум. Трећа и четврта црвена тачка су изразито близу и могуће је да се ради о два сопствена тона који имају приближно једнаке фреквенције. Свих шест означених пикова коришћено је у даљој анализи.

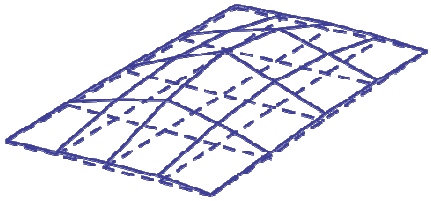
Следећи корак је одређивање фреквенција и пригушења који одговарају селектованим пиковима. Изабрана је метода *global polynomial* зато што су истовремено анализиране све FRF криве (укупно 25) које одговарају референтној позицији ТП9 . Израчунате вредности фреквенција приказане су на дијаграму (доњи део Слика 27) вертикалним плавим линијама, док су израчуната пригушења приказана кратким хоризонталним плавим линијама. Може се приметити да вертикалне плаве линије које означавају фреквенције четвртог и петог максимума нису прецизно одређене, тј. не пролазе кроз црвене тачке, што је последица неприсуства ових максимума у свим FRF кривама, блискости са другим максимумима, као и великих варијација у фреквенцији и пригушењу за различите FRF криве.

Сопствени облици тонова израчунати су применом *polynomial* методе. Слика 27 (горњи део) показује да је математички модел (црвене линије) поприлично тачно апроксимирао измерене резултате (плаве линије). Сопствени облици тонова приказани су на Слика 28. Може се приметити да сопствени облик четвртог тона не одговара неком од најнижих тонова савијања плоче правоугаоне основе. У одређеној мери сопствени облик четвртог тона подсећа на сопствени облик трећег тона што је последица близине максимума ових тонова која је примећена на Слика 27. Стога се може претпоставити да сопствени облик четвртог тона није правилан због утицаја близине трећег тона. Међутим, постоји могућност да четврти максимум на Слика 27 није резонантни максимум који указује на сопствени тон већ последица шума у

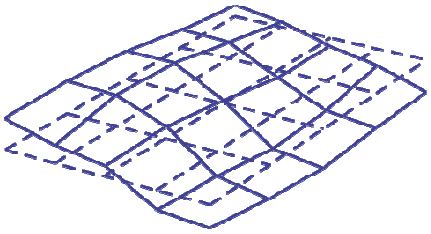
експерименталним резултатима. Поред тога, сопствени облик петог тона је скоро идентичан сопственом облику шестог тона и највероватније се не ради о сопственом тону, већ опет о шуму.



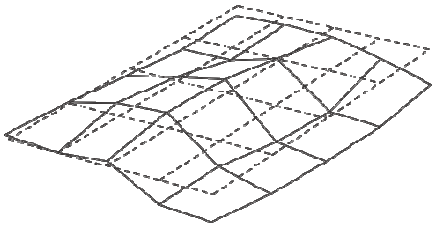
Curve fitting: f_1=7,45Hz; ζ_1=0,2%
Дијаграм стабилности: f_1=7,43Hz; ζ_1=2,4%



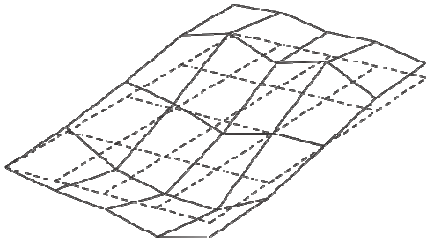
Curve fitting: f_2=9,43Hz; ζ_2=1,5%
Дијаграм стабилности: f_2=9,41Hz; ζ_2=1,3%



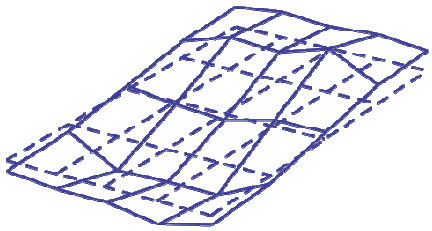
Curve fitting: f_3=16,57Hz; ζ_3=1,3%
Дијаграм стабилности: f_3=16,26Hz; ζ_3=3,2%



Curve fitting: f_4=17,42Hz; ζ_4=0,9%



Curve fitting: f_5=18,92Hz; ζ_5=2,7%



Curve fitting: f_6=19,23Hz; ζ_6=1,6%
Дијаграм стабилности: f_6=19,24Hz; ζ_6=3,0%

Слика 28: Експериментално одређени сопствени тонови за прву конфигурацију

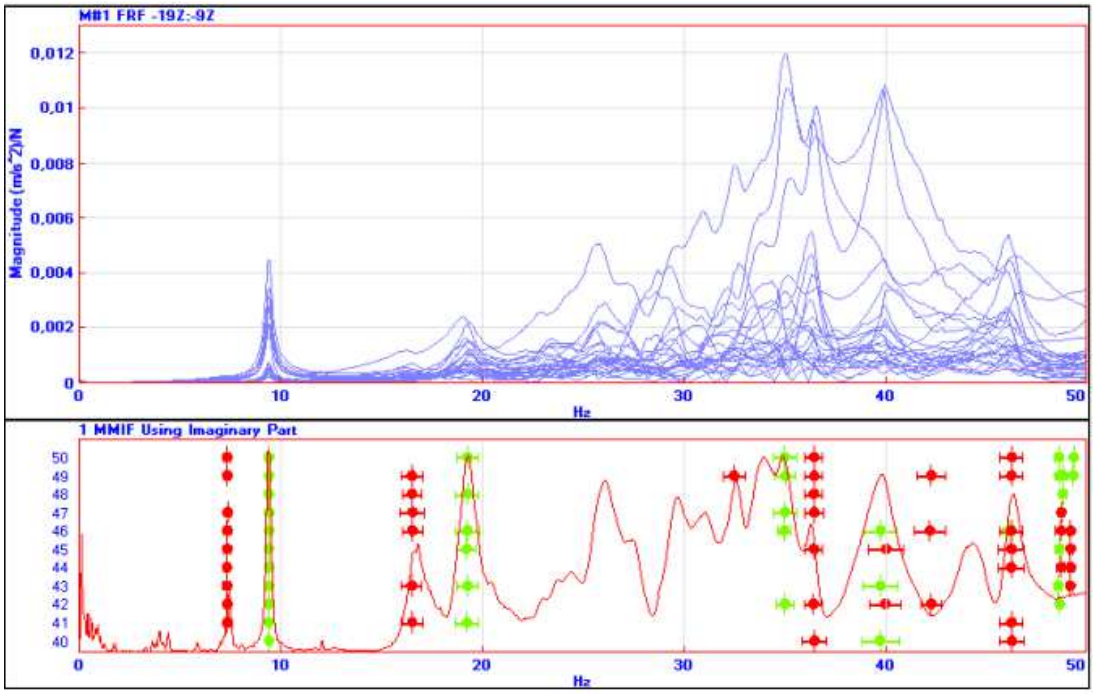
Модалне карактеристике добијене на основу *curve-fitting*-а проверене су помоћу Дијаграма стабилности (*Stability diagram*). Основни принцип на коме се заснива

Дијаграм стабилности гласи: уколико је неки максимум присутан у свим моделима, независно од величине модела, тада је тај максимум стабилан. Величина модела дефинисана је фреквенцијским опсегом, односно бројем обухваћених резонатних максимума. Стога, модел може бити SDOF, уколико садржи само један резонантни максимум, или MDOF, ако их садржи више (у оквиру *curve-fitting*-а изабран је фреквенцијски опсег 5-20 Hz који је обухватао шест пикова те је модел био 6DOF). Сходно томе, стабилност максимума огледа се кроз његово присуство у што више модела различите величине.

Горњи део Слика 29 приказује 25 FRF кривих које одговарају референтној позицији ТП9, док доњи део Слика 29 представља Дијаграм стабилности. Црвене и зелене тачке на дијаграму су тзв. полови који садрже две информације о максимуму: фреквенцију и пригушење. При томе, фреквенција је означена кратком вертикалном линијом која пролази кроз тачку, док је пригушење представљено кратком хоризонталном линијом која пролази кроз исту тачку. Један пол се може дефинисати као један процењени резонантни максимум у оквиру једног модела. Када се више полова на Дијаграму стабилности групише на вертикали једног пика то значи да је у оквиру више модела тај пик процењен као резонантни максимум (што је више полова у низу, то је максимум стабилнији). На дијаграму се може приметити и да нису сви полови у оквиру једног вертикалног низа тачно на истој вертикали, већ постоје мала одступања, као што ни све хоризонталне кратке линије у оквиру једног низа нису једнаке. Ова одступања су уствари толеранције које дефинише корисник програма. Конкретно, у случају Дијаграма стабилности приказаног на слици задати су следећи параметри: толеранција фреквенције је 0,08 Hz, толеранција пригушења је 1%, макс пригушење је 5%, минимални број стабилних полова је 5.

Две боје, црвена и зелена, су употребљене да би визуелно раздвојиле суседне низове полова. (Напомена: У ранијим верзијама програма црвеном бојом су били означени стабилни полови, а црном нестабилни. У новој верзији обе боје, црвена и зелена, означавају стабилне полове, а нестабилност је приказана тако што у једном низу постоје полови различите боје. На пример, низ полова близу 40 Hz на слици је

нестабилан, тј. неки полови излазе из задатих толеранција по питању фреквенције.) Коначно, на основу Дијаграма стабилности може се закључити да прва четири стабилна максимума одговарају првом, другом, трећем и шестом максимуму одређеном у поступку *curve-fitting*-а (Слика 27). Према томе, први, други, трећи и шести тон на Слика 28 (означени плавом бојом) су усвојени као сопствени тонови испитиване конструкције, док су четврти и пети тон одбачени. Сопствене фреквенције и пригушења који су израчунати применом обе методе, *curve-fitting*-а и Дијаграма стабилности, представљени су на Слика 28.



Слика 29: Дијаграм стабилности за 25 FRF кривих које одговарају референтној позицији ТП9 (прва конфигурација)

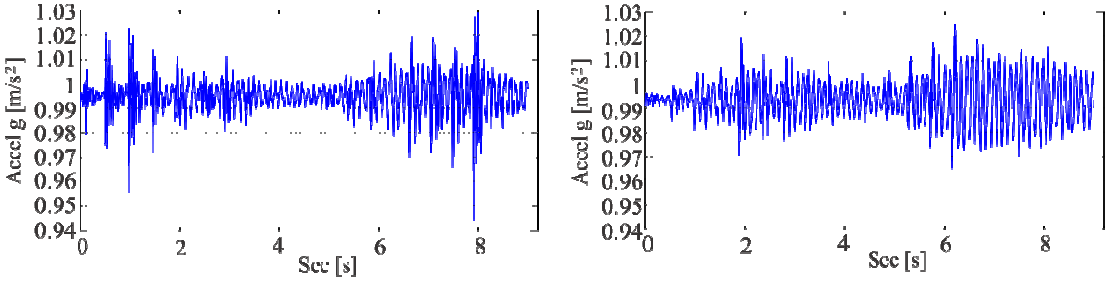
Модална својства одређена на основу Дијаграма стабилности су оцењена као тачнија у поређењу са вредностима добијеним применом *curve-fitting*-а и касније су коришћена за верификацију МКЕ модела. (Напомена: фреквенције и пригушења из Дијаграма стабилности су просечне вредности добијене на основу великог броја модела, док је у *curve-fitting*-у коришћен само један 6DOF модел из фреквенцијског опсега 5-20 Hz) Важно је напоменути и да се максимум који одговара првом

сопственом тону није јасно видео на FRF дијаграму због великог пригушења, али да је Дијаграм стабилности недвосмислено показао да се ради о сопственом тону.

Посматрањем сопствених тонова на Слика 28 може се приметити да су сопствени облици првог и другог тона наизглед исти. Међутим, ови сопствени облици тонова разликују се по величини вертикалног померања дуж ивица таванице, а посебно у угловима. У случају првог тона су та вертиклна померања већа него у случају другог. Може се закључити да у првом тону цела зграда осцилује у вертикалном правцу, док у другом тону осцилује само таваница на првом спрату. Према томе, први тон је глобални тон у којем учествује цела зграда, док је други тон локални и може се сматрати основним тоном таванице на првом спрату. Код трећег и четвртог сопственог тона (шести тон на Слика 28 је усвојен као четврти природан тон) могу се исто приметити значајна вертикална померања дуж ивица таванице те се може закључити да се ради о глобалним тоновима који, као и први сопствени тон, ангажују целу зграду.

Поред модалног тестирања спроведен је тест са контролисаном силом ходања. Субјекат се кретао по путањи приказаној на Слика 24 (од ТР3 до ТР23, и назад). Учесталост корака је била 2,35 Hz и диктирана је субјекту помоћу метронома. Треба имати у виду да је четврти хармоник силе ходања приближно једнак основној фреквенцији првог спрата од 9,41 Hz. Дакле, требало би да наступи резонанца.

Измерена убрзања у позицијама ТП8 и ТП13 приказана су на Слика 30. Лако се могу уочити транзијентни пикови у одзиву конструкције измереном у ТП8, док је одзив измерен у ТП13 комбинација стационарних и транзијентних вибрација која је карактеристична за таванице са основном фреквенцијом на граници између нискофреквенцијских и високофреквенцијских система.



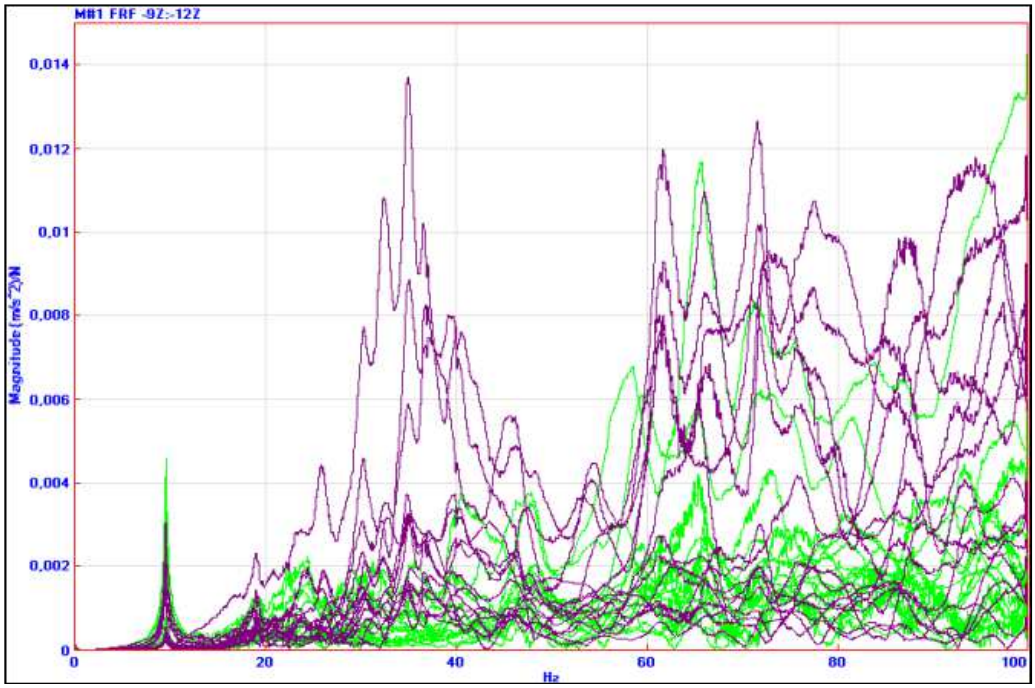
(а) ТП8 (б) ТП13

Слика 30: Измерена убрзања услед силе ходања у временском домену

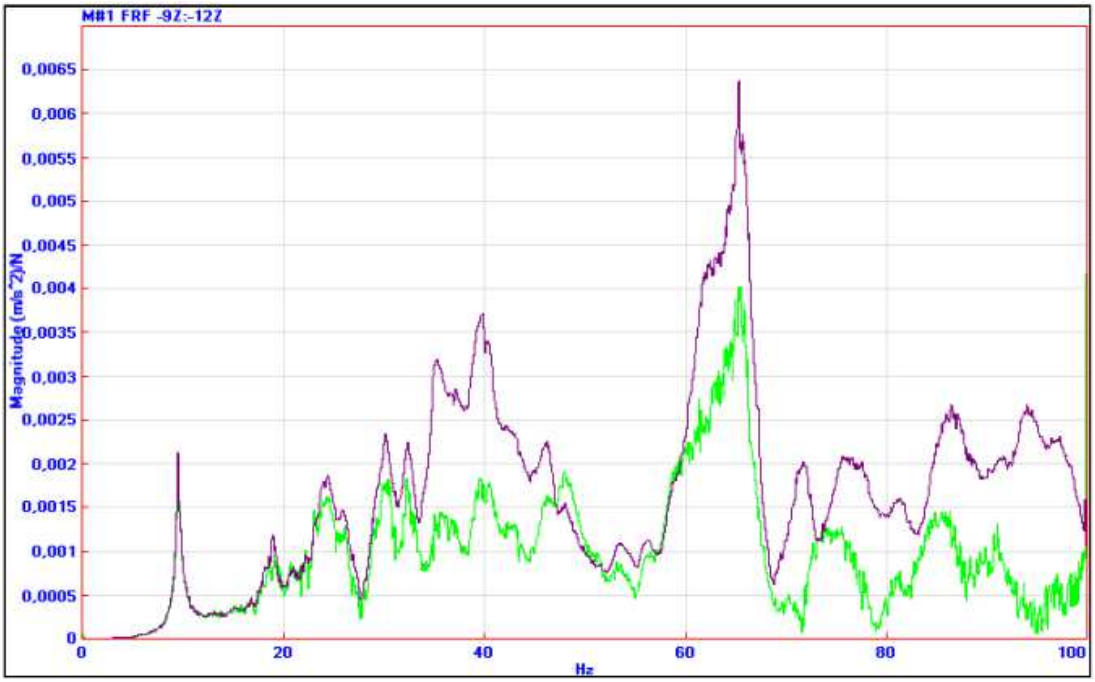
Према томе, иако је основна фреквенција таванице испод 10 Hz те се таваница према важећим прописима класификује као нискофреквенцијски систем, убрзања измерена у ТП8 имају транзијентан карактер који је карактеристичан за високофреквенцијске системе. Стога се подела међуспратних конструкција на нискофреквенцијске и високофреквенцијске у зависности од вредности основне фреквенције не може применити на лаку челичну таваницу испитивану у овој дисертацији. Слично запажање изложено је у раду Pavic et al. (2008), али за таванице од префабрикованих бетонских плоча.

3.3.2. Друга конфигурација

Резултати мерења убрзања у 25 тест позиција на првом спрату префабриковане зграде са инсталираним преградним зидовима су приказани у виду FRF дијаграма на Слика 31. Љубичастом бојом означене су FRF криве које одговарају референтној позицији ТП9, док су зеленом бојом означене FRF криве које се односе на референтну позицију ТП12. Као и у случају прве конфигурације јасно је уочљив максимум близу 10 Hz, док се у зони изнад 30 Hz јављају максимуми већег интензитета који највероватније одговарају локалним тоновима побуђеним у близини генератора вибрација. На Слика 32 је приказана провера реципроцитета где се може приметити добра сагласност FRF кривих у фреквенцијском опсегу испод 20-25 Hz што указује на приближно линеарно понашање конструкције у овом домену.

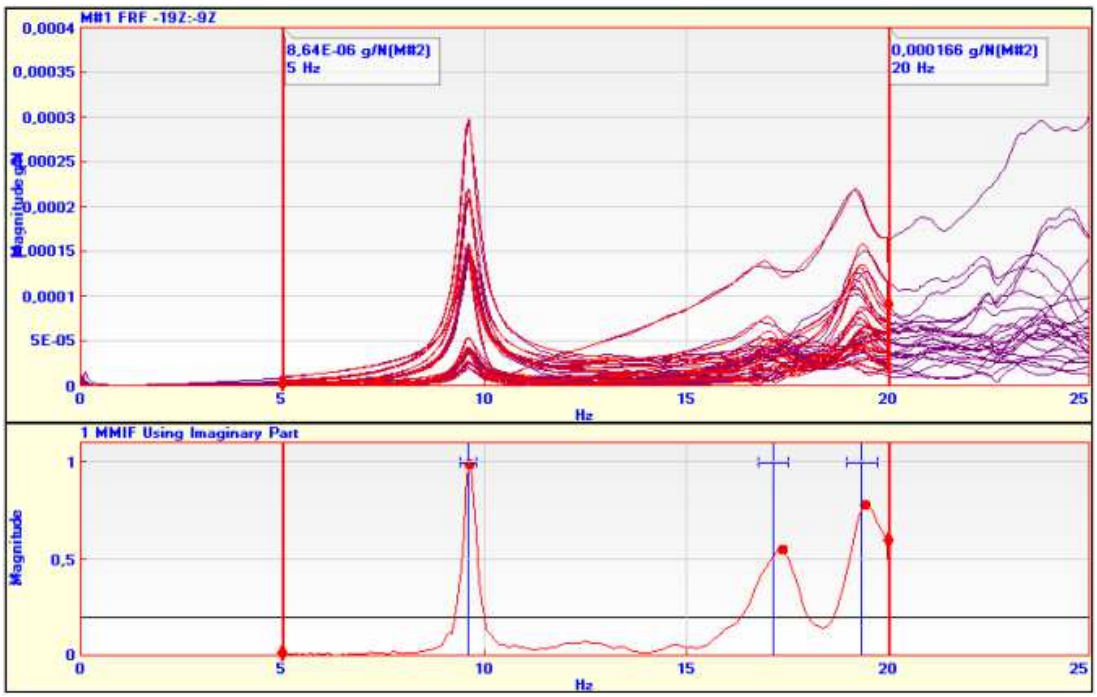


Слика 31: FRF криве које одговарају убрзањима измереним у 25 ТП за референтне позиције ТП9 и ТП12 (друга конфигурација)



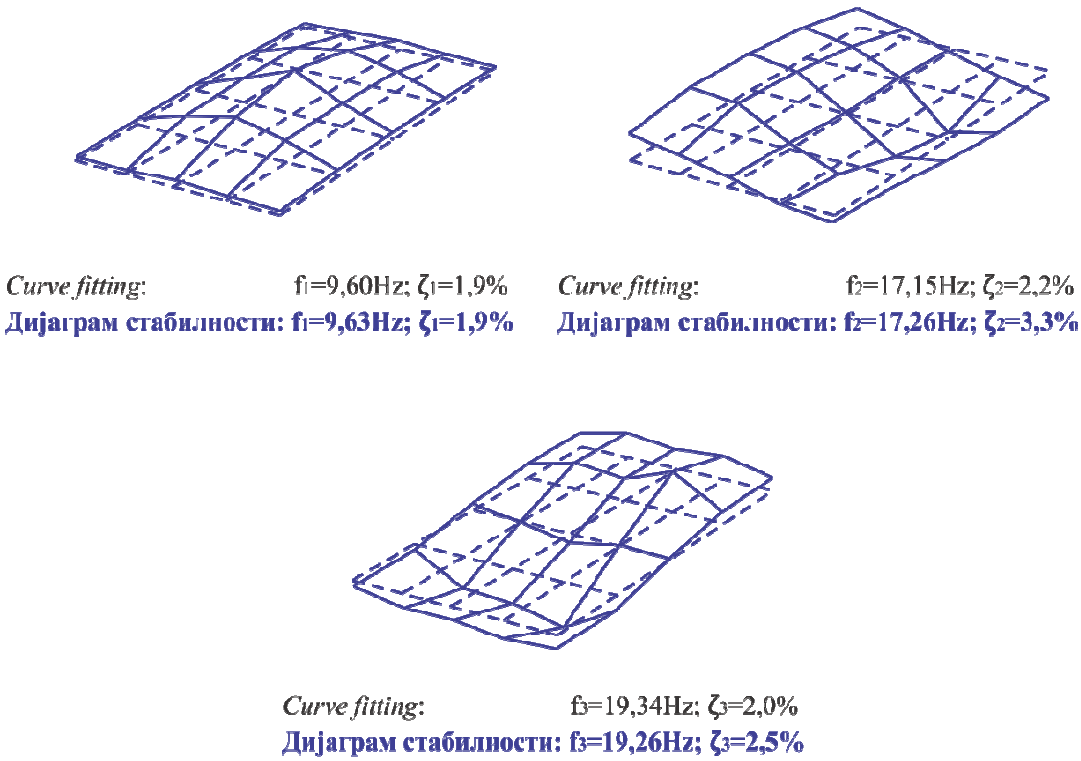
Слика 32: Провера реципроцитета између ТП9 и ТП12 (друга конфигурација)

Одређивање модалних карактеристика методом *curve-fitting*-а спроведено је само на FRF кривама које одговарају ТП9 (због истих разлога као у случају прве конфигурације) и у фреквенцијском опсегу 5-20 Hz. Резултати су приказани на Слика 33. Може се видети да постоје само три јасна пика и да је први пик који је у првој конфигурацији био на 7,41 Hz у другој конфигурацији нестао. Објашњење можда лежи у чињеници да је додавањем преградних зидова порасло пригушење у свим тоновима. Како је пригушење првог тона већ било значајно у првој конфигурацији са додавањем преградних зидова оно је порасло у тој мери да се изгубио први максимум на FRF дијаграмима.



Слика 33: Резултати *curve-fitting*-а спроведеног у програму ME'scope (Vibrant technology, 2012) за 25 FRF кривих са референтном позицијом ТП9 (друга конфигурација)

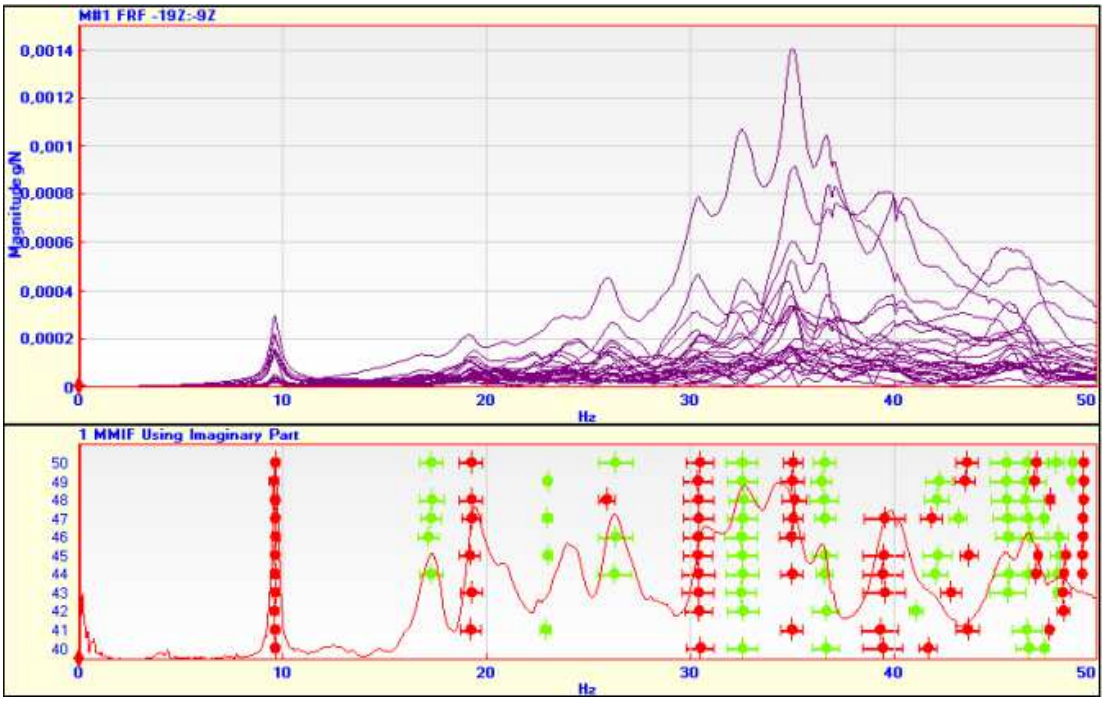
Сопствени облици тонова за селектована три максимума су приказани на Слика 34. Поређењем са резултатима добијеним за прву конфигурацију може се закључити да се сопствени облици тонова нису променили након инсталације преградних зидова.



Слика 34: Експериментално одређени сопствени тонови за другу конфигурацију

Провера стабилности решења извршена је помоћу Дијаграма стабилности приказаног на Слика 35. Вредности задатих параметара су: толеранција фреквенције је 0,25 Hz, толеранција пригушења је 1%, макс пригушење је 5%, минимални број стабилних полова је 5. Усвојене су модалне карактеристике добијене помоћу Дијаграма стабилности Може се приметити да су вредности за пригушење у већој сагласности са изгледом FRF кривих од оних добијених методом *curve-fitting*-а. Поред тога,

пригушење је порасло у случају другог и трећег тона, док се у случају четвртог тона смањило. Сопствене фреквенције свих тонова су порасле, с'тим што је најизраженија промена код трећег тона, а најмања код четвртог. Промене сопствених фреквенција за други, трећи и четврти тон у односу на прву конфигурацију су 2,3%, 6,1% и 0,5%, респективно.



Слика 35: Дијаграм стабилности за 25 FRF кривих које одговарају референтној позицији ТП9 (прва конфигурација)

Интересантно је да су после прва три максимума на Слика 35 најстабилнији максимуми који се јављају између 30 Hz и 40 Hz. То је уједно и зона максималних FRF амплитуда. Како је основна фреквенција попречне греде са садејствујућим делом спрегнуте бетонске плоче (ширине 0,2 m) приближно 34 Hz, могуће је да стабилни максимуми у зони између 30 Hz и 40 Hz одговарају сопственим тоновима подсистема који чине плоча и попречне греде. Ова претпоставка иде у прилог ставу да је транзијентни одзив измерен у ТП8 последица доминантног учешћа локалних тонова везаних за подсистем плоча-попречне греде. Одређивање сопствених облика ових тонова захтевало би гушћу мрежу тест позиција. Интересантно је и да је број

стабилних максимума у зони 30-40 Hz већи у случају друге конфигурације када су преградни зидови били инсталирани него у случају прве конфигурације. Основна фреквенција попречне греде израчуната је тако што је усвојено пуно спрегнуто дејство на контакту плоче и греде, као и зглобне везе на крајевима греде.

$$f_0 = \frac{\pi}{2 \cdot L^2}\sqrt{\frac{E \cdot I \cdot g}{m}} = \frac{\pi}{2 \cdot 3{,}3^2}\sqrt{\frac{2{,}1 \cdot 10^{11} \cdot 6{,}88 \cdot 10^{-6} \cdot 9{,}81}{253{,}76}} = 34{,}1Hz \qquad (1)$$

4. МКЕ моделирање

МКЕ је данас најраспрострањенија метода структурне анализе. Велики подстицај развоју МКЕ је свакако била појава рачунара заснованих на микропроцесорима. Основни концепт ове методе је да се континуалне структуре са компликованом геометријом и неравномерно распоређеним материјалним карактеристикама могу представити као скуп коначног броја елемената са једноставном геометријом и идеализованим, равномерно распоређеним материјалним својствима. Односно, континуум са бесконачно много степени слободе замењен је дискретним моделом међусобно повезаних коначних елемената са коначним бројем степени слободе. Уместо елемената диференцијално малих димензија, основа свих разматрања је елемент коначних димензија. Једначине за дефинисање стања неке статичке или кинематичке величине у оквиру коначног елемента нису више диференцијалне или интегралне, већ алгебарске (Bathe, 1982).

У модалној МКЕ анализи конструкција представља динамички систем који може бити побуђен на осциловање. Спроводи се са циљем одређивања сопствених фреквенција и сопствених облика тонова система, а они зависе од граничних услова и распореда масе, крутости и пригушења. Спољашње оптерећење је једнако нули, а проблем се своди на одређивање сопствених вредности и вектора. Максималан број сопствених тонова који се могу одредити једнак је броју степени слободе система, односно рангу глобалне матрице крутости и матрице масе МКЕ модела.

Основне претпоставке модалне анализе спроведене у програму ANSYS су да је матрица пригушења једнака нули (код грађевинских конструкција пригушења су углавном мала, реда величине до 5% критичног пригушења стога је ова претпоставка оправдана), а елементи матрица крутости и масе су константе (претпоставка о линеарно-еластичном понашању конструкције због померања која су изразито мала у случају грађевинских вибрација). Постоји неколико метода у програму ANSYS које се могу применити за решавање проблема сопствених вредности и вектора, а избор највише зависи од карактеристика система (нпр. несиметрична матрица крутости, велико пригушење које се не може занемарити, тачност прорачуна фреквенција

виших тонова итд.). Понуђене методе су: *Block Lanczos*, *Subspace*, *Power Dynamics*, *Reduced*, *Unsymmetric*, *Damped* и *OR Damped* (Ansys Inc, 2005).

У дисертацији је изабрана *Block Lanczos* метода из следећих разлога: велика тачност прорачуна, већа ефикасност процеса (нпр. у односу на *Subspace* методу која се често користи због тачности, али захтева више времена), погодна је за одређивање 40 и више тонова (*Subspace* метода се користи у случајевима када је потребно одредити до 40 сопствених вредности и вектора, док се *Power Dynamics* метода примењује само када неопходан број тонова није већи од 20), пригушење је мало те не утиче на резултате, глобална матрица крутости је симетрична, и прорачун је стабилан и тачан чак и када је облик КЕ неправилан (односи се на површинске и просторне КЕ) (Ansys Inc, 2005).

При развијању МКЕ модела коришћени су следећи општи принципи:

1) Важи линеарно-еластична теорија,
2) Геометријске и материјалне несавршености, као што су: неравномерно распоређена маса по јединици дужине/површине/запремине елемента, анизотропност и нехомогеност материјала, неједнака дебљина плоче по јединици површине, одступање реалних облика попречних пресека ХОП од пресека задатих у техничкој документацији итд., су занемарене,
3) Пажња је усмерена на вертикалне вибрације, односно, искључени су хоризонтални сопствени тонови из анализе (и при динамичком тестирању објекта коришћена је вертикална побуда и измерен вертикални одзив).

4.1. МКЕ модел тестираног објекта

МКЕ модел тестиране префабриковане зграде направљен је у програму ANSYS (Ansys Inc, 2005). Моделирање је обухватало две фазе: 1) развој основног МКЕ модела који одговара првој конфигурацији испитиване зграде и 2) развој МКЕ модела са преградним зидовима који одговара другој конфигурацији испитиваног објекта.

Одлучено је да се направи МКЕ модел целог објекта из два разлога. Прво, на основу експерименталних резултата (Слика 28, Одељак 3.3.1.) утврђено је да је у одређеним сопственим тоновима цео објекат био побуђен на осциловање у вертикалном правцу. Друго, то је био најбољи начин да се моделирају гранични услови за таваницу на првом спрату.

4.1.1. Прва конфигурација

У оквиру прве конфигурације направљена су два модела.

Први модел (Модел 1-1)

У ANSYS-овој „библиотеци елемената“ (Ansys Inc, 2005) понуђен је велики избор КЕ са различитим својствима. За креирање основног МКЕ модела коришћени су следећи елементи.

Стубови и греде су представљени двочворним линијским КЕ са по 6 степени слободе у сваком чвору (BEAM4). Ради се о праволинијском гредном елементу са константним попречним пресеком дуж осе. Карактеристике попречних пресека израчунате су на основу геометрије приказане на Слика 17 (Одељак 3.1.). Није увођен ефективни пресек који се код ХОП користи због локалног избочавања, зато што су напони и деформације који настају при грађевинским вибрацијама малог интензитета те се претпоставља да не долази до избочавања.

Положај неутралне осе греде зависи од нивоа интеракције са садејствујућим делом плоче. Усвојено је пуно спрегнуто дејство и претпостављен је положај неутралне линије на контакту греде са плочом. Према El-Dardiry & Ji (2007) сопствене фреквенције спрегнутих међуспратних конструкција нису много осетљиве на промену положаја неутралне линије када је усвојено пуно спрегнуто дејство између плоче и греда. Неопходно је још додати да плоча и греде у моделу леже у истој равни те је момент инерције греда рачунат као збир сопственог и положајног момента инерције (Штајнерова теорема или теорема паралелених оса).

Карактеристике свих материјала приказане су у Табела 2.

Табела 2: Материјали

Материјал	Густина [kg/m3]	Young-ов модул [Pa]
Бетон	2350	2,9E+10
Челик	7850	2,1E+11
Гипс	900	1,5E+09
Термоизолациони слој*	40	3,0E+07

**rigid polymer foam*

За плоче и зидове је коришћен четворочворни површински КЕ са по 6 степени слободе у сваком чвору (SHELL63). Дебљина плоче је константна и могуће је увођење ортотропије задавањем различитих карактеристика материјала за два ортогонална правца. Кровни панел и спрегнута плоча у приземљу и на првом спрату (Слика 18, ID09-ID11) су моделирани као ортотропни SHELL63 елементи, док је фасадни панел (Слика 18, ID12-ID13) представљен као изотропни SHELL63 елемент.

Прорачун коефицијента ортотропије EX/EY за спрегнуту плочу (ID09 и ID10) спроведен је у складу са поступком приказаним у раду El-Dardiry & Ji (2006). Претпостављено је пуно спрезање на контакту профилисаног челичног лима и бетона. Прво је израчунат момент инерције око X осе за композитни челично-бетонски попречни пресек ширине 1 m приказан на Слика 36.

Слика 36: Попречни пресек спрегнуте плоче у X-Z равни: а) бетонски део пресека и б) челични део пресека

Карактеристике бетонског и челичног дела попречног пресека приказане су у Табела 3.

Табела 3: Карактеристике појединачних делова попречног пресека спрегнуте плоче у X-Z равни

	Бетонски део попречног пресека (1)	Челични део попречног пресека (2)
$z_T\ [m]$	0,0284	0,0083
$A\ [m^2]$	$4{,}15 \cdot 10^{-2}$	$7{,}76 \cdot 10^{-4}$
$I_x^s\ [m^4]$	$7{,}385 \cdot 10^{-6}$	$3{,}625 \cdot 10^{-8}$
$E_x [Pa]$	$2{,}9 \cdot 10^{10}$	$2{,}1 \cdot 10^{11}$

Где су: z_T је положај тежишта одређеног дела пресека у односу на доњу ивицу плоче, A је површина одређеног дела пресека, I_x^s је сопствени момент инерције одређеног дела пресека око тежишне осе паралелене X оси, E_x је модул еластичности материјала за савијање око X осе.

Количник модула еластичности за бетон и модула еластичности за челик је:

$$\frac{E_x(1)}{E_x(2)} = \frac{29 \cdot 10^9}{210 \cdot 10^9} = 0{,}138 \tag{2}$$

Површина идеализованог попречног пресека од челика који је еквивалентан попречном пресеку спрегнуте плоче у X-Z равни:

$$A_x = 7{,}76 \cdot 10^{-4} + 0{,}138 \cdot 4{,}15 \cdot 10^{-2} = 6{,}5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^2 \tag{3}$$

Положај тежишта идеализованог попречног пресека од челика у X-Z равни у односу на доњу ивицу спрегнуте плоче:

$$z_T = \frac{7{,}76 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}0083 + 0{,}138 \cdot 4{,}15 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}0284}{6{,}5 \cdot 10^{-3}} = 0{,}026\ \mathrm{m} \tag{4}$$

Сопствени момент инерције идеализованог попречног пресека од челика око тежишне осе паралелене X оси:

$$\begin{aligned} I_x^s = 3{,}625 \cdot 10^{-8} + 0{,}138 \cdot 7{,}385 \cdot 10^{-6} + 7{,}76 \cdot 10^{-4} \cdot (0{,}026 - 0{,}0083)^2 \\ + 0{,}138 \cdot 0{,}0415 \cdot (0{,}0284 - 0{,}026)^2 = 1{,}333 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^4 \end{aligned} \tag{5}$$

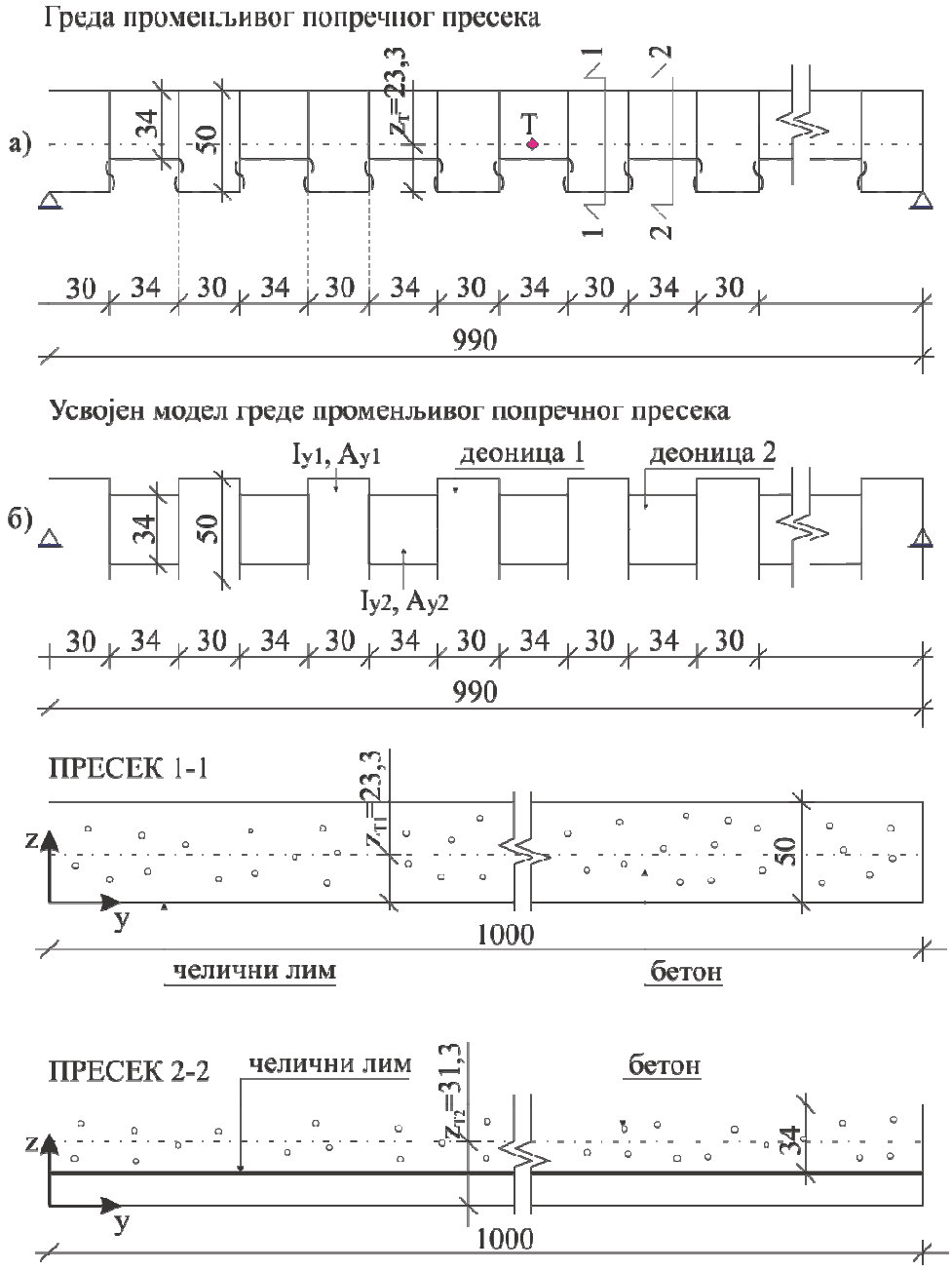
Момент инерције спрегнуте плоче око Y осе израчунат је помоћу греде променљивог попречног пресека приказане на Слика 37а. Ширина греде је 1 m.

Усвојени модел греде са променљивим попречним пресеком (Слика 37б) распона 0,99 m направљен је у програму ANSYS. Греда је слободно ослоњене на оба краја. Распон греде је израчунат као збир дужина 16 *деоница 1* (дужина од 0,030 m добијена је као средња вредност између 0,026 m и 0,034 m, Слика 36) и 15 *деоница 2* (дужина од 0,034 m добијена је као средња вредност између 0,030 m и 0,038 m, Слика 36).

Тежиште, односно положај системне линије греде променљивог попречног пресека у односу на доњу ивицу плоче (z_T, Слика 37а), одређен је на следећи начин:

$$z_T = \frac{16 \cdot 0{,}03 \cdot A_{y1} \cdot z_{T1} + 15 \cdot 0{,}034 \cdot A_{y2} \cdot z_{T2}}{16 \cdot 0{,}03 \cdot A_{y1} + 15 \cdot 0{,}034 \cdot A_{y2}} = 0{,}0233\ m \tag{6}$$

Где су: z_{T1} је положај тежишта идеализованог попречног пресека од челика деонице 1 (Пресек 1-1, Слика 37), z_{T2} је положај тежишта идеализованог попречног пресека од челика деонице 2 (Пресек 2-2, Слика 37), A_{y1} је површина идеализованог попречног пресека од челика деонице 1 и A_{y2} је површина идеализованог попречног пресека од челика деонице 2.



Слика 37: Карактеристике спрегнуте плоче за прорачун момента инерције око Y осе: а) греда промењљивог попречног пресека, б) усвојен модел греде промењљивог попречног пресека, в) попречни пресек деонице 1 у Y-Z равни и г) попречни пресек деонице 2 у Y-Z равни

Затим су израчунати моменти инерције идеализованих попречних пресека од челика за деоницу 1 и деоницу 2 око хоризонталне осе паралелне Y оси која пролази кроз тежиште T (6).

$$I_{yi} = I_{yi}^{s} + I_{yi}^{p} = I_{yi}^{s} + A_{yi} \cdot (z_{Ti} - z_T)^2 \qquad i = 1,2 \tag{7}$$

Где су: I_{yi} је момент инерције идеализованог попречног пресека од челика i-те деонице, I_{yi}^{s} је сопствени момент инерције, тј. момент инерције око тежишне осе (паралелне Y оси), идеализованог попречног пресека од челика i-те деонице, I_{yi}^{p} је положајни момент инерције идеализованог попречног пресека од челика i-те деонице, A_{yi} је површина идеализованог попречног преска од челика i-те деонице, z_{Ti} је положај тежишта идеализованог попречног пресека од челика i-те деонице у односу на доњу ивицу спрегнуте плоче и z_T положај системне линије за греду промењљивог попречног пресека израчунат према изразу (6).

Угиб израчунат у програму ANSYS на средини распона греде услед концентрисане, трансверзалне силе од P=1 kN која делује на средини распона је:

$$\Delta = 0{,}98 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m} \tag{8}$$

Момент инерције греде константне висине попречног пресека која је еквивалентна греди промењљивог попречног пресека (приказане на Слика 37б) израчунат је помоћу формуле за угиб просте греде оптерећене концентрисаном, трансверзалном силом на средини распона:

$$I_y^s = \frac{1}{48} \cdot \frac{P \cdot L^3}{E \cdot \Delta} = 9{,}822 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m}^4 \tag{9}$$

Где су: $P = 1\ kN$ је оптерећење, $L = 0{,}99\ m$ је распон греде, $E = 210\ GPa$ је модул еластичности челика и Δ је угиб (8).

Коначно се може из израза (5) и (9) израчунати коефицијент ортотропије:

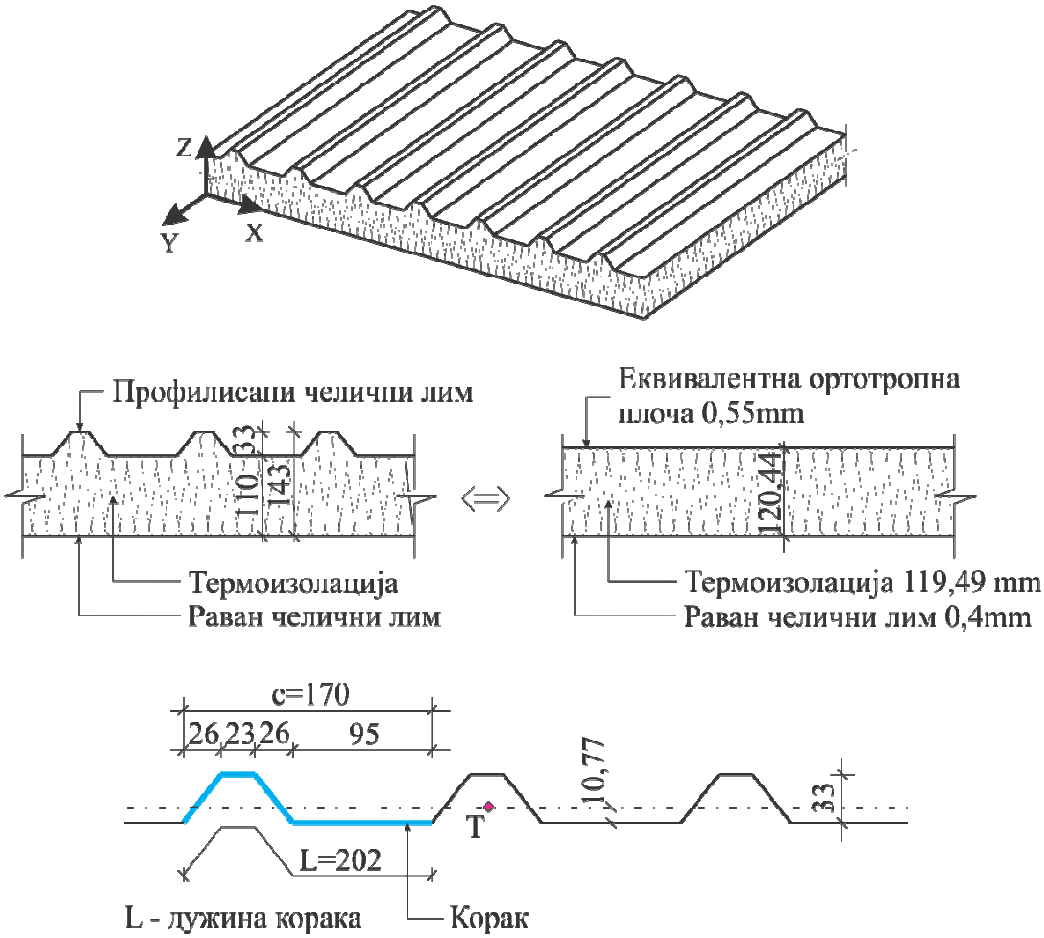
$$\frac{I_x^s}{I_y^s} = \frac{1{,}333 \cdot 10^{-6}}{9{,}822 \cdot 10^{-7}} = 1{,}357 \tag{10}$$

Дебљина еквивалентне челичне плоче у слабијем правцу је:

$$t = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot I_y^s}{1m}} = 0{,}02276\ m \tag{11}$$

Усвојени модули еластичности су: $E_x = 1{,}357 \cdot 210\ GPa$ и $E_y = 210\ GPa$.

Коефицијент ортотропије за кровни панел је одређен по другачијем поступку у односу на поступак који је примењен код спрегнуте плоче због мале крутости термоизолационог слоја (Слика 38). Претпостављено је да ће само профилисани челични лим диктирати ортотропију панела. Према томе, прво је профилисани лим замењен еквивалентном оротропном плочом константне дебљине, а потом су израчунате карактеристике композитног пресека.



Слика 38: Карактеристике кровног панела

За попречни пресек профилисаног челичног лима у равни Y-Z усвојен је правоугаони пресек ширине 1 m и висине 0,00055 m (висина пресека једнака је дебљини лима). Крутости на савијање за ортотропну плочу еквивалентну профилисаном челичном лиму су израчунате према следећим формулама:

$$D_x = \frac{E \cdot I_x}{c} = 21846{,}18\ Nm$$

$$D_y = \frac{c}{L} \cdot \frac{E \cdot t^3}{12} = 2{,}455\ Nm \tag{12}$$

$$D_{xy} = \frac{E \cdot t^3}{12 \cdot (1 + \nu)} = 2{,}240\ Nm$$

Где су: D_x је крутост на савијање око X осе, D_y је крутост на савијање око Y осе, D_{xy} је торзиона крутост, E је модул еластичности челика, t је дебљина лима, ν је Poisson–ов коефицијент за челик, c је дужина корака у хоризонталном правцу (Слика 38), L је стварна дужина корака (Слика 38). I_x је:

$$I_x = I_2 \cdot t \tag{13}$$

Где је I_2 момент инерције корака око тежишне хоризонталне осе (паралелене X оси):

$$I_2 = 0{,}023 \cdot (0{,}033 - 0{,}01077)^2 + 0{,}095 \cdot 0{,}01077^2 + 2 \cdot 0{,}0423 \cdot (0{,}0165 - 0{,}01077)^2 = 2{,}467 \cdot 10^{-5}\ m^4 \tag{14}$$

Формуле за крутости на савијање (D_x и D_y у (12)) су предложене у раду Samanta & Mukhopadhyay (1999), док је израз за торзиону крутост (D_{xy} у (12)) препоручен у раду Briassoulis-a (1986). Формуле (12) су изабране на основу студије коју су урадили Wennberg *et al.* (2011) у којој је најбоље резултате, када је у питању савијање профилисаног челичног лима, пружио овај мешовити модел.

Модули еластичности и клизања израчунати су помоћу формула за танку ортотропну плочу из теорије конструкција:

$$E_x = \frac{12 \cdot \left(1 - \nu_{xy} \cdot \nu_{yx}\right)}{t^3} \cdot D_x = 1{,}209 \cdot 10^{15}\ \text{Pa}$$

$$E_y = \frac{12 \cdot \left(1 - \nu_{xy} \cdot \nu_{yx}\right)}{t^3} \cdot D_y = 1{,}770 \cdot 10^{11}\ \text{Pa} \tag{15}$$

$$G_{xy} = \frac{6 \cdot D_{xy}}{t^3} = 8{,}080 \cdot 10^{10}\ \text{Pa}$$

Где су: E_x је модул еластичности за савијање око X осе, E_y је модул еластичности за савијање око Y осе, G_{xy} је модул клизања, ν_{xy} је Poisson–ов коефицијент за савијање

око X осе и ν_{yx} је Poisson–ов коефицијент за савијање око Y осе. Према Wennberg *et al.* (2011) за јачи правац ортотропне плоче, односно за савијање око X осе, усвојено је да је Poisson–ов коефицијент једнак Poisson–овом коефицијенту за челик ($\nu_{xy} = 0{,}3$). Poisson–ов коефицијент за савијање око Y осе одређен је на основу релације:

$$\frac{\nu_{yx}}{\nu_{xy}} = \frac{E_y}{E_x} = \frac{D_y}{D_x}$$

$$\nu_{xy} \cdot \nu_{yx} = \frac{D_y}{D_x} \cdot \nu_{xy}^2 \tag{16}$$

Добијени модули еластичности и клизања (15) односе се на ортотропну плочу константне дебљине $t = 0{,}55\ mm = 0{,}00055\ m$.

Карактеристике елемената композитног пресека наведене су у Табела 4. С'тим што су за профилисани челични лим усвојене вредности добијене за еквивалентну ортотропну плочу (15).

Табела 4: Карактеристике појединачних делова попречног пресека кровног панела у X-Z и Y-Z равни

	Раван лим (1)	Термоизолациони слој (2)	Еквивалентна ортотропна плоча (3)
$z_T\ [m]$	0	0,060	0,12
$A\ [m^2]$	0,0004	0,119	0,00055
$I^s [m^4]$	$5{,}333 \cdot 10^{-12}$	$1{,}418 \cdot 10^{-4}$	$1{,}386 \cdot 10^{-11}$
$E_x [Pa]$	$2{,}1 \cdot 10^{11}$	$3{,}0 \cdot 10^{7}$	$1{,}209 \cdot 10^{15}$
$E_y\ [Pa]$	$2{,}1 \cdot 10^{11}$	$3{,}0 \cdot 10^{7}$	$1{,}770 \cdot 10^{11}$

Где су: z_T је положај тежишта одређеног дела пресека у односу на доњу ивицу плоче, A је површина одређеног дела пресека ширине 1 m, I^s је сопствени момент инерције одређеног дела пресека око тежишних оса паралелених са X или Y осама, E_x је модул

еластичности за савијање око X осе и E_y је модул еластичности за савијање око Y осе.

Количник модула еластичности за челик (E_x за раван лим у Табела 4) и модула еластичности око X осе за еквивалентну ортотропну плочу је:

$$\frac{E_x(1)}{E_x\,(3)} = \frac{2{,}1 \cdot 10^{11}}{1{,}209 \cdot 10^{15}} = 1{,}737 \cdot 10^{-4} \tag{17}$$

Количник модула еластичности за термоизолацију (E_x за термоизолацију у Табела 4) и модула еластичности око X осе за еквивалентну ортотропну плочу је:

$$\frac{E_x\,(2)}{E_x(3)} = \frac{3{,}0 \cdot 10^{7}}{1{,}209 \cdot 10^{15}} = 2{,}480 \cdot 10^{-8} \tag{18}$$

Положај тежишта идеализованог попречног пресека у X-Z равни:

$$z_{T,x} = \frac{1{,}737 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot 10^{-4} \cdot 0 + 2{,}480 \cdot 10^{-8} \cdot 0{,}119 \cdot 0{,}06 + 5{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}12}{1{,}737 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot 10^{-4} + 2{,}480 \cdot 10^{-8} \cdot 0{,}119 + 5{,}5 \cdot 10^{-4}}$$

$$z_{T,x} = 0{,}12 \text{ m} \tag{19}$$

Сопствени момент инерције идеализованог пресека око X осе:

$$I_x^s = 1{,}386 \cdot 10^{-11} + \ 2{,}480 \cdot 10^{-8} \cdot 1{,}418 \cdot 10^{-4} + \ 1{,}737 \cdot 10^{-4} \cdot 5{,}333 \cdot 10^{-12}$$

$$+ 0{,}00055 \cdot (0{,}12 - 0{,}12)^2 + \ 2{,}48 \cdot 10^{-8} \cdot 0{,}1195 \cdot (0{,}12 - 0{,}06)^2 \tag{20}$$

$$+ 1{,}737 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}0004 \cdot (0{,}12 - 0)^2 = 1{,}042 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4$$

Сопствени момент инерције идеализованог пресека око X осе помножен са модулом еластичности око X осе за еквивалентну ортотропну плочу је:

$$E_x \cdot I_x^s = 1{,}209 \cdot 10^{15} \cdot 1{,}042 \cdot 10^{-9} = 12{,}594 \cdot 10^{5}\ Nm^2 \tag{21}$$

Количник модула еластичности за челик (E_y за раван лим у Табела 4) и модула еластичности око Y осе за ортотропну плочу:

$$\frac{E_y\ (1)}{E_y\ (3)} = \frac{2{,}1 \cdot 10^{11}}{1{,}770 \cdot 10^{11}} = 1{,}186 \tag{22}$$

Количник модула еластичности за термоизолацију (E_y за термоизолацију у Табела 4) и модула еластичности око Y осе за ортотропну плочу:

$$\frac{E_y\ (2)}{E_y\ (3)} = \frac{3{,}0 \cdot 10^{7}}{1{,}770 \cdot 10^{11}} = 1{,}695 \cdot 10^{-4} \tag{23}$$

Положај тежишта идеализованог попречног пресека у Y-Z равни:

$$z_{T,y} = \frac{1{,}186 \cdot 4 \cdot 10^{-4} \cdot 0 + 1{,}695 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}119 \cdot 0{,}06 + 5{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}12}{1{,}186 \cdot 4 \cdot 10^{-4} + 1{,}695 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}119 + 5{,}5 \cdot 10^{-4}}$$

$$z_{T,y} = 0{,}065 \text{ m} \tag{24}$$

Сопствени момент инерције идеализованог пресека око Y осе:

$$I_y^s = 1{,}386 \cdot 10^{-11} + 1{,}695 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}418 \cdot 10^{-4} + 1{,}186 \cdot 5{,}333 \cdot 10^{-12} +$$

$$0{,}00055 \cdot 1 \cdot (0{,}12 - 0{,}065)^2 + 1{,}695 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}1195 \cdot 1 \cdot (0{,}065 - 0{,}06)^2 + \tag{25}$$

$$1{,}186 \cdot 0{,}0004 \cdot 1 \cdot (0{,}065 - 0)^2 = 3{,}740 \cdot 10^{-6}\ m^4$$

Сопствени момент инерције идеализованог пресека око Y осе помножен са модулом еластичности око Y осе за ортотропну плочу је:

$$E_y \cdot I_y^s = 1{,}770 \cdot 10^{11} \cdot 3{,}740 \cdot 10^{-6} = 6{,}620 \cdot 10^{5}\ Nm^2 \tag{26}$$

Коефицијент ортотропије за кровни панел израчунат је помоћу израза (21) и (26):

$$\frac{E_x \cdot I_x^s}{E_y \cdot I_y^s} = 1{,}902 \tag{27}$$

Дебљина еквивалентне челичне плоче у слабијем правцу је:

$$t = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot I_{y,celik}}{1m}} = 0{,}0336\ m \tag{28}$$

Где је:

$$I_{y,celik} = \frac{E_y\ (3)}{E_y\ (1)} \cdot I_y^s = \frac{1{,}770 \cdot 10^{11}}{2{,}1 \cdot 10^{11}} \cdot 3{,}740 \cdot 10^{-6} = 3{,}15 \cdot 10^{-6}\ m^4 \tag{29}$$

Коначно, усвојена је еквивалентна челична ортотропна плоча константне дебљине $t = 0{,}0336m$, са модулима еластичности $E_x = 1{,}902 \cdot 210\ GPa$ и $E_y = 210\ GPa$.

Добијена велика крутост на савијање кровног панела (једнака крутости челичног лима дебљине 33,6 mm у слабијем правцу) је у највећој мери резултат положајних момената инерције равног и профилисаног челичног лима у односу на заједничко тежиште пресека (Слика 38) и претпоставке о пуном спрезању слојева кровног панела. С обзиром на малу крутост термоизолационог слоја постоји могућност да није постигнуто пуно садејство између челичних лимова и да је крутост кровног панела прецењена.

Дебљина и модул еластичности еквивалентне изотропне плоче којом су представљени фасадни зидови у моделу израчуната је на основу аксијалне крутости (AE) композитног пресека приказаног на Слика 18 (ID12/ ID13).

Карактеристике елемената композитног пресека наведене су у Табела 5.

Табела 5: Карактеристике делова попречног пресека фасадног зида

	Раван лим (1)	Термоизолациони слој (2)	Гипсана облога (3)
$A\ [m^2]$	$5{,}5 \cdot 10^{-4}$	$7{,}6 \cdot 10^{-2}$	$1{,}25 \cdot 10^{-2}$
$E\ [Pa]$	$2{,}1 \cdot 10^{11}$	$3{,}0 \cdot 10^{7}$	$1{,}5 \cdot 10^{9}$

Где су: A је површина одређеног дела пресека ширине 1 m и E је модул еластичности.

Количник модула еластичности за челик (E за раван лим у Табела 5) и модула еластичности за гипс (E за гипсану облогу у Табела 5):

$$\frac{E(1)}{E\ (3)} = \frac{2{,}1 \cdot 10^{11}}{1{,}5 \cdot 10^{9}} = 140 \tag{30}$$

Количник модула еластичности за термоизолацију (E за термоизолацију у Табела 5) и модула еластичности за гипс (E за гипсану облогу у Табела 5):

$$\frac{E(2)}{E(3)} = \frac{3{,}0 \cdot 10^{7}}{1{,}5 \cdot 10^{9}} = 0{,}02 \tag{31}$$

Површина идеализованог пресека од гипса је:

$$A = 140 \cdot 5{,}5 \cdot 10^{-4} + 0{,}02 \cdot 7{,}6 \cdot 10^{-2} + 1{,}25 \cdot 10^{-2} = 9{,}10 \cdot 10^{-2}\ m^2 \tag{32}$$

Површина идеализованог пресека од гипса помножена са модулом еластичности за гипс је:

$$E \cdot A = 9{,}10 \cdot 10^{-2} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{9} = 1{,}365 \cdot 10^{8}\ N \tag{33}$$

Усвојена дебљина еквивалентне изотропне плоче којом су представљени фасадни зидови је $t = 0{,}0125\ m$, а модул еластичности је:

$$E_y = E_x = \frac{1{,}365 \cdot 10^{8}\ N}{0{,}0125m \cdot 1m} = 10{,}92\ GPa \tag{34}$$

Униаксијална еластична опруга (COMBIN14) употребљена је за моделирање ослонаца зграде. Вертикална крутост ослонаца није израчуната због недостатка података, већ је усвојена почетна вредност од 10^7 N/m, која је касније коригована са циљем постизања боље сагласности израчунатих и измерених модалних карактеристика зграде. Због мале масе таваница (приближно 150 kg/m^2) генератори вибрација су уведени у модел као једночворни елементи у виду концентрисане масе (MASS21). Везе између два модула представљене су линијским елементима

(BEAM4). Плафон закачен за међуспратну конструкцију на првом спрату додат је у виду масе спрегнутој плочи. Људи и опрема који су се налазили на првом спрату су такође додати плочи на првом спрату у виду масе (равномерно распоређена маса по јединици површине). Како би се избегли сопствени тонови у којима објекат осцилује у хоризонталном правцу спречено је померање фасадних зидова у правцу X и Y оса г.к.с..

Важећи стандарди који се односе на проверу употребљивости конструкција према вибрацијама углавном не садрже препоруке за МКЕ моделирање. Ипак, извештај истраживачког пројекта ACOUSVIBRA (2008) нуди одређене предлоге везане за усвајање параметара и моделирање детаља код лаких челичних таваница, и то су:

1) Све везе треба да се моделирају као апсолутно круте (иако су неке везе пројектоване да буду зглобне у прорачунима према граничним стањима носивости, у анализи вибрација дилатације су толико мале да трење није превазиђено и зглобне везе се могу моделирати као круте);
2) Стубове треба унети у МКЕ модел и, при томе, превојне тачке (најчешће се налазе на средини висине стуба између два спрата) моделирати као зглобове;
3) Може се усвојити да фасадни зидови у потпуности спречавају вертикално померање греда које се пружају дуж ивица таванице;
4) Маса међуспратне конструкције треба да обухвата сопствену тежину, као и сва додатна стална и предвиђена корисна оптерећења (која перманентно делују на конструкцију);
5) Дилатационе спојнице се могу сматрати слободним у погледу ротације, али фиксним што се тиче локације.

Предлози садржани у извештају пројекта ACOUSVIBRA (2008) усвојени су у Моделу 1-1 из следећих разлога:

1) Предмет истраживања у пројекту ACOUSVIBRA (2008) су конкретно вибрације лаких таваница са конструкцијом од ХОП стога је примена резултата и предлога овог пројекта **адекватна**;

2) Изабрано истраживање (ACOUSVIBRA, 2008) је свеобухватно и спроведено је са циљем дефинисања упутстава за пројектовање и моделирање лаких челичних таваница те се сматра **релевантним**;
3) Истраживање је релативно **ново**.

Први предлог о апсолутно крутим везама између елемената је примењен у потпуности. Други и трећи предлог нису усвојени зато што се ови предлози односе на МКЕ моделирање издвојене међуспратне конструкције са стубовима који припадају етажама изнад и испод те таванице. Поред тога, спречавањем вертикалних померања дуж ивица таванице на првом спрату (предлог бр. 2) искључио би се утицај еластичних ослонаца зграде, као и вертикална померања целе зграде примећена у експерименталним резултатима. Четврти предлог се односи на фазу пројектовања у којој се предвиђају стална и корисна оптерећења која ће деловати на конструкцију у експлоатацији. У Модел 1-1 уведена су сва стална оптерећења која су деловала на објекат у току модалног тестирања. Пети предлог није значајан зато што у тестираном објекту није било дилатационих спојница.

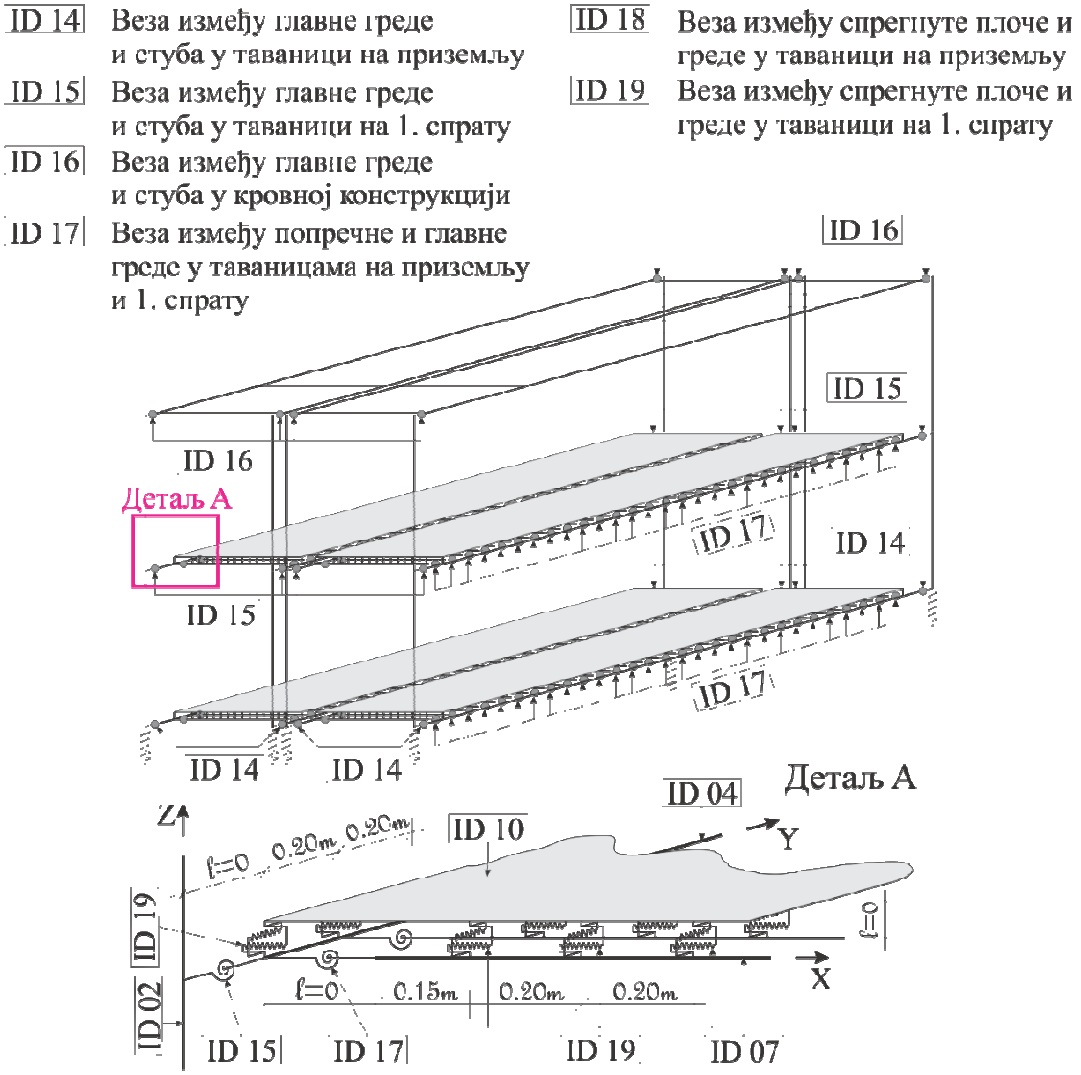
Потребно је још напоменути да динамички модул еластичности бетона није повећан како то иначе препоручују прописи који се односе на вибрације спрегнутих челично-бетонских таваница. (Напомена: AISC Steel Design Guide No.11 (1997) предлаже повећање Young-овог модула од 35%, док HIVOSS&VOF (2009) препоручује повећање од 10%.) Разлози су превелика крутост Модела 1-1 и изражена одступања од екесперименатлних резултата.

Други модел (Модел 1-2)

Модел 1-2 се разликује од Модела 1-1 по томе што су апсолутно круте везе замењене полу-крутим. Избор веза које су моделиране као полу-круте заснован је на инжењерској процени и на анализи резултата добијених помоћу Модела 1-1, и то су:

1) Смичућа веза на контакту спрегнуте плоче и челичне конструкције од ХОП (обухваћено је смицање у правцу попречних и у правцу главних греда) на приземљу и првом спрату (ID18/ ID19, Слика 39);

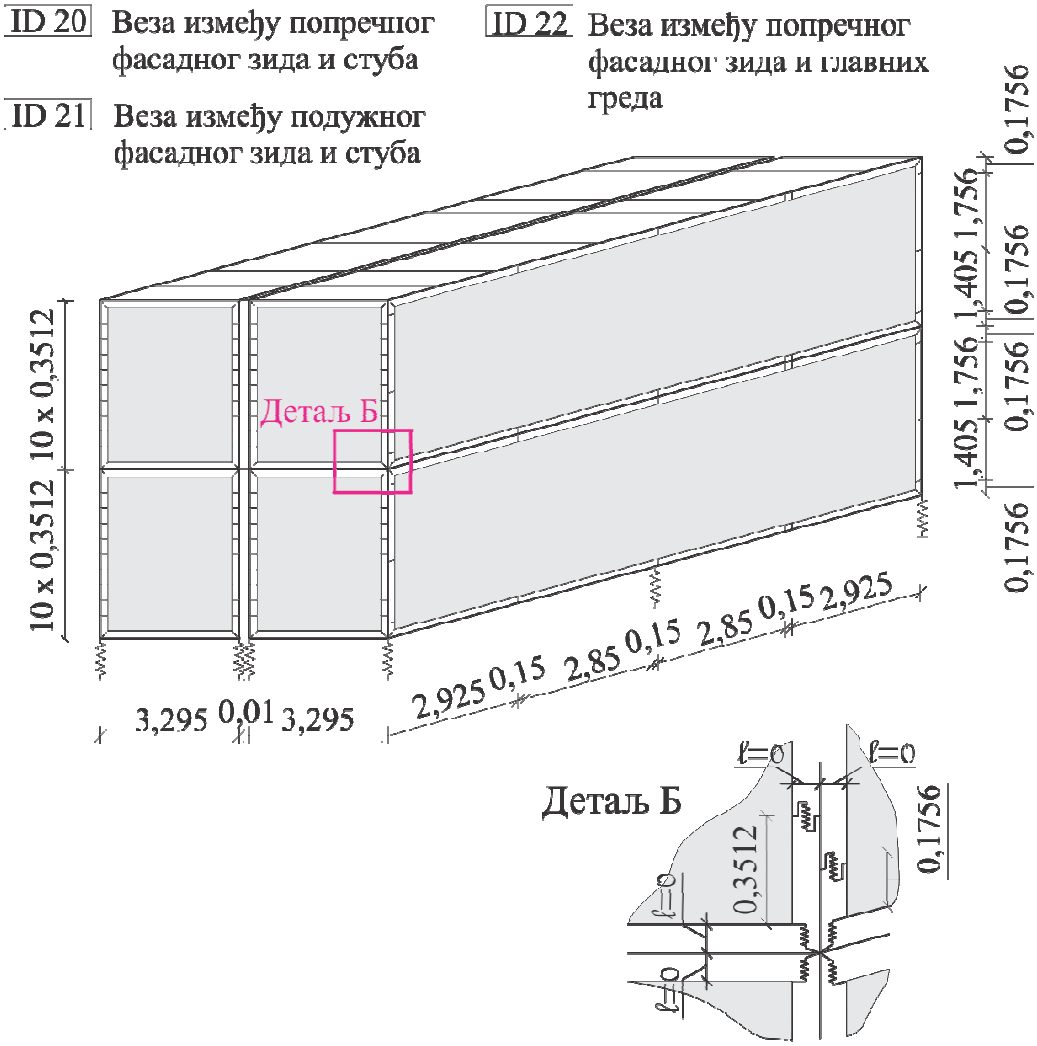
2) Ротациона полу-крута веза између попречних и главних греда (ротација око хоризонталне осе управне на правац попречне греде) на приземљу и првом спрату (ID17, Слика 39);
3) Ротациона полу-крута веза између главних греда и стубова (ротација око хоризонталне осе управне на правац главне греде) на сва три нивоа (ID14-16, Слика 39).



Слика 39: Распоред и идентификациони бројеви полу-крутих веза на контакту спрегнутих плоча и греда, попречних и главних греда, као и главних греда и стубова у Моделу 1-2

Затим, на основу резултата добијених за Модел 1-1 утврђено је да фасадни зидови континуално и круто спојени за челични рам зграде уносе превише крутости у модел. Стога је одлучено да се везе зидова за рам реалније моделирају и уведене су дискретне, полу-круте везе само на местима где су се налазили шрафови, вијци и завртњеви који су служили да причврсте фасадни зид за рам (Слика 40). При томе, ове везе су моделиране тако да допуштају само релативно померање између зида и рама у вертикалном правцу, и то су:

1) Смичуће везе између попречних зидова и стубова (ID20, Слика 40);
2) Смичуће везе између подужних зидова и стубова (ID21, Слика 40);
3) Смичуће везе између подужних зидова и главних греда (ID22, Слика 40).

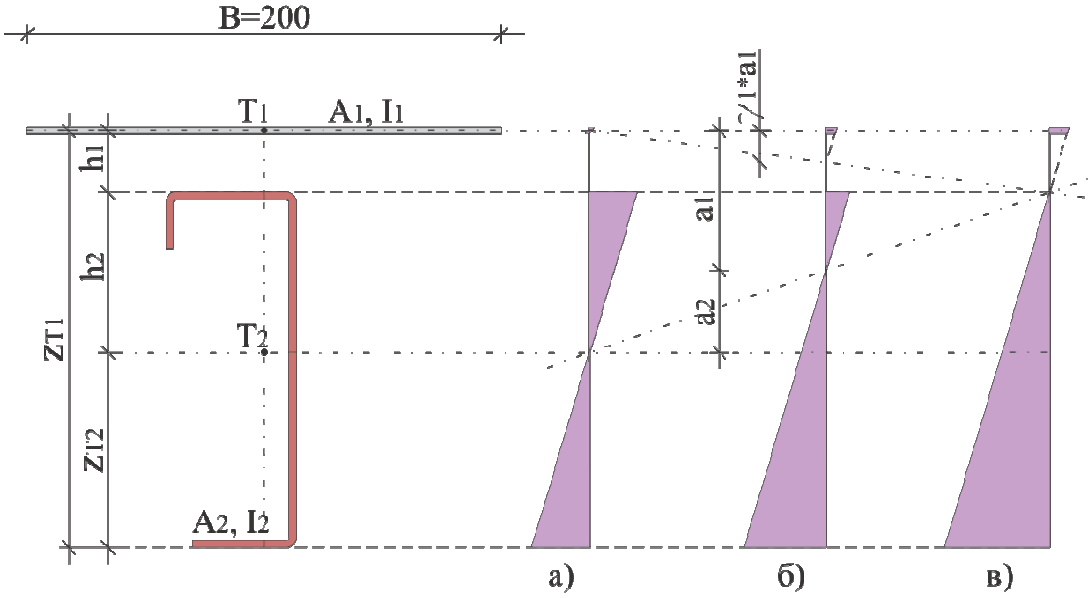


Слика 40: Распоред и идентификациони бројеви полу-крутих веза на контакту фасадних зидова и конструктивног рама у Моделу 1-2

Све везе су моделиране помоћу ротационих и транслационих опруга са константном крутошћу. Почетне крутости опруга (називају се „почетне“ зато што су то параметри који су касније варирани у процесу *model updating*–а) израчунате су на основу процедура које се односе на статичку крутост. Наиме, нису пронађена истраживања и модели за прорачун динамичке крутости веза при оптерећењима ниског интензитета који би се односили на конструкције од ХОП.

Увођењем полу-крутих смичућих веза на контакту спрегнуте плоче са гредама (ID18/ ID19, Слика 39) више не важи претпоставка о пуном садејству плоче и греда, односно смичући спој више није пун, већ делимичан (класификација је дефинисана у Еврокоду 4 реф.). Ова промена се конкретно одражава на положаје неутралних оса, као и величину момената инерције, плоче и греда.

Као што је већ раније истакнуто када је између плоче и греде постигнута пуна интеракција попречни пресек спрегнуте греде (челична греда и садејствујући део плоче) има само једну неутралну осу, односно неутралне осе плоче и греде се подударају (Слика 41в). Како је претпостављено у Моделу 1-1 и приказано на Слика 41в заједничка неутрална оса налази се на горњој ивици греде, тј. на контакту плоче и греде. (Напомена: На Слика 41 је приказана еквивалентна ортотропна плоча са положајем тежишта за савијање око Y осе (6) израчунатим у претходном одељку који се односи на развијање Модела 1-1. Под контактом плоче и греде подразумева се физичка контактна површина између ових елемената у стварном објекту.) Затим, када не постоји интеракција између плоче и греде, неутралне осе су одвојене и налазе се у тежиштима појединачних попречних пресека (Слика 41а). У случају делимичног смичућег споја неутралне линије су одвојене и налазе се између положаја који одговара пуној интеракцији и положаја који одговара случају када нема интеракције (Слика 41б).



Слика 41: Дијаграми дилатација у пресеку спрегнуте греде: а) нема садејства, б) делимично садејство и в) пуно спрезање између плоче и греде

Положаји неутралних оса, као и моменти инерције, за плочу и греду када је усвојено делимично садејство у споју израчунати су применом методе коју је развио Möhler (1956), а касније су је допунили и унапредили Natterer & Hoeft (1987). Данас, је ова метода препоручена у Еврокоду 5 (EN 1995-1-1, Annex B, 2004). Претпоставке на којима се заснива метода су:

- Хуков закон (линеарно-еластична теорија),
- Бернулијев закон,
- Спрегнута греда је изложена само савијању и облик дијаграма момента савијања је парабола или синусоид,
- Плоча и греда су спојене механичким спојним средствима са модулом клизања k који се налазе на једнаком растојању s.

Момент инерције за греду и момент инерције за садејствујући део плоче могу се израчунати помоћу следећих формула:

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s}{k \cdot L^2}}$$

γ_2=1

$$a_1 = (h_1 + h_2) - a_2 \tag{35}$$

$$a_2 = \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2)}{2 \cdot \sum_{i=1}^{2} \gamma_i \cdot E_i \cdot A_i}$$

$I_i = I_i^s + I_i^p = I_i^s + \gamma_i \cdot A_i \cdot a_i^2$, где је $i = 1{,}2$

Где су: E_1 је модул еластичности плоче, E_2 је модул еластичности греде, A_1 је површина попречног пресека плоче, A_2 је површина попречног пресека греде, h_1 је растојање тежишта плоче од горње ивице греде (тј. заједничке неутралне линије при пуној интеракцији), h_2 је растојање тежишта греде од горње ивице греде (тј. заједничке неутралне линије при пуној интеракцији), s је растојање између механичких спојних средстава, k је модул клизања механичког спојног средства, L је ефективна дужина спрегнуте греде (растојање између нултих тачака на дијаграму момента савијања), I_i^s је сопствени момент инерције i–ог дела пресека, I_i^p је положајни момент инерције i–ог дела пресека.

Може се приметити на основу наведених формула да су улазни подаци модул клизања спојног средства k и растојање између спојних средстава s. Варирањем ових параметара мења се и момент инерције, односно крутост на савијање, плоче и греда што последично утиче на сопствене фреквенције. Модул клизања спојних средстава је уведен у Модел 1-2 као независна променљива или параметар, док су моменти инерције плоче и греда дефинисани као функције од овог параметра. При томе, усвојен је исти модул клизања за два ортогонална правца (у правцу попречних и у правцу главних греда, Слика 39). Ефективна дужина спрегнуте греде је на почетку процеса *model updating*–а усвојена као $L = 0{,}85 \cdot L_{stvarni\ raspon}$ и касније је

коригована у зависности од добијених коначних вредности за ротационе крутости на крајевима греда.

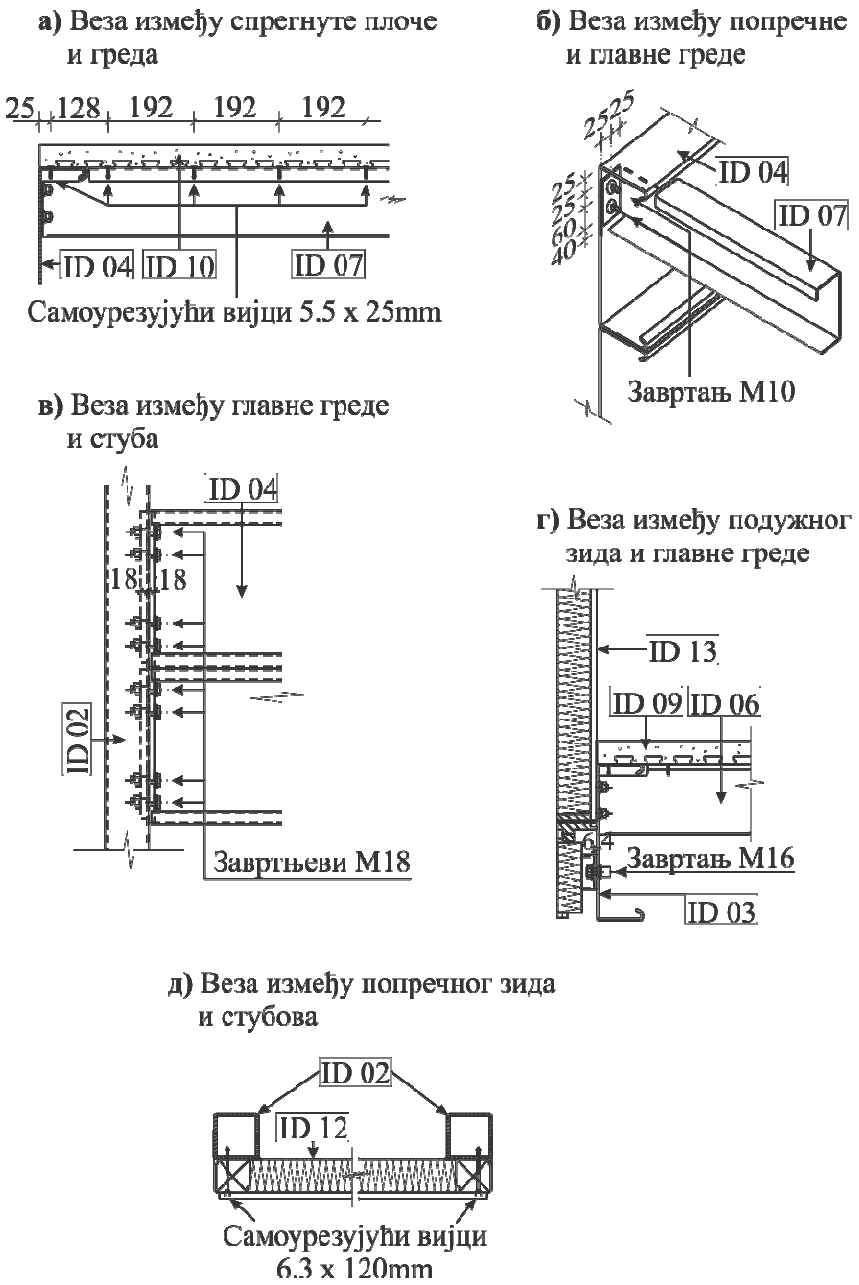
Положаји неутралних линија одвојено су рачунати за случај спрезања плоче и поречне греде (савијање око Y осе г.к.с., Слика 39) и за случај спрезања плоче и главне греде (савијање око X осе г.к.с., Слика 39). Положај неутралне осе плоче за савијање око Y осе г.к.с. се разликовао од положаја неутралне осе плоче израчунатог за случај савијање око X осе г.к.с.. Стога се појавила недоумица око начина увођења положајног момента инерције за плочу. Посебно треба имати у виду да се добијени положаји неутралних линија плоче односе само на њен садејствујући део. Према томе, одлучено је да се положајни момент инерције плоче дода моменту инерције одговарајуће греде, док ће сопствени момент инерције израчунати програм на основу задате дебљине плоче.

$$I_{grede} = I_{grede}^{s} + I_{grede}^{p} + I_{sadej.deo\ ploce}^{p}$$
$$I_{ploce} = I_{ploce}^{s} \tag{36}$$

(Напомена: Плоча и греде у Моделу 1-2 леже у истој равни зато што је смичућа веза уведена као бесконачно мали елемент. Стога је неопходно израчунати моменте инерције за греду и садејствујући део плоче око њихових неутралних линија, а не око тежишних оса.)

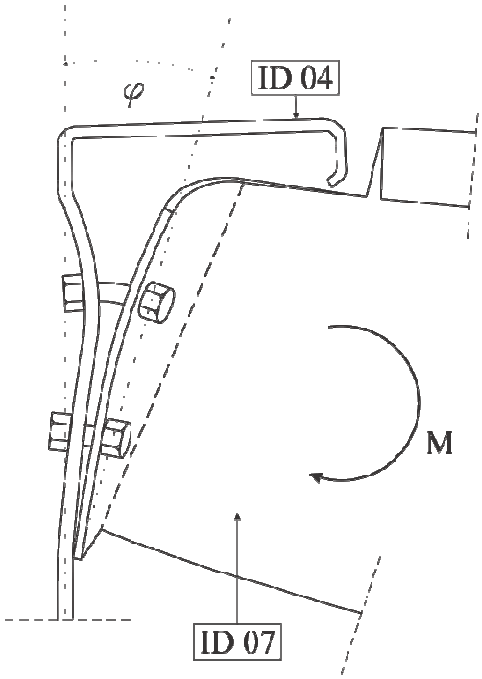
Следећи корак у развоју Модела 1-2 је било одређивање смичуће крутости самоурезујућих вијака који су повезивали спрегнуту плочу и греде (Слика 42а). Када су у питању везе између ХОП-а запажено је другачије понашање у поређењу са везама између ТВП-а. Крутост смичућег споја у случају танких лимова ХОП-а диктирају ефекти другог реда као што је обртање вијка (*tilting*) и локална деформација (избочавање) танког лима. Стога се не могу применити прорачунски обрасци намењени смичућим спојевима између ТВП-а. Поред тога, не могу се користити ни опште формуле за прорачун смичуће крутости можданика зато што самоурезујући вијци нису били упуштени у бетонску масу и нису били заварени за

горње ножице греда. Непознато је и у којој мери је трење на контакту спрегнуте плоче са горњом ножицом греда (на деоницама између вијака) доприносило смичућој крутости споја. Из тих разлога смичућа крутост споја није рачуната, већ је усвојена почетна вредност од $1 \cdot 10^6\ N/m$.



Слика 42: Детаљи веза

Почетна ротациона крутост везе између попречне и главне греде (Слика 42б) израчуната је применом *методе компонената* (*component method*) коју препоручује Еврокод 3 (реф.). Претпостављена деформација *компоненти* у споју попречне и главне греде услед деловања момента савијања око Y осе г.к.с. приказана је на Слика 43. Може се приметити да ротација φ зависи од: савијања ребра главне греде, издужења тела завртњева, савијања чеоне плоче попречне греде, затезања у горњој зони ребра попречне греде, као и притиска у доњој зони ребра попречне греде. Према томе, метода компонената је заснована на принципу да је укупна ротација у оквиру полу-круте везе једнака збиру деформација саставних компоненти те везе.



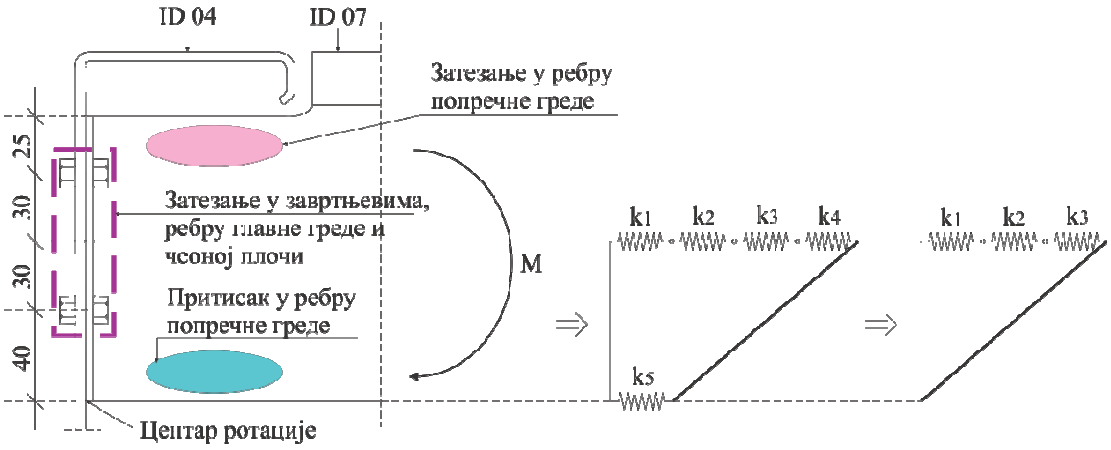
Слика 43: Деформација везе између попречне и главне греде услед деловања момента савијања који затеже горње влакно попречне греде

Свака компонента везе се може представити једном опругом као на Слика 44. Момент савијања може се приказати као спрег сила. При томе, за изабрани смер момента (Слика 44) сила затезања делује у горњој, а сила притиска у доњој зони.

Деформације настале услед силе затезања, као што су савијање лимова, истезање тела завртњева и затезање горње зоне ребра попречне греде, ће бити представљене опругама у горњој зони везе (k_1-k_4). Деформације настале услед силе притиска, као што је сабијање доње зоне ребра попречне греде, ће бити представљене опругама у доњој зони (k_5). Како нису пронађене формуле за прорачун крутости опруга конкретно намењене везама између ХОП-а, коришћени су обрасци који одговарају везама између ТВП-а. Прорачун крутости опруга приказан је у Прилогу.

Укупна ротациона крутост везе је:

$$k = \frac{E \cdot h^2}{\sum_{i=1}^{5} \frac{1}{k_i}} = 3 \cdot 10^4 \; Nm/rad \tag{37}$$



Слика 44: Компоненте везе које учествују у деформацији и усвојени модел полу-круте везе са опругама у затегнутој и притиснутој зони

*исправити на слици – савијање ребра гл греде и савијање чеоне плоче

Неопходно је нагласити да је поступак прорачуна ротационе крутости везе који је садржан у Еврокоду 3 (реф.) предвиђен за статичко оптерећење које не мења смер у току времена. Када је међуспратна конструкција побуђена на вибрирање момент савијања мења смер. Стога треба израчунати и ротациону крутост везе у случају када

је смер момента савијања обрнут од оног који је усвојен и приказан на Слика 44. Различите ротационе крутости за два супротна смера момента савијања подразумевало би увођење нелинераног понашања ротационе опруге. Међутим, треба имати у виду да је конструкција пре побуђивања на вибрирање већ деформисана услед деловања сопствене тежине и додатног статичког оптерећења те је промена смера момента савијања спорна (подразумева се да је деформација услед статичког оптерећења значајно већа од деформација насталих при деловању генератора вибрација). Према томе, израчуната ротациона крутост (37) је усвојена за оба смера момента савијања.

Ротациона крутост везе између главне греде и стуба (Слика 42в) је уведена у модел као променљива чија је вредност варирана у процесу *model updating*–а. Ипак, почетна вредност није рачуната применом методе компонената већ је усвојена максимална вредност која одговара апсолутно крутој вези. Наиме, претпостављено је да неће доћи до значајне релативне ротације у споју зато што су за конструисање везе (Слика 42в) употребљена два челична лима дебљине 18 mm која имају велику крутост на савијање.

Смичућа крутост везе између подужног фасадног зида и конструктивног рама зграде (Слика 42г) израчуната је применом формуле за флексибилност смичућег споја предложене у раду Zadanfarrokh & Bryan (1992):

$$c = 5n \cdot \left(\frac{10}{t_1} + \frac{10}{t_2} - 2\right) \cdot 10^{-3} \quad \left[\frac{mm}{kN}\right]$$

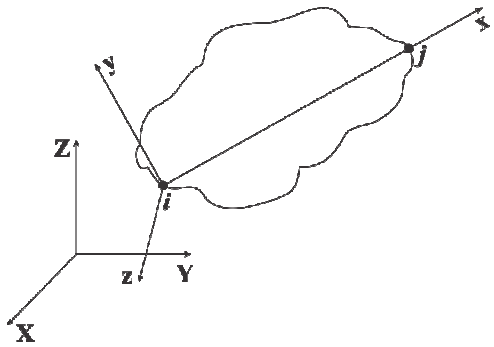
$$k = \frac{1}{c} \tag{38}$$

Где су: c је флексибилност смичућег споја, k је крутост смичућег споја t_1 дебљина једног лима у mm ($t_1 < 8\,mm$), t_2 дебљина другог лима у mm ($t_2 < 8\,mm$), n зависи од тога где се налази смичућа раван у односу на навој ($n = 3$ у случају када је смичућа раван у делу тела завртња без навоја, $n = 5$ у случају када је смичућа раван у делу тела завртња са навојем).

(Напомена: Употребљена емпиријска формула односи се на смичућу везу коју чине два танка челична лима, дебљине мање од 8 mm, спојена једним завртњем.)

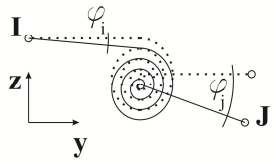
Почетна крутост смичуће везе између попречног фасадног зида и конструктивног рама зграде (Слика 42д) није израчуната зато што нису пронађени адекватни прорачунски модели за овај тип везе (самоурезујући вијак пролази кроз неколико слојева различитих материјала). Усвојена вредност почетне крутости је $1 \cdot 10^6\ N/m$

Све полу-круте везе у Моделу 1-2 моделиране су помоћу MATRIX27 (Слика 45). То је двочворни елемент са по 6 степени слободе у сваком чвору и произвољном матрицом крутости, тј. корисник сам дефинише коефицијенте матрице крутости.



Слика 45: MATRIX27 (Ansys Inc, 2005)

Матрица крутости за ротациону опругу приказана је на Слика 46. Може се приметити да је само коефицијент који одговара ротацији око X осе уведен као параметар или променљива C, док остали коефицијенти на главној дијагонали матрице имају вредност $10^9\ N/m\ (N \cdot m\ /rad)$. Наиме, крутост од $10^9\ N/m\ (N \cdot m/rad)$ је довољно велика да се спречи релативно померање између два чвора. Једино је дозвољена релативна ротација око X осе која се преко параметра C може мењати. (Напомена: Јединица за транслациону крутост је N/m, док је јединица за ротациону крутост $N \cdot m/rad$.)



$$\begin{vmatrix} C & -C \\ -C & C \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \varphi_i \\ \varphi_j \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} M_i \\ M_j \end{vmatrix}$$

UX	UY	UZ	ROTX	ROTY	ROTZ	UX	UY	UZ	ROTX	ROTY	ROTZ	
1E+09	0	0	0	0	0	-1E+09	0	0	0	0	0	UX
	1E+09	0	0	0	0	0	-1E+09	0	0	0	0	UY
		1E+09	0	0	0	0	0	-1E+09	0	0	0	UZ
			C	0	0	0	0	0	**- C**	0	0	ROTX
				1E+09	0	0	0	0	0	-1E+09	0	ROTY
					1E+09	0	0	0	0	0	-1E+09	ROTZ
						1E+09	0	0	0	0	0	UX
							1E+09	0	0	0	0	UY
			SYMMETRIC					1E+09	0	0	0	UZ
									C	0	0	ROTX
										1E+09	0	ROTY
											1E+09	ROTZ

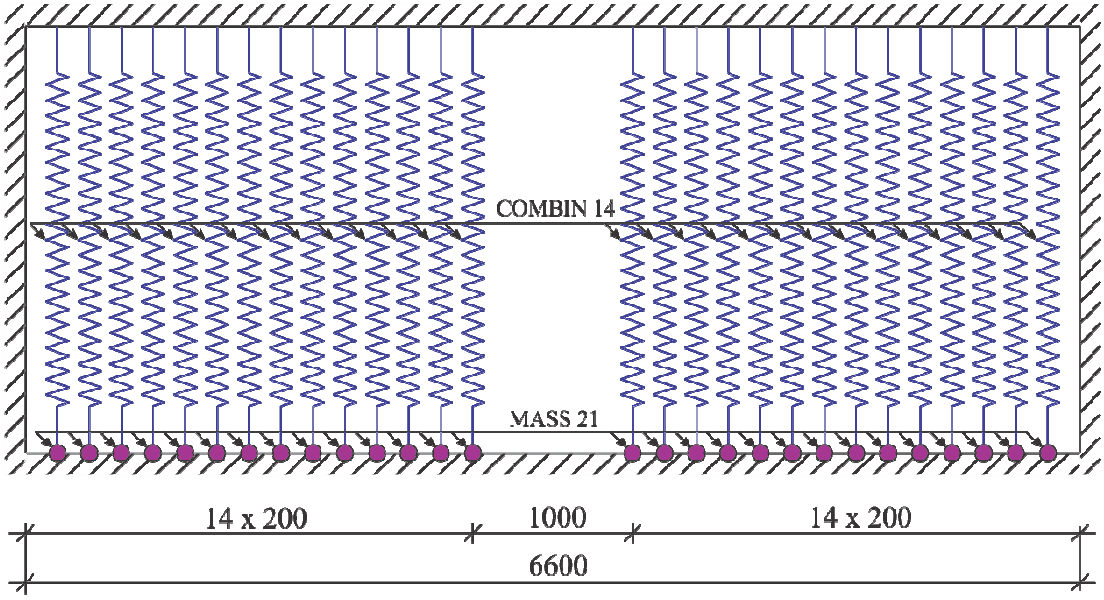
Слика 46: Матрица крутости за полу-круту везу између главне греде и стуба (ротациона оруга око X осе)

4.1.2. Друга конфигурација

У оквиру друге конфигурације направљена су три модела. Основна конфигурација испитиваног објекта је иста као у Моделу 1-2. Разлика између модела је у начину на који су представљени преградни зидови.

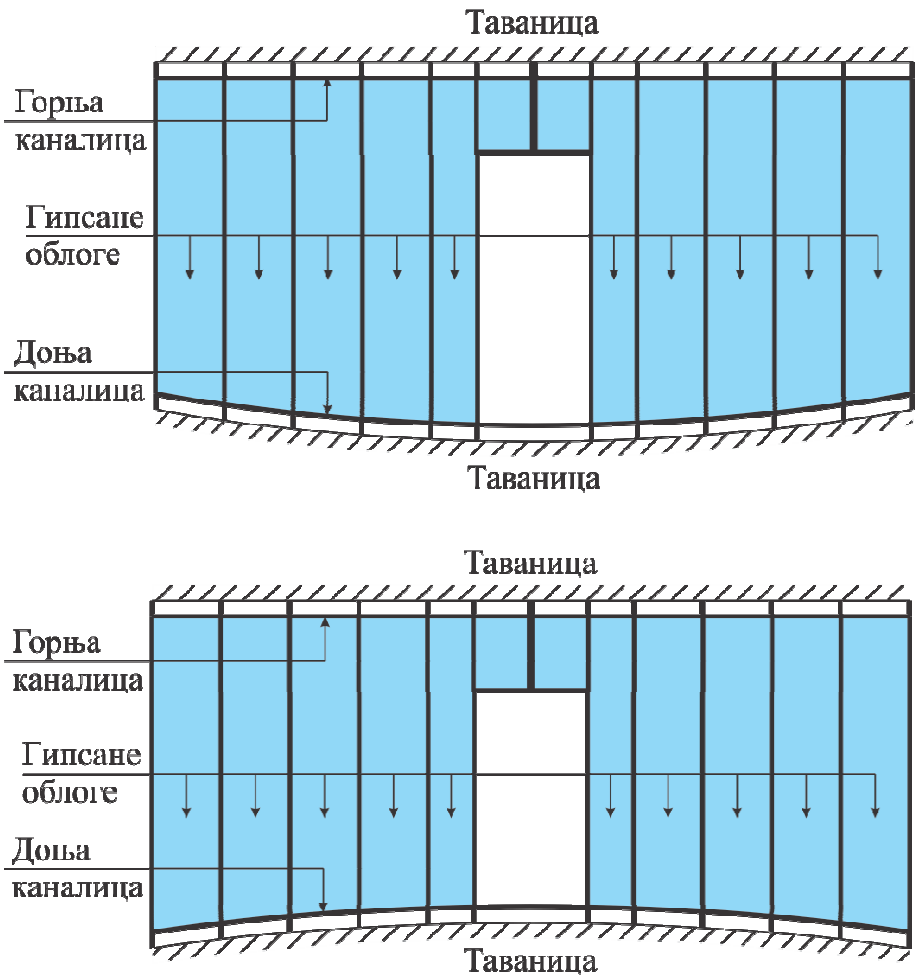
Први модел (Модел 2-1)

Преградни зидови представљени су вертикалним опругама спојеним једним крајем за под првог спрата, а другим крајем за кровни панел. Маса зида уведена је као концентрисана маса у чворовима дуж правца пружања зида (Слика 47).



Слика 47: Усвојен модел преградног зида у Моделу 2-1

Крутости вертикалних опруга су израчунате у складу са поступком представљеним у дисертацији Devin-а (2013). Наиме, претпостављено је да је преградни зид изложен наизменичним вертикалним силама притиска и затезања које потичу од вертикалних померања доње таванице која је помоћу генератора побуђена на вибрирање. При томе, за разлику од модела који је понудио Falati (1999) у којем је укључено бочно извијање зида при вертикалном притиску, овде је претпостављено да је сила притиска сувише мала (потиче од малих вибрационих померања таванице) да би изазвала бочно извијање. Затим, претпостављено је и да је трење у покретној вези између стубаца потконструкције и плафона довољно велико да се веза може сматрати крутом, тј. да неће доћи до проклизавања у споју. Иако гипсани панели нису били у директном контакту са подом и плафоном, сматра се да је услед тежње горње и доње каналице потконструкције да се при сили притиска приближе (Слика 48), тј. при сили затезања удаље (Слика 48), дошло до аксијалног ангажовања и гипсаних панела. Коначно, усвојен је модел у којем стубци потконструкције и гипсани панели представљају систем паралелно везаних вертикалних опруга те је укупна крутост преградног зида једнака збиру вертикалних крутости ових компоненти.



Слика 48: Вертикална, аксијална деформација преградног зида изложеног вибрацијама подне таванице: а) затезање и б) притисак

Прорачун укупне аксијалне крутости за оба типа преградних зидова (Слика 23, Одељак 3.1.) приказан је у Табела 6. Вертикална крутост зида је рачуната само за део зида дужине 2 x 2,8 m = 5,6 m, односно није узет у обзир део зида дужине 1 m где се налази отвор за врата (Слика 48). Маса преградних зидова израчуната је укључујући масу свих компонената зида (обухватајући и део зида изнад отвора за врата).

Табела 6: Прорачун укупне вертикалне крутости и масе преградних зидова ‘Тип 1’ и ‘Тип 2’

		Површина попречног пресека $A\ [m^2]$	Модул еластичности $E\ [GPa]$	Дужина елемента* $L\ [m]$	Густина материјала $\rho\ [kg/m^3]$	Маса $M\ [kg] = A \cdot L \cdot \rho$	Крутост $K\ [(\frac{N}{m})] = (\frac{A \cdot E}{L})$
1	Стубац**	$8{,}7 \cdot 10^{-5}$	210	2,75	7850	$12 \cdot 1{,}88 = 22{,}54$	$12 \cdot 6{,}64 \cdot 10^6 = 7{,}97 \cdot 10^7$
2	Гипсани панел (2x једна облога)	$2 \cdot 0{,}0125 \cdot 5{,}6 = 14{,}0 \cdot 10^{-2}$	1,7	2,75	700	269,50	$8{,}65 \cdot 10^7$
3	Гипсани панел (2x дупла облога)	$4 \cdot 0{,}0125 \cdot 5{,}6 = 28{,}0 \cdot 10^{-2}$	1,7	2,75	700	539,00	$1{,}73 \cdot 10^8$
4	Горња каналица	$1{,}06 \cdot 10^{-4}$	/	6,6	7850	5,49	/
5	Доња каналица	$8{,}6 \cdot 10^{-5}$	/	$5{,}6 + 1{,}0$	7850	4,46	/
6	Део зида изнад отвора за врата (Прегр. Зид ‘Тип 1’)	/	/	/	/	12,45	/
7	Део зида изнад отвора за врата (Прегр. Зид ‘Тип 2’)	/	/	/	/	24,00	/
Прегр. Зид ‘Тип 1’		$\sum (1) + (2)$				/	$1{,}66 \cdot 10^8$
		$\sum (1) + (2) + (4) + (5) + (6)$				314,44	/
Прегр. Зид ‘Тип 2’		$\sum (1) + (3)$				/	$2{,}53 \cdot 10^8$
		$\sum (1) + (3) + (4) + (5) + (7)$				595,49	/

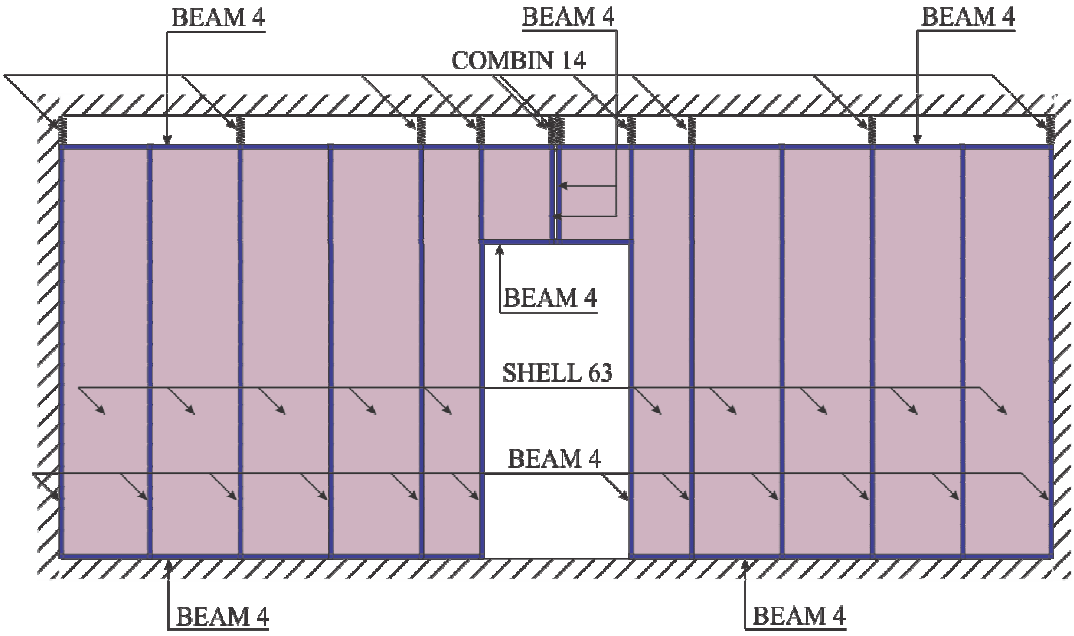
*У случају стубаца и гипсаних панела L је димензија у вертикалном правцу (оса Z у глобалном координатном систему), док је у случају каналица L димензија у хоризонталном правцу (оса X у глобалном координатном систему)
**Укупан број стубаца у оквиру једног преградног зида је 12

Када се укупна крутост преградног зида ‘Тип 2’ од 2,53*10^8 N/m подели са дужином зида од 5,6 m, добија се крутост 4,51*10^7 (N/m)/m’. Ова вредност је блиска вредности од 4,06*10^7 (N/m)/m’ добијеној у раду Devin-а (2013). Наиме, преградни зид ‘Тип 2’ је по конфигурацији скоро идентичан преградном зиду у раду Devin-а (2013), а разлика је у висини зида и усвојеном модулу еластичности за челик, који у Devin-овом (2013) раду износе 3 m и 200 GPa, респективно.

У Моделу 2-1 укупна крутост преградног зида распоређена је на укупно 28 вертикалних опруга (COMBIN14) постављених на једнаком међусобном растојању од 0,2 m (Слика 47). Укупна маса преградног зида распоређена је у 28 чворова (MASS21) који се налазе на споју вертикалних опруга са подном плочом (Слика 47).

Други модел (Модел 2-2)

Преградни зидови у Моделу 2-2 су представљени као челични рам у чијим се пољима налазе гипсани панели (Слика 49). При томе, гипсани панели су круто везани за челични рам, а цео зид је круто везан за подну плочу и фасадне зидове. Стубци и каналице челичне потконструкције су моделирани помоћу BEAM4, док су гипсани панели представљени са SHELL63. Карактеристике попречних пресека елемената потконструкције су израчунате на основу геометрије приказане на Слика 22 (Одељак 3.1.). Усвојени модул еластичности челика је 210 GPa, запреминска маса је 7850 kg/m^3, а Poisson-ов коефицијент је 0,3. Модул еластичности за гипс је 1,7 GPa, запреминска маса је 700 kg/m^3, а Poisson-ов коефицијент је 0,3. Дебљина SHELL63 елемената који представљају преградни зид ‘Тип 1’ је 2,5 mm (два панела, по један са обе стране потконструкције), док је дебљина SHELL63 елемената у зиду ‘Тип 2’ 5 mm (четири панела, по два са обе стране потконструкције).



Слика 49: Усвојен модел преградног зида у Моделу 2-2

Крутост L-профила који повезују стубце са кровним панелом израчуната је на основу следеће формуле:

$$\frac{A \cdot E}{L} = \frac{0{,}003 \cdot 0{,}07 \cdot 210 \cdot 10^9}{0{,}05} = 8{,}82 \cdot 10^8 \ \frac{N}{m} \tag{39}$$

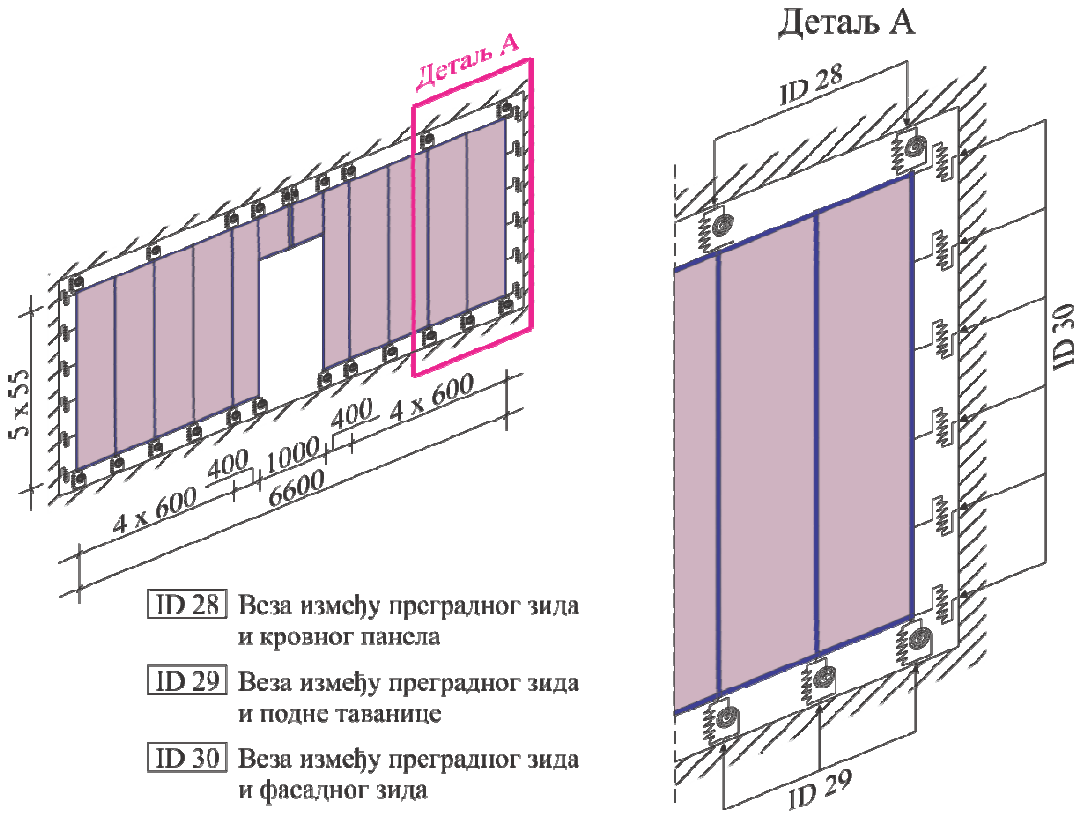
Претпостављено је да трење на контакту L-профила са стубцем није превазиђено те је за дужину L-профила усвојено растојање од врха стубца до доње странице кровног панела. L-профили су моделирани помоћу COMBIN14 елемената.

Трећи модел (Модел 2-3)

Преградни зидови су представљени челичним рамом који је полу-крутим везама причвршћен за подну плочу, кровни панел и фасадне зидове. Гипсани панели су додати са обе стране челичног рама, при чему, су везе између панела и рама такође полу-круте.

Вертикални и хоризонтални ХОП потконструкције су моделирани помоћу BEAM4 елемената са карактеристикама попречних пресека одређеним на основу геометрије

приказане на Слика 22 (Одељак 3.1.). Све везе између каналица и стубаца су круте. При томе, хоризонтална померања рама (у X и Y правцу г. к. с.) су спречена.



Слика 50: Распоред и идентификациони бројеви полу-крутих веза између преградног зида и зграде у Моделу 2-3

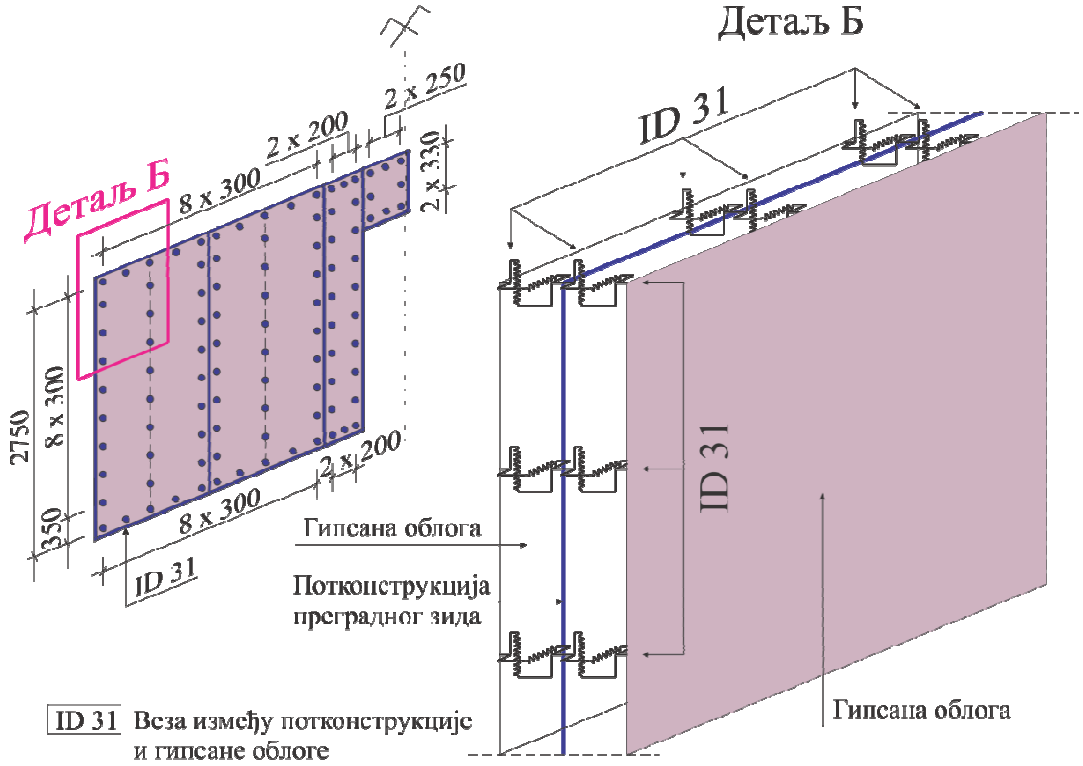
Спој преградног зида са кровним панелом (Слика 50, ID28) моделиран је помоћу MATRIX27 елемената где је дозвољено релативно померање у вертикалном правцу (Z правац г.к.с.), а ротациона крутост око Y осе је једнака нули (претпостављено је да веза L-профила са стубцима не спречава ротацију око Y правца г.к.с.). Сви остали степени слободе везе су укинути. Крутост везе у вертикалном правцу уведена је у модел као независна променљива која може да се варира.

Веза преградног зида за подну плочу (Слика 50, ID29) моделирана је, као и све полу-круте везе у Моделу 3-2, помоћу MATRIX27 елемената. Исто као и у случају везе

зида са кровном панелом дозвољено је релативно померање у Z правцу г.к.с., док је ротациона крутост око Y осе г.к.с. једнака нули. Крутост везе у Z правцу г.к.с. је дефинисана као независан параметар. Распоред спојних елемената (ID29) одговара распореду шрафова за везу доње каналице са подном плочом.

Закивци који причвршћују преградни зид за фасадне зидове (Слика 50, ID30) представљени су полу-крутим везама које дозвољавају само смицање у Z правцу г.к.с.. Крутост везе је уведена као независан параметар.

Гипсани панели су представљени као SHELL63 елементати. Усвојене су номиналне дебљине панела.



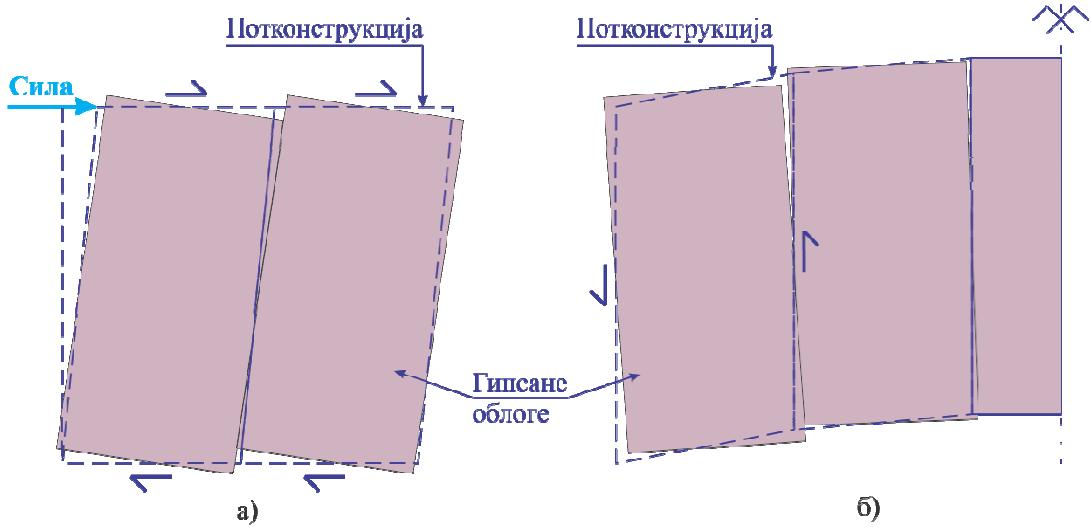
Слика 51: Распоред и идентификациони бројеви полу-крутих веза између гипсаних панела и потконструкције преградног зида у Моделу 2-3

Везе између гипсаних панела и челичне потконструкције (Слика 51, ID31) су полу-круте везе које допуштају релативну транслацију у X и Z правцу г.к.с.. За разлику од

челичне потконструкције чија су померања била спречена и у X и у Y правцу г.к.с., код гипсаних панела било је спречено само померање у Y правцу г.к.с.. Наиме, на основу резултата појединих експерименталних истраживања (реф.) која су спроведена на преградним зидовима изложеним хоризонталној концентрисаној сили на врху зида (симулација хоризонталног смицања при земљотресима) утврђено је да се гипсани панели делимично понашају као крута тела те долази до њихове ротације (Слика 52). Како је преградни зид при верикалним вибрацијама изложен савијању у равни (дијафрагма), гипсани панели су такође изложени смицању. Када смичућа деформација поља потконструкције порасте у тој мери да трење на контакту гипсаних облога и потконструкције буде превазиђено долази до ротације гипсаних облога. При томе, та ротација није пуна, већ делимична. Стога се може претпоставити да ће доћи до истовремене ротације гипсаних панела као крутих тела и њиховог смицања у равни зида. Спојни елементи ID31 (Слика 51) су распоређени у Моделу 2-3 у складу са распоредом самоурезујућих вијака у техничкој документацији.

Почетне крутости свих веза у Моделу 2-3 нису рачунате већ је усвојена максимална вредност од $10^9\ N/m$ која одговара апсолутно крутом понашању. Касније су ове крутости вариране у поступку *FE model updating*-а. Крутости ротационих опруга у полу-крутим везама ID28 и ID29 (Слика 50) су као што је већ наглашено једнаке нули.

Верификација МКЕ модела обухватала је поређење сопствених фреквенција и сопствених облика тонова добијених експерименталним и нумеричким путем. Затим су МКЕ модели унапређени применом методе *FE model updating*-а. Како је метода *FE model updating*-а релативно нова и нераспрострањена у наредном поглављу су приказана основна начела и концепти ове методе.



Слика 52: Ротација гипсаних облога као крутих тела: а) смицање поља потконструкције преградног зида услед хоризонталне силе која делује на врху и б) смицање поља потконструкције преградног зида услед верикалних вибрација подне таванице

5. Метода *FE model updating*-а

Модалне карактеристике конструкције се могу одредити експериментално, спровођењем модалног тестирања, и аналитички/нумерички, најчешће развојем МКЕ модела. Резултати прикупљени у току мерења и израчунати помоћу нумеричких модела често нису у сагласности. При томе, без обзира на могуће грешке при самим мерењима увек се има веће поверење у експерименталне резултате него у прорачунске моделе. Метода *FE model updating*-а настала је са циљем да се ове разлике превазиђу.

Метода *FE model updating*-а представља посебну грану области *идентификација система* (*system identification*). У оквиру идентификације система математички модел се гради на основу експериментално прикупљених података, а у случају *FE model updating*-а се МКЕ модел развијен уз помоћ техничке документације унапређује коришћењем резултата мерења. Технологија *FE model updating*-а има велику примену у машинству и аеронаутици где се тестирања врше на прототипима и резултати користе за побољшање МКЕ модела. Zivanovic (2006) истиче да у грађевинарству не постоје прототипи и да је сваки грађевински објекат оригинал који се само једном гради те да идеја унапређења МКЕ модела и последично саме конструкције делује бесмислено. Међутим, Zivanovic (2006) додаје да се применом *FE model updating*-а на већ изграђеним објектима може стећи увид у реално понашање конструкције и да је та информација корисна за пројектовање и предвиђање понашања будућих сличних објеката.

Потребно је истаћи да примена префабрикације у грађевинарству пружа могућност унапређења конструкције на основу резултата *FE model updating*-а. Захављујући фабричкој производњи свих делова објекта, који се касније само транспортују и монтирају на лицу места, могуће је направити прототип дела објекта (једног или више модула) и спровести испитивања пре него што се објекат изведе.

Три најчешћа узрока непрецизности МКЕ модела (Mottershead&Friswell, 1993) су:

1) структурне грешке (односе се на несигурности везане за једначине),

2) параметарске грешке (везане су за несигурности код одређивања вредности одређених параметара, као и код идеализација и поједностављења која се чине при моделирању),
3) грешке везане за густину мреже КЕ (мрежа КЕ треба да буде довољно густа да би се обезбедила задовољавајућа тачност резултата).

Уколико су математички модел (систем једначина) и густина мреже КЕ правилно изабрани, *FE model updating* се своди на процену параметара (*parameter estimation*), као и исправку поједностављења и идеализација који су усвојени у току моделирања (Mottershead&Friswell, 1993). Процена параметара је поступак у којем се проналазе оне вредности параметара које ће одређене МКЕ резултате највише приближити одговарајућим измереним резултатима. Постоје две методе за процену параметара: директна метода и метода заснована на осетљивости (*sensitivity-based*). У директној методи добра сагласност нумеричких и експерименталних резултата се постиже тако што се директно мењају матрице крутости и масе КЕ. Конвергенција је сигурна и поступак је директан, без итерација, а самим тим и ефикасан. У методи заснованој на осетљивости варирају се физички параметри (карактеристике попречног пресека, густина материјала, модул еластичности итд.) и поступак је итеративан, а конвергенција није сигурна. Међутим, метода заснована на осетљивости пружа могућност физичке интерпретације промена направљених у МКЕ моделу, док је то у случају директне методе немогуће. Стога је метода заснована на осетљивости много више коришћена у пракси (Sinha&Friswell, 2002).

FE model updating може бити спроведен у модалном домену, усаглашавање модалних карактеристика експерименталног и нумеричког модела, или у фреквенцијском домену, усаглашавање FRF кривих. У дисертацији је коришћена метода заснована на осетљивости у модалном домену и коришћени су алгоритми за оптимизацију садржани у модулу *Design Optimisation* у оквиру програма ANSYS.

5.1. Теоријска основа *FE model updating*-а

FE model updating заснован на осетљивости у модалном домену је итеративан поступак у којем се вредности одређених параметара варирају са циљем постизања минималне разлике између нумерички израчунатих и експериментално одређених модалних карактеристика конструкције. Постоје три различите категорије променљивих које дефинишу простор *FE model updating*-а: непоуздани параметри (*uncertain parameters*), циљеви (*targets*) и ограничења (*constraints*).

Непоуздани параметри су физичка својства конструкције за које постоји вероватноћа да су процењена са грешком. Ради се о својствима која су преузета из спецификација и техничких цртежа, а не о измереним карактеристикама на већ постојећем објекту. Будући да изведено стање често у мањој или већој мери одступа од пројектованог постоји одређена несигурност везана за неке параметре стога се реална вредност тих параметара одређује кроз усаглашавање експерименталних и нумеричких резултата.

Посебно треба издвојити случај када се модел заснива на неадекватним претпоставкама и идеализацијама које значајно нарушавају квалитет резултата. На пример, усвојена изотропија код плоча са израженом ортотропијом или изостанак неконструктивних елемената у моделу. У овом случају неопходно је извршити тзв. *рафинисање* МКЕ модела (*refiniment*) тако што ће се модел више приближити реалној конструкцији. Обично се рафинисању МКЕ модела приступа када се утврди да се варирањем непоузданих параметара не могу постићи значајни резултати у смеру усаглашавања измерених и израчунатих модалних карактеристика.

Циљеви су изабране модалне карактеристике на основу којих се врши поређење. Најчешће су то сопствене фреквенције и сопствени облици тонова. Разлике између измерених и МКЕ модалних карактеристика се минимизују помоћу функције циља. Обично се само сопствене фреквенције уводе у израз за функцију циља, јер сопствени облици тонова чешће садрже шум и, при томе, нису много осетљиви на промене непоузданих параметара (Sinha&Friswell, 2002). Функција циља се обично

дефинише као сума квадрата разлика између нумеричких и измерених сопствених фреквенција:

$$J(\theta) = \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{f_{ei} - f_{ci}(\theta)}{f_{ei}} \right)^2 \tag{40}$$

Где је θ вектор непоузданих параметара, $J(\theta)$ је функција циља, f_{ei} су експериментално одређене сопствене фреквенције, $f_{ci}(\theta)$ су нумерички израчунате сопствене фреквенције, i је редни број тона и m је укупан број тонова обухваћених у поступку *FE model updating*-а. Минимизација функције циља врши се променом вектора θ. Експериментално одређене сопствене фреквенције су константе.

Сагласност сопствених облика тонова се може квантификовати помоћу MAC. Максимална вредност MAC-а је 1. Добра сагласност реалних и идеализованих сопствених облика тонова је када је MAC већи од 0,8. MAC се не уводи у функцију циља (40), али је неопходан за упаривање експерименталних и МКЕ сопствених тонова.

Ограничења или услови који се задају у процедури *FE model updating*-а имају улогу да дефинишу тзв. *простор прегледа*. Увек се дефинише *домен* или простор унутар којег је дозвољено варирање непоузданих параметара и решење се тражи само у оквиру тог простора. Величина простора прегледа за одређени непоуздани параметар зависи од инжењерске процене и може се разликовати за различите параметре. На пример, дебљина плоче или специфична тежина материјала су параметри код којих је вероватноћа грешке при процени најчешће мала те се подручје прегледа може дефинисати као интервал ±10% од почетне вредности. Са друге стране, момент инерције спрегнуте греде зависи од претпостављеног положаја неутралне линије и самим тим постоји већа несигурност око израчунате вредности стога се простор прегледа може дефинисати као интервал ±25% од почетне вредности. Уколико не постоји никаква информација која би помогла у одређивању почетне вредности, као и простора прегледа, за одређени непоуздани параметар тада се могу спровести додатна истраживања на основу којих ће се они утврдити.

Поступак *FE model updating*-а обухвата три фазе: анализу осетљивости (*sensitivity study*), ручно подешавање (*manual tuning*) и аутоматизовано унапређење МКЕ модела (*automatic updating*).

Анализа осетљивости подразумева одабир непоузданих параметара и анализу њиховог утицаја на циљеве (сопствене фреквенције). Како је зависност сопствених фреквенција од непоузданих параметара изразито нелинерана, врло је тешко, скоро немогуће, одредити први извод функције. Из тог разлога се најчешће примењује метода коначних разлика (реф.). Наиме, рачуна се коначна промена, или разлика, сопствене фреквенције услед промене непоузданог параметра од 1%. Сматра се да је промена непоузданог параметра од 1% довољно мала да може да одрази локалну осетљивост сопствене фреквенције. Матрица осетљивости је табеларни приказ осетљивости m сопствених фреквенција од n непоузданих параметара:

$$S = \begin{bmatrix} \frac{\Delta f_{c1}}{\Delta \theta_1} & \cdots & \frac{\Delta f_{c1}}{\Delta \theta_n} \\ \vdots & \frac{\Delta f_{ci}}{\Delta \theta_j} & \vdots \\ \frac{\Delta f_{cm}}{\Delta \theta_1} & \cdots & \frac{\Delta f_{cm}}{\Delta \theta_n} \end{bmatrix} \tag{41}$$

Где су: Δf_{ci} коначна промена i-те сопствене фреквенције услед коначне промене j-ог непоузданог патраметра, $\Delta \theta_j$ коначна промена j-ог непоузданог параметра, m је укупан број анализираних сопствених фреквенција, n је укупан број одабраних непоузданих параметара. Како извод неке функције зависи од тачке у којој се одређује, тако матрица осетљивости (41) представља локалне осетљивости сопствених фреквенција.

На основу матрице осетљивости (41) селектују се непоуздани параметри који имају највећи утицај на сопствене фреквенције и користе се у даљој процедури. Најчешће је разлика између измерених и израчунатих сопствених фреквенција велика и применом аутоматизованог *FE model updating*-а не може да се постигне конвергенција. Због тога се прво МКЕ модел унапређује ручним подешавањем,

односно инжењер сам бира вредности параметара у свакој итерацији. Тек када се модалне карактеристике МКЕ модела у великој мери приближе измереним вредностима примењује се аутоматизовани *FE model updating* који се спроводи у специјализованом програму. Постоје различите методе и алгоритми за аутоматизовано унапређење МКЕ модела. У дисертацији су коришћене методе садржане у Design Optimisation модулу у прогарму ANSYS.

5.2. Design Optimisation модул у програму ANSYS

За методу *FE model updating*-а засновану на осетљивости у модалном домену могу се користити методе оптимизације. У оквиру Design Optimisation модула у програму ANSYS постоје две методе и неколико алатки. Разлика између метода и алатки је у томе што се методе користе за минимизацију функције циља, док алатке служе да се испита оптимизациони простор. У дисертацији су коришћене обе методе и једна алтка.

1) *Subproblem Approximation* метода

Прва фаза процеса оптимизације применом *Subproblem Approximation* методе је одређивање *приближне функције циља* (Ansys Inc, 2005). Корисник програма може сам да изабере облик приближне функције између линеарне, квадратне и квадратне са мешовитим члановима. Сва три облика су полиноми који се разликују по степену и врсти чланова. Најкомпликованији облик је квадратна апроксимација са мешовитим члановима која је уједно и почетна опција уколико корисник није задао другачије, и она гласи:

$$\hat{f} = a_0 + \sum_{i}^{n} a_i \cdot x_i + \sum_{i}^{n} \sum_{j}^{n} b_{ij} \cdot x_i \cdot x_j \tag{42}$$

Коефицијенти полинома a_i и b_{ij} одређују се методом најмањих квадрата, односно минимизацијом функције грешке:

$$E^2 = \sum_{j=1}^{n_d} \phi^{(j)} \cdot \left(f^{(j)} - \hat{f}^{(j)}\right)^2 \tag{43}$$

Где су: j је редни број сета независних променљивих, n_d је укупан број сетова, $\phi^{(j)}$ је тежински коефицијент за j сет, $f^{(j)}$ је вредност стварне функције циља за j сет и $\hat{f}^{(j)}$ је вредност приближне функције циља за j сет.

Како би се спровела апроксимација неопходно је одредити вредности стварне функције циља $f^{(j)}$ у одређеном броју тачака унутар простора прегледа, односно за одређени број сетова независних променљивих. Избор ових сетова се врши случајним претраживањем простора прегледа (*random search*). Према томе, првих неколико итерација у процесу оптимизације методом *Subproblem Approximation* служе за одређивање довољног броја вредности стварне функције циља на основу којих ће се извршити апроксимација. Број почетних итерација одређује се тако да укупан број сетова испуњава следећи услов:

$$n_d \geq n + 2 \tag{44}$$

Где је n укупан број непоузданих параметара. Када се одреди приближна функција циља (42), следи друга фаза у којој се врши минимизација приближне функције циља. У основи ради се о проблему *вишедимензионалне, условне оптимизације*:

$$\begin{aligned}
&\hat{f} = \hat{f}\,(x), \qquad x = [x_1\, x_2\, x_3 \dots x_n] \\
&\underline{x}_i \leq x_i \leq \overline{x}_i && (i = 1,2,\dots,n) \\
&\hat{g}_i(x) \leq \overline{g}_i + \alpha_i && (i = 1,2,\dots,m_1) \\
&\underline{h}_i - \beta_i \leq \hat{h}_i(x) && (i = 1,2,\dots,m_2) \\
&\underline{w}_i - \gamma_i \leq \hat{w}_i(x) \leq \overline{w}_i + \gamma_i && (i = 1,2,\dots,m_3)
\end{aligned} \tag{45}$$

Где су: $\hat{f}(x)$ је приближна функција циља, x је вектор независних, улазних променљивих, n је укупан број независних, улазних променљивих, $\underline{x}_i$ и $\overline{x}_i$ су доња и горња граница подручја прегледа или *домена* функције циља, $\hat{g}_i(x)$, $\hat{h}_i(x)$ и $\hat{w}_i(x)$ су приближне зависне, излазне променљиве којима су задата ограничења („приближне“ зато што су добијене апроксимацијом стварних зависних променљивих применом истог поступка као у случају функције циља). Неједнакости које се односе на $\hat{g}_i(x)$, $\hat{h}_i(x)$ и $\hat{w}_i(x)$ називају се *функционална ограничења*, те је $m_1 + m_2 + m_3$ укупан број функционалних ограничења, а α_i, β_i и γ_i су дозвољена одступања у оквиру функционалних ограничења.

Проблем оптимизације се назива *вишедимензионалним* зато што се минимизација врши варирањем више улазних параметара, док се атрибут *условна* односи на задата ограничења обухватајући неједнакости које одговарају домену и функционаланим ограничењима (Миловановић и Станимировић, 2002). У оквиру методе *Subproblem Approximation* проблем условне оптимизације замењен је проблемом *безусловне* оптимизације тако што су уведене *казнене функције*:

$$F(x, p_k) = \hat{f}(x) + f_0 \cdot p_k \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} X(x_i) + \sum_{i=1}^{m_1} G(\hat{g}_i) + \sum_{i=1}^{m_2} H(\hat{h}_i) + \sum_{i=1}^{m_3} W(\hat{w}_i) \right) \tag{46}$$

Где су: $F(x, p_k)$ је проширена, приближна функција циља, $\hat{f}(x)$ је приближна функција циља (42), f_0 је референтна вредност приближне функције циља која је уведена како би се постигла конзистентност јединица мере у оквиру израза, p_k је параметар казне (k је број подитерација у којима се вредност параметра казне мења од мањих ка већим вредностима; p_k и k су дефинисани унутар програма независно од корисника), $X(x_i)$, $G(\hat{g}_i)$, $H(\hat{h}_i)$ и $W(\hat{w}_i)$ су казнене функције.

За казнене функције важи:

$$X(x_i) = \begin{cases} 0, & \underline{x}_i \le x_i \le \overline{x}_i \\ \infty, & x_i < \underline{x}_i \vee x_i > \overline{x}_i \end{cases} \qquad (i = 1,2, \dots, n) \tag{47}$$

$$G(\hat{g}_i) = \begin{cases} 0, & \hat{g}_i(x) \leq \overline{g}_i + \alpha_i \\ \infty, & \hat{g}_i(x) > \overline{g}_i + \alpha_i \end{cases} \qquad (i = 1,2,\dots,m_1)$$

$$H(\hat{h}_i) = \begin{cases} 0, & \hat{h}_i(x) \geq \underline{h}_i - \beta_i \\ \infty, & \hat{h}_i(x) < \underline{h}_i - \beta_i \end{cases} \qquad (i = 1,2,\dots,m_2)$$

$$W(\widehat{w}_i) = \begin{cases} 0, & \underline{w}_i - \gamma_i \leq \widehat{w}_i(x) \leq \overline{w}_i + \gamma_i \\ \infty, & \widehat{w}_i(x) < \underline{w}_i - \gamma_i \vee \widehat{w}_i(x) > \overline{w}_i + \gamma_i \end{cases} \qquad (i = 1,2,\dots,m_3)$$

На основу наведених израза може се закључити да ће приближна функција циља $\hat{f}\,(x)$ имати минимум у истој тачки домена, тј. при истом вектору независних променљивих $\tilde{x}$, као и проширена, приближна функција циља $F(x, p_k)$.

Минимизацијом проширене, приближне функција циља $\mathrm{F}^{(\mathrm{j})}$ у (j)-ој итерацији одређује се вектор независних променљивих $\tilde{\mathrm{x}}^{(\mathrm{j})}$:

$$\mathrm{x}^{(\mathrm{j})} \rightarrow \tilde{\mathrm{x}}^{(\mathrm{j})} \text{ када } \mathrm{F}^{(\mathrm{j})} \rightarrow \tilde{\mathrm{F}}^{(\mathrm{j})} \tag{48}$$

Где су: $\tilde{\mathrm{F}}^{(\mathrm{j})}$ је минимум проширене, приближне функције циља у (j)-ој итерацији, а $\tilde{\mathrm{x}}^{(\mathrm{j})}$ је вектор независних променљивих који одговара минимуму $\tilde{\mathrm{F}}^{(\mathrm{j})}$ у (j)-ој итерацији.

Почетни вектор независних променљивих у $(\mathrm{j}+1)$-ој итерацији рачуна се на следећи начин:

$$\mathrm{x}^{(\mathrm{j}+1)} = \mathrm{x}^{(\mathrm{b})} + \mathrm{C} \cdot \left(\tilde{\mathrm{x}}^{(\mathrm{j})} - \mathrm{x}^{(\mathrm{b})}\right) \tag{49}$$

Где су: $\mathrm{x}^{(\mathrm{j}+1)}$ је почетни вектор независних променљивих у $(\mathrm{j}+1)$-ој итерацији, $\mathrm{x}^{(\mathrm{b})}$ је вектор независних променљивих који одговара најбољем решењу (минималној израчунатој F у свим дотадашњим итерацијама), $\tilde{\mathrm{x}}^{(\mathrm{j})}$ је вектор независних променљивих који одговара минимуму $\tilde{\mathrm{F}}^{(\mathrm{j})}$ у (j)-ој итерацији и C је број од 0 до 1 који одређује програм на основу дотадашњег броја недопустивих решења (*infeasible solutions*).

Вектор $x^{(j+1)}$ се прво користи за рачунање стварне функције циља $f^{(j+1)}$ која се упоређује са најбољим решењем $f^{(b)}$. Уколико је $f^{(j+1)} < f^{(b)}$ онда $f^{(j+1)}$ постаје најбоље решење. Поред тога, $f^{(j+1)}$ се упоређује са $f^{(j)}$. Затим се вредност $f^{(j+1)}$ користи за нову апроксимацију функције циља и одређује се минимум проширене, приближне нове функције циља.

Коначно, конвергенција се постиже када је испуњен један од следећих услова:

$$\left|f^{(j+1)} - f^{(j)}\right| \leq \tau$$

$$\left|f^{(j+1)} - f^{(b)}\right| \leq \tau$$

$$\left|x_i^{(j+1)} - x_i^{(j)}\right| \leq \rho_i \qquad (i = 1,2,\dots,n)$$

$$\left|x_i^{(j+1)} - x_i^{(b)}\right| \leq \rho_i \qquad (i = 1,2,\dots,n) \tag{50}$$

$$n_s = N_s$$

$$n_{si} = N_{si}$$

Где су: τ је толеранција за функцију циља коју задаје корисник, ρ_i је толеранција за i-ту независну променљиву коју такође задаје корисник, n_s је број итерација, N_s је дозвољени број итерација (одређује корисник), n_{si} је број сукцесивних недопустивих решења и N_{si} је максималан дозвољени број сукцесивних недопустивих решења (одређује корисник).

2) *First Order* метода

За разлику од *Subproblem Approximation* методе, оптимизација се спроводи на стварној, а не на приближној функцији циља (Ansys Inc, 2005). Оптимизациони проблем је вишедимензионални, условни који се применом казнених функција претвара у безусловни:

$$Q(x,q) = \frac{f(x)}{f_0} + \sum_{i=1}^{n} P_x\,(x_i) + q \cdot \left(\sum_{i=1}^{m_1} P_g(g_i) + \sum_{i=1}^{m_2} P_h(h_i) + \sum_{i=1}^{m_3} P_w(w_i) \right) \tag{51}$$

Где су: $Q(x,q)$ је проширена, бездимензионална функција циља, $f(x)$ је функција циља, f_0 је референтна вредност функције циља, $P_x(x_i)$, $P_g(g_i)$, $P_h(h_i)$, $P_w(w_i)$ су казнене функције, q је параметар казне, $m_1 + m_2 + m_3$ укупан број функционалних ограничења и n је укупан број независних променљивих.

Израз (51) може се написати и у следећем облику:

$$Q(x,q) = Q_f(x) + Q_p(x,q) \tag{52}$$

Где су:

$$Q_f(x) = \frac{f(x)}{f_0}$$

$$Q_p(x,q) = \sum_{i=1}^{n} P_x\,(x_i) + q \cdot \left(\sum_{i=1}^{m_1} P_g(g_i) + \sum_{i=1}^{m_2} P_h(h_i) + \sum_{i=1}^{m_3} P_w(w_i) \right) \tag{53}$$

Претраживање домена се врши систематски тако што се прво дефинише смер претраге, а затим величина померања или корака. Како први извод функције указује на монотоност функције циља (растућа или опадајућа) може се употребити за одређивање смера тражења минимума. Имајући у виду да су функције циља често веома комплексне немогуће је израчунати њихов први извод. Стога се рачуна градијент функције циља на основу прираштаја независних променљивих. Позитивна вредност градијента указује на раст функције, док негативан градијент упућује на опадање функције циља. Сходно томе, смер тражења минимума треба да буде супротан од смера градијента. Вектор претраге се назива *градијентни вектор*. Очигледно, *First Order* метода припада групи *градијентних метода првог реда* (Миловановић и Станимировић, 2002).

У првој итерацији градијентни вектор је:

$$d^{(0)} = -\nabla Q_f\left(x^{(0)}\right) - \nabla Q_p\left(x^{(0)}\right) \tag{54}$$

Где су: $d^{(0)}$ је градијентни вектор у почетној тачки и $x^{(0)}$ је почетни сет (или вектор) независних променљивих.

При томе, елементи градијентног вектора се рачунају тако што се градијент проширене, бездимензионалне функције циља ∇Q одређује за прираштај само једног независног параметра док су остали параметри константни.

Градијентни вектор у (j)-ој итерацији одређује се применом Polak-Ribiere рекурзивне формуле:

$$d^{(j)} = -\nabla Q\left(x^{(j)}, q_k\right) + r_{j-1} \cdot d^{(j-1)}$$

$$r_{j-1} = \frac{\left[\nabla Q\left(x^{(j)}, q\right) - \nabla Q\left(x^{(j-1)}, q\right)\right]^T \cdot \nabla Q\left(x^{(j)}, q\right)}{\left|\nabla Q\left(x^{(j-1)}, q\right)\right|^2} \tag{55}$$

Интервал из којег се бира величина померања је:

$$0 \leq s_j \leq \frac{S_{max}}{100} \cdot {s_j}^* \tag{56}$$

Где су: s_j је величина померања, ${s_j}^*$ је максимално померање које програм сам рачуна на основу почетног вектора независних променљивих и граница варијационог интервала (нпр. ако је почетна вредност независне променљиве на средини варијационог опсега онда је ${s_j}^*$ једнако половини варијационог интервала) и S_{max} је вредност коју задаје корисник из опсега 0-100% и представља могућност процентуалног смањења максималног померања.

У оквиру сваке итерације постоје подитерације у којима се применом методе *златног пресека* (Миловановић и Станимировић, 2002) проналази минимум за ту итерацију.

При томе, варира се само вредност s_j. Вектор независних променљивих у $(j+1)$–ој итерацији рачуна на следећи начин:

$$x^{(j+1)} = x^{(j)} + s_j \cdot d^{(j)} \tag{57}$$

Конвергенција је постигнута када је испуњен један од следећих услова:

$$\begin{aligned} &\left|f^{(j+1)} - f^{(j)}\right| \leq \tau \\ &\left|f^{(j+1)} - f^{(b)}\right| \leq \tau \\ &n_s = N_s \end{aligned} \tag{58}$$

Где су: τ је толеранција за функцију циља коју задаје корисник, n_i је број итерација, N_1 је дозвољени број итерација (одређује корисник).

5.3. Примена метода садржаних у Design Optimisation модулу програма ANSYS у поступку *FE model updating*-а

Уобичајена процедура обухвата ручно подешавање МКЕ модела и аутоматизован *FE model updating*. Ручно подешавање параметара МКЕ модела се сматра неопходном припремном фазом за аутоматизован *FE model updating* зато што су обично разлике између израчунатих и измерених сопствених фреквенција у почетку процеса велике (Brownjohn & Xia, 2000). Последично, фаза аутоматизованог *FE model updating*-а постаје спора због великог броја итерација и неделотворна, јер се теже постиже конвергенција, односно проналажење минимума циљне функције. Унапређење МКЕ модела у овој дисетацији спроведено је у две фазе тако што су обе фазе биле аутоматизоване. Прва, припремна фаза је извршена применом тзв. *subproblem aproximation* методе у оквиру модула Design Optimisation у прогаму ANSYS. У другој фази коришћена је тзв. *first order* метода у оквиру истог модула (обе методе су описане у Одељку 5.2.). Неопходан услов за валидност процеса је адекватна упареност измерених и МКЕ сопствених тонова која се постиже ограничавањем MAC вредности (уколико је вредност MAC-а већа од 70% тонови су добро упарени).

6. Резултати

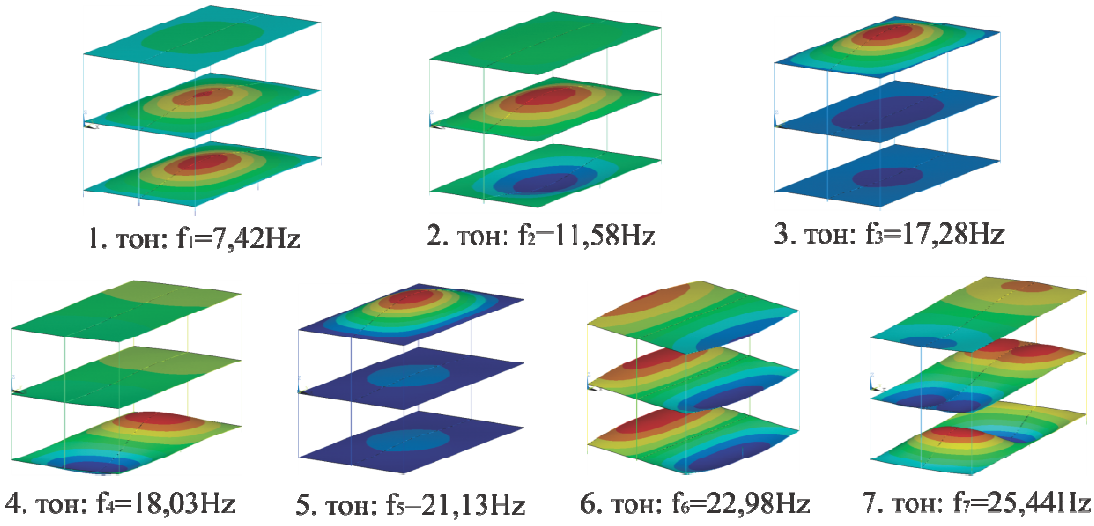
6.1. Прва конфигурација

У Одељку 6.1.1. приказане су сопствене фреквенције и сопствени облици тонова почетног Модела 1-1, као и модалне карактеристике побољшаног Модела 1-1 (побољшање је постигнуто применом методе *FE model updating*–а). Затим су у Одељку 6.1.2. представљени резултати добијени за почетни и побољшани Модел 1-2. Физичка интерпретација резултата садржана је у Одељку 6.1.3..

6.1.1. Модел 1-1

Првих седам сопствених тонова почетног Модела 1-1 приказано је на Слика 53 (фасадни зидови су уклоњени како би се постигао бољи увид у сопствене облике тонова конструкције). Може се приметити да први и други израчунати тон одговарају, по деформисаном облику таванице првог спрата, првом и другом експериментално одређеном тону (Слика 28), респективно. Разлика између првог и другог нумерички одређеног тона је у вертикалном померању целе зграде које је веће у случају првог тона (видети померање таванице првог спрата у односу на координатни почетак на Слика 53). Затим, шести и седми нумерички тонови (Слика 53) одговарају трећем и четвртом измереном сопственом тону (Слика 28), респективно. Упарени експериментални и нумерички сопствени тонови приказани су на **Error! Reference source not found.**.

Када се упореде измерене и израчунате сопствене фреквенције упарених тонова, може се закључити да је почетни Модел 1-1 преценио сопствене фреквенције свих експерименталних тонова осим првог. Највећа разлика је у случају трећег измереног тона који је прецењен за чак 41% (експериментално одређена сопствена фреквенција је 16,26 Hz, док је прорачунска вредност 22,98 Hz). Сопствена фреквенција првог тона је прецизно одређена захваљујући чињеници да је вертикална крутост ослонаца варирана све док није постигнута добра сагласност са експерименталном вредношћу (усвојена крутост ослонаца је 10^7 N/m).



Слика 53: Сопствени тонови одређени помоћу почетног Модела 1-1

Трећи и пети нумерички тон (Слика 53) углавном побуђују кровну конструкцију, док су у четвртом нумеричком тону доминантна померања таванице приземља. Претпоставља се да генератори вибрација који су били постављени на првом спрату зграде нису могли да побуде ове сопствене тонове. Стога ови сопствени тонови нису били присутни у резултатима модалног тестирања.

Велике разлике између експерименталних и нумеричких резултата упутиле су на закључак да препоруке и упутства за МКЕ моделирање лаких челичних међуспратних конструкција (ACOUSVIBRA, 2008) нису поуздане и не пружају неопходан квалитет резултата. Како би се отклониле грешке направљене при моделирању, у виду погрешно процењених вредности параметара, Модел 1-1 је унапређен применом методе *FE model updating*–а (приказ методе је у Поглављу 5). Избор непоузданих параметара, одређивање варијационих интервала, као и резултати анализе осетљивости и аутоматизованог *FE model updating*–а за Модел 1-1 представљени су у наредним одељцима. Пажња је усмерена на четири нумричка сопствена тона који су упарени са експериментално одређеним тоновима. Поред синтагме „нумерички тонови“ коришћена је и синтагма „МКЕ тонови“ будући да је прорачун модалних карактеристика био заснован на МКЕ методи.

Анализа осетљивости

Анализа осетљивости сопствених фреквенција за почетни Модел 1-1 спроведена је са укупно 19 непоузданих параметара. Избор параметара заснован је на инжењерској процени и обухватао је: 1) вертикалну крутост ослонаца, 2) моменте инерције главних и попречних греда, 3) масу, дебљину и коефицијент ортотропије спрегнутих плоча, 4) масу, дебљину и коефицијент ортотропије кровног панела и 5) Young-ов модул и масу фасадних зидова. Сви параметри, заједно са идентификационим бројевима елемената на које се односе (IDs) и варијационим интервалима израженим у процентима, приказани су у Табела 7. При томе, коришћене су следеће ознаке: K за крутост, IY за момент инерције око Y осе попречног пресека греде, THK за дебљину плоче/панела/зида, EX/EY за коефицијент ортотропије и M за масу по јединици површине.

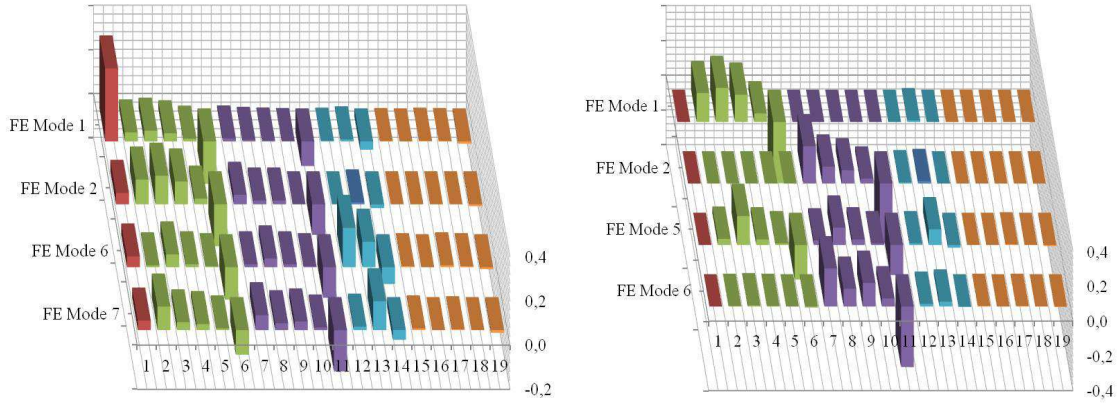
Табела 7: Непоуздани параметри изабрани за анализу осетљивости

Параметар		ID елемента	Варијациони интервал [%]		Почетна вредност	Јединица мере
Редни бр.	Врста		Доња граница	Горња граница		
1	K	01	-	-	1,00E+07	N/m
2	IY	03	-25	+25	1,04E-04	m4
3	IY	06	-25	+25	6,04E-06	m4
4	THK	09	-25	+25	2,27E-02	m
5	EX/EY	09	-25	+25	1,36E+00	-
6	M	09	-10	+10	1,04E+02	kg/m2
7	IY	04	-25	+25	7,46E-04	m4
8	IY	07	-25	+25	6,04E-06	m4
9	THK	10	-25	+25	2,27E-02	m
10	EX/EY	10	-25	+25	1,36E+00	-
11	M	10	-10	+10	1,21E+02	kg/m2
12	E	12	-25	+25	1,10E+10	N/m2
13	E	13	-25	+25	1,10E+10	N/m2
14	M	12, 13	-10	+10	1,86E+01	kg/m2
15	IY	05	-25	+25	1,30E-04	m4
16	IY	08	-25	+25	4,50E-07	m4
17	THK	11	-25	+25	3,30E-02	m
18	EX/EY	11	-25	+25	1,90E+00	-
19	M	11	-10	+10	1,45E+01	kg/m2

Варијациони интервали су дефинисани преко најмање и највеће вредност коју може имати неки параметар у процесу *FE model updating*–а, а приказани су у Табела 7 као процентуални делови почетне вредности параметра. Углавном су све почетне вредности параметара израчунате на основу техничке документације или поступака приказаних у Одељку 4.1.1. Само је у случају крутости ослонаца изабрана произвољна вредност због недостатака потпунијих информација о њиховим реалним својствима и понашању. Варијациони интервали, или простори прегледа, одређени су на основу инжењерске процене и вероватноће одступања од номиналних вредности. Простор прегледа за масу било ког елемента у Табела 7 је дефинисан са ±10% од почетне вредности, док су варијациони интервали за остале параметре ±25% од почетне вредности.

Резултати анализе осетљивости приказани су на Слика 54а. Бројеви на хоризонталној оси одговарају редним бројевима параметара у Табела 7. Колоне или стубци на Слика 54а представљају локалне осетљивости, односно промене сопствених фреквенција почетног Модела 1-1 услед повећања непоузданих параметара за 1%. Анализом графика на Слика 54а може се одмах уочити да карактеристике крова (параметри 15-19, наранџасте колоне) имају незнатан утицај на сопствене фреквенције четири издвојена МКЕ тона. Затим, очигледан је веома изражен утицај вертикалне крутости ослонаца (параметар 1, црвене колоне) на сопствену фреквенцију првог МКЕ тона. Параметри 6 и 11 који одговарају масама спрегнутих плоча у приземљу и на првом спрату такође значајно утичу на први МКЕ тон. Према томе, може се закључити да се ради о сопственом тону који ангажује целу зграду на осциловање у вертикалном правцу. Када је у питању други МКЕ тон може се приметити да карактеристике таванице у приземљу (параметри 2-6, зелене колоне) имају већи утицај на сопствену фреквенцију овог тона него карактеристике таванице на првом спрату (параметри 7-11, љубичасте колоне). Овај податак је интересантан и значајан када се узме у обзир да други МКЕ тон одговара другом експерименталном тону који је процењен као основни тон таванице на првом спрату (Одељак 3.3.1.). Крутости фасадних зидова

(параметри 12 и 13, плаве колоне) имају највећи утицај на шести и седми МКЕ тон (Слика 54а). Овај податак је у складу са очекивањима зато што су фасадни зидови највише ангажовани при деформацији зграде која настаје при шестом и седмом МКЕ тону (Слика 53).



(а) Модел са еластичним ослонцима (б) Модел са крутим ослонцима

Слика 54: Анализа осетљивости сопствених фреквенција почетног Модела 1-1 услед повећања вредности непоузданих параметара за 1%

Додатна анализа осетљивости извршена је за почетни Модел 1-1 са крутим ослонцима (вертикална крутост ослонаца повећана је са 10^7 N/m на 10^{15} N/m). Редослед сопствених тонова се променио у односу на почетни Модел 1-1 са еластичним ослонцима. Сходно томе, МКЕ тон који је био шести по реду (Слика 53) постао је пети МКЕ тон, а МКЕ тон који је био седми по реду (Слика 53) постао је шести МКЕ тон. Резултати анализе осетљивости за почетни Модел 1-1 са крутим ослонцима приказани су на Слика 54б. Може се приметити да вертикална крутост ослонаца (параметар 1, Слика 54б) нема никакав утицај на сопствене фреквенције посматраних МКЕ тонова што је логична последица усвојеног апсолутно крутог понашања ових елемената. Затим, сопствена фреквенција првог МКЕ тона зависи само од карактеристика таванице у приземљу (параметри 2-6, Слика 54б), док други и шести МКЕ тон зависе само од параметара везаних за таваницу на првом спрату (параметри 7-11, Слика 54б). Сходно томе, може се закључити да су вибрације првог МКЕ тона локализоване у тавници приземља, док су вибрације другог и шестог

нумеричког тона локализоване у тавиници првог спрата. Једино је пети МКЕ тон задржао глобални карактер, тј. ангажује целу зграду, пошто параметри обе таванице, као и фасадних зидова, утичу на његову сопствену фреквенцију (параметри 2-14, Слика 54б). Глобални карактер петог МКЕ тона је највероватније последица исте трансверзалне крутости таванице у приземљу и таванице на првом спрату (спрегнута плоча и попречне греде су исте на ова два нивоа, разлике су у главним гредама и додатној маси на таваници првог спрата).

Дакле, на основу резултата анализе осетљивости на Слика 54 може се закључити да су у случају зграде са крутим ослонцима вибрације локализоване у одређеним тавницама, док су у случају зграде са еластичним ослонацима вибрације присутне у целом објекту. Наиме, еластични ослонци су проузроковали ангажовање целе зграде у посматраним сопственим тоновима. Ово запажање је веома важно зато што аналитички модели препоручени у актуелним прописима подразумевају модалну анализу издвојене међуспратне конструкције. На овај начин евентуални утицај других таваница у оквиру исте зграде, који може бити значајан, је искључен из анализе.

Почетни Модел 1-1 је у доброј мери успео да рефлектује модално понашање испитиване конструкције. Међутим, велике грешке у процени сопствених фреквенција указују на два могућа недостатка модела: 1) значајна одступања реалних вредности параметара од номиналних вредности и 2) неодговарајуће претпоставке и идеализације које превиђају важне особине лаких челичних таваница.

FE model updating

Унапређење почетног Модела 1-1 спроведено је у две фазе у оквиру модула Design Optimisation у прогаму ANSYS. Прва, припремна фаза је извршена применом тзв. *subproblem aproximation* методе, док је друга фаза спроведена уз помоћ тзв. *first order* методе (обе методе су описане у Одељку 5.2.). Укупно 11 непоузданих параметара је изабрано за процес *FE model updating*-а на основу анализе осетљивости. Изабрани параметри са почетним и крајњим вредностима приказани су у Табела 8. Иако су сви

непоуздани параметри промењени за максималну допуштену вредност (±25% или ±10%, зависно од врсте параметра) конвергенција у процесу *FE model updating*-а није постигнута.

Табела 8: Непоуздани параметри варирани у поступку *FE model updating*-а са циљем унапређења Модела 1-1

Параметар		ID елемента	Вредност		Промена [%]	Јединица мере
Редни бр.	Врста		Почетна	Коначна		
1	K	01	1,00E+07	9,79E+06	- 2,07	N/m
2	IY	03	1,04E-04	7,83E-05	- 25,00	m4
3	IY	06	6,04E-06	4,53E-06	- 25,00	m4
4	THK	09	2,27E-02	1,71E-02	- 25,00	m
5	M	09	1,04E+02	1,15E+02	+ 10,00	kg/m2
6	IY	04	7,46E-04	5,59E-04	- 25,00	m4
7	IY	07	6,04E-06	4,53E-06	- 25,00	m4
8	THK	10	2,27E-02	1,71E-02	- 25,00	m
9	M	10	1,21E+02	1,34E+02	+ 10,00	kg/m2
10	E	12	1,10E+10	8,22E+09	- 25,00	N/m2
11	E	13	1,10E+10	8,22E+09	- 25,00	N/m2

Сопствене фреквенције побољшаног Модела 1-1 су приказане у Табела 9. Може се приметити да су разлике између измерених (ЕМА) и нумеричких (МКЕ) сопствених фреквенција и даље велике. Највећа разлика од 20,8% одговара трећем експериментално одређеном тону. Све МАС вредности су изнад 70% што је прихватљив резултат када се врши поређење сопствених облика тонова идеализоване (МКЕ модел) и реалне конструкције. Поред тога, добијене МАС вредности указују на адекватну упареност експерименталних и нумеричких сопствених тонова. Закључно, варирањем вредности непоузданих параметара није постигнут задовољавајући квалитет МКЕ модела те су у наредном кораку извршене значајне измене почетних идеализација и претпоставки, односно уследио је развој Модела 1-2.

Табела 9: Поређење експерименталних и нумеричких модалних карактеристика након извршеног унапређења Модела 1-1 применом методе *FE model updating*-а

Унапређени Модел 1-1					
Редни бр. тона	EMA [Hz]	Редни бр. тона	МКЕ [Hz]	Разлика [%]	MAC [%]
1	7,43	1	6,77	- 8,9	73,3
2	9,41	2	9,88	+ 5,0	78,3
3	16,26	6	19,64	+ 20,8	82,0
4	19,24	7	21,59	+ 12,2	87,9

6.1.2. Модел 1-2

Углавном прецењене сопствене фреквенције реалне конструкције од стране побољшаног Модела 1-1 (Табела 9) упутиле су на закључак да крутост система није адекватно одређена (сматра се да је маса приближно тачно процењена). Разлоге за прецењену крутост система било је разумно тражити у претпоставци о апсолутно крутом понашању веза. Поједина претходна истраживања вибрација лаких челичних таваница (Zhao et al. (2001), Rack and Lange (2009) и Zhou et al. (2011)) су указала на потребу за увођењем полу-крутих веза у нумеричке моделе. Ипак, потпуне и конкретне препоруке за моделирање полу-крутих веза нису понуђене у овим истраживања (Zhao et al. (2001) је одредио крутост веза експерименталним путем, док су описи МКЕ модела са полу-крутим везама у радовима Rack and Lange (2009) и Zhou et al. (2011) уопштени и непотпуни, Одељак 2.1.2.). Сходно томе, избор веза које ће се моделирати као полу-круте, као и степени слободе у оквиру њих, у Моделу 1-2 засновани су на инжењерској процени и анализи резултата Модела 1-1. Детаљан опис Модела 1-2 и прорачун крутости веза приказан је у Одељку 4.1.1..

Како крутости појединих веза нису израчунате (због недостатка одговарајућих прорачунских модела), већ усвојене, почетни Модел 1-2 послужио је само као полазиште у процесу *FE model updating*-а. Према томе, сопствени тонови почетног Модела 1-2 су изостављени у приказу резултата.

У процесу *FE model updating*-а вариране су само крутости веза и ослонаца те је укупан број непоузданих параметара 10. Листа непоузданих параметара са почетним и крајњим вредностима наведена је у Табела 10.

Табела 10: Непоуздани параметри варирани у поступку *FE model updating*-а са циљем унапређења Модела 1-2

Параметар		ID елемента	Вредност		Промена [%]
Редни бр.	Врста		Почетна	Коначна	
1	K	01	1,00E+07	2,90E+07	N/m
2	K	14	1,00E+09	1,00E+09	Nm/rad
3	K	15	1,00E+09	1,00E+09	Nm/rad
4	K	16	1,00E+09	1,00E+09	Nm/rad
5	K	17	3,00E+04	3,00E+04	Nm/rad
6	K	18	1,00E+06	5,65E+06	N/m
7	K	19	1,00E+06	3,00E+06	N/m
8	K	20	1,00E+06	3,12E+06	N/m
9	K	21	8,00E+07	2,16E+07	N/m
10	K	22	3,08E+07	8,32E+06	N/m

Конвергенција у процесу *FE model updating*-а је овог пута постигнута, а разлика између експерименталних и нумеричких сопствених фреквенција је сведена на свега 0,2% (Табела 11). MAC вредности су значајно побољшане у поређењу са унапређеним Моделом 1-1 и веће су од 90% што се може сматрати одличним резултатом. Може се закључити да је унапређени Модел 1-2 адекватна и квалитетна репрезентација реалног система. Додатно, коначне крутости веза у Табела 10 се могу употребити као полазиште у даљим истраживањима.

Табела 11: Поређење експерименталних и нумеричких модалних карактеристика након извршеног унапређења Модела 1-2 применом методе *FE model updating*-а

Унапређени Модел 1-2					
Редни бр. тона	МКЕ [Hz]	Редни бр. тона	ЕМА [Hz]	Разлика [%]	MAC [%]
1	7,43	1	7,43	0,0	90,6
2	9,39	2	9,41	0,2	97,8

5	16,26	3	16,26	0,0	94,4
6	19,28	4	19,24	0,2	92,4

Физичка интерпретација резултата

Добијене коначне вредности непоузданих параметара (Табела 10) захтевају анализу и објашњење како би се извели закључци о реалном понашању конструкције и да би се стекао увид у недостатке постојећих стратегигија моделирања.

Крутости веза између главних греда и стубова на сва три нивоа зграде (ID14-16, Табела 10) су остале непромењене у процесу *FE model updating*-а што указује на чињеницу да је претпоставка о апсолутно крутом понашању ових веза била исправна. Наиме, ове везе су остварене помоћу два челична лима дебљине 18 mm (Слика 42в) те је претпостављено да момент савијања неће проузроковати деформацију ових лимова и последично релативну ротацију у споју.

У случају веза између попречних и главних греда у таваницама на приземљу и првом спрату (ID17, Табела 10) крутост је такође остала непромењена. Интересантно је да би се сопствене фреквенције унапређеног Модела 1-2 врло мало промениле када би се усвојила флексибилна веза, тј. ротациона крутост изједначила са нулом. Према томе, може се закључити да је деформација танких лимова у овом споју (Слика 42б) довољно велика да се веза може сматрати зглобном.

Коначна смичућа крутост везе на контакту спрегнуте плоче и греда у таваници на приземљу (ID18, Табела 10) се разликује од коначне крутости добијене за исту везу у таваници на првом спрату (ID19, Табела 10). Разлика у коначним крутостима може се објаснити различитим степенима интеракције између плоче и греда на ова два нивоа зграде. Ниво садејства директно утиче на положаје неутралних линија и моменте инерције греда и плоче.

Крутост веза на контакту подужног фасадног зида и рама зграде (ID21-22, Табела 10) се смањила у односу на почетну вредност. Имајући у виду да је почетна крутост израчуната помоћу емпиријских формула за статичку крутост смичућег споја може се закључити да је динамичка крутост мања од статичке. Објашњење можда лежи у

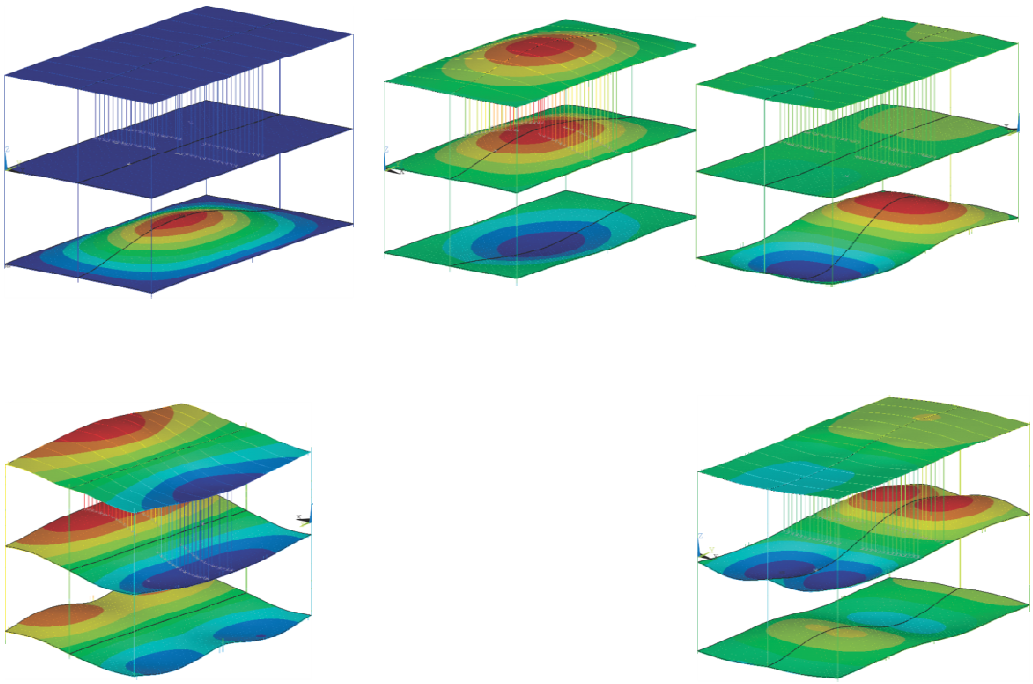
евентуалном зазору између пречника спојног средства и пречника рупе, несавршеностима самих елемената и природи динамичког оптерећења (смер оптерећења није константан). Како почетна вредност крутости на споју попречног фасадног зида и рама зграде (ID20, Табела 10) није израчуната, већ усвојена, не може се извршити интерпретација добијеног резултата.

6.2. Друга конфигурација

6.2.1. Модел 2-1

Првих шест сопствених тонова Модела 2-1 приказани су на Слика 55 (фасадни зидови су уклоњени како би се постигао бољи увид у сопствене облике тонова конструкције). Поређењем нумеричких тонова (Слика 55) са експериментално одређеним сопственим тоновима (Слика 34) може се приметити да други измерени сопствени тон одговара другом МКЕ тону. Затим, трећи и четврти измерени сопствени тонови одговарају петом и шестом МКЕ тону, респективно. (Напомена: На основу резултата модалног тестирања на другој конфигурацији одређена су три тона. Међутим, овим тоновима додељени су редни бројеви почевши од 2. због упаривања са тоновима измереним приликом модалног тестирања на првој конфигурацији. Први сопствени тон са фреквенцијом од 7,43 Hz који је постојао у првој, ишчезао је у другој конфигурацији.)

Посматрањем првог МКЕ сопственог тона на Слика 55 може се закључити да су преградни зидови укрутили таваницу првог спрата и кровну конструкцију те су се осцилације локализовале у зони таванице приземља. Поред тога, иако је крутост ослонаца остала иста као за прву конфигурацију (еластични ослонци) мање је вертикално померање целе зграде у првом сопственом тону. Стога, може се закључити да први тон није регистрован приликом модалног тестирања друге конфигурације не само због повећаног пригушења услед инсталације преградних зидова, већ и због сузбијених вибрација таванице на првом спрату.



Слика 55: Сопствени тонови одређени помоћу Модела 2-1

Измерене сопствене фреквенције за прву и другу конфигурацију (EMA), као и израчунате сопствене фреквенције помоћу Модела 2-1, приказане су у Табела 12. Разлике између сопствених фреквенција, као и MAC-ови, рачунати су поређењем друге конфигурације и Модела 2-1 (EMA резултати за прву конфигурацију уврштени су Табела 12 само због анализе утицаја преградних зидова и промена модалних карактеристика које су прозроковали у основном систему).

Грешке при процени сопствених фреквенција другог и четвртог експерименталног тона су веома мале (<1,7%), а MAC вредности су велике (>93,2%) те се може закључити да су ови сопствени тонови поприлично прецизно одређени помоћу Модела 2-1. Нешто веће одступање може се приметити у случају трећег измереног тона где је грешка у процени сопствене фреквенције 6,7%, а MAC је 88,7%. Ипак, анализа резултата не сме бити само квантитативна, већ и квалитативна. Наиме, експериментални резултати су показали да су преградни зидови највише допринели

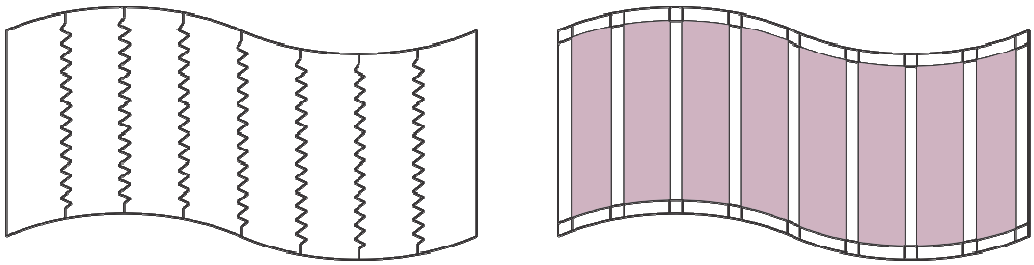
крутости трећег тона (најизраженији пораст сопствене фреквенције са 16,26 Hz на 17,26 Hz, Табела 12). Са друге стране, може се запазити да се МКЕ сопствена фреквенција која одговара трећем измереном тону смањила са 16,26 Hz на 16,10 Hz (вредност 16,26 Hz је сопствена фреквенција унапређеног Модела 1-2 у Табела 11 који је употребљен као прва конфигурација за развој Модела 2-1 који представља другу конфигурацију). Према томе, за разлику од реалне конструкције где су преградни зидови највише допринели крутости трећег тона, у Моделу 2-1 су преградни зидови допринели више модалној маси, него крутости одговарајућег МКЕ сопственог тона. Закључно, Модел 2-1 није успео у потпуности да рефлектује понашање реалне конструкције са преградним зидовима, без обзира на квантитативно мале разлике у сопственим фреквенцијама.

Табела 12: Поређење експерименталних и нумеричких модалних карактеристика израчунатих помоћу Модела 2-1, Модела 2-2 и унапређеног Модела 2-3 применом методе *FE model updating*-а

Прва конфигурација		Друга конфигурација		Модел 2-1			
Редни бр. тона	ЕМА [Hz]	Редни бр. тона	ЕМА [Hz]	Редни бр. тона	МКЕ [Hz]	Разлика [%]	МАС [%]
1	7,43	1	-	1	7,43	-	-
2	9,41	2	9,63	2	9,70	+ 0,7	96,7
3	16,26	3	17,26	4	16,10	- 6,7	88,7
4	19,24	4	19,26	6	19,58	+ 1,7	93,2
Прва конфигурација		Друга конфигурација		Модел 2-2			
1	7,43	1	-	1	7,44	-	-
2	9,41	2	9,63	2	11,36	+ 18,0	80,5
3	16,26	3	17,26	4	18,59	+ 7,7	88,3
4	19,24	4	19,26	5	19,76	+ 2,6	97,1
Прва конфигурација		Друга конфигурација		Модел 2-3			
1	7,43	1	-	1	7,42	-	-
2	9,41	2	9,63	2	9,69	+ 0,6	95,5

3	16,26	3	17,26	5	17,14	- 0,7	89,4
4	19,24	4	19,26	6	19,26	0	90,4

Даљом анализом сопствених тонова Модела 2-1 (Слика 55) утврђено је да је значајан фактор за величину утицаја преградних зидова податак да ли вибрирају обе таванице за које је преградни зид причвршћен и да ли вибрирају у фази или антифази. Како је већ утврђено при развоју МКЕ модела за прву конфигурацију еластични ослонци зграде су проузроковали интеракцију таваница. Посматрањем Слика 55 очигледно је да у другом, четвртом и шестом МКЕ тону поред таванице на првом спрату осцилује и кровна конструкција. Поред тога, у сва три посматрана сопствена тона таваница првог спрата и кровна конструкција осцилују у фази. Деформација преградног зида у четвртом МКЕ сопственом тону Модела 2-1 изгледа као на Слика 56а. Очигледно, вертикалне опруге које симулирају крутост преградних зидова у Моделу 2-1 нису уопште или су врло мало ангажоване. Учешће или деформација вертикалних опруга обухвата само разлику у вертикалним померањима између таванице првог спрата и кровне конструкције. Како су те разлике евидентно биле мале у случају четвртог МКЕ тона много већи допринос сопственој фреквенцији је дала маса.



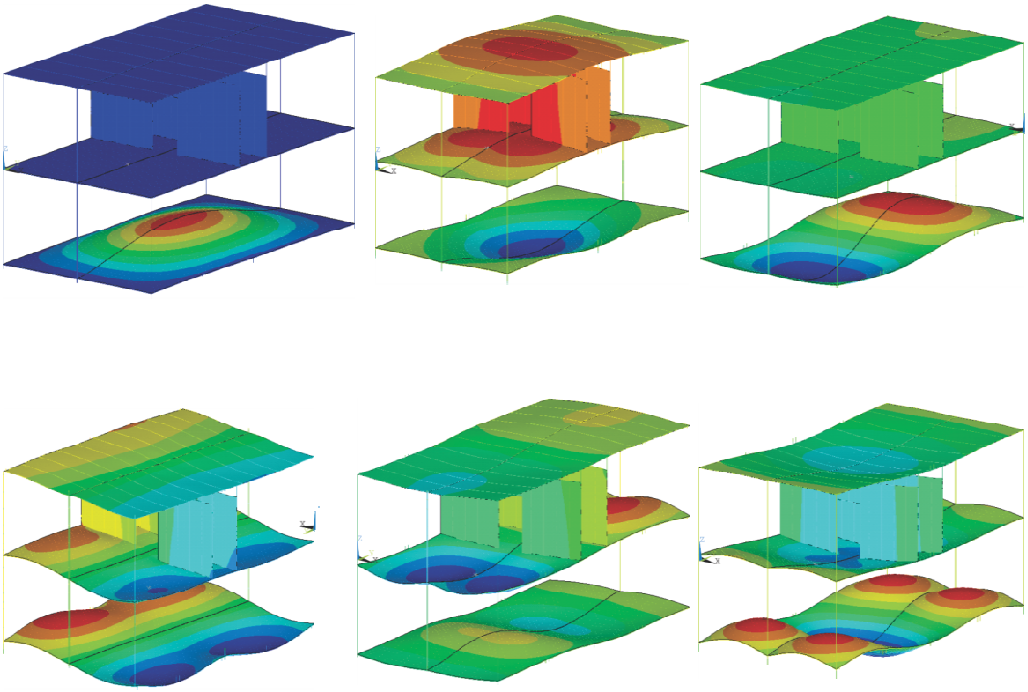
Слика 56: Деформација преградног зида у трећем експериментално одређеном сопственом тону: а) модел преградног зида усвојен у Моделу 2-1 и б) реалан преградни зид

У случају другог и шестог МКЕ сопственог тона могао би да се изведе сличан закључак. Највероватније су разлике у вертикалним померањима између таванице

првог спрата и кровне конструкције биле веће те је утицај крутости опруга превагнуо у односу на утицај масе. Деформација преградног зида на Слика 56б указује на чињеницу да ће у ангажовању крутости зида већу улогу имати савијање гипсаних панела у равни, као и савијање каналица, него аксијална деформација стубаца и панела. Следећи корак је био развијање МКЕ модела у којем ће преградни зидови бити представљени реалније, односно као систем састављен од челичне потконструкције и гипсаних облога.

6.2.2. Модел 2-2

Сопствени тонови одређени помоћу Модела 2-2 приказани су на Слика 57 (фасадни зидови су уклоњени како би се постигао бољи увид у сопствене облике тонова конструкције). Преградни зидови у Моделу 2-2 су унели знатно више крутости него у Моделу 2-1. У првом МКЕ сопственом тону осцилације таванице на првом спрату су скроз нестале. Може се приметити да су преградни зидови највише ангажовани у другом и четвртом МКЕ сопственом тону. Разлике у сопственим фреквенцијама и МАС-ови између ЕМА тонова за другу конфигурацију и нумеричких сопствених тонова за Модел 2-2 наведени су у Табела 12. Највећа грешка у процени сопствене фреквенције је у случају другог тона. Повећање сопствене фреквенције може се приписати повећању крутости конструкције услед савијања гипсаних облога у својој равни, савијања горње и доње каналице, као и интеракцији између преградних и фасадних зидова која није постојала у Моделу 2-1 (веза између преградних и фасадних зидова је усвојена као апсолутно крута). Утицај ове интеракције може се опазити и у сопственом облику таванице првог спрата у оквиру другог и четвртог МКЕ тона. Фреквенција петог МКЕ сопственог тона се није значајно променила у односу на одговарајућу вредност у Моделу 2-1 зато што су преградни зидови постављени у близини и паралелено са линијама чворова овог тона. МАС вредност за први МКЕ сопствени тон је поприлично мања од одговарајуће МАС вредности у Моделу 2-1. У случају четвртог МКЕ сопственог тона МАС је скоро непромењен, а интересантно је да је МАС за пети МКЕ тон бољи од одговарајућег МАС у Моделу 2-1.



Слика 57: Сопствени тонови одређени помоћу Модела 2-2

Евидентна предност Модела 2-2 у односу на Модел 2-1 је највеће повећање фреквенције која одговара трећем експерименталном сопственом тону у односу на остале тонове (Табела 12) што је у складу са резултатима модалног тестирања. Ипак, усвојени модел преградних зидова у Моделу 2-2 је унео превише крутости у конструкцију. Стога је претпостављено да везе између преградних зидова и таванице, кровног панела и фасадних зидова нису апсолутно круте већ полу-круте.

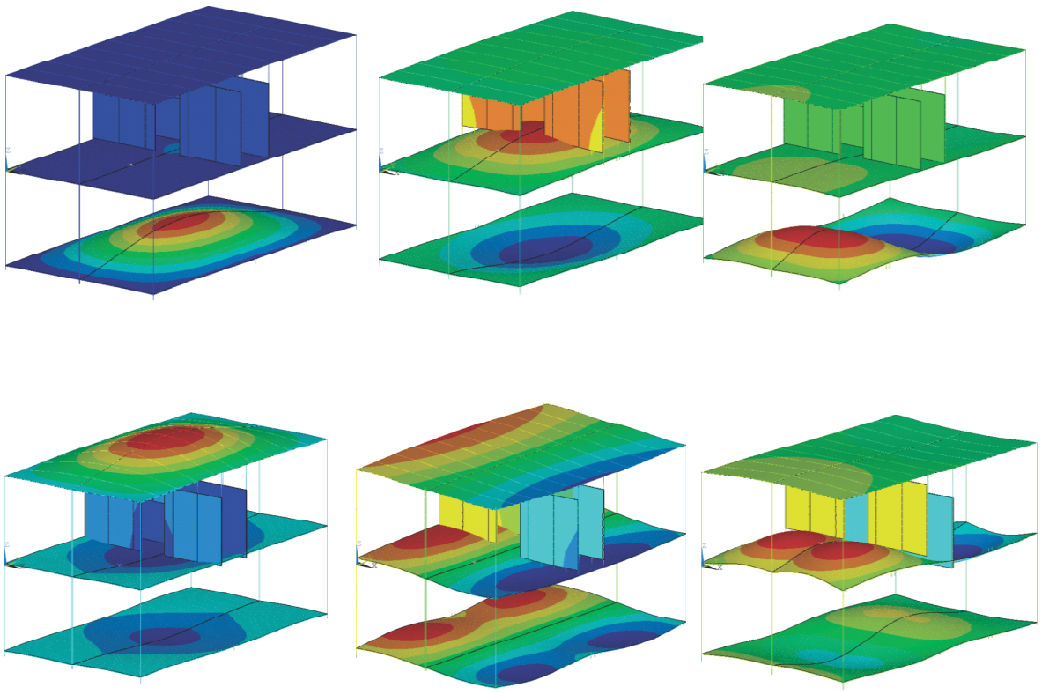
6.2.3. Модел 2-3

У почетном Моделу 2-3 усвојено је да су крутости свих полу-крутих веза максималне те су резултати били веома слични резултатима добијеним помоћу Модела 2-2. Затим је извршен *FE model updating* у Design Optimisation модулу у програму ANSYS како би се смањила разлика између МКЕ и експерименталних резултата. Вариране су само крутости полу-крутих веза (Табела 13).

Табела 13: Непоуздани параметри варирани у поступку *FE model updating*-а са циљем унапређења Модела 2-3

Параметар		ID елемента	Вредност		Јединица
Редни бр.	Врста		Почетна	Крајња	
1	K	28	8,82E+08	5,00E+03	N/m
2	K	29	1,00E+09	2,00E+06	N/m
3	K	30	1,00E+09	5,00E+03	N/m
4	K	31	1,00E+09	1,00E+09	N/m

Конвергенција у процесу *FE model updating*-а је постигнута и грешка у процени сопствених фреквенција реалне конструкције сведена је на максималних 0,7% (Табела 12). MAC вредности које одговарају Моделу 2-3 у Табела 12 (>89,4%) су изразито добре будући да се MAC вредности веће од 90% када су реалне грађевинске конструкције у питању сматрају одличним. Сопствени облици првих шест сопствених тонова одређених помоћу побољшаног Модела 2-3 приказани су на Слика 58 (фасадни зидови су уклоњени како би се постигао бољи увид у сопствене облике тонова конструкције).



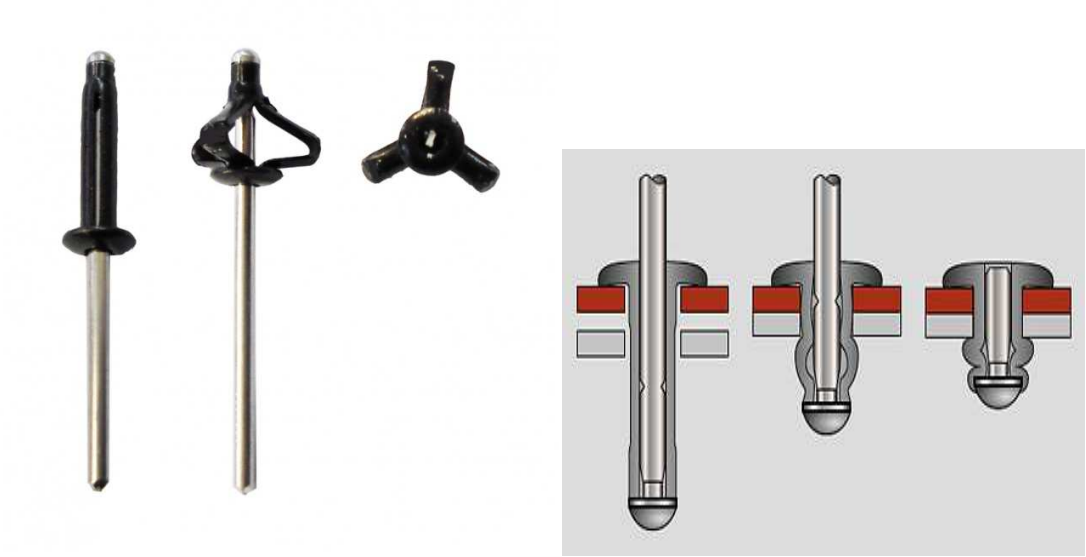
Слика 58: Сопствени тонови одређени помоћу Модела 2-3

Физичка интерпретација резултата

Коначне крутости веза добијене конвергенцијом у процесу *FE model updating*-а упућују на интересантне закључке. Вредност од $5 \cdot 10^3 N/m$ за вертикалну крутост везе између преградног зида и кровног панела (ID28, Табела 13) је толико мала да уколико би се усвојила нула добили би се исти сопствени тонови ($5 \cdot 10^3 N/m$ је доња граница задатог варијационог интервала, а интервал $[5 \cdot 10^3 N/m, 1 \cdot 10^9 N/m]$ уместо $[0, 1 \cdot 10^9 N/m]$ изабран је због ефикасности процеса *FE model updating*-а). Према томе, може се закључити да је трење превазиђено у овом споју и да је дошло до потпуног проклизавања између елемената. Разлози можда леже у чињеници да је коефицијент трења поцинкованих површина ХОП-а мањи у поређењу са површинама ТВП-а (Zadanfarrokh & Bryan, 1992). Додатно, вертикална померања су већа код

лаких челичних таваница у односу на стандардне спрегнуте таванице са ТВП због мање масе.

Коначна вредност смичуће крутости везе на контакту између преградног зида и фасадних зидова (ID30, Табела 13) је такође веома мала $5 \cdot 10^3 N/m$ (на доњој граници задатог варијационог интервала) и као у случају везе зида са кровним панелом уколико би се усвојила нула не би било промене у добијеним сопственим тоновима. Стога, намеће се закључак да није остварена интеракција између преградних и фасадних зидова. Веза између преградних и фасадних зидова на основу техничке документације остварена је помоћу закивака (*split rivets*, Слика 59а). Ова врста спојног средства се користи у случајевима када друга страна смичућег споја није приступачна те се утезање елемената у споју не може извршити помоћу навртке. Начин инсталације ове врсте закивака (Слика 59б) захтева да се отвор у елементима пробија главом закивка која је већег пречника од тела закивка. Затим се повлачењем уназад (у смеру супротном од смера пробијања отвора) са друге стране споја праве набори који приближавају и спајају елементе. На крају се вишак тела закивка откида и одбацује. Може се запазити да се између тела закивка и зидова рупе налази еластичан материјал сличан гуми. Стога се, највероватније, мале смичуће силе (услед генератором побуђених вибрација) које би требало да се пренесу са преградног на фасадни зид потроше на еластичну деформацију овог материјала сличног гуми.



Слика 59: Закивци употребљени за везу између преградног и фасадног зида

Коначна крутост вертикалних опруга између преградног зида и таванице првог спрата (ID29, Табела 13) указује на релативно померање између зида и пода. При томе, крутост није занемарљива као у случају претходна два типа везе (ID28 и ID30, Табела 13). Узрок полу-крутог понашања везе између преградног зида и пода може бити трака за звучну изолацију која се обавезно лепи са доње стране подне каналице. Ове траке су дебљине пар милиметара и обично су од материјала који имају структуру сунђера или пене како би што боље попуниле простор између елемената. Очигледно, пренос вертикалних сила са пода на преградни зид није потпун зато што долази до деформације материјала од којег је направљена трака за звучну изолацију.

Интересантно, крутости веза између преградног зида и зграде добијене у процесу *FE model updating*-а упућују на закључак да се преградни зид понашао као полу-преграда. Наиме, није остварена интеракција преградног зида са кровним панелом, као и преградног зида са фасадним зидовима, те је пренос вертикалних вибрација са конструкције извршен искључиво преко везе преградног зида и пода. Додатно, полу-круто понашање везе између преградног зида и пода проузроковало је мање спрезање између зида и зграде, према томе, и мању деформацију самог зида, него што би то

било у случају да је веза апсолутно крута. Стога је, због мање деформације, и допринос преградног зида укупној крутости зграде мањи.

Крутост унутрашњих веза (ID31, Табела 13), односно веза између гипсаних облога и потконструкције преградног зида, је непромењена. Поред тога, та крутост је велика и у зони која одговара асполутно крутом понашању. Објашњење се може пронаћи у чињеници да је потконструкција зида моделирана као крута и да се није превише деформисала, односно ангажовала, при осциловању зграде због полу-крутих веза на споју зида са доњом таваницом. Према томе, претпоставља се да због мале деформације самог зида није дошло до ангажовања унутрашњих веза, тј. трење на контакту између гипсаних облога и потконструкције није било превазиђено.

Закључно, преградни зид се може представити једноставнијим МКЕ моделом који би био комбинација Модела 2-2 и Модела 2-3. Све везе између елемената унутар зида би биле круте. Затим, не би се уводиле везе између зида и кровног панела, као и зида и фасадних зидова. Једино би се увеле полу-круте везе на споју преградног зида и таванице првог спрата.

7. Закључак

Кључни доприноси докторске дисертације су:

1) Експериментални резултати су указали на значајно учешће виших сопствених тонова у одзиву лаке челичне таванице (доминација локалних тонова на FRF дијаграмима и транзијентни максимуми на дијаграмима убрзања). Стога верификацију МКЕ модела не треба спроводити само за основни тон како је то био случај у досадашњим истраживањима, већ и за више сопствене тонове;
2) Природа вибрација изазваних силом ходања се разликовала између одзива (убрзања) измереног на главној греди и одзива измереног у пољу између две главне греде. Први одзив је био комбинација транзијентних и стационарних вибрација која је карактеристична за системе са основном фреквенцијом на граници између две категорије: нискофреквенцијских и високофреквенцијских таваница. Будући да је измерена основна фреквенција таванице на првом спрату од 9,41 Hz веома близу границе од 10 Hz која раздваја две поменуте категорије, овај комбиновани одзив је сасвим логичан и очекиван. Међутим, други одзив је био са израженим транзијентним максимумима који су типични за високофреквенцијске системе. Према томе, испитивана таваница се не понаша као систем са равномерно и континуално распоређеном крутошћу и масом по јединици површине, већ очигледно у оквиру ње постоји подсистем (спрегнута плоча са попречним гредама) који учествује у одзиву са својим модалним карактеристикама (основна фреквенција подсистема је приближно 34 Hz);
3) Еластични ослонци зграде проузроковали су интеракцију таваница, односно ангажовање целе зграде у свим посматраним тоновима. Сходно томе, аналитичке процедуре садржане у актуелним прописима које подразумевају анализу издвојених међуспратних система (са идеализованим граничним условима) су у овом случају биле непримењиве;
4) Преградни зидови нису значајно променили модалне карактеристике испитиваног објекта. Сопствене фреквенције свих посматраних сопствених

тонова су порасле за максималних 6,1%. Пригушења су углавном порасла (сем за четврти сопствени тон), а први сопствени тон у којем је цела зграда осциловала у вертикалном правцу је ишчезао;

5) Почетни МКЕ модел за испитивану зграду без преградних зидова (прву конфигурацију) развијен је уз помоћ предлога за МКЕ моделирање понуђених у пројекту ACOUSVIBRA (2008). Велика одступања нумеричких од експерименталних сопствених фреквенција (до 41%) указала су на неопходност промене полазних претпоставки и развој нове стратегије моделирања. Стога су уведене полу-круте везе на контакту спрегнуте плоче и греда, затим, између попречних и главних греда, као и између главних греда и стубова. Поред тога, везе фасадних зидова и конструктивног скелета зграде су такође моделиране као полу-круте. Прорачун крутости веза спроведен је у складу са методама и процедурама које су предвиђене за статичка оптерећења, и у појединим случајевима за топло-ваљане челичне конструкције будући да су упутства за моделирање хладно-обликованих конструкција значајно ређа и непотпунија;

6) Унапређење МКЕ модела спроведено је применом методе *FE model updating*-а. Први пут за ту сврху коришћени су оптимизациони алгоритми садржани у програму ANSYS. Сама процедура је ефикаснија од оних које су до сада биле у пракси зато што су све фазе аутоматизоване;

7) Постигнута је одлична сагласност експерименталних и нумеричких резултата добијених помоћу унапређеног МКЕ модела прве конфигурације. Највећа разлика између сопствених фреквенција је 0,2%, док су MAC вредности за све тонове веће од 90%;

8) Коначне крутости веза (вредности добијене у процесу *FE model updating*-а) упутиле су на следеће закључке. Дебљина лима чеоне плоче значајно утиче на крутост везе између две греде или између греде и стуба. Везе конструисане са танким лимовима (3 mm и 4 mm) понашале су се као зглобне, док су се везе са дуплим чеоним лимовима дебљине 18 mm понашале као апсолутно круте. Стога, може се закључити да се танки лимови који се користе за конструисање

веза између ХОП-а највероватније деформишу и при оптерећењима малог интензитета као што су грађевинске вибрације.

9) Коначна крутост смичућих веза између фасадних зидова и конструктивног скелета зграде је мања од почетне, тј. статичке, крутости. Претпоставља се да како је трење између елемената превазиђено крутост везе диктирају: несавршености елемената, зазори између спојних средстава и рупа, ефекти другог реда као што је обртање спојног средства у рупи, локално избочавање танких лимова ХОП-а итд. Ови фактори постају посебно значајни када се узме у обзир да су померања услед силе ходања изразито мала и да мењају смер у току времена;

10) Развијена су три различита МКЕ модела тестиране зграде са преградним зидовима (друга конфигурација). Модели су се разликовали само по начину представљања преградних зидова. У првом МКЕ моделу преградни зидови замењени су вертикалним опругама везаним за кровни панел на једном крају и подну таваницу на другом крају. Маса зида уведена је преко концентрисаних маса распоређених на подној таваници у правцу пружања зида. У другом МКЕ моделу преградни зид је детаљно представљен са свим компонентама, као што су каналице, стубци и гипсани панели. Све везе између компоненти зида, као и између зида и зграде, су усвојене као апсолутно круте. У трећем МКЕ моделу уведене су полу-круте везе између гипсаних панела и потконстрзкције, као и преградног зида и зграде, тј. подне тавнице, кровног панела и фасадних зидова. Најбоља сагласност између нумеричких и експерименталних сопствених фреквенција постигнута је у случају трећег МКЕ модела;

11) Коначне крутости веза добијене у поступку *FE model updating*-а трећег МКЕ модела друге конфигурације упућују на закључак да се преградни зид пуне висине понашао као полу-преграда. Разлози су, највероватније, проклизавање у вези између потконструкције преградног зида и кровног панела (веза је иначе пројектована као флексибилна, ако се превазиђе почетно трење), као и деформација еластичног материјала (саставни део закивака) у споју фасадних зидова и ивичних стубаца преградног зида. Веза између преградног зида и

подне таванице је била полу-крута због еластичне структуре траке за звучну изолацију залепљене за доњу каналицу (и смештене између каналице и подне таванице).

Кључни доприноси истражавања су прихваћени за објављивање у часопису Structural Engineering and Mechanics, а почетна истраживања су споведена у оквиру пројекта технолошког развоја ТР36023.

Предлози за даља истраживања:

1) Прва фаза будућих истраживања је свакако провера развијених МКЕ модела (за обе конфигурације) кроз анализу одзива, односно поређење измерених убрзања услед силе ходања са нумеричким резултатима;
2) Интересантан аспект вибрација лаких префабрикованих таваница је интеракција човек-конструкција. Имајући у виду да је утицај човека на модалне карактеристике лаких таваница значајан, провера употребљивости ових међуспратних система према вибрацијама би морала да интегрише и овај утицај;
3) Претпоставка је да ће утицај веза на модално понашање лаких челичних таваница, као и на допринос преградних зидова модалним карактеристикама ових таваница, зависити од интензитета динамичког оптерећења. Спровођење експерименталних испитивања са различитим интензитетима динамичке силе би потврдила или оповргла ову претпоставку;
4) Неопходна су експериментална и нумеричка испитивања везана за динамичку крутост лаких челичних таваница. Затим, одређивање параметара који диктирају динамичку крутост различитих типова веза у конструкцији од ХОП и развијање метода и процедура за рачунање те динамичке крутости. Коначна фаза је формирање упутстава и предлога за моделирање;

Литература

ACOUSVIBRA (2008), “High quality acoustic and vibration performance of lightweight steel constructions”, Kesti, J., Hicks, S., Rackham, J., Widman, J., Villot, M., Guigou, C., Rodriguez-Ferran, A., Poblet-Puig, J., Sipari, P., Talja, A., Ljunggren, F. and Agren, A., Project Report EUR 23319 EN , Contract No. RFSR-CT-2003-00025, Office for Official Publications of the European Communities, Luxembourg.

AISC Steel Design Guide No.11 (1997), “Floor Vibrations Due top Human Activity”, Murray, T.M., Allen, D.E. & Ungar, E.E., Chicago (US).

Alikhail, M.M., Zhao, X.L., Koss, L. (1999) Dynamic performance of steel lightweight floors, Advances is steel structures ICASS’99

Ansys Inc (2005), Release 10.0 Documentation for ANSYS, Ansys Inc., Canonsburg.

ATC Design Guide 1 (1999) Allen, D.E., Onysko, D.M. & Murray, T.M. Minimizing Floor Vibration. Redwood City, CA.

Australian Standard AS3623 (1993), Domestic Metal Framing Code, Standards Association of Australia, Homebush, NSW.

Bachmann, H., Pretlove, A. J. & Rainer, H. (1995), Dynamic Forces from Rhythmical Human Body Motions. Appendix G in: Vibration Problems in Structures: Practical Guidelines, Birkhauser Verlag, Basel.

Bathe, K.J. (1982), "Finite Element Procedures in Engineering Analysis", Prentice-Hall.

Bernard, E.S. (2008), Dynamic searviceability in lightweight engineered timber floors, ASCE Journal of Structural Engineering, 134(2), 258-268.

Briassoulis, D. (1986), “Equivalent orthotropic properties of corrugated sheets,” Computers and Structures, vol. 23, no. 2, pp. 129–138.

Брчић, С., Мишковић, З., Вучковић, Д. (2014), Пропагација вибрација на Земунској страни моста Земун-Борча

Brownjohn, J.M.W. and Xia, P. (2000), “Dynamic assessment of a curved cable-stayed bridge by model updating”, J. Struct. Eng., ASCE, 126(2), 252–260.

BS 6472: 1992, Evaluation of human exposure to vibration in buildings (1 Hz to 80 Hz). British Standards Institution, UK.

Build (2013), Префабрикована градња, бр.28, децембар 2013 http://www.buildmagazin.com/pdf/build28.pdf

CAN3 S16.1-1974 Steel Structures for Buildings - Limit States Design. Canadian Standards Association, Rexdale, Ontario, Canada, 1974.

Canadian Wood Council et al. (1996), “Development of Design Procedures for Vibration Controlled Spans Using Engineering Wood Members.” Final Report Prepared for Canadian Construction Material Centre and the Industry Partnership Consortium.

Chui, Y.H. (1987), Vibrational Performance of Wooden Floors in Domestic Dwellings, PhD Thesis, Brighton Polytechnic, Brighton, UK

Cowles, E. and Warner, P. (2013), Prefabrication and Modularization in Construction, FMI Corporation, Raleigh, NC, USA.

Davis, B.W. (2008), Influence of construction details on vibration characteristics of cold-formed steel floor systems, MSc thesis

Devin, A. (2013), The effect of non-structural elements on the vertical dynamic response of floors, PhD

Egan, J. (1998), Rethinking Construction, Report of the Construction Task Force, HMSO, London, UK.

El-Dardiry, E. and Ji, T. (2006), “Modelling of the dynamic behaviour of profiled composite floors”, Eng. Struct., 28(4), 567-579.

El-Dardiry, E. and Ji, T. (2007), “The effect of eccentricity on the free vibration of composite floors”, Comp. & Struct., 85(21),1647-1660.

EN 1995-1-1 (2004), Eurocode 5: Design of Timber Structures - Part 1-1: General – Common Rules and Rules for Buildings. Annex B, European Committee for Standardization.

Eriksson, P. E. (1994) Vibration of Low-Frequency Floors - Dynamic Forces and Response Prediction. PhD Thesis (in English). Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden.

Ewins, D.J. (2000), Modal Testing: Theory, Practice and Application, Research Studies Press, Baldock, UK.

Falati, S. (1999), The contribution of non structural components to the overall dynamic behaviour of concrete floor slabs, PhD.

Farach, G. & Grupe Jr., R.C. (1994), "Light-gauge engineering in today's marketplace - the challenges"

Filiatrault, A., Folz, B. & Foschi, R.O. (1990) Finite-strip free-vibration analysis of wood floors, Journal of Structurel Engineering, Vol 116, Issue 8, p.2127-2142.

Folz, B. & Foschi, R.O. (1991) Coupled vibrational response of floor systems with occupants, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 117, No. 4, april 1991, p. 872-892

Foschi, R.O. (1982) Structural analysis of wood floor systems, ASCE Journal Structural Division, Vol.108, No.7, July 1982, p.1557-1574.

Glisovic, I. (2007), Vibration Analysis of Timber Floor Systems, Master Thesis, University of Belgrade, Serbia

Griffin, M. J. (1996), Handbook of Human Vibration. London, UK: Academic Press.

Hartley, A. and Blagden, A. (2007), "Current practices and future potential in modern methods of construction", Report No. WAS003-001,Waste and Resources Action Programme, Banbury, UK.

HIVOSS&VOF (2009), “Design of Floor Structures for Human Induced Vibrations”, Feldmann, M., Heinemeyer, C., Caetano, C.B.E., Cunha, A., Galanti, F., Goldack, A., Hechler, O., Hicks, S., Keil, A., Lukic, M., Obiala, R., Schlaich, M., Sedlacek, G. Smith, A. & Waarts, P., JRC-ECCS Project Report EUR 24084 EN, Office for Official Publications of the European Communities, Luxembourg. DOI 10.2788/4640

Hu, L.J. (1992), Prediction of Vibration Responses of Ribbed Plates by Modal Synthesis, PhD thesis, The University of New Brunswick, New Brunswick, Canada.

Hu, L. J. & Chui, Y. H. (2004). Development of a Design Method to Control Vibrations Induced by Normal Walking Action in Wood-Based Floors. Proceedings of the 8th World Conference on Timber Engineering, (pp. 228-237). Lahti.

Hu, L.J., Chui, Y.H. and Jiang, L. (2002), Verification of a finite element model for wood-based floor structures with lateral reinforcements. Proceedings of the 7th World Conference on Timber Engineering. Shah Alam, Malaysia, 238–245

Hu, L.J., Desjardins, R. and Chui, Y.H. (2006), “Nature of vibrations induced by footsteps in lightweight and heavyweight floors”, Proceedings of the 9th World Conference on Timber Engineering, Portland, OR, USA, August.

Hu, L.J. & Tardif, Y. (1999), Effects of partition walls on vibration performance of engineered wood floors. Proceedings of the1st International RILEM Symposium on Timber Engineering. Stockholm, Sweden.

IBC (2012), International Building Code, International Code Council, Inc.

Jiang, L. & Hu, L.J. (2002), A finite element model for wood-based floor structures with lateral reinforcements. Proceedings of the 7th World Conference on Timber Engineering. Shah Alam, Malaysia, 184–191

Jiang, L., Hu, L.J. & Chui, Y.H. (2004), Finite-element model for wood-based floors with lateral reinforcements. ASCE Journal of Structural Engineering, 130(7), 1097-1107

Johnson, J. R. (1994), “Vibration Acceptability of Floors Under Impact Vibration.” Master Thesis, Department of Civil Engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia.

Kraus C.A. (1997), "Floor vibration design criterion for cold-formed C-shaped supported residential floor systems"

Lawson, R. M., Grubb P.J., Prewer J and Trebilcock P. J., (1999) Modular Construction Using Light Steel Framing: An Architect’s Guide, The Steel Construction Institute Publication 272

Lenzen, K. H. (1966) Vibration of Steel Joist-Concrete Slab Floors. AISC Engineering Journal, Vol. 3, July 1966, p. 133-136.

Ljunggren, F. (2006), “Floor vibration: dynamic properties and subjective perception”, Ph.D. thesis, Lulea University of Technology, Lulea, Sweden.

Mansfield, N. (2005) Human response to vibration

Mehta, M., Scarborough, W, and Armpriest, D. (2013) Building Construction – Principles, Materials, and Systems. 2nd Edition.

Миловановић, Г. и Станимировић, П. (2002), „Симболичка имплементација нелинеарне оптимизације“, Електронски факултет у Нишу, Едиција монографије, Ниш, ISBN 86-80135-67-4, стр. 236.

Мишковић, З., Апостоловић, А., Мишковић, Љ. (2012) Динамика пешачких мостова – пример анализе пешачке пасареле, Зборник радова 4. Интернационалног научно-стручног скупа „Грађевинарство - наука и пракса“ ГПН 2012, Жабљак, 20-24. 02. 2012., Грађевински факултет Универзитета Црне Горе, ISBN 978-86-82707-21-9, стр. 931- 938.

Miskovic, Z. & Pavic, A. (2009), Effects of full-height nonstructural partitions on modal properties of two nominally identical building floors

Mottershead, J.E. & Friswell, M.I. (1993) Model updating in structural dynamics – A survey, Journal of Sound and Vibration, 167(2), p.347-375.

Mohler, K. (1956), Über das Tragverhalten von Biegeträgern uind Druckstäben mit zusammengesetzten Querschnitten und nachgiebiger Verbindung.

Murray, T. M. (1991) “Building Floor Vibrations.” Engineering Journal, Third Quarter, 1991, 102-109.

National Research Council (NRC) (2009), Advancing the Competitiveness and Efficiency of the U.S. Construction Industry, National Academy of Sciences, Washington, USA.

Natterer, J. & Hoeft, M. (1987), Zum Tragverhalten von Holz-Beton Verbundkonstruktionen.

Nefovska-Danilovic, M., Petronijevic, M., Savija, B. (2013) Traffic-induced vibration of frame structures. Canadian Journal of Civil Engineering. 2013(40): 158-171.

Neumann, G.A. (1992) Vibration of lightweight wooden floors: Experimental and analytical evaluation, MSc thesis, University of British Columbia

Ohlsson, S. V. (1982). “Floor Vibrations and Human Discomfort.” Doctoral Thesis, Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden 1982.

Ohlsson, S. V. (1988a). “Springiness and human-Induced Floor Vibrations - A Design Guide.“ D12:1988, Swedish Council for Building Research, Stockholm, Sweden.

Ohlsson, S. V. (1988б) Ten Years of Floor Vibration Research - A Review of Aspects and Some Results. In: Proceedings of the Symposium/Workshop on Serviceability of Buildings (Movements, Deformations, and Vibrations). Vol. 1, Ottawa, Canada, May 1988, p. 419-434.

Parnell, R. (2008), Vibration serviceability and dynamic modeling of cold-formed steel floor systems, MSc thesis

Pavic, A., Miskovic, Z. and Zivanovic, S. (2008), “Modal properties of beam-and-block pre-cast floors”, IES J. Part A: Civ. & Struct. Eng., 1(3), 171-185.

Pavic, A. and Reynolds, P. (2002), “Vibration serviceability of long-span concrete building floors. Part 2: Review of mathematical modelling aproaches”, Shock & Vib. Dig., 34(4), 279–297.

Pavic, A. and Willford, M. (2005), “Vibration serviceability of post-tensioned concrete floors” In: Post-Tensioned Concrete Floors: Design Handbook, Technical Report 43, Concrete Society, Slough, UK, 99-107.

Peres, M.A., Kallmeyer, C., Witter, M.C., Carneiro, R., Marques, F.D. & de Oliveira, L.P.R. (2014) Advantages of Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) Testing Using Low Level Excitation Systems, ISMA2014

Pernica, G (1987), Effect of Architectural Components on the Dynamic Properties of a Long-Span Floor System. Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 14, No. 4, August 1987, p. 461-467.

Petronijevic, M., Nefovska-Danilovic, M., Radisic, M. (2013), Analysis of frame structure vibrations induced by traffic. Gradjevinar. 2013(65): 811-824.

Petrovic, S. & Pavic, A. (2011), Effects of non-structural partitions on vibration performance of floor structures: A Literature Review. 8th International Conference on Structural Dynamics - Eurodyn, Leuven, Belgium. 4-6 July 2011.

Поповић, Е. и Фолић, Р. (2008), Појава вибрација на уставама „Томашевац“, „Стајићево“ и „Нови Бечеј“ – Хидросистем Дунав – Тиса – Дунав

Rack, W. & Lange, J. (2009), Human induced vibrations of lightweight steel floor systems

Rainer, J. H., Pernica, G. & Allen, D. E. (1988), Dynamic Loading and Response of Foot-bridges. Canadian Journal of Civil Engineering, 15 (1), 66-71.

Reynolds, P. and Pavic, A. (2000), “Quality assurance procedures for the modal testing of building floor structures”, Exp. Tech., 24(4), 36-41.

Reynolds, T., Harris, R. & Chang, W.S. (2013) In-service dynamic stiffness of dowel-type connections

Richardson, M. H. and Formenti, D. L. (1982), Parameter Estimation from Frequency Response Measurements using Rational Fraction Polynomials. In: Proceedings of the First International Modal Analysis Conference, 167-181, Orlando, USA, 8-10 November.

Sachse, R. & Pavic, A. (2003), Human-structure dynamic interaction in civil engineering dynamics A literature review.

Samanta, A. & Mukhopadhyay, M. (1999), “Finite element static and dynamic analyses of folded plates” Engineering Structures, vol. 21, no. 3, pp. 277–287.

Savic, B., Slavkovic, R., Veg, E., Urosevic, V. & Vlajkovic, H. (2012), “Use of virtual and actual vibro-diagnostics for better condition monitoring”

Sinha, J.K. & Friswell, M.I. (2002) Model updating: A tool for reliable modelling, design modification and diagnosis, The Shock and Vibration Digest, 34(1), p. 27-35.

Smith, I. (1980), Series type solutions for built-up timber beams with semi-rigid connections. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, E-ISSN 1753-7789, Vol. 69, Issue 3, september, p. 707-719

Smith, I. & Chui, Y. H. (1988). Design of Lightweight Wooden Floors to Avoid Human Discomfort. Canadian Journal of Civil Engineering (15), 254-262.

Спасојевић-Шурдиловић, М. (2013), Анализа граничног стања употребљивости пешачких мостова у погледу вибрација индукованих пешацима, докторска дисертација, Грађевинско-архитектонски факултет, Универзитет у Нишу.

Tangorra, F.M., Xu, L. and Xie, W.C. (2002), "Vibration characteristics of lightweight floors using cold-formed steel joist"

Timetric (2014), The Global Prefabricated Buildings Market - Key Trends and Opportunities to 2017. Timetric, London, UK.

https://timetric.com/research/report/cn0135sr--the-global-prefabricated-buildings-market-key-trends-and-opportunities-to-2017/

Узуновић, Р., Албијанић, Р. (1981) Заштита околине од буке и вибрација електроенергетских дистрибутивних транформатора: Студија, Институт за алатне машине и алате, Наука и друштво, Београд, стр. 127

Vibrant Technology (2012), ME'Scope VES Operating Manual, Vibrant Technology, Scotts Valley, CA, USA.

Вег, Е. (2015), „Процена интегритета челичних конструкција помоћу упоредне модалне анализе“, докторска дисертација, Машински факултет, Универзитет у Београду

Veg, E., Sedmak, A. & Gubeljak, N. (2015), "Experimental and Numerical Cross-Correlated Modal Analysis of the Floor Structure Dynamics in a Thermal Power Plant", Integritet i vek konstrukcija, Vol.15, br.1, str. 31-37. UDK /UDC: 624.012.45.042

Weckendorf, J. (2009), Dynamic response of structural timber flooring systems, PhD thesis, Edinburgh Napier University, Edinburgh, Scotland, UK

Wennberg, D., Wennhage, P. & Stichel, S. (2011), "Orthotropic Models of Corrugated Sheets in Finite Element Analysis"

Wyatt, T. A. (1985) Floor Excitation by Rhythmic Vertical Jumping. Engineering Structures, p. 208-210.

Wyatt, T. A. (1989) SCI Publication 076 - Design Guide on the Vibration of Floors. Steel Construction Institute, Berkshire, UK. Construction Industry Research and Information Association, London, UK.

Xu, L., Ling, Z., Xie, W.C., Liu, Y. & Schuster, R.M. (2000), "Dynamic behavior of floors with cold-formed steel joists"

Zadanfarrokh, F. and Bryan, E.R. (1992), “Testing and design of bolted connections in cold formed steel sections”, Proceedings of the 11th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures, Saint Louis, MO, USA, October.

Zhao, X.L., Taplin, G. & Alikhail, M. (2001) Effect of connection stiffness on predicting natural frequency of Duragal lightweight floor systems

Zhou, X., He, Y., Jia, Z. & Nie, S. (2011), Experimental study on vibration behaviour of cold-formed steel concrete composite floor

Zivanovic, M., Pavic, A. (2011) EURODYN 2011

Zivanovic, S. (2006) Probability-based estimation of vibration for pedestrian structures due to walking, PhD dissertation, University of Sheffield, Sheffield, UK.

Прилог

Крутост опруге којом се уводи савијање ребра главне греде:

$$l_{eff,mb,t} = min(2\pi m, 4m + 1{,}25e)$$

$$k_1 = \frac{0{,}9 \cdot l_{eff,mb,t} \cdot t_{mb,w}^3}{m^3}$$

Где су: $t_{mb,w}$ дебљина ребра главне греде, m и e су приказани на слици.

Крутост опруге којом се уводи савијање чеоне плоче попречне греде:

$$l_{eff,p,t} = min\left(2\pi m_p, \alpha m_p\right)$$

$\alpha =$ добија се са дијаграма на основу m_p и e_p

$$k_2 = \frac{0{,}9 \cdot l_{eff,p,t} \cdot t_p^3}{m_p^3}$$

Где су: t_p дебљина ребра попречне греде, m_p и e_p су приказани на слици.

Крутост опруга којима је представљено затезање тела завртњева:

$$A_s = \frac{d^2\pi}{4}$$

$$L_b = t_{mb,w} + t_p + 0{,}5 \cdot (h_{bolt} + h_{nut})$$

$$k_3 = 1{,}6 \cdot \frac{A_s}{L_b}$$

Где су: d пречник тела завртња, h_{bolt} висина главе завртња, h_{nut} висина навртке.

Крутост опруге која одговара затезању ребра попречне греде: $k_4 = \infty$

Крутост опруге која одговара притиску ребра попречне греде: $k_5 = \infty$

Биографија са библиографијом

Смиљана Котур је рођена 4. децембра 1982. године у Београду, Србија. Основну школу “Соња Маринковић” у Београду завршила је 1997. године као ученик генерације, а Девету београдску гимназију "Михаило Петровић Алас" 2001. године као добитник дипломе “Вук Караџић”. Још као ученик гимназије, Смиљана Петровић је показала склоности ка истраживачком раду, и похађала семинаре Истраживачке станице Петница, из области биологије. Освајала је награде и признања на савезним и републичким такмичењима из физике и математике.

Након завршетка гимназије уписала је Грађевински факултет Универзитета у Београду као четврта на пријемном испиту. У октобру 2008. дипломирала је на Смеру конструкције одбранивши дипломски рад под називом “Пројекат носећег стуба далековода називног напона 110 kV”. На дипломском раду је добила оцену 10, а целокупни просек на универзитетским студијама био је 8,38. У току студирања добила је два вредна признања: 1) стипендију од стране “European Construction” као студент четврте године са најбољим резултатима из предмета са Катедре за техничку механику и теорију конструкција (31. мај 2005.) и 2) награду из фонда “Душан Крајчиновић” као студент четврте године са најбољим успехом на Грађевинском факултету на Дан факултета (9. децембар 2005.).

У току студирања радила је као студент демонстратор на предмету Информатика 1 на Грађевинском факултету у Београду, две школске године 2005.-2006. и 2006.-2007.

Након завршених академских студија (с признатом еквиваленцијом дипломе мастера) у октобру 2009. уписала је докторске студије на Факултету за градитељски менаџмент, Смер Грађевинарство, под менторством проф.др Александра Павића. Започела је истраживачки рад у области граничних стања употребљивости конструкција према вибрацијама са посебним нагласком на утицају неконструктивних елемената на динамичке параметре конструкције.

У новембру 2008. године, запослила се као сарадник у настави на Факултету за градитељски менаџмент у Београду. Била је ангажована на 2 предмета на основним

академским студијама: Бетонске конструкције 2 и Механика тла. У новембру 2010. године изабрана је за асистента на Факултету за градитељски менаџмент. Данас, држи наставу из 7 предмета: 5 предмета на основним академским студијама (Бетонске конструкције 2, Металне конструкције 1, Дрвене конструкције, Стабилност и динамика конструкција и Примена рачунара у пројектовању) и 2 предмета на мастер студијама - Смер опште грађевинарство (Савремене методе пројектовања и Бетонске конструкције 3).

У јулу 2010. је учествовала на припреми и изради предлога пројекта број ТР36023 на конкурсу Министарства за науку и технолошки развој Србије. Назив пројекта је "Нове тенденције пројектовања и управљања изградњом грађевинских објеката". Пројекат је одобрен у децембру 2010. године и убрзо је започета његова реализација.

Објављени радови

Списак резултата М22/М23 – Рад у међународном часопису

1. **Petrovic-Kotur, S.** and Pavic, A. (2016), “Vibration Analysis and FE Model Updating of Lightweight Steel Floors in Full-Scale Prefabricated Building“, Structural Engineering and Mechanics. Рад прихваћен за објављивање.

Списак резултата М33 – Саопштење са међународног скупа штампано у целини

2. **Petrovic, S.** and Pavic, A. (2011), “Effects of Non-structural Partitions on Dynamic Properties of Floor Structures: A Literature Review”. Proceedings of EURODYN 2011 Conference, Leuven, Belgium, 4-6. July 2011.

3. **Petrovic, S.**, Koprivica, S. and Terzic, A. (2011), “Doctoral Studies: Implementation and Performance of Education and Research Program at the Faculty of Construction Management in Belgrade”. Proceedings of EUCEET Association Conference “New Trends and Challenges in Civil Engineering Education”, Patras, Greece, 24.-25. November 2011.

4. **Petrovic, S.**, Pavic, A., Koprivica, S. and Kotur, M. (2012), “The Impacts of Non-structural Partitions on Vibration Performance of Floor Structures - Design Guidelines”. Proceedings of „12th International Scientific Conference on Planning, Design, Construction and Building Renewal - iNDiS 2012“, Novi Sad, Serbia, 28.-30. November 2012.