



UNIVERZITET U NOVOM SADU
FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA U
NOVOM SADU



Lazar Kovačević

**Primena metoda inverznog inženjerstva
u cilju pronalaženja graničnih uslova
pri livenju u peščanim kalupima**

DOKTORSKA DISERTACIJA

Novi Sad, 2015.



КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА

Редни број, РБР:	
Идентификациони број, ИБР:	
Тип документације, ТД:	Монографска публикација
Тип записа, ТЗ:	Текстуални штампани материјал
Врста рада, ВР:	Докторска дисертација
Аутор, АУ:	Лазар Ковачевић
Ментор, МН:	Др Дамир Какаш
Наслов рада, НР:	Примена метода инверзног инжењерства у циљу проналажења граничних услова при ливењу у пешчаним калупима
Језик публикације, ЈП:	Српски
Језик извода, ЈИ:	Српски / Енглески
Земља публикавања, ЗП:	Р. Србија
Уже географско подручје, УГП:	АП Војводина
Година, ГО:	2015.
Издавач, ИЗ:	Ауторски репринт
Место и адреса, МА:	Нови Сад, Трг Доситеја Обрадовића 6
Физички опис рада, ФО: (поглавља/страна/ цитата/табела/слика/графика/прилога)	10/214/177/16/149/-/-
Научна област, НО:	Машинско инжењерство
Научна дисциплина, НД:	Технологија ливења
Предметна одредница/Кључне речи, ПО:	Коефицијент преноса топлоте, ливење, пренос топлоте, корелација, међуповршина одливач-калуп
УДК	
Чува се, ЧУ:	Библиотека Факултета техничких наука, Нови Сад
Важна напомена, ВН:	
Извод, ИЗ:	У дисертацији је развијена нова експериментална поставка за мерење граничних услова при ливењу у пешчаним калупима. Утврђено је да се увођењем појма привидне топлотне дифузивности материјала калупа може поништити грешка позиционирања термопарова и тиме смањити грешка процене граничних услова. Додатно, показано је да процес издвајања интерметалних једињења током процеса очвршћавања калупа може утицати на вредности граничних услова. Развијена је и нова емпиријска корелациона функција којом се може описати промена вредности коефицијента преноса топлоте између калупа и одливка.
Датум прихватања теме, ДП:	19.04.2013.
Датум одбране, ДО:	2015.
Чланови комисије, КО:	Председник: Др Бранко Шкорић, редовни професор
	Члан: Др Зоран Јањушевић, научни саветник
	Члан: Др Лепосава Шиђанин, редовни професор
	Члан: Др Драгиша Вилотић, редовни професор
	Члан, ментор: Др Дамир Какаш, редовни професор



KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number, ANO :	
Identification number, INO :	
Document type, DT :	Monographic publication
Type of record, TR :	Textual material, printed
Contents code, CC :	Doctoral Thesis
Author, AU :	Lazar Kovačević
Mentor, MN :	Dr Damir Kakaš
Title, TI :	Application of inverse engineering methods for estimation of boundary conditions in sand casting process
Language of text, LT :	Serbian
Language of abstract, LA :	Serbian / English
Country of publication, CP :	Republic of Serbia
Locality of publication, LP :	AP Vojvodina
Publication year, PY :	2015.
Publisher, PB :	Authors reprint
Publication place, PP :	Novi Sad
Physical description, PD : (chapters/pages/ref./tables/pictures/graphs/appendixes)	10/214/177/16/149/-/-
Scientific field, SF :	Mechanical engineering
Scientific discipline, SD :	Foundry technology
Subject/Key words, S/KW :	Heat transfer coefficient, casting, heat transfer, correlation, metal-mold interface
UC	
Holding data, HD :	Library of the Faculty of Technical Sciences
Note, N :	
Abstract, AB :	In this study a new experimental technique and apparatus for estimation of boundary conditions in sand casting process were developed. It is shown that thermocouple positioning errors can be nullified by introducing a concept of apparent heat diffusivity of the mold material. In this way, total error of the heat transfer estimation can be reduced. Additionally, it was found that the process of precipitation of intermetallic compounds can influence the value of achieved metal-mold heat transfer. A novel empirical correlation function is proposed. This function has the ability to accurately describe the change in interfacial heat transfer with the casting surface temperature.
Accepted by the Scientific Board on, ASB :	19th April 2013
Defended on, DE :	2015
Defended Board, DB :	President: Dr Branko Škorić, full professor
	Member: Dr Zoran Janjušević, principal research fellow
	Member: Dr Leposava Šidānin, professor emeritus
	Member: Dr Dragiša Vilotić, full professor
	Member, Mentor: Dr Damir Kakaš, full professor
	Mentor's sign

Zahvalnica

Svaki put kada čovek dođe do neke prekretnice u životu, a ova disertacija to definitivno jeste u mom, okrene se iza sebe i razmisli o putovanju koje ga je dovelo dotle. Ova disertacija nije isključivo posledica rada jednog pojedinca, već i posledica ljubavi, podrške i iskustva njegove okoline. Prvenstveno hvala mojim roditeljima Branku i Majdici Kovačević za stvaranje mene kao osobe koja nikada ne odustaje i koja je zahvaljujući tome uspela ovaj rad da istera do kraja (koliko god to kasno bilo). Hvala sestri Zorici koja je bila moja prva učiteljica matematike. I bezgranično hvala mojoj supruzi Nataši i sinu Andreju za svu podršku i ljubav koji su pruženi u toku izrade ove disertacije, kao i za sva odricanja koja su iz toga proistekla.

Želeo bih da izrazim svoju zahvalnost i prof. dr Damiru Kakašu za svesrdnu pomoć kako tokom izrade ove disertacije tako i tokom mog kompletnog dosadašnjeg rada na Fakultetu tehničkih nauka. Zaista ne mogu rečima dovoljno iskazati svu zahvalnost za pruženu podršku i činjenicu da je u mom životu on mnogo više od akademskog mentora.

Veliku zahvalnost dugujem i kolegi i prijatelju Pal Tereku koji je bio od nemerljive pomoći u toku izrade ove disertacije i koji je učestvovao i značajno pomagao u bezmalo svakom izvedenom eksperimentu.

Konačno, ovom prilikom želeo bih da se zahvalim i kompaniji *MAGMA Gießereitechnologie GmbH* iz Nemačke za velikodušnu pomoć u vidu licenci za programski paket Magma 5.

Mojim roditeljima

za bezrezervnu ljubav, podršku i veru u mene
kako u lepim, tako i u teškim vremenima

Sadržaj

ZAHVALNICA	IV
SADRŽAJ	VI
1 UVOD	1
2 TEORIJSKE OSNOVE I PREGLED DOSADAŠNJIH ISTRAŽIVANJA	3
2.1 INVERZNI PROBLEMI PROVOĐENJA TOPLOTE	3
2.1.1 OSNOVNE PRETPOSTAVKE U VEZI GREŠKI MERENJA	5
2.1.2 REŠAVANJE INVERZNIH PROBLEMA PROVOĐENJA TOPLOTE	6
2.1.3 STABILNOST INVERZNOG ALGORITMA	11
2.2 DISKRETIZACIJA PROBLEMA	14
2.2.1 DISKRETIZACIJA PROSTORA	14
2.2.2 DISKRETIZACIJA JEDNAČINA	15
2.3 KOEFICIJENT PRENOSA TOPLOTE	16
3 KRITIČKI OSVRT NA DOSADAŠNJA ISTRAŽIVANJA I DEFINISANJE CILJA RADA	53
4 PLAN I OPIS EKSPERIMENTA	57
4.1 NUMERIČKA ANALIZA	57
4.2 LIVAČKI EKSPERIMENT	63
4.2.1 MATERIJAL ODLIVKA, TOPLJENJE I ULIVANJE RASTOPA	63
4.2.2 MATERIJAL KALUPA	64
4.2.3 GEOMETRIJA ODLIVKA I PROCES KALUPOVANJA	65
4.2.4 MERENJE TEMPERATURNOG POLJA	71
4.3 PROVERA NUMERIČKOG ALGORITMA	77
4.3.1 PROVERA MODELA PROVOĐENJA TOPLOTE KROZ KALUP	77
4.3.2 PROVERA INVERZNOG ALGORITMA	79
4.4 ANALIZA KRIVE HLAĐENJA ODLIVKA – TERMIČKA ANALIZA	82
4.5 ANALIZA GREŠKE MERENJA	83
5 REZULTATI	84
5.1 TEMPERATURNE KRIVE	84
5.2 ANALIZA KRIVE HLAĐENJA ODLIVKA – TERMIČKA ANALIZA	89
5.3 KOEFICIJENT PRENOSA TOPLOTE	91
6 DISKUSIJA	96

6.1	POREĐENJE EKSPERIMENTALNIH POSTAVKI NA TAČNOST PROCENE KPT-A	96
6.1.1	UTICAJ GEOMETRIJE ODLIVKA	96
6.1.2	UTICAJ KORIŠĆENIH VREDNOSTI TOPLOTNE DIFUZIVNOSTI	99
6.1.3	UTICAJ GEOMETRIJE VRHA KORIŠĆENIH TERMOPAROVA	106
6.2	UTICAJ HEMIJSKOG SASTAVA NA VREDNOSTI KPT-A	108
6.3	ZAVISNOST KPT-A OD TEMPERATURE POVRŠINE ODLIVKA	114
6.4	RAZVOJ KORELACIJE	120
7	ZAKLJUČNA RAZMATRANJA I PRAVCI BUDUĆIH ISTRAŽIVANJA	129
8	KORIŠĆENI SIMBOLI I SKRAĆENICE	132
9	LITERATURA	136
10	PRILOZI	151
10.1	POSTUPAK KALUPOVANJA ODLIVAKA OBLIKA PLOČE SA ZADEBLJANJIMA	151
10.2	IZMERENE UDALJENOSTI TERMOPAROVA OD POVRŠINE ODLIVKA	152
10.3	TERMIČKA ANALIZA KRIVI HLAĐENJA ODLIVKA	153
10.4	KOEFICIJENTI PRENOSA TOPLOTE ZA KONSTANTNU DIFUZIVNOST	160
10.5	KOEFICIJENTI PRENOSA TOPLOTE ZA LITERATURNU FUNKCIONALNU ZAVISNOST DIFUZIVNOSTI OD TEMPERATURE KALUPA	168
10.6	KOEFICIJENTI PRENOSA TOPLOTE ZA PRIVIDNU DIFUZIVNOST	176
10.7	ALGORITAM ZA INICIJALNU PROCENU OPTIMIZOVANE TOPLOTNE DIFUZIVNOSTI	184
10.8	ALGORITAM ZA PROCENU KPT-A U SLUČAJU VREMENSKE ZAVISNOSTI TOPLOTNE DIFUZIVNOSTI	192
10.9	ALGORITAM ZA PROCENU KPT-A U SLUČAJU TEMPERATURNE ZAVISNOSTI TOPLOTNE DIFUZIVNOSTI	204
10.9.1	FUNKCIJA DIFUZIVNOST	214
10.9.2	FUNKCIJA PROVODLJIVOST	214

1 Uvod

Livarstvo je jedna od najstarijih tehnika proizvodnje koju je čovečanstvo razvilo. Korišćenjem zemljanih kalupa naši preci su upotrebom primitivnih tehnika od metala izlivali delove oruđa, oružja i nakita. U odnosu na ove skromne početke livarstvo se značajno razvilo i danas se koristi za dobijanje komplikovanih proizvoda koji se koriste u skoro svim granama industrije. U nekim slučajevima livenje je jedini mogući način proizvodnje kritičnih komponenti, kao što je na primer lopatica gasne turbine. Jedan od najvećih problema koji se postavlja pred livničkog inženjera jeste projektovanje ulivnog sistema i hranioca kako bi se dobio konačni proizvod zadovoljavajućeg kvaliteta. Ovaj zadatak praćen je sve kraćim vremenom dostupnim za razvoj tehnologije proizvodnje i projektovanje novih proizvoda uopšte. Kako bi se ovi zadaci ispunili, inženjeri tokom svog rada sve češće upotrebljavaju numeričke simulacije procesa livenja. Zahvaljujući trenutnom nivou razvijenosti ove tehnike, danas je u velikom broju slučajeva moguće predvideti pojavu i lokaciju usahlina i rasejane poroznosti, redosled popunjavanja kalupa, zaostale napone, mikrostrukturu i deformacije odlivka kako u kalupu tako i nakon vađenja iz njega [1,2]. Najnovije tendencije su da se primenom simulacija ide i korak dalje: da se na osnovu zahtevanih osobina odlivka definiše potrebna mikrostruktura koja će se zatim moći ostvariti pažljivom kontrolom procesa očvršćavanja [3].

Livnička proizvodnja je veoma kompleksna i vrlo veliki broj različitih parametara utiče na kvalitet krajnjeg proizvoda. Kako bi numerička simulacija bila u stanju da sa zadovoljavajućim stepenom tačnosti predvidi moguće livačke greške i konačne osobine odlivka neophodno je precizno poznavanje svih relevantnih zavisnosti. One se u grubim crtama mogu svrstati u sledeće kategorije:

1. jednačine koje opisuju prisutne fizičke pojave (*governing equations*);
2. tačnost numeričkog rešavanja sistema vladajućih jednačina;
3. tačnost termo-fizičkih osobina;
4. tačnost graničnih uslova.

Prvi principi, tj. jednačine koje opisuju fizičke zakonitosti procesa, se razvijaju već vekovima i smatra se da na zadovoljavajućem nivou reprezentuju posmatrane procese. Pretvaranje algebarskih jednačina u numeričke algoritme uz pomoć metoda konačnih razlika, kontrolnih zapremina, konačnih elemenata ili neke slične metode je takođe istorijski često razmatrana i dobro dokumentovana tema. Termo-fizičke osobine predstavljaju značajan problem i potencijalan izvor greške u modelu procesa. Ipak, zahvaljujući velikom broju istraživanja i razvoju CALPHAD (*CALculation of PHAse Diagrams*) metoda, osobine danas najčešće korišćenih sistema legura su poznate na zadovoljavajućem nivou. Sa druge strane, granični uslovi u sistemu odlivak-kalup su relativno retko istražena oblast. Većina proizvođača softverskih paketa za simulaciju procesa livenja ne isporučuje bazu graničnih uslova već preporučuju da se klasičnom metodom pokušaja i greške ovi parametri pogode u svakoj livnici ponaosob za uobičajene geometrije i gabarite koji se u njoj pojavljuju. Ovo je stoga što se granični uslovi veoma teško određuju i zavise od velikog broja parametara okruženja tako da su dostupni podaci iz literature retki i skloni velikom rasipanju usled različitosti uslova u kojima su dobijeni. Problematiku dodatno komplikuje i činjenica da još uvek nije utvrđena standardizovana metoda za njihovo određivanje čime se često smanjuje primenljivost ionako već retko dostupnih informacija.

Na osnovu prethodnog izlaganja može se zaključiti da su granični uslovi u sistemu odlivak-kalup deo matematičkog modela procesa livenja čijim se unapređenjem može postići najveći efekat na tačnost simulacije i efikasnost predviđanja greške zbog čeka su i izabrani kao predmet izloženog istraživanja.

2 Teorijske osnove i pregled dosadašnjih istraživanja

Pokušaji da se kvantitativno odrede granični uslovi prilikom očvršćavanja odlivaka počeli su još sedamdesetih godina prošlog veka kada su izvedene i prve numeričke simulacije očvršćavanja odlivaka. S obzirom na ograničene potrebe i nedostatak robusnijih numeričkih metoda uglavnom su se zasnivali na analitičkom određivanju srednje vrednosti koeficijenta prenosa toplote (KPT) [4]. Međutim, danas je opštepoznato da se vrednost KPT-a menja tokom formiranja odlivka i da se upotrebom konstantnih vrednosti uvodi značajna greška u rezultate numeričkih simulacija. Stoga je neophodno utvrditi zakonitosti pod kojima se ova promena odigrava za šta je neophodno akumulirati dovoljnu količinu eksperimentalnih podataka. Eksperimentalno određivanje dinamičke promene KPT-a tokom vremena se u principu može izvesti na dva načina:

1. Izvođenjem serije numeričkih simulacija procesa gde se metodom pokušaja i greške pokušava pogoditi KPT za koji se postiže najmanja greška između krivi hlađenja dobijenih direktnim merenjima tokom procesa i numeričkim putem.
2. Primenom metoda inverznog inženjerstva tj. rešavanjem inverznog problema provođenja toplote (IPPT).

Iako postoje istraživanja koja su bazirana na direktnim numeričkim simulacijama procesa [5–8], najveći broj naučnih istraživanja se sprovodi rešavanjem jednačina IPPT uz primenu različitih metoda regularizacije/estimacije [9–14]. Razlozi su vrlo jednostavni. Prvi način uprkos svojoj jednostavnosti i niskom nivou potrebnog predznanja (zbog čega se najčešće i koristi u industriji) ipak nudi rešenje u vidu "crne kutije". Dobijaju se rezultati koji nude malo mogućnosti za dublju analizu i shvatanje zakonitosti koje vladaju tokom procesa. Pored toga prva tehnika određivanja KPT ima osetno nižu tačnost i efikasnost (brzinu konvergencije) od druge.

2.1 Inverzni problemi provođenja toplote

Zakon prenosa toplote provođenjem (kondukcijom) ustanovio je francuski naučnik Žozef Furije (*Jean Baptiste Joseph Fourier*) još u 19. veku i u svom osnovnom obliku glasi [15]:

$$\vec{q} = -\lambda \vec{\nabla} T \quad (2.1)$$

gde su q gustina toplotnog fluksa, λ koeficijent provođenja toplote i T temperatura.

Problemi koji mogu proisteći primenom ovog zakona mogu se svrstati u dve grupe:

- *direktni*, kod kojih je uzrok (toplotni fluks na granici tela) poznat i gde je neophodno odrediti efekte (temperaturno polje tela), i
- *inverzni*, kod kojih problem predstavlja procena uzroka na osnovu poznavanja efekata. Inverzni problemi se dalje mogu deliti na:
 - *probleme procene parametara*, kod kojih je neophodno odrediti mali broj nepoznatih veličina, kao što su toplotna provodljivost, toplotni kapacitet ili gustina toplotnog

fluksa (GTF), u slučajevima kada su konstantni (ne menjaju se sa vremenom) ili kada je njihova funkcija poznata pa je neophodno odrediti samo njene parametre;

- *probleme procene funkcije*, kod kojih je neophodno odrediti veliki broj veličina kao što je to slučaj kod vremenski promenljive vrednosti GTF-a.

Kao što se može primetiti, kod inverznih problema provođenja toplote (IPPT) se umesto reči određivanje koristi reč procena. Ovo je stoga što su pri merenju unutrašnjih temperatura uvek prisutne neke greške i one utiču na tačnost određivanja gustine toplotnog fluksa. Takođe, izmerene temperature su obično diskretni podaci te se toplotni fluks i ne može precizno odrediti.

Rešavanje IPPT-a praćeno je brojnim teškoćama s obzirom da su oni, za razliku od direktnih, loše postavljeni. Koncept dobro postavljenog problema uveo je francuski naučnik Žak Solomon Adamar (*Jacques Salomon Hadamard*) i on zahteva da njegovo rešenje zadovolji tri uslova:

- mora da postoji;
- mora biti jedinstveno;
- mora kontinualno da zavisi od ulaznih veličina tj. rešenje mora biti stabilno i izmene ulaznih veličina moraju da izazivaju adekvatno velike promene u rešenju.

Kod IPPT-a prvi uslov je uvek zadovoljen. Postojanje rešenja je osigurano fizičkim zakonitostima procesa: ukoliko postoji promena vrednosti izmerene temperature kod nestacionarnog problema mora postojati i uzrok, tj. toplotni fluks na granici fizičkog domena. Međutim, druga dva uslova nisu ispunjena. Jedinstvenost rešenja inverznog problema može se matematički dokazati samo za neke specijalne slučajeve [16], a inverzni problemi su takođe i veoma nestabilni jer male fluktuacije ulaznih veličina izazivaju velike promene u izlaznim rezultatima.

Dugo vremena je smatrano da se loše postavljeni problemi ne mogu rešiti ili da rezultati dobijeni iz ovakvih rešenja ne mogu imati nikakvu praktičnu vrednost [16]. Ali sredinom prošlog veka otkrivene su tehnike regularizacije uz pomoć kojih se ovakvi problemi mogu približno rešiti. Osnovna ideja jeste blaga izmena izvornog problema tako da on postane dobro postavljen, a da rešenje novog problema bude veoma blisko rešenju izvornog [15]. Osnovne tehnike rešavanja inverznih problema koje se danas koriste jesu:

- Tihonova regularizacija [17,18];
- Alifanova metoda iterativne regularizacije [19,20];
- Levenberg–Markvartov (*Levenberg-Marquardt*) metod optimizacije [16,21];
- sekvencijalna specifikacija funkcije uz upotrebu budućih vremena za njenu procenu [15,19,22–24];
- veštačka inteligencija tj. neuronske mreže [25];
- optimizacija pomoću rojeva čestica [26];
- dekompozicija singularnih vrednosti [27];
- integralno-diferencijalni metod [28];
- metod graničnog elementa [15,29];
- metod konjugovanih gradijenata [16,30];
- rasplinuta (*Fuzzy*) logika [31];
- metod uniformnih parametara (*lump capacitance*) [32,33];

- monte karlo algoritmi [15,34,35].

Velika većina navedenih tehnika pribegava upotrebi određenih statističkih metoda. Kako bi se uprostila analiza slučajnih grešaka sistema i uprostio matematički model obično se uvode određene pretpostavke vezane za greške merenja [22]. U nastavku teksta će, pre kratkog pregleda glavnih postulata rešavanja IPPT-a, biti dat kratak prikaz osnovnih pretpostavki na kojima su tehnike zasnovane.

2.1.1 Osnovne pretpostavke u vezi greški merenja

Inverzni problemi provođenja toplote uporedo sa temperaturom koriste još niz merenih veličina kao što su vreme, koordinate termoparova, debljina zida i sl. Prilikom rešavanja IPPT-a obično se pretpostavlja da su sve ove veličine tačno određene i da je osnovni izvor greške merenje temperature. Pri tome se smatra da određene sistemske greške uslovljene greškom kalibrisanja (etaloniranja), prisustvom termopara, postojanjem konvekcije u rastopu i sličnim faktorima, mogu biti uzete u obzir. U tom slučaju se ostali vidovi greški mogu smatrati slučajnim i mogu se odrediti primenom statističkih metoda. Kako bi se statistička analiza uprostila Džejms Bek (*James Beck*) je uveo osam osnovnih pretpostavki [22,30]:

1. Sve greške su aditivne:

$$y_i = T_i + \varepsilon_i \quad (2.2)$$

gde je y_i izmerena temperatura u trenutku i , T_i stvarna temperatura i ε_i slučajna greška u vremenskom trenutku i .

2. Srednja vrednost (matematičko očekivanje) slučajne greške merenja temperature ε_i ima nultu vrednost:

$$E(\varepsilon_i) = 0 \quad (2.3)$$

3. Sve greške imaju konstantnu disperziju (varijansu):

$$D(y_i) = \sigma_i^2 = E(y_i^2) - E(y_i)^2 = \sigma^2 = const \quad (2.4)$$

4. Greške povezane sa različitim merenjima su nezavisne. Dve greške merenja ε_{Ai} i ε_{Bi} , uz uslov, $A \neq B$ su nezavisne ukoliko je kovarijansa ε_{Ai} i ε_{Bi} , jednaka nuli:

$$cov(\varepsilon_{Ai}, \varepsilon_{Bi}) = E\{[\varepsilon_{Ai} - E(\varepsilon_{Ai})][\varepsilon_{Bi} - E(\varepsilon_{Bi})]\} = 0 \quad (2.5)$$

5. Greške merenja imaju normalnu (Gausovu) raspodelu. Uzimajući u obzir pretpostavke 2, 3 i 4 funkcija raspodele verovatnoća ima oblik:

$$F_X(\varepsilon_i) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-\varepsilon_i^2}{2\sigma^2}} \quad (2.6)$$

6. Statistički parametri koji opisuju grešku merenja, poput standardne devijacije, su poznati.

7. Svi vremenski trenuci $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$, koordinate x_1, x_2, \dots, x_m , dimenzije zagrevanog tela, termo-fizičke osobine i sve ostale veličine, izuzev temperature, koje učestvuju u formulaciji inverznog problema su poznati. Drugim rečima, jedine promenljive koje sadrže slučajne greške su izmerene temperature, dok su disperzije vremena i ostalih veličina jednake nuli.
8. Ne postoje nikakve prethodne informacije u vezi veličina koje se procenjuju, bilo u vidu parametara ili funkcije. Ukoliko takve informacije postoje, one bi se mogle iskoristiti za dobijanje boljih procena.

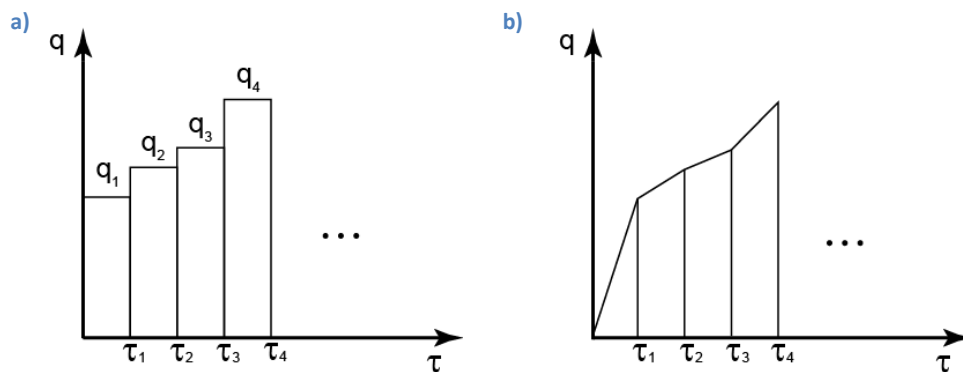
U cilju kvalitetne procene granične gustine toplotnog fluksa, termopar mora biti lociran na dubini ispod površine gde je veličina promene temperature znatno veća od greške merenja. U suprotnom je nemoguće razlikovati da li je izmerena promena temperature posledica promene gustine toplotnog fluksa na graničnoj površini ili je posledica greške merenja.

2.1.2 Rešavanje inverznih problema provođenja toplote

Već je napomenuto da su ulazni podaci kod ove vrste problema diskretna temperaturna merenja. Zbog toga se i funkcionalna zavisnost gustine toplotnog fluksa $q(\tau)$ obično predstavlja diskretizovano. Jedinstvena funkcija gustine toplotnog fluksa se razlaže na niz pojedinačnih funkcija koje se definišu na jedan od sledećih načina:

1. preko stepenaste funkcije, kao što je prikazano na slici 1a;
2. linearnom interpolacijom između dva merenja, kao što je prikazano na slici 1b.

Diskretizacija gustine toplotnog fluksa preko stepenaste funkcije značajno uprošćava matematički model te se ovaj model diskretizacije najčešće i koristi. Ovome naročito doprinosi i činjenica da se kod inverznih problema provođenja toplote pokazala jednako tačnom kao i linearna interpolacija [36].



Slika 1: Diskretizacija gustine toplotnog fluksa: a) stepenasta funkcija; b) linearna interpolacija.

Nakon diskretizacije, inverzan problem je moguće ispisati pomoću sledeće matrične jednačine [15]:

$$T = Xq + \check{T} \quad (2.7)$$

gde je X matrica osetljivosti (jakobijeva matrica koja predstavlja matricu prvih izvoda zavisne promenljive u odnosu na nepoznati parametar), a $\check{T} = T_{i=0}I$ vektor početnih temperatura. Gustina toplotnog fluksa se smatra konstantnom u intervalu $\tau_i - \Delta\tau/2 < \tau < \tau_i + \Delta\tau/2$, gde je $\Delta\tau$ vremenski interval između dva uzastopna merenja.

Izraz (2.7) se može koristiti u slučaju upotrebe jednog korišćenog termopara i u određenim slučajevima daje zadovoljavajuće rezultate. U slučaju upotrebe više od jednog termopara dobija se nesaglasan (nerešiv) sistem jednačina jer je nemoguće obezbediti apsolutnu tačnost izmerenih temperatura i termo-fizičkih osobina materijala. Uobičajen statistički način rešavanja ovakvog preodređenog sistema jednačina jeste primena nekog algoritma u cilju minimiziranja funkcije cilja. U nastavku teksta biće predstavljen najjednostavniji slučaj ovakvog pristupa.

Ukoliko su svih osam prethodno navedenih statističkih pretpostavki u vezi greški merenja validni (vidi poglavlje 2.1.1) funkcija cilja S , koja obezbeđuje najmanju disperziju procena, jeste obična jednačina najmanjih kvadrata koja se za slučaj jednog mernog mesta može napisati u obliku [15]:

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - T_i)^2 \quad (2.8)$$

Ili u matricnom obliku:

$$S = (Y - T)^T (Y - T) \quad (2.9)$$

gde su Y i T vektori izmerenih i proračunatih temperatura, a indeks T označava transponovanje vektora/matrice.

Ukoliko inverzni problem zahteva procenu svega nekoliko nepoznatih parametara, poput procene koeficijenta provodljivosti na osnovu temperaturnih merenja čvrstog tela, upotreba prethodno navedenih običnih jednačina najmanjih kvadrata može dati stabilno rešenje [16]. Međutim, ukoliko inverzni problem uključuje procenu velikog broja parametara, tj. funkcije, kao što je to slučaj kod nepoznatog nestacionarnog toplotnog fluksa, najverovatnije će se pojaviti oscilovanje rešenja s obzirom da se funkcija cilja može znatno približiti nultoj vrednosti. Naime, kombinujući jednačine (2.7) i (2.9) dobija se:

$$S = (Y - XP - \check{T})^T (Y - XP - \check{T}) \quad (2.10)$$

gde je P parametar koji se procenjuje inverznom tehnikom. Može se primetiti da je gustina toplotnog fluksa q iz izraza (2.7) zamenjena sa opštim parametrom P . Ovo je učinjeno kako bi se uopštio problem inverznog inženjerstva jer on nije vezan samo za provođenje toplote. U cilju nalaženja „najboljih“ vrednosti traženog parametra potrebno je minimizirati funkciju cilja u odnosu na njega:

$$\frac{\partial S}{\partial P} = 2 \left[\frac{\partial}{\partial P} (Y - XP - \check{T})^T \right] (Y - XP - \check{T}) = 0 \quad (2.11)$$

$$-2X^T Y + 2X^T X P + 2X^T \check{T} = 0 \quad (2.12)$$

$$P (X^T X) = X^T (Y - \check{T}) \quad (2.13)$$

Odakle se konačno dobija izraz za procenu vektora gustine toplotnog fluksa:

$$P = (X^T X)^{-1} X^T (Y - \check{T}) \quad (2.14)$$

Navedena jednačina se može koristiti za procenu preko „celog domena“, gde se sve komponente gustine toplotnog fluksa određuju istovremeno, ali je usled veoma lošeg kondicioniranja matrice $X^T X$ ova tehnika veoma osetljiva na greške merenja i dovodi do velikog oscilovanja rešenja (ukoliko se ono uopšte može dobiti).

Do rešenja ovog problema prvi je došao ruski matematičar Andrej Nikolajevič Tihonov (*Андрéй Николáевич Тíхонов*). Uvođenjem namerne sistemske greške (pristrasnosti) moguće je kazniti neželjene varijacije procenjenih rezultata čime se smanjuje disperzija rešenja [15]. Izmenjena funkcija cilja kod Tihonove regularizacije glasi [15]:

$$S = (Y - T)^T (Y - T) + \alpha^* P^T H^T H P \quad (2.15)$$

gde su α^* Tihonov parametar regularizacije i H Tihonova regularizaciona matrica. Može se dokazati da u ovom slučaju izraz za procenu traženog parametra glasi [15]:

$$P = (X^T X + \alpha^* H^T H)^{-1} X^T (Y - \tilde{T}) \quad (2.16)$$

Parametar regularizacije direktno povećava vrednosti matrice $X^T X$ čime se smanjuje njen kondicioni broj (za detaljnije objašnjenje pogledati referencu [15]). Ovim se postiže znatno manja osetljivost na greške merenja (tj. odstupanja u vrednostima matrice Y) u odnosu na izraz (2.14). Nažalost, Tihonova regularizacija se može koristiti samo za procenu vrlo malog broja nepoznatih parametara. U cilju pronalaženja matrice osetljivosti, pri svakoj iteraciji inverznog problema neophodno je rešiti $\zeta + 1$ direktnih problema provođenja toplote. Gde je ζ broj nepoznatih parametara. Kako broj parametara raste značajno se povećava i računaska zahtevnost problema. Zbog toga se ova tehnika koristi samo kod problema vezanih za procenu parametara. Kako bi se maksimalno smanjio broj potrebnih iteracija Suej (*Sui*) i Cuej (*Cui*) [17] su predložili korišćenje metode planiranog faktornog eksperimenta gde bi se rešavanjem direktnih problema provođenja toplote približilo optimalnim vrednostima parametara. Vrednosti dobijene planiranim eksperimentom bi se zatim uvrstile u Tihonov algoritam kao početne vrednosti čime bi se značajno moglo skratiti vreme rešavanja problema. Ipak, danas se smatra da je ova tehnika neprikladna za rešavanje IPPT-a prilikom livenja/očvršćavanja metala zbog problema sa preciznim određivanjem optimalnog parametra regularizacije i trenutnog nepostojanja adekvatnih funkcionalnih zavisnosti gustine toplotnog fluksa ili koeficijenta prenosa toplote (što je jedan od ciljeva ove disertacije).

Danas najčešće korišćena tehnika za određivanje graničnih uslova pri livenju jeste sekvencijalna specifikacija funkcije uz upotrebu budućih vremena za njenu procenu. Tehnika se pokazala kao veoma pogodna za datu primenu pa će u nastavku teksta biti detaljnije obrađena.

2.1.2.1 Sekvencijalna specifikacija funkcije uz upotrebu budućih vremena za njenu procenu

Ovu tehniku prvi je otkrio Džejms Ver Bek (*James Vere Beck*) te se zbog toga često naziva i Bekova metoda. On je primetio da zbog same prirode merenja temperature tokom nestacionarnog procesa provođenja toplote dolazi do prigušivanja efekta pojedinačnih diskretnih toplotnih flukseva čime ih je veoma teško razlikovati nakon nekog vremena. Zaključio je da su računski najefikasnije metode one koje ne procenjuju istovremeno sve komponente gustine toplotnog fluksa (za sve vremenske korake) već sekvencijalno jednu po jednu. U tom slučaju moguće je izbeći nestabilnost konačnog rešenja

problema uvođenjem "dodatnih informacija" u vidu "budućih vrednosti" gustine toplotnog fluksa. Osnovni koncept procedure je sledeći [15,22]:

1. Uvodi se privremena pretpostavka o funkcionalnoj zavisnosti gustine toplotnog fluksa u narednih r vremenskih koraka. Funkcionalna zavisnost može biti proizvoljnog oblika [36], ali se u najvećem broju slučajeva pretpostavlja da je toplotni fluks konstantan, odnosno da je $q_i = q_{i+1} = \dots = q_{i+r-1}$. Pri tome se smatra da je gustina toplotnog fluksa poznata u prethodnim vremenskim koracima.
2. Neophodno je proceniti gustine toplotnog fluksa za vremenske korake od i do $i + r - 1$. Kako je u ovom slučaju problem preodređen (ima veći broj jednačina od broja nepoznatih), a zbog napravljene pretpostavke o konstantnoj gustini toplotnog fluksa najverovatnije i matematički nekorektan, rešenje problema se dobija metodom najmanjih kvadrata.
3. Zadržava se samo prva komponenta gustine toplotnog fluksa q_i dok se ostale brišu.
4. Prelazi se na sledeći vremenski korak ($i = i + 1$) i procedura se ponavlja.

Prilikom modeliranja livničkih procesa, dobijene jednačine su obično nelinearne te je prethodno navedenu proceduru potrebno proširiti adekvatnom metodom za numeričko rešavanje sistema nelinearnih jednačina. U tu svrhu skoro isključivo se koristi iterativni Gaus-Njutnov (*Gauss-Newton*) algoritam.

Iz osnovnog izraza (2.7) lako se može zaključiti da je vektor temperatura T u stvari funkcija čiji je argument parametar koji se procenjuje P . Njegovim razvijanjem u Tejlorov red u tački P^k (gde je k redni broj iteracije) dobija se [22]:

$$T|_{P^{k+1}=P^k+\Delta P} = T|_{P^k} + \frac{\partial T}{\partial P}|_{P^k} \Delta P + \frac{\partial^2 T}{\partial^2 P}|_{P^k} \Delta P^2 + \dots \quad (2.17)$$

Zadržavanjem samo prva dva člana, tj. primenom aproksimacije prvog reda, i uvrštavanjem u izraz (2.9) dobija se funkcija cilja Gaus-Njutnovog algoritma:

$$S = (Y - T|_{P^k} - X \Delta P)^T (Y - T|_{P^k} - X \Delta P) \quad (2.18)$$

Vrednost ΔP koja minimizuje prethodno iznetu funkciju cilja pronalazi se na sledeći način:

$$\frac{\partial S}{\partial \Delta P} = 2 \left[\frac{\partial}{\partial \Delta P} (Y - T|_{P^k} - X \Delta P)^T \right] (Y - T|_{P^k} - X \Delta P) = 0 \quad (2.19)$$

odakle je:

$$\Delta P = (X^T X)^{-1} X^T (Y - T|_{P^k}) \quad (2.20)$$

Dobijeni izraz (2.20) se zatim koristi za progresivno unapređivanje procene vektora P uz pomoć sledećeg iterativnog algoritma [22]:

1. pretpostaviti početnu vrednost parametra P^k ;
2. rešiti sistem jednačina neophodan kako bi se dobila vrednost vektora $T|_{P^k}$;
3. rešiti sistem jednačina neophodan kako bi se izračunala matrica osetljivosti X ;

4. uz pomoć izraza (2.20) izračunati korekciju tekuće iteracije ΔP^k ;
5. proveriti konvergenciju rešenja, tj. da li je nađeno konačno rešenje. Ukoliko nije, izračunati nov vektor parametara P uz pomoć sledećeg izraza:

$$P^{k+1} = P^k + \Delta P^k \quad (2.21)$$

6. Vrti se na korak 2 i ponavljati rešenje sve dok se u koraku 5 ne dođe ko konvergencije rešenja.

Proveru konvergencije navedenu u koraku 5 je ponekad veoma teško utvrditi. Kako bi se zaustavila iterativna procedura obično se preporučuje upotreba jednog od sledećih kriterijuma [16]:

1. $S(P^{k+1}) < \delta_1$ (2.22)

2. $\left\| (X^k)^T [Y - T(P^k)] \right\| < \delta_2$ (2.23)

3. $\|P^{k+1} - P^k\| < \delta_3$ (2.24)

Gde su δ_1 , δ_2 i δ_3 tolerancije tj. dozvoljene greške, a sa $\| \cdot \|$ se označava euklidska norma $\|A\| = (A^T A)^{1/2}$. Ukoliko je bilo koji od navedenih kriterijuma zadovoljen, iterativni algoritam se zaustavlja. Prvi kriterijum definisan izrazom (2.22) proverava veličinu funkcije cilja. Ukoliko je ona dovoljno mala algoritam se zaustavlja s obzirom da se očekuje da je tada rešenje veoma blisko realnom. Na sličan način i drugi kriterijum definisan izrazom (2.23) proverava veličinu gradijenta funkcije cilja jer se može očekivati da on bude vrlo blizak nuli kada je funkcija cilja dostigla minimum. Iako je uslov malog gradijenta zadovoljen i u slučajevima dostizanja lokalnih minimuma i maksimuma, veoma je mala verovatnoća da će ovaj algoritam konvergirati ka tim mestima. Poslednji kriterijum definisan izrazom (2.24) posledica je činjenice da su promene parametra veoma male nakon dostizanja konvergencije.

2.1.2.1.1 Određivanje matrice osetljivosti

Već je rečeno da je matrica osetljivosti u stvari jakobijeva matrica koja ima sledeći oblik [22]:

$$X(P) = \left[\frac{\partial T(P)}{\partial P} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial T_1}{\partial P_1} & \dots & \frac{\partial T_1}{\partial P_p} & \dots & \frac{\partial T_1}{\partial P_\zeta} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial T_i}{\partial P_1} & \dots & \frac{\partial T_i}{\partial P_p} & \dots & \frac{\partial T_i}{\partial P_\zeta} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial T_n}{\partial P_1} & \dots & \frac{\partial T_n}{\partial P_p} & \dots & \frac{\partial T_n}{\partial P_\zeta} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

gde su ζ broj parametara optimizacije i n ukupan broj opažanja (merjenja).

Matrica osetljivosti se može izračunati na više načina, a dva najčešće primenjivana su:

1. *Direktno analitičko određivanje koeficijenata osetljivosti.* Ukoliko je problem direktnog provođenja toplote linearan i postoji analitičko rešenje temperaturnog polja, koeficijenti osetljivosti se mogu dobiti običnim diferenciranjem u skladu sa jednačinom (2.25).
2. *Aproksimacija koeficijenata osetljivosti uz pomoć metode konačnih razlika.* U slučaju upotrebe šeme prednje razlike, koeficijenti osetljivosti se mogu izračunati pomoću izraza (2.26), dok se u slučaju upotrebe šeme centralne razlike oni dobijaju uz pomoć izraza (2.27) [22].

$$X_{p\zeta} = \frac{T_p(P_1, P_2, \dots, \varepsilon^* P_\zeta, \dots, P_i) - T_p(P_1, P_2, \dots, P_\zeta, \dots, P_i)}{\varepsilon^* P_\zeta} \quad (2.26)$$

$$X_{p\zeta} = \frac{T_p(P_1, P_2, \dots, \varepsilon^* P_\zeta, \dots, P_i) - T_p(P_1, P_2, \dots, P_\zeta - \varepsilon^* P_\zeta, \dots, P_i)}{2\varepsilon^* P_\zeta} \quad (2.27)$$

gde $\varepsilon^* \approx (10^{-5}$ ili $10^{-6})$ predstavlja relativnu vrednost diskretnog koraka.

Aproksimacija koeficijenata osetljivosti data izrazom (2.26) zahteva proračunavanje dodatnih i rešenja direktnog problema, dok izraz (2.27) zahteva proračunavanje dodatnih $2i$ rešenja problema. Stoga izračunavanje matrice osetljivosti upotrebom metode konačnih razlika može biti vrlo dugotrajan i numerički zahtevan proces.

2.1.3 Stabilnost inverznog algoritma

Algoritmi za rešavanje IPPT-a ne daju uvek relevantne rezultate. Ukoliko su položaji termoparova, njihov vremenski odziv ili diskretizacija vremena neadekvatni, inverzne metode postaju nestabilne ili čak daju potpuno pogrešne procene gustine toplotnog fluksa. Stoga je neophodno razviti adekvatnu strategiju merenja kako bi se dobili najprecizniji mogući rezultati eksperimenta. Sa stanovišta livenja, ovom problematikom su se najviše bavili Žil Dur (*Gilles Dour*) i saradnici koji su ispitivali uticaj različitih parametara na stabilnost Bekovog algoritma [37,38]. Kako bi analiza bila što uopštenija i mogla da se primeni na širokom spektru različitih eksperimentalnih postavki, autori su je izvršili na normalizovanom problemu. Jednačine provođenja toplote su normalizovane na sledeći način:

$$\tau^+ = \frac{\tau}{\tau_{IM}} \quad (2.28)$$

$$x^+ = \frac{x}{\sqrt{a\tau_{IM}}} \quad (2.29)$$

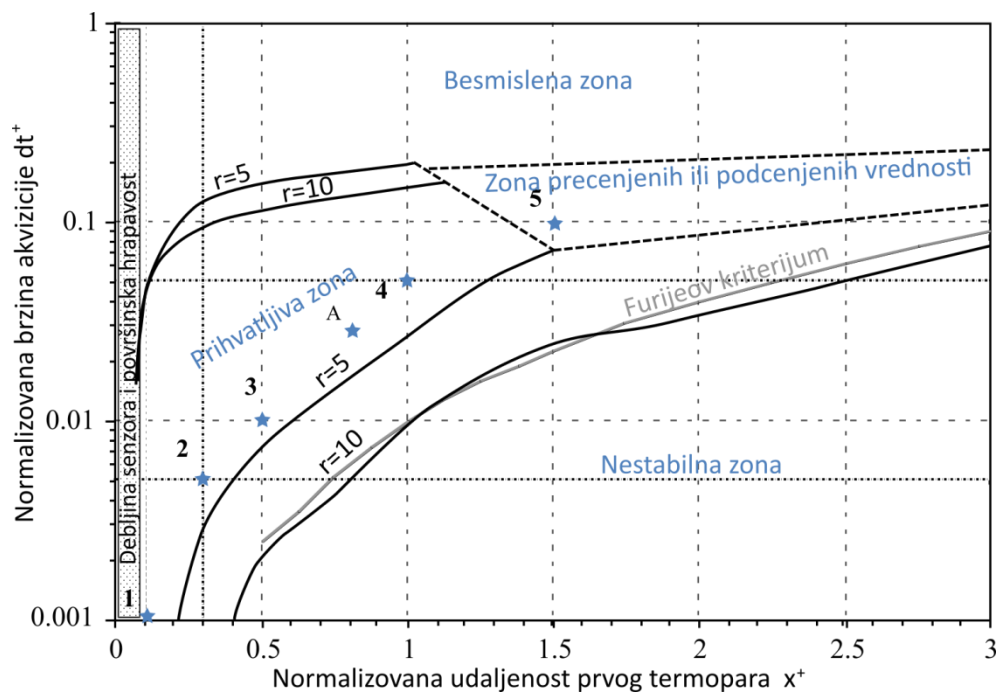
$$q^+(\tau^+) = \frac{q(\tau)}{q_{\max}} \quad (2.30)$$

Ovako normalizovan inverzan problem jednak je onom gde maksimalna gustina toplotnog fluksa iznosi 1, traje 1 normalizovano vreme i deluje na materijal čija su toplotna provodljivost i difuzivnost jednaki 1, a čija je inicijalna temperatura konstantna i iznosi 0. Uz pomoć metode toplotnih kvadrupola analitički su dobijene toplotne krive, a zatim je primenjen Bekov algoritam da bi se

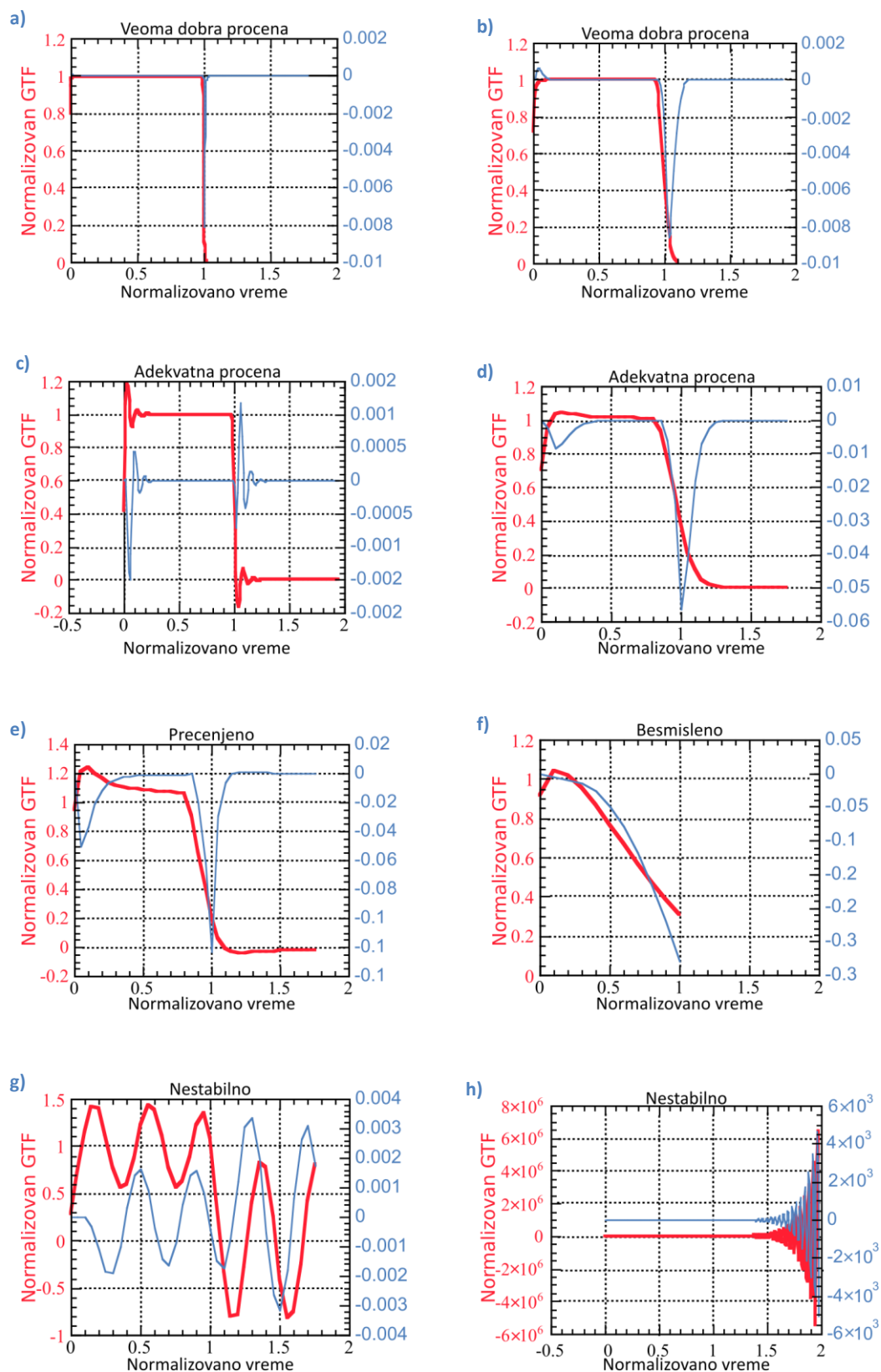
ponovo dobili granični uslovi. Primeri rezultata inverznog algoritma dati su na slici 3. Svi rezultati su podeljeni u četiri kategorije, odnosno zone (slike 2 i 3):

- *Prihvatljiva zona.* Procena vrednosti gustine toplotnog fluksa kada se parametri eksperimenta nalaze u ovoj zoni je adekvatna: stepenasta funkcija se lako prepoznaje i greška procene je manja od $\pm 10\%$. *Zona preecenjenih ili potcenjenih vrednosti.* U ovoj zoni su usled vremenskog odziva rezultati procene netačni pa merenja sa parametrima u ovoj zoni treba izbegavati.
- *Besmislena zona.* Rezultati inverznog algoritma ne oslikavaju ulazne parametre i izgubljen je stepenasti oblik vremenske zavisnosti gustine toplotnog fluksa.
- *Nestabilna zona.* Rezultati inverznog algoritma su neupotrebljivi usled prevelikih oscilacija u rešenju. Promenom broja budućih vremenskih koraka u Bekovom algoritmu moguće je pomeranje ove granice.

Kao rezultat ukupne analize, autori su napravili mapu stabilnosti inverznog algoritma u zavisnosti od normalizovane udaljenosti prvog termopara (x^+), normalizovane brzine akvizicije ($d\tau^+$) i broja budućih vremenskih koraka (r). Ova mapa je prikazana na slici 2. Tačke na slici obeležene brojevima od 1 do 4 predstavljaju optimalno preporučene parametre za merenja sa stanovišta stabilnosti inverznog algoritma.



Slika 2: Mapa stabilnosti inverznog metoda; [37]



Slika 3: Primeri kvaliteta rezultata dobijenih inverznim algoritmom, dobijeni na različitim dubinama merenja i pod različitom brzinom akvizicije podataka. Deblje linije pokazuju procenjene vrednosti GTF, dok je na tankim prikazan rezidual tj. razlika između temperature procenjene od strane algoritma i one koja je „izmerena“; a,b) dobra procena vrednosti; c,d) prihvatljiva procena; e) precenjena vrednost; f) besmislena procena; g,h) nestabilna procena; [37]

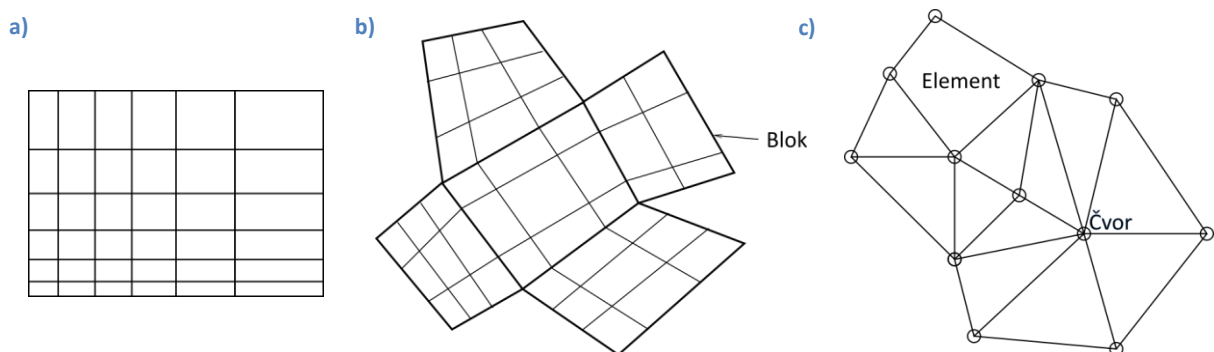
2.2 Diskretizacija problema

Fizički problem i primenjeni inverzni algoritam usled postojanja graničnog uslova druge vrste (Nojmanovog graničnog uslova) zahtevaju rešavanje sistema parcijalnih diferencijalnih jednačina koji se ne može rešiti analitički. Zbog toga se pristupa približnom rešavanju sistema jednačina uz pomoć numeričkih metoda zasnovanih na diskretizaciji problema. Diskretizacija fizičkog domena aproksimira neprekidne promenljive sa nizom diskretnih promenljivih povezanih sa ćelijama odnosno čvornim mestima proračunske mreže [2]. Diskretizacija se obično sastoji iz dva međusobno povezana koraka: diskretizacije prostora i diskretizacije vladajućih jednačina.

2.2.1 Diskretizacija prostora

Fizički prostor se diskretizuje podelom domena u manje zapremine koje su obično oblika poliedra. Pri tome, u zavisnosti od strukture postoje tri osnovne vrste proračunskih mreža [39]:

- strukturirane mreže kod kojih su svaki unutrašnji element i svaki unutrašnji čvor povezani sa istim, tačno određenim, brojem elemenata odnosno čvorova;
- multiblok strukturirane mreže kod kojih je kompletan domen podeljen u blokove unutar kojih je mreža strukturirana, pri čemu blokovi između sebe ne moraju biti strukturirani;
- nestrukturirane mreže kod kojih je svaki čvor povezan sa proizvoljnim brojem susednih čvorova.



Slika 4: Osnovne vrste proračunskih mreža: a) strukturirana mreža; b) multiblok strukturirana mreža; c) nestrukturirana mreža.

Svi navedeni tipovi mreže imaju svoje prednosti i nedostatke koji se mogu iskazati kroz dva atributa: lakoća generisanja mreže i tačnost predstavljanja geometrije. Strukturirane mreže se veoma lako generišu, ali im je tačnost predstavljanja geometrije slaba strana. Zbog postojanja krute strukture veoma je otežana diskretizacija komplikovanih geometrija jer se tada dobijaju mreže sa veoma velikim brojem elemenata/ćelija. Sa druge strane, nestrukturirane mreže nude veoma veliku geometrijsku fleksibilnost i u mogućnosti su da uz primenu neuporedivo manjeg broja elemenata u odnosu na strukturirane mreže postignu veće poklapanje sa stvarnim fizičkim domenom. Međutim, ova prednost je praćena neuporedivo kompleksnijom procedurom generisanja mreže. Multiblok mreže se po pitanju mogućnosti nalaze između ova dva tipa proračunskih mreža.

2.2.2 Diskretizacija jednačina

Tri osnovne metode koje se danas koriste za diskretizaciju jednačina su:

- metoda konačnih elemenata;
- metoda konačnih razlika;
- metoda kontrolnih zapremina.

Metoda konačnih elemenata (MKE) je najzastupljenija tehnika numeričkog rešavanja nelinearnih diferencijalnih jednačina [40]. Osnovna karakteristika joj je korišćenje nestrukturirane mreže i čuvanje vrednosti promenljivih na čvornim mestima. Naime, sistemi linearnih jednačina koji su proizvod primene ove vrste diskretizacije pišu se za čvorna mesta, a ne za ćelije/elemente. Vrednosti zavisnih promenljivih u tačkama se dobijaju interpolacijom pomoću bazisnih funkcija. Do danas je razvijeno više različitih podvarijanti ove metode, ali se uglavnom koristi Galjorkinova šema zasnovana na ponderisanim rezidualima. Najveća prednost ove metode leži u činjenici da koristi nestrukturiranu mrežu koja nudi mogućnost tačne diskretizacije vrlo komplikovanih geometrija uz veoma veliku fleksibilnost u pogledu promenljive gustine mreže. Ova fleksibilnost dolazi u sklopu sa velikom zahtevnošću u pogledu procesorskog vremena i zahtevane radne memorije računara po jednom elementu. Zbog toga se kod određivanja graničnih uslova pri livenju, metoda konačnih elemenata koristi skoro isključivo u slučajevima kada je neophodno pratiti određenu pokretnu faznu granicu, a koja se javlja u slučajevima upotrebe vlažnih kalupa ili neophodnosti tačnog praćenja fronta očvršćavanja legure [41].

Metoda konačnih razlika (MKR) koristi strukturirane tipove mreže, a aproksimaciju vladajućih parcijalnih diferencijalnih jednačina vrši razlaganjem njihovog nekonzervativnog oblika u Tejlorov red u okolini čvornih mesta. Za razliku od MKE metode, gde je zahvaljujući primeni bazisnih funkcija moguće pronaći vrednost aproksimacije zavisne promenljive u bilo kojoj tački fizičkog domena, u ovoj metodi se podrazumeva da je nezavisna promenljiva konstantna unutar jedne ćelije (dobijaju se tkz. tačkaste procene). Zbog toga se čvorna mesta nad kojima se definišu sistemi linearnih jednačina nalaze u sredini ćelija mreže, a ne u preseku zidova elemenata, kao što je to slučaj kod MKE metode. Zahvaljujući jednostavnosti implementacije i činjenici da uobičajena jednodimenzionalnost sistema zadržava broj ćelija neophodnih za adekvatnu prostornu diskretizaciju na prihvatljivom nivou, MKR je najčešće korišćena numerička metoda u oblasti određivanja graničnih uslova pri livenju u peščanim kalupima.

Metoda kontrolnih zapremina (MKZ) predstavlja generalizaciju MKR metode i zavisno od implementacije može koristiti i strukturirane i nestrukturirane mreže [2]. Nepoznate promenljive obično su povezane sa ćelijama i smatra se da predstavljaju prosečnu vrednost ćelije. Za razliku od prethodno razmatranih metoda (MKE i MKR) gde se jednačine rešavaju u diferencijalnom nekonzervativnom obliku, osnovna odlika MKZ metode jeste rešavanje vladajućih jednačina u njihovom integralnom obliku. To znači da se pri rešavanju polazi od zakona održavanja energije za svaku pojedinačnu zapreminu. Time je njegovo zadovoljavanje uvek zadovoljeno i postižu se znatno bolja stabilnost i izbegavanje nerealnih gubitaka energije koji su u velikom broju slučajeva prisutni kod prethodnih metoda [42]. Ipak, treba napomenuti da MKZ i MKR metode daju isti sistem jednačina u slučajevima rešavanja jednodimenzionalnog problema kod kojih se kod MKZ metode promenljiva linearno interpolira između čvornih tačaka.

2.3 Koeficijent prenosa toplote

Prvi istraživači koji su detaljnije ispitivali dinamiku i fizičke mehanizme prenosa toplote u sistemu odlivak–kalup bili su Ho i Pelke (*Pehlke*) [43–45]. Predložili su postojanje tri osnovna stanja međupovršine: usaglašeni kontakt, neusaglašeni kontakt i zazor, slika 5. Pretpostavili su postojanje usaglašenog (savršenog) kontakta između tečnog rastopa i kalupa. Tokom vremena ovaj kontakt se neprekidno smanjuje čime se povećava diskontinuitet temperaturnog profila tj. dolazi do pada vrednosti koeficijenta prenosa toplote (KPT). Dokazali su postojanje sva tri stanja međupovršine na gornjoj površini cilindričnog odlivka i samo prva dva u slučaju donje površine gde ne dolazi do pojave zazora usled dejstva gravitacije.



Slika 5: Tri osnovna stanja međupovršine: a) usaglašeni kontakt; b) neusaglašeni kontakt, c) zazor.

Dinamika stvaranja zazora i njen uticaj na KPT pri očvršćavanju čistog aluminijuma i Al–13,2%Si legure odlivaka cilindričnog i pločastog oblika u kalupima različite krutosti ispitivana je od strane Nišide Jošinorija (*Nishida Yoshinori*) i saradnika [46]. Poređenjem krivih zazor–vreme i KPT–vreme uočili su da sa rastom zazora dolazi do izrazitog pada vrednosti KPT-a. Rezultati su takođe pokazali i da se pri očvršćavanju pločastih odlivaka u kalupima manje krutosti, zid kalupa prvo pomera ka odlivku pritiskajući ga, a tek kasnije udaljava i stvara zazor na međupovršini. Usled ove pojave, kod fleksibilnijih kalupa ne treba očekivati kontinuirano smanjenje vrednosti KPT-a usled stvaranja zazora. Zbog povećanog pritiska tokom "guranja" rastopa od strane kalupa dolazi do početnog porasta KPT-a. Tokom analize rezultata autori su primetili značajna odstupanja u pomeranjima površina kalupa i odlivka u početnim stadijumima merenja. Uobičajena logika nalaže da će rastop tada kvasiti površinu kalupa i da će kretanje površine odlivka pratiti kretanje kalupa. Merenja međutim to nisu pokazala. Autori su ovu pojavu objasnili nedovoljnom čvrstoćom prvobitne kore koja se stvorila oko poluge senzora usled čega očitavanje pomeranja odlivka ne mogu biti ispravna u prvobitnim stadijumima očvršćavanja. Ova greška je bila izrazitija kod Al–13,2%Si legure nego kod čistog aluminijuma.

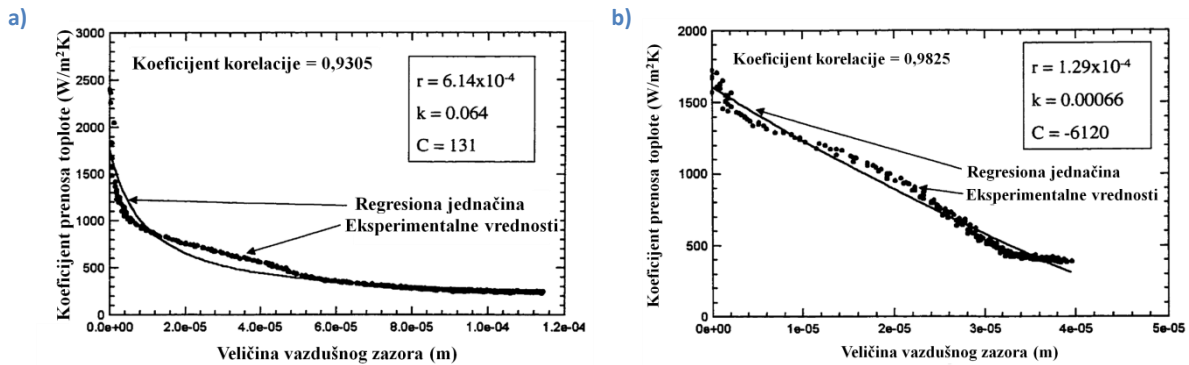
Promene KPT u zavisnosti od zazora kod odlivka oblika cilindra prečnika 60 mm obradio je Majkl Trovant (*Michael Trovant*) u svojoj doktorskoj disertaciji i radovima koji su proistekli iz nje [47–49]. Sprovedeno istraživanje je bilo obimno i obuhvatilo je četiri materijala rastopa (kalaj, čist aluminijum i A356 i A206 legure aluminijuma) i tri materijala kalupa (grafit, bakar i pesak). Uočene su četiri karakteristične faze nastanka zazora na međupovršini odlivak–kalup:

1. Prva faza počinje neposredno nakon ulivanja i jedini mehanizam prenosa toplote jeste provođenje sa rastopa na kalup.
2. Druga faza nastupa nakon očvršćavanja tanke kore na površini odlivka. Prenos toplote se može odvijati na tri načina: zračenjem, provođenjem kroz uzvišenja na hrapavim površinama odlivka i kalupa koja su u kontaktu i provođenjem kroz gas koji se nalazi u džepovima na međupovršini.
3. Treća faza nastupa nastankom zazora između odlivka i kalupa.
4. Četvrta faza nastupa nakon što zazor tokom skupljanja poraste dovoljno da se hrapavosti odlivka i kalupa mogu zanemariti.

Zahvaljujući izmerenim krivama KPT–vreme i zazor–vreme Trovant je dobio krivu KPT–zazor i uz pomoć nje pronašao sledeću korelaciju [47]:

$$h = \frac{1}{k^T \cdot A + r^T} + C^T \quad (2.31)$$

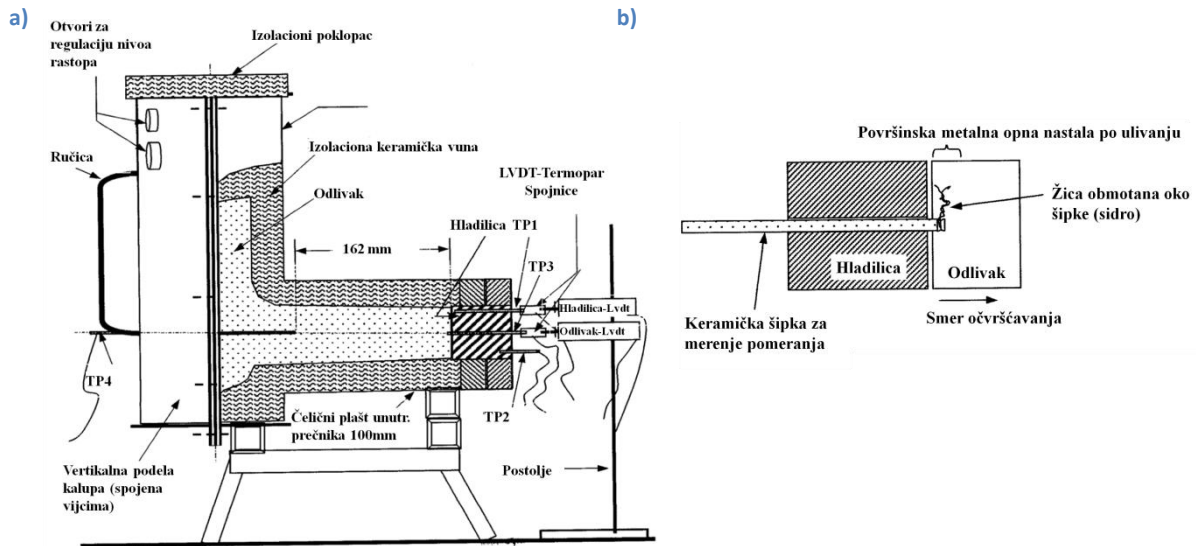
gde su k^T , r^T i C^T koeficijenti koji se dobijaju regresionom analizom eksperimentalno dobijenih krivih i A vrednost zazora. Nekoliko tipičnih rezultata iz ovog istraživanja prikazano je na slici 6.



Slika 6: Zavisnost KPT od zazora u sistemu: a) čist aluminijum–grafitni kalup, b) A356–grafitni kalup, [47]

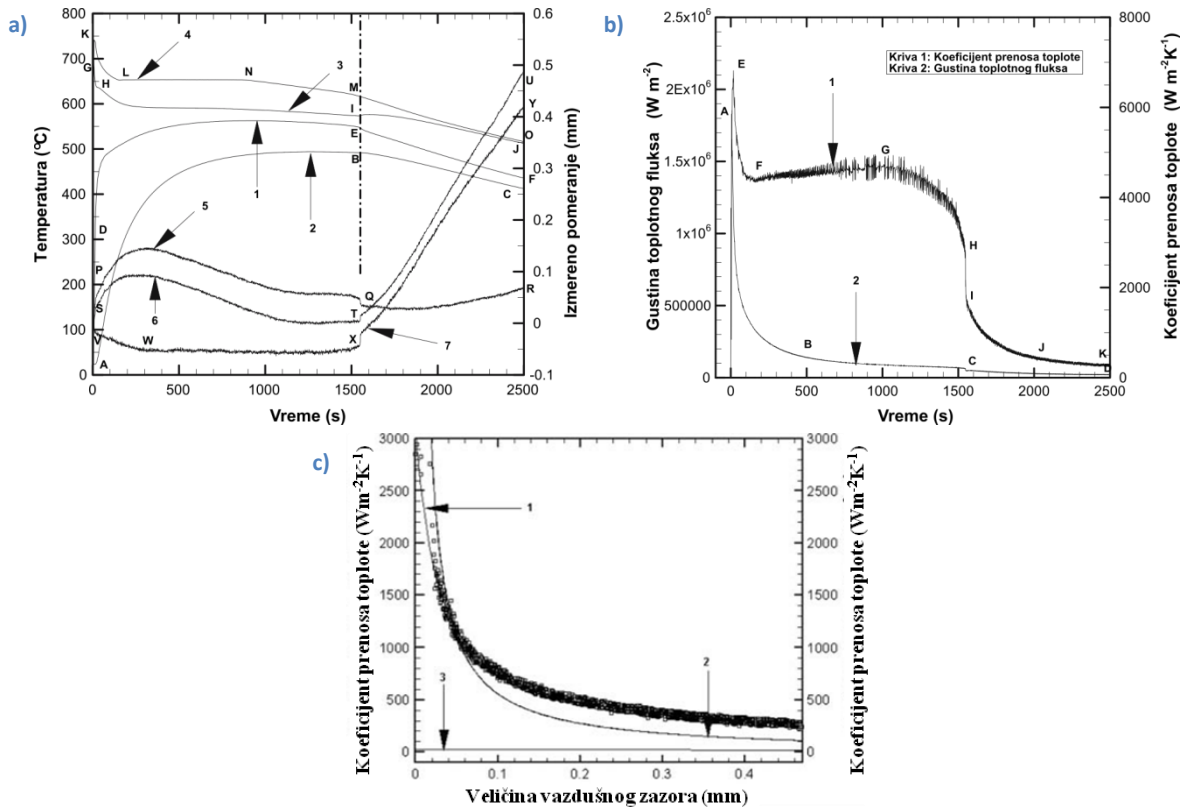
Ono što se posebno treba istaći jesu problemi sa merenjem vazdušnog zazora. Kod merenja pomeranja zida odlivka od kalaja, koji ima mali koeficijent skupljanja, vrednost zazora je bila suviše mala i nije se mogla precizno izmeriti. Rezultati su zbog toga bili analizirani vrlo grubo i kvalitativno. Problemi su uočeni i pri merenju skupljanja odlivaka od A356 legure. Pomenuta legura ima širi interval očvršćavanja pa su merenja u početnom periodu (sve dok očvrsla kora ne dobije dovoljnu čvrstinu oko poluge za merenje) vrlo neprecizna. Iz sličnog razloga metoda se pokazala kao potpuno neprimerena i za merenje očvršćavanja u pešćanim kalupima. U ovom slučaju usled male čvrstoće mešavine nije bilo moguće izmeriti pomeranje zida kalupa. U eksperimentima u kojima je onemogućeno direktno merenje veličine zazora Trovant i saradnici su predložili primenu algoritma za proračunavanje vrednosti vazdušnog zazora numeričkim putem, zahvaljujući kojem se dobija kriva zazor–vreme koja se može koristiti za prethodnu korelaciju [50]. Nažalost, precizniji algoritmi za proračun zazora na međupovršini zahtevaju poznavanje veličina kao što su entalpija i entropija praznina na frontu kristalizacije [51], a koje obično nisu poznate.

Trovantov rad je nastavio Bazil Kouts (*Basil Coates*) koji je usavršio metod izračunavanja KPT-a tako što je umesto jednostavnog energetskog bilansa upotrebio Bekovu iterativnu metodu. Uz pomoć aparature prikazane na slici 7 ispitivan je uticaj hrapavosti na različite sisteme odlivak–kalup. Kao što se iz tabele 1 može primetiti, rezultati su pokazali da sa porastom hrapavosti dolazi do pada vrednosti KPT-a. Ovi rezultati su u skladu sa prethodnim istraživanjem Kornelijusa Muojekvua (*Cornelius Muojekwu*) i saradnika koji su eksperimente vršili potapanjem hladilica u rastop [52]. Kao i u prethodnim pokušajima merenja zazora koje su sproveli Trovant i Nišida [46,47], i u uvodnim merenjima ovog ispitivanja pojavili su se veliki problemi usled slabe veze poluge uređaja za merenje zazora i odlivka. Kako bi se ova pojava smanjila na poluzi je napravljen žljeb duž obima poluge i oko njega je obmotana tanka žica prečnika 0,255mm. S obzirom da je ova poluga ujedno služila i kao izolator kroz koji prolazi termopar za merenje temperature površine odlivka, ostaje nejasno u kom obimu je ova tehnika narušila rezultate merenja.



Slika 7: Eksperimentalna postavka iz Koutsovog istraživanja [53,54]

Rezultati merenja KPT-a i zazora pri očvršćavanju čistog aluminijuma u kontaktu sa čeličnim kalupom hrapavosti $Ra = 1,41 \mu m$ prikazani su na slici 8. Nakon karakterističnog početnog maksimuma u vrednostima KPT-a (segment A–E–F), kriva KPT–vreme pokazuje blagi uzlazni trend sve do početka procesa nastanka zazora. U trenutku njegovog konačnog formiranja (segment H–I–J) dolazi do naglog pada vrednosti KPT-a sve do nekih minimalnih i približno konstantnih vrednosti. Za konačnu analizu rezultata iskorišćena je postojeća Trovantova korelacija KPT–zazor data izrazom (2.31). Podesnost ove korelacije može se uočiti na slici 8c. Poklapanje eksperimentalno dobijenih vrednosti i korelacione krive je veoma precizno, sa vrednošću koeficijenta korelacije $R=0,991$.



Slika 8: Tipični eksperimentalni rezultati iz Koutsovog istraživanja [53]

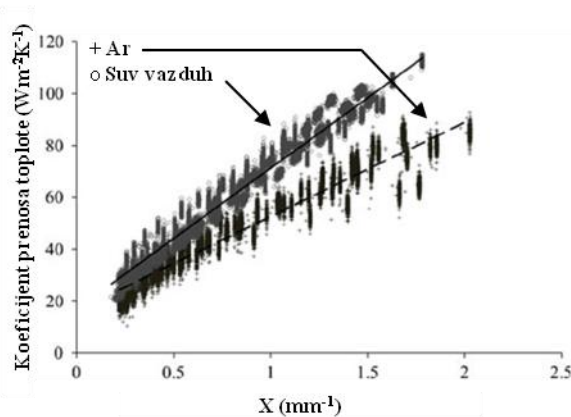
Opšteprihvaćeno objašnjenje pojave pada KPT-a sa rastom hrapavosti jeste smanjenje efektivne površine kontakta između rastopa i kalupa usled dejstva površinskog napona. U dolinama neravnina međupovršine ostaju gasovi zaostali tokom ulivanja koji usled znatno manje provodljivosti povećavaju otpor prenosu toplote sa odlivka na kalup [55–57]. Stoga se može očekivati rast KPT-a sa porastom metalostatičkog pritiska usled bolje usaglašenosti površina odlivka i kalupa. Fardi Ilkiči (*Fardi Ilkhichy*) i saradnici [58,59] su posmatrali uticaj dejstva pritiska na KPT tokom očvršćavanja A356 legure u čeličnom kalupu tako što su 10 s nakon ulivanja stavljali tegove odgovarajuće težine. Na ovaj način se nije mogao dobiti uticaj na stvarnu maksimalnu vrednost KPT-a s obzirom da je na početku procesa dejstvovao samo atmosferski pritisak. Međutim, dokazan je veliki uticaj povećanog pritiska te je nakon postavljanja tega, KPT rastao na vrednosti koje su premašivale početni maksimum. Data je i empirijska korelacija koja je pokazala veoma dobru tačnost sa eksperimentalnim podacima kako pomenutog rada tako i sa ispitivanjima očvršćavanja pri livenju u poluočvrslom (testastom) stanju gde pritisak takođe deluje na odlivak čija je površina ispod likvidus temperature.

$$h = 0,0011p^3 + 0,112p^2 + 6,605p + 2924,57 \quad (2.32)$$

U jednačini (2.32) p predstavlja spoljašnji pritisak koji deluje na odlivak. Sličnu jednačinu zavisnosti KPT-a od pritiska razvio je i Mirbageri (*Seyed Mohammad Hossein Mirbagheri*) [60,61]. Trebalo bi napomenuti da je otkriveno da je značajniji uticaj metalostatičkog pritiska primetan samo kod legura sa širim intervalom očvršćavanja tj. pri zapreminskom očvršćavanju [28,62]. U slučaju slojevitog očvršćavanja krutost prvobitno formirane kore odlivka sprečava rast kontakta između odlivka i kalupa usled povećanog pritiska i izostaje bilo kakva korelacija između ove dve veličine.

Prethodna ispitivanja razmatrala su uticaj metalostatičkog pritiska. Međutim, uzimajući u obzir veličinu osetljivosti KPT-a na promenu pritiska, pomenuti mehanizmi bi mogli imati ulogu i na promenu KPT-a usled dinamičkog pritiska tokom gravitacionog ulivanja rastopa [63].

Logična pretpostavka jeste da pored veličine zazora značajan uticaj na KPT ima i vrsta gasa koji se nalazi u njemu. Obično je hemijski sastav gasa posledica mešanja okolnog vazduha, isparenja i produkata reakcije rastopa i materijala kalupa. Samim tim je i ovaj uticaj lako zanemariti s obzirom da malo varira i obično je uzet u obzir samom postavkom eksperimenta. Međutim, još ranije je pokazano da se uduvavanjem helijuma, kao gasa relativno velike provodljivosti, može postići smanjenje vremena očvršćavanja. Uticaj ovog postupka na promenu KPT-a ispitivali su Argiropoulos (*Stavros Argyropoulos*) i Karleti (*Horazio Carletti*) [64] i pokazali su da helijum ne utiče samo na porast KPT-a nakon nastanka gasnog zazora. Njegov uticaj je zbog njegovog zadržavanja u neravninama kalupa prisutan i dok je rastop još uvek u tečnom stanju. Vreme od ulivanja pa do nastanka zazora se smanjuje čak i do 34% pri čemu se tokom tog vremenskog perioda postižu više vrednosti KPT-a i za 48%. Pored mogućnosti povećanja KPT-a, gasom se u slučaju potrebe može uticati i na smanjenje intenziteta prenosa toplote sa odlivka na kalup. Prasad [65–67] je pokazao da je KPT skoro identičan ukoliko se u međupovršinu uduvavaju suvi vazduh ili azot koji imaju slične provodljivosti, ali se može značajno smanjiti ukoliko se uduvava argon, slika 9.



Slika 9: Uticaj međupovršinskog gasa na KPT; X je recipročna vrednost veličine zazora tj. $X=1/A$; [65]

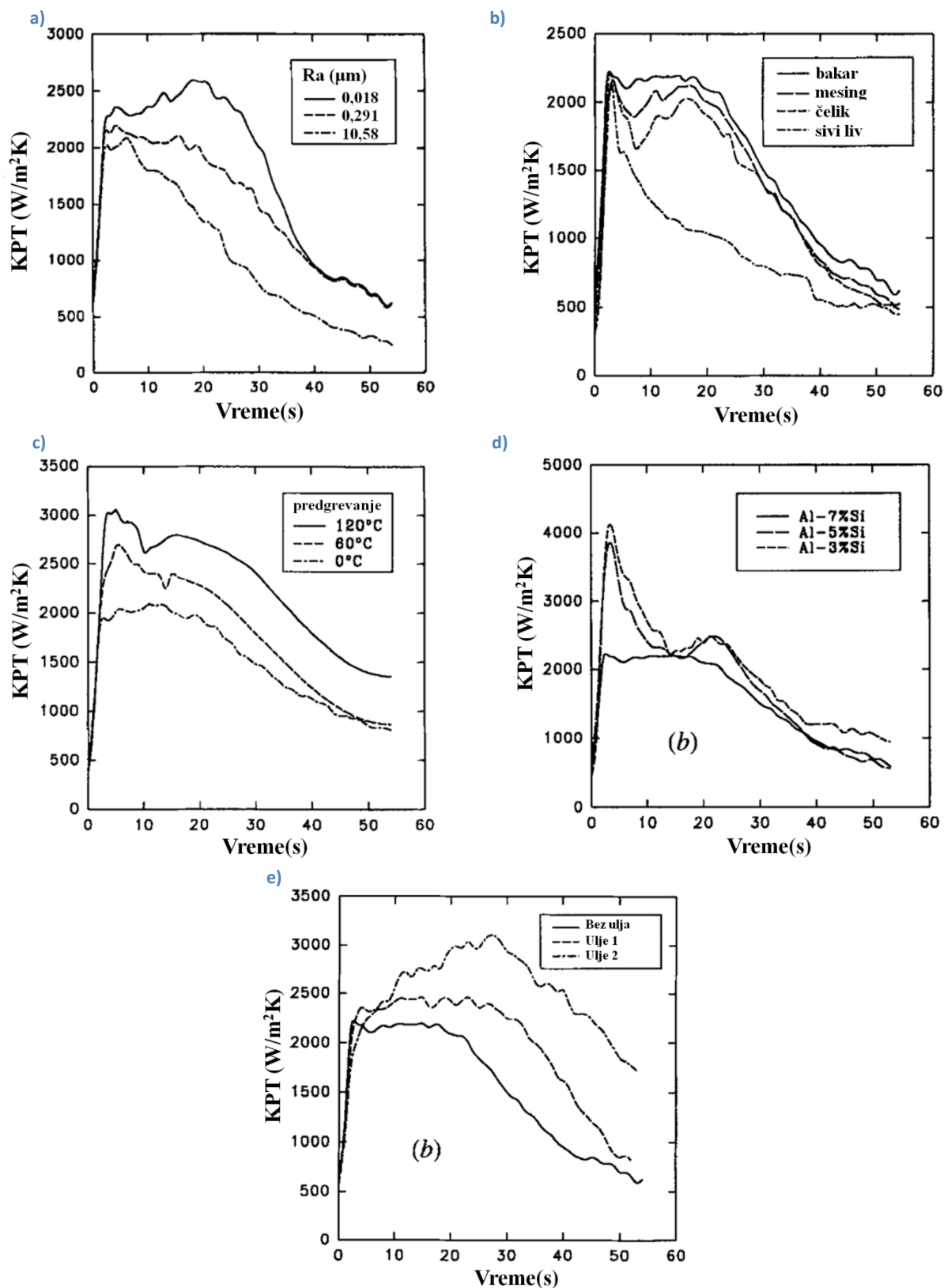
Osim direktnog uduvanja, toplotna provodljivost gasova se može menjati i nanošenjem različitih isparavajućih materija na površinu kalupa. Muojekvu i saradnici su ispitujući uticaj različitih uljanih lubrikanata koji se koriste pri kontinualnom livenju [52] primetili da se njihov uticaj na rast KPT-a povećava tokom vremena, slika 10e. Na osnovu ove činjenice su zaključili da je najverovatniji razlog razgradnja ulja usled visoke temperature i posledično oslobađanje gasova poput vodonika i ugljovodonika. Kako veliki broj produkata razgradnje ima veću provodljivost od vazduha, ovaj proces dovodi do efektivnog porasta KPT-a. U istom istraživanju su pored uticaja lubrikanata ispitani i uticaji hrapavosti, vrste materijala kalupa, hemijskog sastava legure i temperature pregrevanja. Rezultati pokazuju da je KPT viši ukoliko materijal kalupa ima veću toplotnu provodljivost. Ova pojava se povezuje sa sposobnošću materijala kalupa da odvede primljenu toplotu iz tankog površinskog sloja koji je u direktnom kontaktu sa odlivkom.

Analizirajući slike 10c i 10e može se primetiti rast KPT-a sa porastom temperature ulivanja ili smanjenjem sadržaja silicijuma. Autori su ove dve pojave objasnili na sledeći način. Sa porastom stepena pregrevanja rastopa dolazi do povećavanja njegove likvosti čime se olakšava popunjavanje površinskih neravnina kalupa i povećava efektivna površina kontakta. Takođe, pri nižim temperaturama pregrevanja prvobitno formirana kora odlivka biva deblja čime se olakšava njeno udaljavanje od kalupa i povećava gasni zazor. Objašnjenje je dodatno potvrđeno činjenicom da hrapavost odlivka raste uporedo sa povećavanjem temperature pregrevanja koju su opazili Lulu (*Tahar Loulou*) i saradnici [57]. Postoje istraživanja koja potvrđuju [68], ali i opovrgavaju [13] ove rezultate. Promena KPT-a sa smanjenjem silicijuma se povezuje sa sledećim faktorima:

- postoji blagi rast toplotne provodljivosti aluminijumskih legura sa smanjenjem udela silicijuma,
- temperatura ulivanja (za isti stepen pregrevanja) kod legura sa nižim sadržajem silicijuma je viša zbog rasta likvidus temperature.

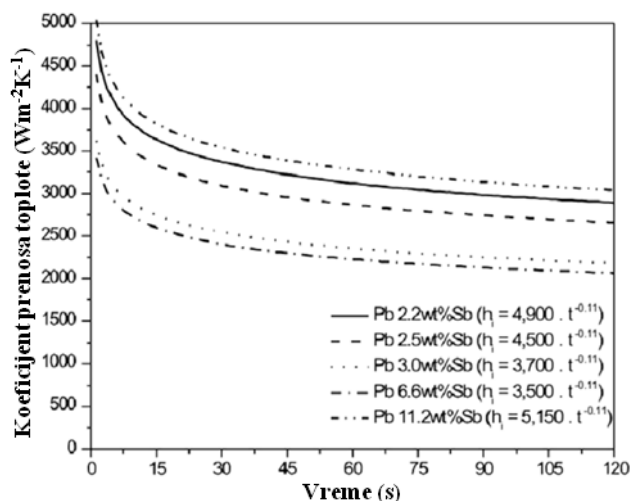
Trend rasta KPT sa opadanjem sadržaja silicijuma kod podeutektičkih Al–Si legura potvrđen je od strane još dve grupe autora [69,70].

Prethodno iznetu pretpostavku zavisnosti KPT-a od temperature pregrevanja dodatno su ispitivali Čeng (*Noé Cheung*) i saradnici [70]. Vršeći ispitivanja na Pb–Sb legurama otkrili su da je KPT direktno proporcionalan sa livkošću koju ima određena legura. Deo rezultata ovog istraživanja prikazan je na slici 11.

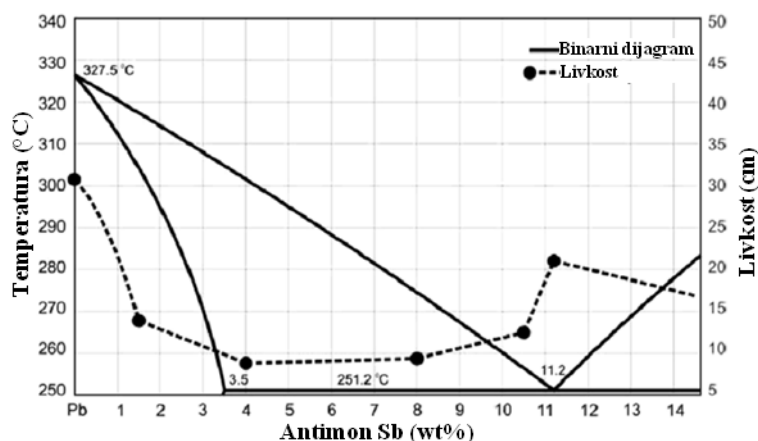


Slika 10: Uticaj različitih parametara na KPT: a) hrapavost bakarne hladilice pri pregrevanju od 30°C legure Al-7%Si; b) materijal hladilice pri pregrevanju od 30°C legure Al-7%Si; c) pregrevanje legure Al-7%Si u kontaktu sa bakarnom hladilicom; d) hemijski sastav rastopa pregrejanog za 30°C u kontaktu sa bakarnom hladilicom; e) vrsta ulja korišćenog kao lubrikant preko bakarne hladilice pri livenju Al-7%Si legure pregrejane za 30°C; [52]

a)



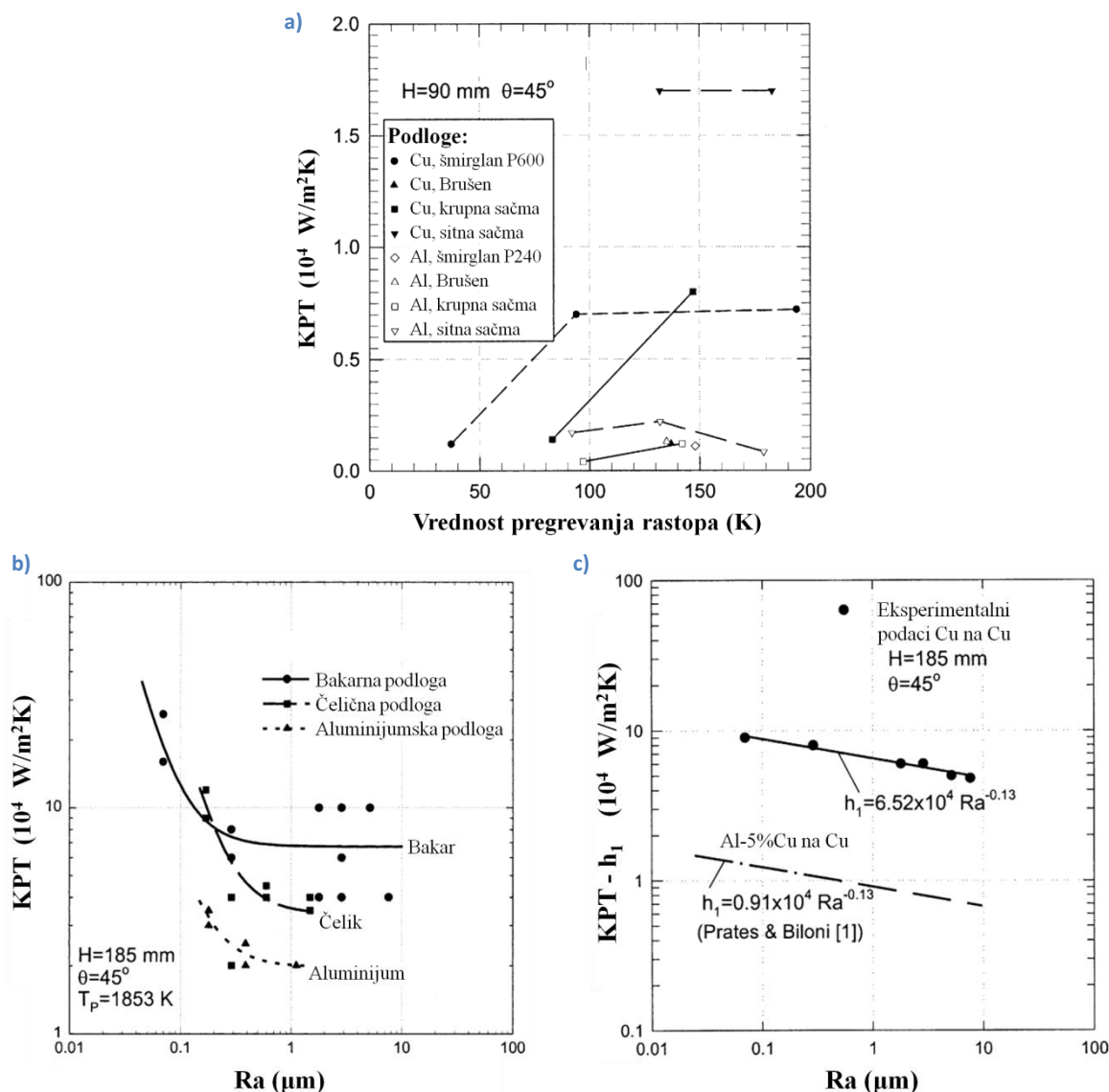
b)



Slika 11: a) Zavisnost KPT od hemijskog sastava kod Pb–Sb legura; b) Zavisnost livkosti od hemijskog sastava kod Pb–Sb legura; [70]

Vang (*Guoxiang Wang*) i Matis (*Eric Matthys*) su ispitivali uticaj hrapavosti i stepena pregrevanja na KPT pri očvršćavanju metalnih kapljica koje udaraju o metalnu podlogu izrađenu od različitih materijala [71]. Osnovni fokus istraživanja bio je KPT na samom početku kontakta rastopa sa kalupom. Iako je eksperimentalna postavka po priznanju autora bila prilično gruba rezultati pokazuju nekoliko veoma zanimljivih trendova. Potvrđen je uticaj pregrevanja rastopa na KPT, ali je pokazano da on značajno opada sa povećanjem hrapavosti kod bakarnih kalupa i da je skoro beznačajan kod aluminijumskih kalupa, slika 12a. Dijagrami na slikama 12b i 12c iskazuju uticaj hrapavosti. I u ovom slučaju se pokazalo da uticaj na KPT slabi sa povećanjem hrapavosti. Pri malim vrednostima Ra , blago povećanje hrapavosti doprinosi značajnom padu KPT-a. Pad KPT-a sa povećanjem Ra je kod hrapavijih kalupa zanemarljiv (obratiti pažnju da su dijagrami sa logaritamskom skalom). U radu je za opisivanje ovog fenomena predložena sledeća korelacija:

$$h_{\max} = C_1^{WM} Ra^{n^{WM}} + C_2^{WM} \quad (2.33)$$

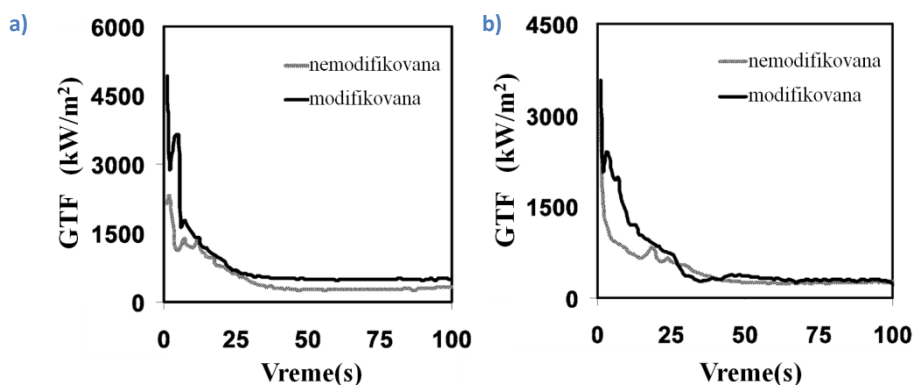


Slika 12: a) uticaj pregrevanja rastopa, materijala kalupa i načina pripremanja njegove površine (hrapavosti) na maksimalne vrednosti KPT pri očvršćavanju nikla; b) uticaj materijala kalupa i hrapavosti na maksimalne vrednosti KPT pri očvršćavanju nikla; c) uticaj hrapavosti kalupa na očvršćavanje bakra i Al–5%Cu legure u kontaktu sa bakrom; [71]

Na gornjim dijagramima može se uočiti još jedna zanimljivost. Pri niskim vrednostima hrapavosti bakarnog kalupa ($Ra < 0,5\ \mu\text{m}$), rastop nikla pokazuje znatno veći rast KPT-a sa padom hrapavosti od rastopa bakra. Vang i Matis su ovu pojavu povezali sa površinskim naponom dva rastopa. U slučaju bakra, nizak površinski napon omogućava lako zarobljavanje atmosferskih gasova na međupovršini što uzrokuje pad KPT-a usled njihove niske provodljivosti. Sa druge strane, usled visoke vrednosti površinskog napona, rastop nikla istiskuje gasove tokom uspostavljanja kontaktne površine čime se postiže bolji kontakt i veći KPT.

Narajan Prabu (*K. Narayan Prabhu*) i Ravišankar (*B. Ravishankar*) su istraživali uticaj tretmana modifikacije Al–Si legura na intenzitet prenosa toplote sa odlivka na čeličnu i bakarnu hladilicu [72]. U oba slučaja pokazano je da modifikacija rastopa povećava vrednosti GTF-a (prikazane na slici 13) i utiče na porast brzine hlađenja ($^\circ\text{C/s}$) u zoni hladilice za oko 350%. Prosečna vrednost GTF-a tokom prvih 10 s nakon ulivanja kod bakarne hladilice porasla je sa 1.305 na 2.340 kW/m^2 , a kod čelične

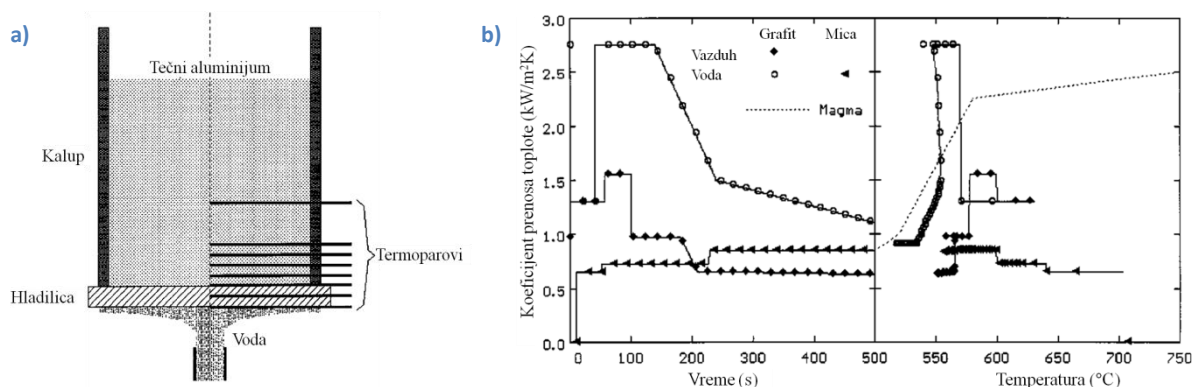
hladilice sa 1.021 na 1.844 kW/m^2 . Ovakva pojava je pripisana povećanoj kvašljivosti usled prisustva natrijuma s obzirom da dodatak od 0,005% natrijuma dovodi do pada površinskog napona za oko 10%. Kao dodatan razlog mogla bi se navesti i sama promena strukture. Kod nemodifikovane legure igličasta morfologija eutektičkog silicijuma sprečava efikasan kontakt između kalupa i odlivka. Sitna vlaknasta struktura silicijuma u modifikovanoj strukturi intenzivira prenos toplote usled povećanja elektronske toplotne provodljivosti [73].



Slika 13: Uticaj modifikacije rastopa na vrednost GTF-a kod: a) bakarnih hladilica; b) čeličnih hladilica; [72]

Prilikom livenja u trajnim kalupima uobičajena praksa nalaže upotrebu premaza. Kako se nalaze između rastopa i površine kalupa premazi direktno utiču na intenzitet prenosa toplote. Veličina tog uticaja zavisi od njihovog sastava, nivoa poroznosti, debljine, hrapavosti, mikrostrukture i načina nanošenja.

Velasko (*Eulogio Valesco*) i saradnici [74] su ispitivali uticaj različitih premaza na KPT pri kokilnom livenju aluminijumske legure slične AlSi8Cu3Fe leguri. Izgled njihove aparature i dobijeni rezultati prikazani su na slici 14.

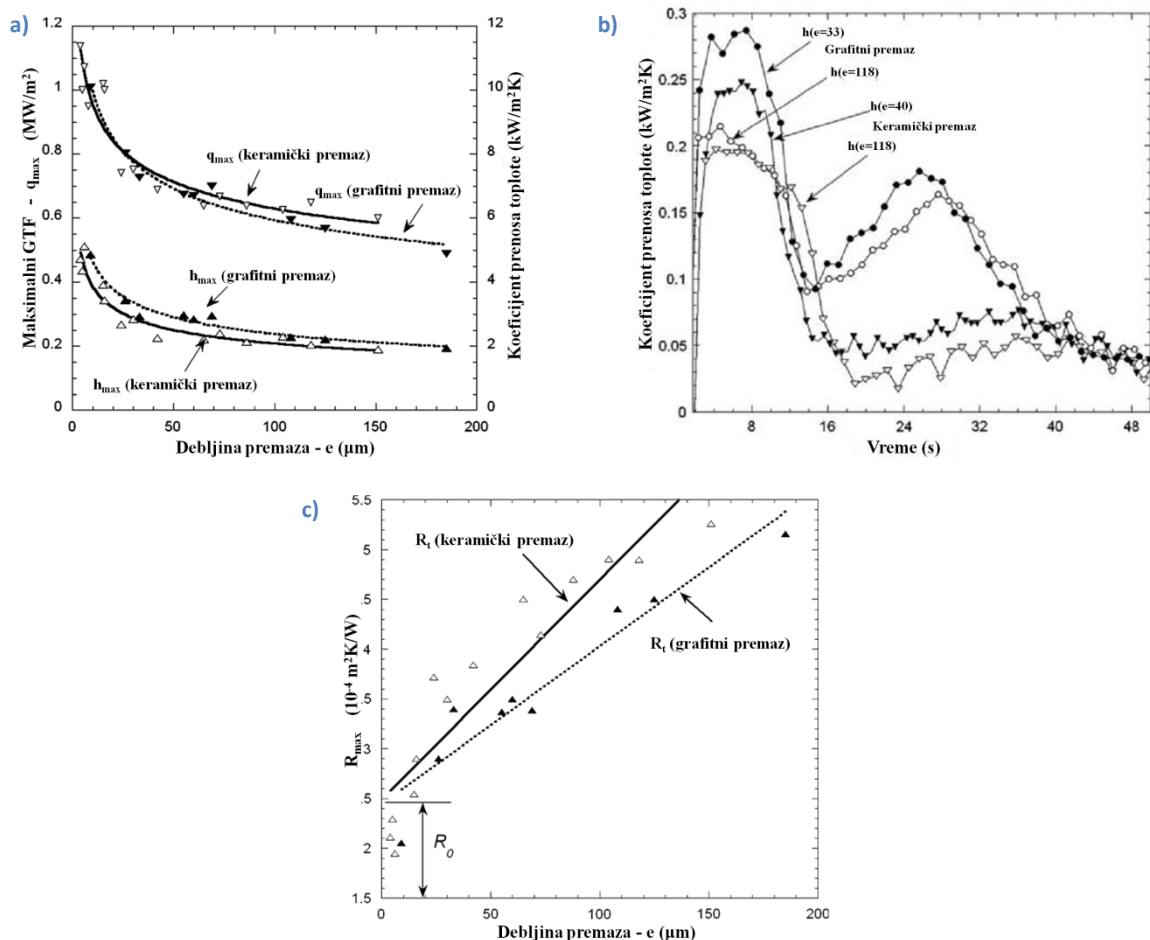


Slika 14: Eksperimentalna postavka i dobijeni rezultati iz reference [74]

Najveće vrednosti KPT-a ostvarene su upotrebom vodom hlađenog kalupa sa grafitnim premazom. Vodom hlađeni kalup sa keramičkim premazom na bazi liskuna je povezan sa najnižim vrednostima KPT-a, dok je kombinacija grafitnog premaza i vazdušnog hlađenja kalupa povezana sa srednjim vrednostima KPT-a. Kada su dobijene vrednosti KPT-a iskazali u zavisnosti od temperature površine odlivka uočen je jedinstven obrazac. KPT je na početku procesa relativno nizak, zatim raste do maksimalne vrednosti nakon čega ponovo opada. Ova pojava je objašnjena zavisnošću KPT-a od kinetike očvršćavanja. Niske vrednosti prenosa toplote u početnim stadijumima su posledica niže

toplodne provodljivosti rastopa u odnosu na očvrslu leguru. Nakon stvaranja prve dendritne mreže, KPT znatno raste do svoje maksimalne vrednosti. Posle početka eutektičke reakcije, skupljanje očvrsele kore dovodi do stvaranja zazora niske toplodne provodljivosti usled čega dolazi do smanjenja intenziteta prelaza toplote sa odlivka na kalup. Treba napomenuti da dobijene rezultate eksperimenta treba uzeti sa obazrivošću s obzirom na grubu eksperimentalnu postavku i relativno jednostavan matematički metod proračuna KPT-a.

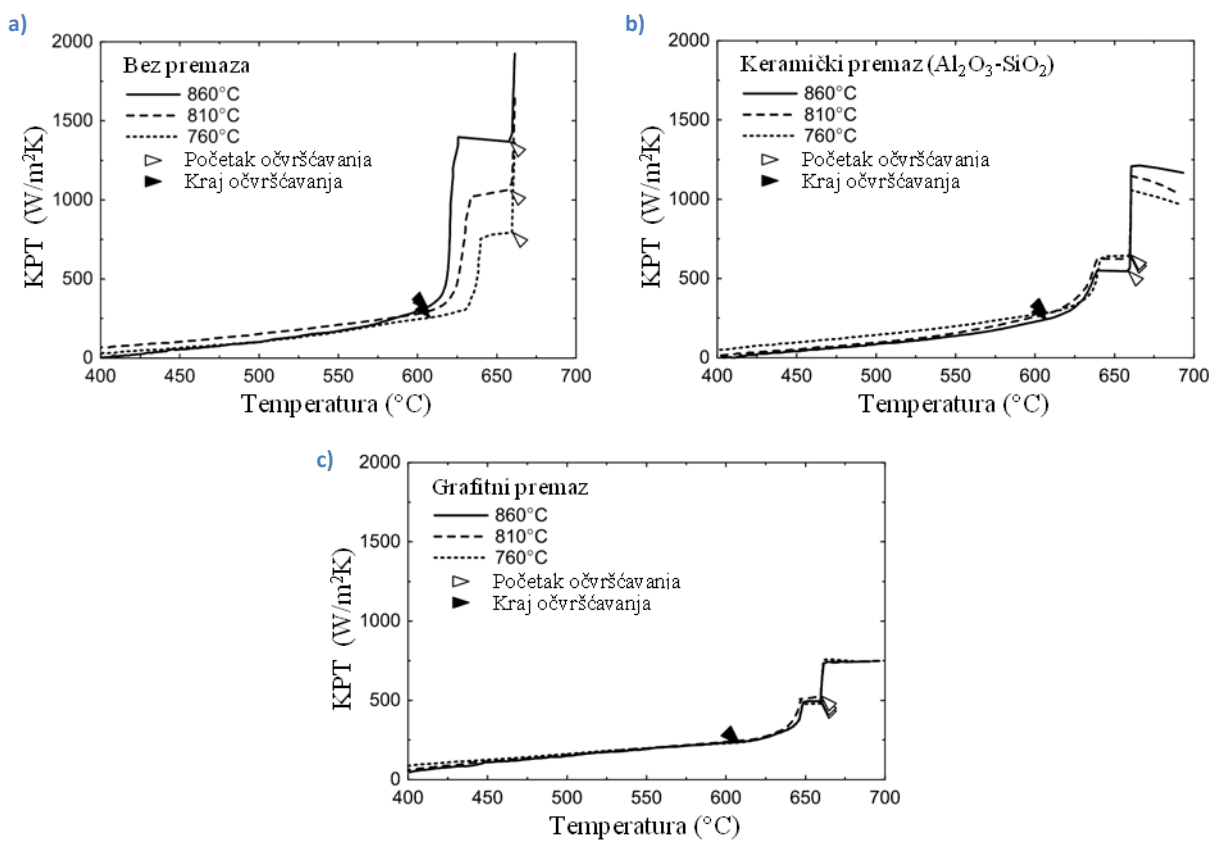
Zavisnost intenziteta prenosa toplote sa odlivka na kalup od debljine premaza ispitivana je od strane Hamasaida (*Anwar Hamasiid*) i saradnika [75]. Rezultati su pokazali da se maksimalne vrednosti GTF-a i KPT-a smanjuju sa povećanjem debljine premaza, ali je smanjenje znatno izraženije kod tanjih slojeva, slika 15. Izgleda da pored toplodne provodljivosti premaza (koja se najčešće smatra kao jedini uticajni parametar) značajnu ulogu u uticaju premaza na KPT ima povećavanje toplotnog otpora na površinama odlivak – premaz i premaz – kokila. Kod tankih premaza ovaj otpor verovatno ima dominantnu ulogu, slika 15c. Razlika u maksimalnoj vrednosti KPT-a između grafitnog i keramičkog premaza se pokazala kao veoma mala uprkos činjenici da grafit ima znatno veću toplodnu provodljivost.



Slika 15: Uticaj vrste i debljine premaza na intenzitet prenosa toplote: a) zavisnost maksimalne GTF i maksimalnog KPT od debljine; b) promena KPT tokom vremena za premaze različitog sastava i debljine; c) uticaj debljine premaza na maksimalnu vrednost toplotnog otpora međupovršine; [75]

Pri istraživanju uticaja premaza na KPT između čistog aluminijuma i bakarnog kalupa Kim i saradnici su dobili drugačiji trend: KPT je u slučaju grafitnog premaza bio niži nego kod keramičkog, slika 16.

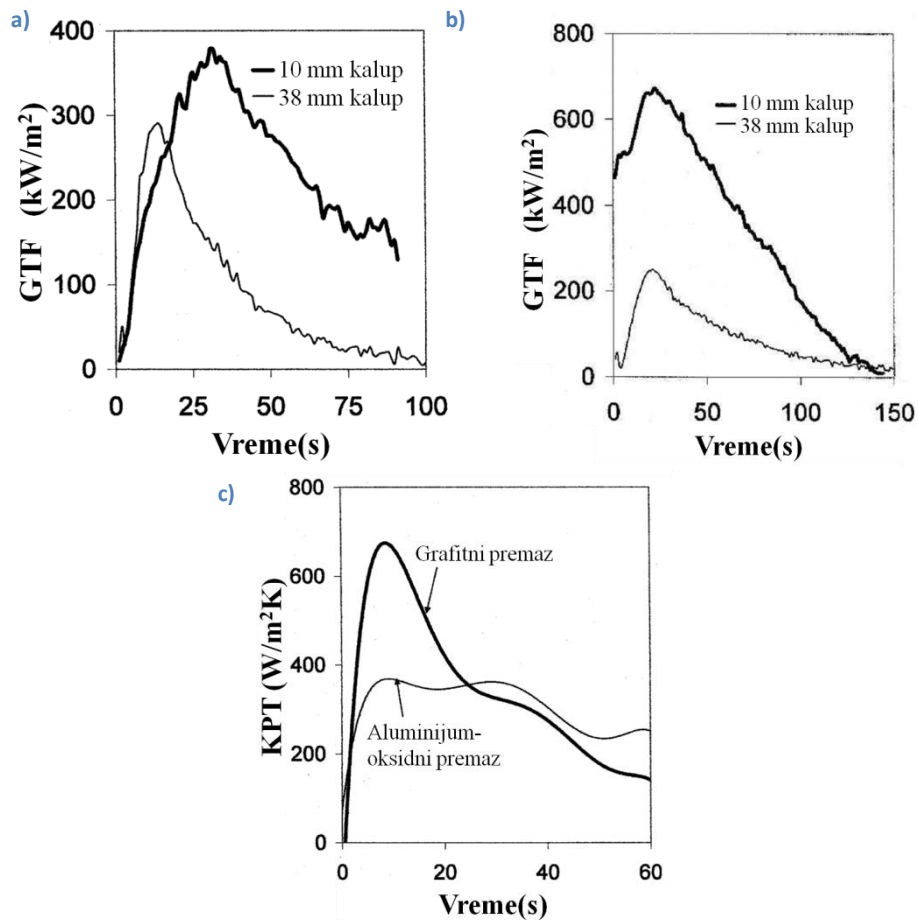
Ovaj rezultat, iako deluje suprotno intuiciji, pokazuje koliko zapravo otpori provođenju toplote na površini odlivak –premaz i premaz – kalup usled hrapavosti i kvašljivosti mogu da budu značajniji od otpora usled provodljivosti premaza. Takođe, ne treba izgubiti iz vida da nanoseni premazi uglavnom imaju veoma poroznu strukturu. Zbog toga na efektivnu toplotnu provodljivost premaza znatan uticaj imaju veličina i distribucija vazдушnih džepova, a ne samo provodljivost materijala premaza. Kako se prethodno navedene vrednosti tokom procesa livenja značajno mogu promeniti neophodno je biti veoma oprezan pri zadavanju graničnih uslova kod računarskih simulacija. Grifits (*William David Griffiths*) i Kawai (*Kawai*) [76] su tako pokazali da se nakon 30 ciklusa livenja hrapavost kalupa iskazana preko vrednosti R_z smanjuje za 30%. Dodatno, već nakon desetak ciklusa, usled dejstva metalostatičkog pritiska i pritiska usled ograničenja skupljanja tokom očvršćavanja, stepen poroznosti premaza smanjuje sa 32% na 23% što dovodi do porasta efektivne provodljivosti sa 0,8 W/mK na 0,93 W/mK.



Slika 16: KPT između čistog aluminijuma i cilindričnog bakarnog kalupa: a) bez premaza; b) sa keramičkim premazom; c) sa grafitnim premazom; [77]

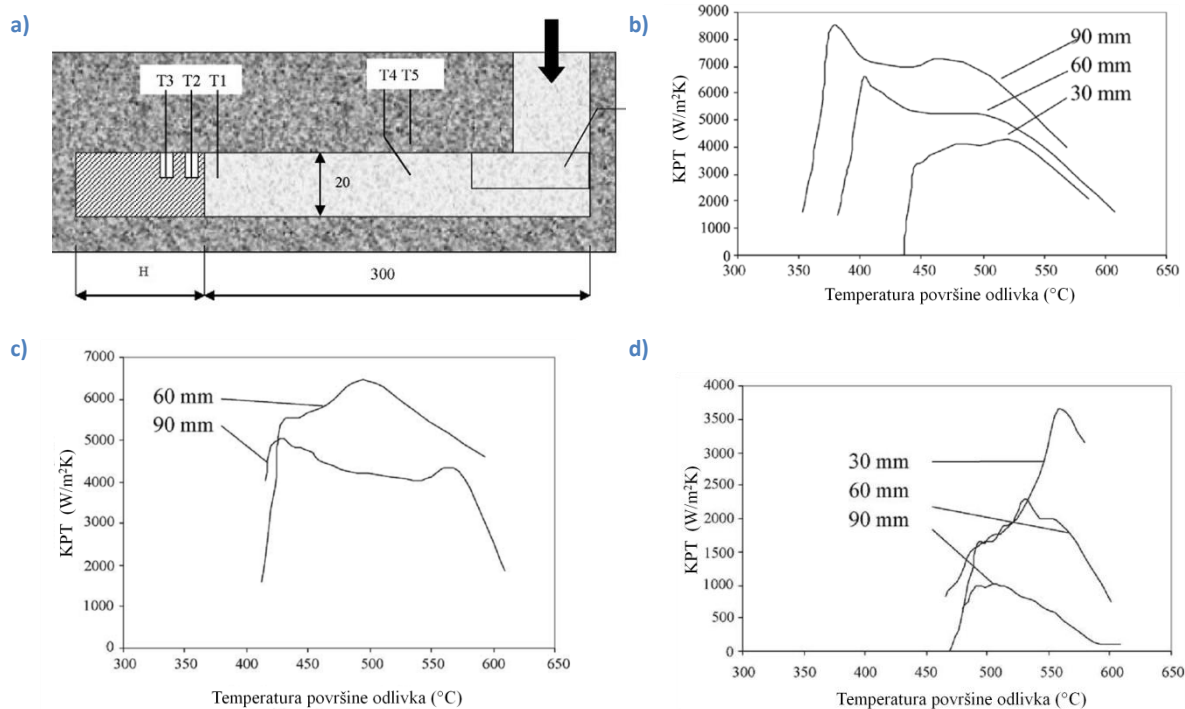
Narajan Prabu i saradnici su ispitivali prenos toplote pri livenju ravnih ploča od aluminijumske legure LM21 u kalupe od sivog liva [78]. Varirana je debljina zida kalupa (10 mm i 38 mm) i vrsta premaza (grafitni ili aluminijum–oksidni). U radu su date vrednosti KPT-a samo u zavisnosti od vrste premaza za tanje kalupe, dok je uticaj debljine zida kalupa je iskazan u vidu GTF-a. Analizom rezultata eksperimenta, koji su prikazani na slici 17, autori su zaključili da se smanjivanjem debljine kalupa intenzivira prenos toplote sa odlivka na kalup, što je najverovatnije posledica toplotne deformacije kalupa. Tanak zid kalupa od 10 mm je relativno fleksibilan i usled termičkog širenja ostaje u neposrednom kontaktu sa odlivkom tokom očvršćavanja. Sa druge strane, deblji zidovi kalupa poseduju veću krutost i lakše dolazi do stvaranja gasnog zazora na međupovršini kontakta. Kao

potvrda ovakvog objašnjenja mogu poslužiti rezultati njihovog prethodnog istraživanja sa hladilicama veće debljine (od 24 do 70 mm) gde je maksimum GTF-a bio konstantan [79]. Kao i u većini istraživanja ovakvog tipa, KPT je kod grafitnog premaza bio veći nego kod keramičkog.



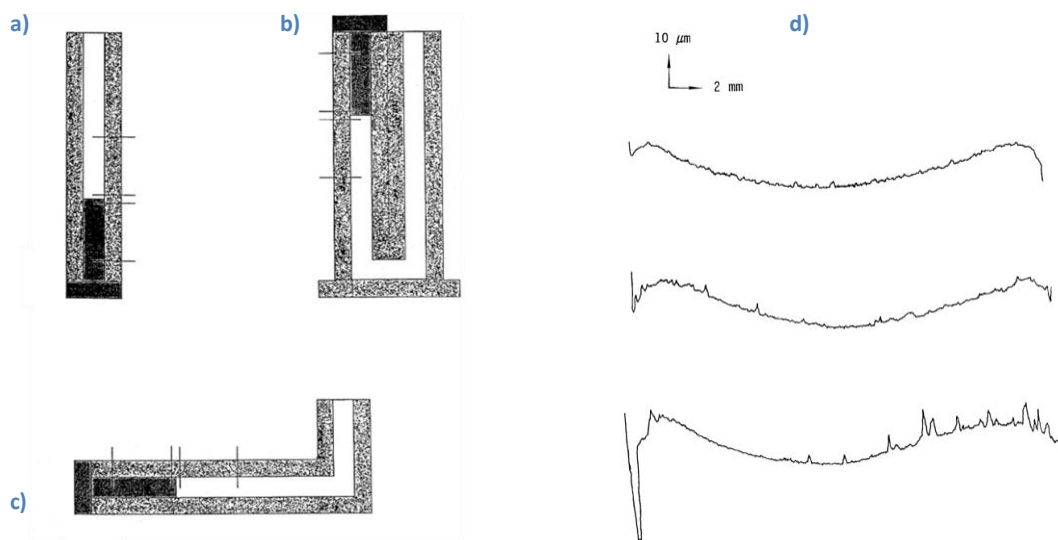
Slika 17: Vrednosti GTF-a i KPT-a za bočne zidove pri livenju Al-Si-Cu legure u kalup od sivog liva: a) grafitni premaz, b) aluminijum-oksadni premaz, c) 10mm debeo zid kalupa; [78]

Uticaj materijala i debljine hladilica pri livenju aluminijumske legure A356 u peščane kalupe ispitan je od strane Meneginija (*Andrea Meneghini*) i Tomesanija (*Luca Tomesani*) [80]. Primećeno je da debljina hladilice igra veliku ulogu s obzirom na uticaj toplotnog širenja i deformisanja hladilice na kontakt između nje i odlivka. U slučaju debljih bakarnih hladilica (od 60mm i 90mm), KPT je postepeno rastao tokom vremena do neke maksimalne vrednosti, dok su kod najtanje hladilice (debljine 30mm) vrednosti KPT skoro neprekidno opadale. Intenzitet prenosa toplote kod bakarnih hladilica je bio najintenzivniji kod najdeblje i opadao je sa smanjivanjem debljine hladilice. Kod hladilica od aluminijuma i sivog liva uočen je suprotan trend: sa rastom debljine hladilice došlo je do smanjivanja KPT-a.



Slika 18: Eksperimentalna postavka i dobijeni rezultati za bakarnu, aluminijumsku i hladilicu od sivog liva ; [80]

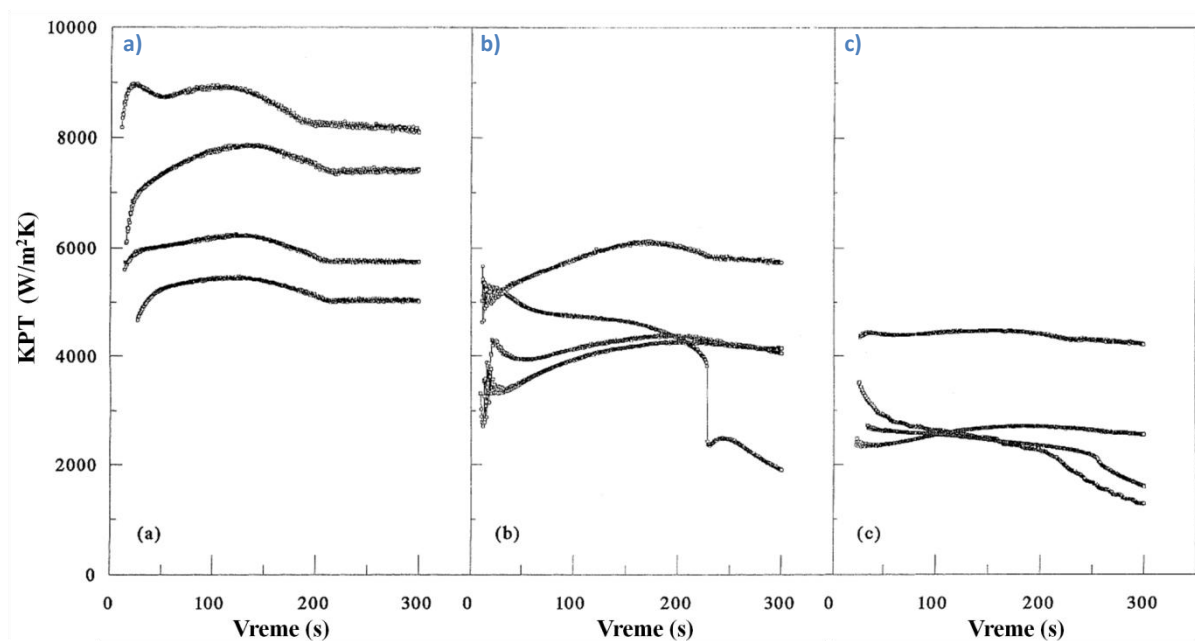
Treba napomenuti da je bez obzira na debljinu zida hladilice određen stepen njihove deformacije neminovan. Naime, s obzirom da dolazi do hlađenja kroz bočne zidove, temperaturno polje je uvek takvo da je najtopliji deo hladilice u njenoj osi. Toplotno širenje centralnih delova je veće i dolazi do stvaranja konveksnog oblika površine koja je u kontaktu sa odlivkom [81]. Samim tim i nastanak gasnog zazora je neravnomeran i počinje na periferiji znatno pre nego u centralnim delovima kontakta [82].



Slika 19: Eksperimentalna postavka za merenje KPT i dobijeni profil odlivaka u Griffiths-ovom ekperimentu [83]

Grifits [83] je ispitivao uticaj hrapavosti kalupa i orijentacije posmatrane površine odlivka na KPT pri očvršćavanju Al-7 wt% Si rastopa u dodiru sa bakrom. Rezultati eksperimenta nisu pokazali merljiv uticaj hrapavosti na KPT, ali su u dokazali da je očvršćavanje vertikalno ka gore (donja površina odlivka) povezano sa najvišim vrednostima KPT, dok je očvršćavanje vertikalno na dole (koje

odgovara gornjoj površini odlivka) dovodilo do najnižih vrednosti KPT. Horizontalno očvršćavanje imalo je srednje vrednosti KPT-a. Ovakvo ponašanje je objašnjeno uticajem gravitacije na pritisak u kontaktnoj zoni koji je najmanji na gornjoj i najveći na donjoj polovini odlivka. Tokom istog ispitivanja došlo se do još jednog zanimljivog otkrića. Svi odlivci su imali konveksno ispupčenje u obliku parabole. Veličina ispupčenja je bila ujednačena sa radijusom od oko 6m bez obzira na orijentaciju površine, slika 19 desno. Ove vrednosti se u principu poklapaju sa vrednostima modela koji je sa svojim saradnicima razvio Nijama (*Eisuke Niyama*) dok je ispitivao očvršćavanje kapljica rastopa težine 7–8 g na metalnoj podlozi [84–86]. Iako se redovi veličina dva eksperimenta znatno razlikuju, dobijeni rezultati su uporedivi. Nijamin model predviđa pojavu radijusa od 7 m što je u saglasnosti sa dobijenim eksperimentalnim rezultatima na pločicama prečnika 20 mm. Grubim razmatranjem uz pretpostavku da je srednja vrednost vazdušnog zazora $d = 7 \mu\text{m}$ i da je zazor popunjen vazduhom koji na temperaturi od oko 400 °C ima toplotnu provodljivost od $\lambda = 50 \text{ mW/m}^{-1}\text{K}^{-1}$, dobija se vrednost KPT-a od $h = \lambda/d = 7 \text{ kW}$.



Slika 20: Dijagram proračunatih vrednosti KPT tokom početnog stadijuma očvršćavanja Al –7 wt% Si legura za: a) donji zid odlivka; b) bočni zid; c) gornji zid odlivka; [83]

Red veličina KPT-a proračunatog na prethodno opisan način odgovara eksperimentalno dobijenim rezultatima za donju površinu odlivka na početku procesa tj. pre stvaranja makroskopskog zazora, videti sliku 20a. Ova činjenica ukazuje da je KPT kod ovih odlivaka pod uticajem deformacije očvrsele kore na površini odlivka. Nastavljajući svoj rad u ovom pravcu Grifits [87,88] je pokušao da napravi model KPT-a izveden iz prvih principa i došao je do sledećeg izraza:

$$h_i = \frac{h_c + h_v}{A_{nc}/A_i} + \frac{h_a}{A_a/A_i} \quad (2.34)$$

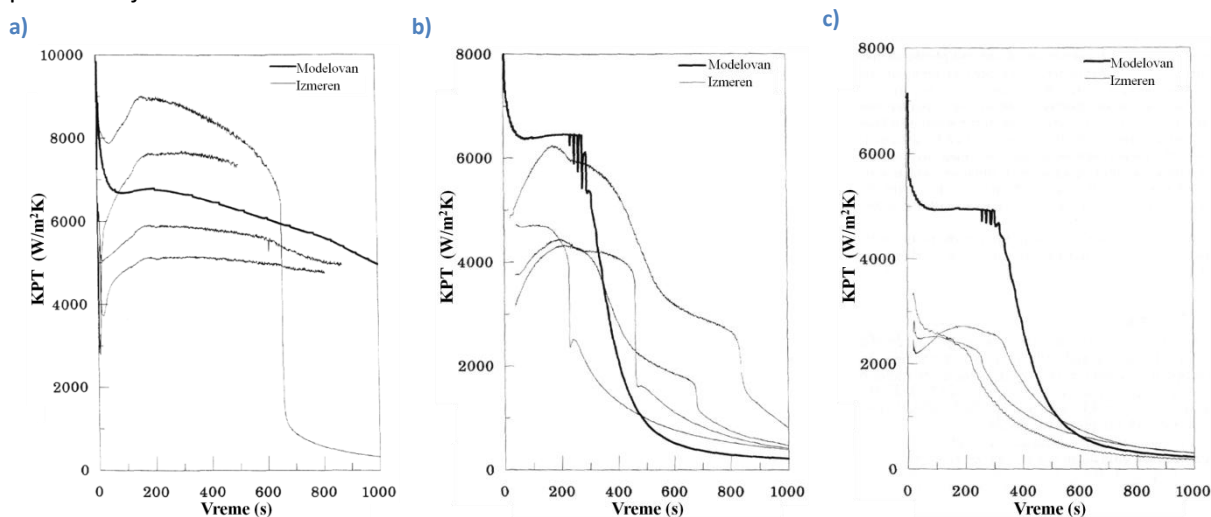
$$h_c = \frac{2\lambda_{hs}c_p r_c}{\phi_{ef}} \quad (2.35)$$

$$h_v = \frac{\lambda_{\text{vazduha}}}{d/2 + 2g} \quad (2.36)$$

$$h_a = \frac{\lambda_{\text{vazduha}}}{y_a + 2g} \quad (2.37)$$

gde su A_a površina prstena (anulusa) lokalnog razdvajanja, A_i ukupna veličina međupovršine, A_{nc} površina nominalnog kontakta, h_c KPT u dodirnim tačkama, h_v KPT u zazorima pri nominalnom kontaktu i h_a KPT preko spoljašnjeg prstena, λ_{hs} harmonijska sredina toplotnih provodljivosti odlivka i kalupa, c_p površinska gustina neravnina u kontaktu, r_c srednji radijus kontaktne površine, ϕ_{ef} geometrijski faktor koji uzima u obzir otpor prenosu toplote u tačkama stvarnog kontakta neravnina, $d/2$ srednje razdvajanje ravni u kontaktu u zavisnosti od hrapavosti površina i uslova plastične deformacije neravnina, g koeficijent temperaturnog skoka, y_a srednje razdvajanje dve površine u spoljašnjem prstenu koji okružuje zonu nominalnog kontakta proračunato na osnovu radijusa iz Nijaminog modela.

Poređenje ovako proračunatih vrednosti KPT-a i eksperimentalno utvrđenih Bekovim algoritmom prikazano je na slici 21.



Slika 21: Poređenje Grifitsovog modela KPT i eksperimentalno proračunatih vrednosti KPT za donju, bočnu i gornju površinu odlivka; [87,88]

Halam (*C.P. Hallam*) i Grifits su ispitivali uticaj debljine premaza, početne temperature kokile i hrapavosti odlivka i kalupa na KPT donje površine odlivka u kontaktu sa čelikom H13 [55]. S obzirom da premaz znatno utiče na hrapavost kalupa, iz prethodnog modela su mogli da budu zanemareni toplotni otpori usled deformacije prvobitne oksidne kore i otpori u dodirnim tačkama na vrhovima neravnina. Otkriveno je da se u tom slučaju prvobitni Grifitsov model KPT može značajno uprostiti tako da glasi:

$$h = \frac{1}{\frac{x_{\max} - 0,5R_{y(\text{premaz})}}{\lambda_{\text{premaz}}} + \frac{R_{z(\Sigma)}}{2\lambda_{\text{vazduh}}} + \frac{A}{\lambda_{\text{vazduh}}}} \quad (2.38)$$

gde je x_{max} maksimalna debljina premaza, $R_{y(premaz)}$ maksimalna visina profila premaza, $R_{z(\Sigma)} = \sqrt{R_{z(premaz)}^2 + R_{z(odlivak)}^2}$ sumarna hrapavost odlivka i premaza i A veličina vazdušnog zazora.

Model je uspeo da sa zadovoljavajućom tačnošću od oko $\pm 20\%$ predvidi vrednosti KPT-a za donju površinu kalupa. Otkriveno je da pri porastu debljine premaza Fosco DYCOTE 140ESS sa $100\ \mu m$ na $300\ \mu m$ vrednost KPT-a opadne sa $1.700\text{--}2.250\ W/m^2K$ na $900\text{--}1.000\ W/m^2K$. Takođe, uprkos činjenici da je odlivak dobijen u kontaktu sa kalupom prethodno zagrejanim na $300\ ^\circ C$ znatno hrapaviji, usled povećane provodljivosti vazduha, KPT je bio приметно виши u odnosu na livenje u kalupe na sobnoj temperaturi ($1.900\text{--}2.080\ W/m^2K$ naspram $1.200\text{--}1.470\ W/m^2K$). Značajan rezultat ovog istraživanja jeste otkriće razmere uticaja hrapavosti na izolaciona svojstva premaza. Naime, iako je uobičajeno shvatanje da premazi svojom niskom provodljivošću utiču na smanjenje KPT-a, svega 33% izolacionih svojstava kod $300\ \mu m$ premaza i 15% kod $100\ \mu m$ premaza su posledica izolacionih svojstava. Znatno veći doprinos je usled povećanja hrapavosti tj. efektivno povećavanje vazdušnog zazora prisutnog u neravninama na kontaktu kalupa i odlivka. Nažalost, iako značajno jednostavniji od prethodnog, i ovaj matematički model KPT-a zahteva poznavanje konačne hrapavosti odlivka kako bi se utvrdila efektivna debljina vazdušnog zazora. To je podatak koji zavisi od velikog broja parametara procesa i mora se empirijski utvrđivati. Na primer, Jajanada i Narajan Prabu su objavili da sa padom toplotne provodljivosti površinskih slojeva kalupa dolazi do smanjenja površinske hrapavosti odlivka [89]. Za kalupe bez premaza odnos površinske hrapavosti (Ra) odlivka i kalupa se smanjio sa 6,5 kod bakra na 0,5 kod čelika. U slučaju korišćenja premaza na površini ovaj odnos je bio konstantan i iznosio je 0,2.

Halam–Grifitsov model je nešto kasnije dorađen tako da pri proračunu debljine premaza uzme u obzir i hrapavost kalupa kao i da uzme u obzir efektivno povećanje površine kontakta usled dejstva pritiska [76]:

$$h = \frac{1}{R_{premaz} + \left(\frac{R_{vazduh} \times R_{kontakt}}{R_{vazduh} + R_{kontakt}} \right)} \quad (2.39)$$

$$R_{premaz} = \frac{x_{max} + 0,5R_{y(kalup)} - 0,5R_{y(premaz)}}{\lambda_{premaz}} \quad (2.40)$$

$$R_{vazduh} = \frac{R_{z(\Sigma)} - d_p}{2\lambda_{vazduh}} \quad (2.41)$$

$$R_{kontakt} = \frac{S_{m(\Sigma)}^2}{2\lambda_i} \sqrt{\frac{\pi}{A_i}} \quad (2.42)$$

$$d_p = \cos \beta \sqrt{\frac{p(S_{m(\Sigma)}^2)}{12R_{p0,2} \tan \beta}} \quad (2.43)$$

$$S_{m(\Sigma)} = \sqrt{S_{m(\text{premaz})}^2 + S_{m(\text{odlivak})}^2} \quad (2.44)$$

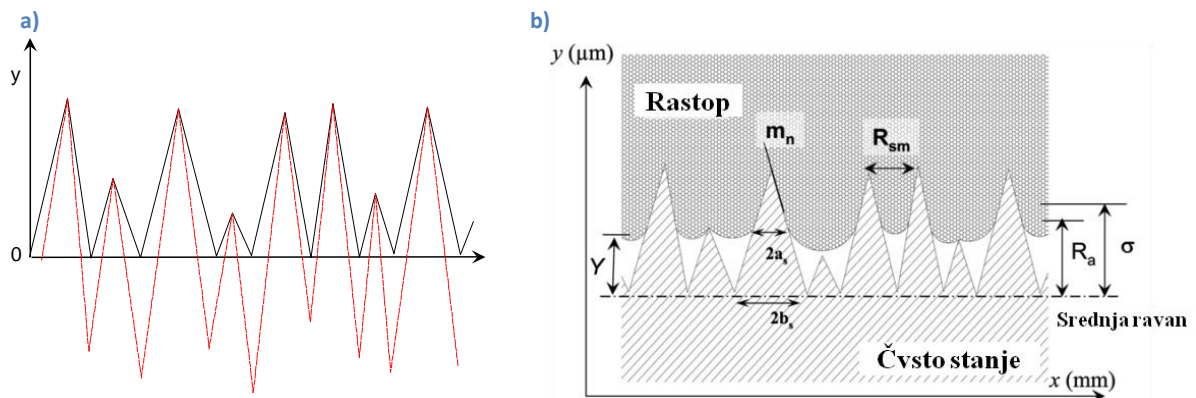
$$\lambda_t = \frac{\lambda_{\text{premaz}} \times \lambda_{\text{odlivak}}}{\lambda_{\text{premaz}} + \lambda_{\text{odlivak}}} \quad (2.45)$$

gde je d_p dubina prodiranja premaza u odlivak usled dejstva pritiska, $R_{p0,2}$ granica tečenja materijala odlivka, R_{premaz} , R_{vazduh} i R_{kontakt} toplotni otpori usled ogranične provodljivosti premaza, vazduha u neravninama i kontakta na vrhovima neravnina premaza koji prodiru u odlivak usled dejstva pritiska, λ_t harmonijska sredina toplotne provodljivosti dva materijala u kontaktu i S_m srednja vrednost razmaka između vrhova neravnina.

S obzirom da je model razvijen za proračun KPT-a nakon završetka očvršćavanja i to pod dejstvom pritiska smatralo se nemogućim stvaranje vazdušnog zazora pa je komponenta toplotnog otpora vezana za njega izostavljena. Pored toga, izraz (2.39) se u odnosu na (2.38) razlikuje po tome što je uključen model za predviđanje utiskivanja pod dejstvom pritiska tvrdih zrna premaza u površinu odlivka. Usled ove pojave srednje rastojanje između površina odlivka i premaza usled hrapavosti je manje za vrednost d_p . Pored toga kao otpor paralelno vezan sa otporom vazduha dodat je otpor direktnog kontakta između utisnutih zrna i okoline koji je osetno manji od otpora gasnog zazora.

Nešto drugačiji pristup matematičkom modeliranju KPT-a imali su Hamasaid i saradnici [56,90]. Oni su pokušali da naprave model koji predviđa vrednosti KPT-a pri livenju pod pritiskom. Za razliku od Grifitsa, uspeali su da izbegnu korišćenje parametara hrapavosti već proizvedenog odlivka. Umesto da na osnovu izmerene hrapavosti odlivka predviđaju veličinu direktnog kontakta neravnina i količinu zarobljenih gasova na međupovršini, oni su pokušali da ih direktno izračunaju na osnovu fizike procesa, osobina rastopa i površine kalupa (premaz). Pri tome su morali da naprave niz pretpostavki:

- profil površine kokile je smatran kao niz vrhova i dolina sa osnovom u podeonoj ravni,
- svi vrhovi i doline imaju oblik kupe istog nagiba izvodnice,
- visine neravnina prate gausovu raspodelu,
- realni profil površine kokile se može zameniti ekvivalentnim profilom koji se sastoji samo od vrhova (slika 22),
- razmak između profila kalupa i profila odlivka se linearno povećava sa rastom udela čvrste faze.



Slika 22: Način dobijanja normalizovanog profila i izgled normalizovanog profila u dodiru sa rastopom prema [56]

Konačan rezultat proračuna jeste sledeći komplet izraza:

$$h(t) = \lambda_s R_{sm} \left(\frac{8}{\varepsilon \pi^2} \left(\frac{1}{R_{sm}} \right)^2 \operatorname{erfc} \left(\frac{Y(t)}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right) \times \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{R_{sm}}{\sigma} \left(\frac{2\sigma}{\sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{Y(t)^2}{2\sigma^2} \right) - Y(t) \operatorname{erfc} \left(\frac{Y(t)}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right) \right) \times \frac{\left(\frac{R_{sm}}{2} - \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{R_{sm}}{\sigma} \left(\frac{2\sigma}{\sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{Y(t)^2}{2\sigma^2} \right) - Y(t) \operatorname{erfc} \left(\frac{Y(t)}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right) \right) \right)^{1,5}}{\quad} \quad (2.46)$$

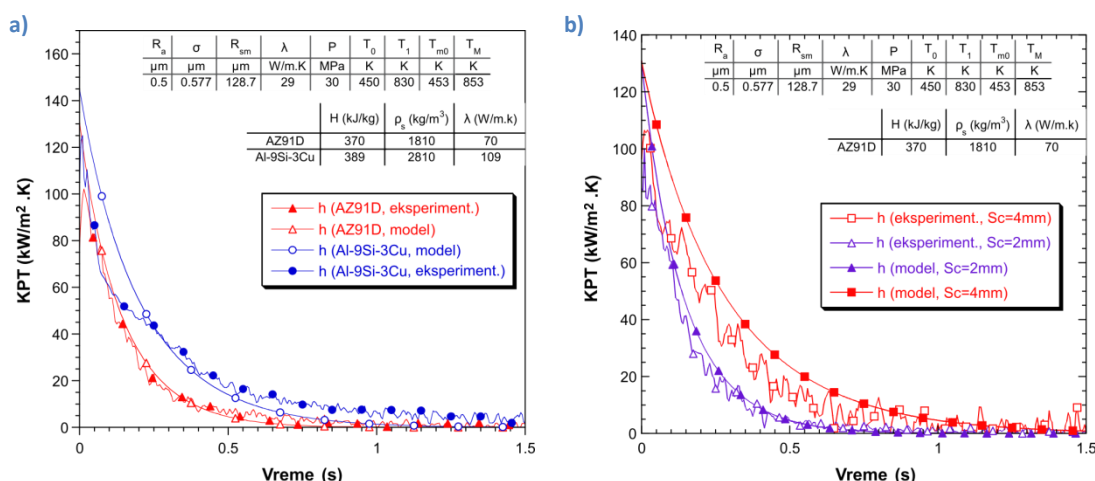
$$Y(t) = Y_0 + \left[\frac{\pi\sigma}{3m_n^2} n_s \left(2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma - Y_0^2 \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \exp \left(\frac{-Y_0^2}{2\sigma^2} \right) \right) \right] \left(h_0 \frac{T_M - T_{m0}}{\rho L S_t} t \right) \quad (2.47)$$

$$Y_0 = \sqrt[3]{2 \frac{p_0}{(p_1 - p(\gamma))} \frac{T_1}{T_0}} \times \sqrt[6]{\frac{2}{\pi}} \sigma \quad (2.48)$$

$$n_s = \frac{4}{\varepsilon \pi^2} \left(\frac{1}{R_{sm}} \right)^2 \operatorname{erfc} \left(\frac{Y(t)}{\sqrt{2}\sigma} \right) \quad (2.49)$$

gde je: λ_s harmonijska sredina toplotnih provodljivosti odlivka i kalupa, R_{sm} srednje rastojanje između dva vrha na profilu kalupa, ε konstanta koja opisuje površinu između krugova empirijski utvrđena da iznosi 1,5, σ standardna devijacija neravnina na profilu kalupa, p_1 lokalni pritisak u rastopu, $p(\gamma)$ pritisak usled površinskog napona rastopa, T_0 početna temperatura vazduha, T_1 prosečna temperatura kontakta između rastopa i kalupa, m_n normalizovani srednji nagib površine profila kalupa, L latentna toplota, S_t ukupna debljina zida odlivka, T_m temperatura ulivanja rastopa, T_{m0} početna temperatura kalupa.

Poređenje na ovaj način proračunatih vrednosti KPT sa eksperimentalnim prikazano je na slici 23. Može se primetiti da je poklapanje kod livenja pod pritiskom veoma dobro, ali nažalost postignuto je fitovanjem modela u vidu pretpostavke da je vrednost površinskog napona takva da je $p(\gamma) = 0,87p_1$.



Slika 23: Modelovane i eksperimentalno utvrđene vrednosti KPT za dve debljine zida odlivka i dve različite legure; [90]

Većina modela za proračun KPT-a pretpostavlja da hrapavost odlivka u manjoj ili većoj meri predstavlja negativ hrapavosti odlivka, kao što je prikazano na slici 22b. Međutim, ovakav oblik kontaktne površine nije uvek prisutan. Griffiths i Kajicki (*Ramazan Kayicki*) [91] su ispitujući površine kalupa i odlivka pod elektronskim mikroskopom primetili da je prethodna tvrdnja tačna samo u slučajevima kada se koristi izolacioni premaz preko površine kalupa. U slučajevima očvršćavanja pri direktnom kontaktu rastopa sa metalnim kalupom ostvaruju se veoma velike početne vrednosti KPT. Očvršćavanje odlivka na vrhovima neravnina kalupa je gotovo trenutno i ovi inicijalni centri kristalizacije izazivaju promenu naponskog stanja površinskog sloja rastopa tokom daljeg očvršćavanja. Zatezni naponi izazivaju skupljanje površine odlivka između vrhova i čine da se kontakt kalup–odlivak odigrava u sistemu vrh–vrh, a ne kako se to obično očekuje vrh–dolina. Samim tim, smanjuje se i zavisnost hrapavosti odlivka od hrapavosti kalupa i može se objasniti često primećena pojava da je odlivak znatno hrapaviji od kalupa [71,91].

U skoro svim do sada objavljenim ispitivanjima kriva GTF-a ima identičan oblik: u prvih nekoliko sekundi raste do maksimalne vrednosti, a zatim eksponencionalno opada ka nekoj asimptotskoj vrednosti, videti slike 13 i 15a. S toga su Narajan Prabu i Surejša (*K.M. Suresha*) su hteli da iskoriste ovu pojavu kako bi napravili jednostavan sistem za proračun graničnih uslova pri livenju. Predloženo je da se maksimalna GTF izračuna uz pomoć sledećeg izraza [92]:

$$q_{\max} = \frac{m_o L_f + m_o c_p (T_{ul} - T_{kal})}{\tau_{\max} A_{mp}} \times 0,3332 \left(\frac{a_{odlivka}}{a_{kalupa}} \right)^{-0,3907} \quad (2.50)$$

gde su m_o masa odlivka, L_f latentna toplota materijala odlivka, c_p specifični toplotni kapacitet materijala odlivka, T_{ul} temperatura ulivanja, T_{kal} temperatura kalupa, $a_{odlivka}$ i a_{kalupa} toplotne difuzivnosti materijala odlivka i kalupa, A_{mp} površina kontakta između odlivka i kalupa.

Na osnovu ovako proračunate maksimalne vrednosti, vremenska zavisnost se dobija linearnom interpolacijom u vremenu do dostizanja maksimalne vrednosti (τ_{\max}), a nakon toga uz pomoć sledećeg izraza [92]:

$$\frac{q}{q_{\max}} = -2 \times 10^{-5} \tau + 0,0019 \tau^2 - 0,0074 \tau + 1,092 \quad (2.51)$$

Iako predložene jednačine nude elegantno rešenje problema zadavanja graničnih uslova na međupovršini njihova praktična upotrebljivost je znatno ograničena. Ovo je stoga što je GTF u velikoj meri zavistan od ukupne količine toplote koja prolazi kroz graničnu površinu. Autori su ovaj problem pokušali da reše uzimanjem u obzir mase odlivka, latentne toplote legure i energije utrošene na pregrevanje rastopa. Međutim, ovo je bilo moguće samo zahvaljujući činjenici da je u eksperimentalnom odlivku prenos toplote bio jednodimenzionalan. Kod komplikovanih geometrija kakve se obično sreću u livničkoj praksi veoma teško bi bilo moguće proceniti koji procenat ukupne toplotne energije će biti oslobođen kroz svaku pojedinačnu površinu odlivka. S toga je zadavanje graničnih uslova preko GTF-a veoma nezahvalno i treba koristiti KPT.

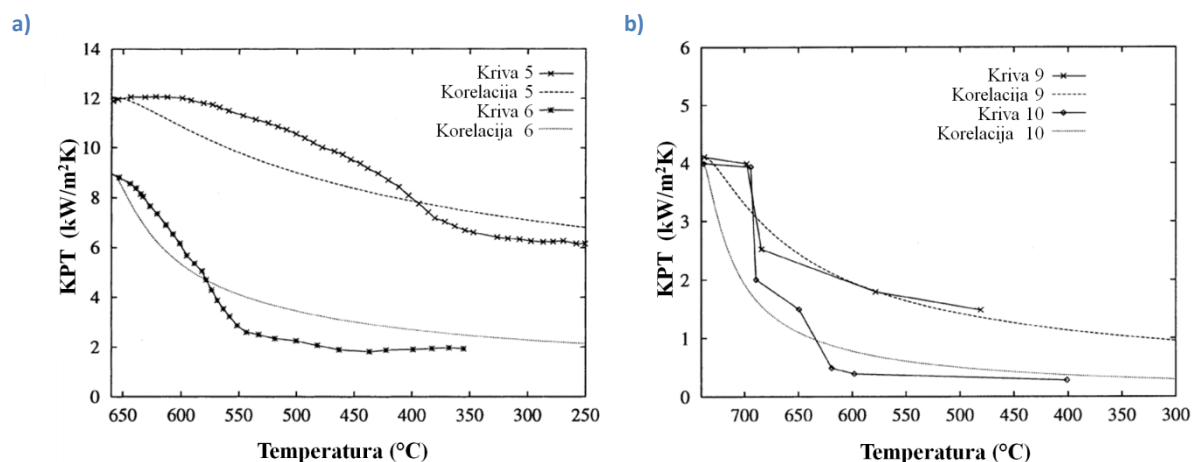
Luis (*Roland Lewis*) i Ransing (*Rajesh Ransing*) [93] su 1998. godine su primetili da je oblik zavisnosti KPT-a od temperature površine odlivka veoma sličan i da se može predstaviti uz pomoć jedne ekspanencijalne jednačine koju su predložili kao korelacioni model KPT-a:

$$h = \frac{e^{a_1} e^{-a_2/x^2}}{x^{a_3}} \quad (2.52)$$

$$x = \sqrt{2a_2/a_3} + \max(0, T_{liq} - T_{intO}) \quad (2.53)$$

gde su h KPT, a_1 koeficijent u rasponu 10 do 15, a_2 koeficijent u rasponu 100 do 1500, a_3 koeficijent u rasponu 0,2 do 1,2, T_{liq} temperatura topljenja i T_{intO} temperatura površine odlivka.

Jednačina ima tri proizvoljna koeficijenta koji mogu uz pomoć eksperimentalnih podataka kalibrisani i ubačeni u posebnu bazu podataka koja bi mogla da obuhvati širok spektar uslova kao što su različiti hemijski sastavi legura, temperature ulivanja, debljine premaza i sl. Ovakva baza podataka bi znatno olakšala podešavanje numeričkih simulacija industrijskih odlivaka. Primeri podudaranja predložene korelacione krive i eksperimentalnih rezultata dati su na slici 24. Može se primetiti da korelaciona kriva ima blaži pad u odnosu na eksperimentalne krive. Stoga njen oblik znatno više podseća na zavisnost KPT od vremena (videti sliku 24). Zbog toga se ova korelacija, iako joj to nije bila prvobitna svrha, često koristi da iskaže vremensku, a ne temperaturnu zavisnost KPT-a [94].



Slika 24: KPT u zavisnosti od površinske temperature odlivka: a) cilindrični odlivak od čistog aluminijuma liven u pesku (kriva 5) ili u bakarnoj kokili (kriva 6); b) horizontalni (kriva 9) i vertikalni (kriva 10) zid odlivka od čistog cinka;[93]

Ispitujući KPT prilikom preciznog livenja aluminijuma, Džang (*Weihong Zhang*) i saradnici [94] su predložili sledeću korelaciju KPT-a u zavisnosti od vremena:

$$h = h_0 \frac{1}{1 + e^{10(\tau - \tau_{cr})}} + a_1 \tau^{-a_2} \frac{1}{1 + e^{10(\tau - \tau_{cr})}} \quad (2.54)$$

gde je h_0 početna vrednost KPT, τ_{cr} kritično vreme očvršćavanja pri kojem dolazi do odvajanja odlivka od kalupa, a_1 i a_2 proizvoljni koeficijenti.

Pomenuta korelacija primenjena je za određivanje zavisnosti KPT od aluminijuma, i u posmatranom slučaju pokazala se boljom od onih koje su predložili Santos i saradnici [68] i Luis i Ransing [93]. Pri tome treba napomenuti da je Luis–Ransingova korelacija primenjena u zavisnosti od vremena, a ne temperature odlivka. Prosečna greška (razlika izmerene od proračunate temperature) predložene korelacije iznosila je 7,85°C, dok je greška primene Santosove korelacije iznosila 20°C, odnosno 33,27°C za Luis – Ransing korelaciju.

Suej i Cuej [17] su pokušali da odrede KPT kod odlivaka od AlSi7Mg livenih u peščanim kalupima. Odlivci su bili oblika cevi spoljašnjeg prečnika $\varnothing 160 \text{ mm}$, dužine 200 mm i debljine zida 30 mm. Pretpostavili su sledeću zavisnost KPT-a od temperature na površini odlivka:

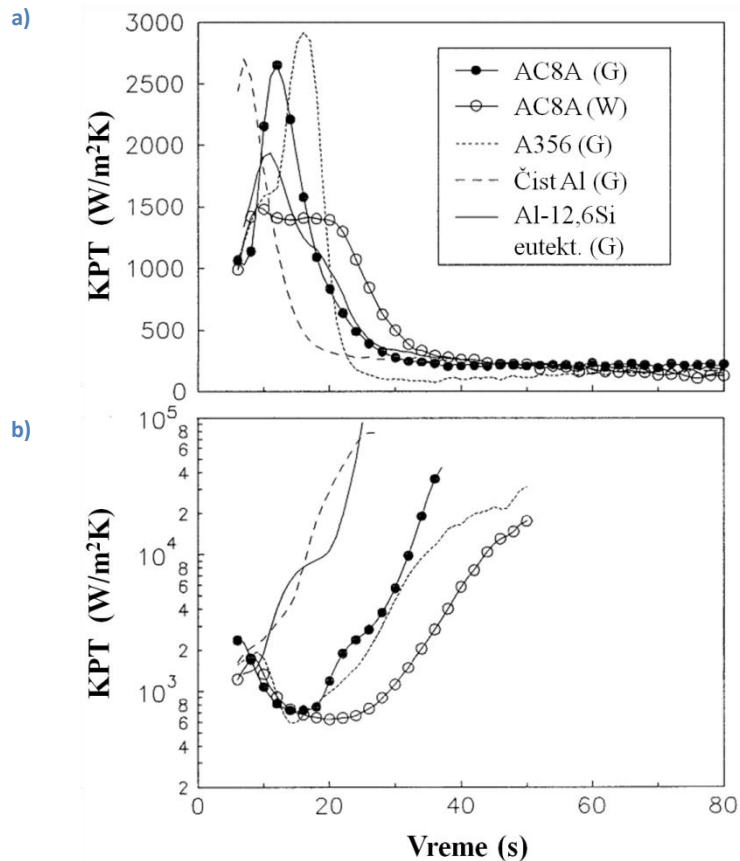
$$h = \begin{cases} h_L & (T_{intO} > T_{liq}) \\ \frac{(T_{intO} - T_{sol})}{(T_{liq} - T_{sol})} (h_L - h_S) + h_S & (T_S < T_{intO} \leq T_{liq}) \\ h_S & (T_{intO} \leq T_{sol}) \end{cases} \quad (2.55)$$

gde su h_L i h_S su maksimalna i minimalna vrednost KPT-a.

Upotrebom Tihonove regularizacije za ispitivani slučaj dobili su sledeće vrednosti KPT: $h_L = 954,74 \text{ W/mK}$ i $h_S = 411,20 \text{ W/mK}$. Pri tome srednje odstupanje proračunate od izmerene temperature iznosilo je 4,12 °C. Iako su prilikom eksperimenta koristili samo jedan termopar u kalupu i dva termopara u odlivku, i to na istom prečniku, mala greška procene ukazuje na relativno tačnu pretpostavku korelacije KPT-a i temperature odlivka.

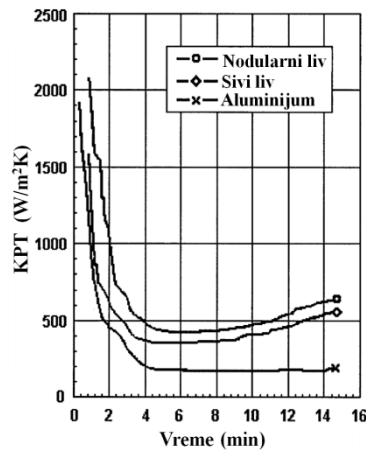
Većina prethodno razmatranih istraživanja razmatrala je geometrije kod kojih skupljanje rastopa tokom očvršćavanja teži da odvoji površine odlivka i kalupa. U livničkoj praksi su međutim geometrije često takve da kalup ograničava skupljanje odlivka tokom njegovog formiranja. Li (*Zin-Hyoung Lee*) i saradnici [95] su izvršili seriju eksperimenata na odlivku oblika prstena kako bi videli razliku u vrednostima KPT-a na unutrašnjoj (gde odlivak pritiska kalup) i spoljašnjoj površini (gde se odlivak udaljava od kalupa). Rezultati istraživanja su prikazani na slici 25. Može se uočiti da se trend promene KPT-a tokom vremena između spoljašnje i unutrašnje površine značajno razlikuje. U oba slučaja KPT se na početku procesa kreće u rasponu od 1.000 do 3.000 $\text{W/m}^2\text{K}$. Međutim, tokom vremena na spoljašnjoj površini on opada do vrednosti od oko 150 $\text{W/m}^2\text{K}$ dok na unutrašnjoj površini usled skupljanja vrednost KPT-a značajno raste dostižući vrednosti 20.000 – 100.000 $\text{W/m}^2\text{K}$. Ovakav rezultat, uzimajući u obzir prethodno razmatrane radove, nije iznenađujući. Međutim, istraživanje je pokazalo i da se promena KPT-a značajno razlikuje između legura sa slojevitim i zapreminskim načinom očvršćavanja. Dok se kod legura koje slojevito očvršćavaju vrednost KPT-a neprekidno

povećava, u slučaju zapreminskog očvršćavanja ona prvo opada usled stvaranja gasnog zazora, pa tek onda raste nakon što odlivak počne makroskopsko skupljanje. Autori su pojavu gasnog zazora objasnili na sledeći način. U početnim stadijumima očvršćavanja dolazi do formiranja dendritne mreže na površinama odlivka. Tokom očvršćavanja i skupljanja odlivka u unutrašnjosti zida dolazi do stvaranja potpritiska koji unutrašnju dendritnu mrežu opterećuje na zatezanje, a spoljašnju na pritisak. Kako je lakše dendrite razdvojiti nego međusobno sabiti, unutrašnja dendritna mreža je mesto gde dolazi do deformacije usled skupljanja i na taj način dolazi do stvaranja zazora.



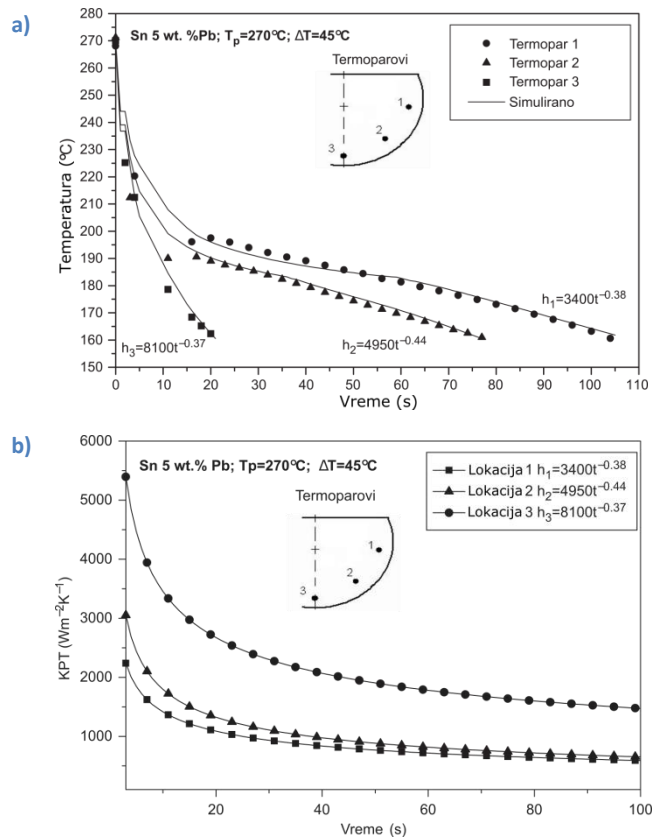
Slika 25: KPT u zavisnosti od hemijskog sastava rastopa na: a) spoljašnjoj površini prstena; b) unutrašnjoj površini prstena; [95]

Neravnomeran rast zazora nije uvek posledica isključivo geometrije odlivka. Moguće fazne transformacije su takođe bitan uticajni parametar. Na primer, opštepoznata činjenica je da tokom očvršćavanja sivog i nodularnog liva dolazi do širenja odlivka usled izlučivanja ugljenika. Na slici 26 je prikazana zavisnost KPT od vremena pri očvršćavanjima cilindričnih odlivaka od različitih materijala. Pri očvršćavanju čistog aluminijuma KPT neprekidno opada sve do neke konstantne vrednosti. Međutim, kod odlivaka od sivog i nodularnog liva dolazi do ponovnog rasta KPT-a nakon 8min.



Slika 26: KPT pri očvršćavanju cilindričnih odlivaka od sivog liva, aluminijuma i nodularnog liva; [96]

Zadavanje graničnih uslova pri očvršćavanju može biti veoma teško čak i za najelementarnije geometrijske oblike. Jedan od najtežih primera jeste horizontalni cilindar. U tom slučaju gasni zazor koji se stvara tokom skupljanja postaje neujednačen s obzirom da se javlja ekscentričnost između očvršlog odlivka i kalupne šupljine. Ovom problematikom su se bavili Souza i saradnici [97] ispitujući očvršćavanje Sn–Pb legure u vodom hlađenom čeličnom kalupu. Tipični rezultati njihovog istraživanja prikazani su na slici 27. Primenjena korelacija KPT-a ($h = C^S \tau^{k^S}$) izazvala je veliko odstupanje proračunatih i izmerenih temperaturnih krivi, ali su rezultati dovoljno precizni kako bi se mogao uočiti trend promene intenziteta prenosa toplote. KPT ima najviše vrednosti na dnu kalupa i one se smanjuju duž obima cilindra ka vrhu kalupa.



Slika 27: Očvršćavanje odlivka Sn–5%Pb oblika horizontalnog cilindra: a) eksperimentalne i proračunate krive hlađenja; b) korelacija KPT za različite tačke duž obima; [97]

Tabela 1: Pregled vrednosti KPT iz dosadašnjih istraživanja

MATERIJAL RASTOPA	MATERIJAL KALUPA	PREMAZ/ GRANULACIJA	ISPITAN UTICAJ	GEOMETRIJA POVRŠINE	MAKSIMALNI/MINIMALNI KPT (W/mK^2)	ZAVISNOST	NAPOMENA	IZVOR
Al –7 wt% Si	Cu hlađen vodom	-	položaja površine	ravna velike debljine	donja: 7100/600 bočna: 5000/400 gornja: 3400/300	KPT–t	veoma veliko rasipanje rezultata, dat matematički model iz prvih principa	[83,87,88]
Al –13 wt% Si	H13 hlađen vodom	Foseco DYCOTE 140ESS, plasma spraying Cr ₂ O ₃	početna temperatura kalupa i debljine premaza + plazma sprejng poređenje	ravna donja velike debljine	100µm premaz 300°C: 1700–2250/- 20°C: 1200–1470/- 300µm premaz 300°C: 900–1000/-	KPT–t	dat je matematički model iz prvih principa, pošto je samo donja površina ima samo maksimalni KPT	[55]
G-AlSi5Cu (A355)	Školjka: 2mm cirkon + 4mm silika	-	-	Lopatica turbine	12160/50	KPT–t	Izvedena je empirijska korelacija	[94]
Ni legura DD6	Školjka za precizni liv	-	-	Lopatica turbine	1000/50	KPT–T	korišćen inverzni modul od ProCAST-a	[98]
AlSi7Mg	CO ₂ Peščani kalu	-	-	Prsten	954/411	KPT–T	Pretpostavljena korelacija KPT-T	[17]
AlSi8CuFe	Čelik	Grafitni ili silikatni	Vrste premaza i vodenog hlađenja kalupa	Ravna donja velike debljine	Grafitni vodom hlađen: 2700/900 Silikatni vodom hlađen: 800/600 Grafitni vazdušno hlađen: 1600/950	KPT–t i KPT–T	Veoma grub eksperiment	[74]
Al	Cu	-	položaja površine	Ravna velike debljine	donja: ?/1200 gornja: 2000/150	KPT–t	Veliki razmak termoparova, mala tačnost.	[45]
Cu – 5%Al	Cu	-	položaja površine	Ravna velike debljine	donja: 3000/1200 gornja: 2000/80	KPT–t	Veliki razmak termoparova, mala tačnost, ekstremno veliki odlivak	[45]
Al	Cu	-	Temperature pregrevanja	Ravna donja velike debljine	5000/2000	KPT–t i meren zazor	Ulivanje rađeno u peći koja je zagrevala kalup i veliki razmak termoparova	[99]
AlSi6Cu4Mn0.4Mg0.2 (LM21)	Sivi liv pregrejan na 180°C	Grafitni ili aluminijum-oksidni debljine 100µm	Debljine kalupa i vrste premaza	Ravna bočna	Grafitni: 670/150 Al ₂ O ₃ : 370/210	KPT–t	KPT je eksplicitno dat samo za 10mm debeo zid kalupa, za 38mm data je samo gustina toplotnog fluksa	[78]

MATERIJAL RASTOPA	MATERIJAL KALUPA	PREMAZ/ GRANULACIJA	ISPITAN UTICAJ	GEOMETRIJA POVRŠINE	MAKSIMALNI/MINIMALNI KPT (W/mK^2)	ZAVISNOST	NAPOMENA	IZVOR
AlSi7Mg0.3 (A356)	Pesak uz hladilicu od različitog materijala	-	Veličine i materijala hladilice	Ravna bočna velike debljine	Cu hladilica debljine: 90mm: 7000–8500/- 60mm: 5000–6500/- 30mm: 3000–4000/- Al hladilica debljine: 90mm: 4000–5000/- 60mm: 6500–7500/-Hladilica od sivog liva: 90mm: 50–1000/- 60mm: 1500–2000/- 30mm: 3000–3500/-	KPT–t i KPT–T	Hladilica je okružena peskom što utiče na pravac toplotnog širenja. Nedovoljno dugo trajanje eksperimenta za određivanje minimuma KPT.	[80]
Al AlSi7Mg0.3 (A356) Al–4wt%Cu AlCu4.5Mn0.3Mg0.25Ti 0.22 (A206) Kalaj	Grafit Cu Pesak	-	Promena KPT–veličina zazora za različite kombinacije odlivak/kalup	Bočna cilindar prečnika 60mm i visine 400mm	Al/Grafit: 2400/250 A356/Grafit: 1700/400 Kalaj/Grafit: 900/170 Al/Cu: 5000/600 A356/Cu: 3200/500 A206/Cu: 2500/400 Al–4wt%Cu/Cu: 2800/400 Al/Pesak: 150/30	KPT–t, KPT–zazor	U celom doktoratu su svi sistemi osim Al/Cu (koji je imao 3) rađeni sa samo jednim ponavljanjem. Dat je predlog korelacije KPT–zazor	[47]
Sivi liv	Vlažni pesak	-	Dodatka ugljenog praha	Donja ravna velike debljine	Bez dodatka: 1100/600 Sa dodatkom: 900/650	KPT–t	Dat je i model za proračun KPT u zavisnosti od hrapavosti i zazora. Primećeno je prigravanje peska na površinu odlivka debljine dva prosečna prečnika zrna i uvršteno je kao termički otpor.	[100]
AlSi9Cu3Fe	Čelik X40CrMoV51 (H13)	Lubrikant Chem Trend safety lube 7714	-	-	42000/400		Livenje pod pritiskom	[6]
AlSi10Cu2Fe (ADC12) EN-MCMgAl5Mn (AM50)	Čelik X40CrMoV51 (H13)	-	Vrste legure i debljine zida	Ravna	ADC12/8mm: 15000/3000 AM50/8mm: 15000/1000	KPT–t	Livenje pod pritiskom / 670 bar	[101]

MATERIJAL RASTOPA	MATERIJAL KALUPA	PREMAZ/ GRANULACIJA	ISPITAN UTICAJ	GEOMETRIJA POVRŠINE	MAKSIMALNI/MINIMALNI KPT $\left(\frac{W}{mK^2}\right)$	ZAVISNOST	NAPOMENA	IZVOR
Al AlSi7Mg0.3 (A356) Al-Si eutektička legura AlSi12CuNiMg (AC8A)	Čelik X40CrMoV51 (SKD61)	Grafitni Toyoca Ace GR-851 Keramički Dycote 39	Načina očvršćavanja legure, položaja površine	Spoljašnja (konveksna) i unutrašnja (konkavna) površina prstena	Grafitni premaz: A356/spolj.: 2700/100 A356/ unutr.:600/30000 AC8A/spolj.: 2700/130 AC8A/ unutr.: 700/45000 Al/spolj.: 2700/150 Al/ unutr.: 1800/70000 Al –12.6wt%Si/spolj.: 1900/130 Al –12.6wt%Si/unutr.: 1200/100000 Keramički premaz: AC8A/spolj.:1400/130 AC8A/unutr.:610/19000	KPT–t	Kod legura sa zapreminskim očvršćavanjem na unutrašnjoj površini cilindra se prvo javlja zazor pa tek onda dolazi do skupljanja prstena i rasta KPT dok se kod slojevitog očvršćavanja odma dešava samo rast KPT	[95]
Al AlSi7Mg0.3(A356) AlSi5Cu3 (A319)	Čelik Bakar Sivi liv	Grafitni lubrikant	Hrapavosti, temperature ulivanja, vrste kalupa	Ravna bočna velike debljine	Rastop/Kalup/Ra/T _{ulivanja} : Al/čelik/1,41/760: 4700/290 Al/čelik/20,72/760: 2900/150 Al/SL/2,34/760: 3700/120 Al/SL/30,5/760: 2300/120 Al/Cu/0,28/760: 2000/10 Al/Cu/56,18/760:2500/10 Al/SL/2,34/680:1700/80 Al/SL/31,5/680: 1720/60 A356/čelik/0,484/760: A356/čelik/32,92/760: A319/čelik/0,484/760: A319/čelik/32,92/760	KPT–t, KPT–zazor	Skoro svi eksperimenti su rađeni sa jednim ponavljanjem. Problemi sa bakrom koji je na temperaturi preko 300°C oksidisao i značajno uticao na KPT	[53]
Cu–8%Sn	Cu	Dycote 140 debljine 0,75mm Bez premaza ali sa vodenim hlađenjem	Premaza, vodenog hlađenja bakra, Inokulacije rastopa sa Cu–50%Zr	Ravna donja velike debljine	Sa premazom: 1000/400 Sa vodenim hlađenjem: 80000/1400	KPT–t	Veoma gruba estimacija KPT s obzirom da je pretpostavljena linearna interpolacija KPT-t sa velikim vremenskim korakom (i do 300s). Nisu našli bitan uticaj inokulacije s obzirom na velike eksp. greške	[102]

MATERIJAL RASTOPA	MATERIJAL KALUPA	PREMAZ/ GRANULACIJA	ISPITAN UTICAJ	GEOMETRIJA POVRŠINE	MAKSIMALNI/MINIMALNI KPT (W/mK^2)	ZAVISNOST	NAPOMENA	IZVOR
AlSi7Cu3 (EAP 319)	Čelik X40CrMoV51 (H13)	Silikatna Acheson Dag 193 debljine 60–200µm + Bornitridni lubrikant u pravilim intervalima tokom livenja	Položaja i oblika sekcije u odlivku	Različita	Ulivni kanal (vertikalni cilindar): 6000/200 Gornja konveksna površina oko koje se skuplja odlivak: 8000/200 donja konveksna površina: 8000/200 ravna gornja površina: 2000/200	KPT–T	Livenje pod niskim pritiskom (kontragravitaciono) Znatna greška pozicioniranja termoparova Nije korišćen inverzan algoritam već komercijalni ProCAST.	[103]
AlSi7Mg0.3 (A356)	Ugljenični čelik pregrejan na 300°C	Grafitni premaz	Pritiska	Bočna cilindar prečnika 50mm i visine 180mm	Bez dodatnog pritiska: 2900/750	KPT–t	Tek 10s nakon ulivanja stavljen je teg za povećavanje metalostatičkog pritiska. Data je empirijska korelacija KPT–pritiskak	[58]
AlSi12 (AE413)	Čelik X40CrMoV51 (H13)	Keramički 200µm	pritiska	ravna	0MPa: -/830 7MPa: -/1870 14MPa: -/2230 21MPa: -/2650	-	Uzorci su bili očvrslili i date su samo vrednosti KPT na temperaturi „odlivka“ od 320°C	[76]
Al	Vlažni pesak	-	-	Srednja vrednost za horizontalni cilindar prečnika 4,6 cm i dužine 14,7	2600/100	KPT–t	Veoma grub eksperiment	[33]
Al–13%Si	Bakar hlađen vodom Čelik X40CrMoV51 (H13) hlađen vodom	-	Materijala kalupa	Ravna donja velike debljine	Bakar: 19000/9500 Čelik: 6500/5000	KPT–t		[12]

MATERIJAL RASTOPA	MATERIJAL KALUPA	PREMAZ/ GRANULACIJA	ISPITAN UTICAJ	GEOMETRIJA POVRŠINE	MAKSIMALNI/MINIMALNI KPT (W/mK^2)	ZAVISNOST	NAPOMENA	IZVOR
Al	Sivi liv	-	Temperature ulivanja i debljine hladilice	Ravna bočna velike debljine	800°C: 3670/1200 760°C: 2800/970 730°C: 2000/810 705°C: 1550/710	KPT-t	Grub eksperiment sa samo tri termopara. Krive KPT-t su date za 200s i samo ona za 705°C je potpuno konvergirala dok su ostale i dalje bile u opadanju i za očekivati je da bi KPT bili niži	[79]
Al-3%Si Al-5%Si Al-7%Si	Bakar Mesing Čelik Sivi liv	-	Hrapavosti, rastopa, pregrevanja, materijala kalupa	Donja ravna površina hladilice je potapana u rastop	Al-7%Si/Bakar/30°C: Ra=0,018µm: 2600/600 Ra=0,291µm: 2200/600 Ra=10,56µm: 2100/300 Al-7%Si /30°C: Bakar: 2200/600 Bronza: 2150/500 Čelik: 2150/500 Sivi liv: 2100/500 Al-7%Si/Bakar: 120°C: 3050/1350 60°C: 2700/800 0°C: 2100/800 Bakar/30°C: Al-3%Si: 4250/950 Al-5%Si: 3900/600 Al-7%Si: 2200/600	KPT-t		[52]
AlSi7Mg0.3(A356)	Ugljenični čelik	-	-	Bočna cilindra prečnika 50mm i visine 180mm	2885/418	KPT-t		[59]
AlSi9Cu3 AlSi7Mg0.3	Čelik X38CrMoV-5 (H11)	Keramička TiO ₂ grafitna	Vrste i debljine premaza	Ravna bočna strana ploče 110×110×20mm	TiO ₂ /5µm: 4600/400 TiO ₂ /24µm: 2600/400 TiO ₂ /42µm: 2500/400 TiO ₂ /65µm: 2200/400 TiO ₂ /118µm: 1900/400 Grafit/33µm: 2900/400 Grafit/108µm: 2200/400	KPT-t KPT _{max} - debljina premaza		[75]

MATERIJAL RASTOPA	MATERIJAL KALUPA	PREMAZ/ GRANULACIJA	ISPITAN UTICAJ	GEOMETRIJA POVRŠINE	MAKSIMALNI/MINIMALNI KPT $\left(\frac{W}{mK^2}\right)$	ZAVISNOST	NAPOMENA	IZVOR
Sn–Pb sistem Al–Cu sistem	Niskouglenični čelik Bakar	-	Materijal kalupa, debljina kalupa, pregrevanje	Ravna bočna	Čelična hladilica 60mm, pregrevanje 10% Tliq: Sn–5%Pb: 3350/850 Sn–10%Pb: 2700/450 Sn–20%Pb: 2850/400 Sn: 2300/350 Eutektička Sn–Pb: 2650/400 Al: 1050/800 Al–4,5%Cu: 7450/3400 Al–15%Cu: 9400/850 Eutektička Al–Cu: 2100/280 Čelična hladilica, Sn–10%Pb, pregrevanje 10%Tliq: 6mm: 3850/850 17mm: 4900/750 28mm: 4200/600 39mm: 3200/500 60mm: 2700/400 Bakarna hladilica, Sn–10%Pb, pregrevanje 10 Tliq: 6mm: 3800/1150 17mm: 3450/1050 28mm: 3400/850 39mm: 3250/700 60mm: 2800/650 Čelična hladilica 60mm, Al: 10%Tliq: 1250/750 20%Tliq: 2315/750	KPT–t	Veoma grub eksperiment i po priznanju autora. S obzirom da dijagrami KPT-t nisu kretali od nule već od proizvoljne vrednosti različite za svaku krivu, maksimalne vrednosti treba uzeti sa velikom rezervom. Dat je predlog korelacije KPT–t	[68]
Sn–Pb sistem Al–Cu sistem	Čelik AISI 1010 hlađen vodom	-	Pregrevanja, legure, materijala i debljine kalupa	Ravna bočna velike debljine Ravna donja velike debljine	Čelična hladilica 60mm, pregrevanje 10% Tliq: Al: 2300/850 Al–4,5%Cu: 9700/3400 Al–15%Cu: -/850 Al–33%Cu: 7050/250		Donekle unapređen eksperiment u odnosu na [68]. Dat je predlog korelacije KPT–t. U tabeli su prikazani samo rezultati koji su dati direktno, za ostale su date samo jednačine.	[13]

MATERIJAL RASTOPA	MATERIJAL KALUPA	PREMAZ/ GRANULACIJA	ISPITAN UTICAJ	GEOMETRIJA POVRŠINE	MAKSIMALNI/MINIMALNI KPT (W/mK^2)	ZAVISNOST	NAPOMENA	IZVOR
Al-5%Si Al-7%Si Al-9%Si	Nerđajući čelik hlađen vodom	-	Legure i položaja površine	Ravna velike debljine	Gornja površina: Al-5%Si: 2400/2400 Al-7%Si: 2100/2100 Al-9%Si: 1100/1100 Donja površina: Al-5%Si: 4500/2800 Al-7%Si: 3900/2400 Al-9%Si: 3300/2050	KPT-t	Rastop je zagrevan direktno u kalupu bočnim grejačima	[69]
EN-MCMgAl5Mn (AM50)	Čelik X40CrMoV51 (H13)	Klasičan lubrikant	Debljine zida	-	2mm: 24400/- 5mm: 48600/- 11mm: 34200/-	KPT-t	Livenje pod pritiskom	[104]
AlSi7Mg0.3 (A356)	Čelik	Korišćen premaz	-	Komplikovan industrijski odlivak	5500/1000	KPT-T	Ukupan srednji KPT za sve površine na odlivku komplikovane geometrije	[7]
Pb-Sb Al-Sn Sn-Pb	Nerđajući čelik hlađen vodom	-	Legure i položaja površine	Ravna velike debljine	Donja površina: Pb-2,2%Sb: 4900/2900 Pb-2,5%Sb: 4500/2652 Pb-3,0%Sb: 3700/2200 Pb-6,6%Sb: 3500/2050 Pb-11,2%Sb: 5150/3050 Al-20%Sn: 10500/5800 Al-30%Sn: 6000/3300 Al-40%Sn: 12500/6900 Sn-5%Pb: 6000/3000 Gornja površina: Sn-5%Pb: 1650/1640 Bočna površina: Sn-5%Pb: 18000/1250	KPT-t	Rastop je zagrevan direktno u kalupu bočnim grejačima	[70]
AlSi9Cu3 (A380) MgAl9Zn1(A) (AZ91)	Čelik X38CrMoV-5 (H11)	Lubrikant za livenje pod pritiskom	Pritiska dopresovanja i vrste materijala	Ravna	A380: 70MPa: 95000/10000 85MPa: 102000/10000 95MPa: 97000/10000 AZ91: 55MPa: 91000/16000 75MPa: 98000/16000 93MPa: 97000/16000	KPT-t	Livenje pod pritiskom. Vrednosti su digitalizovane sa sitnog dijagrama pa postoji mogućnost greške očitanja	[9,105]

MATERIJAL RASTOPA	MATERIJAL KALUPA	PREMAZ/ GRANULACIJA	ISPITAN UTICAJ	GEOMETRIJA POVRŠINE	MAKSIMALNI/MINIMALNI KPT $\left(\frac{W}{mK^2}\right)$	ZAVISNOST	NAPOMENA	IZVOR
MgAl9Zn1(AZ91D)	Čelik X38CrMoV-5 (H11)	Lubrikant Lubrolene A-201X proizvođača Minato-ku, Japan	Uticaj Parametara procesa i udaljenosti površine od ulivnog kanala	Ravna	Blizu ulivka pri brzini rastopa u prvoj fazi brizganja: 0,12m/s: 92000/- 0,26m/s:99000/- 0,55m/s:99500/- Blizu ulivka pri brzini rastopa u drugoju fazi brizganja: 0,86m/s: 86000/- 1,55m/s:100000/- 1,95m/s:112000/-	KPT-t	Livenje pod pritiskom. Zbog eksperimentalne postavke proračunato je da sve date vrednosti KPT najverovatnije treba pomnožiti sa 2,13 kako bi se dobile realne vrednosti.	[106]
Sn-5%Pb Sn-15%Pb Sn-20%Pb Sn-25%Pb	Polirani ugljenični čelik	-	Hemijskog sastava	Ravna bočna	Sn-5%Pb:6000/615 Sn-15%Pb: 5000/510 Sn-20%Pb: 3500/360 Sn-25%Pb: 3500/360	KPT-t	Dat je predlog korelacije KPT-t	[107]
AlSi7Mg0.3 (A356)	Čelik 4Cr5MoSiV1	-	Geometrije odlivka	Unutrašnja i spoljašnja površina prstena	Unutrašnja: 810/320 Spoljašnja:180/80	KPT-t	Grub eksperiment. Kalup je grejan iznutra uz pomoć električnih grejača i trežen je stacionarni režim pri različitim snagama	[108]
Sivi liv Aluminijum Nodularni liv	Sivi liv	-	Vrste materijala	Bočna cilindar prečnika 150mm i visine 250mm	SL: 2100/350 NL: 1600/410 Al: 1900/180	KPT-t	Kod sivog i nodularnog liva nakon dostizanja minimalnih vrednosti KPT je počeo da raste usled širenja odlivka zbog izdvajanja grafita. Samim tim KPT kod NL je više porastao.	[96]
A380	Čelik X38CrMoV-5 (H11)	Nije naveden lubrikant	Pritiska dopresovavanja	Ravna	90000/-	KPT-t	Livenje pod pritiskom	[109]

MATERIJAL RASTOPA	MATERIJAL KALUPA	PREMAZ/ GRANULACIJA	ISPITAN UTICAJ	GEOMETRIJA POVRŠINE	MAKSIMALNI/MINIMALNI KPT ($\frac{W}{mK^2}$)	ZAVISNOST	NAPOMENA	IZVOR
Fe-10%Cu Alatni čelik Feritni nerđajući čelik	Vodom hlađeni bakar	Bor-nitridni	Zazora i vrste materijala	Bočna cilindar prečnika 250mm i visine 100mm	Fe-10%Cu: 1400/100 Alatni čelik: 900/150 Nerđajući čelik: 600/100	KPT-t	S obzirom da je liveno u tankom bakarnom kalupu hlađenom vodom primećeno je trenutno stvaranje gasnog zazora pa vrednosti maksimalnog KPT nisu vezane za kontak rastop-kalup. Prikazan je matematički model rasta gasnog zazora tokom vremena.	[51]
AlSi12 (413) AlSi7Mg0.3(A356) AlSi5Cu3 (319)	Školjka za precizno livenje (cirkon+alumin o-silikat)	-	Vrste rastopa, metalostatičkog pritiska (8 ili 12cm) temperature kalupa	Bočna cilindra prečnika 64mm i visine 200mm	413/12cm: 570/170 413/8cm: 930/170 A356/12cm: 2000/160 A356/8cm: 1300/160 319/12cm: 1300/260 319/8cm: 700/100	KPT-T KPT-udeo čvrste faze	Veoma grubo merenje temperature: termopar 1mm unutar cevi od alumine unutrašnjeg prečnika 2mm i spoljašnjeg 3mm.	[62]
EN-MCMgAl6Mn (AM60)	Alatni čelik AISI P20 (40CrMnMo7)	Bor nitridni lubrikant debljine ispod 50µm	Debljine zida i pritiska	Ravna	30MPa/3mm: 2807/50 30MPa/5mm: 2962/200 30MPa/8mm: 3874/200 30MPa/12mm: 6005/700 30MPa/20mm: 7195/1500 60MPa/3mm: 4662/- 60MPa/5mm: 5001/- 60MPa/8mm: 5629/- 60MPa/12mm: 7871/- 60MPa/20mm: 8306/- 90MPa/3mm: 5623/- 90MPa/5mm: 5878/- 90MPa/8mm: 6783/- 90MPa/12mm: 9418/- 90MPa/20mm: 10649/-	KPT-t	Livenje presovanjem. Eksperimentalna postavka verovatno nije obezbedila uslov jednodimenzionalnosti što možda može objasniti tako drastičan uticaj debljine zida	[110]
AlSi17Cu4Mg (B390)	Čelik X40CrMoV51 (H13)	-	Položaja u kalupu	-	Blizu ulivnog sistema: 15280-64290/- Dalje od ulivnog sistema: 16810-25970/-	KPT-t	Livenje pod pritiskom	[111]

MATERIJAL RASTOPA	MATERIJAL KALUPA	PREMAZ/ GRANULACIJA	ISPITAN UTICAJ	GEOMETRIJA POVRŠINE	MAKSIMALNI/MINIMALNI KPT ($\frac{W}{mK^2}$)	ZAVISNOST	NAPOMENA	IZVOR
AlSi11Cu2(Fe) (ADC12Z)	Čelik X40CrMoV51 (H13)	Klasičan lubrikant	Debljine zida	-	5mm: 5400/500 8mm: 10000/1100 11mm: 14200/3400 AM50, 24MPa, Brzina klipa u brzom hodu: Zid 2mm 0,7 m/s: 9200/- 2 m/s: 10000/- 4 m/s s: 10800/- Zid 5mm 0,7 m/s: 9000/- 2 m/s: 12000/- 4 m/s: 13600/-	KPT-t	Livenje pod pritiskom	[112]
EN-MCMgAl5Mn (AM50) AlSi11Cu2(Fe) (ADC12)	Čelik X40CrMoV51 (H13)	Deltacast-333 (Acheson, Germany)	Vrste legure, parametara brizganja i debljine zida.	-	0,7 m/s: 9200/- 2 m/s: 10000/- 4 m/s s: 10800/- Zid 5mm 0,7 m/s: 9000/- 2 m/s: 12000/- 4 m/s: 13600/-	KPT-t	Livenje pod pritiskom. Rezultati su pokazali veliko bacanje pa se nije moglo izvući previše zaključaka	[113]
Al-4,5%Cu	CO ₂ Pesak	Srednja veličina zrna 50	-	Prsten unutrašnjeg prečnika 25mm i spoljašnjeg 75mm	Po tekstu: 710/130 Po dijagramu: 450/130	KPT-t KPT-T	Tekstualni opis i priloženi dijagram pokazivali su različite vrednosti KPT pa su u tabeli navedene obe	[114]
Al-12,9%Si	Vodom hlađeni bakar	-	Metalostatičkog pritiska i stepena pregrevanja	Ravna donja velike debljine	100°C: 9749/600 150°C: 14790/630 200°C: 17300/1000 100mm: 8500/800 150mm: 9900/1000 200mm: 11400/1100	KPT-t		[115]
Al Al-8%Si Al-10%Si Al-12,6%Si	čelik	-	Položaja površine, hrapavosti kalupa, pregrevanja i hemijskog sastava legure	Ploča 145x80x20mm	Al/šira bočna/50μm: 28900/100 Al/šira bočna/100μm: 23400/100 Al/šira bočna/200μm: 15000/100 Al/šira bočna/400μm: 5000/100 Al/donja/50μm: 35000/800 Al/donja/100μm: 30000/800 Al/donja/200μm: 23000/800 Al/donja/400μm: 12000/800 Al/gornja/50μm: 5600/100 Al/gornja/100μm: 5200/100 Al/gornja/200μm: 4500/100 Al/gornja/400μm: 2900/100 Al/uža bočna/50μm: 820/100	KPT-t	Vrednosti su dobijene uz pomoć matematičkog modela iz prvih principa pri čemu su krive hlađenja upoređene sa eksperimentalnim. Kako poklapanje nije bilo toliko dobro vrednosti KPT treba uzeti sa velikom opreznosti.	[116]

MATERIJAL RASTOPA	MATERIJAL KALUPA	PREMAZ/ GRANULACIJA	ISPITAN UTICAJ	GEOMETRIJA POVRŠINE	MAKSIMALNI/MINIMALNI KPT $\left(\frac{W}{mK^2}\right)$	ZAVISNOST	NAPOMENA	IZVOR
					Al/uža bočna/100µm: 5200/100 Al/uža bočna/200µm: 4200/100 Al/uža bočna/400µm: 3000/100 Al/100°C/gornja: 3550/150 Al/80°C/gornja: 3250/150 Al/60°C/gornja: 3050/150 Al/40°C/gornja: 2900/150 Al/100°C/uža bočna: 3600/150 Al/80°C/uža bočna: 3400/150 Al/60°C/uža bočna: 3100/150 Al/40°C/uža bočna: 3000/150 Al/100°C/šira bočna: 9100/200 Al/80°C/šira bočna: 7600/200 Al/60°C/šira bočna: 6900/200 Al/40°C/šira bočna: 5000/200 Al/100°C/donja: 14000/900 Al/80°C/donja: 11800/900 Al/60°C/donja: 10300/900 Al/40°C/donja: 12000/900 Al-12,6%Si/gornja: 4500/180 Al-10%Si/gornja: 4000/180 Al-8%Si/gornja: 3650/180 Al/gornja: 3550/180 Al-12,6%Si/uža bočna: 5000/220 Al-10%Si/uža bočna: 4100/220 Al-8%Si/uža bočna: 3800/220 Al/uža bočna: 3650/220 Al-12,6%Si/šira bočna: 37000/150 Al-10%Si/šira bočna: 17000/150 Al-8%Si/šira bočna: 15000/150 Al/šira bočna: 9200/150 Al-12,6%Si/donja: 50000/1300 Al-10%Si/donja: 36000/1300 Al-8%Si/donja: 32000/1300 Al/donja: 14000/1300			

MATERIJAL RASTOPA	MATERIJAL KALUPA	PREMAZ/ GRANULACIJA	ISPITAN UTICAJ	GEOMETRIJA POVRŠINE	MAKSIMALNI/MINIMALNI KPT	ZAVISNOST	NAPOMENA	IZVOR
					$\left(\frac{W}{mK^2}\right)$			
Cink	Čelik	-	Hrapavost kalupa	Cilindar prečnika 55mm i visine 56mm	Ra 43μm: 4500/990 Ra 173μm: 4380/800 Ra 303μm: 4320/710 Ra 866μm: 4270/300 200°C/90MPa/0,2ms ⁻¹ /A/2: 11668/- 200°C/40MPa/0,2ms ⁻¹ /A/6: 9896/- 200°C/40MPa/0,6ms ⁻¹ /A/2: 12695/- 200°C/90MPa/0,6ms ⁻¹ /A/6: 15517/- 260°C/40MPa/0,2ms ⁻¹ /A/2: 13743/- 260°C/90MPa/0,2ms ⁻¹ /A/6: 14613/- 260°C/90MPa/0,6ms ⁻¹ /A/2: 14795/- 260°C/40MPa/0,6ms ⁻¹ /A/6: 12868/-	KPT-T	Dobijena je teoretska S kriva zavisnosti KPT od T odlivka	[117]
AlSi7Mg0.6 (A357)	Čelik X40CrMoV51 (H13)	Lubrikanti A: mešavina ulja i silikona B: uljana emulzija	Temperature alata, pritiska dopresovavanja, brzine klipa, vrste lubrikanta i slojeva lubrikanta	Ravna	200°C/40MPa/0,2ms ⁻¹ /B/2: 12089/- 200°C/90MPa/0,2ms ⁻¹ /B/6: 11691/- 200°C/90MPa/0,6ms ⁻¹ /B/2: 14199/- 200°C/40MPa/0,6ms ⁻¹ /B/6: 9817/- 260°C/90MPa/0,2ms ⁻¹ /B/2: 13194/- 260°C/40MPa/0,2ms ⁻¹ /B/6: 10046/- 260°C/40MPa/0,6ms ⁻¹ /B/2: 12745/- 260°C/90MPa/0,6ms ⁻¹ /B/6: 13986/-	KPT-t	Livenje pod pritiskom	[118]

MATERIJAL RASTOPA	MATERIJAL KALUPA	PREMAZ/ GRANULACIJA	ISPITAN UTICAJ	GEOMETRIJA POVRŠINE	MAKSIMALNI/MINIMALNI KPT	ZAVISNOST	NAPOMENA	IZVOR
					$\left(\frac{W}{mK^2}\right)$			
AISI7Mg0.3 (A356)	Niskouglenični čelik pregrejan na 450°C	-	-	Bočna površina cilindra prečnika 53mm i visine 146mm	3241/500	KPT-t		[25]
AISI7Mg	Alatni čelik Peščano jezgro	Acheson 395	Premaza	Komplikovan industrijski odlivak	Peščano jezgro: 200 Debeo premaz: 700/100 Premaz debljine oko 140μm: 1300/100 Tanak premaz: 2000/100	KPT-T	Dat je KPT korišćen pri simuliranju komplikovanog odlivka iz industrijske proizvodnje	[1]
AISI12 (ZL102)	CO ₂ Pesak	-	-	Bočna površina cilindra prečnika 160mm i visine 200mm	806,65/448,69	KPT-T	Predložena korelaciona funkcija KPT-T	[18]
AISI7Mg (LM25)	Alatni čelik	Foseco Diecoat	Broja/debljine premaza	Relativno komplikovaniji odlivak iz industrijske proizvodnje	Broj premaza/debljina: Donja površina: 1/0,226mm: 15000-20000/2000 2/0,297mm: 12000-14000/2000 3/0,297: 10000-13000/2000 4/0,398: 8000-11000/2000 5/0,459: 6000-8000/1000 Bočna površina: 1/0,226mm: 4800-6000/700 2/0,297mm: 3800-4800/700 3/0,297: 2500-3200/700 4/0,398: 1800-2200/700 5/0,459: 1800-2200/1000	KPT-t KPT-T		[119]
TiAl6V4	Čelik X40CrMoV51 (H13)	-	Skupljanja odlivka	Bočna cilindra prečnika 51mm i visine 230mm i bočna unutrašnja površina prstena 25mm	Spoljašnja: 2000/325 Unutrašnja: 2000/5000	KPT-T	Pretpostavljen je oblik zavisnosti i veoma grubo potvrđen direktnom simulacijom	[5]

MATERIJAL RASTOPA	MATERIJAL KALUPA	PREMAZ/ GRANULACIJA	ISPITAN UTICAJ	GEOMETRIJA POVRŠINE	MAKSIMALNI/MINIMALNI KPT (W/mK^2)	ZAVISNOST	NAPOMENA	IZVOR
AISI12 (413) AISI7Mg0.3 (A356) AISI5Cu3 (319)	Školjka za precizno livenje (cirkon+alumin o-silikat molochite)	-	Vrste rastopa, metalostatičkog pritiska (8 ili 12cm) i debljine školjke	Bočna cilindra prečnika 64mm i visine 200mm	Školjka 15mm debljine 413/12cm: 470/190 413/8cm: 320/130 A356/12cm: 500/100 A356/8cm: 400/200 319/12cm: 1300/400 319/8cm: 600/200 Školjka 20mm debljine 319/12cm: 490/220 319/8cm: 310/130	KPT-T KPT-udeo čvrste faze	Kalupi su pregrevani na 500°C	[28]
SnPb10	Bakarni izmenjivač toplote	grafit	Pregrevanja i brzine hlađenja	Ravna bočna	Pregrevanje 11,1°C i 0,028°C/s: 9500/4400 Pregrevanje 1,3°C C i 0,028°C/s: 8200/3800 Pregrevanje 1,3°C C i 0,065°C/s: 8500/4500	KPT-t	Uz pomoć specijalne postavke ispitivan je KPT pri izuzetno sporim i kontrolisanim brzinama hlađenja	[120]
Al	Cu	Bez premaza, grafitni ili keramički	Vrste premaza, temperature ulivanja	Bočna cilindra prečnika 76mm i visine 80mm	Bez premaza: 760°C: 1350(780)/50 810°C: 1650(1040)/50 860°C: 1930(1380)/50 Keramički premaz: 760°C: 1020(640)/50 810°C: 1100(630)/50 860°C: 1200(550)/50 Grafitni premaz: 760°C: 755(480)/100 810°C: 745(520)/100 860°C: 740(490)/100	KPT-t KPT-T	Rezultati su pokazali dva platoa. Vrednosti maksimuma su vrednosti platoa iznad lividus linije dok su u zagradi vrednosti platoa ispod likvidus linije na KPT-T krivi a	[77]
AISI7Mg (LM25)	Čelik X40CrMoV51 (H13)	-	Položaja površine	Kompleksni odlivak	Donja površina: 14800/5000 Bočna površina: 6500/500	KPT-t KPT-T	Upoređen je eksperimentalno utvrđen KPT sa onim dobijenim na osnovu klasične zavisnosti od gasnog zazora	[121]

3 Kritički osvrt na dosadašnja istraživanja i definisanje cilja rada

Prilikom pregleda literature lako je uočljivo da je većina eksperimentalnih istraživanja izvedena na odlivcima jednostavne geometrije kao što su ploča, cilindar ili prsten. Na taj način je moguća preciznija procena vrednosti KPT-a usled manje komplikovanosti numeričkog algoritma i mogućnosti da se izoluju pojedinačni uticajni parametri. Iako odlivci koji se proizvode u livnicama obično imaju znatno složeniju geometriju, svaki odlivak se može podeliti na veći broj regiona elementarnih geometrijskih oblika. Ukoliko se svakom regionu dodele različiti granični uslovi, tačnost konačnog numeričkog rešenja može biti na zadovoljavajućem nivou [122]. Stoga se može konstatovati da se za trenutni nivo razvoja tehnike i zahtevanu tačnost, princip određivanja graničnih uslova preko jednostavnijih geometrija, a zatim njihova generalizacija na komplikovane odlivke, pokazao kao vrlo uspešan. Zahvaljujući upravo ovakvim ispitivanjima na jednostavnim geometrijama, dosadašnji istraživači su uspeali da izoluju sledeće uticajne parametre na vrednosti KPT-a:

- materijal kalupa/hladilice [71,80,123]
- geometrija odlivka [83,93,95,119]
- hrapavost površine kalupa [53,54,71,117]
- prisustvo premaza na površini kalupa i njegova debljina [74,75,77]
- temperatura ulivanja [77,79,99,124]
- hemijski sastav legure [52,70,72]
- metalostatički pritisak [60,61,123,124]
- temperatura kalupa [55]
- hemijski sastav međupovršinskih gasova [64,65]

Prilikom simulacija procesa livenja KPT se izražava na jedan od sledećih načina:

- upotreba konstantnog KPT-a [125,126],
- upotreba eksperimentalno određene zavisnosti KPT-a od vremena, izražene tabelarno ili u vidu eksponencijalne funkcije [3],
- upotreba empirijskih korelacija ili jednačina zasnovanih na prvim principima za pretpostavku KPT-a u zavisnosti od zazora između odlivka i kalupa [116,127],
- pretpostavka linearne ili eksponencijalne zavisnosti KPT-a od temperature površine odlivka [5,74,93,103].

Usled dinamičkog karaktera procesa livenja i promena koje se odigravaju na površini kalupa i odlivka, upotreba konstantnog KPT-a unosi značajne greške kod numeričkih simulacija livenja te ovaj pristup treba izbegavati.

Većina prethodnih istraživanja opisuje KPT isključivo u zavisnosti od vremena. Međutim, ovakav vid podataka može biti upotrebljen samo za analizu relativnog uticaja različitih parametara na KPT [77]. Upotrebljivost prilikom numeričke simulacije procesa je ograničena na identičnu konfiguraciju kalupa [107,119]. Svaka modifikacija kalupa koja prouzrokuje promenu orijentacije posmatrane površine

odlivka, promenu debljine sekcije [103] ili trenutka kada rastop dođe do nje čini rezultate neupotrebljivim.

Predviđanje KPT-a na osnovu veličine zazora predstavlja veoma robustan metod s obzirom da se od inicijalne vrednosti sve naknadne izmene mogu automatski izvršiti. Iako za predviđanje zazora neophodno sprovesti i proračun naponskog stanja odlivka koje unosi značajne probleme u pogledu potrebnog kvaliteta mreže i osetnog porasta vremena simulacije [128], uz skorašnji trend rasta mogućnosti računara za očekivati je da će ovi problemi biti prevaziđeni u narednoj deceniji. Metod dozvoljava primenu jedne serije eksperimenata na širok spektar mogućih geometrija odlivka. Nakon pronalazjenja zavisnosti KPT – zazor i uvođenja pretpostavke o konstantnoj vrednosti KPT-a koja važi do početka stvaranja zazora, vrednost KPT-a postaje definisana za kompletan vremenski domen simulacije [129]. Nažalost, dosadašnji eksperimentalni podaci su pokazali da pretpostavka o konstantnom KPT-u pre nastanka zazora nije tačna i da do pada vrednosti KPT-a dolazi odmah po formiranju oksidne opne na površini odlivka. Kada se analiziraju krive KPT – vreme i KPT – zazor sa slike 8, može se uočiti znatno neslaganje između maksimalnih vrednosti. Na posmatranom dijagramu vremenske zavisnosti, prosečna vrednost KPT-a u prvih 1.500 sekundi očvršćavanja, tj. pre trenutka stvaranja zazora (segment E–F–G–H), iznosi oko $4.500 \text{ W/m}^2\text{K}$. Sa druge strane, maksimalna vrednost KPT-a koji se može ostvariti korelacijom KPT – zazor dostiže svega $3.140 \text{ W/m}^2\text{K}$.

Kao dodatni nedostatak ovog metoda javljaju se eksperimentalni problemi. Trovant je pokazao da je usled nedovoljne krutosti peska, merenje zazora kod peščanog kalupa neizvodljivo [47]. Iz sličnog razloga su i merenja kod legura sa širokim intervalom očvršćavanja nepouzdana usled slabije veze poluočvrste faze i mernog senzora [47,117]. Predlog Koutsa da se ovaj problem reši zamotavanjem žice oko poluge merača (slika 7b) predstavlja problematično rešenje s obzirom da još uvek nije ispitan uticaj koji ovako postavljena žica ima na fizičke procese koji se odigravaju na međupovršini. Takođe, pažljivijim razmatranjem njegovih rezultata može se uočiti da se ni primenom pomenute konstrukcije problemi povezivanja davača ne mogu potpuno rešiti. Na slici 8a se može videti da je u prvih 1.500 sekundi merenja pomeranje zida kalupa ka odlivku (kriva 5) znatno veće od pomeranja površine odlivka (kriva 6). Ovo je fizički nemoguć događaj s obzirom da se time dobijaju negativne vrednosti zazora (kriva 7). Kako se radi o čeličnom kalupu, jedino logično objašnjenje ovakvog rezultata jeste slaba veza između poluge merača i površine odlivka što implicira na nepouzdanost dobijenih rezultata. Dodatno, kako bi se vrednost zazora mogla adekvatno izmeriti u svim dosadašnjim istraživanjima korišćeni su odlivci relativno velikih gabarita. Fizički procesi koji se odigravaju tokom očvršćavanja masivnih odlivaka donekle se razlikuju od malih i srednjih odlivaka koji čine najveći deo svetske proizvodnje:

- međusobno pomeranje odlivka i kalupa će zbog količine prenete toplote biti različito. Na primer, na slici 8b kod sekcije F–G je primetan rast KPT-a usled širenja bakarne hladilice i posledično povećanog pritiska između rastopa i kalupa. Kod odlivaka manje debljine zida rast temperature hladilice u ovoj fazi procesa će biti znatno niži pa se ne može očekivati ovakvo ponašanje sistema. Kao dodatni problem javlja se i smer širenja. Ukoliko se radi o hladilici koja nije povezana sa ostatkom kalupa kao što je to slučaj u većini navedenih istraživanja, ona će se širiti jednako u svim pravcima pa i ka odlivku. Međutim, kada se radi o monolitnom kalupu kakav se obično koristi u livničkoj praksi, bočni zidovi kalupa ograničavaju pomeranja ka odlivku i kalup se širi ka spolja dodatno se udaljavajući od odlivka;

- uslovi nastanka i geometrija prvobitno formirane oksidne kore će se promeniti, a dokazano je da ona može značajno uticati na inicijalne vrednosti KPT-a;
- konvektivna strujanja koja su odsutna kod tanjih zidova mogu uticati na trenutak nastajanja i dinamiku rasta oksidne kore, a samim tim i na dinamiku procesa prenosa toplote.

Prethodni nedostaci eksperimentalnih korelacija bi se mogli ublažiti primenom jednačina izvedenih iz prvih principa. Na osnovu hrapavosti i osobina materijala uz uvođenje nekih pretpostavki može se doći do matematičkog modela za početne vrednosti KPT-a. Dalji njegov pad sa rastom zazora dobija se pretpostavkom toplotne provodljivosti gasa koji ga ispunjava. Radi jednostavnosti se obično pretpostavlja da je gas na međupovršini vazduh [87,88], iako je ranijim eksperimentima potvrđeno da ova tvrdnja nije tačna [130–132]. U svojim ranim radovima Grifits [55,87,88] je uspeo da na osnovu matematičkih modela dobije zadovoljavajuće predviđanje za donje površine odlivka, ali i veoma loše za bočne i gornje površine (videti sliku 21). Veliki nedostatak jeste neophodnost tačnog poznavanja profila i parametara hrapavosti kalupa i odlivka, kao i informacija vezanih za kvašljivost i napon tečenja rastopa u međufaznom području. Trenutni stadijum razvoja nauke ne može sa zadovoljavajućom tačnosti predvideti sve mikro i makro pojave koje se odigravaju na međupovršini kontakta i nažalost nijedan do danas razvijeni model nije pokazao zadovoljavajuće rezultate. Sve gore navedene pojave čine primenljivost pristupa predviđanja KPT na osnovu veličine zazora upitnim i otvorenim za dalja istraživanja.

Kao logično rešenje iznetih problema se nameće iskazivanje KPT-a u zavisnosti temperature površine odlivka. Eksperimentalno dobijena vremenska zavisnost KPT-a može se lako preračunati i izraziti u vidu zavisnosti od temperature površine odlivka. Već je potvrđeno da se na taj način može uzeti u obzir veliki broj pojava koji se odigravaju na međupovršini. Na primer, za očekivati je da će zazor nastati nakon što dendritna mreža postigne dovoljnu čvrstoću da se odupre daljem skupljanju tečnog metala. Ova pojava se za date uslove odigrava na relativno konstantnoj vrednosti udela čvrste faze, čija se vrednost opet lako može prevesti u temperaturu. Samim tim je uticaj odlivka na nastajanje zazora moguće lako uzeti u obzir. Istovremeno, moguće je izvesti ispitivanja za određivanje trenda promene KPT-a za različite debljine odlivka. Na taj način bi se mogle uzeti u obzir i eventualne varijacije u vitoperenju zida odlivka, širenju kalupa usled povećanog unosa toplote i sl.

Pored neadekvatnosti načina prikaza dosadašnjih rezultata, veliku sumnju u dosad objavljene rezultate unosi često neadekvatna eksperimentalna postavka. Uglavnom se koriste termoparovi velike debljine koji su pozicionirani relativno daleko od kontaktne površine. Samim tim je potrebno znatno vremena dok termoparovi reaguju na dejstvo odlivka te se može pojaviti velika greška u predviđanjima KPT-a, naročito u početnim stadijumima formiranja odlivka. Ova pojava je naročito izražena kod kalupa sa niskom temperaturnom provodljivošću, kao što je to slučaj kod livenja u kalupe od peska.

Tipična eksperimentalna postavka je prikazana na slici 18. Na njoj je prikazan eksperiment izveden od strane Meneginija i Tomesanija [80] gde su korišćeni termoparovi debljine 1mm na razdaljini 6 i 12 mm od površine. Još ekstremniji slučaj jeste ispitivanje KPT-a prilikom preciznog livenja odlivaka od legura aluminijum koje su sproveli Braun i O'Mahoni [62]. U njihovom eksperimentu korišćeni su obloženi termoparovi debljine 1 mm postavljeni unutar keramičke cevčice spoljnog prečnika 3 mm i unutrašnjeg 2 mm. Po navodu samih autora nakon ulivanja je bilo neophodno da prođe 4 sekunde kako bi termoparovi postavljeni u odlivku pokazali maksimalnu vrednost temperature. Ovako spori

odzivi termoparova pri merenju dinamičkih sistema izazivaju značajne (čak i dvocifrene) greške u izmerenim temperaturama pa je i tačnost dobijenih rezultata procene KPT-a veoma mala.

Uzimajući u obzir sve prethodno navedeno, može se konstatovati da postoji potreba za dodatnim istraživanjem koje će postići:

- razvoj nove eksperimentalne postavke/tehnike koja će povećati tačnost procenjenih rezultata i ujedno omogućiti merenje graničnih uslova kod odlivaka realnih dimenzija, a ne samo onih ultra masivnih;
- optimizaciju eksperimentalne postavke kroz procenu uticaja određenih parametara kao što su geometrija odlivka, termo-fizičke osobine kalupa i postavka termoparova za merenje temperaturnog polja kalupa;
- zadovoljavajući kvalitet preslikavanja vremenske serije KPT-a u vektor zavisnosti od temperature površine odlivka čime će univerzalnost dobijenih rezultata biti povećana.
- razvoj korelacije (funkcionalne zavisnosti) KPT-a i temperature površine odlivka zahvaljujući kojoj će se dodatno povećati univerzalnost dobijenih rezultata i koja može poslužiti kao osnova za popunjavanje neke buduće baze podataka o vrednostima KPT-a. Zahvaljujući razvijenoj korelaciji i razvijenoj bazi podataka KPT, biće moguće razviti softvere za automatsku optimizaciju livenja pri čemu bi se putevi hranjenja umesto promenom geometrije ili upotrebom većeg broja hranioca optimizovali uz pomoć varijacije KPT-a tj. varijacije vrste i debljine premaza. Algoritmi u svrhu izbora optimalnog KPT kako bi se izbegla vruća mesta već su u fazi razvoja, [121,133]. Treba dodatno napomenuti da se u dosadašnjim istraživanja pokazalo da je upotrebljivost ovih vrlo korisnih algoritama veoma ograničena kada su u pitanju simulacije sprovedene na osnovu modela koji proračunavaju KPT u zavisnosti od gasnog zazora. Naime, kako bi optimizovali KPT na različitim segmentima jednog odlivka Luis i Ransing su KPT dobijen na osnovu modela morali da pretvore u korelacioni model kako bi se optimizacija uopšte mogla sprovesti jer je za optimizaciju neophodno da KPT vrednosti budu unapred poznate [121].

Ha osnovu izloženih ciljeva rada može se formulirati osnovna hipoteza da će biti moguće razviti unapređenu eksperimentalnu postavku koja će omogućiti preciznije određivanje graničnih uslova u sistemu odlivak – kalup i razvoj adekvatne empirijske korelacione funkcije za definisanje KPT-a u odnosu na temperaturu površine odlivka.

4 Plan i opis eksperimenta

Pronalaženje graničnih uslova pri livenju u peščanim kalupima je veoma kompleksan problem čiji se eksperimentalni deo može podeliti u dva zasebna dela:

1. livački eksperiment u cilju merenja temperaturnog polja odlivka i kalupa,
2. numerička analiza rezultata u cilju procene vrednosti KPT-a i toplotne difuzivnosti kalupa.

U nastavku ovog poglavlja izložen je detaljni opisi eksperimentalne postavke i numeričkog algoritma primenjenog u cilju pronalaženja KPT-a. Kako primenjena numerička analiza direktno utiče na određene aspekte livačkog eksperimenta, ona će prvo biti objašnjena.

4.1 Numerička analiza

Prenos toplote sa odlivka na kalup je pretpostavljen kao jednodimenzionalno provođenje toplote koje se može opisati izrazom:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (4.1)$$

uz korišćenje sledećih početnih i graničnih uslova:

$$T(x, 0) = T_i(x) \quad (4.2)$$

$$k(T) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = q(0, \tau) \quad (4.3)$$

$$T(x_4, \tau) = Y_4(\tau) \quad (4.4)$$

gde su T_i početna temperatura kalupa, x_4 udaljenost četvrtog termopara (TP4 je najudaljeniji termopar kalupa) od međupovršine i Y_4 je vrednost temperature izmerena od strane četvrtog termopara.

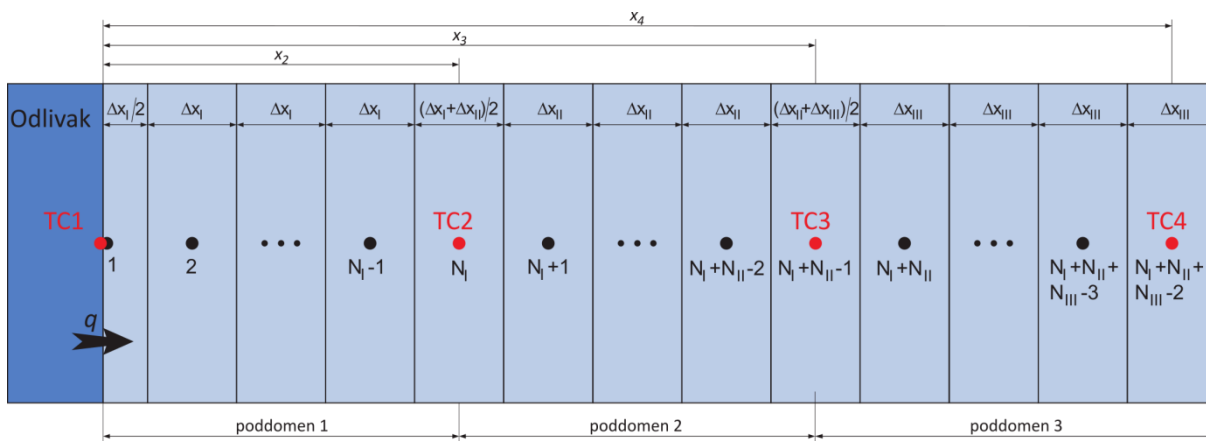
Gornje jednačine su diskretizovane upotrebom metode kontrolnih zapremina na način prikazan na slici 28. Imajući u vidu da su pozicije termoparova konačno određivane tek nakon završenog ulivanja i da su zbog prirode procesa kalupovanja prisutne značajne varijacije, prostorni domen modela je podeljen na tri poddomena, po jedan između svaka dva termopara. Širine ćelija unutar domena su određene na osnovu sledećih izraza:

$$\Delta x_I = \frac{x_2}{N_I - 1} \quad (4.5)$$

$$\Delta x_{II} = \frac{x_3 - x_2}{N_{II} - 1} \quad (4.6)$$

$$\Delta x_{III} = \frac{x_4 - x_3}{N_{III} - 1} \quad (4.7)$$

Gde su x_2 , x_3 i x_4 udaljenosti drugog, trećeg i četvrtog termopara od međupovršine u pravcu normale, a N_I , N_{II} i N_{III} broj ćelija u prvom, drugom i trećem poddomenu.



Slika 28: Primenjena proračunska mreža sa ucrtanim lokacijama korišćenih termoparova

Veoma je važno istaći značaj korišćenja promenljive gustine mreže pri rešavanju ove vrste problema. Termoparovi se veoma lako mogu pomeriti prilikom kalupovanja. Iz tog razloga se njihova tačna pozicija ne može precizno unapred odrediti i varira od jednog eksperimenta do drugog. Upotrebom modela sa fiksnom gustinom mreže tačno poklapanje računskih čvornih mesta i lokacije termoparova je nemoguće ostvariti, što dovodi do porasta greške pozicioniranja termoparova. Stoga je u ovom istraživanju odlučeno da se preko jednačina (4.5) – (4.7) izvrši obavezno prisilno preklapanje pozicije termoparova i čvornih mesta čime je ukupna greška procene znatno smanjena.

Primenom metode energetskog bilansa moguće je izvesti jednačinu za svaku kontrolnu zapreminu. Zakon održanja energije nalaže da je:

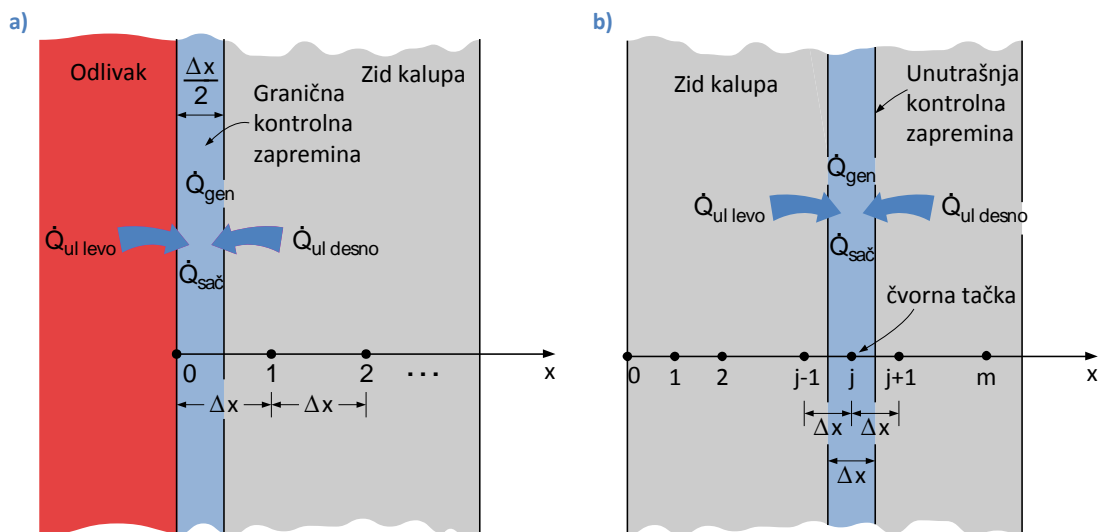
$$\dot{Q}_{ul} + \dot{Q}_{gen} = \dot{Q}_{sač} \quad (4.8)$$

odnosno da je zbir toplotne energije koja ulazi u kontrolnu zapreminu (\dot{Q}_{ul}) i toplotne energije koja je u njoj generisana (\dot{Q}_{gen}) jednaka energiji koja se u datom vremenskom trenutku sačuva u posmatranoj kontrolnoj zapremini ($\dot{Q}_{sač}$). Radi jednostavnosti izvođenja i konzistentnosti metodologije pretpostaviće se da sva toplotna energija ulazi u kontrolnu zapreminu. Pošto se razmatra jednodimenzionalni prenos toplote polubeskonačnog tela gornja jednačina se može podeliti sa jediničnom površinom kako bi se dobila gustina toplotnog fluksa. Dodatno, sa velikom sigurnošću se može pretpostaviti da u pesku nema generisanja nove toplotne energije i da se između kontrolnih zapremina odigrava isključivo konvektivni prenos toplote.

Uzimajući da je $\Delta\tau$ željeni vremenski korak simulacije, za graničnu kontrolnu zapreminu ($j = 1$, slika 29a) pri implicitnoj diskretizaciji vremena se može napisati:

$$q^i + \lambda^{i-1} \frac{T_{j+1}^i - T_j^i}{\Delta x_I} = \rho c_p^{i-1} \frac{\Delta x_I}{2} \frac{T_j^i - T_j^{i-1}}{\Delta \tau} \quad (4.9)$$

$$\frac{2\Delta\tau}{\rho c_p^{i-1} \Delta x_l} q^i + \frac{2\Delta\tau \lambda^{i-1}}{\rho c_p^{i-1} \Delta x_l^2} T_{j+1}^i - \frac{2\Delta\tau \lambda^{i-1}}{\rho c_p^{i-1} \Delta x_l^2} T_j^i = T_j^i - T_j^{i-1} \quad (4.10)$$



Slika 29: Šematski prikaz granične i proizvodnje unutrašnje kontrolne zapremine kalupa

Kako bi se primenila metoda inverzije matrice neophodno je sve članove koje sadrže nepoznate promenljive, a to su u ovom slučaju temperature aktuelnog vremenskog koraka T^i , staviti na jednu stranu izraza, a poznate promenljive na drugu:

$$\left(1 + \frac{2\Delta\tau \lambda^{i-1}}{\rho c_p^{i-1} \Delta x_l^2}\right) T_{j+1}^i - \frac{2\Delta\tau \lambda^{i-1}}{\rho c_p^{i-1} \Delta x_l^2} T_j^i = T_j^i - \frac{2\Delta\tau}{\rho c_p^{i-1} \Delta x_l} q^i \quad (4.11)$$

Odakle se konačno dobija:

$$(1 + 2Fo_l^{i-1}) T_j^i - 2Fo_l^{i-1} T_{j-1}^i = T_j^{i-1} + \frac{2\Delta x_l Fo_l^{i-1}}{\lambda^i} q^i \quad (4.12)$$

gde je Fo_l Furijeov broj za prvi poddomen:

$$Fo_l^{i-1} = \frac{\lambda^{i-1} \Delta\tau}{\rho c_p^{i-1} (\Delta x_l)^2} \quad (4.13)$$

Jednačina zakona održanja energije za proizvoljnu kontrolnu zapreminu koja se nalazi unutar nekog od poddomena (slika 29b) glasi:

$$\lambda^{i-1} \frac{T_{j-1}^i - T_j^i}{\Delta x_{pd}} + \lambda^{i-1} \frac{T_{j+1}^i - T_j^i}{\Delta x_{pd}} = \rho c_p^{i-1} \Delta x_{pd} \frac{T_j^i - T_j^{i-1}}{\Delta\tau} \quad (4.14)$$

$$-\frac{\Delta\tau \lambda^{i-1}}{\rho c_p^{i-1} \Delta x_{pd}^2} T_j^i + \frac{\Delta\tau \lambda^{i-1}}{\rho c_p^{i-1} \Delta x_{pd}^2} T_{j-1}^i - \frac{\Delta\tau \lambda^{i-1}}{\rho c_p^{i-1} \Delta x_{pd}^2} T_j^i + \frac{\Delta\tau \lambda^{i-1}}{\rho c_p^{i-1} \Delta x_{pd}^2} T_{j+1}^i = T_j^i - T_j^{i-1} \quad (4.15)$$

Odakle se dobija konačan izraz:

$$-Fo_{pd}^{i-1}T_{j-1}^i + (1 + 2Fo_{pd}^{i-1})T_j^i - Fo_{pd}^{i-1}T_{j+1}^i = T_j^{i-1} \quad (4.16)$$

Fo_{pd} je Furijeov broj za poddomen pd i definiše se kao:

$$Fo_{pd}^{i-1} = \frac{\lambda^{i-1}\Delta\tau}{\rho c_p^{i-1}(\Delta x_{pd})^2} \quad (4.17)$$

Za ćeliju na granici između I i II poddomena ($j = N_I$) zakon održanja energije glasi:

$$\lambda^{i-1} \frac{T_{j-1}^i - T_j^i}{\Delta x_I} + \lambda^{i-1} \frac{T_{j+1}^i - T_j^i}{\Delta x_{II}} = \rho c_p^{i-1} \frac{\Delta x_I + \Delta x_{II}}{2\Delta\tau} (T_j^i - T_j^{i-1}) \quad (4.18)$$

Daljim sređivanjem izraza može se pokazati da je:

$$-\frac{2\lambda^{i-1}\Delta\tau}{\rho c_p^{i-1}\Delta x_I(\Delta x_I + \Delta x_{II})}T_{j-1}^i + \left(1 + \frac{2\lambda^{i-1}\Delta\tau}{\rho c_p^{i-1}\Delta x_I\Delta x_{II}}\right)T_j^i - \frac{2\lambda^{i-1}\Delta\tau}{\rho c_p^{i-1}\Delta x_{II}(\Delta x_I + \Delta x_{II})}T_{j+1}^i = T_j^{i-1} \quad (4.19)$$

Na sličan način se može dobiti izraz i za kontrolnu zapreminu na granici između II i III poddomena ($j = N_I + N_{II} - 1$):

$$-\frac{2\lambda^{i-1}\Delta\tau}{\rho c_p^{i-1}\Delta x_{II}(\Delta x_{II} + \Delta x_{III})}T_{j-1}^i + \left(1 + \frac{2\lambda^{i-1}\Delta\tau}{\rho c_p^{i-1}\Delta x_{II}\Delta x_{III}}\right)T_j^i - \frac{2\lambda^{i-1}\Delta\tau}{\rho c_p^{i-1}\Delta x_{III}(\Delta x_{II} + \Delta x_{III})}T_{j+1}^i = T_j^{i-1} \quad (4.20)$$

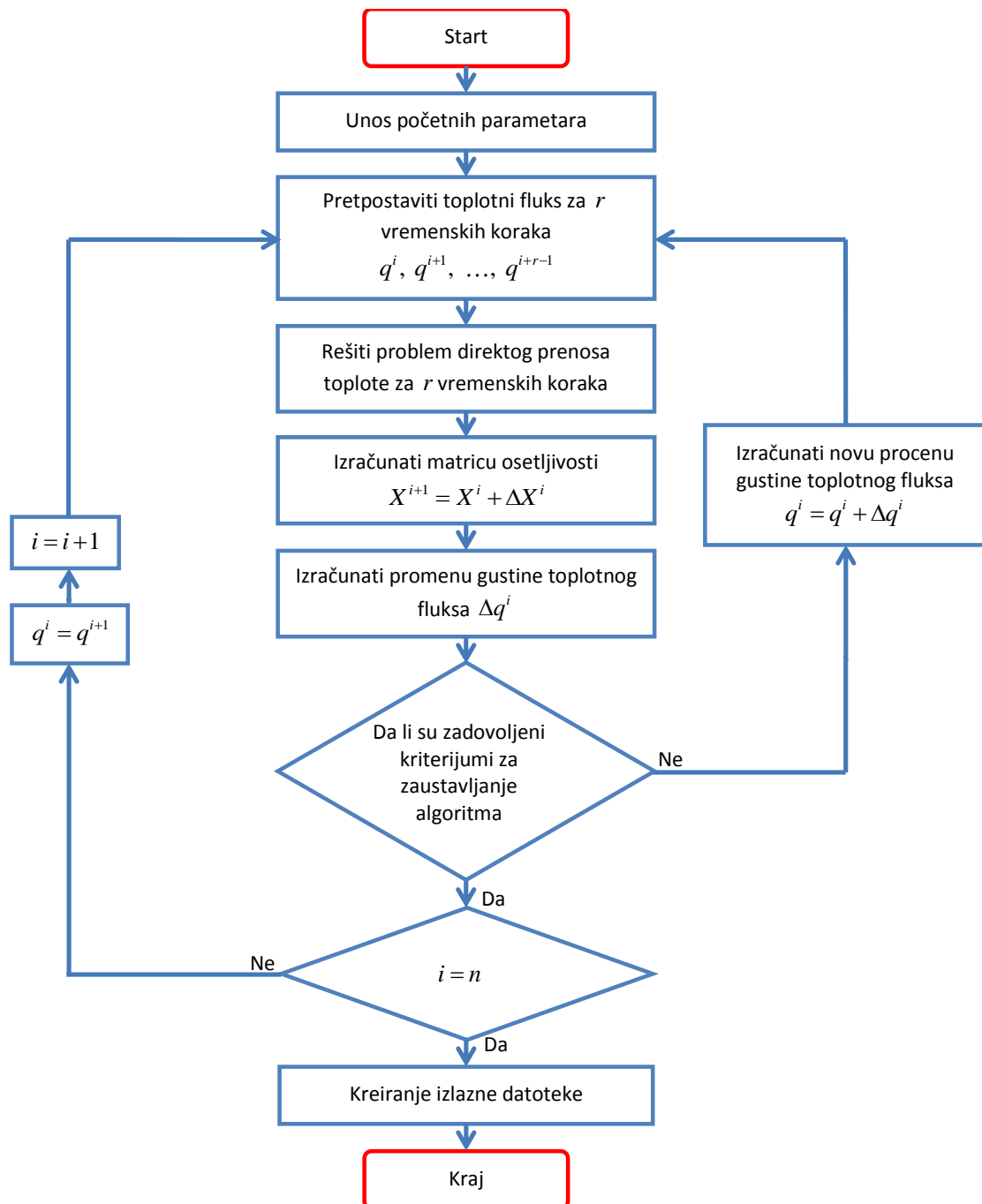
Za poslednju ćeliju u prostornom domenu ($j = N_I + N_{II} + N_{III} - 2$) važi:

$$T_j^i = Y_4^i \quad (4.21)$$

Uz pomoć izraza (4.12), (4.16) i (4.19) – (4.21) za svaki vremenski korak se može definisati sistem od j jednačina sa j nepoznatih. Ukoliko su vrednosti gustine toplotnog fluksa na međupovršini odlivak – kalup poznate, rešavanjem datog sistema moguće je izračunati kompletno temperaturno polje kalupa. Kako bi se GTF procenio za svaki željeni vremenski korak upotrebljen je algoritam zasnovan na metodi sekvencijalne specifikacije funkcije uz upotrebu budućih vremena za njenu procenu, slika 30. Kao funkcija cilja koju iterativni algoritam zasnovan na Gaus-Njutnovoj metodi treba da minimizuje korišćena je sledeća funkcija:

$$S = \sum_{i=1}^n (Y_2^i - T_{N_I}^i)^2 + \sum_{p=1}^n (Y_3^i - T_{N_I+N_{II}-1}^i)^2 \quad (4.22)$$

Ova funkcija se unekoliko razlikuje u odnosu na dosadašnja istraživanja po tome što za optimizaciju procene GTF-a koristi dva termopara kalupa umesto jednog. Ovo je učinjeno u cilju povećavanja tačnosti dobijenih rezultata.



Slika 30: Primenjeni iterativni algoritam za procenu KPT-a

Prikazani algoritam je zasnovan na iterativnoj proceduri koja se sastoji iz sledećih koraka:

1. Učitati ulazne podatke (rezultate eksperimentalnih merenja i termo-fizičke osobine materijala).
2. Definisati veličinu željenog vremenskog koraka ($\Delta\tau$), vrednost inicijalne procene GTF-a (q^1), željeni red regularizacije (r) i željeni broj kontrolnih zapremina za svaki region (N_I , N_{II} i N_{III}).
3. Definisati početno temperaturno polje kalupa učitavanjem prvih izmerenih vrednosti termoparova za kontrolne zapremine koje se poklapaju sa lokacijama termoparova i linearnom interpolacijom za sve ostale kontrolne zapremine.
4. Postaviti inicijalnu vrednost vremenskog koraka na $i = 1$.

5. Pomoću metode inverzije matrice, koristeći aktuelnu vrednost gustine toplotnog fluksa q^i rešiti sistem jednačina definisan izrazima (4.12), (4.16) i (4.19) – (4.21) za r narednih vremenskih koraka.
6. Pomoću metode inverzije matrice rešiti sistem jednačina definisan izrazima (4.12), (4.16) i (4.19) – (4.21) za r narednih vremenskih koraka koristeći inkrementalnu vrednost gustine toplotnog fluksa $q_{inkr}^i = q^i + \varepsilon q^i$. Za ovo istraživanje je usvojeno $\varepsilon = 0,0001$.
7. Izračunati koeficijente osetljivosti definisane sledećim izrazima:

$$S_1^{i+u-1} = \frac{T_{N_i}^{i+u-1}(q_{inkr}^i) - T_{N_i}^{i+u-1}(q^i)}{\varepsilon q^i} \quad (4.23)$$

$$S_2^{i+u-1} = \frac{T_{N_i+N_{II}-1}^{i+u-1}(q_{inkr}^i) - T_{N_i+N_{II}-1}^{i+u-1}(q^i)}{\varepsilon q^i} \quad (4.24)$$

8. Izračunati inkrement GTF-a definisan sledećim izrazom:

$$\Delta q^i = \frac{\sum_{i=1}^r (S_1^{i+u-1}(Y_2^{i+u-1} - T_{N_i}^{i+u-1}) + S_2^{i+u-1}(Y_3^{i+u-1} - T_{N_i+N_{II}-1}^{i+u-1}))}{\sum_{i=1}^r ((S_1^{i+u-1})^2 + (S_2^{i+u-1})^2)} \quad (4.25)$$

9. Proveriti da li greška zadovoljava kriterijume za zaustavljanje algoritma definisane kao:

$$|q^i + \Delta q^i| > 2 \frac{W}{m^2} \quad (4.26)$$

$$\frac{\Delta q^i}{q^i} < 0.0005 \quad (4.27)$$

$$k < k_{\max} \quad (4.28)$$

Ukoliko nijedan od kriterijuma nije zadovoljen izračunati novu vrednost procene GTF-a $q^i = q^i + \Delta q^i$ i vratiti se na korak br. 5. U suprotnom preći na sledeći korak.

10. Proveriti da li broj merenja dozvoljava još jedan proračun. Ukoliko je $i\Delta\tau < \tau_{\max} - r\Delta\tau$ preći na sledeći korak. Ukoliko nije, podesiti da je $q^{i+1} = q^i$ i $i = i + 1$ i vratiti se na korak broj 5.
11. Izračunati KPT za sve vremenske korake koristeći sledeći izraz:

$$h^i = \frac{q^i}{Y_1^i - T_1^i} \quad (4.29)$$

12. Ispisati sve izlazne datoteke.

Fereira i saradnici su pokazali da početna temperaturna distribucija može značajno da utiče na preciznost procene KPT-a [11]. Ispitujući uticaj uzimanja u obzir početnog temperaturnog polja rastopa pokazali su da usrednjavanje početnih temperatura može biti značajan izvor greške procene GTF-a pa samim tim i KPT-a. Veličina greške procene se pokazala kao direktno zavisna od toplotne

difuzivnosti i od odnosa KPT-a i toplotne provodljivosti. S obzirom da je njihov algoritam GTF proračunavao na osnovu temperaturnog polja rastopa moglo bi se konstatovati da pomenuta zapažanja nemaju veliki uticaj u ovom slučaju jer pesak ima znatno nižu toplotnu provodljivost od rastopa. Međutim, treba imati u vidu da je efektivna toplotna provodljivost peska na početku procesa značajna. Tokom ulivanja vazduh napušta kalupnu šupljinu kroz pore u peščanom kalupu i konvekcijom značajno menja temperaturno polje kalupa. Njegovim zanemarivanjem bi se tačnost rezultata mogla značajno narušiti. Stoga je u razvijeni numerički algoritam uzeta u obzir početna temperaturna distribucija kalupa linearnom interpolacijom između mernih mesta na kojima se nalaze termoparovi.

Algoritam izložen u ovom poglavlju iskodiran je u programskom jeziku *GNU Octave*. Pri tome, u zavisnosti od načina zadavanja termo-fizičkih osobina razvijena su dva različita programa. U prilogu 10.8 prikazan je program kod kojeg se zadaje vremenska vrednost toplotne difuzivnosti kalupa, dok se u prilogu 10.9 nalazi izvorni kod programa kod kojeg se toplotno polje kalupa računa uz pomoć korišćenja funkcionalnih zavisnosti termo-fizičkih osobina koje se mogu naći u literaturi.

Kako bi se dobila pouzdana rezolucija diskretizacije problema, Furijeov broj (Fo) treba da bude između 0,01 i 1 [37]. Za vrednosti između 0,001 i 0,01 rešenje može biti nestabilno u zavisnosti od odnosa jačine signala i pratećih šumova i u zavisnosti od primenjenog načina regularizacije. Za vrednosti $Fo < 0,001$ inverzni metod je nestabilan čak i ukoliko bi se ulazne temperature uzele iz analitičkog rešenja problema [37].

4.2 Livački eksperiment

4.2.1 Materijal odlivka, topljenje i ulivanje rastopa

U ovom istraživanju kao materijal odlivka su korišćene komercijalno dostupne legure aluminijuma i silicijuma AlSi12 (EN AB-44100) i AlSi9Cu3 (EN AB-46200) proizvođača Dip doo, Novi Sad, R. Srbija. Kako su ingoti bili preveliki za lonac peći, pre šaržiranja su bili grubo izlomljeni na hidrauličnoj presi, a zatim izrezani na adekvatnu veličinu pomoću specijalnih reznih ploča za aluminijum napravljenih od aluminijum oksida, bez primesa železa, sumpora i hlora.

Topljenje legura aluminijuma je izvršeno uz pomoć elektrootporne peći prikazane na slici 31. Lonac peći je napravljen od vatrootpornog čelika. Kako bi se sprečila reakcija između aluminijuma i prisutnog železa i ujedno povećala termička stabilnost peći, unutrašnjost lonca je pre početka izvođenja eksperimenata obložena slojem termobetona debljine oko 2 cm. U tu svrhu korišćen je termobeton Zvezda 10 proizvođača Šamot, Arandjelovac, R. Srbija.



Slika 31: Elektrootporna peć locirana u laboratoriji za livenje na Fakultetu tehničkih nauka u Novom Sadu.

Kako bi rastop bio spreman za ulivanje što ranije u toku dana, lonac peći je šaržiran uveče i peć je podešavana da tokom noći održava temperaturu od oko 450 °C. Ujutru je temperatura peći podizana na temperaturu livenja. Po dobijanju rastopa vršeno je dodatno šaržiranje ingota kako bi se dobila što veća zapremina rastopa koja omogućava povećanu termičku stabilnost. Za završetak jutarnjeg ciklusa topljenja je bilo potrebno oko 3 – 4 sata. Po dostizanju željene temperature pristupalo se livačkim eksperimentima. Pre svakog ulivanja izvršeno je pokretanje akvizitera temperature, skidanje šljake sa ogledala rastopa, kontrola temperature liva i gašenje peći. Izlivanje metala je vršeno ručnim zakretanjem lonca peći direktno u kalupnu šupljinu (videti sliku 31) čime je postignuta bolja kontrola temperature ulivanja.

4.2.2 Materijal kalupa

Mešavina korišćena za izradu kalupa sastojala se isključivo od suvog kvarcnog peska KLP_A017 (proizvođač: Kopovi a.d, Ub, R. Srbija) sa dodatkom 6% vodenog stakla (proizvođač Galenika-Magmasil d.o.o, Zemun, R. Srbija). Na osnovu granulometrijske analize uzorka, utvrđeno je da pesak ima broj finoće zrna od $BF=80$. Merenjem mase potrošenog peska izračunato je da prosečna gustina kaluparske mešavine pre ulivanja iznosi 1.360 kg/m^3 .

Za proračun temperaturnog polja kalupa dat u poglavlju 4.1 neophodno je poznavati toplotnu provodljivost, gustinu i specifični toplotni kapacitet materijala kalupa. Ove tri veličine se preko izraza $a = \lambda / \rho c_p$ mogu objediniti u jednu jedinu nepoznatu osobinu – toplotnu difuzivnost.

Nažalost, podaci o termo – fizičkim osobinama peščanih kalupa veoma teško se nalaze u literaturi. Dodatno, upotrebom literaturnih vrednosti postoji opasnost od pravljenja značajne greške s obzirom da se one mogu značajno promeniti usled variranja granulacije i hemijskog sastava peska (proizvođača). Stoga je odlučeno da se u ovom radu ispita i uticaj korišćene vrednosti toplotne difuzivnosti na kvalitet procene KPT-a, i to:

1. Upotrebom konstantne vrednosti toplotne difuzivnosti (a_{const}). Velika većina do sada objavljenih istraživanja koristila je konstantne vrednosti termo–fizičkih osobina. Ovakva pretpostavka može značajno da poveća ukupnu grešku procene, ali se opravdava značajnim uštedama u vremenu numeričke analize i lakoći implementacije rešenja. Dodatno, zbog čestog neslaganja korišćenih i literaturnih podataka o vrednostima osobina (čak i za redove veličina) deluje da je ovaj parametar ponekad korišćen i za skriveno fitovanje rezultata. U

ovoj disertaciji kao konstantna vrednost toplotne difuzivnosti materijala kalupa izabrana je vrednost od $a = 0,3 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$. Ova vrednost je izabrana jer većina literaturnih izvora tvrdi da je upravo to vrednost toplotne difuzivnosti peska na 500–600°C.

2. Upotrebom toplotne difuzivnosti prema korelacionim vrednostima koje se mogu naći u literaturi ($a_{f(T)}$). U literaturi se mogu naći sledeće vrednosti za termo-fizičke osobine pešćanih kalupa [2]:

$$\text{a. } \lambda_{f(T)1} = 0,946 - 0,000903 \times T + 0,000000564 \times T^2 \text{ [W/mK]} \quad (4.30)$$

$$\text{b. } \lambda_{f(T)2} = 1,26 - 0,00169 \times T + 0,00000105 \times T^2 \text{ [W/mK]} \quad (4.31)$$

$$\text{c. } \lambda_{f(T)3} = 0,604 - 0,000767 \times T + 0,000000795 \times T^2 \text{ [W/mK]} \quad (4.32)$$

$$\text{d. } c_{p1} = 407,1 \times T^{0,154} \text{ [J/kg}^\circ\text{C]} \quad (4.33)$$

$$\text{e. } c_{p1} = 547,2 + 1,147 \times T - 0,0005401 \times T^2 \text{ [J/kgK]} \quad (4.34)$$

Planirano je da se na nekoliko probnih merenja ispitaju sve kombinacije gore navedenih termo-fizičkih osobina i da se zatim za sva ostala merenja koristi ona koja pokaže najbolje rezidualne, odnosno najbolje poklapanje eksperimentalnih i proračunatih vrednosti temperature.

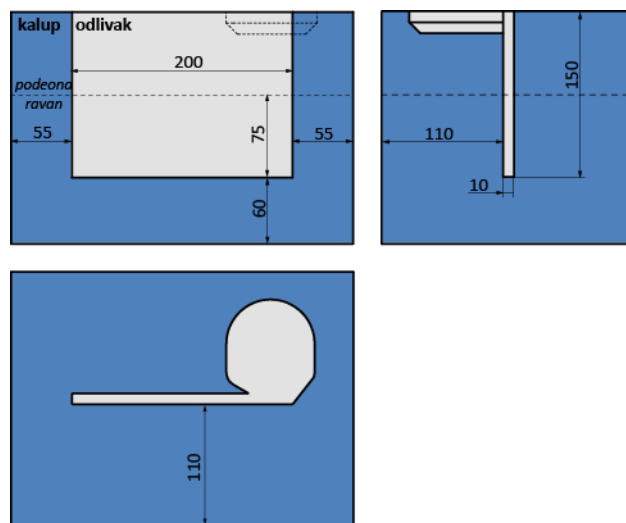
3. Upotrebom toplotne difuzivnosti procenjene na osnovu sprovedenih temperaturnih merenja (a_{optim}). S obzirom da se pri izvođenju eksperimenata planira postavljanje tri termopara unutar kalupa, razvijen je numerički algoritam koji može da proceni vrednosti KPT-a na osnovu izmerenih temperaturnih krivi. Razvijeni algoritam je zasnovan na prethodno objašnjenom algoritmu procene KPT-a. Za razliku od njega, algoritam za inicijalnu procenu optimizovane toplotne difuzivnosti razmatra samo temperaturno polje kalupa između postavljenih termoparova TP2, TP3 i TP4. Koristeći isti matematički model opisan jednačinama (4.16) i (4.19) – (4.21) izmenjeni algoritam daje procenu toplotne difuzivnosti minimizirajući identičnu funkciju cilja. Izvorni kod napisan za GNU Octave dat je u prilogu 10.7.

4.2.3 Geometrija odlivka i proces kalupovanja

Matematički model razvijen za potrebe određivanja KPT-a zasnovan je na pretpostavci jednodimenzionalnog prenosa toplote sa odlivka na kalup. U slučaju narušavanja ovog uslova dobijeni rezultati postaju netačni i prestaju da predstavljaju fizičke procese koji se odigravaju tokom očvršćavanja. Izrazito usmereno odvođenje toplote je u praksi veoma teško ostvarivo i obično se postiže upotrebom masivnijih odlivaka koji su izolovani sa bočnih strana, a intenzivno se hlade preko posmatrane površine (videti slike 7, 14, 18 i 19). Međutim, kaluparski pesak ima veoma nisku toplotnu provodljivost tako da je upotreba izolacije nepraktična, a primena vodenog hlađenja neizvodljiva. Zbog toga je za eksperimentalnu geometriju izabran oblik tankozide ploče sa bočnim dimenzijama znatno većim od debljine kako bi se postigao kvazi-jednodimenzionalan prenos toplote. Ovakvo rešenje se može pronaći u nekoliko dosadašnjih istraživanja. Na primer, Narajan Prabu i saradnici [78] su koristili odlivke dimenzija $100 \times 70 \times 12 \text{ mm}$ i $100 \times 70 \times 22 \text{ mm}$, Taha i saradnici [116] odlivke dimenzija $145 \times 80 \times 20 \text{ mm}$, Hamasaid i saradnici [75] $110 \times 110 \times 20 \text{ mm}$, Konrad i saradnici [134] $60 \times 40 \times 4 \text{ mm}$, a Sun i saradnici [110] stepenasti odlivak sa segmentima dimenzija od $100 \times 30 \times 3 \text{ mm}$ do $100 \times 30 \times 20 \text{ mm}$. U pomenutim referencama maksimalni odnos kraće bočne strane i debljine zida odlivka je 10:1. Kako bi se obezbedio još izraženiji jednodimenzionalni prenos

toplote u odnosu na dosadašnja istraživanja može se usvojiti odnos strana odlivka od 15:1. Uzimajući u obzir raspoloživu opremu dolazi se do predloženih dimenzija odlivka od 200 × 150 × 10 mm.

Na kraju procesa ulivanja unutar odlivka postoji određeno temperaturno polje koje može značajno da utiče na preciznost procene KPT-a i naruši pretpostavljeni jednodimenzionalni prenos toplote duž celog zida odlivka [135]. Kako bi se ova greška maksimalno smanjila neophodno je izvesti što brže ulivanje rastopa u kalupnu šupljinu. Sa druge strane, količina zahvaćenih oksida tokom ulivanja i njihov uticaj na mehaničke osobine u ovom slučaju nisu od velikog značaja. Zbog toga je poželjno izbeći klasičan ulivni sistem i koristiti samo jednu veliku ulivnu čašu direktno spojenu sa odlivkom. Skica predložene geometrije odlivka u kalupu prikazana je na slici 32.



Slika 32: Skica predložene geometrije odlivka oblika ravne ploče

Treba napomenuti da geometrija odlivka ne sadrži livačka zakošenja. Ovakvo rešenje značajno komplikuje vađenje modela nakon kalupovanja, ali omogućava znatno ujednačenije temperaturno polje i smanjuje mogućnost pojave odvođenja toplote u bočnim pravcima. Kako bi se model ipak mogao izvaditi iz kalupa izrađen je od poliranog pleksiglasa čime je značajno smanjeno trenje i poboljšan kvalitet površine kalupa.

Bez obzira na relativno veliki odnos stranica ploče u odnosu na debljinu očekuje se da će zbog ipak prisutnog efekta ivice tokom vremena prenos toplote sve više iz jednodimenzionalnog prelaziti u višedimenzionalan. Ova pojava bi se lako mogla uočiti iz dijagrama KPT–vreme kada do određenog trenutka monotono opadajuća kriva počinje da raste. Tada matematički model sistema pojavu ubrzanog pada temperature rastopa usled dvodimenzionalnog/trodimenzionalnog odvođenja toplote iskazuje kroz povećanje KPT-a. Međutim, oslanjanjem samo na ovakvu analizu postoji opasnost od zanemarivanja potencijalnih fizičkih pojava koje bi mogle da izazovu isti trend. Zbog toga je neophodno uvesti objektivniji kriterijum jednodimenzionalnosti i utvrditi vreme za koje je on ispunjen. Do sada korišćeni kriterijumi provere jednodimenzionalnosti sistema su:

1. ispitivanje mikrostrukture poprečnog preseka [107] i
2. posmatranje izoterme dobijenih numeričkom simulacijom očvršćavanja [47,49,53].

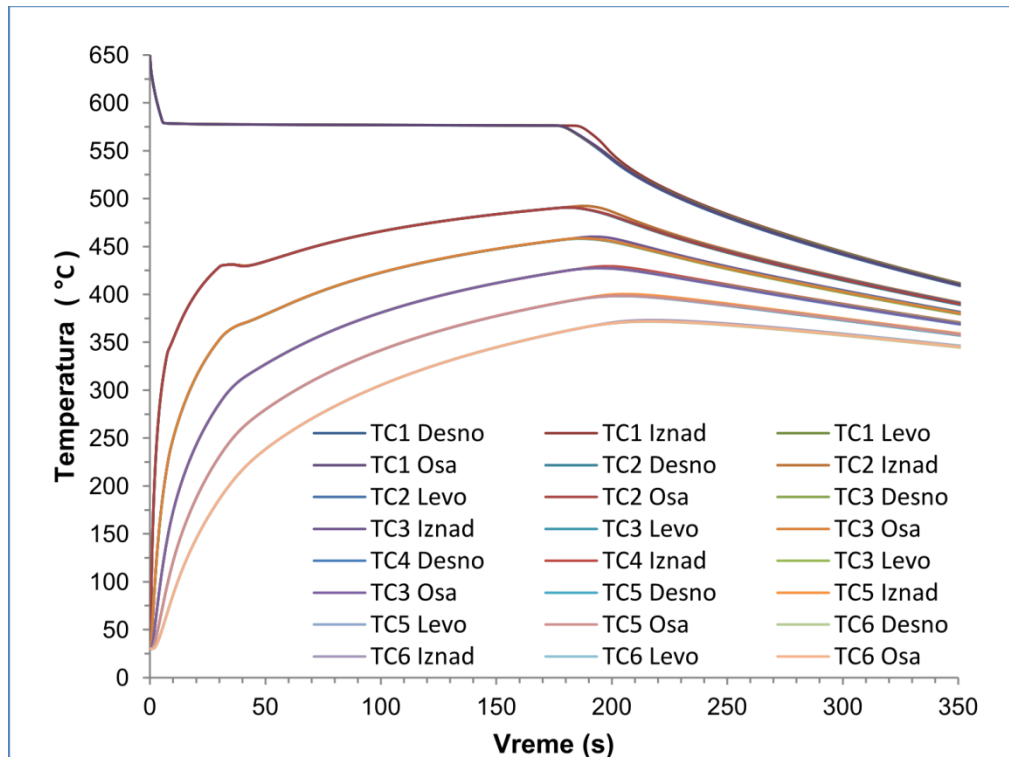
Nažalost, nijedan od navedenih kriterijuma u potpunosti ne zadovoljava tačnost koja se želi postići u ovom istraživanju. Usmerenost mikrostrukture samo ukazuje na dominantni pravac odvođenja

toplote, ali ne daje kvantitativnu potvrdu i ne dokazuje potpunu jednodimenzionalnost sistema. Sa druge strane, izoterme prikazuju stanje temperaturnog polja samo u jednom izabranom trenutku vremena. Zbog toga je izabrano da se kao kriterijum jednodimenzionalnosti uzmu temperaturne krive simuliranih termoparova na adekvatnim lokacijama unutar kalupa.

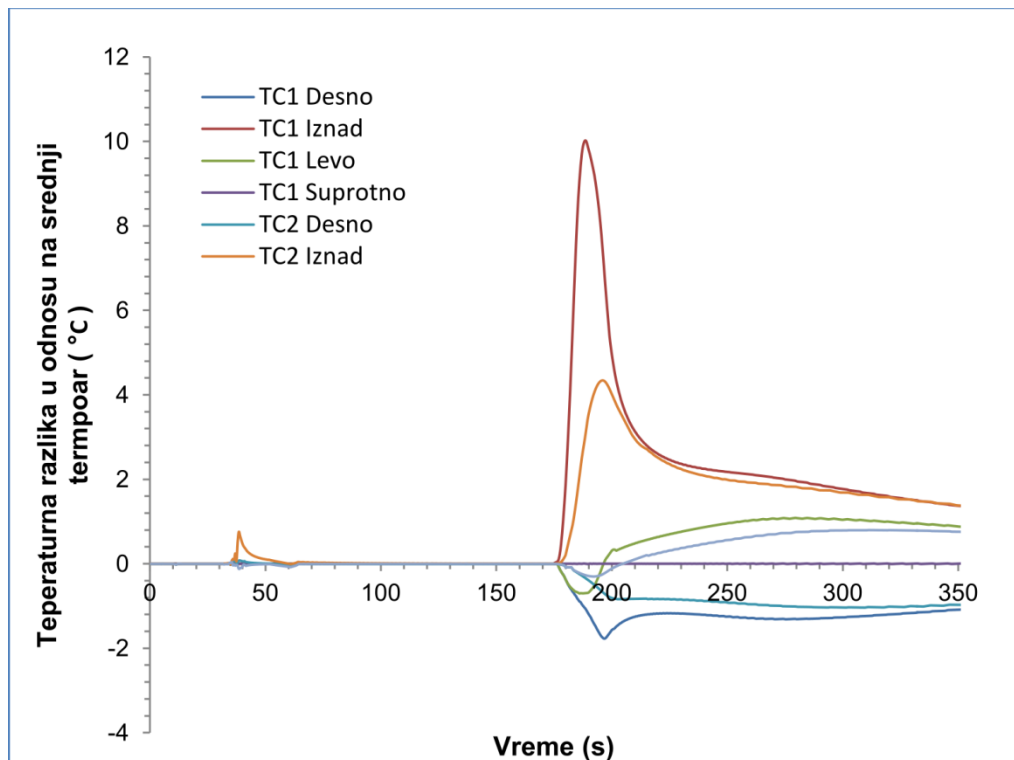
Za numeričku simulaciju očvršćavanja odlivka sa slike 32 korišćen je komercijalni programski paket Magma5 v5.2 koji se smatra jednim od najboljih (ako ne i najbolji) u oblasti. Simulirani model je obuhvatao detaljnu 3d geometriju uključujući i metalne kalupnice. Sve osobine materijala i KPT su uzeti kao generičke vrednosti predložene od strane softvera. U sredini odlivka na podeonoj ravni postavljeno je 6 virtuelnih termoparova sa sledećim oznakama:

- TC1 osa - postavljen u odlivku 1 mm od granične površine
- TC2 osa - postavljen u kalupu 1 mm od granične površine
- TC3 osa - postavljen u kalupu 2 mm od granične površine
- TC4 osa - postavljen u kalupu 3 mm od granične površine
- TC5 osa - postavljen u kalupu 4 mm od granične površine
- TC6 osa - postavljen u kalupu 5 mm od granične površine

Za proveru jednodimenzionalnosti pored svakog od pomenutih 6 termoparova postavljen je još po jedan termopar i to 10 mm levo, 10 mm desno i 10 mm iznad njih. Ukoliko termoparovi na istoj udaljenosti od granične površine, ali na različitim bočnim pozicijama, pokazuju istu vrednost temperature može se smatrati da predložena eksperimentalna postavka osigurava jednodimenzionalni prenos toplote. Rezultati simulacije su prikazani na slikama 33 i 34.



Slika 33 Simulirane temperaturne krive za odlivak prikazan na slici 32



Slika 34: Temperaturna razlika bočnih u odnosu na srednje "termoparove" sa dijagrama na slici 33

Sa prethodnih dijagrama može se uočiti da je uslov jednodimenzionalnosti ispunjen tokom prvih 175 sekundi očvršćavanja. Nakon toga dolazi do značajne razlike u registrovanim temperaturama bočnih termoparova, naročito onog koji je postavljen iznad podeone ravni kalupa. Detaljnijom analizom problema je konstatovano da sistem ni u jednom trenutku nije potpuno jednodimenzionalan. Toplota se od početka hlađenja brže odvodi sa bočnih strana odlivka nego što je to slučaj u središnjem delu. Međutim, zahvaljujući značajnoj latentnoj toploti legure, višedimenzionalnost sistema je prikrivena usled konstantnosti temperaturnog polja odlivka. Kroz veći broj računarskih simulacija tokom faze projektovanja kalupa zaključeno je da bi odnos stranica odlivka trebalo da se kreće preko 100 : 1 kako bi efekat bočnih ivica bio zanemarljiv. Ovakvi gabariti su sa praktičnog stanovišta neizvodljivi jer bi došlo do deformacije odlivka tokom njegovog hlađenja. Iz tog razloga odlučeno je da se efekat ivica eliminiše upotrebom odgovarajućih pravougaonih zadebljanja. Potrebne dimenzije ovih zadebljanja moguće je dobiti izjednačavanjem modula središnjeg dela odlivka i modula zadebljanja. Modul centralnog dela odlivka iznosi:

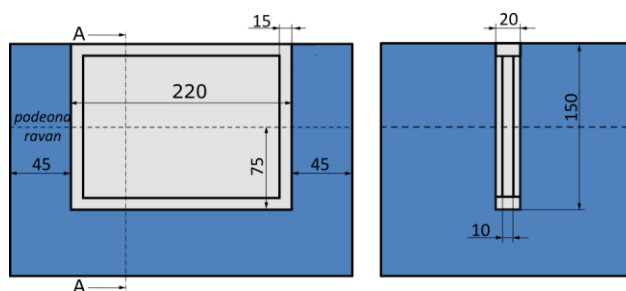
$$M_{CD} = \frac{V_{CD}}{A_{CD}} = \frac{b_o}{2} \quad (4.35)$$

Modul zadebljane ivice odlivka iznosi:

$$M_{ZI} = \frac{V_{ZI}}{A_{ZI}} = \frac{l_{ZI} \cdot b_{ZI}}{2 \cdot l_{ZI} + b_{ZI} + (b_{ZI} - b_o)} \quad (4.36)$$

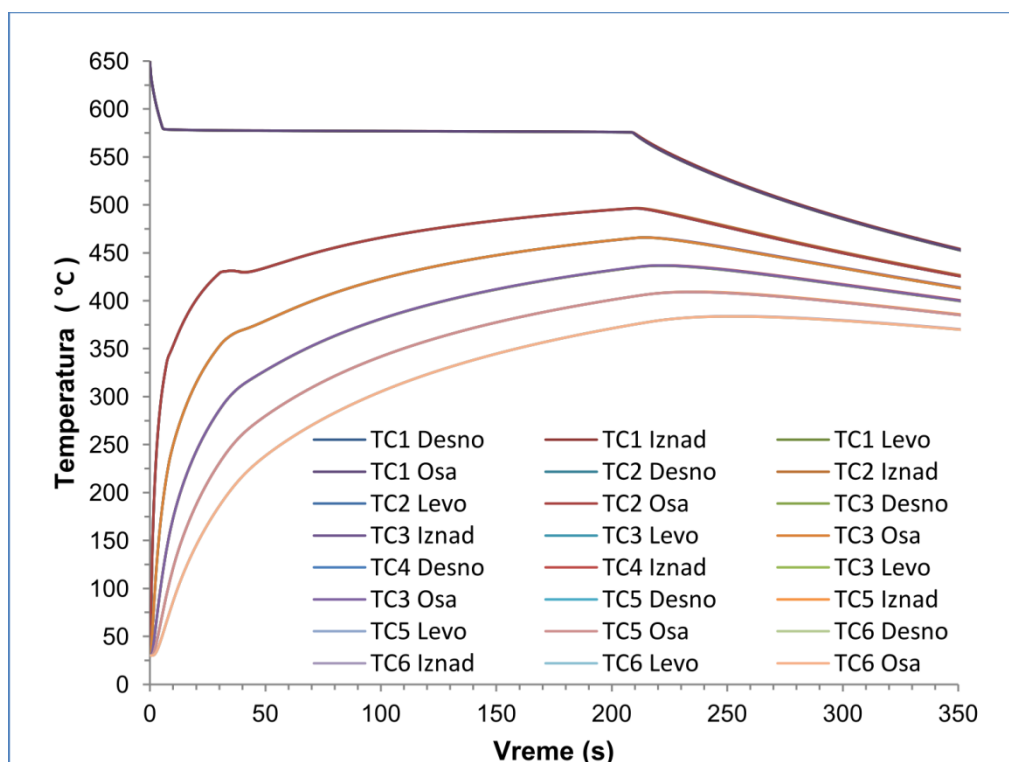
gde su V_{CD} i A_{CD} zapremina i površina centralnog dela odlivka, V_{ZI} i A_{ZI} zapremina i površina zadebljanja, a l_{ZI} i b_{ZI} dužina i debljina zadebljanja ivice odlivka.

Za debljinu zida odlivka $b_O = 10 \text{ mm}$, usvojena je potrebna debljina zadebljane ivice $b_{ZI} = 20 \text{ mm}$ i dužina $l_{ZI} = 15 \text{ mm}$. Nažalost, ovako izabrani model je nemoguće izjedna izvaditi iz kalupa tako da je neophodno zadebljanja izraditi kao slobodne delove modela koji se sekvencijalno vade nakon kalupovanja. Detaljni postupak kalupovanja dat je u prilogu 10.1. Dijagram sa slike 34 ukazuje na još jednu pojavu: prisustvo ulivne čaše značajno utiče na temperaturno polje odlivka i urušava jednodimenzionalnost sistema. U odnosu na centralni termopar termoparovi koji se nalaze bliže ulivnoj čaši pokazuju znatno više temperature, odnosno znatno sporije gube toplotu. Pri tome, jednodimenzionalnost sistema je značajno više narušena u vertikalnom pravcu gde termopar postavljen u rastopu 10 mm iznad ose pokazuje i 10 °C višu temperaturu u odnosu na centralni termopar. Ovako značajnom temperaturnom gradijentu sigurno donekle doprinosi i konvekcija unutar odlivka, ali je njen uticaj najverovatnije značajno manji od uticaja ulivne čaše. Zbog toga je odlučeno da se odlivci liju bez ulivne čaše tj. da se ulivanje vrši direktno u kalupnu šupljinu.

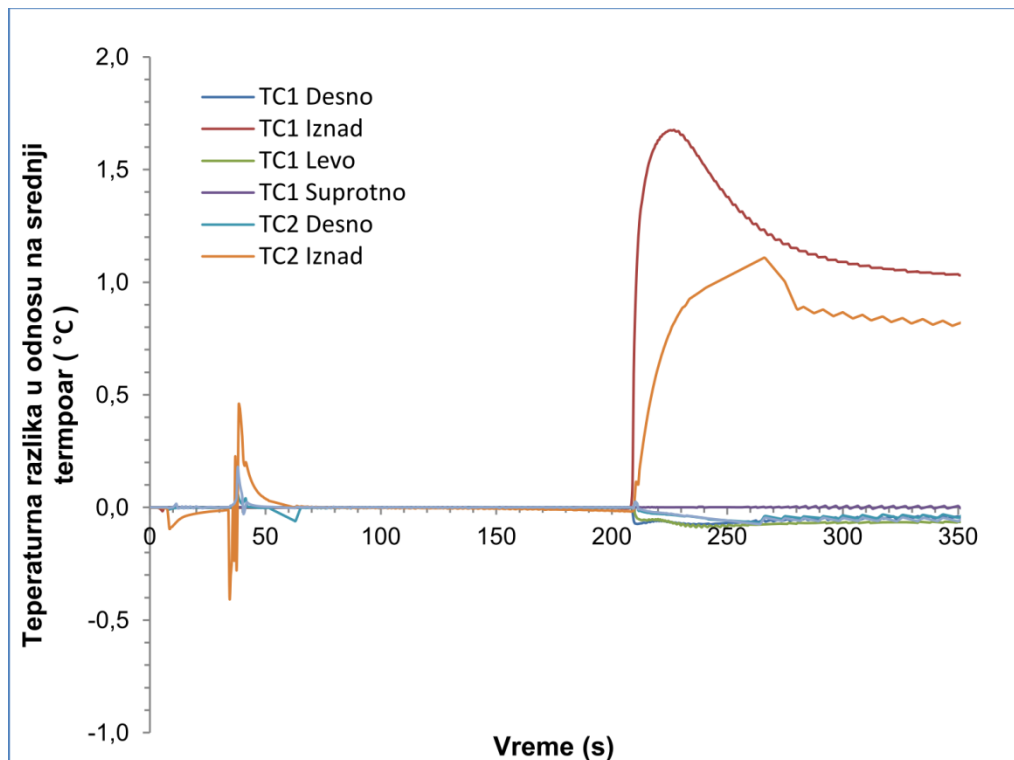


Slika 35: Skica predložene geometrije odlivka oblika ploče sa zadebljanjima

Rezultati simulacije za proveru jednodimenzionalnosti ovako projektovanog sistema su dati na sledećim slikama.



Slika 36: Simulirane temperaturne krive za odlivak prikazan na slici 35.



Slika 37: Temperaturna razlika bočnih u odnosu na srednje "termoparove" sa dijagrama na slici 36

Može se konstatovati da je jednodimenzionalnost sistema znatno poboljšana predloženim merama. Temperaturna razlika termoparova postavljenih u horizontalnom pravcu je ispod $0,1^{\circ}\text{C}$. Vrednost temperaturne greške jednodimenzionalnosti je u ovom slučaju ispod greške merenja temperature i smanjena je na potpuno zadovoljavajući nivo. Međutim, termoparovi koji su postavljeni iznad osnog položaja pokazuju maksimalnu temperaturnu razliku od oko $1,7^{\circ}\text{C}$ što ukazuje na prisutan vertikalni temperaturni gradijent koji smanjuje jednodimenzionalnost sistema. Nekoliko dodatnih računarskih simulacija je pokazalo da se ovaj temperaturni gradijent može donekle smanjiti primenom znatno debljeg sloja peska preko vrha odlivka, ali se ne može u potpunosti izbeći pošto je u najvećoj meri posledica konvekcije rastopa. On će u određenoj meri uticati na tačnost procene KPT, ali je zahvaljujući adekvatnoj geometriji odlivka ovaj uticaj smanjen na najmanju moguću meru. Ovaj rezultat dodatno potvrđuje prednosti izbora tankozidog odlivka za procenu KPT u odnosu na do sada uobičajeno korišćene debelozide odlivke.

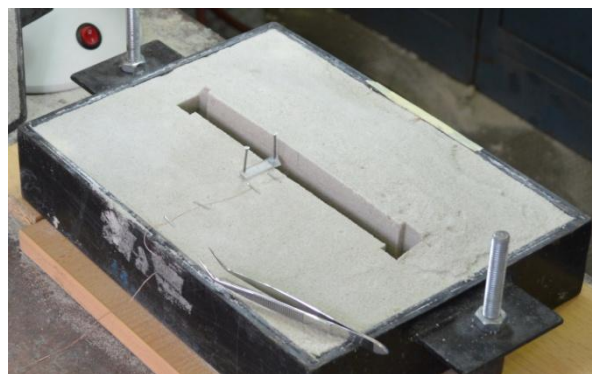
Tanke žice termoparova se veoma lako pomeraju i veoma ih je teško precizno pozicionirati prilikom kalupovanja. Ovaj problem je dodatno uvećan činjenicom da termoparove treba fiksirati za rastresiti pesak na međusobnu udaljenost reda veličine 1mm (videti poglavlje 4.2.4.2). Prilikom prvobitnih uvodnih eksperimenata ovaj problem se pokazao kao vrlo veliki i smanjen je upotrebom sklopova termoparova. Naime, svi termoparovi koji se koriste u kalupu za vreme jednog ulivanja su prethodno pod mikroskopom montirani u sklopove spremne za ugradnju. Na taj način se značajno smanjuje broj mogućih grešaka tokom procesa kalupovanja na: tačnost udaljenosti prvog termopara kalupa od modela i paralelnost lokacije sklopa u odnosu na površinu modela.

Skoro neizbežna pojava pri livenju u kalupe od mešavina jeste pojava srha usled osipanja pojedinih zrna peska tokom rasklapanja i sklapanja kalupnica, kao i prilikom vađenja modela. U većini slučajeva srh je toliko mali da se njegovo postojanje lako može zanemariti. Međutim, kako je udaljenost

termoparova od kalupne šupljine u ovom eksperimentu veoma mala (videti poglavlje 4.2.4.2), čak i minimalni srh može značajno narušiti tačnost rezultata. Kako bi se uticaj moguće pojave srha maksimalno smanjio, odlučeno je da se termoparovi postavljaju ispod podeone ravni kalupa. Postupak pozicioniranja termoparova je stoga sledeći:

1. Nakon što se donja kalupnica ispuni mešavinom vrši se njeno blago sabijanje i ravnjanje.
2. Uz pomoć pištolja se sa CO_2 gasom blago produva lokacija gde će sklop termoparova biti pričvršćen. Ova lokacija treba da je dovoljno daleko od modela kako se ne bi narušio integritet površine kalupne šupljine i time eventualno izazvalo nastajanje srha.
3. Prethodno pripremljeni sklop termoparova kalupa pozicionirati na sredini modela i pričvrstiti ga uz pomoć tanke klamerice.
4. Veoma pažljivo preko termoparova naneti nov sloj peska i izraditi podeonu ravan kalupa.
5. Kompletnu donju kalupnicu produvati sa CO_2 gasom kako bi došlo do hemijske reakcije i očvršćavanja mešavine.

Donja kalupnica izrađena na ovakav način ima nepravilnu podeonu ravan i to tako da omogućuje da se termoparovi unutar kalupa ne nalaze na podeonoj ravni, a da se istovremeno u njihovoj ravni sa suprotne strane može pozicionirati termopar koji će meriti temperaturu površine odlivka.



Slika 38: a) Primer pozicioniranja termoparova kalupa; b) Primer pozicioniranja termopara u odlivku.

4.2.4 Merenje temperaturnog polja

Tačna procena KPT zahteva precizno izmereno temperaturno polje što može biti veoma težak zadatak. Merenje temperaturnog polja kalupa se obično vrši uz pomoć termoparova postavljenih unutar njega na tačno određenim lokacijama. Međutim, može se izgubiti iz vida da termoparovi ne pokazuju temperaturu kalupa već temperaturu toplog spoja termopara. Ove dve temperature mogu biti značajno različite u slučaju loše postavljenog eksperimenta. Veličina, tačna lokacija i orijentacija termoparova u tom pogledu imaju veoma važnu ulogu.

4.2.4.1 Veličina termoparova

Prenos toplote sa odlivka na kalup jeste nestacionaran proces i vremenska konstanta termopara ima veliki uticaj na rezultate merenja. S obzirom da je potrebno određeno vreme kako bi termopar promenio svoju temperaturu i poslao signal o njoj, u toku procesa neprekidno postoji vremenski zaostatak između izmerene temperature i stvarne temperature kalupa. Ova pojava se ne može nikada potpuno izbeći, ali se može smanjiti na prihvatljivu meru izborom termoparova sa što krećim vremenom odziva. U tu svrhu odlučeno je da se koriste termoparovi sa što manjim prečnikom žice i bez zaštitne obloge koja se obično primenjuje, ali koja izaziva znatno pogoršavanje dinamičkog odziva

termopara. S obzirom da su termoparovi namenjeni za jednokratnu upotrebu i da je vreme trajanja eksperimenta kratko, u ovom slučaju ne postoji opasnost da će usled dejstva atmosfere i difuzionih procesa doći do narušavanja preciznosti izmerenih temperatura. Uzimajući sve gore navedeno izabrana je najtanja komercijalno dostupna žica za termoparove TT-K-40-SLE proizvođača *Omega Engineering Inc, Stamford, SAD*. Navedena žica ima debljinu od svega $0,08\text{mm}$ što bi trebalo da garantuje kratko vreme odziva. Termoparovi su izrađivani sečenjem pomenute žice na potrebnu dužinu i korišćenjem kontaktora SMPW-KI-M istog proizvođača na jednom kraju i izradnom tople tačke na suprotnom kraju žice. Topla tačka je izrađivana tačkastim zavarivanjem zatvaranjem kola jednosmerne struje između grafitne elektrode na jednom polu i žice termopara na drugom. Svaki termopar je nakon izrade pregledan pod mikroskopom kako bi se osigurao ujednačen kvalitet dobijene tople tačke u pogledu oblika, veličine i odsustva vidljivih grešaka usled zavarivanja. Kako bi se zadržala visoka tačnost merenja, nakon svakog ciklusa merenja termoparovi su skraćivani za dužinu koja je bila pod dejstvom povišene temperature i vršena je izrada nove tople tačke.

Uobičajena praksa za karakterizaciju dinamičkog odziva termopara jeste korišćenje vrednosti termičkog vremena odziva τ . Termički vremenski odziv termopara (vremenska konstanta) je vreme potrebno da termopar registruje 63,2% vrednosti ukupne temperaturne promene pri nagloj promeni spoljašnje temperature. On ne zavisi samo od osobina termopara već i od vrste medijuma čija se temperatura meri i kvaliteta ostvarenog kontakta tj. od intenziteta prenosa toplote sa medijuma na termopar. Veoma često se eksperimentalno određene vrednosti daju od strane proizvođača. Omega Engineering Inc. definiše termičko vreme odziva termopara debljine $0,08\text{mm}$ u mirnoj vodi na ispod $0,15\text{s}$. Prema nalazima Dura i saradnika [38] rezultati merenja nisu relevantni ukoliko je vreme odziva termoparova duže od 20% vremenskog trajanja toplotnog impulsa koji se procenjuje. Pri tome se najbolji rezultati postižu ukoliko vreme odziva čini manje od 5% vremenskog trajanja toplotnog impulsa. Vreme od $0,15\text{s}$ predstavlja svega oko 3% ukupnog vremena trajanja inicijalnog toplotnog impulsa (vremena ulivanja) u preliminarnim merenjima. S obzirom na ovu činjenicu temperaturni odziv termoparova ne bi trebalo da ima značajan uticaj na maksimalnu vrednost GTF niti na vrednosti KPT na međupovršini [37,75].

Međutim, gore navedena vrednost dobijena u ključaloj vodi i nije potpuno merodavna za posmatrani slučaj merenja u pesku. Vremenski odziv se alternativno može izračunati i uz pomoć sledećeg izraza [136]:

$$\tau_{TP} = \frac{\rho_{TP} V_{TP} C_{pTP}}{h_{pesak-TP} A_{TP}} \quad (4.37)$$

Pored osobina materijala tople tačke, za proračun su nam potrebni još i zapremina termopara (V_{TP}), površina kontakta (A_{TP}) i KPT sa peska na termopar ($h_{pesak-TP}$). Osobine pojedinačnih materijala termopara su date u tabeli 2. Kako se kod legura pravilo smeše za proračun toplotnih osobina pokazalo kao veoma nepouzđano, u cilju povećanja stepena sigurnosti proračuna u nastavku su korišćene osobine onog materijala čijim će uticajem doći do povećanja vremenskog odziva. Na taj način će stvarna vremenska konstanta ostvarena tokom eksperimenta biti povoljnija od proračunate. Prethodno objašnjeni način izrade termoparova daje približno sferičan oblik tople tačke prosečnog prečnika oko $0,3\text{mm}$. Uvodni eksperimenti su pokazali da KPT sa očvrstlog odlivka na termopar iznosi oko $600\text{W/m}^2\text{K}$. Ova vrednost u sebi ima uračunatu i određenu vrednost vazdušnog zazora koji se pojavljuje tokom očvršćavanja, a koja nije prisutna kod termopara. Međutim, takođe je za očekivati

da je površina kontakta između sferične tople tačke i zrna peska nešto lošija nego što je to slučaj sa ravnom površinom zida odlivka. Pretpostavljajući da je uticaj ova dva efekta relativno isti u daljem proračunu se može smatrati da je $h_{pesak-TP} = 600 \text{ W/m}^2\text{K}$. Odavde sledi da je termičko vreme odziva korišćenih termoparova:

$$\tau_{TP} = \frac{8580 \times \frac{0,0003^3 \times \pi}{6} \times 455}{600 \times 0,0003^2 \times \pi} = 0,3 \text{ s} \quad (4.38)$$

Tabela 2: Osobine materijala termoparova na temperaturi od 400K;[137]

	Hromel (Ni-10%Cr)	Alumel (Ni-2%Mn-2%Al-1%Si)
Gustina [kg/m^3]	8670	8580
Koeficijent provodljivosti toplote [W/mK]	19,7	31,6
Specifični toplotni kapacitet [J/kgK]	455	515

Iako dvostruko veća od tablične vrednosti vremenske konstante od 0,15 s, proračunata vremenska konstanta je i dalje više nego zadovoljavajuća za projektovanu eksperimentalnu postavku. Ova tvrdnja se lako može i potvrditi. Primenom metode energetskog bilansa na toplu tačku termopara dobija se sledeći izraz za temperaturnu promenu termopara pri nagloj promeni temperature kalupa [138]:

$$\frac{T_{TP} - T_{kalupa}}{T_{početnokalupa} - T_{klaupa}} = e^{-\frac{t}{\tau_{TP}}} \quad (4.39)$$

Ukoliko se pretpostavi trenutno ulivanje i idealan prenos toplote sa odlivka na kalup (što je u stvari ekstremni primer) temperatura površine kalupa će se u trenutku popeti sa sobne na temperaturu rastopa. Maksimalna temperatura koja je u tokom uvodnih merenja izmerena u rastopu iznosi 740 °C, dok je početna temperatura kalupa bila oko 30 °C. Vreme koje je potrebno da termopar dostigne vrednost od ± 1 °C iznosi:

$$t = -\tau_{TP} \ln \left(\frac{T_{TP} - T_{kalupa}}{T_{početnokalupa} - T_{klaupa}} \right) = -0,3 \ln \left(\frac{739 - 740}{30 - 740} \right) = 1,97 \text{ s} \quad (4.40)$$

Treba napomenuti da se ovaj ekstremni slučaj u stvarnosti ne dešava, te da je uobičajena promena temperature između dva merenja ispod 0,5°C što odgovara tačnosti izmerene temperature od $\pm 0,18$ °C.

Prethodno izneseni proračuni odziva termoparova validni su samo u slučaju da se temperaturno polje (postojanje temperaturnog gradijenta) unutar tople tačke termopara može zanemariti, tj. u slučaju da je Biov broj manji od 0,1. Kako je:

$$Bi = \frac{h_{pesak-TP}}{\lambda_{TP}} L_c = \frac{h_{pesak-TP}}{\lambda_{TP}} \frac{V_{TP}}{A_{TP}} = \frac{h_{pesak-TP}}{\lambda_{TP}} \frac{D_{TP}}{6} \quad (4.41)$$

$$Bi = \frac{600}{19,7} \times \frac{0,0003}{6} = 0,0015 < 0,1 \quad (4.42)$$

navedeni uslov je zadovoljen.

4.2.4.2 Udaljenost termoparova od granične površine

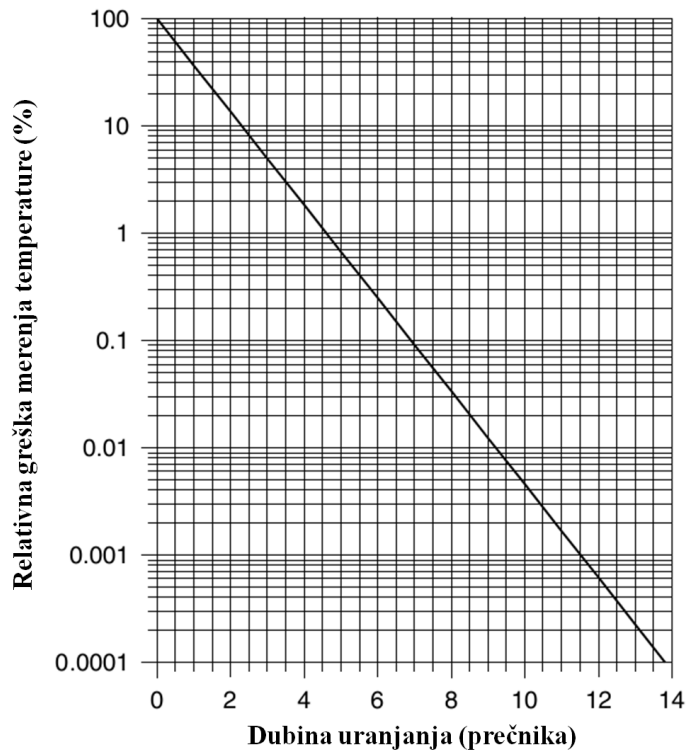
Kako bi inverzni metod mogao uspešno da se primeni i postigne minimalna greška procene KPT-a neophodno je optimizovati položaj termoparova. Uobičajena optimalna lokacija termoparova kod inverznog nestacionarnog eksperimenta jeste mesto sa najvećom promenom temperature [139]. Što znači da za posmatrani slučaj optimalna lokacija jeste granična površina sa odlivkom. Ukoliko su termoparovi postavljeni suviše daleko od međupovršine, inverzni algoritam može da bude nestabilan i može doći do gubitka informacija o promeni gustine toplotnog fluksa s obzirom da je neophodno vreme dok toplota dođe do senzora [38,140] Takođe, Bek [22] je pokazao da se osetljivost procene na greške merenja značajno smanjuje približavanjem termopara izvoru toplote što predstavlja dodatni podstrek težnji da se termopar postavi što bliže graničnoj površini. Nažalost, u tom slučaju se greška pozicioniranja termoparova povećava sa porastom temperaturnog gradijenta [139]. Kako je temperaturni gradijent u kalupu najveći na graničnoj površini neophodno je naći optimalni položaj termopara koji je usklađen sa dva suprotstavljena zahteva: povećavanju koeficijenta osetljivosti i smanjenju greške pozicioniranja termoparova [102].

Pri određivanju optimalne udaljenosti termoparova od granične površine treba voditi računa i o uticaju površinske hrapavosti. Prema tvrdnji Dura i saradnika [37] pozicioniranje senzora na udaljenost manju od $10 \times Ra$ dovodi do značajnih grešaka usled prevelikog uticaja površinskih neravnina na lokalno temperaturno polje. Kako je srednja veličina zrna peska koji je korišćen u eksperimentu nešto ispod $0,2 \text{ mm}$, može se očekivati vrednost srednje aritmetičke hrapavosti oko $25 \mu\text{m}$. Prema tome, kako bi se izbegao uticaj lokalnog poremećaja toplotnog fluksa usled hrapavosti površine, termoparovi treba da budu udaljeni barem $0,25 \text{ mm}$ od granične površine.

4.2.4.3 Orijentacija termoparova

Postavljanjem termoparova unutar kalupa menjaju se njegove lokalne toplotne osobine i samim tim dolazi do deformisanja temperaturnog polja i uvođenja greške u eksperimentalni sistem. Kako je provodljivost termoparova različita od provodljivosti kalupa može doći do ubrzanog ili usporenog odvođenja toplote iz zone merenja. Samim tim dolazi i do pojave systemske greške merenja temperature [118,141]. Stoga se preporučuje postavljanje termoparova paralelno sa izotermama (upravno u odnosu na pravac prostiranja toplote) kako bi se što manje narušilo temperaturno polje kalupa [142]. Čak i u slučaju da je termopar postavljen paralelno pravcu prostiranja toplote, njegova dužina mora biti dovoljno velika da izbegne uticaj spoljašnje temperature. Zbog toga je uobičajena industrijska praksa da termopar bude postavljen u pravcu paralelno sa izotermama (ukoliko se meri temperaturno polje ili uronjen u medijum ako se meri temperatura fluida) u dužini od barem 4–10 vrednosti spoljašnjeg prečnika. Dur i saradnici [38] predlažu još strožije uslove za merenje gustine toplotnog fluksa pri livenju pod pritiskom i za termopar prečnika $0,25 \text{ mm}$ preporučuju dužinu od najmanje 4 mm , što odgovara uvećanju od 16 puta. Ova vrednost je u skladu sa preporukama koje su dali Nikolas i Vajt [143], a koji su prikazane na slici 39. Prikazane preporuke važe za uranjanje termoparova u tečnost, u slučaju kontakta sa metalom preporučuju se duplo veće vrednosti, a za merenja u gasovima 10 puta veće vrednosti dubine uranjanja. Ukoliko se za termoparove u pesku pretpostavi koeficijent uvećanja od 5 što je između preporučenih vrednosti za vazduh i metal, za

tačnost merenja temperature od 0,1% neophodno je da termopar bude paralelan sa graničnom površinom u dužini od 35 prečnika. Ovo odgovara dužini od 2,8 mm.



Slika 39: Relativna greška merenja termopara $\left(\frac{\Delta T_{\text{merenja}}}{(T_{\text{medijuma}} - T_{\text{okoline}})} \right)$ usled kondukcije u zavisnosti od dubine uranjanja u medijum koji se meri; [143]

Dati zaključak se može proveriti na sledeći način. Ukoliko se termopar aproksimira kao rebro hladnjaka koje se nalazi u fluidu, promena temperature duž termopara se može izračunati uz pomoć sledećeg izraza:

$$T_{\text{termopara}}(x) = (T_{\text{termopara}}(x=0) - T_{\text{izoterme.kalupa}}) e^{-mx} + T_{\text{izoterme.kalupa}} \quad (4.43)$$

Gde je $m = \sqrt{4h_{\text{pesak-TP}} / \lambda_{\text{TP}} D_{\text{TP}}}$. U prethodnom izrazu jedinu nepoznanicu predstavlja temperatura tople tačke termopara koja se može proračunati na sledeći način [37]:

$$T_{\text{termopara}}(x=0) = \frac{m_{\text{okoline}} T_{\text{okoline}} + m T_{\text{izoterme.kalupa}}}{m_{\text{okoline}} + m} \quad (4.44)$$

Odavde sledi da je za grešku merenja temperature usled kondukcije kroz termopar od 0,5% neophodno da termopar bude paralelan sa izotermom najmanje:

$$L_{\text{TP min}} \geq \frac{1}{m} \ln \left(1000 \frac{m_{\text{okoline}}}{m + m_{\text{okoline}}} \right) \quad (4.45)$$

$$L_{TP\min} \geq \frac{1}{\sqrt{\frac{4 \times 600}{19,7 \times 0,00008}}} \ln \left(1000 \times \frac{\sqrt{\frac{4 \times 20}{19,7 \times 0,00008}}}{\sqrt{\frac{4 \times 600}{19,7 \times 0,00008}} + \sqrt{\frac{4 \times 20}{19,7 \times 0,00008}}} \right) \quad (4.46)$$

$$L_{TP\min} \geq 2,8\text{mm} \quad (4.47)$$

Prilikom jednog uvodnog eksperimenta termoparovi su postavljeni paralelno graničnoj površini. Međutim, ovakvo rešenje se nije pokazalo kao praktično. Već je napomenuto da prvi termopar u kalupu treba da bude udaljen oko 1 mm od granične površine. Prilikom kalupovanja, veoma je teško celu dužinu žice postaviti tako blizu tečnog rastopa. I najmanja pojava srha na bilo kojem mestu na podeonoj ravni izaziva prodiranje rastopa do termoparova i dovodi do narušavanja eksperimenta, slika 40.



Slika 40: Pokušaj paralelnog postavljanja termoparova pri kalupovanju

Stoga je odlučeno da se žica termopara postavi upravno na pravac granične površine, a da se uslov paralelnosti zadovolji pravljenjem omče na vrhu termopara, slika 38a.

4.2.4.4 Snimanje temperaturnih merenja

Očitavanje podataka sa termoparova i njihovo čuvanje obavljeno je pomoću Višekanalnog merača temperature VMT-1 zajednički razvijenog od strane Instituta za nuklearne nauke „Vinča“ iz Vinče i Fakulteta tehničkih nauka iz Novog Sada. Izgled uređaja je prikazan na slici 41.



Slika 41: Višekanalni merač temperature VMT-1

Uređaj može istovremeno očitavati temperaturu sa do 16 termoparova K tipa. Brzina merenja iznosi oko 15Hz za sve kanale. U cilju digitalne akvizicije signala, uređaj se povezuje sa PC računarnom preko univerzalnog USB 2.0 porta i sa istim komunicira preko MODBUS protokola.

4.3 Provera numeričkog algoritma

Pre nego što se upotrebi za analizu krivi hlađenja i određivanje KPT, razvijeni numerički algoritam je potrebno proveriti kako bi se utvrdila njegova tačnost. Jedna od metoda koja se u tu svrhu može primeniti jeste poređenjem njegovih rezultata sa rezultatima dobijenih analitičkim putem [53]. Provera numeričkog algoritma će biti izvedena na dva nivoa i to kao:

- provera modela provođenja toplote kroz kalup;
- provera inverznog algoritma.

4.3.1 Provera modela provođenja toplote kroz kalup

Potvrda tačnosti razvijenog modela može se izvršiti poređenjem sa analitičkim rešenjem razvijenim za polu-beskonačno telo konstantne temperature koje je naglo izloženo konstantnom toplotnom fluksu [22]:

$$T(x,t) = 2q \frac{(at)^{0.5}}{\lambda} e^{\left(\frac{-x^2}{4at}\right)} - \frac{qx}{\lambda} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) + T_0 \quad (4.48)$$

Očekivana gustina toplotnog fluksa na samom početku procesa očvršćavanja, neposredno po završetku ulivanja, iznosi oko 150.000 W/m^2 . Međutim, njen intenzitet naglo opada i očekuje se da će srednja vrednost u prvih 50 sekundi procesa iznositi oko 50.000 W/m^2 . Analitičko rešenje temperaturnog polja na mestima gde se planira postavljanje termoparova prikazano je na slici 42.

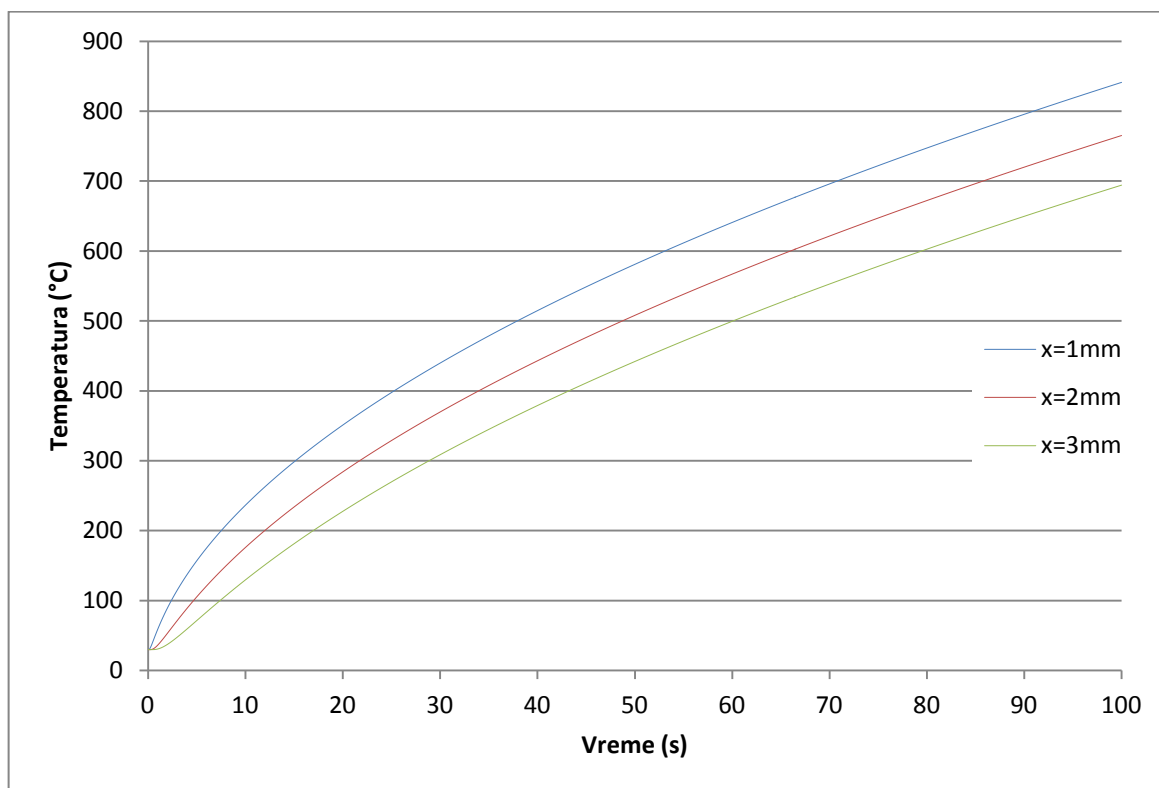
Istovremeno sa proverom modela, sprovedena je i studija osetljivosti kako bi se otkrio uticaj diskretizacije i broja elemenata na veličinu greške modela. Deo rezultata je prikazan u tabeli 3.

Rezultati pokazuju da je razvijeni matematički model veoma precizan i da se greška smanjuje tokom vremena. Nakon početnih nekoliko sekundi greška modela u odnosu na analitičko rešenje ne prelazi vrednost od 0,5%. U prve 3 sekunde simulacije se može desiti da greška pređe vrednost od 5%. Međutim, prvih desetak sekundi procesa se obično zanemaruje zbog ulivanja i povećanih eksperimentalnih grešaka tako da ova pojava nema nikakvog uticaja na tačnost konačnih rezultata.

Analizom uticaja prostorne diskretizacije uočljiva je pojava da povećavanje broja čvornih mesta između dva termopara iznad 10 (što odgovara vrednosti $\Delta x=0,111 \text{ mm}$) ne dovodi do značajnijeg smanjenja greške modela. Kako bi dalje usitnjavanje mreže znatno smanjilo računsku efikasnost, u daljim analizama je usvojeno da je optimalna veličina kontrolne zapremine u opsegu $\Delta x=0,1-0,2 \text{ mm}$. Precizno definisanje ove vrednosti je nemoguće zbog prirode procesa i odsustva mogućnosti apsolutne kontrole lokacije termoparova.

Rezultati prikazani u tabeli 3 pokazuju da je uticaj vremenskog koraka na veličinu greške znatno veći od uticaja veličine kontrolne zapremine. Pri tome, u posmatranom opsegu rast greške sa porašću vremenskog koraka je skoro linearan i ne postoji lako uočljivo optimalno rešenje kao u prethodnom

slučaju. Ovo ukazuje da bi trebalo koristiti najmanji vremenski korak od 0,1 s. Međutim, istovremeno treba uzeti u obzir i uticaj vremenskog koraka na stabilnost sistema i činjenicu da bi se njegovim smanjenjem morao povećavati broj budućih vremena korišćenih za regularizaciju. Uzimajući u obzir prethodno rečeno, kao optimalno rešenje izabrana je vrednost $\Delta t=0,3$ s.



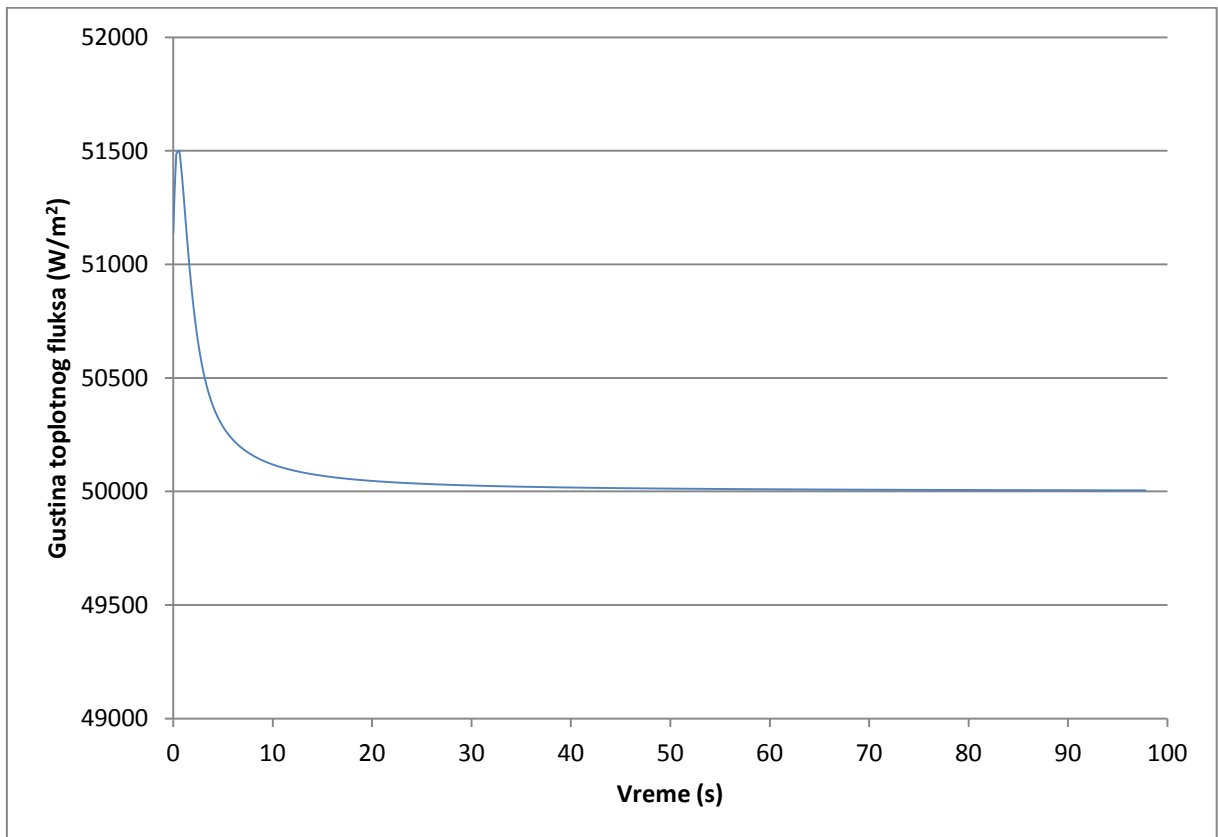
Slika 42: Analitičko rešenje temperaturnog polja ($q=50.000$ W/m²; $T_0=30^\circ\text{C}$; $a=9\times 10^{-7}$ m²/s; $\lambda=0,6$ W/m°C);

Tabela 3: Razlika između analitički proračunatih i simuliranih temperatura na 1 mm ispod površine.

Vreme (s)	Procentualna greška modela (%)								
	Broj čvornih mesta između dva termopara: 4			Broj čvornih mesta između dva termopara: 10			Broj čvornih mesta između dva termopara: 20		
	$\Delta\tau=0,1s$	$\Delta\tau=0,5s$	$\Delta\tau=1s$	$\Delta\tau=0,1s$	$\Delta\tau=0,5s$	$\Delta\tau=1s$	$\Delta\tau=0,1s$	$\Delta\tau=0,5s$	$\Delta\tau=1s$
1	1,2941	2,9548	4,3802	0,6818	2,4519	3,9719	0,6221	2,4023	3,9315
5	0,4980	1,8069	3,3091	0,3601	1,6665	3,1659	0,3468	1,6530	3,1521
10	0,1675	0,6665	1,2799	0,1297	0,6263	1,2371	0,1260	0,6225	1,2329
15	0,0669	0,2811	0,5567	0,0538	0,2668	0,5409	0,0525	0,2654	0,5394
20	0,0316	0,1365	0,2745	0,0260	0,1304	0,2677	0,0254	0,1298	0,2671
30	0,0108	0,0475	0,0954	0,0091	0,0457	0,0935	0,0090	0,0455	0,0933
40	0,0054	0,0236	0,0470	0,0046	0,0228	0,0461	0,0045	0,0227	0,0461
50	0,0033	0,0143	0,0282	0,0028	0,0137	0,0277	0,0027	0,0137	0,0276
100	0,0007	0,0032	0,0064	0,0006	0,0031	0,0063	0,0006	0,0031	0,0062
Maksimum/ vremenski trenutak	2,5202/ 0,2s	3,5308/ 1,5s	5,7681/ 3s	2,6165/ 0,2s	3,0798/ 1,5s	5,4158/ 3s	2,26278/ 0,2s	3,0359/ 1,5s	5,3815/ 3s

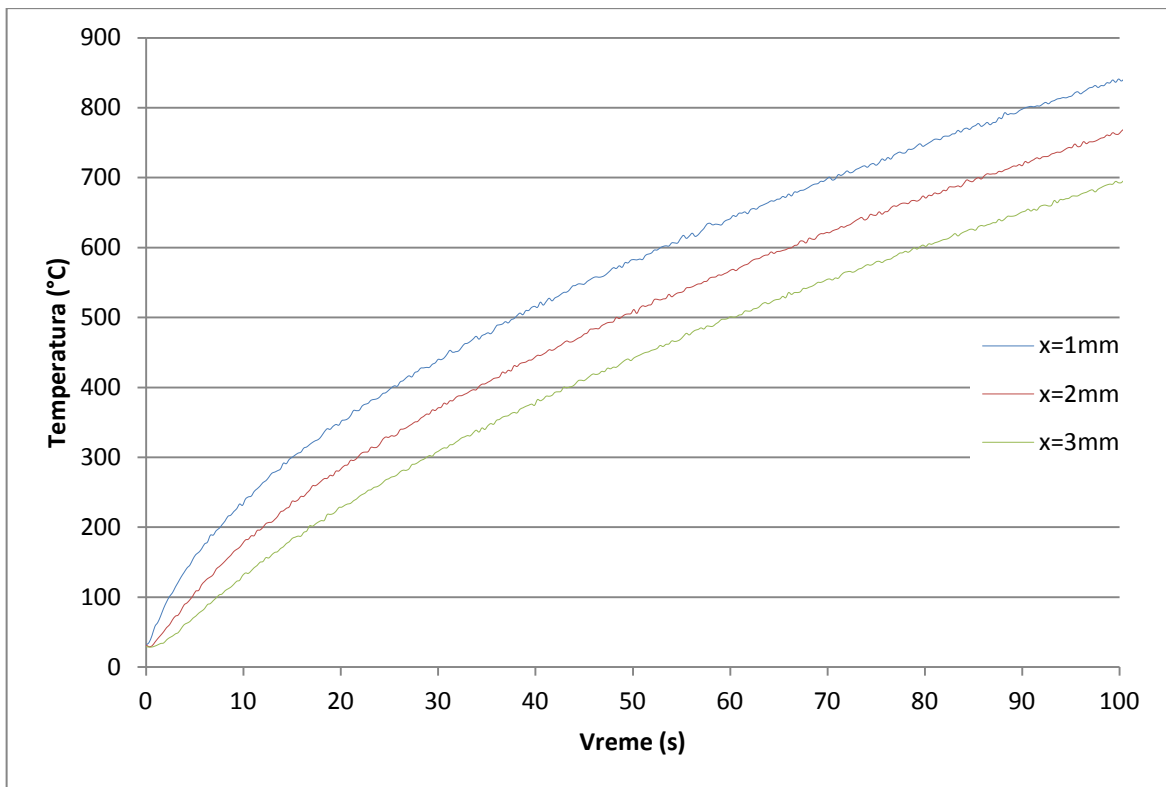
4.3.2 Provera inverznog algoritma

Osnovna funkcija inverznog algoritma jeste da na osnovu temperaturnog polja kalupa odredi vrednost koeficijenta prenosa toplote odnosno gustine toplotnog fluksa na graničnoj površini. Da bi se ovo proverilo, temperaturne krive prikazane na slici 42 su iskorišćene kao ulaz u inverzni algoritam. Dobijeni rezultati su prikazani na slici. Greška procene GTF-a je najveća na samom početku procesa kada iznosi 3%. Ona se zatim progresivno smanjuje i nakon 15 s spušta se ispod vrednosti od 0,1% što se može smatrati kao izuzetan rezultat.

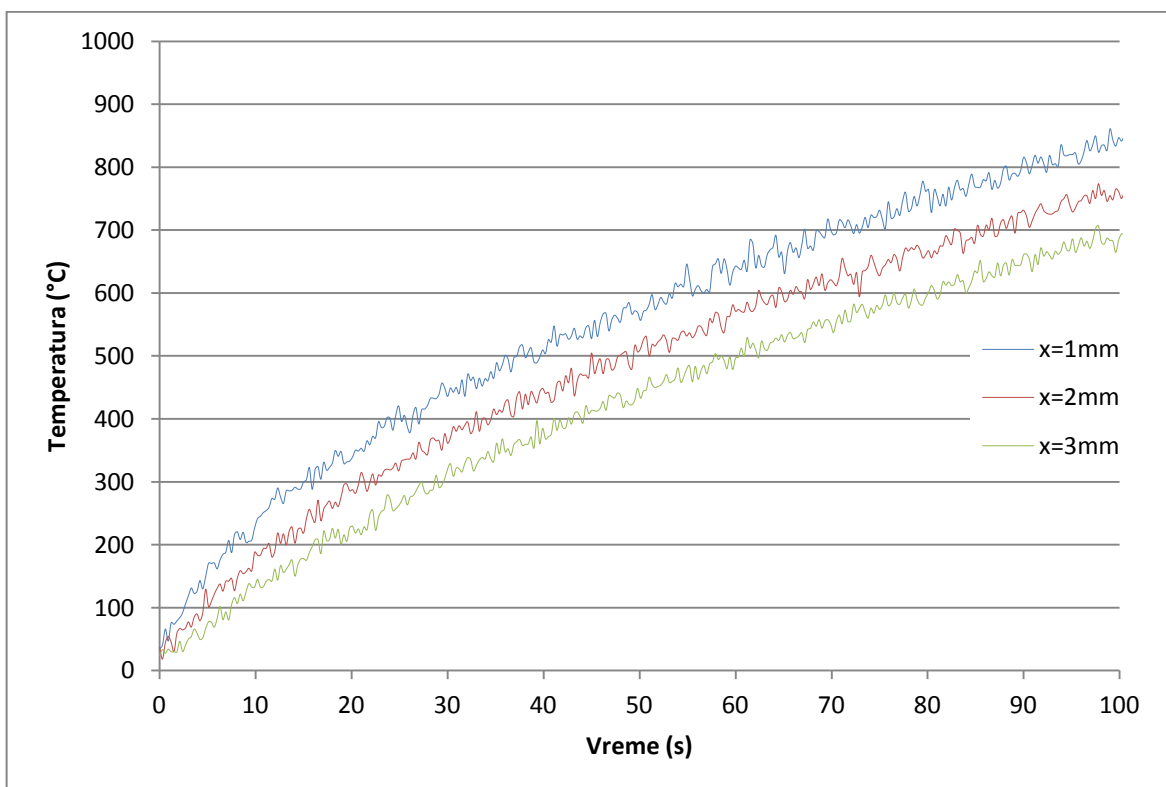


Slika 43: Gustina toplotnog fluksa procenjena na osnovu rezultata sa slike 42. Broj budućih vremena korišćen prilikom procene iznosi $r=5$.

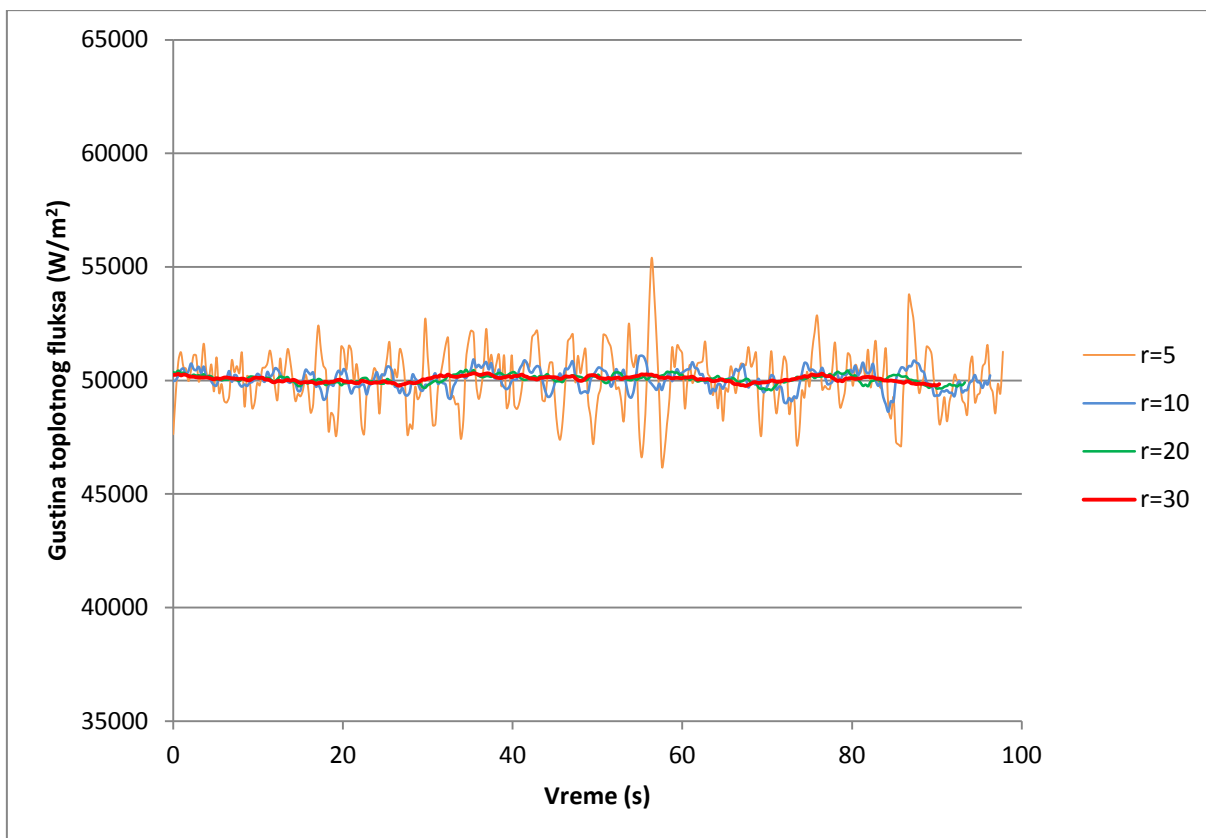
Pored provere tačnosti inverznog algoritma neophodno je izvršiti i proveru njegove stabilnosti. On svoju funkciju mora da ispuni u prisustvu nestabilnosti/šumova koji su prisutni pri svakom merenju, a koji mogu znatno narušiti tačnost dobijenog rešenja. Iz tog razloga analitički dobijene temperaturne krive prikazane na slici 42 su izmenjene dodavanjem belog šuma u nivoima 50dB (koji predstavlja najviši realno očekivani nivo šuma, slika 44) i 35dB (koji predstavlja ekstremno i neočekivano nizak kvalitet merenja, slika 45). Rezultati procene GTF-a na osnovu ovako dobijenih temperaturnih krivi predstavljeni su na slikama 46 i 47.



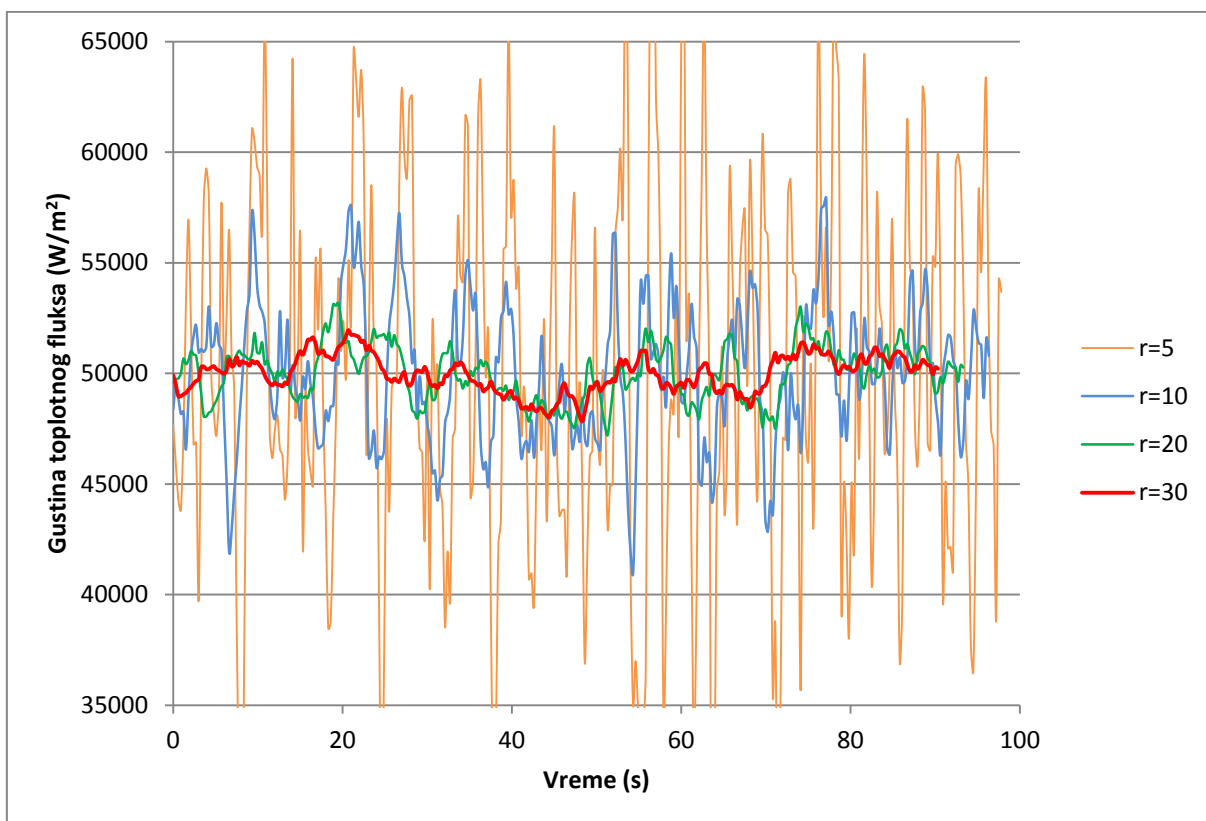
Slika 44: Izgled temperaturnih krivi sa slike 42 nakon što je dodat beli šum kako bi se simulirao najviši realno očekivani nivo šuma. Odnos signal/šum iznosi 50dB.



Slika 45: Izgled temperaturnih krivi sa slike 42 nakon što je dodat beli šum kako bi se simulirao ekstremno loš slučaj ulaznih podataka i koji u se praksi ne očekuje. Odnos signal/šum iznosi 35dB.



Slika 46: Gustina toplotnog fluksa procenjena na osnovu rezultata sa slike 44. Prikazane su procene dobijene za broj budućih vremena $r=5, 10, 20$ i 30 .

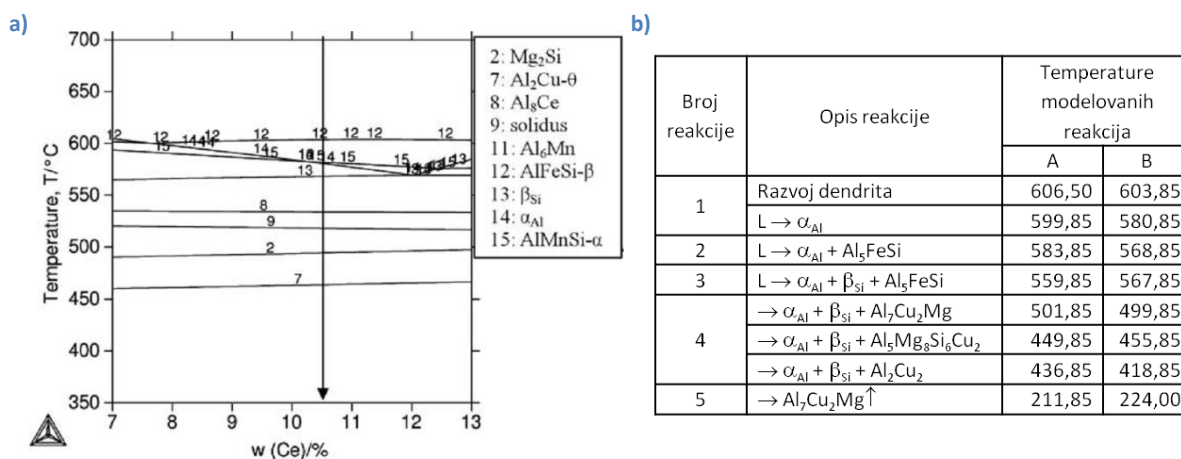


Slika 47: Gustina toplotnog fluksa procenjena na osnovu rezultata sa slike 45. Prikazane su procene dobijene za broj budućih vremena $r=5, 10, 20$ i 30 .

Analizom rezultata prethodno predstavljenih rezultata može se konstatovati da je algoritam pokazao zavidnu stabilnost. Čak i pri ekstremno narušenim merenjima (slika 122) primenom broja budućih vremena iznad 20 može se postići tačnost procene gustine toplotnog fluksa od oko $\pm 4\%$. Pri tome, za uobičajeni opseg greški merenja temperature, maksimalna greška procene toplotnog fluksa ne bi trebalo da bude veća od $\pm 0,6\%$ (slika 46).

4.4 Analiza krive hlađenja odlivka – termička analiza

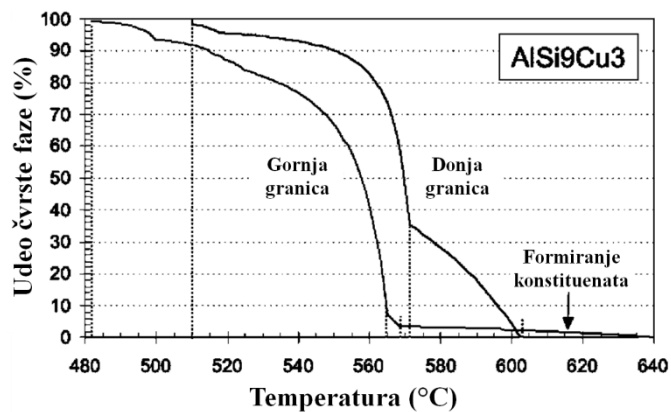
Literaturni podaci izneti u poglavlju 2.3 ukazuju na to da se kriva KPT-a menja u trenucima kada se proces očvršćavanja površinskog sloja završava usled čega nastaje i počinje da raste zazor na međupovršini odlivak-kalup. Kako bi se ova pojava mogla detaljnije ispitati javlja se potreba za preciznim određivanjem solidus temperature, odnosno vremenskog trenutka kada površinski sloj odlivka potpuno očvrstne. Direktnim posmatranjem krive hlađenja odlivka moguće je samo približno odrediti trenutak završetka procesa očvršćavanja ili neki drugi važan trenutak u procesu formiranja odlivka. Dosadašnja istraživanja KPT-a su kao trenutak završetka očvršćavanja podrazumevala trenutak kada temperatura odlivka dostigne teorijsku solidus temperaturu. Međutim, usled varijacija u hemijskom sastavu legure, uticaja brzine hlađenja i niza drugih parametara solidus temperatura se može značajno pomeriti. Na primer, bakarne faze se tokom klasične analize dijagrama stanja kod legure AlSi9Cu3 izlučuju iz čvrste faze, tj nakon završetka procesa očvršćavanja, slika 48.



Slika 48: Redosled stvaranja faza pri ravnotežnom očvršćavanju legure AlSi9Cu3: a) Proračun prema komercijalnom programu Thermo-Calc Windows version 5 [144]; b) prema referenci [145];

Međutim, pri eksperimentalnim ispitivanjima solidus temperature variraju znatno ispod prethodno navedenih vrednosti. Vončina i saradnici su solidus temperaturu ove legure postavili na 476,5 °C [144], dok su Štajner (*Steinacher*) i saradnici ovaj parametar postavili na 483,5 °C [146].

Pogrešna pretpostavka vezana za trenutak kraja očvršćavanja može dovesti do pogrešnog tumačenja fenomena koji se odigravaju na međupovršini odlivak-kalup. Zbog toga je odlučeno da se za svako ulivanje precizno odrede kritični trenuci odigravanja bitnijih faznih promena uz pomoć tehnike termičke analize, odnosno analize vremenskih izvoda krive hlađenja. Više detalja o izabranoj tehnici i njenim mogućnostima može se naći u sledećim referencama [147–151].



Slika 49: Zavisnost udela čvrste faze od temperature za leguru AlSi9Cu3 izračunata primenom Šajl-Guliver (*Scheil-Gulliver*) modela. Na dijagramu su prikazane vrednosti za dva granična slučaja dozvoljenog hemijskog sastava. [152]

4.5 Analiza greške merenja

Postoji veliki broj dodatnih izvora greške tokom određivanja KPT na međupovršini odlivka i kalupa. One su povezane sa greškama u:

- Tačnosti temperaturnih merenja
- Toplotnim osobinama kalupa
- Pozicioniranju termoparova

Procena greške merenja se može izvesti u skladu sa preporukama datim od strane Dura i saradnika [37,75] i za date eksperimentalne uslove je izračunata da iznosi $\pm 25\%$.

5 Rezultati

Na osnovu eksperimentalne postavke razrađene u prethodnom poglavlju urađene su tri grupe merenja sa po pet ponavljanja:

- Livenje odlivaka oblika ravne ploče sa ulivnom čašom (slika 32) od legure AlSi9Cu3. Rezultati ove grupe odlivaka nose oznaku R9.
- Livenje odlivaka oblika ploče sa zadebljanjem (slika 35) od legure AlSi9Cu3. Rezultati ove grupe odlivaka nose oznaku Z9.
- Livenje odlivaka oblika ploče sa zadebljanjem (slika 35) od legure AlSi12. Rezultati ove grupe odlivaka nose oznaku Z12.

Kako bi se proverila varijacija u početnim temperaturama površine kalupa nastala usled ulivanja odlučeno je da se u četiri kalupa umesto jednog postave po dva termopara u odlivku (označeni sa TP1-a i TP1-b). Ovo je učinjeno u merenjima Z9-2, Z9-4, Z12-3 i Z12-5. Pored toga, smatrano je za shodno da se ispita i uticaj primene oblika vrha termopara (omča ili špic) na preciznost merenja, odnosno na odstupanje procenjenih vrednosti KPT. Stoga su u merenjima R9-1, R9-5, Z12-2 i Z12-5 termoparovi sa klasičnim vrhom. Svi ostali termoparovi su imali izrađenu omču kao što je to prikazano na slici 38a. Zbirni prikaz svih izvedenih merenja sa njihovim oznakama dat je u sledećoj tabeli. Sva ulivanja su izvršena u Laboratoriji za livenje, Fakulteta tehničkih nauka, Univerziteta u Novom Sadu.

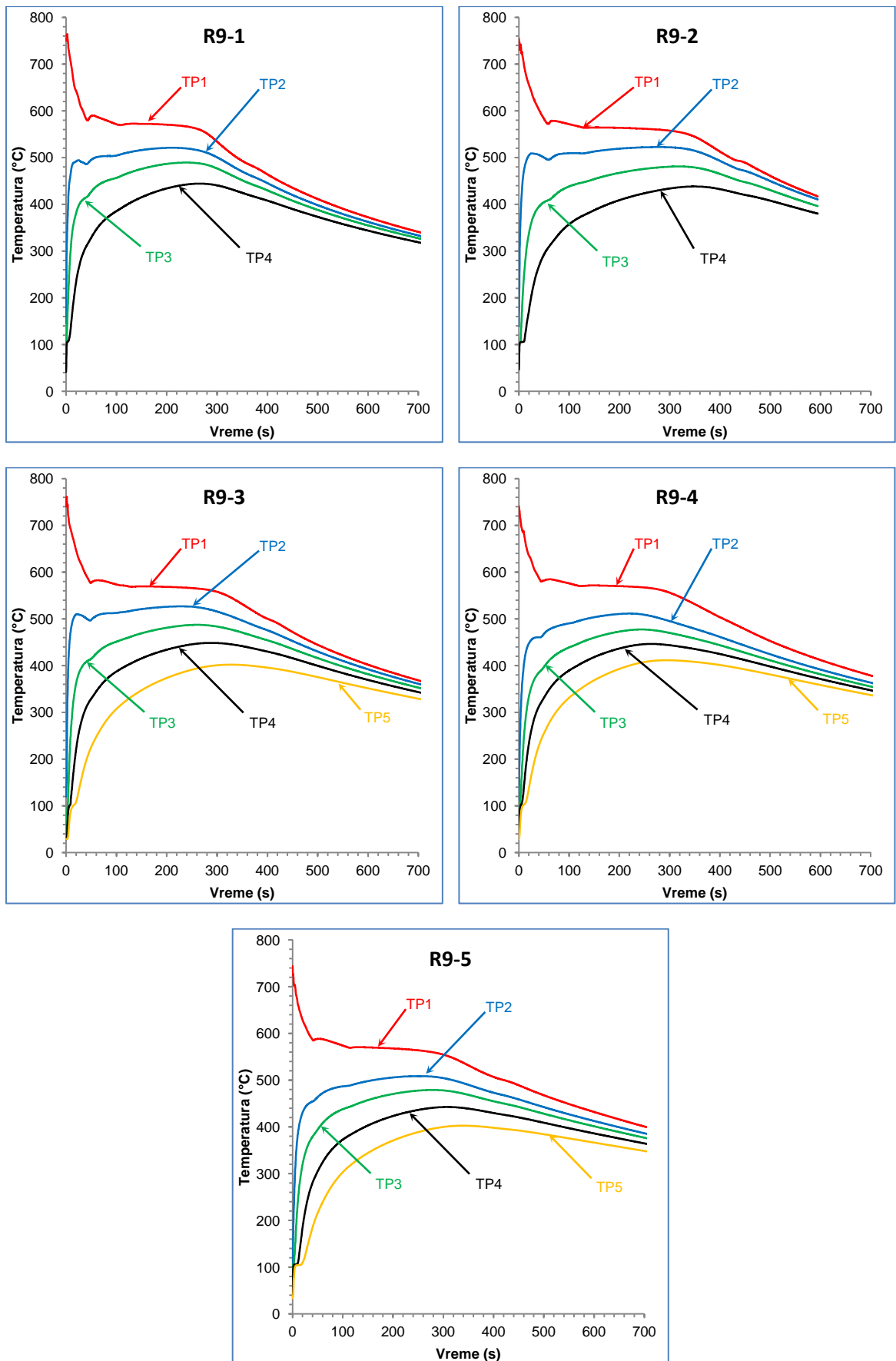
Tabela 4: Označavanje rezultata izvedenih merenja

Oznaka legure	Oblik odlivka	Ulivanje br. 1	Ulivanje br. 2	Ulivanje br. 3	Ulivanje br. 4	Ulivanje br. 5
AlSi9Cu3	Ravna ploča	R9-1 (špic termopar)	R9-2	R9-3	R9-4	R9-5 (špic termopar)
	Ploča sa zadebljanjem	Z9-1	Z9-2 (2 x TP1)	Z9-3	Z9-4 (2 x TP1)	Z9-5
AlSi12	Ploča sa zadebljanjem	Z12-1	Z12-2 (špic termopar)	Z12-3 (2 x TP1)	Z12-4	Z12-5 (špic termopar, 2 x TP1)

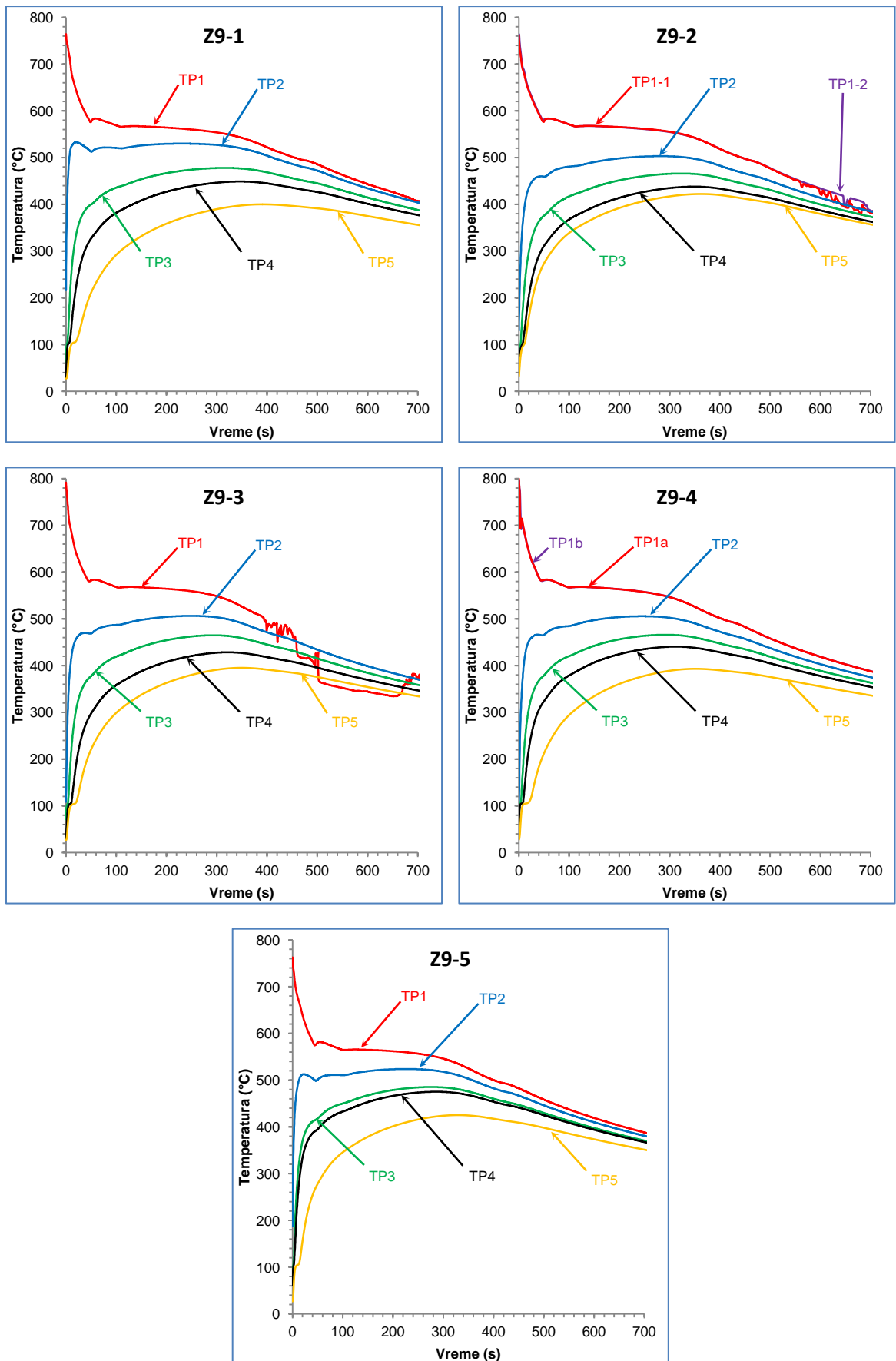
5.1 Temperaturne krive

Jedina direktna merenja dobijena nakon eksperimenata su merenja temperature tokom ulivanja i naknadnog hlađenja odlivka. Temperaturne krive dobijene za sva sprovedena ulivanja su prikazane na slikama 50, 51 i 52 dok su rezultati merenja udaljenosti svakog pojedinačnog termopara dati u prilogu 10.2.

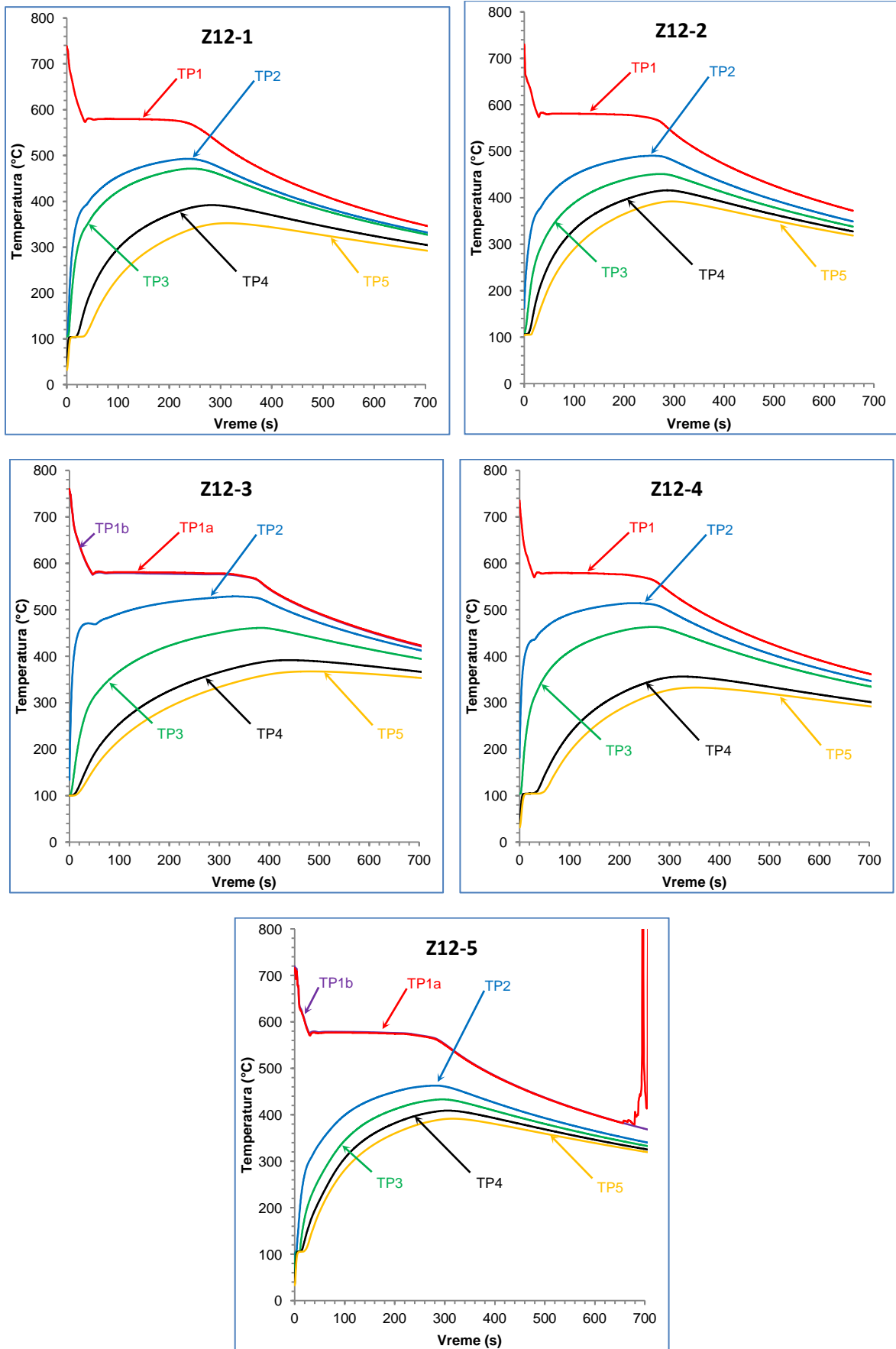
Zbog lakšeg poređenja rezultata kao početno vreme na svim grafikonima je uzet trenutak završetka faze ulivanja rastopa u kalup. Naknadna analiza video snimka izvođenja eksperimenata je pokazala da se ovaj trenutak poklapa sa maksimalnom temperaturom koju registruje termopar postavljen u odlivku.



Slika 50: Temperaturne krive snimljene tokom očvršćavanja odlivka oblika ravne ploče odlivenog legurom AlSi9Cu3



Slika 51: Temperaturne krive snimljene tokom očvršćavanja odlivka sa zadebljanjima odlivenog leguom AlSi9Cu3



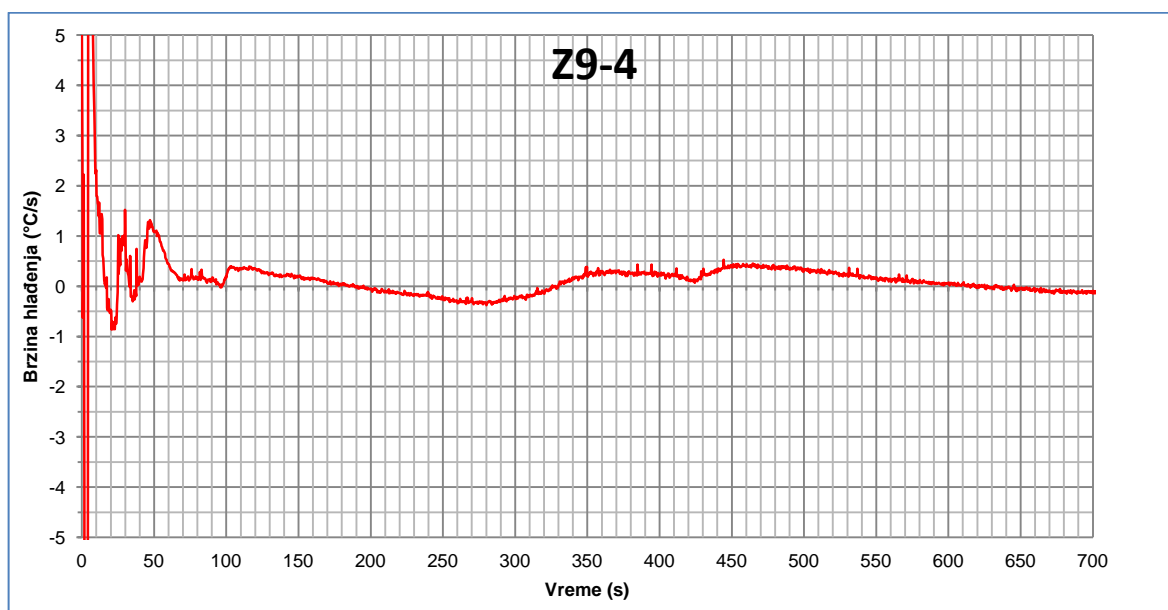
Slika 52: Temperaturne krive snimljene tokom očvršćavanja odlivka sa zadebljanjima odlivenog legurom AlSi12

Svi termoparovi postavljeni u kalup pokazali su očekivani trend u svakom eksperimentu i pokazuju da temperatura osetno raste kako se lokacija tople tačke približava površini odlivka. U prvih dvadesetak sekundi na krivama je primetna zona konstantne temperature koja iznosi oko 104°C. Ovaj kratki zastoj u rastu temperature predstavlja kondenzacionu zonu koja je prisutna i kod ove vrste kaluparskih mešavina zbog veoma velike hidroskopnosti silikatnog veziva. Temperatura je nešto viša od uobičajene temperature isparavanja vode koja iznosi 100°C usled kinetike procesa kretanja pare i povećanog gasnog pritiska u posmatranoj zoni. Kao što je i očekivano, zona je šira i uočljivija na termoparovima koji su postavljeni dalje od površine odlivka i neprimetna je kod najbližih termoparova.

Dodatna razlika u obliku temperaturnih krivi bližih i udaljenijih termoparova u odlivku jeste vidljivost efekta gubitka informacija o promeni gustine toplotnog fluksa. U većini slučajeva samo na prva dva najbliža termopara mogu se uočiti promene u nivou izmerene temperature na mestima početnih stadijuma faznih transformacija (rekalescencije). U svim termoparovima koji su postavljeni dublje u kalupu ove informacije su prigušene i izgubljene, čime se odluka da termoparovi budu postavljeni veoma blizu površine pokazala opravdanom.

Primećuje se da kod nekih merenja u određenom trenutku tokom očvršćavanja prestaju da funkcionišu termoparovi postavljeni da mere temperaturu površine odlivka (označeni sa TP1). Ovo se desilo kod eksperimentalnih merenja: R9-2, Z9-2a, Z9-2b, Z9-3 i Z12-5a. Međutim, kako je do prestanka rada došlo u relativno kasnim stadijumima formiranja odlivka, jedino se merenje Z9-3 može označiti kao neuspešno sa ovog stanovišta.

Poređenjem temperaturnih krivi dva termopara (TP1a i TP1b) kod merenja Z9-2, Z9-4, Z12-3 i Z12-5 može se uočiti njihova velika podudarnost. Izmerene temperature su veoma bliske jedna drugoj izuzimajući merenja Z9-2 nakon 490 s i Z12-5 nakon 650 s. U tim trenucima dolazi do prekida normalnog rada jednog od termoparova te se u daljem toku eksperimenta izmerene vrednosti značajno razlikuju. Tipičan primer razlika izmerenih temperatura dat je na slici 53.



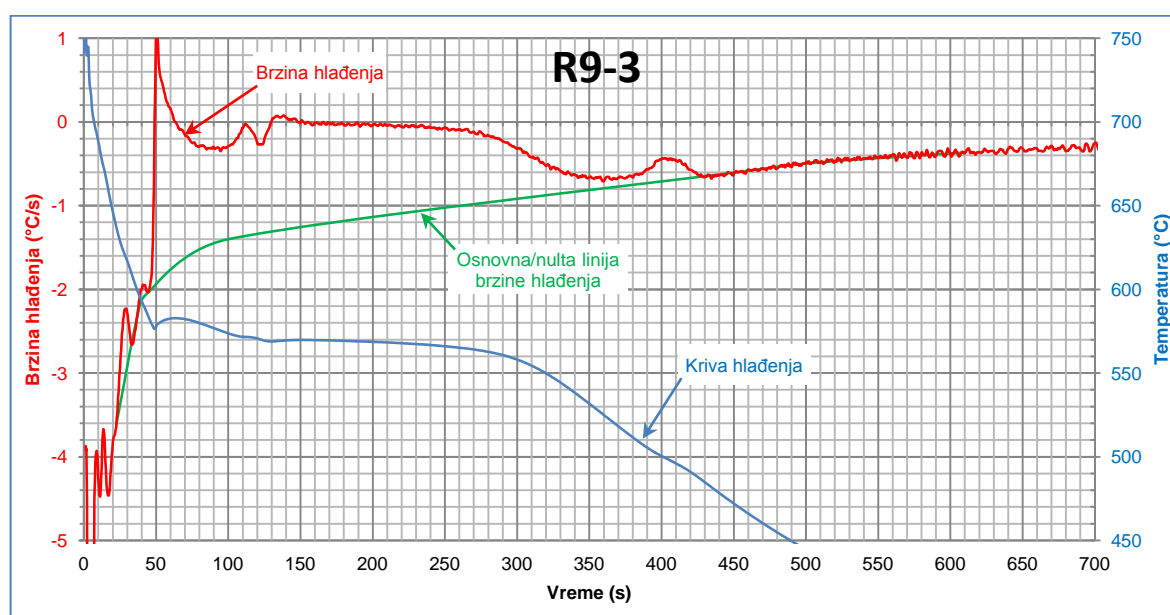
Slika 53: Razlika između izmerenih temperatura površine odlivka termoparova TP1a i T1b u eksperimentu Z9-4.

U posmatranom merenju razlika između temperatura koje pokazuju različiti termoparovi najveća je u prvih 50-tak sekundi. U tom periodu liv se još nalazi u tečnom stanju i prisutni su efekti konvekcije te je i razlika nešto veća i nepravilna (brzo menja smer). Nakon ovog početnog perioda razlika u merenjima dva termopara ne prelazi $\pm 0,5$ °C što je potpuno zadovoljavajući rezultat. Pažljivijim posmatranjem posmatrane krive može se primetiti jedna zanimljiva pojava. Prevojne tačke u kojima se menja trend rasta, odnosno opadanja, se poklapaju sa trenucima u kojima počinju ili se završavaju određene fazne transformacije. Moguće je da na veličinu greške merenja u ovom slučaju dominantan uticaj imaju mikroskopska pomeranja usled uticaja procesa očvršćavanja na termopar.

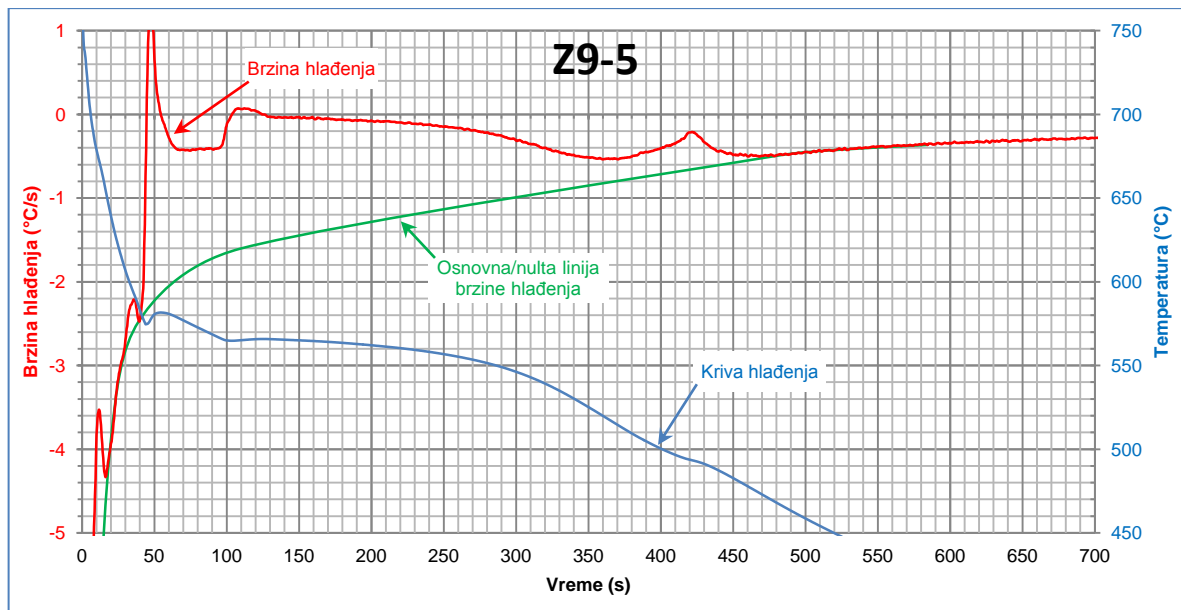
5.2 Analiza krive hlađenja odlivka – termička analiza

Tipični dijagrami dobijeni termičkom analizom krivi hlađenja za svaku grupu merenja prikazani su na slikama 54, 55 i 56. Dijagrami termičke analize za sve ostala merenja priloženi su u okviru priloga datog u poglavlju 10.3.

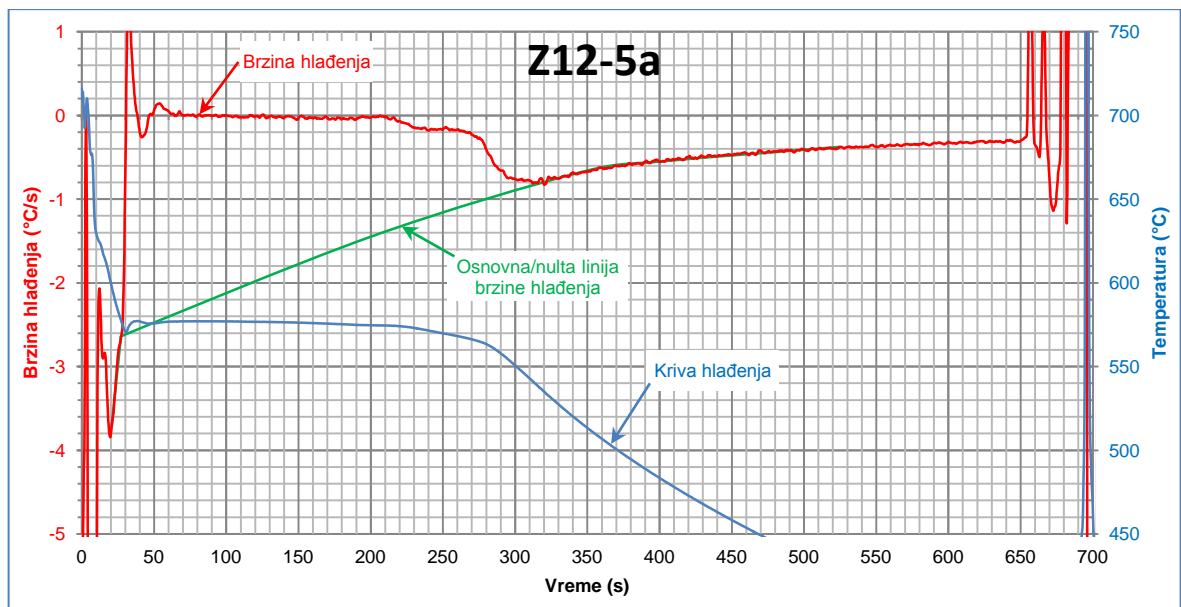
S obzirom na veoma malu dimenziju termoparova i veliku brzinu očvršćavanja (uzorci za termičku analizu se obično prave sa većim modulom kako bi se produžilo hlađenje) izvorni podaci su se pokazali kao nezadovoljavajući za tačan proračun prvog i naročito drugog izvoda krive hlađenja. Iz tog razloga su izvodi računati na prethodno filtrirane podatke koji su propušteni kroz LOESS (*LOcally wEighted Scatter plot Smooth*) algoritam. Kako bi se čak i najsitnije varijacije u krivi hlađenja maksimalno očuvale i odbacio samo prisutan šum, za dužinu lokalnog ponderisanog skupa podataka izabrana je niska vrednost od svega 15 merenja. Trebalo bi napomenuti i da je nulta linija dobijena fitovanjem Bezejeove krive trećeg stepena. Znatno preciznije bi bilo korišćenje Njutnove ili Furijeove nulte linije [153], ali je to u ovom slučaju bilo nemoguće zbog činjenice da termopar nije bio u osi odlivka, što zahteva proračun Njutnove nulte linije, ili odsustva drugog termopara, što zahteva proračun Furijeove linije. Iako ovakvo generisana linija nudi smanjenu preciznost, za potrebe ovog rada ona je više nego zadovoljavajuća. U ovom radu ona ne služi za precizan proračun tempa oslobađanja latentne toplote, što joj je uobičajena namena, već je prikazana isključivo radi lakše analize grafikona.



Slika 54: Brzina hlađenja odlivka R9-3.



Slika 55: Brzina hlađenja odlivka Z9-5.



Slika 56: Brzina hlađenja odlivka Z12-5 za prvi termopar u odlivku.

Na krivama hlađenja prepoznate su sledeće kritične tačke:

- Maksimalna izmerena temperatura površine odlivka (T_{MAKS}) – uzeta je kao početna temperatura u trenutku 0 s.
- Početak nukleacije primarnih dendrita aluminijuma (T_N^{Al}) – Prepoznaje se kao prvi nagli skok brzine hlađenja (prvog izvoda krive hlađenja po vremenu) odnosno kada drugi izvod bude jednak nuli. Vremenski trenutak ovog događaja je označen kao τ_N^{Al} .
- Minimalna temperatura nukleacije primarnih dendrita aluminijuma (T_{MIN}^{Al}) – kada brzina hlađenja prvi put dostigne nultu vrednost. Vremenski trenutak ovog događaja je označen kao τ_{MIN}^{Al} .

- Maksimalna temperatura nukleacije primarnih dendrita aluminijuma (T_{MAKS}^{Al}) – Prepoznaje se kao trenutak kada brzina hlađenja drugi put dostigne nultu vrednost. Vremenski trenutak ovog događaja je označen kao τ_{MAKS}^{Al} .
- Početak nukleacije Al-Si eutektikuma (T_N^{AlSi}) – Prepoznaje se kao trenutak prevoja na krivi brzine hlađenja (nulta vrednost drugog izvoda krive hlađenja). Vremenski trenutak ovog događaja je označen kao τ_N^{AlSi} .
- Minimalna temperatura nukleacije Al-Si eutektikuma (T_{MIN}^{AlSi}) – Prepoznaje se kao trenutak kada brzina hlađenja treći put dostigne nultu vrednost. Vremenski trenutak ovog događaja je označen kao τ_{MIN}^{AlSi} .
- Maksimalna temperatura nukleacije Al-Si eutektikuma, tzv. temperatura rasta (T_{MAKS}^{AlSi}) – Prepoznaje se kao trenutak kada brzina hlađenja četvrti i poslednji put dostigne nultu vrednost. Vremenski trenutak ovog događaja je označen kao τ_{MAKS}^{AlSi} .
- Početak nukleacije bakrom obogaćenih faza (T_N^{AlSiCu}) – Prepoznaje se kao trenutak prevoja na krivi brzine hlađenja (nulta vrednost drugog izvoda krive hlađenja). Vremenski trenutak ovog događaja je označen kao τ_N^{AlSiCu} . Ova pojava prisutna je samo pri livenju AlSi12Cu3 legure pa se ne može uočiti u grupi merenja Z12.
- Solidus temperatura (T_{SOL}) – Prepoznaje se kao trenutak kada se dodirnu krive brzine hlađenja i nulta linija brzine hlađenja. Vremenski trenutak ovog događaja je označen kao τ_{SOL} .

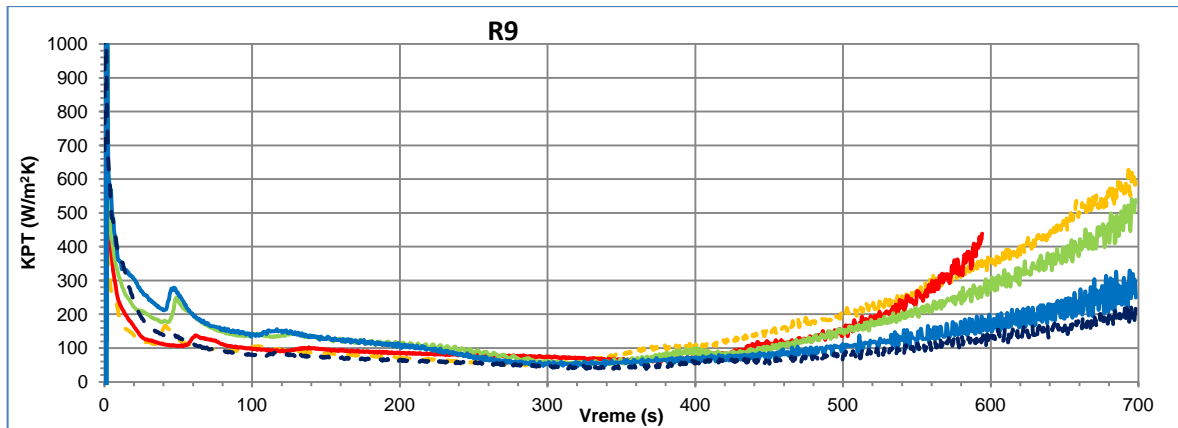
Svaka od gore navedenih veličina je određena u svim izmerenim krivama hlađenja. Njihov pregled je dat u tabeli 5 na sledećoj strani.

5.3 Koeficijent prenosa toplote

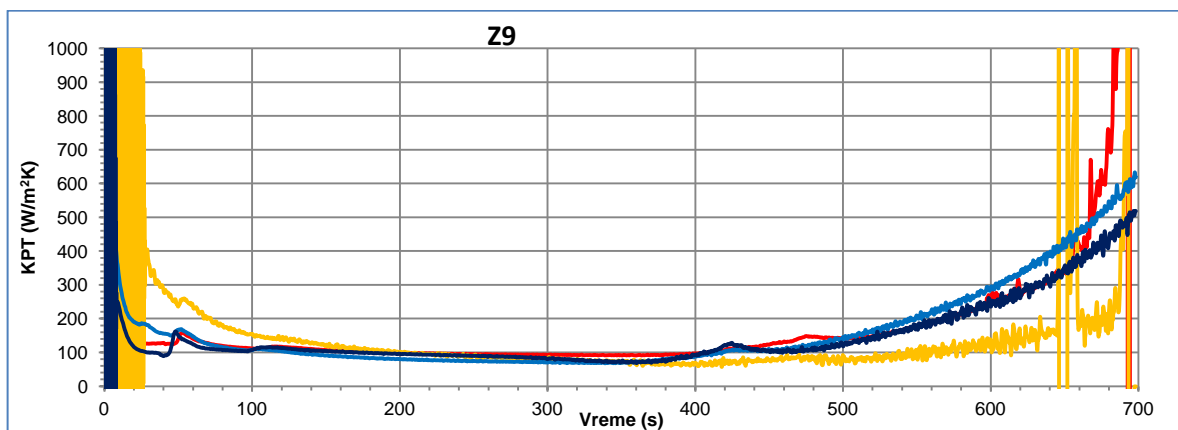
Dijagrami proračunatih vrednosti koeficijenta prenosa toplote za različite vrednosti toplotne difuzivnosti za svaku grupu merenja prikazani su na slikama od 57 do 65. Kako bi se olakšala analiza rezultata, procene KPT-a koje su zasnovane na temperaturnim merenjima kod kojih su termoparovi postavljeni u kalup bili klasičnog oblika (špicasti) su iscrtane isprekidanim linijama. Procene zasnovane na novom obliku vrha termopara (oblika omče) su iscrtani punim linijama. Pojedinačni dijagrami vremenske zavisnosti KPT-a i reziduala (razlike između izmerenih vrednosti temperature i onih proračunatih inverznim algoritmom) za sva merenja mogu se naći u priložima 10.4, 10.5 i 10.6. Neophodno je istaći da su vrednosti direktno procenjenih vrednosti toplotnih difuzivnosti u nekim merenjima doživele određene izmene u skladu sa zapažanjima iznetim u poglavlju 6.1.2.

Tabela 5: Pregled rezultata analize krivi hlađenja

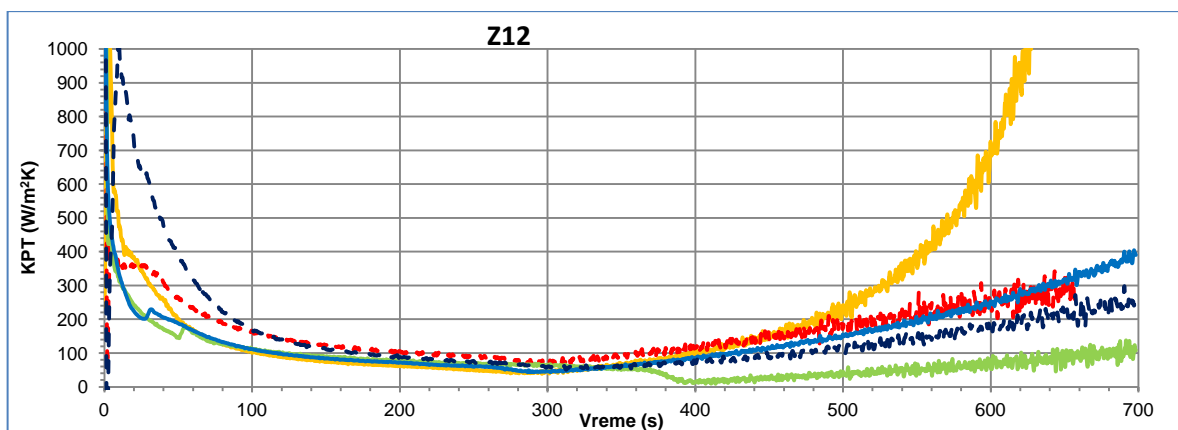
Oznaka merenja	Temperatura lonca	Maksimalna izmerena temperatura	Početak nukleacije Al dendrita		Minimalna temperatura nukleacije Al		Maksimalna temperatura nukleacije Al		Početak nukleacije Al-Si eutektikuma		Minimalna temperatura nukleacije Al-Si eutektikuma		Maksimalna temperatura nukleacije Al-Si eutektikuma		Početak nukleacije Cu obogaćenih faza		Solidus temperatura		Vreme očvršćavanja
	T_{LONAC} (°C)	T_{MAKS} (°C)	t_{N}^{Al} (s)	T_{N}^{Al} (°C)	t_{MIN}^{Al} (s)	T_{MIN}^{Al} (°C)	t_{MAKS}^{Al} (s)	T_{MAKS}^{Al} (°C)	t_{N}^{AlSi} (s)	T_{N}^{AlSi} (°C)	t_{MIN}^{AlSi} (s)	T_{MIN}^{AlSi} (°C)	t_{MAKS}^{AlSi} (s)	T_{MAKS}^{AlSi} (°C)	t_{N}^{AlSiCu} (s)	T_{N}^{AlSiCu} (°C)	t_{SOL} (s)	T_{SOL} (°C)	$\tau_0 = \tau_{SOL} - t_{N}^{Al}$ (s)
R9-1	825	764,4	34,4	591,0	40,4	579,6	51,9	590,0	97,9	571,1	104,9	569,7	125,9	572,6	312,9	520,0	392,9	467,5	358,5
R9-2	835	754,0	49,0	584,5	58,0	572,0	65,5	578,9	127,0	564,5	133,0	563,7	155,5	564,7	395,0	516,2	500,0	461,0	451,0
R9-3	850	761,6	42,8	585,0	47,8	577,0	61,8	582,8	123,8	569,2	128,8	569,0	146,8	569,8	342,8	513,4	428,8	484,6	386,0
R9-4	850	741,0	38,5	590,6	45,0	580,5	61,5	584,8	110,0	573,1	124,0	570,4	145,5	571,6	393,0	507,3	450,0	477,9	411,5
R9-5	860	744,5	38,5	589,0	42,0	584,5	53,0	588,3	109,0	570,6	115,0	569,4	131,0	570,7	378,0	516,0	455,0	486,6	416,5
Z9-1	837	764,5	45,0	582,6	49,0	576,5	57,0	583,6	104,0	567,6	110,0	566,0	135,5	567,5	413,0	516,0	510,0	481,0	465,0
Z9-2a	846	757,9	45,0	582,8	49,0	576,3	60,7	583,5	108,0	568,1	114,2	566,7	140,0	568,0	404,0	516,6	-	-	-
Z9-2b	846	766,4	45,0	584,0	48,0	580,0	58,5	583,9	105,5	569,0	113,5	566,8	139,0	568,0	405,0	516,4	494,0	480,8	449,0
Z9-3	844	791,5	42,0	585,5	46,5	580,3	57,5	583,8	101,0	567,9	105,5	566,8	127,5	568,4	370,0	515,2	-	-	-
Z9-4a	850	800,3	35,0	600,5	46,0	582,3	55,0	584,1	94,0	569,2	100,5	567,3	124,0	568,7	367,7	516,7	458,5	478,5	423,5
Z9-4b	850	794,9	36,5	596,8	46,5	581,2	57,0	583,4	94,0	569,1	101,1	567,0	124,0	568,4	367,0	516,7	458,0	478,5	421,5
Z9-5	844	762,7	35,5	593,4	44,6	574,7	54,4	581,6	94,5	566,6	103,6	564,7	125,0	565,8	371,0	514,0	465,0	475,3	429,5
Z12-1	820	738,3	30,5	583,8	35,5	573,0	43,0	580,8	49,5	579,0	53,2	577,8	78,0	579,8	-	-	287,0	536,0	256,5
Z12-2	810	730,3	26,5	580,3	29,2	573,9	35,3	583,5	43,0	580,6	46,7	579,4	60,2	581,0	-	-	282,0	555,5	255,5
Z12-3a	810	760,3	44,0	581,1	47,4	576,2	58,6	582,5	69,0	580,7	73,0	580,1	95,0	581,0	-	-	384,0	558,8	340,0
Z12-3b	810	755,0	43,0	581,1	46,8	576,0	60,0	580,6	68,0	579,5	73,7	578,6	95,0	579,5	-	-	385,0	557,0	342,0
Z12-4	805	735,3	25,3	580,8	29,5	570,4	37,5	580,6	41,0	579,3	46,3	578,0	60,0	579,4	-	-	283,0	553,4	257,7
Z12-5a	785	716,0	27,0	578,0	30,5	570,5	38,5	577,1	44,5	575,8	46,5	575,6	64,0	576,8	-	-	316,0	538,0	289,0
Z12-5b	785	719,6	26,5	581,7	30,0	575,7	39,0	579,6	44,5	578,5	48,5	577,7	63,0	578,7	-	-	316,0	539,8	289,5



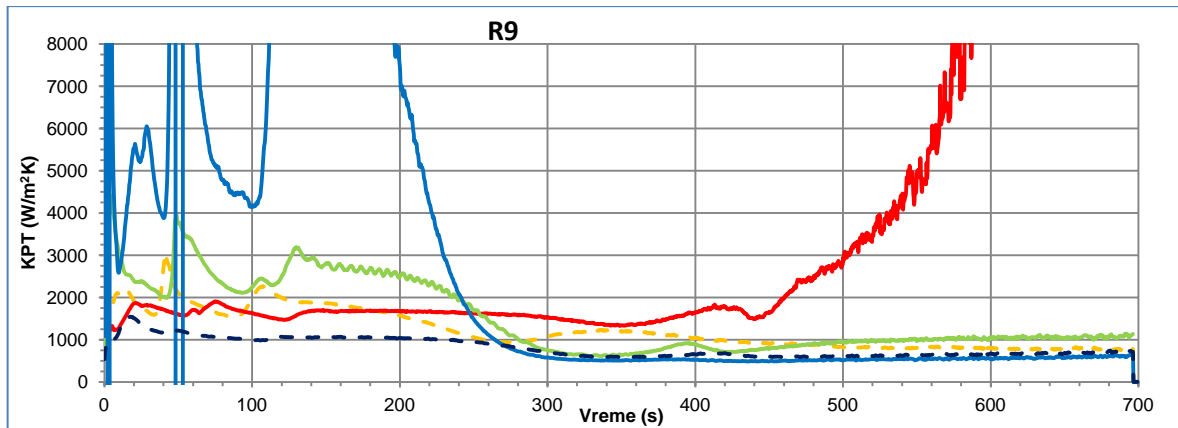
Slika 57: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote za grupu merenja R9 kada se koriste literaturne vrednosti funkcionalne zavisnosti toplotne difuzivnosti materijala kalupa od temperature.



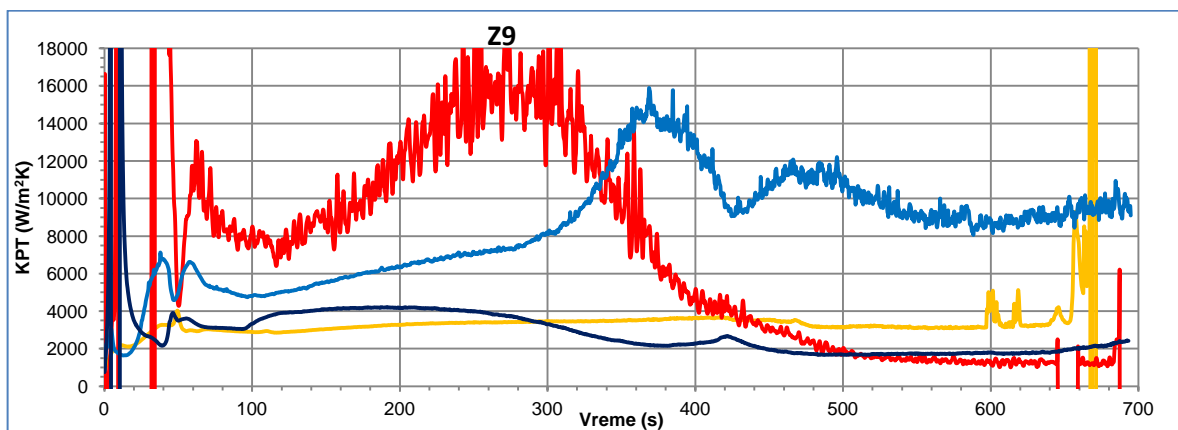
Slika 58: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote za grupu merenja Z9 kada se koriste literaturne vrednosti funkcionalne zavisnosti toplotne difuzivnosti materijala kalupa od temperature.



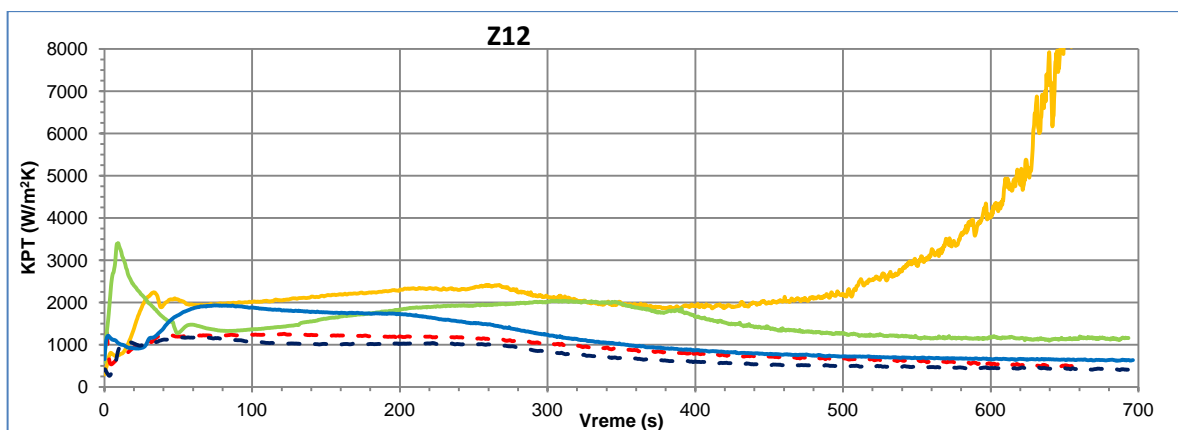
Slika 59: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote za grupu merenja Z12 kada se koriste literaturne vrednosti funkcionalne zavisnosti toplotne difuzivnosti materijala kalupa od temperature.



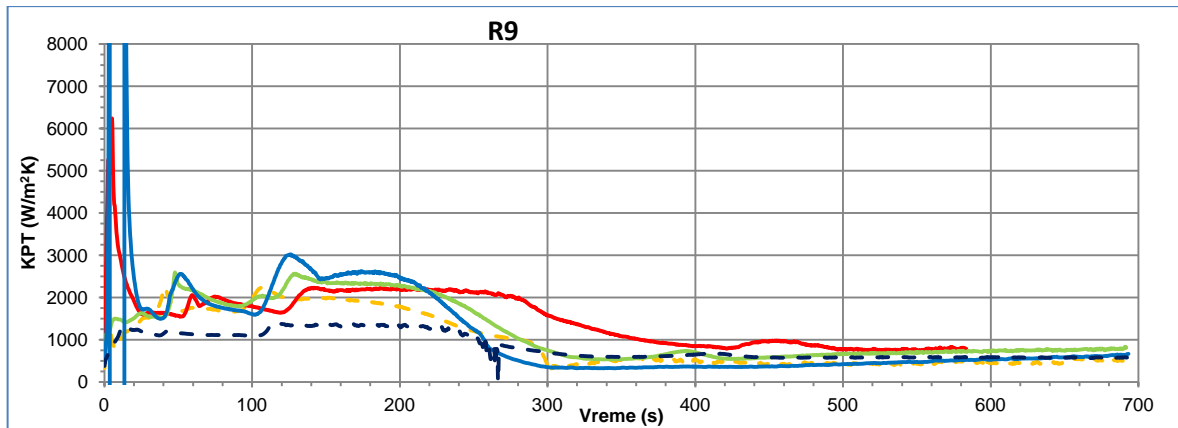
Slika 60: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote za grupu merenja R9 kada se koriste konstantne vrednosti toplotne difuzivnosti materijala kalupa.



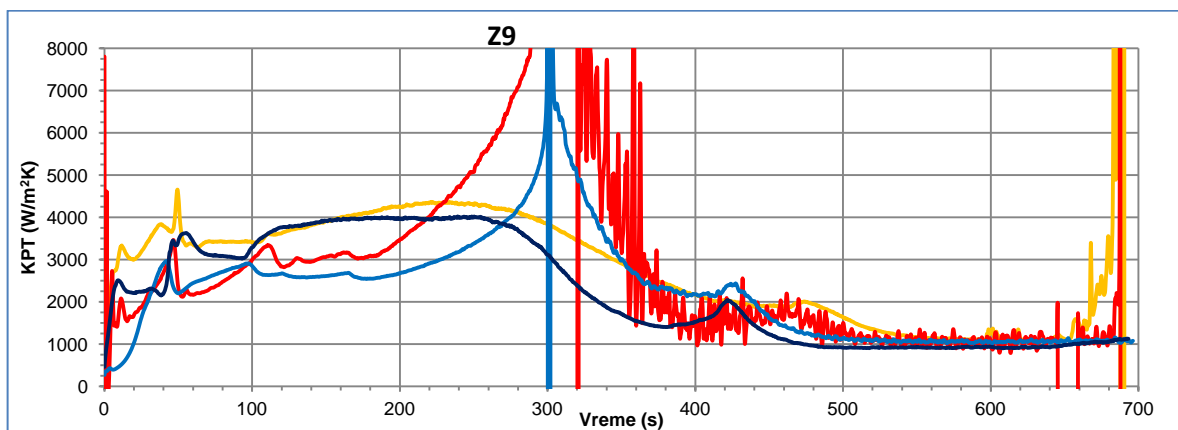
Slika 61: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote za grupu merenja Z9 kada se koriste konstantne vrednosti toplotne difuzivnosti materijala kalupa.



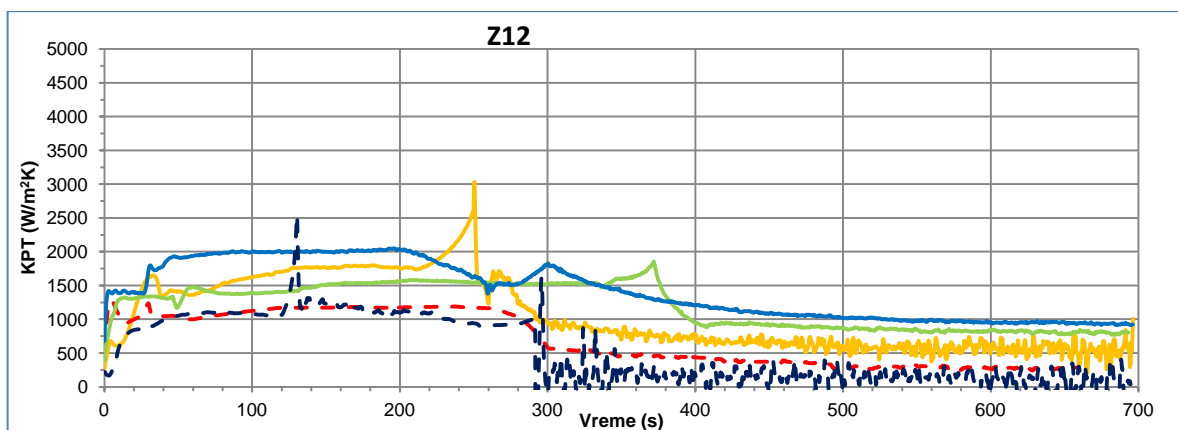
Slika 62: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote za grupu merenja Z12 kada se koriste konstantne vrednosti toplotne difuzivnosti materijala kalupa.



Slika 63: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote za grupu merenja R9 kada se koriste prividne vrednosti toplotne difuzivnosti materijala kalupa.



Slika 64: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote za grupu merenja Z9 kada se koriste prividne vrednosti toplotne difuzivnosti materijala kalupa.



Slika 65: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote za grupu merenja Z12 kada se koriste prividne vrednosti toplotne difuzivnosti materijala kalupa.

6 Diskusija

6.1 Poređenje eksperimentalnih postavki na tačnost procene KPT-a

6.1.1 Uticaj geometrije odlivka

Poređenjem vremena očvršćavanja (τ_o) prikazanih u tabeli 5 može se uočiti da su vremena očvršćavanja kod odlivaka sa zadebljanjem nešto duža nego kod odlivaka oblika ravne ploče. Prosečno vreme očvršćavanja pločastih odlivaka iznosilo je 404,7 s, dok je kod odlivaka sa zadebljanjem ono iznosilo 437,7 s. Nešto duže očvršćavanje se i moglo očekivati s obzirom na eksperimentalne uslove. Kao što je već objašnjeno u poglavlju 4.2.3, kod pločastih odlivaka nemoguće je sačuvati jednodimenzionalni prenos toplote na kalup i preko ivica odlivka dolazi do osetnog gubitka toplote. Pri tome, efekat ivice je vidljiv tek nakon završetka eutektičke reakcije pošto izdvajanje latentne toplote održava temperaturu površine odlivka relativno konstantnom. Međutim, hlađenje odlivaka sa bočnih strana znatno brže „troši“ latentnu toplotu legure i doprinosi bržem završetku eutektičke reakcije, što se jasno može zaključiti analizirajući slike 34 i 37.

Ista pojava se može razaznati i razmatrajući prosečne vrednosti kritičnih vremenskih trenutaka za posmatrane dve grupe merenja datih u tabeli 6. Iako su prosečna vremena protekla od završetka ulivanja do početka nukleacije (τ_N^{Al}) identična kod obe grupe merenja, zaključno sa dostizanjem temperature rasta eutektičke reakcije (τ_{MAKS}^{AlSi}) odlivci oblika ploče su čak nešto kasnije dostizali kritične trenutke tokom očvršćavanja. Njima je u proseku trebalo oko 10s duže da dostignu posmatrani vremenski trenutak. Međutim, od tog trenutka, usled neujednačenosti temperaturnog polja, proces očvršćavanja pločastih odlivaka se osetno ubrzava i oni znatno brže završavaju sve preostale transformacije.

Tabela 6: Prosečne vrednosti proteklog vremena do karakterističnog trenutka u očvršćavanju odlivka za grupe merenja R9 i Z9

	τ_N^{Al} (s)	τ_{MIN}^{Al} (s)	τ_{MAKS}^{Al} (s)	τ_N^{AlSi} (s)	τ_{MIN}^{AlSi} (s)	τ_{MAKS}^{AlSi} (s)	τ_N^{AlSiCu} (s)	τ_{SOL} (s)
R9	40,6	46,6	58,7	113,5	121,1	140,9	364,3	445,3
Z9	40,6	47,1	57,2	100,1	106,9	130,7	385,4	477,1
Z9-R9	0,0	0,5	-1,5	-13,4	-14,2	-10,2	21,1	31,8

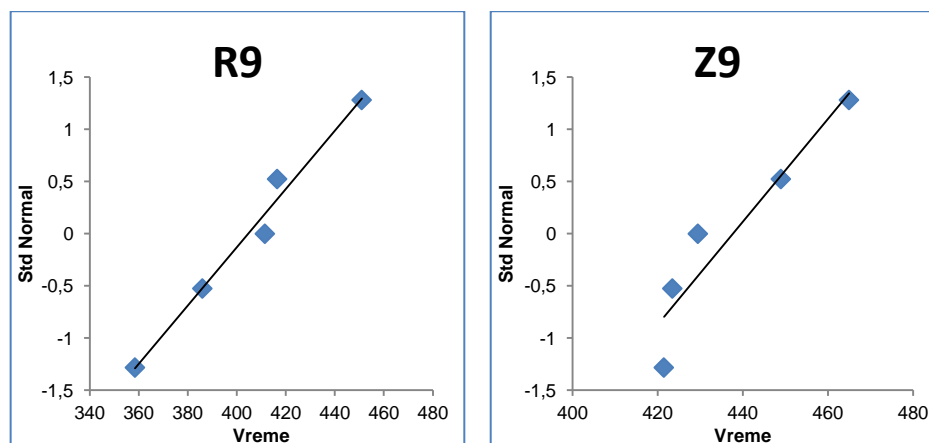
Prethodna analiza pokazuje da odlivci sa adekvatno zadebljanim bočnim ivicama zaista nude prednost u odnosu na pločaste eksperimentalne odlivke. Međutim, pokazana razlika između vremena očvršćavanja je relativno mala i iznosi svega 7,5 %. Kako bi prethodna pojava istinski bila eksperimentalno verifikovana neophodno je pokazati da je dobijena razlika statistički značajna i da nije proizvod slučajnog rasipanja rezultata merenja.

Kako bi se znalo da li koristiti parametarski ili neparametarski test za proveru tačnosti hipoteze prvo je neophodno testirati normalnost podataka [154]. U tu svrhu je korišćeni su Šapiro-Vilk (*Shapiro-Wilk*) test i kvantil-kvantil grafikoni (*QQ plot*) čiji su rezultati prikazani u nastavku teksta.

Tabela 7: Rezultati Šapiro-Vilk testa normalnosti podataka za vremena očvršćavanja odlivka

	Broj merenja	Statistika W	p-vrednost	p-vrednost > $\alpha = 0,05$
R9	5	0,984414	0,938668	da
Z9	5	0,875476	0,329674	da

Kako su u oba slučaja p-vrednosti veće od izabranog nivoa rizika greške, sa 95% sigurnošću ne možemo da odbacimo nultu hipotezu da su podaci došli iz podataka koji imaju normalnu raspodelu. Odnosno, postoji velika verovatnoća da je raspodela rezultata približna normalnoj raspodeli. Radi dodatne provere normalnosti dijagrama treba proveriti rezultate i u kvantil-kvantil ravnima koje su prikazane na slici 66.



Slika 66: Kvantil-kvantil grafikoni ispitivanja normalnosti raspodele

Merenja vremena očvršćavanja odlivaka oblika ploče u veoma velikoj meri se poklapaju sa normalnom raspodelom. Nažalost, merenja sa zadebljanjem pokazuju određeno odstupanje od željene prave linije te se normalni oblik raspodele rezultata ipak ne bi smeo pretpostaviti. Zbog toga je odlučeno da se testiranje hipoteze izvrši pomoću neparametarskog Man-Vitni testa uz rizik greške od 10%. Rezultati testa dobijeni pomoću programskog paketa *Microsoft Excel 2007* i dodatka *Real Statistics Resource Pack* [155] prikazani su u tabeli 8.

Tabela 8: Rezultati Man-Vitni testa za dva nezavisna uzorka

	Grupa merenja R	Grupa merenja Z
Veličina uzorka	5,000	5,000
Medijana	411,500	429,500
Suma rangova	19,000	36,000
Statistika U	21,000	4,000
	Jednosmeran test	Dvosmeran simetričan test
Nivo značajnosti (α)	0,100	
Statistika U	4,000	
Aritmetička sredina	12,500	
Standardna devijacija	4,787	
z-vrednost	-1,776	
r	0,561	
U-kritično	3,865	4,126
p-vrednost	0,038	0,076
$p < \alpha$	Da	Da

Na osnovu prikazanih rezultata Man-Vitnijevog testa se sa 10% rizikom greške može odbaciti nulta hipoteza. Zaključuje se da je razlika između vremena očvršćavanja ove dve grupe merenja statistički značajna i ne može se pripisati slučajnoj varijaciji podataka u uzorku čime je potvrđena prednost primene zadebljanja na ivicama odlivka.

Poređenjem dijagrama prikazanih na slikama 57, 58, 60, 61, 63 i 64 može se uočiti da su procenjene vrednosti KPT-a za grupu merenja Z9 u većini slučajeva osetno veće nego što je to slučaj kod grupe merenja R9. Ove razlike su naročito izražene u početnim stadijumima procesa formiranja odlivka pre nego što se temperatura površine odlivka približi solidus vrednosti. Kao parametar koji može poslužiti za kvantifikaciju ove pojave može se uzeti ukupna medijana procenjenih vrednosti KPT-a zbirno iz svih rezultata za datu grupu merenja u prvih 200 sekundi nakon ulivanja. Njegove vrednosti za različite načine proračuna KPT-a su prikazane u tabeli 9.

Tabela 9: Medijana procenjenih vrednosti KPT-a za prvih 200s nakon ulivanja za različite grupe merenja

Korišćena vrednost toplotne difuzivnosti	Medijana KPT-a (W/m^2K)		Rast vrednosti (%)
	Grupa merenja R9	Grupa merenja Z9	
Konstantna	1.845	4.114	+123
U zavisnosti od temperature $\alpha_{f(T)}$	119	114	-4
Prividna α_{priv}	1.843	3.049	+65

Jedino način procene KPT-a korišćenjem $\alpha_{f(T)}$ pokazuje zanemarljiv pad vrednosti KPT-a ukoliko se koriste odlivci sa zadebljanjima. U preostala dva slučaja procenjene vrednosti KPT-a bivaju značajno više i to 65% u slučaju upotrebe α_{priv} i čak 123% za slučaj upotrebe α_{const} . Ovi podaci naročito dobijaju na značaju ukoliko se uzme da se način procene KPT-a korišćenjem $\alpha_{f(T)}$ pokazao kao najnepouzdaniji i daje višestruko veće vrednosti reziduala (videti poglavlje 6.1.2).

S obzirom na činjenicu da se izlivanje rastopljenog metala u većini merenja vršilo direktno iz lonca elektrootporne peći u uzanu kalupnu šuplinu bez prisustva bilo kojeg elementa ulivnog sistema, bilo je nemoguće postići istovetno vreme ulivanja za sve eksperimente. Takođe, zbog korišćenja peći relativno malog kapaciteta liva, a samim tim i male toplotne inercije, čak je i početna temperatura ulivanja trpela određenu varijaciju. Iz ovih razloga došlo je do određenog variranja početnog temperaturnog polja u odlivku, te u razmatranje ponovljivosti rezultata treba uzeti i ovu činjenicu u obzir. Prosečna maksimalna temperatura površine odlivka T_{MAKS} iznosila je 756 °C. Pri tome, za grupu merenja R9 iznosila je 753 °C dok je za grupu merenja Z9 ona iznosila nešto viših 777 °C.

Varijacije u početnim temperaturama odlivka mogu dodatno objasniti rezultate do sada objavljenih istraživanja vezanih za uticaj stepena pregrevanja na KPT, poput onih iz referenci [77,79,92,99,115,124]. U njima je rastop između peći i kalupa uglavnom transportovan u još jednoj dodatnoj posudi (lonac ili ulivna kašika) u kojoj temperatura relativno nepredvidljivo pada. Pošto se kao temperatura ulivanja uzimala temperatura liva u peći, ostaje veoma upitno koliko zaista iznosi rasipanje rezultata i u kojoj meri je ovaj efekat uticao na dobijene rezultate i trendove? Navedeni radovi ne navode bilo kakvo ponavljanje merenja. Jedino su Akar i saradnici [115] izvršili ponavljanje jednog merenja kako bi pokazali ponovljivost rezultata. Međutim, zadržali su se samo na konstataciji da su se temperaturne krive razlikovale za manje od ± 5 °C. Ostaje nejasno kako se ta razlika u temperaturama preslikala na procenu vrednosti KPT-a.

Stoga se može konstatovati da je varijacija u prosečnim maksimalnim temperaturama površine odlivka između grupe eksperimenata R9 i Z9 verovatno uticala na dobijene rezultate, ali se veličina tog uticaja ne može sa sigurnošću predvideti. Prema dostupnim istraživanjima sprovedenim o uticaju temperature pregrevanja na KPT između aluminijumskih legura i hladilica od sivog liva ili bakra [77,79,115], ona ne bi trebala da pređe vrednost od 25%. Ova vrednost je značajno manja od 65% odnosno 123% za koliko su više dobijene procene KPT-a za grupu merenja Z9 u odnosu na grupu merenja R9. Stoga se ovaj rast ne može isključivo pripisati uočenoj varijaciji u temperaturama ulivanja. Znatno verovatniji uzrok treba tražiti u izmenjenoj geometriji odlivka i povećanoj jednodimenzionalnosti sistema.

6.1.2 Uticaj korišćenih vrednosti toplotne difuzivnosti

Analizirajući grafikone date u poglavlju 5.3 lako se može uočiti da na procenjenju vrednost KPT-a veoma veliki uticaj ima vrednost toplotne difuzivnosti koja se koristi prilikom proračuna. Vrednosti medijane procenjenih vrednosti KPT-a za sva merenja i za sva tri načina zadavanja toplotne difuzivnosti date su u tabeli 10. Zbog uočljive razlike u vrednostima KPT-a u fazama tokom očvršćavanja i nakon njenog završetka, za svaku krivu KPT–vreme date su po dve medijane. Prva je data za period dok se površina odlivka još uvek nalazi u poluočvrslom stanju, a druga za period nakon potpunog očvršćavanja. Vremenski trenuci su izabrani na sledeći način:

- Za početak prve faze izabran je trenutak nakon što je u svakom od izvršenih merenja nastupio početak nukleacije Al dendrita. Prema tabeli 5 maksimalna vrednost parametra τ_N^{Al} uočena je pri merenju Z9-2 i iznosi $\tau = 45$ s.
- Za kraj prve faze izabran je trenutak $\tau = 200$ s. To je trenutak kada u velikom broju merenja krene značajnija promena u vrednostima KPT-a.
- Za početak druge faze izabran je trenutak nakon što je u svakom od izvršenih merenja završen proces očvršćavanja. Prema tabeli 5 maksimalna vrednost parametra τ_{SOL} uočena je za merenje Z13-3 i iznosi $\tau = 558,8$ s. Usvojena je zaokružena vrednost od 560 s.
- Za kraj druge faze izabran je trenutak $\tau = 650$ s s obzirom da je u većem broju eksperimenata pri kraju merenja došlo do nepravilnosti u radu termopara u odlivku.

Može se primetiti da procene KPT-a za različite načine zadavanja toplotne difuzivnosti mogu varirati i za celih 7.400 %. Time se nameće pitanje koja je od ovih procena tačna? Nažalost, kako je ovo prvo ispitivanje ove vrste, u literaturi se ne mogu pronaći adekvatni kriterijumi za izbor parametara koji će poslužiti za poređenje eksperimentalnih postavki. Kao logičan izbor nameću se dva parametra:

1. *Koeficijent varijacije medijana procenjenih vrednosti KPT-a.* Ova vrednost će pokazati stepen varijabilnosti podataka. Bazira se na pretpostavci da su izvedenim eksperimentom svi parametri (ili barem velika većina njih) koji utiču na vrednost KPT-a bili dobro kontrolisani te da se može očekivati dobra ponovljivost procenjenih vrednosti KPT-a. Na osnovu toga se može reći da je najbolji način procene KPT-a onaj koji ima najmanju varijabilnost.
2. *Medijana zbira apsolutnih vrednosti reziduala procene KPT-a.* Ovaj parametar se bazira na pretpostavci da je tačno procenjena ona vrednost KPT-a kod koje je prilikom procene postignuto najbolje poklapanje izmerenih i proračunatih vrednosti temperaturnog polja. Kako su u razvijenoj eksperimentalnoj postavci prisutna dva reziduala odlučeno je da se oni objedine u jedan parametar preko zbira njihovih apsolutnih vrednosti. Na taj način veliki

negativni rezidual jednog termopara i veliki pozitivni rezidual drugog neće biti tretirani jednako kao i nulti reziduali oba termopara. Ovo nije idealno rešenje jer pri izradi pešćanih kalupa nije moguće obezbediti istovetnu udaljenost termoparova, pa samim tim ni isti relativni uticaj oba reziduala na tačnost konačne procene KPT-a. Međutim, pošto se pri kalupovanju velika pažnja posvetila preciznosti postavljanja termoparova, može se smatrati da ovaj parametar uz zadovoljavajuću tačnost i nepristrasnost daje ocenu upotrebijene eksperimentalne postavke i da je najbolja ona postavka kod koje su vrednosti ovog parametra minimalne.

Treba naglasiti da je za ocenu centralne tendencije u prethodnoj analizi umesto uobičajene aritmetičke sredine izabrana medijana. Ovo je urađeno kako bi se eliminisao uticaj ekstremnih vrednosti rezultata merenja. Na primer, na početku merenja prisutne su ekstremne greške u proceni KPT koje su vidljive kako na grafikonima KPT-a, tako i na grafikonima reziduala (videti poglavlja 10.4, 10.5 i 10.6). Ove greške su posledica intenzivnog strujanja rastopa usled konvekcije i inercije rastopa nakon ulivanja. Slični ekstremi se mogu uočiti i u trenutku očvršćavanja površine odlivka. Stoga je smatrano da uticaj ovih vrednosti na konačnu ocenu kvaliteta eksperimentalne postavke treba smanjiti na najmanju moguću meru, te da je u ovom slučaju medijana znatno adekvatniji parametar ocene centralne tendencije uzorka.

Tabela 10: Uticaj korišćenih vrednosti toplotne difuzivnosti kalupa na medijane procenjenih vrednosti KPT-a

Oznaka merenja	Medijana KPT-a za α_{const} (W/m^2K)		Medijana KPT-a za $\alpha_{f(T)}$ (W/m^2K)		Medijana KPT-a za α_{priv} (W/m^2K)	
	45 s–200 s	560 s–650 s	45 s–200 s	560 s–650 s	45 s–200 s	560 s–650 s
R9-1	1.832	787	91	364	1.903	452
R9-2	1.672	7.666	96	332	1.995	792
R9-3	2.649	1.040	137	293	2.290	738
R9-4	10.663	567	142	175	2.500	541
R9-5	1.054	654	79	132	1.321	578
<i>R9 ukupno</i>	<i>1.841</i>	<i>775</i>	<i>105</i>	<i>246</i>	<i>1.947</i>	<i>574</i>
Z9-1	3.003	3.224	113	261	3.752	1.144
Z9-2	8.805	1.308	140	126	3.014	993
Z9-4	5.369	8.894	102	302	2.615	1.059
Z9-5	3.925	1.772	107	253	3.767	924
<i>Z9 ukupno</i>	<i>4.264</i>	<i>2.805</i>	<i>111</i>	<i>244</i>	<i>3.159</i>	<i>1.060</i>
Z12-1	2.078	4.291	87	739	1.653	576
Z12-2	1.220	538	142	253	1.167	275
Z12-3	1.464	1.151	99	70	1.447	822
Z12-4	1.795	658	96	254	1.998	959
Z12-5	1.028	449	135	178	1.103	120
<i>Z12 ukupno</i>	<i>1.464</i>	<i>658</i>	<i>112</i>	<i>233</i>	<i>1.415</i>	<i>572</i>

Tabela 11: Vrednosti koeficijenta varijacije medijana procenjenih vrednosti KPT-a

Oznaka merenja	Koeficijent varijacije kada se koristi a_{const} (%)		Koeficijent varijacije kada se koristi $a_{f(T)}$ (%)		Koeficijent varijacije kada se koristi a_{priv} (%)	
	45 s–200 s	560 s–650 s	45 s–200 s	560 s–650 s	45 s–200 s	560 s–650 s
R9	112	144	26	39	22	23
Z9	48	92	15	32	17	9
Z12	28	115	22	86	25	64
Srednja vrednost	63	117	21	52	21	32

U tabeli 11 date su izračunate vrednosti prvog parametra koji će se koristiti za poređenje eksperimentalnih postavki: koeficijenta varijacije medijana procenjenih vrednosti KPT-a. Primetno je da su najmanje vrednosti ovog parametra povezane sa upotrebom prividne toplotne difuzivnosti. Nešto slabije vrednosti se dobijaju upotrebom $a_{f(T)}$, dok je za konstantnu toplotnu difuzivnost varijabilnost rezultata merenja prevelika i nezadovoljavajuća.

Tabela 12: Vrednosti medijane zbira apsolutnih vrednosti reziduala pri proceni KPT-a

Oznaka merenja	Vrednosti medijane zbira apsolutnih vrednosti reziduala pri proceni KPT-a		
	Kada se koristi a_{const}	Kada se koristi $a_{f(T)}$	Kada se koristi a_{priv}
R9-1	1,6	5,0	0,1
R9-2	2,4	19,6	2,7
R9-3	0,6	12,4	1,0
R9-4	3,5	5,6	0,1
R9-5	1,4	9,0	1,4
Z9-1	1,7	24,7	1,5
Z9-2	0,4	4,6	0,3
Z9-4	2,7	14,9	3,2
Z9-5	4,4	10,7	4,5
Z12-1	0,7	3,2	0,0
Z12-2	0,4	4,4	0,1
Z12-3	1,0	19,4	0,1
Z12-4	1,1	12,9	0,0
Z12-5	0,6	3,1	0,0
Medijana	1,3	9,8	0,2

Vrednosti drugog parametra korišćenog za poređenje eksperimentalnih postavki date su u tabeli 12. Kao i u prethodnom slučaju i ovde su najniže vrednosti parametra povezane sa upotrebom prividne toplotne difuzivnosti. Međutim, u ovom slučaju se algoritam zasnovan na toplotnoj difuzivnosti u zavisnosti od temperature pokazao kao neadekvatan sa preko 7 puta većom vrednosti parametra u odnosu na a_{const} i čak 49 puta nepovoljnijim rezultatom u odnosu na a_{priv} . Očigledno je da nisku varijabilnost rezultata procene ovaj algoritam postiže značajnim prigušivanjem (potcenjivanjem) vrednosti KPT-a što se odražava na veličinu reziduala. Može se zaključiti da oba izabrana parametra za ocenu eksperimentalnih postavki ukazuju na to da je pri proceni KPT-a bolje koristiti prividnu toplotnu difuzivnost materijala kalupa.

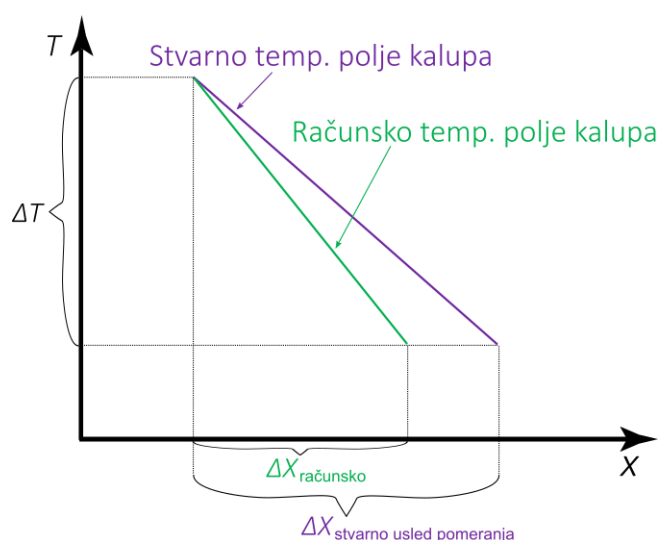
Ovakav rast u kvalitetu procenjenih rezultata se može objasniti na sledeći način. Inverzni problemi provođenja topote su izuzetno osetljivi i na najmanje fluktuacije u ulaznim parametrima [16,22]. Zbog male toplotne difuzivnosti peska i posledično ekstremnih vrednosti koeficijenta osetljivosti, ova osobina je dodatno izražena. To i jeste jedan od razloga zbog čega postoji veoma mali broj istraživanja u ovoj oblasti. Sa druge strane, greške koje se kroz ulazne parametre unose u algoritam su velike i brojne. Osnovni izvori grešaka su:

- *Inicijalno merenje lokacije termoparova.* Za razliku od pozicioniranja termoparova u kokilama koje je moguće prilično precizno izvesti i zavisi od preciznosti bušenja otvora u njoj, kod pešćanih kalupa stvari nisu tako jednostavne. Nakon njihovog polaganja u kalup, neophodno je završiti njegovu izradu nanošenjem i sabijanjem dodatnih slojeva peska preko postavljenih termoparova. Tom prilikom veoma lako se može dogoditi njihovo pomeranje. Merenje lokacije termoparova nakon ulivanja je takođe praćeno brojnim poteškoćama. Najveći mogući izvori greške u tom slučaju su mogućnost njihovog pomeranja prilikom arheološkog iskopavanja i mogućnost da su tokom kalupovanja bili ostali pod dejstvom elastičnih deformacija. U tom slučaju, uklanjanjem peska dolazi i do njihovog automatskog pomeranja i porasta greške pozicioniranja.
- *Relativno pomeranje termoparova tokom merenja.* Nakon ulivanja rastopa dolazi do intenzivnog rasta temperature kalupa i tendencije njegovog širenja. Čak i ukoliko do tog širenja ne dođe, moguće je pomeranje pojedinih termoparova usled sitnog pregrupisavanja zrna peska unutar kalupa i eventualnih elastičnih deformacija unutar termoparova. Nakon očvršćavanja i početka skupljanja odlivka, neznatno širenje površinskih slojeva kalupa postaje potpuno izvodljivo. Sva ova pomeranja su dinamičkog karaktera i doprinose grešci pozicioniranja termoparova i posledično uvećavaju grešku procene KPT-a.
- *Tačnost korišćenih osobina materijala.* Merenje toplotnih osobina materijala je veoma težak i relativno neprecizan proces. Smatra se da greška određivanja toplotnih osobina čelika obično veća od 10% [22,37]. Kako su osobine peska znatno neujednačenije od osobina standardizovanih čeličnih polufabrikata, za očekivati je da će greška uvedena korišćenjem literaturnih vrednosti toplotnih osobina pešćanih kalupa biti značajno viša.
- *Variranje osobina materijala kalupa između različitih merenja.* Može se očekivati da će prilikom ručne izrade pešćanih kalupa doći do varijacija u sabijenosti kaluparske mešavine. Ovo se odnosi kako na varijabilnost unutar samog kalupa, tako i na varijabilnost između različitih kalupa. Kako toplotna difuzivnost direktno zavisi od gustine to će se od kalupa do kalupa osetno razlikovati i stvarne vrednosti toplotne difuzivnosti što značajno može uticati na povećanu varijabilnost procene KPT-a.
- *Tačnost merenja temperature.* Prilikom merenja temperature prisutne su i greške usled kvaliteta izrade samih termoparova, tačnosti očitavanja vrednosti temperature, distorzije temperaturnog polja usled samog prisustva termopara i sl. Može se proceniti da sve ove greške zajedno ne prelaze vrednost od 4% u apsolutnom iznosu [38,136]. Relativna merna nesigurnost (greška temperaturne razlike između dva termopara) koja najviše i utiče na tačnost procene KPT-a je verovatno znatno i manja.

Sve greške zajedno unose značajne merne nesigurnosti koje obično prelaze 30%, a neretko su veće i od 100% [37,38,47,53]. Iza novouvedenog pojma prividne toplotne difuzivnosti stoji težnja da se prva

četiri prethodno navedena izvora greške podvedu isključivo pod tačnost izmerenih temperatura. Objašnjenje koncepta će biti datu pomoću sledećeg primera.

Primer temperaturnog polja između dva termopara u kalupu prikazan je na slici 67. Kako bi se pojednostavila analiza pretpostavljeno je da je temperaturno polje unutar kalupa linearno opadajuće. U posmatranom trenutku termoparovi, za koje je tokom kalupovanja izmerena međusobna udaljenost $\Delta X_{\text{računsko}}$, daju indicaciju o temperaturnoj razlici ΔT . Međutim, usled toplotnog širenja kalupa udaljenost između termoparova je porasla na $\Delta X_{\text{stvarno}}$. Uobičajenim proračunom bi se u ovom slučaju napravilo značajno precenjivanje trenutne gustine toplotnog fluksa i posledično precenjivanje KPT-a. Uvođenjem pojma prividne toplotne difuzivnosti u ovom slučaju pri proračunu efektivno smanjujemo njenu vrednost što dovodi do tačnije procene GTF-a i KPT-a. Ovo je upravo razlog zbog kojeg je nakon potpunog očvršćavanja površine odlivka prisutan značajan rast procenjenih vrednosti KPT-a u svim analizama kada je korišćena funkcionalna zavisnost temperaturne difuzivnosti od temperature, a koje su prikazane na slikama 57, 58 i 59. Naizgled deluje da bi se rast mogao objasniti širenjem kalupa usled njegovog zagrevanja i posledičnim povećavanjem pritiska na međupovršini. Ali, iako se ova pojava najverovatnije zaista odigrava, pritisci koji mogu biti ostvareni su nedovoljni da izazovu tako veliki rast KPT-a. Procenjene vrednosti KPT-a na kraju procesa očvršćavanja odlivka su u nekim merenjima za ceo jedan red veličina veće u odnosu na procenjeni KPT u tečnom stanju. Primera radi, prema istraživanju Kobrina i saradnika [5] čak i pritisci koji se postižu na unutrašnjoj površini prstenastog odlivka u čeličnoj kokili dovoljni su za svega 150 % povećanje KPT-a. Stoga je jedino preostalo objašnjenje da se rast dešava usled promene položaja termoparova i posledičnim precenjivanjem vrednosti stvarno ostvarenih vrednosti KPT-a. Ovakva konstatacija može biti potvrđena i analizom reziduala koji su u pomenutim merenjima izuzetno veliki (videti tabelu 12 i poglavlje 10.5).



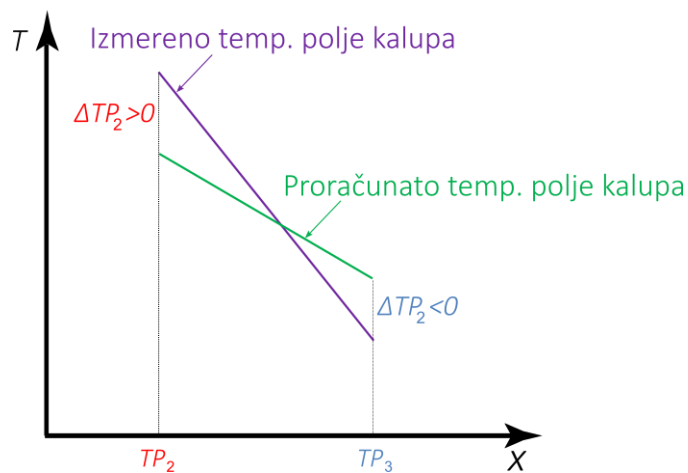
Slika 67: Uticaj pomeranja termopara na računsko i stvarno temperaturno polje kalupa, odnosno na promenu prividne difuzivnosti

Ovako definisana prividna difuzivnost trebala bi imati istu vrednost kao i optimizovana toplotna difuzivnost procenjena algoritmom izloženim u poglavljima 4.2.2 i 10.7. Nažalost, trenutne mogućnosti su takve da je moguće optimizovati vrednost difuzivnosti u zavisnosti od vremena isključivo za prostor kalupa koji se nalazi između tri postavljena termopara. U velikom broju slučajeva

ovo je zadovoljavajuće, ali ponekad su promene udaljenosti između međupovršine i najbližeg termopara značajno drugačije, što dovodi do procene KPT-a koje nije u potpunosti optimalna.

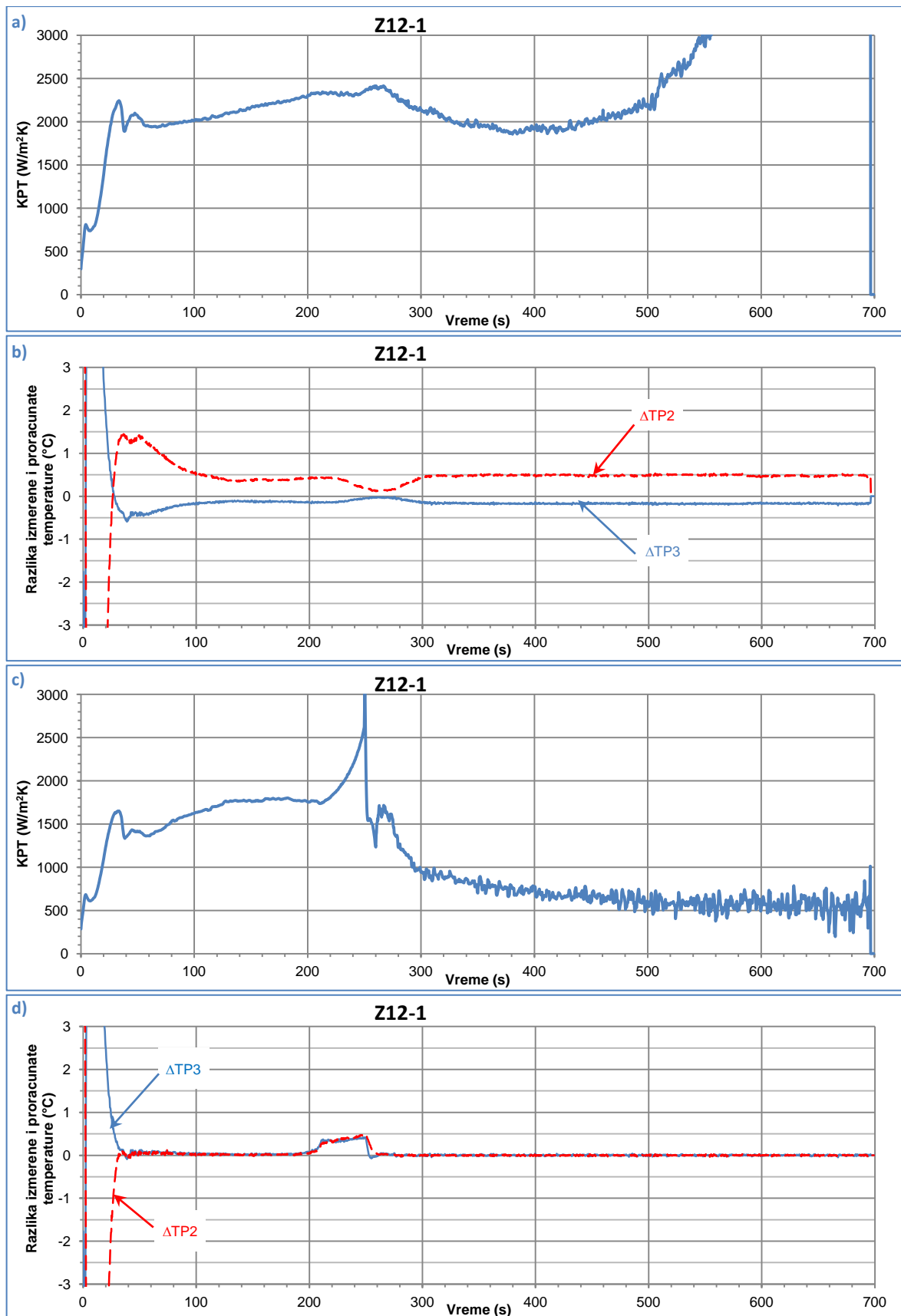
Činjenica da se razvijenim algoritmom procene KPT-a regularizacija izvodi korišćenjem dva termopara kalupa nudi mogućnost dodatne optimizacije rešenja. Kada se koristi algoritam sa uobičajenim načinom regularizacije preko samo jednog termopara, vrednosti reziduala isključivo sadrže informacije o veličini greške izazvane primenom budućih vremena za regularizaciju i služe za procenu tačnosti dobijenog rešenja. Uvođenjem još jednog termopara u analizu dobija se mogućnost da se analizom međusobnih vrednosti dva dobijena reziduala iterativnim postupkom unapredi tačnost postignutog rešenja.

Prilikom procene KPT-a veoma često se dešava da je vrednost reziduala na mestu merenja jednog termopara pozitivna, a drugog negativna. Pojava da je rezidual drugog termopara pozitivan, a trećeg negativan, kao što je to slučaj u primeru prikazanom na slici 68, ukazuje na to da je u simuliranom modelu temperaturnog polja kalupa dobijen veći temperaturni gradijent od onog koji je stvarno izmeren. Ova činjenica ukazuje na to da je modelom precenjena vrednost prividne toplotne difuzivnosti te je nju potrebno smanjiti i ponovo izvršiti numeričku simulaciju. Pri tome, ne treba zaboraviti da uzrok pojave reziduala ne mora obavezno da bude loša prvobitno pretpostavljena vrednost difuzivnosti. Ovo je samo način da se uvođenjem nove greške u modelu u sledećoj iteraciji njegova tačnost poveća. Uvođenjem adekvatne nove greške poništiće se uticaj jedne ili više grešaka nepoznatog porekla, ali poznatog efekta na konačno rešenje.



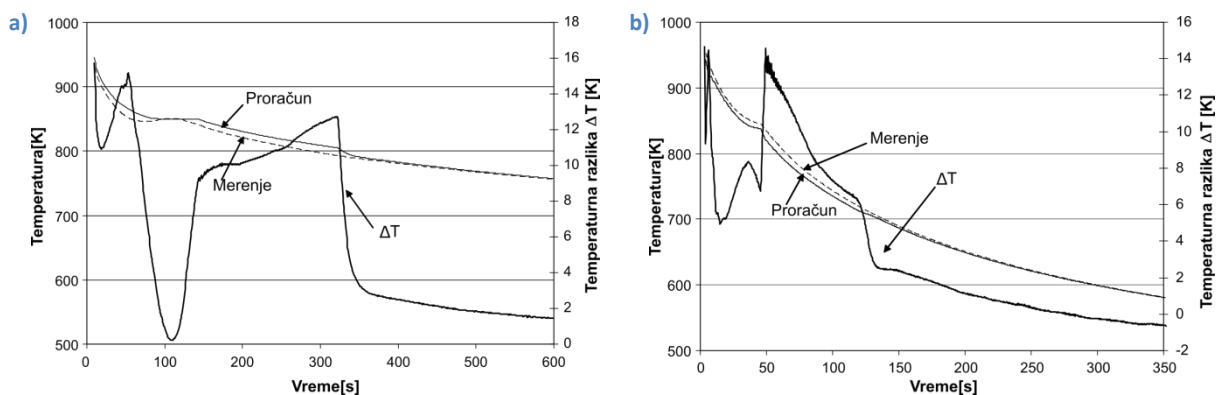
Slika 68: Uticaj odnosa izmerenog i proračunatog temperaturnog polja kalupa kalupa na vrednosti reziduala.

U pojedinim slučajevima, čak i najmanje greške u numeričkom modelu (iskazane kroz vrednost reziduala) mogu imati značajan uticaj na kvalitet dobijenog rešenja. Kao tipičan primer ove pojave mogu se uzeti dve procene KPT-a izvršene za merenje Z12-1, a koje su prikazane na sledećoj slici.



Slika 69: Vremenska serija KPT-a i nastalih reziduala za odlivak Z12-1 pri dva različita proračuna: korišćenjem konstantne vrednosti toplotne difuzivnosti (prva dva dijagrama) i upotrebom prividnih vrednosti toplotne difuzivnosti (donja dva dijagrama)

Posmatrajmo rezidualne date za prvi primer prikazan na slici 69 (slike 69 a i b). Ako se zanemari početni period merenja kada su najverovatnije u velikoj meri i dalje prisutni i prirodna i prinudna konvekcija, ostvareni reziduali ne prelaze vrednost $\pm 0,5$ °C. Bilo bi dobro uporediti ovaj rezultat sa malobrojnim primerima iz literature kada su reziduali navedeni. Retki primeri dijagramske zavisnosti reziduala od vremena su prikazani u radu Sahina i saradnika [12] i dati su na je slici 70. Primećuje se da u ovom istraživanju reziduali dostižu vrednost i do 14 °C. Ostala istraživanja u kojima se pominju vrednosti ostvarenih reziduala se uglavnom zadržavaju na prikazu proračunatih i izmerenih temperaturnih krivi (iz kojih se zbog korišćene razmere no mogu jednostavno izvući precizni trendovi vremenske zavisnosti reziduala) i dodatnom navođenju njihove prosečne ili maksimalne vrednosti. Sui i Cui su u svom radu [17] objavili rezidualne od ± 16 °C pri čemu je prosečna vrednost iznosila 4,12 °C. Reziduali ostvareni od strane Grifitsa su se kretali u rasponu ± 20 °C [83], a iste vrednosti prijavili su i Long i saradnici [6]. Uopšteno mišljenje je da se reziduali čija vrednost ne prelazi ± 20 °C mogu smatrati kao zadovoljavajući za trenutni razvoj tehnike [12,83,115,122].



Slika 70: Vrednosti reziduala postignute u istraživanju Sahina i saradnika pri određivanju KPT-a između legure Al-13%Si i vodom hlađenih hladilica od: a) čelika, b) bakra; [12]

Uzimajući u obzir da su ostvareni reziduali od $\pm 0,5$ °C za jedan red veličina niži od većine navedenih istraživanja, moglo bi se zaključiti da je procena KPT-a urađena na vrlo visokom nivou i da je dobijeno dobro rešenje. Međutim, nakon optimizacije vrednosti korišćene difuzivnosti (primer prikazan na slikama 69 c i d) lako se može uočiti da se trend promene KPT-a značajno menja. Dok u prvom slučaju vrednosti KPT-a nakon neznatnog pada u periodu od 260 s do 400 s nastavljaju izrazito da rastu, u drugom slučaju KPT kriva nakon 260 s počinje da opada i asimptotski se približava vrednosti od 600 W/m^2K .

Navedeni primer veoma upečatljivo pokazuje koliko su osetljiva merenja KPT-a i kako bi u budućim istraživanjima trebalo da se uvede praksa prikazivanja postignutih reziduala kako bi se lakše mogao steći uvid u kvalitet prikazanih rezultata.

6.1.3 Uticaj geometrije vrha korišćenih termoparova

Kako bi se proverila efikasnost nove geometrije vrha termopara nekoliko merenja je sprovedeno sa klasičnom špicastom geometrijom termoparova. To je učinjeno u merenjima R9-1, R9-5, Z12-2 i Z12-5 koja su na grafikonima datim u poglavlju 5.3 prikazani isprekidanom linijom. Uočljivo je da upravo pomenute procene KPT-a imaju najniže vrednosti (videti sliku 62). Dalja analiza rezultata će se ograničiti samo na vrednosti KPT-a procenjene korišćenjem prividnih vrednosti toplotne difuzivnosti, s obzirom da se taj metod pokazao kao najadekvatniji. Ponovo se kao adekvatan parametar za

kvantifikaciju dobijenih rezultata može koristiti ukupna medijana procenjenih vrednosti KPT-a zbirno iz svih rezultata za datu grupu merenja. Kako bi se razdvojio efekat na procenu KPT-a u početnim stadijumima formiranja odlivka dok je još prisutna osetna količina tečne faze i završnim stadijumima nakon potpunog očvršćavanja, za svaku krivu razmatrane su dve medijane. Prva medijana je izračunata za period od 20 s do 200 s nakon ulivanja, dok je druga medijana izračunata za period od 500 s do 650 s. Rezultati su prikazani u tabeli 13.

Tabela 13: Uticaj geometrije vrhova termoparova na procenjene vrednosti KPT-a

Grupa merenja	Vremenski period razmatranja	Medijana KPT-a (W/m^2K)		Pad vrednosti (%)
		Za omču	Za špic	
R9	45 – 200 s	2.186	1.523	30
	560 – 650 s	714	542	24
Z12	45 – 200 s	1.717	1.133	34
	560 – 650 s	823	250	70

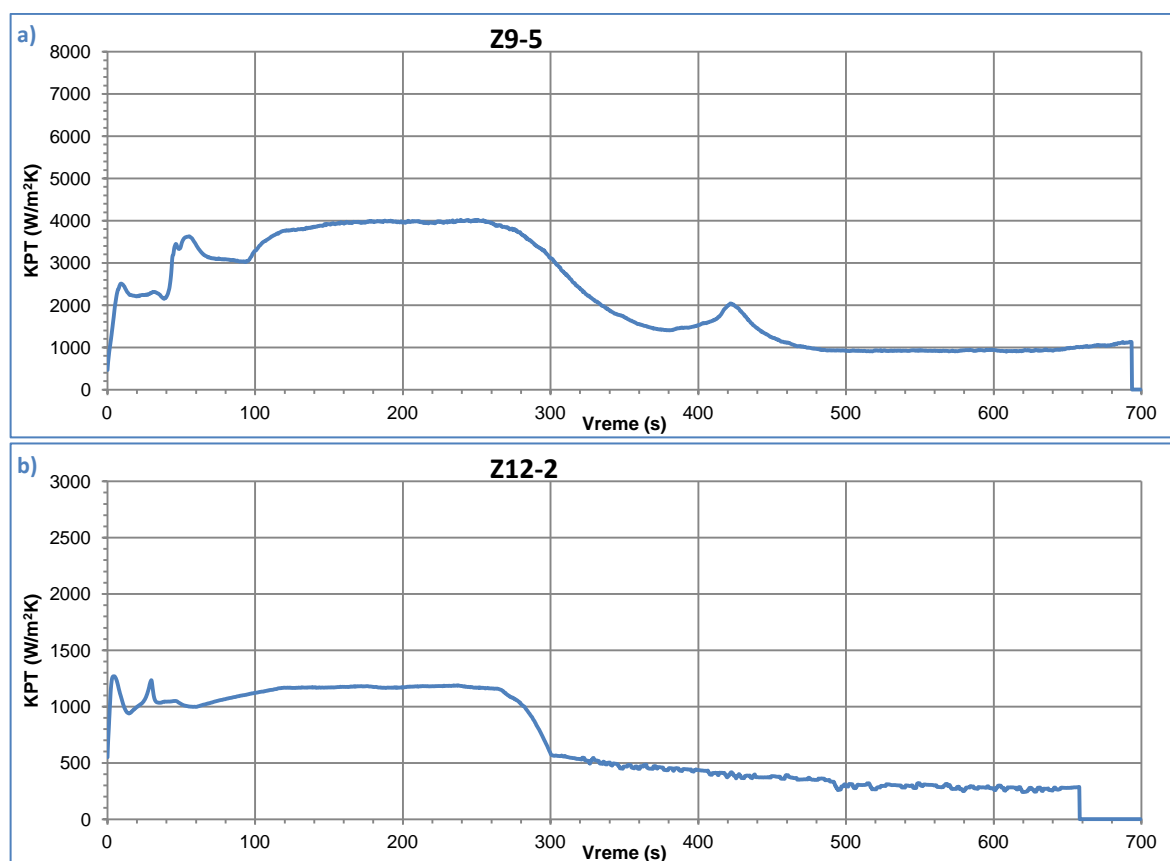
U obe grupe merenja i u oba razmatrana vremenska perioda merenja kod kojih su korišćeni termoparovi sa vrhom u obliku omče uočljive su više procenjene vrednosti KPT-a. U početnom periodu formiranja odlivka razlika u proceni je za obe grupe merenja približno ista i kreće se nešto preko 30 %. Sa druge strane, pad procene KPT-a u završnim stadijumima može dostići i čitavih 70 %.

Ovakvi rezultati se mogu objasniti na sledeći način. Materijal od kojih je izrađena žica termoparova ima znatno veću temperaturnu provodljivost od materijala kalupa, tj. od peska (videti tabelu 2 i izraze (4.30) – (4.34)). Kada su termoparovi postavljeni upravno na pravac izotermi toplota će se iz te zone odvoditi ubrzano i time će termoparovi pokazivati nižu temperaturu od realne [141,142,156,157]. Ovaj efekat je poznat već neko vreme i istraživači iz ove oblasti pokušavaju da ga umanje upotrebom što sitnijih termoparova [37,47,49]. Međutim, iz tabele 13 je vidljivo da i najsitniji termoparovi mogu uneti značajnu grešku u procenu KPT-a. Radi poređenja treba napomenuti da su u ovom istraživanju korišćeni termoparovi sa prečnikom žice od svega 0,08 mm, dok su u navedenim istraživanjima korišćeni termoparovi obloženi nerđajućim čelikom prečnika 0,25 mm. U većini ostalih istraživanja prečnik termoparova je još veći i često prelazi 0,5 mm pa čak i 1 mm [79,92,114,158,159]. Imajući ovu činjenicu u vidu, za očekivati je da su u do sada objavljenim istraživanjima kod kojih su termoparovi postavljeni u pravcu prostiranja toplote, vrednosti KPT-a značajno potcenjene. Međutim, zahvaljujući sabiranju grešaka uprkos značajno većoj količini toplote koja se iz zone merenja odvodi preko termoparova većih i za dva reda veličina, ne može se očekivati tako veliki uticaj i na procenu KPT-a. Naime, usled niske provodljivosti kalupa, temperatura u njemu sa udaljavanjem od međupovršine brzo opada. U merenjima izvršenim tokom ovog istraživanja termoparovi su postavljeni veoma blizu međupovršine tako da se nalaze u približno istim uslovima i greška merenja temperature je slična. Na taj način se ne može očekivati velika greška procene gustine toplotnog fluksa. Usled značajno veće provodljivosti aluminijuma, greška merenja temperature površine odlivka se može zanemariti. Stoga se može reći da se primenom klasičnih termoparova značajna greška pravi isključivo kod procene temperature površine kalupa, pri čemu dolazi do njenog potcenjivanja. Kako se KPT računa iz količnika gustine toplotnog fluksa i razlike u temperaturama površine odlivka i kalupa, potcenjivanje temperaturnog polja kalupa dovodi do niže procene vrednosti KPT-a. Međutim, kako se termoparovi obično postavljaju na većoj udaljenosti ([33,76,89]) za očekivati je da će se greška merenja termoparova smanjivati sa udaljenošću od međupovršine. Ovo će osim niže procene temperature

površine kalupa, dovesti i do niže u procene gustine toplotnog fluksa. Zahvaljujući ovome, ukupna greška procene KPT-a će biti manja. Ipak, u svakom slučaju ona će biti prisutna minimum u obimu koji je prikazan u tabeli 13. Stoga se može dati preporuka da se kod svih procena KPT-a kod kojih su merenja izvršena termoparovima postavljenim u pravcu prostiranja toplote, u računarskim simulacijama koriste vrednosti KPT-a koje su veće od izmerenih za 44 – 52% u tečnom i poluočvrstom stanju i za 32 – 229% u čvrstom stanju.

6.2 Uticaj hemijskog sastava na vrednosti KPT-a

Dobijeni rezultati su pokazali znatan uticaj hemijskog sastava na vrednosti KPT-a. Posmatrajući rezultate procene KPT-a kada je korišćena prividna vrednost toplotne difuzivnosti (tabela 10, strana 100) vidimo da se kod podeutektičke legure AlSi9Cu3 ostvaruju duplo više vrednosti nego kod eutektičke legure AlSi12. Tokom perioda očvršćavanja vrednosti medijane KPT-a za grupu merenja Z9 iznose $3.159 \text{ W/m}^2\text{K}$, dok za grupu merenja Z12 one iznose znatno nižih $1.415 \text{ W/m}^2\text{K}$. I nakon očvršćavanja zadržan je isti trend procenjenih vrednosti. Za grupu merenja Z9 medijana KPT-a iznosi $1.060 \text{ W/m}^2\text{K}$, ali kod grupe merenja Z12 pada na znatno nižih $572 \text{ W/m}^2\text{K}$. Primeri krivi KPT-vreme za navedene dve legure su prikazane na slici 71.

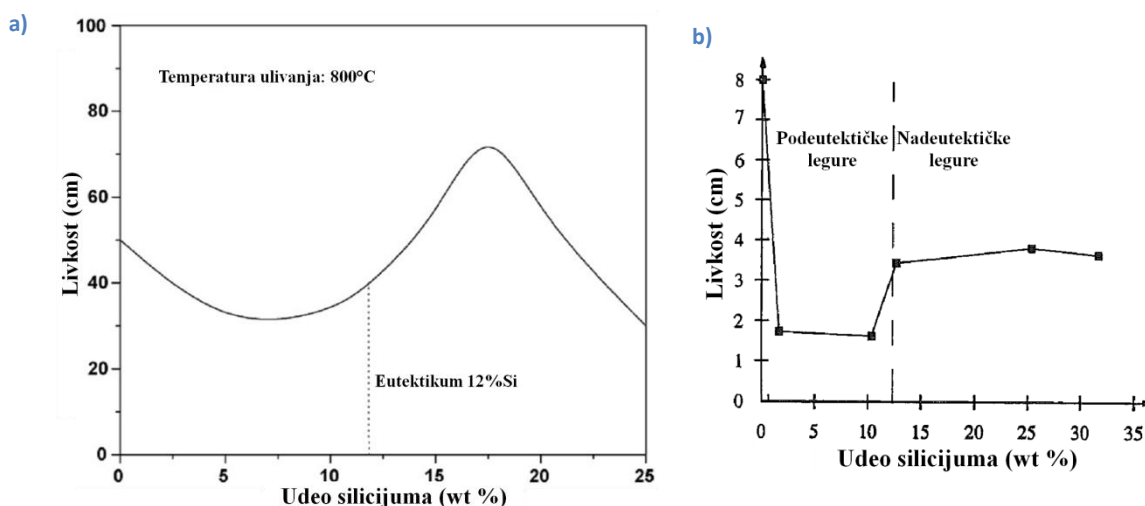


Slika 71: Poređenje tipičnih krivi KPT–vreme za dve razmatrane legure: a) AlSi9Cu3; b) AlSi12.

Može se reći da sa rastom sadržaja silicijuma u leguri dolazi do pada vrednosti KPT-a. Ovakav rezultat je u skladu sa dosadašnjim istraživanjima podeutektičkih legura aluminijuma i silicijuma [52,69,70]. Muojekvu i saradnici [52] su ovu pojavu objasnili na osnovu smanjenja likvidus temperature i rasta toplotne difuzivnosti legure. Sa rastom udela silicijuma u leguri dolazi do smanjenja temperature topljenja čime se, s obzirom na relativno konstantnu temperaturu ulivanja, postiže veći stepen

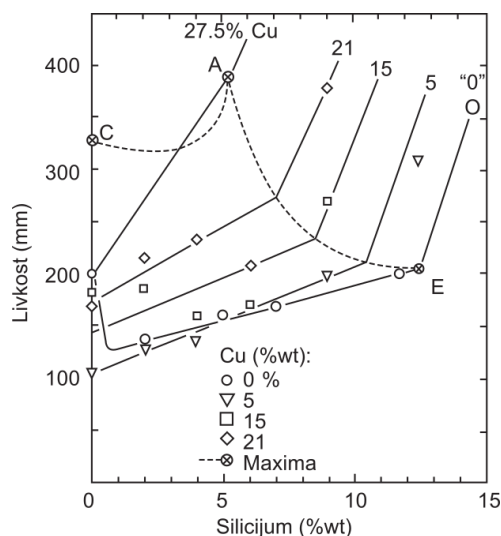
pregrevanja rastopa koji dokazano utiče na KPT kroz povećavanje efektivne površine kontakta na međupovršini (videti poglavlje 2.3). Takođe, kako su merenja pokazala da kod ove klase legura sa rastom sadržaja silicijuma dolazi do blagog pada toplotne difuzivnosti legure, za očekivati je da će doći do kasnijeg nastanka inicijalne kore i samim tim do prolongiranja vremena nastanka zazora na međupovršini.

Nažalost nijedan od navedena dva faktora ne nudi zadovoljavajuće objašnjenje dobijenih rezultata. Čak i u originalnom eksperimentu koji je izveden sa legurama Al–7%Si, Al–5%Si i Al–3%Si razlika u pregrevanju od 30 °C nije dovoljna da objasni promenu KPT-a od 100 % (slika 10d, strana 21). Dodatno, u ovom istraživanju je zbog povećanog sadržaja bakra legure sa nižim sadržajem silicijuma postignuta identična vrednost temperature topljenja, a značajna razlika u vrednostima KPT-a je takođe primećena. Sa druge strane, vrednost toplotne difuzivnosti legure može uticati na kinetiku procesa očvršćavanja time što će usled više površinske temperature (kod legura sa višom toplotnom difuzivnosti) ubrzati intenzitet hlađenja, odnosno povećati vrednost gustine toplotnog fluksa, čime će se odlivak brže hladiti. Međutim, morfologija kontakta na međupovršini se promenom toplotne difuzivnosti materijala efektivno ne menja te ne treba očekivati promenu vrednosti KPT-a.



Slika 72: Promena livkosti Al–Si legura sa promenom udela silicijuma: a) prema [160] ; b) prema [161]

Kao objašnjenje za trend promene KPT-a sa sadržajem silicijuma Čeng i saradnici [70] su naveli uticaj livkosti. Pojedina sprovedena istraživanja pokazuju da se, u domenu legura kojima se pomenuto istraživanje bavilo (5–9 %Si), sa rastom udela silicijuma povećava livkost, slika 72, što implicira na direktnu zavisnost KPT-a i livkosti. U istom radu je objavljena i detaljna analiza promene KPT-a od hemijskog sastava za sistem legura Pb-Sb. Preklapanjem dijagrama sa vrednostima livkosti i sa vrednostima KPT-a (slika 11, strana 22) pokazano je da legure sa većom livkosti takođe pokazuju i znatno više početne vrednosti KPT-a. Navedeni autori su stoga zaključili da sa povećavanjem livkosti rastop lakše ulazi u udubljena hrapave površine kalupa te se zbog povećavanja efektivne površine kontakta rastop–kalup dobija intenzivniji prenos toplote.



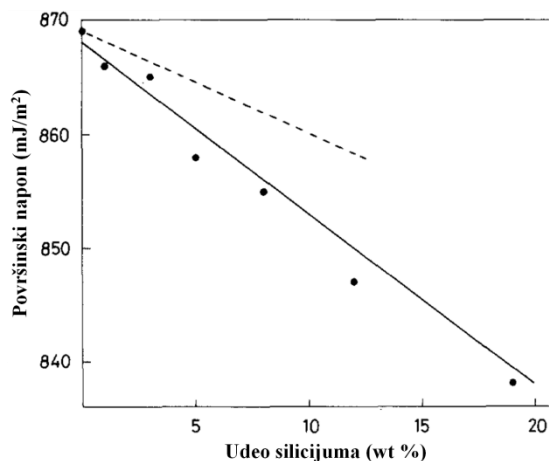
Slika 73: Zavisnost livkosti od hemijskog sastava legure u ternarnom sistemu Al-Si-Cu; [132]

Međutim, navedeno objašnjenje se ne može primeniti na rezultate ovog istraživanja. Posmatrajući dijagrame livkosti prikazane na slikama 72 i 73 uočljivo je da legura AlSi12 ima znatno bolju livkost od legure AlSi9Cu3, te da su u ovom radu livkost i KPT obrnuto proporcionalni. Objašnjenje se može pronaći u činjenici da je livkost kompleksna tehnološka osobina koja ne uzima u obzir samo pojave na međupovršini rastopa i kalupa, već i parametre kao što su latentna toplota očvršćavanja i viskozitet rastopa. Na primer, rast latentne toplote očvršćavanja povećavanjem sadržaja silicijuma u aluminijumskim legurama doprinosi značajnom rastu njihove livkosti (i jedan je od razloga zbog čega kod Al-Si sistema legura sa maksimalnom livkošću nije ujedno i eutektička legura). Istovremeno, ovaj rast nema nikakav uticaj na fenomene koji se odigravaju na međupovršini i samim tim na vrednost ostvarenog KPT-a.

Parametar koji znatno približnije opisuje usaglašenost površina rastopa i kalupa tokom procesa formiranja odlivka jeste ugao kvašenja. Kapilarne pojave i mogućnost da rastop prodre u sitne šupljine prisutne na hrapavoj površini kalupa isključivo zavise od primenjenog pritiska i relativnog odnosa površinskih napona na trojnoj kontaktnoj površini rastopa, kalupa i međupovršinskog gasa.

S obzirom na veliki nedostatak raspoloživih merenja ugla kvašenja u sistemu tečan aluminijum – kvarc lako se može stvoriti težnja da se kvašljivost isključivo poveže sa lako dostupnom vrednošću površinskog napona rastopa [75], a čija je zavisnost od sadržaja silicijuma prikazana na slici 74. Za razliku od livkosti čija se tendencija menja u zavisnosti od sadržaja silicijuma, promena površinskog napona pokazuje monotono opadajuću tendenciju, kao što je to slučaj i sa vrednostima KPT-a.

Navedenom analizom pokazana je direktna proporcionalnost između vrednosti KPT-a i površinskog napona. Sa opadanjem površinskog napona rastopa, kvašljivost i veličina efektivne površine kontakta rastopa i kalupa bi trebalo da se povećavaju. Međutim, dosadašnja istraživanja pokazuju da sa rastom efektivne površine kontakta treba očekivati i rast vrednosti KPT-a [162], što kompletnu navedenu analizu uticaja površinskog napona na KPT dovodi u pitanje.



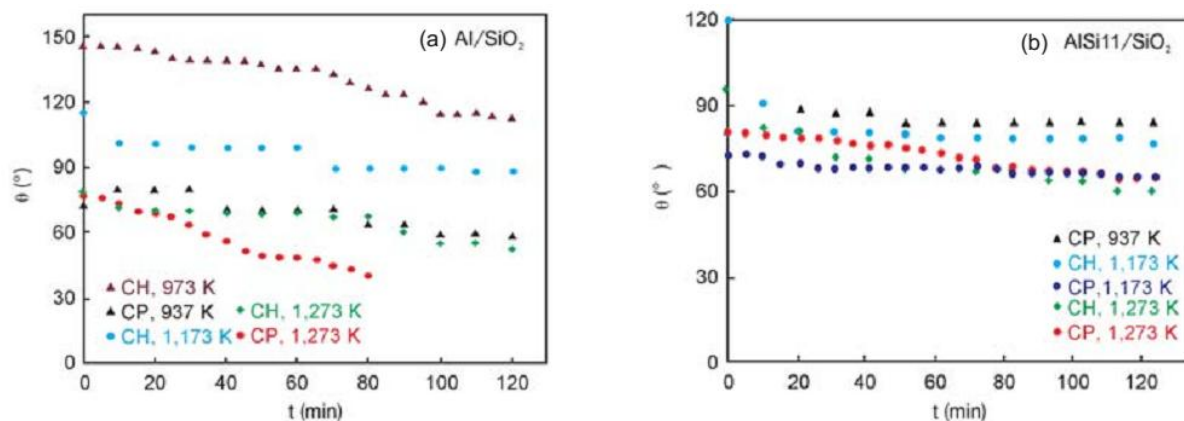
Slika 74: Vrednost površinskog napona Al-Si legura u zavisnosti od sadržaja silicijuma na temperaturi od 973K; [163]

Ugao kvašenja između aluminijuma, odnosno silumina i kvarca meren je od strane Natalije Sobčak i saradnika [164]. Njihova istraživanja su pokazala da prilikom bilo kakvih merenja površinskog napona ili kvašljivosti silumina treba uzeti u obzir i veliku reaktivnost aluminijuma. Čak i pri ispitivanjima u vakuumu ili u inertnim atmosferama može doći do oksidacije aluminijuma. Na primer, kvarc i aluminijum međusobno lako reaguju prema sledećoj hemijskoj reakciji:



Time dolazi do rasta efektivnog površinskog napona rastopa (usled stvaranja oksidne opne), ali i do promene površinskog napona između podloge i rastopa pri čemu na vrednost ovog efekta utiče kinetika procesa. Prema tome, rezultati merenja ugla kvašenja u ovom sistemu značajno zavise od načina merenja. Na slici 75 su sa CH označeni uglovi izmereni nakon zajedničkog zagrevanja rastopa i kvarcne podloge, dok su sa CP obeležena merenja na kojima se rastop odvojeno zagrevao od podloge. Može se primetiti da kod CH načina merenja dolazi do rasta kvašljivosti sa povećanim sadržajem silicijuma, dok je kod CP načina merenja uočljiv potpuno drugačiji trend. U prvom slučaju hemijska reakcija silicijuma i aluminijuma se odigrava još tokom procesa zagrevanja uzoraka i njeni efekti na izmerenu kvašljivost su neznatni, te dominantni uticaj na kvašljivost najverovatnije ima vrednost površinskog napona rastopa. Međutim, ukoliko se prilikom merenja uzorci zagrevaju odvojeno, hemijska reakcija aluminijuma i kvarca započinje tek nakon dolaska rastopa i podloge u kontakt. U ovom slučaju dominantan uticaj na kvašljivost ima hemijska reakcija između površine rastopa. Kako intenzitet ove reakcije zavisi od količine silicijuma prisutnog u leguri, kod CP načina merenja kvašljivost između silumina i kvarca opada sa rastom sadržaja silicijuma u leguri [164].

Prilikom livenja silumina u peščane kalupe, tečan metal i kalup su u međusobnom kontaktu samo tokom kratkog perioda neposredno nakon ulivanja. Stoga se može smatrati da je CP način merenja kvašljivosti reprezentativan za slučaj razmatranja procesa livenja. Ovako izmerene vrednosti kvašljivosti su potpuno u stanju da opišu dobijeni trend pada vrednosti KPT-a sa porastom sadržaja silicijuma pri livenju silumina.



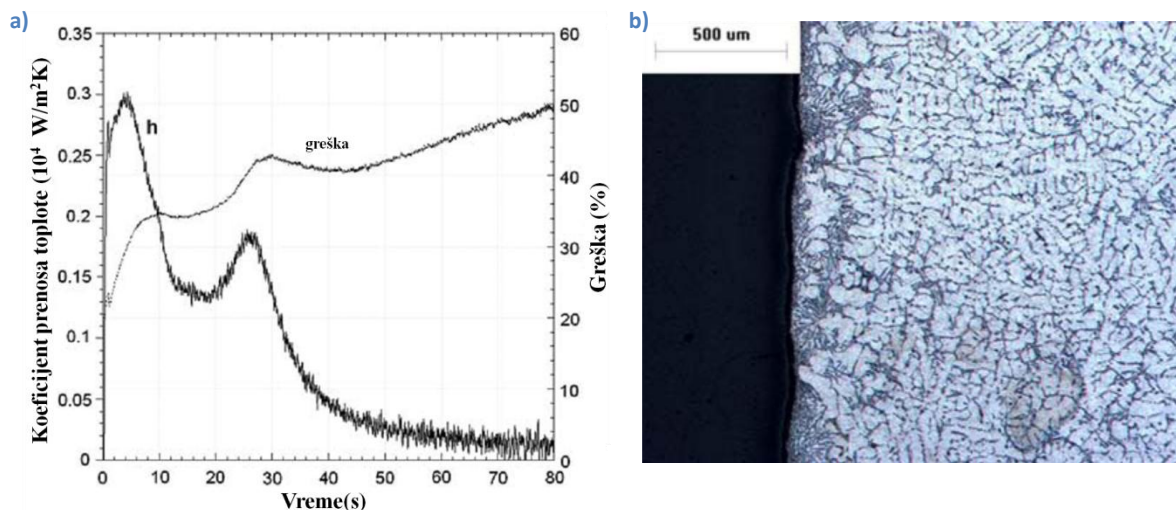
Slika 75: Uticaj načina merenja na kinetiku kvašenja u sistemu: a) Al/SiO₂; b) AlSi11/SiO₂; [165]

Međutim, teško je poverovati da bi se ovom ipak ograničenom razlikom u kvašljivosti potpuno mogao da opravda dvostruka razlika u intenzitetu prenosa toplote između dve posmatrane legure. Najverovatnije objašnjenje bi mogla da bude sinergija sledeća tri efekta:

1. Porast sadržaja silicijuma dovodi do opadanja kvašljivosti silumina u kontaktu sa kvarcom u početnim stadijumima procesa.
2. Tokom Z12 grupe merenja ostvarene su nešto niže temperature ulivanja (videti tabelu 5 na 92. strani) koje verovatno dovode do dodatnog pada kvašljivosti.
3. Usled šireg intervala očvršćavanja AlSi9Cu3 legure ona postaje podložnija efektu metalostatičkog pritiska koji može poboljšati kvalitet kontakta metala i kalupa na međupovršini (ovaj efekat je nešto detaljnije objašnjen pred kraj ovog poglavlja).

Poređenjem dijagrama KPT–vreme uočava se još jedna pojava koju treba objasniti. Za razliku od krivih dobijenih za AlSi12, kod AlSi9Cu3 legure je na kraju procesa očvršćavanja i nakon inicijalnog pada procenjenih vrednosti KPT-a vidljiv neznatan sekundarni maksimum (videti sliku 71 na strani 108).

Ovu pojavu uočili su i Hamasaid i saradnici [75] prilikom određivanja KPT-a između iste legure AlSi9Cu3 i kalupa od alatnog čelika X38CrMoV-5 sa nanešenim premazom, slika 76a. U navedenom radu pojava je objašnjena na sledeći način. Poredeći vremenski trenutak pojave sekundarnog maksimuma na KPT krivi sa krivama hlađenja i odgovarajućom temperaturom u dijagramu stanja, Hamasaid je zaključio da je u tom trenutku udeo čvrste faze u površinskom sloju oko 85%. Sa tom količinom čvrste faze nije nerazumno pretpostaviti da površinska kora dobija određen stepen krutosti i da tokom hlađenja odlivka može doći do njenog toplotnog skupljanja. Istovremeno, kako još uvek nije došlo do potpunog očvršćavanja može se pretpostaviti da rastop iz unutrašnjosti kalupa pod dejstvom metalostatičkog pritiska može kroz pukotine nastale u kori proći do same površine kalupa. U tom slučaju nov kontakt tečnog metala sa površinom kalupa može dovesti do lokalnog porasta vrednosti KPT-a. Činjenica da do porasta vrednosti KPT-a dolazi relativno sporo implicira da se izloženi proces eksudacije odigrava prilično sporo, ili da se odigrava kroz niz pojedinačnih sitnih događaja. Kao dokaz pojave eksudacije u radu je priložen prikaz mikrostrukture poprečnog preseka odlivka, slika 76b.



Slika 76: a) Procenjene vrednosti KPT-a u sistemu AlSi9Cu3 – alatni čelik sa premazom prema; b) Prikaz mikrostrukture poprečnog preseka odlivka sa vidljivim tragovima eksudacije eutektikuma; [75]

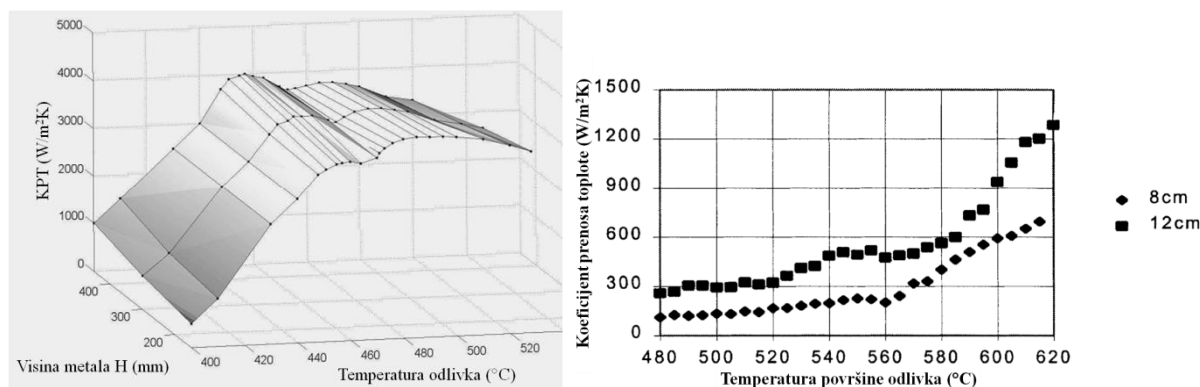
Navedeno objašnjenje se ne može adekvatno primeniti i na rezultate merenja sprovedenih u ovom radu. Sekundarni maksimum je, u većoj ili manjoj meri, registrovan u svih 10 merenja i to sa trajanjem i do 100 sekundi. Kako je veoma malo verovatno da je termopar u svakom merenju pozicioniran baš na slučajnom mestu eksudacije eutektikuma, uzimanje nje kao razloga odigravanja sekundarnog maksimuma impliciralo bi da se veliki broj eksudacija odigrava po celoj površini odlivka tokom relativno dugačkog vremenskog perioda od čak 100 sekundi. Ovakvu pojavu je veoma teško prihvatiti jer bi u tom slučaju morao biti prisutan veoma veliki broj eksudacija koje bi bile prisutne na svakom milimetru površine odlivka. Pri tome, sam čin eksudacije se obično javlja kod intenzivnih procesa kakav je na primer livenje pod pritiskom, ili u nešto ređem slučaju kokilno livenje. S obzirom na relativno sporo odvođenje toplote i visoku temperaturnu provodljivost rastopa, pri livenju legura aluminijuma u peščanim kalupima ostvaruju se relativno mali temperaturni gradijenti u odlivku. Kombinacija malog temperaturnog gradijenta je karakteristika zapreminskog ili kombinovanog načina očvršćavanja, a ne slojevitog koji je preduslov za odigravanje procesa eksudacije. Teško je poverovati da bi unutrašnji slojevi odlivka koji su takođe u podmaklom stadijumu očvršćavanja mogli da u značajnoj meri probiju spoljašnju površinu odlivka.

Ukoliko se rezultati termičke analize krivi hlađenja odlivka (videti tabelu 5 na 92. strani i dijagrame u prilogu 10.3) uporede sa KPT dijagramima (prilog 10.6) može se uočiti da se vremenski period i intenzitet sekundarnog rasta vrednosti KPT-a kod svakog sprovedenog merenja podudara sa intenzitetom izdvajanja bakrom obogaćenih faza. Iako se kao razlog promene KPT-a tokom ovog vremenskog perioda ne može navesti promena toplotno – fizičkih osobina koju ova reakcija izaziva, dobijeni rezultati i njihova ponovljivost ukazuju na značajnu povezanost ova dva fenomena. Svaki potencijalni predlog uzroka sekundarnog maksimuma trebao bi da obuhvati i objašnjenje ove povezanosti.

Kao osnova za objašnjenje uzroka pojave sekundarnog maksimuma kod AlSi9Cu3 legure mogao bi da posluži efekat kojim su O'Mahoni (*Denis O'Mahoney*) i Braun (*David Browne*) objasnili povećani uticaj metalostatičkog pritiska na legure sa širokim intervalom očvršćavanja [28,62]. Naime, legure sa veoma uskim intervalom očvršćavanja, kao što je AlSi12, očvršćavaju slojevito. Ovo dovodi do stvaranja relativno krute površinske kore odlivka koja je u stanju da se odupre dejstvu metalostatičkog pritiska i postigne udaljavanje od kalupa, ili barem slabljenje kontaktnog pritiska. Sa

druge strane, legure sa širokim intervalom očvršćavanja, kao što je AlSi9Cu3, očvršćavaju kombinovano ili zapreminski. Inicijalna kora koja se stvara nema potpunu čvrstoću jer je čini rastop koji se nalazi u poluočvrslom stanju (dvofaznoj mešavini rastopa i čvrste faze). U trenutku kada počne izdvajanje intermetalnih jedinjenja bogatih bakrom dolazi do širenja materijala koje izaziva rast pritiska unutar odlivka. Slaba spoljašnja opna nije u stanju da se odupre ovom pritisku te dolazi po povećavanja kontaktnog pritiska na međupovršini. Ovaj rast pritiska ujedno povećava i intenzitet odvođenja toplote, što se i manifestuje na dijagramu KPT dijagramima.

Ovakav način objašnjenja sekundarnog maksimuma na KPT dijagramima Z9 i R9 grupa merenja implicira da će ova pojava biti prisutna kod velikog broja legura sa širim intervalom očvršćavanja u kojima dolazi do rasta zapremine usled izlučivanja sekundarnih faza tokom procesa očvršćavanja ili neposredno po njegovom završetku u slučaju da je inicijalna površinska kora još dovoljno tanka. I zaista, iako nije zadovoljavajuće objašnjena, ova pojava je uočena kod još nekih legura aluminijuma [62,82,121], ali i kod sivog i nodularnog liva [28,62,82,96].



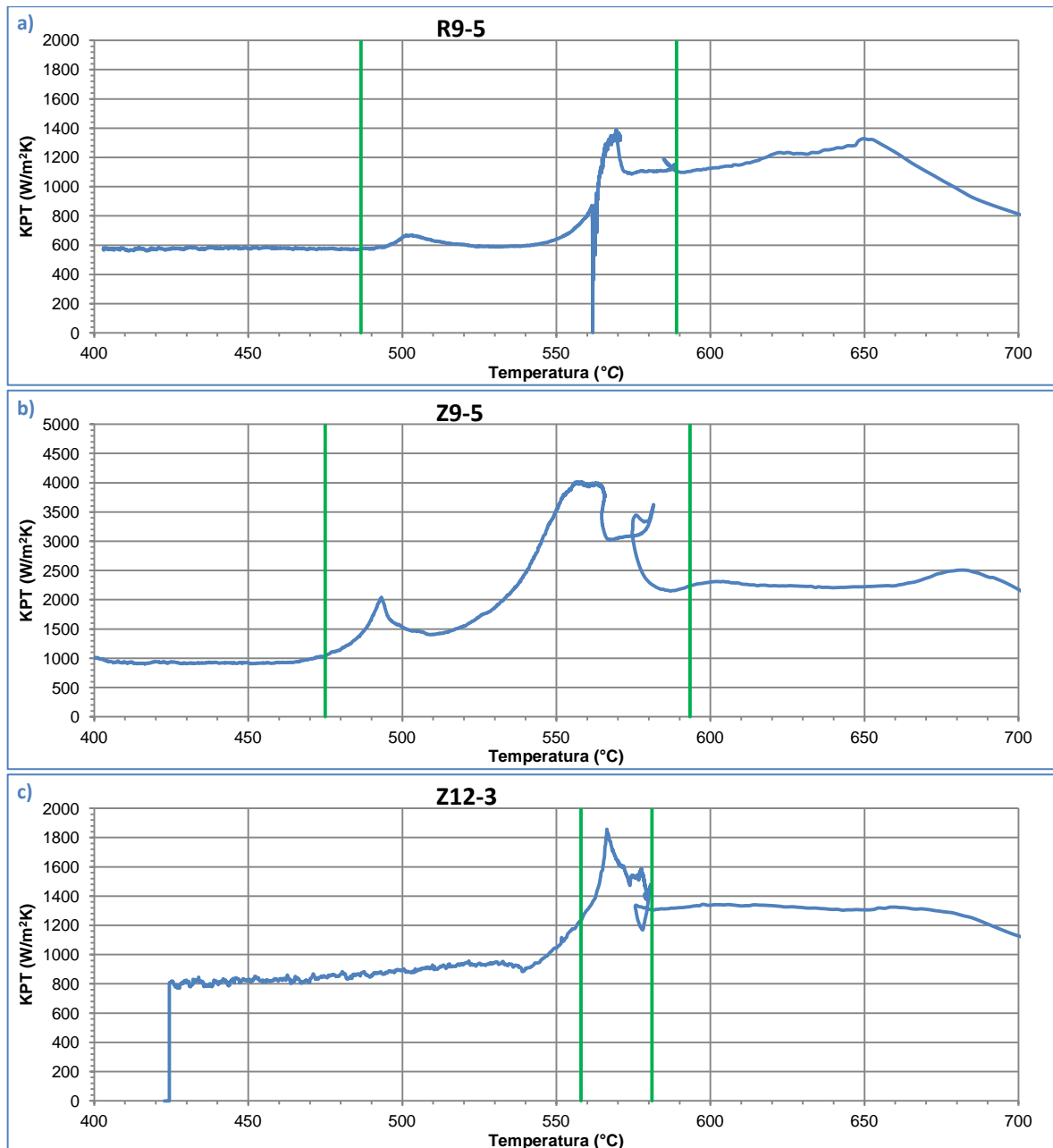
Slika 77: Pojava sekundarnog maksimuma kod različitih legura aluminijuma: a) A356 (AlSi7Mg) [82], b) 319 (AlSi5Cu3) [62]

6.3 Zavisnost KPT-a od temperature površine odlivka

Direktan proizvod većine razvijenih algoritama za rešavanje inverznih problema provođenja toplote jeste vektor promena KPT-a u zavisnosti od vremena. Zbog toga i ne čudi što se većina do danas objavljenih istraživanja zaustavlja upravo na ovoj analizi [12,75,76,83,91,122,135,166]. Međutim, ovakav vid predstavljanja može da se koristi isključivo pri analizi uticaja različitih parametara na KPT [77], kao što je to bio slučaj u izlaganjima u prethodnim poglavljima. Upotreba ovakvih rezultata u livničkoj praksi je veoma otežana i u ovom radu je izabrano da se univerzalnost primene dobijenih rezultata postigne ispitivanjem zavisnosti KPT-a i temperature površine odlivka (videti 3. poglavlje).

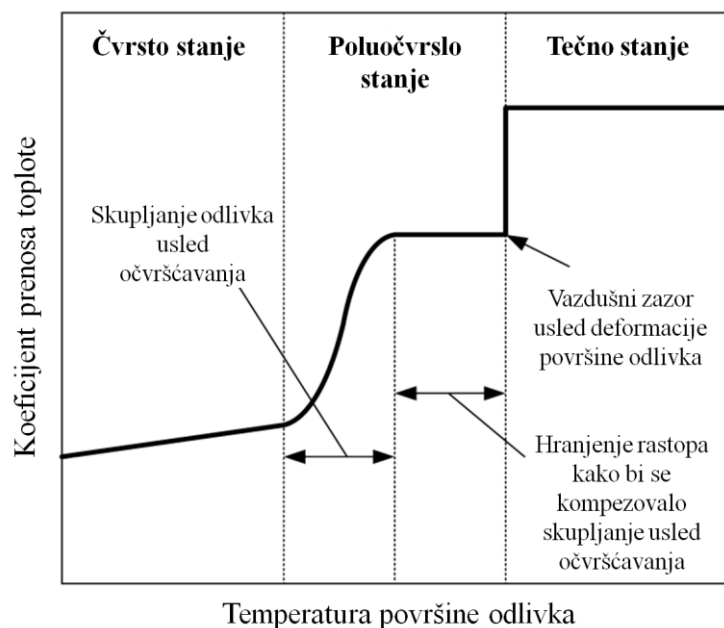
Karakteristične krive KPT-a u zavisnosti od temperature površine odlivka za svaku grupu merenja prikazane su na slici 78. Sve tri krive pokazuju veoma slične zavisnosti. Nakon što dođe do smanjenja mešanja rastopa usled ulivanja, a dok je rastop još uvek u tečnom stanju, KPT vrednosti imaju relativno konstantan nivo i ne pokazuju veliku zavisnost od temperature. Do značajne promene ne dolazi čak ni nakon što počne izdvajanje primarnih aluminijumskih dendrita iz rastopa. Međutim, čim temperatura dovoljno padne i dođe do početka eutektičke reakcije primetan je nagli skok procenjenih vrednosti KPT-a. Od tog trenutka, tokom daljeg hlađenja odlivka dolazi do neprekidnog pada vrednosti KPT-a sve do neke nove konstantne vrednosti koja se zadržava do kraja procesa

merjenja. Pri tome, kao što je već analizirano u poglavlju 6.2, kod AlSiCu3 legura je, zbog izdvajanja intermetalnih jedinjenja, primetna pojava sekundarnog rasta KPT-a na oko 500 °C.



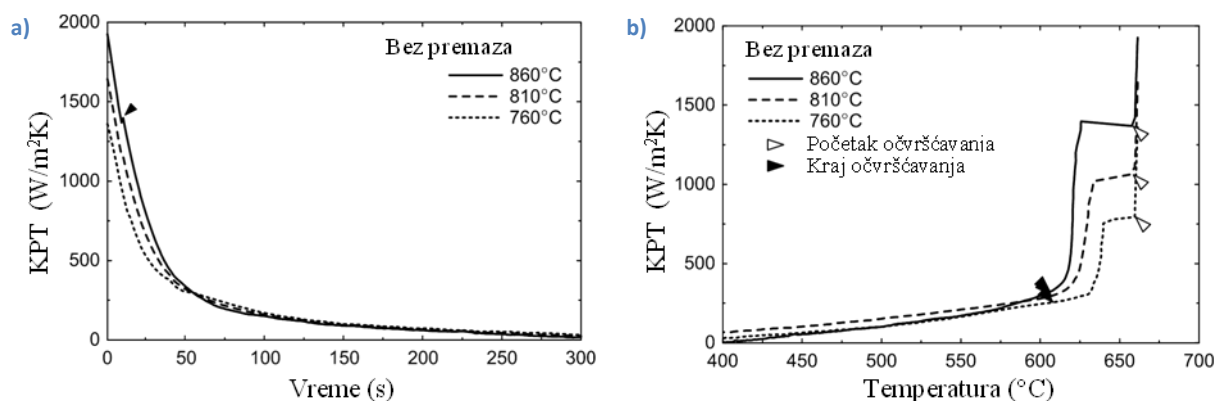
Slika 78: KPT u zavisnosti od temperature površine odlivka za merjenja: a) R9-5; b) Z9-5; c) Z12-3. Zelenim vertikalnim linijama su obeleženi trenuci početka nukleacije Al dendrita i potpunog završetka procesa očvršćavanja. Pri proceni je korišćena prividna vrednost toplotne difuzivnosti kalupa.

Prikazana zavisnost KPT-a od površinske temperature odlivka se razlikuje od opšteprihvaćenog intuitivnog shvatanja da bi KPT između odlivka i kalupa trebao da bude osetno viši u periodu visokih temperatura, odnosno dok je još uvek isključivo prisutna tečna faza. Ovo shvatanje je dodatno potkrepljeno rezultatima koje su objavili Kim i saradnici [77]. Direktni rezultati njihovog istraživanja prikazani su na slici 16 (strana 26), dok je na slici 79 prikazana šema pretpostavljene zavisnosti. Prema njihovim zapažanjima, maksimalni KPT se postiže dok je liv u tečnom stanju i trenutno opada čim se stvori prvobitna opna na površini odlivka. Sa daljim padom temperature, kriva KPT-a jedno vreme zadržava konstantnu vrednost, da bi na kraju dobila oblik monotono opadajuće S krive.



Slika 79: Šematski prikaz funkcionalne zavisnosti KPT od površinske temperature odlivka prema referenci [77]

Postoji značajna bojazan da je ovakva zavisnost posledica eksperimentalne postavke, a ne samih fizičkih procesa. Pomenuto istraživanje sprovedeno je tokom očvršćavanja tehnički čistog aluminijuma u bakarnom kalupu. Oni čine kombinaciju materijala rastopa koji brzo očvršćava (likvidus i solidus temperature su skoro identične uz nisku vrednost latentne toplote očvršćavanja) i materijala kalupa koji najbrže odvodi toplotu. Usled toga je broj mernih tačaka dobijenih dok je rastop još uvek potpuno tečan vrlo mali. Ovu pretpostavku potvrđuju rezultati njihovog merenja prikazani na slici 80. Dodatno, početna merenja su praćena znatnim greškama kako primenjenog inverznog algoritma, tako i greškama usled dejstva ulivanja koje matematičkim modelom nije uzeto u obzir. Po priznanju samih autora, procene KPT-a u tečnom stanju su dobijene uz veoma malu mernu sigurnost. Pri tome, treba imati u vidu i da je u navedenom istraživanju korišćen Bekov algoritam za koji je poznato da može dovesti do precenjivanja vrednosti GTF-a u početnim stadijumima merenja (videti sliku 90 i referencu [166]). Činjenica da u ostalim objavljenim istraživanjima očvršćavanja u bakarnim kalupima ovakva pojava nije dobijena [49,54,120] dodatno baca sumnju na Kimove rezultate i tvrdnju da odmah po dostizanju likvidus temperature dolazi do značajnijeg pada intenziteta prenosa toplote.



Slika 80: Dijagrami proračunatih vrednosti KPT-a za različite vrednosti pregrevanja: a) u zavisnosti od vremena; b) u zavisnosti od temperature površine odlivka; [77]

Prilikom razmatranja prethodnih dijagrama ne treba izgubiti iz vida da se prikazuje temperatura površine odlivka, odnosno zbog prirode numeričkih algoritama eventualno srednja vrednost površinskog dela maksimalne debljine nekoliko desetih delova milimetra. Veoma teško je pretpostaviti da nekoliko dendrita koji „plivaju“ u rastopu može značajnije da naruši kvalitet kontakta na međupovršini. Postepeni pad KPT-a bi trebalo očekivati tek nakon što broj (i veličina) dendrita značajno poraste i dođe do stvaranja koherentne strukture sposobne da se barem u određenoj meri odupre dejstvu metalostatičkog pritiska. Prema tome, ne bi trebalo očekivati nagle promene KPT-a neposredno po dostizanju likvidus temperature, što upravo i pokazuju rezultati merenja sprovedenih u toku izrade ove disertacije, slika 78.

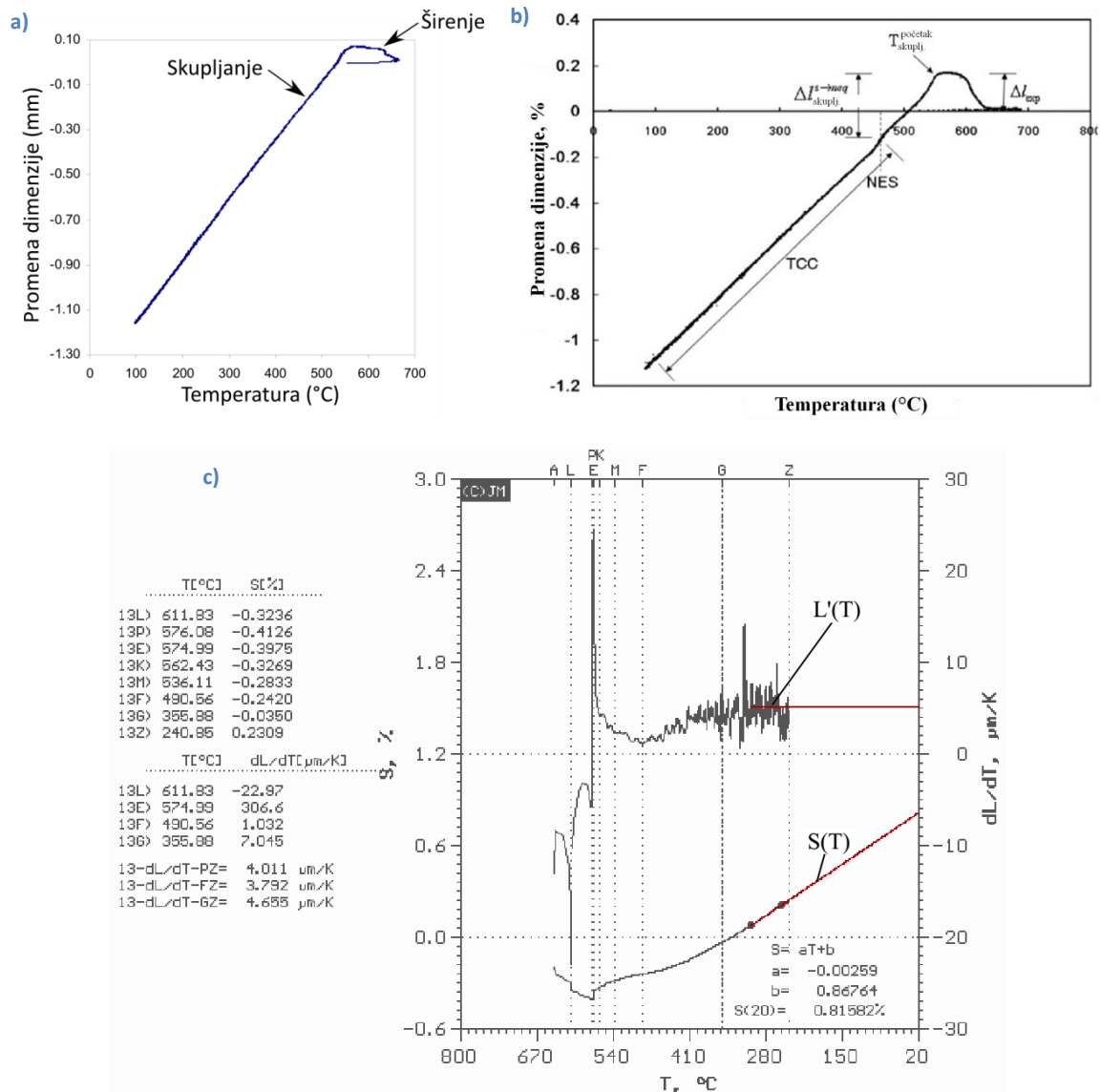
Dobijeni rezultati ukazuju na mogućnost da je KPT u tečnom stanju niži od KPT-a koji se postiže tokom eutektičke reakcije aluminijuma i silicijuma. Ovakav trend je potpuno neočekivan i nije zabeležen u prethodnim istraživanjima. Za razliku od procesa izdvajanja intermetalnih jedinjenja bakra, Al–Si eutektikum se odlikuje većom gustinom u odnosu na fazu iz koje nastaje [167–169] te usled same eutektičke reakcije ne može doći do porasta pritiska na međupovršini koji bi bio uzrok rasta KPT-a. Sa druge strane, usled namerno izabranih visokih temperatura ulivanja i objektivno niskog intenziteta odvođenja toplote od strane peščanog kalupa, u posmatranom periodu je postignut više nego dovoljan broj merenja. Eutektička reakcija kod izvedenih eksperimenata je, u zavisnosti od legure, počinjala nakon 40 s, odnosno nakon 120 s, što je više nego dovoljno vremena za „umirivanje“ Bekovog algoritma, slika 90. Stoga, dobijeni rezultati sigurno nisu posledica inverznog algoritma.

Objašnjenje rasta KPT-a na početku eutektičke reakcije može se pronaći u malo poznatom efektu širenja odlivka na početku procesa očvršćavanja. Uprkos opštem shvatanju da prilikom očvršćavanja legura aluminijuma dolazi do neprekidnog linearnog skupljanja odlivka, veliki broj eksperimentalnih istraživanja ukazuje na prisustvo širenja u početnim stadijumima očvršćavanja [170–176]. Smatra se da je ovo širenje posledica izdvajanja gasova iz rastopa usled pada njihove rastvorljivosti u čvrstom stanju i zavisi od hemijskog sastava legure, načina topljenja i uslova očvršćavanja [170,171]. Nedavno je potvrđeno da je ova pojava prisutna i kod Al–Si legura, slika 81c.

Uzimajući u obzir prethodno navedene eksperimentalne rezultate, rast KPT-a na početku eutektičke reakcije se može objasniti zbirnim uticajem dve pojave:

1. Poboľšanim kontaktom na međupovršini usled širenja odlivka. Usled izdvajanja gasova tokom očvršćavanja u poluočvrstoj površinskoj zoni dolazi do rasta pritiska odlivka na kalup. Ovaj pritisak dovodi do rasta efektivne površine kontakta rastopa i kalupa čime se intenzivira prenos toplote.
2. Povećanjem intenziteta odvođenja toplote usled povećanog prisustva vodonika u zazorima na međupovršini. Prethodnim istraživanjima je potvrđeno da sastav međupovršinskog gasa može imati značajan uticaj na vrednost KPT-a. Prasad [65] je uduvavanjem argona, koji ima nisku toplotnu provodljivost, pokazao da se KPT može osetno smanjiti i time uticati na tok očvršćavanja odlivka (videti sliku 9 na strani 20). Sličnim postupkom, Argiropulos i Karleti [64] su uduvavanjem helijuma uspeali da za 48% povećaju KPT vrednosti između aluminijumskih legura i bakra. Kako je vodonik jedini gas koji se u značajnoj količini rastvara u tečnom aluminijumu [132], može se očekivati da će se kao posledica njegovog izdvajanja tokom očvršćavanja javiti rast sadržaja vodonika u mešavini međupovršinskih gasova. Kako je

toplota provodljivost vodonika veća i od toplotne provodljivosti helijuma [177], povećanjem njegovog udela u sastavu međupovršinskog gasa može se očekivati rast intenziteta provođenja toplote.



Slika 81: Promene linearnih dimenzija Al legura tokom očvršćavanja: a) AlMg4,5Mn0,4 [175]; b) AlZn6CuMgZr [171]; c) AlSi7 [173]

Analizirajući dijagrame predstavljene na slici 78. može se uočiti razlika u trenutku dostizanja minimuma vrednosti KPT-a. Merenja sprovedena sa legurom AlSi9Cu3 pokazuju da KPT kriva dostiže svoje minimalne vrednosti pre potpunog završetka očvršćavanja legure. Sa druge strane, kod legure AlSi12, KPT nastavlja da opada i nakon pada temperature ispod solidus vrednosti. Ova razlika u ponašanju može se objasniti preko različitog mehanizma očvršćavanja ove dve legure.

AlSi9Cu3 je legura sa širokim intervalom očvršćavanja što u pesku dovodi do kombinovanog očvršćavanja sa širokim zonama poluočvrslе legure. Kako je temperaturni gradijent u odlivku mali, veći deo zapreminskog skupljanja odlivka se odigrava dok je njegova površina još uvek u poluočvrslom stanju. Mala čvrstoća površinskog sloja nije u stanju da nadjača dejstvo metalostatičkog pritiska tokom velikog dela procesa očvršćavanja. Ovime se postiže smanjenje

linearnog skupljanja odlivka u bočnom pravcu, tj. ne dolazi do značajnog smanjenja debljine odlivka. Zapreminsko skupljanje legure u kasnijim fazama očvršćavanja se zbog male sposobnosti hranjenja manifestuje kroz povećanu međudendritnu poroznost, čime se dodatno smanjuje ukupno linearno skupljanje odlivka. Pošto ova legura relativno dobro kvasi pesak, rastop u velikoj meri popunjava zatore na površini kalupa. Širok interval očvršćavanja omogućava dejstvo metalostatičkog pritiska na međupovršinu u dužem vremenskom periodu i do postizanja viših vrednosti udela čvrste faze. Na taj način dolazi do čvrstog mehaničkog povezivanja površina odlivka i kalupa. Jaka mehanička veza dva elementa uz istovremeno širenje kalupa usled njegovog neprekidnog zagrevanja može dovesti do potpunog odsustva makroskopskog zatora na međupovršini. Linearno skupljanje odlivka u tom slučaju se poništava zbirnim dejstvom toplotnog širenja kalupa i eventualnog mikroskopskog pomeranja pojedinačnih zrna peska (ovo je jedan od razloga uvođenja pojma prividne toplotne difuzivnosti). Na slici 82 je prikazan jedan eksperimentalni odlivak od AlSi9Cu3 legure nakon vađenja iz kalupa. Može se uočiti da je na površini odlivka prisutan sloj peska značajne debljine i da se ne može govoriti o postojanju makroskopskog zatora na međupovršini. U pojedinim merenjima je došlo do pojave makroskopskog zatora, ali je on primećen na mestima smanjene čvrstoće u dubini kalupa koja se nalazi većoj udaljenosti od međupovršine nego što su postavljeni termoparovi (videti sliku 82c). Stoga, uprkos opšteprihvaćenom mišljenju, pad KPT-a kod legura sa širokim intervalom očvršćavanja, kakva je AlSi9Cu3, nije posledica nastanka makroskopskog zatora na međupovršini. Ono što se zaista dešava jeste postepeno „zatezanje“ površine rastopa tokom procesa očvršćavanja čime dolazi do smanjenja efektivne površine kontakta odlivka i kalupa.



Slika 82: Lepljenje peska za odlivke od legure AlSi9Cu3 i pomeranje zatora sa međupovršine u dubinu kalupa. Na mestima gde se pesak ne vidi on je mehaničkim putem uklonjen sa površine odlivka kako bi njegove konture bile uočljive.

AlSi12 je legura sa vrlo malim intervalom očvršćavanja što dovodi do slojevitog očvršćavanja odlivka izrađenih od ove legure. Za razliku od prethodno razmatrane legure, u ovom slučaju dolazi do relativno brzog stvaranja očvršle kore na površini odlivka. Kako se ova kora stvara još na početku procesa očvršćavanja i nakon njenog nastanka prisutne su značajne dimenzione promene odlivka, tj. odlivak će se intenzivno skupljati i nakon što njegova površina dostigne solidus temperaturu. Ovakva dinamika procesa, u kombinaciji sa značajno slabijom mehaničkom povezanošću odlivka i kalupa, može dovesti do stvaranja mikroskopskog zazora na međupovršini i posledičnog pada vrednosti KPT-a. U zavisnosti od odnosa temperature ulivanja, debljine odlivka i debljine i sposobnosti širenja kalupa moguće je da zazor na međupovršini nastavi da se mikroskopski povećava tokom kompletnog procesa hlađenja odlivka. Ovaj proces se odražava u vrlo malom, ali neprekidnom padu vrednosti KPT-a sa padom temperature i nakon potpunog očvršćavanja celog odlivka. Zbog znatno izraženije mehaničke veze peska i odlivka, ova pojava nije uočljiva kod AlSi9Cu3 legure kod koje je KPT u zoni niskih temperatura konstantan.

6.4 Razvoj korelacije

Prethodno navedena zapažanja oblika krive zavisnosti KPT od temperature površine odlivka mogu poslužiti za razvoj empirijske korelacione funkcije koja bi omogućila razvoj kvalitetnijih algoritama za optimizaciju puteva hranjenja uz pomoć numeričkih simulacija livenja. Uočeno je da promena KPT-a sa temperaturom ima određeni generalni trend koji može biti privremeno narušen usled uticaja pojedinih fenomena kao što su izdvajanje gasova ili izdvajanje intermetalnih jedinjenja. Prema tome, bilo bi dobro ukoliko bi korišćena funkcionalna zavisnost bila modularnog karaktera tipa:

$$h(T) = f_{GT}(T) + f_1(T) + f_2(T) + \dots + f_z(T) \quad (6.2)$$

Gde f_{GT} predstavlja funkciju generalnog trenda koja objašnjava pad vrednosti KPT-a tokom hlađenja odlivka, a f_1 do f_z predstavljaju podfunkcije (module) kojima se uzimaju u obzir pojedinačni fenomeni očvršćavanja koji utiču na KPT. Broj ovih podfunkcija (z) je različit za svaku leguru i zavisi od broja intermetalnih faza koji tokom očvršćavanja utiču na intenzitet odvođenja toplote.

Sve do danas razvijene korelacije sastoje se isključivo od funkcije generalnog trenda (f_{GT}) i nisu ni pokušale da uzmu u obzir pojedinačna odstupanja. Pri tome, funkcije su obično bile definisane kao krive eksponencijalnog karaktera [3,93,119] ili kao segmentno definisan skup više linearnih krivi [5,17,18]. Međutim, analizirajući oblik eksperimentalno dobijenih KPT zavisnosti prikazanih na slikama 16, 24 i 78, uočljivo je da one uglavnom prate oblik latiničnog slova S, te se kao osnova može koristiti logistička funkcija oblika:

$$f_{GT}(T) = \frac{h_{max}}{1 + e^{-a_1(T-a_2)}} \quad (6.3)$$

gde su h_{max} asimptotska gornja granica funkcije, a_2 parametar koji definiše trenutak kada funkcija dostiže maksimalan rast i a_1 parametar koji definiše brzinu rasta funkcije. Nažalost, ovako definisana funkcija se ne može koristiti pošto je njena donja vrednost jednaka nuli. Kako bi bila upotrebljiva neophodno ju je prvo translirati za vrednost minimuma procenjenog KPT-a, što se može postići na sledeći način:

$$f_{GT}(T) = h_{min} + \frac{h_{max} - h_{min}}{1 + e^{-a_1(T-a_2)}} \quad (6.4)$$

Ovakva funkcija gotovo idealno prati osnovni trend zavisnosti KPT-a od temperature površine odlivka. Međutim, bilo bi poželjno kada bi svi parametri koji se koriste u optimizaciji imali svoje fizičko značenje. U tom slučaju nijedan parametar optimizacije ne bi bio proizvoljan, čime bi se postigla znatno veća univerzalnost rešenja (više o ovom problemu će biti razmatrano pred kraj ovog poglavlja). U izrazu (6.4) parametri koji definišu temperaturni raspon promene KPT-a od maksimalne do minimalne vrednosti nemaju neko posebno fizičko značenje. Mnogo bolje bi bilo kada bi se promena definisala preko graničnih temperatura u kojima KPT počinje da opada (T_{max}), odnosno kada dostigne svoju minimalnu vrednost (T_{min}).

Kako su vrednosti parametara funkcije (6.4) h_{min} i h_{max} asimptotske vrednosti, neophodno je definisati toleranciju greške, odnosno trenutak kada se može smatrati da je funkcija dostigla svoj minimum, odnosno maksimum. U tu svrhu izabrana je vrednost koja iznosi 0,1% od ukupnog raspona (opsega) funkcije ($h_{max} - h_{min}$). U tom slučaju može se napisati:

$$f_{GT}(T_{min}) = h_{min} + \frac{h_{max} - h_{min}}{1 + e^{-a_1(T_{min} - a_2)}} = h_{min} + 0,001(h_{max} - h_{min}) \quad (6.5)$$

$$f_{GT}(T_{max}) = h_{min} + \frac{h_{max} - h_{min}}{1 + e^{-a_1(T_{max} - a_2)}} = h_{min} + 0,999(h_{max} - h_{min}) \quad (6.6)$$

Rešavanjem gornjeg sistema jednačina dobija se:

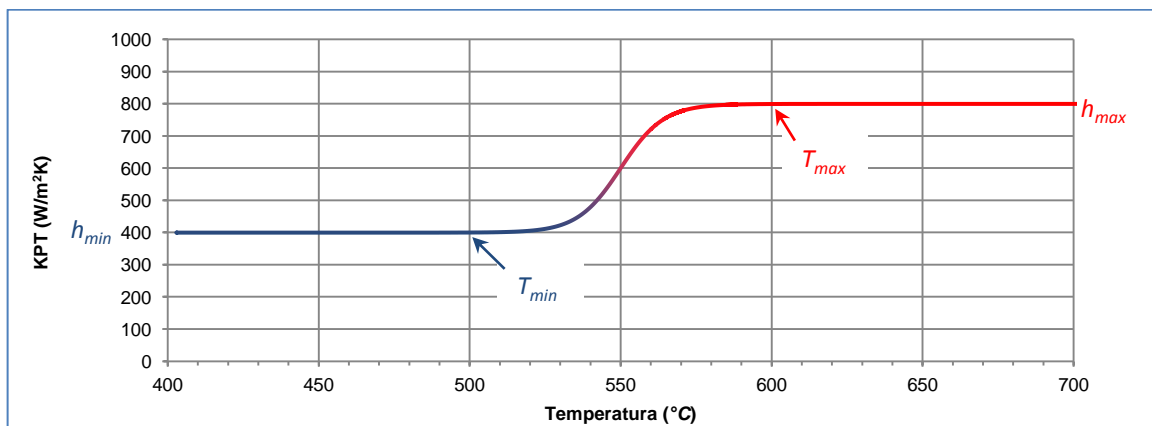
$$a_1 = \frac{14}{T_{max} - T_{min}} \quad (6.7)$$

$$a_2 = \frac{T_{max} + T_{min}}{2} \quad (6.8)$$

Uvrštavanjem ovih vrednosti u izraz (6.4) dobija se konačni oblik funkcije generalnog trenda:

$$f_{GT}(T) = h_{min} + \frac{h_{max} - h_{min}}{1 + e^{7 - (14 \times (T - T_{min})) / (T_{max} - T_{min})}} \quad (6.9)$$

Vizuelni prikaz značenja svakog navedenog parametra dat je na slici 83.



Slika 83: Objašnjenje značenja svakog parametra predložene funkcije generalnog trenda.

Potrebno je još definisati moguće oblike podfunkcija koji se mogu koristiti uz funkciju generalnog trenda. U ovom radu je otkrivena potreba za dve vrste podfunkcija:

1. podfunkcija koja uzima u obzir rast KPT-a na početku eutektičke reakcije,
2. podfunkcija koja uzima u obzir rast KPT-a usled izdvajanja intermetalnih jedinjenja.

Prvi fenomen se može uzeti u obzir tako što će se od funkcije generalnog trenda oduzimati podfunkcija oblika klasične logističke funkcije (6.3). Prema tome, podfunkcija će imati oblik:

$$f_{eutekt}(T) = -\frac{\Delta h_{eutekt}}{1 + e^{-a_3(T-T_{eutekt})}} \quad (6.10)$$

gde su Δh_{eutekt} promena KPT-a na početku eutektičke reakcije, T_{eutekt} temperatura maksimalne brzine rasta KPT-a (može se uzeti i kao temperatura eutektičke reakcije) i a_3 raspon temperatura kroz koji dolazi do promene.

Promena KPT krive usled izdvajanja intermetalnih jedinjenja deluje da ima oblik normalne raspodele. Ovaj oblik se može i očekivati s obzirom da istu raspodelu ima i brzina hemijske reakcije koja se nalazi u središtu ovog fenomena. Prema tome, za podfunkciju u ovom slučaju bira se gausova funkcija oblika:

$$f_{Cu}(T) = a_{visina} e^{\left(-\frac{(T-T_{Cu})^2}{2a_{sirina}^2}\right)} \quad (6.11)$$

gde su a_{visina} parametar koji definiše intenzitet reakcije odnosno visinu sekundarnog maksimuma, a_{sirina} parametar koji utiče na širinu sekundarnog pika i T_{Cu} temperatura na kojoj se postiže maksimalni intenzitet reakcije. U izvedenim eksperimentalnim istraživanjima reakcija izdvajanja bakarnih jedinjenja je jedina hemijska reakcija koja ima osetan uticaj na KPT krivu. Međutim, izvedena funkcija je univerzalnog karaktera i u slučaju složenijih legura jednostavnim sabiranjem je moguće uzeti u obzir neograničen broj uticaja. Pri tome, moguće je postići i međusobno preklapanje uticaja različitih hemijskih reakcija.

Konačan oblik korelacije koji će biti primenjen za aluminijumske legure koje su korišćene u ovom istraživanju glasi:

$$h(T) = h_{min} + \frac{h_{max} - h_{min}}{1 + e^{-\frac{7-(14 \times (T-T_{min}))}{(T_{max}-T_{min})}})} - \frac{\Delta h_{eutekt}}{1 + e^{-a_3(T-T_{eutekt})}} + a_{visina} e^{\left(-\frac{(T-T_{Cu})^2}{2a_{sirina}^2}\right)} \quad (6.12)$$

Rezultati primene navedene korelacije prikazani su na slici 84, dok su vrednosti dobijenih koeficijenata dati u tabeli 14. Primećuje se da predložena funkcionalna zavisnost omogućava veoma dobro poklapanje sa eksperimentalno dobijenim vrednostima KPT-a. Ovakav zaključak potvrđuju i visoke vrednosti koeficijenta determinacije (R^2) koje se kreću u rasponu od 0,92 do 0,98.

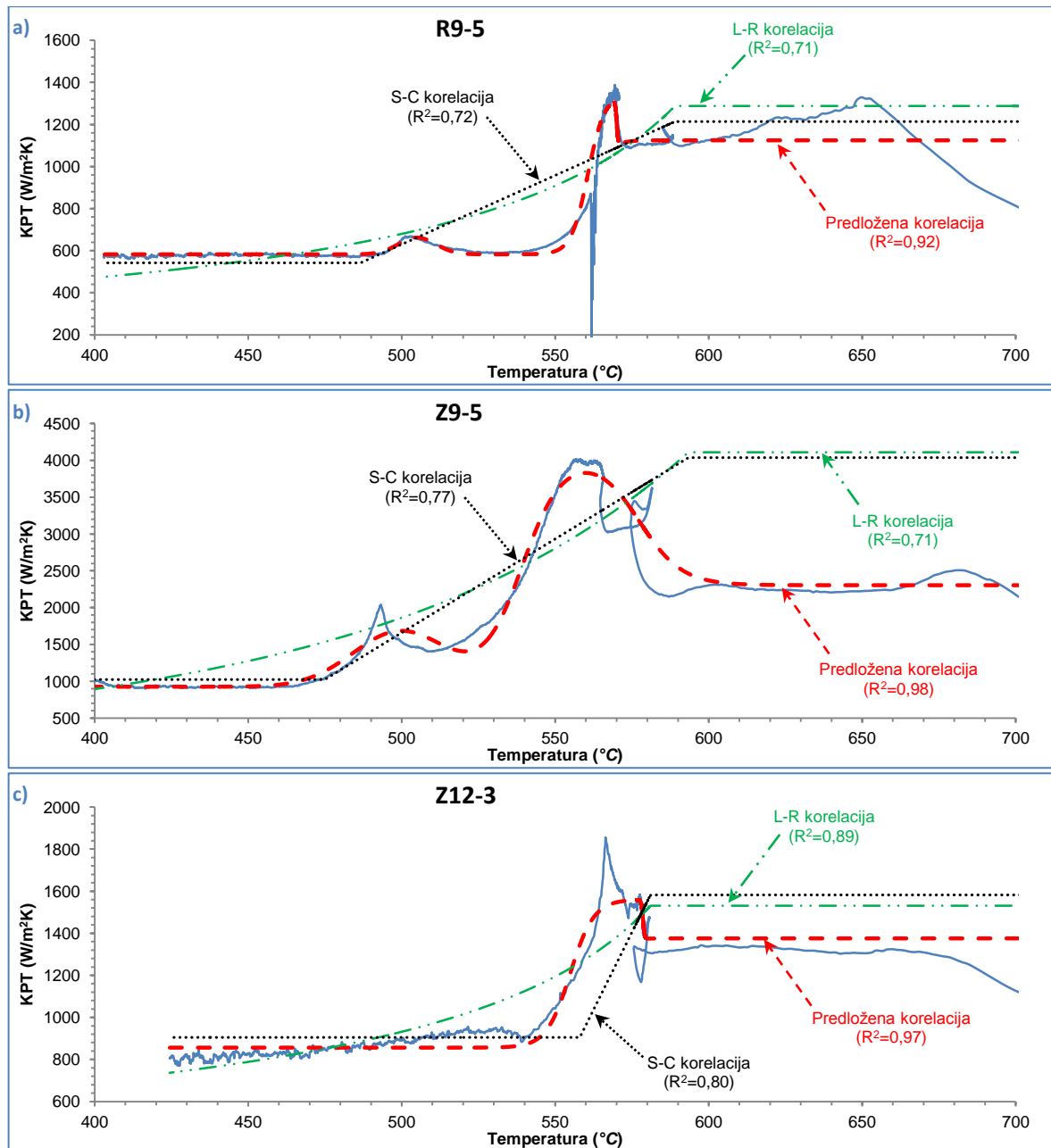
Tabela 14: Optimizovane vrednosti parametara korelacije za merenja R9-5, Z9-5 i Z12-3.

Parametri korelacije		Optimizovane vrednosti		
		R9-5	Z9-5	Z12-3
Suej-Cuej korelacija	h_{max}	1.214,45	4.036,84	1.582,46
	h_{min}	541,44	1.024,47	904,99
Luis-Ransing korelacija	a_1^{LR}	10,66	45,59	9,73
	a_2^{LR}	1.572,23	948.715,27	726,00
	a_3^{LR}	0,75	5,41	0,54
Predložena modularana korelacija	h_{max}	1.345,17	924,68	1.560,10
	h_{min}	582,77	4.100,00	855,63
	Δh_{eutekt}	219,97	1.797,13	185,06
	T_{min}	541,54	492,46	527,89
	T_{max}	579,72	585,52	581,83
	T_{eutekt}	570,00	577,09	578,56
	T_{Cu}	504,99	499,50	-
	a_3	4,00	0,14	3,86
	a_{sirina}	6,10	15,39	-
	a_{visina}	79,66	750,73	-

Kako bi se bolje uvidele osobine predložene korelacije, nad istim eksperimentalnim podacima primenjene su još dve korelacije koje se pojavljuju u dostupnoj literaturi: Suej–Cuej korelacija opisana izrazom (2.55) i Luis–Ransing korelacija opisana izrazima (2.52) i (2.53). Obe korelacije prate generalni trend eksperimentalnih podataka, ali su ipak uočljiva i određena odstupanja koja su naročito izražena tokom perioda očvršćavanja odlivka. U oba slučaja, dobijene funkcionalne zavisnosti nisu u stanju da uzmu u obzir brojne promene koje se odigravaju tokom očvršćavanja. Ovo je veoma veliki hendikep s obzirom da najveći broj livačkih grešaka nastaje baš u periodu kada je liv u poluočvrslom stanju. Svaka nepreciznost u simulacionom modelu procesa može dovesti do loše optimizacije rešenja što će se svakako odraziti na ukupne efekte proizvodnje. Za razliku od njih, predložena korelaciona funkcija se lako može podesiti da relativno precizno prati sve promene koje se odigravaju tokom procesa očvršćavanja odlivka.

Prilikom analize prikazanih dijagrama ne treba izgubiti iz vida činjenicu da je konačni izgled funkcije u suštini ponderisan kako bi favorizovao preciznost procene KPT-a u temperaturnom intervalu u kome se odigrava eutektička reakcija. Iako ovaj temperaturni interval obuhvata mali opseg od svega nekoliko stepeni, njegovo vremenski dugo trajanje čini da u ovoj zoni bude prisutan veliki broj mernih opažaja. Iz tog razloga Luis–Ransing i Suej–Cuej korelacije pokazuju značajno precenjivanje vrednosti KPT-a u zoni iznad likvidus temperature. Pošto posmatrane funkcije ne mogu u potpunosti da prate oblik eksperimentalne KPT krive, veliki broj mernih tačaka u zoni eutektičke reakcije povlači krive ka eutektičkoj vrednosti KPT-a čime se pravi veća greška u tečnom stanju. Ukoliko bi se napravila interpolacija eksperimentalnih podataka tako da broj tačaka za svaki fiksni temperaturni raspon bude konstantan, regresiona kriva bi za sve tri prikazane korelacije znatno preciznije pratila dobijene trendove. Međutim, u tom slučaju bi tačnost konačne numeričke simulacije livenja u kojoj se takva kriva koristi bila značajno umanjena. Došlo bi do velikog uvećavanja grešaka procene KPT-a na mestima stagnacije krive hlađenja. Stoga treba biti pažljiv ukoliko se za potrebe definisanja graničnih uslova koriste literaturne vrednosti iz digitalizovanih KPT–T dijagrama. U tom slučaju bi najbolje rešenje bilo ponderisati KPT vrednosti za određene kritične raspone temperatura. Bolje je da se za 30% pogreši vrednost KPT-a u tečnom stanju nego da se za 5% pogreši vrednost KPT-a za vreme

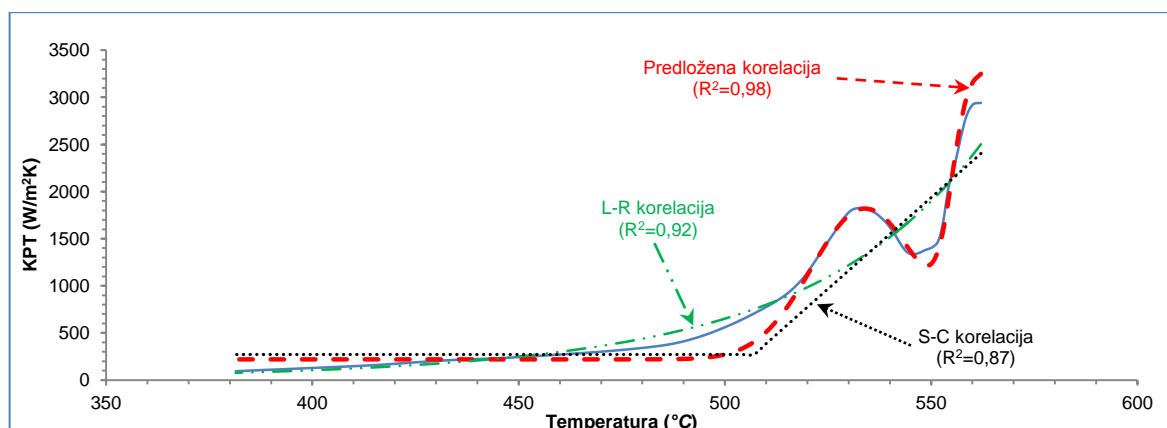
eutektičke reakcije. Kako se odlivak na eutektičkoj temperaturi zadržava dugačak vremenski period greška u proceni ukupnog vremena hlađenja bi se značajno multiplicirala.



Slika 84: Zavisnost KPT od temperatura površina odlivka sa ucrtanim korelacionim krivama za merenja: a) R9-5; b) Z9-5; c) Z12-3. Pored razvijene korelacije na grafikonu su radi poređenja ucrtane i krive dobijene upotrebom korelacija od Luisa i Rensinga (L–R) [93] i Sueja i Cueja (S–C) [17]

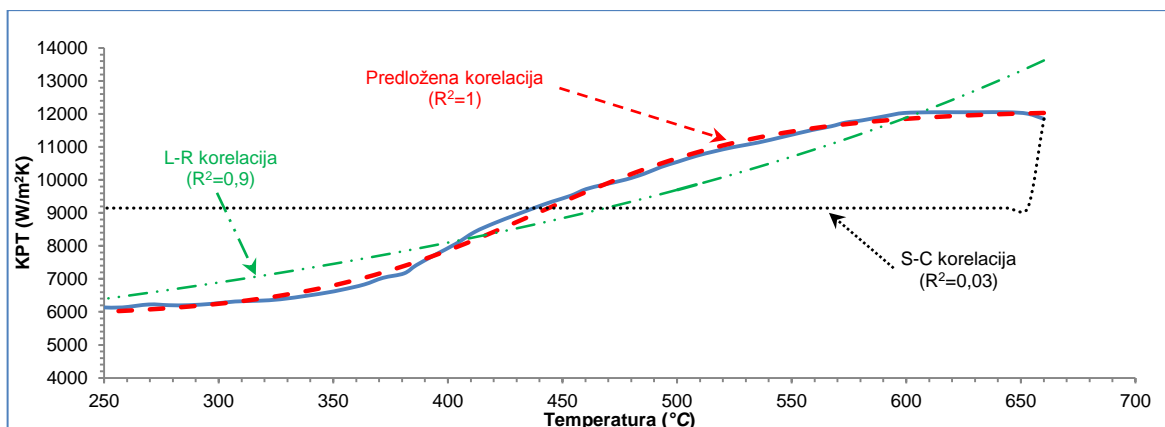
Prethodna analiza se koncentrisala na rezultate dobijene u toku izrade ove disertacije. U cilju provere šire primenjivosti predložene korelacione funkcije ona će biti upoređena i sa eksperimentalnim rezultatima iz nekih prethodnih istraživanja koja se mogu naći u literaturi. U tu svrhu, izvršena je digitalizacija temperaturene krive hlađenja odlivka i KPT krive iz rada Hamasaida i saradnika (slika 15b). Dve krive date u vremenskoj seriji su objedinjene u jedinstvenu KPT–T krivu koja je prikazana na slici 85. I u ovom slučaju predložena korelacija omogućila je najbolje poklapanje sa eksperimentalnim podacima sa koeficijentom determinacije od 0,98. Koeficijent determinacije za preostale dve korelacije iznosi 0,87 odnosno 0,92. Analizirajući dobijene grafikone uočljivo je da najveću prednost

predložena korelacija ima zahvaljujući mogućnosti da modelira pojavu sekundarnog rasta KPT-a usled izdvajanja bakarnih faza.

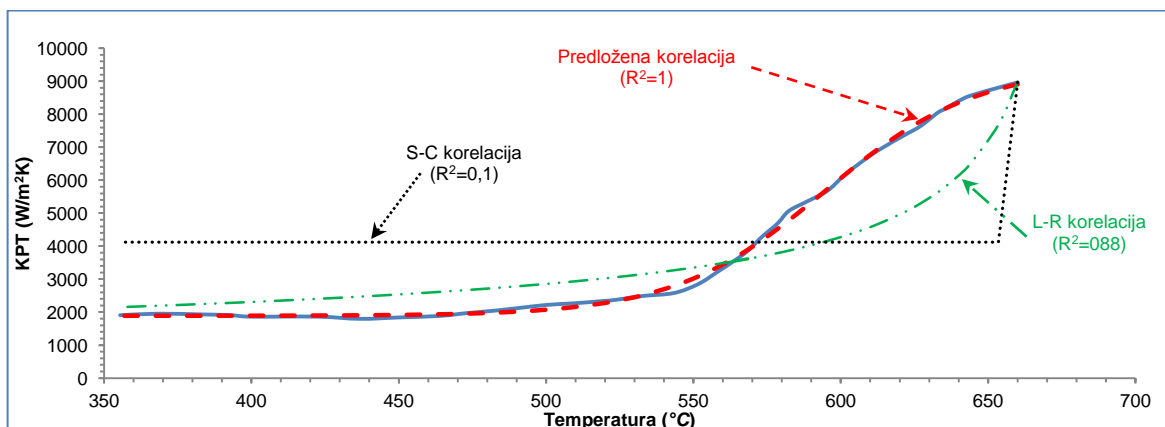


Slika 85: KPT u zavisnosti od površine temperature odlivka pri livenju legure AlSi9Cu3 u čeličnu kokilu na kojoj je nanesen keramički premaz; [75]

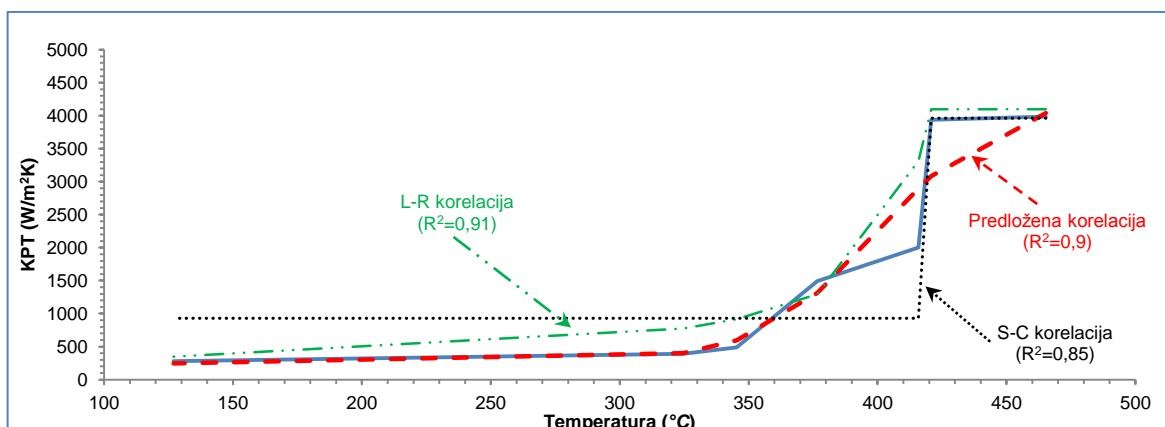
Dodatna provera predložene korelacione funkcije izvršena je za KPT krive procenjene pri kontaktu tehnički čistog aluminijuma i bakarne hladilice (slike 86 i 87), kao i pri livenju tehnički čistog cinka u cilindrični čelični kalup (slika 88). Optimizovane vrednosti svih parametara primenjenih korelacija dati su u tabeli 15. Sva tri primera predstavljaju legure koje slojevito očvršćavaju, što u kombinaciji sa čeličnim kalupom dovodi do toga da se minimalne vrednosti KPT-a dostižu na značajno nižoj temperaturi od solidusa. Korelacija predložena od strane Sueja i Cueja podrazumeva da se pad vrednosti KPT-a odvija isključivo u poluočvrslom stanju. Zbog toga se ta funkcija pokazala kao potpuno neadekvatna da opiše KPT krive tehnički čistih metala. U posmatranim eksperimentima korišćena su mala pregrevanja u kombinaciji sa toplotno vrlo provodljivim materijalom kalupa, što je dovelo do toga da očvršćavanje započne još pre kraja ulivanja. Ove dve pojave dovele su do toga da koeficijenti determinacije za tehnički čist aluminijum kod Suej–Cuej korelacije imaju ekstremno niske vrednosti od 0,03 odnosno 0,1. Stoga i nije čudno da su se druge dve korelacione funkcije pokazale kao značajno bolje. Pri tome, za KPT krive dobijene pri livenju aluminijuma predložena korelacija je u oba slučaja imala maksimalno mogući koeficijent determinacije ($R^2=1$), dok su njegove vrednosti za Luis–Rensing korelaciju bile oko 10% niže. Jedini slučaj kada se predložena korelacija nije pokazala kao ubedljivo najbolje rešenje jeste za slučaj livenja tehnički čistog cinka u čeličnu kokilu prikazan na slici 88. Na posmatranom primeru koeficijent je determinacije iznosio je 0,9 dok je za Luis–Rensing korelaciju on iznosio nešto viših 0,91. Razlog za ovakav rezultat se može pronaći u izuzetno malom broju mernih tačaka (svega 7), tako da se može smatrati da ne predstavlja reprezentativan uzorak koji na pravi način ispoljava stvarne vrednosti i trendove KPT krive.



Slika 86: KPT u zavisnosti od površine temperature odlivka između tehnički čistog aluminijuma (temperatura pregrevanja 115 °C) i bakarne hladilice; [93,99]



Slika 87: KPT u zavisnosti od površine temperature odlivka između tehnički čistog aluminijuma (temperatura pregrevanja 40 °C) i bakarne hladilice; [93,99]



Slika 88: KPT u zavisnosti od površine temperature odlivka pri livenju tehnički čistog cinka u čeličnu kokilu; [93,124]

Tabela 15: Optimizovane vrednosti parametara korelacije za grafikone prikazane na slikama 85, 86, 87 i 88.

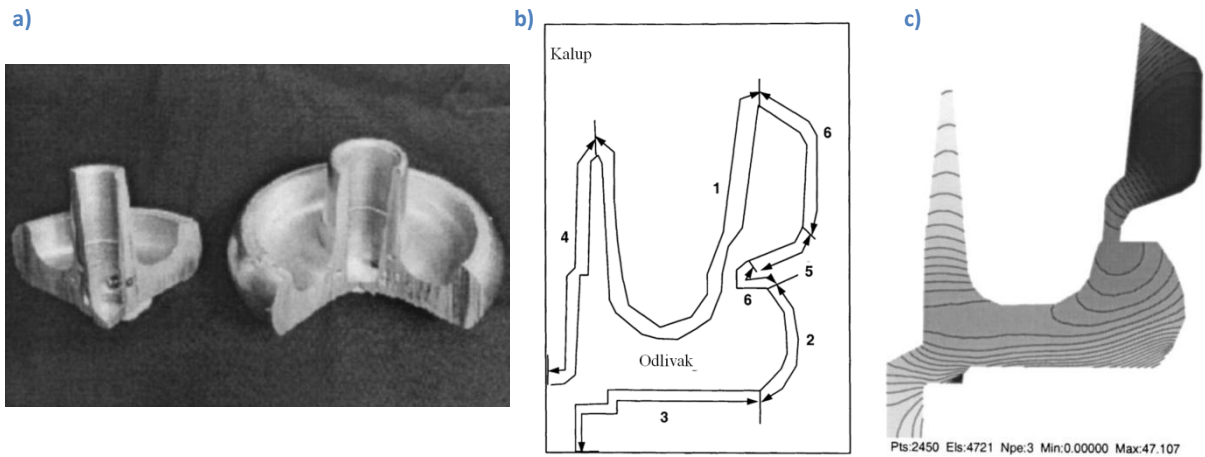
Parametri korelacije		Optimizovane vrednosti			
		Slika 85	Slika 86	Slika 87	Slika 88
Suej-Cuej korelacija	h_{max}	3485,42	13.051,36	8.960,00	3.962,68
	h_{min}	270,77	8.869,20	4116,15	929,97
Luis-Rensing korelacija	a_1^{LR}	69,94	20,56	11,00	11,2
	a_2^{LR}	691.380,72	349.318,76	100,00	100,00
	a_3^{LR}	9,54	1,58	0,55	0,9
Predložena modularana korelacija	h_{max}	3.200,00	12.119,97	9.459,69	4.284,48
	h_{min}	220,00	5.843,26	1.888,96	247,47
	T_{min}	540,00	77,48	774,45	564,8
	T_{max}	570,00	799,42	414,93	236,6
	T_{Cu}	534,00	-	-	-
	a_{sirina}	13,00	-	-	-
	a_{visina}	1.600,00	-	-	-

Prethodna analiza je pokazala da je predložena korelaciona funkcija najbolje rešenje za zadavanje graničnih uslova između odlivka i kalupa pri simulaciji procesa livenja jer obezbeđuje najmanju grešku u odnosu na eksperimentalno procenjene rezultate. Međutim, to nije njena najbolja osobina. Činjenica da predloženi koeficijenti uzimaju u obzir realne veličine i nisu nasumice izabrani nudi dodatne mogućnosti.

Trenutni nivo razvijenosti ove oblasti iziskuje da se za potrebe preciznijih numeričkih simulacija, KPT mora eksperimentalno odrediti za svaku kombinaciju materijala odlivka i kalupa, tretmana rastopa, geometriju kalupne šupljine i vrednosti metalostatičkog pritiska. Međutim, ovako izolovani parametri korelacije mogu biti iskorišćeni da se značajno smanji potreban broj eksperimenata. Na primer, veći broj istraživanja je objavljen o uticaju pritiska na maksimalne vrednosti KPT-a [58,59,61,76,123]. Iz njih bi se mogla dobiti osetljivost KPT-a na pritisak u različitim uslovima tj. mogao bi se precizno izračunati odnos $\Delta h/\Delta p$. Grubom analizom Šejkher (*J.A.Sekhar*) [63] je pokazao da se pri livenju pod pritiskom ovaj odnos kreće u rasponu $10^{-3} - 10^{-4} m/s^{\circ}C$. Preciznijim određivanjem ovog odnosa i za gravitaciono livenje, vrednost parametra h_{max} bi se mogla dobiti i računskim putem. Naravno, konačni proračun bi verovatno morao da uzme u obzir i parametre kao što su temperatura ulivanja, ugao kvašenja između materijala rastopa i kalupa i hrapavost površine kalupa. Dodatno, temperaturni raspon izdvajanja intermetalnih faza se već danas može odrediti primenom CALPHAD metoda. Na sličan način bi se u relativno skorijoj budućnosti mogle razviti metodologije za proračun i ostalih uticajnih parametara na KPT vrednosti.

Dodatna prednost razvijene korelacije jeste mogućnost optimizacije površine kalupne šupljine u cilju otvaranja puteva hranjenja i izbegavanja pojave usahlina kod odlivaka složenih geometrija. Luis i Rensing su u svojim radovima [93,119,121] razvili numerički algoritam koji omogućava definisanje potrebnih vrednosti KPT-a za različite površine kalupa sa ciljem da se izbegne pojava usahlina. Kako numerička optimizacija zahteva upotrebu relativno ograničenog broja parametara, ovo je bio osnovni razlog zbog kojeg su i razvili svoju korelaciju. Nažalost, ovako optimizovane vrednosti parametara njihove korelacije imaju ograničenu primenu, jer parametri a_1^{LR} , a_2^{LR} i a_3^{LR} nemaju nikakvo posebno fizičko značenje ili trend uticaja na KPT. Međutim, ovo nije slučaj i sa parametrima novorazvijene korelacije. Ukoliko bi se h_{max} koristio kao parametar optimizacije izlazni rezultati algoritma bi se mogli

povezati sa neophodnim osobinama premaza (debljina, sastav, hrapavost) i/ili hladilica koji bi omogućili nesmetano hranjenje odlivka. Na taj način bi se kod nekih odlivaka mogle postići značajne uštede usled izbegavanja upotrebe dodatnih hranioca ili smanjenja dodatka za obradu. Na slici 89b je prikazana podela površine odlivka složene geometrije na zone. Optimizacijom vrednosti KPT-a Luis i Ransing su uspeli da postignu formiranje odlivka bez poroznosti (slika 89c).



Slika 89: Geometrija odlivka koju su koristili Luis i Rensing u svom radu: a) izgled isečenih i klasično odlivenih odlivaka na kojima se vidi poroznost; b) podela površine odlivka na 6 zona; c) Simulirane konture vremena očvršćavanja za optimizovane vrednosti KPT-a; [121]

7 Zaključna razmatranja i pravci budućih istraživanja

Iz istraživanja sprovedenih u okviru ove doktorske disertacije mogu se izvesti sledeći zaključci:

- Razvijena je nova eksperimentalna postavka za merenje graničnih uslova pri livenju u peščanim kalupima. Geometrija odlivka sa zadebljanjima povećava jednodimenzionalnost sistema čime se postižu tačniji rezultati procene KPT-a. Takođe, izvršeno je unapređenje Bekovog metoda sekvencijalne specifikacije funkcije uz upotrebu budućih vremena za njenu procenu. Tačnije, razvijena je nova funkcija cilja koja umesto samo jednog, prilikom optimizacije rešenja u obzir uzima dva termopara u kalupu. Na ovaj način je postignuta dodatna stabilizacija algoritma i povećavanje tačnosti procenjenog rešenja. Međutim, još veća prednost unapređenog algoritma jeste iskoristivost reziduala za iterativno povećavanje tačnosti procene kroz optimizaciju prividne difuzivnosti materijala kalupa. O kvalitetu razvijene eksperimentalne postavke govori činjenica da su dobijene razlike između izmerenih i simuliranih temperatura na mestima termoparova za red veličina manji od onih koji se mogu naći u do sada objavljenoj literaturi.
- Istraživanjima je zaključeno da postoji potreba da se uvede pojam prividne difuzivnosti materijala kalupa. Njenom primenom je pri proceni moguće uzeti u obzir grešku pozicioniranja termoparova u kalupu koja može nastati zbog greške inicijalne montaže termoparova u kalup ili usled relativnog pomeranja termoparova izazvanog termičkim širenjem kalupa i odlivka tokom procesa očvršćavanja odlivka.
- Demonstriran je način na koji se analizom reziduala iterativnim putem može optimizovati vrednost prividne difuzivnosti i time povećati tačnost procene KPT-a.
- Definisana je nova geometrija vrha termoparova za određivanje temperaturnog polja kod peščanih kalupa koja smanjuje grešku nastalu usled provođenja toplote kroz termopar. Pokazano je da korišćenje klasične geometrije vrha termopara dovodi do značajnog potcenjivanja vrednosti koeficijenta prenosa toplote. Za posmatrane eksperimentalne uslove pad procenjenih vrednosti je iznosio između 24 % i 70 %.
- Predloženi su parametri koji mogu poslužiti kao funkcija cilja pri optimizaciji eksperimentalne postavke za procenu vrednosti KPT-a. To su: a) koeficijent varijacije medijana procenjenih vrednosti KPT-a, i b) medijana zbira apsolutnih vrednosti reziduala procene KPT-a. Eksperimentalna postavka koja ima minimalne vrednosti ova dva parametra bi trebala da rezultuje sa tačnijim i preciznijim procenama vrednosti KPT-a.
- Pokazano je da vrednosti KPT-a ne zavise od livkosti, kako se to do sada verovalo, već isključivo od kvašljivosti rastopa u sistemu odlivak – kalup. Livkost je znatno kompleksnija tehnološka osobina na koju utiču i drugi parametri koji svojim uticajem mogu promeniti posmatrane zavisnosti. Pri tome, usled reaktivnosti aluminijuma i silicijuma čak ni vrednosti površinskog napona aluminijuma se ne mogu uzeti kao reprezentativne.
- Pokazano je da proces izdvajanja intermetalnih jedinjenja može uticati na promenu vrednosti KPT-a. Pretpostavlja se da je ova pojava povezana sa rastom pritiska na međupovršini usled razlike u zapreminama početnih i krajnjih faza.

- Merenja su pokazala da su vrednosti KPT-a kada je površina odlivka u tečnom stanju niže u odnosu na vrednosti KPT-a ostvarene na početku eutektičke reakcije. Pretpostavlja se da je ova pojava povezana sa procesom izdvajanja vodonika usled njegove smanjene rastvorljivosti u čvrstom stanju.
- Razvijena je empirijska korelaciona funkcija za određivanje KPT-a u zavisnosti od temperature površine odlivka. Kako bi se proverile njene mogućnosti upoređena je sa prethodno razvijenim korelacijama. Za poređenje su korišćena merenja sprovedena tokom izrade disertacije, ali i merenja iz prethodno objavljenih istraživanja drugih istraživača. U svakom posmatranom slučaju nova korelacija se pokazala kao bolje rešenje koje nudi bolje praćenje trendova eksperimentalnih rezultata.

Ova disertacija je produkt dugogodišnjeg rada autora i u toku njene izrade rešen je veliki broj problema proizašlih iz prethodnih istraživanja. Međutim, rešavanjem jednih otkrivaju se neki novi problemi čijim će rešavanjem biti moguće unaprediti postojeći nivo znanja i postići tačniji i precizniji modeli stvarnosti koja nas okružuje. Stoga će u nastavku biti iznete određene preporuke i razmišljanja o mogućim pravcima nekih budućih istraživanja.

- Iako se novorazvijenom eksperimentalnom postavkom osetno smanjila varijabilnost u rezultatima merenja KPT-a, ona i dalje nije na zadovoljavajućem nivou. Za očekivati je da bi se značajan napredak postigao boljom kontrolom temperature i trajanja ulivanja primenom automatskog sistema zasnovanog na ulivnoj čaši sa čepom.
- Izloženo istraživanje je bazirano isključivo na određivanju graničnih uslova između kalupa i vertikalnog zida odlivka koji nije izložen značajnim mehaničkim dejstvima od strane drugih elemenata odlivka tokom skupljanja. Bilo bi veoma korisno ukoliko bi se novorazvijena eksperimentalna postavka primenila i na ostale moguće orijentacije površine odlivka kao što su: donja horizontalna, gornja horizontalna, vertikalna pod dejstvom sila koje povećavaju kontaktni pritisak na međupovršini i sl.
- Ovo istraživanje se baziralo na livenju legura aluminijuma i silicijuma u peščanim kalupima napravljenim CO₂ postupkom. Razvijenu eksperimentalnu postavku poželjno bi bilo primeniti i na druge kombinacije materijala odlivka i kalupa. Naročito bi bilo zanimljivo određivanje KPT-a kod livenja u vlažne kalupe sa bentonitnom mešavinom koja se u praksi znatno više primenjuje. Kako bi se ovo postiglo neophodno je razviti matematički model kretanja vlage kroz kalup kako bi se uzele u obzir i kondenzacione zone koje se javljaju. Takođe, bilo bi zanimljivo odrediti granične uslove pri livenju fero legura što je veoma retko ispitivana, a istovremeno i vrlo važna oblast. Međutim, ta oblast je praćena i značajnim izazovima kako zbog otežanog merenja visokih temperatura na kojima se fero legure ulivaju, tako i zbog transformacija kojima je kvarc podvrgnut na tako visokim temperaturama.
- Bilo bi poželjno dodatno ispitati uticaj koji klasični termoparovi postavljeni u pravcu prostiranja toplote imaju na vrednosti procene KPT-a. Na ovaj način bi se naknadno mogla povećati tačnost rezultata iz do sada urađenih ispitivanja.
- Razviti bazu podataka koeficijenata razvijene korelacije kako bi se primenom ekspertskog sistema mogao potpuno automatizovati proces zadavanja graničnih uslova pri računarskoj simulaciji procesa livenja.
- Razviti matematičke funkcije za direktan proračun parametara korelacije razvijene u sklopu ove disertacije. Na primer, maksimalna vrednost KPT-a (h_{max}) bi trebalo da može da se

izračuna u zavisnosti od metalostatičkog pritiska, hrapavosti kalupa, temperature ulivanja, ugla kvašenja i sličnih parametara. Isto tako, minimalni KPT bi verovatno mogao da se izračuna u zavisnosti od h_{max} debljine odlivka i širine intervala očvršćavanja legure.

- Bekov metod je moguće dodatno unaprediti ponderisanjem koeficijenata osetljivosti za udaljeniji termopar. Naime, zbog manje udaljenosti od međupovršine prvi termopar u kalupu ima neuporedivo veći uticaj na rezultate procene od drugog. Iako je zbog očekivano niže greške merenja ova pojava poželjna, njen efekat bi trebao da bude znatno manji. Iznalaženjem adekvatnog sistema ponderisanja koeficijenata osetljivosti za očekivati je da će tačnost procene biti uvećana. Ovo se odnosi kako na samu tačnost Bekovog algoritma, tako i na tačnost određivanja optimalne prividne toplotne difuzivnosti.

8 Korišćeni simboli i skraćenice

a	Toplotna difuzivnost
a_{const}	Konstantna vrednost toplotne difuzivnosti
$a_{f(T)}$	Toplotna difuzivnost u zavisnosti od temperature
a_{priv}	Prividna vrednost toplotne difuzivnosti
$a_1^{LR}, a_2^{LR}, a_3^{LR}$	Koeficijenti Luis – Ransing-ove korelacije
a_1	Parametar korelacije koji definiše brzinu rasta sigmoidne funkcije
a_2	Parametar korelacije koji definiše trenutak maksimalnog rasta sigmoidne funkcije
a_3	Parametar korelacije koji definiše trenutak maksimalnog rasta sigmoidne podfunkcije eutektičke reakcije
b_O	Debljina odlivka
b_{ZI}	Debljina zadebljane ivice odlivka
A	Širina zazora na međupovršini odlivak–kalup
A_{TP}	Površina tople tačke termopara
A_{mp}	Površina kontakta između odlivka i kalupa
A_{CD}	Površina centralnog dela odlivka
A_{ZI}	Površina ivičnog dela odlivka (zadebljane ivice)
c_p	Specifični toplotni kapacitet
$C_1^{WM}, C_2^{WM}, n^{WM}$	Koeficijenti Vang–Matis korelacije
D	Disperzija (varijansa)
d_p	Dubina prodiranja premaza u odlivak usled dejstva pritiska
E	Matematičko očekivanje (srednja vrednost)
F_X	Funkcija raspodele verovatnoća
H, H_0, H_1, H_2	Tihonove regularizacione matrice (opšta, nultog prvog i drugog reda)
h	Koeficijent prenosa toplote
h_{max}	Parametar korelacije, maksimalna vrednost KPT-a
h_{min}	Parametar korelacije, minimalna vrednost KPT-a
Δh_{eutekt}	Parametar korelacije, promena KPT-a na početku eutektičke reakcije
I	Jedinična matrica
i	Redni broj vremenskog koraka
j	Redni broj kontrolne zapremine
k^T, r^T, C^T	Koeficijenti Trovantove korelacije
k^S, C^S	Koeficijenti Santosove korelacije
k	Redni broj iteracije pri optimizaciji rešenja

k_{\max}	Maksimalni dozvoljeni broj iteracija
L_c	Karakteristična dužina
L_f	Latentna toplota
l_{ZI}	Dužina zadebljane ivice odlivka
$L_{TP\min}$	Minimalna dužina termopara
M_{CD}	Modul centralnog dela odlivka
M_I	Modul ivice odlivka
m	Broj kontrolnih zapremina
m_o	Masa odlivka
n	Broj temperaturnih merenja (obzervacija)
P	Parametar (vektor parametara) koji se procenjuje inverznom tehnikom
p	Pritisak
pd	Indeks razmatranog poddomena
q	Gustina toplotnog fluksa
q^+	Normalizovana gustina toplotnog fluksa
r	Red regularizacije (broj budućih vremena) kod Bekove metode
R_y	Maksimalna visina profila hrapavosti
R_z	Maksimalna visina profila hrapavosti
S	Funkcija cilja
T	Temperatura
T_{ul}	Temperatura ulivanja
T_{kal}	Temperatura kalupa
T_i	Stvarna vrednost temperature u trenutku i
T_{liq}	Temperatura topljenja
T_{intO}	Temperatura površine odlivka
T_{intK}	Temperatura površine kalupa
T_N^{Al}	Temperatura početka nukleacije primarnih dendrita aluminijuma
T_N^{AlSi}	Temperatura početka nukleacije Al–Si eutektikuma
T_N^{AlSiCu}	Temperatura početka nukleacije bakrom obogaćenih faza
T_{\max}	Parametar korelacije, temperatura na kojoj se postiže maksimalna vrednost KPT-a
T_{MAKS}	Maksimalna izmerena temperatura površine odlivka
T_{MAKS}^{Al}	Maksimalna temperatura nukleacije primarnih dendrita aluminijuma
T_{MAKS}^{AlSi}	Maksimalna temperatura nukleacije Al–Si eutektikuma
T_{\min}	Parametar korelacije, temperatura na kojoj se postiže minimalna vrednost KPT-a
T_{MIN}^{Al}	Minimalna temperatura nukleacije primarnih dendrita aluminijuma
T_{MIN}^{AlSi}	Minimalna temperatura nukleacije Al–Si eutektikuma

T_{eutekt}	Parametar korelacije, temperatura eutektičke reakcije
T_{sol}	Solidus temperatura
u	Redni broj vremenskog koraka unutrašnje vremenske petlje
V_{TP}	Zapremina tople tačke termopara
V_{CD}	Zapremina centralnog dela odlivka
V_{ZI}	Zapremina ivičnog dela odlivka (zadebljane ivice)
X	Matrica osetljivosti (Jakobijeva matrica)
\mathbf{X}	Koeficijent osetljivosti
x	Dekartova koordinata, udaljenost od međupovršine u pravcu normale
x^+	Normalizovana udaljenost od međupovršine u pravcu normale
Y	Matrica izmerenih temperatura
y_i	Izmerena vrednost temperature u trenutku i
z	Ukupni broj podfunkcija (modula) u korelaciji
α^*	Tihonov parametar regularizacije
δ	Tolerancija iterativnog algoritma
ε_i	Slučajna greška merenja u trenutku i
ζ	Broj parametara optimizacije/regularizacije
λ	Koeficijent provođenja toplote
μ	Parametar prigušivanja kod LM optimizacije
ρ	Gustina
σ	Standardna devijacija
τ	Vreme
τ_N^{Al}	Vremenski trenutak početka nukleacije primarnih dendrita aluminijuma
τ_N^{AlSi}	Vremenski trenutak početka nukleacije Al–Si eutektikuma
τ_N^{AlSiCu}	Vremenski trenutak početka nukleacije bakrom obogaćenih faza
τ_{MAKS}	Vremenski trenutak dostizanja maksimalne izmerene temp. površine odlivka
τ_{MAKS}^{Al}	Vremenski trenutak dostizanja maks. temp. nukleacije primarnih Al dendrita
τ_{MAKS}^{AlSi}	Vremenski trenutak dostizanja maks. temp. nukleacije Al–Si eutektikuma
τ_{MIN}^{Al}	Vremenski trenutak dostizanja min. temp. nukleacije primarnih Al dendrita
τ_{MIN}^{AlSi}	Vremenski trenutak dostizanja min. temp. nukleacije Al–Si eutektikuma
τ_{sol}	Vremenski trenutak dostizanja solidus temperature
τ_{IM}	Vreme trajanja početnog toplotnog impulsa
τ^+	Normalizovano vreme
τ_{TP}	Vremenska konstanta termopara
Ω	Dijagonalna matrica

∇	Hamiltonov (nabla) operator
$\hat{\square}$	Procenjena veličina
$\overline{\square}$	Matrica (vektor) sa početnim vrednostima
$\dot{\square}$	Prvi izvod po vremenu
$\vec{\square}$	Vektor
$\ \quad \ $	Euklidska norma
KPT	Koeficijent prenosa toplote
IPPT	Inverzni problem provođenja toplote
GTF	Gustina toplotnog fluksa
MKE	Metoda konačnih elemenata
MKR	Metoda konačnih razlika
MKZ	Metoda kontrolnih zapremina
TP	Termopar

9 Literatura

- [1] D.R. Gunasegaram, D.J. Farnsworth, T.T. Nguyen, Identification of critical factors affecting shrinkage porosity in permanent mold casting using numerical simulations based on design of experiments, *J. Mater. Process. Technol.* 209 (2009) 1209–1219. doi:10.1016/j.jmatprotec.2008.03.044.
- [2] Y. Kuang-Oscar, *Modeling for Casting and Solidification Processing*, Marcel dekker AG, 2002. <http://www.crcpress.com/product/isbn/9780824788810> (accessed May 21, 2014).
- [3] J.E. Spinelli, N. Cheung, P.R. Goulart, J.M.V. Quaresma, A. Garcia, Design of mechanical properties of Al-alloys chill castings based on the metal/mold interfacial heat transfer coefficient, *Int. J. Therm. Sci.* 51 (2012) 145–154. doi:10.1016/j.ijthermalsci.2011.08.014.
- [4] S.R. Robertson, E.F. Fascetta, An analytical technique for the determination of the thermal contact resistance between a solidifying metal and mold, *Metall. Trans. B.* 8 (1977) 619–624. doi:10.1007/BF02669339.
- [5] P.A. Kobryn, S.L. Semiatin, Determination of interface heat-transfer coefficients for permanent-mold casting of Ti-6Al-4V, *Metall. Mater. Trans. B.* 32 (2001) 685–695. doi:10.1007/s11663-001-0123-6.
- [6] A. Long, D. Thornhill, C. Armstrong, D. Watson, Determination of the heat transfer coefficient at the metal–die interface for high pressure die cast AlSi9Cu3Fe, *Appl. Therm. Eng.* 31 (2011) 3996–4006. doi:10.1016/j.applthermaleng.2011.07.052.
- [7] D. Moore, K. Mohler, X. Wan, R.D. Pehlke, Mandating IHTC through Casting Simulation, *Mod. Cast.* 95 (2005) 30–33.
- [8] J. Haipeng, L. Jiarong, Y. Jing, L. Shizhong, Study of Heat Transfer Coefficient Used in the Unidirectional Solidification Simulation Based on Orthogonal Design, *Rare Met. Mater. Eng.* 39 (2010) 767–770. doi:10.1016/S1875-5372(10)60098-7.
- [9] M.S. Dargusch, A. Hamasaiid, G. Dour, T. Loulou, C.J. Davidson, D.H. StJohn, The Accurate Determination of Heat Transfer Coefficient and its Evolution with Time During High Pressure Die Casting of Al-9 %Si-3 %Cu and Mg-9 %Al-1 %Zn Alloys, *Adv. Eng. Mater.* 9 (2007) 995–999. doi:10.1002/adem.200700189.
- [10] Y. Dong, K. Bu, Y. Dou, D. Zhang, Determination of interfacial heat-transfer coefficient during investment-casting process of single-crystal blades, *J. Mater. Process. Technol.* 211 (2011) 2123–2131. doi:10.1016/j.jmatprotec.2011.07.012.

- [11] I.L. Ferreira, J.E. Spinelli, J.C. Pires, A. Garcia, The effect of melt temperature profile on the transient metal/mold heat transfer coefficient during solidification, *Mater. Sci. Eng. A.* 408 (2005) 317–325. doi:10.1016/j.msea.2005.08.145.
- [12] H.M. Şahin, K. Kocatepe, R. Kayikci, N. Akar, Determination of unidirectional heat transfer coefficient during unsteady-state solidification at metal casting–chill interface, *Energy Convers. Manag.* 47 (2006) 19–34. doi:10.1016/j.enconman.2005.03.021.
- [13] C.A. Santos, C. a. Siqueira, A. Garcia, J.M.V. Quaresma, J. a. Spim, Metal–mold heat transfer coefficients during horizontal and vertical Unsteady-State solidification of Al–Cu and Sn–Pb Alloys, *Inverse Probl. Sci. Eng.* 12 (2004) 279–296. doi:10.1080/10682760310001598706.
- [14] T. Loulou, E.A. Artyukhin, J.P. Bardon, Estimation of thermal contact resistance during the first stages of metal solidification process: I—experiment principle and modelisation, *Int. J. Heat Mass Transf.* 42 (1999) 2119–2127. doi:10.1016/S0017-9310(98)00333-0.
- [15] K.A. Woodbury, ed., *Inverse Engineering Handbook*, CRC Press, Boca Raton, 2002.
- [16] M.N. Özisik, H.R.B. Orlande, *Inverse Heat Transfer: Fundamentals and Applications*, Taylor & Francis, New York, 2000.
- [17] D. Sui, Z. Cui, Application of orthogonal experimental design and Tikhonov regularization method for the identification of parameters in the casting solidification process, *Acta Metall. Sin. (English Lett.)* 22 (2009) 13–21. doi:10.1016/S1006-7191(08)60065-4.
- [18] D. SUI, Z. CUI, Regularized determination of interfacial heat transfer coefficient during ZL102 solidification process, *Trans. Nonferrous Met. Soc. China.* 18 (2008) 399–404. doi:10.1016/S1003-6326(08)60070-9.
- [19] J. V. Beck, Comparison of the iterative regularization and function specification algorithms for the inverse heat conduction problem, in: *Proc. 1st Int. Conf. Inverse Probl. Eng.*, Publ by ASME, 1993: pp. 23–30. <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-0027850915&partnerID=tZOtx3y1>.
- [20] J. Su, A.T. Chwang, Estimation of Heat Transfer Coefficient of Cryogen Spray Cooling with Alifanov’s Iterative Regularization Method, *Numer. Heat Transf. Part A Appl.* 51 (2007) 781–794. doi:10.1080/10407780600968577.
- [21] N. Ukrainczyk, Thermal diffusivity estimation using numerical inverse solution for 1D heat conduction, *Int. J. Heat Mass Transf.* 52 (2009) 5675–5681. doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2009.07.029.
- [22] J. V Beck, B. Blackwell, C.R. St. Clair Jr., *Inverse Heat Conduction: Ill-Posed Problems*, Wiley-Interscience, New York, 1985.

- [23] K.A. Woodbury, Q. Ke, A boundary Inverse Heat Conduction Problem with phase change for moisture-bearing porous medium, in: *Third Int. Conf. Inverse Probl. Eng.*, Port Ludlow, WA, USA, 1999: pp. 1–7. <http://www.me.ua.edu/3icipe/>.
- [24] R.G. Keanini, X. Ling, H.P. Cherukuri, A modified sequential function specification finite element-based method for parabolic inverse heat conduction problems, *Comput. Mech.* 36 (2005) 117–128. doi:10.1007/s00466-004-0644-3.
- [25] L. Zhang, L. Li, H. Ju, B. Zhu, Inverse identification of interfacial heat transfer coefficient between the casting and metal mold using neural network, *Energy Convers. Manag.* 51 (2010) 1898–1904. doi:10.1016/j.enconman.2010.02.020.
- [26] P. Dousti, a. a. Ranjbar, M. Famouri, a. Ghaderi, An inverse problem in estimation of interfacial heat transfer coefficient during two-dimensional solidification of Al 5%Wt-Si based on PSO, *Int. J. Numer. Methods Heat Fluid Flow.* 22 (2012) 473–490. doi:10.1108/09615531211215765.
- [27] J.M. Gutiérrez Cabeza, J.A. Martín García, A. Corz Rodríguez, A sequential algorithm of inverse heat conduction problems using singular value decomposition, *Int. J. Therm. Sci.* 44 (2005) 235–244. doi:10.1016/j.ijthermalsci.2004.06.009.
- [28] D. O'Mahoney, D.J. Browne, Use of experiment and an inverse method to study interface heat transfer during solidification in the investment casting process, *Exp. Therm. Fluid Sci.* 22 (2000) 111–122. doi:10.1016/S0894-1777(00)00014-5.
- [29] S. Das, A.J. Paul, Determination of interfacial heat transfer coefficients in casting and quenching using a solution technique for inverse problems based on the boundary element method, *Metall. Trans. B.* 24 (1993) 1077–1086. doi:10.1007/BF02660999.
- [30] M.J. Colaço, H.R.B. Orlande, G.S. Dulikravich, Inverse and optimization problems in heat transfer, *J. Brazilian Soc. Mech. Sci. Eng.* 28 (2006) 1–24. <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-33645326202&partnerID=tZOtx3y1>.
- [31] L. Zhu, G. Wang, H. Chen, Z. Luo, Inverse Estimation for Heat Flux Distribution at the Metal-Mold Interface Using Fuzzy Inference, *J. Heat Transfer.* 133 (2011) 081602. doi:10.1115/1.4003743.
- [32] H.-C. Sun, L.-S. Chao, An Investigation into the Effective Heat Transfer Coefficient in the Casting of Aluminum in a Green-Sand Mold, *Mater. Trans.* 50 (2009) 1396–1403. doi:10.2320/matertrans.MRA2008364.
- [33] H.-C. Sun, L.-S. Chao, Prediction of Interfacial Heat Transfer Coefficients by Using a Modified Lump Capacitance Method for Aluminum Casting in a Green Sand Mold, *ISIJ Int.* 47 (2007) 1753–1758.
- [34] M. Ganesa-Pillai, A. Haji-Sheikh, Critical evaluation of the Monte Carlo method for application to the Inverse Heat Conduction Problem, in: *Am. Soc. Mech. Eng. Heat Transf. Div. HTD*, ASME, 1998: pp. 95–108.

<http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-0032295411&partnerID=tZOtx3y1>.

- [35] A. Tarantola, *Inverse problem theory and methods for model parameter estimation*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 2005.
- [36] S. Chantasiriwan, Comparison of three sequential function specification algorithms for the inverse heat conduction problem, *Int. Commun. Heat Mass Transf.* 26 (1999) 115–124. doi:10.1016/S0735-1933(98)00127-4.
- [37] G. Dour, M.S. Dargusch, C.J. Davidson, Recommendations and guidelines for the performance of accurate heat transfer measurements in rapid forming processes, *Int. J. Heat Mass Transf.* 49 (2006) 1773–1789. doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2005.10.045.
- [38] G. Dour, M.S. Dargusch, C.J. Davidson, A. Nef, Development of a non-intrusive heat transfer coefficient gauge and its application to high pressure die casting, *J. Mater. Process. Technol.* 169 (2005) 223–233. doi:10.1016/j.jmatprotec.2005.03.026.
- [39] W.J. Minkowycz, E.M. Sparrow, J.Y. Murthy, eds., *Handbook of numerical heat transfer*, John Wiley & Sons, Inc, 2006.
- [40] J.-M. Bergheau, R. Fortunier, *Finite Element Simulation of Heat Transfer*, John Wiley & Sons, Inc., 2008.
- [41] N. Zabaras, Inverse finite element techniques for the analysis of solidification processes, *Int. J. Numer. Methods Eng.* 29 (1990) 1569–1587. <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-0025430243&partnerID=tZOtx3y1>.
- [42] G.G. Botte, J.A. Ritter, R.E. White, Comparison of finite difference and control volume methods for solving differential equations, *Comput. Chem. Eng.* 24 (2000) 2633–2654. doi:10.1016/S0098-1354(00)00619-0.
- [43] K. Ho, R.D. Pehlke, Transient methods for determination of metal–mold interfacial heat transfer, *AFS Trans.* 91 (1983) 689–698.
- [44] K. Ho, R.D. Pehlke, Mechanisms of heat Transfer at a Metal-Mold Interface, *AFS Trans.* 92 (1984) 587–598.
- [45] K. Ho, R.D. Pehlke, Metal-Mold interfacial heat transfer, *Metall. Trans. B.* 16 (1985) 585–594. doi:10.1007/BF02654857.
- [46] Y. Nishida, W. Droste, S. Engler, The air-gap formation process at the casting-mold interface and the heat transfer mechanism through the gap, *Metall. Trans. B.* 17 (1986) 833–844. doi:10.1007/BF02657147.
- [47] M. Trovant, *A boundary condition coupling strategy for the modeling of metal casting processe*, University of Toronto, 1998. <http://hdl.handle.net/1807/12316>.

- [48] S.A. Argyropoulos, N.J. Goudie, M. Trovant, The estimation of thermal resistance at various interfaces, in: N. El-Kaddah, C.G.C. Robertson, S.T. Johansen (Eds.), *Fluid Flow Phenom. Met. Process. Proc. 1999 TMS Annu. Meet.*, TMS (Warrendale, Pennsylvania), San Diego, 1999: pp. 535–542.
<http://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:THE+ESTIMATIO+N+OF+THERMAL+RESISTANCE+AT+VARIOUS+INTERFACES#0>.
- [49] M. Trovant, S.A. Argyropoulos, Finding boundary conditions: A coupling strategy for the modeling of metal casting processes: Part I. Experimental study and correlation development, *Metall. Mater. Trans. B.* 31 (2000) 75–86. doi:10.1007/s11663-000-0132-x.
- [50] M. Trovant, S.A. Argyropoulos, Finding boundary conditions: A coupling strategy for the modeling of metal casting processes: Part II. Numerical study and analysis, *Metall. Mater. Trans. B.* 31 (2000) 87–96. doi:10.1007/s11663-000-0133-9.
- [51] a. Lagerstedt, J. Kron, F. Yosef, H. Fredriksson, Measurements and modeling of air gap formation in iron-base alloys, *Mater. Sci. Eng. A.* 413-414 (2005) 44–51. doi:10.1016/j.msea.2005.08.165.
- [52] C.A. Muojekwu, I. V Samarasekera, J.K. Brimacombe, Heat transfer and microstructure during the early stages of metal solidification, *Metall. Mater. Trans. B.* 26 (1995) 361–382. doi:10.1007/BF02660979.
- [53] B.L. Coates, Heat transfer at the casting metal-mold interface during solidification, PhD thesis: University of Toronto, 2004.
- [54] B.L. Coates, S.A. Argyropoulos, The Effects of Surface Roughness and Metal Temperature on the Heat-Transfer Coefficient at the Metal Mold Interface, *Metall. Mater. Trans. B.* 38 (2007) 243–255. doi:10.1007/s11663-007-9020-y.
- [55] C.P. Hallam, W.D. Griffiths, A model of the interfacial heat-transfer coefficient for the aluminum gravity die-casting process, *Metall. Mater. Trans. B.* 35 (2004) 721–733. doi:10.1007/s11663-004-0012-x.
- [56] A. Hamasaiid, M.S. Dargusch, T. Loulou, G. Dour, A predictive model for the thermal contact resistance at liquid–solid interfaces: Analytical developments and validation, *Int. J. Therm. Sci.* 50 (2011) 1445–1459. doi:10.1016/j.ijthermalsci.2011.02.016.
- [57] T. Loulou, E.A. Artyukhin, J.P. Bardon, Estimation of thermal contract resistance during the first stages of metal solidification process: II—experimental setup and results, *Int. J. Heat Mass Transf.* 42 (1999) 2129–2142. doi:10.1016/S0017-9310(98)00338-X.
- [58] A. Fardi Ilkhchy, M. Jabbari, P. Davami, Effect of pressure on heat transfer coefficient at the metal/mold interface of A356 aluminum alloy, *Int. Commun. Heat Mass Transf.* 39 (2012) 705–712. doi:10.1016/j.icheatmasstransfer.2012.04.001.
- [59] A. Fardi Ilkhchy, N. Varahraam, P. Davami, EVALUATION OF PRESSURE EFFECT ON HEAT TRANSFER COEFFICIENT AT THE METAL- MOLD INTERFACE

FOR CASTING OF A356 AL ALLOY, Iran. J. Mater. Sci. Eng. 9 (2012) 11–20.
http://ijmse.iust.ac.ir/browse.php?a_code=A-10-127-8&slc_lang=en&sid=1.

- [60] S.M.H. Mirbagheri, Modelling of metal-mold interface resistance in the A356 Aluminium alloy casting process, *Commun. Numer. Methods Eng.* 23 (2006) 295–312. doi:10.1002/cnm.903.
- [61] S.M.H. Mirbagheri, M. Shrinparvar, A. Chirazi, Modeling of metallo-static pressure on the metal–mould interface thermal resistance in the casting process, *Mater. Des.* 28 (2007) 2106–2112. doi:10.1016/j.matdes.2006.05.030.
- [62] D.J. Browne, D. O’Mahoney, Interface heat transfer in investment casting of aluminum alloys, *Metall. Mater. Trans. A.* 32 (2001) 3055–3063. doi:10.1007/s11661-001-0180-0.
- [63] J.A. Sekhar, The sensitivity of the interface heat-transfer coefficient to pressure and fluid flow, *Metall. Mater. Trans. B.* 32 (2001) 1213–1215. doi:10.1007/s11663-001-0112-9.
- [64] S.A. Argyropoulos, H. Carletti, Comparisons of the Effects of Air and Helium on Heat Transfer at the Metal-Mold Interface, *Metall. Mater. Trans. B.* 39 (2008) 457–468. doi:10.1007/s11663-008-9143-9.
- [65] A. Prasad, I. Bainbridge, Experimental Determination of Heat Transfer Across the Metal/Mold Gap in a Direct Chill (DC) Casting Mold—Part I: Effect of Gap Size and Mold Gas Type, *Metall. Mater. Trans. A.* 44 (2012) 456–468. doi:10.1007/s11661-012-1330-2.
- [66] A. Prasad, I.F. Bainbridge, Experimental Determination of Heat Transfer Within the Metal/Mold Gap in a DC Casting Mold: Part II. Effect of Casting Metal, Mold Material, and Other Casting Parameters, *Metall. Mater. Trans. A.* (2013). doi:10.1007/s11661-013-1646-6.
- [67] A. Prasad, I. Bainbridge, Mould wall heat flow mechanism in a DC casting mould, in: S.J. Lindsay (Ed.), *Light Met.* 2011, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, USA, 2011: pp. 687–691. doi:10.1002/9781118061992.
- [68] C.A. Santos, J.M.V. Quaresma, A. Garcia, Determination of transient interfacial heat transfer coefficients in chill mold castings, *J. Alloys Compd.* 319 (2001) 174–186. doi:10.1016/S0925-8388(01)00904-5.
- [69] J.E. Spinelli, I.L. Ferreira, A. Garcia, Evaluation of heat transfer coefficients during upward and downward transient directional solidification of Al–Si alloys, *Struct. Multidiscip. Optim.* 31 (2006) 241–248. doi:10.1007/s00158-005-0562-9.
- [70] N. Cheung, I.L. Ferreira, M.M. Pariona, J.M.V. Quaresma, A. Garcia, Melt characteristics and solidification growth direction with respect to gravity affecting the interfacial heat transfer coefficient of chill castings, *Mater. Des.* 30 (2009) 3592–3601. doi:10.1016/j.matdes.2009.02.025.

- [71] G.-X. Wang, E.F. Matthys, Experimental determination of the interfacial heat transfer during cooling and solidification of molten metal droplets impacting on a metallic substrate: effect of roughness and superheat, *Int. J. Heat Mass Transf.* 45 (2002) 4967–4981. doi:10.1016/S0017-9310(02)00199-0.
- [72] K. Narayan Prabhu, B.N. Ravishankar, Effect of modification melt treatment on casting/chill interfacial heat transfer and electrical conductivity of Al–13% Si alloy, *Mater. Sci. Eng. A.* 360 (2003) 293–298. doi:10.1016/S0921-5093(03)00467-2.
- [73] G. Kumar, S. Hegde, K. Narayan Prabhu, Heat transfer and solidification behaviour of modified A357 alloy, *J. Mater. Process. Technol.* 182 (2007) 152–156. doi:10.1016/j.jmatprotec.2006.07.024.
- [74] E. Velasco, S. Valtierra, J.F. Mojica, J. Talamantes, S. Cano, R. Colas, Casting-chill interface heat transfer during solidification of an aluminum alloy, *Metall. Mater. Trans. B.* 30 (1999) 773–778. doi:10.1007/s11663-999-0039-0.
- [75] A. Hamasaiid, M.S. Dargusch, C.J. Davidson, S. Tovar, T. Loulou, F. Rezaï-Aria, et al., Effect of Mold Coating Materials and Thickness on Heat Transfer in Permanent Mold Casting of Aluminum Alloys, *Metall. Mater. Trans. A.* 38 (2007) 1303–1316. doi:10.1007/s11661-007-9145-2.
- [76] W.D. Griffiths, K. Kawai, The effect of increased pressure on interfacial heat transfer in the aluminium gravity die casting process, *J. Mater. Sci.* 45 (2010) 2330–2339. doi:10.1007/s10853-009-4198-9.
- [77] H.-S. KIM, I.-S. CHO, J.-S. SHIN, S.-M. LEE, B.-M. MOON, Solidification Parameters Dependent on Interfacial Heat Transfer Coefficient between Aluminum Casting and Copper Mold, *ISIJ Int.* 45 (2005) 192–198. doi:10.2355/isijinternational.45.192.
- [78] K. Narayan Prabhu, B. Chowdary, N. Venkataraman, Casting/Mold Thermal Contact Heat Transfer during Solidification of Al-Cu-Si Alloy (LM 21) Plates in Thick and Thin Molds, *J. Mater. Eng. Perform.* 14 (2005) 604–609. doi:10.1361/105994905X66015.
- [79] M. Gafur, M.N. Haque, K. Narayan Prabhu, Effect of chill thickness and superheat on casting/chill interfacial heat transfer during solidification of commercially pure aluminium, *J. Mater. Process. Technol.* 133 (2003) 257–265. doi:10.1016/S0924-0136(02)00459-4.
- [80] A. Meneghini, L. Tomesani, Chill material and size effects on HTC evolution in sand casting of aluminum alloys, *J. Mater. Process. Technol.* 162-163 (2005) 534–539. doi:10.1016/j.jmatprotec.2005.02.114.
- [81] W.D. Griffiths, K. Narayan Prabhu, C.P. Hallam, R. Kayikci, The deformation of the chill in experiments to determine the interfacial heat transfer coefficient during casting solidification, *Int. J. Cast Met. Res.* 15 (2003) 545–550.

- [82] G.S. Cellini, L. Tomesani, Metal head - dependent HTC in sand casting simulation of aluminium alloys, *J. Achiev. Mater. Manuf. Eng.* 29 (2008) 47–52. http://www.journalamme.org/papers_vol29_1/2916.pdf.
- [83] W.D. Griffiths, The heat-transfer coefficient during the unidirectional solidification of an Al-Si alloy casting, *Metall. Mater. Trans. B.* 30 (1999) 473–482. doi:10.1007/s11663-999-0081-y.
- [84] S. Dong, E. Niyama, K. Anza, Free Deformation of Initial Solid Shell of Fe-C Alloys, *ISIJ Int.* 35 (1995) 730–736.
- [85] S. Dong, E. Niyama, K. Anza, Direct observation of deformation of shell solidified at melt-chill contact, *Mater. Trans. JIM.* 35 (1994) 196–198.
- [86] S. Dong, E. Niyama, K. Anza, N. Matsumoto, Free deformation of the initial solid layer of some non-ferrous alloys, *Tetsu-To-Hagane, J. Iron Steel Inst. Japan.* 79 (1993) 1060–1066.
- [87] W.D. Griffiths, A model of the interfacial heat-transfer coefficient during unidirectional solidification of an aluminum alloy, *Metall. Mater. Trans. B.* 31 (2000) 285–295. doi:10.1007/s11663-000-0047-6.
- [88] W.D. Griffiths, Modelled heat transfer coefficients for Al–7 wt-%Si alloy castings unidirectionally solidified horizontally and vertically downwards, *Mater. Sci. Technol.* 16 (2000) 255–260. doi:10.1179/026708300101507802.
- [89] Jayananda, K.N. Prabhu, Assessment of Heat Transfer During Solidification of Al–22% Si Alloy by Inverse Analysis and Surface Roughness Based Predictive Model, *Trans. Indian Inst. Met.* 65 (2012) 539–543. doi:10.1007/s12666-012-0195-9.
- [90] A. Hamasaiid, G. Dour, T. Loulou, M.S. Dargusch, A predictive model for the evolution of the thermal conductance at the casting–die interfaces in high pressure die casting, *Int. J. Therm. Sci.* 49 (2010) 365–372. doi:10.1016/j.ijthermalsci.2009.07.014.
- [91] W.D. Griffiths, R. Kayikci, The effect of varying chill surface roughness on interfacial heat transfer during casting solidification, *J. Mater. Sci.* 42 (2007) 4036–4043. doi:10.1007/s10853-006-0388-x.
- [92] K. Narayan Prabhu, K.M. Suresha, Effect of Superheat, Mold, and Casting Materials on the Metal/Mold Interfacial Heat Transfer During Solidification in Graphite-Lined Permanent Molds, *J. Mater. Eng. Perform.* 13 (2004) 619–626. doi:10.1361/10599490420647.
- [93] R.W. Lewis, R.S. Ransing, A correlation to describe interfacial heat transfer during solidification simulation and its use in the optimal feeding design of castings, *Metall. Mater. Trans. B.* 29 (1998) 437–448. doi:10.1007/s11663-998-0122-y.
- [94] W. Zhang, G. Xie, D. Zhang, Application of an optimization method and experiment in inverse determination of interfacial heat transfer coefficients in the blade casting

- process, *Exp. Therm. Fluid Sci.* 34 (2010) 1068–1076.
doi:10.1016/j.expthermflusci.2010.03.009.
- [95] Z.-H. Lee, T. Kim, Y.-S. Choi, The movement of the concave casting surface during mushy-type solidification and its effect on the heat-transfer coefficient, *Metall. Mater. Trans. B.* 29 (1998) 1051–1056. doi:10.1007/s11663-998-0074-2.
- [96] F. Lau, W.B. Lee, S.M. Xiong, B.C. Liu, A study of the interfacial heat transfer between an iron casting and a metallic mould, *J. Mater. Process. Technol.* 79 (1998) 25–29. doi:10.1016/S0924-0136(97)00449-4.
- [97] E.N. Souza, N. Cheung, C.A. Santos, A. Garcia, The variation of the metal/mold heat transfer coefficient along the cross section of cylindrical shaped castings, *Inverse Probl. Sci. Eng.* 14 (2006) 467–481. doi:10.1080/17415970600573650.
- [98] H. JIN, J. LI, D. PAN, Application of inverse method to estimation of boundary conditions during investment casting simulation, *Acta Metall. Sin. (English Lett.)* 22 (2009) 429–434. doi:10.1016/S1006-7191(08)60119-2.
- [99] N.A. El-Mahallawy, A.M. Assar, Effect of melt superheat on heat transfer coefficient for aluminium solidifying against copper chill, *J. Mater. Sci.* 26 (1991) 1729–1733. doi:10.1007/BF00543594.
- [100] K. Narayan Prabhu, W.D. Griffiths, One-dimensional predictive model for estimation of interfacial heat transfer coefficient during solidification of cast iron in sand mould, *Mater. Sci. Technol.* 18 (2002) 804–810. doi:10.1179/026708302225003884.
- [101] Z.-P. Guo, S.-M. Xiong, B.-C. Liu, M. Li, J. Allison, Determination of the metal/die interfacial heat transfer coefficient and its application in evaluating the pressure distribution inside the casting during the high pressure die casting process, *Int. J. Cast Met. Res.* 22 (2009) 327–330. doi:10.1179/136404609X368109.
- [102] M.A. Martorano, J.D.T. Capocchi, Heat transfer coefficient at the metal–mould interface in the unidirectional solidification of Cu–8%Sn alloys, *Int. J. Heat Mass Transf.* 43 (2000) 2541–2552. doi:10.1016/S0017-9310(99)00298-7.
- [103] J. a. Hines, Determination of interfacial heat-transfer boundary conditions in an aluminum low-pressure permanent mold test casting, *Metall. Mater. Trans. B.* 35 (2004) 299–311. doi:10.1007/s11663-004-0031-7.
- [104] Z.-P. Guo, S.-M. Xiong, S. Cho, J. Choi, Heat Transfer between Casting and Die during High Pressure Die Casting Process of AM50 Alloy-Modeling and Experimental Results, *J. Mater. Sci. Technol.* 24 (2008) 131–135.
- [105] M.S. Dargusch, A. Hamasaaid, G. Dour, X. Yao, Measurements of heat losses during solidification of light metals, *Int. J. Mod. Phys. B.* 23 (2009) 802–807.
- [106] A. Hamasaaid, G. Dour, M.S. Dargusch, T. Loulou, C.J. Davidson, G. Savage, Heat-Transfer Coefficient and In-Cavity Pressure at the Casting-Die Interface during High-

- Pressure Die Casting of the Magnesium Alloy AZ91D, *Metall. Mater. Trans. A.* 39 (2008) 853–864. doi:10.1007/s11661-007-9452-7.
- [107] J.N. Silva, D.J. Moutinho, A.L. Moreira, I.L. Ferreira, O.L. Rocha, Determination of heat transfer coefficients at metal–mold interface during horizontal unsteady-state directional solidification of Sn–Pb alloys, *Mater. Chem. Phys.* 130 (2011) 179–185. doi:10.1016/j.matchemphys.2011.06.032.
- [108] Z. Jianhua, T. Jun, H. Qian, Interfacial heat-transfer between A356-aluminum alloy and metal mould, *China Foundry.* 6 (2009) 305–307. <http://doi.wiley.com/10.1111/j.1600-0404.1989.tb08022.x>.
- [109] a. Hamasaiid, G. Wang, C. Davidson, G. Dour, M.S. Dargusch, Interfacial Heat Transfer during Die Casting of an Al-Si-Cu Alloy, *Metall. Mater. Trans. A.* 40 (2009) 3056–3058. doi:10.1007/s11661-009-0048-2.
- [110] Z. Sun, H. Hu, X. Niu, Determination of heat transfer coefficients by extrapolation and numerical inverse methods in squeeze casting of magnesium alloy AM60, *J. Mater. Process. Technol.* 211 (2011) 1432–1440. doi:10.1016/j.jmatprotec.2011.03.014.
- [111] Y. Cao, Z. Guo, S. Xiong, Determination of the metal/die interfacial heat transfer coefficient of high pressure die cast B390 alloy, *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.* 33 (2012) 012010. doi:10.1088/1757-899X/33/1/012010.
- [112] Z.-P. Guo, S.-M. Xiong, S. Cho, J. Choi, Interfacial heat transfer coefficient between metal and die during high pressure die casting process of aluminum alloy, *Front. Mech. Eng. China.* 2 (2007) 283–287. doi:10.1007/s11465-007-0049-z.
- [113] Z.-P. Guo, S.-M. Xiong, B.-C. Liu, M. Li, J. Allison, Effect of Process Parameters, Casting Thickness, and Alloys on the Interfacial Heat-Transfer Coefficient in the High-Pressure Die-Casting Process, *Metall. Mater. Trans. A.* 39 (2008) 2896–2905. doi:10.1007/s11661-008-9640-0.
- [114] S.N. Kulkarni, K. Radhakrishna, Evaluation of metal–mould interfacial heat transfer during the solidification of aluminium–4.5% copper alloy castings cast in CO₂–sand moulds, *Mater. Sci.* 23 (2005) 821–838. http://www.materialscience.pwr.wroc.pl/bi/vol23no3/articles/ms_2005_009.pdf (accessed April 19, 2012).
- [115] N. Akar, H.M. Şahin, N. Yalçın, K. Kocatepe, EXPERIMENTAL STUDY ON THE EFFECT OF LIQUID METAL SUPERHEAT AND CASTING HEIGHT ON INTERFACIAL HEAT TRANSFER COEFFICIENT, *Exp. Heat Transf.* 21 (2008) 83–98. doi:10.1080/08916150701647785.
- [116] M.A. Taha, N.A. El-Mahallawy, M.T. El-Mestekawi, A.A. Hassan, Estimation of air gap and heat transfer coefficient at different faces of Al and Al-Si castings solidifying in permanent mould, *Mater. Sci. Technol.* 17 (2001) 1093–1101. <http://www.ingentaconnect.com/content/maney/mst/2001/00000017/00000009/art00011> (accessed April 18, 2012).

- [117] A.M. Assar, Mould surface roughness and interfacial heat transfer using heat flow model, *Mater. Sci. Technol.* 13 (1997) 702–704.
<http://www.ingentaconnect.com/content/maney/mst/1997/00000013/00000008/art00013>.
- [118] C. Sheehy, D. Bouchard, A. Charette, Process Parameters and Modeling Features Affecting Interfacial Heat Transfer Coefficients in the Casting of a Semi-Solid 357 Aluminum Alloy, in: 2011 Die Cast. Congr. Tabletop, Columbus, OH, USA, n.d.
- [119] J.T. Anderson, D.T. Gethin, R.W. Lewis, J.T. Cross, Experimental investigation and finite element modelling in gravity die casting, *Proc. Inst. Mech. Eng. Part B J. Eng. Manuf.* 211 (1997) 93–107. doi:10.1243/0954405971516103.
- [120] A. V. Reddy, C. Beckermann, MEASUREMENTS OF METAL-MOLD INTERFACIAL HEAT TRANSFER COEFFICIENTS DURING SOLIDIFICATION OF Sn AND Sn-Pb ALLOYS, *Exp. Heat Transf.* 6 (1993) 111–129.
 doi:10.1080/08916159308946449.
- [121] R.W. Lewis, R.S. Ransing, The optimal design of interfacial heat transfer coefficients via a thermal stress model, *Finite Elem. Anal. Des.* 34 (2000) 193–209.
 doi:10.1016/S0168-874X(99)00038-4.
- [122] T.S.P. Kumar, H.C. Kamath, Estimation of multiple heat-flux components at the metal/mold interface in bar and plate aluminum alloy castings, *Metall. Mater. Trans. B.* 35 (2004) 575–585. doi:10.1007/s11663-004-0056-y.
- [123] S.M.H. Mirbagheri, Modeling of effect of the ferrous chills and pressure on the heat transfer coefficient in metal-reheated chill interface, *Mater. Lett.* 62 (2008) 824–827.
 doi:10.1016/j.matlet.2007.06.069.
- [124] M.A. Taha, N.A. El-Mahallawy, A.-W.M. Assar, R.M. Hammouda, Effect of melt superheat and chill material on interfacial heat-transfer coefficient in end-chill Al and Al-Cu alloy castings, *J. Mater. Sci.* 27 (1992) 3467–3473. doi:10.1007/BF01151821.
- [125] S.N. Kulkarni, K. Radhakrishna, Prediction of solidification time during solidification of aluminum base alloy castings cast in CO₂-sand mold, *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* 34 (2006) 1098–1110. doi:10.1007/s00170-006-0671-7.
- [126] S.N. Kulkarni, K. Radhakrishna, Computation of solidification of Al-4.5% Cu alloy casting cast in CO₂-sand mould, *Proc. Inst. Mech. Eng. Part B J. Eng. Manuf.* 220 (2006) 1117–1129. doi:10.1243/09544054JEM286.
- [127] M.M. a. Rafique, J. Iqbal, Modeling and simulation of heat transfer phenomena during investment casting, *Int. J. Heat Mass Transf.* 52 (2009) 2132–2139.
 doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2008.11.007.
- [128] M. Chiumenti, C. Agelet de Saracibar, M. Cervera, On the Numerical Modeling of the Thermomechanical Contact for Metal Casting Analysis, *J. Heat Transfer.* 130 (2008) 061301. doi:10.1115/1.2897923.

- [129] O. M. Haddad, M. Al-Nimr, M. Silieti, THE EFFECT OF THE GAS-GAP FORMATION DUE TO SHRINKAGE ON THE RATE OF HEAT TRANSFER DURING SOLIDIFICATION, *Numer. Heat Transf. Part A Appl.* 40 (2001) 887–900. doi:10.1080/104077801753344321.
- [130] C.E. Bates, W.D. Scott, DECOMPOSITION OF RESIN BINDERS AND THE RELATIONSHIP BETWEEN GASES FORMED AND THE CASTING SURFACE QUALITY - 2. GRAY IRON., *Trans Am Foundrymen's Soc.* 84 (1977) 793–804, 821. <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-0017783563&partnerID=tZOtx3y1>.
- [131] G. Samuels, C. Beckermann, Measurement of gas evolution from PUNB bonded sand as a function of temperature, *Int. J. Met.* 6 (2012) 23–40. <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-84862002041&partnerID=tZOtx3y1>.
- [132] J. Campbell, *Complete Casting Handbook: Metal Casting Processes, Techniques and Design*, Butterworth-Heinemann, 2011.
- [133] M.L.D. Wong, W.K.S. Pao, A genetic algorithm for optimizing gravity die casting's heat transfer coefficients, *Expert Syst. Appl.* 38 (2011) 7076–7080. doi:10.1016/j.eswa.2010.12.063.
- [134] C.H. Konrad, M. Brunner, K. Kyrgyzbaev, R. Völkl, U. Glatzel, Determination of heat transfer coefficient and ceramic mold material parameters for alloy IN738LC investment castings, *J. Mater. Process. Technol.* 211 (2011) 181–186. doi:10.1016/j.jmatprotec.2010.08.031.
- [135] S. Arunkumar, K.V. Sreenivas Rao, T.S. Prasanna Kumar, Spatial variation of heat flux at the metal–mold interface due to mold filling effects in gravity die-casting, *Int. J. Heat Mass Transf.* 51 (2008) 2676–2685. doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2007.10.020.
- [136] *Manual on The use of thermocouples in temperature measurement*, Fourth edi, American Society for Testing & Materials, 1993.
- [137] B. Sundqvist, Thermal diffusivity and thermal conductivity of Chromel, Alumel, and Constantan in the range 100–450 K, *J. Appl. Phys.* 72 (1992) 539. doi:10.1063/1.351885.
- [138] P.R.N. Childs, *Practical temperature measurement*, Butterworth-Heinemann, Oxford, 2001.
- [139] A. Emery, T. Fadale, The Effect of Imprecisions in Thermal Sensor Location and Boundary Conditions on Optimal Sensor Location and Experimental Accuracy, *J. Heat Transf. Trans. ASME.* 119 (1997) 661–665.
- [140] X. Ling, S.N. Atluri, Stability analysis for inverse heat conduction problems, *C. - Comput. Model. Eng. Sci.* 13 (2006) 219–228.

<http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-33744990423&partnerID=tZOtx3y1>.

- [141] M.H. Attia, L. Kops, Distortion in thermal field around inserted thermocouples in experimental interfacial studies--part II: Effect of the heat flow through the thermocouple., *J. Eng. Ind.* 110 (1988) 7–14.
- [142] D.I. Li, M.A. Wells, Effect of subsurface thermocouple installation on the discrepancy of the measured thermal history and predicted surface heat flux during a quench operation, *Metall. Mater. Trans. B.* 36 (2005) 343–354. doi:10.1007/s11663-005-0064-6.
- [143] J.V. Nicholas, D.R. White, *Traceable Temperatures, An Introduction to Temperature Measurement and Calibration*, John Wiley & Sons Ltd, Chichester, 2001.
- [144] M. Vončina, S. Kores, P. Mrvar, J. Medved, Solidification and precipitation behaviour in the AlSi9Cu3 alloy with various Ce additions, *Mater. Tehnol.* 45 (2011) 549–554. <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-84860716531&partnerID=tZOtx3y1>.
- [145] Z. Brodarac, N. Dolic, F. Unkic, Influence of copper content on microstructure development of AlSi9Cu3 alloy, *J. Min. Metall. Sect. B Metall.* 50 (2014) 53–60. doi:10.2298/JMMB130125009B.
- [146] M. Steinacher, F. Zupanič, M. Petrič, P. Mrvar, Effect of AlTi5B1 and AlSr10 additions on the fluidity of the AlSi9Cu3 alloy, *Mater. Tehnol.* 48 (2014) 917–921. <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-84920935642&partnerID=tZOtx3y1>.
- [147] M.B. Djurdjevic, I. Vicario, Description of hypoeutectic Al-Si-Cu alloys based on their known chemical compositions, *Rev. Metal.* 49 (2013) 340–350. doi:10.3989/revmetalm.1238.
- [148] M. Malekan, S.G. Shabestari, Computer-aided cooling curve thermal analysis used to predict the quality of aluminum alloys, *J. Therm. Anal. Calorim.* 103 (2010) 453–458. doi:10.1007/s10973-010-1023-2.
- [149] S. Farahany, A. Ourdjini, M.H. Idris, S.G. Shabestari, Computer-aided cooling curve thermal analysis of near eutectic Al-Si-Cu-Fe alloy: Effect of silicon modifier/refiner and solidification conditions on the nucleation and growth of dendrites, *J. Therm. Anal. Calorim.* 114 (2013) 705–717. doi:10.1007/s10973-013-3005-7.
- [150] M.B. Djurdjevic, I. Vicario, G. Huber, Review of thermal analysis applications in aluminium casting plants, *Rev. Metal.* 50 (2014) e004. doi:10.3989/revmetalm.004.
- [151] D.G. Ibarra, *Control of grain refinement of Al-Si alloys by thermal analysis*, McGill University, Montreal, Canada, 1999.
- [152] H. Kaufmann, W. Fragner, P.J. Uggowitzer, Influence of variations in alloy composition on castability and process stability. Part 1: Gravity and pressure casting

- processes, *Int. J. Cast Met. Res.* 18 (2005) 273–278.
doi:10.1179/136404605225023054.
- [153] D. Emadi, L. Whiting, M. Djurdjevic, W.T. Kierkus, J.H. Sokolowski, Comparison of newtonian and fourier thermal analysis techniques for calculation of latent heat and solid fraction of aluminum alloys, *Metal. - J. Metall.* 10 (2004) 91–106.
- [154] R. Paunović, R. Omorjan, *Osnovi inženjerske statistike*, Tehnološki fakultet, Novi Sad, 2009.
- [155] C. Zaiontz, *Real Statistics Using Excel*, (2015). <http://www.real-statistics.com/> (accessed April 9, 2015).
- [156] J.W. Woolley, K. a. Woodbury, Thermocouple Data in the Inverse Heat Conduction Problem, *Heat Transf. Eng.* 32 (2011) 811–825. doi:10.1080/01457632.2011.525468.
- [157] J.W. Weathers, Combining the matrix transform method with three-dimensional finite element modeling to estimate the interfacial heat transfer coefficient corresponding to various mold coatings, Mississippi State University, 2005.
<http://proquest.umi.com/pqdlink?did=932425361&Fmt=7&clientId=79356&RQT=309&VName=PQD>.
- [158] S.N. Kulkarni, K. Radhakrishna, Thermal Behaviour of Hollow Castings Cast In Co2-Sand Moulds by Using Finite Element Method Technique, *Int. J. Des. Manuf. Technol.* 3 (2009) 51–58.
- [159] S.N. Kulkarni, K. Radhakrishna, Prediction of Solidification Time of Cylindrical Hollow Casting Cast In Co2-Sand Moulds by Using Fem Technique, *Int. J. Mater. Sci.* 2 (2007) 137–152. <http://www.ripublication.com/Volume/ijomsv2n2.htm>.
- [160] K.R. Ravi, R.M. Pillai, K.R. Amaranathan, B.C. Pai, M. Chakraborty, Fluidity of aluminum alloys and composites: A review, *J. Alloys Compd.* 456 (2008) 201–210. doi:10.1016/j.jallcom.2007.02.038.
- [161] M. Tiryakioglu, D.R. Askeland, C.W. Ramsey, Relationship between metal fluidity and optimum pouring time: a literature review, *AFS Trans.* 101 (1993) 685–691.
- [162] M. Bahrami, J.R. Culham, M.M. Yananovich, G.E. Schneider, Review of Thermal Joint Resistance Models for Nonconforming Rough Surfaces, *Appl. Mech. Rev.* 59 (2006) 1. doi:10.1115/1.2110231.
- [163] J. Goicoechea, C. Garcia-Cordovilla, E. Louis, A. Pamies, Surface tension of binary and ternary aluminium alloys of the systems Al-Si-Mg and Al-Zn-Mg, *J. Mater. Sci.* 27 (1992) 5247–5252. doi:10.1007/BF00553399.
- [164] N. Sobczak, R. Asthana, W. Radziwiłł, R. Nowak, A. Kudyba, The role of aluminium oxidation in the wetting-bonding relationship of Al/oxide couples, *Arch. Metall. Mater.* 52 (2007) 55–65. <https://www.infona.pl/resource/bwmeta1.element.baztech-article-BSW3-0029-0008>.

- [165] N. Sobczak, J. Sobczak, R. Asthana, R. Purgert, The mystery of molten metal, *China Foundry*. 7 (2010) 425–443.
- [166] R. Rajaraman, R. Velraj, Comparison of interfacial heat transfer coefficient estimated by two different techniques during solidification of cylindrical aluminum alloy casting, *Heat Mass Transf.* 44 (2007) 1025–1034. doi:10.1007/s00231-007-0335-7.
- [167] C.E. Birchenall, A.J. Harrison, S.N. Balart, Determination of density changes during melting by X-ray absorption, *Metall. Trans. A*. 11 (1980) 1213–1218. doi:10.1007/BF02668145.
- [168] V.I. Nizhenko, Enthalpy of mixing and excess volume of binary metallic melts of eutectic systems, *Powder Metall. Met. Ceram.* 42 (2003) 278–284. doi:10.1023/A:1025771629603.
- [169] T. Magnusson, L. Arnberg, Density and solidification shrinkage of hypoeutectic aluminum-silicon alloys, *Metall. Mater. Trans. A Phys. Metall. Mater. Sci.* 32 (2001) 2605–2613. <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-0035485259&partnerID=tZOtx3y1>.
- [170] D.G. Eskin, *Physical Metallurgy of Direct Chill Casting of Aluminum Alloys*, CRC Press, Taylor & Francis Group, LLC, 2008.
- [171] L. Zhang, D.G. Eskin, M. Lalpoor, L. Katgerman, Factors affecting thermal contraction behavior of an AA7050 alloy, *Mater. Sci. Eng. A*. 527 (2010) 3264–3270. doi:10.1016/j.msea.2010.02.005.
- [172] D.G. Eskin, Suyitno, J.F. Mooney, L. Katgerman, Contraction of aluminum alloys during and after solidification, *Metall. Mater. Trans. A Phys. Metall. Mater. Sci.* 35 A (2004) 1325–1335. <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-2542499861&partnerID=tZOtx3y1>.
- [173] J. Mutwil, K. Kujawa, P. Marczewski, P. Michajłow, Influence of silicon concentration on linear contraction process of Al-Si binary alloy, *Arch. Foundry Eng.* 8 (2008) 141–148.
- [174] M. Lalpoor, *Study of Cold Cracking during DC-casting of High Strength Aluminum Alloys*, Delft University of Technology, Netherlands, 2010.
- [175] Suyitno, *Hot tearing and deformation in direct-chill casting of aluminum alloys*, Delft University of Technology, Netherlands, 2005.
- [176] V. Zolotarevsky, N. Belov, M. Glazoff, *Casting Aluminum Alloys*, Elsevier, Ltd, 2007.
- [177] L. Engineers Edge, *Thermal Conductivity of Gases Chart*, (2000). http://www.engineersedge.com/heat_transfer/thermal-conductivity-gases.htm (accessed January 1, 2015).

10 Prilozi

10.1 Postupak kalupovanja odlivaka oblika ploče sa zadebljanjima

1. Postavljanje kalupnice na ravnu površinu stola.
2. Sklapanje delova modela u jednu celinu i njihovo postavljanje u osu kalupnice.
3. Popunjavanje kalupnice modelnom mešavinom i njeno blago sabijanje i ravnanje.
4. Veoma kratko produvanje mešavine sa CO₂ gasom na mestu fiksiranja sklopa termoparova. Ova lokacija se nalazi na sredini kalupa udaljena oko 40 – 50 mm od modela.
5. Pozicioniranje termoparova kalupa i njihovo fiksiranje pomoću spajalica.



Slika 90: Izgled kalupa nakon postavljanja termoparova.

6. Merenje udaljenosti termoparova od modela
7. Pažljivo nanošenje mešavine preko termoparova i izrada podeone ravni kalupa.
8. Produvanje kompletne mešavine sa CO₂ gasom.



Slika 91: Izgled kalupa nakon završetka izrade podeone ravni.

9. Postavljanje gornje kalupnice i njeno fiksiranje pomoću navrtki i vijaka (koji ujedno služe i kao vođice).
10. Ispuna kalupa mešavinom, njeno blago sabijanje.
11. Ravnanje vrha kalupa i produvanje mešavine sa CO₂ gasom.

12. Vađenje bočnih slobodnih delova modela.
13. Postavljanje kalupa na bok i vađenje donjeg slobodnog dela modela.
14. Vraćanje kalupa u normalan položaj i vađenje osnovnog tela modela (ploče).
15. Postepena izrada proširenja na vrhu kalupne šupljine koje će služiti za formiranje gornjeg zadebljanja odlivka. Proširenje se izrađuje recipročnim linearnim kretanjem šablona po vodičama.



Slika 92: Izrada proširenja na vrhu kalupa pomoću šablona.

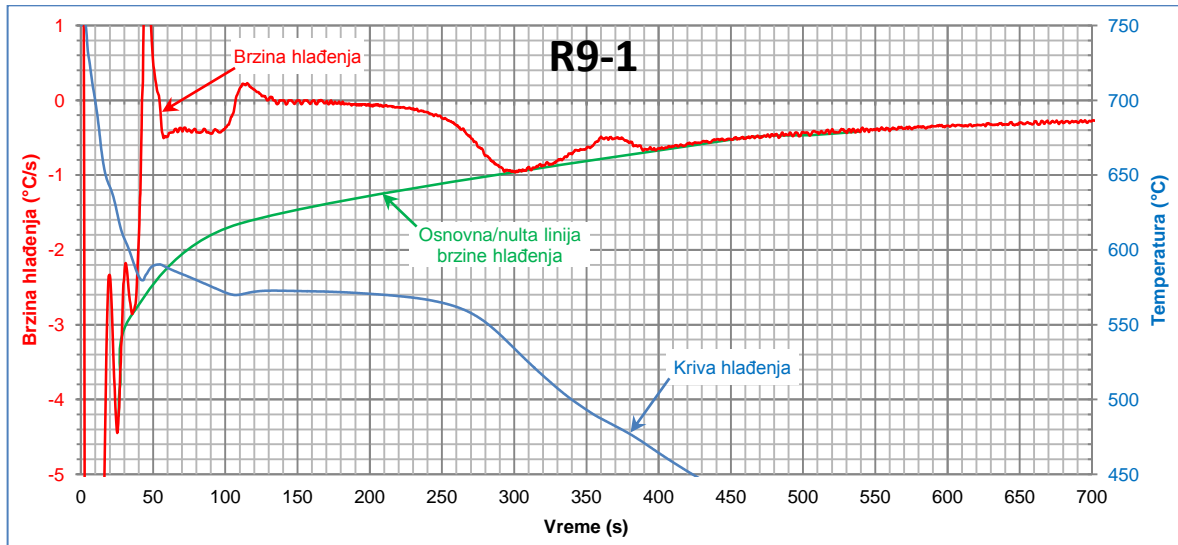
16. Pažljivo prođuvavanje kalupne šupljine kako bi se uklonila zrna peska koja su se eventualno „zalepila“ na površinu tokom izrade proširenja.
17. Rastavljanje kalupa i postavljanje termopara u odlivku.
18. Sklapanje i obeležavanje kalupa.
19. Prilikom ulivanja ovako napravljen kalup se postavlja na veći, potpuno ravan bentonitni kalup koji je meko sabijen. Prilikom postavljanja kalup se utisne u bentonit čime se spečava da liv procuri na donjoj površini.

10.2 Izmerene udaljenosti termoparova od površine odlivka

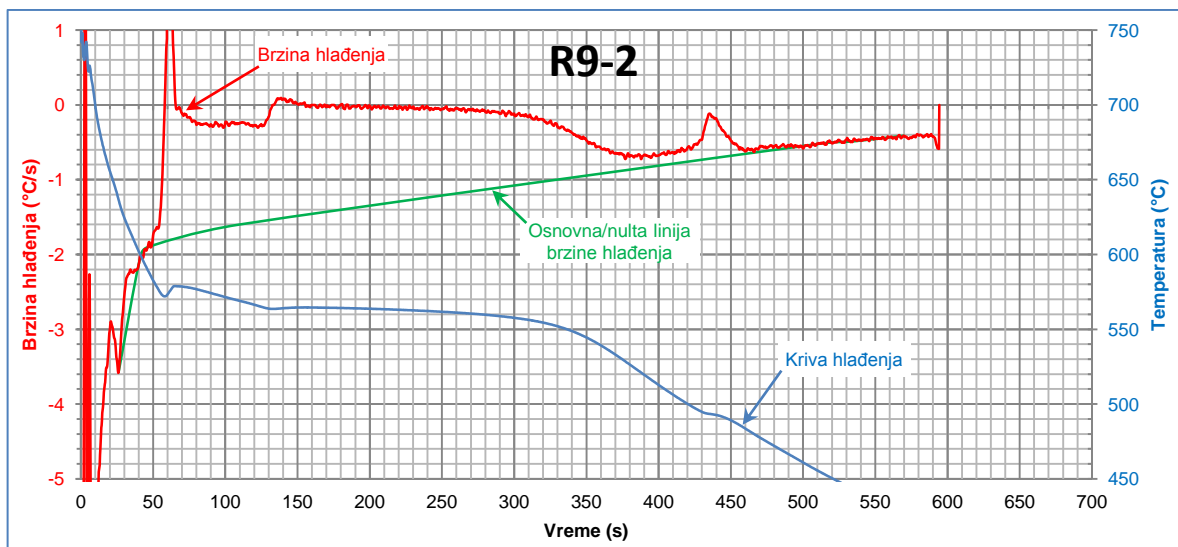
Tabela 16: Srednje vrednosti udaljenosti termoparova od površine odlivka. Termoparovi korišćeni za proračun KPT-a u konkretnom eksperimentu su podvučeni.

Oznaka merenja	x_1 (mm)	x_2 (mm)	x_3 (mm)	x_4 (mm)	Napomena
R9-1	<u>0,956</u>	<u>2,100</u>	<u>3,388</u>	-	
R9-2	<u>0,861</u>	<u>2,223</u>	<u>3,945</u>	-	
R9-3	<u>0,916</u>	<u>2,274</u>	<u>3,473</u>	<u>5,201</u>	
R9-4	<u>1,455</u>	<u>2,279</u>	<u>3,547</u>	<u>4,579</u>	
R9-5	<u>1,189</u>	<u>2,158</u>	<u>3,581</u>	<u>4,768</u>	
Z9-1	<u>0,720</u>	<u>2,285</u>	<u>3,333</u>	<u>5,258</u>	Neuspešno merenje nakon ulivanja
Z9-2	<u>1,724</u>	<u>2,877</u>	<u>3,889</u>	<u>4,459</u>	Neuspešno merenje nakon ulivanja
Z9-3	<u>1,101</u>	<u>2,464</u>	<u>3,762</u>	<u>4,784</u>	
Z9-4	<u>1,363</u>	<u>2,398</u>	<u>3,263</u>	<u>4,715</u>	Neuspešno merenje nakon ulivanja
Z9-5	<u>1,250</u>	<u>2,608</u>	<u>3,249</u>	<u>4,749</u>	Neuspešno merenje pre ulivanja
Z12-1	<u>1,765</u>	<u>2,330</u>	<u>4,593</u>	<u>6,154</u>	Neuspešno merenje nakon ulivanja
Z12-2	<u>1,758</u>	<u>2,897</u>	<u>3,979</u>	<u>4,717</u>	
Z12-3	<u>1,475</u>	<u>4,398</u>	<u>7,712</u>	<u>9,364</u>	
Z12-4	<u>1,146</u>	<u>2,503</u>	<u>5,941</u>	<u>6,971</u>	Neuspešno merenje nakon ulivanja
Z12-5	<u>2,325</u>	<u>3,217</u>	<u>3,949</u>	<u>4,66</u>	

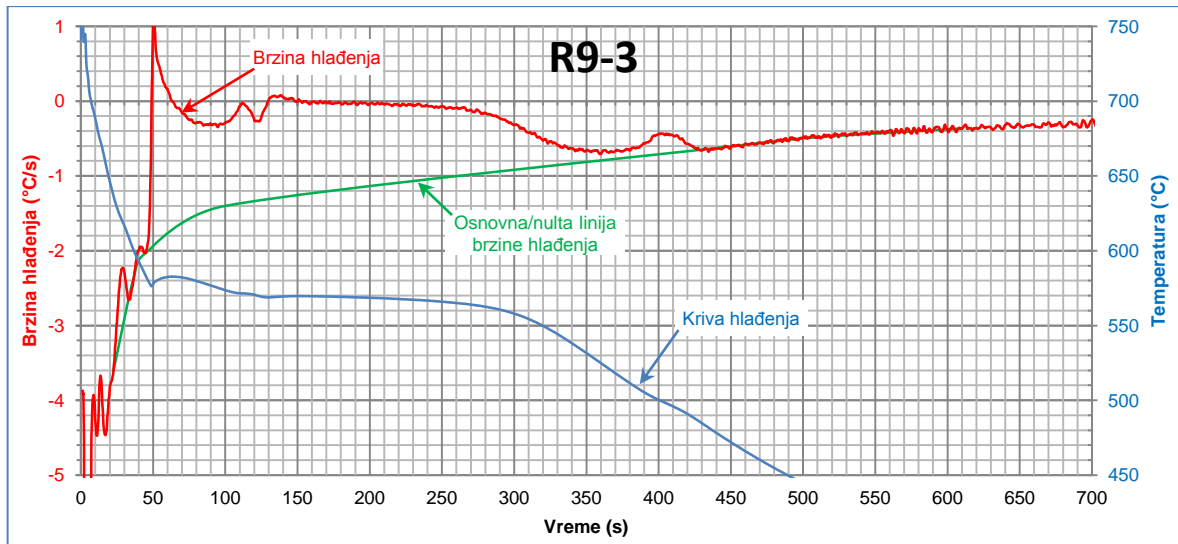
10.3 Termička analiza krivi hlađenja odlivka



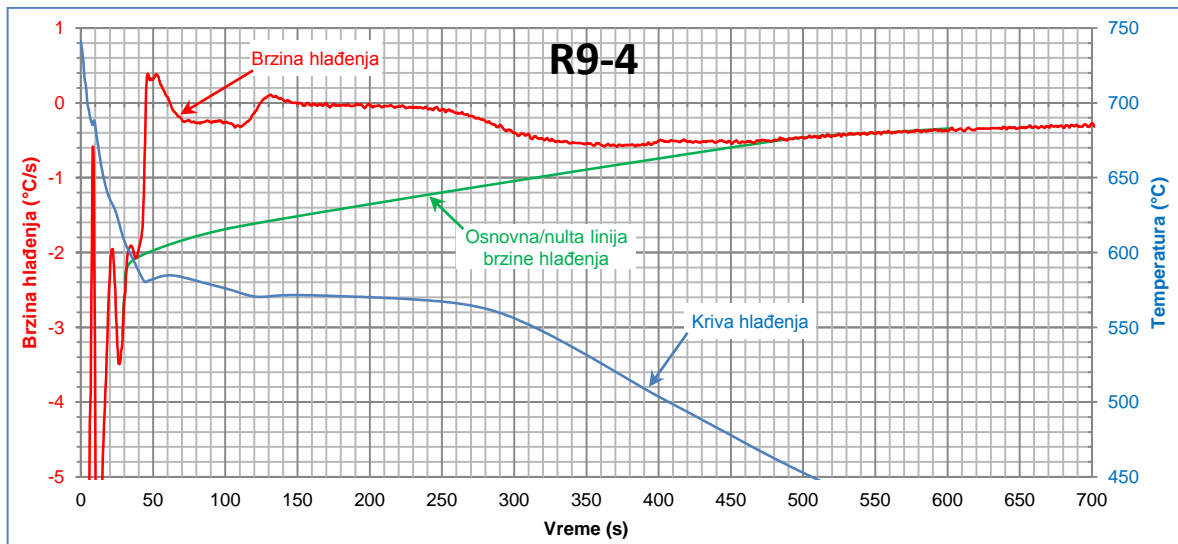
Slika 93: Brzina hlađenja odlivka R9-1.



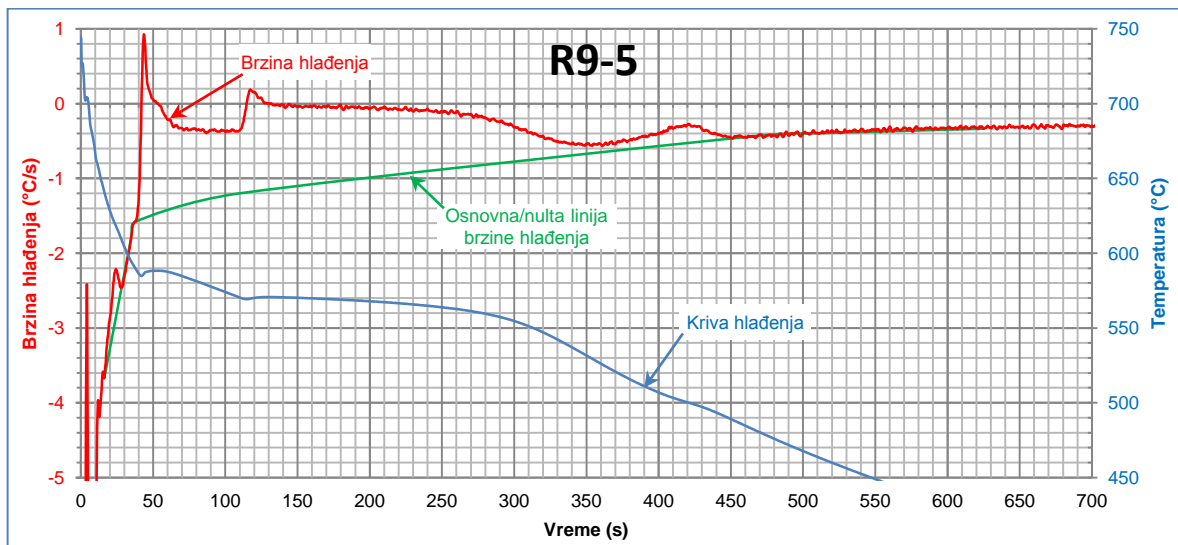
Slika 94: Brzina hlađenja odlivka R9-2.



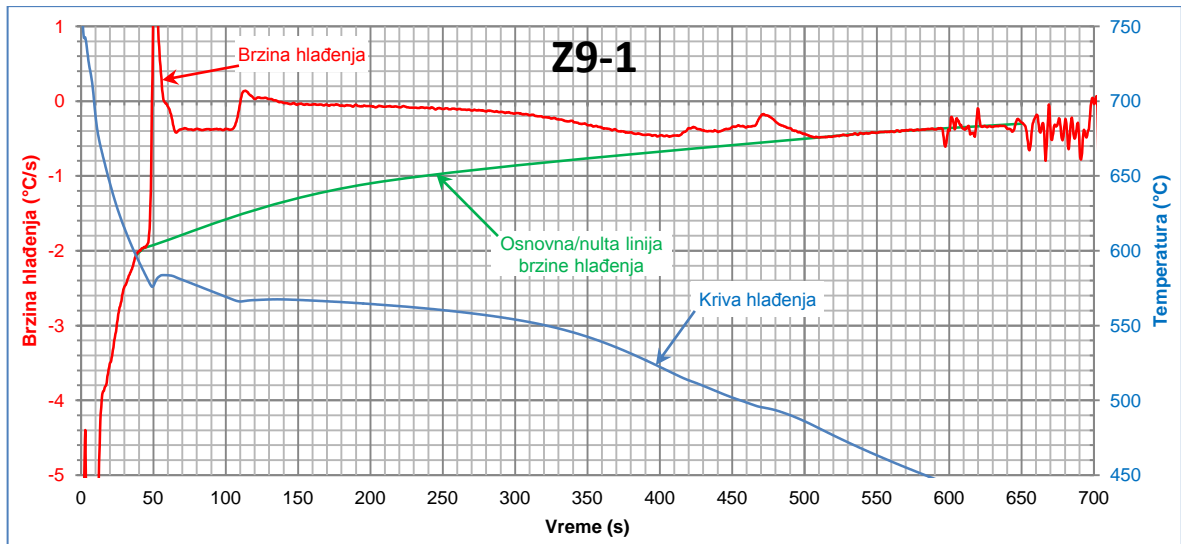
Slika 95: Brzina hlađenja odlivka R9-3.



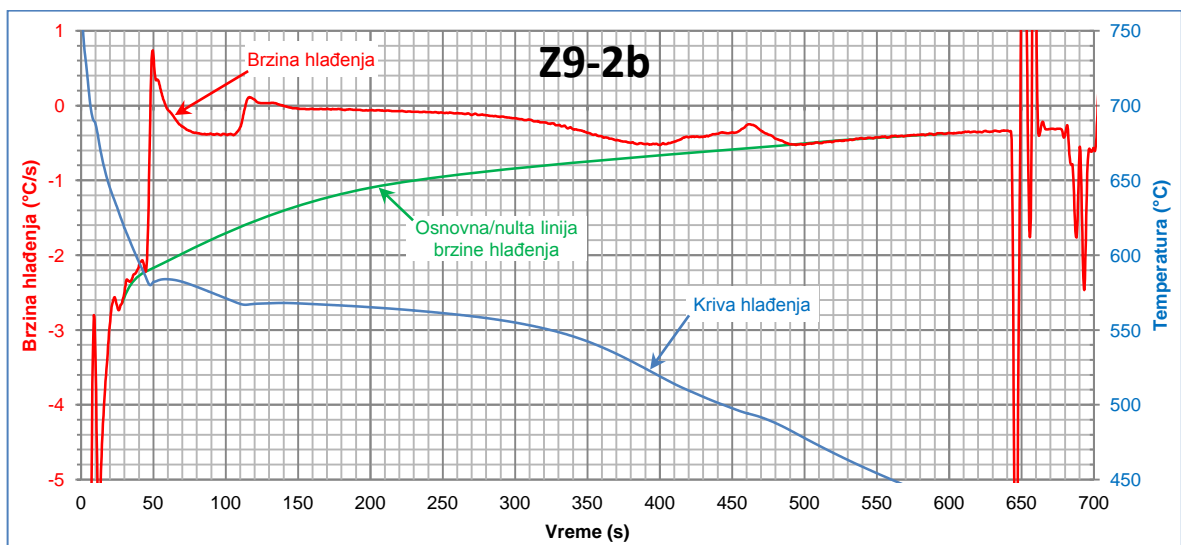
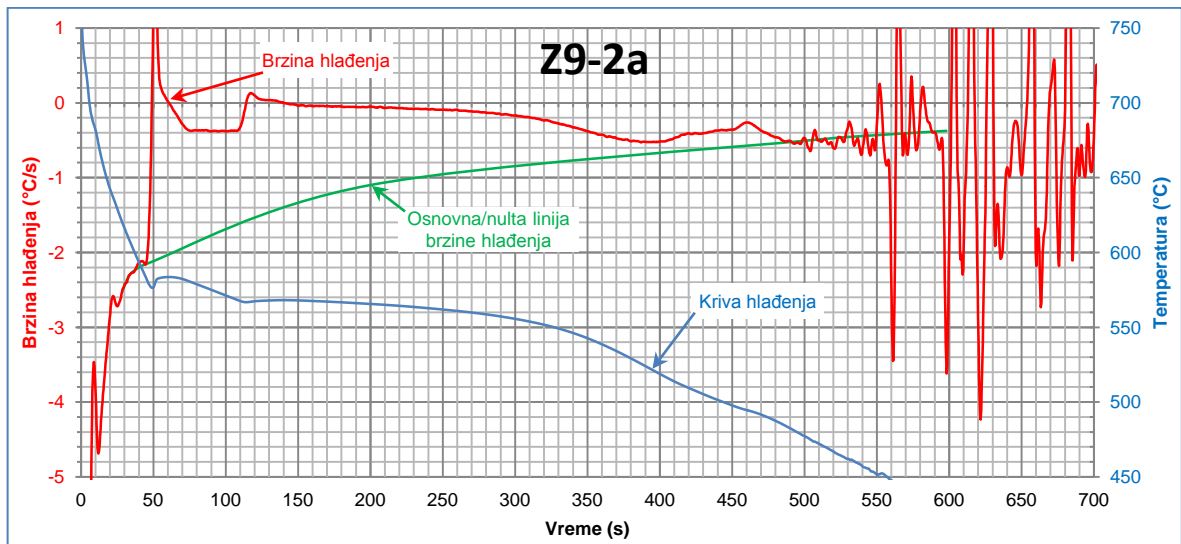
Slika 96: Brzina hlađenja odlivka R9-4.



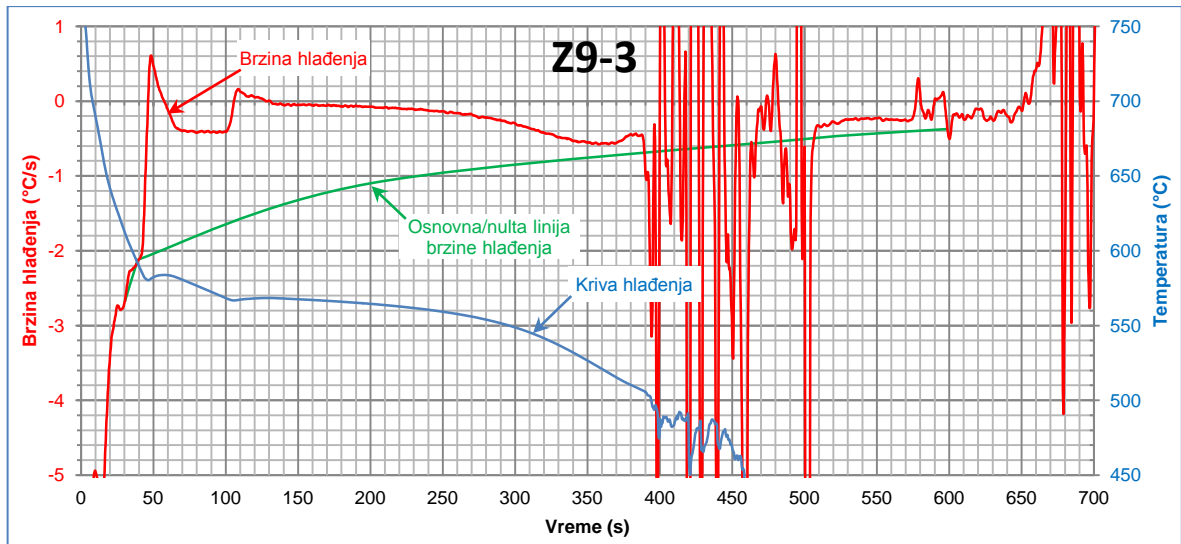
Slika 97: Brzina hlađenja odlivka R9-5.



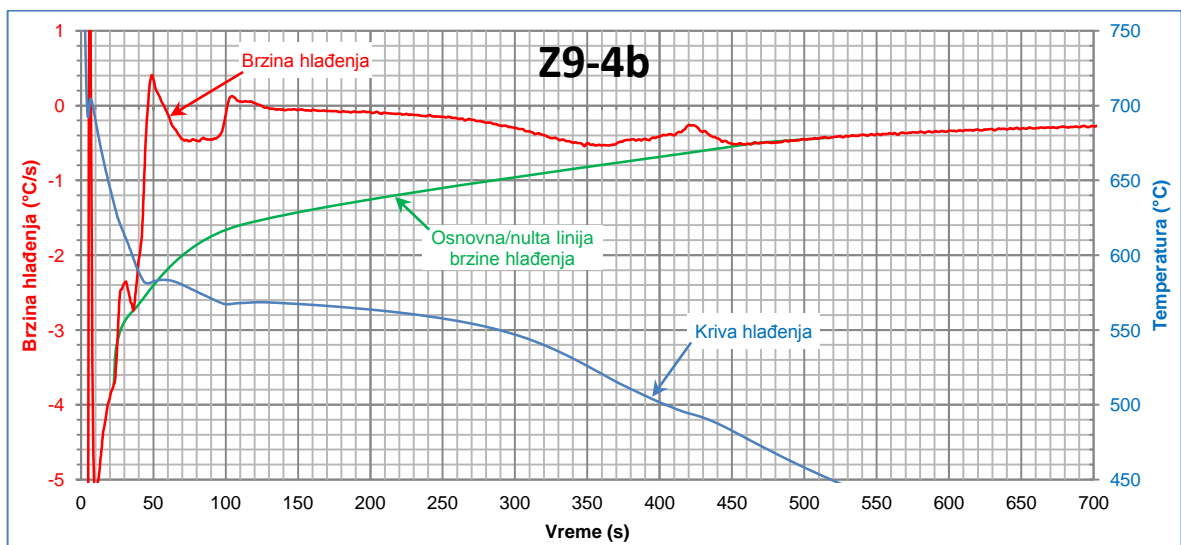
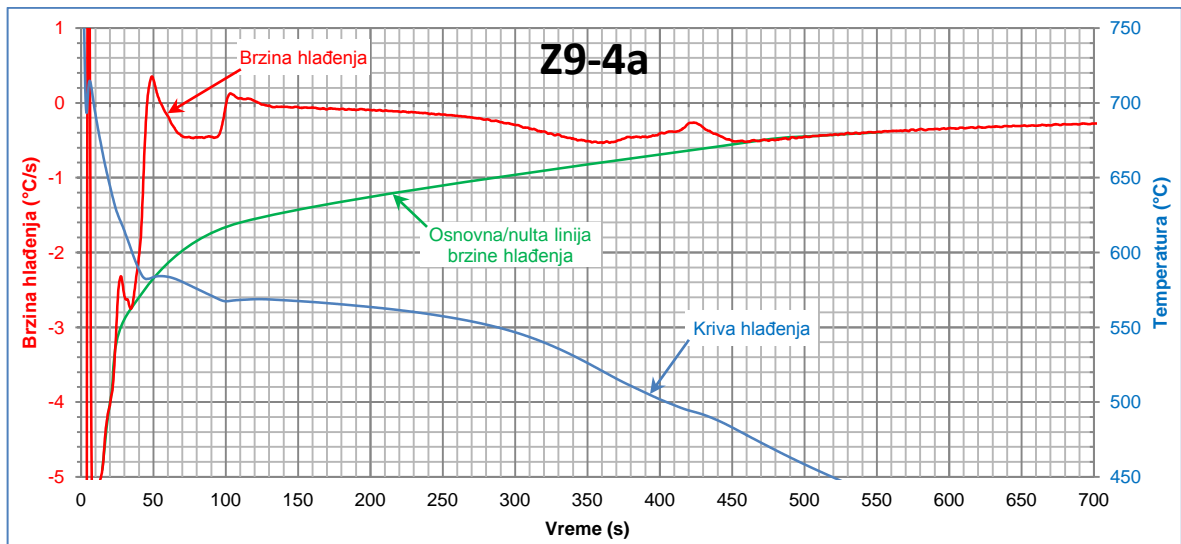
Slika 98: Brzina hlađenja odlivka Z9-1.



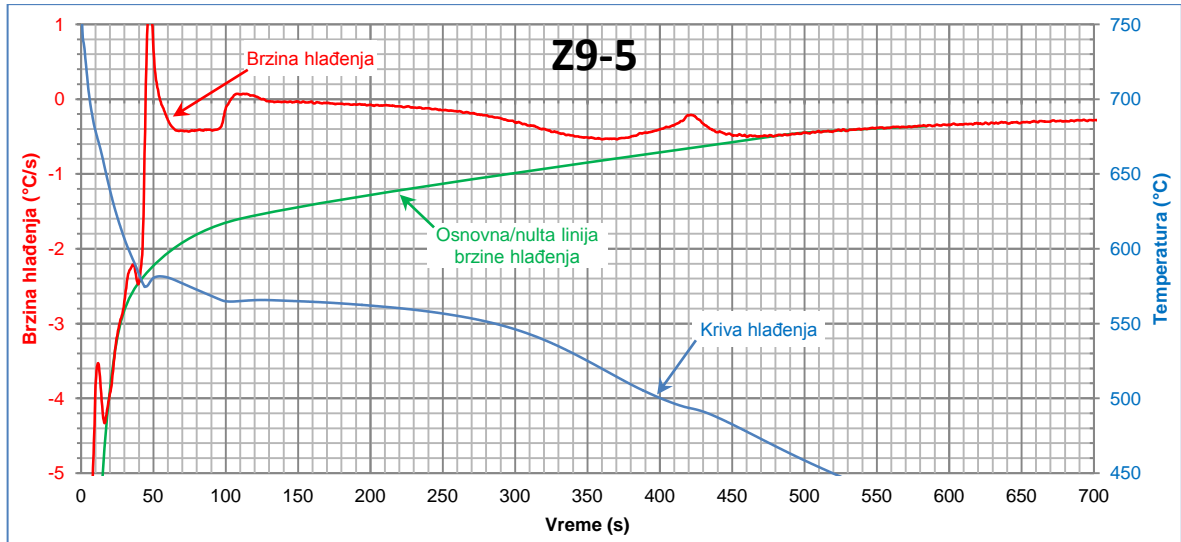
Slika 99: Brzine hlađenja odlivka Z9-2 za oba termopara u odlivku.



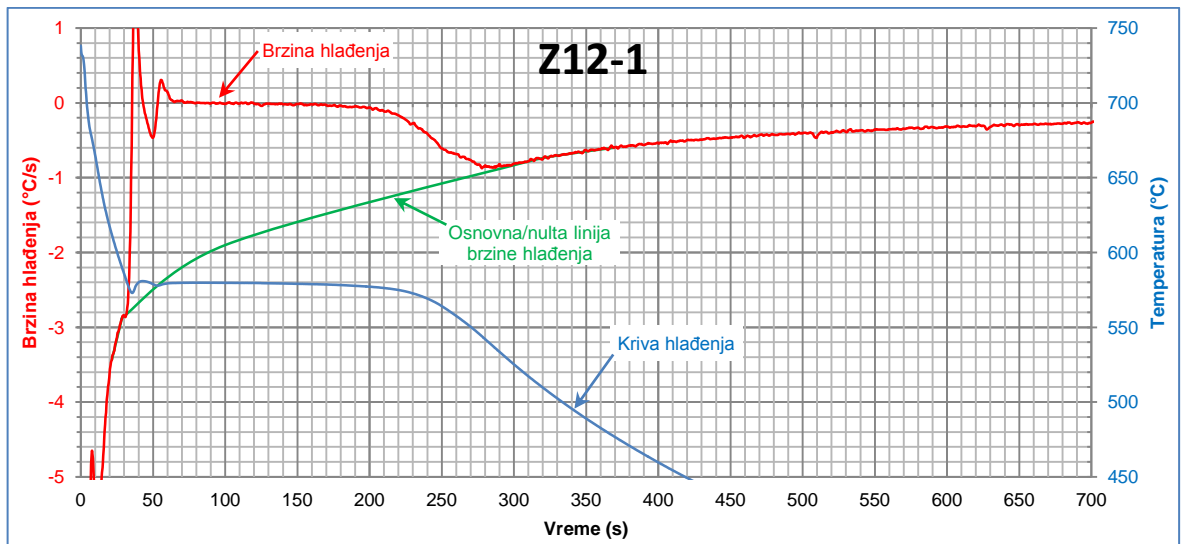
Slika 100: Brzina hlađenja odlivka Z9-3.



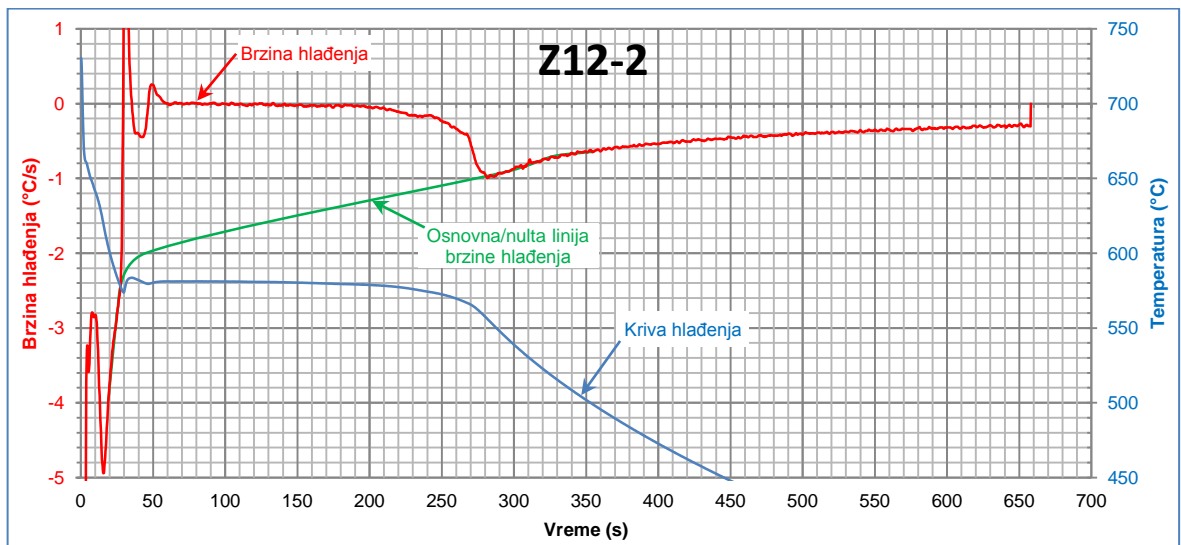
Slika 101: Brzina hlađenja odlivka Z9-4 za oba termopara u odlivku.



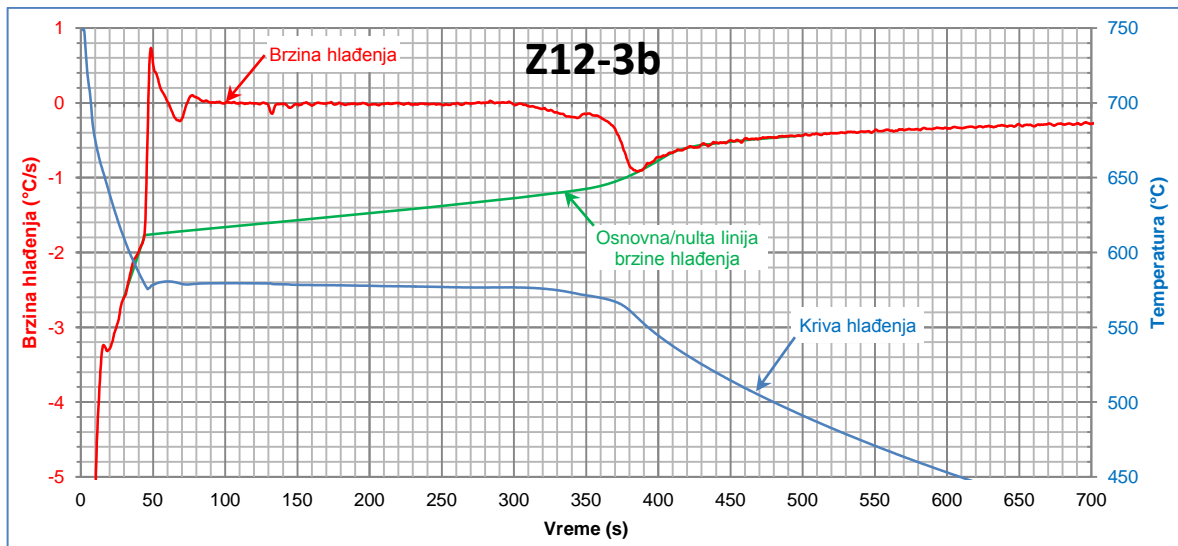
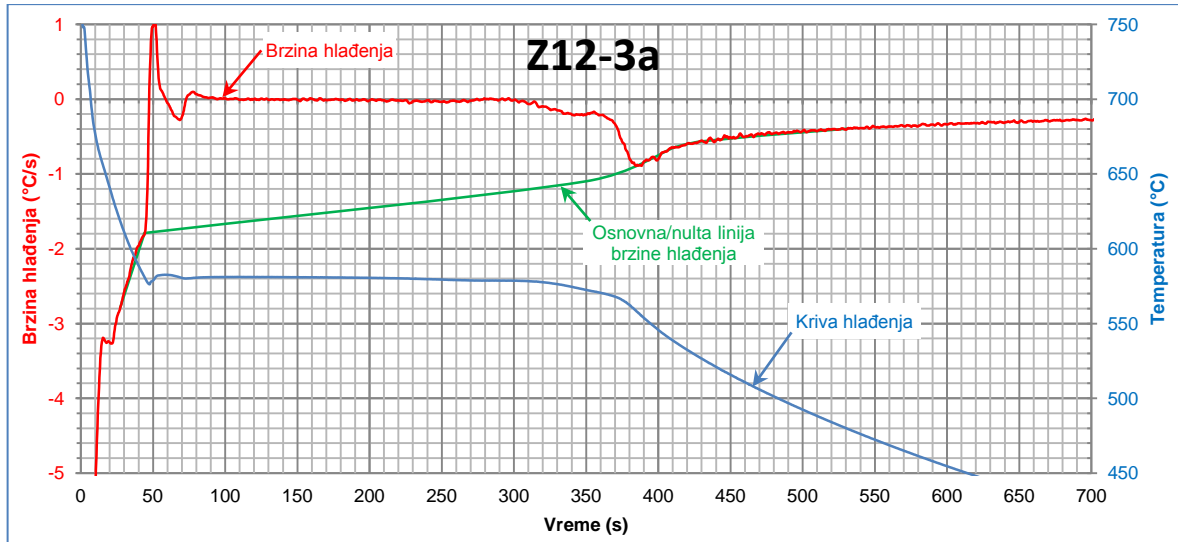
Slika 102: Brzina hlađenja odlivka Z9-5.



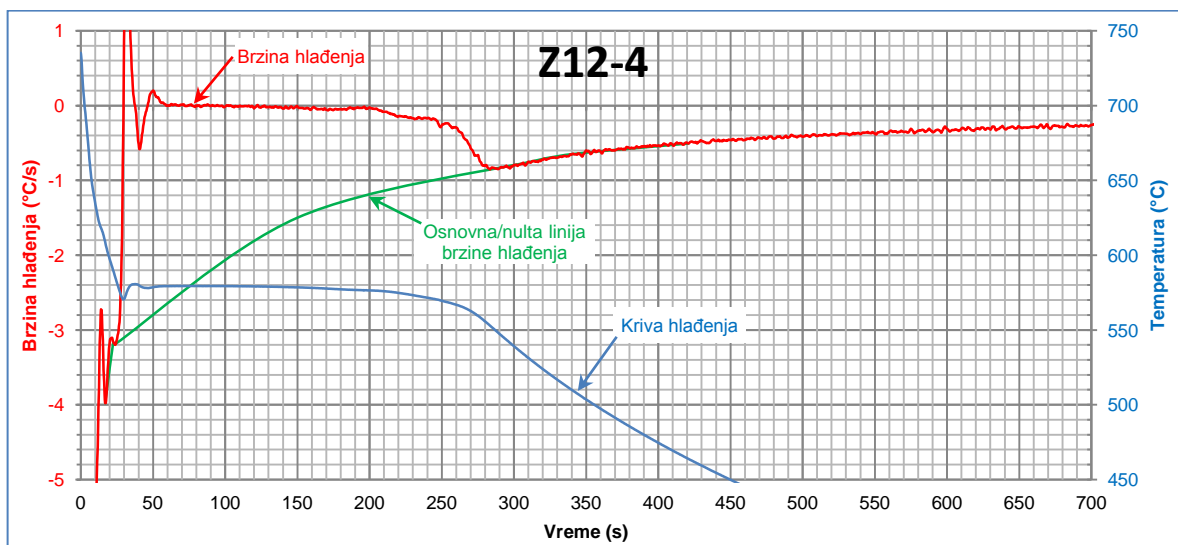
Slika 103: Brzina hlađenja odlivka Z12-1.



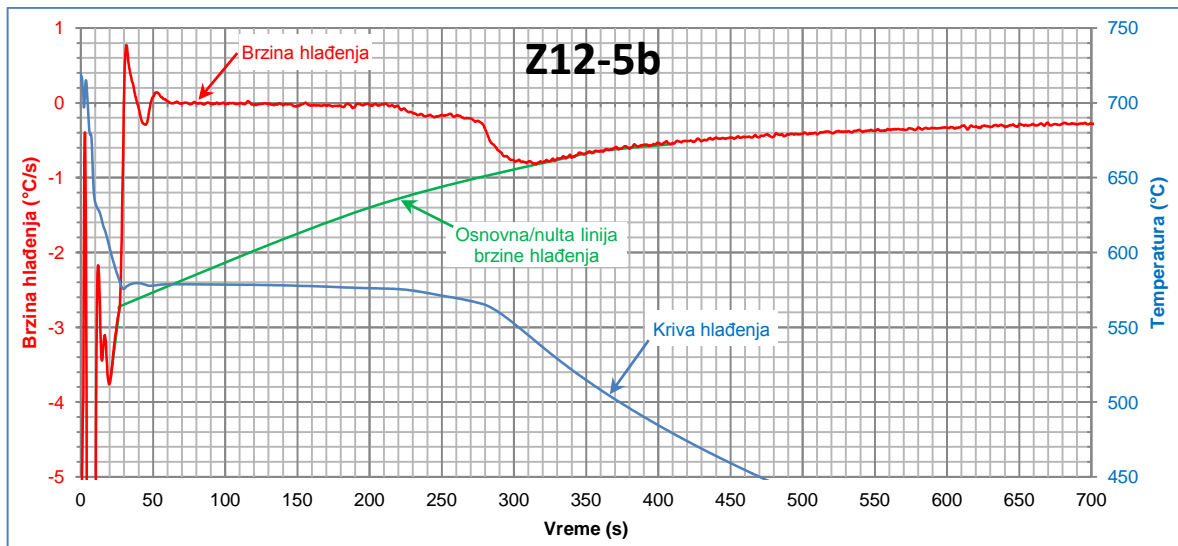
Slika 104: Brzina hlađenja odlivka Z12-2.



Slika 105: Brzina hlađenja odlivka Z12-3 za oba termopara u odlivku.

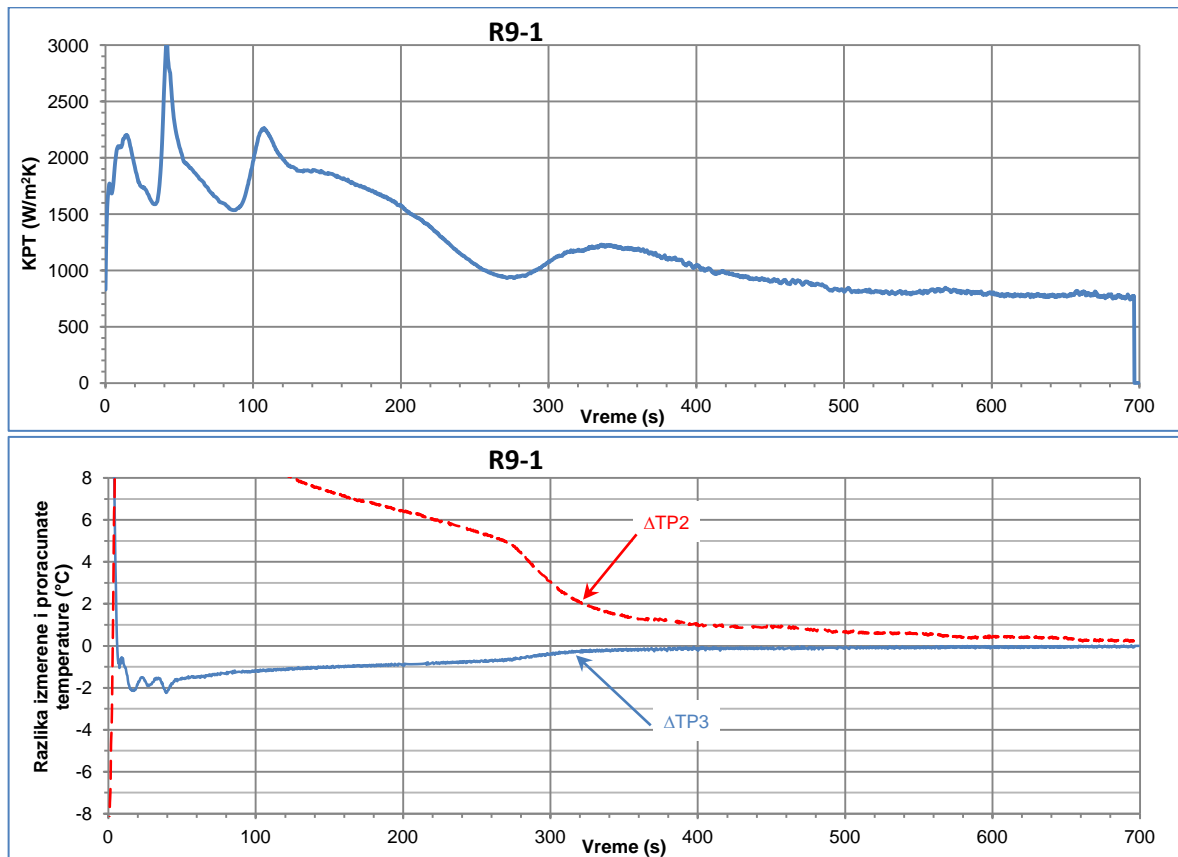


Slika 106: Brzina hlađenja odlivka Z12-4.

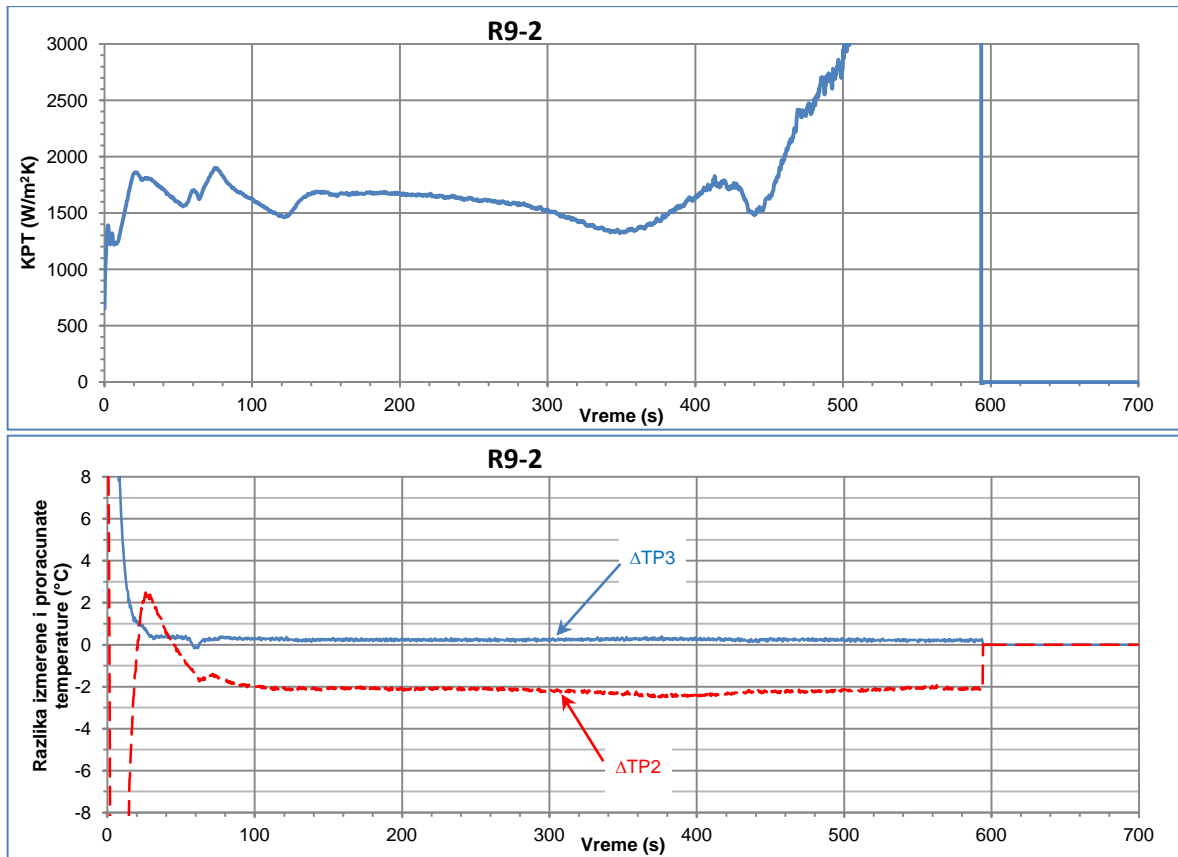


Slika 107: Brzina hlađenja odlivka Z12-5 za oba termopara u odlivku.

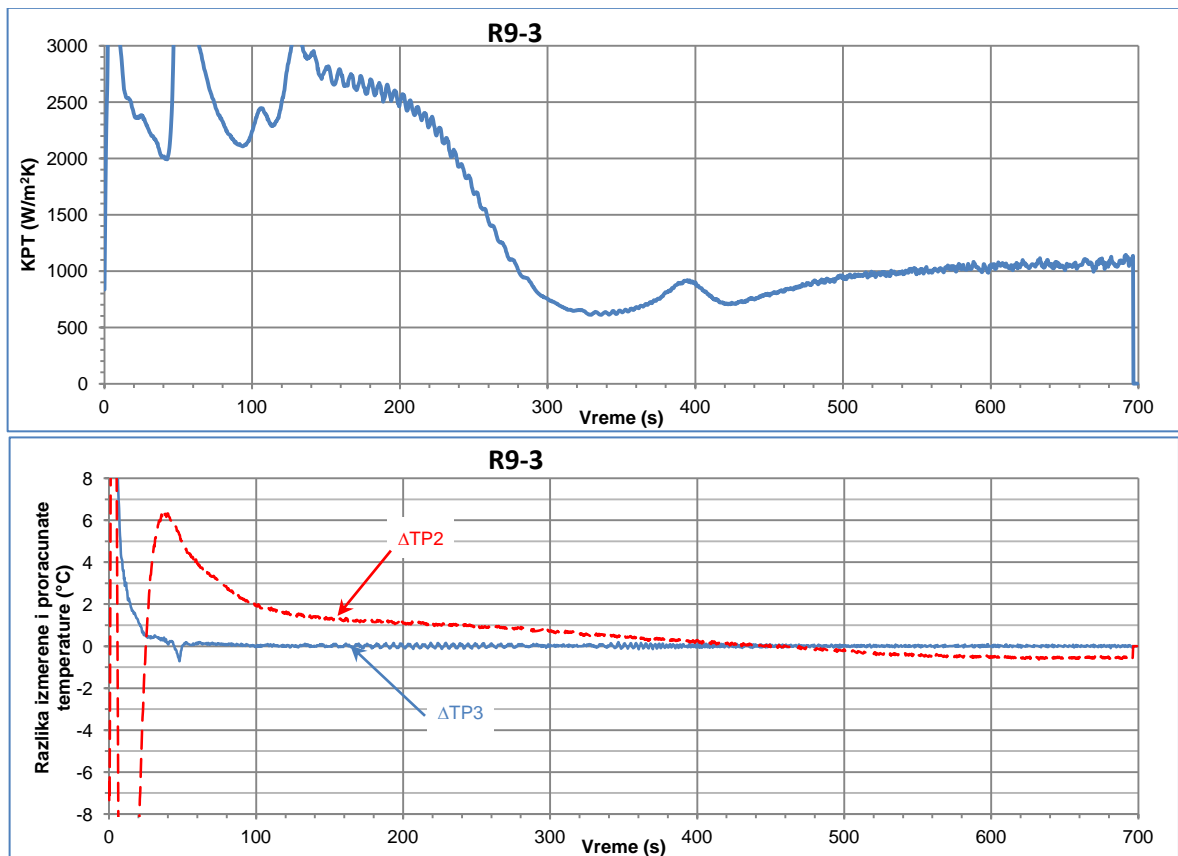
10.4 Koeficijenti prenosa toplote za konstantnu difuzivnost



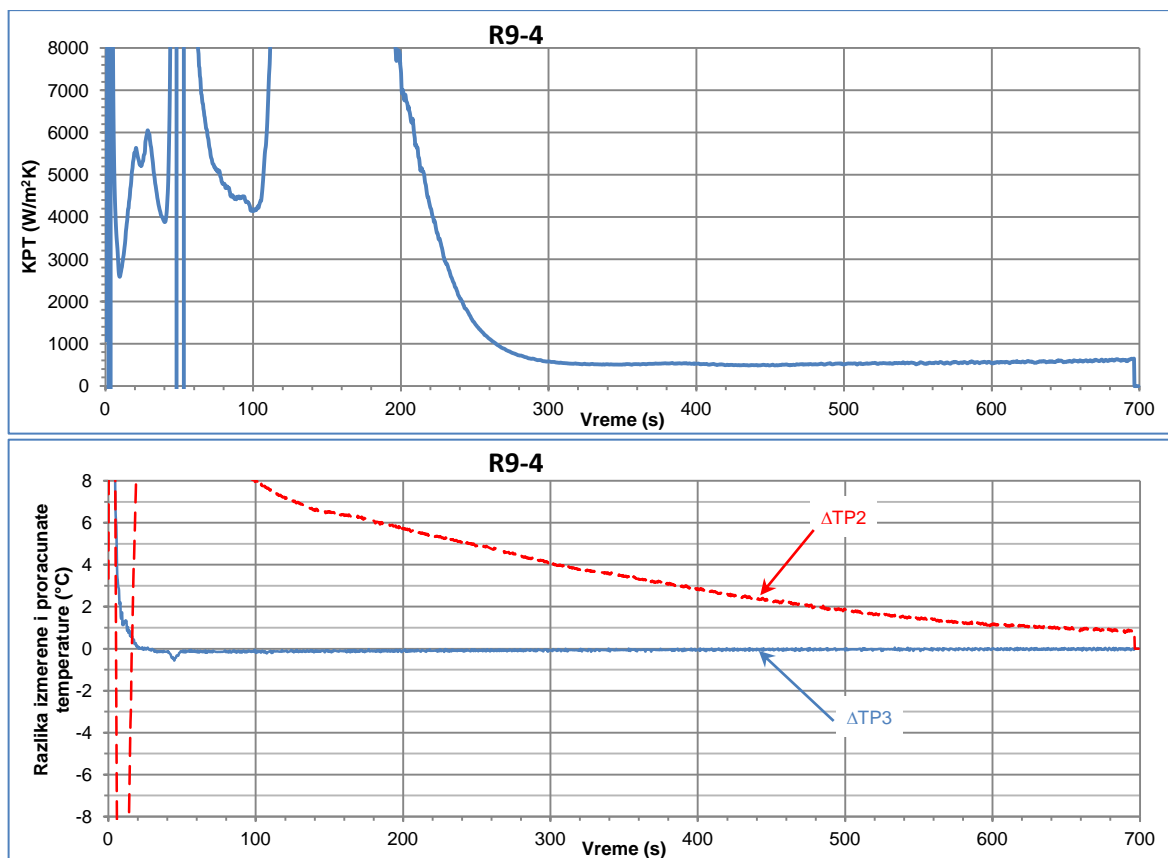
Slika 108: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak R9-1 pri konstantnoj difuzivnosti.



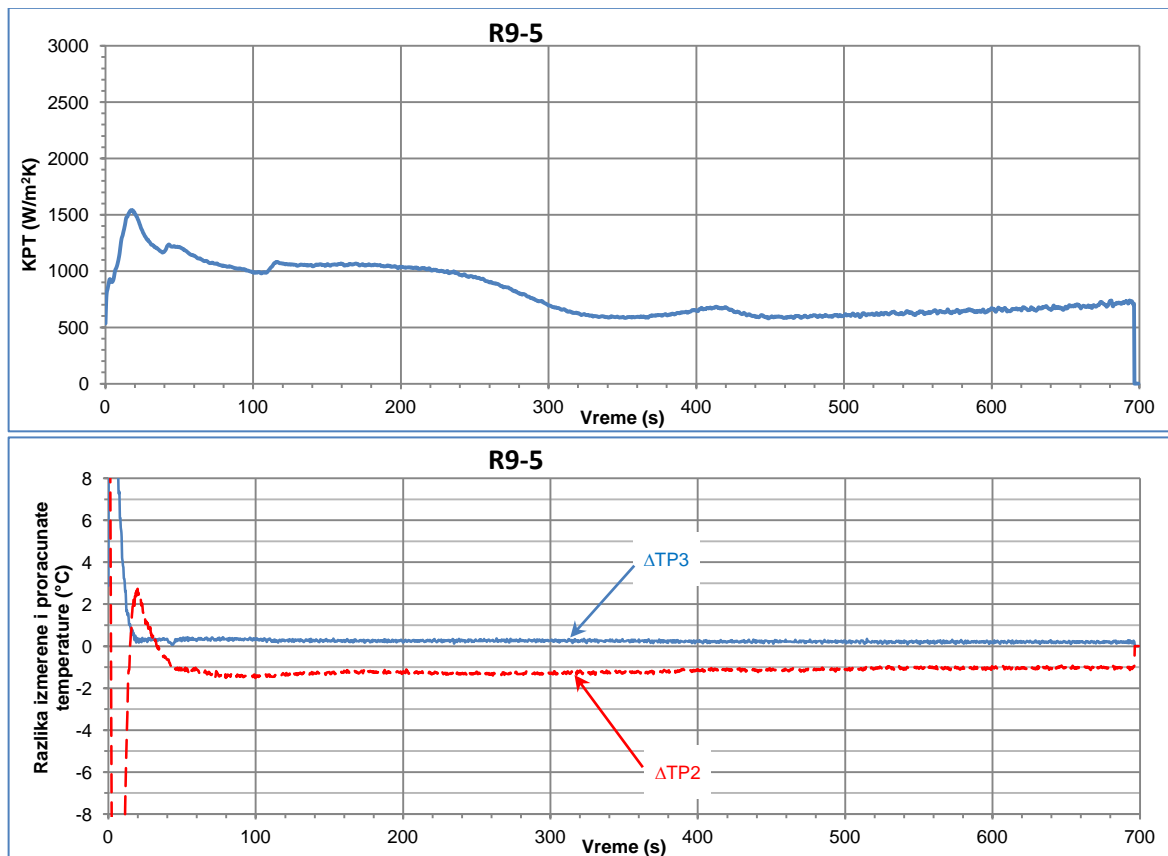
Slika 109: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak R9-2 pri konstantnoj difuzivnosti.



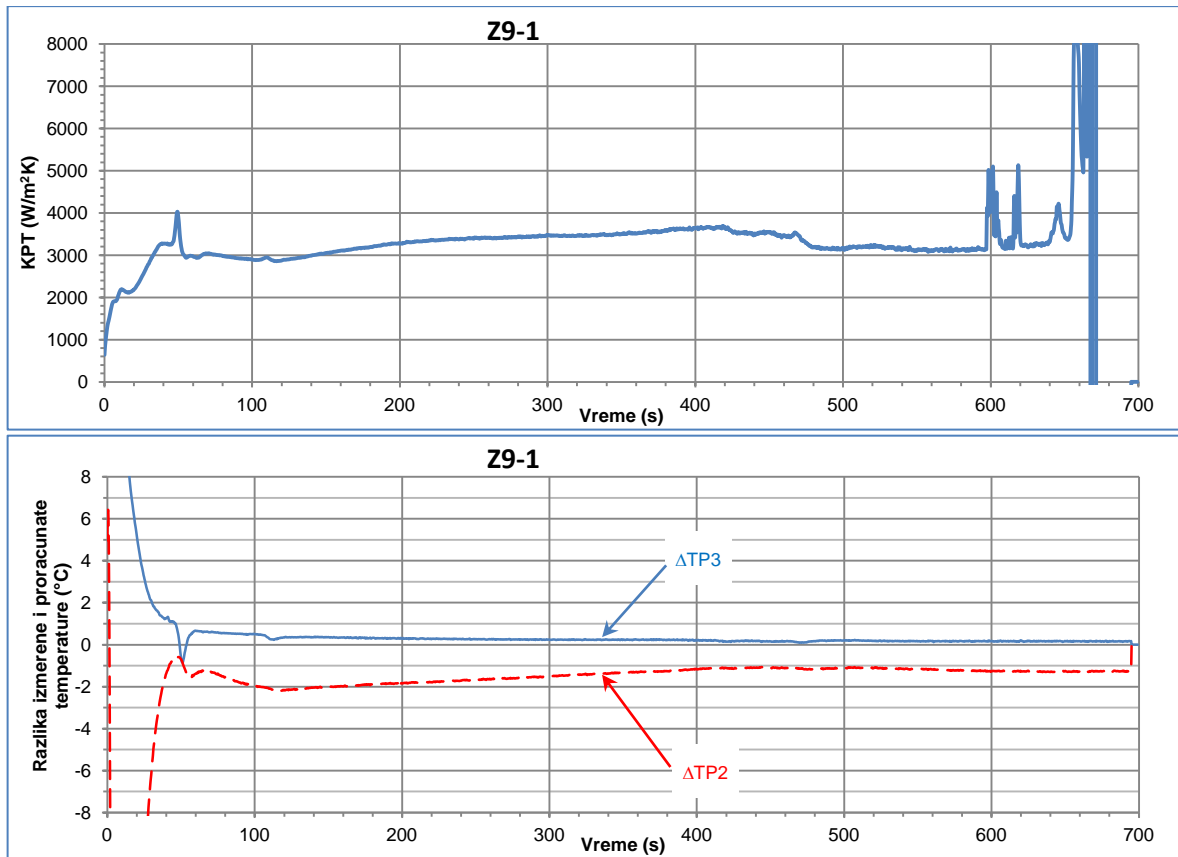
Slika 110: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak R9-3 pri konstantnoj difuzivnosti.



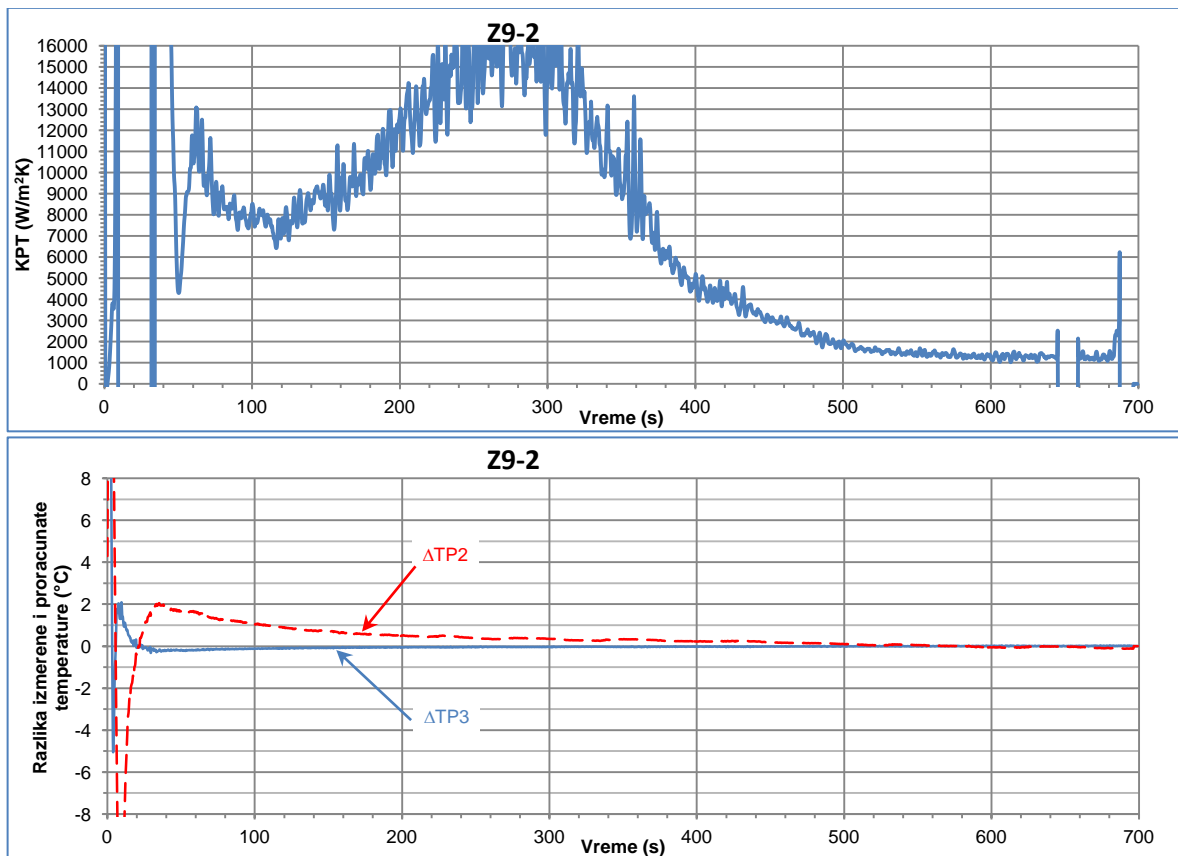
Slika 111: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak R9-4 pri konstantnoj difuzivnosti.



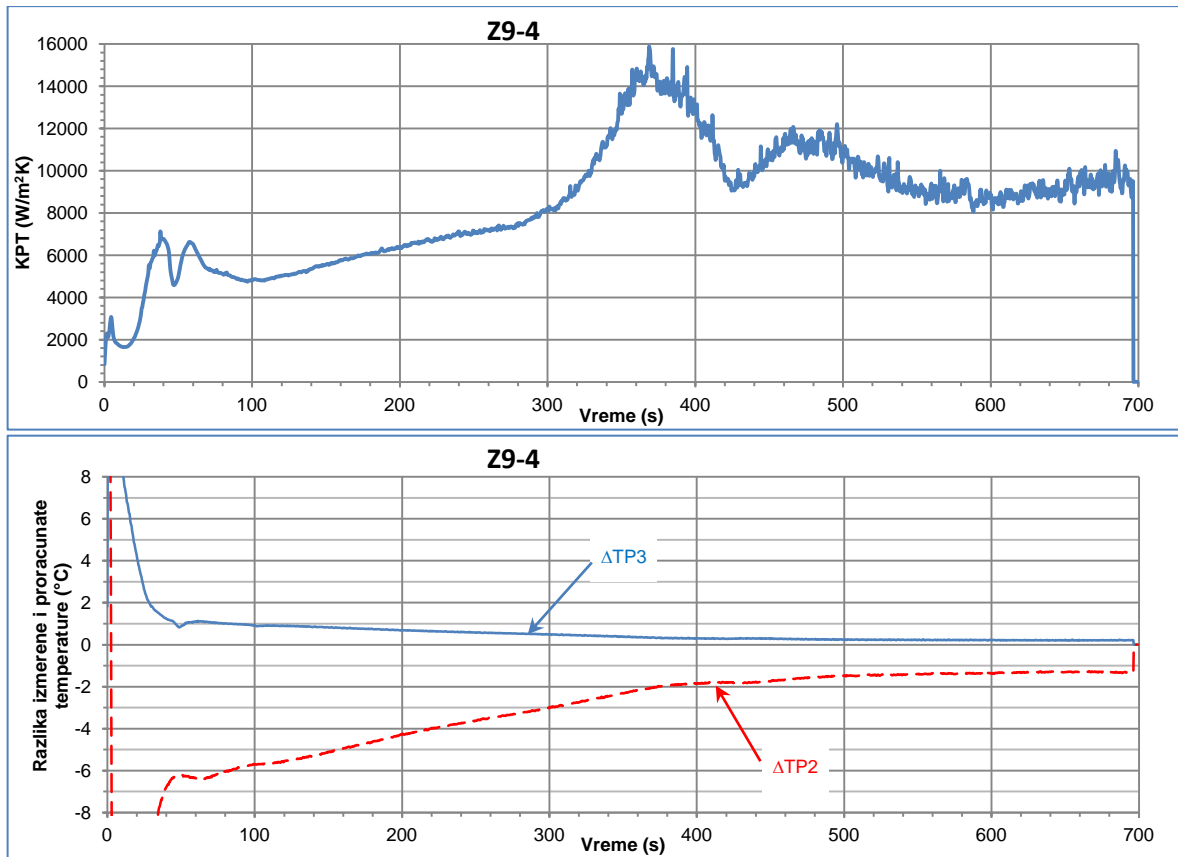
Slika 112: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak R9-5 pri konstantnoj difuzivnosti.



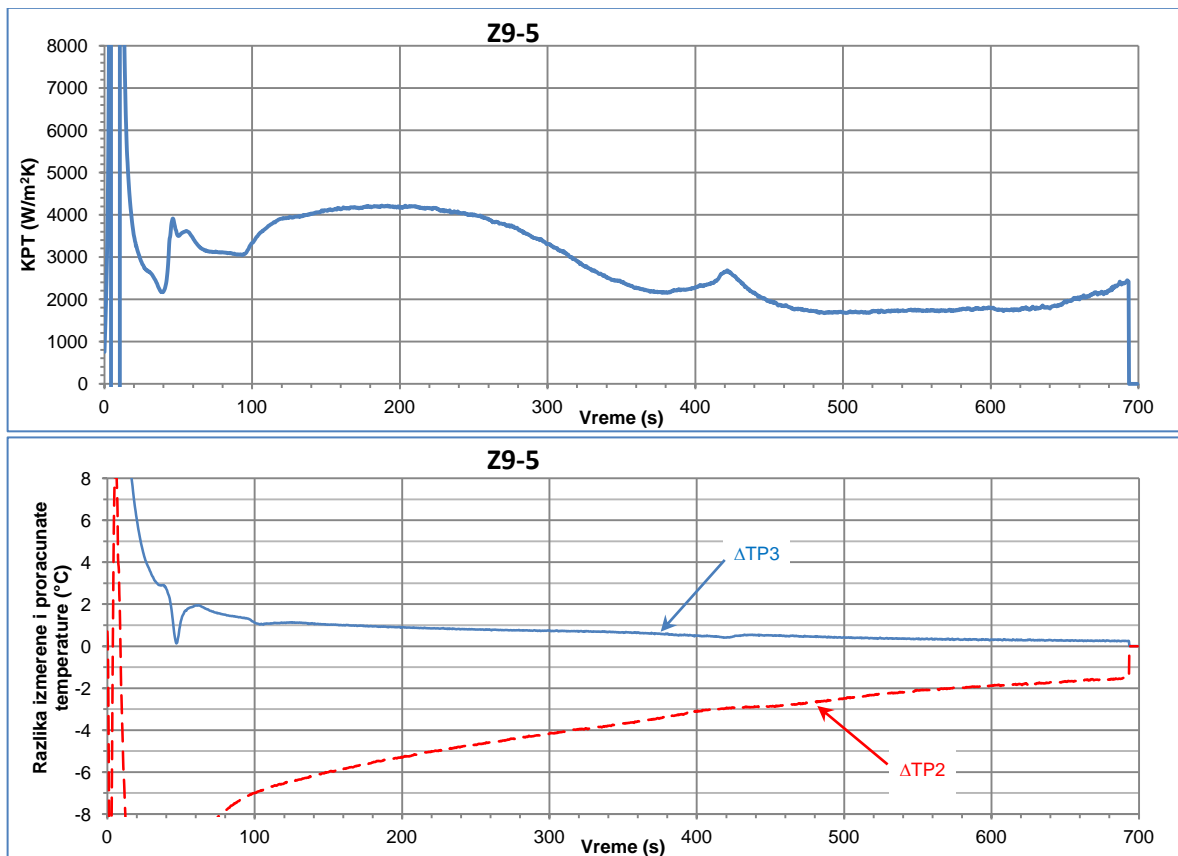
Slika 113: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z9-1 pri konstantnoj difuzivnosti.



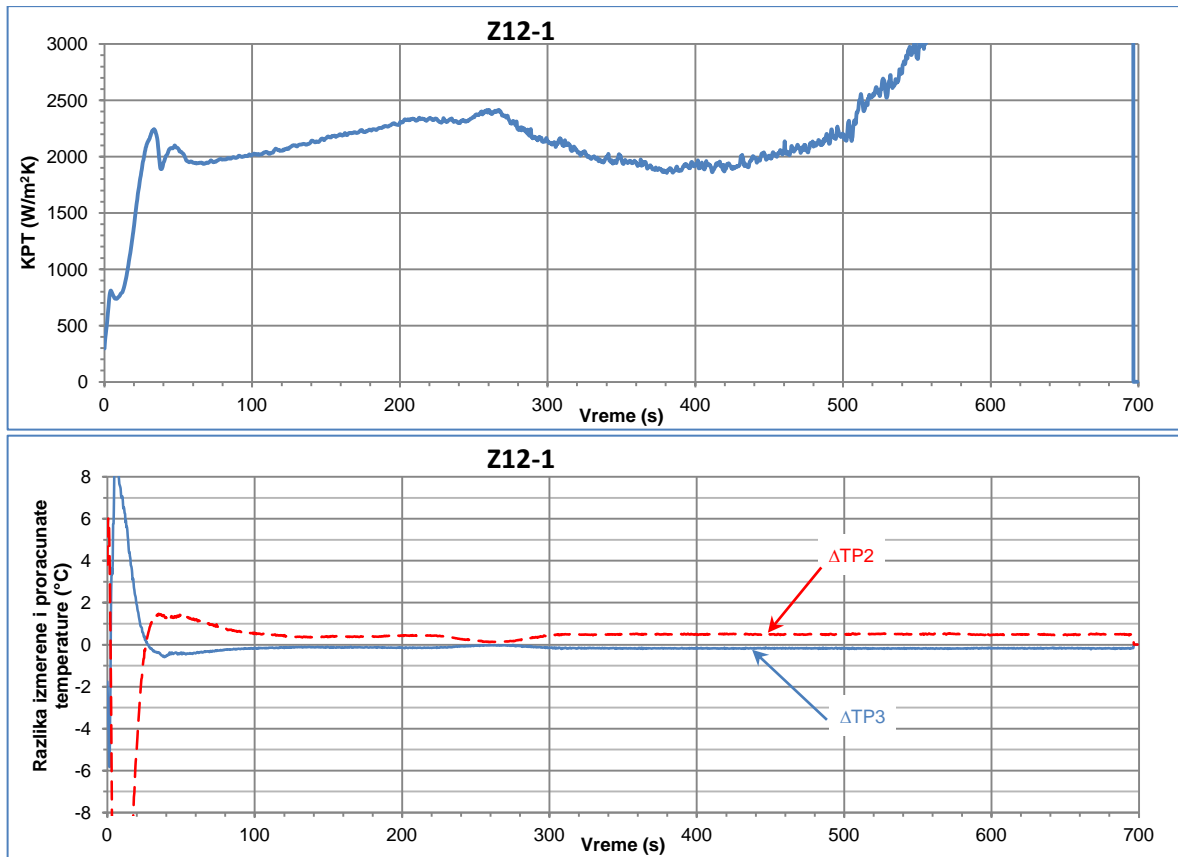
Slika 114: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z9-2 pri konstantnoj difuzivnosti.



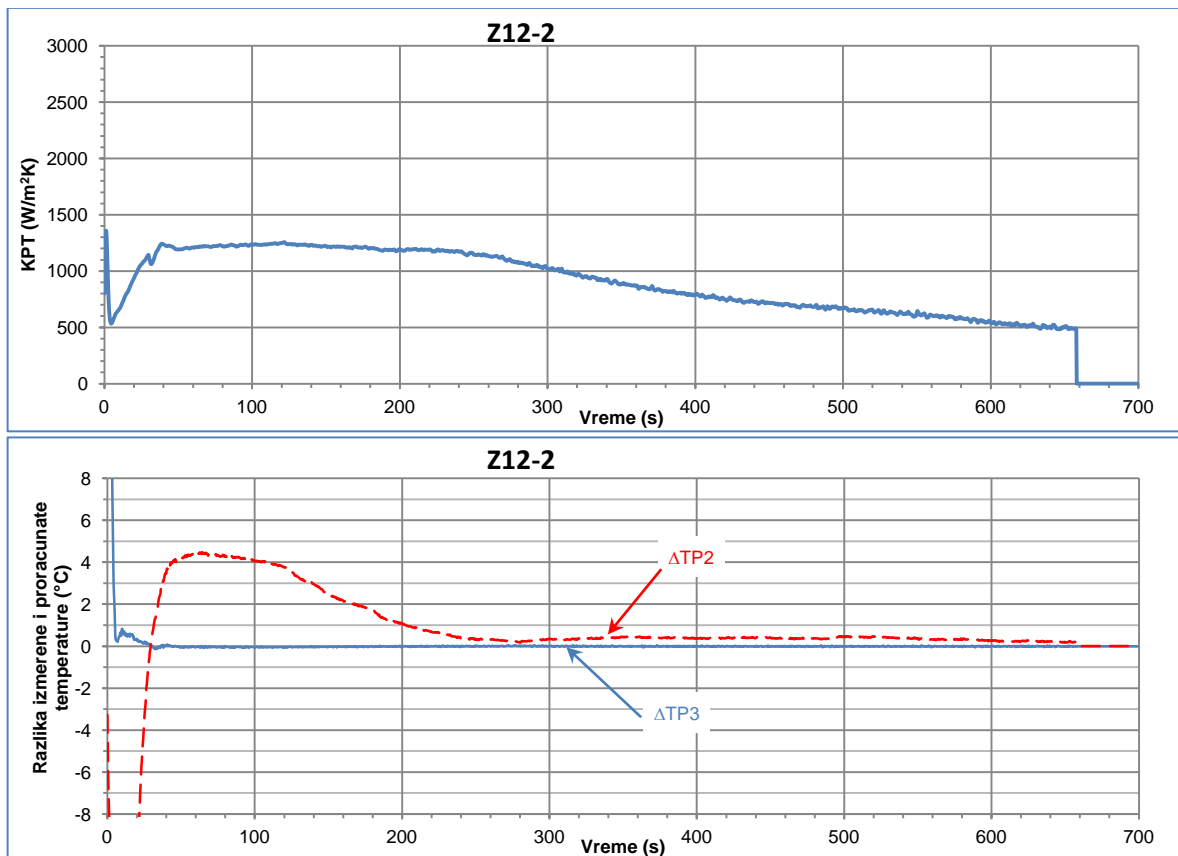
Slika 115: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z9-4 pri konstantnoj difuzivnosti.



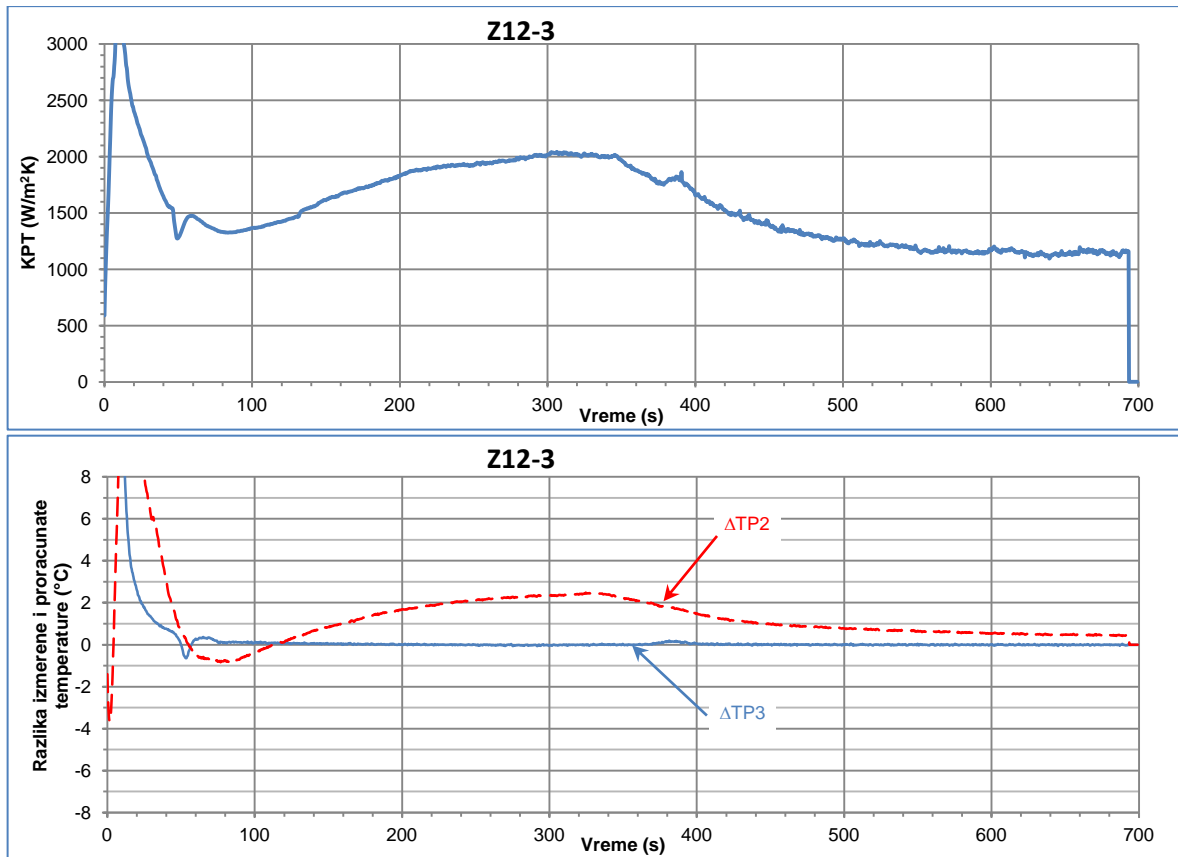
Slika 116: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z9-5 pri konstantnoj difuzivnosti.



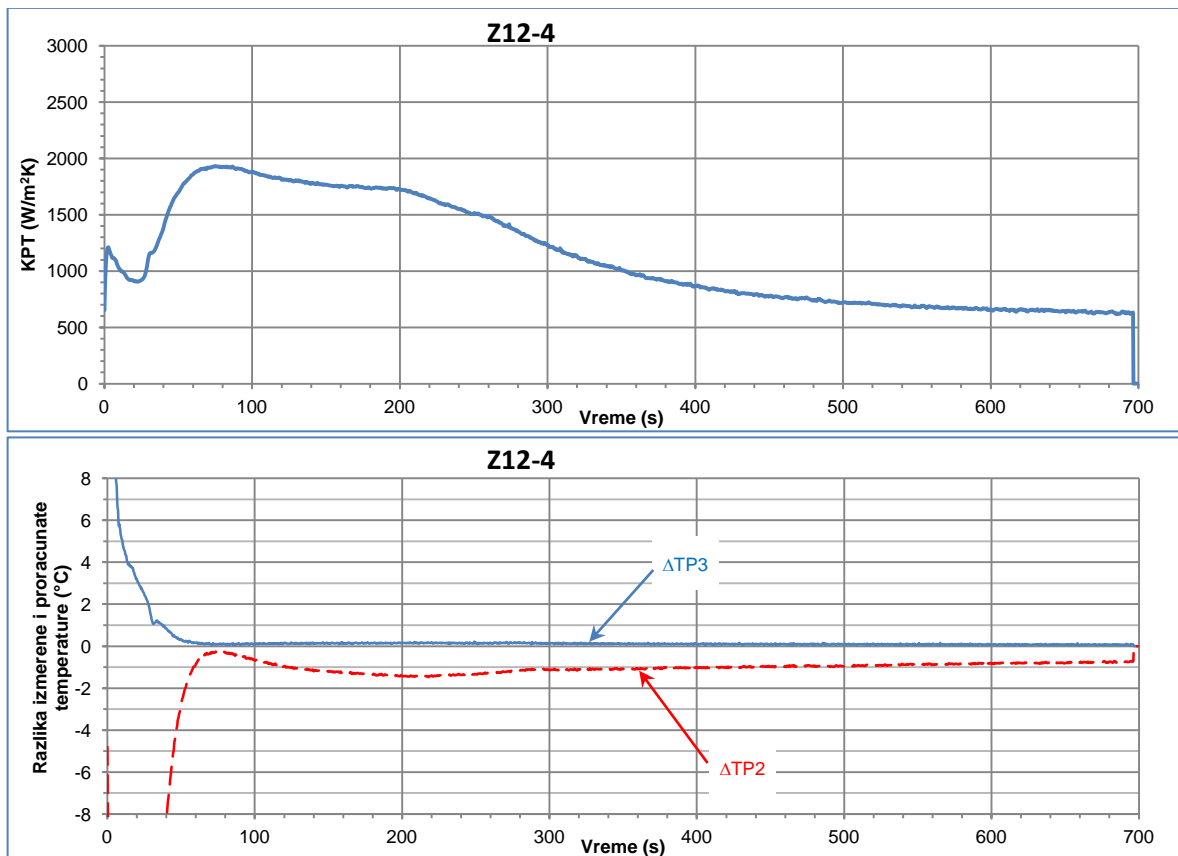
Slika 117: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z12-1 pri konstantnoj difuzivnosti.



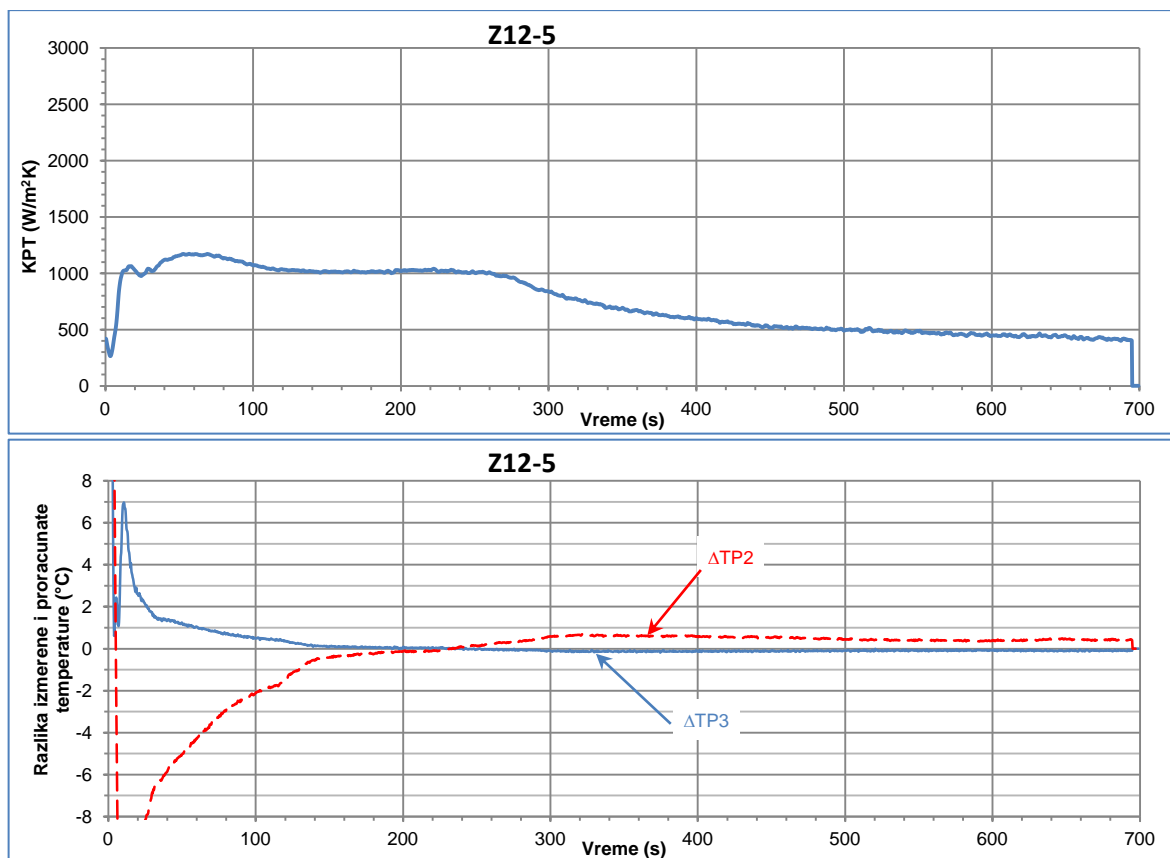
Slika 118: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z12-2 pri konstantnoj difuzivnosti.



Slika 119: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z12-3 pri konstantnoj difuzivnosti.

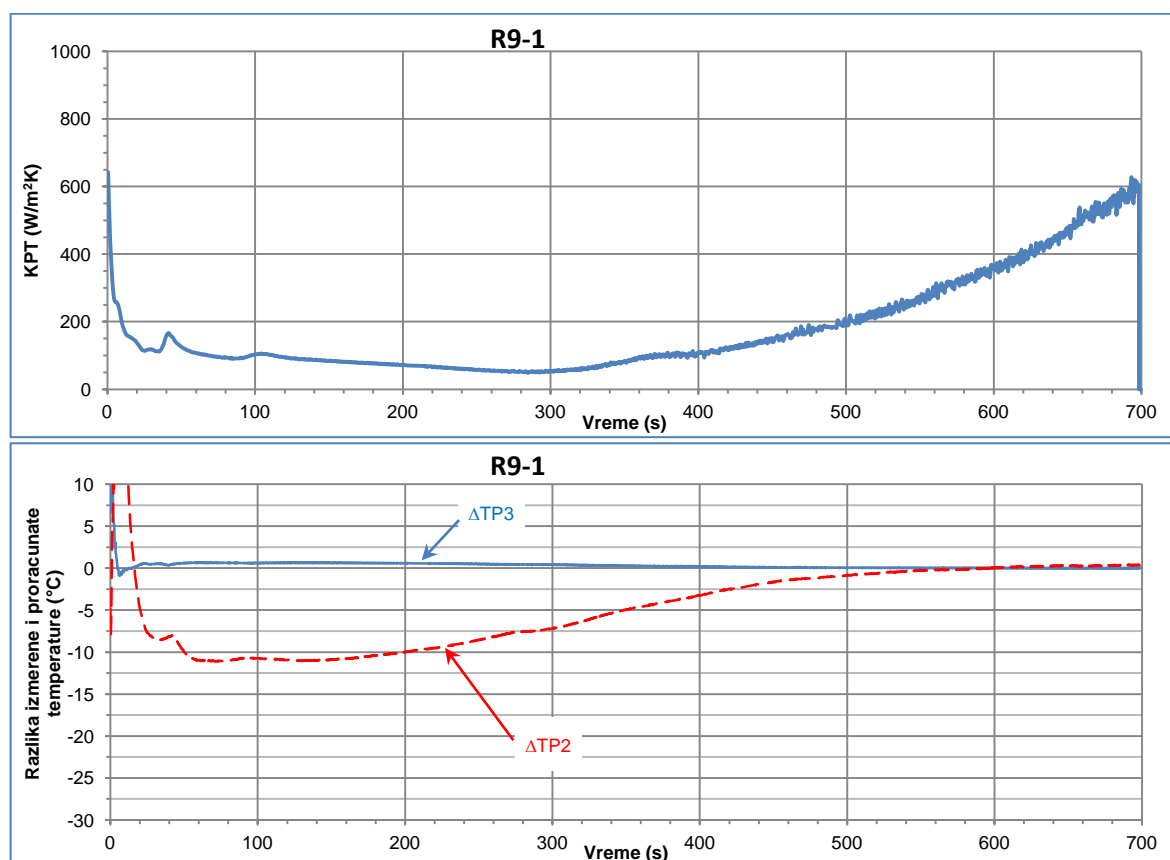


Slika 120: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z12-4 pri konstantnoj difuzivnosti.

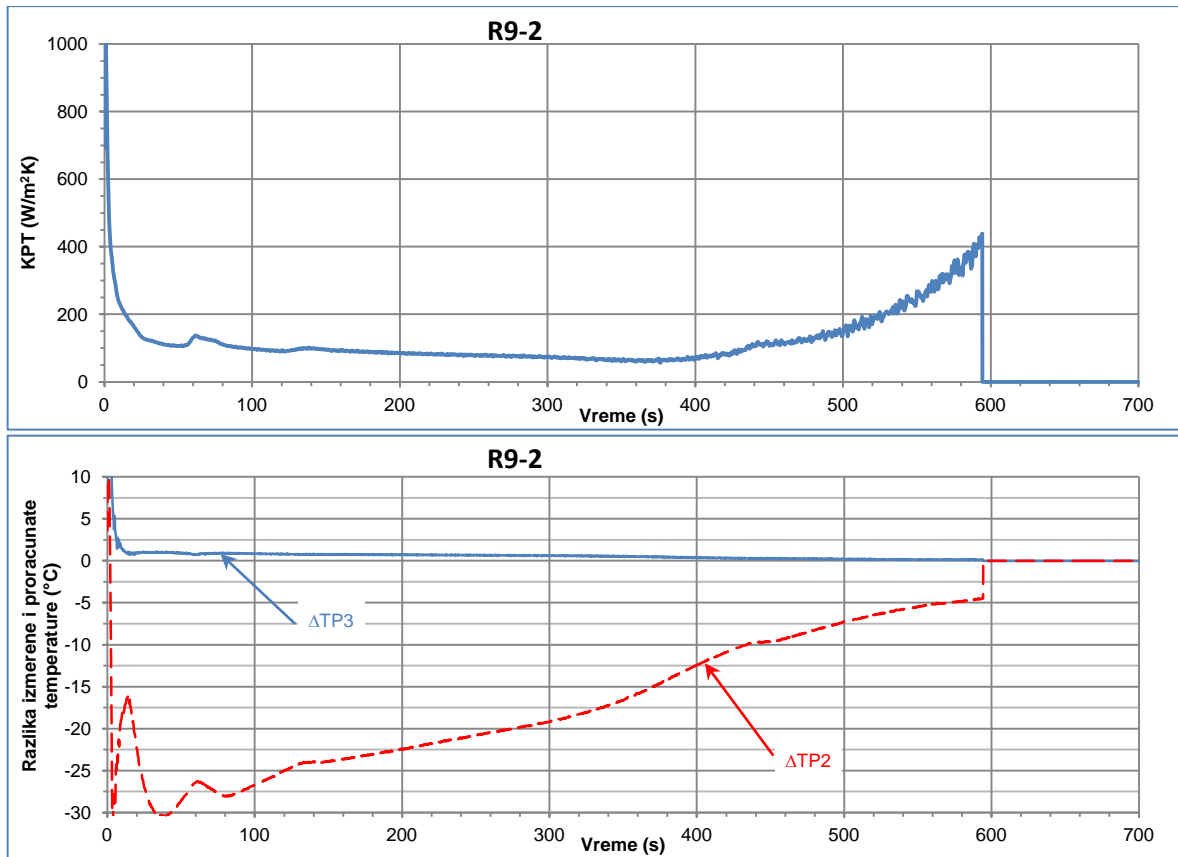


Slika 121: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z12-5 pri konstantnoj difuzivnosti.

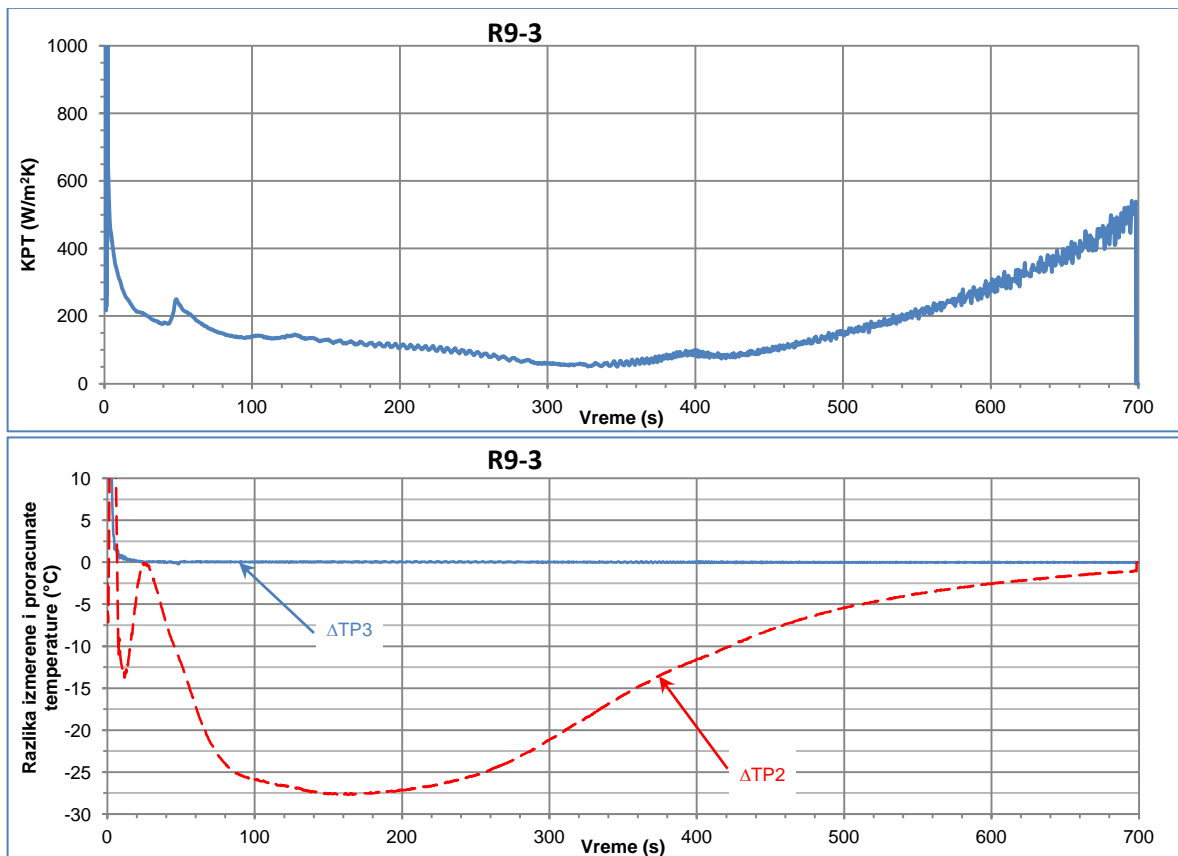
10.5 Koeficijenti prenosa toplote za literaturnu funkcionalnu zavisnost difuzivnosti od temperature kalupa



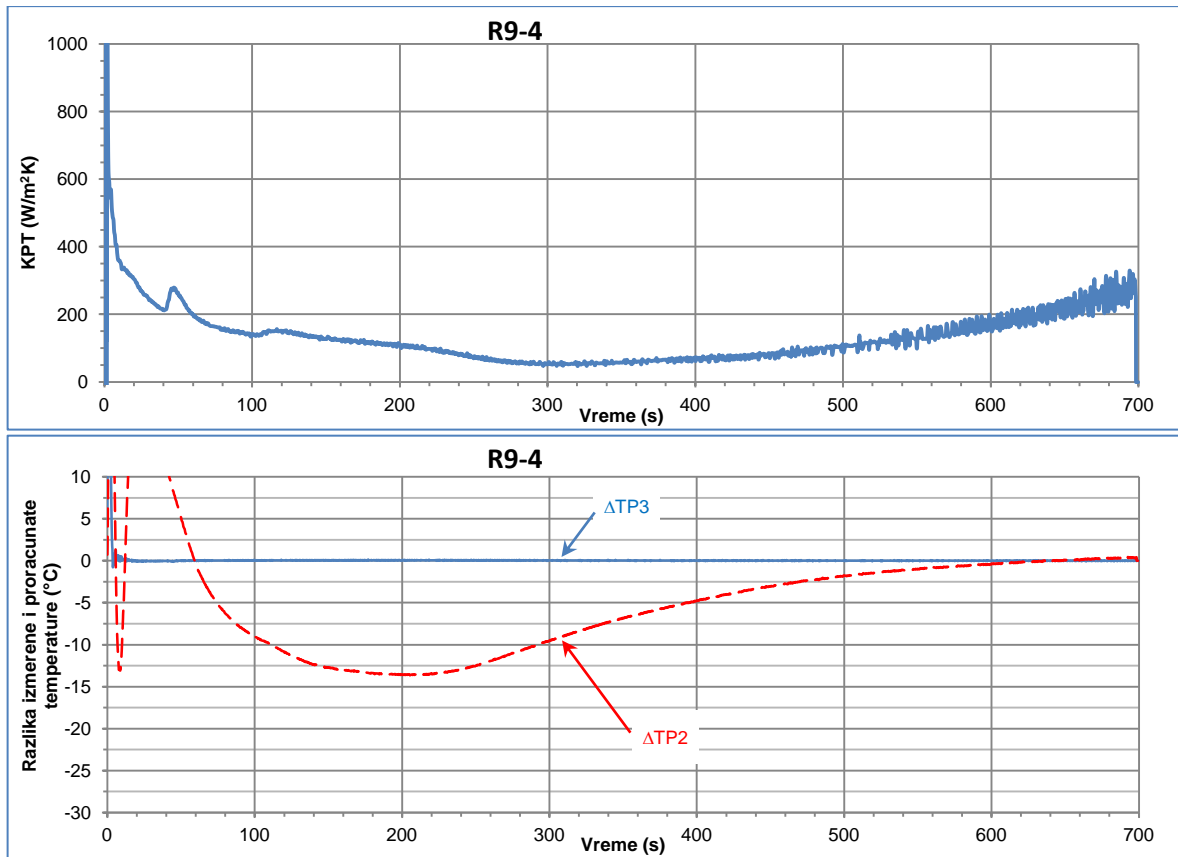
Slika 122: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak R9-1.



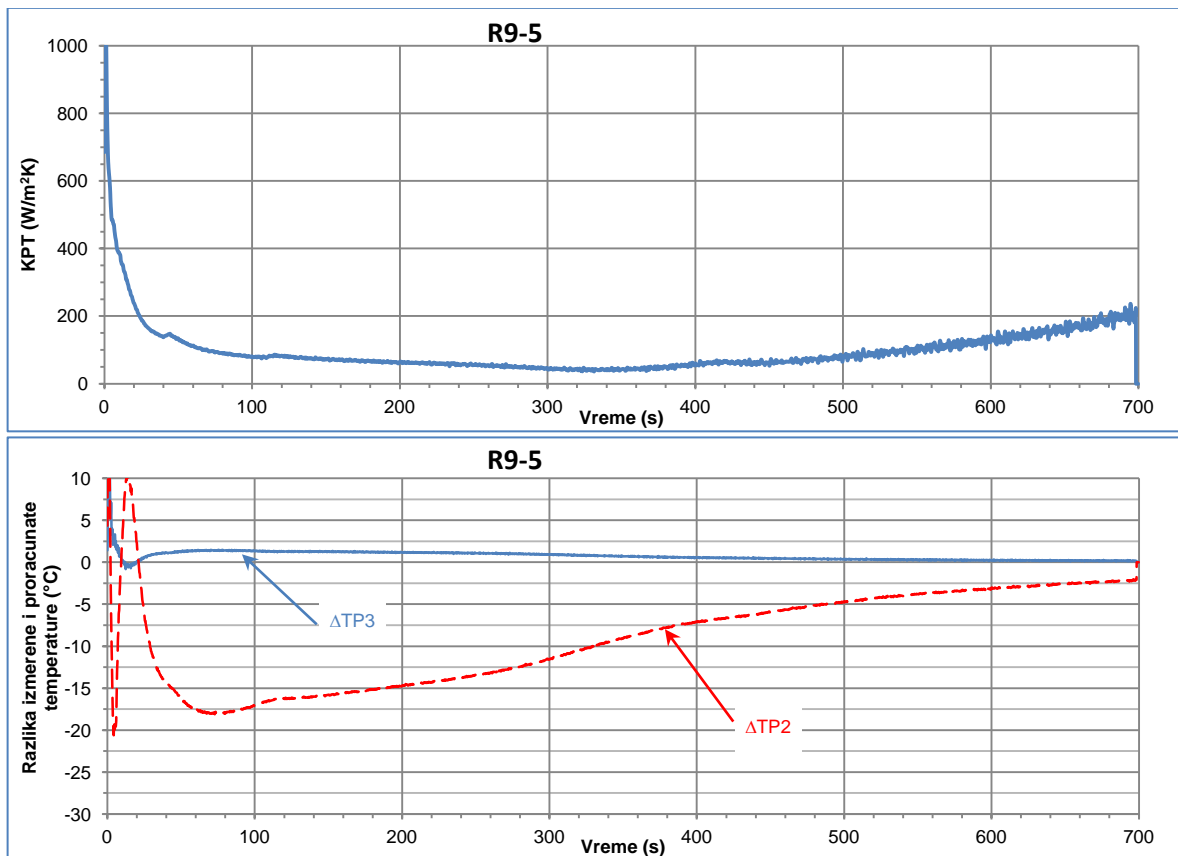
Slika 123: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak R9-2.



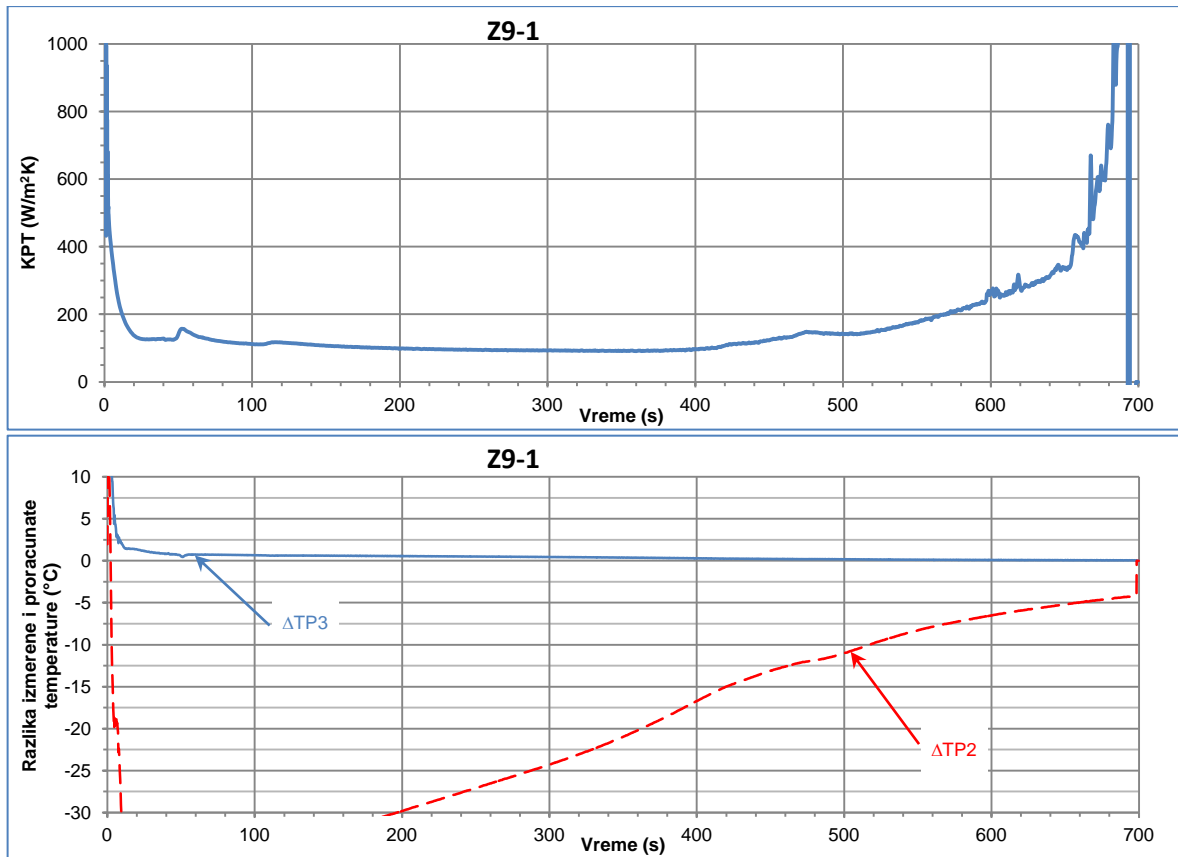
Slika 124: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak R9-3.



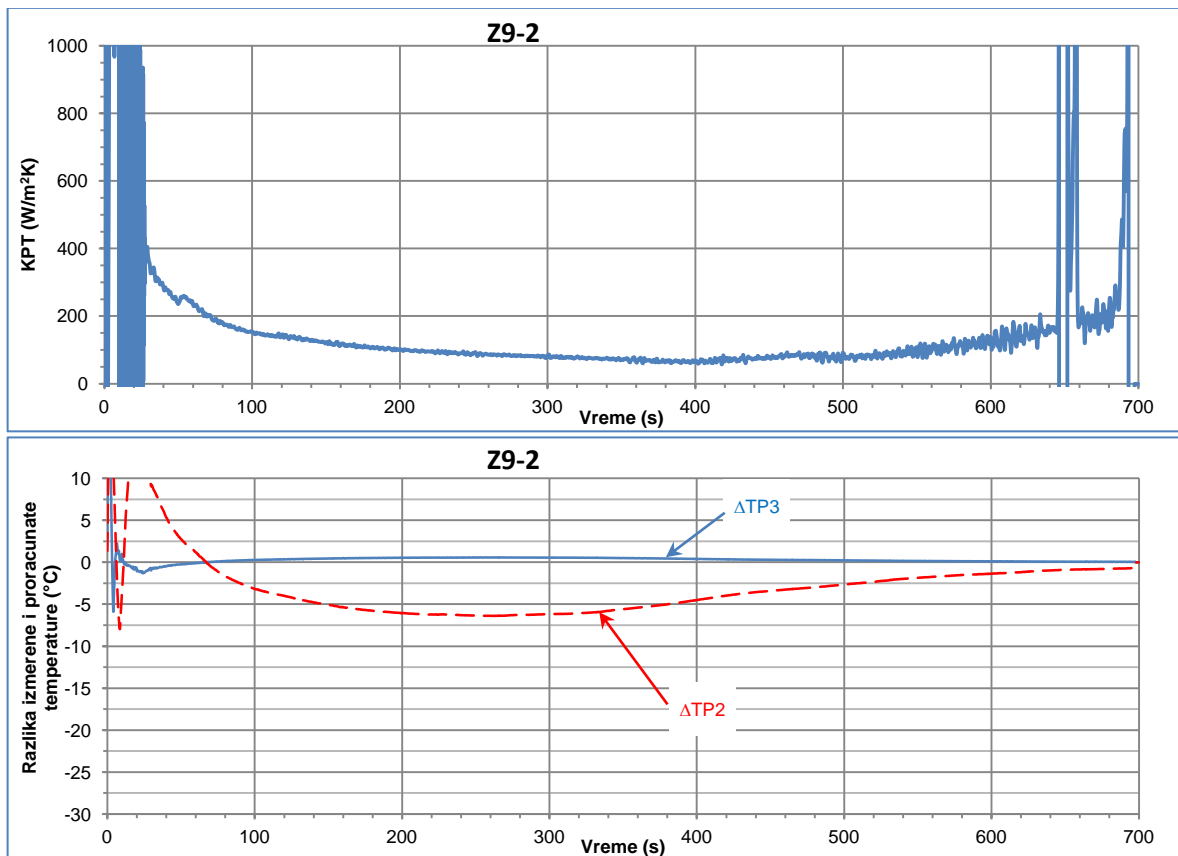
Slika 125: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak R9-4.



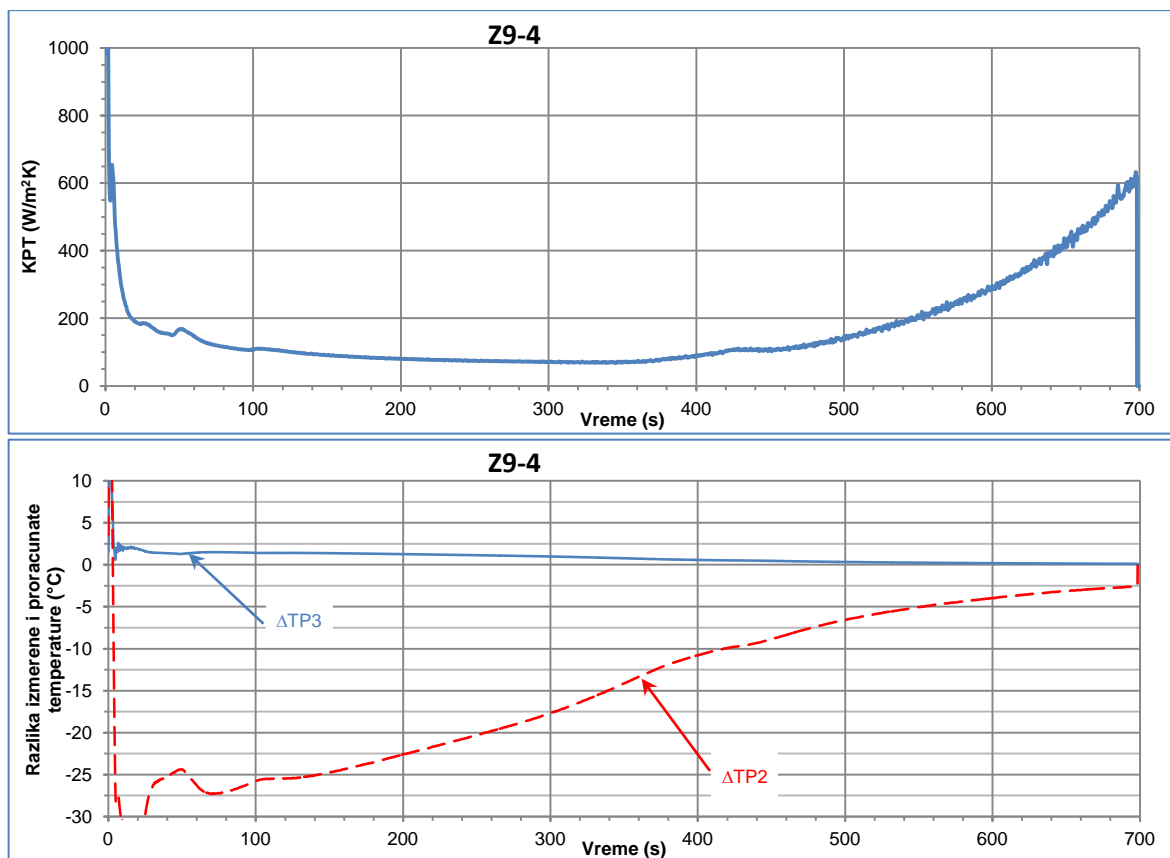
Slika 126: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak R9-5.



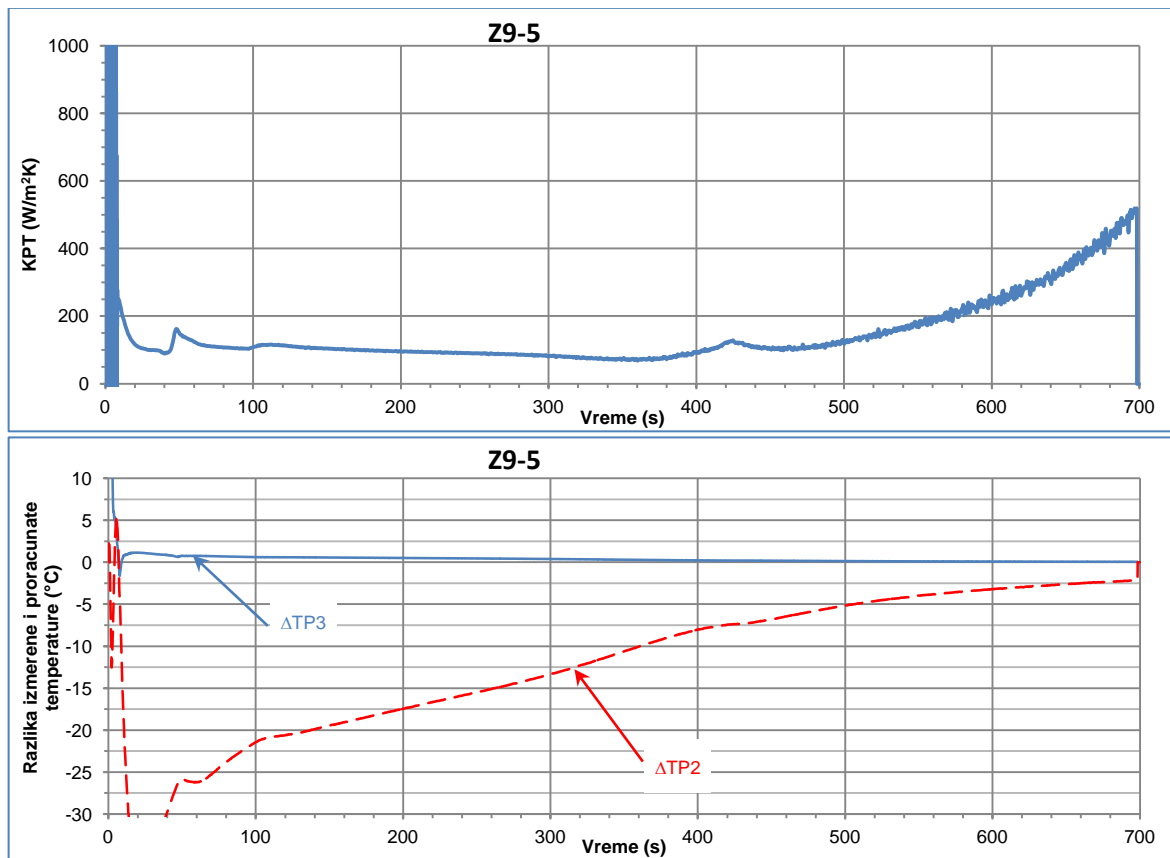
Slika 127: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z9-1.



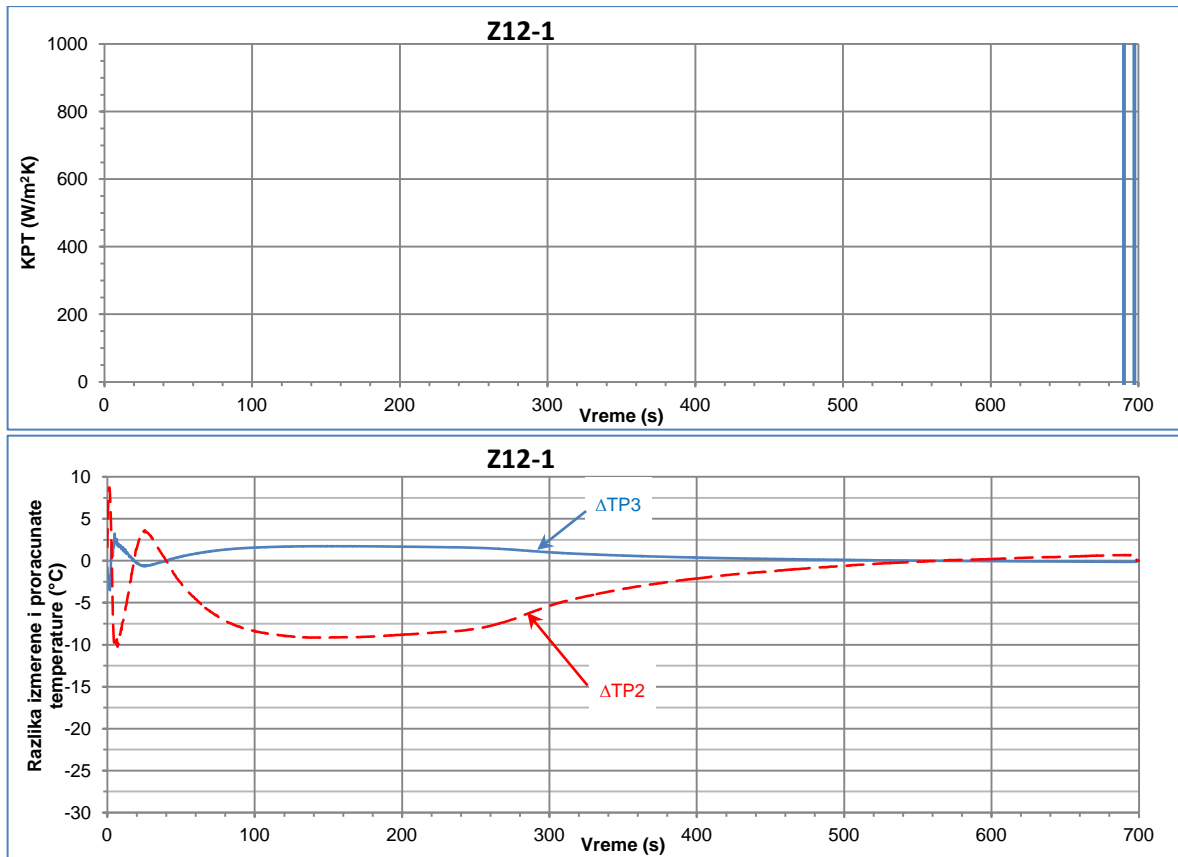
Slika 128: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z9-2.



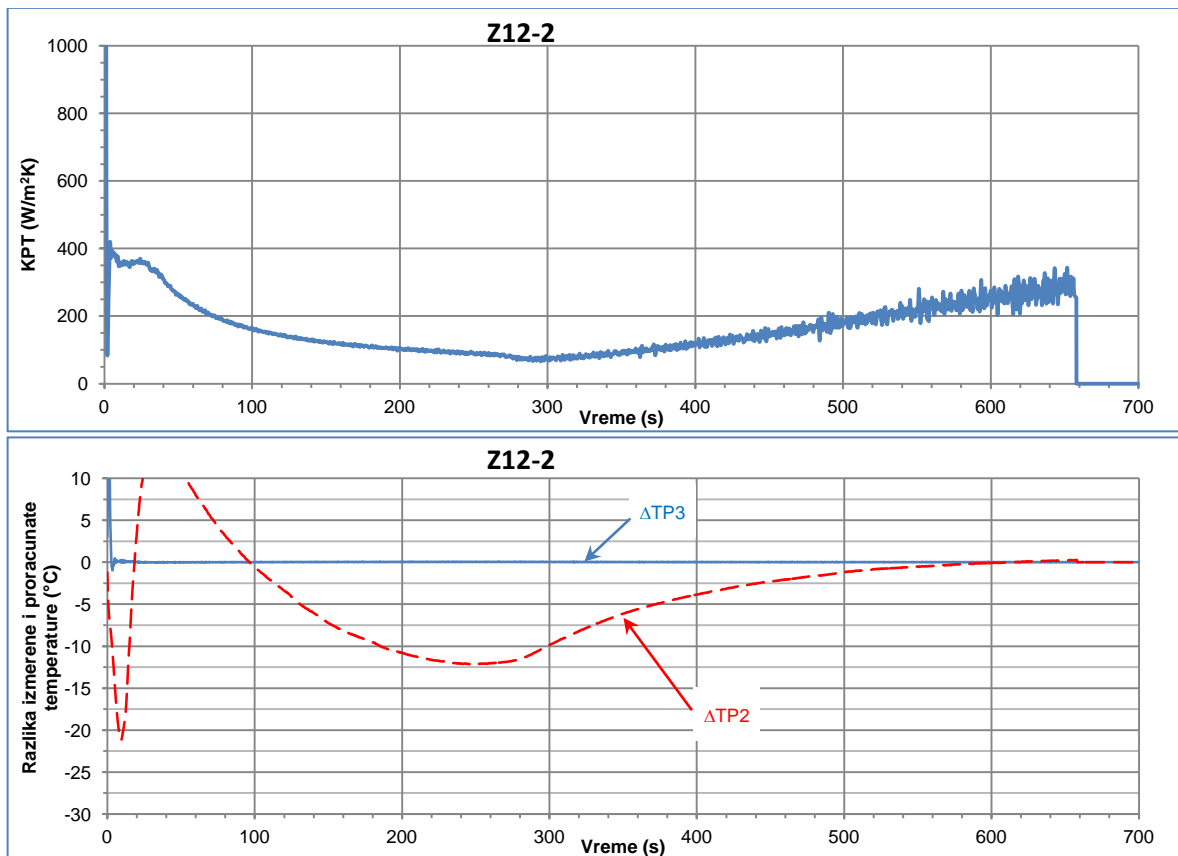
Slika 129: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z9-4.



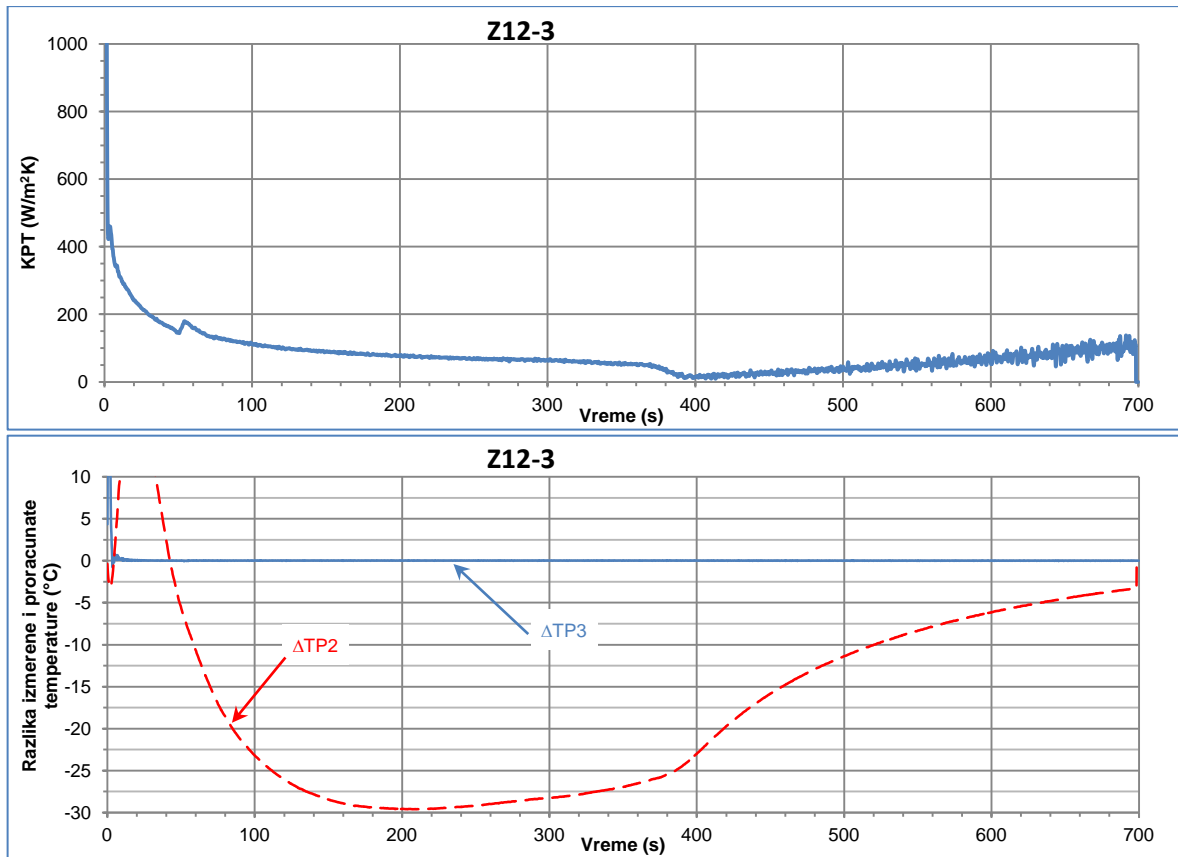
Slika 130: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z9-5.



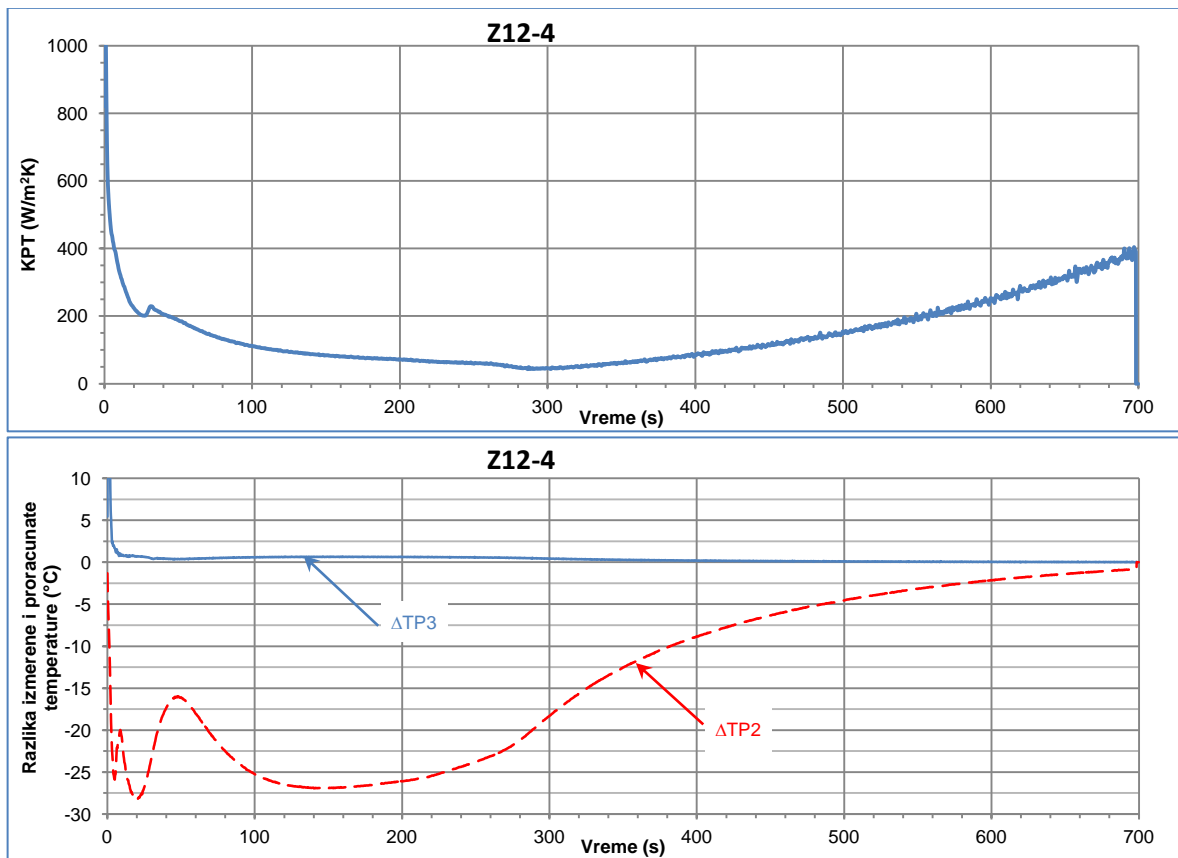
Slika 131: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z12-1.



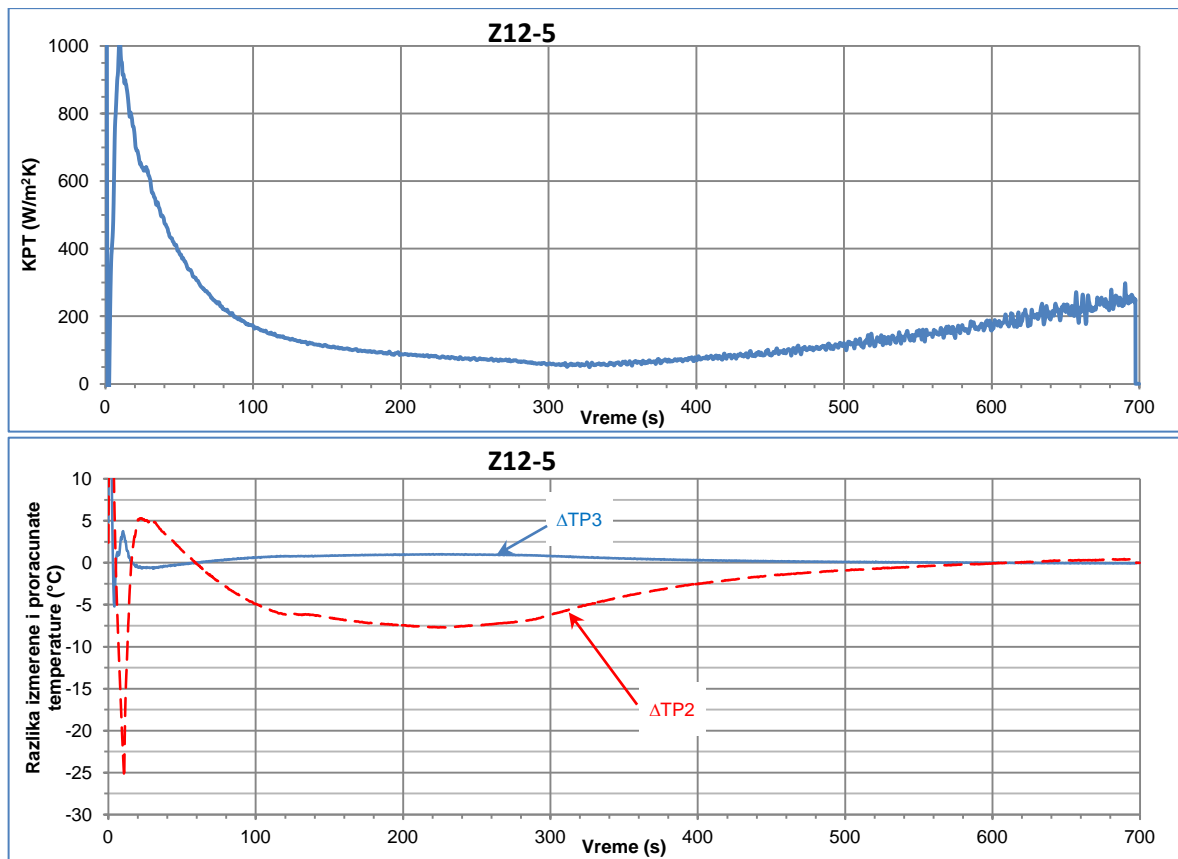
Slika 132: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z12-2.



Slika 133: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z12-3.

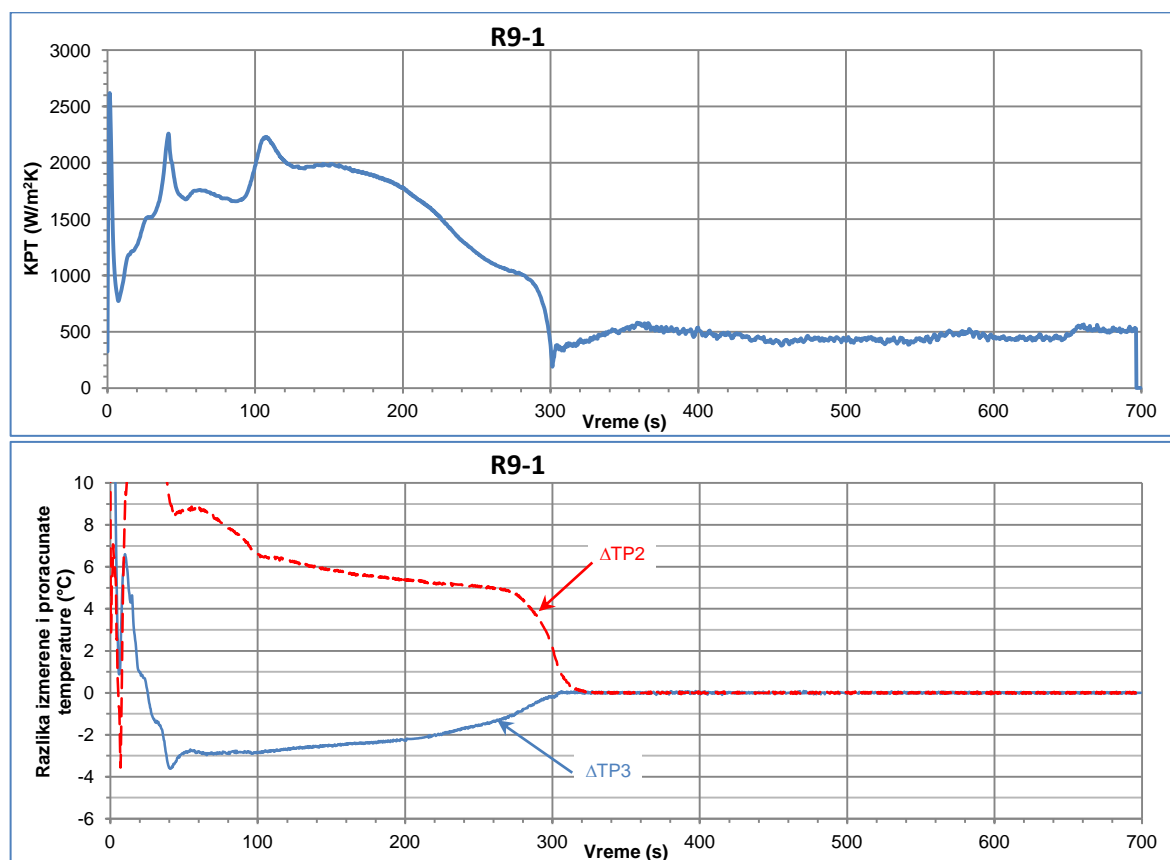


Slika 134: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z12-4.

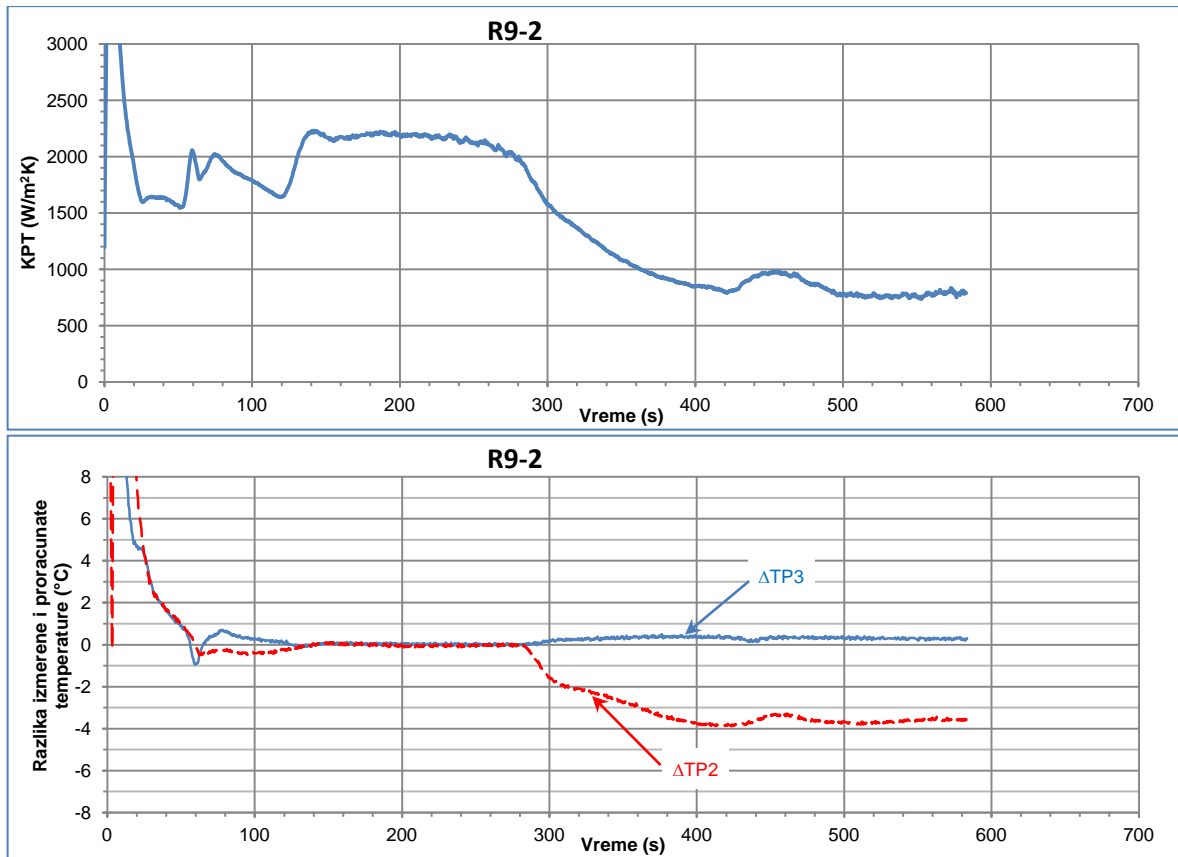


Slika 135: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z12-5.

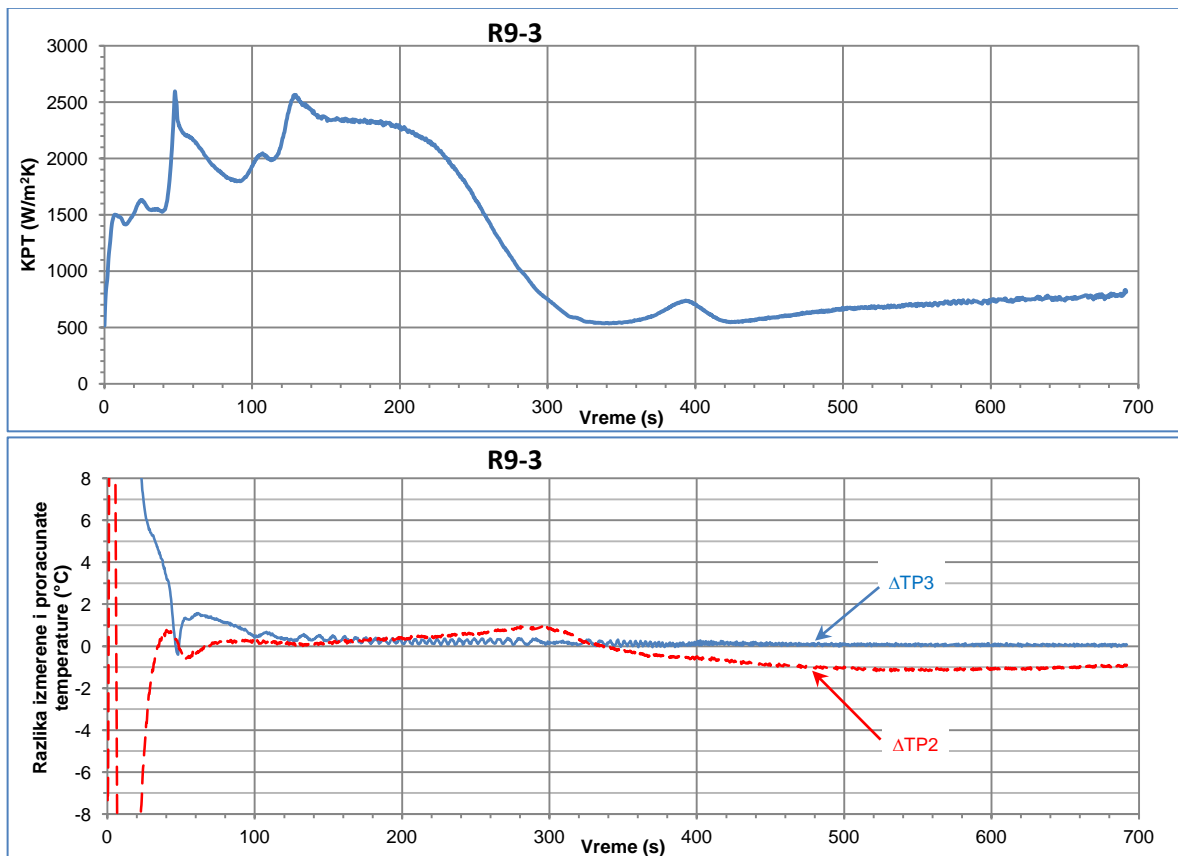
10.6 Koeficijenti prenosa toplote za prividnu difuzivnost



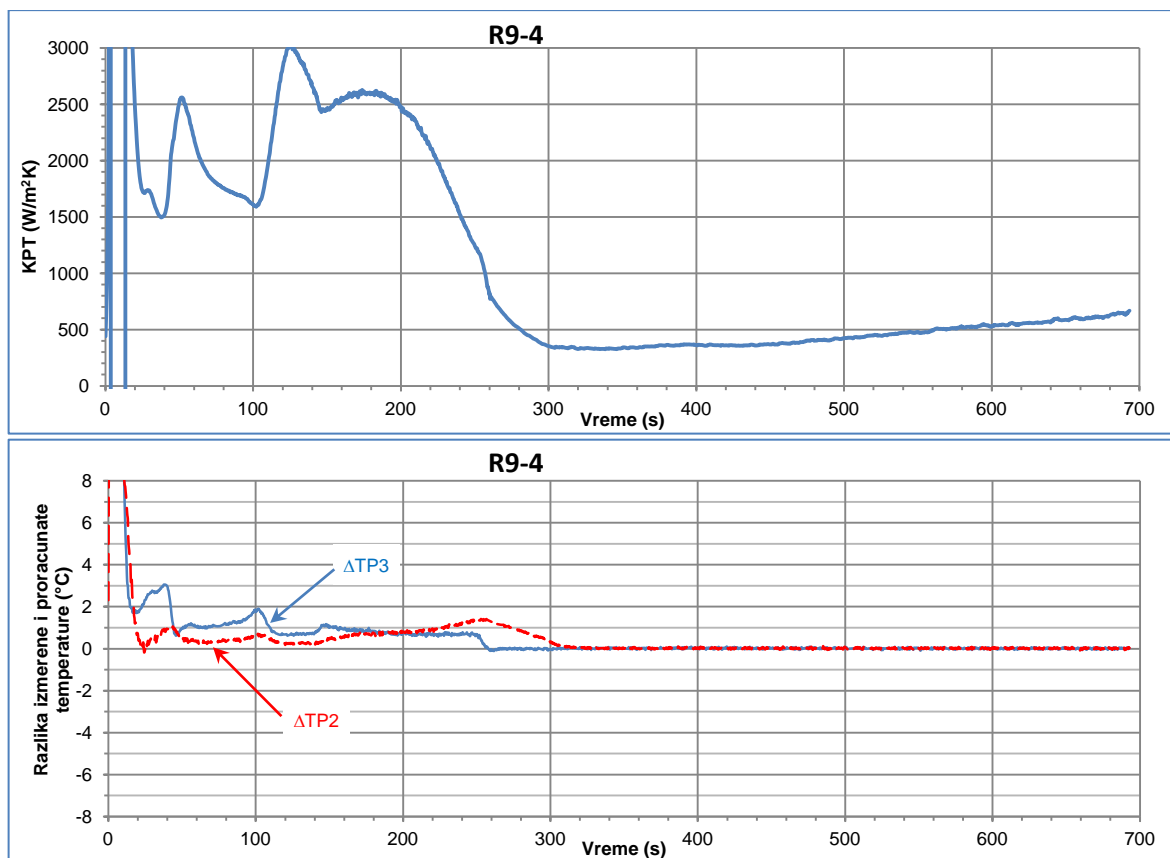
Slika 136: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak R9-1 pri prividnoj difuzivnosti.



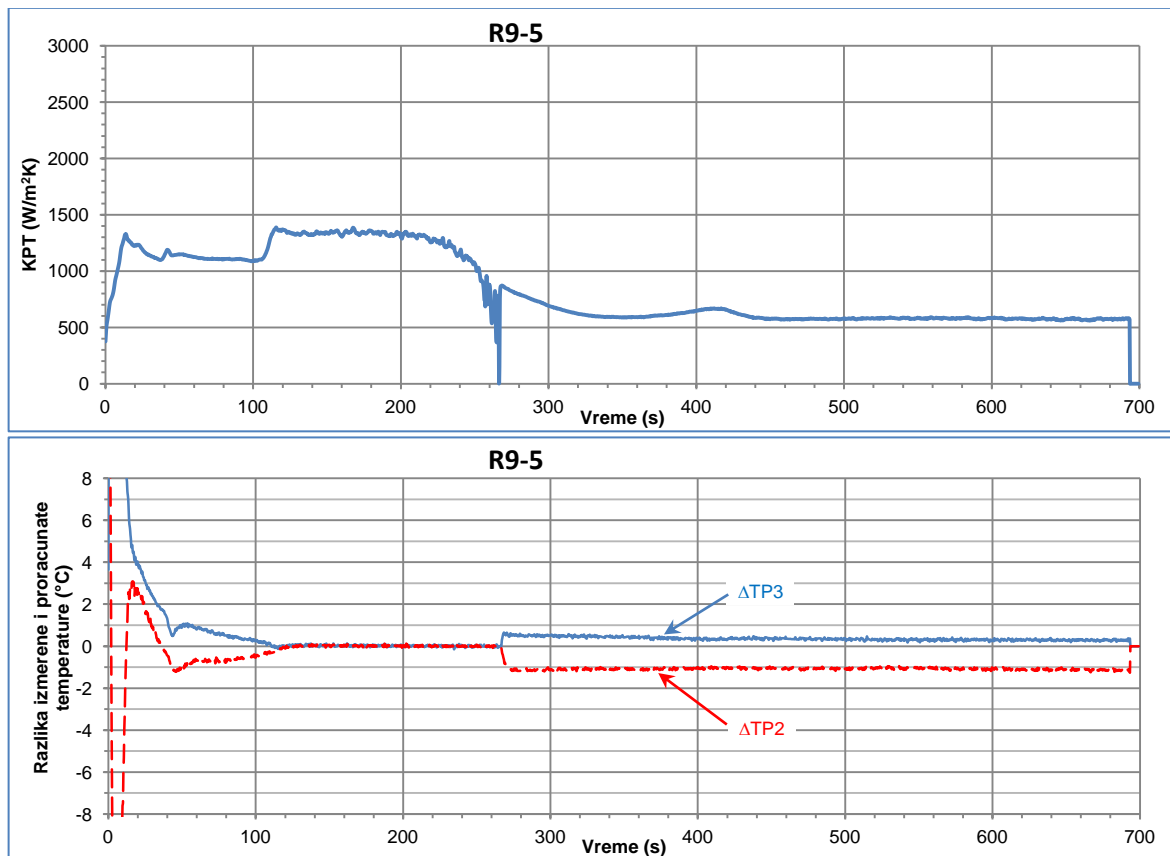
Slika 137: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak R9-2 pri prividnoj difuzivnosti.



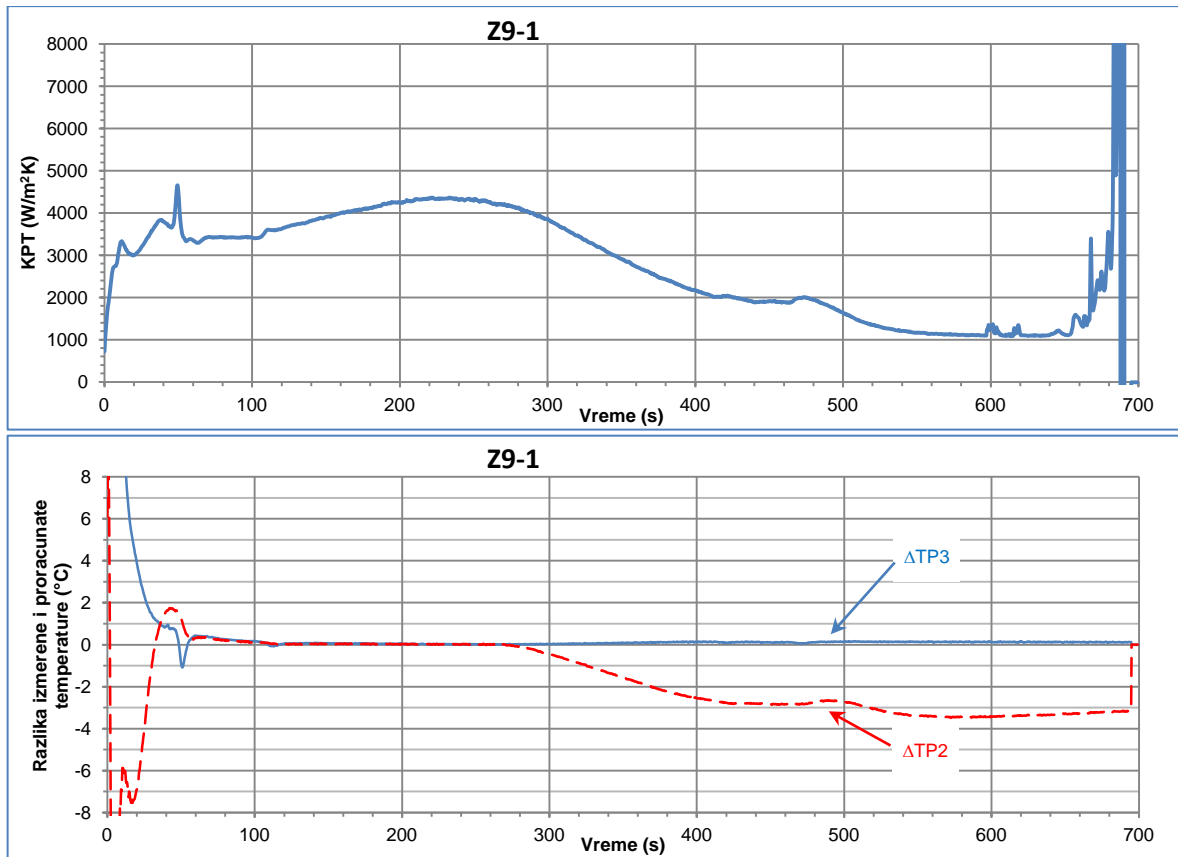
Slika 138: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak R9-3 pri prividnoj difuzivnosti.



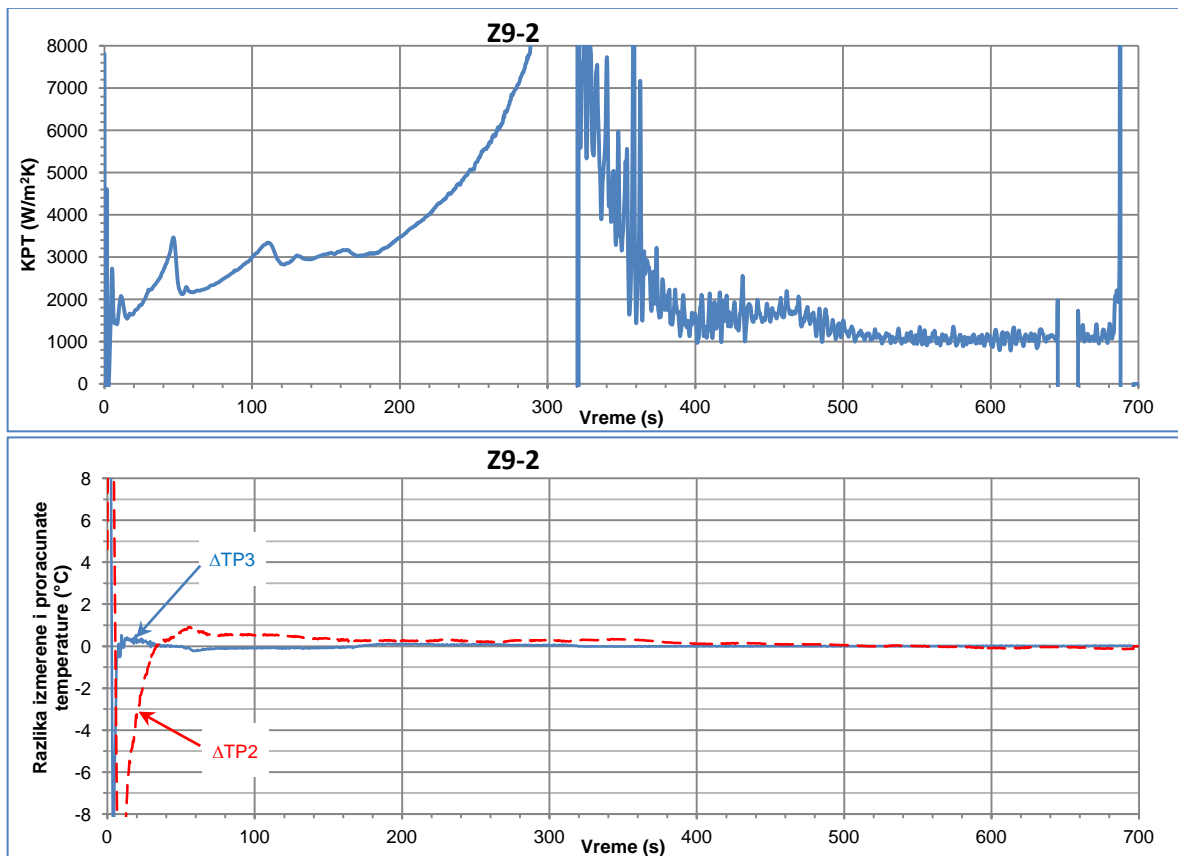
Slika 139: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak R9-4 pri prividnoj difuzivnosti.



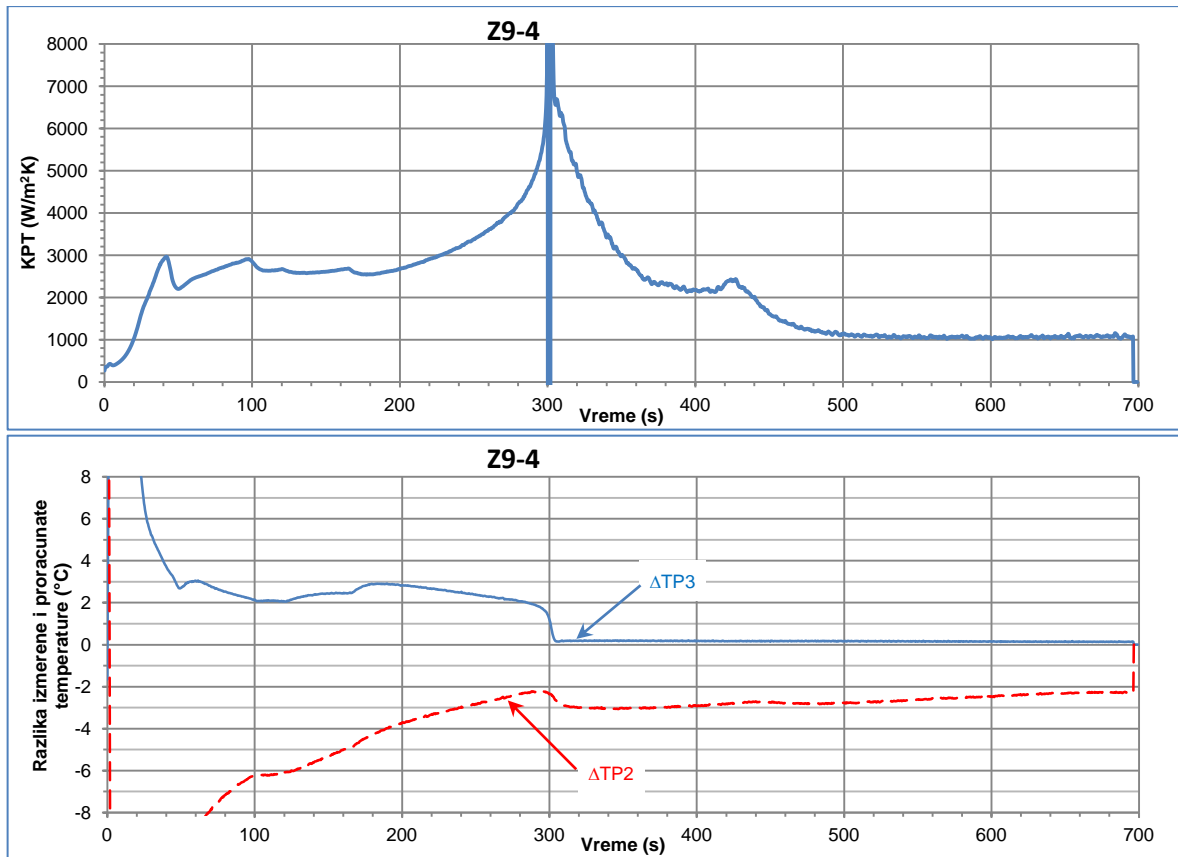
Slika 140: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak R9-5 pri prividnoj difuzivnosti.



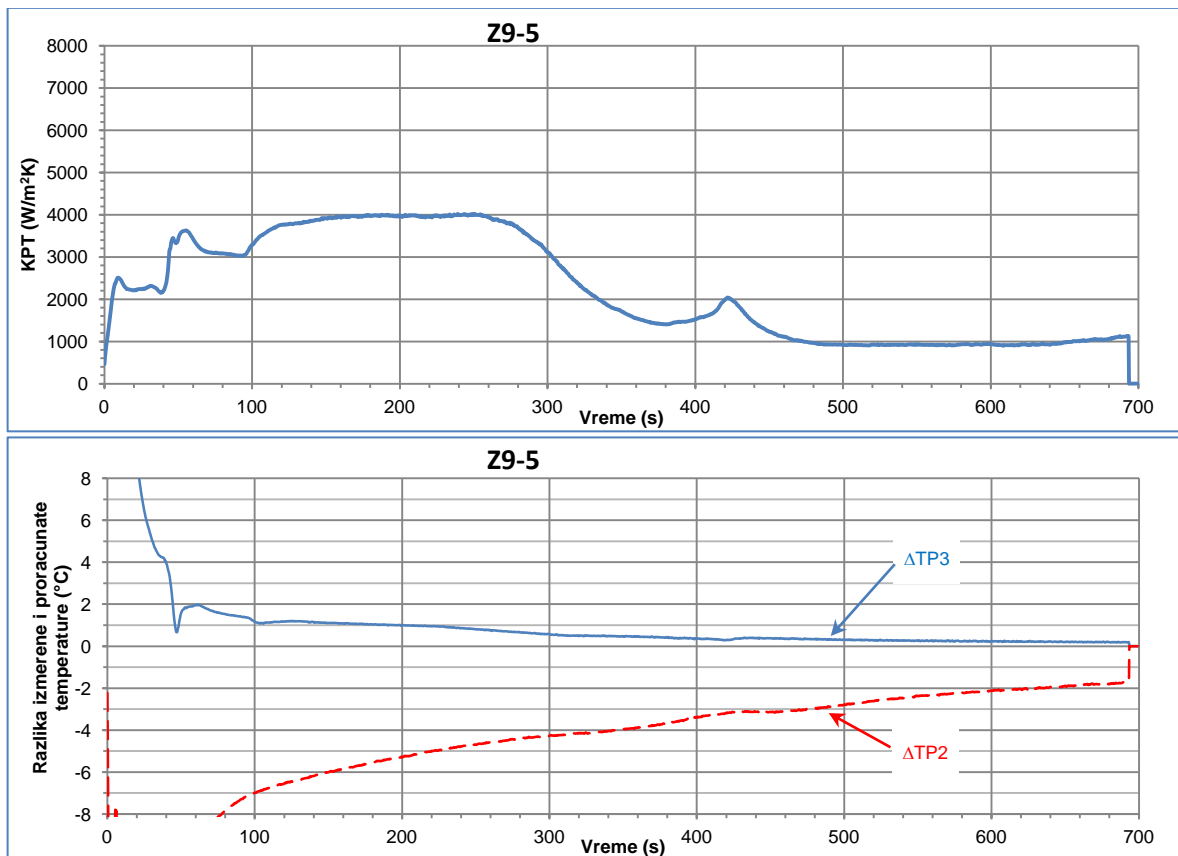
Slika 141: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z9-1 pri prividnoj difuzivnosti.



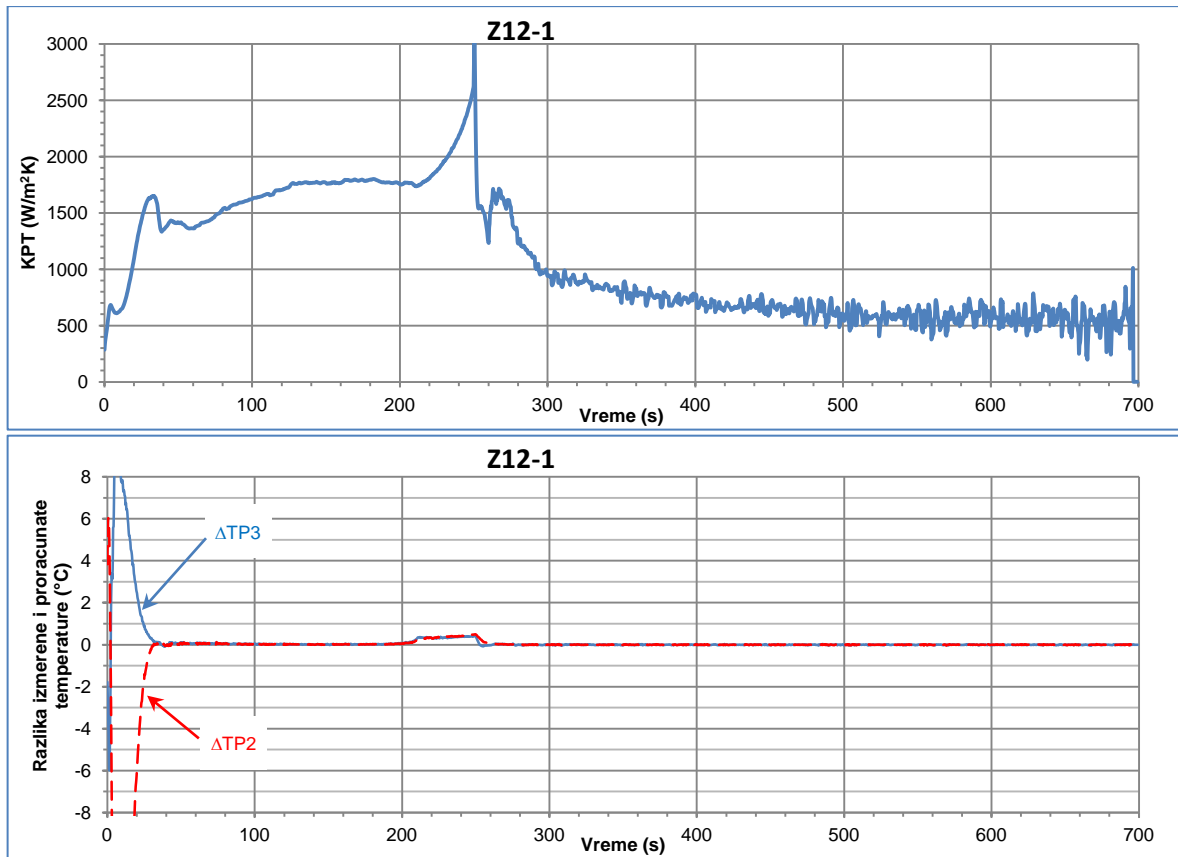
Slika 142: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z9-2 pri prividnoj difuzivnosti.



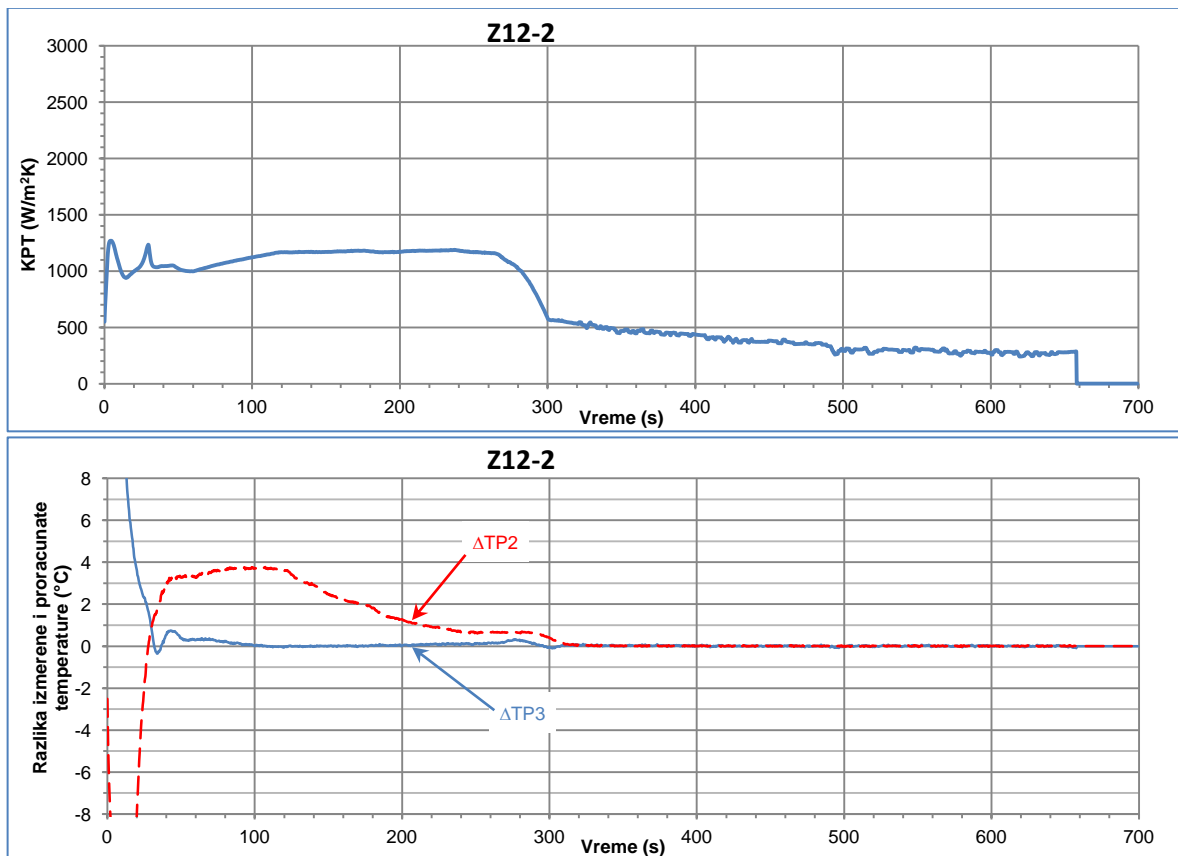
Slika 143: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z9-4 pri prividnoj difuzivnosti.



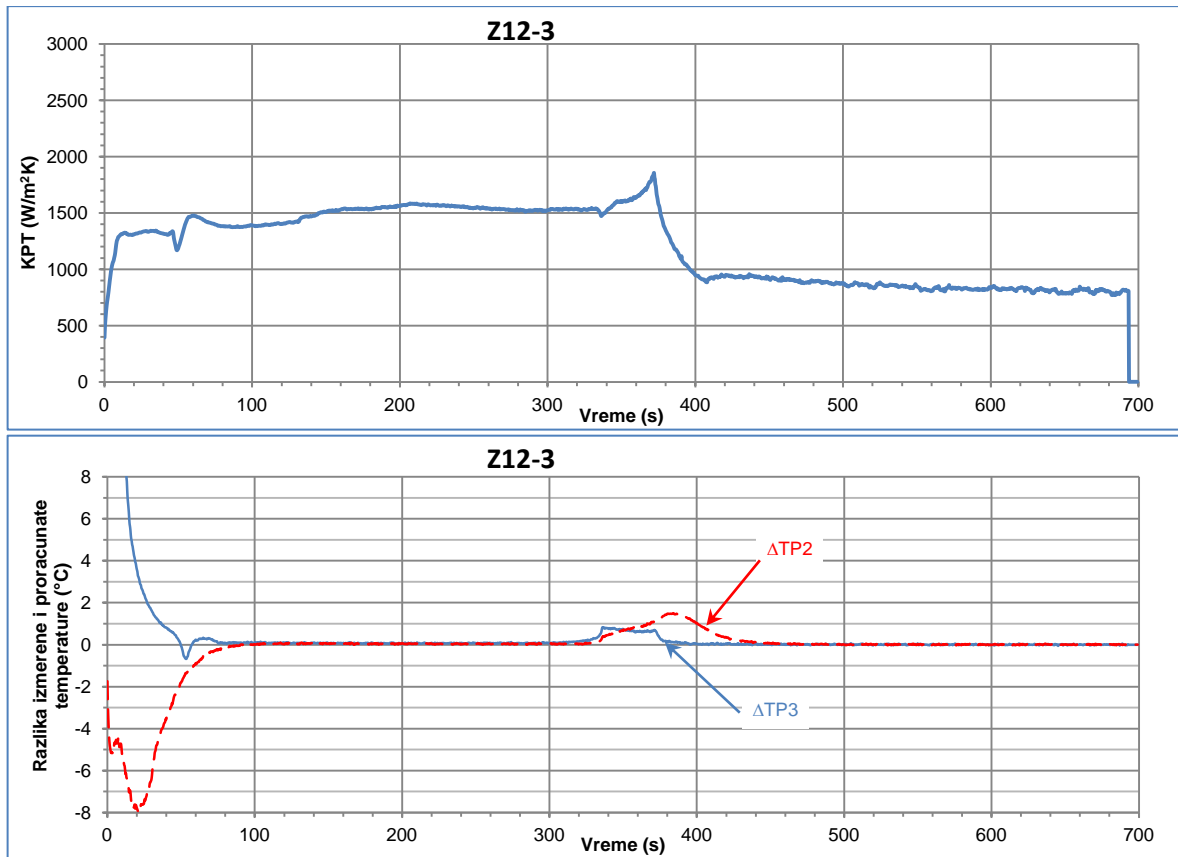
Slika 144: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z9-5 pri prividnoj difuzivnosti.



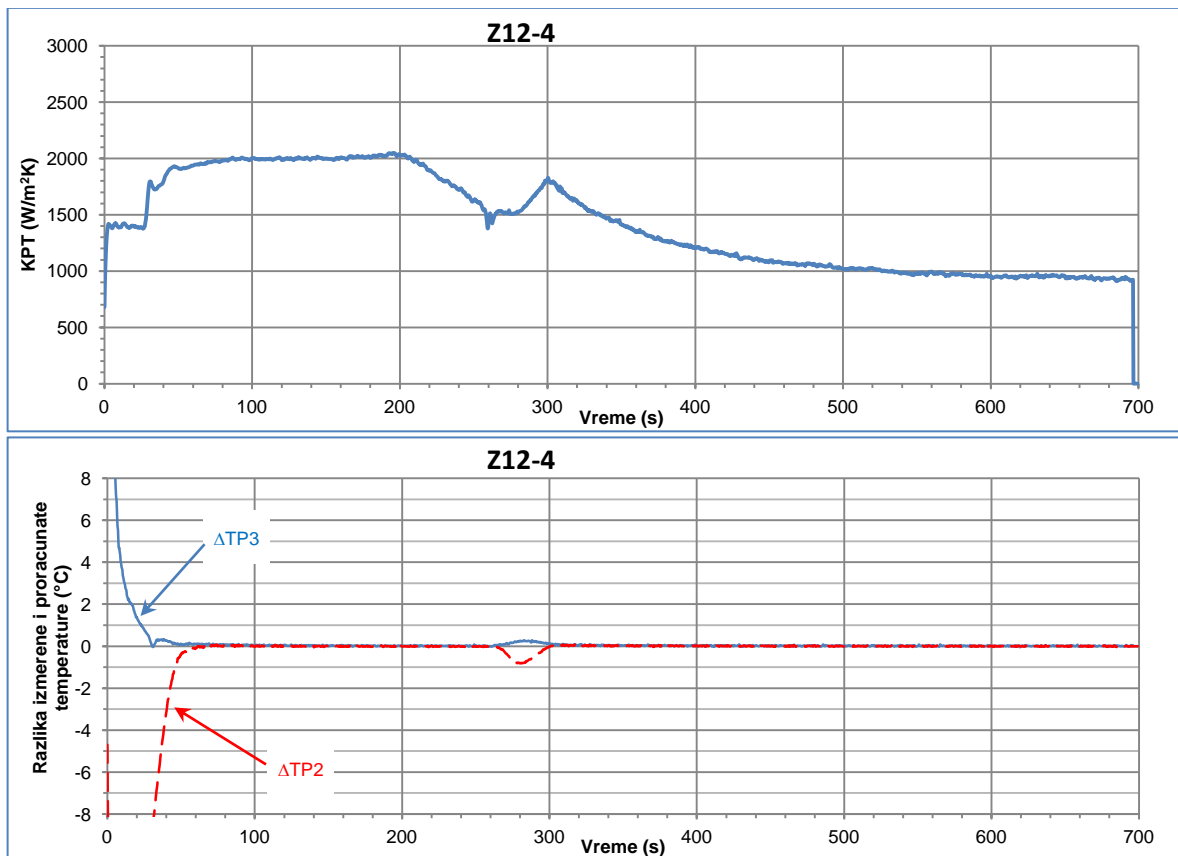
Slika 145: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z12-1 pri prividnoj difuzivnosti.



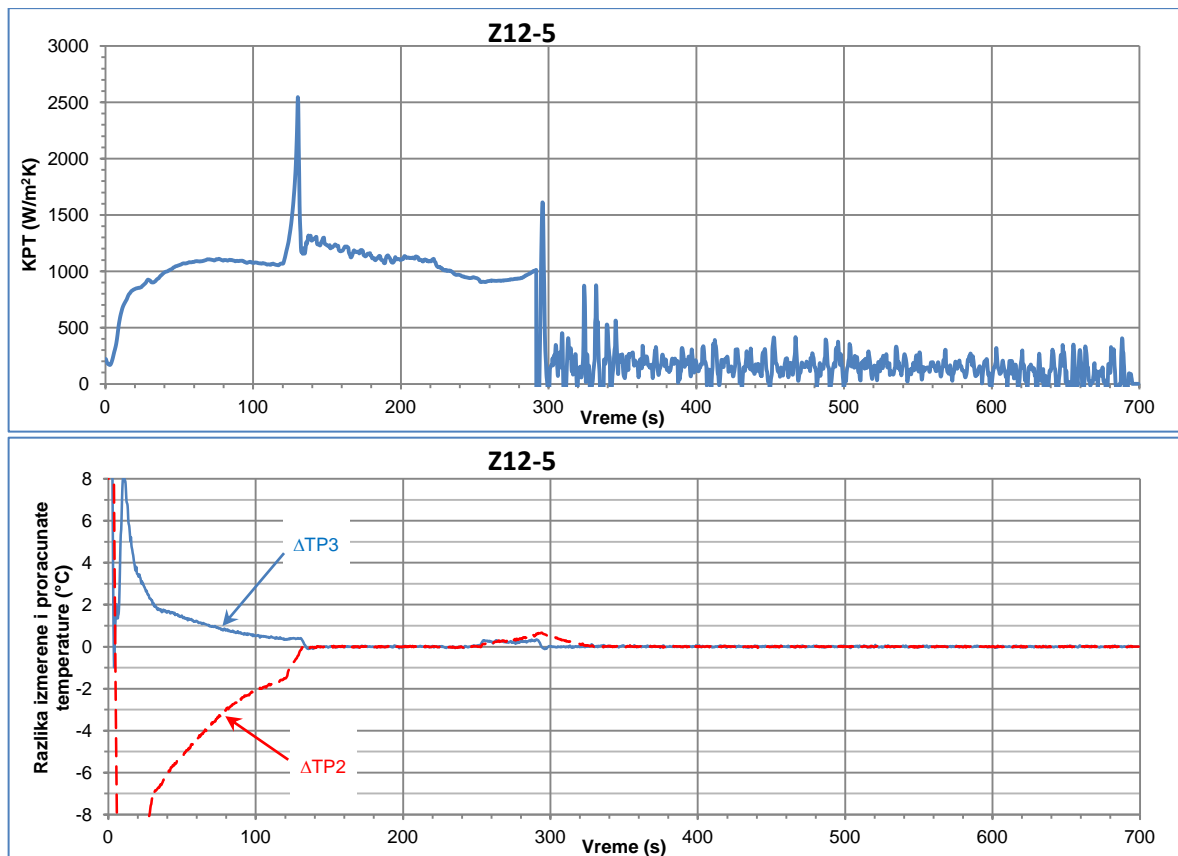
Slika 146: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z12-2 pri prividnoj difuzivnosti.



Slika 147: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z12-3 pri prividnoj difuzivnosti.



Slika 148: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z12-4 pri prividnoj difuzivnosti.



Slika 149: Proračunate vrednosti koeficijenta prenosa toplote i reziduala za odlivak Z12-5 pri prividnoj difuzivnosti.

10.7 Algoritam za inicijalnu procenu optimizovane toplotne difuzivnosti

```
%  
%*****  
%  
% PREDPROCESIRANJE  
%  
% ovaj predprogram služi za učitavanje ulaznih parametara  
% MERA ZA DUŽINU JE MM  
%  
%*****  
  
clear  
clc %brisanje ekrana  
  
% Učitavanje datoteke sa izmerenim temperaturama  
disp('*****')  
fprintf ( 1, '\n');  
fprintf ( 1, 'Ulazna datoteka temperatura treba da bude u obicnom txt \n');  
fprintf ( 1, 'formatu u kojem su kolone odvojene tabulatorima.\n');  
fprintf ( 1, 'Datoteka treba da ima sledeci raspored kolona\n');  
fprintf ( 1, '1 - vreme \n');  
fprintf ( 1, '2 - termopar u odlivku\n');  
fprintf ( 1, '3 - 1. termopar u kalupu\n');  
fprintf ( 1, '4 - 2. termopar u kalupu\n');  
fprintf ( 1, '5 - 3. termopar u kalupu\n');  
fprintf ( 1, '6 - 4. termopar u kalupu\n');  
fprintf ( 1, '\n');  
fprintf ( 1, '\n');  
fprintf ( 1, ...  
'DATOTEKA MORA IMATI SVIH 6 KOLONA!!!!\n');  
% u suprotnom mora se izmeniti deo koda - obrisati viskove  
% %f kod fscan komande  
fprintf ( 1, '\n');  
fprintf ( 1, '\n');  
disp('*****');  
fprintf ( 1, '\n');  
  
% petlja za definisanje i otvaranje ulazne datoteke  
DatotekaID = -2;  
while DatotekaID < -1  
    [naziv,putanja] = uigetfile('.txt',...  
        'Izbor datoteke sa izmerenim temperaturama');  
    Datoteka=fullfile(putanja,naziv);  
    [DatotekaID] = fopen(Datoteka);  
end  
% Kolona           | t | T1 | T2 | T3 | T4 | T5  
% učitavanje matrice vremena onakve kakva je izmerena  
VremeMerOdPocetka=fscanf(DatotekaID, '%f %f %f %f %f %f');  
[DatotekaID] = fopen(Datoteka); % ponovno otvaranje datoteke,  
% učitavanje matrice temperature kokile  
Tk1Mer=fscanf(DatotekaID, '%f %f %f %f %f %f');  
[DatotekaID] = fopen(Datoteka); %ponovno otvaranje datoteke  
% učitavanje matrice temperature kokile  
Tk2Mer=fscanf(DatotekaID, '%f %f %f %f %f %f');  
[DatotekaID] = fopen(Datoteka); %ponovno otvaranje datoteke  
% učitavanje matrice temperature kokile  
Tk3Mer=fscanf(DatotekaID, '%f %f %f %f %f %f');  
[DatotekaID] = fopen(Datoteka); %ponovno otvaranje datoteke
```

```

fclose(DatotekaID); %zatvaranje ulazne datoteke
clc %brisanje ekrana

%Unos parametara simulacije
% Kako bi se skratio proces oni se ne moraju svaki put rucno unositi vec
% se za jedan set eksperimenata mogu upiti za unos eliminisati i
% umesto njih samo staviti recimo deltaVreme=___ i sl.
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');
deltaVreme = input('Unesite vrednost vremenskog koraka [s]: ');
fprintf ( 1, '\n');
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');
NultoVreme = input('Unesite vreme prvog merenja [s]: ');
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');
maksVreme = input('Unesite vreme trajanja simulacije [s]: ');
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
UdaljenostTermopara1mm = input...
    ('Unesite udaljenost 1. termopara od površine kalupa u [mm]: ');
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');
UdaljenostTermopara2ukupnommm = input...
    ('Unesite udaljenost 2. termopara od površine kalupa u [mm]: ');
UdaljenostTermopara2mm=UdaljenostTermopara2ukupnommm-UdaljenostTermopara1mm;
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');
UdaljenostTermopara3ukupnommm = input...
    ('Unesite udaljenost 3. termopara od površine kalupa u [mm]: ');
UdaljenostTermopara3mm=UdaljenostTermopara3ukupnommm-...
    UdaljenostTermopara2ukupnommm;
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');
RedRegularizacije = input...
    ('Unesite željeni red regularizacije (broj budućih vremena): ');
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');

% proračun novog vremena
BrojMerenja=size(VremeMerOdPocetka,1);
for p=1:BrojMerenja
    VremeMer=VremeMerOdPocetka-NultoVreme;
end

% pretvaranje u metre
UdaljenostTermopara1=UdaljenostTermopara1mm;
UdaljenostTermopara2=UdaljenostTermopara2mm;
UdaljenostTermopara3=UdaljenostTermopara3mm;

%definisanje broja čvornih mesta između dva termopara
BrojCvornihMestaK1 = 30;
BrojCvornihMestaK2 = 30;
BrojCvornihMestaKU = BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2-1;

```

```

% izracunavanje duzine jedne kontrolne zapremine
deltaDuzinaK1=UdaljenostTermopara2/(BrojCvornihMestaK1-1);
deltaDuzinaK2=UdaljenostTermopara3/(BrojCvornihMestaK2-1);

% kako bi greska proracuna bila sto manja pozeljno je da duzine
% kontrolnih zapremina regiona budu sto pribliznije
% racunanje broja vremenskih koraka
BrojVremenskihKoraka=round(maksVreme/deltaVreme);

% definisanje inkrementa toplotne difuzivnosti
E=0.01;
% kreiranje matrice vremena

Vreme=(0:deltaVreme:(BrojVremenskihKoraka-1)*deltaVreme);

% definisanje pocetne vrednosti toplotne difuzivnosti
ToplotnaDifuzivnost=0.8;

% definisanje pocetnog povecanja toplotne difuzivnosti
ToplotnaDifuzivnostE=ToplotnaDifuzivnost*(1+E);

%%
%*****
%
% ALGORITAM TOPLOTNA DIFUZIVNOST V7
%
% Zasnovan je na varijaciji Bekovog iterativnog algoritma
%
%*****

% Kreiranje matrica temperatura.
% Ovo se vrsi radi ustede u vremenu kako MATLAB sa svakom novom
% iteracijom u sledecoj for petlji ne bi morao da menja duzinu matrice.
Tk=zeros(BrojCvornihMestaKU,BrojVremenskihKoraka);
Yk1=zeros(1,BrojVremenskihKoraka);
Yk2=zeros(1,BrojVremenskihKoraka);
Yk3=zeros(1,BrojVremenskihKoraka);

% Popunjavanje matrice kalupa pocetnim uslovima
deltaTk1=Tk1Mer(1)-Tk2Mer(1);
deltaTk2=Tk2Mer(1)-Tk3Mer(1);
gradijent1=deltaTk1/(BrojCvornihMestaK1-1);
gradijent2=deltaTk2/(BrojCvornihMestaK2-1);
for m=2:BrojCvornihMestaK1-1
    Tk(m,1)=Tk2Mer(1)+gradijent1*(BrojCvornihMestaK1-m);
end
for m=(BrojCvornihMestaK1+1):(BrojCvornihMestaKU-1)
    Tk(m,1)=Tk3Mer(1)+gradijent2*...
        (BrojCvornihMestaK2-m+BrojCvornihMestaK1-1);
end
Tk(1,1)=Tk1Mer(1);
Tk(BrojCvornihMestaK1,1)=Tk2Mer(1);
Tk(BrojCvornihMestaKU,1)=Tk3Mer(1);

% Popunjavanje matrice izmerenih vrednosti.
% Vrsi se linearna interpolacija izmerenih temperatura na novu vremensku
% seriju. Mislim da bi bilo koja druga vrsta interpolacije osim liearne
% unela znatno vece greske.
for p=1:BrojVremenskihKoraka
    Yk1(p)=interp1(VremeMer,Tk1Mer,Vreme(p),'linear');

```

```

        Yk2(p)=interp1(VremeMer,Tk2Mer,Vreme(p),'linear');
        Yk3(p)=interp1(VremeMer,Tk3Mer,Vreme(p),'linear');
end
Yk1(1)=Tk1Mer(1);
Yk2(1)=Tk2Mer(1);
Yk3(1)=Tk3Mer(1);

% Kreiranje matrice toplotne difuzivnosti
MatricaToplotnaDifuzivnost=zeros(1,...
    BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1);

% Kreiranje matrice koja ce se popunjavati vrednostima razlike izmerene i
% simulirane temperature
RazlikaTemperatura=zeros(BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1,3);

% Proracun temperaturnog polja
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1 % spoljasnja vremenska
    % petlja
    % % Pracenje trenutnog vremenskog koraka na ekranu
    % fprintf('vremenski korak: %d od %d \n', p,...
    %     BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1);

    % definisanje pocetnih vrednosti za while petlju koja trazi minimum
    % funkcije cilja
    ProcentualniRastToplotneDifuzivnosti=0.1;
    PromenaToplotneDifuzivnosti=0;
    iteracija=1;

    % petlja za trazenje minimuma funkcije cilja
    while abs(ProcentualniRastToplotneDifuzivnosti) > 0.02

        % Povecanje vrednosti gustine toplotnog fluksa za vrednost promene
        % ustanovljene u prethodnoj iteraciji
        ToplotnaDifuzivnost=ToplotnaDifuzivnost+...
            PromenaToplotneDifuzivnosti;
        ToplotnaDifuzivnostE=ToplotnaDifuzivnost*(1+E);

        % Kreiranje privremene matrice temperaturnog polja kalupa za
        % Gaus-Njutnovu regularizaciju
        Tr=zeros(BrojCvornihMestaKU,RedRegularizacije+1);

        % Kreiranje privremene matrice temperaturnog polja kalupa od
        % inkrementalne vrednosti toplotnog fluksa za Gaus-Njutnovu
        % regularizaciju
        TrE=zeros(BrojCvornihMestaKU,RedRegularizacije+1);

        % Kreiranje privremene matrice osetljivosti
        KoeficijentOsetljivosti=zeros(1,RedRegularizacije+1);

        % Popunjavanje privremene matrice temperaturnog polja kalupa
        % u privremenoj matrici u unutrašnjoj vremenskoj petlji prva kolona je
        % nulta s obzirom da se odnosi na prethodni vremenski korak
        for m=1:BrojCvornihMestaKU
            Tr(m,1)=Tk(m,p);
            TrE(m,1)=Tk(m,p);
        end
        for r=1:RedRegularizacije % Unutrasnja Gaus-Njutnova vremenska petlja

            A=zeros(BrojCvornihMestaKU,BrojCvornihMestaKU);

```

```

C=zeros (BrojCvornihMestaKU,1);
AE=zeros (BrojCvornihMestaKU,BrojCvornihMestaKU);
CE=zeros (BrojCvornihMestaKU,1);

%Popunjavanje matrice rešenja
C(1,1)=Yk1(p+r);
CE(1,1)=Yk1(p+r);
for m=2:(BrojCvornihMestaKU-1)
    C(m,1)=Tr(m,r);
    CE(m,1)=TrE(m,r);
end
C(BrojCvornihMestaKU,1)=Yk3(p+r);
CE(BrojCvornihMestaKU,1)=Yk3(p+r);

% Popunjavanje matrice koeficijenata
A(1,1)=1;
AE(1,1)=1;
for m=2:BrojCvornihMestaK1-1
    Fo1=(deltaVreme*ToplotnaDifuzivnost/...
        (deltaDuzinaK1^2));
    Fo1E=(deltaVreme*ToplotnaDifuzivnostE/...
        (deltaDuzinaK1^2));

    A(m,m-1)=-Fo1;
    AE(m,m-1)=-Fo1E;
    A(m,m)=(1+2*Fo1);
    AE(m,m)=(1+2*Fo1E);
    A(m,m+1)=-Fo1;
    AE(m,m+1)=-Fo1E;
end
A(BrojCvornihMestaK1,BrojCvornihMestaK1-1)=...
    -((2*deltaVreme*ToplotnaDifuzivnost)/...
        (deltaDuzinaK1*(deltaDuzinaK1+deltaDuzinaK2)));
A(BrojCvornihMestaK1,BrojCvornihMestaK1)=1+(2*deltaVreme*...
    ToplotnaDifuzivnost/(deltaDuzinaK1*deltaDuzinaK2));
A(BrojCvornihMestaK1,BrojCvornihMestaK1+1)=...
    -((2*deltaVreme*ToplotnaDifuzivnost)/...
        (deltaDuzinaK2*(deltaDuzinaK1+deltaDuzinaK2)));
AE(BrojCvornihMestaK1,BrojCvornihMestaK1-1)=...
    -((2*deltaVreme*ToplotnaDifuzivnostE)/...
        (deltaDuzinaK1*(deltaDuzinaK1+deltaDuzinaK2)));
AE(BrojCvornihMestaK1,BrojCvornihMestaK1)=1+(2*deltaVreme*...
    ToplotnaDifuzivnostE/(deltaDuzinaK1*deltaDuzinaK2));
AE(BrojCvornihMestaK1,BrojCvornihMestaK1+1)=...
    -((2*deltaVreme*ToplotnaDifuzivnostE)/...
        (deltaDuzinaK2*(deltaDuzinaK1+deltaDuzinaK2)));
for m=BrojCvornihMestaK1+1:BrojCvornihMestaKU-1
    Fo2=(deltaVreme*ToplotnaDifuzivnost/...
        (deltaDuzinaK2^2));
    Fo2E=(deltaVreme*ToplotnaDifuzivnostE/...
        (deltaDuzinaK2^2));

    A(m,m-1)=-Fo2;
    AE(m,m-1)=-Fo2E;
    A(m,m)=(1+2*Fo2);
    AE(m,m)=(1+2*Fo2E);
    A(m,m+1)=-Fo2;
    AE(m,m+1)=-Fo2E;
end
A(BrojCvornihMestaKU,BrojCvornihMestaKU)=1;
AE(BrojCvornihMestaKU,BrojCvornihMestaKU)=1;

```

```

% Trazenje resenja sistema jednačina
Trr=A\C;
TrrE=AE\CE;
% Popunjavanje matrice
for m=1:BrojCvornihMestaKU
    Tr(m,r+1)=Trr(m);
    TrE(m,r+1)=TrrE(m);
end

% Racunanje koeficijenta osetljivosti
KoeficijentOsetljivosti(r+1)=(TrE(BrojCvornihMestaK1,r+1)-...
    Tr(BrojCvornihMestaK1,r+1))/(E*ToplotnaDifuzivnost);

end % kraj unutrasnje vremenske petlje

% Definisanje brojioca izraza za odredjivanje promene
% toplotne difuzivnosti. Prva vrednost se preskače zato sto predstavlja
% prethodno vreme i ne potpada u aktuelnu regularizaciju
F=zeros(1,RedRegularizacije);
for r=1:RedRegularizacije
    F(r)=((Yk2(p+r)-Tr(BrojCvornihMestaK1,r+1))*...
        KoeficijentOsetljivosti(r+1));
end

% Definisanje imenioca izraza za odredjivanje promene toplotne
% difuzivnosti
B=zeros(1,RedRegularizacije);
for r=1:RedRegularizacije
    B(r)=(KoeficijentOsetljivosti(r+1)^2);
end

% Izracunavanje promene toplotne difuzivnosti
PromenaToplotneDifuzivnosti=(sum(F))/(sum(B));

% Izracunavanje rasta toplotne difuzivnosti kako bi se videlo da li
% treba završiti aktuelnu while petlju
ProcentualniRastToplotneDifuzivnosti=PromenaToplotneDifuzivnosti/...
    ToplotnaDifuzivnost;

% U jednoj iteraciji se ne dozvoljava veća promena od 10%
if (abs(ProcentualniRastToplotneDifuzivnosti)>0.1) &&...
    PromenaToplotneDifuzivnosti>0
    ProcentualniRastToplotneDifuzivnosti=0.1;
    PromenaToplotneDifuzivnosti=...
        ProcentualniRastToplotneDifuzivnosti*ToplotnaDifuzivnost;
end

if (abs(ProcentualniRastToplotneDifuzivnosti)>0.1) ...
    && PromenaToplotneDifuzivnosti<0
    ProcentualniRastToplotneDifuzivnosti=-0.1;
    PromenaToplotneDifuzivnosti=...
        ProcentualniRastToplotneDifuzivnosti*ToplotnaDifuzivnost;
end

%sprečavanje dobijanja nerealnih vrednosti toplotne difuzivnosti
if (ToplotnaDifuzivnost+PromenaToplotneDifuzivnosti<=0.01)
    ToplotnaDifuzivnost=0.01;
    PromenaToplotneDifuzivnosti=0;

```



```

    ProcentualniRastToplotneDifuzivnosti=0;
end

if (ToplotnaDifuzivnost+PromenaToplotneDifuzivnosti>5000000)
    ToplotnaDifuzivnost=5000000;
    PromenaToplotneDifuzivnosti=0;
    ProcentualniRastToplotneDifuzivnosti=0;
end

% Dodatan uslov za sprečavanje da program uđe u beskonačnu petlju
% program će na svakih 200 iteracija da pomeri vrednost difuzivnosti
% za 1%, a 1001 za 5% u nadi da će tako lakše konvergirati
if rem(iteracija,200)==0
    ProcentualniRastToplotneDifuzivnosti=0.01;
    PromenaToplotneDifuzivnosti=...
        ProcentualniRastToplotneDifuzivnosti*ToplotnaDifuzivnost;
end
if rem(iteracija,1001)==0
    ProcentualniRastToplotneDifuzivnosti=0.8/ToplotnaDifuzivnost;
    PromenaToplotneDifuzivnosti=...
        ProcentualniRastToplotneDifuzivnosti*ToplotnaDifuzivnost;
end

% uvećavanje broja iteracije
iteracija=iteracija+1;

end % kraj petlje za traženje minimuma funkcije cilja

% Popuna matrice toplotne difuzivnosti sa konacno usvojenom vrednosti za
% trenutni vremenski korak
MatricaToplotnaDifuzivnost (p+1)=ToplotnaDifuzivnost/1000000;

% Popuna matrice temperaturnih razlika simuliranih i izmerenih vrednosti
RazlikaTemperatura (p+1,1)=Yk1 (p+1)-Tr (1,2);
RazlikaTemperatura (p+1,2)=Yk2 (p+1)-Tr (BrojCvornihMestaK1,2);
RazlikaTemperatura (p+1,3)=Yk3 (p+1)-Tr (BrojCvornihMestaKU,2);

% Popunjavanje matrice temperaturnog polja rezultatima untrasnje
% vremenske petlje
for m=1:BrojCvornihMestaKU
    Tk (m,p+1)=Tr (m,2);
end

end % kraj spoljasnje vremenske petlje

%%
%*****
%
% IZLAZNE DATOTEKE
%
% ovaj podprogram vrsi postprocesiranje rezultata tj. iscrtava dijagram
% i stvara izlaznu datoteku sa vrednostima
%
%*****

Rezultati=zeros (BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1,2);
for p=1:BrojVremenskihKoraka-1
    Rezultati (p,1)=Vreme (p)+NultoVreme;
end

```

```

for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    Rezultati(p,2)=MatricaToplotnaDifuzivnost(p);
end

merenje=naziv(1:end-4);
dlmwrite(sprintf('Rezultati_%s_Toplotna_difuzivnost_vreme.txt',merenje),...
    Rezultati, 'delimiter', '\t', 'precision', '%.15f', 'newline', 'pc')

Reziduali=zeros(BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1,4);
for p=1:BrojVremenskihKoraka-1
    Reziduali(p,1)=Vreme(p)+NultoVreme;
end
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    Reziduali(p,2)=RazlikaTemperatura(p,1);
end
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    Reziduali(p,3)=RazlikaTemperatura(p,2);
end
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    Reziduali(p,4)=RazlikaTemperatura(p,3);
end

dlmwrite(sprintf('Rezultati_%s_Toplotna_difuzivnost_Tizm-Tsim.txt',...
    merenje), Reziduali, 'delimiter', '\t', 'precision',...
    '%.3f', 'newline', 'pc')

Rezultati2=zeros(BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1,2);
for p=1:BrojVremenskihKoraka-1
    Rezultati2(p,1)=Yk2(p);
end
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    Rezultati2(p,2)=MatricaToplotnaDifuzivnost(p);
end

dlmwrite(sprintf('Rezultati_%s_Toplotna_difuzivnost_temperatura.txt',...
    merenje), Rezultati2, 'delimiter', '\t', 'precision',...
    '%.15f', 'newline', 'pc')

X=zeros(BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1,1);
Y=zeros(BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1,1);

for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    X(p)=Vreme(p)+NultoVreme;
end
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    Y(p)=MatricaToplotnaDifuzivnost(p);
end

plot(X,Y)
axis([0,700,0,1e-6]);

```

10.8 Algoritam za procenu KPT-a u slučaju vremenske zavisnosti toplotne difuzivnosti

```
%  
%*****  
%  
% PREDPROCESIRANJE  
%  
% ovaj predprogram služi za učitavanje početnih i granicnih uslova kao i za  
% odredjivanje parametara simulacije  
%  
%*****  
  
clear %brisanje zaostalih promenljivih iz memorije sistema  
clc %brisanje ekrana  
  
% Učitavanje datoteke sa izmerenim temperaturama  
disp('*****')  
fprintf ( 1, '\n');  
fprintf ( 1, 'Ulazna datoteka temperatura treba da bude u obicnom txt \n');  
fprintf ( 1, 'formatu u kojem su kolone odvojene tabulatorima.\n');  
fprintf ( 1, 'Datoteka treba da ima sledeci raspored kolona\n');  
fprintf ( 1, '1 - vreme \n');  
fprintf ( 1, '2 - termopar u odlivku\n');  
fprintf ( 1, '3 - 1. termopar u kokili\n');  
fprintf ( 1, '4 - 2. termopar u kokili\n');  
fprintf ( 1, '5 - 3. termopar u kokili\n');  
fprintf ( 1, '\n');  
fprintf ( 1, '\n');  
fprintf ( 1, ...  
'DATOTEKA MORA IMATI SVIH 5 KOLONA I VREME MORA POČETI OD 0!!!!\n');  
% u suprotnom mora se izmeniti deo koda - obrisati viskove  
% %f kod fscan komande  
fprintf ( 1, '\n');  
fprintf ( 1, '\n');  
disp('*****');  
fprintf ( 1, '\n');  
% petlja za definisanje i otvaranje ulazne datoteke  
DatotekaID = -2;  
while DatotekaID < -1  
    [nazivT,putanjaT] = uigetfile('.txt',...  
        'Izbor datoteke sa izmerenim temperaturama');  
    Datoteka=fullfile(putanjaT,nazivT);  
    [DatotekaID] = fopen(Datoteka);  
end  
  
% Kolona          | t | T1 | T2 | T3 | T4 | T5  
% učitavanje vektora izmerenih vremena  
VremeMer=fscanf(DatotekaID, '%f %f %f %f %f %f');  
[DatotekaID] = fopen(Datoteka); % ponovno otvaranje datoteke,  
% učitavanje vektora izmerenih temperatura površine odlivka  
ToMer=fscanf(DatotekaID, '%f %f %f %f %f %f');  
[DatotekaID] = fopen(Datoteka); %ponovno otvaranje datoteke  
% učitavanje vektora izmerenih temperatura kalupa 1  
Tk1Mer=fscanf(DatotekaID, '%f %f %f %f %f %f');  
[DatotekaID] = fopen(Datoteka); %ponovno otvaranje datoteke  
% učitavanje vektora izmerenih temperatura kalupa 2  
Tk2Mer=fscanf(DatotekaID, '%f %f %f %f %f %f');  
[DatotekaID] = fopen(Datoteka); %ponovno otvaranje datoteke  
% učitavanje vektora izmerenih temperatura kalupa 3
```

```

Tk3Mer=fscanf(DatotekaID, '%*f %*f %*f %*f %f %*f');
fclose(DatotekaID); %zatvaranje ulazne datoteke
clc %brisanje ekrana
% Ucitavanje datoteka sa vrednostima osobina materijala kalupa i odlivka
% zavisnim od temperature
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');
fprintf ( 1, 'Datoteke osobina materijala treba da budu u obicnom txt \n');
fprintf ( 1, 'formatu u kojem su kolone odvojene tabulatorima.\n');
fprintf ( 1, 'Datoteka treba da ima sledeci raspored kolona\n');
fprintf ( 1, '1 - temperatura\n');
fprintf ( 1, '2 - vrednost osobine u SI sistemu\n');
fprintf ( 1, '\n');
fprintf ( 1, 'Osobine moraju biti definisane za kompletan opseg\n');
fprintf ( 1, 'temperatura koje se pojavljuju!!!!\n');
fprintf ( 1, '\n');
fprintf ( 1, 'Medjuvrednosti osobine materijala koje se nalaze izmedju\n');
fprintf ( 1, 'vrednosti datih tabelom se linearno interpoliraju.\n');
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');
% Petlja za definisanje i otvaranje ulazne datoteke provodljivosti kalupa
DatotekaID2 = -2;
while DatotekaID2 < -1
    [naziv,putanja] = uigetfile...
        ('.txt','Izbor datoteke sa vrednostima provodljivosti kalupa');
    Datoteka2=fullfile(putanja,naziv);
    [DatotekaID2] = fopen(Datoteka2);
end
% Popunjavanje matrice sa uvezenim velicinama
ProvodljivostU=fscanf(DatotekaID2, '%*f %f');
[DatotekaID2] = fopen(Datoteka2);
ProvodljivostTemperaturaU=fscanf(DatotekaID2, '%f %*f');
fclose(DatotekaID2); %zatvaranje ulazne datoteke
% Petlja za definisanje i otvaranje ulazne datoteke difuzivnosti kalupa
DatotekaID3 = -2;
while DatotekaID3 < -1
    [naziv,putanja] = uigetfile...
        ('.txt','Izbor datoteke sa vrednostima difuzivnosti kalupa');
    Datoteka3=fullfile(putanja,naziv);
    [DatotekaID3] = fopen(Datoteka3);
end
% Popunjavanje matrice sa uvezenim velicinama
ToplotnaDifuzivnostU=fscanf(DatotekaID3, '%*f %f');
[DatotekaID3] = fopen(Datoteka3);
ToplotnaDifuzivnostVremeU=fscanf(DatotekaID3, '%f %*f');
fclose(DatotekaID3); %zatvaranje ulazne datoteke
% Unos parametara simulacije
% Kako bi se skratio proces oni se ne moraju svaki put rucno unositi vec
% se za jedan set eksperimenata mogu upiti za unos eliminisati i
% umesto njih samo staviti recimo deltaVreme=____ i sl.
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');
deltaVreme = input('Unesite vrednost vremenskog koraka [s]: ');
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');
maksVreme = input('Unesite vreme trajanja simulacije [s]: ');
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');

```

```

fprintf ( 1, '\n');
disp('Voditi racuna da se cvorna mesta na granici racunaju dva puta!!');
disp('na primer ukoliko bi za svaku zonu rekli da ima 4 cvorna mesta');
disp('1-1***1-2***1-3***1-4=2-1***2-2***2-3***2-4=3-1***3-2***3-3***3-4');
fprintf ( 1, '\n');
disp('Kako bi greska proracuna bila sto manja pozeljno je da duzine');
disp('kontrolnih zapremina regiona budu sto pribliznije');
disp('kontrolnih zapremina regiona budu sto pribliznije');
fprintf ( 1, '\n');
BrojCvornihMestaK1 = input...
    ('Unesite zeljeni broj cvornih mesta u kalupu do prvog termopara: ');
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');
BrojCvornihMestaK2 = input...
    ('Unesite zeljeni broj cvornih mesta u kalupu izmedju 1. i 2. termopara:
');
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');
BrojCvornihMestaK3 = input...
    ('Unesite zeljeni broj cvornih mesta u kalupu izmedju 2. i 3. termopara:
');
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');
UdaljenostTermopara1mm = input...
    ('Unesite udaljenost 1. termopara od površine kalupa u [mm]: ');
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');
UdaljenostTermopara2ukupnommm = input...
    ('Unesite udaljenost 2. termopara od površine kalupa u [mm]: ');
UdaljenostTermopara2mm=UdaljenostTermopara2ukupnommm-UdaljenostTermopara1mm;
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');
UdaljenostTermopara3ukupnommm = input...
    ('Unesite udaljenost 3. termopara od površine kalupa u [mm]: ');
UdaljenostTermopara3mm=UdaljenostTermopara3ukupnommm-...
    UdaljenostTermopara2ukupnommm;
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');
GustinaToplotnogFluksa = input...
    ('Unesite pocetnu vrednost gustine toplotnog fluksa u [w/m2]: ');
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');
RedRegularizacije = input...
    ('Unesite zeljeni red regularizacije (broj buducih vremena): ');
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
% pretvaranje udaljenosti iz milimetara u metre
UdaljenostTermopara1=UdaljenostTermopara1mm/1000;
UdaljenostTermopara2=UdaljenostTermopara2mm/1000;
UdaljenostTermopara3=UdaljenostTermopara3mm/1000;

% izracunavanje duzine jedne kontrolne zapremine
deltaDuzinaK1=UdaljenostTermopara1/(BrojCvornihMestaK1-1);
deltaDuzinaK2=UdaljenostTermopara2/(BrojCvornihMestaK2-1);

```

```

deltaDuzinaK3=UdaljenostTermopara3/(BrojCvornihMestaK3-1);
BrojCvornihMestaKU=BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2+...
    BrojCvornihMestaK3-2; % oduzimaju se dva cvorna mesta koja su na
        % granici i koja se broje za oba regiona

% racunanje broja vremenskih koraka
BrojVremenskihKoraka=round(maksVreme/deltaVreme);
% definisanje inkrementa gustine toplotnog fluksa
E=0.0001;
% definisanje pocetne povecanje gustine toplotnog fluksa
GustinaToplotnogFluksaE=GustinaToplotnogFluksa*(1+E);
% kreiranje matrice vremena
Vreme=(0:deltaVreme:(BrojVremenskihKoraka-1)*deltaVreme);
%definisanje parametara prenosa toplote zračenjem
sigma=5.670373e-8; %Stefan-Bolcmanova konstanta
epsilonkalupa=0.76; %emisivnost kalupa
epsilonodlivka=0.5; %emisivnost odlivka
%%
%*****
%
% BEKOV ALGORITAM V7_06_02
%
% Bekov iterativni postupak procene q sa 1+3 termopara - regularizacija se
% vrši samo nad vrednostima prve dve temperature u kalupu dok treća služi
% kao suprotna granica. Ne racuna temperaturno polje odlivka. Osobine
% kalupa se zadaju u zavisnosti od vremena
%
%*****

% Kreiranje matrica temperatura.
% Ovo se vrši radi uštede u vremenu kako MATLAB sa svakom novom
% iteracijom u sledecoj for petlji ne bi morao da menja duzinu matrice.
Tk=zeros(BrojCvornihMestaKU,BrojVremenskihKoraka);
Yk1=zeros(1,BrojVremenskihKoraka);
Yk2=zeros(1,BrojVremenskihKoraka);
Yk3=zeros(1,BrojVremenskihKoraka);

% Kreiranje matrice toplotne difuzivnosti
ToplotnaDifuzivnost=zeros(1,BrojVremenskihKoraka);

% Popunjavanje matrice kalupa pocetnim uslovima
deltaTk1=Tk1Mer(1)-Tk2Mer(1);
deltaTk2=Tk2Mer(1)-Tk3Mer(1);
gradijent1=deltaTk1/(BrojCvornihMestaK1-1);
gradijent2=deltaTk2/(BrojCvornihMestaK2-1);
gradijent0=(gradijent1+gradijent2)/2;
for m=1:BrojCvornihMestaK1-1
    Tk(m,1)=Tk1Mer(1)+gradijent0*(BrojCvornihMestaK1-1)-gradijent0*(m-1);
end
for m=(BrojCvornihMestaK1+1):(BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2-1)
    Tk(m,1)=Tk1Mer(1)-gradijent1*(m-BrojCvornihMestaK1);
end
for m=(BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2):(BrojCvornihMestaKU-1)
    Tk(m,1)=Tk2Mer(1)-gradijent2*(m-(BrojCvornihMestaK1+...
        BrojCvornihMestaK2-1));
end
Tk(BrojCvornihMestaK1,1)=Tk1Mer(1);
Tk(BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2-1,1)=Tk2Mer(1);
Tk(BrojCvornihMestaKU,1)=Tk3Mer(1);

```

```

% Popunjavanje matrice izmerenih vrednosti.
% Vrsi se linearna interpolacija izmerenih temperatura na novu vremensku
% seriju. Mislim da bi bilo koja druga vrsta interpolacije osim liearne
% unela znatno vece greske.
for p=1:BrojVremenskihKoraka
    Yk1(p)=interp1(VremeMer,Tk1Mer,Vreme(p),'linear');
    Yk2(p)=interp1(VremeMer,Tk2Mer,Vreme(p),'linear');
    Yk3(p)=interp1(VremeMer,Tk3Mer,Vreme(p),'linear');
    ToplotnaDifuzivnost(p)=interp1(ToplotnaDifuzivnostVremeU,...
        ToplotnaDifuzivnostU,Vreme(p),'linear');
end
Yk1(1)=Tk1Mer(1);
Yk2(1)=Tk2Mer(1);
Yk3(1)=Tk3Mer(1);
% Kreiranje matrica gustine toplotnog fluksa
MatricaGustToplFluksa=zeros(1,BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1);
MatricaGustToplFluksaZracenjem=zeros(1,BrojVremenskihKoraka-...
    RedRegularizacije-1);
% Kreiranje matrice koja ce se popunjavati vrednostima razlike simulirane i
% izmerene temperature
RazlikaTemperatura=zeros(BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1,3);

% Proracun temperaturnog polja
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1 % spoljasnja vremenska
                                                % petlja

    % obaveštavanje korisnika o napretku simulacije (trenutnom vrem. koraku)
    fprintf('vremenski korak: %d od %d \n', p, ...
        BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1);

    % definisanje pocetnih vrednosti za while petlju koja trazi minimum
    % funkcije cilja
    RastGustineToplotnogFluksa=0.1;
    PromenaGustineToplotnogFluksa=0;
    iteracija=1;

    while abs(RastGustineToplotnogFluksa) > 0.00001 % petlja za trazenje
                                                % minimuma funkcije cilja
        % Povecanje vrednosti gustine toplotnog fluksa za vrednost promene
        % ustanovljene u prethodnoj iteraciji
        GustinaToplotnogFluksa=GustinaToplotnogFluksa+...
            PromenaGustineToplotnogFluksa;
        GustinaToplotnogFluksaE=GustinaToplotnogFluksa*(1+E);

        % Obaveštavanje korisnika o vrednosti aktuelne procene GTF
        fprintf('Gustina toplotnog fluksa trenutne iteracije: %d \n',...
            GustinaToplotnogFluksa);

        % Kreiranje privremene matrice temperaturnog polja kalupa za
        % Gaus-Njutnovu regularizaciju
        Tr=zeros(BrojCvornihMestaKU,RedRegularizacije+1);

        % Kreiranje privremene matrice temperaturnog polja kalupa od
        % inkrementalne vrednosti GTF za Gaus-Njutnovu regularizaciju
        TrE=zeros(BrojCvornihMestaKU,RedRegularizacije+1);

        % Kreiranje privremene matrice osetljivosti
        KoeficijentOsetljivosti1=zeros(1,RedRegularizacije+1);
        KoeficijentOsetljivosti2=zeros(1,RedRegularizacije+1);

```

```

% Popunjavanje privremene matrice temperaturnog polja kalupa
for m=1:BrojCvornihMestaKU
    for r=1:RedRegularizacije+1
        Tr(m,r)=Tk(m,p+r-1);
        TrE(m,r)=Tk(m,p+r-1);
    end
end
for r=1:RedRegularizacije % Unutrasnja Gaus-Njutnova vremenska petlja

% Kreiranje matrica sistema i slobodnog člana
A=zeros(BrojCvornihMestaKU, BrojCvornihMestaKU);
C=zeros(BrojCvornihMestaKU, 1);
AE=zeros(BrojCvornihMestaKU, BrojCvornihMestaKU);
CE=zeros(BrojCvornihMestaKU, 1);

% Izracunavanje osobina materijala uz pretpostavku da se promena
% temperature ne odigrava naglo tako da su i dalje validne osobine
% materijala iz prethodnog koraka
Provodljivost=interp1(ProvodljivostTemperaturaU, ProvodljivostU, ...
    Tr(1,r), 'linear');
ProvodljivostE=interp1(ProvodljivostTemperaturaU, ProvodljivostU, ...
    TrE(1,r), 'linear');

% Popunjavanje matrice slobodnog člana
for m=1:BrojCvornihMestaKU-1
    C(m,1)=Tr(m,r);
    CE(m,1)=TrE(m,r);
end
C(1,1)=Tr(1,r)+2*deltaVreme*ToplotnaDifuzivnost(p)/...
    Provodljivost/deltaDuzinaK1*GustinaToplotnogFluksa;
CE(1,1)=TrE(1,r)+2*deltaVreme*ToplotnaDifuzivnost(p)/...
    ProvodljivostE/deltaDuzinaK1*GustinaToplotnogFluksaE;
C(BrojCvornihMestaKU,1)=Yk3(p+r);
CE(BrojCvornihMestaKU,1)=Yk3(p+r);

% Popunjavanje glavne dijagonale matrice koeficijenata
for m=1:BrojCvornihMestaK1-1
    Fo1=(deltaVreme*ToplotnaDifuzivnost(p)/...
        (deltaDuzinaK1^2));
    Fo1E=(deltaVreme*ToplotnaDifuzivnost(p)/...
        (deltaDuzinaK1^2));
    A(m,m)=1+2*Fo1;
    AE(m,m)=1+2*Fo1E;
end
for m=(BrojCvornihMestaK1+1):(BrojCvornihMestaK1+...
    BrojCvornihMestaK2-2)
    Fo2=(deltaVreme*ToplotnaDifuzivnost(p)/...
        (deltaDuzinaK2^2));
    Fo2E=(deltaVreme*ToplotnaDifuzivnost(p)/...
        (deltaDuzinaK2^2));
    A(m,m)=1+2*Fo2;
    AE(m,m)=1+2*Fo2E;
end
for m=(BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2):BrojCvornihMestaKU-1
    Fo3=(deltaVreme*ToplotnaDifuzivnost(p)/...
        (deltaDuzinaK3^2));
    Fo3E=(deltaVreme*ToplotnaDifuzivnost(p)/...
        (deltaDuzinaK3^2));
    A(m,m)=1+2*Fo3;
    AE(m,m)=1+2*Fo3E;
end
end

```



```

A (BrojCvornihMestaK1, BrojCvornihMestaK1) = 1 + (2 * deltaVreme * ...
    ToplotnaDifuzivnost (p) / (deltaDuzinaK1 * ...
    deltaDuzinaK2));
AE (BrojCvornihMestaK1, BrojCvornihMestaK1) = 1 + (2 * deltaVreme * ...
    ToplotnaDifuzivnost (p) / (deltaDuzinaK1 * ...
    deltaDuzinaK2));
A (BrojCvornihMestaK1 + BrojCvornihMestaK2 - 1, BrojCvornihMestaK1 + ...
    BrojCvornihMestaK2 - 1) = 1 + (2 * deltaVreme * ...
    ToplotnaDifuzivnost (p) / ...
    (deltaDuzinaK2 * deltaDuzinaK3));
AE (BrojCvornihMestaK1 + BrojCvornihMestaK2 - 1, BrojCvornihMestaK1 + ...
    BrojCvornihMestaK2 - 1) = 1 + (2 * deltaVreme * ...
    ToplotnaDifuzivnost (p) / ...
    (deltaDuzinaK2 * deltaDuzinaK3));
A (BrojCvornihMestaKU, BrojCvornihMestaKU) = 1;
AE (BrojCvornihMestaKU, BrojCvornihMestaKU) = 1;

% Popunjavanje sporednih dijagonala matrice sistema
for m = 1 : BrojCvornihMestaK1 - 1
    Fo1 = (deltaVreme * ToplotnaDifuzivnost (p) / ...
        (deltaDuzinaK1 ^ 2));
    Fo1E = (deltaVreme * ToplotnaDifuzivnost (p) / ...
        (deltaDuzinaK1 ^ 2));
    A (m, m + 1) = -Fo1;
    AE (m, m + 1) = -Fo1E;
    A (m + 1, m) = -Fo1;
    AE (m + 1, m) = -Fo1E;
end
for m = (BrojCvornihMestaK1) : (BrojCvornihMestaK1 + BrojCvornihMestaK2 -
2)

    Fo2 = (deltaVreme * ToplotnaDifuzivnost (p) / ...
        (deltaDuzinaK2 ^ 2));
    Fo2E = (deltaVreme * ToplotnaDifuzivnost (p) / ...
        (deltaDuzinaK2 ^ 2));
    A (m, m + 1) = -Fo2;
    AE (m, m + 1) = -Fo2E;
    A (m + 1, m) = -Fo2;
    AE (m + 1, m) = -Fo2E;
end
for m = (BrojCvornihMestaK1 + BrojCvornihMestaK2 - ...
    1) : (BrojCvornihMestaKU - 1)
    Fo3 = (deltaVreme * ToplotnaDifuzivnost (p) / ...
        (deltaDuzinaK3 ^ 2));
    Fo3E = (deltaVreme * ToplotnaDifuzivnost (p) / ...
        (deltaDuzinaK3 ^ 2));
    A (m, m + 1) = -Fo3;
    AE (m, m + 1) = -Fo3E;
    A (m + 1, m) = -Fo3;
    AE (m + 1, m) = -Fo3E;
end
A (1, 2) = -2 * (deltaVreme * ToplotnaDifuzivnost (p) / (deltaDuzinaK1 ^ 2));
AE (1, 2) = -2 * (deltaVreme * ToplotnaDifuzivnost (p) / (deltaDuzinaK1 ^ 2));
A (BrojCvornihMestaK1, BrojCvornihMestaK1 - 1) = - (2 * deltaVreme * ...
    ToplotnaDifuzivnost (p) / (deltaDuzinaK1 * ...
    (deltaDuzinaK1 + deltaDuzinaK2)));
AE (BrojCvornihMestaK1, BrojCvornihMestaK1 - 1) = - (2 * deltaVreme * ...
    ToplotnaDifuzivnost (p) / (deltaDuzinaK1 * ...
    (deltaDuzinaK1 + deltaDuzinaK2)));
A (BrojCvornihMestaK1, BrojCvornihMestaK1 + 1) = - (2 * deltaVreme * ...
    ToplotnaDifuzivnost (p) / (deltaDuzinaK2 * ...
    (deltaDuzinaK1 + deltaDuzinaK2)));

```

```

AE (BrojCvornihMestaK1, BrojCvornihMestaK1+1) = - (2*deltaVreme*...
    ToplotnaDifuzivnost (p) / (deltaDuzinaK2*...
    (deltaDuzinaK1+deltaDuzinaK2));
A (BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2-1, BrojCvornihMestaK1+...
    BrojCvornihMestaK2-2) = - (2*deltaVreme*...
    ToplotnaDifuzivnost (p) / ...
    (deltaDuzinaK2*(deltaDuzinaK2+...
    deltaDuzinaK3)));
AE (BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2-1, BrojCvornihMestaK1+...
    BrojCvornihMestaK2-2) = - (2*deltaVreme*...
    ToplotnaDifuzivnost (p) / ...
    (deltaDuzinaK2*(deltaDuzinaK2+...
    deltaDuzinaK3)));
A (BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2-1, BrojCvornihMestaK1+...
    BrojCvornihMestaK2) = - (2*deltaVreme*...
    ToplotnaDifuzivnost (p) / (...
    deltaDuzinaK3*(deltaDuzinaK2+deltaDuzinaK3)));
AE (BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2-1, BrojCvornihMestaK1+...
    BrojCvornihMestaK2) = - (2*deltaVreme*...
    ToplotnaDifuzivnost (p) / (...
    deltaDuzinaK3*(deltaDuzinaK2+deltaDuzinaK3)));
A (BrojCvornihMestaKU, BrojCvornihMestaKU-1) = 0;
AE (BrojCvornihMestaKU, BrojCvornihMestaKU-1) = 0;

% Trazenje resenja sistema jednacina
Trr=A\C;
TrrE=AE\CE;

% Popunjavanje privremene matrice temperaturnog polja kalupa
for m=1:BrojCvornihMestaKU
    Tr (m, r+1)=Trr (m);
    TrE (m, r+1)=TrrE (m);
end

% Racunanje koeficijenta osetljivosti
KoeficijentOsetljivosti1 (r+1) = (TrE (BrojCvornihMestaK1, r+1) - ...
    Tr (BrojCvornihMestaK1, r+1)) / (E*GustinaToplotnogFluksa);
KoeficijentOsetljivosti2 (r+1) = (TrE (BrojCvornihMestaK1+...
    BrojCvornihMestaK2-1, r+1) - Tr (BrojCvornihMestaK1+...
    BrojCvornihMestaK2-1, r+1)) / (E*GustinaToplotnogFluksa);
end % kraj unutrasnje vremenske petlje

% Definisiranje brojioca izraza za odredjivanje promene gustine toplotnog
% fluksa
F=zeros (1, RedRegularizacije+1);
for r=1:RedRegularizacije+1
    F (r) = ((Yk1 (p+r-1) - Tr (BrojCvornihMestaK1, r)) * ...
        KoeficijentOsetljivosti1 (r)) + ((Yk2 (p+r-1) - ...
        Tr (BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2-1, r)) * ...
        KoeficijentOsetljivosti2 (r));
end

% Definisiranje imenioca izraza za odredjivanje promene gustine toplotnog
% fluksa
B=zeros (1, RedRegularizacije+1);
for r=1:RedRegularizacije+1
    B (r) = (KoeficijentOsetljivosti1 (r) ^2) + ...
        (KoeficijentOsetljivosti2 (r) ^2);
end

```

```

% Izracunavanje promene gustine toplotnog fluksa - prva vrednost se
% izuzima zato sto predstavlja prethodno vreme i ne potpada u aktuelnu
% regularizaciju
PromenaGustineToplotnogFluksa=(sum(F)-F(1))/(sum(B)-B(1));

% Izracunavanje rasta toplotnog fluksa kako bi se videlo da li treba
% završiti aktuelnu while petlju

% Kako se za skoro nultu gustinu toplotnog fluksa ne mogu dobiti dobre
% inkrementalne vrednosti naredna petlja zabranjuje da gustina
% toplotnog fluksa padne ispod 2. Na taj nacin se obezbedjuje dovoljna
% osetljivost u suprotnom ako GTF padne na vrednost bliskoj nuli ne
% moze da se promeni i poraste ili opadne ponovo. S druge strane, 10 je
% veoma mala vrednost naspram ocekivanih preko 100.000 tako da ne utice
% na tacnost rezultata.
if (abs(GustinaToplotnogFluksa+PromenaGustineToplotnogFluksa)>2)
    RastGustineToplotnogFluksa=PromenaGustineToplotnogFluksa/...
    GustinaToplotnogFluksa;
else RastGustineToplotnogFluksa=0;
end

% osvežavanje vrednosti aktuelne iteracije
iteracija=iteracija+1;

% pri razvoju algoritma otkriveno je da u određenim slučajevima ulazi u
% beskonačnu petlju - promeni se GTF za određenu vrednost, a zatim se u
% sledećoj iteraciji vrednost GTF vrati na prethodnu. Kako bi sistem bio
% u stanju da konvergira ograničen je dozvoljeni broj iteracija na 100
if iteracija>100
    RastGustineToplotnogFluksa=0;
end

end % kraj petlje za trazenje minimuma funkcije cilja

% Popuna matrice toplotnog fluksa sa konacno usvojenom vrednosti za
% trenutni vremenski korak
MatricaGustToplFluksa(p)=GustinaToplotnogFluksa;

% Popuna matrice temperaturnih razlika simuliranih i izmerenih vrednosti
RazlikaTemperatura(p,1)=Yk1(p+1)-Tr(BrojCvornihMestaK1,2);
RazlikaTemperatura(p,2)=Yk2(p+1)-Tr(BrojCvornihMestaK1+...
    BrojCvornihMestaK2-1,2);
RazlikaTemperatura(p,3)=Yk3(p+1)-Tr(BrojCvornihMestaKU,2);

% Popunjavanje matrice temperaturnog polja rezultatima untrasnje
% vremenske petlje
for m=1:BrojCvornihMestaKU
    Tk(m,p+1)=Tr(m,2);
end

end % kraj spoljasnje vremenske petlje

```

```

%%
%*****
%
% KONTAKTNA POVRŠINA
%
% ovaj podprogram proračunava koeficijent prenosa toplote
% između odlivka i kalupa
%
%*****

% Kreiranje vektora površinske temperature odlivka
Top=zeros(1,BrojVremenskihKoraka);

% Popunjavanje vektora površinske temperature odlivka sa granicnim uslovima
for p=1:BrojVremenskihKoraka
    Top(1,p)=interp1(VremeMer,ToMer,Vreme(p),'linear');
end %Vrsi se linearna interpolacija na novu vremensku seriju.

% Kako temperatura površine kokile i toplotni fluks ne postoje za
% poslednjih r vremenskih koraka ne može se izračunati ni koeficijent
% prenosa toplote za njih

% Kreiranje matrice KPT
alfa=zeros(1,BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1);
alfaZracenjem=zeros(1,BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1);

% Proračun KPT
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    alfa(p)=MatricaGustToplFluksa(p)/(Top(p)-Tk(1,p));
    MatricaGustToplFluksaZracenjem(p)=sigma*((Top(p)+273.15)^4-...
        (Tk(1,p)+273.15)^4)/((1/epsilonodlivka)+(1/epsilonkalupa)-1);
    alfaZracenjem(p)=MatricaGustToplFluksaZracenjem(p)/(Top(p)-Tk(1,p));
end

%%
%*****
%
% IZLAZNE DATOTEKE
%
% ovaj podprogram vrsi postprocesiranje rezultata tj. iscrtava dijagrame
% i generiše izlazne txt datoteka
%
%*****

Rezultati=zeros(BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1,4);
for p=1:BrojVremenskihKoraka-1
    Rezultati(p,1)=Vreme(p);
end
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    Rezultati(p,2)=alfa(p);
    Rezultati(p,3)=alfaZracenjem(p);
    Rezultati(p,4)=alfa(p)-alfaZracenjem(p);
end

merenje=nazivT(1:end-4);
dlmwrite(sprintf('Rezultati_%s_Bek7_v06R_02_1_KPT_vreme.txt',merenje),...
    Rezultati, 'delimiter', '\t', 'precision', '%.1f', 'newline', 'pc')

Reziduali=zeros(BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1,4);
for p=1:BrojVremenskihKoraka-1

```

```

        Reziduali(p,1)=Vreme(p);
end
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    Reziduali(p,2)=RazlikaTemperatura(p,1);
end
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    Reziduali(p,3)=RazlikaTemperatura(p,2);
end
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    Reziduali(p,4)=RazlikaTemperatura(p,3);
end

dlmwrite(sprintf('Rezultati_%s_Bek7_v06R_02_2_Tizm-Tsim.txt',merenje),...
    Reziduali, 'delimiter', ...
    '\t', 'precision', '%.3f', 'newline', 'pc')

X=zeros(BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1,1);
Y=zeros(BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1,1);

for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    X(p)=Vreme(p);
end
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    Y(p)=alfa(p);
end
plot(X,Y)
axis([0,700,0,6000]);

X3=zeros(BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1,1);
Y3=zeros(BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1,1);

for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    X3(p)=Top(p);
end
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    Y3(p)=MatricaGustToplFluksa(p);
end
% plot(X3,Y3)

Rezultati_GTF=zeros(BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1,4);
for p=1:BrojVremenskihKoraka-1
    Rezultati_GTF(p,1)=Vreme(p);
end
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    Rezultati_GTF(p,2)=MatricaGustToplFluksa(p);
    Rezultati_GTF(p,3)=MatricaGustToplFluksaZracenjem(p);
    Rezultati_GTF(p,4)=MatricaGustToplFluksa(p)-...
        MatricaGustToplFluksaZracenjem(p);
end

dlmwrite(sprintf('Rezultati_%s_Bek7_v06R_02_4_GTF.txt',merenje), ...
    Rezultati_GTF, 'delimiter', ...
    '\t', 'precision', '%.1f', 'newline', 'pc')

Rezultatitemp=zeros(BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1,2);
for p=1:BrojVremenskihKoraka-1
    Rezultatitemp(p,1)=Top(p);
end
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    Rezultatitemp(p,2)=alfa(p);

```

```
end

dlmwrite(sprintf('Rezultati_%s_Bek7_v06R_02_3_KPT_temp.txt',merenje), ...
    Rezultatitemp, 'delimiter', ...
    '\t', 'precision', '%.1f', 'newline', 'pc')

for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    X2(p)=Top(p);
end
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    Y2(p)=alfa(p);
end
% plot(X2,Y2)
```

10.9 Algoritam za procenu KPT-a u slučaju temperaturne zavisnosti toplotne difuzivnosti

```
%  
%*****  
%  
% PREDPROCESIRANJE  
%  
% ovaj predprogram služi za učitavanje početnih i granicnih uslova kao i za  
% određivanje parametara simulacije  
%  
% NAPOMENA: Program koristi funkcije "Difuzivnost.m" i "Provodljivost.m"  
%           i neophodno je obezbediti da se one nalaze u aktivnom  
%           direktorijumu  
%  
%*****  
  
clear %brisanje zaostalih promenljivih iz memorije sistema  
clc %brisanje ekrana  
  
% Učitavanje datoteke sa izmerenim temperaturama  
disp('*****')  
fprintf ( 1, '\n');  
fprintf ( 1, 'Ulazna datoteka temperatura treba da bude u obicnom txt \n');  
fprintf ( 1, 'formatu u kojem su kolone odvojene tabulatorima.\n');  
fprintf ( 1, 'Datoteka treba da ima sledeci raspored kolona\n');  
fprintf ( 1, '1 - vreme \n');  
fprintf ( 1, '2 - termopar u odlivku\n');  
fprintf ( 1, '3 - 1. termopar u kokili\n');  
fprintf ( 1, '4 - 2. termopar u kokili\n');  
fprintf ( 1, '5 - 3. termopar u kokili\n');  
fprintf ( 1, '\n');  
fprintf ( 1, '\n');  
fprintf ( 1, ...  
'DATOTEKA MORA IMATI SVIH 5 KOLONA I VREME MORA POCETI OD 0!!!!\n');  
% u suprotnom mora se izmeniti deo koda - obrisati viskove  
% %f kod fscanf komande  
fprintf ( 1, '\n');  
fprintf ( 1, '\n');  
disp('*****');  
fprintf ( 1, '\n');  
% petlja za definisanje i otvaranje ulazne datoteke  
DatotekaID = -2;  
while DatotekaID < -1  
    [nazivT,putanjaT] = uigetfile('.txt',...  
        'Izbor datoteke sa izmerenim temperaturama');  
    Datoteka=fullfile(putanjaT,nazivT);  
    [DatotekaID] = fopen(Datoteka);  
end  
% Kolona           | t | T1 | T2 | T3 | T4 | T5  
% učitavanje vektora izmerenih vremena  
VremeMer=fscanf(DatotekaID, '%f %f %f %f %f');  
[DatotekaID] = fopen(Datoteka); % ponovno otvaranje datoteke,  
% učitavanje vektora izmerenih temperatura površine odlivka  
ToMer=fscanf(DatotekaID, '%f %f %f %f %f');  
[DatotekaID] = fopen(Datoteka); %ponovno otvaranje datoteke  
% učitavanje vektora izmerenih temperatura kalupa 1  
Tk1Mer=fscanf(DatotekaID, '%f %f %f %f %f');  
[DatotekaID] = fopen(Datoteka); %ponovno otvaranje datoteke  
% učitavanje vektora izmerenih temperatura kalupa 2  
Tk2Mer=fscanf(DatotekaID, '%f %f %f %f %f');
```

```

[DatotekaID] = fopen(Datoteka); %ponovno otvaranje datoteke
% učitavanje vektora izmerenih temperatura kalupa 3
Tk3Mer=fscanf(DatotekaID, '%*f %*f %*f %*f %f');
fclose(DatotekaID); %zatvaranje ulazne datoteke
clc %brisanje ekrana

% Unos parametara simulacije
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');
deltaVreme = input('Unesite vrednost vremenskog koraka [s]: ');
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');
maksVreme = input('Unesite vreme trajanja simulacije [s]: ');
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');
disp('Voditi racuna da se cvorna mesta na granici racunaju dva puta!!');
disp('na primer ukoliko bi za svaku zonu rekli da ima 4 cvorna mesta');
disp('1-1***1-2***1-3***1-4=2-1***2-2***2-3***2-4=3-1***3-2***3-3***3-4');
fprintf ( 1, '\n');
disp('Kako bi greska proracuna bila sto manja pozeljno je da duzine');
disp('kontrolnih zapremina regiona budu sto pribliznije');
disp('kontrolnih zapremina regiona budu sto pribliznije');
fprintf ( 1, '\n');
BrojCvornihMestaK1 = input...
('Unesite zeljeni broj cvornih mesta u kalupu do prvog termopara: ');
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');
BrojCvornihMestaK2 = input...
('Unesite zeljeni broj cvornih mesta u kalupu izmedju 1. i 2. termopara:
');
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');
BrojCvornihMestaK3 = input...
('Unesite zeljeni broj cvornih mesta u kalupu izmedju 2. i 3. termopara:
');
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');
UdaljenostTermopara1mm = input...
('Unesite udaljenost 1. termopara od površine kalupa u [mm]: ');
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');
UdaljenostTermopara2ukupnommm = input...
('Unesite udaljenost 2. termopara od površine kalupa u [mm]: ');
UdaljenostTermopara2mm=UdaljenostTermopara2ukupnommm-UdaljenostTermopara1mm;
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');
UdaljenostTermopara3ukupnommm = input...
('Unesite udaljenost 3. termopara od površine kalupa u [mm]: ');
UdaljenostTermopara3mm=UdaljenostTermopara3ukupnommm-...
UdaljenostTermopara2ukupnommm;
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');

```



```

GustinaToplotnogFluksa = input...
    ('Unesite pocetnu vrednost gustine toplotnog fluksa u [w/m2]: ');
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');
fprintf ( 1, '\n');
RedRegularizacije = input...
    ('Unesite zeljeni red regularizacije (broj buducih vremena): ');
fprintf ( 1, '\n');
disp('*****');

% pretvaranje udaljenosti iz milimetara u metre
UdaljenostTermopara1=UdaljenostTermopara1mm/1000;
UdaljenostTermopara2=UdaljenostTermopara2mm/1000;
UdaljenostTermopara3=UdaljenostTermopara3mm/1000;

% izracunavanje duzine jedne kontrolne zapremine
deltaDuzinaK1=UdaljenostTermopara1/(BrojCvornihMestaK1-1);
deltaDuzinaK2=UdaljenostTermopara2/(BrojCvornihMestaK2-1);
deltaDuzinaK3=UdaljenostTermopara3/(BrojCvornihMestaK3-1);
BrojCvornihMestaKU=BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2+...
    BrojCvornihMestaK3-2; % oduzimaju se dva cvorna mesta koja su na
    % granici i koja se broje za oba regiona

% racunanje broja vremenskih koraka
BrojVremenskihKoraka=round(maksVreme/deltaVreme);
% definisanje inkrementa gustine toplotnog fluksa
E=0.0001;
% definisanje pocetne povecanje gustine toplotnog fluksa
GustinaToplotnogFluksaE=GustinaToplotnogFluksa*(1+E);
% kreiranje matrice vremena
Vreme=(0:deltaVreme:(BrojVremenskihKoraka-1)*deltaVreme);
%definisanje parametara prenosa toplote zračenjem
sigma=5.670373e-8; %Stefan-Bolcmanova konstanta
epsilonkalupa=0.76; %emisivnost kalupa
epsilonodlivka=0.5; %emisivnost odlivka
%%
%*****
%
% BEKOV ALGORITAM V7_06_01
%
% Bekov iterativni postupak procene q sa 1+3 termopara - regularizacija se
% vrši samo nad vrednostima prve dve temperature u kalupu dok treća služi
% kao suprotna granica. Ne racuna temperaturno polje odlivka. Oosobine
% kalupa se zadaju u zavisnosti od temperature preko spoljašnjih funkcija
%
%*****

% Kreiranje matrica temperatura.
% Ovo se vrši radi uštede u vremenu kako MATLAB sa svakom novom
% iteracijom u sledecoj for petlji ne bi morao da menja duzinu matrice.
Tk=zeros (BrojCvornihMestaKU,BrojVremenskihKoraka);
Yk1=zeros (1,BrojVremenskihKoraka);
Yk2=zeros (1,BrojVremenskihKoraka);
Yk3=zeros (1,BrojVremenskihKoraka);

% Popunjavanje matrice kalupa pocetnim uslovima
deltaTk1=Tk1Mer (1) -Tk2Mer (1);
deltaTk2=Tk2Mer (1) -Tk3Mer (1);
gradijent1=deltaTk1/ (BrojCvornihMestaK1-1);
gradijent2=deltaTk2/ (BrojCvornihMestaK2-1);

```

```

gradijent0=(gradijent1+gradijent2)/2;
for m=1:BrojCvornihMestaK1-1
    Tk(m,1)=Tk1Mer(1)+gradijent0*(BrojCvornihMestaK1-1)-gradijent0*(m-1);
end
for m=(BrojCvornihMestaK1+1):(BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2-1)
    Tk(m,1)=Tk1Mer(1)-gradijent1*(m-BrojCvornihMestaK1);
end
for m=(BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2):(BrojCvornihMestaKU-1)
    Tk(m,1)=Tk2Mer(1)-gradijent2*(m-(BrojCvornihMestaK1+...
        BrojCvornihMestaK2-1));
end
Tk(BrojCvornihMestaK1,1)=Tk1Mer(1);
Tk(BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2-1,1)=Tk2Mer(1);
Tk(BrojCvornihMestaKU,1)=Tk3Mer(1);

% Popunjavanje matrice izmerenih vrednosti.
% Vrsi se linearna interpolacija izmerenih temperatura na novu vremensku
% seriju. Mislim da bi bilo koja druga vrsta interpolacije osim liearne
% unela znatno vece greske.
for p=1:BrojVremenskihKoraka
    Yk1(p)=interp1(VremeMer,Tk1Mer,Vreme(p),'linear');
    Yk2(p)=interp1(VremeMer,Tk2Mer,Vreme(p),'linear');
    Yk3(p)=interp1(VremeMer,Tk3Mer,Vreme(p),'linear');
end
Yk1(1)=Tk1Mer(1);
Yk2(1)=Tk2Mer(1);
Yk3(1)=Tk3Mer(1);
% Kreiranje matrica gustine toplotnog fluksa
MatricaGustToplFluksa=zeros(1,BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1);
MatricaGustToplFluksaZracenjem=zeros(1,BrojVremenskihKoraka-...
    RedRegularizacije-1);
% Kreiranje matrice koja ce se popunjavati vrednostima razlike simulirane i
% izmerene temperature
RazlikaTemperatura=zeros(BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1,3);

% Proracun temperaturnog polja
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1 % spoljasnja vremenska
                                                % petlja

    % obaveštavanje korisnika o napretku simulacije (trenutnom vrem. koraku)
    fprintf('vremenski korak: %d od %d \n', p, ...
        BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1);

    % definisanje pocetnih vrednosti za while petlju koja trazi minimum
    % funkcije cilja
    RastGustineToplotnogFluksa=0.1;
    PromenaGustineToplotnogFluksa=0;
    iteracija=1;

    while abs(RastGustineToplotnogFluksa) > 0.00001 % petlja za trazenje
                                                % minimuma funkcije cilja

        % Povecanje vrednosti gustine toplotnog fluksa za vrednost promene
        % ustanovljene u prethodnoj iteraciji i određivanje inkrementalne vred.
        GustinaToplotnogFluksa=GustinaToplotnogFluksa+...
            PromenaGustineToplotnogFluksa;
        GustinaToplotnogFluksaE=GustinaToplotnogFluksa*(1+E);

        % obaveštavanje korisnika o vrednosti aktuelne procene GTF
        fprintf('Gustina toplotnog fluksa trenutne iteracije: %d \n',...

```

```

    GustinaToplotnogFluksa);

% Kreiranje privremene matrice temperaturnog polja kalupa za
% Gaus-Njutnovu regularizaciju
Tr=zeros (BrojCvornihMestaKU,RedRegularizacije+1);

% Kreiranje privremene matrice temperaturnog polja kalupa od
% inkrementalne vrednosti GTF za Gaus-Njutnovu regularizaciju
TrE=zeros (BrojCvornihMestaKU,RedRegularizacije+1);

% Kreiranje privremene matrice osetljivosti
KoeficijentOsetljivosti1=zeros (1,RedRegularizacije+1);
KoeficijentOsetljivosti2=zeros (1,RedRegularizacije+1);

% Popunjavanje privremene matrice temperaturnog polja kalupa
for m=1:BrojCvornihMestaKU
    for r=1:RedRegularizacije+1
        Tr (m, r)=Tk (m,p+r-1);
        TrE (m, r)=Tk (m,p+r-1);
    end
end

for r=1:RedRegularizacije % Unutrasnja Gaus-Njutnova vremenska petlja

    % Kreiranje matrica sistema i slobodnog člana
    A=zeros (BrojCvornihMestaKU,BrojCvornihMestaKU);
    C=zeros (BrojCvornihMestaKU,1);
    AE=zeros (BrojCvornihMestaKU,BrojCvornihMestaKU);
    CE=zeros (BrojCvornihMestaKU,1);

    % Popunjavanje matrice slobodnog člana
    for m=1:BrojCvornihMestaKU-1
        C (m,1)=Tr (m, r);
        CE (m,1)=TrE (m, r);
    end
    C (1,1)=Tr (1, r)+2*deltaVreme*Difuzivnost (Tr (1, r))/...
        Provodljivost (Tr (1, r))/deltaDuzinaK1*GustinaToplotnogFluksa;
    CE (1,1)=TrE (1, r)+2*deltaVreme*Difuzivnost (TrE (1, r))/...
        Provodljivost (TrE (1, r))/deltaDuzinaK1*GustinaToplotnogFluksaE;
    C (BrojCvornihMestaKU,1)=Yk3 (p+r);
    CE (BrojCvornihMestaKU,1)=Yk3 (p+r);

    % Popunjavanje glavne dijagonale matrice sistema
    for m=1:BrojCvornihMestaK1-1
        Fo1=(deltaVreme*Difuzivnost (Tr (m, r))/...
            (deltaDuzinaK1^2));
        Fo1E=(deltaVreme*Difuzivnost (Tr (m, r))/...
            (deltaDuzinaK1^2));
        A (m,m)=1+2*Fo1;
        AE (m,m)=1+2*Fo1E;
    end
    for m=(BrojCvornihMestaK1+1):(BrojCvornihMestaK1+...
        BrojCvornihMestaK2-2)
        Fo2=(deltaVreme*Difuzivnost (Tr (m, r))/...
            (deltaDuzinaK2^2));
        Fo2E=(deltaVreme*Difuzivnost (Tr (m, r))/...
            (deltaDuzinaK2^2));
        A (m,m)=1+2*Fo2;
        AE (m,m)=1+2*Fo2E;
    end
end

```

```

for m=(BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2):BrojCvornihMestaKU-1
    Fo3=(deltaVreme*Difuzivnost (Tr (m, r)) / ...
        (deltaDuzinaK3^2));
    Fo3E=(deltaVreme*Difuzivnost (Tr (m, r)) / ...
        (deltaDuzinaK3^2));
    A(m,m)=1+2*Fo3;
    AE(m,m)=1+2*Fo3E;
end
A(BrojCvornihMestaK1,BrojCvornihMestaK1)=1+(2*deltaVreme*...
    Difuzivnost (Tr (BrojCvornihMestaK1, r)) / (deltaDuzinaK1*...
    deltaDuzinaK2));
AE(BrojCvornihMestaK1,BrojCvornihMestaK1)=1+(2*deltaVreme*...
    Difuzivnost (Tr (BrojCvornihMestaK1, r)) / (deltaDuzinaK1*...
    deltaDuzinaK2));
A(BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2-1,BrojCvornihMestaK1+...
    BrojCvornihMestaK2-1)=1+(2*deltaVreme*...
    Difuzivnost (Tr (BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2-1, r)) / ...
    (deltaDuzinaK2*deltaDuzinaK3));
AE(BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2-1,BrojCvornihMestaK1+...
    BrojCvornihMestaK2-1)=1+(2*deltaVreme*...
    Difuzivnost (Tr (BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2-1, r)) / ...
    (deltaDuzinaK2*deltaDuzinaK3));
A(BrojCvornihMestaKU,BrojCvornihMestaKU)=1;
AE(BrojCvornihMestaKU,BrojCvornihMestaKU)=1;

% Popunjavanje sporednih dijagonala matrice sistema
for m=1:BrojCvornihMestaK1-1
    Fo1=(deltaVreme*Difuzivnost (Tr (m, r)) / ...
        (deltaDuzinaK1^2));
    Fo1E=(deltaVreme*Difuzivnost (Tr (m, r)) / ...
        (deltaDuzinaK1^2));
    A(m,m+1)=-Fo1;
    AE(m,m+1)=-Fo1E;
    A(m+1,m)=-Fo1;
    AE(m+1,m)=-Fo1E;
end
for m=(BrojCvornihMestaK1):(BrojCvornihMestaK1+...
    BrojCvornihMestaK2-2)
    Fo2=(deltaVreme*Difuzivnost (Tr (m, r)) / ...
        (deltaDuzinaK2^2));
    Fo2E=(deltaVreme*Difuzivnost (Tr (m, r)) / ...
        (deltaDuzinaK2^2));
    A(m,m+1)=-Fo2;
    AE(m,m+1)=-Fo2E;
    A(m+1,m)=-Fo2;
    AE(m+1,m)=-Fo2E;
end
for m=(BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2-...
    1):(BrojCvornihMestaKU-1)
    Fo3=(deltaVreme*Difuzivnost (Tr (m, r)) / ...
        (deltaDuzinaK3^2));
    Fo3E=(deltaVreme*Difuzivnost (Tr (m, r)) / ...
        (deltaDuzinaK3^2));
    A(m,m+1)=-Fo3;
    AE(m,m+1)=-Fo3E;
    A(m+1,m)=-Fo3;
    AE(m+1,m)=-Fo3E;
end
A(1,2)=-2*(deltaVreme*Difuzivnost (Tr (2, r)) / (deltaDuzinaK1^2));
AE(1,2)=-2*(deltaVreme*Difuzivnost (Tr (2, r)) / (deltaDuzinaK1^2));
A(BrojCvornihMestaK1,BrojCvornihMestaK1-1)=-2*deltaVreme*...

```

```

        Difuzivnost (Tr (BrojCvornihMestaK1-1, r)) / (deltaDuzinaK1*...
        (deltaDuzinaK1+deltaDuzinaK2));
    AE (BrojCvornihMestaK1, BrojCvornihMestaK1-1) = - (2*deltaVreme*...
        Difuzivnost (Tr (BrojCvornihMestaK1-1, r)) / (deltaDuzinaK1*...
        (deltaDuzinaK1+deltaDuzinaK2));
    A (BrojCvornihMestaK1, BrojCvornihMestaK1+1) = - (2*deltaVreme*...
        Difuzivnost (Tr (BrojCvornihMestaK1+1, r)) / (deltaDuzinaK2*...
        (deltaDuzinaK1+deltaDuzinaK2));
    AE (BrojCvornihMestaK1, BrojCvornihMestaK1+1) = - (2*deltaVreme*...
        Difuzivnost (Tr (BrojCvornihMestaK1+1, r)) / (deltaDuzinaK2*...
        (deltaDuzinaK1+deltaDuzinaK2));
    A (BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2-1, BrojCvornihMestaK1+...
        BrojCvornihMestaK2-2) = - (2*deltaVreme*...
        Difuzivnost (Tr (BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2-2, r)) / ...
        (deltaDuzinaK2* (deltaDuzinaK2+...
        deltaDuzinaK3)));
    AE (BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2-1, BrojCvornihMestaK1+...
        BrojCvornihMestaK2-2) = - (2*deltaVreme*...
        Difuzivnost (Tr (BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2-2, r)) / ...
        (deltaDuzinaK2* (deltaDuzinaK2+...
        deltaDuzinaK3)));
    A (BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2-1, BrojCvornihMestaK1+...
        BrojCvornihMestaK2) = - (2*deltaVreme*...
        Difuzivnost (Tr (BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2, r)) / (...
        deltaDuzinaK3* (deltaDuzinaK2+deltaDuzinaK3)));
    AE (BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2-1, BrojCvornihMestaK1+...
        BrojCvornihMestaK2) = - (2*deltaVreme*...
        Difuzivnost (Tr (BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2, r)) / (...
        deltaDuzinaK3* (deltaDuzinaK2+deltaDuzinaK3)));
    A (BrojCvornihMestaKU, BrojCvornihMestaKU-1) = 0;
    AE (BrojCvornihMestaKU, BrojCvornihMestaKU-1) = 0;

    % Trazenje resenja sistema jednacina
    Trr=A\C;
    TrrE=AE\CE;

    % Popunjavanje privremene matrice temperaturnog polja kalupa
    for m=1:BrojCvornihMestaKU
        Tr (m, r+1)=Trr (m);
        TrE (m, r+1)=TrrE (m);
    end

    % Racunanje koeficijenta osetljivosti
    KoeficijentOsetljivosti1 (r+1) = (TrE (BrojCvornihMestaK1, r+1) - ...
        Tr (BrojCvornihMestaK1, r+1)) / (E*GustinaToplotnogFluksa);
    KoeficijentOsetljivosti2 (r+1) = (TrE (BrojCvornihMestaK1+...
        BrojCvornihMestaK2-1, r+1) - Tr (BrojCvornihMestaK1+...
        BrojCvornihMestaK2-1, r+1)) / (E*GustinaToplotnogFluksa);

end % kraj unutrasnje vremenske petlje

% Definisanje brojioca izraza za odredjivanje promene gustine toplotnog
% fluksa
F=zeros (1, RedRegularizacije+1);
for r=1:RedRegularizacije+1
    F (r) = ((Yk1 (p+r-1) - Tr (BrojCvornihMestaK1, r)) * ...
        KoeficijentOsetljivosti1 (r)) + ((Yk2 (p+r-1) - ...
        Tr (BrojCvornihMestaK1+BrojCvornihMestaK2-1, r)) * ...
        KoeficijentOsetljivosti2 (r));
end

```

```

% Definisiranje imenioca izraza za odredjivanje promene gustine toplotnog
% fluksa
B=zeros(1,RedRegularizacije+1);
for r=1:RedRegularizacije+1
    B(r)=(KoeficijentOsetljivosti1(r)^2)+...
        (KoeficijentOsetljivosti2(r)^2);
end

% Izracunavanje promene gustine toplotnog fluksa - prva vrednost se
% izuzima zato sto predstavlja prethodno vreme i ne potpada u aktuelnu
% regularizaciju
PromenaGustineToplotnogFluksa=(sum(F)-F(1))/(sum(B)-B(1));

% Izracunavanje rasta toplotnog fluksa kako bi se videlo da li treba
% završiti aktuelnu while petlju

% Kako se za skoro nultu gustinu toplotnog fluksa ne mogu dobiti dobre
% inkrementalne vrednosti naredna petlja zabranjuje da gustina
% toplotnog fluksa padne ispod 2. Na taj nacin se obezbedjuje dovoljna
% osetljivost u suprotnom ako GTF padne na vrednost bliskoj nuli ne
% moze da se promeni i poraste ili opadne ponovo. S druge strane, 10 je
% veoma mala vrednost naspram ocekivanih preko 100.000 tako da ne utice
% na tacnost rezultata.

if (abs(GustinaToplotnogFluksa+PromenaGustineToplotnogFluksa)>2)
    RastGustineToplotnogFluksa=PromenaGustineToplotnogFluksa/...
        GustinaToplotnogFluksa;
else RastGustineToplotnogFluksa=0;
end

% osvežavanje vrednosti aktuelne iteracije
iteracija=iteracija+1;

% pri razvoju algoritma otkriveno je da u određenim slučajevima ulazi u
% beskonačnu petlju - promeni se GTF za određenu vrednost, a zatim se u
% sledećoj iteraciji vrednost GTF vrati na prethodnu. Kako bi sistem bio
% u stanju da konvergira ograničen je dozvoljeni broj iteracija na 100
if iteracija>100
    RastGustineToplotnogFluksa=0;
end

end % kraj petlje za trazenje minimuma funkcije cilja

% Popuna matrice toplotnog fluksa sa konacno usvojenom vrednosti za
% trenutni vremenski korak
MatricaGustToplFluksa(p)=GustinaToplotnogFluksa;

% Popuna matrice temperaturnih razlika simuliranih i izmerenih vrednosti
% (matrica reziduala)
RazlikaTemperatura(p,1)=Yk1(p+1)-Tr(BrojCvornihMestaK1,2);
RazlikaTemperatura(p,2)=Yk2(p+1)-Tr(BrojCvornihMestaK1+...
    BrojCvornihMestaK2-1,2);
RazlikaTemperatura(p,3)=Yk3(p+1)-Tr(BrojCvornihMestaKU,2);

% Popunjavanje matrice temperaturnog polja kalupa rezultatima untrasnje
% vremenske petlje
for m=1:BrojCvornihMestaKU
    Tk(m,p+1)=Tr(m,2);
end

```

```

end

end % kraj spoljasnje vremenske petlje

%%
%*****
%
% KONTAKTNA POVRŠINA
%
% ovaj podprogram proracunava koeficijent prenosa toplote
% izmedju odlivka i kalupa
%
%*****

% Kreiranje vektora površinske temperature odlivka
Top=zeros(1,BrojVremenskihKoraka);

% Popunjavanje vektora površinske temperature odlivka sa granicnim uslovima
for p=1:BrojVremenskihKoraka
    Top(1,p)=interp1(VremeMer,ToMer,Vreme(p),'linear');
end %Vrsi se linearna interpolacija na novu vremensku seriju.

% Kako temperatura površine kokile i toplotni fluks ne postoje za
% poslednjih r vremenskih koraka ne moze se izracunati ni koeficijent
% prenosa toplote za njih

% Kreiranje matrice KPT
alfa=zeros(1,BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1);
alfaZracenjem=zeros(1,BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1);

% Proračun KPT
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    alfa(p)=MatricaGustToplFluksa(p)/(Top(p)-Tk(1,p));
    MatricaGustToplFluksaZracenjem(p)=...
        sigma*((Top(p)+273.15)^4-(Tk(1,p)+273.15)^4)/...
        ((1/epsilonodlivka)+(1/epsilonkalupa)-1); %proveriti da li
    alfaZracenjem(p)=MatricaGustToplFluksaZracenjem(p)/(Top(p)-Tk(1,p));
end
%%
%*****
%
% IZLAZNE DATOTEKE
%
% ovaj podprogram vrsi postprocesiranje rezultata tj. iscrtava dijagrame
% i generiše izlazne txt datoteka
%
%*****

Rezultati=zeros(BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1,4);
for p=1:BrojVremenskihKoraka-1
    Rezultati(p,1)=Vreme(p);
end
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    Rezultati(p,2)=alfa(p);
    Rezultati(p,3)=alfaZracenjem(p);
    Rezultati(p,4)=alfa(p)-alfaZracenjem(p);
end

merenje=nazivT(1:end-4);
dlmwrite(sprintf('Rezultati_%s_Bek7_v06R_01_1_KPT_vreme.txt',merenje),...)

```

```

Rezultati, 'delimiter', '\t', 'precision', '%.1f', 'newline', 'pc')

Reziduali=zeros(BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1,4);
for p=1:BrojVremenskihKoraka-1
    Reziduali(p,1)=Vreme(p);
end
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    Reziduali(p,2)=RazlikaTemperatura(p,1);
end
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    Reziduali(p,3)=RazlikaTemperatura(p,2);
end
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    Reziduali(p,4)=RazlikaTemperatura(p,3);
end

dlmwrite(sprintf('Rezultati_%s_Bek7_v06R_01_2_Tizm-Tsim.txt',merenje),...
    Reziduali, 'delimiter', ...
    '\t', 'precision', '%.3f', 'newline', 'pc')

X=zeros(BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1,1);
Y=zeros(BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1,1);

for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    X(p)=Vreme(p);
end
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    Y(p)=alfa(p);
end
plot(X,Y)
axis([0,700,0,3000]);

X3=zeros(BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1,1);
Y3=zeros(BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1,1);

for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    X3(p)=Top(p);
end
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    Y3(p)=MatricaGustToplFluksa(p);
end
% plot(X3,Y3)

Rezultati_GTF=zeros(BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1,4);
for p=1:BrojVremenskihKoraka-1
    Rezultati_GTF(p,1)=Vreme(p);
end
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    Rezultati_GTF(p,2)=MatricaGustToplFluksa(p);
    Rezultati_GTF(p,3)=MatricaGustToplFluksaZracenjem(p);
    Rezultati_GTF(p,4)=MatricaGustToplFluksa(p)-...
        MatricaGustToplFluksaZracenjem(p);
end

dlmwrite(sprintf('Rezultati_%s_Bek7_v06R_01_4_GTF.txt',merenje), ...
    Rezultati_GTF, 'delimiter', ...
    '\t', 'precision', '%.1f', 'newline', 'pc')

```



```

Rezultatitemp=zeros (BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1,2);
for p=1:BrojVremenskihKoraka-1
    Rezultatitemp (p,1)=Top (p);
end
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    Rezultatitemp (p,2)=alfa (p);
end

dlmwrite (sprintf ('Rezultati_%s_Bek7_v06R_01_3_KPT_temp.txt',merenje), ...
    Rezultatitemp, 'delimiter', ...
    '\t', 'precision', '%.1f', 'newline', 'pc')

for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    X2 (p)=Top (p);
end
for p=1:BrojVremenskihKoraka-RedRegularizacije-1
    Y2 (p)=alfa (p);
end
% plot (X2,Y2)

```

10.9.1 Funkcija Difuzivnost

```

function f=Difuzivnost (t)
    % Zavisno od željenog proračuna u redu br 7. uneti cp2 ili cp1
    T=t+273.15;
    cp1=407.1*(t^0.154); %22 mesh silica sand+7%bentonite
    cp2=1000*(0.5472+0.001147*T-0.0000005401*(T^2)); %Silica molding sand
50-70 mesh
    ro=1360; % Proračunata gustina kalupa na osnovu potrošene mase i
zapremine
    f=Provodljivost (t) / (ro*cp2);
end

```

10.9.2 Funkcija Provodljivost

```

function f=Provodljivost (t)
    % Zavisno od željenog proračuna staviti % ispred zavisnosti koja se
% ne koristi
    T=t+273.15;
% f=0.946-0.000903*T+0.000000564*(T^2); %22 mesh silica sand+7%bentonite
% f=1.26-0.00169*T+0.00000105*(T^2); %22 mesh silica sand+4%bentonite
f=0.604-0.000767*T+0.000000795*(T^2); %Silica molding sand
end

```