

УНИВЕРЗИТЕТ У ПРИШТИНИ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Наташа З. Контреџ

ПРИМЕНА МАТЕМАТИЧКИХ МОДЕЛА КАО ИНСТРУМЕНТА
ИНФОРМАЦИОНИХ ТЕХНОЛОГИЈА ЗА ПРОЦЕНУ ЗАЛИХА
РЕЗЕРВНИХ ДЕЛОВА У АВИО ИНДУСТРИЈИ

Докторска дисертација

Косовска Митровица, 2015

ИНДЕТИФИКАЦИОНА СТРАНИЦА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

I. Аутор

Име и презиме: Наташа Контрец

Датум и место рођења: 25.03.1978, Косовска Митровица

Садашње запослење: Асистент на Природно-математичком факултету
Универзитета У Приштини са седиштем у Косовској Митровици*II. Докторска дисертација***Наслов:** Примена математичких модела као инструмента информационих
технологија за процену залиха резервних делова у авио индустрији**Број страница:** 113**Број слика:** 48**Број библиографских података:** 117**Установа и место где је рад израђен:** ПМФ, Косовска Митровица**Научна област (УДК):** операциона истраживања-математичке методе,
рачунарски програми – софтвер, ваздухопловство 519.8:004.4:629.7(043.3)**Ментор:** проф. др Хранислав Милошевић*III. Оцена и одбрана*

Датум пријаве теме: 04.09.2013

Број одлуке и датум прихватања докторске дисертације: 14-2/44,
27.03.2014

Комисија за оцену подобности теме и кандидата:

1. Проф. др Хранислав Милошевић, редовни професор, ПМФ, Косовска Митровица, ментор
2. Проф. др Градимир Миловановић, академик, редовни члан САНУ и Држани универзитет у Новом Пазару.
3. Др Стефан Панић, доцент, ПМФ, Косовска Митровица

Комисија за оцену докторске дисертације:

1. Проф. др Хранислав Милошевић, редовни професор, ПМФ, Косовска Митровица, ментор
2. Проф. др Градимир Миловановић, академик, редовни члан САНУ и Држани универзитет у Новом Пазару.
3. Др Стефан Панић, доцент, ПМФ, Косовска Митровица

Комисија за одбрану докторске дисертације:

1. Проф. др Хранислав Милошевић, редовни професор, ПМФ, Косовска Митровица, ментор
2. Проф. др Градимир Миловановић, академик, редовни члан САНУ и Држани универзитет у Новом Пазару.
3. Др Стефан Панић, доцент, ПМФ, Косовска Митровица

Датум одбране дисертације:

САДРЖАЈ

Уводна разматрања.....	1
Авио индустрија - основни појмови	4
1.1 Основе одржавања ваздухоплова	4
1.1.1 Стратегија одржавања ваздухоплова	5
1.2 Увод у управљање залихама резервних делова у системима за одржавање ваздухоплова	11
1.2.1 Класификација резервних делова на залихама.....	12
1.2.2 Класични модели управљања залихама	15
Предвиђање потражње за резервним деловима – Преглед литературе.....	20
2.1 Метод покретног просека.....	21
2.2 Метод пондерисаног покретног просека	21
2.3 Експоненцијално равнање.....	22
2.4 Кростонов метод	22
2.5 Синтетос-Бојлан апроксимација.....	24
2.6 Bootstrap метод.....	25
2.7 Пуасонов метод	26
2.8 Биномни метод	27
2.9 Метод сивог GM(1,1).....	28
2.10 Холт-Винтерс метод	30
Модели за процену залиха резервних делова које се базирају на анализи поузданости	33
3.1 Мерење и класификација поузданости код система за одржавање	33
3.2 Модел са пропорционалним ризиком - РНМ модел.....	35
3.3 Модел са пропорционалним коваријаблама.....	37
3.4 Модели расподела које се најчешће користе у анализи поузданости	39
3.4.1 Вејбулов модел	39

3.4.2 Рејлијев модел	44
Модел за процену залиха резервних делова базиран на Рејлијевој расподели	47
4.1 Анализа поузданости авио делова у моделу	47
4.2 Одређивање поузданости подскопа/скопа	50
4.3 Примена модела на конкретном случају	51
4.4 Презентација и евалуација модела	56
Управљање залихама поправљивих резервних делова.....	63
5.1 Процена залиха поправљивих авио-делова.....	63
5.2 Модел за процену очекиваног времена поправке.....	65
5.3 Нумеричка анализа	67
Софтвер за подршку одлучивању у систему за одржавање ваздухоплова	72
Закључак.....	87
Прилог А - Програмски код функција базираних на математичком моделу из главе 4	89
Прилог Б – Модел продавца новина	94
Прилог В - Оптимизација трошкова залиха у авио индустрији.....	97
Литература	102

Апстракт

Ваздухоплови су комплексни системи високе технологије и велике материјалне вредности. Њихово одржавање подлеже строгим националним и међународним регулативама и неопходно је за очување оптималног стања ваздухоплова, његових делова, безбедности посаде и путника. Како би се активности одржавања обављале на време и како би се смањили потенцијални застоји, потребно је у правом тренутку и на правом месту поседовати одрговарајући резервни део. Иако се у последње време управљање залихама интезивније изучава, многи математички модели за процену залиха не дају добре резултате због стохастичке природе самог окружења у коме се врши процена.

У овој докторској дисертацији предложен је нов приступ за процену залиха резервних делова који ће олакшати њихово планирање и контролу у авио системима. Анализиране су карактеристике поузданости делова, али и склопова којима ти делови припадају, коришћењем Рејлијевог модела. Такође, у раду је приказан нов приступ за процену залиха резервних делова и израчунавање трошкова незадовољене тражње базиран на посматрању животног века авио дела као стохатичког процеса.

Модел је верификован подацима добијеним од једне авио-компаније а како би се олакшала његова примена у пракси дизајниран је и одговарајући софтвер преваходно намењен запосленима у системима за одржавање ваздухоплова.

Софтвер је креиран у програмском језику Visual Basic и за његово коришћење није потребна посебна обука из области математичког моделирања или познавања информационих система. Потребно је само одређено искуство у одржавању ваздухоплова и управљању залихама резервних делова како би се информације које се добију његовом применом успешно користиле као подршка у процесу доношења одлука.

Кључне речи: *процена залиха, резервни делови, авио-индустрија, математички модел, анализа поузданости, софтвер*

Abstract

Aircrafts are complex high-technology systems with high material value. Their maintenance is regulated by strict national and international policies which is required for safeguarding of aircrafts' optimal conditions, their parts, safety of crew and passengers. In order to conduct maintenance activities on time and avoid potential delays, having appropriate spare parts in the right place at the right time is essential. Despite the fact that inventory management has been extensively researched in recent years, many mathematical models for spare parts forecasting fail to provide acceptable results due to stochastic nature of inventory environment.

A new approach for evaluation of spare parts inventory, which would enable their easier planning and control in aircraft systems, is elaborated in this PhD thesis. Reliability characteristics of spare parts, including the assemblies these spare parts belong to, have been analyzed with the use of the Rayleigh model. Also, this thesis proposes a new approach spare parts forecasting and calculating underage costs based on observing an aircraft part's life span as a stochastic process.

This model is verified with data obtained from an airline company and in order to enable easier application in practice, appropriate software has been designed, primarily for aircraft maintenance systems' employees.

The software is created in Visual Basic programming language and its use requires no special knowledge in the areas of mathematical modeling or informational systems. Experience in aircraft maintenance and managing inventory of spare parts, in order to effectively use the information obtained from its application as a support to decision making process, is required.

Keywords: *inventory evaluation, spare parts, aircraft industry, mathematical model, reliability analysis, software*

Преглед слика

- 1.1 Ваздухоплов и основни делови ваздухоплова
- 1.2 Механизација крила авиона
- 1.3 Делови млазног мотора авиона
- 1.4 Економска количина наручивања
- 1.5 Одређивање залиха. Процес оптимизације резервних делова

- 3.1 Утицај коваријанси на учесталост отказа система
- 3.2 График Вејбулове функције вероватноће за различите вредности параметра β

- 4.1 Особине функције отказа
- 4.2 Редна веза компоненти
- 4.3 Систем залиха затвореног круга
- 4.4 Функција поузданости за компоненте из Табеле 4.1
- 4.5 Функција отказа за компоненте из Табеле 4.1
- 4.6 Функција поузданости читавог система (склопа)
- 4.7 Функција отказа читавог система (склопа)
- 4.8 Број резервних делова у функцији времена за део 304634-2
- 4.9 Трошак незадовољене тражње у функцији времена за резервни део број 3046342
- 4.10 Број резервних делова у функцији времена за део 01-0770805-00
- 4.11 Трошак незадовољене тражње у функцији времена за резервни део број 01-0770805-00
- 4.12 Број резервних делова у функцији времена за део 9059190-7
- 4.13 Трошак незадовољене тражње у функцији времена за резервни део број 9059190-7

- 5.1 Вероватноћа отклона квара мотора у зависности од стопе отклона квара израженог у часовима
- 5.2 Вероватноћа отклона квара пропелера у зависности од стопе отклона квара израженог у часовима
- 5.3 Вероватноћа отклона квара авио електронике у зависности од стопе отклона квара израженог у часовима
- 5.4 Степен отклона квара на годишњем нивоу у зависности од степена расположивости

- 6.1 Саставница у одржавању
- 6.2 Модел података софтвера

- 6.4 Приказ почетног екрана приликом покретања програма (активан мени рад са деловима)
- 6.5 Унос података о новом делу у базу података
- 6.6 Ажурирање података о деловима
- 6.7 Брисање података о деловима из базе података
- 6.8 Могућност рада са компонентама
- 6.9 Унос нових компоненти у базу података
- 6.10 Ажурирање података о компонентама
- 6.11 Брисање компоненти из базе података
- 6.12 Одабир начина уноса
- 6.13 Унос по броју дела
- 6.14 Приказ података о изабраном делу
- 6.15 Поузданост дела 304634-2 у функцији времена израженог у часовима налета
- 6.16 Учесталост отказа за део 304634-2 у функцији времена израженог у часовима налета
- 6.17 Потребан број резервних делова 304634-2 у функцији времена израженог у часовима налета
- 6.18 Трошкови незадовољене тражње у функцији времена
- 6.19 Одабир опције за анализу поузданости компоненте
- 6.20 Начини претраживања компоненти
- 6.21 Порука о изабраним компонентама
- 6.22 Одабир периода у коме се врши анализа поузданости
- 6.23 Поузданост компоненте *Ignition*

Уводна разматрања

Ваздухоплови су веома комплексни системи и састоје се од великог броја компоненти и делова. Сваки део, подсклоп или склоп се користе на карактеристичне начине, трпе различита оптерећења и одржавају се по програму који њима најбоље одговара и који им је прилагођен. Како би један такав систем функционисао, неопходно је ефикасно управљање залихама резервних делова, односно потребно је обезбедити одговарајући резервни авио део тј. подсклоп или склоп у право време и на правом месту.

Тачне прогнозе везане за број резервних делова су од критичног значаја за авио компаније. Сваки сат који авион проведе приземљен услед квара, компанију може коштати и до неколико десетина хиљада америчких долара по авиону. Неизвесност догађаја, односно отказа опреме и делова, додатно утичу на овај проблем. Један од начина да се та неизвесност смањи је да се на залихама складишти довољан број резервних делова, али то води ка порасту трошкова складиштења и капиталу заробљеном у виду резервних авио делова.

Циљ истраживања ове докторске дисертације је да обезбеди висок ниво расположивости ваздухоплова кроз оптималан број резервних делова на залихама, а са друге стране и да минимизује трошкове складиштења и кашњења. Како би се овај циљ остварио потребно је:

- Дефинисати одговарајући математички модел за процену залиха резервних делова и компоненти које се састоје од тих делова.
- Креирати софтвер који се базира на дефинисаном математичком моделу за процену залиха резервних делова који ће олакшати примену овог модела.
- Основа софтвера треба да буде модел података који пресликава хијерархијску структуру саставнице која, пак, одражава природу везе између делова ваздухоплова.

Такође, потребно је све време имати у виду безбедност летења и комерцијалне трошкове у таквом окружењу које је појавом нискотарифних компанија постало још конкурентније него што је било.

У првој глави рада, дата су нека уводна разматрања везана за одржавање ваздухоплова. Иако је данас доминантан приступ у одржавању корективно одржавање, истраживања су показала да је најефикаснији вид одржавања превентивно одржавање према стању и оно ће бити разматрано у раду. У овој глави су приказане и неке основне информације везане за актуелан концепт управљања залихама код нас.

Друга глава даје преглед најзначајније литературе из ове области и у њој су описани најчешће коришћени модели за предвиђање броја резервних делова. Већина модела описаних у овој глави су модели базирани на знању (енг. *knowledge based models*), тј. на историјским подацима о претходним тражњама за резервним деловима.

У трећој глави акценат се ставља на моделе за процену залиха резервних делова који се базирају на карактеристикама поузданости делова и компоненти. Они припадају групи модела за процену животног тј. употребног века (енг. *life expectancy models*).

Ова група модела је затим послужила као основа за нов математички модел, представљен у четвртој глави. На основу познатих информација о посматраном авио делу, одређује се поузданост тог дела, учесталост отказа и број делова који ће у посматраном периоду отказати. Добијени подаци се даље користе за процену потребног броја резервних делова а применом модела продавца новина одређује се и трошак који настаје уколико део није доступан у тренутку када нам је потребан. Сам модел је верификован подацима добијеним од авио компаније *Prince Aviation Србија*. Излаз из модела треба да помогне запосленима у авио компанијама при планирању залиха резервних делова и активности одржавања.

Како би се експлоатација овог модела олакшала, у шестој глави је представљен софтвер који се базира на моделу. Овај софтвер рађен је у програмском језику Visual Basic.

Иако је у раду акценат стављен на непоправљиве резервне делове, у петој глави је дата анализа управљања залихама када су у питању поправљиви резервни делови, тј. делови који се након отказа шаљу на поправку и након тога враћају на залихе као нови.

Глава 1

Авио индустрија - основни појмови

1.1 Основе одржавања ваздухоплова

Одржавање ваздухоплова, како цивилних тако и војних, мора да подлеже строгим законским регулативима, пре свега националним а када је реч о међународном саобраћају и међународним регулативама. Амерички ваздухопловни прописи FAR (енг. *Federal Aviation Regulations*) и европски ваздухопловни прописи JAR (енг. *Joint Aviation Regulations Requirements*) су најважнији прописи који се данас користе. JAR прописи су нешто новијег датума и базирају се на FAR прописима. Настали су почетком деведесетих година. JAR 145 је пропис који се користи када је у питању организација одржавања цивилних ваздухоплова.

Ваздухоплове карактерише њихова висока материјална вредност и комплексност, што се одражава и на поступке и процедуре одржавања.

Одржавање се најчешће дефинише као скуп активности којима се систем одржава у раду, односно враћа из стања у отказу у стање у раду, под одређеним условима, за што краће време и уз што ниже трошкове.

Европска организација за управљање квалитетом (*European Organization for Quality Control-EOQC*) дефинише одржавање као комбинацију свих техничких и одговарајућих административних активности неопходних за очување неког средства рада, радног система или довођење истог у стање у којем средство рада или систем може обављати предвиђену функцију.

Активности одржавања имају за циљ[1]:

- Смањење свих трошкова експлоатације система који је настао услед застоја у његовом функционисању.

- Одржавање делова система у њиховој квантитативној и квалитативној функцији.
- Успоравање застаревања система оптималном модернизацијом његових делова.
- Праћење и усавршавање сигурности и безбедности система по околину.
- Праћење резултата експлоатације и понашања система отклањајући његова слаба места.

1.1.1 Стратегија одржавања ваздухоплова

Када је у питању стратегија одржавања ваздухоплова, може се приметити да се у прошлости, одржавање ваздухоплова планирало под претпоставком да су ресурси који стоје на располагању систему неограничени. У данашњем конкурентном окружењу ситуација је потпуно другачија. Данас се тежи да се одржавањем система обезбеди његова максимална поузданост уз што ниже трошкове одржавања.

У зависности од активности и временског тренутка у коме се оне спроводе, разликујемо два основна концепта одржавања:

- корективно одржавање
- превентивно одржавање.

Корективно одржавање подразумева скуп активности које се предузимају након престанка рада система, односно након што је систем престао да обавља своју функцију. Значи, активности корективног одржавања се спроводе једино у случају отказа који могу да настану као последица грешке (људске, процедуралне или грешке испитне опреме), услед дотрајалости, утицаја околине или оштећења насталих као последица лошег руковања. У овој категорији одржавања, сматра се да је ефикасније извршити оправку или замену дела тек у тренутку када тај део откаже. У литератури се често описује као *run to failure* или „не дирај док ради“ одржавање.

Предности оваквог приступа су [2]:

- минимални трошкови одржавања
- максимална искоришћеност опреме (опрема се користи све док ради).

Недостаци су:

- активности одржавања је тешко планирати јер је тешко одредити тренутак отказа дела
- поузданост система је доведена у питање.

Превентивно одржавање подразумева периодично проверавање стања система и његових параметара како би се спречила појава отказа. Сам концепт превентивног одржавања се заснива на надзору и контроли стања система док је он још у функцији, и на предузимању оних активности којима се одлаже појава отказа а систем одржава у оперативном стању.

Како је појава непланираних отказа и оштећења система готово неизбежна, услед горе наведених разлога, не смемо занемарити корективно одржавање. Углавном се и користи комбиновано одржавање, тј. комбинација превентивног и корективног одржавања. У литератури се најчешће наводе две основне врсте превентивног одржавања и то [3]:

- превентивно одржавање према стању са провером параметара стања
- превентивно одржавање према стању са контролом нивоа поузданости.

У првом случају прати се неки параметар тј. показатељ стања система, док се у другом случају активности одржавања спроводе искључиво на основу информација о поузданости тј. на основу расподеле времена рада до појаве отказа система односно неког његовог елемента. Обе врсте превентивног одржавања могу се везати за неки временски период или тренутак који не мора бити унапред дефинисан, већ се прилагођава констатованом стању тј. прикупљеним и анализираним информацијама о изабраним параметрима стања посматраног система [2]. Основна идеја превентивног одржавања према стању је обавити активност одржавања у оптимално време на основу стварног стања опреме (дела, система) а све у циљу оптимизације поузданости.

Предности су:

- једноставније планирање одржавања
- обезбеђује се већа поузданост система.

Недостаци су:

- повећани трошкови одржавања
- мања искоришћеност опреме.

Са појмом одржавања система нераздвојно су повезани следећи појмови [4,5]:

- поузданост,
- расположивост,
- безбедност.

Поузданост се дефинише као вероватноћа да се отказ неће десити у неком одређеном временском периоду уз поштовање унапред дефинисаних услова [6] (International Electrotechnical Vocabulary [IEV] 192-01-24). У цивилном ваздухопловству поузданост се дефинише као проценат летова који нису отказани или није дошло до кашњења због техничких проблема.

Функција поузданости система $R(t)$, се дефинише као вероватноћа да систем неће отказати у дефинисаном периоду времена t , под унапред дефинисаним условима. Функција поузданости је опадајућа функција у неком временском интервалу t , тј. $R(0)=1$ и ако је $t_1 < t_2$, $R(t_1) > R(t_2)$.

Даље, $R(t)=1-F(t)$, где се $F(t)$ дефинише се као вероватноћа да ће систем отказати пре или у тренутку дефинисаног оперативног времена t .

$$F(t) = \int_0^t f(u)du \quad (1.1)$$

$F(t)$ је функција густине вероватноће времена отказа случајне променљиве. Појмови који су тесно везани за одређивање поузданости система су МТТФ (енг. *Mean Time To Failure*), МТБФ (енг. *Mean Time Between Failure*) и МТТР (енг. *Mean Time To Repair*).

MTTF - средње време отказа је очекивано време отказа неког система [6] (*International Electrotechnical Vocabulary* [IEV] **192-05-11**). Ово време користимо за одређивање поузданости непоправљивих делова и може се дефинисати на следећи начин:

$$MTTF = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (1.2)$$

MTBF означава средње време између отказа [6] (*International Electrotechnical Vocabulary* [IEV] **192-05-13**). Средње време између отказа је тешко предвидети за системе са ниском поузданошћу, у свим осталим случајевима даје прихватљиву прецизност уколико постоје одговарајући подаци о отказима.

MTTR је средње активно време корективног одржавања тј. средње време оправке система. Овај показатељ је везан за погодност одржавања која се дефинише као вероватноћа да ће неки систем након отказа бити враћен у прописано оперативно стање у току одређеног временског периода.

Учесталост отказа је вероватноћа да ће се отказ појавити у неком временском интервалу. Ову функцију можемо представити једначином

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{t} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (1.3)$$

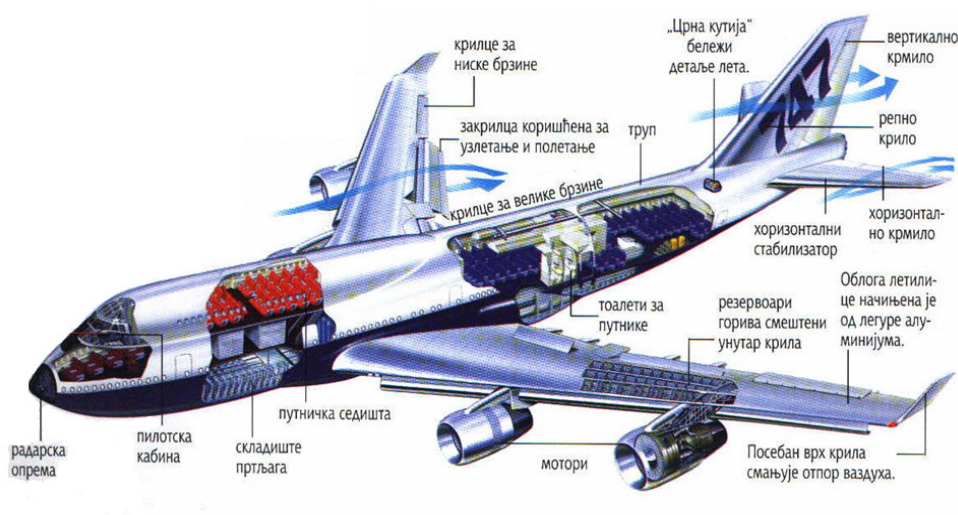
где је $F(t)$ кумулативна функција расподеле отказа, $f(t)$ је функција густине вероватноће отказа док је $R(t)$ поузданост. Ова дефиниција учесталости отказа је применљива на непоправљиве резервне делове али и на поправљиве, уколико је након поправке конкретан део враћен у функцију [7].

Расположивост је вероватноћа да ће систем, уколико се користи у складу са прописима, задовољавајуће радити у одређеном временском периоду под одређеним условима и уз одговарајућу логистичку подршку. Таква расположивост се у литератури зове још и унутрашња расположивост [3] или нераздвојива расположивост (енг. *Inherent Availability*). Рачуна се на следећи начин:

$$A_i = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR}. \quad (1.4)$$

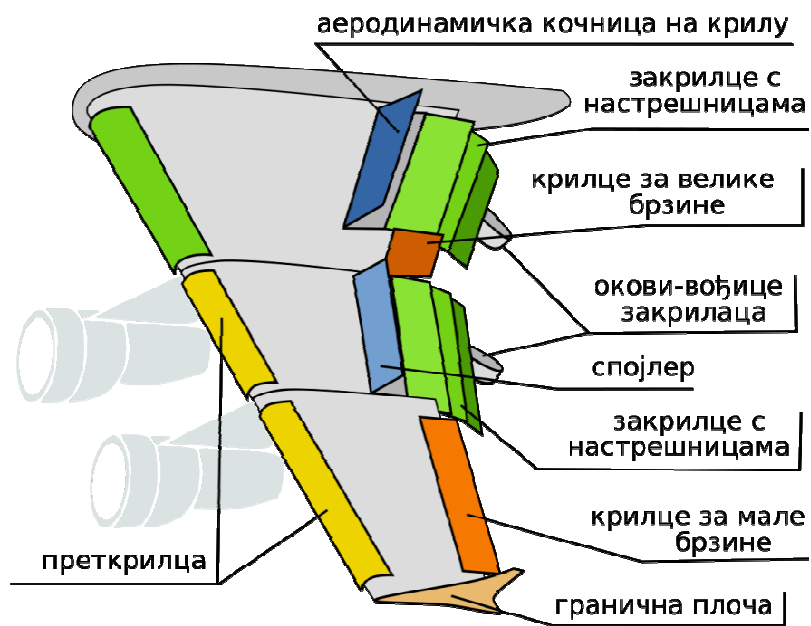
Коваријабле су сви фактори који утичу на поузданост система. То су на пример, влага, температура, прашина, начин употребе тј. стручност при руковању и остали фактори из окружења.

Да би се адекватно приказала комплексност авио система, на следећим сликама дат је приказ цивилног ваздухоплова и његових основних компоненти.

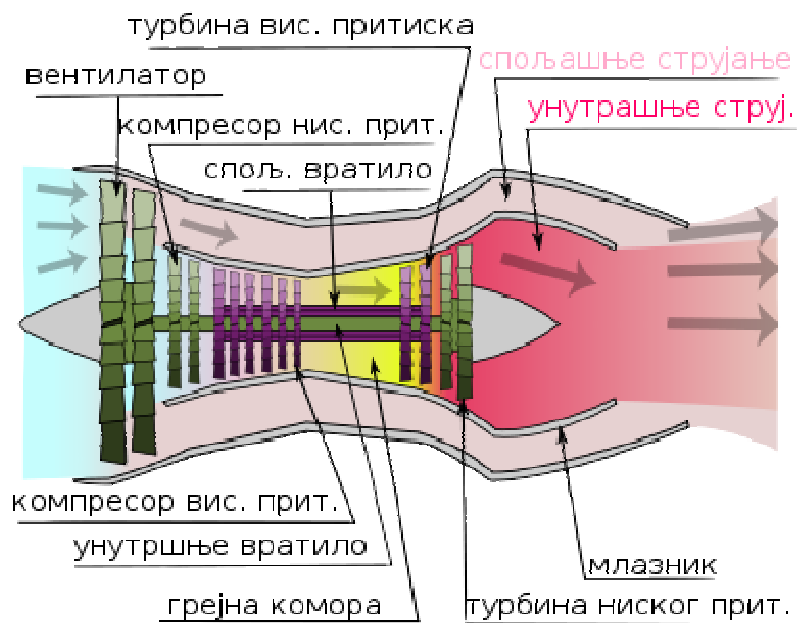


Слика 1.1: Ваздухоплов и основни делови ваздухоплова (Извор [8])

Свака од горе наведених компоненти ваздухоплова се састоји од великог броја делова, што се може видети на слици 1.2 на којој је приказана механизација крила авиона и слици 1.3 на којој су приказани делови млазног мотора авиона.



Слика 1.2: Механизација крила авиона (Извор: [9])



Слика 1.3: Делови млазног мотора авиона (Извор: [10])

1.2 Увод у управљање залихама резервних делова у системима за одржавање ваздухоплова

Управљање резервним деловима у систему за одржавање ваздухоплова има за циљ да обезбеди резервни део у тренутку када је потребан и на тај начин избегне скупа кашњења настала услед чекања на поправку или испоруку. Међутим, као што је већ речено, одржавање залиха, уколико није оптимизовано, доноси додатне трошкове. Трошкови залиха резервних делова износе око 50% укупних трошкова одржавања у индустрији и примећено је да уколико потребни делови нису доступни, узрокује готово до 50% свих застоја. Застоји настају из више разлога, један од њих је неизвесност појаве отказа и нерасположивост резервних делова потребних за њихов отклон. Тај проблем је нарочито изражен у авио индустрији где се делови, углавном, набављају директно од произвођача. Такође, потреба за неким деловима је већа јер су подложнији кваровима и њихова замена је чешћа, док се други делови ређе употребљавају. Резервни делови морају бити и одговарајућег квалитета. Како би се све наведено постигло потребно је:

- Идентификовати сваки резервни део, посебним идентификационим бројем.
- Добро проценити потребу за сваким резервним делом.
- Анализирати стање на залихама.
- Формулисати политику селективне контроле за различите категорије залиха.
- Развити систем за контролу залиха.
- Формулисати политику управљања залихама и са становишта капиталних и сигурносних залиха.
- Одредити начине складиштења ротабилних резервних делова и подсклопова.
- Дефинисати политику замене резервних делова.
- Вршити редовне инспекције резервних делова.
- Креирати рачунарску апликацију за управљање залихама резервних делова.

Управљање залихама је, барем у нашим условима, често запостављана активност, док управљање резервним деловима представља само један део овог система. Предузећа на залихама, углавном, имају онолико колико им то тренутна финансијска снага дозвољава. Мали је број оних који се баве конкретним анализама и који на време схвате да је превише скупо имати на залихама више него што је потребно.

Добар систем за управљање залихама [11] треба да пружи одговоре на следећа питања:

- шта складиштити
- када обновити залихе
- колико наручити.

Ако се узме у обзир све горе наведено како би управљање залихама било ефикасно, следећи циљеви морају бити остварени:

- Потребно је на залихама резервних делова поседовати бар по један од свих делова који би нам затребали у случају појаве отказа на систему или компоненти, како би се квар што пре отклонио без угрожавања безбедности и без додатних трошкова.
- Обезбедити расположивост резервних делова за сваку виталну компоненту, довољну да се спрече неприхватљиви губици или обезбедити систем сигурносних залиха који ће се активирати у случају појаве вишеструких отказа у току стандардног циклуса попуњавања залиха.
- Одржавати неопходан ниво залиха уз минималне трошкове.

1.2.1 Класификација резервних делова на залихама

Постоји више различитих анализа које на различите начине класификују резервне делове. Овде су описане само неке.

- FSN анализа
- ABC анализа

- VED анализа
- SDE анализа
- HML анализа

FSN анализа класификује резервне делове на основу учесталости њихове употребе. **F** је скраћено од *Fast Moving* и означава оне делове који се често користе, односно делове који су нам потребни више од једном месечно. **S** је скраћено од *Slow Moving* и односи се на делове који се користе мање од једанпут месечно, док су такозвани **N** делови или *Non-Moving* делови они за којима није постојала потреба у последње две године. Оваква класификација делова омогућава лакше планирање набавке. Искуство показује да чак 50% од укупног броја делова су **N** залихе, тј. залихе резервних делова за којима постоји најмања потреба.

SDE анализа класификује резервне делове на основу времена њихове испоруке, па тако разликујемо:

Ретко доступне (енг. *Scarce*) делове – Резервни делови чија испорука траје дуже од 6 месеци.

Тешко доступне (енг. *Difficult*) делове – Резервне делове за чију је испоруку потребно више од две недеље а мање од 6 месеци.

Лако доступне (енг. *Easy Available*) - Резервни делови који су лако доступни и за чију је испоруку потребно мање од 2 недеље.

И ова подела је направљена са циљем да се изврши боље планирање резервних делова имајући у виду време њихове испоруке.

VED анализа класификује резервне делове на основу њихове критичности. Критичност се може дефинисати на различите начине а подела је најчешће дата на следећи начин:

Витални делови (енг. *Vital*) су резервни делови чија нерасположивост може довести до великих застоја и високих трошкова, као што су на пример трошкови хитних набавки. То могу бити делови који имају дугачак рок испоруке.

Неопходни делови (енг. *Essence*) су резервни делови чија нерасположивост води ка умереном расту трошкова.

Пожељни делови (енг. *Desirable*) су резервни делови које је пожељно имати на залихама али њихова нерасположивост неће изазвати веће застоје и високе трошкове.

Ова врста анализе се фокусира на најкритичније компоненте и има за циљ да првенствено обезбеди њихову расположивост.

ABC анализа је најчешће коришћена анализа настала вишегодишњим статистичким праћењем потрошње резервних делова. Користи се при планирању врсте и количине резервних делова. Делови се класификују на следећи начин:

А делови - око 10% делова система чини њихову годишњу потражњу у износу од 70% од укупних потреба и ти делови припадају овој категорији.

В делови - за 30% следећих резервних делова, годишња потражња износи свега 20%.

С делови - последњих 60% саставних делова чини свега 10% укупних годишњих потреба за деловима.

Из овог произилази да један мали проценат од укупног броја делова чини највећи део укупне годишње потражње, док за великим бројем резервних делова постоји врло мала потражња у току године.

HML анализа класификује резервне делове на основу њихове цене, па тако имао:

Веома скупе делове (енг. *High Cost*), делове са средњим рангом цене (енг. *Medium Cost*) и јефтине делове (енг. *Low Cost*)

Ова врста анализе је значајна са аспекта дефинисања политике набавке скувих резервних делова, која мора бити праћена одређеном ауторизацијом. Посебну

пажњу је потребно посветити одржавању ових делова и могућношћу да им се продужи животни век њиховом правилном употребом и евентуалном поправком. У неким случајевима је могуће применама технике анализе вредности сазнати за мање скупу замену.

Постоји још једна класификација која ће бити коришћена у овом раду приликом процене броја потребних резервних делова на залихама. На основу ње резервни делови могу бити [12].:

Подесиви резервни делови (енг. *Rotable*) - резервни делови који одговарају свим типовима авиона се зову подесиви резервни делови. То су сви они делови којима су неопходне периодичне замене (попут мотора, генератора, пумпи итд.).

Поправљиви резервни делови (енг. *Repairable*) - резервни делови који имају исте карактеристике као подесиви али им је цена нижа. Карактеристика ових делова је што се свака компонента поправља/ремонтује и враћа на своје место или на залихе у исправном стању.

Непоправљиви резервни делови (енг. *Expendable*) - резервни делови који се могу искористити само једном, након чега се врши њихова комплетна замена без поправке. То су они делови, који након што се једном монтирају постају неподобни за поновну употребу (осигурачи, компресиона опрема, заптивачи и сл.)

1.2.2 Класични модели управљања залихама

У класичним моделима за управљање залихама, математички модели се базирају на две променљиве:

- тренутак у коме се врши наручивање t
- количина која се наручује q .

Углавном се једна од две променљиве фиксира док друга варира тако да обезбеди сталност снабдевања. У односу на временски интервал, систем надгледања залиха може бити непрекидан или периодичан, док количина која се наручује може бити стална или променљива.

Међутим, у савременим условима пословања, циљ је поседовати праву компоненту у право време тј. у тренутку када нам је заиста потребна. Превише залиха непотребно везује капитал којим се располаже, док са друге стране, недостатак резервног дела у тренутку када нам је потребан води ка неадекватној услузи, непотребним трошковима и низу скупих активности неопходних за санацију лоше процене [13]. Управо из тих разлога савремени модели теже да процене временски интервал у коме је потребно имати резервни део на залихама. Новији приступи управљању залихама у системима одржавања полазе од тога да се активности одржавања и управљање залихама потпуно интегришу.

Један уопштени приступ одређивању броја резервних делова које треба имати на залихама у зависности од стопе отказа делова и трошкова који настају њиховим складиштењем или који ће се појавити уколико тражени део немамо на залихама, приказан је на слици 1.5 [14].

Вероватноћа да тражени део неће бити на располагању у тренутку када нам је потребан је у функцији следећих променљивих: броја резервних делова на залихама, поузданости делова и компоненти и времена које је потребно да се део, након квара, врати у оперативно стање. Као што је већ речено, циљ је имати потребне резервне делове уз што мање трошкове. Један од првих модела за одређивање оптималне количине делова је модел Економична количина наручивања - ЕКН модел (енг. *Economic Order Quantity* (EOQ)). Овај модел су првобитно учинили популарним Харис (*Harris*) [15] и Вилсон (*Wilson*) [16], а и данас је у употреби Андлерова формула из 1929. године којом се одређује средња вредност тј. оптимум у којем су трошкови минимални.

Ова формула даје добре резултате када:

- нема неизвесности
- не постоје ограничења у погледу величине складишта, транспортних могућности и слично
- не постоје попусти на количину
- поруџбине су појединачне.

Да би се одредила економична количина наручивања потребно је одредити трошкове складиштења на основу једначине:

$$T_s = \frac{N_c \cdot S_z}{100} \cdot \frac{KN}{2} = N_c \cdot s_z \cdot \frac{KN}{2}$$

Где је:

N_c – набавна цена

S_z – стопа трошкова држања залиха у процентима

s_z – стопа трошкова држања залиха (узима вредност између 0-1)

KN – количина која се набавља.

Трошкови набавке износе:

$$TN = \frac{P}{KN} \cdot T_n,$$

где су:

TN – годишњи трошкови наручивања

P – годишња потреба за деловима

T_n – трошкови једног наручивања.

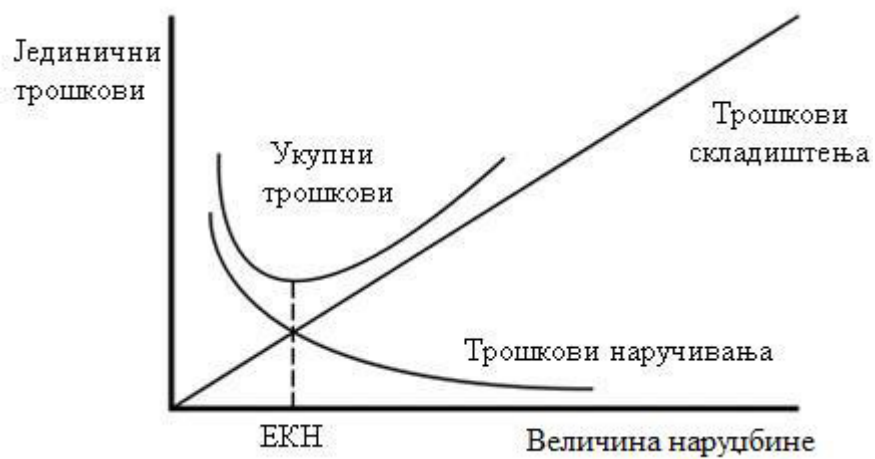
По овој формули се оптимална количина наручивања добија када се трошкови складиштења изједначе са трошковима набавке:

$$\frac{P}{KN} \cdot T_n = N_c \cdot s_z \cdot \frac{KN}{2}.$$

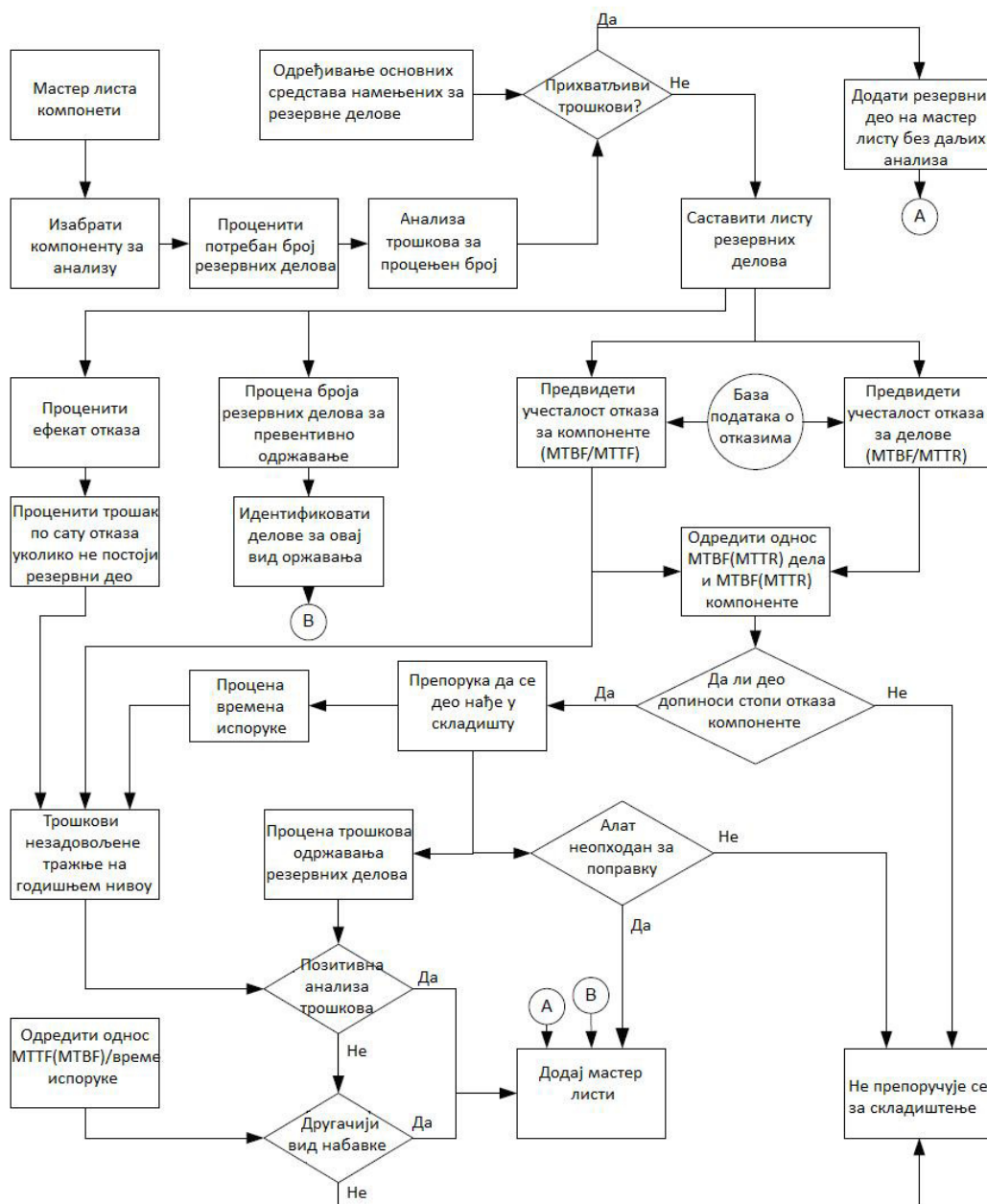
Графички приказ је дат на следећој слици 1.4. [17]

Решавањем ове једначине добија се да је:

$$KN = \sqrt{\frac{2P \cdot T_n}{N_c \cdot s_z}} = EKN.$$



Слика 1.4: Економска количина наручивања (Извор: Бекер И., Станивуковић Д. [14])



Слика 1.5: Одређивање залиха. Процес оптимизације резервних делова (Извор: IAEA, 2001 [13])

Глава 2

Предвиђање потражње за резервним деловима – Преглед литературе

Предвиђање је вештина али и наука о предсказању будућих догађаја и представља основу сваке добре процене [18]. Не постоји универзални метод предвиђања који ће дати добре резултате у свим ситуацијама и условима. Оно што даје добре резултате у једној грани индустрије, под одређеним условима, не значи да ће дати добре резултате ако се услови промене или ако се исти метод примени у некој другој грани индустрије [19].

Такође, за прогнозе важе и следећа ограничења, скупе су и временски захтевне и ретко, готово никада, перфектне. Ипак, прогнозе су неопходне и у последњих десет година све више се научника бави проналажењем метода који ће дати што прецизнију и бољу прогнозу. Предвиђање у области управљања залихама се може базирати на коришћењу [20]:

- Историјских података и њиховој пројекцији коришћењем неког математичког модела.
- Субјективног или интуитивног предсказивања (неће бити узето у разматрање у овом раду).
- Комбинације математичког модела и управљачких способности руководећег кадра тј. коришћење математичког модела као инструмента у процесу доношења одлука о управљању залихама.

2.1 Метод покретног просека

Деф: Покретни просек (енг. *Moving Average Method*) је прогностички метод који користи средњу вредност n најсвежијих података у циљу одређивања потражње за наредни период. Овај метод се базира на употреби историјских података, тј. података о прошлој потражњи ради генерисања прогнозе и, у ствари, представља серију аритметичких средина.

Формула која се користи у овом случају је прилично једноставна и гласи:

$$F_t = \frac{X_{t-1} + X_{t-2} + \dots + X_{t-n}}{n} \quad (2.1)$$

Проблем који се јавља код покретног просека је да он даје добре резултате једино у случају када је потражња стабилна у току времена.

2.2 Метод пондерисаног покретног просека

Пондерисани покретни просек (енг. *Weighted Moving Average Method*) је метод који користи тежинске факторе у циљу наглашавања значаја појединих података. Углавном свежији подаци имају већи тежински фактор. Формула гласи:

$$F_{t+1} = \frac{nP_t + (n-1)P_{t-1} + \dots + 2P_{(t-n)+2} + P_{(t-n)+1}}{n + (n-1) + \dots + 2 + 1} \quad (2.2)$$

Мана овог метода је што је избор тежинских фактора произвољан и не постоје готове формуле за њихово одређивање. Сума тежинских фактора може бити једнака јединици а одлука о њиховом избору захтева одређено претходно искуство.

И прости и пондерисани покретни просеци захтевају велику количину историјских података, не укључују промене нити случајне догађаје, већ као просеци остају на нивоу претходних догађаја.

2.3 Експоненцијално равнање

Експоненцијално равнање (енг. *Exponential Smoothing Method*, у литератури познат и под називом *Single Exponential Smoothing Method (SES)*) је метод који се базира на коришћењу пондерисаног покретног просека и лак је за примену. Користи малу количину историјских података и константу равнања која се најчешће обележава са α . У литератури [21, 22] се могу наћи следеће дефиниције:

Деф: Експоненцијално равнање је пондерисани покретни просек у коме су подаци пондерисани са једном експоненцијалном функцијом.

Деф: Константа равнања је тежински фактор који користи метод експоненцијалног равнања и то је број између 0 и 1.

Што су подаци који се користе свежији, односно, новијег датума, то је тежински фактор тј. равнајућа константа већа, ближа јединици.

Формула предвиђања гласи:

$$F_{t+1} = \alpha X_t + (1 - \alpha)F_t, \quad (2.3)$$

Где је:

F_{t+1} - прогноза за нови временски период

F_t - прогноза за последњи период

X_t - стварна потражња за последњи период.

2.4 Кростонов метод

Кростон (*Croston*) је још 1972. предложио метод који се базира на експоненцијалном равнању али је далеко супериорнији од њега [23]. Овај метод је нашао широку примену у индустрији и даље је део многих софтверских пакета за процену потребне количине залиха. Приступ који је предложио овај аутор, поред процене величине тражње тј. потребног броја производа (резервних делова у

случају одржавања), даје и процену везану за временски интервал између захтева за неким производом тј. временски интервал између тражњи.

Састоји се из два основна корака.

- Рачуна средњу вредност потражње за одређени период примењујући метод експоненцијалног равнања.
- Процењује се дужина трајања интервала у коме нема потражње за датим производом.

Ако са $Y(t)$ обележимо процењену средњу вредност тражње која се разликује од нуле, са $P(t)$ процењену средњу вредност интервала у коме нема тражње, а са Q временски интервал од последњег захтева различитог од нуле тада:

Алгоритам за процену средње вредности тражње (2.4)

If $X(t) = 0$ then

$$Y(t) = Y(t-1)$$

$$P(t) = P(t-1)$$

$$Q = Q + 1$$

else

$$Y(t) = \alpha X(t) + (1 - \alpha) Y(t-1)$$

Процењена средња вредност тражње за одређени период износи:

$$M(t) = Y(t) / P(t). \quad (2.5)$$

Кростонов метод подразумева да време испоруке прати нормалну расподелу. Овај метод је разматран од стране многих аутора. Рао (*Rao*) [24] а затим и Шулц (*Schultz*) [25] су предложили неке измене овог метода без великог утицаја на саме резултате извршавања. Шулц је предложио да се уведу две равнајуће константе, једна за процену тражње а друга за временски интервал између тражњи. Вилман (*Willemain*) и остали [26], а затим и Џонстон (*Johnston*) и Бојлан (*Boylan*) [27] су доказали да у већини случајева Кростонов метод даје боље резултате него метод експоненцијалног равнања.

Синтетос (*Syntetos*) и Бојлан [28, 29] су дали значајан допринос овој области предложивши модификован метод који се базира на критици Кростоновог метода тврдећи да је пристрасан када је у питању процена потражње по јединици времена. Важно истраживање је спроведено и у раду [30]. Користећи велику количину података Британског краљевског ваздухопловства аутори су показали да Кростонов метод али и метод који су предложили Синтетос и Бојлан дају боље резултате него метод покретних средина и метод експоненцијалног равнања.

2.5 Синтетос-Бојлан апроксимација

Синтетос и Бојлан су предложили нов метод који се базира на апроксимацији Кростоновог метода. Да би доказали супериорност предложеног метода, упоредили су га са оргиналним Кростоновим методом [31]. Симулација је извршена над подацима о 3000 производа аутомобилске индустрије са нестабилном (испрекиданом) потражњом и дошли су до закључка да постоји пристрасност код Кростоновог метода. Очекивана вредност не износи $\frac{\mu}{p}$, већ:

$$E(F_t) = \frac{\mu}{p} \left(1 + \frac{\alpha}{2-\alpha} \frac{p-1}{p} \right) \quad (2.6)$$

Где је μ средња вредност историјских података о потражњи а p је средња вредност дужине трајања интервала између тражњи у прошлости P_t . Када је $\alpha = 1$, једначина (2.6) се своди на облик:

$$E(F_t) = \mu \left(-\frac{1}{p-1} \ln\left(\frac{1}{p}\right) \right) \quad (2.7)$$

На основу (2.7) они су предложили процену тражње за период F_{t+1} као:

$$F_{t+1} = \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) \frac{Z_t}{P_t} \quad (2.8)$$

Прогноза коју су дали показала се боља него Кростонова.

2.6 Bootstrap метод

Творац овог метода је Бредли Ефрон (*Bradly Efforn*) (1978) [32] и он представља нову рачунарско статистичку технику. *Bootstrap* метод се дефинише као метод којим се на основу расположивих података из неког узорка креира велики број нових узорака, истог обима као и изворни узорак, случајним бирањем са враћањем из скупа расположивих података.

Основна идеја овог метода је у следећем:

Посматра се x_1, x_2, \dots, x_n реализација случајног узорка X_1, X_2, \dots, X_n из непознате расподеле F . То значи да се нека B реализација простог случајног узорка X (B – *Bootstrap* узорак) добија “извлачењем са враћањем” из оригиналног скупа $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, тако да свака од вредности x_i при сваком извлачењу има једнаку вероватноћу $1/n$ да буде изабрана.

$X^* = (X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*)$ је “*bootstrap* прост случајан узорак” чије су реализације означене на $x_j^* = (x_{1j}^*, x_{2j}^*, \dots, x_{nj}^*)$, $j=1, 2, \dots, B$, “*bootstrap* случајне променљиве”, X_i^* , $i=1, 2, \dots, n$, међусобно независне и расподељене по правилу:

$$X_i^* : \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ 1/n & 1/n & 1/n & 1/n \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Даље, за сваки *bootstrap* узорак x_j^* рачунамо одговарајућу *bootstrap* оцену $\hat{\theta}_j = \hat{\theta}(x_j^*)$, затим генеришемо емпиријску функцију расподеле $G_B(\cdot | \hat{\theta}^*)$ на основу добијених вредности $\hat{\theta}^* = (\hat{\theta}_1^*, \hat{\theta}_2^*, \dots, \hat{\theta}_B^*)$ као апроксимацију за непознату расподелу G и оцењиваче $\hat{\theta} = \hat{\theta}(X)$ параметра $\theta = \theta(F)$.

Bootstrap алгоритам може бити представљен на следећи начин:

$F \Rightarrow x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, F је непозната расподела

Formiraj $F_n(\cdot | x)$

for j=1:B

for i=1:n

izaberi x_{ij}^* iz $F_n(\cdot | x)$

i++

$x_j^* = (x_{1j}^*, x_{2j}^*, \dots, x_{nj}^*)$

$\hat{\theta}_j = \hat{\theta}(x_j^*)$

j++

$\hat{\theta}^* = (\hat{\theta}_1^*, \hat{\theta}_2^*, \dots, \hat{\theta}_B^*)$

Formiraj $G_B(\cdot | \hat{\theta}^*)$

Bootstrap метод са становишта управљања залихама, односно предвиђања броја делова на залихама, разматран је у радовима [33, 34]

2.7 Пуасонов метод

Пуасонов (*Poisson*) метод се углавном користи за предвиђање вероватноће ретких случајних догађаја у константној јединици простора или времена. За ове догађаје важи да су:

- Независни тј. да појава једног догађаја не утиче на вероватноћу другог догађаја.
- Могућ је бесконачан број догађаја у јединици простора или времена.
- У било ком интервалу или простору вероватноћа појаве догађаја пропорционална је величини интервала.

Пуасанов метод не подразумева директно израчунавање вредности променљиве за коју се врши предвиђање, него процењује тј. предвиђа вероватноћу да ће та

променљива узети неку вредност. Методи за процену залиха резервних делова који у основи имају Пуасонову расподелу су проучавани у радовима [35, 36]. Дошло се до закључка да традиционални статистички методи који се базирају на анализи временских серија могу погрешно проценити функционалну форму која се односи на зависне и независне променљиве.

Креће се са проценом средње вредности променљиве за коју се врши предвиђање. У случају резервних делова, ако је потреба за неким делом у временском интервали T једнака d , вероватноћа да ће тражња бити x (x је број делова које је потребно наручити) у интервалу T је:

$$P_{d,T,x} = \frac{(dT)^x \exp(-dT)}{x!} \quad (2.11)$$

Кумулативна вероватноћа је:

$$P_{kum(d,T,x)} = \sum_{k=0}^x \frac{(dT)^k \exp(-dT)}{k!} \quad (2.12)$$

2.8 Биномни метод

Овај метод је представио Алберто Регатиери (*Alberto Regattieri*) 1996. године и заснива се на биномној расподели [36]. Када је тражња нестабилна, нестална, Пуасонов метод даје неконзистентна предвиђања. Биномни метод (енг. *Binomial method*) се састоји од две компоненте:

x_1 – је просечна потражња за резервним деловима у фиксном временском периоду T .

x_2 – компонента служи да успостави везу између потражње и жељеног нивоа услуга (*LS - Level of Service*) коришћењем истог резервног дела на различитим деловима опреме кроз параметар n – број инсталација.

Формула гласи:

$$N = x_1 + x_2 \quad (2.13)$$

$$x_1 = \left\lfloor \frac{T}{1/d} \right\rfloor n. \quad (2.14)$$

Где је:

N - број прогноза везаних за број резервних делова

d –просечна потражња за резервним делом

T –временски период у коме се врши предвиђање

x_2 је компонента биномног метода која се односи на то да ће максимално x_2 делова отказати и везана је за потражњу за резервним деловима у неком интервалу који означавамо као $T_{residual}$ и који се дефинише на следећи начин:

$$T_{residual} = T - \left\lfloor \frac{T}{1/d} \right\rfloor \frac{1}{d} . \quad (2.15)$$

Нека је p кумулативна расподела вероватноћа отказа делова у временском периоду $T_{residual}$. Подразумева се да се време отказа може моделирати експоненцијалном расподелом на следећи начин:

$$F(T_{residual}) = 1 - \exp\left(-\frac{1}{1/d} T_{residual}\right) = p . \quad (2.16)$$

Ако је n број идентичних делова који припадају неком склопу (систему) и ако је LS унапред задата вероватноћа да ће предвиђање задовољити потражњу за резервним деловима у неком периоду T онда, коришћењем биномне формуле

$$p(x_2) = \sum_{i=0}^{x_2} \binom{n}{i} (1-p)^{n-i} p^i \geq LS \quad (2.17)$$

и њеном итеративном применом можемо одредити минималну вредност за x_2 која ће задовољити ову једначину.

2.9 Метод сивог GM(1,1)

Појам „сив“ у називу овог метода означава непотпуност, неизвесност и оскудност у погледу доступности расположивих информација [37]. Главна предност овог метода је што даје резултате у раду са некомплетним подацима и нејасним проблемима доста прецизно [38]. Први пут је Денг (*Deng*) [39] предложио овај метод 1982. као једноставан и прецизан метод за проблеме одлучивања са вишеструким атрибутима.

Теорија сивог је превасходно намењена проучавању неизвесности. Показано је да је ова теорија супериорнија у односу на друге методе у теоријској анализи система са неизвесним информацијама и непотпуним узорцима [40]. Посебно се може користити ако велики узорци нису на располагању или ако корисник није сигуран да ли су подаци репрезентативни. Може се користити и као ефикасан фактор иницијалне прогнозе [41].

Разматра се ненегативни временски низ X :

$$X = \{x(1), x(2), \dots, x(n)\}, \quad n \geq 4. \quad (2.18)$$

Када се на овај низ примени **AGO** (енг. *Accumulated Generating Operation*) добија се

$$Y = \{y(1), y(2), \dots, y(n)\}, \quad n \geq 4 \quad (2.19)$$

где је

$$y(j) = \sum_{i=1}^j x(i), \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.20)$$

у је временски низ који монотono расте.

Уопштени низ средњих вредности Z се рачуна на основу Y и дефинише се као:

$$Z = \{z(1), z(2), \dots, z(n)\} \quad (2.21)$$

где је

$$z(j) = 0.5[y(j) + y(j-1)], \quad j = 2, 3, \dots \quad (2.22)$$

Такозвано „бељење“ се добија једначином:

$$\frac{dy}{dt} + ay(t) = b. \quad (2.23)$$

Ова једначина се односи на средње-квадратну процену сиве диферентне једначине модела GM(1,1)

$$x(j) + az(j) = b. \quad (2.24)$$

Где се $[a \quad b]^T$ израчунава из

$$(BB^T)[a \quad b]^T = B^T R \quad (2.25)$$

$$R = [x(2) \quad x(3) \quad \dots \quad x(n)]^T \quad (2.26)$$

$$B = \begin{bmatrix} -z(2) & -z(3) & \cdots & -z(n) \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}^T. \quad (2.27)$$

Сменом $[a \ b]^T$ у (2.23), решење y у тренутку t је

$$y_p(j+1) = \left[x(1) - \frac{b}{a} \right] \exp(-aj) + \frac{b}{a}. \quad (2.28)$$

Како би се добила вредност процене у тренутку $(j+1)$, примењује се IAGO (енг. *Inverse Accumulated Generating Operation*) и настаје следећи сиви модел:

$$x_p(j+1) = y_p(j+1) - y_p(j) = \left[x(1) - \frac{b}{a} \right] (1 - \exp(a)) \exp(-aj), \quad (2.29)$$

а предвиђена вредност у тренутку $(j+k)$ износи

$$x_p(j+k) = \left[x(1) - \frac{b}{a} \right] (1 - \exp(a)) \exp(-a(j+k-1)). \quad (2.30)$$

2.10 Холт-Винтерс метод

Овај метод се базира на претходно описаном методу експоненцијалног равнања. Припада групи метода заснованих на анализи временских серија и користи троструко равнање, односно има три константе равнања.[42, 43]

α – константа која се користи код сваког експоненцијалног равнања.

β – константа која се користи код одређивања тренда кретања вредности (енг. *trend smoothing*).

γ – константа која се користи код одређивања периодичности вредности (*seasonal smoothing*).

Овај метод можемо представити следећим формулама[44]:

$$F_{t+k} = L_t + D_t k \quad (2.31)$$

где су:

$$L_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)(L_{t-1} + D_{t-1}) \quad (2.32)$$

$$D_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)D_{t-1}. \quad (2.33)$$

Једначина (2.31) се односи на покретни просек посматраних вредности Y_t и предвиђање одређено за претходни временски период. Једначина (2.32) се односи на разлике између предвиђања израчунатих за периоде t и $t-1$.

AW (енг. *Additive Winters*) и **MW** (енг. *Multiplicative Winters*) су проширења Холт-Винтерсовог (енг. *Holt-Winters*) метода и укључују константу периодичности. Предвиђања AW методом се одређују на основу следећих релација:

$$L_t = \alpha(Y_t - S_{t-p}) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + D_{t-1}) \quad (2.34)$$

$$D_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)D_{t-1} \quad (2.35)$$

$$S_t = \gamma(Y_t - L_{t+1}) - (1 - \gamma)S_{t-p} . \quad (2.36)$$

У последњој формули S_t је фактор периодичности а p је његова периодичност.

Предвиђање за период t износи:

$$F_{t+k} = L_t + D_t k + S_{t+k-p} . \quad (2.37)$$

У MW методу јављају се следеће релације:

$$L_t = \alpha \frac{Y_t}{S_{t-p}} + (1 - \alpha)(L_{t-1} + D_{t-1}) \quad (2.38)$$

$$D_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)D_{t-1} \quad (2.39)$$

$$S_t = \gamma \frac{Y_t}{L_t} + (1 - \gamma)S_{t-p} . \quad (2.40)$$

Предвиђање за будући временски период гласи:

$$F_{t+k} = (L_t + D_t k) S_{t+k-p} \quad (2.41)$$

MW верзија овог метода је у широј употреби од AW и у просеку даје боље резултате од AW верзије [45].

У радовима [46, 47] дати су упоредни приказ 13 метода које се користе за процену залиха резервних делова у авио-индустрији (већина је описана у овој глави рада). Аутори су дошли до закључка да су Кростонов метод и метод експоненцијалног равнања супериорнији у односу на остале методе али већина авио-превозника тврди да постојећи модели за процену залиха резервних делова не дају довољно

добре резултате. Зато је ова тема још увек јако актуелна и заинтересованост за њу расте.

До пре 10-12 година, процена залиха резервних делова није довољно разматрана са становишта социо-економског аспекта (поузданост, могућност одржавања, животни век, и слично) [48]. Међутим, последњих година све је више радова који се баве овом проблематиком [49, 50, 51, 52, 53].

Глава 3

Модели за процену залиха резервних делова који се базирају на анализи поузданости

У литератури је могуће наћи велики број монографија и радова који се баве проблемом управљања залихама, пре свега одређивањем броја резервних делова неопходних за нормално функционисање пословања [54, 55, 56, 57]. Већина радова проучава поправљиве производне системе и број резервних делова у таквим системима [58, 59, 60, 61, 62]. Касније су ови модели надограђивани и прилагођавани тако да могу да одговоре и захтевима система за одржавање [63, 64, 65, 66, 67].

3.1 Мерење и класификација поузданости код система за одржавање

Поузданост система и њено прецизно одређивање су од великог значаја, тако да и пре него што се крене у производњу неког производа процењује се његова поузданост [68]. Такође, планирање одржавања и превентивних контрола, па самим тим и процена броја резервних делова које треба имати на залихама, се базира на анализи поузданости система за који је потребно спровести ове активности.

Мерење поузданости класификује се на следећи начин [69]:

- Основно мерење поузданости се односи на процене (прогнозе) способности система да обавља своју функцију без додатног одржавања и

логистичке подршке. Функција поузданости и функција учесталости отказа се сврставају у ову категорију мерења поузданости система.

- Мерење поузданости у току трајања мисије је друга категорија. Ово мерење предвиђа способност система да успешно обавља своју функцију у току трајања мисије. Ове процене обухватају само отказе који могу настати у току трајања мисије.
- Оперативна поузданост и њено одређивање се користе да би се одредила поузданост система који обавља своју функцију под унапред дефинисаним условима. У ову категорију спадају процене попут МТВО (*Mean Time Between Overhaul*) - просечно време између два ремонта, МТТФ (*Mean Time To Failure*) – просечно време до појаве отказа, МФОР (*Maintenance Free Operating Period*) - просечно време без активности одржавања, МТВУР (*Mean Time Between Unscheduled Removal*) – просечно време између непланираних отклона кварова.
- Уговорено мерење поузданости које се користи у циљу оцене програма и рада произвођача. Оно се ослања на дизајн и саме карактеристике производа. У ову категорију спадају, већ поменути МТТФ – просечно време до појаве отказа и МТВФ – просечно време између отказа и учесталост отказа (енг. *failure rate*).

Технике одржавања су се мењале временом, од корекција и поправки ка превентивном одржавању и проактивном континуираном побољшавању производа кроз одржавање [70].

За успешно спровођење активности одржавања кључну улогу има предвиђање отказа, нарочито када се ради о превентивном одржавању [71]. Управо из овог разлога, готово сви произвођачи тестирају своје производе и труде се да дају тачну процену њихове поузданости.

Предвиђање отказа механичких система може се спровести на два начина:

- праћењем стања система и
- статистичком анализом података о претходним отказима.

Већина статистичких модела (неки су описани у овом раду) захтева оперативне податке из претходних периода и примену захтевних статистичких техника за њихову обраду и добијање прецизних резултата.

Тестирање система (делова, компоненти) под нормалним оперативним условима није увек могуће и захтева време као и велика средства да би се спровело у дело и да би се на тај начин добили прецизни подаци о поузданости. Када такво тестирање није могуће спровести, користе се статистичке методе за оцену поузданости система. Уколико подаци о отказима укључују неку комплексну мање познату расподелу, или када је узорак мали, тешко је прецизно представити учесталост отказа. У таквим ситуацијама, прибегава се непараметарским статистичким методама попут вишеструке регресије која подразумева да су коваријабле независне варијабле регресионог модела за предвиђања отказа сваке појединачне компоненте тј. дела. Један од таквих модела је модел са пропорционалним ризиком.

3.2 Модел са пропорционалним ризиком

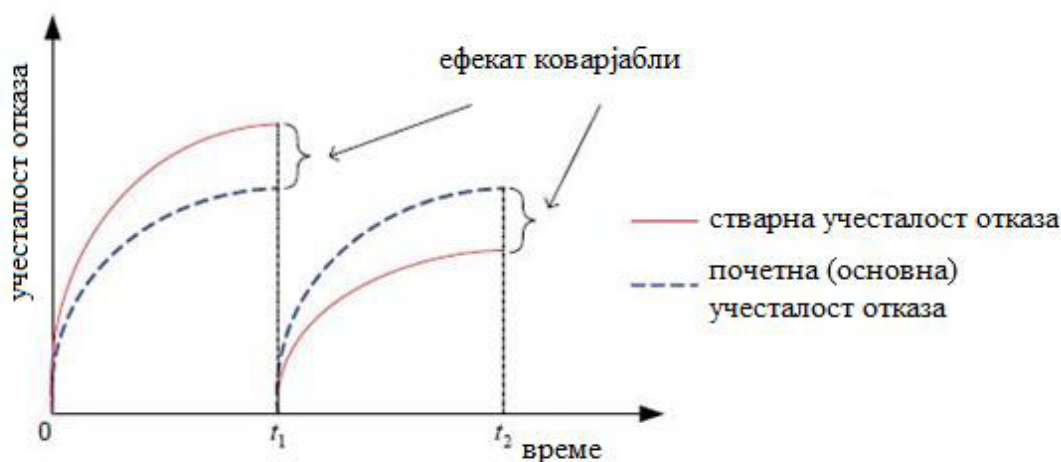
Модел са пропорционалним ризиком - РНМ (енг. *Proportional Hazard Model*) је познат још и као Коксов (*Cox*) модел [68]. Уопштена форма овог модела, која се и најчешће користи је:

$$h(x, z) = h_0(x)\psi(z\alpha), \quad (3.1)$$

где је $h(x, z)$ функција хазарда тј. функција отказа система, $z\alpha = \sum_{i=1}^n z_i\alpha_i$ је вектор колоне, односно непознати параметар модела, регресиони коефицијент одговарајућих n коваријабли, z је вектор који се састоји од коваријабли а α је степен утицаја који свака појединачна коваријабла има на отказ система.

У овом моделу се претпоставља да учесталост отказа зависи од времена и утицаја коваријабли тј. фактора окружења под којима тај систем функционише. Учесталост отказа $\lambda_0(t)$ зависи од два параметра: времена и величине која је

независна од времена и обухвата ефекте одређеног броја коваријабли, као што су температура, притисак, влага и слично. Коваријабле и њихов ефекат могу да повећају или да умање учесталост отказа. У раду [72] аутори су доказали да лоше руковање, лоши резервни делови и неадекватно одржавање повећавају учесталост отказа, док насупротив томе, добри оперативни услови, побољшане, усавршене и поуздане компоненте и делови повећавају поузданост система .



Слика 3.1: Утицај коваријабли на учесталост отказа система. (Извор: Kumar and Klefsjö, 1994[69])

Кумар (*Kumar*) и остали [73], а касније и аутори рада [74], функцију отказа су представили на следећи начин:

$$\lambda(t, z) = \lambda_0(t) \exp(z\alpha) = \lambda_0(t) \exp\left(\sum_{j=1}^n \alpha_j z_j\right) \quad (3.2)$$

где су z_j $j = 1, 2, \dots, n$ коваријабле система, а α_j , $j = 1, 2, \dots, n$ непознати параметри система који дефинишу ефекат који свака од n коваријабли има на систем. $\exp(z\alpha)$ се може тумачити као ризик од мултипликативних (вишеструких) отказа у случају присуства коваријабле z .

Функција поузданости у том случају је:

$$R(t) = [R_0(t)]^{\exp\left(\sum_{j=1}^n \alpha_j z_j\right)} \quad (3.3)$$

где је R_0 почетна функција поузданости која зависи само од времена и израчунава се на основу једначине:

$$R_0(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda_0(x) dx\right] = \exp[-\lambda_0(t)] \quad (3.4)$$

λ_0 је кумулативна основна (почетна) функција учесталости отказа система.

3.3 Модел са пропорционалним коваријаблама

Модел са пропорционалним коваријаблама - РСМ (енг. *Proportional Covariable Model*) је настао 2006 године [75]. Овај модел се базира на претпоставци да су коваријабле система или функција коваријабли пропорционални функцији хазарда тј. функцији отказа система. Овај модел је настао као одговор на недостатке претходно описаног Коксовог модела и прати коваријабле система како би на основу њих утврдио степен његове деградације [75, 76]. Општа форма овог модела је следећа:

$$Z_r(t) = C(t)h(t), \quad (3.5)$$

где је $Z_r(t)$ функција коваријабли, обично независна од времена, $C(t)$ је почетна (базична) функција коваријабли, такође временски независна, док је $h(t)$ функција отказа.

Предности овог модела су, према ауторима, то што базична функција коваријабли $C(t)$ узима у обзир податке о претходним отказима система али и податке добијене праћењем стања система. Поред тога, базична функција коваријабли може бити ажурирана новим коваријаблама и новим подацима о отказима. Међутим, иако аутори тврде супротно, за формирање базичне функције коваријабли потребно је доста података о претходним отказима система. Ово је релативно нов модел недовољно тестиран применом у пракси.

Ако се упореди са РНМ моделом, РСМ модел предвиђа тренутак отказа система праћењем коваријабли које се јављају као последица деградације система. За разлику од њега, РНМ модел предвиђа појаву отказа система користећи

коваријабле које могу да утичу на његову појаву. Овај модел је погодан за коришћење у ситуацијама када су битни услови окружења у којима систем функционише.

У РНМ моделу, базична учесталост отказа $h_0(t)$ се користи да опише релацију између коваријабли и самог отказа док се у РСМ моделу базична функција коваријабли $C(t)$ користи да опише однос измеђи коваријабли и отказа. Базична функција отказа $h_0(t)$ је стопа отказа која не зависи од коваријабли док базична функција коваријабли $C(t)$ представља степен промене коваријабли узрокован променама стопе отказа система.

У складу са претходним, користи се још један модел за моделовање отказа на нивоу компоненти а то је, такозвани, *Stress-Strength* модел тј. модел оптерећења и издржљивости.

Ако X представља издржљивост неког дела који је изложен одређеном оптерећењу или стресу Y , постоје два начина да се одреди поузданост [77] и то:

1. детерминистичко оптерећење и издржљивост

$$R = P\{X > Y\} \quad (3.6)$$

$$R = 1 - F_x(Y), \quad (3.7)$$

2. оптерећење и издржљивост као случајни процеси, где се уводи релација $Z = X - Y$ а поузданост се одређује као:

$$R = P\{Z > 0\} = 1 - F_z(0). \quad (3.8)$$

На пример, ако оптерећење и издржљивост имају експоненцијалну расподелу, тада је:

$$R = \frac{\lambda_y}{\lambda_x + \lambda_y}. \quad (3.9)$$

Ако сумирамо све наведено, РСМ модели су релативно нови и недовољно испитани у пракси док су РНМ модели прилично флексибилни, не укључују расподеле и додатне претпоставке али захтевају детаљну анализу коваријабли које

утичу на систем и појаву отказа. У авио индустрији, због саме природе ваздухоплова и услова у којима се користе, коваријабле је тешко одредити и разликују се од случаја до случаја. Зато је одлучено да се размотре модели поузданости који не укључују коваријабле али укључују функцију расподеле. Управо из тог разлога у наставку су разматрани они модели расподела који се најчешће користе у анализи поузданости.

3.4 Модели расподела које се најчешће користе у анализи поузданости

3.4.1 Вејбулов модел

Вејбулова (*Weibull*) расподела је расподела која се највише користи када се одређује поузданост техничких система. Разлог за то је што је то расподела која има параметарски карактер и може се користити у два облика тј. у облику са два или три параметра. Избором различитих вредности за ове параметре могу се интерпретирати различити закони сличајно променљивих величина.

Основна функција има следећи облик:

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} \exp\left(-\frac{t}{\eta}\right)^\beta, \quad t \geq 0, \eta > 0, \beta > 0 \quad (3.10)$$

$$R(t) = \exp\left(-\frac{t}{\eta}\right)^\beta, \quad (3.11)$$

$$F(t) = 1 - R(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t}{\eta}\right)^\beta, \quad (3.12)$$

$$\lambda(t) = \left(\frac{\beta}{\eta}\right) \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1}. \quad (3.13)$$

Где су:

$R(t)$ – функција поузданости система

$\lambda(t)$ - функција учесталости отказа система

t - временски период који се разматра

β – параметар облика (енг. *shape parameter*)

η – параметар размере (енг. *characteristic life parameter*).

Одабир параметра облика β мења карактер расподеле. За веће вредности овог параметра Вејбулова расподела се приближава нормалном закону расподеле. Када је $\beta = 1$ учесталост отказа је константна и модел поузданости се своди на следећи облик:

$$R(t) = \exp(-\lambda t), \quad t \geq 0 \quad (3.14)$$

са вероватноћом отказа:

$$\lambda(t) = \frac{1}{\eta} = \frac{1}{MTBF} \quad (3.15)$$

односно МТТФ тј. просечном времену до отказа система, када се ради о непоправљивим системима.

Нормална расподела је најчешће коришћена статистичка расподела и описује расподелу отказа система у току његовог животног века (под нормалним условима и околностима коришћења) када је појава отказа случајна. Најважнији фактор за примену овог модела је да учесталост отказа мора бити константна и да старост система не утиче на појаву отказа.

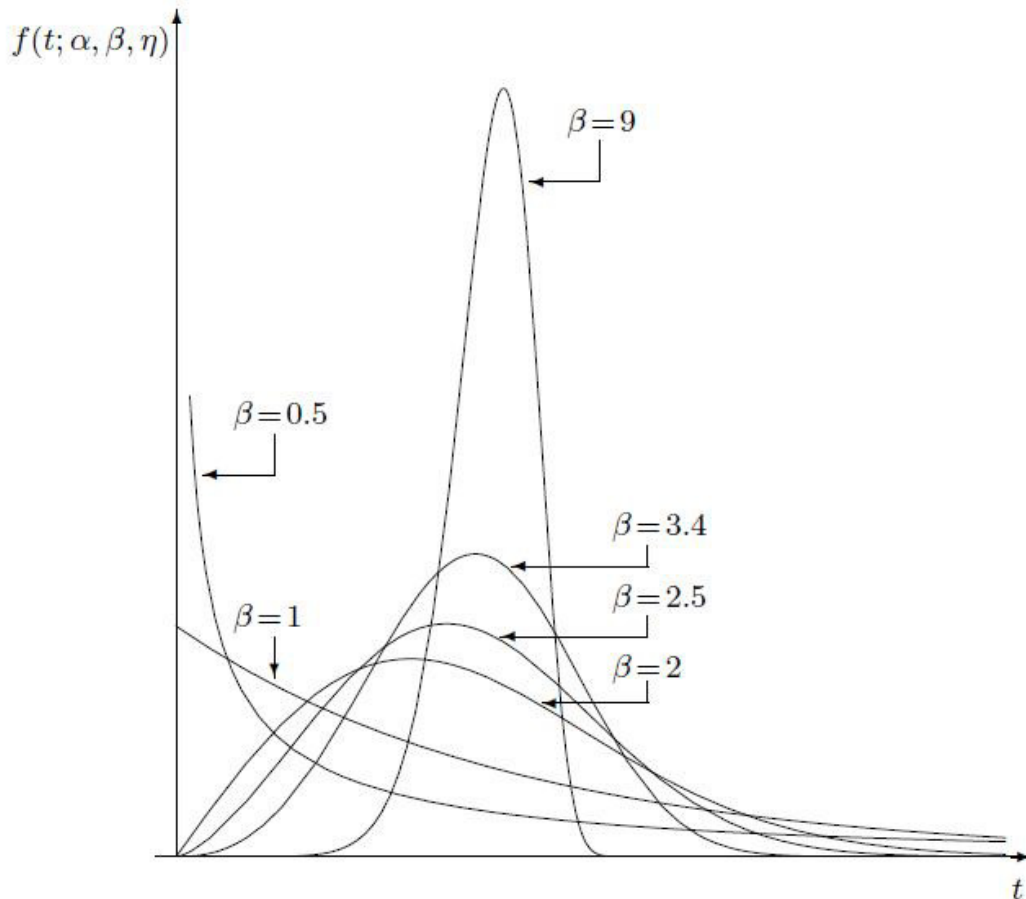
Параметар правца (облика) нам показује о каквој врсти квара се ради [78]:

- $\beta < 1$ – појава „дечије смртности“ (учесталост отказа опада)
- $\beta = 1$ – случајна појава квара (учесталост отказа је константна, случај се своди на експоненцијалну расподелу)
- $\beta > 1$ – истрошеност, похабаност компоненте (растућа учесталост отказа).

Живот тј. параметар размере означен са 63,2%, познат као $V_{63,2}$ [78] је приближно једнак величини МТТФ, односно просечном времену до појаве отказа. Поред двопараметарског, постоји и тропараметарски Вејбулов модел који поред горе наведених параметара има још и параметар положаја (најчешће се обележава са γ).
Задаје се следећим изразом:

$$F(t; \gamma, \beta, \eta) = \begin{cases} 1 - \exp\left(-\left(\frac{t-\alpha}{\eta}\right)^\beta\right), & t > \gamma \\ 0 & , t \leq \gamma \end{cases} \quad (3.16)$$

Тропараметарски модел неће бити даље разматран. На следећој слици је приказан овај модел за различите вредности параметра облика.



Слика 3.2: График Вејбулове функције вероватноће за различите вредности параметра β

Како би се одредили параметри модела, користе се различите методе. Овде ћемо објаснити најчешће коришћену, а то је Вејбулов цртеж веродостојности (енг. WPP – *Weibull Probability Plot*).

За двопараметарски модел крећемо од израза:

$$F(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t}{\eta}\right)^\beta. \quad (3.17)$$

На основу тога можемо да напишемо:

$$F(x) = 1 - \exp\left(\frac{x}{\eta}\right)^\beta \Rightarrow 1 - F(x) = \exp\left(\frac{x}{\eta}\right)^\beta. \quad (3.18)$$

Логаритмовањем овог израза добијамо:

$$\ln[1 - F(x)] = \ln\left[\exp\left(-\frac{x}{\eta}\right)^\beta\right] = \ln\left[\frac{1}{\ln[1 - F(x)]}\right] = \left(\frac{x}{\eta}\right)^\beta. \quad (3.19)$$

Ако још једном логаритмујемо овај израз, добија се:

$$\ln\left[\ln\left[\frac{1}{\ln[1 - F(x)]}\right]\right] = \beta \ln x - \beta \ln \eta, \quad (3.20)$$

а ако уведемо ознаке:

$$y = \ln\left[-\ln[1 - F(t)]\right] \quad (3.21)$$

$$x = \ln t$$

$$a = \beta$$

$$b = -\beta \ln \eta,$$

тада једнакост (3.21) можемо записати у следећем линеарном облику:

$$y = ax + b. \quad (3.22)$$

Ако су t_1, t_2, \dots, t_n посматране вредности случајне променљиве t , тада је WPP поступак следећи:

1. Потребно је прво поређати податке у растућем редоследу тако да се добије уређена статистика: $t_{(1)} \leq t_{(2)} \leq \dots \leq t_{(n)}$.
2. Израчунати вредности емпиријске функције расподеле $\hat{F}(t_{(i)}), i = 1, 2, \dots, n$.
3. Израчунати $y_i = \ln\left[-\ln\left[1 - \hat{F}(t_{(i)})\right]\right], i = 1, 2, \dots, n$.
4. Израчунати $x_i = \ln t_{(i)}, i = 1, 2, \dots, n$.
5. Нацртати тачке $T_i = (x_i, y_i)$ у координатном систему.

6. Математичким методом одредити правац $y = \hat{\beta}x + \hat{b}$ који најбоље апроксимира задате податке (најчешће се користи метод најмањих квадрата или се визуелно представи права најближа подацима).
7. За процену параметра β узети коефицијент смера $\hat{\beta}$ тог правца.
8. Проценити параметар размере $\hat{\eta}$ као $\hat{\eta} = \exp\left(\frac{\hat{b}}{\hat{\beta}}\right)$

У другом кораку је потребно израчунати вредност емпиријске расподеле. У ту сврху се користи средњи ранг података или медијални ранг [79]:

$$\hat{F}(t_{(i)}) = \frac{i-c}{n+1-2c}, 0 \leq c \leq 1, \quad (3.23)$$

где је n - број података којима располажемо а i – хронолошки редослед елемената.

Када је $c = 0$ процена просечног ранга износи:

$$\hat{F}(t_{(i)}) = \frac{i}{n+1} \quad (3.24)$$

У случају да је $c = 0.5$ процена медијалног ранга износи:

$$\hat{F}(t_{(i)}) = \frac{i-0.5}{n} \quad (3.25)$$

Међутим, најчешће се користи Бернардов (*Bernard*) медијални ранг ($c=0.3$) који гласи:

$$\hat{F}(t_{(i)}) = \frac{i-0.3}{n+0.4} \quad (3.26)$$

Проблем при коришћењу Вејбулове расподеле при одређивању поузданости је прецизност приликом одређивања параметара расподеле, што уме да представља сложен задатак. Утицај улазних параметара на резултат прорачуна поузданости разматран је у раду [80]. Такође, проблем процене параметара код Вејбулове расподеле разматран је и у докторској дисертацији [81].

3.4.2 Рејлијев модел

Управо из горе наведених разлога, односно, проблема приликом одређивања параметара код Вејбуловог модела, у овом раду ћемо користити Рејлијев (*Rayleigh*) модел [82].

Рејлијев модел је специјалан случај Вејбуловог модела и припада групи модела са растућом функцијом отказа (енг. *Increasing Failure Rate models (IRF)*), за разлику од експоненцијалног модела који је модел са константном функцијом отказа (енг. *Constant Failure Rate model (CFR)*) [77]. Такође, постоји и веза између Рејлијевог и експоненцијалног модела. Ако са x означимо параметар експоненцијалног модела, онда је \sqrt{x} параметар Рејлијевог модела, што даље утиче и на саме његове карактеристике.

Пошто ће овај модел бити основа модела за процену залиха резервних делова, у наставку следи његово детаљније објашњење.

Случајна променљива која има Рејлијеву расподелу се може дефинисати као квадратни корен збира квадрата две статистички независне Гаусове расподеле.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad (3.27)$$

где су x и y независни Гаусови случајни процеси са средњом вредношћу 0 и варијаносм σ^2 .

Здružена функција густине вероватноће Гаусових случајних променљивих x и y је:

$$P(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.28)$$

Трансформацијом координата (x, y) у поларне координате (r, θ) , и на основу једнакости (3.22) и $\theta = \arctg(x/y)$ добијамо систем једначина:

$$x = r \cos\theta \quad (3.29)$$

$$y = r \sin\theta, \quad (3.30)$$

при чему је $r \geq 0$ и $|\theta| \leq \pi$. Функција здружене густине вероватноће r и θ је:

$$P(r, \theta) = r \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.31)$$

Интеграцијом се добија функција густине вероватноће Рејлијевог процеса

$$P(r) = \int_{-\pi}^{\pi} d\theta P(r, \theta) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.32)$$

Кумулативна функција расподеле се може представити на следећи начин:

$$F(r) = \int_0^{\infty} p(x) dx \quad (3.33)$$

$$F(r) = 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \quad x \in [0, \infty) \quad (3.34)$$

Рејлијев модел је специјалан случај Вејбуловог модела тј. Вејбулов модел са параметром облика 2 и параметром размере σ се своди на Рејлијев модел са параметром облика σ . Такође, постоји веза између Рејлијевог модела и експоненцијалног модела.

Теорема: Ако X има Рејлијеву расподелу са параметром размере σ , тада X^2 има експоненцијалну расподелу са параметром размере $2\sigma^2$.

Доказ: Ако случајна променљива X има Рејлијеву расподелу чија је функција густине вероватноће

$$f_x(x) = \frac{2x}{\sigma} \exp(-x^2 / \sigma) \quad x > 0, \quad (3.35)$$

за $\sigma > 0$. Трансформација $Y = g(X) = X^2$ представља 1-1 трансформацију из $\mathcal{X} = \{x \mid x > 0\}$ у $\mathcal{Y} = \{y \mid y > 0\}$ са инверзом $X = g^{-1}(Y) = \sqrt{y}$ и Јакобијаном:

$$\frac{dX}{dY} = \frac{1}{2\sqrt{Y}}. \quad (3.36)$$

Применом трансформација функција густине вероватноће за Y је

$$\begin{aligned}
f_Y(y) &= f_X(g^{-1}(y)) \left| \frac{dx}{dy} \right| \\
&= \frac{2\sqrt{y}}{\sigma} \exp\left(-\sqrt{y}^2 / \sigma\right) \left| \frac{1}{2\sqrt{y}} \right| \\
&= \frac{1}{\sigma} \exp\left(-y / \sigma\right) \quad y > 0,
\end{aligned}
\tag{3.37}$$

што је функција густине вероватноће експоненцијалне расподеле.

Глава 4

Модел за процену залиха резервних делова базиран на Рејлијевој расподели

4.1 Анализа поузданости авио делова у моделу

Модел предложен у овом раду се може користити као подршка ефикаснијем доношењу одлука везаних за процену залиха резервних делова неопходних за одржавање ваздухоплова и базира се на анализи поузданости сваке компоненте која улази у њихов састав [83]. У уводном делу смо навели дефиниције поузданости као један од појмова тесно везаних за концепт одржавања ваздухоплова. Ебелинг (*Ebeling*) [84] је дефинисао поузданост као вероватноћу да ће компонента или систем успешно обављати своју функцију у унапред одређеном временском периоду под унапред прописаним условима.

У Глави 1 дат је преглед анализа које се користе за класификацију резервних делова. У овом делу рада бавићемо се анализом непоправљивих или потрошних делова ваздухоплова јер је потражња за овим деловима већа него за друга два типа. У тренутку када нам је одговарајући део потребан а ми га не поседујемо на залихама долази до појаве застоја и трошкова по јединици производа због незадовољене тражње. Трошак незадовољене тражње (енг. *underage cost*) је трошак/цена коштања по јединици производа у случају негативног нивоа залиха на крају периода у коме је производ употребљив. Међутим, уколико ниво залиха ових делова буде већи него што је потребно јавља се трошак по јединици производа у случају позитивног нивоа залиха на крају периода у коме је производ употребљив.

Модел предложен у овом раду се базира на Рејлијевом моделу. Као познате параметре, користићемо просечни животни век компоненте (резервног дела), T_{ut} , изражен у часовима налета w , и цену тог истог дела. Функција густине расподеле (енг. *Probability Density Function* - PDF) овог модела, дата је следећом једначином:

$$p(w) = \frac{w}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{w^2}{2\sigma^2}\right), \quad (4.1)$$

где σ означава параметар одређен релацијом $E(w^2) = 2\sigma^2$, а $E(w)$ је математичко очекивање случајне променљиве w , а w је време изражено у часовима налета.

Модел укључује неколико претпоставки:

- Цена дела не зависи од величине поруџбине.
- Трошкови по јединици производа у случају позитивног нивоа залиха на крају његовог употребног периода су сразмерни цени тог производа.
- Простор за складиштење авио делова и капацитети добављача су одговарајући.

У наставку је дат опис математичког модела за процену залиха резервних делова описан у раду [82]. Просечан животни век компоненте T_{ut} можемо, помоћу Рејлијеве расподеле представити на следећи начин као:

$$T_{ut} = \int_0^{\infty} wp(w)dw = \int_0^{\infty} \frac{w^2}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{w^2}{2\sigma^2}\right) dw, \quad (4.2)$$

Увођењем смене $w^2/(2\sigma^2) = x$ једначина (4.2) се своди на следећу једначину:

$$T_{ut} = \sqrt{2}\sigma \int_0^{\infty} x^{1/2} \exp(-x) dx = \sqrt{2}\sigma \Gamma\left(\frac{3}{2}\right), \quad (4.3)$$

где $\Gamma(a)$ представља гама функцију [85, стр: 883–888] па је $\Gamma(3/2) = \sqrt{\pi}/2$. Ако то узмемо у обзир, тада се израз за T_{ut} може представити као:

$$p(w) = \frac{w\pi}{4T_{ut}^2} \exp\left(-\frac{w^2\pi}{4T_{ut}^2}\right) \quad (4.4)$$

Слично томе, и кумулативна функција густине (енг. *Cumulative Density Function* - CDF) расподеле просечног животног века компоненте (T_{ut}) на основу Рејлиј-евог модела, тј. вероватноћа да део неће отказати у унапред одређеном временском интервалу, може бити представљена као:

$$T_{ut} = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}}. \quad (4.5)$$

Коначно на основу претходних једначина, можемо одредити функцију густине вероватноћа као:

$$p(w) = \frac{w\pi}{2T_{ut}^2} \exp\left(-\frac{w^2\pi}{4T_{ut}^2}\right). \quad (4.6)$$

Кумулативну функцију густине променљиве T_{ut} која има Рејлијеву расподелу односно, вероватноћу да део неће вршити своју функцију у унапред дефинисаном временском интервалу можемо одредити као:

$$F(w) = \int_0^w p(w)dw. \quad (4.7)$$

На основу једначине (4.6) и увођењем смене $w^2\pi/(4T_{ut}^2) = u$, интеграл (4.7) може бити представљен као:

$$F(w) = \int_0^w p(w)dw = \int_0^w \frac{w\pi}{2T_{ut}^2} \exp\left(-\frac{w^2\pi}{4T_{ut}^2}\right)dw = \int_0^{w^2\pi/(4T_{ut}^2)} \exp(-u)du = 1 - \exp\left(-\frac{w^2\pi}{4T_{ut}^2}\right). \quad (4.8)$$

Функцију поузданости за сваки део посебно, односно вероватноћу да у неком временском интервалу $[0, w]$ одређени део неће отказати, можемо израчунати:

$$R(w) = 1 - F(w) = \exp\left(-\frac{w^2\pi}{4T_{ut}^2}\right). \quad (4.9)$$

Коначно, на основу претходних једначина можемо дефинисати функцију отказа. Функција отказа је вероватноћа да ће у неком временском интервалу $[0, w]$ одређени део престати да обавља своју функцију. Ова функција представља једну од основних мера поузданости неког система и по својим карактеристикама је растућа функција јер је $F(0)=0$ а $F(\infty)=1$. У овом конкретном случају функцију отказа рачунамо као:

$$\lambda(w) = \frac{p(w)}{R(w)} = \frac{w\pi}{2T_{ut}^2}. \quad (4.10)$$

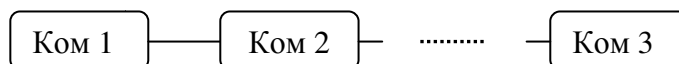
Илустрације ради, на следећој слици су приказане основне карактеристике функције отказа.



Слика 4.1: Особине функције отказа

4.2 Одређивање поузданости подсклопа/склопа

Већина делова авиона припада неком систему (подсклопу или склопу), и уколико један део откаже може доћи до тога да цео подсклоп/склоп престане са радом. Да би одредили поузданост система којем посматрани делови припадају ми ћемо их посматрати као њихову редну везу.



Слика 4.2: Редна веза компоненти

На тај начин се кумулативна функција густине за цео систем може представити једначином (4.11).

$$F_s(w) = F_{(1)}(w)F_{(2)}(w)\cdots F_{(n)}(w). \quad (4.11)$$

$F_{(i)}(w)$ представља кумулативну функцију густине i -тог дела посматраног система. Слично томе можемо одредити функцију густине вероватноће тј. *PDF* читавог система као:

$$P_s(w) = \sum_{i=1}^n P_i(w) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n F_j(w). \quad (4.12)$$

Даље, на основу (4.11) одређујемо функцију поузданости тог система, тј. склопа којем припадају:

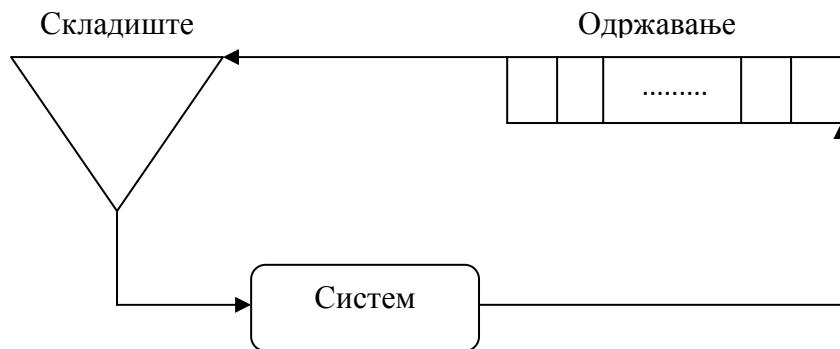
$$R_s(w) = 1 - F_s(w), \quad (4.13)$$

док функцију отказа за цео систем можемо одредити као:

$$\Lambda_s(w) = \frac{P_s(w)}{R_s(w)}. \quad (4.14)$$

4.3 Примена модела на конкретном случају

У овом одељку рада предложени модел за анализу поузданости делова и система ћемо верификовати конкретним подацима који су добијени од службе одржавања компаније *Prince Aviation Србија*. Ова компанија се бави превозом путника а у последњих 10 година и одржавањем сопствене флоте авиона. Систем залиха у овој компанији је систем затвореног круга и састоји се од једног складишта и једне јединице за оправку делова. Може бити илустрован следећом сликом:



Слика 4.3: Систем залиха затвореног круга

У следећој табели анализирани су конкретни подаци за делове летелице *Cessna Citation 560XL*. На основу претходних једначина за сваки део, појединачно, се може одредити његова поузданост и вероватноћа отказа у датом временском интервалу $[0, w]$. Као што се може приметити, Табела 4.1 редом садржи број

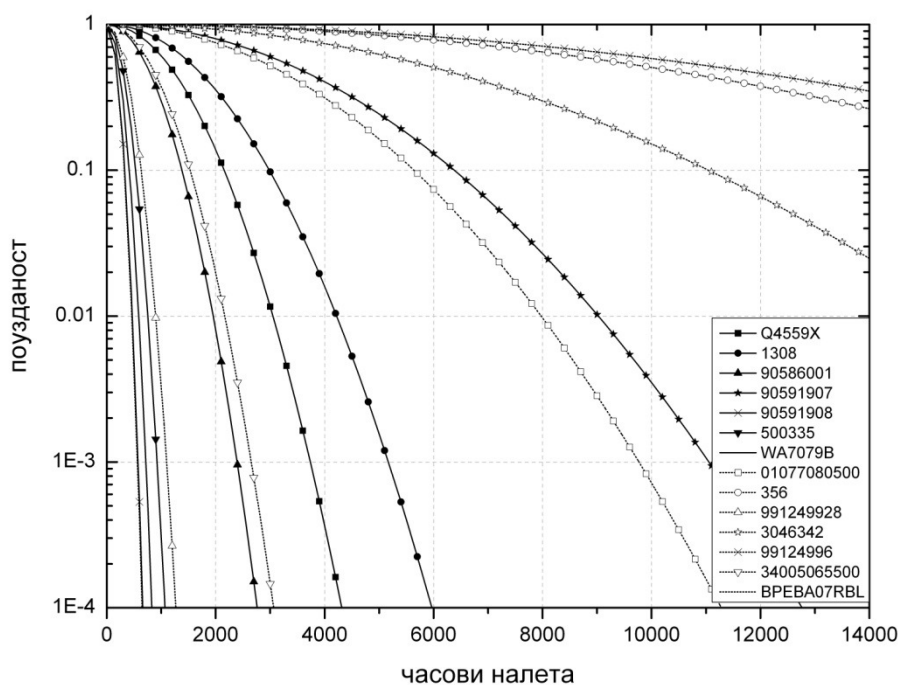
резервног дела, T_{ut} тј. просечан животни век дела изражен у часовима налета, $p(w)$ - функцију густине вероватноће и $F(w)$ - функцију кумулативне расподеле густине вероватноће, $r(w)$ – поузданост за сваки део и $\lambda(w)$ - функцију отказа за сваки део.

Табела 4.1 – Анализа карактеристика поузданости делова авиона

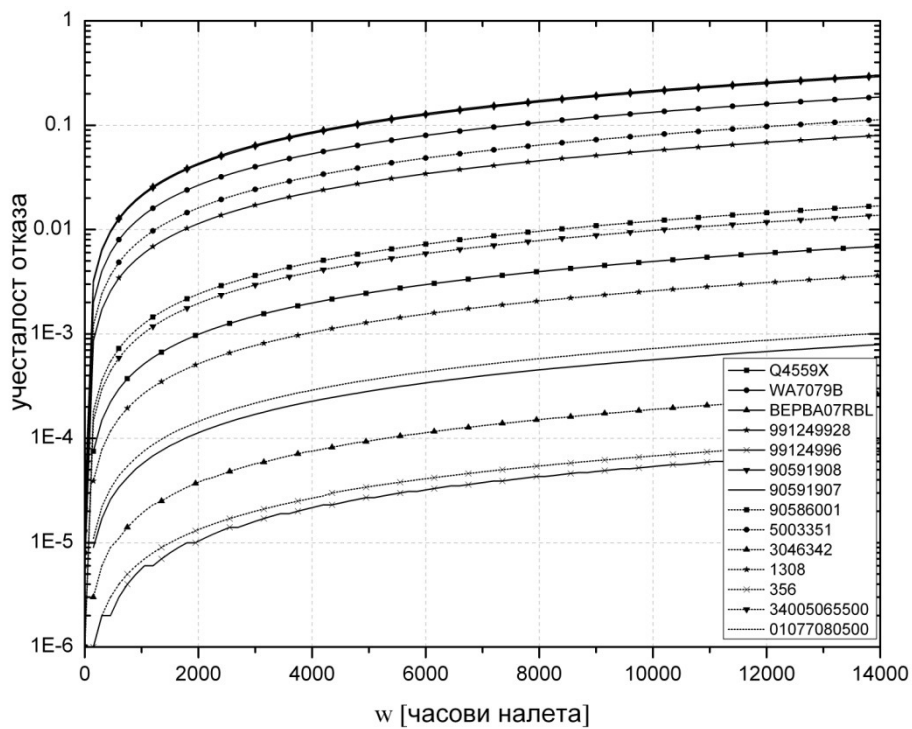
N^o	Part N^o	$T_{ut}(h)$	$p(w)$	$F(w)$	$R(w)$	$\lambda(w)$
1	Q4559X	1260	$\frac{w\pi}{3175200} \exp\left(-\frac{w^2\pi}{6350400}\right)$	$1 - \exp\left(-\frac{w^2\pi}{6350400}\right)$	$1 - \exp\left(-\frac{w^2\pi}{6350400}\right)$	$\frac{w\pi}{3175200}$
2	1308	1743	$\frac{w\pi}{6076098} \exp\left(-\frac{w^2\pi}{12152196}\right)$	$1 - \exp\left(-\frac{w^2\pi}{12152196}\right)$	$\exp\left(-\frac{w^2\pi}{12152196}\right)$	$\frac{w\pi}{6076098}$
3	9058600-1	807	$\frac{w\pi}{1302498} \exp\left(-\frac{w^2\pi}{2604996}\right)$	$1 - \exp\left(-\frac{w^2\pi}{2604996}\right)$	$\exp\left(-\frac{w^2\pi}{2604996}\right)$	$\frac{w\pi}{1302498}$
4	9059190-7	3727	$\frac{w\pi}{27781058} \exp\left(-\frac{w^2\pi}{55562116}\right)$	$1 - \exp\left(-\frac{w^2\pi}{55562116}\right)$	$\exp\left(-\frac{w^2\pi}{55562116}\right)$	$\frac{w\pi}{27781058}$
5	9059190-8	194	$\frac{w\pi}{75272} \exp\left(-\frac{w^2\pi}{150544}\right)$	$1 - \exp\left(-\frac{w^2\pi}{150544}\right)$	$\exp\left(-\frac{w^2\pi}{150544}\right)$	$\frac{w\pi}{75272}$
6	500335-1	312	$\frac{w\pi}{194688} \exp\left(-\frac{w^2\pi}{389376}\right)$	$1 - \exp\left(-\frac{w^2\pi}{389376}\right)$	$\exp\left(-\frac{w^2\pi}{389376}\right)$	$\frac{w\pi}{194688}$
7	WA7079B	243	$\frac{w\pi}{118098} \exp\left(-\frac{w^2\pi}{236196}\right)$	$1 - \exp\left(-\frac{w^2\pi}{236196}\right)$	$\exp\left(-\frac{w^2\pi}{236196}\right)$	$\frac{w\pi}{118098}$
8	01-0770805-00	3294	$\frac{w\pi}{21700872} \exp\left(-\frac{w^2\pi}{43401744}\right)$	$1 - \exp\left(-\frac{w^2\pi}{43401744}\right)$	$\exp\left(-\frac{w^2\pi}{43401744}\right)$	$\frac{w\pi}{21700872}$
9	34-0050655-00	895	$\frac{w\pi}{1602050} \exp\left(-\frac{w^2\pi}{3204100}\right)$	$1 - \exp\left(-\frac{w^2\pi}{3204100}\right)$	$\exp\left(-\frac{w^2\pi}{3204100}\right)$	$\frac{w\pi}{1602050}$
10	356	10761	$\frac{w\pi}{231598242} \exp\left(-\frac{w^2\pi}{463196484}\right)$	$1 - \exp\left(-\frac{w^2\pi}{463196484}\right)$	$\exp\left(-\frac{w^2\pi}{463196484}\right)$	$\frac{w\pi}{231598242}$
11	9912499-28	371	$\frac{w\pi}{275282} \exp\left(-\frac{w^2\pi}{550564}\right)$	$1 - \exp\left(-\frac{w^2\pi}{550564}\right)$	$\exp\left(-\frac{w^2\pi}{550564}\right)$	$\frac{w\pi}{275282}$
12	304634-2	6453	$\frac{w\pi}{85621698} \exp\left(-\frac{w^2\pi}{166564836}\right)$	$1 - \exp\left(-\frac{w^2\pi}{166564836}\right)$	$\exp\left(-\frac{w^2\pi}{166564836}\right)$	$\frac{w\pi}{85621698}$

13	9912499-6	12101	$\frac{w\pi}{292868402} \exp\left(-\frac{w^2\pi}{585736804}\right)$	$1 - \exp\left(-\frac{w^2\pi}{585736804}\right)$	$\exp\left(-\frac{w^2\pi}{585736804}\right)$	$\frac{w\pi}{292868402}$
14	ВЕРВ-А07- RBL	191	$\frac{w\pi}{72962} \exp\left(-\frac{w^2\pi}{145924}\right)$	$1 - \exp\left(-\frac{w^2\pi}{145924}\right)$	$\exp\left(-\frac{w^2\pi}{145924}\right)$	$\frac{w\pi}{72962}$

Податке из табеле 4.1 можемо интерпретирати и графички. На слици 4.4 приказана је поузданост за сваки део из табеле 4.1 у временском интервалу од [0,w], док је на слици 4.5. дат графички приказ функције отказа.

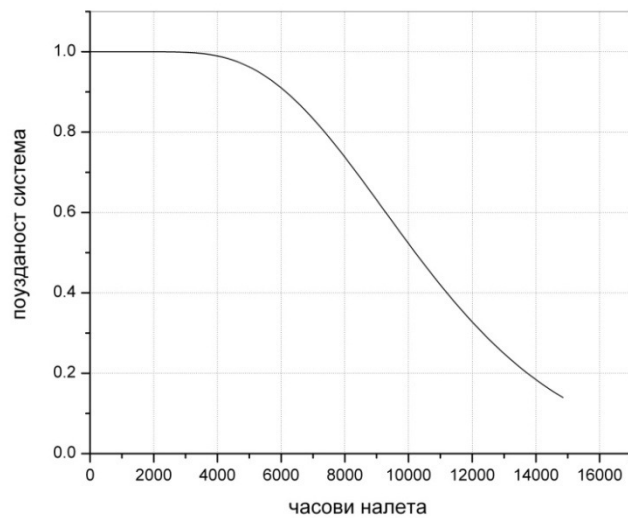


Слика 4.4: Функција поузданости за делове из табеле 4.1

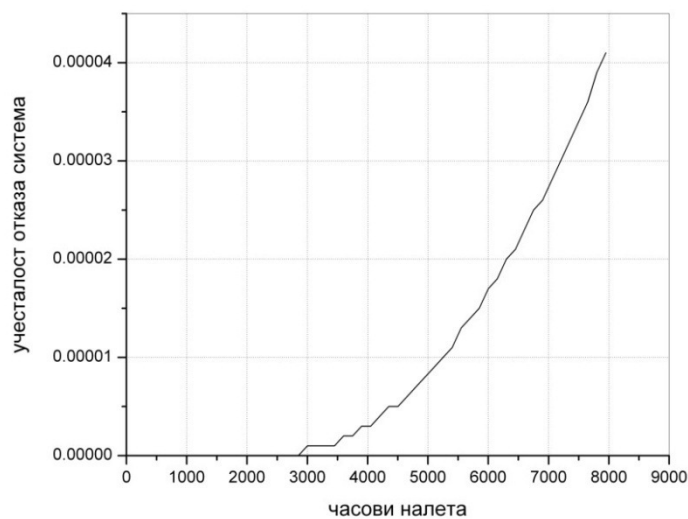


Слика 4.5: Функција отказа за делове из табеле 4.1

На основу ових графикона може се у сваком тренутку одредити поузданост одређеног авио дела и средње време отказа дела тј. МТТФ (Mean Time To Failure) након одређеног броја часова налета w . Даље, на основу једначина (4.9) и (4.10) може бити одређена и поузданост склопа или подсклопа. Графички приказ функције поузданости и функције отказа за склоп који се састоји од делова из табеле 4.1 је дат на слици 4.6 и слици 4.7, респективно.



Слика 4.6: Функција поузданости читавог система (склопа)



Слика 4.7. Функција отказа читавог система (склопа)

Анализом поузданости и функције отказа за сваку разматрану компоненту може се одредити у ком временском интервалу (односно након колико часова налета) је највећа вероватноћа да ће та компонента отказати. Праћење часова налета за сваку летелицу, што је и стандард у одржавању, и анализирање ових перформанси може нам помоћи да донесемо одлуку у ком тренутку је потребно имати неки резервни део на залихама.

4.4 Презентација и евалуација модела

Додатни значајан допринос овог рада је један нов приступ за одређивање количине резервних делова на залихама и трошкова негативног нивоа залиха на крају употребног периода посматране компоненте. Цену коштања незадовољеног захтева, односно цену коштања по јединици производа у случају негативног нивоа залиха на крају периода у коме је производ употребљив је углавном тешко одредити и, у већини случајева, само се врши груба процена ове величине. Ове процене нису уопште једноставне и ретко су потпуно објективне и непристрасне. Неке од последица недостатка резервних делова, као што је штета нанета репутацији компаније услед насталог кашњења, је готово немогуће изразити као трошак.

Приступ који представљамо овде се заснива на наглашавању случајне природе променљиве T_{ut} – просечног животног века сваког дела. Посматрајмо очекивани број варијација ове случајне променљиве у интервалу $(T_{ut} + dT_{ut})$, за дати прираштај \dot{T}_{ut} у њеном специфичном отвореном окружењу dT_{ut} . Наиме, ако посматрамо дато T_{ut} за N јединица дате компоненте онда ће n представљати број делова који ће отказати у T_{ut} и може се израчунати на следећи начин:

$$n = \int_0^{+\infty} p(w(\dot{T}_{ut})) p(\dot{T}_{ut}) d\dot{T}_{ut} = \int_0^{+\infty} p(w)\dot{T}_{ut} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\dot{\sigma}} \exp\left(-\frac{\dot{T}_{ut}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right) d\dot{T}_{ut}. \quad (4.15)$$

Увођењем смене $\dot{T}_{ut}^2 / (2\dot{\sigma}^2) = u$, интеграл из једначине (4.15) се своди на следећи облик:

$$n = p(w) \frac{\dot{\sigma}}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{+\infty} \exp(-u) du, \quad (4.16)$$

односно,

$$n = p(w) \frac{\dot{\sigma}}{\sqrt{2\pi}}, \quad (4.17)$$

пошто је T_{ut} случајна променљива са Гаусовом расподелом и варијансом $V(T_{\text{ut}}) = \sigma$.

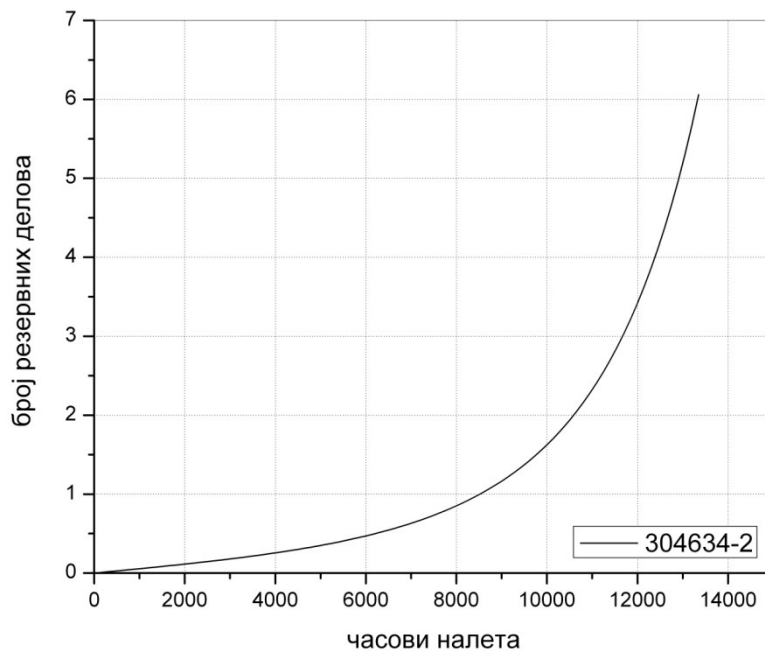
Сада, ако узмемо у обзир да је w случајна променљива са Рејлијевом расподелом и параметрима $E(w) = T_{\text{ut}}$ и $V(w) = 2 T_{\text{ut}}^2/\pi$, онда просечан број компоненти n , које ће бити изложене отказу у времену T_{ut} може бити одређен као:

$$n = \sqrt{2}T_{\text{ut}}p(w) = \frac{w\pi}{\sqrt{2}T_{\text{ut}}} \exp\left(-\frac{w^2\pi}{4T_{\text{ut}}^2}\right). \quad (4.18)$$

Након што одредимо n , односно просечан број делова који ће отказати у временском интервалу T_{ut} , можемо одредити и укупан број резервних делова које је потребно држати на залихама узимајући у обзир укупно време када је посматрана случајна променљива w испод T_{ut} , као количник кумулативне функције густине Рејлијеве расподеле променљиве T_{ut} и n , на следећи начин:

$$q = \frac{F(w)}{n} = \frac{1 - \exp\left(-\frac{w^2\pi}{4T_{\text{ut}}^2}\right)}{\frac{w\pi}{\sqrt{2}T_{\text{ut}}} \exp\left(-\frac{w^2\pi}{4T_{\text{ut}}^2}\right)} \quad (4.19)$$

Ако имплементирамо једначину (4.19) на одређени део из *Табеле 1*, на пример на део 304634-2,– прекидач паљења мотора (eng. *igniter plug*), код кога је $T_{\text{ut}} = 6453$ часова налета, број резервних делова може бити одређен као на следећој слици:



Слика 4.8. Број резервних делова у функцији времена за део 304634-2

Као што се може видети на Слици 4.8, након што при рутинској контроли одредимо, да је прекидач паљења мотора радио више од 7000 часова, потребно је тај конкретан део поручити и имати га на залихама. Контролни прегледи се обављају у временским тачкама које су изабране према одређеном правилу као у [86], у интервалу $[T_{ut} - \sigma, T_{ut} + \sigma]$. Таква анализа може бити спроведена за сваки потрошни део ваздухоплова.

Даље, да би одредили трошак незадовољеног захтева за делом (c_u – *underage costs*), који је, као што је претходно већ речено, тешко одредити, користићемо добро познати модел продавца новина (eng. *Newsvendor model*). Овај модел се углавном користи у ситуацијама када је потребно извршити процену неке стохастичке променљиве, и таква процена је резултат компромиса између губитка у случају да је вредност случајне променљиве прецењена и губитка који је последица подцењене вредности случајне променљиве. Ово се дешава код набавке оних резервних делова за које не постоји масовна производња, као што су

ваздухоплови или наоружање. Тада се достава резервних делова углавном врши заједно са опремом која је неопходна за њихово одржавање [87].

На основу модела продавца новина [88, 89], оптималан број резервних делова се може одредити као:

$$q = \Phi^{-1}\left(\frac{c_u}{c_o + c_u}\right) \quad (4.20)$$

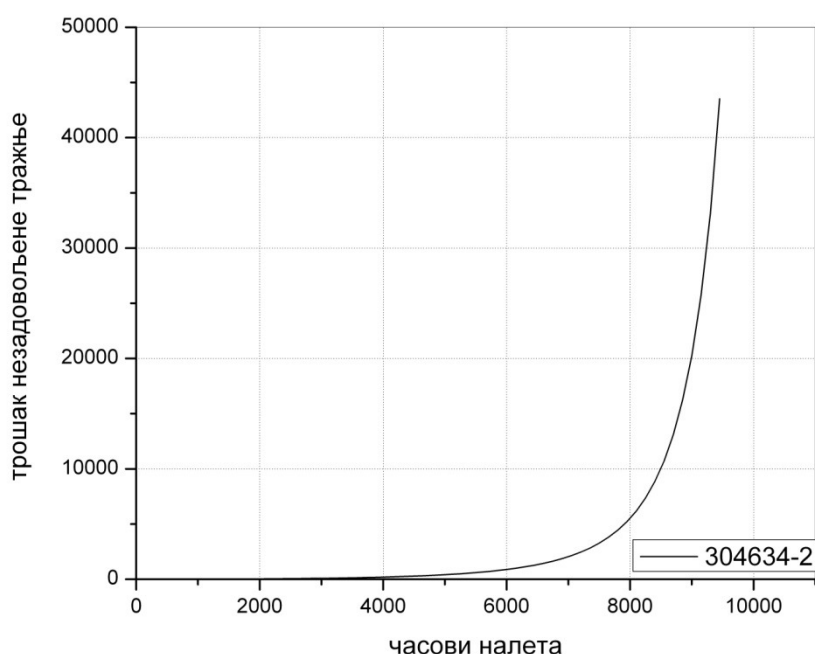
Где је Φ^{-1} комплементарна функција грешке Гаусове случајне променљиве; c_o је трошак по јединици производа у случају позитивног нивоа залиха на крају периода у коме је производ употребљив; c_u је трошак незадовољене тражње тј. захтева за резервним делом.

У табели 4.2 приказан је списак неких резервних делова са ценом коштања по јединици производа у случају позитивног нивоа залиха на крају разматраног периода. На основу података из табеле и претходно изведених једначина за сваки део можемо одредити у ком ће нам тренутку бити неопходан, тј. након колико сати налета је тај део потребно имати на залихама.

Табела 4.2. Списак делова са ценом коштања

RB	Part Number	T_{ut} (h)	T_{ut} (day)	c_o(price)
1	Q4559X	1260h	52	\$148,00
2	1308	1743h	72	\$11,30
3	9058600-1	807h	33	\$693,00
4	9059190-7	3727h	155	\$987,30
5	9059190-8	194h	8	\$987,30
6	500335-1	312h	13	\$5.789,70
7	WA7079B	243h	10	\$26,00
8	01-0770805-00	3294-H	137	\$577,00
9	34-0050655-00	895-H	37	\$214,00
10	356	10761-H	448	\$2,30
11	9912499-28	371-H	15	\$13.275,00
12	304634-2	6453-H	268	\$1. 925,00
13	9912499-6	12,101-H	504	\$16.664,00
14	BERB-A07-RBL	191h	7	\$122,00

Како смо претходно одредили q , на основу једначине (4.20) и под претпоставком да су трошкови по јединици производа у случају позитивног нивоа залиха на крају њиховог употребног периода једнаки трошковима набавке, можемо одредити и трошкове тј. цену коштања незадовољене тражње у случају да нам тај део није доступан када нам је потребан. У нашем примеру, трошак набавке за део 304634-2 – прекидач паљења мотора је 1.925,00\$ док је трошак незадовољене тражње у функцији времена приказан на слици 4.9.

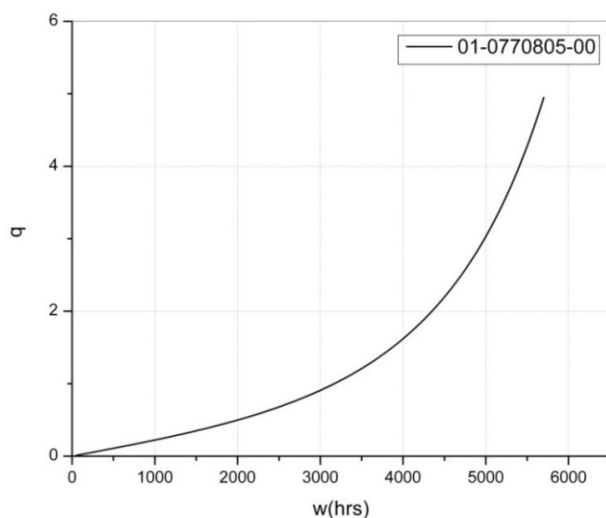


Слика 4.9. Трошак незадовољене тражње у функцији времена за резервни део број 304634-2

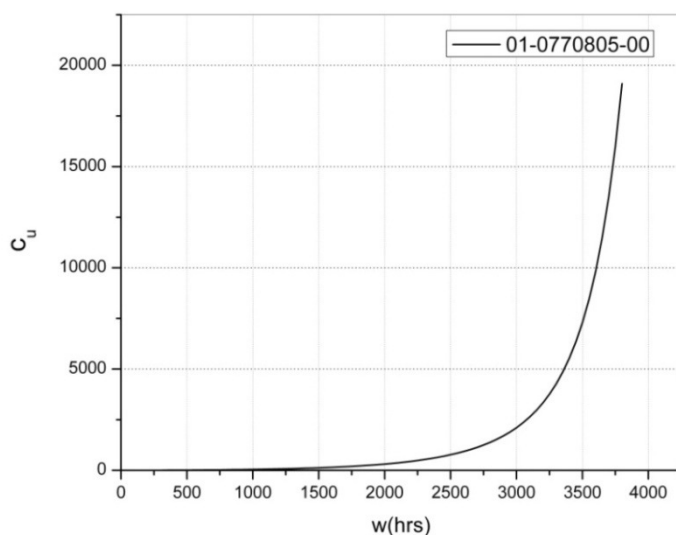
Као што се може приметити са графика, трошкови незадовољене тражње расту експоненцијално у зависности од времена. Овакав приступ се може применити и за било који други део ваздухоплова.

У наставку рада анализираћемо и потребан број делова на залихама за још два дела, илустрације ради. На слици 4.10 приказан је график зависности броја делова од времена израженог часовима налета за део број 01-0770805 тј. *ignitor lead long* – прекидач паљења са дугим пуњењем. На основу графика се може закључити да је након 4000 сати налета потребно тај конкретан део имати на залихама. У

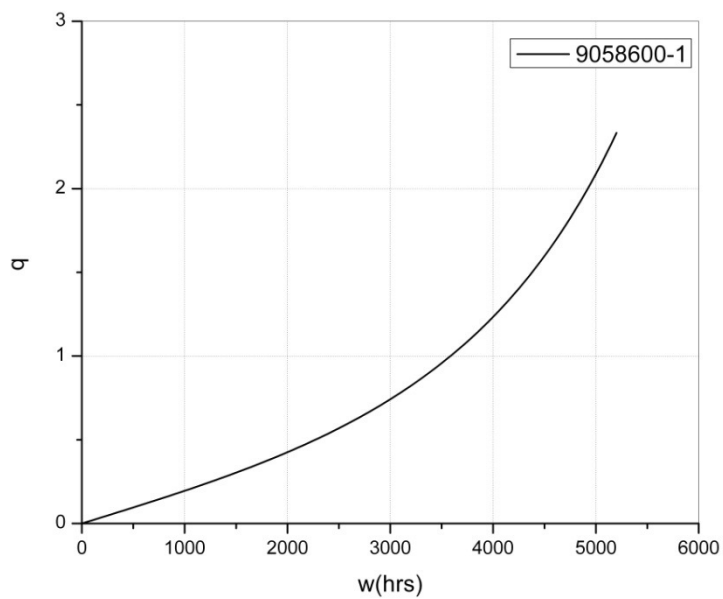
случају да тај део није доступан у тренутку када нам је потребан јављају се трошкови незадовољене тражње који су представљени графиком 4.11. Иста анализа је урађена и за део *light assy tail* тј. склоп задњих светала (део под бројем 01-0770805) и приказана је на сликама 4.12 и 4.13. У оба случаја се може закључити да трошкови експоненцијално расту у односу на време.



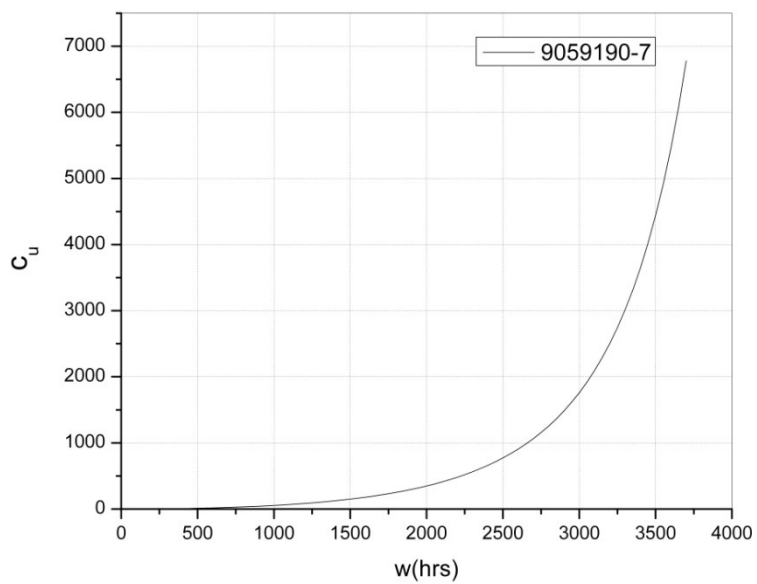
Слика 4.10. Број резервних делова у функцији времена за део 01-0770805-00



Слика 4.11. Трошак незадовољене тражње у функцији времена за резервни део број 01-0770805-00



Слика 4.12. Број резервних делова у функцији времена за део 9059190-7



Слика 4.13. Трошак незадовољене тражње у функцији времена за резервни део број 9059190-7

Глава 5

Управљање залихама поправљивих резервних делова

5.1 Процена залиха поправљивих авио-делова

Када је у питању управљање залихама поправљивих резервних делова, ситуација је нешто другачија. Неки од претходно описаних модела се могу користити и у ту сврху, али у последње време све су популарнији такозвани PBL уговори (скраћено од енг. *Performance Based Logistics*) тј. логистика базирана на перформансама система.

Сам концепт PBL уговора или логистике базиране на перформансама је преузет из војне индустрије и односи се на куповину подршке за оптимизацију расположивости система и постизање максималних перформанси система наоружања кроз дугорочни уговор о логистичкој подршци са јасним линијама ауторитета и одговорности [90].

Овај систем су преузеле и многе комерцијалне компаније [91, 92]. У пракси, принцип је следећи – на пример, сервисирањем мотора авиона под PBL уговором, одржавање и сервис се не наплаћују по броју утрошених резервних делова, броју поправки или активности, већ по броју часова налета које корисник тог мотора оствари [93].

Расположивост је један од кључних критеријума у PBL уговорима [94] на који велики утицај имају фактори као што су поузданост и број резервних делова. Контролисање свих фактора је пресудно за кориснике ове врсте уговора и ту се поставља следеће питање: Како управљање залихама, поузданост компоненти и

одржавање (време поправке) делова утичу на расположивост? Многи истраживачи су покушали да одговоре на ово питање.

Једна од највише коришћених а касније и усавршаваних метода је METRIC модел као први практичан математички модел из ове области [95]. Овај модел се заснива на Пуасоновој расподели и користи „један по један“ политику попуњавања складишта и моделирање система на основу средњег времена поправке а не на основу његове расподеле. Касније су се појавили и други модели базирани на METRIC моделу, као што су MOD-METRIC [96] и VARI-METRIC модел [97] који су у симулацијама давали боље резултате од почетног модела.

Са становишта трошкова и редоследа производње, даље је овај проблем разматран у раду [98] и то посматрајући стопу отказа као функцију која зависи од броја машина и одређујући оптималне залихе за скупе, критичне делове са ниском потражњом. Ова тематика је обрађивана и у раду [99] али у условима ограничених капацитета у погледу поправке резервних делова. Даље, залихе поправљивих резервних делова у случају нестационарне Пуасонове тражње су разматране у и раду [100] са циљем да се минимизују трошкови система. На сличан начин, уз мање корекције, овај проблем је разматран и у радовима [101, 102] са циљем да се смањи време испоруке, застоји и трошкови транспорта. Наведена истраживања су се показала супериорнијим у односу на оригинални Шербрук (Sharebrook) METRIC модел.

Канг (*Kang*) и остали аутори су 2005. године проучавали системе за управљање залихама под PBL уговорима [103]. Развили су методологију која одређује расположивост система на основу поузданости компоненти/делова који му припадају и могућности одржавања. Закључили су да средње време између отказа (MTBF), број резервних делова и средње време поправке делова имају највећи утицај на расположивост. Неке модификације овог модела су представљене у радовима [104, 105, 106, 107, 108].

Овај проблем је уз мање рестриктивне услове, даље разматран у раду [109] Претпоставило се да је стопа отказа фиксна, да је фиксно време поправке и да су капацитети везани за поправку резервних делова неограничени. Резултати које су

они добили у својим истраживањима показују да ниво залиха поправљивих резервних делова не утиче толико на расположивост система, колико утиче поузданост и стопа отказа.

5.2 Модел за процену очекиваног времена поправке

Управо из горе наведених разлога, када смо у раду разматрали управљање поправљивим резервним деловима, анализирали смо и процењивали колика треба да буде стопа отклона квара тј. стопа поправке делова, да би се остварила жељена расположивост авиона.

Као што је већ наведено, расположивост се одређује као:

$$A_i = \frac{MTBF}{MTTF + MTTR}$$

Како је $MTBF$ тј. средње време између отказа једнако реципрочној вредности стопе отказа λ , док се средње време између поправки може представити као реципрочна вредност стопе отклона квара коју означавамо са μ , тада се расположивост може изразити као:

$$A = \frac{\mu}{\lambda + \mu}. \quad (5.1)$$

Како је:

$$\lambda = \frac{1}{MTBF} = \frac{1}{\int_0^{\infty} tp(t) dt} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{x}}, \quad (5.2)$$

а сходно разматрању у претходном поглављу, PDF Рејлијевог модела може бити

написан у облику $p(t) = \frac{2t}{x} \exp(-\frac{t^2}{x})$ где је параметар расподеле x одређен помоћу

$E(t^2)$, тада на основу λ можемо закључити да је $x = \frac{\pi}{4\lambda^2}$. Услед комплексности

процеса предвиђања појаве отказа компоненти у времену, као и случајног карактера посматраног процеса, величина x се такође може сматрати случајном

променљивом чије ће промене бити знатно спорије од промена t описаних Рејлијевим моделом. Како је из теорије случајних процеса познато, споре промене неке величине x се, за случај кад су промене величине t описане Рејлијевим моделом и када важи $x \sim t^2$, могу описати помоћу случајног процеса моделованог експоненцијалном расподелом помоћу:

$$p_x(x) = \frac{e^{-\frac{x}{x_0}}}{x_0}. \quad (5.3)$$

Затим, на основу тога, лако је одредити $p(\lambda)$ помоћу једначине (5.4):

$$p(\lambda) = p_x\left(\frac{\pi}{4\lambda^2}\right)|J|. \quad (5.4)$$

$$|J| = \left|\frac{dx}{d\lambda}\right| = \frac{8}{\pi\lambda^3}, \quad (5.5)$$

Где једначина (5.5) представља Јакобијан трансформацију случајних променљивих. Након трансформације, добијамо једначину (5.6)

$$p(\lambda) = \frac{8}{\lambda^3 \pi x_0} \exp\left(-\frac{4}{\lambda^2 \pi x_0}\right), \quad (5.6)$$

где је $x_0 = E(x)$ а вредност из (5.3) приближно једнака средњем времену између отказа. На основу једначине (5.1) и (5.6) стопа поправке тј. стопа отклона квара μ

се може представити као $\mu = \frac{A\lambda}{1-A}$ тако да $p(\mu)$ износи

$$p(\mu) = p_\lambda\left(\frac{A\lambda}{1-A}\right)|J|, \quad (5.7)$$

где је Јакобијан трансформација дата једначином (5.8)

$$|J| = \frac{d\lambda}{d\mu} = \frac{A}{1-A}. \quad (5.8)$$

Након замене (5.8) у (5.7), добијамо

$$p(\mu) = \frac{8A^2}{(1-A)^2 \mu^3 \pi x_0} \exp\left(\frac{-4A^2}{(1-A)^2 \mu^2 \pi x_0}\right). \quad (5.9)$$

На основу једначине (5.9) одређујемо очекивано време отказа елемената у зависности од жељеног нивоа расположивости као:

$$\bar{\mu} = \int_0^{+\infty} \mu p(\mu) d\mu \quad (5.10)$$

Након замене у (5.9) у (5.10) добијамо израз:

$$\bar{\mu} = \frac{2A}{(1-A)\sqrt{\pi}\sqrt{x_0}}. \quad (5.11)$$

5.3 Нумеричка анализа

У симулационом моделу који је разматран у радовима [103, 109], разматрани су ваздухопловни системи који се састоје од четири летелице. Критичне поправљиве компоненте које су разматране су мотор авиона, пропелер и електронски системи који се користе у летелици. Када једна од критичних компонената откаже, уклања се са летелице и замењује се компонентом са залиха резервних делова. Компонента која је отказала се затим шаље на поправку а након поправке враћа у складиште као резервна компонента. У случају да критична компонента откаже а не постоји резервна на залихама, долази до застоја.

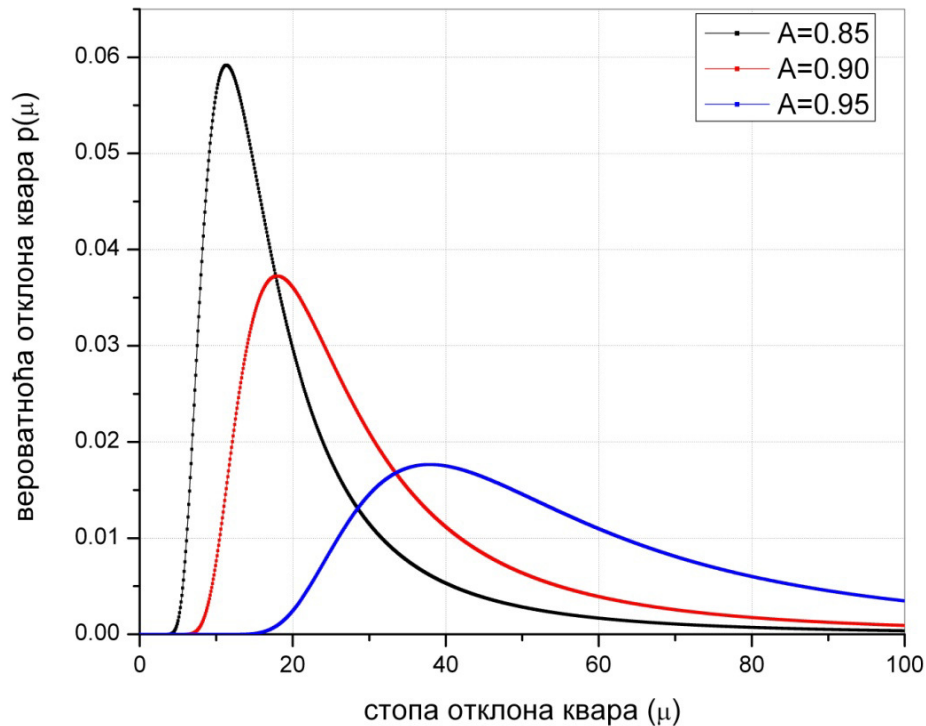
Познати параметри који су разматрани у систему су:

- Свака летелица има 120 сати налета месечно, односно 1440 (120*12) сати налета годишње.
- Средње време између отказа (MTBF) је 750 сати налета за мотор летелице, 500 за пропелер и 1000 за електронски систем.
- На основу тога могуће је одредити стопу отказа која износи:
 - за мотор летелице $\lambda_1 = 1,92$ (1440 / 750)
 - за пропелер летелице $\lambda_2 = 2,88$ (1440 / 500)

- за електронске системе $\lambda_1 = 1,44$ (1440/1000)

Урађена је нумеричка анализа података са циљем да се на основу предложеног модела израчуна очекивано време поправке како би се остварила расположивост од $A=0.85$, $A=0.9$, $A=0.95$. Слична анализа може бити урађена и за друге вредности параметра A .

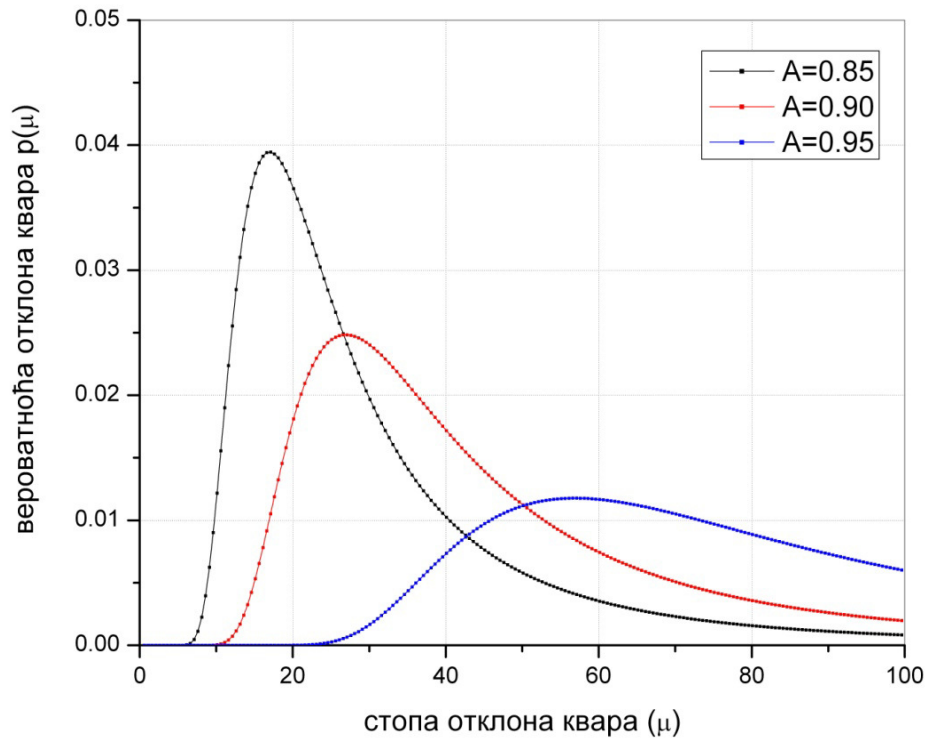
Симулација је урађена у програмском пакету MATLAB и на следећим сликама се види стопа отклона квара мотора, пропелера и електронских система у случају кад је очекивана расположивост 0.85, 0.90 и 0.95.



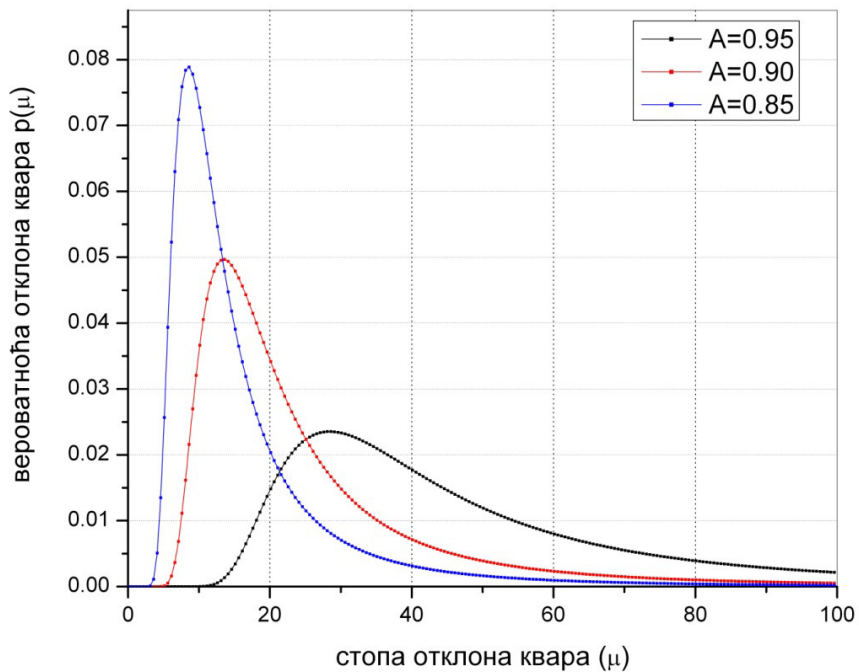
Слика 5.1 Вероватноћа отклона квара мотора у зависности од стопе отклона квара изражене у часовима

Слика 5.1 представља вероватноћу отклона квара мотора у зависности од времена у случају кад се очекује да расположивост ове компоненте буде 85% (црна линија на графикону), 90% (црвена линија на графикону) и 95% (плава линија на

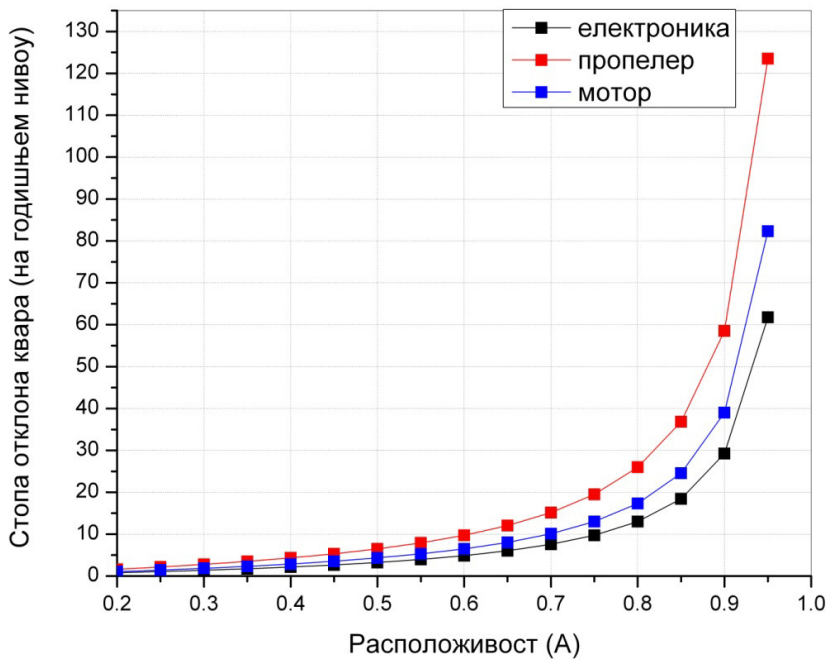
графикону). Слика 5.2 на исти начин приказује податке везане за пропелер, док слика 5.3 приказује вероватноћу отклона квара у предвиђеном времену за исте нивое расположивости и односи се на електронске компоненте система.



Слика 5.2 Вероватноћа отклона квара пропелера у зависности од стопе отклона квара изражене у часовима



Слика 5.3 Вероватноћа отклона квара авио електронике у зависности од стопе отклона квара изражене у часовима



Слика 5.4 Степен отклона квара на годишњем нивоу у зависности од степена расположивости

На слици 5.4 је приказан график зависности степена отклона квара на годишњем нивоу и расположивости. Види се да се стопа отклона квара повећава како се повећава захтевани ниво расположивости. У следећој табели дат је детаљан приказ информација са графика:

Табела 5.1 Степен отклона квара на годишњем нивоу у зависности од степена расположивости

Расположивост	Пропелер	Електроника	Мотор
0.400000	4.332751	2.166376	2.888651
0.450000	5.317467	2.658734	3.545162
0.500000	6.499127	3.249563	4.332976
0.550000	7.943377	3.971689	5.295860
0.600000	9.748690	4.874345	6.499464
0.650000	12.069807	6.034903	8.046955
0.700000	15.164629	7.582315	10.110277
0.750000	19.497380	9.748690	12.998928
0.800000	25.996507	12.998253	17.331904
0.850000	36.828385	18.414192	24.553531
0.900000	58.492141	29.246070	38.996784
0.950000	123.483408	61.741704	82.326544

На основу приказаних података може се закључити, да када су у питању поправљиви резервни делови, исплативије је улагати у повећавање могућности њихове поправке него у нове резервне делове. То је могуће увођењем нових сервисних станица, односно, повећавањем капацитета везаних за сервисирање ових делова. Поправљени делови се након сервисирања враћају на залихе као нови и могу се поново користити у активностима одржавања.

Глава 6

Софтвер за подршку одлучивању у систему за одржавање ваздухоплова

Информациони системи су један од основних стубова система за одржавање. Овај рад се првенствено бави оним модулом који се односи на управљање залихама.

У данашњем конкурентном окружењу, авио-компаније теже да ниским ценама лета привуку што већи број клијената, како би опстале на тржишту. То се може постићи једино ако се повећа ефикасност пословања а смање трошкови. Као што је већ речено, један од начина да се то постигне је ефикасно управљање залихама и управо из тог разлога је у претходној глави представљен одговарајући математички модел.

Сам математички модел који је представљен у раду је у тестиран у програмском пакету MATLAB што је и приказано у глави 4. Како би омогућили ширу примену овог модела чији ће крајњи корисници бити запослени у системима за одржавање ваздухоплова, креиран је софтверски пакет базиран на њему [110]. Графички интерфејс софтвера омогућава његово лако коришћење и још једноставнију интерпретацију добијених резултата.

За реализацију овог решења коришћен је VisualStudio.NET а имплементација је рађена у програмском језику Visual Basic.

Што се самог модела података тиче, он је урађен тако да подржава модуларну саставницу која се користи у одржавању ваздухоплова. Саставница (енг. *Bill of Materials*) је документ који прецизира компоненте и подсклопове потребне за стварање финалног производа. Овај документ је значајан јер:

- Показује тачну количину материјала-делова који улазе у крајњи производ.
- Показује време потребно за њихову набавку
- Показује однос између улазних материјала
- Показује важност сваке од улазних компоненти.

Саставница у системима одржавања је потпуна формална листа компоненти неког техничког објекта или склопа и више су изучаване у [111]. Саставнице у одржавању се првенствено користе у следеће сврхе:

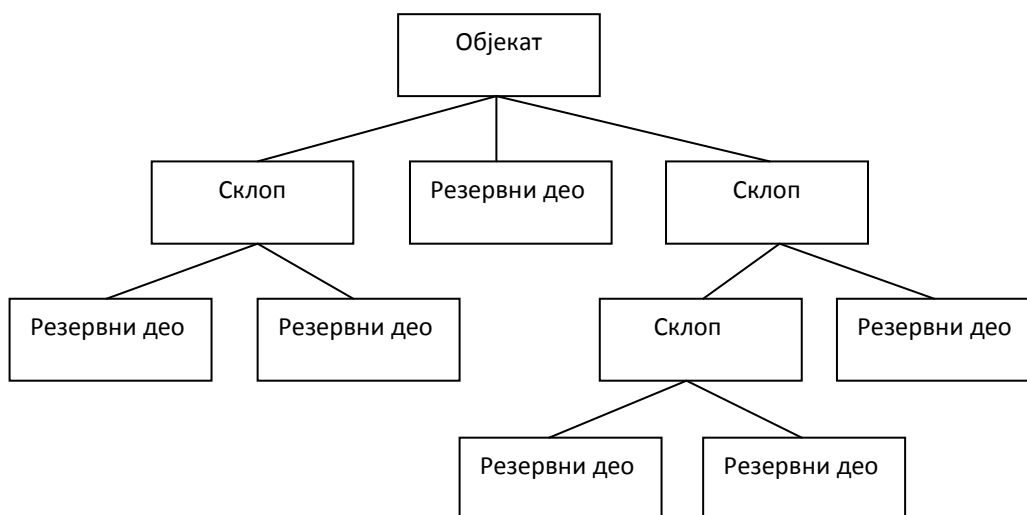
- **Опис структуре**

Саставница описује структуру техничког објекта или материјала. Коришћењем саставница знамо тачно на ком делу неког физичког објекта се обавља одржавање.

- **Додела резервног дела**

Саставница у одржавању се користи за додељивање резервног дела неком објекту, склопу или материјалу.

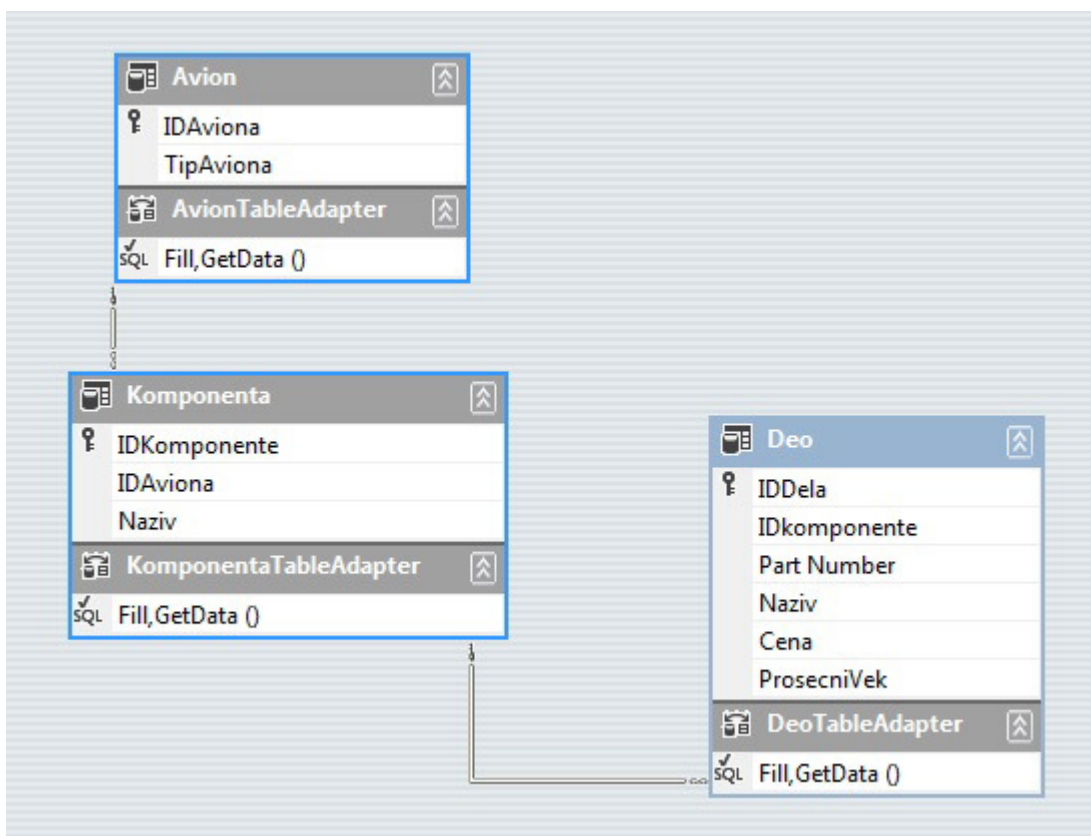
Следећа слика то и приказује:



Слика 6.1 Саставница у одржавању [112]

У системима за одржавање војних ваздухоплова користе се углавном хијерархијске саставнице. Оне могу имати онолико нивоа колико је то потребно. Највиши ниво хијерархијске саставнице се односи на сам склоп или комплетан технички објекат и означава се бројем 0. Нижи нивои представљају подсклопове или делове, тог склопа или објекта.

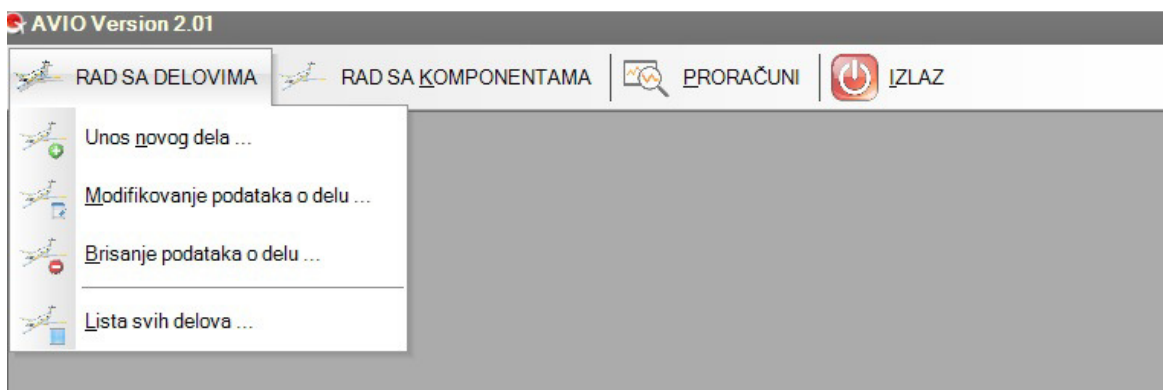
На следећој слици приказан је модел података софтвера. Као што се може видети сваки авион (ваздухоплов) има свој идентификациони број, тип и назив и састоји се од више компоненти (подсклопова или склопова), док се свака компонента састоји од више делова. Сваки део има свој идентификациони број, затим, број дела (*Part Number*), назив, цену изражену у америчким доларима (USD) и просечан век трајања дела дат као препорука произвођача делова.



Слика 6.2 Модел података софтвера

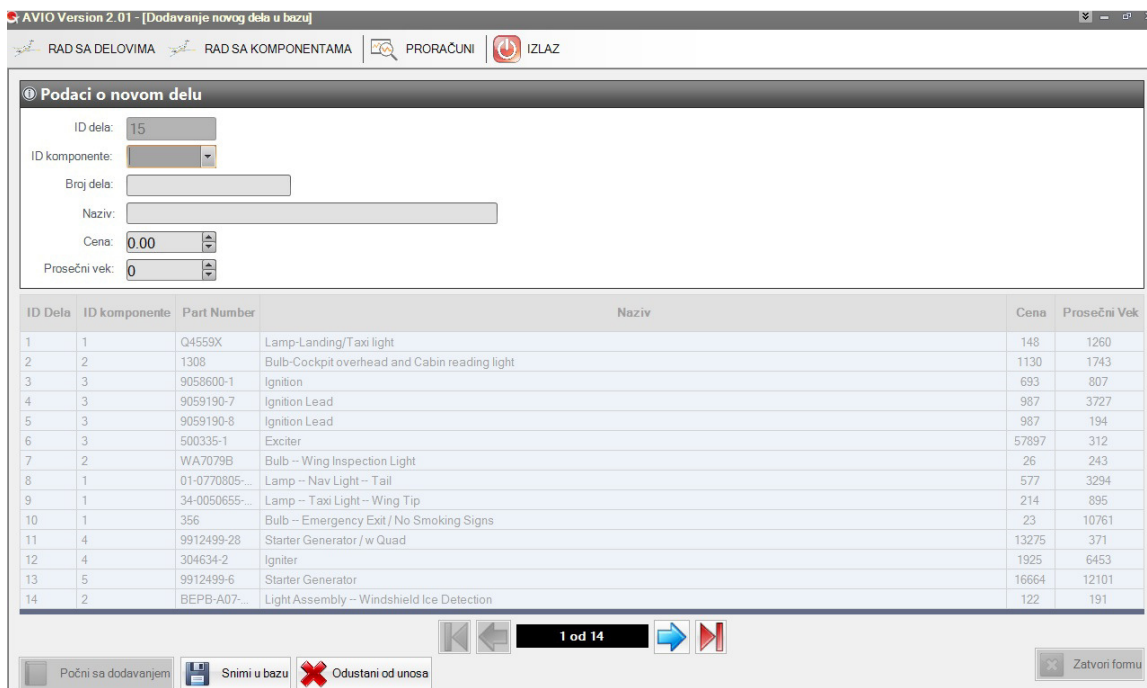
Софтвер је превасходно намењен анализи карактеристика поузданости авио делова и на основу тога, планирању активности одржавања и процени броја

резервних делова који би омогућили несметано одвијање ових активности и минимизирали могуће застоје. Поред тога, софтвер даје увид у листу резервних делова и листу компоненти којима ти делови припадају. Омогућује унос новог дела/компоненте, ажурирање података о постојећим деловима/компонентама, као и брисање постојећег дела/компоненте из базе података.



Слика 6.4 Приказ почетног екрана приликом покретања програма (активан мени – рад са деловима)

Одабиром опције „Унос новог дела“, корисник добија могућност да унесе нови део у базу података и да га повеже са новом компонентном односно подсклопом или склопом коме дати део припада. То се може видети на слици 6.5.



Слика 6.5 Унос података о новом делу у базу података

AVIO Version 2.01 - [Modifikovanje delova u bazi]

RAD SA DELOVIMA RAD SA KOMPONENTAMA PRORAČUNI IZLAZ

Podaci o postojećem delu

ID dela: 4
 ID komponente: 3
 Broj dela: 9059190-7
 Naziv: Ignition Lead
 Cena: 987.00
 Prosečni vek: 3727

ID Dela	ID komponente	Part Number	Naziv	Cena	Prosečni Vek
1	1	Q4559X	Lamp-Landing/Taxi light	148	1260
2	2	1308	Bulb-Cockpit overhead and Cabin reading light	1130	1743
3	3	9058600-1	Ignition	693	807
4	3	9059190-7	Ignition Lead	987	3727
5	3	9059190-8	Ignition Lead	987	194
6	3	500335-1	Exciter	57897	312
7	2	WA7079B	Bulb -- Wing Inspection Light	26	243
8	1	01-0770805-...	Lamp -- Nav Light -- Tail	577	3294
9	1	34-0050655-...	Lamp -- Taxi Light -- Wing Tip	214	895
10	1	356	Bulb -- Emergency Exit / No Smoking Signs	23	10761
11	4	9912499-28	Starter Generator / w Quad	13275	371
12	4	304634-2	Igniter	1925	6453
13	5	9912499-6	Starter Generator	16664	12101
14	2	BEPB-A07-...	Light Assembly -- Windshield Ice Detection	122	191

Počni sa modifikovanjem Snimi u bazu Odustani od unosa Zatvori formu

Слика 6.6 Ажурирање података о деловима

AVIO Version 2.01 - [Brisanje delova]

RAD SA DELOVIMA RAD SA KOMPONENTAMA PRORAČUNI IZLAZ

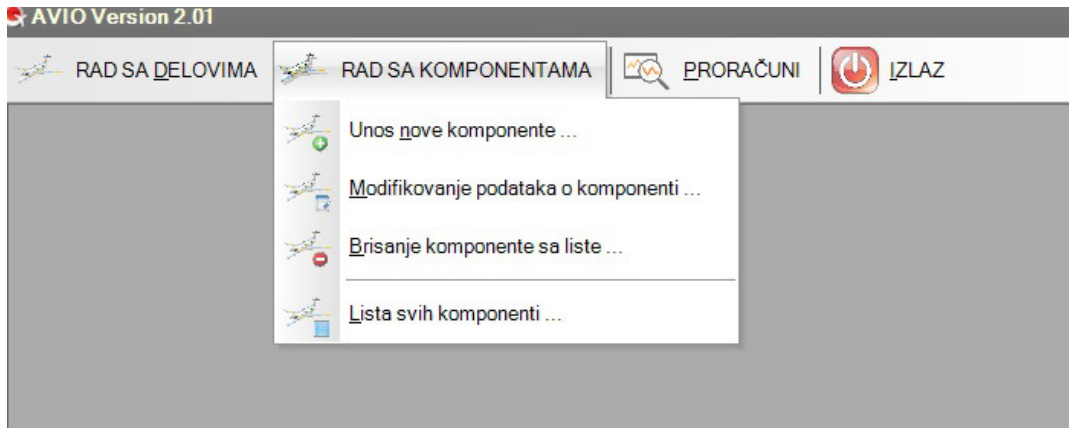
ID Dela	ID komponente	Part Number	Naziv	Cena	Prosečni Vek
1	1	Q4559X	Lamp-Landing/Taxi light	148	1260
2	2	1308	Bulb-Cockpit overhead and Cabin reading light	1130	1743
3	3	9058600-1	Ignition	693	807
4	3	9059190-7	Ignition Lead	987	3727
5	3	9059190-8	Ignition Lead	987	194
6	3	500335-1	Exciter	57897	312
7	2	WA7079B	Bulb -- Wing Inspection Light	26	243
8	1	01-0770805-...	Lamp -- Nav Light -- Tail	577	3294
9	1	34-0050655-...	Lamp -- Taxi Light -- Wing Tip	214	895
10	1	356	Bulb -- Emergency Exit / No Smoking Signs	23	10761
11	4	9912499-28	Starter Generator / w Quad	13275	371
12	4	304634-2	Igniter	1925	6453
13	5	9912499-6	Starter Generator	16664	12101
14	2	BEPB-A07-...	Light Assembly -- Windshield Ice Detection	122	191

Obrisi deo Zatvori formu

Слика 6.7 Брисање података о деловима из базе података

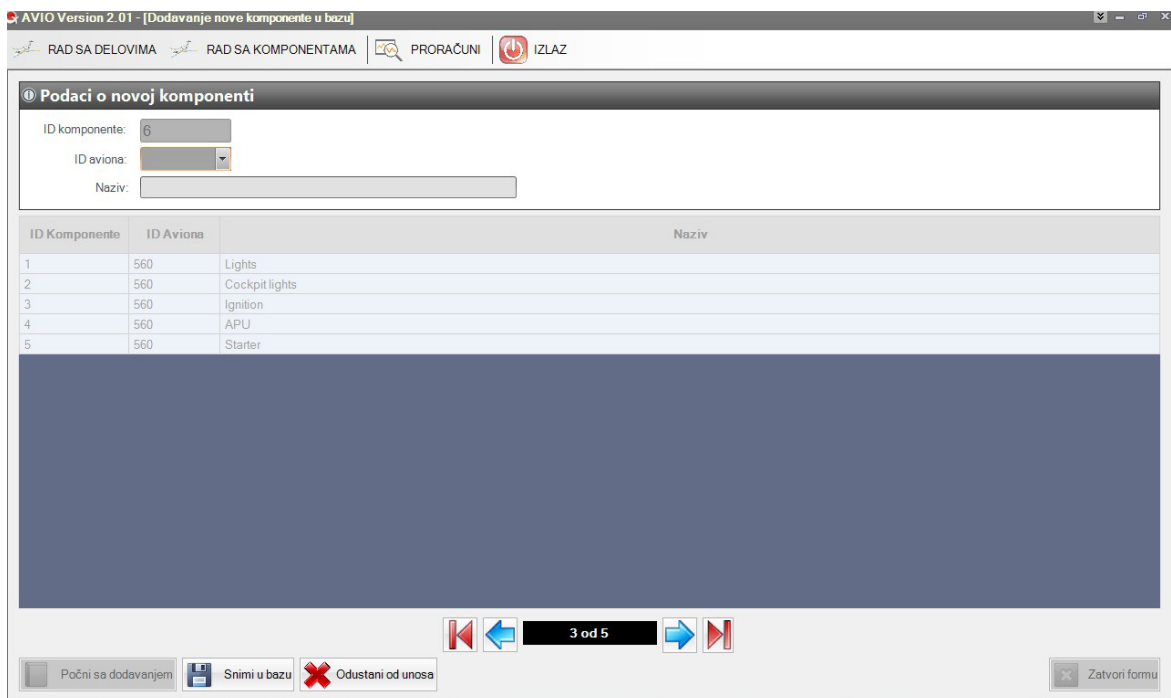
Поред могућности да се подаци о деловима унесу, ажурирају или избришу из базе података (слике 6.6 и 6.7), постоји могућност уноса, брисања и ажурирања

података о компонентама тј. о подсклоповима или склоповима којима ти делови припадају.



Слика 6.8 Могућност рада са компонентама

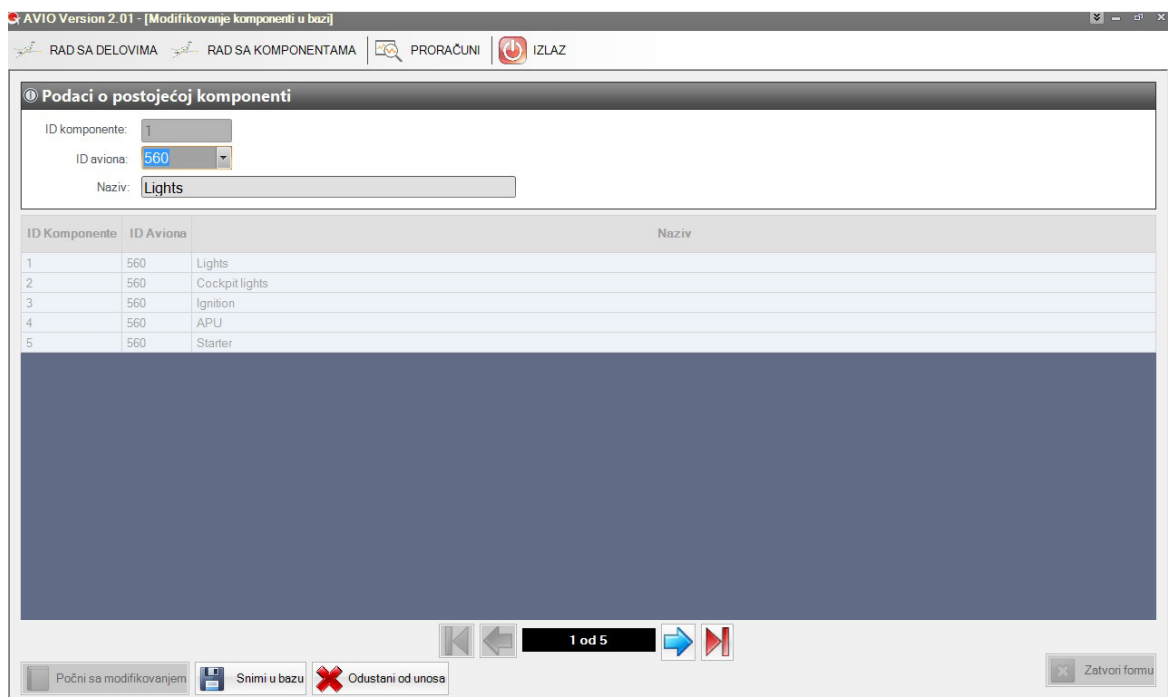
Одабиром опције за унос нове компоненте, отвара се следећи прозор. Корисник има могућност да унесе идентификациони број компоненте, тип авиона коме дата компонента припада и њен назив.



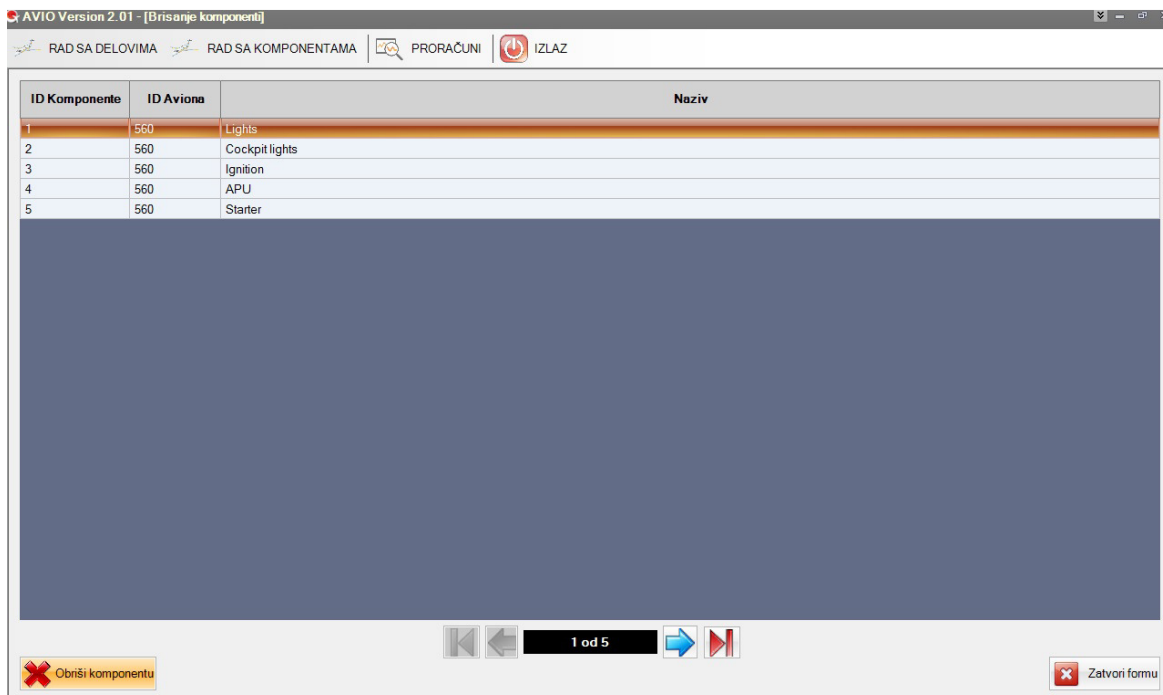
Слика 6.9 Унос нових компоненти у базу податка

Као што је већ напоменуто, могуће је ажурирати податке о унетим компонентама и брисати их из базе а да се не наруши њен интегритет. То се може видети на следећим сликама 6.10 и 6.11. Корисник може да промени податке везане за компоненту и да жељене промене сачува у бази података.

Уколико се компонента обрише из базе података, бришу се сви делови који припадају датој компоненти.

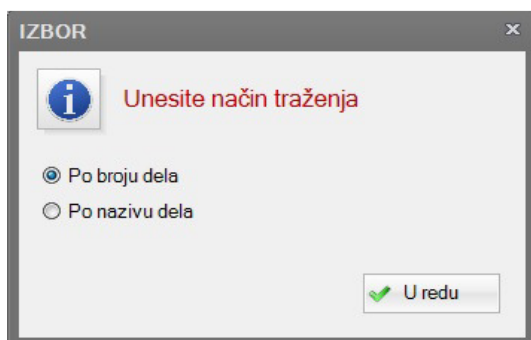


Слика 6.10. Ажурирање података о компонентама



Слика 6.11 Брисање компоненти из базе података

Мени ПРОРАЧУНИ даје могућност кориснику да анализира карактеристике поузданости делова и компоненти којој ти делови припадају. Одабиром ове опције, корисник добија могућност да за одабрани део одреди његову поузданост, учесталост отказа, процену потребног броја резервних делова и да одреди трошак незадовољене тражње. Одабиром неке од опција од корисника се захтева да унесе број дела (*part number*) или његов назив слика 6.12 и слика 6.13.

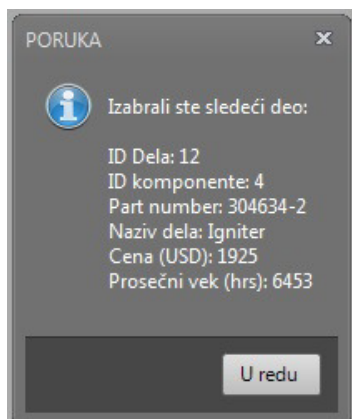


Слика 6.12. Одабир начина уноса



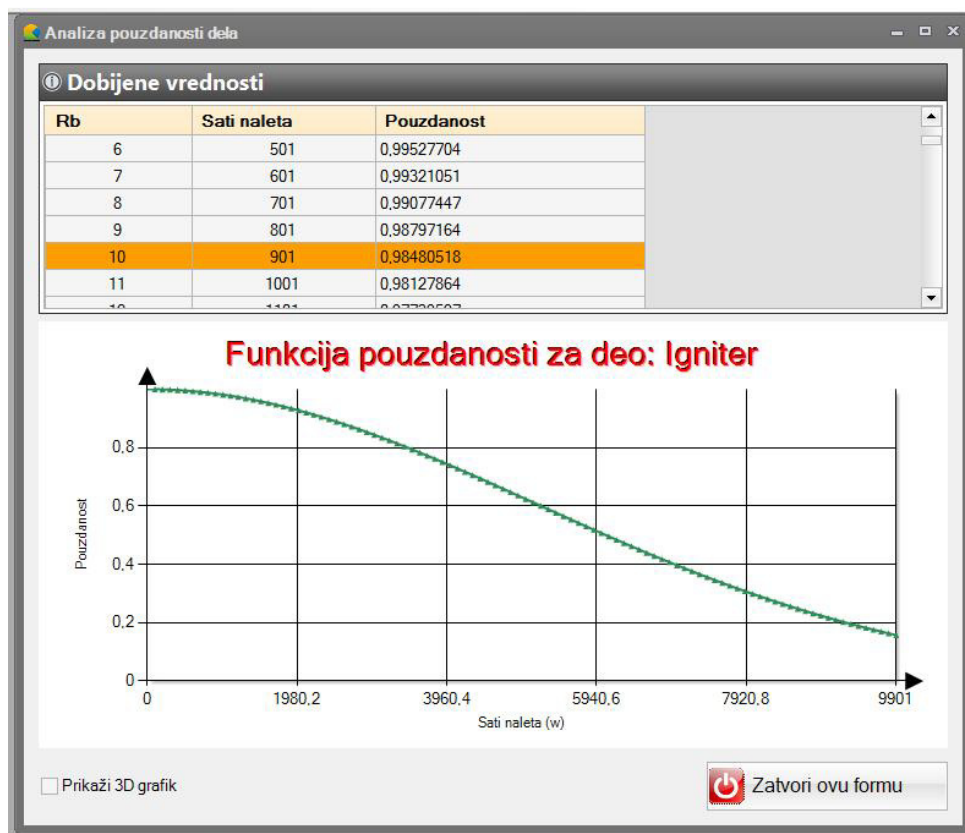
Слика 6.13. Унос по броју дела

Након уноса, у овом случају селектована је опција „по броју дела“, софтвер приказује све податке о унетом делу:



Слика 6.14. Приказ података о изабраном делу

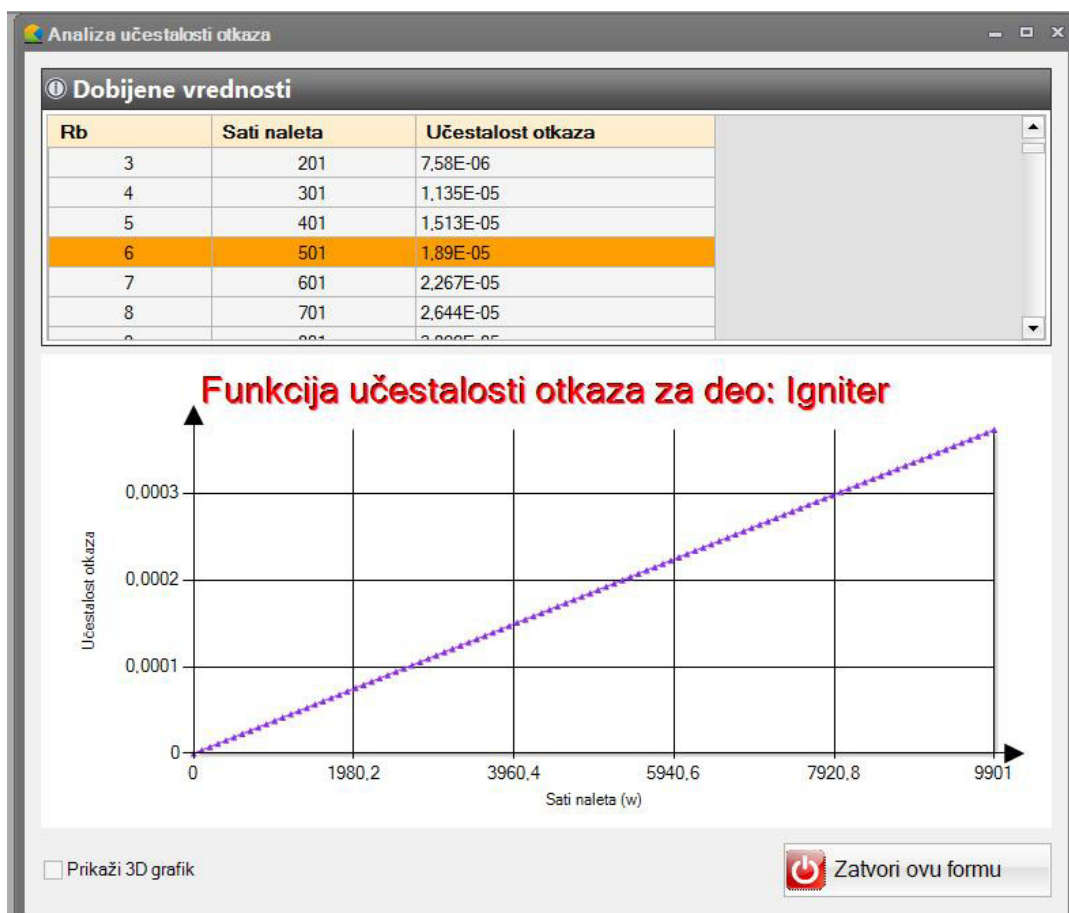
Након што селекујемо интервал у коме вршимо проверу, добићемо график функције поузданости система. Ова функција нам омогућава да у сваком временском тренутку одредимо поузданост неког дела. Поузданост се рачуна на основу модела представљеног у глави 4.



Слика 6.15 Поузданост дела 304634-2 у функцији времена израженог у часовима налета

Табеларни приказ који се налази изнад графика приказује поузданост дела у изабраним временским интервалима, тако, на пример, након 3600 сати налета поузданост овог дела износи 0.78303694. Такође, на графику се јасно види како поузданост опада временом.

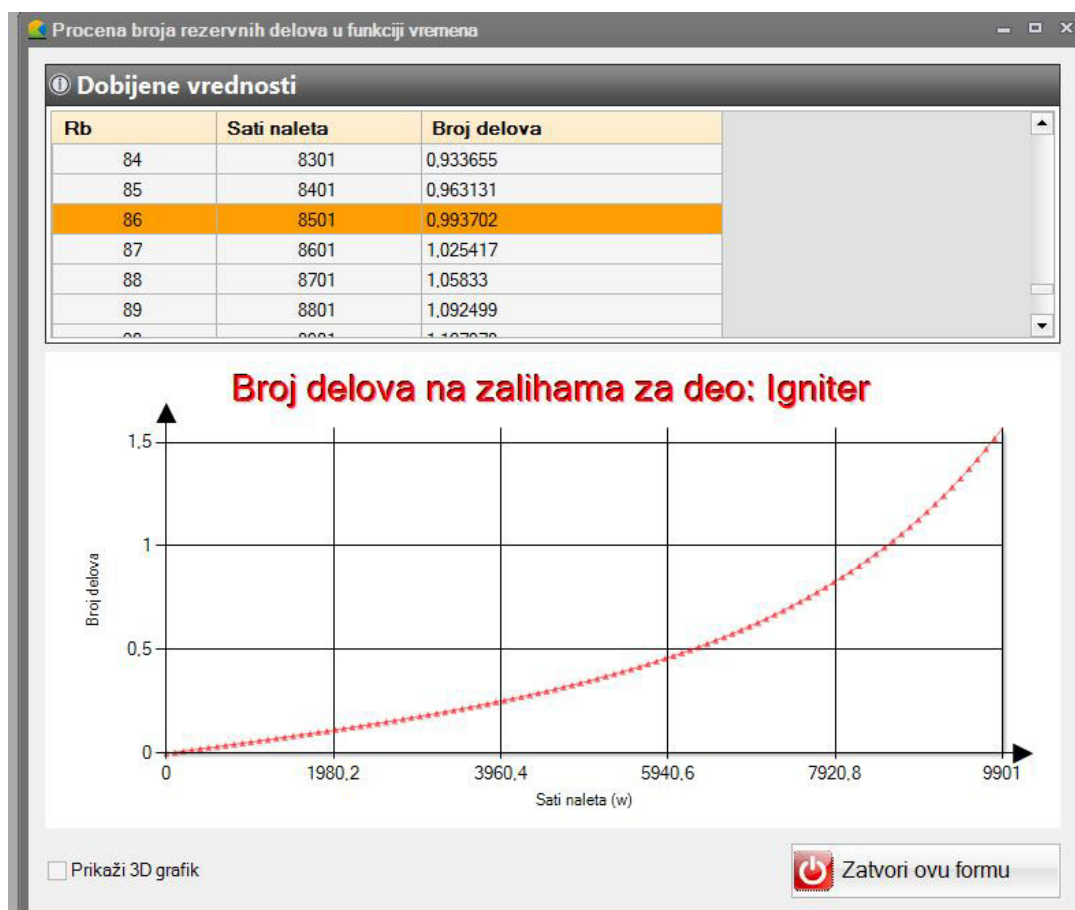
На исти начин можемо анализирати и стопу отказа тј. учесталост отказа у функцији времена израженог у часовима налета за исти део. Након извршења упита, програм приказује следећи прозор (слика 6.16).



Слика 6.16 Учесталост отказа за део 304634-2 у функцији времена израженог у часовима налета

Софтвер пружа могућност да се за сваки део одреди временски тренутак у коме је неопходно заменити део авиона новим резервним делом, односно временски тренутак у коме је неопходно баш тај део имати на залихама. Наравно, и ова израчунавања базирају се на математичком моделу описаном у глави четири.

Правовременом заменом дела смањују се чекања и застоји, али уколико у том тренутку одређени део не постоји на залихама јавиће се трошкови незадовољене тражње, тј. трошак по јединици производа уколико он није на залихама онда када нам је потребан. Као што је већ наглашено, како се у пракси ови трошкови тешко квантификују тиме је и допринос коришћеног модела значајнији. Софтвер даје могућност да се и ови трошкови анализирају.

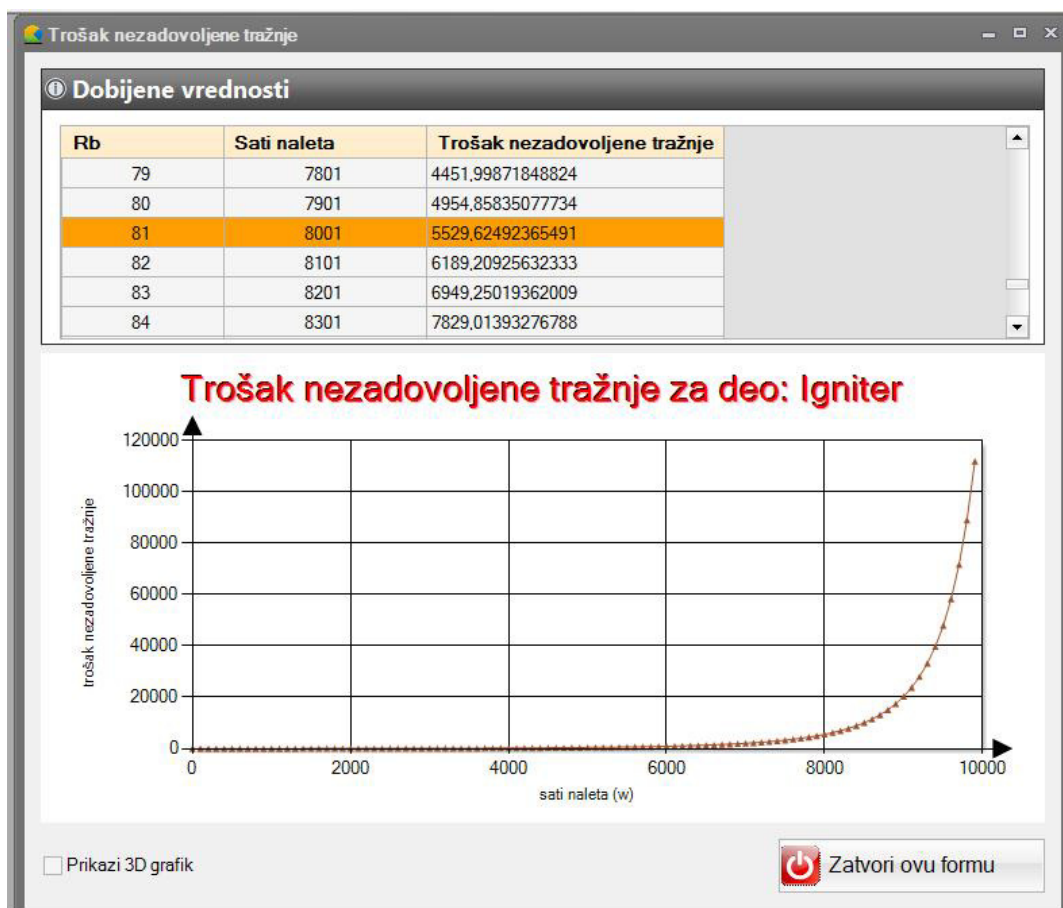


Слика 6.17 Потребан број резервних делова 304634-2 у функцији времена израженог часовима налета

На слици 6.17 се види да је неопходно поседовати резервни део број 304634-2 након 8400 сати налета. Међутим, како се одржавање ваздухоплова врши у унапред дефинисаним интервалима провере, нпр. након 2000 сати налета тако се може предвидети да је исплативије извршити замену у једном од тих интервала,

пре него део откаже нпр. након 8000 сати налета. До такве одлуке се може доћи и анализом трошкова незадовољене тражње.

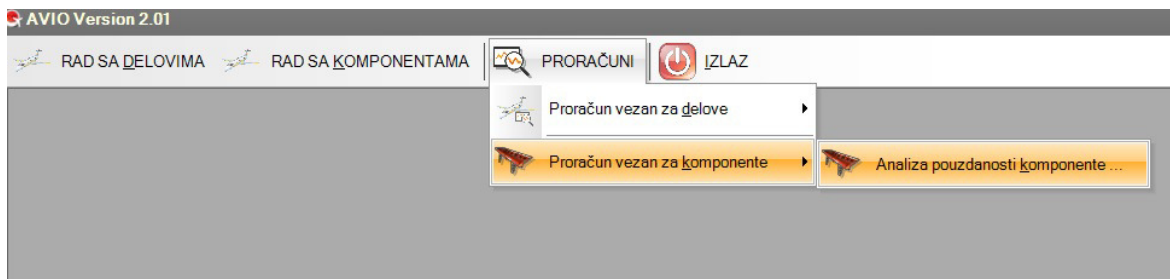
Софтвер омогућава да се и ови трошкови одреде, и након селекције ове опције, отвара се следећи прозор.



Слика 6.18 Трошкови незадовољене тражње у функцији времена

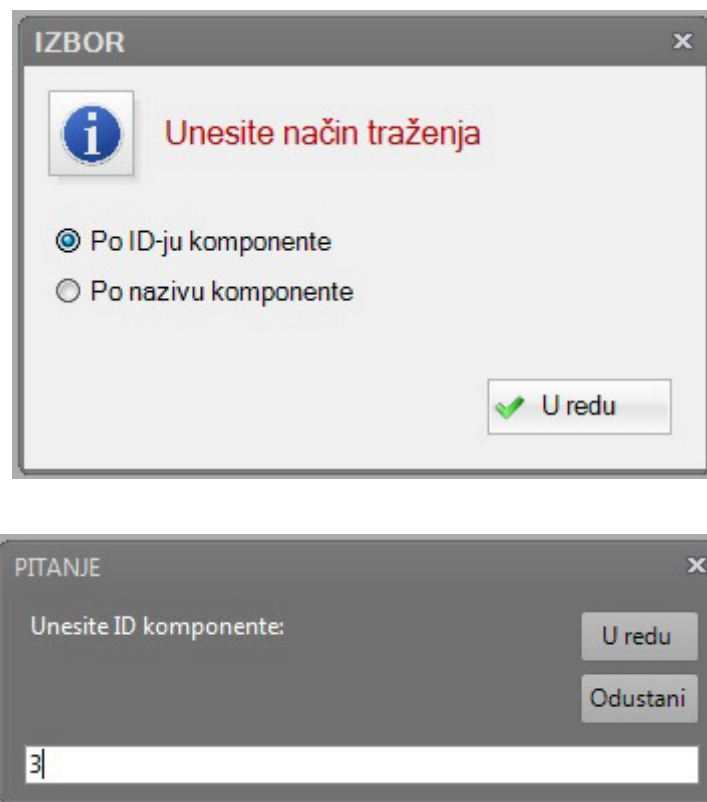
Као што се може закључити, трошкови незадовољене тражње, односно трошкови по јединици производа у случају да он није доступан у тренутку када је потребан, након 8000 сати почињу експоненцијално да расту. Анализом ових трошкова и параметара поузданости система, запослени у одржавању ваздухопловних система могу лакше да планирају активности одржавања као и делове који су им потребни за ову врсту одржавања.

Такође, систем омогућава да се анализира и поузданост компоненти тј. подсклопа или склопа којима дати делови припадају.



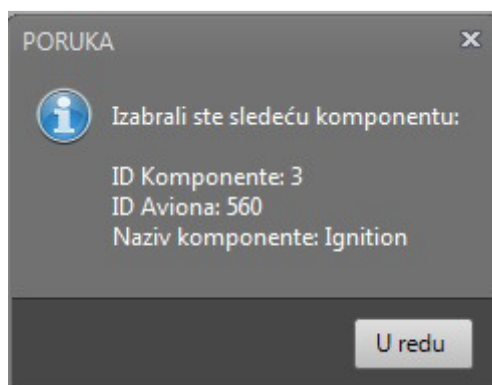
Слика 6.19 Одабир опције за анализу поузданости компоненте

Програм даје могућност избора на основу кога се приказују подаци о траженој компоненти. Корисник може претраживати компоненте по њиховом идентификационом броју или по њиховом називу. На следећој слици је приказана могућност избора компоненте. У овом случају компоненту тражимо на основу њеног назива:



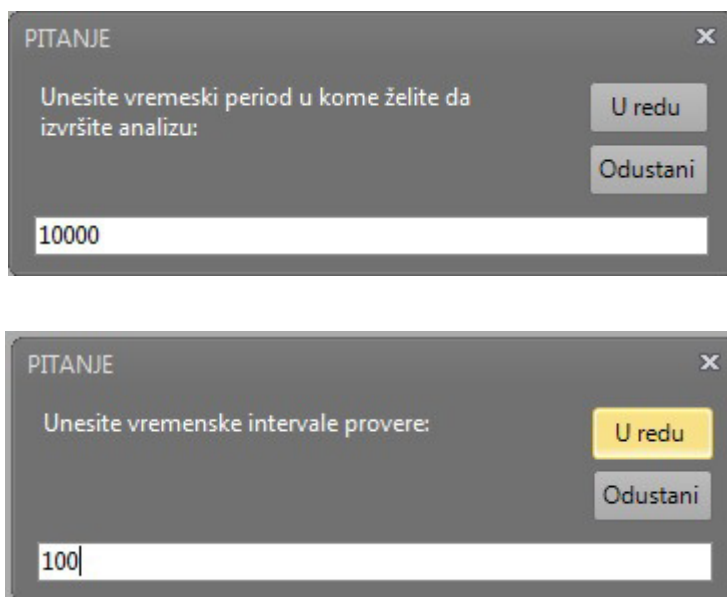
Слика 6.20 Начини претраживања компоненте

Извршавањем овог упита добијају се подаци о изабраној компоненти. Селектована је компонента са идентификационим бројем 3, а сви подаци о овој компоненти су приказани на слици 6.21.



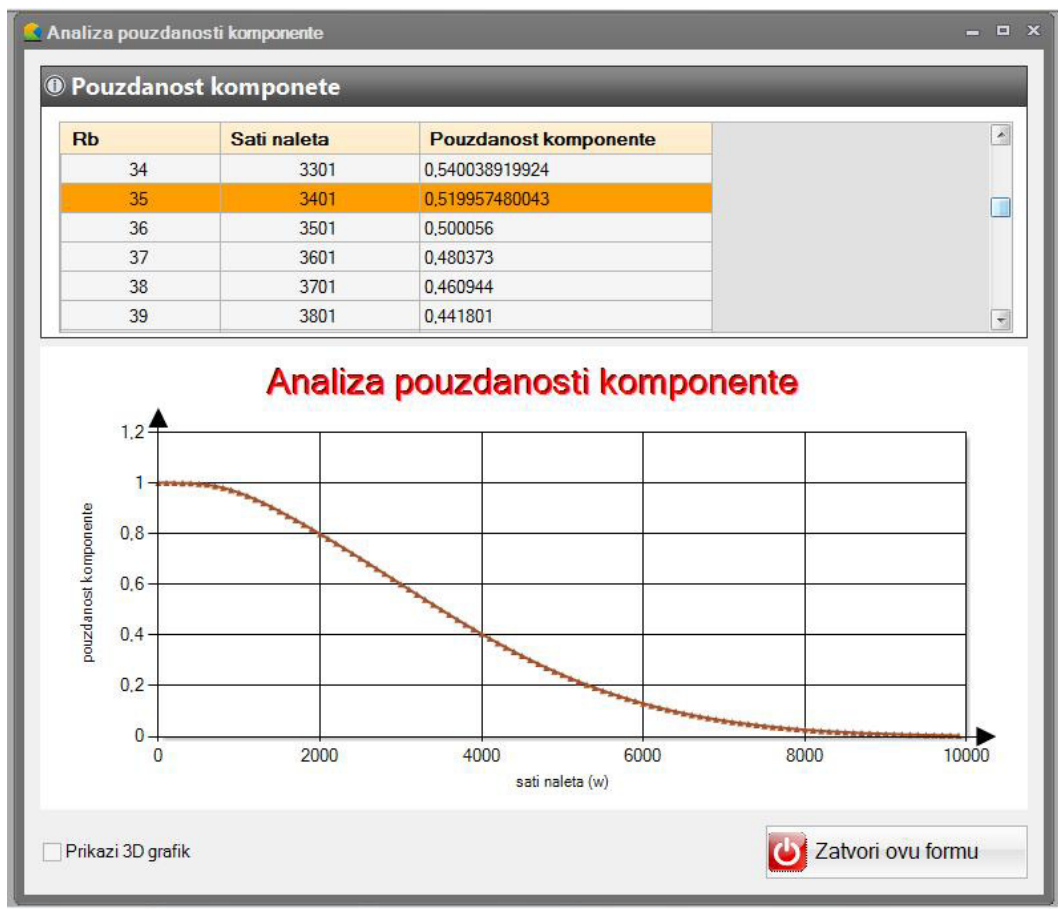
Слика 6.21 Порука о изабраним компонентама

Затим, као и у случају код анализе поузданости делова уноси се временски период у коме се анализира поузданост и интервали провере, што се може видети на следећим сликама:



Слике 6.22 Одабир периода у коме се врши анализа поузданости

На следећој слици приказана је поузданост дела са идентификационим број 3, за део који је зове Ignition-Прекидач паљења.



Слика 6.23 Поузданост компоненте *Ignition*

Са слике се може видети како се креће поузданост дела у зависности од времена израженог у часовима летења. Табела приказана у горњем делу прозора 6.23 показује поузданост изабране компоненте у интервалима који износе 100 часова налета.

Овај програм омогућава корисницима из области одржавања ваздухоплова да анализом свих горе наведених параметара донесу одлуку у ком тренутку извршити замену појединих делова или компоненти система. Иако су у раду разматрани само делови који се не поправљају него се приликом отказа уклањају из система и замењују новим делом, ова анализа се може користити и за поправљиве делове до тренутка њиховог првог отказа.

У прилогу су дати и делови кода који су коришћени у овом програму а који се базирају на математичком моделу представљеном у глави 4.

Закључак

У овој докторској дисертацији акценат је стављен на преглед постојећих математичких модела и проналажење новог модела за процену залиха резервних делова у авио-индустрији. Комплексност ваздухопловних система и непостојање идеалног математичког модела за решење овог проблема су представљали велики изазов.

Како би се формулисао одговарајући нов математички модел, дат је осврт на постојеће. Тако су у другом поглављу описани модели који користе историјске податке о потражњи за резервним деловима за ефикасну процену будућих потреба за тим деловима. Неки модели, као што су Кростонов и експоненцијално равнање, показали су се супериорнијим од осталих и многи информациони системи за процену потражње тј. планирање залиха се управо базирају на њима. Међутим, како би ови модели били ефикасни, потребно је располагати великом количином историјских података о потребама за резервним деловима, тако да у случају нових компанија или, једноставно, у случају недостатка ових информација, они не дају добре резултате.

Процена залиха са социо-економског аспекта (поузданост, могућност одржавања, животни век, и слично) није довољно разматрана у прошлости. У последњих десетак година расте интересовање за ову област, тако да су обухваћени и неки математички модели који третирају залихе са овог становишта. Оно што се може закључити је да су модели из ове области или релативно нови, недовољно тестирани у пракси или неприменљиви у авио-индустрији.

Управо из горе наведених разлога, предложен је модел који анализира стандардне параметре поузданости делова авиона, али и подсклопова и склопова којима они припадају, и то на основу информација о просечном животном веку сваког дела (податак који се добија од произвођача авио делова). Посматрајући животни век као стохастички процес, могуће је проценити број делова који ће отказати у посматраном временском периоду. Даље, како би се донела одлука о броју резервних делова на залихама предложен је нов приступ израчунавању трошкова

незадовољене тражње. Као што је приказано у евалуацији перформанси модела, у било ком временском тренутку могуће је одредити поузданост, стопу отказа, број делова који ће отказати, број делова које је потребно имати на залихама и трошак који компанија има уколико тих делова нема на залихама. Ова анализа је кључна приликом доношења процене о потребним залихама делова, нарочито када се ради о мањим авио компанијама које имају сопствену службу одржавања.

У циљу олакшане примене престављеног модела, креиран је софтвер базиран на њему. Софтвер омогућава примену овог математичког модела од стране запослених у авио индустрији, без потребе за неком посебном обуком из области математичког моделирања или информационих технологија. Потребно је само одређено искуство у одржавању ваздухоплова, како би се на основу информација које софтвер, тј. модел пружа ефикасније планирале активности одржавања и број резервних делова потребних за њихово успешно спровођење.

У самом раду, акценат је стављен на непоправљиве резервне делове, али се разматрају и модели који се користе за процену залиха поправљивих резервних делова. Представљен је нов математички модел за одређивање средњег времена поправке авио делова заснован на прихватљивом нивоу расположивости. Истраживањем је утврђено да је, у том случају, боље улагати у проширење капацитета за сервисирање ових делова и њихово правилно одржавање, него у набавку истих. Такође, одређени су трошкови који настају уколико дати део не постоји на залихама са циљем да нам та информација помогне у процени колико и шта складиштити. Њихова оптимизација није разматрана, како то и није тема дисертације али у прилогу В, предложена је могућност и правац у коме ово истраживање може да крене.

Прилог А - Програмски код функција базираних на математичком моделу из главе 4

У овом прилогу су приказане само функције писане у програмском језику Visual Basic а које се базирају на једначинама модела приказаног у глави 4.

Први део се односи на функције за рачунање CDF, PDF, функције поузданости делова, функције отказа, потребног броја делова у функцији времена и рачунање трошкова незадовољене тражње.

Module FUNCTIONS

```
Public Function FwFUNC(WW_Proc As Integer, Korak_Proc As Integer,  
Prosecni_Vek_Proc As Integer) 'cdf funkcija
```

```
Dim Brojac = 0  
Dim f(Int(WW_Proc / Korak_Proc) + 1)
```

```
For i = 1 To WW_Proc Step Korak_Proc  
    Brojac = Brojac + 1  
    f(Brojac) = Math.Round(1 - Math.Exp(-(i ^ 2 * Pi) / (4 *  
Math.Pow(Prosecni_Vek_Proc, 2))), 6)  
Next
```

```
Return f  
End Function
```

```
Public Function PwFUNC(WW_Proc As Integer, Korak_Proc As Integer,  
Prosecni_Vek_Proc As Integer) 'pdf funkcija
```

```
Dim Brojac = 0  
  
Dim p(Int(WW_Proc / Korak_Proc) + 1)
```

```
For i = 1 To WW_Proc Step Korak_Proc  
    Brojac = Brojac + 1  
    p(Brojac) = ((i * Pi) / (2 * Math.Pow(Prosecni_Vek_Proc, 2))) * Math.Exp(-(i ^  
2 * Pi) / (4 * Math.Pow(Prosecni_Vek_Proc, 2)))  
Next
```

```
Return p
End Function
```

```
Public Function RwfUNC(WW_Proc As Integer, Korak_Proc As Integer,
Prosecni_Vek_Proc As Integer) 'funkcija pouzdanosti
```

```
Dim Brojac = 0
```

```
Dim r(Int(WW_Proc / Korak_Proc) + 1)
```

```
For i = 1 To WW_Proc Step Korak_Proc
```

```
Brojac = Brojac + 1
```

```
r(Brojac) = Math.Round(Math.Exp(-((i ^ 2 * Pi) / (4 *
Math.Pow(Prosecni_Vek_Proc, 2))))), 8)
```

```
Next
```

```
Return r
```

```
End Function
```

```
Public Function LwfUNC(WW_Proc As Integer, Korak_Proc As Integer,
Prosecni_Vek_Proc As Integer) 'funkcija otkaza
```

```
Dim Brojac = 0
```

```
Dim l(Int(WW_Proc / Korak_Proc) + 1)
```

```
For i = 1 To WW_Proc Step Korak_Proc
```

```
Brojac = Brojac + 1
```

```
l(Brojac) = Math.Round(((i * Pi) / (2 * Math.Pow(Prosecni_Vek_Proc, 2))), 8)
```

```
Next
```

```
Return l
```

```
End Function
```

```
Public Function nnFUNC(WW_Proc As Integer, Korak_Proc As Integer,
Prosecni_Vek_Proc As Integer, ByVal p As Array) 'broj delova koji ce okazati u
vremenu Tut
```

```
Dim Brojac = 0
```

```
Dim nn(Int(WW_Proc / Korak_Proc) + 1)
```

```
For i = 1 To WW_Proc Step Korak_Proc
```

```
Brojac = Brojac + 1
```

```
nn(Brojac) = Math.Round(Math.Sqrt(2) * Prosecni_Vek_Proc * p(Brojac), 6)
```

```
Next
```

```
Return nn
```

```
End Function
```

```

Public Function QwFUNC(WW_Proc As Integer, Korak_Proc As Integer, ByVal f
As Array, ByVal nn As Array) 'potreban broj delova u zavisnosti od casova letenja
    Dim Brojac = 0

    Dim q(Int(WW_Proc / Korak_Proc) + 1)

    For i = 1 To WW_Proc Step Korak_Proc
        Brojac = Brojac + 1
        q(Brojac) = Math.Round(f(Brojac) / nn(Brojac), 6)
    Next

    Return q
End Function

Public Function CuFUNC(WW_Proc As Integer, Korak_Proc As Integer, co As
Decimal, ByVal q As Array) 'Trosak nezadovoljene traznje
    Dim Brojac = 0

    Dim cu(Int(WW_Proc / Korak_Proc) + 1)

    For i = 1 To WW_Proc Step Korak_Proc
        Brojac = Brojac + 1
        cu(Brojac) = (ErfReal(q(Brojac)) * (co * q(Brojac))) / (1 - ErfReal(q(Brojac)))
    Next

    Return cu
End Function

End Module

```

Модул програма приказан у овом делу се односи на рачунање поузданости компоненте.

```
Imports ComponentFactory.Krypton.Toolkit
```

```
Public Class FormRk
    Inherits KryptonForm
```

```

    Private Sub FormRk_FormClosing(sender As Object, e As FormClosingEventArgs)
        Handles Me.FormClosing
        ProsecniVek_Dela = 0
        ww = 0
        Korak = 0
        Cena_Dela = 0
    End Sub

```

Private Sub FormRk_Load(sender As Object, e As EventArgs) Handles MyBase.Load

'TODO: This line of code loads data into the 'AvioniDataSet.Deo' table.

Me.DeoTableAdapter.Fill(Me.AvioniDataSet.Deo)

Dim Fsis(Int(ww / Korak) + 1)

Dim Lsis(Int(ww / Korak) + 1)

Dim Psis(Int(ww / Korak) + 1)

Dim Rsis(Int(ww / Korak) + 1)

Dim Fk(Int(ww / Korak) + 1)

Dim Pk(Int(ww / Korak) + 1)

Dim ID_KOMPONENTE_TEMP = ID_KOMPONENTE

Dim Brojac = 0

Dim brojac1 = 0

Dim brojac2 = 0

For i = 1 To ww Step Korak

Brojac = Brojac + 1

Fk(Brojac) = 1

Next

Brojac = 0

For i = 1 To DataGridView1.Rows.Count

If DataGridView1.Rows(i - 1).Cells(1).Value = ID_KOMPONENTE_TEMP

Then

Dim f As Array = FwFUNC(ww, Korak, CInt(DataGridView1.Rows(i - 1).Cells(5).Value))

For j = 1 To ww Step Korak

Brojac = Brojac + 1

Fsis(Brojac) = Fk(Brojac) * f(Brojac)

Next

Brojac = 0

Fk = Fsis

End If

Next

Brojac = 0

For i = 1 To ww Step Korak

Brojac = Brojac + 1

Rsis(Brojac) = Math.Round(1 - Fk(Brojac), 15)

Next

Brojac = 0

NDataGridView1.Rows.Clear()

```

    For i = 1 To ww Step Korak
        Brojac = Brojac + 1
        NDataGridView1.Rows.Add()
        NDataGridView1.Rows(NDataGridView1.Rows.Count - 1).Cells(0).Value =
Brojac
        NDataGridView1.Rows(NDataGridView1.Rows.Count - 1).Cells(1).Value = i
        NDataGridView1.Rows(NDataGridView1.Rows.Count - 1).Cells(2).Value =
Rsis(Brojac)

        Chart1.Series(0).Points.AddXY(i, Math.Round(Rsis(Brojac), 4))
    Next
End Sub

Private Sub NCheckBox1_CheckedChanged(sender As Object, e As EventArgs)
Handles NCheckBox1.CheckedChanged
    Chart1.ChartAreas(0).Area3DStyle.Enable3D = NCheckBox1.Checked
End Sub

Private Sub NButton1_Click(sender As Object, e As EventArgs) Handles
NButton1.Click
    Me.Close()
End Sub

Private Sub NDataGridView1_CellContentClick(sender As Object, e As
DataGridViewCellEventArgs) Handles NDataGridView1.CellContentClick

End Sub
End Class

```

Прилог Б – Модел продавца новина

У овом прилогу смо детаљније описали модел продавца новина пошто се он користи за израчунавање трошкова незадовољене тражње у моделу представљеном у глави 4.

Сваког јутра, продавац дневних новина треба да наручи новине за тај дан. Ако поручи више него што може да прода, остатак новина ће, на крају дана, морати да баци или прода као стари папир. Уколико, пак, поручи мање него што би могао да прода, неће задовољити очекивања купаца, доћи ће у ситуацију да нашкоди својој репутацији и, наравно, изгубиће могућу продају и профит. Овај проблем се решава применом модела продавца новина који има за циљ да пронађе оптималан број новина тако да се оствари максимални очекивани профит на основу унапред познате расподеле тражње и параметара везаних за трошкове.

Овај модел се успешно примењује у многим реалним ситуацијама. Најчешће се примењује када је у питању процена залиха кварљиве робе попут воћа, поврћа и сличних намирница. Такође, овај модел се користи и код процене залиха при куповини резервних делова који немају масовну производњу, као што су авиони или наоружање. У таквим случајевима, резервни делови се планирају за дужи временски период и неретко се дешава да се испоручују заједно са опремом за чије одржавање су намењени. Следећа примена овог модела је у случају неизвесне будућности након планског периода.

У овом случају имамо пример модела продавца новина у коме се производ наручује на почетку неког периода и може се користити само у том временском периоду. Решавањем овог модела можемо добити оптималан ниво залиха. У моделу ћемо користити следеће променљиве:

Неизвесна потражња (D) – Потражња је случајна променљива, дефинисана расподелом потражње и проценом параметара расподеле.

Управљачка променљива (q) – представља број јединица производа који се наручује на почетку периода, тј. број резервних делова које је потребно имати на

залихама да би се процес одржавања несметано одвијао. q^* означава оптималну (најбољу) вредност за q .

Такође познате су и следеће цене коштања $c_o, c_u > 0$, где је:

– c_o : цена коштања по јединици производа у случају позитивног нивоа залиха на крају периода у коме је производ употребљив (*overage cost*).

– c_u : цена коштања незадовољеног захтева тј. потражње за производом, односно цена коштања по јединици производа у случају негативног нивоа залиха на крају периода у коме је производ употребљив (*underage cost*).

$C(q, D)$ је функција укупних трошкова и можемо је представити на следећи начин:

$$C(q, D) = \begin{cases} c_o(q-D) & \text{ako je } D < q \\ c_u(D-q) & \text{ako je } D \geq q \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Претпоставимо да је D континуална случајна променљива са функцијом густине $f(D)$ и кумулативном функцијом расподеле вероватноћа $F(D)$, функција очекиваних трошкова се може одредити на следећи начин:

$$\begin{aligned} E(q) &= \int_{D=0}^{\infty} C(D, q) f(D) dD = c_o \int_{D=0}^q (q-D) f(D) dD + c_u \int_{D=q}^{\infty} (D-q) f(D) dD \\ &= c_o q \int_{D=0}^q f(D) dD - c_o \int_{D=0}^q D f(D) dD + c_u q \int_{D=q}^{\infty} D f(D) dD - c_u q \int_{D=q}^{\infty} f(D) dD \\ &= c_o q F(q) - c_o H(q) + c_u (\mu - H(q)) - c_u q (1 - F(q)) \\ &= c_o q F(q) + c_u H(q) - c_o H(q) - c_u H(q) + c_u \mu - c_u q \\ &= (c_u + c_o)(q F(q) - H(q)) + c_u (\mu - q) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Где је $F(q)$ функција расподеле тражње процењена у q и $\int_{D=q}^{\infty} D f(D) dD = \mu - H(q)$.

Можемо приметити у једначини (A.2), да је средња вредност тражње

$$\mu = \int_{D=0}^{\infty} D f(D) dD.$$

Оваква тражња се назива „потпуно очекивање“ зато што је опсег у коме се врши интеграљење $(0, \infty)$. Парцијално математичко очекивање тражње је

$H = \int_{D=0}^q Df(D)dD$ са опсегом y ком се врши интеграљење од $(0, q)$.

Претпостављамо да је тражња ненегативна ($D \geq 0$). Парцијално очекивање случајне променљиве D у границама $(0, q)$ означено је са $H(q)$. Како је $\mu = H(\infty)$,

јасно је да је $\int_{D=q}^{\infty} Df(D)dD = \mu - H(q)$.

Познато је да је $F'(q) = f(q)$ а на основу Leibniz-овог¹ правила следи да је $H'(q) = qf(q)$. На основу тога, први извод од $E(q)$ је:

$$\begin{aligned} \frac{dE(q)}{dq} &= (c_u + c_o)(qF'(q) + F(q) - H'(q)) - c_u \\ &= (c_u + c_o)(qf(q) + F(q) - qf(q)) - c_u \\ &= (c_u + c_o)F(q) - c_u \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Када је први извод једнак нули, добијамо

$$F(q) = \frac{c_u}{c_u + c_o} \quad (\text{A.4})$$

Други извод од $E(q)$ је $d^2E(q)/dq^2 = (c_o + c_u)f(q)$ и ненегативна вредност је за вредности q . Управо из тог разлога $E(q)$ је конвексна функција а њен глобални

максимум је $q^* = F^{-1}\left(\frac{c_u}{c_u + c_o}\right)$. $F^{-1}(\cdot)$ је инверзна функција кумулативне

расподеле вероватноћа а q^* је оптимална количина делова које је потребно имати на залихама.

¹ Leibniz-ово правило гласи

$$\frac{d}{dy} \int_{x=g(y)}^{x=h(y)} r(x, y) dx = \int_{x=g(y)}^{x=h(y)} \frac{\partial r(x, y)}{\partial y} dx + r(h(y), y) \frac{dh(y)}{dy} - r(g(y), y) \frac{dg(y)}{dy}. \text{ У нашем}$$

конкретном случају $H'(q) = dH(q)/dq = \frac{d}{dq} \int_{D=0}^q Df(D)dD = qf(q)$, где је $y=q$, $x=D$,

$h(q)=q$, $g(q)=0$ и $r(x, y)=r(D, q)=Df(D)$.

Прилог В - Оптимизација трошкова залиха у авио индустрији

Један од праваца у којем може да се развија истраживање приказано у овом раду, превасходно усмерено на процену залиха резервних делова, је минимизација трошкова незадовољене тражње. У овом прилогу је дат само наговештај могућег решења овог проблема применом метода безусловне оптимизације.

Проблем је задат на следећи начин. Потребно је наћи минимум задате циљне функције:

$$(\min) f(x), \quad x \in R^n \quad (\text{B.1})$$

при чему тачка x^* која задовољава израз (B.1) испуњава услове првог и другог реда задата на следећи начин:

Деф: Тачка x^* назива се тачком локалног минимума ако постоји околина те тачке $U(x^*)$, таква да је за сваки вектор $x \in U(x^*)$ испуњена следећа неједнакост:

$$f(x^*) \leq f(x). \quad (\text{B.2})$$

Каже се да је тачка x^* , тачка стриктног локалног минимума ако постоји околина те тачке $U(x^*)$ таква да је за сваки вектор $x \neq x^*$ и $x \in U(x^*)$ важи:

$$f(x^*) < f(x). \quad (\text{B.3})$$

Деф: : Тачка x^* назива се тачком глобалног минимума ако важи једнакост:

$$f(x^*) \leq f(x), \quad \forall x \in R^n. \quad (\text{B.4})$$

Тада постоји околина те тачке $U(x^*)$ таква да је за сваки вектор $x \neq x^*$ и $x \in U(x^*)$ важи:

$$f(x^*) < f(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}^n. \quad (\text{B.5})$$

Како је у пракси лакше наћи тачке локалног минимума, проналажење глобалног минимума се своди на одређивање више локалних минимума од којих ће се одабрати најмањи и прогласити глобалним минимумом. Проналажење локалног минимума је утолико лакше, уколико се претраживање врши по правцу вектора опадања. Уколико је функција циља још и диференцијабилна, онда се користе градијентне методе.

Градијентне методе су нумеричке итеративне методе код којих је у циљу лакшег и бржег проналажења минимума неопходно одредити дужину итеративног корака и величину вектора правца тражења. Постоји низ метода за решавање овог проблема а неки од тих метода су описани у следећим радовима [113, 114, 115, 116, 117]. Примећено је да је трансформисани убрзани двокорачни метод или TADSS [117] (енг. *Transformed Accelerated Double Step Size*) супериорнији у односу на остале наведене методе.

Његова суштина је у коректном постављању нумеричких итерација којима се остварује довољно добро апроксимативно решење постављеног проблема. Код ове методе итерација је дефинисана једначином (B.6).

$$x_{k+1} = x_k - \left[\alpha_k (\gamma_k^{-1} - 1) + 1 \right] g_k, \quad (\text{B.6})$$

где је α_k дужина итеративног корака - израчунава се алгоритмом (B.8). Пошто је ово убрзани метод оптимизације, и код њега је дефинисан параметар тј. фактор убрзања γ_k који представља мултипликативни фактор вредности итеративног корака. Одређивање овог фактора се базира на Тејлоровом развоју другог реда и адекватном апроксимацијом Хесијана и рачуна се на основу следеће једначине:

$$\gamma_{k+1} = 2 \frac{f(x_{k+1}) - f(x_k) + (\alpha_k (\gamma_k^{-1} - 1) + 1) \|g_k\|^2}{(\alpha_k (\gamma_k^{-1} - 1) + 1)^2 \|g_k\|^2}, \quad (\text{B.7})$$

Где g_k представља градијент управљачке функције.

Итеративни корак на основу овог метода се може одредити помоћу једначине (В.6). Дужина итеративног корака α_k се одређује на основу *backtracking* процедуре за његово израчунавање.

Алгоритам В.8 Backtracking процедура за израчунавање величине итеративног корака α_k са почетним кораком $\alpha = 1$

Захтеви: Објектна функција $f(x)$, вектор тражења d_k у тачки x_k , бројеви $0 < \sigma < 0.5$ и $\eta \in (0, \sigma)$

1. Поставити $\alpha = 1$.
2. Док важи $f(x_k + \alpha d_k) > f(x_k) + \sigma \alpha g_k^T d_k$ поставити $\alpha := \eta \alpha$.
3. Излаз $\alpha_k = \alpha$

Алгоритам В.9 Трансформисани убрзани двокорачни алгоритам (TADSS метод)

Захтеви: $0 < \rho < 1$, $0 < \tau < 1$, $x_0, \gamma_0 = 1$.

1. Поставити $k = 0$, израчунати $f(x_0)$, g_0 и поставити $\gamma_0 = 1$.
2. Уколико је $\|g_k\| < \epsilon$, прећи на корак 8, иначе прећи на наредни корак.
3. Израчунати величину итеративног корака α_k применом претходног алгоритма.
4. Израчунати следећу итеративну тачку x_{k+1} из релације (В.6).
5. Одредити скалар γ_{k+1} помоћу једнакости (В.7)
6. Ако је $\gamma_{k+1} < 0$ узети $\gamma_{k+1} = 1$.
7. Поставити $k := k + 1$, и прећи на корак 2.
8. Излаз x_{k+1} и $f(x_{k+1})$.

У глави 4 представили смо и нов модел за процену залиха резервних делова у авио индустрији. Као што се може приметити, поред процене броја резервних делова на залихама, могуће је одредити и колико износи трошак незадовољене тражње по јединици производа на основу једначине (4.20). Циљ овог поглавља је

да се минимизују трошкови незадовољене тражње када је у питању склоп или подсклоп који се састоји од више авио делова.

Функција циља се у нашем случају може исказати помоћу следеће једначине:

$$(\min)c_{uk} = \sum_{k=1}^n c_{oi} \left(\frac{\Phi \left(\frac{1 - \exp\left(-\frac{w_{ik}^2 \pi}{4T_{ut_i}^2}\right)}{\frac{\sqrt{2}w_{ik}\pi}{4T_{ut_i}} \exp\left(-\frac{w_{ik}^2 \pi}{4T_{ut_i}^2}\right)} \right)}{1 - \Phi \left(\frac{1 - \exp\left(-\frac{w_{ik}^2 \pi}{4T_{ut_i}^2}\right)}{\frac{\sqrt{2}w_{ik}\pi}{4T_{ut_i}} \exp\left(-\frac{w_{ik}^2 \pi}{4T_{ut_i}^2}\right)} \right)} \right) \quad i = 1, \dots, m \quad (\text{B.10})$$

Где је:

c_{uk} - трошак незадовољене тражње у неком тренутку w_k , $k = 1, \dots, n$

c_{oi} - цена по јединици дела који улази у састав склопа, где $i=1, \dots, m$, а m представља број делова који улазе у састав склопа.

T_{uti} -просечан животни век i -тог дела који улази у састав датог склопа.

У нашем случају управљачке променљиве су:

$$w_k = (w_{1k}, w_{2k}, \dots, w_{nk}), \quad (\text{B.11})$$

А почетне вредности управљачких променљивих су вредности из околине тачака које представљају дужину просечног животног века сваког дела:

$$w_0 = (T_{ut_1} - \Delta T_{ut_1}, T_{ut_2} - \Delta T_{ut_2}, \dots, T_{ut_n} - \Delta T_{ut_n}) \quad (\text{B.12})$$

Уколико сада на дефинисану функцију циља (B.10) применимо, TADSS метод добијамо да је величина итеративног корака

$$w_{k+1} = w_k - \left[\alpha_k (\gamma_k^{-1} - 1) + 1 \right] g_k, \quad (\text{B.13})$$

док се фактор убрзања може приказати на следећи начин:

$$\gamma_{k+1} = 2 \frac{f(w_k + 1) - f(w_k) + (\alpha_k (\gamma_k^{-1} - 1) + 1) \|g_k\|^2}{(\alpha_k (\gamma_k^{-1} - 1) + 1)^2 \|g_k\|^2}, \quad (\text{B.14})$$

На основу свега наведеног, градијент циљне функције се рачуна на следећи начин:

$$g_k = \sum_{k=1}^n 2c_{o_i} \frac{\exp \left(\frac{16 \Gamma_{u_i}^2 \exp \left(\frac{2\pi}{4T_{u_i}^2} w_k^2 \right) \left(1 - \exp \left(\frac{-\pi}{4T_{u_i}^2} w_k^2 \right) \right)^2}{2\pi^2} \right) \left(\frac{2 \frac{\pi}{T_{u_i}} w_k^2 \exp \left(\frac{-\pi}{4T_{u_i}^2} w_k^2 \right) \left(1 - \exp \left(\frac{-\pi}{4T_{u_i}^2} w_k^2 \right) \right)}{\sqrt{2\pi}} - \frac{\sqrt{2} w_k^2}{T_{u_i}} \right)}{\sqrt{\pi} \left(1 - \Phi \left(\frac{4 \Gamma_{u_i}^2 \exp \left(\frac{-\pi}{4T_{u_i}^2} w_k^2 \right) \left(1 - \exp \left(\frac{-\pi}{4T_{u_i}^2} w_k^2 \right) \right)}{\sqrt{2\pi}} \right) \right)} \left(\frac{\Phi \left(\frac{4 \Gamma_{u_i}^2 \exp \left(\frac{-\pi}{4T_{u_i}^2} w_k^2 \right) \left(1 - \exp \left(\frac{-\pi}{4T_{u_i}^2} w_k^2 \right) \right)}{\sqrt{2\pi}} \right)}{\left(1 - \Phi \left(\frac{4 \Gamma_{u_i}^2 \exp \left(\frac{-\pi}{4T_{u_i}^2} w_k^2 \right) \left(1 - \exp \left(\frac{-\pi}{4T_{u_i}^2} w_k^2 \right) \right)}{\sqrt{2\pi}} \right) \right)} + 1 \right) \right)^*.$$

У овом прилогу смо дали само могућност примене ове методе на конкретан случај. Сами резултати примене нису приказани јер располажемо ограниченим подацима везаним за делове који припадају једном склопу или подсклопу. Уколико би смо имали прецизне податке о свим деловима који припадају некој компоненти и њиховим тржишним ценама, могли би смо лако и да одредимо горе дефинисане трошкове.

Литература

- [1] http://www.masfak.ni.ac.rs/uploads/articles/www2_1_erp.pdf
- [2] Г. М. Лазовић, *Пројектовање и испитивање структура база података у управљању одржавањем ваздухопловних система*, докторска дисертација, Машински факултет Универзитета у Београду, (2012).
- [3] Б. Рашуо, *Ваздухопловно техничко обезбеђење*, Војна академија, Београд, (2003).
- [4] S. Pokorni.: *Pouzdanost i održavanje tehničkih sistema*, Voјna akademija, Beograd, 2002.
- [5] Pokorni S. *Pouzdanost i održavanje tehničkih sistema: teorija i praksa*, 12. Међународна конференција Управљање квалитетом и поузданошћу *ICDQM- 2009*, Zbornik radova, (2009) pp 44-57
- [6] International Electrotechnical Vocabulary or IEV, <http://www.electropedia.org/>, приступљено 20.04.2015.
- [7] H. S. Blanks, The challenge of quantitative reliability. *Qual. Reliab. Engng.Int.*,14: 167-176. doi: 10.1002/(SICI)10991638(199805/06)
- [8] <https://ucimotehnicko.wordpress.com/2014/01/04/транспортне-машине/delovi-aviona/> (приступљено 15.02.2015)
- [9] <http://sr.wikipedia.org/wiki/крило> (приступљено 15.02.2015)
- [10] <http://sr.wikipedia.org/sr/млазни-мотор> (приступљено 15.02.2015)
- [11] S. Krčevinac, M. Čangalović, V. Kovačević-Vujčić, M. Martić, M. Vujošević, *Operaciona istraživanja 2*. Fakultet organizacionih nauka, Univerzitet u Beogradu. ISBN 86-7680-098-7
- [12] A. D. Aisyati, W. A. Jauhari, C. N.Rosyidi, *Determination Inventory Level for Aircraft Spare Parts Using Continuous Review Model*,

International Journal of Business Research and Management (IJBRM). (2013), Vol. 4(1): 1-11.

- [13] K.P. Aronis, I. Magou, R. Dekker, G. Tagaras, (2004), *Inventory control of spare parts using a Bayesian approach: a case study*, European Journal of Operational Research, (2004), Vol. 154, No. 3, pp. 730-739
- [14] IAEA (International Atomic Energy Agency), *Reliability Assurance Programme Guidebook for Advanced Light Water Reactors*, IAEA-TECDOC- 1264, Vienna, Austria (2001)
- [15] F.W.Harris, , *How many parts to make at once*, The Magazine of Management, (1913),Vol. 10, No. 2, pp. 135-136
- [16] R.H. Wilson, *A scientific routine for stock control*, Harvard Business Review, (1934), Vol. 13, pp. 116-128
- [17] <http://www.iim.ftn.uns.ac.rs/kel/attachments/article/17/Nastava%20010-%20Zalihe.pdf>, приступљено 12.11.2014
- [18] I. Bagaric, Univerzitet Singidunum, Slajdovi sa predavanja “Planiranje Potraznje”, 2012/2013, predmet.singidunum.ac.rs/.../OMGLAVA%203.%202013-2014.pdf
- [19] http://predmet.singidunum.ac.rs/pluginfile.php/547/mod_folder/content/1/OM-GLAVA%203.%202013-2014.pdf, приступљено 16.02.2015
- [20] http://predmet.singidunum.ac.rs/pluginfile.php/553/mod_folder/content/1/Operativni%20menad%C5%BEmentVe%C5%BEbe%205.pdf?forcedownload=1 , приступљено 16.02.2015
- [21] E.S.Gardner, Jr, *Exponential smoothing: The state of the art*. Journal of Forecasting, (1985), 4, pp: 1 – 28.
- [22] E. S Gardner, Jr, *Exponential smoothing: The state of the art – Part II*. International Journal of Forecasting, (2006) 22, pp: 637 – 677.
- [23] J. D. Croston, *Forecasting and stock control for intermittent demands*. Operational Research Quarterly. (1972), Vol. 42(3): 289–303.
- [24] A Rao, *A comment on: Forecasting and stock control for intermittent demands*. Operational Research Quarterly. (1973), Vol. 24(3): 639–640.

- [25] C.R.Schultz, *Forecasting and inventory control for sporadic demand under periodic review*. Journal of the Operational Research Society, (1987), 37, pp:303-308,
- [26] T.R.Willemain, C.N.Smart, J.H.Shockor, P.A DeSautels., *Forecasting intermittent demand in manufacturing: A comparative evaluation of Croston's method*, International Journal of Forecasting, (1994), n.10, pp.529–538.
- [27] F.R. Johnston, J.E.Boylan, *Forecasting for items with intermittent demand*, Journal of the Operational Research Society, (1996), n.47, pp.113–121.
- [28] A. A. Syntetos, J. E. Boylan, *On the bias of intermittent demand estimates*. International Journal of Production Economics. (2001), Vol. 71, pp: 457–466.
- [29] A. A. Syntetos, J. E. Boylan. *On the stock control performance of intermittent demand estimators*. International Journal of Production Economics, (2006), Vol. 103, pp: 36–47.
- [30] R.H. Teunter, A.A.Syntetos, M.Z. Babai, *Determining order-up-to levels under periodic review for compound binomial (intermittent) demand*, European Journal of Operational Research, (2010), vol.16,p.619-624.
- [31] A. A. Syntetos, J. E.Boylan, *The accuracy of intermittent demand estimates*. International Journal of Forecasting. (2005), Vol. 21: 303–314.
- [32] B. Efron: *Bootstrap methods: Another look at the jackknife* The Annals of Statistics (1979), Vol. 7, No. 1, 1-26
- [33] H. Bookbinder, A. E. Lordahl, *Estimation of inventory re-order levels using the bootstrap statistical procedure*. IIE Transactions. (1989), Vol. 21: 302–312.
- [34] M. Wang, S. S. Rao, *Estimating reorder points and other management science applications by bootstrap procedure*. European Journal of Operational Research. (1992), Vol. 56: 332–342.

- [35] T. Hill, O'Connor, W. Remus, *Neural network models for time series forecasts*, Management Science, (1996), n.42, p.1082-1092.
- [36] R.Manzini, A.Regattieri, H.Phong, E.Ferrari, *Maintenance for Industrial System*, Springer Science and Media (2009).
- [37] J. C. Huang, *The key factor of the internet information technology on the quality of life for the elderly: application of grey system theory*, IEEE SMC– eNewsletter, issue 33, 2010.
- [38] C. L.Chang, C. H.Tsai, L Chen., *Applying Grey Relational Analysis to the Decathlon Evaluation Model*, International Journal of the Computer, The Internet and Management, (2003), vol. 11, no. 3, pp. 54-62,.
- [39] J. L. Deng, *The introduction of grey system*, The Journal of Grey System, (1982) vol. 1, no. 1, pp. 1-24,.
- [40] Y. M Chiang., H. H. Hsieh, *The use of the Tagouchi method with grey relational analysis to optimize the thin-film sputtering process with multiple quality characteristics in color filter manufacturing*, Computers & Industrial Engineering, (2009), .vol. 56, pp. 648-661,
- [41] T. Chih-Hung, C. Ching-Liang, C. Lieh, *Applying Grey Relational Analysis to the Vendor Evaluation Model*, International Journal of the Computer, The Internet and Management, (2003), vol. 11, no. 3, pp.45-53,.
- [42] C. Chatfield and M. Yar: *Holt–Winters forecasting: some practical issues*. The Statistician 37 (1988), pp:129–140.
- [43] P. R. Winters: *Forecasting sales by exponentially weighted moving averages*. Management Sci. 6 (1960), 324–342.
- [44] S. Makridakis, S.C Wheelwright, R.J. Hyndman, *Forecasting: methods and applications*. United States of America: John Wiley & Sons, Inc. (1998)
- [45] J.D.Bermudez, J.V. Segura, E. Vercher, *A decision support system methodology for forecasting of time series based on soft computing*. Computational Statistics & Data Analysis, (2006) 51, pp:177 – 191.

- [46] C.H. Friend, A.A.Ghobbar, *Aircraft maintenance and inventory control: using the material requirements planning system—can it reduce costs and increase efficiency?* SAE Airframe Finishing Maintenance and Repair Conference and Exposition, Jacksonville, FL, USA, paper no. 961253, (1996).
- [47] A.A. Ghobbar, C.H. Friend. Aircraft maintenance and inventory control using the reorder point system. *International Journal of Production Research*, (1996), 34(10): 2863–78,
- [48] B.Ghodrati, P. A. Akersten, U. Kumar, *Spare Parts Estimation and Risk Assessment Conducted at Choghart Iron Ore Mine: A case study*, *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, (2007), Vol. 13, NO. 4, pp. 353-363,
- [49] A. Barabadi, B.Ghodrati, J. Barabady, T. Markeset, *Reliability and spare parts estimation taking into consideration the operational environment — A case study*, Conference: 2012 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management(IEEM) (2012). DOI: 10.1109/IEEM.2012.6838081.
- [50] B. Ghodrati, D. Banjevic, A.K.S. Jardine, *Developing effective spare parts estimations results in improved system availability*, *Reliability and Maintainability Symposium (RAMS), Proceedings - Annual* (2010), pp. 1-6, DOI: 10.1109/RAMS.2010.5447985,
- [51] B.Ghodrati, Kumar, U., *Operating environment based spare parts forecasting and logistics: a case study*, *International Journal of Logistics: Research and Applications*, (2005), Vol. 8, No. 2, pp. 95-105,
- [52] B. Ghodrati, U. Kumar, *Reliability and operating environment based spare parts estimation approach: a case study in Kiruna Mine, Sweden*, *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, (2005), Vol. 11, No. 2, pp. 169- 184,
- [53] B. Ghodrati, *Weibull and exponential renewal models in spare parts estimation: A comparison*, *International Journal of Performability Engineering*, (2006), Vol 2, No. 2 pp: 135-147.
- [54] A.Chelbi, D. Ait-Kadi, *Spare provisioning strategy for preventively replaced systems subjected to random failure*, *International Journal of Production Economics*, (2001), Vol. 74 No. 1, pp. 183-9.

- [55] W.J. Kennedy, J.W. Patterson, L.D. Fredendall, *An overview of literature on spare parts inventories*, International Journal of Production Economics, (2002), Vol. 76 No. 2, pp. 201-15.
- [56] J.W. Langford, *Logistics: Principles and Applications*, McGraw-Hill Inc., New York, NY. (1995),
- [57] D.K. Orsburn, *Spares Management Handbook*, McGraw-Hill Inc., New York, NY. (1991)
- [58] K.P. Aronis, I.Magou, R. Dekker, G. Tagaras, *Inventory control of spare parts using a Bayesian approach: a case study*, European Journal of Operational Research, (2004), Vol. 154, No. 3, pp. 730-739
- [59] R.Sarker, A. Haque, *Optimization of maintenance and spare provisioning policy using simulation*, Applied Mathematical Modeling, (2000), Vol. 24, No. 10, pp. 751-760
- [60] C.H. Smith, M.K. Schaefer, *Optimal inventory for repairable redundant systems with aging components*, Journal of Operation Management, (1985), Vol. 5, No. 3, pp. 339-349
- [61] S.C. Graves, *A multi-echelon inventory model for a repairable item with one-for-one replacement*. Management Science, (1985) 31(10), 1274–1256.
- [62] J.Huiskonen, *Maintenance spare parts logistics: special characteristics and strategic choices*. Int. J. Production Economics, (2001), 71(1–3), 125–133.
- [63] D.Gross D.R. Miller, R.M. Soland, *On some common interests among reliability, inventory and queuing*. IEEE Transactions on Reliability, (1985), 34(3), 204–208.
- [64] F. Hall, A. J. Clark, *ACIM: availability centered inventory model*, in Proceedings of the Annual Reliability and Maintainability Symposium, (1987), pp. 247–252.
- [65] K. Ito, T. Nakagawa, *An optimal inspection policy for a storage system with high reliability*. Micro electron Reliability, (1995), 36(6), 875–882.

- [66] C.C. Sherbrooke, *Optimal Inventory Modeling of Systems*, JohnWiley & Sons: NewYork (1992).
- [67] K.R.Kumar, A.P.S. Loomba, G.C. Hadjinicola, *Theory and methodology: marketing-production coordination in channels of distribution*, *European Journal of Operational Research*, (2000), Vol. 126, No. 1, pp. 189-217
- [68] J.T. Luxhoj, H. Shyur, *Comparison of proportional hazard models and neural network for reliability estimation*, *Journal of Intelligent Manufacturing*, (1997), Vol. 8, No. 3, pp. 227-234
- [69] U.D. Kumar, J. Crocker, J. Knezevic, M. El-Haram, (2000), *Reliability, Maintenance and Logistic Support: a Life Cycle Approach*, USA: Kluwer Academic Publishers, (2000).
- [70] C. Horváth, Z. Gaál, *Operating Maintenance Model for Modern Printing Machines*. *Acta Polytechnica Hungarica*. (2008), Vol. 5, No. 3, pp: 39-47
- [71] Y. Sun, L. Ma, J. Mathew, W. Wang, S. Zhang, *Mechanical systems hazard estimation using condition monitoring*, *Mechanical Systems and Signal Processing*, (2006), Volume 20, Issue 5, pp: 1189–1201
- [72] D.R Cox, *Regression models and life-tables*. J. Royal Statistical Society, (1972), B34, 187–220.
- [73] D. Kumar, B. Klefsjö, *Proportional hazards model: a review*, *Reliability Engineering and System Safety*, (1994), Vol. 44, No. 2, pp. 177-188
- [74] A.K.S. Jardine, D. Banjevic, M. Wiseman, S. Buck, T. Joseph, *Optimizing mine haul truck wheel motors' condition monitoring program: use of proportional hazards modeling*, *Journal of Quality in Maintenance*, (2001), Vol. 7, No. 4, pp. 286-301,
- [75] Y. Sun, L. Ma, J. Mathew, W. Wang , S. Zhang, *Mechanical systems hazard estimation using condition monitoring*. *Mechanical Systems and Signal Processing*, (2006), 20(5), 1189-1201. 73,
- [76] Y. Sun, L. Ma, *Notes on "mechanical systems hazard estimation using condition monitoring"--Response to the letter to the editor by Daming Lin andMurray Wiseman*. *Mechanical Systems and Signal Processing*, (2007) 21(7), pp: 2950- 2955 ,

- [77] W. R. Blischke, D. N. P. Murthy, *Probability Distributions for Modeling Time to Failure, in Reliability: Modeling, Prediction, and Optimization*, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, USA. (2000), doi: 10.1002/9781118150481.ch4.
- [78] <http://www.barringer1.com/pdf/Chpt1-5th-edition.pdf>
- [79] R.B. Abernethy, , *The New Weibull Handbook*, Robert B. Abernethy, North Palm Beach, Florida, (2006).
- [80] D. Ostojić, S. Pokorni, D. Brkic, *Uticaj promene ulaznih parametara na rezultate proračuna pouzdanosti metodom simulacije*, TELFOR, Srbija, (2008)
- [81] D. Marković, *Problem procene parametara U Weibullovom modelu, doktorska disertacija*, Prirodoslovno-matematički fakultet Sveučilišta u Zagrebu, (2009)
- [82] H. Wang, H. Pham, *Reliability and Optimal Maintenance*, Springer Series in Reliability Engineering (2006), ISSN 1614-7839.
- [83] N. Kontrec, G. V. Milovanovi, S. Panić, H. Milošević, *A Reliability-Based Approach to Nonrepairable Spare Part Forecasting in Aircraft Maintenance System*, Mathematical Problems in Engineering, vol. 2015, Article ID731437, 7 pages, (2015). doi:10.1155/2015/731437.
- [84] C. E. Ebeling, *An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering*, McGraw-Hill, New York, NY, USA, (2009).
- [85] I. Gradshteyn, I. Ryzhik, *Tables of Integrals, Series, and products*. Academic Press, (1980).
- [86] G. H. Weiss Optimal Periodic Inspection Programs for Randomly Failing Equipment JOURNAL OF RESEARCH of the National Bureau of Standards-B. Mathematics and Mathematical Physics Vol. 67B, No.4, 1963
- [87] F. Hanssman, *Operations Research in Production and Inventory Control*, John Wiley and Sons Inc, New York, (1962).
- [88] J. Xiao, F. Lu, *Stochastic Newsboy inventory control model its solving on multiple product order pricing*, ICICA-2010, pp.65-72.

- [89] A. Lau, H. Lau, *The Newsboy problem with price-dependent demand distribution*, IIE Transactions, (1988), Vol, 20, issue 2,
- [90] Defense Acquisition University. *Defense Acquisition Guidebook*, 5.3. <<http://akss.dau.mil>> (2004).
- [91] E.H. Phillips, *Performance based logistics: a whole new approach*. Aviation Week and Space Technology, 163, 2005
- [92] S. Geary, , *Ready for combat*. DC Velocity 4, (2006), pp: 75–80.
- [93] I.C.L. Ng, R. Maull, N. Yip, *Outcome-based contracts as a driver for systems thinking and service-dominant logic in service science: evidence from the defence industry*. European Management Journal (2009), 27, pp. 377–387
- [94] M.W. Wynne, *Performance based logistics: purchasing using performance based criteria*. The Under Secretary of Defense, Memorandum for Secretaries of the Military Departments (2004).
- [95] C.C. Sherbrooke, *METRIC: a multi-echelon technique for recoverable item control*. Operational Research (1968) 16, pp:122–141.
- [96] C.C. Sherbrooke, *VARI-METRIC: improved approximations for multi-Indenture, multi-echelon availability models*. Operations Research (1986), 34, pp: 311–319.
- [97] J.A.Muckstadt, *A model for a multi-item, multi-echelon, multi-indenture inventory system*. Management Science (1973), 20, 472–481.
- [98] T.S. Dhakar, C.P. Schmidt, D.M. Miller, *Base stock level determination for high cost low demand critical repairable spares*. Computer Operation Research (1994) 21, 411–420.
- [99] A. Diaz, M. Fu, *Multi-echelon inventory systems for repairable items with limited repair facilities*. European Journal of Operations Research (1997) 97, 480–492.
- [100] H.C. Lau, H. Song, *Two-echelon repairable item inventory system with limited repair capacity under nonstationary demands*. In: 35th Meeting of the Decision Sciences Institute (DSI). USA: Boston, (2004), pp. 1901–1908.

- [101] H. Wong, D. Cattrysse, D. Van Oudheusden, *Stocking decisions for repairable spare parts pooling in a multi-hub system*. International Journal of Production Economics, (2005), pp: 309–317.
- [102] N. Tao, S.Wen, *Simulation of a closed loop multi-echelon repairable inventory system*. In: Proceedings of the 16th International conference on Management Science & Engineering (2009).
- [103] K. Kang, K.H. Doerr, M. Boudreau, U. Apte, *A decision support model for valuing proposed improvements in component reliability*. Working paper, Naval Postgraduate School (2005).
- [104] K. Kang, K.H. Doerr, S.M. Sanchez, *A design of experiments approach to readiness risk analysis*. Proceedings of the 2006 Winter Simulation Conference. (2006)
- [105] S. H. Kim, M.A. Cohen, S. Netessine, *Performance contracting in after-sales service supply chains*. Management Science (2007), 53, pp: 1843–1859.
- [106] S. H. Kim, M. A. Cohen, S. Netessine, *Reliability or inventory? Contracting strategies for after-sales product support*. Working paper, The Wharton School. (2007)
- [107] D. Nowicki, U.D. Kumar, H.J. Steudel, D. Verma, *Spares provisioning under performance-based logistics contract: profit-centric approach*. Journal of the Operational Research Society (2008) 59, pp: 342–352.
- [108] K. B. Oner, G. P. Kiesmuller, G. J. Houtum, *Optimization of component reliability in the design phase of capital goods*. European Journal of Operation research (2010), 205, pp: 615–624.
- [109] H. Mirzahosseini, R. Piplani, *A study of repairable parts inventory system operating under performance-based contract*, European Journal of Operational Research 2(2011), 14 256–261
- [110] N. Kontrec, S. Panić, H. Milošević, D. Došić, *Software for analyzing reliability and spare parts forecasting in aircraft maintenance systems based on Rayleigh model*, INFOTEH - JAHORINA Vol. 14, March 2015, <http://www.infoteh.rs.ba/rad/2015/RSS-2/RSS-2-10.pdf>

- [111] **Kontrec N.**, Milosevic H., Djosic D., *Analysis and implementation of tree-type storage model for aircraft inventory control*. Proceedings of International Conference Mathematical and Informational Technologies, MIT- 2013, 05.09.2013 - 09.09.2013, pp. 335-342, ISBN: 978-86-80795-20-1.
- [112] N. Kontrec, *Adaptivni pristup upravljanju zalihama u sistemu održavanja vojnih vazduhoplova*, Magistarska teza, Fakultet organizacionih nauka, januar 2013
- [113] P. S. Stanimirović, M. B. Miladinović, *Accelerated gradient descent methods with line search*, Numerical Algorithms, (2010) vol. 54, no. 4, pp. 503–520.
- [114] Andrei N., *An acceleration of gradient descent algorithm with backtracking for unconstrained optimization*, Numerical Algorithms, (2006) vol. 42, no. 1, pp: 63–73, .
- [115] M. J. Petrović, P. S. Stanimirović, *Accelerated double direction method for solving unconstrained optimization problems*, Mathematical Problems in Engineering, vol. 2014, Article ID965104, 8 pages, 2014.
- [116] M. J. Petrovic, *An accelerated double step sizemodel in unconstrained optimization*, Applied Mathematics and Computation, (2015), vol. 250, pp. 309–319.
- [117] P. S. Stanimirović, G. V. Milovanović, M. J. Petrović, N. Kontrec, *A Transformation of Accelerated Double Step Size Method for Unconstrained Optimization*, Mathematical Problems in Engineering, vol. 2015, Article ID283679, 8 pages, 2015. doi:10.1155/2015/283679.

Биографија аутора

Наташа Контрећ (Раденковић) рођена је 1978. године у Косовској Митровици, Република Србија. Основну школу завршила је у Звечану, а природно-математички смер Гимназије у Косовској Митровици. Високо образовање стекла је на Факултету организационих наука Универзитета у Београду (Одсек за информационе системе) 2004. године са просечном оценом 9,16. На истом факултету завршила је и последипломске студије (Смер електронско пословање) 2013. године одбраном магистарског рада под називом „Адаптивни приступ управљању залихама у систему одржавања војних ваздухоплова“.

Наташа Контрећ је од 2007. године запослена на ПМФ-у, Одсек за информатику Универзитета у Приштини, прво као сарадник у настави а затим као асистент. У овом периоду држала је вежбе на Одсеку за математику из Дискретних структура, Основа математичког моделовања, Програмских језика и програмирања, а на Одсеку за информатику из База података, Софтверског инжењерства, Програмирања 1, Програмирања 2.

У периоду од првог избора до данас, поред остварених научних резултата у оквиру магистарске тезе, Наташа Контрећ је, самостално или у сарадњи са другим ауторима учествовала у бројним стручним и научно-истраживачким активностима у земљи и иностранству. Објавила је 15 научних и стручних радова од којих 2 рада у истакнутим међународним часописима, 2 рада у часописима од националног значаја и 11 саопштења са међународних конференција штампаних у целини. Такође, коаутор је једног уџбеника. Члан је организационог одбора међународне конференције Математичке и информационе технологије МИТ. Говори чита и пише енглески језик.

Прилог 1.

Изјава о ауторству

Потписани-а НАТАЦИА КОНТРЕИ

број индекса —

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

ПРИМЕНА МАТЕМАТИЧКИХ МОДЕЛА КАО ИНСТРУМЕНТА
ИНФОРМАЦИОНИХ ТЕХНОЛОГИЈА ЗА ПРОЦЕНУ ЗАЛИХА У АВИО ИНДУСТРИЈИ

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

Натација Контреи

У Косовској Митровици, 02.09.2015

Прилог 2.

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора НАТАША КОНТРЕЉИ

Број индекса — / —

Студијски програм МАТЕМАТИКА

Наслов рада ПРИМЕНА МАТЕМАТИЧКИХ МОДЕЛА КАО ИНСТРУМЕНТА ИНФОРМАЦИОНИХ ТЕХНОЛОГИЈА ЗА ПРОЦЕНУ ЗАЛИХА РЕЗЕРВНИХ ДЕЛОВА У АВИО ИНДУСТРИЈИ

Ментор проф. др ХРАНИСЛАВ МИЛОШЕВИЋ

Потписани/а Наташа Контрељ

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Приштини, са привременим седиштем у Косовској Митровици.**

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Приштини, са привременим седиштем у Косовској Митровици.

Потпис докторанда

Наташа Контрељ

У Косовској Митровици, 02.07.2015

Прилог 3.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Приштини, са привременим седиштем у Косовској Митровици унесе моју докторску дисертацију под насловом:

ПРИМЕНА МАТЕМАТИЧКИХ МОДЕЛА КАО ИНСТРУМЕНТА ИНФОРМАЦИОНИХ ТЕХНОЛОГИЈА ЗА ПРОЦЕНУ ЗАЛИХА РЕЗЕРВНИХ ДЕЛОВА У АВИО ИНДУСТРИЈУ

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Приштини са привременим седиштем у Косовској Митровици могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство
2. Ауторство - некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

Потпис докторанда

Најиша Кошаре

У Косовској Митровици, 02.07.2015.

1. Ауторство - Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.
2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.
3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.
4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.
5. Ауторство – без прераде. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.
6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.