



UNIVERZITET U NIŠU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
DEPARTMAN ZA FIZIKU



Aleksandar P. Jovanović
**ELEKTRIČNI PROBOJI U VAZDUHU:
NOVI EKSPERIMENTI I STATISTIČKI
I NUMERIČKI MODELI**

Doktorska disertacija

Niš, 2014.



UNIVERSITY OF NIŠ
FACULTY OF SCIENCES AND MATHEMATICS
DEPARTMENT OF PHYSICS



Aleksandar P. Jovanović

**ELECTRICAL BREAKDOWNS IN AIR:
NEW EXPERIMENTS AND STATISTICAL
AND NUMERICAL MODELS**

PhD Thesis

Niš, 2014.

Ova disertacija je urađena u okviru projekta ON171025 „Električni proboj gasova, površinski procesi i primene“ Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije.

Autor bi želeo da istakne zahvalnost mentoru dr Vidosavu Markoviću, redovnom profesoru Prirodno-matematičkog fakulteta u Nišu, na predloženoj temi, kao i redovnom profesoru dr Biljani Popović, redovnom profesoru dr Stevici Đuroviću i docentu dr Nikoli Šišoviću na korisnim sugestijama. Takođe, posebno se zahvaljujem kolegama vanrednom profesoru dr Suzani Stamenković i diplomiranom fizičaru Marjanu Stankovu na saradnji i stručnoj pomoći.

Autor se zahvaljuje Vlastimiru Petroviću, Slaviši Stanuloviću, Predragu Stankoviću, Ljubiši Stojiljkoviću, Nemanji Cvetkoviću i Ljubinku Nediću za pomoć oko formiranja eksperimenta, dipl. ing. Tihomiru Lazoviću i MIN Institutu za uzorke čelika, dipl. hemičaru Anđelki Vasković i AD Kopex MIN LIV za analizu elektroda na kvantometru, Miodragu Miljkoviću za snimanje elektroda na skenirajućem elektronskom mikroskopu i energijskoj disperzionoj rendgenskoj spektroskopiji, kao i dr Radošu Gajiću i dr Borislavu Vasiću za mikroskopiju međuatomskih sila.

Na kraju, srdačno se zahvaljujem svojoj porodici i prijateljima na podršci u toku studiranja.



**ПРИРОДНО - МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ
НИШ**

КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА

Редни број, РБР:	
Идентификациони број, ИБР:	
Тип документације, ТД:	монографска
Тип записа, ТЗ:	текстуални / графички
Врста рада, ВР:	докторска дисертација
Аутор, АУ:	Александар П. Јовановић
Ментор, МН:	Видосав Љ. Марковић
Наслов рада, НР:	Електрични пробоји у ваздуху: нови експерименти и статистички и нумерички модели
Језик публикације, ЈП:	српски
Језик извода, ЈИ:	енглески
Земља публикавања, ЗП:	Србија
Уже географско подручје, УГП:	Србија
Година, ГО:	2014.
Издавач, ИЗ:	ауторски репринт
Место и адреса, МА:	Ниш, Вишеградска 33.
Физички опис рада, ФО: <small>(поглавља/страна/ цитата/табела/слика/графика/прилога)</small>	8 поглавља, 114 стр., 159 цитата, 47 граф. приказа, 2 табеле, 1 прилог
Научна област, НО:	физика
Научна дисциплина, НД:	Физика јонизованих гасова
Предметна одредница/Кључне речи, ПО:	Електрични пробоји у гасовима, гасна пражњења, статистички и нумерички модели
УДК	537.523/.527:621.385(043.3) 001.891.5:51-7
Чува се, ЧУ:	библиотека
Важна напомена, ВН:	Експериментални део је реализован у лабораторији за физику јонизованих гасова и ласера на Природно-математичком факултету у Нишу. Скенирајућа електронска микроскопија и енергијска дифракциона рендгенска спектроскопија електрода су урађене на Медицинском факултету у Нишу, микроскопија атомских сила је урађена у Институту за физику у Београду, док су мерења на квантометру урађена у АД „Копекс МИН ЛИВ“.

Извод, ИЗ:	<p>У овој дисертацији су разматрани процеси који се дешавају у синтетичком ваздуху пре, у току и након електричног пробоја применом методе мерења времена кашњења електричног пробоја. Измерене су расподеле времена кашњења пробоја као и меморијске криве у ваздуху на различитим условима и са различитим узорцима електрода. Расподеле статистичког времена кашњења су фитоване Гаусовом, мешовитом Гаус-експоненцијалном и експоненцијалном расподелом и моделоване Монте Карло симулацијом. Мешовите расподеле су уопштене и изведена је релација за ефективни електронски принос. Појава мешовитих расподела је разматрана и физички објашњена појачаном емисивношћу услед оксида на катоди и увећане ефективне површине. Предложене су нове методе за одређивање расподела времена формирања пражњења, коефицијента захвата електрона и брзине дрифта доминантних јона. Анализиране су меморијске криве на ниском притиску и уочене су три карактеристичне области. Прва област објашњена је дифузионим губицима доминантних јона. Применом аналитичких модела одређени су коефицијенти дифузије доминантних јона. Развијен је дводимензиони нумерички модел за рану и касну релаксацију. Најпре су из једнодимензионог модела израчунате концентрације јона у стационарном тињању које су коришћене као иницијалне концентрације за моделовање релаксације. Добијени резултати указују да су доминантни јони у релаксацији кисеонични O_2^+ јони услед јаке конверзије N_2^+ јона. Касна релаксација објашњена је површинском рекомбинацијом атома азота на боросиликатном стаклу и електродама од нерђајућег челика. Из нумеричког модела одређени су одговарајући коефицијенти рекомбинације на површинама боросиликатног стакла и нерђајућег челика.</p>
Датум прихватања теме, ДП:	02.12.2013
Датум одбране, ДО:	
Чланови комисије, КО:	Председник: Члан: Члан: Члан: Члан, ментор:



**ПРИРОДНО - МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ
НИШ**

KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number, ANO :	
Identification number, INO :	
Document type, DT :	monograph
Type of record, TR :	textual / graphic
Contents code, CC :	doctoral dissertation
Author, AU :	Aleksandar P. Jovanović
Mentor, MN :	Vidosav Lj. Marković
Title, TI :	Electrical breakdowns in air: new experiments and statistical and numerical models
Language of text, LT :	Serbian
Language of abstract, LA :	English
Country of publication, CP :	Serbia
Locality of publication, LP :	Serbia
Publication year, PY :	2014
Publisher, PB :	author's reprint
Publication place, PP :	Niš, Višegradska 33.
Physical description, PD : (chapters/pages/ref./tables/pictures/graphs/appendixes)	8 chapters, 114 p., 159 references, 47 graphic representations, 2 tables, 1 appendix
Scientific field, SF :	Physics
Scientific discipline, SD :	Physics of ionised gases
Subject/Key words, S/KW :	Electrical breakdown of gases, gas discharges, statistical and numerical models
UC	537.523/.527:621.385(043.3) 001.891.5:51-7
Holding data, HD :	library
Note, N :	Experimental work was carried out in laboratory for physics of ionized gases and lasers in Faculty of Sciences and Mathematics in Niš. Scanning electron microscopy and energy dispersive X-ray spectroscopy of electrodes were carried out in Faculty of Medicine in Niš, atomic force microscopy were carried out in Institute of Physics in Belgrade and the measurements on quantometer were carried out in AD "Kopex MIN LIV".

Abstract, AB :	<p>In this dissertation processes occurring before, during and after the electrical breakdown in synthetic air are studied by breakdown time delay measurements. Time delay distributions at different conditions and with different electrodes are measured, fitted by Gaussian, mixture Gauss-exponential and exponential distributions and modeled by Monte Carlo simulation. Mixture distributions are generalized and a relation for the effective electron yield is derived. The occurrence of mixture distributions is explained by an increased emissivity of the cathode due to formation of the oxide at the cathode and increased effective surface area. A new methods for determination of the formative time delay, electron attachment coefficient and the drift velocity of the dominant ions are proposed. The memory curve at low pressure is analyzed and three distinctive regions are observed. The first regions is explained by the diffusion losses of the dominant ions. By applying the analytical model the diffusion coefficients of the dominant ions are determined. The two-dimensional numerical model for early and late relaxation is developed. The one-dimensional model is used to calculate stationary glow number densities of ions which are used as initial number densities for modelling the relaxation. The results of numerical model indicate that the dominant ion in the early relaxation is oxygen O_2^+ ions due to intensive N_2^+ ion conversion. Late relaxation is explained by the surface recombination of nitrogen atoms on borosilicate glass and stainless-steel electrodes. From the numerical model the coefficients of nitrogen atom surface recombination are determined.</p>
Accepted by the Scientific Board on, ASB :	02.12.2013
Defended on, DE :	
Defended Board, DB :	
President:	
Member:	
Member:	
Member:	
Member, Mentor:	

Образац Q4.09.13 - Издање 1

Sadržaj

1. Uvod	1
2. Opis eksperimenta	8
3. Statističke metode i modeli kod električnih proboja gasova	18
3.1 Raspodele vremena kašnjenja proboja.....	18
3.2 Analitički prelaz na Gausovu raspodelu za statističko vreme kašnjenja proboja.....	23
3.3 Mešovite raspodele za statističko vreme kašnjenja proboja.....	24
3.4 Statističke metode za analizu vremena kašnjenja proboja.....	27
3.4.1 Monte Karlo simulacija.....	28
3.4.2 Generatori slučajnih brojeva.....	28
3.4.3 Monte Karlo simulacija Gausove, eksponencijalne i mešovite Gaus-eksponencijalne raspodele statističkog vremena kašnjenja proboja.....	30
3.4.4 Statističko testiranje hipoteza.....	32
3.4.5 Analiza disperzija.....	33
3.4.6 Akaikeov informacioni kriterijum (AIC).....	35
3.5 Raspodele vremena kašnjenja električnog proboja u sintetičkom vazduhu.....	36
3.5.1 Primena Monte Karlo simulacije za modelovanje raspodela statističkog vremena kašnjenja proboja.....	36
3.5.2 Analiza mešovitih raspodela statističkog vremena kašnjenja proboja u sintetičkom vazduhu.....	40
3.5.3 Poređenje raspodela vremena kašnjenja proboja zasnovanih na binomnoj raspodeli nastanka elektrona sa Vejbulovom raspodelom.....	47
3.6 Analiza vremena formiranja pražnjenja u sintetičkom vazduhu.....	48
4. Modeli stacionarnog stanja tinjavog pražnjenja u sintetičkom vazduhu	54
5. Modeli relaksacije u sintetičkom vazduhu	64
5.1 Uvod.....	64
5.2 Memorijske krive u sintetičkom vazduhu.....	65
5.2.1 Opadanje koncentracije naelektrisanih čestica u postpražnjenju u sintetičkom vazduhu.....	69

5.2.2 Dvodimenzioni numerički model za oblast I memorijske krive u kojoj dominiraju naelektrisane čestice.....	72
5.2.3 Uticaj neutralnih aktivnih čestica na postpražnjenje u vazduhu.....	82
6. Zaključak.....	91
7. Prilog.....	97
8. Literatura.....	101
Biografija i bibliografija.....	111
Izjave autora	

Oznake i skraćenice

U_s - statički probojni napon

U_w - radni napon

U_g - napon na elektrodama cevi punjene gasom

I_g - struja pražnjenja

R - otpornost

d - međuelektrodno rastojanje

D - prečnik elektroda

S - čeona površina elektroda

p - pritisak gasa

N - koncentracija čestica u gasu

t_d - vreme kašnjenja električnog proboja

t_s - statističko vreme kašnjenja električnog proboja

t_f - vreme formiranja pražnjenja

τ - vreme relaksacije

t_g - vreme pražnjenja

Y - elektronski prinos

P - verovatnoća proboja

$Y_{ef} = Y P$ - efektivni elektronski prinos

q - koeficijent umnožavanja elektrona

$f(t_s)$ - gustina verovatnoće statističkog vremena kašnjenja električnog proboja

$f(t_f)$ - gustina verovatnoće vremena formiranja pražnjenja

$F(t_s)$ - funkcija raspodele statističkog vremena kašnjenja električnog proboja

$F(t_f)$ - funkcija raspodele vremena formiranja pražnjenja

\bar{t}_d - srednja vrednost vremena kašnjenja električnog proboja

\bar{t}_s - srednja vrednost statističkog vremena kašnjenja električnog proboja

\bar{t}_f - srednja vrednost vremena formiranja pražnjenja

$\sigma(\bar{t}_d)$ - standardna devijacija vremena kašnjenja električnog proboja

$\sigma(\bar{t}_s)$ - standardna devijacija statističkog vremena kašnjenja električnog proboja

$\sigma(\bar{t}_f)$ - standardna devijacija vremena formiranja pražnjenja

a_G i a_E - udeli Gausove i eksponencijalne raspodele u mešovitoj raspodeli

n_e - koncentracija elektrona

n_i - koncentracija jona

E - jačina električnog polja

E/N - jačina redukovanog električnog polja

φ - električni potencijal

S_i - član produkcije i gubitaka čestica

Γ_e - fluks elektrona

Γ_i - fluks jona

D_e - difuzija elektrona

D_i - difuzija jona

μ_e - pokretljivost elektrona

μ_i - pokretljivost jona

w_e - brzina drifta elektrona

w_i - brzina drifta jona

α - Taunzendorv prvi jonizacioni koeficijent (koeficijent jonizacije elektronskim udarom)

γ - koeficijent sekundarne elektronske emisije

OFHC – oxygen-free high-conductivity

SEM – skenirajuća elektronska mikroskopija

EDX – energijska disperziona rendgenska spektroskopija

AFM – mikroskopija međuatomskih sila

AIC – Akaikeov informacioni kriterijum

KS test – Kolmogorov Smirnov test

SOR – successive over relaxation/sukcesivna nadrelaksacija

1. Uvod

Pri standardnim uslovima temperature i pritiska gas je izolator, međutim primenom dovoljno visokog napona doći će do nastanka električnog proboja. Nastanak električnog proboja nakon priključenja napona na elektrode u cevi ispunjenoj gasom nije trenutno već postoji neko određeno, manje ili veće, kašnjenje. Vreme kašnjenja sastoji se iz dva dela: statističkog vremena kašnjenja - t_s vreme koje protekne od primene napona na elektrode u cevi ispunjenoj gasom do pojave elektrona koji inicira proboj; i vremena formiranja pražnjenja - t_f vreme od nastanka inicijalnog elektrona do naglog smanjenja napona i dostizanja eksperimentalnim uslovima zadate radne struje (Bošan, 1975; Morgan, 1978).

Prva proučavanja kašnjenja električnog proboja vršena su krajem XIX i početkom XX veka (Jaumann, 1895; Thomson, 1900; Hubbard, 1906) i uočeno je da vreme kašnjenja zavisi od prejonizacije (prisustva naelektrisanih čestica u međuelektrodnom prostoru pre primene radnog napona) i primenjenog napona. Uočena je takođe stohastička priroda vremena kašnjenja koja je i eksperimentalno dokazana u radu Zuber (1925), dok je u radu von Laue (1925) za opisivanje raspodele vremena kašnjenja proboja primenjena eksponencijalna raspodela. Prelaz sa binomne raspodele za nastanak inicijalnog elektrona na Poasonovu raspodelu, a zatim na eksponencijalnu raspodelu vremena kašnjenja proboja izložen je u radu Kiselev (1965), u kojem se takođe tvrdi da je primena Gausove raspodele za opisivanje vremena kašnjenja pogrešna.

Na osnovu merenja u radu Llewellyn-Jones (1949) nađeno je zakrivljenje raspodela na Laueovom dijagramu koja ukazuju na odstupanje podataka od eksponencijalne raspodele, što je objašnjeno povećanjem emisivnosti usled prisustva oksida na katodi. Slično zakrivljenje Laueovog dijagrama uočeno je i u slučaju pražnjenja sa šupljom katodom (Choi i dr., 1995) i u mikropražnjenju pobuđenom jednosmernom (DC) strujom (Astrov i dr., 2008). Nove raspodele statističkog vremena kašnjenja eksperimentalno su dobijene u azotu i neonu (Marković i dr., 2006; 2009) za visoke elektronske prinose (broj nastalih elektrona u međuelektrodnom prostoru u jedinici vremena) koje nastaju usled zaostalog naelektrisanja iz prethodnog pražnjenja. Numeričkom integracijom binomne raspodele za nastanak inicijalnog elektrona dobijene su Gausova, Gaus-eksponencijalna i eksponencijalna raspodela za statističko vreme kašnjenja proboja (Marković i dr., 2006; 2009). Osim za opisivanje

vremena kašnjenja proboja, kompozitna raspodela koja se sastoji iz dve raspodele, Gausove i Gausove sa ekponencijalnim "repom" (desnom asimetrijom), korišćena je za opisivanje vremena odziva brojača (Devismes i dr., 2002). Za opisivanje statističkog vremena kašnjenja u literaturi se često koristi i Vejbulova raspodela (Osmokrović i dr., 2007; Marić i dr., 2010; Schlitz i dr., 2010) koja dobro opisuje eksperimentalne podatke, ali parametri raspodele nemaju fizički smisao. Vreme formiranja električnog pražnjenja se često smatra konstantnom veličinom, uočeno je međutim da je i ono slučajna veličina (Marković i dr. 2007a). Statističko vreme kašnjenja i vreme formiranja pražnjenja se u literaturi razmatraju kao nezavisne slučajne promenljive (Maluckov i dr., 2006), ali je u radovima (Marković i dr., 2009; Gocić i dr., 2009) pokazano da su međusobno zavisne veličine i određen je koeficijent korelacije.

Analiza vremena kašnjenja je izuzetno važna za uređaje koji rade u impulsnom režimu, kao što su gasni prekidači (Korolev i Mesyats, 1998; Shao i dr., 2006; Wang i dr., 2011), prenaponski odvodnici (Bošan 1956; 1975; 1978; 1993), ili u slučajevima gde se gas koristi kao izolator (Kristiansen i Guenther, 1983; Christophorou i Hunter, 1984). Električni proboji gasova ispitivani su pri različitim uslovima i sa različitim oblicima naponskih impulsa: linearno rastućim (Stamenković i dr., 2011), trougaonim (Osmokrović i dr., 2007; Stanković i dr., 2009), naizmeničnim (AC) impulsima sa rastućom amplitudom (Sobota i dr., 2011), mikrotalasnim (Dorozhkina i dr., 2006; Porteanu i dr., 2009; Foster i dr., 2011; Kupczyk i dr., 2012), radiofrekventnim (Huo i dr., 2014) i dr. Osim toga, kako između vremena kašnjenja električnog proboja i elektronskog prinosa postoji veza i vreme kašnjenja zavisi od prejonizacije (zaostale jonizacije iz prethodnog pražnjenja), to se njegovim merenjem može pratiti evolucija čestica u postpražnjenju (period nakon isključenja napona). Zavisnost vremena kašnjenja električnog proboja od vremena relaksacije gasa prvi put je izmerio Bošan u argonu i nazvao je memorijskom krivom (Bošan, 1956; 1975). Kasnije je ovaj efekat uočen i u drugim gasovima kao što su azot, vodonik, vazduh, ksenon, kripton, neon i helijum (Bošan, 1978; 1993; Bošan i Pejović, 1979; Bošan i dr., 1980). Dakle, merenjem vremena kašnjenja u funkciji vremena relaksacije dobija se memorijska kriva čijom se analizom mogu odrediti tendencije u opadanju koncentracija čestica tokom relaksacije. Analizom mogućih procesa i određivanjem karakterističnih vremenskih konstanti za date procese mogu se izračunati odgovarajući sudarni i transportni parametri (koeficijenti difuzije, rekombinacije, itd.).

Kako su u ovoj disertaciji analizirani električni proboji i postpražnjenje u sintetičkom vazduhu, u daljem tekstu je dat kratak pregled radova važnih za dalje praćenje izlaganja. Električni proboji i relaksacija u vazduhu su od velikog interesa za razmatranje proboja i uređaja koji rade u impulsnom režimu (Zhang i dr., 2014; Shao i dr., 2006; Seeger i dr., 2005), za modifikaciju površina (Fang i dr., 2004; Pandiyaraj i dr., 2013), raspršivanje (Chan i dr., 2010; Lee i dr., 2010) ili nagrizanje (Baika i dr., 1999), za primenu kod plazmenih aktuatora (Singh i Roy, 2007; Shin i dr., 2007; Mahadevan i Raja, 2010), kao i za primenu u medicini za sterilizaciju i tretman površina (Vašina i dr., 2004; Pointu i dr., 2005; Kutasi i dr., 2006), za dielektrična barijerna pražnjenja (DBD) (Shao i dr., 2012) i za proučavanje procesa važnih za ulazak letelica u atmosferu (Keidar i dr., 2008). Za opisivanje električnih proboja i uspostavljanje pražnjenja često se koriste fluidni modeli (Becker i dr., 2005; Wormeester i dr., 2010; Mahadevan i Raja, 2010; Yurgelenas i dr., 2006; Castillo i dr., 2005; Steinle i dr., 1999).

U velikom broju radova razmatran je električni proboj u vazduhu na atmosferskom pritisku primenom fluidnog modela (Wormeester i dr., 2010; Yurgelenas i dr., 2006; Steinle i dr., 1999), dok je on primenjen za opisivanje proboja na niskom pritisku u malom broju radova (Castillo i dr., 2005; Mahadevan i Raja, 2010; Nahorny i dr., 1995). Jedan od prvih radova koji je razmatrao električni proboj u smeši azota i kiseonika primenom kinetičkog nultodimenzionog modela je Kossyi i dr., (1992). U radu je dat pregled 450 reakcija važnih za električne proboje u smeši azota i kiseonika. U radu Gordiets i dr. (1995) razvijen je kinetički model za N_2-O_2 smešu i rezultati su upoređeni sa merenjima na pritisku od $266,6 Pa$ sa promenljivom koncentracijom kiseonika (0-100 %) i nađeno je dobro slaganje. Eksperimentalno određivanje koncentracije atoma azota N i molekula azot (II) oksida NO u protočnom pražnjenju u N_2-O_2 smeši upoređeno je sa rezultatima proračuna na osnovu jednodimenzionog modela i nađeno je dobro slaganje (Nahorny i dr., 1995). U nizu radova istih autora (Guerra i Loureiro, 1995; Guerra i Louriero, 1997; Guerra i Loureiro, 1999; Guerra i dr., 2001a,b) razmatrano je električno pražnjenje u N_2-O_2 smeši na niskom pritisku primenom nultodimenzionog kinetičkog modela. U njima su razmatrani uticaji metastabilnih stanja (Guerra i dr., 2001a) i negativnih jona (Guerra i Loureiro, 1999) na električno pražnjenje. U radovima Pintassilgo i dr. (2009; 2010; 2012) je primenom nultodimenzionog modela razmatran uticaj teških čestica na električno pražnjenje u N_2-O_2 smeši. U tom radu, impulsni proboji u vazduhu na pritisku od $133,3 Pa$ analizirani su primenom kinetičkog

modela, razmatrani su procesi u plazmi, izračunate su koncentracije neutralnih čestica atoma azota N , atoma kiseonika O i molekula azot (II) oksida NO i nađeno je da sa povećanjem trajanja impulsa naseljenost vibracionih stanja raste, dok je u radu Pintassilgo i dr. (2014) razmatran uticaj vibracionih stanja na zagrevanje gasa u pražnjenjima u N_2-O_2 smeši. U radu Castillo i dr. (2004) praćena je promena koncentracija neutralnih čestica u pražnjenju u vazduhu primenom kvadrupolne masene spektrometrije i optičke emisije spektrometrije, dok je koncentracija elektrona praćena plazmenim sondama, a izmerene vrednosti su upoređene sa rezultatima kinetičkog modela. Hemijski procesi u pražnjenju sa šupljom katodom u vazduhu na niskom pritisku (u opsegu od 3×10^{-1} do $5 Pa$) proučavani su primenom kvadrupolne masene spektrometrije i primenjen je kinetički model za praćenje produkcije NO molekula u radu Castillo i dr. (2005).

Proučavanje postpražnjenja u vazduhu je važno za rad uređaja u impulsnom režimu, ali i za kinetiku aktivnih čestica važnih za sterilizaciji i tretman površina. U literaturi je najčešće razmatran slučaj ranog postpražnjenja u protočnom režimu (Aleksandrov i dr., 2012a,b; Nahorny i dr., 1995). U radovima Aleksandrov i dr. (2012a,b) je razmatrana relaksacija mikrotalasnog pražnjenja praćenjem koncentracije elektrona pomoću mikrotalasne interferometrije. Plazma je smatrana uniformnom tako da je zanemarena difuzija i razmatrani su samo gubici elektrona usled rekombinacije. Postpražnjenje nakon jake pobude elektronskim mlazem u azotu i suvom i vlažnom vazduhu je razmatrano u radu Spencer i dr. (1987), gde je merenjem provodnosti primenom tehnike mikrotalasne perturbacije praćena promena koncentracija elektrona, a odatle je određivan koeficijent difuzije. Raspad naelektrisanja meren je u vazduhu primenom mikrotalasne tehnike do oko $500 \mu s$ odakle su određeni ambipolarni koeficijenti difuzije (Dobrov i MacDonald, 1969). Kinetika neutralnih stanja je praćena do oko $1 ms$ primenom emisije i apsorpcione spektroskopije u radu Cartry i dr. (1999). Primenom NO titracije je praćena promena koncentracija azotnih atoma u pražnjenju za potrebe plazma sterilizacije (Kutasi i dr., 2006). Kinetika neutralnih stanja u pražnjenju i postpražnjenju u vazduhu za sterilizaciju razmatrana je u radu Vašina i dr. (2004), dok je kinetički model primenjen za protočno pospražnjenje u vazduhu za sterilizaciju u radu Pintassilgo i dr. (2005). Numerički model koji razmatra pražnjenje i postpražnjenje u vlažnom vazduhu sa uključenih 50 čestica i 600 procesa razmatran je u radu Sakiyama i dr. (2012) i nađeno je da se aktivna stanja u postpražnjenju mogu naći i do 15 minuta nakon prestanka pražnjenja.

Kao što je prethodno rečeno, više od stotinu godina fizika električnih proboja gasova se razvija u aproksimaciji retkih nezavisnih događaja pojave elektrona u međuelektrodnom prostoru gasne cevi i Poasonove raspodele za broj nastalih elektrona na osnovu koje se izvodi eksponencijalna raspodela za vreme kašnjenja proboja. Ona se linearizuje u Laueovoj semilogaritamskoj reprezentaciji (Laueov dijagram). Iako brojni eksperimenti pri velikoj emisivnosti elektroda i prisutnoj prejonizaciji pokazuju zakrivljenje raspodela u Laueovoj reprezentaciji (što ukazuje na odstupanje od eksponencijalne raspodele), ona se i danas pogrešno primenjuje. U disertaciji su izvršena merenja u sintetičkom vazduhu i dobijene su Gausova, Gaus-eksponencijalna i eksponencijalna raspodela za vreme kašnjenja proboja. Time je potvrđena generalizovana statistika nastanka elektrona u međuelektrodnom prostoru gasne cevi zasnovana na binomnoj raspodeli iz koje su sve tri navedene kontinualne raspodele izvedene analitički i potvrđene Monte Karlo simulacijom. Za modelovanje Gausove raspodele primenjena je Boks-Milerova metoda, dok je za modelovanje eksponencijalne raspodele primenjena inverzna metoda. Mešovita raspodela, u ovom slučaju Gaus-eksponencijalna raspodela, modelovana je kombinacijom Boks-Milerove i inverzne metode uz otežinjavanje odgovarajućim udelima raspodela. Dobro slaganje izmerenih i modelovanih raspodela pokazuje da mešovita raspodela zaista može da opiše raspodele statističkog vremena kašnjenja proboja u opštem slučaju.

Uvedene su mešovite raspodele za više različitih dominantnih mehanizama iniciranja proboja i više inicirajućih čestica i izvršena njihova statistička karakterizacija. Mešovite raspodele se koriste u slučajevima kada u raspodeli postoji više potpopulacija (podskup celokupne populacije sa istim osobinama) gde se za slučaj vremena kašnjenja mogu uočiti potpopulacije koje potiču od različitih mehanizama iniciranja npr. površinskih naelektrisanja i sekundarne emisije elektrona izazvanih jonima iz gasne faze. U ovoj disertaciji predloženo je opisivanje vremena kašnjenja mešovitim raspodelama: Gausove i eksponencijalne, dve ili više Gausovih i dve ili više eksponencijalnih raspodela, a sve su zasnovane na binomnoj raspodeli nastanka inicijalnih elektrona. Izvedena je relacija za elektronski prinos, polazeći od izraza za srednju vrednost i standardnu devijaciju mešovite raspodele, koja se u opštem slučaju može primeniti na ma koju mešovitu raspodelu.

Primenom merenja vremena kašnjenja proboja analizirano je postpražnjenje u sintetičkom vazduhu. Dobijene memorijske krive modelovane su analitičkim i numeričkim modelima. Razvijen je dvodimenzioni model za relaksaciju u vazduhu. U modelu su na

osnovu analize koeficijenata brzina reakcija, uključeni najznačajniji procesi i čestice koji mogu da utiču na uspostavljanje električnog pražnjenja. Za izračunavanje inicijalnih profila koncentracija za modelovanje postpražnjenja primenjen je jednodimenzioni fluidni model. Jednodimenzioni model je verifikovan poređenjem modelovane Pašenove krive sa eksperimentalnim krivama, kao i poređenjem modelovanih i merenih strujnih i naponskih signala. Dobijeni profili koncentracija su zatim iskorišćeni kao početne vrednosti u dvodimenzionom modelu za postpražnjenje.

Dvodimenzioni model za ranu i kasnu relaksaciju se sastoji iz sistema parcijalnih diferencijalnih jednačina koji se rešava primenom metode konačnih razlika. Za model rane relaksacije primenjena je implicitna metoda gde se diferencijalne jednačine diskretizuju primenom operatora zadnje razlike na izvod po vremenu i operatora centralne razlike za prostorni izvod. Dobijeni sistem linearnih jednačina se može predstaviti u obliku matrične jednačine koja se rešava primenom metode SOR (metoda sukcesivne nadrelaksacije eng. Successive Over Relaxation). Model za kasnu relaksaciju je rešavan takođe metodom konačnih razlika, ali primenom eksplicitne metode. Prednost implicitne metode nad eksplicitnom je u tačnosti, kao i u bezuslovnoj stabilnosti implicitne metode. Nasuprot tome eksplicitna metoda je brža od implicitne.

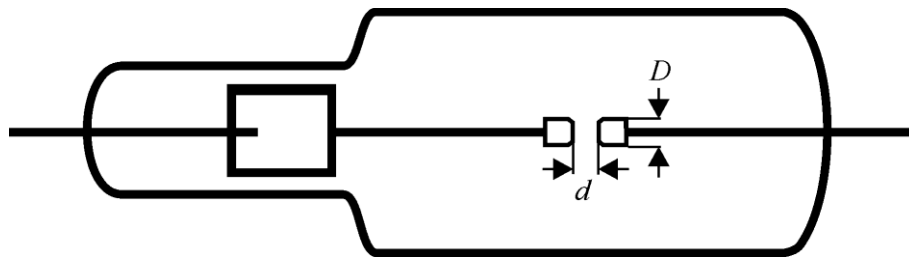
Dobijene koncentracije i njihova vremenska evolucija su upoređivane sa elektronskim prinosima određenim iz izmerene memorijske krive. Fitovanjem eksperimentalnih podataka za vreme kašnjenja ili elektronski prinos određeni su koeficijenti difuzije dominantnih jona tokom relaksacije, kao i koeficijenti površinske rekombinacije atoma azota na borosilikatnom staklu i metalnim elektrodama.

U tezi su izložena merenja vremena kašnjenja električnog proboja pri različitim radnim naponima, strujama pražnjenja i različitoj prejonizaciji na niskim pritiscima. Osim toga, izvršeno je spektroskopsko posmatranje tinjavog pražnjenja u datim uslovima radi određivanja vibracione temperature u stacionarnom tinjavom pražnjenju. Radi analize površina elektroda izrađenih od ispitivanih materijala (ugljeničnog i nerđajućeg čelika) primenjene su skenirajuća elektronska mikroskopija (SEM), energijska disperziona rendgenska spektroskopija (EDX) i mikroskopija međuatomskih sila (AFM) površina elektroda od različitih materijala, dok je hemijski sastav elektroda određen korišćenjem kvantometra.

Redosled izlaganja u ovoj disertaciji je sledeći. Najpre je u drugoj glavi dat opis postavke eksperimenta, odnosno cevi, komore i sistema pomoću kojih su vršena merenja. Zatim je u trećoj glavi prikazana statistička analiza vremena kašnjenja proboja i prikazan prelaz sa binomne raspodele nastanka inicijalnih elektrona na Gausovu raspodelu vremena kašnjenja, uopštenje mešovite raspodele i relacije za elektronski prinos, kao i opis statističkih metoda primenjenih u disertaciji. U četvrtoj glavi je urađen proračun koncentracija u međuelektrodnom prostoru primenom jednodimenzionog (1D) fluidnog modela, dok je u petoj glavi izložena analiza memorijskih krivih izmerenih u sintetičkom vazduhu primenom analitičkih i numeričkih modela. U šestoj glavi u formi zaključka dat je pregled najvažnijih rezultata ove disertacije. U dodatku je opisano numeričko rešavanje sistema parcijalnih diferencijalnih jednačina. Na kraju je dat spisak korišćene literature.

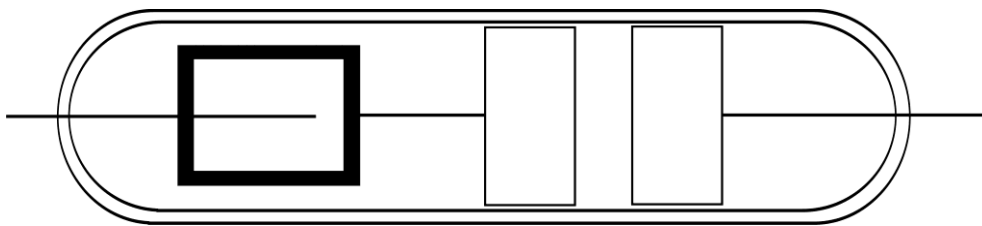
2. Opis eksperimenta

Merenja su vršena na cevima različitih veličina i geometrija sa cilindričnim i ravnim paralelnim elektrodama (slike 2.1, 2.2) i staklenoj komori sa izmenjivim elektrodama (slika 2.3). Staklena vakuumska komora i cevi su izrađene od borosilikatnog stakla (8245, Shott tehničko staklo, poznato i kao molibdensko zatapajuće staklo). Prva cev na kojoj su vršena merenja (slika 2.1) je cilindričnog oblika prečnika 6 cm, zapremine $V \approx 300\text{cm}^3$ sa elektrodama sa promenljivim međuelektrodnim rastojanjem koje se reguliše magnetnom kotvom unutar cevi sa korakom od 0,5 mm.



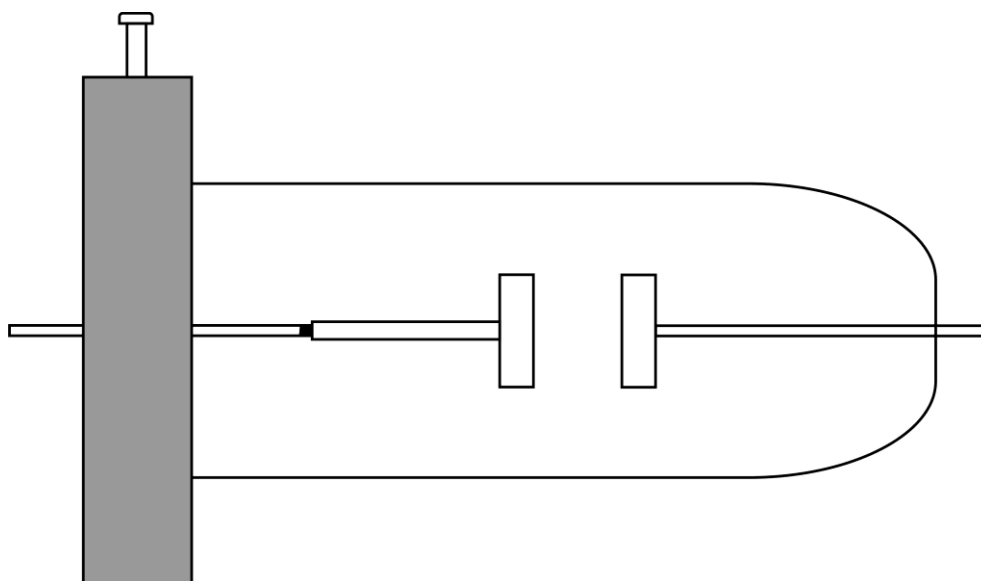
Slika 2.1. Prikaz poprečnog preseka prve cevi na kojoj su vršena merenja

Druga cev je takođe cilindričnog oblika (slika 2.2) prečnika 2,86 cm, dužine 18 cm i zapremine $V \approx 115\text{cm}^3$ sa promenljivim međuelektrodnim rastojanjem.



Slika 2.2. Prikaz poprečnog preseka cevi sa ravnim paralelnim elektrodama

Vakuumska komora je cilindričnog oblika (slika 2.3) i izrađena je od borosilikatnog stakla. Pomoću vakuumnog lepka spojena je na metalnu aluminijumsku prirubnicu sa centrirajućim prstenom preko koje se spaja na vakuumski sistem. Prečnik komore je 5,5 cm i dužina 16,5 cm.

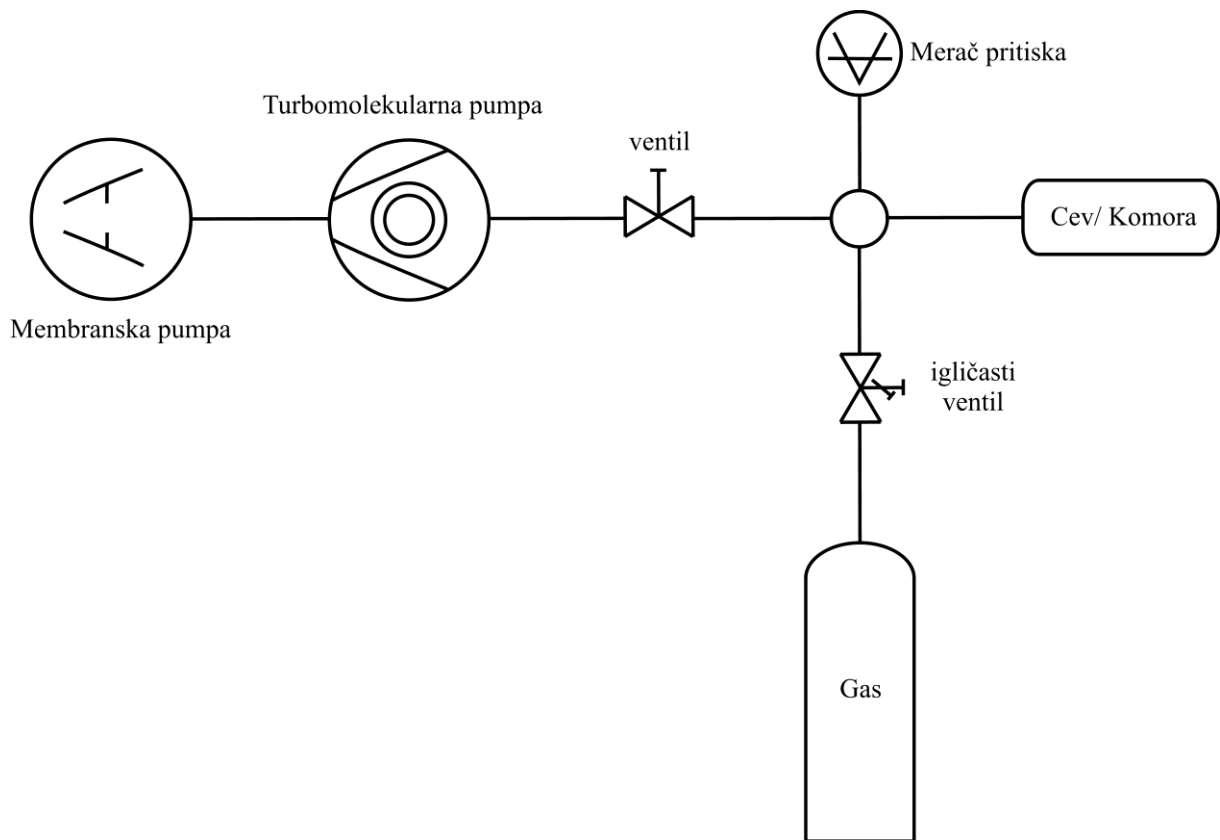


Slika 2.3. Šematski prikaz staklene vakuumske komore sa ravnim paralelnim elektrodama

Za potrebe eksperimenta dizajniran je vakuumski sistem koji se može koristiti kako za punjenje cevi, tako i za promenu pritiska u radu sa staklenom komorom. Šema vakuumskog sistema data je na slici 2.4. Centralni deo sistema je vakuumski štand Pfeiffer Vacuum Hi Cube Eco koji se sastoji iz kombinacije mehaničke pumpe sa suvom membranom i turbomolekularne pumpe. Mehanička pumpa sa suvom membranom Pfeiffer Vacuum MVP 015 se koristi kao pretpumpa do pritiska od 100 Pa , nakon čega se pokreće turbomolekularna pumpa Pfeiffer Vacuum HiPace 80. Granični pritisak ove pumpe je 10^{-5} Pa , ali je u realnim uslovima ostvariv vakuum reda 10^{-4} Pa . Pritisak u sistemu se meri pomoću kombinovanog merača Pfeiffer Vacuum PKR 251 koji se sastoji iz dve merne glave (Piranijevog merača i merača sa hladnom katodom) i pokriva opseg pritisaka od 10^5 Pa do 10^{-7} Pa . Vakuumski štand je odvojen od cevi ili komore pomoću dodatnog regulacionog ventila koji može da služi i kao zaptivni ventil. Za fino doziranje gasa koristi se igličasti ventil sa protokom od 10^{-7} Pa l/s , koji je povezan sa bocom za gas iz koje se puni cev ili komora.

Postupak punjenja cevi i komore se sastoji u sledećem. Najpre se vrši ispušavanje cevi odnosno komore do pritiska reda 10^{-3} Pa . U slučaju cevi, sledeći korak je temperaturska degazacija stakla u laboratorijskoj peći do temperature od 600 K , dok kod komore to nije moguće uraditi zbog spoja metal/staklo. Zatim se pristupa punjenju cevi doziranjem gasa iz uvodne grane pomoću igličastog ventila. Kada se dostigne željeni pritisak cev se zatapa, a u

slučaju komore zatvaraju se svi ventili dok se pritisak prati pomoću merača. U ovom slučaju cevi su punjene na pritisku od $300 Pa$, dok je kod komore pritisak variran.

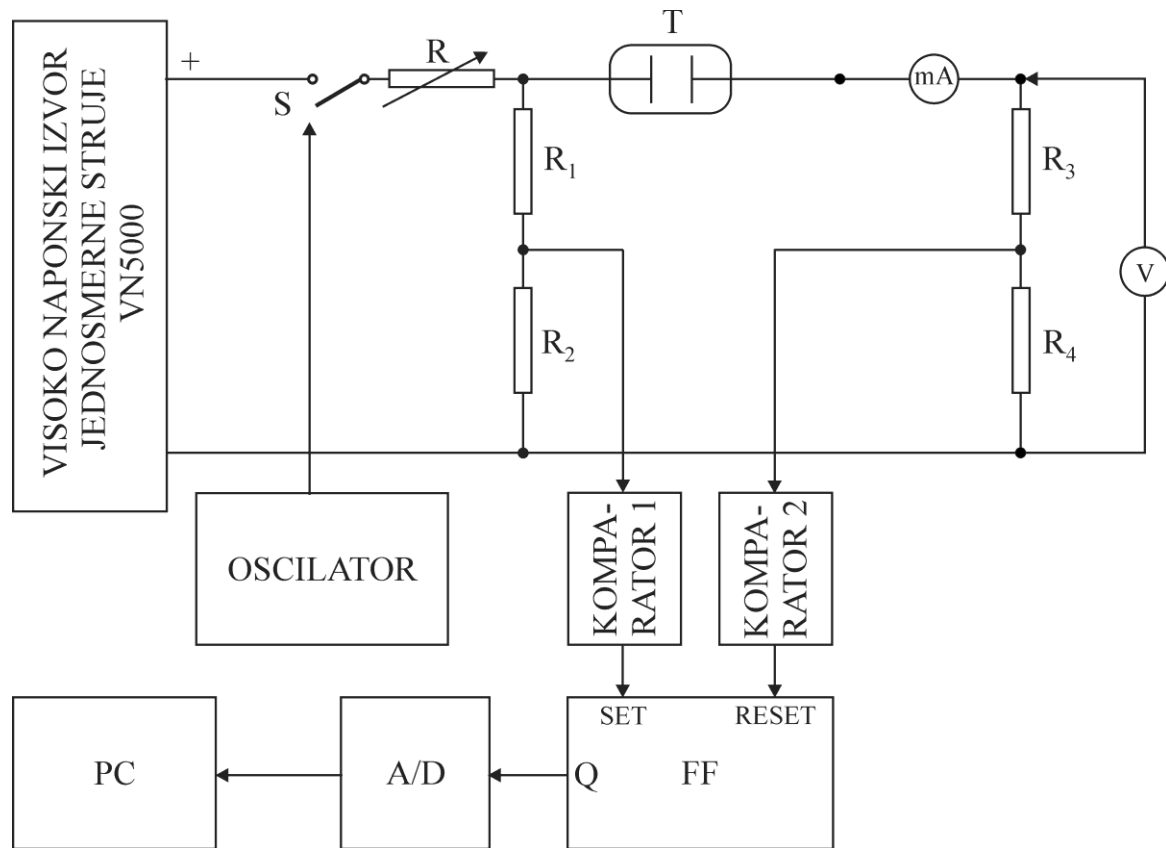


Slika 2. 4. Šematski prikaz vakuumske sistema

Merenja vremena kašnjenja električnog poroblja su vršena na dva sistema, elektronskom sistemu za merenje vremena kašnjenja sa rezolucijom $0,18 \mu s$ i brojaču Tektronix FCA 3000 sa rezolucijom $100 ps$. Oba sistema su povezana na računar, prvi pomoću RS232, a drugi pomoću USB 2.0 interfejsa. Merenja su vršena u serijama, sa po 100 podataka u pojedinačnoj seriji, i skladištena u lokalnoj memoriji u toku merenja, a zatim se, nakon završetka merenja, izmereni podaci prebacuju na računar gde se dalje vrši njihova obrada.

Elektronski automatski sistem na kome su vršena merenja prikazan je na slici 2.5 (Marković i dr., 2004; 2005a). Ovaj sistem se sastoji iz sledećih delova: visokonaponskog izvora jednosmerne struje VN 5000, računara, analogno-digitalnog podsistema, dekadne kutije R sa promenljivom otpornošću opsega $0-10 M\Omega$, digitalnog miliampermetra,

digitalnog voltmetra sa visokonaponskom sondom, gasne cevi T na kojoj su vršena merenja i kablova za povezivanje.



Slika 2.5. Blok šema elektronskog sistema za merenje vremena kašnjenja:

$R, R_1 - R_4$ - otpornici, T - cev za pražnjenje, FF - flip-flop kolo,

A/D - analogno-digitalni podsistem, PC - računar, mA - miliampermetar, V - voltmetar

Visokonaponski izvor jednosmerne struje VN 5000 poseduje dva naponska izlaza sa opsegom do 1000V i 5000V DC. Regulacija napona vrši se potenciometrom na prednjoj strani izvora. Podešeni napon je stabilan i nezavisan od promene ulaznog mrežnog napona. Vrednost struje na izlazu potrebno je ograničiti reostatom na prednjoj strani uređaja, zbog zaštite osetljivih elektronskih komponenata analogno-digitalnog podsistema od preopterećenja. Analogno-digitalni podsistem se sastoji iz visokonaponskog (VN) prekidača koji služi za uključenje i isključenje visokog napona dovedenog na gasnu cev u toku merenja (sa vremenom uključjenja i isključenja manjeg od mikrosekunde), procesorske ploče sa

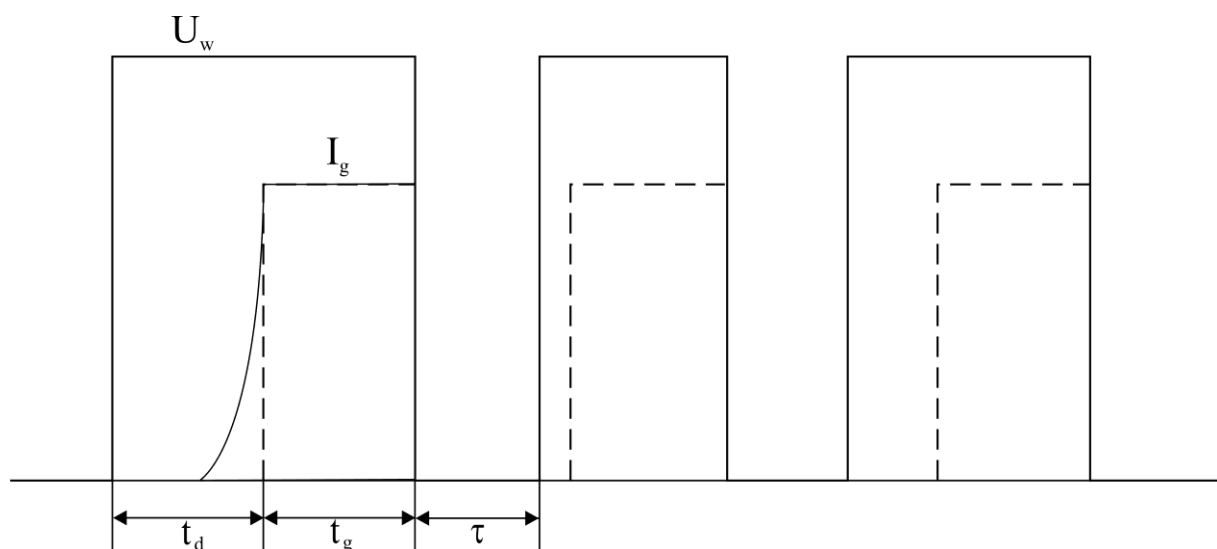
interfejsom za priključak na računar, analogno-digitalnih naponskih i strujnih pretvarača i dekadne kutije kojom se struja pražnjenja cevi održava na zadatoj vrednosti.

Pomoću programa na računaru zadaje se komanda za početak merenja i procesor iz analognog podsistema daje signal za uključenje VN prekidača. Sa izlaza VN prekidača na dekadnu kutiju, gasnu cev, miliampermetar i otpornik R_1 dovodi se radni napon (slika 2.5). Preko razdelnika napona sa VN prekidača se uzima informacija o trenutku uključjenja visokog napona, a zatim se signal dovodi na naponski analogno-digitalni pretvarač (koji analogni signal pretvara u digitalni i šalje u procesor) i od ovog trenutka procesor počinje merenje vremena kašnjenja proboja ("start" signal). Kada dođe do proboja gasa u cevi, formira se strujni signal koji dovodi do naglog smanjenja napona na otporniku R_3 . Strujni signal sa otpornika R_3 se dovodi na procesor preko strujnog analogno-digitalnog pretvarača i on definiše trenutak prestanka merenja ("stop" signal). Nivo signala pri kome dolazi do slanja informacije o nastanku proboja u cevi, tj. nivo okidanja mernog sistema, bira se pomoću potencijometra u analogno-digitalnom pretvaraču za struju.

Analogni podsistem sadrži procesorsku jedinicu koja vrši merenje prema prethodno zadatim uslovima. Izmerena vrednost vremena kašnjenja proboja upisuje se u lokalnu memoriju i postupak se ponavlja za sledeće merenje. Nakon završetka serije merenja, podaci se preko interfejsa RS232 prebacuju na računar gde se dalje mogu obrađivati. Prednost ovakvog sistema je što se u toku merenja ne troši dodatno vreme na komunikacije između mernog podsistema i računara, ali samim tim nameće ograničenja na broj merenja u seriji. Kako su merena vremena kašnjenja mala, da bi se izbegao uticaj dužine provodnika u kolu izvršeno je maksimalno skraćivanje dužina veza između elemenata u kolu.

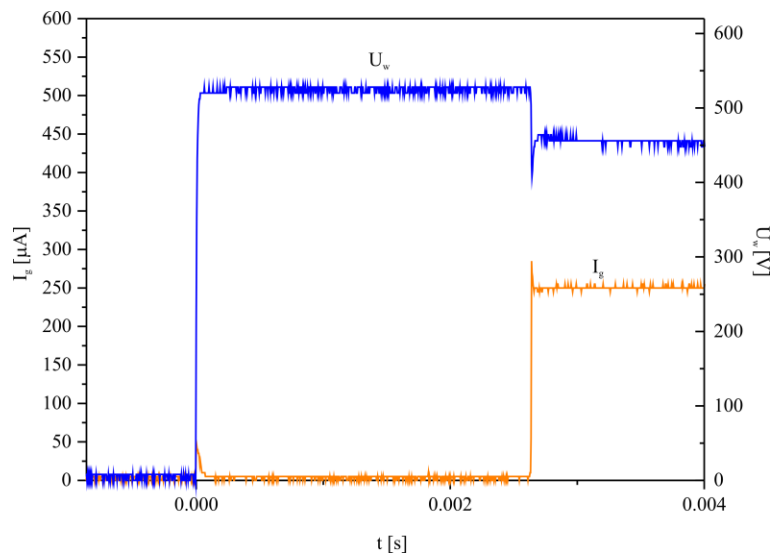
Prednost analognog podsistema je i što na sebi ima dva naponska izlaza koji se mogu koristiti za spoljašnje okidanje dodatnih uređaja (osciloskopa, brojača, kamera, itd.). Na ovaj izlaz je povezan brojač Tektronix FCA3000. Brojač ima opciju merenja frekvencije, vremenskih intervala ili brojanja impulsa. U ovom slučaju brojač je iskorišćen za merenje vremenskog intervala kako bi se povećala rezolucija merenja. Brojač poseduje dva 50-omska ulaza i jedan megaomski ulaz, koji služe za dovođenje start i stop signala tj. okidanje brojača, na koje je BNC kablovima povezan analogni podsistem. Brojač je povezan pomoću interfejsa USB 2.0 sa koga se kontroliše pomoću softvera Labview Tektronix edition.

Merenja vremena kašnjenja vršena su primenom povorke pravougaonih naponskih impulsa sa prethodno definisanim vremenima pražnjenja i relaksacije. Ilustracija povorke impulsa koja se dovodi na elektrode cevi u toku merenja jedne serije data je na slici 2.6. Na slici su prikazani pravougaoni naponski i strujni impulsi sa označenim vremenima relaksacije i pražnjenja. U jednoj seriji merenja vreme relaksacije i pražnjenja, kao i radni napon i struja pražnjenja su unapred definisani kako bi se obezbedila ponovljivost merenja. Pre merenja je vršeno kondicioniranje katode primenom tinjavog pražnjenja u trajanju od 30 minuta kao i serije proboja radi desorpcije nečistoće kako bi se dobili stabilni uslovi tokom merenja (Stamenković, 2009). Cevi su u toku merenja bile zaštićene od spoljašnje svetlosti.

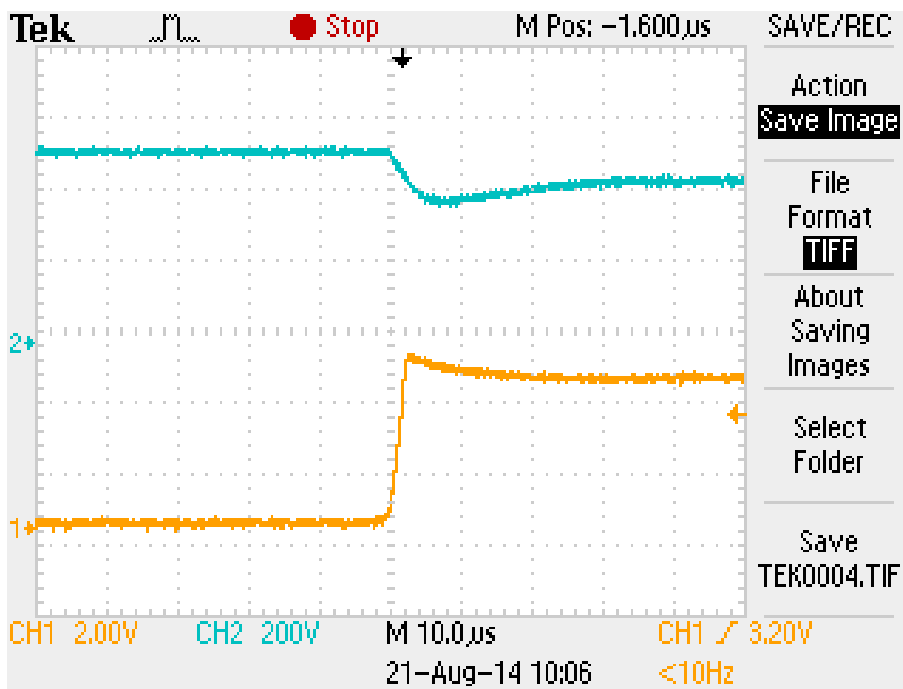


Slika 2.6. Grafička ilustracija povorke impulsa (Bošan, 1975)

Na slici 2.7 su dati primeri naponskog i strujnog impulsa izmerenih osciloskopom Tektronix TDS2012B. Naponski signal na elektrodama cevi je meren pomoću VN sonde za osciloskop Tektronix P6015A, ulazne otpornosti $100 M\Omega$. Prednja ivica naponskog signala određuje početak merenja vremena, tj. trenutak dovođenja radnog napona U_w na gasnu cev ("start" signal). Vreme kašnjenja se meri kao vremenski interval između prednje ivice naponskog signala i porasta struje na 90 procenata od struje pražnjenja zadate uslovima eksperimenta ("stop" signal). Testiranjem tačnosti merenja automatskog sistema paralelnim merenjem vremena kašnjenja pomoću osciloskopa i automatskog sistema, nađeno je da se izmerene vrednosti pomoću osciloskopa i automatskog sistema razlikuju u skladu sa rezolucijom koja je $0,18 \mu s$.



Slika 2.7. Strujni i naponski signali izmereni pomoću digitalnog osciloskopa Tektronix TDS 2012B



Slika 2.8. Strujni i naponski signali izmereni pomoću digitalnog osciloskopa TDS 2012B u oblasti brzog porasta struje.

Na slici 2.8 je dat prikaz strujnog i naponskog signala u oblasti brzog porasta struje zabeležen na osciloskopu. Na slici se mogu uočiti karakteristični brzi porast struje kao i naglo smanjenje napona. Vreme kašnjenja meri se od momenta dovođenja napona na cev pa do

momenta porasta struje na 90% od eksperimentom zadate struje pražnjenja. Alternativno, vreme kašnjenja može da se meri i do trenutka naglog smanjenja primenjenog napona.

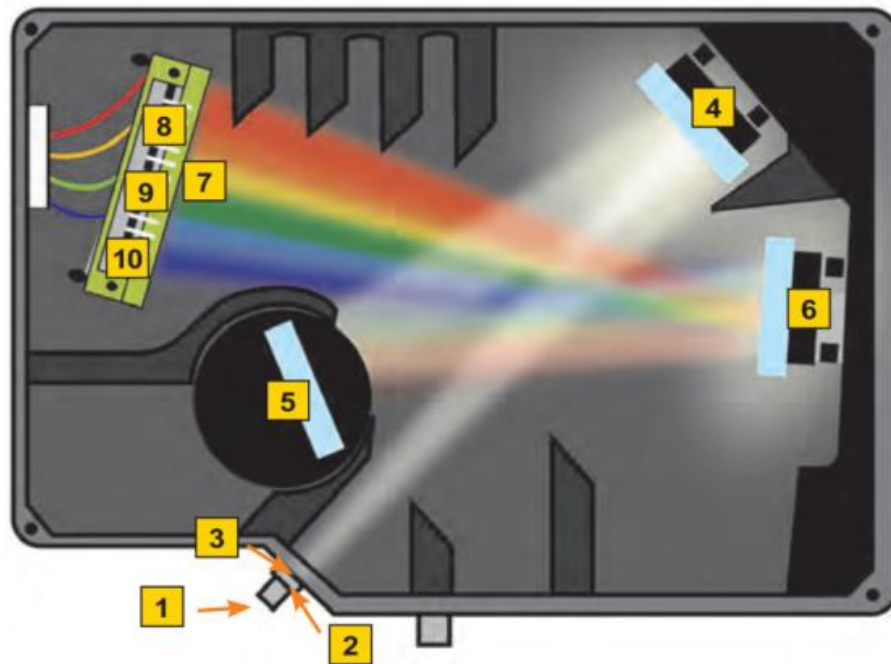
Osim merenja vremena kašnjenja izvršena su spektroskopska merenja tinjavog pražnjenja u vazduhu. Za merenje spektara iskorišćen je spektrometar Ocean Optics HR2000+CG sa optičkim kablom (slika 2.9). Osnovna konfiguracija ovog spektrometra sastoji se iz fiksnog proreza sa optičkim kablom, Čarni-Tarner postavke ogledala i disperzionog elementa (rešetke) i detektora.



Slika 2.9. Slika Ocean Optics HR2000+CG spektrometra

Optička šema spektrometra data je na slici 2.10. Spektrometar se sastoji iz sledećih delova: 1. Priključak za optički kabl, 2. Fiksni prorez, 3. Opcioni svetlosni filter, 4. Kolimatorsko ogledalo, 5. Rešetka, 6. Fokusirajuće ogledalo, 7. Opciono sabirno sočivo na detektoru, 8. Linijski CCD detektor, 9. Blokirajući filter i 10. Opcioni kvarcni prozor za UV oblast. Prorez na ovom spektrometru je fiksni i njegova širina iznosi $5 \mu m$, dok je visina $1 mm$. Na prorez se može povezati optički kabl što omogućava dodatnu fleksibilnost pri merenju. Sa proreza svetlost pada na disperzioni element koji je kod ovog spektrometra difrakciona rešetka sa 300 linija po milimetru. Rezolucija dobijena primenom ove rešetke je $1 nm$. Kao detektor koristi se linijski CCD senzor sa 2048 piksela veličine $14,5 \times 200 \mu m$. Spektrometar se povezuje direktno na računar preko USB kabla, koji služi istovremeno i kao naponski kabl, odakle se kontroliše pomoću softvera. Ovim spektrometrom moguće je meriti široki opseg talasnih dužina od 200 do 1100 nm sa integracionim vremenom u rasponu od 1 ms do 60 s.

Podešavanjem integracionog vremena moguće je podesiti intenzitet signala. Korišćenjem velikog integracionog vremena moguće je snimiti spektar slabih izvora svetlosti. Softverski je moguće ukloniti neželjeno pozadinsko zračenje snimanjem njegovog spektra pre početka merenja. Osim toga, poseduje i mogućnosti softverskog i hardverskog okidanja kao i podešavanja željenog vremena okidanja.



Slika 2.10. Optička šema spektrometra HR2000+CG

Cevi i komora na kojima su vršena merenja punjene su sintetičkim vazduhom, koji predstavlja smešu 78% azota sa manje od 5 ppm nečistoća i preostalog udela kiseonika sa manje od 3,5 ppm nečistoća. Elektrode korišćene za merenja izrađene su od različitih materijala, ugljeničnog čelika oznake AISI/ASTM A414E, nerđajućeg čelika AISI 304 i OFHC (oxygen-free high-conductivity) bakra. Elektrode ugrađene u gasne cevi su cilindričnog oblika prečnika $D = 6\text{ mm}$ i ravne paralelne elektrode prečnika $D = 22\text{ mm}$. U komori su korišćene još i ravne paralelne elektrode izrađene od OFHC bakra prečnika $D = 28\text{ mm}$. Analiza sastava čelika izvršena je na kvantometru Thermo Scientific ARL3460 kako bi se odredio tačan sastav čelika korišćenih za izradu elektroda. Nađeno je da je ugljenični čelik legura 98% gvožđa, 1,16 % mangana i 0,17% ugljenika, dok se ostali elementi u sastavu legure mogu naći u tragovima. Nerđajući čelik, korišćen u drugom uzorku,

je legura 68,38% gvožđa, 16,39% hroma, 10,77% nikla, 1,87% molibdena, 1,45% mangana i 0,028% ugljenika.

Osim analize sastava čelika, za analizu površine elektroda primenjene su skenirajuća elektronska mikroskopija (SEM), energijska disperziona rendgenska spektroskopija (EDX) i mikroskopija međuatomskih sila (AFM). Skenirajući elektronski mikroskop korišćen za snimanje površine je Jeol 5400, a mikroskop međuatomskih sila je Omicron Twin-Snom system.

3. Statističke metode i modeli kod električnih proboja gasova¹

3.1 Raspodele vremena kašnjenja proboja

Kao što je u uvodu rečeno, kada se na cev ispunjenu gasom primeni napon veći od probojnog, do proboja ne dolazi trenutno, već postoji neko kašnjenje. Vreme koje protekne od priključenja napona na cev ispunjenu gasom do nastanka proboja, odnosno dostizanja radne struje zadate uslovima merenja naziva se vremenom kašnjenja proboja t_d (Bošan, 1975). Kao granica za nastanak može se uzeti i naglo smanjenje radnog napona i pojava samoodržavajuće struje (Morgan, 1978). Stohastičku prirodu vremena kašnjenja električnog proboja eksperimentalno je dokazao Zuber (1925), a von Laue (1925) je za opisivanje raspodele vremena kašnjenja proboja primenio eksponencijalnu raspodelu.

Ukupno vreme kašnjenja se sastoji iz statističkog vremena kašnjenja i vremena formiranja pražnjenja $t_d = t_s + t_f$. Statističko vreme kašnjenja t_s je vreme koje protekne od primene napona na gasnu cev, pa do nastanka inicijalnog elektrona. Karakteriše se niskom, nesamoodržavajućom strujom sa velikim fluktuacijama, tj. malim intenzitetom, a velikom disperzijom. Vreme formiranja pražnjenja (ili formativno vreme kašnjenja) t_f je vreme koje protekne od nastanka inicijalnog elektrona, pa do dostizanja radne struje zadate uslovima merenja. Na niskim pritiscima, gde prevladava Taunzendov mehanizam proboja, vreme formiranja je određeno vremenom drifta jona i kašnjenja su reda $(10 - 100) \mu s$. Na pritiscima većim od $10^4 Pa$, na proboj počinje da utiče fotoemisija sa katode, tako da je vreme formiranja određeno vremenom preleta elektrona ($100 ns$), dok na višim pritiscima počinje da dominira strimerni mehanizam proboja i vreme formiranja je reda $(1 - 10) ns$ (Kiselev, 1965). Statističko vreme kašnjenja je stohastička veličina, pa je primena statističkih metoda neizbežna. Pojava primarnog elektrona u međuelektrodnom prostoru ima dva komplementarna ishoda, nastanak ili ne nastanak električnog proboja gasa. U radu Kiselev (1965) izvršen je prelaz sa binomne raspodele nastanka inicijalnih elektrona na Poasonovu raspodelu, a zatim i eksponencijalnu raspodelu statističkog vremena kašnjenja. On je

¹ Rezultati prikazani u ovoj glavi publikovani su u radovima Marković i dr. (2012; 2013) (za koje je kandidat uradio merenja i Monte Karlo simulaciju) i u radovima Jovanović i dr. (2012; 2013a; 2014a, b).

pretpostavio da se statističko vreme kašnjenja t_s može podeliti na n pod-intervalata tako da se svaki podinterval $\Delta t = t_s/n$ može smatrati beskonačno malim. Verovatnoću nastanka inicijalnog elektrona u intervalu $\Delta t = t_s/n$ definisao je preko elektronskog prinosa Y i verovatnoće proboja P kao $Y P t_s/n$. Verovatnoća da inicijalni elektron ne nastane data je sa $1 - Y P t_s/n$. Pretpostavio je da do proboja dolazi ako u međuelektrodnom prostoru nastane bar jedan inicijalni elektron. Matematički se ovo može izraziti binomnom raspodelom:

$$W = \sum_{k=1}^n C_n^k \left(\frac{Y P t_s}{n} \right)^k \left(1 - \frac{Y P t_s}{n} \right)^{n-k}. \quad (3.1)$$

Kako je interval $\Delta t = t_s/n$ beskonačno mali, broj intervalata mora biti beskonačno veliki $n \rightarrow \infty$. Pod pretpostavkom da je verovatnoća mala, binomna raspodela prelazi u Poasonovu raspodelu:

$$W = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{(Y P t_s)^k}{k!} e^{-Y P t_s} = e^{-Y P t_s} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(Y P t_s)^i}{i!}. \quad (3.2)$$

Suma reda jednaka je $e^{Y P t_s} - 1$, odakle se dobija funkcija raspodele statističkog vremena kašnjenja:

$$F(t_s) = 1 - \exp\left(-\frac{t_s}{t_s}\right). \quad (3.3)$$

Gustina eksponencijalne raspodele statističkog vremena kašnjenja data je relacijom:

$$f(t_s) = \frac{1}{t_s} \exp\left(-\frac{t_s}{t_s}\right). \quad (3.4)$$

Parametar raspodele \bar{t}_s je dat sledećom relacijom:

$$\bar{t}_s = \frac{1}{Y P}, \quad (3.5)$$

gde je Y elektronski prinos, a P verovatnoća proboja. Verovatnoća proboja izvedena je iz razmatranja niza sukcesivnih elektronskih lavina izazvanih sekundarnim procesima na katodi, i za neelektronegativne gasove je data relacijom (Wijsman, 1949):

$$P = \begin{cases} 0, & \text{za } q < 1 \\ 1 - 1/q & \text{za } q > 1 \end{cases}, \quad (3.6)$$

gde je $q = \gamma [\exp(\alpha d) - 1]$, γ efektivni koeficijent sekundarne elektronske emisije, α je Taunzendov prvi jonizacioni koeficijent (koeficijent jonizacije elektronskim udarom), a d je međuelektrodno rastojanje. Verovatnoća proboja se eksperimentalno može odrediti iz odnosa saturacione vrednosti statističkog vremena kašnjenja proboja i njegove naponske zavisnosti (Marković, 1993; Marković i dr., 1994):

$$P(U) = \frac{\bar{t}_s^{-SV}}{t_s(U)}, \quad (3.7)$$

gde je \bar{t}_s^{-SV} saturaciona vrednost statističkog vremena kašnjenja dobijena na visokim prenaponima (naponima mnogo većim od statičkog probojnog napona) kada verovatnoća proboja teži jedinici $P \rightarrow 1$ i statističko vreme kašnjenja teži saturacionoj vrednosti $\bar{t}_s \rightarrow \bar{t}_s^{-SV}$.

Na osnovu prethodnog izvođenja može se zaključiti da eksponencijalna raspodela slučajne promenljive t_s (statističkog vremena kašnjenja), u stvari predstavlja kontinualnu vremensku reprezentaciju za diskretnu broječanu reprezentaciju nastalih elektrona u međuelektrodnom prostoru za vreme t_s . Na osnovu osobina eksponencijalne raspodele da je srednja vrednost jednaka standardnoj devijaciji $\sigma_{t_s} = \bar{t}_s$, to se iz standardne devijacije može odrediti elektronski prinos (Llewellyn-Jones i de la Perrelle, 1953; Kiselev, 1965). U istom radu Kiselev (1965) eksplicitno tvrdi da je primena Gausove raspodele za opisivanje vremena kašnjenja pogrešna. Međutim, u radu Llewellyn-Jones (1949) uočeno je krivljenje Laueovih dijagrama i dobijene su raspodele nalik Gausovim koje su objašnjene povećanom emisivnošću oksidovane katode od volframa. Krivljenje Laueovih dijagrama je uočeno i u radovima Choi i dr. (1995) u slučaju pražnjenja sa šupljom katodom i Astrov i dr. (2008) u jednosmernom mikropražnjenju. U merenjima u azotu (Marković i dr., 2006), a kasnije i u neonu (Marković i dr., 2009) dobijene su simetrične i blago asimetrične raspodele, nalik Gausovoj raspodeli nastale zbog visokog elektronskog prinosa kao posledica jonizacije zaostale iz prethodnog pražnjenja. Prikazivanjem eksperimentalnih podataka na Laue dijagramu ili na papirima verovatnoće eksponencijalne raspodele uočavalo se odstupanje od prave linije, što ukazuje na odstupanje od eksponencijalne raspodele. Za njihovo opisivanje i

modelovanje primenjene su Gausova raspodela i Gaus-eksponencijalna raspodela. Prelaz sa binomne raspodele nastanka elektrona na Gausovu raspodelu statističkog vremena kašnjenja proboja, kao granični slučaj za velike elektronske prinose dat je u radu Marković i dr. (2012; 2013). Ovde će biti navedene Gausova raspodela:

$$f(t_s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t_s - \bar{t}_s)^2}{2\sigma^2}}, \quad (3.8)$$

gde je \bar{t}_s srednja vrednost, a σ standardna devijacija statističkog vremena kašnjenja i Gaus-eksponencijalna raspodela (Marković i dr., 2012):

$$f_{GE}(t_s) = a_G \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_g} e^{-\frac{(t_s - \bar{t}_{sg})^2}{2\sigma_g^2}} + a_E \frac{1}{t_{se}} e^{-\frac{t_s}{t_{se}}}, \quad (3.9)$$

gde su a_G i a_E udeli raspodela, pri čemu je $a_G + a_E = 1$, \bar{t}_{sg} i \bar{t}_{se} su srednje vrednosti, a σ_g standardna devijacija Gausovog udela statističkog vremena kašnjenja.

Nasuprot ovim raspodelama, za opisivanje vremena kašnjenja često se koristi dvoparameterska Weibulova raspodela (Osmokrović i dr., 2007; Schlitz i dr., 2010). Weibulova raspodela je prvi put identifikovana u radu Fréchet (1927), a primenjena za opisivanje veličine čestica u radu Rosin i Rammler (1933), ali je prvi put opisana u radu (Weibull, 1951). Gustina raspodele je data sa:

$$f(U) = \left(\frac{\kappa}{\eta}\right) \left(\frac{t_s}{\eta}\right)^{\kappa-1} \exp\left[-\left(\frac{t_s}{\eta}\right)^\kappa\right], \quad (3.10)$$

gde su η i κ parametri oblika raspodele (Weibull, 1951; Wackerly i dr., 1996). Prednost ove raspodele je što dobro opisuje različite oblike, od raspodela sa blagom do raspodela sa izraženom asimetrijom, međutim, ne daje nikakve informacije o fizičkom procesu koji se događa u toku uspostavljanja pražnjenja, tj. parametri raspodele nemaju fizički smisao. Dakle, njenom primenom dobija se samo srednja vrednost kašnjenja proboja. Osim za vremena kašnjenja, koristi se i za opisivanje lomljenja krtih materijala (npr. keramike) (Lu i dr., 2005; Wu i dr., 2006). Osim Weibulove raspodele, za opisivanje vremena kašnjenja koriste se još i Gama, Erlangova, Gumbelova (raspodela ekstremnih vrednosti) i druge raspodele zasnovane na Poasonovoj raspodeli (Johnson i dr., 1995).

U prvim eksperimentima vreme formiranja pražnjenja tretirano je kao konstanta. Za njegovo određivanje najpre je korišćen presek linearnog fita eksperimentalnih podataka predstavljenih na Laue dijagramu sa vremenskom osom. Osim toga, za određivanje vremena formiranja pražnjenja korišćena je minimalna vrednost ili minimalna klasa na histogramu vremena kašnjenja proboja ili razlika $t_f \approx t_d - \sigma(t_d)$ (Marković i dr., 1997). Kasnije je uočeno da vreme formiranja pražnjenja nije konstantno i da prati neku raspodelu. Za opisivanje vremena formiranja pražnjenja primenjuje se Gausova raspodela (Marković i dr., 2007a; 2009):

$$f(t_f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t_f - \bar{t}_f)^2}{2\sigma^2}}, \quad (3.11)$$

gde je \bar{t}_f srednja vrednost, a σ standardna devijacija vremena formiranja pražnjenja. Izbor minimalne vrednosti vremena kašnjenja proboja kao aproksimacije za vreme formiranja pražnjenja može u određenim slučajevima biti pogrešno zbog postojanja autlajera (outlier), podataka koji odstupaju od raspodele (Barnet i Lewis, 1980), pa je zbog toga bolje uzimati nekoliko vrednosti pa usrednjiti ili pak minimalnu klasu na histogramu vremena kašnjenja.

U ovoj glavi disertacije dati su prelaz sa diskretne binomne raspodele za nastanak elektrona na kontinualnu Gausovu raspodelu za statističko vreme kašnjenja i uopštenje mešovite raspodele statističkog vremena kašnjenja i relacije za elektronski prinos za slučaj smeše n raspodela. Osim toga, primenjena je Monte Karlo simulacija Gausove, mešovite Gaus-eksponencijalne i eksponencijalne raspodele, uz pomoć inverzne i Boks-Milerove metode. Izmerene raspodele u električnim probojima u sintetičkom vazduhu sa elektrodama izrađenim od različitih materijala su modelovane analitički, numerički i uz pomoć simulacija. Analiziran je nastanak mešovityh raspodela u probojima u sintetičkom vazduhu i dato je fizičko objašnjenje za njihov nastanak. Raspodele zasnovane na binomnoj raspodeli nastanka proboja biće upoređene sa Vejbulovom raspodelom pomoću Akaikeovog informacionog kriterijuma (AIC). Na kraju je data analiza vremena formiranja pražnjenja kako bi se ispitalo postojanje autlajera i fitovana je naponska zavisnost vremena formiranja pražnjenja iz koje je određen koeficijent zahvata elektrona. Vreme formiranja je takođe povezano sa vremenom preleta jona odakle je određena brzina drifta (brzina usmerenog kretanja u pravcu polja) dominantnog jona.

3. 2 Analitički prelaz na Gausovu raspodelu za statističko vreme kašnjenja proboja

Kao što je prethodno u uvodu rečeno, Kiselev (1965) je dao strogi prelaz sa binomne raspodele za nastanak elektrona u međuelektrodnom prostoru na kontinualnu raspodelu statističkog vremena kašnjenja. Pri izvođenju ove raspodele pretpostavio je da je verovatnoća nastanka elektrona mala čime je dobio diskretnu Poasonovu raspodelu iz koje se dalje dobija kontinualna eksponencijalna raspodela statističkog vremena kašnjenja proboja. Eksplicitno je tvrdio da je primena Gausove raspodele za opisivanje statističkog vremena kašnjenja pogrešna. Nasuprot tome, eksperimenti su pokazali da ovo tvrđenje nije u potpunosti tačno (Llewellyn-Jones i de la Perrelle 1949; Choi i dr., 1995; Marković i dr., 2006; 2009; Astrov i dr., 2008) i da za slučaj visokih prinosa dolazi do pojave Gausove raspodele. Iz tog razloga, polazeći od binomne raspodele za nastanak inicijalnih elektrona izveden je prelaz na Gausovu raspodelu za vreme kašnjenja za slučajeve visokih elektronskih prinosa. Neka je data binomna raspodela za nastanak elektrona (relacija 3.12) i neka je statističko vreme t_s podeljeno na m beskonačno malih podintervala $\Delta t = t_s / m$. Verovatnoća nastanka inicijalnog elektrona p u podintervalu Δt jednaka je YPt_s / m , dok je verovatnoća ne-nastanka inicijalnog elektrona onda $1 - YPt_s / m$. Verovatnoća nastanka proboja za vreme kašnjenja t_s jednaka je sumi verovatnoća nastanka j inicijalnih elektrona u međuelektrodnom prostoru, gde j uzima vrednosti iz intervala $[k, m]$, k je pozitivan ceo broj i $k \leq m$:

$$W = \sum_{j=k}^m C_j^m \left(\frac{YPt_s}{m} \right)^j \left(1 - \frac{YPt_s}{m} \right)^{m-j}, \quad (3.12)$$

gde su C_j^m binomni koeficijenti. Za slučaj kada verovatnoće p i $1 - p$ ne teže nuli i $m \rightarrow \infty$, na osnovu de Moavr-Laplasove teoreme (Wackerly i dr., 1996), binomna raspodela se može aproksimirati Gausovom raspodelom sa srednjom vrednošću $\mu = mp$ i disperzijom $\sigma^2 = mp(1 - p)$. Kako su m i j veliki, to se primenom Stirlingove apoksimacije dobija:

$$p_{t_s}(j) = ae^{-\frac{(j - YPt_s)^2}{2YPt_s}}, \quad (3.13)$$

gde je a konstanta normalizacije, a \bar{t}_s je srednja vrednost statističkog vremena kašnjenja. Kako je j veliko, suma u relaciji (3.12) se može zameniti integralom, pa se dobija:

$$dp_{t_s}(j) = p_{t_s}(j) dj = \frac{1}{\sqrt{2\pi YP t_s}} e^{-\frac{(j-YP\bar{t}_s)^2}{2YP t_s}} dj. \quad (3.14)$$

Ako se uzme da je $j = [YP t_s]$ (najveći ceo broj od $YP t_s$) i YP konstantno:

$$p_{t_s}(j) dj \approx p_{t_s}(t_s) YP dt_s = \frac{1}{\sqrt{2\pi t_s / (YP)}} e^{-\frac{(t_s - \bar{t}_s)^2}{2t_s / (YP)}} dt_s, \quad (3.15)$$

dobijena je Gausova raspodela za statističko vreme kašnjenja proboja. Gustina verovatnoće data je sledećom relacijom:

$$f(t_s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t_s / (YP)}} e^{-\frac{(t_s - \bar{t}_s)^2}{2t_s / (YP)}}, \quad (3.16)$$

a njenim integraljenjem dobija se izraz za funkciju raspodele statističkog vremena kašnjenja:

$$F_G(t_s) = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{t_s - \bar{t}_s}{\sqrt{2t_s / (YP)}} \right) \right]. \quad (3.17)$$

3.3 Mešovite raspodele za statističko vreme kašnjenja proboja

Mešovite raspodele se koriste u slučaju postojanja više od jedne potpopulacije u eksperimentalnim podacima (Titterington i dr., 1985). Prvi put je mešovita raspodela dve eksponencijalne raspodele primenjena za slučajeve otkaza vakuumskih cevi (Acheson i McElwee, 1951), a zatim i za slučaj radio predajnika (Mendenhall i Hader, 1958). Oblik raspodele zavisi od broja i tipa potpopulacija u podacima i može se uočiti na histogramima ili na papirima verovatnoće. Za slučaj statističkog vremena kašnjenja najpre je primenjena mešovita Gaus-eksponencijalna raspodela za slučaj proboja u azotu i neonu (Marković i dr., 2006; 2009), kao i dvostruka Gausova u neonu (Marković i dr., 2009; Stamenković i dr., 2013). Kako su eksponencijalna i Gausova raspodela izvedene iz binomne raspodele nastanka inicijalnih elektrona, to se primenom mešovite raspodele potpuno opisuje statističko vreme kašnjenja proboja. Mešovita raspodela koja se sastoji iz smeše n raspodela je definisana na sledeći način:

$$f(t_s) = \sum_{i=1}^n a_i f_i(t_s) \quad (3.18)$$

gde su

$$a_i > 0, \quad i = 1 \dots n \quad \sum_{i=1}^n a_i = 1 \quad (3.19)$$

udeli pojedinačnih raspodela, a t_s je vreme kašnjenja za pojedinačnu eksponencijalnu ili Gausovu raspodelu. Izborom ovih raspodela zasnovanih na binomnoj raspodeli moguće je izračunavanje elektronskog prinosa. Relacija za efektivni elektronski prinos za eksponencijalnu raspodelu ima sledeći oblik:

$$Y_{ef} = \frac{1}{t_{se}}, \quad (3.20)$$

gde je $\overline{t_{se}}$ srednja vrednost kašnjenja proboja i efektivni elektronski prinos $Y_{ef} = YP$. Za slučaj Gausove raspodele efektivni elektronski prinos dat je sledećom relacijom (Marković i dr., 2012):

$$Y_{ef} = \frac{\overline{t_{sg}}}{\sigma_g^2}, \quad (3.21)$$

gde je $\overline{t_{sg}}$ srednja vrednost, a σ_g je standardna devijacija statističkog vremena kašnjenja proboja. Kako su za eksponencijalnu raspodelu srednja vrednost i standardna devijacija jednake, to se relacija za elektronski prinos za Gausovu raspodelu može usvojiti kao opšti oblik. Dakle, kako bi se odredila relacija za elektronski prinos potrebno je naći vrednost parametara mešovite raspodele.

U daljem tekstu razmatran je slučaj mešovite Gaus-eksponencijalne raspodele. Kako bi se odredio elektronski prinos za ovu raspodelu potrebno je naći parametre raspodele. Funkcija gustine verovatnoće za ovu raspodelu definisana je sledećom relacijom:

$$f_{GE}(t_s) = a_G \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_g} e^{-\frac{(t_s - \overline{t_{sg}})^2}{2\sigma_g^2}} + a_E \frac{1}{t_{se}} e^{-\frac{t_s}{t_{se}}}, \quad (3.22)$$

gde su a_G i a_E udeli raspodela, $\overline{t_{sg}}$ i $\overline{t_{se}}$ srednje vrednosti, a σ_g standardna devijacija Gausovog udela statističkog vremena kašnjenja. Kumulativna raspodela mešovite Gaus-eksponencijalne raspodele data je sledećom relacijom:

$$F_{GE}(t_s) = a_G \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{t_s - \overline{t_{sg}}}{\sigma_g \sqrt{2}} \right) \right] + a_E \left(1 - e^{-\frac{t_s}{t_{se}}} \right). \quad (3.23)$$

Momenti raspodele slučajne promenljive sa takvom raspodelom se računaju na sledeći način:

$$E[X^k] = \sum_{i=1}^n a_i E[X_i^k]. \quad (3.24)$$

Iz prethodne relacije izračunata su prva dva momenta ove raspodele:

-srednja vrednost:

$$\mu_1 = a_G \overline{t_{sg}} + a_E \overline{t_{se}}, \quad (3.25)$$

-disperzija kao drugi centralni moment:

$$\mu_2 = a_G^2 \sigma_G^2 + a_E^2 \sigma_E^2 = a_G^2 \sigma_G^2 + a_E^2 \overline{t_{se}}^2, \quad (3.26)$$

-kao i koeficijent asimetrije:

$$\mu_3 = 3a_G a_E^2 \overline{t_{sg}} \overline{t_{se}}^2 + 3a_G^2 a_E \sigma_G^2 \overline{t_{se}} + 2a_E^3 \quad (3.27)$$

-i ekscelni koeficijent spljoštenosti:

$$\mu_4 = 6a_G^2 a_E^2 \sigma_G^2 \overline{t_{se}}^2 + 8a_G a_E^3 \overline{t_{sg}} + 6a_E^4. \quad (3.28)$$

Na osnovu prva dva momenta, srednje vrednosti i disperzije moguće je izračunati efektivni elektronski prinos. Dakle, polazeći od relacije (3.18), relacije za srednju vrednost:

$$\overline{t_s} = a_G \overline{t_{sg}} + a_E \overline{t_{se}} \quad (3.29)$$

i disperziju:

$$\sigma^2 = a_G^2 \sigma_g^2 + a_E^2 \overline{t_{se}}^2 \quad (3.30)$$

dobija se sledeća relacija za efektivni elektronski prinos (Jovanović i dr. 2014a):

$$Y_{ef} = \frac{a_G \overline{t_{sg}} + a_E \overline{t_{se}}}{a_G^2 \sigma_g^2 + a_E^2 \overline{t_{se}}^2}. \quad (3.31)$$

Ova relacija se u graničnim slučajevima kada $a_G \rightarrow 0$ ili $a_E \rightarrow 0$ svodi na relaciju za pojedinačne komponente, tj. Gausovu ili eksponencijalnu raspodelu. Uopšteno, za smešu n

komponenti elektronski prinos ima sledeći oblik:

$$Y_{ef} = \frac{\sum_{i=1}^n a_i \overline{t_{si}}}{\sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_i^2}, \quad (3.32)$$

gde je a_i udeo pojedinih komponenata, $\overline{t_{si}}$ srednja vrednost, a σ_i je standardna devijacija statističkog vremena kašnjenja. Dakle, osim Gausove i eksponencijalne mogu se koristiti i kombinacija dve ili više eksponencijalnih ili Gausovih raspodela i iz njih se može izračunati efektivni elektronski prinos.

3.4 Statističke metode za analizu vremena kašnjenja proboja

Statističke metode se mogu podeliti na klasične metode gde se vrši direktna analiza podataka, grafičke metode gde se zaključak izvodi na osnovu crtanja grafika i Bajesovske metode gde se vrši analiza podataka i poredi sa posteriornom raspodelom (Barlow, 1999; Hogg i dr., 2005). U fizici se najčešće koristi grafičko prikazivanje podataka odakle se najčešće zaključuje o tipu modela koji će biti primenjen za njihovo opisivanje. Direktna analiza podataka se zasniva na pretpostavci modela koji će biti primenjen za opisivanje eksperimentalnih podataka, a zatim na grafičkom prikazivanju i poređenju modela i eksperimenta. Prednost grafičkog prikazivanja je što može dati direktne informacije o eksperimentalnim podacima, ali nije dovoljno precizno u toj oceni. Nedostatak direktne analize podataka je što zahteva pretpostavku kako bi bilo moguće tumačenje podataka, što može da dovede do pogrešnih zaključaka. Važna stvar na koju se mora obratiti pažnja pri primeni statističkih metoda je fizičko tumačenje (značenje) primenjenih modela. U statistici se mogu primeniti različiti modeli koji će dobro opisivati eksperimentalne podatke, ali je u fizici cilj primeniti model iz koga se mogu izvući fizički značajni parametri, tj. informacije o fizičkom procesu. U ovoj disertaciji primenjen je kombinovani pristup, grafičke metode i modelovanja podataka analitičkim modelima. U ovoj glavi opisan je postupak Monte Karlo simulacije Gausove, eksponencijalne i mešovite raspodele koja je kasnije primenjena za modelovanje statističkog vremena kašnjenja i dat je pregled statističkih testova koji su korišćeni za testiranje raspodela i otkrivanje autlajera. Na kraju su eksperimentalne raspodele modelovane Gausovom, Gaus-eksponencijalnom i Vejbulovom raspodelom i upoređene uz pomoć Akaikeovog informacionog kriterijuma (AIC).

3.4.1 Monte Karlo simulacija

Monte Karlo simulacija predstavlja metodu baziranu na generisanju podataka na osnovu slučajnih brojeva. Prvobitno je razvijena u Los Alamosu od strane Nikolasa Metropolis, Džona fon Nojmana i Stanislava Ulama koji su radili na Menhetn projektu na razvoju atomske bombe (Metropolis, 1987). Ideja je bila da se generisanjem slučajnih brojeva opiše problem difuzije neutrona kroz radijacioni štit. Ime je dobila zbog načina dobijanja slučajnih brojeva koji su generisani slučajnim izvlačenjem, slično ruletu u kockarnicama u Monte Karlu. Sama ideja o primeni slučajnih brojeva se javila još ranije. Bufon je prvi izveo eksperiment sa bacanjem igle gde je posmatrao koliko će puta igla pasti na paralelne linije na podu (Hogg i dr., 2005). Na osnovu ovog eksperimenta izračunao je vrednost broja π . Ova metoda se osim toga koristi kao alternativa za rešavanje složenih, najčešće višestrukih integrala koji se ne mogu efikasno rešiti numeričkim metodama i naziva se Monte Karlo integracijom. U zadnjih dvadeset godina ova metoda je našla značajnu primenu u modernoj statistici zasnovanoj na “butstrep” i Bajesovskim metodama za proučavanje karakteristika konačnog broja uzoraka i testiranju hipoteza (Hogg i dr., 2005). U disertaciji je ova metoda primenjena za modelovanje statističkog vremena kašnjenja proboja.

3.4.2 Generatori slučajnih brojeva

Monte Karlo metode baziraju se na generisanju nizova slučajnih brojeva. Slučajni brojevi su niz brojeva koji se ne pokoravaju nikakvom obrascu i njihova pojava je nasumična. Javljaju se u određenim prirodnim pojavama (radioaktivni raspad) ili eksperimentima kod kojih unapred nije poznat ishod (Metropolis, 1987). Prvobitno je za potrebe dobijanja slučajnih brojeva korišćeno izvlačenje karata ili kuglica iz urni. Zbog potrebe za slučajnim brojevima formirane su i tablice slučajnih brojeva. Tako je npr. Tipet 1927. godine sastavio tablicu od 40000 brojeva (Knuth, 1997). Dalje je pokušano generisanje slučajnih brojeva pomoću mehaničkih mašina koje su se pokazale kao jako neefikasne i nepouzidane. Prvu veću tablicu koja se sastoji od 1000000 cifara dekadnog brojnog sistema formirala je “Rand korporacija” 1955. godine metodom baziranom na ruletu (Popović, 2003). Kao prirodni generator slučajnih brojeva može se koristiti i bacanje kockica, izvlačenje karata, radioaktivni raspad čestica ili iracionalni brojevi (π , $\sqrt{7}$ i dr). Nedostatak prirodnih slučajnih brojeva, iako su oni zaista slučajni, je to što je njihovo generisanje sporo. Pojavom računara tablice slučajnih brojeva se sve manje koriste već se pribegava primeni pseudoslučajnih brojeva.

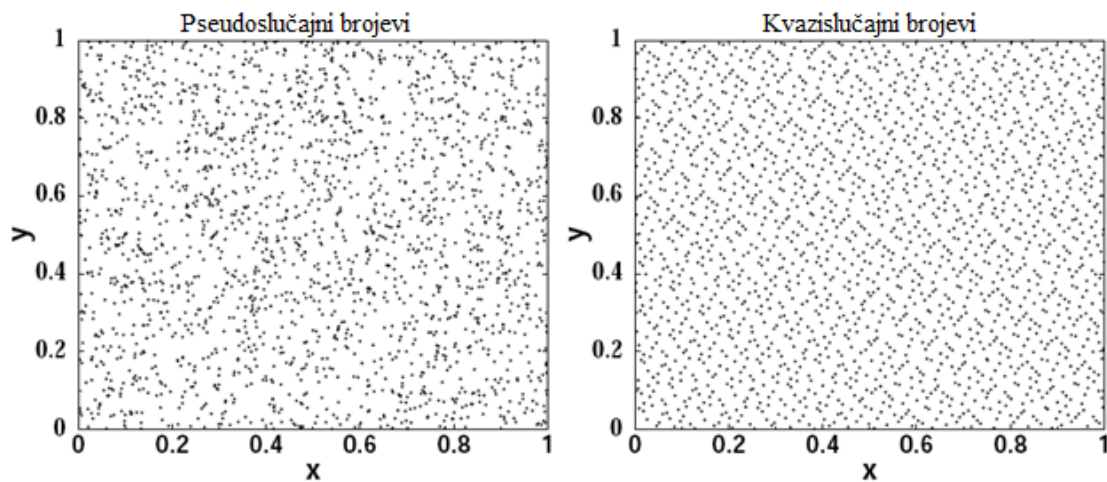
Pseudoslučajni brojevi predstavljaju dovoljno dobru aproksimaciju slučajnih brojeva. Baziraju se na algoritmima koji se izvode na računaru. Postoji više metoda za generisanje pseudoslučajnih brojeva. Istorijski gledano prvi metod za generisanje pseudoslučajnih brojeva je dao Nojman 1946. godine i to je bio metod sredine kvadrata. On je predložio da se kao generator koristi kvadrat broja gde bi se kao slučajni broj uzele centralne cifre dobijenog kvadrata, dok bi se ostale iskoristile kao broj koji se dalje kvadrira. Glavni problem ove metode je što se nizovi brojevi veoma brzo ponavljaju dok je prednost ove metode što je jako brza jer zahteva samo jednu operaciju. Kao bolje metode koristili su se sve složeniji algoritmi kojima je pokušano generisanje slučajnog niza brojeva. Ti algoritmi, kao npr. k-algoritam super generatora slučajnih brojeva, su se pokazali izuzetno neefikasnim i komplikovanim za upotrebu i potvrdili tezu fon Nojmana da se algoritmima baziranim na aritmetičkim operacijama nikako ne mogu generisati slučajni brojevi (Knuth, 1997). Lemer je 1949. godine dao linearni kongruentni metod koji predstavlja jednostavan i izuzetno efikasan algoritam za generisanje pseudoslučajnih brojeva. Niz pseudoslučajnih brojeva x_0, x_1, x_2, \dots se dobija primenom sledeće formule:

$$x_{n+1} = (ax_n + c) \bmod M, \quad (3.33)$$

gde su x_0 početna vrednost, a množitelj, c ostatak i M pogodno odabrana konstanta za dobijanje što dužeg niza (Popović, 2003), pri čemu je najčešće $M = 2^k$, a k je jako veliki broj. Nedostatak ove metode je izražena periodičnost, pa ova metoda nije povoljna za slučajeve gde je potrebno generisati mnogo slučajnih brojeva. Takođe, za svaku isto odabranu početnu vrednost generisaće se identičan niz brojeva. Uprkos svojim nedostacima ova metoda je ostala jedna od najkorišćenijih, sve do razvitka metoda sa pomeranjem registra (Knuth, 1997). Kao unapređenje ove metode pokušalo se sa usložnjavanjem algoritma i promenom početnih vrednosti, ali time nisu dobijeni bolje generisani slučajni brojevi.

Kao pogodnija metoda za generisanje pseudoslučajnih brojeva nameću se metode generatora linearno pomerajućeg registra u koje spadaju metode XOR i Mersena tvister. Metoda XOR je data 1968. godine od strane Marsaglie (2003). Ova metoda je jako brza i može generisati niz od $2^{192} - 1$ brojeva bez pojave periodičnosti, pa se danas često koristi. Mersena tvister algoritam je razvijen od strane Macumota i Nišimure (Matsumoto i Nishimura, 1998) i spada u grupu metoda sa linearno pomerajućim registrom. Glavna prednost ove metode je periodičnost reda $2^{19937} - 1$ i izuzetna brzina. Koristi se kao podrazumevani

generator u nizu programskih jezika (Python, R, php, Ruby) i programskih biblioteka (GNU-GSL).



Slika 3.1. Poređenje pseudoslučajnih i kvazislučajnih brojeva (Press i dr., 2007)

Osim pseudoslučajnih brojeva, postoje i tzv. kvazislučajni brojevi kod kojih postupak generisanja nije dovoljno slučajan. Razlika između kvazislučajnih i pseudoslučajnih brojeva je što su vrednosti kvazislučajnih ravomerno raspoređene, dok vrednosti pseudoslučajnih brojeva mogu da se grupišu u klustere (slika 3.1). Zato je ponekad za neke primene povoljnije koristiti kvazislučajne brojeve.

Za generisanje slučajnih brojeva koji su korišćeni u disertaciji korišćena je ugrađena funkcija *rand()* programskog jezika C++ koja se bazira na linearnom kongruentnom metodu gde je kao početna vrednost x_0 uzeto sistemsko vreme računara, dok su vrednosti $a = 65536$ i $M = 2^{64} - 1$.

3.4.3 Monte Karlo simulacija Gausove, eksponencijalne i mešovite Gaus-eksponencijalne raspodele statističkog vremena kašnjenja proboja

Generisanjem slučajnih promenljivih Monte Karlo metodom dobijene su raspodele vremena kašnjenja i broja čestica. Slučajne promenljive su dobijene primenom metode inverzije (Popović, 2003) i Boks-Milerovom metodom (Press i dr., 2007). U daljem tekstu biće razmatrana svaka od metoda pojedinačno.

Metoda inverzije se primenjuje kod raspodela kojima se lako može naći inverzna funkcija raspodele. Neka je slučajna promenljiva X apsolutno neprekidnog tipa sa funkcijom raspodele F . Rešenje jednačine:

$$F(X) = \xi \quad (3.34)$$

po nepoznatoj X , pri čemu je $\xi: \mathcal{U}[0, 1]$, je slučajna promenljiva čija je funkcija raspodele baš F (Popović, 2003). Razmotrimo konkretno slučaj eksponencijalne raspodele koja ima inverznu funkciju od funkcije raspodele. Kako je

$$F(X) = 1 - e^{-\lambda X} = \xi \quad (3.35)$$

a $\xi: \mathcal{U}[0, 1]$, sledi da je:

$$X = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - \xi) \quad (3.36)$$

Dakle, postupak se sastoji u zameni generisanih slučajnih brojeva, koji inače podležu uniformnoj raspodeli, u relaciju (3.36) čime se dobijaju vrednosti slučajne promenljive iz eksponencijalne raspodele.

Za generisanje Gausove raspodele primenjuje se metod Boks-Milera (Press i dr., 2007). Ovaj metod se zasniva na generisanju brojeva $U_1: \mathcal{U}[0, 1]$ i $U_2: \mathcal{U}[0, 1]$. Promenljive:

$$X_1 = \mu + \sigma \sqrt{-2 \ln U_1} \cos(2\pi U_2) \quad (3.37)$$

$$X_2 = \mu + \sigma \sqrt{-2 \ln U_1} \sin(2\pi U_2). \quad (3.38)$$

su normalno raspodeljene sa srednjom vrednošću μ i standardnom devijacijom σ . Postupak se ponavlja za željeni broj vrednosti promenljive.

Za slučaj mešovite raspodele generisane su vrednosti slučajnih promenljivih iz Gausove i eksponencijalne raspodele. Postupak se sastoji u tome da se najpre generiše slučajni broj iz uniformne raspodele pomoću koga se metodom Boks-Milera (Box-Muller) generišu vrednosti slučajne promenljive sa Gausovom raspodelom. Zatim se sa istim slučajnim brojem generišu vrednosti slučajne promenljive iz eksponencijalne raspodele primenom inverzne metode. Slučajna promenljiva:

$$Z = a_G X + a_E Y \quad (3.39)$$

dobijena na ovaj način je iz Gaus-eksponencijalne raspodele. Postupak se ponavlja za željeni broj vrednosti slučajne promenljive.

3.4.4 Statističko testiranje hipoteza

Statistički testovi hipoteza su moćan metod koji daje informaciju da li se neka prethodno definisana hipoteza o nekoj raspodeli može prihvatiti ili mora odbaciti. Najpre je potrebno definisati nultu i alternativnu hipotezu. Kod testiranja hipoteza postoje dva tipa grešaka. Greške I tipa nastaju onda kada se nulta hipoteza odbaci, a ustvari je tačna. Greške II tipa nastaju kada se prihvati pogrešna nulta hipoteza umesto tačne alternativne hipoteze. Verovatnoća da se napravi greška I tipa je nivo značajnosti α . Izuzetno je važno izabrati odgovarajući nivo značajnosti. Standardno se u teoriji statističkog zaključivanja koristi nivo značajnosti $\alpha = 0,05$, tako da će se i u ovom slučaju koristiti ta vrednost. Statistički testovi se mogu podeliti na parametarske i neparametarske testove. Parametarski testovi uglavnom služe za testiranje hipoteze o parametrima raspodele, mada je podela izvedena na osnovu raspodela testa statistika. Naime parametarski su testovi oni kod kojih raspodela test statistike zavisi od raspodela obeležja koje se posmatra, dok su neparametarski oni kod kojih raspodela test statistike ne zavisi od raspodela posmatranog obeležja. Testiranje hipoteza ima široku primenu, ali će u našem slučaju biti primenjena na testiranje saglasnosti raspodele sa pretpostavljenom raspodelom. Test koji ćemo najčešće koristiti za testiranje raspodela je Kolmogorov-Smirnov test (Kolmogorov, 1933; Smirnov, 1948). Test Kolmogorov-Smirnova (KS) je neparametarski statistički test koji se koristi za određivanje da li su podaci iz populacije sa određenom raspodelom apsolutno neprekidnog tipa (Popović, 2003). Testira se nulta hipoteza:

$$H_0: F(x) = F^*(x), \quad (3.40)$$

gde je $F(x)$ teorijska funkcija raspodele koja se testira, a $F^*(x)$ empirijska funkcija raspodele. Ovaj test se zasniva na minimiziranju razlike empirijske i teorijske raspodele i statistika ovog testa data je sledećom relacijom:

$$D_n = \sup_{x \in R} |F(x) - F^*(x)|, \quad (3.41)$$

gde je $F(x)$ teorijska funkcija raspodele, a $F^*(x)$ empirijska funkcija raspodele. Granica kritične oblasti za nivo značajnosti α čita se iz tablice Kolmogorova (Kolmogorov, 1933). Osnovni nedostatak ove metode je slaba osetljivost u slučaju raspodele sa izraženim, tzv. teškim, repovima ili slučajevima u kojima se podaci ponavljaju.

Osim testa raspodela, u ovoj disertaciji korišćen je i modifikovani Tomsonov tau test za testiranje postojanja autlajera u eksperimentalnim podacima (Barnet i Lewis, 1980; Thompson, 1935). On se zasniva na odstupanju podataka od srednje vrednosti. Test statistika je data relacijom:

$$\delta = (x - \bar{x}) / s, \quad (3.42)$$

gde je x realizovana vrednost slučajne promenljive, \bar{x} srednja vrednost, a s standardna devijacija podataka. Ona se poredi sa τ vrednošću koja se računa na osnovu relacije:

$$\tau = \frac{t_{\alpha/2}(n-1)}{\sqrt{n} \sqrt{n-2 + t_{\alpha/2}^2}}, \quad (3.43)$$

gde je n broj podataka, $t_{\alpha/2}$ je $\alpha/2$ kvantil Studentove raspodele sa $n-2$ stepeni slobode, a α je nivo značajnosti. Kriterijum koji se primenjuje za odlučivanje da li se podatak treba smatrati autlajerom i odbaciti ili ne je sledeći:

-ukoliko je $\delta \leq \tau$ testirani podatak nije autlajer i ne treba ga odbaciti

-ukoliko je $\delta > \tau$ testirani podatak je autlajer.

U našem eksperimentu, ukoliko je testirani podatak autlajer, on se odbacuje, a testiranje se ponavlja sve dok više nema autlajera.

3.4.5 Analiza disperzija

Analiza disperzija (ANOVA) je statistički postupak primenjen za određivanje uticaja jednog ili više faktora na rezultat eksperimenta, tj. na posmatrano obeležje (Popović, 2003; Hogg i dr., 2005). Kao što samo ime metode kaže, zasniva se na analizi disperzije (varijansi). U zavisnosti od broja faktora koji se razmatraju, može biti jednofaktorska, dvofaktorska ili višefaktorska. U ovoj disertaciji će se razmatrati uticaj najviše dva faktora, pa je zato dat prikaz dvofaktorske ANOVA-e. Kod dvofaktorske analize razmatra se uticaj dva faktora A i B na obeležje X. Matematički model dvofaktorske analize na prostom uzorku je (Popović, 2003):

$$X_{ij} = m + \mu_i + \nu_j + \varepsilon_{ij}, \quad (3.44)$$

gde je m matematičko očekivanje obeležja X, μ_i uticaj i-tog nivoa prvog faktora (A),

ν_j uticaj j -og nivoa drugog faktora (B), dok je ε_{ij} slučajna greška merenja. Testiraju se nulte hipoteze da pomenuti faktori pojedinačno ili oba ne utiču na ishod eksperimenta, tj. da:

$$H_{0A}: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k = 0, \quad (3.45)$$

$$H_{0B}: \nu_1 = \nu_2 = \dots = \nu_k = 0, \quad (3.46)$$

$$H_{0AB}: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k = \nu_1 = \nu_2 = \dots = \nu_k = 0, \quad (3.47)$$

protiv alternativnih hipoteza redom:

$$H_{1A}: \exists i, i \in \{1, 2, \dots, k\}, \mu_i \neq 0, \quad (3.48)$$

$$H_{1B}: \exists j, j \in \{1, 2, \dots, l\}, \nu_j \neq 0, \quad (3.49)$$

$$H_{1AB}: \exists (i, j) \text{ tako da je } (i, j) \in \{1, 2, \dots, k\} \times \{1, 2, \dots, l\}, (\mu_i, \nu_j) \neq (0, 0). \quad (3.50)$$

Za sprovođenje testiranja koriste se sledeće sume:

-ukupna suma kvadrata odstupanja od srednje vrednosti:

$$Q = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l (X_{ij} - \bar{X})^2. \quad (3.51)$$

-suma kvadrata za prvi faktor:

$$Q_A = l \sum_{i=1}^k (\bar{X}_{i\cdot} - \bar{X})^2. \quad (3.52)$$

-suma kvadrata za drugi faktor:

$$Q_B = k \sum_{j=1}^l (\bar{X}_{\cdot j} - \bar{X})^2. \quad (3.53)$$

-slučajna suma kvadrata:

$$Q_S = Q - Q_A - Q_B. \quad (3.54)$$

Ukoliko su nulte hipoteze tačne, sledeće statistike:

$$F_{k-1, (k-1)(l-1)} = \frac{(k-1)(l-1)Q_A}{(k-1)Q_S}. \quad (3.55)$$

$$F_{l-1,(k-1)(l-1)} = \frac{(k-1)(l-1)Q_B}{(l-1)Q_S}. \quad (3.56)$$

$$F_{k+l-21,(k-1)(l-1)} = \frac{(k-1)(l-1)(Q_A + Q_B)}{(k+l-2)Q_S} \quad (3.57)$$

imaju Fišerove raspodele sa naznačenim (u indeksu) stepenima slobode.

3.4.6 Akaikeov informacioni kriterijum (AIC)

Akaikeov informacioni kriterijum (AIC) predstavlja relativnu meru kvaliteta primenjenog modela na set podataka (Akaike, 1974). On, međutim ne daje informaciju o kvalitetu modela u apsolutnom smislu. Npr., ako se porede dva loša modela, AIC će dati samo informaciju koji model je manje loš, a ne i o tome da su oba posmatrana modela zapravo loša. Statistika ovog kriterijuma je bazirana na funkciji maksimalne verodostojnosti i broju parametara testirane raspodele:

$$AIC = 2k - 2 \ln(L). \quad (3.58)$$

gde je L maksimizirana vrednost funkcije verodostojnosti, a k je broj parametara raspodele. Alternativna formulacija AIC vrednosti je data preko rezidualne sume zbir kvadrata u slučaju kada su nam one dostupne i kada su disperzije svih upoređivanih modela iste:

$$AIC = N \ln \left(\frac{R}{N} \right) + 2k. \quad (3.59)$$

gde je R rezidualna suma kvadrata, N je broj podataka, a k je broj parametara primenjene raspodele. AIC vrednost nema smisla sama za sebe, već samo kada se koristi za poredenje neka dva modela.

Dakle, poredenjem modela na osnovu AIC vrednosti određuje se koji od njih bolje opisuje podatke, ili strožije rečeno, koji model ima manji gubitak informacija (Akaike, 1974). Osim kvaliteta primenjenog modela, AIC kažnjava modele sa velikim brojem parametara (tzv. overfitovanje). Kao što je na početku rečeno, pre primene potrebno je dobro razmotriti primenjene modele jer ukoliko se primene dva loša modela, AIC daje informaciju samo koji je od njih manje loš.

3.5 Raspodele vremena kašnjenja električnog proboja u sintetičkom vazduhu

3.5.1 Primena Monte Karlo simulacije za modelovanje raspodela statističkog vremena kašnjenja proboja

U disertaciji su razmatrani električni proboji u sintetičkom vazduhu na niskom pritisku sa elektrodama izrađenim od različitih materijala. U zavisnosti od uslova proboja dobijene su eksponencijalne, Gausove i mešovite raspodele. U daljoj analizi najpre će biti prikazan slučaj uzorka sa elektrodama izrađenim od ugljeničnog čelika sa visokim elektronskim prinosom, a zatim će biti primenjena Monte Karlo simulacija raspodela. Vreme kašnjenja proboja izmereno je na cevi napunjenoj sintetičkim vazduhom na pritisku od 300 Pa sa elektrodama izrađenim od ugljeničnog čelika. Elektrode su cilindričnog oblika, prečnika i visine po 6 mm sa međuelektrodnim rastojanjem 6 mm. Statički probojni napon je bio $U_s = 360V$. Merenja su vršena na radnom naponu $U_w = 450V$, struji pražnjenja $I_g = 300 \mu A$, vremenu pražnjenja $t_g = 1s$, na tri različita vremena relaksacije $\tau = 1, 2$ i $5 ms$ (Marković i dr., 2012; Jovanović i dr. 2012). Pre merenja cev je kondicionirana kontinualnim pražnjenjem i serijom proboja, a za vreme merenja bila je zaštićena od spoljašnje svetlosti. Statističko vreme kašnjenja dobijeno je tako što su od ukupnog vremena kašnjenja $t_d = t_s + t_f$ oduzete minimalne vrednosti ukupnog vremena kašnjenja $t_{d \min}$ kao dobre aproksimacije za vreme formiranja pražnjenja $t_f \approx t_{d \min}$. Na tri različita vremena relaksacije $\tau = 1, 2$ i $5 ms$ dobijeni su različiti oblici raspodela statističkog vremena kašnjenja. Za vreme relaksacije $\tau = 1ms$ dobijena je Gausova raspodela, za $\tau = 2ms$ dobijena je mešovita Gaus-eksponencijalna raspodela, a za vreme $\tau = 5ms$ dobijena je eksponencijalna raspodela. Kako bi se sa sigurnošću utvrdilo da li se radi o raspodeli statističkog, a ne vremena formiranja pražnjenja, na slici 3.2 je prikazana memorijska kriva pri datim uslovima merenja.

Sa slike se može videti blagi eksponencijalni porast standardne devijacije na malim vremenima relaksacije (0,1-10 ms) koji ukazuje da je u ovoj oblasti dominantno statističko vreme kašnjenja. Na osnovu relacije za eksponencijalno difuziono opadanje koncentracije jona n_i koje je dominantno pri ovim uslovima:

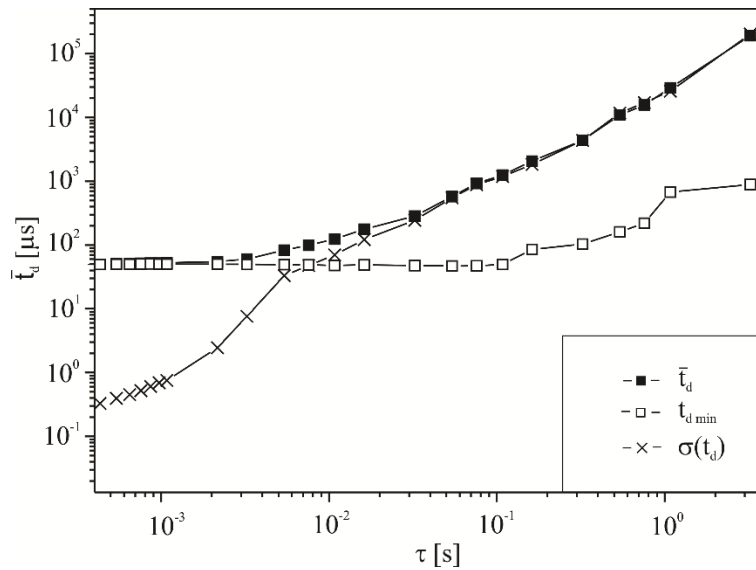
$$n_i = n_{i0} e^{-v\tau} \quad (3.60)$$

i relacije $Y \propto i = \gamma e n_i w_i$ gde je i jačina struje, e elementarno naelektrisanje, n_i koncentracija

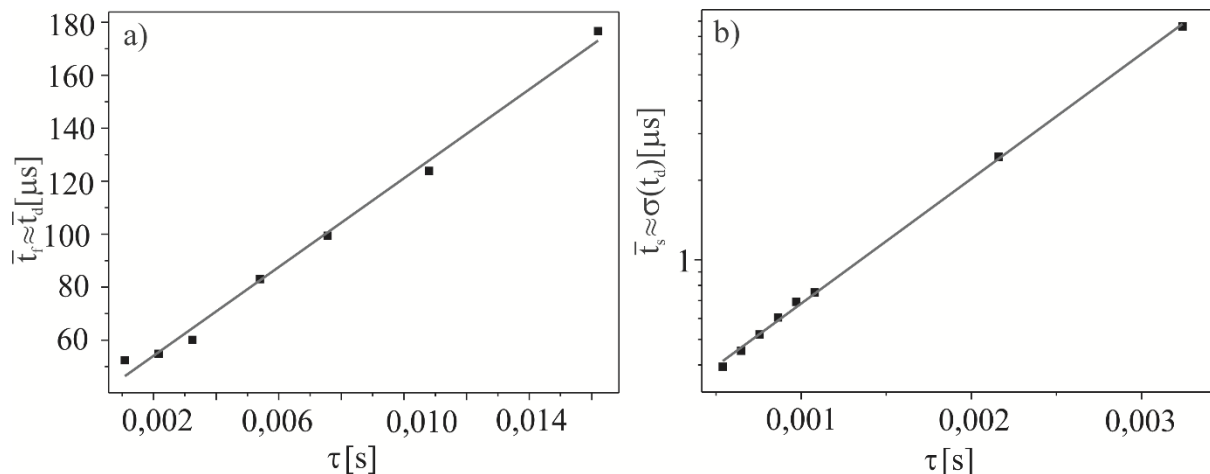
jona i w_i brzina drifta jona, nalazi se da je statističko vreme srazmerno $\bar{t}_s \propto 1/Y \propto e^{\nu\tau}$ (Marković i dr., 2009). Za vreme formiranja pražnjenja:

$$\bar{t}_f = \frac{qt_i}{q-1} \ln \frac{1+(q-1)(i/i_0)}{q}, \quad (3.61)$$

sledi da je srazmerno vremenu relaksacije $\bar{t}_f \propto \tau$, gde je t_i vreme preleta jona, $q = m_i w_i S$ koeficijent multiplikacije elektrona, a γ koeficijent sekundarne elektronske emisije.

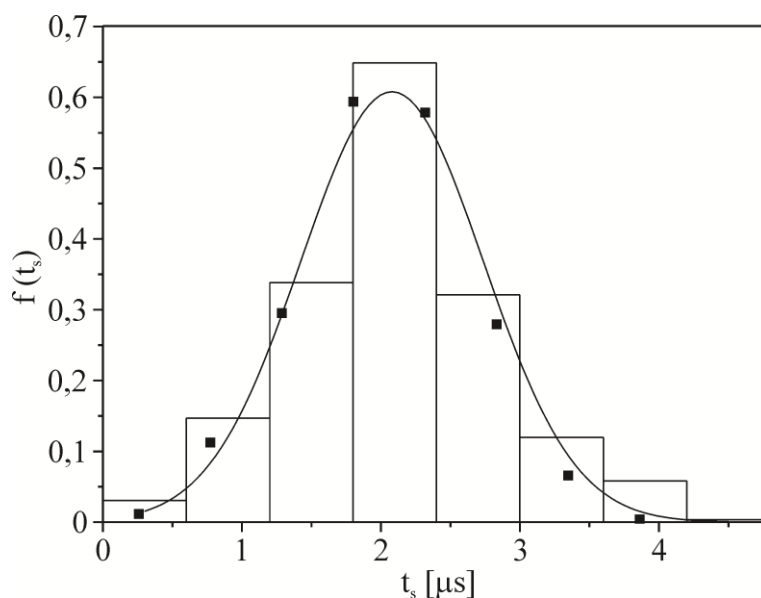


Slika 3.2. Memorijska kriva izmerena na radnom naponu $U_w = 450V$, pri struji pražnjenja $I_g = 300\mu A$ i sa vremenom pražnjenja $t_g = 1s$



Slika 3.3. a) Vreme formiranja pražnjenja i b) statističko vreme kašnjenja probuja linearizovani u linearnoj, odnosno u polulogaritamskoj skali

Raspodela statističkog vremena kašnjenja izmerena na vremenu relaksacije $\tau = 1ms$ prikazana je na slici 3.4. Raspodela je karakterističnog simetričnog oblika, tako da je za njeno modelovanje primenjena Gausova raspodela (3.8).

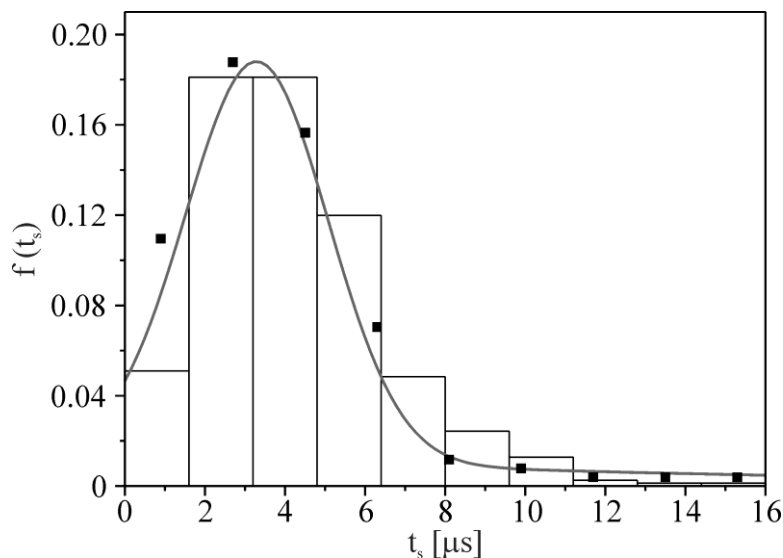


Slika 3.4. Eksperimentalni podaci statističkog vremena kašnjenja proboja za vreme relaksacije $\tau = 1ms$ fitovani Gausovom raspodelom: histogram – eksperimentalni podaci, puna linija- fit analitičkom relacijom (3.8), ■ – raspodela modelovana Monte Karlo simulacijom.

Na osnovu fitovanja dobijene su sledeće vrednosti parametara raspodele: srednja vrednost statističkog vremena kašnjenja $\bar{t}_s = 2,08 \mu s$ i standardna devijacija $\sigma = 0,66 \mu s$. Na osnovu uzorka izračunati su treći i četvrti moment raspodele, odnosno koeficijent asimetrije $\alpha_3 = 0,307$ i koeficijent spljoštenosti $\alpha_4 = 3,54$. Na osnovu prve vrednosti može se videti da je raspodela približno simetrična oko srednje vrednosti, a na osnovu druge da je približno Gausove konkavnosti. Na osnovu relacije (3.21) izračunat je efektivni elektronski prinos koji iznosi $Y_{ef} = YP = 4,7 \times 10^6 1/s$.

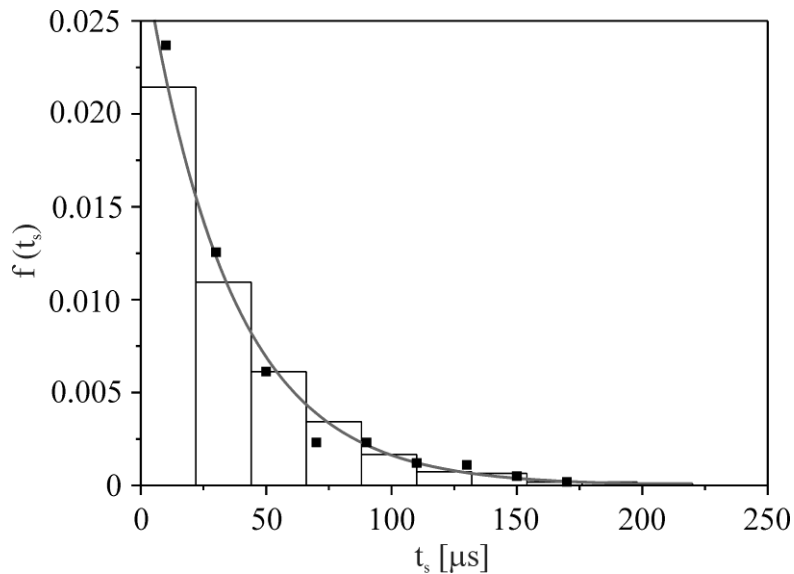
Za slučaj vremena relaksacije $\tau = 2ms$ dobijena je blago asimetrična raspodela (slika 3.5). Na osnovu uzoračkih koeficijenata asimetrije $\alpha_3 = 1,086$ i spljoštenosti $\alpha_4 = 4,724$ može se zaključiti da se radi o blago spljoštenoj asimetričnoj raspodeli. Za fitovanje ove raspodele primenjena je relacija za mešovitu Gaus-eksponencijalnu raspodelu (3.9) i dobijeni su sledeći parametri: $\bar{t}_{sg} = 3,3 \mu s$, $\sigma_g = 1,785 \mu s$, $\bar{t}_{se} = 14,5 \mu s$, dok su udeli raspodele

$a_G = 0,789$ i $a_E = 0,211$. Na osnovu datih parametara i relacije (3.31) određen je efektivni elektronski prinos $Y_{ef} = 4,5 \times 10^5 \text{ 1/s}$.



Slika 3.5. Eksperimentalni podaci statističkog vremena kašnjenja za vreme relaksacije $\tau = 2\text{ms}$ fitovani Gaus-eksponencijalnom funkcijom raspodele: histogram-eksperimentalni podaci, puna linija- fit analitičkom relacijom (3.9), ■ –raspodela dobijena Monte Karlo simulacijom.

Na kraju je prikazana raspodela statističkog vremena kašnjenja za vreme relaksacije $\tau = 5\text{ms}$ (slika 3.6). Eksperimentalni podaci su fitovani eksponencijalnom raspodelom (3.4), i iz fita je određena srednja vrednost statističkog vremena kašnjenja proboja $\bar{t}_s = 34,6 \mu\text{s}$. Iz uzorka su izračunati koeficijent asimetrije $\alpha_3 = 1,913$ i koeficijent spljoštenosti $\alpha_4 = 7,20$. Na osnovu relacije (3.5) određen je efektivni elektronski prinos $Y_{ef} = 2,8 \times 10^4 \text{ 1/s}$. Nastanak Gausove i mešovite raspodele može se objasniti povećanjem elektronskih prinosa. Naime, u slučajevima malih elektronskih prinosa verovatnoća za nastanak inicijalnog elektrona je mala, proces je Poasonov, a raspodela statističkog vremena kašnjenja je eksponencijalna. Nasuprot tome, u slučajevima kada je elektronski prinos veliki (kratka vremena relaksacije, odnosno velika prejonizacija ili velika emisivnost katode) za opisivanja statističkog vremena kašnjenja proboja treba primeniti Gausovu raspodelu. U slučajevima kad imamo mešanje procesa različitog intenziteta potrebno je primeniti mešovitu raspodelu za statističko vreme kašnjenja proboja. U daljem tekstu će detaljnije biti analiziran slučaj mešovitih raspodele.



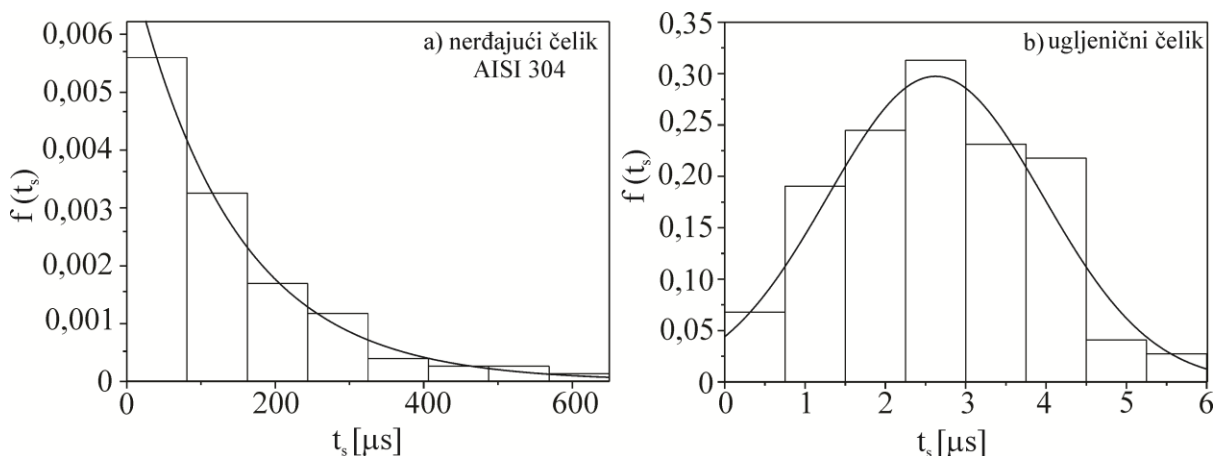
Slika 3.6. Eksperimentalni podaci izmereni na vremenu relaksacije $\tau = 5ms$ fitovani eksponencijalnom raspodelom: histogram- eksperimentalni podaci, puna linija- fit na osnovu analitičke relacije (13), ■ – raspodela dobijena Monte Karlo simulacijom.

3.5.2 Analiza mešovityh raspodela statističkog vremena kašnjenja proboja u sintetičkom vazduhu

Pojava Gausovih i mešovityh raspodela izmerenih na uzorku sa elektrodama izrađenim od ugljeničnog čelika analizirana je primenom statističkih metoda i direktnim poređenjem sa uzorkom sa elektrodama od nerđajućeg čelika. Merenja su izvršena na radnom naponu od $U_w = 475V$, pri struji pražnjenja $I_g = 500 \mu A$, rastojanju $6 mm$, pritisku $300 Pa$, sa vremenom pražnjenja $t_g = 1s$ i na vremenima relaksacije $\tau = 7ms$, $\tau = 17ms$ i $\tau = 50ms$. Statički probojni napon je iznosio $410 V$. Na vremenima manjim od $\tau = 7ms$ dobijene su Gausove raspodele, na vremenima između $\tau = 17ms$ i $\tau = 50ms$ dobijene su mešovite raspodele, dok je na vremenima relaksacije većim od $\tau = 50ms$ merena uvek eksponencijalna raspodela. Nasuprot tome na uzorku sa elektrodama od nerđajućeg čelika pri identičnim uslovima dobijene su samo eksponencijalne raspodele statističkog vremena kašnjenja. Ovo ukazuje na postojanje dodatnog mehanizma iniciranja u slučaju gasne cevi sa elektrodama od ugljeničnog čelika. U daljem tekstu data je uporedna analiza dobijenih raspodela.

Pre modelovanja raspodela primenjena je dvofaktorska analiza ANOVA kako bi se utvrdio uticaj različitih materijala od kojih su izrađene elektrode i različitih vremena

relaksacije na kojima su vršena merenja. Prvi testiran faktor imao je dva nivoa: elektrode od nerđajućeg i ugljeničnog čelika. Drugi faktor vreme relaksacije imao je tri nivoa $\tau = 7\text{ ms}$, $\tau = 17\text{ ms}$ i $\tau = 50\text{ ms}$. Na osnovu realizovane vrednosti statistike $F = 34,80$ sa nivoom značajnosti $\alpha = 0,05$ nađeno je da postoji značajna interakcija između ova dva faktora. Na osnovu realizovanih vrednosti statistika testa prvog faktora $F = 76,37$ i drugog faktora $F = 88,72$ nađeno je da oba imaju značajan uticaj. Na osnovu rezultata, sprovedena je dalja analiza raspodela statističkog vremena kašnjenja.



Slika 3.7. Eksperimentalni podaci izmereni na vremenu relaksacije $\tau = 7\text{ ms}$: histogram-eksperimentalni podaci, puna linija - analitički fit, a) uzorak sa elektrodama od nerđajućeg čelika i b) uzorak sa elektrodama od ugljeničnog čelika

Na slici 3.7 su prikazane raspodele izmerene za vreme relaksacije $\tau = 7\text{ ms}$. U slučaju uzorka sa elektrodama od nerđajućeg čelika dobijena je eksponencijalna raspodela statističkog vremena kašnjenja (slika 3.7a). Fitovanjem raspodele relacijom (3.4) dobijena je srednja vrednost statističkog vremena kašnjenja $\bar{t}_s = 138,3\ \mu\text{s}$, iz kojeg je određen efektivni elektronski prinos $Y_{ef} = 7230.071/s$. U slučaju uzorka sa elektrodama izrađenim od ugljeničnog čelika dobijena je simetrična raspodela (slika 3.7b). Na osnovu uzoračkog koeficijenta asimetrije $\gamma_1 = 0,17$ i ekscesne spljoštenosti $\gamma_2 = -0,16$ može se tvrditi da se radi o približno simetričnoj raspodeli Gausovog tipa. Kako bi se utvrdilo da li je ispravno primeniti Gausovu raspodelu za opisivanje eksperimentalnih podataka, urađen je Kolmogorov-Smirnov (KS) test hipoteza. Kao nulta hipoteza pretpostavljeno je da je eksperimentalna raspodela jednaka Gausovoj raspodeli:

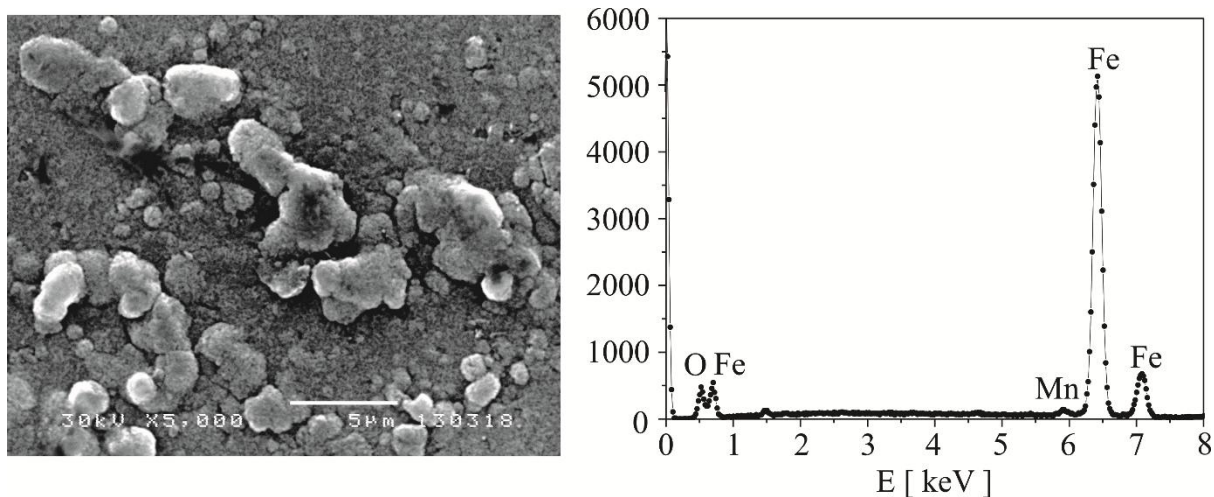
$$H_0: F(t_s) = F_G^*(t_s). \quad (3.62)$$

Primenom KS testa je određena vrednost statistike $D_n = 0,06$ i ona je manja od kritične vrednosti dobijene iz Kolmogorovljeve tablice za nivo značajnosti $\alpha = 0,05$, što ukazuje da se nulta hipoteza ne može odbaciti. Zato je opravdano primeniti Gausovu raspodelu za modelovanje eksperimentalne raspodele. Fitovanjem eksperimentalne raspodele dobijeni su sledeći parametri raspodele: $\bar{t}_s = 2,62 \mu s$ i $\sigma = 1,34 \mu s$. Na osnovu relacije (3.21) izračunat je efektivni elektronski prinos $Y_{ef} = 1,46 \times 10^6$ $1/s$. Poređenjem elektronskih prinosa uočava se značajna razlika jer je u slučaju uzorka sa elektrodama od ugljeničnog čelika elektronski prinos dva reda veličine veći. To ukazuje na postojanje nekog izrazito jakog mehanizma iniciranja.

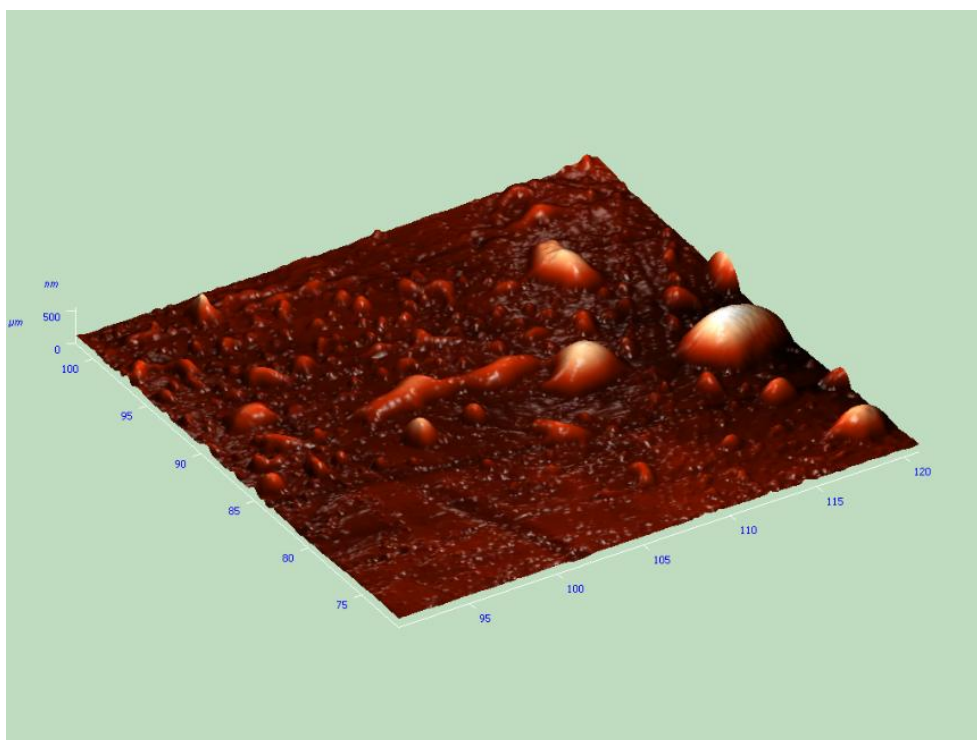
Kako su u oba slučaja uslovi potpuno jednaki i razlikuje se samo materijal od koga su izrađene elektrode, sledi da taj mehanizam mora da potiče od razlike u površinama katoda. Kako bi se proverila ova tvrdnja, urađena je analiza površina primenom skening elektronske mikroskopije (SEM), energijske disperzione rendgenske spektroskopije (EDX) i mikroskopija međuatomskih sila (AFM). Pomoću SEM-a izvršeno je snimanje površine, EDX-om je analiziran sastav površine, a primenom AFM-a analizirana je struktura površine. Urađeni su uporedni snimci oba uzorka katode izrađene od ugljeničnog čelika i katode izrađene od nerđajućeg čelika. Na slici 3.8 su dati SEM i EDX snimci površine uzorka izrađenog od ugljeničnog čelika.

Sa SEM snimka (3.8a) se može uočiti karakteristična zrnasta struktura na površini, sa tamnim mestima nastalim zbog slabije emisije i svetlijim mestima nastalim zbog pojačane emisije sekundarnih elektrona. Na EDX spektru (3.8b) se mogu uočiti prisustvo gvožđa i mangana, koji su sastavne komponente legure, ali i kiseonika koji ukazuje na formiranje oksida na površini. Kako bi se preciznije ispitala površinska struktura, primenom AFM-a urađeni su 3d topografski snimci zrnaste strukture (slika 3.9).

Sa ovog AFM snimka površine $30 \times 30 \mu m$ uočava se zrnasta struktura visine oko $500 nm$, identična kao na SEM snimku. Izmerena je hrapavost ove površine i ona iznosi $R_{RMS} = 63,23 nm$. Na osnovu prethodne analize površine može se zaključiti da povećana emisivnost nastaje zbog formiranja oksida na površini i povećanja efektivne emisije površine.



Slika 3.8. a) SEM snimak i b) EDX spektar površine katode izrađene od ugljeničnog čelika



Slika 3.9. 3d topografski snimci karakteristične zrnaste strukture na površinie katode izrađene od ugljeničnog čelika primenom AFM-a

Radi potpunosti urađeni su SEM i EDX snimci katode izrađene od nerđajućeg čelika (slika 3.10). Na SEM snimku (slika 3.10a) se uočava glatka površina i nema formiranja zrnaste strukture, dok na EDX spektru (slika 3.10b) nema linije kiseonika.

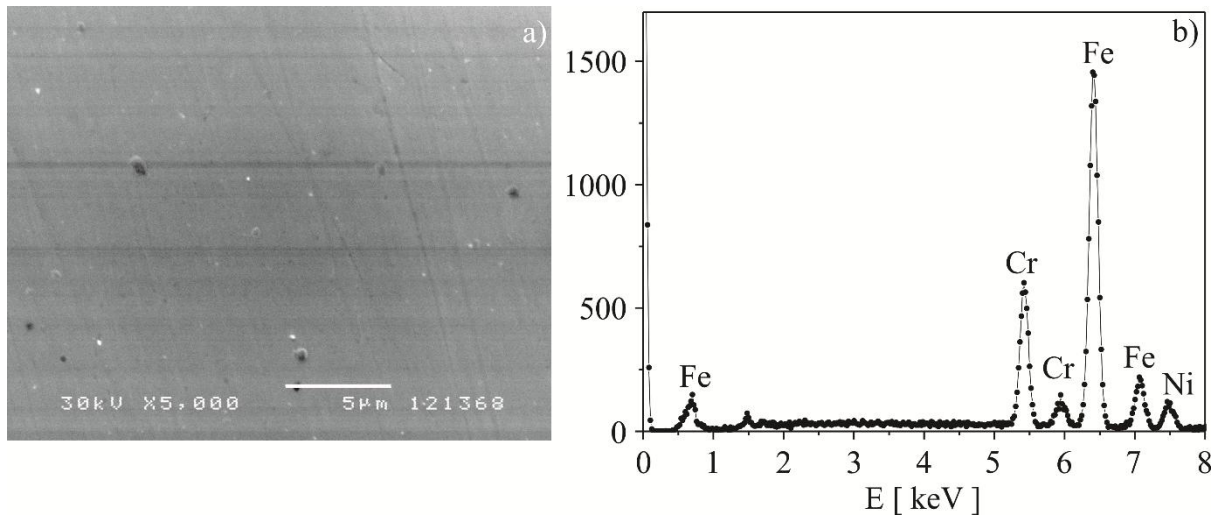
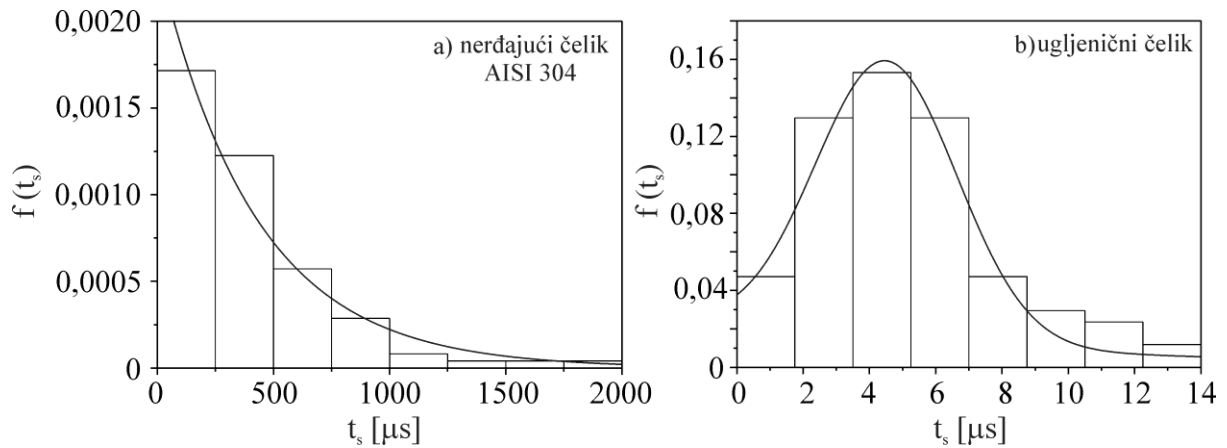


Fig.3.10. a) SEM snimak i b) EDX spektar površine katode izrađene od nerđajućeg čelika

Za vreme relaksacije $\tau = 17ms$ za nerđajući i ugljenični čelik dobijene su eksponencijalna, odnosno mešovita raspodela (slika 3.11a, b). U slučaju nerđajućeg čelika za modelovanje je primenjen izraz za eksponencijalnu raspodelu (3.4) i određen je parametar raspodele $\bar{t}_s = 422,69 \mu s$, iz koga je prema relaciji (3.5) određen efektivni elektronski prinos $Y_{ef} = 2365,81/s$. Za slučaj uzorka sa ugljeničnim čelikom najpre je primenjen KS test kako bi se proverila opravdanost primene mešovite raspodele. Kao nulta hipoteza pretpostavljeno je da je eksperimentalna raspodela jednaka empirijskoj mešovitoj raspodeli:

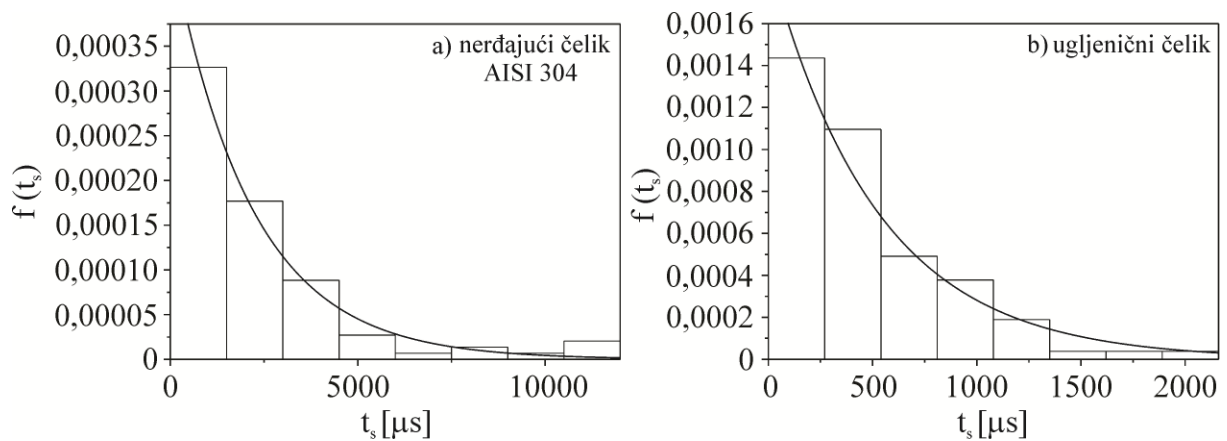
$$H_0: F(t_s) = F_{GE}^*(t_s). \quad (3.63)$$

Izračunata vrednost statistike $D_n = 0,049$ je manja od kritične vrednosti iz tabele Kolmogorova, iz čega sledi da se nulta hipoteza ne može odbaciti. Na osnovu toga primenjen je analitički oblik za mešovitu Gaus-eksponencijalnu raspodelu (3.8) iz koga su određeni parametri raspodele $\bar{t}_{sg} = 4,45 \mu s$, $\sigma_g = 2,15 \mu s$, $\bar{t}_{se} = 10,21 \mu s$, dok su udeli raspodele $a_G = 0,78$ i $a_E = 1 - a_G = 0,22$. Na osnovu relacije (3.21) određen je efektivni elektronski prinos $Y_{ef} = 8,27 \times 10^5 1/s$. Pojava mešovite raspodele ukazuje na mešanje više inicirajućih mehanizama, tj. na postojanje dve potpopulacije inicijalnih elektrona. Kako je za kraća vremena relaksacije bio dominantan površinski mehanizam i u potpunosti Gausova raspodela, može se zaključiti da je pojava mešovite raspodele posledica slabljenja površinskog mehanizma koji sada postaje uporediv sa iniciranjem zaostalim jonima iz gasne faze.



Slika 3.11. Eksperimentalni podaci izmereni na vremenu relaksacije $\tau = 17\text{ ms}$: histogram-eksperimentalni podaci, puna linija- analitički fit, a) uzorak sa elektrodama od nerđajućeg čelika i b) uzorak sa elektrodama od ugljeničnog čelika

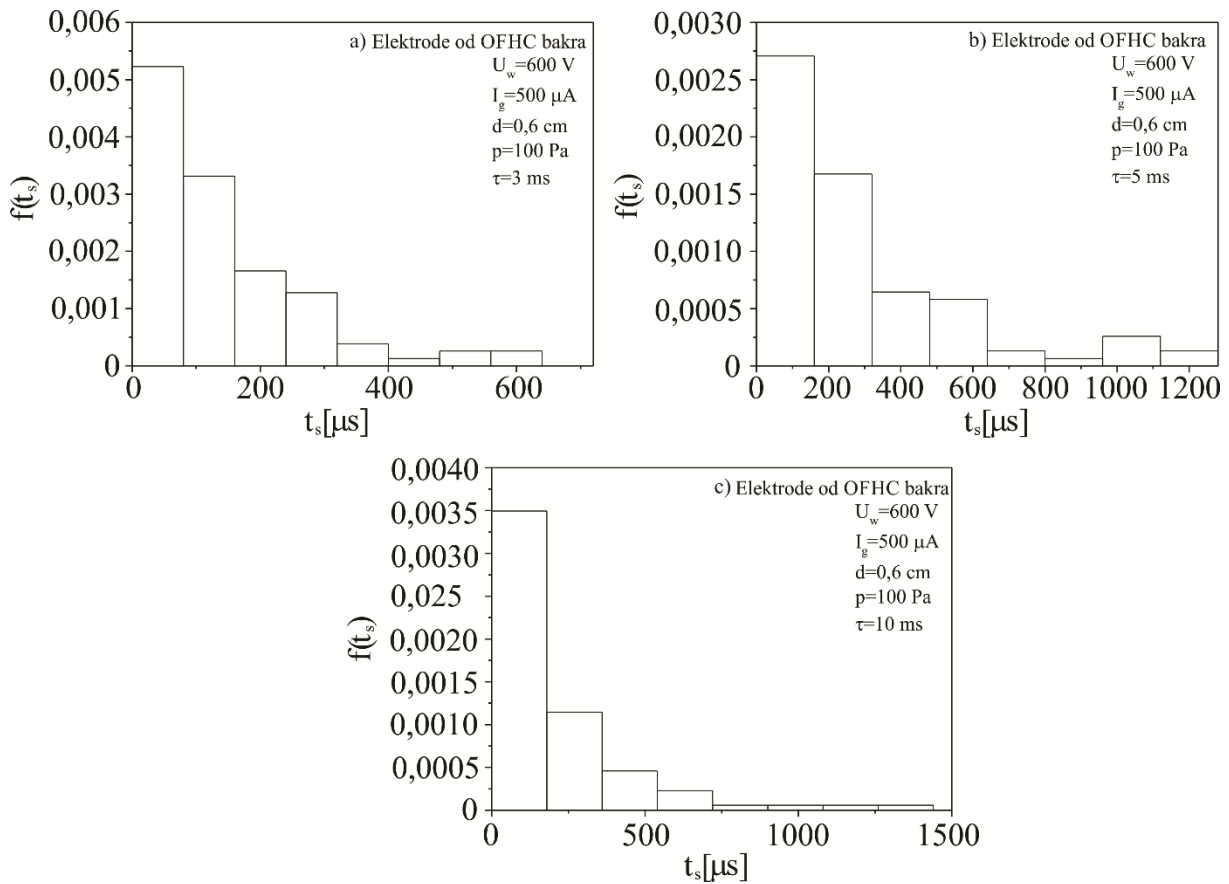
Konačno, za slučaj $\tau = 50\text{ ms}$ za oba uzorka dobijene su eksponencijalne raspodele (slika 3.12a, b). Fitovanjem relacijom (3.4) za uzorak sa nerđajućim čelikom dobijena je srednja vrednost statističkog vremena kašnjenja $\bar{t}_s = 2144,39\ \mu\text{s}$, odnosno efektivni elektronski prinos $Y_{ef} = 466,33\ 1/s$.



Slika 3.12. Eksperimentalni podaci izmereni na vremenu relaksacije $\tau = 50\text{ ms}$: histogram-eksperimentalni podaci, puna linija- analitički fit, a) uzorak sa elektrodama od nerđajućeg čelika i b) uzorak sa elektrodama od ugljeničnog čelika

Za uzorak sa ugljeničnim čelikom fitovanjem eksperimentalnih podataka dobijena je srednja vrednost statističkog vremena kašnjenja $\bar{t}_s = 520,82\ \mu\text{s}$, odnosno efektivni

elektronski prinos $Y_{ef} = 1920,05 \text{ l/s}$. Dakle, u slučaju elektroda od nerđajućeg čelika nema površinskog mehanizma iniciranja, a uvećanje elektronskog prinosa kod ugljeničnog čelika je posledica povećane emisivnosti zbog veće efektivne površine oksida i zaostalih površinskih naelektrisanja na njemu (Jovanović i dr., 2014a).

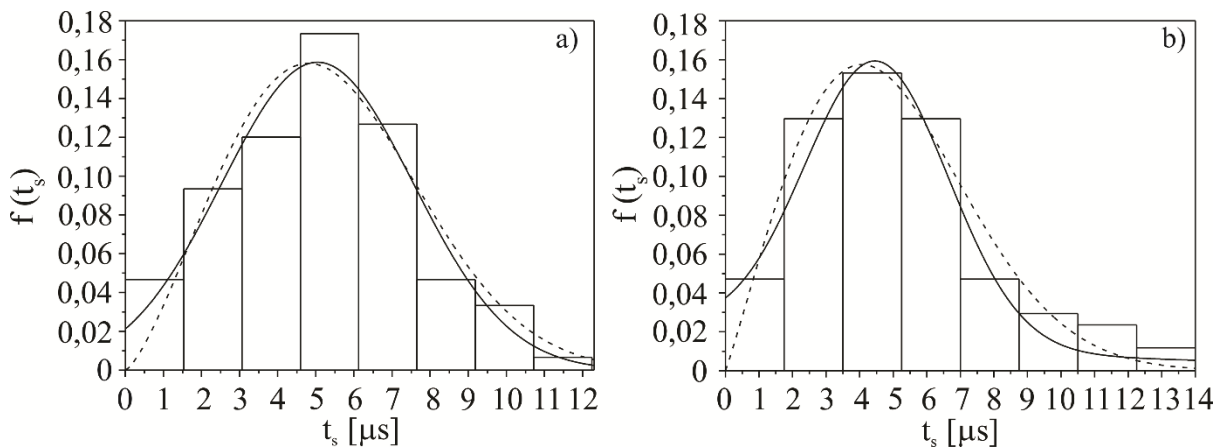


Slika 3.13. Raspodele vremena kašnjenja izmerene na uzorku sa bakarnim elektrodama na vremenima relaksacije a) 3, b) 5 i c) 10ms

Na kraju, radi poređenja različitih materijala kao katoda tinjavih pražnjenja, date su raspodele izmerene na gasnoj cevi sa bakarnim elektrodama. Raspodele izmerene na pritisku od 3 mbar sa elektrodama od OFHC bakra, radnom naponu 600 V i struji pražnjenja $500 \mu\text{A}$, na vremenima relaksacije $\tau = 3, 5$ i 10 ms date su kao ilustracije uticaja materijala katode (slika 3.13). U svim slučajevima dobijene su eksponencijalne raspodele, što dokazuje pretpostavku da su mešovite raspodele u slučaju uzorka sa elektrodama od ugljeničnog čelika, posledica oksidacije elektroda (povećana efektivna površina oksida i prisustvo površinskih naelektrisanja).

3.5.3 Poređenje raspodela vremena kašnjenja proboja zasnovanih na binomnoj raspodeli nastanka elektrona sa Weibulovom raspodelom

Kako se za opisivanje vremena kašnjenja proboja često koristi Weibulova raspodela, u daljem tekstu dato je poređenje Gausove i mešovite Gaus-eksponencijalne raspodele sa dvoparametarskom Weibulovom raspodelom primenom Akaikeovog informacionog kriterijuma (AIC). Merenja su vršena na radnom naponu od $U_w = 475 V$, na struji pražnjenja $I_g = 500 \mu A$, rastojanju $6 mm$, pritisku $300 Pa$, sa vremenom pražnjenja $t_g = 1 s$ i na vremenima relaksacije $\tau = 15 ms$ i $\tau = 17 ms$ (slika 3.14) (Jovanović i dr. 2013a). Najpre je izvršeno poređenje Gausove i Weibulove raspodele za vreme relaksacije $\tau = 15 ms$ (slika 3.14a). Na slici su dati fitovi eksperimentalnih podataka primenom Gausove (3.8) i Weibulove raspodele (3.10). Na osnovu fita Gausovom raspodelom određena je srednja vrednost $\bar{t}_s = 5 \mu s$ i standardna devijacija $\sigma = 2,6 \mu s$ statističkog vremena kašnjenja. Za Weibulovu raspodelu dobijeni su sledeće vrednosti parametara $\kappa = 2,29$ i $\eta = 6,1 \mu s$. Primenom Akaikeovog informacionog kriterijuma nađene su sledeće vrednosti: za Gausovu raspodelu $AIC = -57,37$ i $AIC = -52,45$ za Weibulovu raspodelu. Na osnovu ovih vrednosti pokazuje se da Gausova raspodela bolje opisuje eksperimentalne podatke.



Slika 3.14. Eksperimentalni podaci statističkog vremena kašnjenja (histogram) fitovani Gausovom (puna linija) i Weibulovom raspodelom (isprekidana linija) za vremena relaksacije a) $\tau = 15 ms$ b) $\tau = 17 ms$

Isti postupak je ponovljen i za slučaj Gaus-eksponencijalne i Weibulove raspodele (slika 3.14b). Iz fita Gaus-eksponencijalnom raspodelom određeni su sledeći parametri raspodele: $\bar{t}_{sg} = 4,45 \mu s$, $\sigma_g = 2,15 \mu s$, $\bar{t}_{se} = 10,21 \mu s$, dok su vrednosti udela raspodele

$a_G = 0,78$ i $a_E = 1 - a_G = 0,22$. Iz fita Vejbulovom raspodelom dobijeni su sledeće vrednosti parametara $\kappa = 2,07$ i $\eta = 5,58 \mu s$. Za Gaus-eksponencijalnu raspodelu dobijena je sledeća vrednost $AIC = -52,12$, dok je za Vejbulovu dobijena sledeća vrednost $AIC = -54,08$. Poređenjem dobijenih vrednosti vidi se da Vejbulova raspodela u ovom slučaju bolje opisuje eksperimentalne podatke. Iako, u slučaju raspodela sa izraženom pozitivnom asimetrijom Vejbulova raspodela može da bolje opiše podatke, fizički zasnovane mešovite raspodele daju više informacija, jer se na osnovu određenih parametara mogu izračunati efektivni elektronski prinosi.

3.6 Analiza vremena formiranja pražnjenja u sintetičkom vazduhu

U daljem tekstu prikazana je analiza vremena formiranja pražnjenja u vazduhu. Kao što je rečeno u uvodu, vreme formiranja se dugo tretiralo kao konstantna veličina. Vreme formiranja je međutim, takođe stohastička veličina, te se za njegovo opisivanje koristi Gausova raspodela (3.11). Jedan od najvećih problema u eksperimentima sa električnim probojima je razdvajanje statističkog i vremena formiranja i njihovo nezavisno merenje. Za određivanje vremena formiranja pražnjenja koristi se nekoliko metoda (Marković i dr., 1997):

- vreme formiranja pražnjenja aproksimira se minimalnom vrednošću ukupnog vremena kašnjenja proboja $\overline{t_f} \approx t_{d \min}$, na osnovu pretpostavke da pri velikom broju merenja u bar jednom slučaju do nastanka proboja dolazi odmah, tj. statističko vreme se smatra bliskim nuli,

- iz raspodela se može odrediti kao sredina minimalne klase na histogramu vremena kašnjenja proboja ili kao srednja vrednost nekoliko minimalnih vrednosti, ili

- iz razlike $\overline{t_f} \approx \overline{t_d} - \sigma(t_d)$, kada je $\sigma(t_d) \approx \sigma(t_s) = \overline{t_s}$.

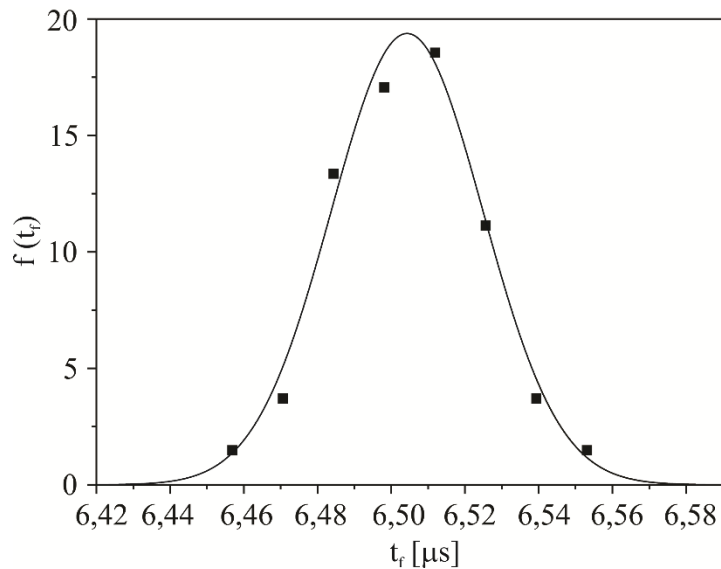
Metode koje se zasnivaju na ekstremnim vrednostima (u ovom slučaju na minimalnim), mogu biti nepouzdana u slučaju postojanja podataka koji odstupaju od raspodele (autlajera). Iz tog razloga, pre određivanja vremena formiranja iz minimalne vrednosti, potrebno je testirati raspodelu vremena na postojanje netipičnih podataka autlajera. Radi ilustracije ove metodologije, razmatrana su merenja urađena na cevi cilindričnog oblika sa elektrodama izrađenim od nerđajućeg čelika prečnika $D = 0,6 \text{ cm}$ i međuelektorodnog rastojanja $d = 0,6 \text{ cm}$, na pritisku $p = 300 \text{ Pa}$, sa primenjenim radnim naponom $U_w = 750 \text{ V}$,

strujom pražnjenja $I_g = 800 \mu A$, vremenom pražnjenja $t_g = 1 s$ i na vremenu relaksacije $\tau = 0,1 ms$. Ovi uslovi malih vremena relaksacije su izabrani kako bi se obezbedila visoka koncentracija zaostalih čestica iz prethodnog pražnjenja i smanjilo statističko vreme kašnjenja električnog proboja. Razmatrana je jedna serija podataka od 100 merenja. Za testiranje raspodele na postojanje autlajera, primenjen je modifikovani Tompsonov tau test. Najpre je testirana minimalna vrednost $t_{d \min} = 6,49 \mu s$, kako bi se odredilo da li je njena vrednost autlajer. Na osnovu relacije (3.42), izračunata je realizovana vrednost test statistike $\delta = 1,19$ koja je upoređena sa $\tau_{stat.}$ vrednošću $\tau_{stat.} = 1,92 s$ određenom iz relacije (3.43). Poređenjem ovih vrednosti vidi se da je vrednost statistike manja od τ vrednosti, pa se sa nivoom značajnosti $\alpha = 0,05$ može tvrditi da minimalna vrednost nije autlajer i ne treba je odbacivati. Kako minimalna vrednost nije autlajer i kako nas interesuje samo minimalna, a ne i maksimalna vrednost, nema potrebe testirati ostale vrednosti iz uzorka.

Kako bi se problem nepouzdanosti prethodno opisane metode prevazišao, u ovoj disertaciji izložena je nova metoda za određivanje vremena formiranja pražnjenja. Naime, predloženo je da se iz velikog broja serija, urađenih sa podjednakim brojem merenja u seriji, uzimanjem minimalne vrednosti iz svake serije, dobija raspodela vremena formiranja pražnjenja. U ovom slučaju uzeto je da se radi 100 serija sa po 100 merenja vremena kašnjenja kao raspodela pomenutih minimalnih vrednosti. Merenja su urađena pri malim vremenima relaksacije i visokim naponima i strujama pražnjenja, tj. sa visokim elektronskim prinosom kako bi se minimizovalo statističko vreme kašnjenja. Merenja su urađena na cevi cilindričnog oblika sa elektrodama izrađenim od nerđajućeg čelika prečnika $D = 0,6 cm$ i međuelektorodnog rastojanja $d = 0,6 cm$, na pritisku $p = 300 Pa$, sa primenjenim radnim naponom $U_w = 750 V$, strujom pražnjenja $I_g = 800 \mu A$, vremenom pražnjenja $t_g = 1 s$ i na vremenu relaksacije $\tau = 0,1 ms$. Na slici 3.15 je prikazan histogram vremena formiranja pražnjenja određen na osnovu 100 serija sa po 100 podataka u svakoj (ukupno 10000 podataka) odakle je vreme formiranja određeno kao minimalna vrednost vremena kašnjenja iz pojedinačne serije (Jovanović i dr., 2014b).

Raspodela ima karakterističan simetričan oblik (slika 3.15). Na osnovu uzoračkih koeficijenata asimetrije $\alpha_3 = 0,48$ i ekscesne spljoštenosti $\alpha_4 = -0,47$ može se zaključiti da je raspodela blago asimetrična sa blagim levim repom i da je približno Gausove spljoštenosti.

Primenom KS testa određena je sledeća vrednost statistike $D=0,103$, što ukazuje da se sa nivoom značajnosti $\alpha = 0,05$ ne može odbaciti hipoteza da se radi o Gausovoj raspodeli vremena formiranja pražnjenja. Primenom relacije za Gausovu raspodelu vremena formiranja (3.11) nađeni su parametri raspodele $\bar{t}_f = 6,50 \mu s$ i standardna devijacija $\sigma = 0,02 \mu s$.



Slika 3.15. Raspodela vremena formiranja pražnjenja dobijena iz velikog broja merenja: ■ - eksperimentalni podaci, puna linija - fit analitičkim izrazom za Gausovu raspodelu vremena formiranja pražnjenja

Na osnovu poređenja vrednosti vremena formiranja pražnjenja određenog iz minimalne vrednosti i na osnovu raspodele vremena formiranja pražnjenja, može se zaključiti da metode daju dobro slaganje. Prednost određivanja vremena formiranja pražnjenja iz minimalne vrednosti je u tome što je brza metoda. Metoda merenja raspodele daje tačniju vrednost vremena formiranja pražnjenja, ali je nepraktična zbog neophodnosti velikog broja merenja, tako da je gotovo neprimenljiva za veća vremena relaksacije.

Vreme formiranja pražnjenja se takođe može primeniti za određivanje statičkog probojnog napona na osnovu njegove naponske zavisnosti (3.61). Zato će u daljem tekstu biti prikazana analiza merenja vremena formiranja pražnjenja u funkciji od napona. Na osnovu relacije za vreme formiranja pražnjenja (3.61) biće diskutovana njegova veza sa vremenom preleta i brzinom drifta jona i potkrepljena merenjima.

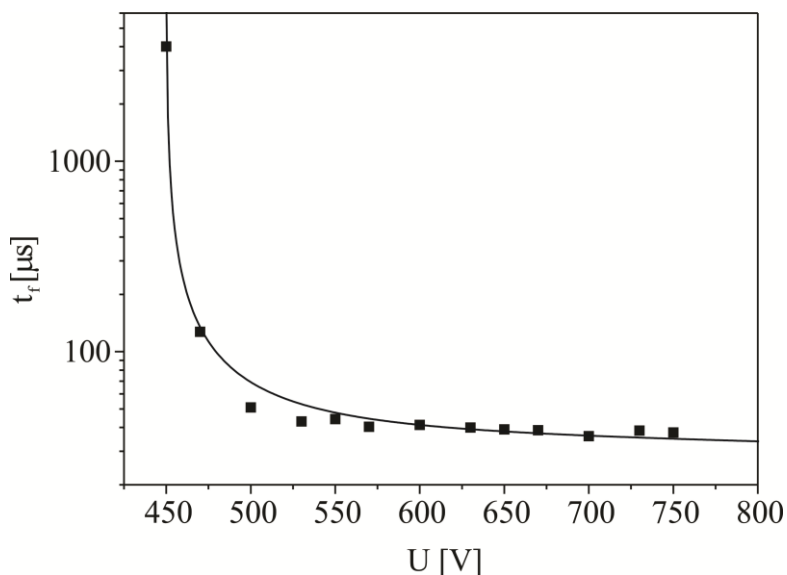
Osim raspodela, izmerene su i naponske zavisnosti vremena formiranja pražnjenja na različitim vremenima relaksacije. Merenja su izvršena na cevi sa cilindričnim elektrodama

izrađenim od nerđajućeg čelika prečnika $D = 0,6 \text{ cm}$ i međuelektorodnog rastojanja $d = 0,6 \text{ cm}$, na pritisku $p = 300 \text{ Pa}$, struji pražnjenja $I_g = 350 \mu\text{A}$, sa vremenom pražnjenja $t_g = 1 \text{ s}$, vremenom relaksacije $\tau = 1 \text{ ms}$ i sa promenljivim radnim naponom (slika 3.16).

Sa slike 3.16 se može uočiti porast vremena formiranja pražnjenja sa smanjenjem radnog napona kao i postojanje singulariteta na vrednosti statičkog probojnog napona. Eksperimentalni podaci su fitovani relacijom za naponsku zavisnost vremena formiranja pražnjenja (Marković i dr., 2007a) koja je za naš slučaj elektronegativnih gasova modifikovana. Naime, smenom efektivnog koeficijenta jonizacije ($\alpha - a$) u koeficijent umnožavanja elektrona $q' = \gamma(e^{(\alpha-a)d} - 1)$ (Raizer, 1991) ona postaje:

$$t_f = \frac{q't_i}{q'-1} \ln \frac{1+(q'-1)(Y_g/Y)}{q'}, \quad (3.64)$$

gde je a je koeficijent zahvata elektrona. Fitovanjem eksperimentalnih podataka na osnovu relacije (3.64), dobijen je koeficijent zahvata $a = 0,15 \text{ cm}^{-1}$. Ova vrednost je uvećana u odnosu na vrednosti koje se mogu naći u literaturi za slučaj vazduha (Kuffel, 1959; Dutton, 1975, Harrison i Geballe, 1953) što se može objasniti velikim gubicima usled radialne difuzije, a koji nisu uračunati u jednačini (3.64).



Slika 3.16. Naponska zavisnost vremena formiranja pražnjenja: ■ - eksperimentalni podaci, linija predstavlja fit na osnovu relacije (3.64)

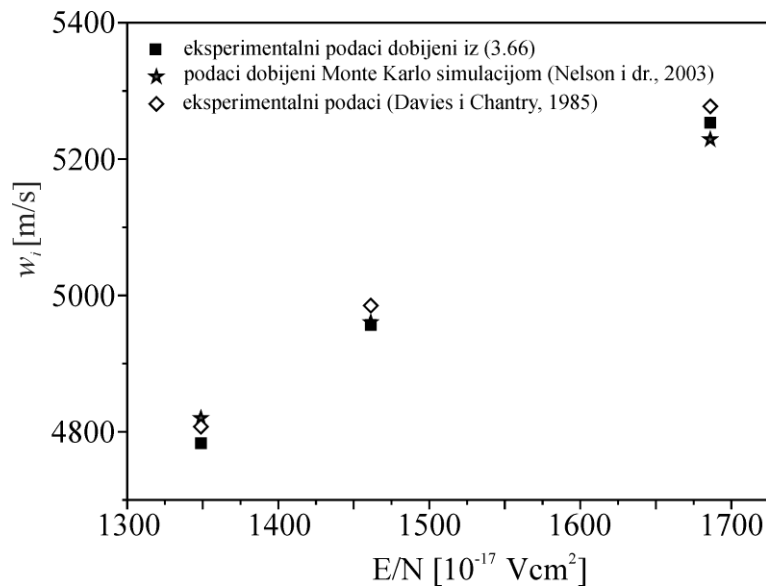
Vreme formiranja pražnjenja se takođe može povezati i sa brzinom drifta jona (brzina usmerenog kretanja u pravcu polja). Naime, kada elektronski prinos u relaciji (3.65) teži stacionarnoj vrednosti u toku pražnjenja Y_g (koja je izuzetno velika), vreme formiranja pražnjenja teži vremenu preleta jona:

$$\lim_{Y \rightarrow Y_g} \frac{qt_i}{q-1} \ln \frac{1+(q-1)(Y_g/Y)}{q} \rightarrow t_i. \quad (3.65)$$

Ovo se može postići u uslovima visokog elektronskog prinosa i lavinskog umnožavanja, odnosno na visokim naponima i strujama. Osim toga, kada je vreme relaksacije malo, odnosno prejonizacija za naredni proboj velika, prisutna je visoka koncentracija jona na rastojanju d_0 od katode (slika 5.7). Tada se može izračunati i brzina drifta dominantnog jona na osnovu relacije:

$$w_i = \frac{d_0}{t_0} \quad (3.66)$$

gde je t_0 vreme preleta jona od rastojanja d_0 do katode i približno je jednako vremenu formiranja pražnjenja.



Slika 3.17. Brzina drifta O_2^+ jona u funkciji redukovanog električnog polja dobijena iz merenja vremena formiranja pražnjenja (puni simboli) upoređena sa vrednostima određenim Monte Karlo simulacijom (Nelson i dr., 2003) i iz eksperimenta (Davies i Chantry, 1985)

Radi ilustracije, prikazane su vrednosti brzine drifta izračunate iz vremena formiranja pražnjenja izmerenih na različitim vrednostima napona i visokom strujom pražnjenja, sa vremenom pražnjenja $t_g = 1s$ i na vremenu relaksacije $\tau = 0,1ms$ (slika 3.17). Kratko vreme relaksacije je izabrano zbog velike prejonizacije. Pri računanju brzine drifta uzeto je rastojanje $d_0 = 0,105cm$ koje odgovara maksimumu prostorne raspodele jona ispred katode. U ovom slučaju visoke prejonizacije na vremenu relaksacije $\tau = 0,1ms$ uzeto je da do formiranja pražnjenja dovode O_2^+ joni zaostali iz prethodnog pražnjenja i dobijeni konverzijom iz N_2^+ jona (videti glavu 5). Na slici 3.17 je dato poređenje eksperimentalnih vrednosti brzine drifta O_2^+ jona sa vrednostima iz literature i izračunatih na osnovu Monte Karlo simulacije (Nelson i dr., 2003), odakle se može uočiti dobro slaganje.

4. Model stacionarnog stanja tinjavog pražnjenja u sintetičkom vazduhu²

Fluidni model se zasniva na rešavanju nultog (jednačina kontinuiteta koncentracija čestica), prvog (jednačina održanja impulsa) i drugog momenta (jednačina balansa energije) Boltzmanove jednačine (Makabe i Petrović, 2006). Koristi se u slučajevima kada je koncentracija čestica velika i srednji slobodni put mali u odnosu na dimenzije cevi, a samim tim sudarna frekvencija velika, pa se čestice mogu smatrati fluidom (Makabe i Petrović, 2006). Ovaj model se odlikuje izuzetno brzim rešavanjem sistema jednačina numeričkim metodama i nije kompjuterski zahtevan (za razliku od čestičnih modela), pa je pogodan za računanje stacionarnih koncentracija.

Osnovni sistem jednačina koji je potrebno rešiti u fluidnom modelu se sastoji iz jednačina kontinuiteta za elektrone i jone kuplovanim sa Poasonovom jednačinom za jačinu električnog polja. Dakle, potrebno je rešiti sledeći sistem parcijalnih diferencijalnih jednačina:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \Gamma_e = S_i, \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \Gamma_i = S_i, \quad (4.2)$$

$$\nabla^2 \varphi = -\frac{e}{\epsilon_0} \sum_i n_i, \quad (4.3)$$

gde S_i predstavljaju članove produkcije i gubitaka čestica, ϵ_0 je elektromagnetna propustljivost vakuuma, a Γ_e i Γ_i fluksevi elektrona i jona:

$$\Gamma_e = -n_e(\mathbf{r}, t) \mathbf{w}_e(\mathbf{r}, t) - \nabla(D_e(\mathbf{r}, t)n_e(\mathbf{r}, t)), \quad (4.4)$$

$$\Gamma_i = n_i(\mathbf{r}, t) \mathbf{w}_i(\mathbf{r}, t) - \nabla(D_i(\mathbf{r}, t)n_i(\mathbf{r}, t)), \quad (4.5)$$

gde su \mathbf{w}_e i \mathbf{w}_i vektori brzine drifta, a D_e i D_i koeficijenti difuzije elektrona, odnosno jona.

² Rezultati prikazani u ovoj glavi publikovani su u radu Jovanović i dr. (2013b)

Kako bi se odredila napon na cevi u toku pražnjenja u model je uključen i Omov zakon:

$$U_g = U_w - I_g R, \quad (4.6)$$

gde su: U_g napon na elektrodama cevi punjene gasom, I_g struja pražnjenja, U_w radni napon i R otpornost. U početnom trenutku napon na cevi U_g jednak je radnom naponu U_w , a sa promenom vremena računa se iz Omovog zakona.

U opštem slučaju koeficijent difuzije i pokretljivost (koja figuriše u brzini drifta) su funkcije polja, ali se radi pojednostavljenja problema često uzima da su konstante. Koeficijenti brzine procesa koji figurišu u članovima produkcije i gubitaka naelektrisanja su takođe često smatrani konstantnim. Dobijeni sistem kuplovanih parcijalnih diferencijalnih jednačina predstavlja sistem paraboličkih (jednačine kontinuiteta) i eliptičke (Poissonova jednačina) diferencijalne jednačine i može se rešiti samo numerički. Ceo postupak se sastoji u sledećem: rešava se Poissonova jednačina, na osnovu Omovog zakona računa se napon pražnjenja, zatim se računaju koeficijenti zavisni od polja, iz jednačine kontinuiteta računaju se koncentracije čestica, a zatim se ciklus ponavlja.

U obzir su uzeti procesi koji su relevantni za proces relaksacije u vazduhu kao i za uspostavljanje pražnjenja (tabela 1). Dakle, u model su uključene naelektrisane čestice, i to elektroni i sledeći joni: N_2^+ , O_2^+ , N_4^+ , O_4^+ i O^- . Cilj modelovanja je da se predloženi model verifikuje poređenjem sa eksperimentalnim podacima i da se zatim računaju koncentracije elektrona i jona u stacionarnom stanju tinjavog pražnjenja. Parametri roja čestica kao i koeficijenti brzine procesa uzeti su kao funkcije redukovano polja. Najpre će biti izložen jonizacioni član u elektronskoj i jonskoj jednačini, zatim koeficijenti difuzije i pokretljivosti, pa koeficijenti brzina procesa i na kraju sekundarna elektronska emisija izazvana odgovarajućim jonima.

Član koji sadrži produkciju elektrona u fluidnom modelu je ovde računat na osnovu Taunzendovog prvog jonizacionog koeficijenta kao njegov proizvod sa fluksom elektrona $S_e = \alpha |\Gamma_e|$. Za električne proboje u smešama gasova za Taunzendov prvi jonizacioni koeficijent se često koristi Vilandova aproksimacija (Marić i dr., 2005; Wieland, 1973):

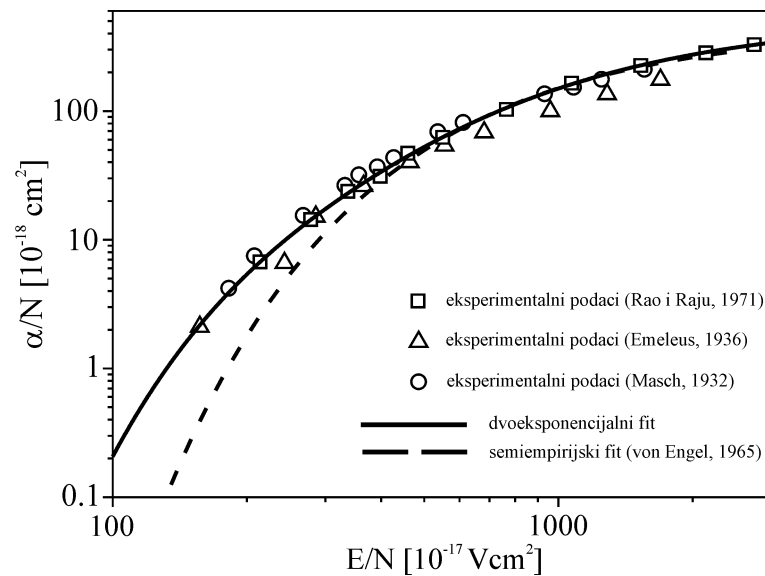
$$\frac{\alpha}{N} = \sum_z x_z \left[\frac{\alpha}{N} \left(\frac{E}{N} \right) \right]_z, \quad (4.7)$$

gde su x_z udeli gasova u smeši, a $\frac{\alpha}{N} \left(\frac{E}{N} \right)$ njihovi jonizacioni koeficijenti. Dakle, ova metoda koristi linearnu kombinaciju koeficijenata jonizacije gasova u smeši. Ova aproksimacija je analogna Blankovom zakonu (Blanc, 1908) za pokretljivost. Osim ove metode u radu Marić i dr. (2005) dat je „common energy method“, gde su vrednosti koeficijenta jonizacije uzeti na istim energijama umesto na istim poljima.

U ovoj disertaciji zavisnost Taunzendovog prvog jonizacionog koeficijenta od redukovanog polja (slika 4.1) dobijena je fitovanjem eksperimentalnih podataka (Rao i Raju, 1971; Emeleus, 1936; Masch, 1932). Za njegovo fitovanje je primenjena dvoeksponecijalna formula (Jovanović i dr. 2013b):

$$\frac{\alpha}{N} = 396.65e^{-160327/(E/N)} + 133.37e^{-64677/(E/N)}, \quad (4.8)$$

gde je $\frac{\alpha}{N}$ redukovani koeficijent jonizacije elektronskim udarom izražen u jedinicama $[10^{-18} \text{ cm}^2]$, a $\frac{E}{N}$ redukovano električno polje u jedinicama $[10^{-17} \text{ Vcm}^2]$. Kao poređenje na slici 4.1 su dati i rezultati izračunati na osnovu Taunzendove semiempirijske formula (von Engel, 1965).



Slika 4.1. Taunzendov prvi jonizacioni koeficijent (Rao i Raju, 1971; Emeleus, 1936; Masch, 1932) fitovan dvoeksponecijalnim fitom (puna linija) i Taunzendovim semiempirijskim fitom (isprekidana linija) (von Engel, 1965)

Kako jonizacioni član sadrži sve produkovane elektrone bez obzira o kom dobijenom jonu je reč, to se pogodnom preraspodelom, tj. množenjem udelima azota i kiseonika u smeši mogu dobiti pojedinačni jonizacioni članovi za odgovarajuće jone (Jovanović i dr. 2013b):

$$S(N_2^+) = 0,78S_e, \quad (4.9)$$

$$S(O_2^+) = 0,22S_e. \quad (4.10)$$

Predložena relacija se može koristiti ne samo za slučaj vazduha, već i za ma koju smešu gasova za koju postoji izmereni koeficijent jonizacije, a čiji preseki se ne razlikuju značajno:

$$S_i = x_i S_e \quad (4.11)$$

gde je S_i jonizacioni član za pojedinačni jon u smeši, x_i su udeli gasova u smeši, a $S_e = \alpha |\Gamma_e|$.

Za vazduh ne postoje kompletni eksperimentalni podaci za koeficijente difuzije i pokretljivosti elektrona i jona, pa se moraju koristiti vrednosti dobijene rešavanjem Bolcmanove jednačine ili Monte Karlo simulacijom. U ovom slučaju koeficijent difuzije i pokretljivost elektrona su dobijeni iz programa za rešavanje Bolcmanove jednačine Bolsig+ (Hagelaar i Pitchford, 2005, <http://www.bolsig.laplace.univ-tlse.fr/>). Izračunate vrednosti u funkciji polja iz programa Bolsig+ su dalje fitovane sledećim relacijama:

a) difuzija elektrona je fitovana relacijom:

$$D_e N = 7,02 \times 10^{23} - 3,36 \times 10^{22} e^{-E/N/18489} - 6,9 \times 10^{23} e^{-E/N/1947966} 1/(cms), \quad (4.12)$$

b) pokretljivost elektrona je fitovana relacijom:

$$\mu_e N = 1,38 \times 10^{22} - 5,57 \times 10^{21} (1 - e^{-E/N/124145}) - 4,15 \times 10^{21} (1 - e^{-E/N/19014}) 1/(cmVs). \quad (4.13)$$

Koeficijenti difuzije i pokretljivosti jona su uzeti iz radova Nelson (2003) i Bekstein (2008; 2010) i u model su uneti kao fitovi:

a) difuzija N_2^+ jona je fitovana polinomom četvrtog stepena

$$DN(N_2^+) = 1,4 \times 10^{18} + 2,3 \times 10^{16} \frac{E}{N} - 1,28 \times 10^{13} \left(\frac{E}{N}\right)^2 + 4,25 \times 10^9 \left(\frac{E}{N}\right)^3 - 4,42 \times 10^5 \left(\frac{E}{N}\right)^4, \quad (4.14)$$

b) pokretljivost N_2^+ jona je fitovana relacijom

$$\mu N(N_2^+) = 1,2 \times 10^{19} - \frac{5,25 \times 10^{19}}{1 + (E/N/505,76)^2} 1/(cmVs), \quad (4.15)$$

c) difuzija O_2^+ jona je fitovana kompozitnim fitom

$$DN(O_2^+) = \begin{cases} 1,75 \times 10^{18} 1/(cms) & \text{za } \frac{E}{N} \leq 10Td \\ 1,49 \times 10^{18} e^{-E/N/51,74} - 1,09 \times 10^{18} 1/(cms) & \text{za } 10Td < \frac{E}{N} \leq 100Td \\ 2,05 \times 10^{20} - 2,01 \times 10^{20} e^{-E/N/2910,3} 1/(cms) & \text{za } 100Td < \frac{E}{N} \leq 700Td \\ 4,52 \times 10^{19} - 1,11 \times 10^{16} \frac{E}{N} + 2,21 \times 10^{13} \left(\frac{E}{N}\right)^2 & \text{za } \frac{E}{N} > 700Td \\ -2,93 \times 10^9 \left(\frac{E}{N}\right)^3 1/(cms) & \end{cases}, \quad (4.16)$$

d) pokretljivost O_2^+ jona je fitovana sledećom relacijom

$$\mu N(O_2^+) = 1,8 \times 10^{19} - \frac{5 \times 10^{19}}{1 + (E/N/1000)^2} 1/(cmVs), \quad (4.17)$$

e) za difuziju N_4^+ jona kroz vazduh ne postoje podaci (čak ni iz simulacija), pa je uzeta konstantna vrednost za nulto polje izračunata iz Blankovog zakona (Blanc, 1908) kombinovanjem vrednosti za difuziju N_4^+ jona kroz azot i kroz kiseonik:

$$DN(N_4^+) = 1,4 \times 10^{18} 1/(cms), \quad (4.18)$$

f) pokretljivost N_4^+ jona je fitovana kompozitnim fitom:

$$\mu N(N_4^+) = \begin{cases} 6,02 \times 10^{19} + 3,77 \times 10^{15} E/N + 3,27 \times 10^{15} (E/N)^2 + \text{za } \frac{E}{N} \leq 100 \\ 4,22 \times 10^{13} (E/N)^3 + 1,12 \times 10^{11} (E/N)^4 1/(cmVs) \\ 6,12 \times 10^{19} 1/(cmVs) & \text{za } 100 < \frac{E}{N} \leq 120, \\ 8,1 \times 10^{19} + 2,31 \times 10^{19} (1 - e^{-E/N/3236,06}) & \text{za } \frac{E}{N} > 120 \\ -4,55 \times 10^{19} (1 - e^{-E/N/336,44}) 1/(cmVs) & \end{cases}, \quad (4.19)$$

g) difuzija O_4^+ jona je fitovana kompozitnim fitom:

$$DN(O_4^+) = \begin{cases} 1,3 \times 10^{18} \text{ 1/(cms)} & \text{za } \frac{E}{N} \leq 30Td \\ e^{43,94-196,61/(E/N+63,35)} \text{ 1/(cms)} & \text{za } \frac{E}{N} > 30Td \end{cases} \quad (4.20)$$

h) pokretljivost O_4^+ jona je fitovana sledećom relacijom:

$$\mu N(O_4^+) = \begin{cases} 5,19 \times 10^{19} \text{ 1/(cmVs)} & \text{za } \frac{E}{N} < 40Td \\ 1,49 \times 10^{18} e^{-E/N/51,74} - 1,09 \times 10^{18} \text{ 1/(cmVs)} & \text{za } 40Td \leq \frac{E}{N} < 70Td \\ 5,22 \times 10^{19} \text{ 1/(cmVs)} & \text{za } 70Td < \frac{E}{N} \leq 80Td \\ 2,12 \times 10^{19} - 3,72 \times 10^{19} \cdot 0,99776^{\frac{E}{N}} \text{ 1/(cmVs)} & \text{za } \frac{E}{N} > 80Td. \end{cases} \quad (4.21)$$

i) difuzija O^- jona je fitovana sledećom relacijom:

$$DN(O^-) = \begin{cases} 4,06 \times 10^{17} + 1,4 \times 10^{18} e^{E/N/39,88} \text{ 1/(cms)} & \text{za } \frac{E}{N} \leq 100 \\ 5,19 \times 10^{19} - 3,52 \times 10^{19} e^{-E/N/49,177} - 2,92 \times 10^{20} e^{-E/N/25,34} \text{ 1/(cms)} & \text{za } 100 < \frac{E}{N} \leq 700 \\ 1,46 \times 10^{19} + 2,35 \times 10^{19} e^{E/N/349014} \text{ 1/(cms)} & \text{za } \frac{E}{N} > 700 \end{cases} \quad (4.22)$$

j) pokretljivost O^- jona je fitovana sledećom kompozitnom relacijom:

$$\mu N(O^-) = \begin{cases} 7,47 \times 10^{19} + 1,47 \times 10^{19} \frac{E}{N} \text{ 1/(cmVs)} & \text{za } \frac{E}{N} \leq 150 \\ 1,21 \times 10^{20} + 4,7 \times 10^{19} (1 - e^{-E/N/865442}) - & \text{za } \frac{E}{N} > 150 \\ 7,57 \times 10^{19} (1 - e^{-E/N/423,8}) \text{ 1/(cmVs)} & \end{cases} \quad (4.23)$$

Koeficijent difuzije neutrala je računat na osnovu relacije date u radu Debal i dr. (1998) zasnovane na teoriji Čepmen-Enskog. Procesi uključeni u članove za produkciju i gubitak naelektrisanja su predstavljeni u tabeli 1. Procenom na osnovu koeficijenata brzine procesa u obzir su uzeti samo oni procesi koji mogu da imaju značajan uticaj na uspostavljanje pražnjenja na niskom pritisku. Koeficijenti jonizacije su dobijeni fitovanjem eksperimentalnih podataka, reakcije i odgovarajući koeficijenti brzina su uzeti iz rada Kossyi i dr. (1992) ili su određeni iz programa Bolsig+ (Hagelaar i Pitchford, 2005, <http://www.bolsig.laplace.univ-tlse.fr/>).

Za početne uslove je uzeto da je koncentracija elektrona i jona na elektrodama jednaka nuli, a u međuelektrodnom prostoru 1000 cm^{-3} :

$$n_e(0, x) = 1000\text{ cm}^{-3} \quad (4.24)$$

$$n_i(0, x) = 1000\text{ cm}^{-3}. \quad (4.25)$$

Tabela 1. Reakcije i koeficijenti uključeni u 1D fluidni model

Br.	Reakcija	Koeficijent brzine reakcije cm^3 / s , cm^6 / s i $1/(\text{cm}^3 \text{s})$	Ref.
1	$e + N_2 \rightarrow N_2^+ + e + e$	$0,78\alpha\Gamma_1^{\text{a}}$	(Rao i Raju, 1971)
2	$e + O_2 \rightarrow O_2^+ + e + e$	$0,22\alpha\Gamma_2^{\text{a}}$	(Rao i Raju, 1971)
3	$N_2^+ + O_2 \rightarrow N_2 + O_2^+$	$6,02 \times 10^{-11}$	(Kossyi i dr., 1992)
4	$e + N_2^+ \rightarrow N + N$	Zavisano od polja ^{b)}	(Bolsig+)
5	$e + O_2^+ \rightarrow O + O$	Zavisno od polja ^{b)}	(Bolsig+)
6	$O_2 + O_2^+ + M \rightarrow O_4^+ + M$	$2,4 \times 10^{-30}$	(Kossyi i dr., 1992)
7	$N_2 + N_2^+ + M \rightarrow N_4^+ + M$	5×10^{-29}	(Kossyi i dr., 1992)
8	$e + O_2 \rightarrow O^- + O$	Zavisno od polja ^{b)}	(Bolsig+)
9	$O^- + O_2^+ \rightarrow O + O_2$	2×10^{-7}	(Kossyi i dr., 1992)
10	$O^- + N_2^+ \rightarrow O + N_2$	2×10^{-7}	(Kossyi i dr., 1992)
11	$e + O_4^+ \rightarrow O_2 + O_2$	Zavisno od polja ^{b)}	(Bolsig+)
12	$e + N_4^+ \rightarrow N_2 + N_2$	Zavisno od polja ^{b)}	(Bolsig+)

a) Fit eksperimentalnih podataka

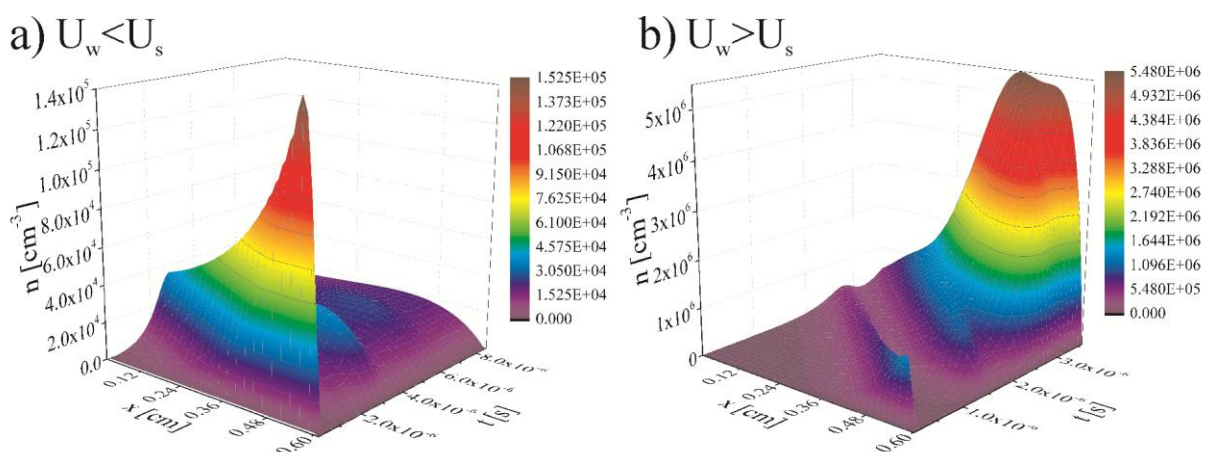
b) Koeficijenti su dobijeni iz programskog paketa Bolsig+ za rešavanje Boltzmanove jednačine pomoću metode dvočlanog razvoja

Sekundarna elektronska emisija na katodi je predstavljena u obliku Dirihleovog graničnog uslova:

$$|\Gamma_e(t, 0)| = \gamma |\Gamma_i(t, 0)| \quad (4.26)$$

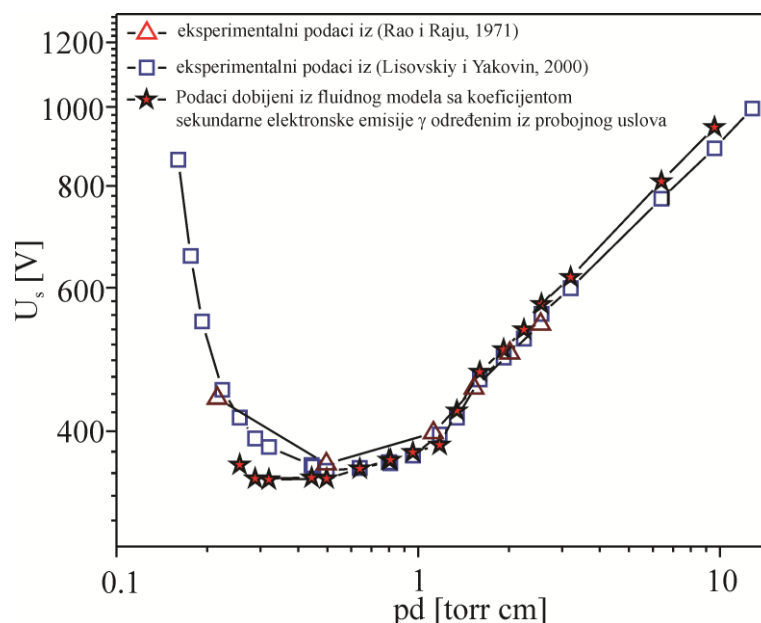
tj. fluks elektrona na katodi jednak je proizvodu sekundarnog elektronskog prinosa i upadnog fluksa jona na katodu. Uslov da jon izbacii elektron sa katode je da njegova energija jonizacije bude veća od dva izlazna rada materijala katode ($E_i > 2e\phi_i$) (Raizer, 1991). Kao što je ranije rečeno, izlazni rad čelika je $e\phi_i = 4,5\text{ eV}$ (Lide, 2009; Michaelson, 1977), pa

jedino N_2^+ sa energijom jonizacije $E_i = 15,57 eV$ i O_2^+ sa energijom jonizacije $E_i = 12,5 eV$ (Braithwaite, 2000) zadovoljavaju energijski uslov za sekundarnu elektronsku emisiju. Za vrednost koeficijenta sekundarne elektronske emisije je uzeta zavisnost od proizvoda pd određena iz Pašenove krive na osnovu uslova proboja. Radi provere tačnosti predloženi model je primenjen za modelovanje Pašenove krive i strujnih i naponskih signala tokom proboja (Jovanović i dr., 2013b). Za modelovanje Pašenove krive potrebno je odrediti probojni napon iz modela. Kako je za Taunzendov mehanizam proboja najvažnija sekundarna elektronska emisija jonima koja dovodi do lavinskog umnožavanja elektrona, to se praćenjem koncentracije jona može odrediti da li je došlo do proboja ili ne. U slučaju vazduha joni koji mogu da vrše sekundarnu elektronsku emisiju su N_2^+ i O_2^+ , tako da se praćenjem njihove koncentracije može odrediti probojni napon. Ukoliko nakon primene napona dolazi do rasta koncentracije jona, došlo je do proboja, u suprotnom nema proboja (slika 4.2). Na slici 4.2 prikazana je vremenska evolucija koncentracije N_2^+ jona u toku proboja sa primenjenim radnim naponom manjim (slika 4.2a) i većim (slika 4.2b) od statičkog probojnog napona U_s . U prvom slučaju, kada je radni napon manji od probojnog (slika 4.2a), nakon prvobitnog rasta dolazi do opadanja koncentracije N_2^+ jona, čime se smanjuje produkcija sekundarnih elektrona, nije zadovoljen uslov proboja ($q = \gamma(e^{cd} - 1) < 1$), pa ne dolazi do proboja. U drugom slučaju, kada je radni napon veći od statičkog probojnog (slika 4.2b), koncentracija jona raste, zadovoljen je uslov proboja ($q \geq 1$) i dolazi do proboja. Ovaj metod je dalje primenjen za različite vrednosti pd kako bi se modelovala Pašenova kriva.



Slika 4.2 Vremenska evolucija profila N_2^+ koncentracije za promenjeni radni napon a) manji, i b) veći od statičkog probojnog napona U_s

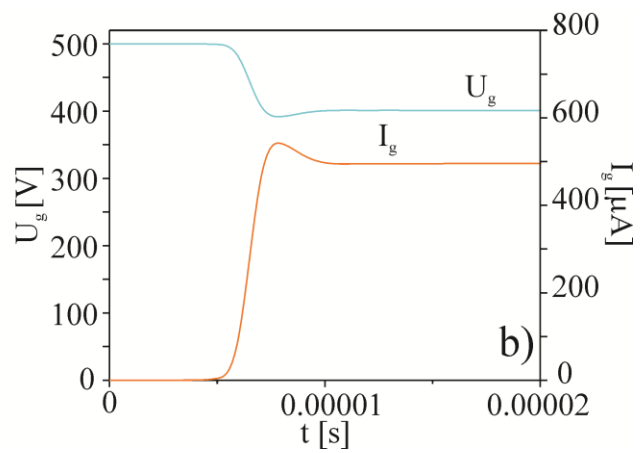
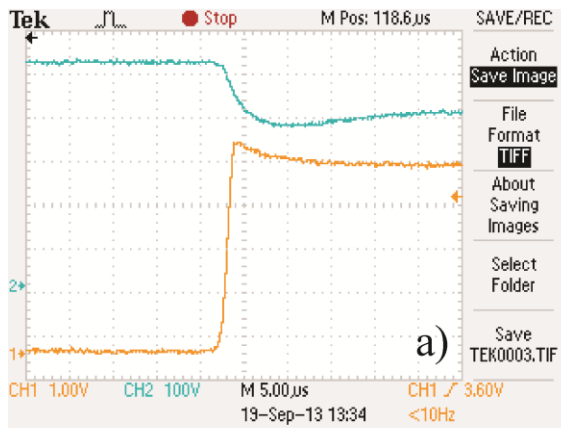
Modelovane su Pašenove krive iz radova Lisovskiy i Yakovin (2000) i Rao i Raju (1971) izmerene u vazduhu (slika 4.3). Koeficijent sekundarne elektronske emisije određen je iz uslova proboja, a zatim unet u numerički model. Dobijeni rezultati su prikazani na slici 4.3. Može se uočiti dobro slaganje sa eksperimentom na desnoj grani Pašenove krive, dok levo od Pašenovog minimuma postoji odstupanje. Odstupanje levo od Pašenovog minimuma može biti zbog neprimenljivosti fluidnog modela. Naime, kao što je ranije rečeno fluidni model je primenljiv za uslove gde je koncentracija gasa dovoljno velika ($N \sim 10^{15} \text{ cm}^{-3}$), a srednji slobodni put manji od dimenzija cevi. Na niskim pritiscima ovi uslovi nisu ispunjeni tako da je potrebno koristiti čestične modele. Još jedan mogući razlog za otkazivanje modela je i to što su fitovi difuzije i pokretljivosti čestica definisani za redukovana polja do 5000 Td, dok su u uslovima niskih pritisaka i malih rastojanja ona čak i veća.



Slika 4.3 Modelovanje Pašenove krive jednodimenzionim fluidnim modelom

Još jedan vid provere tačnosti fluidnog modela bilo je modelovanje strujnih impulsa merenih na osciloskopu. Upoređivani su modelovani i izmereni strujni impulsi na cevi ispunjenoj gasom na pritisku 300 Pa sa međuelektrodnim rastojanjem od 6 mm, na radnom naponu 500 V i pri struji pražnjenja od 500 μA (slika 4.4). Naponski i strujni impulsi su mereni osciloskopom TDS 2012B. Može se uočiti dobro slaganje između izmerenih (slika 4.4a) i modelovanih (slika 4.4b) impulsa. Uočljivi su karakteristični brzi porast struje, kao i naglo opadanje napona nakon proboja, iz čega se može zaključiti da model može veoma

dobro da opiše eksperimentalne podatke. Isti rezultati dobijeni su i za slučaj izmeren na komori na pritisku od 100 Pa , što potvrđuje ispravnost modela.



Slika 4.4 Modelovanje strujnih i naponskih impulsa primenom jednodimenzionog fluidnog modela

5. Modeli relaksacije u sintetičkom vazduhu

5.1 Uvod

Relaksacija u vazduhu je od velikog interesa za razmatranje uređaja koji rade u impulsnom režimu (Korolev i Mesyats, 1998; Shao i dr., 2006), kao i za primenu u medicini npr. za sterilizaciju i tretman površina (Vašina i dr., 2004; Kutasi i dr., 2006; Soloshenko i dr., 2000). U literaturi je najčešće razmatran slučaj ranog postpražnjenja u protočnom režimu (Aleksandrov i dr., 2012a,b; Nahorny i dr., 1995; Guerra i Louriero, 1997; Spencer i dr., 1987; Dobrov i MacDonald, 1969; Cartry i dr., 1999). U radovima Aleksandrov i dr. (2012a, b) je razmatrana relaksacija mikrotalasnog pražnjenja praćenjem opadanja koncentracije elektrona pomoću mikrotalasne interferometrije. Plazma je smatrana uniformnom tako da je zanemarena difuzija i razmatrani su samo gubici elektrona usled rekombinacije. Postpražnjenje nakon jake pobude elektronskim mlazom u azotu i suvom i vlažnom vazduhu je razmatrano u radu Spencer i dr. (1987) gde je merenjem provodnosti primenom tehnike mikrotalasne perturbacije praćena promena koncentracija elektrona, a odatle je određen koeficijent difuzije. Raspad naelektrisanja meren je u vazduhu do oko $500 \mu\text{s}$ odakle su određeni koeficijenti ambipolarne difuzije. Kinetika neutralnih stanja je praćena do oko 1 ms primenom emisione i apsorpcione spektroskopije (Cartry i dr., 1999). Električno pražnjenje i postpražnjenje u smeši N_2-O_2 na niskom pritisku je ispitivano primenom nulto-dimenzionog modela (Pintassilgo i dr., 2010; Pintassilgo, 2012), dok je uticaj vibracionih stanja azota na zagrevanje gasa razmatran u radu Pintassilgo i dr. (2014). Primenom NO titracije je praćena promena koncentracija atoma azota u pražnjenju za plazma sterilizaciju (Kutasi i dr., 2006). Kinetika neutralnih stanja u pražnjenju i postpražnjenju u vazduhu za sterilizaciju razmatrana je u radu Vašina i dr. (2004). Numerički model koji razmatra pražnjenje i postpražnjenje u vlažnom vazduhu sa uključених 50 čestica i 600 procesa razmatran je u radu Sakiyama i dr., (2012) i nađeno je da se aktivna stanja u postpražnjenju mogu naći i do 15 minuta nakon prekida pražnjenja.

U ovom poglavlju je data analiza relaksacije nakon prekida tinjavog pražnjenja pobuđenog jednosmernom strujom u sintetičkom vazduhu primenom metode merenja vremena kašnjenja proboja. Memorijski efekat je otkriven 1956. godine u radu na razvoju prenaponskih odvodnika (Bošan, 1956; 1975; 1978; 1993; Bošan i Pejović, 1979; Bošan i

dr.,1980), kada je uočeno da vreme kašnjenja proboja, između ostalog, zavisi i od vremena relaksacije. Snimanjem memorijskih krivih moguće je pratiti promenu koncentracija čestica u postpražnjenju kao i određivanje odgovarajućih sudarnih i transportnih koeficijenata. U ovom poglavlju biće prikazane memorijske krive izmerene na različitim uslovima, sa različitim radnim naponima i strujama pražnjenja i biće određeni odgovarajući sudarni i transportni koeficijenti dominantnih čestica u postpražnjenju.

5.2 Memorijske krive u sintetičkom vazduhu

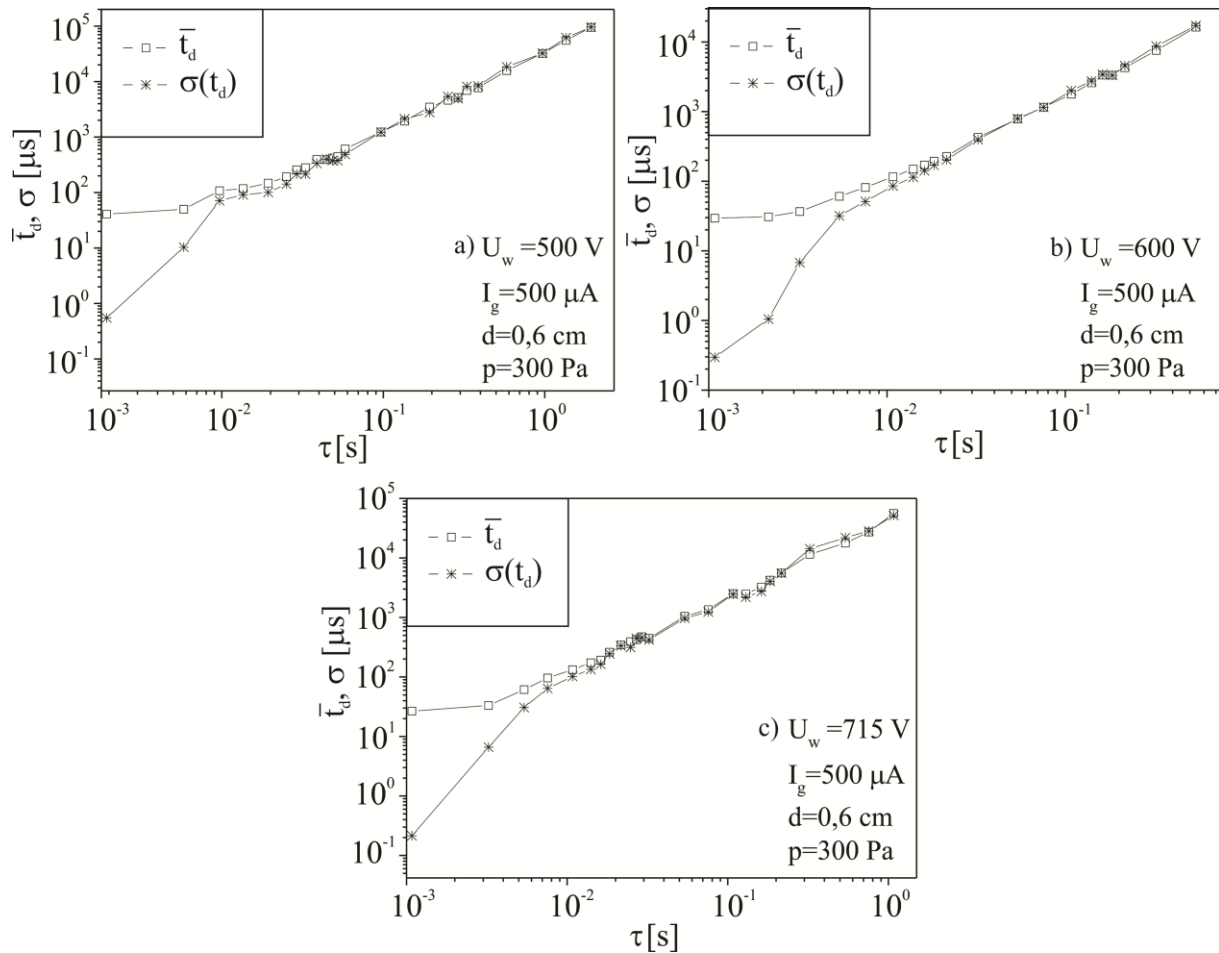
Merenje vremena kašnjenja električnog proboja je korisna i pouzdana metoda koja se može uspešno primeniti za proučavanje procesa tokom prelaznih režima, uspostavljanja pražnjenja i relaksacije nakon prekida pražnjenja. Kao što je ranije rečeno (poglavlje 3) na osnovu parametara raspodele, srednjeg vremena i disperzije statističkog vremena kašnjenja proboja, moguće je izračunati efektivni elektronski prinos ($Y_{ef} = YP$). Elektronski prinos predstavlja broj elektrona stvorenih u međuelektrodnom prostoru u jedinici vremena i može se prikazati sledećom relacijom:

$$Y = \gamma \Gamma S \quad (5.1)$$

gde je γ efektivni koeficijent sekundarne elektronske emisije, Γ fluks čestica koje dovode do sekundarne elektronske emisije (jona ili neutralnih čestica) i S je površina katode. Dakle, merenjem vremena kašnjenja pri različitim vremenima relaksacije dobija se memorijska kriva iz koje se određuje vremenska evolucija čestica u postpražnjenju, kao i odgovarajući sudarni i transportni koeficijenti. U daljem tekstu će biti dat pregled memorijskih krivih izmerenih pri različitim uslovima, biće identifikovani procesi odgovorni za postojanje memorijskog efekta, a zatim će na osnovu analitičkih i numeričkih modela biti određeni odgovarajući koeficijenti.

Pregled memorijskih krivih merenih na različitim naponima dat je na slici 5.1. Prikazane su memorijske krive merene na gasnoj cevi sa cilindričnim elektrodama prečnika $D = 0,6\text{ cm}$ rastojanju $d = 0,6\text{ cm}$, pritisku $p = 300\text{ Pa}$, radnim naponima $U_w = 500, 600$ i 715 V , struji pražnjenja $I_g = 500\ \mu\text{A}$ i vremenu pražnjenja $t_g = 1\text{ s}$. Zbog dugog trajanja merenja, memorijske krive su merene u opsegu vremena relaksacije od $\tau = 1\text{ ms}$ do $\tau = 1\text{ s}$. Sa slike se može se uočiti da sa povećanjem radnog napona dolazi do smanjenja vremena kašnjenja proboja, ali se na svima uočavaju karakteristične oblasti, brzog porasta statističkog

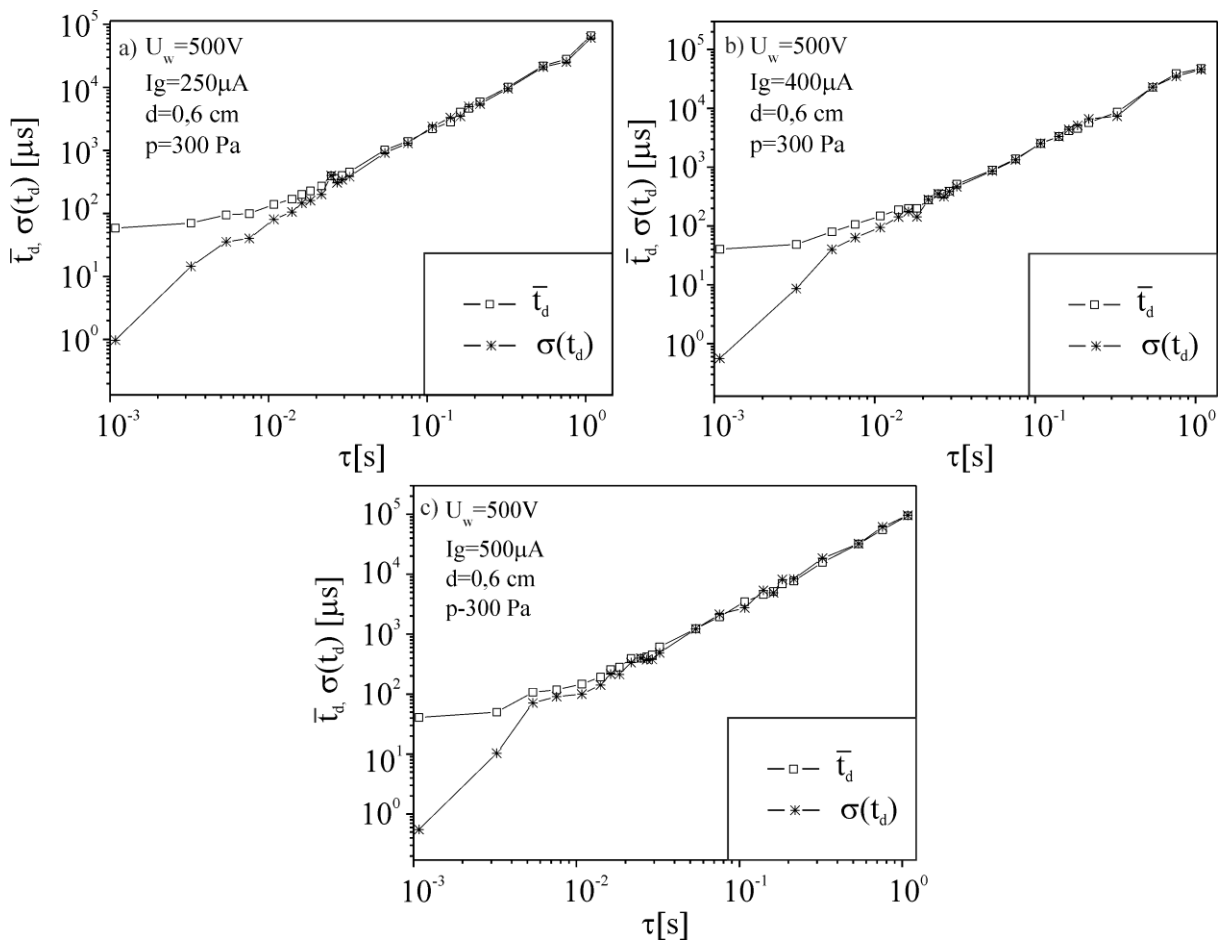
vremena kašnjenja i standardne devijacije ($\sigma(t_d) \approx \bar{t}_s$) u ranoj i oblasti sporijeg porasta tokom kasne relaksacije.



Slika 5.1 Uporedni prikaz memorijskih kriva merenih na radnim naponima a) 500 V , b) 600 V i c) 715 V i struji pražnjenja $I_g = 500 \mu\text{A}$

Pregled memorijskih krivih merenih na različitim strujama dat je na slici 5.2. Prikazane su memorijske krive merene na gasnoj cevi sa cilindričnim elektrodama prečnika $D = 0,6 \text{ cm}$ rastojanju $d = 0,6 \text{ cm}$, pritisku $p = 300 \text{ Pa}$, radnom naponu $U_w = 500 \text{ V}$, strujama pražnjenja $I_g = 250, 400$ i $500 \mu\text{A}$ i vremenu pražnjenja $t_g = 1 \text{ s}$. Kao i u prethodnom slučaju, zbog dugog trajanja merenja, memorijske krive su merene u opsegu vremena relaksacije od $\tau = 1 \text{ ms}$ do $\tau = 1 \text{ s}$. Na slici se mogu uočiti karakteristične oblasti na sve tri memorijske krive, kao i u slučaju poređenja po naponima. Na malim vremenima

relaksacije se uočava početni brzi rast statističkog vremena kašnjenja proboja, odnosno standardne devijacije ($\sigma(t_d) \approx \bar{t}_s$), nakon koga sledi sporiji rast vremena kašnjenja. Može se zaključiti da je promena struje gorenja dovela samo do pomeranja vrednosti vremena kašnjenja proboja.

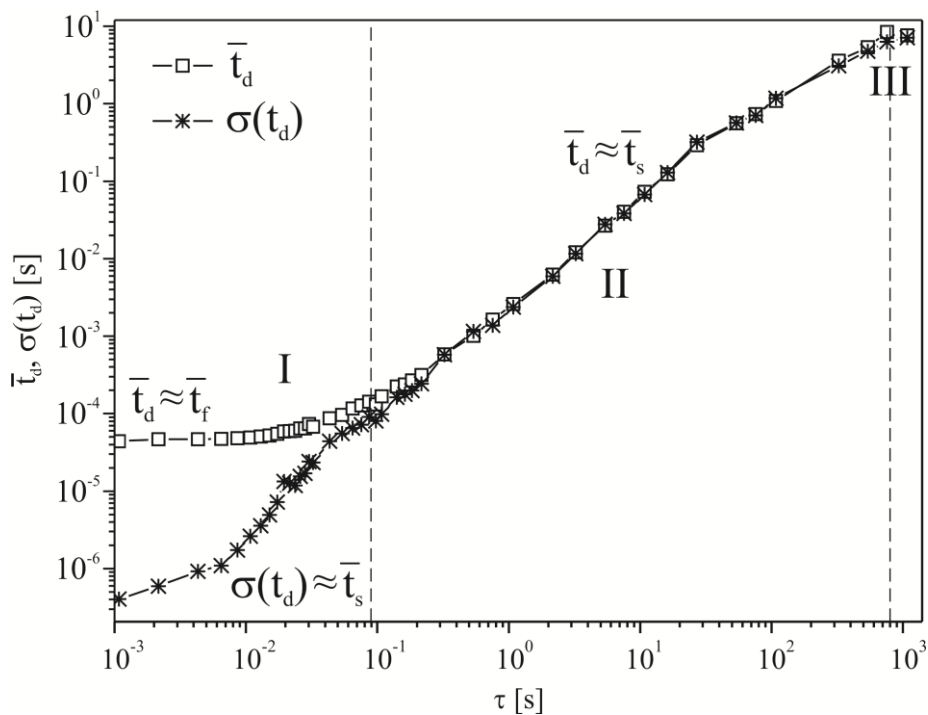


Slika 5.2 Uporedni prikaz memorijskih kriva merenih na radnom naponu $U_w = 500\text{V}$ i strujama pražnjenja a) $250\mu\text{A}$ b) $400\mu\text{A}$ i c) $500\mu\text{A}$

Analizom memorijskih krivih merenih na različitim naponima i strujama, uočeno je da sa njihovim povećanjem dolazi do opadanja vremena kašnjenja, ali i da se karakteristični oblik memorijskih krivih ne menja. Na svim memorijskim krivim merenim na različitim naponima i strujama, uočavaju se oblasti brzog i sporog porasta vremena kašnjenja, na približno istim vremenima relaksacije. U oblasti od 1ms do 100ms uočava se brz porast statističkog vremena kašnjenja proboja, dok je u oblasti nakon 100ms porast vremena

kašnjenja sporiji. Kako bi se odredili dominantni procesi odgovorni za ovo ponašanje, izvršena je sledeća analiza.

Izmerena je memorijska kriva na uzorku sa elektrodama od nerđajućeg čelika prečnika $D = 0,6\text{ cm}$, za međuelektrodno rastojanje $d = 0,6\text{ cm}$, na pritisku 300 Pa , radnom naponu $U_w = 500\text{ V}$, struji pražnjenja $I_g = 300\text{ }\mu\text{A}$ i vremenu pražnjenja $t_g = 1\text{ s}$ u opsegu vremena relaksacije od $0,1\text{ ms}$ do saturacione oblasti memorijske krive na oko 15 min (slika 5.3). Ova memorijska kriva je izabrana zbog najoptimalnijih vrednosti vremena kašnjenja, dovoljno većih od rezolucije sistema i sa dominantnim statističkim vremenom kašnjenja u oblasti malih vremena relaksacije, što je pogodno za ispitivanje dominantnih procesa u ranom postpražnjenju.



Slika 5.3 Memorijska kriva u vazduhu sa međuelektrodnim rastojanjem $d=6\text{ mm}$, radnim naponom $U_w=500\text{ V}$, strujom pražnjenja $I_g=300\text{ }\mu\text{A}$ i vremenom pražnjenja $t_g=1\text{ s}$

Sa slike se mogu uočiti tri karakteristične oblasti: oblast I sa eksponencijalnim porastom statističkog vremena ($t_s \approx \sigma(t_d)$), oblast II sa sporijim porastom u opsegu od 90 ms do oko 1000 s i saturaciona oblast iznad 1000 s . U prvoj oblast u opsegu od 1 ms do 90 ms dominira

eksponencijalni porast statističkog vremena kašnjenja ($\bar{t}_s \approx \sigma(t_d)$). Ovaj porast se može objasniti iniciranjem proboja sekundarnom elektronskom emisijom jona zaostalim iz prethodnog pražnjenja i eksponencijalnim vremenskim opadanjem njihovih koncentracija. U drugoj oblasti nakon 100 ms dominira sporiji porast statističkog vremena kašnjenja. U toj oblasti koncentracija jona je mala, tako da jedine čestice koje mogu da utiču na nastanak inicijalnih elektrona su neutralne aktivne čestice zaostale iz prethodnog pražnjenja. U oblasti oko 1000 s može se uočiti saturacija, koncentracija neutralnih aktivnih čestica je opala tako da inicijalni elektroni nastaju usled kosmičkog zračenja i prirodne radioaktivnosti okoline (pozadinsko zračenje, fon). Slična tendencija je uočena i na prethodno izmerenim memorijskim krivim pri drugačijim uslovima. U daljem tekstu je data detaljna analiza memorijske krive primenom prvo analitičkih, pa numeričkih modela.

5.2.1 Opadanje koncentracije naelektrisanih čestica u postpražnjenju u sintetičkom vazduhu

Prva oblast memorijske krive pokazuje eksponencijalni porast statističkog vremena kašnjenja proboja. Kada se statističko vreme kašnjenja prikaže u semilogaritamskoj skali (slika 5.4) mogu se uočiti tri nagiba. Kako bi se odredilo poreklo tih nagiba, primenjen je analitički model.

U oblasti od 1 do 90 ms još uvek su prisutni zaostali joni iz prethodnog pražnjenja. U tom slučaju najveću verovatnoću za produkciju inicijalnih elektrona ima jonsko-elektronska sekundarna elektronska emisija. Moguće objašnjenje je dato u radu Marković i dr. (1997), gde je eksponencijalni porast vremena kašnjenja pripisan difuziji jona na zidove suda tokom relaksacije. Naime, opadanja koncentracije usled difuzije dato je eksponencijalnom zavisnošću:

$$n = n_0 e^{-\nu\tau} \quad (5.2)$$

gde je n koncentracija čestica, n_0 je početna koncentracija, a ν je karakteristična frekvencija difuzionih gubitaka naelektrisanih čestica tokom relaksacije. Kako u relaciji za elektronski prinos figuriše koncentracija:

$$Y = m_i w_i S \quad (5.3)$$

gde je w_i brzina drifta jona, a S čeon površina katode može se uspostaviti veza između statističkog vremena kašnjenja proboja i elektronskog prinosa. Na osnovu relacija (5.2) i (5.3)

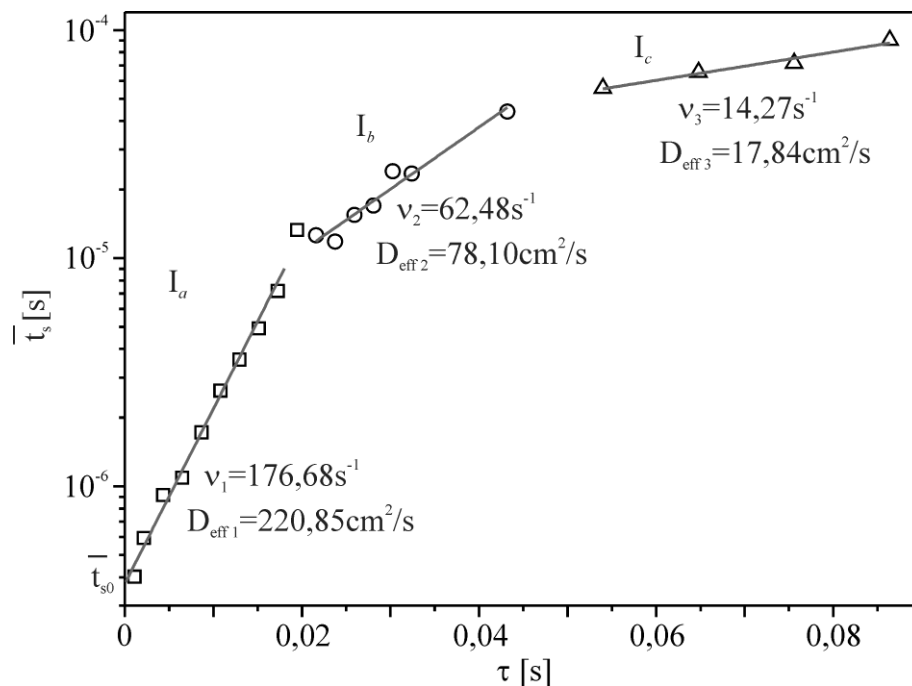
se dalje može uspostaviti veza između statističkog vremena kašnjenja i frekvencije difuzionih gubitaka naelektrisanih čestica tokom relaksacije pomoću sledeće relacije:

$$\nu = \frac{\ln\left(\frac{\bar{t}_s}{t_{s0}}\right)}{\tau} \quad (5.4)$$

gde je \bar{t}_{s0} presek ekstrapolacije linearnog fita eksperimentalnih podataka sa vertikalnom osom kada je $\tau = 0$. Kako se koeficijent difuzije može izraziti relacijom:

$$D_{ef} = \nu\Lambda^2, \quad (5.5)$$

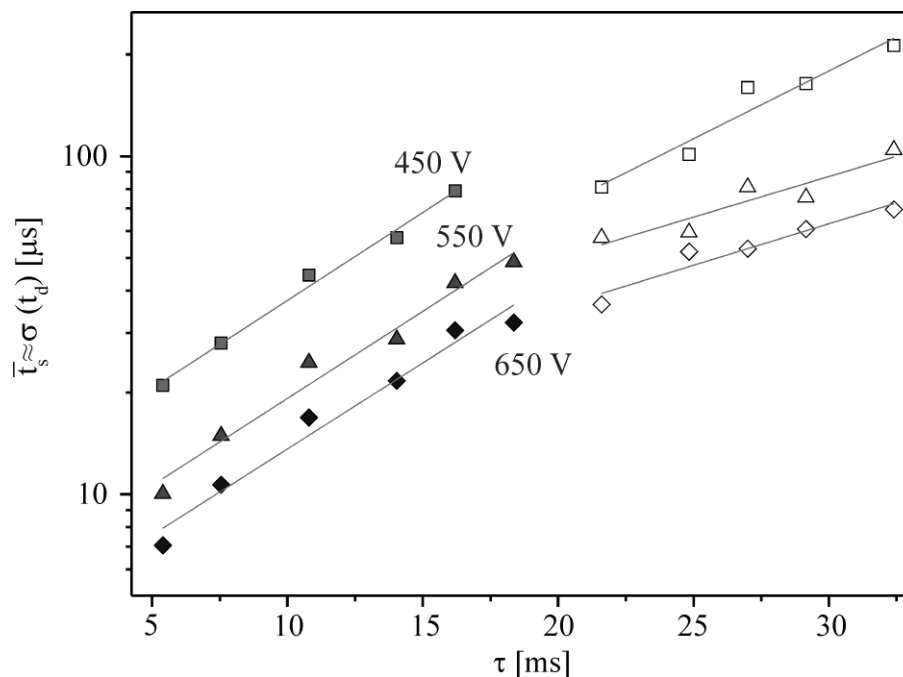
to se linearizacijom statističkog vremena kašnjenja u funkciji vremena relaksacije mogu odrediti efektivni koeficijenti difuzije.



Slika 5.4 Semilogaritamski prikaz statističkog vremena kašnjenja proboja u oblasti I memorijske krive, simboli su eksperimentalni podaci, a puna linija je fit relacijom 5.4

Sa slike 5.4 za prvi nagib frekvencija gubitaka iznosi $\nu_1 = 176,68/s$, odakle sledi da je efektivni koeficijent difuzije $D_{ef1} = 220,85 \text{ cm}^2 / s$. Iz drugog nagiba frekvencija gubitaka je

$v_2 = 62,48/s$, a efektivni koeficijent difuzije je $D_{ef2} = 78,10 cm^2/s$. Konačno iz trećeg nagiba frekvencija gubitaka je $v_3 = 14,27/s$, a efektivni koeficijent difuzije je $D_{ef3} = 17,84 cm^2/s$. Ove promene nagiba mogu se objasniti promenom režima difuzije, od blisko ambipolarnog, preko tranzicionog režima do režima slobodne jonske difuzije. Ukoliko se dobijeni koeficijenti difuzije određeni iz analitičkog modela uporede sa vrednostima izmerenim drugim metodama (Spencer i dr., 1987; Dobrov i MacDonald, 1969) videće se generalno dobro slaganje. Naime, metodom mikrotalasne perturbacije koeficijent ambipolarne difuzije određen u sintetičkom vazduhu na pritisku od $133 Pa$ je $D_a = 690 cm^2/s$ (Spencer i dr., 1987). Takođe, mikrotalasnom metodom u vazduhu na pritiscima u rasponu od $13,3$ do $1330 Pa$ određen je proizvod koeficijenta ambipolarne difuzije i pritiska koji iznosi $D_{ef} p = 0,917 (cm^2/s) Pa$ ($D_{ef} = 122 cm^2/s$ na $133 Pa$). Koeficijent difuzije određen iz trećeg nagiba po vrednosti odgovara slobodnoj difuziji jona.



Slika 5.5 Semilogaritamski prikaz statističkog vremena kašnjenja proboja u oblasti I memorijske krive za rastojanje $0,6 cm$, struji pražnjenja $250 \mu A$, vremenu pražnjenja $1s$ i za različite radne napone označene na slici

U istom opsegu vremena relaksacije izmereni su slični nagibi pri struji pražnjenja $250 \mu A$ na različitim naponima (slika 5.5), što zaista ukazuje na smenu difuzionih režima.

U daljoj analizi učinjen je pokušaj da se odredi o kojoj vrsti jona je reč na osnovu energije potrebne za sekundarnu elektronsku emisiju. Kako je izlazni rad nerđajućeg čelika $e\phi_i \approx 4,5 eV$ (Lide, 2009; Michaelson, 1977), jasno je da samo N_2^+ jon sa energijom jonizacije $E_i = 15,57 eV$ i O_2^+ jon sa energijom jonizacije $E_i = 12,5 eV$ mogu biti odgovorni za sekundarnu elektronsku emisiju. Ako se razmotri reakcija razmene naelektrisanja između N_2^+ i molekula kiseonika (proces konverzije) sa koeficijentom brzine procesa $6 \times 10^{-11} cm^3 / s$, može se zaključiti da će za vrlo kratko vreme celokupna koncentracija N_2^+ preći u O_2^+ . U ovom vremenskom intervalu uticaj metastabila je zanemarljiv, usled njihovog intenzivnog gašenja na atomima i molekulima kiseonika i azota (Guerra i dr., 1997; Gordiets i dr., 1995; Guerra i dr., 2001a). Dakle, može se zaključiti da je dominantni jon koji vrši sekundarnu elektronsku emisiju inicijalnih elektrona tokom rane relaksacije u vazduhu O_2^+ jon. Stoga se brzi porast statističkog vremena kašnjenja proboja u vremenskom intervalu između 1 i 90 ms može objasniti gubicima usled difuzije O_2^+ jona na zidove cevi. Ako se dobijeni koeficijent difuzije određen iz trećeg nagiba uporedi sa vrednošću za O_2^+ jon $D_i = 23 cm^2 / s$ izračunatim Monte Karlo simulacijom u radu Bekstein i dr. (2008), Bekstein i dr. (2010) i Nelson i dr. (2003), vidi se da je ova vrednost nešto umanjena. Ovo se može objasniti uticajem neutralnih aktivnih stanja koja u toj oblasti memorijske krive već daju primetan doprinos elektronskoj emisiji. Slični nagibi uočeni su u više ponovljenih merenja i na drugim uslovima (slika 5.5). Kako bi se prethodne tvrdnje ispitalo, razvijen je numerički model za opisivanje relaksacije naelektrisanih čestica i primenjen na prvu oblast memorijske krive.

5.2.2 Dvodimenzioni numerički model za oblast I memorijske krive u kojoj dominiraju naelektrisane čestice

Za opisivanje relaksacije u sintetičkom vazduhu primenjen je dvodimenzioni model. Model se sastoji iz sistema difuzionih jednačina za razmatrane čestice sa uračunatim procesima njihove produkcije i gubitaka:

$$\frac{\partial n}{\partial t} - D \nabla^2 n = S \quad (5.6)$$

gde n predstavlja koncentraciju čestica, D je koeficijent difuzije, a S je član koji sadrži produkciju i gubitke odgovarajućih čestica.

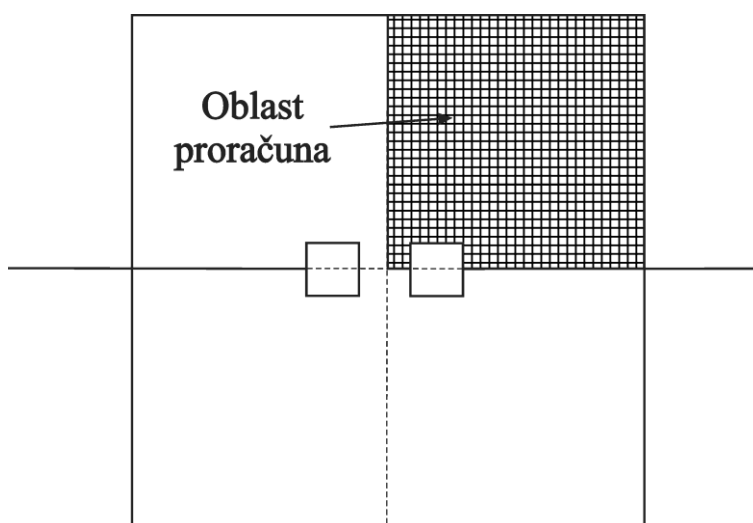
Kako je cev na kojoj su vršena merenja cilindričnog oblika, najpogodnije je sistem jednačina rešavati u cilindričnim koordinatama:

$$\frac{\partial n}{\partial t} - D \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial n}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 n}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} \right] = S. \quad (5.7)$$

Usled simetričnog oblika cevi, izvod po uglu jednak je nuli, pa se prethodna jednačina svodi na sledeći oblik:

$$\frac{\partial n}{\partial t} - D \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial n}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} \right] = S. \quad (5.8)$$

Sistem jednačina je dalje rešavan pomoću metode konačnih razlika (metoda mreže). Primenjena je implicitna metoda diskretizacije čime je dobijen sistem algebarskih jednačina. Sistem je dalje rešavan SOR metodom (metoda sukcesivne nadrelaksacije). Zbog aksijalne simetrije, problem je moguće rešavati samo za četvrtinu cevi čime se računanje značajno ubrzava. U računanju je korišćena mreža sa 30×30 čvorova, vremenskim korakom $dt = 10^{-7}$ s i prostornim $dr = dz = 0,1$ cm, kako bi bili zadovoljeni uslovi stabilnosti. Šema oblasti na kojoj su vršena izračunavanja prikazana je na slici 5.6.



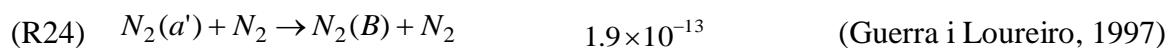
Slika 5.6. Šema oblasti na kojoj su vršena izračunavanja i primenjena mreža

U vazduhu je prisutan veliki broj procesa čije bi uključivanje u model učinilo računanje neizvodljivim. Zato je bilo potrebno izabrati procese koji imaju najznačajniji uticaj na iniciranje proboja. U prethodnom tekstu je pretpostavljeno da N_2^+ i O_2^+ mogu da dovedu do sekundarne emisije elektrona. Na njihovu koncentraciju u relaksaciji veliki uticaj imaju elektroni i joni N_4^+ , O_4^+ i O^- zbog procesa rekombinacije i razmene naelektrisanja. Takođe, metastabilna stanja $N_2(A)$ i $N_2(a')$ mogu značajno da utiču na koncentraciju N_2^+ i N_4^+ jona reakcijama asocijativne jonizacije tako da su i oni uključeni u model. Konačno, zbog njihovog značaja za kasnu relaksaciju, u model su uključeni azotni (N) i kiseonični (O) atomi. Kako se u vremenskom intervalu do 100 ms koncentracija N i O atoma ne menja značajno, njihove vrednosti mogu se smatrati približno konstantnim. Viša elektronski pobuđena stanja, kao i vibraciono pobuđena stanja nisu uzeta u obzir kako bi se vreme računanja svelo na razuman nivo (iako, strogo uzevši, mogu u nekim slučajevima značajno da utiču na postpražnjenje). Reakcije uključene u model date su u tabeli 2.

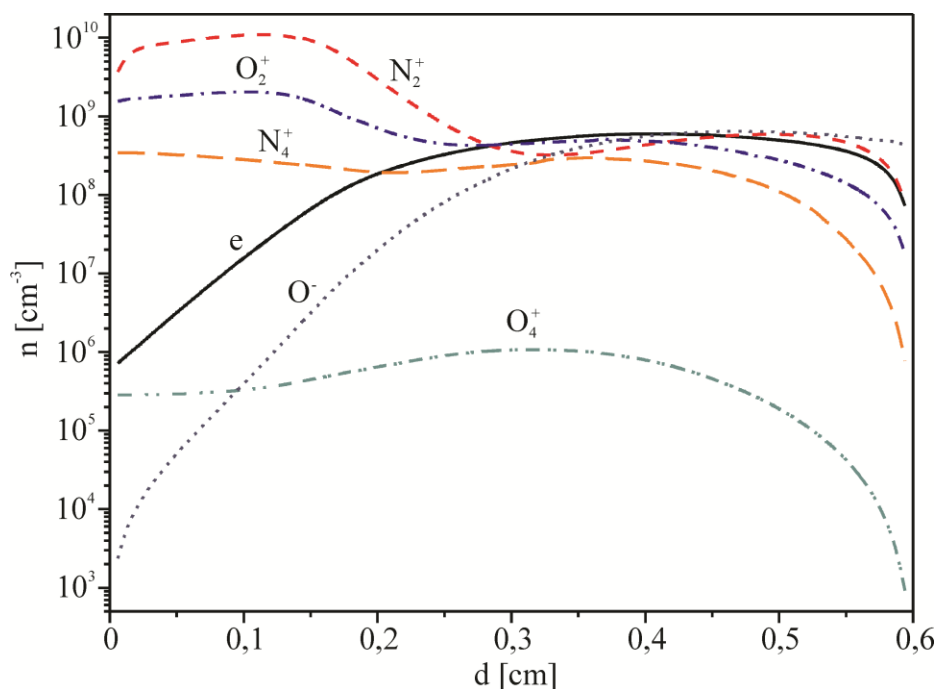
Tabela 2. Reakcije uključene u model za postpražnjenje u vazduhu na niskom pritisku

Br.	Reakcija	Koeficijent brzine reakcije ($cm^3/s, cm^6/s$)	Ref.
(R1)	$e + N_2^+ \rightarrow N + N$	$2.8 \times 10^{-7} \left(\frac{300}{T_e} \right)^{0.5}$	(Kossyi i dr., 1992)
(R2)	$e + O_2^+ \rightarrow O + O$	$2 \times 10^{-7} \frac{300}{T_e}$	(Kossyi i dr., 1992)
(R3)	$e + O_4^+ \rightarrow 2O_2$	$1.4 \times 10^{-6} \left(\frac{300}{T_e} \right)^{0.5}$	(Kossyi i dr., 1992)
(R4)	$e + N_4^+ \rightarrow 2N_2$	$2 \times 10^{-6} \left(\frac{300}{T_e} \right)^{0.5}$	(Kossyi i dr., 1992)
(R5)	$O^- + O \rightarrow e + O_2$	5×10^{-10}	(Kossyi i dr., 1992)
(R6)	$N_2^+ + O_2 \rightarrow O_2^+ + N_2$	$6 \times 10^{-11} \left(\frac{300}{T_g} \right)^{0.5}$	(Kossyi i dr., 1992)
(R7)	$N_2^+ + 2N_2 \rightarrow N_4^+ + N_2$	5×10^{-29}	(Kossyi i dr., 1992)

(R8)	$O_2^+ + 2O_2 \rightarrow O_4^+ + O_2$	$2.4 \times 10^{-30} \left(\frac{300}{T_g} \right)^{3.2}$	(Kossyi i dr., 1992)
(R9)	$N_4^+ + N_2 \rightarrow N_2^+ + 2N_2$	$2.1 \times 10^{-16} e^{\frac{T_g}{121}}$	(Guerra i Loureiro, 1997)
(R10)	$N_4^+ + O_2 \rightarrow O_2^+ + 2N_2$	2.5×10^{-10}	(Guerra i Loureiro, 1997)
(R11)	$O_4^+ + O_2 \rightarrow O_2^+ + 2O_2$	$3.3 \times 10^{-6} \left(\frac{300}{T_g} \right)^4 e^{-\frac{5030}{T_g}}$	(Kossyi i dr., 1992)
(R12)	$O^- + N_2^+ \rightarrow O + N_2$	$2 \times 10^{-7} \left(\frac{300}{T_g} \right)^{0.5}$	(Kossyi i dr., 1992)
(R13)	$O^- + O_2^+ \rightarrow O + O_2$	$2 \times 10^{-7} \left(\frac{300}{T_g} \right)^{0.5}$	(Kossyi i dr., 1992)
(R14)	$N + N + N_2 \rightarrow 2N_2$	$8.27 \times 10^{-34} e^{\frac{500}{T_g}}$	(Kossyi i dr., 1992)
(R15)	$O + O + N_2 \rightarrow O_2 + N_2$	$2.76 \times 10^{-34} e^{\frac{720}{T_g}}$	(Kossyi i dr., 1992)
(R16)	$O + O + O_2 \rightarrow 2O_2$	$2.45 \times 10^{-31} T_g^{-0.63}$	(Kossyi i dr., 1992)
(R17)	$N_2(a') + N_2(A) \rightarrow N_4^+ + e$	10^{-11}	(Guerra i Loureiro, 1995)
(R18)	$N_2(a') + N_2(a') \rightarrow N_4^+ + e$	5×10^{-11}	(Guerra i Loureiro, 1997)
(R19)	$N_2(A) + O_2 \rightarrow N_2 + 2O$	2.54×10^{-12}	(Kossyi i dr., 1992)
(R20)	$N_2(A) + N_2(A) \rightarrow N_2(C) + N$	1.5×10^{-10}	(Guerra i Loureiro, 1997)
(R21)	$N_2(A) + N_2 \rightarrow 2N_2$	3×10^{-18}	(Kossyi i dr., 1992)
(R22)	$N_2(A) + O_2 \rightarrow N_2 + O_2(a,b)$	1.29×10^{-12}	(Kossyi i dr., 1992)
(R23)	$N_2(A) + O \rightarrow NO + N(^2D)$	7×10^{-12}	(Guerra i dr., 2001a)



Za modelovanje postpražnjenja najpre je potrebno odrediti početne koncentracije čestica tj. stacionarne vrednosti u električnom pražnjenju. Početne koncentracije čestica su izračunate primenom jednodimenzionog fluidnog modela za električno pražnjenje u sintetičkom vazduhu opisanog u prethodnoj glavi. U model su uključene sve čestice date u tabeli 2, izračunate su njihove koncentracije na prethodno definisanim uslovima i dobijeni su aksijalni profili koncentracija u međuelektrodnom prostoru (slika 5.7).

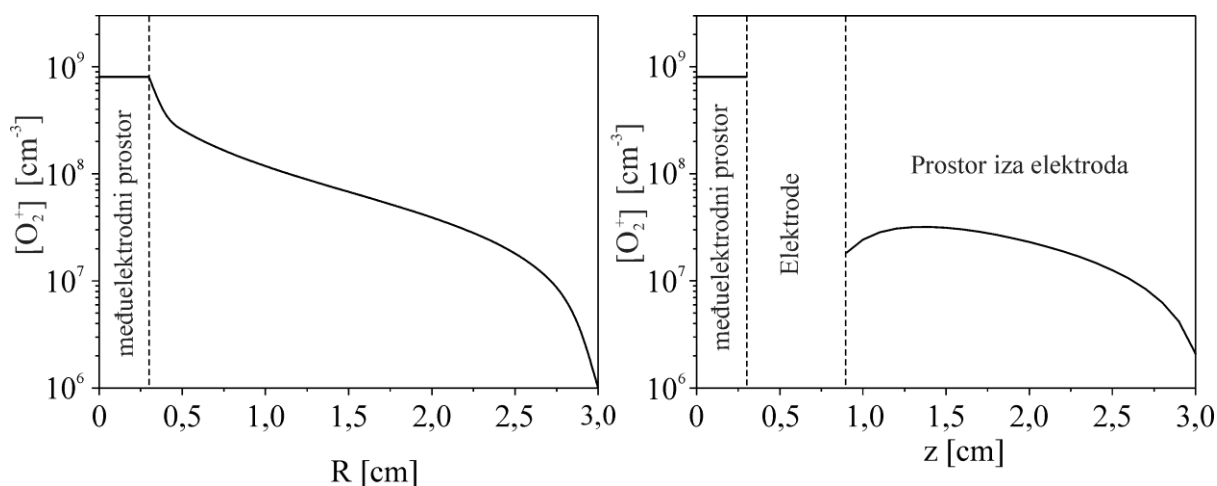


Slika 5.7. Profili koncentracija čestica u stacionarnom stanju dobijeni modelovanjem tinjavog pražnjenja u sintetičkom vazduhu sa čeličnim elektrodama jednodimenzionim fluidnim modelom

Sa slike se može uočiti da najveću koncentraciju imaju N_2^+ i O_2^+ joni, dok je koncentracija četvoro-atomskih jona N_4^+ i O_4^+ značajno manja. Iz tog razloga se četvoro-atomski joni u električnim pražnjenjima na niskim pritiscima mogu zanemariti pri modelovanju.

Koncentracija O^- jona je reda koncentracije elektrona, stoga se ne sme izostaviti pri modelovanju. Iz prethodnog razmatranja se može zaključiti da su dominantne čestice tokom proboja u vazduhu elektroni i N_2^+ , O_2^+ i O^- joni.

Kako se za modelovanje postpražnjenja koristi dvodimenzioni model, sledeći korak je izračunavanje početnih dvodimenzionih profila. U stacionarnom stanju tinjavog pražnjenja produkcija i gubici čestica su izjednačeni, pa se primenom dvodimenzionog modela za relaksaciju sa pretpostavljenim tačkastim izvorom između elektroda mogu izračunati stacionarni dvodimenzioni profili koncentracija čestica. Kako je cev na kojoj su vršena merenja takva da je zapremina cevi značajno veća od zapremine međuelektrodnog prostora (slika 2.1), može se uzeti da je koncentracija čestica unutar međuelektrodnog prostora približno konstantna i on smatrati tačkastim izvorom. Inicijalni dvodimenzioni profili dobijeni na ovaj način prikazani su na slici 5.8.



Slika 5.8. Stacionarni a) radijalni i b) aksijalni profili koncentracija O_2^+ jona u pražnjenju

Pri uslovima niskog pritiska glavni izvor gubitaka je difuzija. Zato je sledeći korak u primeni modela određivanje režima difuzije i njenih varijacija tokom relaksacije. Na osnovu određenih efektivnih koeficijenata difuzije iz analitičkog modela može se videti da se radi o smeni režima sa bliskog ambipolarne na slobodnu difuziju i da tek na kraju oblasti nastaje slobodna difuzija jona. Za opisivanje prelaznog režima korišćena je sledeća relacija (Alis, 1956; Guerra i dr. 2001b):

$$D_{se} = D_a \left(\frac{D_e + \Lambda^2 n_e \mu_e / \varepsilon_0}{D_a + \Lambda^2 n_e \mu_e / \varepsilon_0} \right) \quad (5.9)$$

gde je $D_a = \frac{\mu_i}{\mu_e} D_e$ koeficijent ambipolarne difuzije, n_e je koncentracija elektrona,

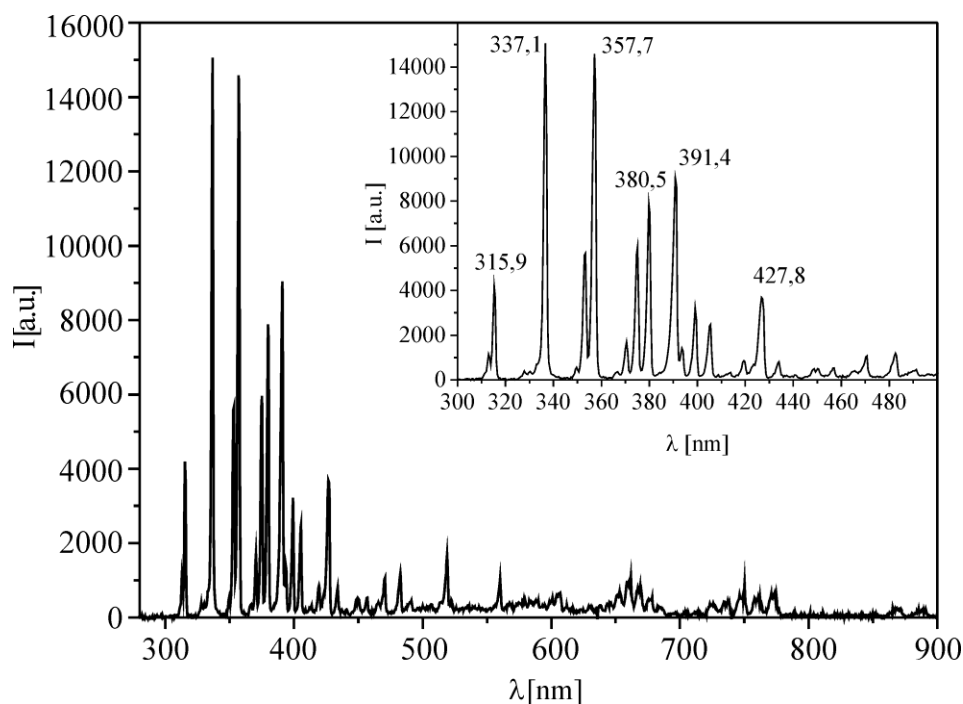
$\Lambda^2 = ((2.405/R)^2 + (\pi/L)^2)^{-1}$ je karakteristične difuziona dužina za cilindričnu geometriju cevi, μ_e je pokretljivost elektrona, μ_i je pokretljivost jona, ε_0 je dielektrična propustljivost vakuumu i e je elementarno naelektrisanje. Kada odnos karakteristične difuzione dužine Λ i Debajevog poluprečnika padne na $\Lambda/\lambda_D < 100$, iz ambipolarnog nastaje prelazni režim. Tada je efektivni koeficijent difuzije jona dat sledećom relacijom (Phelps, 1990):

$$D_{ef} = D_i \left(1 + \frac{T_e}{T_i} \right) \quad (5.10)$$

gde je D_i koeficijent slobodne difuzije, T_e temperatura elektrona i T_i temperatura jona (približno jednaka temperaturi gasa T_g). Dakle, za opisivanje smene difuzionih režima potrebno je poznavati zavisnost temperature elektrona od vremena relaksacije. Zbog nedostatka eksperimentalnih podataka za temperaturu elektrona u postpražnjenju u vazduhu, izvršena je njena procena. Evolucija temperature elektrona je data u radu Aleksandrov i dr. (2012a), gde je razmatrana relaksacija nakon nanosekundnog mikrotalasnog pražnjenja i uzeto ekstremno brzo opadanje za vreme relaksacije od oko $10 \mu s$. U datom radu su međutim, zanemarena vibraciona stanja, a samim tim i njihov uticaj na superelastično zagrevanje elektrona. Nakon tinjavog pražnjenja u vazduhu temperatura elektrona ne može da opadne za tako kratko vreme, jer metastabilna i vibraciona stanja molekula azota superelastičnim zagrevanjem usporavaju opadanje elektronske temperature. Uticaj superelastičnih sudara je ispitivan u eksperimentima u azotu (Guerra i dr., 2004) gde je utvrđeno da vibraciona stanja mogu značajno da utiču na raspodelu elektrona po energiji. Iako je uticaj metastabilnih i vibracionih stanja u vazduhu umanjen usled njihov gašenja u sudarima sa atomima i molekulima azota i kiseonika (Guerra i dr., 1997; Gordiets i dr., 1995; Guerra i dr., 2001a), ipak može značajno da utiče na temperaturu elektrona u postpražnjenju. Za opisivanje vremenskog opadanja temperature elektrona tokom relaksacije, korišćena je dvoeksponencijalna zavisnost:

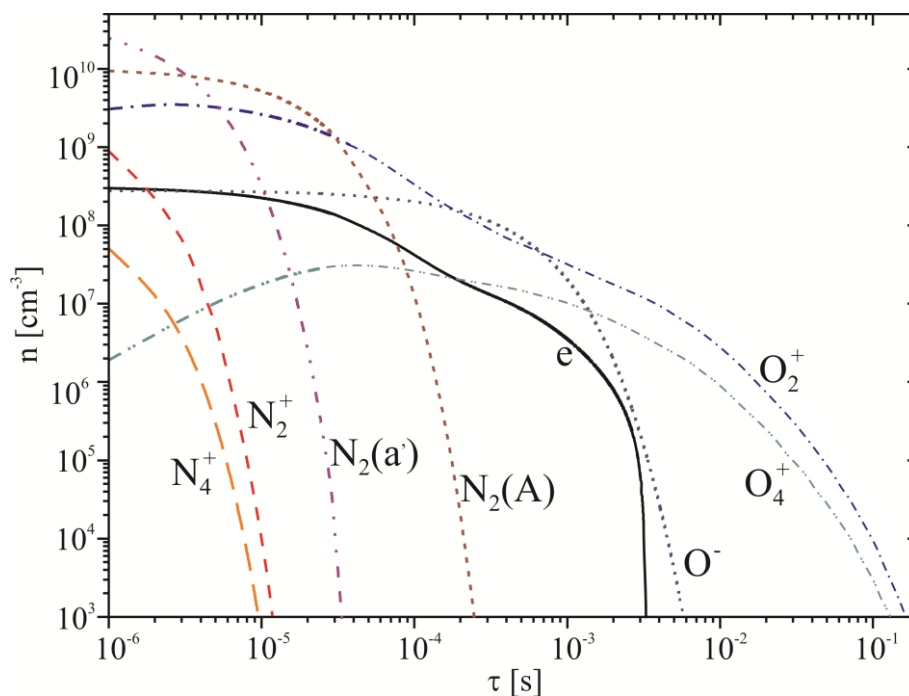
$$T_e = T_1 e^{-\nu_1 \tau} + T_2 e^{-\nu_2 \tau} + T_{sobna} \quad (5.11)$$

gde je T_{sobna} sobna temperatura, T_1 inicijalna elektronska temperatura, T_2 vibraciona temperatura, a ν_1 i ν_2 su odgovarajuće konstante brzina opadanja temperature elektrona. Prvi član u relaciji (5.11) odgovara opadanju elektronske temperature usled superelastičnih sudara sa metastabilnim stanjima, dok je drugi član opadanje usled superelastičnih sudara sa vibracionim stanjima. Usled superelastičnog zagrevanja opadanje temperature elektrona je usporeno. Vreme raspada metastabilnih stanja u kolizionoj sredini je ocenjeno na desetak mikrosekundi, dok je vreme života vibracionih stanja oko 10 ms (oko dva puta manje nego u čistom azotu zbog gašenja sa atomima kiseonika). Početna elektronska temperatura je uzeta da je $T_{e0} = 1 eV$ na osnovu merenja pomoću plazmenih sonde u oblasti negativnog tinjanja u radu Lisovskiy i Yakovin (2000). Kako u relaciji za opadanje elektronske temperature figuriše vibraciona temperatura, bilo je potrebno odrediti njenu vrednost u stacionarnom tinjanju. Vibraciona temperatura je određena na osnovu snimanja spektra tinjavog pražnjenja na radnim uslovima (slika 5.9).



Slika 5.9 Spektar tinjavog pražnjenja u sintetičkom vazduhu

Za određivanje vibracione temperature se koristi metoda relativnog odnosa intenziteta vibracionih traka. Metoda se sastoji u izračunavanju odnosa integraljenih vibracionih traka (Majstorović i dr., 2007). Kao gruba aproksimacija može se koristiti i maksimalni intenzitet trake (Cabannes i Chapelle, 1989). U ovom slučaju primenjene su obe metode i nađeno je dobro slaganje. Na osnovu relativnog intenziteta maksimuma kao i integrala (0-0) i (1-0) traka drugog pozitivnog sistema azota $N_2(C^3\Pi_u) - N_2(B^3\Pi_g)$, određena je vibraciona temperatura u stacionarnom stanju tinjavog pražnjenja koja približno iznosi $T_v \approx 2400K$. Iako ova temperatura nije vibraciona temperatura osnovnog stanja koje ima najveći uticaj na zagrevanje elektrona, dobijena vrednost se može uzeti kao gruba procena (Novgorodov i dr., 1970). Na kraju je potrebno opisati i prelazak na slobodnu difuziju, kada temperatura elektrona opadne na nivo blizu sobne. Da bi fitovanje eksperimentalnih podataka bilo moguće, pretpostavljeno je da se efektivni koeficijent difuzije menja proporcionalno odnosu karakteristične difuzione dužine i Debajevog poluprečnika $D_{ef} \sim \Lambda / \lambda_D$. Kao vrednosti koeficijenata slobodne difuzije jona uzete su ekstrapolirane vrednosti iz radova Bekstein i dr. (2008), Bekstein i dr. (2010) i Nelson i dr. (2003), dok je za elektrone korišćena vrednost dobijena iz programa Bolsig+ (Hagelaar i Pitchford, 2005).



Slika 5.10. Vremenska evolucija koncentracije elektrona, jona i metastabilnih stanja nakon prekida tinjavog pražnjenja u sintetičkom vazduhu

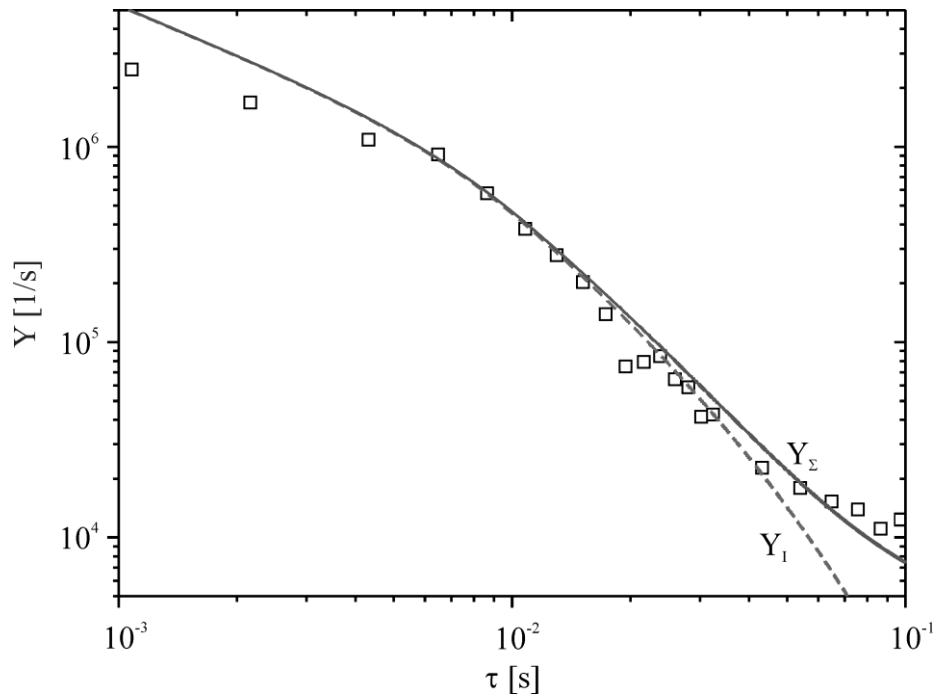
Primenom numeričkog modela dobijene su vremenske evolucije koncentracija čestica nakon prekida tinjavog pražnjenja (slika 5.10). Na slici 5.10 se uočava nagli pad koncentracije azotnih jona do desetak mikrosekundi nakon prekida pražnjenja na osnovu čega se može zaključiti da je dominantni proces u postpražnjenja u vazduhu konverzija N_2^+ i N_4^+ jona u O_2^+ jone (reakcije 6-10 u tabeli 2). Slično opadanje koncentracije azotnih jona uočeno je u radu Aleksandrov i dr. (2012a) dok je u knjizi Capitelli i dr. (2000) data šema jonske kinetike u vazduhu koja pokazuje konverziju azotnih u kiseonične jone. Sa slike 5.10 se takođe može uočiti da su koncentracije O_2^+ i O_4^+ jona povezane (reakcije 8 i 11 u tabeli 2). Koncentracije metastabilnih stanja $N_2(A^3\Sigma_u^+)$ i $N_2(a'^1\Sigma_u^-)$ veoma brzo opadaju usled gašenja u sudarima sa N_2 , O_2 i O atomima (R19-R25), čime se potvrđuje ranija pretpostavka da je njihov uticaj na koncentraciju N_2^+ i N_4^+ jona zanemarljiv. Koncentracija O^- jona je povezana sa koncentracijom elektrona tako da nakon nestanka elektrona i njihova koncentracija opada. Produkcija molekularnog O_2^- jona je dominantna za slaba polja (Becker i dr., 2005), međutim u ovoj disertaciji on nije uzet u razmatranje jer nema veliki uticaj na nastanak proboja.

Kao što je prethodno pokazano, dominantni jon u postpražnjenju u vazduhu je O_2^+ jon. Elektronski prinos izazvan jonima je računat na osnovu sledeće relacije:

$$Y_I = C n_i S_c \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (5.12)$$

gde je Y_I elektronski prinos, γ koeficijent sekundarne elektronske emisije, n_i koncentracija O_2^+ jona, S_c čeona površina katode, Δx i Δt su prostorni, odnosno vremenski korak, a C konstanta proporcionalnosti koja uključuje i verovatnoću emisije elektrona preko adsorbovanih slojeva na katodi. Naime, prema adsorpcionom modelu iz rada Hays i dr. (1974), na katodi se prvo formira adsorbovani sloj atoma, a preko njega pseudo-sloj molekula osnovnog gasa. Najbolji fit u prvih 40 ms relaksacije dobijen je primenom temperaturno zavisnog koeficijenta difuzije (5.11), dok za relaksaciona vremena od 40 do 90 ms pored jonsko-elektronskog mehanizma iniciranja postoji i uticaj neutralnih aktivnih čestica. U tom slučaju, jedino zbirom jonskog doprinosa i doprinosa od strane neutralnih aktivnih čestica je moguće fitovanje eksperimentalnih podataka (puna linija na slici 5.11).

Nakon 100 ms iniciranje jonima je zanemarljivo i dominantni mehanizam iniciranja je elektronska emisija izazvana neutralnim aktivnim česticama.



Slika 5.11. Eksperimentalni podaci u prvoj oblasti fitovani numeričkim modelom gde je isprekidanom linijom predstavljen elektronski prinos izazvan jonima, a punom linijom zbir elektronskih prinosa izazvanih jonima i neutralnim aktivnim česticama

5.2.3 Uticaj neutralnih aktivnih čestica na postpražnjenje u vazduhu

Druga oblast na memorijskoj krivoj nakon vremena relaksacije od 100 ms karakteriše se sporijim porastom vremena kašnjenja proboja. Kao što je već rečeno, na vremenima relaksacije većim od 100 ms uticaj jona je zanemarljiv, tako da mehanizam iniciranja mora da uključuje neutralne aktivne čestice. U ranijim istraživanjima u azotu (Marković i dr., 1996) memorijski efekat tokom kasne relaksacije objašnjen je površinskom rekombinacijom atoma azota. Naime, atomi azota nestaju u procesu površinske rekombinacije na zidovima suda za pražnjenje, a inicijalni elektroni se emituju na osnovu energije rekombinacije atoma azota na katodi izrađenoj od gvožđa. Takođe, kasni memorijski efekat u postpražnjenju u helijumu, argonu i neonu (Kudrle i dr., 1999; Marković i dr., 2005; 2007b) objašnjen je površinskom rekombinacijom atoma azota prisutnih u vidu nečistoća. Nedavno je ispitivanjem

postpražnjenja izazvanog radiofrekventnim (RF) impulsima u argonu sa doziranim primesama azota ponovljena memorijska kriva i direktno potvrđen navedeni mehanizam emisije (Huo i dr., 2014). Dakle, kako je koncentracija azota u sintetičkom vazduhu višestruko veća, pretpostavljeno je da sličan mehanizam može da objasni i memorijski efekat u vazduhu. Energija ekscitacije $N_2(A^3\Sigma_u^+)$ metastabila koji nastaju na površini prilikom rekombinacije atoma azota je $E_{exc} = 6,2 eV$ (Harteck i dr., 1960; Reeves i dr., 1960; Manella i dr., 1960; Manella i dr., 1961), a energija rekombinacije atoma azota je $E_r = 9,78 eV$ (Braithwaite, 2000), i značajno su veći od izlaznog rada materijala katode. Stoga je mehanizam emisije na osnovu površinske rekombinacije atoma azota energijski moguć i mnogo je povoljniji u odnosu na površinsku rekombinaciju atoma kiseonika ($E_r = 5,11 eV$) ili azota (II) oksida NO ($E_r = 6,50 eV$) (McGowan, 1981). Dakle, kako je izlazni rad nerđajućeg čelika $e\phi_i \approx 4,5 eV$ (Lide, 2009; Michaelson, 1977) mnogo je veća verovatnoća za sekundarnu elektronsku emisiju rekombinacijom atoma azota nego za ostale čestice. U daljem tekstu je analizirana druga oblast memorijske krive na osnovu navedenog mehanizma emisije i primenjen analitički model iz rada Marković i dr. (1996).

U oblasti od $100 ms$ do oko $6 s$ prikazanoj na slici 5.11 može se uočiti sporiji rast vremena kašnjenja. Ako se kvadratni koren vremena kašnjenja prikaže kao linearna funkcija od vremena relaksacije ($\sqrt{t_d} = f(\tau)$), uočiće se njegova linearizacija (slika 5.12). Dakle, na osnovu analitičkog modela (Marković i dr., 1996) može se pretpostaviti postojanje nekog procesa drugog reda. U navedenom modelu je, takođe, vreme kašnjenja proboja povezano sa elektronskim prinosom, a samim tim i sa koncentracijom inicijalnih čestica, u ovom slučaju atoma azota. Na osnovu toga se mogu izračunati koeficijenti površinske rekombinacije:

$$\sqrt{t_d} = \sqrt{t_{d0}} + \frac{k_{NW}}{\sqrt{k_2^{ef} V_c P}} \tau, \quad (5.13)$$

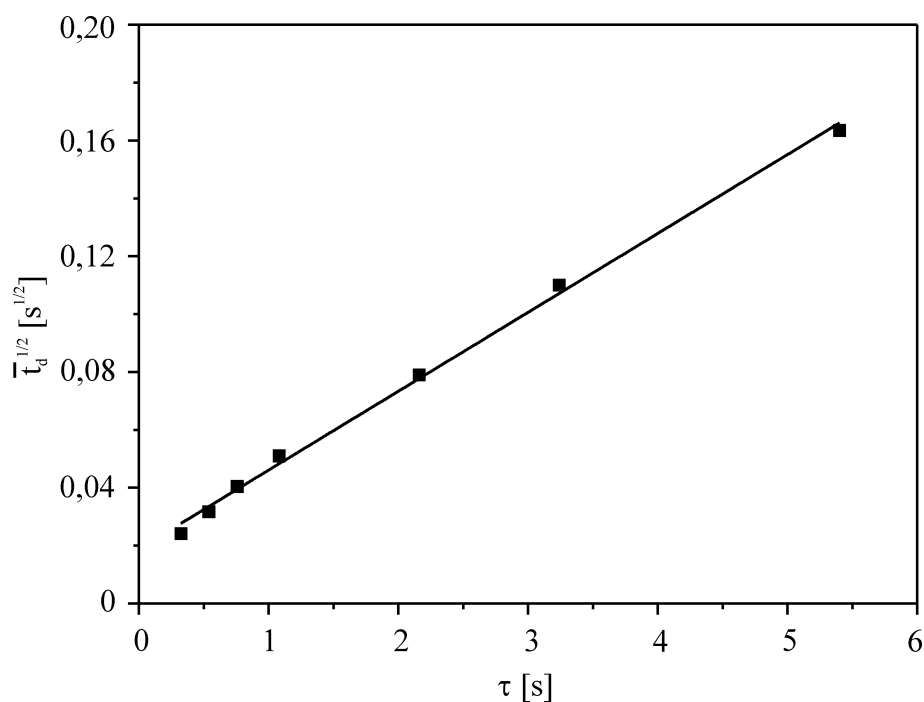
gde je k_{NW} koeficijent rekombinacije na staklu:

$$k_{NW} = \frac{\sqrt{t_d} - \sqrt{t_{d0}}}{\sqrt{t_{d0}}} \frac{1}{[N]_0 \tau}, \quad (5.14)$$

k_2^{ef} je efektivni koeficijent rekombinacije na katodi

$$k_2^{ef} = \frac{1}{\overline{t_{d0}} [N]_0^2 V_c P}, \quad (5.15)$$

V_c je zapremina međuelektrodnog prostora, $[N]_0$ je inicijalna koncentracija atoma azota, $\overline{t_{d0}}$ je presek ekstrapolacije linearnog fita sa vertikalnom osom i P je verovatnoća proboja (Marković i dr., 1994). Kako se radi o niskom pritisku gasa, zapreminska rekombinacija atoma azota je zanemarljiva, pa se površinska rekombinacija drugog reda atoma azota na površini stakla i nerđajućem čeliku nameće kao objašnjenje.



Slika 5.12. Kvadratni koren vremena kašnjenja proboja u funkciji vremena relaksacije.

Simboli su eksperimentalni podaci dok je linija linearni fit.

Za vremena veća od 6 s, vreme kašnjenja postaje linearna funkcija od vremena relaksacije (slika 5.13). Ovakva zavisnost ukazuje na postojanje procesa rekombinacije prvog reda na katodi. Na osnovu izraza za elektronski prinos može se uspostaviti veza između koncentracije atoma i vremena kašnjenja, odakle slede koeficijenti rekombinacije:

$$\overline{t_d} = \overline{t_{d0}} + \frac{k_{NW}}{k_1^{ef} V_c P} \tau, \quad (5.16)$$

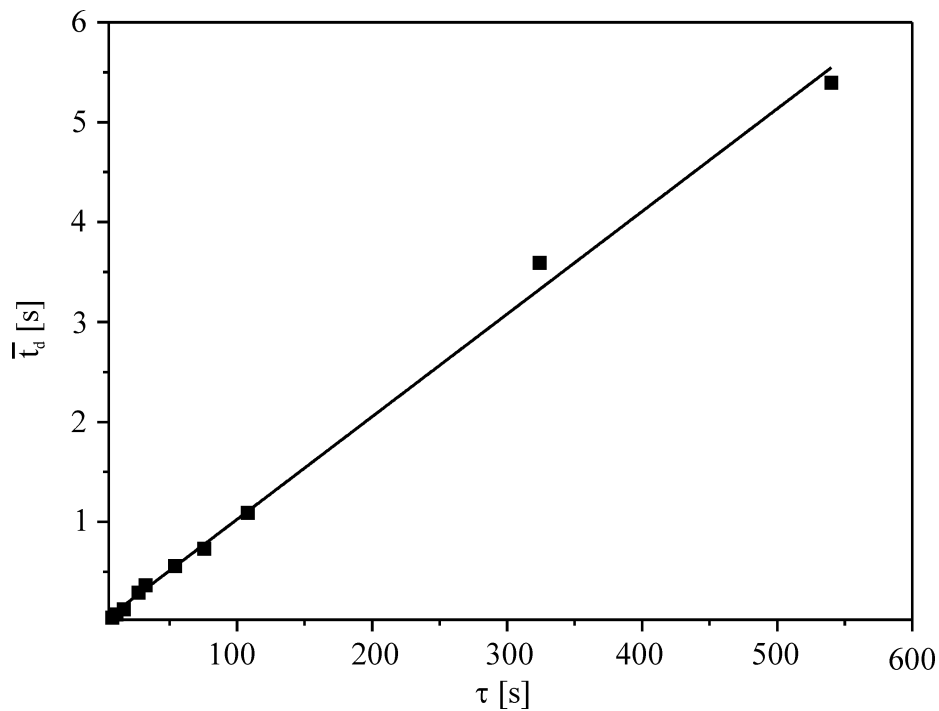
gde je k_{NW} koeficijent rekombinacije na staklu:

$$k_{NW} = \frac{\overline{t_d} - \overline{t_{d0}}}{\overline{t_{d0}}} \frac{1}{[N]_0 \tau}, \quad (5.17)$$

k_1^{ef} je efektivni koeficijent rekombinacije na katodi

$$k_1^{ef} = \frac{1}{\overline{t_{d0}} [N]_0 V_c P}, \quad (5.18)$$

V_c je zapremina međuelektrodnog prostora, $[N]_0$ je inicijalna koncentracija atoma azota, $\overline{t_{d0}}$ je presek ekstrapolacije linearnog fita sa vertikalnom osom i P je verovatnoća proboja.



Slika 5.13. Linearna zavisnost vremena kašnjenja proboja u funkciji vremena relaksacije.

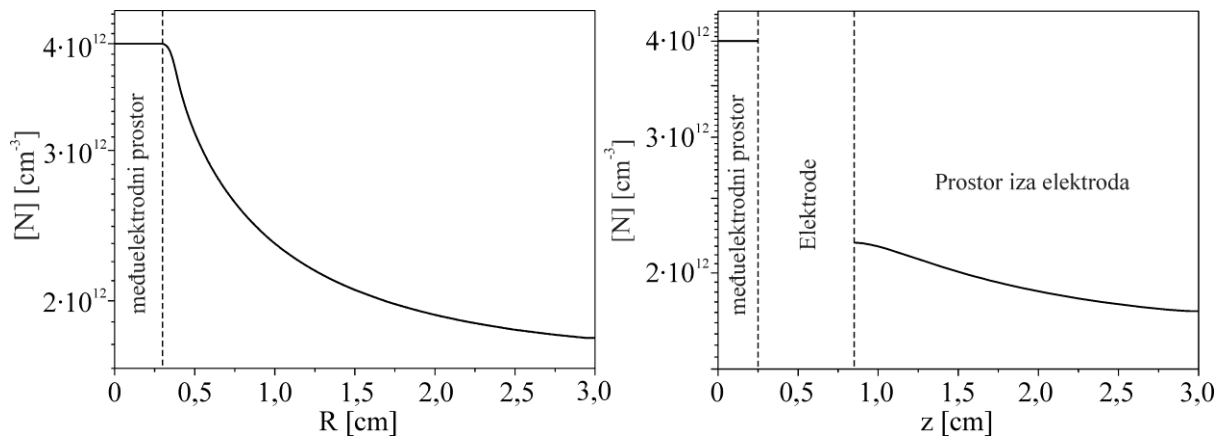
Simboli su eksperimentalni podaci dok je linija linearni fit.

Smena mehanizama koja se uočava na vremenima relaksacije većim od 6 s može se objasniti opadanjem koncentracije atoma azota. Naime, dok je koncentracija atoma azota velika dominira drugi red rekombinacije na čeliku, a kada koncentracija atoma opadne prvi red rekombinacije postaje dominantan.

U cilju potvrde teze da je za kasnu relaksaciju odgovorna površinska rekombinacija atoma azota, primenjen je dvodimenzioni numerički model za kasnu relaksaciju. Model se sastoji iz difuzione jednačine i površinskih procesa gubitaka čestica:

$$\frac{\partial [N]}{\partial t} - D \nabla^2 [N] = S_{površ} \quad (5.19)$$

gde je $[N]$ koncentracija atoma azota, D je koeficijent difuzije atoma azota u vazduhu i $S_{površ}$ su površinski gubici. U model je uključen gubitak usled rekombinacije na staklu, dok su gubici na elektrodama zanemarljivi zbog mnogo manje površine elektroda u odnosu na površinu stakla (slika 2.1), ali su uključeni u relaciji za izračunavanje prinosa. Gubici usled zapreminske rekombinacije (reakcija 14 u tabeli 2) su zanemarljivi na niskom pritisku u poređenju sa površinskim procesima, tako da su izostavljeni iz modela. Kao i u slučaju rane relaksacije, jednačina je rešavana u cilindričnim koordinatama i to samo za četvrtinu cevi. Diferencijalna jednačina je diskretizovana primenom metoda konačnih razlika (metoda mreže) i primenom eksplicitne šeme. Prostorna šema je bila 60×60 tačaka u mreži sa vremenskim korakom $dt = 10^{-6}$ s i prostornim koracima $dr = dz = 0,05$ cm kako bi bio zadovoljen CFL (Kurant-Fridrih-Levi) kriterijum stabilnosti. Koeficijent difuzije je određen na osnovu relacije iz rada Debal i dr. (1998) zasnovane na teoriji Čepmen-Enskog.

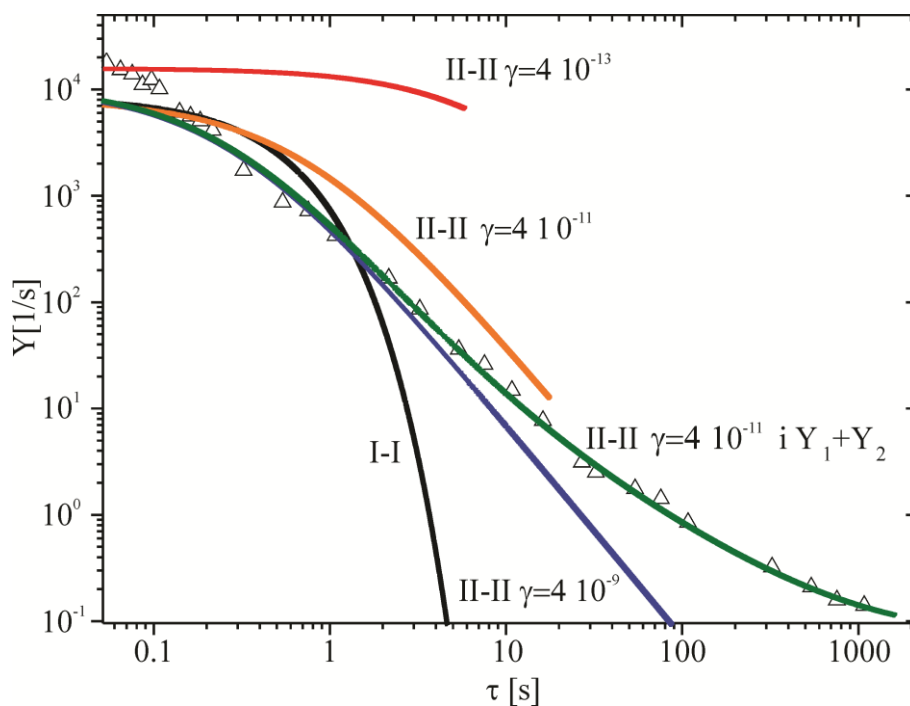


Slika 5.14 Stacionarni a) radijalni i b) aksijalni profili koncentracija atoma azota u pražnjenju

Kao i u slučaju rane relaksacije, inicijalni dvodimenzioni profili određeni su primenom dvodimenzionog modela gde je pražnjenje u međuelektrodnom prostoru uzeto kao tačkasti izvor (slika 5.14). Pošto je promena koncentracije atoma azota u ranoj relaksaciji

zanemarljiva, za početnu koncentraciju u kasnoj relaksaciji uzeta je vrednost izračunata iz jednodimenzionog modela $[N]_0 = 4 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$.

U literaturi se obično usvaja prvi red rekombinacije na staklu i elektrodama (Kutasi i Loureiro, 2007). Kako bi proverili da li samo prvi ili samo drugi red rekombinacije atoma azota na površini borosilikatnog stakla i elektroda od nerđajućeg čelika mogu da opišu eksperimentalne podatke, primenjen je numerički 2D model za postpražnjenje. Primenom numeričkog modela dobijena je promena elektronskog prinosa u postpražnjenju sa različitim izborom reda rekombinacije atoma azota na površinama stakla i metala elektroda (slika 5.15).



Slika 5.15. Fitovanje eksperimentalnih podataka primenom površinske rekombinacija atoma azota prvog i drugog reda

Najpre je razmatran prvi red rekombinacije atoma azota na zidu cevi za pražnjenje. Rešavana je sledeća diferencijalna jednačina:

$$\frac{\partial[N]}{\partial t} - D\nabla^2[N] = -\gamma_{NW}[N] \quad (5.20)$$

gde je γ_{NW} koeficijent površinske rekombinacije atoma azota na zidovima cevi (borosilikatnom staklu), dok je elektronski prinos računat na osnovu sledeće relacije:

$$Y = Y_1 + Y_0 \quad (5.21)$$

koja uključuje elektronski prinos usled rekombinacije prvog reda na elektrodama

$$Y_1 = \gamma_1^{ef} [N]_E S_c \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (5.22)$$

i Y_0 doprinos pozadinskog zračenja. Sa slike se može videti da prvi red rekombinacije na staklu i metalu značajno odstupa od eksperimenta. Zato je razmatran drugi red rekombinacije primenom 2D modela. Rešavana je sledeća diferencijalna jednačina:

$$\frac{\partial [N]}{\partial t} - D \nabla^2 [N] = -\gamma_{NW} [N]^2 \quad (5.23)$$

gde je γ_{NW} koeficijent površinske rekombinacije na zidovima cevi (borosilikatnom staklu), dok je elektronski prinos računat na osnovu sledeće relacije:

$$Y = Y_2 + Y_0 \quad (5.24)$$

koja uključuje elektronski prinos usled rekombinacije drugog reda na elektrodama

$$Y_2 = \gamma_2^{ef} [N]_E^2 S_c \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (5.25)$$

Sa slike se može videti da se varijacijom koeficijenata rekombinacije može dobiti dobro slaganje u prvom delu krive, u opsegu u kome je analitički model pokazao postojanje rekombinacije drugog reda.

Kako bi se postiglo fitovanje eksperimenta, uzeti su u obzir prinosi usled rekombinacije i drugog i prvog reda, kao i doprinos pozadinskog zračenja:

$$Y = Y_2 + Y_1 + Y_0, \quad (5.26)$$

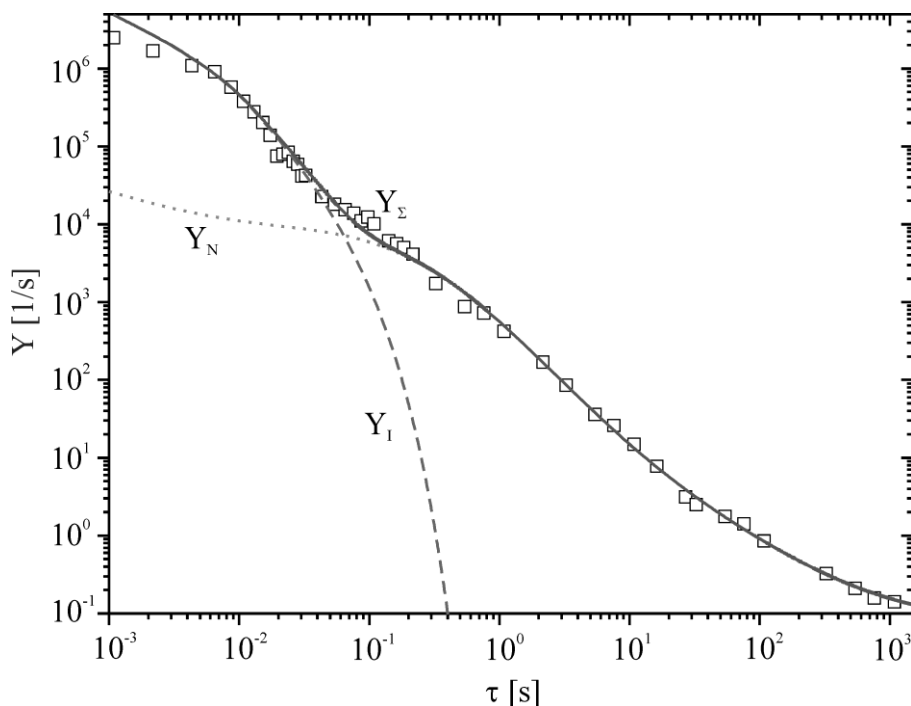
gde je prinos drugog reda rekombinacije računat na osnovu sledeće relacije:

$$Y_2 = \gamma_2^{ef} [N]_E^2 S_c \frac{\Delta x}{\Delta t}, \quad (5.27)$$

a prinos prvog reda na osnovu relacije:

$$Y_1 = \gamma_1^{ef} [N]_E S_c \frac{\Delta x}{\Delta t}, \quad (5.28)$$

gde je Y_0 prinos u saturacionoj oblasti izazvan pozadinskim zračenjem, $[N]_E$ je koncentracija atoma azota u graničnim tačkama mreže uz površinu katode, a γ_2^{ef} i γ_1^{ef} su efektivni koeficijenti rekombinacije drugog, odnosno prvog reda (Marković i dr., 1996).



Slika 5.16. Eksperimentalni podaci fitovani na osnovu i numeričkog modela gde je isprekidana linija prinos jona, tačkasta linija prinos atoma azota, a puna linija zbir prinosa

Najbolji fit eksperimentalnih podataka je postignut za sledeće vrednosti koeficijenata rekombinacije: koeficijent drugog reda rekombinacije na borosilikatnom staklu $\gamma_{NW} = 4 \times 10^{-11} \text{ cm}^3/\text{s}$, efektivni koeficijent rekombinacije drugog reda na nerđajućem čeliku $\gamma_2^{ef} = 1.86 \times 10^{-25} \text{ cm}^3/\text{s}$ i efektivni koeficijent rekombinacije prvog reda na nerđajućem čeliku $\gamma_1^{ef} = 1.06 \times 10^{-14} / \text{s}$. Efektivni koeficijenti u sebi sadrže i verovatnoću da nastali elektron bude emitovan preko adsorbovanog monosloja atoma na površini katode i preko njega adsorbovanog pseudo-sloja molekula osnovnog gasa, prema modelu iz rada Hays i dr. (1974). Sa slike 5.16 se dakle može videti da je drugi red rekombinacije dominantan u oblasti

do 6 s ($Y_2 > Y_1$) dok je koncentracija atoma azota još uvek visoka, a nakon toga prvi red rekombinacije postaje dominantan ($Y_1 > Y_2$) sve do saturacione oblasti memorijske krive. Jednostavnom analizom prinosa:

$$\frac{Y_{II}}{Y_I} = \frac{\gamma_2^{ef} [N]_E^2 S_c \frac{\Delta x}{\Delta t}}{\gamma_1^{ef} [N]_E S_c \frac{\Delta x}{\Delta t}} = \frac{\gamma_2^{ef} [N]_E}{\gamma_1^{ef}} \quad (5.29)$$

može se videti da je kritična koncentracija atoma azota kada su prinosi izjednačeni $[N]_E = 5,7 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Ovim je potvrđena pretpostavka o prelazu drugog reda procesa površinske rekombinacije atoma azota u prvi red usled opadanja koncentracije, izneta u prethodnoj analizi primenom analitičkog metoda. Na osnovu toga, postojanje rekombinacije prvog reda u eksperimentima sa protočnim postpražnjenjem (Kutasi i Loureiro, 2007) može se objasniti malom koncentracijom atoma azota.

6. Zaključak

U disertaciji su predstavljeni rezultati dobijeni merenjima vremena kašnjenja proboja u sintetičkom vazduhu i analizirani primenom statističkih i numeričkih modela za električno pražnjenje i postpražnjenje. Merenja su urađena na više uzoraka sa elektrodama izrađenim od različitih materijala. Za analizu procesa u električnim probojima, pražnjenju i postpražnjenju u vazduhu primenjena je metoda merenja vremena kašnjenja proboja i podržana drugim dostupnim metodama. Ova metoda je korisna u proučavanju stohastičkih probojnih procesa i procesa tokom relaksacije i na osnovu nje su identifikovani dominantni procesi i određeni odgovarajući koeficijenti.

Merenjima vremena kašnjenja pri različitim uslovima (radnim naponima, strujama tinjanja, vremenima relaksacija, sa različitim elektrodama) dobijene su raspodele vremena kašnjenja proboja. Za opisivanje statističkog vremena kašnjenja proboja u literaturi su do sada korišćene raspodele zasnovane na Poasonovoj, odnosno eksponencijalnoj raspodeli za slučaj retkih događaja. Kako je uočena pojava Gausove raspodele za kratka vremena relaksacije (kada je prejonizacija velika), pretpostavljeno je da je to posledica velikog elektronskog prinosa. Zato je u ovoj disertaciji, primenom de Moavr-Laplasove teoreme, dat prelaz sa binomne raspodele, na Gausovu raspodelu statističkog vremena kašnjenja, za slučaj velikih elektronskih prinosa. Ovime su raspodele statističkog vremena kašnjenja uopštene za oba slučaja, za male elektronske prinose tj. slučaj retkih događaja i slučaj velikih elektronskih prinosa. Za statističko opisivanje vremena kašnjenja primenjene su Gausove, mešovite Gaus-eksponencijalne i eksponencijalne raspodele koje su zasnovane na binomnoj raspodeli nastanka inicijalnih elektrona i određeni su parametri raspodela i elektronski prinosi. Izmerene su, takođe, Gausova, mešovita Gaus-eksponencijalna i eksponencijalna raspodela i modelovane su primenom Monte Karlo simulacije. Primenom Monte Karlo simulacije ukoliko su poznati parametri raspodele mogu se simulirati raspodele vremena kašnjenja proboja, što je veoma korisno u slučajevima kada direktna merenja nisu moguća (npr. vreme kašnjenja se može meriti direktno, ali ne i statističko vreme kašnjenja i vreme formiranja pražnjenja).

Kako se za opisivanje statističkog vremena kašnjenja često koristi Vejbulova raspodela, zasnovana na Poasonovoj raspodeli za retke i nezavisne događaje, kako bi se

izvršilo poređenje sa raspedelama zasnovanim na binomnoj raspodeli elektrona primenjen je Akaikeov informacioni kriterijum. Nađeno je da u određenim slučajevima Vejbulova raspodela nekada bolje opisuje eksperimentalne podatke, ali pošto su Gausova, mešovita Gaus-eksponencijalna i eksponencijalna raspodele fizički zasnovane i kako se iz njih mogu odrediti fizički korisne informacije kao što je npr. elektronski prinos, pokazana je opravdanost njihovog korišćenja.

Razmatrane su mešovite raspodele statističkog vremena kašnjenja. Pojava mešovitih raspodela ukazuje na postojanje dve ili više čestica ili mehanizama koji dovode do električnog proboja. U ovoj disertaciji mešovite raspodele su uopštene i izvedena je odgovarajuća relacija za elektronski prinos. Dalje je ovaj model priemenjen na eksperimentalne podatke. U merenjima na gasnim cevima sa elektrodama od ugljeničnog čelika dobijene su Gausove i mešovite Gaus-eksponencijalne raspodele.

Pojava Gausove raspodele ukazuje na postojanje uvećanog elektronskog prinosa dok pojava mešovite raspodele ukazuje na dva inicirajuća mehanizma. Kako bi se identifikovao mehanizam koji dovodi do pojave ovih raspodela i uvećanja prinosa, izvršeno je njihovo poređenje sa rezultatima dobijenim na uzorku sa elektrodama od nerđajućeg čelika. Za ovaj uzorak dobijene su eksponencijalne raspodele. Utvrđeno je da postoji veza između materijala od koga su izrađene elektrode u uzorcima na kojima su vršena merenja i pojave ovih raspodela. Kako su cevi na kojima su vršena merenja identičnog oblika, sa identičnom geometrijom i istim gasom, zaključeno je da je pojava Gausovih i mešovitih raspodela posledica uvećanja elektronskog prinosa zbog razlike u površinama. Ovo je takođe potvrđeno primenom dvofaktorske analize disperzije. Zato je, dalje, urađena analiza površine elektroda primenom skening elektronske mikroskopije (SEM-a), energijske disperzione rendgenske spektroskopije (EDX-a) i mikroskopije međuatomskih sila (AFM-a). Na SEM i EDX snimcima nađena je karakteristična granulasta struktura na površini katode, dok je EDX pokazao postojanje kiseonika na površini. Nasuprot tome, SEM snimci su pokazali da uzorak sa elektrodama od nerđajućeg čelika ima relativno ravnu površinu, bez granulastih struktura, dok na EDX spektru nije nađena linija kiseonika. Na osnovu ovih merenja, nađeno je da je povećana emisija posledica nastanka oksida na elektrodama izrađenim od ugljeničnog čelika. Zaključeno je da je pojačana emisivnost posledica uvećane efektivne površine i oksida gvožđa na kome se mogu zadržati površinska naelektrisanja.

Veliki problem pri merenju vremena kašnjenja je to što se ne mogu odvojeno meriti statističko vreme kašnjenja i vreme formiranja pražnjenja. Za vreme formiranja pražnjenja koriste se aproksimacije zasnovane na minimalnim vrednostima ukupnog vremena kašnjenja. Naime, ukoliko se radi veći broj merenja, u bar jednom slučaju će doći do trenutog iniciranja proboja, kada je statističko vreme kašnjenja jednako nuli, odnosno ukupno vreme kašnjenja je jednako vremenu formiranja pražnjenja. Ova pretpostavka može biti pogrešna za slučajeve kada se u raspodeli pojave netipični podaci koji odstupaju od raspodele (autlajeri). Zato je pre aproksimacije vremena formiranja pražnjenja minimalnom vrednošću vremena kašnjenja, potrebno primeniti testiranje na postojanje autlajera. U disertaciji je dat primer testiranja raspodele vremena kašnjenja na postojanje autlajera primenom modifikovanog Tompsonovog tau testa. Kako bi se prevazišao problem određivanja vremena formiranja pražnjenja, u disertaciji je predložena nova metoda za njegovo određivanje. Metoda se sastoji u merenju velikog broja podataka u obliku serija, gde je minimalna vrednost iz svake serije uzeta kao jedna vrednost vremena formiranja pražnjenja. Na ovaj način, iz dovoljnog broja merenja dobijena je raspodela vremena formiranja pražnjenja. Zaključeno je da se vrednosti dobijene na ovaj način i vrednosti dobijene kao minimalna vrednost vremena kašnjenja su približno jednake. Zaključeno je da kada je moguće uraditi veliki broj merenja, bolje koristiti određivanje raspodele vremena formiranja pražnjenja iz velikog broja serija, dok kada nije moguće primeniti ovu metodu, može se koristiti aproksimacija minimalnom vrednošću vremena kašnjenja, ako se pre toga utvrdi da data vrednost nije autlajer. Zatim je data analiza naponske zavisnosti vremena formiranja pražnjenja koja je fitovana relacijom za slučaj elektronegativnih gasova. Na osnovu nje određen je koeficijent zahvata $\alpha = 0,15/cm$, koji je uvećan u odnosu na podatke iz literature. Na kraju je predložena metoda za određivanje brzine drifta (usmerenog kretanja u pravcu polja) dominantnog jona. Na osnovu vremena formiranja pražnjenja. U slučaju velikog elektronskog prinosa, vreme formiranja pražnjenja teži vremenu preleta jona od anode ka katodi, što se može iskoristiti za određivanje brzine drifta dominantnog jona. Ovo je ilustrovano merenjima na malim vremenima relaksacije i velikim strujama koja daju približne vrednosti brzine drifta i dobro opisuju njihovu zavisnost od napona.

U disertaciji je razmatrano postpražnjenje u sintetičkom vazduhu primenom metode vremena kašnjenja proboja. Najpre je dat pregled merenja memorijskih krivih izmerenih pri različitim radnim naponima i strujama pražnjenja. Nađeno je da promena uslova utiče samo

na transliranje memorijske krive dok su karakteristične oblasti sa brzim i sporijim porastom vremena kašnjenja mogu uočiti pri svim uslovima. Izabran je reprezentativni uzorak memorijske krive na kome je vršena analiza procesa koji dovode do pojave datih nagiba. Memorijska kriva je merena za interval vremena relaksacije u opsegu od 1 ms do oko 15 minuta. Na memorijskoj krivoj su uočene tri karakteristične oblasti, oblast eksponencijalnog porasta statističkog vremena kašnjenja, oblast sporijeg porasta vremena kašnjenja i saturaciona oblast sa približno konstantnim vremenom kašnjenja. Pretpostavljeno je da je prva oblast određena zaostalim jonima iz prethodnog pražnjenja, da su u drugoj oblasti dominantne neutralne aktivne čestice (atomi azota) i da saturaciona oblast nastaje zbog konstantnog elektronskog prinosa pozadinskog zračenja usled prirodne radioaktivnosti okoline i kosmičkog zračenja.

Najpre je data analiza prve oblasti u opsegu vremena relaksacije od 1ms do 100 ms. Ona je objašnjena difuzionim gubicima dominantnih jona odgovornih za sekundarnu elektronsku emisiju inicijalnih elektrona. Prikazom ove oblasti u polulogaritamskoj skali uočena su tri nagiba. Pojava ovih nagiba objašnjena je promenom režima difuzije, od režima bliskog ambipolarnom do režima slobodne jonske difuzije. Iz nagiba su određeni efektivni koeficijenti difuzije, koji u poređenju sa koeficijentima difuzije određenim drugim metodama pokazuje dobro slaganje. Na osnovu analize koeficijenata brzine reakcija i analize energija jona koji mogu da vrše sekundarnu elektronsku emisiju, zaključuje se da je dominantni jon u ovoj oblasti O_2^+ jon. Naime, usled intenzivne konverzije N_2^+ i N_4^+ jona u O_2^+ jon, koncentracija prethodnih opada za vrlo kratko vreme. Kako metastabilna stanja mogu da utiču na koncentraciju N_2^+ i N_4^+ jona razmatran je i njihov doprinos. Usled njihovog izraženog gašenja u sudarima sa atomima azota i kiseonika, kao i molekulima kiseonika, njihova koncentracija brzo opada pa je zaključeno da je njihov uticaj zanemarljiv. Kako bi proverili prethodnu analizu, razvijen je 2D numerički model za relaksaciju u sintetičkom vazduhu. Model se sastoji iz difuzione jednačine za dominantne čestice, sa članom koji uključuje njihovu produkciju i gubitke. Sistem diferencijalnih jednačina je rešavan primenom metode konačne razlike (metoda mreže). Primenjen je implicitni metod, čime je dobijen sistem običnih jednačina. Sistem jednačina rešavan je primenom SOR metode. U modelu su razmatrane dominantne čestice koje mogu da utiču na produkciju inicijalnih elektrona i to N_2^+ , O_2^+ , N_4^+ , O_4^+ , O^- , $N_2(A^3\Sigma_u^+)$, $N_2(a'^1\Sigma_u^-)$, N i O sa 25 procesa. Iz 1D fluidnog modela određene su inicijalne koncentracije. Praćena je promena režima difuzije od

ambipolarnog, preko prelaznog do režima slobodne jonske difuzije. Na osnovu promene koncentracije određene iz modela, računat je efektivni elektronski prinos. Primenom temperature zavisnosti efektivnog koeficijenta difuzije od odnosa karakteristične difuzione dužine i Debajevog radijusa, fitovan je eksperimentalno određeni elektronski prinos u prelaznom režimu. Opadanje temperature elektrona je opisano dvoeksponencijalnom zavisnošću od vremena, usled superelastičnog zagrevanja elektrona u sudarima sa metastabilnim i vibraciono pobuđenim stanjima. Dobro slaganje sa eksperimentom potvrđuje pretpostavke iz analitičkog modela da je dominantni jon u ranom postpražnjenju u vazduhu O_2^+ jon.

U disertaciji je zatim prikazana analiza druge oblasti memorijske krive. Tu su uočene dve oblasti od 100 ms do oko 6 s i od 6 s do saturacije na oko 1000 s. Zavisnost kvadratnog korena vremena kašnjenja u funkciji vremena relaksacije linearizuje se na grafiku u oblasti od 100 ms do oko 6 s. Na osnovu analitičkog modela, zaključuje se da je dominantni proces opadanja koncentracije aktivnih čestica drugog reda. Kako su za geometriju cevi na kojoj su vršena merenja zapreminski gubici zanemarljivi, zaključeno je da se radi o površinskom procesu drugog reda. Na osnovu analize energije rekombinacije utvđeno je da se radi o površinskoj rekombinaciji atoma azota na zidovima cevi. Druga oblast od 6 s do saturacije na oko 1000 s je linearna funkcija vremena relaksacije, što ukazuje na postojanje procesa prvog reda. Promena reda dominantnog procesa je objašnjena smanjenjem koncentracije atoma azota. Kako bi se potvrdile prethodne pretpostavke, razvijen je 2D numerički model za kasno postpražnjenje. Kao i za rano postpražnjenje, rešavana je difuziona jednačina sa uključenim gubicima. Kako se u literaturi najčešće navodi rekombinacija prvog reda atoma azota, testirane su sve moguće kombinacije procesa različitog reda. Na osnovu izračunatih koncentracija nađeni su efektivni elektronski prinosi za prvi i drugi red površinske rekombinacije na čeliku. Na osnovu njih je zaključeno da samo njihov zbir može korektno da opiše eksperimentalne podatke. Ovo potvrđuje raniju pretpostavku da do smene reda dominantnog procesa površinske rekombinacije dolazi usled opadanje koncentracije atoma azota. Iz modela je takođe određen koeficijent površinske rekombinacije atoma azota drugog reda na borosilikatnom staklu.

Dakle, rezultati ove disertaciji su sledeći:

-generalizovane su mešovite raspodele statističkog vremena kašnjenja i izveden je odgovarajući efektivni elektronski prinos,

- objašnjena je pojava mešovityh raspodela u merenjima statističkog vremena kašnjenja u sintetičkom vazduhu,
- predložena je metoda za određivanje vremena formiranja pražnjenja na osnovu merenja velikog broja serija,
- određen je koeficijent zahvata elektrona u sintetičkom vazduhu na osnovu fitovanja naponske zavisnosti vremena formiranja pražnjenja,
- predložena je metoda za određivanje brzine drifta jona na osnovu merenja vremena formiranja pražnjenja,
- analizirano je rano postpražnjenje u sintetičkom vazduhu i primenom analitičkog modela određeni su efektivni koeficijenti difuzije,
- razvijen je 2D model za rano postpražnjenje, koji je rešavan primenom metode konačnih razlika, i izračunata je vremenska evolucija koncentracija aktivnih čestica u postpražnjenju na osnovu kojih je fitovan eksperimentalno određeni efektivni elektronski prinos,
- analizirano je kasno postpražnjenje u sintetičkom vazduhu i primenom analitičkog modela određen je red dominantnih procesa i pokazano je da se radi o površinskoj rekombinaciji atoma azota i
- razvijen je 2D model za kasno postpražnjenje, koji je zatim rešavan primenom metode konačnih razlika, izračunata je vremenska evolucija koncentracija atoma azota u postpražnjenju na osnovu kojih je fitovan eksperimentalni efektivni elektronski prinos i određen koeficijent površinske rekombinacije atoma azota na borosilikatnom staklu.

7. Prilog

Kako neki složeniji problemi nisu analitički rešivi, mora se preći na njihovo numeričko rešavanje (Ames, 1977). Pod numeričkim rešavanjem diferencijalnih jednačina podrazumeva se približno rešavanje bazirano na računanju na osnovu poznatih vrednosti funkcije u određenim tačkama. Numeričke metode mogu biti diskretne i relaksacione. Kod diskretnih metoda potrebno je diskretizovati domen i u poznatim tačkama rešavati problem. Najčešće primenjivane diskretne numeričke metode za rešavanje parcijalnih jednačina su metoda mreža (metoda konačnih razlika), metoda konačnih elemenata i metoda konačnih zapremina. Od relaksacionih metoda koristi se metoda Furije transformacije, s tim što nije pogodna za primenu u našem slučaju.

Metoda mreža predstavlja numerički metod kod koje su izvodi zamenjeni konačnim razlikama (Ames, 1977). Takođe, i prostor je diskretizovan kako bi bio dobijen niz vrednosti za funkciju. Ova metoda je prvi put primenjena još od strane Ojlera 1768. godine, ali je dalji razvoj čekala do početka dvadesetog veka. Runge je 1908. razmatrao sisteme eliptičkih diferencijalnih jednačina na koje je primenio metod konačne razlike (metod mreže). Ričardson je 1910. godine prvi objavio rad o iterativnoj primeni konačnih razlika u rešavanju vremenski promenljivih problema. Kasnije je u radovima Kuranta, Fridrihsa i Levija razmatrana stabilnost i konvergencija ove metode, a danas je jedan od važnijih problema propagacija greške primenom ovog metoda (Ames, 1977).

Kao što je prethodno navedeno, najpre je potrebno izvršiti diskretizaciju domena. U zavisnosti od problema, prostor može biti podeljen na ekvidistantne ili neekvidistantne delove. Diskretizacija prostora mora da bude takva da zadrži fizički smisao problema. Kao primer tako urađene diskretizacije može se navesti diskretizacij planparalelnog grejača koji je aproksimiran velikim brojem ekvidistantno postavljenih šiljaka. Osim prostora, potrebno je diskretizovati i diferencijalne jednačine. Ovo se postiže primenom operatora konačnih razlika.

Neka je funkcija definisana u tački $P(x, t)$. Razvojem funkcije u Tejlorov red oko ove tačke dobijaju se sledeća relacije:

$$u(x, t + \Delta t) = u(x, t) + \Delta t \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} + \frac{(\Delta t)^2}{2!} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} + \frac{(\Delta t)^3}{3!} \frac{\partial^3 u(x, t)}{\partial t^3} + o(\Delta t^4) \quad (\text{A1})$$

odnosno

$$u(x + \Delta x, t) = u(x, t) + \Delta x \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} + \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 u(x, t)}{\partial x^3} + o(\Delta x^4) \quad (\text{A2})$$

gde su $o(\Delta t^4)$ i $o(\Delta x^4)$ ostaci. Ukoliko se zanemare svi članovi razvoja sa stepenom većim od jedan dobijaju se:

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \approx \frac{u(x, t + \Delta t) - u(x, t)}{\Delta t} \quad (\text{A3})$$

odnosno

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \approx \frac{u(x + \Delta x, t) - u(x, t)}{\Delta x} \quad (\text{A4})$$

koji predstavljaju aproksimaciju prvog izvoda metodom prednje razlike oko tačke $P(x, t)$. Osim metode prednje razlike, prvi izvod se može aproksimirati i zadnjom i centralnom razlikom i u tom slučaju oblik je sledeći:

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \approx \frac{u(x, t) - u(x, t - \Delta t)}{\Delta t} \quad (\text{A5})$$

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \approx \frac{u(x, t) - u(x - \Delta x, t)}{\Delta x} \quad (\text{A6})$$

odnosno

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \approx \frac{u(x, t + \Delta t) - u(x, t - \Delta t)}{2\Delta t} \quad (\text{A7})$$

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \approx \frac{u(x + \Delta x, t) - u(x - \Delta x, t)}{2\Delta x} \quad (\text{A8})$$

uz napomenu da najtačniju aproksimaciju daje metod centralne razlike. Dobijene relacije predstavljaju vrednost nagiba tangente u tački $P(x, t)$ ispitivane krive.

Dalje je potrebno diskretizovati drugi izvod funkcije po prostornoj koordinati. Ovo se postiže primenom operatora centralne razlike na funkciju $u(x, t)$ odakle se dobija:

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} \approx \frac{u(x + \Delta x, t) - 2u(x, t) + u(x - \Delta x, t)}{\Delta x^2} \quad (\text{A9})$$

uz tačnost $o(\Delta x^2)$.

Prethodne glomazne relacije se mogu opisati jednostavnije diferencnim operatorima. Standardne oznake u numerici su sledeće:

Δ_h operator prednje razlike za korak h (ne treba ga mešati sa laplasijanom)

∇_h operator zadnje razlike za korak h (ne treba ga mešati sa hamiltonijanom)

δ_h -operator centralne razlike.

Zamenom dobijenih izvoda u sistem parcijalnih diferencijalnih jednačina dobija se sistem običnih linearnih jednačina. U zavisnosti od toga da li je za diskretizaciju izvoda po vremenu primenjen operator prednje ili zadnje razlike, postoje dve metode i to eksplicitna ili implicitna. U ovoj disertaciji su primenjene i jedna i druga metoda. Implicitna metoda je primenjena na slučaj naelektrisanih čestica, a eksplicitna šema je primenjena za kasnu relaksaciju i slučaj neutralnih čestica. Ovaj metod je primenjen za rešavanje difuzione jednačine u cilindričnim koordinatama.

U slučaju rane relaksacije, primenjena je implicitna metoda. Vremenski izvod je diskretizovan metodom zadnje razlike, prvi izvod po r koordinati diskretizovan je primenom zadnje razlike, dok su drugi izvodi diskretizovani primenom centralne razlike čime je diferencijalna jednačina svedena na sledeći oblik:

$$\frac{n_{ij}^{k+1} - n_{ij}^k}{\Delta t} - D_r \frac{n_{ij-1}^{k+1} - 2n_{ij}^{k+1} + n_{ij+1}^{k+1}}{\Delta r^2} - D_r \frac{1}{r_j} \frac{n_{ij+1}^{k+1} - n_{ij}^{k+1}}{\Delta r} - D_z \frac{n_{i-1j}^{k+1} - 2n_{ij}^{k+1} + n_{i+1j}^{k+1}}{\Delta z^2} = S_{ij}^k \quad (\text{A10})$$

gde je dt vremenski korak, dr i dz prostorni koraci, i, j i k su indeksi. Množenjem leve i desne strane sa dt dobija se:

$$n_{ij}^{k+1} - c_1 (n_{ij-1}^{k+1} - 2n_{ij}^{k+1} + n_{ij+1}^{k+1}) - c_2 (n_{ij+1}^{k+1} - n_{ij}^{k+1}) - c_3 (n_{i-1j}^{k+1} - 2n_{ij}^{k+1} + n_{i+1j}^{k+1}) = n_{ij}^k + S_{ij}^k \Delta t \quad (\text{A11})$$

gde je $c_1 = \frac{D_r \Delta t}{\Delta r^2}$, $c_2 = \frac{D_r \Delta t}{j \Delta r^2}$ i $c_3 = \frac{D_z \Delta t}{\Delta z^2}$. Sređivanjem prethodne relacije, grupisanjem

članova sa istim indeksima, dobija se sledeći sistem jednačina:

$$an_{ij-1}^{k+1} + bn_{ij}^{k+1} + cn_{ij+1}^{k+1} + dn_{i-1j}^{k+1} + en_{i+1j}^{k+1} = n_{ij}^k + S_{ij}^k \Delta t. \quad (\text{A12})$$

Ovaj sistem jednačina se može predstaviti u obliku matrice kao:

$$\begin{bmatrix}
b & e & 0 & . & 0 & c & 0 & . & . & . & 0 \\
d & b & e & . & . & . & c & . & . & . & . \\
0 & d & b & e & . & . & . & c & . & . & . \\
. & . & d & b & e & . & . & . & c & . & . \\
0 & . & . & d & b & e & . & . & . & c & 0 \\
a & . & . & . & d & b & e & . & . & . & c \\
0 & a & . & . & . & d & b & e & . & . & 0 \\
. & . & a & . & . & . & d & b & e & . & . \\
. & . & . & a & . & . & . & d & b & e & 0 \\
. & . & . & . & a & . & . & . & d & b & e \\
0 & . & . & . & 0 & a & 0 & . & 0 & d & b
\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}
n_{11}^{k+1} \\
\vdots \\
n_{N1}^{k+1} \\
n_{12}^{k+1} \\
\vdots \\
n_{N2}^{k+1} \\
\vdots \\
\vdots \\
\vdots \\
n_{1N}^{k+1} \\
\vdots \\
n_{NN}^{k+1}
\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}
n_{11}^k + S_{11}^k \\
\vdots \\
n_{N1}^k + S_{N1}^k \\
n_{12}^k + S_{12}^k \\
\vdots \\
n_{N2}^k + S_{N2}^k \\
\vdots \\
\vdots \\
\vdots \\
n_{1N}^k + S_{1N}^k \\
\vdots \\
n_{NN}^k + S_{NN}^k
\end{bmatrix} \quad (\text{A13})$$

Dobijeni sistem jednačina rešava se primenom SOR metode (Tannehill i dr., 1997).

Za slučaj kasne relaksacije koristi se metoda prednje razlike po vremenu. U tom slučaju postoji samo jedna nepoznata i problem se svodi na rešavanje jednačine sledećeg oblika:

$$\frac{n_{ij}^{k+1} - n_{ij}^k}{\Delta t} - D_r \frac{n_{ij-1}^k - 2n_{ij}^k + n_{ij+1}^k}{\Delta r^2} - D_r \frac{1}{r_j} \frac{n_{ij+1}^k - n_{ij}^k}{\Delta r} - D_z \frac{n_{i-1j}^k - 2n_{ij}^k + n_{i+1j}^k}{\Delta z^2} = S_{ij}^k \quad (\text{A14})$$

tj.

$$n_{ij}^{k+1} = n_{ij}^k + c_1 (n_{ij-1}^k - 2n_{ij}^k + n_{ij+1}^k) + c_2 (n_{ij+1}^k - n_{ij}^k) + c_3 (n_{i-1j}^k - 2n_{ij}^k + n_{i+1j}^k) + S_{ij}^k \Delta t. \quad (\text{A15})$$

8. Literatura

- Acheson M. i McElwee E. M., *The Sylvania Technologist* **4** (1951) 38
- Akaike H., *IEEE Trans. Automat. Contr.*, **AC-19** (1974) 716
- Aleksandrov N. L., Anokhin E. M., Kindysheva S. V., Kirpichnikov A. A., Kosarev I. N., Nudnova M. M., Starikovskaia S. M. i Starikovskii A. Yu., *J. Phys. D: Appl. Phys.* **45** (2012a) 255202
- Aleksandrov N. L., Anokhin E. M., Kindysheva S. V., Kirpichnikov A. A., Kosarev I. N., Nudnova M. M., Starikovskaya S. M. i Starikovskii A. Yu., *Plasma Phys. Rep.* **38** (2012b) 179
- Alis W. P., *Handbuch der Physik, vol 21, Electron-Emission Gas Discharges I*, edited by Flügge S. (Springer-Verlag, Berlin 1956)
- Ames W. F., *Numerical methods for partial differential equations* (Academic Press Orlando, Florida 1977)
- Astrov Yu. A., Shuval-Sergeev N. A., Beregunin E. V., Lodygin N. A. i Portsel L. M., *J. Phys. D: Appl. Phys.* **41** (2008) 135502
- Baika E. S., Baika Y. J. i Jeon D., *Diamond and Related Materials* **8** (1999) 2169
- Barlow R., *Statistics: A Guide to the Use of Statistical Methods in the Physical Sciences* (John Wiley and Sons, Chichester, 1999)
- Barnet V. i Lewis T., *Outliers in Statistical Data* (John Wiley and Sons, Chichester, 1980) str. 17
- Becker K. H., Kogelschatz U., Schoenbach K. H., Barker R. J., *Non-Equilibrium Air Plasmas at Atmospheric Pressure* (Institute of Physics Publishing, Bristol, Philadelphia, 2005)
- Bekstein A., Benhenni M., Yousfi M., Ducasse O. i Eichwald O., *Eur. Phys. J. Appl. Phys.* **42** (2008) 33
- Bekstein A., Yousfi M., Benhenni M., Ducasse O. i Eichwald O., *J. Appl. Phys.* **107** (2010) 103308
- Blanc A., *J. Phys.* **7** (1908) 825

- Bošan Đ. A., Razvoj prenaponskih odvodnika (Development of surge arresters), interna publikacija TD PO2, Zavodi RR Niš (Elektronska industrija) (1956)
- Bošan Đ. A., Doktorska disertacija (Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Beogradu) 1975
- Bošan Đ. A., Proc. 5th Int. Conference on Gas Discharges (Liverpool University, Liverpool, UK) (Stevenage: IEE Conf. Publ. No 165) (1978) 273
- Bošan Đ. A., Invited Lecture 16th Summer School and Int. Symposium on the Physics of Ionized Gases (September 25-28, Belgrade, Yugoslavia) 1993 (Nova Science Publishers Inc., Editors Milosavljević M. and Petrović Z.) 1996, str. 15-40 (i citirana literatura)
- Bošan Đ. A. i Pejović M. M., *J. Phys. D: Appl. Phys.* **12** (1979) 1699
- Bošan Đ. A., Pejović M. M. i Vujović M. V., *Acta Phys. Hung.* **49** (1980) 23
- Braithwaite N. St. J., *Plasma Sources Sci. Technol.* **9** (2000) 517
- Cabannes F. i Chapelle J. u *Reactions under Plasma Conditions* ed Venugopalan M. (Willey-Interscience, London, 1989)
- Capitelli M., Ferreira C. M., Gordiets B. F. i Osipov A. I., *Plasma Kinetics in Atmospheric Gases* (Springer, Bari, 2000)
- Cartry G., Magne L. i Cernogora G., *J. Phys. D: Appl. Phys.* **32** (1999) 1894
- Castillo M., Herrero V. J., Mendez I. i Tanarro I., *Plasma Sources Sci. Technol.* **13** (2004) 343
- Castillo M., Mendez I., Islyaikin A. M., Herrero V. J. i Tanarro I., *J. Phys. Chem. A* **109** (2005) 6255
- Chan M. H., Wu P L. i Lu F. H., *Thin Solid Films* **518** (2010) 7300
- Choi P., Chuaqui H., Favre M. i Colas V., *IEEE Trans. Plasma Sci.* **23** (1995) 221
- Christophorou, L. G., Hunter, S. R., *From basic research to applications u „Electron-Molecule Interactions and Their Applications“* (Plenum Press, New York-London, 1984)
- Davies D. K. and Chantry P. J., *Air Chemistry Measurements II*, Air Force Weapons Laboratory report No. AFWL-TR-84-130 (1985)

Debal F., Bretagne J., Jumet M., Wautelety M., Dauchot J. P. i Hecq M., *Plasma Sources Sci. Technol.* **7** (1998) 219

Devismes A., Finck Ch., Kress T., Gobbi A., Eschke J., Herrmann N., Hildenbrand K. D., Koczon P. i Petrovici M., *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A* **482** (2002) 179

Dobrov W. I. i MacDonald A. D., *Phys. Fluids* **12** (1969) 1618

Dorozhkina D., Semenov V., Olsson T., Anderson D., Jordan U., Puech J., Lapierre L. i Lisak M., *Phys. Plasmas* **13** (2006) 013506

Dutton J., *J. Phys. Chem. Ref. Data* **4** (1975) 877

Emeleus K., *Proc. R. Soc. Lond. A* **156** (1936) 394

Fang Z., Qiu Y. i Kuffel E., *J. Phys. D: Appl. Phys.* **37** (2004) 2261

Foster J., Krompholz H., i Neuber A., *J. Appl. Phys.* **18** (2011) 013502

Fréchet M., *Annales de la Société Polonaise de Mathématique, Cracovie* **6** (1927) 93

Gocić S. R., Marković V. Lj. i Stamenković S. N., *J. Phys. D: Appl. Phys.* **42** (2009) 212001

Gordiets B. F., Ferreira, C. M., Guerra, V. L., Loureiro J.M.A.H., Nahorny, J., Pagnon, D., Touzeau, M. i Vialle M., *IEEE Trans. Plasma Sci.* **23** (1995) 750

Guerra V. i Loureiro J., *J. Phys. D: Appl. Phys.* **28** (1995) 1903

Guerra V. i Loureiro J., *Plasma Sources Sci. Technol.* **6** (1997) 373

Guerra V. i Loureiro J., *Plasma Sources Sci. Technol.* **8** (1999) 110

Guerra V., Sá P. A. i Loureiro J., *J. Phys. D: Appl. Phys.* **34** (2001a) 1745

Guerra V., Sá P. A. i Loureiro J. *Physical Review E* **63** (2001b) 046404

Guerra V., Sá P. A. i Loureiro J., *Eur. Phys. J. Appl. Phys.* **28** (2004) 125

Hagelaar G. J. M. i Pitchford L. C., *Plasma Sources Sci. Technol.* **14** (2005) 722
<http://www.bolsig.laplace.univ-tlse.fr/>

Harrison M. A. i Geballe R., *Phys. Rev.* **91** (1953) 1

Harteck P., Reeves R. R. i Mannella G. G., *Can. J. Chem.* **38** (1960) 1648

Hays G. N., Tracy C. J. i Oskam H. J., *J. Chem. Phys.* **60** (1974) 2027

- Hogg R., McKean R. i Craigg A., *Introduction to mathematical statistics, Sixth edition*, (Prentice Hall, 2005)
- Hubbard J. C., *Phys. Rev. (Series I)* **22** (1906) 129.
- Huo W. G., Jian S. J., Yao J., i Ding Z. F., *Phys. Plasmas* **21** (2014) 053505
- Jaumann G., *Ann. Phys. (Leipzig)* **291** (1895) 656
- Johnson N., Kotz S. i Balakrishnan N., *Continuous Univariate Distributions Volume 2, Second Edition* (John Wiley & Sons, Inc., New York, 1995)
- Jovanović A. P., Marković V. Lj., Stankov M. N. i Stamenković S. N., Contributed Papers & Abstracts of Invited Lectures and Progress Reports of the 26th Summer School and International Symposium on the Physics of Ionized Gases, ed. Kuraica M. i Mijatović Z. (2012) 257
- Jovanović A. P., Popović B. Č., Marković V. Lj., Stamenković S. N. i Stankov M. N., Zbornik radova, XII Kongres fizičara Srbije, 28. april-02. maj, Vrnjačka Banja, Srbija (2013a) 333
- Jovanović A. P., Stankov M. N., Marković V. Lj. i Stamenković S. N., *Europhys. Lett.* **104** (2013b) 65001
- Jovanović A. P., Popović B. Č., Marković V. Lj., Stamenković S. N. i Stankov M. N., *Eur. Phys. J. Appl. Phys.* **67** (2014a) 20801
- Jovanović A. P., Popović B. Č., Marković V. Lj., Stamenković S. N. i Stankov M. N., 27th Summer School and International Symposium on the Physics of Ionized Gases, Contributed Papers & Abstracts of Invited Lectures, Topical Invited Lectures, Progress Reports and Workshop Lectures ed. Marić D., Milosavljević R. i Mijatović Z. (2014b) 343
- Keidar M., Kim M. i Boyd I. D., *Journal of Spacecraft and Rockets* **45** (2008) 445
- Kiselev J. V., *Proc. 7th Int. Conf. Phenomena in Ionized Gases*, edited by D. Tošić, (Beograd: Gradjevinska knjiga, Belgrade, Yugoslavia, 1965) (na ruskom) 838
- Knuth D E, *Seminumerical Algorithms*, 3rd ed., vol. 2, *The Art of Computer Programming* (MA: Addison-Wesley, Reading, 1997)
- Kolmogorov A., *G. Ist. Ital. Attuari.* **4** (1933) 83

- Korolev Yu. i Mesyats G. A., *Physics of pulsed breakdown in gases* (Uro-Press, Yekaterinburg , 1998)
- Kosy I., Kostinsky A.Yu., Matveyev A. A. i Silakov V. P., *Plasma Sources Sci. Technol.* **1** (1992) 207
- Kristiansen M. i Guenther A. H., *Plasma Applications, Electrical Breakdown and Discharges in Gases*, Part B, edited by Kunhardt E. E. and Luessen L. H. (Plenum Press, New York, 1983) str. 402–409
- Kudrle V., LeDuc E. i Fitaire M., *J. Phys. D: Appl. Phys.* **32** (1999) 2049
- Kuffel E., *Proc. Phys. Soc.* **74** (1959) 297
- Kupczyk B, Xiang X, Sharer J i Booske J, Int. Conf. on Plasma Science (IEEE, Edinburgh, 2012) str. 2B-6
- Kutasi K. i Loureiro J., *J. Phys. D: Appl. Phys.* **40** (2007) 5612
- Kutasi K., Pintassilgo C. D., Coelho P. J. i Loureiro J., *J. Phys. D: Appl. Phys.* **39** (2006) 3978
- Lee S. H., Yamasue E., Ishihara K. N., Okumura H., *Applied Catalysis B: Environmental* **93** (2010) 217
- Lide D, *CRC Handbook of Chemistry and Physics* 90th ed. (CRC Press, Boca Raton, 2009)
- Lisovskiy V. A., Yakovin S. D., *Plasma Phys. Rep.* **26** (2000) 1066
- Llewellyn-Jones F. i de la Perrelle E. T., *Proc. Roy Soc A* **216** (1953) 267
- Llewellyn-Jones F., *Proc. Phys. Soc. B* **62** (1949) 366
- Lu C., Danzer R. i Fischer F. D., *Phys. Rev. E* **65** (2005) 067102
- Mahadevan S. i Raja L., *J. Appl. Phys.* **107** (2010) 093304
- Majstorović G. Lj., Šišović N. M., i Konjević N., *Plasma Sources Sci. Technol.* **16** (2007) 750
- Makabe T. i Petrović Z. *Plasma Electronics: Applications in Microelectronic Device Fabrication* (Taylor and Francis, Boca Raton, 2006)
- Maluckov Č. A., Karamarković J. P., Radović M. K. i Pejović M. M., *Phys. Plasmas* **13** (2006) 083502

- Mannella G G, Reeves R R i Harteck P., *J. Chem. Phys.* **33** (1960) 636
- Mannella G G, i Harteck P., *J. Chem. Phys.* **34** (1961) 2177
- Marić D., Radmilović-Radenović M., i Petrović Z.Lj., *Eur. Phys. J. D* **35** (2005) 313
- Marić R., Stanković K., Vujisić M. i Osmokrović P., *Vacuum* **84** (2010) 1291
- Marković V. Lj., Doktorska disertacija (Fizički fakultet Univerziteta u Beogradu) 1993
- Marković V. Lj., Petrović Z. Lj. i Pejović M.M., *J. Chem. Phys.* **100** (1994) 8514
- Marković V. Lj., Pejović M. M. i Petrović Z. Lj. *Plasma Chem. Plasma Proc.* **16** (1996) 195
- Marković V. Lj., Petrović Z. Lj. i Pejović M. M., *Plasma Sources Sci. Technol.* **6** (1997) 240
- Marković V. Lj., Gocić S. R., i Stamenković S. N., *Metode bazirane na statistici u fizici jonizovanih gasova* (Prirodno matematički fakultet, Niš, 2004)
- Marković V. Lj., Gocić S. R., Stamenković S. N. i Petrović Z. Lj., *Phys. Plasmas* **12** (2005) 073502
- Marković V. Lj., Gocić S. R. i Stamenković S. N., *J. Phys. D: Appl. Phys.* **39** (2006) 3317
- Marković V. Lj., Stamenković S. N., Gocić S. R. i Đurić S. M., *Eur. Phys. J. Appl. Phys.* **38** (2007a) 73
- Marković V. Lj., Gocić S. R., Stamenković S. N. i Petrović Z. Lj., *Phys. Plasmas* **14** (2007b) 103504
- Marković V. Lj., Gocić S. R. i Stamenković S. N., *J. Phys. D: Appl. Phys.* **42** (2009) 015207
- Marković V. Lj., Jovanović A. P., Stamenković S. N. i Popović B. Č., *Europhys. Lett.* **100** (2012) 54002
- Marković V. Lj., Jovanović A. P., Popović B. Č., Stamenković S. N., Stankov M. N., Zbornik radova, XII Kongres fizičara Srbije, 28. april-02. maj, Vrnjačka Banja, Srbija, (2013) 341
- Marsaglia G, *J. Stat. Softw.* **8** (2003) 1
- Masch K., *Arch. Elektrotech.*, **26** (1932) 589.
- Matsumoto M., Nishimura T., *Journal ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation* **8** (1998) 1

McGown J. Wm., *The Excited State in Chemical Physics* part 2 vol 45 (John Wiley and Sons, London, 1981)

Mendenhall W. i Hader R., *Biometrika* **45** (1958) 504

Metropolis, N., *The Beginning of the Monte Carlo method, Los Alamos Science* (Special Issue dedicated to Stanislaw Ulam, 1987) str. 125

Michaelson H. B., *J. App. Phys.* **48** (1977) 4729

Morgan C. G., u *Electrical Breakdown of Gases*, ed. Meek J. M. i Craggs J. D. (John Wiley & Sons, Chichester, 1978)

Nahorny J., Ferreira C. M., Gordiets B., Pagnon D., Touzeau M. i Vialle M., *J. Phys. D: Appl. Phys.* **28** (1995) 738

Nelson D., Benhenni M., Eichwald O., i Yousfi M., *J. Appl. Phys.* **94** (2003) 96

Novgorodov M. Z., Ochkin V. N. i Sobolev N. N., *Zh. Tekh. Fiz.* **40** (1970) 1268

Osmokrović P., Vujisić M., Stanković K., Vasić A. i Lončar B., *Plasma Sources Sci. Technol.* **16** (2007) 643

Pandiyaraj K N, Selvarajan V, Deshmukh R R, Yoganand C P, Balasubramanian S i Maruthamuthu S., *Plasma Sci. Technol.* **15** (2013) 56

Phelps A. V., *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.* **95** (1990) 407

Pintassilgo C. D., Loureiro J. i Guerra V., *J. Phys. D: Appl. Phys.* **38** (2005) 417

Pintassilgo C. D., Guaitella O. i Rousseau A., *Plasma Sources Sci. Technol.* **18** (2009) 025005

Pintassilgo C. D., Guerra V., Guaitella O. i Rousseau A., *Plasma Sources Sci. Technol.* **19** (2010) 055001

Pintassilgo C. D., *Plasma Sources Sci. Technol.* **21** (2012) 035020

Pintassilgo C. D., Guerra V., Guaitella O. i Rousseau A., *Plasma Sources Sci. Technol.* **23** (2014) 025006

Pointu A., Ricard A., Dodet B., Odic E., Larbre J. i Ganciu M., *J. Phys. D: Appl. Phys.* **38** (2005) 1905

Popović B., *Matematička statistika i statističko modelovanje* (Prirodno-matematički fakultet, Niš, 2003)

Porteanu H. E., Kühn S. i Gesche R., *Contrib. Plasma Phys.* **49** (2009) 21

Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T. i Flannery B.P., *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing, third edition* (Cambridge University Press, Cambridge, 2007)

Raizer Yu. P., *Gas Discharge Physics* (Springer-Verlag, Berlin, 1991)

Rao R. i Raju G., *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **4** (1971) 494.

Reeves R. R., Mannella G. i Harteck P., *J. Chem. Phys.* **32** (1960) 946

Rosin, P. i Rammler. E., *Journal of the Institute of Fuel* **7** (1933) 29

Sakiyama Y., Graves D. B., Chang H., Shimizu T. i Morfill G. E., *J. Phys. D: Appl. Phys.* **45** (2012) 425201

Schlitz R. A., Yoon K. H., Fredin L. A., Ha Y., Ratner M. A., Marks T. J. i Lauhon J., *J. Phys. Chem. Lett.* **1** (2010) 3292

Seeger M., Naidis G., Steffens A., Nordborg H. i Claessens M., *J. Phys. D: Appl. Phys.* **38** (2005) 1795

Shao T., Zhang C., Yu Y., Fang Z. i Yan P., *Europhys. Lett.* **97** (2012) 55005

Shao T., Sun G., Yan P., Wang J., Yuan W., Sun Y. i Zhang S., *J. Phys. D: Appl. Phys.* **39** (2006) 2192

Shin J., Narayanaswamy V., Raja L. L. i Clemens N. T., *AIAA Journal* **45** (2007) 1596

Singh K. P. i Roy S., *J. Appl. Phys* **101** (2007) 123308

Smirnov N., *Ann. Math. Stat.* **19** (1948) 279

Sobota A., Gendre M. F., Manders F., van Veldhuizen E. M. i Haverlag M., *J. Phys. D: Appl. Phys.* **44** (2011) 155205

Soloshenko I. A., Tsiolko V. V., Khomich V. A., Shchedrin A. I., Ryabtsev A. V., Bazhenov V. Yu. i Mikhno I. L., *Plasma Phys. Rep.* **26** (2000) 792

Spencer M. N., Dickinson J. S. i Eckstrom D. J., *J. Phys. D: Appl. Phys.* **20** (1987) 923

Stamenković S. N., Doktorska disertacija (Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Nišu) 2009

- Stamenković S. N., Gocić S. R., Marković V. Lj. i Jovanović A. P., *J. Appl. Phys.* **110** (2011) 103304
- Stamenković S. N., Marković V. Lj., Gocić S. R. i Jovanović A. P., *Vacuum* **89** (2013) 62
- Stanković K., Osmokrović P., Doličanin C, Vujisić M. i Vasić A., *Plasma Sources Sci. Technol.* **18** (2009) 025028
- Steinle G., Neundorf D., Hiller W. i Pietralla M., *J. Phys. D: Appl. Phys.* **32** (1999) 1350
- Tannehill J. C., Anderson D. A. and Pletcher R. H., *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer, Second Edition* (Taylor and Frenchies, Washington, 1997)
- Thompson G W, *Ann. Math. Statist.* **6** (1935) 214
- Thomson J. J., *Philos. Mag.* **50** (1900) 2783
- Titterington D. M., Smith A. F. M. i Makov U. E., *Statistical analysis of finite mixture distributions* (John Wiley & Sons, Chichester, 1985)
- Vašina P., Kudrle V., Tálský A., Botoš P., Mrázková M. i Meško M., *Plasma Sources Sci. Technol.* **13** (2004) 668
- von Engel A., *Ionized Gases* (Clarendon Press, Oxford, 1965)
- von Laue M., *Ann. Phys.* **76** (1925) 721
- Wackerly D. D. Mendenhall W., Scheaffer R. L., *Mathematical Statistics with Applications* (Duxbury Press, Belmont, 1996) str. 112–116
- Wang H. Zhang Q., Zhou Q., Liu X. i Quiet A., *Europhys. Lett.* **96** (2011) 45003
- Weibull W. J., *Appl. Mech.-Trans. ASME* **18** (1951) 293
- Wieland A., *Elektrotech. Z. Ausg.* **A94** (1973) 370
- Wijsman R. A., *Phys. Rev.* **75** (1949) 833
- Wormeester G, Pancheshnyi S, Luque A, Nijdam S i Ebert U., *J. Phys. D: Appl. Phys* **43** (2010) 505201
- Wu S., Cheng L. i Dong N., *J. Mater. Eng. Perform.* **15** (2006) 712
- Yurgelenas Yu. i Wagner H-E., *J. Phys. D: Appl. Phys.* **39** (2006) 4031
- Zhang C., Shao T. Yan P. i Zhou Y., *Plasma Sources Sci. Technol.* **23** (2014) 035004

Zuber K., *Annalen der Physik* **76** (1925) 231

BIOGRAFIJA

Aleksandar Jovanović rođen je 29.10.1984. godine u Knjaževcu. Završio je osnovnu školu „Dimitrije Todorović Kaplar“ u Knjaževcu i Srednju medicinsku školu u Zaječaru. Studije fizike je upisao 2005. godine na Prirodno-matematičkom fakultetu u Nišu, a diplomirao je 2010. sa prosečnom ocenom 9,00 i ocenom 10 na diplomskom. Iste godine je upisao doktorske akademske studije na Departmanu za fiziku Prirodno-matematičkog fakulteta u Nišu. U toku doktorskih studija bio je angažovan na izvođenju vežbi iz predmeta „Eksperimentalne metode u fizici“, „Fizika jonizovanih gasova i lasera“ i „Savremene metode eksperimentalne fizike“. U zvanje istraživač pripravnik izabran je 2011. godine, a u zvanje istraživač saradnik 2013. godine. Angažovan je na projektu ON 171025 „Električni proboj gasova, površinski procesi i primene“ Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije. Učestvovao je na međunarodnim konferencijama: „4th Central European Symposium on Plasma Chemistry (CESPC)“ održanom na Zlatiboru, „26th Summer School and International Symposium on the Physics of Ionized Gases (SPIG 2012)“ održanom u Zrenjaninu i „27th Summer School and International Symposium on the Physics of Ionized Gases (SPIG 2014)“ održanom u Beogradu kao i na domaćem „XII Kongresu fizičara Srbije“ održanom u Vrnjačkoj banji. Na konferenciji „SPIG 2014“ održao je predavanje po pozivu (progress report). Ima više radova objavljenih u međunarodnim časopisima.

BIBLIOGRAFIJA

Spisak radova:

Radovi objavljeni u vrhunskim međunarodnim časopisima M21

1. **Aleksandar P. Jovanović**, Marjan N. Stankov, Vidosav Lj. Marković and Suzana N. Stamenković, The validity of the one-dimensional fluid model of electrical breakdown in synthetic air at low pressure, *Europhys. Lett.* **104** (2013) 65001
2. Vidosav Lj. Marković, **Aleksandar P. Jovanović**, Suzana N. Stamenković and Biljana Č. Popović, From binomial distribution of electron occurrence to Gauss and Gauss-exponential distribution of the statistical time delay: Analytical transition and simulations, *Europhys. Lett.*, **100** (2012) 45002
3. Suzana N. Stamenković, Saša R. Gocić, Vidosav Lj. Marković, and **Aleksandar P. Jovanović**, Multi-component non-stationary exponential distributions of the breakdown voltages and time delays in neon ramp breakdown experiments, *J. Appl. Phys.* **110** (2011) 103304

Rad objavljen u istaknutom međunarodnom časopisu M22

1. Suzana N. Stamenković, Vidosav Lj. Marković, Saša R. Gocić, **Aleksandar P. Jovanović**, Influence of different cathode surfaces on the breakdown time delay in neon DC glow discharge, *Vacuum* **89** (2013) 62

Radovi objavljeni u međunarodnim časopisima M23

1. **Aleksandar P. Jovanović**, Biljana Č. Popović, Vidosav Lj. Marković, Suzana N. Stamenković and Marjan N. Stankov, Mixture distributions for the statistical time delay in synthetic air at low pressure, *Eur. Phys. J. - Appl. Phys.* **67** (2014) 20801
2. Marjan N. Stankov, Marko D. Petković, Vidosav Lj. Marković, Suzana N. Stamenković and **Aleksandar P. Jovanović**, Numerical Modelling of DC Argon Glow Discharge at Low Pressure Without and with Ar (P-3(2)) Metastable State, *Rom. Journ. Phys.*, **59** (2014) 328

Radovi saopšteni na naučnim skupovima međunarodnog značaja štampani u celini M33

1. **Aleksandar P. Jovanović**, Vidosav Lj. Marković, Marjan N. Stankov and Suzana N. Stamenković, Stochastics of electrical breakdown in synthetic air, Contributed Papers & Abstracts of Invited Lectures and Progress Reports of the 26th Summer School and International Symposium on the Physics of Ionized Gases (2012) 257-260

2. Vidosav Lj Marković, Suzana N Stamenković, Saša R Gocić, **Aleksandar P. Jovanović**, Marjan N Stankov, Transient regimes in argon at low pressure: Experiment and modelling, Contributed Papers & Abstracts of Invited Lectures and Progress Reports of the 26th Summer School and International Symposium on the Physics of Ionized Gases (2012) 253-256
3. Suzana N Stamenković, Vidosav Lj Marković, Saša R Gocić, **Aleksandar P. Jovanović**, Marjan N Stankov, Nikola D Nikolić, Influence on surface charge on DC glow discharge in Neon with Au-Ni cathode spots, Contributed Papers & Abstracts of Invited Lectures and Progress Reports of the 26th Summer School and International Symposium on the Physics of Ionized Gases (2012) 301-304
4. **Aleksandar P. Jovanović**, Biljana Č. Popović, Vidosav Lj. Marković, Suzana N. Stamenković and Marjan N. Stankov, Formative time delay of electrical breakdown in air, The 27th Summer School and International Symposium on the Physics of Ionized Gases, Contributed Papers (2014) 343-346
5. Marjan N. Stankov, Marko D. Petković, Vidosav Lj. Marković, Suzana N. Stamenković and **Aleksandar P. Jovanović**, Two dimensional glow discharge modelling in argon, The 27th Summer School and International Symposium on the Physics of Ionized Gases, Contributed Papers (2014) 347-350
6. Vidosav Lj. Marković, **Aleksandar P. Jovanović**, Suzana N. Stamenković, Marjan N. Stankov and B. Č. Popović, Memory effect and time correlations in air and argon DC breakdown delay, The 27th Summer School and International Symposium on the Physics of Ionized Gases, Contributed Papers (2014) 351-354
7. Suzana N. Stamenković, V. Lj. Marković, **Aleksandar P. Jovanović** and Marjan N. Stankov, Nonstationary statistical time delay distributions in argon, The 27th Summer School and International Symposium on the Physics of Ionized Gases, Contributed Papers (2014) 355-358

Radovi saopšteni na naučnim skupovima međunarodnog značaja štampani u izvodu M34

1. Vidosav Lj. Marković, Saša R. Gocić, Suzana N. Stamenković, **Aleksandar P. Jovanović**, Memory effect in hydrogen with copper cathode, 4th Central European Symposium on Plasma chemistry, August 21-25, 2011, Zlatibor, Serbia, (2011) 101-102
2. Suzana N. Stamenković, Vidosav Lj Marković, Saša R. Gocić, **Aleksandar P. Jovanović**, Nikola D. Nikolić, Nenad S. Krstić, DC glow discharge in neon with Au-Ni cathode, 4th

Central European Symposium on Plasma chemistry, August 21-25, 2011, Zlatibor, Serbia, (2011) 135-136

Radovi saopštteni na skupovima nacionalnog značaja štampani u celini M63

1. **Aleksandar P. Jovanović**, Biljana Č. Popović, Vidosav Lj. Marković, Suzana N. Stamenković, Marjan N. Stankov, Zbornik radova, Statistička karakterizacija vremena kašnjenja električnih proboja u vazduhu, XII Kongres fizičara Srbije, 28. april-02. maj, Vrnjačka Banja, Srbija, (2013) 333-336

2. Vidosav Lj. Marković, **Aleksandar P. Jovanović**, Biljana Č. Popović, Suzana N. Stamenković, Marjan N. Stankov, Zbornik radova, Generalizovana statistika inicijalnih elektrona kod električnih probajnih procesa, XII Kongres fizičara Srbije, 28. april-02. maj, Vrnjačka Banja, Srbija, (2013) 341-344

3. Suzana N. Stamenković, Vidosav Lj. Marković, **Aleksandar P. Jovanović**, Marjan N. Stankov, Zbornik radova, Nestacionarna eksponencijalna raspodela probajnih napona i vremen kašnjenja u argonu, XII Kongres fizičara Srbije, 28. april-02. maj, Vrnjačka Banja, Srbija (2013) 351-354,

4. Marjan N. Stankov, Marko D. Petković, Vidosav Lj. Marković, Suzana N. Stamenković, **Aleksandar P. Jovanović**, Zbornik radova, Jednodimenzionalni fluidni model uspostavljanja pražnjenja u argonu, XII Kongres fizičara Srbije, 28. april-02. maj, Vrnjačka Banja, Srbija, (2013) 355-358

From binomial distribution of electron occurrence to Gauss and Gauss-exponential distribution of the statistical time delay: Analytical transition and simulations

V. L.J. MARKOVIĆ^{1(a)}, A. P. JOVANOVIĆ¹, S. N. STAMENKOVIĆ¹ and B. Č. POPOVIĆ²

¹ *Department of Physics, Faculty of Sciences and Mathematics, University of Niš - PO Box 224, 18001 Niš, Serbia*

² *Department of Mathematics, Faculty of Sciences and Mathematics, University of Niš
PO Box 224, 18001 Niš, Serbia*

received 3 September 2012; accepted in final form 6 November 2012
published online 3 December 2012

PACS 51.50.+v – Electrical properties (ionization, breakdown, electron and ion mobility, etc.)

PACS 52.80.-s – Electrical discharges

PACS 02.50.Ng – Distribution theory and Monte Carlo studies

Abstract – Starting from the binomial distribution for the electron occurrence in the inter-electrode space, the Gaussian and mixed Gauss-exponential distribution for the statistical time delay are theoretically derived based on physical grounds. The analytical transition from discrete (number) representation to continuous (time) representation is accompanied by the Monte Carlo simulation of the statistical time delay distributions.

Copyright © EPLA, 2012

Introduction. – Electrical breakdown of gases is of a great significance because of wide applications of gases in electronics and technology. Gas-filled switches are used in pulsed power technology as a voltage and current breakers at high currents, voltages and repetition rates, while compressed gases are used to prevent breakdown in high-voltage systems [1,2]. Switch failure is a crucial issue in pulsed power technology [3], and reliability, stability, fast recovery characteristics, low delay and jitter are required since they determine the switch lifetime [4]. Electrical breakdown statistics has been developed within the approximations of rare and independent events (a small number of independent electrons occurred in the interelectrode space) following Poisson and exponential distributions [5–7].

The time that elapses from the moment of the application of the voltage greater than the static breakdown voltage U_s to the breakdown is the breakdown time delay t_d . It consists of the statistical time delay t_s (from the application of a sufficient voltage and appearance of a free-electron initiating breakdown) and the formative time delay t_f (from this moment to the collapse of the applied voltage and the occurrence of a self-sustained current) [5]. The breakdown time delay is a stochastic variable and therefore, statistical methods are unavoidable in the study

of breakdown initiation and formation of gas discharges under different conditions (overvoltages, preionization levels, illumination), as well as relaxation kinetics in afterglow [8–10].

The first studies on the breakdown delay originated from Jaumann [11], Thomson [12] and Hubbard [13], from the end of the XIX century and beginning of the XX century. The stochastic nature of the breakdown time delay was experimentally proved by Zuber [14], while von Laue derived an exponential distribution for the breakdown time delay [15]. Gauss or Gauss-like spark lag distributions in air and nitrogen with oxidized tungsten cathode were measured by Llewellyn-Jones [16]. A sharp departure from non-linearity of spark lags in semi-logarithmic Laue plot was “in part due to the enhanced electron emission from the oxidized cathode” [16]. A strict mathematical transition from binomial distribution for electron occurrence in the interelectrode space to exponential distribution for the statistical time delay was derived by Kiselev [17], arguing that Gaussian fitting is harshly incorrect. It should be also mentioned the down-curving of Laue plots in pulsed hollow cathode discharge [18] and in a micro-discharge system by small dc bias current [19]. In a series of papers (see, for example, [20]), the statistical time dispersion is erroneously ascribed to the formative time, concluding that the formative time is constant *vs.* voltage and relaxation time [20], contrary to the well-established

^(a)E-mail: vidosav@pmf.ni.ac.rs (corresponding author)

decreasing behavior on the voltage [21] and the increasing behavior on the relaxation time [22]. New distributions for the statistical time delay in nitrogen were reported in [23], for high production rates of initiating electrons in the interelectrode space due to the influence of residual ionization. Depending on the level of residual ionization, all of the three distributions for the statistical time delay (Gaussian, Gauss-exponential and exponential) were obtained experimentally, as well as theoretically by numerical integration of binomial distribution for the occurrence of initiating electrons [23].

Gaseous particle and radiation detectors are fundamental tools for physics and applications. Searching for an optimum time response function of spark counters changing voltage, content of noble and quencher gases, pressure and energy loss has brought an improvement of the resolution and a significant reduction of tails in the time response function [24]. For a quantitative parameterization of the measured time response function the composition of two distributions were used, on the left of the transition maximum two Gaussian distributions are used, while on the right of the transition maximum a Gaussian function with an exponential tail is fitted to the data [24], with an unphysical knee at the transition maximum. Reliability is a key issue for memory devices as data corruption lead to system failure, especially in the presence of intense radiation sources. Since reliability parameters as the mean time to failure and the mean number of events to failure are random variables, the analytical forms of their distribution approximations are derived in the paper in ref. [25]. Errors arrived at each memory word following the Poisson process and the time to failure of memory words is distributed following the Gamma distribution.

In this letter, the generalized breakdown statistics of initiating electrons for the wide range of electron production rates in the interelectrode space is presented and supported by measurements and a Monte Carlo simulation. In the second section, the necessary experimental details are shortly summarized. In the next section, starting from the binomial distribution for the electron occurrence in the interelectrode space, the physically based derivation of the exponential and Gaussian distribution for the statistical time delay is given for low and high electron production rates, respectively. For medium electron production rates the mixed Gauss-exponential distribution is introduced. In the following section, the experimental distributions of the statistical time delay are fitted by the least-square method and parameters of distributions are determined. The Monte Carlo simulation of the statistical time delay distributions is further conducted by generating random variables from Gaussian, Gauss-exponential and exponential distributions. The data obtained by the Monte Carlo simulation are compared to experimental ones.

Experimental details. – The time delay measurements were carried out on a gas tube filled with synthetic air at the pressure of 3 mbar. The tube of volume

$V \approx 300 \text{ cm}^3$ was made of borosilicate glass (8245, Schott technical glass) and the electrodes were made of steel with diameter $D=6 \text{ mm}$ and interelectrode distance $d=6 \text{ mm}$. Synthetic air used in the experiment is a mixture of (21–23)% vol. oxygen with less than 3.5 ppm of impurities and remaining percentage of nitrogen with less than 5 ppm of impurities. Gas tube was pumped down to the pressure of 10^{-5} mbar , degassed at 650 K and then filled with synthetic air at the pressure of 3 mbar. Static breakdown voltage was $U_s = 360 \text{ V}$. The measurements were carried out in 3 series, with 500 data in all of them at 25% overvoltage, glow current $I_g = 300 \mu\text{A}$, glow time $t_g = 1 \text{ s}$ and at different relaxation times $\tau = 1, 2$ and 5 ms. During the measurements, the tube was protected from external light. More details about experimental procedure can be found in [23]. Statistical time delay was obtained by subtracting formative time from measured time delay, where the formative time is determined in three different ways as described in [26].

Analytical transition. – According to [17], the statistical time delay distributions are determined by the probability of occurrence of at least one electron in the interelectrode space during the time interval t_s . If we divide t_s by m small subintervals, m is a positive integer, then each subinterval $\Delta t = t_s/m$ can be considered to be infinitely small. The probability p of occurrence of an effective electron in the time interval Δt is therefore YPt_s/m , and the probability of non-occurrence is $1 - YPt_s/m$ (YP is the mean value of the effective electron yield, *i.e.*, the electron yield Y multiplied by the breakdown probability $P \approx 0.7$ [27]). The electric breakdown of the interelectrode space will happen if one or more electrons occur during the time interval t_s . According to the probability theory, the probability of breakdown W in the time interval t_s is equal to the sum of the probabilities of occurrence of j electrons in the interelectrode space, where j takes all the integer values in the interval $[k, m]$, k a positive integer, $k \leq m$:

$$W = \sum_{j=k}^m C_j^m \left(\frac{YPt_s}{m} \right)^j \left(1 - \frac{YPt_s}{m} \right)^{m-j}, \quad (1)$$

where C_j^m are the binomial coefficients. When $m \rightarrow \infty$ (or m is large enough) and $p \rightarrow 0$, *i.e.*, YP is small [28,29], for the minimum occurred electrons $k=1$, the sum (1) has the limit

$$\begin{aligned} \lim_{m \rightarrow \infty} W &= \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{j=k}^m \frac{(YPt_s)^j}{j!} e^{-YPt_s} = \\ e^{-YPt_s} &\left[\frac{YPt_s}{1!} + \frac{(YPt_s)^2}{2!} + \frac{(YPt_s)^3}{3!} + \dots \right] = \\ 1 - e^{-YPt_s} &= 1 - e^{-\frac{t_s}{\tau_s}} = F_E(t_s) \end{aligned} \quad (2)$$

which is the cumulative density function of the exponential time delay distribution [17,23] with parameter $YP = 1/\tau_s$.

On the other hand, based on the Moivre-Laplace theorem, the binomial distribution can be approximated by

the Gaussian distribution with mean $\mu = mp$ and standard deviation $\sigma^2 = mp(1-p)$, if m is very large and neither p nor $1-p$ is too close to zero (*i.e.*, YP is high) [28,29]. As m is large and the number j of electrons in the interelectrode space is also large and by applying Stirling's approximation, we get

$$p_{t_s}(j) = ae^{-\frac{(j-YP\bar{t}_s)^2}{2YP\bar{t}_s}}, \quad (3)$$

where a is the constant that can be determined from the normality condition of the probability measure and \bar{t}_s is the mean value of the statistical time delay. Because j is large, the summation (1) can be changed to the integration so

$$dp_{t_s}(j) = p_{t_s}(j)dj = \frac{1}{\sqrt{2\pi Y P \bar{t}_s}} e^{-\frac{(j-YP\bar{t}_s)^2}{2YP\bar{t}_s}} dj. \quad (4)$$

If we set $j = [YPt_s]$ (the greatest integer part of YPt_s) and YP as constant,

$$p_{t_s}(j)dj \approx p_{t_s}(t_s)YPdt_s = \frac{1}{\sqrt{2\pi \bar{t}_s/(YP)}} e^{-\frac{(t_s-\bar{t}_s)^2}{2\bar{t}_s/(YP)}} dt_s, \quad (5)$$

we have obtained the Gaussian distribution for the statistical time delay. The corresponding probability density function will be

$$f(t_s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \bar{t}_s/(YP)}} e^{-\frac{(t_s-\bar{t}_s)^2}{2\bar{t}_s/(YP)}}. \quad (6)$$

By integrating the probability density function, the cumulative Gaussian distribution of the statistical time delay is obtained:

$$F_G(t_s) = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{t_s - \bar{t}_s}{\sqrt{2\bar{t}_s/(YP)}} \right) \right]. \quad (7)$$

For the medium electron yields YP where neither Gaussian nor exponential distribution can be applied, the mixture of these two distributions is needed.

Monte Carlo simulation. – The Monte Carlo method is used for generating random variables from Gaussian, exponential and mixed Gauss-exponential distributions. Random variables are obtained by inverse and Box-Muller method [30]. The inverse method is used for generating random variables from distributions that have easily obtainable inverse of the cumulative distribution function. Random variables are generated by solving equation $F(X) = \xi$ for the unknown variable X . This method is used for generating the exponential distribution. Random series of numbers $\xi: U[0, 1]$ are generated with a random number generator, and substituted in the next equation:

$$X = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - \xi). \quad (8)$$

Gaussian distribution is generated using the Box-Muller method. Random numbers $U: U[0, 1]$ are generated and substituted in the next equations:

$$X_1 = \mu + \sigma \sqrt{-2 \ln U_1} \cos(2\pi U_2), \quad (9)$$

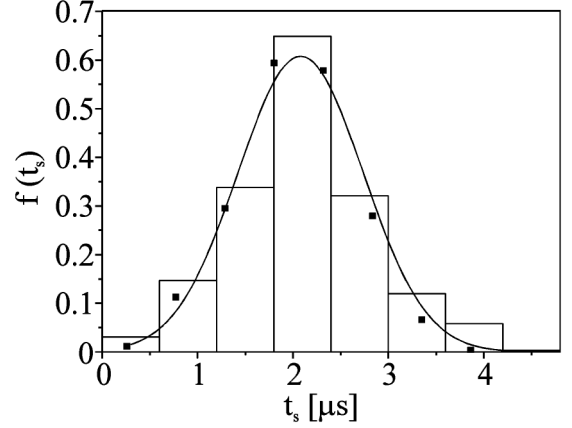


Fig. 1: The Gaussian density distribution of the statistical time delay at $\tau = 1$ ms; bars: experimental data; solid line: fit based on the analytical relation (11); ■: density distribution of Monte Carlo simulated data.

$$X_2 = \mu + \sigma \sqrt{-2 \ln U_1} \sin(2\pi U_2). \quad (10)$$

The obtained values X_1 and X_2 are normally distributed with parameters μ and σ . For mixed distributions, random variables were separately generated from the Gaussian and exponential distribution and then mixed in the ratio a_G/a_E , where $a_G + a_E = 1$. For the random number generation, a pseudorandom number generator based on the linear congruential method was used. Since the number of data is lower than the period of this pseudorandom generator, there was no need to use a more advanced random number generator.

By measuring on a different preionization level (relaxation times) different distributions were obtained. With the decrease of the preionization level (increasing of relaxation time), the shape of the distributions changes from Gaussian for $\tau = 1$ ms, mixed Gauss-exponential for $\tau = 2$ ms to the exponential distribution for $\tau = 5$ ms. These distributions were fitted and their parameters were obtained by using the least-square method (the Levenberg-Marquardt method of chi square minimization). Statistical time delays were further modeled by a Monte Carlo simulation based on the obtained parameters.

The analytical expression of the Gaussian density distribution used for fitting the statistical time delay at the relaxation time $\tau = 1$ ms (fig. 1) is

$$f_G(t_s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t_s-\bar{t}_s)^2}{2\sigma^2}}, \quad (11)$$

with fitting parameters $\bar{t}_s = 2.08 \mu\text{s}$, $\sigma = 0.66 \mu\text{s}$. From the data sample skewness and kurtosis were obtained, $\alpha_3 = 0.307$ and $\alpha_4 = 3.54$, which means that the distribution is approximately symmetric with respect to the mean value. The electron yield from experimental data for $\tau = 1$ ms was estimated to be $YP = 4.7 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$.

The obtained experimental distributions for the relaxation time $\tau = 2$ ms were fitted by the analytical

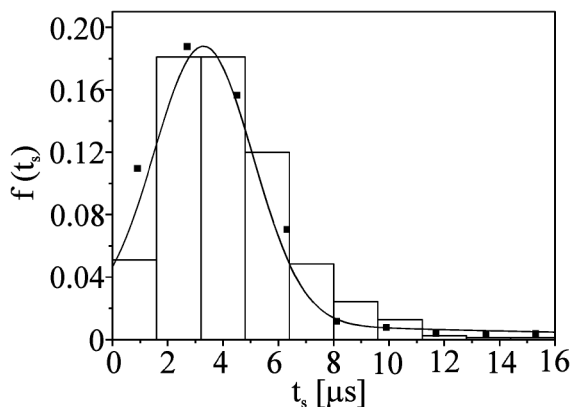


Fig. 2: The Gauss-exponential density distribution of the statistical time delay at $\tau = 2$ ms: bars: experimental data; solid line: fit based on the analytical relation (12); ■: density distribution of the Monte Carlo simulated data.

expression for the mixed Gauss-exponential density distribution (fig. 2):

$$f_{GE}(t_s) = a_G \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_g} e^{-\frac{(t_s - \overline{t_{sg}})^2}{2\sigma_g^2}} + a_E \frac{1}{t_{se}} e^{-\frac{t_s}{t_{se}}}, \quad (12)$$

with fitting parameters $\overline{t_{sg}} = 3.3 \mu\text{s}$, $\sigma_g = 1.785 \mu\text{s}$, $\overline{t_{se}} = 14.5 \mu\text{s}$, while ratios are $a_G = 0.789$ and $a_E = 0.211$. From the data sample skewness and kurtosis were obtained, $\alpha_3 = 1.086$ and $\alpha_4 = 4.724$. The Gauss-exponential distribution is used for the medium electron yield which in this case is estimated to be $YP = 4.5 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$.

The analytical expression for the exponential density distribution used for fitting the statistical time delay at the relaxation time $\tau = 5$ ms (fig. 3) is

$$f_E(t_s) = \frac{1}{\overline{t_s}} e^{-\frac{t_s}{\overline{t_s}}}, \quad (13)$$

with fitting parameter $\overline{t_s} = 34.6 \mu\text{s}$. From the data sample skewness and kurtosis were obtained, $\alpha_3 = 1.913$ and $\alpha_4 = 7.20$. The estimated value of the electron yield for $\tau = 5$ ms is $YP = 2.8 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$.

Data obtained by the Monte Carlo simulation are presented in the figures along with experimental data. They were generated by the previously described Box-Muller and inverse method using fitting parameters as input parameters for the simulation.

Conclusion. – In conclusion we may add that, although numerous experiments clearly deviate from the exponential distributions, theory remained within the Poisson (exponential) approximation of the binomial distribution. This letter indicates the importance of high electron production in the interelectrode space during breakdown initiation, giving a physically based transition from discrete binomial to continuous Gauss and Gauss-exponential statistical time delay distributions. A Monte

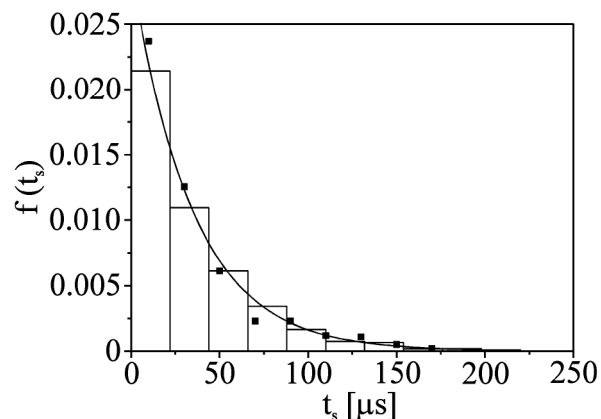


Fig. 3: The exponential density distribution of the statistical time delay at $\tau = 5$ ms: bars: experimental data; solid line: fit based on the analytical relation (13); ■: density distribution of the Monte Carlo simulated data.

Carlo simulation of distributions gives the generated values close to measured ones and justifies the use of Gaussian and mixed Gauss-exponential distributions for the description of the statistical time delay, in addition to the widely used exponential ones.

The results of this letter are relevant for plasma applications in electronics and technology: in gas discharge lamps, high-voltage switches, particle and radiation detectors, micro-discharges, plasma display panels, etc. Due to the analogy between statistical phenomena in different aggregate states of matter, as well as in different areas of science and technology, the results are also relevant for breakdown statistics of liquid and solid dielectrics and vacuum breakdown, fracture statistics and reliability studies, aging and wearing studies of electronic components, queueing theory, etc. Also, the generalized breakdown statistics of initiating electrons for the wide range of electron production rates is the basis for the development of statistics of multi-electron avalanche initiation and dependent electron avalanches.

The authors are grateful to the Ministry of Education and Science of the Republic of Serbia for the partial financial support (projects 171025 and 174007).

REFERENCES

- [1] KRISTIANSEN M. and GUENTHER A. H., *Plasma Applications*, in *Electrical Breakdown and Discharges in Gases, Part B*, edited by KUNHARDT E. E. and LUESSEN L. H. (Plenum Press, New York) 1983, pp. 402–409.
- [2] CRISTOPHOROU L. G. and HUNTER S. R., *From Basic Research to Applications*, in *Electron-Molecule Interactions and Their Applications* (Academic Press, New York) 1984, pp. 349–378.

- [3] TAO S. *et al.*, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **39** (2006) 2192.
- [4] WANG H. *et al.*, *EPL*, **96** (2011) 45003.
- [5] MORGAN C. G., in *Electrical Breakdown of Gases*, edited by MEEK J. M. and CRAGGS J. D. (John Wiley & Sons, Chichester) 1978, pp. 656–688.
- [6] LEVINSON S. J. and KUNHARDT E. E., *IEEE Trans. Plasma Sci.*, **10** (1982) 266.
- [7] FOSTER J., KROMPHOLZ H. and NEUBER A., *Phys. Plasmas*, **18** (2011) 013502.
- [8] PETROVIĆ Z. LJ. *et al.*, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **34** (2001) 1756.
- [9] MARKOVIĆ V. LJ. *et al.*, *Rev. Sci. Instrum.*, **77** (2006) 096104.
- [10] MARKOVIĆ V. LJ. *et al.*, *Phys. Plasmas*, **14** (2007) 103504.
- [11] JAUMANN G., *Ann. Phys. (Leipzig)*, **291** (1895) 656.
- [12] THOMSON J. J., *Philos. Mag.*, **50** (1900) 2783.
- [13] HUBBARD J. C., *Phys. Rev. (Series I)*, **22** (1906) 129.
- [14] ZUBER K., *Ann. Phys. (Leipzig)*, **76** (1925) 231.
- [15] VON LAUE M., *Ann. Phys. (Leipzig)*, **76** (1925) 721.
- [16] JONES F. L., *Proc. Phys. Soc. B*, **62** (1949) 366.
- [17] KISELEV J. V., in *Proceedings of the 7th International Conference Phenomena in Ionized Gases*, edited by TOŠIĆ D. (Gradjevinska knjiga, Beograd, Belgrade, Yugoslavia) 1965, p. 838 (in Russian).
- [18] CHOI P. *et al.*, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, **23** (1995) 221.
- [19] ASTROV YU. A. *et al.*, *J. Phys D: Appl. Phys.*, **41** (2008) 135502.
- [20] MALUCKOV Č. A. *et al.*, *Phys. Plasmas*, **13** (2006) 083502.
- [21] MARKOVIĆ V. LJ. *et al.*, *Eur. Phys. J. Appl. Phys.*, **38** (2007) 73.
- [22] MARKOVIĆ V. LJ. *et al.*, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **42** (2009) 015207.
- [23] MARKOVIĆ V. LJ. *et al.*, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **39** (2006) 3317.
- [24] DEVISMES A. *et al.*, *Nucl. Instrum. Methods A*, **482** (2002) 179.
- [25] REVIRIEGO P. *et al.*, *IEEE Trans. Device Mater. Reliab.*, **10** (2010) 381.
- [26] MARKOVIĆ V. LJ. *et al.*, *Plasma Sources Sci. Technol.*, **6** (1997) 240.
- [27] MARKOVIĆ V. LJ. *et al.*, *J. Chem. Phys.*, **100** (1994) 8514.
- [28] SPIEGEL M. R., *Shaumm's Outline of Theory and Problems of Probability and Statistics* (McGraw-Hill, New York) 1988, pp. 111–112.
- [29] WACKERLY D. D. *et al.*, *Mathematical Statistics with Applications* (Duxbury Press, Belmont) 1996, pp. 112–116.
- [30] PRESS W. H. *et al.*, *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing*, third edition (Cambridge University Press, Cambridge) 2007, pp. 362–365.

The validity of the one-dimensional fluid model of electrical breakdown in synthetic air at low pressure

A. P. JOVANOVIĆ, M. N. STANKOV, V. LJ. MARKOVIĆ and S. N. STAMENKOVIĆ

Department of Physics, Faculty of Sciences and Mathematics, University of Niš - PO box 224, Niš, Serbia

received 30 September 2013; accepted in final form 12 December 2013
published online 8 January 2014

PACS 51.50.+v – Electrical properties (ionization, breakdown, electron and ion mobility, etc.)
PACS 52.65.-y – Plasma simulation
PACS 52.80.Dy – Low-field and Townsend discharges

Abstract – In this letter the validity of the fluid model used to simulate the electrical breakdown in air at low pressure is discussed. The new method for the determination of the ionization source term for the mixed gases is proposed. Paschen’s curve obtained by the fluid model is compared to the available experimental data. The electron and ions density profiles calculated by the fluid model are presented. Based on Ohm’s law, the current and voltage waveforms are calculated and compared to the ones measured by the oscilloscope in the synthetic-air filled tube with stainless-steel electrodes. It is shown that the one-dimensional fluid model can be used for modeling the electrical breakdown at pd values higher than Paschen’s minimum and to determine stationary values of electron and ions densities.

Copyright © EPLA, 2013

Introduction. – Electrical breakdown and discharges in air have a great significance in different areas of science and technology: in surface treatment, air pollution control, medical treatment, for plasma actuators or in atmospheric dielectric barrier discharge (DBD) [1–7]. On the other hand, fluid models are widely used for modeling the electrical breakdowns and discharges in various gases [8–10]. A majority of papers cover the electrical discharge in air at the atmospheric pressure [11–13], and less of them discuss low-pressure cases [14–16]. In general, one-, two- or zero-dimensional models are based on the reactions proposed by Kossyi [17], relevant for the electrical breakdown in mixture of N_2 and O_2 . In order to fully describe the electrical breakdown in air the most important species have to be included. This leads to a large number of processes and equations, hence to the high complexity of the model. In this letter the fluid model will be applied to model the electrical breakdown in synthetic air at low pressure (of the order of several torrs). Synthetic air (mixture of 78 percent of nitrogen and 22 percent of oxygen) is chosen in order to lower the number of the processes happening in the electrical breakdown of air. The aim of this work is to develop a simple and fast model that can be used for the determination of the electron and ions densities dominating in the electrical breakdown in synthetic air at low pressure. The validity of the model is tested by

comparing the measured Paschen’s curve as well as current and voltage waveforms to modeled ones. Based on the obtained results, the range of validity of the applied fluid model is given.

Fluid model and simulation of electrical discharge. – The fluid model applied for the simulation consists of zero momentum of Boltzmann’s equation (particle continuity equation) and Poisson’s equation:

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \nabla \Gamma_j = S, \quad (1)$$

$$\nabla^2 \varphi = -\frac{e}{\epsilon_0} \sum_j n_j, \quad (2)$$

where n is the particle density, Γ is the particle flux, S is a source term containing production and loss of particles, e is the elementary charge, ϵ_0 is the vacuum permittivity, φ is the electric potential and the index j designates electrons or ions. Dirichlet’s boundary conditions are applied at the electrodes. It is assumed that there are no ions at the anode $n_i = 0$ and at the cathode secondary electron emission is taken into account by the relation $|\Gamma_e| = \gamma |\Gamma_i|$, where γ is the effective secondary electron yield. The glow current is calculated by multiplying the fluxes of charged particles with elementary charge and electrode surface area. Finally, the glow voltage is calculated by

substituting the glow current into Ohm's law

$$U_g = U_w - I_g R, \quad (3)$$

where I_g is the glow current, R is the resistance, U_w is the working voltage applied to the tube, and U_g is the voltage between electrodes. At the starting point $t = 0$, the glow voltage and working voltage are equal, $U_g = U_w$, and as time forwards U_g is calculated from Ohm's law. Furthermore, the electric field and potential between electrodes are calculated by Poisson's equation (2). The system of equation is discretized by the finite difference method and fluxes are expanded by the Sharfetter-Gummel scheme [18]. The obtained system of equations is solved by Thomas's algorithm [19] for sparse matrices. The calculations are carried out with 400 grid points and with a time step set in the range $\Delta t = 10^{-9}$ – 10^{-11} s, depending on conditions.

All diffusion and mobility coefficients used in numerical calculations are taken as field dependent, contrary to the usually used energy-dependent ones. Since experimental data for Townsend ionization coefficients for air are measured for a broad range of electrical field, it is more appropriate to use them, opposed to the energy-dependent ionization coefficient. The ionization term is then equal to the product of the ionization coefficient and the electron flux. The usual method to determine the ionization coefficient in modeling the electrical breakdown of mixture gases is to use Blanc's law [20]. In this letter, the ionization coefficient is determined by fitting the experimental data. The experimental data for the ionization coefficient in air are taken from refs. [21–23] because they cover the broad range of reduced electric field (fig. 1). The experimental data for the ionization coefficient from ref. [21] are fitted by the two-exponential formula

$$\frac{\alpha}{N} = 396.65 \times 10^{-18} \exp(-1603.27 \times 10^{-17}/(E/N)) + 133.37 \times 10^{-18} \exp(-646.77 \times 10^{-17}/(E/N)), \quad (4)$$

where α/N is the reduced ionization coefficient in cm^2 and E/N is the reduced electric field in V cm^2 . The fit obtained by Townsend's semi-empirical formula [24] is presented in fig. 1. as comparison to the proposed two-exponential one.

The main idea in determining the ionization source term from experimental data for mixture gases is based on the fact that the experimental data include the whole electron production ($S_e = \alpha |\Gamma_e|$) independent of the type of the produced ion. Since the whole number of produced electrons by electron impact ionization is equal to the whole ion production (without the electron attachment), the number of ions can be determined by taking into account the ratio of components in the mixture, assuming that the cross-sections and ionization threshold of the components of the gas mixture are not much different. In order to calculate a particular ion density, the number density of electrons produced by electron impact

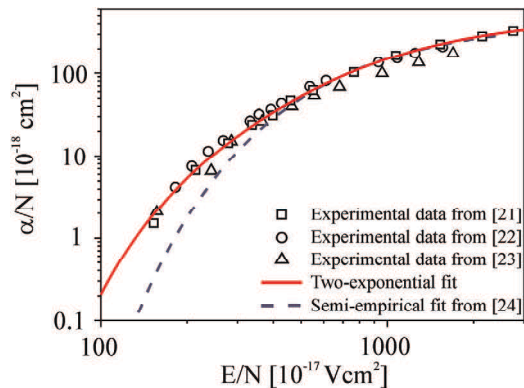


Fig. 1: (Colour on-line) The ionization coefficients for air. The symbols are the experimental data from refs. [21–23], the solid line is the two-exponential fit and the dashed line is Townsend's semi-empirical fit [24].

ionization should be multiplied by the ratio of a particular molecule in the gas mixture, *i.e.* for the nitrogen ion $S(\text{N}_2^+) = 0.78S_e$ and for the oxygen ion $S(\text{O}_2^+) = 0.22S_e$. The proposed relation for the ionization term based on the experimental data of the ionization coefficient can be also used as a first approximation for various types of gas mixtures in the cases in which their cross-sections and ionization thresholds are not much different.

The number of the experimental data for electron and ion diffusion and mobilities are limited, so their values had to be obtained by calculations from Boltzmann's equation or/and by Monte Carlo calculations. The electron diffusion coefficients and mobilities are calculated from Bolsig+ [25,26] for a broad range of the electric field and are imported in the model as a composite fit. The diffusion coefficients and mobilities of ions are taken from Monte Carlo calculations of Nelson [27] and Bekstein [28,29] since they cover the broad range of the electric fields.

Based on the rate coefficients and due to fact that the model describes the electrical breakdown at low pressure, to keep it as simple as possible only reactions significantly affecting the formation of breakdown are included. The model includes the 6 particles and 12 processes relevant for modeling under conditions of low pressure. All rate coefficients of included processes are based on the data presented in [17], or are calculated from Bolsig+. The electron impact ionization is included by a previously proposed relation based on the fit of the experimental data for Townsend's ionization coefficient for dry air [21]. The values of the secondary electron yield are either taken as constant or calculated from the breakdown condition of the experimental Paschen's curve. The initial densities of all particles used in the modeling are taken to be $n = 1000 \text{ cm}^{-3}$. The neutral atoms (N and O) as well as excited states ($\text{N}_2(A)$ and $\text{N}_2(a')$) are not taken into account since their densities are several orders of magnitude lower than that of molecules, and their contribution to breakdown can be neglected. It should be noted that the

Table 1: The reactions with corresponding coefficients included in the model.

No.	Reactions	Process	Rate coefficients	Reference
1	$e + N_2 \rightarrow N_2^+ + e + e$	Electron impact ionization	$0.78\alpha\Gamma_1^{(a)}$	[21]
2	$e + O_2 \rightarrow O_2^+ + e + e$	Electron impact ionization	$0.22\alpha\Gamma_2^{(a)}$	[21]
3	$N_2^+ + O_2 \rightarrow N_2 + O_2^+$	Ion conversion	6.02×10^{-11}	[17]
4	$e + N_2^+ \rightarrow N + N$	Electron-ion recombination	Field dependent ^(b)	[26]
5	$e + O_2^+ \rightarrow O + O$	Electron-ion recombination	Field dependent ^(b)	[26]
6	$O_2 + O_2^+ + M \rightarrow O_4^+ + M$	Ion conversion	2.4×10^{-30}	[17]
7	$N_2 + N_2^+ + M \rightarrow N_4^+ + M$	Ion conversion	5×10^{-29}	[17]
8	$e + O_2 \rightarrow O^- + O$	Dissociative attachment	Field dependent ^(b)	[26]
9	$O^- + O_2^+ \rightarrow O + O_2$	Ion-Ion recombination	2×10^{-7}	[17]
10	$O^- + N_2^+ \rightarrow O + N_2$	Ion-Ion recombination	2×10^{-7}	[17]
11	$e + O_4^+ \rightarrow O_2 + O_2$	Electron-ion recombination	Field dependent ^(b)	[26]
12	$e + N_4^+ \rightarrow N_2 + N_2$	Electron-ion recombination	Field dependent ^(b)	[26]

(a) Fit of experimental data.

(b) The coefficient is obtained by fitting field-dependent data from Bolsig+.

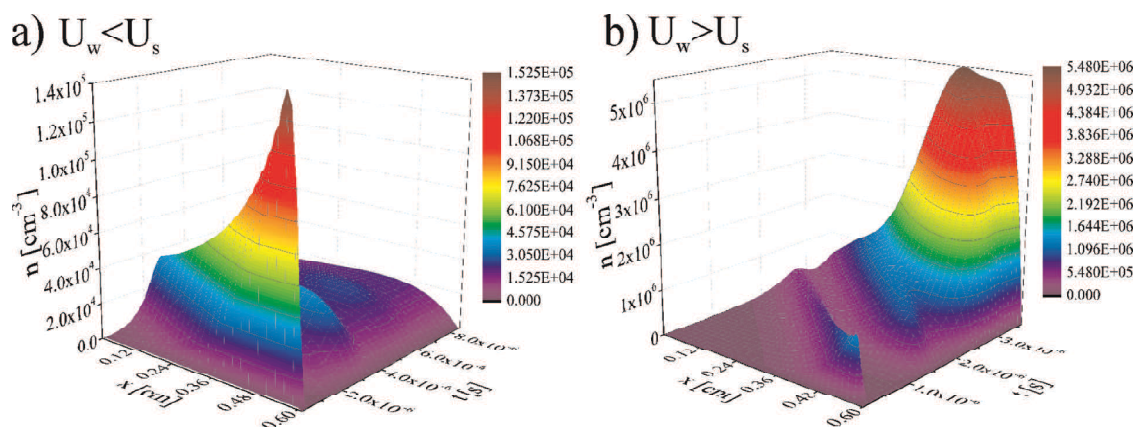


Fig. 2: (Colour on-line) The spatial density profiles of N_2^+ ion with working voltage (a) lower and (b) higher than the static breakdown voltage U_s .

metastable states $N_2(A)$ and $N_2(a')$ have a great significance in the cases of pure nitrogen breakdown due to associative and stepwise ionization [30]. Nevertheless, in the case of small oxygen addition to nitrogen, the metastable states are strongly quenched by collisions with O_2 , O and NO [30–32]. Therefore, the metastable states have a low influence on ions production and their omission in the model is reasonable. Also, the dissociation of oxygen is significant in the cases of higher currents [33] and can affect the electron impact ionization by lowering the oxygen molecule number density. However, under our conditions (the low current and voltage) the dissociation is low and the oxygen atom number density (calculated based on the rate coefficients from [17,30]) is several orders of magnitude lower than the oxygen molecule density. Thus, the approximation of the constant oxygen molecule density is reasonable. All reactions included in the model and the values of the corresponding rate coefficients are presented in table 1.

The aim of this model is to determine the static breakdown voltage and model Paschen's curve and the current and voltage waveforms, as well as to calculate the electron and ions density during the glow. The breakdown voltage for the specified condition is determined by varying the working voltage until the saturation profiles of the electrical current and number densities are achieved. At low pressure the breakdown mechanism is Townsend's, the ions lead to secondary electron emission and electron multiplication, thus to the initiation of electrical breakdown. Therefore, the calculated density profile of the dominant N_2^+ ion is tracked. The time evolution of two spatial ion density profiles of the N_2^+ ion at voltages lower and higher than the breakdown voltage are presented in fig. 2. At the low voltage (fig. 2(a)), the ion production is not sufficient (multiplication factor $q = \gamma(e^{\alpha d} - 1) < 1$), particle densities fall with time and there is no breakdown. On the contrary, with voltage higher than the static breakdown voltage U_s (fig. 2(b)), the ion production is high enough

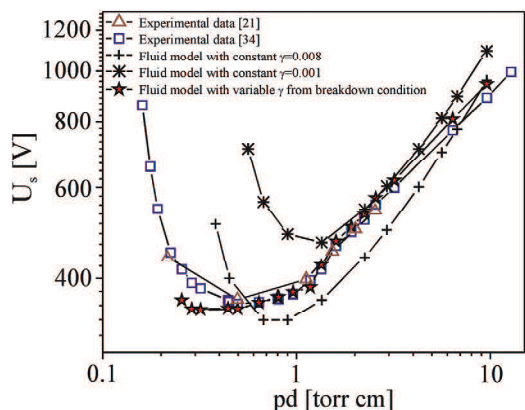


Fig. 3: (Colour on-line) The comparison of the experimental and the modeled Paschen's curves. Triangle and square symbols are experimental data from refs. [21,34], asterisk and plus symbols are modeled data with constant and the star symbol are data with variable secondary electron yield.

($q > 1$) and leads to electrical breakdown. The proposed method for the determination of the static breakdown voltage is applied at different values of pd and Paschen's curve is obtained (fig. 3).

Paschen's curve from the numerical simulation is compared to the experimental one taken from [21,34]. In the first case the secondary electron yields are taken with constant values $\gamma = 0.001$ and $\gamma = 0.008$, while in the second case it is taken as variable determined from the breakdown condition of the experimental Paschen's curve [34]. Paschen's curves modeled with constant parameters do not agree with the experimental ones. In the case of a lower secondary electron yield the model underestimates the breakdown voltage, and in the case of a higher secondary electron yield it overestimates it. With a variable secondary electron yield estimated from the breakdown condition, the model successfully describes experimental data. From fig. 3, it can be seen that the numerical model correctly describes the experimental data for higher values of pd or on the right-hand side of Paschen's minimum, while for lower pd values the numerical model fails. In case of lower pd values, the gas density ($N \sim 10^{15} \text{ cm}^{-3}$) and collision frequency ($\nu_c \sim 10^7 \text{ s}^{-1}$) are low which could lead to the failure of the fluid model. In this case the charged particles cannot be treated as a fluid and the particle (Monte Carlo simulation or particle in cell) or hybrid model have to be used [8].

Further, in this paper, the electric current and voltage waveforms as well as electron and ion density profiles are considered. The electron and ion density profiles obtained by modeling the electrical breakdown at the working voltage $U_w = 500 \text{ V}$, the glow current $I_g = 500 \mu\text{A}$, inter-electrode space $d = 0.6 \text{ cm}$ and at pressure $p = 2.25 \text{ torr}$ are presented in fig. 4. It can be seen that N_2^+ and O_2^+ ions have high density and thus have high impact on the electrical breakdown, opposed to tetratomic ions N_4^+ and O_4^+ whose density is much lower. The density of

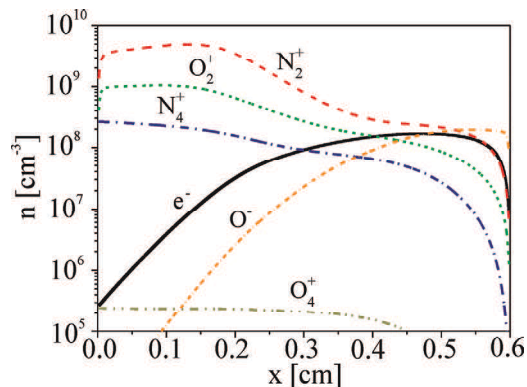


Fig. 4: (Colour on-line) Density profiles in air glow discharge obtained by the fluid model.

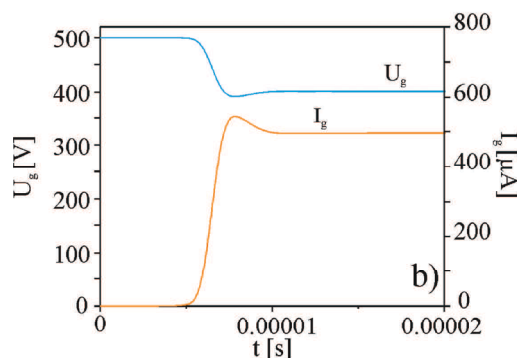
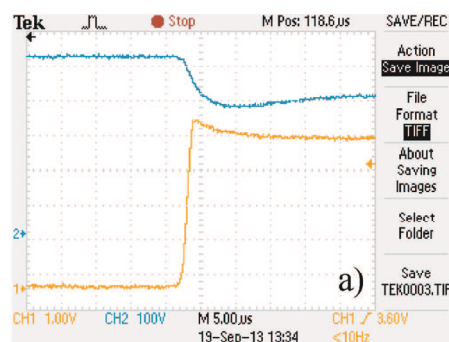


Fig. 5: (Colour on-line) Current and voltage waveforms (a) measured on oscilloscope and (b) obtained by numerical simulation from the fluid model.

the negative O^- ion is of the same order as the electron density and therefore must not be omitted in the numerical simulation. Based on the previous analysis, it can be seen that the dominant ionic species in electrical breakdown at low pressure are N_2^+ , O_2^+ and O^- ions.

Finally, the glow current and voltage pulse waveforms obtained by modeling are compared to the measured ones (fig. 5(a) and (b)). The experimental glow current and voltage pulses (fig. 5(a)) are measured by Tektronix TDS2012b oscilloscope on the sample filled with synthetic air at a pressure of $p = 2.25 \text{ torr}$, with stainless-steel electrodes of diameter $D = 0.6 \text{ cm}$, with inter-electrode space $d = 0.6 \text{ cm}$ at the working voltage $U_w = 500 \text{ V}$ with

the ballast resistance set to $R = 0.191 \text{ M}\Omega$ in order to limit the current to $I_g = 500 \mu\text{A}$. The modeled pulses (fig. 5(b)) and experimentally measured ones (fig. 5(a)) have the same shape. The characteristic fast current rise as well as the fall of the voltage after the occurrence of the breakdown can be seen on both figures. The voltage drop as well as the current rise of the modeled waveforms are approximately the same as the measured ones. The similar agreement between experimental and modeled waveforms was also found in the case of 1 torr pressure. This leads to the conclusion that the one-dimensional fluid model can fairly well describe the experimental waveforms.

Conclusion. – In this letter the simple one-dimensional fluid model for the electrical breakdown in synthetic air is given. The applied fluid model includes all relevant processes for electrical discharge at low pressure. The new approach in defining the ionization source term based on measured data for mixtures (in this case air) is proposed. Using the fluid model the profiles of particle densities in stationary state are calculated and also Paschen's curve and the current and voltage pulses in synthetic air are modeled. The modeled results have been compared to the measured ones at different pressures and reasonable agreement has been observed. Based on what has been previously said, it can be concluded that the one-dimensional fluid model can be successfully applied for modeling the electrical breakdown in cases when the product of pressure and inter-electrode distance is not lower than Paschen's minimum and it can give a satisfying calculation of electron and ion densities as well as the current and voltage waveforms.

The authors are grateful to the Ministry of Education, Science and Technological Development of the Republic of Serbia for the financial support (project ON171025).

REFERENCES

- [1] PANDIYARAJ K. *et al.*, *Plasma Sci. Technol.*, **15** (2013) 56.
- [2] VIJAYALAKSHMI K. *et al.*, *Int. J. Polym. Sci.*, **2011** (2011) 426057.
- [3] KIM F. *et al.*, *Analyst*, **123** (1998) 607.
- [4] SMULDERS E. *et al.*, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, **26** (1998) 5.
- [5] SOLOSHENKO I. *et al.*, *Plasma Phys. Rep.*, **26** (2000) 792.
- [6] SHIN J. *et al.*, *AIAA J.*, **45** (2007) 1596.
- [7] SHAO T. *et al.*, *EPL*, **97** (2012) 55005.
- [8] BOEUF J. and PITCHFORD L., *Phys. Rev. E*, **51** (1995) 1376.
- [9] BO L. *et al.*, *Chin. Phys. B*, **18** (2009) 646.
- [10] KANZARI Z. *et al.*, *J. Appl. Phys.*, **84** (1998) 4161.
- [11] YURGELENAS YU. *et al.*, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **39** (2006) 4031.
- [12] WORMEESTER G. *et al.*, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **43** (2010) 505201.
- [13] STEINLE G. *et al.*, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **32** (1999) 1350.
- [14] CASTILLO M. *et al.*, *J. Phys. Chem. A*, **109** (2005) 6255.
- [15] GUERRA V. *et al.*, *Plasma Sources Sci. Technol.*, **6** (1997) 220.
- [16] MAHADEVAN S. and RAJA L., *J. Appl. Phys.*, **107** (2010) 093304.
- [17] KOSSYI I. *et al.*, *Plasma Sources Sci. Technol.*, **1** (1992) 207.
- [18] SCHARFETTER D. and GUMELL H., *IEEE Trans. Electron Dev.*, **16** (1969) 64.
- [19] HOFFMAN J., *Numerical Methods for Engineers and Scientists* (Marcel Dekker, New York) 2001.
- [20] BLANC A., *J. Phys.*, **7** (1908) 825.
- [21] RAO R. and RAJU G., *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **4** (1971) 494.
- [22] MASCH K., *Arch. Elektrotech.*, **26** (1932) 589.
- [23] EMELEUS K., *Proc. R. Soc. Lond. A*, **156** (1936) 394.
- [24] VON ENGEL A., *Ionized Gases* (Clarendon Press, Oxford) 1965.
- [25] HAGELAAR G. and PITCHFORD L., *Plasma Sources Sci. Technol.*, **14** (2005) 722.
- [26] <http://www.bolsig.laplace.univ-tlse.fr/>.
- [27] NELSON D. *et al.*, *J. Appl. Phys.*, **94** (2003) 96.
- [28] BEKSTEIN A. *et al.*, *Eur. Phys. J. Appl. Phys.*, **42** (2008) 33.
- [29] BEKSTEIN A. *et al.*, *J. Appl. Phys.*, **107** (2010) 103308.
- [30] GUERRA V. *et al.*, *Plasma Sources Sci. Technol.*, **6** (1997) 373.
- [31] GUERRA V. *et al.*, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **34** (2001) 1745.
- [32] BRANDENBURG R. *et al.*, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **38** (2005) 2187.
- [33] GORDIETS B. *et al.*, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, **23** (1995) 750.
- [34] LISOVSKIY V. *et al.*, *Plasma Phys. Rep.*, **26** (2000) 1066.

Mixture distributions for the statistical time delay in synthetic air at low pressure

Aleksandar P. Jovanović^{1,a}, Biljana Č. Popović², Vidosav Lj. Marković¹, Suzana N. Stamenković¹, and Marjan N. Stankov¹

¹ Department of Physics, Faculty of Sciences and Mathematics, University of Niš, PO Box 224, 18001 Niš, Serbia

² Department of Mathematics, Faculty of Sciences and Mathematics, University of Niš, PO Box 224, 18001 Niš, Serbia

Received: 8 April 2014 / Received in final form: 6 June 2014 / Accepted: 13 June 2014
Published online: 1 August 2014 – © EDP Sciences 2014

Abstract. The mixture distributions for statistical time delay of electrical breakdown are proposed along with the generalized relation for the effective electron yield. The validity of the proposed model is tested by applying this distribution to experimental data measured in synthetic air at low pressure. Two samples without and with oxide surface are compared in order to determine physical processes leading to appearance of mixture distributions in the case of oxidized cathode. The obtained distributions are tested by Kolmogorov-Smirnov statistical hypothesis test in order to justify the use of mixture distributions. The physical interpretation of mixture distribution measured in the synthetic air is proposed, accompanied by the calculated values of the effective electron yield of initiating electrons in the gas gap.

1 Introduction

Under the normal conditions gas is an insulator, but if high enough voltage is applied gas breakdown occurs. The occurrence of electrical breakdown is not instantaneous, but some time delay to breakdown exists. The breakdown time delay t_d is the time that elapses from the moment of application of voltage greater than the static breakdown voltage U_s to the breakdown itself. The breakdown time delay consists of the statistical time delay t_s (time that elapses from the application of sufficient voltage to the appearance of the free electron that initiates breakdown) and the formative time delay t_f (time from the occurrence of initiating electron to the collapse of applied voltage and occurrence of a self-sustained current) [1]. The breakdown time delay is stochastic variable due to the complex physical processes happening in the gas during the breakdown initiation and formation. Due to stochastic nature of the processes during the electrical breakdown, statistical methods are unavoidable in the study of breakdown initiation of gas discharges under different conditions (overvoltages, voltage pulses, preionization levels, illumination) [2–6]. Therefore, from time delay data one can draw a conclusion about physical processes in gases during establishment and relaxation of gas discharges (afterglow or post-discharge) [7–9].

The stochastic nature of the breakdown time delay was experimentally proved by Zuber [10], while von Laue

derived an exponential distribution for the breakdown time delay [11]. A strict mathematical transition from the binomial distribution for the electron occurrence in the inter-electrode space to the exponential distribution for the statistical time delay was derived by Kiselev [12]. Opposed to that, the Gaussian and Gauss-like spark lag distributions in air and nitrogen with oxidized tungsten cathode were measured by Jones [13]. The down-curving of Laue plots in pulsed hollow cathode discharge [14] and in a micro-discharge system by small DC bias current [15] should be also mentioned.

The new distributions for the statistical time delay in nitrogen were reported in [16], for high production rates of initiating electrons in the inter-electrode space caused by residual ionization. Depending on the level of residual ionization, all of three distributions for the statistical time delay (Gaussian, Gauss-exponential and exponential) were obtained experimentally in nitrogen and neon [16,17] and starting from binomial distribution for the occurrence of initiating electrons these distributions are analytically and numerically described. Beside DC breakdown, the time delay measurements are also carried out in breakdowns with variable voltages i.e., by linearly rising (ramp) pulses [3], AC linearly rising pulses [4], triangular [18], microwave [19,20], etc.

In the cases when single distribution cannot describe experimental data, like in the cases where one or more subpopulations of data exist in distribution, the mixture models are often used [21]. Thus, in the case where single Gaussian or exponential distribution cannot describe

^a e-mail: alexandar.bmf@gmail.com

experimental data of statistical time delay the mixture of these distributions can be used (e.g., Gauss-exponential distribution) [2]. The mixture distribution is also used in the case of pulsed high-gain spectrum in thin-gap parallel-plate chambers [22].

In this paper the mixture distribution for statistical time delay of electrical breakdown based on the Gaussian and exponential distributions is proposed extending it to the cases of mixtures with more than two distributions. Since the Gaussian and exponential distributions are based on the binomial distribution of number of initiating electrons, the mixture of these distributions can correctly describe physics of initiation of electrical breakdown. The generalized relation for effective electron yield for mixture distributions is also proposed. The mixture distribution is applied to the data measured in electrical breakdown in air at low pressure and at different breakdown conditions. The physical explanation for existence of mixture distribution is provided based on comparison of two samples with different electrodes and surface effects occurring in the one with oxidized cathode. Finally, the value of the effective electron yield is calculated based on proposed relation for mixture distributions.

2 Experimental details

The time delay measurements were carried out on a gas tubes filled with synthetic air at the pressure of 300 Pa. The tubes of the volume $V \approx 300 \text{ cm}^3$ are made of borosilicate glass (8245, Schott technical glass). The schematic drawing of the discharge tube is shown in Figure 1. Electrodes in the first tube are made of stainless steel (AISI 304) and in the other one of carbon steel (AISI/ASTM A414E) with diameters $D = 6 \text{ mm}$ and inter-electrode distances $d = 6 \text{ mm}$. The electrodes are in shape of cylinder with mildly rounded edges in order to avoid the edge effect and to obtain nearly homogeneous electric field between the electrodes. Prior to the installment of electrodes in the tubes, they were lapped and polished with polishing paste with the grain size $1 \mu\text{m}$ and after that cleaned in ultrasonic bath in methanol solution and further in distilled water. The synthetic air used in the experiment is a mixture of (21–23)% vol. oxygen with less than 3.5 ppm of impurities and remaining percentage of nitrogen with less than 5 ppm of impurities. The gas tubes were pumped down to the pressure of 10^{-5} mbar , degassed at 650 K and then filled with the synthetic air at the pressure of 3 mbar. The measurements were carried out in series in which the sequence of rectangular pulses is applied to the discharge tube [16,23], with 100 data in a single series at working voltage $U_w = 475 \text{ V}$, glow current $I_g = 500 \mu\text{A}$ and glow time $t_g = 1 \text{ s}$. The rise and fall times of the voltage pulses are approximately $0.18 \mu\text{s}$. The static breakdown voltages were $U_s = 396 \text{ V}$ for the tube with carbon steel electrodes and $U_s = 420 \text{ V}$ for the one with stainless steel electrodes. The distributions were measured for different relaxation times/afterglow periods (τ), which is the time between the end of the previous breakdown and application of next voltage pulse to the tube [16,23]. During the

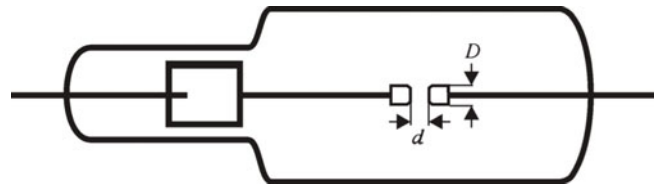


Fig. 1. The schematic diagram of the discharge tube.

measurements, the tubes were protected from the external light. The statistical time delays were obtained by subtracting formative time from measured time delay, where formative time is taken to be a minimal value of breakdown time delay in the series [8].

3 Results and discussion

The most used waiting time, reliability and failure time distributions (lifetime distributions) in science and especially in technology are exponential, Weibull, Gamma or other extreme type distributions. Opposed to this, every distribution over the nonnegative real line can be the lifetime distribution [24]. In the case of the breakdown time delays, the most often used model is the exponential distribution. In spite of Kiselev's statement that the use of the Gaussian distribution is harshly incorrect [12], in numerous experiments Gauss-like, but not symmetrical distributions, are obtained. To describe such distributions, the Weibull distribution is mostly used [18,25,26]. The Weibull distribution is often used for lifetime statistics (waiting times), in the reliability theory, in the weakest link theory to describe the breaking of brittle materials [27–29], etc. Usually for statistical time delay two-parameter Weibull distribution is used. This distribution has a wide application in areas where waiting time is important. It has advantage that can describe wide range of shapes of distributions of the experimental data but, in our opinion, its parameters do not have physical meaning and it only gives time to breakdown without physical explanation of processes that could lead to it. Also, the Weibull distribution cannot successfully describe bimodal or multimodal distributions.

The mixture distributions are used in the cases where more than one subpopulation in data exists [21], e.g., the mixture of two exponential distributions for the failure time of the vacuum tubes and radio transmitter receivers [30,31]. For statistical time delay, the existence of two subpopulations in experimental data would imply the possibility of existence of two or more initiating particles or mechanisms causing the electrical breakdown (which may be manifested by double distributions, two slopes on Laue or probability plots, etc.). The type of mixture depends on probability and number of these processes. For example in the paper [32], the mixture of two Gaussian distributions is applied to describe statistical time delay, with the assumption that the first distribution originates from surface charges and the other from gas phase charges. Also, in the paper [18] in probability plot two distinct slopes can be seen, indicating the existence of

two distributions (probably exponential ones) as well as subpopulations. Thus, when the single Gaussian or exponential distribution fails to describe the experimental data, the mixture of these distributions can be applied, like a mixture of two Gaussian, two exponential or Gaussian and exponential distributions. Since, the Gaussian and exponential distributions are limiting cases of the binomial distribution for the number of initiating electrons in the gas gap [2, 12], the mixture of these distributions covers the whole range of experimental data and correctly describes physical processes during the breakdown inception. The mixture distribution represents the mixture of two or more distributions with certain weights. Thus the mixture distribution of statistical time delay with n components is described by following relation:

$$f(t_s) = \sum_{i=1}^n a_i f_i(t_s), \quad (1)$$

where

$$a_i > 0, \quad i = 1 \dots n \quad \sum_{i=1}^n a_i = 1, \quad (2)$$

t_s is the statistical time delay and a_i are the mixing weights. The major problem with mixture distributions is the determination of the distribution parameters, as well as the identification of the processes that lead to the clusterization of data. The parameters of the mixture distribution may be estimated in several ways, by graphical method, by expectation maximization algorithm, by method of moments, or, alternatively, every component can be treated as a separate distribution [21].

One of the advantages of these models, based on binomial distribution of electron occurrence, is the possibility of estimation of effective electron yield. The effective electron yield represents the electron production rate in the gas gap Y multiplied by the breakdown probability P and is given by $Y_{\text{eff}} = YP$ [7]. The significance of electron yield is in possibility to estimate number density of particles causing secondary electron emission (ions, residual neutral active states, etc.). Correspondence between electron yield and particles that produce initiating electron is given by the following relation:

$$Y = \gamma \Gamma S, \quad (3)$$

where γ is the secondary electron yield, Γ is the particle flux and S is the area of the front cathode surface. Thus, by determining the value of the electron yield, the particle number density may be estimated.

The standard procedure for the estimation of the effective electron yield is from the slope of the Laue diagram $Y_{\text{eff}} = -\ln(n/N)/t_s$ [33]. This procedure is valid only in the cases where experimental data follow the exponential distribution (data are linear in this plot [33]) and in the cases of other distributions, i.e., Gaussian and Gauss-exponential distribution only approximate value for electron yield can be obtained (data deviate from straight line [16, 17]). On the contrary, the effective electron yield can be precisely determined by fitting a distribution to

the experimental data. Thus, the effective electron yield for Gaussian distribution is given by:

$$Y_{\text{eff}} = \frac{\overline{t_{\text{sg}}}}{\sigma_g^2}, \quad (4)$$

where $\overline{t_{\text{sg}}}$ is the mean and σ_g is the standard deviation of the statistical time delay obtained by fitting procedure [2]. For the case of exponential distribution, the mean and standard deviation are equal ($\overline{t_{\text{se}}} = \sigma(t_{\text{se}})$), thus the effective electron yield is:

$$Y_{\text{eff}} = \frac{1}{\overline{t_{\text{se}}}}, \quad (5)$$

where $\overline{t_{\text{se}}}$ is the mean of statistical time delay for exponential distribution.

Based on the equations (4) and (5) and taking into account equivalency between those relations for effective electron yield, we assumed that, in general, it is equal to the ratio of mean and variance:

$$Y_{\text{eff}} = \frac{\overline{t_s}}{\sigma^2}. \quad (6)$$

Therefore, the relation for effective electron yield for the mixture distribution will be derived by substituting the distribution parameters into equation (6). For the mixture distribution the mean value is given by:

$$\mu = \sum_i a_i \mu_i, \quad (7)$$

and standard deviation, if components are independent, by:

$$\sigma^2 = \sum_i a_i^2 \sigma_i^2, \quad (8)$$

where μ_i are mean values, σ_i are standard deviations and a_i represent the weights of single components of distribution. Hence, for two-component mixture model, i.e., Gauss-exponential distribution, mean value of statistical time delay is given by:

$$\overline{t_s} = a_G \overline{t_{\text{sg}}} + a_E \overline{t_{\text{se}}}, \quad (9)$$

and standard deviation by:

$$\sigma^2 = a_G^2 \sigma_g^2 + a_E^2 \overline{t_{\text{se}}}^2. \quad (10)$$

Based on the previous relations for the mean value and the standard deviation of the statistical time delay, the following relation for electron yield is obtained:

$$Y_{\text{eff}} = \frac{a_G \overline{t_{\text{sg}}} + a_E \overline{t_{\text{se}}}}{a_G^2 \sigma_g^2 + a_E^2 \overline{t_{\text{se}}}^2}. \quad (11)$$

This relation is more general than relations for single components. In limiting cases when $a_G \rightarrow 0$ or $a_E \rightarrow 0$ this relation tends to the relation for single component of mixture distribution, i.e., exponential or Gaussian one. This relation, using proper parameters, can be also applied to

the mixture of different components, i.e., two Gaussian distributions or two exponential distributions. Since the number of the components in mixture model depends on the number of dominant processes, the number of components can be greater than two. Thus, in more general case when the number of components is greater than two, for example n , the relation for the effective electron yield is:

$$Y_{\text{eff}} = \frac{\sum_{i=1}^n a_i \bar{t}_{si}}{\sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_i^2}, \quad (12)$$

where a_i represents the weights of components of distribution, \bar{t}_{si} is the mean value and σ_i is the standard deviation of the statistical time delay of a single component.

Statistical hypothesis tests are a powerful method which gives information whether some previously defined hypothesis about some distribution can be accepted or rejected. Before the use of the statistical tests one of the most important things is choosing proper significance level due to possibility of errors. There are two possible types of errors in the hypothesis testing. Type I error is made when it is concluded that null hypothesis is wrong when in fact it is true one and the other error is type II error where the wrong null hypothesis is accepted instead of the right one, the alternative hypothesis. The probability of the type I error that we used in this paper is significance level $\alpha = 0.05$, which is the most commonly used value in various applications of the statistical inference.

It is important to mention here that we had to be sure and we checked the first, that none of the used minima were outliers. In order to do that, we used modified Thompson tau test. Also, it is very important to note next. By checking which values are possible outliers using the intervals $[Q_1 - k(Q_3 - Q_1), Q_3 + k(Q_3 - Q_1)]$ for $k = 1.5$, where Q_1 is the first and Q_3 is the third quartile of the sample, we found out that there were outliers but only for big values of data. That was the information and ascertains that the distribution of the experimental data is heavy tailed and skewed to the right.

In the analysis of the measurements of the air breakdown at low pressure, the three types of distributions, exponential, Gaussian and Gauss-like ones, are found depending on the relaxation time (τ) and cathode material. In order to investigate effects of different cathode material

and different relaxation time on statistical time delay the analysis of variance (ANOVA) is applied to experimental data [34]. Since we have data measured with different electrodes at the same relaxation times, the two-way ANOVA is used. The effects of these two factors (electrode material and different relaxation time) on the experimental data are tested. The first factor (electrode material) had two levels i.e., carbon and stainless steel, while the second factor (relaxation time) had three levels i.e., $\tau = 7$ ms, $\tau = 17$ ms and $\tau = 50$ ms. From the calculated F values, at the significance level $\alpha = 0.05$, it was found that the significant interaction between two factors exists with calculated statistics $F = 34.80$. Also, it was found that impact of the both factors is significant, where for the first factor $F = 76.37$ and for the second $F = 88.72$. Based on ANOVA results, the further analyses of distributions of statistical time delay are conducted.

Kolmogorov-Smirnov (KS) test is hypothesis test used to determine whether the data are from hypothesized distribution [35,36]. The null hypothesis of this test assumes that experimental data are from tested distribution which must be of absolutely continuous type (of course, the distribution we explore in this paper satisfies that condition):

$$H_0: F(x) = F_0(x), \quad (13)$$

and is tested against the alternative hypothesis that data are not from tested distribution:

$$H_a: F(x) \neq F_0(x). \quad (14)$$

This test is based on the supremum of the absolute difference of empirical and theoretical distribution and its statistics is given by following relation:

$$D_n = \sup_{x \in R} |F_0(x) - F^*(x)|, \quad (15)$$

where $F(x)$ is theoretical distribution function that real data obey, $F_0(x)$ supposed theoretical distribution function and $F^*(x)$ is empirical distribution function of the observed data.

For the first sample with stainless steel electrodes, only exponential distributions are obtained in broad time range from early ($\tau = 7$ ms) to late relaxation ($\tau = 1$ s).

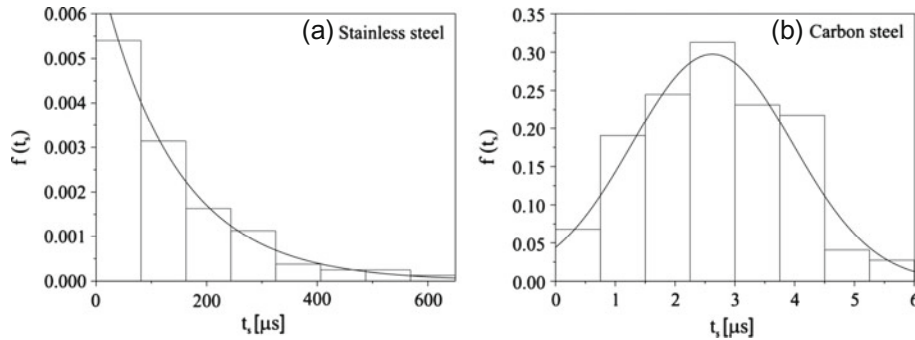


Fig. 2. Probability density functions for relaxation time $\tau = 7$ ms for (a) sample with stainless steel electrodes and (b) sample with carbon steel electrodes.

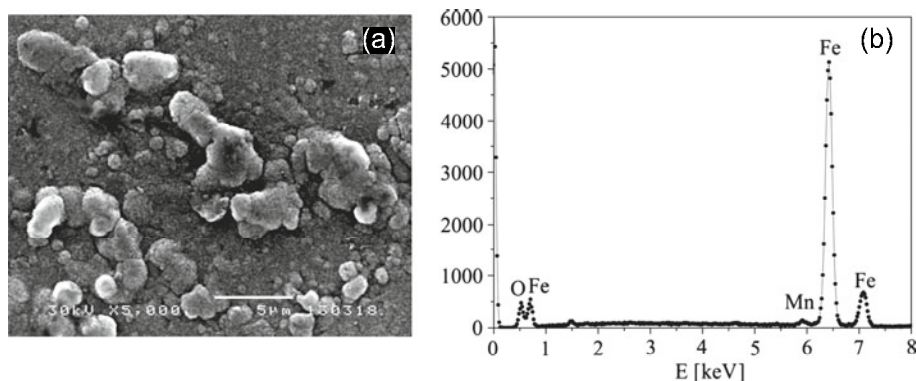


Fig. 3. (a) SEM image and (b) EDX spectrum of sample with carbon steel cathode.

Opposed to the first sample, for the second sample with carbon steel electrodes the characteristic Gauss-like distributions are obtained in the range from $\tau = 17$ ms to $\tau = 50$ ms. For the relaxation times lower than $\tau = 17$ ms the distributions are Gaussian, while for the times higher than $\tau = 50$ ms distributions are exponential. This indicates that in the case of the second sample some additional initiation mechanism, leading to earlier initiation of breakdown, exists. These characteristic distributions are analyzed to illustrate the use of mixture distributions and to identify physical processes leading to inception of electrical breakdown.

For the first sample, with stainless steel electrodes, in the case of relaxation time $\tau = 7$ ms the exponential distribution is measured (Fig. 2a). The analytical expression for exponential distribution is applied to fit the experimental data:

$$f(t_s) = \frac{1}{\bar{t}_s} e^{-\frac{t_s}{\bar{t}_s}}, \quad (16)$$

and mean electron yield is determined as $\bar{t}_s = 138.3 \mu\text{s}$. Further, by using the equation (5) the electron yield is calculated to be $Y_{\text{eff}} = 7230.07$ 1/s. For the time range of several milliseconds the most probable mechanism responsible for the production of initiating electrons is the secondary electron emission by ions remained from the previous breakdown.

Opposed to the previous, in the case of the second sample, with the carbon steel electrodes, at the relaxation time $\tau = 7$ ms the Gaussian distribution is obtained. From experimental data skewness $\gamma_1 = 0.17$ and kurtosis $\gamma_2 = -0.16$ are calculated, implicating slight asymmetry and slight platykurticity of the distribution. In order to test the normality of this distribution, KS test is applied, corresponding statistics was calculated and its value is $D_n = 0.06$. Since the realized value of the test statistics is lower than the critical value $c = 0.1655$ obtained from Kolmogorov table for $\alpha = 0.05$, hypothesis that data are from Gaussian distribution cannot be rejected. Since normality test showed that Gaussian distribution cannot be rejected, the analytical expression for the Gaussian distribution is applied to experimental data (Fig. 2b):

$$f(t_s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t_s - \bar{t}_s)^2}{2\sigma^2}}, \quad (17)$$

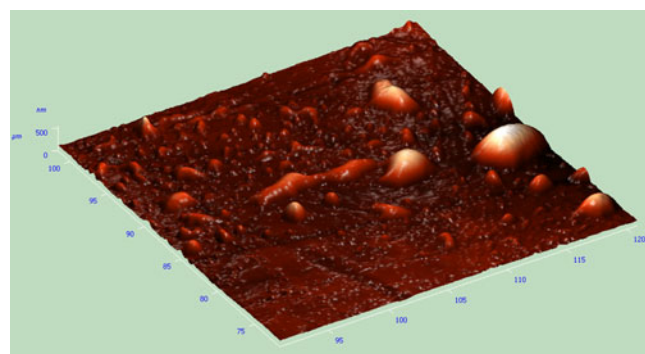


Fig. 4. AFM 3d topography image of the characteristic granular structure found on the carbon steel cathode.

and following parameters, mean $\bar{t}_s = 2.62 \mu\text{s}$ and standard deviation of statistical time delay $\sigma = 1.34 \mu\text{s}$ were obtained. Based on these parameters and by using the equation (11), the effective electron yield is determined as $Y_{\text{eff}} = 1.46 \times 10^6$ 1/s. The extremely high production rate (much higher than in the case of the first sample) cannot be explained by solely secondary electron yield, but it implies that another extremely effective mechanism of initiation exists. Since these two samples differ only in the type of cathode surface leads us to the assumption that enhanced production must be caused by some surface mechanism. Since the second sample is carbon steel (alloy of iron, carbon and manganese), it could be more susceptible to oxidation than the first sample. In order to check this, the secondary electron microscopy (SEM) and energy dispersive X-ray spectroscopy (EDX) are applied. In SEM image (Fig. 3), the large granular structure with clear bright and dark spots can be seen. The dark spots on SEM image indicate the substance with dielectric properties, probably an iron oxide. The bright spots seen on the tips of granules are due to the enhanced secondary electron emission. Also, due to granular structure of the oxide layer, effective surface area is quite enlarged. In EDX spectrum besides iron and manganese which are constituents of alloy, the peak of oxygen can be seen. Based on SEM image and EDX spectrum, it can be concluded that inhomogeneous mixture of different iron oxides is formed on the cathode surface. The iron oxide has dielectric properties, thus can retain surface charges. Based on the permittivity and

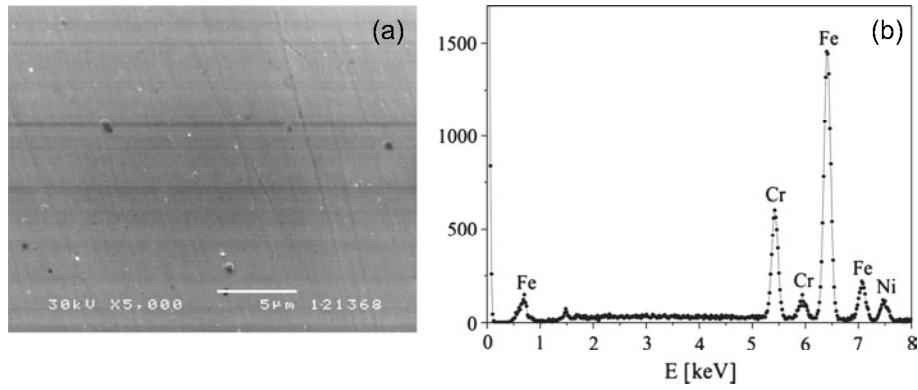


Fig. 5. (a) SEM image and (b) EDX spectrum of sample with stainless steel cathode.

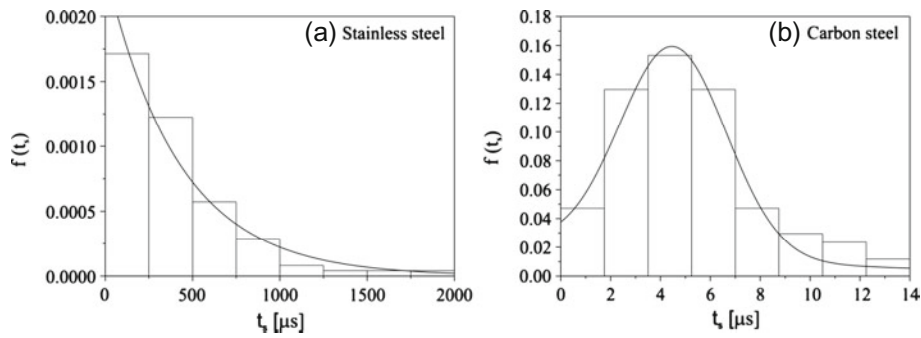


Fig. 6. Probability density functions for relaxation time $\tau = 17$ ms for (a) sample with stainless steel electrodes and (b) sample with carbon steel electrodes.

conductivity and using the relation for surface charges decay time [37, 38], it is calculated that they can remain on surface for several milliseconds. In order to better analyze cathode surface, the atomic force microscopy (AFM) is used. From the 3d topography (Fig. 4) the characteristic granular structure similar as in SEM image can be observed. By using the 3d topography image of this granular structure of the $30 \times 30 \mu\text{m}$ area (Fig. 4) the root-mean-squared (RMS) surface roughness is determined to be $R_{\text{RMS}} = 63.23 \text{ nm}$. Based on the previous analysis of cathode surface, it can be stated that high electron yield is probably caused by the combined effect of surface charges and enlarged effective surface area. The calculated value of effective electron yield is of the same order as in the paper [13] where this high value is explained by oxidized cathode and by surface roughness, thus confirming our assumptions. In the same paper, for clear surface, the value of effective electron yield is of the same order of magnitude as our first sample with stainless steel cathode. For the sake of comparison, the SEM and EDX of the stainless steel cathode are also presented. In SEM images (Fig. 5), smoothness of the surface can be seen and on EDX spectrum the absence of oxygen is noticeable. So, in the case of this sample there is no oxide layer on the cathode, thus the surface charge retention is not possible. For relaxation time $\tau = 17$ ms, in the case of the first sample the exponential distribution is obtained (Fig. 6a). The mechanism of production of initiating electrons by secondary electron emission by ions described for

relaxation time $\tau = 7$ ms is still valid since there are still remained ions from the previous discharge in the inter-electrode space. The exponential distribution is applied and following parameter is determined $\bar{t}_s = 422.69 \mu\text{s}$. Based on the determined fitting parameter, the effective electron yield is calculated to be $Y_{\text{eff}} = 2365.8 \text{ 1/s}$, which is lower than in the previous case. This happens due to the loss of ions in the longer afterglow times by their recombination and diffusion to the tube walls.

For the second sample at the same conditions the Gauss-like distribution is measured (Fig. 6b). Possible distribution that can describe the experimental data is a mixture of the Gaussian and exponential distribution:

$$f_{\text{GE}}(t_s) = a_G \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_g} e^{-\frac{(t_s - \bar{t}_{\text{sg}})^2}{2\sigma_g^2}} + a_E \frac{1}{\bar{t}_{\text{se}}} e^{-\frac{t_s}{\bar{t}_{\text{se}}}}. \quad (18)$$

In order to test whether the Gauss-exponential distribution can be applied, KS test is used. Based on the calculated statistics $D_n = 0.049$ and the critical value obtained from Kolmogorov table for $\alpha = 0.05$, it was found that hypothesis that the data are from Gauss-exponential distribution cannot be rejected. Based on the previous, the Gauss-exponential distribution has been applied for modeling of the experimental data and following parameters of distribution are obtained $\bar{t}_{\text{sg}} = 4.45 \mu\text{s}$, $\sigma_g = 2.15 \mu\text{s}$, $\bar{t}_{\text{se}} = 10.21 \mu\text{s}$, while the weights of distributions are fixed and chosen to be $a_G = 0.78$ and $a_E = 1 - a_G = 0.22$,

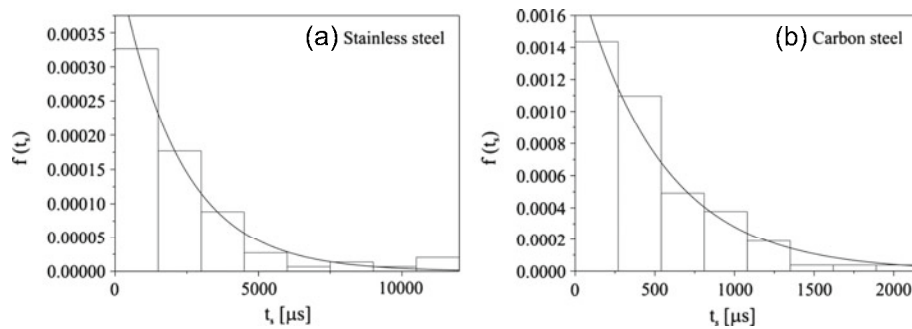


Fig. 7. Probability density functions for relaxation time $\tau = 50$ ms for (a) sample with stainless steel electrodes and (b) sample with carbon steel electrodes.

respectively. From the equation (11) the effective electron yield is estimated to be $Y_{\text{eff}} = 8.27 \times 10^5$ 1/s. The use of mixed Gauss-exponential distribution implies the existence of two dominant processes responsible for the breakdown initiation. Since two analyzed samples differ only in cathode material, one subpopulation of electrons therefore must originate from the surface and, as in the case of shorter relaxation times, can be explained by desorption of surface charges and enlarged surface area. The second subpopulation must originate from the secondary electron emission by residual gas phase ions, as in the case of the first sample with the stainless steel electrodes. For this relaxation time the density of surface charges is lower due to their decay from the surface. This leads to lower electron yield with lower magnitude, comparable to the one of the second subpopulation, thus to the appearance of the mixture distribution. Of course, there are numerous processes happening during the initiation of the discharge, but the mentioned ones are most dominant, with the highest probability for the production of the initiating electrons.

Finally, for the relaxation time $\tau = 50$ ms, only the exponential distributions are found in both samples (Fig. 7). This indicates that surface initiating mechanism is depleted and all electrons have desorbed from surface. All initiating electrons originate from the secondary electron emission caused by residual gas particles (ions or neutral active states). In both cases, exponential distributions are applied and parameters are determined, for the first sample $\bar{t}_s = 2144.39$ μs and for the second one $\bar{t}_s = 520.82$ μs . This gives for the first sample effective electron yield $Y_{\text{eff}} = 466.33$ 1/s and for the second one $Y_{\text{eff}} = 1920.05$ 1/s. It should be noticed that there is a difference in mean breakdown time delay, as well as in effective electron yields due to the higher emissivity of the oxidized cathode in the second sample.

4 Conclusion

In this paper the mixture distribution for statistical time delay is presented accompanied by the physical explanation of their occurrence in electrical breakdown in synthetic air. The introduction of the mixture distribution is based on existence of more than one subpopulations

of initiating electrons. It is proposed that the mixture of Gaussian and exponential distributions can correctly describe statistical time delay, due to the fact that these distributions are physically based and derived from the binomial distribution of electron occurrence. The mixture distribution is generalized to more than two components and further the relation for effective electron yield is derived starting from the estimated parameters of the distribution.

The statistical time delay distributions obtained in air at low pressure in two samples with different electrode materials at various relaxation times are analyzed by different methods. It was found that different electrode material and relaxation times significantly affect the distributions of statistical time delay. The mixture distributions were found in the case of the sample with the oxidized carbon steel electrodes and exponential ones in the case of the sample with the stainless steel electrodes at the same relaxation time. The oxidized surface of the cathode leads to the occurrence of the mixture distributions due to the surface charges. At shorter relaxation times due to combined effects of the surface charges and larger effective area, the effective electron yield is so high that the secondary electron emission caused by residual ions in the gas phase is negligible, leading to the occurrence of the Gaussian distribution for the statistical time delay. For longer relaxation times, the surface charges decay and the secondary electron emission caused by gas phase ions becomes of the same order of magnitude, leading to occurrence of mixture distributions. When the surface mechanism is depleted, only exponential distributions of statistical time delay occurs caused by the secondary electron emission only. Thus, the mixture distributions occur when more than one subpopulation of initiating electrons exists, produced by two or more mechanisms of the same order of magnitude with overlapping time ranges (e.g., when dominant mechanism depletes and becomes of the same order as some other weaker mechanisms).

The authors are grateful to the Ministry of Education, Science and Technological development of the Republic of Serbia for the financial support (projects 171025 and 174007). Also, we wish to thank M. Miljković for SEM and EDX measurements and B. Vasić and R. Gajić for AFM measurements.

References

1. C.G. Morgan, in *Electrical Breakdown of Gases*, edited by J.M. Meek, J.D. Craggs (John Wiley & Sons, Chichester, 1978)
2. V.Lj. Marković, A.P. Jovanović, S.N. Stamenković, B.Č. Popović, *Europhys. Lett.* **100**, 45002 (2012)
3. S.N. Stamenković, S.R. Gocić, V.Lj. Marković, A.P. Jovanović, *J. Appl. Phys.* **110**, 103304 (2011)
4. A. Sobota, M.F. Gendre, F. Manders, E.M. van Veldhuizen, M. Haverlag, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **44**, 155205 (2011)
5. V. Kudrle, E. LeDuc, M. Fitaire, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **32**, 2049 (1999)
6. V.Lj. Marković, S.R. Gocić, S.N. Stamenković, Z.Lj. Petrović, *Eur. Phys. J. Appl. Phys.* **30**, 51 (2005)
7. V.Lj. Marković, Z.Lj. Petrović, M.M. Pejović, *J. Chem. Phys.* **100**, 8514 (1994)
8. V.Lj. Marković, Z.Lj. Petrović, M.M. Pejović, *Plasma Sources Sci. Technol.* **6**, 240 (1997)
9. Z.Lj. Petrović, V.Lj. Marković, M.M. Pejović, S.R. Gocić, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **34**, 1756 (2001)
10. K. Zuber, *Ann. Phys.* **76**, 231 (1925)
11. M. von Laue, *Ann. Phys.* **76**, 721 (1925)
12. J.V. Kiselev, in *Proc. 7th Int. Conf. Phenomena in Ionized Gases*, edited by D. Tošić (Beograd: Gradjevinska knjiga, Belgrade, Yugoslavia, 1965), p. 838 [in Russian]
13. F.L. Jones, *Proc. Phys. Soc. B* **62**, 366 (1949)
14. P. Choi, H. Chuaqui, M. Favre, V. Colas, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **23**, 221 (1995)
15. Yu.A. Astrov, N.A. Shuval-Sergeev, E.V. Beregin, A.N. Lodygin, L.M. Portsel, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **41**, 135502 (2008)
16. V.Lj. Marković, S.R. Gocić, S.N. Stamenković, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **39**, 3317 (2006)
17. V.Lj. Marković, S.R. Gocić, S.N. Stamenković, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **42**, 015207 (2009)
18. P. Osmokrović, M. Vujisić, K. Stanković, A. Vasić, B. Lončar, *Plasma Sources Sci. Technol.* **16**, 643 (2007)
19. H.E. Porteanu, S. Kühn, R. Gesche, *Contrib. Plasma Phys.* **49**, 21 (2009)
20. D. Dorozhkina, V. Semenov, T. Olsson, D. Anderson, U. Jordan, J. Puech, L. Lapiere, M. Lisak, *Phys. Plasmas* **13**, 013506 (2006)
21. D.M. Titterton, A.F.M. Smith, U.E. Makov, *Statistical Analysis of Finite Mixture Distributions* (John Wiley & Sons, Chichester, 1985)
22. P. Fonte, R. Ferreira-Marques, V. Peskov, A. Policarpo, *Nucl. Instr. Meth. A* **433**, 513 (1999)
23. V.Lj. Marković, M.M. Pejović, Z.Lj. Petrović, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **27**, 979 (1994)
24. N. Johnson, S. Kotz, N. Balakrishnan, *Continuous Univariate Distributions Volume 2, Second Edition* (John Wiley & Sons, Inc., New York, 1995)
25. R. Marić, K. Stanković, M. Vujisić, P. Osmokrović, *Vacuum* **84**, 1291 (2010)
26. R.A. Schlitz, K.H. Yoon, L.A. Fredin, Y. Ha, M.A. Ratner, T.J. Marks, L.J. Lauhon, *J. Phys. Chem. Lett.* **1**, 3292 (2010)
27. C. Lu, R. Danzer, F.D. Fischer, *Phys. Rev. E* **65**, 067102 (2005)
28. S. Wu, L. Cheng, N. Dong, *J. Mater. Eng. Perform.* **15**, 712 (2006)
29. M. R'Mili, N. Godin, J. Lemon, *Phys. Rev. E* **85**, 051106 (2012)
30. M. Acheson, E.M. McElwee, *The Sylvania Technologist* **4**, 38 (1951)
31. W. Mendenhall, R. Hader, *Biometrika* **45**, 504 (1958)
32. S.N. Stamenković, V.Lj. Marković, S.R. Gocić, A.P. Jovanović, *Vacuum* **89**, 62 (2013)
33. V.Lj. Marković, S.R. Gocić, M.K. Radović, *Eur. Phys. J. Appl. Phys.* **6**, 303 (1999)
34. R. Hogg, A. Craig, *Introduction to Mathematical Statistics, Fifth edition* (Higher education press, Beijing, 2004)
35. A. Kolmogorov, *G. Ist. Ital. Attuari.* **4**, 83 (1933)
36. N. Smirnov, *Ann. Math. Stat.* **19**, 279 (1948)
37. K. Berkhan, G. Bohm, H. Kolanoski, A. Schreiner, U. Schwanke, V. Souvorov, C. Stegmann, U. Uwer, M. Walter, *Nucl. Instr. Meth. A* **515**, 185 (2003)
38. D. Lide, *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, 90th edn. (CRC Press, Boca Raton, FL, 2009)



Прилог 1.

ИЗЈАВА О АУТОРСТВУ

Изјављујем да је докторска дисертација, под насловом

Električni proboji u vazduhu: novi eksperimenti i statistički i numerički modeli

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација, ни у целини, ни у деловима, није била предложена за добијање било које дипломе, према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права, нити злоупотребио/ла интелектуалну својину других лица.

У Нишу, 06.10.2014

Аутор дисертације:
Aleksandar Jovanović

Потпис докторанда:

Јовановић Александар



Прилог 2.

**ИЗЈАВА О ИСТОВЕТНОСТИ ШТАМПАНЕ И ЕЛЕКТРОНСКЕ ВЕРЗИЈЕ ДОКТОРСКЕ
ДИСЕРТАЦИЈЕ**

Име и презиме аутора:

Aleksandar Jovanović

Студијски програм:

fizika

Наслов рада:

Električni proboji u vazduhu: novi eksperimenti i statistički i numerički modeli

Ментор:

dr Vidosav Marković

Изјављујем да је штампана верзија моје докторске дисертације истоветна електронској верзији, коју сам предао/ла за уношење у **Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци, који су у вези са добијањем академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада, и то у каталогу Библиотеке, Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Нишу, као и у публикацијама Универзитета у Нишу.

У Нишу, 06.10.2014

Аутор дисертације:

Aleksandar Jovanović

Потпис докторанда:

Јовановић Александар



Прилог 3.

ИЗЈАВА О КОРИШЋЕЊУ

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Никола Тесла“ да, у Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу, унесе моју докторску дисертацију, под насловом:

Električni proboji u vazduhu: novi eksperimenti i statistički i numerički modeli

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату, погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију, унету у Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу, могу користити сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons), за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство
2. Ауторство – некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да подвучете само једну од шест понуђених лиценци; кратак опис лиценци је у наставку текста).

У Нишу, 06.10.2014

Аутор дисертације:
Aleksandar Jovanović

Потпис докторанда:

Јовановић Александар