



УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ



ФАКУЛТЕТ ИНЖЕЊЕРСКИХ НАУКА

Мр Радун Вуловић

**КОМПЈУТЕРСКО МОДЕЛИРАЊЕ И СИМУЛАЦИЈА
БИОМЕХАНИЧКИХ КАРАКТЕРИСТИКА КОД СПОРТИСТА**

– докторска дисертација –

Крагујевац, 2015.

ИДЕНТИФИКАЦИОНА СТРАНИЦА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

I. Аутор	
Име и презиме	Радун Вуловић
Датум и место рођења	07. 09. 1972, Крагујевац
Садашње запослење	Истраживачко-развојни центар за биоинжењеринг - БиоИРЦ, Крагујевац
II. Докторска дисертација	
Наслов	Компјутерско моделирање и симулација биомеханичких карактеристика код спортиста
Број страница	121
Број слика	47
Број библиографских података	141
Установа и место где је рад израђен	Факултет инжењерских наука, Крагујевац
Научна област (УДК, бројчано)	796.012.3:577.3]:004.925.8
Научна област (УДК, текст)	Биомеханика и Информатика
Ментор	Др Ненад Филиповић, редовни професор, Факултет инжењерских наука, Универзитет у Крагујевцу
III. Оцена и одбрана	
Датум пријаве теме	11. 12. 2009. год.
Број одлуке и датум прихватања докторске дисертације	01-1/321-17, 17. 02. 2011. год.
Комисија за оцену подобности теме и кандидата: Универзитет у Крагујевцу: Др Радован Славковић, редовни професор, Факултет инжењерских наука Др Ненад Филиповић, редовни професор – ментор, Факултет инжењерских наука Универзитет у Београду: Др Вељко Милутиновић, редовни професор, Електротехнички факултет	
Комисија за оцену и одбрану докторске дисертације: Универзитет у Крагујевцу: Др Радован Славковић, редовни професор, Факултет инжењерских наука Др Александар Пеулић, ванредни професор, Факултет инжењерских наука Др Бранко Ристић, ванредни професор, Факултет медицинских наука Др Ненад Филиповић, редовни професор – ментор, Факултет инжењерских наука Универзитет у Београду: Др Душко Илић, редовни професор, Факултет спорта и физичког образовања	
Датум одбране дисертације	

Предговор

Будући да и сам назив научне области из наслова дисертације асоцира на мултидисциплинарност, друго се није ни могло очекивати до да до њеног реализовања дође уз моју интензивну сарадњу са колегама различитих струка и академских звања. Овом приликом ћу поименце истаћи само неке од њих, који су ми својим личним ангажовањем и/или саветима помогли да истраживања и презентацију резултата успешно приведем крају.

Најпре се захваљујем ментору др Ненаду Филиповићу, редовном професору Факултета инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу. Иако наше познанство датира још од првих студентских дана, прошла је деценија и по пре него што смо уопште почели да сарађујемо на професионалном нивоу. Прецизније, та сарадња је почела двехиљадесетде године и уз безначајне временске прекиде, траје до данашњих дана. Њен резултат је и менторство над овом дисертацијом. Мотив за дефинисање теме, јавио се практично на самом почетку наше сарадње, отприлике у време када је исказана потреба за оснивањем центра за анализу биомеханике локомоторног система у Клиничко-болничком центру у Крагујевцу. Убрзо смо схватили да нема озбиљнијих препрека да те анализе не проширимо и на сложеније кинематичко-динамичке анализе кретања спортиста, будући да је опсег њихових покрета далеко већи него код пацијената. За мене је додатни мотив био и тај, што за биомеханичку анализу кретања нисмо поседовали никаква готова софтверска решења, па сам радо прихватио да будем њихов креатор. Истичем да нека веома интересантна и у техничком смислу заокружена решења, због концепцијског приступа нису нашла места у дисертацији.

Уважавање и захвалност исказујем и директору Истраживачко-развојног центра за биоинжењеринг, академику Милошу Којићу. Његово ангажовање и углед, омогућили су и мојим колегама, и мени, добре услове за квалитетан и успешан научно-истраживачки рад.

У свакој прилици, са посебним пиететом истичем веома коректну и успешну сарадњу са колегама др Душком Илићем, редовним професором Факултета спорта и физичког васпитања Универзитета у Београду и његовим асистентом, др Владимиром Мрдаковићем. Њихова стручност, професионални резултати и педантност у раду, увек су били гарант плодне сарадње, због чега сам се и сам веома трудио да не изневерим њихова очекивања.

Својим искуством и саветима, много пута су ми помогли и др Александар Пеулић, ванредни професор Факултета инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу, и др Бранко Ристић, ванредни професор Медицинског факултета Универзитета у Крагујевцу. Захваљујем се и свим колегама из БиоИРЦ-а на колегијалности и пријатној радној атмосфери а посебно др Велибору Исаиловићу, Далибору Николићу и Игору Савељићу.

Највише се захваљујем својој породици, на разумевању и подршци за мој рад.

у Крагујевцу, 2015. год.

Радун Вуловић

Резиме

Истраживања и резултати приказани у овој дисертацији, јесу плод намере да се област из њеног наслова – биомеханика код спортиста, покрије у што ширем смислу, дакле кроз истраживања која готово да се могу посматрати као међусобно независне целине: биомеханика скокова, анализа кретања играча на спортским утакмицама и нова метода за дијагностику и оцену успешности лечења предњег укрштеног лигамента, иначе веома честе спортске повреде. Изузев спортског карактера, оно што повезује ове наизглед слабо повезане области, такође је садржано у наслову дисертације. Реч је о компјутерском моделирању и симулацијама.

Прве три главе су посвећене биомеханици скокова. Развијен је нови софтвер за прорачун биомеханичких варијабли испитаника који су изводили скокове. У првој глави је у анатомско-функционалном смислу описан локомоторни систем доњих екстремитета, а затим су укратко описане неке од стандардних експерименталних и прорачунских метода за анализу кретања. У другој глави је анализиран утицај неколицине фактора који утичу на биомеханику скокова а о којима до сада у литератури или уопште нема, или пак има веома мало података. Поред анализе утицаја фреквенције извођења поскока на биомеханичке карактеристике испитаника, паралелно је анализиран и утицај висине претходно изведеног поскока на биомеханику поскока који следи а што чини новину у истраживачком смислу. Резултати су показали да висина претходно изведеног поскока, има утицаја на максималну висину наредног поскока и да се то највише огледа кроз повећано ангажовање скочног зглоба на вишим фреквенцијама (2.2 Hz), односно кроз повећано ангажовање зглоба колена на оптималној (природној) фреквенцији (~1.43 и ~1.81 Hz за кретне задатке МХ и Р₃МХ, респективно). Истовремено, није запажен статистички значајан утицај висине претходног поскока на вертикалну крутост система. У трећој глави је анализиран утицај висине одраза на биомеханичке варијабле испитаника који изводи субмаксималне скокове са амортизационом припремом (СМЈ), као и заједнички утицај висине платформе и висине одраза на биомеханичке варијабле испитаника који изводи субмаксималне доскок-одскок (DJ) скокове. Резултати су показали да при извођењу DJ скокова, висина платформе, али не и висина одраза, има значајан утицај на преактивацију мишићно-тетивног комплекса доњих екстремитета и да преактивација расте са повећањем висине платформе. Установљено је и да повећање висине платформе повећава ниво мишићне активације у раној фази контакта са подлогом а да у каснијим фазама контакта, на мишићну активацију утиче висина одраза. Запажено је и то да ће се вертикална крутост повећавати са повећањем висине платформе а смањивати са повећањем висине одраза. Када је реч о механици зглобова, резултати анализе су показали да и код DJ, и код СМЈ скокова, висина одраза утиче на зглоб колена и кука али не и на скочни зглоб. Утицај на зглобове кука и колена се огледа у повећању флексије ових зглобова са повећањем висине одраза, као и у значајном повећању момента у зглобу кука.

Четврта и пета глава су посвећене примени дигиталне обраде слике на проблеме детекције играча и бележења њихове трајекторије на видео снимцима фудбалских утакмица. У четвртој глави се разматрају неки од основних алгоритама дигиталне обраде слике који представљају основ за развој сложенијих алгоритама описаних у наредној глави. У петој глави је најпре, детаљније него у литератури, описан *Mean Shift* алгоритам а затим и његова побољшана верзија *Corrected Mean Shift*. Описани алгоритми су искоришћени за развој новог софтвера за праћење кретања играча на фудбалским утакмицама. Применљивост алгоритма и софтвера су демонстрирани на тест примеру једног сегмента реалне фудбалске утакмице. Трајекторије играча су исправно забележене без икаквих додатних корекција.

Нова клиничка метода за неинвазивно и прецизно одређивање степена повреде ACL-а је описана у шестој глави. Помоћу система IC камера, бележи се релативна translација тибије у односу на фемур повређеног колена. Та померања представљају улазне податке за компјутерско симулирање напрезања у анатомским структурама колена: фемур, тибија, картлици и менискуси. Метода која се користи за нумеричку анализу јесте метод коначних елемената. Квалитет методе се огледа и у томе што се геометрија поменутих анатомских структура дефинише анализом MRI снимака колена сваког пацијента понаособ. Расподеле напона омогућавају лекарима потпун увид у карактер и степен оштећења меких структура колена узрокованих повредом ACL-а и самим тим им појашњавају клиничку слику и олакшавају доношење одлука у вези избора методе хируршке интервенције. Употребљивост методе је потврђена и у клиничкој паракси.

Abstract

Research and results presented in this thesis are the yield of intent to cover in a broader sense an area contained in its title –biomechanics in athletes. This was done through research that hardly can be regarded as mutually independent units: biomechanics of jumps, analysis of player movement in sports matches and a new method for the diagnosis and evaluation of the treatment of anterior cruciate ligament – one of the very common sports injuries. Except sporting character, the thing that connects these seemingly poorly connected areas has also been contained in the title of the dissertation. It is about computer modeling and simulations.

The first three chapters were devoted to the biomechanics of jumps. A brand new software for calculating participant's biomechanical variables during jumps has been developed. The first chapter consists of anatomically-functional description of the lower extremities locomotor system following brief description of some standard experimental and analytical methods for the gait analysis. The second chapter analyzes the influence of several factors that affect the biomechanics of jumps as there were no or very little data in the literature. In addition to the analysis of the hopping frequency influence on the biomechanical characteristics of the participants, the influence of the hop height of previous jump was analyzed in parallel and that makes novelty in research terms. The results showed that the hop height of the previous jump had influenced the maximum height of the very next jump through increased activity of the ankle joint at higher frequencies (2.2 Hz) and increased activity of the knee joint at the optimal (natural) frequency (~ 1.43 and ~ 1.81 Hz for MX and P3MX movement tasks, respectively). At the same time, there was no statistically significant influence of the height of the previous hop to the vertical stiffness of the system. The third chapter analyzes the influence of the take-off height on the biomechanical variables of participants who performed counter movement jumps (CMJ), and the combined effect of the platform and take-off height on the biomechanical variables of participants who performed submaximal drop jumps (DJ). The results showed that when performing DJ jumps, the height of the platform, but not the take-off height, have had a significant impact on preactivation of the lower extremity muscle-tendon complex and that preactivation increases with the increase of the height of the platform. It was also found that the increase of the platform height also increases the level of muscle activation in the early stage of the ground contact and that in later stages of ground contact the muscle activation was affected by the take-off height. It has also been noted that the vertical stiffness will increase with raising of the platform height and that it will decrease with increasing of the take-off height. When it comes to the mechanics of joints, the results showed that with DJ and CMJ jumps, take-off height affects only the knee and hip joints excluding the ankle joint. The influence on the hip and knee joints is reflected in their increased flexion in parallel with increase of the take-off height and in significant increase of the hip joint torque as well.

The fourth and fifth chapters are devoted to the application of digital image processing to problems of player detection and recording their trajectories in video footage of football matches.

The fourth chapter discusses some of the basic digital image processing algorithms which were used for the development of complex algorithms described in the next section. In the fifth chapter, in more detail than in the literature, Mean Shift algorithm was described and then its improved version named Corrected Mean Shift. The described algorithms were used for the development of a brand new software for tracking players movement at football matches. The applicability of algorithm and software have been demonstrated in a test case of a segment of real football matches. Trajectories of players were properly recorded without any additional corrections.

A new clinical method for non-invasive and accurate determination of the degree of ACL injury has been described in chapter six. Relative translation of tibia over femur of the injured knee was recorded using the system of infrared cameras. Obtained displacements were used as the input data for computer simulation of stress in the knee anatomical structures: femur, tibia, cartilage and menisci. Finite elements method was used for the numerical analysis. Additional quality of the proposed clinical method lies in the fact that the geometry of the aforementioned anatomical structures were defined for specific patient by analyzing MRI images of its knee joint. Calculated stress distribution allow medical doctors a comprehensive insight into the nature and extent of damage of the knee soft structures that were caused by the ACL injury. Consequently, they explain the clinical picture in more detail and facilitate decision making regarding the selection of methods of surgical intervention. Usefulness of the method have been confirmed in clinical praxis.

Садржај

Предговор	iii
Резиме	iv
Листа скраћеница	xi
1 Функционална анатомија доњих екстремитета и биомеханички принципи скокова из места	1
1.1 Функционална анатомија доњих екстремитета	2
1.1.1 Зглоб кука (лат. articulatio coxae)	2
1.1.1а Геометрија зглоба кука	3
1.1.1б Мишићи зглоба кука	4
1.1.1в Покретљивост зглоба кука	4
1.1.2 Зглоб колена (лат. articulatio genus)	4
1.1.2а Геометрија зглоба колена	6
1.1.2б Мишићи зглоба колена и његова стабилност	7
1.1.2в Покретљивост зглоба колена	8
1.1.3 Сочни зглоб (лат. articulatio talocruralis)	9
1.1.3а Геометрија сочног зглоба	10
1.1.3б Мишићи сочног зглоба и његова стабилност	10
1.1.3в Покретљивост сочног зглоба	10
1.2 Биомеханички модели локомоторног система	11
1.2.1 Једначине кретања	11
1.2.1а Директна динамика	11
1.2.1б Инверзна динамика	13
1.2.1в Поређење метода директне и инверзне динамике	14
1.2.2 Моделирање вертикалног суножног скока из места применом методе инверзне динамике	15
1.2.3 Остали параметри динамичке анализе верикалних суножних скокова	16
1.2.3а Крутост локомоторног система	17
1.2.3б Брзина и висина одраза	20
2 Биомеханички принципи извођења поскака - утицај фреквенције и интензитета извођења на крутост ногу	21
2.1 Фактори који утичу на промену крутости ногу	22
2.1.1 Време трајања контакта са подлогом	23
2.1.2 Висина одраза претходно изведеног поскака	23
2.2 Експериментална поставка	23
2.2.1 Узорак испитаника	23
2.2.2 Протокол експеримента	24
2.2.3 Биомеханичке варијабле вертикалних поскака	25
2.2.4 Апаратура коришћена за аквизицију експерименталних података	25
2.2.5 Статистичка анализа	25
2.3 Резултати биомеханичке анализе поскака	25
2.4 Дискусија	28

3 Биомеханички принципи извођења вертикалних суножних скокова	31
3.1 Доскок-одскок – вертикални суножни скок након доскока са издигнуте платформе (DJ)	32
3.2 Вертикални суножни скок из усправног става са амортизационом припремом (CMJ)	35
3.3 Вертикални суножни скок из почучња без амортизационе припреме (SJ)	37
3.3.1 Разлике у висинама одраза при извођењу CMJ и SJ скокова	38
3.4 Неуромишићна контрола вертикалних суножних скокова	39
3.5 Експериментална поставка	41
3.5.1 Узорак испитаника	41
3.5.2 Протокол експеримента E1	42
3.5.3 Протокол експеримента E2	44
3.5.4 Биомеханичке варијабле вертикалних скокова	44
3.5.4а Електромиографске варијабле	44
3.5.4б Кинематичке и динамичке варијабле	46
3.5.4в Софтвер за кинематичко-динамичку анализу експерименталних података	47
3.5.4г Апаратура коришћена за аквизицију експерименталних података	49
3.5.4д Статистичка анализа	49
3.6 Резултати утицаја промене висине платформе и/или висине одраза на биомеханичке варијабле DJ скокова	50
3.6.1 Електромиографске варијабле	50
3.6.2 Прираштаји мишићних активација	52
3.6.3 Кинематичко-динамичке варијабле	53
3.7 Утицај промене висине одраза на биомеханичке варијабле CMJ скокова	55
3.7.1 Електромиографске варијабле	55
3.7.2 Кинематичко-динамичке варијабле	56
3.8 Дискусија и закључак	56
4 Детекција и праћење кретања објеката на видео снимцима	60
4.1 Детекција објеката путем сегментације	60
4.1.1 Неконтекстуалне методе сегментације: трешхолдинг (thresholding)	61
4.1.1а Трешхолдинг сиво-нијансиране слике	61
4.1.1б Трешхолдинг слика у боји	63
4.1.2 Контекстуалне методе сегментације	64
4.1.2а Међусобна геометријска повезаност пиксела	65
4.1.2б Сегментација означавањем региона	66
4.2 Праћење објеката на видео снимцима	67
4.3 Mean-shift алгоритам	68
5 Примењени алгоритми и софтвер за праћење кретања објеката на видео снимцима	69
5.1 Варијанте mean-shift алгоритма	70
5.2 Метод „референтни модел“-„модел кандидата“	71
5.2.1 Референтни модел	71
5.2.2 Модел кандидата	71
5.2.3 Функција сличности	72
5.2.4 Побољшање референтног модела	72
5.2.5 Побољшање модела кандидата	73
5.2.6 Дефинисање функције сличности	73
5.2.7 Одређивање mean-shift вектора	75
5.2.8 Mean-shift алгоритам	76
5.2.9 Избор профила кернела	77

5.3 Унапређење mean-shift алгоритма за праћење објекта, путем смањења утицаја позадине на формирање његовог модела	78
5.3.1 Тежински хистограм позадине (BWH) и одговарајуће трансформације модела	79
5.3.2 Кориговани тежински хистограм позадине модела (CBWH)	79
5.3.3 Ажурирање позадине референтног модела	82
5.4 Експериментални резултати	82
5.4.1 Селекције играча	83
5.4.2 Функције сличности модела играча	84
5.4.3 Тежински коефицијенти – пример	85
5.4.4 Тачност локализације објекта	85
5.4.5 Број итерација потребних за конвергенцију	87
5.5 Израчунавање реалних координата положаја играча	88
5.5.1 Мапирање пројекција	88
5.5.1а Мапирање између два четвороугла	88
5.5.1б Мапирање између два четвороугла употребом јединичног квадрата	89
5.5.2 Реалне координате играча на фудбалском терену	90
5.6 Кинематске способности играча	91
6 Компјутерске симулације у биомеханици - биомеханичка анализа стања анатомских структура колена после реконструкције предњег укрштеног лигамента	92
6.1 Сврха и опис предложене методе	93
6.2 Веза са претходним истраживањима	94
6.3 Испитаници и метода узорковања	95
6.4 Протокол теста	96
6.5 Прикупљање података	97
6.5.1 Кинематичке варијабле	97
6.5.2 Подаци прикупљени MRI скенирањем	97
6.6 Апаратура коришћена за аквизицију експерименталних података	97
6.7 Методологија	98
6.7.1 Прорачун дислокације тибије током хода пацијента	98
6.7.2 Материјалне карактеристике анатомских структура колена	99
6.7.3 Формулација коначних елемената за случај струјања флуида кроз порозне средине (картиц и менискус) у зглобу колена	100
6.8 Резултати примене предложене методе	101
6.8.1 Резултати кинематске анализе дислокације тибије током хода пацијента	101
6.8.2 Резултати динамичке анализе анатомских структура колена током хода пацијента (резултати компјутерског моделирања)	104
6.9 Значај предложене методе и њена ограничења	107
A Модел коначних елемената којим се описује кретање флуида кроз порозне средине	108
Закључак	112
Литература	114

Листа скраћеница

EMG	Electromyography (електромиографија)
SD	Standard Deviation (стандардна девијација)
ANOVA	Analysis Of Variance (анализа варијансе)
DJ	Drop Jump (доскок-одскок – вертикални суножни скок након доскока са издигнуте платформе)
CMJ	Countermovement Jump (вертикални суножни скок из усправног става са амортизационом припремом)
SJ	Squat Jump (вертикални суножни скок из почучња без амортизационе припреме)
CM	Center of Mass (центар масе)
RMS	Root Mean Square (квадратна средина)
rmsEMG	Root Mean Square of Muscle Activation (средњи интензитет мишићне активације)
GlutM	Gluteus Maximus (седални мишић)
RF	Rectus Femoris (један од четири мишића квадрицепса)
BF	Biceps Femoris (двоглави бутни мишић)
VL	Vastus Lateralis (један од четири мишића квадрицепса)
TA	Tibialis Anterior (предњи мишић голењаче)
GastM	Gastrocnemius Medialis (унутрашњи трбушasti мишић листа)
Sol	Soleus (широки листолики мишић)
OCR	optical character recognition (оптичко препознавање знакова)
1D	one-dimensional (једнодимензионални)
2D	two-dimensional (двoдимензионални)
3D	three-dimensional (трoдимензионални)
UV	UV color space (UV модел боја)
YUV	YUV color space (YUV модел боја)
RGB	Red-Green-Blue color model (RGB модел боја)
CAMShift	Continuously Adaptive Mean Shift (mean-shift алгоритам са континуалним прилагођавањем модела)
BWH	Background-Weighted Histogram (тежински хистограм позадине модела)
CBWH	Corrected Background-Weighted Histogram (кориговани тежински хистограм позадине модела)
ACL	Anterior Cruciate Ligament (предњи укрштени лигамент)
CT	Computed Tomography (компјутеризована томографија)
MRI	Magnetic Resonance Imaging (магнетна резонантна томографија)
FEM	Finite Element Method (метод коначних елемената)
IR	Infrared (инфрацрвен)
ELF	Epicondylus Lateralis Femoris (латерални епикондил фемура)
TT	Tuberositas Tibiae (туберозитис тибије)

1

Функционална анатомија доњих екстремитета и биомеханички принципи скокова из места

Предмет биомеханичке анализе кретања, јесте опсервација активности локомоторног система, ради идентификовања одговарајућег биомеханичког модела којим то кретање може бити представљено. Због веома велике сложености биолошких система, анализе њихових кретања и утицаја спољашњих сила којима су изложени, најчешће бивају исказане кроз квантификоване резултате биомеханичких анализа модела, допуњене квалитативним описима стања локомоторног апарата. Параметри које обично садржи једна биомеханичка анализа јесу: правац и брзина кретања, промена положаја центра масе, геометрија удова у карактеристичним тренуцима, моменти и силе у зглобовима, утроен рад, развијена снага, стабилност кретања, неуромеханичка анализа координације покрета, ефикасност потрошње енергије, мере за превенцију повреда и тсл. Према томе, да би анализа кретања живог организма била потпуна, неопходно је да садржи: кинематичку, динамичку и анализу функционалне анатомије екстремитета (слика 1.1). Научна дисциплина која се бави функционалном анатомијом екстремитета који учествују у кретању, назива се *кинезиологија* (слика 1.1). Раније је била позната и под називом *кинетика човека*. Кинезиологија обухвата четири подручја рада: 1) кинезиолошку рекреацију, 2) кинезитерапију, 3) кинезиолошко образовање и 4) спорт. Овде посебно треба нагласити да кинезиологија као научна дисциплина, нема никакве везе са тзв. „примењеном кинезиологијом“, која није ништа друго до медицински непризната техника постављања дијагнозе код пацијената.



Слика 1.1 Саставни делови биомеханичке анализе кретања: кинематичка, динамичка и анатомски-функционална.

У тексту који следи, посебна пажња ће бити посвећена функционалној анатомији доњих екстремитета, одређивању положаја центра масе тела током кретања и динамичкој анализи неколико карактеристичних скокова из места, који се могу сматрати битним за оцену физичке способности и припремљености спортиста.

1.1 Функционална анатомија доњих екстремитета

Под *функционалном анатомијом* се подразумева допринос којим поједине анатомске регије учествују у извођењу њихове природом одређене функције, као и њихов допринос кретању живог организма као целине. Њихово учешће се огледа у кинематичком и динамичком (син. *кинетичком*) смислу.

Доњи екстремитети су изложени цикличним оптерећењима на месту контакта стопала са подлогом. Поред тога, они носе цео труп, горње екстремитете и главу. Будући да су труп и доњи екстремитети међусобно повезани преко карлице (лат., енгл. *pelvis*), померање трупа утиче на померање доњих екстремитета и обрнуто, а све у циљу одржавања равнотеже при кретању. Према томе, анализа функционалности неког зглоба доњих екстремитета, не може се извести фокусирањем само на анализу активности тог зглоба, већ се мора узети у обзир и узрочно-последична веза активности система труп-карлица-доњи екстремитети.

За кинематичко-динамичку анализу кретања, најважнији делови доњих екстремитета јесу зглобови, у првом реду: кук (лат. *coxa*; енгл. *hip joint*), колена (лат. *articulatio genus*; лат. *knee joint*), скочни зглоб (син. горњи скочни зглоб; лат. *articulatio talocruralis*; енгл. *ankle joint*) и субталарни зглоб (син. доњи скочни зглоб; лат. *articulatio subtalaris* или *articulatio talocalcanea*; енгл. *subtalar joint*). Некада се у биомеханичким анализама кретања, субталарни зглоб занемарује због његове физичке близине са скочним зглобом, па се уместо њега, у разматрање узима само физичка активност скочног зглоба.

У овом поглављу, пажња ће бити поклоњена само геометријским карактеристикама зглобова и одговарајућим мишићима покретачима, док ће хрскавичасте структуре зглоба колена бити предмет анализе тек у шестој глави.

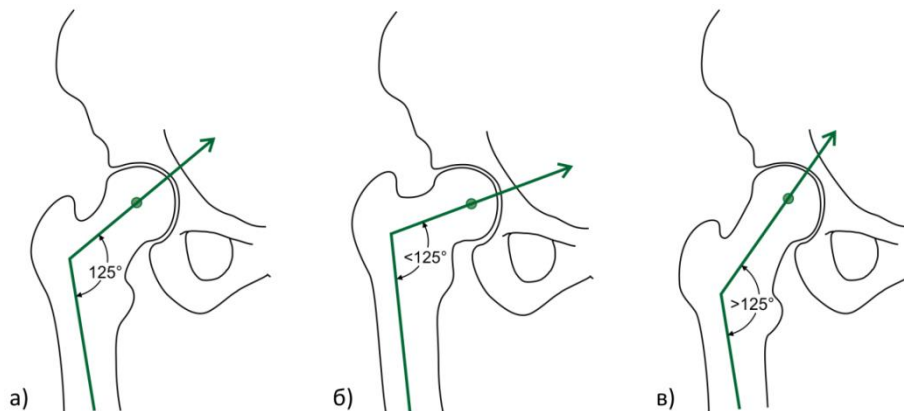
1.1.1 Зглоб кука (лат. *articulatio coxae*)

Карлични појас, укључујући и зглоб кука, има две основне функције: а) да носи труп и б) да омогући потребну покретљивост доњих екстремитета. За њега се везује укупно 28 мишића, што трупних, што бутних. Ниједан од тих мишића не делује само на карлицу, већ истовремено делује и на труп, или на бутину. Овим мишићима се карлични појас, слично раменом појасу, доводи у положај који је потребан и повољан за активност доњих екстремитета. Вреди истаћи и то да се карлице мушкараца и жена знатно анатомски разликују, али да је то у анализама кретања у овој дисертацији занемарено, јер ни у једној од њих, циљ није био везан за утврђивање биомеханичких разлика између два пола.

Кук је зглоб који бутну кост (срп. *фемур*; лат. *femoris*; енгл. *thigh*), тј. њену главу (лат. *caput femoris*), повезује са ацетабулумом карличне кости којем је додата хрскавичаста творевина која га продубљује (лат. *labrum acetabulare*). Има јаку коштану структуру и мало је усмерен према напред. Геометријски је таквог облика да дозвољава већу покретљивост бутне кости унапред, него уназад. Покрети у куку су практично исти као у зглобу рамена, само су мањег обима.

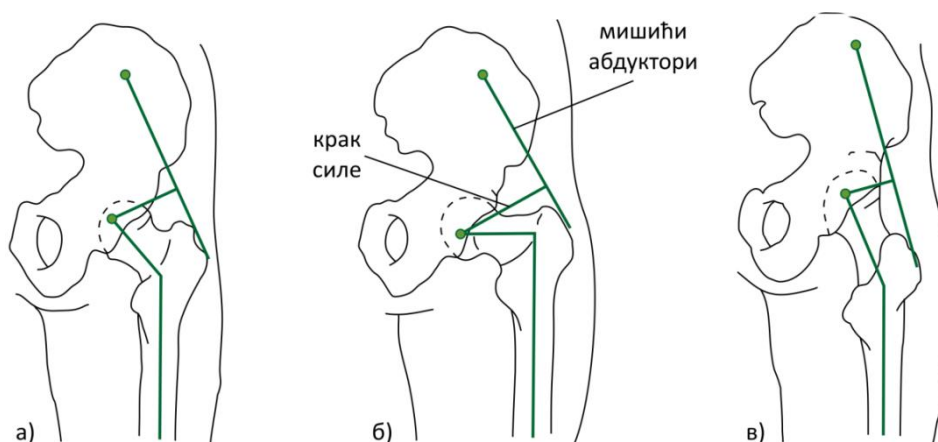
1.1.1а Геометрија зглоба кука

На слици 1.2 је приказана геометрија кука у фронталној равни. Угао од 125° између лонгитудиналних оса фемура и његовог врата одговара одраслој, нормално развијеној особи и назива се *углом инклинације*. Код новорођенчади, овај угао је за $20^\circ \div 25^\circ$ већи, али се са годинама смањује. Процена је да се овај угао у познијим годинама смањује за додатних 5° . Угао мањи од 125° , назива се *соха vara*, док се угао већи од 125° назива *соха valga*. Угао инклинације обично износи $90^\circ \div 135^\circ$ [102].



Слика 1.2 Упростио приказ споја бутне кости (фемур) и карлице у фронталној равни.

Одступање угла инклинације од нормалне вредности, одражава се на: ефикасност абдукторних мишића кука, силе у куку и дужину бутине (слика 1.3). Ако је овај угао већи од 125° , дакле *соха valga*, повећава се оптерећење главе фемура, смањује се напон у врату фемура, смањује се ефикасност мишића абдуктора али се повећава дужина бутине [103]. Ако је пак угао инклинације мањи од 125° , дакле *соха vara*, све је обрнуто у односу на *соха valga*: смањује се оптерећење главе фемура, повећава се напон у врату фемура, повећава се ефикасност мишића абдуктора и смањује се дужина бутине [103]. На слици 1.3 се лако уочава да је крак силе коју производе мишићи абдукторни, највећи у случају *соха vara* облика фемура, па је самим тим и њихова ефикасност тада највећа. Због тога је логично очекивати да ће они тада најлакше носити торзо, због чега ће се смањити укупно оптерећење кукова [104]. Запажено је и да је угао *соха vara* много чешће заступљен код атлетичарки, него код атлетичара [105].



Слика 1.3 Упростио приказ споја бутне кости (фемур) и карлице у сагиталној равни: а) нормалан положај врата у односу на осу фемура, б) *соха vara*, в) *соха valga*.

У трасверзалној равни, угао између осе врата и осе фемура износи $12^{\circ}\div 14^{\circ}$. Одступања од ових вредности доводе до неправилног хода: а) „пачји ход“, ако је тај угао већи од 14° и б) ход „отвореним стопалом“, ако је тај угао мањи од 12° .

1.1.16 Мишићи зглоба кука

Сви мишићи зглоба кука, првенствено се понашају као стабилизатори: шест спољашњих ротатора, три глутеуса, адуктори са унутрашње стране и *tensor fascia late* са спољашње стране.

До највећег напрезања мишића у зглобу кука долази при екстензији. Њу омогућавају најмасивнији мишић у људском телу - седални мишић (лат. *gluteus maximus*) и мишићи задње ложе. Максимална екстензија настаје при савијању у куку за 90° и опада на 50% те вредности близу неутралног положаја, тј. близу угла од 0° [103]. Величина напрезања у зглобу кука зависи и од тога у ком се положају налазе колена. Наиме, будући да тетиве мишића задње ложе прелазе управо преко зглоба колена, његовим опружањем долази до повећања екстензије у куку. Остали мишићи зглоба кука такође доприносе његовом савијању, али је за већину то секундарна улога [101].

Мишићи адуктори овог појаса су веома масивни и јаки, тако да развијају поприлично већу снагу него мишићи абдуктори [106]. Међутим, адукција није од велике важности у спортским активностима, па ни одговарајући мишићи нису значајно оптерећени. Какогод, не може а да се не истакне да у том смислу поседују велики потенцијал.

Унутрашњи ротатори су једва нешто мало више оптерећени од спољашњих, али само у случају савијања у куку, иначе су спољашњи за $\sim 60\%$ оптерећенији од унутрашњих.

1.1.1в Покретљивост зглоба кука

Треба разликовати покретљивост зглоба кука од покретљивости система карлица – кук. Јасно је да поменути систем има далеко већу покретљивост (отуда и назив *пелвиформал ритам*) и да због тога, у пракси, кук у веома ретким случајевима дејствује самостално. У табели 1.1 су дате угаоне вредности покретљивости испружене ноге у све 3 равни у односу на анатомску позицију, при чему се сматра да карлица не учествује у тим кретањима [101]. Нпр., флексија обично износи $120^{\circ}\div 125^{\circ}$ и ограничена је меким ткивом у карличном појасу. У том случају, већи угао би се постигао тако што би се карлица, постериорно (уназад) мало нагнула.

Табела 1.1 Покретљивост испружене ноге у зглобу кука.

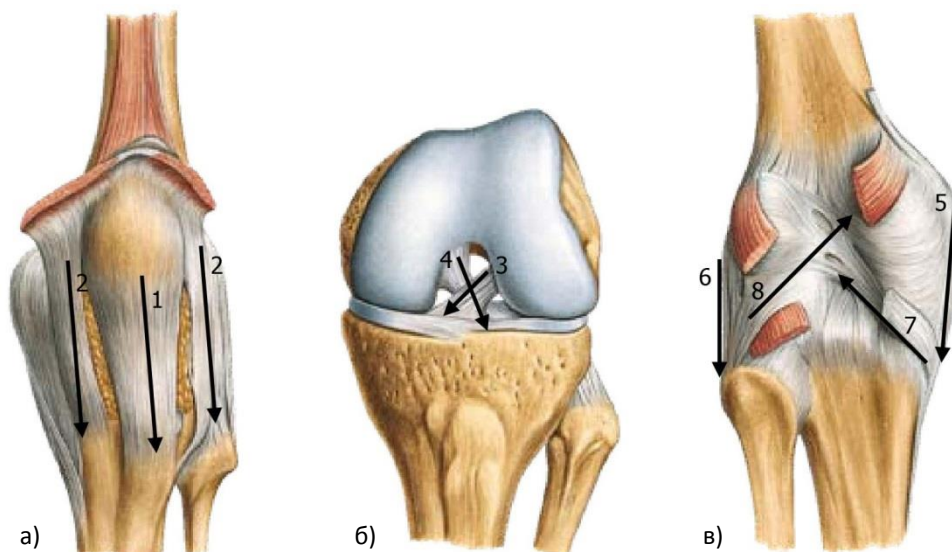
раван/оса ротације	тип покрета	угаони померај [°]
сагитална/фронтална	флексија	$120\div 125$
	хиперекстензија	$10\div 15$
фронтална/сагитална	абдукција	$30\div 45$
	адукција	$15\div 30$
хоризонтална/вертикална	ротација ка споља	$30\div 50$
	ротација ка унутра	$30\div 50$

1.1.2 Зглоб колена (*lat. articulatio genus*)

Улога зглоба колена је да носи готово целокупну тежину тела, да трупу пренесе реакцију подлоге и да омогући велику покретљивост између дисталног краја бутне и проксималног краја голеничне кости, тј. између фемура и тибије (лат. енгл. *tibia*). Колено се

заправо састоји из 3 зглоба: а) *tibiofemoral*, б) *patellofemoral* (лат. енгл. *patella*; срп. *чашица*) и в) *tibiofibular* (лат. енгл. *fibula*; срп. *лишњача*), што указује на његову сложеност и осетљивост. Између фемура и тибије су уметнуте две полумесечасте хрскавичасте структуре – менискуси (спољашњи и унутрашњи). Њихова улога је да: повећају дубину кондиларне јаме на тибији, осигурају правилну расподелу оптерећења између фемура и тибије, и да смање трење у току кретања. Поред тога, зглоб има и: три предње, две задње, две бочне (спољашња и унутрашња) и две унутрашње - тзв. укрштене везе (слика 1.4).

Три спољашње везе зглоба колена, заправо јесу делови једне те исте тетиве – тетиве пателе (лат. *tendo patellae*), тзв. тетиве квадрицепса. Иако се анатомски посматрано ова тетива састоји из шест делова, у функционалном смислу су посебно битне њене три целине приказане на позицији 1.4а-1. Централни део ове тетиве прелази преко пателе и спаја се са тибијом на њеној хрпавој anteriornoј површини (лат. *tuberositas tibiae*), при чему се део између пателе и тибије посебно назива *лигаментом пателе* (лат. *ligamentum patellae*). По нешто више од једног центиметра (~12 mm), са латералне и медијалне стране, пролазе друга два правца којима је квадрицепс (лат. *musculus quadriceps femoris*) спајен са тибијом (позиција 1.4а-2). Овде је згодно скренути пажњу и на чињеницу да обично једна тетива опслужује један мишић, док тетива пателе опслужује сва четири мишића у групи мишића квадрицепса. Преко тетиве пателе, омогућено је опружње или савијање ноге у зглобу колена.



Слика 1.4 Везе у зглобу колена.

Улога предњег укрштеног лигамента (лат. *ligamentum cruciatum anterius*, позиција 1.4б-3), јесте да спречи клизање фемура уназад по тибији (постериорна translација). Насупрот томе, задњи укрштени лигамент (лат. *ligamentum cruciatum posterius*, позиција 1.4б-4) треба да спречи клизање фемура унапред по тибији (антериорна translација). Да би при сваком међусобном углу између фемура и тибије постојао одговарајући контакт између елемената у колону, ова два лигамента су међусобно укрштена – може се рећи и делимично упредена око заједничке осе, због чега се непрестано налазе у напрегнутом стању.

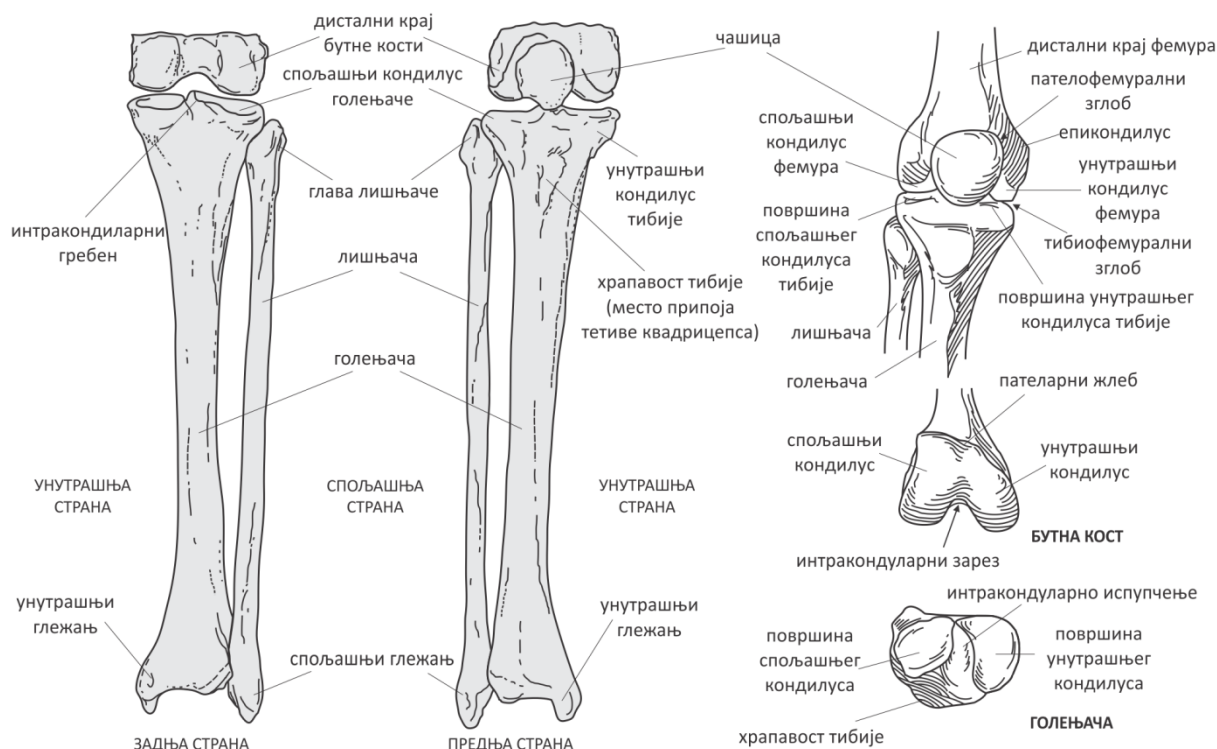
Стабилност колена са унутрашње и спољашње стране (позиције 1.4в-(5,6)) обезбеђује се медијалним и латералним колатералним лигаментима (лат. *ligamentum collaterale tibiale et ligamentum collaterale fibulare*, респективно) који онемогућавају ротације око сагиталне осе, тако се супротстављајући силама које теже да раздвоје кондилуме фемура и тибије.

Задња страна колена је ојачана тетивом заколениг мишића (лат. *tendo popliteus*, позиција 1.4в-7). Нпр., на самом почетку кретања, заколени мишић (срп. *поплитеарни мишић*) преко ове тетиве савија колена - каже се да он „откључава“ колена. То чини истовремено заокрећући фемур латерално а тибију веома мало медијално. Када је нога опружена, он веома мало заокреће фемур медијално и тако поново „закључава“ колена. Друго ојачање задње стране колена јесте завршна тетива полуопнастог мишића (лат. *musculus semimembranosus*) задње ложе бутине. Полуопнасти мишић се преко тетиве хвата за голењачу (тибију), при чему се завршни део те тетиве одваја и чини појачање зглоба колена које се латински назива *ligamentum popliteum obliquum* (позиција 1.4в-8). Његова улога у савијању колена је веома слична улози коју има претходно описана тетива заколениг мишића.

1.1.2а Геометрија зглоба колена

Зглобом колена се обично назива само тибиофеморални зглоб. Тај зглоб представља спој између две најдуже и најјаче кости човечјег скелата. Понаша се слично зглобу лакта, с тим што код њега, приликом савијања долази и до мање ротације (лат. *trochogynglymus*). Та ротација, иако мала, веома је значајна јер омогућава покретање читавог тела из места на начин описан у претходном пасусу.

На дисталном крају бутне кости – фемура, налазе се две велике конвексне површине – медијални и латерални кондилуси (лат. *condylus medialis femoris et condylus lateralis femoris*, респективно). Они су међусобно раздвојени интракондиларним зарезом (лат. *fossa intercondylaris femoris*) на постериорној страни и пателарним жлебом (лат. *facies patellaris femoris*) на антериорној страни (слика 1.5). Разлике у облику и геометрији медијалног и латералног кондилуса фемура, као и одговарајући облик и геометрија кондилуса тибије, имају пресудну улогу на покретљивости зглоба колена, па ће у тексту који следи бити мало детаљније објашњени.



Слика 1.5 Зглоб колена.

Оба кондилуса фемура су у већем луку карактеристично завијени од напред, док су у постериорном делу такође завијени, али у нешто мањем луку. Латерални кондилус фемура је заравњенији од медијалног. Због тога и има већу контактну површину, антериорно је истакнут да би осигурао положај пателе и практично је поравнат са фемуром [107]. Медијални кондилус фемура је у антериорно-постериорном правцу дужи од латералног, са контра нагибом у задњем делу у односу на фемур и поравнат је са тибијом [107]. Изнад кондилуса су епикондилуси (лат. *epicondylus*), тј. места везивања тетива и лигамената. Ови кондилуси, условно речено, налажу на заравњене проксималне кондилусе тибије.

Проксимални крај тибије такође има два кондилуса (лат. *condylus medialis tibiae et condylus lateralis tibiae*, медијални и латерални кондилуси тибије, респективно) који су међусобно раздвојени интракондиларним испупчењем (лат. *area intercondylaris*). То испупчење представља место везивања лигамената. Поред тога, њиме се практично „центрира“ зглоб и стабилизују кости у зглобу при већем оптерећењу [107]. У односу на латерални, медијални кондилус тибије је овалног облика и има већу површину. Такође, дужи је у антериорно-постериорном правцу и има благо конкавну површину, а све са разлогом да би се на њега што боље „ослонио“ медијални кондилус фемура. Латерални кондилус је благо конвексан и кружног облика [107]. Према томе, медијални кондилуси фемура и тибије се са лакоћом уклапају, док исто није случај и са латералним кондилусима, јер су оба конвексна [108]. Ова структурална разлика игра веома велику улогу при ротацији зглоба колена, јер спој латералних кондилуса има већи број степени слободе у односу на медијални. Управо због тога је и латерални менискус покретљивији од медијалног.

1.1.26 Мишићи зглоба колена и његова стабилност

На зглоб колена углавном делују *двозглобни* мишићи (назив потиче отуда што делују и на зглоб кука; називају се још и *двоглави* мишићи): мишићи задње ложе, ректус феморис (лат. *musculus rectus femoris*), грацилис (лат. *gracilis*), сарторијус (лат. *sartorius*) и натезач широке фасције (лат. *tensor fasciae latae*) [109]. Недостаци ових мишића јесу *пасивна* и *активна инсуфицијенција*. Пасивна инсуфицијенција се односи на немогућност да се мишић истовремено истегне у оба зглоба. Супротно томе, активна инсуфицијенција означава немогућност да се мишић контракује истовремено у оба зглоба, тј. да контракцијом помери оба зглоба. Без обзира на то, двозглобни мишићи су веома значајни јер утичу на енергетску економичност кретања, тако што у средњим зонама распона покрета, у великој мери одмењују једнозглобне мишиће у њиховој активности, а који би се без њихове помоћи веома брзо уморили [109].

Стабилизатори колена се деле на: пасивне (лигаменти и менискуси) и активне (мишићи). О пасивним стабилизаторима је писано на почетку ове главе, па ће овде бити поменути само они који су најбитнији: спољашњи и унутрашњи колатерални лигаменти, предњи и задњи укрштени лигаменти и менискуси. У активне елементе се убрајају следећи мишићи: а) опружачи (екстензори) колена: квадрицепс; б) прегибачи (флектори) колена: мишићи задње ложе; в) примицачи (адуктори) ноге: велики (лат. *musculus adductor magnus*), дуги (лат. *musculus adductor longus*) и кратки (лат. *musculus adductor brevis*) примицач и витки мишић (лат. *musculus gracilis*).

Стабилност колена понајвише зависи од јачине квадрицепса (лат. *musculus quadriceps femoris*), у првом реду од медијалног вастуса (лат. *musculus vastus medialis*) јер овај снажни мишић на најдиректнији начин контролише положај чашице, коју мора да одржи у стабилном

положају у током јаке контракције квадрицепса. Улога квадрицепса у стабилизацији колена је посебно очигледна у случајевима када флексија у колелу прелази 90°. Тада се у лигаменту квадрицепса, односно лигаменту пателе, формира велика радијална сила чији је задатак да у равнотежи дислоцирајућу (радијалну) силу мишића задње ложе [109]. Поред квадрицепса, на стабилност колена утичу и мишићи ротатори зглоба кука, који контролишу положај бутне кости и тако доводе колелу у правилан положај. Са друге стране, ослонац ноге, тј. стопало, такође има велики утицај на правилан положај структура, како у зглобу колена, тако у зглобу кука. Нпр., прекомерно увртање (*пронација*) стопала, итекако представља ризик за стабилност зглоба колена јер узрокује његово неприродно кретање.

Ротација колена је могућа само када је колелу савијено. Мишићи који омогућавају ротацију јесу мишићи задње ложе: двоглави бутни мишић (лат. *musculus biceps femoris*, срп. *бицепс феморис*), полуопнасти мишић и полутетивни мишић (лат. *musculus semitendinosus*). Двоглави бутни мишић је мишић задње стране бутине који се у пределу колена припаја на спољашњу страну бутне кости. Полуопнасти и полутетивни мишићи су такође мишићи задње стране бутине који се у пределу колена припајају на унутрашњи део задње стране тибие. Овакав распоред припоја ових мишића, омогућава им да изводе унутрашње и спољашње ротације подколенице када је колелу савијено. Ако постоји дисбаланс јачина ових мишића, доћи ће и до ротације потколенице у једну, или у другу страну.

1.1.2в Покретљивост зглоба колена

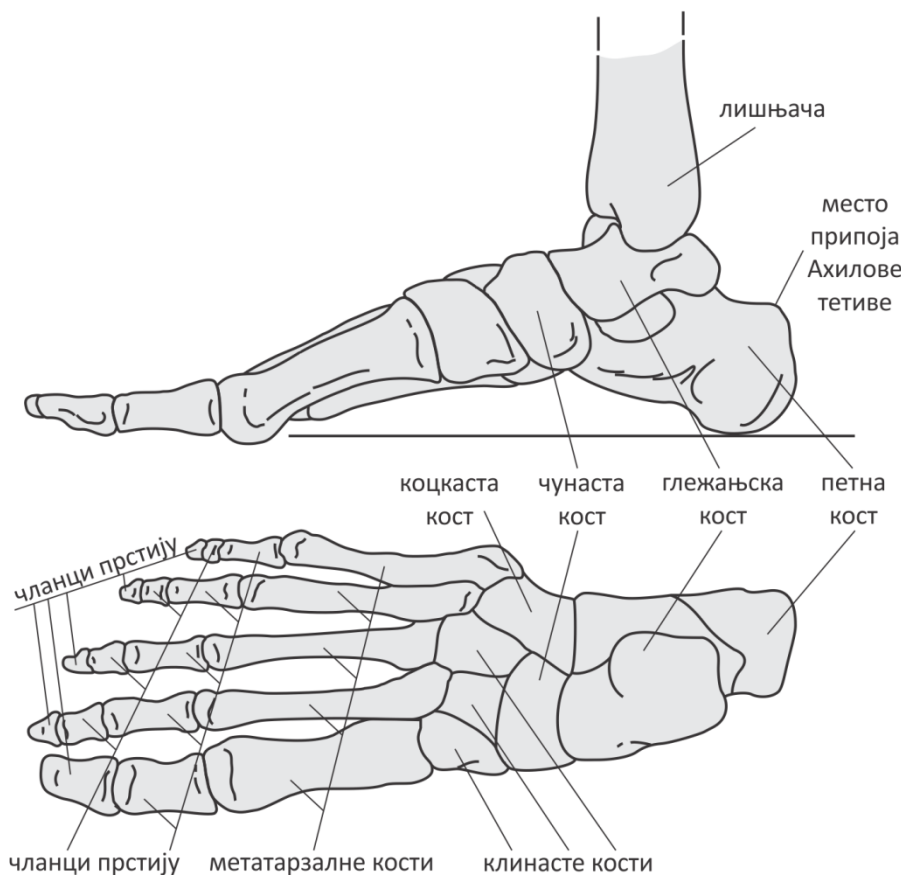
По својим могућностима, зглоб колена не спада међу покретљивије зглобове људског скелета. Зглоб колена је таквог облика да омогућава следеће покрете: а) савијање (флексија), б) опружање (екстензија) и в) обртање (ротација) ка споља и унутра, али само када је колелу у флексији.

У стојећем ставу, зглоб колена се налази у веома стабилном стању због највеће могуће саосности лонгитудиналних оса фемура и тибие. На тај начин, ове кости у потпуности преносе оптерећење на притисак које потиче од тежине тела, док су одговарајући мишићи затегнути таман толико да одрже зглоб на месту. Лигамети у том случају имају пасивну улогу. Активна улога лигамената се најбоље манифестује при истезању колена, када они делују као снажни граничници који одржавају елементе колена на окупу. Насупрот томе, када је нога савијена у колелу, нпр. због промене правца кретања, одржање стабилности зглоба колена захтева значајно ангажовање хрскавичастих структура и мишића који га окружују, али не и лигамената који добрим делом морају бити опуштени да би се обезбедио довољан распон покрета. Може се рећи да са повећањем флексије колена смањује се његова стабилност, односно, да се повећава могућност његове повреде. Закључно, функционална стабилност колена се заснива на пасивној улози лигамената, геометрији самог зглоба, активности мишића и сили притиска између фемура са једне стране и тибие и фибуле (лат. *fibula*; срп. *лишњаче*) са друге.

Око хоризонталне осе зглоба колена, могуће су и флексија (савијање), и екстензија (опружање). Флексија је активно могућа до угла од 135°, пасивно до 160°. Разлика између ова два угла одређује тзв. *мртви мишићни простор*. Активна екстензија је могућа до 0°. Могућа је и пасивна екстензија, тзв. *хиперекстензија*, до 5°. Флексија је обично праћена ротацијом потколенице ка унутра до 5° (*пронација*). Са друге стране, екстензија је праћена ротацијом ка споља до 5° (*супинација*).

1.1.3 Сковни зглоб (лат. *articulatio talocruralis*)

Стопало (слика 1.6) и сковни зглоб представљају веома сложену анатомску структуру која се састоји од: 26 костију, 30 синовијалних зглобова (лат. *articulationes synoviales*), преко 100 лигамената и 30 мишића [101]. Да би се обезбедила финоћа покрета, сви поменути елементи морају да дејствују као складна целина. Стопало подржава тело и у стојећем ставу, и током кретања. Оно се константно прилагођава неравнинама подлоге и тако обезбеђује потребну стабилност хода. Такође, оно делимично амортизује ударна оптерећења које настају при контакту са подлогом и преноси реакције подлоге доњим екстремитетима. На крају, оно мора да апсорбује ротације доњих екстремитета у периоду ослонца током циклуса хода [101].



Слика 1.6 Кости стопала.

Сковни зглоб заправо чине два зглоба – горњи и доњи. У колоквијалној употреби је да се само горњи зглоб назива сковним зглобом, тј. глежњом (лат. *articulatio talocruralis*). Акцент улоге овог зглоба је више на обезбеђивању стабилности, него на обезбеђивању покретљивости.

Горњи сковни зглоб је формиран тако што је на глежањску кост (лат. *astragalus, os trigonum*; енгл. *talus*) припојена голењача, а са спољашње стране лишњача. Коштана структура горњег сковног зглоба је веома јака, будући да је дистални крај голењаче конкаван, а горњи део глежањске кости конвексан. Овај зглоб је веома јак јер га учвршћују лигаменти који спајају голењачу и лишњачу са костима стопала; са спољашње стране то су предњи и задњи талофибуларни (лат. *ligamentum talofibulare*) и калканеофибуларни (лат. *ligamentum calcaneofibulare*) лигаменти, а са унутрашње стране снажни делтоидни лигамент (лат. *ligamentum collaterale, ligamentum deltoideum*). Горњим сковним зглобом, изводе се покрети

прегибања (*дорзална флексија*), тј. покрети којима се горња страна стопала помера ка потколеници. У супротном смеру се изводе покрети опружања (*плантарна флексија*), када се горња страна стопала удаљава од потколенице.

Доњи скочни зглоб (лат. *articulatio talocalcanei*) се налази између глежањске и петне кости (лат. *calcaneus*). Једноосовински је и оријентисан је слично горњем скочном зглобу. Међусобни положај оса горњег и доњег скочног зглоба зависи од особе до особе [109].

1.1.3а Геометрија скочног зглоба

Скочни зглоб је веома сличан зглобу шаке, али је грађен другачије. Док се шака у истом правцу наставља на кости подлактице, стопало је у односу на кости потколенице постављено под правим углом.

Дистални крајеви голењаче и лишњаче формирају усек (лежиште) у који се увлачи ваљак глежњаче (лат. *trochlea tali*), формирајући тако неку врсту клина. Управо због тога је овај зглоб веома стабилан, али са друге стране, дозвољава прегибање само око фронталне осе. Медијални део клина представља медијални глежањ (лат. *malleoli medialis*), на који се ослања дистални крај тибије. Са спољашње стране клина је латерални глежањ (лат. *malleoli lateralis*), на који се наслања лишњача. Латерални глежањ стрчи мало више од унутрашњег, штитећи тако лигаменте скочног зглоба, али је због тога подложнији повредама уганућа у односу на унутрашњи.

Испод горњег скочног зглоба, налази се доњи скочни зглоб. Тај зглоб чине глежањска и петна кост и оне су највеће кости стопала задужене за ношење терета. Глежањска кост је у вези са петном кости у три тачке: предња, задња и унутрашња. Глежањска кост је на местима везе конвексна, док је петна конкавна, тако да је формирани спој веома стабилан. Доњи скочни зглоб учвршћује пет лигамената.

1.1.3б Мишићи скочног зглоба и његова стабилност

Ниједан мишић се не припаја на глежањску кост. Петна кост има улогу крака силе која делује у Ахиловој тетиви. Петна кост такође мора да амортизује велика ударна оптерећења која потичу од реакција подлоге, као и силе које се на њу преносе посредством Ахилове тетиве а које се генеришу у следећим мишићима: трбушастом мишићу листа (лат. *musculus gastrocnemius*), широком листоликом мишићу (лат. *musculus soleus*) и табанском мишићу (лат. *musculus plantaris*).

1.1.3в Покретљивост скочног зглоба

Због раније описане грађе, покретљивост горњег скочног зглоба није баш велика. Савијање, односно дорзално и плантарно прегибање су могући само око локалне хоризонталне осе, свеукупно око 60°.

Доњи скочни зглоб поседује могућности увртања (*инверзија*), када се табан окреће ка унутра, и извртања (*еверзија*), када се табан окреће ка споља.

У стварности, кретање скочног зглоба се остварује истовременим кретањем горњег и доњег скочног зглоба по следећим шемама: а) инверзија доњег скочног зглоба и плантарна флексија горњег скочног зглоба, и б) еверзија доњег скочног зглоба и дорзална флексија горњег скочног зглоба.

1.2 Биомеханички модели локомоторног система

Уопштено говорећи, интересовање показано за разумевање механике људских покрета ни данас не јењава. Још увек није сасвим јасно како човек, чак и веома сложене покрете, изводи са великом лакоћом и изузетном прецизношћу. Координација покрета, интригира не само обичне људе, рекреативце и спортисте, већ и истраживаче и научнике. Често се као пример приступа решавању проблема анализе контроле људских покрета, користи поређење са начином који у свом раду користе роботичари. Њима је наима, „локомоторни“ систем њихових робота до детаља познат а задатак им је да напишу управљачки програм који ће управљати роботом и опонашати нпр. људско кретање. Обрнуто од тога, истраживачи који се баве проучавањем моторне контроле људског тела, имају задатак да на основу спољашњих реакција и кретања испитаника, схвате како заправо ради његов „неурални програм“ и на основу тога га моделирају [110].

1.2.1 Једначине кретања

Проучавање динамике кретања човека, између осталог подразумева и одређивање сила и момената који делују у зглобовима, у првом реду у зглобовима доњих екстремитета. Веома је тешко сасвим тачно одредити ове вредности, јер су оне производ истовременог дејства спољашњих (реакције подлоге) и унутрашњих сила (мишићне силе).

Готово сви начини динамичког понашања, било живих, било неживих система, могу се моделирати применом закона кретања на систем међусобно повезаних крутих тела. За било који живи динамички систем, једначина кретања има следећи облик [111]:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}^2 + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \mathbf{R}(\mathbf{q})\mathbf{F}_{MT} + \mathbf{E}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{0}, \quad 1.1$$

где су: $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$ – вектори генерализаних координата, брзина и убрзања;

$\mathbf{M}(\mathbf{q})$ – матрица маса система;

$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}$ – вектор инерцијалних сила и момената;

$\mathbf{C}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}^2$ – вектор центрифугалних и Кориолисових сила и момената;

$\mathbf{G}(\mathbf{q})$ – вектор гравитационих сила;

$\mathbf{R}(\mathbf{q})$ – матрица кракова мишићних сила;

\mathbf{F}_{MT} – вектор мишићно-тетивних сила;

$\mathbf{R}(\mathbf{q})\mathbf{F}_{MT}$ – вектор мишићно-тетивних момената;

$\mathbf{E}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ – вектор спољашњих сила и момената.

Биомеханичка анализа човечијег кретања, обично се изводи употребом две, у основи различите методе: а) директне и б) инверзне динамике. И један, и други метод, омогућавају израчунавање сила и момената у зглобовима током кретања.

1.2.1а Директна динамика

У директној динамици, улазна величина јесте историја мишићне активације (\mathbf{a}), а излазне величине су параметри кретања ($\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$).

Према [111], за описивање мишићно-тетивне динамике, довољна је само једна нелинеарна диференцијална једначина:

$$\dot{F}_{MT} = f(F_{MT}, l_{MT}, v_{MT}, a_m), \quad 0 \leq a_m \leq 1, \quad 1.2$$

где су: \dot{F}_{MT} – брзина промене мишићно-тетивне силе;

F_{MT} – мишићно-тетивна сила;

l_{MT} – укупна дужина мишића и тетива;

v_{MT} – брзина контракције мишића;

a_m – мишићна активација.

Из претходног следи да се мишићно-тетивна сила (F_{MT}) у датом тренутку може израчунати нумеричким интеграљењем једначине 1.2, под условом да су у претходном тренутку познате величине мишићно-тетивне силе (F_{MT}), дужине мишића и тетива (l_{MT}), брзина контракције мишића (v_{MT}) и активација мишића (a_m).

Увршћивањем једначине 1.2 у једначину 1.1, формира се модел мишићно-скелеталног система [111] у ком, како је на почетку написано, улазну величину представља историја мишићне активације (\mathbf{a}), а излазну параметри кретања ($\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$).

Када је реч о мишићној активацији, заправо се мисли на *ниво* мишићне активације, чија је вредност одређена неуралном командом. Неурална команда представља суму свих неуроналних сигнала који полазе од α -мотонеурона из кичмене мождине и завршавају у влакнима мишића. Њу није могуће тачно одредити, али су у примени две методе за процену њене вредности: а) процена употребом оптимизационих модела [112, 113] и б) процена коришћењем електромиограма (EMG).

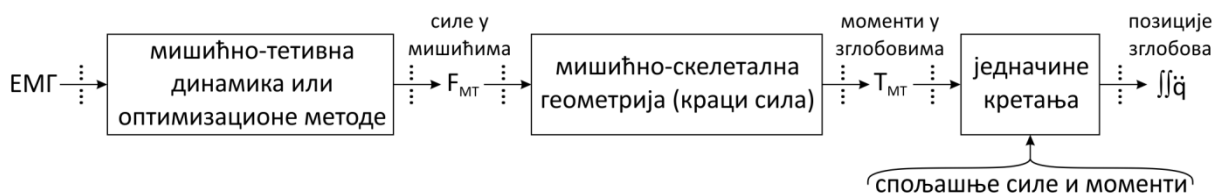
Мишићна активација (a) у било ком временском тренутку има јединствену вредност у опсегу од 0 до 1. Због тога, ако се процена мишићне активације изводи применом EMG-а, тада је потребно трансформисати (нормализовати) добијене вредности тако да се нађу у поменутом опсегу. То се обично изводи тако што се добијене вредности EMG сигнала поделе EMG вредношћу која је добијена у тренутку максималне контракције мишића.

Каква ће динамика важити у систему мишић-тетива, не зависи само од величине мишићне активације, већ и од кинетике самог зглоба. Наиме, будући да је последица мишићне активације развој силе у мишићу, та сила се преко тетива преноси на коштану структуру зглоба, што најчешће узрокује промену релативног положаја костију у зглобу, тј. кретање. Међутим, у неким случајевима нема кретања, па мишић под утицајем активације изводи тзв. *статичку контракцију* – контракција мишића на рачун издужења његове тетиве.

Укупан момент у зглобу, јесте збир момената које остварују сви мишићи зглоба. Сваки мишић производи силу која зависи од његове тренутне дужине (реч је о типичној релацији сила-дужина [109]), а она практично зависи од угла у зглобу. Са друге стране крак силе мишића уопште није лако одредити са задовољавајућом тачношћу; одређује се мерењем на кадаверима, или што је још сложеније - на живим особама [110]. Поврх свега, додатни проблем представља и то што неки зглобови имају више степени слободе и веома сложену геометрију.

Све до сада изложено, указује на то да метод *директне динамике* није једноставан за примену и да томе додатно доприносе значајна ограничења. Једно од тих ограничења је већ поменуто и односи се на процену вредности мишићне активације. Без обзира на то што је реч о процени а не о тачној вредности, у пракси ју је још теже извести јер је неретко скопчана са

додатним ограничењима. Нпр., ако се користи метод заснован на анализи EMG сигнала, онда треба имати у виду и то да овај сигнал веома варира код динамичних кретања биомеханичког система. Даље, трансформација мишићне активације у мишићну силу је тешка и није сасвим разјашњена [110]. Истраживачи [112] се најчешће ослањају на Хиллов модел [114] механичких својстава мишића, или на неку од надградњи [117, 118] сложеног биофизичког модела Хакслија [115, 116]. Постоји и трећи начин за одређивање силе у мишићима, који је једноставнији од претходна два, али и који наилази на велико неодобравање научне јавности, јер малтене заобилази читаву неуромеханику покрета. Наиме, сила у мишићу се израчунава, тачније речено, процењује применом математичких оптимизационих метода EMG сигнала (слика 1.7). У овом случају, највећи проблем се своди на одређивање адекватне функције коштања. Какогод, за поједине услове, предложене функције коштања су дале сасвим задовољавајуће резултате [110].



Слика 1.7 Метод директне динамике.

1.2.16 Инверзна динамика

Метода инверзне динамике третира проблем анализе биомеханичких покрета, управо супротно од методе директне динамике. У овом случају, улазне величине јесу: а) историја позиција зглобова у простору и б) спољашње силе и моменти које делују на систем. Методом се одређују унутрашње силе које су узроковале кретање система (слика 1.8).

Теоријски посматрано, за примену методе инверзне динамике, довољно је познавати само параметре који дефинишу кретање система, тј. масу и убрзање. Међутим, због немогућности да се угаоно убрзање одреди (процени) са довољном тачношћу, у пракси се као додатни параметар уводи реакција подлоге [119]. Она се експериментално одређује коришћењем тензиометријске платформе (енгл. *force plate*). У пракси, позиције зглобова се бележе тако што се на њих поставе ретрорефлектујући маркери, чије се кретање затим снима са најмање 2 инфрацрвене камере које бележе минимално 120 фрејмова у секунди (енф. *high-speed cameras*); 120 Hz је препоручена вредност. Да би подаци очитани са тензиометријске платформе и камера били валидни улазни подаци за анализу методом инверзне динамике, морају бити синхронизовани, а то се обавља или хардверски, или накнадно софтверски.



Слика 1.8 Метод инверзне динамике.

Резултат примене методе инверзне динамике јесу реакције (силе и моменти) у зглобовима локомоторног система. Ако је при томе позната и мишићно-скелетална геометрија (тачни положаји мишића и геометрија одговарајућих зглобова у датом тренутку), онда је могуће проценити и колико износе силе у сваком од мишића засебно. На основу тог резултата, даље се одређују, тј. процењују, силе у лигаментима, као и притисци у зглобовима.

Метод инверзне динамике, уосталом као и метод директне динамике, има нека своја ограничења. Прво велико ограничење, уочава се веома лако и то при покушају да се поставе једначине кретања. Наиме, проблем представља познавање тачних момената инерције за поједине сегменте система. Њих је у овом случају веома тешко мерити, али постоје начини за њихову процену. Обично се усвајају на основу литературних података који су добијени анализом кадавера. Процена се изводи једноставним скалирањем усвојених вредности. Проблем у овом случају представља адекватност, а самим тим и тачност, начина скалирања [110]. Други велики проблем представља одређивање сила у појединачним мишићима. Наиме, како за један зглоб може бити припојено више мишића, може се рећи да практично постоји неограничен број начина (решења) како претворити резултујуће силе и моменте у зглобу, у силе у мишићима [110]. Налажење задовољавајућег решења захтева примену оптимizacionих метода, при чему велики проблем представља одабир одговарајуће функције коштања. Поврх тога, треба нагласити и то, да када је реч о мишићној активацији, још увек није пронађен одговарајући модел инверзне трансформације, тј. претварања силе у мишићима, у мишићну активацију [110].

Оно на шта се у литератури [110] такође скреће посебна пажња, јесте и то да се израчунате реакције у зглобовима, не могу у свим случајевима поистоветити са оптерећењима мишића. У литератури [110] се у прилог томе наводи следећи пример. Нека је мишићна активност таква да се мишићима задње ложе који савијају колена моментом од 30 Nm, супротстављају мишићи квадрицепса моментом од 25 Nm (чест случај коонтракције). Резултат, је да се колена савија моментом од свега 5 Nm. Када би метода инверзне динамике заиста била веома прецизна, њоме би се такође добио момент савијања од 5 Nm. Међутим, очигледно је да овај момент представља само резултанту која делује на зглоб колена, али не и момент којим на њега делује мишић који изазива његово савијање; момент који производе мишићи задње ложе, заправо је чак 6 пута већи од резултујућег момента савијања у колону.

1.2.1в *Поређење метода директне и инверзне динамике*

Већ је описано да обе методе имају своја ограничења, било због мерне опреме која се користи за добијање улазних података, било због непостојања прецизних биомеханичких модела за израчунавање одређених биомеханичких варијабли (нпр., израчунавање мишићних сила, израчунавање момената инерције за сегменте тела и тд.). Управо ова ограничења намећу избор методе, тако да у пракси, одабир методе зависи од конкретног проблема. Нпр., ако се задатак састоји у томе да се одреде мишићне силе за неку конкретну активност испитаника, онда се метод директне динамике намеће као логичан избор јер укључује мање ограничења него метод инверзне динамике. Ако би пак задатак био да се одреде реакције у зглобовима (моменти пре свега) током неког кретног задатка, онда се методом инверзне динамике веома лако долази до решења, за разлику од методе директне динамике чија би примена у овом случају била далеко сложенија.

Будући да се при анализи кретних задатака испитаника, као најчешћи захтев поставља одређивање реакција у зглобовима, очигледно је да се њихово одређивање далеко лакше изводи применом методе инверзне, него применом методом директне динамике. Овај начин одређивања реакција у зглобовима доњих екстремитета ће детаљније бити изложен у тексту који следи следи, јер је као такав коришћен у анализи експерименталних података кретних задатака који су описани у другој и трећој глави.

Једначине равнотеже сваког од сегмената приказаних на слици 1.9, дате су следећим изразима:

а) за стопала:

$$\text{Напомена} \quad F_{Ax} = F_x; F_{Az} = F_z; M_A = M. \quad 1.3$$

$$\text{x-оса:} \quad F_{Bx} - F_{Ax} = m_s \ddot{x}_{CM_s} \quad 1.4$$

$$\text{z-оса:} \quad F_{Az} - F_{Bz} - m_s g = m_s \ddot{z}_{CM_s} \quad 1.5$$

$$\text{CM}_s: \quad M_A - M_B + F_{Az}(x_A - x_{CM_s}) + F_{Bz}(x_{CM_s} - x_B) - F_{Ax}(z_{CM_s} - z_A) - F_{Bx}(z_B - z_{CM_s}) = I_{ys} \ddot{\phi}_s \quad 1.6$$

б) за потколенице:

$$\text{x-оса:} \quad F_{Cx} - F_{Bx} = m_p \ddot{x}_{CM_p} \quad 1.7$$

$$\text{z-оса:} \quad F_{Bz} - F_{Cz} - m_p g = m_p \ddot{z}_{CM_p} \quad 1.8$$

$$\text{CM}_p: \quad M_B - M_C - F_{Bz}(x_{CM_p} - x_B) - F_{Cz}(x_C - x_{CM_p}) - F_{Bx}(z_{CM_p} - z_B) - F_{Cx}(z_C - z_{CM_p}) = I_{yp} \ddot{\phi}_p \quad 1.9$$

в) за бутине:

$$\text{x-оса:} \quad F_{Dx} - F_{Cx} = m_b \ddot{x}_{CM_b} \quad 1.10$$

$$\text{z-оса:} \quad F_{Cz} - F_{Dz} - m_b g = m_b \ddot{z}_{CM_b} \quad 1.11$$

$$\text{CM}_b: \quad M_C - M_D + F_{Cz}(x_C - x_{CM_b}) + F_{Dz}(x_{CM_b} - x_D) - F_{Cx}(z_{CM_b} - z_C) - F_{Dx}(z_D - z_{CM_b}) = I_{yb} \ddot{\phi}_b \quad 1.12$$

Резултујуће силе и моменти у зглобовима, дате по редоследу којим се израчунавају у кинематском ланцу, јесу:

$$(F_{Bx}, F_{Bz}, M_B) \rightarrow (F_{Cx}, F_{Cz}, M_C) \rightarrow (F_{Dx}, F_{Dz}, M_D).$$

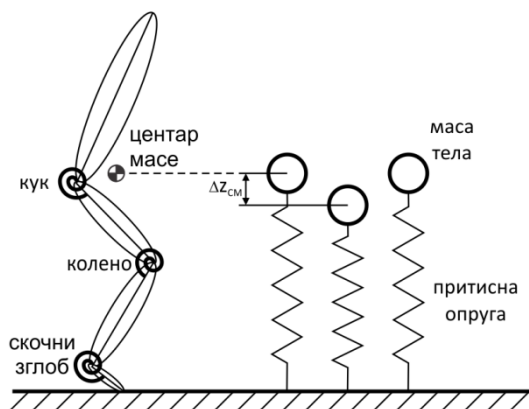
Треба имати у виду и то, да сви експериментално добијени подаци, поседују и извесну меру шума. Диференцирањем „сирових“ експерименталних података који се односе на нпр. транслаторна или угаона померања, само би се појачао негативан ефекат шума и тиме умањила валидност анализе. Њиховим погодним филтрирањем, обезбеђују се, како њихов интегритет, тако и интегритет саме анализе. Најчешће коришћени филтер у биомеханичким анализама јесте нископропусни Батерворт филтер (енгл. *low-pass Butterworth filter*) [212,308].

1.2.3 **Остали параметри динамичке анализе** **верикалних суножних скокова**

Поред израчунавања реакција у зглобовима доњих екстремитета испитаника, експериментално се одређују, или се израчунавају и друге променљиве које служе да јасније опишу и квантификују његове способности: максимална вертикална реакција подлоге, трајање контаката са подлогом, померај центра масе, крутост ноге, брзина одраза, висина одраза, укупна снага при негативној фази, укупан негативни рад, минимални и максимални углови у зглобовима, торзионе крутости зглобова, укупан позитиван рад у зглобу и тд.

1.2.3а Крутост локомоторног система

У механичком смислу, кретање локомоторног система (ходање, трчање, скакање) се може посматрати као наизменично сабијање и опружање *притисне* опруге. У фази ослањања ноге (тзв. амортизациона фаза), опруга се сабија и тиме акумулира извесну количину потенцијалне енергије, која се затим ослобађа у фази њеног опружања, тј. отискивања ноге од подлоге. По аналогији са опругом, мишићно-тетивни систем доњих екстремитета поседује могућност акумулације енергије еластичне деформације и њеног накнадног ослобађања ради одржавања динамике кретања. Механички систем којим се моделира целокупан локомоторни систем, познат је у литератури под називом *модел маса-опруга* (енгл. *spring-mass model*) и приказан је на слици 1.10. Састоји се од само два елемента: а) масе целокупног локомоторног система (укупна телесна маса) и б) идеалне опруге која подупире ту масу. Подразумева се да је целокупна телесна маса сконцентрисана на врху опруге и да њен центар лежи на оси опруге а да идеална опруга: нема масу, има један правац деформације и крутост јој не зависи од времена, дужине или брзине деформације.



Слика 1.10 Модел маса-опруга. Опруга опонаша целокупан мускулоскелетални систем за време фазе контакта са подлогом. Маса на врху опруге замењује укупну масу тела. Опруге, слева на десно представљају: почетак, средину и крај фазе контакта са подлогом. Првој половини фазе контакта, одговара сабијање опруге, док другој половини, одговара њена релаксација.

Вертикална крутост

У биомеханици се крутост локомоторног система [122, 123, 129-131] (вертикална крутост) представља моделом *маса-опруга*, а израчунава се као однос највеће остварене вертикалне реакције подлоге и степена деформације система (померај центра масе у односу на равнотежни положај) у том тренутку:

$$k_{vert} = \frac{F_{Zmax}}{\Delta z_{CM}}, \quad 1.13$$

где су: F_{Zmax} – највећа остварена вертикална реакција подлоге [N];

Δz_{CM} – вертикално померање центра масе тела које одговара сили F_{Zmax} [m].

У табели 1.2 су приказани још неки литературни обрасци за израчунавање вертикалне крутости који као улаз не користе F_{Zmax} и Δz_{CM} , већ параметаре кретања који су добијени моделирањем система маса-опруга синусном функцијом. Сва три обрасца су намењени израчунавању вертикалне крутости у случајевима када се кретање узастопно понављају: корачање, трчање, скакање. У тим случајевима, дијаграм вертикалне реакције подлоге има облик синусоиде, тако да пикови одговарају срединама временских периода контакта испитаника са подлогом. Као веома илустративан пример може да послужи извођење поскока константном фреквенцијом, када испитаници имају задатак да поскоке изводе у такту метронома (види другу главу).

Табела 1.2 Обрасци за израчунавање вертикалне крутости.

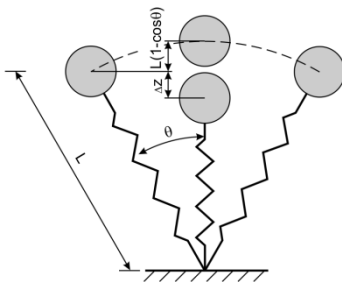
Референца	Образац	
McMahon et al. (1987) [124]	$k_{vert} = m\omega^2$	m - маса тела [kg]; ω - природна фреквенција осцилација [s^{-1}].
Cavagna et al. (1988) [125]	$k_{vert} = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$	m - маса тела [kg]; T - период осцилације (сабијање-опружање) [s].
Morin et al. (2005) [130]	$k_{vert} = \frac{m\pi(t_v + t_c)}{t_c^2\left(\frac{t_v + t_c}{\pi} + \frac{t_c}{4}\right)}$	m - маса тела [kg]; t_v - време лета [s]; t_c - време контакта [s].

Иако израз 1.13 представља веома поједностављену формулацију вертикалне крутости, он је у широкој употреби, не толико због своје једноставности, већ пре свега због потенцијално превелике сложености формулације која би узела у обзир све факторе који заиста утичу на крутост система. Модел који би требало изградити тако да њиме буде омогућено прецизно праћење промене крутости локомоторног система, морао би да укључи и следеће параметре: појединачне крутости свих делова система (мишића, тетива, лигамената, зглобова и костију), број степени слободе зглобова, кашњење мишићне рефлексне активности и контрола централног нервног система (утичу на степен акумулације и ослобађања енергије еластичне деформације), интензитет кретања (уложена мишићна сила), брзина извођења покрета и тсл. Такав модел још увек није изграђен, јер поред очигледне сложености, постоји и огроман број непознаница које су још увек у фази истраживања.

Крутост ноге

Слично дефиницији вертикалне крутости локомоторног система, дефинише се и крутост ноге, као однос највеће силе која делује у оси ноге и промене у њеној дужини у односу на дужину коју има у фази мировања у стојећем ставу. У литератури [122, 129-132] постоји више образаца за израчунавање крутости ноге. Неки од њих су дати у табели 1.3.

Табела 1.3 Обрасци за израчунавање крутости ноге.

Референца	Образац	
McMahon and Cheng (1990) [122]	$k_{leg} = \frac{F_{Zmax}}{\Delta L}$ $\Delta L = \Delta z + L(1 - \cos \theta)$ $\theta = \sin^{-1}\left(\frac{vt_c}{2L}\right)$	
Morin et al. (2005) [130]	$k_{leg} = \frac{mg \frac{\pi}{2} \left(\frac{t_v}{t_c} + 1\right)}{L - \sqrt{L^2 - \left(\frac{vt_c}{2}\right)^2} + \Delta z}$	F_{Zmax} – макс. вертикална реакција подлоге [N]; Δz – макс. вертикални померај центра масе [m]; L – дужина ноге у стојећем ставу [m]; v – хоризонтална брзина [ms^{-1}]; t_v - време лета [s]; t_c - време контакта са подлогом [s].
Arampatzis et al. (1999) [132]	$k_{leg} = \frac{F_{Zmax}}{\Delta VCL}$	F_{Zmax} – макс. вертикална реакција подлоге [N]; ΔVCL – промена дужине ноге добијена видео анализом снимка [m]. Дужина ноге је мерена од великог трохантера до пода.

Из претходне дискусије се запажа да је употреба вертикалне крутости сасвим примерена као аналитички параметар онда када се кретње обављају у месту, нпр. извођење поскока или вертикалних скокова. Ако постоји кретање и у хоризонталном правцу (ходање или трчање), онда је уместо вертикалне крутости примереније као аналитички параметар користити крутост ноге. Због тога у прва два обрасца у табели 1.3, као променљива величина фигурира хоризонтална компонента брзине кретања центра масе тела. Други образац пак не укључује податак о величини вертикалне реакције подлоге, што је добро, јер није потребан уређај (тензиометријска платформа) којим би се она мерила, већ је довољан само уређај за мерење брзине кретања: ручни радар или трака за трчање (енгл. *threadmill*). Сагласност у резултатима између прва два обрасца је веома велика [129]; грешка се креће од 0.67-6.93%. Трећи образац у табели 1.3, не узима у обзир брзину кретања тела, али узима у обзир величину вертикалне реакције подлоге. Дужина ноге се у овом случају одређује постављањем ретрорефлектујућих маркера на одабрана места на телу и снимањем кретања *high-speed* камерама. Резултати за крутост ноге добијени овом методом, битно се разликују (већи су) од резултата који су добијени применом претходна два обрасца. Као разлог томе, истичу се две чињенице [129]. Прво, разликују се начини одређивања почетне дужине ноге. За прва два обрасца, усвојено је да се нога мери од центра масе до подлоге у стојећем ставу, док је се за потребе трећег обрасца, дужина ноге мери од великог трохантера до подлоге. Друго, наводи се да брзина снимања *high-speed* камерама ипак није била довољна, због чега позиције маркера, тј. позиције сегмената, нису биле утврђиване са довољном тачношћу.

Као напомену вреди истаћи и то да је у више студија [130, 134] потврђено да се крутост ноге не мења до умерених брзина трчања (~5 m/s), јер са повећањем вертикалне реакције подлоге, линеарно расте и издужење ноге.

Крутост зглоба

По аналогiji са изразом 1.13 којим се дефинише вертикална крутост, дефинише се и крутост зглоба (*торзиона крутост*), као однос максимално оствареног момента у зглобу и угаоног помераја који одговара тренутку постизања тог момента [126, 127, 133]:

$$k_{zgl} = \frac{\Delta M_{zglmax}}{\Delta \theta_{zgl}}, \quad 1.14$$

где су: ΔM_{zglmax} – највећи остварени момент у зглобу [Nm];

$\Delta \theta_{zgl}$ – угаони померај у зглобу [rad] који одговара тренутку постизања ΔM_{zglmax} .

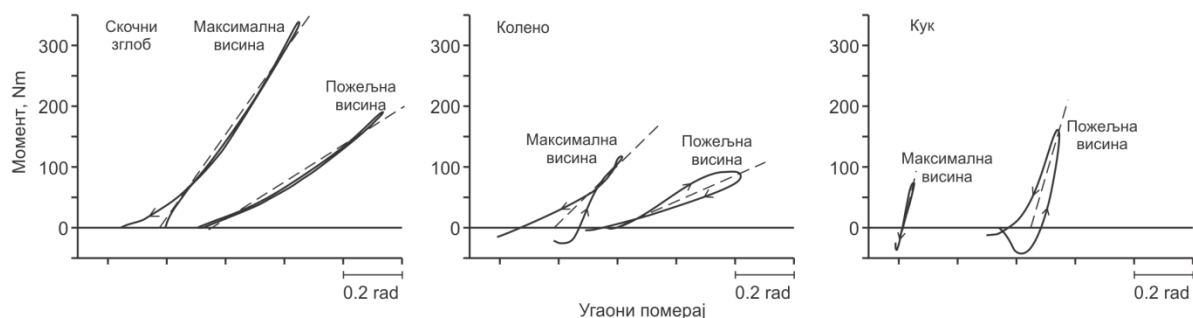
Понекад се у анализама [128] користи и просечна вредност крутости зглоба. Дефинише се као однос промене момента у зглобу, према одговарајућем угаоном померају у сагиталној равни, почев од тренутка остваривања контакта са подлогом, па до тренутка постизања највећег савијања зглоба:

$$\bar{k}_{zgl} = \frac{\Delta M_{zgl}}{\Delta \theta_{zgl}}, \quad 1.15$$

где су: ΔM_{zgl} – промена момента у зглобу [Nm];

$\Delta \theta_{zgl}$ – угаони померај у зглобу [rad].

Ова вредност би управо одговарала просечној вредности нагиба криве у дијаграму „момент у зглобу – угаони померај“ (слика 1.11).



Слика 1.11 Зависност момента у зглобу од одговарајућег угаоног помераја. Стрелице на кривуљама означавају временски ток промене момента од почетка до краја фазе контакта.

Дакле, када је реч о просечној крутости зглоба, ради се о оној крутости која се остварује у зглобу на крају прве пловине временског периода контакта тела са подлогом [128]. У том случају, валидним подацима за анализу се сматрају они подаци за које је временска разлика постизања максималног момента и максималног угаоног помераја, мања од 10% од времена трајања контакта стопала са подлогом [128].

У студијама [126, 127, 133], у којима је проучавана крутост зглобова, показано је да на крутост ноге, пресудан утицај има крутост колена, јер се са повећањем брзине кретања, повећава и крутост зглоба колена, док у исто време, крутост скочног зглоба остаје константна.

1.2.36 Брзина и висина одраза

Обавезан параметар при оцењивању способности испитаника који изводи било који од суножних вертикалних скокова, јесте и висина одраза. Она представља разлику у висинама центра масе испитаника у највишљој тачки лета и у мирном стојећем ставу [135]:

$$h_{maxCM} = \frac{v_{odraza}^2}{2g}. \quad 1.16$$

Брзина одраза се израчунава према литературним обрасцима [135] датим у табели 1.4, при чему се најтачнијом сматра она која је одређена по методи *импулс – количина кретања*.

Табела 1.4 Обрасци за израчунавање брзине одраза.

Метод	Образац
време лета	$v_{odraza} = \frac{gt_{leta}}{2}$ t_{leta} - време лета [s].
импулс – количина кретања	$v_{odraza} = \frac{I_{Fz} - I_{mg}}{m}$ I_{Fz} - импулс вертикалне реакције подлоге [$\frac{kg \cdot m}{s}$]; I_{mg} - импулс тежине тела [$\frac{kg \cdot m}{s}$]; m - маса тела [kg]. Импулси се израчунавају нумеричким интеграљењем одговарајућег дела криве „вертикална реакција подлоге – време“.
рад – енергија	$v_{odraza} = \sqrt{\frac{2(A_{Fz} - A_{mg})}{m}}$ A_{Fz} - рад вертикалне реакције подлоге [J]; A_{mg} - рад тежине тела [J]. m - маса тела [kg]. Радови се израчунавају нумеричким интеграљењем одговарајућег дела криве „вертикална реакција подлоге – померај центра масе тела“.

2

Биомеханички принципи извођења поскока

- утицај фреквенције и интензитета извођења на крутост ногу

Будући да поскоци представљају најједноставнији тип скокова, у механичком смислу их је лако моделирати веома једноставним механизмом, тзв. маса-опруга, који се састоји од вертикалне опруге и масе која је притиска (тачка 1.2.3а) [201, 202]. Такав механички модел подразумева да је целокупна маса тела сконцентрисана у маси на горњем крају опруге а да сама опруга нема масу. Код тако једноставног механизма, најважнија променљива је његова крутост, прецизније - вертикална крутост система. Пројектовано на извођење суножних вертикалних скокова у месту, вертикална крутост система маса-опруга се може дефинисати као однос вертикалне реакције подлоге према вредности вертикалног помераја центра масе (деформацији опруге) измерене на средини временског интервала контакта испитаника са подлогом [122, 202]. По правилу, у том тренутку вредности и реакције подлоге, и вертикалног спуштања центра масе, достижу максималне вредности тако да се вертикална крутост израчуната за ове услове, усваја као глобална карактеристика од које највише зависе перформансе локомоторног апарата [123, 203, 204]. При томе се сматра да зглобови, пре свега имају улогу координатора и стабилизатора кретања тела али не и тако значајну улогу у испољавању његових перформанси. Дакле, вертикална крутост се може сматрати најважнијим параметром за оцену способности испитаника да изведе одређене покрете везане за скакање и трчање. Недовољна или превелика вертикална крутост система или пак њено неадекватно прилагођавање датом кретном задатку, лако могу да доведу до повреде локомоторног апарата.

Узимајући у обзир све што је у претходном пасусу написано, може се закључити да су вертикални суножни поскоци веома захвалан модел, како за одређивање перформанси (вертикална крутост) система, тако и за испитивање улоге зглобова доњих екстремитета у њиховој координацији. Од посебног интереса је испитивање промена динамичких варијабли поскока у условима када се од испитаника захтева да нека од карактеристика самог поскока има граничне вредности, нпр. да висина одскока буде максимална или да време контакта са подлогом буде минимално. То су ситуације у којима и напрезања одређених делова локомоторног система, посебно зглобова, теже максималним вредностима а што представља

фактор ризика за настанак повреда код физички неспремних испитаника. Захтеви за анализом карактеристика таквих поскока проистичу из праксе јер су део су редовних тренажних и физичких активности, нпр: прескакање вијаче, скакање „под обручем“ у кошарци, вертикални суножни скок у одбојци, скок у вис, брзе промене правца и смера кретања и тд. Због тога је циљ експеримента који ће бити описан у овој глави, да се утврди на који начин физичка активност која претходи максималном поскоку, утиче на промену како вертикалне крутости локомоторног система, тако и крутости зглобова доњих екстремитета. Под термином „максимални поскок“, подразумеваће се поскок који је изведен са максималном висином одскока коју испитаник може да постигне. Такође, под термином „оптимални (природни) поскок“, подразумеваће се поскок који испитаник у датим експерименталним условима изводи са параметрима скока који њему највише одговарају.

Напомена:

Иако се механичким моделом маса-опруга моделира вертикална крутост, у првој апроксимацији се тај модел може применити и на моделирање крутости ногу. Будући да је експериментална поставка таква да се поскоци изводе у месту, центар масе тела и велики трохантер ће осциловати само дуж вертикалне осе; максималне вредности померања ће достигати у истим временским тренуцима. Због тога се највеће вредности вертикалне крутости и крутости ногу, могу дефинисати као однос највеће вредности вертикалне реакције подлоге према највећем вертикалном померају (спуштању) центра масе, односно највећем вертикалном померају (спуштању) великог трохантера, респективно. У тексту који следи, за параметар крутости поскока је усвојена крутост ногу. Такав је избор и у највећем броју литаратурних извора [202, 205-206,...]. Два су доминантна разлога за такав избор: а) лакше је мерити вертикални померај великог трохантера – довољан је само један маркер, него мерити вертикални померај центра масе – потребно је много више маркера на свим сегментима тела, б) прецизно одређивање положаја центра масе тела постаје веома сложено ако се у обзир узму и осцилујуће масе (енгл. *wobbling masses*).

2.1 Фактори који утичу на промену крутости ногу

Ранија истраживања [202, 207] су показала да се крутост ногу повећава, било са повећањем висине одскока, било са повећањем фреквенције њиховог извођења. Значајан утицај на крутост ногу има и време трајања контакта са подлогом [130, 205]. Наиме, на први поглед се може учинити да време трајања контакта са подлогом има исти утицај на крутост ногу као и фреквенција њиховог извођења али будући да се висина одскока, а последично томе и „време лета“, могу мењати на задатој фреквенцији, мењаће се и време трајања контакта са подлогом. Управо због тога, време трајања контакта са подлогом, неће имати исти утицај на крутост ногу као што га има фреквенција извођења поскока.

У истраживању које ће у овој глави бити описано, посебно је анализиран утицај још једног фактора који до сада није био предмет анализа. Реч је о висини одраза претходно изведеног поскока [208] и његовом утицају на промену крутости ногу наредног поскока. Узимајући у обзир претходно написано – да висина одраза зависи од крутости ногу, може се претпоставити да се анализом утицаја висине одраза претходног поскока, заправо на посредан начин анализира утицај крутости ногу претходног поскока на биомеханичке варијабле поскока који следи.

2.1.1 *Време трајања контакта са подлогом*

При извођењу поскока, да би се повећала висина одраза, треба повећати време лета а то се постиже смањењем времена трајања контакта са подлогом што даље доводи до повећања вертикалне крутости [130, 205] и обрнуто. Промена вертикалне крутости се постиже променама у крутостима зглобова доњих екстремитета. Нпр, повећање вертикалне крутости при извођењу поскока променљивих висина у највећој мери се постиже повећањем крутости скочног зглоба [206]. Насупрот томе, при извођењу поскока на оптималној фреквенцији, на вертикалну крутост највише утиче крутост зглоба колена [209]. Због тога је претпостављено да фреквенција извођења поскока у месту, има утицај на то како јој се испитаник прилагођава, тј. коју стратегију у променама крутости зглобова доњих екстремитета примењује да би вертикалну крутост довео на ниво довољан за успешно извршење постављеног задатка.

2.1.2 *Висина одраза претходно изведеног поскока*

Између поскока који се изводе у низу и доскока са издигнуте платформе (енг. *Drop Jump*) постоји кинематска сличност [210]. Ниме, сваки поскок, почев од другог, може се сматрати доскоком са издигнуте платформе, при чему се под висином платформе сматра висина до које је испитаник одскочио у претходном поскоку. Прецизније, под висином поскока (висина одраза) се подразумева *max. висина* до које је испитаник у току фазе лета издигао центар масе тела изнад нивоа који одговара мирном стојећем ставу. Будући да промена висине (платформе) са које се доскаче и те како утиче на неуромускуларне и механичке карактеристике локомоторног система (детаљније ће бити објашњено у трећој глави), може се претпоставити да ће се због тога мењати и начини на који ће испитаници остваривати потребну вертикалну крутост ради достизање задате висине наредног поскока.

Да би испитали какав утицај има висина поскока изведеног непосредно пре извођења поскока са максималном висином одраза, испитаницима су постављена два типа задатака које су имали да изведу на оптималној и на задатој (2.2 Hz) фреквенцији. Намера је била да се утврди, на које биомеханичке параметре поскока, доминантан утицај има скочни зглоб [128, 206, 211] а на које зглоб колена [212, 209, 308].

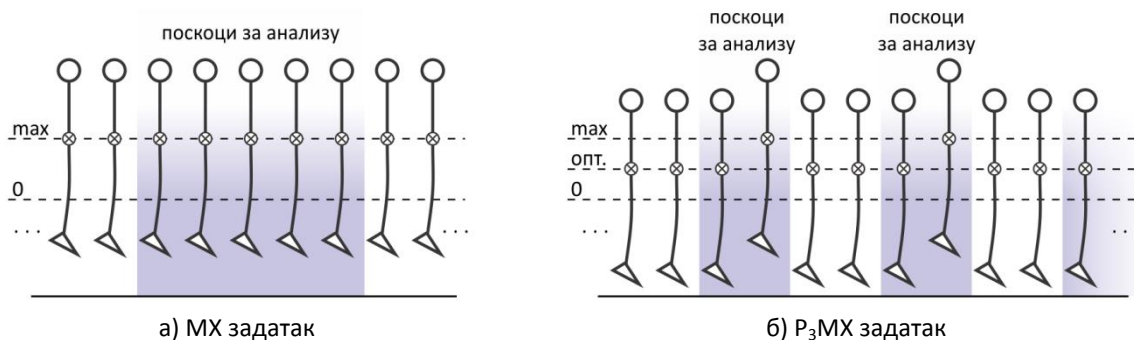
2.2 **Експериментална поставка**

Задатак постављен пред испитанике био је да боси и са рукама на куковима, изводе поскоке у месту у такту метронома који је био подешен на 2.2 Hz. Намерно је одабрана ова фреквенција, јер је истраживање спроведено у раду [202], баш ову фреквенцију издвојило као ону која је најприближнија човечијој природној фреквенцији извођења поскока из аспекта најмање потрошње енергије и највеће ефикасности. У истом раду је примећено и да поскоци који се изводе на мањим фреквенцијама од 2.2 Hz, обично у довољној мери не рефлектују понашање механичког модела маса-опруга, због чега може бити отежано тачно одређивање вертикалне крутости. Поред тога, испитаницима је било омогућено да изводе поскоке и на оптималној фреквенцији (ОФ), дакле без праћења откуцаја метронома.

2.2.1 *Узорак испитаника*

Мерење биомеханичких параметара поскока је изведено уз учешће десеторице активних спортиста-аматера: 4 одбојкаша и 6 кошаркаша. Нико од њих није имао било какве неуромускуларне поремећаје и у тренутку извођења експеримента су били потпуно здрави.

Просечне вредности (аритметичка средина \pm SD) њихових година старости, висина и маса су износиле: 21 ± 1.2 , 189.2 ± 3.1 cm и 81.1 ± 3.5 kg, респективно. Сваки од спитаника је потписао понуђени формулар о добровољном учествовању у експерименту.



Слика 2.1 Кретни задаци у експериментима: а) МХ и б) Р₃МХ.

2.2.2 Протокол експеримента¹

На свакој од фреквенција (оптимална и 2.2 Hz), од испитаника је захтевано да успешно изведу две варијанте кретних задатака, тј. поскова (слика 2.1):

1. МХ задатак: 15 поскова у месту од којих сваки треба да буде са максималном висином одраза. Тиме се постиже да поскову који је предмет анализе, претходи посков са такође максималном висином одраза;
2. Р₃МХ задатак: 25 поскова у месту од којих је тек сваки четврти изведен са максималном висином одраза. Међупоскове испитаник треба да изведе са висином одраза која њему највише одговара.

Такође, од испитаника се захтевало да у оба кретна задатка, поскови са максималном висином одраза буду изведени тако да време контакта са подлогом буде што је могуће краће.

Нису сви поскови коришћени за анализу, већ само следећи:

1. МХ задатак – само 5 поскова из средине серије;
2. Р₃МХ задатак – само четврти, осми, дванаести, шеснаести и двадесети посков.

Параметар за анализу је била и висина са које испитаник доскаче пре извођења набројаних поскова, тј. висина одраза поскова који је изведен непосредно пре поскова који је предмет анализе.

Дакле, укупно је по испитанику анализирано 20 поскова (два кретна задатка, две фреквенције, 5 поскова по фреквенцији).

Иако делују једноставно и упркос томе што су испитаници активни спортисти, кретни задаци постављени пред њих су ипак били захтевни. Због тога је сваки од њих, два дана пре главног експеримента, прошао тренинг фамилијаризације са постављеним задацима. Кретни задаци су извођени наизменично са паузама од 5 минута. Задаци који су извођени на задатој фреквенцији од 2.2 Hz, сматрани су успешно изведеним ако је испитаник остварио фреквенцију поскова која се од такта метронома разликовала највише за $\pm 3\%$ [203].

¹ Експерименти су изведени у Методичко-истраживачкој лабораторији Факулета спорта и физичког васпитања Универзитета у Београду, 2010. године. Биомеханичка анализа и резултати су приказани у овој дисертацији и публиковани у научном часопису међународног карактера [208].

2.2.3 Биомеханичке варијабле вертикалних поскока

Вертикална крутост је рачуната као однос пика вертикалне реакције подлоге и скраћења ноге на средини фазе контакта [128, 206, 212], будући да је реална претпоставка да се код поскока у истом временском тренутку постижу и највећа вертикалне реакције подлоге, и најнижи положај центра масе тела. Крутост зглоба је рачуната као однос пика момента у зглобу (скочном, колено, кук) и угаоног помераја зглоба, од тренутка контакта тела са подлогом, до тренутка највеће флексије зглоба [128, 206, 212].

2.2.4 Апаратура коришћена за аквизицију експерименталних података

У експерименту је коришћена следећа мерна опрема:

- вишеосна тензиометријска платформа AMTI (60×120 cm), $f=1000$ Hz;
- три инфрацрвене камере Qualisys ProReflex MCU 240 Hz. Ретрорефлектујући маркери су постављени на следеће анатомске позиције: пети метатарзофалангеални зглоб, скочни зглоб (латерални глежањ), зглоб колена (латерални епикондил фемура), зглоб кука (велики трохантер) и зглоб рамена (акромиоклавикуларни зглоб). Трајекторије маркера су филтриране нископропусним Батервортовим филтером четвртог реда са нултим лагом и cut-off фреквенцијом од 8 Hz.

2.2.5 Статистичка анализа

Тестирање зависности између биомеханичких варијабли за оба кретна задатка и за обе фреквенције, изведено је: а) једнофакторском ANOVA анализом са понављањем и б) вишеструким „post hoc“ тестом најмање значајне разлике. Ради једноставности, тестиран је само један фактор – висина претходно изведеног поскока и њен утицај на биомеханичке варијабле поскока који следи. За статистичку значајност је усвојено да важи $p \leq 0.05$. Подаци су обрађивани у софтверу SPSS v17.

2.3 Резултати биомеханичке анализе поскока

Сви испитаници су са успехом извели оба моторна задатка на задатој фреквенцији (табела 2.1). Показало се да су њихове оптималне фреквенције приликом извођења МХ и Р₃МХ задатака, износиле ~ 1.43 и ~ 1.81 Hz, респективно.

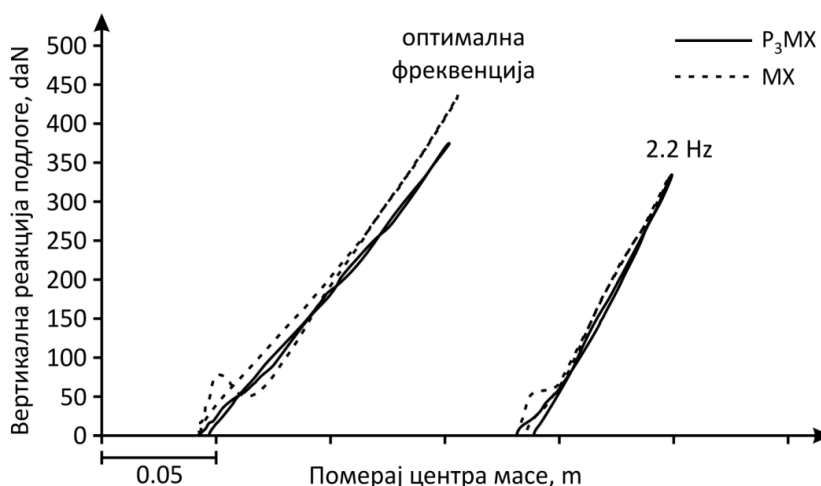
На слици 2.2 су приказани примери зависности вертикалне реакције подлоге од помераја центра масе за једног од испитаника. При доскоку, центар масе тела се спушта у односу на равнотежни положај, што за последицу има веома мало сабијање (скраћење) доњих екстремитета. Тај процес је приказан узлазним гранама било које од кривуља на слици 2.2. У тренутку достизања највеће вредности вертикалне реакције подлоге, сабијање доњих екстремитета је највеће (одговара средини фазе контакта са подлогом), означено крајњим „десним“ вредностима на кривуљама. Опадајућа грана на дијаграмима означава процес опадања вертикалне реакције подлоге, издизања центра масе - самим тим и истезања доњих екстремитета, све до „одлепљивања“ пацијента од подлоге. Будући да нагиб кривуља на слици 2.2 заправо представља просечну вертикалну крутост, очигледно је нема значајније статистичке разлике у њиховим вредностима између МХ и Р₃МХ задатака на обе фреквенције: 2.2 Hz ($p = 0.691$) и оптимална ($p = 0.807$) (слика 2.2, табела 2.1).

Табела 2.1 „p“ вредности одређене применом двофакторске ANOVA анализе са поновљеним мерењима за скуп биомеханичких параметара поскака. За праг значајности је усвојена вредност $p \leq 0.05$.

Биомеханичке варијабле поскака	2.2 Hz		оптимална фреквенција	
	МХ	P ₃ МХ	МХ	P ₃ МХ
Фреквенција, Hz	2.22 (0.03)	2.25 (0.06)	1.43 (0.13)	1.81 (0.21)
Време контакта са подлогом, ms	175.8 (15.4)	172.6 (12.5)	196.8 (25.4)	210 (30.09)
Висина одраза, m	0.11 (0.02)	0.13 (0.02)	0.36 (0.08)	0.29 (0.12)
Брзина на почетку одраза, m/s	1.48 (0.11)	1.61 (0.13)	2.62 (0.29)	2.32 (0.47)
Мах. вертикална реакција подлоге, N	4076.4 (265.9)	4427.7 (252)	5098.2 (428.7)	4416 (494.04)
Мах. сабијање ногу, m	0.061 (0.006)	0.067 (0.011)	0.09 (0.03)	0.09 (0.02)
Крутост ногу, kN/m	54.6 (8.6)	55.6 (10.3)	41.3 (9.6)	43.1 (6.8)
Угао скочног зглоба при доскоку, rad	2.168 (0.215)	2.084 (0.164)	2.260 (0.129)	2.084 (0.127)
Угао колена при доскоку, rad	2.754 (0.127)	2.552 (0.164)	2.702 (0.171)	2.497 (0.124)
Угао кука при доскоку, rad	2.923 (0.092)	2.786 (0.089)	2.888 (0.044)	2.751 (0.056)
Мах. момент у скочном зглобу, Nm	573 (159.3)	566.4 (150)	547.3 (247.1)	473.9 (198.3)
Мах. момент у колenu, Nm	241.2 (42.4)	372 (138.5)	564 (177.5)	515.9 (152.4)
Мах. момент у куку, Nm	412.3 (99.9)	480.8 (133.9)	611.6 (145.2)	418.9 (69.1)
Угаони померај у скочном зглобу, rad	0.584 (0.183)	0.778 (0.096)	0.990 (0.082)	1.030 (0.085)
Угаони померај у колenu, rad	0.382 (0.120)	0.625 (0.124)	0.726 (0.105)	0.856 (0.143)
Угаони померај у куку, rad	0.178 (0.054)	0.368 (0.099)	0.373 (0.080)	0.513 (0.131)
Крутост скочног зглоба, Nm/rad	948.1 (245.2)	780 (218.1)	561.03 (258.4)	468.2 (204.9)
Крутост колена, Nm/rad	616.8 (175.9)	577.7 (174.3)	845.1 (256.8)	617.3 (188.04)
Висина одраза претходног поскака, m	0.11 (0.01)	0.08 (0.01)	0.35 (0.04)	0.15 (0.02)

Напомене: 1. зелена боја: вредности за које важи да је $p < 0.01$ (јак доказ у прилог хипотезама);

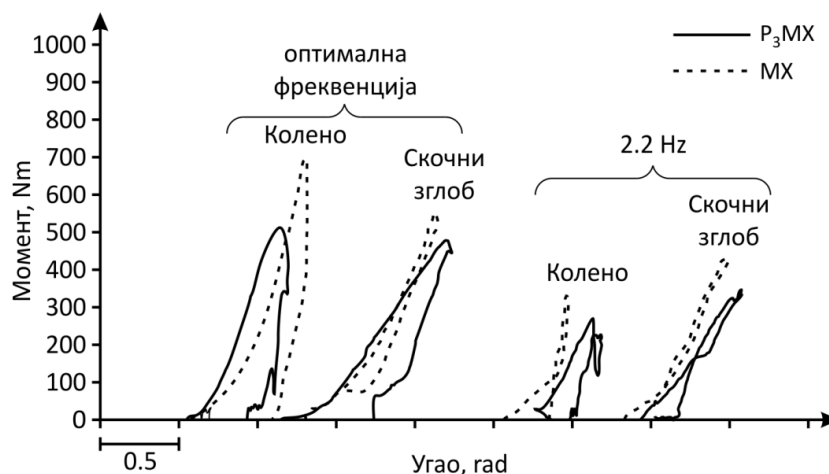
2. црвена боја: вредности за које важи да је $0.01 \leq p < 0.05$ (солидан доказ у прилог хипотезама).



Слика 2.2 Кривуље којима се описују зависности вертикалне реакције подлоге од помераја центра масе током извођења поскака. Кривуље су дате за поскаке који се изводе на оптималној фреквенцији и на 2.2 Hz, за оба кретна задатка (МХ и P₃МХ). Напомена: помераји почетака кривуља дуж апсцисне осе су само естетске природе и немају никакве везе са почетним положајем центра масе.

На слици 2.3 су за скочни зглоб и зглоб колена једног од испитаника, приказани примери зависности момента од угаоног помераја. Аналогно тумачењу датом за просечну вертикалну крутост доњих екстремитета, код зглобова се може говорити о просечној торзионој

крутости. Анализа је показала да је торзиона крутост појединих зглобова значајно већа при извођењу МХ него P_3 МХ задатка и то: а) скочног зглоба на фреквенцији од 2.2 Hz ($p = 0.041$) (табела 2.1) и б) зглоба колена на оптималној фреквенцији ($p = 0.045$) (табела 2.1).



Слика 2.3 Кривуље којима се описују зависности момента од одговарајућег угаоног помераја у зглобу. Кривуље су дате за поскове који се изводе на оптималној фреквенцији и на 2.2 Hz, за оба кретна задатка (МХ и P_3 МХ). Напомена: помераји почетка кривуља дуж апсцисне осе су само естетске природе и немају никакве везе са почетним углом зглоба.

Анализом резултата вертикалне и торзионе крутости из табеле 2.1, може се закључити следеће:

1. као што је и очекивано, већа је вертикална крутост на 2.2 Hz, него на оптималној фреквенцији;
2. такође, торзиона крутост скочног зглоба је већа на 2.2 Hz него на оптималној фреквенцији. Супротно важи за торзиону крутост колена;
3. на фреквенцији од 2.2 Hz, торзиона крутост скочног зглоба је значајно већа при извођењу МХ задатка, него при извођењу P_3 МХ задатка ($p = 0.041$);
4. на оптималној фреквенцији, торзиона крутост колена је значајно већа при извођењу МХ задатка, него при извођењу P_3 МХ задатка ($p = 0.045$).

Када је реч о торзионој крутости зглоба кука, временски тренуци достизања највећег момента и највећег угаоног помераја су се у великом броју случајева разликовали за више од 10% од времена трајања контакта, па из тог разлога [128, 209] нису били предмет анализе.

На фреквенцији поскова од 2.2 Hz (табела 2.1), и највећа вредност вертикалне реакције подлоге, и највеће скраћење доњих екстремитета су показали пораст при извођењу P_3 МХ задатка у односу на МХ задатка. У првом случају то повећање износи 8.6% ($p = 0.005$) а у другом случају 9.8% ($p = 0.036$).

На оптималној фреквенцији (табела 2.1), највећа вредност вертикалне реакције подлоге је у просеку за 15.4% била већа при извођењу МХ задатка него при извођењу P_3 МХ задатка ($p = 0.000$). Током извођења ових задатка, није било статистички значајних промена у величини скраћења доњих екстремитета ($p = 1.000$).

При извођењу поскова на обе фреквенције, углови у зглобовима доњих екстремитета (скочни, колена, кук) су били већи током МХ, него током P_3 МХ задатка ($p \leq 0.036$) (табела 2.1).

2.4 Дискусија

Описано истраживање је спроведено са циљем да се утврди на који начин испитаници реагују у смислу прилагођавања крутости доњих екстремитета када се промене услови извођења кретања, тј. поскока. Услови извођења су прецизно дефинисани кроз програме кретања и односе се на испитивање утицаја: а) фреквенције извођења и б) висине одраза. Резултати су показали да се на задатој фреквенцији извођења, крутост ногу није мењала са променама кретних задатака. Исто не важи и за торзионе крутости зглобова. Наиме, уколико се повећа висина претходно изведеног поскока (поређење МХ задатка према Р₃МХ задатку), на фреквенцији од 2.2 Hz ће доћи до значајног повећања торзионе крутости скочног зглоба а на оптималној фреквенцији до повећања торзионе крутости зглоба колена. Ти и остали резултати показују да чак и мале промене у кретним задацима, значајно могу утицати на крутост модела маса-опруга.

Скочни зглоб

Информације из литературе [128] говоре да у систему који се састоји од више опруга, она опруга која има најмању крутост бива изложена највећим деформацијама при промени кретног задатка. Управо то је и доказано да важи за скочни зглоб када се поскоци изводе на фреквенцији од 2.2 Hz. Наиме, будући да се у МХ задатку сви поскоци изводе тако да висина одскока буде максимална, анализа је показала да су се за извршење тог задатка, испитаници највише ослањали на активност скочног зглоба. Због тога је његова крутост била значајно већа у поређењу са крутошћу која је измерена при извођењу Р₃МХ задатка. Са друге стране, при извођењу Р₃МХ задатка, поскоци који су претходили поскоку са максималном висином одраза су извођени „растеређеније“ па је смим тим и скочни зглоб био „опуштенији“. Тако постављен задатак је испитаницима омогућавао да се у претходна три поскока што боље припреме за извођење поскока са максималном висином одраза, него што су за то имали прилике у МХ задатку. Резултат су веће висине одраза и када је реч о скочном зглобу – већи углови померања и мања торзиона крутост. Могуће објашњење оваквог резултата би било следеће. Будући да се поскоци изводе узастопно, енергија удара коју испитаник акумулира при доскоку, омогућава му да енергичније започне наредни поскок. У случају Р₃МХ задатка, висина са које се доскаче је мања него код МХ задатка, па је самим тим и акумулирана енергија мања. Другим речима, „катапулт“ акција [213] коју током кратког контакта са подлогом мишићно-тетивни систем треба да произведе у циклусу издужење-скраћење, слабија је ако је доскок изведен са мање него са веће висине [213]. По овој логици, испитаници би требало да су остваривали веће висине одраза у МХ него у Р₃МХ задатку. Међутим, резултати су показали супротно. Због тога је очигледно да су испитаници почетну енергију потребну за извођење поскока максималне висине надокнађивали на неки други начин - подешавањем других биомеханичких параметара поскока. Један од тих параметара јесте и већа (угаона) покретљивост скочног зглоба (табела 2.1). То је за последицу имало генерисање веће вертикалне реакције подлоге јер су: а) стопала током припремног поскока дуже била у контакту са подлогом (не види се из табеле 2.1 јер она важи само за референтне поскоке) и б) контракција мишића листа (лат. *musculus triceps surae*) је била спорија него у МХ задатку (акумулација енергије је омогућена споријом концентричном акцијом која одговара контрактилној компоненти мишића и ексцентричном акцијом која одговара еластичним компонентама мишића [214]). Ови резултати наводе на закључак да промена торзионе крутости скочног зглоба има доминантну улогу када је реч о промени карактеристика поскока на фреквенцији (2.2 Hz) већој од оптималне.

Зглоб колена

Анализом је потврђено да торзиона крутост колена расте [212, 209] са интензивирањем кретних задатака ($P_3MX \rightarrow MX$ и $OF \rightarrow 2.2\text{ Hz}$). Та разлика је посебно очигледна између задатака P_3MX и MX , када се поскоци изводе на оптималној фреквенцији (табела 2.1).

Из табеле 2.1 се може запазити и то да су испитаници веће висине одраза постизали на OF него на 2.2 Hz , и то: 3.27 пута веће у MX задатку и 2.23 пута веће у P_3MX задатку. Из тога би се могло закључити да су испитаници на OF фреквенцији изводили „круће“ поскоке [215]. Међутим, резултати за крутост доњих екстремитета у табели 2.1, оповргавају такво тумачење, па се намеће објашњење да је повећана висина одскока у првом реду последица повећаног торзионог момента у зглобу колена због значајно већег угаоног помераја и нешто веће вертикалне реакције подлоге [212, 209]. Дакле, ради постизања што веће висине одраза, испитаници се нису ослањали на мишиће скочног зглоба, већ највише на мишиће екстензоре колена који имају дужа мишићна влакна, већу запремину и самим тим омогућавају генерисање веће вршне силе [216]. Због тога је и брзина испитаника у тренутку одраза била већа на OF фреквенцији него на 2.2 Hz (табела 2.1) будући да се због повећаног ангажовања мишића екстензора колена, повећала и „експлозивност“ испитаника.

Зглоб кука

Као што је раније напоменуто, торзиона крутост зглоба кука није била предмет анализе јер су се тренуци достизања максималног момента и максималног угаоног помераја у зглобу међусобно разликовали за више од 10% од времена трајања контакта са подлогом. Овај фазни померај је малтене важио као правило код P_3MX задатка. Разлог оваквом резултату вероватно лежи у тежњи испитаника да покрете углавном изводе концентричном контракцијом мишића екстензора доњих екстремитета, при томе се помажући повећаном ротацијом проксималних сегмената, тј. тупа. Таква стратегија кретања се и могла очекивати у условима када поскок са максималном висином одраза треба извести одмах након недовољне ексцентричне контракције (P_3MX задатка), због чега изостаје ефекат „катапултирања“.

Висина одраза

Када је реч о поскоцима који су извођени на OF фреквенцији, важно је приметити и то, да упркос томе што им је при извођењу P_3MX задатка било омогућено да се кроз три припремна поскока што боље припреме за извођење поскока са максималном висином одраза, испитаници су ипак веће висине одраза постизали током извођења MX него P_3MX задатка (табела 2.1). Од раније [312] је познато да енергија ослобођена у концентричној фази скока, управо зависи од брзине и величине еластичних деформација мишића у ексцентричној фази кретања (детаљније о томе у поглављу 3.1). Управо то је разлог због кога су испитаници постизали веће висине одраза у MX него у P_3MX задатку. Због тога је просечно остварена висина одраза у MX задатку износила 36 cm (табела 2.1) али је и просечна висина припремних поскока износила готово исто толико (~35 cm), па је последично и акумулирана енергија еластичних деформација мишићно-тетивног комплекса доњих екстремитета у тренутку контакта са подлогом била већа него у случају P_3MX задатка, када је висина припремних поскока у просеку износила свега 15 cm а висина поскока са максималним одразом 29 cm (табела 2.1). Не може а да се не примети сличност између резултата за висину одраза између MX задатка и доскока са платформе издигнуте на стандардну висину од 40 cm [217-220]. Наиме, извођење MX задатка се може посматрати аналогно доскоку са платформе издигнуте

на висину од 35 cm (табела 2.1), што је близу стандардној висини од 40 cm, па су и резултати за висину одраза након доскока међусобно упоредиви, тј. слични. Са друге стране, разлог због ког испитаници током извођења припремних поскока у P_3MX задатку не успевају да се довољно добро припреме да након њих изведу поскок са максималним одразом и који би по резултату био једнак оном који постижу у MX задатку, лежи у чињеници да је њихов мишићни рад током припремних скокова мањи него у MX задатку а што је у складу са природним нагоном и механизмом за штедњом енергије.

Из табеле 2.1 се може запазити и то да су угаони помераји у зглобовима доњих екстремитета били мањи при извођењу MX него P_3MX задатака, као и то да су испитаници у MX задатку доскакали са „опруженијим“ ногама него у P_3MX задатку. Одатле произилази закључак да је мање савијање зглобова у MX задатку, испитаницима послужило као нека врста мере заштите да би избегли превелике амортизационе фазе и самим тим ризик од евентуалних повреда меких ткива мишићно-зглобног система. Практично су ризиковали мање него док су изводили P_3MX задатак када су нагло морали да изведу максимални поскок.

Утицај висине одраза претходног поскока

Анализом је потврђена претпоставка да при извођењу поскока са максималном висином одраза, торзионе крутости скочног зглоба и зглоба колена зависе од висине одраза претходног поскока, без обзира на то да ли се поскоци изводе на задатој или на фреквенцији која највише одговара испитанику. На поскок са максималном висином одраза, висина одраза претходно изведеног поскока, утиче на следећи начин: а) повећава се ангажовање скочног зглоба на задатој фреквенцији извођења (2.2 Hz, табела 2.1), б) повећава се ангажовање колена на оптималној фреквенцији извођења (ОФ задатак, табела 2.1) и в) нема утицаја на вертикалну крутост (слика 2.2, табела 2.1). Сви ови резултати, као и истраживања других аутора [209, 221], наводе на закључак да локомоторни систем располаже веома углађеним механизмима контроле крутости сваког свог елемента, без обзира на услове у којима делује.

Практичне импликације

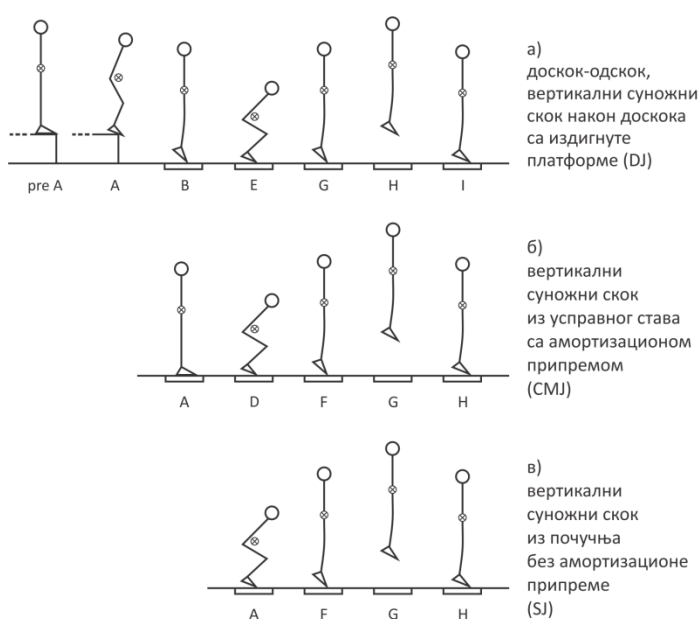
Резултати ове студије се могу и практично применити у плиометријском тренингу. Веза између временског ограничења за извођење поскока (фреквенција) и магнитуде ексцентричне контракције (висина одраза), одређује које мишиће или групе мишића доњих екстремитета, треба ангажовати да би се успешно извршио задати кретни задатак. Ако се пред испитаника постави задатак да појача или промени интензитет извођења поскока (остваривање различитих висина одраза), онда се зна да ће доминантну улогу у тој физичкој активности имати зглоб колена и његови мишићи екстензори. Узастопни поскоци са максималном висином одраза, само ће још више истаћи њихову улогу. Тако, ако испитаник на оптималној (сопственој) фреквенцији изводи поскоке, за ~25% ће моћи да оствари већу висину одраза ако пре тога изведе неколико поскока са приближно максималном висином, него да одмах покуша да оствари максимални одраз. Са друге стране, ако се од испитаника затражи да повећа фреквенцију извођења поскока (нпр. на 2.2 Hz у описаној анализи), онда је јасно да ће он то учинити повећаним ангажовањем скочног зглоба и припадајућих мишића. Међутим, за разлику од начина постизања максималног одраза поскока на оптималној фреквенцији, на фреквенцији од 2.2 Hz се максимална висина одраза постиже тек ако су припремни поскоци изведени са оптималном висином. Уколико би и припремни поскоци били „максимални“, висина одраза би за ~18% била мања него да су припремни били оптималне висине.

3 Биомеханички принципи извођења вертикалних суножних скокова

Вертикални суножни скокови (слика 3.1), јесу једна од основних кретњи у спорту, те је на почетку ове главе дато детаљно објашњење биомеханичких принципа њиховог извођења. Описани су следећи скокови:

- доскок-одскок – вертикални суножни скок након доскока са издигнуте платформе (енгл. *Drop Jump*, скр. DJ);
- вертикални суножни скок из усправног става са амортизационом припремом (енгл. *Counter Movement Jump*, скр. CMJ);
- вертикални суножни скок из почучња без амортизационе припреме (енгл. *Squat Jump*, скр. SJ);

Након тога следи експериментална анализа утицаја висине платформе и висине одраза, односно само висине одраза, на биомеханичке варијабле DJ и CMJ скокова, респективно.



Слика 3.1 Упоредни приказ положаја тела (карактеристичних тачака) током извођења вертикалних суножних скокова. Ознаке одговарају дијаграмским тачкама на сликама 3.2-3.4 и табелама 3.1-3.3. Дијаграми приказују временске промене вертикалне реакције подлоге, убрзања, брзине и положаја центра масе током извођења скокова. Скокови се изводе на тензиометријској платформи (*force-plate*) тако да се центар масе испитаника (⊗) увек помера само у вертикалном правцу. Гледано сдесна налево, прве три фазе су практично идентичне за све скокове, док се четврта суштински веома разликује, иако је на слици приказана идентично за све скокове.

3.1 Доскок-одскок – вертикални суножни скок након доскока са издигнуте платформе (DJ)¹

Снажан вертикални суножни скок, који следи одмах након доскока са издигнуте платформе (слика 3.1a), тренажно се изводи ради повећања снаге и брзине реакције (експлозивности) мишића ногу. Дакле, ради се о плиометријској² кретњи [301], будући да одмах након ексцентричне контракције мишића ногу (истезање под оптерећењем), следи њихова много јача концентрична контракција (скраћивање под оптерећењем). На тај начин, у највећој могућој мери бивају искоришћени ефекти мишићне активности у виду циклуса издужење-скраћење, па се често каже да је плиометрија метод, којим се максимална снага претвара у експлозивну снагу (испољавање максималне, тзв. реактивне снаге у што краћем временском периоду).

Три фазе су кључне код ове врсте скокова:

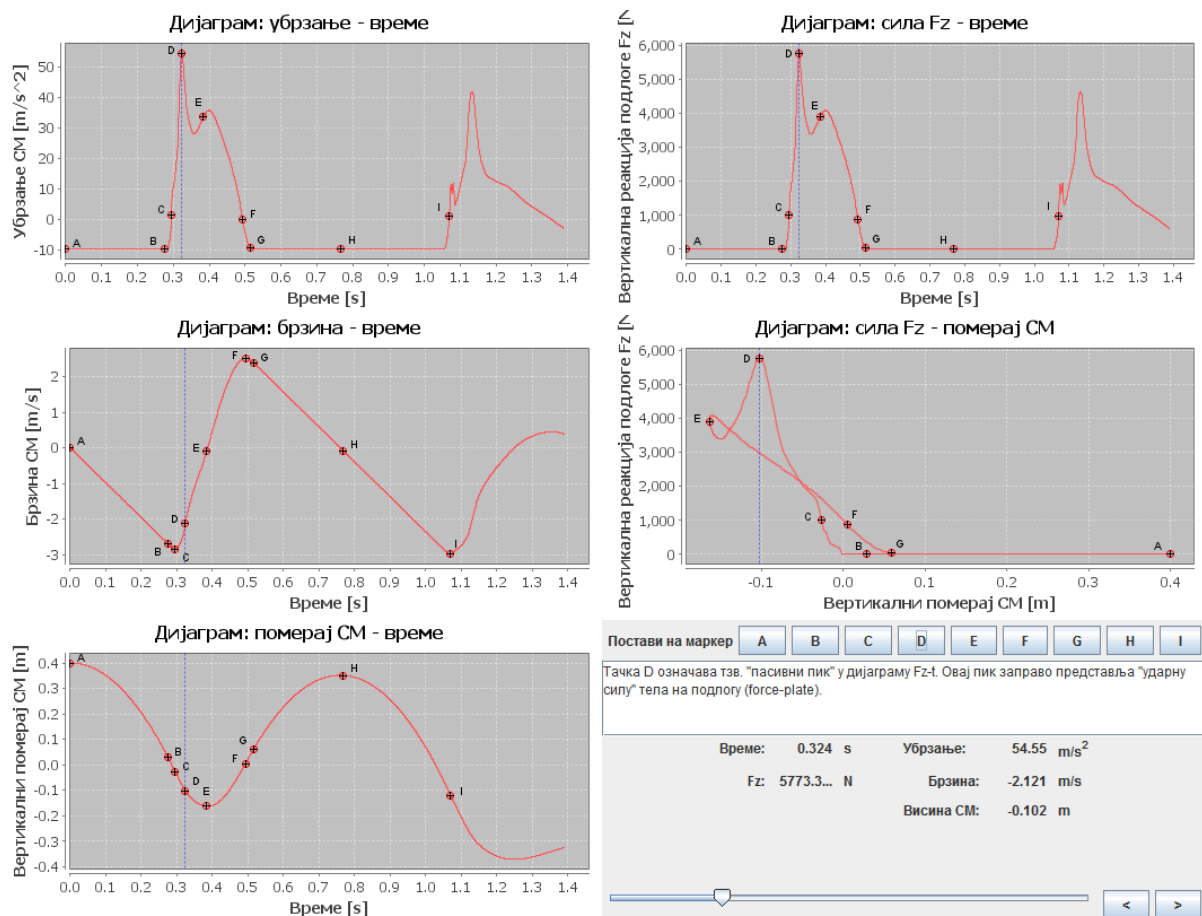
1. Ексцентрична контракција (фаза амортизације). У овој фази, мишићи агонисти примају ударно оптерећење у тренутку контакта стопала са подлогом и акумулирају енергију еластичног удара, да би је касније, у фази одскока, искористили. Наиме, важно је напоменути и то да мишићна активација, иницирана од стране моторног кортекса, започиње и пре самог контакта са подлогом а све са циљем ублажавања ударних оптерећења [302, 303].
2. Прелазна фаза (рана концентрична контракција). Ова фаза се назива прелазном, управо због тога што је смештена између ексцентричне и концентричне контракције. Она је и најважнија, јер од њеног временског трајања зависи какве ће перформансе (брзина и висина) испитаник бити у стању да испољи у фази одскока. Захтев је да она траје што краће, јер у супротном, што је дуже време контакта са подлогом, веће је и расипање (претварање у топлоту) акумулиране енергије мишића ногу, и обрнуто. Тако, ако је време контакта предуго, може се десити да скок уместо плиометријског, поприми карактеристике сасвим обичног (стандардног) скока.
3. Концентрична контракција (касна концентрична контракција). Ова фаза представља меру успеха претходне две фазе. Какве ће бити карактеристике плиометријског одскока и за колико ће оне бити боље од карактеристика обичног одскока, зависи управо од нивоа претходно акумулиране енергије.

Због начина на који се изводе ови скокови, као и због утицаја који имају на тело, спадају у тзв. *шок методе* тренинга. Код ове методе тренинга, циљ је да се што је год могуће више искористе потенцијали мишићног циклуса издужење-скраћење (енгл. *Stretch-Shortening Cycle*, скраћено *SSC*), тј. тзв. плиометријског рефлекса. Иако се ради о једноставној (не захтева се чак ни употреба било каквих реквизита) али веома ефикасној вежби, мора се напоменути да је за њено правилно и безбедно извођење, потребан довољно снажан мискулаторни систем, посебно када је реч о лигаментозно-тетивном комплексу који треба да поднесе значајна ударна оптерећења при доскоку са задате висине.

¹ Drop Jump није исто што и Depth Jump. Drop Jump скокови су у тренажну праксу уведени касније и може се рећи да су настали оптимизацијом Depth Jump скокова. Карактеристике извођања Depth Jump скокова су следеће: висина платформе је од 75 до 110 cm, скаче се са замахом рукама, доскок треба да је гибак - са савијеним коленима, одскаче се вертикално увис тако да се рукама дохвати задати маркер изнад главе. Карактеристике извођања Drop Jump скокова су следеће: висина платформе је од 20 до 60 cm, скаче се са рукама на боковима, докок треба да је крут (мало или нимало савијена колена), одскок треба да је максималан.

² Плиометрија (грч. πλῆθύνω - умножити, или πλέων – боље; μέτρον – мерење; енгл. plyometric (раније: pliometric)). Изворно значење подразумева само ексцентричну мишићну контракцију.

Уопштен дијаграмски приказ динамичких и кинематских варијабли које карактеришу овај тип скока, дат је на слици 3.2 са детаљним описом карактеристичних тачака у табели 3.1.



Слика 3.2 Типични кинематичко-динамички дијаграми DJ скокова.

Пример на слици се односи на DJ скок са платформе чија висина износи 0.4 m.

Табела 3.1 Карактеристичне тачке и фазе на дијаграмима који карактеришу DJ скокове (слика 3.2).

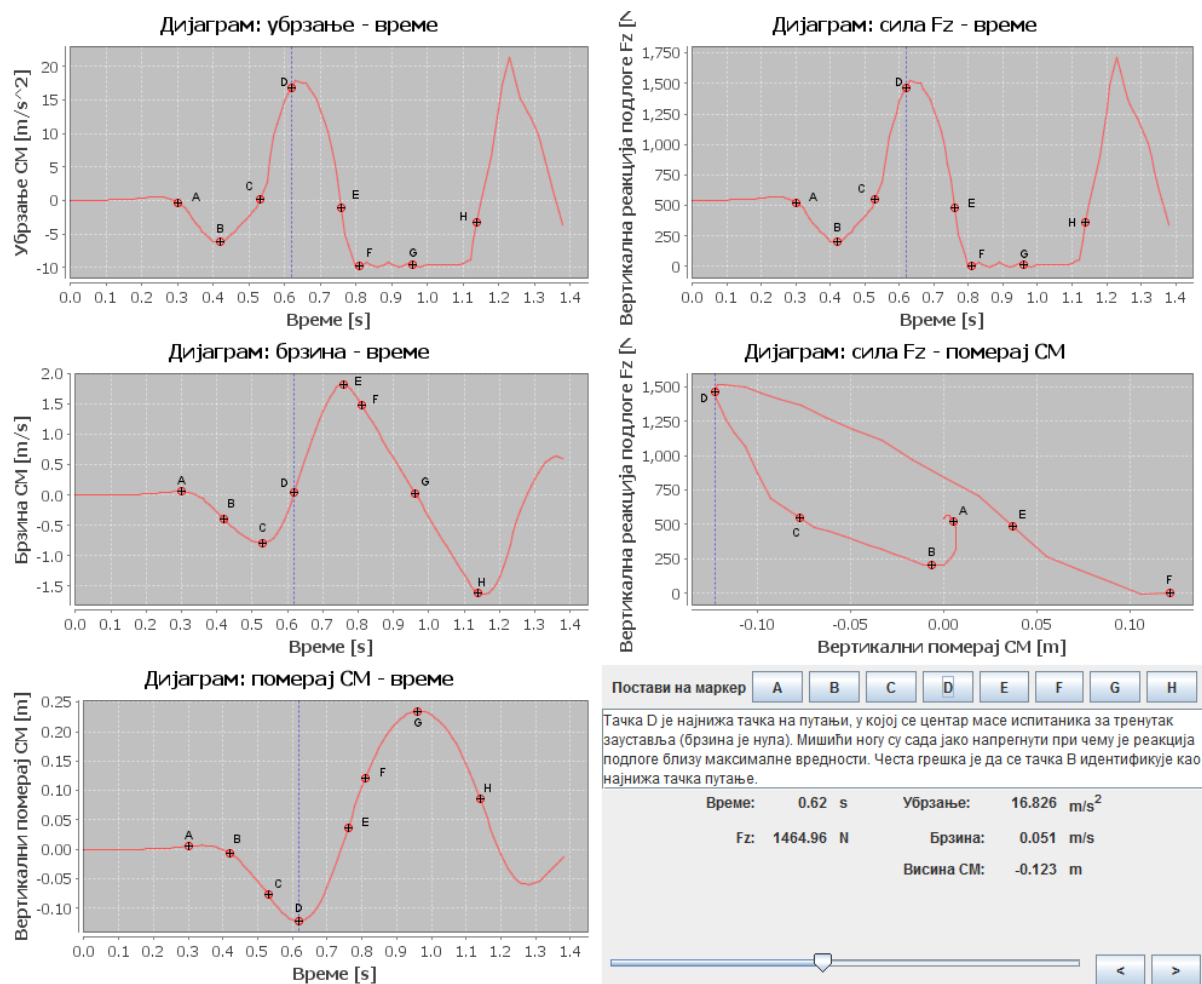
тачка/фаза	опис
пре А:	Испитаник стоји усправно и мирно на платформи висине 0.4 m. Толико износи и промена висине његовог центра масе. (Ова фаза није приказана на дијаграмима.)
А:	Почетак скока. Почетна висина је 0.4 m.
А-В:	Испитаник опушта мишиће ногу и на тај начин, под утицајем гравитације, савија колена и кук и одражава се на доле. Убрзање износи g , а почетна брзина 0.
В:	У тачки В, испитаник прстима стопала остварује контакт са подлогом (<i>force-plate</i>). Због свеукупне истегнутости тела, центар масе се налази нешто мало изнад нивоа на ком би се налазио кад би испитаник мирно стајао на подлози (<i>force-plate</i>).
В-С:	Убрзање испитаника се смањује због оствареног контакта.
С:	У тачки С, вертикална реакција подлоге је једнака тежини испитаника, због чега су резултујућа сила и убрзање центра масе једнаки нули. Тачка С означава и тренутак максималне брзине на доле. Регион А-С се понекад назива и фазом "пропадања" јер је вертикална реакција подлоге мања од тежине испитаника.
С-Д:	Резултујућа сила је сада позитивна, због чега испитаник убрзава на горе, мада се његов центар масе још увек креће на доле.
Д:	Тачка Д означава тзв. "пасивни пик" у дијаграму $F_z - t$. Овај пик заправо представља "ударну силу" којом тело делује на подлогу (<i>force-plate</i>).

- D-E: Период релаксације после иницијалног контакта испитаника са подлогом (*force-plate*). Центар масе испитаника још увек није достигао најнижу тачку, али му се брзина кретања интензивно смањује - малтене линерано.
- E: Ова тачка се налази надомак тзв. "активног пика". У том тренутку, испитаник је и петама дотакао подлогу, тако да се читавом површином стопала ослања на *force-plate*. Центар масе је у свом кретању достигао најнижу тачку, па је његова брзина једнака нули. У овом положају, мишићи ногу трпе највеће оптерећење.
- Треба напоменути и следеће:
- као релевантан податак за прорачун биомеханичких варијабли, узима се вредност F_z која одговара овој тачки;
 - у првој апроксимацији, за прорачун биомеханичких варијабли, може се узети и вредност силе која одговара активном пику;
 - веома често активни пик није ни могуће уочити на дијаграму $F_z - t$, па се за прорачуне (уз напомену), узима вредност силе пасивног пика.
- E-F: Ово је фаза "одскока", у којој испитаник започиње кретање на горе исправљајући колена и кукове. Брзина је сада позитивна – векторски је усмерена на горе. Код великог броја испитаника, максимална реакција подлоге се на овом интервалу достиже на његовом самом почетку, тј. одмах након што центар масе достигне најнижу тачку путање. Тај моменат се назива "активним пиком" и настаје због тога што на самом почетку одскока испитаник помера центар масе унапред, због чега нагло појачава притисак на подлогу (*force-plate*) предњим делом стопала.
- F: Реакција подлоге је сада опала на вредност тежине испитаника. Због тога су и резултујућа сила, и убрзање центра масе, једнаки нули. Ова тачка означава и тренутак максималне брзине кретања тела на горе. Положај центра масе се у овом тренутку практично поклапа са равнотежним положајем. Овај феномен се такође уочава код високог скока из залета преко пречке, као и код скока у даљ, где се максимална вертикална брзина не постиже у тренутку одвајања од подлоге, већ нешто мало раније.
- F-G: Сада вертикална реакција подлоге има мању вредност од тежине испитаника због чега су резултујућа сила и убрзање центра масе испитаника негативни.
- G: Ова тачка представља тренутак одлепљивања од подлоге, тј. тренутак у ком вертикална реакција подлоге постаје једнака нули. У том тренутку, скочни зглобови испитаника су потпуно истегнути, јер испитаник дотиче подлогу само врховима ножних прстију.
- G-H: Једина сила која делује на испитаника јесте његова тежина, тако да кретање тела одговара пројектилу у слободном лету. Део криве G-H одговара успону у фази лета, при чему се због деловања гравитације, положај центра масе испитаника помера успорено на горе.
- H: Тачка H означава највишљу тачку фазе лета, у којој се центар масе испитаника за тренутак зауставља (брзина центра масе је нула).
- H-I: Овај део дијаграма представља слободан пад фазе лета. Центар масе испитаника се креће на доле уз повећање брзине.
- I: Тачка I представља тренутак приземљења у ком се стопала целом површином ослањају на подлогу (*force-plate*). На дијаграму вертикалне реакције подлоге се као последица доскока појављује "оштар пик", после чега, у краћем временском периоду, долази до изједначавања тежине испитаника и вертикалне реакције подлоге - стање мировања (није приказано).
- после I: Довођење тела у усправан положај. Сила F_z се изједначава са тежином тела.

3.2 Вертикални суножни скок из усправног става са амортизационом припремом (СМЈ)

Овај скок испитаник започиње из мирног усправног става (слика 3.16) - брзина и висина центра масе јесу нула. Из овог положаја, истовременим савијањем у куковима и коленима (амортизациона припрема), испитаник за не више од петнаестак центиметара спушта центр масе, а затим одмах (без задржавања) исправља кукове и колена и одражава се вертикално са подлоге. При овој кретњи, испитаник користи повратни режим мишићног рада у виду циклуса издужење-скраћење. Издужење мишића се догађа у току спуштања центра масе, док супротно томе, скраћење мишића ногу настаје у фази одскока. Скок се изводи на тензиометријској платформи, при чему се испитаник труди да пројекција његовог центра масе на подлогу буде са што мањим осцилацијама.

Уопштен дијаграмски приказ динамичких и кинематских варијабли које карактеришу овај тип скока је дат на слици 3.3 са детаљним описом карактеристичних тачака у табели 3.2.



Слика 3.3 Типични кинематичко-динамички дијаграми СМЈ скокова.

Табела 3.2 Карактеристичне тачке и фазе на дијаграмима који карактеришу СМЈ скокове (слика 3.3).

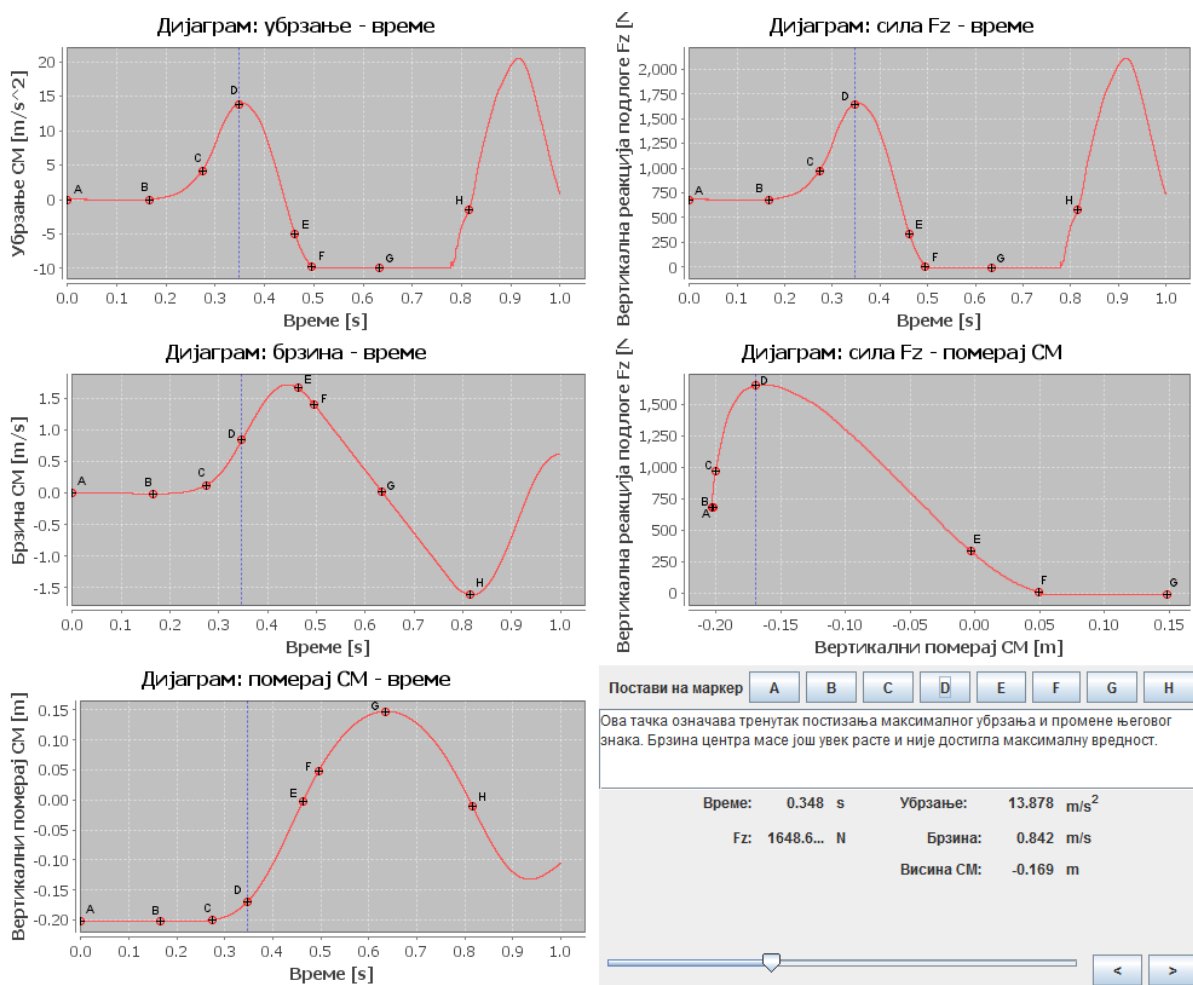
тачка/фаза	опис
пре А:	Испитаник стоји усправно и мирно.
А:	Тачка А представља почетак скока. Испитаник стоји усправно и мирно. Промена висине његовог центра масе износи 0.

- A-B: Испитаник опушта мишиће ногу и на тај начин, под утицајем гравитације, савија колена и кук. Резултујућа сила ($F_z - mg$) постаје негативна, због чега се центар масе испитаника помера и убрзава на доле.
- B: Тачка B означава тренутак максималног убрзања центра масе на доле.
- B-C: Испитаник је почео да појачава активацију ножних мишића, али се његов центар масе још увек креће на доле. Резултујућа сила и убрзање које делује на центар масе испитаника су још увек негативни.
- C: У тачки C, вертикална реакција подлоге је једнака тежини испитаника, због чега су резултујућа сила и убрзање које делују на центар масе једнаки нули. Тачка C означава тренутак максималне брзине на доле. Регион A-C се понекад назива фазом "пропадања" јер је реакција подлоге мања од тежине испитаника.
- C-D: Резултујућа сила је сада позитивна због чега испитаник убрзава на горе, али се практично још увек креће на доле.
- D: Тачка D је најнижа тачка на путањи, у којој се центар масе испитаника за тренутак зауставља (брзина је нула). Мишићи ногу су сада јако напрегнути при чему је реакција подлоге близу максималне вредности. Честа грешка је да се тачка B идентификује као најнижа тачка путање.
- D-E: Ово је фаза "одскока", у којој се испитаник креће на горе исправљајући колена и кукове. Брзина је сада позитивна (усмерена на горе). Код великог броја испитаника, максимална реакција подлоге се дешава на самом почетку фазе, одмах после достизања најниже тачке путање.
- E: Реакција подлоге је сада спала на величину тежине испитаника. Резултујућа сила и убрзање центра масе испитаника су због тога једнаки нули. Тачка E означава тренутак максималне брзине на горе. Овај феномен се такође уочава код скока увис из залета преко пречке као и код скока у даљ, где се максимална вертикална брзина не постиже у тренутку одвајања од подлоге, већ нешто мало раније.
- E-F: Вертикална реакција подлоге пада испод тежине испитаника због чега су резултујућа сила и убрзање центра масе испитаника, негативни. Центар масе испитаника се још увек креће на горе, али се то кретање успорава због деловања гравитације.
- F: Тачка F представља тренутак одлепљивања од подлоге, тј. тренутак у ком вертикална реакција подлоге по први пут постаје једнака нули. Треба обратити пажњу на то да се положај центра масе у том тренутку налази на већој висини него што је био пре почетка скока. Разлог је тај што су у тренутку одскока, скочни зглобови истегнути, тј. испитаник дотиче подлогу само ножним прстима.
- F-G: Једина сила која делује на испитаника је његова тежина, тако да кретање тела одговара пројектилу у слободном лету. Део криве F-G одговара успону у фази лета, при чему се положај центра масе испитаника креће на горе успорено због деловања гравитације.
- G: Тачка G означава највишљу тачку фазе лета, у којој се центар масе испитаника за тренутак зауставља.
- G-H: Ово је падање у фази лета, где се положај центра масе испитаника креће на доле уз повећање брзине.
- H: Тачка H представља тренутак приземљења када се стопала се стопала читавом површином ослањају на подлогу. На дијаграму F_z се као последица доскока појављује "оштар пик", после чега се у краћем временском периоду тело враћа у стање мировања ($F_z = mg$; није приказано).
- после H: Довођење тела у усправан положај. Сила F_z се изједначава са тежином тела.

3.3 Вертикални суножни скок из почучња без амортизационе припреме (SJ)

Начин извођења овог скока, веома је сличан начину извођења СМЈ скока. Разлика се огледа само у почетном положају тела – стојећи став за СМЈ, и почучањ за SJ скок (слика 3.1в). Почетни положај карактеришу напрезања мишића ногу (квадрицепс и у мањој мери мишићи задње ложе и листа) и зглоба кука (глутеуси), као и значајна напрезања одговарајућих тетива и лигамената. О ефектима који су последица разлике почетних положаја тела за ова два скока, биће више речи у тачки 3.3.1.

Уопштен дијаграмски приказ динамичких и кинематских варијабли које карактеришу овај тип скока је дат на слици 3.4 са детаљним описом карактеристичних тачака у табели 3.3.



Слика 3.4 Типични кинематичко-динамички дијаграми SJ скокова.

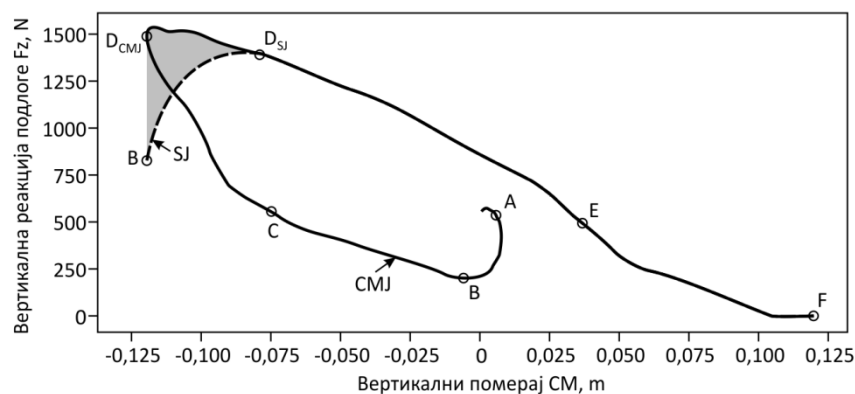
Табела 3.3 Карактеристичне тачке и фазе на дијаграмима који карактеришу SJ скокове (слика 3.4).

тачка/фаза	опис
пре А:	Испитаник из мирног усправног става, прелази у почучањ и накратко се задржава у том положају (период А-В). (Ова фаза није приказана на дијаграмима.)
А, А-В:	Испитаник мирује у положају за извођење скока из почучња. У овом положају, мишићи ногу трпе највеће оптерећење. Центар масе испитаника се налази ~0.2 m испод положаја који одговара усправном стојећем ставу.
В:	Испитаник почиње са усправљањем тела. Центар масе почиње да убрзава на горе.
В-С:	У овом интервалу, приметно је и повећање брзине кретања центра масе.

- C: Од ове тачке започиње значајније померање центра масе на горе.
- C-D: Испитаник појачава активацију мишића ногу, па убрзање наставља да расте.
- D: Ова тачка означава тренутак постизања максималног убрзања и промене његовог знака. Брзина центра масе још увек расте и није достигла максималну вредност.
- D-E: Фаза одраза - период приближавања нивоу центра масе у стојећем ставу. Иако је у овом интервалу брзина позитивна, тело наставља да убрзава на доле.
- E: Равнотежни положај центра масе. Потпуно исправљање тела. Завршена је појачана активација мишића који су одговорни за покретање колена и кука. Брзина кретања центра масе је у овом тренутку нешто мања од максималне.
- E-F: Вертикална реакција подлоге је сада значајно мања од вредности тежине испитаника, па су резултујућа сила и убрзање центра масе испитаника негативни.
- F: Ова тачка представља тренутак одлепљивања од подлоге, тј. тренутак у ком вертикална реакција подлоге постаје једнака нули. У том тренутку, скочни зглобови испитаника су потпуно истегнути, јер испитаник дотиче подлогу само врховима ножних прстију.
- F-G: Једина сила која делује на испитаника у овој фази јесте његова тежина, тако да кретање тела одговара пројектилу у слободном лету. Део криве F-G одговара успону у фази лета, при чему се због деловања гравитације, положај центра масе испитаника помера успорено на горе.
- G: Тачка G означава највишљу тачку фазе лета, у којој се центар масе испитаника за тренутак зауставља (брзина центра масе је нула).
- G-H: Овај део дијаграма представља слободан пад фазе лета. Центар масе испитаника се креће на доле уз повећање брзине.
- H: Тачка H представља тренутак приземљења у ком се стопала целом површином ослањају на подлогу (*force-plate*). На дијаграму вертикалне реакције подлоге се појављује "оштар пик" после чега долази до изједначавања тежине испитаника и вертикалне реакције подлоге - стање мировања (није приказано).
- после H: Довођење тела у усправан положај. Сила F_z се изједначава са тежином тела.

3.3.1 Разлике у висинама одраза при извођењу CMJ и SJ скокова

Познато је из праксе, да се при извођењу CMJ скокова постижу веће висине одраза, него при извођењу SJ скокова. Због чега је то тако, да се наслутити, али се право објашњење, у квантификованом облику, добија тек анализом дијаграма „ F_z – померај CM“ (слика 3.5).



Слика 3.5 Дијаграмска зависност вертикалне реакције подлоге од померања центра масе тела при извођењу CMJ и SJ скокова (дијаграми су преклопљени). Рад који испитаник изврши у фази одраза код CMJ скока, јесте за величину осенченог подручја већи од рада који изврши при извођењу SJ скока.

Анализом дијаграма „Вертикални померај СМ - Време“ за скокове СМЈ и SJ, који су приказани на сликама 3.3 и 3.4, респективно, може се запазити да код СМЈ скокова кретање центра масе на горе (фаза одраза), започиње тек од тачке D на дијаграму, док са друге стране, код SJ скокова, кретање центра масе на горе започиње нешто раније - већ од тачке B. Ако би се за истог испитаника преклопили дијаграми „Вертикална реакција подлоге F_Z – Вертикални померај СМ“ за СМЈ и SJ скокове, као што је то учињено на слици 3.5, видело би се да је у тренутку постизања једнаког вертикалног помераја на горе (тачка D_{SJ} на слици 3.5), рад извршен током извођења СМЈ скока, за величину осенченог подручја већи од рада извршеног током извођења SJ скока. Управо тај „вишак рада“, чини да висина одраза код СМЈ скокова буде већа, него код SJ скокова. Испитаник који изводи СМЈ скок, у стању је да изврши тај вишак рада, јер је у периоду амортизационе фазе од тачке A до тачке D, у мишићима ногу акумулирао извесну количину енергије, коју у фази одраза ослобађа у веома кратком временском периоду. Са друге стране, испитаник који изводи скок из почучња (SJ скок), нема акумулирану додатну енергију у мишићима ногу, без обзира на то што су му мишићи у почетном положају оптерећени и самим тим јако напрегнути. Активација његових мишића је таман толико довољна, да може да одржава тело у стању стабилне равнотеже.

Такође, из дијаграма „Вертикална реакција подлоге F_Z – време“ (слике 3.3 и 3.4), може се запазити и то да је сила F_Z на почетку фазе одраза (тачка D), већа од тежине тела код СМЈ, а једнака тежини тела код SJ скокова. Самим тим је и очекивано, да остварени рад буде већи у првом случају.

Закључно се може се рећи, да рецепт за повећање брзине и висине одраза из места, лежи у што енергичнијем спуштању центра масе до тачке D, чиме се повећавају: активација мишића ногу, акумулирана енергија у амортизационој фази и сила потребна да се у фази одраза изврши потребан рад.

3.4 Неуромишићна контрола вертикалних суножних скокова

Уопштено говорећи, биомеханичка анализа било којих скокова, не може се изводити само на основу познавања вертикалне реакције подлоге и кинематике зглобова и центра масе тела. Ради детаљније анализе, потребно је познавати и електромиограме мишића и то оних, који имају најзначајнију улогу у кретању које је предмет анализе.

Већ је напоменуто да се у фази интензивне ексцентричне контракције, у мишићима ногу, на кратко време, акумулира извесна количина енергије. Да би та акумулирана енергија, могла да се искористи за побољшање механичких перформанси мишићно-тетивног система, потребно је да време преласка из ексцентричне у концентричну фазу буде што је могуће краће, практично у границама од 15 до 120 ms [304, 305]. Дакле, што је време преласка из једне у другу фазу краће, то је концентрична контракција интензивнија, и обрнуто.

Код вертикалних скокова, главну улогу имају двоглави бутни мишићи: двоглави бутни мишић (лат. *musculus biceps femoris*), полуопнасти (лат. *musculus semimembranosus*) и полутетивни (лат. *musculus semitendinosus*) мишић. Како су они везани за два зглоба истовремено, њихова дужина веома варира у току извођења покрета. Они су и тзв. „ротатори колена“, па се њихов учинак најбоље огледа онда, када су угаони помераји у зглобовима велики и брзи – посебно у коленом зглобу. Може се рећи, да су управо они најодговорнији за експлозивност доњих екстремитета.

У почетној фази одраза, исправљање тела започињу мишићи екстензори трупа и зглоба кука, при чему се својом активношћу највише истиче седални мишић (лат. *gluteus maximus*). Одмах по започињању истезања у зглобу кука, региструје се и максимална активност бутних мишића [306]. При даљем издизању центра масе, ангажују се мишићи екстензори колена, пре свих ректус феморис (лат. *musculus rectus femoris*). На самом крају одраза, пре „одлепљивања“ од подлоге, најзначајнију улогу игра трбушasti мишић листа (лат. *musculus gastrocnemius*). Очигледно је да се активација мишића у фази одраза одиграва по принципу ближи-даљи (*proximal-distal*).

На биомеханику DJ скокова, битан утицај има и преактивација мишића, до које долази у тренутку контакта стопала са подлогом. Преактивацијом се припремају мишићи за истезање, тако што се повећава њихова крутост. Повећање крутости мишића, пак са своје стране, доводи до истезања одговарајућих лигамената и тетива, и смањења потрошње хемијске енергије у самом мишићу. Смањена потрошња хемијске енергије у мишићима је веома битан фактор, када је реч о кретањима које се одигравају великом брзином, нпр. скокови са максималним одразом (хоризонтални и вертикални). Да би се при извођењу DJ скокова постигле максималне перформансе (важи и за многе друге скокове: скок у даљ, скок увис, троскок и тсл.), најбоље је да мишићи ногу у фази ексцентричне контракције акумулирају што је могуће већу количину енергије, апсорбујући енергију удара до ког долази при контакту са подлогом, а да при томе потроше што је могуће мање хемијске енергије.

Повећање крутости мишића доњих екстремитета до ког долази у процесу преактивације код DJ скокова, мора бити оптимално. То значи да централни нервни систем мора бити у стању да лигаментозно-мишићну структуру контролише тако да се избегну евентуалне повреде, а да при томе карактеристике скока буду очекиване, тј. задате. Нпр., контрола очекиваног контакта са подлогом, укључује предвиђање тренутка остваривања тог контакта (енгл. *timing*, тајминг), као и предвиђање интензитета реакције подлоге. У том смислу, поред преактивације, моторна контрола мора узети у обзир и континуираност кретања система, прилагођавајући мишићну активацију и извођењу задатка који следи одмах након доскока, нпр: вертикални одскок, вертикални одскок на задату висину, хоризонтални одскок и тсл. Ако пак мишићна крутост није оптимална, у тренутку контакта са подлогом, могу наступити следећи нежељени случајеви: а) превелика крутост – преоптерећења и могућа оштећења зглобова, мишића или тетива, и б) недовољна крутост – несигуран (нестабилан) доскок, због недовољног успорења центра масе и брзине ротације у зглобовима доњих екстремитета.

У тачкама које следе, дата је експериментална анализа карактеристика СМЈ и DJ скокова, са циљем да се утврде који су то неуромишићни механизми, који регулишу пре свега крутост, а затим и координационе шеме локомоторног система при извођењу субмаксималних скокова. SJ скокови нису засебно анализирани, јер су по својим биомеханичким карактеристикама веома слични СМЈ скоковима, а у смислу перформанси, најбитнија разлика међу њима је већ описана и објашњена у тачки 3.3.1. Моторна контрола извођења субмаксималних скокова је од посебног интереса за истраживање, јер су то скокови који се убедљиво најчешће изводе, како у спорту, тако и у свакодневним активностима, а није им у досадашњим истраживањима посвећена довољна пажња, као што је то случај са нпр. скоковима који се изводе са максималним интензитетима.

Експериментални задатак [310] је конципиран тако да омогући добијање података на основу којих би могло да се утврди, на који начин и у којој мери се мењају мишићне активности и поједине биомеханичке варијабле, као одговор на задату промену кретног задатка код стандардних вертикалних суножних скокова. Те промене су се односиле на:

- a. промену интензитета оптерећења испитаника – извођење доскок-одскок вертикалних суножних скокова са различитих висина платформе;
- b. промену интензитета одраза испитаника - извођење вертикалних суножних скокова са задатим висинама вертикалног одраза.

3.5 Експериментална поставка³

Прикупљање и обрада података потребних за анализу контроле неуромеханичких варијабли субмаксималних вертикалних суножних скокова, изведена је реализацијом два одвојена експеримента:

- a. експеримент E1 - извођење субмаксималних доскок-одскок (DJ) скокова: анализирани су утицаји и интензитета оптерећења, и интензитета перформансе (висине одраза) на биомеханичке варијабле испитаника;
- b. експеримент E2 - извођење субмаксималних скокова са амортизационом припремом (CMJ): анализиран је утицај само интензитета перформансе (висине одраза) на биомеханичке варијабле испитаника.

3.5.1 Узорак испитаника

У оба експеримента су као испитаници учествовали одбојкаши из неколико клубова Прве лиге Републике Србије, укупно њих двадесеттројица. Сваки од њих се у континуитету најмање 8 година активно бавио одбојком и сваки је понаособ био упознат са циљевима и протоколом експеримента. Такође, сваки од њих је потписао понуђени формулар о добровољном учествовању у експериментима.

Вођено је рачуна и о томе да су сви испитаници који су учествовали у експериментима били потпуно здрави и без повреда или хируршких интервенција на локомоторном систему у претходних годину дана. У табели 3.4 су дати подаци о просечном броју година, висини и маси.

Табела 3.4 Подаци о испитаницима који су учествовали у експериментима E1 и E2.

експеримент	број испитаника	просечан број година	просечна висина [cm]	просечна маса [kg]
E1	15	21.1 ± 1.6	190.4 ± 8.2	81.5 ± 6.9
E2	8	21.9 ± 1.9	191.6 ± 9.2	83.1 ± 7.1

Напомена:

За учеснике у експерименту су намерно одабрани одбојкаши будући да су вертикални суножни скокови саставни део њихових свакодневних тренажних и такмичарских активностим па је јер је било реално очекивати да ће они са лакоћом и прецизношћу моћи да изведу сваки кретни задатак.

³ Оба експеримента су изведена у Методичко-истраживачкој лабораторији Факулета спорта и физичког васпитања Универзитета у Београду, 2012/13. године. Одговарајућа биомеханичка анализа и резултати су приказани у овој дисертацији.

3.5.2 **Протокол експеримента E1**

У овом експерименту су извођени субмаксимални доскок-одскок (DJ) скокови, тако што су испитаници доскакали на тензиометријску платформу (*force-plate*) са платформи које су се налазиле на 20, 40 и 60 cm изнад ње. Са сваке од тих платформи, испитаник је без одраза увис, суножно доскакао на тензиометријску платформу, а затим, без задржавања, одскакао са ње тако да висина одраза буде 65%, 80% или 90% од максималне висине одраза коју тај испитаник може да постигне у датим условима (задата висина платформе и без задржавања на *force-plate*). Сви испитаници су имали искуства са овим типом скокова, јер су они саставни део њихових тренинга.

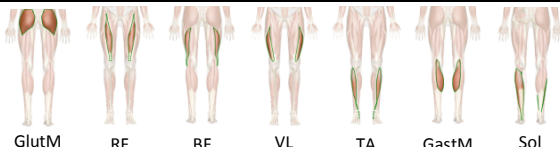
Сваки испитаник је у експерименту учествовао два дана. Првог дана је само увежбавао правилно извођење свих кретних задатака, док је другог дана, исте кретне задатке требао са успехом да понови одређен број пута (већ према протоколу експеримента), носећи на себи делове мерне опреме. И првог, и другог дана, испитаници су се пре извођења кретних задатака загревали на следећи начин: 10 минута вожње бицикла умереним интензитетом, активно истезање, поскоци у месту и неколико извођења СМЈ скокова. Првог дана, испитаници су за сваку комбинацију висине платформе и висине одскока, извели по три пробе (укупно 27). С обзиром на то да су се увежбавали у правилном извођењу предвиђених кретних задатака, било им је дозвољено да сваки задатак изведу у још једној серији. Дакле, укупан број скокова у току дана није требао да износи више од 54 (толерисано је до 60). Увежбавање кретних задатака је подразумевало и да испитаници слушају и науче инструкције експериментатора, јер ће им истоветне бити даване у дану прикупљања података. После првог дана, испитаници су имали три дана паузе, а онда би уследио други дан експеримента у ком су прикупљани следећи подаци: положаји карактеристичних тачака тела у току кретања (кинематика), реакције подлоге (динамика) и EMG активност мишића. У табели 3.5 су набројане позиције на којима су постављани ретрорефлектујући маркери. Маркери су постављани са оне стране тела, са које се налази доминантна нога за извођење скока. Такође, електроде за EMG аквизицију су постављане само на доминантну ногу (табела 3.6). Ради минимализовања *cross-talk* ефекта између парова електрода, оне су постављане на међусобном растојању, не мањем од 3 cm.

Табела 3.5 Места постављања ретрорефлектујућих маркера.

1. пети метатарзофалангеални зглоб
2. пета
3. скочни зглоб
4. зглоб колена
5. зглоб кука
6. зглоб рамена
7. зглоб лакта
8. зглоб ручја
9. шака
10. стерноклавикуларни зглоб
11. глава

Табела 3.6 Мишићи на које су постављене површинске електроде за аквизицију EMG.

мишић	скраћеница
1. gluteus maximus	GlutM
2. rectus femoris	RF
3. biceps femoris	BF
4. vastus lateralis	VL
5. tibialis anterior	TA
6. gastrocnemius medialis	GastM
7. soleus	Sol



Пре почетка прикупљања података о субмаксималним DJ скоковима, испитаници су морали да изведу по три DJ скока са циљем да остваре максималну висину одраза и то за сваку од поменутих почетних висина (20, 40 и 60 cm). Ово је било потребно, да би за сваког испитаника засебно могле да се одреде циљане висине субмаксималних висина одраза, тј. 65%, 80% или 90% од максимално остварене висине. Поред тога, извршена је нормализација EMG сигнала за сваког испитаника посебно, узимајући у обзир само DJ скокове који су извођени са висине од 60 cm и са максималним одскоком.

Опис правилно изведеног DJ скока је следећи:

1. испитаник пре почетка скока, стоји усправно и мирно на ивици издигнуте платформе. Шаке су ослоњене на бокове и тај положај руку задржава за све време трајања скока – замахивање рукама није дозвољено;
2. напушта платформу тако што доминантном ногом предножи, а стајном ногом само склизне са платформе;
3. доскаче на тензиометријску платформу са обе ноге истовремено и одмах се одражава вертикално увис, са циљем да постигне задату висину одраза;
4. по достизању крајње висинске тачке, испитаник треба да на кутији испред себе, види осветљену линију на њеном задњем (унутрашњем) зиду.

DJ скокови са максималним одразом се изводе према претходном опису, с тим што испитаник није у обавези да постигне задату висину одраза, већ само максималну. Максимална висина одраза је утврђивана двојак. Најпре, израчунавањем максималног вертикалног одступања положаја центра масе испитаника (одељак 1.2.2) од положаја центра масе који важи за миран стојећи став на тензиометријској платформи. Други начин је био мерење највећег вертикалног помераја маркера који је био постављен изнад гоње ивице слушне шкољке - у равни са очном дупљом. Овај други начин је заправо важио за контролни.

После извођења свих предвиђених DJ скокова са максималним одразом, сваки испитаник је приступио извођењу субмаксималних скокова по насумичном редоследу. Висине до којих је испитаник требао да одскочи, биле су одређене постављањем визуелног сигнала који је требао да уочи у том моменту (слика 3.6). Визуелни сигнал је технички изведен у виду низа лед диода смештених на задњем зиду кутије димензија $20 \times 10 \times 2 \text{ cm}^3$. Кутија је са предње стране отворена ($20 \times 2 \text{ cm}^2$), али је отвор ипак довољно узан, тако да испитаник може да уочи визуелни сигнал само када су му очи готово у равни са кутијом. Будући да испитаник може да уочи визуелни сигнал али и да при томе прекорачи задату висину одраза, иза њега је у равни кутије постављен ласерски уређај (Bosch PCL20, са тачношћу $\pm 0.5 \text{ mm/m}$), чији се сноп простире тако да експериментатору даје визуелну информацију о томе да ли се испитаник одразио до задате висине, или ју је прекорачио. Експериментатор је скок оцењивао као валидан, ако испитаник одскочи таман толико да га ласерски сноп осветли у висини горње ивице слушне шкољке, тј. маркера који се налази у равни очне дупље. За сваку комбинацију висине платформе и задате висине одскока, испитаник је морао да оствари седам скокова; касније су одбацивана два најлошија по критеријуму остварене висине одскока. То значи, да су испитаници у просеку изводили по 63 субмаксимална и по 9 максималних DJ скокова. Паузе између узастопних скокова су биле следеће: а) 30 s, када се не мењају ни висина платформе, ни висина одскока, б) 60 s, када се не мења висина платформе али се мења висина одскока и в) 120 s, када се мења висина платформе.



Слика 3.6 Експериментална поставка за извођење DJ скокова. Од мерне опреме, приказани су: а) ретрорефлектујући маркери постављени према табели 3.5, б) три *high-speed* камере за аквизицију положаја ретрорефлектујућих маркера, в) линијски ласер за контролу висине одраза, г) кутија са низом лед диода као маркер циљане висине одраза, д) тензиометријска платформа. Нису приказане електроде за аквизицију EMG сигнала. Ознаке: ① доскок са издигнуте платформе, на средину тензиометријске платформе, ② вертикални одскок само до висине на којој испитаник може јасно да уочи лед диоде у кутији испред њега и ③ поновни доскок на исто тензиометријску платформу.

3.5.3 **Протокол експеримента E2**

Протокол овог експеримента је веома сличан протоколу претходно описаног експеримента (E1) у смислу: увежбавања и загревања испитаника, постављања мерне опреме, нормализације EMG сигнала, броја скокова, редоследа њиховог извођења, давања инструкција испитанику и тсл. Разлика се огледа само у чињеници, да у овом случају није потребно правити паузу од 120 с између скокова ради мењања висине платформе, јер се она и не користи.

3.5.4 **Биомеханичке варијабле вертикалних скокова**

3.5.4а **Електромиографске варијабле**

Експериментални подаци за EMG за сваки од мишића наведених у табели 3.6 су најпре филтрирани, а затим подељени на фазе, већ према типу скока (табела 3.7). Након тога је за сваку од фаза посебно, одређен средњи интензитет мишићне активације $rmsEMG$ као RMS EMG сигнала (енгл. RMS - *Root Mean Square*, *квадратна средина*). На крају је та вредност нормализована помоћу RMS EMG скокова изведених са максималном висином одраза.

Поред тога, бележењем трајања следећих временских периода, утврђивано је и да ли се временски обрасци мишићних активација код DJ скокова мењају са променама задатака:

- у фази преактивације (DJ_{f1}) временски период t_{pre} : од првог детектовања EMG сигнала изнад изоелектричне линије, до тренутка контакта стопала са подлогом и
- у фази контакта ($DJ_{f2} + DJ_{f3} + DJ_{f4}$) временски период t_{kon} : од тренутка контакта стопала са подлогом, до тренутка достизања максималне вредности RMS.

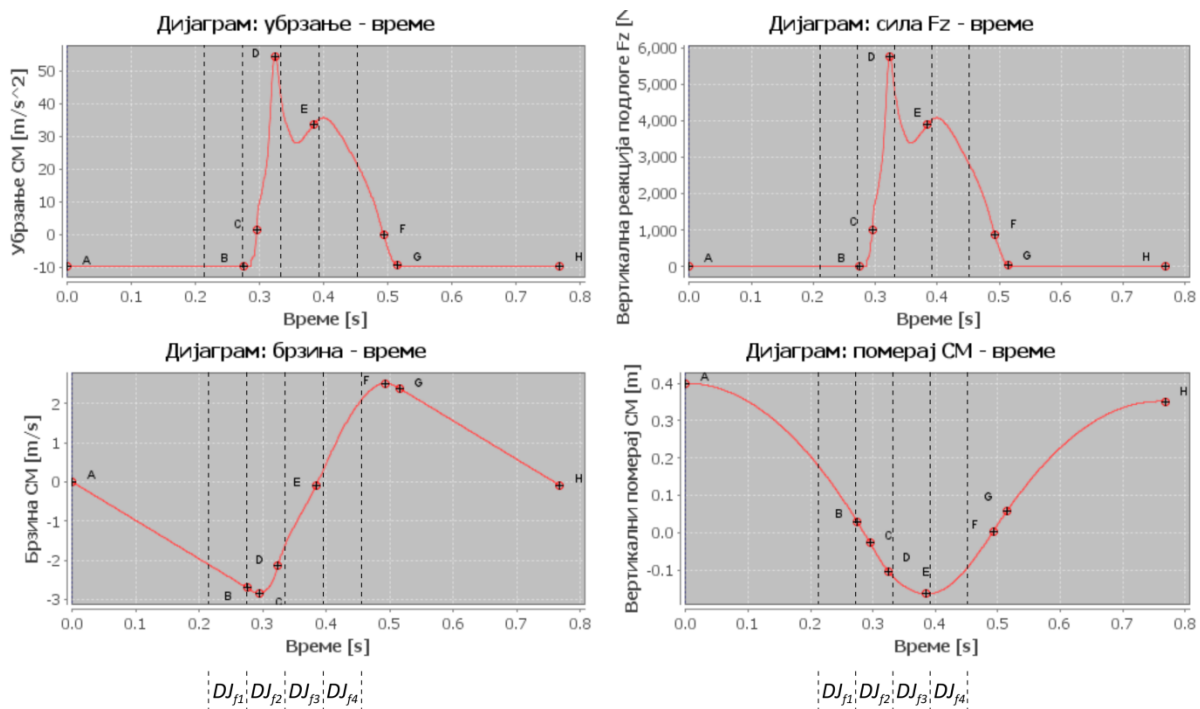
Табела 3.7 Временска подела EMG сигнала на фазе према типовима скокова.

скок	ознака фазе	трајање [ms]	опис фазе
DJ [309]	DJ_{f1}	-60 ÷ 0	Преактивација.
	DJ_{f2}	0 ÷ 60	Активација у ексцентричној контракцији (амортизациона фаза – рефлекс кратке латенце).
	DJ_{f3}	60 ÷ 120	Активација у раној концентричној контракцији (рефлекс средње латенце).
	DJ_{f4}	120 ÷ 180	Активација у касној концентричној контракцији (рефлекс дуге латенце).
CMJ	CMJ_{am}	$f(F_Z)$	Амортизација.
	CMJ_{ot}	$f(F_Z)$	Отискивање од подлоге.

Напомене: 1. Време 0 ms, означава тренутак контакта врхова стопала са подлогом, тј. тензиометријском платформом;

2. Трајања фаза CMJ_{am} и CMJ_{ot} нису фиксна, већ зависе од дијаграма вертикалне реакције подлоге приказаног на слици 3.2; одговарају интервалима A-D и D-F, респективно.

На слици 3.7 је приказан изглед временске поделе EMG сигнала, пројектован на општи пример кинематичко-динамичких дијаграма DJ скокова (исти дијаграми као на слици 3.2, с тим што су ради прегледности, приказани у већој размери).

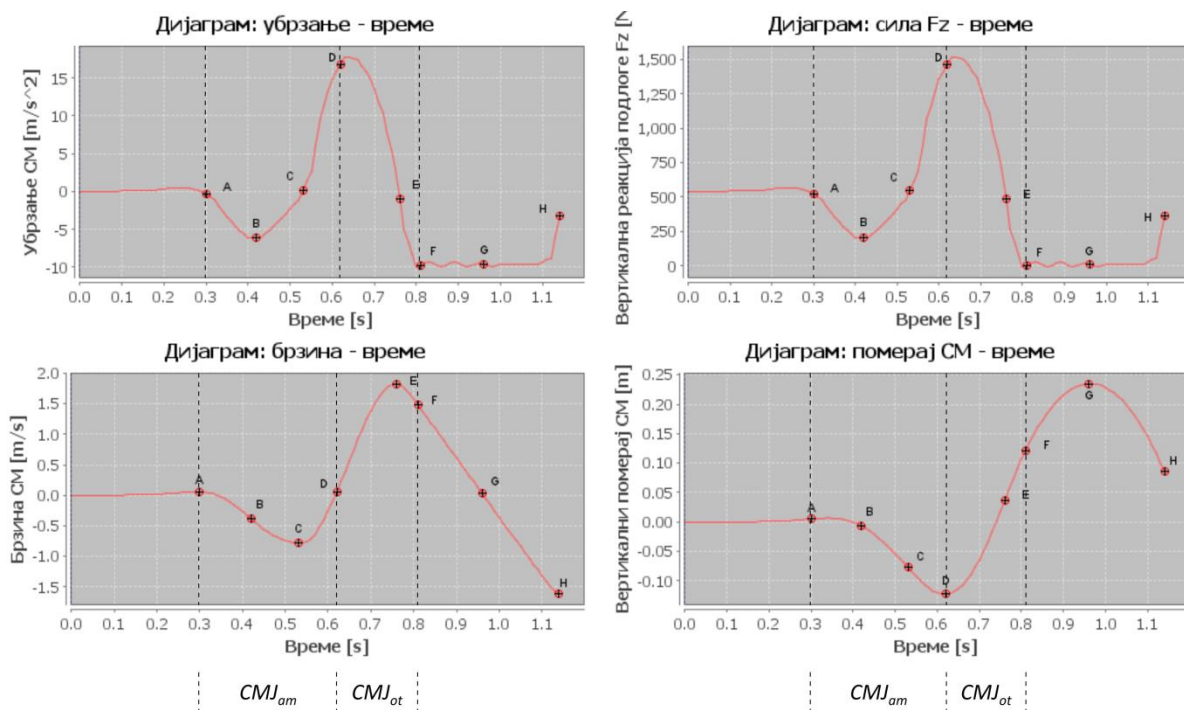


Слика 3.7 Временска подела EMG сигнала (табела 3.7) пројектована на општи пример кинематичко-динамичких дијаграма DJ скокова.

У периоду преактивације (DJ_{f1}) који претходи фази контакта са подлогом (тензиометријском платформом), централни нервни систем активира и припрема мишићно-тетивни комплекс доњих екстремитета за успешан доскок, при чему време почетка и ниво мишићне активације, зависе само од задате висине платформе. Амортизациона фаза (DJ_{f2}), према ономе што је приказано на дијаграмима на слици 3.7, обухвата период почетка контакта и наглог раста силе реакције подлоге, веома често и до њене максималне вредности. Будући

да је за ову фазу карактеристична интензивна ексцентрична контракција мишића, очекује се нагли прираштај мишиће енергије у односу на претходну фазу. Наредне две фазе (DJ_{f3} и DJ_{f4}) су фазе припреме за одскок, дакле фазе у којима до изражаја долази концентрична контракција мишића и ослобађање претходно акумулиране енергије. Ниво утрошене мишиће енергије у овим двама фазама, понајвише је условљен задатом висином одраза.

Временска подела EMG сигнала за CMJ скокове (слика 3.8), доста је једноставнија него претходно описана подела за DJ скокове. Састоји се од само две фазе: амортизационе и отискивања од подлоге. Амортизациона фаза (CMJ_{am}) обухвата период активације мишића, почев од почетка спуштања центра масе тела, па до тренутка када центар масе на својој путањи достигне најнижу висину (тачка D у дијаграму 3.8 и табели 3.2). Активација мишића и акумулирање енергије у њима, посебно су интензивирани у периоду између тачака B и D. Фаза отискивања од подлоге (CMJ_{ot}) је практично аналогна фази отискивања код DJ скокова (DJ_{f3} и DJ_{f4}), па због тога овде нема посебних напомена.



Слика 3.8 Временска подела EMG сигнала (табела 3.7) пројектована на општи пример кинематичко-динамичких дијаграма CMJ скокова.

3.5.46 Кинематичке и динамичке варијабле

Кретање испитаника у току извођења DJ скока је праћено бележењем промена положаја ретрорефлектујућих маркера, који су били постављени на местима набројаним у табели 3.5. Истовремено су на тензиометријској платформи бележене реакције подлоге. Временски тренуци почетка бележења ових података су синхронизовани, да би касније због различитих фреквенција њиховог узорковања, софтверски били упарени. Кинематичке и динамичке варијабле кретања су анализирани само у сагиталној равни. Неке од њих су узимане као „сирове“ (директно измерене), нпр. реакције подлоге и углови између сегмената тела, док су друге, нпр. положај центра масе, реакције у зглобовима доњих екстремитета, крутости зглобова и тд, израчунаване према методама описаним у тачкама 1.2.2 и 1.2.3. У наредној табели је дат списак варијабле које су биле укључене у кинематичко-динамичку анализу.

Табела 3.8 Кинематичко-динамичке варијабле коришћене у анализи експеримената Е1 и Е2.

р.бр.	кин./дин.	варијабла	јединица	
1.	К и н е м а т и ч к е	промена положаја центра масе тела у односу на стојећи став	m	
2.		трајање контакта са подлогом	s	
3.		брзина одраза	$\frac{m}{s}$	
4.		висина одраза	m	
5.		углови на почетку контакта са подлогом и у тренутку одскока, као и максимални угаони помераји за:	скочни зглоб	rad
6.			зглоб колена	
7.			зглоб кука	
8.	Д и н а м и ч к е	максимална вертикална реакција подлоге*	$\frac{N}{kg}$	
9.		вертикална крутост*	$\frac{N}{m \cdot kg}$	
10.		максимални момент* у:	скочном зглобу	$\frac{Nm}{kg}$
11.			зглобу колена	
12.			зглобу кука	
13.		крутост*	скочног зглоба	$\frac{Nm}{rad \cdot kg}$
14.			зглоба колена	
15.			зглоба кука	
16.		укупан рад извршен у позитивној фази* (DJ: E-G; CMJ: D-F; SJ: A-F)**	$\frac{J}{kg}$	
17.		укупан рад извршен у негативној фази* (DJ: A-E; CMJ: A-D)**	$\frac{J}{kg}$	
18.	максимална снага у позитивној фази* (DJ: E-G; CMJ: D-F SJ: A-F)**	$\frac{W}{kg}$		

* Релативизовано према телесној маси испитаника [307, 308].

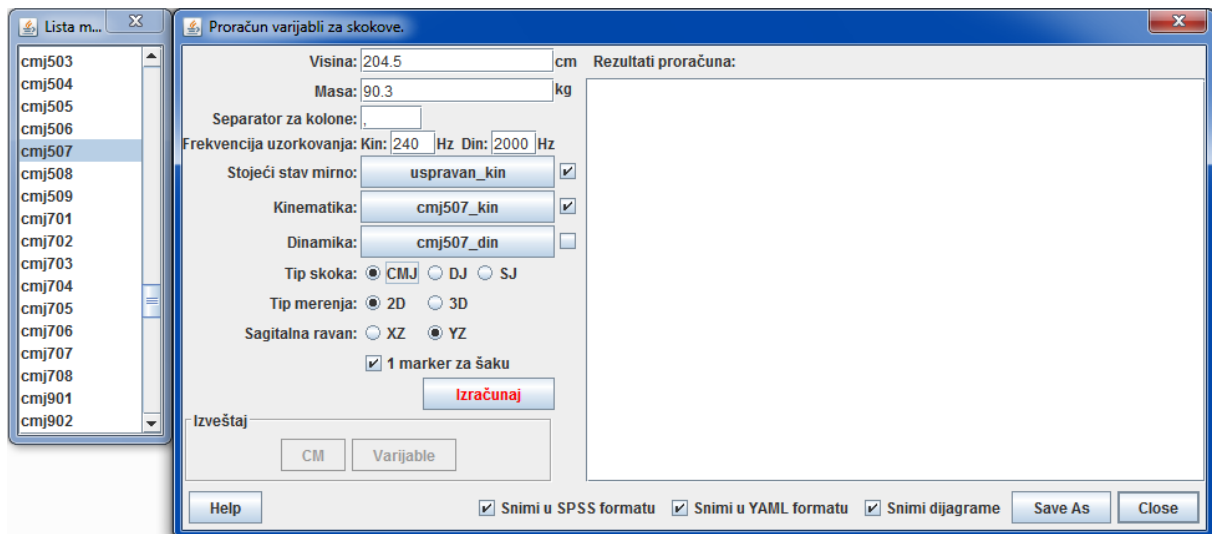
** Тачке којима су ограничени наведени временски периоди, приказане су на дијаграмима на сликама: 3.2, 3.3 и 3.4.

3.5.4в Софтвер за кинематичко-динамичку анализу експерименталних података

За прорачун кинематичко-динамичких варијабли скокова је у програмском језику Јава (Oracle Corporation) развијен потпуно нови софтвер. Његове могућности су следеће:

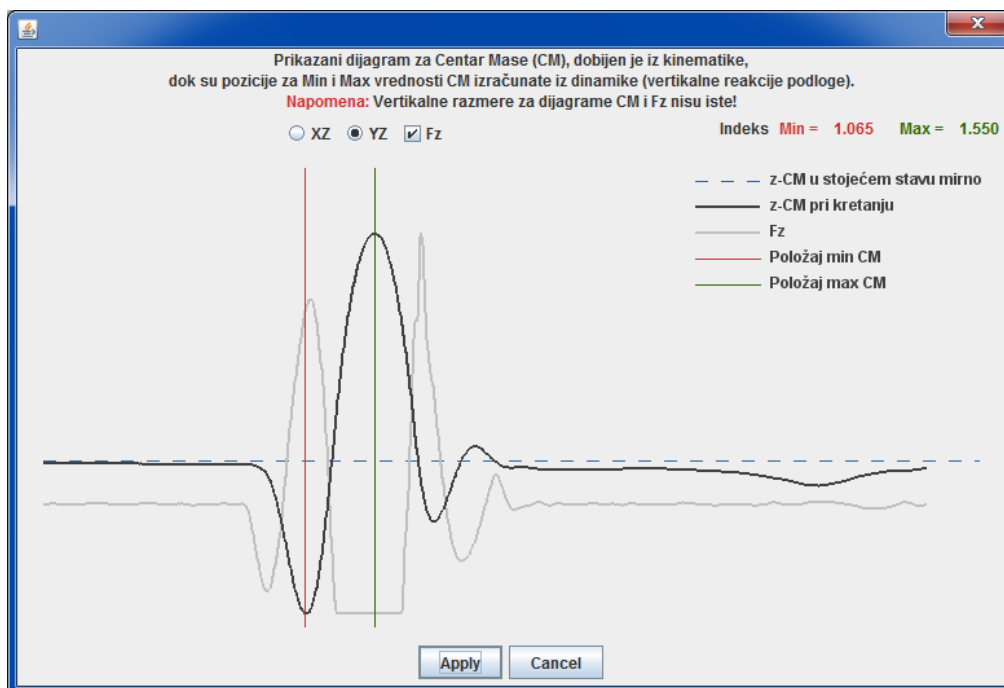
- прорачун биомеханичких варијабли CMJ, DJ и SJ скокова према табели 3.8. Улазни подаци су: висина и маса испитаника, и експ. мерења: реакције подлоге и кинематика маркера (тачка 3.5.4г, ставке b и c);
- прорачун варијабли у сагиталној равни или у простору;
- прорачун кинематике сваког сегмента тела засебно, за све време кретања;
- отпорност на грешаке у улазним подацима за кинематику и динамику;
- могућност избегавања интерференце у улазним подацима за маркере шаке и прсте шаке, до које долази приликом њихове аквизиције;
- визуелизација улазних података са могућношћу интерактивне корекције min. и max. вредности помераја центра масе;
- штампање извештаја у више формата (обичан, погодан за увоз у SPSS, YAML).

На слици 3.9 је приказан интерфејс програма намењеног прорачуну кинематичко-динамичких варијабли CMJ, DJ и SJ скокова. Одговарајућа поља су попуњена улазним подацима за испитаника: висина = 204.5 cm, маса = 90.3 kg. Фреквенције снимања су: за динамику $f=2000$ Hz и за кинематику $f=240$ Hz. Из листе је одабран један од CMJ скокова.



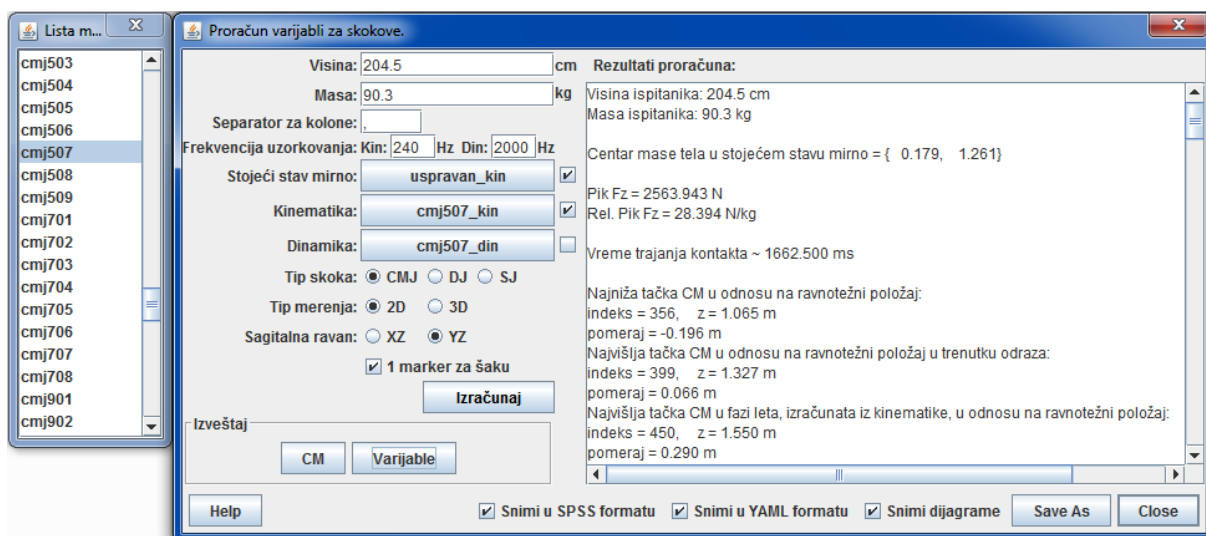
Слика 3.9 Интерфејс програма за прорачун кинематичко-динамичких варијабли CMJ, DJ и SJ скокова.

Пре него што програм у пољу десно прикаже резултате прорачуна, биће приказан нови прозор са дијаграмом померања центра масе испитаника током извођења скока, и дијаграмом вертикалне реакције подлоге (слика 3.10). Двема кончаницама, црвеном и зеленом, означена су места min. и max. вредности центра масе, респективно. У случају да софтвер из неког разлога није успео да правилно одреди места ових кончаница, корисник има могућност да ручно коригује њихов положај, померајући их на места за која сматра да су одговарајућа; у том случају, прорачун се понавља са новоизабраним вредностима. Слика 3.10, графички приказује резултате прорачуна према подацима из програмског интерфејса приказаног на слици 3.9.



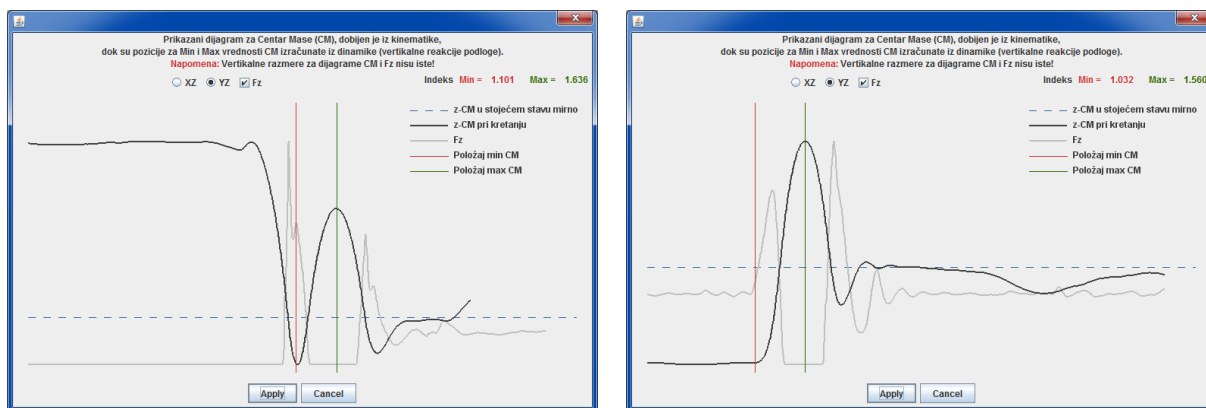
Слика 3.10 Интерфејс програма за проверу и по потреби ручно кориговање положаја кончаница. CMJ скок.

Извештај о резултатима прорачуна се приказује у десном пољу софтвера (слика 3.11).



Слика 3.11 Интерфејс програма са резултатима прорачуна приказаним у десном пољу.

Комплетности ради, на слици 3.12 су приказани интерфејси програма (аналогни оном на слици 3.10) за насумично изабране DJ и SJ скокове које је извео исти испитаник.



Слика 3.12 Интерфејси програма за проверу и по потреби ручно кориговање положаја кончаница. Лево је приказан дијаграм за DJ а десно за SJ скок.

3.5.4г Апаратура коришћена за аквизицију експерименталних података

Следећи уређаји и фреквенције узорковања су коришћени за аквизицију EMG, динамичких и кинематских података:

- за EMG: Myomonitor IV (DeSys Inc.) са електродама DE-2.1, $f=2000$ Hz;
- за реакције подлоге: тензиометријска платформа (*force-plate*) AMTI (60×120 cm²) са 6 степени слободе, $f=2000$ Hz;
- за позиције ретрорефлектујућих маркера: три камере Qualysis ProReflex MCU 240, $f=240$ Hz и ретрорефлектујући маркери пречника 32 mm;
- за контролу висине одраза: ласерски уређај Bosch PCL20 са тачношћу ± 0.5 mm/m.

3.5.4д Статистичка анализа

За утврђивање мере утицаја промене висине платформе (експеримент E1) и висине одраза (експерименти E1 и E2) на електромиографске, кинематичке и динамичке варијабле вертикалних суножних скокова, коришћена је ANOVA статистичка метода.

Анализом веза између података добијених извођењем експеримената и утврђивањем статистичке значајности тако добијених резултата, требало је доказати валидност следећих хипотеза [310]:

DJ скокови:

1. висина платформе и висина одскока утичу само на промену интензитета мишићне преактивације, али не и на тренутак њене појаве;
2. са повећањем висине платформе, повећаваће се и мишићна активација у раној фази контакта са подлогом, док ће ниво активације у каснијим фазама контакта бити условљен висином одраза;
3. вертикална крутост ће се повећавати са повећањем висине платформе а смањивати са повећањем висине одраза.

DJ и CMJ скокови:

4. висина одраза ће имати утицаја на механику (угаони помераји и моменти) зглобова колена и кука, али не и скочног зглоба.

За статистичку обраду података, коришћен је софтвер SPSS v17.

3.6 Резултати утицаја промене висине платформе и/или висине одраза на биомеханичке варијабле DJ скокова

3.6.1 Електромиографске варијабле

Статистички утицаји промена висина платформе и висина одраза појединачно, као и њихов комбиновани утицај (интеракција) на вредности rmsEMG у свакој од фаза (табела 3.7) извођења DJ скока, приказани су у табели 3.9. Резултати у табели говоре само о томе да за одређене мишиће, посматрано по фазама DJ скока, постоје статистички значајне разлике при променама висине платформе или променама висине одраза, не дајући објашњење за које комбинације промена то важи. Одговор на то питање се добија применом *post-hoc (Bonferroni)* обраде, чији су резултати приказани у наредној табели (табела 3.10).

Табела 3.9 „*p*“ вредности одређене применом двофакторске ANOVA анализе са поновљеним мерењима за rmsEMG у свакој од фаза извођења DJ скока. За праг значајности је усвојена вредност $p \leq 0.05$.

фактор →	висина платформе				висина одраза				интеракција			
фаза →	DJ_{f1}	DJ_{f2}	DJ_{f3}	DJ_{f4}	DJ_{f1}	DJ_{f2}	DJ_{f3}	DJ_{f4}	DJ_{f1}	DJ_{f2}	DJ_{f3}	DJ_{f4}
мишић ↓												
GlutM	0.096	0.010	0.001	0.010	0.024	0.460	0.045	0.000	0.003	0.018	0.587	0.176
RF	0.012	0.002	0.007	0.014	0.143	0.000	0.000	0.000	0.012	0.011	0.000	0.129
BF	0.475	0.033	0.001	0.001	0.010	0.286	0.011	0.000	0.084	0.374	0.010	0.865
VL	0.011	0.000	0.001	0.014	0.736	0.116	0.000	0.000	0.037	0.010	0.002	0.299
TA	0.669	0.016	0.000	0.001	0.024	0.097	0.322	0.046	0.356	0.067	0.242	0.867
GastM	0.000	0.000	0.002	0.018	0.360	0.316	0.008	0.000	0.773	0.042	0.458	0.311
Sol	0.000	0.000	0.000	0.001	0.310	0.527	0.000	0.000	0.236	0.035	0.158	0.145

Напомене: 1. зелена боја: вредности за које важи да је $p < 0.01$ (јак доказ у прилог хипотезама);

2. црвена боја: вредности за које важи да је $0.01 \leq p < 0.05$ (солидан доказ у прилог хипотезама).

Табела 3.10 Скупови мишића код којих су забележене статистички значајне разлике rmsEMG при променама висина платформе или висина одраза, дати по фазама DJ скока. *Post-hoc (Bonferroni)* обрада.

фактор промене висине платформе					фактор промене висине одраза					
фаза →	DJ_{f1}	DJ_{f2}	DJ_{f3}	DJ_{f4}	фаза →	DJ_{f1}	DJ_{f2}	DJ_{f3}	DJ_{f4}	
20 Λ 40 [cm]		GlutM	GlutM		65 Λ 80 [%]				GlutM	
							RF	RF	RF	RF
	VL		BF	BF					VL	BF
		TA	TA	TA						VL
	GastM	GastM	GastM							GastM
	Sol	Sol	Sol	Sol					Sol	
40 Λ 60 [cm]					80 Λ 95 [%]				GlutM	
		RF	RF	RF					RF	RF
			BF	BF			BF			
		VL	VL	VL					VL	VL
			TA	TA						
	GastM		GastM					GastM		
		Sol	Sol					Sol	Sol	
20 Λ 60 [cm]			GlutM	GlutM	65 Λ 95 [%]			GlutM	GlutM	
			RF	RF				RF	RF	RF
		VL	BF	BF					VL	BF
			VL	VL					VL	VL
			TA	TA						TA
	GastM	GastM	GastM					GastM		
	Sol	Sol	Sol	Sol			Sol	Sol	Sol	

Напомена: зелена боја - вредност rmsEMG расте са повећањем висине платформе или одраза.

Из табела се може закључити да је промена висине платформе имала значајног утицаја на rmsEMG скоро свих мишића и то у свим фазама скока. Промена није примећена само код: GlutM, BF и TA, и то само у фази преактивације. Са друге стране, очигледан је утицај висине одраза на rmsEMG готово свих мишића како у раној, тако и у касној фази отисковања, тј. у фазама DJ_{f3} и DJ_{f4} . Када је реч о статистичкој значајности интеракције висине платформе и висине одраза на rmsEMG испитаника, запажа се да ова комбинација нема утицаја на четврту фазу извођења DJ скокова, као и то да посебно утиче на активацију мишића GlutM, RF и VL.

Да би се појаснила интеракција у табели 3.9, спроведена је додатна једнофакторска ANOVA анализа са поновљеним мерењима, тако што је анализиран утицај промене висине платформе на rmsEMG мишића за сваку висину одраза посебно. Резултати су приказани у табели 3.11, при чему је сматрано да одскок има утицај на rmsEMG мишића ако важи $p \leq 0.05$.

Табела 3.11 Скупови мишића на које су истовремено утицали и висина платформе, и висина одраза.

висина платформе [cm]	све висине одраза: 65%, 80%, 95%			
	DJ_{f1}	DJ_{f2}	DJ_{f3}	DJ_{f4}
20	RF	GlutM, RF, VL, Sol	RF, BF, VL	
40	GlutM		RF, VL	
60	RF		BF	

Напомена: Помоћу ове анализе, није поуздано утврђена мера утицаја висине одраза на мишиће GastM и VL у фазама DJ_{f2} и DJ_{f1} , респективно.

3.6.2 Прираштаји мишићних активација

По аналогiji са представљањем електромиографских резултата у претходној тачки, у табелама 3.12 и 3.13 су приказани резултати како појединачних утицаја висина платформе и висина одраза, тако и њиховог комбинованог утицаја на променљиве t_{pre} и t_{kon} , којима се дефинише временска шема прираштаја мишићне активације пре и у току контакта са подлогом.

Табела 3.12 „ p “ вредности одређене применом двофакторске ANOVA анализе са поновљеним мерењима за временске периоде t_{pre} и t_{kon} . За праг значајности је усвојена вредност $p \leq 0.05$.

фактор → период → мишић ↓	висина платформе		висина одраза		интеракција	
	t_{pre}	t_{kon}	t_{pre}	t_{kon}	t_{pre}	t_{kon}
GlutM	0.677	0.428	0.987	0.132	0.181	0.293
RF	0.376	0.766	0.097	0.001	0.258	0.417
BF	0.024	0.816	0.225	0.016	0.606	0.825
VL	0.000	0.692	0.000	0.001	0.307	0.330
TA	0.284	0.128	0.508	0.532	0.492	0.439
GastM	0.002	0.002	0.003	0.000	0.355	0.605
Sol	0.114	0.070	0.321	0.038	0.554	0.528

Напомене: 1. зелена боја: вредности за које важи да је $p < 0.01$ (јак доказ у прилог хипотезама);
2. црвена боја: вредности за које важи да је $0.01 \leq p < 0.05$ (солидан доказ у прилог хипотезама).

Табела 3.13 Скупови мишића код којих су забележене статистички значајне разлике за временске периоде t_{pre} и t_{kon} при променама висина платформе или висина одраза. *Post-hoc (Bonferroni)* обрада.

фактор промене висине платформе			фактор промене висине одраза		
период →	t_{pre}	t_{kon}	период →	t_{pre}	t_{kon}
20 Λ 40 [cm]	GastM		65 Λ 80 [%]		VL
40 Λ 60 [cm]	VL GastM		80 Λ 95 [%]		BF
20 Λ 60 [cm]	VL GastM	GastM	65 Λ 95 [%]	VL GastM	Sol RF BF VL GastM

Напомене:

- зелена боја: са повећањем висине платформе или одраза, повећавају се и одговарајуће вредности t_{pre} или t_{kon} ;
- црвена боја: са повећањем висине платформе или одраза, смањују се одговарајуће вредности t_{pre} или t_{kon} .

Из табеле 3.13 се запажа да је промена висине платформе значајно утицала на повећање трајања временског интервала t_{pre} само за мишиће GastM и VL, док је на GastM мишић у фази контакта (t_{kon}) имала супротан ефекат – са повећањем висине платформе са 20 на 60 cm, смањивала се дужина временског интервала, и обрнуто.

Висина одраза је имала утицај на активацију већег броја мишића у фази контакта (t_{kon} , табела 3.12), при чему је у свим случајевима, пораст висине одраза био условљен порастом времена трајања те фазе (табела 3.13).

Повећање висина платформе са 20 cm на 60 cm и висина одраза са 65% на 95%, имале су супротан утицај на дужину трајања временских шема прираштаја мишићне активације мишића GastM и VL (табела 3.13). Са повећањем висине платформе, повећавала се вредност t_{pre} , а смањивала вредност t_{kon} . Супротно томе, са повећањем висине одраза, смањивала се вредност t_{pre} , а повећавала вредност t_{kon} .

Овде није запажен (табела 3.12) комбиновани утицај (интеракција) висина платформе и висина одраза на варијабле временских шема прираштаја мишићне активације (t_{pre} и t_{kon}).

3.6.3 Кинематичко-динамичке варијабле

У табели 3.14 су приказани статистички утицаји промена висина платформе и висина одраза појединачно, као и њихов комбиновани утицај (интеракција) на вредности измерених и израчунатих кинематичко-динамичких варијабли током извођења DJ скокова. Из табеле се може уочити, да ако се посматра утицај само висине платформе, осим дужине трајања контакта са подлогом и углава у зглобовима (скочни, колена и кук) у тренутку одскока, све остале кинематичко-динамичке варијабле су показале велику статистичку значајност. Ако се пак посматра само утицај висине одраза, запажа се да он још мање утиче на кинематичко-динамичке варијабле него промена висине платформе. Уз варијабле на које није утицала промена висина платформе, промена висине одраза није имала утицаја још ни на: максимални угао у скочном зглобу, максималну вертикалну реакцију подлоге и укупан рад извршен у негативној фази. Обострани утицај и висине платформе, и висине одраза (интеракција), забележен је код више од половине кинематичко-динамичких варијабли.

Прегледности ради, у табели 3.14 су излистане кинематичко-динамичке варијабле код којих су забележене статистички значајне разлике (*post-hoc (Bonferroni)* обрада) настале при променама између две висине платформе или две висине одраза. Као што је и очекивано, утицај промене висине платформе на кинематичко-динамичке варијабле је био највећи, када је испитаник узастопно изводио скокове са платформе чија је висина мењана са 20 на 60 cm и обрнуто. Промена између било које две висине платформе, увек је показивала статистички значајан утицај на следеће варијабле: углове у сва три анализирана зглоба доњих екстремитета у тренутку контакта са подлогом, максимално остварени угао у скочном зглобу, максималну вертикалну реакцију подлоге (тј. максимално оптерећење), максимално остварени момент у скочном зглобу и зглобу колена, крутости у зглобовима колена и кука, укупан рад извршен у негативној фази и максималну снагу у позитивној фази. Утицај је био такав, да се са повећањем висине платформе у наредном скоку, повећавала и вредност одговарајуће кинематичко-динамичке варијабле, и обрнуто. Са друге стране, промена висине одраза је показала нешто другачији утицај на кинематичко-динамичке варијабле него промена висине платформе. У овом случају, повећање висине одраза између два скока, утицало је на повећање следећих кинематичко-динамичких варијабли: вертикални померај центра масе у амортизационој фази, максималне угаони померај у зглобовима колена и кука, максимални момент у зглобу кука и максимално остварену снагу у позитивној фази. Међутим, има и оних варијабли чије су вредности опадале са повећањем задате висине одраза између узастопних скокова: углови у сва три анализирана зглоба доњих екстремитета у тренутку контакта са подлогом и крутости у зглобовима колена и кука. То практично значи да су испитаници ради постизања веће висине одраза, доскакали са већом флексијом у зглобовима доњих екстремитета због чега су остваривали гипкије доскоке (мања вертикална крутост).

Табела 3.14 „p“ вредности одређене применом двофакторске ANOVA анализе са поновљеним мерењима за кинематичко-динамичке варијабле. За праг значајности је усвојена вредност $p \leq 0.05$.

кинематичко-динамичка варијабла	висина платформе			висина одраза			интеракција
	I	II	III	IV	V	VI	
Вертикални померај центра масе у амортизационој фази	0.000 ●		●	0.000 ▲	▲	▲	0.000
Трајање контакта	0.267			0.442			0.517
Висина одскока	0.009 ●			0.000 ▲	▲	▲	0.574
Угао у скочном зглобу у тренутку контакта	0.000 ●	●	●	0.000 ▲	▲	▲	0.043
Угао у зглобу колена у тренутку контакта	0.000 ●	●	●	0.000 ▲	▲	▲	0.001
Угао у зглобу кука у тренутку контакта	0.000 ●	●	●	0.000 ▲	▲	▲	0.000
Максимални угаони померај у скочном зглобу	0.000 ●	●	●	0.157			0.003
Максимални угаони померај у зглобу колена	0.000	●	●	0.001 ▲	▲	▲	0.021
Максимални угаони померај у зглобу кука	0.004	●		0.000 ▲	▲	▲	0.012
Угао у скочном зглобу у тренутку одскока	0.113			0.504			0.107
Угао у зглобу колена у тренутку одскока	0.114			0.181			0.530
Угао у зглобу кука у тренутку одскока	0.135			0.486			0.492
Максимална вертикална реакција подлоге	0.000 ●	●	●	0.071			0.106
Вертикална крутост	0.000 ●		●	0.004 ▲			0.022
Максимални момент у скочном зглобу	0.000 ●	●	●	0.049		▲	0.361
Максимални момент у зглобу колена	0.000 ●	●	●	0.001	▲	▲	0.129
Максимални момент у зглобу кука	0.000	●	●	0.001 ▲	▲	▲	0.551
Крутост у скочном зглобу	0.008 ●		●	0.016 ▲		▲	0.718
Крутост у зглобу колена	0.000 ●	●	●	0.000 ▲	▲	▲	0.006
Крутост у зглобу кука	0.000 ●	●	●	0.000 ▲	▲	▲	0.869
Укупан рад извршен у позитивној фази	0.002		●	0.000 ▲		▲	0.025
Укупан рад извршен у негативној фази	0.000 ●	●	●	0.244			0.946
Максимална снага у позитивној фази	0.000 ●	●	●	0.000 ▲	▲	▲	0.001

Напомене за бројчане вредности:

1. зелена боја: вредности за које важи да је $p < 0.01$ (јак доказ у прилог хипотезама);
2. црвена боја: вредности за које важи да је $0.01 \leq p < 0.05$ (солидан доказ у прилог хипотезама).

Напомене за симболе ● и ▲:

- - постојање статистички значајне разлике кин.-дин. варијабле при променама између две висине платформе (колона I: 20 Λ 40 cm; колона II: 40 Λ 60 cm; колона III: 20 Λ 60 cm);
 - ▲ - постојање статистички значајне разлике кин.-дин. варијабле при променама између две висине одраза (колона IV: 65 Λ 80 %; колона V: 80 Λ 95 %; колона VI: 65 Λ 95 %).
1. зелена боја: са повећањем висине платформе или одраза, повећавају се и вредности одговарајућих варијабли;
 2. црвена боја: са повећањем висине платформе или одраза, смањују се вредности одговарајућих варијабли.

3.7 Утицај промене висине одраза на биомеханичке варијабле СМЈ скокова

3.7.1 Електромиографске варијабле

Према подацима приказаним у табели 3.15, забележен је статистички значајан утицај фазе скока ($CMJ_{am} + CMJ_{ot}$) на rmsEMG мишића: GlutM, BF, VL и TA. На основу просечних вредности rmsEMG поменутих мишића које су дате у табели 3.16, може се закључити да се са преласком из амортизационе фазе у фазу отискивања, значајно повећавао интензитет мишићне активације мишића GlutM, BF и VL, док се са друге стране, интензитет мишићне активације мишића TA значајно умањило. За разлику од фазе скока, висина одраза као параметар није показала значајан утицај на мишићну активацију (табела 3.15). Забележен је само статистички значајан пораст мишићне активације код мишића GastM када се висина одраза повећавала са 65% на 95% од максимално постигнуте висине. Интеракција између фазе скока и висине одраза није забележена код СМЈ скокова (табела 3.15).

Табела 3.15 „p“ вредности одређене применом двофакторске ANOVA анализе са поновљеним мерењима за rmsEMG у свакој од фаза извођења СМЈ скока. За праг значајности је усвојена вредност $p \leq 0.05$.

фаза → мишић ↓	$CMJ_{am} + CMJ_{ot}$	висина одраза	интеракција
GlutM	0.000	0.494	0.058
RF	0.092	0.856	0.498
BF	0.000	0.954	0.967
VL	0.006	0.696	0.693
TA	0.007	0.093	0.619
GastM	0.119	0.066 *	0.221
Sol	0.483	0.132	0.650

Напомене: 1) зелена боја: вредности за које важи да је $p < 0.01$ (јак доказ у прилог хипотезама);

2) звездица: постојање статистички значајног пораста rmsEMG при промени висине одраза 65% → 95%.

Табела 3.16 Просечне процентуалне вредности rmsEMG мишића у фазама амортизације (CMJ_{am}) и отисковања (CMJ_{ot}) код СМЈ скокова.

фаза → висина одраза → мишић ↓	CMJ_{am}			CMJ_{ot}		
	65%	80%	95%	65%	80%	95%
GlutM	62.3 ± 5.2	61.0 ± 4.3	61.8 ± 3.3	76.1 ± 5.1	78.3 ± 5.4	79.9 ± 3.9
RF	79.6 ± 3.1	78.8 ± 3.0	79.7 ± 3.3	81.4 ± 4.5	82.9 ± 4.3	82.0 ± 4.8
BF	62.2 ± 8.3	61.9 ± 7.4	62.3 ± 6.1	80.9 ± 5.9	81.2 ± 5.7	81.2 ± 5.8
VL	72.7 ± 2.8	72.8 ± 1.7	71.7 ± 2.4	80.5 ± 5.8	80.6 ± 4.8	80.6 ± 4.1
TA	84.5 ± 3.1	82.8 ± 4.1	82.6 ± 3.9	78.7 ± 3.1	75.6 ± 3.2	77.2 ± 4.3
GastM	75.0 ± 7.1	77.5 ± 7.6	76.9 ± 8.1	82.5 ± 3.4	82.3 ± 4.3	83.4 ± 4.6
Sol	75.8 ± 5.3	77.5 ± 4.2	76.9 ± 5.9	77.4 ± 3.2	77.9 ± 3.3	79.5 ± 4.5

Напомене: 1) зелена боја: значајан раст просечних вредности rmsEMG у фази CMJ_{ot} у односу на фазу CMJ_{am} ;

2) црвена боја: значајан пад просечних вредности rmsEMG у фази CMJ_{ot} у односу на фазу CMJ_{am} .

3.7.2 Кинематичко-динамичке варијабле

Резултати испитивања зависности кинематичко-динамичких варијабли СМЈ скокова од висине одраза, показују неколико интересантних резултата (табела 3.17):

- задата висина одраза веома утиче на трајање амортизационе фазе и то тако што њено повећање, доводи до продужетка трајања амортизационе фазе;
- максимални угао у зглобу куку се повећава са повећањем висине одраза, другим речима, у припремној фази за скок, испитаник више нагиње труп, што је висина на коју жели да одскочи већа;
- брзина одраза расте са повећањем задате висине;
- вертикална крутост такође веома зависи од висине одраза, али се у овом случају она смањује са повећањем висине одраза;
- ни промена угла у скочном зглобу, као ни крутости у: скочном зглобу, зглобу колена и кука, нису у вези са повећањем висине одраза.

Табела 3.17 „р“ вредности одређене применом ANOVA анализе са поновљеним мерењима за кинематичко-динамичке варијабле (за праг значајности је усвојена вредност $p \leq 0.05$), као и забележене статистички значајне разлике између задатих висина одраза. *Post-hoc (Bonferroni)* обрада.

кинематичко-динамичка варијабла	висина одраза			
	<i>p</i>	65% \wedge 80%	80% \wedge 95%	65% \wedge 95%
Вертикални померај центра масе у тренутку одскока	0.049			●
Трајање амортизационе фазе	0.000	●	●	●
Висина одраза	0.000	●	●	●
Брзина одраза	0.000	●	●	●
Максимални угао у скочном зглобу	0.673			
Максимални угао у зглобу колена	0.000		●	●
Максимални угао у зглобу кука	0.000	●	●	●
Максимална вертикална реакција подлоге	0.372			
Вертикална крутост	0.012		●	●
Максимални момент у скочном зглобу	0.134			
Максимални момент у зглобу колена	0.310			
Максимални момент у зглобу кука	0.028	●		●
Крутост у скочном зглобу	0.174			
Крутост у зглобу колена	0.742			
Крутост у зглобу кука	0.163			

Напомене: 1. зелене бројчане вредности: $p < 0.01$ (јак доказ у прилог хипотезама);

2. црвене бројчане вредности: $0.01 \leq p < 0.05$ (солидан доказ у прилог хипотезама);

3. зелене тачке: вредност кинематичко-динамичке варијабле се повећава са повећањем висине одраза;

4. црвене тачке: вредност кинематичко-динамичке варијабле се смањује са повећањем висине одраза.

3.8 Дискусија и закључак

Из табела 3.9 и 3.10, може се запазити да је промена висине платформе имала веома важну улогу у прекативацији (фаза DJ_{f1}) мишића Sol и GastM. Бројчане вредности (нису приказане у делу са резултатима) показују да се активација ових мишића повећавала са

повећањем висине платформе, што је уосталом и било логично очекивати. У вези са тим, из наведених табела се може запазити и то да висина одраза није имала утицаја на преактивацију поменутих мишића.

Према томе, прва хипотеза изнета у тачки 3.5.4д, која се односи на DJ скокове, може бити само делимично потврђена [310], јер резултати показују да промена висине платформе има утицај на преактивацију мишићно-тетивног комплекса доњих екстремитета, док са друге стране, промена висине одраза не показује такав утицај (табела 3.10).

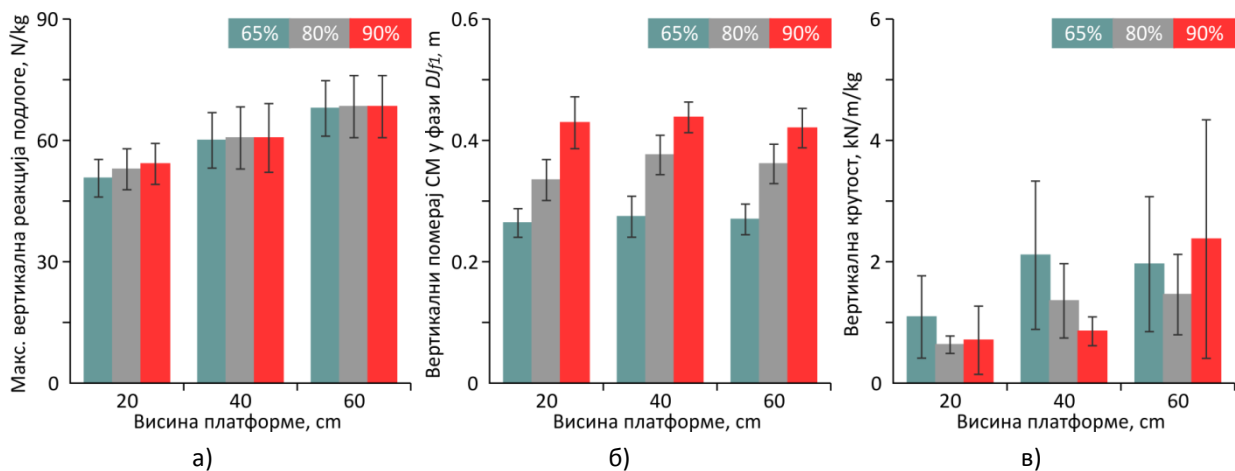
Ваља напоменути и то, да се активација мишића у све четири фазе, повећавала са повећањем висине платформе (табела 3.10), што није примећено у ранијим истраживањима [311]. Објашњење те појаве је следеће: са повећањем висине платформе, тј. оптерећења, расте и одговарајућа реакција подлоге на коју се доскаче, па самим тим мора да расте и интезитет мишићног одговора током читавог контакта са подлогом. Одатле произилази да је примарни рефлексни одговор (одговор кратке латенце), веома важна варијабла којом тело обезбеђује стабилност при доскоку (ово ће бити додатно поткрепљено у даљем тексту у ком се анализирају резултати вертикалне крутости), док су са друге стране, мишићни одговори средње и дуге латенце, одговорни за контролу (дозирање) висине DJ одраза. Другим речима, контрола извођења моторног задатка јесте континуална и изводи се у садејству централног нервног система и рефлексних одговора мишића доњих екстремитета.

Статистичка анализа (табела 3.11) је показала и да промена висине одраза веома утиче на ниво мишићне активације у фази DJ_{f_2} само када се скокови изводе са висине платформе од 20 cm. Већ код скокова изведених са висине од 40 и 60 cm, овај утицај није изражен, понајвише због тога што се у неким истраживањима [312, 313] наглашава да се посебно због висине од 60 cm, у мишићима доњих екстремитета јављају извесни инхибиторни процеси, због којих се смањују рефлексни истезања, па тело усмерава своју пажњу пре свега на стабилност доскока, а мање на програмирану активност која треба да уследи, као што је нпр. задата висина одраза.

Потврда друге хипотезе изнете у тачки 3.5.4д, добија се прегледом rmsEMG података за фазу DJ_{f_2} (табела 3.10). Подаци показују да је мишићна активација доњих екстремитета која настаје као мишићни одговор на рефлекс кратке латенце, под великим утицајем промене висине платформе и готово никаквим утицајем промене висине одраза. Примарни задатак мишића доњих екстремитета у овој фази, јесте да обезбеде довољну крутост за стабилан доскок, па се због тога ова фаза и назива *амортизационом фазом*. Са друге стране, из табела 3.9 и 3.10 се може закључити и то да мишићне активације у фазама DJ_{f_3} и DJ_{f_4} , које настају као мишићни одговори на рефлекс средње и дуге латенце, респективно, имају пресудну улогу у акумулирању и накнадном дозирању енергије потребне за достизање задате висине одраза. У практичној примени, то би значило да плиометријска вежба, каква је нпр. доскок-одскок (DJ), не мора да се изводи са максималном перформансом, тј. одразом, већ је довољно да остварена перформанса буде и субмаксимална, јер она према резултатима ове анализе, не утиче на интензитета преактивације и активације мишића доњих екстремитета.

Као што је и било очекивано, да би остварили веће висине одраза, испитаници су при доскакању на тензиометријску платформу, спонтано повећавали углове савијања у свим зглобовима доњих екстремитета. Будући да је оваква координација покрета имала за последицу све веће спуштање центра масе (повећање степена деформације система *маса-опруга*, слика 1.10) у односу на усправан стојећи став и имајући у виду да се при томе

вертикална реакција подлоге веома мало мењала, лако је закључити да се и вертикална крутост (израчунава се за тачку Е на слици 3.2; објашњење је дато у табели 3.1), као глобална карактеристика локомоторног система, смањивала са повећањем висине одраза (слика 3.13), па се стога може рећи да су испитаници остваривали гипке доскоке. Супротно томе, вертикална крутост се повећавала са повећањем висине платформе, па су у овом случају доскоци били „крући“. То је начин да се утицај повећане вертикалне реакције подлоге, преусмери више на коштану, него на мишићну структуру тела, чиме се повећава степен сигурности од могућег губитка стабилности. Тиме је потврђена трећа хипотеза изнета у тачки 3.5.4д.



Слика 3.13 Просечне вредности \pm SD: а) вертикалне реакције подлоге, б) вертикалног помераја центра масе и в) вертикалне крутости, добијене при извођењу DJ скокова са различитих висина платформе (20, 40 и 60 cm) и са различитим висинама одраза (65%, 80% и 95%, од максимално постигнуте висине).

Када је реч о улози зглобова доњих екстремитета у савладавању задатог оптерећења (доскок са издигнуте платформе), или остваривању задате активности (висине одраза) вертикалних скокова, може се закључити следеће:

- а. *Скочни зглоб*. Резултати анализе су показали да се његова активност прилагођава промени висине платформе али не и задатој висини одраза (табела 3.14). Стога се може закључити, да је његова улога понајвише усмерена ка стабилизацији читавог система, тј. тела, а не ка значајнијем доприносу остваривања задате перформансе система – висине одраза. Овиме је потврђена четврта хипотеза изнета у поглављу 3.5.4д;
- б. *Зглоб колена*. Са повећањем висине одраза, повећавала се и флексија у зглобу колена. Међутим, исто није важило и за моменте у том зглобу. Наиме, они су остајали приближно једнаки код СМЈ скокова, или су се чак и смањивали код DJ скокова. Разлог ове појаве је најлакше објаснити посматрањем кретања центра масе тела у току фазе контакта. Као припрему за одскок, испитаник у фази контакта са подлогом, нагиње труп унапред (*инклинација*) савијајући доње екстремитете у зглобовима (кук, колена, скочни зглоб). Таква конфигурација тела је неопходна ради одржања равнотеже, па се посматрано дуж правца сагиталне осе може запазити да се центар масе испитаника помера ближе зглобу колена, а да са друге стране удаљава од скочног зглоба и зглоба кука. Ова промена крака силе за последицу има смањење момента у зглобу колена и повећање момената у скочном зглобу и зглобу кука. Уз то, посебно треба истаћи да се због повећања момента у зглобу кука, повећава и екстензија у најмасивнијем мишићу у људском телу – GluM. То је веома битно јер је реч о мишићу који генерише значајну количину енергије потребне за увећану висину одраза.

- с. *Зглоб кука*. Моменти екстензора у зглобу кука, јесу најважније варијабле овог зглоба које утичу на перформансе како DJ, тако и СМЈ скока;

Претходно набројано заправо истиче улогу мишића зглоба кука у извођењу вертикалних скокова и постизању жељених висина одраза. Поред једнозглобног мишића *GlutM* који има веома важну улогу у генерисању иницијалне пропулзивне енергије, посебно се истиче улога двозглобних мишића (*BF* и *RF*), који са своје стране контролишу међумишићну координацију и експлозивност. Модел активности двозглобних екстензора кука при извођењу вертикалних суножних скокова, огледа се у њиховом истовременом дејству и на зглоб кука (улога екстензора), и на зглоб колена (улога флексора) и то тако што са повећањем висине одраза, долази до повећања флексије у зглобовима кука и колена, повећања екстензионог момента у зглобу кука и немењања (*СМЈ*), или чак смањивања (*DJ*) резултујућег момента у зглобу колена.

4 Детекција и праћење кретања објеката на видео снимцима

Детекција и праћење кретања објеката на видео снимцима, јесу веома сложени и изазовни задаци. Видео снимак, сам по себи, представља много богатији извор информација, него слика. Док слика приказује само тренутно-статичко стање сцене, видео снимак садржи и динамичку компоненту. Људско око веома лако опажа свако кретање, чак и ако је објекат о ком је реч, био тешко уочљив док је био непокретан. Два су разлога због којих је то тако. Прво, свако кретање такорећи, носи са собом велики количину информација, које се односе на временско-просторни однос између објеката на слици/видеу. У дигиталној обради слике/видеа, ове информације могу да се искористе за нпр. праћење саобраћаја, видео-надзор и тд. Друго, карактеристике слике, као што је нпр. интензитет пиксела (боја) који припадају објекту који се креће, у великој су сагласности са правцем његовог кретања. Другим речима, не мењају се значајно за време његовог кретања (аутомобил не мења боју за време кретања). На основу ових чинилаца, могуће је, у општем случају, филтрирати видео, тако да се побољшају услови за детекцију и праћење кретања објеката. Нпр., могуће у уклонити шум из видеа, а параметре за праћење, подесити према резултатима анализе само прве слике видео снимка.

4.1 Детекција објеката путем сегментације

Да би слика аутоматским путем могла да буде анализирана, мора бити пронађен начин за идентификацију оних пиксела слике, који одговарају некој карактеристици објеката за који смо заинтересовани. Процес идентификације тих пиксела, назива се *сегментација*. Сегментација чини прву фазу у било ком покушају аутоматске анализе слике. Сегментацијом се слика дели на области који ће представљати објекте или карактеристике слике за које је корисник заинтересован. Простије речено, сегментацијом се може сматрати процес груписања пиксела слике, који имају сличне атрибуте. Подразумева се да овако груписани пиксели морају бити семантички смислени [401, 402].

Сегментација представља мост између операција ниског нивоа (манипулација пикселима сиво-нијансиране слике, манипулација пикселима у боји ради побољшања квалитета слике или наглашавања неких њених карактеристика и тд.) и операција високог

нивоа (манипулација и анализа група пиксела који имају одређени семантички значај) у дигиталној обради слике [401, 402]. Она представља неизоставни део операција као што су детекција, процена и мерење објеката слике. Примери примене су: индустријска контрола, оптичко препознавање текста, праћење кретања објеката на видео снимцима, класификација терена на сателитским снимцима, детекција и мерење објеката на медицинским сликама и тсл. Треба напоменути и то да је поуздана аутоматска сегментација најчешће тешко изводљива.

Разликују се две технике сегментације: неконтекстуалне и контекстуалне. Неконтекстуалне технике занемарују односе који владају међу карактеристикама слике, тј. пиксели бивају међусобно груписани само на основу неког глобалног критеријума, нпр. на основу боје. Са друге стране, контекстуалне технике узимају у обир и семантичке везе међу пикселима, на тај начин што они формирају области, чије се карактеристике могу повезати са својствима неког модела, тј. објекта. Пример је област пиксела који имају исту боју и међусобно су повезани без прекида [401, 402].

У даљем тексту ће бити поменуте неке од многобројних метода сегментације слике. Нагласак ће бити само на оним техникама које су коришћене у алгоритмима за сегментацију, а који су део софтвера израђеног у сврху интерпретирања резултата ове дисертације. Детаљније објашњење рада алгоритама и софтвера биће дато у петој глави.

4.1.1 *Неконтекстуалне методе сегментације: трешхолдинг (thresholding)*

Трешхолдингом се скуп података који имају вредности у одређеном опсегу, трансформише у нови скуп, у ком подаци могу имати само једну од две „излазне“ вредности. Трансформација се изводи на улазним подацима, тако што се дефинише трешхолд (праг) из опсега улазних вредности, при чему сви подаци чије су вредности мање од трешхолда добијају „прву“ излазну вредност, док сви остали подаци добијају „другу“ излазну вредност.

4.1.1а *Трешхолдинг сиво-нијансиране слике*

Најинтуитивнија примена трешхолдинга је код сегментације сиво-нијансираних слика. Његова примена на сваки пиксел слике, одређена је правилом [402]:

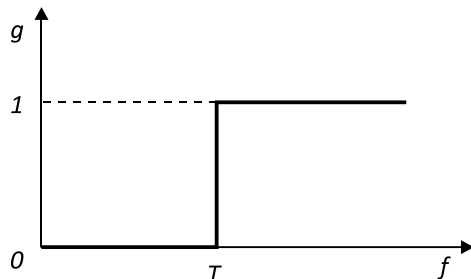
$$g(x, y) = \begin{cases} 0, & f(x, y) < T \\ 1, & f(x, y) \geq T \end{cases} \quad \text{или} \quad g(x, y) = \begin{cases} 1, & f(x, y) < T \\ 0, & f(x, y) \geq T \end{cases} \quad 4.1$$

где је T трешхолд (слика 4.1). Из претходног израза је очигледно да су могуће две излазне вредности: 0 и 1, чиме се практично полазна слика, трансформише у бинарну слику. Наравно, уколико излазна слика треба да буде црно-бела, онда излазне вредности треба да имају вредности 0 и 255, уместо 0 и 1.

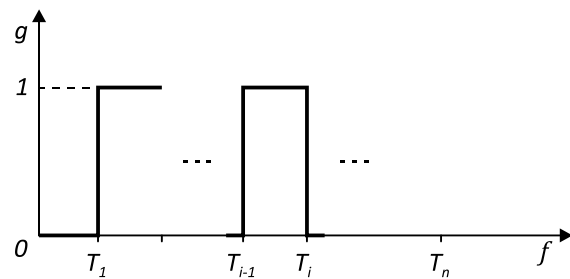
Израз 4.1 садржи два подизраза и то не случајно. Питање је шта се у којој ситуацији може сматрати позадином а шта предњим планом, тј. шта је то што желмо да издвојимо из слике, а шта је то што желимо да занемаримо? Одговор на та питања се добија у зависности од конкретног проблема на који треба применити трешхолдинг. Нпр, ако би израз 4.1 требало применити на анализу астрономских или термалних снимака, онда би први подизраз био адекватно решење. Са друге стране, ако би конкретни задаци представљали нпр. анализу текста (енгл. optical character recognition - OCR) или анализу илустрација и цртежа, онда би оно што је на слици исписано тамном бојом представљало први план па би тада други подизраз у изразу 4.1 био адекватно решење. Како год, у било којој од поменутих ситуација се може

користити било који подизраз, али ако он није адекватно решење, пре његове примене треба инвертовати слику [401].

Није неопходно да се при трансформацији сиво-нијансиране слике у бинарну користи само један трешхолд. Њих може бити и више, али је неопходно да постоје само две могуће излазне вредности за сваки пиксел (слика 4.2).



Слика 4.1 Трешхолдинг са једном вредношћу.



Слика 4.2 Једна од варијанти трешхолдинга, када је задато више трешхолд вредности.

Задавање трешхолда може се изводити ручно или аутоматски. Ручно задавање је погодно јер је интуитивно, посебно онда када је на овај начин потребно обрадити само мањи број међусобно различитих слика. Код аутоматског режима, најчешћа су два сценарија:

- 1) први, када је потребно обрадити велики број слика, при чему све слике потичу из истог извора, за који владају унапред познати сценски услови: осветљење, контраст и тд. Такви услови одговарају нпр. индустријским производним тракама. Тада је довољно за прву слику ручно одабрати трешхолд а он се после аутоматски примењује на све остале слике које су снимљене под истим условима;
- 2) други, када треба обрадити већи број слика које су таквог карактера да директна примена најједноставније методе за сегментацију - трешхолда, може да да одличне резултате: мањи број униформних обеката без варијација боје и текстуре а који се по боји јасно разликују од позадине. Такви објекти на хистограму слике производе уске и високе пикове, који се лако могу разграничити трешхолд вредностима. Дакле, претпоставка је да трешхолд треба одабрати тако да се налази између пикова хистограма. Ова претпоставка је очигледно задовољена ако на слици нпр. преовладавају само две униформне боје, међу којима влада јак контраст. Хистограм такве слике ће бити састављен од две уске области са израженим пиковима. Ваља напоменути и то, да код слика тог типа, није ни потребно правити и анализирати хистограм, већ је довољно изабрати трешхолд који ће имати вредност једнаку средњој вредности интензитета слике, јер је за очекивати да ће се као такав, врло вероватно налазити управо између пикова хистограма. Међутим, будући да такве слике у пракси нису честе, општији приступ представља анализа хистограма. Посебан проблем представља то што пикова може бити и више од два, као и то што су области хистограма којима они припадају широке па делимично преклапају једна другу. У таквим случајевима, прорачунским путем се трага за оптималним вредностима трешхолда.

Оптимална вредност трешхолда не мора нужно да одговара минималној вредности у „удolini“ између два пика хистограма а коју би корисник иначе највероватније одабрао ручним путем. Постоји више алгоритама за одређивање оптималног трешхолда [402, 403, 404]. Реч је о алгоритмима, у којима се задаје почетна вредност

трешхолда, која се у наредним итерацијама коригује до задате толеранције. За почетну вредност се бира средња вредност интензитета слике [403], или аритметичка средина средњих вредности интензитета пиксела на углу слике и остатка слике [404]. Ово се чини због тога што се претпоставља да пиксели на угловима слике припадају позадини, а не објектима који су предмет сегментације. Потребно је од 4 до 6 итерација да би алгоритам конвергирао (алгоритам 4.1).

Алгоритам 4.1 Итеративно одређивање трешхолда [402].

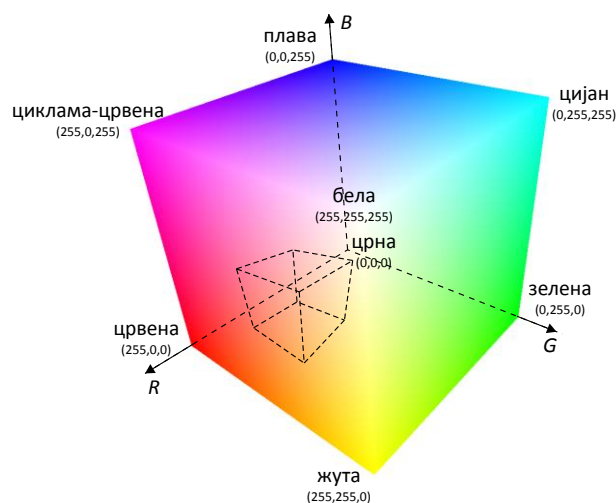
```

1 | Израчунати  $\mu_1$ , тј. средњу вредност интензитета пиксела на угловима слике
2 | Израчунати  $\mu_2$ , тј. средњу вредност интензитета свих осталих пиксела слике
3 |  $T_{\text{старо}} \leftarrow 0$ 
4 |  $T_{\text{ново}} \leftarrow (\mu_1 + \mu_2) / 2$ 
5 | while  $T_{\text{ново}} \neq T_{\text{старо}}$  do
6 |    $\mu_1 \leftarrow$  средња вредност интензитета пиксела за које важи  $f(x, y) < T_{\text{ново}}$ 
7 |    $\mu_2 \leftarrow$  средња вредност интензитета пиксела за које важи  $f(x, y) \geq T_{\text{ново}}$ 
8 |    $T_{\text{старо}} \leftarrow T_{\text{ново}}$ 
9 |    $T_{\text{ново}} \leftarrow (\mu_1 + \mu_2) / 2$ 
10 | end while

```

4.1.16 Трешхолдинг слика у боји

Трешхолдинг слика у боји [402] се изводи слично трешхолдингу сиво-нијансираних слика, с тим што се код њих вредности трешхолда задају засебно за сваку од три основне боје: црвену, зелену и плаву. Тиме се практично партиционисање тродимензионални простор боја да би се издвојио само онај паралелопипед (слика 4.3) у коме леже боје које су од интереса за даљу обраду.



Слика 4.3 Тродимензионални простор боја са приказаним паралелопипедом као производом трешхолд операције.

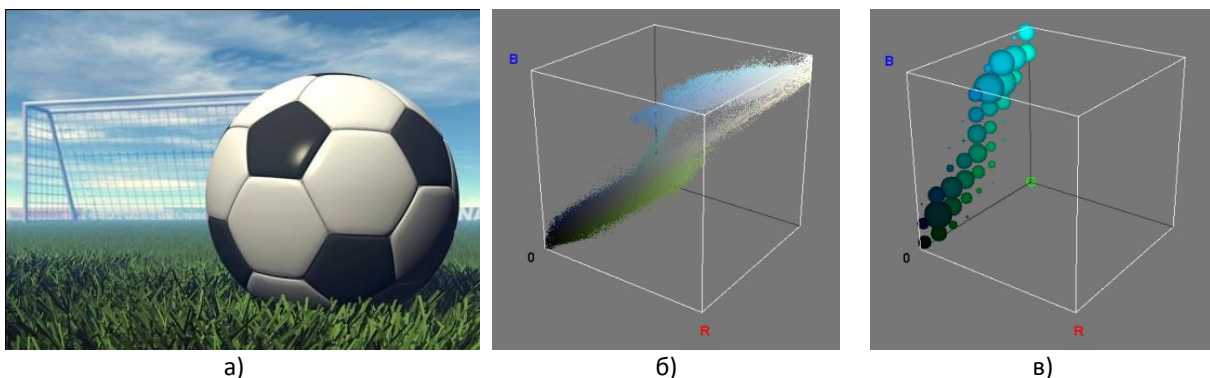
Уместо паралелопипеда, може бити одабрана сфера или елипсоид. Задавање трешхолда у овом случају, концептуално се изводи сасвим другачије. Наиме, одабира се једна, тзв. „референтна“ боја из простора боја, а затим се дефинише њена толеранција, тј. полупречник у случају сфероидног поља за партиционисање, односно три толеранције за све три полуосе, у случају елипсоидног поља. Дефинисање сфере у простору боја, у околини тачке са координатама: R_0, G_0, B_0 , изводи се према следећим изразима [402]:

$$g(x, y) = \begin{cases} 1, & d(x, y) \leq d_{max} \\ 0, & d(x, y) > d_{max} \end{cases} \quad 4.2$$

$$d(x, y) = \sqrt{(f_R(x, y) - R_0)^2 + (f_G(x, y) - G_0)^2 + (f_B(x, y) - B_0)^2}$$

где су: d_{max} – трешхолд, f_R, f_G, f_B – црвена, зелена и плава компонента боје сваког пиксела улазне слике, $g(x, y)$ – боја пиксела резултата примене трешхолда, d – растојање између задатог и референтног пиксела у простору боја.

Одабир адекватне вредности трешхолда се код слика у боји, уосталом као и код сиво-нијансираних слика, може изводити на основу хистограма. Тродимензионални хистограм није једноставан ни за приказивање, ни за употребу, али су зато дводимензионалне пројекције хистограма сасвим употребљиве. На сликама 4.4б и 4.4в, приказани су респективно 3D и 2D хистограми слике 4.4а. Посебно је интересантан 2D хистограм зелених и плавих компонента пиксела слике, јер се јасно уочавају области које одговарају небу и травнатом терену, тако да је релативно лако претпоставити почетну вредност трешхолда који би раздвојио ове две области на оригиналној слици. Такође, сасвим је очигледно које би раздвајање области могло да се изведе и на раније описани начин – задавањем референтне боје и њених толеранција.



Слика 4.4 а) Оригинална слика; б) 3D хистограм слике; в) 2D хистограм зелене и плаве компоненте слике.

Треба напоменути и то, да се корисна и популарна метода сегментације слика у боји састоји у томе, да оригинална слика најпре буде конвертована у сиво-нијансирану слику, после чега се та новодобијена слика даље анализира, нпр. у смислу раније поменутог аутоматског одређивања трешхолда и тсл; резултати се наравно примењују на оригиналну слику.

4.1.2 Контекстуалне методе сегментације

Трешхолдинг сам по себи најчешће није довољан да би се добили задовољавајући резултати. Веома су ретке слике на којима се јасно разликује неколико униформних објеката, и које су због тога погодне за сегментацију само применом трешхолдинга. У пракси, трешхолдинг је само једна од техника сегментације које се спроводе у комбинацији, ради издвајања објеката који су предмет интересовања.

Недостатак примене терешхолдинга за сегментацију слике, огледа се пре свега у томе, што се њиме групишу пиксели на основу неког глобалног атрибута (нпр. нијанса сиве боје), а не на основу неке посебне семантичке везе која влада међу пикселима. Лако је могуће да резултат трешхолдинга буду пиксели разбацани по слици, појединачно или у групама, при чему само неки од њих задовољавају додатне логичке критеријуме. Према томе, резултат трешхолдинга треба додатно обрадити, узимајућу у обзир управо ту раздвојеност пиксела, односно група пиксела. Тај процес представља основу контекстуалних техника сегментације слике.

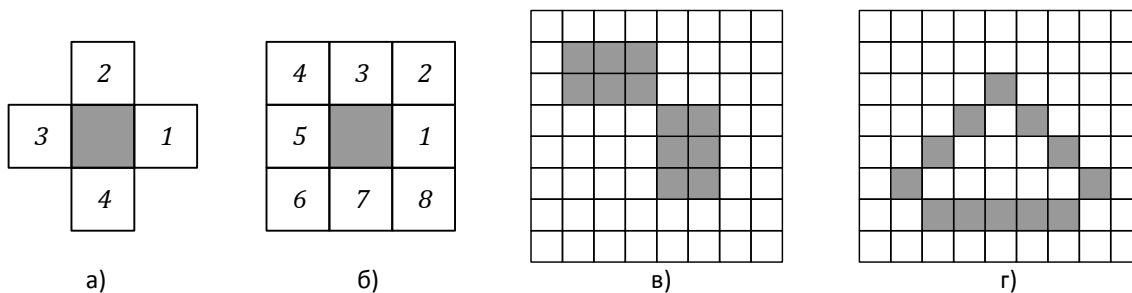
Контекстуалне технике се у сонови свде на два концепта: а) концепт дисконтинуитета и б) концепт сличности. Концепт дисконтинуитета се заснива на откривању значајних промена

на сиво-нијансираној слици. Једна од познатих метода која се заснива на овом концепту, јесте метода проналажења ивица објекта. Проблем није једноставан, јер се нпр. успешном сегментацијом у том смислу, сматра само случај, када је ивица објекта детектована тако, да она у потпуности затвара неки објекат (униформни део слике). Са друге стране, прма концепту сличности, објекти се издвајају тако што се пиксели групишу у целине на основу неког задатог логичког критеријума, као и на основу онога, што се сматра валидном међусобном везом између њих.

Концепти дисконтинуитета и сличности су међусобно комплементарни. На пример, одређивање границе једног објекта на слици, исто је што и дељење слике на две логичке целине [402].

4.1.2а Међусобна геометријска повезаност пиксела

Код оба претходно поменута концепта, дефинисање међусобне геометријске повезаности пиксела, има кључну улогу у решавању проблема. Пиксел може бити повезан са околним пикселима на два начина: 4-повезаност и 8-повезаност. Користе се још и термини 4-суседство и 8-суседство. Код типа 4-повезаност (слика 4.5а), испитује се повезаност централног пиксела само са оним, њему суседним пикселима, који се налазе: изнад, испод, лево и десно од њега. Код типа 8-повезаност (слика 4.5б), поред подразумеване 4-повезаности, узима се у обзир и повезаност централног пиксела са суседним пикселима који леже дијагонално од њега.



Слика 4.5 Повезаност пиксела: а) 4-суседство, б) 8-суседство, в) први пример, г) други пример.

Описане дефиниције типова повезаности, остављају доста могућности за различите интерпретације добијених објеката, тј. класа пиксела. Примери на сликама 4.5в и 4.5г, илуструју неке од могућих комбинација. Област означена на слици 4.5в се може сматрати јединственом (једним објектом) ако се на пикселе примени тип 8-повезаност. Са друге стране, ако би се на исту област применио тип 4-повезаност, јасно би могла да се издвоје два објекта. Пример на слици 4.5г, јесте нешто сложенији али и илустративнији од претходног примера. У овом случају, применом типа 8-повезаност на сиве пикселе објекта и беле пикселе позадине, издвајају се два региона: а) објекат који се састоји од свих сивих пиксела и б) позадина, која се састоји од свих белих пиксела, рачунајући и оне унутар граница објекта и оне ван његових граница. Уколико би пак на пикселе била примењена 4-повезаност, могуће би било издвојити 3 објекта: а) сиви објекат који се састоји само од пиксела који формирају хоризонталну линију, б) бели објекат (део позадине) унутар границе коју чине сиви пиксели и в) бели објекат (део позадине) изван границе коју чине сиви пиксели. Сиви пиксели који логички чине косе линије, у овом случају не би били препознати као делови објекта. Произилази да се оптимално решење сегментације слике 4.5г, састоји у томе да се 8-повезаност примени на сиве пикселе, а да се 4-повезаност примени на пикселе позадине.

4.1.26 Сегментација означавањем региона

Означавање региона (енгл. *region labeling*, или *region coloring*, или *connected components labeling*) се обично изводи на крају процеса сегментације. Пошто су издвојени пиксели који не представљају позадину и пошто је одређен начин њиховог међусобног повезивања, приступа се обележавању региона. При томе се утврђује: а) припадност сваког пиксела неком од региона, б) број региона и в) положај сваког региона. Постоје више метода како се формирају региони, али ћу поменути само три. Први метод би био да се слика претражује пиксел-по-пиксел, најчешће почев из горњег левог угла и да се по наиласку на пиксел који не припада позадини, он узима као почетни од ког креће формирање региона (енгл. *flood-filling* [405], или *grassfire* [401] алгоритми). Одмах по формирању региона, претраживање слике се наставља од места на коме је оно раније прекинуто. У другом методу (енгл. *sequential region labeling*) се користи исти начин претраживања као и у првом, али се формирање читавог региона не изводи одмах по наиласку на пиксел који не припада позадини, већ се пиксели који не припадају позадини слике индексирају новим индексом региона, или индексом неког од раније индексираних пиксела, ако је задовољена задата геометријска веза. Овај други метод захтева и додатни корак (енгл. *resolving collisions*) после обраде свих пиксела. Он се састоји у спајању региона који су означени различитим индексима, а заправо представљају логичке целине, тј. самосталне регионе. Трећи метод је сличан првом методу, али се у овом случају регион формира само од пиксела који га оивичавају (енгл. *contour finding* алгоритам), тј. од контурних пиксела. У следећем кораку, ако постоји потреба за тим, регион се допуњује унутрашњим пикселима, при чему треба водити рачуна да је могуће да постоје и затворене контуре унутар региона (шупљине) које заправо представљају позадину слике.

Који метод је оптималан за примену, зависи од више фактора, нпр: број и величина региона на слици, повећање потрошње меморије рачунара због повећања дубине рекурзије и тд. Неки аутори [406] препоручују трећи метод као оптималан, јер се њиме одмах формира и контура објекта, што је врло често операција сегментације слике која следи после формирања региона. Други аутори [405] пак тврде, да је оптималан алгоритам *претраживање по ширини* (енгл. *breadth-first*), који спада у једно од решења по првој методи. Друга два решења су: *рекурзивни* поступак (енгл. *recursive*) и *претраживање по дубини* (енгл. *depth-first*). Алгоритми *претраживање по ширини* и *претраживање по дубини*, јесу у суштини исти алгоритми, само користе различите структуре података (*уланчану листу* и *стек*, респективно) за чување координата оних пиксела који још увек нису обрађени.

Псеудокод алгоритма *претраживање по ширини* је дат у алгоритму 4.2. У графичком смислу би се овај алгоритам могао замислити као „поплавни талас“ пиксела који се шири око почетне тачке (енгл. *seed point*) све док у потпуности не „преплави“ одговарајући регион. Треба истаћи и то да је представљени алгоритам деструктиван јер не користи помоћну слику за обележавање региона већ то чини на оригиналној слици уништавајући њен садржај.

Модификација овог алгоритма је примењена у софтверу који је развијен за потребе праћења маркера постављених на анатомским тачкама доњих екстремитета спортиста који су изводили вертикалне скокове у месту [408]. Будући да за снимање тих скокова нису коришћене IR камере и припадајући ретрорефлектујући маркери већ обична VGA камера и траке у боји, прибегло се примени алгоритма *претраживање по ширини* за лоцирање, обележавање и временско праћење региона слике који су одговарали поменутиим тракама, тј. маркерима.

Алгоритам 4.2 Означавање региона на слици [407].

```

1  I: бинарна слика (0 = бели пиксел (позадина), 1 = црни пиксел (објекат)).
2  # Ознаке региона: 2,3...
3  # Обележавање се изводи на самој слици (деструктивни метод).
4  # Координате пиксела су: u, v.
5  W, H # Ширина и висина слике, респективно.
6  r ← 2 # почетна лабела региона
7  for v ← 0...H-1 do
8    for u ← 0...W-1 do
9      if I(u, v)=1 then
10         направити празану уланчану листу Q (нпр. java.util.LinkedList<E>)
11         додати у Q почетни координатни пар (u, v) (енгл. seed coordinate pair)
12         while Q ≠ ∅ do
13           (x, y) ← преузети вредност са почетка уланчане листе Q
14           # Напомена: преузета вредност се брише се из листе Q
15           if x < W ∧ y < H ∧ I(x, y) = 1 then
16             I(x, y) ← r
17             додати у Q координате (x+1, y)
18             додати у Q координате (x, y+1)
19             додати у Q координате (x, y-1)
20             додати у Q координате (x-1, y)
21           end if
22         end while
23       end if
24     r ← r + 1
25   end for
26 end for
27 return I # слика са означеним регионима

```

4.2 Праћење кретања објеката на видео снимцима

У суштини, овај проблем се своди на одређивање трајекторије кретања помичног објекта на сцени [409, 410]. Другим речима, алгоритам за праћење кретања, из фрејма у фрејм видео снимка, додељује помичним објектима одговарајуће ознаке, на основу којих се запрафо формира њихова трајекторија. То није све. Поред тога, алгоритам за праћење може да забележи и многе друге податке, који се односе на сам објекат, као што су: величина, облик, оријентација и тд. Практично, три су кључна корака [409, 410] у видео анализи: а) детекција свих или само одређених покретних објеката, б) праћење кретања тих објеката из фрејма у фрејм и в) анализа трајекторија објеката и њиховог понашања. Међутим, праћење кретања објеката није нимало једноставно. Неки од разлога [409, 410] јесу:

- губитак дела информација због пројектовања реалних 3D објеката на раван (2D слику);
- шум у сликама;
- сложено кретање;
- сложени облици;
- нејасан и променљив изглед;
- делично или потпуно заклањање другим објектима;
- промене осветљења сцене;
- велики захтеви за обрадом у реалном времену.

Алгоритам за праћење кретања се може поједноставити увођењем ограничења. Та ограничења се углавном односе на претходно познавање карактеристика објеката, њиховог броја, начина кретања и тсл.

У литератури је описан велики број алгоритама за праћење кретања објеката. Сви они су сврстани у три главне категорије [409, 410]: а) праћење кретања тачака, б) праћење помоћу

кERNELA и в) праћење кретања силуета. Шема гранања се ту не завршава; напротив, главне категорије се даље гранају, све до нивоа конкретних апликација (алгоритама). У даљем тексту ће укратко бити описан *mean-shift* алгоритам, који спада у групу алгоритама за праћење кретања објеката помоћу KERNELA, док ће детаљна објашњења и резултати његове примене бити дати у петој глави.

4.3 Mean-shift алгоритам

Mean-shift алгоритам је посебно погодан за употребу када је потребно пронаћи максималну екстремну вредност (мод) у задатом скупу података. Полазећи од неке „произвољно“ одабране вредности из тог скупа, алгоритам итеративним путем одређује вектор помераја, који је усмерен ка неком од модова. На тај начин, вектор помераја прати градијент функције, све док његов интензитет не постане једнак нули, или, како је у пракси уобичајено, не постане мањи од неке веома мале, унапред задате вредности ε . Тада се поступак завршава, јер је остварена конвергенција ка неком од максимума задатог скупа вредности. Примењено на проблем праћења објеката на видео снимцима, то значи да уколико је објекат на почетном видео фрејму представљен почетном тачком (геометријским центром објекта) и одговарајућом функцијом густине расподеле вероватноће, онда ће та почетна тачка на следећем видео фрејму конвергирати, у складу са *mean-shift* алгоритмом, ка највероватнијем новом положају објекта. Очекивано је да се нови положај објекта налази у близини његове оригиналне локације из претходног фрејма.

Дакле, *mean-shift* алгоритам, јесте статистичка метода, којом се проналазе модови у било којој функцији густине вероватноће. Суштина примене овог алгоритма огледа се у томе да се слика посматра у простору обележја, тј. у простору одабраних карактеристика пиксела, при чему се тај простор обележја може посматрати као функција густине вероватноће вектора обележја. Јасно је да ће региони са највећом густином вектора обележја, одговарати модовима функције густине вероватноће, па је према томе циљ овог алгоритма, да их пронађе. Овај алгоритам спада у групу непараметарских метода за кластеризацију, због тога што за разлику од неких других алгоритама, не уводи нити једну претпоставку о карактеристикама простора обележја, нпр: број модова (*k-means* алгоритам), или *a priori* знање о расподели густине узорака (неки алгоритми очекују постојање Гаусове расподеле вектора обележја).

Због тога се за анализу статистичког простора обележја, чија је структура унапред непозната, користе непараметарске методе кластеризације: а) процена функције густине и б) хијерархијска кластеризација. *Mean-shift* алгоритам користи први метод, тј. процену градијента функције густине вероватноће помоћу прозора (KERNELA), што је посебан случај општијег метода познатог као метод Парзенових прозора [411].

5

Примењени алгоритми и софтвер за праћење кретања објеката на видео снимцима

Примена *mean-shift* алгоритма за праћење кретања објеката на видео снимцима, подразумева да подаци сваког видео-фрејма буду представљени у виду функције дистрибуције вероватноће. Вероватноћа да неки пиксел видео-фрејма припада том фрејму, означава се са $P(u, v)$, и израчунава се на основу његовог интензитета, тј. боје. Према томе, 2D матрица пиксела, тј. слика, трансформише се у 2D дистрибуцију вероватноће, чиме је омогућена примена статистичких метода за анализу њеног садржаја.

Mean-shift алгоритам, има и своја ограничења, тако да се може рећи да се најбољи резултати примене овог алгоритма постижу ако су задовољени следећи услови:

- објекат који је предмет праћења има униформну боју;
- током кретања објекат мења своју боју веома мало, или нимало;
- током кретања, објекат веома мало мења своју величину;
- нема драстичних промена осветљености сцене;
- у близини објекта, нема других сличних објеката;
- постоји значајна разлика у боји између објекта и позадине;
- објекат није, или не бива, заклоњен другим објектима;
- објекат не прави велике и нагле помераје између узастопних видео-фрејмова.

Претходно набројани недостаци, могу бити превазиђени одговарајућим унапређењима основне идеје *mean-shift* алгоритма. Нека од тих унапређења јесу следећа:

- Wang и Yagi [501], описују приступ, којим је могуће поред боје, тј. хистограма, користити и облик објекта (хистограмима градијената слике у x и y правцима) ради побољшања квалитета и тачности његовог праћења. Алгоритам поседује могућност одабира најповољнијих карактеристика из скупа датих описних карактеристика објекта, тако да оне у датом моменту, и у датим условима, најпоузданије описују тај објекат.
- Отпорност на драстичне промене осветљености сцене може да се постигне употребом Гаусовог цилиндричног модела боје, како су предложили Jeong et al. [502]. У раду је представљен нови модел боја, који се добија фитовањем Гаусове расподеле

хроматских компонената боје (нпр. UV раван YUV простора боја) у целом опсегу осветљености пиксела, помоћу Б-сплајнова. Објекат који треба пратити је даље изражен преко функције густине кернела *mean-shift* алгоритма која узима у обзир Гаусову цилиндриодну расподелу боја, чиме је постигнута робустност у односу на нагле промене осветљења сцене.

- Ако се објекат креће великом брзином, тј. прави велике помераје између узастопних видео-фрејмова, *mean-shift* алгоритам постаје немоћан. Комбинација са Калмановим филтером, такође не гарантује успех уколико објекат изводи нагле промене брзине и/или правца кретања. Због тога су Han et al. [503], предложили метод који решава ове проблеме, интегришући два модела кретања са *mean-shift* алгоритмом. Један модел се односи на решавање проблема са наглим променама правца кретања, док се други односи на проблем наглих промена брзине објекта. Оба модела имплементирају засебне Калманове филтере, чиме је омогућено добијање заједничке процене положаја објекта на наредном фрејму – улазни податак за *mean-shift* алгоритам.

5.1 Варијанте *mean-shift* алгоритма

У литератури је описан већи број варијаната *mean-shift* алгоритма примењених на праћење кретања објеката на видео снимцима, али су од посебног значаја следеће: CAMShift [504], Аланов метод [505] и метод „референтни модел“-„модел кандидата“ [506, 507, 508]. Сви ови методи су у основи међусобно слични по томе, што од расположивих карактеристика објекта, користе само његову боју. Наравно, разликују се модели објеката који се на основу ње дефинишу. У раду [509], изведено је поређење ових метода. Неки од закључака су следећи:

- 1) *CAMShift (Continuously Adaptive Mean Shift)*
 - a. најједноставнији од поменутих метода;
 - b. добри резултати се добијају ако се објекат по боји значајно разликује од позадине;
 - c. мале промене у величини објекта и/или осветљености сцене не утичу на квалитет праћења;
 - d. ако се модел објекта (1D хистограм), прошири на 3D варијанту, побољшава се могућност разликовања објекта од позадине, али се повећава осетљивост на промене у величини објекта и/или осветљености сцене;
- 2) *Аланов метод са тежинским хистограмом (weighted histogram)*
 - a. поузданија метода него *CAMShift*, у првом реду због тога што модел укључује мање пиксела позадине;
- 3) *Аланов метод са хистограмом учешћа (ratio histogram)*
 - a. још поузданија метода него 2.а али само уколико у близини објеката нема других објеката сличних карактеристика (боја и величина);
- 4) *Метод „референтни модел“-„модел кандидата“*
 - a. сложенији али и поузданији у односу на претходна три модела;
 - b. најзахтевнији у погледу прорачунских ресурса, али не претерано у односу на друге методе.

Због наведених карактеристика, у даљем тексту ће детаљно бити описан само метод „референтни модел“-„модел кандидата“, који се у пракси показао као један од најпоузданијих *mean-shift* метода примењених на проблем праћења кретања играча на видео снимцима фудбалских утакмица.

5.2 Метод „референтни модел“-„модел кандидата“

Када је реч о употреби *mean-shift* алгорита за праћење кретања објекта на видео снимцима, циљ је пронаћи област на текућем фрејму: а) која је најсличнија објекту (области) из претходног фрејма и б) која је блиско лоцирана оригиналној позицији тог објекта. Примењујући ову технику на низ узастопних видео-фрејмова, добија се временска трајекторија објекта. Постоје многе методе како дефинисати модел објекта/кандидата и како одабрати критеријум сличности између њих. Један од тих метода је представио Comaniciu et al. 2003. године, који поред референтног модела, уводи и модел кандидата [506, 507, 508]. Референтни модел је заправо задати модел објекта (из првог анализираног фрејма), док је модел кандидата, модел објекта у текућем фрејму за који треба установити меру сличности са референтним моделом.

5.2.1 Референтни модел

Као једна од карактеристика објекта која га јасно издваја од околине, може се користити функција дистрибуције вероватноће његове боје, која према томе, представља његов простор обележја. Овакав избор је логичан, јер се нпр. дресови играча на фудбалској утакмици, по правилу, веома разликују од боје терена, тј. од боје позадине.

Уопште узев, боја мање или више варира из више разлога: променљив извор светла, променљива рефлексија, променљива геометрија силуете објекта и тсл. Према томе, потребно је осмислити модел који би био, што је више могуће, неосетљив на поменути варијације. Међутим, већи део ових проблема постаје занемарљив, због тога што се на фудбалским стадионима услови осветљења могу сматрати константним, док су боје дресова играча униформне. У раду [510] је показано, да нормализоване вредности боја у RGB моделу боја, зависе само од албеда (мере рефлексивности) површине и спектралне осетљивости видео камере. Како су обе ове вредности константне за време трајања фудбалске утакмице: а) алbedo објекта (играча) се не мења у току времена и б) узастопни видео-фрејмови потичу из једне камере, онда се функција дистрибуције вероватноће боје објекта, може са довољном тачношћу узети као његова карактеристика, тј. обележје.

Математички се референтни модел представља следећим изразом:

$$\hat{q} = \{\hat{q}_u\}_{u=1\dots m} = \{\hat{q}(u)\}_{u=1\dots m}. \quad 5.1$$

Претходни израз представља вероватноћу појављивања обележја u у референтном моделу. Суштински, то је вредност било које од m категорија хистограма.

Да би модел \hat{q} представљао функцију густине вероватноће, треба га нормализовати, тј. поделити са укупним бројем пиксела селектованог дела слике (n).

5.2.2 Модел кандидата

Аналогно референтном моделу, модел кандидата се дефинише као функција:

$$\hat{p}(y) = \{\hat{p}_u(y)\}_{u=1\dots m}, \quad 5.2$$

где y представља локацију на слици на којој је дефинисан. Такође, подразумева се да је и модел кандидата $\hat{p}(y)$, као и претходно описани референтни модел, представљен у облику функције густине вероватноће.

5.2.3 Функција сличности

Пошто се нормализовани хистограми могу посматрати као m -димензиони јединични вектори, треба наћи начин помоћу кога би се таква два вектора поредила. Нека је $\hat{\rho}(\mathbf{y})$ нека врста мере (функција сличности) која нам то омогућава:

$$\hat{\rho}(\mathbf{y}) \equiv \rho[\hat{\mathbf{q}}, \hat{\mathbf{p}}(\mathbf{y})]. \quad 5.3$$

Да би референтни модел и модел кандидата, међусобно били што сличнији (услов задатка), треба одредити \mathbf{y} тако, да вредност $\hat{\rho}(\mathbf{y})$ буде максимална.

5.2.4 Побољшање референтног модела

Манипулација бројем пиксела који припадају различитим категоријама хистограма је исувише једноставна и не даје довољно информација о самом моделу. Разлог је што спектрална информација (нпр. боја), може произвољно да варира у границама селектованог дела слике, чиме практично бива онемогућено ефикасно и поуздано налажење максимума функције сличности између референтног модела и модела кандидата. Према томе, спектрална информација не представља довољан податак за решење проблема.

Да би се модел побољшао, поред спектралне информације, уводи се и просторна информација. Наиме, претпоставка је да пиксели који се налазе ближе геометријском центру модела, боље описују сам објект који је предмет праћења, него они пиксели који се налазе на његовој периферији, јер они лако могу припадати позадини слике, или бити производ умекшавања граница објекта због компресије слике и тсл. Због тога не треба дати једнаку важност спектралним информацијама свих пиксела модела. Маскирањем модела изотропним кернелом, постиже се то да модел поред спектралне, садржи и просторне информације о пикселима.

У практичним условима, селекција референтног модела на слици је правоугаоног или елипсоидног облика. Да би се избегао утицај димензија, модел се своди (нормализује) на јединични квадрат или круг, увођењем размера h_x и h_y . У складу са тим, нека су $\{\mathbf{x}_i^*\}_{i=1\dots n}$ нормализоване локације пиксела које припадају селекцији референтног модела.

Нека је $b: R^2 \rightarrow \{1 \dots m\}$, функција пресликавања која сваком пикселу на локацији \mathbf{x}_i^* придружује вредност $b(\mathbf{x}_i^*)$, која одговара индексу одговарајуће категорије (тј. боје) нормализованог хистограма. Тада је вероватноћа појављивања боје u у референтном моделу, дата изразом:

$$\hat{q}_u = \hat{q}(u) = C \sum_{i=1}^n k(\|\mathbf{x}_i^*\|^2) \delta[b(\mathbf{x}_i^*) - u]. \quad 5.4$$

Значења чланова претходног израза јесу следећа:

C – нормализациона константа;

n – укупан број пиксела које обухвата селекција модела;

$k(\|\mathbf{x}_i^*\|^2)$ – тежински кернел нормализоване локације пиксела \mathbf{x}_i^* . Профил кернела K је дефинисан као функција $k: [0, \infty) \rightarrow R$, тако да важи $K(\mathbf{x}) = k(\|\mathbf{x}_i^*\|^2)$;

$\delta[b(\mathbf{x}_i^*) - u]$ - Кронекерова делта функција која има вредност 1, само ако се боја пиксела на локацији \mathbf{x}_i^* поклапа са бојом u из нормализованог хистограма; у свим другим случајевима, ова функција има вредност 0.

Ако се за тренутак занемари постојање нормализационе константе C , онда се претходном једначином практично добија нови хистограм, који уместо броја пиксела који одговарају одређеној боји, садржи збирове тежинских коефицијената. Да би се при конструкцији таквог хистограма он одмах и нормализовао, уведена је нормализациона константа C . Ако се има у виду да за цео модел укупна вероватноћа мора да буде једнака 1 ($\sum_{u=1}^m \hat{q}_u = 1$), онда сваку вредност у хистограму треба поделити збиром свих тежинских коефицијената и тако одредити нормализациону константу C :

$$C = \frac{1}{\sum_{i=1}^n k(\|x_i^*\|^2)}. \quad 5.5$$

5.2.5 Побољшање модела кандидата

На сличан начин се дефинише побољшање модела кандидата који је центриран у тачки \mathbf{y} видео фрејма. Вероватноћа појављивања боје u у моделу кандидата, дата је изразом:

$$\hat{p}_u(\mathbf{y}) = C_h \sum_{i=1}^{n_h} k\left(\left\|\frac{\mathbf{y}-x_i}{h}\right\|^2\right) \delta[b(x_i) - u], \quad 5.6$$

где су:

$\{x_i\}_{i=1\dots n_h}$ - локације пиксела које припадају селекцији модела кандидата;

h - пропусни опсег (радијус).

C_h - нормализациона константа, која се у овом случају израчунава као:

$$C_h = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_h} k\left(\left\|\frac{\mathbf{y}-x_i}{h}\right\|^2\right)}. \quad 5.7$$

Пошто је C_h константа, њу је могуће унапред израчунати за дати кернел, као и за различите вредности пропусног опсега. Захваљујући чињеници да су пиксели организовани у еквиливантну мрежу, C_h практично не зависи од положаја центра селекције \mathbf{y} . Како пропусни опсег заправо дефинише размеру селекције кандидата, њоме се практично одређује број пиксела текућег фрејма који учествују у процесу локализације.

5.2.6 Дефинисање функције сличности

Очигледно је да референтни модел (5.4) и модел кандидата (5.6), наслеђују карактеристике профила кернела, у првом реду диференцијабилност. Последично, исто важи за функцију сличности (5.3), чиме она постаје погодна за налажење одговарајућих максимума применом градијентних оптимизационих метода.

Важно је напоменути и то, да модел и кандидат, ни на који начин не условљавају одлуку о томе шта се сматра критеријумом сличношћу између њих, тако да за мерење сличности могу да послуже различите функције ρ . Према томе, како се нормализовани хистограми оба модела могу представити помоћу m -димензионалних вектора: $(\hat{q}_1, \dots, \hat{q}_m)^T$ и $(\hat{p}_1(\mathbf{y}), \dots, \hat{p}_m(\mathbf{y}))^T$, онда је њихов скаларни производ добар кандидат за функцију сличности. Услов је да ови вектори поред правца и смера, имају исте (јединичне) интензитете, што тренутно није случај:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{q}} = (\hat{q}_1, \dots, \hat{q}_m)^T \wedge \sum_{u=1}^m \hat{q}_u = 1 &\Rightarrow \sum_{u=1}^m (\hat{q}_u)^2 \neq 1 \\ \hat{\mathbf{p}}(\mathbf{y}) = (\hat{p}_1(\mathbf{y}), \dots, \hat{p}_m(\mathbf{y}))^T \wedge \sum_{u=1}^m \hat{p}_u(\mathbf{y}) = 1 &\Rightarrow \sum_{u=1}^m (\hat{p}_u(\mathbf{y}))^2 \neq 1 \end{aligned} \quad 5.8$$

Напомена:

Захваљујући чињеници да у изразу (5.8) важе једнакости: $\sum_{u=1}^m \hat{q}_u = 1$ и $\sum_{u=1}^m \hat{p}_u(\mathbf{y}) = 1$, векторе $\hat{\mathbf{q}}$ и $\hat{\mathbf{p}}(\mathbf{y})$ је могуће сада написати у следећим облицима:

$$\hat{\mathbf{q}} = (\hat{q}_1, \dots, 1 - (\hat{q}_1 + \dots + q_{m-1}))^T,$$

$$\hat{\mathbf{p}}(\mathbf{y}) = (\hat{p}_1(\mathbf{y}), \dots, 1 - (\hat{p}_1(\mathbf{y}) + \dots + \hat{p}_{m-1}(\mathbf{y})))^T.$$

Кореновањем сваке од компонената ових вектора, добијају се нови вектори:

$$\hat{\mathbf{q}}_{sq} = (\sqrt{\hat{q}_1}, \dots, \sqrt{1 - (\hat{q}_1 + \hat{q}_2 + \dots + q_{m-1})})^T,$$

$$\hat{\mathbf{p}}_{sq}(\mathbf{y}) = (\sqrt{\hat{p}_1(\mathbf{y})}, \dots, \sqrt{1 - (\hat{p}_1(\mathbf{y}) + \hat{p}_2(\mathbf{y}) + \dots + \hat{p}_{m-1}(\mathbf{y}))})^T.$$

Очигледно је да вектори $\hat{\mathbf{q}}_{sq}$ и $\hat{\mathbf{p}}_{sq}(\mathbf{y})$ сада имају јединичне интензитете, јер важи да је:

$$|\hat{\mathbf{q}}_{sq}| = (\sqrt{\hat{q}_1})^2 + \dots + (\sqrt{1 - (\hat{q}_1 + \hat{q}_2 + \dots + q_{m-1})})^2 = 1,$$

$$|\hat{\mathbf{p}}_{sq}(\mathbf{y})| = (\sqrt{\hat{p}_1(\mathbf{y})})^2 + \dots + (\sqrt{1 - (\hat{p}_1(\mathbf{y}) + \hat{p}_2(\mathbf{y}) + \dots + \hat{p}_{m-1}(\mathbf{y}))})^2 = 1.$$

Будући да вектори $\hat{\mathbf{q}}$ и $\hat{\mathbf{p}}(\mathbf{y})$ могу постати јединични трансформацијом у облике $(\sqrt{\hat{q}_1}, \dots, \sqrt{\hat{q}_m})^T$ и $(\sqrt{\hat{p}_1(\mathbf{y})}, \dots, \sqrt{\hat{p}_m(\mathbf{y})})^T$, респективно, функција сличности постаје:

$$\hat{\rho}(\mathbf{y}) \equiv \rho[\hat{\mathbf{q}}, \hat{\mathbf{p}}(\mathbf{y})] = \sum_{u=1}^m \sqrt{\hat{q}_u} \sqrt{\hat{p}_u(\mathbf{y})}. \quad 5.9$$

Овако дефинисана функција сличности представља заправо Bhattacharyya коефицијент, који у геометријском смислу представља косинус угла између m -димензионих вектора: $(\sqrt{\hat{q}_1}, \dots, \sqrt{\hat{q}_m})^T$ и $(\sqrt{\hat{p}_1}, \dots, \sqrt{\hat{p}_m})^T$.

Под претпоставком да није дошло до већих промена хистограма у околини почетне локације модела кандидата \mathbf{y}_0 (локација референтног модела), функција сличности (5.9) се може линеаризовати развојем у Тејлоров ред и задржавањем само прва два члана:

$$\begin{aligned} \hat{\rho}(\mathbf{y}) &\equiv \rho[\hat{\mathbf{q}}, \hat{\mathbf{p}}(\mathbf{y})] = \sum_{u=1}^m \sqrt{\hat{q}_u} \sqrt{\hat{p}_u(\mathbf{y})} \approx \hat{\rho}(\hat{\mathbf{p}}(\mathbf{y}_0)) + \hat{\rho}'(\hat{\mathbf{p}}(\mathbf{y}_0))(\hat{\mathbf{p}}(\mathbf{y}) - \hat{\mathbf{p}}(\mathbf{y}_0)) \\ &= \hat{\rho}(\hat{\mathbf{p}}(\mathbf{y}_0)) + \frac{\partial(\sum_{u=1}^m \sqrt{\hat{q}_u} \sqrt{\hat{p}_u(\mathbf{y})})_{\mathbf{y}=\mathbf{y}_0}}{\partial(\hat{\mathbf{p}}(\mathbf{y}))} (\hat{\mathbf{p}}(\mathbf{y}) - \hat{\mathbf{p}}(\mathbf{y}_0)) \\ &= \hat{\rho}(\hat{\mathbf{p}}(\mathbf{y}_0)) + \left[\frac{\partial(\sum_{u=1}^m \sqrt{\hat{q}_u} \sqrt{\hat{p}_u(\mathbf{y})})_{\mathbf{y}=\mathbf{y}_0}}{\partial(\hat{p}_1(\mathbf{y}))} \dots \frac{\partial(\sum_{u=1}^m \sqrt{\hat{q}_u} \sqrt{\hat{p}_u(\mathbf{y})})_{\mathbf{y}=\mathbf{y}_0}}{\partial(\hat{p}_m(\mathbf{y}))} \right] \left(\begin{pmatrix} \hat{p}_1(\mathbf{y}) \\ \dots \\ \hat{p}_m(\mathbf{y}) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \hat{p}_1(\mathbf{y}_0) \\ \dots \\ \hat{p}_m(\mathbf{y}_0) \end{pmatrix} \right) \\ &= \hat{\rho}(\hat{\mathbf{p}}(\mathbf{y}_0)) + \left[\frac{1}{2} \frac{\sqrt{\hat{q}_1}}{\sqrt{\hat{p}_1(\mathbf{y}_0)}} \dots \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\hat{q}_m}}{\sqrt{\hat{p}_m(\mathbf{y}_0)}} \right] \left(\begin{pmatrix} \hat{p}_1(\mathbf{y}) \\ \dots \\ \hat{p}_m(\mathbf{y}) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \hat{p}_1(\mathbf{y}_0) \\ \dots \\ \hat{p}_m(\mathbf{y}_0) \end{pmatrix} \right) \\ &= \hat{\rho}(\hat{\mathbf{p}}(\mathbf{y}_0)) + \frac{1}{2} \left[\frac{\sqrt{\hat{q}_1}}{\sqrt{\hat{p}_1(\mathbf{y}_0)}} \dots \frac{\sqrt{\hat{q}_m}}{\sqrt{\hat{p}_m(\mathbf{y}_0)}} \right] \left(\begin{pmatrix} \hat{p}_1(\mathbf{y}) \\ \dots \\ \hat{p}_m(\mathbf{y}) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \hat{p}_1(\mathbf{y}_0) \\ \dots \\ \hat{p}_m(\mathbf{y}_0) \end{pmatrix} \right) \\ &= \hat{\rho}(\hat{\mathbf{p}}(\mathbf{y}_0)) + \frac{1}{2} \sum_{u=1}^m \frac{\sqrt{\hat{q}_u}}{\sqrt{\hat{p}_u(\mathbf{y}_0)}} \hat{p}_u(\mathbf{y}) - \frac{1}{2} \sum_{u=1}^m \frac{\sqrt{\hat{q}_u}}{\sqrt{\hat{p}_u(\mathbf{y}_0)}} \hat{p}_u(\mathbf{y}_0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{u=1}^m \sqrt{\hat{q}_u} \sqrt{\hat{p}_u(\mathbf{y}_0)} + \frac{1}{2} \sum_{u=1}^m \frac{\sqrt{\hat{q}_u}}{\sqrt{\hat{p}_u(\mathbf{y}_0)}} \hat{p}_u(\mathbf{y}) - \frac{1}{2} \sum_{u=1}^m \sqrt{\hat{q}_u} \sqrt{\hat{p}_u(\mathbf{y}_0)} \\
&= \frac{1}{2} \sum_{u=1}^m \sqrt{\hat{q}_u} \sqrt{\hat{p}_u(\mathbf{y}_0)} + \frac{1}{2} \sum_{u=1}^m \frac{\sqrt{\hat{q}_u}}{\sqrt{\hat{p}_u(\mathbf{y}_0)}} \hat{p}_u(\mathbf{y}) = S_u(\mathbf{y}_0) + S_u(\mathbf{y}).
\end{aligned} \tag{5.10}$$

У резултату претходног извођења, друга сума садржи члан \hat{p}_u који зависи од променљиве \mathbf{y} , па је према томе крајњи циљ налажење оне вредности \mathbf{y} , за коју ће сума, а самим тим и функција сличности, имати максималну вредност. Заменом израза 5.6 у суму $S_u(\mathbf{y})$ и применом правила о угнеђеним сумама, добија се:

$$\begin{aligned}
S_u(\mathbf{y}) &= \frac{1}{2} \sum_{u=1}^m \frac{\sqrt{\hat{q}_u}}{\sqrt{\hat{p}_u(\mathbf{y}_0)}} \hat{p}_u(\mathbf{y}) = \frac{1}{2} \sum_{u=1}^m \frac{\sqrt{\hat{q}_u}}{\sqrt{\hat{p}_u(\mathbf{y}_0)}} C_h \sum_{i=1}^{n_h} k \left(\left\| \frac{\mathbf{y} - \mathbf{x}_i}{h} \right\|^2 \right) \delta[b(\mathbf{x}_i) - u] \\
&= \frac{C_h}{2} \sum_{i=1}^{n_h} k \left(\left\| \frac{\mathbf{y} - \mathbf{x}_i}{h} \right\|^2 \right) \sum_{u=1}^m \frac{\sqrt{\hat{q}_u}}{\sqrt{\hat{p}_u(\mathbf{y}_0)}} \delta[b(\mathbf{x}_i) - u].
\end{aligned} \tag{5.11}$$

Друга сума у претходном изразу не зависи од променљиве \mathbf{y} , тако да може бити унапред израчуната и назива се тежинским коефицијентом w_i .

$$w_i = \sum_{u=1}^m \frac{\sqrt{\hat{q}_u}}{\sqrt{\hat{p}_u(\mathbf{y}_0)}} \delta[b(\mathbf{x}_i) - u] \tag{5.12}$$

$$\Rightarrow S_u(\mathbf{y}) = \frac{C_h}{2} \sum_{i=1}^{n_h} w_i k \left(\left\| \frac{\mathbf{y} - \mathbf{x}_i}{h} \right\|^2 \right). \tag{5.13}$$

5.2.7 Одређивање *mean-shift* вектора

Налажењем екстрема функције $S_u(\mathbf{y})$, одређује се нова највероватнија локација модела кандидата:

$$\begin{aligned}
\nabla S_u(\mathbf{y}) &= \frac{C_h}{2} \nabla \sum_{i=1}^{n_h} w_i k \left(\left\| \frac{\mathbf{y} - \mathbf{x}_i}{h} \right\|^2 \right) = 0 \\
\Rightarrow \nabla S_u(\mathbf{y}) &= \nabla \sum_{i=1}^{n_h} w_i k \left(\left\| \frac{\mathbf{y} - \mathbf{x}_i}{h} \right\|^2 \right) = 0.
\end{aligned} \tag{5.14}$$

Будући да вектор $(\mathbf{y} - \mathbf{x}_i)$ има пројекције: $(y_x - x_{ix})$ и $(y_y - x_{iy})$, диференцирање претходног израза се изводи на следећи начин:

$$\begin{aligned}
&\nabla \sum_{i=1}^{n_h} w_i k \left(\left\| \frac{\mathbf{y} - \mathbf{x}_i}{h} \right\|^2 \right) = \nabla \sum_{i=1}^{n_h} w_i k \left(\frac{(y_x - x_{ix})^2 + (y_y - x_{iy})^2}{h^2} \right) \\
&= \left[\frac{\partial \left(\sum_{i=1}^{n_h} w_i k \left(\frac{(y_x - x_{ix})^2 + (y_y - x_{iy})^2}{h^2} \right) \right)}{\partial y_x} \quad \frac{\partial \left(\sum_{i=1}^{n_h} w_i k \left(\frac{(y_x - x_{ix})^2 + (y_y - x_{iy})^2}{h^2} \right) \right)}{\partial y_y} \right] \\
&= \left[\sum_{i=1}^{n_h} w_i \frac{2}{h^2} k' \left(\frac{(y_x - x_{ix})^2 + (y_y - x_{iy})^2}{h^2} \right) (y_x - x_{ix}) \quad \sum_{i=1}^{n_h} w_i \frac{2}{h^2} k' \left(\frac{(y_x - x_{ix})^2 + (y_y - x_{iy})^2}{h^2} \right) (y_y - x_{iy}) \right] \\
&= \sum_{i=1}^{n_h} w_i \frac{2}{h^2} k' \left(\frac{(y_x - x_{ix})^2 + (y_y - x_{iy})^2}{h^2} \right) \begin{Bmatrix} y_x - x_{ix} \\ y_y - x_{iy} \end{Bmatrix}^T = 0 \\
\Rightarrow \sum_{i=1}^{n_h} w_i k' \left(\left\| \frac{\mathbf{y} - \mathbf{x}_i}{h} \right\|^2 \right) y_x &= \sum_{i=1}^{n_h} w_i k' \left(\left\| \frac{\mathbf{y} - \mathbf{x}_i}{h} \right\|^2 \right) x_{ix}
\end{aligned} \tag{5.15}$$

^

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n_h} w_i k' \left(\left\| \frac{\mathbf{y} - \mathbf{x}_i}{h} \right\|^2 \right) y_y = \sum_{i=1}^{n_h} w_i k' \left(\left\| \frac{\mathbf{y} - \mathbf{x}_i}{h} \right\|^2 \right) x_{iy} \tag{5.16}$$

Сада се из израза 5.15 и 5.16, израчунава нови вектор положаја модела $\mathbf{y}_1 = \{y_{1x}, y_{1y}\}$:

$$\mathbf{y}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{nh} w_i k' \left(\left\| \frac{\mathbf{y} - \mathbf{x}_i}{h} \right\|^2 \right) \mathbf{x}_i}{\sum_{i=1}^{nh} w_i k' \left(\left\| \frac{\mathbf{y} - \mathbf{x}_i}{h} \right\|^2 \right)}. \quad 5.17$$

Померај $\mathbf{m} = \mathbf{y}_1 - \mathbf{y}$, назива се још и *mean-shift* вектором.

5.2.8 *Mean-shift* алгоритам

У *mean-shift* алгоритму 5.1, приказан је метод за налажење крајње локације модела кандидата на текућем фрејму. Познате величине, тј. улазни подаци ①, јесу референтни модел (5.1) и његова локација из претходног фрејма.

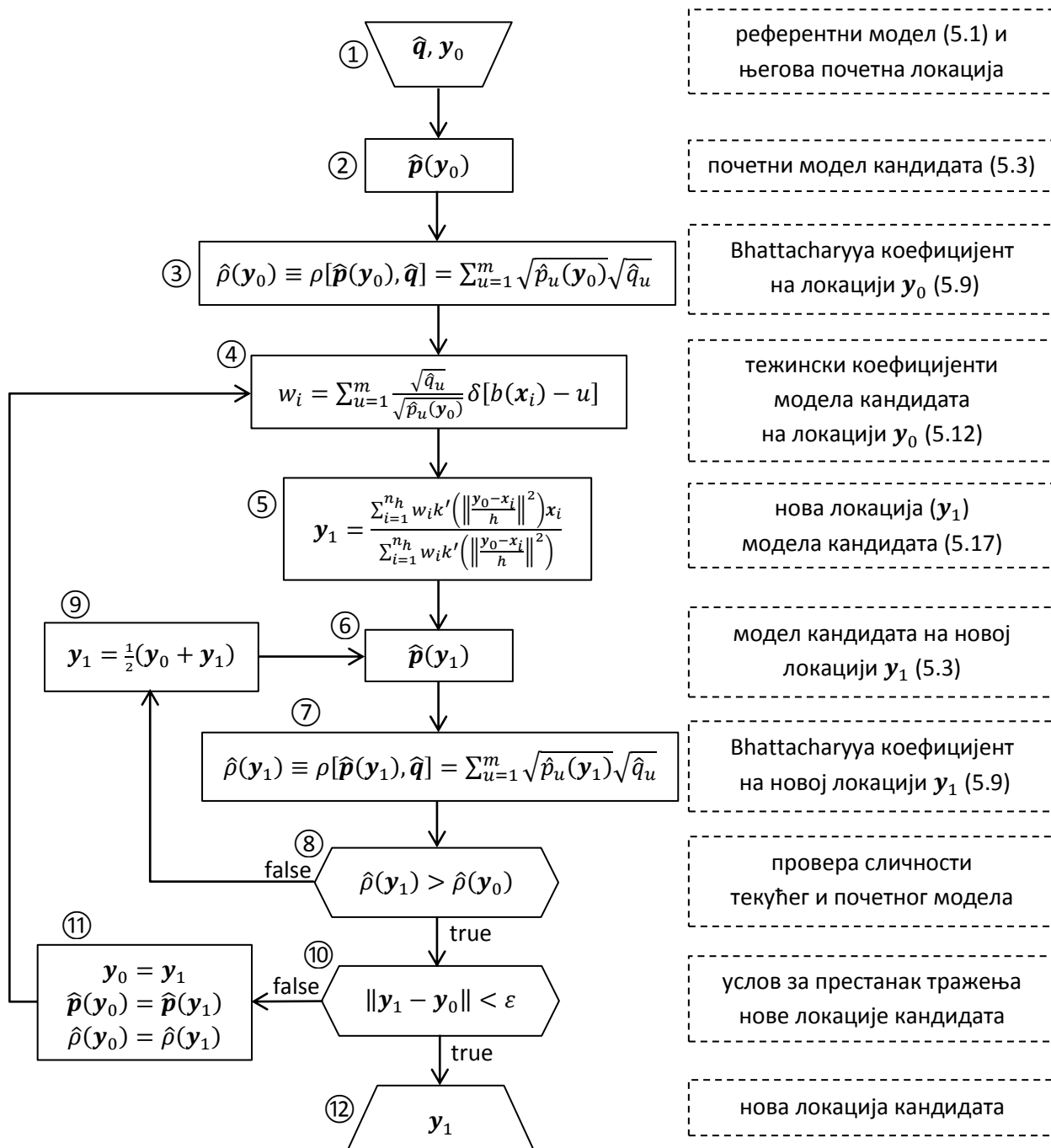
Алгоритам започиње претпоставком да се модел кандидата (5.3) на текућем фрејму, налази на истој локацији (\mathbf{y}_0) као и референтни модел ②. Затим се на тој почетној локацији утврђује мера сличности (Bhattacharyya коефицијент ③) ова два модела (5.9), после чега се израчунавају одговарајући тежински коефицијенти ④ за модел кандидата (5.12). Сада има довољно података за израчунавање *mean-shift* вектра, тј. за налажење нове локације (\mathbf{y}_1) модела кандидата ⑤. На тој новој локацији се формира нови модел кандидата (5.3) ⑥, а затим се одређује мера његове сличности ⑦ са референтним моделом. Уколико је модел кандидата на новој локацији мање сличан референтном моделу у поређењу са сличношћу која се односила на његов претходни положај ⑧, то значи да је *mean-shift* померај био превелики и да треба поновити покушај одређивања модела кандидата, овога пута на локацији која је нпр. двоструко ближа ⑨ претходном положају модела кандидата у односу на текући; у супротном, конвергенција се одвија у правом смеру и само треба проверити да ли је *mean-shift* вектор безначајно мали ⑩ – крај алгоритма ⑫, или треба наставити са налажењем тачнијег положаја модела кандидата ⑪. У пракси, услов за излазак из алгоритма бива испуњен у моменту, када је *mean-shift* померај толико мали, да се односи на исти пиксел растера фрејма.

Напомена:

Иако аутори у раду [506] тврде да је вероватноћа појаве превеликог *mean-shift* помераја екстремно мала (<0.1%), практичном реализацијом овог алгоритма и тестирањем на већем броју видео снимака, утврдио сам да то и није баш сасвим тачно. У том смислу, највећи проблем представљају покретни објекти који повремено бивају статични, или пак изводе ротације у месту (нпр. окретање играча око вертикалне осе), због чега у суседним фрејмовима нема промене локације (\mathbf{y}_0), нити пораста вредности критеријума сличности $\hat{\rho}(\mathbf{y})$ између почетног и наредног положаја објекта.

Главна мана овог алгоритма јесте отежана детекција промене величине објекта. Аутори [506] наводе да би тај проблем могао да се реши тестирањем са више различитих радијуса кернела ($\pm 10\%$), при чему би био одабран само онај који даје најмању грешку. Неки други алгоритми, као што је раније поменути *CAMShift* алгоритам [504], решавају проблем ове врсте.

У литератури се могу наћи и многа друга побољшања *mean-shift* алгоритма, нпр: а) редефинисање референтног модела за сваки нови фрејм [509, 511] на основу оригиналног референтног модела и модела кандидата из претходног фрејма; на овај начин се ублажава утицај временских промена самог објекта; б) увођење у алгоритам естиматора нових локација модела, као што су нпр. Калманов филтер [512, 513], или пак *particle filter* [514-516] и тд.



Алгоритам 5.1 Mean-shift алгоритам за одређивање крајњег положаја модела кандидата на текућем фрејму.

5.2.9 Избор профила кернела

Најчешће се користи радијално симетричан Епанечњиков (енгл. *Epanechnik*) кернел [507]:

$$K(x) = \begin{cases} \frac{d+2}{2c_d} (1 - \|x\|^2), & \|x\| \leq 1 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}, \quad 5.18$$

где су: c_d – запремина јединичне d -димензионалне сфере, x – нормализоване координате пиксела унутар кандидата, при чему је центар локалног координатног система смештен у његов центар. Због тога што има константан извод, кернел са профилем Епанечњикова се показао као веома погодан за добијање глатке функције сличности између

дистрибуција вероватноће. Самим тим, он је погодан и за примену градијентних оптимизационих метода за одређивање правца кретања кандидата.

У одељку 5.2.4 је већ било поменуто да се профил кернела дефинише као функција $k: [0, \infty) \rightarrow R$, тако да важи $K(x) = k(\|x\|^2)$. Према томе, профил Епанечњиковог кернела и његов извод (подразумева се да постоји $\forall x \in [0, \infty)$, осим у коначном броју тачака) би били:

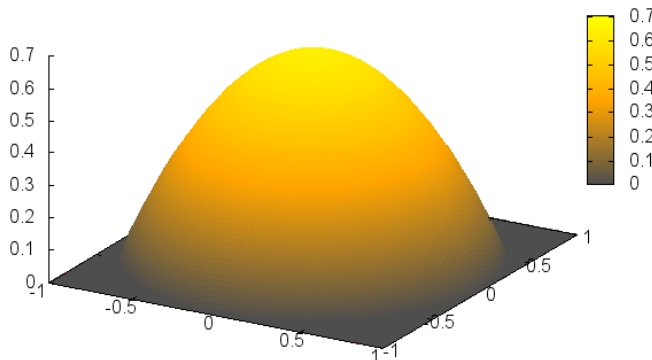
$$k(x) = \begin{cases} \frac{d+2}{2c_d}(1-x), & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}, \quad 5.19$$

$$k'(x) = \begin{cases} -\frac{d+2}{2c_d} = \text{const.} & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}. \quad 5.20$$

Како је очигледно извод Епанечњиковог профила константна вредност, израз 5.17 се једноставније може записати као:

$$y_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n_h} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{n_h} w_i}. \quad 5.21$$

Одавде произилази, да се употребом Епанечњиковог профила, алгоритам 5.1 упрошћава, јер се израчунавање нове локације модела кандидата (ставка ⑤ алгоритма) сада изводи према изразу 5.21, а не према изразу 5.17.



Слика 5.1 Епанечњиков монотono опадајући кернел.

Пример:

За дводимензионални простор слике ($d = 2$, $c_d = r^2\pi = 1^2\pi = \pi$), Епанечњиков кернел (слика 5.1) добија облик:

$$K(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi}(1 - \|x\|^2), & \|x\| \leq 1 \\ 0, & \|x\| > 1 \end{cases}.$$

Извод Епанечњиковог профила јесте константна вредност:

$$k'(x) = \begin{cases} -\frac{2}{\pi}, & x \leq 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}.$$

5.3 Унапређење *mean-shift* алгоритма за праћење објекта, путем смањења утицаја позадине на формирање његовог модела

Негативан утицај позадине слике на могућност и квалитет праћења кретања објеката помоћу *mean-shift* алгоритма јесте велики и огледа се понајвише кроз следећа два случаја [508]: а) могућност да алгоритам конвергира ка локалном минимуму, уместо ка локалном максимуму (моду функције), због тога што позадина слике у непосредној близини објекта, може садржати елементе идентичне онима који описују његов референтни модел, и б) неретко је тешко прецизно оивичити модел објекта затвореном контуром тако да он не садржи елементе позадине слике.

У практичној примени *mean-shift* алгоритма, очекивано је да скуп пиксела који описују објекат, садржи и пикселе позадине. Да би се њихов број што је више могуће умањено, прибегава се различитим техникама, а једна од најчешћих, јесте она којом се објекат

дефинише помоћу елипсастиг, или кружног, региона у растеру слике [402, 506, 517]. Ова техника се показала посебно погодном код селекције играча на фудбалским утакмицама. Међутим, ни ова техника не даје довољно гаранција да се са временом неће повећати удео пиксела позадине који учествују у изградњи модела објекта. Због тога је било потребно наћи начин да се унапреди само моделирање објеката у *mean-shift* алгоритму.

У истом раду [508] у ком су описали *mean-shift* алгоритам, Comaniciu et al. су предложили и његово унапређење путем формирања тежинског хистограма позадине у околини модела (*Background-Weighted Histogram - BWH*). Идеја је да се из овог хистограма издвоје његове значајне карактеристике, да се затим пронађу у моделу објекта (референтном моделу и моделу кандидата) и да се на крају елиминише или умањи њихов утицај на модел. Објављено је неколико радова [518-520] који су даље експлоатисали ову идеју, али према ауторима Ning et al. [521], сви они су превидели да је оригинална *BWH* формула заправо нетачна. Ning et al. су доказали, да једина промена коју *BWH* алгоритам уноси у односу на класични *mean-shift* алгоритам, јесте скалирање тежинских коефицијената модела кандидата. Како то уопште не утиче на крајњи резултат (5.17), практично нема разлике у примени између ова два алгоритма. Да би исправили ову грешку, они су предложили кориговани тежински хистограм позадине модела (*Corrected Background-Weighted Histogram - CBWH*).

5.3.1 Тежински хистограм позадине (*BWH*) и одговарајуће трансформације модела

Под хистограмом позадине модела $\hat{\delta} = \{\hat{\delta}_u\}_{u=1\dots m}$; $\sum_{u=1}^m \hat{\delta}_u = 1$, подразумева се хистограм појаса слике који га окружује [508]. Мада зависи од случаја до случаја, препорука је да то буде површина која је три пута већа од површине референтног модела. Према [508], ако се минимална, ненулта вредност хистограма позадине модела обележи са $\hat{\delta}^*$, тежински коефицијенти модела позадине ће износити:

$$\{v_u = \min(\hat{\delta}^*/\hat{\delta}_u, 1)\}_{u=1\dots m}. \quad 5.22$$

Из претходног израза се види, да што је нека вредност $\{\hat{\delta}_u\}_{u=1\dots m}$ у хистограму позадине модела већа, то је одговарајући тежински коефицијент v_u мањи. Другим речима, значајнијим (истакнутијим) карактеристикама позадине модела, бивају придружене мање вредности тежинских коефицијената. У складу са тим, трансформације референтног модела и модела кандидата (изрази 5.4-5.7) се сада изводе на следећи начин [508]:

$$\hat{q}'_u = \hat{q}'(u) = C' v_u \sum_{i=1}^n k(\|x_i^*\|^2) \delta[b(x_i^*) - u],$$

$$C' = \frac{1}{\sum_{i=1}^n k(\|x_i^*\|^2) \sum_{u=1}^m v_u \delta[b(x_i^*) - u]}. \quad 5.23$$

$$\hat{p}'_u(y) = C'_h v_u \sum_{i=1}^{n_h} k\left(\left\|\frac{y-x_i}{h}\right\|^2\right) \delta[b(x_i) - u],$$

$$C'_h = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_h} k\left(\left\|\frac{y-x_i}{h}\right\|^2\right) \sum_{u=1}^m v_u \delta[b(x_i) - u]}. \quad 5.24$$

5.3.2 Кориговани тежински хистограм позадине модела (*CBWH*)

Ning et al. [521] су показали да референтни модел и модел кандидата (изрази 5.23 и 5.24), који су трансформисани узимајући у обзир карактеристике позадине која их окружује, не доприносе побољшању квалитета праћења кретања објекта, јер суштински не мењају тежинске

кофицијенте, који пак са своје стране, директно утичу на конвергенцију *mean-shift* алгоритма. Према њиховој анализи (извођење доказа је тривијално), тежински коефицијент w'_i пиксела x_i , који је израчунат према изразу 5.12 и који узима у обзир нове моделе дате изразима 5.23 и 5.24, јесте само скалирана вредност тежинског коефицијента w_i , који се иначе израчунава на класичан начин. Нова вредност тежинског коефицијента w_i сада износи:

$$w'_i = \sum_{u=1}^m \frac{\sqrt{\hat{q}'_u}}{\sqrt{\hat{p}'_u(y)}} \delta[b(x_i) - u] = \dots = \sqrt{\frac{C' C_h}{C C'_h}} w_i. \quad 5.25$$

Из израза 5.25 је јасно, да је тежински коефицијент w'_i пропорционалан коефицијенту w_i , па отуда нема промене ни у *mean-shift* вектору (5.17):

$$\mathbf{y}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n_h} w'_i k'(\|\frac{y-x_i}{h}\|^2) x_i}{\sum_{i=1}^{n_h} w'_i k'(\|\frac{y-x_i}{h}\|^2)} = \frac{\sum_{i=1}^{n_h} w_i \sqrt{\frac{C' C_h k'}{C C'_h}} (\|\frac{y-x_i}{h}\|^2) x_i}{\sum_{i=1}^{n_h} w_i \sqrt{\frac{C' C_h k'}{C C'_h}} (\|\frac{y-x_i}{h}\|^2)} = \frac{\sum_{i=1}^{n_h} w_i k'(\|\frac{y-x_i}{h}\|^2) x_i}{\sum_{i=1}^{n_h} w_i k'(\|\frac{y-x_i}{h}\|^2)}. \quad 5.26$$

Другим речима, *mean-shift* вектор је инваријантан у односу на скалирање тежинских коефицијената, па је резултат праћења кретања објекта који је предложен у раду [508] идентичан, било да се не узимају (одељци 5.2.4 и 5.2.5), или узимају (одељак 5.3.1), у обзир карактеристике његове позадине.

Да би исправили описани превид, Ning et al. [521] су предложили трансформацију само референтног модела, при чему би модел кандидата остао непромењен. На тај начин, значајне карактеристике модела позадине би биле умањене само у референтном моделу, али не и у моделу кандидата. Због тога је предложена нова формула за израчунавање тежинских коефицијената:

$$w''_i = \sum_{u=1}^m \frac{\sqrt{\hat{q}'_u}}{\sqrt{\hat{p}'_u(y_0)}} \delta[b(x_i) - u] = \dots = \sqrt{\frac{C'}{C}} \sqrt{v_u} w_i. \quad 5.27$$

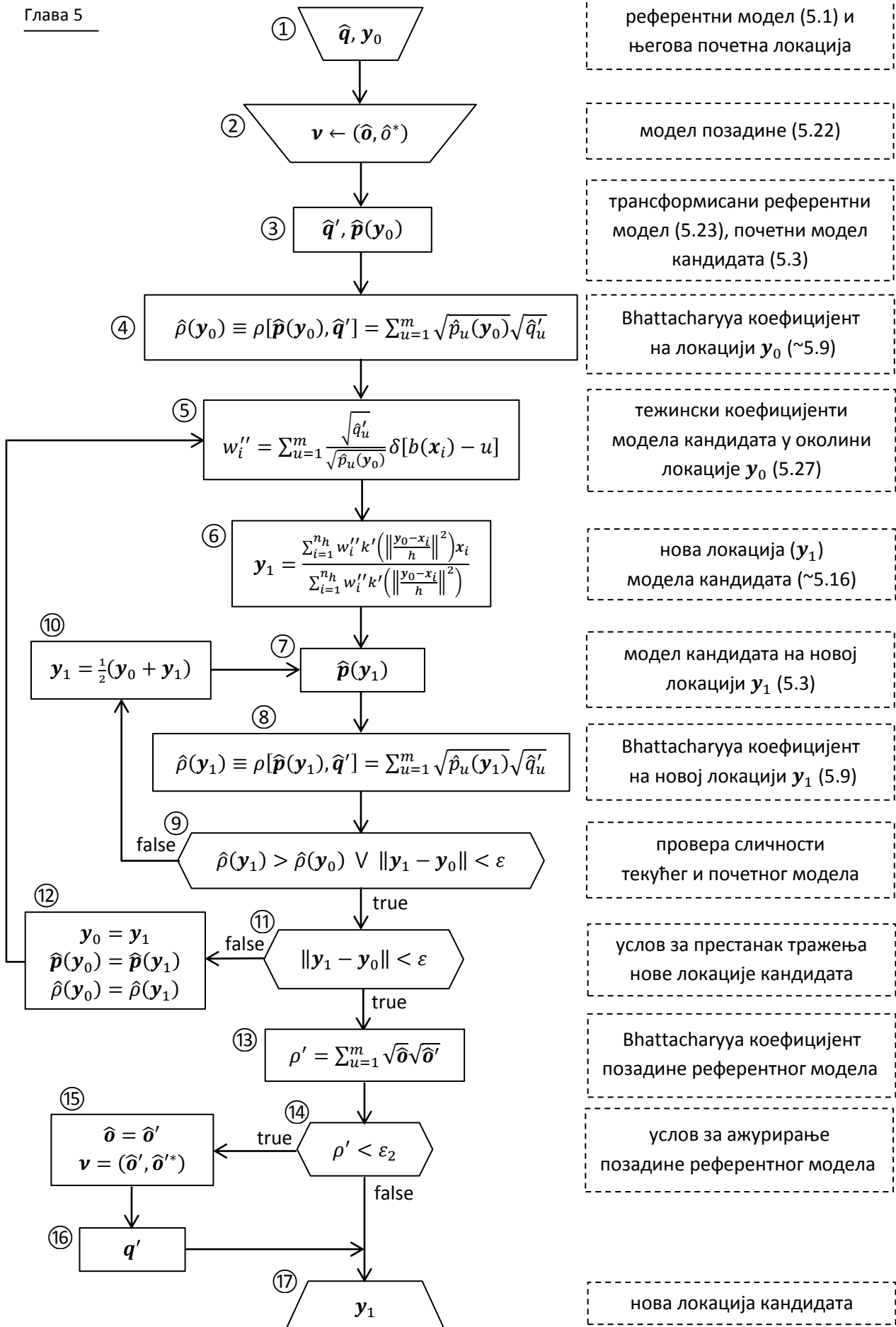
С обзиром на то да члан $\sqrt{C'/C}$ има константну вредност и да због тога нема утицај на вредност *mean-shift* вектора (5.17, види 5.26), претходна једначина се може једноставније записати као:

$$w''_i = \sqrt{v_u} w_i. \quad 5.28$$

У претходном изразу, v_u је само једна од компонената модификованог хистограма (вектора) позадине \mathbf{v} референтног модела, из чега произилази да нове вредности тежинских коефицијената референтног модела w''_i , нису само униформно скалиране вредности вектора w_i , што је квалитативно побољшање у односу на израз 5.25. Ова промена има за последицу бржу и поузданију конвергенцију *CBWH* алгоритма ка неком од локалних модова функције, тј. ка истакнутијим карактеристикама самог објекта.

Напомена:

Ако у алгоритму не би била коришћена информација о позадини објекта, тежински коефицијенти модела позадине v_u би имали вредност 1, па би последично томе важила релација: $w''_i = w_i$, тј. радило би се о класичном представљању објекта, онаквом како је описано у *mean-shift* алгоритму [508].



Алгоритам 5.2 CBWH mean-shift алгоритам.

5.3.3 Ажурирање позадине референтног модела

Алгоритам 5.2 представља кориговани *mean-shift* алгоритам (*CBWH*), јер укључује тежински хистограм позадине модела (2), на основу кога се затим модификује референтни модел (3). Иако се његова схема не разликује значајније од схеме класичног *mean-shift* алгоритма (алгоритам 5.1), она је овде приказана да би се истакао део који је примењен у пракси, али није математички описан у претходном тексту [521]. Тај део се односи на могућност да модел позадине референтног модела, буде по потреби ажуриран у току времена. Разлог за овакву акцију је тај, што се параметри сцене, а самим тим и позадине објекта, могу значајније променити у току времена: промена садржаја сцене и/или осветљења, делимично или потпуно заклањање објекта и тсл. Како се модели објекта и позадине представљају на сличан начин (помоћу хистограма), по аналогији се мера сличности између старог и текућег модела позадине, утврђује на исти начин као и мера сличности између референтног модела и модела кандидата – дакле, помоћу *Bhattacharyya* коефицијента (13). Уколико се модели значајније разликују, тј. уколико је мера сличности мања од унапред задате граничне вредности ε_2 (14), модел позадине бива замењен текућим моделом (15), а референтни модел ажуриран новим вредностима (16).

5.4 Експериментални резултати

Провера употребљивости претходно описаних алгоритама, изведена је тестирањем могућности истовременог праћења 3 играча на фудбалској утакмици. Снимак утакмице је начињен статичном камером (Sony NEX-VG10 full-HD) са фиксираним зумом. Трајање обрађеног дела видео снимка је износило 13 секунди при брзини освежавања од 25 фрејмова у секунди – укупно 325 фрејмова. Величине фрејмова су износиле 815×266 пиксела.

Одговарајући алгоритми: а) класичан *mean-shift* (алгоритам 5.1), б) *BWH* (веома сличан алгоритму 5.2) и в) *CBWH* (алгоритам 5.2), написани су у програмском језику *Java* (верзија 1.6.0_23). Поред алгоритама, направљен је и програмски интерфејс (слика 5.2) ради визуелне оцене могућности и квалитета праћења кретања играча. Због објективности, сва три алгоритма су иницијализована истим почетним условима (селекцијама играча), због чега је у програмски интерфејс програма додато *Test* дугме.

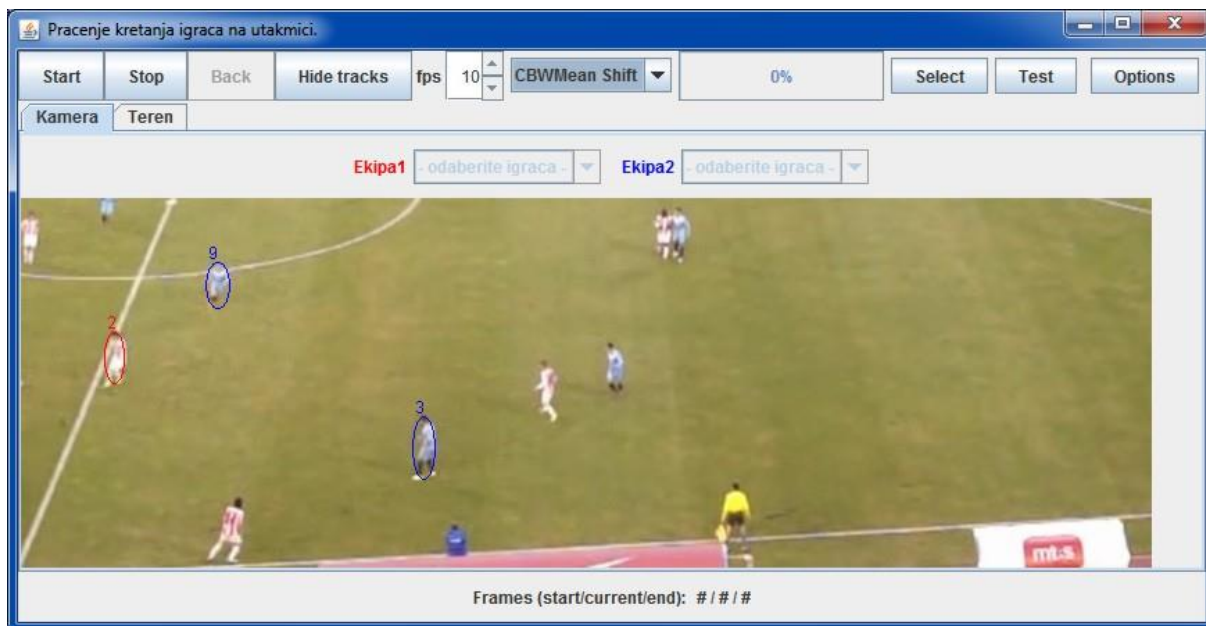
Дигитална обрада слике је изведена у *RGB* моделу боја. Референтни модел и модел кандидата, изражени су у форми тродимензионалних хистограма величине 16×16×16 категорија. У многим радовима [509, 521, 522] показано је, да је поменута величина хистограма сасвим оптимална, како из аспекта тачности представљања модела, тако и из аспекта коришћења рачунарских ресурса – у првом реду, процесорског времена.

У експериментима је коришћен кернел Епанечњикова, мада се у литератури често среће и употреба Гаусовог кернела. Који год кернел од поменута два да се користи, резултати су готово идентични, што је практичном провером и доказано; литературни подаци такође наводе на исти закључак [521].

Слично томе, значајнијих разлика није било ни при коришћењу *CBWH* алгоритма са и без ажурирања позадине референтног модела (описано у одељку 5.3.3 и у алгоритму 5.2), јер се позадина (фудбалски терен) само незнатно (неприметно) мењала у току времена, што је у првом реду последица компримовања слике а никако промена у садржају или квалитету саме сцене.







5.4.1 Селекције играча

На слици 5.2 је приказан интерфејс програма за праћење кретања играча. Примера ради, приказан је почетни фрејм на ком се види да су за праћење одабрана три играча (слика 5.2). Селекције играча су елипсастог облика, да би се у што већој мери избегло учешће пиксела позадине у формирању модела објекта који је предмет праћења. Величине правоугаоника који уоквиравају елипсасте селекције играча дате су у табели 5.1, уз поновљену напомену, да се модели објеката, тј. играча, формирају само од пиксела унутар елипсасте селекције.



Слика 5.2 Интерфејс програма намењеног праћењу кретања играча на фудбалској утакмици.

Табела 5.1 Величине селектованих делова слике за поједине играче (фрејм 1).

ознака играча	2	3	9
величина правоугаоне селекције у пикселима	14×37	16×45	17×33
изглед селекције играча	 → 	 → 	 → 

Правила фудбалске игре налажу да играчи супротстављених екипа носе дресове који се међусобно јасно разликују. Постоји и неписано правило да дресови екипа требају да по боји, или по шарамма, јасно одударају од боје фудбалског терена. Ово је погодна околност за протребне дигиталне обраде слике, али изазов представљају ознаке на терену, као и атлетска стаза, или рекламни панои поред терена. С тим у вези, на слици 5.2 се јасно уочава још једна предност елипсастих селекција над правоугаоним - елипсасте селекције веома добро омогућавају, да се референтни модели играча са ознакама 2 и 9 формирају тако, да не садрже елементе централне линије и централног круга фудбалског терена, већ само оне елементе који чине објекат, уз минимално присуство елемената позадине, тј. боје фудбалског терена. Ово ће процес праћења кретања ових играча, тј. локализације њихових положаја на узастопним фрејмовима, учинити бржим и стабилнијим.





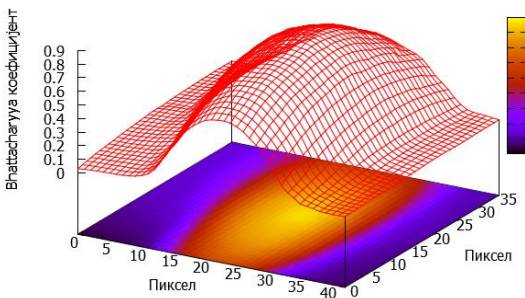




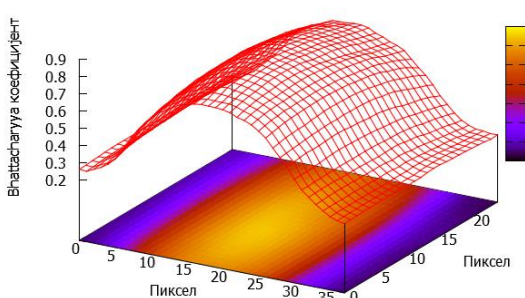




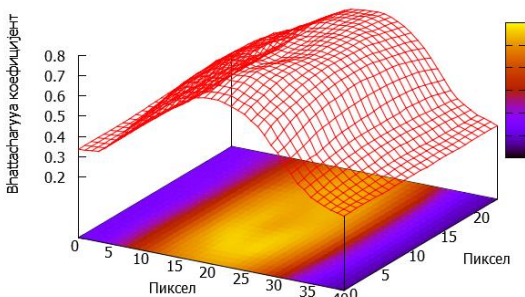
Са друге стране, процес локализације играча означеног бројем 3 је сложенији, иако његова иницијализација не захтева посебан опрез. Наиме, у току времена, овај играч ће три пута доћи у непосредну близину других објеката на видеу: два пута ће проћи испред другог

играча, док ће једанпут делимично бити заклоњен помоћним судијом. Све ово ће утицати да одговарајући модели кандидата овог играча буду сложенији, због чега ће процес локализације бити отежан и захтеваће више корака за конвергенцију *mean-shift* вектора.

5.4.2 Функције сличности модела играча

У табели 5.2 су за сваког од селектованих играча приказане функције сличности за почетни и седамдесетпети фрејм. Функције су добијене израчунавањем Bhattacharyya коефицијента између референтног модела играча (фрејм 1) и скупа могућих положаја модела кандидата на седамдесетпетом фрејму. Величине растера за које су одређиване функције сличности, међусобно се разликују за сваког играча и дате су у коментару испод одговарајуће слике. Поред тога, у табели су приказани и бројеви итерација потребних за конвергенцију сваког од алгоритама, као и пројекције хистограма на величину растера модела (енгл. *histogram backprojection*) у првој итерацији.

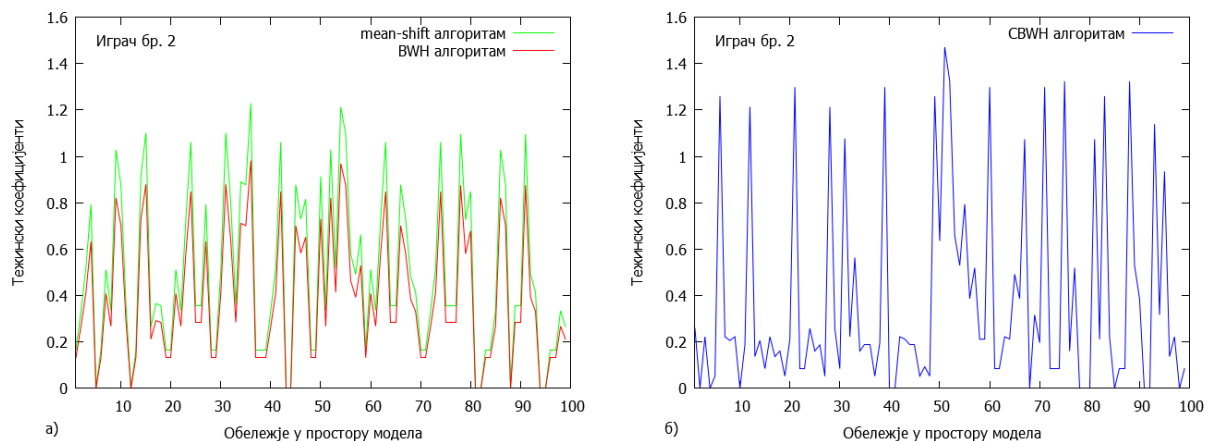
Табела 5.2 Функције сличности између референтног модела и модела кандидата за седамдесетпети фрејм. Сивоскалиране слике представљају пројекције хистограма на растере модела у првим итерацијама.

ознака играча	селекција играча на фрејму 1	положај играча на фрејму 75	функција сличности (Bhattacharyya коефицијент)	број итерација потребних за конвергенцију
2	 14×37 	 57×73 		<i>mean-shift</i> =4 <i>BWH</i> =5 <i>CBWH</i> =4
3	 16×45 	 54×70 		<i>mean-shift</i> =6 <i>BWH</i> =4 <i>CBWH</i> =4
9	 17×33 	 58×58 		<i>mean-shift</i> =6 <i>BWH</i> =5 <i>CBWH</i> =5

Функције сличности, приказане у табели 5.2, визуелно одају утисак симетричности, што и јесте очекиван резултат. Због тога је очигледно, да положај мода функције приближно одговара самој средини растера, односно, месту највеће међусобне сличности референтног модела и модела кандидата.

5.4.3 Тежински коефицијенти - пример

Тежински коефицијенти прве итерације процеса одређивања *mean-shift* вектора, приказани су на слици 5.3 и важе за двадесетпети (насумично изабрани) фрејм. Подаци се односе на играча са ознаком 2. Ради што боље прегледности, на апсцисној оси је приказано само првих 100 вредности, јер је и тај број сасвим довољан да илуструје њихову промену.



Слика 5.3 Првих 100 тежинских коефицијената прве итерације у двадесетпетом фрејму за играча са ознаком 2. Подаци се односе на алгоритме: а) *mean-shift* и *BWH*, б) *CBWH*.

Дијаграми а и б на слици 5.3, намерно нису суперпонирани да би се истакла ранија тврдња, да тежински коефицијенти *BWH* алгоритма, представљају само скалиране вредности класичног *mean-shift* алгоритма (слика 5.3.а), те да због тога, суштински не унапређују класични *mean-shift* алгоритам. Коефицијент пропорционалности у овом случају износи $w'_i/w_i = 0.7993$. Према томе, код *BWH* алгоритма, представљање референтног модела и модела кандидата, узимањем у обзир карактеристика позадине, не доводи до побољшања у односу на класичан *mean-shift* алгоритам, због тога што је итерациона формула 5.17 инваријантна на скалирање тежинских коефицијената.

Са друге стране, дијаграм тежинских коефицијената на слици 5.3.б, који је производ *CBWH* алгоритма, показује значајна одступања у односу на дијаграме приказане на слици 5.3.а. Јасно је да овај алгоритам, самим тим што се разликује по облику од *BWH* алгоритма, заиста користи информације о карактеристикама позадине референтног модела, и како ће касније бити показано, у многоме побољшава квалитет праћења кретања играча на видео снимку.

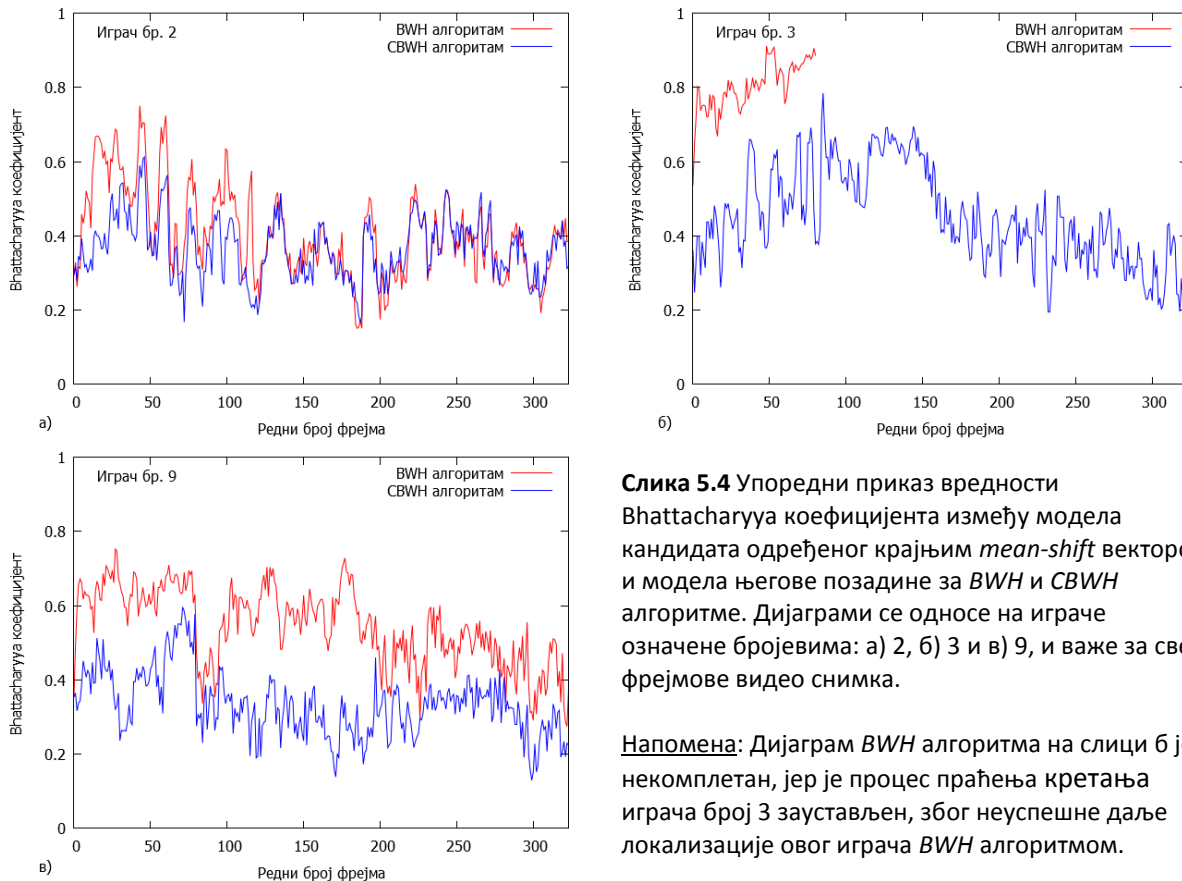
5.4.4 Тачност локализације објекта

Један од начина да се утврди тачност локализације објекта коришћењем различитих алгоритама, односно да се утврди са којом прецизношћу крајњи *mean-shift* вектор показује на објекат, јесте поређење сличности између модела кандидата (одређеног крајњим *mean-shift* вектором) и модела његове позадине. Што је њихова међусобна сличност мања, то значи да се модел и његова позадина више разликују, па је самим тим јасно, да у модел кандидата садржи мање „примеса“ позадине, због чега се може рећи да је он прецизније лоциран. Њихова

међусобна сличност се може утврдити коришћењем исте оне функције, којом је утврђивана и сличност између референтног модела и модела кандидата - Bhattacharyya коефицијент (5.9). У овом случају, функција сличности има облик:

$$\hat{\rho}(\mathbf{y}) \equiv \rho[\hat{\mathbf{op}}, \hat{\mathbf{p}}(\mathbf{y})] = \sum_{u=1}^m \sqrt{\hat{op}_u} \sqrt{\hat{p}_u(\mathbf{y})}. \quad 5.29$$

где су: $\hat{\mathbf{op}}$ – модел позадине објекта, тј. играча, $\hat{\mathbf{p}}(\mathbf{y})$ – нетрансформисани модел кандидата.



Слика 5.4 Упоредни приказ вредности Bhattacharyya коефицијента између модела кандидата одређеног крајњим *mean-shift* вектором и модела његове позадине за *BWH* и *CBWH* алгоритме. Дијаграми се односе на играче означене бројевима: а) 2, б) 3 и в) 9, и важе за све фрејмове видео снимка.

Напомена: Дијаграм *BWH* алгоритма на слици б је некомплетан, јер је процес праћења кретања играча број 3 заустављен, због неуспешне даље локализације овог играча *BWH* алгоритмом.

Као пример за оцену тачности локализације објекта, на слици 5.4 су приказани резултати Bhattacharyya коефицијента између модела кандидата одређеног крајњим *mean-shift* вектором (у последњој итерацији) и модела његове позадине, за *BWH* и *CBWH* алгоритме и за сва три играча. Из дијаграма се јасно види, да су вредности Bhattacharyya коефицијента за *CBWH* алгоритам мање него за *BWH* алгоритам, што значи да *CBWH* алгоритам боље „раздваја“ објекат од његове позадине. Заправо, *CBWH* алгоритмом се прецизније одређује *mean-shift* вектор, тако да он тачније показује на прави положај објекта.

Други и поузданији начин да се утврди тачност локализације објекта, јесте ручно обележавање позиције објекта на сваком фрејму и поређење тако добијених резултата са резултатима примене поменутих алгоритама.

Табела 5.3 Тачност локализације играча (стандардна девијација скупа и стандардна девијација просека).

алгоритам	играч бр. 2		играч бр. 3		играч бр. 9	
	σ [m]	σ_x [m]	σ [m]	σ_x [m]	σ [m]	σ_x [m]
<i>BWH</i>	0.200	0.011	1.702	0.189	0.259	0.014
<i>CBWH</i>	0.157	0.009	0.250	0.014	0.170	0.009

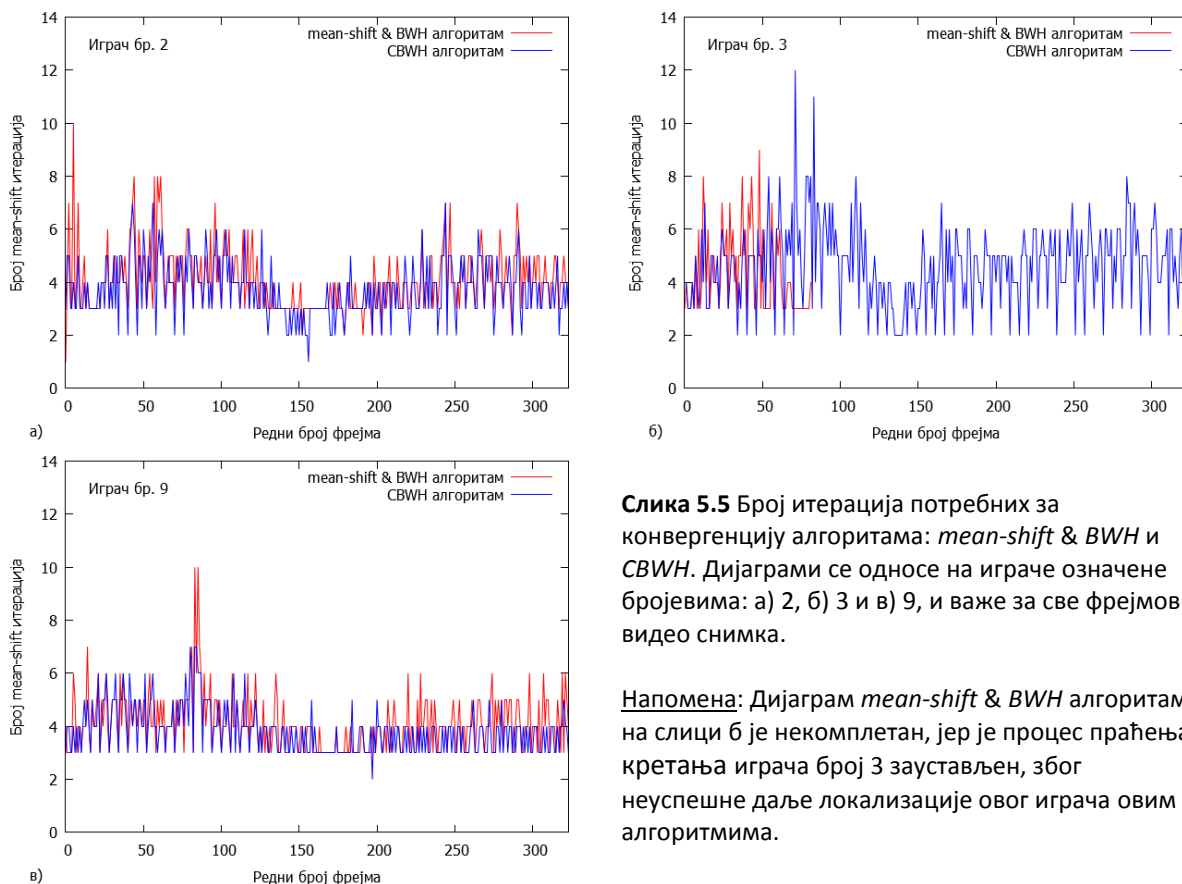
Разлика одступања алгоритамски од ручно одређених положаја играча, потврђује да је *CBWH* алгоритам прецизнији него оригинални *BWH* алгоритам (табела 5.3).

Напомена:

Тестирањем је утврђено да је *CBWH* алгоритам, за разлику од *mean-shift* и *BWH* алгоритама, много толерантнији у односу на погрешну иницијализацију модела. Другим речима, праћење кретања играча *CBWH* алгоритмом ће бити успешно чак и у случајевима када иницијализација играча обухвата само ~50% селекције модела који су приказани у табели 5.2. Ово је последица чињенице, да *CBWH* алгоритам, формира референтни модел тако што у много већој мери умањује значај обележја која су карактеристика позадине модела, него што то чине други алгоритми, тако да модел, иако је формиран са штурим информацијама, ипак довољно квалитетно описује објекат, тако да је процес његове локализације на видео фрејмовима који следе - сасвим изводљив.

5.4.5 Број итерација потребних за конвергенцију

Број итерација потребних за локализацију објекта је дијаграмски приказан на слици 5.5, док су просечан број итерација и одговарајућа стандардна девијација дати у табели 5.4.



Слика 5.5 Број итерација потребних за конвергенцију алгоритама: *mean-shift* & *BWH* и *CBWH*. Дијаграми се односе на играче означене бројевима: а) 2, б) 3 и в) 9, и важе за све фрејмове видео снимка.

Напомена: Дијаграм *mean-shift* & *BWH* алгоритама на слици б је некомплетан, јер је процес праћења кретања играча број 3 заустављен, због неуспешне даље локализације овог играча овим алгоритмима.

Табела 5.4 Просечан број итерација потребних за локализацију играча.

алгоритам	играч бр. 2	играч бр. 3	играч бр. 9
<i>mean-shift</i>	$\mu = 4.077; \sigma = 1.190$	$\mu = 4.317; \sigma = 1.537$	$\mu = 4.102; \sigma = 1.048$
<i>BWH</i>	$\mu = 4.077; \sigma = 1.190$	$\mu = 4.317; \sigma = 1.537$	$\mu = 4.102; \sigma = 1.048$
<i>CBWH</i>	$\mu = 3.731; \sigma = 1.062$	$\mu = 4.633; \sigma = 1.535$	$\mu = 3.815; \sigma = 0.883$

Из дијаграма на слици 5.5 и података из табеле 5.4, уочавају се два интересантна детаља:

- број итерација за *mean-shift* и *BWH* алгоритме, као што је и очекивано, јесте међусобно једнак за сваки фрејм;
- број итерација за *CBWH* алгоритам је мањи него за *mean-shift* и *BWH* алгоритме, што указује на ефикасност овог алгоритма.

5.5 Израчунавање реалних координата положаја играча

Резултат праћења кретања играча на видео-снимку, тј. низу узастопних фрејмова, јесте низ парова целобројних вредности x и y у координата положаја играча у координатном систему фрејма (слике). Да би била могућа реална оцена кинематских могућности играча, ове координате треба превести у релане координате, тј. у одговарајуће координате реалног положаја играча на фудбалском терену. У овом поглављу ће бити описан процес мапирања координата из координатног система фрејма у координатни систем реалног фудбалског терена.

5.5.1 Мапирање пројекција

Нека су $Q = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ и $Q' = (x'_1, x'_2, x'_3, x'_4)$, два произвољна четвороугла у 2D простору, при чему се подразумева да важи: $x_i = (x_i, y_i)$ и $x'_i = (x'_i, y'_i)$. Мапирање пројекција, јесте линеарна трансформација $T: Q \rightarrow Q'$, која омогућава мапирање између произвољних четвороуглова у 2D простору. Оваква трансформација захтева 8 степени слободе (2 степена више него што је потребно за афине трансформације) [407]. Записана употребом хомогених координата, функција мапирања тачке x у x' , има следећи облик:

$$\begin{pmatrix} \hat{x}' \\ \hat{y}' \\ \hat{h}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h'x' \\ h'y' \\ h' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{A}x. \quad 5.30$$

Решавањем претходне једначине, добијају се функције за мапирање:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{1}{h'}(a_{11}x + a_{12}y + a_{13}) = \frac{a_{11}x + a_{12}y + a_{13}}{a_{31}x + a_{32}y + 1}, \\ y' &= \frac{1}{h'}(a_{21}x + a_{22}y + a_{23}) = \frac{a_{21}x + a_{22}y + a_{23}}{a_{31}x + a_{32}y + 1}. \end{aligned} \quad 5.31$$

Без обзира на нелинеарност претходне две функције, овом трансформацијом:

- праве линије остају праве;
- тачке на њима не задржавају пропорционалност међусобних растојања;
- паралелност може, али и не мора бити очувана;
- алгебарске кривуље задржавају исти степен, али не неопходно и облик (нпр. кружнице и елипсе се трансформишу у конусне пресеке).

Због наведених својстава, оваква трансформација се назива још и „перспективом“, или „псеудо-перспективом“.

5.5.1a Мапирање између два четвороугла

Коришћењем решења 5.31, функција за мапирање темена произвољног четвороугла Q у четвороугао Q' , може бити написана у матричном облику:

$$\begin{pmatrix} x'_1 \\ y'_1 \\ x'_2 \\ y'_2 \\ x'_3 \\ y'_3 \\ x'_4 \\ y'_4 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_1x'_1 & -y_1y'_1 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 & -x_1y'_1 & -y_1y'_1 \\ x_2 & y_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_2x'_2 & -y_2y'_2 \\ 0 & 0 & 0 & x_2 & y_2 & 1 & -x_2y'_2 & -y_2y'_2 \\ x_3 & y_3 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_3x'_3 & -y_3y'_3 \\ 0 & 0 & 0 & x_3 & y_3 & 1 & -x_3y'_3 & -y_3y'_3 \\ x_4 & y_4 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_4x'_4 & -y_4y'_4 \\ 0 & 0 & 0 & x_4 & y_4 & 1 & -x_4y'_4 & -y_4y'_4 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \\ a_{21} \\ a_{22} \\ a_{23} \\ a_{31} \\ a_{32} \end{pmatrix}, \quad 5.32$$

Из израза 5.32 сада треба одредити непознате компоненте вектора \mathbf{a} неком од познатих нумеричких метода, нпр. Гаусовом итеративном методом за решавање система линеарних једначина [523]. После тога, мапирање тачака се изводи помоћу раније датих општих функција за мапирање (израз 5.31).

5.5.16 Мапирање између два четвороугла употребом јединичног квадрата

Да би се избегло коришћење итеративних нумеричких метода за решавање система линеарних једначина (5.32), могуће је користити једноставнији метод - трансформација са јединичним квадратом као међуфазом [407].

Нека је $S = ((0,0), (1,0), (1,1), (0,1))$ јединични квадрат у 2D простору. Тада је $T: S \rightarrow Q'$, трансформација којом се изводи мапирање јединичног квадрата у произвољни четвороугао (директна трансформација). На овај начин се значајно упрошћава једначина 5.32, па она постаје:

$$\begin{pmatrix} x'_1 \\ y'_1 \\ x'_2 \\ y'_2 \\ x'_3 \\ y'_3 \\ x'_4 \\ y'_4 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x'_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -y'_2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x'_3 & -x'_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -y'_3 & -y'_3 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x'_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -y'_4 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \\ a_{21} \\ a_{22} \\ a_{23} \\ a_{31} \\ a_{32} \end{pmatrix}. \quad 5.33$$

Систем једначина 5.33 се лако решава методом замене, тако да се добијају решења у затвореној форми:

$$\begin{aligned} a_{31} &= \frac{(x'_1 - x'_2 + x'_3 - x'_4)(y'_4 - y'_3) - (y'_1 - y'_2 + y'_3 - y'_4)(x'_4 - x'_3)}{(x'_2 - x'_3)(y'_4 - y'_3) - (x'_4 - x'_3)(y'_2 - y'_3)}, \\ a_{32} &= \frac{(y'_1 - y'_2 + y'_3 - y'_4)(x'_2 - x'_3) - (x'_1 - x'_2 + x'_3 - x'_4)(y'_2 - y'_3)}{(x'_2 - x'_3)(y'_4 - y'_3) - (x'_4 - x'_3)(y'_2 - y'_3)}, \\ a_{11} &= x'_2 - x'_1 + a_{31}x'_2, & a_{12} &= x'_4 - x'_1 + a_{32}x'_4, & a_{13} &= x'_1, \\ a_{21} &= y'_2 - y'_1 + a_{31}y'_2, & a_{22} &= y'_4 - y'_1 + a_{32}y'_4, & a_{23} &= y'_1. \end{aligned} \quad 5.34$$

Према изразу 5.30, ови коефицијенти формирају матрицу трансформације \mathbf{A} .

Могућа је и инверзна трансформација – мапирање произвољног четвороугла у јединични квадрат. У том случају, треба формирати инверзну матрицу матрице \mathbf{A} , тј. \mathbf{A}^{-1} .

С обзиром на претходно описане могућности трансформација употребом јединичног квадрата, мапирање једног произвољног четвороугла у други, може да се изведе кроз две

фаза: 1) мапирање првог четвороугла у јединични квадрат (инверзна трансформација), а затим, 2) мапирање јединичног квадрата у други четвороугао (директна трансформација).

Коефицијенти потребни за формирање матрица трансформација за обе фазе мапирања (A_1 и A_2), добијају се из једначина 5.34, заменом одговарајућих вредности координата темена четвороуглова Q и Q' респективно. Алгоритамски и графички прикази ових трансформација, дати су у табели 5.5.

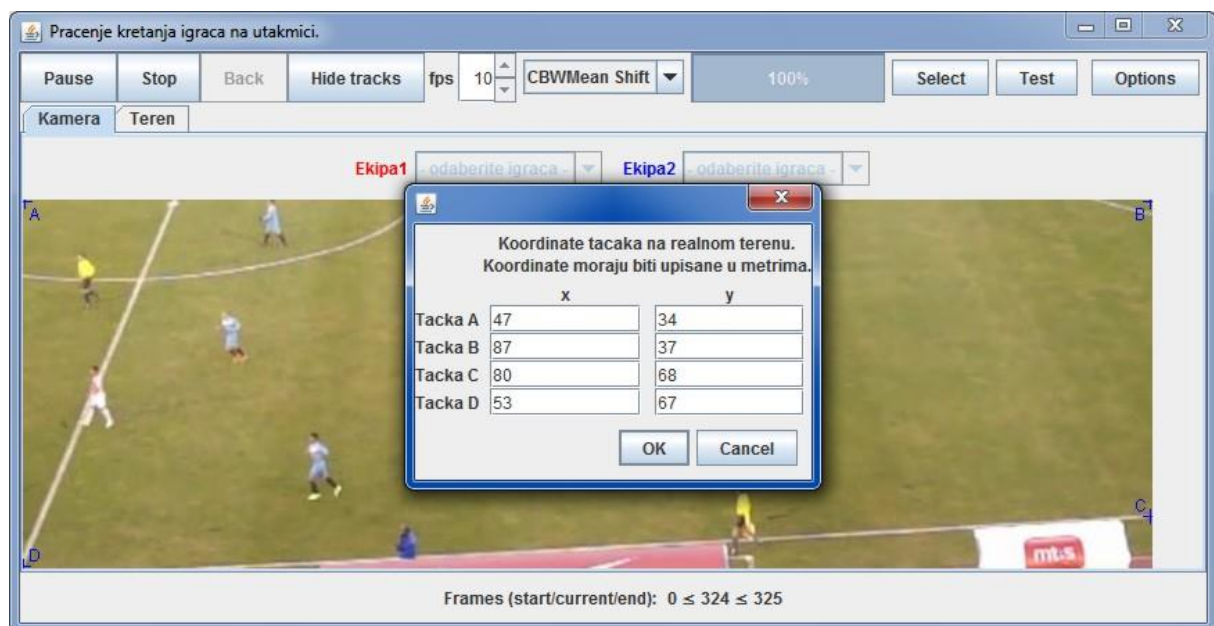
Табела 5.5 Мапирање између два произвољна четвороугла помоћу јединичног квадрата.

фаза	трансформација	матрични облик	графички приказ трансформације
1	$T_1: S \rightarrow Q$ $T_1^{-1}: Q \rightarrow S$	израз 5.34 → $a_1 \rightarrow A_1 \rightarrow A_1^{-1}$	
2	$T_2: S \rightarrow Q'$	израз 5.34 → $a_2 \rightarrow A_2$	
резултат	$T: Q \xrightarrow{T_1^{-1}} S \xrightarrow{T_2} Q'$	$x' = A_2 A_1^{-1} x$	

Разуме се да је за трансформацију T , довољно само једанпут израчунати матрицу $A_2 A_1^{-1}$.

5.5.2 Реалне координате играча на фудбалском терену

Део фудбалског терена који је приказан у интерфејсу апликације на слици 5.2, припада десној половини терена. Изабране тачке за мапирање у координатном систему фрејма: А, В, С и D, приказане су на слици 5.6, док су њихове пројекције на површину фудбалског терена дате у табели 5.6.

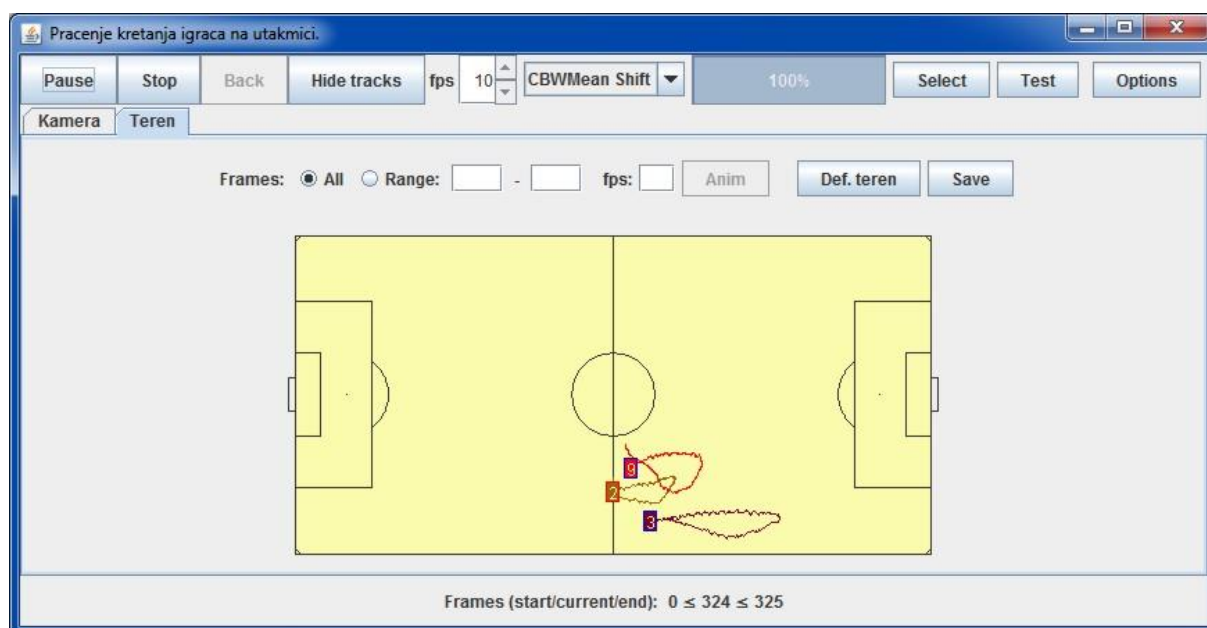


Слика 5.6 Маркери тачака за мапирање у координатном систему фрејма и њихове одговарајуће вредности у координатном систему реалног фудбалског терена.

Табела 5.6 Пројекција фрејма на површину реалног фудбалског терена.

координате тачке			графички приказ пројекције		
фрејм		фудбалски терен			
тачка	x [px]	y [px]	тачка	x [m]	
X_1	0	0	X'_1	47	34
X_2	814	0	X'_2	87	37
X_3	814	265	X'_3	80	68
X_4	0	265	X'_4	53	67

Резултат примене *CBWH* алгоритма и одговарајућег мапирања координата јесте низ координатних парова положаја сваког од играча у координатном систему реалног терена. Одговарајући графички приказ ових резултата је и део интерфејса апликације и приказан је на слици 5.7 у виду трајекторије сваког од играча.



Слика 5.7 Пројекције трајекторија играча на реалном терену.

5.6 Кинематске способности играча

Анализом података који сачињавају трајекторије играча, долази се до података који су од значаја за анализу кинематских способности играча. Најзначајнији податак је растојање које је играч претрчао у току неког временског периода (дела игре). За дати пример, лако се израчунава да растојања која су претрчали играчи са ознакама 2, 3 и 9, износе: 43.066, 61.370 и 48.704 метара, респективно. Њихове просечне брзине износе: 11.926, 16.995 и 13.487 km/h , респективно.

6

Компјутерске симулације у биомеханици - биомеханичка анализа стања анатомских структура колена после реконструкције предњег укрштеног лигамента

Постојеће методе за утврђивање нестабилности хода пацијената, своде се заправо на низ тестова који за резултат имају личне утиске лекара и пацијента о степену повреде и јачини бола. Једна од најчешћих повреда која узрокује поменућу нестабилност, јесте повреда предње укрштене везе колена (лат. *ligamentum cruciatum anterius*, енгл. *anterior cruciate ligament - ACL*). Она се дијагностификује следећим тестовима [601]:

- Тест клизања центра ротације колена (енгл. *pivot-shift*), познат је и под медицинским називом *тест сублуксационог прескока*. Овим тестом се, у првом реду, утврђује постојање нестабилности колена. Нестабилност колена у општем случају не мора да буде последица повреде предње укрштене везе, али се сматра детерминантом када је реч о правилном функционисању зглоба колена. Без обзира на то да ли постоји повреда предње укрштене везе, нестабилност колена представља озбиљан фактор ризика за менискусе.
- Тест предње фиоке (енгл. *anterior-drawer*). Применом овог теста утврђује се повреда предње укрштене везе повлачењем потколенице унапред. Слично томе, лако се може утврдити и повреда задње укрштене везе гурањем потколенице уназад. Често се дешава да када је задња укрштена веза покидана, потколеница и не може да се гурне уназад јер се због сопствене тежине већ налази у крајњем задњем положају а који визуелно не одговара положају који би имала да је колено здраво.
- Лахманов тест, тако назван по америчком ортопеду Џону Лахману. Ово је најпризнатији тест за утврђивање повреде предње укрштене везе јер његова сензитивност износи чак 95%. Заснива се на одређивању момента прекида клизања тибије када се потколеница повлачи унапред. Ако клизање нагло престане (енгл. *firm end-point*), онда се не сумња на повреду АС лигамента. Са друге стране, ако је прекид клизања „мек“, тј. „еластичан“, онда је резултат теста позитиван, тј. постоји прекид (руптура) АС лигамента. Свако померање потколенице унапред које је веће од 10 mm или свако померање потколенице које је за 2 mm веће од могућег померања код здравог колена, наводи на закључак да је дошло до прекида предње укрштене везе.

Када клиничка слика повреде зглоба колена није баш сасвим јасна, поред претходно набројаних дијагностичких тестова, постоји могућност додатних испитивања [601]:

- *Компјутерска томографија (СТ скенирање)*. Скенер за СТ је у могућности да, коришћењем X зрака, произведе сет слика слојева појединих органа. Предност ове дијагностичке методе је велика поузданост (вероватноћа приказивања руптуре АС лигамента износи 96.6%), док се као највеће мане истичу употреба контрастних средстава и велика количина зрачења због чега се њена примена избегава у свакодневној пракси.
- *Магнетна резонантна томографија (MRI скенирање)*. Као и претходна и ова метода има веома високу поузданост; вероватноћа приказивања руптуре лигамента износи 95-98.8%. Овом радиолошком методом се помоћу јаког магнетног поља скенирају органи или делови тела пацијента а затим се уз примену савремене рачунарске технике производи сет слика којима се описује њихов изглед или функционисање.
- *Артроскопија*. Примењује се у случајевима када се на основу примене претходне две методе не може добити јасан одговор о повреди колена. Ова метода се заснива на познатој ендоскопској методи испитивања телесних шупљина помоћу уређаја артроскопа опремљеним адекватним оптичким системом са осветљењем тако да се унутрашњост колена може приказати на ТВ екрану и снимити у неком видео формату.

У овој глави је описана нова клиничка метода¹ за дијагностификовање степена повреде предњег укрштеног лигамента. Поред дијагностике, њоме је обухваћен и начин за утврђивање мере побољшања стања колена и хода пацијента пре и после изведене хируршке реконструкције АС лигамента. Испробана је у пракси и будући да се показала успешном, постала је део редовног клиничког процеса утврђивања, како степена повреде, тако и степена рехабилитације ACL-а.

Иако је ова метода сложенија од претходно поменутих тестова, веома је корисна јер се њоме поред квантификовања параметара везаних за нестабилност хода пацијента, добија и знатно детаљнији увид у стање унутрашњих структура колена, тј. добија се заокружена клиничка слика о стању целог зглоба. Другим речима, клиничка слика коју је лекар стекао о стању повреде колена пацијента, бива допуњена резултатима који описују стање напрезања у његовим анатомским структурама (фемур, тибија, картлиц и менискус) а то су резултати, тј. информације, које није могуће добити ниједним од раније поменутих тестова. Овом методом се смањује могућност појаве грешака при постављању индикација за хируршко лечење па је самим тим лекару олакшан избор методе хируршке интервенције.

6.1 Сврха и опис предложене методе

Сврха методе јесте дефинисање објективног теста којим би могла да се квантификује нестабилност колена пре операције и којим би, поред тога, могла да се утврди мера побољшања његовог стања после реконструкције ACL-а. Метода захтева испуњење следећих задатака:

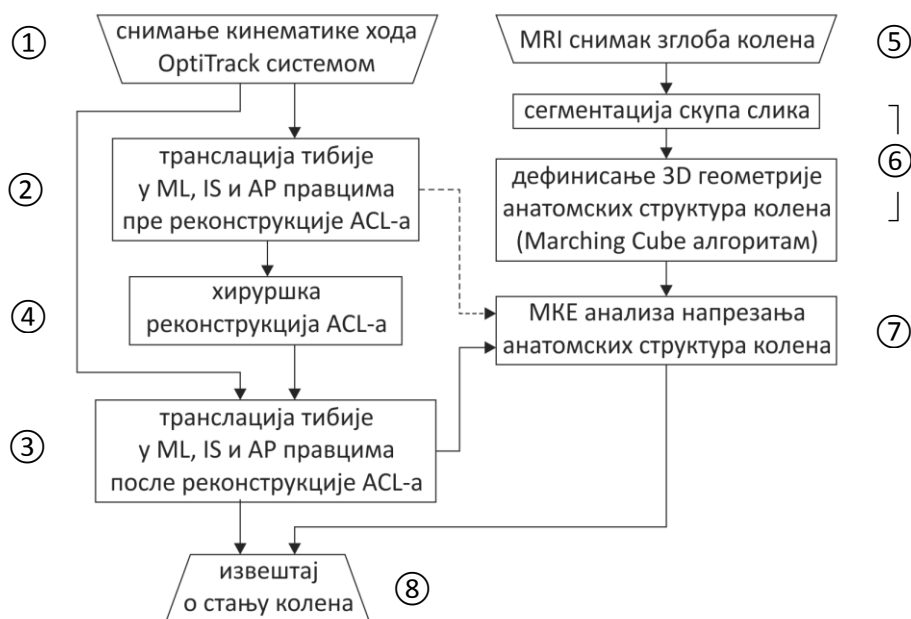
1. дефинисање теста за што прецизније утврђивање нестабилности хода пацијента који има повреду предње укрштене везе (ACL). Тест се изводи пре и после реконструкције

¹ Предложена метода и практични резултати њене примене, публиковани су у научном часопису међународног карактера [615]. Ова глава је посвећена опису информатичко-технолошких решења којима метода обилује, при чему је посебан акценат стављен на примену *методе коначних елемената* којом се одређује стање напона и деформација у анатомским структурама колена.

ACL-а са циљем да се утврди у ком проценту су повраћени стабилност колена и нормализација хода. Параметри нестабилности се одређују компјутерском анализом кинематике хода пацијента што уз личне утиске лекара доприноси квалитету постављене дијагнозе;

2. израда компјутерског 3D модела (дефинисање геометрије) анатомских целина колена на основу MRI снимака;
3. примена методе коначних елемената за одређивање стања напрезања у анатомским целинама зглоба колена.

Дијаграмски приказ ове методе је дат на слици 6.1. Из дијаграма се запажа да ова метода подразумева два независна процеса прикупљања улазних података: а) прикупљање података о кинематици кретања пацијента помоћу OptiTrack система камера (NaturalPoint Inc., US) ① пре ② и после ③ оперативног захвата на ACL-у ④ и б) скенирање зглоба колена MRI методом ⑤, после које следи његова компјутерска 3D реконструкција ⑥. Анализа напрезања у анатомским структурама колена се изводи применом методе коначних елемената (FEM, енгл. *Finite Element Method*) ⑦ и она се може изводити како пре, тако и после оперативног захвата, с тим што је ова друга битнија, па је самим тим и обавезна. На крају се формира извештај ⑧ о томе да ли је реконструкција ACL-а успела, за колико је смањена транслација тибије у односу на фемур у антериорно-постериорном правцу, каква је дистрибуција напона у главним анатомским структурама колена и закључно, да ли пацијент осећа позитивну промену у погледу смањења бола и повећања стабилности колена и хода.



Слика 6.1 Дијаграмски приказ методе за квантификовање нестабилности колена.

6.2 Веза са претходним истраживањима

Будући да ни на данашњем нивоу развоја технологије није могуће *in vivo* мерити напоне и деформације унутар колена (од посебног интереса су картлиц и менискус), решење се тражи у коришћењу компјутерских симулација јер су се на многим научно-техничким пољима доказале као довољно прецизне и поуздане. Анализа биомеханике колена помоћу коначних елемената није новина. У литеартури се могу наћи различити биомеханички модели [602-606]

и сви они дају значајан увид у расподеле напона и деформација у елементима зглоба. Поред тога, неки модели укључују и контактну кинематику унутар зглоба колена [602]. Већина тих модела [603, 604, 606-608] је укључивала и анализу повреде лигамената у зглобу колена. Све те студије су биле општег карактера јер нису укључивале информације везане за одређеног пацијента. Наиме, иако се унапред задата оптерећења и углови савијања у зглобу колена могу посматрати као променљиве општег типа, геометрија анатомских структура колена то не може бити, па је тај недостатак исправљен у новопредложеној методи.

Главни задатак реконструктивне хирургије јесте да се смањи транслација тибије у anteriорно-постериорном правцу, тј. у сагиталној равни [609-611]. Смањење транслације је по правилу праћено и смањењем бола код пацијената јер се структуре унутар зглоба доводе у правилан анатомски положај што за последицу има смањење њиховог међусобног трења и хабања. Са друге стране, искуства из праксе показују да без обзира на то што транслација тибије током хода може бити смањена, колено може да задржи лабавост коју је имало и пре операције, због чега пацијент и даље може да осећа несигурност при ходу. То је и логично, јер реконструктивна хирургија предњег укрштеног лигамента може да резултира само делимичним побољшањем кинематике колена, али не и потпуним.

В. Gao et al. [612] такође указује на то да се јасно уочава веома велика разлика у кинематици зглоба колена између стања када је предњи укрштени лигамент здрав и стања када је повређен. Анализу спроводи на случајевима пењања и силажења пацијента уз и низ степенице, респективно. Оба случаја доводе до, може се рећи, екстремно великих исклизнућа тибије. К. Manal et al. [613] се бави појавом грешке која се јавља при читавању позиције маркера током процене транслације тибије а која настаје као последица постављања маркера на мека ткива доњих екстремитета.

На стабилност колена истовремено утиче више фактора: мишићи, тетиве, лигаменти, менискуси. Scanlan et al. [614] испитују утицај унутрашње-спољашње (лат. varus-valgus) ротације колена са реконструисаним ACL-ом, као и утицај угла колена у четири одабрана временска тренутка током фазе ослањања при нормалном ходу пацијента. Скоро сви пацијенти су осетили да у фази ослањања постоји мала почетна заротираност тибије ка споља. Varus-valgus ротација и савијање колена се нису у бити разликовали код здравог и колена са реконструисаним ACL-ом. Овај резултат је навео ауторе на закључак да за колено са реконструисаним ACL-ом, у дужи рок, расте степен ризика од настанка остеоартритиса.

Истраживања [608, 609, 614] су показала да уколико се на време не изведе реконструкција повређеног ACL-а, дегенеративне промене на картлицу постају неминовне. Због тога повреда ACL-а често представља само почетак за развој повреде колена која се назива „опасна тријада“ (енгл. *the terrible triad*) а а ради се о истовременом убрзаном и повећаном хабању: предњег укрштеног лигамента, медијалног колатералног лигамента и медијалног менискуса.

6.3 Испитаници и метода узорковања

Метода је примењена на пацијентима који су имали повреду предњег укрштеног лигамента и који су били хоспитализовани у Клиничком центру Крагујевац на Клиници за ортопедију и трауматологију. Одабрани само они пацијенти код којих је третман предвиђао обавезну хируршку интервенцију на реконструкцији ACL-а.

Пацијенти који су учествовали у тестирању, морали су да испуне следеће услове:

1. да имају повреду ACL-а и да је им је на основу клиничког прегледа постављена индикација за хируршко лечење;
2. да су пунолетни и да морају да дају писани пристанак за своје учешће у тестирању;
3. да немају повреде других анатомских структура колена (менискуси, тетиве и тсл.);
4. да нису у ранијем периоду живота имали повреду колена или хириршке интервенције које утичу на правилан ход;
5. да немају хроничне болести које могу утицати на резултате теста и анализа;
6. да имају комплетне податке о историји болести и комплетну медицинску документацију;
7. да им нису откривене удружене повреде или обољења током хируршке реконструкције а које би могле да утичу на резултате теста.

У тестирању је учествовало 19 одраслих мушкараца. Просечне вредности њихових висина, телесних маса и година старости, износиле су респективно: 183.33 cm (SD = 2.24 cm), 86 kg (SD = 3.48 kg) и 29.89 година (SD = 1.73 год.). Сви пацијенти су се у ранијем периоду живота бавили спортом, било активно, било рекреативно.

6.4 Протокол теста

Задатак постављен пред пацијенте (испитанике) је био крајње једноставан. Брзином нормалног хода, онаквом каква је њима одговарала, требало је да препешаче ~5 m, правом путањом испред 4 инфрацрвене (IR) камере OptiTrack система. Снимање хода IR камерама је извођено један дан пре хируршке операције. За сваког пацијента је по 4 пута снимана кинематика хода, 2 пута за здраво колено и 2 пута за колено за које је дијагностификована повреда предњег укрштеног лигамента. Тест је понављан још два пута и то: после 15 дана и после 6 недеља од датума када је извршена оперативна реконструкција ACL-а. У раду су приказани резултати добијени после 6 недеља.



Слика 6.2 Позиције ретрорефлектујућих маркера на повређеној нози.

Будући да је OptiTrack системом било потребно забележити кинематику кретања пацијента тако да се стекне што бољи увид у ефекте реконструкције ACL-а, постављање пасивних ретрорефлектујућих маркера је морало бити такво да се у што је могуће већој мери избегне утицај мишићних активација на њихов положај током хода. Због тога су маркери постављани на следеће позиције: латерални заглавак фемура (лат. *epicondylus lateralis femoris* - ELF, енгл. *lateral epicondyle of the femur*), туберозитис тибије (лат. *tuberositas tibiae* - TT, енгл. *tuberosity of the tibia*), спољашњи глежањ (лат. *malleoli lateralis* - ML; енгл. *lateral malleolus*) и пета метатарзална кост (лат. *os metatarsale V* - MV; енгл. *5th metatarsal bone*), (слика 6.2).

Напомена:

Маркери постављени на скочном зглобу и петој метатарзалној кости стопала представљају додатне маркере, постављене ту ради одређивања угла флексије стопала током кретања пацијента. Дијаграм угла флексије стопала има карактеристичан облик (слика 6.4), те се на основу његовог изгледа, лако идентификују фазе ослонца и замаха у једном циклусу хода пацијента.

6.5 Прикупљање података**6.5.1 Кинематичке варијабле**

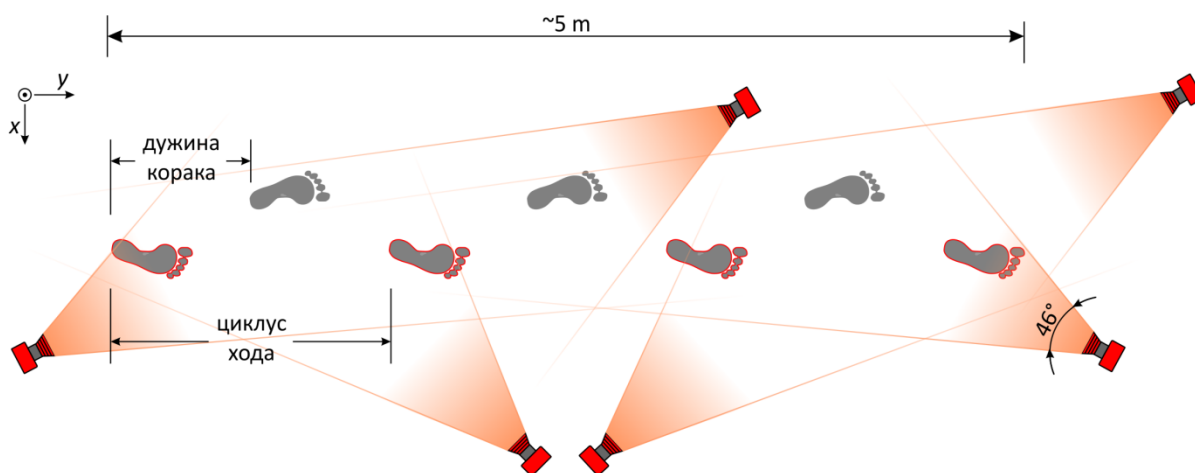
Кретање испитаника у току извођења DJ скока је праћено бележењем промена положаја ретрорефлектујућих маркера који су били постављени на позицијама набројаним у поглављу 6.4.

6.5.2 Подаци прикупљени MRI скенирањем

Скуп слика добијених на уређају за MRI скенирање је у даљем поступку компјутерски обрађиван све до формирања коначног 3D модела зглоба колена.

6.6 Апаратура коришћена за аквизицију експерименталних података

Прикупљање 3D кинематских података је изведено употребом OptiTrack система. Тај систем се састоји од 6 high-speed инфрацрвених камера (V100:R2, резолуција 640×480 пикесела, $f=100$ Hz), ретрорефлектујућих маркера пречника 16 mm и софтвера ARENA за анализу података. Резултати су снимани у фајлове стандардног c3d формата (Vicon Motion Systems Ltd, UK). Камере су биле постављене са обе стране путање којом се кретао пацијент (слика 6.3). Због тога је одабран глобални координатни систем са осама које су постављене у следећим правцима: y-оса у правцу хода, тј. у правцу антериор-постериор (AP), x-оса у правцу медијал-латерал (ML) и z-оса у правцу инфериор-супериор (IS) [608].



Слика 6.3 Експериментална поставка.

3D геометрија анатомских структура зглоба колена, добијена је компјутерском обрадом скупа слика насталих скенирањем на уређају за магнетну резонантну томографију. Софтверски алати који су при томе коришћени, набројани су у следећем поглављу.

6.7 Методологија

Анализа механичких напрезања у анатомским целинама колена, изведена је применом методе коначних елемената и то: нелинеарна анализа за порозне средине (менискуси и картлиц) и линеарна анализа за солид (фемур и тибија). Иако је анализу овог типа могуће извести и пре хируршке реконструкције ACL-а, од посебног значаја је она која се изводи у неком тренутку постоперативног периода. Њоме се практично оцењује успех хируршког захвата поредећи вредности напона и деформација у структурама оперисаног и здравог колена или у структурама само оперисаног колена али у различитим тренуцима постоперативног опоравка. Од посебног интереса је информација о стању напона и деформација у латералном картлицу и то у његовој постериорној зони јер искустава лекара говоре да је ова зона најосетљивија на дегенеративне промене које настају као последица неправилног хода.

Према овој методологији, мрежа коначних елемената се формира на следећи начин:

- a. Сегментација скупа MRI слика и компјутерска 3D реконструкција геометрије модела употребом комерцијалних софтвера:

- a.1. MIMICS (Materialise NV, Belgium) - сегментација и формирање 3D површинске мреже коначних елемената: фемура, тибије, картлица и менискуса;

Напомена:

Основни принципи сегментације делова слике су раније описани у глави 4 ове дисертације. Овде то само наводим као напомену без намере да претпостављам да програм MIMICS користи описану технику за свој рад.

- a.2. Geomagic (Geomagic Inc., USA) – поправљање 3D површинске мреже коначних елемената;
- b. FEMAP (Siemens PLM Software, USA) – формирање запреминске мреже коначних елемената;
- c. програм за конвертовање четворочворних у осмочворне коначне елементе. Програм је развијен у BioIRC, Србија;

За решавање спрегнутих проблема протока флуида кроз деформабилне порозне средине у анатомским целинама колена, коришћен је PAK-CT солвер (ФИН, Србија).

У одељку који следи (6.7.1), биће описан начин за утврђивање и квантификацију дислокације тибије која настаје због руптуре предњег укрштеног лигамента колена. Избор материјалних карактеристика биће објашњен у одељку 6.7.2, док ће у одељку 6.7.3 бити дата само формулација коначних елемената којима се моделира струјање флуида кроз порозне средине у зглобу колена – картлиц и менискус. Детаљан математички модел коначних елемената којим се описује кретање флуида кроз порозне средине, биће описан у додатку А.

6.7.1 Прорачун дислокације тибије током хода пацијента

Транслација тибије дуж антериорно-постериорног правца, мерена је посредно, праћењем промене растојања између маркера постављених на туберозитусу тибије (маркер *TT*) и латералном епикондилуму фемура (маркер *ELF*). OptiTrack систем камера, повезан са ARENA софтвером, аутоматски је бележио позиције маркера *TT* и *ELF* током кретања пацијента. На основу тих мерења, лако је било израчунати релативне транслације тибије у било ком анатомском правцу или равни.

Будући да се кретање пацијента одвијало дуж антериорно-постериорног правца, тј. у сагиталној равни, то су и релативне транслације тибије у односу на фемур, достизале највеће вредности управо у тој равни. Разлог томе је што су здрави антериорни колатерални и медијални колатерални лигаменти, спречавали ту транслацију у фронталној равни, тј. у правцу медијал-латерал.

Будући да су глобалне координате OptiTrack система оријентисане тако да се пацијент креће дуж у правца (слика 6.3), релативно померање (дислокација) тибије у односу на фемур се може израчунати на следећи начин:

$$y_{rel} = (y_{TT} - y_{ELF})_{t_{i+1}} - (y_{TT} - y_{ELF})_{t_i}. \quad 6.1$$

У претходном изразу, y_{TT} представља апсолутну у-координату маркера постављеног на туберозитису тибије, док y_{ELF} представља апсолутну у-координату маркера постављеног на латералном епикондилуму фемура. Слично се може написати и за трансаторна померања у x (медијал-латерал) и z (инфериор-супериор) правцима. Индекси t_i и t_{i+1} , означавају i -ти и наредни временски тренутак од почетка прикупљања података о кретању пацијента.

6.7.2 Материјалне карактеристике анатомских структура колена

Да би се применом методе коначних елемената добиле реалне вредности напонског стања у анатомским структурама колена, неопходно је познавати одговарајуће материјалне карактеристике елемената модела. Њих је поприлично тешко одредити са високом прецизношћу јер се мењају у зависности од многих фактора: године старости, године активног тренирања, услови живота и тд. Због тога се материјалне карактеристике не одређују за сваког пацијента посебно већ се усвајају из литературе. Сам модел се додатно може упростити ако се нпр. усвоји да је материјал еластичан и изотропан, и да су померања мала. У том случају, од материјалних карактеристика модела за FEM анализу ће бити довољни само Јангов модул еластичности E и Поасонов коефицијент ν . Ако пак ови линеаризовани модели не задовоље резултате FEM анализе, на биомеханичке моделе се могу применити и закони који важе за хипереластичне материјале.

За примену FEM анализе у оквиру предложене дијагностичке методе, усвојене су следеће вредности материјалних карактеристика анатомских структура зглоба колена:

- фемур, тибија и фибула се могу сматрати крутим телима густине 1000 kg/m^3 [616];
- вискоеластична својства картлица се могу занемарити због веома кратког периода оптерећења. Због тога се за материјал картлица усваја да је линеарно еластичан и изотропан и да Јангов модул еластичности износи $E=5 \text{ MPa}$ а Поасонов коефицијент $\nu=0.46$ [602];
- као и за картлицу, за менискус је усвојено да је линеарно еластичан и изотропан и да Јангов модул еластичности износи $E=59 \text{ MPa}$ а Поасонов коефицијент $\nu=0.49$ [617].

Мада предложена метода за дијагностику повреде ACL-а не захтева високу прецизност одређивања напонског стања у анатомским структурама колена, ваља напоменути шта би још укључивао детаљан модел материјалних карактеристика а што је због сложености у овом случају занемарено. Наиме, механички одзив меких ткива у људском организму је веома сложен и зависи од времена и оптерећења [209]. Будући да се мека ткива сврставају у вискоеластичне материјале, показују ефекте као што су релаксација (опадање унутрашњег напона при константној спољашњој сили) и пузање (трајно издужење при дуготрајном

спољашњем оптерећењу), али та два ефекта нису била уврштена у FEM анализу. Даље, занемарен је и утицај фиброзних спојних ткива – лигамената и тетива. Прв разлог је тај што је код пацијента дијагностификована руптура предњег укрштеног лигамента па он више не утиче на стабилност кретања. Други разлог је тај што су у FEM анализи, у моделу коначних елемената задата померања, тако да није било потребно узимати у обзир силе које мишићи преко тетива преносе на коштане делове зглоба. Њихове материјалне карактеристике се најчешће дефинишу преко функције напон-деформација [618].

6.7.3 Формулација коначних елемената за случај струјања флуида кроз порозне средине (картлицу и менискус) у зглобу колена

За моделирање картлица и менискуса, примењена је формулација коначних елемената са вредностима у чворовима: померања солида \mathbf{u} , притисак флуида p и Дарсијева брзина \mathbf{q} . Коришћена је стандардна процедура интеграције по запремини елемента уз примену Гаусове теореме за трансформацију запреминских интеграла у површинске. Једначине баланса су задовољене за крај сваког временског корака применом имплицитне временске интеграције. Систем диференцијалних једначина за сваки коначни елемент има следећи облик:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{m}_{uu} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{m}_{qu} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} {}^{t+\Delta t} \underline{\dot{\mathbf{u}}} \\ {}^{t+\Delta t} \underline{\dot{\mathbf{p}}} \\ {}^{t+\Delta t} \underline{\dot{\mathbf{q}}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{c}_{uq} \\ \mathbf{c}_{pu} & \mathbf{c}_{pp} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{c}_{qq} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} {}^{t+\Delta t} \underline{\mathbf{u}} \\ {}^{t+\Delta t} \underline{\mathbf{p}} \\ {}^{t+\Delta t} \underline{\mathbf{q}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{uu} & \mathbf{k}_{up} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{k}_{pq} \\ 0 & \mathbf{k}_{qp} & \mathbf{k}_{qq} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \underline{\mathbf{u}} \\ \Delta \underline{\mathbf{p}} \\ \Delta \underline{\mathbf{q}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} {}^{t+\Delta t} \underline{\mathbf{f}}_u \\ {}^{t+\Delta t} \underline{\mathbf{f}}_p \\ {}^{t+\Delta t} \underline{\mathbf{f}}_q \end{Bmatrix} \quad 6.2$$

Елементи матрица и вектора из претходне једначине, имају следеће формулације:

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{uu} &= \int_{t_V} \mathbf{H}_u^T \rho \mathbf{H}_u dV & \mathbf{m}_{qu} &= \int_{t_V} \mathbf{H}_q^T \rho_f \mathbf{H}_u dV \\ \mathbf{c}_{uq} &= \mathbf{m}_{qu}^T = \int_{t_V} \mathbf{H}_u^T \rho_f \mathbf{H}_q dV & \mathbf{c}_{pu} &= - \int_{t_V} \mathbf{H}_p^T \left(\mathbf{m}^T - \frac{\mathbf{m}^T \mathbf{C}^E}{3K_s} \right) {}^t \mathbf{B} dV \\ \mathbf{c}_{pp} &= - \int_{t_V} \mathbf{H}_p^T \left(\frac{1-n}{K_s} + \frac{n}{K_f} - \frac{\mathbf{m}^T \mathbf{C}^E \mathbf{m}}{9K_s^2} \right) \mathbf{H}_p dV & \mathbf{c}_{qq} &= \int_{t_V} \mathbf{H}_q^T \frac{\rho_f}{n} \mathbf{H}_q dV \\ \mathbf{k}_{uu} &= \int_{t_V} {}^t \mathbf{B}^T \mathbf{C}^E {}^t \mathbf{B} dV & \mathbf{k}_{up} &= \mathbf{c}_{pu}^T = \int_{t_V} {}^t \mathbf{B}^T \left(\frac{\mathbf{C}^E \mathbf{m}}{3K_s} - \mathbf{m} \right) \mathbf{H}_p dV \\ \mathbf{k}_{pq} &= \int_{t_V} \mathbf{H}_p^T \mathbf{H}_{q,x} dV & \mathbf{k}_{qp} &= \mathbf{k}_{pq}^T = \int_{t_V} \mathbf{H}_{q,x}^T \mathbf{H}_p dV \\ \mathbf{k}_{qq} &= \int_{t_V} \mathbf{H}_q^T \mathbf{k}^{-1} \mathbf{H}_q dV & & \\ {}^{t+\Delta t} \underline{\mathbf{f}}_u &= \int_{t_V} \mathbf{H}_u^T \rho {}^{t+\Delta t} \underline{\mathbf{b}} dV + \int_{t_A} \mathbf{H}_u^T {}^{t+\Delta t} \underline{\mathbf{t}} dA - \int_{t_V} \mathbf{B}^T {}^t \sigma dV - \mathbf{k}_{up} {}^t p \\ & & & \\ {}^{t+\Delta t} \underline{\mathbf{f}}_p &= \int_{t_A} \mathbf{H}_p^T \mathbf{n}^T {}^t \underline{\mathbf{q}} dA - \mathbf{k}_{pq} {}^t \underline{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad 6.3$$

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{f}_q = \int_{t_V} \mathbf{H}_q^T \rho_f {}^{t+\Delta t}\mathbf{b} dV - \mathbf{k}_{qp} {}^t\mathbf{p} - \mathbf{k}_{qq} {}^t\mathbf{q}$$

Детаљи о свакој од променљивих у претходним једначинама се могу наћи у литератури [619, 620]. Систем једначина коначних елемената, формиран на основу једначине 6.3, решава се инкрементално са временским кораком Δt . На тај начин се постојећи систем једначина, трансформише у систем алгебарских једначина. За временску интеграцију је примењена Њумаркова метода интеграције [621].

6.8 Резултати примене предложене методе

6.8.1 Резултати кинематске анализе дислокације тибије током хода пацијента

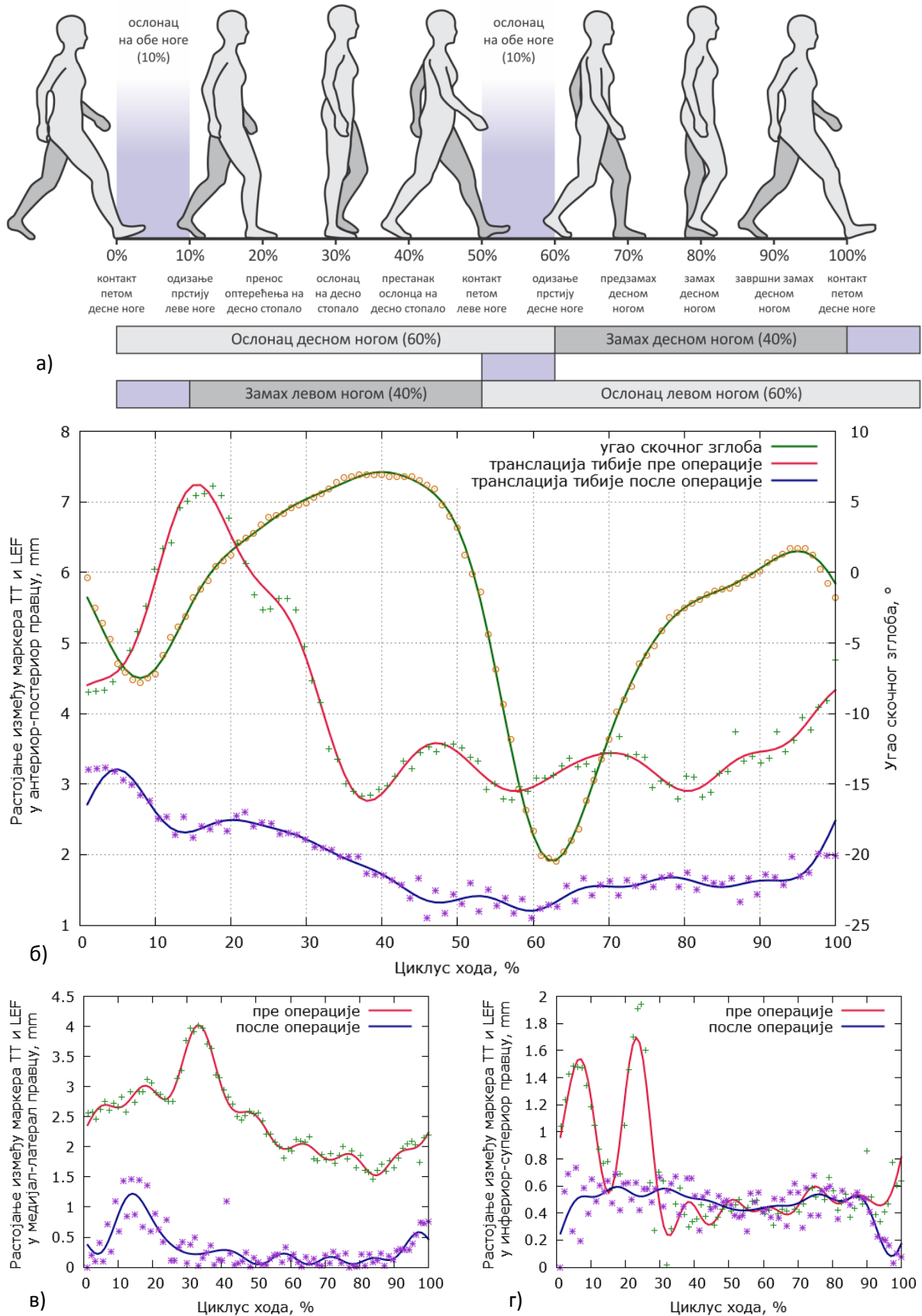
Код свих пацијената из анализиране групе, измерене вредности транслаторних померања тибије у односу на фемур (померања маркера ТТ у односу на маркер ELF), у сва три координатна правца, показала су значајно смањење после извршених оперативних захвата на предњем укрштеном лигаменту. Просечне вредности и одговарајућа стандардна одступања, дата су у табели 6.1 [615].

Табела 6.1 Транслаторна померања тибије у односу на фемур, у mm.

Време мерења у односу на оперативни захват	Анатомски правац		
	антериор-постериор	медијал-латерал	инфериор-супериор
дан раније	6.623 ± 1.436	0.656 ± 0.512	0.553 ± 0.445
после 6 недеља	3.109 ± 0.498	0.387 ± 0.324	0.122 ± 0.099

Пример који јасно илуструје успешност изведене реконструкције предњег укршеног лигамента, приказан је на слици 6.4. Црвеним и плавим кривуљама, приказана су транслаторна померања тибије у односу на фемур дуж сва три анатомска правца, један дан пре пре и шест месеци после оперативне реконструкције лигамента, респективно. Криве су добијене анализом хода једног од пацијената из анализиране групе. Издвојен је само део кинематике који одговара једном циклусу хода који је пацијент започео десном ногом. Ради лакшег тумачења, на слици 6.4а је приказана општа шема циклуса хода са назначеним карактеристичним фазама.

Поред поменутих кинематских кривих, на слици 6.4б је приказана и промена угла у скочном зглобу током циклуса хода. Ова крива има карактеристичан облик са више превојних тачака па је то чини веома погодном за јасно идентификовање појединих фаза у циклусу хода, будући да негативне вредности означавају плантарну а позитивне дорзалну флексију. Пример ове криве приказане на слици 6.4б је само илустративне природе јер не припада пацијенту ком припадају друге кинематске криве. Крива је преузета из литературе [622], с циљем да се покажу предности њеног коришћења у односу на коришћење трајекторије маркера постављеног на предњој страни глежња (лат. *astragalus anterior*, енгл. *front side of the talus* или колоквијално *center of the ankle joint*) као што је било предложено у раду [615]. Наиме, постављање само једног маркера на предњој страни глежња у мањој мери олакшава експерименталну поставку и накнадну обраду експерименталних података, али са друге стране не доноси очекиване резултате када је реч о лакоћи идентификације фаза у циклусу хода, па чак не олакшава ни идентификацију почетка и завршетка самог циклуса.



Слика 6.4 а) Општа шема једног циклуса хода, б) транслација тибије у anterior-posterior правцу и општи график промене угла у скочном зглобу током циклуса хода, в) транслација тибије у medial-lateral правцу и г) транслација тибије у inferior-superior правцу.

Резултати добијени тестирањем предложене методе на групи пацијената (види поглавље 6.3), потврђују да се транслација тибије дуж антериорно-постериорног правца [614, 623], може сматрати поузданим дијагностичким параметром када је реч о утврђивању физиолошког стања предњег укрштеног лигамента. Поред транслације у антериорно-постериорном правцу, тибија током хода транслира и у друга два анатомска правца, али у знатно мањој мери (слике 6.4в и 6.4г).

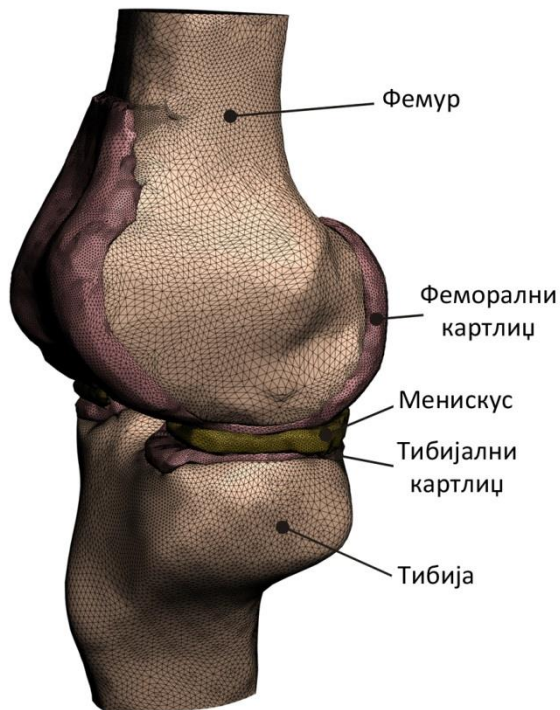
Због руптуре предњег укрштеног лигамента, тибија поред транслације изводи и интерно-екстерну ротацију [614, 624]. Колико ће та ротација износити, зависи од моторног задатка који пацијент треба да изведе. Код нормалног хода, она најчешће износи свега неколико степени, али може достићи и вредности од преко 20°, нпр. у случају силаска повређеном ногом са степеника и прављења заокрета одмах након тога [624]. Иако се ротација тибије може сматрати значајним параметром, она није уврштена као део предложене методологије, у првом реду због тога што се насупрот њој, управо транслација тибије сматра главним дијагностичким параметром код повреде ACL-а. Уосталом, и Лахманов тест, као најпризнатији дијагностички тест за утврђивање стања ACL-а, узима у обзир само транслацију тибије и начин престанка њеног клизања као поуздане показатеље степена повреде ACL-а.

На слици 6.4б се може запазити да до највеће транслације тибије долази у раној фази ослањања на повређену ногу. Будући да је фаза ослонца (60% циклуса) у циклусу хода подељена на четири подфазе [625, 626]: а) иницијални контакт, б) прихватање оптерећења (1-7%), в) међуфаза (8-32%) и г) завршна фаза (33-60%), очекивано је да се највећа транслација тибије у антериорно-постериорном правцу догоди управо у фази прихватања оптерећења. Разлози за то су следећи: а) у овој фази се тежиште тела помера ка водећој ноzi, б) водећа нога је већ оптерећена улогом апсорбера ударног оптерећења насталог због претходног контакта пете и подлоге, в) у тренутку контакта пете и подлоге, зглоб колена није у потпуно истегнутом положају, већ је савијен под углом од око 5°, г) по извршеном контакту, стопало због ексцентричне контракције дорзифлексора, плантарно флектира за око 5° због чега се повећава трење између стопала и подлоге (натколеница се за све то време налази под углом од око 20° у односу на вертикалу). Описана кинематика водеће ноге у тренутку контакта са подлогом и непосредно након тога, омогућава телу да прво петом дотакне подлогу а одмах затим и пуним стопалом. Будући да при томе центар масе тела има негативно убрзање, неки аутори [625-627] ове две фазе - фазе иницијалног контакта и прихватања оптерећења, збирно називају фазом кочења. Мишићи доњих екстремитета који најактивније учествују на „кочење“ и одржавање стабилности јесу мишићи групе квадрицепса. Општа слика хода у овој фази показује да се труп креће ка напред а да истовремено водеће стопало, условно речено, „кочи“ то кретање. Узимањем у обзир свих поменутих фактора, јасно је да је у овој фази оптерећење колена највеће, па је и транслација (исклизнуће) тибије највећа. То се јасно уочава на сликама 6.4б-г. Највеће транслаторно померање тибије је у AP правцу и наступа око прве трећине фазе ослонца и може бити видљиво и голим оком. Транслаторна померања у ML и IS правцима су значајно мања и догађају се приближно око половине трајања фазе ослонца.

Мерења транслације тибије пре и после реконструкције предњег укрштеног лигамента, јасно указују на успешност изведене операције код пацијента чији су подаци приказани на сликама 6.4б-г. После реконструкције, транслација тибије је у појединим фазама хода вишеструко смањена а пикови су значајно опали или су потпуно нестали. Субјективни утисак пацијента је да је повратио стабилност и сигурност у ходу.

6.8.2 Резултати динамичке анализе анатомских структура колена током хода пацијента (резултати компјутерског моделирања)

У овом одељку су приказани резултати компјутерских прорачуна добијени применом методологије описане у поглављу 6.7 и важе за истог пацијента за кога су у претходном одељку анализирани промене дислокације тибије условљене повредом предњег укрштеног лигамента. Одређена су стања напона и деформација у најоптерећенијим анатомским структурама зглоба колена (менискуси и картлици) за четири карактеристичне тачке у циклусу хода пацијента. Резултати су изведени за услове пре и после реконструкције ACL-а, тако да омогућавају тачно лоцирање критичних места у анатомским структурама зглоба колена.

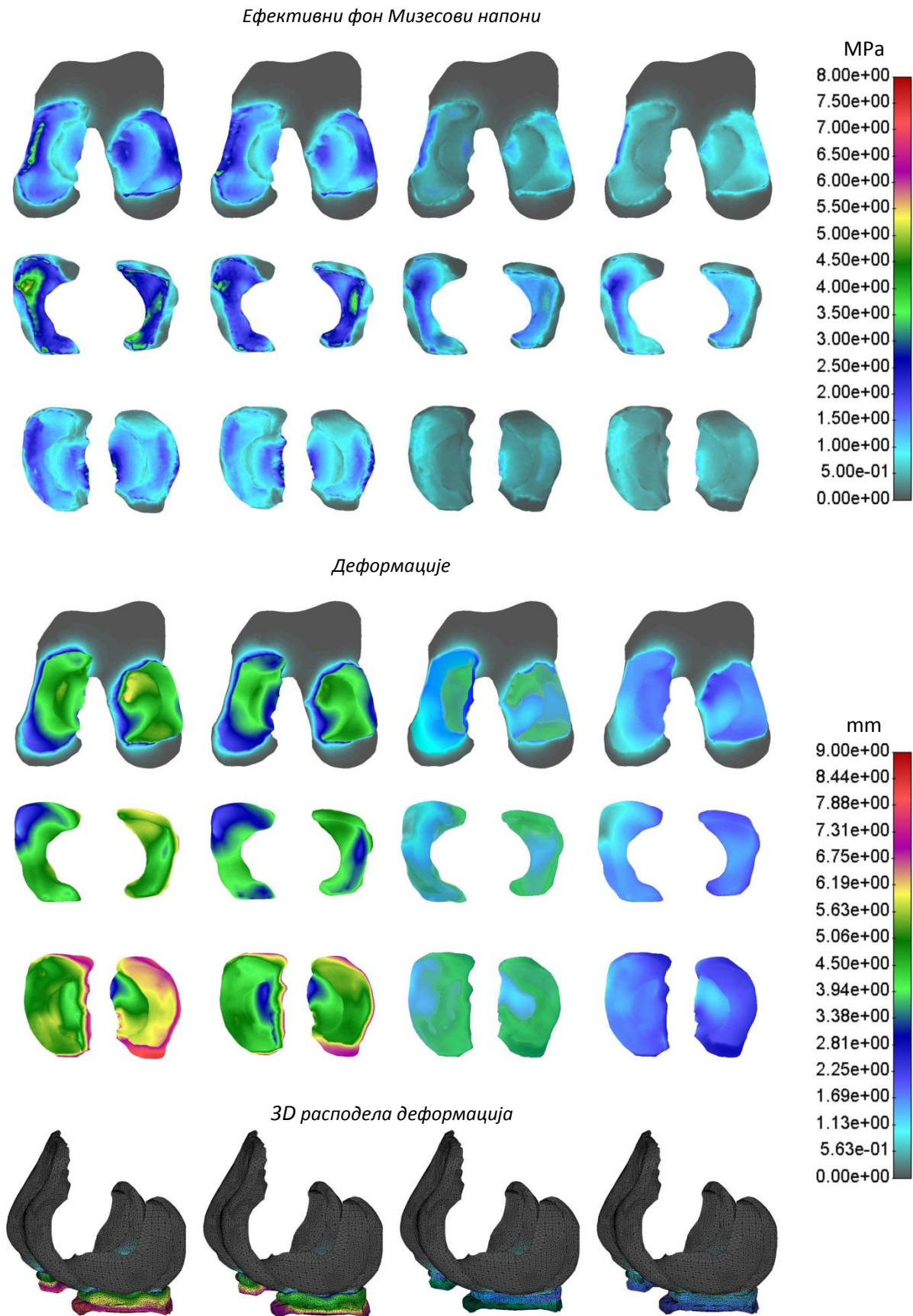


Слика 6.5 Мрежа коначних елемената модела зглоба колена.

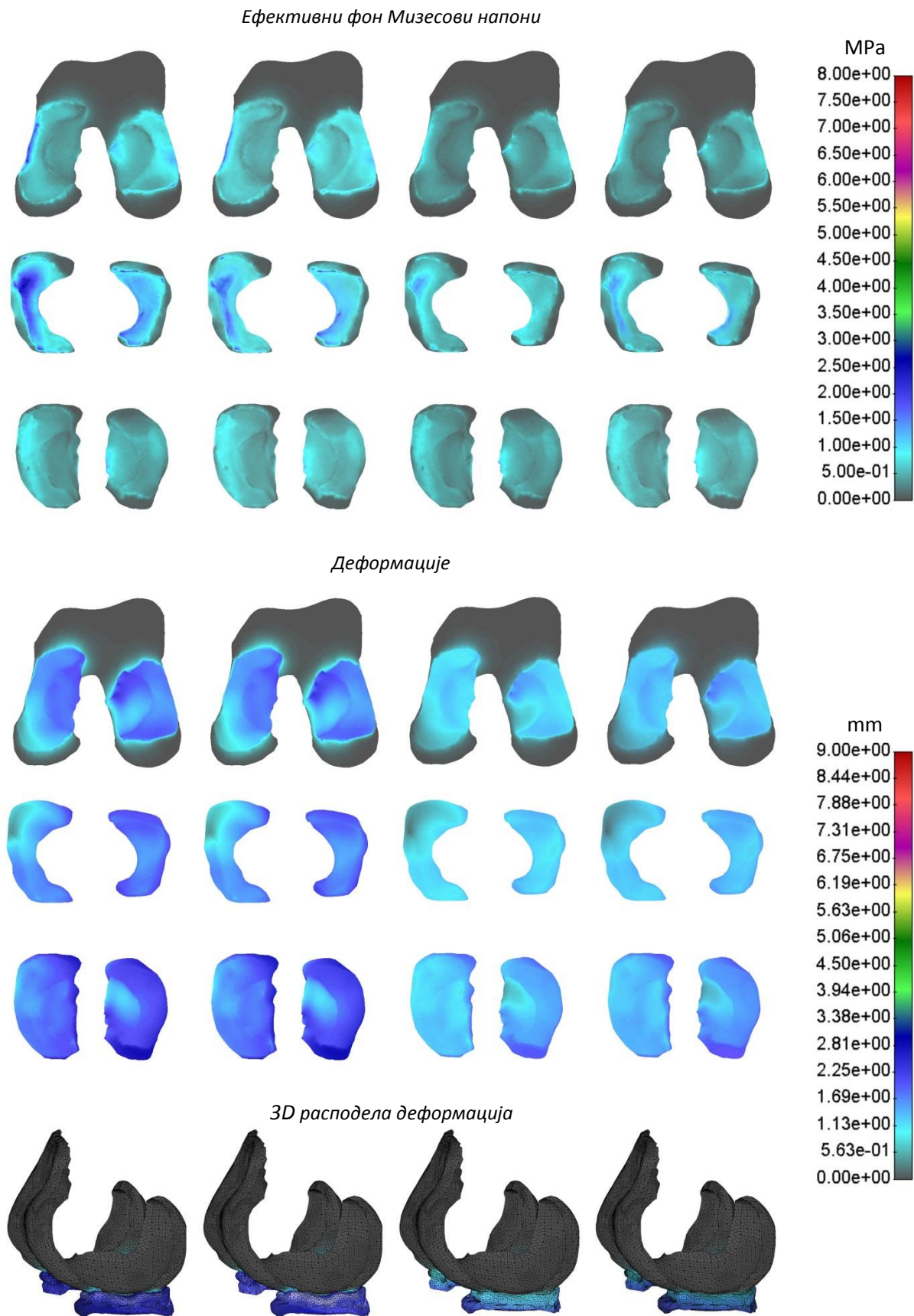
Компјутерска анализа напонског и деформационог стања у анатомским структурама зглоба колена, подразумева формирање мреже коначних елемената каква је приказана на слици 6.5. У случају пацијента чија је анализа представљена у овом поглављу, формирана је веома фина мрежа која се састоји од $\sim 10^6$ елемената. На моделу се јасно издвајају следеће анатомске структуре: фемур, феморални картлић, тибија, тибијални картлић и менискуси. Материјалне карактеристике ових структура нису својствене предметном пацијенту, већ су усвојене из литературе (одељак 6.7.2). Оптерећење зглоба колена у току хода је моделирано тако да је положај фемура увек био фиксиран, док се тибија транслаторно померала у сва три анатомска правца у складу са вредностима датим на дијаграмима на слици 6.4б-г.

На сликама 6.6 и 6.7 су приказане расподеле ефективног фон Мизесовог напона и деформација у хрскавичастим структурама зглоба колена (картлици и менискуси) пре и после реконструкције предњег укрштеног лигамента. Будући да су транслације тибије највеће у правцу у ком се пацијент креће (антериорно-постериорни правац), одабрана су следећа четири карактеристична момента у циклусу хода приказаном на слици 6.4б:

- 1) 16% циклуса хода – тренутак највеће транслације тибије у AP правцу пре реконструкције ACL-а;
- 2) 24% циклуса хода – концентрација маркера реално измерених вредности које се односе на транслацију тибије у AP правцу пре реконструкције ACL-а, јасно указује на чињеницу да је у овом тренутку дошло до потпуног ослањања на повређену ногу, а самим тим и до потпуног преноса оптерећења на њу;
- 3) 40% циклуса хода – почетак фазе отискивања. Из дијаграма се запажа да је у овом тренутку угао скочног зглоба највећи а транслација тибије најмања;
- 4) 80% циклуса хода – тренутак на средини интервала замаха повређеном ногом.



Слика 6.6 Расподеле ефективног фон Мизесовог напона и деформација у хрскавичастим структурама зглоба колена: феморалном картлици, менискусу и тибјалном картлици пре реконструкције ACL-а. Расподеле важе за временске тренутке који одговарају 16%, 24%, 40% и 80% једног циклуса хода.



Слика 6.7 Расподеле ефективног фон Мизесовог напона и деформација у хрскавичастим структурама зглоба колена: феморалном картлици, менискусу и тибјалном картлици после реконструкције ACL-а. Расподеле важе за временске тренутке који одговарају 16%, 24%, 40% и 80% једног циклуса хода.

Резултати компјутерског моделирања, поред тога што документују успешност изведене реконструкције ACL-а, јасно указују и на места која су изложена највећим напрезањима. Из расподела напона и деформација приказаних на сликама 6.6 и 6.7, може се закључити следеће:

- нормални напони су већи на медијалној страни хрскавичастих структура (лева страна на приказаним анатомским структурама) што је у сагласности са резултатима ранијих радова [608, 628, 629]. Најоптерећенија структура је медијални менискус. Овакво напонско стање је узрок чешће појаве остеоартритиса на медијалној, него на латералној страни колена [630, 631];
- највећи напони од ~ 8 МРа, достижу се на почетку циклуса хода, тј. у фази када водећа нога прихвата оптерећење. Тада је и клизање тибије највеће и износи ~ 7 mm;
- напони у хрскавичастим структурама колена после реконструкције ACL-а у односу на стање пре реконструкције, јесу значајно мањи и прилично уједначени током циклуса хода, што указује на успешност оперативног захвата;
- слично претходном запажању, будући да су после оперативног захвата напони у тибијалном картлици (слика 6.7) током целог циклуса хода веома уједначени, може се рећи да је оперативни захват био изведен веома пажљиво и да механичка оштећења која су током операције начињена на тибији и тибијалном картлици, нису имала значајнијег утицаја на напонско стање у овим структурама, као ни на квалитет хода;
- када је реч о деформационом стању у хрскавичастим структурама колена, очигледно је да су померања тибије значајно мања после реконструкције ACL-а у односу на стање пре реконструкције. Још је важнија чињеница која указује на то да су после реконструкције ACL-а, вредности трансације тибије уједначене, због чега пацијент осећа стабилност и сигурност у ходу;
- на 3D приказу хрскавичастих структура колена, као што је и очекивано, јасно се уочава да највеће деформације трпи тибијални картлиц.

6.9 Значај предложене методе и њена ограничења

Највећи значај ове методе лежи у чињеници да је њоме омогућено сагледавање напонског и деформационог стања у хрскавичастим структурама зглоба колена, неинвазивним путем. Улазни подаци су кинематика хода и MRI скен зглоба колена пацијента. Прорачун напона и деформација унутар зглоба колена, изводи се применом методе коначних елемената.

Ограничења методе се огледају пре свега у томе што се, за разлику од геометрије, материјалне карактеристике модела не односе на самог пацијента, већ морају бити усвојене из литературе. Постоји начин да се и овај детаљ унапреди, нпр. израчунавањем материјалних карактеристика на основу померања сегмената током скенирања MRI уређајем, али је то остављено за једну од следећих надоградњи методе.

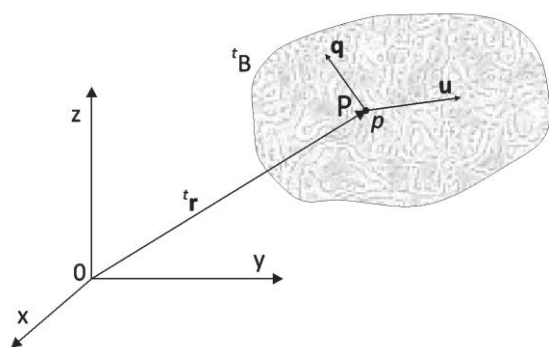
А

Модел коначних елемената којим се описује кретање флуида кроз порозне средине

Многи биолошки материјали могу бити описани као мешавине порозног солида и флуида. Неки од њих јесу: хрскавица [А1], међупршљенски диск [А2], кожа [А3], ткиво срца [А4] и тд. У тексту који следи, само ће у кратким цртама бити представљене основне једначине које третирају проблем протока флуида кроз порозну деформабилну средину [620]. Подразумева се да је флуид стишљив а да је средина кроз коју он протиче еластична и изложена малим деформацијама [А5, А6]. Текст је готово у целости преузет из литературе [619, 620].

Основне једначине

Солид се посматра као порозна деформабилна средина чије су поре у потпуности испуњене нестишљивим флуидом. Дакле, у систему солид-флуид, солид је изложен деформацијама а флуид се креће релативно у односу на његову матрицу. Нека tB означава текућу деформисану конфигурацију система солид-флуид у тренутку t и нека ${}^t\mathbf{r}$ означава



Слика А.1 Конфигурација система солид-флуид tB у временском тренутку t и променљиве у материјалној тачки P : померања солида \mathbf{u} , релативна брзина флуида у односу на солид (Дарсијева брзина) \mathbf{q} и притисак флуида p .

текућу позицију материјалне тачке P унутар тог система (слика А.1). Систем, тј. мешавина солид-флуид, се може сматрати континуумом. Физичке величине на месту материјалне тачке P којима се описују деформација солида и проток флуида, јесу: померање солида \mathbf{u} , релативна брзина флуида у односу на солид (Дарсијева брзина) \mathbf{q} и притисак флуида p . Дарсијева брзина представља запремински флукс флуида (запремина флуида која протекне у јединици времена) кроз јединичну површину мешавине солид-флуид тако да заправо представља средњу релативну брзину флуида у односу на, такође покретни, солид.

У наставку ће бити дате основне једначине које описују претходно описани спрегнути модел [620]. Најпре је дата једначина равнотеже солида:

$$(1 - n)\nabla^T \boldsymbol{\sigma}_s + (1 - n)\rho_s \mathbf{b} + \mathbf{k}^{-1} n \mathbf{q} - (1 - n)\rho_s \ddot{\mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad \text{A.1}$$

где су: $\boldsymbol{\sigma}_s$ - напон у фази солида, n - порозност, \mathbf{k} - матрица пермеабилности, ρ_s - густина солида, \mathbf{b} - запреминска сила по јединици масе, $\ddot{\mathbf{u}}$ - убрзање солида. Израз А.1, као и остали који следе, одговарају текућој конфигурацији tV и временском тренутку t , али се обично горњи леви индекс t изоставља ради поједностављивања нотације.

Једначина равнотеже фазе флуида гласи:

$$-n\nabla p + n\rho_f \mathbf{b} - \mathbf{k}^{-1} n \mathbf{q} - n\rho_f \dot{\mathbf{v}}_f = \mathbf{0} \quad \text{A.2}$$

у којој су: p - притисак у порама флуида, ρ_f - густина флуида, $\dot{\mathbf{v}}_f$ - убрзање флуида. Ова једначина је позната и као генерализани Дарсијев закон. Користећи зависност између Дарсијеве брзине \mathbf{q} и брзине флуида \mathbf{v}_f :

$$\mathbf{q} = n(\mathbf{v}_f - \dot{\mathbf{u}}) \quad \text{A.3}$$

Израз А.2 бива трансформисан у:

$$-\nabla p + \rho_f \mathbf{b} - \mathbf{k}^{-1} \mathbf{q} - \rho_f \ddot{\mathbf{u}} - \frac{\rho_f}{n} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad \text{A.4}$$

Напомена: претходне једначине равнотеже важе за јединичну запремину мешавине.

Множењем једначине А.4 са n и њеним додавањем једначини А.1, добија се једначина:

$$\nabla^T \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{b} - \rho \ddot{\mathbf{u}} - \rho_f \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad \text{A.5}$$

у којој је густина мешавине дата изразом $\rho = (1 - n)\rho_s + n\rho_f$. $\boldsymbol{\sigma}$ представља укупан напон који се може изразити у функцији $\boldsymbol{\sigma}_s$ и p :

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - n) \cdot \boldsymbol{\sigma}_s - n \mathbf{m} p. \quad \text{A.6}$$

У претходном изразу, \mathbf{m} представља константан вектор дефинисан као $\mathbf{m}^T = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]$. Њиме се указује на чињеницу да притисак утиче само на промену вредности нормалног напона. Позитивним се сматрају затежући напони као и притисак али само у случају компресије.

Следећа у низу основних једначина јесте и конститутивна једначина за солид:

$$\boldsymbol{\sigma}' = \mathbf{C}^E (\mathbf{e} - \mathbf{e}_p) \quad \text{A.7}$$

у којој је \mathbf{C}^E конститутивна матрица еластичности скелета солида, \mathbf{e} укупна деформација а \mathbf{e}_p деформација солида која је последица дејства притиска флуида [A5]:

$$\mathbf{e}_p = -\frac{\mathbf{m}}{3K_s} p. \quad \text{A.8}$$

У претходној једначини K_s представља запремински модул [619] зрнаца солида. Поред тога, $\boldsymbol{\sigma}'$ представља такозвани ефективни напон [A7] дефинисан као:

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{m} p. \quad \text{A.9}$$

Сада се једначина континуитета флуида може написати у следећем облику:

$$\nabla^T \mathbf{q} + \left(\mathbf{m}^T - \frac{\mathbf{m}^T \mathbf{C}^E \mathbf{m}}{3K_s} \right) \dot{\mathbf{e}} + \left(\frac{1 - n}{K_s} + \frac{n}{K_f} - \frac{\mathbf{m}^T \mathbf{C}^E \mathbf{m}}{9K_s^2} \right) \dot{p} = 0 \quad \text{A.10}$$

Детаљи у везани за извођење ове једначине, могу се наћи у теорији [620, 621].

Претходна једначина континуитета је написана за текућу конфигурацију и текућу порозност n . Промена порозности се може узети у обзир при инкременталној (коначни елементи) анализи, посебно када у мешавини долази до њене значајније промене. У циљу одређивања промене порозности, једначина континуитета за флуид се може написати као:

$$\nabla^T(\rho_f \mathbf{q}) + \frac{\partial(\rho_f n)}{\partial t} = 0 \quad \text{A.11}$$

Ако се искористи конститутивна једначина за флуид $\partial \rho_f / \partial t = -(\partial p / \partial t) \rho_f / K_f$, у којој је K_f модул компресибилности флуида, претходна једначина постаје:

$$\nabla^T(\rho_f \mathbf{q}) + \frac{n \rho_f}{K_f} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_f \frac{\partial n}{\partial t} = 0 \quad \text{A.12}$$

Из претходне једначине се може запазити да она третира начине промене Дарсијеве брзине, притиска и порозности.

До система једначина коначних елемената, долази се трансформацијом израза А.5 и А.10, тј. применом принципа виртуалног рада за солид [620, 621] и Галеркинове методе дискретизације парцијалних диференцијалних једначина за флуид [620, 621], респективно. Извођења претпостављају постојање великих померања и великих деформација солида. Претпоставља се и да је материјал солида еластичан са конститутивном релацијом А.7. Добијени систем једначина коначних елемената има следећи облик:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{uu} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{m}_{qu} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} {}^{t+\Delta t} \ddot{\mathbf{u}} \\ {}^{t+\Delta t} \ddot{\mathbf{p}} \\ {}^{t+\Delta t} \ddot{\mathbf{q}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{c}_{uq} \\ \mathbf{c}_{pu} & \mathbf{c}_{pp} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{c}_{qq} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} {}^{t+\Delta t} \dot{\mathbf{u}} \\ {}^{t+\Delta t} \dot{\mathbf{p}} \\ {}^{t+\Delta t} \dot{\mathbf{q}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{uu} & \mathbf{k}_{up} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{k}_{pq} \\ 0 & \mathbf{k}_{qp} & \mathbf{k}_{qq} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{u} \\ \Delta \mathbf{p} \\ \Delta \mathbf{q} \end{Bmatrix} \\ & = \begin{Bmatrix} {}^{t+\Delta t} \mathbf{f}_u \\ {}^{t+\Delta t} \mathbf{f}_p \\ {}^{t+\Delta t} \mathbf{f}_q \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad \text{A.13}$$

Матрице и вектори у претходној једначини имају следеће облике:

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{uu} &= \int_{t_V} \mathbf{H}_u^T \rho \mathbf{H}_u dV & \mathbf{m}_{qu} &= \int_{t_V} \mathbf{H}_q^T \rho_f \mathbf{H}_u dV \\ \mathbf{c}_{uq} &= \mathbf{m}_{qu}^T = \int_{t_V} \mathbf{H}_u^T \rho_f \mathbf{H}_q dV & \mathbf{c}_{pu} &= - \int_{t_V} \mathbf{H}_p^T \left(\mathbf{m}^T - \frac{\mathbf{m}^T \mathbf{C}^E}{3K_s} \right) {}^t \mathbf{B} dV \\ \mathbf{c}_{pp} &= - \int_{t_V} \mathbf{H}_p^T \left(\frac{1-n}{K_s} + \frac{n}{K_f} - \frac{\mathbf{m}^T \mathbf{C}^E \mathbf{m}}{9K_s^2} \right) \mathbf{H}_p dV & \mathbf{c}_{qq} &= \int_{t_V} \mathbf{H}_q^T \frac{\rho_f}{n} \mathbf{H}_q dV \\ \mathbf{k}_{uu} &= \int_{t_V} {}^t \mathbf{B}^T \mathbf{C}^E {}^t \mathbf{B} dV & \mathbf{k}_{up} &= \mathbf{c}_{pu}^T = \int_{t_V} {}^t \mathbf{B}^T \left(\frac{\mathbf{C}^E \mathbf{m}}{3K_s} - \mathbf{m} \right) \mathbf{H}_p dV \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{k}_{pq} &= \int_{t_V} \mathbf{H}_p^T \mathbf{H}_{q,x} dV & \mathbf{k}_{qp} &= \mathbf{k}_{pq}^T = \int_{t_V} \mathbf{H}_{q,x}^T \mathbf{H}_p dV & \text{A.14} \\
\mathbf{k}_{qq} &= \int_{t_V} \mathbf{H}_q^T \mathbf{k}^{-1} \mathbf{H}_q dV \\
{}^{t+\Delta t} \mathbf{f}_u &= \int_{t_V} \mathbf{H}_u^T \rho^{t+\Delta t} \mathbf{b} dV + \int_{t_A} \mathbf{H}_u^T {}^{t+\Delta t} \mathbf{t} dA - \int_{t_V} \mathbf{B}^T {}^t \sigma dV - \mathbf{k}_{up} {}^t p \\
{}^{t+\Delta t} \mathbf{f}_p &= \int_{t_A} \mathbf{H}_p^T \mathbf{n}^T {}^t \mathbf{q} dA - \mathbf{k}_{pq} {}^t \mathbf{q} \\
{}^{t+\Delta t} \mathbf{f}_q &= \int_{t_V} \mathbf{H}_q^T \rho_f^{t+\Delta t} \mathbf{b} dV - \mathbf{k}_{qp} {}^t p - \mathbf{k}_{qq} {}^t \mathbf{q}
\end{aligned}$$

У претходним изразима \mathbf{H}_q^T је интерполациона матрица за релативну брзину флуида \mathbf{q} , \mathbf{H}_p^T је интерполациона матрица за притисак флуида, ${}^t \mathbf{B}$ је трансформациона матрица између деформација и померања [A8]. Непознате величине по чворовима коначних елемената јесу: померања солида $\underline{\mathbf{u}}$, релативне брзине флуида $\underline{\mathbf{q}}$ и притисци флуида \underline{p} . Граничне услове чине: општи гранични услови за солид, релативне брзине и површински притисци.

Закључак

Резултати дисертације се могу поделити на оне који представљају новост у научном смислу и на оне који представљају имплементацију постојећих научних метода и модела. У прву групу спадају неки од резултата биомеханичких анализа скокова представљених у главама 2 и 3. Такође, новином се може сматрати и предложена клиничка метода за неинвазивно и прецизно одређивање степена повреде предњег укрштеног лигамента, која је представљена у шестој глави. У другу групу резултата спада програмска имплементација *teap-shift* алгоритма и његових побољшања. Програм је успешно примењен на реалном тест примеру праћења кретања играча на фудбалској утакмици. У тексту који следи, таксативно ће бити набројани најважнији научни и инжењерски доприноси, проистекли из истраживања и анализа представљених у дисертацији.

Глава 2 *Утицај фреквенције и интензитета извођења поскока на крутост ногу*

- ✓ Висина претходно изведеног поскока утиче на максималну висину наредног поскока. То се највише огледа кроз повећано ангажовање скочног зглоба на вишим фреквенцијама (2.2 Hz), односно кроз повећано ангажовање зглоба колена на оптималној (природној) фреквенцији (~1.43 и ~1.81 Hz за кретне задатке МХ и Р₃МХ, респективно).
- ✓ Није запажен статистички значајан утицај висине претходног поскока на вертикалну крутост система.

Глава 3 *Вертикални суножни скокови: СМЈ & ДЈ*

- ✓ При извођењу ДЈ скокова, висина платформе има, али висина одраза нема значајнијег утицаја на преактивацију мишићно-тетивног комплекса доњих екстремитета; преактивација расте са повећањем висине платформе.
- ✓ Са повећањем висине платформе код ДЈ скокова, повећава се и ниво мишићне активације у раној фази контакта са подлогом.
- ✓ Висина одраза код ДЈ скокова, веома утиче на ниво мишићне активације у раним фазама контакта, али само онда када се скокови изводе са висине платформе од 20 cm.
- ✓ Висина одраза ДЈ скокова, утиче на мишићну активацију у каснијим фазама контакта.
- ✓ Вертикална крутост ДЈ скокова се повећава са повећањем висине платформе а смањује са повећањем висине одраза.
- ✓ И код ДЈ, и код СМЈ скокова, утицај на зглобове кука и колена се огледа у повећању флексије ових зглобова са повећањем висине одраза, као и у значајном повећању екстензионог момента у зглобу кука.
- ✓ Висина одраза не утиче на флексију скочног зглоба нити код ДЈ, нити код СМЈ скокова.

Глава 5 *Компјутерско праћење кретања играча на видео снимцима утакмица*

- ✓ Развијен је нови софтвер за праћење кретања играча на фудбалским утакмицама. Примењени алгоритам је *Corrected Mean Shift*.
- ✓ Трајекторије играча на тест примеру једног сегмента реалне фудбалске утакмице су исправно забележене без икаквих додатних корекција.

Глава 6 *Нова клиничка метода за неинвазивно одређивање степена повреде ACL-а*

- ✓ Представљена је нова клиничка метода за неинвазивно и прецизно одређивање степена повреде предњег укршеног лигамента (ACL). Применом методе коначних елемената, омогућен је преглед расподеле напона и деформација у хрскавичастим структурама колена пре и после реконструкције ACL-а.
- ✓ Приказани су резултати анализе квалитета реконструкције ACL-а реалног пацијента. Резултати показују очигледно и мерљиво: а) смањење транслације тибије у односу на фемур у току једног циклуса хода и б) смањење напона и деформација у хрскавичастим структурама зглоба колена.

Литература

- [101] Hamill J., Knutzen M. K.: *Biomechanical Basis of Human Movement*, 3rd Edition, Lippincott Williams & Wilkins, 2009.
- [102] Nordin M., Frankel V. H.: *Biomechanics of the hip*, Basic Biomechanics of the Musculoskeletal System. Philadelphia: Lea & Febiger, 135-152, 1989.
- [103] Soderberg G. L.: *Kinesiology: Application to Pathological Motion*, Baltimore: Williams & Wilkins, 243-266 (1986).
- [104] Saudek C. E.: *The hip*, Orthopedic and Sports Physical Therapy. St. Louis: Mosby, 365-407, 1985.
- [105] Nyland J. et al: *Femoral anteversion influences vastus medialis and gluteus medius EMG amplitude: Composite hip abductor EMG amplitude ratios during isometric combined hip abduction-external rotation*, Journal of Electromyography and Kinesiology, 14:255-261 (2004).
- [106] Markhede G., Grimby G.: *Measurement of strength of the hip joint muscles*, Scandinavian Journal of Rehabilitative Medicine, 12:169-174, 1980.
- [107] Wallace L. A., et al.: *The knee*, In J. Gould, G. J. Davies (Eds.). Orthopedic and Sports Physical Therapy, St. Louis: Mosby, 342-364, 1985.
- [108] Segal P., Jacob M.: *The Knee*, Chicago: Year Book Medical, 1973.
- [109] Ilić D., Mrdaković V.: *Neuromehaničke osnove pokreta*, Beograd: MST Gajić, 2009.
- [110] Kurt T. Manal, Thomas S. Buchanan: *Biomechanics of human movement*, Ch6 from the book: *Biomedical Engineering and Design Handbook, Vol. 1: Fundamentals*, 2nd Edition, Editor Myer Kutz, The McGraw-Hill Companies, Inc., 2009.
- [111] Marcug G. Pandy, Jonathan S. Merritt, Ronald E. Barr: *Biomechanics of the Musculoskeletal System*, Ch7 from the book: *Biomedical Engineering and Design Handbook, Vol. 1: Fundamentals*, 2nd Edition, Editor Myer Kutz, The McGraw-Hill Companies, Inc., 2009.
- [112] Zajac F. E.: *Muscle and tendon: properties, models, scaling and application to the biomechanics of motor control*, Critical Reviews in Biomedical Engineering, CRC Press, 17:359-411, 1989.
- [113] Pandy M. G. and Zajac F. E.: *Optimal muscular coordination strategies for jumping*, Journal of Biomechanics, 24:1-10, 1991.
- [114] Hill A. V.: *The heat of shortening and the dynamic constants of muscle*, Proceedings of the Royal Society of London, Series B, 126:136-195, 1938.
- [115] Huxley A. F.: *Muscle structure and theories of contraction*, Progress in Biophysical Chemistry, 7:255-318, 1957.
- [116] Huxley A. F. and Simmons R. M.: *Proposed mechanism of force generation in striated muscle*, Nature, 233:533-538, 1971.
- [117] Zahalak G. I.: *A comparison of the mechanical behavior of the cat soleus muscle with a distribution-moment model*, Journal of Biomechanical Engineering, 108:131-140, 1986.

- [118] Zahalak G. I.: *The two-state cross-bridge model of muscle is an asymptotic limit of multi-state models*, Journal of Theoretical Biology, 204:67-82, 2000.
- [119] Maurice R., Yeadon and Mark A. King: *Computer simulation modelling in sport*, Ch9 from the book: Biomechanical Evaluation of Movement in Sport and Exercise, Editors: Carl J. Payton and Roger M. Bartlett, Routledge, 2008.
- [120] Dempster W. T.: *Space requirements of the seated operator*, WADC Technical Report, Wright-Patterson Air Force Base, 55-159, 1955.
- [121] Clauser C. E.: *Weight, volume, and center of mass of segments of the human body*, AMRL Technical Report, Wright-Patterson Air Force Base, 69-70, 1969.
- [122] McMahon T. A., Cheng G. C.: *The mechanics of running: how does stiffness couple with speed?*, Journal of Biomechanics, 23:65-78, 1990.
- [123] Ferris D. P., Farley C. T.: *Interaction of leg stiffness and surface stiffness during human hopping*, Journal of Applied Physiology, 82:15-22, 1997.
- [124] McMahon T. A., Valiant G., Frederick E. C.: *Groucho running*, Journal of Applied Physiology, 62:2326-2337, 1987.
- [125] Cavagna G., Franzetti P., Heglund N., Willems P.: *The determinants of the step frequency in running, trotting and hopping in man and other vertebrates*, The Journal of Physiology, 399:81-92, 1988.
- [126] Günther M., Blickhan R.: *Joint stiffness of the ankle and the knee in running*, Journal of Biomechanics, 35:1459-1474, 2002.
- [127] Kuitunen S., Komi P. V., Kyröläinen H.: *Knee and ankle joint stiffness in spring running*, Medicine & Science in Sports & Exercise, 34(1):166-173, 2002.
- [128] Farley C. T., Houdijk H. H. P., Van Strein C., Louie M.: *Mechanism of leg stiffness adjustment for hopping on surfaces of different stiffnesses*, Journal of Applied Physiology, 85:1044-1055, 1998.
- [129] Brughelli M., Cronin J.: *A review of research on the mechanical stiffness in running and jumping: methodology and implications*, Scandinavian Journal of Medicine and Science in Sports, 18(4):417-426, 2008.
- [130] Morin J., Dalleau G., Kyrolainen H., Jeannin T., Belli A.: *A simple method for measuring stiffness during running*, Journal of Applied Biomechanics, 21(2):167-180, 2005.
- [131] Serpell G. B., Ball B. N., Scarvell M. J., Smith N. P.: *A review of models of vertical, leg, and knee stiffness in adults for running, jumping or hopping tasks*, Journal of Sports Sciences, 30(13):1347-1363, 2012.
- [132] Arampatzis A., Brüggemann G., Metzler V.: *The effect of speed on leg stiffness and joint kinetics in human running*, Journal of Biomechanics, 32:1349-1353, 1999.
- [133] Stefanyshyn D., Nigg B.: *Dynamic angular stiffness of the ankle joint during running and sprinting*, Journal of Applied Biomechanics, 14:292-299, 1998.
- [134] Farley C., Glasheen J., McMahon T.: *Running springs: speed and animal size*, Journal of Experimental Biology, 185:71-86, 1993.
- [135] Linthorne P. N.: *Analysis of standing vertical jumps using a force platform*, Association of Physics Teachers, (2001).
- [201] Blickhan R.: *The spring-mass model for running and hopping*, Journal of Biomechanics, 22:1217-1227, 1989.

- [202] Farley C. T., Blickhan R., Saito J., Taylor C. R.: *Hopping frequency in humans: a test of how springs set stride frequency in bouncing gaits*, Journal of Applied Physiology, 71:2127-2132, 1991.
- [203] Auyang A. G., Yen J. T., Chang Y. H.: *Neuromechanical stabilization of leg length and orientation through interjoint compensation during human hopping*, Experimental Brain Research, 192:253-264, 2009.
- [204] Demirbüken I., Yurdalan S. U., Savelberg H., Meijer K.: *Gender specific strategies in demanding hopping conditions*, Journal of Sports Science and Medicine, 8:265-270, 2009.
- [205] Arampatzis A., Schade F., Walsh M., Brüggemann G. P.: *Influence of leg stiffness and its effect on myodynamic jumping performance*, Journal of Electromyography and Kinesiology, 11:355-364, 2001.
- [206] Farley C. T., Morgenroth D. C.: *Leg stiffness primarily depends on ankle stiffness during human hopping*, Journal of Biomechanics, 32:267-273, 1999.
- [207] Granata K. P., Padua D. A., Wilson S. E.: *Gender differences in active musculoskeletal stiffness. Part II. Quantification of leg stiffness during functional hopping tasks*, Journal of Electromyography and Kinesiology, 12:127-135, 2001.
- [208] Mrdakovic V., Ilic D., Vulovic R., Matic M., Jankovic N., Filipovic N.: *Leg stiffness adjustment during hopping at different intensities and frequencies*, Acta of Bioengineering and Biomechanics, 16(3):69-76, 2014.
- [209] Kuitunen S., Ogiso P. K., Komi V.: *Leg and joint stiffness in human hopping*, Scandinavian Journal of Medicine and Science in Sports, 21:159-167, 2010.
- [210] Hobara H., Kanosue K., Suzuki S.: *Determinants of difference in leg stiffness between endurance- and power-trained athletes*, Journal of Biomechanics, 41:506-514, 2008.
- [211] Hobara H., Inoue K., Omuro K., Muraoka T., Kanosue K.: *Determinant of leg stiffness during hopping is frequency dependent*, European Journal of Applied Physiology, 111:2195-2201, 2011.
- [212] Hobara H., Muraoka T., Omuro K., Gomi K., Sakamoto M., Inoue K., Kanosue K.: *Knee stiffness is a major determinant of leg stiffness during maximal hopping*, Journal of Biomechanics, 42:1768-1771, 2009.
- [213] Ishikawa M., Niemelä E., Komi P. V.: *Interaction between fascicle and tendinous tissues in short-contact stretch-shortening cycle exercise with varying eccentric intensities*, Journal of Applied Physiology, 99:217-223, 2005.
- [214] Vanrenterghem J., Lees A., Lenoir M., Aerts P., De Clercq D.: *Performing the vertical jump: movement adaptations for submaximal jumping*, Human Movement Science, 22:713-727, 2004.
- [215] Hunter J. P., Marshall R. N.: *Effects of power and flexibility training on vertical jump technique*, Medicine and Science in Sports and Exercise, 34:478-486, 2002.
- [216] Hoy M. G., Zajac F. E., Gordon M. E.: *A musculoskeletal model of the human lower extremity: the effect of muscle, tendon, and moment arm on the moment-angle relationship of musculotendon actuators at the hip, knee, and ankle*, Journal of Biomechanics, 23:157-169, 1990.
- [217] Asmussen E., Bonde-Petersen F.: *Storage of elastic energy in skeletal muscles in man*, Acta Physiologica Scandinavica, 3:385-392, 1974.
- [218] Komi P. V., Bosco C.: *Utilization of stored elastic energy in leg extensor muscles by men and women*, Medicine and Science in Sports and Exercise, 10:261-265, 1978.

- [219] Mrdakovic V., Ilic D., Jankovic N., Rajkovic Z., Stefanovic D.: *Pre-activity modulation of lower extremity muscles within different types and heights of deep jump*, Journal of Sports Science and Medicine, 7:269-278, 2008.
- [220] Pietraszewski B., Rutkowska-Kucharska A.: *Relative power of lower limbs in drop jump*, Acta of Bioengineering and Biomechanics, 13(1):13-18, 2011.
- [221] Struzik A., Zawadzki J.: *Leg stiffness during phases of countermovement and take-off in vertical jump*, Acta of Bioengineering and Biomechanics, 15(2):113-118, 2013.
- [301] Wilt F.: *Plyometrics – What is it and how it works*, Modern athlete and coach, 16:9-12, 1978.
- [302] Santello M.: *Review of motor control mechanisms underlying impact absorption from falls*, Gait & Posture, 21: 85-94, 2005.
- [303] Taube W., Leukel C., Gollhofer A.: *How neurons make us jump: the neural control of stretch-shortening cycle movements*, Exercise and Sport Sciences Reviews, 40(2):106-115, 2012.
- [304] Cavagna G.: *Storage and utilization of elastic energy in skeletal muscle*, Exercise and Sport Sciences Reviews. 5:89-129, 1977.
- [305] Enoka R.: *Neuromechanics of human movement*, 4th Edition, Human Kinetics Publishers, 2008.
- [306] Brockett C., Morgan D., Proske U.: *Predicting hamstring strain injury in elite athletes*, Medicine & Science in Sports & Exercise, 36:379-387, 2004.
- [307] Bobbert F. M and Casius L. J. Richard: *Spring-like leg behaviour, musculoskeletal mechanics and control in maximum and submaximum height human hopping*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series B, Biological Sciences 366(1570):1516-1529, 2011.
- [308] Hobara H., Inoue K., Muraoka T., Omuro K.: *Leg stiffness adjustment for a range of hopping frequencies in humans*, Journal of Biomechanics, 43(3):506-511, 2010.
- [309] Leukel C., Taube W., Lorch M., Gollhofer A.: *Changes in predictive motor control in drop-jumps based on uncertainties in task execution*, Human Movement Science, 31(1):152-160, 2012.
- [310] Mrdakovic V., Pazin N., Vulovic R., Filipovic N., Ilic D.: *Neuromuscular control mechanisms in submaximal drop jumps: The effects of volitional effort demands and drop height magnitude*, Human movement science, in press, 2015.
- [311] Ruan M., Li L.: *Approach run increases preactivation and eccentric phases muscle activity during drop jumps from different drop heights*, Journal of Electromyography & Kinesiology, 20:932-938, 2010.
- [312] Ishikawa M., Komi P. V.: *Effects of different dropping intensities on fascicle and tendinous tissue behavior during stretch-shortening cycle exercise*, Journal of Applied Physiology, 91:848-852, 2004.
- [313] Peng H. Te, Kernozek T. W., Song C. Y.: *Quadriceps and hamstring activation during drop jumps with changes in drop height*, Physical Therapy in Sport, 12:127-132, 2011.
- [401] Bovik A.: *Handbook of Image and Video Processing*, Academic Press, 2000.
- [402] Efford N.: *Digital Image Processing – A Practical Introduction Using Java*, Addison Wesley, 2000.
- [403] Parker J. R.: *Algorithms for Image Processing and Computer Vision*, 2nd Ed, John Wiley & Sons, 2010.
- [404] Sonka M., Hlavac V., Boyle R.: *Image Processing. Analysis and Machine Vision*, 3rd Ed, CL-Engineering, 2007.

- [405] Burger W., Burge M.: *Digital Image Processing – An Algorithmic Introduction using Java*, 1st Ed, Springer, 2008.
- [406] Popović M.: *Digitalna obrada slike*, Akademska Misao, 2006.
- [407] Burger W., Burge J. M.: *Principles of Digital Image Processing, Core Algorithms*, Springer, 2009.
- [408] Filipović N., Vulović R., Peulić A., Radaković R., Kosanić Dj., Ristić B.: *Noninvasive determination of deformation and stress inside knee cartilage during jumping on the force plate*, Journal of Sports Science and Medicine (JSSM), 2009.
- [409] Canonis K.: *A Review of Visual Tracking*, Technical Report CSE-2008-07, Department of Computer Science and Engineering and the Centre for Vision Research, York University, Toronto, Canada, 2008.
- [410] Yilmaz A., Javed O., Shah M.: *Object Tracking: A Survey*, ACM Computing Surveys, 38(4), Article 13, 2006.
- [411] Duda R., Hart P., Stork D.: *Pattern Classification*, 2nd Ed, John Wiley & Sons, 2001.
- [501] Wang J., Yagi Y.: *Integrating shape and color features for adaptive real-time object tracking*, International Conference on Robotics and Biomimetics, pp: 1-6, Kunming, China, 2006.
- [502] Jeong M. H., You B. J., Lee W. H.: *Color region tracking against brightness changes*, 19th Australian Joint Conference on Artificial Intelligence, Lecture Notes in Computer Science, Springer, 4304:536-545, Hobart, Australia, 2006.
- [503] Han R., Jing Z., Xiao G.: *Probabilistic motion switch tracking method based on mean shift and double model filters*, 4th International Symposium on Neural Networks, Advances in neural networks, 2:705-714, Nanjing, China, 2007.
- [504] Bradski G. R.: *Computer vision face tracking for use in a perceptual user interface*, Intel Technology Journal, 2, 1998.
- [505] Allen J. G., Xu R. Y. D. and Jin J. S.: *Object tracking using camshift algorithm and multiple quantized feature spaces*, Pan-Sydney Area Workshop on Visual Information Processing, pp. 3-7, 2004.
- [506] Comaniciu D., Ramesh V., and Meer P.: *Real-time tracking of non-rigid objects using mean shift*, IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2:142-149, 2000.
- [507] Comaniciu D., Meer P.: *Mean shift: A robust approach toward feature space analysis*, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 24:603-619, 2002.
- [508] Comaniciu D., Ramesh V. and Meer P.: *Kernel-based object tracking*, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 25(5):564-579, 2003.
- [509] Artner H. M.: *A comparison of mean shift tracking methods*, 12th Central European Seminar on Computer Graphics, pp. 197-204, 2008.
- [510] Gevers T.: *Color in image search engines*, Survey on color for image retrieval from Multimedia Search, Published in Visual Information Retrieval, Springer Verlag, London, 2001.
- [511] Uemura H., Tan J. K., Ishikawa S.: *A robust color tracker employing a two-dimensional color histogram with an anisotropic asymmetric gaussian distribution model*, TENCON 2006. IEEE Region 10 Conference, pp. 1-4, Hong Kong, China, November 2006.
- [512] Sorenson H. W.: *Least-squares estimation: from Gauss to Kalman*, IEEE Spectrum, 7:63-68, 1970.
- [513] Welch G. and Bishop G.: *An introduction to the Kalman filter*, Technical report, University of North Carolina, Chapel Hill, NC, USA, 1995.

- [514] Chang C. and Ansari R.: *Kernel particle filter for visual tracking*, IEEE Signal Processing Letters, 12(3):242-245, March 2005.
- [515] Nummiaro K., Koller-Meier E., Van Gool L. J.: *Object tracking with an adaptive color-based particle filter*, 24th DAGM Symposium on Pattern Recognition, Springer-Verlag, pp. 353-360, London, UK, 2002.
- [516] Pérez P., Hue C., Vermaak J., Gangnet M.: *Color-based probabilistic tracking*, ECCV, Springer-Verlag, 1:661-675, London, UK, 2002.
- [517] Baviskar S. P., Ujgare N. S.: *Kernel based object tracking using mean shift method*, IJCA Proceedings on International Conference in Computational Intelligence, Published by Foundation of Computer Science, New York, USA, 2012.
- [518] Jeyakar J., Babu R. and Ramakrishnan K. R.: *Robust object tracking with background-weighted local kernels*, Computer Vision and Image Understanding, 112(3):296-309, 2009.
- [519] Li L. and Feng Z.: *An efficient object tracking method based on adaptive nonparametric approach*, Opto-Electronics Review, 13(4):325-330, 2005.
- [520] Allen J., Xu R. and Jin J.: *Mean shift object tracking for a SIMD computer*, Proc. International Conference on Information Technology and Applications, Sydney, Australia, 1:692-697, 2005.
- [521] Ning J., Zhang L., Zhang D. and Wu C.: *Robust mean shift tracking with corrected background-weighted histogram*, IET Computer Vision, 6(1):62-69, 2012.
- [522] Leichter I.: *Mean shift trackers with cross-bin metrics*, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 34(4):695-706, 2012.
- [523] Bronshtein I. N. and Semendyayev K. A.: *Handbook of mathematics*, 3rd Ed., Springer-Verlag, Berlin, 2007.
- [524] Jiang L., Huang R., Sang N.: *Robust mean shift tracking with improved Background-weighted histogram*, Proceedings of International Symposium on Multispectral Image Processing and Pattern Recognition (MIPPR'11), 2011.
- [601] Pavlović A.: *Povrede mekih struktura zgloba kolena*, Naša knjiga, Beograd, 2012.
- [602] Li G., Lopez O., Rubash H.: *Reliability of a 3D finite element model constructed using magnetic resonance images of a knee for joint contact stress analysis*, Journal of Biomechanical Engineering, 123:341-346, 2001.
- [603] Li G., Suggs J., Gill T.: *The effect of anterior cruciate ligament injury on knee joint function under a simulated muscle load: a three-dimensional computational simulation*, Annals of Biomedical Engineering, 30:713-720, 2002.
- [604] Andriacchi T. P., Briant P. L., Beville S. L., Koo S.: *Rotational changes at the knee after ACL injury cause cartilage thinning*, Clinical Orthopedics and Related Research, 442:39-44, 2006.
- [605] Bachrach N. M., Valhmu W. B., Stazzone E., Ratcliffe A., Lai W. M., Mow V. C.: *Changes in proteoglycan synthesis of chondrocytes in articular cartilage are associated with the time dependent changes in their mechanical environment*, Journal of Biomechanics, 28:1561-1569, 1995.
- [606] Shelburne K. B., Pandy M. G., Torry M.: *Comparison of shear forces and ligament loading in the healthy and ACL-deficient knee during gait*, Journal of Biomechanics, 37:313-319, 2004.
- [607] Yao J., Snibbe J., Maloney M., Lerner A. L.: *Stresses and strains in the medial meniscus of an ACL deficient knee under anterior loading: a finite element analysis with image-based experimental validation*, Journal of Biomechanical Engineering, 128:135-141, 2006.

- [608] Yang N. H., Canavan P. K., Nayeb-Hashemi H., Najafi C., Vaziri A.: *Protocol for constructing subject-specific biomechanical models of knee joint*, Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering, 13:589-603, 2010.
- [609] Matic A., Ristic B., Devedžić G., Filipović N., Petrović S., Mijailović N., Ćuković S.: *Gait analysis in patients with chronic anterior cruciate ligament injury*, Serbian Journal of Experimental and Clinical Research, 13(2):49-54, 2012.
- [610] Brandsson S., Karlsson J., Swärd L., Kartus J., Eriksson B.I., Kärrholm J.: *Kinematics and Laxity of the Knee Joint After Anterior Cruciate Ligament Reconstruction*, The American Journal of Sports Medicine, 30:361-367, 2002.
- [611] Isaac D. I., Beard D. J., Price A. J., Rees J., Murray D. W., Dodd C. A. F.: *In-vivo sagittal plane knee kinematics: ACL intact, deficient and reconstruction knees*, The Knee, 12:25-31, 2005.
- [612] Gao B., Cordova M. L., Zheng N. N.: *Three-dimensional joint kinematics of ACL-deficient and ACL-reconstructed knees during stair ascent and descent*, Human Movement Science, 31:222-235, 2012.
- [613] Manal K., McClay Davis I., Galinat B., Stanhope S.: *The accuracy of estimating proximal tibial translation during natural cadence walking: bone vs. skin mounted targets*, Clinical Biomechanics, 18:126-131, 2003.
- [614] Scanlan S. F., Chaudhari A. M. W., Dyrby C. O., Andriacchi T. P.: *Differences in tibial rotation during walking in ACL reconstructed and healthy contralateral knees*, Journal of Biomechanics, 42:1817-1822, 2010.
- [615] Filipović N., Isailović V., Nikolić D., Peulić A., Mijailović N., Petrović S., Ćuković S., Vulović R., Matic A., Zdravković N., Devedžić G., Ristic B.: *Biomechanical Modeling of Knee for Specific Patients with Chronic Anterior Cruciate Ligament Injury*, Computer Science and Information Systems, ComSIS, 10(1):525-545, 2013.
- [616] Rho J. Y., Hobatho M. C., Ashman R. B.: *Relations of Mechanical Properties to Density and CT Numbers in Human Bone*, Medical Engineering & Physics, 17(5):347-355, 1995.
- [617] LeRoux M. A., Setton L. A.: *Experimental and biphasic FEM determinations of the material properties and hydraulic permeability of the meniscus in tension*, ASME Journal of Biomechanical Engineering, 124:315-321, 2002.
- [618] Lee M., Hyman W.: *Modeling of failure mode in knee ligaments depending on the strain rate*, BMC musculoskeletal disorders, 3:3, 2002.
- [619] Kojić M., Filipović N., Stojanović B., Kojić N.: *Computer modeling in bioengineering*, John Wiley & Sons, Chichester, England, 2007.
- [620] Филиповић Н.: *Нумеричко решавање спрегнутих проблема деформабилног тела и флуида*, Докторска дисертација, Универзитет у Крагујевцу, Машински факултет, јул 1999.
- [621] Kojić M., Slavković R., Živković M., Grujović N.: *Metod konačnih elemenata I – Линеарна анализа*, Графички атеље „Сквер“, Крагујевац, 1998.
- [622] Winter D.: *Biomechanics and motor control of human movement*, 4th Edition, John Wiley & Sons, 2009.
- [623] Kvist J.: *Tibial translation in exercises used early in rehabilitation after anterior cruciate ligament reconstruction exercises to achieve weight-bearing*, Knee, 13(6):460-463, 2006.
- [624] Claes S., Neven E., Callewaert B., Desloovere K., Bellemans J.: *Tibial rotation in single- and double- bundle ACL reconstruction: a kinematic 3-D in vivo analysis*, Knee Surgery, Sports Traumatology, Arthroscopy, 19(1):115-121, 2011.

- [625] Kharb A., Saini V., Jain Y. K., Dhiman S.: *A review of gait cycle and its parameters*, International Journal of Computational Engineering & Management, Vol. 13, 2011.
- [626] Levine D., Richards J., Whittle M.: *Whittle's Gait Analysis*, 5th Edition, Churchill Livingstone, 2012.
- [627] Komi P. V., Nicol C.: *Neuromuscular Aspects of Sport Performance*, Volume XVII, Ch 2: *Stretch-Shortening Cycle of Muscle Function*, John Wiley & Sons, 2010.
- [628] Repo R. U., Finlay J. B.: *Survival of articular cartilage after controlled impact*, Journal of Bone & Joint Surgery, 59:1068-1076, 1977.
- [629] Kerin A. J., Wisnom M. R., Adams M.A.: *The compressive strength of articular cartilage*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H, Journal of engineering in medicine, 212:273-280, 1998.
- [630] Sharma L., Song J., Felson D. T., Cahue S., Shamiyeh E., Dunlop D. D.: *The role of knee alignment in disease progression and functional decline in knee osteoarthritis*, The Journal of the American Medical Association, 286:188-195, 2001.
- [631] Engh G. A.: *The difficult knee: severe varus and valgus*, Clinical Orthopedics and Related Research, 416:58-63, 2003.
- [A1] Mow V. C., Kuei S. C., Lai W. M.: *Biphasic creep and stress relaxation of articular cartilage in compression*, Journal of Biomechanical Engineering, 102:73-84, 1980.
- [A2] Frijns A. J. H., Huyghe J. M., Janssen J. D.: *A validation of the quadriphasic mixture theory for intervertebral disc tissue*, International Journal of Engineering Science, 35(15):1419-1429, 1997.
- [A3] Oomens C. W. J.: *A mixture approach to the mechanics of skin and subcutis*, Ph.D. thesis, Twente University of Technology, 1985.
- [A4] Huyghe J. M., Arts T., Campen D. H.: *Porous medium finite element model of the beating left ventricle*, American Journal of Physiology, 262:1256-1267, 1992.
- [A5] Lewis R. W., Schrefler B. A.: *The Finite Element Method in the Deformation and Consolidation of Porous Media*, John Wiley and Sons, Chichester, England, 1987.
- [A6] Kojic M., Filipovic N., Vulovic S., Mijailovic S.: *A finite element solution procedure for porous medium with fluid flow and electromechanical coupling*, Communications in Numerical Methods in Engineering, 14:381-392, 1998.
- [A7] Terzaghi K.: *The shearing resistance of saturated soil and the angle between the planes of shear*, Proceedings 1st Int. SMFE Conference, Harvard, Cambridge, MA, 1:54-56, 1936.
- [A8] Bathe K. J.: *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Clis, New Jersey, 1996.