



УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Ана Симовић

**ИСПИТИВАЊЕ ПРЕНОСНИХ КАРАКТЕРИСТИКА
ВИШЕМОДНИХ ОПТИЧКИХ ВЛАКАНА СА
W ИНДЕКСОМ ПРЕЛАМАЊА**

ДОКТОРСКА ДИСЕРТАЦИЈА

Крагујевац, 2014

<i>I. Аутор</i>
Име и презиме: Ана Симовић
Датум и место рођења: 02.08.1985. Крагујевац
Садашње запослење: истраживач-сарадник, Институт за физику, Природно-математички факултет, Крагујевац
<i>II. Докторска дисертација</i>
Наслов: Испитивање преносних карактеристика вишемодних оптичких влакана са W индексом преламања
Број страница: 148
Број слика: 72
Број библиографских података: 72
Установа и место где је рад израђен: Природно-математички факултет, Крагујевац
Научна област (УДК): физика (53)
Ментор: Проф. др Светислав Савовић, редовни професор, Природно-математички факултет, Крагујевац
<i>III. Оцена и одбрана</i>
Датум пријаве теме: 11.12.2013. године
Број одлуке и датум прихватања докторске дисертације:
Комисија за оцену подобности теме и кандидата:
1. др Дејан Пантелић, научни саветник, Институт за физику, Београд
2. др Светислав Савовић, ментор, редовни професор, Природно-математички факултет, Крагујевац
3. др Милан Ковачевић, ванредни професор, Природно-математички факултет, Крагујевац
4. др Бранко Дрљача, доцент, Природно-математички факултет, Косовска Митровица
Комисија за оцену докторске дисертације:
1. др Дејан Пантелић, научни саветник, Институт за физику, Београд
2. др Светислав Савовић, ментор, редовни професор, Природно-математички факултет, Крагујевац
3. др Милан Ковачевић, ванредни професор, Природно-математички факултет, Крагујевац
4. др Бранко Дрљача, доцент, Природно-математички факултет, Косовска Митровица
Датум одбране дисертације:

Овај рад је у целости урађен на Институту за физику Природно-математичког факултета Универзитета у Крагујевцу, под вођством Проф. др Светислава Савовића.

Желела бих да изразим неизмерну захвалност свом ментору Проф. др Светиславу Савовићу за веру коју је имао у мене, велики труд који је уложио како би рад имао овакав облик, стрпљење, научно и животно знање које ми је пренео, свестрану и несебичну помоћ и подршку коју ми је пружао све време израде рада. Без његове подршке овај рад свакако не би био могућ.

Такође се захваљујем члановима комисије, Проф. др Дејану Пантелићу, Проф. др Милану Ковачевићу, Доц. др Бранку Дрљачи који су својим интересовањем и корисним сугестијама допринели успешном завршетку ове дисертације .

Захвалност дугујем и Проф. др Александру Ђорђевићу, са Градског Универзитета у Хонг Конгу, за корисне коментаре и сугестије.

Огромну захвалност дугујем својој породици на сталној и безрезервној подршци коју су ми пружили током израде ове дисертације.

Захваљујем се свим колегама и пријатељима, који су ми пружили подршку и помоћ.

СПИСАК СИМБОЛА И СКРАЋЕНИЦА	7
УВОД	11
1. ОСНОВИ ТЕОРИЈЕ СВЕТЛОСТИ	15
1.1 Светлост као талас и честица	15
1.2 Електромагнетни спектар.....	17
1.3 Индекс преламања.....	18
1.4 Преламање, одбијање и тотална унутрашња рефлексија светлости.....	18
2. ОПТИЧКО ВЛАКНО	21
2.1 Расподела индекса преламања	21
2.2 Пренос светлости кроз оптичко влакно.....	24
2.3 Прихватни угао.....	26
2.4 Нумеричка апертура.....	27
2.5 Френелове рефлексије.....	29
2.6 Путања светлосних зрака у оптичком влакну	30
2.6.1 Меридионални и искошени зраци	31
2.7 Модови у оптичком влакну.....	32
2.8 Слабљење снаге светлости у оптичком влакну.....	33
2.9 Дисперзија у оптичком влакну	36
2.9.1 Модална дисперзија	38
2.9.2 Хроматска дисперзија	39
2.10 Пропусни опсег оптичког влакна.....	40
2.11 Класификација оптичких влакана према врсти материјала.....	41
2.12 Методе за анализу оптичких влакана	42
3. ОПТИЧКА ВЛАКНА СА W ИНДЕКСОМ ПРЕЛАМАЊА	43
3.1 Увод	43
3.2 Механизам вођења модова кроз влакно са W индексом преламања.....	46
3.3 Таласна теорија оптичког влакна са W индексом преламања	48
3.3.1 Максвелове једначине.....	49
3.3.2 Карактеристична једначина и њено решење.....	57
3.3.3 Услови одсецања мода.....	61
3.3.4 Константа слабљења цурећих модова	63
3.3.5 Групна брзина и расподела снаге вођених модова	64

3.3.5.1 Дисперзиона релација близу фреквенције одсецања.....	64
3.3.5.2 Зависност фреквенције од групне брзине.....	66
3.3.5.3 Расподела снаге у сва три слоја W влакна.....	68
4. ПРИМЕНА ВРЕМЕНСКИ-НЕЗАВИСНЕ ЈЕДНАЧИНЕ ПРОТОКА СНАГЕ НА ОПТИЧКА ВЛАКНА СА W ИНДЕКСОМ ПРЕЛАМАЊА.....	71
4.1 Извођење временски-независне једначине протока снаге.....	72
4.2 Нумерички метод решавања временски-независне једначине протока снаге .	76
4.3 Методе за одређивање коефицијента спрезања D	78
4.3.1 Метод Зубие и сарадника.....	78
4.3.2 Метод Савовића и Ђорђевића.....	79
4.4 Примери примене временски-независне једначине протока снаге.....	81
4.4.1 Одређивање дужине спрезања L_c мерењем пропусног опсега оптичког влакна.....	81
4.4.2 Одређивање дужине спрезања L_c на основу промене облика излазне угаоне расподеле снаге у оптичком влакну.....	82
4.5 Методе за појачавање спрезања модова у оптичким влакнима.....	83
4.6 Примена временски-независне једначине протока снаге на оптичка влакна са W индексом преламања.....	86
4.6.1 Нумерички метод решавања временски-независне једначине протока снаге код влакна са W индексом преламања.....	86
4.6.2 Одређивање дужине z_s на којој настаје стационарна расподела модова у оптичком влакну са W индексом преламања.....	90
4.6.3 Утицај ширине улазне угаоне расподеле снаге светлости на равнотежну и стационарну расподелу модова у W влакну.....	104
5. ПРИМЕНА ВРЕМЕНСКИ-ЗАВИСНЕ ЈЕДНАЧИНЕ ПРОТОКА СНАГЕ НА ОПТИЧКА ВЛАКНА СА W ИНДЕКСОМ ПРЕЛАМАЊА.....	110
5.1 Нумерички метод решавања временски-зависне једначине протока снаге код влакна са W индексом преламања.....	110
5.1.1 Утицај ширине и дубине унутрашњег омотача на преносне карактеристике влакна са W индексом преламања.....	115
5.1.2 Утицај угла и ширине улазног снопа светлости на преносне карактеристике влакна са W индексом преламања.....	123
6. ЗАКЉУЧАК.....	134

7. ЛИТЕРАТУРА	141
САЖЕТАК	146
ИНДЕКС ПОЈМОВА	147
БИОГРАФИЈА	148

СПИСАК СИМБОЛА И СКРАЋЕНИЦА

A	интеграциона константа
a	полупречник језгра оптичког влакна
B	интеграциона константа, пропусни опсег оптичког влакна, магнетна индукција (густина магнетног поља)
b	полупречник омотача оптичког влакна
C	интеграциона константа
c	брзина светлости у некој средини
c_0	брзина светлости у вакууму
D	интеграциона константа, електрична индукција, коефицијент спрезања независтан од угла
$d(\theta)$	коефицијент спрезања завистан од угла
d_m	коефицијент спрезања између модова реда $m+1$ и m
E	интеграциона константа, енергија једног фотона, јачина електричног поља
E_r	радијална компонента вектора јачине електричног поља
E_z	лонгитудинална (аксијална) компонента вектора јачине електричног поља
E_θ	азимутална компонента вектора јачине електричног поља
F	интеграциона константа
f	фреквенција
G	интеграциона константа
g	параметар дегенерације расподеле индекса преламања
H	јачина магнетног поља
H_r	радијална компонента вектора јачине магнетног поља
H_z	лонгитудинална (аксијална) компонента вектора јачине магнетног поља
H_θ	азимутална компонента вектора јачине магнетног поља
$H_n^{(2)}$	Ханкелова функција друге врсте n -тог реда
$H(z, \omega)$	фреквентни одзив оптичког влакна
h	Планкова константа
I_n	модификована Беселова функција прве врсте n -тог реда
i	индекс дискретног корака за угао
J	вектор густине струје
J_n	Беселова функција прве врсте n -тог реда
j	индекс дискретног корака за дужину
K_n	модификована Беселова функција друге врсте n -тог реда (модификована Веберова функција)
k	индекс дискретног корака за угао код W влакна

k_0	таласни број у вакууму
L	интеграциона константа
L_c	дужина спрезања
l	индекс дискретног корака за дужину код W влакна
M	интеграциона константа
m	азимутални број мода
NA	нумеричка апертура оптичког влакна
n	индекс преламања (нпр. n_1, n_2)
n_{jez}	индекс преламања језгра оптичког влакна
n_{om}	индекс преламања омотача оптичког влакна
n_{ef}	ефективни индекс преламања
$n^{(i)}$	ефективни индекс преламања i -тог мода
n_0	индекс преламања језгра W влакна
n_q	индекс преламања унутрашњег омотача W влакна
n_p	индекс преламања спољашњег омотача W влакна
P	снага светлости
P_m	снага m -тог мода
P_0	снага светлости на улазу у влакно
P_L	снага светлости на излазу из влакна
P_{jez}	проток снаге у језгру W влакна
P_{uo}	проток снаге у унутрашњем омотачу W влакна
P_{so}	проток снаге у спољашњем омотачу W влакна
$P(z, \theta)$	угаона расподела снаге светлости на дужини влакна z
$P(z, \theta, \omega)$	угаона расподела снаге светлости на дужини влакна z и фреквенцији ω
p	нормализовани индекс преламања спољашњег омотача W влакна
q	нормализовани индекс преламања унутрашњег омотача W влакна
r	радијално растојање од осе оптичког влакна
r_{ic}	полупречник унутрашњег каустика
t	време
t_{ul}	пуна ширина на половини максимума светлосног импулса на улазу у влакно
t_{iz}	пуна ширина на половини максимума светлосног импулса на излазу из влакна
U	трансверзална фазна константа у језгру референтног влакна са једним омотачем
u	трансверзална фазна константа у језгру W влакна
V	нормализовани таласни број (нормализована фреквенција) оптичког влакна
v_p	фазна брзина модова
v_g	групна брзина модова

W	нормализована трансверзална пропагациона константа код SC_p влакна
\hat{W}	нормализована трансверзална пропагациона константа код SC_q влакна
w	нормализована трансверзална пропагациона константа у спољашњем омотачу W влакна
\hat{w}	нормализована трансверзална пропагациона константа у унутрашњем омотачу W влакна
z	лонгитудинална координата, дужина влакна
z_s	дужина влакна на којој се успоставља стационарна расподела модова
α	коэффициент слабљења, модално слабљење
α_0	губици услед апсорпције и расејања
α_m	коэффициент слабљења m -тог мода
α_d	коэффициент модалног слабљења код W влакна
α_L	коэффициент слабљења цурећих модова код W влакна
β	лонгитудинална фазна константа (лонгитудинална компонента таласног вектора)
$\beta^{(i)}$	лонгитудинална фазна константа i -мода
Δ	разлика индекса преламања језгра и омотача оптичког влакна
Δt	временско ширење светлосног импулса услед дисперзије
Δt_{mat}	временско ширење светлосног импулса услед материјалне дисперзије
Δ_p	разлика индекса преламања језгра и омотача референтног SC_p влакна
Δ_q	разлика индекса преламања језгра и омотача референтног SC_q влакна
$\Delta\theta$	угаоно растојање између суседних модова
δ	нормализована ширина унутрашњег омотача W влакна
δa	ширина унутрашњег омотача W влакна
ε	електрична пермитивност средине
ε_0	електрична пермитивност средине вакуума
ε_r	релативна електрична пермитивност
θ	азимутална координата, угао простирања светлости у оптичком влакну
θ_0	угао улазног снопа светлости
θ_c	критични угао оптичког влакна
θ_{MAX}	прихватни угао оптичког влакна (θ_m)
θ_p	критични угао референтног SC_p влакна
θ_q	критични угао референтног SC_q влакна
κ	трансверзална компонента таласног вектора
λ	таласна дужина електромагнетног таласа
μ	магнетна пермеабилност средине
μ_0	магнетна пермеабилност вакуума
μ_r	релативна магнетна пермеабилност

ν	нормализована фреквенција SC_p влакна
$\hat{\nu}$	нормализована фреквенција SC_q влакна
$\hat{\nu}_{c1}$	фреквенција одсецања првог реда
$\hat{\nu}_{c2}$	фреквенција одсецања другог реда
ρ	густина наелектрисања
σ	проводност средине, стандардна девијација
σ_z^2	варијанса угаоне расподеле снаге светлости на крају влакна
$\sigma_{z=0}^2$	варијанса угаоне расподеле снаге улазног снопа светлости
φ	комплемет критичног угла
ω	кружна учестаност монохроматске компоненте поља
EH	хибридни мод
FWHM	пуна ширина на половини максимума
HE	хибридни мод
SC	оптичко влакно са једним омотачем (single clad)
SC_p	референтно SC оптичко влакно када ширина унутрашњег омотача δ код W влакна тежи нули
SC_q	референтно SC оптичко влакно када ширина унутрашњег омотача δ код W влакна тежи бесконачности
TE	трансверзални електрични (мод)
TEM	трансверзални електромагнетни (мод)
TM	трансверзални магнетни (мод)
ГИ	градијентни индекс (преламања)
ПОВ	пластично оптичко влакно
PPM	равнотежна расподела модова
СИ	степенasti индекс (преламања)
СОВ	стаклено оптичко влакно
СРМ	стационарна расподела модова

УВОД

Прве оптичке комуникације настале су пре око два века, настанком „оптичког телеграфа“. Чинио га је систем од низа семафора монтираних на кулама, са којих су оператери прослеђивали поруке са једне куле на другу (Клод Чап, 1790. године).

У међувремену, нова технологија је лагано постављала основе за решење проблема преноса сигнала у оптичким комуникацијама. Требало је испитати феномен тоталне унутрашње рефлексije, који омогућава вођење светлости у материјалу окруженом другим материјалом нижег индекса преламања, као што је стакло у ваздуху. До краја 19. века, истраживачи су успели да остваре вођење светлости дуж закривљене кварцне шипке. Теорију простирања светлости кроз влакна 1910. године, теоријски су објаснили Д. Хондрос и П. Деби [1], док је експериментални рад на ту тему објављен од стране Шривера, 1920. године [2].

Међутим, први човек за кога се везује демонстрирање преноса слика кроз свежањ оптичких каблова био је Хенрих Лам, студент медицине у Минхену. Његов циљ је био да омогући гледање неприступачних делова у телу човека, и 1930. године објавио је рад о преносу слика помоћу светлости кроз свежањ кратких влакана [3]. Међутим, влакно без омотача преносило је слику лошег квалитета.

Круцијални напредак у развоју оптичких влакана направио је ван Хил, који је био подстакнут разговором са америчким физичарем Брајаном Обрејном. Сва дотадашња влакна била су “гола”, са тоталном унутрашњом рефлексijом на граничним површинама стакло-ваздух. Ван Хил прекрио је “гола” влакна од стакла или пластике са транспарентним омотачем мањег индекса преламања. До 1960. године стаклена оптичка влакна са омотачем имала су слабење од око 1 dB/m, што је било сасвим прихватљиво за примену у медицини, али превише за оптичке комуникације.

Испитивања оптичких влакана су добила на значају када је 1960. године направљен први ласер. Убрзо након тога конструисан је први ласер који је радио у континуалном режиму користећи комбинацију гасова He i Ne. Неколико година касније, увођењем хетероструктура омогућено је функционисање полупроводничких ласера на собној температури, чинећи ове ласере идеалним извором светлости за оптичке комуникације.

Чарл Као је дошао до експерименталних резултата који су показали да велики губици у оптичким влакнима настају услед апсорпције и расејања светлости на нечистоћама у влакну [4]. Чарлс Као је био уверен да се губици у оптичким влакнима могу свести испод 20 dB/km. Лабораторије широм света покушале су да смање губитке оптичких влакана. Много истраживачких група покушавало је да очисти једињење стакла које се користи у стандардној оптици, које би се лако топило и обликовало у влакно.

Истраживачки тим из CGW (Corning Glass Works) коришћењем хемијске методе CVD (Chemical Vapor Deposition) направили су цилиндричну форму од кварцног стакла пажљиво контролишући ниво примеса. 1970. године, они су објавили да су направили једномодно влакно са слабљењем на таласној дужини хелијум-неонског ласера од 633 nm, испод 20 dB/km [5]. Група из CGW направила је тиме најзначајнији продор од свих истраживача и отворила врата за развој оптичких комуникација. У наредних неколико година, губици оптичких влакана су значајно опали.

Први прекоокеански оптички кабл постављен је 1988. године, где су у основи телекомуникацијског система била оптичка влакна која су преносила светлост таласне дужине 1300 nm. Ова технологија је почела да се примењује и у друге телекомуникационе сврхе, и постала стандарт за многе системе који су се заснивали на оптичким влакнима. Глобалне комуникације, нарочито интернет и међународна телефонија, данас су првенствено засноване на технологији оптичких влакана, помоћу којих се великом брзином преноси велика количина информација.

Наглим развојем информационих технологија последњих година и са правом експанзијом Интернета, све су већи захтеви тржишта за великим брзинама преноса информација и пропусним опсегом. Предности преноса података оптичким влакнима наспрам преноса података металним проводницима или бежичним путем су: веома велика брзина преноса података (неколико Gbit/s), премошћавање великих растојања без репетитора, имуност на спољашње електромагнетно зрачење, могућност повећања капацитета и након уградње оптичког кабла, безбедност преноса података, веома танак кабл и економичност. Због наведених карактеристика оптичка влакна заузимају веома битно место у развоју телекомуникација.

Велики број истраживачких група широм света ради на испитивању оптичких влакана, експериментално и теоријски, са циљем побољшања њихових преносних карактеристика [6,7,8,9,10]. Један од начина побољшања преносних карактеристика

вишемодних оптичких влакана јесте проналажење оптималне структуре индекса преламања, која у великој мери утиче на преносне карактеристике влакна. Оптималне структуре индекса преламања вишемодних оптичких влакана постижу се избором градијентног и W индекса преламања. Експериментално је показано побољшање пропусног опсега пластичних оптичких влакана са W индексом преламања у односу на влакна са степенастим (СИ) и градијентним (ГИ) индексима преламања [11].

Развијено је више метода за испитивање преносних карактеристика оптичких влакана. Најчешће коришћени приступи су геометријски [12], електромагнетни [13] и помоћу једначине протока снаге [14]. Циљ овог рада је теоријско испитивање преносних карактеристика вишемодног оптичког влакна са W индексом преламања применом једначине протока снаге.

У ранијим теоријским испитивањима преносних карактеристика оптичких влакана са W индексом преламања узиман је у обзир само утицај ширине унутрашњег омотача и коефицијент спрезања модова. У овој докторској дисертацији, поред утицаја ширине унутрашњег омотача и коефицијента спрезања модова, испитан је и утицај дубине унутрашњег омотача, као и утицај угла и ширине улазног снопа светлости на преносне карактеристике влакна са W индексом преламања. Добијени резултати се могу користити за проналажење оптималног профила индекса преламања W влакна и карактеристика улазног снопа светлости, узимајући у обзир однос добијеног пропусног опсега и губитака.

Рад је конципиран на следећи начин.

Прва глава посвећена је основама теорије простирања светлости. У овој глави је објашњена таласно-честична природа светлости, приказан је закон одбијања и преламања светлости, као и део спектра електромагнетног зрачења који се примењује код оптичких влакана.

У другој глави је описана структура оптичког влакна, начин простирања светлости кроз оптичко влакно и типови оптичких влакана. У овој глави су дате и дефиниције основних појава и параметара везаних за оптичка влакна.

Трећа глава се бави испитивањем простирања светлости кроз оптичко влакно са W индексом преламања применом електромагнетног приступа.

У четвртој глави је објашњено моделовање простирања светлости применом временски-независне једначине протока снаге код влакна са W индексом преламања. Приказан је нумерички метод решавања временски-независне једначине протока снаге

код влакна са W индексом преламања. Након тога су приказани резултати добијени применом овог модела на оптичка влакна са W индексом преламања.

Пета глава се бави моделовањем простирања светлости применом временски-зависне једначине протока снаге код влакна са W индексом преламања. Објашњена је разлика између временски-независне и временски-зависне једначине протока снаге и приказани су добијени нумерички резултати за фреквентни одзив и пропусни опсег за влакна са W индексом преламања, као и губици настали услед спрезања модова.

На крају је дат закључак са прегледом добијених резултата.

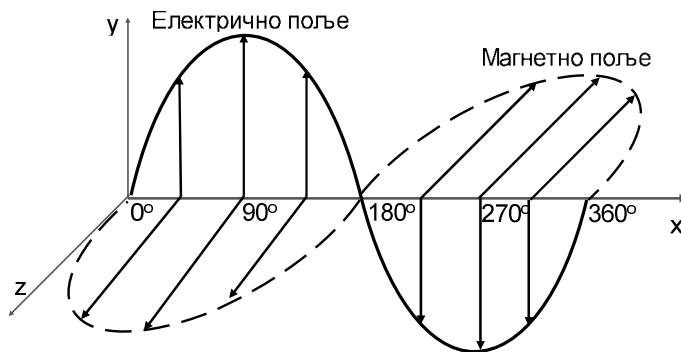
1. ОСНОВИ ТЕОРИЈЕ СВЕТЛОСТИ

Оптика је део физике која се бави изучавањем природе светлости и њеном интеракцијом са материјом. Простирање светлости кроз оптичка влакна објашњава се основним законима геометријске оптике, стога је неопходно разумети основне оптичке принципе и интеракцију светлости са материјом.

1.1 Светлост као талас и честица

Са физичке тачке гледишта светлост се може посматрати у облику електромагнетских таласа или у облику честица које се називају фотони. Ово је позната таласно-честична (дуална) теорија.

При посматрању светлости таласним приступом, светлост се кроз средину простире у облику електричних и магнетних поља, брзином c . Ова поља су нормална једно на друго, а правац и смер кретања им се поклапа са правцем и смером простирања светлости (слика 1.1).



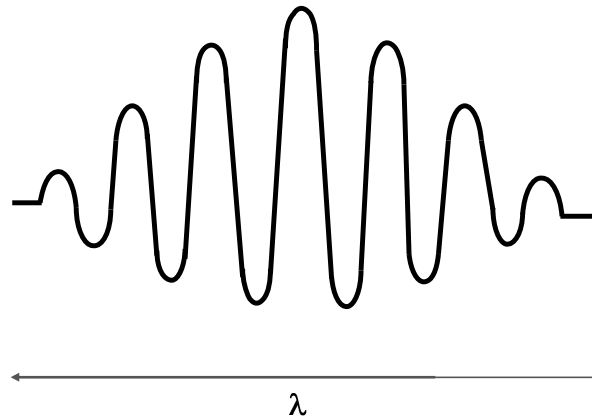
Слика 1.1. Електромагнетни талас.

Простирање таласа описује се синусном функцијом, а таласна дужина λ код трансверзалних таласа је најмање растојање између две суседне тачке таласа које осцилују у истој фази (слика 1.1). Број осцилација у секунди назива се фреквенција f . Таласна дужина и фреквенција су обрнуто пропорцијалне величине, и у вакууму се односе као:

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (1.1)$$

где је c брзина светлости у вакууму.

Фотон је квант електромагнетне енергије који такође представља кратки таласни пакет, од неколико таласа, који брзо стигну до своје амплитуде и исто тако се брзо и изгубе (слика 1.2).



Слика 1.2 Фотон као кратки таласни пакет.

Енергија коју носи један фотон зависи од фреквенције f : што је већа фреквенција таласа то је већа енергија фотона. Енергија једног фотона дата је једначином:

$$E = hf \quad (1.2)$$

где је $h = 6.626 \times 10^{-34}$ Js, Планкова константа. Енергија N фотона је:

$$E = Nhf \quad (1.3)$$

Дакле, светлост истовремено поседује и честична и таласна својства. Ова дуалност није својствена само светлости већ и елементарним честицама када се крећу.

При испитивању светлости од значаја је праћење путања којима се светлост креће, стога се светлост може посматрати као зрак који се апроксимира правом

линијом, а до скретања зрака долази само при његовом контакту са граничним површинама између материјалних средина [15].

1.2 Електромагнетни спектар

Оно што се назива „светлост“ је веома мали део спектра електромагнетног зрачења. Разлика између зрачења у различитим деловима електромагнетног спектра је у таласној дужини и фреквенцији, као и у енергији фотона (слика 1.3).



Слика 1.3. Електромагнетни спектар.

Код испитивања и примене оптичких влакна од интереса је само један мали део електромагнетног спектра ($0.4 - 15 \mu\text{m}$) (слика 1.3). Ова област укључује видљиву светлост и мали део инфрацрвеног и ултраљубичастог дела спектра.

Таласне дужине које се обично примењују у комуникацији и простиру се кроз силикатна оптичка влакна су од 0.75 до $1.7 \mu\text{m}$, на којима је силикатно стакло најтранспарентније. Стаклена и силикатна влакна могу преносити видљиву светлост, а специјалан тип силикатног стакла (кондензовани кварц) може преносити светлост блиску ултраљубичастом зрачењу. Пластична оптичка влакна најбоље преносе видљиву светлост [15].

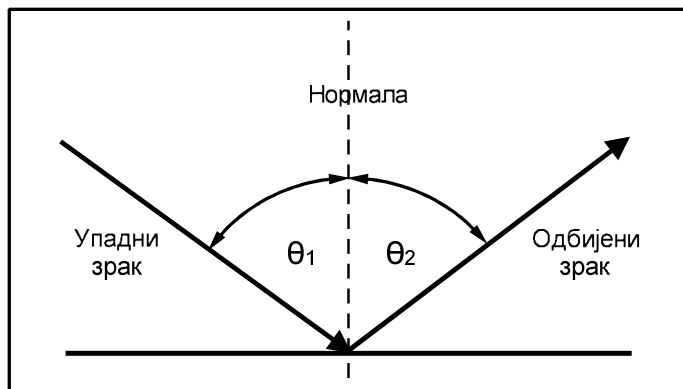
1.3 Индекс преламања

Брзина простирања светлости у вакууму је $c_0 = 299792458$ m/s. При простирању светлости кроз различите материјалне средине њена брзина опада. Однос брзине светлости у вакууму c_0 и брзине светлости у некој средини c , представља индекс преламања те средине:

$$n = \frac{c_0}{c} \quad (1.4)$$

1.4 Преламање, одбијање и тотална унутрашња рефлексација светлости

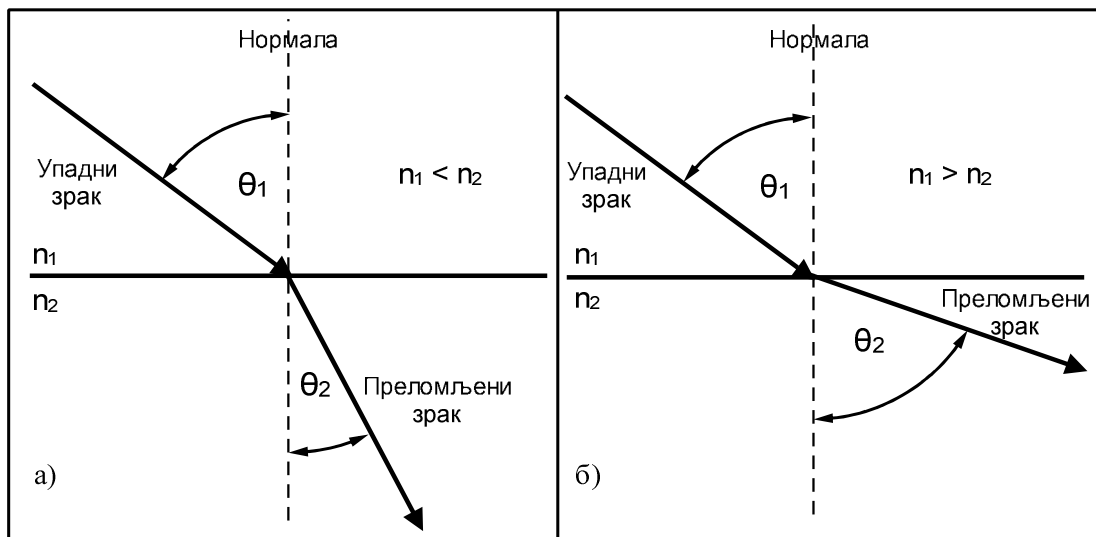
Светлост при проласку из једне материјалне средине у другу мења своју брзину и правац простирања, тада долази до појава познатих као преламање и одбијање светлости. Закон одбијања светлости каже да упадни зрак, одбијени зрак и нормала повучена на граничну површ две средине из упадне тачке, леже у истој равни; угао одбијеног зрака θ_2 једнак је углу упадног зрака θ_1 у односу на нормалу (слика 1.4)



Слика 1.4. Одбијање светлости.

На слици 1.5а приказано је преламање светлости при уласку зрака из средине са мањим индексом прелама (n_1) у средину са већим индексом преламања (n_2). Упадни зрак из прве средине (n_1) долази на граничну површину, и при уласку у другу средину (n_2) долази до промене правца простирања зрака који се помера ка нормали. Угао

упадног зрака θ_1 , већи је од угла преломљеног зрака θ_2 . На слици 1.5б приказано је преламање светлости при уласку зрака из средине са већим индексом преламања (n_1) у средину са мањим индексом преламања (n_2), тада долази до промене правца простира зрака који се помера од нормале, тј. $\theta_1 < \theta_2$ [16].



Слика 1.5. Преламање светлости

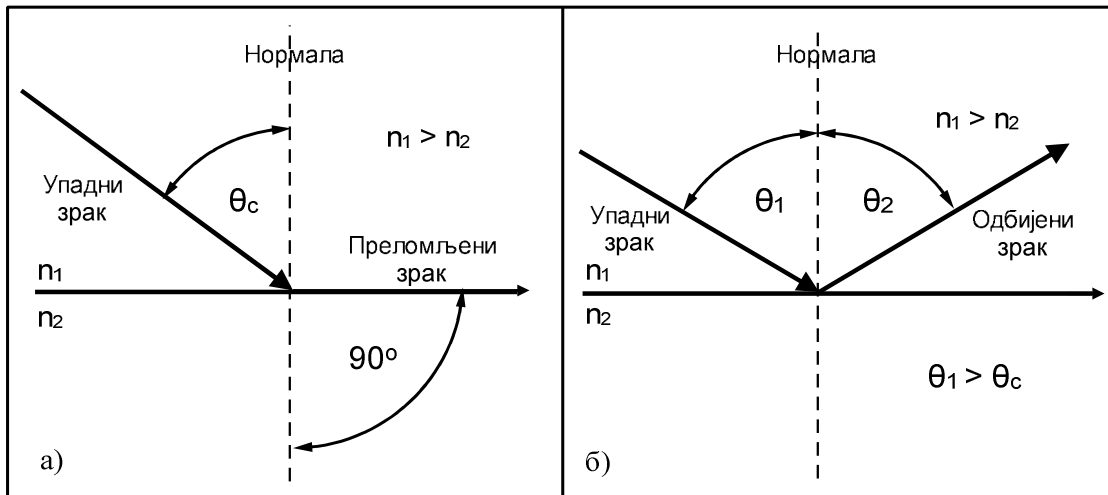
Веза између индекса преламања две средине, n_1 и n_2 , и упадног угла θ_1 и угла преламања θ_2 , позната као Снелов закон, дата је једначином:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (1.5)$$

Количник индекса преламања n_2 и n_1 назива се релативни индекс преламања друге средине у односу на прву. Закон преламања светлости, који укључује једначину (1.5), каже да упадни зрак, преломљени зрак и нормала, повучена на граничну површину две средине из упадне тачке, леже у истој равни.

У случају када је $n_1 > n_2$, с повећањем упадног угла светлости, повећава се и угао преламања и приближава вредности од 90° (слика 1.6а). Када се угао упадног зрака повећа изнад неке критичне вредности, која је увек мања од 90° , преломљени

зрак више не постоји, а упадни зрак се одбија у исту средину из које је кренуо (слика 1.6б).



Слика 1.6. Критични угао и тотална унутрашња рефлексија.

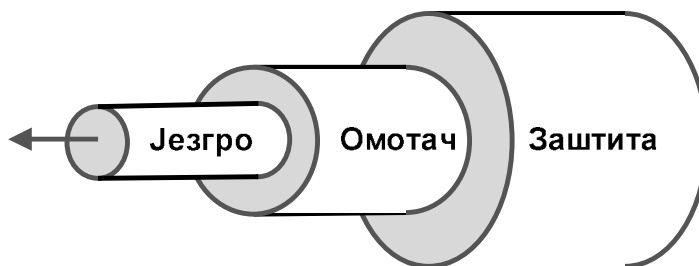
Ова појава се назива тотална унутрашња рефлексија и од кључног је значаја код описивања простирања светлости кроз оптичко влакно. Критични угао упадног зрака одређује се из Снеловог закона:

$$n_1 \sin \theta_c = n_2 \sin 90^\circ \quad (1.6)$$

$$\theta_c = \arcsin \frac{n_2}{n_1} \quad (1.7)$$

2. ОПТИЧКО ВЛАКНО

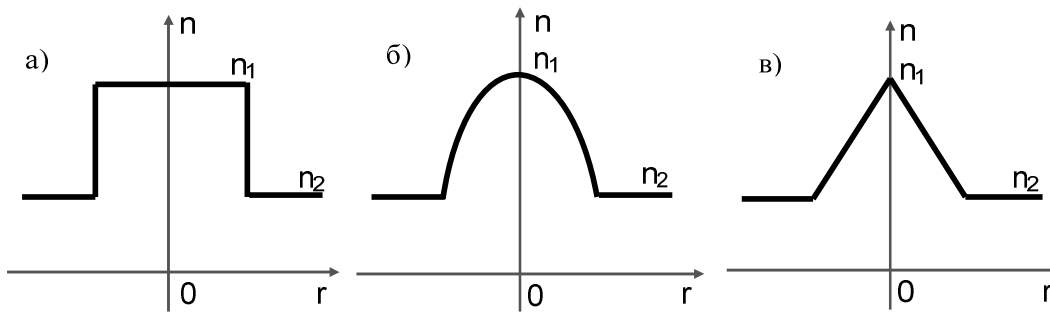
Оптичко влакно је диелектрична структура за вођење и пренос енергије на таласној дужини која одговара инфрацрвеном или видљивом опсегу електромагнетног спектра (од 400 nm до 1500 nm). Оптичка влакна имају кружни попречни пресек и саграђена су од три слоја транспарентног материјала. Попречни пресек оптичког влакна је доста мали, упоредив са дебљином људске длаке. Једна оваква структура која се састоји од три цилиндрична слоја која налажу један на други приказана је на слици 1.7. Централни слој се назива језгро влакна и кроз њега се простиру вођени електромагнетни таласи и каналише електромагнетна енергија. На језгро налаже други слој диелектричног материјала, омотач влакна, и на крају, ова двослојна вођица је обавијена једним заштитним слојем који се назива заштитни омотач. Овај слој се не узима у обзир при анализи оптичких влакана.



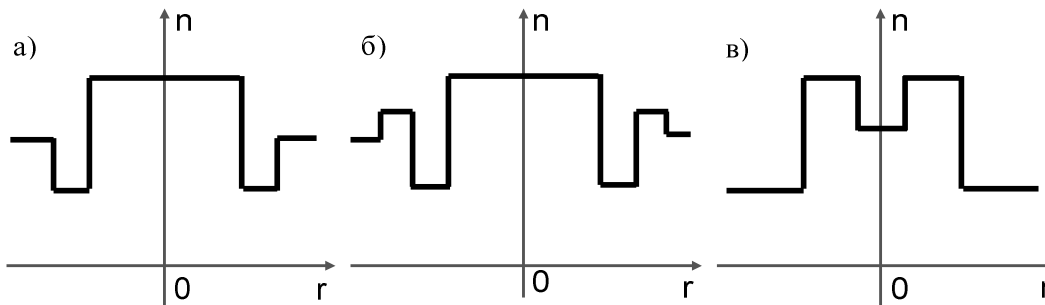
Слика 2.1. Оптичко влакно у слојевима.

2.1 Расподела индекса преламања

Својства оптичких влакана одређена су карактеристичном функцијом $n(r)$, која се назива расподела индекса преламања влакна, где је r радијална координата у интервалу $0 < r < b$; b је радијус попречног пресека влакна. На слици 2.2 приказана су оптичка влакна са степенастим индексом преламања, градијентним индексом преламања и троугаоним индексом преламања (слика 2.2). Поред оптичких влакана са ове три расподеле индекса преламања, најчешће се користе и оптичка влакна са два омотача (влакна са W индексом преламања), оптичка влакна са три омотача и оптичка влакна са удубљењем у језгру (слика 2.3).



Слика 2.2. Типови оптичких влакана (а) оптичко влакно са степенастим индексом преламања (б) оптичко влакно са градијентним индексом преламања (в) оптичко влакно са троугаоним индексом преламања.

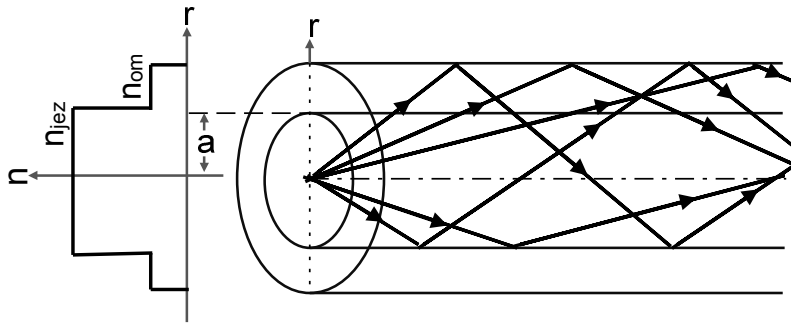


Слика 2.3. Примери расподеле индекса преламања код влакна са (а) два омотача (W индекс преламања) (б) три омотача и (в) удубљењем у језгру.

Оптичко влакно са степенастим индексом преламања има константну вредност индекса преламања дуж целог попречног пресека језгра влакна (слика 2.2а). Путање светлосних зрака у овом влакну су праве линије, при чему се светлосни зраци при проласку кроз влакно одбијају на граничној површини између језгра и омотача, и поново се враћају у језгро (слика 2.4). Расподела индекса преламања код влакна са степенастим индексом преламања може се изразити у следећем облику:

$$\begin{aligned} n(r) &= n_{jez} & r &\leq a \\ n(r) &= n_{om} & r &> a \end{aligned} \tag{2.1}$$

где је a полупречник језгра влакна, при чему је $n_{jez} > n_{om}$.



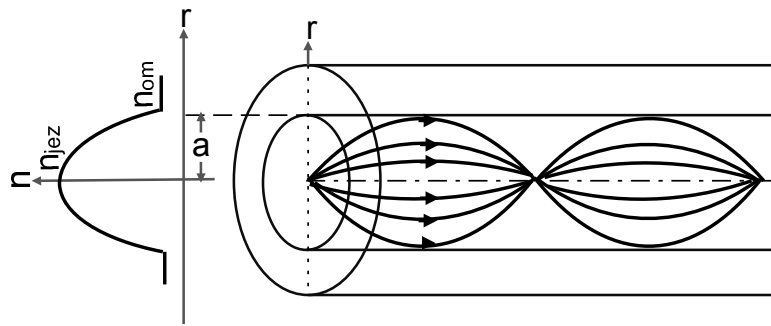
Слика 2.4. Путање зрака у оптичком влакну са степенастим индексом преламања.

Оптичка влакна са градијентним индексом преламања имају језгро чији се индекс преламања мења радијално тако што расте постепено од вредности индекса преламања омотача n_{om} до неке максималне вредности n ($r = 0$) дуж осе влакна (слика 2.26). Индекс преламања омотача код ових влакана је константан. Путање светлосних зрака који се простиру кроз влакно са градијентним индексом преламања приказане су на слици 2.5. Расподела индекса преламања код влакна са градијентним индексом преламања може се изразити у следећем облику [17]:

$$\begin{aligned}
 n^2(r) &= n_{jez(r=0)}^2 \left(1 - \Delta \left(\frac{r}{a} \right)^g \right) & r \leq a \\
 n(r) &= n_{om} & r > a
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

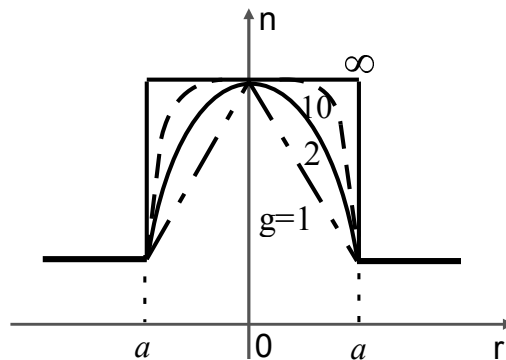
где је g експонент индекса преламања, а Δ је дато изразом:

$$\Delta = \frac{n_{jez(r=0)}^2 - n_{om}^2}{2n_{jez(r=0)}^2}
 \tag{2.3}$$



Слика 2.5. Путање зрака у оптичком влакну са градијентним индексом преламања.

Вредност експонента индекса преламања g утиче на облик расподеле индекса преламања. У случају када је $g=2$ расподела индекса преламања у језгру влакна има облик параболе, а у случају када је $g=1$ има облик троугла (слика 2.6) [18].

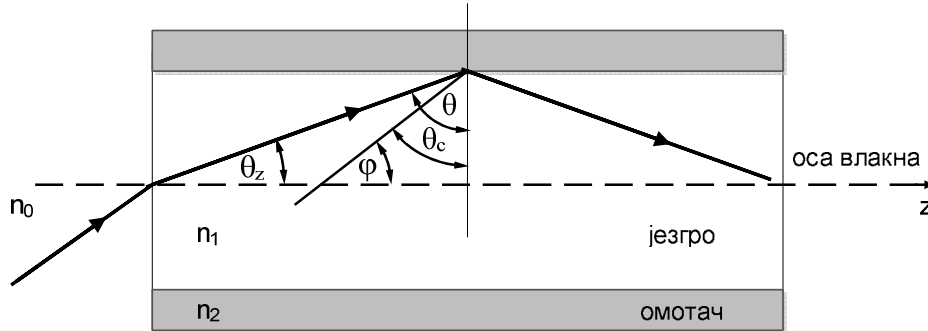


Слика 2.6. Расподеле индекса преламања за различите вредности g у једначини (2.2).

2.2 Пренос светлости кроз оптичко влакно

Као што је већ поменуто, оптичко влакно чине језгро, кроз које се светлост простире, и омотач, који потпуно належе на језгро (слика 2.1). Индекс преламања језгра већи је од индекса преламања омотача, тако да светлост која се простире дуж језгра окруженог омотачем, чврсто је везана у језгру законом тоталне унутрашње рефлексије.

Ради једноставности посматрајмо светлост као зрак. Да би се светлост простирала кроз влакно на принципу тоталне рефлесије, упадни угао светлости θ у односу на нормалу мора да буде већи од критичног угла θ_c , (слика 2.7).



Слика 2.7. Тотална унутрашња рефлесија светлости у оптичком влакну.

Из Снеловог закона $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$, следи да је $\theta_1 = \theta_c$ када је $\theta_2 = 90^\circ$, јер је $\sin \theta_2 = 1$, па имамо:

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1} \quad (2.4)$$

$$\theta_c = \arcsin \frac{n_2}{n_1} \quad (2.5)$$

Уобичајно је да се у анализи простирања светлости кроз влакно посматрају углови између правца зрака и осе влакна. Тада се у једначине уводи тзв. комплемент критичног угла:

$$\varphi = \arccos \frac{n_2}{n_1} \quad (2.6)$$

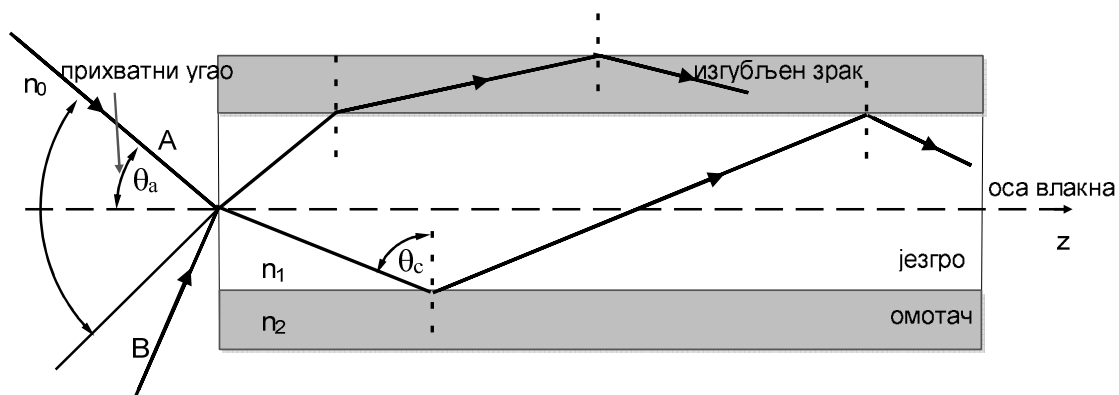
Из једначине за критични угао (2.5) следи да ће се само зраци светлости који имају угао $\theta > \theta_c$ у односу на нормалу, тј. $\theta_z < \varphi$ у односу на осу влакна, кретати дуж његовог језгра (слика 2.7). С обзиром да критични угао оптичког влакна зависи од

индекса преламања материјала језгра и омотача, погодним избором материјала за језгро и омотач влакна, постиже се жељени критични угао влакна.

2.3 Прихватни угао

Посматрајући простирање светлости у оптичком влакну принципом тоталне унутрашње рефлексије, применом геометријске оптике, може се одредити однос угла упадног зрака који долази из неке материјалне средине, и његовог угла унутар влакна. Стога, само упадни зраци са одговарајућим угловима у односу на осу влакна остају вођени принципом тоталне унутрашње рефлексије.

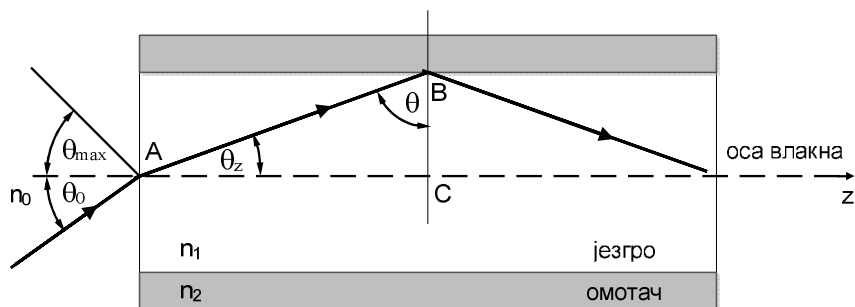
На слици 2.8 приказан је упадни зрак А, који под углом θ_a у односу на осу влакна улази у влакно, и након преламања на граници спољашња средина-језгро, тотално се рефлектује на граничној површи језгро-омотач, простирући се кроз влакно. Сви зраци који су убачени под углом већим од θ_a неће бити вођени дуж влакна принципом тоталне унутрашње рефлексије. На слици 2.8 оваква ситуација илустрована је зраком В, који је убачен под углом већим од θ_a , на граници језгро-омотач се прелама и постаје изгубљен зрак. Да би упадни зрак био вођен принципом тоталне унутрашње рефлексије унутар влакна, мора се увести у влакно под углом мањим од θ_a . Стога $\theta_a = \theta_{MAX}$ је највећи угао у односу на осу влакна под којим се светлост може увести у влакно да би остала вођена дуж влакна и назива се прихватни угао.



Слика 2.8. Прихватни угао оптичког влакна.

2.4 Нумеричка апертура

У геометријској анализи простирања светлосних зрака кроз оптичко влакно могуће је наћи везу између прихватног угла и индекса преламања језгра, омотача и средине из које светлосни зрак улази у влакно (најчешће је то ваздух). То води ка дефинисању често коришћеног појма који се назива нумеричка апертура влакна.



Слика 2.9. Путања светлосног зрака кроз оптичко влакно убаченог под углом мањим од прихватног угла влакна.

На слици 2.9 приказан је светлосни зрак који је у влакно уведен под углом θ_0 у односу на осу влакна, који је мањи од прихватног угла θ_{MAX} . Светлосни зрак из средине са индексом преламања n_0 улази у језгро са индексом преламања n_1 , који је мало већи од индекса преламања омотача n_2 . Применом Снеловог закона датог једначином (1.6), добија се:

$$n_0 \sin \theta_0 = n_1 \sin \theta_z \quad (2.7)$$

Разматрањем троугла ABC са слике 2.9, следи:

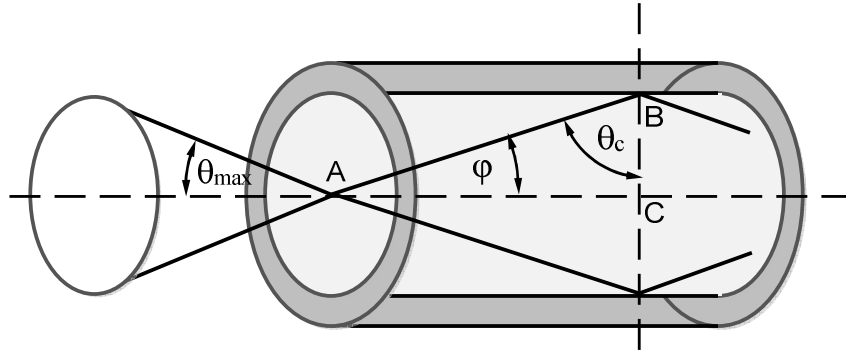
$$\theta = \frac{\pi}{2} - \theta_z \quad (2.8)$$

где је θ веће од критичног угла влакна посматраног у односу на нормалу повучену на граници језгро-омотач. Једначина (2.7) постаје:

$$n_0 \sin \theta_0 = n_1 \cos \theta \quad (2.9)$$

Користећи релацију $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$, једначина (2.9) може се написати:

$$n_0 \sin \theta_0 = n_1 \sqrt{1 - \sin^2 \theta} \quad (2.10)$$



Слика 2.10. Нумерика апертура оптичког влакна.

У граничном случају, када се разматра тотална унутрашња рефлексција (слика 2.10), θ постаје једнако θ_c , које је изражено једначином (2.4). Такође, у граничном случају, θ_0 постаје прихватни угао влакна θ_{MAX} . Једначина (2.10) постаје:

$$n_0 \sin \theta_{MAX} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (2.11)$$

Једначина (2.11) служи за дефинисање нумеричке апертуре влакна:

$$NA = n_0 \sin \theta_{MAX} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (2.12)$$

У случај када је $n_0 = 1$, имамо:

$$NA = \sin \theta_{MAX} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (2.13)$$

Велики прихватни угао влакна омогућава да влакно прихвати и пренесе светлост која се емитује из светлосне диоде, која има широку угаону расподелу снаге

светлости. Мали прихватни угао влакна захтева употребу ужег светлосног снопа који се обично производи помоћу ласера.

Нумеричка апертура може се изразити и преко разлике индекса преламања језгра и омотача, тако што прво дефинишемо:

$$\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} \approx \frac{n_1 - n_2}{2n_1} \quad \text{за } \Delta \ll 1 \quad (2.14)$$

па комбиновањем једначина (2.13) и (2.14), добијамо:

$$NA = n_1 \sqrt{2\Delta} \quad (2.15)$$

Већа нумеричка апертура влакна омогућава прихватање веће количине светлости, чиме се постиже већа даљина преноса светлости. Међутим, ако је нумеричка апертура влакна сувише велика, пропусни опсег система се смањује услед повећања модалне дисперзије [19]. Треба напоменути да је измерена нумеричка апертура влакна обично различита од њене теоријске вредности, јер део светлости која се уводи у влакно одлази у омотач влакна, и може се појавити на излазу влакна.

2.5 Френелове рефлексије

При убацивању светлости у оптичко влакно, потребно је одредити проценат светлости која ће се одбити од граничне површине ваздух-језгро, јер се тај део светлости не преноси кроз влакно. При преласку светлости из ваздуха индекса преламања n_v у средину индекса преламања n_1 , део светлости се одбија и враћа назад у ваздух, и то се назива Френелово одбијање (рефлексија). Однос дела светлости која се одбија на граници ове две средине и укупне светлости која се убацује у влакно, може се одредити помоћу израза [20]:

$$\rho = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2 \quad (2.16)$$

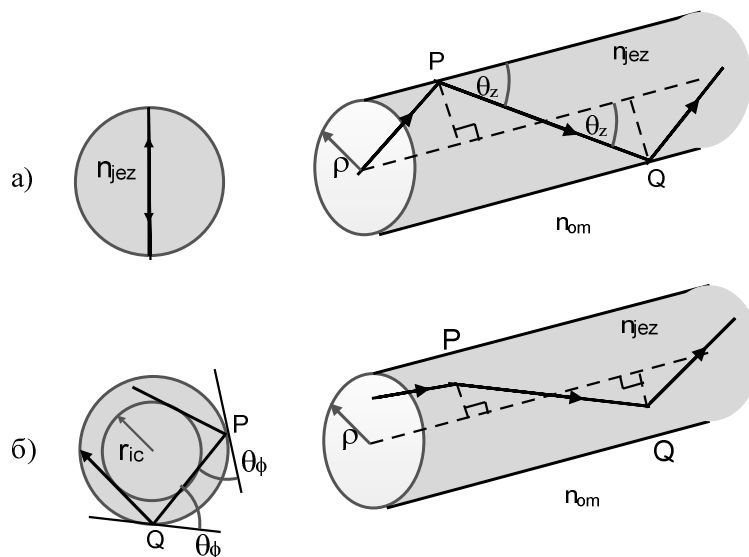
или изражено у dB:

$$G = 10 \log_{10}(1 - \rho) \text{ [dB]} \quad (2.17)$$

Посматрајмо случај када се снап светлости убацује из ваздуха ($n_v = 1$) у језгро оптичког влакна индекса преламања $n_1 = 1.5$. Тада је $\rho = 0.04$, што значи да се само 4% од укупне светлости која се убацује у влакно одбија, а 96% од укупне светлости се преноси кроз влакно. Дакле, релативно мали део светлости се одбија од граничне површине ваздух-језгро влакна и не преноси се кроз влакно.

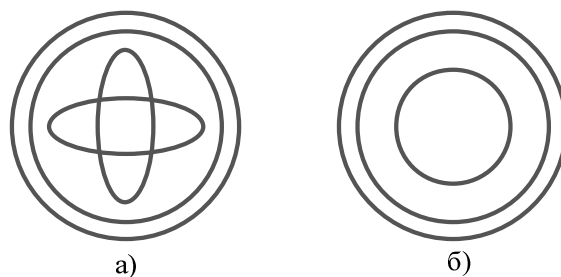
2.6 Путања светлосних зрака у оптичком влакну

У наставку текста бавићемо се конструкцијом путање светлости применом закона геометријске оптике, као и квалитативном анализом саме путање. Путања светлости унутар оптичког влакна са степенастим индексом преламања облика (2.1), приказана је на слици 2.11. Са слике се види да се путања зрака састоји од праволинијских сегмената који одговарају узастопним рефлесијама зрака. Ако се зрак светлости рефлектује у тачки P и при томе заклапа угао θ_z са осом влакна, он погађа супротну страну влакна у тачки Q и након тоталне рефлесије на раздвојној површини језгро-омотач, напредује дуж језгра влакна. Путања светлости између две узастопне рефлесије је праволинијски сегмент PQ; и при рефлесији од граничне површине језгро-омотач, правац рефлектованог зрака је одређен Снеловим законом: упадни зрак, рефлектовани зрак и нормала (нормала је у радијалном правцу) леже у истој равни, а упадни угао и рефлектовани су међусобно једнаки (углови у односу на нормалу у тачки рефлесије). На слици 2.9 је приказана и пројекција путање на раван попречног пресека влакна.



Слика 2.11. Простирање светлости кроз оптичко влакно; а) цик-цак путања меридионалних зрака, и б) хеликоидна путања тзв. искошених зрака (skew rays). На слици је такође приказана и пројекција путање на раван попречног пресека језгра влакна.

У влакнима са градијентном расподелом индекса преламања, пројекција путање ових зрака је у облику елипси (слика 2.12а), и ови зраци се називају хеликоидални зраци, а у посебном случају путања зрака може бити у облику кружнице (слика 2.12б) [19].



Слика 2.12. а) Хеликоидални зраци и б) искошени зраци у оптичком влакну са градијентним индексом преламања [19].

2.6.1 Меридионални и искошени зраци

Посматрано према облику трајекторије светлосних зрака, у оптичком влакну се разликују две групе зрака: прву групу чине зраци који се простиру увек у равни која пролази кроз осу влакна, и такве зраке називамо меридионални зраци, док другу групу

чине зраци који никада не секу осу влакана и називају се искошени зраци (слика 2.11). Са слике 2.11а се види да меридионални зраци увек леже у равни чија је ширина 2ρ и та раван увек садржи осу влакна. С друге стране, искошени зраци се простиру дуж хеликоидалне путање, чија је пројекција на раван попречног пресека влакна једна полигонална линија која не мора бити и затворена линија (слика 2.11б). Средња тачка између две узастопне рефлексије увек лежи на цилиндричној површи чији је полупречник r_{ic} , која се назива још и унутрашњи каустик. Меридионални зраци се потпуно описују задавањем угла θ_z ; то је угао између путање зрака и z -осе, која се у изабраној геометрији поклапа са осом влакна.

За описивање искошених зрака, осим угла θ_z (који се још назива и угао инклинације), потребан је и додатни угао који описује увртање ових зрака. У ту сврху се уводи угао θ_ϕ ; то је угао у равни попречног пресека влакна између тангенте на раздвојној површини у тачки рефлексије, и правца пројекције путање зрака на попречни пресек (слика 2.11б). Угао θ_ϕ има увек исту вредност при свакој рефлексији једног истог светлосног зрака.

2.7 Модови у оптичком влакну

Влакно можемо посматрати као оптички таласовод, јер преноси светлост у облику електромагнетних таласа. Када се испитује процес преноса светлости кроз оптичко влакно, од интереса је познавање расподеле електромагнетног поља и интензитета светлости у влакну, који се могу добити решавањем Максвелових једначина уз познавање конкретних граничних услова [21]. Може се показати да се решавањем Максвелових једначина за оптичко влакно добија коначан број решења у облику Беселових функција, које се називају модови [22]. Светлосни сигнал путује низ оптички таласовод у облику скупа различитих модова који се простиру под различитим угловима у односу на осу влакна, што резултира њиховим различитим карактеристикама, као што су групна брзина и таласна дужина. Ово узрокује промену облика светлосног сигнала у току његовог преноса дуж влакна, и утиче на пропусни опсег влакна.

Једна од важних величина при описивању броја модова које влакно може да преноси је бездимензиона величина V која се назива карактеристични таласоводни параметар, нормализовани таласни број, или "V број" [20]:

$$V = \frac{2\pi a(NA)}{\lambda} \quad (2.18)$$

где је a полупречник језгра, λ таласна дужина светлости и NA нумеричка апертура влакна. Ако је "V број" влакна мањи од 2.405, само један мод се може преносити кроз језгро влакна (једномодно влакно). У супротном, ради се о вишемодном оптичком влакну. Број модова у вишемодном влакну са степенастим индексом преламања је [20]:

$$N = \frac{V^2}{2} \quad (2.19)$$

а број модова у вишемодном влакну са градијентним индексом преламања је:

$$N = \frac{V^2}{4} \quad (2.20)$$

2.8 Слабљење снаге светлости у оптичком влакну

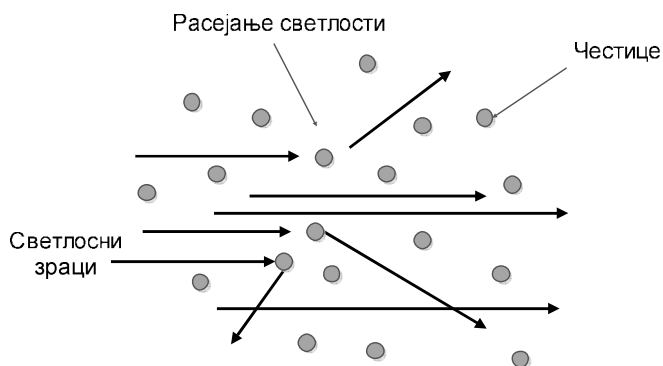
Услед простирања светлости кроз оптичко влакно, снага светлости опада са дужином влакна. Једначина која повезује оптичку снагу на почетку и на крају влакна:

$$P_L = P_0 e^{-\alpha L} \quad (2.21)$$

где је P_0 снага светлости на почетку влакна, P_L снага светлости на крају влакна, L дужина влакна и α' је коефицијент слабљења. У пракси је погодније изразити коефицијент слабљена α у облику [19]:

$$\alpha = \frac{10}{L} \log \frac{P_0}{P_L} = 4.343\alpha' \text{ [dB/km]} \quad (2.22)$$

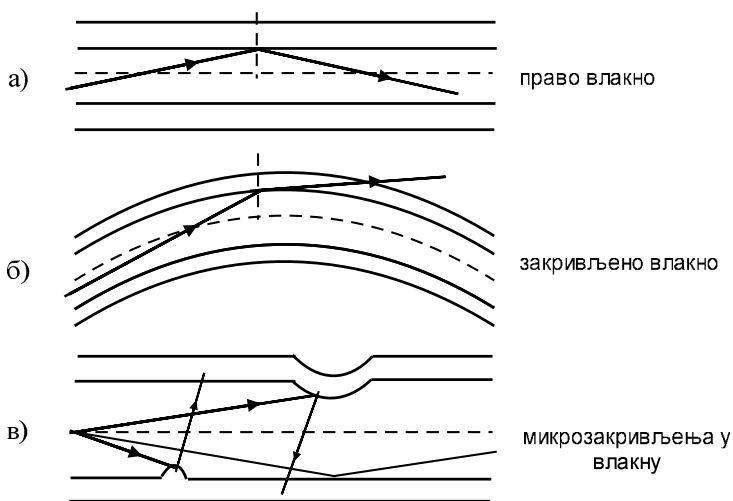
До слабљења снаге светлости у оптичком влакну долази услед унутрашњих и спољашњих губитака светлости [19]. Унутрашњи губици настају због апсорпције и Рејлиевог расејања светлости. Апсорпција ултраљубичастиг зрачења изазива електронске прелазе валентних електрона у атомима материјала влакна и повезана је са електронском структуром атома. Вредности губитака услед апсорпције ултраљубичастиг зрачења су око 0.1 dB/km. При апсорпцији инфрацрвеног зрачења долази до атомских и молекулских вибрација у материјалу језгра влакна (код пластичних оптичких влакана, нпр. C-H молекули). Типична вредност губитака услед ове апсорпције је око 0.5 dB/km. Расејање светлости у језгру влакна услед несавршености у материјалној структури влакна и додатих примеса чије су димензије реда величине таласне дужине примењене светлости, познато је као Рејлиево расејање (слика 2.13), и интензитет овако расејане светлости пропорционалан је са $1/\lambda^4$. Расејани светлосни зраци се одбијају другачије него што би требало по Снеловом закону, па због тога део расејане светлости прелази у омотач. Овај губитак светлости може бити минимализован у току процеса производње влакна његовим пажљивим хлађењем.



Слика 2.13. Рејлијево расејање.

Спољашњи губици светлости настају услед микроскопских деформација у влакну и савијања влакна при његовој инсталацији. Микроскопске деформације влакна обухватају неравнине које се јављају на граници између језгра и омотача влакна, флукуације вредности пречника језгра влакна и мала закривљења влакна која настају у процесу његове производње (слика 2.14). Губици услед закривљења влакна могу се објаснити моделом светлосних зрака. Када је влакно право светлост је везана унутар

влакна принципом тоталне унутрашње рефлексије (слика 2.14а). Услед макроскопског или микроскопског закривљења влакна мења се угао под којим светлосни зрак упада на граничну површину језгро-омотач и долази до преламања зрака који одлази у омотач (слика 2.14б,в).



Слика 2.14. Губици у влакну који настају услед макроскопских и микроскопских закривљења влакна.

Анализа слабљења снаге светлости у влакну у зависности од таласне дужине светлости, показала је да постоје три главна минимума који се налазе у инфрацрвеној области електромагнетног спектра, на таласним дужинама: а) 850 nm, б) 1310 nm и ц) 1550 nm [19]. Интервали таласних дужина од 800 nm до 900 nm, од 1250 nm до 1350 nm и од 1500 nm до 1600 nm називају се "оптички прозори", и у њима се светлост најчешће преноси кроз оптичка влакна. Најмање слабљење у оптичком влакну постиже се на таласној дужини 1550 nm, односно коришћењем трећег "оптичког прозора". Вишемодна оптичка влакна са степенастим индексом преламања користе се за рад у првом и другом "оптичком прозору", вишемодна оптичка влакна са градијентним индексом преламања најчешће се користе у другом "оптичком прозору", док се једномодна влакна користе у другом и трећем "оптичком прозору". Светлеће диоде се користе као извор светлости у сва три "оптичка прозора", док се ласерска диода користи на таласној дужини од око 650 nm.

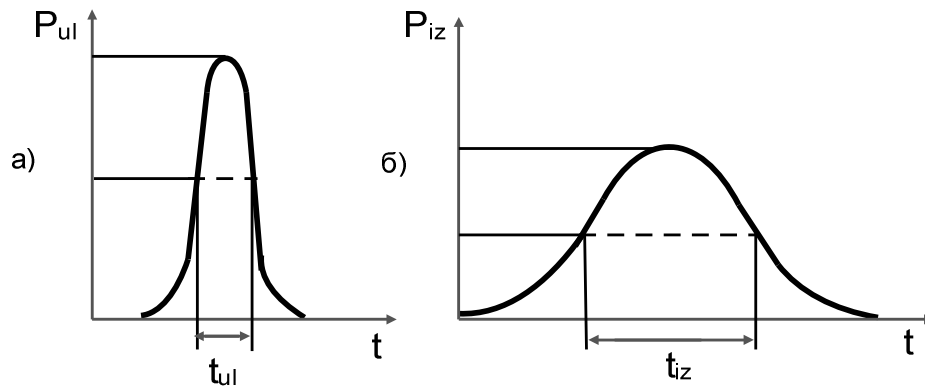
2.9 Дисперзија у оптичком влакну

Дисперзија у оптичком влакну представља временско ширење светлосног импулса који се простире дуж влакна. Настаје као последица свих оних процеса у оптичким влакнима, услед којих се појављује разлика у временима потребним да различити модови пређу одређену дужину влакна.

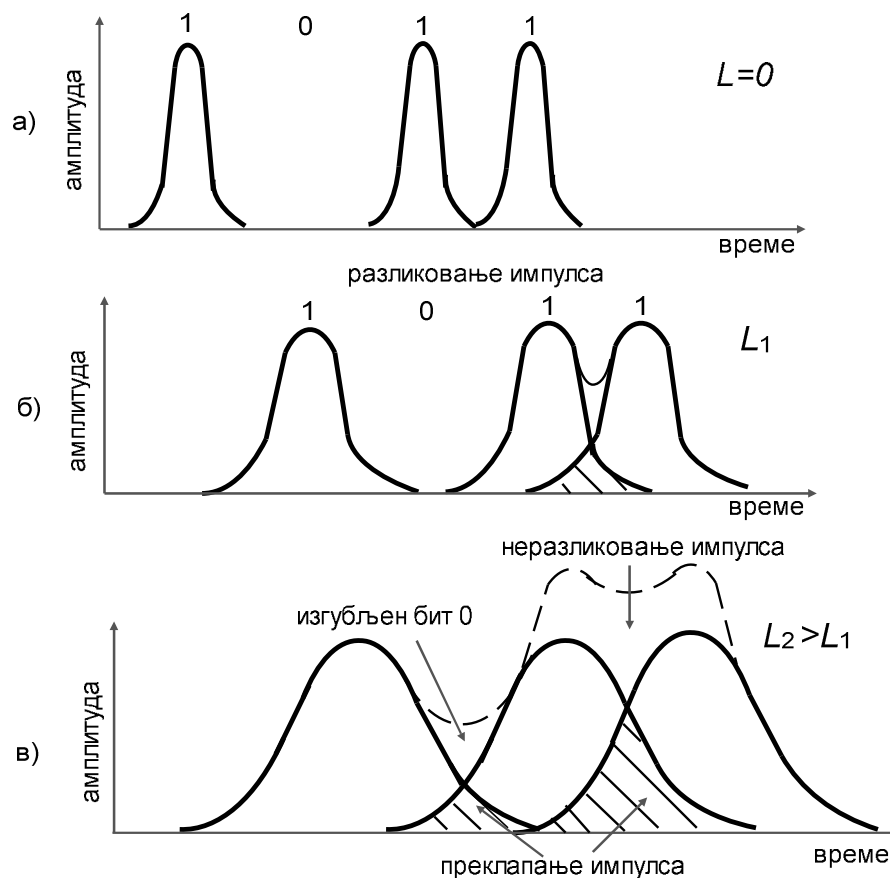
Ако претпоставимо да светлосни импулс који се убацује у влакно има облик Гаусове расподеле, (слика 2.15), тада се укупно временско ширење светлосног импулса услед дисперзије добија из израза:

$$\Delta t = \sqrt{t_{iz}^2 - t_{ul}^2} \quad (2.23)$$

где је t_{ul} и t_{iz} пуна ширина на половини максимума (FWHM) светлосног импулса на улазу и излазу влакна, респективно. Због ширења светлосних импулса долази до њиховог међусобног преклапања, па пријемник на крају влакна не може појединачно да их региструје, чиме се смањује преносни капацитет влакна (слика 2.16).



Слика 2.15. Ширење светлосног импулса при проласку кроз оптичко влакно: а) светлосни импулс на улазу у влакно и б) светлосни импулс на излазу из влакна.



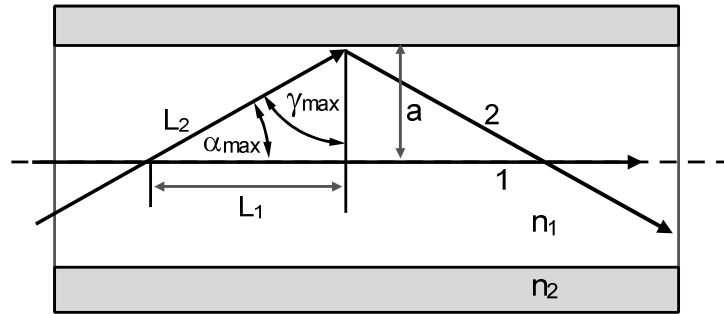
Слика 2.16. Илустрација примене дигиталног сигнала састављеног од битава 1011, где је сваки бит одређен једним светлосним импулсом одређене ширине а) на улазу у влакно б) на дужини влакна L_1 в) и на дужини влакна L_2 ($L_2 > L_1$).

Дисперзија у оптичком влакну узрокује да се влакно понаша као нископропусни филтер, односно мења карактеристику улазног сигнала, с импулсним одзивом $h(t)$ или преносном функцијом $H(\omega)$ [19]. Импулсни одзив и преносна функција представљају Фуријеов трансформацијски пар, па је за одређивање дисперзије довољно измерити $h(t)$ или $H(\omega)$. Мерењем импулног одзива добија се информација о ширењу светлосног импулса при проласку кроз влакно, док се мерењем преносне функције директно добија пропусни опсег влакна.

Треба имати на уму да сваки мод у влакну има своју карактеристичну путању, групну брзину, таласну дужину и поларизацију. Дисперзија светлости у оптичком влакну се може сврстати у две категорије: а) модална и б) хроматска дисперзија. Хроматска дисперзија се даље дели на материјалну и таласоводну дисперзију.

2.9.1 Модална дисперзија

Као што смо већ поменули, различити модови који се преносе кроз оптичко влакно имају различите путање, због чега светлосни сигнали које преносе ти модови стижу на крај оптичког влакна за различита времена. Узмимо, на пример, мод који најбрже стигне до краја влакна $\alpha = 0$ и мод који најспорије стигне до краја влакна $\alpha = \alpha_{\max}$, (слика 2.17).



Слика 2.17. Илустрација извођења израза за Δt_{mod}

Тада се разлика у временима Δt_{mod} потребним да модови стигну до краја влакна, добија на следећи начин:

$$t_1 = L_1 \frac{n_1}{c} \quad (2.24)$$

$$t_2 = L_2 \frac{n_1}{c} = \frac{L_1 n_1}{c} \frac{1}{\sin \gamma_{\max}} = \frac{L_1}{c} \frac{n_1^2}{n_2^2} \quad (2.25)$$

$$\Delta t_{\text{mod}} = t_2 - t_1 = L_1 \frac{n_1}{c} \frac{n_1 - n_2}{n_2} \quad (2.26)$$

Светлосни сигнал који се састоји од великог броја модова, на крају влакна има ширу расподелу у односу на светлосни сигнал на почетку влакна. То практично значи да долази до кварења сигнала на крају влакна, чиме се смањује пропусни опсег влакна.

2.9.2 Хроматска дисперзија

Хроматска дисперзија обухвата материјалну и таласоводну дисперзију. Таласоводна дисперзија настаје, у принципу, због зависности " V-броја" од таласне дужине светлости, тј. преносне карактеристике мода (нпр. групна брзина) су функција односа полупречника језгра и таласне дужине светлости. Другим речима, таласоводна дисперзија настаје због тога што долази до преласка одређеног броја највиших модова до различитих дубина у омотачу које зависе од таласне дужине светлости. Тако настало ширење сигнала је занемарљиво у односу на ширење сигнала услед модалне дисперзије. Овај ефекат је значајан само код једномодних, а занемарљив је код вишемодних влакана.

Материјална дисперзија се јавља услед зависности вредности индекса преламања материјала од таласне дужине светлости. Пошто светлосни сигнал није потпуно монохроматски већ обухвата одређени опсег таласних дужина, онда материјал преко индекса преламања различито утиче на брзину простирања појединих компоненти сигнала. Део светлосног сигнала који има већу таласну дужину креће се кроз влакно већом брзином у поређењу с делом светлосног сигнала који има мању таласну дужину. Дакле, материјална дисперзија зависи од спектралне ширине светлости емитоване из светлосног извора из кога се светлост убацује у влакно. Типична спектрална ширина светлосних диода је од 30 nm до 60 nm, а ласерских диода од 3 nm до 5 nm [23].

Временско ширење светлосног сигнала услед материјалне дисперзије дато је следећим изразом [23]:

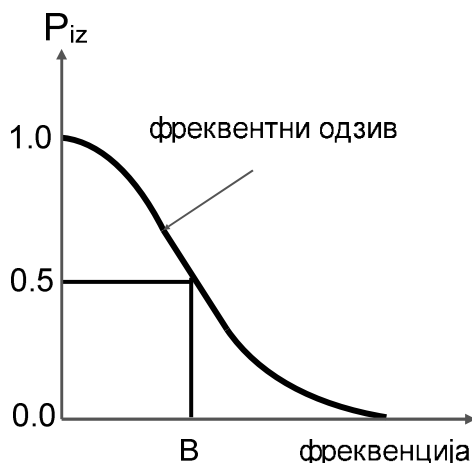
$$\Delta t_{mat} = L \Delta \lambda \frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n(\lambda)}{d \lambda^2} = L \Delta \lambda M(\lambda) \quad (2.27)$$

где је L дужина влакна, $\Delta \lambda$ спектрална ширина светлосног извора, $n(\lambda)$ индекс преламања језгра влакна који зависи од таласне дужине светлости и $M(\lambda)$ параметар материјалне дисперзије.

2.10 Пропусни опсег оптичког влакна

Пропусни опсег оптичког влакна је могуће дефинисати на више начина. У суштини, пропусни опсег оптичког влакна представља интервал фреквенција оптичког сигнала који се може пренети кроз влакно уз прихватљиво слабљење сигнала. Овде ћемо дати још једну дефиницију пропусног опсега оптичког влакна која се у пракси често користи: пропусни опсег влакна B је фреквенција на којој се амплитуда синусно модулисаног монохроматског светлосног сигнала који се преноси кроз оптичко влакно смањи на половину, односно за 3 dB, (слика 2.18) [23].

За вишемодна оптичка влакна користи се производ пропусног опсега и дужине влакна да би се описале његове преносне карактеристике. На пример, 2 MHz-km значи да $2 \cdot 10^6$ светлосних импулса путује кроз оптичко влакно дужине 1 km тако да сваки светлосни импулс може да се појединачно региструје на крају влакна.



Слика 2.18. Илустрација дефиниције пропусног опсега оптичког влакна.

Пропусни опсег вишемодног оптичког влакна у пракси се често повећава убацивањем у влакно снопа светлости који има малу ширину угаоне расподеле снаге и под малим углом у односу на осу влакна. Други начин је користећи различите филтере помоћу којих се из влакна одстрањују модови највишег реда. На тај начин се постиже да се кроз влакно преноси мањи број модова чиме се смањује модална дисперзија.

Познавање пропусног опсега влакна није довољно да би се одредио преносни капацитет оптичког линка. За то је потребно познавати и поступак преноса светлости као и комплетну преносну функцију система. На пропусни капацитет оптичког линка

такође утиче и избор врсте оптичког сигнала (дигитални или аналогни). Поменимо још да поред линеарних оптичких ефеката, као што су слабљење снаге светлости и дисперзија, при преносу светлости кроз оптичко влакно могу се јавити и нелинеарни оптички ефекти [24], као што су: сопствена фазна модулација, самофокусирање, мешање "четири таласа", Раманово расејање, Брилуеново расејање, двофотонска апсорпција и Керов ефакат, који такође утичу на преносне карактеристике оптичких влакана. Ове нелинеарне појаве су значајне при преносу светлости великог интензитета, када одговор оптичког система на повећање интензитета светлости постаје нелинеарна функција интензитета.

2.11 Класификација оптичких влакана према врсти материјала

Оптичка влакна се према врсти материјала најчешће сврставају у три категорије: стаклена влакна, влакна са стакленим језгром и пластичним омотачем и пластична влакна. Стаклена влакна се праве од силицијум диоксида са додатком примеса. Додавањем примеса мења се индекс преламања језгра и омотача. Германијум и фосфор се додају да би се повећао индекс преламања, а бор и флуориди да би се смањио индекс преламања. Ова влакна се користе за пренос велике количине информација на велика растојања. Њихова нумеричка апертура је мала ($NA \approx 0.2$), што може да резултира великим почетним губицима при убацивању светлости у влакно. Пречници језгра влакна су најчешће 50 μm , 100 μm и 200 μm . Укупни губици стаклених влакана су неколико dB/km [25].

Оптичка влакна са стакленим језгром и омотачем од пластике су погодна за краћа растојања, обично до неколико стотина метара и за пренос средње количине информација. Нумеричка апертура им је већа ($NA \approx 0.4$), али су и губици већи и износе око 8 dB/km. Пречник језгра ових влакана је обично од 200 μm до 600 μm .

Пластична оптичка влакна имају језгро и омотач од пластике. Употребљавају се на кратким растојањима, обично до 100 m. Стандардни пречници ових влакана су 250 μm , 500 μm и 1000 μm , а пречници њихових језгара су 240 μm , 490 μm и 980 μm , респективно [19]. Нумеричка апертура им је највећа ($NA \approx 0.5$), а губици се крећу и до неколико стотина dB/km. Пластична оптичка влакна су лака за руковање и њихова главна предност у односу на друге врсте оптичких влакана је што имају велики

пречник, што омогућава њихово лакше спајање. Пластична оптичка влакна лако прихватају светлост из светлосне диоде, што им омогућава широку комерцијалну примену као лако-преносивих водова за дисплеје и код система за испоруку светлосне снаге различитим врстама оптичких сензора [25].

2.12 Методе за анализу оптичких влакана

За описивање карактеристика простирања светлости кроз оптички таласовод могу се применити три приступа: електромагнетни (таласна теорија), геометријски и користећи једначину протока снаге. Таласна теорија оптичких таласовода заснована је на Максвеловим једначинама и примени основних закона електродинамике. Недостатак електромагнетног приступа је што се у општем случају добијају веома компликоване једначине и решења за велики број појединачних модова. Познато је из класичне оптике, да у срединама где се индекс преламања незнатно мења на растојењу реда величине таласне дужине (ово је типично за вишемодне оптичке таласоводе), може се за описивање простирања светлости кроз таласовод користити и геометријска оптика. Примена овог метода своди на праћење историје појединачних зрака занемарујући таласне ефекте светлости. Модел који је заснован на примени геометријске оптике има недостатак јер је потребно генерисати велики број појединачних зрака, што захтева велико рачунарско време. Такође, врло је актуелан метод који се заснива на једначини протока снаге, а примењује се у анализи вишемодних оптичких влакана. Овај метод се заснива на решавању Глогеове једначине протока снаге и биће детаљно објашњена у даљем тексту. У наведеним поглављима, приказане су основне карактеристике овог метода.

3. ОПТИЧКА ВЛАКНА СА W ИНДЕКСОМ ПРЕЛАМАЊА

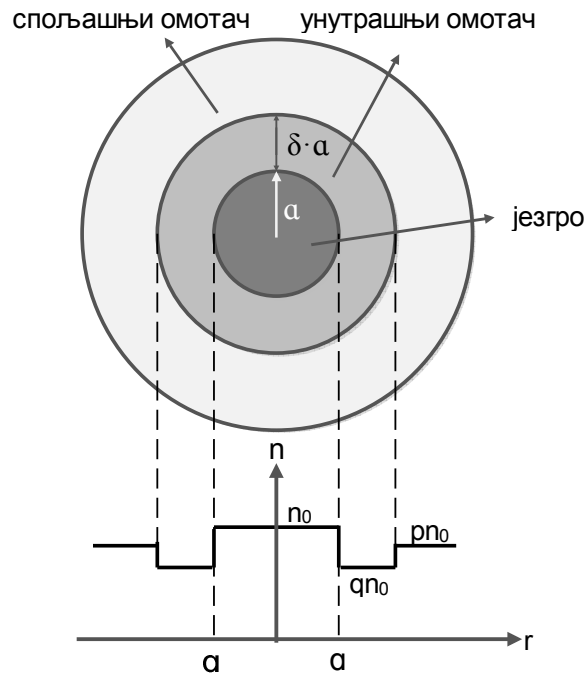
3.1 Увод

Основна улога оптичког влакна је да светлост води од предајника до пријемника оптичког сигнала уз што мање губитке и што већи преносни капацитет. Оптичка влакна су данас постала индустријски стандард за земаљске телекомуникацијске системе и преносе око 85% укупног комуникационог саобраћаја. Стаклена оптичка влакна (СОВ) су најчешће коришћен преносни медијум у комуникационим мрежама са великим капацитетом преноса на великим удаљеностима, за разлику од пластичних оптичких влакана (ПОВ) која се обично употребљавају на кратким растојањима (<100 m).

Потреба савременог друштва за све већом брзином и капацитетом преноса информација разлог је за даља испитивања и побољшања преносних карактеристика оптичких влакана. Један од начина побољшања преносних карактеристика оптичких влакана је унапређење дизајна индекса преламања вишемодних оптичких влакана. Тип оптичких влакана који показује побољшање у овом сегменту јесу влакна са W индексом преламања (W влакна). Експериментално је показано побољшање пропусног опсега пластичних оптичких влакана у односу на влакна са степенастим индексом (СИ) преламања и градијентним индексом (ГИ) преламања [11]. Предложена су друга решења у отклањању ових ограничења, као нпр. просторна модулација [26], техника детекције [27], компензација модалне дисперзије [28] и селективно побуђивање модова [29, 30]. И поред тога, недовољно је урађено на анализи и дизајну оптичких влакана са аспекта њихових преносних карактеристика, посебно пропусног опсега. Стога се додатно побољшање пропусног опсега може остварити кроз унапређење дизајна индекса преламања вишемодних оптичких влакана.

За разлику од влакана са језгром и једним омотачем (SC - single clad), W влакно поседује језгро и два омотача, унутрашњи и спољашњи (слика 3.1). Оваква структура W влакна обезбеђује бољу везаност вођених модова, тј. смањује појаву модалне дисперзије у поређењу са одговарајућим SC влакном. Унутрашњи омотач W влакна смањује број вођених модова, смањујући ефективну нумеричку апертуру, чиме су

вођени модови боље везани у језгру влакна [31]. Пропусни опсег стакленог SC влакна је око 30 MHz·km, а стакленог W влакна око 50 MHz·km, док је код пластичних SC влакна 15 MHz·km, а код пластичних W влакна 200 MHz·km [32, 9,33].



Слика 3.1. Геометрија и расподела индекса преламања W влакна [34].

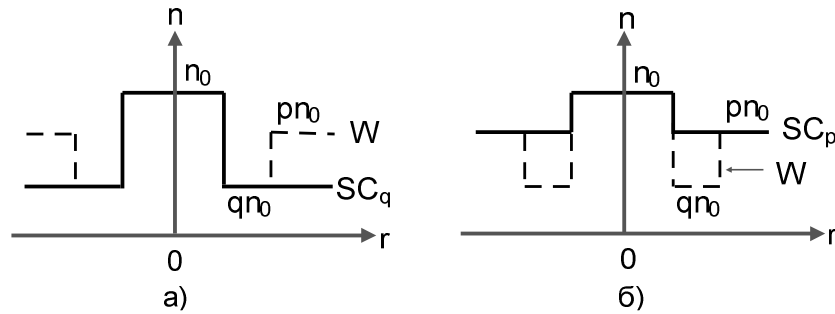
Полупречник језгра влакна је a , ширина унутрашњег омотача је $\delta \cdot a$ (слика 3.1), а спољашњи омотач се узима да је неограничене ширине (слика 3.1). Параметри q и p задовољавају услов [34]:

$$1 > p > q \quad (3.1)$$

Влакна са степенастим индексом преламања и једним омотачем, SC_p и SC_q влакна, приказана на слици 3.2, могу се користити као референтна SC влакна при моделовању и испитивању преносних карактеристика W влакна, када ширина унутрашњег омотача W влакна тежи нули ($\delta \rightarrow 0$) или бесконачности ($\delta \rightarrow \infty$), респективно [34]. Нормализована фреквенција која одговара SC_q влакну дефинисана је као [34]:

$$\hat{\nu} = n_0 k_0 a (1 - q^2)^{1/2} \quad (3.2)$$

где је k_0 таласни број у вакууму и износи $2\pi/\lambda$.



Слика 3.2. а) референтно влакно са једним омотачем (SC_q) када $\delta \rightarrow \infty$ и б) референтно W влакно са нултом дебелином унутрашњег омотача (SC_p).

Када се вредност нормализоване фреквенције $\hat{\nu}$ повећава:

- а) Електромагнетно поље произвољног вођеног мода јаче је везано у језгру.
- б) Ефективни индекс преламања сваког вођеног мода, дефинисаног са β/k_0 , тежи n_0 (у близини фреквенције одсецања, индекс преламања мода β/k_0 је близу qn_0).
- ц) Број вођених модова се повећава.

Највећи утицај на карактеристике W влакна имају параметри q, p и δ . Поље вођених модова W влакна може се апроксимирати пољем одговарајућег SC влакна и зависи делимично од вредности p и δ , али највише од вредности q . Број вођених модова одређен је нормализованом фреквенцијом SC_p влакна, која је дата изразом [34]:

$$\nu = n_0 k_0 a (1 - p^2)^{1/2} \quad (3.3)$$

Број вођених модова зависи и од односа $(1 - q)/(1 - p)$. Константа слабљења цурећег мода зависи од броја мода, нормализоване фреквенције и ширине унутрашњег омотача. Што је ширина унутрашњег омотача већа, константа слабљења је мања. Стога, мењањем ширине унутрашњег омотача може се утицати на слабљење цурећих модова.

3.2 Механизам вођења модова кроз влакно са W индексом преламања

Посматрајмо W влакно на слици 3.3а, код кога је:

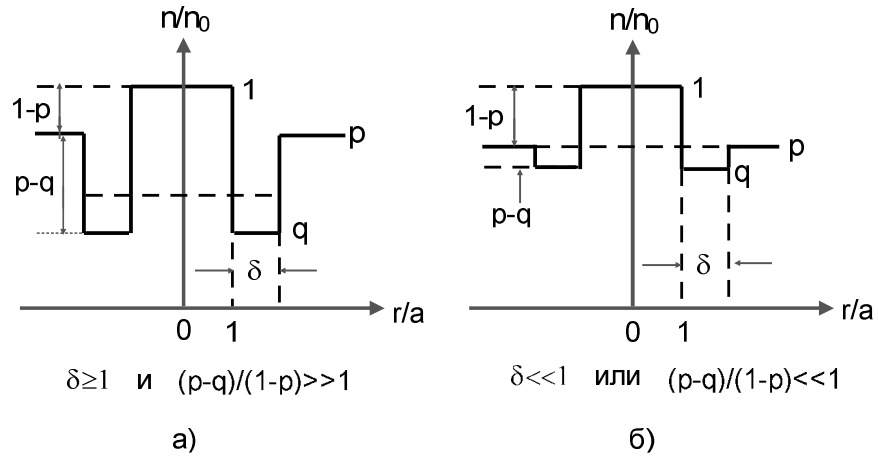
$$\begin{aligned} \delta &\geq 1 \\ (p - q)/(1 - p) &\gg 1 \end{aligned} \quad (3.4)$$

Вођени модови постоје ако је таласна дужина светлости која се преноси кроз W влакно много мања од полупречника језгра влакна a . Када је таласна дужина светлости много већа од полупречника језгра влакна a , талас „види“ ефективни индекс преламања [35]:

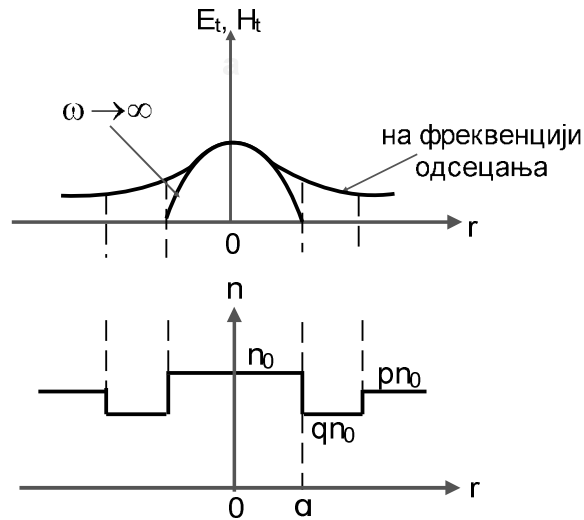
$$n = \begin{cases} n_0 / (1 + \delta)^2 + qn_0 [1 - 1/(1 + \delta)^2] & r < (\delta + 1)a \\ pn_0 & r > (\delta + 1)a \end{cases} \quad (3.5)$$

Горња једначина у (3.5) представља средњи индекс преламања за $r < (\delta + 1)a$. Ефективни индекс преламања за $r < (\delta + 1)a$ је мањи од pn_0 , тако да најнижи мод увек има фреквенцију одсецања.

Размотримо сада расподелу компонената трансверзалног поља најнижих модова у W влакну са слике 3.3а [35]. За вођени мод, поље у спољашњем омотачу експоненцијално опада, док се у језгру простире у облику косинусне функције. Поље у спољашњем омотачу је константно на фреквенцији одсецања, док је облик поља у унутрашњем омотачу у суштини исти и на фреквенцији одсецања, тако да облик читавог поља изгледа као што је приказано на слици 3.4 [35]. У случају када $\omega \rightarrow \infty$, поље је чврсто везано у језгру (слика 3.4) [35]. Другим речима, битан параметар $u = k_0 a \sqrt{n_0^2 - n_{ef}^2}$, који представља трансверзалну фазну константу у језгру, не мења се значајно с порастом фреквенције, од фреквенције одсецања до бесконачне фреквенције. Зато услов (3.4) треба користити као услов за чврсто везано поље. Са друге стране, за влакна са слабо везаним пољима (слика 3.3б) не постоји фреквенција одсецања за најнижи мод.



Слика 3.3. (а) Облик индекса преламања код W влакна са чврсто везаним пољем у језгру (б) Облик индекса преламања код W влакна са слабо везаним пољем.

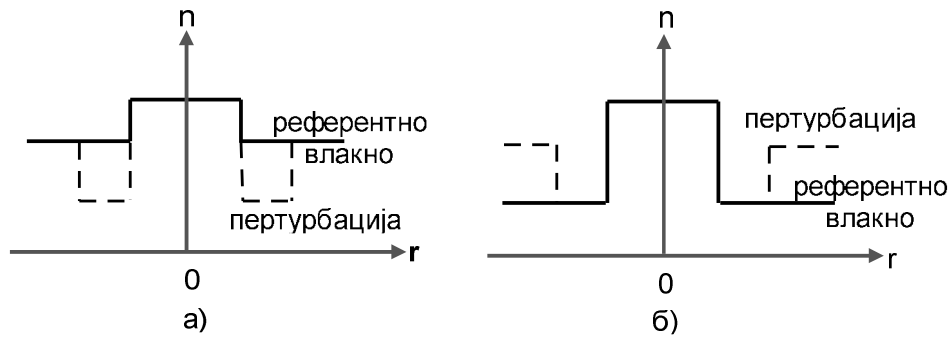


Слика 3.4. Расподела поља код W влакна са чврсто везаним пољем, на фреквенцији одсецања и за $\omega \rightarrow \infty$. E_t и H_t су трансверзалне компоненте електричног и магнетног поља, респективно.

Претпостављајући да је спрезање слабо, или $\delta a \gg \lambda / 2\pi(1 - q^2)^{1/2}$, постоји више вођених модова овим “пертурбованим” влакном представљеним на слици 3.5б. За појединачни и-ти мод, може се дефинисати ефективни индекс мода $n^{(i)}$, дефинисан као:

$$n^{(i)} = \beta^{(i)} / k_0 \quad (3.6)$$

где $\beta^{(i)}$ представља фазну константу и-тог мода, док је k_0 таласни број у вакууму и износи $k_0 = \omega(\epsilon_0 / \mu_0)^{1/2}$ (ϵ_0 и μ_0 су пермитивност и пермеабилност вакуума, респективно). Ако је ефективни индекс мода (у даљем тексту скраћено називан индекс мода) $n^{(i)}$ мањи од pn_0 , мод ће се спрегнути са таласом који се простире у спољашњем омотачу са скоро истом вредношћу β . Вођени мод влакна тада постаје цурећи талас. Стога само модови са ефективним индексом мода већим од pn_0 се простиру дуж влакна. Последица тога је, да се спољашњи омотач понаша као филтер модова.



Слика 3.5. Раздвајање W влакна на “референтно влакно” и “пертурбациону структуру”. (а) извршена је пертурбација унутрашњег омотача (б) извршена је пертурбација спољашњег омотача.

3.3 Таласна теорија оптичког влакна са W индексом преламања

Ово поглавље се бави основним једначинама неопходним за анализу диелектричних таласовода у оквиру таласне теорије. Пажња ће бити посвећена електромагнетном приступу за цилиндрично оптичко влакно са W индексом преламања. С обзиром да је циљ дизајнирати структуру W влакна која ће водити таласе, z оса је постављена као лонгитудинална оса, и претпоставља се да се енергија простире дуж z осе. Коришћењем електромагнетног приступа, добијају се једначине у функцији лонгитудиналних компонената поља у таласоводу са W индексом преламања. Приказаћемо и једначине за израчунавање трансверзалних компонената поља на основу лонгитудиналних компонената.

3.3.1 Максвелове једначине

Одређивање структуре електромagnetног поља у таласоводима, подразумева решавање система Максвелових једначина. Због тога ћемо исписати Максвелове једначине у општем облику и дати неколико напомена о начину њиховог решавања. Комплетан систем Максвелових једначина садржи четири парцијалне диференцијалне једначине, које међусобно повезују, јачину електричног поља \vec{E} , електричну индукцију \vec{D} , магнетну индукцију \vec{B} и јачину магнетног поља \vec{H} , вектор густине струје \vec{J} и густину наелектрисања ρ . Максвелове једначине у векторском облику гласе [13, 12]:

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial \vec{B}(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (3.7)$$

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{J}(\vec{r}, t) + \frac{\partial \vec{D}(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (3.8)$$

$$\nabla \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) = 0 \quad (3.9)$$

$$\nabla \cdot \vec{D}(\vec{r}, t) = \rho(\vec{r}, t) \quad (3.10)$$

У изотропним и линеарним срединама, једначинама (3.7-3.10) треба придружити и следеће три материјалне једначине:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (3.11)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (3.12)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (3.13)$$

где су ϵ , μ и σ пермитивност, пермеабилност и проводност средине, респективно.

За таласоводе које ми анализирамо, узима се:

$$\sigma = 0 \quad \mu_r = \mu / \mu_0 \quad \epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0 \quad (3.14)$$

где су μ_r и ε_r релативна пермеабилност и пермитивност средине, респективно. Вредности ових константи за вакуум су $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$ F/m и $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m. За оптичке таласоводе је $n = \sqrt{\varepsilon_r}$, при чему је n индекс преламања средине.

Претпоставља се да се ради о хомогеној, линеарно-изотропној средини без наелектрисања, у којој нема губитака, тако да систем Максвелових једначина (3.7–3.10) постаје [13]:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.15)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (3.16)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.17)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \quad (3.18)$$

Материјалне једначине (3.11–3.13) постају:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (3.19)$$

$$\vec{J} = 0 \quad (3.20)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (3.21)$$

Ако једначине (3.11) и (3.13) заменимо у (3.15) и (3.16), респективно, Максвелове једначине се своде на следећи погодан облик:

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (3.22)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (3.23)$$

При анализи оптичких влакана применом таласне оптике, третира се проблем електромагнетног поља влакна тражећи решења која се односе на простопериодични

закон времена, претпостављајући у горњим једначинама чинилац $e^{i\omega t}$ уз поља \vec{E} и \vec{H} . Овде је ω кружна учестаност дате монохроматске компоненте поља, а i је имагинарна јединица. Стога се вектори поља могу написати у облику, $\vec{E}(r,t) = \vec{E}(r)e^{i\omega t}$ и $\vec{H}(r,t) = \vec{H}(r)e^{i\omega t}$, а једначине (3.22) и (3.23) постају [13]:

$$\nabla \times \vec{E} = -i\omega\mu\vec{H} \quad (3.24)$$

$$\nabla \times \vec{H} = i\omega\varepsilon\vec{E} \quad (3.25)$$

Због природе проблема цилиндричног таласовода, користе се цилиндричне координате r, θ и z , а оса z се поклапа са осом таласовода. Ако напишемо Максвелове једначине (3.24) и (3.25) у цилиндричним координатама, добијамо систем од шест скаларних једначина:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} - \frac{\partial H_\theta}{\partial z} = i\omega\varepsilon E_r \quad (3.26a)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} - \frac{\partial E_\theta}{\partial z} = -i\omega\mu H_r \quad (3.26b)$$

$$\frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = i\omega\varepsilon E_\theta \quad (3.27a)$$

$$\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = -i\omega\mu H_\theta \quad (3.27b)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rH_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \theta} = i\omega\varepsilon E_z \quad (3.28a)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rE_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \theta} = -i\omega\mu H_z \quad (3.28b)$$

Тражењем решења која имају облик прогресивног таласа у позитивном смеру z -осе, зависност компонената поља од z је дата функцијом $e^{-i\beta z}$, па систем једначина (3.26 – 3.28) можемо написати у следећем облику:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} + i\beta H_\theta = i\omega \varepsilon E_r \quad (3.29)$$

$$-i\beta H_r - \frac{\partial H_z}{\partial r} = i\omega \varepsilon E_\theta \quad (3.30)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rH_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \theta} = i\omega \varepsilon E_z \quad (3.31)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} + i\beta E_\theta = -i\omega \mu H_r \quad (3.32)$$

$$-i\beta E_r - \frac{\partial E_z}{\partial r} = -i\omega \mu H_\theta \quad (3.33)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rE_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \theta} = -i\omega \mu H_z \quad (3.34)$$

Ако се из једначина (3.29) и (3.33) елиминише H_θ , а из једначина (3.30) и (3.32) H_r , добијамо трансверзалне компоненте електричног поља у функцији лонгитудиналних компонената E_z и H_z [13]:

$$E_r = -\frac{i}{\kappa^2} \left(\beta \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\omega \mu}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \right) \quad (3.35)$$

$$E_\theta = -\frac{i}{\kappa^2} \left(\frac{\beta}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} - \omega \mu \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) \quad (3.36)$$

где је $\kappa^2 \equiv k^2 - \beta^2$, $k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu$, $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r = \varepsilon_0 n^2$ и $\mu = \mu_0 \mu_r \approx \mu_0$. κ и β представљају трансверзалну и лонгитудиналну компоненту таласног вектора k , респективно.

Аналогним поступком, елиминишићи E_r и E_θ из истих парова једначина, добијамо [13]:

$$H_r = -\frac{i}{\kappa^2} \left(\beta \frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{\omega \varepsilon}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} \right) \quad (3.37)$$

$$H_\theta = -\frac{i}{\kappa^2} \left(\frac{\beta}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} + \omega \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) \quad (3.38)$$

Ако се H_r и H_θ у једначини (3.31) изразе помоћу једначина (3.37) и (3.38), добијамо диференцијалну једначину за компоненту E_z [13]:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \theta^2} + \kappa^2 E_z = 0 \quad (3.39)$$

Идентична једначина се добија за H_z , ако се E_r и E_θ у (3.34) замене одговарајућим изразима (3.35) и (3.36) [13]:

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \theta^2} + \kappa^2 H_z = 0 \quad (3.40)$$

Једначине (3.39) и (3.40) представљају две таласне једначине, за електрично и магнетно поље, респективно, чијим решавањем налазимо компоненте поља E_z и H_z . Проблем налажења лонгитудиналних компонената поља, своди се на решавање таласне једначине облика:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} + \gamma^2 f = 0 \quad (3.41)$$

Решавање оваквог типа једначине изводи се помоћу стандардног модела раздвајања променљивих, тако да се као решења добијају лонгитудиналне компоненте

електричног и магнетног поља у језгру, унутрашњем и спољашњем омотачу. Зависност поља од времена и координате z дата је у облику $\exp j(\omega t - \beta z)$. Да би поље било вођено унутар влакна мора бити задовољен услов $n_0 k_0 < \beta < p n_0 k_0$.

Узимајући то у обзир, лонгитудиналне компоненте поља у језгру, унутрашњем и спољашњем омотачу дате су у следећем облику [35]:

$$\left. \begin{aligned} E_{z1} &= A J_n(hr) \cos n\theta \exp j(\omega t - \beta z) \\ H_{z1} &= B J_n(hr) \sin n\theta \exp j(\omega t - \beta z) \end{aligned} \right\} r < a \quad (3.42)$$

$$\left. \begin{aligned} E_{z2} &= [C I_n(\hat{\alpha}r) + D K_n(\hat{\alpha}r)] \cos n\theta \exp j(\omega t - \beta z) \\ H_{z2} &= [F I_n(\hat{\alpha}r) + G K_n(\hat{\alpha}r)] \sin n\theta \exp j(\omega t - \beta z) \end{aligned} \right\} a < r < (\delta + 1)a \quad (3.43)$$

$$\left. \begin{aligned} E_{z3} &= L K_n(\alpha r) \cos n\theta \exp j(\omega t - \beta z) \\ H_{z3} &= M K_n(\alpha r) \sin n\theta \exp j(\omega t - \beta z) \end{aligned} \right\} r > (\delta + 1)a \quad (3.44)$$

где је J_n Беселова функција прве врсте n -тог реда, I_n је модификована Беселова функција прве врсте n -тог реда, а K_n модификована Беселова функција друге врсте n -тог реда (модификована Веберова функција). A, B, C, D, F, G, L и M су интеграционе константе.

Параметри $h, \hat{\alpha}$ и α дати су у облику [35]:

$$h^2 = n_0^2 k_0^2 - \beta^2 \quad (3.45)$$

$$\hat{\alpha}^2 = \beta^2 - q^2 n_0^2 k_0^2 \quad (3.46)$$

$$\alpha^2 = \beta^2 - p^2 n_0^2 k_0^2 \quad (3.47)$$

Када добијена решења за лонгитудиналне компоненте поља (3.42-3.44) заменимо у претходно добијене трансверзалне компоненте поља (3.35-3.38), добијамо решења за компоненте трансверзалног поља у језгру, унутрашњем и спољашњем омотачу [36]:

$$\left. \begin{aligned} E_{\theta 1} &= \sin n\theta \exp j(\omega t - \beta z)(jn_0 k_0 a / u)AJ_{n+1}(ur / a) \\ E_{r 1} &= \cos n\theta \exp j(\omega t - \beta z)(jn_0 k_0 a / u)AJ_{n-1}(ur / a) \\ H_{\theta 1} &= Y \cos n\theta \exp j(\omega t - \beta z)(jn_0 k_0 a / u)AJ_{n-1}(ur / a) \\ H_{r 1} &= -Y \sin n\theta \exp j(\omega t - \beta z)(jn_0 k_0 a / u)AJ_{n+1}(ur / a) \end{aligned} \right\} r < a \quad (3.48)$$

$$\left. \begin{aligned} E_{\theta 2} &= \sin n\theta \exp j(\omega t - \beta z)(jn_0 k_0 a / \hat{w})(-CI_{n-1}(\hat{w}r / a) + DK_{n-1}(\hat{w}r / a)) \\ E_{r 2} &= -\cos n\theta \exp j(\omega t - \beta z)(jn_0 k_0 a / \hat{w})(-CI_{n+1}(\hat{w}r / a) + DK_{n+1}(\hat{w}r / a)) \\ H_{\theta 2} &= -Y \cos n\theta \exp j(\omega t - \beta z)(jn_0 k_0 a / \hat{w})(-CI_{n+1}(\hat{w}r / a) + DK_{n+1}(\hat{w}r / a)) \\ H_{r 2} &= -Y \sin n\theta \exp j(\omega t - \beta z)(jn_0 k_0 a / \hat{w})(-CI_{n-1}(\hat{w}r / a) + DK_{n-1}(\hat{w}r / a)) \end{aligned} \right\} a < r < (\delta + 1)a \quad (3.49)$$

$$\left. \begin{aligned} E_{\theta 3} &= \sin n\theta \exp j(\omega t - \beta z)(jn_0 k_0 a / w) \cdot LK_{n-1}(wr / a) \\ E_{r 3} &= -\cos n\theta \exp j(\omega t - \beta z)(jn_0 k_0 a / w) \cdot LK_{n+1}(wr / a) \\ H_{\theta 3} &= -Y \cos n\theta \exp j(\omega t - \beta z)(jn_0 k_0 a / w) \cdot LK_{n+1}(wr / a) \\ H_{r 3} &= -Y \sin n\theta \exp j(\omega t - \beta z)(jn_0 k_0 a / w) \cdot LK_{n-1}(wr / a) \end{aligned} \right\} r > (\delta + 1)a \quad (3.50)$$

где је $Y = n_0(\varepsilon_0 / \mu_0)^{1/2}$ и $n \neq 0$.

С обзиром на домен у коме се рачуна електромагнетно поље таласовода, модел таласовода са бесконачно дебелим омотачем намеће граничне услове непрекидности тангенцијалних компонената вектора јачине електричног и магнетног поља на раздвојним цилиндричним површинама $r = a$ и $r = (\delta + 1)a$. Први гранични услов непрекидности лонгитудиналних компонената електричног и магнетног поља на граничним површима је:

$$\begin{aligned} E_{z 1}(a) &= E_{z 2}(a) \\ H_{z 1}(a) &= H_{z 2}(a) \end{aligned} \quad (3.51)$$

$$E_{z 2}((\delta + 1)a) = E_{z 3}((\delta + 1)a)$$

$$H_{z 2}((\delta + 1)a) = H_{z 3}((\delta + 1)a)$$

Други гранични услов једнакости лонгитудиналних јачина електричних поља на граничним површинама је:

$$\begin{aligned}
 E_{\theta_1}(a) &= E_{\theta_2}(a) \\
 H_{\theta_1}(a) &= H_{\theta_2}(a)
 \end{aligned} \tag{3.52}$$

$$E_{\theta_2}((\delta + 1)a) = E_{\theta_3}((\delta + 1)a)$$

$$H_{\theta_2}((\delta + 1)a) = H_{\theta_3}((\delta + 1)a)$$

Из првог граничног услова добијају се вредности интеграционих константи A , C , D и L , а из другог граничног услова добија се следећи систем једначина [35]:

$$\begin{bmatrix}
 n\left(\frac{1}{u^2} + \frac{1}{\hat{w}^2}\right)\hat{I}_i & n\left(\frac{1}{u^2} + \frac{1}{\hat{w}^2}\right)\hat{K}_i & \rho\hat{I}_i\left(\frac{J'}{uJ} + \frac{\hat{I}_i'}{\hat{w}^2\hat{I}_i}\right) & \rho\hat{K}_i\left(\frac{J'}{uJ} + \frac{\hat{K}_i'}{\hat{w}\hat{K}_i}\right) \\
 \rho\hat{I}_i\left(\frac{J'}{uJ} + \frac{q^2\hat{I}_i'}{\hat{w}\hat{I}_i}\right) & \rho\hat{K}_i\left(\frac{J'}{uJ} + \frac{q^2\hat{K}_i'}{\hat{w}\hat{K}_i}\right) & n\left(\frac{1}{u^2} + \frac{1}{\hat{w}^2}\right)\hat{I}_i & n\left(\frac{1}{u^2} + \frac{1}{\hat{w}^2}\right)\hat{K}_i \\
 \frac{n\hat{I}_0}{1+\delta}\left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{\hat{w}^2}\right) & \frac{n\hat{K}_0}{1+\delta}\left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{\hat{w}^2}\right) & \rho\hat{I}_0\left(\frac{K_0'}{wK_0} - \frac{\hat{I}_0'}{\hat{w}\hat{I}_0}\right) & \rho\hat{K}_0\left(\frac{K_0'}{wK_0} - \frac{\hat{K}_0'}{\hat{w}\hat{K}_0}\right) \\
 \rho\hat{I}_0\left(\frac{p^2K_0'}{wK_0} - \frac{q^2\hat{I}_0'}{\hat{w}\hat{I}_0}\right) & \rho\hat{K}_0\left(\frac{p^2K_0'}{wK_0} - \frac{q^2\hat{K}_0'}{\hat{w}\hat{K}_0}\right) & \frac{n\hat{I}_0}{1+\delta}\left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{\hat{w}^2}\right) & \frac{n\hat{K}_0}{1+\delta}\left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{\hat{w}^2}\right)
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 C \\
 D \\
 (\mu_0/n_0^2\varepsilon_0)^{1/2}F \\
 (\mu_0/n_0^2\varepsilon_0)^{1/2}G
 \end{bmatrix}
 = 0 \tag{3.53}$$

где су $u = ha$, $\hat{w} = \hat{\alpha}a$ и $w = \alpha a$ нормализоване трансверзалне пропационе константе у језгру, унутрашњем и спољашњем омотачу, респективно [35]. Такође је:

$$\begin{aligned}
 J &= J_n(u) & J' &= J'_n(u) \\
 \hat{I}_i &= I_n(\hat{w}) & \hat{I}_i' &= I'_n(\hat{w}) \\
 \hat{K}_i &= K_n(\hat{w}) & \hat{K}_i' &= K'_n(\hat{w}) \\
 \hat{I}_0 &= I_n((\delta + 1)\hat{w}) & \hat{I}_0' &= I'_n((\delta + 1)\hat{w}) \\
 \hat{K}_0 &= K_n((\delta + 1)\hat{w}) & \hat{K}_0' &= K'_n((\delta + 1)\hat{w}) \\
 K_0 &= K_n((\delta + 1)\hat{w}) & K_0' &= K'_n((\delta + 1)\hat{w}) \\
 \rho^2 &= (n_0k_0/\beta)^2 = (u^2 + w^2)/(p^2u^2 + w^2)
 \end{aligned} \tag{3.54}$$

Веза између нормализованих трансверзалних пропагационих константи u, \hat{w} и w , и нормализованих фреквенција ν и $\hat{\nu}$ има облик [36]:

$$u^2 + \hat{w}^2 = (n_0 k_0 a)^2 (1 - q^2) \equiv \hat{\nu}^2 \quad (3.55)$$

$$u^2 + w^2 = (n_0 k_0 a)^2 (1 - p^2) \equiv \nu^2 \quad (3.56)$$

Лонгитудинална фазна константа је [36]:

$$\begin{aligned} \beta^2 &= (n_0 k_0)^2 - (u/a)^2 \\ &= (qn_0 k_0)^2 + (\hat{w}/a)^2 \\ &= (pn_0 k_0)^2 + (w/a)^2 \end{aligned} \quad (3.57)$$

3.3.2 Карактеристична једначина и њено решење

Карактеристична једначина (3.53) је веома компликована за решавање и нема аналитичко решење [34]. Ради поједностављења, надаље ће се дискутовати о слабо вођеном W влакну код кога је [36]:

$$1 - p \ll 1 \quad 1 - q \ll 1 \quad (3.58)$$

Претпоставља се да је унутрашњи омотач довољно дебео. Овај услов се изражава у следећем облику $\delta \cdot a \gg \lambda / 2\pi n_0 (p^2 - q^2)^{1/2}$. Од интереса је поље чија је временска зависност и зависност од z дата у облику $\exp j(\omega t - \beta z)$. Да би постојали вођени модови мора бити задовољен услов $n_0 k_0 < \beta < pn_0 k_0$. Вођени модови су класификовани у групу хибридних модова ЕН и НЕ и трансверзалних ТЕ и ТМ модова, чије су карактеристике дате у табели 3.1 [37]. Прво ће се решавати карактеристична једначина за хибридне модове.

Табела 3.1. Листа различитих типова таласних модова у оптичком таласоводу.

Номенклатура	Лонгитудиналне компоненте	Трансверзалне компоненте
ТЕМ (трансверзални електромагнетни)	$E_z = 0, H_z = 0$	E_T, H_T
ТЕ (трансверзални електрични)	$E_z = 0, H_z \neq 0$	E_T, H_T
ТМ (трансверзални магнетни)	$E_z \neq 0, H_z = 0$	E_T, H_T
НЕ или ЕН (хибридни)	$E_z \neq 0, H_z \neq 0$	E_T, H_T

Узимајући све наведене претпоставке у обзир, из првог граничног услова (3.51) константе A и L могу се изразити преко константи C и D , а узимајући у обзир други гранични услов (3.52), једначина (3.53) се своди на следећи облик [36]:

$$\begin{bmatrix} K_n(\hat{w}) \left(\frac{K_{n+1}}{\hat{w}K_n} \mp \frac{J_{n+1}}{uJ_n} \right) & I_n(\hat{w}) \left(\frac{-I_{n+1}}{\hat{w}I_n} \mp \frac{J_{n+1}}{uJ_n} \right) \\ K_n(c\hat{w}) \left(\frac{K_{n+1}}{c\hat{w}K_n} - \frac{K_{n+1}}{cwK_n} \right) & -I_n(c\hat{w}) \left(\frac{I_{n+1}}{c\hat{w}I_n} + \frac{K_{n+1}}{cwK_n} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \\ C \end{bmatrix} = 0 \quad (3.59)$$

где је $c = 1 + \delta$, а $K_{n+1}/c\hat{w}K_n$ је скраћеница од $K_{n+1}(c\hat{w})/c\hat{w}K_n(c\hat{w})$.

За хибридне модове добија се [36]:

$$\frac{J_n}{uJ_{n+1}} - \frac{K_n}{\hat{w}K_{n+1}} = \frac{I_{n+1}(\hat{w})K_{n+1}(c\hat{w})}{K_{n+1}(\hat{w})I_{n+1}(c\hat{w})} \cdot \left(\frac{I_n}{\hat{w}I_{n+1}} + \frac{J_n}{uJ_{n+1}} \right) \cdot \left(\frac{K_n/c\hat{w}K_{n+1} - K_n/cwK_{n+1}}{I_n/c\hat{w}I_{n+1} + K_n/cwK_{n+1}} \right) \quad (3.60)$$

$$u^2 + \hat{w}^2 = (n_0 k_0 a)^2 (1 - q^2) \equiv \hat{v}^2 \quad (3.61)$$

$$u^2 + w^2 = (n_0 k_0 a)^2 (1 - p^2) \equiv v^2 \quad (3.62)$$

Једначина (3.60) заједно са једначинама (3.61) и (3.62) представља карактеристичну једначину слабо вођеног W влакна. Лева и десна страна једначине (3.60) скраћено су означене са $F(u, \hat{w})$ и $\xi(u, \hat{w}, w)$, респективно [36].

У решавању једначине (3.60) се претпоставља да се W влакно може представити као комбиновани систем одговарајућег SC_q влакна и спољашњег омотача индекса преламања n_p . Овај приступ је оправдан када су задовољени услови:

- а) Да се мод простире одговарајућом фреквенцијом која је изнад фреквенције одсецања.
- б) Да је јачина поља на граници $r = (\delta + 1)a$ много мања него на $r = a$.

Својствене вредности u и \hat{w} одговарајућег SC_q влакна означавају се са U и \hat{W} , респективно. Оне су решење једначина [36]:

$$J_n / U J_{n+1} - K_n / \hat{W} K_{n+1} = 0 \quad (3.63)$$

$$U^2 + \hat{W}^2 = \hat{v}^2 \quad (3.64)$$

Претпостављајући да су својствене вредности U и \hat{W} познате [Snyder, 1969], дељењем једначина (3.61) и (3.62) добија се:

$$w^2 = \hat{W}^2 (1 - p^2) / (1 - q^2) - U^2 (p^2 - q^2) / (1 - q^2) \equiv W^2 \quad (3.65)$$

Тражимо решење једначина (3.60-3.62) у близини U , \hat{W} и W . Први члан на десној страни једначине (3.60), $([I_{n+1}(\hat{w})K_{n+1}(c\hat{w}) / I_{n+1}(c\hat{w})K_{n+1}(\hat{w})])$, тежи $\exp(-2\delta\hat{W})$. Из другог услова следи:

$$K_n((\delta + 1)\hat{W} / K_n(\hat{W})) \approx \exp(-\delta\hat{W}) \ll 1 \quad (3.66)$$

Решење једначина (3.60-3.62) дато је у форми:

$$\begin{aligned}
 u &= U + \Delta u \\
 \hat{w} &= \hat{W} + \Delta \hat{w} \\
 w &= W + \Delta w
 \end{aligned} \tag{3.67}$$

Заменом (3.67) у (3.60) и (3.61), и занемарујући највише чланове, добијамо:

$$\frac{d}{dU} \left(\frac{J_n}{UJ_{n+1}} \right) \Delta u - \frac{d}{d\hat{W}} \left(\frac{K_n}{\hat{W}K_{n+1}} \right) \Delta \hat{w} = \xi(U, \hat{W}, W) \tag{3.68}$$

$$U\Delta u + \hat{W}\Delta \hat{w} = 0 \tag{3.69}$$

Решавајући једначине (3.68) и (3.69) по u , добија се:

$$U\Delta u = \frac{-\xi(U, \hat{W}, W)}{(1/U^2 + 1/\hat{W}^2)(1 - 2nK_n / \hat{W}K_{n+1})} \tag{3.70}$$

Комбинујући (3.57) и (3.70), добија се:

$$\beta_0 \Delta \beta = -U\Delta u / T^2 = \frac{\xi(U, \hat{W}, W) / T^2}{(1/U^2 + 1/\hat{W}^2)(1 - 2nK_n / \hat{W}K_{n+1})} \tag{3.71}$$

где је $\beta_0^2 = (n_0 k_0)^2 - (U/a)^2$.

У једначинама (3.70) и (3.71), имамо:

$$\xi = - \left(\frac{J_n}{UJ_{n+1}} + \frac{I_n}{\hat{W}I_{n+1}} \right) \cdot \frac{K_{n+1}(c\hat{W})I_{n+1}(\hat{W})}{K_{n+1}(\hat{W})I_{n+1}(c\hat{W})} \cdot \frac{K_n / c\hat{W}K_{n+1} - K_n / cWK_{n+1}}{I_n / c\hat{W}I_{n+1} + K_n / cWK_{n+1}} \quad \text{за } W^2 > 0 \tag{3.72}$$

$$\xi = - \left(\frac{J_n}{UJ_{n+1}} + \frac{I_n}{\hat{W}I_{n+1}} \right) \cdot \frac{K_{n+1}(c\hat{W})I_{n+1}(\hat{W})}{K_{n+1}(\hat{W})I_{n+1}(c\hat{W})} \cdot \frac{K_n / c\hat{W}K_{n+1} - H_n^{(2)} / cBH_{n+1}^{(2)}}{I_n / c\hat{W}I_{n+1} + H_n^{(2)} / cBH_{n+1}^{(2)}} \quad \text{за } W^2 = -B^2 < 0 \tag{3.73}$$

где је $H_n^{(2)}$ Ханкелова функција друге врсте реда n .

Када је $W^2 > 0$, β_0 и $\Delta \beta$ су реалне, па тако посматран вођени мод са фазном константом β само се незнатно разликује од одговарајућег SC влакна. Када је $W^2 < 0$,

из релације (3.57) се добија да је $\beta < pn_0k_0$. Пертурбациони мод има већу фазну брзину од брзине равног таласа у спољашњем омотачу и губљење снаге овог мода је у форми зрачења, па он не остаје дуго вођени мод, док цурећи талас који експоненцијално слаби се простире дуж влакна [36].

3.3.3 Услови одсецања мода

Узимајући у обзир све претходно наведено, апроксимација фреквенције одсецања $\hat{\nu}_{c1}$ одређена је из следећих услова [36]:

$$F(U, \hat{W}) = 0 \quad (3.74)$$

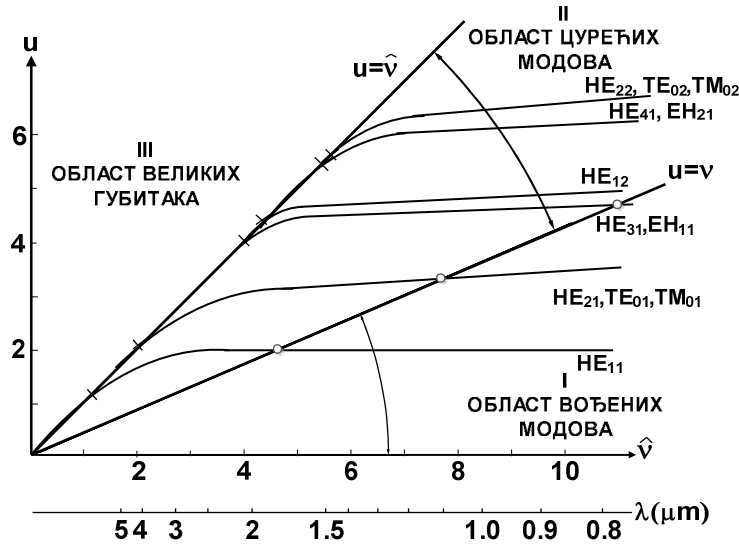
$$U^2 + \hat{W}^2 = \hat{\nu}_{c1}^2 \quad (3.75)$$

$$U = \nu_{c1} = \hat{\nu}_{c1} \left[(1 - p^2) / (1 - q^2) \right]^{1/2} \quad (3.76)$$

што је еквивалентно са $W = 0$.

Претпоставља се да је $\delta \cdot a$ довољно велико, тј. $\delta \cdot a \gg \lambda / 2\pi n_0 (p^2 - q^2)^{1/2}$, а то је еквивалентно захтеву $\delta \hat{w} \gg 1$ на фреквенцији одсецања првог реда. Да би овај услов био задовољен користе се једначине (3.61), (3.75) и (3.76).

Решавањем једначина (3.63) и (3.64) добијају се $U - \hat{\nu}$ криве за сваки мод (слика 3.6). Места пресецања криве $u - \hat{\nu}$ са правом линијом $u = \nu$ одговарају фреквенцији одсецања $\hat{\nu}_{c1}$. Област између осе $\hat{\nu}$, и праве линије $u = \nu$, одговара области вођених таласа. У области између кривих $u = \hat{\nu}$ и $u = \nu$, сваки мод постаје цурећи талас. У преосталом делу, између осе u и линије $u = \hat{\nu}$, нема простирања модова дуж одговарајућег SC влакна и пертурбациона теорија се не може применити. Област фреквенција означена као област III на слици 3.6 је област великих губитака и одговара или цурећем моду са високим губицима или моду са ниским губицима кога је немогуће довољно побудити [38].



Слика 3.6. Три области простирања мода. Свака крива представља $u - \hat{v}$ карактеристику одређеног мода референтног SC влакна. У W влакну, одређени мод је вођен у области I и постаје цурећи мод у области II. Област III је област великих губитака. Мали кругови на свакој кривој означавају услове одсецања W влакна, док крстићи представљају услове одсецања референтног SC_q влакна [36].

Фреквенција одсецања W влакна зависи од вредности δ . Фреквенција одсецања првог реда \hat{v}_{c1} дефинисана са (3.74-3.76) не узима у обзир δ . Стога је неопходно извести фреквенцију одсецања другог реда. Фреквенција одсецања другог реда означена је као \hat{v}_{c2} . Својствене вредности u и \hat{w} за $\hat{v} = \hat{v}_{c2}$ означене су са $U + \delta u$ и $\hat{W} + \delta \hat{w}$. Из (3.60-3.62) добијамо [36]:

$$F(U + \delta u, \hat{W} + \delta \hat{w}) = \xi(U + \delta u, \hat{W} + \delta \hat{w}, W) \approx \xi(U, \hat{W}, 0) \quad (3.77)$$

$$(U + \delta u)^2 + (\hat{W} + \delta \hat{w})^2 = \hat{v}_{c2}^2 \quad (3.78)$$

$$\delta u / U = \delta \hat{w} / \hat{W} \quad (3.79)$$

Једначина (3.79) добија се из једначине:

$$U + \delta u = [(1 - p^2)/(1 - q^2)]^{1/2} \hat{v}_{c2} \quad (3.80)$$

Решавајући једначине (3.77-3.79) по \hat{v}_{c2} , добија се:

$$\begin{aligned} \hat{\nu}_{c2} - \hat{\nu}_{c1} &= \left[\frac{(\hat{\nu}_{c1} \cdot \xi)}{U(\partial F / \partial U) + \hat{W}(\partial F / \partial \hat{W})} \right] = \\ &= - \frac{K_{n+1}(c\hat{W})I_{n+1}(\hat{W})}{K_{n+1}(\hat{W})I_{n+1}(c\hat{W})} \cdot \frac{(J_n / UJ_{n+1} + I_n / \hat{W}I_{n+1})\hat{\nu}_{c1}}{[(J_n(U) / J_{n+1}(U))^2 + (K_n(\hat{W}) / K_{n+1}(\hat{W}))^2]} \end{aligned} \quad (3.81)$$

Смањењем дубине унутрашњег омотача смањује се област цурећих модова, чиме се повећава област вођених модова. Одређени мод је изнад или испод услова одсецања када ν , дефинисано у (3.62), је веће или мање од u_∞ , где u_∞ представља својствену вредност од u , када $\hat{\nu} \rightarrow \infty$. Стога број вођених модова највише зависи од p као у релацији (3.62), док није много осетљив на промену q . Другачије речено, број вођених модова највише зависи од језгра и спољашњег омотача, док су карактеристике вођених модова углавном одређене језгром и унутрашњим омотачем [36].

3.3.4 Константа слабљења цурећих модова

Константа слабљења првог реда цурећих $HE_{n+1,m}$ модова дата је као имагинарни део од $\beta_0 + \Delta\beta$ помножен са -1. С претпоставком да је β_0 реално, узимајући у обзир релацију (3.71), добија се [36]:

$$\alpha = -\text{Im}(\Delta\beta) = -\text{Im} \left\{ \frac{1}{\beta_0 T^2} \frac{\xi(U, \hat{W}, W)}{(1/U^2 + 1/\hat{W}^2)(1 - 2nK_n / \hat{W}K_{n+1})} \right\} \quad (3.82)$$

где се ξ добија користећи једначину (3.73). Када су \hat{W} и B много већи од 1, добија се:

$$\alpha \approx \frac{1}{\beta_0 a^2} \frac{(2/\hat{W}) \exp(-2\delta\hat{W})}{(1/U^2 + 1/\hat{W}^2)} \frac{2\hat{W}B}{\hat{W}^2 + B^2} \quad (3.83)$$

Константа слабљења зависи од нормализоване фреквенције и броја мода. С обзиром да вођени модови постоје када је $\hat{\nu} > \hat{\nu}_{c1}$, константа слабљења тежи нули када $\hat{\nu} \rightarrow \hat{\nu}_{c1}$. Изузев веома близу $\hat{\nu}_{c1}$ и на фреквенцији одсецања SC влакна, доминантан фактор у релацији (3.82):

$$I_{n+1}(\hat{W})K_{n+1}(c\hat{W})/I_{n+1}(c\hat{W})K_{n+1}(\hat{W}) \approx \exp(-2\delta\hat{W}) \quad (3.84)$$

Даље од фреквенције одсецања одговарајућег SC влакна грубо се добија [36]:

$$\hat{W} = (\hat{v}^2 - U^2)^{1/2} \approx \hat{v} - U^2/2\hat{v} \approx \hat{v} - u_\infty^2/2\hat{v} \quad (3.85)$$

где је u_∞^2 m -та нула од $J_n(u)$ за $HE_{n+1,m}$ модове. Стога $\log \alpha$ се апроксимира уз помоћ линеарног израза са одређеним \hat{v} за највећи део области II на слици 3.6.

3.3.5 Групна брзина и расподела снаге вођених модова

Фазна константа вођених модова дуж W влакна дата је релацијом (3.57), која зависи од својствених вредности u, \hat{w} и w . Обично је случај да је $\Delta\beta \ll \beta_0$. Изнад фреквенције одсецања, фазна константа и облик поља су веома блиски облику поља референтног SC влакна. Међутим, мора се одредити зависност фазне константе од \hat{v} веома близу услова одсецања, јер у овој области велики део електромагнетне снаге одређеног мода прелази у спољашњи омотач.

3.3.5.1 Дисперзиона релација близу фреквенције одсецања.

Када се испитује понашање u, \hat{w} и w на мало вишим фреквенцијама од фреквенције одсецања, мора се користити једначина (3.60) уместо (3.70) због присуства спољашњег омотача који знатно мења електромагнетно поље датог мода. На фреквенцији одсецања $\hat{v}_c, HE_{n+1,m}$ модова, добија се [36]:

$$F(u, \hat{w}) = \xi(u, \hat{w}, 0) \quad (3.86)$$

$$u^2 + \hat{w}^2 = \hat{v}_c^2 \quad (3.87)$$

$$u = \left[(1 - p^2)/(1 - q^2) \right]^{1/2} \hat{v}_c \quad (3.88)$$

Даље ће се тражити зависност w од $\Delta\hat{v} = \hat{v} - \hat{v}_c$. Ако се својствене вредности означе са $u + \Delta u, \hat{w} + \Delta\hat{w}$, и $v = v_c + \Delta\hat{v}$, добија се [36]:

$$F(u + \Delta u, \hat{w} + \Delta \hat{w}) = \xi(u + \Delta u, \hat{w} + \Delta \hat{w}, w) \quad (3.89)$$

Одузимајући (3.86) од (3.89), и занемарујући више модове, добија се [36]:

$$\left(\frac{\partial F}{\partial u} - \frac{\partial \xi}{\partial u} \right) \Delta u + \left(\frac{\partial F}{\partial \hat{w}} - \frac{\partial \xi}{\partial \hat{w}} \right) \Delta \hat{w} = \xi(u, \hat{w}, w) - \xi(u, \hat{w}, 0) \quad (3.90)$$

Једначина (3.90) се може написати у следећем облику [36]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial F}{\partial \hat{w}} \Delta \hat{w} = & \left(\frac{J_n}{uJ_{n+1}} + \frac{I_n}{\hat{w}I_{n+1}} \right) \cdot \left(\frac{K_n}{c\hat{w}K_{n+1}} + \frac{I_n}{c\hat{w}I_n} \right) \cdot \frac{K_{n+1}(c\hat{w})I_{n+1}(\hat{w})}{K_{n+1}(\hat{w})I_{n+1}(c\hat{w})} \times \\ & \begin{cases} 1/\ln(1.781cw/2) & n=0 \\ (c^2w^2/4)\ln(1.781cw/2)(1/2 + I_1/c\hat{w}I_2)^2 & n=1 \\ -c^2w^2/[8n^2(n-1)(1/2n + I_n/c\hat{w}I_{n+1})^2] & n \geq 2 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.91)$$

$$u\Delta u + \hat{w}\Delta \hat{w} = \hat{v}_c \Delta \hat{v} \quad (3.92)$$

$$2u\Delta u + w^2 = 2[(1-p^2)/(1-q^2)]\hat{v}_c \Delta \hat{v} \quad (3.93)$$

Решавањем једначина (3.91-3.93) за $n=0$ и $n=1$, може се показати да $w^2/\Delta u$ и $w^2/\Delta \hat{w}$ теже нули када $\Delta \hat{v} \rightarrow 0$. Из једначина (3.92) и (3.93) добија се:

$$\Delta u = [(1-p^2)/(1-q^2)]^{1/2} \Delta \hat{v} \quad (3.94)$$

$$\Delta \hat{w} = [(p^2 - q^2)/(1-q^2)]^{1/2} \Delta \hat{v} \quad (3.95)$$

Када се ове две релације замене у (3.91), добија се [36]:

$$\ln \frac{1.781cw}{2} = - \frac{\hat{v}_c \left(\frac{J_0}{uJ_1} + \frac{K_0}{\hat{w}K_1} \right) \cdot \left(\frac{K_0}{c\hat{w}K_1} + \frac{I_0}{c\hat{w}I_1} \right) \cdot \frac{K_1(c\hat{w})I_1(\hat{w})}{K_1(\hat{w})I_1(c\hat{w})}}{\Delta \hat{v} [(J_0(u)/J_1(u))^2 + (K_0(\hat{w})/K_1(\hat{w}))^2]} \quad \text{за } n=0 \quad (3.96)$$

$$c^2 w^2 \ln \frac{1.781 c w}{2} = \frac{-\left(1 + \frac{2I_1}{c\hat{w}I_2}\right)^2 [(J_1(u)/J_2(u))^2 + (K_1(\hat{w})/K_2(\hat{w}))^2]}{\left(\frac{J_1}{uJ_2} + \frac{K_1}{\hat{w}K_2}\right) \cdot \left(\frac{K_1}{c\hat{w}K_2} + \frac{I_1}{c\hat{w}I_2}\right) \cdot \frac{K_2(c\hat{w})I_2(\hat{w})}{K_2(\hat{w})I_2(c\hat{w})}} \cdot \frac{\Delta \hat{v}}{\hat{v}_c} \quad \text{за } n=1 \quad (3.96)$$

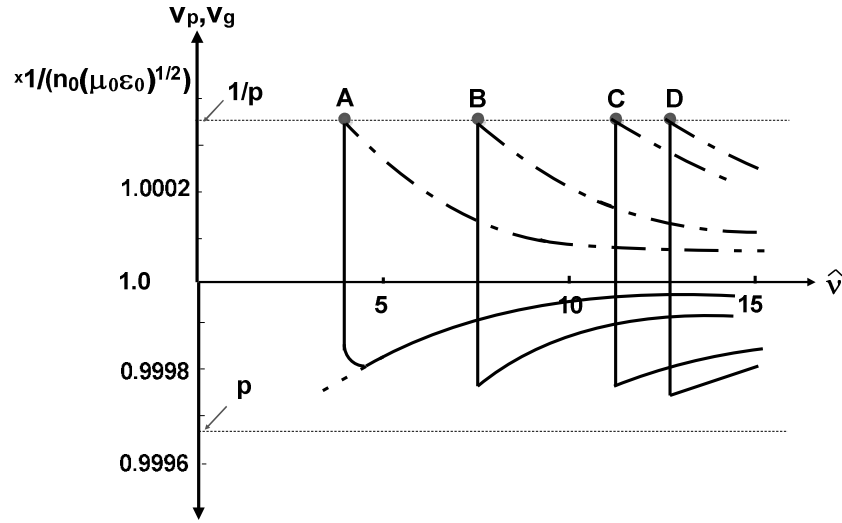
У случају када је $n \geq 2$, десна страна једначине (3.91) је реда w^2 у случају када $w \rightarrow 0$ и не постоји сингуларитет, тако да се може занемарити јер је пропорцијална са $\exp(-2\delta\hat{w})$. Другим речима, када је $n \geq 2$, зависност u и \hat{w} од \hat{v} је скоро иста као код одговарајућег SC влакна.

3.3.5.2 Зависност фреквенције од групне брзине

Зависност фреквенције и броја модова од групне брзине игра важну улогу код анализе кашњења модова. Теорија диелектричних таласовода предвиђа, када се примењује на анализу W влакна, да је [36]:

$$\frac{1}{v_p v_g} = \frac{1}{n_0^2 \varepsilon_0 \mu_0} \cdot \frac{P_{jez} + q^2 P_{uo} + p^2 P_{so}}{P_{jez} + P_{uo} + P_{so}} \quad (3.97)$$

где P_{jez} , P_{uo} и P_{so} представља проток снаге у језгру, унутрашњем и спољашњем омотачу, респективно. Фазна и групна брзина означене су са v_p и v_g , респективно. Такође је $v_p = 1/(pn_0(\varepsilon_0\mu_0)^{1/2})$ на фреквенцији одсецања и монотono опада када се фреквенција повећава. За $\omega = 0$, имамо да је $v_p = 1/(n_0(\varepsilon_0\mu_0)^{1/2})$. Када се разматра неки од HE_{1m} , HE_{2m} , TE_{0m} и TM_{0m} модова на фреквенцији блиској фреквенцији одсецања, скоро сва снага је у спољашњем омотачу. С повећањем фреквенције све већи део снаге прелази у језгро. Користећи релацију (3.97) може се предвидети зависност v_g сваког мода од фреквенције. Групна брзина једнака је $1/(pn_0(\varepsilon_0\mu_0)^{1/2})$ на фреквенцији одсецања када се разматра неки од HE_{1m} , HE_{2m} , TE_{0m} и TM_{0m} модова. Слика 3.8 показује типичну промену v_g сваког мода у зависности од фреквенције [36].



Слика 3.8. Зависност нормализоване фреквенције од фазне и групне брзине за неколико најнижих модова. А, В, С и D представљају HE_{11} , $HE_{21}+TE_{01}+TM_{01}$, $HE_{31}+EH_{11}$, HE_{12} , респективно. Тачка-линија криве означавају фазну брзину. Параметри су $a = 0.99821$, $b = 0.99966$ и $\delta = 0.5$. Тачкаста линија је решење једначине (3.99) за HE_{11} мод. За остале модове нумеричко решење се одлично слаже са (3.99).

Треба напоменути да је:

$$v_p = v_g = 1/(pn_0(\epsilon_0\mu_0)^{1/2}) \quad (3.98)$$

на фреквенцији одсецања за сваки од HE_{11} , HE_{21} , TE_{01} , TM_{01} и HE_{12} модова, и $v_g < 1/(n_0(\epsilon_0\mu_0)^{1/2})$ на фреквенцији одсецања за HE_{31} и EH_{11} модове. Далеко од фреквенције одсецања, групна брзина модова у W влакну, апроксимира се са одговарајућим SC влакном, па се добија за $HE_{n+1,m}$ модове [36]:

$$v_g n_0(\epsilon_0\mu_0)^{1/2} = 1 + (1 - 1/v_p^2) \cdot (1/2 - K_{n+1}(\hat{w})K_{n-1}(\hat{w})/K_n^2(w)) \quad (3.99)$$

Да би се анализирила брзина промене v_g , морају се искористити релације (3.57) и (3.96). Из (3.57) и (3.61), добија се $(\beta T)^2 = p^2 \hat{v}^2 / (1 - q^2) + w^2$, па имамо [36]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{v_g} &= n_0 [(1-q^2)\varepsilon_0\mu_0]^{1/2} \frac{p^2/(1-q^2) + (w/\hat{v})(dw/d\hat{v})}{[p^2/(1-q^2) + (w/\hat{v})^2]^{1/2}} \approx \\ &\approx n_0 (\varepsilon_0\mu_0)^{1/2} p \{1 + (1-q^2) \cdot [(w/\hat{v})(dw/d\hat{v}) - (w/\hat{v})^2/2] / p^2\} \end{aligned} \quad (3.100)$$

За HE_{11} мод, w и једначина (3.100) могу се написати у форми [36]:

$$w = A \exp(-B/\Delta\hat{v}) \quad (3.101)$$

$$\frac{1}{v_g} \approx n_0 (\varepsilon_0\mu_0)^{1/2} p \{1 + [(1-q^2)/p^2](A^2/\hat{v}_c) \cdot (B/\Delta\hat{v}) - 1/2\hat{v}_c\} e^{-2B/\Delta\hat{v}} \quad (3.102)$$

3.3.5.3 Расподела снаге у сва три слоја W влакна

Обично, највећи део снаге електромагнетног поља вођен је кроз језгро влакна. У близини фреквенције одсецања везаност поља у језгру се смањује. Познато је да код SC влакна, на фреквенцији одсецања, сва снага се простире кроз омотач за HE_{1m} , HE_{2m} , TE_{0m} и TM_{0m} модове. Међутим, на фреквенцији одсецања $HE_{n+1,m}$ или $HE_{n-1,m}$ модова ($n \geq 2$), $1/n$ део снаге од укупне снаге модова је вођен кроз омотач. У случају W влакна, на фреквенцији одсецања, сва снага вођена је кроз спољашњи омотач у случају HE_{1m} , HE_{2m} , TE_{0m} и TM_{0m} модова. Са друге стране, много мањи део снаге од $1/n$ укупне снаге је вођено кроз спољашњи омотач за $HE_{n+1,m}$ или $HE_{n-1,m}$ модове ($n \geq 2$) због великог трансверзалног слабљења при простирању кроз унутрашњи омотач.

Електромагнетна снага у језгру, унутрашњем и спољашњем омотачу, респективно, добија се из израза [36]:

$$P_{jez} = (A/u)^2 \int_0^T J_n^2(ur/T) r dr \quad (3.103)$$

$$P_{uo} = (1/\hat{w})^2 \int_T^{cT} [CI_n(\hat{w}r/T) - DK_n(\hat{w}r/T)]^2 r dr \quad (3.104)$$

$$P_{so} = (L/w)^2 \int_{cT}^{\infty} K_n^2(wr/T) r dr \quad (3.105)$$

где параметри A, C, D и L задовољавају услове:

$$AJ_{n+1}(u) = CI_{n+1}(\hat{w}) + DK_{n+1}(\hat{w}) \quad (3.106)$$

$$LK_{n+1}(cw) = CI_{n+1}(\hat{w}) + DK_{n+1}(c\hat{w}) \quad (3.107)$$

$$DK_{n+1}(c\hat{w}) \left(\frac{K_n}{c\hat{w}K_{n+1}} - \frac{K_n}{cwK_{n+1}} \right) = CI_{n+1}(c\hat{w}) \left(\frac{I_n}{c\hat{w}I_{n+1}} - \frac{K_n}{cwK_{n+1}} \right) \quad (3.108)$$

Интеграцијом (3.103-3.105), и занемаривањем чланова реда $\exp(-2\delta\hat{w})$ који су занемарљиви у односу на јединицу, и елеминисањем константи пропорционалности, добијамо [36]:

$$P_{jez} \propto K_n^2(\hat{w})(J_n^2(u) - J_{n+1}(u)J_{n-1}(u)) \quad (3.109)$$

$$P_{uo} \propto K_n^2(\hat{w})(\zeta_n(\hat{w}) - 1) - c^2 K_n^2(c\hat{w})(\zeta_n(c\hat{w}) - 1) \quad (3.110)$$

$$P_{so} \propto c^2 K_n^2(c\hat{w})(\zeta_n(c\hat{w}) - 1) \times \left[1 + \frac{I_n(c\hat{w})K_{n+1}(c\hat{w})}{I_{n+1}(c\hat{w})K_n(c\hat{w})} \cdot \frac{K_n/cwK_{n+1} - K_n/c\hat{w}K_{n+1}}{I_n/c\hat{w}I_{n+1} + K_n/cwK_{n+1}} \right] \quad (3.111)$$

где је $\zeta_n(x)$ ознака за $K_{n+1}(x)K_{n-1}(x)/K_n^2(x)$. P_{jez} не би требало занемарити у близини фреквенције одсецања ($w \rightarrow 0$) када је $n = 0$ или $n = 1$, јер тада $P_{so} \rightarrow \infty$ у случају када $w \rightarrow 0$. За $n \geq 2$, P_{so} је реда $\exp(-2\delta\hat{w})$ чак и на фреквенцији одсецања и може се занемарити. Други члан на десној страни израза (3.110) се може занемарити, јер је реда $\exp(-2\delta\hat{w})$ у односу на први члан. Међутим, не занемарује се у случају када је $q = p$ и стога $w = \hat{w}$. Далеко од фреквенције одсецања $w \geq 1$, P_{so} се може занемарити када је $\exp(-2\delta\hat{w}) \ll 1$

Релативни однос снаге у језгру и укупне снаге која се преноси кроз влакно [36]:

$$P_{jez} / (P_{jez} + P_{uo}) = (u/\hat{v})^2 [(\hat{w}/\hat{v})^2 + 1/\zeta_n(\hat{w})] \approx 1 - u^2/\hat{v}^3 \quad (3.112)$$

Последња једначина важи када је $\hat{v} \gg u$ и $\hat{w} \gg 1$.

Апроксимативни метод који је представљен је намењен за анализу W влакна. Метод се заснива на претпоставци слабо вођеног таласа. Овај метод може се применити за анализу следећих карактеристика W влакна: особине цурећих модова испод фреквенције одсецања, групне брзине као и неправилности расподеле снаге мало изнад фреквенције одсецања. Недостатак овог приступа је што је неопходно анализирати велики број појединачних модова, а при томе се не узима у обзир спрезање модова које има велики утицај на преносне карактеристике оптичких влакана.

4. ПРИМЕНА ВРЕМЕНСКИ-НЕЗАВИСНЕ ЈЕДНАЧИНЕ ПРОТОКА СНАГЕ НА ОПТИЧКА ВЛАКНА СА W ИНДЕКСОМ ПРЕЛАМАЊА

Преносне карактеристике оптичких влакана са W индексом преламања зависе од модалног слабљења, модалне дисперзије и спрезања модова. Спрезање модова представља пренос енергије између модова, који је пре свега последица унутрашњих пертурбационих ефеката који настају услед присуства нечистоћа и нехомогености у влакну насталих у процесу производње, микроскопских закривљења, неправилности на граници језгро-омотач и промене индекса преламања. Модална дисперзија представља временско ширење сигнала услед различите дужине пута коју прелазе различити модови који се крећу кроз влакно под различитим угловима у односу на осу влакна. Модално слабљење представља слабљење сигнала које зависи од угла под којим се простире мод у односу на осу влакна. Услед спрезања модова долази до промене угаоне расподеле улазног снопа светлости. Процес спрезања модова одвија се до карактеристичне дужине влакна L_c на којој се остварује равнотежна расподела модова (PPM), односно до одређене дужине влакна z_s када настаје стационарна расподела модова (CPM) [25]. Спрезање модова с једне стране смањује модалну дисперзију у влакнима, али с друге стране повећава губитке у закривљеним влакнима [39].

W влакно, које има језгро и два омотача има другачије карактеристике у односу на SC влакно због постојања цурећих модова у унутрашњем омотачу W влакна. Унутрашњи пертурбациони ефекти, као и макроскопска закривљења и спојеви влакана изазивају спрезање модова, узрокујући пренос енергије између модовима. То за последицу има појаву виших модова на излазу из влакна, иако су на улазу у влакно побуђени само нижи модови. Појава виших модова смањује пропусни опсег влакна, стога је неопходно дизајнирати оптимални индекс преламања влакна који ће умањити групно кашњење између модова [40]. Спрезање модова, модално слабљење и модална дисперзија, веома утичу на преносне карактеристике W оптичких влакана, стога је потребно наћи метод којим ће се то испитати. Један од начина испитивања процеса спрезања модова и модалног слабљења је испитивање угаоне расподеле снаге светлости у функцији дужине влакна и других параметара влакна.

Угаона расподела снаге светлости на крају влакна може се одредити теоријски и експериментално. Теоријски, коришћењем геометријске оптике [41, 42], једначине протока снаге [14, 43, 44, 45, 46], као и Фокер-Планкове и Ланжвенове једначине [47], ове расподеле су одређене као функција улазног сигнала на почетку влакна и дужине влакна.

Овде ћемо анализирати временски-независну једначину протока снаге и показати како се она примењује на вишемодна оптичка влакна са W индексом преламања. Прво ћемо дати кратак приказ како је Глоге [14] извео једначину протока снаге. Затим је приказано како је по први пут временски-независна једначина протока снаге код влакна са W индексом преламања решена експлицитним методом коначних разлика. Применом временски-независне једначине протока снаге, поред утицаја ширине унутрашњег омотача и коефицијента спрезања који су и раније теоријски испитивани, по први пут је теоријски испитан утицај дубине унутрашњег омотача, као и утицај угла и ширине улазног снопа светлости на дужине на којима се успостављају равнотежна и стационарна расподела модова код влакна са W индексом преламања.

4.1 Извођење временски-независне једначине протока снаге

Д. Глоге [48] је предложио да се уместо посматрања појединачних модова у оптичком влакну уведе континуум модова, под условом да је њихов број довољно велики [14]. Показано је да се код великог броја модова параметри који карактеришу суседне модове незнатно разликују, па се њихове дискретне вредности могу заменити континуалним променљивима. Глоге је такође увео претпоставку да се спрезање модова догађа само између суседних модова. Показано је да је грешка коју укључује ова претпоставка мала у односу на случај када се у обзир узима и спрезање посматраног мода са модовима који су удаљенији од суседних модова. Постоје и експериментални докази да је овакво понашање модова заиста присутно код правих вишемодних влакана [49,50]. Уводећи ове претпоставке, Глоге је добио парцијалну диференцијалну једначину која описује расподелу снаге у функцији дужине влакна и континуалног модалног параметра θ , који представља угао простирања мода дуж влакна мерен у односу на осу влакна.

Углови под којим се простиру суседни модови у влакну се разликују за [14]:

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{4an_1} \quad (4.1)$$

где је a полупречник језгра влакна, λ таласна дужина светлости у вакууму, а n_1 индекс преламања језгра влакна.

Глоге је извео једначину протока снаге претпостављајући да се у временски-независном случају промена снаге m -тог мода (dP_m) дешава због:

а) расипања и расејања, што се описује чланом $-\alpha_m P_m dz$,

б) спрезања са осталим модовима (према наведеној претпоставци само са суседним модовима).

На тај начин промену снаге m -тог мода, по дужини влакна, можемо написати у облику [14]:

$$\frac{dP_m}{dz} = -\alpha_m P_m + d_m (P_{m+1} - P_m) + d_{m-1} (P_{m-1} - P_m) \quad (4.2)$$

где је d_m коефицијент спрезања између модова реда $m+1$ и m . Прелазак у континуум захтева да се разлика снаге између модова напише у облику диференцијала, па имамо:

$$\frac{P_{m+1} - P_m}{\theta_{m+1} - \theta_m} = \frac{dP_m}{d\theta} \quad (4.3)$$

Како је $\theta_{m+1} - \theta_m = \Delta\theta$, једначину (4.2) можемо написати у облику:

$$\frac{dP_m}{dz} = -\alpha_m P_m + \Delta\theta \left(d_m \frac{dP_m}{d\theta} - d_{m-1} \frac{dP_{m-1}}{d\theta} \right) \quad (4.4)$$

Разлика $d_m \frac{dP_m}{d\theta} - d_{m-1} \frac{dP_{m-1}}{d\theta}$ захтева истоветни прелаз, па имамо:

$$d_m \frac{dP_m}{d\theta} - d_{m-1} \frac{dP_{m-1}}{d\theta} = \Delta\theta \frac{d}{d\theta} \left(d_m \frac{dP_m}{d\theta} \right) \quad (4.5)$$

Заменом индекса m са функционалном зависношћу од θ добијамо једначину протока снаге у следећем облику [14]:

$$\frac{dP(z, \theta)}{dz} = -\alpha(\theta)P(z, \theta) + (\Delta\theta)^2 \frac{\partial}{\partial\theta} \left(d(\theta) \frac{dP(z, \theta)}{d\theta} \right) \quad (4.6)$$

У случају цилиндричног влакна индекс m представља групу од m модова. Како би се добила једначина протока снаге за m -ту групу модова мора се извршити сумирање свих m чланова у једначини (4.6). Коефицијенти α_m и d_m зависе само од m и стога су исти за све чланове. Међутим, спрезање нижих модова може се десити само између $m-1$ чланова, стога имамо:

$$m \frac{dP_m}{dz} = -m\alpha_m P_m + md_m (P_{m+1} - P_m) + (m-1)d_{m-1} (P_{m-1} - P_m) \quad (4.7)$$

Користећи (4.3) и прелаз аналоган (4.5), добија се:

$$\frac{dP(z, \theta)}{dz} = -\alpha_m P_m + (\Delta\theta)^2 \frac{1}{m} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(md_m \frac{dP_m}{d\theta} \right) \quad (4.8)$$

Како је $\theta = m\lambda/4an_1$ имамо:

$$\frac{dP(\theta, z)}{dz} = -\alpha(\theta)P(\theta, z) + (\Delta\theta)^2 \frac{1}{\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\theta d(\theta) \frac{dP(\theta, z)}{d\theta} \right) \quad (4.9)$$

где је:

- $P(\theta, z)$ угаона расподела снаге светлости,
- z растојање које светлост прелази дуж влакна (мерено од почетка влакна),
- θ угао простирања светлости у односу на осу влакна,
- $d(\theta)$ коефицијент спрезања,
- $\alpha(\theta)$ модално слабљење,

Коефицијент модалног слабљења $\alpha(\theta)$ можемо написати у облику [14]:

$$\alpha(\theta) = \alpha_0 + A\theta^2 + \dots \quad (4.10)$$

где α_0 представља губитке заједничке за све модове. Ови губици могу се касније узети у обзир множењем коначног решења изразом $e^{-\alpha_0 z}$. $A\theta^2$ обухвата губитке на граници језгро-омотач. A је фактор мултипликације другог реда у изразу (4.10) за коефицијент губитака снаге $\alpha(\theta)$ који узима у обзир апсорпцију и расејање светлости у влакну.

Коефицијент спрезања се може написати у облику [46, 51]:

$$d(\theta) = d_0 \left(\frac{\theta_c}{\theta} \right)^{2q} \quad (4.11)$$

где су d_0 и q константе за одређено влакно. За $q=0$, једначина (4.9) се може написати у облику:

$$\frac{\partial P(\theta, z)}{\partial z} = -\alpha(\theta)P(\theta, z) + \frac{D}{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\theta \frac{\partial P(\theta, z)}{\partial \theta} \right) \quad (4.12)$$

где је $D = d_0 (\Delta\theta)^2 = d_0 (\lambda/4an_1)^2$ константа спрезања, d_0 је члан нултог реда у изразу за коефицијент спрезања $d(\theta) = d_0 + \alpha(\theta)\theta^2 + \dots$. Једначина (4.12) ће се користити за даља нумеричка израчунавања у овој глави.

Гранични услови за једначину (4.12) су [14]:

$$P(\theta_c, z) = 0 \quad D \frac{\partial P}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0} = 0 \quad (4.13)$$

где је θ_c критични угао влакна. Први услов значи да модови $\theta \geq \theta_c$ не преносе снагу.

Други услов значи да је спрезање модова ограничено само на модове са $\theta > 0$.

4.2 Нумерички метод решавања временски-независне једначине протока снаге

Временски-независна једначина протока снаге је парцијална диференцијална једначина параболичког типа. Да би се одредило њено нумеричко решење, могу се користити стандардне нумеричке методе као што су метод коначних елемената, метод коначних разлика и нодално-интегрални метод [52, 53, 45]. Метод коначних елемената је ефикаснији од других нумеричких метода када се проблем простирања светлости кроз влакно посматра у три просторне димензије. Када се простирање светлости моделује у једној просторној димензији, као што је то случај с једначином протока снаге, метод коначних разлика је најбољи избор.

Раније су се имплицитне методе коначних разлика чешће користили од експлицитних метода коначних разлика [44]. Са развојем савремених брзих рачунара, то се променило и данас се подједнако користе обе методе. С обзиром да је најчешће безусловно стабилан, имплицитни метод коначних разлика дозвољава веће кораке интеграције него експлицитни метод коначних разлика, чиме се скраћује време потребно да се помоћу рачунара реши одређени проблем. Ипак, ово се не одражава на већу рачунску ефикасност имплицитног метода коначних разлика јер се у сваком рачунском кораку мора манипулисати са врло великим матрицама. Зато се може рећи да је експлицитни метод коначних разлика, иако осетљивији са аспекта стабилности нумеричке шеме, једноставнији и ефикаснији од имплицитног метода коначних разлика. То је разлог зашто се у последње време експлицитни метод коначних разлика све чешће користи. Нумеричко решење једначине протока снаге (4.12) применом експлицитног метода коначних разлика први пут је добијено 2000. године [45]. Да би се применио овај метод, једначина (4.12) се пише у следећем облику:

$$\frac{\partial P(\theta, z)}{\partial z} = -\alpha(\theta)P(\theta, z) + \frac{D}{\theta} \frac{\partial P(\theta, z)}{\partial \theta} + D \frac{\partial^2 P(\theta, z)}{\partial \theta^2} \quad (4.14)$$

Користећи шему централне разлике за изводе $(\partial P(\theta, z))/\partial \theta$ и $(\partial^2 P(\theta, z))/\partial \theta^2$ [52, 54]:

$$\left(\frac{\partial P(\theta, z)}{\partial \theta} \right)_{i,j} = \frac{P_{i+1,j} - P_{i-1,j}}{2\Delta\theta} + O(\Delta\theta)^2 \quad (4.14)$$

$$\left(\frac{\partial P^2(\theta, z)}{\partial \theta^2} \right)_{i,j} = \frac{P_{i+1,j} - 2P_{i,j} + P_{i-1,j}}{(\Delta\theta)^2} + O(\Delta\theta)^2 \quad (4.15)$$

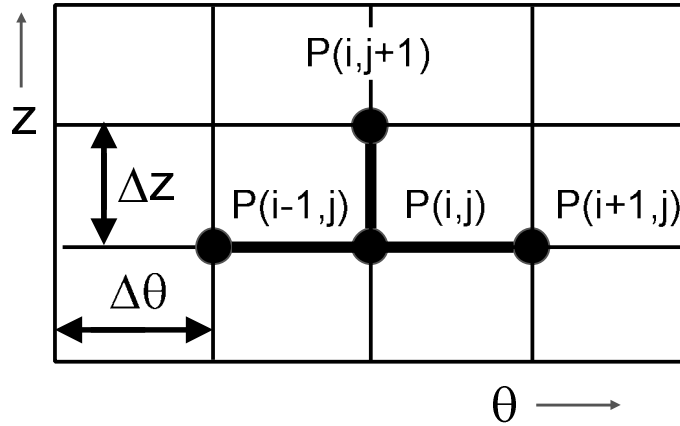
и шему предње разлике за извод $(\partial P(\theta, z))/\partial z$:

$$\left(\frac{\partial P(\theta, z)}{\partial z} \right)_{i,j} = \frac{P_{i,j+1} - P_{i,j}}{\Delta z} + O(\Delta z) \quad (5.17)$$

једначина (4.14) се може написати у облику [55]:

$$P_{i,j+1} = \left(\frac{\Delta z D}{\Delta\theta^2} - \frac{\Delta z D}{2\theta_i \Delta\theta^2} \right) P_{i-1,j} + \left(1 - \frac{2\Delta z D}{\Delta\theta^2} - \alpha_i \Delta z \right) P_{i,j} + \left(\frac{\Delta z D}{2\theta_i \Delta\theta} - \frac{\Delta z D}{\Delta\theta^2} \right) P_{i+1,j} \quad (4.18)$$

где индекси i и j означавају дискретне кораке $\Delta\theta$ и Δz за угао θ и дужину z , респективно. Ово је једноставна формула за $P_{i,j+1}$ у $(i,j+1)$ - тој тачки мреже у функцији познатих вредности за угаону расподелу снаге дуж j -те врсте мреже (слика 4.1). Грешка при одређивању $P_{i,j+1}$ помоћу једначине (4.18) је реда $O(\Delta z, \Delta\theta^2)$ [52].



Слика 4.1. Илустрација мреже за експлицитни метод коначних разлика [25].

Гранични услови (4.13) сада постају [55]:

$$P_{N,j} = 0 \quad P_{0,j} = P_{1,j} \quad (4.19)$$

где је $N = \theta_c / \Delta\theta$ димензија мреже у θ правцу. Да би се избегао проблем сингуларности у тачкама мреже $\theta = 0$, користи се следећа релација [45]:

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1}{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\theta \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) = 2 \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} \Big|_{\theta=0} \quad (4.20)$$

Расподелу снаге светлосног снопа на улазу у влакно, која је у облику функције $f(\theta)$, пишемо као:

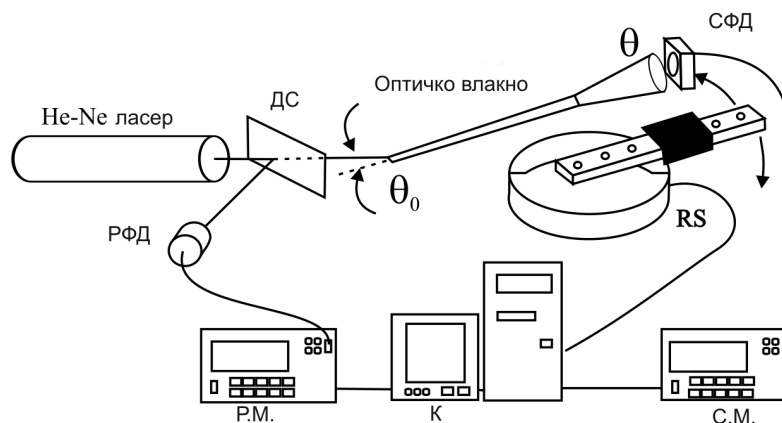
$$P(\theta) = f(\theta) \quad (4.21)$$

где $f(\theta)$ најчешће има облик Гаусове функције.

4.3 Методе за одређивање коефицијента спрезања D

4.3.1 Метод Зубие и сарадника

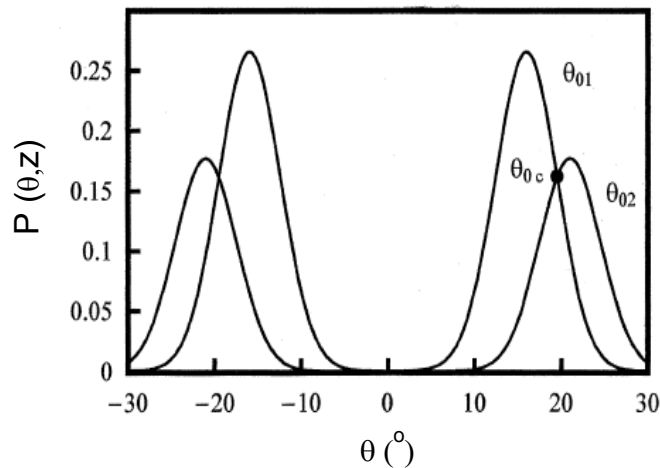
Да бисмо објаснили идеју овог метода [56], претпоставимо да имамо оптичко влакно дужине L у које се убацује снап светлости под углом θ_0 који има облик раванског таласа (слика 4.2).



Слика 4.2. Шема експеримента за мерење угаоне расподеле снаге светлости на крају оптичког влакна (ДС - делитељ снопа, РФД - референтни фотодетектор, СФД - сигнални фотодетектор, РС - ротациони сталак, СМ - сигнални мултиметар, РМ - референтни мултиметар, К - компјутер) [56].

Претпоставимо даље да се у исто оптичко влакно убацује исти равански талас, али под углом θ_{02} . Угаоне расподеле снаге светлости на крају влакна $P(x_{01}, L)$ и $P(x_{02}, L)$, приказане су на слици 4.3. Приметимо да се функције угаоне расподеле излазне снаге светлости секу у тачки θ_{0c} .

Овај метод омогућава да се одреде константе D тако што се мери угао θ_{0m} на коме се догађа промена излазне расподеле снаге светлости из облика прстена у облик диска, и на основу још два додатна мерења излазних расподела снаге светлости на крају влакна за два различита улазна угла светлосног снопа који се уводи у влакно, из којих се затим одређује пресечна тачка тих излазних расподела снаге светлости.



Слика 4.3. Угаоне расподеле излазне снаге светлости на крају влакна дужине $L=3$ m за улазне углове снопа светлости $\theta_{01}=16.5^{\circ}$ и $\theta_{02}=21.5^{\circ}$, добијене решавањем једначине протока снаге [56].

4.3.2 Метод Савовића и Ђорђевића

Овај метод за одређивање константе спрезања D се заснива на чињеници да при убацивању светлосног снопа који има Гаусову расподелу у оптичко влакно дуж његове осе (улазни угао снопа светлости је тада $\theta_0 = 0^{\circ}$), светлостни сноп на крају влакна има облик диска (Гаусијан је позициониран на $\theta = 0$), без обзира на дужину влакна [57]. За

овај случај, једначина протока снаге (4.12) без члана $\alpha(\theta)P(\theta, z)$ који описује губитке, и без члана $\frac{D}{\theta} \left(\frac{dP}{d\theta} \right)$ јер нема промене позиције Гаусове расподеле, има облик:

$$\frac{\partial P(\theta, z)}{\partial z} = D \frac{\partial^2 P(\theta, z)}{\partial \theta^2} \quad (4.22)$$

С повећањем дужине влакна услед спрезања модова долази само до повећања ширине угаоне расподеле снаге светлости на крају влакна, са максимумом чији се положај и даље налази на оси влакна.

Ако $P(\theta, z)$ посматрамо као вероватноћу угаоне расподеле снаге светлости, једначина (4.22) постаје Фокер-Планкова једначина са константним дифузионим коефицијентом D . Решење једначине (4.22) је [58]:

$$P(\theta, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_z^2}} \exp \left[-\frac{\theta^2}{2\sigma_z^2} \right] \quad (4.23)$$

Варијанса σ_z^2 угаоне расподеле снаге (4.23) на крају влакна дужине z , добија се из израза:

$$\sigma_z^2 = \sigma_{z=0}^2 + 2Dz \quad (4.24)$$

где је $\sigma_{z=0}^2$ варијанса угаоне расподеле снаге улазног снопа светлости. Константа спрезања (дифузиона константа) D је на основу једначине (4.24):

$$D = \frac{\sigma_z^2 - \sigma_{z=0}^2}{2z} \quad (4.25)$$

Да би се одредила константа спрезања D за неко влакно, потребно је одредити само варијансу σ_z^2 угаоне расподеле снаге на крају влакна дужине z . При томе варијанса угаоне расподеле снаге улазног снопа светлости $\sigma_{z=0}^2$ мора бити унапред позната. Ако то није случај, онда се константа спрезања D одређује помоћу израза:

$$D = \frac{\sigma_{z_2}^2 - \sigma_{z_1}^2}{2(z_2 - z_1)} \quad (4.26)$$

где су $\sigma_{z_1}^2$ и $\sigma_{z_2}^2$ варијансе угаоне расподеле снаге светлости у влакну мерене на растојању z_1 и z_2 од почетка влакна.

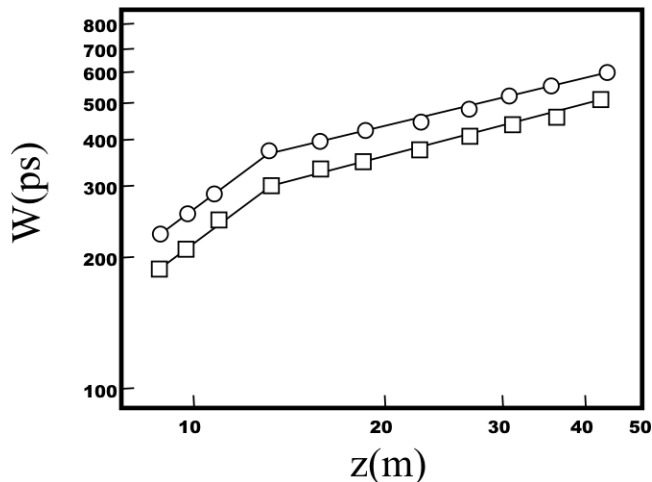
4.4 Примери примене временски-независне једначине протока снаге

У овом поглављу најпре ћемо представити метод за одређивање дужине спрезања L_c , на којој настаје равнотежна расподела модова, мерењем пропусног опсега оптичког влакна. Затим ћемо одредити дужине спрезања L_c на основу промене облика излазне угаоне расподеле снаге светлости у оптичком влакну и дужине z_s , на којима се постиже стационарна расподела модова.

4.4.1 Одређивање дужине спрезања L_c мерењем пропусног опсега оптичког влакна

На основу експерименталних података показано је да се пропусни опсег влакна B мења с дужином влакна z , као $B \propto 1/z$, све док је дужина влакна мања од карактеристичне дужине L_c (режим спрезања модова пре постизања равнотежне расподеле модова) [59]. За дужине влакна веће од L_c , пропусни опсег влакна мења се с дужином влакна као $B \propto 1/z^{1/2}$ (режим спрезања модова после постизања равнотежне расподеле модова). Анализирајмо сада промену ширине светлосног сигнала W у функцији дужине влакна. Ширина светлосног сигнала се повећава с повећањем дужине влакна, при чему је она линеарно пропорционална дужини влакна $W \propto z$ ако је $z < L_c$. За влакна чија је дужина $z > L_c$, ширина светлосног сигнала се мења у функцији дужине влакна као $W \propto z^{1/2}$. Дакле, за дужине влакна $z > L_c$ ширина светлосног сигнала се спорије повећава с повећањем дужине влакна него што је то случај када је дужина влакна мања од дужине спрезања влакна ($z < L_c$). Овакво понашање пропусног опсега и ширине светлосног сигнала у зависности од дужине влакна предвидео је Глоге у свом раду из 1973. године [14], анализирајући једначину протока снаге. На слици 4.4

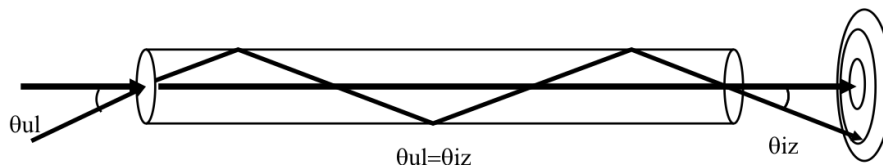
приказана је зависност ширине светлосног сигнала који се пропусти кроз пластично оптичко влакно од дужине влакна [59]. Уочава се да на дужини влакна ≈ 15 m долази до промене функције зависности ширине светлосног сигнала од дужине пластичног оптичког влакна из облика $W \propto z$ у облик $W \propto z^{1/2}$, што је јасна индикација да је карактеристична дужина спрезања $L_c \approx 15$ m, када настаје равнотежна расподела модова.



Слика 4.4. Ширина светлосног сигнала који се пропусти кроз пластично оптичко влакно у функцији дужине влакна ((o) – нумеричка апертура улазног снопа је NA=0.65, (□) – нумеричка апертура улазног снопа је NA=0.4 [59]).

4.4.2 Одређивање дужине спрезања L_c на основу промене облика излазне угаоне расподеле снаге у оптичком влакну

У случају кратког оптичког влакна, угаона расподела снаге светлости на крају влакна има облик прстена са максимумом на вредности (θ_{iz}) коју има угаона расподела снопа светлости при убацивању у оптичко влакно (θ_{il}), (слика 4.5). Ово указује да при малим дужинама оптичког влакна долази до занемарљивог спрезања модова. Повећање дужине влакна доводи до интензивнијег преноса енергије између модова нижег реда што доводи до тога да се њихова угаона расподела снаге помера ка $\theta = 0^\circ$. Даљим повећањем дужине влакна долази до спрезања и виших модова при чему се и њихова угаона расподела снаге на излазу из влакна помера $\theta = 0^\circ$ и на одређеној дужини бива позиционирана на $\theta = 0^\circ$.



Слика 4.5. Облик угаоне расподеле снаге светлости на крају оптичког влакна мале дужине.

Дужина влакна на којој угаона расподела највиших модова који могу да се пропусте кроз влакно прелази из облика прстена у облик диска, представља дужину спрезања L_c . Дакле, да би се одредила дужина спрезања L_c на којој настаје равнотежна расподела модова у влакну, потребно је експериментално или решавањем једначине протока снаге одредити на којој дужини влакна највиши модови у влакну имају излазну расподелу снаге која прелази из облика прстена у облик диска.

Овим методом може се утврдити и дужина на којој настаје стационарна расподела модова, а то је дужина након које излазна расподела снаге не зависи од угла под којим је убачена светлост у влакно, тј. када су излазне расподеле свих улазних угаоних расподела „преклопљене“.

4.5 Методе за појачавање спрезања модова у оптичким влакнима

Већ је поменуто да је спрезање модова, које представља прерасподелу енергије између модова, узроковано унутрашњим пертурбационим ефектима који настају услед присуства нечистоћа и нехомогености у влакну насталих у процесу производње, микроскопских закривљења, неправилности на граници језгро-омотач и промене индекса преламања. Услед спрезања модова повећавају се губици виших модова, чиме се модална дисперзија смањује, а пропусни опсег повећава. Стога, спрезање модова значајно утиче на преносне карактеристике оптичких влакана.

Услед спрезања модова, с порастом дужине влакна, долази до успостављања равнотежне расподеле модова. Равнотежна расподела модова успоставља се на одређеној дужини влакна L_c која зависи од јачине спрезања модова, али и од ширине

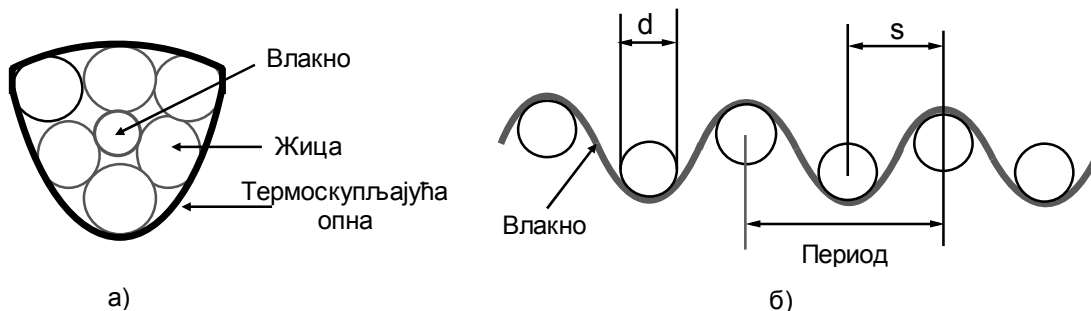
улазног снопа светлости и нумеричке апертуре влакна. Након успостављања равнотежне расподеле модова, с даљим повећањем дужине влакна, расподела модова се не мења значајно, па након те дужине мерене вредности модалног слабљења и модалне дисперзије влакна су добро дефинисане.

Постоје разне методе које имају за циљ да се равнотежна расподела модова у оптичком влакну успостави на што краћим дужинама да би се што раније успорио пад преносног опсега са дужином влакна. Један од метода је увођење светлосног снопа у оптичко влакно из другог влакна сличних карактеристика, а у коме је већ постигнута равнотежна расподела модова [60]. Тиме се постиже да је већ на самом улазу у оптичко влакно успостављена равнотежна расподела модова улазног светлосног снопа.

Друге методе заснивају се на примени пертурбационих ефеката изазваних спољашњим механичким силама на малим почетним дужинама влакна, са циљем да се појача спрезање модова и смањи дужина влакна на којој се успоставља равнотежна расподела модова. Овакви уређаји, који појачавају спрезање модова у оптичком влакноу на малим дужинама познати су као мешачи модова (engl. "mode scramblers") и филтери модова.

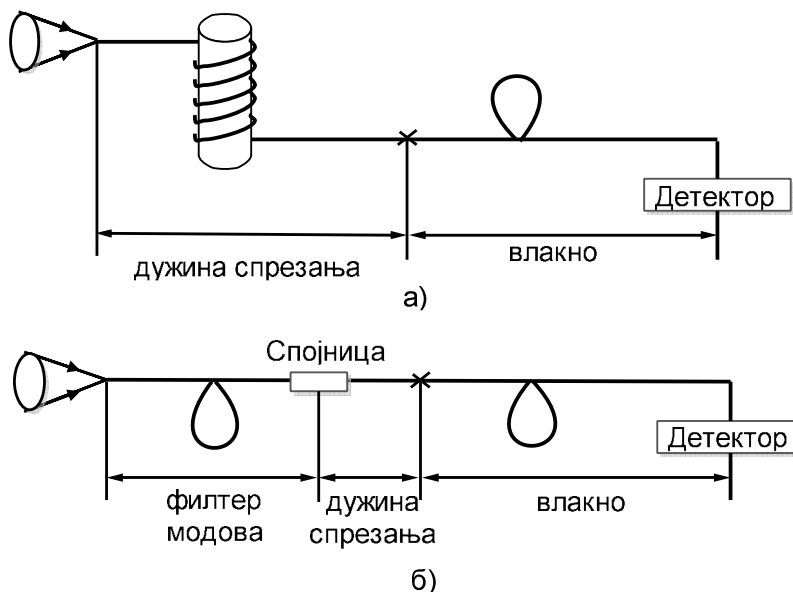
Мешач модова повећава снагу виших модова и смањује снагу нижих модова, док филтер модова смањује снагу виших модова, а не утиче значајно на снагу нижих модова. Код употребе филтера модова као извор светлости користи се светлосна диода, да би се побудио што већи број виших модови, за разлику од мешача модова, где се као извор светлости користи ласер да би се претежно побудили нижи модови.

Мешање модова механички се изазива пертурбацијама у влакноу услед деловања спољашњих сила на влакно [61]. На слици 4.6а представљен је један од начина реализације мешања модова, где се на оптичко влакно које је окружено металним жицама врши притисак од стране термоскупљајуће опне. Још један од метода приказан је на слици 4.6б, где се влакно налази између једнако удаљених жица, које изазивају синусно закривљење влакна. Код овог метода могуће је утицати на промену јачине спрезања променом броја жица, чиме се мења период, и променом пречника жица d и њиховог међусобног растојања s (слика 4.6б) [62, 63].



Слика 4.6. Мешачи модова: а) са термоскупљајућом опном [62] б) засновани на закривљењу влакна [61].

У једној од техника филтрирања модова, оптичко влакно се намотава око цилиндричне шипке, која закривљује влакно и поспешује додатно спрезање модова (слика 4.7а). Оптичко влакно се четири до пет пута обмотова око шипке пречника од 20 до 30 mm, након чега се успоставља равнотежна расподела модова [64].



Слика 4.7. Поспешивање успостављања равнотежне расподеле модова уз помоћ филтера модова: а) обмотавањем влакна око цилиндричне шипке б) применом другог влакна.

Други метод филтрирања модова, који је већ поменут, користи друго оптичко влакно сличних карактеристика, у коме је већ успоставила равнотежна расподела модова, тако што се светлосни снап са краја тог влакна уводи у главно оптичко влакно (слика 4.7б).

4.6 Примена временски-независне једначине протока снаге на оптичка влакна са W индексом преламања

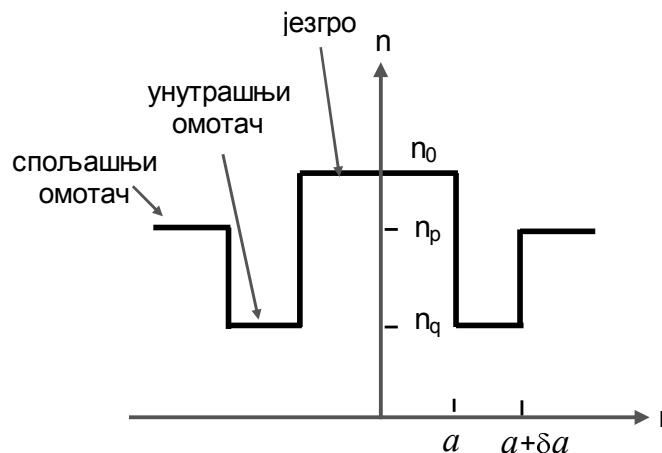
У овом поглављу приказан је метод решавања временски-независне једначине протока снаге код влакна са W индексом преламања. Применом временски-независне једначине протока снаге добијене су излазне угаоне расподеле снаге светлости за различите структурне параметре влакна, коефицијенте спрезања и карактеристике улазног снопа код влакна са W индексом преламања.

Одређене су дужине z_s на којима се успостављају стационарне расподеле модова, за различите ширине унутрашњег омотача и коефицијенте спрезања. Испитан је утицај дубине унутрашњег омотача на угаоне расподеле снаге светлости и дужину z_s , при промени ширине унутрашњег омотача и јачине спрезања, код влакна са W индексом преламања.

Испитан је утицај угла улазног снопа светлости и ширине угаоне расподеле улазног снопа на дужине L_c и z_s на којима се успостављају равнотежна и стационарна расподела модова, респективно, при промени ширине и дубине унутрашњег омотача и коефицијента спрезања.

4.6.1 Нумерички метод решавања временски-независне једначине протока снаге код влакна са W индексом преламања

Расподела индекса преламања W влакна, које ћемо разматрати, приказана је на слици 4.6.



Слика 4.8. Расподела индекса преламања W влакна.

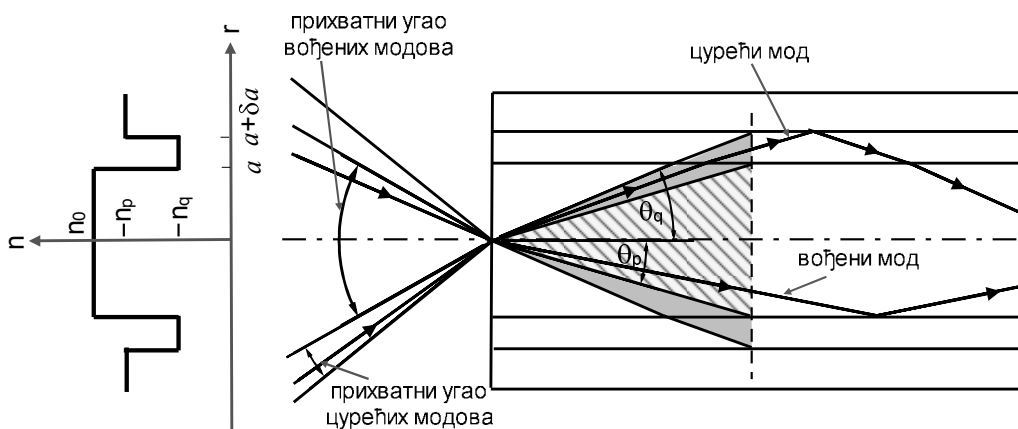
Полупречник језгра влакна је a , ширина унутрашњег омотача $\delta \cdot a$ (δ - нормализована ширина унутрашњег омотача), индекси преламања језгра, унутрашњег и спољашњег омотача означени су n_0 , n_q и n_p , респективно. Претпоставља се да је $n_q < n_p < n_0$.

Дефинишу се следеће две величине:

$$\Delta_p = \frac{n_0 - n_p}{n_0} \quad \Delta_q = \frac{n_0 - n_q}{n_0} \quad (4.27)$$

које представљају разлике индекса преламања два одговарајућа референтна влакна са једним омотачем SC_p и SC_q , респективно. Влакна SC_p и SC_q представљају W влакно, када ширина унутрашњег омотача W влакна тежи нули ($\delta \rightarrow 0$) или бесконачности ($\delta \rightarrow \infty$), респективно.

Влакно са W индексом преламања може се представити као систем састављен од SC_q влакна и омотача индекса преламања n_p [36]. Критичан угао SC_q влакна је θ_q , па сви модови који се простиру под углом мањим од критичног угла θ_q бивају вођени дуж влакна. Када се влакно SC_q обавије омотачем индекса преламања n_p , чиме настаје W влакно, сви модови који се простиру под углом мањим од критичног угла θ_p за SC_p влакно, остају вођени дуж влакна. Међутим, модови који се простиру под угловима између θ_p и θ_q постају цурећи модови [65], као што је приказано на слици 4.9.



Слика 4.9. Простирање вођених и цурећих модова у W влакну.

Претпостављајући да је $\Delta_p < \Delta_q \ll 1$, дискретан спектар модова може се апроксимирати континуумом модова у функцији променљиве θ , која представља угао простирања мода у односу на осу влакна [65]. Ако претпоставимо да се спрезање дешава само између суседних модова, у том случају можемо користити временски-независну једначину протока снаге за вишемодна оптичка влакна у следећем облику [14]:

$$\frac{\partial P(\theta, z)}{\partial z} = -\alpha(\theta)P(\theta, z) + \frac{1}{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\theta D(\theta) \frac{\partial P(\theta, z)}{\partial \theta} \right) \quad (4.28)$$

Једначина се може написати у форми:

$$\frac{\partial P(\theta, z)}{\partial z} = -\alpha(\theta)P(\theta, z) + \frac{D(\theta)}{\theta} \frac{\partial P(\theta, z)}{\partial \theta} + D(\theta) \frac{\partial^2 P(\theta, z)}{\partial \theta^2} \quad (4.29)$$

где је $P(\theta, z)$ угаона расподела снаге светлости на растојању z од улаза у влакно, θ је угао простирања светлости у односу на осу влакна, $D(\theta)$ је коефицијент спрезања модова за који се претпоставља да је константан ($D(\theta) = D$) [14, 44] и $\alpha(\theta)$ је модално слабљење. Модално слабљење $\alpha(\theta)$ може се представити као $\alpha(\theta) = \alpha_0 + \alpha_d(\theta)$, где α_0 представља губитке услед апсорпције и расејања. Ови губици могу се касније узети у обзир множењем коначног решења изразом $e^{-\alpha_0 z}$, па се α_0 занемарује.

Већ је напоменуто да модови који се простиру под угловима између $\theta_p \approx (2\Delta_p)^{1/2}$ и $\theta_q \approx (2\Delta_q)^{1/2}$ су цурећи модови. Константа слабљења цурећих модова дата је у облику [66]:

$$\alpha_L(\theta) = \frac{4(\theta^2 - \theta_p^2)^{1/2}}{a(1 - \theta^2)^{1/2}} \frac{\theta^2(\theta_q^2 - \theta^2)}{\theta_q^2(\theta_q^2 - \theta_p^2)} \exp\left[-2\delta a n_0 k_0 (\theta_q^2 - \theta^2)^{1/2}\right] \quad (4.31)$$

где је k_0 таласни вектор у вакууму. Код SC влакана, експериментални резултати показују да слабљење остаје константно у области вођених модова, и постепено се

повећава у области израчених модова [67]. У складу са тим, модално слабљење код W влакна може се написати као:

$$\alpha_d(\theta) = \begin{cases} 0 & \theta \leq \theta_p \\ \alpha_L(\theta) & \theta_p < \theta \leq \theta_q \\ \infty & \theta \geq \theta_q \end{cases} \quad (4.32)$$

Гранични услови за једначину (4.29) су [14]:

$$P(\theta_m, z) = 0 \quad D \frac{\partial P}{\partial \theta} = 0 \quad (4.30)$$

где је θ_m максимални угао под којим се светлост може простирати у влакну.

Једначина протока снаге (4.29), са константом слабљења цурећих модова датом једначином (4.31) нема аналитичко решење, тако да се њено решење мора тражити нумерички.

Користећи шему централне разлике за изводе $(\partial P(\theta, z))/\partial \theta$ и $(\partial^2 P(\theta, z))/\partial \theta^2$ (4.15 и 4.16) и шему предње разлике за извод $(\partial P(\theta, z))/\partial z$ (4.17) [52], једначина (4.29) се може представити у следећем облику:

$$P_{k,l+1} = \left(\frac{\Delta z D}{\Delta \theta^2} - \frac{\Delta z D}{2\theta_k \Delta \theta^2} \right) P_{k-1,l} + \left(1 - \frac{2\Delta z D}{\Delta \theta^2} - (\alpha_d)_k \Delta z \right) P_{k,l} + \left(\frac{\Delta z D}{2\theta_k \Delta \theta} - \frac{\Delta z D}{\Delta \theta^2} \right) P_{k+1,l} \quad (4.33)$$

где индекси k и l означавају дискретне кораке $\Delta \theta$ и Δz за угао θ и дужину z , респективно.

Коефицијент модалног слабљења је:

$$\alpha_d(\theta) = \begin{cases} 0 & \theta \leq \theta_p \\ \frac{4(\theta_k^2 - \theta_p^2)^{1/2}}{a(1 - \theta_k^2)^{1/2}} \frac{\theta_k^2 (\theta_q^2 - \theta_k^2)}{\theta_q^2 (\theta_q^2 - \theta_p^2)} \exp[-2\delta a n_0 k_0 (\theta_q^2 - \theta_k^2)^{1/2}] & \theta_p < \theta \leq \theta_q \\ \infty & \theta \geq \theta_q \end{cases} \quad (4.34)$$

Гранични услови постају $P_{N,l} = 0$ и $P_{0,l} = P_{1,l}$, где је $N = \theta_q / \Delta\theta$ димензија мреже у θ правцу.

Да би се избегао проблем сингуларности у тачкама мреже $\theta = 0$, користи се следећа релација [55]:

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1}{\theta} \left(\theta \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) = 2 \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} \Big|_{\theta=0} \quad (4.35)$$

Користећи временски-независну једначину протока снаге (4.29) добијају се угаоне расподеле снаге светлости на различитим дужинама за влакно са W индексом преламања, чија је ширина унутрашњег омотача $\delta \cdot a$, а дубина $\theta_q - \theta_p$ [68]. За решавање парцијалне диференцијалне једначине (4.29), коришћен је рачунарски програм Савовића и сарадника написан у програмском језику Fortran 90 [68].

4.6.2 Одређивање дужине z_s на којој настаје стационарна расподела модова у оптичком влакну са W индексом преламања

Користећи временски-независну једначину протока снаге испитано је спрезање модова и модално слабљење у оптичком влакну са W индексом преламања. Одређене су дужине влакана на којима се постижу стационарне расподеле модова за различите ширине и дубине унутрашњег омотача и различите вредности коефицијената спрезања [68].

Анализирано је вишемодно оптичко влакно са W индексом преламања које је теоријски испитивано у ранијим радовима [32, 66, 65]. Индекс преламања језгра влакна је $n_0 = 1.46$, пречник језгра $2a = 60 \mu\text{m}$ и ширина унутрашњег омотача $30 \times \delta \mu\text{m}$. Вредности нормализоване ширине средњег слоја су $\delta = 0.2$ и $\delta = 0.5$. Разлике индекса преламања су $\Delta_p = 0.2\%$ и $\Delta_q = 0.7\%$, критични углови $\theta_p \approx 3.62^\circ$ и $\theta_q \approx 6.76^\circ$. Вредности коефицијента спрезања су $D = 2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$, $D = 2.3 \times 10^{-6} \text{ rad}^2/\text{m}$ и $D = 2.3 \times 10^{-5} \text{ rad}^2/\text{m}$. Таласна дужина примењене светлости износи $\lambda = 0.84 \mu\text{m}$.

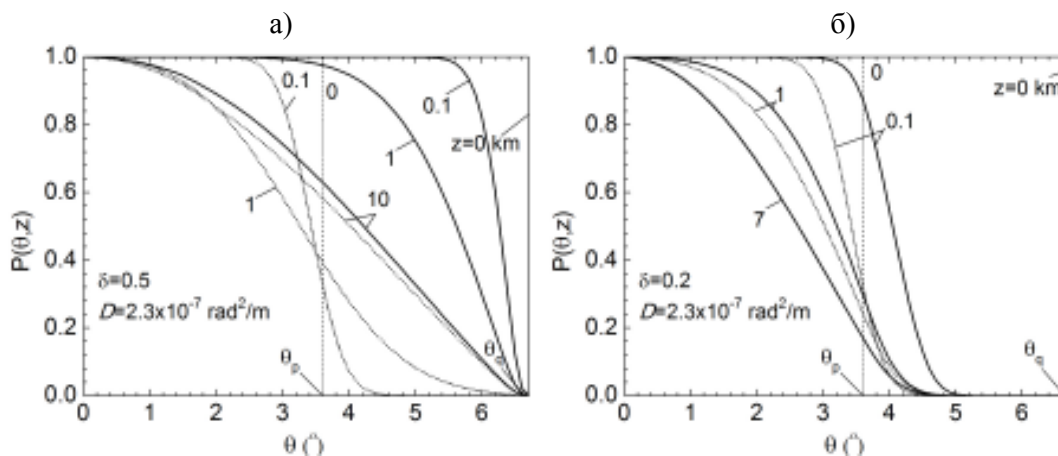
У нумеричким прорачунима коришћене су улазне угаоне расподеле снаге светлости у случају θ_p екситације:

$$P(\theta,0) = 1 \quad 0 \leq \theta \leq \theta_p; \quad z = 0 \quad (4.36a)$$

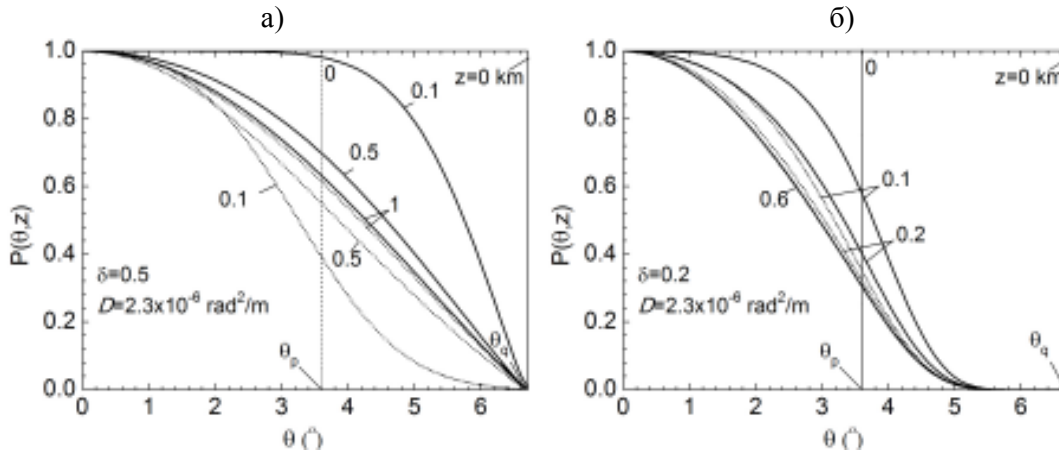
а у случају θ_q екситације:

$$P(\theta,0) = 1 \quad 0 \leq \theta \leq \theta_q; \quad z = 0 \quad (4.36b)$$

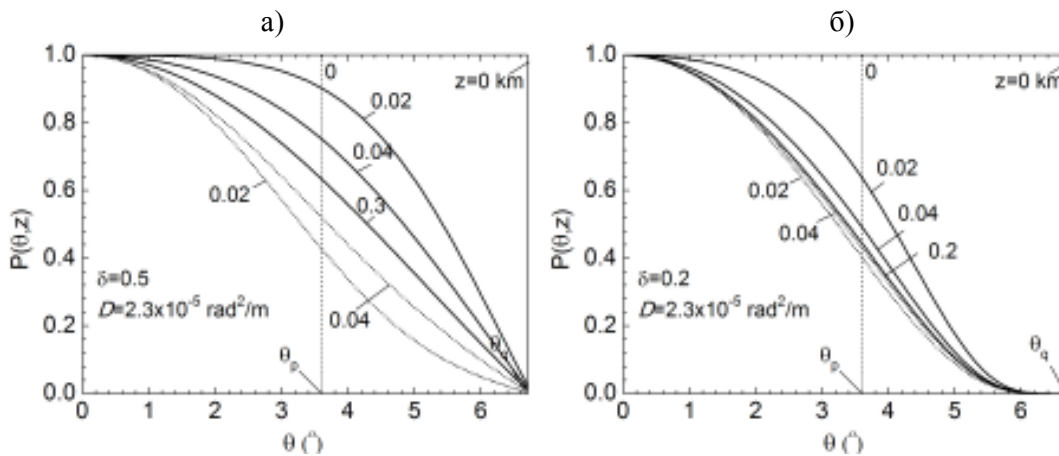
Добијено нумеричко решење временски-независне једначине протока снаге даје нормализовану излазну угаону расподелу снаге светлости за одређену дужину влакна [66]. На сликама 4.10-4.12 приказане су угаоне расподеле снаге светлости за вредности коефицијента спрезања $D=2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$, $D=2.3 \times 10^{-6} \text{ rad}^2/\text{m}$ и $D=2.3 \times 10^{-5} \text{ rad}^2/\text{m}$, респективно, за нормализоване ширине унутрашњег омотача $\delta = 0.2$ и 0.5 , за различите дужине влакна. Пуне криве на графицима представљају угаоне расподеле снаге светлости када су на улазу у влакно побуђени сви вођени и сви цурећи модови (θ_q екситација). Угаоне расподеле снаге светлости када су побуђени само вођени модови, које одговарају θ_p екситацији, означене су испрекиданим линијама.



Слика 4.10. Нормализована излазна угаона расподела снаге светлости за а) $\delta = 0.5$ и б) $\delta = 0.2$, и коефицијент спрезања $D=2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$ (централни улазни сноп). (—) - θ_q екситација, (---) - θ_p екситација).



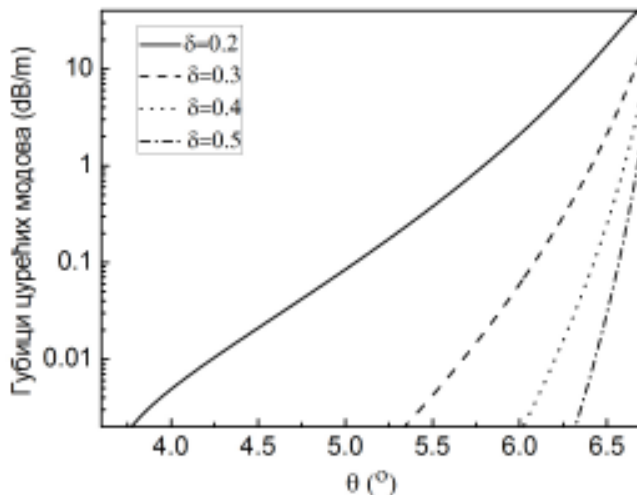
Слика 4.11. Нормализована излазна угаона расподела снаге светлости за а) $\delta = 0.5$ и б) $\delta = 0.2$, и коефицијент спрезања $D=2.3 \times 10^{-6} \text{ rad}^2/\text{m}$ (централни улазни сноп). (—) - θ_q ексцитација, (---) - θ_p ексцитација.



Слика 4.12. Нормализована излазна угаона расподела снаге светлости за а) $\delta = 0.5$ и б) $\delta = 0.2$, и коефицијент спрезања $D=2.3 \times 10^{-5} \text{ rad}^2/\text{m}$ (централни улазни сноп). (—) - θ_q ексцитација, (---) - θ_p ексцитација.

У случају θ_p ексцитације ширина угаоне расподеле снаге светлости након иницијалног смањења, наставља да се повећава с порастом дужине у случају $\delta = 0.5$, и да опада у случају $\delta = 0.2$. Код θ_q ексцитације, снага у цурећим модовима остаје на већим дужинама у случају $\delta = 0.5$, у односу на случај $\delta = 0.2$. Ово је последица већих губитака цурећих мода у случају мање ширине унутрашњег омотача (слика 4.13). На

слици 4.13 представљено је како се губици цурећих модова смањују са порастом ширине унутрашњег омотача.

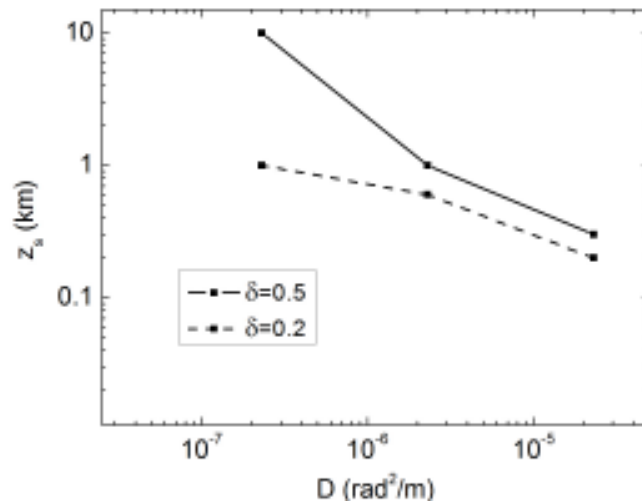


Слика 4.13. Губици цурећих модова за различите ширине унутрашњег омотача.

На сликама 4.10-4.12 може се видети да за мању ширину унутрашњег омотача, дужине z_s на којима се успоставља стационарна расподела модова су мање у поређењу са већом ширином унутрашњег омотача. Код веће ширине унутрашњег омотача цурећи модови имају мање губитке, па су вођени на већим дужинама, изискујући веће дужине z_s за окончање њиховог спрезања.

На сликама 4.10-4.12 такође се може уочити да код идентичних ширина унутрашњег омотача угаона расподела снаге светлости постепено се помера од SC_q влакна с порастом јачине спрезања. Угаона расподела снаге светлости с порастом дужине влакна постепено тежи стационарној расподели модова за обе ексцитације. Стационарна расподела модова не зависи само од ширине унутрашњег омотача, већ и од јачине спрезања модова. С порастом јачине спрезања, дужина z_s на којој се успоставља стационарна расподела модова се смањује (слика 4.14). Због јачег спрезања

модава, узрокованог већим унутрашњим пертурбационим ефектима у влакну, прерасподела енергије између вођених мода је бржа, па су дужине z_s мање.

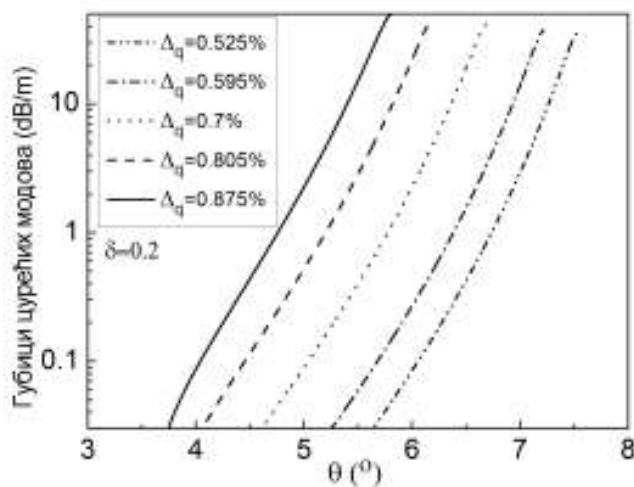


Слика 4.14. Промена дужине z_s на којој се успоставља стационарна расподела модава у односу на коефицијент спрезања D .

Добијене излазне угаоне расподеле снаге светлости варирају између одговарајућих SC_p и SC_q влакана с променом ширине унутрашњег омотача. Ово понашање је условљено разликом у губицима цурећих модава за различите ширине унутрашњег омотача (слика 4.13).

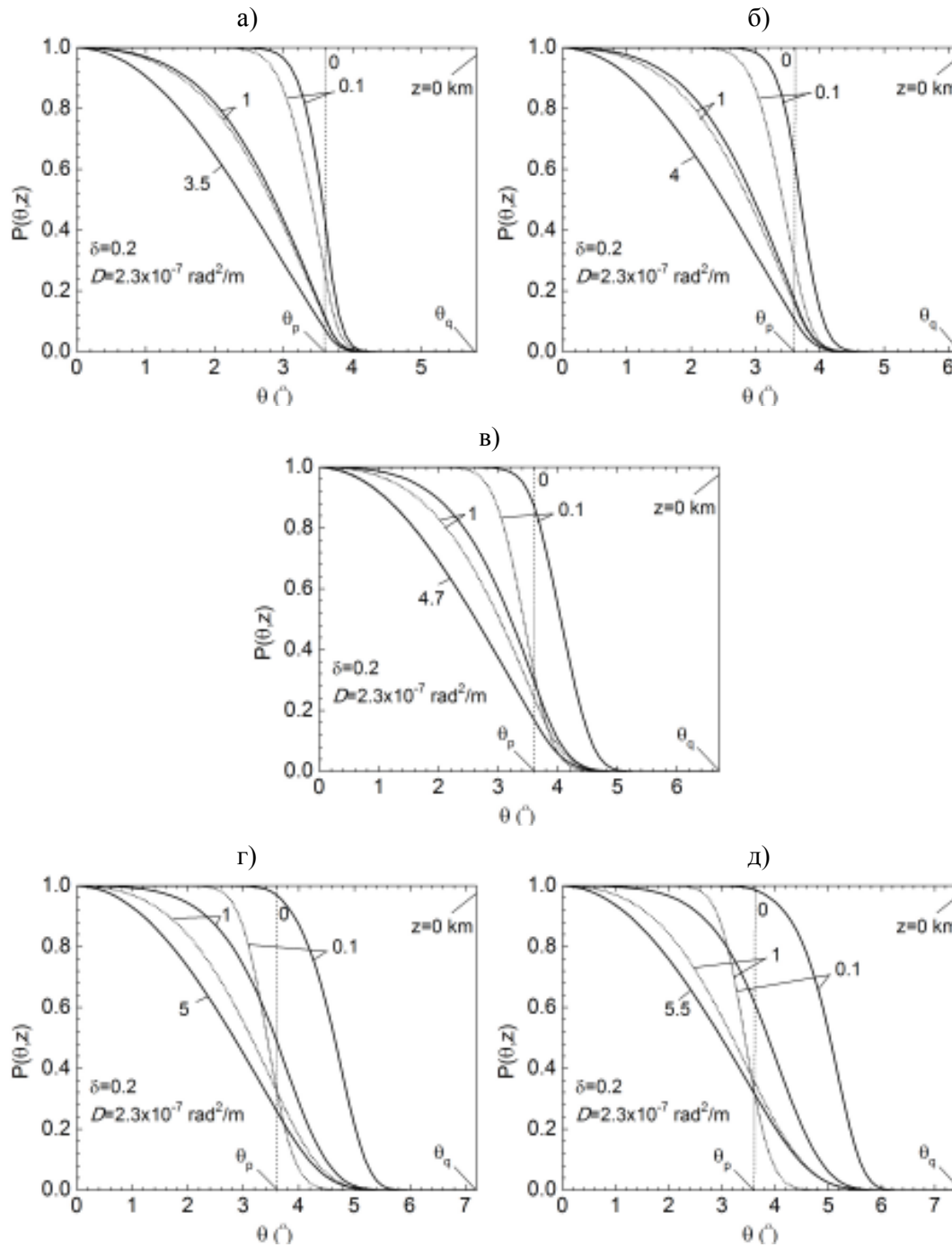
На дужине z_s , на којима се успоставља стационарна расподела модава, поред утицаја ширине унутрашњег омотача и јачине спрезања модава, утиче и дубина унутрашњег омотача, мењајући број цурећих модава [69]. Да бисмо испитали утицај дубине унутрашњег омотача на угаону расподелу снаге светлости у влакну, индекси преламања језгра n_0 и спољашњег омотача n_p остали су непромењени. Дубина унутрашњег омотача је мењана променом иницијалне вредности $\Delta_q = 0.7\%$ за ± 15 и $\pm 25\%$. Анализирани су случајеви када је $\Delta_q = 0.525\%$ ($\theta_q \approx 5.87^\circ$), $\Delta_q = 0.595\%$ ($\theta_q \approx 6.25^\circ$), $\Delta_q = 0.7\%$ ($\theta_q \approx 6.76^\circ$), $\Delta_q = 0.805\%$ ($\theta_q \approx 7.27^\circ$) и

$\Delta_q = 0.875\%$ ($\theta_q \approx 7.58^\circ$). Промена дубине унутрашњег омотача за константно θ_p , утиче на губитке цурећих бројева, а тиме и на њихов број. Губици цурећих модова за различите дубине унутрашњег омотача су приказани на слици 4.15. На слици 4.15 се може видети да се с повећањем дубине унутрашњег омотача, губици цурећих модова смањују.

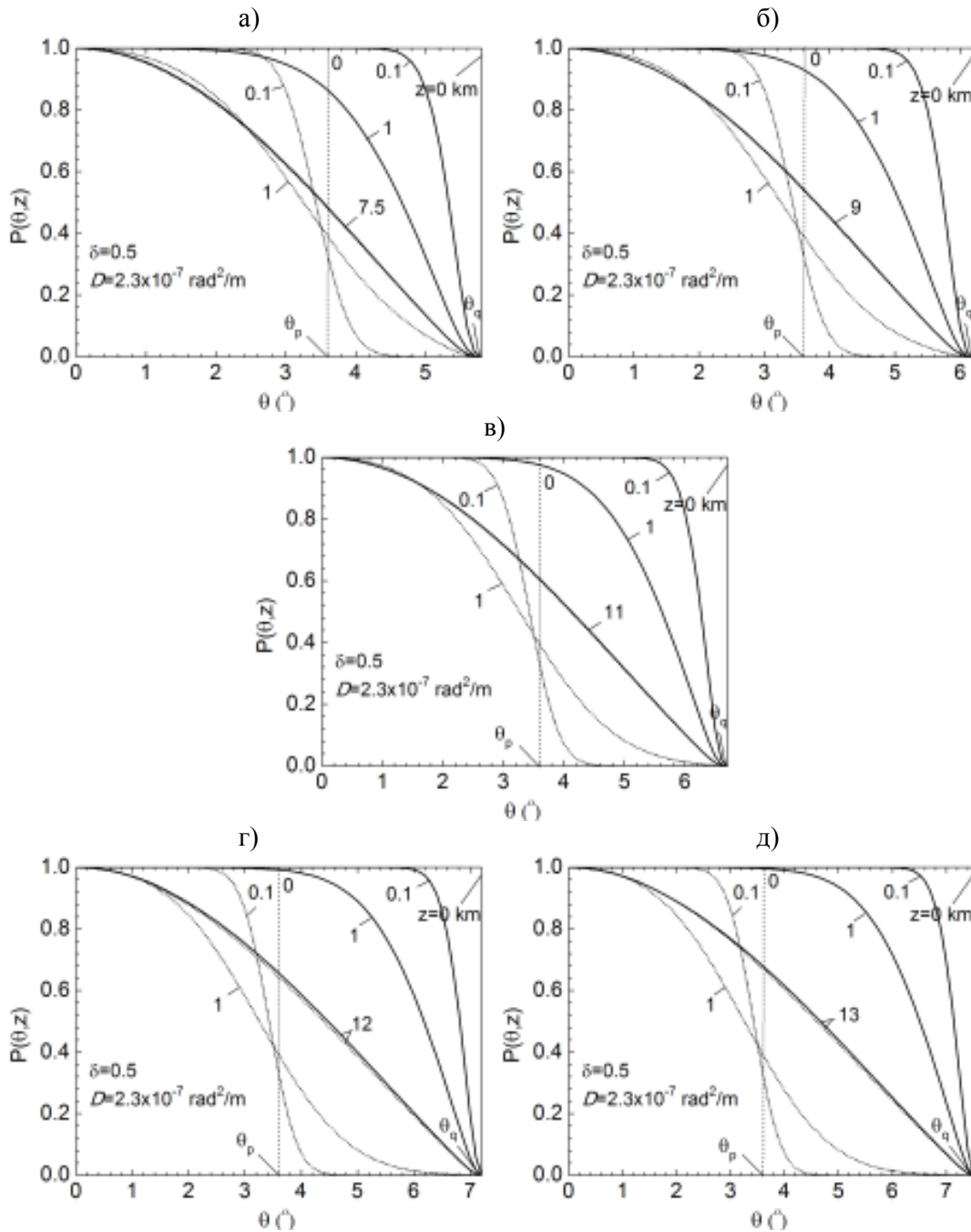


Слика 4.15. Губици цурећих модова за различите дубине унутрашњег омотача.

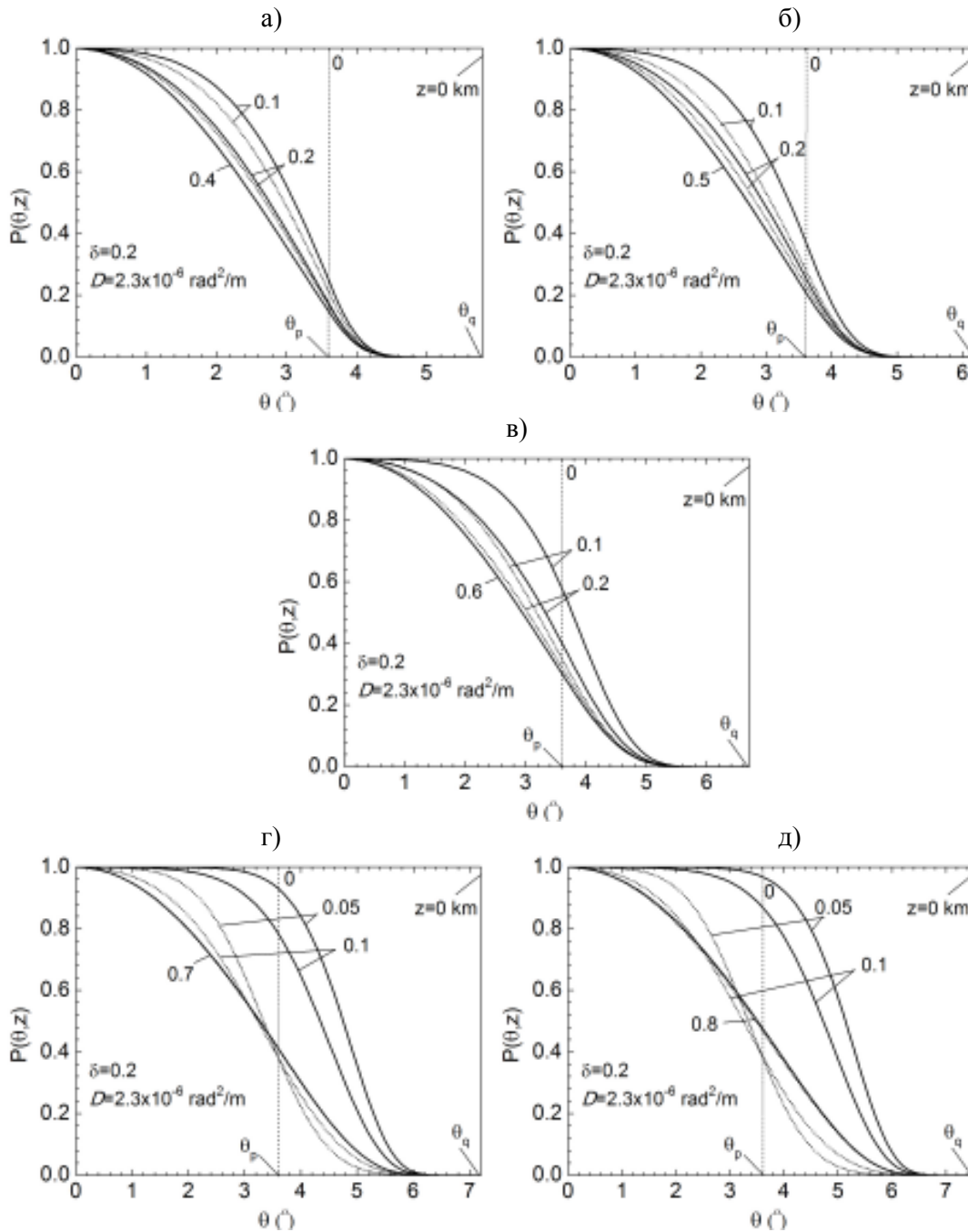
Слике 4.16-4.21 представљају излазне угаоне расподеле снаге светлости у W влакну при промени дубине унутрашњег омотача $\Delta_q = 0.7\%$ за $\pm 15\%$ и $\pm 25\%$, за ширине унутрашњег омотача $\delta = 0.2$ и $\delta = 0.5$ и коефицијенте спрењања $D=2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$, $D=2.3 \times 10^{-6} \text{ rad}^2/\text{m}$ и $D=2.3 \times 10^{-5} \text{ rad}^2/\text{m}$. Пуне линије на графицима представљају угаоне расподеле снаге светлости када су на улазу влакна ($z = 0$) побуђени сви вођени и сви цурећи модови (θ_q ексцитација). Угаоне расподеле снаге светлости када су побуђени само вођени модови, на графицима су приказане испрекиданом линијом (θ_p ексцитација).



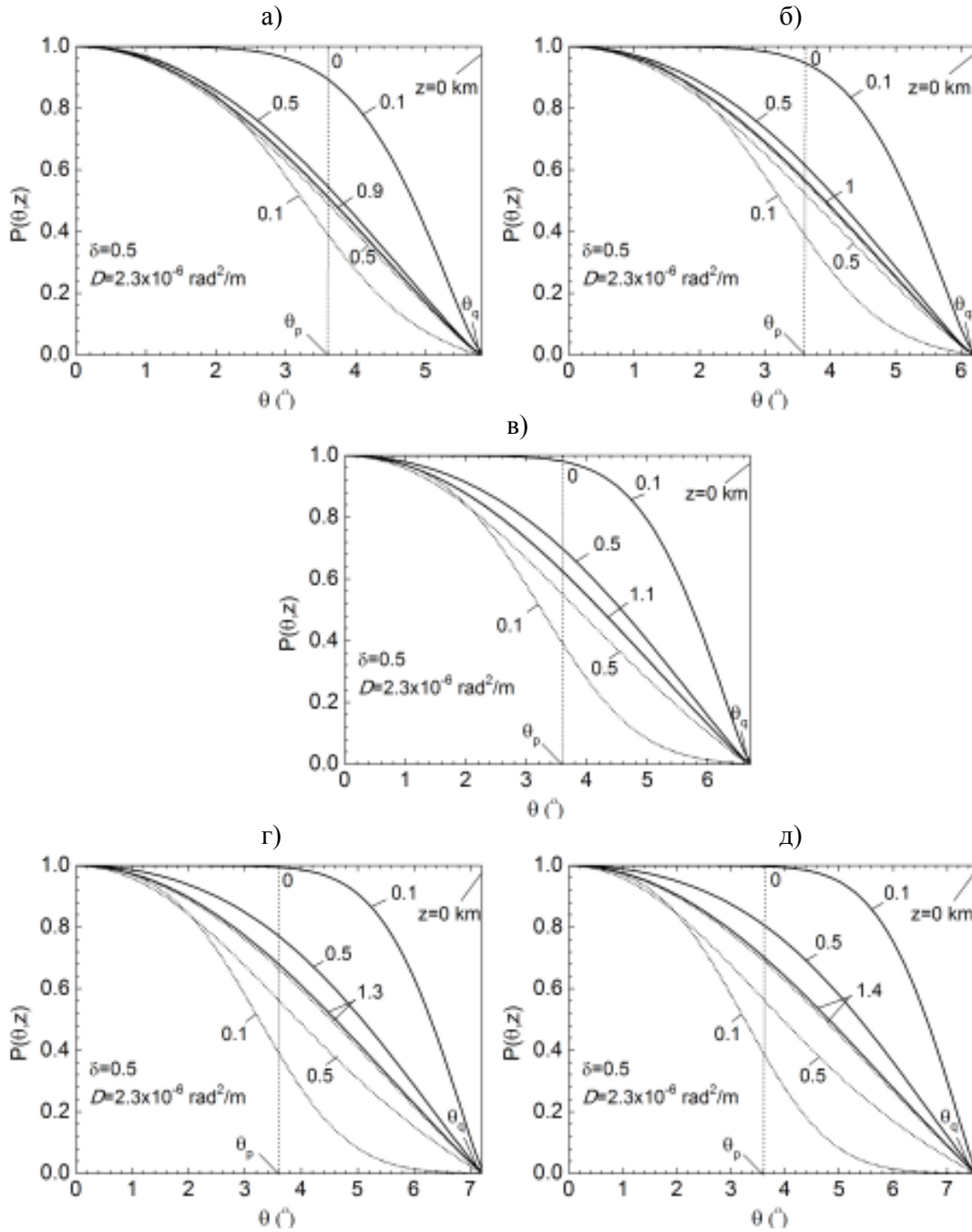
Слика 4.16. Нормализована излазна угаона расподела снаге светлости за а) $\Delta_q = 0.525\%$, б) $\Delta_q = 0.595\%$, в) $\Delta_q = 0.7\%$, г) $\Delta_q = 0.805\%$, д) $\Delta_q = 0.875\%$, за ширину унутрашњег омотача $\delta = 0.2$ и коефицијент спрезања $D = 2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$ (централни улазни сноп). (—) - θ_q ексцитација, (---) - θ_p ексцитација).



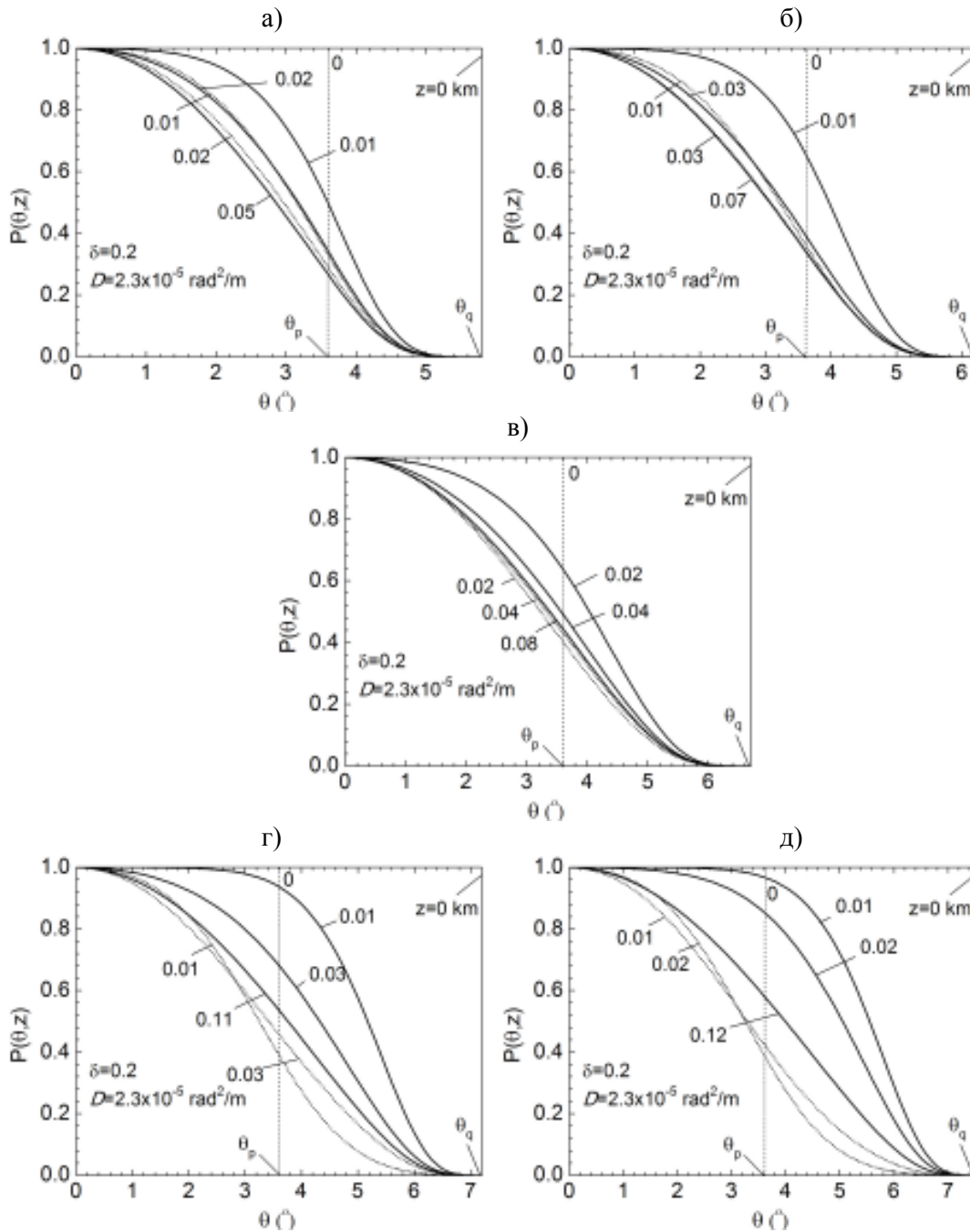
Слика 4.17. Нормализована излазна угаона расподела снаге светлости за а) $\Delta_q = 0.525\%$, б) $\Delta_q = 0.595\%$, в) $\Delta_q = 0.7\%$, г) $\Delta_q = 0.805\%$, д) $\Delta_q = 0.875\%$, за ширину унутрашњег омотача $\delta = 0.5$ и коефицијент спрезања $D=2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$ (централни улазни сноп). (—) - θ_q ексцитација, (---) - θ_p ексцитација)



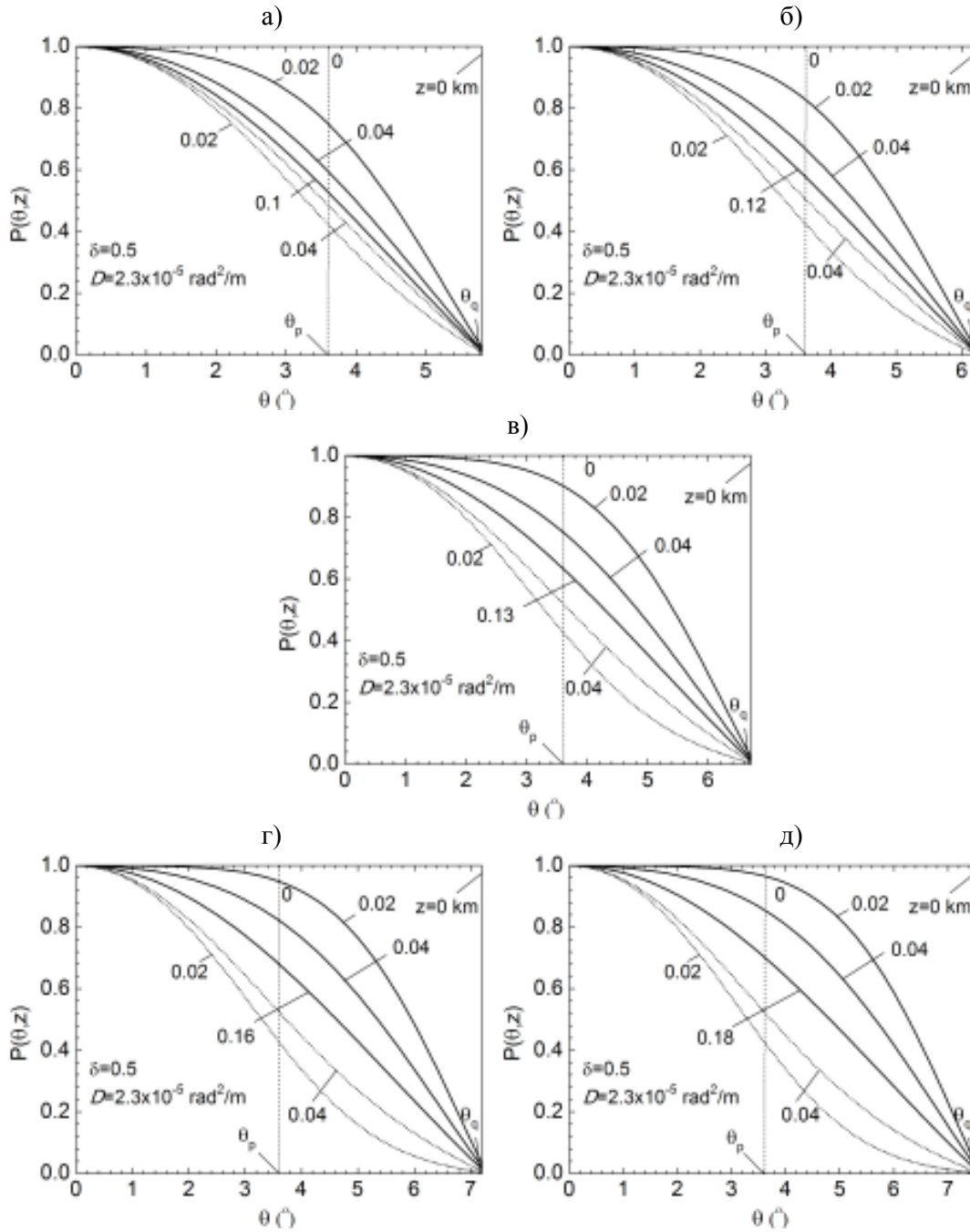
Слика 4.18. Нормализована излазна угаона расподела снаге светлости за а) $\Delta_q = 0.525\%$, б) $\Delta_q = 0.595\%$, в) $\Delta_q = 0.7\%$, г) $\Delta_q = 0.805\%$, д) $\Delta_q = 0.875\%$, за ширину унутрашњег омотача $\delta = 0.2$ и коефицијент спрезања $D = 2.3 \times 10^{-6} \text{ rad}^2/\text{m}$ (централни улазни сноп). (—) - θ_q ексцитација, (---) - θ_p ексцитација).



Слика 4.19. Нормализована излазна угаона расподела снаге светлости за а) $\Delta_q = 0.525\%$, б) $\Delta_q = 0.595\%$, в) $\Delta_q = 0.7\%$, г) $\Delta_q = 0.805\%$, д) $\Delta_q = 0.875\%$, за ширину унутрашњег омотача $\delta = 0.5$ и коефицијент спрезања $D = 2.3 \times 10^{-6} \text{ rad}^2/\text{m}$ и (централни улазни сноп). ((—) - θ_q екситација, (---) - θ_p екситација).



Слика 4.20. Нормализована излазна угаона расподела снаге светлости за а) $\Delta_q = 0.525\%$, б) $\Delta_q = 0.595\%$, в) $\Delta_q = 0.7\%$, г) $\Delta_q = 0.805\%$, д) $\Delta_q = 0.875\%$, за ширину унутрашњег омотача $\delta = 0.2$ и коефицијент спрезања $D = 2.3 \times 10^{-5} \text{ rad}^2/\text{m}$ (централни улазни сноп). (—) - θ_q екситација, (---) - θ_p екситација).



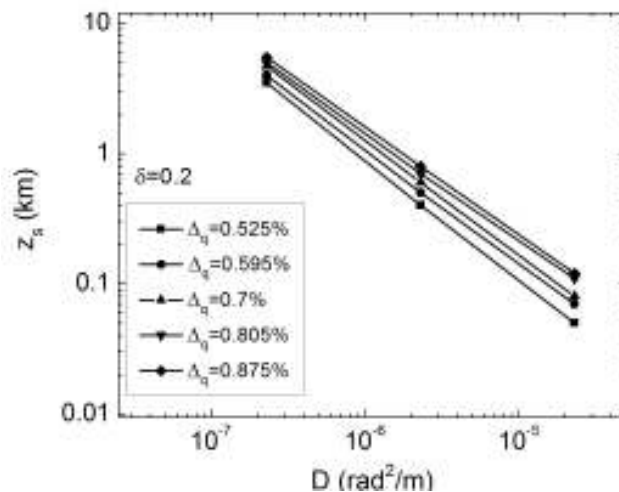
Слика 4.21. Нормализована излазна угаона расподела снаге светлости за а) $\Delta_q = 0.525\%$, б) $\Delta_q = 0.595\%$, в) $\Delta_q = 0.7\%$, г) $\Delta_q = 0.805\%$, д) $\Delta_q = 0.875\%$, за ширину унутрашњег омотача $\delta = 0.5$ и коефицијент спрезања $D = 2.3 \times 10^{-5} \text{ rad}^2/\text{m}$ (централни улазни сноп). (—) - θ_q екситација, (---) - θ_p екситација).

Табела 4.1. Дужина z_s , на којој се успоставља стационарна расподела мода за различите вредности коефицијента спрезања D , ширине унутрашњег омотача δ и дубине унутрашњег омотача Δ_q .

$D(\text{rad}^2/\text{m})$	δ	$\Delta_q(\%)$	$z_s(\text{m})$
2.3×10^{-7}	0.2	0.525	3500
		0.595	4000
		0.7	4700
		0.805	5000
		0.875	5500
	0.5	0.525	7500
		0.595	9000
		0.7	11000
		0.805	12000
		0.875	13000
2.3×10^{-6}	0.2	0.525	400
		0.595	500
		0.7	600
		0.805	700
		0.875	800
	0.5	0.525	900
		0.595	1000
		0.7	1100
		0.805	1300
		0.875	1400
2.3×10^{-5}	0.2	0.525	50
		0.595	70
		0.7	80
		0.805	110
		0.875	120
	0.5	0.525	100
		0.595	120
		0.7	130
		0.805	160
		0.875	180

На сликама 4.16-4.21, може се видети да је максимум улазне угаоне расподеле снаге светлости на оси влакна ($\theta_0 = 0^\circ$), с повећањем дужине влакна остаје на оси влакна, али се ширина угаоне расподеле снаге мења. За θ_p , као и за θ_q ексцитацију, ширина угаоне расподеле снаге опада са дужином влакна за све вредности Δ_q . У случају θ_q ексцитације, с повећањем дубине унутрашњег омотача, снага у цурећим модовима остаје вођена на већим дужинама у поређењу са θ_p ексцитацијом. У табели 4.1 може се уочити да с порастом дубине унутрашњег омотача, дужина z_s на којој се постиже стационарна расподела мода расте за све вредности коефицијента спрезања D и ширине унутрашњег омотача δ . С повећањем дубине унутрашњег омотача губици цурећи мода се смањују, повећавајући број цурећих мода који су вођени на већим дужинама влакна. За већи број мода (веће Δ_q , тј. θ_q) потребне су веће дужине z_s да би се процес спрезања окончао.

Угаона расподела снаге светлости постепено тежи стационарној расподели снаге с порастом дужине, за обе ексцитације. Дужина влакна z_s , која је потребна за постизање стационарне расподеле мода, опада с повећањем јачине спрезања мода за све испитане ширине и дубине унутрашњег омотача (слика 4.22).



Слика 4.22. Зависност дужине на којој се успоставља стационарна расподела мода z_s и коефицијента спрезања D .

4.6.3 Утицај ширине улазне угаоне расподеле снаге светлости на равнотежну и стационарну расподелу модова у W влакну

У овом поглављу испитали смо утицај ширине улазне угаоне расподеле снаге светлосног снопа на дужине на којима се успостављају равнотежна и стационарна расподелу модова у W влакну [70].

У нумеричким прорачунима коришћен је улазни снап светлости који има Гаусову расподелу:

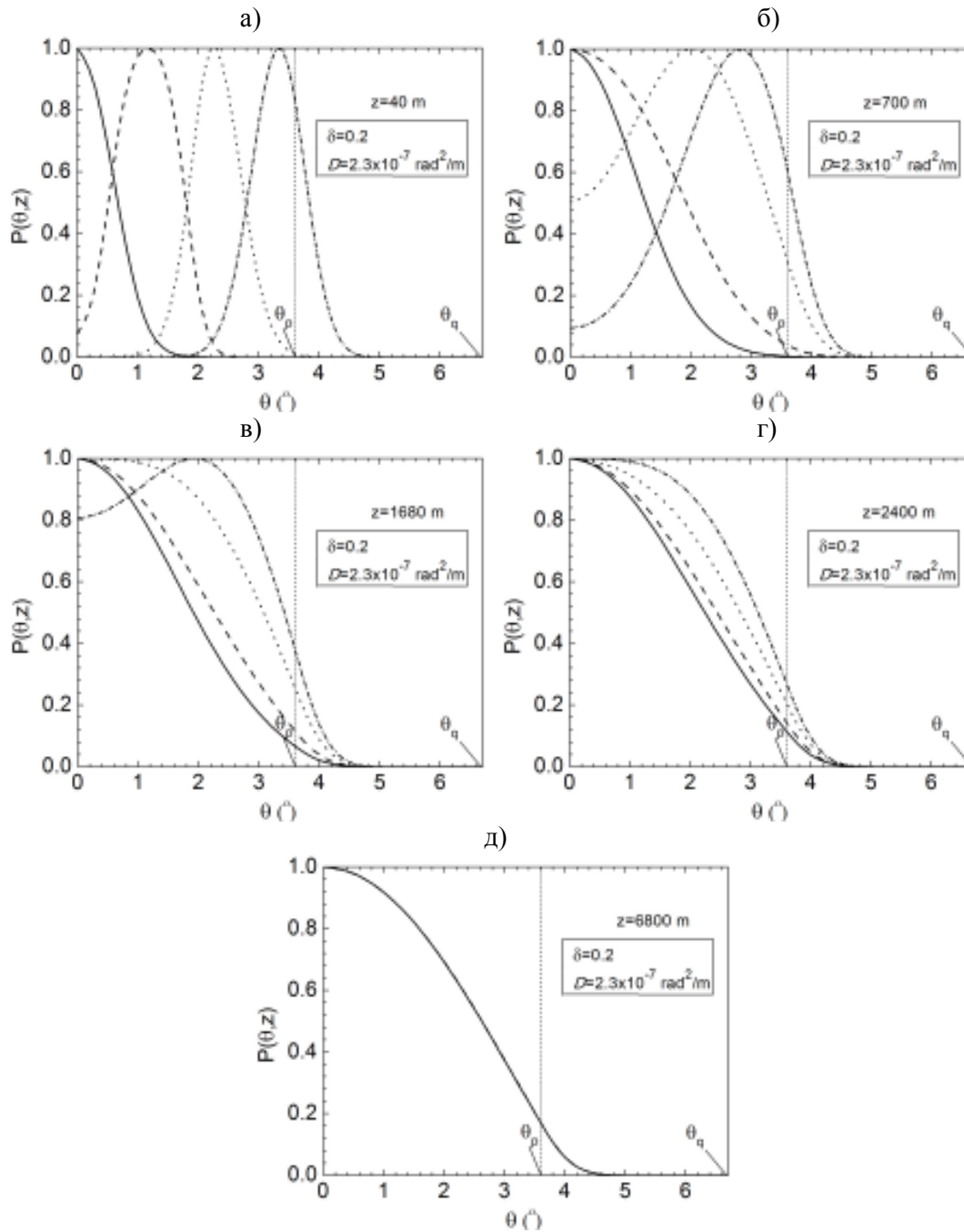
$$P(\theta, z) = \exp\left[-\frac{(\theta - \theta_0)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (4.37)$$

при чему је $0 \leq \theta \leq \theta_c$, где је θ_0 средња вредност угла расподеле улазног сигнала, са пуном ширином на половини максимума $\text{FWHM} = 2\sigma\sqrt{2\ln 2} = 2.355\sigma$ (σ - стандардна девијација).

При решавању једначине протока снаге коришћени су улазни сигнали са Гаусовом угаоном расподелом са пуним ширинама на половини максимума $\text{FWHM} = 1^\circ$ и 3° , и стандардним девијацијама $\sigma = 0.425^\circ$ и $\sigma = 1.274^\circ$, респективно.

На слици 4.23, приказано је нумеричко решење једначине протока снаге, за $\Delta_q = 0.7\%$, $\delta = 0.2$ и $D = 2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$ и за Гаусову расподелу улазног снопа са $\text{FWHM} = 1^\circ$ [70]. Приказани су резултати за четири различита угла улазног снопа светлости $\theta_0 = 0, 1.2^\circ, 2.4^\circ$ и 3.6° (мерени унутар влакна у односу на осу влакна).

На слици 4.23 може се уочити, када је максимум улазне угаоне расподеле снаге светлости на оси влакна ($\theta_0 = 0^\circ$), с порастом дужине влакна, максимум угаоне расподеле снаге светлости остаје на оси влакна, али се ширина угаоне расподеле снаге мења. На слици 4.23а, у случају када максимум улазне угаоне расподеле снаге светлости није на оси влакна ($\theta_0 \neq 0$), на малој дужини влакна ($z = 40 \text{ m}$), положај максимума угаоне расподеле снаге се не мења значајно. С порастом дужине влакна, спрезање је јаче између нижих модова, па максимум њихове угаоне расподеле брже тежи 0° (слика 4.23б). Спрезање виших модова може се уочити тек код већих дужина влакна (слика 4.23в).



Слика 4.23. Нормализована излазна угаона расподела снаге светлости на различитим дужинама у W влакну, за светлосне сигнале са Гаусовом расподелом под угловима $\theta_0 = 0^\circ$ (—), $\theta_0 = 1.2^\circ$ (- -), $\theta_0 = 2.4^\circ$ (····) и $\theta_0 = 3.6^\circ$ (- · -) за $(FWHM)_{z=0} = 1^\circ$, на а) $z = 40$ м б) $z = 700$ м в) $z = 1680$ м г) $z = 2400$ м д) $z = 6800$ м. Карактеристике влакна су $\Delta_q = 0.7\%$, ширина унутрашњег омотача $\delta = 0.2$ и коефицијент спрезања $D = 2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$.

На дужини спрезања $L_c=2400$ m, све излазне угаоне расподеле снаге светлости померају своје максимуме на осу влакна ($\theta = 0^\circ$), од почетних улазних углова $\theta_0=0, 1.2, 2.4$ и 3.6° , када настаје равнотежна расподела (слика 4.23г). На слици 4.23д приказана је стационарна расподела модова на дужини $z_s = 6800$ m. На слици 4.23 такође се може видети да се угаоне расподеле снаге за снопове убачене под мањим угловима, услед процеса спрезања шире, а улазне угаоне расподеле снаге за снопове убачене под већим угловима, сужавају. Наиме, када је улазни снап убачен под мањим углом, побуђени модови нису изван ширине стационарне расподеле модова, па се услед спрезања модова угаоне расподеле снаге шире. Са друге стране када је улазни снап убачен под већим углом побуђени модови су изван ширине стационарне расподеле модова, па се услед спрезања модова угаоне расподеле снаге сужавају.

Добијене вредности за дужине L_c и z_s дате су у табели 4.2. Може се закључити да с порастом јачине спрезања, долази до опадања дужине спрезања L_c , на којој се успоставља равнотежна расподела модова, као и дужине z_s на којој се успоставља стационарна расподела модова [70]. Због јачег спрезања модова, узрокованог већим унутрашњим пертурбационим ефектима у влакну, прерасподела енергије између вођених модова је бржа, па су дужине L_c и z_s мање за обе ширине улазног снопа светлости. За ширу улазну угаону расподелу снаге светлости равнотежне и стационарне расподеле модова се успостављају на краћим дужинама влакна. Енергија код шире улазне угаоне расподеле снаге је униформније распоређена међу вођеним модова, у односу на уже улазне угаоне расподеле, па су дужине на којима се успостављају равнотежне и стационарне расподеле модова мање.

Табела 4.2. Дужина спрезања L_c и дужина z_s на којој настаје стационарна расподела модова у W влакну за различите вредности коефицијента спрезања D , ширине унутрашњег омотача δ , дубине унутрашњег омотача Δ_q и ширине улазне угаоне расподеле снопа $(FWHM)_{z=0}$.

$D(\text{rad}^2/\text{m})$	δ	$\Delta_q(\%)$	z_s (m)		L_c (m)	
			$((FWHM)_{z=0}=1^\circ)$	$((FWHM)_{z=0}=3^\circ)$	$((FWHM)_{z=0}=1^\circ)$	$((FWHM)_{z=0}=3^\circ)$
2.3×10^{-7}	0.2	0.525	5000	4800	2090	1720
		0.595	5700	5400	2205	1805
		0.7	6800	6000	2400	1965
		0.805	7000	6500	2690	2230
		0.875	7600	7400	2890	2505
	0.5	0.525	10500	10000	3420	3030
		0.595	12000	11000	3570	3260
		0.7	13500	13000	3660	3430
		0.805	15000	14500	3690	3505
		0.875	17000	16500	3700	3510
2.3×10^{-6}	0.2	0.525	850	750	230	188
		0.595	900	850	249	204
		0.7	1000	900	279	233
		0.805	1100	1000	312	269
		0.875	1250	1100	328	290
	0.5	0.525	1500	1250	341	305
		0.595	1650	1400	351	322
		0.7	1800	1550	357	333
		0.805	2000	1800	359	337
		0.875	2100	1900	359	338
2.3×10^{-5}	0.2	0.525	90	80	27	22.5
		0.595	120	100	29.5	25
		0.7	150	130	32.5	28.5
		0.805	170	150	34.5	31.5
		0.875	190	170	35.5	32.5
	0.5	0.525	110	90	34.5	31
		0.595	140	120	35.5	32.5
		0.7	170	150	36	33.5
		0.805	190	170	36	34
		0.875	210	190	36	34

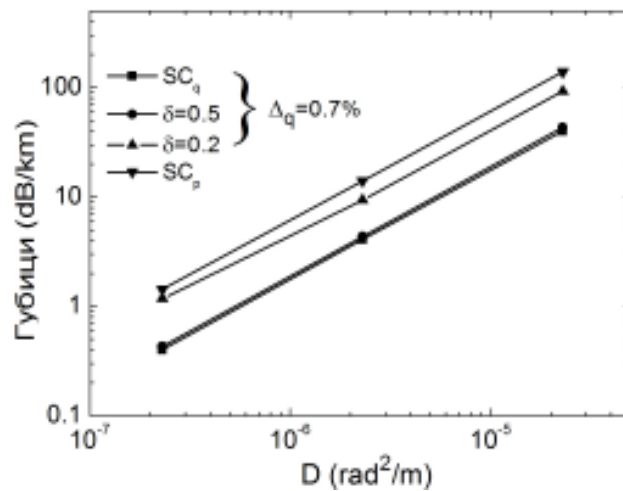
Повећање дужине спрезања L_c , с повећањем дубине унутрашњег омотача је очигледније у случају мање ширине унутрашњег омотача ($\delta = 0.2$). У случају веће ширине унутрашњег омотача $\delta = 0.5$, губици цурећих модова су мањи, па снага у цурећим модовима остаје вођена на већим дужинама влакна, а тиме се равнотежна и стационарна расподела модова успостављају на већим дужинама у односу на мању ширину унутрашњег омотача. У случају када се дубина унутрашњег омотача не мења, смањење ширине унутрашњег омотача, од $\delta = 0.5$ до $\delta = 0.2$ утиче на опадање вредности L_c и z_s .

Може се видети, да се променом ширине унутрашњег омотача W влакна дужине спрезања L_c (табела 4.2), мењају између одговарајућих L_c дужина за SC_p и SC_q влакано (табела 4.3), са променом ширине унутрашњег омотача. Краће дужине спрезања L_c одговарају SC_p влакну, јер се код тог влакна спрезање модова дешава само између вођених модова који се простиру дуж влакна под угловима θ који су између 0 и 3.62°. Веће дужине спрезања које су карактеристичне за SC_q влакно, последица су већег броја вођених модова који се простиру дуж SC_q влакна под угловима θ који су између 0° и 6.75°.

Табела 4.3 Дужина влакна L_c , на којој се успоставља стационарна расподела модова код SC_p и SC_q влакана, за различите вредности коефицијента спрезања D и ширине улазног снопа $(FWHM)_{z=0}$.

$D(\text{rad}^2/\text{m})$	SC _p влакно		SC _q влакно	
	$L_c(\text{m})$ $((FWHM)_{z=0}=1^\circ)$	$L_c(\text{m})$ $((FWHM)_{z=0}=3^\circ)$	$L_c(\text{m})$ $((FWHM)_{z=0}=1^\circ)$	$L_c(\text{m})$ $((FWHM)_{z=0}=3^\circ)$
2.3×10^{-7}	1880	1560	6600	6100
2.3×10^{-6}	202	157	650	610
2.3×10^{-5}	19	16	65	61

Може се закључити да су дужине L_c и z_s у W влакну одређене структурним параметрима влакна, јачином спрезања модова и ширином улазне угаоне расподеле снаге светлости.



Слика 4.24. Зависност губитака који настају услед спрезања модова од коефицијента спрезања модова.

На слици 4.24 може се видети да се губици услед спрезања модова повећавају од SC_q ка SC_p влакну, како ширина унутрашњег омотача опада (слика 4.24). Губици услед спрезања модова такође расту са повећањем коефицијента спрезања D .

5. ПРИМЕНА ВРЕМЕНСКИ-ЗАВИСНЕ ЈЕДНАЧИНЕ ПРОТОКА СНАГЕ НА ОПТИЧКА ВЛАКНА СА W ИНДЕКСОМ ПРЕЛАМАЊА

У претходној глави анализирана је временски-независна једначина протока снаге и приказано је њено нумеричко решење. Решавањем временски-независне једначине протока снаге добија се излазна угаона расподела снаге светлости у влакну. Користећи излазну угаону расподелу снаге светлости у влакну могуће је одредити величине као што су дужина спрезања и дужина на којој долази до стационарне расподеле модова. Међутим, помоћу временски-независне једначине протока снаге није могуће одредити фреквентни одзив и пропусни опсег влакна. За одређивање ових величина користи се временски-зависна једначина протока снаге.

У овој глави приказано је како је по први пут временски-зависна једначина протока снаге код влакна са W индексом преламања, решена експлицитним методом коначних разлика. Применом временски-зависне једначине протока снаге, поред утицаја ширине унутрашњег омотача и коефицијента спрезања који су и раније испитивани, по први пут је испитан утицај дубине унутрашњег омотача, као и утицај угла и ширине улазног снопа светлости на фреквентни одзив, пропусни опсег и губитке код влакна са W индексом преламања.

5.1 Нумерички метод решавања временски-зависне једначине протока снаге код влакна са W индексом преламања

У овом поглављу приказано је решавање временски-зависне једначине протока снаге користећи експлицитни метод коначних разлика код влакна са W индексом преламања.

У поглављу 4 показали смо како је Глоге извео временски-независну једначину протока снаге, која има облик [14]:

$$\frac{\partial P(\theta, z)}{\partial z} = -\alpha(\theta)P(\theta, z) + (\Delta\theta)^2 \frac{1}{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\theta d(\theta) \frac{\partial P(\theta, z)}{\partial z} \right] \quad (5.1)$$

Коефицијент спрезања се може написати у облику [46, 51]:

$$d(\theta) = d_0 \left(\frac{\theta_c}{\theta} \right)^{2q} \quad (5.2)$$

где су d_0 и q константе за одређено влакно. За $q=0$, $d(\theta) = D$, једначина (5.1) се може написати у облику:

$$dP(\theta, z) = -\alpha(\theta)P(\theta, z)dz + \frac{D}{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\theta \frac{\partial P(\theta, z)}{\partial \theta} \right) dz \quad (5.3)$$

Ако је P функција времена, тада можемо написати [48]:

$$dP(\theta, z, t) = \frac{\partial P(\theta, z, t)}{\partial z} dz + \frac{\partial P(\theta, z, t)}{\partial t} dt \quad (5.4)$$

Изједначавањем десних страна једначина (5.3) и (5.4) и дељењем са dz , добијамо:

$$\frac{\partial P(\theta, z, t)}{\partial z} + \frac{\partial t}{\partial z} \frac{\partial P(\theta, z, t)}{\partial t} = -\alpha(\theta)P(\theta, z, t) + \frac{D}{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\theta \frac{\partial P(\theta, z, t)}{\partial \theta} \right] \quad (5.5)$$

што представља временски-зависну једначину протока снаге.

Извод dz/dt представља брзину преноса снаге која се простире под углом θ , тј. групну брзину мода који се простире под карактеристичним углом θ . Користећи однос између θ и трансверзалног таласног броја $u = nk\theta$, можемо одредити ову брзину, изузев за неколицину модова близу фреквенције одсецања [14]:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{c}{n(1 + \theta^2/2)} \quad (5.6)$$

Ова релација повезује брзину мода са брзином светлости у вакууму, c , која је умањена за индекс преламања n и за члан $\theta^2/2$ који се јавља услед повећања дужине пута зрака због његове изломљене путање. Извод који се јавља у једначини (5.5), dt/dz , је

реципрочна вредност брзине мода, и представља укупно кашњење мода по јединици дужине. Ако занемаримо кашњење n_{co}/c , које је заједничко за све модове, релативно кашњење мода може се изразити на следећи начин [48]:

$$\tau(\theta) = \frac{n_0}{c} \frac{1}{\cos(\theta)} \cong \frac{n_0}{c} \left(1 + \frac{\theta^2}{2} \right) = \tau_0 + \tau_d(\theta) \quad (5.7)$$

Први члан τ_0 карактерише све модове, па се може занемарити. У обзир се зато узима само члан $\tau_d(\theta)$.

Сменом једначине (5.7) у (5.5), добијамо једначину (5.8) [48], која описује простирање светлости у оптичком влакну са W индексом преламања помоћу три функције, које представљају три главне карактеристике вишемодних влакна: модално-зависно слабљење $\alpha(\theta)$, модална дисперзија $\tau(\theta)$ и спрезања модова $D(\theta)$.

$$\frac{\partial P(\theta, z, t)}{\partial z} + \tau(\theta) \frac{\partial P(\theta, z, t)}{\partial t} = -\alpha(\theta) P(\theta, z, t) + \frac{D}{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\theta \frac{\partial P(\theta, z, t)}{\partial \theta} \right] \quad (5.8)$$

где је $\omega = 2\pi f$ угаона фреквенција.

Временски-зависна једначина протока снаге се решава рачунањем преносне функције система, па стога примењујемо Фуријеову трансформацију:

$$p(\theta, z, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} P(\theta, z, t) e^{-j\omega t} dt \quad (5.9)$$

на једначину (5.8), и добијамо:

$$\frac{\partial p(\theta, z, \omega)}{\partial z} + j\omega \tau(\theta) p(\theta, z, \omega) = -\alpha(\theta) p(\theta, z, \omega) + \frac{D}{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\theta \frac{\partial p(\theta, z, \omega)}{\partial \theta} \right] \quad (5.10)$$

Након примене Фуријеове трансформације, извод $\partial P/\partial t$ је прешао у члан $j\omega$, па једначина (5.10) садржи само изводе по z и θ .

Гранични услови за једначину (5.10) су:

$$p(\theta_c, z, \omega) = 0 \quad D \frac{\partial p(\theta, z, \omega)}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0} = 0 \quad (5.11)$$

где је θ_c критични угао. Први гранични услов значи да модови који се простиру под углом $\theta \geq \theta_c$ не преносе снагу, док други гранични услов значи да је спрезање модова ограничено само на модове који се простиру под углом $\theta > 0$.

Очигледно је да је $p(\theta, z, \omega)$ комплексно, па $p(\theta, z, \omega)$ можемо раздвојити на реални део p^r и имагинарни део p^i , и написати у облику:

$$p(\theta, z, \omega) = p^r(\theta, z, \omega) + jp^i(\theta, z, \omega) \quad (5.12)$$

Једначина (5.10) се сада може написати у облику следеће две спрегнуте диференцијалне једначине:

$$\frac{\partial p^r(\theta, z, \omega)}{\partial z} = -\alpha p_r + \frac{D}{\theta} \frac{\partial p^r(\theta, z, \omega)}{\partial \theta} + D \frac{\partial^2 p^r(\theta, z, \omega)}{\partial \theta^2} + \omega \tau p^i(\theta, z, \omega) \quad (5.13a)$$

$$\frac{\partial p^i(\theta, z, \omega)}{\partial z} = -\alpha p_i + \frac{D}{\theta} \frac{\partial p^i(\theta, z, \omega)}{\partial \theta} + D \frac{\partial^2 p^i(\theta, z, \omega)}{\partial \theta^2} - \omega \tau p^r(\theta, z, \omega) \quad (5.13b)$$

За решавање парцијалних диференцијалних једначина (5.13) коришћен је експлицитни метод коначних разлика. Користећи шему централне разлике за изводе $(\partial p(\theta, z, \omega))/\partial \theta$ и $(\partial^2 p(\theta, z, \omega))/\partial \theta^2$ [52, 54]:

$$\left(\frac{\partial p(\theta, z, \omega)}{\partial \theta} \right)_{k,l} = \frac{p_{k+1,l} - p_{k-1,l}}{2\Delta\theta} + O(\Delta\theta)^2 \quad (5.14a)$$

$$\left(\frac{\partial^2 p(\theta, z, \omega)}{\partial \theta^2} \right)_{k,l} = \frac{p_{k+1,l} - 2p_{k,l} + p_{k-1,l}}{(\Delta\theta)^2} + O(\Delta\theta)^2 \quad (5.14b)$$

и шему предње разлике за извод $(\partial p(\theta, z, \omega))/\partial z$:

$$\left(\frac{\partial p(\theta, z, \omega)}{\partial z} \right)_{k,l} = \frac{p_{k,l+1} - p_{k,l}}{\Delta \theta} + O(\Delta z) \quad (5.15)$$

једначине (5.13) постају:

$$p_{k,l+1}^r = \left(\frac{\Delta z D}{\Delta \theta^2} - \frac{\Delta z D}{2\theta_k \Delta \theta} \right) p_{k-1,l}^r + \left(1 - \frac{2\Delta z D}{\Delta \theta^2} - (\alpha_d)_k \Delta z \right) p_{k,l}^r + \left(\frac{\Delta z D}{2\theta_k \Delta \theta} - \frac{\Delta z D}{\Delta \theta^2} \right) p_{k+1,l}^r + \frac{\omega n_0 \Delta z}{2c} \theta_k^2 p_{k,l}^i \quad (5.16a)$$

$$p_{k,l+1}^i = \left(\frac{\Delta z D}{\Delta \theta^2} - \frac{\Delta z D}{2\theta_k \Delta \theta} \right) p_{k-1,l}^i + \left(1 - \frac{2\Delta z D}{\Delta \theta^2} - (\alpha_d)_k \Delta z \right) p_{k,l}^i + \left(\frac{\Delta z D}{2\theta_k \Delta \theta} - \frac{\Delta z D}{\Delta \theta^2} \right) p_{k+1,l}^i - \frac{\omega n_0 \Delta z}{2c} \theta_k^2 p_{k,l}^r \quad (5.16b)$$

Индекси k и l означавају дискретне кораке $\Delta \theta$ и Δz за угао θ и дужину z , респективно, $p_{k,l}^r = p_r(\theta_k, z_l, \omega)$ и $p_{k,l}^i = p_i(\theta_k, z_l, \omega)$. Модално слабљење је дефинисано у облику:

$$\alpha_d(\theta) = \begin{cases} 0 & \theta \leq \theta_p \\ \frac{4(\theta_k^2 - \theta_p^2)^{1/2}}{a(1 - \theta_k^2)^{1/2}} \frac{\theta_k^2 (\theta_q^2 - \theta_k^2)}{\theta_q^2 (\theta_q^2 - \theta_p^2)} \exp[-2\delta a n_0 k_0 (\theta_q^2 - \theta_k^2)^{1/2}] & \theta_p < \theta \leq \theta_q \\ \infty & \theta \geq \theta_q \end{cases} \quad (5.17)$$

где су θ_p и θ_q критични углови референтних влакана SC_p и SC_q , респективно.

Гранични услови (5.11) сада постају:

$$p_{N,l}^r = p_{N,l}^i = 0 \quad (5.18a)$$

$$p_{0,l}^r = p_{1,l}^r \quad p_{0,l}^i = p_{1,l}^i \quad (5.18b)$$

где је $N = \theta_q / \Delta\theta$ димензија мреже у θ правцу. Како би се избегао сингуларитет у тачкама $\theta=0$, користи се следећа релација [45]:

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1}{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\theta \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = 2 \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} \Big|_{\theta=0} \quad (5.19)$$

Након одређивања p^r и p^i , фреквентни одзив добијамо користећи једначину:

$$H(z, \omega) = \frac{2\pi \int_0^{\theta_c} \theta [p^r(\theta, z, \omega) + jp^i(\theta, z, \omega)] d\theta}{2\pi \int_0^{\theta_c} \theta [p^r(\theta, 0, \omega) + jp^i(\theta, 0, \omega)] d\theta} \quad (5.20)$$

а након израчунавања фреквентног одзива за различите дужине влакна, можемо добити и пропусни опсег влакна. За решавање парцијалне диференцијалне једначине (5.13) и одређивање фреквентног одзива код W влакна, коришћен је рачунарски програм који су Симовић и сарадници написали у програмском језику Fortran 90 [71].

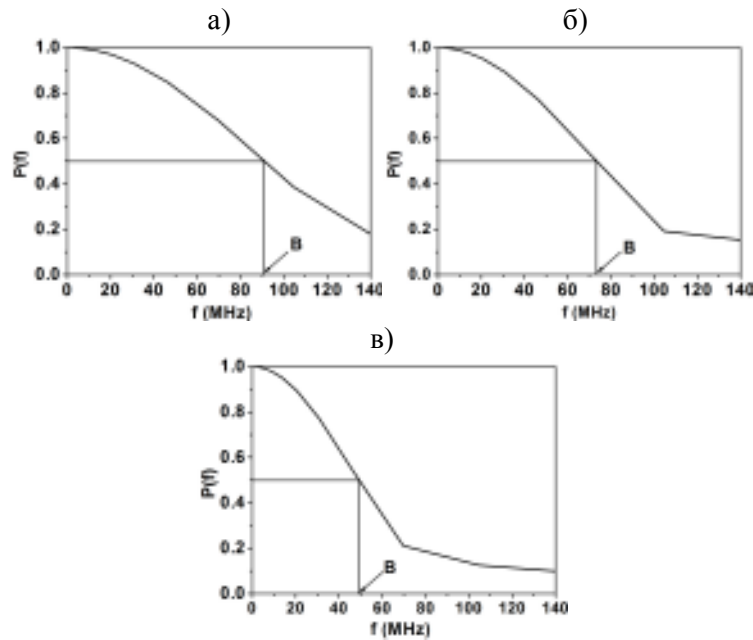
5.1.1 Утицај ширине и дубине унутрашњег омотача на преносне карактеристике влакна са W индексом преламања

Овде ћемо приказати резултате добијене за пропусни опсег и губитке услед спрезања модова у оптичком влакну са W индексом преламања [71]. Да бисмо испитали утицај дубине унутрашњег омотача на фреквентни одзив и пропусни опсег влакна, индекси преламања језгра n_0 и спољашњег омотача n_p су остали непромењени. Иницијална дубина унутрашњег омотача $\Delta_q = 0.7\%$ је варирана за $\pm 25\%$, па имамо $\Delta_q = 0.525\%$ ($\theta_q \approx 5.87^\circ$), $\Delta_q = 0.7\%$ ($\theta_q \approx 6.76^\circ$) и $\Delta_q = 0.875\%$ ($\theta_q \approx 7.58^\circ$) [68]. Временски-зависна једначина протока снаге (5.13) решена је користећи експлицитни метод коначних разлика за вредности коефицијента спрезања $D=2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$ и $D=2.3 \times 10^{-6} \text{ rad}^2/\text{m}$, за пет различитих нормализованих

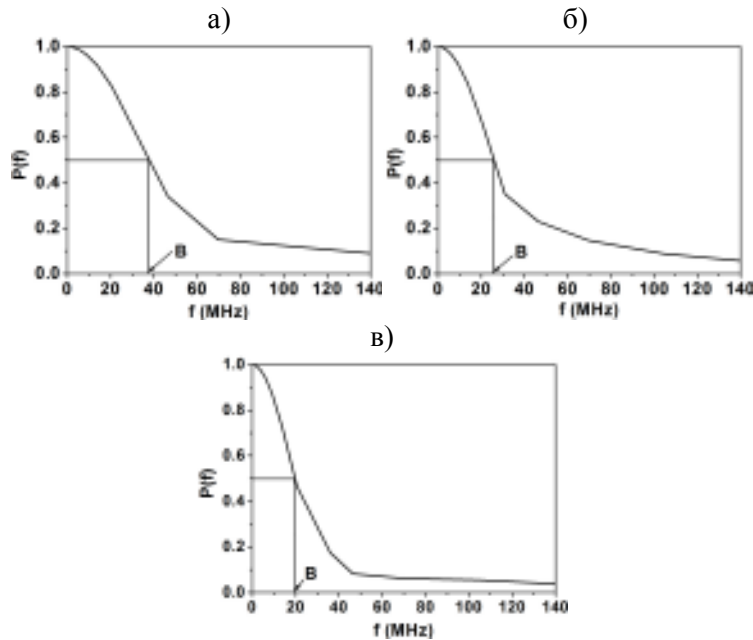
ширина унутрашњег омотача $\delta = 0.15, 0.2, 0.3, 0.4$ и 0.5 (ширине δa су $0.15 \cdot 30 \mu\text{m}$, $0.2 \cdot 30 \mu\text{m}$, $0.3 \cdot 30 \mu\text{m}$, $0.4 \cdot 30 \mu\text{m}$, $0.5 \cdot 30 \mu\text{m}$, респективно). У нумеричким прорачунима коришћене су улазне угаоне расподеле снаге у облику (4.36).

Добијена решења једначина (5.13) користе се за одређивање фреквентног одзива влакна (5.20). Илустрације добијених фреквентних одзива приказане су на слици (5.1) за вредност јачине спрезања $D=2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$, ширине унутрашњег омотача $\delta = 0.2$ и $\delta = 0.5$, и дубине унутрашњег омотача $\Delta_q = 0.525\%$, $\Delta_q = 0.7\%$ и $\Delta_q = 0.875\%$, при θ_q ексцитацији, на дужини влакна 1000 m .

На слици 5.2 представљена је зависност пропусног опсега од дужине влакна за коефицијент спрезања $D=2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$, за различите ширине унутрашњег омотача δ и дубине $\Delta_q = 0.525\%$, $\Delta_q = 0.7\%$ и $\Delta_q = 0.875\%$, при θ_q ексцитацији. На мањим дужинама влакна, пропусни опсег опада пропорционално дужини влакна. На већим дужинама влакна, након успостављања равнотежне расподеле модова, опадање пропусног опсега са дужином пропорционално је са $1/z^2$. Може се уочити да пропусни опсег W влакна варира између SC_p и SC_q влакана с повећањем ширине унутрашњег омотача. Смањењем ширине унутрашњег омотача, губици цурећих модова се повећавају (слика 4.11) услед чега се смањује њихов број, па се смањује и модална дисперзија и повећава пропусни опсег влакна. Смањењем ширине унутрашњег омотача, смањују се и дужине влакна на којима долази до промене зависности пропусног опсега од дужине, са $1/z$ на $1/z^{1/2}$, јер се код мањих ширине унутрашњег омотача равнотежна расподела модова успоставља на мањим дужинама влакна (табела 4.2) [68], па стога долази до побољшања пропусног опсега на мањим дужинама. Најмања дужина спрезања карактеристична је за SC_p влакно, јер се код SC_p влакна спрезање модова дешава само између вођених модова, који се простиру дуж влакна под угловима θ између 0 и 3.62° . Веће дужине спрезања су карактеристичне за SC_q влакно, јер је већи број модова који се простиру кроз ово влакно, под угловима θ између 0 и 6.76° .

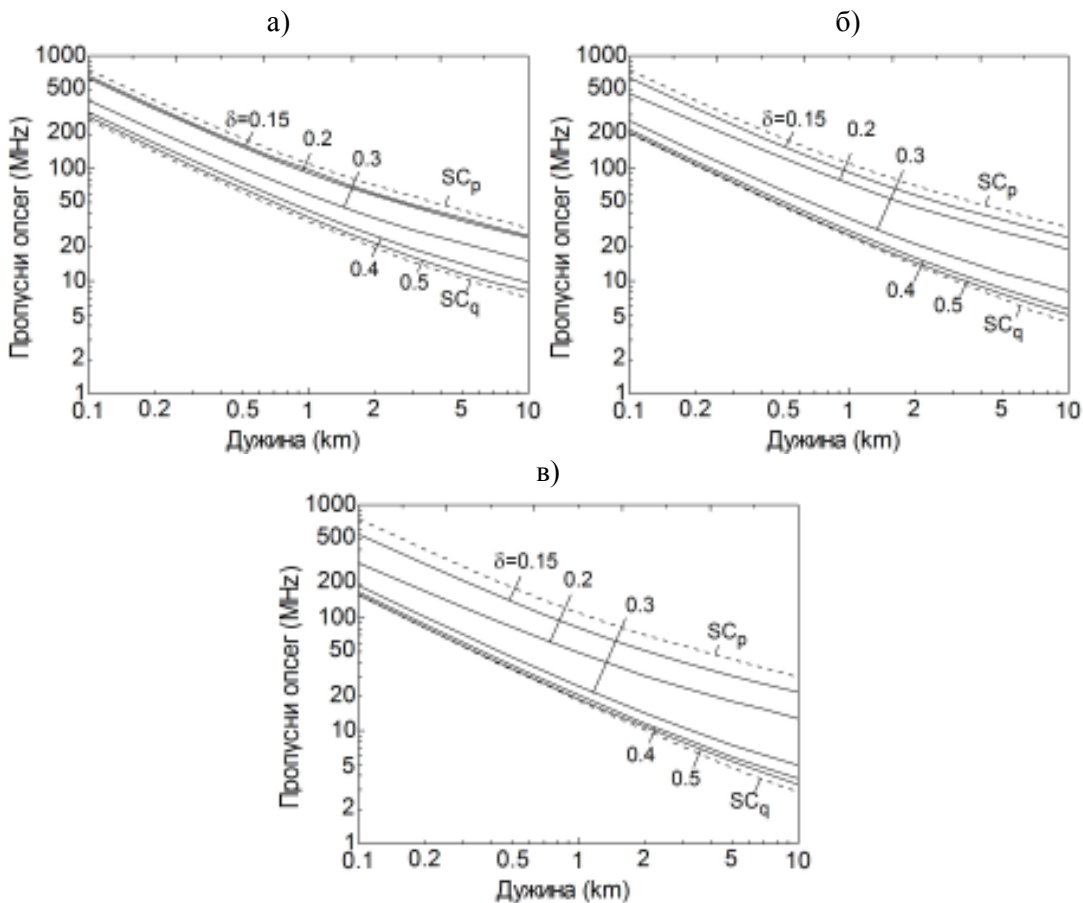


Слика 5.1а. Фреквентни одзив влакна на дужини 1000 m, за θ_q ексцитацију, $D=2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$, $\delta = 0.2$ и а) $\Delta_q = 0.525\%$ б) $\Delta_q = 0.7\%$ и в) $\Delta_q = 0.875\%$.



Слика 5.1б. Фреквентни одзив влакна на дужини 1000 m, за θ_q ексцитацију, $D=2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$, $\delta = 0.5$ и а) $\Delta_q = 0.525\%$ б) $\Delta_q = 0.7\%$ и в) $\Delta_q = 0.875\%$.

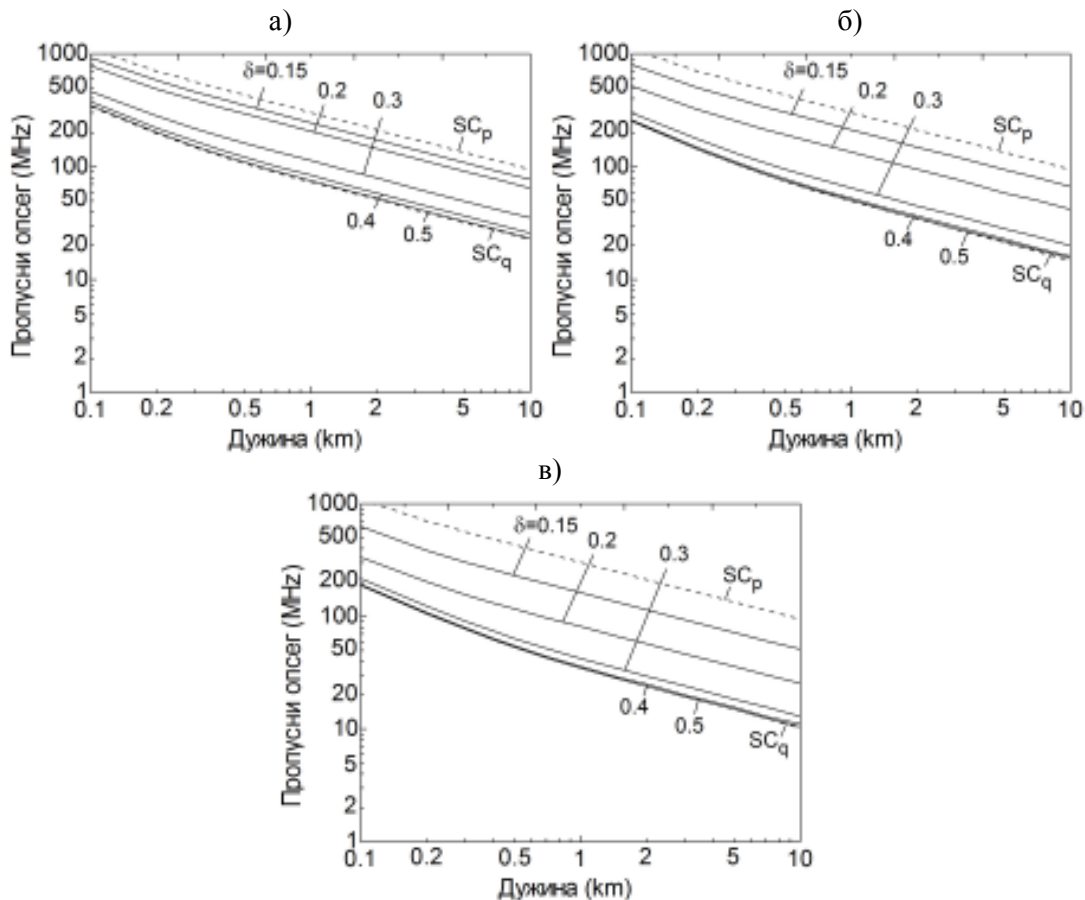
На слици 5.2 се може видети да се пропусни опсег влакна повећава када се дубина унутрашњег омотача смањује. Смањењем дубине унутрашњег омотача, повећавају се губици цурећих модова (слика 4.13) (смањује се број цурећих модова), па се модална дисперзија влакна смањује, а пропусни опсег влакна повећава. Када дубина унутрашњег омотача опада, смањују се и дужине на којима се успоставља равнотежна расподела модова (табела 4.2), па се побољшање пропусног опсега јавља на мањим дужинама.



Слика 5.2. Зависност пропусног опсега од дужине влакна за θ_q ексцитацију, $D=2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$ и а) $\Delta_q = 0.525\%$ б) $\Delta_q = 0.7\%$ в) $\Delta_q = 0.875\%$.

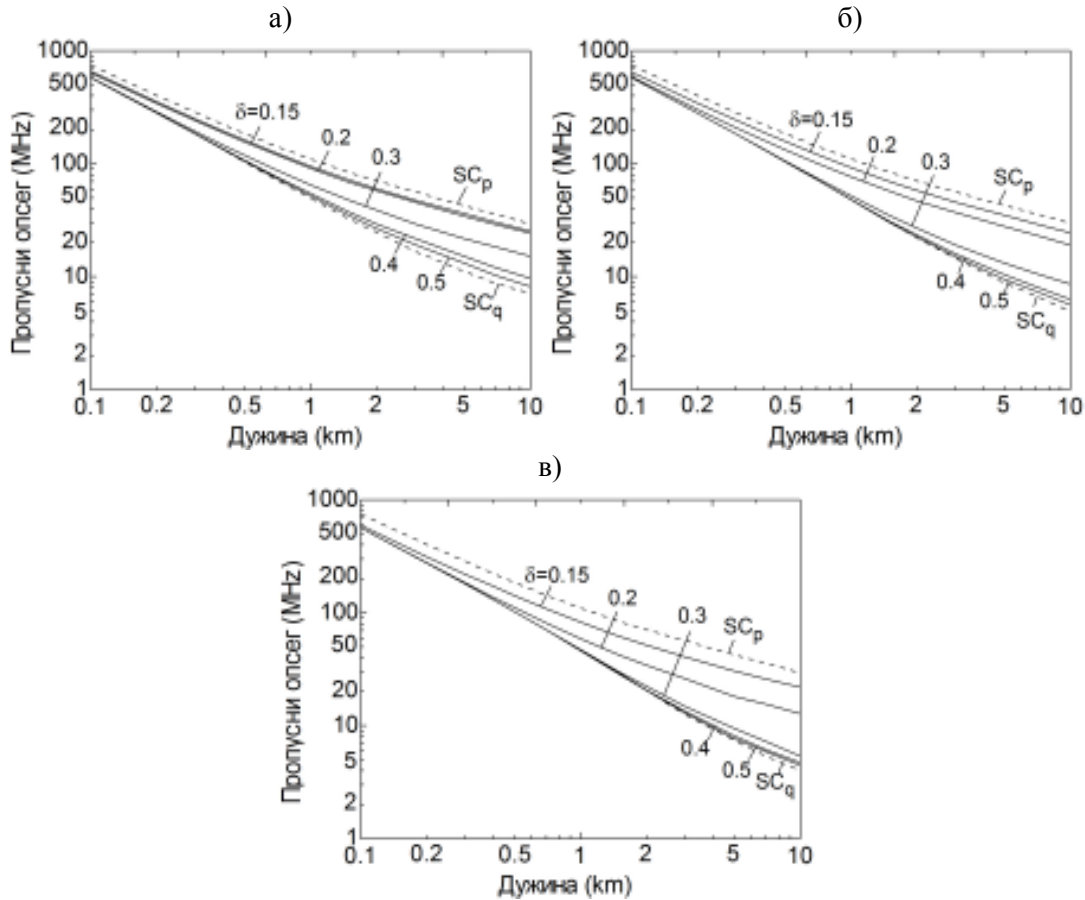
Слика 5.3 показује промену пропусног опсега са дужином W влакна за већи коефицијент спрезања $D=2.3 \times 10^{-6} \text{ rad}^2/\text{m}$, и за исте преостале параметре влакна као на слици 5.2. Може се запазити да се пропусни опсег повећава с порастом јачине спрезања модова. Спрезање модова побољшава пропусни опсег влакна и на мањим и на већим

дужинама. Јаче спрезање модова, настаје услед већих унутрашњих пертурбационих ефеката у влакну, тј. брже прерасподеле енергије између вођених модова, што доводи до смањења модалне дисперзије влакна и повећања пропусног опсега влакна.



Слика 5.3. Зависност пропусног опсега од дужине влакна за θ_q ексцитацију, $D=2.3 \times 10^{-6} \text{ rad}^2/\text{m}$ и а) $\Delta_q = 0.525\%$ б) $\Delta_q = 0.7\%$ и в) $\Delta_q = 0.875\%$.

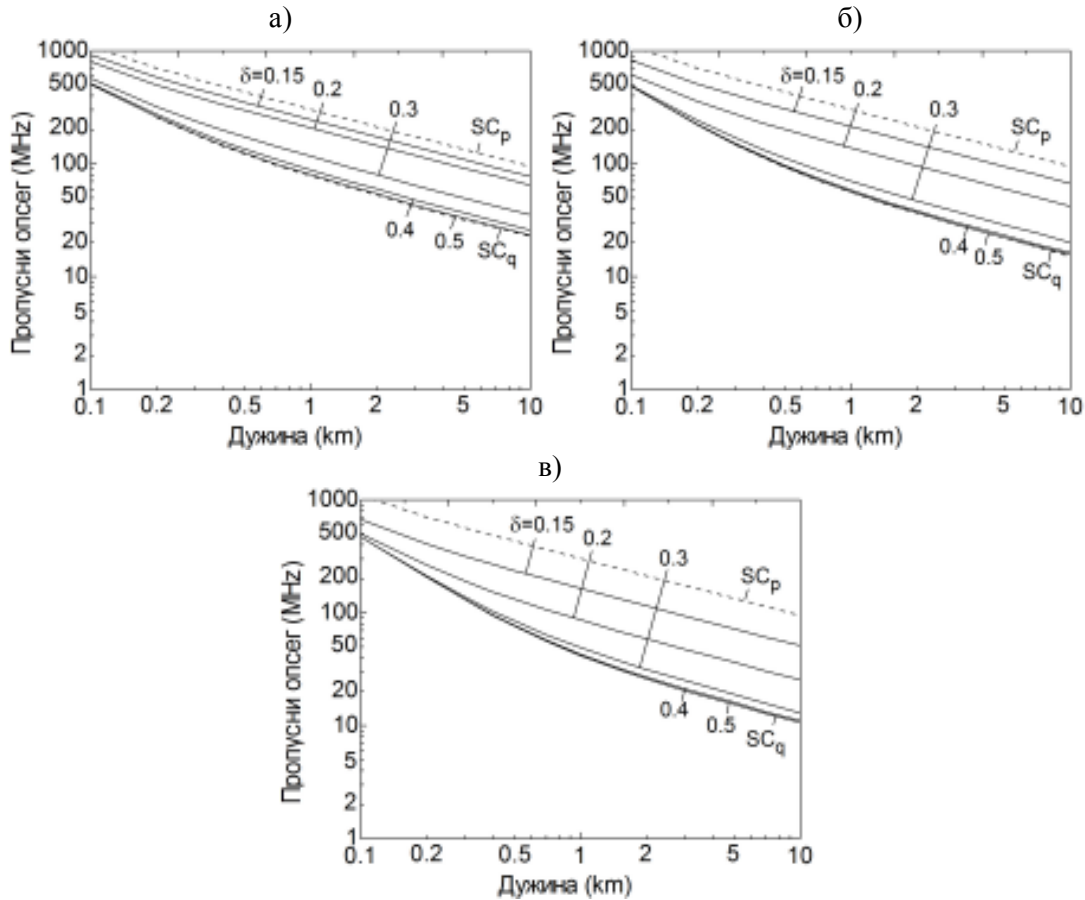
На сликама 5.4 и 5.5 приказана је промена пропусног опсега са дужином влакна у случају θ_p ексцитације. Поређењем слика 5.2 и 5.4, као и слика 5.3 и 5.5, може се видети да је у случају θ_p ексцитације пропусни опсег влакна већи у поређењу са θ_q ексцитацијом. Побуђивање само вођених модова (θ_p ексцитација), води већем пропусном опсегу и на мањим и на средњим дужинама влакна у поређењу са случајем када су побуђени и вођени и цурећи модови (θ_q ексцитација).



Слика 5.4. Зависност пропусног опсега од дужине влакна за θ_p екситацију, $D=2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$ и а) $\Delta_q = 0.525\%$ б) $\Delta_q = 0.7\%$ и в) $\Delta_q = 0.875\%$.

Наиме, код θ_q екситације, долази до побуђивања виших модова који повећавају модалну дисперзију, смањујући пропусни опсег влакна у поређењу са θ_p екситацијом. Када су побуђени само вођени модови у влакну (θ_p екситација), мање су дужине на којима долази до преласка зависности пропусног опсега од дужине влакна са $1/z$ на $1/z^{1/2}$, тј. побољшања пропусног опсега дешава се раније.

У случају θ_p екситације, утицај ширине и дубине унутрашњег омотача је слабији на мањим дужинама влакна. Код θ_p екситације, на мањим дужинама влакна побуђени су само вођени модови, док је број побуђених цурећих модова веома мали, стога је утицај ширине и дубине унутрашњег омотача мали.

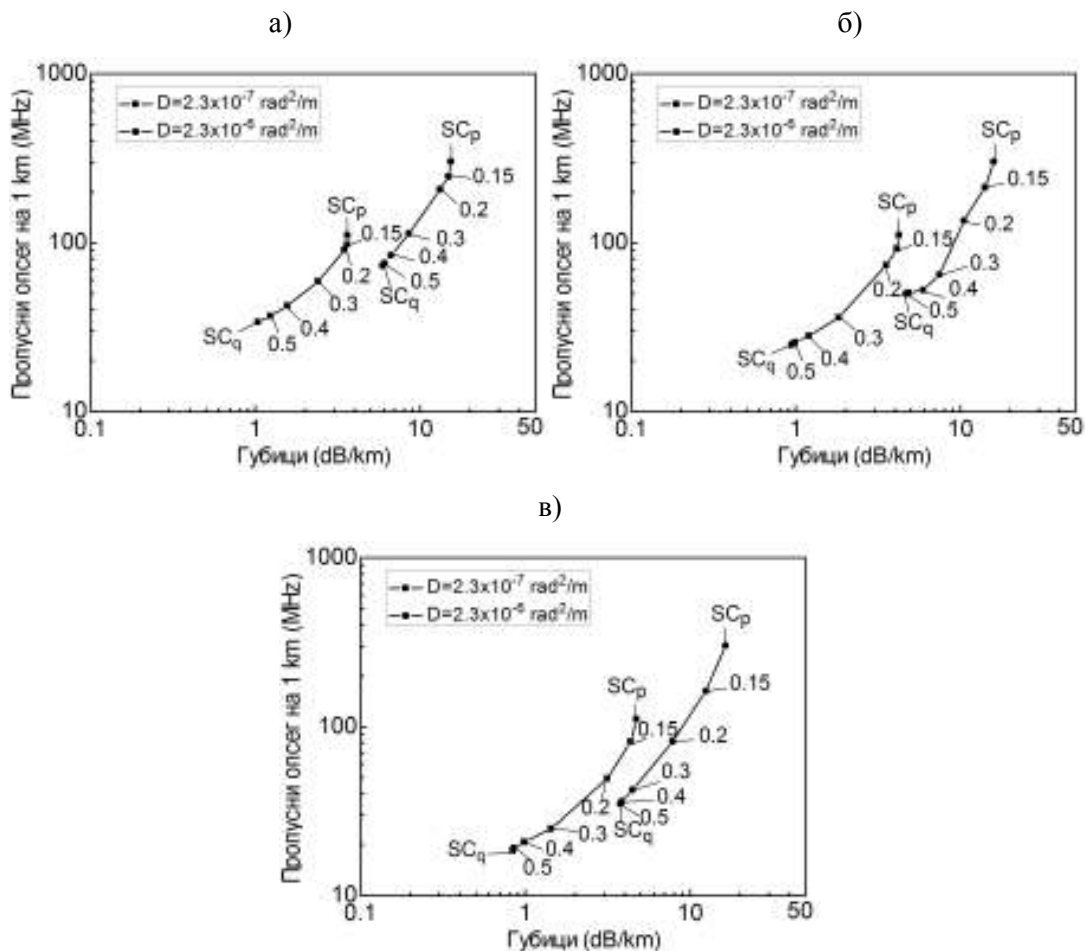


Слика 5.5. Зависност пропусног опсега од дужине влакна за θ_p екситацију, $D=2.3 \times 10^{-6} \text{ rad}^2/\text{m}$ и а) $\Delta_q = 0.525\%$ б) $\Delta_q = 0.7\%$ и в) $\Delta_q = 0.875\%$.

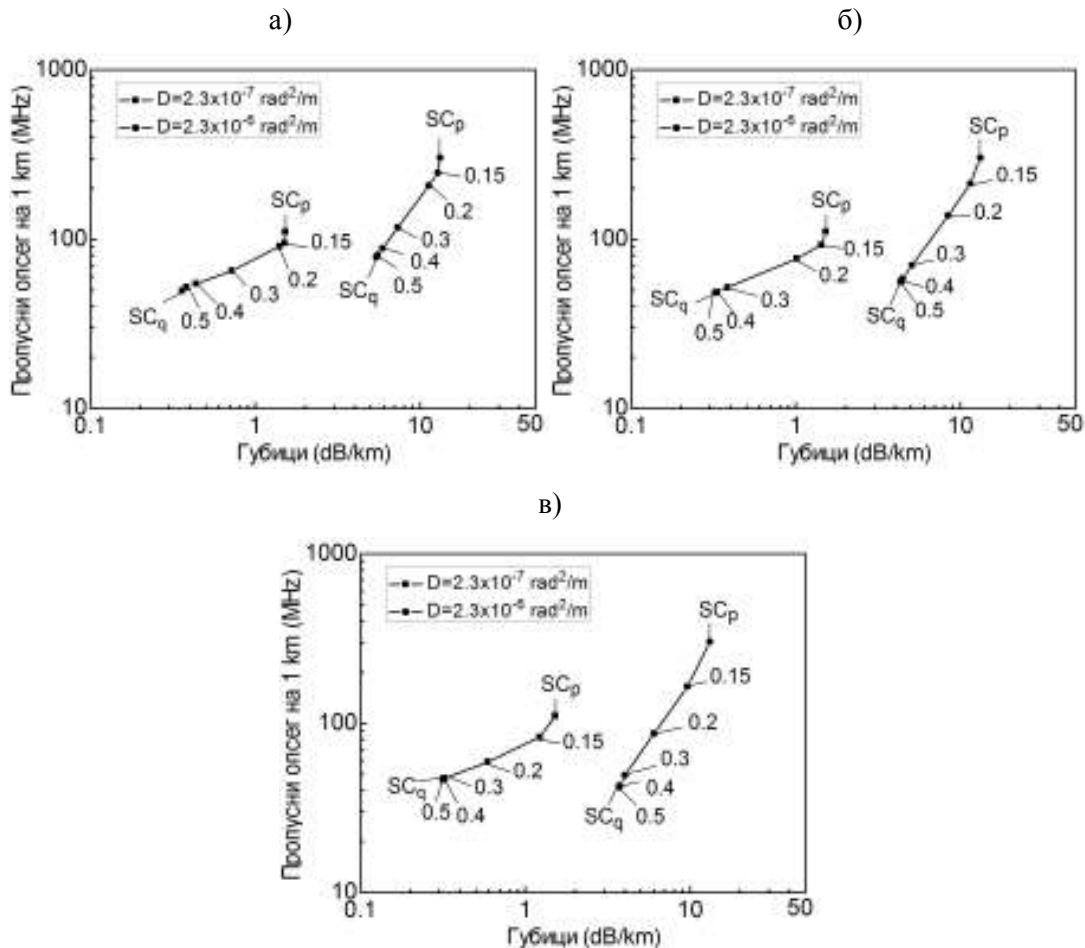
С порастом дужине влакна, број цурећих модова расте услед спрезања модова, па се утицај ширине и дубине унутрашњег омотача јавља тек на већим дужинама влакна. У случају θ_p екситације, утицај ширине и дубине унутрашњег омотача на пропусни опсег влакна је израженији у случају јачег спрезања модова (слика 5.5), јер се тада број цурећих модова повећава на мањим дужинама влакна.

Слике 5.6 и 5.7 приказују зависност пропусног опсега и губитака услед спрезања модова, за θ_q и θ_p екситације, респективно. Види се да се пропусни опсег влакна може побољшати смањујући ширину и дубину унутрашњег омотача, појачавајући спрезање модова и побуђујући само вођене модове. На сликама 5.6 и 5.7 може се видети да се губици који настају услед спрезања модова налазе између вредности губитака за SC_q и SC_p влакна, како се ширина унутрашњег омотача смањује. Повећање спрезања модова утиче на пораст ових губитака. Стога, при дизајнирању

оптималног облика индекса преламања W влакна, неопходно је узети у обзир однос између пропусног опсега и губитака. Смањење ширине и дубине унутрашњег омотача доводи до мањег повећања губитака него при порасту јачине спрезања. Избор θ_p или θ_q ексцитације такође утиче на проналажење оптималног односа између пропусног опсега и губитака који настају услед спрезања модова. При θ_p ексцитацији, пропусни опсег влакна је већи, а губици који настају услед спрезања модова су мањи. При θ_q ексцитацији, побуђивањем свих цурећих модова који имају велике губитке, укупни губици се значајно повећавају у поређењу са θ_p ексцитацијом, где се побуђују само вођени модови.



Слика 5.6. Зависност пропусног опсега од губитака услед спрезања модова за θ_q ексцитацију, за различите јачине спрезања и а) $\Delta_q = 0.525\%$ б) $\Delta_q = 0.7\%$ и в) $\Delta_q = 0.875\%$.



Слика 5.7. Зависност пропусног опсега од губитака услед спрезања модова за θ_p ексцитацију, за различите јачине спрезања и а) $\Delta_q = 0.525\%$ б) $\Delta_q = 0.7\%$ и в) $\Delta_q = 0.875\%$.

5.1.2 Утицај угла и ширине улазног снопа светлости на преносне карактеристике влакна са W индексом преламања

Овде су приказани добијени резултати за пропусни опсег и губитке услед спрезања модова у оптичком влакну са W индексом преламања за различите углове и ширине улазног снопа [72]. Да би се испитао утицај ширине улазног снопа на преносне карактеристике влакна са W индексом преламања, претпостављен је улазни сигнал са Гаусовом расподелом снаге са пуним ширинама на половини максимума (FWHM) 1° и 3° , и стандардним девијацијама $\sigma = 0.425^\circ$ и 1.274° , респективно. Углови под којим се снапа уводи у влакно у односу на осу влакна су $\theta_0 = 0^\circ, 1.2^\circ, 2.4^\circ$ и 3.6° . Дубине

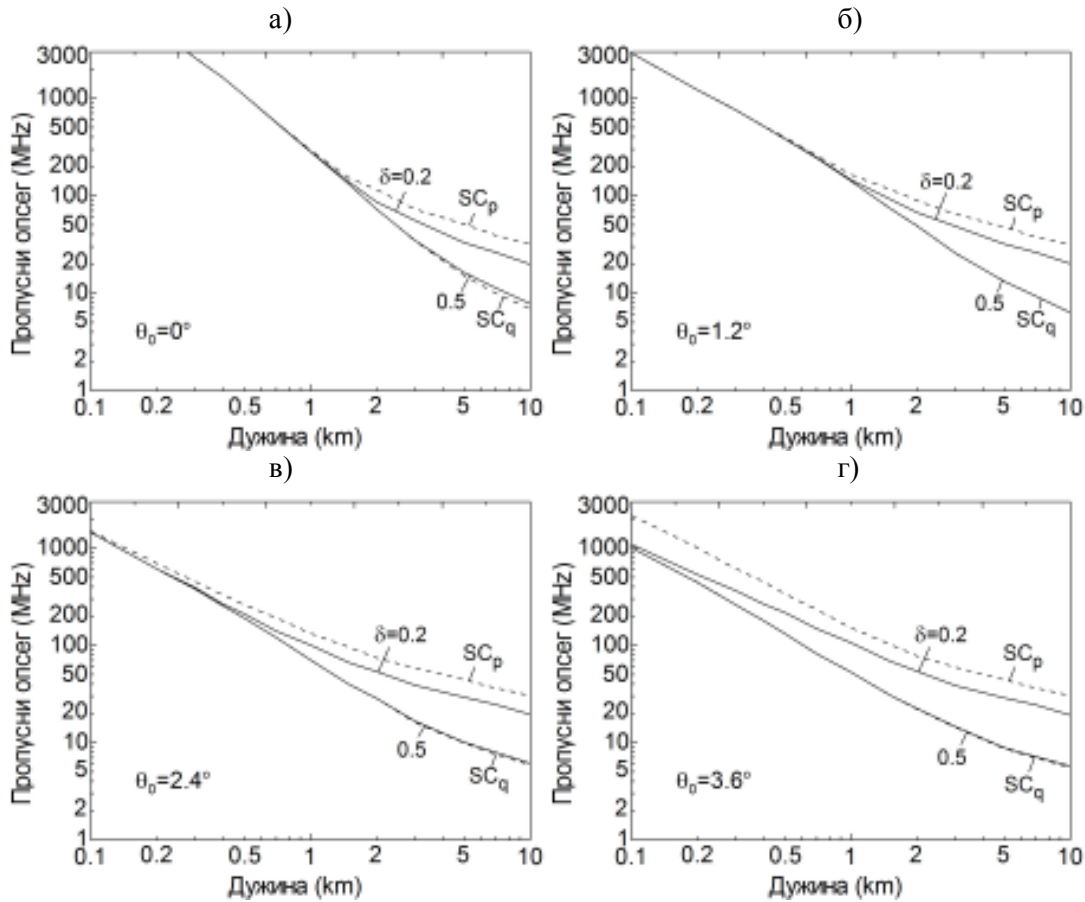
унутрашњег омотача су $\Delta_q = 0.525\%$, $\Delta_q = 0.7\%$ и $\Delta_q = 0.875\%$ [68], вредности коефицијента спрезања $D=2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$ и $D=2.3 \times 10^{-6} \text{ rad}^2/\text{m}$, а нормализоване ширине унутрашњег омотача износе $\delta = 0.2$ и 0.5 .

На сликама 5.8 - 5.11 приказана је зависност пропусног опсега од дужине влакна за дубину унутрашњег омотача $\Delta_q = 0.7\%$. Сlike 5.8 и 5.9 приказују ову зависност за ширине улазног снопа $\text{FWHM} = 1^\circ$ и 3° , респективно, за улазне углове (а) $\theta = 0^\circ$, (б) $\theta = 1.2^\circ$, (в) $\theta = 2.4^\circ$ и (г) $\theta = 3.6^\circ$, при вредности коефицијента спрезања $D=2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$. На сликама 5.8 и 5.9 може се уочити да с повећањем угла и ширине улазног снопа светлости пропусни опсег влакна опада на мањим дужинама влакна, што је последица веће модалне дисперзије у случају већег угла и ширине улазног снопа светлости. У случају већег угла и ширине улазног снопа светлости долази до побуђивања виших модова, који повећавају модалну дисперзију и смањују пропусни опсег влакна [72]. На већим дужинама влакна због јачег спрезања модова долази до смањења модалне дисперзије, па је утицај угла и ширине улазног снопа светлости на пропусни опсег W влакна занемарљив.

На сликама 5.8 и 5.9 може се уочити да пропусни опсег влакна варира између вредности пропусних опсега SC_p и SC_q влакана. Смањењем ширине унутрашњег омотача, за све анализирани углове и ширине улазног снопа светлости, губици цурећих модова се повећавају, услед чега се модална дисперзија смањују, повећавајући пропусни опсег влакна. Такође се на сликама 5.8 и 5.9 може видети да на мањим дужинама влакна, пропусни опсег опада пропорционално дужини влакна. Међутим, с повећањем дужине влакна, опадање пропусног опсега са дужином постепено тежи зависности $1/z^{1/2}$ [68].

На сликама 5.10 и 5.11 приказана је зависност пропусног опсега од дужине влакна за улазне снопове $\text{FWHM} = 1^\circ$ и 3° , респективно, за средње вредности углова улазне Гаусове расподеле (а) $\theta = 0^\circ$, (б) $\theta = 1.2^\circ$, (в) $\theta = 2.4^\circ$ и (г) $\theta = 3.6^\circ$, и коефицијент спрезања $D=2.3 \times 10^{-6} \text{ rad}^2/\text{m}$. Ако упоредимо графике на сликама 5.8 и 5.10, и графике на сликама 5.9 и 5.11, може се уочити да је пропусни опсег, на мањим дужинама, већи за мању вредност коефицијента спрезања D . С обзиром да су анализирани ширине угаоне расподеле снаге улазног снопа светлости мање од ширине угаоне расподеле снаге на којој се постиже стационарна расподела модова, убачени снопови светлости се услед спрезања модова шире, узрокујући повећање модалне

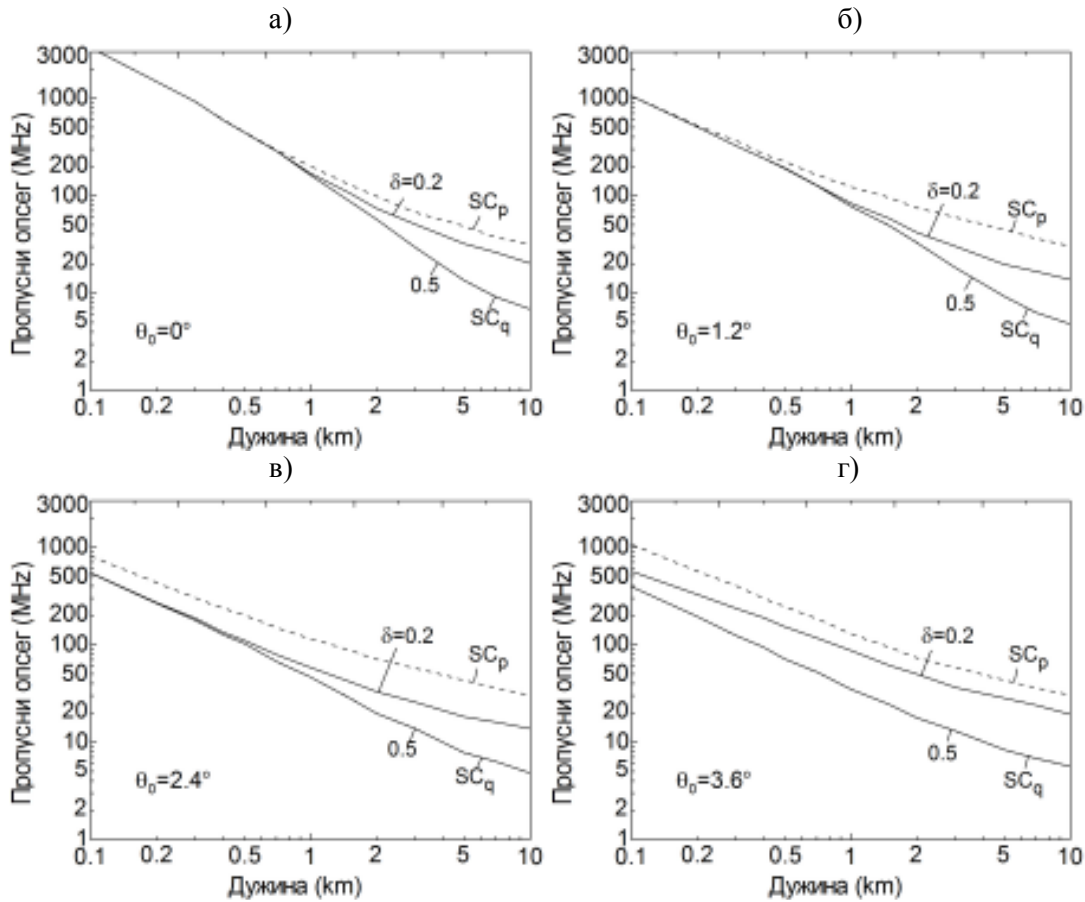
дисперзије. Пошто је ширење угаоне расподеле снаге спорије у случају слабијег спрезања модова, модална дисперзија је у том случају мања, због чега се добија већи пропусни опсег на мањим дужинама влакна за мањи коефицијент спрезања D . С порастом дужине влакна, спрезање модова почиње знатније да утиче на пропусни опсег, успоравајући опадање пропусног опсега са $1/z$ на $1/z^{1/2}$.



Слика 5.8. Зависност пропусног опсега од дужине влакна за ширину улазаног снопа $\text{FWHM} = 1^\circ$, за улазне углове а) $\theta = 0^\circ$, б) $\theta = 1.2^\circ$, в) $\theta = 2.4^\circ$ и г) $\theta = 3.6^\circ$, дубину унутрашњег омотача $\Delta_q = 0.7\%$, и коефицијент спрезања $D = 2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$.

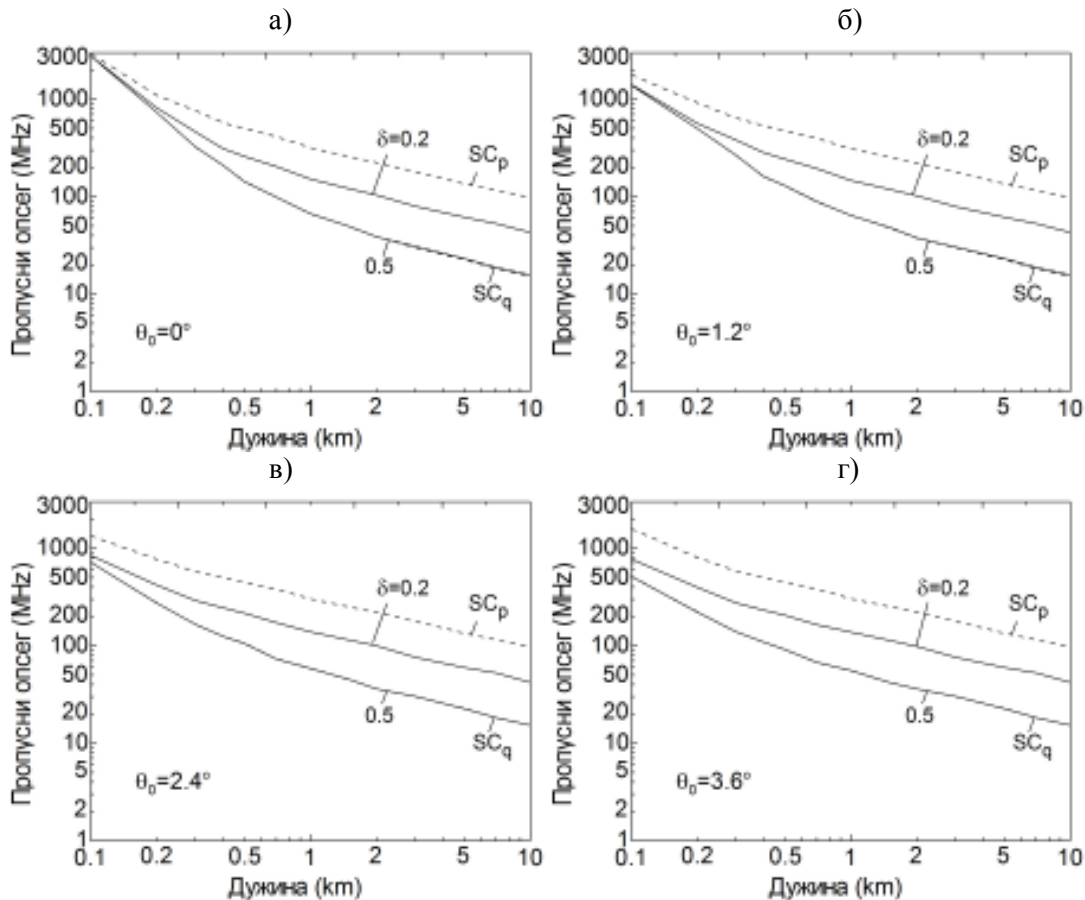
Ако се упореде графици 5.8 и 5.10 са графицима 5.9 и 5.11, уочава се да у случају јачег спрезања модова, прерасподела енергије између модова је на мањим дужинама влакна, па се промена зависности пропусног опсега од дужине, са $1/z$ на $1/z^{1/2}$, дешава раније, побољшавајући пропусни опсег влакна на мањим дужинама. Стога се на већим дужинама влакна, поређењем графика 5.8 и 5.10 са 5.9 и 5.11, могу

уочити веће вредности пропусних опсега за веће коефицијенте спрезања D [72].



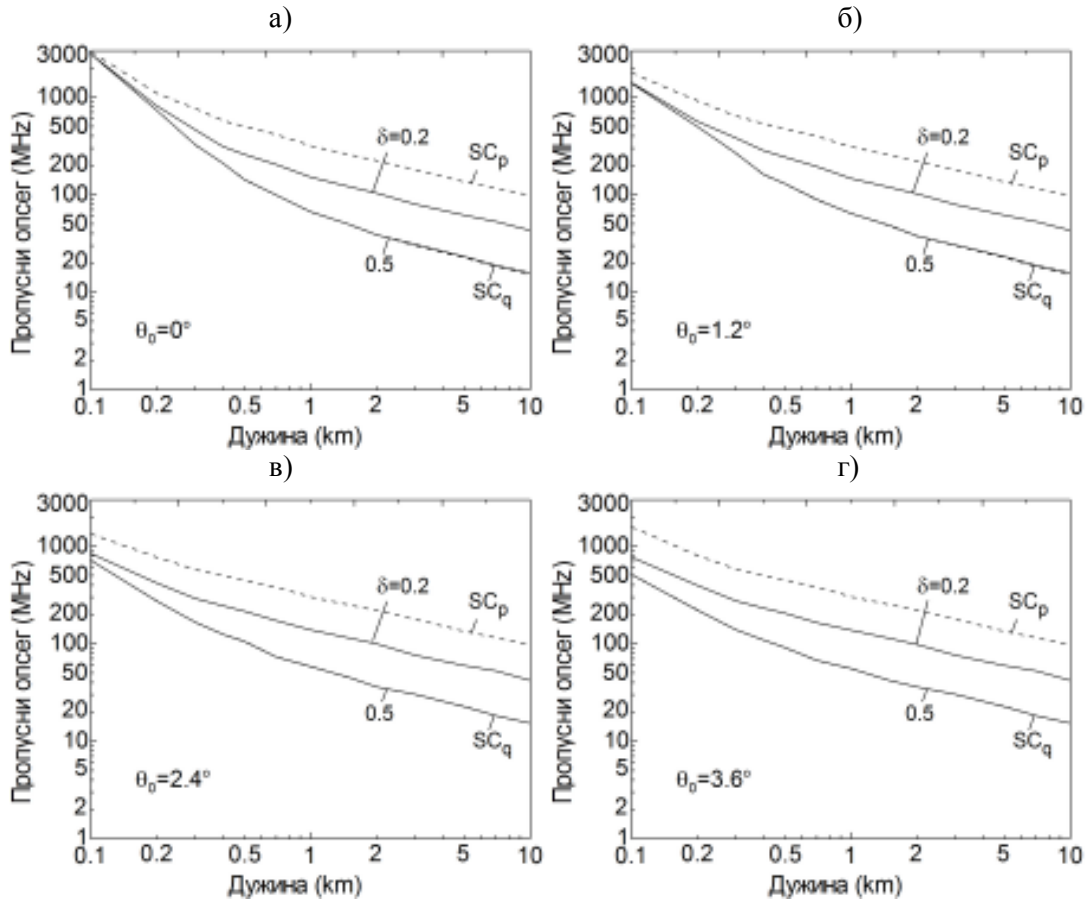
Слика 5.9. Зависност пропусног опсега од дужине влакна за ширину улазног снопа $\text{FWHM} = 3^\circ$, за улазне углове а) $\theta = 0^\circ$, б) $\theta = 1.2^\circ$, в) $\theta = 2.4^\circ$ и г) $\theta = 3.6^\circ$, дубину унутрашњег омотача $\Delta_q = 0.7\%$, и коефицијент спрезања $D = 2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$.

Када је улазни сноп светлости $\text{FWHM} = 3^\circ$ уведен у влакно под углом $\theta_0 = 3.6^\circ$ и када је ширина унутрашњег омотача $\delta = 0.2$, вредности пропусних опсега за јаче спрезање модова су веће на свим дужинама влакна. Тада долази до побуђивања модова који су изван ширине стационарне расподеле модова, па услед спрезања модова долази до сужавања улазне угаоне расподеле снаге. С повећањем јачине спрезања, сужавање угаоне расподеле снаге је интензивније, модална дисперзија је мања, чиме се пропусни опсег влакна повећава и на малим и на средњим дужинама влакна (слике 5.9г и 5.11г).



Слика 5.10. Зависност пропусног опсега од дужине влакна за ширину улазног снопа $\text{FWHM} = 1^\circ$, за улазне углове а) $\theta = 0^\circ$, б) $\theta = 1.2^\circ$, в) $\theta = 2.4^\circ$ и г) $\theta = 3.6^\circ$, дубину унутрашњег омотача $\Delta_q = 0.7\%$, и коефицијент спрезања $D = 2.3 \times 10^{-6} \text{ rad}^2/\text{m}$.

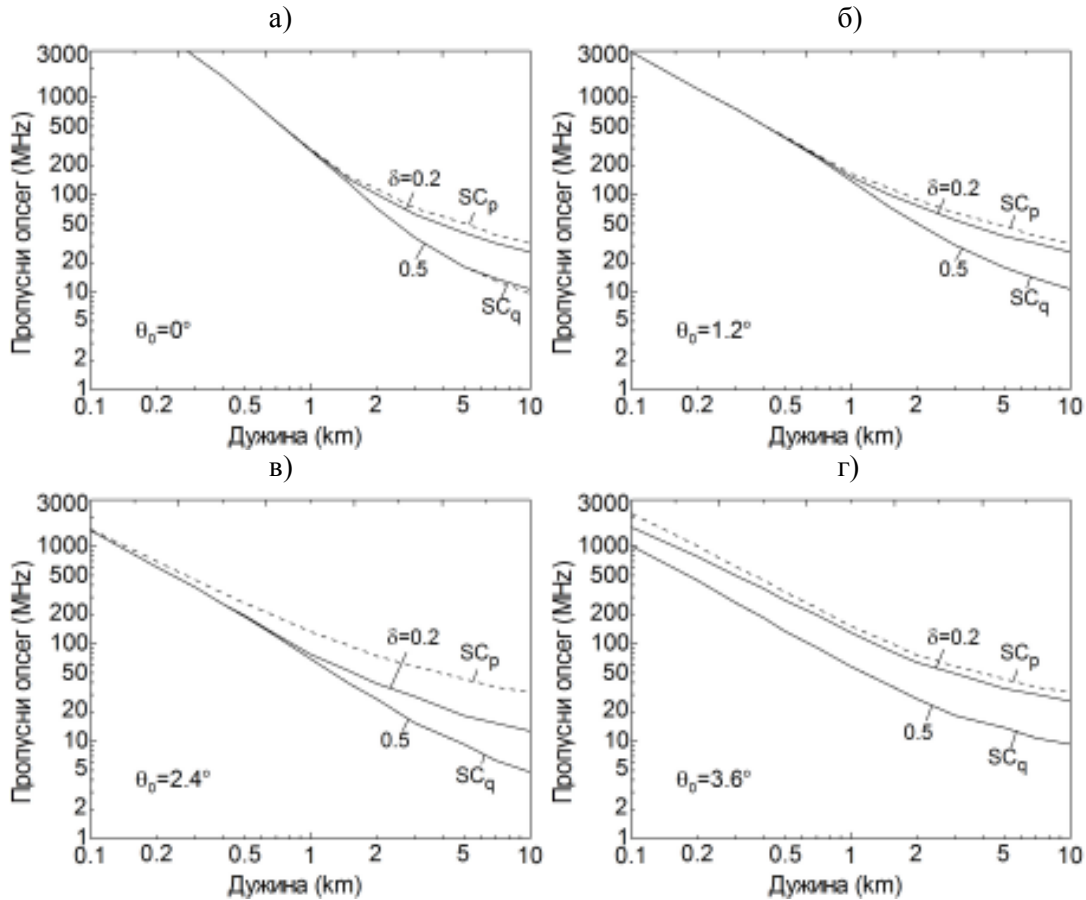
На сликама 5.12 и 5.13 приказана је зависност пропусног опсега од дужине влакна за дубине унутрашњег омотача $\Delta_q = 0.525\%$ и $\Delta_q = 0.8075\%$, респективно, за ширину улазног снопа $\text{FWHM} = 1^\circ$ и средње вредности угла улазне расподеле снаге (а) $\theta_0 = 0^\circ$, (б) $\theta_0 = 1.2^\circ$, (в) $\theta_0 = 2.4^\circ$ и (г) $\theta_0 = 3.6^\circ$, и коефицијент спрезања $D = 2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$. На сликама 5.12 и 5.13 може се видети да с повећањем дубине унутрашњег омотача пропусни опсег влакна опада [71]. Ово је у складу са нашим ранијим запажањима, да се смањењем дубине унутрашњег омотача, смањује број цурећих модова, смањујући модалну дисперзију и повећавајући пропусни опсег влакна за све анализирани углове и ширине улазног снопа.



Слика 5.11. Зависност пропусног опсега од дужине влакна за ширину улазног снопа $\text{FWHM} = 3^\circ$, за улазне углове а) $\theta = 0^\circ$, б) $\theta = 1.2^\circ$, в) $\theta = 2.4^\circ$ и г) $\theta = 3.6^\circ$, дубину унутрашњег омотача $\Delta_q = 0.7\%$, и коефицијент спрезања $D = 2.3 \times 10^{-6} \text{ rad}^2/\text{m}$.

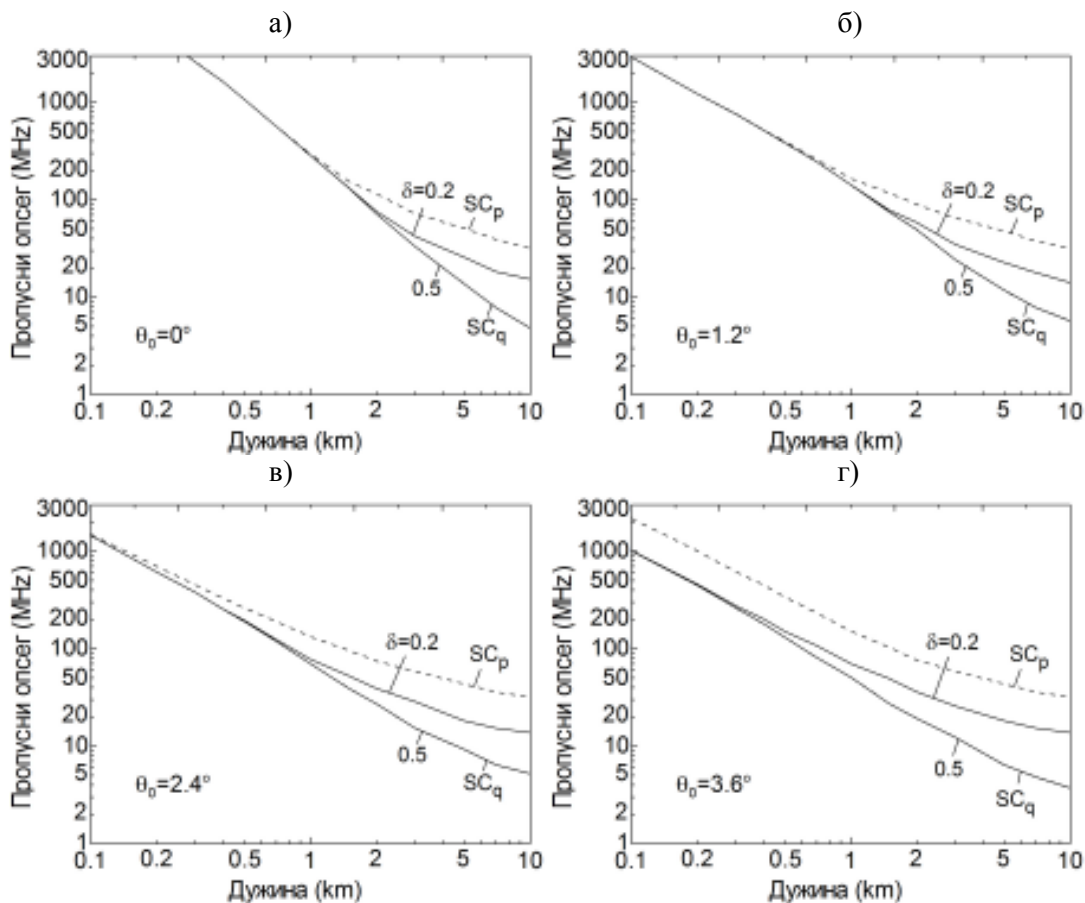
Смањењем дубине унутрашњег омотача, дужине на којима се успоставља равнотежна расподела модова се смањују, побољшавајући пропусни опсег влакна на мањим дужинама за све анализирани углове и ширине улазног снопа (табела 4.2) [72].

У случају мање ширине улазног снопа светлости када су побуђени само вођени модови, мали је број цурећих модова на малим дужинама влакна, а тиме је и утицај ширине и дубине унутрашњег омотача мали. С повећањем дужине влакна, услед спрезања модова, долази до пораста броја цурећих модова, чиме се утицај ширине и дубине унутрашњег омотача на пропусни опсег влакна значајно повећава.



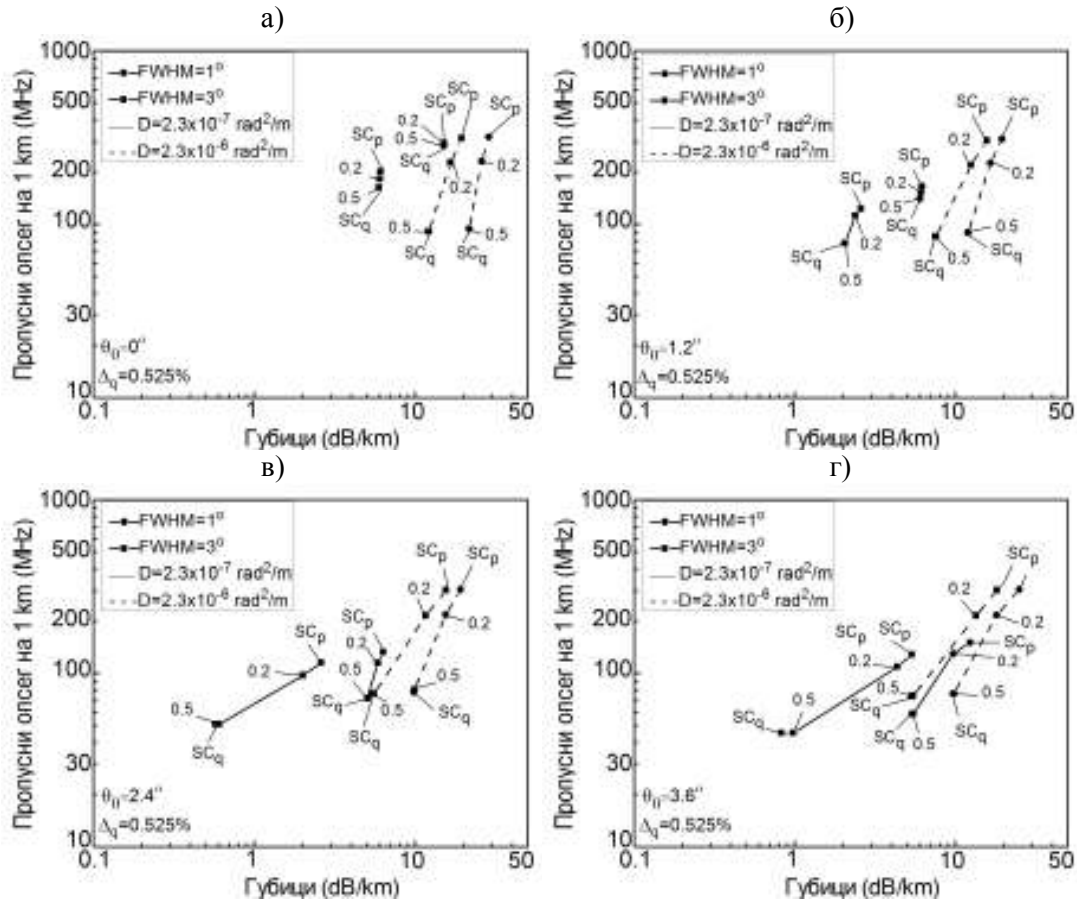
Слика 5.12. Зависност пропусног опсега од дужине влакна за ширину улазаног снопа $\text{FWHM} = 1^\circ$, за улазне углове а) $\theta = 0^\circ$, б) $\theta = 1.2^\circ$, в) $\theta = 2.4^\circ$ и г) $\theta = 3.6^\circ$, дубину унутрашњег омотача $\Delta_q = 0.525\%$, и коефицијент спрезања $D = 2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$.

С повећањем угла и ширине улазног снопа светлости, долази до пораста броја цурећих модова на мањим дужинама влакна, тиме се повећава утицај ширине и дубине унутрашњег омотача на пропусни опсег влакна и на мањим и на већим дужинама. У случају јачег спрезања модова, утицај ширине и дубине унутрашњег омотача на пропусни опсег влакна је већи и на мањим и на већим дужинама влакна за све услове екситације, јер услед повећања спрезања модова долази до појаве цурећих модова на мањим дужинама влакна.



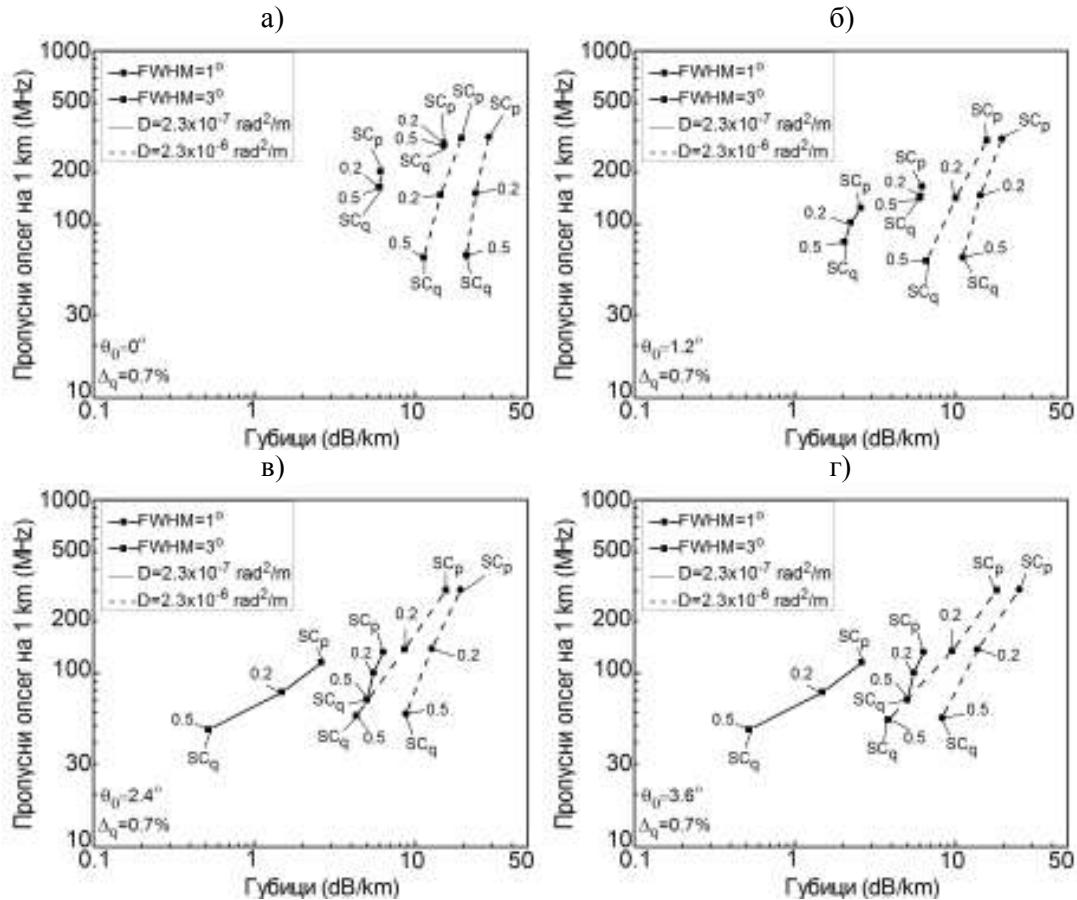
Слика 5.13. Зависност пропусног опсега од дужине влакна за ширину улазаног снопа $FWHM = 1^\circ$, за улазне углове а) $\theta = 0^\circ$, б) $\theta = 1.2^\circ$, в) $\theta = 2.4^\circ$ и г) $\theta = 3.6^\circ$, дубину унутрашњег омотача $\Delta_q = 0.8075\%$, и коефицијент спрезања $D = 2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$.

Утицај промене ширине унутрашњег омотача на пропусни опсег W влакна израженији је код мањих него код већих дубина унутрашњег омотача на мањим дужинама влакна. То је зато што код мањих дубина унутрашњег омотача, долази до појаве цурећих модова на мањим дужинама влакна у поређењу са већим дубинама унутрашњег омотача, па се утицај ширине унутрашњег омотача дешава на мањим дужинама влакна. С порастом угла и ширине улазног снопа светлости, као и јачине спрезања, већи је број побуђених цурећих модова на мањим дужинама, па се утицај ширине унутрашњег омотача помера ка мањим дужинама за све дубине унутрашњег омотача (слике 5.8, 5.12 и 5.13) [72].



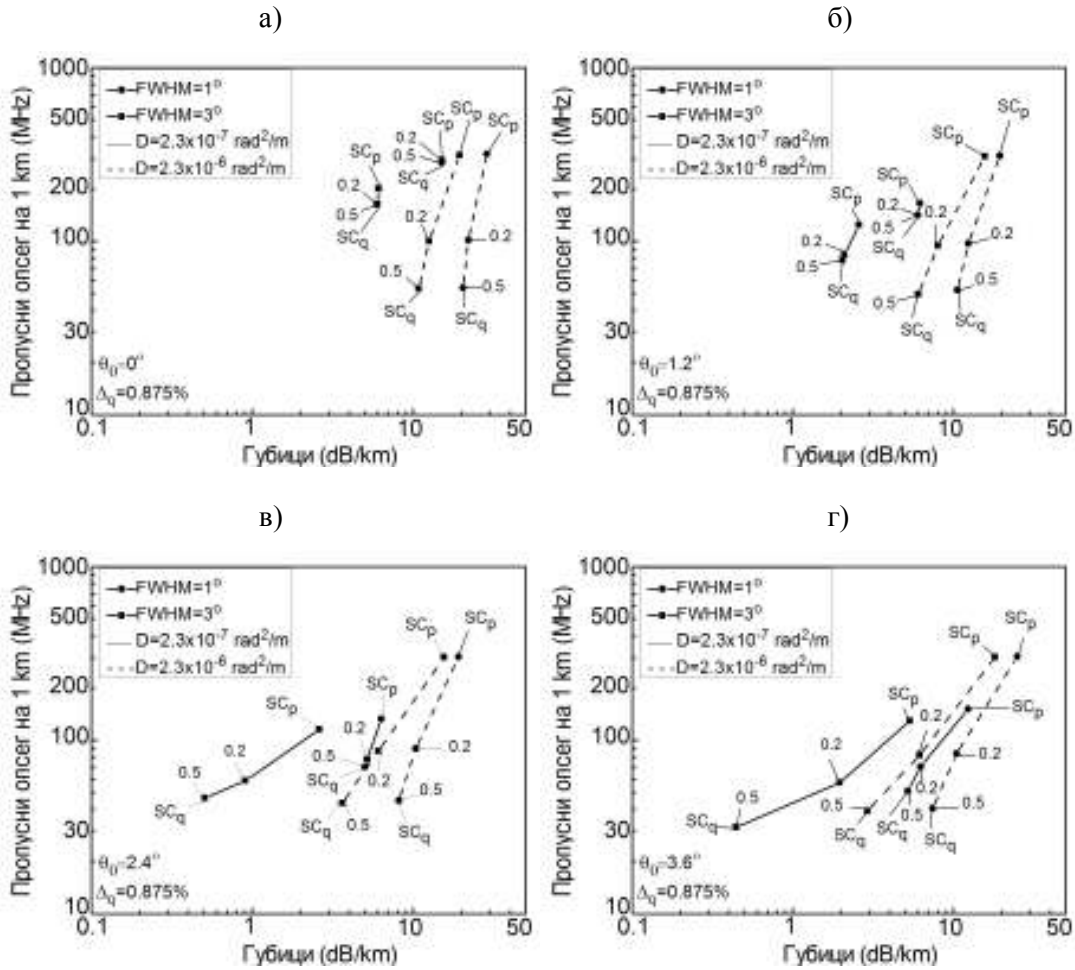
Слика 5.14. Зависност пропусног опсега од губитака услед спрезања мода за а) $\theta_0=0^\circ$, б) $\theta_0=1.2^\circ$, в) $\theta_0=2.4^\circ$ и г) $\theta_0=3.6^\circ$, где је $\text{FWHM}_{z=0}=1^\circ$ и 3° , $\delta=0.2$ и 0.5 , $\Delta_q=0.525\%$, $D=2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$ и $D=2.3 \times 10^{-6} \text{ rad}^2/\text{m}$.

На сликама 5.14 - 5.16 представљена је зависност пропусног опсега од губитака који настају услед спрезања мода за три дубине унутрашњег омотача $\Delta_q = 0.525\%$, $\Delta_q = 0.7\%$ и $\Delta_q = 0.875\%$, респективно, за ширине улазног снопа $\text{FWHM} = 1^\circ$ и $\text{FWHM} = 3^\circ$, улазне углове (а) $\theta = 0^\circ$, (б) $\theta = 1.2^\circ$, (в) $\theta = 2.4^\circ$ и (г) $\theta = 3.6^\circ$ и вредности коефицијената спрезања $D=2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$ и $D=2.3 \times 10^{-6} \text{ rad}^2/\text{m}$, на дужини влакна 1000 m. Свака крива на сликама 5.14 - 5.16 представља однос пропусног опсега и губитака за нормализоване ширине унутрашњег омотача $\delta = 0.2$ и $\delta = 0.5$ које се налазе између одговарајућих SC_p и SC_q влакана.



Слика 5.15. Зависност пропусног опсега од губитака услед спрезања модова за а) $\theta_0=0^\circ$, б) $\theta_0=1.2^\circ$, в) $\theta_0=2.4^\circ$ и г) $\theta_0=3.6^\circ$, где је $\text{FWHM}_{z=0}=1^\circ$ и 3° , $\delta=0.2$ и 0.5 , $\Delta_q=0.7\%$, $D=2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$ и $D=2.3 \times 10^{-6} \text{ rad}^2/\text{m}$.

Може се видети да су пропусни опсег и губици услед спрезања модова већи у случају мање ширине улазног снопа светлости. С порастом угла θ_0 улазног снопа светлости долази до значајнијег смањења губитака, док пропусни опсег опада спорије са повећањем ширине унутрашњег омотача. Може се закључити да се пропусни опсег W влакна може побољшати смањујући ширину и дубину унутрашњег омотача, појачавајући спрезање модова, и користећи централну улазну расподелу снаге светлости мале ширине. Смањењем ширине и дубине унутрашњег омотача, и вредности угла улазног снопа светлости, пораст губитака је мањи него при повећању јачине спрезања модова [72].



Слика 5.16. Однос између пропусног опсега и губитака услед спрезања модова за а) $\theta_0=0^\circ$, б) $\theta_0=1.2^\circ$, в) $\theta_0=2.4^\circ$ и г) $\theta_0=3.6^\circ$, где је $\text{FWHM}_{z=0}=1^\circ$ и 3° , $\delta=0.2$ и 0.5 , $\Delta_q=0.875\%$, $D=2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$ и $D=2.3 \times 10^{-6} \text{ rad}^2/\text{m}$.

Добијени резултати показују да се променом ширине и дубине унутрашњег омотача, променом коефицијента спрезања модова, као и избором одговарајућег угла и ширине улазног снопа светлости, пропусни опсег може мењати у интервалу од 20-250 MHz·km, при чему су губици услед спрезања модова у интервалу од 0.3-25 dB/km за анализирано стаклено влакно са W индексом преламања. Пропусни опсег стаклених вишемодних оптичких влакана са једним омотачем, која се данас користе у пракси, је у интервалу од 5-50 MHz·km. Може се закључити да се уз одговарајући избор структурних параметара анализираниог стакленог W влакна и карактеристика улазног снопа светлости може добити већи пропусни опсег у поређењу са стакленим оптичким влакном са једним омотачем.

6. ЗАКЉУЧАК

Тема ове дисертације је испитивање преносних карактеристика вишемодних оптичких влакана са W индексом преламања применом једначине протока снаге. За разлику од влакана са језгром и једним омотачем, W влакно поседује језгро и два омотача. Оваква структура W влакна обезбеђује бољу везаност вођених модова у језгру, чиме се смањује модална дисперзија и повећава пропусни опсег влакна у поређењу са одговарајућим влакном са једним омотачем.

У дисертацији је прво описано моделовање простирања светлости кроз W влакно помоћу временски-независне једначине протока снаге. По први пут је добијено нумеричко решење временски-независне једначине протока снаге у случају влакна са W индексом преламања користећи експлицитни метод коначних разлика. Анализирано је вишемодно оптичко влакно са W индексом преламања које је испитивано у ранијим радовима других аутора. Одређене су дужине влакана на којима се постиже стационарна расподела модова за различите ширине и дубине унутрашњег омотача и различите вредности коефицијената спрезања. У нумеричким прорачунима коришћене су улазне угаоне расподеле снаге светлости $P(\theta,0)=1$ за $0 \leq \theta \leq \theta_p$, у случају θ_p ексцитацији и $P(\theta,0)=1$ за $0 \leq \theta \leq \theta_q$, у случају θ_q ексцитацији. Показано је да у случају θ_q ексцитације, снага у цурећим модовима остаје на већим дужинама у случају веће ширине унутрашњег омотача ($\delta = 0.5$), у односу на мању ширину унутрашњег омотача ($\delta = 0.2$). Ово је последица већих губитака цурећих модова у случају мање ширине унутрашњег омотача. Показано је како се губици цурећих модова смањују са порастом ширине унутрашњег омотача. За мању ширину унутрашњег омотача, дужине z_s на којима се успоставља стационарна расподела модова су мање у поређењу са већом ширином унутрашњег омотача. Код веће ширине унутрашњег омотача цурећи модови имају мање губитке, па су вођени на већим дужинама, изискујући веће дужине z_s за окончање њиховог спрезања. С порастом јачине спрезања, дужина z_s на којој се успоставља стационарна расподела модова се смањује. Због јачег спрезања модова, узрокованог већим унутрашњим пертурбационим ефектима у влакну, прерасподела енергије између вођених модова је бржа, па су дужине z_s мање.

Одређене су дужине влакна на којима се постиже стационарна расподела модова за различите дубине унутрашњег омотача при промени ширине унутрашњег омотача и коефицијента спрезања. Промена дубине унутрашњег омотача утиче на губитке цурећих бројева, а тиме и на њихов број. Добијено је да се с повећањем дубине унутрашњег омотача, губици цурећих модова смањују. У случају θ_q ексцитације, с повећањем дубине унутрашњег омотача, снага у цурећим модовима остаје вођена на већим дужинама у поређењу са θ_p ексцитацијом. Показано је да с порастом дубине унутрашњег омотача, дужина z_s на којој се постиже стационарна расподела модова расте за све вредности коефицијента спрезања D и ширине унутрашњег омотача δ . С повећањем дубине унутрашњег омотача губици цурећи модова се смањују, повећавајући број цурећих модова који су вођени на већим дужинама влакна. Зато су за већи број модова потребне веће дужине z_s да би се процес спрезања окончао. Дужина влакна z_s , која је потребна за постизање стационарне расподеле модова, опада с повећањем јачине спрезања модова за све испитане ширине и дубине унутрашњег омотача.

Користећи временски-независну једначину протока снаге, испитан је утицај ширине улазне угаоне расподеле снаге светлосног снопа на равнотежну и стационарну расподелу модова, при промени ширине и дубине унутрашњег омотача, и коефицијента спрезања за влакно са W индексом преламања. У нумеричким прорачунима коришћен је улазни сноп светлости који има Гаусову расподелу са пуним ширинама на половини максимума 1° и 3° . Показано је да за шире улазне угаоне расподеле снаге светлости равнотежна и стационарна расподела модова се успостављају на краћим дужинама влакна, L_c и z_s , респективно за све вредности ширине и дубине унутрашњег омотача и коефицијенте спрезања. Енергија код шире улазне угаоне расподеле снаге је униформније распоређена међу вођеним модова, у односу на уже улазне угаоне расподеле, па су дужине на којима се успоставља равнотежна и стационарна расподела модова мање. Показано је да с порастом ширине и дубине унутрашњег омотача, дужине влакна L_c и z_s се повећавају. У случају веће ширине и дубине унутрашњег омотача губици цурећих модова су мањи, па снага у цурећим модовима остаје вођена на већим дужинама влакна, а тиме се равнотежна и стационарна расподела модова успостављају на већим дужинама. Показано је да услед

јачег спрезања модова, узрокованог већим унутрашњим пертурбационим ефектима у влакну, прерасподела енергије између вођених модова је бржа, па су дужине L_c и z_s мање за обе ширине улазног снопа светлости. Приказано је и да губици услед спрезања модова расту с повећањем коефицијента спрезања. Може се закључити да су дужине на којима се успоставља равнотежна и стационарна расподела модова у W влакну одређене структурним параметрима влакна, јачином спрезања модова и ширином улазне угаоне расподеле снаге светлости.

Користећи временски-зависну једначину протока снаге испитан је утицај ширине и дубине унутрашњег омотача W влакна на пропусни опсег влакна и губитке који настају услед спрезања модова за различите вредности коефицијента спрезања и улазне ексцитације. По први пут добијено је нумеричко решење временски-зависне једначине протока снаге користећи експлицитни метод коначних разлика код влакна са W индексом преламања. На мањим дужинама влакна, пропусни опсег опада пропорционално дужини влакна. На већим дужинама влакна, након успостављања равнотежне расподеле модова, опадање пропусног опсега са дужином пропорционално је са $1/z^2$. Смањењем ширине унутрашњег омотача, губици цурећих модова се повећавају, услед чега се смањује њихов број, па се смањује и модална дисперзија и повећава пропусни опсег влакна. Смањењем ширине унутрашњег омотача, смањују се и дужине влакна на којима долази до промене зависности пропусног опсега од дужине, са $1/z$ на $1/z^{1/2}$, јер се код мањих ширина унутрашњег омотача равнотежна расподела модова успоставља на мањим дужинама влакна. Показано је да се пропусни опсег влакна повећава када се дубина унутрашњег омотача смањује. Смањењем дубине унутрашњег омотача, повећавају се губици цурећих модова (смањује се број цурећих модова), па се модална дисперзија влакна смањује, а пропусни опсег влакна повећава. Када дубина унутрашњег омотача опада, смањују се и дужине на којима се успоставља равнотежна расподела модова, па се побољшање пропусног опсега јавља на мањим дужинама.

Показано је да се пропусни опсег W влакна повећава с порастом јачине спрезања модова. Спрезање модова побољшава пропусни опсег влакна и на мањим и на већим дужинама. Јаче спрезање модова настаје услед већих унутрашњих пертурбационих ефеката у влакну, тј. брже прерасподеле енергије између вођених модова, што доводи до смањења модалне дисперзије влакна и повећања пропусног

опсега влакна. У случају θ_p ексцитације пропусни опсег влакна је већи у поређењу са θ_q ексцитацијом. Побуђивање само вођених модова (θ_p ексцитација), води већем пропусном опсегу и на мањим и на средњим дужинама влакна у поређењу са случајем када су побуђени и вођени и цурећи модови (θ_q ексцитација). Наиме, код θ_q ексцитације, долази до побуђивања виших модова који повећавају модалну дисперзију, смањујући пропусни опсег влакна у поређењу са θ_p ексцитацијом. Када су побуђени само вођени модови у влакну (θ_p ексцитација), мање су дужине на којима долази до преласка зависности пропусног опсега од дужине влакна са $1/z$ на $1/z^{1/2}$, тј. на којима долази до побољшања пропусног опсега које се дешава раније. У случају θ_p ексцитације, утицај ширине и дубине унутрашњег омотача је слабији на мањим дужинама влакна. Код θ_p ексцитације, на мањим дужинама влакна побуђени су само вођени модови, док је број побуђених цурећих модова веома мали, стога је утицај ширине и дубине унутрашњег омотача мали. С порастом дужине влакна, број цурећих модова расте услед спрезања модова, па се утицај ширине и дубине унутрашњег омотача јавља тек на већим дужинама влакна. У случају θ_p ексцитације, утицај ширине и дубине унутрашњег омотача на пропусни опсег влакна је израженији у случају јачег спрезања модова, јер се тада број цурећих модова повећава на мањим дужинама влакна. Закључено је да се пропусни опсег влакна може побољшати смањујући ширину и дубину унутрашњег омотача, појачавајући спрезање модова и побуђујући само вођене модове.

Добијена је такође и зависност пропусног опсега и губитака који настају услед спрезања модова за различите ширине и дубине унутрашњег омотача и коефицијенте спрезања, при θ_p и θ_q ексцитацији. Повећање спрезања модова утиче на пораст ових губитака. Показано је да смањење ширине и дубине унутрашњег омотача доводи до мањег повећања губитака него при порасту јачине спрезања. Избор θ_p или θ_q ексцитације такође утиче на проналажење оптималног односа између пропусног опсега и губитака који настају услед спрезања модова. При θ_p ексцитацији пропусни опсег влакна је већи, а губици који настају услед спрезања модова су мањи. При θ_q ексцитацији, побуђивањем свих цурећих модова који имају велике губитке, укупни

губици се значајно повећавају у поређењу са θ_p ексцитацијом, где се побуђују само вођени модови.

Испитан је и утицај угла и ширине улазног снопа светлости на пропусни опсег и губитке који настају услед спрезања модова код оптичког влакна са W индексом преламања. У нумеричким прорачунима коришћен је улазни снап светлости који има Гаусову расподелу са ширинама на половини максимума 1° и 3° . Показано је да с повећањем угла и ширине улазног снопа светлости пропусни опсег влакна опада на мањим дужинама влакна, што је последица веће модалне дисперзије у случају ширег улазног снопа светлости у поређењу са ужим снопом. У случају већег угла и ширине улазног снопа светлости долази до побуђивања виших модова, који повећавају модалну дисперзију и смањује пропусни опсег влакна. На већим дужинама влакна због јачег спрезања модова долази до смањења модалне дисперзије, па је утицај угла и ширине улазног снопа светлости на пропусни опсег W влакна занемарљив. Показано је да са смањењем ширине и дубине унутрашњег омотача за све анализирани угли и ширине улазног снопа губици цурећих модова се повећавају, услед чега се модална дисперзија смањује, повећавајући пропусни опсег влакна. Уочено је да на мањим дужинама влакна, пропусни опсег опада пропорционално дужини влакна, а с повећањем дужине влакна, опадање пропусног опсега са дужином постепено тежи зависности $1/z^{1/2}$ за све анализирани угли и ширине улазног снопа.

Добијено је да је пропусни опсег W влакна, на мањим дужинама влакна, већи за мању вредност коефицијента спрезања D . С обзиром да су анализирани ширине угаоне расподеле снаге улазног снопа светлости мање од ширине угаоне расподеле снаге на којој се постиже стационарна расподела модова, убачени снопови светлости се услед спрезања модова шире, узрокујући повећање модалне дисперзије. Пошто је ширење угаоне расподеле снаге спорије у случају слабијег спрезања модова, модална дисперзија је у том случају мања, због чега се добија већи пропусни опсег на мањим дужинама влакна за мањи коефицијент спрезања D . С порастом дужине влакна, спрезање модова почиње знатније да утиче на пропусни опсег, успоравајући опадање пропусног опсега. У случају јачег спрезања модова, прерасподела енергије између модова је на мањим дужинама влакна, па се промена зависности пропусног опсега од дужине, са $1/z$ на $1/z^{1/2}$ дешава раније, побољшавајући пропусни опсег влакна на мањим дужинама.

Када је сноп улазне светлости $\text{FWHM} = 3^\circ$ уведен у влакно под углом $\theta_0 = 3.6^\circ$, и када је ширина унутрашњег омотача $\delta = 0.2$, вредности пропусних опсега за јаче спрезање модова су веће на свим дужинама влакна. Тада долази до побуђивања модова који су изван ширине стационарне расподеле модова, па услед спрезања модова долази до сужавања улазне угаоне расподеле снаге. С повећањем јачине спрезања, сужавање угаоне расподеле снаге је интензивније, модална дисперзија је мања, чиме се пропусни опсег влакна повећава и на малим и на средњим дужинама влакна.

У случају мање ширине улазног снопа светлости када су побуђени само вођени модови, мали је број цурећих модова на малим дужинама влакна, и да је услед тога утицај ширине и дубине унутрашњег омотача мали. С повећањем дужине влакна, услед спрезања модова, долази до пораста броја цурећих модова, чиме се утицај ширине и дубине унутрашњег омотача на пропусни опсег влакна значајно повећава. С повећањем угла и ширине улазног снопа, долази до пораста броја цурећих модова на мањим дужинама влакна, тиме се повећава утицај ширине и дубине унутрашњег омотача на пропусни опсег влакна и на мањим и на већим дужинама. У случају јачег спрезања модова, утицај ширине и дубине унутрашњег омотача на пропусни опсег влакна је већи и на мањим и на већим дужинама влакна за све услове ексцитације, јер услед повећања спрезања модова долази до појаве цурећих модова на мањим дужинама влакна.

Утицај промене ширине унутрашњег омотача на пропусни опсег W влакна израженији је код мањих него код већих дубина унутрашњег омотача на мањим дужинама влакна. То је зато што код мањих дубина унутрашњег омотача, долази до појаве цурећих модова на мањим дужинама влакна у поређењу са већим дубинама унутрашњег омотача, па се утицај ширине унутрашњег омотача дешава на мањим дужинама влакна. С порастом угла и ширине улазног снопа светлости, као и јачине спрезања, већи је број побуђених цурећих модова на мањим дужинама, па се утицај ширине унутрашњег омотача помера ка мањим дужинама за све дубине унутрашњег омотача.

Испитивана је зависност пропусног опсега и губитака који настају услед спрезања модова при промени ширине и угла упадног снопа светлости за различите вредности ширине и дубине унутрашњег омотача и коефицијента спрезања. Показано је да су пропусни опсег и губици услед спрезања модова већи у случају мање ширине улазног снопа светлости. С порастом угла улазног снопа светлости долази до значајнијег смањења губитака, док пропусни опсег опада спорије са повећањем

ширине унутрашњег омотача. На крају закључено је да се пропусни опсег W влакна може побољшати смањујући ширину и дубину унутрашњег омотача, појачавајући спрезање модова, и користећи централну улазну расподелу снаге светлости мале ширине. Смањењем ширине и дубине унутрашњег омотача, и вредности угла улазног снопа светлости, пораст губитака је мањи него при повећању јачине спрезања модова.

Пропусни опсег стаклених вишемодних оптичких влакана са једним омотачем која се данас користе у пракси је у интервалу од 5-50 MHz·km. Добијени резултати показују да променом ширине и дубине унутрашњег омотача, променом коефицијента спрезања модова, као и избором одговарајућег угла и ширине улазног снопа светлости, пропусни опсег анализираног W влакна може се мењати у интервалу од 20-250 MHz·km, при чему су губици у интервалу од 0.3-25 dB/km. Дакле, пропусни опсег анализираног стакленог W влакна може бити знатно већи од просечних вредности пропусног опседа стакленог вишемодног влакна са једним омотачем. Треба имати у виду да с повећањем пропусног опсега W влакна, повећавају се и губици услед спрезања модова.

7. ЛИТЕРАТУРА

- [1] D. Hondros and P. Debye, Electromagnetic waves along long cylinders of dielectric, *Ann. Phys.* **32**, 465-476 (1910)
- [2] O. Schriever, Electromagnetic waves in dielectric wires, *Ann. Phys.* **63**, 645-673 (1920)
- [3] Lamm. H. Biegsame Optische Gerate *Zeit Instrumentenk* **50** 579-581 (1930)
- [4] K.C. Kao and G.A. Hockham, Dielectric-Fibre Surface Waveguides for optical frequencies *Proc. IEE* **133** 1151-1158 (1966)
- [5] W.F. Libby, Melting Points at High Compressions from Zero-Compression Properties Through the Kennedy Relation, *Appl. Phys. Lett.* **17** 423-424 (1970)
- [6] Optoelectronics Research Center: <http://www.orc.soton.ac.uk/index.html>
- [7] The Institute of Optics: <http://www.optics.rochester.edu/research/fibers.html>
- [8] Group of Fiber Optics: <http://gfo.epfl.ch/>
- [9] Fiber Optics Group: <http://nano.aalto.fi/en/research/groups/fog/>
- [10] Fiber Optics Research Group: <http://www.pmf.kg.ac.rs/forg/index.html>
- [11] T. Ishigure, H. Endo, K. Ohdoko, K. Takahashi, and Y. Koike, Modal Bandwidth Enhancement in a Plastic Optical Fiber by W-Refractive Index Profile, *J. Lightwave Technol.* **23** 1754-1762 (2005)
- [12] M. Kovačević, Doprinosi modelovanju prostiranja svetlosti kroz multimodna optička vlakna, Doktorska disertacija, Prirodno-matematički fakultet, Kragujevac (2007)
- [13] A.W. Snyder and J.D. Love, *Optical waveguide theory*, Chapman and Hall, London (1983)
- [14] D. Gloge, Optical power flow in multimode fibers, *Bell Syst. Tech. J.* **51** 1767-1783 (1972)
- [15] J. Hecht, *Understanding Fiber Optics*, Pearsons Education, New Jersey, Columbus, Ohio (2006)
- [16] J.M. Senior, *Optical Fiber Communication*, Pearsons Education, Harlow, England (2009)
- [17] D. Marcuse, *Theory of dielectric optical waveguides*, New York Academic Press (1974)
- [18] A. Djordjevich and S. Savović, Designing graded-index plastic optical fibers from two-step-core fibers by thermal diffusion of dopants, *Opt. Engineering* **44** (2005)

- [19] W. Daum, J. Krauser, P.E. Zamzow and O. Ziemann, POF-Polymer Optical Fibers for Data Communications, Springer, Berlin (2002)
- [20] S. L. Meadron, The Elements of Optical Fibers, Regents/Prentice Hall, New Jersey (1993)
- [21] K. F. Sander and G. A. L. Reed, Transmission and Propagation of Electromagnetic Waves, Cambridge University Press, London, (1999)
- [22] D. Marcuse, Theory of Dielectric Waveguides, Academic Press Limited, London, (1991)
- [23] N. S. Kapany, Fiber Optics: Principles and Applications, Academic Press, New York, (1967)
- [24] N. S. Kapany and J.J. Burke, Fiber Waveguides, Academic Press, New York (1972)
- [25] S. Savović and A. Djordjević, Sprezanje modova u optičkim vlaknima sa stepenastim indeksom prelamanja, Prirodno-matematički fakultet, Kragujevac (2008)
- [26] E. J. Tyler, M. Webster, R. V. Penty, I. H. White, S. Yu, and J. Rorison, Subcarrier modulated transmission of 2.5 Gb/s over 300 m of 62.5- μm -core diameter multimode fiber, IEEE Photon. Technol. Lett. **14** 1743–1745 (2002)
- [27] K. M. Patel and S. E. Ralph, Enhanced multimode fiber link performance using a spatially resolved receiver, IEEE Photon. Technol. Lett. **14** 393–395 (2002)
- [28] J. S. Abbott, G. E. Smith, and C. M. Truesdale, Multimode fiber link dispersion compensator, U.S. Patent 6 363 195 (2002)
- [29] S.Savovic and A Djordjevic, Influence of numerical aperture on mode coupling in step index plastic optical fibers, Appl. Opt. **43** 5542-5546 (2004)
- [30] S.Savovic, B. Drlajca and A Djordjevic, Influence of launch beam distribution on bandwidth in step index plastic optical fibers, Appl. Opt. **52** 1117-1121 (2013)
- [31] K. Mikoshiba and H. Kajioka, Transmission characteristics of multimode W-type optical fiber: experimental study of the effect of the intermediate layer, Appl. Opt. **17** 2836–2841 (1978)
- [32] T. Tanaka, S. Yamada, M. Sumi, and K. Mikoshiba, Microbending losses of doubly clad (W-type) optical fibers, Appl. Opt. **16** 2391-2394 (1977)
- [33] T. Yamashita and M. Kagami, Fabrication of light-induced self-written waveguides with a W-shaped refractive index profile, J. Lightwave Technol. **23** 2542–2548 (2005)
- [34] S. Kawakami, S. Nishida and M. Sumi, Transmission characteristics of W-type optical fibers, Proc. IEE, **123** 586-590 (1976)

- [35] S. Kawakami and S. Nishida, Characteristics of a doubly clad optical fiber with a low-index inner cladding, *IEEE J. Quantum Electron.* **10** 879-887 (1974)
- [36] S. Kawakami and S. Nishida, Perturbation theory of a doubly clad optical fiber with a low-index inner cladding, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-11** 130-138 (1975)
- [37] M. Kovačević and A. Djordjevich, *Uvod u teoriju optičkih talasovoda*, Prirodno-matematički fakultet, Kragujevac, (2008)
- [38] S. Kawakami and S. Nishida, Characteristics of cutoff modes in a symmetrical five layers slab optical waveguide with low index intermediate layers, *Trans. Inst. Electron. Comm. Eng. Jap.* **57-C** 304-311 (1974)
- [39] M. A. Losada, I. Garcés, J. Mateo, I. Salinas, J. Lou, and J. Zubía, Mode coupling contribution to radiation losses in curvatures for high and low numerical aperture plastic optical fibers, *J. Lightwave Technol.* **20** 1160–1164 (2002)
- [40] K. Takahashi, T. Ishigure, and Y. Koike, Index profile design for high-bandwidth W-shaped plastic optical fiber, *J. Lightwave Technol.* **24** 2867–2876 (2006)
- [41] M. Eve and J.H.Hannay, Ray theory and random mode coupling in an optical fibre waveguide, *Opt. Quantum Electron.* **8** 503-508 (1976)
- [42] J. Arrue, G. Aldabaldetrekua, G. Durana, J. Zubía, I. Garcés and F. Jiménez, Design of mode scramblers for step-index and graded-index plastic optical fibers, *J. Lightwave Technol.* **23** 1253-1260 (2005)
- [43] W. A. Gambling, D. N. Payne and H. Matsumura, Mode conversion coefficients in optical fibers, *Appl. Opt.* **14** 1538-1542 (1975)
- [44] M. Rousseau and L. Jeunhomme, Numerical solution of the coupled-power equation in step index optical fibers, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **25** 577-585 (1977)
- [45] A. Djordjevich and S. Savović, Investigation of mode coupling in step index plastic optical fibers using the power flow equation, *IEEE Photon. Technol. Lett.* **12** 1489-1491 (2000)
- [46] S. Savović and A. Djordjevich, Optical power flow in plastic clad silica fibers, *Appl. Opt.* **41** 7588-7591 (2002)
- [47] S. Savović and A. Djordjevich, Solution of mode coupling in step-index optical fibers by the Foker-Panck equation and the Langevin equation, *Appl. Opt.* **41** 2826-2830 (2002)
- [48] D. Gloge, Impulse response of clad optical multimode fibers, *Bell Syst. Tech. J.* **52** 801-815 (1973)

- [49] D. Gloge, E.L. Chinnock, R.D. Standley and W.S. Holden, Dispersion in Low-Loss Multimode Fiber Measured at Three Wavelengths, *Electron. Lett.* **8** 527-529 1972
- [50] D. Gloge, E. L. Chinnock and J. Stone, Dispersion Measurements in Liquied-Core Fibers, unpublished work
- [51] R. Olshansky, Mode coupling effects in graded-index optical fibers, *Appl. Opt.* **14** 935-945 (1975)
- [52] J. D. Anderson, *Computational Fluid Dynamics*, McGraw-Hill, New York (1995)
- [53] J. Caldwell, S. Savović and Y. Y. Kwan, Nodal integral and finite difference solution of one-dimensional Stefan problem, *J. Heat Transf.-Trans. ASME* **125** 523-527 (2003)
- [54] S. Savović and A. Djordjevich, Influence of initial dopant distribution in fiber core on refractive index distribution of thermally expanded core fibers, *Opt. Mat.* **30** 1427-1431 (2008)
- [55] A. Djordjevich and S. Savović, Numerical solution of the power flow equation in step index plastic optical fibers, *J. Opt. Soc. Am. B* **21** 1437-1442 (2004)
- [56] J. Zubía, G. Durana, G. Aldabaldetrekú, J. Arrue, M. A. Losada and M. Lopez-Higuera, New method to calculate mode conversion coefficients in SI multimode optical fibers, *J. Lightwave Technol.* **21** 776-781 (2003)
- [57] S. Savović and A. Djordjevich, Method for calculating the coupling coefficient in step index optical fibers, *Appl. Opt.* **46** 1477-1481 (2007)
- [58] H. Risken, *The Fokker-Planck Equation*, Springer-Verlag, Berlin (1989)
- [59] A. F. Garito, J. Wang and R. Gao, Effects of random perturbations in plastic optical fibers, *Science* **281** 962-967 (1998)
- [60] M. Tadedá, T. Horiguchi, M. Tokuda and N. Uchida, Optical loss measurement in graded index fiber using a dummy fiber, *Appl. Opt.* **18** 3272-3275 (1979)
- [61] M. Eve, A.M. Hill, D.J. Malyon, J.E. Midwinter, B.P. Nelson, J.R. Stern and J.V. Wright, Launching independent measurements of multimode fibers, 2nd Eur. Conf. on Optical Fiber Communication, Paris, 143-146 (1976)
- [62] M. Ikeda, Y. Murakami and C. Kitayama, Mode scrambler for optical fibers, *Appl.*
- [63] S. Seikai, M. Tokuda, K. Yoshida and N. Uchida, Measurement of base band frequency response of multimode fibre by using a new type of mode scrambler, *Electron. Lett.* **13** 146-147 (1977)
- [64] F.P. Kapron, *Fiber-optic test methods*, *Fiber Optics Handbook for Engineers and Scientists*, F.C. Allard, McGraw-Hill, New York (1990)

- [65] P. Toshiki, T.P. Tanaka and S. Yamada, Numerical solution of power flow equation in multimode W-type optical fibers. *Appl. Opt.* **19** 1647-1652 (1980)
- [66] P. Toshiki, T.P. Tanaka and S. Yamada, Steady-state characteristics of multimode W-type fibers. *Appl. Opt.* **18** 3261-3264 (1979)
- [67] L. Jeunhomme, M. Fraise and J.P. Pocholle, Propagation model for long step-index optical fibers. *Appl. Opt.* **15** 3040-3046 (1976)
- [68] S. Savović, A. Simović, and A. Djordjevich, Explicit finite difference solution of the power flow equation in W-type optical fibers, *Opt. Laser Technol.* **44** 1786-1790 (2012)
- [69] A. Simović, A. Djordjevich and S. Savović, Influence of depth of intermediate layer on power distribution in W-type optical fibers, *Appl. Opt.* **51** 4896-4901 (2012)
- [70] S. Savović, A. Simović, and A. Djordjevich, Influence of width of launch beam distribution on equilibrium mode distribution in W-type optical fibers, *Opt. Laser Technol.* **48** 565-569 (2013)
- [71] A. Simović, S. Savović, B. Drljača and A. Djordjevich, Influence of intermediate layer on transmission characteristics of W-type optical fibers, *Opt. Laser Technol.* **57** 209-215 (2014)
- [72] A. Simović, S. Savović, B. Drljača and A. Djordjevich, Influence of the fiber design and launch beam on transmission characteristics of W-type optical fibers, *J. Lightwave Technol.* (submitted)

САЖЕТАК

У раду су испитиване преносне карактеристике оптичких влакана са W индексом преламања помоћу временски-независне и временски-зависне једначине протока снаге. Одређене су дужине влакна на којима настају равнотежна и стационарна расподела модова, губици услед спрезања модова, фреквентни одзив и пропусни опсег за различите структурне параметре влакна, за различите углове и ширине улазног снопа снопа светлости, и за различите јачине спрезања модова. Добијени резултати се могу користити при одређивању оптималног дизајна оптичких влакана са W индексом преламања.

ABSTRACT

Time-independent and time-dependent power flow equation have been employed in order to determine transmission characteristics of W -type optical fibers. Fiber lengths at which equilibrium mode distribution and steady state distribution is achieved, mode coupling loss, frequency response and bandwidth have been determined for different structure parameters of W -type optical fiber, mean angles and widths of the launch-beam distribution, and mode coupling strengths. The results obtained could be applied when designing W -type optical fibers.

КЉУЧНЕ РЕЧИ

Оптичка влакна са W индексом преламања
Једначина протока снаге
Равнотежна расподела модова
Стационарна расподела модова
Фреквентни одзив
Пропусни опсег

KEY WORDS

W - type optical fibers
Power flow equation
Equilibrium mode distribution
Stady-state distribution
Frequency response
Bandwidth

ИНДЕКС ПОЈМОВА

- W влакно, 43
W индекс преламања, 21
Вишемодно оптичко влакно, 33
Временски-зависна једначина
 протока снаге, 110, 112
Временски-независна једначина
 протока снаге, 76
Геометријски приступ, 42
Градијентни индекс преламања, 21
Дисперзија, 36
Дужина спрезања, 82, 83, 110
Електромагнетни приступ, 42
Електромагнетни спектар, 17
Зрак, 16
Индекс преламања, 18
Искошени зраци, 32
Коефицијент слабљења, 33
Коефицијент спрезања, 74, 75, 79, 88
Коефицијент спрезања, 75
Критични угао, 20, 25
Критични угао, 25
Максвел, 49
Меридионални зраци, 31
Мешач модова, 84
Мод, 32
Модална дисперзија, 38, 71
Модално слабљење, 71
Нумеричка апертура, 27
Одбијање светлости, 18
Оптичко влакно, 21
Преламање светлости, 18
Прихватни угао, 26
Пропусни опсег, 40
Равнотежна расподела модова, 71,
 83,84
Расподела индекса преламања, 21
Светлост, 15
Снелов закон, 19
Спрезање модова
Спрезање модова, 71
Стационарна расподела модова, 71,
 81, 83
Степенасти индекс преламања, 21
Тотална унутрашња рефлексија, 20
Филтер модова, 84

БИОГРАФИЈА

Ана Симовић рођена је 02.08.1985. године у Крагујевцу, од оца Душана и мајке Милке. Завршила је основну школу Трећи крагујевачи батаљон у Крагујевцу. Прву крагујевачку гимназију, природно-математички смер, завршила је 2004. године у Крагујевцу. Исте године, уписује се на Природно-математички факултет у Крагујевцу, одсек за физику, смер физичар-информатичар. Студије је завршила 2008. године са просечном оценом у току студија 9,66 и одбрањеним дипломским радом “ Утицај ширине угаоне расподеле снаге упадног снопа светлости на спрезање модова у пластичним оптичким влакнима” са оценом 10. Током све четири године студија награђивана је као најбољи студент генерације и била прималац бројних стипендија.

Године 2008. уписује докторске академске студије на Институту за физику Природно-математичког факултета у Крагујевцу. Све предмете на докторским студијама предвиђене програмом и Статутом Факултета положила је са просечном оценом 10.

У периоду од 2009. до 2010. године Ана Симовић била је запослена на Институту за физику, Природно-математичког факултета у Крагујевцу, у звању Истраживач-приправник.

Од 2011. ангажована је у звању Истраживач-сарадник на Природно-математичком факултету у Крагујевцу на пројекту Министарства за просвету и науку под називом “*Фотонске компоненте и системи*”.

Од 2010. ангажована је у настави на вежбама из предмета на основним и мастер студијама на Институту за физику, Природно-математичког факултета у Крагујевцу.

У току свог научно-истраживачког рада објавила је седам научних радова у часописима са **ISI** листе, а од којих су четири научна рада у вези са докторском дисертацијом.



Explicit finite difference solution of the power flow equation in W-type optical fibers

Svetislav Savović^{a,*}, Ana Simović^a, Alexandar Djordjevich^b

^a Faculty of Science, University of Kragujevac, R. Domanovića 12, 34000 Kragujevac, Serbia

^b City University of Hong Kong, 83 Tat Chee Avenue, Kowloon, Hong Kong, China

ARTICLE INFO

Article history:

Received 29 November 2011

Received in revised form

27 December 2011

Accepted 12 January 2012

Available online 15 February 2012

Keywords:

W-type optical fiber

Mode coupling

Steady-state distribution

ABSTRACT

Using the power flow equation, we have calculated spatial transients of power distribution and a steady-state distribution that are due to coupling of guided to leaky modes in W-type optical fibers (doubly clad fibers). A numerical solution has been obtained by the explicit finite difference method. Results show that power distribution in W-type optical fibers depends on both the intermediate layer width and the coupling strength. W-shaped index profile of optical fibers is effective in reducing modal dispersion and therefore in improving the fiber bandwidth. We have also shown that explicit finite difference method is effective and accurate for solving the power flow equation in W-type optical fibers.

© 2012 Elsevier Ltd. All rights reserved.

1. Introduction

There has been a large increase in the demand for transmission capacity of communication links. Singly clad (SC) glass optical fibers have been the preferred transmission medium in high-capacity communications networks and long-distance communications systems. In contrast, SC plastic optical fibers (POFs) are usually considered for short data links. POF systems show limitations in the achievable transmission rate due to their limited bandwidth and high attenuation. Numerous efforts and solutions to overcome those limitations have been proposed, ranging from spatial modulation [1] and detection techniques [2], equalization [3], modal dispersion compensation [4], and restricted modal launch. In spite of variety of efforts to improve multimode fiber based systems, only limited work has been done recently in multimode-fiber profile design and analysis. For the reasons described above, there is a need for practical multimode fiber design which could result in the improvement of the fiber transmission characteristics, especially fiber bandwidth. One of the promising choices is to employ W-type fibers. Recently, it has been experimentally demonstrated that POFs with the W-shaped index profile enabled fiber bandwidths in excess of those associated with graded index POFs [5].

The W-type optical fiber has a wider transmission bandwidth and lower bending losses compared to those of a corresponding SC optical fiber. This is due to the fact that the number of guided

modes in W-type fiber is reduced because the intermediate layer decreases the effective numerical aperture of the fiber and hence the number of guided modes, and also because the guided modes are tightly confined within the core region [6]. A typical bandwidth-distance product for glass optical fibers is ~ 30 MHz km for SC and ~ 50 MHz km for W-type, whereas the corresponding figures for POFs are ~ 15 MHz km (SC) and ~ 200 MHz km (W-type) [5,7–9].

Transmission characteristics of multimode optical fibers depend strongly upon the differential mode-attenuation and rate of mode coupling. Modal attenuation is the result of light absorption and scattering in the fiber material. Mode coupling is diffraction of light that transfers power from one mode to another due to random anomalies in multimode optical fibers (microscopic bends, voids and cracks, diameter variation and density fluctuation). Due to mode coupling, steady-state power distribution is achieved at some distance z_s from the input fiber end whereby a unique normalized intensity distribution results across the far field disk pattern regardless of the mode(s) launched. Steady-state distribution indicates the complete independence of the output light distribution from launch conditions. Modal attenuation limits the power that can be transmitted along the fiber. Modal dispersion in optical fibers is reduced through mode coupling. This increases fiber bandwidth but, on the other hand, it also increases the amount of power radiated in fiber curves or bends [10], significantly changing the output-field properties and degrading the beam quality. W-type fibers, having an intermediate layer between the core and cladding, have somewhat different properties from those of SC fibers due to the existence of lossy leaky modes in the intermediate layer. Mode coupling from guided to lossy leaky modes in W-type fibers has not been fully analyzed yet. Many fiber

* Corresponding author. Fax: +381 34 335040.
E-mail address: savovic@kg.ac.rs (S. Savović).

junctions and static bends are expected in the W-type optical fiber networks, presenting an additional cause of mode coupling. Due to mode coupling, the optical energy of the low-order modes would be coupled to higher order modes even if only the low-order ones are launched selectively by the restricted launch condition. Since these higher order modes can degrade the bandwidth performance of the W-type fibers, the group delay difference among all the modes (from lowest to highest) should be minimized by the refractive index profile [11]. Because of the influence that modal attenuation, modal dispersion and mode coupling have on fiber transmission properties, it is necessary to have effective and accurate methods for calculating their rate in W-type optical fibers.

Output angular power distribution in the near and far fields of an optical fiber end has been studied extensively. By employing the power flow equation these patterns have been predicted as a function of the launch conditions and fiber length. The rate of mode coupling, which is the power transfer between modes, has been described by the “coupling coefficient” D [12–17].

In this work, using the power flow equation, we have investigated the influence of the width of the intermediate layer and the strength of mode coupling on spatial transients of power distribution as well as on the steady-state power distribution that are due to coupling of guided to leaky modes in W-type optical fibers.

2. Power flow equation

The time-independent power flow for multimode SC fibers is described by the following coupled-power Eq. [12]:

$$\frac{\partial P(\theta, z)}{\partial z} = -\alpha(\theta)P(\theta, z) + \frac{D}{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\theta \frac{\partial P(\theta, z)}{\partial \theta} \right) \quad (1)$$

This equation can be written in the following form:

$$\frac{\partial P(\theta, z)}{\partial z} = -\alpha(\theta)P(\theta, z) + \frac{D}{\theta} \frac{\partial P(\theta, z)}{\partial \theta} + D \frac{\partial^2 P(\theta, z)}{\partial \theta^2} \quad (2)$$

where $P(\theta, z)$ is the angular power distribution at distance z from the input end of the fiber, θ is the propagation angle with respect to the core axis, D is the coupling coefficient assumed constant [12,13] and $\alpha(\theta) = \alpha_0 + \alpha_d(\theta)$ is the modal attenuation, where α_0 represents conventional losses (absorption and scattering). The term α_0 leads only to a multiplier $\exp(-\alpha_0 z)$ in the solution and is thus neglected. The boundary conditions are $P(\theta_m, z) = 0$, where θ_m is the maximum propagation angle, and $D(\partial P/\partial \theta) = 0$ at $\theta = 0$.

Consider a W-type fiber with index profile shown in Fig. 1. The relative refractive index difference $\Delta_q = (n_0 - n_q)/n_0$ between the core and intermediate layer is larger than the difference $\Delta_p = (n_0 - n_p)/n_0$ between core and cladding, where n_0 , n_q and n_p are refractive indices of the core, intermediate layer and cladding, respectively. In this structure, the modes whose propagation angles are between $\theta_p \cong (2\Delta_p)^{1/2}$ and $\theta_q \cong (2\Delta_q)^{1/2}$ are leaky modes [14]. Attenuation constants of leaky modes are given as [15]:

$$\alpha_L(\theta) = \frac{4(\theta^2 - \theta_p^2)^{1/2} \theta^2 (\theta_q^2 - \theta^2)}{a(1 - \theta^2)^{1/2} \theta_q^2 (\theta_q^2 - \theta_p^2)} \exp \left[-2\delta a n_0 k_0 (\theta_q^2 - \theta^2)^{1/2} \right] \quad (3)$$

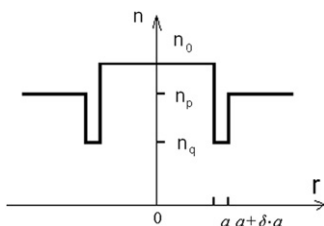


Fig. 1. Refractive index profile of a W-type fiber.

where k_0 is the free-space wave number, a is core radius and δa intermediate layer (inner cladding) width. In a SC fiber, experimental results show that attenuation remains constant throughout the guided-mode region and rises quite steeply in the radiation-mode region [16]. Consequently, the modal attenuation in a W-type fiber can be expressed as:

$$\alpha_d(\theta) = \begin{cases} 0 & \theta \leq \theta_p \\ \alpha_L(\theta) & \theta_p < \theta < \theta_q \\ \infty & \theta \geq \theta_q \end{cases} \quad (4)$$

A W-type fiber can be regarded as a system consisting of SC_q fiber and cladding. In the SC_q fiber, modes having propagation angles smaller than the critical angle θ_q can be guided. When the SC_q fiber is coupled with surrounding medium of index n_p , the lower order modes, whose propagation angles are smaller than the critical angle of the SC_p fiber θ_p , remain guided. However, the higher order modes with angles between θ_p and θ_q are transformed into leaky modes. Because of the strong dependence of $\alpha_L(\theta)$ on the intermediate layer width δa , it is expected that the steady-state characteristics of a W-type fiber also depend on δa and coincide with those of SC_p and SC_q fibers in the limits of $\delta \rightarrow 0$ and $\delta \rightarrow \infty$, respectively. These two types of fiber have quite different features and need to be evaluated carefully so that conclusions could be applied in system design.

3. Numerical method

Since analytical solution of the power flow Eq. (2) with the attenuation constants of leaky modes in the form of (3) is not known, one has to solve Eq. (2) numerically. We now report, in our knowledge for the first time, the solution of the power flow Eq. (2) in W-type optical fiber using explicit difference method (EFDM). One should mention here that with respect to the stability and accuracy, it is more difficult to numerically solve Eq. (2) with modal attenuation given by Eq. (4) than it is for the case of a singly-clad fiber where $\alpha(\theta) \approx \alpha_0 + A\theta^2$ [17].

In the 1970s and 1980s, implicit finite difference methods (IFDMs) were generally preferred over EFDMs. This trend has been changing with the advancement of computers, shifting the emphasis to EFDMs. Being often unconditionally stable, the IFDM allows larger step lengths. Nevertheless, this does not translate into IFDM's higher computational efficiency because extremely large matrices must be manipulated at each calculation step. We find that the EFDM is also simpler in addition to being computationally more efficient [14,17].

We used the central difference scheme to represent the $(\partial P(\theta, z))/\partial \theta$ and $(\partial^2 P(\theta, z))/\partial \theta^2$ terms, and the forward difference scheme for the derivative term $(\partial P(\theta, z))/\partial z$ [18]. Then, Eq. (2) reads:

$$P_{k,l+1} = \left(\frac{\Delta z D}{\Delta \theta^2} - \frac{\Delta z D}{2\theta_k \Delta \theta} \right) P_{k-1,l} + \left(1 - \frac{2\Delta z D}{\Delta \theta^2} - (\alpha_d)_k \Delta z \right) P_{k,l} + \left(\frac{\Delta z D}{2\theta_k \Delta \theta} + \frac{\Delta z D}{\Delta \theta^2} \right) P_{k+1,l} \quad (5)$$

where indexes k and l refer to the discretization step lengths $\Delta \theta$ and Δz for angle θ and length z , respectively, where:

$$(\alpha_d)_k = \begin{cases} 0 & \theta_k \leq \theta_p \\ \frac{4(\theta_k^2 - \theta_p^2)^{1/2} \theta_k^2 (\theta_q^2 - \theta_k^2)}{a(1 - \theta_k^2)^{1/2} \theta_q^2 (\theta_q^2 - \theta_p^2)} \exp \left[-2\delta a n_0 k_0 (\theta_q^2 - \theta_k^2)^{1/2} \right] & \theta_p < \theta_k < \theta_q \\ \infty & \theta_k \geq \theta_q \end{cases} \quad (6)$$

In the difference form, boundary conditions become $P_{N,l} = 0$ and $P_{0,l} = P_{1,l}$, where $N = \theta_q/\Delta \theta$ is the grid dimension in θ direction.

To prevent the problem of singularity at grid points $\theta=0$, we have used the following relation [17]:

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1}{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\theta \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) = 2 \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} \Big|_{\theta=0} \quad (7)$$

The input condition also has to be expressed in a finite difference form. For the θ_p excitation, it is in the form:

$$P(\theta, 0) = 1, \quad \text{for } 0 \leq \theta \leq \theta_p; \quad z = 0 \quad (8)$$

while for the θ_q excitation, it is in the form:

$$P(\theta, 0) = 1, \quad \text{for } 0 \leq \theta \leq \theta_q; \quad z = 0 \quad (9)$$

In this manner, we could determine angular power distribution at different lengths of W-type fiber whose intermediate layer is characterized by the width δa and depth $(\theta_q - \theta_p)$. A typical solution run takes up to 15 s on the Intel (R) Core (TM) i3 CPU 540 @ 3.07 GHz personal computer for the longest fiber analyzed (of 10 km in length).

4. Numerical results

In this paper, we analyze spatial transients of power distribution as well as a steady-state distribution for the mode coupling condition from guided to leaky modes in a W-type optical fiber. Figs. 2–4 show angular power distributions in W-type fiber for two different normalized intermediate layer widths δ ($\delta=0.2$ and 0.5 ; actual widths δa are $0.2 \cdot 30 \mu\text{m}$ and $0.5 \cdot 30 \mu\text{m}$). This was obtained by solving the power flow Eq. (2) using EFDM, for the coupling

coefficient $D=2.3 \times 10^{-7}$, 2.3×10^{-6} and $2.3 \times 10^{-5} \text{ rad}^2/\text{m}$, respectively. The fiber characteristics were: $n_0=1.46$, $\Delta_p=0.2\%$ ($\theta_p \cong 3.6^\circ$), $\Delta_q=0.7\%$ ($\theta_q \cong 6.7^\circ$) and $2a=60 \mu\text{m}$ [14]. Critical angles θ_p and θ_q are also marked in Figs. 2–4. Solid curves in the figures represent power distribution when guided and leaky modes are equally excited at the input fiber end (θ_q excitation). This exciting condition is defined as θ_q excitation. The power distributions when only guided modes are equally excited (θ_p excitation) are shown by dashed lines. One can see from Figs. 2–4 that when the launch distribution at the input end of the fiber is centered at $\theta_0=0$, with increasing distance from the input fiber end, the power distribution remains at the same angle, but its width changes. For θ_q excitation, the width of the power distribution decreases with fiber length, both for $\delta=0.2$ and 0.5 . For θ_p excitation, the width of the power distribution after initial decrease continue to increase with fiber length in the case of $\delta=0.5$, and it decreases in the case of $\delta=0.2$. For θ_q excitation, the power remains in leaky modes for a rather long transmission length for the $\delta=0.2$ case. This difference is caused by the difference in leaky mode losses. For thick intermediate layer widths, the lower leaky modes are substantially guided because of the low leaky modes losses. One can observe in Figs. 2–4 that for identical intermediate layer widths, the power distribution shifts towards that of the SC_q fiber as the coupling strength becomes larger. Power distributions gradually approach certain steady-state distributions as the transmission length increases for any excitation condition. Steady-state distribution varies not only with the intermediate layer width but also with the mode coupling strength. With decreasing the width of the

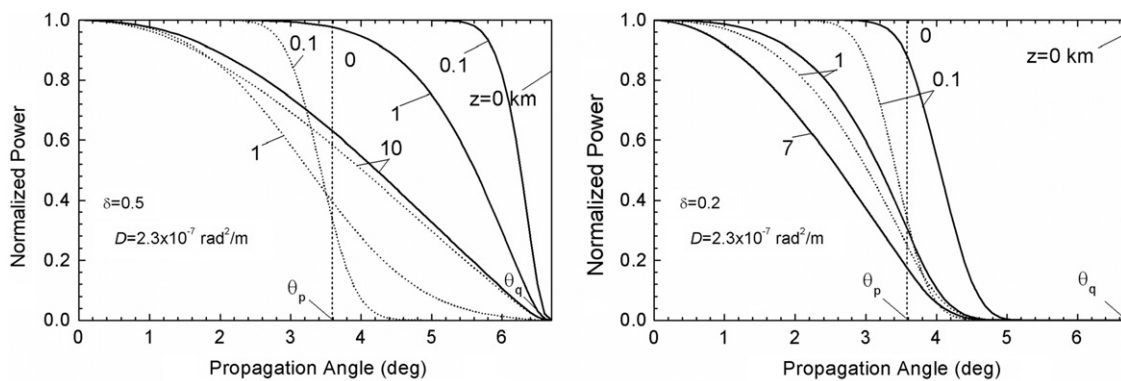


Fig. 2. Spatial transient of power distributions for $\delta=0.5$ (the graph at left) and $\delta=0.2$ (right) and for the coupling coefficient $D=2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$ (centrally launched input). The power distributions when only guided modes are equally excited (θ_p excitation) are shown by dashed lines. Solid curves in the figures represent power distribution when guided and leaky modes are equally excited at the input fiber end (θ_q excitation).

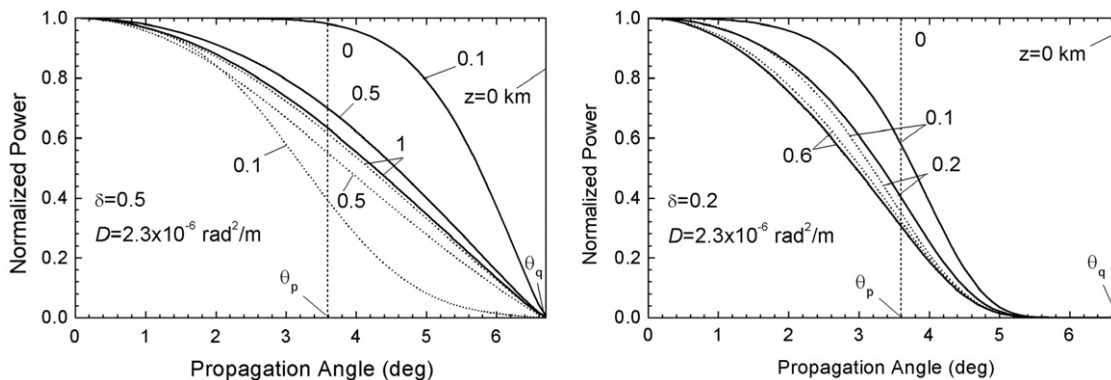


Fig. 3. Spatial transient of power distributions for $\delta=0.5$ (left) and $\delta=0.2$ (right) and for the coupling coefficient $D=2.3 \times 10^{-6} \text{ rad}^2/\text{m}$ (centrally launched input). The power distributions when only guided modes are equally excited (θ_p excitation) are shown by dashed lines. Solid curves in the figures represent power distribution when guided and leaky modes are equally excited at the input fiber end (θ_q excitation).

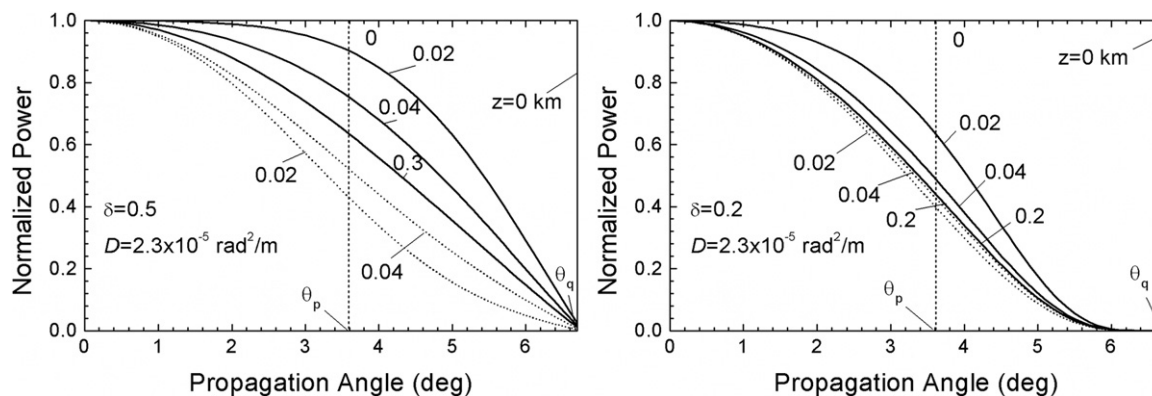


Fig. 4. Spatial transient of power distributions for $\delta=0.5$ (left) and $\delta=0.2$ (right) and for the coupling coefficient $D=2.3 \times 10^{-5} \text{ rad}^2/\text{m}$ (centrally launched input). The power distributions when only guided modes are equally excited (θ_p excitation) are shown by dashed lines. Solid curves in the figures represent power distribution when guided and leaky modes are equally excited at the input fiber end (θ_q excitation).

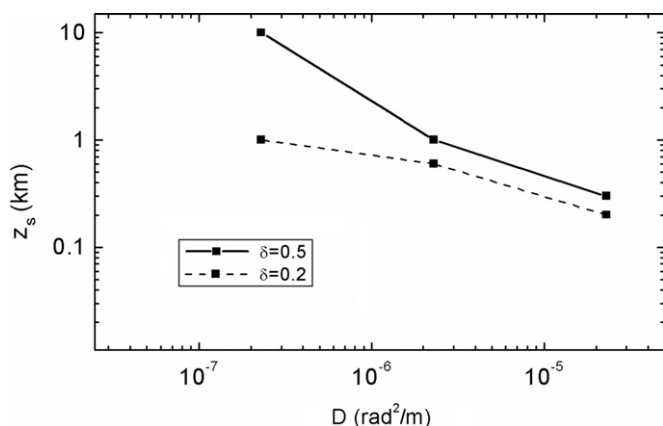


Fig. 5. Fiber length z_s at which the steady-state distribution is achieved. (Lines are drawn for visual aid.)

intermediate layer, there is a decrease in the fiber length z_s which is necessary for achieving the steady-state distribution. It can be seen from Fig. 5 that this length also decreases with increasing the strength of mode coupling, which is more pronounced in the case of $\delta=0.5$ for weaker mode coupling.

It is well known that an increase in mode coupling improves the fiber bandwidth. It can be seen from Fig. 5 that increase of mode coupling results in the decrease of the length at which a steady-state distribution is achieved. It can also be seen from Fig. 5 that the length of fiber at which a steady-state distribution is achieved is shorter for thinner intermediate layer width. Therefore one can conclude that fiber bandwidth can be improved either by reducing the intermediate layer width or strengthening the mode coupling process. Since the mode coupling increase results in an increased steady-state loss, in practice a trade-off relation between bandwidth and loss has to be considered.

5. Conclusion

We report on the explicit difference solution of the power flow equation in multimode W-type optical fibers. Spatial transients of the power distribution for different intermediate layer widths are calculated. They approach certain steady-state distribution determined by the structural parameters and strength of mode coupling. Calculated power distributions vary between those of the reference SC_q and SC_p fibers with the width of the

intermediate layer. This behavior is due to the difference in leaky modes losses for different intermediate layer widths. We have obtained that with increasing the strength of mode coupling, there is a decrease in the W-type fiber length that is necessary for achieving the steady-state distribution. This dependence is more pronounced in the case of thicker intermediate layer for weaker mode coupling. This length also decreases with decreasing the width of the intermediate layer. Finally, we have shown that the explicit finite difference method is effective and accurate for solving the power flow equation for W-type optical fibers.

Acknowledgments

The work described in this paper was supported by a grant from Serbian Ministry of Education and Science [Project No. 171011].

References

- [1] Tyler EJ, Webster M, Pentyl RV, White IH, Yu S, Rorison J. Subcarrier modulated transmission of 2.5 Gb/s over 300 m of 62.5- μm -core diameter multimode fiber. *IEEE Photonics Technology Letters* 2002;14:1743–5.
- [2] Patel KM, Ralph SE. Enhanced multimode fiber link performance using a spatially resolved receiver. *IEEE Photonics Technology Letters* 2002;14:393–5.
- [3] Zhao X, Choa FS. Demonstration of 10 Gb/s transmission over 1.5-km-long multimode fiber using equalization techniques. *IEEE Photonics Technology Letters* 2002;14:1187–9.
- [4] Abbott JS, Smith GE, and Truesdale CM. "Multimode fiber link dispersion compensator," U.S. Patent 6 363 195, 2002.
- [5] Ishigure T, Kano M, Koike Y. Which is more serious factor to the bandwidth of GI POF: differential mode attenuation or mode coupling? *Journal of Lightwave Technology* 2000;18:959–65.
- [6] Mikoshiba K, Kajioka H. Transmission characteristics of multimode W-type optical fiber: experimental study of the effect of the intermediate layer. *Applied Optics* 1978;17:2836–41.
- [7] Tanaka T, Yamada S, Sumi M, Mikoshiba K. Microbending losses of doubly clad (W-type) optical fibers. *Applied Optics* 1977;18:2391–4.
- [8] Daum W, Krauser J, Zamzow PE, Ziemann O. *Polymer Optical Fibers for Data Communication*. Berlin: Springer; 2002.
- [9] Yamashita T, Kagami M. Fabrication of light-induced self-written waveguides with a W-shaped refractive index profile. *Journal of Lightwave Technology* 2005;23:2542–8.
- [10] Losada MA, Garcés I, Mateo J, Salinas I, Lou J, Zubía J. Mode coupling contribution to radiation losses in curvatures for high and low numerical aperture plastic optical fibers. *Journal of Lightwave Technology* 2002;20:1160–4.
- [11] Takahashi K, Ishigure T, Koike Y. Index profile design for high-bandwidth W-shaped plastic optical fiber. *Journal of Lightwave Technology* 2006;24:2867–76.
- [12] Gloge D. Optical power flow in multimode fibers. *Bell Systematics Technical Journal* 1972;51:1767–83.

- [13] Rousseau M, Jeunhomme L. Numerical solution of the coupled-power equation in step index optical fibers. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 1977;25:577–85.
- [14] Tanaka TP, Yamada S. Numerical solution of power flow equation in multimode W-type optical fibers. *Applied Optics* 1980;19:1647–52.
- [15] Tanaka TP, Yamada S. Steady-state characteristics of multimode W-type fibers. *Applied Optics* 1979;18:3261–4.
- [16] Jeunhomme L, Fraise M, Pocholle JP. Propagation model for long step-index optical fibers. *Applied Optics* 1976;15:3040–6.
- [17] Djordjevich A, Savović S. Numerical solution of the power flow equation in step index plastic optical fibers. *Journal of the Optical Society of America B* 2004;21:1437–42.
- [18] Anderson JD. *Computational Fluid Dynamics*. New York: Mc Graw-Hill; 1995.

Influence of depth of intermediate layer on optical power distribution in W-type optical fibers

Ana Simović,¹ Alexandar Djordjevich,² and Svetislav Savović^{1,*}

¹University of Kragujevac, Faculty of Science, R. Domanovića 12, 34000 Kragujevac, Serbia

²City University of Hong Kong, 83 Tat Chee Avenue, Kowloon, Hong Kong, China

*Corresponding author: savovic@kg.ac.rs

Received 30 March 2012; revised 24 May 2012; accepted 29 May 2012;
posted 30 May 2012 (Doc. ID 165788); published 9 July 2012

For different depth and width of the intermediate layer, a power flow equation is used to calculate spatial transients and steady state of power distribution in W-type optical fibers (doubly clad fibers with three layers). A numerical solution has been obtained by the explicit finite difference method. Results show how the power distribution in W-type optical fibers varies with the depth of the intermediate layer for different values of intermediate layer width and coupling strength. We have found that with increasing depth of the intermediate layer, the fiber length at which the steady-state distribution is achieved increases. Such characterization of these fibers is consistent with their manifested effectiveness in reducing modal dispersion and improving bandwidth. © 2012 Optical Society of America

OCIS codes: 060.2310, 060.2400.

1. Introduction

Optical fiber communication links have been facing ever-increasing expectations for capacity and range. The transmission medium for most long-distance communication or high-capacity networks have been glass optical fibers with single cladding (SC). Application of plastic optical fibers (POFs) in communication has been limited to short data links and local area networks because of these fibers' comparatively high attenuation and modest bandwidth that limit the transmission rate. Attempts to surpass these performance confines include spatial modulation [1] and detection techniques [2], equalization [3], modal dispersion compensation [4], and restricted modal launch. Yet comparatively little attention has been devoted to the analysis and design of the profile of the multimode fiber with a view of advancing fiber characteristics, particularly transmission bandwidth. With their intermediate layer, the three-layered W-type POFs have potential in this

respect as their bandwidths have been shown experimentally to exceed those of graded index POFs [5].

Waveguide dispersion is smaller in the W-type fiber than it is in the SC fiber [6]. The W-type fiber is also easier to splice. It has a wide transmission bandwidth and lower bending losses compared to a corresponding SC fiber because the number of guided modes in the W-type fiber is reduced. The reduction is by the intermediate layer, which decreases the fiber's effective numerical aperture, and therefore the number of guided modes, and confines the guided modes tighter to the core [7]. In the case of glass optical fibers, while the bandwidth–distance product is typically around 30 MHz · km for the SC variety, it is around 50 MHz · km for the W-type. For POFs, these figures would typically be 15 MHz · km for the SC and 200 MHz · km for the W-type [5,8–10] fibers.

Mode coupling and differential-mode attenuation strongly affect the transmission performance of multimode optical fibers. The latter is a consequence of absorption and scattering of light within the fiber material, which reduces the transmitted power. The former is a form of light diffraction, which transfers power between individual modes and is caused

by fiber anomalies that are random in nature (such as cracks, voids, microscopic bends, and density and diameter/shape variation). Mode coupling leads to the formation of a steady-state power distribution that is reached some distance z_s from the input fiber end. This steady state is characterized by the development of an intensity distribution in the far field that is one and the same whatever the launch mode that produced it. In other words, the steady-state output light distribution is independent from launch conditions.

On the positive side, mode coupling reduces modal dispersion, thus increasing fiber bandwidth. The negative consequence of mode coupling is that it increases loss in fiber curves [11], changes properties of the output field, and degrades the quality of the beam. With their intermediate layer situated between the cladding and core, W-type fiber properties differ from the ones pertaining to SC fibers. This is because of the lossy, leaky modes in the intermediate layer. The coupling of modes from guided to lossy, leaky ones in W-type fibers has not been explained in the literature sufficiently. Bends and junctions of the fiber are expected in any optical fiber network, including a W-type fiber network, representing one more cause of coupling. It causes the energy carried by the low-order modes to couple to higher-order ones. Consequently, regardless of whether only the low-order modes were launched by selectively restricted conditions, higher-order modes will always appear in the output. Such higher-order modes reduce bandwidth of the W-type fiber and necessitate that the group delay difference between modes be minimized by optimizing the fiber's refractive index profile [12]. As modal attenuation, coupling, and dispersion affect transmission of the W-type optical fiber, methods for calculating their rates are needed.

Much work has been reported about the angular power distribution across the near and far field output from the fiber end. The use of the power flow equation was reported in determining these distributions and predicting them for the given fiber length and launch input, whereby the power transfer between modes as the rate of mode coupling was modeled by the coupling coefficient D [13–18]. Concatenating to this approach, we investigated in this work how the depth of the intermediate layer of W-type optical fibers influences the coupling of guided to leaky modes and the consequent transient and steady-state power distribution across the fiber.

2. Power Flow Equation

The time-independent power flow for multimode SC fibers is described by the following coupled-power equation [13]:

$$\frac{\partial P(\theta, z)}{\partial z} = -\alpha(\theta)P(\theta, z) + \frac{D}{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\theta \frac{\partial P(\theta, z)}{\partial \theta} \right). \quad (1)$$

This equation can be written in the form

$$\frac{\partial P(\theta, z)}{\partial z} = -\alpha(\theta)P(\theta, z) + \frac{D}{\theta} \frac{\partial P(\theta, z)}{\partial \theta} + D \frac{\partial^2 P(\theta, z)}{\partial \theta^2}, \quad (2)$$

where $P(\theta, z)$ is the angular power distribution at distance z from the input end of the fiber, θ is the propagation angle with respect to the core axis, D is the coupling coefficient assumed constant [13,14], and $\alpha(\theta) = \alpha_0 + \alpha_d(\theta)$ is the modal attenuation, where α_0 represents conventional losses (absorption and scattering). The term α_0 leads only to a multiplier $\exp(-\alpha_0 z)$ in the solution and is thus neglected. The boundary conditions are $P(\theta_m, z) = 0$, where θ_m is the maximum propagation angle, and $D(\partial P/\partial \theta) = 0$ at $\theta = 0$.

Consider a W-type fiber with index profile shown in Figure 1. The relative refractive index difference $\Delta_q = (n_0 - n_q)/n_0$ between the core and intermediate layer is larger than the difference $\Delta_p = (n_0 - n_p)/n_0$ between core and cladding, where n_0 , n_q , and n_p are refractive indices of the core, intermediate layer, and cladding, respectively. In this structure, the modes whose propagation angles are between $\theta_p \cong (2\Delta_p)^{1/2}$ and $\theta_q \cong (2\Delta_q)^{1/2}$ are leaky modes [15]. Attenuation constants of leaky modes are given as [16]

$$\alpha_L(\theta) = \frac{4(\theta^2 - \theta_p^2)^{1/2} \theta^2 (\theta_q^2 - \theta^2)}{a(1 - \theta^2)^{1/2} \theta_q^2 (\theta_q^2 - \theta^2)} \times \exp[-2\delta a n_0 k_0 (\theta_q^2 - \theta^2)^{1/2}], \quad (3)$$

where k_0 is the free-space wave number, a is core radius, and δ is intermediate layer (inner cladding) width. In an SC fiber, experimental results show that attenuation remains constant throughout the guided-mode region and rises quite steeply in the radiation-mode region [17]. Consequently, the modal attenuation in a W-type fiber can be expressed as

$$\alpha_d(\theta) = \begin{cases} 0 & \theta \leq \theta_p \\ \alpha_L(\theta) & \theta_p < \theta < \theta_q \\ \infty & \theta \geq \theta_q \end{cases}. \quad (4)$$

A W-type fiber can be regarded as a system consisting of SC_q fiber and cladding. In the SC_q fiber, modes having propagation angles smaller than the critical angle θ_q can be guided. When the SC_q fiber is coupled

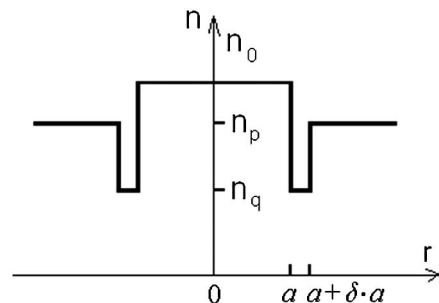


Fig. 1. Refractive index profile of a W-type fiber [15].

with surrounding medium of index n_p , the lower-order modes, whose propagation angles are smaller than the critical angle of the SC_p fiber θ_p , remain guided. However, the higher-order modes with angles between θ_p and θ_q are transformed into leaky modes. It is shown that because of the strong dependence of $\alpha_L(\theta)$ on the intermediate layer width δa , steady-state characteristics of a W-type fiber depend on δa and coincide with those of SC_p and SC_q fibers in the limits of $\delta \rightarrow 0$ and $\delta \rightarrow \infty$, respectively [16,19]. Another parameter that influences the power distribution in W-type optical fibers is depth of intermediate layer (Fig. 1). In this work, we investigate how this depth influences the power distribution in W-type optical fibers for different values of intermediate layer width δa and coupling strength D . The results obtained could be applied when designing W-type optical fibers.

3. Numerical Method

Because an analytical solution of the power flow equation [Eq. (2)] with the attenuation constants of leaky modes in the form of Eq. (3) is not available, one has to solve it numerically. We have done that for the W-type optical fiber using the explicit difference method (EFDM). We used the central difference scheme to represent the $(\partial P(\theta, z))/\partial \theta$ and $(\partial^2 P(\theta, z))/\partial \theta^2$ terms, and the forward difference scheme for the derivative term $(\partial P(\theta, z))/\partial z$ [20]. Then, Eq. (2) reads

$$P_{k,l+1} = \left(\frac{\Delta z D}{\Delta \theta^2} - \frac{\Delta z D}{2\theta_k \Delta \theta} \right) P_{k-1,l} + \left(1 - \frac{2\Delta z D}{\Delta \theta^2} - (\alpha_d)_k \Delta z \right) P_{k,l} + \left(\frac{\Delta z D}{2\theta_k \Delta \theta} + \frac{\Delta z D}{\Delta \theta^2} \right) P_{k+1,l}, \quad (5)$$

where indexes k and l refer to the discretization step lengths $\Delta \theta$ and Δz for angle θ and length z , respectively, where

$$(\alpha_d)_k = \begin{cases} 0 & \theta_k \leq \theta_p \\ \frac{4(\theta_k^2 - \theta_p^2)^{1/2} \theta_k^2 (\theta_q^2 - \theta_k^2)}{\alpha(1 - \theta_k^2)^{1/2} \theta_q^2 (\theta_q^2 - \theta_p^2)} \exp[-2\delta a n_0 k_0 (\theta_q^2 - \theta_k^2)^{1/2}] & \theta_p < \theta_k < \theta_q \\ \infty & \theta_k \geq \theta_q \end{cases} \quad (6)$$

In the difference form, boundary conditions become $P_{N,l} = 0$ and $P_{0,l} = P_{1,l}$, where $N = \theta_q/\Delta \theta$ is the grid dimension in θ direction. To prevent the problem of singularity at grid points $\theta = 0$, we have used the following relation [18]:

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1}{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\theta \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) = 2 \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} \Big|_{\theta=0}. \quad (7)$$

The input condition also has to be expressed in a finite difference form. For the θ_p excitation, it is

$$P(\theta, 0) = 1, \quad \text{for } 0 \leq \theta \leq \theta_p; \quad z = 0, \quad (8)$$

while for the θ_q excitation it is in the form

$$P(\theta, 0) = 1, \quad \text{for } 0 \leq \theta \leq \theta_q; \quad z = 0. \quad (9)$$

In this manner, we could determine angular power distribution at different lengths of W-type fiber.

4. Numerical Results

In this paper, we analyze spatial transients of power distribution as well as the steady-state distribution for the coupling of guided to leaky modes in a W-type optical fiber. The fiber structural characteristics were $\Delta_p = 0.2\%$ ($\theta_p \cong 3.6^\circ$), $\Delta_q = 0.7\%$ ($\theta_q \cong 6.76^\circ$), and $2a = 60 \mu\text{m}$ [15,19]. Further, $n_0 = 1.46$ and $\lambda = 840 \text{ nm}$ were used in the calculations. In order to investigate the influence of depth of the intermediate layer on the power distribution in this fiber, we consider the case when the core index n_0 and outer cladding index n_p are fixed. The depth of the intermediate layer is varied by changing the initial value of $\Delta_q = 0.7\%$ for ± 15 and $\pm 25\%$; thus we analyzed cases where $\Delta_q = 0.525\%$ ($\theta_q \cong 5.87^\circ$), $\Delta_q = 0.595\%$ ($\theta_q \cong 6.25^\circ$), $\Delta_q = 0.7\%$ ($\theta_q \cong 6.76^\circ$), $\Delta_q = 0.805\%$ ($\theta_q \cong 7.27^\circ$), and $\Delta_q = 0.875\%$ ($\theta_q \cong 7.58^\circ$). The change in θ_q for constant θ_p changes the number of leaky modes as well as their attenuation [Eq. (3)]. Leaky mode losses for different intermediate layer depths are shown in Figure 2. One can observe in this figure that when the intermediate layer width is constant ($\delta = 0.2$), the leaky mode loss changes significantly with the intermediate layer depth.

We solved the power flow Eq. (2) using EFDM for the coupling coefficient $D = 2.3 \times 10^{-7}$, 2.3×10^{-6} , and $2.3 \times 10^{-5} \text{ rad}^2/\text{m}$ and for two different normalized intermediate layer widths δ ($\delta = 0.2$ and 0.5 ; actual widths $\delta \cdot a$ are $0.2 \cdot 30 \mu\text{m}$ and $0.5 \cdot 30 \mu\text{m}$). The relevant numerical values obtained for different

intermediate layer depths are summarized in Table 1 to facilitate easier comparisons. As an illustration, Figs. 3, 4, 5, 6, and 7 show angular power distributions in W-type fiber for different depths of the intermediate layer, for intermediate layer width $\delta = 0.2$, and for the coupling coefficient $D = 2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$. Critical angles θ_p and θ_q are also marked in Figs. 3, 4, 5, 6, and 7. Solid curves

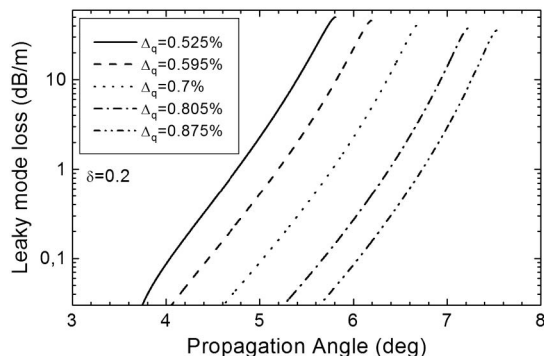


Fig. 2. Leaky mode loss for different intermediate layer depths.

in the figures represent power distribution when guided and leaky modes are equally excited at the input fiber end ($z = 0$). This excitation condition is referred to as the θ_q excitation. The power distributions when only guided modes are equally excited (θ_p excitation) are shown by dashed lines.

One can observe from Figures 3, 4, 5, 6, and 7 that when the launch distribution at the input end of the fiber is centered at $\theta_0 = 0$, the power distribution remains at the same angle as the distance from

Table 1. W-type Fiber Length z_s at which the Steady-state Distribution Is Achieved for Different Values of the Coupling Coefficient D , Intermediate Layer Width δ , and Intermediate Layer Depth Δ_q

$D(\text{rad}^2/\text{m})$	δ	$\Delta_q(\%)$	$z_s(\text{m})$
2.3×10^{-7}	0.2	0.525	3500
		0.595	4000
		0.7	4700
		0.805	5000
		0.875	5500
	0.5	0.525	7500
		0.595	9000
		0.7	11000
		0.805	12000
		0.875	13000
2.3×10^{-6}	0.2	0.525	400
		0.595	500
		0.7	600
		0.805	700
		0.875	800
	0.5	0.525	900
		0.595	1000
		0.7	1100
		0.805	1300
		0.875	1400
2.3×10^{-5}	0.2	0.525	50
		0.595	70
		0.7	80
		0.805	110
		0.875	120
	0.5	0.525	100
		0.595	120
		0.7	130
		0.805	160
		0.875	180

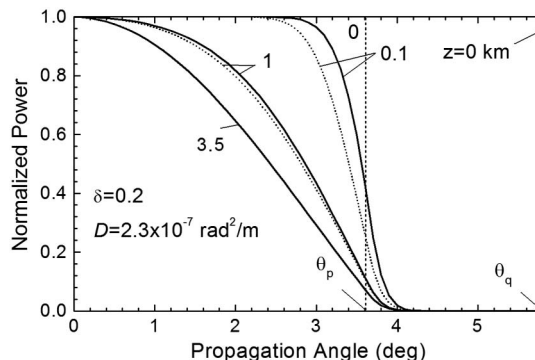


Fig. 3. Spatial transient of power distributions for $\Delta_q = 0.525\%$, $\delta = 0.2$ and for the coupling coefficient $D = 2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$ (centrally launched input). Shown by dashed lines are the power distributions resulting when only the guided modes are excited and are excited equally (the θ_p excitation). Solid curves in the figures represent power distribution when guided and leaky modes are equally excited at the input fiber end (the θ_q excitation).

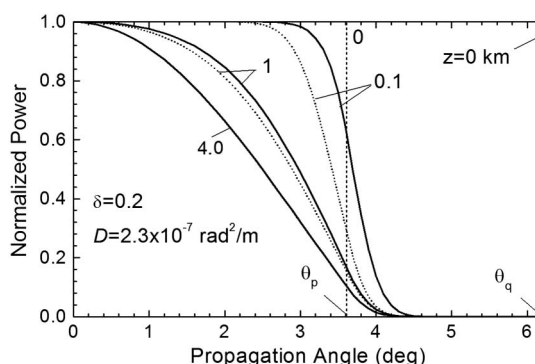


Fig. 4. Spatial transient of power distributions for $\Delta_q = 0.595\%$, $\delta = 0.2$ and for the coupling coefficient $D = 2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$ (centrally launched input). Shown by dashed lines are the power distributions resulting when only the guided modes are excited and are excited equally (the θ_p excitation). Solid curves in the figures represent power distribution when guided and leaky modes are equally excited at the input fiber end (the θ_q excitation).

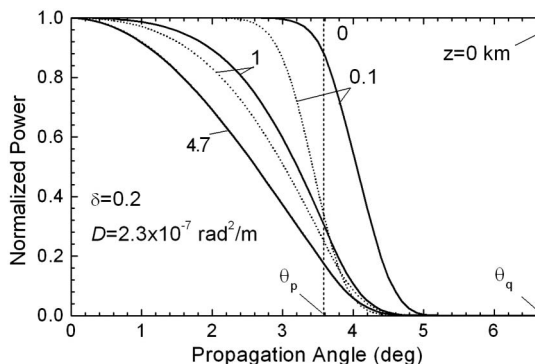


Fig. 5. Spatial transient of power distributions for $\Delta_q = 0.7\%$, $\delta = 0.2$ and for the coupling coefficient $D = 2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$ (centrally launched input). Shown by dashed lines are the power distributions resulting when only the guided modes are excited and are excited equally (the θ_p excitation). Solid curves in the figures represent power distribution when guided and leaky modes are equally excited at the input fiber end (the θ_q excitation).

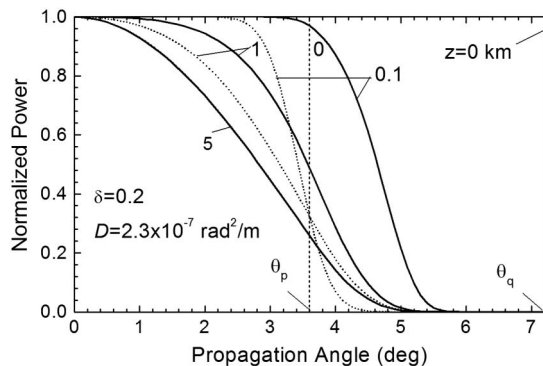


Fig. 6. Spatial transient of power distributions for $\Delta_q = 0.805\%$, $\delta = 0.2$ and for the coupling coefficient $D = 2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$ (centrally launched input). Shown by dashed lines are the power distributions resulting when only the guided modes are excited and are excited equally (the θ_p excitation). Solid curves in the figures represent power distribution when guided and leaky modes are equally excited at the input fiber end (the θ_q excitation).

the input fiber end increases, but its width changes. Both for θ_q excitation and θ_p excitation, the width of the power distribution decreases with fiber length for all values of Δ_q that were analyzed (0.525%, 0.595%, 0.7%, 0.805%, and 0.875%). For θ_q excitation, the power remains in leaky modes for the longest transmission lengths in the case of the largest depth ($\Delta_q = 0.875\%$) of the intermediate layer. One can observe from Table 1 that with the increasing depth of the intermediate layer, the fiber length z_s necessary for achieving the steady-state distribution increases for all values of the coupling coefficient D and intermediate layer width δ that were analyzed. The reason for this is in the number of leaky modes. The larger this number (larger Δ_q and consequently θ_q), the longer fiber length it takes for the coupling process to complete.

We have also obtained that for the fixed intermediate layer width and depth, the power distribution shifts towards that of the SC_q fiber as the coupling

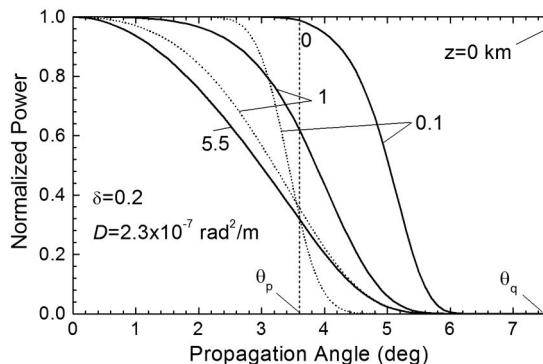


Fig. 7. Spatial transient of power distributions for $\Delta_q = 0.875\%$, $\delta = 0.2$ and for the coupling coefficient $D = 2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$ (centrally launched input). Shown by dashed lines are the power distributions resulting when only the guided modes are excited and are excited equally (the θ_p excitation). Solid curves in the figures represent power distribution when guided and leaky modes are equally excited at the input fiber end (the θ_q excitation).

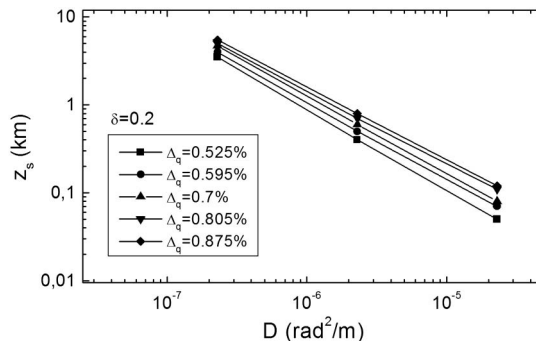


Fig. 8. Fiber length z_s at which the steady-state distribution is achieved. (Curves are drawn for visual aid.)

strength becomes larger. Power distributions gradually approach certain steady-state distributions as the transmission length increases for any excitation condition. Steady-state distribution varies not only with the intermediate layer width and depth but also with the strength of mode coupling. The fiber length z_s necessary for achieving the steady-state distribution decreases with the increasing strength of mode coupling (Fig. 8).

Finally, because leaky mode loss decreases with increasing the width of the intermediate layer, power remains in leaky modes for a rather long transmission length in the case of $\delta = 0.5$, which results in longer fiber length, which is necessary for achieving the steady-state distribution if compared to that of the $\delta = 0.2$ case. Thus the bandwidth can be improved by reducing the intermediate-layer width, which results in faster attenuation of leaky modes.

5. Conclusion

Spatial transients and a steady state of the power distribution are calculated by the power flow equation for different intermediate-layer depths and widths of multimode W-type optical fibers. It is found that the deeper this layer, the longer length z_s it takes to achieve the steady-state distribution. This is explained by the correspondingly increasing number of leaky modes. It is similarly shown that the stronger the mode coupling, the shorter the W-type fiber it takes for the power distribution to reach its steady state. We have also obtained that, because leaky mode loss decreases with increasing the width of the intermediate layer, power remains in leaky modes for a rather long transmission length in the case of $\delta = 0.5$, which results in longer fiber length, which is necessary for achieving the steady-state distribution if compared to that of the $\delta = 0.2$ case. As a consequence, the bandwidth improvement can be achieved by reducing the intermediate-layer width.

The work described in this paper was supported by a grant from the Serbian Ministry of Education and Science [Project No. 171011].

References

1. E. J. Tyler, M. Webster, R. V. Pentz, I. H. White, S. Yu, and J. Rorison, "Subcarrier modulated transmission of 2.5 Gb/s over

- 300 m of 62.5 μm -core diameter multimode fiber," *IEEE Photon. Technol. Lett.* **14**, 1743–1745 (2002).
2. K. M. Patel and S. E. Ralph, "Enhanced multimode fiber link performance using a spatially resolved receiver," *IEEE Photon. Tech. Lett.* **14**, 393–395 (2002).
 3. X. Zhao and F. S. Choa, "Demonstration of 10 Gb/s transmission over 1.5 km-long multimode fiber using equalization techniques," *IEEE Photon. Tech. Lett.* **14**, 1187–1189 (2002).
 4. J. S. Abbott, G. E. Smith, and C. M. Truesdale, "Multimode fiber link dispersion compensator," U.S. patent 6,363,195 (26 March 2002).
 5. T. Ishigure, M. Kano, and Y. Koike, "Which is more serious factor to the bandwidth of GI POF: differential mode attenuation or mode coupling?," *J. Lightwave Technol.* **18**, 959–965 (2000).
 6. S. Kawakami and S. Nishida, "Characteristics of a doubly-clad optical fiber with a low-index inner cladding," *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **10**, 879–887 (1974).
 7. K. Mikoshiba and H. Kajioka, "Transmission characteristics of multimode W-type optical fiber: experimental study of the effect of the intermediate layer," *Appl. Opt.* **17**, 2836–2841 (1978).
 8. T. Tanaka, S. Yamada, M. Sumi, and K. Mikoshiba, "Microbending losses of doubly clad (W-type) optical fibers," *Appl. Opt.* **16**, 2391–2394 (1977).
 9. W. Daum, J. Krauser, P. E. Zamzow, and O. Ziemann, *Polymer Optical Fibers for Data Communication* (Springer, 2002).
 10. T. Yamashita and M. Kagami, "Fabrication of light-induced self-written waveguides with a W-shaped refractive index profile," *J. Lightwave Technol.* **23**, 2542–2548 (2005).
 11. M. A. Losada, I. Garcés, J. Mateo, I. Salinas, J. Lou, and J. Zubia, "Mode coupling contribution to radiation losses in curvatures for high and low numerical aperture plastic optical fibers," *J. Lightwave Technol.* **20**, 1160–1164 (2002).
 12. K. Takahashi, T. Ishigure, and Y. Koike, "Index profile design for high-bandwidth W-shaped plastic optical fiber," *J. Lightwave Technol.* **24**, 2867–2876 (2006).
 13. D. Gloge, "Optical power flow in multimode fibers," *Bell Syst. Tech. J.* **51**, 1767–1783 (1972).
 14. M. Rousseau and L. Jeunhomme, "Numerical solution of the coupled-power equation in step index optical fibers," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **25**, 577–585 (1977).
 15. T. P. Tanaka and S. Yamada, "Numerical solution of power flow equation in multimode W-type optical fibers," *Appl. Opt.* **19**, 1647–1652 (1980).
 16. T. P. Tanaka and S. Yamada, "Steady-state characteristics of multimode W-type fibers," *Appl. Opt.* **18**, 3261–3264 (1979).
 17. L. Jeunhomme, M. Fraise, and J. P. Pocholle, "Propagation model for long step-index optical fibers," *Appl. Opt.* **15**, 3040–3046 (1976).
 18. A. Djordjevich and S. Savović, "Numerical solution of the power flow equation in step index plastic optical fibers," *J. Opt. Soc. Am. B* **21**, 1437–1442 (2004).
 19. S. Savović, A. Simović, and A. Djordjevich, "Explicit finite difference solution of the power flow equation in W-type optical fibers," *Opt. Laser Technol.* **44**, 1786–1790 (2012).
 20. J. D. Anderson, *Computational Fluid Dynamics* (McGraw-Hill, 1995).



Influence of width of launch beam distribution on equilibrium mode distribution in W-type glass optical fibers

Svetislav Savović^{a,b,*}, Ana Simović^a, Alexandar Djordjevich^b

^a University of Kragujevac, Faculty of Science, R. Domanovića 12, 34000 Kragujevac, Serbia

^b City University of Hong Kong, 83 Tat Chee Avenue, Kowloon, Hong Kong, China

ARTICLE INFO

Article history:

Received 12 October 2012

Received in revised form

25 November 2012

Accepted 27 November 2012

Keywords:

W-type glass optical fiber

Power flow equation

Equilibrium mode distribution

ABSTRACT

Power flow equation is used to calculate spatial transients and equilibrium mode distribution in W-type glass optical fibers (doubly clad fibers with three layers). A numerical solution has been obtained by the explicit finite difference method. For the first time, we have shown how the coupling length for achieving the equilibrium mode distribution in W-type glass optical fibers varies with the depth and width of the intermediate layer and coupling strength for different widths of launch beam distribution. Such characterization of these fibers is consistent with their manifested effectiveness in reducing modal dispersion and bending loss.

© 2012 Elsevier Ltd. All rights reserved.

1. Introduction

The transmission medium for most long-distance communication or high-capacity networks have been glass optical fibers with single cladding (SC). Application of plastic optical fibers (POFs) in communication has been limited to short data links and local area networks because of these fibers' comparatively high attenuation and modest bandwidth that limited the transmission rate. Attempts to surpass these performance confines included spatial modulation [1] and detection techniques [2], equalization [3], modal dispersion compensation [4], and restricted modal launch. Yet, comparatively little attention was devoted to the analysis and design of the profile of the multimode fiber with a view of advancing fiber characteristics, particularly its transmission bandwidth. With their intermediate layer, the three-layered W-type POFs have potential in this respect as their bandwidths were shown experimentally to exceed those of graded index POFs [5].

Waveguide dispersion is smaller in the W-type fiber than it is in the SC fiber. It has a wide transmission bandwidth and lower bending losses compared to a corresponding SC fiber because the number of guided modes in the W-type fiber is reduced. The reduction is by the intermediate layer, which decreases the fiber's effective numerical aperture and therefore the number of guided modes, and confines the guided modes tighter to the core [6]. In the case of glass optical fibers, while the bandwidth-distance

product is typically around 30 MHz km for the SC variety, it is around 50 MHz km for the W-type. For POFs, these figures would typically be 15 MHz km for the SC and 200 MHz · km for the W-type [5,7–9] fibers.

Differential mode-attenuation and mode coupling strongly affect the transmission performance of multimode optical fibers. The former is a consequence of absorption and scattering of light within the fiber material, which reduces the transmitted power. The latter is a form of light diffraction, which transfers power between individual modes and is caused by random fiber-anomalies (such as cracks, voids, microscopic bends, density and diameter/shape variation). On the positive side, mode coupling reduces modal dispersion thus increasing fiber bandwidth. Namely, the transfer of energy between modes with different propagation velocities tends to average out the total propagation delays, thus reducing the intermodal dispersion and increasing the fiber bandwidth. The negative consequence of mode coupling is that it increases fiber loss, especially in curved fiber [10], changes properties of the output-field and degrades the quality of the beam. With their intermediate layer situated in-between the cladding and core, W-type fiber properties differ from the ones pertaining to SC fibers. This is because of the lossy leaky modes that are found in the intermediate layer. The coupling of modes from guided to lossy leaky ones in W-type fibers was not explained in the literature sufficiently. Bends and junctions of the fiber are expected in any optical fiber network including W-type fiber network, representing one more cause of coupling. It causes the energy carried by the low-order modes to couple to higher order ones. Consequently, regardless of whether only the low-order modes were launched by selectively restricted conditions,

* Corresponding author at: University of Kragujevac, Faculty of Science, R. Domanovića 12, 34000 Kragujevac, Serbia. Tel.: +381 343 35039.
E-mail address: savovic@kg.ac.rs (S. Savović).

higher order modes will always appear in the output. Such higher order modes reduce bandwidth of the W-type fiber and necessitate that the group delay difference between modes be minimized by optimizing the fiber's refractive index profile [11]. As modal attenuation, coupling and dispersion affect transmission of the W-type optical fiber, methods for calculating their contributions are needed.

The far-field pattern of an optical fiber is determined by the optical power distribution that depends on the launch conditions, fiber properties and fiber length. Light launched at a specific angle $\theta_0 > 0$ with respect to the fiber axis will form a sharply defined ring radiation pattern at the output end of only short fibers. Because of mode coupling, the boundary (edges) of such a ring become fuzzy at the end of longer fibers. Up to a "coupling length" L_c from the input fiber end, the extent of this fuzziness increases further with fiber length and the ring-pattern evolves gradually into a disk extending across the entire fiber cross-section. An equilibrium mode distribution (EMD) exists beyond the coupling length L_c of the fiber. It is characterized by the absence of rings regardless of launch conditions, even though the resulting light distribution of the disk-pattern may vary with launch conditions. EMD indicates a substantially complete mode coupling. It is of critical importance when measuring characteristics of multimode optical fibers (linear attenuation, bandwidth, etc). Indeed, measurement of these characteristics would only be considered as meaningful if performed at the EMD condition when it is possible to assign to a fiber a unique value of loss per unit length [12].

In order to determine the fiber length L_c where the EMD is achieved, one can perform either pulse broadening measurements as a function of fiber length [13,14] or can analyze the change of the output angular power distribution as a function of fiber length for different launch angles [14]. In the former case, L_c is the fiber length after which the bandwidth becomes proportional to $1/z^{1/2}$ instead of $1/z$ (z is the fiber length). In the latter case, L_c is the fiber length after which all output angular power distributions take the disk-form regardless of the incidence angle. The shorter the length L_c , the earlier the bandwidth would switch from the functional dependence of $1/z$ to $1/z^{1/2}$ (faster bandwidth improvement).

Much work has been reported about the angular power distribution across the near and far field output from the fiber end. The use of the power flow equation was reported in determining these distributions and predicting them for the given fiber length and launch input; whereby the power transfer between modes as the rate of mode coupling was modeled by the coupling coefficient D [13,15–20]. Adding to this approach, in this work we investigated how the width of the launch beam distribution influences coupling length for achieving the equilibrium mode distribution in W-type glass optical fibers for various depths and widths of the intermediate layer and coupling strengths.

2. Power flow equation

The time-independent power flow for multimode SC fibers is described by the following coupled-power equation [13]:

$$\frac{\partial P(\theta, z)}{\partial z} = -\alpha(\theta)P(\theta, z) + \frac{D}{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\theta \frac{\partial P(\theta, z)}{\partial \theta} \right) \quad (1)$$

This equation can be written in the following form:

$$\frac{\partial P(\theta, z)}{\partial z} = -\alpha(\theta)P(\theta, z) + \frac{D}{\theta} \frac{\partial P(\theta, z)}{\partial \theta} + D \frac{\partial^2 P(\theta, z)}{\partial \theta^2} \quad (2)$$

where $P(\theta, z)$ is the angular power distribution at distance z from the input end of the fiber, θ is the propagation angle with respect to the core axis, D is the coupling coefficient assumed constant

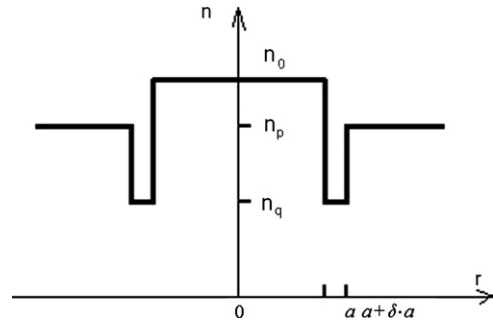


Fig. 1. Refractive index profile of a W-type fiber.

[15,16] and $\alpha(\theta) = \alpha_0 + \alpha_d(\theta)$ is the modal attenuation, where α_0 represents conventional losses (absorption and scattering). The term α_0 leads only to a multiplier $\exp(-\alpha_0 z)$ in the solution and is thus neglected. The boundary conditions are $P(\theta_m, z) = 0$, where θ_m is the maximum propagation angle, and $D(\partial P / \partial \theta) = 0$ at $\theta = 0$.

Consider a W-type fiber with index profile shown in Fig. 1. The relative refractive index difference $\Delta_q = (n_0 - n_q) / n_0$ between the core and intermediate layer is larger than the difference $\Delta_p = (n_0 - n_p) / n_0$ between core and cladding, where n_0 , n_q and n_p are refractive indices of the core, intermediate layer and cladding, respectively. In this structure, the modes whose propagation angles are between $\theta_p \cong (2\Delta_p)^{1/2}$ and $\theta_q \cong (2\Delta_q)^{1/2}$ are leaky modes [16]. Attenuation constants of leaky modes are given as [17]

$$\alpha_L(\theta) = \frac{4(\theta^2 - \theta_p^2)^{1/2} \theta^2 (\theta_q^2 - \theta^2)}{a(1 - \theta^2)^{1/2} \theta_q^2 (\theta_q^2 - \theta_p^2)} \exp \left[-2\delta a n_0 k_0 (\theta_q^2 - \theta^2)^{1/2} \right] \quad (3)$$

where k_0 is the free-space wave number, a is the core radius and δa intermediate layer (inner cladding) width. In an SC fiber, experimental results show that attenuation remains constant throughout the guided-mode region and rises quite steeply in the radiation-mode region [18]. Consequently, the modal attenuation in a W-type fiber can be expressed as:

$$\alpha_d(\theta) = \begin{cases} 0 & \theta \leq \theta_p \\ \alpha_L(\theta) & \theta_p < \theta < \theta_q \\ \infty & \theta \geq \theta_q \end{cases} \quad (4)$$

A W-type fiber can be regarded as a system consisting of SC_q fiber and cladding. In the SC_q fiber, modes having propagation angles smaller than the critical angle θ_q can be guided. When the SC_q fiber is coupled with surrounding medium of index n_p , the lower order modes, whose propagation angles are smaller than the critical angle of the SC_p fiber θ_p , remain guided. However, the higher order modes with angles between θ_p and θ_q are transformed into leaky modes. It is shown that because of the strong dependence of $\alpha_L(\theta)$ on the intermediate layer width δa , steady-state characteristics of a W-type fiber depend on δa and coincide with those of SC_p and SC_q fibers in the limits of $\delta \rightarrow 0$ and $\delta \rightarrow \infty$, respectively [17,20]. Another parameter which influences the power distribution in W-type optical fibers is a depth of intermediate layer (Fig. 1). In this work, we investigate how depth and width of intermediate layer influence the transient and EMD in W-type glass optical fibers for different strengths of mode coupling and different widths of launch beam distribution. The results obtained could be applied when designing W-type glass optical fibers.

3. Numerical method

Since analytical solution of the power flow equation (2) with the attenuation constants of leaky modes in the form of (3) is not available, one has to solve it numerically. We have done that for the W-type optical fiber using the explicit finite difference method (EFDM). To start the calculations, we used Gaussian launch-beam distribution of the form

$$P(\theta, z) = \exp \left[-\frac{(\theta - \theta_0)^2}{2\sigma_0^2} \right] \quad (5)$$

with $0 \leq \theta \leq \theta_c$, where θ_0 is the mean value of the incidence angle distribution, with the full width at half maximum $(\text{FWHM})_{z=0} = 2\sigma_0\sqrt{2\ln 2} = 2.355\sigma_0$ (σ_0 is standard deviation of the incidence angle distribution). We used the central difference scheme to represent the $(\partial P(\theta, z))/\partial \theta$ and $(\partial^2 P(\theta, z))/\partial \theta^2$ terms, and the forward difference scheme for the derivative term $(\partial P(\theta, z))/\partial z$ [21]. Then, Eq. (2) reads as follows:

$$P_{k,l+1} = \left(\frac{\Delta z D}{\Delta \theta^2} - \frac{\Delta z D}{2\theta_k \Delta \theta} \right) P_{k-1,l} + \left(1 - \frac{2\Delta z D}{\Delta \theta^2} - (\alpha_d)_k \Delta z \right) P_{k,l} + \left(\frac{\Delta z D}{2\theta_k \Delta \theta} + \frac{\Delta z D}{\Delta \theta^2} \right) P_{k+1,l} \quad (6)$$

where indexes k and l refer to the discretization step lengths $\Delta \theta$ and Δz for angle θ and length z , respectively, where

$$(\alpha_d)_k = \begin{cases} 0 & \theta_k \leq \theta_p \\ \frac{4(\theta_k^2 - \theta_p^2)^{1/2} \theta_k^2 (\theta_q^2 - \theta_k^2)}{a(1 - \theta_k^2)^{1/2} \theta_q^2 (\theta_q^2 - \theta_p^2)} \exp \left[-2\delta a n_0 k_0 (\theta_q^2 - \theta_k^2)^{1/2} \right] & \theta_p < \theta_k < \theta_q \\ \infty & \theta_k \geq \theta_q \end{cases} \quad (7)$$

In the difference form, boundary conditions become $P_{N,l} = 0$ and $P_{0,l} = P_{1,l}$, where $N = \theta_q/\Delta \theta$ is the grid dimension in θ direction. To prevent the problem of singularity at grid points $\theta = 0$, we have used the following relation [19]:

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1}{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\theta \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) = 2 \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} \Big|_{\theta=0} \quad (8)$$

In this manner, we could determine angular power distribution at different lengths of W-type fiber.

4. Numerical results

In this paper, we analyze spatial transients of power distribution as well as the EMD for the coupling of guided to leaky modes in a W-type glass optical fiber. The fiber structural characteristics were as follows: $\Delta_p = 0.2\%$ ($\theta_p \cong 3.62^\circ$), $\Delta_q = 0.7\%$ ($\theta_q \cong 6.76^\circ$) and $2a = 60 \mu\text{m}$ [16,20]. Further, $n_0 = 1.46$ and $\lambda = 840 \text{ nm}$ were used in the calculations. In order to investigate the influence of depth and width of the intermediate layer as well as coupling strength and width of launch beam distribution on the power distribution in this fiber, we consider the case when the core index n_0 and outer cladding index n_p are fixed. The depth of the intermediate layer is varied by changing the initial value of $\Delta_q = 0.7\%$ for $\pm 15\%$ and $\pm 25\%$, thus we analyzed cases where $\Delta_q = 0.525\%$ ($\theta_q \cong 5.87^\circ$), $\Delta_q = 0.595\%$ ($\theta_q \cong 6.25^\circ$), $\Delta_q = 0.7\%$ ($\theta_q \cong 6.76^\circ$), $\Delta_q = 0.805\%$ ($\theta_q \cong 7.27^\circ$) and $\Delta_q = 0.875\%$ ($\theta_q \cong 7.58^\circ$) [22]. The change in θ_q for constant θ_p changes the number of leaky modes as well as their attenuation (3). We solved the power flow Equation (2) using EFDM for the coupling coefficient $D = 2.3 \times 10^{-7}$, 2.3×10^{-6} and $2.3 \times 10^{-5} \text{ rad}^2/\text{m}$ and for two different normalized intermediate layer widths δ ($\delta = 0.2$ and 0.5 ; actual widths δa are $0.2 \times 30 \mu\text{m}$ and $0.5 \times 30 \mu\text{m}$). We solved the power flow equation by selecting Gaussian launch-beam distribution with $(\text{FWHM})_{z=0} = 1^\circ$ and 3°

Table 1

W-type glass fiber length L_c at which the EMD is achieved for different values of the coupling coefficient D , intermediate layer width δ , intermediate layer depth Δ_q and width of the launch beam distribution $(\text{FWHM})_{z=0}$.

D (rad^2/m)	δ	Δ_q (%)	L_c (m) ($(\text{FWHM})_{z=0} = 1^\circ$)	L_c (m) ($(\text{FWHM})_{z=0} = 3^\circ$)
2.3×10^{-7}	0.2	0.525	2090	1720
		0.595	2205	1805
		0.7	2400	1965
		0.805	2690	2230
		0.875	2890	2505
		0.525	3420	3030
	0.5	0.595	3570	3260
		0.7	3660	3430
		0.805	3690	3505
		0.875	3700	3510
		0.525	230	188
		0.595	249	204
2.3×10^{-6}	0.2	0.7	279	233
		0.805	312	269
		0.875	328	290
		0.525	341	305
		0.595	351	322
		0.7	357	333
	0.5	0.805	359	337
		0.875	359	338
		0.525	27	22.5
		0.595	29.5	25
		0.7	32.5	28.5
		0.805	34.5	31.5
2.3×10^{-5}	0.2	0.875	35.5	32.5
		0.525	34.5	31
		0.595	35.5	32.5
		0.7	36	33.5
		0.805	36	34
		0.875	36	34

by setting $\sigma = 0.425^\circ$ and 1.274° in Eq. (5), respectively. The relevant numerical values are summarized in Table 1 to facilitate easier comparisons. As an illustration, in Fig. 2, our numerical solution of the power flow equation is presented by showing the evolution of the normalized output power distribution with fiber length for W-type glass fiber with characteristics $\Delta_q = 0.7\%$, $\delta = 0.2$ and $D = 2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$, for Gaussian launch-beam distribution with $(\text{FWHM})_{z=0} = 1^\circ$. We show results for four different input angles $\theta_0 = 0, 1.2^\circ, 2.4^\circ$ and 3.6° (measured inside the fiber). Critical angles θ_p and θ_q are also marked in Fig. 2.

One can observe from Fig. 2 that when the launch distribution at the input end of the fiber is centered at $\theta_0 = 0$, the power distribution remains at the same angle as the distance from the input fiber end increases, but its width increases due to mode coupling. Radiation patterns in Fig. 2(a) of non-centrally launched beams in short fibers are centered at values which are close to their initial values. With increasing the fiber length one can observe from Fig. 2(b) that coupling is stronger for the low-order modes: their distributions have shifted more toward $\theta = 0^\circ$. Coupling of higher-order modes can be observed only after longer fiber lengths (Fig. 2(c)). It is not until the fiber's coupling length L_c that all the mode-distributions shift their mid-points to zero degrees (from the initial value of θ_0 at the input fiber end), producing the EMD in Fig. 2(d) of $L_c = 2400 \text{ m}$.

One can observe from Table 1 that with increasing the strength of mode coupling (D), there is decrease in length L_c which is necessary for achieving the EMD. This is because stronger mode coupling, which is due to larger intrinsic perturbation effects in the fiber, forces energy redistribution among guided modes to occur at shorter fiber lengths. The lengths L_c are shorter for wider launch beam. This is because the energy of a wide launch beam is more uniformly distributed among guided modes in the fiber, which forces the EMD at shorter distances than for a narrow launch

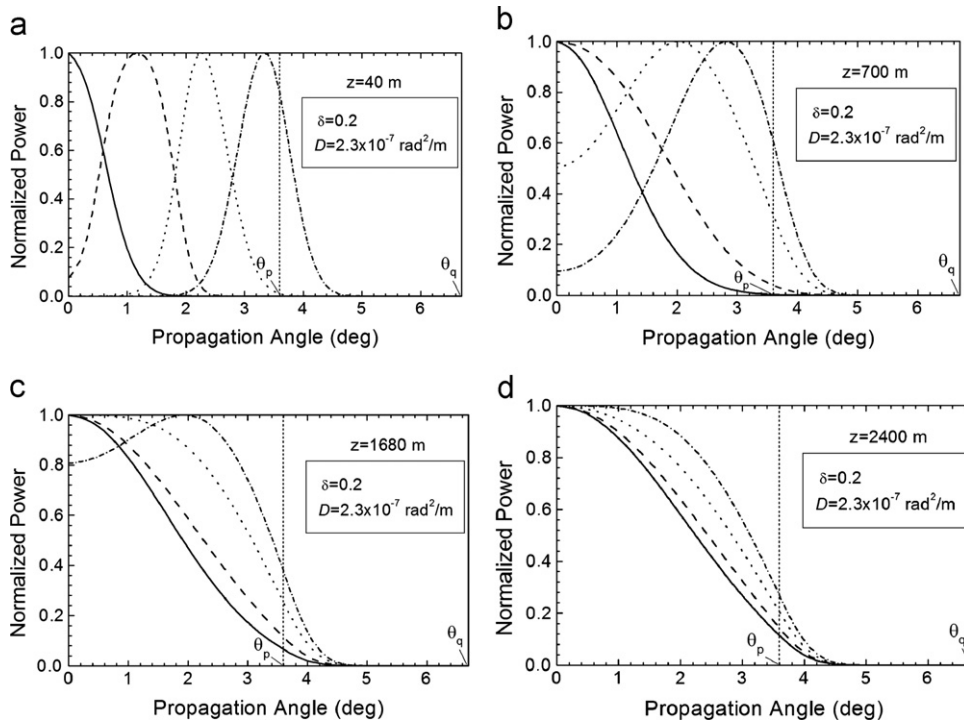


Fig. 2. Normalized output angular power distribution at different locations along W-type glass optical fiber calculated for 4 Gaussian input angles $\theta_0=0^\circ$ (solid curve), 1.2° (dashed curve), 2.4° (dotted curve) and 3.6° (dotted–dashed curve) with $(FWHM)_{z=0}=1^\circ$ for (a) $z=40$ m, (b) $z=700$ m, (c) $z=1680$ m and (d) $z=2400$ m. The fiber characteristics are $\Delta_q=0.7\%$, $\delta=0.2$ and $D=2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$.

Table 2
 SC_p and SC_q fiber length L_c at which the EMD is achieved for different values of the coupling coefficient D and width of the launch beam distribution $(FWHM)_{z=0}$.

SC_p fiber			SC_q fiber ($\Delta_q=0.7\%$)	
D (rad^2/m)	L_c (m) ($(FWHM)_{z=0}=1^\circ$)	L_c (m) ($(FWHM)_{z=0}=3^\circ$)	L_c (m) ($(FWHM)_{z=0}=1^\circ$)	L_c (m) ($(FWHM)_{z=0}=3^\circ$)
2.3×10^{-7}	1880	1560	6600	6100
2.3×10^{-6}	202	157	650	610
2.3×10^{-5}	19	16	65	61

beam. With increasing depth of the intermediate layer, the fiber length L_c at which the EMD is achieved increases. This is explained by the correspondingly increasing number of leaky modes. The larger number Δ_q (larger Δ_q and consequently θ_q), the longer fiber length it takes for the coupling process to complete. This increase is more pronounced in the case of narrower intermediate layer width ($\delta=0.2$). Since leaky mode loss decreases with increasing the width of the intermediate layer, power remains in leaky modes for a rather long transmission length in the case of $\delta=0.5$, which results in longer fiber length which is necessary for achieving the EMD if compared to that of $\delta=0.2$ case. Similarly, for a fixed value of Δ_q , decrease of δ from 0.5 to 0.2 results in approximately the same decrease of L_c if compared to the case of changing Δ_q from 0.875 to 0.525% for a fixed value of δ . One can also see that coupling length L_c of W-type glass fibers (Table 1) varies between those of the reference SC_p and SC_q fiber (Table 2) with the width of the intermediate layer. The shortest coupling lengths characterize SC_p fiber. This is due to the fact that mode coupling occurs only between guided modes which propagate along the fiber with propagating angles θ between 0 and 3.62° . The longer coupling lengths which characterize SC_q fiber if compared to those of SC_p fiber are due to a larger number of guiding modes which propagate along the SC_q fiber with propagating angles θ between 0° and 6.76° .

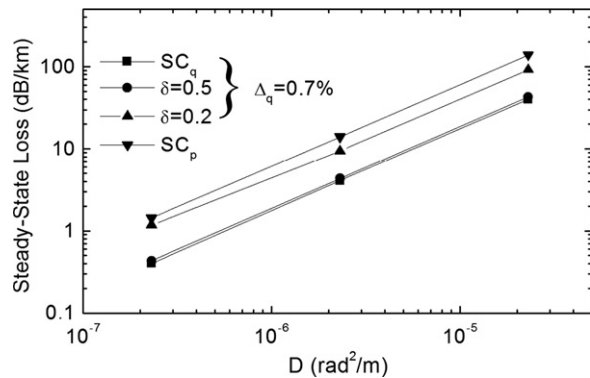


Fig. 3. Dependence of steady-state loss on mode coupling strength. (lines are drawn for visual aid).

We can conclude that L_c is determined by fiber structural parameters, mode coupling strength and width of launch beam distribution. The bandwidth can be improved by reducing the intermediate-layer width, strengthening the mode coupling process or selecting a narrow launch beam distribution [16]. It is evident from Fig. 3 that the steady-state loss changes from that of SC_q to SC_p fiber as the intermediate layer width becomes thinner. Since the

mode coupling increase results in an increased steady-state loss (Fig. 3), in practice a tradeoff relation between bandwidth and loss has to be considered in designing the optimum W-type index profile. Controlling the intermediate layer width entails a smaller sacrifice in loss than an increase in coupling strength. A narrow launch beam distribution leads to a higher bandwidth at small and intermediate fiber lengths if compared to that of wide launch beam distribution [16]. A wider launch beam distribution forces bandwidth shift from $1/z$ proportional to $1/z^{1/2}$ proportional curve to occur at shorter fiber lengths (Table 1), which results in bandwidth improvement at shorter fiber lengths. At a certain fiber length where steady-state modal distribution is achieved, the bandwidth converges to a launch independent behavior.

Finally, one should mention here that similar approach has already been applied for photonic crystal fibers [23]. A large mode area Yb-doped rod-type photonic crystal fiber design with a low refractive index ring in the core is proposed in Ref. [23] to provide an improved suppression of the first higher-order mode compared to the case of uniform core doping, in a way which is more robust against fluctuations in the refractive index value. Results have demonstrated the effectiveness of the low refractive index ring in suppressing the higher-order mode, thus providing an effectively single-mode behavior for the rod-type fibers.

5. Conclusion

We have shown how the width of the launch beam distribution influences coupling length for achieving the equilibrium mode distribution in W-type glass optical fibers for various depths and widths of the intermediate layer and coupling strengths. It is shown that wider the launch beam, the shorter the length L_c which is necessary for achieving the EMD in W-type glass fiber. This is because the energy of a wide launch beam is more uniformly distributed among guided modes in the fiber, which forces the EMD at shorter distances than for a narrow launch beam. It is similarly shown that the stronger the mode coupling, the shorter the W-type fiber it takes for the power distribution to reach its modal equilibrium. Since leaky mode loss decreases with increasing the width of the intermediate layer, power remains in leaky modes for a rather long transmission length in the case of $\delta=0.5$, resulting in longer fiber length which is necessary for achieving the EMD if compared to that of $\delta=0.2$ case. It is found that the deeper the intermediate layer, the longer length L_c it takes to achieve the EMD. This is explained by the correspondingly increasing number of leaky modes. The bandwidth can be improved by reducing the intermediate-layer width, strengthening the mode coupling process or selecting a narrow launch beam distribution. In practice a trade-off relation between bandwidth and loss has to be considered in designing the optimum W-type index profile. Controlling the intermediate layer width entails a smaller sacrifice in loss than an increase in coupling strength. A narrow launch beam distribution leads to a higher bandwidth at small and intermediate fiber lengths if compared to that of wide launch beam distribution. A wider launch beam distribution forces bandwidth shift from $1/z$ proportional to $1/z^{1/2}$ proportional curve to occur at shorter fiber lengths, which results in bandwidth improvement at shorter fiber lengths.

Acknowledgment

The work described in this paper was supported by the Strategic Research Grant of City University of Hong Kong (Project no. CityU 7002775) and by a grant from Serbian Ministry of Education and Science [Project no. 171011].

References

- [1] Tyler EJ, Webster M, Pentz RV, White IH, Yu S, Rorison J. Subcarrier modulated transmission of 2.5 Gb/s over 300 m of 62.5- μm -core diameter multimode fiber. *IEEE Photonics Technology Letters* 2002;14:1743–5.
- [2] Patel KM, Ralph SE. Enhanced multimode fiber link performance using a spatially resolved receiver. *IEEE Photonics Technology Letters* 2002;14:393–5.
- [3] Zhao X, Choa FS. Demonstration of 10 Gb/s transmission over 1.5 km-long multimode fiber using equalization techniques. *IEEE Photonics Technology Letters* 2002;14:1187–9.
- [4] Abbott JS, Smith GE, Truesdale CM. Multimode fiber link dispersion compensator, US patent 6 363 195, 2002.
- [5] Ishigure T, Kano M, Koike Y. Which is more serious factor to the bandwidth of GI POF: differential mode attenuation or mode coupling? *Journal of Lightwave Technology* 2000;18:959–65.
- [6] Mikoshiba K, Kajioaka H. Transmission characteristics of multimode W-type optical fiber: experimental study of the effect of the intermediate layer. *Applied Optics* 1978;17:2836–41.
- [7] Tanaka T, Yamada S, Sumi M, Mikoshiba K. Microbending losses of doubly clad (W-type) optical fibers. *Applied Optics* 1977;18:2391–4.
- [8] Daum W, Krauser J, Zamzow PE, Ziemann O. Polymer optical fibers for data communication. Berlin: Springer; 2002.
- [9] Yamashita T, Kagami M. Fabrication of light-induced self-written waveguides with a W-shaped refractive index profile. *Journal of Lightwave Technology* 2005;23:2542–8.
- [10] Losada MA, Garcés I, Mateo J, Salinas I, Lou J, Zubía J. Mode coupling contribution to radiation losses in curvatures for high and low numerical aperture plastic optical fibers. *Journal of Lightwave Technology* 2002;20:1160–4.
- [11] Takahashi K, Ishigure T, Koike Y. Index profile design for high-bandwidth W-shaped plastic optical fiber. *Journal of Lightwave Technology* 2006;24:2867–76.
- [12] Dugas J, Maurel G. Mode-coupling processes in polymethyl methacrylate-core optical fibers. *Applied Optics* 1992;31:5069–79.
- [13] Gloge D. Optical power flow in multimode fibers. *Bell System Technical Journal* 1972;51:1767–83.
- [14] Jiang G, Shi RF, Garito AF. Mode coupling and equilibrium mode distribution conditions in plastic optical fibers. *IEEE Photonics Technology Letters* 1997;9:1128–30.
- [15] Rousseau M, Jeunhomme L. Numerical solution of the coupled-power equation in step index optical fibers. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 1977;25:577–85.
- [16] Tanaka TP, Yamada S. Numerical solution of power flow equation in multimode W-type optical fibers. *Applied Optics* 1980;19:1647–52.
- [17] Tanaka TP, Yamada S. Steady-state characteristics of multimode W-type fibers. *Applied Optics* 1979;18:3261–4.
- [18] Jeunhomme L, Fraise M, Pocholle JP. Propagation model for long step-index optical fibers. *Applied Optics* 1976;15:3040–6.
- [19] Djordjević A, Savović S. Numerical solution of the power flow equation in step index plastic optical fibers. *Journal of the Optical Society of America B* 2004;21:1437–42.
- [20] Savović S, Simović A, Djordjević A. Explicit finite difference solution of the power flow equation in W-type optical fibers. *Optics and Laser Technology* 2012;44:1786–90.
- [21] Anderson JD. Computational fluid dynamics. New York: Mc Graw-Hill; 1995.
- [22] Simović A, Djordjević A, Savović S. Influence of width of intermediate layer on power distribution in W-type optical fibers. *Applied Optics* 2012;51:4896–901.
- [23] Poli F, Lægsgaard J, Passaro D, Cucinotta A, Selli S, Broeng J. Suppression of higher-order modes by segmented core doping in rod-type photonic crystal fibers. *Journal of Lightwave Technology* 2009;27:4935–42.



ELSEVIER

Contents lists available at ScienceDirect

Optics & Laser Technology

journal homepage: www.elsevier.com/locate/optlastec

Influence of intermediate layer on transmission characteristics of W-type optical fibers



Ana Simović^a, Svetislav Savović^{a,*}, Branko Drljača^b, Alexandar Djordjevich^c

^a Faculty of Science, University of Kragujevac, R. Domanovića 12, 34000 Kragujevac, Serbia

^b Faculty of Science, University of Kosovska Mitrovica, Lole Ribara 29, Kosovska Mitrovica, Serbia

^c City University of Hong Kong, 83 Tat Chee Avenue, Kowloon, Hong Kong, China

ARTICLE INFO

Article history:

Received 29 August 2013

Received in revised form

14 October 2013

Accepted 19 October 2013

Keywords:

W-type optical fiber

Power flow equation

Bandwidth

ABSTRACT

Transmission characteristics of multimode W-type optical fibers (doubly clad fibers with three layers) are investigated by solving the time-dependent power flow equation. A numerical solution has been obtained by the explicit finite difference method. Results show how the bandwidth in W-type optical fibers varies with depth and width of the intermediate layer for different coupling strengths and excitations. The trade-off between the bandwidth and steady-state loss is also specified. Such characterization of these fibers is consistent with their manifested effectiveness in reducing modal dispersion and bending loss.

© 2013 Elsevier Ltd. All rights reserved.

1. Introduction

Singly clad (SC) glass optical fibers are often used for signal transmission in long-distance communication and high-capacity networks. In contrast, plastic optical fibers (POFs) exhibit comparatively high attenuation and low bandwidth. This limits the achievable transmission rate of POF systems and restricts their application in the communications field to short data links and local area networks. To mitigate these performance boundaries, the application of spatial modulation [1] and detection techniques [2], equalization [3], modal dispersion compensation [4], and restricted modal launch have been reported. A potential for additional bandwidth enhancement seems to be achievable through improved design of the profile of the multimode fiber.

Doubly clad “W-type” optical fibers have three distinct optical layers. They exhibit reduced dispersion compared to their singly clad counterparts. They are also easier to splice, have a reduced number of guided modes, wider transmission bandwidth and lower bending losses. It is the W-type fiber's intermediate layer that reduces the number of guided modes, which lowers the fiber's effective numerical aperture by keeping the guided modes tighter to the core [5]. For reference, the bandwidth-distance product of SC and W-type glass fibers may be around 30 MHz km and 50 MHz km, respectively, and 15 MHz km and 200 MHz km for the corresponding POFs. [6–8].

Transmission of multimode optical fibers is affected strongly by coupling and differential mode-attenuation. The latter reduces the transmitted power by absorption and scattering within the fiber material. Mode coupling, on the other hand, is a form of light diffraction. It transfers power between propagating modes and is caused by fiber-anomalies of random nature (such as voids, cracks, microscopic bends, and variations in fiber density, diameter and shape). The positive effect of mode coupling is that it reduces modal dispersion because the transfer of energy between modes with different propagation velocities tends to average out the total propagation delays. This reduces the intermodal dispersion and increases bandwidth. On the negative side, mode coupling increases fiber loss, particularly in curved fibers [9], and alters the output-field properties or beam quality.

It is the lossy leaky modes in the intermediate layer (between the outer cladding and core) that distinguish properties of the W-type fiber from those of the corresponding SC fibers. Therefore, coupling of guided to lossy modes in the W-type fibers deserves a closer examination. The unavoidable fiber bends and inevitable junctions in the fiber network additionally couple low-order modes to higher-order ones. Higher order modes will therefore always be present in the fiber output even if only low-order modes had initially been launched by some selective input conditions. Because this affects fiber bandwidth, it is desirable to optimize the fiber's refractive index profile [10] with the objective of minimizing the group delay difference between modes. In addition to coupling, modal attenuation and dispersion also affect transmission of the W-type optical fiber; hence, methods for calculating their contributions are needed.

* Corresponding author. Tel.: +381 34 335039; fax: +381 34 335040.
E-mail address: savovic@kg.ac.rs (S. Savović).

Launch conditions, fiber properties and fiber length determine the output optical power distribution, and hence the far-field pattern, of an optical fiber [11]. A ring-pattern launch at an angle of $\theta_0 > 0$ to the axis can be reproduced in the output field pattern of only short fibers. Such ring becomes fuzzy at the end of longer fibers due to more extensive mode coupling. This fuzziness of the output pattern increases with fiber length up to some characteristic value referred to as the “coupling length” L_c where the pattern appears like a disk. The ensuing “equilibrium mode distribution” (EMD) for lengths in excess of L_c preserve no ring patterns regardless of the launch, although the resulting light distribution across the disk-pattern may still vary with the launch indicating a substantially (but not fully) complete mode coupling. Moreover, from length L_c onwards, the bandwidth is proportional to $1/z^{1/2}$ instead of $1/z$ (z being the length variable). In fibers with shorter lengths L_c , the bandwidth switches earlier from the functional dependence $1/z$ to $1/z^{1/2}$ (faster bandwidth improvement). Further mode coupling (beyond L_c) leads to the steady-state power distribution at some fiber length z_s . From there onwards, the same intensity distribution results in the far field regardless of the modes launched (the steady-state output light distribution becomes independent of the launch conditions). We investigate in this work how fiber bandwidth, steady-state loss, and mode coupling strength of W-type optical fibers are affected by the depth and width of its intermediate layer.

2. Power flow equation

The time-dependent power flow for multimode W-type fibers is described by the following coupled-power equation [12]:

$$\frac{\partial p(\theta, z, t)}{\partial z} + \tau(\theta) \frac{\partial p(\theta, z, t)}{\partial t} = -\alpha(\theta)p(\theta, z, t) + \frac{1}{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\theta D(\theta) \frac{\partial p(\theta, z, t)}{\partial \theta} \right] \quad (1)$$

where t is time; $p(\theta, z, t)$ is power distribution over angle, space, and time; $\tau(\theta)$ is modal delay per unit length; $D(\theta)$ is the mode-dependent coupling coefficient; and $\alpha(\theta) = \alpha_0 + \alpha_d(\theta)$ is the modal attenuation, where α_0 represents conventional losses (absorption and scattering). The term α_0 leads only to a multiplier $\exp(-\alpha_0 z)$ in the solution and is thus neglected. The boundary conditions are $p(\theta_m, z, t) = 0$, where θ_m is the maximum propagation angle, and $D(\theta) (\partial p(\theta, z, t) / \partial \theta) = 0$ at $\theta = 0$.

The frequency response is obtained more conveniently in the frequency, rather than time, domain. Fourier transformation is therefore applied to Eq. (1):

$$\frac{\partial P(\theta, z, \omega)}{\partial z} + j\omega\tau(\theta)P(\theta, z, \omega) = -\alpha(\theta)P(\theta, z, \omega) + \frac{1}{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\theta D(\theta) \frac{\partial P(\theta, z, \omega)}{\partial \theta} \right] \quad (2)$$

where $\omega = 2\pi f$ is the angular frequency, and

$$P(\theta, z, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(\theta, z, t) \exp(-j\omega t) dt \quad (3)$$

The boundary conditions are

$$P(\theta_m, z, \omega) = 0, \quad D(\theta) \frac{\partial P(\theta = 0, z, \omega)}{\partial \theta} = 0 \quad (4)$$

It is apparent that $P(\theta, z, \omega)$ is complex. By separating $P(\theta, z, \omega)$ into the real $P_r(\theta, z, \omega)$ and imaginary part $P_i(\theta, z, \omega)$, and assuming a constant coupling coefficient D [13–15], Eq. (2) can be rewritten as the following simultaneous partial differential equations:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_r(\theta, z, \omega)}{\partial z} &= -\alpha(\theta)P_r(\theta, z, \omega) + \frac{D}{\theta} \frac{\partial P_r(\theta, z, \omega)}{\partial \theta} \\ &+ D \frac{\partial^2 P_r(\theta, z, \omega)}{\partial \theta^2} + \omega\tau P_i(\theta, z, \omega) \end{aligned} \quad (5a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_i(\theta, z, \omega)}{\partial z} &= -\alpha(\theta)P_i(\theta, z, \omega) + \frac{D}{\theta} \frac{\partial P_i(\theta, z, \omega)}{\partial \theta} + D \frac{\partial^2 P_i(\theta, z, \omega)}{\partial \theta^2} \\ &- \omega\tau P_r(\theta, z, \omega) \end{aligned} \quad (5b)$$

where

$$P(\theta, z, \omega) = P_r(\theta, z, \omega) + jP_i(\theta, z, \omega) \quad (6)$$

If $P_r(\theta, z, \omega)$ and $P_i(\theta, z, \omega)$ are obtained by solving Eq. (5), the transmission characteristics can be calculated. Thus the frequency response $H(z, \omega)$ at fiber length z is

$$H(z, \omega) = \frac{2\pi \int_0^{\theta_m} \theta [P_r(\theta, z, \omega) + jP_i(\theta, z, \omega)] d\theta}{2\pi \int_0^{\theta_m} \theta [P_r(\theta, 0, \omega) + jP_i(\theta, 0, \omega)] d\theta} \quad (7)$$

The modal power distribution $P_F(\theta, z, \omega)$ and the spatial transient of power $P_L(z, \omega)$ can be obtained by

$$P_F(\theta, z, \omega) = [P_r(\theta, z, \omega)^2 + P_i(\theta, z, \omega)^2]^{1/2} \quad (8)$$

$$P_L(z, \omega) = 2\pi \int_0^{\theta_m} \theta P_F(\theta, z, \omega) d\theta \quad (9)$$

Consider a W-type fiber with index profile shown in Fig. 1. The relative refractive index difference $\Delta_q = (n_0 - n_q)/n_0$ between the core and intermediate layer is larger than the difference $\Delta_p = (n_0 - n_p)/n_0$ between the core and cladding, where n_0 , n_q and n_p are refractive indices of the core, intermediate layer and cladding, respectively. In this structure, the modes whose propagation angles are between $\theta_p \cong (2\Delta_p)^{1/2}$ and $\theta_q \cong (2\Delta_q)^{1/2}$ are leaky modes [14]. Attenuation constants of leaky modes are given as [15]

$$\alpha_L(\theta) = \frac{4(\theta^2 - \theta_p^2)^{1/2} \theta^2 (\theta_q^2 - \theta^2)}{a(1 - \theta^2)^{1/2} \theta_q^2 (\theta_q^2 - \theta^2)} \exp[-2\delta a n_0 k_0 (\theta_q^2 - \theta^2)^{1/2}] \quad (10)$$

where k_0 is the free-space wave number, a is the core radius and δa is the width of the intermediate layer (inner cladding). In an SC fiber, experimental results show that attenuation remains constant throughout the guided-mode region and rises steeply in the radiation-mode region [16]. Consequently, the modal attenuation in a W-type fiber can be expressed as

$$\alpha_d(\theta) = \begin{cases} 0 & \theta \leq \theta_p \\ \alpha_L(\theta) & \theta_p < \theta < \theta_q \\ \infty & \theta \geq \theta_q \end{cases} \quad (11)$$

Modal delay is expressed in terms of θ by [14]

$$\tau(\theta) = \frac{n_0}{c} \frac{1}{\cos \theta} \cong \frac{n_0}{c} \left(1 + \frac{\theta^2}{2} \right) = \tau_0 + \tau_d(\theta) \quad (12)$$

where c is the velocity of light in free space. The first term τ_0 is common to all modes. It is the difference in group delay that determines the transmission bandwidth. Therefore, only $\tau_d(\theta)$ is to be considered in the calculations.

A W-type fiber can be regarded as a system consisting of SC_q fiber and cladding. In the SC_q fiber, modes having propagation angles smaller than the critical angle θ_q can be guided. When the SC_q fiber is coupled with surrounding medium of index n_p , the

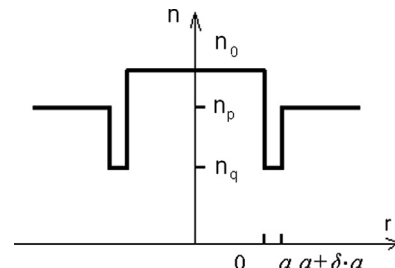


Fig. 1. Refractive index profile of a W-type fiber.

lower order modes, whose propagation angles are smaller than the critical angle of the SC_p fiber θ_p, remain guided. However, the higher order modes with angles between θ_p and θ_q are transformed into leaky modes. It is shown that because of the strong dependence of α_l(θ) on the intermediate layer width δa, steady-state characteristics of a W-type fiber depend on δa and coincide with those of SC_p and SC_q fibers at limits δ→0 and δ→∞, respectively [15,17]. Another parameter which influences the power distribution in W-type optical fibers is depth of the intermediate layer (Fig. 1). In this work, we investigate how depth and width of the intermediate layer influence the bandwidth and steady-state loss in W-type optical fibers for different strengths of mode coupling. The results obtained could be applied when designing W-type optical fibers.

3. Numerical method

Because analytical solution of the simultaneous partial differential Eq. (5) with the attenuation constants of leaky modes in the form of (10) is not available, one has to solve it numerically. We have done that using the explicit finite difference method (EFDM). In the 1970s and 1980s, implicit finite difference methods (IFDMs) were generally preferred over EFDMs [14]. This trend has been changing with the advancement of computers, shifting the emphasis to EFDMs. We now report, in our knowledge for the first time, the solution of the simultaneous partial differential Eq. (5) using EFDM. Being often unconditionally stable, IFDM allows larger step lengths than EFDM. Nevertheless, this does not translate into IFDM's higher computational efficiency because extremely large matrices must be manipulated at each calculation step. We find that the EFDM algorithm is also simpler in addition to being more efficient computationally. We used the central difference scheme to represent the (∂P(θ,z,ω))/∂θ and (∂²P(θ,z,ω))/∂θ² terms, and the forward difference scheme for the derivative term (∂P(θ,z,ω))/∂z [18]. Then, Eq. (5) reads

$$P_{k,l+1}^r = \left(\frac{\Delta z D}{\Delta \theta^2} - \frac{\Delta z D}{2\theta_k \Delta \theta} \right) P_{k-1,l}^r + \left(1 - \frac{2\Delta z D}{\Delta \theta^2} - (\alpha_d)_k \Delta z \right) P_{k,l}^r + \left(\frac{\Delta z D}{2\theta_k \Delta \theta} + \frac{\Delta z D}{\Delta \theta^2} \right) P_{k+1,l}^r + \frac{\omega n_0 \Delta z}{2c} \theta_k^2 P_{k,l}^i \quad (13a)$$

$$P_{k,l+1}^i = \left(\frac{\Delta z D}{\Delta \theta^2} - \frac{\Delta z D}{2\theta_k \Delta \theta} \right) P_{k-1,l}^i + \left(1 - \frac{2\Delta z D}{\Delta \theta^2} - (\alpha_d)_k \Delta z \right) P_{k,l}^i + \left(\frac{\Delta z D}{2\theta_k \Delta \theta} + \frac{\Delta z D}{\Delta \theta^2} \right) P_{k+1,l}^i - \frac{\omega n_0 \Delta z}{2c} \theta_k^2 P_{k,l}^r \quad (13b)$$

where indexes *k* and *l* refer to the discretization step lengths Δθ and Δz for angle θ and length z, respectively, and where P_{k,l}^r = P_r(θ_k, z_l, ω) and P_{k,l}ⁱ = P_i(θ_k, z_l, ω). Modal attenuation expressed in the finite difference form is

$$(\alpha_d)_k = \begin{cases} 0 & \theta_k \leq \theta_p \\ \frac{4(\theta_k^2 - \theta_p^2)^{1/2} \theta_k^2 (\theta_q^2 - \theta_k^2)}{a(1 - \theta_k^2)^{1/2} \theta_q^2 (\theta_q^2 - \theta_p^2)} \exp[-2\delta a n_0 k_0 (\theta_q^2 - \theta_k^2)^{1/2}] & \theta_p < \theta_k < \theta_q \\ \infty & \theta_k \geq \theta_q \end{cases} \quad (14)$$

In the difference form, boundary conditions become P_{N,l}^r = P_{N,l}ⁱ = 0 and P_{0,l}^r = P_{1,l}^r, P_{0,l}ⁱ = P_{1,l}ⁱ, where N = θ_q/Δθ is the grid dimension in θ direction. To prevent the problem of singularity at grid points θ = 0, we have used the following relation [13]:

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1}{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\theta \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) = 2 \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} \Big|_{\theta=0} \quad (15)$$

4. Numerical results

In this paper, we calculate bandwidth and steady-state loss in a W-type optical fiber. The fiber structural characteristics were: Δ_p = 0.2% (θ_p ≅ 3.62°), Δ_q = 0.7% (θ_q ≅ 6.76°) and 2a = 60 μm [13,14,17]. Further, n₀ = 1.46 and λ = 840 nm were used in the calculations. In order to investigate the influence of depth and width of the intermediate layer as well as coupling strength and excitation on the power distribution in this fiber, we consider the case when the core index n₀ and outer cladding index n_p are fixed. The depth of the intermediate layer is varied by changing the initial value of Δ_q = 0.7% by ±15% and ±25%; thus we analyzed cases with Δ_q = 0.525% (θ_q ≅ 5.87°), Δ_q = 0.595% (θ_q ≅ 6.25°), Δ_q = 0.7% (θ_q ≅ 6.76°), Δ_q = 0.805% (θ_q ≅ 7.27°) and Δ_q = 0.875% (θ_q ≅ 7.58°) [17]. The change in θ_q for constant θ_p changes the number of leaky modes as well as their attenuation (10). We solved the time-dependent power flow Eq. (2) using EFDM for the coupling coefficient D = 2.3 × 10⁻⁷ and 2.3 × 10⁻⁶ rad²/m, for five different normalized intermediate layer widths δ (δ = 0.15, 0.2, 0.3, 0.4 and 0.5; actual widths δa are 0.15 · 30 μm, 0.2 · 30 μm, 0.3 · 30 μm, 0.4 · 30 and 0.5 · 30 μm). As an illustration our numerical solution of the time-dependent power flow equation is presented in Fig. 2(a), (b) and (c) by showing the evolution of the bandwidth with fiber length with D = 2.3 × 10⁻⁷ rad²/m, for different widths of intermediate layer δ, for Δ_q = 0.525%, 0.7% and 0.875%, respectively, for θ_q excitation. One can observe in Fig. 2 that bandwidth of the W-type fiber varies between those of the reference SC_p and SC_q fibers. One can also observe in Fig. 2 that, for short fiber lengths, bandwidth decreases proportionally with fiber length. However, the bandwidth's decreasing tendency gradually switches to the 1/z^{1/2} functional characteristic at shorter fiber lengths for thinner intermediate layer widths (smaller δ). This is explained by EMD occurring at shorter fiber length in the case of thinner intermediate layer [17]. The shortest coupling lengths characterize SC_p fiber. This is because mode coupling occurs only between guided modes that propagate along the fiber with the propagating angles θ between 0 and 3.62°. Longer coupling lengths are associated with the SC_q rather than SC_p fiber because there is a larger number of modes in the SC_q fiber that propagate at angles θ between 0 and 6.76°.

Fiber bandwidth increases as depth of the intermediate layer decreases. This is consistent with our earlier observation [13] that as depth of the intermediate layer (Δ_q) decreases, EMD occurs at shorter fiber lengths (faster bandwidth improvement) – which is attributed to the correspondingly decreasing number of leaky modes. The smaller the number Δ_q (smaller Δ_q and consequently θ_q), the shorter fiber length it takes for the coupling process to complete. This decrease is more pronounced in the case of narrower intermediate layer widths (smaller δ). Since the leaky mode loss increases by decreasing the width of the intermediate layer, power remains in leaky modes for a rather short transmission length in the case of thicker intermediate layer; consequently, it takes a shorter fiber length for achieving the EMD compared to the case with thinner intermediate layer.

Fig. 3 shows the bandwidth change with fiber length for a W-type fiber with larger coupling coefficient D = 2.3 × 10⁻⁶ rad²/m and for the same fiber's structural parameters as shown in Fig. 2. One can observe an increase of fiber bandwidth with the increasing magnitude of mode coupling. Mode coupling improves fiber bandwidth, both at short and long fiber lengths. Larger mode coupling, associated with stronger intrinsic perturbation effects in the fiber, forces energy redistribution among guided modes to occur at shorter fiber lengths.

The evolution of bandwidth with fiber length for θ_p excitation is shown in Figs. 4 and 5. One can observe from Figs. 2–5 that θ_p excitation leads to the increase of fiber bandwidth compared to

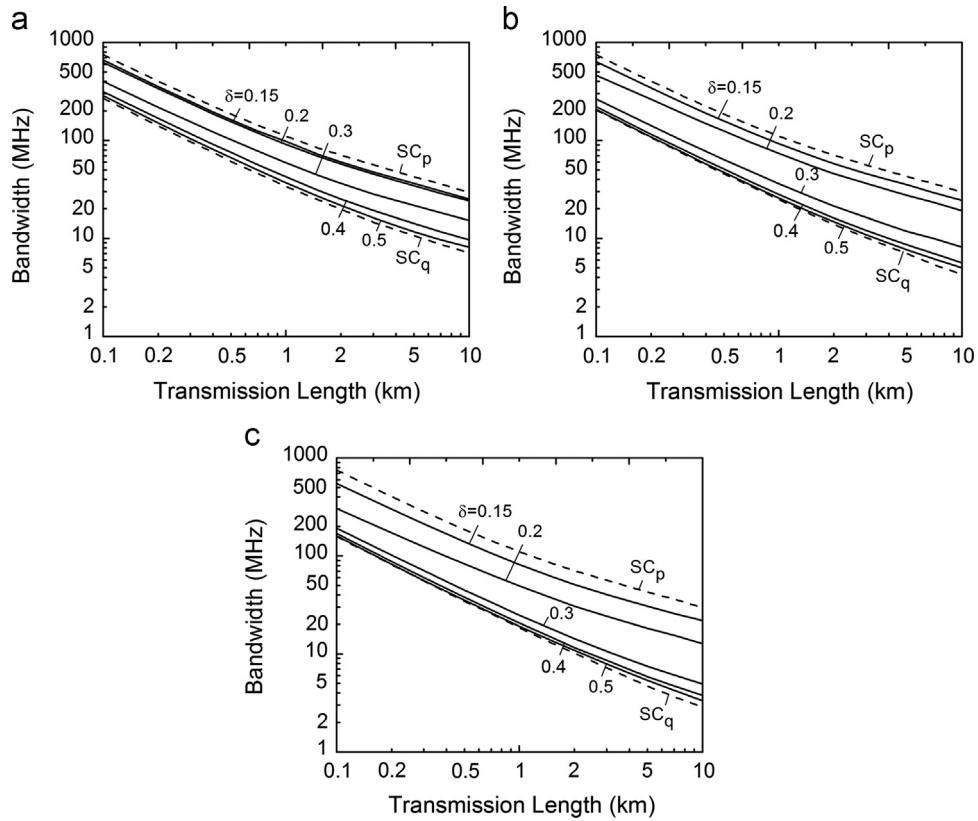


Fig. 2. Transmission length dependence of bandwidth for θ_q excitation, $D=2.3 \times 10^{-7} \text{ rad}^2/\text{m}$, and (a) $\Delta_q=0.525\%$, (b) $\Delta_q=0.7\%$ and (c) $\Delta_q=0.875\%$.

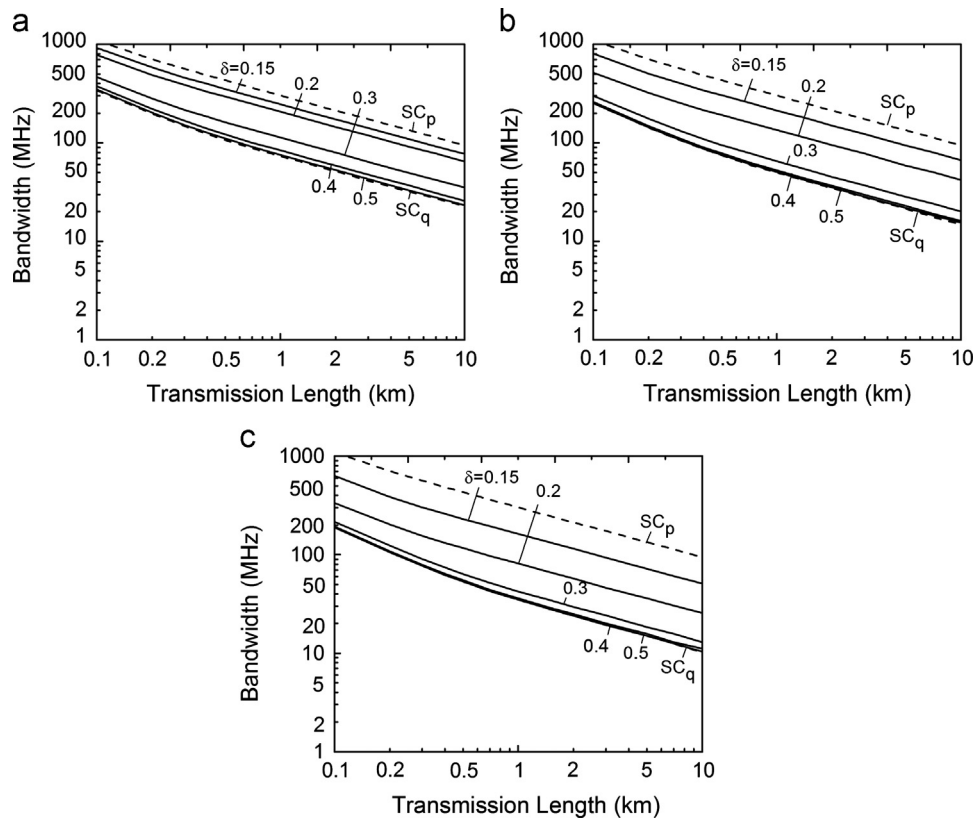


Fig. 3. Transmission length dependence of bandwidth for θ_q excitation, $D=2.3 \times 10^{-6} \text{ rad}^2/\text{m}$, and (a) $\Delta_q=0.525\%$, (b) $\Delta_q=0.7\%$ and (c) $\Delta_q=0.875\%$.

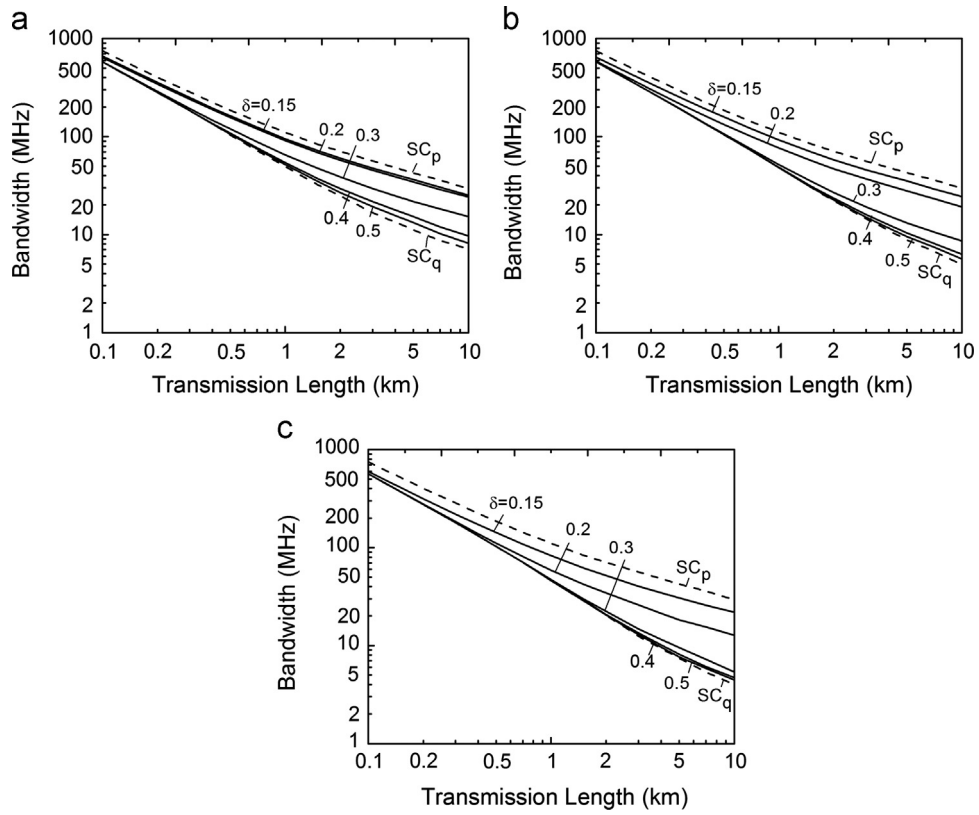


Fig. 4. Transmission length dependence of bandwidth for θ_p excitation, $D=2.3 \times 10^{-7}$ rad²/m, and (a) $\Delta_q=0.525\%$, (b) $\Delta_q=0.7\%$ and (c) $\Delta_q=0.875\%$.

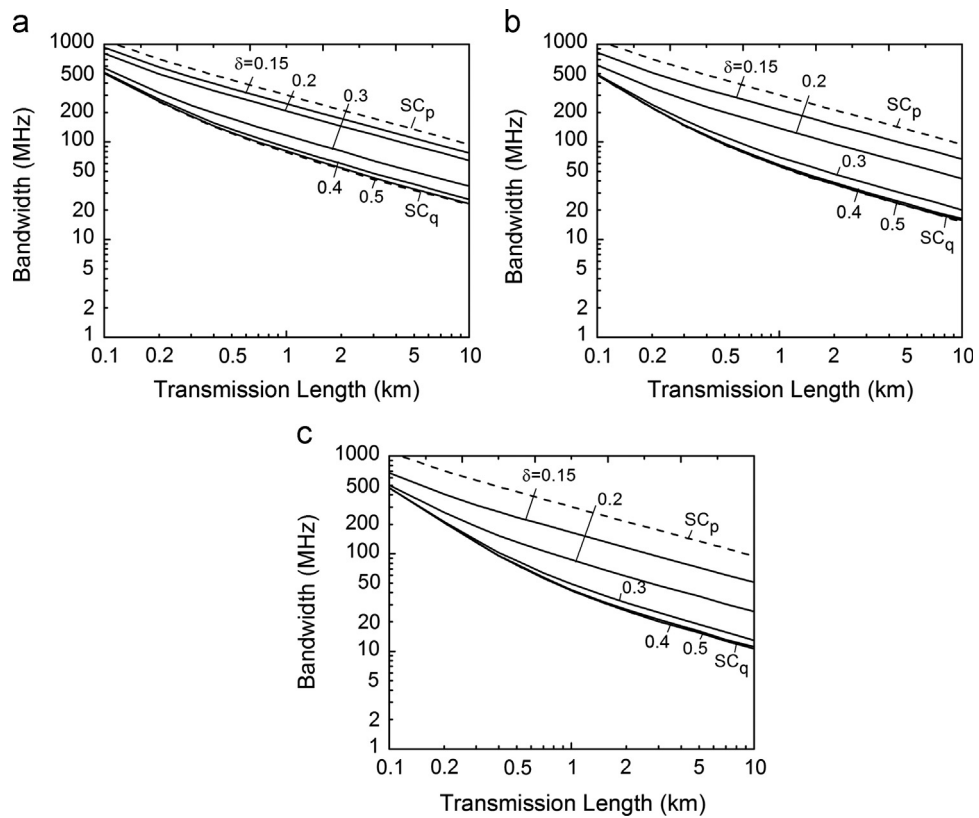


Fig. 5. Transmission length dependence of bandwidth for θ_p excitation, $D=2.3 \times 10^{-6}$ rad²/m, and (a) $\Delta_q=0.525\%$, (b) $\Delta_q=0.7\%$ and (c) $\Delta_q=0.875\%$.

the θ_q excitation. Excitation of only guiding modes (θ_p excitation) leads to higher bandwidth, both at small and intermediate fiber lengths compared to the excitation of both, guiding and leaky modes (θ_q excitation). Furthermore, the switch of the functional dependence of bandwidth from $1/z$ to $1/z^{1/2}$ shifts to shorter fiber lengths when only guiding modes are excited; improving bandwidth.

For θ_p excitation, the influence of width and depth of the intermediate layer is smaller at short fiber lengths. For this excitation, only guiding modes are excited so that there is only a small number of leaky modes at short fiber lengths. With increasing fiber length, the number of leaky modes increases due to mode coupling and, therefore, the influence of the width of the intermediate layer starts to occur at longer fiber lengths. In the case of θ_p excitation and stronger mode coupling (Fig. 5), the influence of the width of the intermediate layer δ on fiber bandwidth is more pronounced. This is because a stronger mode coupling shifts the onset of leaky modes to shorter fiber lengths.

Figs. 6 and 7 show the trade-off relation between bandwidth and steady-state loss for θ_q and θ_p excitations, respectively. We have shown that bandwidth can be improved by reducing the intermediate layer width, decreasing the intermediate layer depth, strengthening the mode coupling process or exciting only guiding modes. It is evident from Figs. 6 and 7 that the steady-state loss changes from that of SC_q to SC_p fiber as the intermediate layer width becomes thinner. Since stronger mode coupling results in an increased steady-state loss, in practice a trade-off relation between bandwidth and loss would have to be considered in designing the optimum W-type index profile. Controlling the intermediate layer width and depth entails a smaller sacrifice in loss than an increase in coupling strength. Furthermore, a choice between θ_q and θ_p excitation also influences trade-off relation between bandwidth and steady-state loss.

5. Conclusion

Bandwidth and steady-state loss are calculated by the time-dependent power flow equation for different intermediate layer depths and widths of multimode W-type optical fibers for different mode coupling strengths and excitations. It is shown for the first time that the shallower the intermediate layer, the higher the fiber bandwidth. With decreasing the depth of intermediate layer, EMD occurs at shorter fiber lengths resulting in faster bandwidth improvement. Bandwidth increases with decreasing the width of the intermediate layer. Since the leaky mode loss decreases with increasing the width of the intermediate layer, power remains in leaky modes for a rather long transmission length in the case of large intermediate layer width, necessitating longer fiber length for achieving the EMD than would be needed with a smaller intermediate layer width. Thus, the bandwidth can be improved by reducing the intermediate layer width that attenuates leaky modes faster.

Similarly it is shown that the stronger the mode coupling, the higher the fiber bandwidth. This is because stronger mode coupling (larger intrinsic perturbation effects in the fiber) forces energy redistribution among guided modes to occur within shorter fiber lengths, resulting in shorter fiber length for achieving EMD and resulting in faster bandwidth improvement.

Bandwidth can be improved by reducing the intermediate layer width, decreasing the intermediate layer depth, strengthening the mode coupling process or exciting only guiding modes. In practice, a trade-off relation between bandwidth and loss would have to be considered in designing the optimum W-type index profile. Controlling the intermediate layer width and depth entails a smaller sacrifice in loss than an increase in coupling strength. Excitation of only guiding modes leads to a higher bandwidth both at small and intermediate fiber lengths compared to the excitation of both guiding and leaky modes. With the excitation of only guided

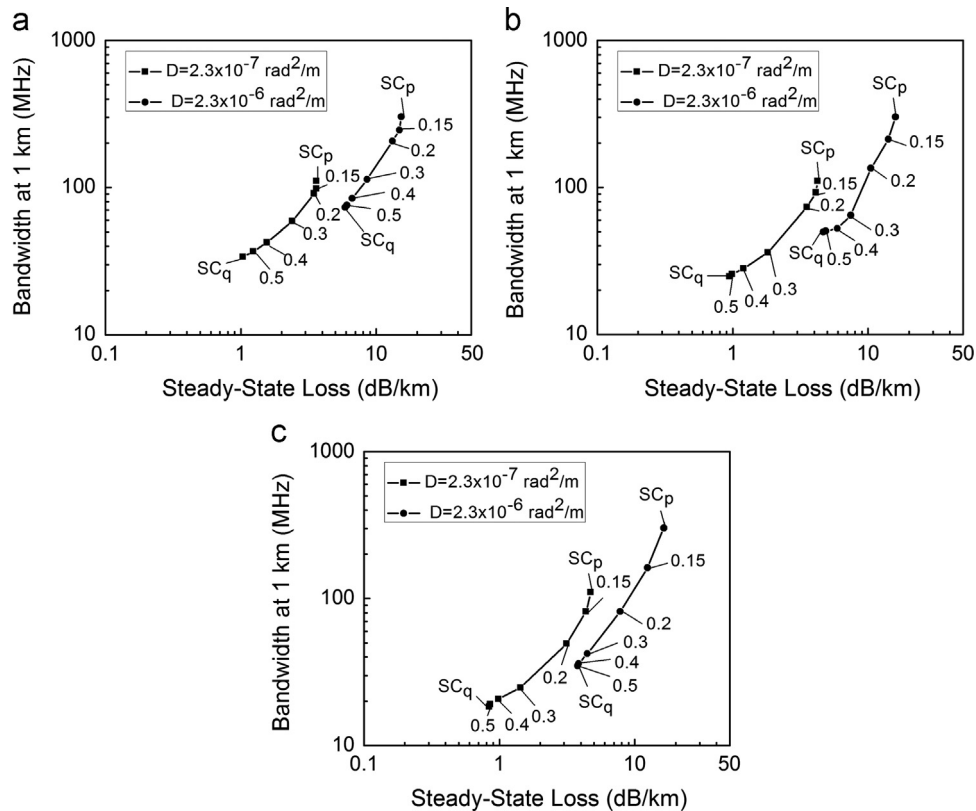


Fig. 6. Trade-off relation between bandwidth and steady-state loss for θ_q excitation, for different coupling strengths D and (a) $\Delta_q=0.525\%$, (b) $\Delta_q=0.7\%$ and (c) $\Delta_q=0.875\%$.

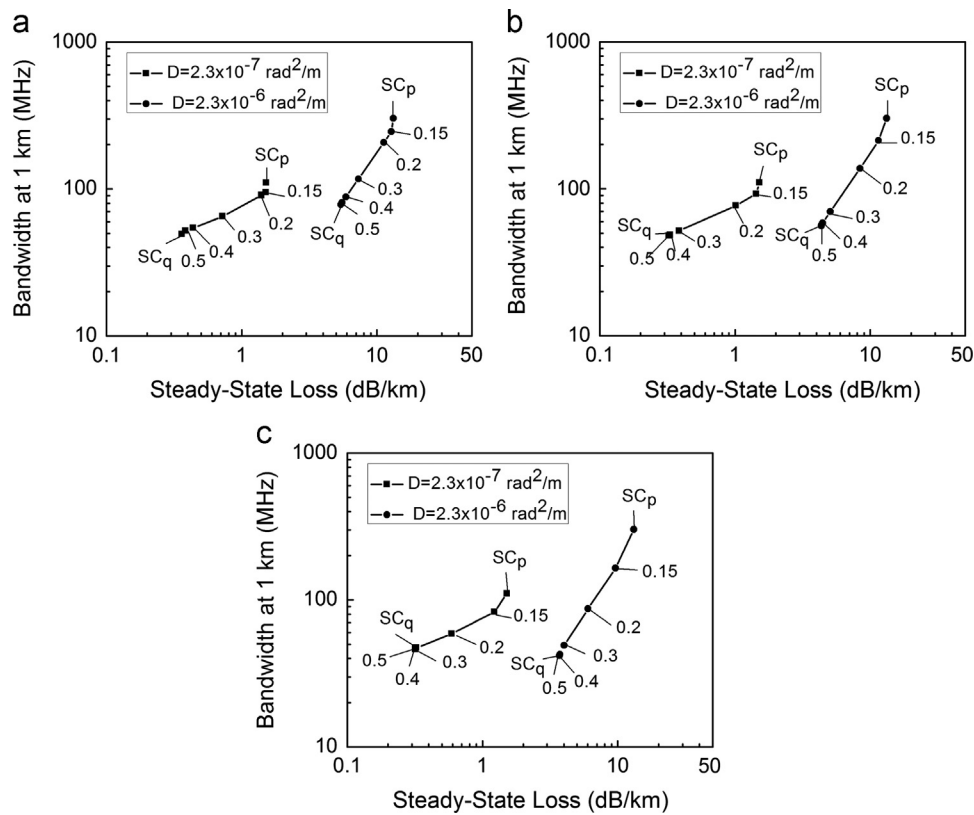


Fig. 7. Trade-off relation between bandwidth and steady-state loss for θ_p excitation, for different coupling strengths D and (a) $\Delta_q=0.525\%$, (b) $\Delta_q=0.7\%$ and (c) $\Delta_q=0.875\%$.

modes, the switch of the functional relations for bandwidth from $1/z$ to $1/z^{1/2}$ shifts to shorter fiber lengths, improving the bandwidth.

Acknowledgments

The work described in this paper was supported by the Strategic Research Grant of City University of Hong Kong (Project no. CityU 7004069) and by a Grant from Serbian Ministry of Education, Science and Technological Development (Project no. 171011).

References

- [1] Tyler EJ, Webster M, Penty RV, White IH, Yu S, Rorison J. Subcarrier modulated transmission of 2.5 Gb/s over 300 m of 62.5- μ m-core diameter multimode fiber. *IEEE Photon Technol Lett* 2002;14:1743–5.
- [2] Patel KM, Ralph SE. Enhanced multimode fiber link performance using a spatially resolved receiver. *IEEE Photon Technol Lett* 2002;14:393–5.
- [3] Zhao X, Choa FS. Demonstration of 10 Gb/s transmission over 1.5-km-long multimode fiber using equalization techniques. *IEEE Photon Technol Lett* 2002;14:1187–9.
- [4] Abbott JS, Smith GE, Truesdale CM. Multimode fiber link dispersion compensator. U.S. Patent 6 363 195; 2002.
- [5] Mikoshiba K, Kajioka H. Transmission characteristics of multimode W-type optical fiber: experimental study of the effect of the intermediate layer. *Appl Opt* 1978;17:2836–41.
- [6] Tanaka T, Yamada S, Sumi M, Mikoshiba K. Microbending losses of doubly clad (W-type) optical fibers. *Appl Opt* 1977;18:2391–4.
- [7] Daum W, Krauser J, Zamzow PE, Ziemann O. *Polymer Optical Fibers for Data Communication*. Berlin: Springer; 2002.
- [8] Yamashita T, Kagami M. Fabrication of light-induced self-written waveguides with a W-shaped refractive index profile. *J Lightwave Technol* 2005;23:2542–8.
- [9] Losada MA, Garcés I, Mateo J, Salinas I, Lou J, Zubía J. Mode coupling contribution to radiation losses in curvatures for high and low numerical aperture plastic optical fibers. *J Lightwave Technol* 2002;20:1160–4.
- [10] Takahashi K, Ishigure T, Koike Y. Index profile design for high-bandwidth W-shaped plastic optical fiber. *J Lightwave Technol* 2006;24:2867–76.
- [11] Dugas J, Maurel G. Mode-coupling processes in polymethyl methacrylate-core optical fibers. *Appl Opt* 1992;31:5069–79.
- [12] Gloge D. Optical power flow in multimode fibers. *Bell Syst Tech J* 1972;51:1767–83.
- [13] Simović A, Djordjević A, Savović S. Influence of width of intermediate layer on power distribution in W-type optical fibers. *Appl Opt* 2012;51:4896–901.
- [14] Tanaka TP, Yamada S. Numerical solution of power flow equation in multimode W-type optical fibers. *Appl Opt* 1980;19:1647–52.
- [15] Tanaka TP, Yamada S. Steady-state characteristics of multimode W-type fibers. *Appl Opt* 1979;18:3261–4.
- [16] Jeunhomme L, Fraise M, Pocholle JP. Propagation model for long step-index optical fibers. *Appl Opt* 1976;15:3040–6.
- [17] Savović S, Simović A, Djordjević A. Explicit finite difference solution of the power flow equation in W-type optical fibers. *Opt Laser Technol* 2012;44:1786–90.
- [18] Anderson JD. *Computational Fluid Dynamics*. New York: Mc Graw-Hill; 1995.