

UNIVERZITET U BEOGRADU

SAOBRAĆAJNI FAKULTET

Norbert R. Pavlović

**UTICAJ NEKIH KARAKTERISTIKA  
LJUDSKOG FAKTORA NA PARAMETRE  
FUNKCIJE POUZDANOSTI RADA  
ŽELEZNIČKOG IZVRŠNOG OSOBLJA**

Doktorska Disertacija

Beograd, 2013

UNIVERSITY OF BELGRADE  
THE FACULTY OF TRANSPORT AND TRAFFIC  
ENGINEERING

Norbert R. Pavlović

**THE INFLUENCE OF SOME HUMAN  
FACTOR CHARACTERISTICS IN  
PARAMETERS OF RELIABILITY  
FUNCTION OF RAILWAY EXECUTIVE  
STAFF**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2013.

UNIVERZITET U BEOGRADU  
SAOBRAĆAJNI FAKULTET

UTICAJ NEKIH KARAKTERISTIKA LJUDSKOG  
FAKTORA NA PARAMETRE FUNKCIJE POUZDANOSTI  
RADA ŽELEZNIČKOG IZVRŠNOG OSOBLJA

Doktorska Disertacija

MENTOR: Dr Milan Vujanić, dipl. inž., redovni profesor  
Univerzitet u Beogradu – Saobraćajni fakultet

ČLANOVI KOMISIJE: Dr Milan Vujanić, dipl. inž., redovni profesor  
Univerzitet u Beogradu – Saobraćajni fakultet

Dr Milan Marković, dipl. inž., redovni profesor  
Univerzitet u Beogradu – Saobraćajni fakultet

Dr Milan Stanojević, dipl. inž., vanredni profesor  
Univerzitet u Beogradu – Fakultet organizacionih nauka

Datum Odbrane \_\_\_\_\_

UNIVERZITET U BEOGRADU  
SAOBRAĆAJNI FAKULTET

Norbert R. Pavlović

UTICAJ NEKIH KARAKTERISTIKA LJUDSKOG  
FAKTORA NA PARAMETRE FUNKCIJE POUZDANOSTI  
RADA ŽELEZNIČKOG IZVRŠNOG OSOBLJA

Doktorska Disertacija

KLJUČNE REČI: ljudski faktor, železnički saobraćaj, vanredni događaj, prognoza broja vanrednih događaja, neuronske mreže, fazi sistem, teorija obnavljanja

Naučna oblast: Tehničko – tehnološke nauke  
Područje: Saobraćaj

Uža naučna oblast: Eksploatacija, bezbednost, modeliranje i planiranje  
železničkog saobraćaja

UDK broj: 656.2(043.3)

## APSTRAKT

Milioni dolara se svakodnevno izdvajaju u razvoj saobraćaja. Saobraćaj je dostigao takav nivo razvoja da problemi sa kojima se inženjerstvo susreće u saobraćaju spadaju u red najkompleksnijih problema i zahtevaju velike napore stručnjaka različitih profila kako bi se ti problemi rešili. Naravno, to sve ima i svoju negativnu stranu. Najteže negativne posledice koje se javljaju kao rezultat funkcionisanja kompleksnih saobraćajnih sistema su saobraćajne nezgode (vanredni događaji) u kojima se svakodnevno gube ljudski životi. Sume koje se izdvajaju u cilju povećanja bezbednosti u saobraćaju i pronalaženja rešenja kojim bi se zaštitili životi učesnika, mere se stotinama miliona dolara.

Posebnu kategoriju saobraćajnih nezgoda čine, zbog svojih specifičnosti, vanredni događaji u železničkom saobraćaju. Vanredni događaji spadaju u tzv. retke događaje zbog čega je dijapazon metoda koje se mogu primeniti u istraživanjima ove kategorije nezgoda, sužen. Međutim, posledice železničkih nezgoda su teške i retko bez ljudskih života usled specifičnosti koje železnica nosi sa sobom. Tu se pre svega misli na brzinu savremenih železničkih vozila, njihovu masu kao i dugačke zaustavne puteve.

Istraživanja su pokazala da u 40% slučajeva, vanredni događaj nastaje kao posledica grešaka ljudskog faktora kao najslabije karike u funkcionisanju saobraćajnog sistema. U doktorskoj disertaciji posmatran je uticaj nekih ličnih karakteristika mašinovođa (brzine i tačnosti reakcije mašinovođa utvrđenih na osnovu testiranja sprovedenog na računaru i godina starosti), ali i karakteristika kao što su vreme koje mašinovođa provede u vožnji voza i složenost pruge u pogledu osiguranja na kojima mašinovođe obavljaju vožnje. Predmet istraživanja bila je veza između navedenih karakteristika i nastalih vanrednih događaja koje su posmatrane mašinovođe napravile u određenem vremenskom periodu.

U doktorskoj disertaciji korišćene su matematičke metode (teorija obnavljanja) u cilju utvrđivanja veze između izabranih parametara ljudskog faktora (mašinovođa) i broja vanrednih događaja koje su te mašinovođe napravile. Vreme između dva vanredna događaja posmatranog mašinovođe je slučajna promenljiva koja ima eksponencijalnu

raspodelu sa parametrom  $\lambda$ . Taj parametar se može smatrati konstantnim kada se posmatra jedan mašinovođa koji je napravio  $n$  vanrednih događaja, ali se ispostavilo da nije konstantan ako se posmatraju mašinovođe koje su u istom periodu napravile različit broj vanrednih događaja. Razvijen je model za prognozu broja vanrednih događaja kada su parametri eksponencijalne raspodele  $\lambda$  različiti. Međutim, analitički izraz je kompleksan i teško primenljiv.

Istraživanja pokazuju da je veza između pomenutih karakteristika ljudskog faktora i broja vanrednih događaja kompleksna. Analitički izraz nije moguće utvrditi. Iz tog razloga bilo je potrebno primeniti neke druge metode kojima bi se ova veza mogla istraživati. U tu svrhu primenjene su metode veštačke inteligencije. Formiran je složen model za prognozu broja vanrednih događaja koji se bazira na primeni neuronske mreže za prepoznavanje oblika (Pattern Recognition Neural Network) i teorije fazi skupova. Na ulaz neuronske mreže se dovode izmereni parametri ljudskog faktora (brzina reakcije i tačnost reakcije mašinovođa), a na izlazu se dobija klasifikacija mašinovođa po kriterijumu sklonosti. Brzine reakcije i tačnosti te reakcije utvrđeni su na osnovu testiranja mašinovođa na računaru. Kao rezultat testiranja dobijeno je vreme reakcije i procenat greške nastale u procesu testiranja.

Sve ispitivane mašinovođe se po kriterijumu pouzdanosti mogu podeliti u tri grupe, pri čemu u prvu grupu spadaju mašinovođe koje za posmatrani vremenski period nisu imale ni jedan vanredni događaj. Ova klasifikacija je izvršena na osnovu statističkih testova o pripadnosti elemenata dva osnovna skupa posmatrajući srednje vreme između dva vanredna događaja mašinovođa.

Dobijeni izlaz iz neuronske mreže se dovodi na ulaz fazi modela, koji na osnovu ovog parametra, poznatog vremena koje mašinovođa provede u vožnji vozova na godišnjem nivou i složenosti pruga u pogledu osiguranja na kojima je to vreme vožnje ostvareno, daje broj vanrednih događaja za posmatranu grupu mašinovođa.

Sva ispitivanja su sprovedena na grupi od 198 mašinovođa koje su u periodu 2003 – 2011 bili zaposleni na JP „Železnice Srbije”.

Analiza dobijenih rezultata pokazuje da su odstupanja prognoziranog broja vanrednih događaja prihvatljiva. Posmatrano za celu grupu mašinovođa (jednu sekciju vuče JP „Železnice Srbije”), to odstupanje je manje od 10%. Ovakvi rezultati imaju praktičan značaj jer se odgovarajućim merama menadžmenta mogu preduzeti aktivnosti u cilju smanjenja broja vanrednih događaja u nekom narednom periodu.

**KLJUČNE REČI:** ljudski faktor, železnički saobraćaj, vanredni događaj, prognoza broja vanrednih događaja, neuronske mreže, fazi sistem, teorija obnavljanja

## **ABSTRACT**

Millions of dollars are invested every day in the development of transportation. The traffic has reached high level of development, so the problems that traffic engineering encounter are among the most complex problems and require great efforts of experts of various profiles in order to resolve the issues. Of course, this has its own downside. The hardest negative consequences that occur as a result of the operation of complex transportation systems are accidents in which human lives are lost every day. The Sums allocated to increase the traffic safety and to find solutions that would protect the human lives are measured in hundreds of millions of dollars.

A spetial category of traffic accidents, due to their spacificity, are railway accidents. The railway accidents belong to rare events, for which the variaty of methods that could be applied in research of this kind of accidents are narrowed. But the consequences of railway accidents are serious and rarely without human lives, due to spacificity of railway traffic. This primarily refers to the speed of modern railway vehicles, their mass and long breaking distances.

The research have shown that in 40% of cases, railway accidents occure as a result of human error, as the weakest link of the functioning of traffic systems. In this doctoral dissertation, the impact of some personal characteristics of locomotive drivers (the speed and accuracy of response measured by testing carried out on the computer and age), but also the features such as the time that locomotive drivers spent in driving trains and ensure complexity of lines are considered. The subject of the study was finding the relationship between these characteristics and resulting railway accidents that have been made by those locomotive drivers over time.

In this doctoral dissertation were used some mathematical methods (the renewal theory) to determine the relationship between selected parameters of human factor (locomotive drivers) and the number of railway accidents that have been made by these locomotive drivers. The time between two accidents for any locomotive drivers is the random variable with exponential distribution and the parameter  $\lambda$ . This parameter  $\lambda$  can be



considered constant if we consider one locomotive driver that has made  $n$  railway accident, but it has shown that it is not constant if we consider the locomotive drivers that have made different number of railway accidents during the same time. A model for forecasting the number of railway accidents has developed for the case when the parameters of the exponential distribution  $\lambda$  are different. However, the analytical expression is complex and very difficult to apply.

The research has shown that the relationship between these characteristics of human factor and the number of railway accidents is complex. Analytical expression can not be determined. For this reason, it is necessary to apply more adequate methods to explore this kind of relationship. For that purpose the methods of artificial intelligence were applied. It is developed the complex model to forecast the number of railway accidents which is based on the pattern recognition neural network and fuzzy theory. The inputs of the neural network are measured parameters of human factors (the response and accuracy of reaction), and the output are classification of locomotive drivers according to the criteria of proneness. The response and accuracy of reaction have been determined by testing of locomotive drivers carried on the computer. The response time and accuracy of reaction was obtained as the result of testing process.

All tested locomotive drivers can be divided into three groups, according to criteria of proneness. The first group includes the locomotive drivers that did not have any railway accident during observed time. This kind of classification was done on the base of statistical test of equality of means for two sets considering the average time between two consecutive railway accidents of locomotive drivers.

The output of pattern recognition neural network is applied to the input of the fuzzy model. The fuzzy model based on this parameter, known annual time that locomotive driver had spent in driving and the complexity of railroad (the type of railroad insurance on which these locomotive drivers achieved their annual driving time), gives the number of railway accidents for these locomotive drivers.

The model has been tested on the group of 198 locomotive drivers employed in Serbian Railways during the period of 2003 – 2011.

The analysis of results shows that the deviation of forecasted number of railway accidents are acceptable. This deviation is less than 10% considering the whole group of locomotive drivers (one traction section of Serbian Railway). These results have practical significance as the management can undertake adequate measures to reduce the number of railway accidents in the following period.

**KEY WORDS:** human factor, railway traffic, railway accidents, forecast the number of railway accidents, neural network, fuzzy system, renewal theory

## SADRŽAJ

1	UVOD .....	1
2	POJAM VANREDNOG DOGAĐAJA .....	7
2.1	Posledice vanrednih događaja .....	7
2.2	Podela vanrednih događaja po mestu nastanka .....	9
2.2.1	<i>Udesi</i> .....	9
2.2.2	<i>Nezgode</i> .....	13
2.3	Podela vanrednih događaja po uzrocima nastanka .....	15
3	MODEL ZA PROGNOZIRANJE BROJA VANREDNIH DOGAĐAJA ZASNOVAN NA TEORIJI OBNAVLJANJA .....	17
3.1	Postavka problema .....	18
3.2	Model sa Puasonovim procesom .....	19
3.3	Model sa eksponencijalnom raspodelom i različitim parametrima $\lambda$ .....	22
4	MODEL ZA PROGNOZIRANJE VANREDNIH DOGAĐAJA MAŠINOVOĐA ZASNOVAN NA TEORIJI OBNAVLJANJA I FAZI LOGICI .....	27
4.1	Fazi logika .....	27
4.1.1	<i>Osnovni elementi fazi skupova i funkcije pripadnosti</i> .....	28
4.1.2	<i>Fazi relacije i fazi rezonovanje</i> .....	35
4.1.3	<i>Fazi inferentni sistem</i> .....	37
4.1.4	<i>Defazifikacija</i> .....	38
4.2	Metodologija izbora funkcija pripadnosti lingvističkih kategorija fazi promenljivih.....	39
5	MODEL ZA KLASIFIKACIJU MAŠINOVOĐA PREMA KRITERIJUMU SKLONOSTI NA OSNOVU BIHEVIORALNIH KARAKTERISTIKA.....	44

5.1	Osnovni pojmovi neuronske mreže .....	44
5.1.1	<i>Procesne jedinice – neuroni</i> .....	46
5.1.2	<i>Veze između neurona</i> .....	47
5.1.3	<i>Tekuće stanje neurona i izlazna pravila</i> .....	47
5.1.4	<i>Topologija neuronskih mreža</i> .....	49
5.1.5	<i>Obučavanje neuronskih mreža</i> .....	49
5.2	Pattern recognition neuronska mreža (PRNN) .....	51
5.3	Označavanje i terminologija.....	53
5.4	Utvrđivanje sklonosti primenom neuronskih mreža i model neuronske mreže za klasifikaciju mašinovođa po kriterijumu sklonosti .....	55
5.5	Metodologija testiranja bihevioralnih karakteristika mašinovođa.....	58
6	SLOŽENI MODEL ZA PROGNOZIRANJE BROJA VANREDNIH DOGAĐAJA – MODEL ZASNOVAN NA TEORIJI OBNAVLJANJA, FAZI LOGICI I NEURONSKIM MREŽAMA.....	63
7	ISTRAŽIVANJE FUNKCIJE POUZDANOSTI RADA I SKLONOSTI KA PRAVLJENJU VANREDNIH DOGAĐAJA I REZULTATI PRIMENE MODELA ZA PROGNOZIRANJE BROJA VANREDNIH DOGAĐAJA MAŠINOVOĐA ŽELEZNICA SRBIJE .....	65
7.1	Istraživanje funkcije pouzdanosti rada mašinovođa Železnica Srbije .....	66
7.1.1	<i>Istraživanje sklonosti ka pravljenju vanrednih događaja na Železnicama Srbije metodom korelacione analize</i> .....	67
7.1.2	<i>Istraživanje sklonosti ka pravljenju vanrednih događaja na Železnicama Srbije metodom testiranja srednjih vrednosti</i> .....	75
7.1.3	$\lambda$ – Kolmogorov test i test Kolmogorov – Smirnov.....	78
7.2	Testiranje modela za prognoziranje vanrednih događaja zasnovano na teoriji obnavljanja za uslove koje važe na Železnicama Srbije .....	84
8	FAZI MODEL ZA PROGNOZU BROJA VANREDNIH DOGAĐAJA ZA USLOVE KOJE VAŽE NA ŽELEZNIČKOJ MREŽI REPUBLIKE SRBIJE ....	88

8.1	Opis modela.....	88
8.2	Metodologija izbora funkcije pripadnosti fazi promenljivih korišćenih u modelu .....	95
8.2.1	<i>Ulazna fazi promenljiva sklonost</i> .....	95
8.2.2	<i>Ulazna fazi promenljiva izloženost</i> .....	99
8.2.3	<i>Ulazna fazi promenljiva složenost</i> .....	104
8.2.4	<i>Izlazna fazi promenljiva <math>\lambda</math></i> .....	109
8.3	Rezultat dobijen primenom metodologije za izbor funkcije pripadnosti fazi promenljivih korišćenih u modelu .....	115
8.4	Diskusija rezultata.....	124
9	ISPITIVANJE BIHEVIORALNIH KARAKTERISTIKA MAŠINOVOĐA I KLASIFIKACIJA PREMA SKLONOSTI PRIMENOM NEURONSKIH MREŽA ZA SLUČAJ ŽELEZNICA SRBIJE.....	128
9.1	Ulazni podaci.....	128
9.2	Dobijeni rezultati primenom PRNN neuronske mreže .....	131
10	SLOŽENI MODEL ZA PROGNOZU BROJA VANREDNIH DOGAĐAJA PRIMENJEN NA USLOVE KOJI VAŽE NA ŽELEZNICAMA SRBIJE.....	135
11	ZAKLJUČAK.....	139
	LITERATURA .....	143
	PRILOG 1 .....	147
	PRILOG 2 .....	154
	PRILOG 3 .....	165
	PRILOG 4 .....	168

## SPISAK SLIKA KORIŠĆENIH U DOKTORSKOJ DISERTACIJI

Slika 2.1 – Grafički prikaz podele nastalih posledica vanrednih događaja na železnici ..	8
Slika 2.2 - Podela vanrednih događaja nastalih na železničkoj mreži Republike Srbije, prema važećem Pravilniku 19 .....	10
Slika 2.3 – Grafički prikaz podele nastalih vanrednih događaja na železnici prema uzroku nastanka.....	16
Slika 4.1 – Primer za fazi skup koji opisuje veliku izloženost mašinovođa .....	32
Slika 4.2 – Blok šema načina rada FIS sistema.....	37
Slika 4.3 – Izgled trougaone i trapezne funkcije pripadnosti fazi skupova .....	40
Slika 4.4 – Skup funkcija pripadnosti fazi promenljive dobijen pomeranjem donje granične vrednosti $a$ .....	40
Slika 4.5 – Skup funkcija pripadnosti fazi promenljive dobijen pomeranjem centra $b$ ..	41
Slika 4.6 – Skup funkcija pripadnosti fazi promenljive dobijen pomeranjem .....	41
Slika 4.7 – Skup funkcija pripadnosti fazi promenljive dobijen pomeranjem .....	42
Slika 4.8 – Skup funkcija pripadnosti fazi promenljive dobijen pomeranjem .....	42
Slika 4.9 – Skup funkcija pripadnosti fazi promenljive dobijen pomeranjem .....	42
Slika 4.10 – Skup funkcija pripadnosti fazi promenljive dobijen pomeranjem .....	43
Slika 5.1 – Osnovni elementi neuronske mreže .....	46
Slika 5.2 – Različiti tipovi aktivacionih funkcija neurona.....	48
Slika 5.3 – Regioni odlučivanja za 2 klase.....	51
Slika 5.4 – Šematski prikaz strukture neuronske mreže korišćene u modelu za klasifikaciju mašinovođa po kriterijumu sklonosti.....	57
Slika 7.1– Šematski prikaz složenog modela za prognozu broja vanrednih događaja ...	63
Slika 8.1 – Grafički prikaz podataka iz statističkog uzorka za uzastopne četvorogodišnje vremenske intervale, sa korelacionom krivom i koeficijentom korelacije za svaku od posmatranih varijanti.....	71
Slika 8.2 – Grafički prikaz podataka iz statističkog uzorka za parni i neparni četvorogodišnji period sa korelacionom krivom i koeficijentom korelacije za svaku od posmatranih varijanti.....	74
Slika 9.1 – Funkcije pripadnosti fazi skupova <i>mala</i> , <i>srednja</i> i <i>velika</i> sklonost .....	89
Slika 9.2 – Funkcije pripadnosti fazi skupova <i>mala</i> , <i>srednja</i> i <i>velika</i> izloženost.....	90

Slika 9.3 – Funkcije pripadnosti rasplinutih skupova <i>mala, srednja</i> i <i>velika</i> složenost.	92
Slika 9.4 – Funkcije pripadnosti fazi skupova <i>vrlo mala, mala, srednja</i> i <i>velika</i> vrednost parametara $\lambda$ .	93
Slika 9.5 – Grafički prikaz mogućih varijanti funkcije pripadnosti <i>mala sklonost</i> koje se dobijaju promenom vrednosti parametara <i>c</i> i <i>d</i> .	96
Slika 9.6 – Grafički prikaz mogućih varijanti funkcije pripadnosti <i>srednja sklonost</i> koje se dobijaju promenom parametara <i>a, b</i> i <i>c</i> .	98
Slika 9.7 – Grafički prikaz mogućih varijanti funkcije pripadnosti <i>velika sklonost</i> koje se dobijaju promenom vrednosti parametara <i>a</i> i <i>b</i> .	99
Slika 9.8 – Grafički prikaz mogućih varijanti funkcije pripadnosti <i>mala izloženost</i> koje se dobijaju promenom parametara <i>c</i> i <i>d</i> .	101
Slika 9.9 – Grafički prikaz varijanti funkcije pripadnosti <i>srednja izloženost</i> koje se dobijaju promenom vrednosti parametara <i>a, b</i> i <i>c</i> .	102
Slika 9.10 – Grafički prikaz varijanti funkcije pripadnosti <i>velika izloženost</i> koje se dobijaju promenom vrednosti parametara <i>a</i> i <i>b</i> .	103
Slika 9.11 – Funkcija pripadnosti <i>mala složenost</i> .	104
Slika 9.12 – Grafički prikaz mogućih varijanti funkcije pripadnosti <i>mala složenost</i> koje se dobijaju promenom vrednosti parametra <i>c</i> .	105
Slika 9.13 – Grafički prikaz mogućih varijanti funkcije pripadnosti <i>mala složenost</i> koje se dobijaju promenom vrednosti parametra <i>d</i> .	105
Slika 9.14 – Funkcija pripadnosti <i>srednja složenost</i> .	106
Slika 9.15 – Grafički prikaz mogućih varijanti funkcije pripadnosti <i>srednja složenost</i> koje se dobijaju promenom vrednosti parametra <i>a</i> .	106
Slika 9.16 – Grafički prikaz mogućih varijanti funkcije pripadnosti <i>srednja složenost</i> koje se dobijaju promenom parametar <i>b</i> .	107
Slika 9.17 – Grafički prikaz mogućih varijanti funkcije pripadnosti <i>srednja složenost</i> koje se dobijaju promenom vrednosti parametra <i>c</i> .	107
Slika 9.18 – Funkcija pripadnosti <i>velika složenost</i> .	108
Slika 9.19 – Grafički prikaz varijanti funkcije pripadnosti <i>velika složenost</i> koje se dobijaju promenom vrednosti parametra <i>a</i> .	108
Slika 9.20 – Grafički prikaz mogućih varijanti funkcije pripadnosti <i>velika složenost</i> koje se dobijaju promenom vrednosti parametra <i>b</i> .	109

Slika 9.21 – Grafički prikaz skupova funkcije pripadnosti <i>vrlo mala</i> $\lambda$ koje se dobijaju promenom parametara $c$ i $d$ .....	110
Slika 9.22 – Grafički prikaz varijanti funkcije pripadnosti <i>mala</i> $\lambda$ koje se dobijaju promenom parametara $a$ , $b$ i $c$ .....	112
Slika 9.23 – Grafički prikaz varijanti funkcije pripadnosti <i>srednja</i> $\lambda$ koje se dobijaju promenom parametara $a$ , $b$ i $c$ .....	114
Slika 9.24 – Grafički prikaz varijanti funkcije pripadnosti <i>velika</i> $\lambda$ koje se dobijaju promenom parametara $a$ i $b$ .....	115
Slika 9.25 – Grafički prikaz uticaja promene gornje granične vrednosti funkcije pripadnosti <i>mala sklonost</i> na broj vanrednih događaja dobijen fazi modelom .....	123
Slika 10.1 – Šematski prikaz strukture neuronske mreže korišćene u modelu za klasifikaciju mašinovođa po kriterijumu sklonosti.....	129
Slika 10.2 - Histogram grešaka.....	132
Slika 10.3 - Koeficijent korelacije traženog i dobijenog izlaza iz PRNN.....	133
Slika 10.4 - Trend kretanja MSE tokom obučavanja, testiranja i validacije PRNN.....	133
Slika 10.5 - Izgled ROC krive za validaciju klasifikacije modela.....	134



## SPISAK TABELA KORIŠĆENIH U DOKTORSKOJ DISERTACIJI

Tabela 5.1 – Oznake koje se koriste u neuronskim mrežama i njihovo značenje .....	54
Tabela 5.2 – Mera sklonosti po grupama mašino vođa prema njihovoj pouzdanosti.....	58
Tabela 8.1 – Statistički podaci vađeni iz evidencija JP „Železnice Srbije” ispitanih mašino vođa.....	66
Tabela 8.2 – Srednje vreme između dva susedna vanredna događaja .....	66
Tabela 8.3 – Srednje vreme rada između dva uzastopna otkaza .....	67
Tabela 8.4 – Rezultati sprovedene korelacione analize za različite varijante posmatranih vanrednih događaja po uzastopnim četvorogodišnjim periodima. ....	69
Tabela 8.5 – Rezultati sprovedene korelacione analize za različite varijante posmatranih vanrednih događaja po parnom i neparnom četvorogodišnjem periodu. ....	72
Tabela 8.6 – Srednje vreme i standardno odstupanje za pojedine grupe mašino vođa iz uzorka.....	77
Tabela 8.7 – Proračun testa srednjih vrednosti za različite grupe mašino vođa.....	77
Tabela 8.8 – Stepen rizičnosti mašino vođa.....	78
Tabela 8.9 – Elementi proračuna testa Kolmogorov – Smirnov za mašino vođe koje....	79
Tabela 8.10 – Elementi proračuna testa Kolmogorov – Smirnov za mašino vođe koje..	80
Tabela 8.11 – Elementi proračuna testa Kolmogorov – Smirnov za mašino vođe koje su napravile 4 i 5 vanredna događaja za 8 godina.....	81
Tabela 8.12 – Elementi proračuna testa Kolmogorov – Smirnov za mašino vođe koje su napravile 5 i 6 vanredna događaja za 8 godina.....	82
Tabela 8.13 – Elementi proračuna testa Kolmogorov – Smirnov za mašino vođe koje su napravile 3 i 5 vanredna događaja za 8 godina.....	83
Tabela 8.14- Broj vanrednih događaja za posmatrani period od osam godina dobijen po modelu 8.3 i stvarni broj vanrednih događaja .....	86
Tabela 9.1 – Baza pravila za utvrđivanje vrednosti parametra $\lambda$ .....	94
Tabela 9.2 – Broj različitih funkcija pripadnosti dobijenih za svaku lingvističku kategoriju i za sve fazi promenljive u modelu.....	116
Tabela 9.3 – Procentualno odstupanje broja vanrednih događaja dobijenih fazi modelom od stvarnog broja vanrednih događaja pri promeni položaja temena funkcije pripadnosti za fazi promenljivu <i>sklonost</i> .....	117

Tabela 9.4 – Procentualno odstupanje broja vanrednih događaja dobijenih fazi modelom od stvarnog broja vanrednih događaja pri promeni položaja temena funkcije pripadnosti za fazi promenljivu <i>izloženost</i> .....	118
Tabela 9.5 – Procentualno odstupanje broja vanrednih događaja dobijenih fazi modelom od stvarnog broja vanrednih događaja pri promeni položaja temena funkcije pripadnosti za fazi promenljivu <i>složenost</i> .....	119
Tabela 9.6 – Procentualno odstupanje broja vanrednih događaja dobijenih fazi modelom od stvarnog broja vanrednih događaja pri promeni položaja temena funkcije pripadnosti za izlaznu fazi promenljivu $\lambda$ .....	120
Tabela 9.7 - Rezultati dobijeni primenom fazi modela za intervalne vrednosti izlazne promenljive $\lambda$ i određene intervalne vrednosti pojedinih ulaznih veličina...	125
Tabela 9.8 – Rezultati dobijeni iz statističkog uzorka za sekciju Lapovo .....	125
Tabela 9.9 – Rezultati dobijeni fazi modelom za mašinovođe sekcije Lapovo .....	126
Tabela 9.10 – Tabelarni prikaz radnih uslova za sekciju vuče „Lapovo“ .....	127
Tabela 10.1 – Mera sklonosti po grupama mašinovođa prema njihovoj pouzdanosti..	129
Tabela 10.2 – Rezultati testiranja jednog mašinovođe .....	130
Tabela 10.3 – Opisne statističke karakteristike uzorka.....	130
Tabela 10.4 – Rezultati dobijeni primenom PRNN.....	131
Tabela 11.1 – Kategorije pruga korišćene u složenom modelu za prognozu broja vanrednih događaja .....	136
Tabela 11.2 - Osnovne statističke karakteristike uzorka korišćenog u prognozi primenom složenog modela.....	137
Tabela 11.3 – Rezultati dobijeni primenom složenog modela za prognozu broja vanrednih događaja .....	137

# 1 UVOD

Svake godine se u svetu izdvajaju milijarde dolara za razvoj, unapređenje i održavanje transportnog sistema. Međutim, i pored toga se svake godine izgubi na hiljade života kao posledica brojnih saobraćajnih nezgoda. Na primer, u Sjedinjenim Američkim Državama svake godine, prosečno, život izgubi preko 30000 ljudi samo u saobraćajnim nezgodama u drumskom saobraćaju [1]. Ovakav gubitak života američku ekonomiju košta godišnje oko 150 milijardi dolara.

Važna činjenica je da 70 - 90% saobraćajnih nezgoda nastaje kao posledica ljudske greške, propusta ili nedovoljne pažnje. Pokazalo se da je ljudski faktor dominantan faktor u saobraćajnim nezgodama u svim vidovima saobraćaja. Kao primer mogu se navesti slučajevi koje je Dhillon prikazao u svojoj knjizi [2]. Britanci su sproveli studiju u kojoj se pokazalo da se ljudski faktor pojavljuje kao uzrok u 70% vanrednih događaja koji su se desili na glavnim železničkim pravicima u Velikoj Britaniji, u periodu od 1900. – 1997. godine. Slična studija sprovedena u Norveškoj je pokazala da u svim vanrednim događajima koji su se dogodili na njihovoj železničkoj mreži u periodu 1970. – 1998., u 62% slučajeva ljudski faktor je bio uzrok. Interesantan je i podatak da se u Indiji godišnje desi oko 400 vanrednih događaja, a u 2/3 slučajeva ljudski faktor je uzrok nastanka ovih vanrednih događaja.

Istraživanja koja su se sprovodila u cilju utvrđivanja najčešćih razloga otkaza ljudskog faktora, pokazala su da se kao glavni razlozi javljaju nedovoljna obuka, kompleksnost zadataka, neadekvatna temperatura i prisustvo buke u radnim prostorijama, nepravilno održavanje opreme, korišćenje neadekvatnog alata, nedovoljna motivacija radnika, neadekvatan broj ljudi u radnim prostorijama, itd.

Greške ljudskog faktora se mogu klasifikovati u nekoliko grupa:

- **Greške u procesu konstrukcije i oblikovanja.** Podrazumeva neuspešnu implementaciju ljudskih potreba u konstruktivnim rešenjima vozila, sistema

upravljanja unutar kabine mašinovođe, kočionih sistema, itd. čime se ostvaruje neadekvatna efikasnost u interakciji čoveka i lokomotive.

- **Greške u procesu održavanja.** Obuhvataju nepravilnu instalaciju uređaja i neadekvatno sprovedene periodične preglede i opravke.
- **Operativne greške.** Ove greške podrazumevaju nepoštovanje propisanih regulativa i neadekvatno sprovođenje predviđenih procedura u izvršnim procesima. Najčešći razlozi za pojavu ovih grešaka su nepostojanje dovoljno preciznih procedura, prevelika složenost zadataka, nepažnja i neodgovorno ponašanje izvršnog osoblja, loši radni uslovi (visoka ili niska temperatura, buka, neadekvatan broj prisutnih ljudi u radnim prostorijama, kao što su lokomotivski prostor ili kancelarija otpravnika vozova, itd.), neadekvatna obuka, itd.
- **Greške u procesu kontrole.** Pod ovim greškama se podrazumevaju greške koje se javljaju u postupku kontrole procesa odvijanja saobraćaja, formiranja i rasformiranja puteva vožnje vozova i manevarskih sastava, pripreme lokomotive za vuču, pravilnog sastavljanja vozova, provere ispravnosti kočnica i svih pomoćnih uređaja neophodnih za bezbedno odvijanje saobraćaja, itd.
- **Greške u procesu odvijanja saobraćaja.** Ove greške podrazumevaju greške nastale usled pogrešno preduzetih aktivnosti izvršnog osoblja, pogrešnih reakcija nastalih kao rezultat pogrešne procene izvršnog osoblja. Uzrok ovakvih grešaka mogu biti najrazličitije prirode, od neadekvatnog osvetljenja radnih prostorija, signala, komandnog pulta otpravnika vozova, preko neprecizne komunikacije koja može dovesti do nesporazuma, pa do umora i nepažnje samog radnika.
- **Greške prilikom manipulisanja robom.** U ove greške spadaju oštećenja na robi usled neadekvatnog transporta ili skladištenja robe.

Sa aspekta istraživanja sprovedenog u ovoj doktorskoj disertaciji, od značaja su greške ljudskog faktora koje spadaju u grupu operativnih grešaka, odnosno grešaka koje pravi

izvršno osoblje (mašinovođe) u procesu odvijanja saobraćaja vozova (vožnje vozova). Ove greške najčešće nastaju kao posledica nepostojanja dovoljno preciznih procedura, prevelike složenosti radnih zadataka, nepažnje i neodgovornog ponašanja izvršnog osoblja, loših radnih uslova, neadekvatne obuke, i dr.

Železnički saobraćaj predstavlja važan deo transportnog sistema svake zemlje. Efikasnost i bezbednost železničkog saobraćaja zavisi od brojnih faktora među kojima su važne železničke regulative, pouzdanost opreme i ljudskog faktora. Ljudski faktor je jedan od najznačajnijih faktora koji utiču na bezbednost u železničkom saobraćaju i njemu se posvećuje posebna pažnja u istraživanjima koja se sprovode na železnici. Zašto? Kao rezultat otkaza ljudskog faktora u železničkom saobraćaju nastaju vanredni događaji. Imajući u vidu brzine kretanja vozova i njihove mase, posledice nastalih vanrednih događaja su izuzetno teške i često katastrofalne, kako po ljudske živote i materijalna sredstva, tako i u pogledu štete na životnu sredinu. Iz tog razloga je neophodno posebnu pažnju posvetiti problemu uticaja ljudskog faktora na bezbednosne parametre u železničkom saobraćaju.

Kada se desi vanredni događaj, više ništa ne može da se uradi. Šteta je napravljena, gubici ljudskih života su nenadoknadivi kao i emotivna patnja njihovih bližnjih, materijalna šteta na sredstvima i opremi je velikih razmera, a često su i štete na životno okruženje velike. Jedino što može da se uradi jeste da se preduzmu odgovarajuće mere kako bi se broj vanrednih događaja sveo na najmanju moguću meru.

Tema doktorske disertacije su vanredni događaji izazvani greškom mašinovođa u procesu obavljanja svojih radnih zadataka.

Cilj ove doktorske disertacije je da se ustanovi model koji bi, na osnovu sklonosti mašinovođa ka vanrednim događajima, njihove izloženosti (vremena provedenog u vožnji na godišnjem nivou) i složenosti radnih zadataka (kompleksnosti pruge na kojima je ostvaren broj sati provedenih u vožnji) predvideo broj vanrednih događaja koje bi te mašinovođe eventualno napravile u nekom narednom periodu. U tu svrhu, formiran je model koji se bazira na teoriji obnavljanja i fazi logici i koji na osnovu fazi

ulaznih veličina sklonosti ka vanrednim događajima, izloženosti (broj sati provedenih u vožnji vozova na godišnjem nivou) i složenosti radnih zadataka daje prognozirani broj vanrednih događaja.

Sklonost je karakteristika koja je teško merljiva i nema jasno definisanog načina za njeno merenje. Pri izradi doktorske disertacije pošlo se od pretpostavke da postoji razlika u sklonosti mašinovođa ka vanrednim događajima izazvana nekim faktorom. Pojam sklonosti ka otkazima (vanrednim događajima) nije nov pojam. Međutim, još uvek nije pronađen adekvatan način kvantifikacije sklonosti kao karakteristike. U doktorskoj disertaciji, u cilju utvrđivanja postojanja sklonosti, sprovedena je metoda koju su Greenwood i Woods sprovedeli u svojim istraživanjima [3], kao i metoda koju je autor predložio u svom magistarskom radu.

U cilju kvantifikovanja sklonosti i utvrđivanja njene zavisnosti od izabranih parametara, definisan je model baziran na neuronskim mrežama za prepoznavanje šablona (Pattern Recognition Neural Network – PRNN). Na ulaz modela se dovode parametri brzine reakcije na sprovedenim testovima (na računaru), tačnosti te reakcije i godina starosti mašinovođa u trenutku testiranja. PRNN model na svom izlazu daje klasifikaciju mašinovođa prema sklonosti koja se koristi u fazi modelu za prognozu broja vanrednih događaja.

Radno vreme koje mašinovođa provede na svom radnom mestu u okviru svoje radne smene obuhvata vreme koje on provede u radnim prostorijama u kojima je obavezan da obavi administrativne poslove (da zaduži svu zakonski propisanu dokumentaciju neophodnu za predstojeću vožnju i da razduži dokumentaciju vožnje koju je završio u prethodnoj radnoj smeni), vreme koje provede u čekanju na svoju radnu mašinu (lokomotivu), vreme provedeno u procesu primopredaje kada radna mašina stigne i naravno vreme koje provede u vožnji voza u toku te radne smene. Sa aspekta ove doktorske disertacije interesantno je samo vreme koje mašinovođa provede u upravljačnici lokomotive u procesu vožnje, jer greške i propusti koje u tom periodu radnog vremena napravi, mogu dovesti do vanrednih događaja. Upravo to vreme koje mašinovođa provede u vožnji voza određuje *izloženost* mašinovođe riziku da svojom

aktivnošću izazove vanredni događaj. Pod ovako definisanim pojmom *izloženosti* podrazumeva se broj sati koje mašinovođa provede u upravljačnici lokomotive u procesu vožnje voza na godišnjem nivou.

Pod pojmom složenost radnih zadataka podrazumeva se složenost aktivnosti koje mašinovođa preduzima u toku vožnje na različitim prugama. Pruge se razlikuju po signalno sigurnosnim uređajima kojima su opremljene, a koje utiču na proces vožnje vozova. Sa aspekta složenosti radnih zadataka koje mašinovođa obavlja u toku vožnje vozova na različitim prugama, moguće je formirati skalu složenosti u obliku stepena gradacije od najmanje do najveće složenosti.

Doktorska disertacija je koncipirana u 11 poglavlja. U drugom poglavlju dat je kratak osvrt na trenutno važeće regulative na AD „Železnice Srbije” i data je podela vanrednih događaja koja se primenjuje u oblasti bezbednosti u železničkom saobraćaju. Treće poglavlje je posvećeno teorijskim osnovama modela za prognozu broja vanrednih događaja primenom teorije obnavljanja. U četvrtom poglavlju dat je teorijski osvrt na model za prognozu broja vanrednih događaja zasnovan na teoriji obnavljanja i fazi logici. U okviru ovog poglavlja predstavljena je i metodologija izbora funkcija pripadnosti lingvističkih kategorija fazi promenljivih u modelu. U petom poglavlju predstavljene su teorijske osnove modela za klasifikaciju mašinovođa po kriterijumu sklonosti, a na osnovu bihevioralnih karakteristika. Šesto poglavlje predstavlja teorijske postavke složenog modela za prognozu broja vanrednih događaja zasnovanog na teoriji obnavljanja, fazi logici i neuronskim mrežama. U sedmom poglavlju sprovedeno je istraživanje funkcije pouzdanosti rada i sklonosti ka vanrednim događajima. U okviru ovog poglavlja prikazani su rezultati primene modela za prognozu broja vanrednih događaja u uslovima koji važe na Železnicama Srbije. U osmom poglavlju primenjen je model za prognozu broja vanrednih događaja na uslove koji važe na Železnicama Srbije. Deveto poglavlje je posvećeno ispitivanju bihevioralnih karakteristika i klasifikaciji mašinovođa prema sklonosti na konkretnom slučaju Železnica Srbije. Pretposlednje poglavlje je posvećeno testiranju modela za prognozu broja vanrednih događaja na Železnicama Srbije. Poslednje poglavlje je zaključak.

Sva istraživanja u doktorskoj disertaciji sprovedena su na osnovu statističkog uzorka od 777 mašinovođa koji su bili u radnom odnosu na AD „Železnice Srbije” u periodu 2003 – 2010. Statistički uzorak je formiran uvidom u arhivu vanrednih događaja AD „Železnica Srbije” i izdvojeni su svi vanredni događaji koji su u pomenutom periodu nastali.



## 2 POJAM VANREDNOG DOGAĐAJA

Železnički saobraćaj se odvija u skladu sa aktuelnim i brojnim pravilnicima kojima se bliže određuju postupci i aktivnosti u saobraćajnoj, mašinskoj, građevinskoj, elektrotehničkoj i drugim delatnostima na železnici. Sa aspekta teme ove disertacije, od posebnog interesa je „Pravilnik 19” - o načinu evidentiranja, statističkog praćenja i objavljivanja podataka o vanrednim događajima nastalim u železničkom saobraćaju i o drugim pojavama od značaja za bezbednost železničkog saobraćaja.

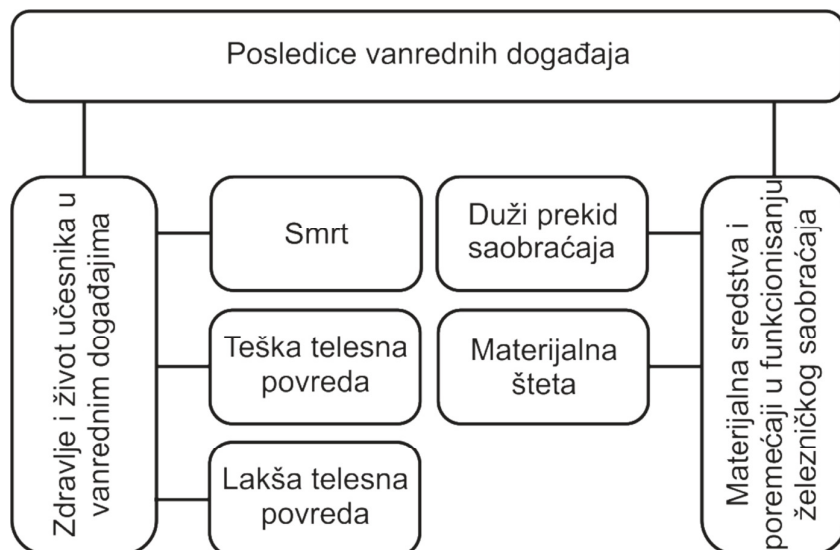
Podela vanrednih događaja, kao i njihovih posledica, vrši se isključivo radi podnošenja izveštaja nadležnim organima o nastalom vanrednom događaju, kao i za potrebe statističkog praćenja.

### 2.1 POSLEDICE VANREDNIH DOGAĐAJA

Pravilnikom 19 [4] definisani su osnovni pojmovi koji se odnose na vanredne događaje na železnici, njegove posledice po život i zdravlje učesnika kao i njihova podela po mestu nastanka i uzrocima koji su do njega doveli.

Pod vanrednim događajem u železničkom saobraćaju, u smislu ovog Pravilnika podrazumeva se udes ili nezgoda u kome je jedno ili više lica poginulo, ili povređeno, ili je izazvana materijalna šteta, odnosno u kome je došlo do prekida, ugrožavanja ili otežavanja odvijanja železničkog saobraćaja.

Posledice vanrednih događaja se mogu podeliti na dve osnovne grupe: posledice po život i zdravlje učesnika u vanrednom događaju i posledice u smislu nastalih oštećenja na materijalnim sredstvima. Ova podela je prikazana na slici 2.1.



Slika 2.1 – Grafički prikaz podele nastalih posledica vanrednih događaja na železnici

Pod usmrćenim licem smatra se lice koje je poginulo u vanrednom događaju, umrlo na licu mesta ili najkasnije 30 dana posle vanrednog događaja usled povreda zadobijenih u vanrednom događaju, sa izuzetkom slučajeva samoubistva, ubistva ili prirodne smrti lica u železničkom saobraćaju.

Teže povređenim licem smatra se lice čije telesne povrede zadobijene u vanrednom događaju iziskuju lekarsku negu ili bolničko lečenje zbog kojih je to lice, prema oceni lekara ili zdravstvene ustanove, onesposobljeno za rad najmanje 14 dana uključujući i dan vanrednog događaja.

Lakše povređenim licem smatra se lice čije telesne povrede zadobijene u vanrednom događaju iziskuju, prema oceni lekara ili odgovornog železničkog radnika, intervenciju lekara ili zdravstvene ustanove, a ne spada u grupu teže povređenih lica.

Drugu grupu posledica nastalog vanrednog događaja čine materijalne štete koje uključuju materijalna oštećenja na železničkoj infrastrukturi i vučnim i vučenim vozilima kao i štete koje se javljaju usled nastalog prekida saobraćaja. U tom smislu, ovim pravilnikom se definiše materijalna šteta kao procenjena šteta na voznim sredstvima, pruzi, objektima, uređajima i postrojenjima po cenama koje su važile na dan

nastanka štete. U iznos procenjene štete ulazi i vrednost troškova otklanjanja posledica vanrednog događaja (materijal, radna snaga i sl.), bez iznosa štete na robi primljenoj na prevoz. Znatna materijalna šteta je šteta veća od dinarskog iznosa koja se određuje u skladu sa propisima statistike Međunarodne železničke unije (UIC), a manja materijalna šteta je šteta čiji je iznos veći od jedne petine znatne materijalne štete pa do iznosa znatne materijalne štete.

Većim prekidom saobraćaja smatra se prekid duži od šest sati, a manjim prekidom saobraćaja prekid koji je trajao više od jednog sata, a najviše šest sati.

## 2.2 PODELA VANREDNIH DOGAĐAJA PO MESTU NASTANKA

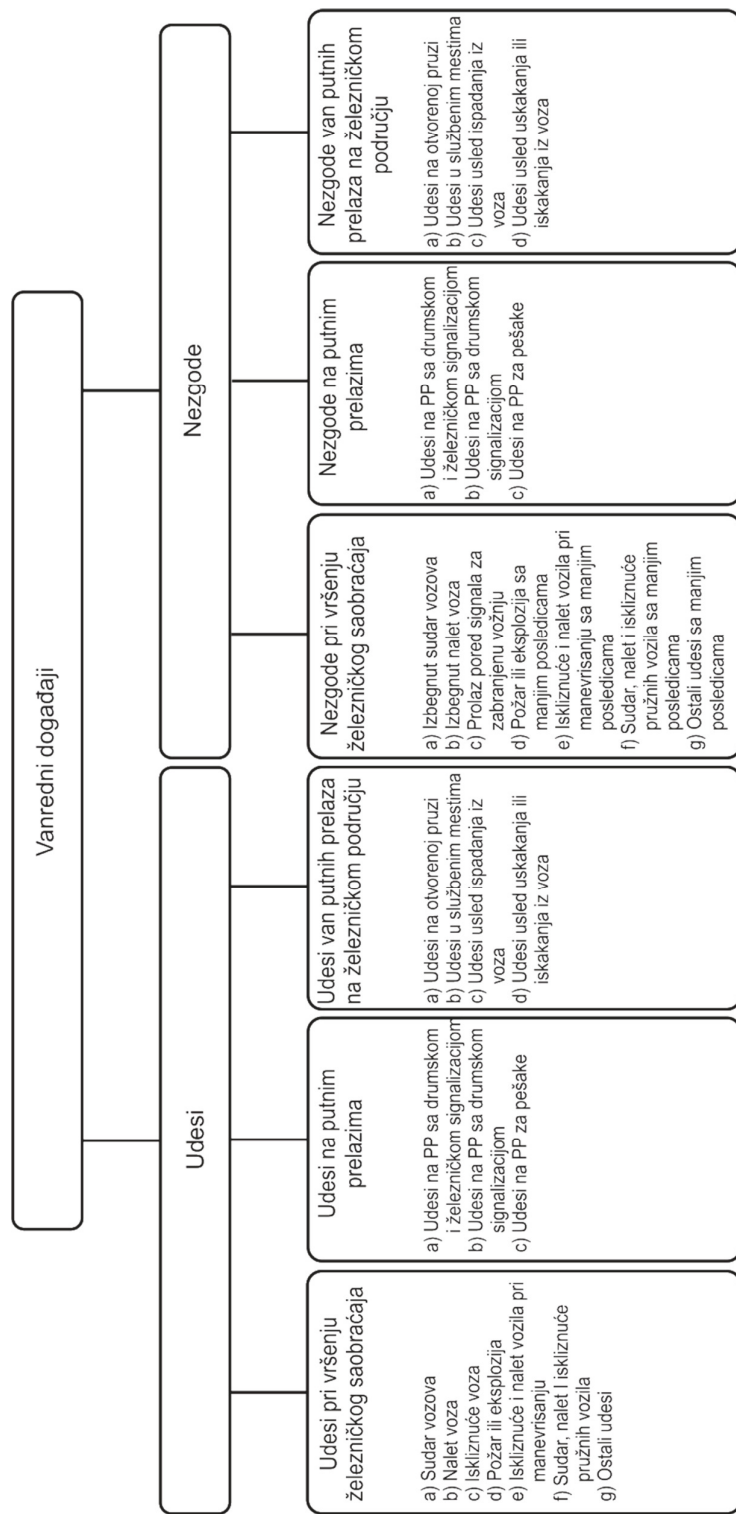
Vanredni događaji u železničkom saobraćaju dele se na udese i nezgode. Na slici 2.2 data je blok šema podele vanrednih događaja.

Udes je vanredni događaj u železničkom saobraćaju u kome je jedno ili više lica poginulo ili teže povređeno ili je nastala znatna materijalna šteta ili veći prekid u železničkom saobraćaju. Udesom se smatra i svaki nastali sudar vozova, nalet voza ili iskliznuće voza i dele se na udese pri vršenju železničkog saobraćaja, udese na putnim prelazima i udese van putnih prelaza na železničkom području (Slika 2.2).

### 2.2.1 Udesi

U udese pri vršenju železničkog saobraćaja ubrajaju se:

- a) Sudar vozova  
kada jedan voz udari u čelo, bok ili kraj drugog voza, bilo da se kreću oba ili samo jedan od njih, nezavisno od smeru kretanja.



Slika 2.2 - Podela vanrednih događaja nastalih na železničkoj mreži Republike Srbije, prema važećem Pravilniku 19

- b) Nalet voza  
kada voz naleti na manevarski sastav, grupu kola ili pojedinačna vozila ili pružno vozilo, kada stoje na koloseku ili se kreću i obratno.
- c) Iskliznuće voza  
kada isklizne jedno ili više vozila u vozu ili vučno vozilo.
- d) Požar ili eksplozija  
u kojima je jedno ili više lica poginulo, ili teže povređeno, ili je nastala znatna materijalna šteta, ili je nastao veći prekid u železničkom saobraćaju, bez obzira da li su se dogodili u vozu, na pruzi ili objektu, ako ugrožavaju železnički saobraćaj.
- e) Iskliznuće i nalet vozila pri manevrisanju  
u kojem je jedno ili više lica poginulo ili teže povređeno, ili je nastala znatna materijalna šteta, ili je nastao veći prekid u železničkom saobraćaju, kada isklizne ili naleti jedno ili više vozila, ili vučno vozilo, prilikom manevrisanja, ili odbegnuća vozila.
- f) Sudar, nalet i iskliznuće pružnih vozila  
u kojem je jedno ili više lica poginulo, ili teže povređeno, ili je nastala znatna materijalna šteta, ili je nastao veći prekid u železničkom saobraćaju, kada se sudare ili nalete jedno na drugo, ili na druga vozila, odnosno kada isklizne pružno vozilo.
- g) Ostali udesi koji nisu razvrstani u neku od gore navedih kategorija udesa  
u kojima je jedno ili više lica poginulo, ili teže povređeno, ili je nastala znatna materijalna šteta, ili veći prekid u železničkom saobraćaju (nastradala lica udarom kola ili predmeta palih iz kola, od odrona zemlje ili stene na prugu prouzrokovanim radovima na radilištu u blizini pruge, od strujnog udara, napad na železničke radnike i putnike, usmrćenje ili teža povreda železničkih radnika

koji učestvuju u vršenju železničkog saobraćaja kada nisu nastradali sopstvenom krivicom itd.).

Udesi na putnim prelazima, koji su nastali zbog nedozvoljenog i neopreznog kretanja lica, drumskih vozila i krupne stoke na putnim prelazima, koji su izazvali veći prekid železničkog saobraćaja, znatnu materijalnu štetu ili usmrćenje, teže povrede jednog ili više lica, uključuju:

- a) Udesi na putnim prelazima za drumska vozila na kojima se saobraćaj obezbeđuje signalno-sigurnosnim uređajima za zaustavljanje drumskog saobraćaja i najavljivanje približavanja voza (branici, polubranici i svetlosni signali).
- b) Udesi na putnim prelazima za drumska vozila na kojima se saobraćaj obezbeđuje saobraćajnim znakovima na putevima.
- c) Udesi na putnim prelazima za pešake.

Udesi van putnih prelaza koji su nastali na železničkom području zbog nedozvoljenog i neopreznog kretanja lica, ispadanja, uskakanja i iskakanja iz voza, pada drumskih vozila na prugu itd., koji su izazvali veći prekid železničkog saobraćaja, znatnu materijalnu štetu ili usmrćenje, teže povrede jednog ili više lica, kao i usmrćenje ili teže povrede železničkih radnika koji su pri vršenju železničkog saobraćaja nastradali svojom krivicom, podrazumevaju:

- a) udese na otvorenoj pruzi,
- b) udese na službenim mestima,
- c) udese usled ispadanja iz voza,
- d) udese usled uskakanja i iskakanja iz voza.

## 2.2.2 Nezgode

Nezgoda je vanredni događaj u železničkom saobraćaju u kome je jedno ili više lica lakše povređeno ili je nastala manja materijalna šteta ili manji prekid železničkog saobraćaja ili je ugroženo ili otežano odvijanje železničkog saobraćaja. Podela nezgoda je vrlo slična podeli udesa, s tom razlikom što su posledice kod nezgoda lakše. Sa slike 2.2 se vidi da se nezgode dele na nezgode pri vršenju železničkog saobraćaja, nezgode na putnim prelazima i nezgode van putnih prelaza na železničkom području.

U nezgode pri vršenju železničkog saobraćaja spadaju:

- a) Izbegnuti sudar vozova  
kada je zbog nedozvoljenog kretanja vozova moglo doći do sudara.
- b) Izbegnuti nalet voza ili pružnog vozila  
kada je zbog nedozvoljenog kretanja voza ili vozila moglo doći do naleta.
- c) Prolaz voza ili pružnog vozila pored signala koji zabranjuje dalju vožnju ili nedozvoljen prolaz voza ili pružnog vozila kroz službeno mesto gde je trebalo da stane, kada voz prođe pored glavnog signala koji pokazuje signalni znak "Stoj" ili drugog signala koji zabranjuje dalju vožnju, kao i kada voz prođe kroz službeno mesto u koje po redu vožnje ili po naređenju treba da stane, a da pri tome nije prouzrokovan drugi vanredni događaj.
- d) Iskliznuće ili nalet vozila pri manevrisanju  
kada isklizne ili naleti jedno ili više vozila prilikom manevrisanja, ili odbegnuća vozila, a da pri tom nije bilo poginulih ili teže povređenih lica, ili znatne materijalne štete, ili većeg prekida železničkog saobraćaja.
- e) Požar ili eksplozija  
a da pri tome nije bilo poginulih ili teže povređenih lica, ili znatne materijalne štete, ili većeg prekida železničkog saobraćaja.

- f) Sudar i nalet pružnih vozila  
a da pri tome nije bilo poginulih ili teže povređenih lica, ili znatne materijalne štete, ili većeg prekida železničkog saobraćaja.
  
- g) Ostale nezgode koje ne spadaju u neku od prethodno navedenih kategorija  
a da pri tome nije bilo poginulih ili teže povređenih lica, ili znatne materijalne štete, ili većeg prekida saobraćaja (ulazak voza na zatvoren kolosek, pokušaj ugrožavanja bezbednosti saobraćaja od strane trećih lica na bilo koji način, pad stena, zemlje, stabla i sl. na prugu pri miniranju na radilištu u blizini pruge, nespušteni branici na putnim prelazima kod prolaza voza itd.).

Nezgode na putnim prelazima, koje su nastale zbog nedozvoljenog i neopreznog kretanja lica, drumskih vozila i krupne stoke na putnim prelazima koje su izazvale manji prekid saobraćaja, manju materijalnu štetu ili lakšu povredu jednog ili više lica, kategorišu se na:

- a) Nezgode na putnim prelazima za drumska vozila na kojima se saobraćaj obezbeđuje signalno-sigurnosnim uređajima za zaustavljanje drumskog saobraćaja i najavljivanje približavanja voza (branici, polubranici i svetlosni signali).
  
- b) Nezgode na putnim prelazima za drumska vozila na kojima se saobraćaj obezbeđuje saobraćajnim znakovima na putevima.
  
- c) Nezgode na putnim prelazima za pešake.

Nezgode van putnih prelaza koje su nastale na železničkom području zbog nedozvoljenog i neopreznog kretanja lica, ispadanja, uskakanja i iskakanja iz voza, pada drumskih vozila na prugu itd., koji su izazvali manji prekid saobraćaja, manju materijalnu štetu ili lakšu povredu jednog ili više lica, dele se na:



- a) nezgode na otvorenoj pruzi,
- b) nezgode u službenim mestima,
- c) nezgode usled ispadanja iz voza i
- d) nezgode usled uskakanja i iskakanja iz voza.

### 2.3 PODELA VANREDNIH DOGAĐAJA PO UZROCIMA NASTANKA

Vanredni događaj koji je nastao iz više uzroka razvrstava se prema uzroku koji je izazvao najtežu posledicu. Podela vanrednih događaja prema uzrocima nastanka predstavljena je na šemi datoj na slici 2.3. Vidi se da se vanredni događaji po ovom kriterijumu dele na vanredne događaje iz ličnih propusta pri vršenju železničkog saobraćaja, zbog tehničkih mana na sredstvima, više sile i nepažnje i zlonamernog delovanja putnika i trećih lica.

Vanredni događaji nastali zbog ličnih propusta podrazumevaju vanredne događaje nastale usled nepoštovanja propisa pri izvršavanju radnih obaveza i vršenju železničkog saobraćaja, kao i prilikom kretanja na železničkom području.

Vanredni događaji nastali zbog tehničkih mana na sredstvima dele se na:

- a) vanredne događaje nastale zbog tehničkih mana vučnog vozila,
- b) vanredne događaje nastale zbog tehničkih mana ostalih vozila,
- c) vanredne događaje nastale zbog tehničkih mana pruge i pružnih postrojenja,
- d) vanredne događaje nastale zbog tehničkih mana na signalno-sigurnosnim i telekomunikacionim postrojenjima,

e) vanredne događaje nastale zbog tehničkih mana na stabilnim postrojenjima električne vuče.



Slika 2.3 – Grafički prikaz podele nastalih vanrednih događaja na železnici prema uzroku nastanka

### **3 MODEL ZA PROGNOZIRANJE BROJA VANREDNIH DOGAĐAJA ZASNOVAN NA TEORIJI OBNAVLJANJA**

Uzroci nastanka saobraćajnih nezgoda na železnici svrstavaju se u nekoliko grupa. Analiza uzroka nastanka nezgoda pokazuje da je ljudski faktor veoma izražen. Ova činjenica se najbolje ilustruje podatkom da se ljudski faktor javlja kao uzrok u oko 44% železničkih vanrednih događaja nastalih na teritoriji Republike Srbije [5]. Upravo iz tog razloga, posebna pažnja se posvećuje istraživanjima ljudskog faktora. Veliki broj autora objavio je radove koji se bave analizom uticaja ljudskog faktora na nastanak saobraćajnih nezgoda na železnici i modelima njihovog nastanka [6-8]. Autori u ovim radovima koriste različite metode analize i upravljanja rizicima kako bi istražili uticaj ljudskog faktora na pojavu vanrednih događaja na železnici. U radu [9], autori su došli na ideju da modeliraju performanse mašinovođa kako bi uočili kritične aktivnosti mašinovođa koje dovode do vanrednih događaja. Krajnji cilj ovakvih istraživanja je preduzimanje preventivnih mera radi smanjenja broja saobraćajnih nezgoda.

Često je od značaja prognozirati ukupan broj saobraćajnih nezgoda na osnovu postojeće baze podataka [10-12], kako bi se subjekti zaduženi za bezbednost saobraćaja na vreme upozorili na veličinu problema koji će se u budućnosti pojaviti, u slučaju izostanka odgovarajuće akcije. Istraživanje sprovedeno u ovoj tački doktorske disertacije spada u ovu kategoriju radova. Osnovna ideja u ovom poglavlju doktorske disertacije je da se ukaže na mogućnosti primene teorije pouzdanosti odnosno teorije obnavljanja u prognozi broja saobraćajnih nezgoda koje su izazvali železnički radnici.

Ova tačka posvećena je predloženim modelima za prognozu broja otkaza (vanrednih događaja) mašinovođa. Predloženi modeli su bazirani na teoriji obnavljanja i pretpostavci da vreme rada između dva otkaza, za jednog mašinovođu ima eksponencijalnu raspodelu ili Erlangovu raspodelu drugog ili višeg reda, koja se karakteriše parametrom eksponencijalne, odnosno Erlangove raspodele. Modeli su razvijeni za slučajeve kada je intenzitet pojave vanrednih događaja konstantan kao i za slučajeve kada to nije slučaj.

### 3.1 POSTAVKA PROBLEMA

Pouzdanost radnika može se definisati kao verovatnoća da radnik u toku obavljanja svojih radnih zadataka ne preuzima aktivnost (namerno ili slučajno) koja bi za posledicu umala pojavu vanrednog događaja. Drugim rečima, pouzdanost rada radnika je verovatnoća da u toku upravljanja sistemom radnik neće preuzeti nikakve aktivnosti koje bi za posledicu imale degradaciju upravljanog sistema [6].

Pouzdanost radnika može da se posmatra na isti način kao pouzdanost rada bilo kog tehničkog elementa. To znači da se pouzdanost rada radnika može opisati funkcijom pouzdanosti  $R(t)$ , koja predstavlja verovatnoću da radnik u toku obavljanja svoje radne dužnosti ne napravi grešku koja za posledicu ima nastanak vanrednog događaja, do nekog momenta  $t$ :

$$R(t) = P(T > t) \quad (3.1)$$

Veličina  $T$  je definisana kao slučajna promenljiva koja opisuje vreme rada jednog radnika do otkaza (napravljene greške), ali ne bilo koje greške, već greške koja dovodi do vanrednog događaja, odnosno to je vreme rada radnika između dve ovakve uzastopne greške. Greške radnika koje za posledicu nisu imale nastanak vanrednog događaja mogu biti interesantni za proučavanje ponašanja radnika, ali za predloženi metod prognoziranja broja vanrednih događaja nisu od značaja.

Funkcija pouzdanosti rada radnika može se napisati u drugačijoj formi:

$$R(t) = 1 - F(t) \quad (3.2)$$

gde je  $F(t)$  funkcija raspodele slučajne promenljive  $T$ .

$$F(t) = P(T < t) \quad (3.3)$$

Neka su  $T_1, T_2, T_3, \dots, T_n$ , slučajne promenljive veličine koje opisuju vreme rada radnika od momenta početka posmatranja pa do momenta pojave prve greške, vreme rada između prve i druge greške, vreme rada između druge i treće greške itd., sukcesivno.

Ove slučajne promenljive mogu imati proizvoljne raspodele verovatnoća. Vrsta tih raspodela i njihovi parametri određuju model za prognoziranje broja otkaza (vanrednih događaja).

### 3.2 MODEL SA PUASONOVIM PROCESOM

Ovaj model je predložen u radu [13]. S obzirom da u najvećem broju slučajeva radnik nema prekid rada posle napravljene greške (vanrednog događaja izazvanog delovanjem mašinovođe), naizmenični proces rada i otkazivanja radnika može se posmatrati kao proces sa trenutnim obnavljanjem.

Ako su slučajne promenljive  $T_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) nezavisne i imaju isti tip raspodele (što je u teoriji pouzdanosti poznato kao „prost proces“), za prognoziranje broja saobraćajnih nezgoda najjednostavnije je primeniti analitičke modele.

Ako slučajne promenljive  $T_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), pored već iznetog, imaju i eksponencijalne raspodele sa istim parametrom  $\lambda$ , onda je proces obnavljanja Puasonov. Svakako je najjednostavnija primena analitičkog modela kada se radi o Puasonovom procesu obnavljanja.

Osobine stacionarnosti, odsustva pamćenja i ordinarnosti koje karakterišu Puasonov proces, mogu se zapaziti kod procesa otkazivanja (pojave greške) radnika, i ogledaju se u sledećem:

- Verovatnoća da jedan radnik napravi grešku dva ili više puta, u dovoljno malom vremenskom intervalu je zanemarljivo mala (osobina ordinarnosti),

- verovatnoća pojave greške radnika u nekom vremenskom intervalu  $\tau$  zavisi samo od dužine posmatranog vremenskog intervala, a ne zavisi od toga gde se na vremenskoj osi taj interval nalazi (osobina stacionarnosti),
- verovatnoća pojave greške radnika u nekom trenutku ne zavisi od odvijanja procesa u predhodnom trenutku (osobina odsustva pamćenja).

Broj grešaka jednog radnika do nekog momenta  $t$ , opisuje se slučajnom promenljivom  $N(t)$ , koja u ovom slučaju ima Puasonovu raspodelu verovatnoća:

$$P_n(t) = P [N(t) = n] = \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t} \quad (3.4)$$

za  $n = 1, 2, 3, \dots$

gde je:

$t$  – vremeski period za koji se vrši prognoza,

$\bar{T}$  - srednje vreme rada između dva otkaza,

$\lambda$  - parametar eksponencijalne raspodele, gde je

$$\lambda = \frac{1}{\bar{T}}$$

Poznato je da kod Puasonovog procesa obnavljanja slučajna promenljiva koja opisuje vreme rada do  $n$ -tog otkaza (obnavljanja) ima Erlangovu raspodelu  $n$ -tog reda, pa je funkcija gustine raspodele vremena rada radnika do  $n$ -tog otkaza jednaka:

$$f_n(t) = \frac{\lambda(\lambda t)^{n-1}}{(n-1)!} e^{-\lambda t} \quad (3.5)$$

za  $n = 1, 2, 3, \dots$

Specijalno, za  $n = 1$ , gustina raspodele data izrazom (3.4) dobija oblik:

$$f_n(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (3.6)$$

poznat kao izraz za gustinu eksponencijalne raspodele.

Funkcija pouzdanosti rada radnika do  $n$ -tog otkaza u tom slučaju je:

$$R_n(t) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t} \quad (3.7)$$

za  $n = 1, 2, 3, \dots$

Funkcija raspodele je:

$$F_n(t) = 1 - R_n(t) = 1 - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t} \quad (3.8)$$

za  $n = 1, 2, 3, \dots$

Matematičko očekivanje broja otkaza jednog radnika do nekog vremena  $t$  jednako je:

$$H(t) = M[N(t)] = \lambda \cdot t \quad (3.9)$$

Ako proces obnavljanja jeste prost proces, ali slučajne promenljive  $T_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) nemaju eksponencijalnu raspodelu sa parametrom  $\lambda$ , već Erlangovu  $a$ -tog reda, poznato je da slučajna promenljiva koja opisuje vreme rada do  $n$ -tog otkaza ima Erlangovu raspodelu  $an$ -tog reda, sa funkcijom gustine raspodele:

$$f_n(t) = \frac{\lambda(\lambda t)^{an-1}}{(an-1)!} e^{-\lambda t} \quad (3.10)$$

za  $n = 1, 2, 3, \dots$

Broj grešaka radnika do nekog vremena  $t$ , u ovom slučaju, opisuje se slučajnom promenljivom čija je raspodela verovatnoća:

$$P_n(t) = \frac{(\lambda t)^{an}}{(an)!} e^{-\lambda t} \quad (3.11)$$

za  $n = 1, 2, 3, \dots$

Matematičko očekivanje broja otkaza jednog radnika do nekog vremena  $t$  jednako je, u ovom slučaju:

$$H_t = M [ N(t) ] = a \cdot \lambda \cdot t \quad (3.12)$$

Treba istaći da Puasonov proces obnavljanja može biti realnost kada su u pitanju otkazi radnika na železnici. Analizom statističkog uzorka, koji se sastoji od 317 mašinovođa Železnice Srbije koji su imali vanredne događaje tokom posmatranih 8 godina, ustanovljeno je da slučajne promenljive  $T_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) imaju eksponencijalnu raspodelu, a da su u grupi mašinovođa koji su napravili isti broj otkaza, parametri eksponencijalne raspodele isti, tj. da je  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \dots = \lambda_n = \lambda = const.$

### 3.3 MODEL SA EKSPONENCIJALNOM RASPODELOM I RAZLIČITIM PARAMETRIMA $\lambda$

Problem je znatno složeniji ako slučajne promenljive  $T_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) imaju eksponencijalne raspodele i ako  $\exists i, j; \lambda_i \neq \lambda_j, i \in \{1, 2, \dots, n\}$  i  $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ .

Neka  $F_1(t_1)$  označava funkciju raspodele slučajne promenljive  $T_1$ , koja ima eksponencijalnu raspodelu sa parametrom  $\lambda_1$  i koja opisuje vreme rada do prvog otkaza. Na isti način, sa  $F_2(t_2)$  označena je funkcija raspodele slučajne promenljive  $T_2$  koja ima



eksponencijalnu raspodelu sa parametrom  $\lambda_2$ , a koja opisuje vreme rada između prvog i drugog otkaza. Gustine raspodele slučajnih promenljivih  $T_1$  i  $T_2$  će biti označene kao  $f_1(t_1)$  i  $f_2(t_2)$  i njihov oblik je  $f_1(t_1) = \lambda_1 e^{-\lambda_1 t_1}$ ,  $t_1 \in [0, \infty)$  i  $f_2(t_2) = \lambda_2 e^{-\lambda_2 t_2}$ ,  $t_2 \in [0, \infty)$ . Zbir ove dve slučajne promenljive može se predstaviti kao  $T = T_1 + T_2$ . Neka  $G(t)$  označava kompoziciju ovih raspodela:

$$G(t) = F_1(t_1) * F_2(t_2) \quad (3.13)$$

Prema definiciji funkcije raspodele verovatnoća, funkcija  $G(t)$  će biti:

$$G(t) = \iint_D f(t_1, t_2) dt_1 dt_2 = \int_0^t \int_0^{t-t_1} f_1(t_1) f_2(t_2) dt_1 dt_2 \quad (3.14)$$

Rešavanjem ovog integrala, dobija se izraz za funkciju  $G(t)$ :

$$G(t) = 1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_2 t} \quad (3.15)$$

Kako gustina raspodele slučajne promenljive predstavlja prvi izvod funkcije raspodele, to će biti:

$$g(t) = G'(t) = f_2(t) = \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} + \lambda_2 e^{-\lambda_2 t} \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \quad (3.16)$$

Koristeći izraz za kompoziciju raspodele, izraz 3.15 se može uopštiti do oblika:

$$f_n(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i e^{-\lambda_i t} \prod_{k \in [1, n] \setminus \{i\}} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (3.17)$$

Dokaz je dat u prilogu 1, na kraju disertacije.

Pretpostavimo da je iskaz tačan za  $n = m$ . Potrebno je dokazati da je tačan i za slučaj kada je  $n = m + 1$ . Funkcija raspodele kompozicije  $l + m$  nezavisnih eksponencijalnih raspodela ima oblik:

$$F_{m+1}(t) = \int_0^t \int_0^{t-x_{m+1}} \lambda_{m+1} e^{-\lambda_{m+1} x_{m+1}} \sum_{i=1}^m \lambda_i e^{-\lambda_i t} \prod_{k \in [1, m] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} dx_{m+1} dt \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} f_{m+1}(t) &= F'_{m+1}(t) \\ &= \sum_{i=1}^m \left[ \frac{\lambda_{m+1} \cdot \lambda_i}{\lambda_i - \lambda_{m+1}} e^{-\lambda_{m+1} t} + \frac{\lambda_{m+1} \cdot \lambda_i}{\lambda_{m+1} - \lambda_i} e^{-\lambda_i t} \right] \prod_{k \in [1, m] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$f_{m+1}(t) = \sum_{i=1}^m [\lambda_i e^{-\lambda_i t} - \lambda_i e^{-\lambda_{m+1} t}] \lambda_i e^{-\lambda_i t} \prod_{k \in [1, m+1] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (3.20)$$

$$f_{m+1}(t) = \sum_{i=1}^{m+1} \lambda_i e^{-\lambda_i t} \prod_{k \in [1, m+1] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} - e^{-\lambda_{m+1} t} \sum_{i=1}^{m+1} \lambda_i \prod_{k \in [1, m+1] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (3.21)$$

Koristeći Vandermondovu determinantu, dokazuje se da je:

$$\sum_{i=1}^{m+1} \lambda_i \prod_{k \in [1, m+1] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} = 0, \text{ pa gornji izraz postaje}$$

$$f_{m+1}(t) = \sum_{i=1}^{m+1} \lambda_i e^{-\lambda_i t} \prod_{k \in [1, m+1] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (3.22)$$

Na osnovu izraza (3.15), (3.16) i (3.20) sledi da je:

$$f_n(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i e^{-\lambda_i t} \prod_{k \in [1, n] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i}, \quad \text{za } n = 2, 3, 4, \dots \quad (3.23)^1$$

Dokaz je dat u prilogima 1 i 2 na kraju disertacije.

Shodno izrazu (3.22), broj otkaza (grešaka) jednog mašinovođe do nekog vremena  $t$ , opisuje se slučajnom promenljivom  $N(t)$ , koja u ovom slučaju ima raspodelu verovatnoća:

$$P[N(t) = n] = e^{-\lambda_{n+1}t} \prod_{k \in [1, n] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} + \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{\lambda_{n+1} - \lambda_i} e^{-\lambda_i t} \prod_{k \in [1, n] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (3.24)$$

$n = 2, 3, 4, \dots$

Iz izraza (3.23) sledi da u slučaju velikog uzorka, za broj otkaza grupe radnika koji, sa unapred zadatom verovatnoćom 0,95 neće biti premašen do nekog trenutka  $t$ , jednak je:

$$\begin{aligned} F[N_u(t)] &= P[N_u(t) < N_{up}(t)] = P(0 < N_u(t) < N_{up}(t)) \\ &= P\left(\frac{0 - \mu}{\sigma} < \frac{N_u(t) - \mu}{\sigma} < \frac{N_{up}(t) - \mu}{\sigma}\right) = 0,95 \end{aligned} \quad (3.25)$$

za  $\mu > 3\sigma$ , sledi:

$$\Phi\left(\frac{0 - \mu}{\sigma}\right) = \Phi(-3) \approx -0,5 \quad (3.26)$$

odakle, dalje sledi:

$$P\left(\frac{0 - \mu}{\sigma} < \frac{N_u(t) - \mu}{\sigma} < \frac{N_{up}(t) - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{N_{up}(t) - \mu}{\sigma}\right) - \Phi(-3) = 0,95 \quad (3.27)$$

---

<sup>1</sup> Za pruženu pomoć pri dobijanju opšteg oblika izraza (3.22) dugujem veliku zahvalnost Željku Drobnjaku, dipl. inž. saob. i dr Ninoslavu Ćiriću, dipl. mat.

Nakon izrade ovog modela naišao sam na website <http://www.math.bme.hu/~balazs/util.html> na kome je Dr Márton Balázs, na Institutu za matematiku na Univerzitetu u Budimpešti, ovaj izraz dobio na vrlo sličan način.

$$\Phi\left(\frac{N_{up}(t) - \mu}{\sigma}\right) = 0,45 \quad (3.28)$$

Ako u posmatranoj grupi radnika svi radnici imaju istu pouzdanost i ako je broj radnika veći od 50, slučajna promenljiva  $N_u(t)$  koja opisuje ukupan broj otkaza u grupi do nekog vremena  $t$  može se, prema centralnoj graničnoj teoremi [14], tretirati kao promenljiva sa normalnom raspodelom  $N(r\mu_n, \sigma_n\sqrt{r})$ , gde su:

$$\mu_N = 1 - e^{-\lambda_1 t} + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{i=1}^j (1 - e^{-\lambda_i t}) \prod_{k \in [1, n] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (3.29)$$

$$\sigma_N^2 = 1 - e^{-\lambda_1 t} + \sum_{n=2}^{\infty} (2n - 1) \sum_{i=1}^n (1 - e^{-\lambda_i t}) \prod_{k \in [1, n] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} - \mu_N^2 \quad (3.30)$$

Dokaz je dat u prilogu 3, na kraju disertacije.

## **4 MODEL ZA PROGNOZIRANJE VANREDNIH DOGAĐAJA MAŠINOVOĐA ZASNOVAN NA TEORIJI OBNAVLJANJA I FAZI LOGICI**

Fazi logika predstavlja oponašanje procesa aproksimativnog rezonovanja ljudskog mozga. U tradicionalnim, analitičkim proračunima, odlučivanje, proračun i zaključci koji se donose na osnovu sprovedenih proračuna, baziraju se na preciznim i jasno definisanim ulaznim podacima kao i striktnim pretpostavkama. Često, te pretpostavke podrazumevaju da analitički model važi za idealne uslove, a realni problemi najčešće egzistiraju u sredinama koje nisu idealne. Upravo se tu stvara prostor za primenu metoda mekog računa koji se zasniva na toleranciji u pogledu nepreciznosti, neizvesnostima, delimično tačnim tvrdnjama i aproksimaciji.

### **4.1 FAZI LOGIKA**

Fazi logika predstavlja aproksimativno rezonovanje na semantičkom i lingvističkom nivou. Primenom tehnike fazi logike modeliraju se nelinearne funkcije i procesi složenih sistema do prihvatljivog stepena preciznosti, odnosno modeliraju se uslovi koji nisu jasno definisani ili se ne mogu jasno definisati. Ovaj proces modeliranja bazira se na pravilima oblika *ako – tada*. Ovde će biti prikazani osnovni elementi na kojima se baziraju fazi skupovi i koji su detaljno opisani u [15].

## 4.1.1 Osnovni elementi fazi skupova i funkcije pripadnosti<sup>2</sup>

### 4.1.1.1 Teorija fazi skupova

U klasičnoj teoriji skupova, element ili pripada ili ne pripada posmatranom skupu. Ova logika je razumljiva, precizna i ima široku primenu. Međutim, u mnogim slučajevima ova logika ne može da se primeni za opis raznih pojava. Mnoge pojave se ne mogu opisati dvovrednosnom logikom (tačno – netačno). U mnogim slučajevima posmatrana pojava može delimično posedovati neku osobinu. Na primer, posmatrajmo jedan autobus u kojem se nalazi veliki broj putnika. Za takvu situaciju se obično kaže da je „gužva u autobusu”. Ako iz tog autobusa izađe jedan putnik, u autobusu će biti i dalje gužva. Ako se postupak ponavlja, prema dvovrednosnoj logici u jednom momentu će ostati toliki broj putnika da ćemo biti u stanju da kažemo da u autobusu nema gužve. Izlaskom kog putnika po redu iz autobusa mi možemo reći da u autobusu više nema gužve? Odgovor na ovo pitanje ne možemo da damo. Prema tome, pripadnost skupu u zavisnosti od toga da li element poseduje osobinu kojom se definiše taj skup, zahteva i uvođenje gradacije kojom se definiše stepen posedovanja te osobine. Dakle, dvofaktorna logika se ne može primeniti u izrazima kod kojih nije moguće utvrditi istinost tvrdnje.

Neka  $X$  predstavlja univerzalan skup i neka  $x$  predstavlja proizvoljan element tog skupa. U klasičnoj teoriji skupova, proizvoljan element datog univerzalnog skupa ili pripada ili ne pripada nekom skupu  $A$ . Skup  $A$  je definisan njegovom karakterističnom funkcijom koja određuje da li posmatrani element  $x$  pripada tom skupu, na sledeći način:

$$\varphi_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases} \quad (4.1)$$

---

<sup>2</sup> Delovi tačke 4.1.1 koji se odnose na definicije fazi skupova, operacije na fazi skupovima, fazi relacije i fazi rezonovanje preuzeti su iz doktorske disertacije Dr Miroslava Huđeca, dipl. inž., koji je doktorirao na Univerzitetu u Beogradu - Fakultetu organizacionih nauka.

Karakteristična funkcija  $\varphi_A(x)$  preslikava elemente univerzalnog skupa  $X$  u skup  $\{0, 1\}$ , formalno napisano:

$$\varphi_A: X \rightarrow \{0,1\} \quad (4.2)$$

Za svako  $x \in X$ , kada je  $\varphi_A(x) = 1$ ,  $x$  pripada skupu  $A$ , a kada je  $\varphi_A(x) = 0$ , element  $x$  ne pripada skupu  $A$ . Dakle, karakteristična funkcija data izrazom (4.2) ima oštru granicu između pripadnosti i nepripadnosti elementa datom skupu. Međutim, postoje problemi kod kojih se ne može primeniti ovako oštro definisana granica pripadnosti ili nepripadnosti nekom skupu. Na primer, definišimo skup *veliki broj putnika na železničkoj stanici* na sledeći način:

$$A(x) = \{x \mid \text{broj putnika} > 50 \text{ putnika}\}$$

gde  $x$  predstavljaju železničke stanice. Ako na nekoj železničkoj stanici  $x_1$  50 putnika čeka voz, karakteristična funkcija ima vrednost  $\varphi_A(x) = 0$ , a za neku drugu železničku stanicu  $x_2$  na kojoj 51 putnika čeka voz, vrednost karakteristične funkcije će biti  $\varphi_A(x) = 1$ . Prema osobini *veliki broj putnika na železničkoj stanici*, železničke stanice sa 50 i 75 putnika koji čekaju voz u potpunosti zadovoljavaju definisanu osobinu i među njima nema razlike sa spektra posmatrane osobine. Međutim, ako posmatrameo dve stanice od kojih na jednoj čeka 50 putnika, a na drugoj 51 putnika, razlika postoji i ove dve železničke stanice pripadaju različitim skupovima.

Ovaj nedostatak klasične teorije skupova prevaziđen je uvođenjem fazi skupova, a karakteristična funkcija je zamenjena funkcijom pripadnosti.

Fazi skup  $A$  nad univerzalnim skupom  $X$  je određen svojom karakterističnom funkcijom:

$$\mu_A: X \rightarrow [0, 1] \quad (4.3)$$

gde za svako  $x \in X$ ,  $\mu_A(x)$  predstavlja stepen pripadnosti elementa  $x$  fazi skupu  $A$ .

Funkcija pripadnosti omogućava dodeljivanje kontinualnog stepena pripadnosti svakog elementa  $x \in X$  fazi skupu  $A$ . Što je veća vrednost funkcije pripadnosti to je i veća pripadnost elementa  $x$  skupu  $A$  i obrnuto. Dakle, svaka funkcija pripadnosti preslikava elemente datog univerzalnog skupa  $X$ , u realne brojeve iz intervala  $[0, 1]$ . Prema tome, fazi skup se može prikazati kao skup uredenih parova, formalno napisano:

$$A(x) = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X\} \quad (4.4)$$

gde je  $\mu_A(x)$  definisan formulom (4.3).

Iz definicije fazi skupa se vidi da ukoliko se vrednost funkcije pripadnosti ograniči na vrednost 0 ili 1, dobija se klasičan skup, a funkcija pripadnosti  $\mu_A(x)$  postaje karakteristična funkcija  $\varphi_A(x)$ .

Konstrukcija fazi skupova zavisi od dve stvari: određivanje univerzalnog skupa  $X$  i specifikacije konkretne funkcije pripadnosti. Na primer, fazi skup *veliki broj vozila na putu* ima različite funkcije pripadnosti u zavisnosti da li se posmatra put visokog ranga (autoput) ili neki lokalni put.

Fazi skupovi mogu imati različite oblike. Najčešći oblici fazi skupova korišćenih u literaturi su:

- trougaoni  
definisan parametrima  $a, b$  i  $c$  na sledeći način:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{za } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{za } a \leq x < b \\ \frac{c-x}{c-b} & \text{za } b \leq x \leq c \\ 0 & \text{za } x > c \end{cases} \quad (4.5)$$

- trapezoidni  
definisani sa parametrima  $a, b, c$  i  $d$  na sledeći način:



$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{za } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{za } a \leq x < b \\ 1 & \text{za } b \leq x < c \\ \frac{d-x}{d-c} & \text{za } c \leq x < d \\ 0 & \text{za } x > d \end{cases} \quad (4.6)$$

- zvonovni

definisani parametrima  $b$  i  $c$ , na sledeći način:

$$\mu(x) = \begin{cases} S\left(x; c - b, c - \frac{b}{2}, c\right) & \text{za } x \leq c \\ 1 - S\left(x; c, c + \frac{b}{2}, c + b\right) & \text{za } x > c \end{cases} \quad (4.7)$$

gde je funkcija  $S(x; a, b, c)$  definisana:

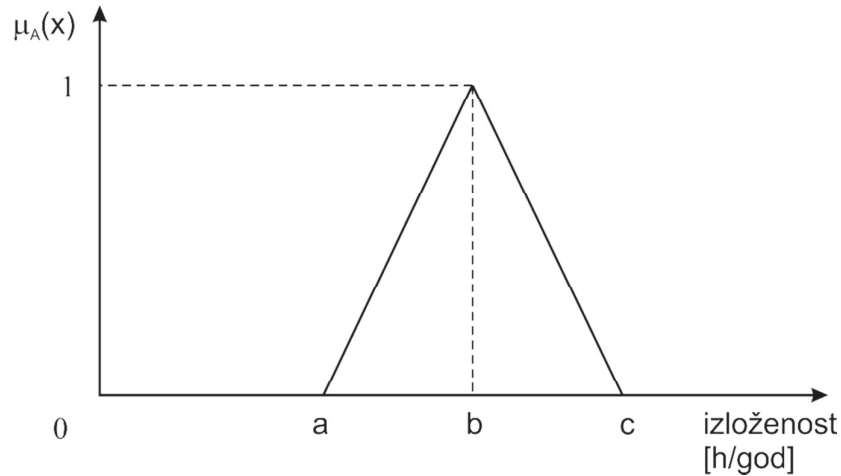
$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{za } x < a \\ \frac{2(x-a)^2}{(b-a)^2} & \text{za } a \leq x < b \\ 1 - \frac{2(x-c)^2}{(c-a)^2} & \text{za } b \leq x \leq c \\ 1 & \text{za } x > c \end{cases} \quad (4.8)$$

- Gausov

definisani parametrima  $\sigma$  i  $c$ , na sledeći način:

$$\mu(x) = e^{\left[\frac{-(x-c)^2}{2\sigma^2}\right]} \quad (4.9)$$

Na primer, fazi skup koji opisuje veliku izloženost mašinovođa (broj sati provedenih u vožnji na godišnjem nivou) može imati oblik:



Slika 4.1 – Primer za fazi skup koji opisuje veliku izloženost mašinovođa

#### 4.1.1.2 Operacije na fazi skupovima

##### Jednakost fazi skupova

Neka su definisani fazi skupovi  $A$  i  $B$  na univerzalnom skupu  $X$ . Za skupove  $A$  i  $B$  kažemo da su jednaki ako je ispunjen uslov  $\mu_A(x) = \mu_B(x)$  za  $\forall x \in X$ .

##### Alfa presek fazi skupa

Pod alfa presekom fazi skupa  $A$ , u oznaci  $A_\alpha$ , podrazumeva se skup kome pripadaju svi elementi za koje je stepen pripadnosti fazi skupu  $A$  veći ili jednak nekoj vrednosti  $\alpha$ , gde  $\alpha \in [0, 1]$ . Formalno napisano:

$$A_\alpha = \{x \mid \mu_A(x) > \alpha\} \quad (4.10)$$

##### Podskup fazi skupa

Za fazi skup  $A$  kažemo da je podskup fazi skupa  $B$  ukoliko je  $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$  za  $\forall x \in X$ , odnosno ako je za svako  $x$  stepen pripadnosti fazi skupu  $A$  manji ili jednak stepenu pripadnosti fazi skupu  $B$ .

##### Jezgro fazi skupa

Jezgro fazi skupa je:

$$\text{core}(A) = \{x \in X \mid \mu_A(x) = 1\} \quad (4.11)$$

### Visina fazi skupa

Pod visinom fazi skupa podrazumeva se najveća vrednost stepena pripadnosti elemenata koji pripadaju skupu. Visina fazi skupa  $A$  se dobija iz izraza:

$$h(A) = \sup_{x \in X} \mu_A(x) \quad (4.12)$$

### Normalizovan skup:

Za fazi skup  $A$  se kaže da je normalizovan ukoliko je stepen pripadnosti bar jednog njegovog elementa jednak 1, tj.  $\exists x \in X, \mu_A(x) = h(A) = 1$

### Konveksan skup

Za fazi skup  $A$  se kaže da je konveksan skup ako su za svako  $\alpha \in [0, 1]$ ,  $\alpha$  – odsečki konveksni podskupovi univerzalnog skupa  $X$ .

### Fazi broj

Fazi broj je fazi skup  $A$  koji je normalizovan, konveksan i ima ograničeno jezgro.

### Presek, unija i komplement

Presek, unija i komplement predstavljaju osnovne operacije na klasičnim skupovima. Mogu se predstaviti funkcijama minimum, maksimum i komplement, na sledeći način:

$$\begin{aligned} \varphi_{A \cap B} &= \min [\varphi_A(x), \varphi_B(x)], & \forall x \in X, \\ \varphi_{A \cup B} &= \max [\varphi_A(x), \varphi_B(x)], & \forall x \in X, \\ \varphi_{\bar{A}} &= 1 - \varphi_A(x), & \forall x \in X, \end{aligned} \quad (4.13)$$

Presek dva fazi skupa  $A$  i  $B$ , takva da  $A, B \in F(x)$ , gde  $F(x)$  predstavlja familiju fazi skupova definisanih na univerzalnom skupu  $X$ , je fazi skup  $C \in F(x)$  čija je funkcija pripadnosti:

$$\mu_C(x) = \min [\mu_A(x), \mu_B(x)], \quad \forall x \in X \quad (4.14)$$

Unija dva fazi skupa  $A$  i  $B$ , takva da  $A, B \in F(x)$ , gde  $F(x)$  predstavlja familiju fazi skupova definisanih na univerzalnom skupu  $X$ , je fazi skup  $C \in F(x)$  čija je funkcija pripadnosti:

$$\mu_C(x) = \max [\mu_A(x), \mu_B(x)], \quad \forall x \in X \quad (4.15)$$

Komplement fazi skupa  $A$ , u oznaci  $\bar{A}$ , može se napisati kao:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x), \quad \forall x \in X \quad (4.16)$$

#### 4.1.1.3 Fazi skupovi i funkcije pripadnosti korišćeni u modelu

U disertaciji razvijen je model za prognoziranje ukupnog broja vanrednih događaja nastalih kao posledica ljudskog faktora, na osnovu postojećih baza podataka, zasnovan na teoriji obnavljanja (model sa Puasonovim procesom) pri čemu su parametri eksponencijalne raspodele određeni primenom teorije fazi skupova.

Parametar eksponencijalne raspodele  $\lambda$ , je posmatran kao funkcija kompleksnosti radnih zadataka, izloženosti mašinovođa (vreme provedeno u vožnji) i sklonosti mašinovođa ka vanrednim događajima. Kada nema adekvatne baze podataka, gore pomenuti parametri mogu se posmatrati kao lingvističke kategorije. Iz tog razloga, primenjena je teorija fazi skupova i razvijen je adekvatni fazi sistem.

Pri izradi modela za prognozu broja vanrednih događaja, uvedene su sledeće fazi ulazne promenljive veličine:

- $X_1$  – Fazi promenljiva koja opisuje sklonost radnika ka otkazima (izazivanju vanrednog događaja).
- $X_2$  – Fazi promenljiva koja opisuje izloženost mašinovođe izraženu u broju časova provedenih u vožnji voza, na godišnjem nivou.

$X_3$  – Fazi promenljiva koja opisuje složenost radnih zadataka koje mašinovođa obavlja na svom radnom mestu.

Fazi promenljive  $X_1$ ,  $X_2$  i  $X_3$  predstavljaju ulazne promenljive, na osnovu čijih realizacija se utvrđuje vrednost izlazne fazi promenljive veličine  $\lambda$ . Parametar  $\lambda$  je tretiran kao fazi promenljiva kojom se opisuje intenzitet pojave vanrednih događaja kod jednog mašinovođe.

Ulazne fazi promenljive ( $X_1$ ,  $X_2$  i  $X_3$ ), kao i izlazna fazi promenljiva ( $\lambda$ ) su posmatrane kao kombinacija fazi skupova: *vrlo mali*, *mali*, *srednji* i *veliki*.

U istraživanjima sprovedenim u ovom poglavlju doktorske disertacije korišćen je trougaoni i trapezoidni oblik fazi skupova, dat izrazima 4.5 i 4.6.

#### 4.1.2 Fazi relacije i fazi rezonovanje

U fazi modelima potrebno je definisati interaktivne veze između ulaznih i izlaznih fazi promenljivih. Ta veza je određena specifičnom grupom pravila koja čine bazu definisanih pravila, u literaturi poznatim kao pravila *ako – onda*.

##### 4.1.2.1 Fazi relacije

Fazi relaciju na Dekartovom proizvodu  $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ , predstavlja *n-torka*  $R = \{(x_1, x_2, \dots, x_n), \mu_R(x_1, x_2, \dots, x_n) \mid (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n\}$ , gde je  $\mu_R: X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n \rightarrow [0, 1]$ .

Neka su  $A_1, A_2, \dots, A_n$  ( $n \geq 2$ ), fazi skupovi definisani nad  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , respektivno. Dekartov proizvod fazi skupova  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , u oznaci  $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ , predstavlja fazi relaciju u prostoru  $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ , koju opisuje funkcija pripadnosti:

$$\mu_{A1 \times A2 \times \dots \times An}(x_1, x_2, \dots, x_n) = t[\mu_{A1}(x_1), \mu_{A2}(x_2), \dots, \mu_{An}(x_n)] \quad (4.17)$$

gde je  $t[\mu_{A1}(x_1), \mu_{A2}(x_2), \dots, \mu_{An}(x_n)]$  fazi presek.

#### 4.1.2.2 Fazi rezonovanje

Fazi rezonovanje je procedura na osnovu koje se donose zaključci iz skupa *ako – onda* pravila i poznatih činjenica. Osnovno pravilo zaključivanja u fazi rezonovanju je:

*Premisa 1:*  $x$  je  $A'$

*Premisa 2:* *AKO* ( $x$  je  $A$ ) *TADA* ( $y$  je  $B$ ) (4.18)

*Zaključak:*  $y$  je  $B'$

Premisa 2 je prikazana binarnom fazi relacijom  $R = A \rightarrow B$  u  $X \times Y$  prostoru. Fazi skup  $B'$  može da se odredi kompozicionim pravilom zaključivanja  $B' = A' \circ R = A' \circ (A \rightarrow B)$ . Na osnovu sup-t kompozicije u kojoj se koristi fazi presek (operator min), dobija se:

$$\mu_{A' \circ R}(y) = \sup_{x \in X} \min[\mu_{A'}(x), \mu_R(x, y)], \quad \forall y \in Y \quad (4.19)$$

Ovim je određena relacije premise i *ako – tada* pravilo. Samo pravilo predstavlja fazi implikaciju.

Fazi implikaciju možemo definisati kao fazi relaciju:

$$A(x) \rightarrow B(y) = \begin{cases} 1, & A(x) \leq B(y) \\ 0, & \text{ostalo} \end{cases} \quad (4.20)$$

Postoji nekoliko poznatih fazi implikacija, od kojih se danas najčešće koristi Mamdanijeva implikacija:

$$\mu_{MM}^{A \rightarrow B}(x, y) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(y)\} \quad (4.21)$$

ili

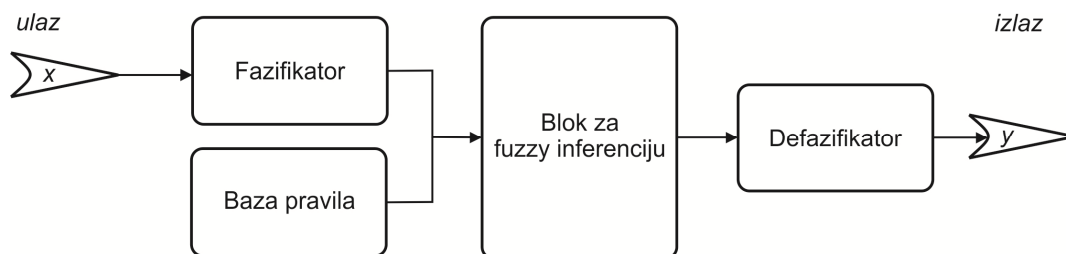
$$\mu_{MP}^{A \rightarrow B}(x, y) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x) \quad (4.22)$$

U ovoj doktorskoj disertaciji korišćena je Mamdanijeva implikacija u procesu fazi rezonovanja.

#### 4.1.3 Fazi inferentni sistem

Fazi inferentni sistem (FIS) predstavlja postupak nelinearne transformacije ulaznih parametara fazi sistema u jedan izlazni parametar, primenom fazi pravila. Ovaj proces transformacije podrazumeva definisanje ulazno – izlaznih funkcija pripadnosti, primenu fazi logičkih operacija, prikupljanje podataka izlaznih fazi skupova i proces defazifikacije.

Princip rada opšteg FIS sistema može da se prikaže blok dijagramom kao na slici 4.2. Celokupan FIS sistem se sastoji iz četiri komponente: fazifikatora, bloka baze pravila, bloka inferencije i defazifikatora. Fazifikator je blok u kome se numeričke vrednosti ulaznih parametara transformišu u odgovarajuće funkcije pripadnosti. Ovaj korak je važan jer omogućava aktivaciju *ako-onda* pravila koja su u lingvističkom obliku.



Slika 4.2 – Blok šema načina rada FIS sistema

Fazifikator uzima vrednost ulaznog parametra i utvrđuje stepen njegove pripadnosti svakom od fazi skupova preko definisanih funkcija pripadnosti. Sledeći blok je blok

inferencije u kojem se vrši proces transformacije ulaznog fazi skupa u izlazni. U ovom bloku se utvrđuje stepen u kojem je zadovoljena premisa svakog od pravila definisanih bazom pravila. Ukoliko premisa datog pravila ima više fraza, primenjuju se fazi logičke operacije kako bi se dobila jedna numerička vrednost koja će predstavljati premisu za to pravilo. Ovaj postupak se ponavlja za sva pravila. Fazi skupovi koji predstavljaju izlaze za svako od pravila iz baze pravila se kombinuju u jedan fazi skup.

Fazifikator uzima vrednost ulaznog parametra i utvrđuje stepen njegove pripadnosti svakom od fazi skupova preko definisanih funkcija pripadnosti. Sledeći blok je blok inferencije u kojem se vrši proces transformacije ulaznog fazi skupa u izlazni. U ovom bloku se utvrđuje stepen u kojem je zadovoljena premisa svakog od pravila definisanih bazom pravila. Ukoliko premisa datog pravila ima više fraza, primenjuju se fazi logičke operacije kako bi se dobila jedna numerička vrednost koja će predstavljati premisu za to pravilo. Ovaj postupak se ponavlja za sva pravila. Fazi skupovi koji predstavljaju izlaze za svako od pravila iz baze pravila se kombinuju u jedan fazi skup.

Blok za defazifikaciju, koji se nalazi na kraju FIS sistema, ima ulogu da izlaze fazi skupova transformiše u numeričku vrednost. Defazifikator vrši transformaciju jednog fazi skupa, koji obuhvata celokupan dijapazon svih izlaznih vrednosti fazi modela, u numeričku vrednost.

Postoji nekoliko metoda defazifikacije: centroid, metoda maksimuma, metoda srednje maksimalne vrednosti, metoda visina i modifikovana metoda visina. Danas se najčešće koristi metoda centroida kod koje se izračunava centar gravitacije rezultujućeg fazi skupa.

#### 4.1.4 Defazifikacija

Da bi se na izlazu FIS sistema dobila tražena numerička vrednost, potrebno je sprovesti proces defazifikacije. Na ulaz defazifikacionog bloka (slika 4.2) dovodi se fazi skup dobijen procesom agregacije, a na njegovom izlazu se dobija numerička vrednost.



Najčešće korišćena tehnika defazifikacije, u literaturi je poznata kao centroid metoda i ona je korišćena u modelu za prognozu broja vanrednih događaja razvijenom u ovoj doktorskoj disertaciji.

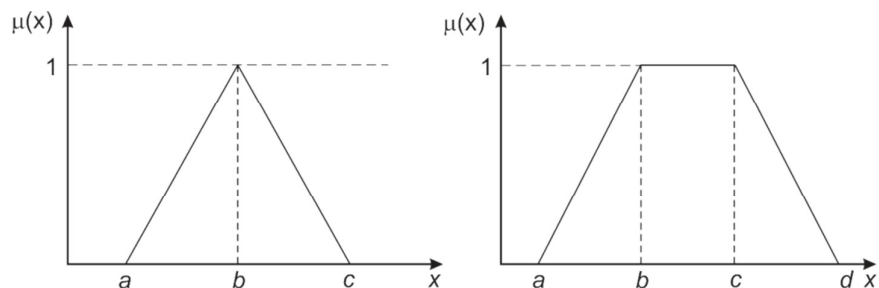
#### 4.2 METODOLOGIJA IZBORA FUNKCIJA PRIPADNOSTI LINGVISTIČKIH KATEGORIJA FAZI PROMENLJIVIH

U osnovi ne postoji utvrđen i jasno definisan matematički postupak na osnovu koga bi se izvršio izbor najbolje kombinacije funkcija pripadnosti neke fazi promenljive. U praksi to se vrši metodom eksperata. Krajnji oblik funkcija pripadnosti se dobija primenom iterativnog postupka. Granice funkcija pripadnosti se pomeraju u malim koracima i posmatra se njihov uticaj na izlaznu fazi promenljivu.

U ovoj tački će biti objašnjen postupak kalibracije modela pomeranjem granica funkcija pripadnosti ulaznih fazi promenljivih (sklonosti ka vanrednim događajima, izloženosti mašinovođa u godišnjem broju sati provedenih u vožnji vozova i složenosti njegovih radnih zadataka) i izlazne fazi promenljive  $\lambda$ .

Ovde će biti prikazan postupak izbora funkcija pripadnosti ulaznih i izlazne fazi promenljive. Cilj je da se pokaže kako promena granice funkcija pripadnosti korišćene u modelu utiče na izlaznu fazi promenljivu  $\lambda$ .

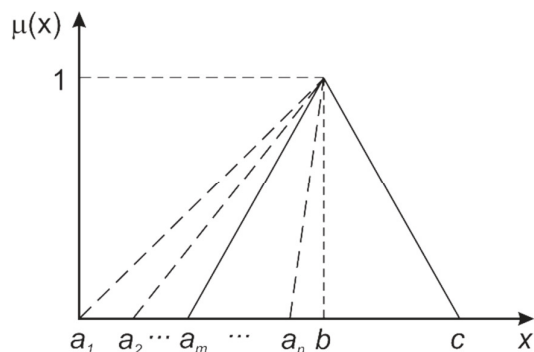
Funkcije pripadnosti koje su korišćene u modelu su oblika trougla i trapeza. Funkcija pripadnosti oblika trougla definisana je tačkama  $a$ ,  $b$  i  $c$  prema izrazu 4.5. Tačke  $a$  i  $b$  su poznate kao donja i gornja granična vrednost funkcije pripadnosti, a tačka  $b$  predstavlja centar. Trapezna funkcija pripadnosti je definisana tačkama  $a$ ,  $b$ ,  $c$  i  $d$  (slika 4.3). Tačke  $a$  i  $d$  predstavljaju donju i gornju graničnu vrednost, a tačke  $b$  i  $c$  donju i gornju granicu maksimalne vrednosti (podrške) funkcije pripadnosti.



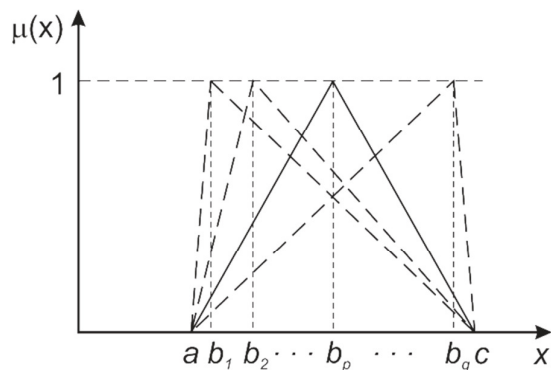
Slika 4.3 – Izgled trougaone i trapezne funkcije pripadnosti fazi skupova

Postupak utvrđivanja konačnog oblika funkcije pripadnosti lingvističkih kategorija fazi promenljive se sprovodi tako što se jedan parametar funkcije pripadnosti (na primer donja granična vrednost  $a$ ) pomera duž apscisne ose, dok se preostala dva parametra (centar  $b$  i gornja granična vrednost  $c$ ) fiksiraju na određenu vrednost. Na taj način se dobija skup mogućih funkcija pripadnosti posmatrane lingvističke kategorije fazi promenljive  $\{a_1bc, a_2bc, \dots, a_mbc, \dots, a_nbc\}$  i posmatra se njihov uticaj na izlaznu fazi promenljivu (slika 4.4)

U drugoj fazi, parametar koji je u prvoj fazi bio promenljiv (donja granična vrednost  $a$ ), sada se fiksira, a neki od preostala dva parametra uzima se kao promenljivi (na primer centar  $b$ ). Opisani postupak se primenjuje na isti način kao za donju graničnu vrednost u prvoj fazi. Na ovaj način se dobija novi skup funkcija pripadnosti lingvističkih kategorija fazi promenljive  $\{ab_1c, ab_2c, \dots, ab_pc, \dots, ab_qc\}$  i posmatra se uticaj na izlaznu fazi promenljivu (slika 4.5).

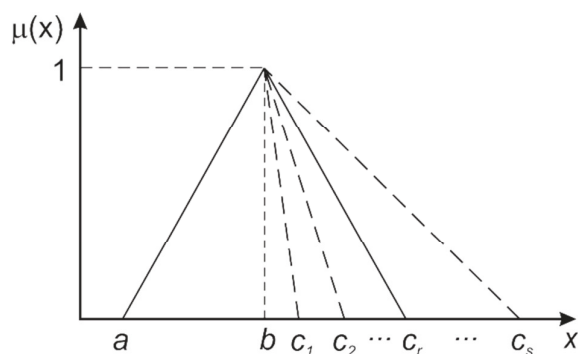


Slika 4.4 – Skup funkcija pripadnosti fazi promenljive dobijen pomeranjem donje granične vrednosti  $a$



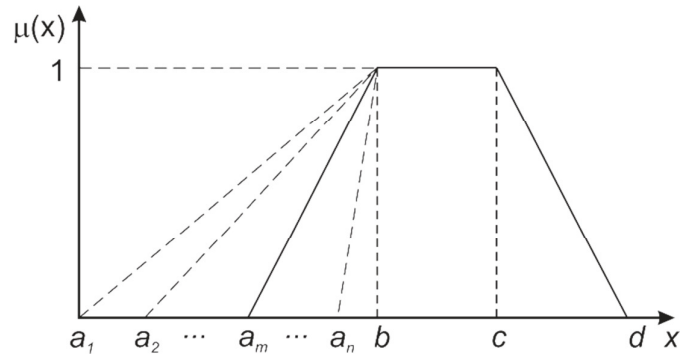
Slika 4.5 – Skup funkcija pripadnosti fazi promenljive dobijen pomeranjem centra  $b$

U trećoj fazi, dosadašnja dva parametra čije vrednosti su menjane (donja granična vrednost  $a$  i centar  $b$ ) postaju fiksna, a parametar koji je u prve dve faze bio fiksiran, sad postaje promenljiv. Na ovaj način se dobija skup funkcija pripadnosti lingvističkih kategorija fazi promenljive  $\{abc_1, abc_2, \dots, abc_r, \dots, abc_s\}$  i posmatra se uticaj na izlaznu fazi promenljivu (slika 4.6).

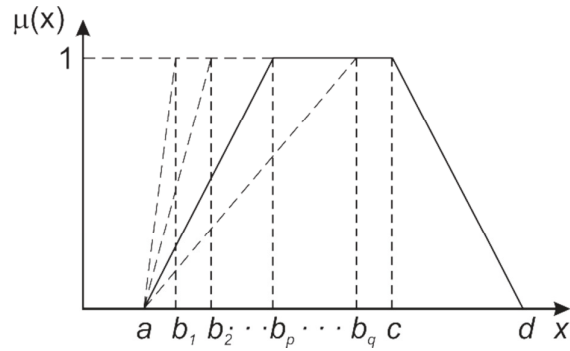


Slika 4.6 – Skup funkcija pripadnosti fazi promenljive dobijen pomeranjem gornje granične vrednosti  $c$

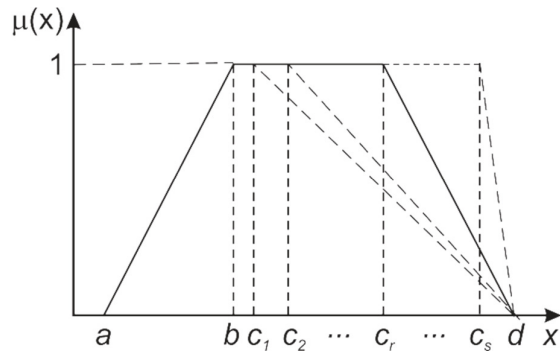
Slična metodologija je primenjena u slučaju kada je funkcija pripadnosti lingvističkih kategorija fazi promenljive oblika trapeza, s tim što u tom slučaju postoje četiri faze (kada se i četvrti parametar  $d$  menja). Na slikama 4.7 – 4.10 su dati grafički prikazi skupova funkcija pripadnosti za različite parametre usvojene kao promenljivi.



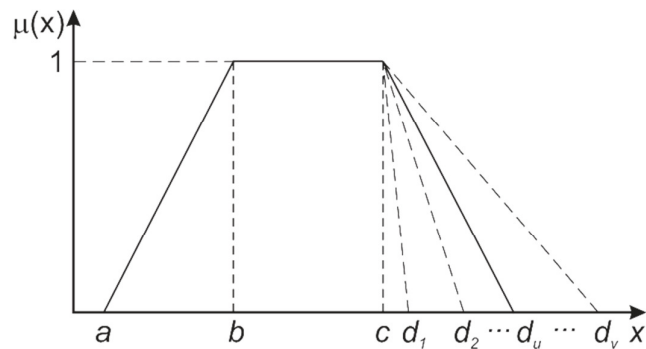
Slika 4.7 – Skup funkcija pripadnosti fazi promenljive dobijen pomeranjem donje granične vrednosti  $a$



Slika 4.8 – Skup funkcija pripadnosti fazi promenljive dobijen pomeranjem donje granice maksimalne vrednosti  $b$



Slika 4.9 – Skup funkcija pripadnosti fazi promenljive dobijen pomeranjem gornje granice maksimalne vrednosti  $c$



Slika 4.10 – Skup funkcija pripadnosti fazi promenljive dobijen promenom gornje granične vrednosti  $d$

Kada su poznati svi skupovi funkcija pripadnosti lingvističkih kategorija fazi promenljive, usvaja se ona funkcija pripadnosti za koju krajnji rezultat fazi modela ima najmanje odstupanje od referentne vrednosti (koja se dobija iz statističkog uzorka).

Treba naglasiti da je ova metoda efikasna kada je potrebno „fino” kalibrisanje modela kako bi se dobili precizniji opisi funkcionalnih veza između ulaznih i izlazne fazi promenljive. Kod velikih odstupanja, ova metoda nije efikasna i u takvim slučajevima treba revidirati bazu pravila, pa tek onda primeniti opisanu tehnologiju.

## **5 MODEL ZA KLASIFIKACIJU MAŠINOVOĐA PREMA KRITERIJUMU SKLONOSTI NA OSNOVU BIHEVIORALNIH KARAKTERISTIKA**

Neuronske mreže spadaju u metode veštačke inteligencije koje svojom unutrašnjom strukturom imaju mogućnost prevazilaženja teškoća u modeliranju kompleksnih višeparametarskih funkcija kojima se složeni problemi mogu efikasno rešavati. U radu [16], autori koriste *Constructive Probabilistic Neural Network* (CPNN) u cilju detekcije incidenata na putevima i rezultate porede sa rezultatima dobijenim primenom *Basic Probabilistic Neural Network* (BPNN). U radu [17] autori istražuju problem identifikacije incidentnih saobraćajnih situacija primenom tri tipa neuronske mreže: *Multilayer Feed-forward Neural Network*, BPNN i CPNN.

U poslednjih desetak godina pojavila se grupa radova koji koriste modele bazirane na neuronskim mrežama u istraživanjima frekvencija vanrednih događaja. Chang se u svom radu [18] fokusira na faktore koji nisu u vezi sa ponašanjem učesnika u saobraćaju, već na faktore kao što su geometrijske karakteristike puta i uslovi okruženja. U svom istraživanju koristi model koji se bazira na BPNN tehnici za opisivanje kompleksne veze između pomenutih geometrijskih karakteristika puta i frekvencije saobraćajnih nezgoda.

### **5.1 OSNOVNI POJMOVI NEURONSKE MREŽE**

U opštem slučaju, neuronske mreže nalaze primenu u situacijama kada ne postoji jasna funkcionalna zavisnost između ulaznih i izlaznih podataka. Osnovna prednost neuronskih mreža je njihova sposobnost učenja kroz iterativni proces. Jedna vrsta problema u kojima su se neuronske mreže posebno pokazale kao vrlo uspešne, jeste prepoznavanje šablona ponašanja sistema i klasterovanje podataka.

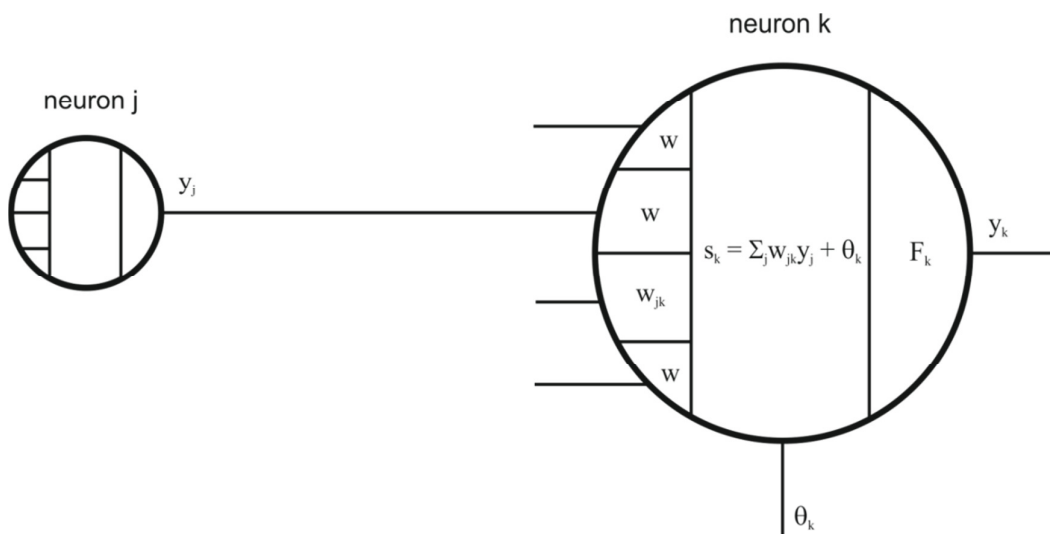
Neuronska mreža se sastoji od osnovnih procesnih jedinica (neurona) koje komuniciraju međusobnim slanjem signala preko velikog broja veza kojima je pridružen težinski koeficijent [19]. Osnovni elementi jedne neuronske mreže su:

- Skup procesnih jedinica (neurona ili ćelija);
- Aktivaciono stanje za svaki neuron  $y_k$  neuronske mreže, što je ekvivalent izlaznom signalu iz neurona  $k$ ;
- Veze između neurona. Svaka veza je definisana težinskim koeficijentom  $w_{jk}$  kojim se određuje uticaj koji ima signal iz neurona  $j$  (prethodnog neurona) na neuron  $k$ ;
- Propagaciono pravilo kojim se definiše ulaz  $s_k$  neurona  $k$  koji se dobija od eksternog ulaznog signala;
- Aktivaciona funkcija  $\tau_k$  kojom se određuje novo stanje neurona  $k$ , koje se bazira na uticaju ulaznog (eksternog) signala  $s_k(t)$  i tekućeg stanja  $y_k(t)$  neurona  $k$ . Drugim rečima, aktivaciona funkcija definiše pravilo po kojem se vrši ažuriranje stanja signala neurona  $k$  na njegovom izlazu.
- Eksterni ulaz (*bias* ili *offset*)  $\theta_k$ , predstavlja još jednu vrstu težinskog koeficijenta koji se može dodati svakom neuronu u neuronskoj mreži (osim neuronima u ulaznom sloju);
- Proces učenja neuronske mreže pod kojim se podrazumeva metodologija prema kojoj se menja stanje na ulazu i/ili izlazu neurona unutar neuronske mreže kako bi se postiglo željeno stanje na izlazu iz neuronske mreže.
- Okruženje u kojem sistem treba da funkcioniše, obezbeđujući mu ulazne signale, kao i *offset* vrednosti ukoliko je to potrebno.

### 5.1.1 Procesne jedinice – neuroni

Svaki neuron obavlja relativno jednostavan posao. Naime, neuron prima signal od susednih (prethodnih) neurona ili nekog eksternog izvora i koristi ga za izračunavanje izlaznog signala tog neurona koji se dalje prenosi do narednog neurona. Jedan deo ovog postupka podrazumeva i kalibrisanje težinskih koeficijenata. Sistem je simultan, što znači da neuroni proračune obavljaju istovremeno.

Razlikuju se tri tipa neurona. Postoje ulazni neuroni, koji primaju signale koji dolaze spolja (van neuronske mreže) i obično se označavaju indeksom  $i$ . Drugu grupu čine izlazni neuroni koji šalju podatke van neuronske mreže, a označavaju se indeksom  $o$ . Treći tip neurona su neuroni unutar skrivenog sloja, čiji ulazni i izlazni signali ostaju unutar neuronske mreže, a označavaju se indeksom  $h$ .



Slika 5.1 – Osnovni elementi neuronske mreže

U toku procesa rada, signali neuronske mreže (signali koji kruže između neurona unutar neuronske mreže) se mogu ažurirati na sinhronizovan i asinhronizovan način. Kod sinhronizovanog ažuriranja, svi neuroni ažuriraju svoje stanje u istom trenutku. Kod asinhronog ažuriranja, svaki neuron ima neku verovatnoću (obično unapred definisanu) po kojoj vrši ažuriranje svog stanja u datom momentu  $t$  i najčešće se vrši ažuriranje jednog neurona u jednom vremenskom trenutku.



### 5.1.2 Veze između neurona

Svaki neuron unutar neuronske mreže vrši neki uticaj na signal koji se javlja na njegovom ulazu, a koji dobija od prethodnih neurona sa kojima je povezan. Ukupan ulazni signal neurona  $k$  predstavlja zbir težinskih koeficijenata odvojeno posmatranih izlaznih signala iz prethodnih neurona sa kojima je povezan, ali uvećan za za *offset* ( $\theta_k$ ):

$$s_k(t) = \sum_j w_{jk}(t) \cdot y_j(t) + \theta_k(t) \quad (5.1)$$

Pozitivan korak promene težinskog koeficijenta  $w_{jk}$  se naziva ekscitacija, dok se negativan korak promene težinskog koeficijenta  $w_{jk}$  naziva inhibicija. U nekim slučajevima, koriste se kompleksnija pravila za definisanje ulaznih signala, u kojima se pravi razlika između eksitacionih i inhibicionih ulaza. Neuroni sa propagacionim pravilom prikazanim izrazom (5.1) nazivaju se *sigma* neuroni.

Postoje i druga propagaciona pravila, kao na primer, *sigma-pi* propagaciono pravilo:

$$s_k(t) = \sum_j w_{jk}(t) \prod_m y_{jm}(t) + \theta_k(t) \quad (5.2)$$

Često se dešava da se veličine  $y_{jm}(t)$  ažuriraju pre množenja. Međutim, ovo propagaciono pravilo se retko koristi.

### 5.1.3 Tekuće stanje neurona i izlazna pravila

Potrebno je definisati pravilo koje prezentuje ukupan uticaj svih ulaznih signala na stanje posmatranog neurona. Drugim rečima, potrebna je funkcija  $\tau_k$  koja uzima u obzir sumarni ulazni signal  $s_k(t)$  i tekuće stanje  $y_k(t)$ , na osnovu koje se definiše novo stanje neurona  $k$ ,  $y_k(t + 1) = \tau_k[y_k(t), s_k(t)]$ .

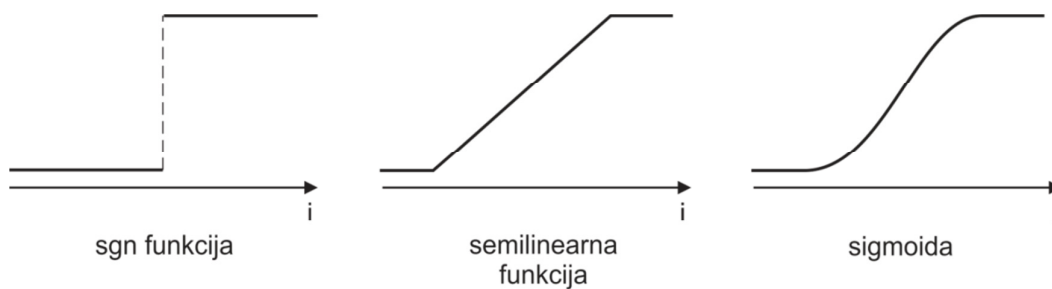
Često se dešava da je aktivaciona funkcija neopadajuća funkcija sumarnog ulaznog signala posmatranog neurona:

$$y_k(t+1) = \tau_k[y_k(t), s_k(t)] = \tau_k\left(\sum_j w_{jk}(t) \cdot y_j(t) + \theta_k(t)\right) \quad (5.3)$$

mada to nije uslov. Uopšteno, za aktivacione funkcije koriste se neki tipovi funkcija sa definisanim pragom vrednosti, kao što su: *signum* funkcija, linerna ili semilinearna funkcija, ili tzv. sigmoida, koja je jedna od najčešće korišćenih aktivacionih funkcija i definisana kao:

$$y_k = F(s_k) = \frac{1}{1 + e^{-s_k}} \quad (5.4)$$

U nekim slučajevima koristi se i hiperbolička tangenta, koja daje izlazne vrednosti na intervalu  $[-1, 1]$ . Takođe, postoje slučajevi u kojima izlazna funkcija predstavlja stohastičku funkciju ulaznih signala posmatranog neurona. U takvim slučajevima stanje neurona nije deterministički određeno njegovim ulazom, već ulazni signal neurona određuje verovatnoću  $p$  da neuron dobije novo, više stanje po vrednosti.



Slika 5.2 – Različiti tipovi aktivacionih funkcija neurona

$$p(y_k \rightarrow 1) = \frac{1}{1 + e^{-s_k/T}} \quad (5.5)$$

Gde je  $T$  parametar koji definiše nagib funkcije verovatnoće.

#### 5.1.4 Topologija neuronskih mreža

Pod topologijom neuronskih mreža podrazumeva se tip propagacionog pravila po kojem se menjaju težinski koeficijenti neurona u procesu obučavanja neuronske mreže i razlikuju se:

- Nepovratne neuronske mreže kod kojih se podaci (signali) kreću strogo u smeru od ulaznog ka izlaznom sloju (ulaznih ka izlaznim neuronima). Drugim rečima, signal se širi unutar neuronske mreže kroz slojeve sa neuronima, ali povratne sprege između slojeva i neurona nema.
- Povratne neuronske mreže koje sadrže povratne sprege. Za razliku od nepovratnih neuronskih mreža, kod povratnih neuronskih mreža, bitna su dinamička svojstva. U nekim slučajevima, numerička vrednost stanja pojedinih neurona mogu dostići stabilnu vrednost u toku procesa obučavanja neuronske mreže, tako da se u toku daljeg njenog obučavanja, stanja tih neurona ne menjaju. Sa druge strane, postoje slučajevi kod kojih je promena vrednosti stanja izlaznih neurona od značaja, tako da dinamičko ponašanje formira izlaz neuronske mreže [20].

#### 5.1.5 Obučavanje neuronskih mreža

Neuronska mreža treba da se konfigurise tako da skup neurona međusobno povezanih na određen način, dâ željeni izlaz iz neuronske mreže. Postoji više metoda kojima se definiše uticaj veza između neurona. Jedan od načina je obučavanje neuronske mreže po određenom algoritmu i slobodno menjajući težinske koeficijente  $w_{jk}$  prema određenom pravilu.

Postoje dva osnovna tipa obučavanja neuronskih mreža:

- Obučavanje neuronkih mreža sa nadgledanjem, u kojima se obučavanje neuronskih mreža vrši podešavanjem ulaznih podataka u neuronskoj mreži prema odgovarajućem izlazu. Ovi ulazno-izlazni parovi se dobijaju pomoću nekog eksternog faktora ili pomoću sistema kog sadrži sama neuronska mreža.
- Obučavanje neuronskih mreža bez nadgledanja u kojima se izlazni neuron obučava da odgovara klasterima obrasca ulaznog neurona. Kod ovog postupka obučavanja sistem uočava osnovne statističke karakteristike ulazne populacije. Za razliku od nadgledanih neuronskih mreža, ovde nema prethodno poznatog skupa klasa po kojima će se izvršiti klasifikacija, već sistem sam određuje klase po kojima će se klasifikacija izvršiti.

Oba pomenuta algoritma za obučavanje podrazumevaju modifikaciju težinskih koeficijenata između neurona, prema nekim modifikacionim pravilima. Svi algoritmi za obučavanje modela ovog tipa mogu da se posmatraju kao varijanta Hebovog pravila obučavanja [21]. U knjizi autor iznosi tezu da kada god se ustanove neki uslovni refleksi u organizmu kroz proces učenja, ustanove se i nova jedinjenja u mozgu kroz fiziološke procese, tako što dolazi do uspostavljanja novih i ojačavanja postojećih sinapsi ili putem biohemijske modifikacije ili konstantnim promenama njihovih električnih karakteristika.

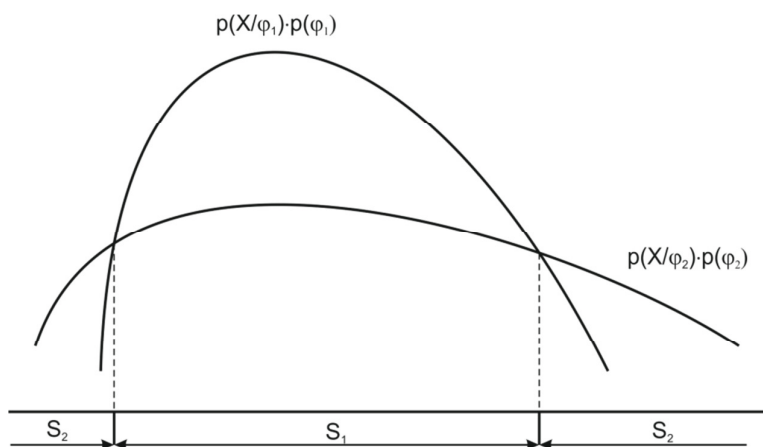
Osnovna ideja je da ukoliko su dva neurona  $j$  i  $k$  simultano aktivna, njihova interkonekcija mora biti čvrsta. Ukoliko neuron  $k$  prima signal od neurona  $j$ , najjednostavniji oblik Hebovog algoritma po kome se vrši modifikacija težinskog koeficijenta  $w_{jk}$  je  $\Delta w_{jk} = \gamma \cdot y_j \cdot y_k$ . Parametar  $\gamma$  je pozitivna konstanta proporcionalnosti koja predstavlja stopu učenja.

Drugo, često korišćeno pravilo ne uzima u obzir stvarno tekuće stanje neurona  $k$  za modifikaciju težinskog koeficijenta, već posmatra razliku između stvarnog i željenog stanja neurona  $k$ , tj.  $\Delta w_{jk} = \gamma \cdot y_j \cdot (d_k - y_k)$ , gde je  $d_k$  željeno stanje. Ovo pravilo se u literaturi zove *Widrow-Hoff* ili *delta* pravilo.

## 5.2 PATTERN RECOGNITION NEURONSKA MREŽA (PRNN)

Autori Karlaftis i Vlahogianni su u svom radu [22] dali pregled statističkih metoda i metoda veštačke inteligencije koje se koriste u istraživanjima iz oblasti saobraćaja. Autori navode da je jedna od metoda kojom se uspešno rešavaju problemi prognoza, metoda PRNN. Stoga je izabrana ta vrsta neuronske mreže za razvoj modela za prognozu broja vanrednih događaja na osnovu bihevioralnih karakteristika mašinovođa.

Neka  $\Phi$  označava neki prostor koji se može podeliti na  $n$  zasebnih regiona  $\Phi = \Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n$ . Takođe, neka region  $\Phi_i$  pripada klasi  $\varphi_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Svaki region  $\Phi_i$  može biti višestruko povezan sa susednim regionima. Granice regiona  $\Omega_i$  se nazivaju granice odlučivanja ili površi odlučivanja za taj region. Praktično, to su unutrašnji delovi prostora regiona, u blizini ovih granica, u kojima se realizuje najviše grešaka u klasifikaciji.



Slika 5.3 – Regioni odlučivanja za 2 klase

Oblast  $S_1$  je definisana promenljivom  $X$  za koju je zadovoljen uslov  $p(x/\varphi_1) \cdot p(\varphi_1) > p(x/\varphi_2) \cdot p(\varphi_2)$ . Proces odlučivanja podrazumeva dodeljivanje realizacije promenljive  $X$  jednoj od moguće dve klase. Jedan od načina za to je primena uslovnih verovatnoća:

$$p(x) = \sum_{k=1}^2 p(x/\varphi_k) \cdot p(\varphi_k) \quad (5.6)$$

Ukoliko je ispunjen uslov:

$$l_r(x) = \frac{p(x/\varphi_1)}{p(x/\varphi_2)} > \frac{p(\varphi_2)}{p(\varphi_1)} \quad (5.7)$$

koji se naziva *likelihood ratio*, onda se realizacija promenljive  $X$  dodeljuje klasi  $\varphi_1$ .

Verovatnoća pojave greške  $p(\varepsilon)$  može se, takođe definisati primenom uslovnih verovatnoća:

$$p(\varepsilon) = \sum_{i=1}^n p(\varepsilon/\varphi_i) \cdot p(\varphi_i) \quad (5.8)$$

gde  $\varepsilon$  označava promenljivu koja predstavlja pojavu greške,  $n$  je ukupan broj klasa, a  $i$  je oznaka za  $i$ -tu klasu. Verovatnoća pojave greške, pod uslovom da se realizovana promenljiva  $X$  dodeli klasi  $i$  je:

$$p(\varepsilon/\varphi_i) = \int_{\phi - \varphi_i} p(x/\varphi_i) dx \quad (5.9)$$

Zamenjujući izraz za  $p(\varepsilon/\varphi_i)$  iz jednačine (5.9) u jednačinu (5.8), dobija se:

$$\begin{aligned} p(\varepsilon) &= \sum_{i=1}^n p(\varphi_i) \cdot \int_{\phi - \varphi_i} p(x/\varphi_i) dx = \sum_{i=1}^n p(\varphi_i) \cdot \left( 1 - \int_{\phi_i} p(x/\varphi_i) dx \right) = \\ &= 1 - \sum_{i=1}^n p(\varphi_i) \cdot \int_{\phi_i} p\left(\frac{x}{\varphi_i}\right) dx \end{aligned} \quad (5.10)$$

Iz izraza (5.10) se vidi da je minimalna verovatnoća pojave greške u procesu klasifikacije podataka ekvivalentna maksimalnoj verovatnoći pravilne klasifikacije podataka. Ako se pretpostavi da je  $\Phi_i$  oblast za koju je  $p(x/w_i) \cdot p(w_i)$  najveća, posmatrajući sve klase, onda je verovatnoća pravilne klasifikacije  $n$  klasa jednaka:

$$p(n) = \int_{\Phi} \max_i p(\varphi_i) \cdot p(x/\varphi_i) dx \quad (5.11)$$

a minimalna greška koja se može dobiti, tzv. Bajesova greška je:

$$\varepsilon_B = 1 - \int_{\Omega} \max_i p(\varphi_i) \cdot p\left(\frac{x}{\varphi_i}\right) dx \quad (5.12)$$

### 5.3 OZNAČAVANJE I TERMINOLOGIJA

Kao posledica istraživanja koja su se sprovodila tokom poslednjih 20 godina u različitim oblastima, pojavio se veliki broj termina koji se primenjuju u polju neuronskih mreža. Jedan od oblika označavanja, koji je usvojen i najšire korišćen, biće ovde prikazan (tabela 5.1).

U terminološkom smislu, postoje brojni termini koji se koriste u istraživanjima neuronskih mreža i odnose se na iste elemente. Ovde će biti objašnjeni neki od njih koji se najčešće koriste:

- Izlaz ili stanje neurona.

U osnovi, izlaz neurona i njegovo stanje predstavljaju isti pojam

Tabela 5.1 – Oznake koje se koriste u neuronskim mrežama i njihovo značenje

Oznaka	Značenje
$j, k, \dots$	Neuron $j, k, \dots$
$i$	Neuron unutar ulaznog sloja neuronske mreže;
$h$	Neuron unutar skrivenog sloja neuronske mreže;
$o$	Neuron unutar izlaznog sloja neuronske mreže;
$x^p = \{x_1^p, x_2^p, \dots, x_j^p, \dots, x_n^p\}$	ulazni vektor $x^p$ ;
$d^p = \{d_1^p, d_2^p, \dots, d_j^p, \dots, d_n^p\}$	Željeni izlazni vektor iz neuronske mreže kada se na ulaz dovede vektor $x^p$
$y^p = \{y_1^p, y_2^p, \dots, y_j^p, \dots, y_n^p\}$	Vektor stanje neuronske mreže kada se na njen ulaz dovede vektor $x^p$
$y_j^p$	stanje $j$ -tog neurona kada se na ulaz neuronske mreže dovede vektor $p$
$W$	Matrica težinskih koeficijenata
$w_j$	Težinski koeficijent svih signala koji ulaze u neuron $j$
$w_{jk}$	Težinski koeficijent signala koji dolazi od neurona $j$ i ulazi u neuron $k$
$\tau_j$	Aktivaciona funkcija pridružena neuronu $j$
$\gamma_{jk}$	Stopa po kojoj se menja težinski koeficijent $w_{jk}$ u toku procesa obučavanja neuronske mreže
$\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_j, \dots, \theta_n\}$	Vektor <i>Offset</i> koeficijenta koji se pridružuju neuronima
$U_j$	Prag vrednosti aktivacione funkcije koja je pridružena $j$ -tom neuronu
$E^p$	Greška koja se javlja na izlazu neuronske mreže kada se na njen ulaz dovede vektor $p$

- Bias

*Bias* je termin za parametar koji dozvoljava pomeranje aktivacione funkcije na jednu ili drugu stranu i može biti kritičan za uspešno obučavanje neuronske mreže.



- **Prag vrednosti**  
Ovo je termin koji se odnosi na aktivacionu funkciju i označava vrednost pri kojoj neuron menja svoje stanje.
- **Broj slojeva**  
Neuroni su grupisani po slojevima (ulazni, skriveni i izlazni). Svaka neuronska mreža sadrži jedan ulazni i jedan izlazni sloj, dok je broj skrivenih slojeva, u najširem smislu, proizvoljan. Međutim, u praksi broj skrivenih slojeva retko ima smisla da bude veći od 3.
- **Reprezentativnost neuronske mreže**  
Reprezentativnost neuronske mreže je njena sposobnost da prezentuje željenu funkciju. Pošto se neuronska mreža formira od skupa standardnih funkcija, u najvećem broju slučajeva se dešava da neuronska mreža samo aproksimira željenu funkciju. Čak i za optimalan skup težinskih koeficijenata, greška aproksimacije željene funkcije je različita od nule.
- **Algoritam učenja ili obučavanja**  
Ovaj termin se odnosi na algoritam po kojem se kroz iterativni proces modifikuju težinski koeficijenti neurona kako bi se formirao skup optimalnih vrednosti težinskih koeficijenata sa kojima se dobija najmanja greška aproksimacije željene funkcije.

#### 5.4 UTVRĐIVANJE SKLONOSTI PRIMENOM NEURONSKIH MREŽA I MODEL NEURONSKE MREŽE ZA KLASIFIKACIJU MAŠINOVOĐA PO KRITERIJUMU SKLONOSTI

Sklonost predstavlja koncept prema kojem pojedinci imaju veću predispoziciju (tendenciju) da izazovu vanredni događaj (saobraćajnu nezgodu) od drugih. Sa aspekta bezbednosti sklonost je neodvojivo povezana sa ljudskim faktorom i u istraživanjima koja se bave uzrokom otkaza ljudskog faktora treba uzeti u obzir karakteristiku

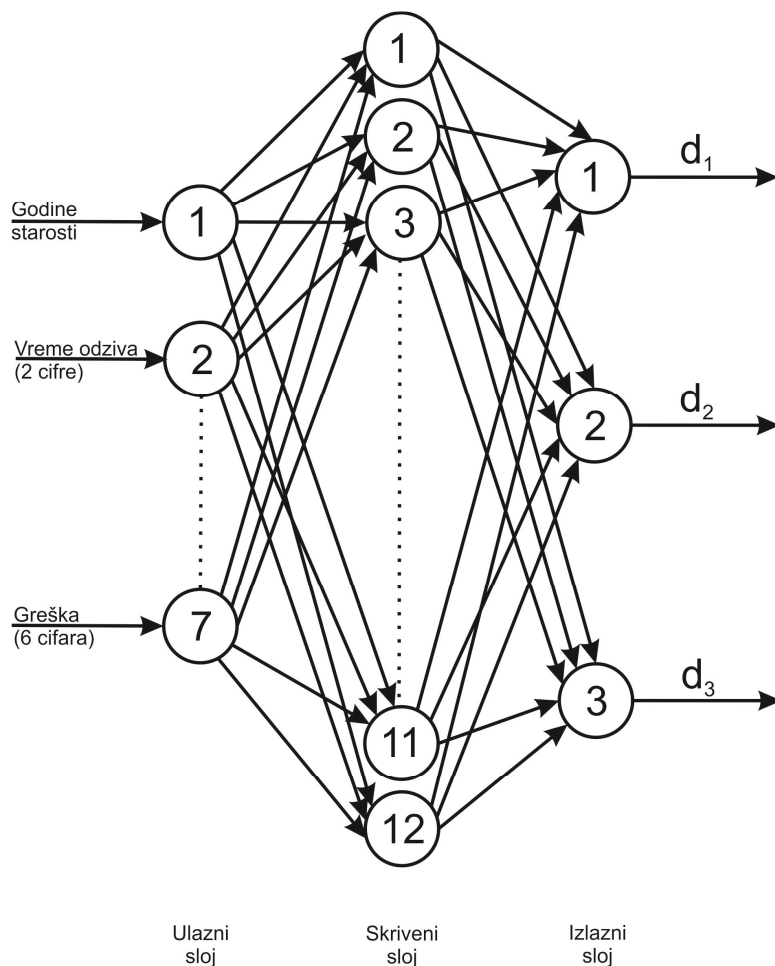
sklonosti u nekom pogodnom obliku. U ovoj doktorskoj disertaciji posmatrana je veza između brzine reakcije mašino vođa i tačnosti te reakcije, kao i uticaj ovih parametara na broj vanrednih događaja koje su mašino vođe napravile u posmatranom periodu.

Za parametar sklonosti, usvojen je broj iz intervala  $[0, 1]$ , gde vrednost 0 odgovara mašino vođama koji nisu pokazali sklonost ka vanrednim događajima u posmatranom periodu (nisu imali vanredne događaje), a vrednost 1 odgovara maksimalnoj sklonosti. Na osnovu toga, parametra izloženosti mašino vođa (vremena provedenog u vožnji vozova) i složenosti radnih zadataka, određen je parametar  $\lambda$  (prognozirani broj vanrednih događaja) za svaku od grupa mašino vođa.

U ovom modelu, parametar sklonosti mašino vođa ka vanrednim događajima utvrđen je primenom neuronskih mreža, na osnovu rezultata testova brzine reakcije, tačnosti te reakcije i godina starosti. Rezultati testiranja i godine starosti mašino vođa predstavljaju ulaz u neuronsku mrežu, a njen izlaz predstavlja dobijena klasifikacija mašino vođa po kriterijumu sklonosti.

Pri izradi modela za klasifikaciju mašino vođa po kriterijumu sklonosti, u zavisnosti od bihevioralnih karakteristika mašino vođa, korišćena je PRNN, kao tip neuronske mreže čija je struktura prilagođena efikasnom rešavanju problema u kojima se zahteva klasifikacija podataka [22].

Pri projektovanju neuronske mreže u ovom modelu, pošlo se od toga da ne postoje striktna pravila kojima se određuje broj skrivenih slojeva i neurona unutar tih slojeva. Sa povećanjem broja skrivenih slojeva i povećanjem neurona po slojevima, višestruko se povećava vreme proračunavanja neuronske mreže, pri čemu nema garancije da će se dobiti bolji rezultati na izlazu. Struktura PRNN korišćena u ovom istraživanju je prikazana je na slici 5.4.



Slika 5.4 – Šematski prikaz strukture neuronske mreže korišćene u modelu za klasifikaciju mašinovođa po kriterijumu sklonosti

Za obučavanje PRNN korišćen je algoritam Scaled Conjugate Gradient [23]. Autor u radu ističe da se bazira na poznatom Levenberg – Marquardt metodološkom prilazu [24]. Prednost ovog algoritma, u poređenju sa drugim algoritmima koji se koriste u tu svrhu, su manji zahtevi za memorijskim kapacitetima i karakteriše se bržom konvergencijom ka najboljem rešenju.

Pri izradi modela za klasifikaciju mašinovođa po kriterijumu sklonosti pošlo se od sledećih pretpostavki:

- a) Postoji razlika u sklonosti mašinovođa ka vanrednim događajima.

- b) Sklonost je broj iz intervala [0, 1], gde vrednost 0 označava da nema sklonosti, a vrednost 1 je mera maksimalne sklonosti. Ostale vrednosti za sklonost su klasifikovane prema tabeli 5.2.

Tabela 5.2 – Mera sklonosti po grupama mašinovođa prema njihovoj pouzdanosti

Oznaka rizičnosti	Stepen rizičnosti	Broj vanrednih događaja	Sklonost
1	niskorizični	$n_1$	$a$
2	rizični	$n_1 < n_2 \leq n_3$	$a < b \leq c$
3	srednje rizični	$n_3 < n_4 \leq n_5$	$c < d \leq e$
4	visoko rizični	$n_6 > n_5$	$f > e$

- c) Za klasifikaciju mašinovođa po kriterijumu sklonosti, a na osnovu parametara godina starosti i rezultata na sprovedenim testovima, pogodan tip neuronske mreže je PRNN.

## 5.5 METODOLOGIJA TESTIRANJA BIHEVIORALNIH KARAKTERISTIKA MAŠINOVOĐA

Pod bihevioralnim karakteristikama podrazumevaju se karakteristike koje određuju reakciju osobe, a koje nastaju kao odgovor na spoljašnje ili unutrašnje stimulatívne impulse. Jedan isti stimulatívni impuls kod svake osobe će izazvati drugačiju reakciju. Način na koji će osoba reagovati na ovakve impulse značajno utiče na posledice koje nastaju tom reakcijom.

Bihevioralne karakteristike se obično posmatraju u odnosu na vremensko – prostorno, socijalno, profesionalno i dr. okruženje i sa tog aspekta one nemaju isti značaj u odnosu na pomenuta okruženja. Neke bihevioralne karakteristike su od većeg značaja od drugih, za profesiju kojom se posmatrana osoba bavi. Na primer, brzina reakcije na pojavu vanredne situacije, kao bihevioralna karakteristika, je od većeg značaja kod osoba koje se bave upravljanjem vozilima u saobraćaju nego kod osoba koje se bave profesijom kod koje takva osobina nema uticaj na kvalitet obavljanja radnih zadataka

(projektant ili programer). Prema tome, uticaj bihevioralnih karakteristika radnika na kvalitet obavljenog radnog zadatka i na njegovu radnu sposobnost treba istraživati u zavisnosti od profesije kojom se određena grupa ljudi bavi.

U ovoj doktorskoj disertaciji posmatran je problem broja nastalih vanrednih događaja na železnici i uticaj nekih bihevioralnih karakteristika mašinovođa na taj broj vanrednih događaja u kojima su oni učestvovali. S obzirom da vrstu posla koje mašinovođa obavlja na svom radnom mestu, izabrane su bihevioralne karakteristike koje utiču na bezbedan proces upravljanja vozom: sklonost ka vanrednim događajima koje su mašinovođe pokazale u nekom prethodnom periodu, izloženost koja se posmatra kroz broj provedenih radnih sati u vožnji vozova na godišnjem nivou i složenost radnih zadataka koja zavisi od signalno sigurnosnih sistema na prugama na kojima su u posmatranom periodu mašinovođe obavljale svoje radne zadatke. Poslednja dva parametra su veličine do kojih se može doći na osnovu statističkog praćenja rada mašinovođa. Međutim, sklonost ka vanrednim događajima je osobina do koje se ne može doći na jednostavan način. Iz tog razloga bilo je potrebno da se taj parametar odredi na osnovu nekih dodatnih osobina koje utiču na pojavu sklonosti ka vanrednim događajima.

Jedna od takvih osobina jeste starosna dob mašinovođa. Polazi se od pretpostavke da godine starosti utiču na pojavu sklonosti mašinovođa ka vanrednim događajima. Kod mlađih mašinovođa izražena je velika sigurnost i brzo donošenje odluka, ali se takve mašinovođe odlikuju malim profesionalnim iskustvom što u značajnoj meri može dovesti do precenjenosti svojih radnih sposobnosti i podcenjivanja složenosti saobraćajne situacije u kojoj bi se on eventualno našao. Posledica takvih okolnosti može dovesti do većeg broja vanrednih događaja. Sa druge strane, starije mašinovođe se odlikuju velikim iskustvom i pravilnom procenom složenosti saobraćajnih situacija u kojima se mogu naći, ali istovremeno psihomotorne karakteristike starijih mašinovođa sa vremenom postaju sve slabije pa su i reakcije usporenije i manje sigurne. Zbog ovakvog uticaja starosne dobi na bezbedno vođenje vozova, godine starosti su uzete u obzir kod utvrđivanja sklonosti ka vanrednim događajima.

Drugu grupu parametara koja je posmatrana u cilju utvrđivanja sklonosti mašinovođa ka vanrednim događajima jeste brzina reakcije na spoljašnji stimulatívni impuls. Brzina reakcije je važan parametar jer od nje zavisi koliko mašinovođa može brzo da reaguje u složenim saobraćajnim situacijama u kojima se može naći u procesu upravljanja vozom. Često je brzo donošenje odluke i brzo reagovanje od presudnog značaja za izbegavanje vanrednih događaja.

Međutim, sama po sebi, brzina reakcije ne mora da bude značajna, jer u slučaju dovoljno brze ali pogrešne reakcije, posledica može biti isto toliko teška kao i u slučaju spore ali pravilne reakcije. Iz tog razloga, kao treća grupa parametara izabrana je tačnost reakcije pod kojom se podrazumeva koliko je precizno mašinovođa odreagovao na spoljašnji stimulatívni impuls.

Poslednja dva parametra, brzina i tačnost reakcije bilo je potrebno odrediti jer ne postoji baza podataka na osnovu koje bi se ovi parametri statistički odredili. Jedan od načina je da se sprovede test kojim bi se za svakog mašinovođu utvrdile vrednosti ovih parametara. Najjednostavniji način sprovođenja ovakvog testa jeste da se testiranje sprovede na samom radnom mestu mašinovođa primenom adekvatnog softvera za testiranje na računaru.

U tu svrhu, korišćen je test koji se sastoji iz dva dela. U prvom delu mašinovođama koji su izrazili volju da učestvuju u istraživanju se objašnjava šta se očekuje od njih i šta treba da urade. Nakon toga, mašinovođa pristupa postupku testiranja u kojem ima probni test kako bi stekao uvid u celokupan proces. Probni test ima ulogu samo da se mašinovođa upozna sa samim procesom testiranja i rezultati ostvareni na probnom testu se ne uzimaju u obzir. U drugom delu se vrši testiranje čiji rezultati se uzimaju u obzir i predstavljaju ocene parametara brzine i tačnosti reakcije.

Drugi deo procesa testiranja se sastoji iz tri faze. Faze se međusobno razlikuju po složenosti zadataka koji treba ispitanik da obavi. Svaka faza testiranja se ponavlja 30 puta.

U prvoj fazi na ekranu računara se pojavljuju dve cifre i nakon nekog vremena koje je slučajno rapoređeno, jedna od te dve cifre na ekranu se osvetljava. Ispitanik treba da u što kraćem roku pritisne taster osvetljene cifre. Meri se vreme koje protekne od momenta osvetljavanja cifre na ekranu računara pa do momenta kada mašinovođa pritisne bilo koji taster na tastaturi računara. Ukoliko mašinovođa koji se testira pritisne taster cifre koja je osvetljena, vreme brzine reakcije se pamti (ne vidi se na ekranu) i ulazi u krajnji rezultat. Ukoliko ispitanik pritisne bilo koji drugi taster na tastaturi (pogrešan taster), to se računa kao pogrešna reakcija i pamti se kao greška.

U drugoj fazi testiranja, postupak je isti kao u prvoj fazi, s tim što se na ekranu pojavljuju 4 cifre. Nakon nekog vremena koje je slučajno, jedna od tih cifara na ekranu se osvetljava i mašinovođa treba da u najkraćem mogućem vremenu pritisne taster osvetljene cifre. Vreme i tačnost reakcije ispitanika se meri na isti način kao i u prvoj fazi testiranja.

Treća faza testiranja se razlikuje od prethodne dve po tome što je zadatak mašinovođe da sada pritisne taster osvetljene jedne od šest ponuđenih cifara na ekranu. Vreme koje protekne od momenta osvetljavanja cifre na ekranu pa do pritiska tastera na tastaturi računara se meri i pamti na isti način kao i tačnost reakcije u prethodne dve faze.

Na kraju procesa testiranja, rezultati ostvareni na testiranju se daju u vidu jedne tabele (tabela 6.1). U tabeli se nalaze vrednosti za parametar brzine reakcije ostvaren u svakoj fazi testa. Ovaj parametar je dat kao srednje vreme ostvareno na testiranju za svaku fazu. Takođe, dat je i broj ostvarenih grešaka u svakoj fazi testiranja.

Tabela 6.1 – Izgled tabele koja se dobija na kraju procesa testiranja jednog mašinovođe

Faza testa	Brzina reakcije	Procenat napravljenih grešaka
I (2 cifre)	$t_{1sr}$	$p_1$
II (4 cifre)	$t_{2sr}$	$p_2$
III (6 cifara)	$t_{3sr}$	$p_3$

Trajanje procesa testiranja zavisi od brzine reakcije mašinovođa i to vreme ne prelazi 10 minuta. Testiranje mašinovođa je organizovano na dobrovoljnoj bazi i vršeno je na njihovom radnom mestu, odnosno u prostorijama u kojima su dužni da se prijave kad

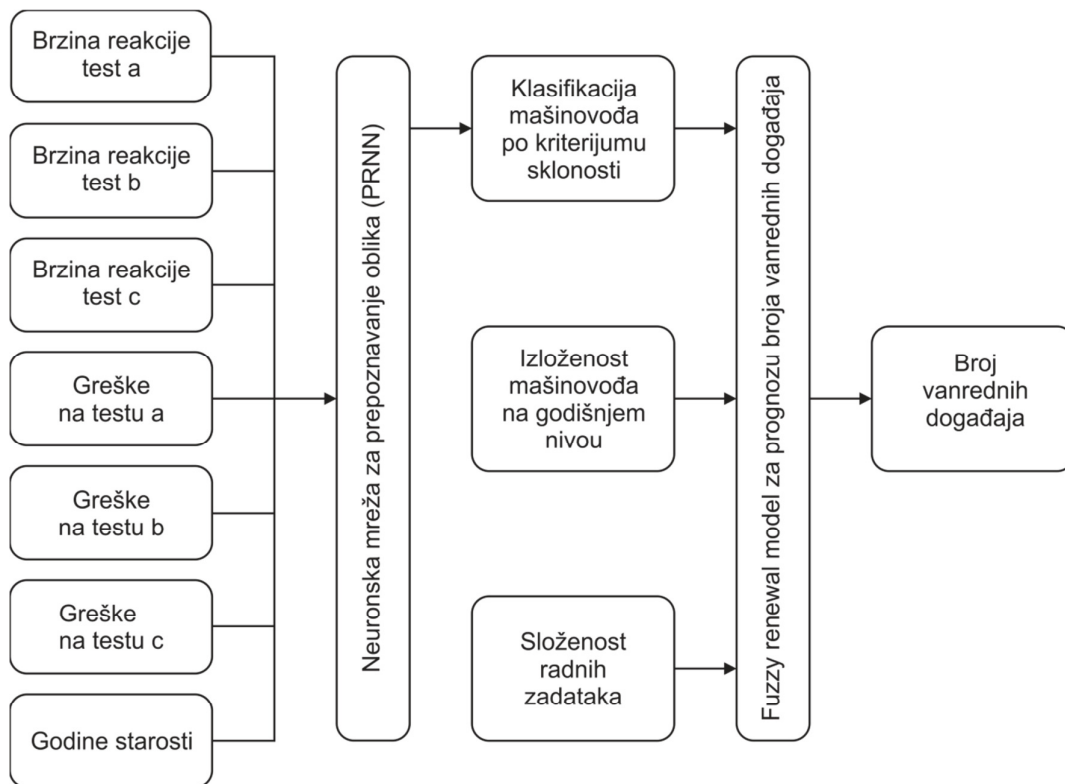
započinju svoju radnu smenu (preuzimaju svu potrebnu dokumentaciju koja im je potrebna za obavljanje svog radnog zadatka za taj dan). Testiranje je obavljeno u dnevnim časovima kada najveći broj mašinovođa dolazi na svoju smenu.

Predviđeno je da se mašinovođe testiraju pre i posle svoje smene. Međutim, testiranje pre smene nije predstavljalo problem jer sve mašinovođe koje dolaze na svoju smenu moraju da se pojave u svojim prostorijama na radnom mestu i tada su i testirani, ukoliko su pristali da na taj način učestvuju u ovom istraživanju. Međutim, bilo je teško testirati iste mašinovođe nakon završene smene, jer se mnogi od njih ne razdužuju u istim prostorijama ili se ne razdužuju odmah po završenoj smeni. Iz tog razloga, jedan manji broj mašinovođa je testiran nakon svoje smene.



## 6 SLOŽENI MODEL ZA PROGNOZIRANJE BROJA VANREDNIH DOGAĐAJA – MODEL ZASNOVAN NA TEORIJI OBNAVLJANJA, FAZI LOGICI I NEURONSKIM MREŽAMA

U doktorskoj disertaciji, teorija fazi skupova se koristi za prognozu broja vanrednih događaja, na osnovu sklonosti mašino vođa ka vanrednim događajima, izloženosti mašino vođa (broja sati provedenih u vožnji na godišnjem nivou) i složenosti radnih zadataka. U modelu koji je predložen i prikazan u ovom poglavlju, sklonost mašino vođe se određuje primenom PRNN, a na osnovu rezultata testova kojima se utvrđuje vreme i tačnost reakcije mašino vođa i njihovih godina starosti. Na slici 6.1 predstavljen je šematski prikaz složenog modela za prognoziranje vanrednih događaja.



Slika 6.1– Šematski prikaz složenog modela za prognozu broja vanrednih događaja

Neuronska mreža ima zadatak da na osnovu određenih ulaznih parametara odredi sklonost za svakog posmatranog mašinovođu. Tako dobijena vrednost za sklonost predstavlja jedan od ulaza u fazi model. Fazi model, na osnovu ocenjenih vrednosti za sklonost, izloženost i složenost daje prognozirani broj vanrednih događaja koje bi posmatrane mašinovođe napravile u nekom narednom periodu.

Na ulaz neuronske mreže dovode se parametri: brzina reakcije na delu testa sa 2 cifre, brzina reakcije na delu testa sa 4 cifre, brzina reakcije na delu testa sa 6 cifara, ostvarene greške na delu testa sa 2 cifre, ostvarene greške na delu testa sa 4 cifre, ostvarene greške na delu testa sa 6 cifara i godine starosti ispitanih mašinovođa u trenutku testiranja. Ovi parametri predstavljaju ulazne parametre neuronske mreže. Vrednosti parametara koji se odnose na brzinu reakcije i na tačnost reakcije utvrđene su testiranjem na računaru i opisane u tački 5.5 i poglavlju 10.

Na izlazu iz neuronske mreže dobija se klasifikacija mašinovođa po kriterijumu sklonosti. Svaki od testiranih mašinovođa je na osnovu rezultata koje je pokazao na testu svrstan u jednu od kategorija po kriterijumu sklonosti. Na osnovu te klasifikacije, svakom mašinovođi je dodeljena vrednost za sklonost prema klasifikacionoj grupi.

Tako utvrđena sklonost, dobijena na izlazu neuronske mreže, predstavlja ulazni parametar fazi modela, koji sada uzima u obzir izloženost kojoj je svaki testirani mašinovođa bio izložen u prethodnom periodu i složenost radnih zadataka koje je u istom periodu obavljao. Na osnovu ova tri parametra, fazi model prognozira broj vanrednih događaja za svakog od testiranih mašinovođa.

## **7 ISTRAŽIVANJE FUNKCIJE POUZDANOSTI RADA I SKLONOSTI KA PRAVLJENJU VANREDNIH DOGAĐAJA I REZULTATI PRIMENE MODELA ZA PROGNOZIRANJE BROJA VANREDNIH DOGAĐAJA MAŠINOVOĐA ŽELEZNICA SRBIJE**

Frekvencija otkaza ljudskog faktora ne podleže ravnomernoj raspodeli. Početkom prošlog veka Greenwood i Woods su prvi došli na ideju da posmatraju radnike u jednoj britanskoj fabrici municije i primetili da nastale povrede radnika nisu ravnomerno raspoređene, tj. da postoje radnici kod kojih su povrede češće nego kod drugih [3]. Autori su pokušali da utvrde razlog zbog čega se povrede kod pojedinih radnika javljaju češće nego kod drugih. To je dovelo do nastanka teorije sklonosti čijim tvorcima se oni smatraju.

Sklonost ka vanrednim događajima predstavlja predispoziciju pojedinca da svojom nenamernom aktivnošću izazove nezgodu (vanredni događaja). Ova karakteristika je već duže vremena glavni predmet debata naučnika. U svaremenoj literaturi su aktuelna dva suprotstavljena stava, da sklonost ka nekoj pojavi, kao lična karakteristika pojedinca postoji, odnosno da ne postoji. Ti dijametralni stavovi se nisu tokom vremena približili, iako je napisano mnogo radova sa ciljem da se dokaže ili da se ospori sklonost ka nezgodama kao lična karakteristika koju pojedinac stiče rođenjem.

Iz tog razloga, naučnici su se okrenuli drugačijem pristupu. U novijoj literaturi sklonost se ne posmatra kao zasebna karakteristika pojedinca već uvek u kombinaciji sa jednim ili više faktora koji uzrokuju sklonost kao fenomen. Tako se kao faktor koji utiče na pojavu sklonosti navode alkohol [25-27], umor [28-30], nepažnja [31-33], bes, impulsivno ponašanje [34, 35] i dr.

## 7.1 ISTRAŽIVANJE FUNKCIJE POUZDANOSTI RADA MAŠINOVOĐA ŽELEZNICA SRBIJE

U ovom poglavlju su predstavljeni rezultati koji se zasnivaju na populaciji od 777 mašinovođa iz 5 različitih sekcija vuče AD „Železnice Srbije”. Posmatrana populacija mašinovođa je napravila 717 vanrednih događaja u periodu od 8 godina. Broj vanrednih događaja po jednom mašinovođi koji se dogodio u ovom periodu, kreće se od 1 do 7. Broj radnika koji u ovom periodu posmatranja nisu napravili ni jedan vanredni događaj je 460. Statistički podaci koji se odnose na ispitane mašinovođe i njihove vanredne događaje, ukupno i po sekcijama, dati su u tabeli 7.1.

Tabela 7.1 – Statistički podaci vađeni iz evidencija JP „Železnice Srbije” ispitanih mašinovođa

<i>i</i>		Broj mašinovođa koji su napravili <i>i</i> vanrednih događaja							Ukupan broj mašinovođa	Ukupan broj VD	
		0	1	2	3	4	5	6			7
SEKCIJA	Beograd	235	64	16	6	4	1	0	1	327	142
	Lapovo	40	42	27	14	9	9	7	2	150	275
	Zaječar	64	11	16	10	12	12	7	3	135	244
	Užice	71	14	10	0	0	0	0	0	95	34
	Ruma	50	18	2	0	0	0	0	0	70	22
Suma		460	149	71	30	25	22	14	6	777	717

Srednja vremena između dva susedna vanredna događaja za mašinovođe koje su napravile tačno  $j$  vanrednih događaja ( $j = 1, 2, \dots, 6$ ) je utvrđeno iz statističkog uzorka i predstavljena su u tabeli tabeli 7.2.

Tabela 7.2 – Srednje vreme između dva susedna vanredna događaja [god]

Mašinovođe koje su napravile $j$ vanrednih događaja	<i>I</i>					
	<i>i</i> = 2	<i>i</i> = 3	<i>i</i> = 4	<i>i</i> = 5	<i>i</i> = 6	<i>i</i> = 7
$j = 2$	2.54332	-	-	-	-	-
$j = 3$	1.85059	2.00668	-	-	-	-
$j = 4$	1.78696	1.27660	1.33721	-	-	-
$j = 5$	0.87210	1.60087	0.93873	1.35679	-	-
$j = 6$	1.20528	0.73464	1.05245	1.15264	1.01546	-

Primenom testa Kolmogorov-Smirnova, kao i testa o jednakosti srednjih vrednosti, utvrđeno je da postoje razlike između mašinovođa u pogledu vremena koje protekne između dva vanredna događaja koje je svaki od njih izazvao. To vreme za različite grupe mašinovođa dato je u tabeli 7.3.

Tabela 7.3 – Srednje vreme rada između dva uzastopna otkaza

<i>Grupe mašinovođa u kojoj je svaki mašinovođa napravio po</i>	$\bar{T}_j$ [god]
<i>1 ili 2 vanredna događaja</i>	2,54331
<i>3 ili 4 vanredna događaja</i>	1,68548
<i>5 ili 6 ili 7 vanrednih događaja</i>	1,09759

#### 7.1.1 Istraživanje sklonosti ka pravljenu vanrednih događaja na Železnicama Srbije metodom korelacione analize

Metode korišćene za istraživanje sklonosti ka vanrednim događajima primenom korelacione analize detaljno su opisane u magistarskom radu kandidata [36] i prikazane su u prilogu 4 na kraju doktorata. Ovde je ta metodologija primenjena na znatno većem uzorku (777 mašinovođa koje su radile na JP „Železnice Srbije” u periodu od 2003 – 2010).

##### 7.1.1.1 Metoda korelacione analize za dva uzastopna četvorogodišnja perioda

U doktorskoj disertaciji, za ispitivanje sklonosti mašinovođa ka vanrednim događajima primenjena je metoda korelacione analize podataka o vanrednim događajima u dva posmatrana perioda, pri čemu je ta podela izvedena na dva načina. U prvom slučaju period od 8 godina (2003 – 2010. godine) podeljen je na dva dela od po četiri godine i to period (2003 – 2006. godina) i period (2007 – 2010. godina). U drugom slučaju, celokupni period od 8 godina podeljen je takođe na dva dela od po četiri godine, ali sada prvi period čine parne godine (2004., 2006., 2008. i 2010. godina) a drugi period čine neparne godine (2003., 2005., 2007. i 2009.).

Greenwood i Woods su sličnu podelu izvršili u svom radu [3]. Kod podele celokupnog perioda posmatranja (za koji su vršili istraživanje) na dva manja, uzastona posmatrana perioda, postoji mogućnost da se kod određenog broja radnika broj povređivanja znatno razlikuje u jednom periodu u odnosu na drugi. Drugim rečima, postoji mogućnost da se kod nekih radnika javi veći broj povređivanja u prvom periodu posmatranja, dok u drugom periodu oni nisu morali da imaju bilo kakvo povređivanje, i obrnuto. Iz tog razloga, uveli su i podelu celokupnog perioda posmatranja na dva manja, parni i neparni (parne godine i neparne godine posmatranog perioda). Ovakvom podelom, hteli su da eliminišu uticaj onih radnika na krajnji rezultat, kod kojih postoji veliko odstupanje u broju povređivanja u prvom i drugom posmatranom periodu (kod podele na dva uzastopna perioda).

Prema tome, autori Greenwood i Woods su izvršili ovakvu podelu perioda posmatranja, kako bi uticaj različito odabranih posmatranih perioda na krajnji rezultat, sveli na minimum. Iz tih razloga, kod ispitivanja postojanja sklonosti mašinovođa ka vanrednim događajima, izvršena je slična podela osmogodišnjeg perioda na dva manja, četvorogodišnja perioda, i to na način kako je objašnjeno u prvom pasusu.

Za svakog posmatranog mašinovođu imamo podatke o vanrednim događajima u tim četvorogodišnjim vremenskim intervalima. Korelativnom analizom broja napravljenih vanrednih događaja za svakog mašinovođu u formiranim četvorogodišnjim intervalima, utvrđuje se koeficijent korelacije. Ukoliko je taj koeficijent korelacije značajan, to znači da je broj vanrednih događaja koje su mašinovođe napravile u jednom periodu sličan broju vanrednih događaja koje su te iste mašinovođe napravile u drugom periodu. To upućuje na zaključak da tako raspoređeni vanredni događaji koje su mašinovođe napravile u oba posmatrana perioda posmatranja i za koje je vršena korelaciona analiza, nisu slučajni.

U suprotnom, ukoliko bi se pokazalo da je koeficijent korelacije mali, to bi značilo da postoji velika razlika u broju vanrednih događaja koje su mašinovođe napravile u jednom analiziranom periodu i broja vanrednih događaja koje su te iste mašinovođe napravile u drugom analiziranom periodu. Dakle, u takvoj situaciji zaključak bi bio da

ne postoji sklonost mašinovođa ka vanrednim događajima, jer su vanredni događaji koje su oni napravili u posmatrani periodima, slučajno raspoređeni.

U cilju sveobuhvatnije analize, posmatrano je 8 različitih varijanti, koje se međusobno razlikuju po broju mašinovođa koje su uzete u razmatranje. U prvoj varijanti, uzete su u obzir sve mašinovođe koje su napravile  $i$  vanrednih događaja ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ). U narednoj varijanti izuzete su mašinovođe koje su za posmatrani period imale samo jedan vanredni događaj. U trećoj varijanti izostavljene su mašinovođe koje su napravile do 2 vanredna događaja u istom vremenskom periodu, a u četvrtoj varijanti mašinovođe koje su napravile do 3 vanredna događaja. Preostale četiri varijante se ponavljaju s tim što su mašinovođe sa 7 vanrednih događaja u periodu od 8 godina izuzete iz razmatranja jer je broj takvih mašinovođa zanemarljivo mali (ima ih samo 6 u posmatranom statističkom uzorku od 777 mašinovođa). U tabeli 7.4 dati su rezultati sprovedene analize za sve pomenute varijante.

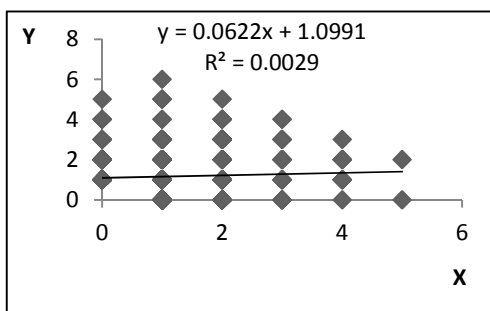
Tabela 7.4 – Rezultati sprovedene korelacione analize za različite varijante posmatranih vanrednih događaja po uzastopnim četvorogodišnjim periodima.

$i$ vanrednih događaja	Broj mašinovođa koje su napravile $i$ vanrednih događaja	Koeficijenti u jednačini regresije		$y = a_0 + a_1x$	Koeficijent korelacije $R^2$
		$a_0$	$a_1$		
1	2	3	4	5	6
$i = 1, 2, \dots, 7$	317	1,0991	0,0622	$y = 1,0991 + 0,0622 x$	0,0029
$i = 2, 3, \dots, 7$	168	4,8401	-0,5838	$y = 4,8401 - 0,5838 x$	0,0253
$i = 3, 4, \dots, 7$	97	3,4985	-0,5579	$y = 3,4985 - 0,5579 x$	0,2564
$i = 4, 5, 6, 7$	67	4,3813	-0,7188	$y = 4,3813 - 0,7188 x$	0,4803
$i = 1, 2, \dots, 6$	311	1,1196	-0,0066	$y = 1,1196 - 0,0066 x$	3e-05
$i = 2, 3, \dots, 6$	162	2,2115	-0,3290	$y = 2,2115 - 0,3290 x$	0,0864
$i = 3, 4, 5, 6$	91	3,5079	-0,6361	$y = 3,5079 - 0,6361 x$	0,3514
$i = 4, 5, 6$	61	4,3585	-0,7885	$y = 4,3585 - 0,7885 x$	0,6141

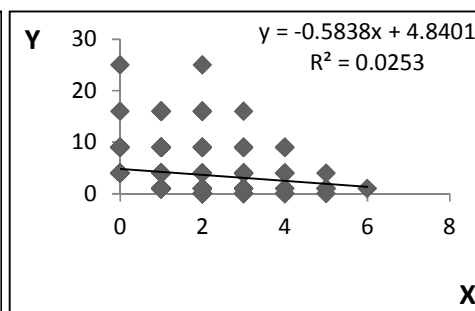
Podaci dati u prvoj koloni tabele 7.4 pokazuju koje grupe mašinovođa su uzete u obzir u analizi, odnosno mašinovođe koje su napravile  $i$  vanrednih događaja u posmatranom periodu od 8 godine. Drugu kolonu čini veličina uzorka, odnosno broj mašinovođa koje su napravile  $i$  vanrednih događaja. Naredne dve kolone sadrže koeficijente linearnih

jednačina regresije  $a_0$  i  $a_1$ . Pretposlednja kolona je konačan oblik lineane jednačine regresije, dok se u poslednjoj koloni nalaze traženi koeficijenti korelacije broja vanrednih događaja po posmatranim četvorogodišnjim periodima.

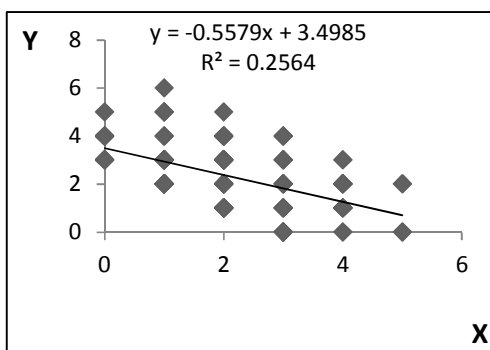
Na slici 7.1 dati su grafikoni korelacione analize za uzastopne četvorogodišnje periode posmatranja, sa prikazanim podacima i regresionom pravom za svaku od posmatranih varijanti.



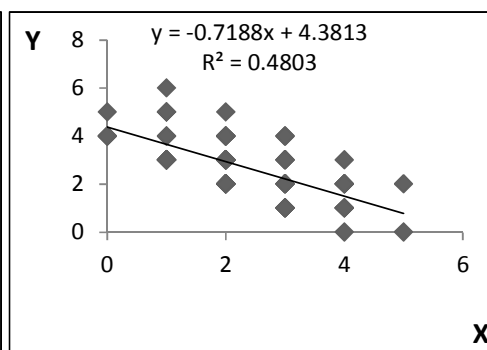
a)  $i = 1, 2, \dots, 7$



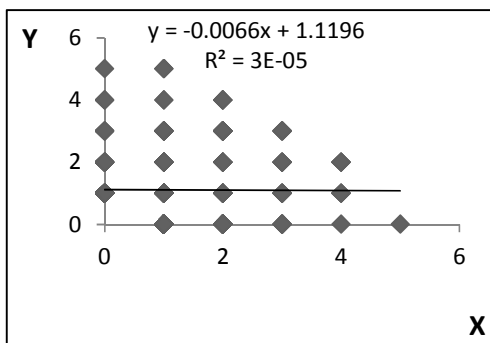
b)  $i = 2, 3, \dots, 7$



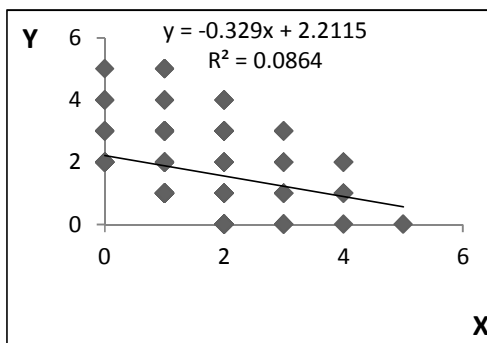
c)  $i = 3, 4, \dots, 7$



d)  $i = 4, 5, 6, 7$

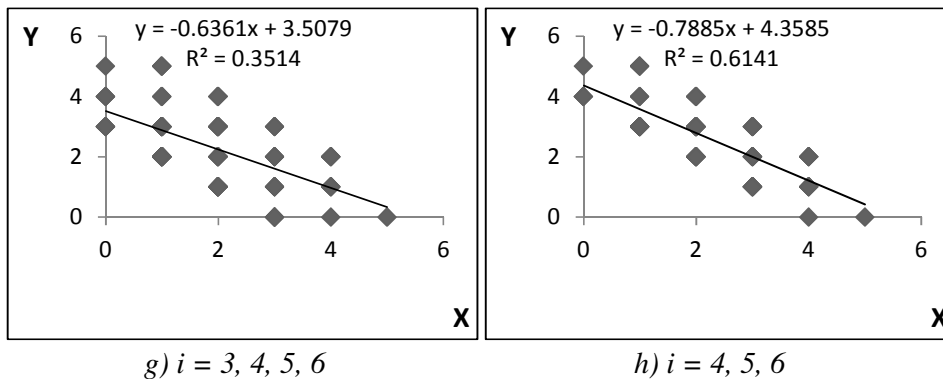


e)  $i = 1, 2, \dots, 6$



f)  $i = 2, 3, \dots, 6$





Slika 7.1 – Grafički prikaz podataka iz statističkog uzorka za uzastopne četvorogodišnje vremenske intervale, sa korelacionom krivom i koeficijentom korelacije za svaku od posmatranih varijanti

Iz tabele 7.4 se vidi da je koeficijent korelacije izuzetno mali kada se posmatraju svi vanredni događaji u posmatranom statističkom uzorku. Uopšte, u svim varijantama koje obuhvataju mašinovođe sa malim brojem vanrednih događaja u celokupnom posmatranom vremenskom periodu od 8 godina, koeficijent korelacije je vrlo mali. Tek u varijantama sa nešto većim brojem vanrednih događaja po mašinovođi ( $i > 3$ ), koeficijent korelacije značajno raste.

Ovakvi rezultati se mogu objasniti velikom neravnomernošću napravljenih vanrednih događaja po posmatranim četvorogodišnjim periodima. Kod velikog broja mašinovođa sa malim brojem napravljenih vanrednih događaja za 8 godina, svi njihovi vanredni događaji pripadaju samo jednom četvorogodišnjem periodu, dok u drugom četvorogodišnjem periodu te iste mašinovođe nemaju ni jedan vanredni događaj. Otuda i tako niska vrednost koeficijenta korelacije.

Kod mašinovođa sa 4 i više vanrednih događaja, koeficijent korelacije je značajno veći. Ako se posmatraju mašinovođe sa 7 vanrednih događaja u celokupnom osmogodišnjem periodu, koeficijent korelacije je 0,48, a ako se oni iz analize isključe, koeficijent korelacije je 0,61. Razlog ovako dobijenih rezultata je mali broj mašinovođa koje su

napravile 7 vanrednih događaja (svega 6 mašinovođa), a neravnomernost kod njih je vrlo izražena.

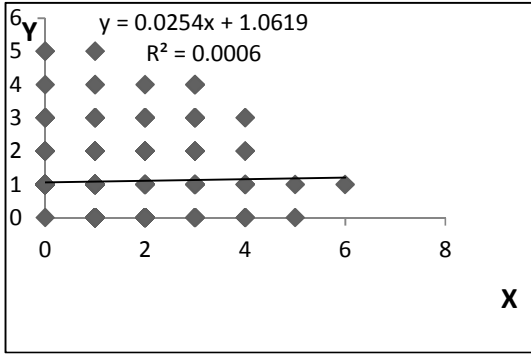
#### 7.1.1.2 Metoda korelacione analize za parni i neparni četvorogodišnji period

U ovoj analizi, posmatrani vremenski period od 8 godina je podeljen na dva manja, četvorogodišnja vremenska perioda, parni (2004., 2006., 2008. i 2010) i neparni (2003., 2005., 2007. i 2009.). Posmatrane su iste varijante kao u prethodnom slučaju i rezultati su prikazani u tabeli 7.5.

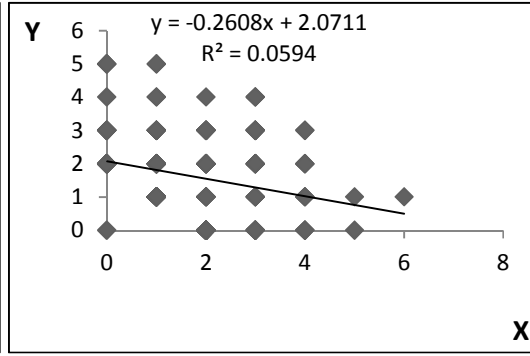
Tabela 7.5 – Rezultati sprovedene korelacione analize za različite varijante posmatranih vanrednih događaja po parnom i neparnom četvorogodišnjem periodu.

<i>i</i> vanrednih događaja	Broj mašinovođa koje su napravile <i>i</i> vanrednih događaja	Koeficijenti u jednačini regresije		$y = a_0 + a_1x$	Koeficijent korelacije $R^2$
		$a_0$	$a_1$		
1	2	3	4	5	6
$i = 1, 2, \dots, 7$	317	1,0619	0,0254	$y = 1,0619 + 0,0254 x$	0,0006
$i = 2, 3, \dots, 7$	168	2,0711	-0,2608	$y = 2,0711 - 0,2608 x$	0,0594
$i = 3, 4, \dots, 7$	97	3,3479	-0,5178	$y = 3,3479 - 0,5178 x$	0,2898
$i = 4, 5, 6, 7$	67	4,2427	-0,6920	$y = 4,2427 - 0,692 x$	0,4803
$i = 1, 2, \dots, 6$	311	1,1044	-0,0476	$y = 1,1044 - 0,0476 x$	0,0021
$i = 2, 3, \dots, 6$	162	2,1720	-0,3671	$y = 2,1720 - 0,3671 x$	0,1100
$i = 3, 4, 5, 6$	91	3,4619	-0,6312	$y = 3,4619 - 0,6312 x$	0,3990
$i = 4, 5, 6$	61	4,3947	-0,8112	$y = 4,3947 - 0,8112 x$	0,6409

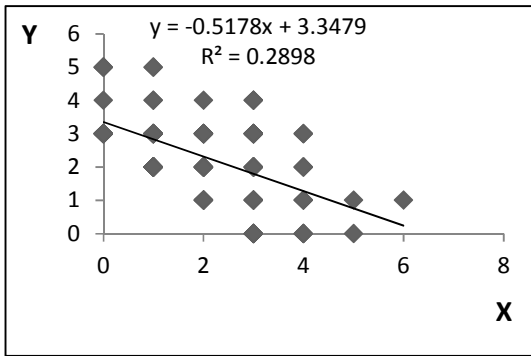
Na slici 7.2 dati su grafikoni korelacione analize za parni i neparni četvorogodišnji period posmatranja, sa prikazanim podacima i regresionom pravom za svaku od posmatranih varijanti.



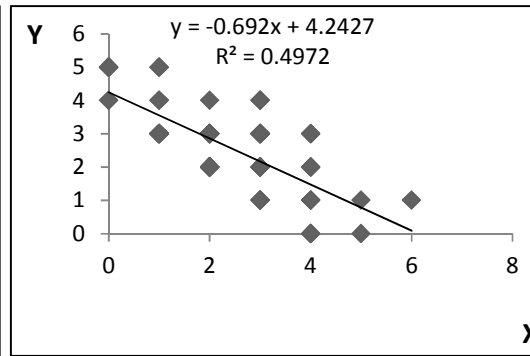
a)  $i = 1, 2, \dots, 7$



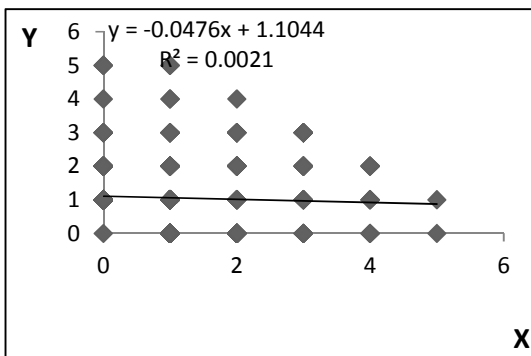
b)  $i = 2, 3, \dots, 7$



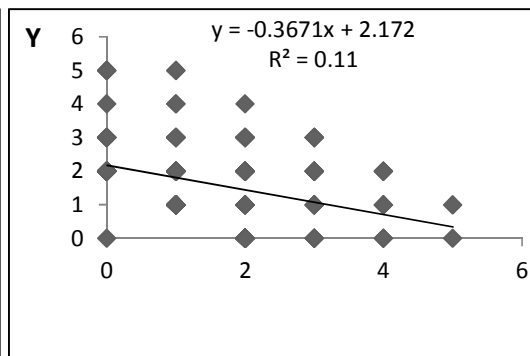
c)  $i = 3, 4, \dots, 7$



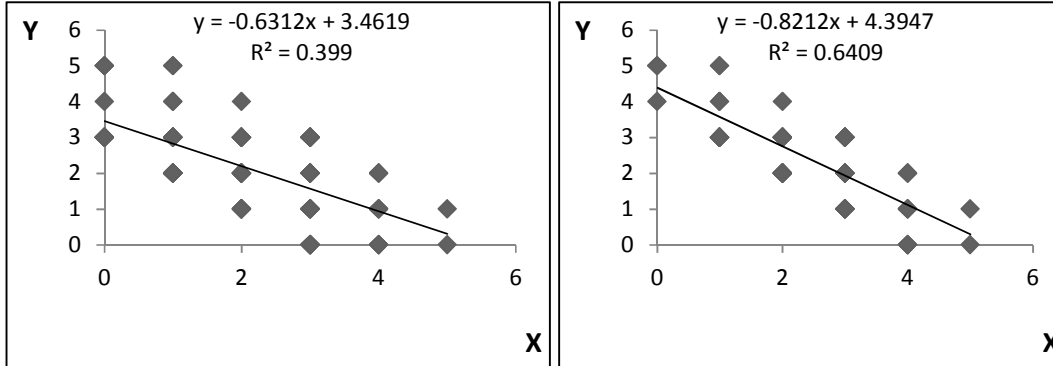
d)  $i = 4, 5, 6, 7$



e)  $i = 1, 2, \dots, 6$



f)  $i = 2, 3, \dots, 6$



g)  $i = 3, 4, 5, 6$

h)  $i = 4, 5, 6$

Slika 7.2 – Grafički prikaz podataka iz statističkog uzorka za parni i neparni četvorogodišnji period sa korelacionom krivom i koeficijentom korelacije za svaku od posmatranih varijanti

Na osnovu rezultata prikazanih u tabelama 7.4 i 7.5, vidi se da postoje male razlike u proračunu za uzastopne četvorogodišnje periode i parni i neparni četvorogodišnji period. Te razlike su slučajnog karaktera i proističu od toga u kojoj meri je raspodela vanrednih događaja po posmatranim četvorogodišnjim periodima neravnomerna, za svakog mašinovođu uzetog u razmatranje.

Tako na primer, u poslednoj varijanti, kada se posmatraju mašinovođe koje su napravile 4, 5 ili 6 vanrednih događaja, koeficijent korelacije za parni i neparni četvorogodišnji period je oko 0,64, što je za oko 4% više nego kada se posmatraju uzastopni četvorogodišnji periodi.

Konačan zaključak koji se može izvući na osnovu sprovedenog istraživanja metodom korelacione analize (klasičnom metodom) je da ovaj metod nije pogodan za primenu kada se posmatraju događaji sa malom verovatnoćom pojavljivanja, odnosno kada se posmatraju tzv. retki događaji. Naime, kod mašinovođa koje su napravile do 3 vanredna događaja, pokazalo se da ovaj metod ne daje dobre rezultate i dobijeni koeficijenti korelacije su suviše mali. Kod mašinovođa koje su napravile 4 i više vanrednih događaja verovatnoće pojave vanrednog događaja su приметно veće, i u tom slučaju ova

metoda je dala dobre rezultate sa značajnim vrednostima koeficijenta korelacije. Prema tome, ova metoda može da se koristi samo kod mašinovođa kod kojih je verovatnoća pravljenja vanrednog događaja veća.

#### 7.1.2 Istraživanje sklonosti ka pravljenju vanrednih događaja na Železnicama Srbije metodom testiranja srednjih vrednosti

S obzirom na rezultate koji su dobijeni kod istraživanja sklonosti ka vanrednim događajima za pojedine grupe mašinovođa, metodom korelacione analize, došlo se na ideju da se primeni novi metod u ovu svrhu. Naime, kako se pokazalo da klasična metoda primenom korelacione analize ne daje dobre rezultate kod ispitivanja pojava sa malom verovatnoćom realizacije, ukazala se potreba za primenom neke nove metode koja bi i u takvim uslovima davala prihvatljivije rezultate.

Sa druge strane, osnovna mana klasične metode ispitivanja postojanja sklonosti ka pojedinim pojavama primenom korelacione analize je što ova metoda ne daje mogućnost utvrđivanja postojanja različitih sklonosti ka određenim pojavama. Ona se pokazuje kao dobra metoda samo kod utvrđivanja da li postoji ili ne postoji izvesna sklonost ka ispitivanim pojavama, ali na pitanje kolika je ta sklonost ova metoda ne može da dâ odgovor. Drugim rečima, klasična metoda ne daje meru sklonosti ka određenim pojavama.

Upravo iz ova dva razloga, nemogućnost primene klasične metode na događaje sa manjom verovatnoćom realizacije i nemogućnost dobijanja mere sklonosti ka određenim pojavama, bilo je potrebno primeniti i model kojim se prevazilaze oba pomenuta problema.

Statistički uzorak korišćen u ovim ispitivanjima čini populacija od 771 mašinovođe sa teritorije 5 sekcija AD „Železnice Srbije”. Među ovim mašinovođama nalaze se oni koji nisu napravili ni jedan vanredni događaj za 8 godina, kao i oni koji su napravili do 6 vanrednih događaja.

Interesantno je ispitati da li postoji razlika srednjih vrednosti vremenskih intervala između vanrednih događaja posmatranih grupa mašinovođa koje su napravile  $n$  i  $n+1$  ( $n = 2, 3, 4$  i  $5$ ) vanrednih događaja. Ukoliko se pokaže da nema razlike između srednjih vrednosti posmatranih uzastopnih vanrednih događaja mašinovođa, to bi značilo da postoji jednaka verovatnoća da mašinovođe i jedne i druge posmatrane grupe (mašinovođe koje su napravile  $n$  i  $n+1$  vanrednih događaja) naprave vanredni događaj. Drugim rečima, nema sklonosti mašinovođa ka vanrednim događajima.

Međutim, ukoliko se pokaže da razlika srednjih vrednosti između pojedinih grupa mašinovođa postoji, onda ima opravdanog razloga smatrati da postoji veća sklonost mašinovođa jedne grupe ka pravljenu vanrednih događaja.

Najpre treba naglasiti da se pomenuti model, opisan u magistarskoj tezi [36], a priložen na kraju doktorske disertacije (prilog 4), odnosi na elemente dva skupa sa normalnom raspodelom. Analiza uzorka korišćenog u istraživanjima u ovoj disertaciji pokazala je da vreme između 2 susedna vanredna događaja ima eksponencijalnu raspodelu. Međutim, kako se testiraju aritmetičke sredine ovih intervala i kako je uzorak veliki, na osnovu Centralne granične teoreme [14], može se smatrati da zbir aritmetičkih sredina ima normalnu raspodelu, čime se opravdava primena pomenutog modela u ovu svrhu.

U tabeli 7.6 date su srednje vrednosti i standardna odstupanja intervala između dva vanredna događaja za grupe mašinovođa koje su napravile 2, 3, 4, 5 i 6 vanrednih događaja. Prema definisanom cilju vidi se da je polazna hipoteza  $H_0(\mu_1 = \mu_2)$ . Prema podacima iz tabele 7.6 jasno je da je alternativna hipoteza  $H_1(\mu_1 > \mu_2)$ . Prema tome, ovde se primenjuje test sa desnostranom kritičnom oblašću.

Imajući u vidu da proizvoljne grupe mašinovođa imaju broj elemenata koji je veći od 30, može se smatrati da svi uzorci predstavljaju velike uzorke i da proračunata veličina  $t$  ima normalnu raspodelu. Elementi proračuna dati su u tabeli 7.7.

Tabela 7.6 – Srednje vreme i standardno odstupanje za pojedine grupe mašinovođa iz uzorka

Broj napravljenih vanrednih događaja	Broj mašinovođa u grupi	Srednje vreme $\bar{X}$ [godina]	standardno odstupanje $S$ [godina]
2	71	2,5433	1,8235
3	30	1,9338	1,3862
4	25	1,4669	1,2690
5	22	1,1921	1,0522
6	14	1,0321	0,9559

Tabela 7.7 – Proračun testa srednjih vrednosti za različite grupe mašinovođa

Testirane grupe mašinovođa	$\bar{x}_1^*$	$\bar{x}_2^*$	$s_1$	$s_2$	$n_1$	$n_2$	$t$
2 - 3	2.5433	1.9338	1.8235	1.3862	71	30	1.8305
3 - 4	1.9338	1.4669	1.3862	1.2690	30	25	1.3025
4 - 5	1.4669	1.1921	1.2690	1.0522	25	22	0.8112
5 - 6	1.1921	1.0321	1.0522	0.9559	22	14	0.4707
2 - 4	2.5433	1.4669	1.8235	1.2690	71	25	3.2271
3 - 5	1.9338	1.1921	1.3862	1.0522	30	22	2.1930

\* Srednje vrednosti  $\bar{x}_1$  i  $\bar{x}_2$  standardna odstupanja  $s_1$  i  $s_2$  su u godinama.

Iz tabele 7.7 vidi se da veličina  $t$ , kod testiranja srednjih vrednosti za grupe mašinovođa koje su napravile 2 i 3 vanredna događaja ima vrednost 1,8305. Kako je potrebno da veličina  $t$  ispuni uslov  $t < t_{0,05} = 1,645$ , to je jasno da se ove dve grupe mašinovođa međusobno bitno razlikuju i moraju se posmatrati odvojeno, odnosno čine dve različite klase mašinovođa sa aspekta rizičnosti. Međutim, ako se posmatra rizik od  $\alpha = 0,01$  dobija se  $t = 1,8305 < t_{0,01} = 2,33$  i tada se može prihvatiti sa rizikom od 1% da se radi o dva skupa mašinovođa sa istim srednjim vrednostima između dva uzastopna vanredna događaja, odnosno da je razlika aritmetičkih sredina slučajna između ova dva skupa.

U svim ostalim slučajevima, kada se porede grupe mašinovođa koje su napravile  $i$  i  $i + 1$  vanrednih događaja, veličina  $t$  ispunjava uslov  $t < t_{0,05} = 1,645$ , tako da se čini da svi ostali vremenski intervali između vanrednih događaja, odnosno vremenski intervali između vanrednih događaja mašinovođa koje su napravile 3, 4, 5 i 6 vanrednih događaja imaju slučajne razlike između srednjih vrednosti. Drugim rečima, čini se da je srednja vrednost za sve ostale intervale ista. Da bi se to proverilo izvršena je primena modela na

grupe mašinovođa koje su napravile 2 i 4, odnosno 3 i 5 vanrednih događaja. Elementi proračuna su dati u tabeli 7.7.

Iz tabele 7.7 se vidi da se ni u ovom slučaju ne može usvojiti da se radi o istoj grupi mašinovođa sa aspekta sklonosti ka vanrednim događajima. Na osnovu rezultata može se zaključiti da se radi o dve različite klase mašinovođa sa aspekta rizičnosti ka vanrednim događajima.

Kao rezultat istraživanja sklonosti ka vanrednim događajima, može se reći da mašinovođe koje su napravile 3 i 4 vanredna događaja za 8 godina, čine jednu klasu mašinovođa sa aspekta rizičnosti. Slično ovome, mašinovođe koje su za 8 godina napravile 5 i 6 vanrednih događaja čine drugu klasu. Prema tome, sve mašinovođe, sa aspekta sklonosti ka vanrednim događajima, mogu se podeliti u 4 klase prema tabeli 7.9.

Tabela 7.8 – Stepen rizičnosti mašinovođa

Broj vanrednih događaja koji je prouzrokovao mašinovođa	Stepen rizičnosti (sklonosti)
0	niskorizični
1 i 2	rizični
3 i 4	srednje rizični
5 i 6	visoko rizični

### 7.1.3 $\lambda$ – Kolmogorov test i test Kolmogorov – Smirnov

Da bi se analiza sprovedena u prethodnoj tački (tačka 7.1.2) verifikovala i da bi se potvrdili dobijeni rezultati, sproveden je još jedan test u istu svrhu, test Kolmogorov - Smirnova. Naime, testirane su grupe mašinovođa koje su napravile  $n$  i  $n + 1$  vanrednih događaja. Ovim testom se ispituje da li posmatrane grupe mašinovođa pripadaju istoj populaciji. Ukoliko se pokaže da posmatrane grupe mašinovođa pripadaju istoj populaciji onda ima osnova za prihvatanje definisanih grupa mašinovođa po rizičnosti iz tačke 7.1.2. Pored toga, ukoliko se dobiju slični rezultati kao u tački 7.1.2, može se smatrati da su modeli iz te tačke, kao i dobijeni rezultati verifikovani.



Testirani uzorak čine sve mašinođe koje su napravile 2 i više vanrednih događaja. Celokupan uzorak, odnosno svi intervali između vanrednih događaja za grupe mašinođa koje su napravile  $n$  i  $n+1$  vanrednih događaja podeljen je u klase širine 200.

### 7.1.3.1 Testiranje mašinođa koje su napravile 2 i 3 vanredna događaja

Elementi proračuna za ove dve grupe mašinođa dati su u tabeli 7.9. Iz tabele 7.9 se vidi da je apsolutna vrednost maksimalne razlike empirijskih funkcija raspodele ( $F_{n_1}(x)$  i  $F_{n_2}(x)$ ), tj.  $D_{n_1n_2} = \max |F_{n_1}(x) - F_{n_2}(x)| = 0,6951$ . Sa druge strane, veličina  $\lambda$  je:

$$\lambda = D_{n_1n_2} \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}} = 0,6951 \cdot \sqrt{\frac{71 \cdot 60}{71 + 60}} = 0,6951 \cdot \sqrt{\frac{4260}{131}} = 3,9627$$

gde  $n_1$  i  $n_2$  označavaju broj mašinođa koje su napravile 2, odnosno 3 vanredna događaja u posmatranom periodu.

Kako je za ovaj test, tablična vrednost parametra  $\lambda_\alpha$  za rizik od 5%,  $\lambda_\alpha = 1,36$ , to je jasno da nije ispunjen uslov  $\lambda < \lambda_\alpha$ , jer je  $\lambda = 3,96 > \lambda_\alpha = 1,36$ , tako da hipotezu da se radi o istoj grupaciji mašinođa odbacujemo sa rizikom od 5%.

Tabela 7.9 – Elementi proračuna testa Kolmogorov – Smirnov za mašinođe koje su napravile 2 i 3 vanredna događaja za 8 godina

Klase	Frekvencije		Empirijske funkcije raspodele		$ F_{n1}(x) - F_{n2}(x) $
	$f_{i1}$	$f_{i2}$	$F_{n1}(x)$	$F_{n2}(x)$	
0 – 200	0	12	0.0000	0.2000	0.2000
200 – 400	2	9	0.0282	0.3500	0.3218
400 – 600	0	6	0.0282	0.4500	0.4218
600 - 800	3	11	0.0704	0.6333	0.5629
800 – 1000	1	4	0.0845	0.7000	0.6155
1000 – 1200	5	9	0.1549	0.8500	0.6951
1200 – 1400	4	1	0.2113	0.8667	0.6554
1400 – 1600	4	4	0.2676	0.9333	0.6657
1600 – 1800	4	2	0.3239	0.9667	0.6427

Klase	Frekvencije		Empirijske funkcije raspodele		$ F_{n1}(x) - F_{n2}(x) $
	$f_{i1}$	$f_{i2}$	$F_{n1}(x)$	$F_{n2}(x)$	
1800 – 2000	8	1	0.4366	0.9833	0.5467
2000 - 2200	9	1	0.5634	1.0000	0.4366
2200 – 2400	10	0	0.7042	1.0000	0.2958
2400 – 2600	4	0	0.7606	1.0000	0.2394
2600 - 2800	11	0	0.9155	1.0000	0.0845
2800 - 3000	6	0	1.0000	1.0000	0.0000
Suma	71	60			

### 7.1.3.2 Testiranje mašinovođa koje su napravile 3 i 4 vanredna događaja

Elementni proračuna za ove dve grupe mašinovođa dati su u tabeli 7.10. Iz tabele 7.10 se vidi da je apsolutna vrednost maksimalne razlike empirijskih funkcija raspodele ( $F_{n_1}(x)$  i  $F_{n_2}(x)$ ), tj.  $D_{n_1 n_2} = \max |F_{n_1}(x) - F_{n_2}(x)| = 0,23$ . Sa druge strane, veličina  $\lambda$  je:

$$\lambda = D_{n_1 n_2} \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}} = 0,23 \cdot \sqrt{\frac{60 \cdot 75}{60 + 75}} = 0,23 \cdot \sqrt{\frac{4500}{135}} = 1,3279$$

Kako je za ovaj test, tablična vrednost parametra  $\lambda_\alpha$  za rizik od 5% 1,36, to se vidi da je traženi uslov  $\lambda < \lambda_\alpha$  ispunjen ( $\lambda = 1,3279 < \lambda_\alpha = 1,36$ ), tako da se hipoteza da se radi o istoj grupaciji mašinovođa prihvata sa rizikom od 5%.

Tabela 7.10 – Elementi proračuna testa Kolmogorov – Smirnov za mašinovođe koje su napravile 3 i 4 vanredna događaja za 8 godina

Klase	Frekvencije		Empirijske funkcije raspodele		$ F_{n1}(x) - F_{n2}(x) $
	$f_{i1}$	$f_{i2}$	$F_{n1}(x)$	$F_{n2}(x)$	
0 – 200	12	20	0.2000	0.2667	0.0667
200 – 400	9	16	0.3500	0.4800	0.1300
400 – 600	6	15	0.4500	0.6800	0.2300
600 - 800	11	7	0.6333	0.7733	0.1400
800 – 1000	4	5	0.7000	0.8400	0.1400
1000 – 1200	9	5	0.8500	0.9067	0.0567
1200 – 1400	1	2	0.8667	0.9333	0.0667
1400 – 1600	4	2	0.9333	0.9600	0.0267

Klase	Frekvencije		Empirijske funkcije raspodele		$ F_{n1}(x) - F_{n2}(x) $
	$f_{i1}$	$f_{i2}$	$F_{n1}(x)$	$F_{n2}(x)$	
1600 – 1800	2	1	0.9667	0.9733	0.0067
1800 – 2000	1	2	0.9833	1.0000	0.0167
2000 - 2200	1	0	1.0000	1.0000	0.0000
	60	75			

### 7.1.3.3 Testiranje mašinovođa koje su napravile 4 i 5 vanrednih događaja

Elementi proračuna za ove dve grupe mašinovođa dati su u tabeli 7.11. Iz tabele 7.11 se vidi da je apsolutna vrednost maksimalne razlike empirijskih funkcija raspodele ( $F_{n1}(x)$  i  $F_{n2}(x)$ ), tj.  $D_{n_1 n_2} = \max |F_{n1}(x) - F_{n2}(x)| = 0,1145$ . Sa druge strane, veličina  $\lambda$  je:

$$\lambda = D_{n_1 n_2} \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}} = 0,1145 \cdot \sqrt{\frac{75 \cdot 88}{75 + 88}} = 0,1145 \cdot \sqrt{\frac{6600}{163}} = 0,7286$$

Tabela 7.11 – Elementi proračuna testa Kolmogorov – Smirnov za mašinovođe koje su napravile 4 i 5 vanrednih događaja za 8 godina

Klase	Frekvencije		Empirijske funkcije raspodele		$ F_{n1}(x) - F_{n2}(x) $
	$f_{i1}$	$f_{i2}$	$F_{n1}(x)$	$F_{n2}(x)$	
0 – 200	20	29	0.2667	0.3295	0.0629
200 – 400	16	22	0.4800	0.5795	0.0995
400 – 600	15	13	0.6800	0.7273	0.0473
600 - 800	7	9	0.7733	0.8295	0.0562
800 – 1000	5	11	0.8400	0.9545	0.1145
1000 – 1200	5	0	0.9067	0.9545	0.0479
1200 – 1400	2	0	0.9333	0.9545	0.0212
1400 – 1600	2	2	0.9600	0.9773	0.0173
1600 – 1800	1	1	0.9733	0.9886	0.0153
1800 – 2000	2	1	1.0000	1.0000	0.0000
2000 - 2200	0	0	1.0000	1.0000	0.0000
	75	88			

Kako je za ovaj test, tablična vrednost parametra  $\lambda_\alpha$  za rizik od 5% 1,36, to se vidi da je traženi uslov  $\lambda < \lambda_\alpha$  ispunjen ( $\lambda = 0,7286 < \lambda_\alpha = 1,36$ ), tako da hipotezu da se radi o istoj grupaciji mašinovođa prihvatamo sa rizikom od 5%.

#### 7.1.3.4 Testiranje mašinovođa koje su napravile 5 i 6 vanrednih događaja

Elementi proračuna za grupe mašinovođa koje su napravile 5 i 6 vanrednih događaja dati su u tabeli 7.12. Iz tabele 7.12 se vidi da je apsolutna vrednost maksimalne razlike empirijskih funkcija raspodele ( $F_{n_1}(x)$  i  $F_{n_2}(x)$ ), tj.  $D_{n_1n_2} = \max|F_{n_1}(x) - F_{n_2}(x)| = 0,0847$ . Sa druge strane, veličina  $\lambda$  iznosi:

$$\lambda = D_{n_1n_2} \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}} = 0,0847 \cdot \sqrt{\frac{88 \cdot 70}{88 + 70}} = 0,0847 \cdot \sqrt{\frac{6160}{158}} = 0,5289$$

Kako je za ovaj test, tablična vrednost parametra  $\lambda_\alpha$  za rizik od 5% 1,36, jasno se vidi da je uslov  $\lambda < \lambda_\alpha$  ispunjen ( $\lambda = 0,5289 < \lambda_\alpha = 1,36$ ), tako da se hipoteza da se radi o istoj grupaciji mašinovođa prihvata sa rizikom od 5%.

Tabela 7.12 – Elementi proračuna testa Kolmogorov – Smirnov za mašinovođe koje su napravile 5 i 6 vanrednih događaja za 8 godina

Klase	Frekvencije		Empirijske funkcije raspodele		$ F_{n_1}(x) - F_{n_2}(x) $
	$f_{i1}$	$f_{i2}$	$F_{n_1}(x)$	$F_{n_2}(x)$	
0 – 200	29	29	0.3295	0.4143	0.0847
200 – 400	22	17	0.5795	0.6571	0.0776
400 – 600	13	9	0.7273	0.7857	0.0584
600 - 800	9	6	0.8295	0.8714	0.0419
800 – 1000	11	4	0.9545	0.9286	0.0260
1000 – 1200	0	2	0.9545	0.9571	0.0026
1200 – 1400	0	2	0.9545	0.9857	0.0312
1400 – 1600	2	1	0.9773	1.0000	0.0227
1600 – 1800	1	0	0.9886	1.0000	0.0114
1800 – 2000	1	0	1.0000	1.0000	0.0000
2000 - 2200	0	0	1.0000	1.0000	0.0000
	88	70			

#### 7.1.3.5 Testiranje mašinovođa koje su napravile 3 i 5 vanrednih događaja

Elementi proračuna za grupe mašinovođa koje su napravile 3 i 5 vanrednih događaja dati su u tabeli 7.13. Iz tabele 7.13 se vidi da je apsolutna vrednost maksimalne razlike

empirijskih funkcija raspodele ( $F_{n_1}(x)$  i  $F_{n_2}(x)$ ), tj.  $D_{n_1 n_2} = \max |F_{n_1}(x) - F_{n_2}(x)| = 0,2773$ . Sa druge strane, veličina  $\lambda$  iznosi:

$$\lambda = D_{n_1 n_2} \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}} = 0,2773 \cdot \sqrt{\frac{60 \cdot 88}{60 + 88}} = 0,2773 \cdot \sqrt{\frac{5280}{148}} = 1,6563$$

Kako je za ovaj test, tablična vrednost parametra  $\lambda_\alpha$  za rizik od 5% 1,36, jasno se vidi da traženi uslov  $\lambda < \lambda_\alpha$  nije ispunjen ( $\lambda = 1,6563 > \lambda_\alpha = 1,36$ ), tako da hipotezu da se radi o istoj grupaciji mašinovođa odbacujemo sa rizikom od 5%.

Tabela 7.13 – Elementi proračuna testa Kolmogorov – Smirnov za mašinovođe koje su napravile 3 i 5 vanrednih događaja za 8 godina

Klase	Frekvencije		Empirijske funkcije raspodele		$ F_{n1}(x) - F_{n2}(x) $
	$f_{i1}$	$f_{i2}$	$F_{n1}(x)$	$F_{n2}(x)$	
0 – 200	12	29	0.2000	0.3295	0.1295
200 – 400	9	22	0.3500	0.5795	0.2295
400 – 600	6	13	0.4500	0.7273	0.2773
600 - 800	11	9	0.6333	0.8295	0.1962
800 – 1000	4	11	0.7000	0.9545	0.2545
1000 – 1200	9	0	0.8500	0.9545	0.1045
1200 – 1400	1	0	0.8667	0.9545	0.0879
1400 – 1600	4	2	0.9333	0.9773	0.0439
1600 – 1800	2	1	0.9667	0.9886	0.0220
1800 – 2000	1	1	0.9833	1.0000	0.0167
2000 - 2200	1	0	1.0000	1.0000	0.0000
	60	88			

Na osnovu dobijenih rezultata primenom testa Kolmogorov – Smirnov, vidi se da se oni poklapaju sa rezultatima dobijenim primenom metode korišćene u tački 7.1.2. Drugim rečima, pokazalo se i u ovom slučaju da mašinovođe koje su napravile 2 i mašinovođe koje su napravile 3 vanredna događaja za posmatrani period od 8 godina, ne pripadaju istoj populaciji. U ovom slučaju, takođe se pokazuje da mašinovođe koje su napravile 3 vanredna događaja i mašinovođe koje su napravile 4 vanredna događaja pripadaju istoj populaciji. Slično je i sa grupama mašinovođa koje su napravile 5 vanrednih događaja i koje su napravile 6 vanrednih događaja. Na osnovu dobijenih rezultata testa Kolmogorov – Smirnov pokazuje se da i ove mašinovođe pripadaju istoj populaciji.

Na osnovu svega rečenog, može se prihvatiti verifikacija modela iz tačke 7.1.2.

## 7.2 TESTIRANJE MODELA ZA PROGNOZIRANJE VANREDNIH DOGAĐAJA ZASNOVANOG NA TEORIJI OBNAVLJANJA ZA USLOVE KOJE VAŽE NA ŽELEZNICAMA SRBIJE

U tački 7.1 dati su rezultati koji se odnose na testiranje modela za istraživanje sklonosti mašinovođa ka vanrednim događajima. Rezultati su pokazali da je moguće formirati grupe mašinovođa po kriterijumu rizičnosti. Na osnovu tih rezultata izvršena je klasifikacija mašinovođa po kriterijumu njihove sklonosti ka vanrednim događajima i ta klasifikacija je data u tabeli 7.8.

Neka  $N(t)$  označava slučajnu promenljivu koja opisuje broj otkaza (grešaka) jednog radnika do nekog momenta  $t$ . U ovom slučaju, slučajna promenljiva  $N(t)$  ima Puasonovu raspodelu verovatnoća:

$$P_n(t) = P [N(t) = n] = \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t} \quad (7.1)$$

gde je  $n = 1, 2, 3, \dots$ , parametar  $t$  predstavlja vremeski period za koji se vrši prognoza, a  $\lambda$  je parametar eksponencijalne raspodele ( $\lambda = 1/\bar{T}$ ), gde  $\bar{T}$  označava srednje vreme rada između dva otkaza.

Matematičko očekivanje broja otkaza jednog radnika do nekog vremena  $t$  jednako je:

$$H(t) = M [N(t)] = \lambda \cdot t \quad (7.2)$$

Grupa od  $n$  radnika posmatrana je kao složen tehnički sistem od  $n$  elemenata, kod koga je posmatrano obnavljanje (otkazivanje) svih elemenata zbirno. Radi se dakle o tzv. složenom objedinjenom procesu obnavljanja [37].

Dalje, neka  $N_U(t)$  predstavlja slučajnu promenljivu koja opisuje ukupan broj otkaza posmatrane grupe mašino vođa do nekog momenta  $t$ . Ako vreme između dva otkaza predstavljaju slučajne promenljive sa eksponencijalnom raspodelom verovatnoća i ako su parametri tih raspodela isti (svi radnici u grupi imaju istu pouzdanost), tada slučajna promenljiva  $N_U(t)$  ima raspodelu verovatnoća:

$$P_{nu}(t) = P [N_U(t) = m] = \frac{(n\lambda t)^m}{m!} e^{-n\lambda t} \quad (7.3)$$

za  $m = 1, 2, 3, \dots$

Matematičko očekivanje broja otkaza posmatrane grupe radnika do nekog vremena  $t$ , je:

$$H_{ut} = M [N_U(t)] = n \cdot \lambda \cdot t \quad (7.4)$$

Sa prihvatljivom tačnošću može se pretpostaviti da slučajna promenljiva  $N_U(t)$ , koja opisuje ukupan broj otkaza u posmatranoj grupi mašino vođa do nekog vremena  $t$ , ima normalnu raspodelu verovatnoća, sa parametrima  $N(n\lambda t, \sqrt{n\lambda t})$ .

Ukoliko je broj posmatranih radnika u grupi  $n > 50$ , ukupan broj otkaza svih posmatranih mašino vođa ima normalnu raspodelu.

Stvarni broj vanrednih događaja koje su mašino vođe pet sekcija vuče (Beograd, Lapovo, Zaječar, Ruma i Užice) napravile za 8 godina i broj vanrednih događaja koji sa verovatnoćom od 95% neće biti premašen u narednom osmogodišnjem periodu, prikazani su u tabeli 7.14.

Iz tabele 7.14 se vidi da u sekciji Beograd ima 80 mašino vođa koje su napravile do dva vanredna događaja u posmatranom periodu od 8 godina. Ova grupa mašino vođa je u tom periodu napravila 96 vanrednih događaja. Na osnovu modela (7.4) dat je prognozirani broj vanrednih događaja koje će posmatrana grupa mašino vođa napraviti u narednom osmogodišnjem periodu, a koji sa verovatnoćom od 95% neće biti

prevaziđena (poslednja kolona tabele 7.14). Konkretno, sa verovatnoćom od 95% mođe se oćekivati da broj vanrednih događaja koje će pomenuta grupa mašinovođa sekcije Beograd napraviti u narednom osmogodišnjem periodu, neće preći 112.

Tabela 7.14- Broj vanrednih događaja za posmatrani period od osam godina dobijen po modelu 8.3 i stvarni broj vanrednih događaja

Sekcija vuće	Broj napravljenih vanrednih događaja	Broj radnika u grupi (r)	$\lambda = \frac{1}{T_j}$	Stvaran broj vanrednih događaja	Broj vanrednih događaja koji sa verovatnoćom od 95% neće biti premašen
1	2	3	4	5	6
Beograd	1 ili 2	80	0,150	96	112*
	3 ili 4	10	0,425	34	43*
	5 ili 6 ili 7	2	0,750	12	18*
Lapovo	1 ili 2	69	0,174	96	112*
	3 ili 4	23	0,424	78	93*
	5 ili 6 ili 7	18	0,701	101	118*
Zaječar	1 ili 2	27	0,199	43	54*
	3 ili 4	22	0,443	78	93*
	5 ili 6 ili 7	22	0,699	123	141**
Užice	1 ili 2	24	0,177	34	44*
	3 ili 4	-	-	-	-
	5 ili 6 ili 7	-	-	-	-
Ruma	1 ili 2	20	0,138	22	30*
	3 ili 4	-	-	-	-
	5 ili 6 ili 7	-	-	-	-
Zbirno	1 ili 2	220	0,165	291	320**
	3 ili 4	56	0,430	193	216**
	5 ili 6 ili 7	42	0,702	236	261**

\* Prognozirani broj vanrednih događaja, koji sa verovatnoćom od 95% neće biti premašen, dobijen na osnovu modela (7.4)

\*\* Prognozirani broj vanrednih događaja, koji sa verovatnoćom od 95% neće biti premašen, dobijen na osnovu modela (3.24)

Zbirni rezultati, za svih pet sekcija vuće, dobijeni su primenom modela 3.24. Iz tabele 7.14 se vidi da sa verovatnoćom od 95%, broj vanrednih događaja koje će mašinovođe prve grupe (grupa u kojoj mašinovođe u toku posmatranog osmogodišnjeg perioda nisu



napravile više od 2 vanredna događaja) napraviti u narednom periodu, neće preći 320. Taj broj, za mašinovođe druge i treće grupe, iznosi 216 i 261 respektivno.

Na osnovu tabele 7.14 se može zaključiti da prikazani modeli za prognozu broja vanrednih događaja daju dobre rezultate i mogu se primeniti u uslovima koje važe na teritoriji Železnica Srbije.

## 8 FAZI MODEL ZA PROGNOZU BROJA VANREDNIH DOGAĐAJA ZA USLOVE KOJE VAŽE NA ŽELEZNIČKOJ MREŽI REPUBLIKE SRBIJE

U ovom poglavlju razvijen je model za prognozu broja vanrednih događaja koji su nastali kao posledica otkaza ljudskog faktora, na osnovu postojećih baza podataka AD „Železnica Srbije”, bazirana na teoriji obnavljanja. Parametri eksponencijalne raspodele su definisani primenom teorije fazi skupova.

U modelu se razmatraju tri ulazne fazi promenljive:

- $X_1$  – Fazi promenljiva koja opisuje sklonost radnika ka otkazima (izazivanju vanrednog događaja).
- $X_2$  – Fazi promenljiva koja opisuje izloženost mašinovođe izraženu u broju časova provedenih u vožnji voza, na godišnjem nivou.
- $X_3$  – Fazi promenljiva koja opisuje složenost radnih zadataka koje mašinovođa obavlja na svom radnom mestu.

Za izlaznu promenljivu izabrana je fazi promenljiva  $\lambda$ , koja predstavlja broj prognoziranih vanrednih događaja.

Model je primenjen i testiran na slučaj koji se bazira na stvarnim podacima AD „Železnice Srbije” i ovde će biti izložen.

### 8.1 OPIS MODELA

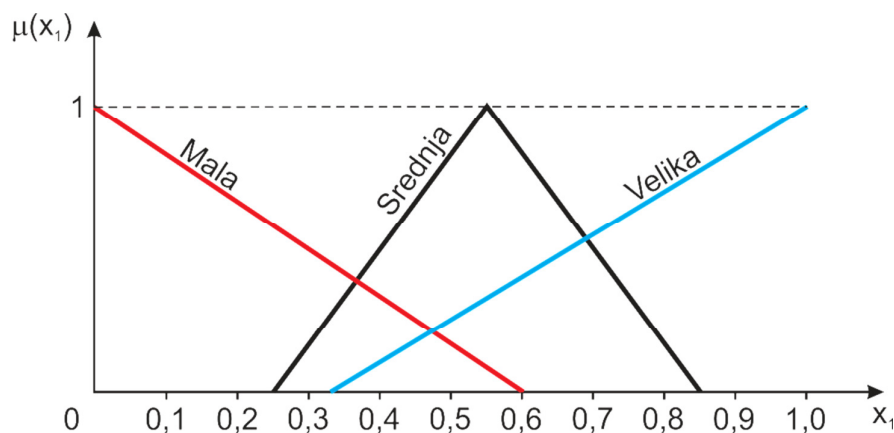
U modelu, funkcije pripadnosti fazi skupova *mala*, *srednja* i *velika* sklonost definisane su kao linearne funkcije (izrazi 8.1, 8.2 i 8.3):

$$\mu_{mala}(x_1) = \begin{cases} 1 - \frac{5}{3}x_1, & x_1 \leq 0,6 \\ 0, & x_1 > 0,6 \end{cases} \quad (8.1)$$

$$\mu_{srednja}(x_1) = \begin{cases} \frac{10}{3}x_1 - 0,8333, & 0,25 \leq x_1 \leq 0,55 \\ 2,8333 - \frac{10}{3}x_1, & 0,55 \leq x_1 \leq 0,85 \\ 0, & x_1 > 0,85 \end{cases} \quad (8.2)$$

$$\mu_{velika}(x_1) = \begin{cases} 0, & x_1 \leq 0,33 \\ 1,4925x_1 - 0,4925, & 0,33 \geq x_1 \end{cases} \quad (8.3)$$

Grafički prikaz ovih fazi skupova prikazan je na slici 8.1.



Slika 8.1 – Funkcije pripadnosti fazi skupova *mala*, *srednja* i *velika* sklonost

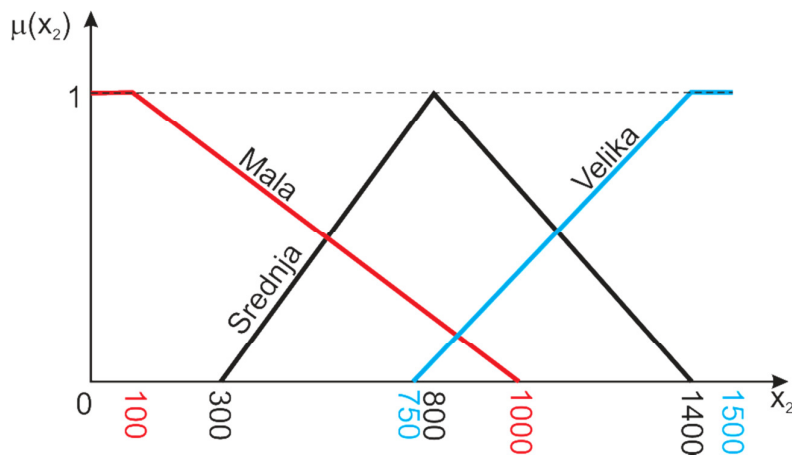
Funkcije pripadnosti fazi skupova *mala*, *srednja* i *velika* izloženost definisane su kao linearne funkcije (izrazi 8.4, 8.5 i 8.6):

$$\mu_{mala}(x_2) = \begin{cases} 1, & x_2 \leq 100 \\ \frac{10}{9} - 0,0011x_2, & 100 \leq x_2 < 1000 \\ 0, & x_2 \geq 1000 \end{cases} \quad (8.4)$$

$$\mu_{srednja}(x_2) = \begin{cases} 0, & x_2 \leq 300 \\ \frac{x_2}{500} - \frac{3}{5}, & 300 \leq x_2 \leq 800 \\ \frac{7}{3} - \frac{x_2}{600}, & 800 \leq x_2 \leq 1400 \\ 0, & x_2 > 1400 \end{cases} \quad (8.5)$$

$$\mu_{velika}(x_2) = \begin{cases} 0, & x_2 \leq 750 \\ \frac{9}{5000}x_2 - \frac{15}{11}, & 750 \leq x_2 \leq 1300 \\ 1, & x_2 > 1300 \end{cases} \quad (8.6)$$

a grafički izgled fazi skupova *mala*, *srednja* i *velika* izloženost, dat je na slici 8.2.



Slika 8.2 – Funkcije pripadnosti fazi skupova *mala*, *srednja* i *velika* izloženost

Fazi promenjiva  $X_3$ , definisana je na skupu celobrojnih vrednosti na intervalu  $[1, 5]$  koja uzima vrednosti:

- 1 – Pruge sa savremenim sistemom vođenja vozova.
- 2 – Dvokolosečne pruge sa savremenim signalnim uređajima i ugrađenim pružnim i lokomotivskim balizama.
- 3 – Jednokolosečne pruge sa savremenim signalnim uređajima i ugrađenim pružnim i lokomotivskim balizama.

4 – Dvokolosečne pruge sa osiguranjem gde ne postoji zavisnost između pokazivanja signala i položaja skretnica.

5 - Jednokolosečne pruge sa osiguranjem gde ne postoji zavisnost između pokazivanja signala i položaja skretnica.

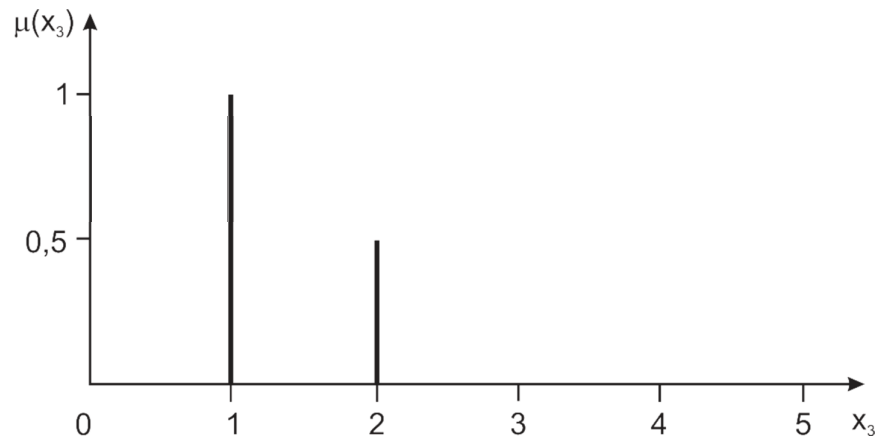
Funkcije pripadnosti fazi skupova *mala*, *srednja* i *velika* složenost definisane su funkcijama (izrazi 8.7, 8.8 i 8.9):

$$\mu_{mala}(x_3) = \begin{cases} 1, & x_3 = 1 \\ \frac{1}{2}, & x_3 = 2 \\ 0, & x_3 \in [3, 4, 5] \end{cases} \quad (8.7)$$

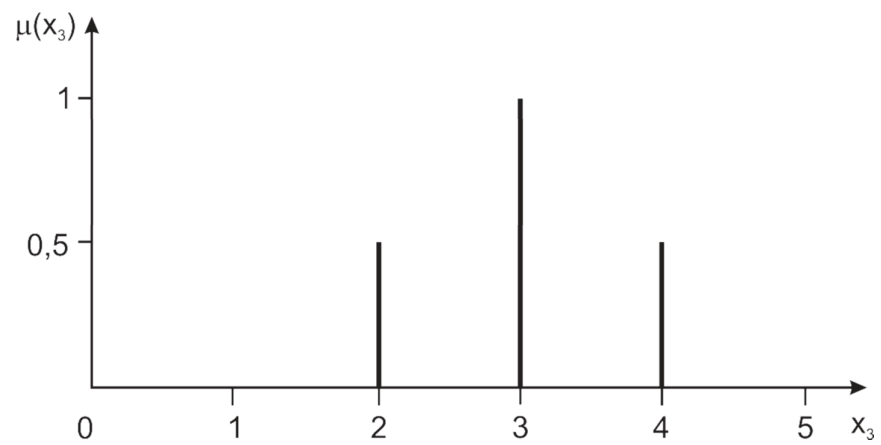
$$\mu_{srednja}(x_3) = \begin{cases} 0, & x_3 = 1 \\ \frac{1}{2}, & x_3 = 2 \\ 1, & x_3 = 3 \\ \frac{1}{2}, & x_3 = 4 \\ 0, & x_3 = 5 \end{cases} \quad (8.8)$$

$$\mu_{velika}(x_3) = \begin{cases} 0, & x_3 \in [1, 2, 3] \\ \frac{1}{2}, & x_3 = 4 \\ 1, & x_3 = 5 \end{cases} \quad (8.9)$$

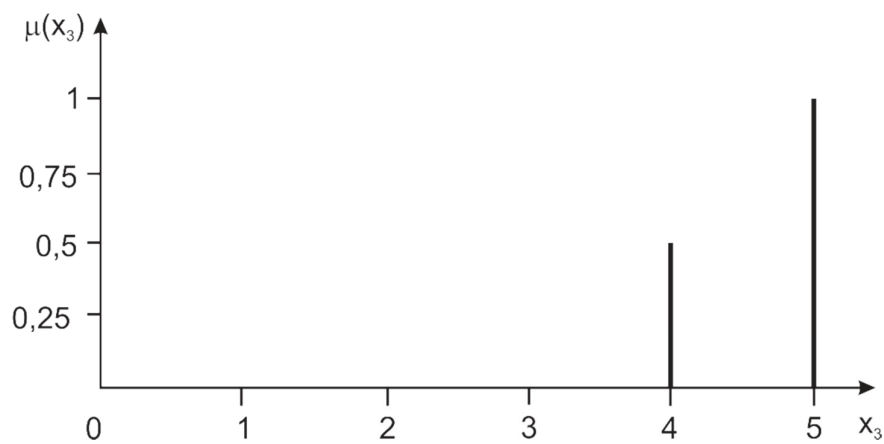
Grafički prikaz fazi skupova *mala*, *srednja* i *velika* složenost dat je na slici 8.3.



a) Funkcija pripadnosti fazi skupa *mala* složenost



b) Funkcija pripadnosti fazi skupa *srednja* složenost



c) Funkcija pripadnosti fazi skupa *velika* složenost

Slika 8.3 – Funkcije pripadnosti rasplinutih skupova *mala*, *srednja* i *velika* složenost.

Uvedeni su fazi skupovi *vrlo mala*, *mala*, *srednja* i *velika* vrednost parametra  $\lambda$ , a funkcije njihove pripadnosti definisane su kao linearne funkcije (izrazi 8.10 – 8.13):

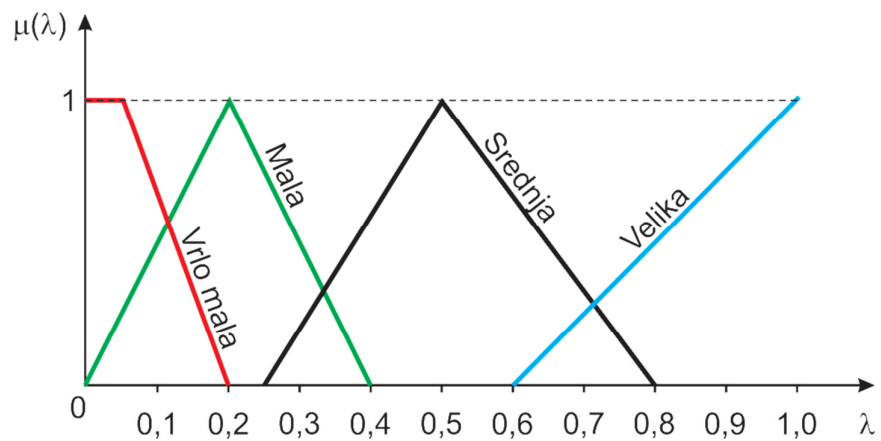
$$\mu_{vrlo\ mala}(\lambda) = \begin{cases} 1, & \lambda \leq 0,1 \\ 2 - 10\lambda, & 0,1 \leq \lambda < 0,2 \\ 0, & \lambda \geq 0,2 \end{cases} \quad (8.10)$$

$$\mu_{mala}(\lambda) = \begin{cases} 5\lambda, & 0 \leq \lambda \leq 0,2 \\ 2 - 5\lambda, & 0,2 \leq \lambda < 0,4 \\ 0, & \lambda \geq 0,4 \end{cases} \quad (8.11)$$

$$\mu_{srednja}(\lambda) = \begin{cases} 0, & \lambda \leq 0,25 \\ 4\lambda - 1, & 0,25 \leq \lambda < 0,5 \\ \frac{8}{3} - \frac{10}{3}\lambda, & 0,5 \leq \lambda < 0,8 \\ 0, & \lambda \geq 0,8 \end{cases} \quad (8.12)$$

$$\mu_{velika}(\lambda) = \begin{cases} 0, & \lambda \leq 0,6 \\ \frac{5}{2}\lambda - \frac{3}{2}, & 0,6 \leq \lambda \leq 1 \end{cases} \quad (8.13)$$

i predstavljene su na slici 8.4.



Slika 8.4 – Funkcije pripadnosti fazi skupova *vrlo mala*, *mala*, *srednja* i *velika* vrednost parametara  $\lambda$ .

Baza pravila, kao deo fazi sistema se sastoji iz 27 pravila koja su predstavljena u tabeli 8.1 čija se kvantifikacija vrši putem algoritama aproksimativnog rezonovanja.

Tabela 8.1 – Baza pravila za utvrđivanje vrednosti parametra  $\lambda$

<b>RB</b>	<b>Sklonost (X<sub>1</sub>)</b>		<b>Izloženost (X<sub>2</sub>)</b>		<b>Složenost (X<sub>3</sub>)</b>		<b><math>\lambda</math></b>	
<b>1</b>	Ako	<b>mala</b>	^	<b>mala</b>	^	<b>mala</b>	Tada	<b>vrlo mala</b>
<b>2</b>	Ako	<b>mala</b>	^	<b>mala</b>	^	<b>srednja</b>	Tada	<b>vrlo mala</b>
<b>3</b>	Ako	<b>mala</b>	^	<b>mala</b>	^	<b>velika</b>	Tada	<b>mala</b>
<b>4</b>	Ako	<b>mala</b>	^	<b>srednja</b>	^	<b>mala</b>	Tada	<b>vrlo mala</b>
<b>5</b>	Ako	<b>mala</b>	^	<b>srednja</b>	^	<b>srednja</b>	Tada	<b>vrlo mala</b>
<b>6</b>	Ako	<b>mala</b>	^	<b>srednja</b>	^	<b>velika</b>	Tada	<b>mala</b>
<b>7</b>	Ako	<b>mala</b>	^	<b>velika</b>	^	<b>mala</b>	Tada	<b>mala</b>
<b>8</b>	Ako	<b>mala</b>	^	<b>velika</b>	^	<b>srednja</b>	Tada	<b>vrlo mala</b>
<b>9</b>	Ako	<b>mala</b>	^	<b>velika</b>	^	<b>velika</b>	Tada	<b>srednja</b>
<b>10</b>	Ako	<b>srednja</b>	^	<b>mala</b>	^	<b>mala</b>	Tada	<b>vrlo mala</b>
<b>11</b>	Ako	<b>srednja</b>	^	<b>mala</b>	^	<b>srednja</b>	Tada	<b>vrlo mala</b>
<b>12</b>	Ako	<b>srednja</b>	^	<b>mala</b>	^	<b>velika</b>	Tada	<b>srednja</b>
<b>13</b>	Ako	<b>srednja</b>	^	<b>srednja</b>	^	<b>mala</b>	Tada	<b>vrlo mala</b>
<b>14</b>	Ako	<b>srednja</b>	^	<b>srednja</b>	^	<b>srednja</b>	Tada	<b>mala</b>
<b>15</b>	Ako	<b>srednja</b>	^	<b>srednja</b>	^	<b>velika</b>	Tada	<b>srednja</b>



<b>RB</b>	<b>Sklonost (X<sub>1</sub>)</b>		<b>Izloženost (X<sub>2</sub>)</b>		<b>Složenost (X<sub>3</sub>)</b>		<b>λ</b>	
<b>16</b>	Ako	<b>srednja</b>	^	<b>velika</b>	^	<b>mala</b>	Tada	<b>mala</b>
<b>17</b>	Ako	<b>srednja</b>	^	<b>velika</b>	^	<b>srednja</b>	Tada	<b>mala</b>
<b>18</b>	Ako	<b>srednja</b>	^	<b>velika</b>	^	<b>velika</b>	Tada	<b>srednja</b>
<b>19</b>	Ako	<b>velika</b>	^	<b>mala</b>	^	<b>mala</b>	Tada	<b>mala</b>
<b>20</b>	Ako	<b>velika</b>	^	<b>mala</b>	^	<b>srednja</b>	Tada	<b>srednja</b>
<b>21</b>	Ako	<b>velika</b>	^	<b>mala</b>	^	<b>velika</b>	Tada	<b>srednja</b>
<b>22</b>	Ako	<b>velika</b>	^	<b>srednja</b>	^	<b>mala</b>	Tada	<b>srednja</b>
<b>23</b>	Ako	<b>velika</b>	^	<b>srednja</b>	^	<b>srednja</b>	Tada	<b>velika</b>
<b>24</b>	Ako	<b>velika</b>	^	<b>srednja</b>	^	<b>velika</b>	Tada	<b>velika</b>
<b>25</b>	Ako	<b>velika</b>	^	<b>velika</b>	^	<b>mala</b>	Tada	<b>srednja</b>
<b>26</b>	Ako	<b>velika</b>	^	<b>velika</b>	^	<b>srednja</b>	Tada	<b>velika</b>
<b>27</b>	Ako	<b>velika</b>	^	<b>velika</b>	^	<b>velika</b>	Tada	<b>velika</b>

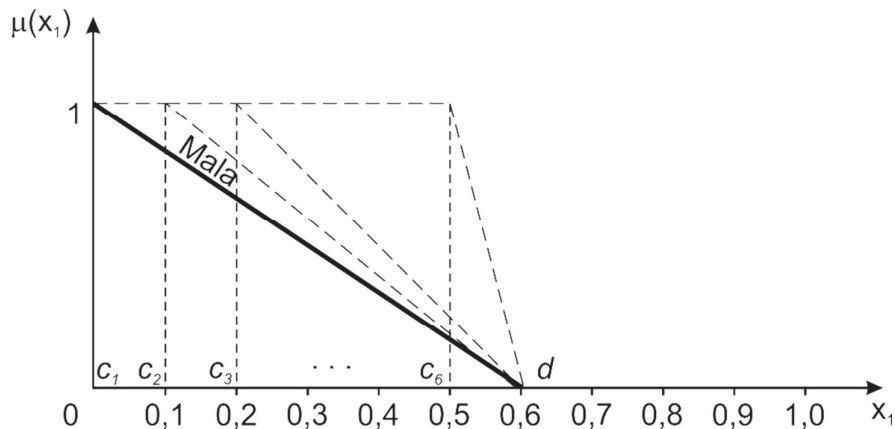
## 8.2 METODOLOGIJA IZBORA FUNKCIJE PRIPADNOSTI FAZI PROMENLJIVIH KORIŠĆENIH U MODELU

### 8.2.1 Ulazna fazi promenljiva sklonost

Fazi promenljivoj *sklonost* ka vanrednim događajima dodeljene su lingvističke kategorije *mala*, *srednja* i *velika sklonost*. Funkcije pripadnosti *mala*, *srednja* i *velika sklonost* prikazane su na slici 8.1.

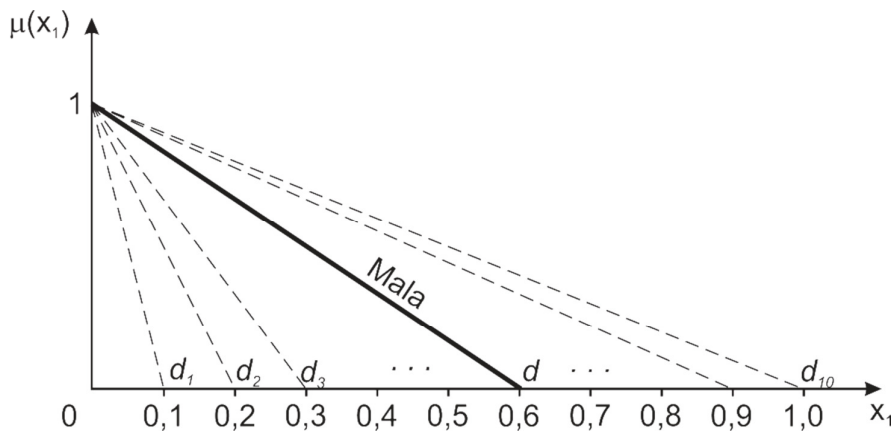
Funkcija pripadnosti *mala sklonost* je predstavljena funkcijom oblika trapeza. Donja granična vrednost *a*, donja granica maksimalne vrednost *b* i gornja granica maksimalne

vrednosti  $c$  funkcije pripadnosti *mala sklonost* se poklapaju. Parametri ove funkcije pripadnosti, čije vrednosti variraju su gornja granica maksimalne vrednosti  $c$  i gornja granična vrednost  $d$  (slika 8.5).



a) Gornja granična vrednost  $d$  je fiksna

b)



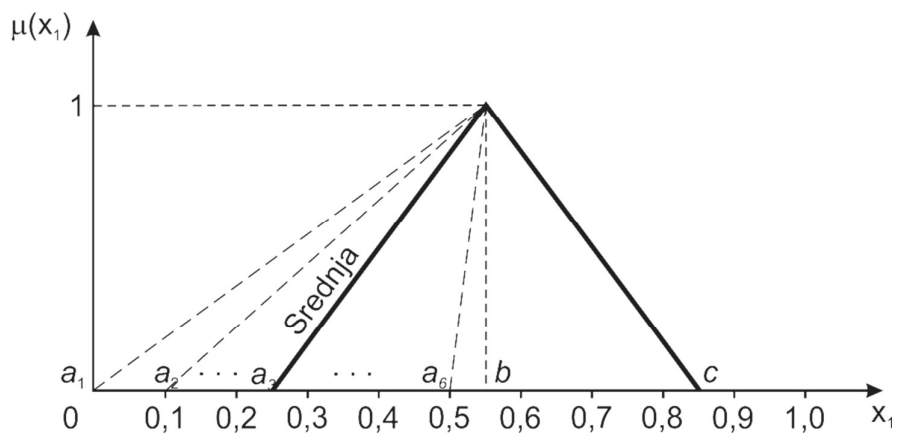
c) Gornja granica maksimalne vrednosti  $c$  je fiksna

Slika 8.5 – Grafički prikaz mogućih varijanti funkcije pripadnosti *mala sklonost* koje se dobijaju promenom vrednosti parametara  $c$  i  $d$

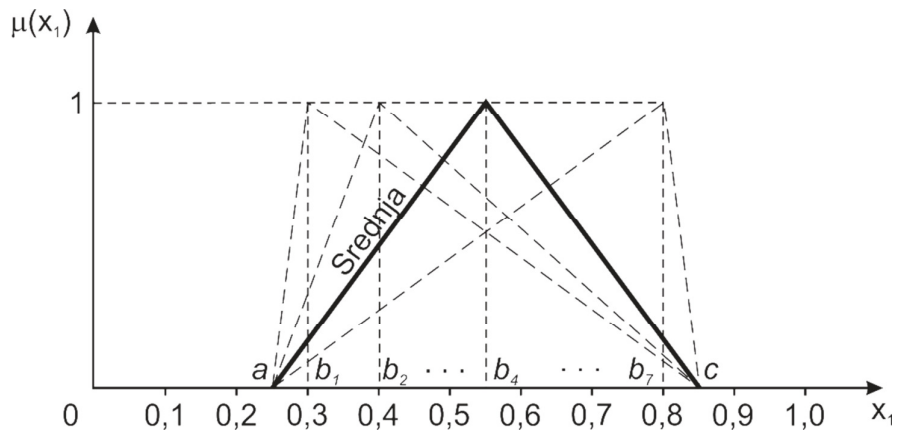
Sa slike 8.5 se može videti da gornja granica maksimalne vrednosti  $c$  uzima vrednosti iz intervala  $[0, 0,5]$ , sa korakom od 0,1. Ovim postupkom se dobija skup od 6 funkcija

pripadnosti  $\{abc_{1d}, abc_{2d}, \dots, abc_{6d}\}$ . Slično ovome, gornja granična vrednost može uzimati vrednost iz intervala  $[0,1, 1]$ , čime se dobija skup od 10 funkcija pripadnosti  $\{abcd_1, abcd_2, \dots, abcd_{10}\}$ .

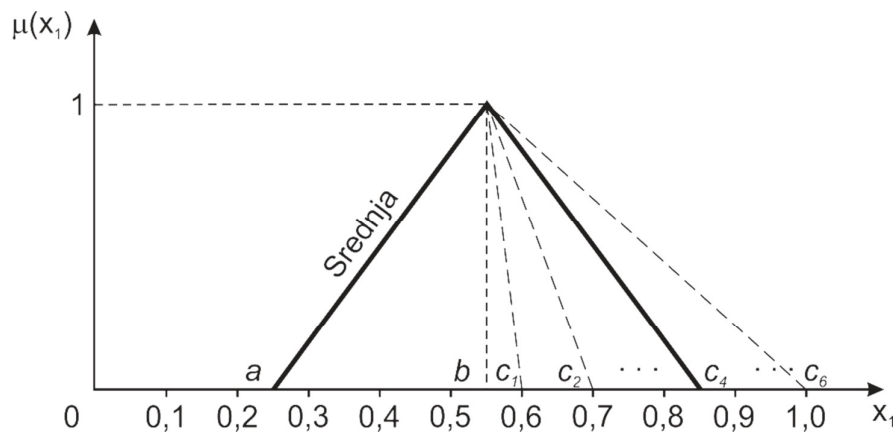
Funkcija pripadnosti *srednja sklonost* je predstavljena funkcijom oblika trougla (slika 8.1). Sva tri parametra funkcije pripadnosti *srednja sklonost* mogu uzimanjem različitih vrednosti menjati svoj položaj na apscisi, tako da se dobijaju tri skupa mogućih funkcija pripadnosti ove lingvističke kategorije (slika 8.6).



a) Parametri  $b$  i  $c$  su fiksni



b) Parametri  $a$  i  $c$  su fiksni



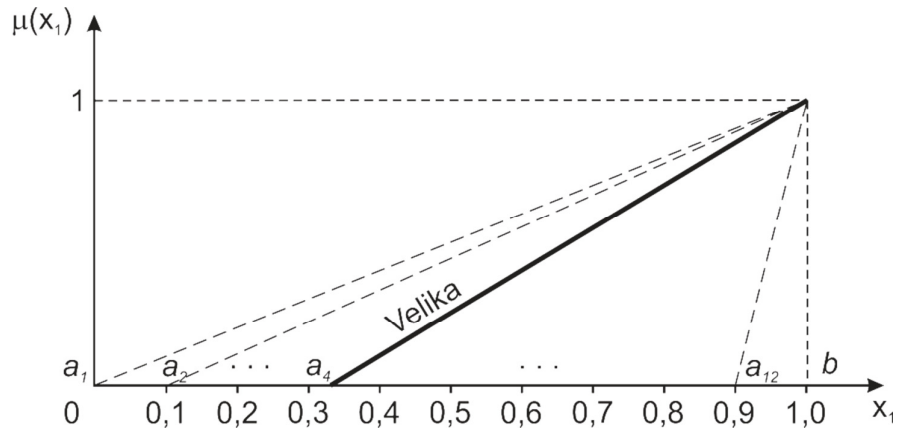
c) Parametri  $a$  i  $b$  su fiksni

Slika 8.6 – Grafički prikaz mogućih varijanti funkcije pripadnosti *srednja sklonost* koje se dobijaju promenom parametara  $a$ ,  $b$  i  $c$

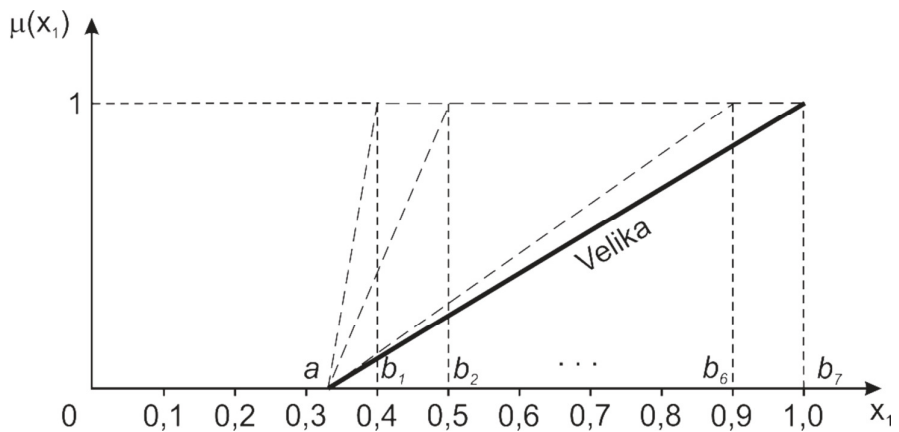
Sa slike 8.6a vidi se da parametar  $a$  funkcije pripadnosti *srednja sklonost* varira u intervalu  $[0, 0,5]$ , sa korakom od  $0,1$ . Na ovaj način se formira skup od  $6$  funkcija pripadnosti  $\{a_1bc, a_2bc, \dots, a_6bc\}$ . Na slici 8.6b, centar funkcije pripadnosti uzima vrednosti iz intervala  $[0,3, 0,8]$ , tako da se dobija skup od još  $6$  funkcija pripadnosti *srednja sklonost*  $\{ab_1c, ab_2c, \dots, ab_6c\}$ . Gornja granična vrednost  $c$  uzima vrednost iz intervala  $[0,6, 1]$ , takođe sa korakom  $0,1$  i formira skup od još  $6$  funkcija pripadnosti  $\{abc_1, abc_2, \dots, abc_6\}$ .

Funkcija pripadnosti *velika sklonost* predstavljena je funkcijom oblika trapeza. U ovom slučaju posmatra se variranje parametara  $a$  i  $b$  funkcije pripadnosti (slika 8.7a i b).

Na slici 8.7a vidi se da parametar  $a$  funkcije pripadnosti *velika sklonost* uzima vrednosti iz intervala  $[0, 0,9]$ , sa korakom od  $0,1$ . Ovim varijacijama vrednosti parametra  $a$  dobija se skup od  $10$  funkcija pripadnosti  $\{a_1bcd, a_2bcd, \dots, a_{10}bcd\}$ . Slično ovome, parametar  $b$  se menja uzimanjem vrednosti iz intervala  $[0,4, 1]$ , takođe sa korakom od  $0,1$  (slika 8.7b), čime se dobija skup od dodatnih  $7$  funkcija pripadnosti  $\{ab_1cd, ab_2cd, \dots, ab_7cd\}$ .



a) Donja granica maksimalne vrednosti  $b$  je fiksna



b) Donja granična vrednost  $a$  je fiksna

Slika 8.7 – Grafički prikaz mogućih varijanti funkcije pripadnosti *velika sklonost* koje se dobijaju promenom vrednosti parametara  $a$  i  $b$

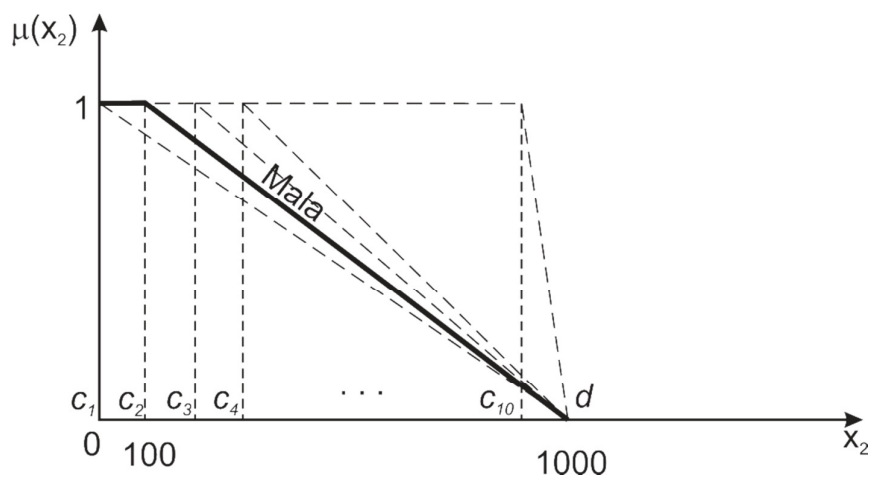
### 8.2.2 Ulazna fazi promenljiva *izloženost*

Fazi promenljiva *izloženost* predstavlja broj radnih sati koje mašinovođa provede u vožnji voza na godišnjem nivou. Ovoj fazi promenljivoj dodeljene su lingvističke

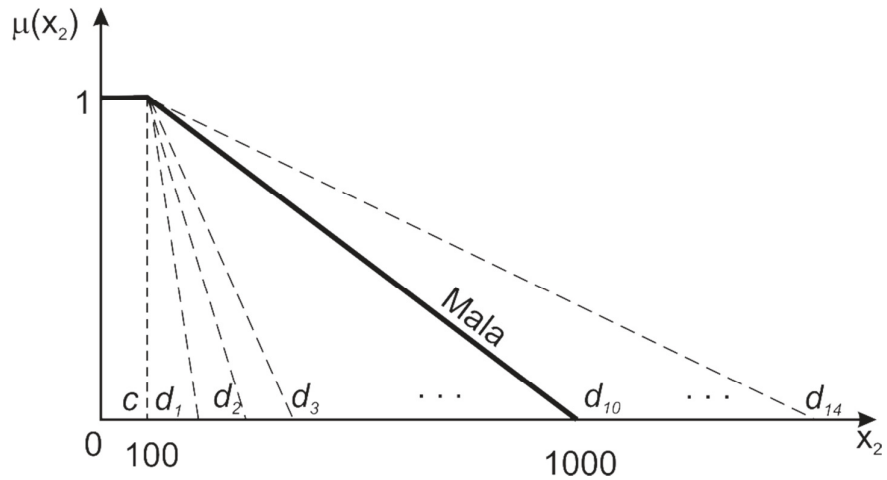
kategorije *mala*, *srednja* i *velika izloženost*. Funkcije pripadnosti *mala*, *srednja* i *velika izloženost* prikazane su na slici 8.2.

Funkcija pripadnosti *mala izloženost* je predstavljena funkcijom oblika trapeza (slika 8.2). Promenom vrednosti parametara  $c$  i  $d$  dobijaju se dva skupa mogućih funkcija pripadnosti (slika 8.8).

Na slici 8.8a vidi se da promenom vrednosti parametra  $c$  funkcije pripadnosti *mala izloženost* uzimanjem vrednosti iz intervala  $[0, 1000]$ , u koraku od 100 sati, dobija se skup od 11 varijanti funkcije pripadnosti  $\{abc_1d, abc_2d, \dots, abc_{11}d\}$ . Slično ovome, ako parametar  $d$  ove funkcije pripadnosti uzima vrednost iz intervala  $[200, 1500]$ , u istim koracima (slika 8.8b), dobija se skup od još 14 mogućih varijanti funkcije pripadnosti mala izloženost  $\{abcd_1, abcd_2, \dots, abcd_{14}\}$ .



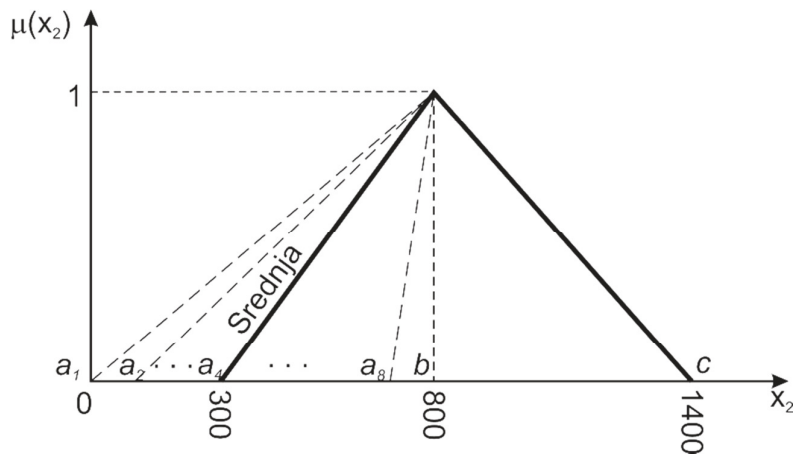
a) Gornja granična vrednost  $d$  je fiksna



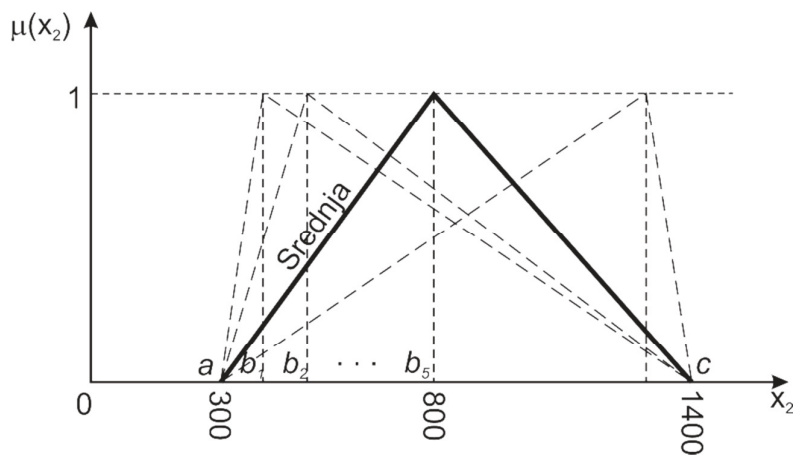
b) Gornja granica maksimalne vrednosti  $c$  je fiksna

Slika 8.8 – Grafički prikaz mogućih varijanti funkcije pripadnosti *mala izloženost* koje se dobijaju promenom parametara  $c$  i  $d$

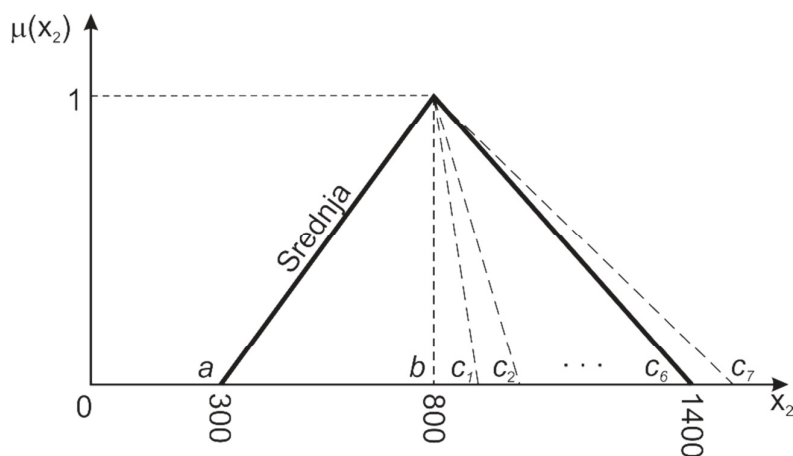
Funkcija pripadnosti *srednja izloženost* data je funkcijom oblika trougla (slika 8.2). Sva tri parametra ove funkcije se mogu menjati tako da se dobijaju tri skupa mogućih varijanti funkcije pripadnosti *srednja izloženost* (slika 8.9a, b i c).



a) Parametri  $b$  i  $c$  su fiksni



b) Parametri  $a$  i  $c$  su fiksni



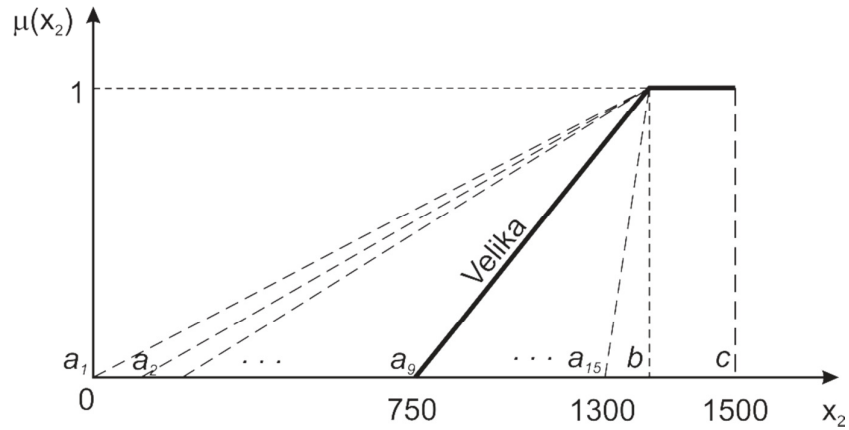
c) Parametri  $a$  i  $b$  su fiksni

Slika 8.9 – Grafički prikaz varijanti funkcije pripadnosti *srednja izloženost* koje se dobijaju promenom vrednosti paramatara  $a$ ,  $b$  i  $c$

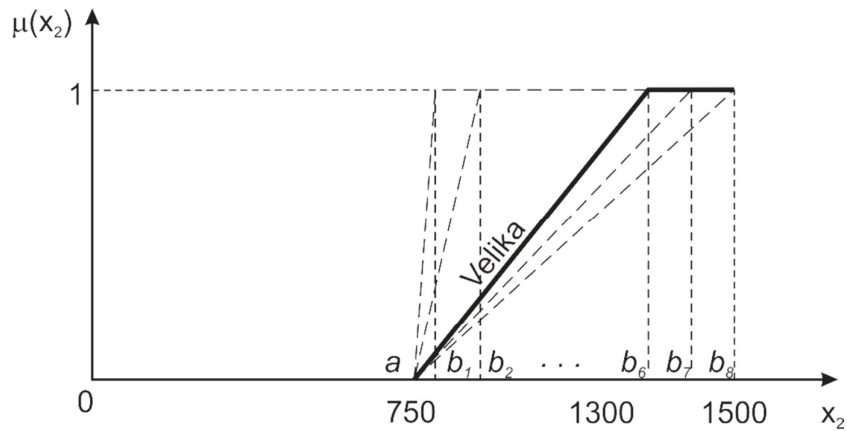
Sa slike 8.9a vidi se da parametar  $a$  funkcije pripadnosti *srednja izloženost* uzima vrednost iz intervala  $[0, 700]$ , sa korakom od 100 sati. Skup mogućih varijacija funkcije pripadnosti *srednja sklonost* sastoji se iz 9 funkcija pripadnosti  $\{a_1bc, a_2bc, \dots, a_9bc\}$ . Na istoj slici, pod  $b$ , vidi se da ukoliko parametar  $b$  uzima vrednost iz intervala  $[400, 1300]$ , u intervalnom koraku od 100 sati, dobija se dodatnih 10 varijanti funkcije pripadnosti  $\{ab_1c, ab_2c, \dots, ab_{10}c\}$ . Na kraju, ako parametar  $c$  varira uzimanjem vrednosti iz intervala  $[900, 1500]$  (slika 8.9c), skup posmatranih funkcija pripadnosti za srednju izloženost se povećava za još 7 mogućih varijanti  $\{abc_1, abc_2, \dots, abc_7\}$ .



Funkcija pripadnosti *velika izloženost* predstavljena je funkcijom oblika trapeza (slika 8.2). Kod ove funkcije pripadnosti, menja se vrednost parametara  $c$  i  $d$ . Na ovaj način dobijaju se dva moguća skupa funkcija pripadnosti za *veliku izloženost* (slika 8.10a i b).



a) Donja granica maksimalne vrednosti  $b$  je fiksna



b) Donja granična vrednost  $a$  je fiksna

Slika 8.10 – Grafički prikaz varijanti funkcije pripadnosti *velika izloženost* koje se dobijaju promenom vrednosti parametara  $a$  i  $b$

Na slici 8.10a vidi se da parametar  $a$  varira uzimanjem vrednosti iz intervala  $[0, 1300]$ , u koraku od 100 sati. To znači da se dobija skup od 14 mogućih varijanti funkcije

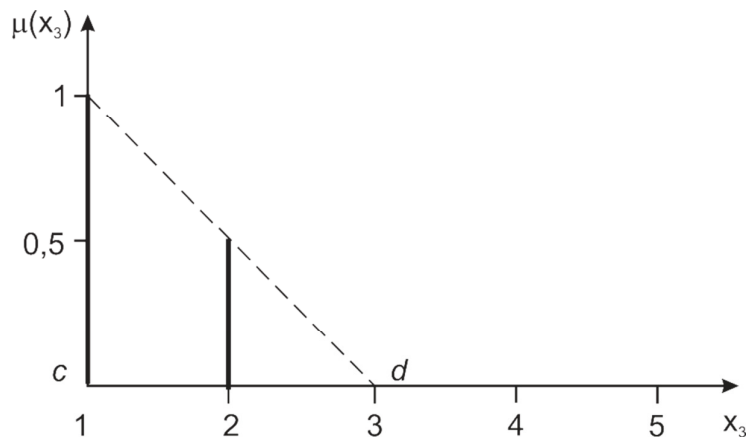
pripadnosti za *veliku izloženost*  $\{a_1bcd, a_2bcd, \dots, a_{14}bcd\}$ . Slično ovome, promenom vrednosti parametra  $b$  (slika 8.10b), iz intervala  $[800, 1500]$ , sa intervalnim korakom od 100 sati, dobija se skup od dodatnih 8 funkcija pripadnosti  $\{ab_1cd, ab_2cd, \dots, ab_8cd\}$ .

### 8.2.3 Ulazna fazi promenljiva složenost

Ulazna fazi promenljiva *složenost* predstavlja kompleksnost radnih zadataka koje mašinovođa obavlja na svom radnom mestu, a ogleda se u različitim sigurnosnim sistemima ugrađenim na prugama na kojima je mašinovođa vozio u posmatranom periodu. Ovoj fazi promenljivoj dodeljene su lingvističke kategorije *mala*, *srednja* i *velika složenost*. Funkcije pripadnosti *mala*, *srednja* i *velika* složenost prikazane su na slici 8.3.

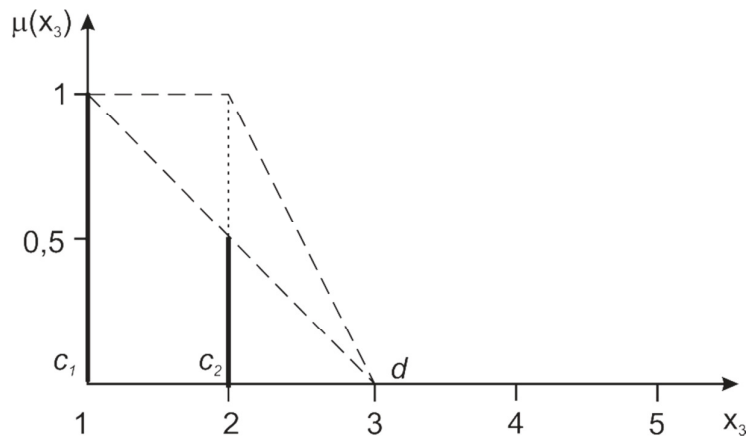
Ulazna fazi promenljiva *složenost* je karakteristična po tome što su funkcije pripadnosti lingvističkih kategorija diskretne funkcije koje uzimaju celobrojne vrednosti iz intervala  $[1, 5]$ . Stoga je broj različitih kombinacija funkcija pripadnosti ograničen.

Funkcija pripadnosti mala složenost ima oblik kao na slici 8.3a. Na osnovu slike 8.3a, može se videti da je ta funkcija oblika trapeza (slika 8.11)

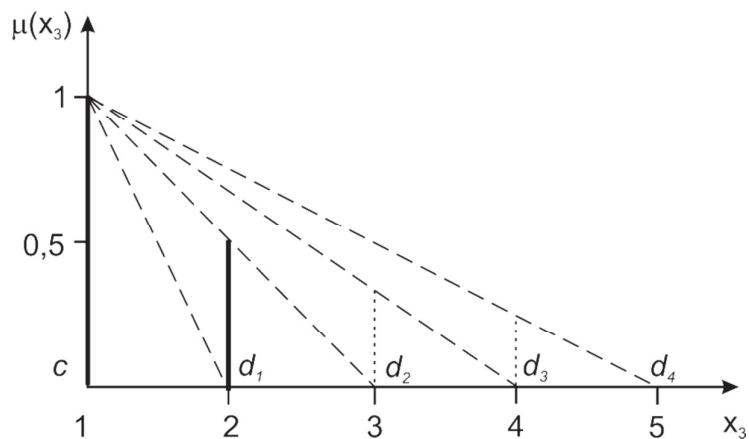


Slika 8.11 – Funkcija pripadnosti *mala složenost*

Na osnovu slike 8.11, može se zaključiti da funkcija pripadnosti *mala složenost* može imati nekoliko oblika u zavisnosti od vrednosti parametara  $c$  i  $d$  kojima je definisana trapezna funkcija pripadnosti ove lingvističke kategorije. Parametar  $c$  može uzeti još jednu moguću vrednost  $abc_2d$  (slika 8.12), dok parametar  $d$  može uzeti bilo koju vrednost iz intervala  $[2, 5]$  (slika 8.13). Na ovaj način se dobija skup od 4 mogućih varijanti pripadnosti za *malu složenost*  $\{abcd_1, abcd_2, abcd_3, abcd_4\}$ .



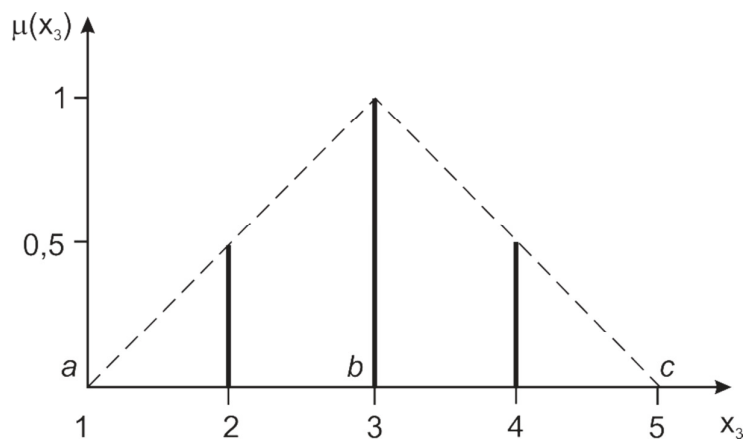
Slika 8.12 – Grafički prikaz mogućih varijanti funkcije pripadnosti *mala složenost* koje se dobijaju promenom vrednosti parametra  $c$



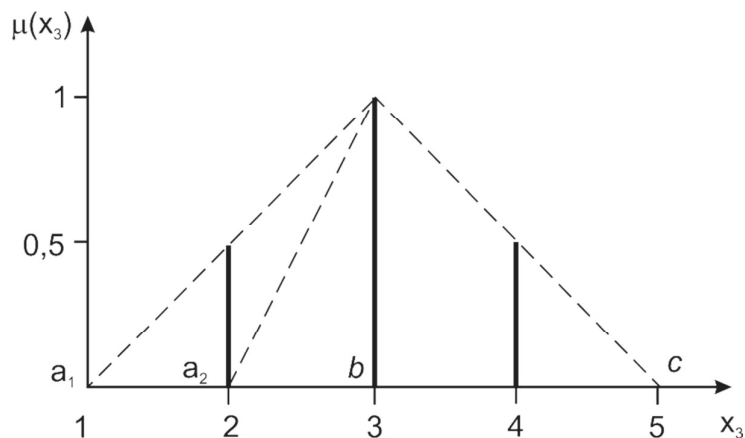
Slika 8.13 – Grafički prikaz mogućih varijanti funkcije pripadnosti *mala složenost* koje se dobijaju promenom vrednosti parametra  $d$

Funkcija pripadnosti *srednja složenost* data je funkcijom oblika kao na slici 8.3b. Ova funkcija je, takođe, specifičan tip trougaone funkcije pripadnosti sa celobrojnim vrednostima iz intervala [1, 5] (slika 8.14).

Sa slike 8.14 može se videti da parametar  $a$  može uzeti vrednost 1 ili 2 na apscisnoj osi. Prema tome, variranjem parametra  $a$  dobijaju se dve varijante funkcije pripadnosti *srednje složenosti*  $\{a_1bc, a_2bc\}$ , što se vidi na slici 8.15.



Slika 8.14 – Funkcija pripadnosti *srednja složenost*

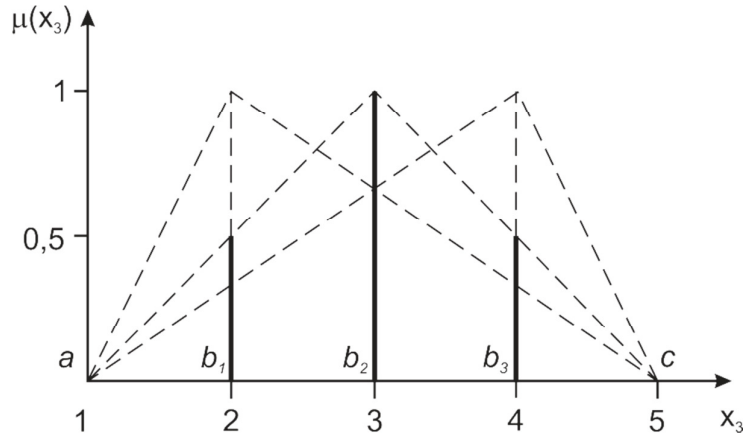


Slika 8.15 – Grafički prikaz mogućih varijanti funkcije pripadnosti *srednja složenost*

koje se dobijaju promenom vrednosti parametra  $a$

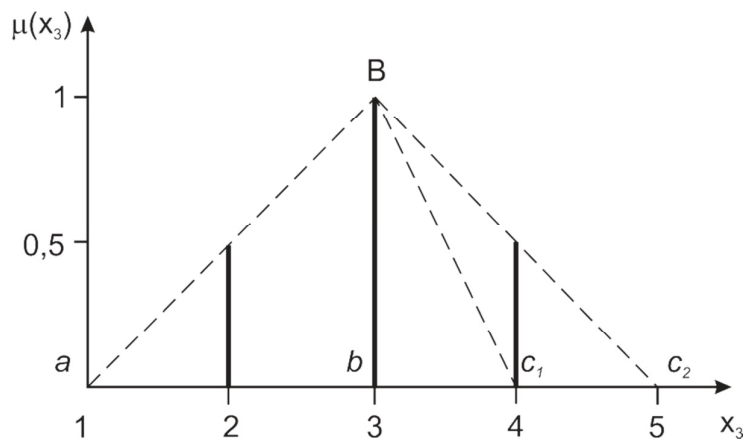
Menjanjem vrednosti parametra  $b$ , dobijaju se tri moguće varijante funkcije pripadnosti *srednja složenost*, jer parametar  $b$  može da uzme celobrojnu vrednost iz intervala [1, 3].

Na slici 8.16 prikazan je skup varijanti mogućih funkcija pripadnosti  $\{ab_1c, ab_2c, ab_3c\}$  koji se dobija varijacijom parametra  $b$ .



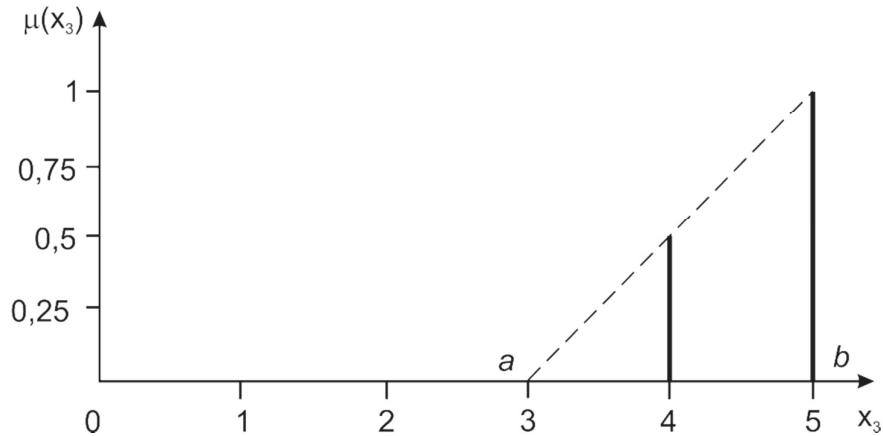
Slika 8.16 – Grafički prikaz mogućih varijanti funkcije pripadnosti *srednja složenost* koje se dobijaju promenom parametar  $b$

Parametar  $c$  funkcije pripadnosti *srednja složenost* može da uzme vrednost 3 ili 4 (slika 8.17). To znači da se varijacijom vrednosti parametra  $c$  mogu dobiti dve moguće varijante ove funkcije pripadnosti  $\{abc_1, abc_2\}$ .

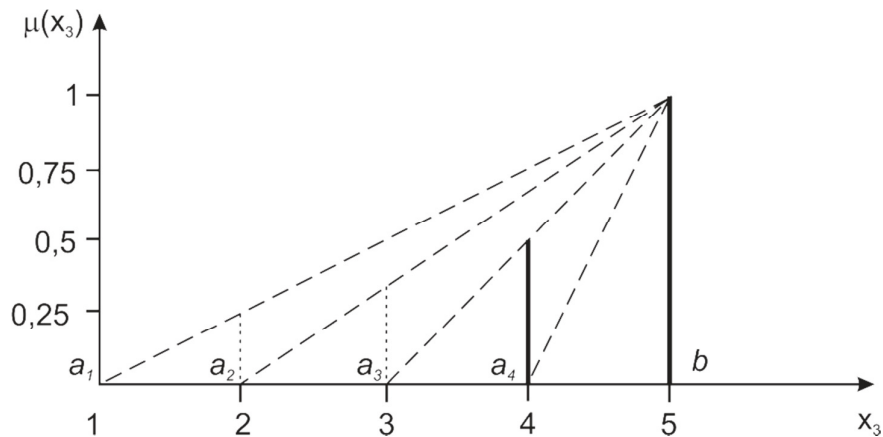


Slika 8.17 – Grafički prikaz mogućih varijanti funkcije pripadnosti *srednja složenost* koje se dobijaju promenom vrednosti parametra  $c$

Funkcija pripadnosti *velika složenost* data je funkcijom oblika kao na slici 8.3c. U osnovi, radi se o funkciji koja ima oblik trapeza. Sukcesivnom promenom parametara  $a$  i  $b$  ove funkcije pripadnosti, mogu se dobiti dva skupa mogućih varijanti te funkcije.



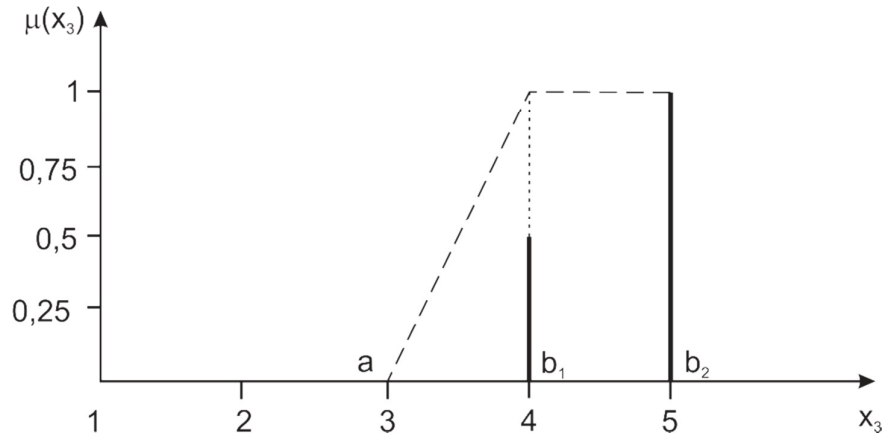
Slika 8.18 – Funkcija pripadnosti *velika složenost*



Slika 8.19 – Grafički prikaz varijanti funkcije pripadnosti *velika složenost* koje se dobijaju promenom vrednosti parametra  $a$

Na slici 8.19 vidi se da parametar  $a$  uzima celobrojnu vrednosti iz intervala  $[1, 4]$ . To znači da promenom parametra  $a$  funkcije pripadnosti *velika složenost*, može da se dobiju 4 moguće varijante funkcije pripadnosti  $\{a_1bcd, a_2bcd, a_3bcd, a_4bcd\}$  (slika 8.19).

Takođe, na slici 8.20 vidi se da parametar  $b$  može da uzme vrednost 4 ili 5. To znači da promenom vrednosti parametra  $b$  mogu da se dobiju 2 varijante funkcije pripadnosti  $\{ab_1cd, ab_2cd\}$  (slika 8.20).



Slika 8.20 – Grafički prikaz mogućih varijanti funkcije pripadnosti *velika složenost* koje se dobijaju promenom vrednosti parametra  $b$

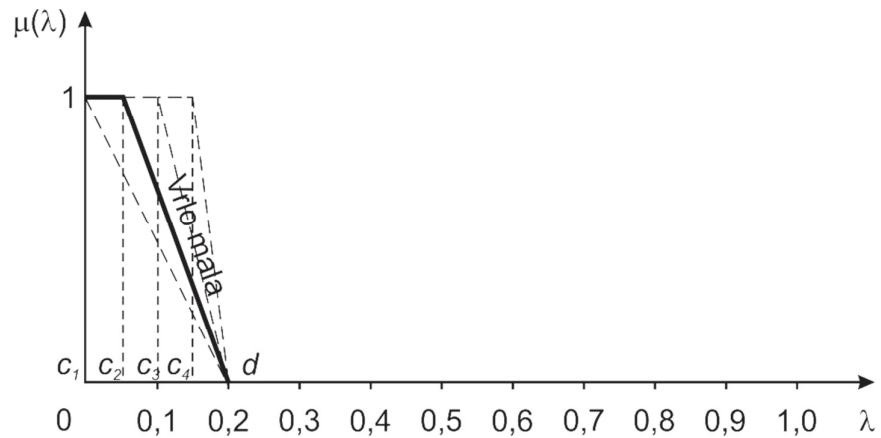
#### 8.2.4 Izlazna fazi promenljiva $\lambda$

Izlazna fazi promenljiva  $\lambda$  predstavlja prognozirani broj vanrednih događaja. Izlaznoj fazi promenljivoj dodeljene su lingvističke kategorije *vrlo mala*, *mala*, *srednja* i *velika* vrednost parametra  $\lambda$ . Funkcije pripadnosti *vrlo mala*, *mala*, *srednja* i *velika* vrednost parametra  $\lambda$  prikazane su na slici 8.4.

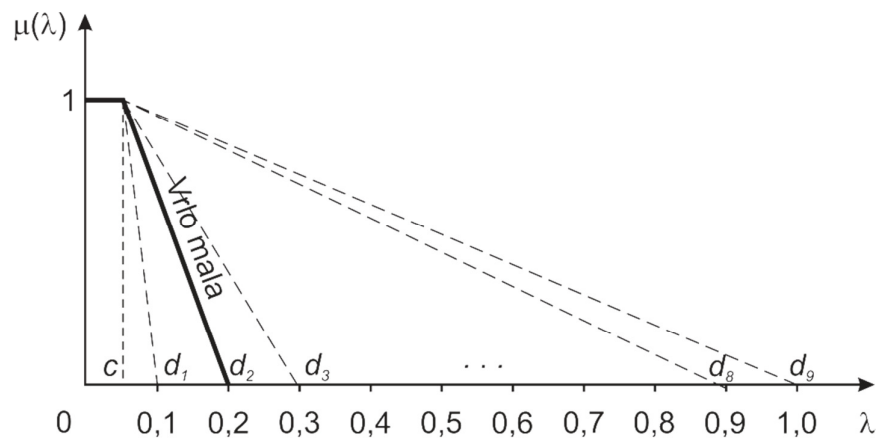
Funkcija pripadnosti *vrlo mala*  $\lambda$  predstavljena je funkcijom oblika trapeza. Promenom vrednosti parametara  $c$  i  $d$  funkcije pripadnosti *vrlo mala*  $\lambda$ , mogu se dobiti dva skupa mogućih varijanti ove funkcije pripadnosti (slika 8.21a i b).

Na slici 8.21a visi se da parametar  $c$  uzima vrednost iz intervala  $[0, 0,15]$ , sa korakom od 0,05. Na ovaj način dobija se skup od 4 moguće varijante funkcije pripadnosti *vrlo mala*  $\lambda$ ,  $\{abc_1d, abc_2d, abc_3d, abc_4d\}$ . Slično ovome, ako se parametar  $d$  menja u

intervalu  $[0,2, 1]$ , sa korakom od 0,1, dobija se skup od 10 mogućih funkcija pripadnosti  $\{abcd_1, abcd_2, \dots, abcd_{10}\}$  (slika 8.21b).



a) Gornja granična vrednost  $d$  je fiksna

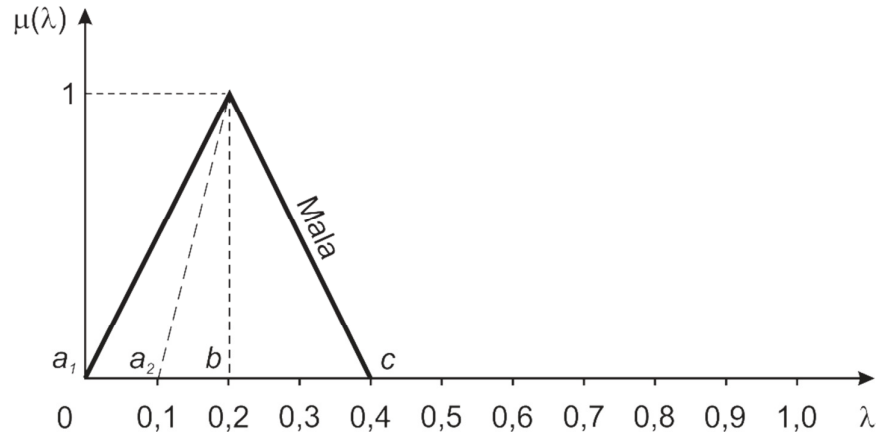


b) Gornja granica maksimalne vrednosti  $c$  je fiksna

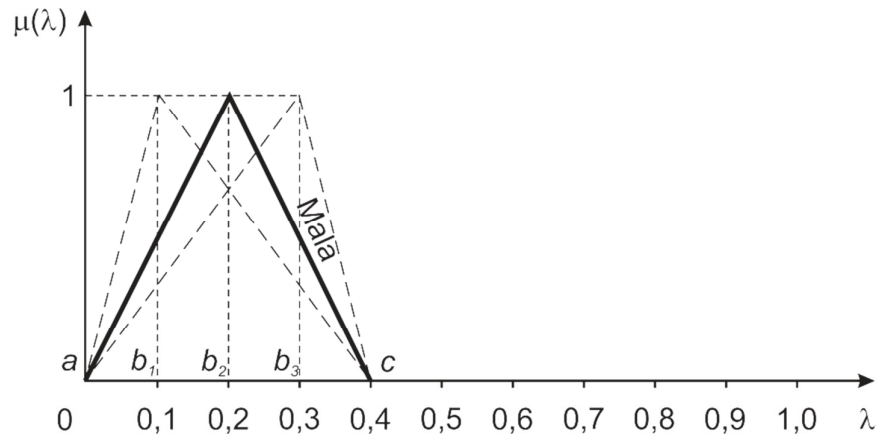
Slika 8.21 – Grafički prikaz skupova funkcije pripadnosti *vrlo mala*  $\lambda$  koje se dobijaju promenom parametara  $c$  i  $d$



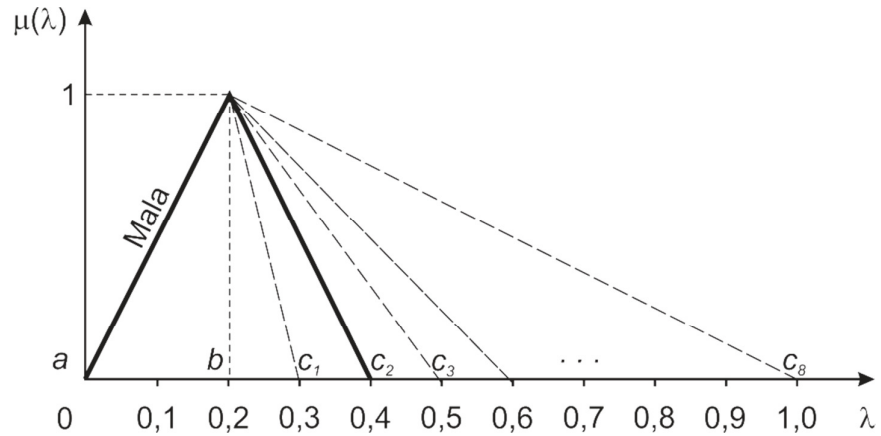
Funkcija pripadnosti *mala*  $\lambda$  predstavljena je funkcijom oblika trougla (slika 8.4). Sva tri parametra funkcije *mala*  $\lambda$  mogu varirati tako da se dobijaju tri skupa mogućih funkcija pripadnosti (slika 8.22a, b i c).



a) Parametri  $b$  i  $c$  su fiksni



b) Parametri  $a$  i  $c$  su fiksni



c) Parametri  $a$  i  $b$  su fiksni

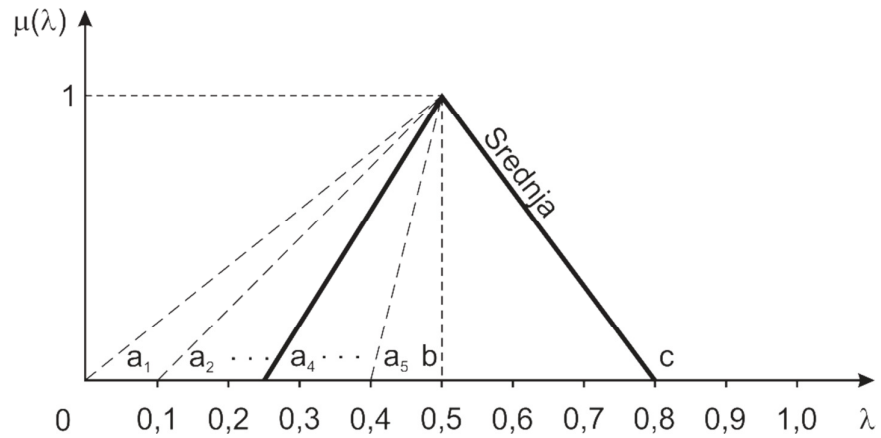
Slika 8.22 – Grafički prikaz varijanti funkcije pripadnosti *mala*  $\lambda$  koje se dobijaju promenom parametara  $a$ ,  $b$  i  $c$

Izabrani korak u kojem se menja parametar  $a$  funkcije pripadnosti *mala*  $\lambda$  je 0,1. Iz tog razloga, promenom parametra  $a$  ove funkcije pripadnosti dobijaju se dve varijante za ovu funkciju (slika 8.22a), i to  $\{a_1bc, a_2bc\}$ . Na slici 8.22b vidi se da ukoliko centar  $b$  funkcije pripadnosti menjamo u intervalu  $[0,1, 0,3]$ , dobija se skup od 3 moguće varijante funkcije pripadnosti *mala*  $\lambda$   $\{ab_1c, ab_2c, ab_3c\}$ , jer je izabran korak promene parametra  $b$  0,1. Ukoliko se parametar  $c$  ove funkcije pripadnosti menja u intervalu  $[0,3, 1]$ , sa korakom od 0,1, dobija se skup od 8 varijanti funkcije pripadnosti  $\{abc_1, abc_2, \dots, abc_8\}$ .

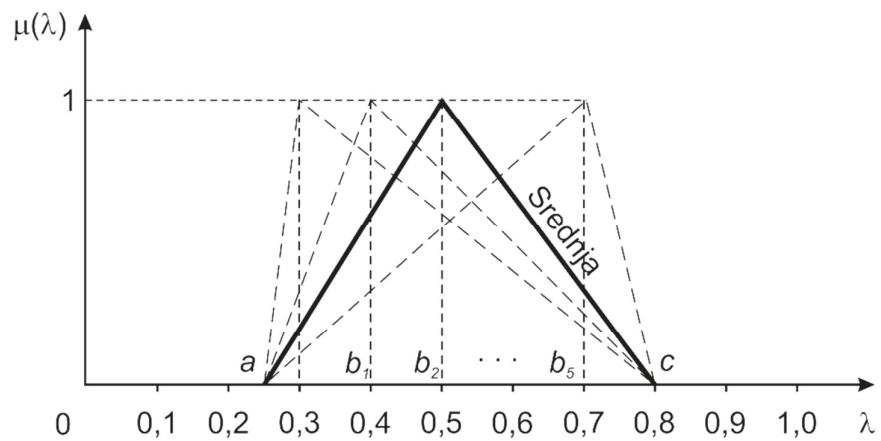
Funkcija pripadnosti *srednja*  $\lambda$  predstavljena je funkcijom oblika trougla (slika 8.4). Sva tri parametra koji određuju funkciju pripadnosti *srednja*  $\lambda$  mogu menjati svoje vrednosti u određenim granicama, tako da je moguće dobiti tri skupa mogućih varijanti funkcije pripadnosti (slika 8.23a, b i c).

Izabrani korak u kojima se menjaju parametri  $a$ ,  $b$  i  $c$  funkcije pripadnosti *srednja*  $\lambda$  je 0,1. Iz tog razloga, promenom vrednosti  $a$  u intervalu  $[0, 0,4]$ , sa navedenim intervalnim korakom, dobija se skup od 5 mogućih varijanti za ovu funkciju pripadnosti (slika 8.23a) i to  $\{a_1bc, a_2bc, \dots, a_5bc\}$ . Na slici 8.23b vidi se da centar  $b$  funkcije pripadnosti

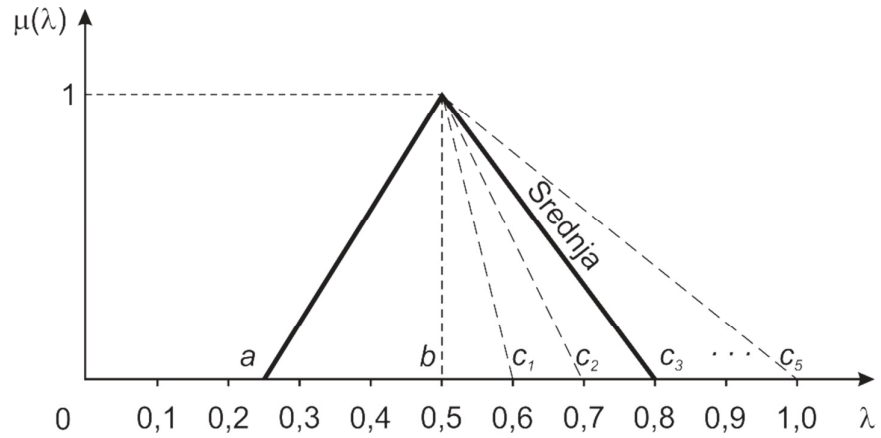
varira u intervalu  $[0,3, 0,7]$ , sa korakom od 0,1 tako da se dobija skup od još 5 varijanti te funkcije pripadnosti,  $\{ab_1c, ab_2c, \dots, ab_5c\}$ . Ukoliko parametar  $c$  funkcije pripadnosti srednja  $\lambda$  uzima vrednost iz intervala  $[0,6, 1]$ , sa korakom od 0,1 (slika 8.23c), dobija se skup od dodatnih 5 varijanti funkcije pripadnosti srednja  $\lambda$   $\{abc_1, abc_2, \dots, abc_5\}$ .



a) Parametri  $b$  i  $c$  su fiksni



b) Parametri  $a$  i  $c$  su fiksni

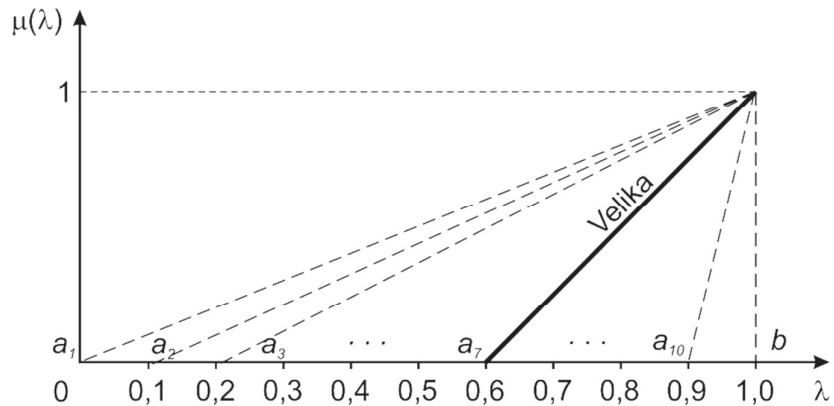


c) Parametri a i b su fiksni

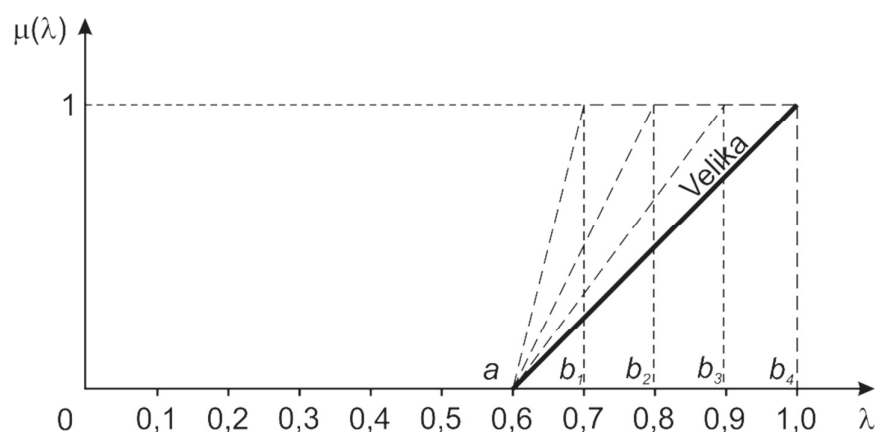
Slika 8.23 – Grafički prikaz varijanti funkcije pripadnosti *srednja*  $\lambda$  koje se dobijaju promenom parametara  $a$ ,  $b$  i  $c$

Funkcija pripadnosti *velika*  $\lambda$  predstavljena je funkcijom oblika trapeza (slika 8.4). promenom parametara  $a$  i  $b$  ove funkcije pripadnosti dobijaju se dva skupa mogućih varijanti funkcije pripadnosti *velika*  $\lambda$  (slika 8.24a i b).

Na slici 8.24a vidi se da parametar  $a$  varira u intervalu  $[0, 0,9]$ , sa korakom od  $0,1$ . Na ovaj način dobija se skup od 10 mogućih varijanti funkcija pripadnosti *velika*  $\lambda$   $\{a_1bcd, a_2bcd, \dots, a_{10}bcd\}$ . Slično ovome, kada parametar  $b$  funkcije pripadnosti *velika*  $\lambda$  varira u intervalu  $[0,7, 1]$  (slika 8.24b), dobija skup od 4 moguće funkcije pripadnosti  $\{ab_1cd, ab_2cd, \dots, ab_4cd\}$ .



a) Donja granica maksimalne vrednosti  $b$  je fiksna



b) Donja granična vrednost  $a$  je fiksna

Slika 8.24 – Grafički prikaz varijanti funkcije pripadnosti *velika*  $\lambda$  koje se dobijaju promenom parametara  $a$  i  $b$

### 8.3 REZULTAT DOBIJEN PRIMENOM METODOLOGIJE ZA IZBOR FUNKCIJE PRIPADNOSTI FAZI PROMENLJIVIH KORIŠĆENIH U MODELU

U modelu za prognozu broja vanrednih događaja, razvijenom u ovoj doktorskoj disertaciji, metodologija za izbor funkcija pripadnosti lingvističkih kategorija, opisana u tački 4.2 je primenjena na način kao što je to predstavljeno u tački 8.2. Za svaku lingvističku kategoriju fazi promenljive *sklonosti*, *izloženosti* i *složenosti*, kao i izlaznu fazi promenljivu  $\lambda$ , dobijen je skup mogućih funkcija pripadnosti primenom opisane metodologije.

U tabeli 8.2 dat je prikaz broja dobijenih funkcija pripadnosti za svaku lingvističku kategoriju, svih promenljivih korišćenih u modelu za prognozu broja vanrednih događaja. Ukupno je posmatrano 195 funkcija pripadnosti od kojih je izabrano 13 (po jedna za svaku lingvističku kategoriju svih fazi promenljivih u modelu).

Metodologija izbora jedne funkcije pripadnosti za svaku lingvističku kategoriju svih fazi promenljivih (ulaznih i izlazne) sastoji se u tome da se za svaku vrednost funkcije

pripadnosti posmatra njen uticaj na rezultujuću vrednost broja vanrednih događaja koju daje model. Funkcija pripadnosti za koju je odstupanje od stvarnih podataka najmanje, usvaja se kao najbolje rešenje.

Tabela 8.2 – Broj različitih funkcija pripadnosti dobijenih za svaku lingvističku kategoriju i za sve fazi promenljive u modelu

Fazi promenljiva	Lingvistička kategorija	Broj funkcija pripadnosti koje su dobijene opisanom metodologijom
<i>sklonost</i>	mala	16
	srednja	17
	velika	17
<i>izloženost</i>	Mala	25
	Srednja	26
	Velika	22
<i>složenost</i>	Mala	6
	Srednja	7
	Velika	6
<i>broj vanrednih događaja <math>\lambda</math></i>	Vrlo mala	11
	mala	13
	srednja	15
	velika	14
Ukupno		195

U tabelama 8.3 – 8.6 prikazana su odstupanja koja se javljaju kao posledica promene vrednosti parametara funkcija pripadnosti, za svaku lingvističku kategoriju pridruženu svakoj od fazi promenljivih korišćenih u modelu.

Prva kolona u tabelama 8.3 – 8.6 označava lingvističku kategoriju pridruženu posmatranoj fazi promenljivoj. Sledeće dve kolone se odnose na parametre funkcije pripadnosti odgovarajuće lingvističke kategorije koji variraju u postupku izbora adekvatne funkcije pripadnosti lingvističkih kategorija fazi promenljivih i interval vrednosti u kom se vrši promena vrednosti pomenutih parametara.

Tabela 8.3 – Procentualno odstupanje broja vanrednih događaja dobijenih fazi modelom od stvarnog broja vanrednih događaja usled promene vrednosti parametara funkcije pripadnosti, za fazi promenljivu *sklonost*

Lingvistička kategorija	Parametar funkcije pripadnosti	Interval promene vrednosti parametra	Parametar $\lambda$ po kategorijama mašinovođa	Odstupanje od statističkog uzorka do [%]
Mala sklonost	$c$	0 – 0,5	$\lambda_{1sr}$	4,17
			$\lambda_{2sr}$	7,69
			$\lambda_{3sr}$	0
	$d$	0,1 – 1,0	$\lambda_{1sr}$	118,75
			$\lambda_{2sr}$	12,82
			$\lambda_{3sr}$	4,95
Srednja sklonost	$a$	0 – 0,5	$\lambda_{1sr}$	23,96
			$\lambda_{2sr}$	12,82
			$\lambda_{3sr}$	0
	$b$	0,3 – 0,8	$\lambda_{1sr}$	7,29
			$\lambda_{2sr}$	11,54
			$\lambda_{3sr}$	2,97
	$c$	0,6 – 1,0	$\lambda_{1sr}$	4,17
			$\lambda_{2sr}$	23,08
			$\lambda_{3sr}$	7,92
Velika sklonost	$a$	0 – 0,9	$\lambda_{1sr}$	102,10
			$\lambda_{2sr}$	33,33
			$\lambda_{3sr}$	26,73
	$b$	0,4 – 1,0	$\lambda_{1sr}$	4,17
			$\lambda_{2sr}$	29,49
			$\lambda_{3sr}$	1,00

Tabela 8.4 – Procentualno odstupanje broja vanrednih događaja dobijenih fazi modelom od stvarnog broja vanrednih događaja usled promene vrednosti parametara funkcije pripadnosti, za fazi promenljivu *izloženost*

Lingvistička kategorija	Parametar funkcije pripadnosti	Interval promene vrednosti parametra	Parametar $\lambda$ po kategorijama mašinovođa	Odstupanje od statističkog uzorka do [%]
Mala izloženost	c	0 – 900	$\lambda_{1sr}$	4,17
			$\lambda_{2sr}$	6,93
			$\lambda_{3sr}$	9,9
	d	200 - 1500	$\lambda_{1sr}$	4,17
			$\lambda_{2sr}$	7,69
			$\lambda_{3sr}$	9,9
Srednja izloženost	a	0 - 700	$\lambda_{1sr}$	5,21
			$\lambda_{2sr}$	7,69
			$\lambda_{3sr}$	2,97
	b	400 - 1300	$\lambda_{1sr}$	8,33
			$\lambda_{2sr}$	8,97
			$\lambda_{3sr}$	1,00
	c	900 - 1500	$\lambda_{1sr}$	20,83
			$\lambda_{2sr}$	12,82
			$\lambda_{3sr}$	1,98
Velika izloženost	a	0 - 1200	$\lambda_{1sr}$	25,00
			$\lambda_{2sr}$	7,69
			$\lambda_{3sr}$	1,00
	b	800 - 1500	$\lambda_{1sr}$	13,54
			$\lambda_{2sr}$	7,69
			$\lambda_{3sr}$	1,00



Tabela 8.5 – Procentualno odstupanje broja vanrednih događaja dobijenih fazi modelom od stvarnog broja vanrednih događaja usled promene vrednosti parametara funkcije pripadnosti, za fazi promenljivu *složenost*

Lingvistička kategorija	Parametar funkcije pripadnosti	Interval promene vrednosti parametra	Parametar $\lambda$ po kategorijama mašinovođa	Odstupanje od statističkog uzorka do [%]
Mala složenost	c	1 ili 2	$\lambda_{1SR}$	4,17
			$\lambda_{2SR}$	7,69
			$\lambda_{3SR}$	0
	d	2 - 5	$\lambda_{1SR}$	12,5
			$\lambda_{2SR}$	8,97
			$\lambda_{3SR}$	5,94
Srednja složenost	a	1 ili 2	$\lambda_{1SR}$	4,17
			$\lambda_{2SR}$	7,69
			$\lambda_{3SR}$	5,94
Srednja složenost	b	2, 3 ili 4	$\lambda_{1SR}$	5,21
			$\lambda_{2SR}$	7,69
			$\lambda_{3SR}$	5,94
	c	4 ili 5	$\lambda_{1SR}$	5,21
			$\lambda_{2SR}$	7,69
			$\lambda_{3SR}$	1,00
Velika složenost	a	1 - 4	$\lambda_{1SR}$	7,00
			$\lambda_{2SR}$	12,82
			$\lambda_{3SR}$	1,00
	b	3 ili 4	$\lambda_{1SR}$	5,21
			$\lambda_{2SR}$	7,69
			$\lambda_{3SR}$	1,00

Tabela 8.6 – Procentualno odstupanje broja vanrednih događaja dobijenih fazi modelom od stvarnog broja vanrednih događaja usled promene vrednosti parametara funkcije pripadnosti, za izlaznu fazi promenljivu  $\lambda$

Lingvistička kategorija	Parametar funkcije pripadnosti	Interval promene vrednosti parametra	Parametar $\lambda$ po kategorijama mašinovođa	Odstupanje od statističkog uzorka do [%]
Vrlo mala $\lambda$	$c$	0 – 0,15	$\lambda_{1sr}$	8,33
			$\lambda_{2sr}$	7,69
			$\lambda_{3sr}$	1,00
	$d$	0,2 – 1,0	$\lambda_{1sr}$	106,30
			$\lambda_{2sr}$	14,10
			$\lambda_{3sr}$	0
Mala $\lambda$	$a$	0 – 0,1	$\lambda_{1sr}$	12,5
			$\lambda_{2sr}$	11,54
			$\lambda_{3sr}$	1,00
	$b$	0,1 – 0,3	$\lambda_{1sr}$	9,38
			$\lambda_{2sr}$	8,97
			$\lambda_{3sr}$	1,00
	$c$	0,3 – 1,0	$\lambda_{1sr}$	65,63
			$\lambda_{2sr}$	15,39
			$\lambda_{3sr}$	1,00
Srednja $\lambda$	$a$	0 – 0,4	$\lambda_{1sr}$	4,17
			$\lambda_{2sr}$	10,26
			$\lambda_{3sr}$	6,93
	$b$	0,3 – 0,7	$\lambda_{1sr}$	7,29
			$\lambda_{2sr}$	10,26
			$\lambda_{3sr}$	1,98
Srednja $\lambda$	$c$	0,6 – 1,0	$\lambda_{1sr}$	15,63
			$\lambda_{2sr}$	10,26
			$\lambda_{3sr}$	1,00
Velika $\lambda$	$a$	0 – 0,9	$\lambda_{1sr}$	5,21
			$\lambda_{2sr}$	8,97
			$\lambda_{3sr}$	5,94
	$b$	0,7 – 1,0	$\lambda_{1sr}$	5,21
			$\lambda_{2sr}$	8,97
			$\lambda_{3sr}$	1,00

U nisko rizičnu grupu spadaju mašinovođe koje su napravile do dva vanredna događaja za period od 8 godina. Izlazni parametar  $\lambda$  za ovu grupu mašinovođa, u tabelama 8.3 – 8.6 označen je sa  $\lambda_{1sr}$ .

U drugu grupu mašinovođa (srednje rizični) spadaju mašinovođe koje su napravile 3 ili 4 vanredna događaja za isti period posmatranja. Izlaz fazi modela za ovu grupu mašinovođa je parametar  $\lambda$  koji nosi oznaku  $\lambda_{2sr}$  u tabelama 8.3 – 8.6. Parametar  $\lambda$  za treću (visoko rizičnu) grupu mašinovođa (mašinovođe koje su napravile više od 4 vanredna događaja za posmatrani period), u tabelama 8.3 – 8.6 nosi oznaku  $\lambda_{3sr}$ .

Poslednja kolona u tabelama 8.3 – 8.6 odnosi se na procentualno odstupanje broja vanrednih događaja dobijenih fazi modelom od stvarnog broja vanrednih događaja, a koja se javljaju promenom položaja temena funkcija pripadnosti. Na primer, ako se posmatra mala sklonost, iz tabele 8.3 vidi se da se funkcija pripadnosti menja ukoliko se menja vrednost parametara  $c$  i  $d$  fazi skupa ove funkcije pripadnosti. Promenom položaja temena  $C$  u intervalu od 0 do 0,5 daje rezultat koji odstupa oko 5% u odnosu na stvaran broj vanrednih događaja, kada su u pitanju niskorizične mašinovođe (mašinovođe prve grupe). Međutm, promena vrednosti parametra  $c$  u istom intervalu stvara odstupanje u broju vanrednih događaja od oko 8% kada su mašinovođe druge grupe u pitanju, dok na rezultat koji se odnosi na visoko rizične mašinovođe nema uticaja. Sa druge strane, ako se menja gornja granična vrednost  $d$  funkcije pripadnosti mala *sklonost*, duž apscisne ose u intervalu 0,1 do 1, rezultat za niskorizične mašinovođe mnogo varira (čak preko 100%), dok rezultat za drugu i treću grupu mašinovođa varira oko 13%, odnosno oko 5%.

Tabele 8.3 – 8.6 daju jasan uvid kako pojedine lingvističke kategorije fazi promenljivih utiču na prognozirani broj vanrednih događaja koji se dobija na izlazu iz fazi modela.

U cilju još jasnijeg uvida u izbor funkcije pripadnosti pojedinih lingvističkih kategorija, ovde će biti prikazana grafička metodologija izbora funkcije pripadnosti. Vratimo se na gore opisan primer fazi promenljive *sklonost*. Funkcija pripadnosti lingvističke kategorije *mala sklonost* se menja sa promenom parametra  $d$  fazi skupa koji određuje funkciju pripadnosti *mala sklonost*. Uticaj promene ovog parametra na rezultat, kao i izbor odgovarajuće vrednosti za ovu funkciju vidi se na slici 8.25.

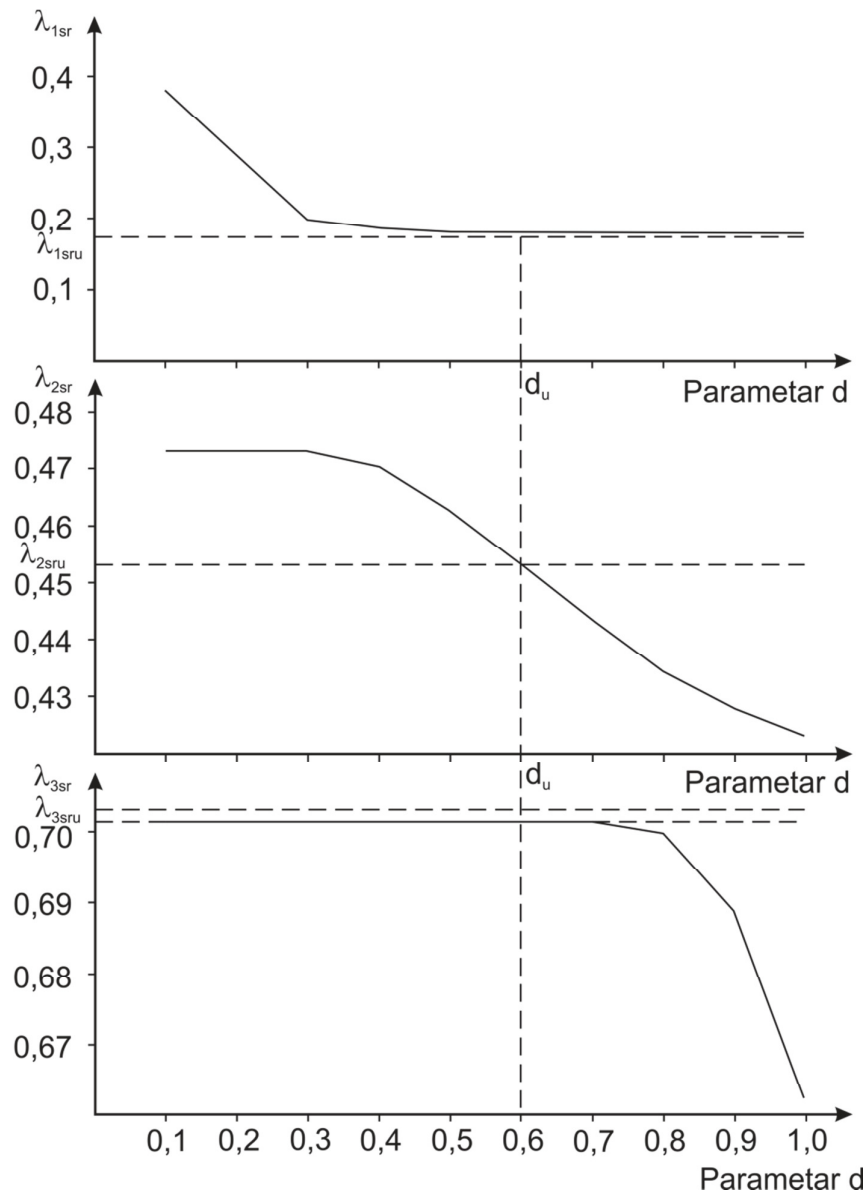
Na slici 8.25 su predstavljena tri grafikona. Prvi (gornji) grafikon se odnosi na srednju vrednost parametra  $\lambda$  za nisko rizične mašinovođe (mašinovođe koje u posmatranom periodu su imale do 2 vanredna događaja u posmatranom periodu), u oznaci  $\lambda_{1sr}$ . Drugi (srednji) grafikon se odnosi na parametar  $\lambda$  za mašinovođe druge kategorije (mašinovođe koje su u istom posmatranom periodu napravile 3 ili 4 vanredna događaja za isti vremenski period), u oznaci  $\lambda_{2sr}$ . Poslednji grafikon (donji) odnosi se na mašinovođe koje spadaju u visoko rizične (imaju u posmatranom periodu više od 4 vanredna događaja). Parametar  $\lambda$  za treću grupu mašinovođa ima oznaku  $\lambda_{3sr}$ .

Na apscisnoj osi nalaze se vrednosti za prvu fazi promenljivu *sklonost* ( $x_1$ ) koja predstavlja broj između 0 i 1. Vrednost 0 označava da nema sklonosti ka vanrednim događajima, dok vrednost 1 označava maksimalnu sklonost ka vanrednim događajima. Sa  $x_{1u}$  označena je usvojena vrednost sklonosti za lingvističku kategoriju *mala sklonost* kao vrednost koja daje najbolje rešenja i predstavlja najbolji izbor za funkciju pripadnosti te lingvističke kategorije u ovom modelu.

Na gornjem grafikonu slike 8.25 vidi se kako se menja vrednost parametra  $\lambda$  za prvu kategoriju mašinovođa (nisko rizične) sa promenom vrednosti parametra  $d$  fazi skupa koji predstavlja funkciju pripadnosti lingvističke kategorije *mala sklonost*. Za male vrednosti *sklonosti* ( $x_1 < 0,3$ ) odstupanje od vrednosti  $\lambda_{1sr}$  je značajno. Sa povećanjem vrednosti za parametar *sklonosti* ( $x_1 > 0,3$ ), parametar  $\lambda$  koji se dobija na izlazu iz fazi modela se asimptotski približava vrednosti  $\lambda_{1sr}$ . Iz ovoga se može zaključiti da promena vrednosti parametra  $d$  funkcije pripadnosti *mala sklonost* značajno utiče na parametar  $\lambda$  koji se dobija na izlazu iz fazi modela u intervalu  $x_1 < 0,3$ . Za vrednosti  $x_1 > 0,3$  ova funkcija pripadnosti veoma malo utiče na izlazni parametar  $\lambda$ . Takođe, može se zaključiti da se usvajanjem bilo koje vrednosti parametra *sklonosti* veće od 0,3 ( $x_1 > 0,3$ ) neće dobiti veće odstupanje krajnjeg rezultata, kada su u pitanju mašinovođe niskorizične grupe.

Međutim, ako se pogleda treći grafikon (donji), može se videti da se parametar  $\lambda$  za treću grupu mašinovođa (visokorizične) ne menja bez obzira na usvojenu vrednost za *sklonost*, ukoliko je ta vrednost manja od 0,7 i gotovo se poklapa sa stvarnim brojem

vanrednih događaja koje ova grupa mašinovođa napravi u periodu od 8 godina (parametrom  $\lambda_{3,sv}$ ). Za vrednosti parametra *sklonosti* veće od 0,7 ( $x_1 > 0,7$ ) izlazni parametar  $\lambda$  se naglo smanjuje i prouzrokuje odstupanje za ovu kategoriju mašinovođa od oko 5% (tabela 8.3). Sada je jasno na osnovu prvog i trećeg grafikona da je najbolje da parametar *d* funkcije pripadnosti *mala sklonost* bude u intervalu  $x_1 \in [0,3, 0,7]$ .



Slika 8.25 – Grafički prikaz uticaja promene gornje granične vrednosti funkcije pripadnosti *mala sklonost* na broj vanrednih događaja dobijen fazi modelom

Na kraju, ako se pogleda i srednji grafikon na slici 8.25, vidi se kako promena vrednosti parametra  $d$  funkcije pripadnosti *mala sklonost* utiče na izlazni parametar  $\lambda$  za drugu grupu mašino vođa. Za manje vrednosti parametra sklonosti ( $x_I < 0,3$ ), izlazni parametar  $\lambda$  za drugu grupu mašino vođa je konstantan ( $x_I$  ne utiče na  $\lambda$ ). Za vrednosti  $x_I > 0,3$  parametar  $\lambda$  za drugu grupu mašino vođa naglo opada i prouzrokuje odstupanje od preko 10 % (tabela 8.3). Ono što je karakteristično na ovom grafikonu je da u yimanjem vrednosti za parametar  $d$  funkcije pripadnosti *mala sklonost* levo od tačke  $X_{Iu}$ , nastaje odstupanje u jednom smeru ( $\lambda > \lambda_{2sr}$ ), a uzimanjem vrednosti veće od vrednosti  $X_{Iu}$  dobija se odstupanje u drugom smeru ( $\lambda < \lambda_{2sr}$ ).

Na osnovu ovog grafikona može se zaključiti da je najbolji izbor vrednosti parametra  $d$  funkcije pripadnosti *mala sklonost*, upravo tačka  $X_{Iu}$ , jer ona obezbeđuje najmanje odstupanje srednje vrednosti parametra  $\lambda$  za drugu kategoriju mašino vođa, a podudara se sa vrednostima koje zadovoljavaju dovoljno mala odstupanja izlaznog parametra  $\lambda$  za prvu i treću grupu mašino vođa.

Ova metodologija za izbor funkcije pripadnosti lingvističkih kategorija fazi promenljivih korišćenih u modelu, primenjena je kod izbora svih parametara funkcija pripadnosti navedenim u tabelama 8.3 – 8.6.

#### 8.4 DISKUSIJA REZULTATA

Rezultati dobijeni primenom opisanog fazi modela dati su u tabeli 8.7, u vidu intervalnih vrednosti izlazne promenljive  $\lambda$  za određene intervalne vrednosti pojedinih ulaznih veličina i za sve vrednosti složenosti.

Tabela 8.7 - Rezultati dobijeni primenom fazi modela za intervalne vrednosti izlazne promenljive  $\lambda$  i određene intervalne vrednosti pojedinih ulaznih veličina.

Sklonost (S)	$\lambda$	Izloženost (I)		
		$I \leq 600$	$600 < I \leq 1200$	$I > 1200$
$S \leq 0,3$	min $\lambda$	0.067	0.067	0.067
	srednje $\lambda$	0.127	0.191	0.264
	max $\lambda$	0.315	0.431	0.519
$0,3 < S \leq 0,6$	min $\lambda$	0.081	0.081	0.146
	srednje $\lambda$	0.329	0.379	0.397
	max $\lambda$	0.638	0.631	0.617
$S > 0,6$	min $\lambda$	0.150	0.333	0.346
	srednje $\lambda$	0.447	0.605	0.639
	max $\lambda$	0.676	0.866	0.870

U tabeli 8.8 prikazane su karakteristike mašinovođa koje pripadaju sekciji vuče "Lapovo", AD „Železnice Srbije”, dobijene na osnovu statističkog uzorka.

Tabela 8.8 – Rezultati dobijeni iz statističkog uzorka za sekciju Lapovo

Broj napravljenih vanrednih događaja jednog radnika	Broj radnika u grupi (r)	Parametar $\lambda$ dobijen iz statističkog uzorka	Stvaran broj vanrednih događaja	Broj vanrednih događaja koji sa verovatnoćom od 95% neće biti premašen
1 ili 2	69	0,174	96	112
3 ili 4	23	0,424	78	92
5 ili 6 ili 7	18	0,701	101	117
Suma			275	

Iz tabele 8.8 se vidi da je celokupna populacija mašinovođa posmatrane sekcije vuče, podeljena u tri kategorije: mašinovođe koje su napravile do 2 vanredna događaja, mašinovođe koje su napravile 3 ili 4 vanredna događaja i mašinovođe koje su napravile više od 4 vanredna događaja za 8 godina. U tabeli su date vrednosti parametra  $\lambda$  za svaku od pomenutih kategorija mašinovođa, kao i stvaran broj vanrednih događaja koje su te mašinovođe napravile za 8 godina, po definisanim kategorijama.

U tabeli 8.9 prikazani su rezultati dobijeni primenom fazi modela sprovedenim na mašinovođe sekcije vuče *Lapovo*

Tabela 8.9 – Rezultati dobijeni fazi modelom za mašinovođe sekcije Lapovo

Broj napravljenih vanrednih događaja jednog radnika	Parametar $\lambda$ dobijen fazi modelom ( $\lambda_{sr}$ )	Prognozirani broj vanrednih događaja dobijen fazi modelom	Odstupanje od stvarnog broja vanrednih događaja	Procentualno odstupanje od stvarnog broja vanrednih događaja
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
1 ili 2	0,181	100	4	4,2
3 ili 4	0,435	81	3	3,8
5 ili 6 ili 7	0,690	100	1	1,0
Suma	-	282	-	2,2

Projektovani fazi model daje vrednost parametra  $\lambda$ , označen kao  $\lambda_{sr}$ . U istoj tabeli su prikazane dobijene vrednosti  $\lambda_{sr}$  za različit dijapazon ulaznih veličina *sklonosti*, *izloženosti* i *složenosti*, kao i prognozirani broj vanrednih događaja.

U koloni 2 tabele 8.9 prikazane su vrednosti parametra  $\lambda$  dobijene primenom fazi modela za prognozu broja vanrednih događaja, za svaku od definisanih kategorija mašinovođa sekcije Lapovo. Iz iste tabele se vidi da parametar  $\lambda$  za prvu kategoriju mašinovođe iznosi 0,181, za drugu kategoriju mašinovođa 0,435 i za treću kategoriju 0,69. To znači da fazi model daje prognozu da će u narednom periodu mašinovođe prve grupe napraviti 100 vanrednih događaja, mašinovođe druge grupe 81 vanredni događaj, a mašinovođe treće grupe 100 vanrednih događaja (kolona 3 tabele 8.9). U četvrtoj koloni tabele 8.9 data je razlika prognoziranog broja vanrednih događaja od stvarnog broja napravljenih vanrednih događaja dobijenog statističkim uzorkom. Poslednja kolona tabele 8.9 pokazuje procentualno odstupanje broja vanrednih događaja dobijenih modelom od stvarnog broja vanrednih događaja.

Parametar  $\lambda_{sr}$  predstavlja prosečan intenzitet nastanka otkaza iz skupa vrednosti parametra  $\lambda$  dobijenih za intervalne vrednosti ulazne veličine *sklonosti* i intervala vrednosti ostalih ulaznih veličina koje postoje u posmatranoj sekciji vuče, u ovom primeru sekcije *Lapovo*. Ovi uslovi predstavljeni su u tabeli 8.10.



Tabela 8.10 – Tabelarni prikaz radnih uslova za sekciju vuče „Lapovo“

Mašinovođe koje su napravile vanrednih događaja	Sklonost	Izloženost [sati/god]	Složenost
1 ili 2	$0 \leq S \leq 0,3$	$700 \leq I \leq 1100$	2, 3 i 5
3 ili 4	$0,3 < S \leq 0,7$	$700 \leq I \leq 1100$	2, 3 i 5
5 ili 6	$0,7 < S \leq 1$	$900 \leq I \leq 1200$	2, 3 i 5

Ako se uslovi predstavljeni u tabeli 8.10 usvoje kao trenutno postojeći u posmatranoj sekciji vuče, na osnovu rezultata prikazanih u tabeli 8.9, vidi se da parametar  $\lambda_{sr}$ , dobijen fazi modelom, odgovara prognoziranoj vrednosti broja vanrednih događaja.

Rezultati istraživanja sprovedenih na mreži pruga „Železnica Srbije“ su ohrabrujući, kako u pogledu predloženih modela zasnovanih na bazi teorije obnavljanja, tako i u pogledu korišćenja fazi modela za dobijanje parametra  $\lambda$ . Na osnovu analize rezultata, može se reći da model daje prihvatljive rezultate jer su dobijena odstupanja u odnosu na statistički uzorak manja od 5%.

## **9 ISPITIVANJE BIHEVIORALNIH KARAKTERISTIKA MAŠINOVOĐA I KLASIFIKACIJA PREMA SKLONOSTI PRIMENOM NEURONSKIH MREŽA ZA SLUČAJ ŽELEZNICA SRBIJE**

### **9.1 ULAZNI PODACI**

Istraživanje je sprovedeno na uzorku od 198 ispitanih mašinovođa koji su u periodu 2003 – 2010 bili zaposleni u nacionalnoj železničkoj kompaniji AD „Železnice Srbije“. Za svakog testiranog mašinovđu prikupljeni su podaci o starosnoj strukturi, koliko je vanrednih događaja imao u periodu 2002 – 2010., datum nastanka vanrednih događaja, godine starosti, vreme provedeno u vožnji voza na godišnjem nivou i relacije na kojima je vozio.

Testiranje mašinovođa je bilo na dobrovoljnoj bazi. Za svakog mašinovođu je utvrđeno prosečno vreme koje protekne od momenta pojavljivanja potrebe za reakcijom, pa do momenta reakcije, kao i tačnost reakcije.

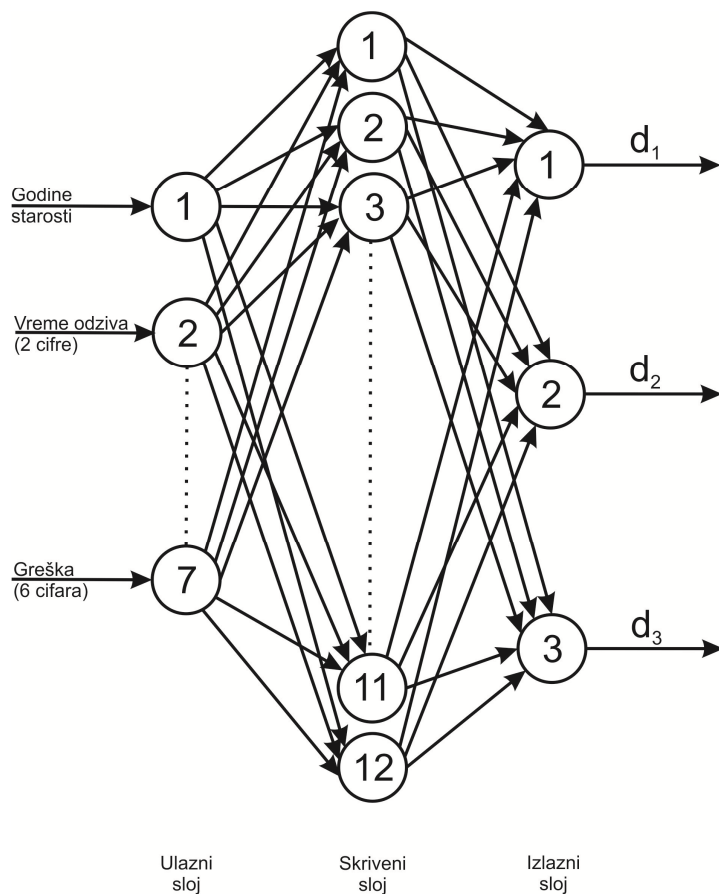
Pri izradi modela za klasifikaciju mašinovođa po kriterijumu sklonosti, u zavisnosti od bihevioralnih karakteristika mašinovođa, korišćena je PRNN, kao tip neuronske mreže čija je struktura prilagođena efikasnom rešavanju problema u kojima se zahteva klasifikacija podataka [22].

Na osnovu analize izlaznih rezultata različitih struktura primenjenih neuronskih mreža, izabrana je struktura sa jednim skrivenim slojem i 12 neurona unutar tog sloja. Struktura PRNN korišćena u ovom istraživanju je prikazana je na slici 9.1.

Pri izradi modela za klasifikaciju mašinovođa po kriterijumu sklonosti pošlo se od sledećih pretpostavki:

- a) Postoji razlika u sklonosti mašinovođa ka vanrednim događajima.

- b) Sklonost je broj iz intervala  $[0, 1]$ , gde vrednost 0 označava da nema sklonosti, a vrednost 1 je mera maksimalne sklonosti. Ostale vrednosti za sklonost su klasifikovane prema tabeli 9.1:



Slika 9.1 – Šematski prikaz strukture neuronske mreže korišćene u modelu za klasifikaciju mašinovođa po kriterijumu sklonosti

Tabela 9.1 – Mera sklonosti po grupama mašinovođa prema njihovoj sklonosti

Oznaka rizičnosti	Stepen rizičnosti	Broj vanrednih događaja	Sklonost
1	niskorizični	0	0
2	rizični	1 ili 2	$< 0,3$
3	srednje rizični	3 ili 4	$0,3 - 0,7$
4	visoko rizični	$> 5$	$> 0,7$

- c) Za klasifikaciju mašinovođa po kriterijumu sklonosti na osnovu parametara godina starosti i rezultata na sprovedenim testovima, pogodan tip neuronske mreže je PRNN.

Za testiranje brzine i tačnosti reakcije mašinovođa korišćen je test na računaru koji se sastoji iz tri faze. Faze se međusobno razlikuju po broju mogućih opcija. U prvoj fazi, na ekranu se pojavljuju 2 cifre, od kojih će se jedna osvetliti. Vremenski interval od pojavljivanja cifara na ekranu pa do momenta osvetljavanja jedne od njih je slučajna veličina. Zadatak ispitanika je da što pre pritisne taster na numeričkoj tastaturi osvetljene cifre. U drugoj fazi postupak se ponavlja, s tim što se osvetljava jedna od 4 ponuđenih cifara. U trećoj fazi na ekranu se pojavljuje 6 cifara od kojih će se jedna samo osvetliti. U svakoj fazi testiranja, broj ponavljanja je 30. Po završenom testiranju dobija se izveštaj u vidu tabele sa podacima koji se odnose na srednju vrednost vremena reakcije po alternativama (fazama testiranja sa 2, 4 i 6 cifara) i procenat napravljenih grešaka. U tabeli 9.2 su prikazani izlazni rezultati testiranja za jednog mašinovođu.

Tabela 9.2 – Rezultati testiranja jednog mašinovođe

Broj alternativa	Mean of response time [ms]	Error rate
2 cifre na ekranu	521	0.067
4 cifre na ekranu	754	0.071
6 cifre na ekranu	989	0.133

U tabeli 9.3 date su osnovne, opisne statističke karakteristike za 198 mašinovođa koji čine uzorak formiran na gore opisan način i korišćen u istraživanjima u ovoj disertaciji.

Tabela 9.3 – Opisne statističke karakteristike uzorka

Varijabla	Mean	Std. Dev	Min	Max
NACC	0.5303	0.8764	0	4
AGE	42.651	5.0344	28	55
RT2D	0.5396	0.1582	0.304	1.012
F2D	0.5101	0.6107	0	2
RT4D	0.6509	0.1614	0.420	1.143
F4D	0.7273	0.8763	0	3
RT6D	0.7719	0.1667	0.521	1.279
F6D	1.0202	1.0757	0	5

NACC – broj vanrednih događaja koje je u prethodnom periodu napravio 1 mašinovođa,

AGE – godine starosti mašinovođe u trenutku testiranja

RT2D, RT4D, RT6D – vreme reakcije u fazama testiranja sa 2, 4 i 6 cifara, respektivno

F2D, F4D, F6D – broj grešaka u fazama testiranja sa 2, 4 i 6 cifara, respektivno

## 9.2 DOBIJENI REZULTATI PRIMENOM PRNN NEURONSKE MREŽE

Validacija modela je izvršena na uzorku od 198 mašinovođa. Dobijeni rezultati prikazani su u tabeli 9.4. Za kriterijum kod obučavanja neuronske mreže uzeta je srednja vrednost kvadrata greške (MSE).

Tabela 9.4 – Rezultati dobijeni primenom PRNN

Klasa pouzdanosti	RC	CNN	CC	IC1	IC2	Rate IC1	Rate IC2
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
1	128	122	117	11	5	0,086	0,714
2	60	68	55	5	13	0,083	0,094
3	10	8	8	2	0	0,200	0
Suma	198	198	180	18	18		

RC – Stvaran broj mašinovođa koji su u posmatranom periodu imale 0 (klasa 1), 1 ili 2 (klasa 2) i više od 2 vanredna događaja (klasa 3).

CNN – Kalsifikacija mašinovođa po kriterijumu sklonosti dobijena primenom neuronske mreže.

CC – Pravilno klasifikovane mašinovođe neuronskom mrežom.

IC1 – Broj mašinovoša koji pripadaju *i-toj* grupi po kriterijumu sklonosti, a NN im je dodelila grupu *j* ( $j \neq i$ ).

IC2 – Broj mašinovođa koje je NN klasifikovala u grupu *i*, a po uzorku pripadaju grupi *j*.

Rate IC1 – Procenat mašinovođa koji pripadaju klasi *i*, a svrstanih u neku drugu klasu *j* ( $j \neq i$ ).

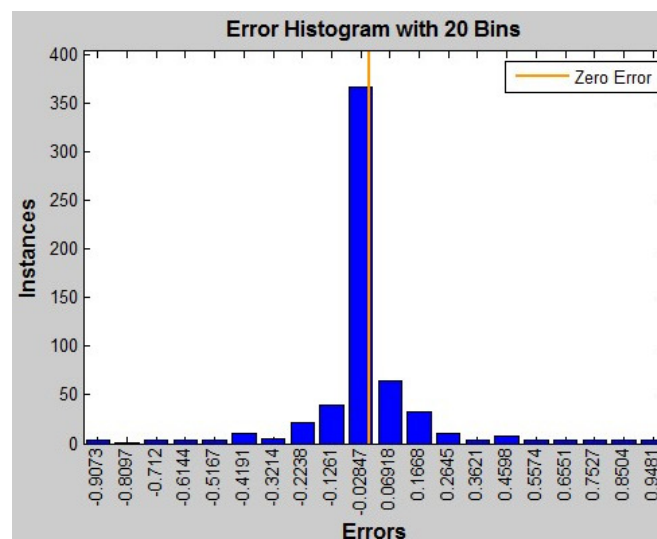
Rate IC2 – Procenat mašinovođa svrstanih u klasu *i*.

Iz tabele 9.4 se vidi da u uzorku od 198 mašinovođa, 128 njih nije imalo vanredne događaje u posmatranom periodu i da pripadaju klasi najpouzdanijih mašinovođa (klasa 1), da 60 mašinovođa pripadaju klasi 2 jer su u istom periodu imali jedan ili dva vanredna događaja i da 10 mašinovođa pripada klasi 3 jer su napravili više od dva vanredna događaja. U drugoj koloni tabele 9.4 prikazani su rezultati dobijeni primenom PRNN. Može se videti da je neuronska mreža 122 mašinovođa klasifikovala u klasu najpouzdanijih mašinovođa, na osnovu rezultata ostvarenih na testovima, 68 njih u drugu klasu, a 8 mašinovođa je svrstano u klasu 3.

Međutim, od tih 122 mašinovođa, 117 njih zaista nije napravilo ni jedan vanredni događaj u posmatranom periodu, dok je 5 mašinovođa svrstano u ovu grupu iako su u posmatranom periodu imali jedan ili dva vanredna događaja (pripadaju 2. klasi po kriterijumu pouzdanosti). To znači da je 8,6% mašinovođa (prema koloni 4 u tabeli 9.4) sa bar jednim vanrednim događajem klasifikovano kao najpouzdanija grupa (grupa mašinovođa bez vanrednih događaja).

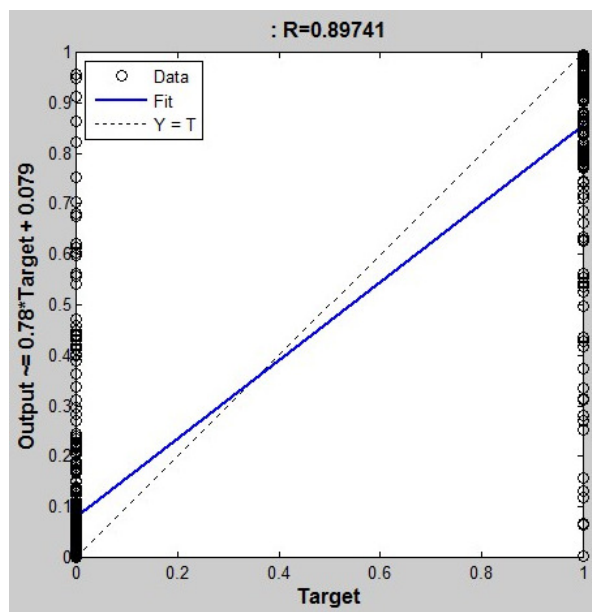
Sa druge strane, analiza rezultata pokazuje da je 11 mašinovođa koje u posmatranom periodu nisu imale ni jedan vanredni događaj (što je 8.6% od ukupnog broja mašinovođa bez vanrednih događaja iz uzorka) klasifikovano kao mašinovođe koje su napravile bar jedan vanredni događaj. Iz tabele 9.4 se može videti da je model pravilno klasifikovao 180 mašinovođa od 198 testiranih što je 90,1% od ukupnog uzorka.

Na slici 9.2 – 9.5 prikazani su parametri na osnovu kojih se može oceniti validnost modela neuronske mreže za prepoznavanje ponašanja koja je primenjena u klasifikaciji mašinovođa po kriterijumu sklonosti, na osnovu sprovedenih testova. Na slici 9.4 predstavljen su krive kretanja MSE za obučavanje, testiranje i validaciju modela. Sa grafikona se vidi da sve tri krive imaju sličan (opadajući) trend na osnovu čega se može prihvatiti da je struktura modela pravilno izabrana. Na slici 9.5 prikazana je ROC kriva. Na osnovu površine ispod ROC krive može se zaključiti da je struktura modela dobra.

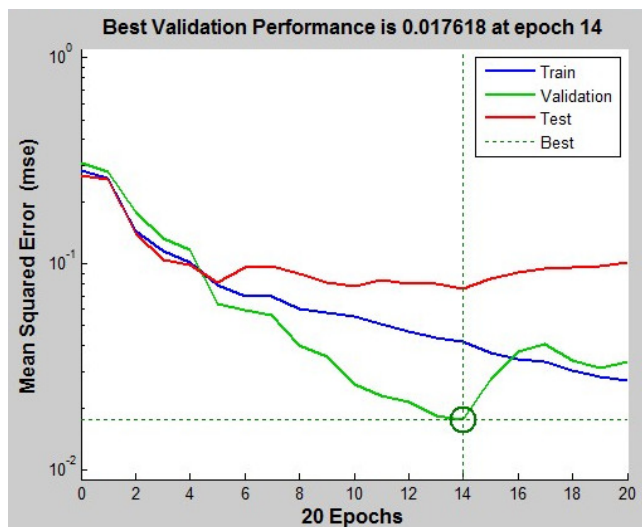


Slika 9.2 - Histogram grešaka

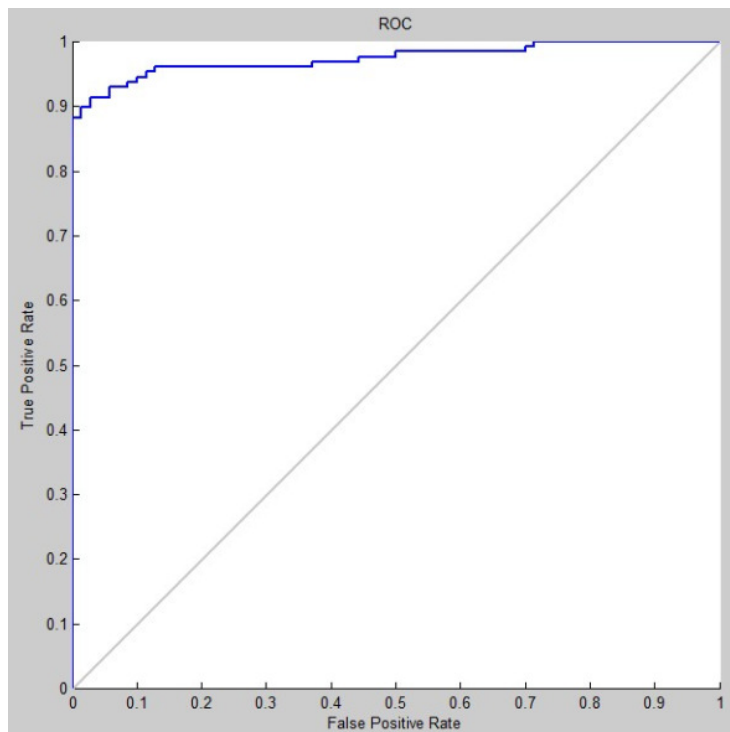
Parametar sklonosti za svakog mašinođu iz uzorka se dobija dodeljivanjem vrednosti iz tabele 9.1. prema klasama kojima mašinođe pripadaju, a u koje su mašinođe svrstane opisanim modelom neuronske mreže. Tako definisan parametar sklonosti predstavlja jedan od ulaza u fazi model za prognozu broja vanrednih događaja.



Slika 9.3 - Koeficijent korelacije traženog i dobijenog izlaza iz PRNN



Slika 9.4 - Trend kretanja MSE tokom obučavanja, testiranja i validacije PRNN



Slika 9.5 - Izgled ROC krive za validaciju klasifikacije modela



## 10 SLOŽENI MODEL ZA PROGNOZU BROJA VANREDNIH DOGAĐAJA PRIMENJEN NA USLOVE KOJI VAŽE NA ŽELEZNICAMA SRBIJE

Fazi model korišćen u ovom istraživanju, za prognozu broja vanrednih događaja posmatrane grupe mašinovođa je opisan u tački tački 4. Struktura modela je tako koncipirana da se na osnovu tri ulazna parametara dobija broj vanrednih događaja (slika 6.1). Na osnovu ovako utvrđenog parametra  $\lambda$  može se odrediti broj vanrednih događaja koje možemo očekivati da posmatrane mašinovođe naprave u narednom periodu.

Izabrani ulazni parametri fazi modela su *sklonost* mašinovođa ka vanrednim događajima, *izloženost* u radnim satima koje je mašinovođa proveo u vožnji vozova na godišnjem nivou i *složenost* radnih zadataka koja se ogleda u signalno sigurnosnom osiguranju kojima je pruga na kojoj je mašinovođa u posmatranom periodu vozio, opremljena. U poglavlju 7 pokazano je da postoji razlika između pojedinih mašinovođa sa aspekta sklonosti. Mera te razlike utvrđena je neuronskom mrežom na način opisan u tački 7.1. Uzeto je da je vrednost parametra *sklonosti* za mašinovođe koje nisu imale vanredne događaje u posmatranom periodu, jednaka nuli. Za mašinovođe koji su u istom periodu imali jedan ili dva vanredna događaja, vrednost ovog parametra je do 0,3. Za mašinovođe koje su u istom periodu napravile više od dva vanredna događaja, sklonost ima vrednost do 0,7.

*Izloženost* u radnim satima provedenim u vožnji voza na godišnjem nivou je drugi ulazni parametar korišćen u fazi modelu. Pod ovim parametrom podrazumeva se vreme koje je svaki od posmatranih mašinovođa proveo u vožnji vozova, na godišnjem nivou. Ovaj parametar je poznat i dobijen je od AD „Železnice Srbije”. Analizom podataka koji se odnose na ovaj parametar, pokazuje se da vreme koje jedan mašinovođa provede u vožnji, u normalnim uslovima, ne prelazi 1100 h/god, mada je teoretska moguća vrednost 1500 h/god.

Treći ulazni parametar predstavlja *složenost* radnih zadataka mašinovođa. Pod ovom karakteristikom se podrazumeva kompleksnost postupka vožnje vozova u zavisnosti od

tehničke opremljenosti pruge. Sa ovog aspekta, sve pruge su podeljene u 5 kategorija, od najjednostavnije do najsloženije (tabela 10.1).

Na našoj železničkoj mreži zastupljene su jednokolosečne i dvokolosečne pruge sa savremenim signalno sigurnosnim uređajem i lokomotivskim balizama, kao i jednokolosečne pruge kod kojih ne postoji zavisnost između pokazivanja signala i položaja skretnica. Preostale dve kategorije (prva i četvrta) nisu zastupljene na železničkoj mreži Republike Srbije i ta činjenica je uzeta u obzir u proračunima. Analizom uzorka ustanovljeno je da je 25% mašinovođa vozilo na dvokolosečnim prugama sa savremenim signalnim uređajima i ugrađenim pružnim i lokomotivskim balizama (kategorija 2), 55% mašinovođa na jednokolosečnim prugama sa savremenim signalnim uređajima i ugrađenim pružnim i lokomotivskim balizama (kategorija 3), a 20% na jednokolosečnim prugama sa osiguranjem gde ne postoji zavisnost između pokazivanja signala i položaja skretnica (kategorija 5).

Tabela 10.1 – Kategorije pruga korišćene u složenom modelu za prognozu broja vanrednih događaja

Kategorija pruge	Opis
<b>1</b>	Pruge sa savremenim sistemom vođenja vozova.
<b>2</b>	Dvokolosečne pruge sa savremenim signalnim uređajima i ugrađenim pružnim i lokomotivskim balizama.
<b>3</b>	Jednokolosečne pruge sa savremenim signalnim uređajima i ugrađenim pružnim i lokomotivskim balizama.
<b>4</b>	Dvokolosečne pruge sa osiguranjem gde ne postoji zavisnost između pokazivanja signala i položaja skretnica.
<b>5</b>	Jednokolosečne pruge sa osiguranjem gde ne postoji zavisnost između pokazivanja signala i položaja skretnica.

Osnovne statističke karakteristike uzorka korišćenog u prognozi primenom složenog modela, date su u tabeli 10.2.

Kao izlazna veličina iz modela dobija se intenzitet vanrednih događaja na osnovu koga se može dobiti očekivani broj vanrednih događaja za svakog mašinovođu, kao i za celu posmatranu grupu.

Tabela 10.2 - Osnovne statističke karakteristike uzorka korišćenog u prognozi primenom složenog modela

	Sklonost			Izloženost			Složenost
	I	II	III	I	II	III	
minimalna	0	0,018	0,431	675	671	736	25% - 2
prosečna	0	0,146	0,490	898	897	829	20% - 5
maksimalna	0	0,270	0,540	1093	1097	943	55% - 3

Svi ulazni parametri (*sklonost*, *izloženost* i *složenost*) su predstavljeni u obliku rasplnutih skupova, *mali*, *srednji* i *veliki* (slike 9.1, 9.2 i 9.3a, b i c). Izlazni parametar  $\lambda$  je dat u obliku rasplnutih skupova *vrlo mala*, *mala*, *srednja* i *velika* vrednost parametra  $\lambda$  (slika 9.4).

Baza pravila, kao deo fazi sistema data je u tabeli 8.1. Sastoji se iz 27 pravila i kvantifikacija se vrši putem algoritama aproksimativnog rezonovanja.

U tabeli 10.3, prikazani su rezultati dobijeni fazi modelom primenjenim na uzorak od 198 mašinovođa.

Tabela 10.3 – Rezultati dobijeni primenom složenog modela za prognozu broja vanrednih događaja

Klasa mašinovođa po kriterijumu sklonosti	Broj radnika u grupi ( <i>r</i> ) po uzorku	Broj radnika u grupi ( <i>r</i> ) dobijen primenom PRNN	Parametar $\lambda$ dobijen iz statističkog uzorka	Parametar $\lambda$ dobijen primenom fazi modela	Vreme posmatranja (god)	Stvaran broj vanrednih događaja za celu posmatranu grupi	Broj vanrednih događaja dobijen na osnovu fazi modela za celu posmatranu grupi
I (0 VD)	128	122	0	0	8	105	110
II (1 ili 2 VD)	60	68	0,165	0,153	8		
III (3 ili 4 VD)	10	8	0,430	0,401	8		

Iz tabele 10.3 se vidi da se parametar  $\lambda$  dobijen primenom fazi modela u manjoj meri razlikuje od parametra  $\lambda$  dobijenog iz uzorka, posmatrano po klasama mašinovođa. Ta

razlika je 7,3% za mašinovođe koje spadaju u drugu grupu po kriterijumu *sklonosti*, odnosno 6,7% kada se radi o mašinovođama koje pripadaju trećoj grupi po kriterijumu sklonosti. Broj vanrednih događaja koje su posmatrane mašinovođe napravile u posmatranom periodu od 8 godina je 105. Očekivani broj vanrednih događaja za posmatranu grupu mašinovođa, dobijen primenom složenog modela za prognozu vanrednih događaja je 11. Odstupanje iznosi oko 5%.

Na osnovu dobijenih rezultata može se zaključiti da je model dobro dimenzionisan i da daje prihvatljive rezultate za posmatranu grupu testiranih mašinovođa. Ovakvi rezultati imaju praktičan značaj i ukazuju na činjenicu da postoji veza između brzine reakcije koje su mašinovođe pokazale na testu, tačnosti te reakcije i broja vanrednih događaja koje su te mašinovođe napravile u posmatranom periodu.

Međutim, treba naglasiti da, posmatrano sa pojedinačnog aspekta svakog od mašinovođa, broj prognoziranih vanrednih događaja pokazuje značajno odstupanje u odnosu na broj vanrednih događaja koje su oni napravili u posmatranom periodu. Ta odstupanja su u pojedinim slučajevima oko 20% tako da ti rezultati ovde nisu prikazani. Sa tog aspekta model se nije pokazao dovoljno dobrim zbog čega ti rezultati nisu ovde prikazani i nemaju praktičan značaj.

## 11 ZAKLJUČAK

U disertaciji je sprovedeno istraživanje koje je imalo za cilj da ispita uticaj nekih karakteristika ljudskog faktora na pouzdanost rada železničkog izvršnog osoblja (mašinovođa) i predloži model za prognoziranje broja vanrednih događaja. U tu svrhu, pošlo se od teorije obnavljanja tehničkih sistema. Analogija se sastoji u tome da se mašinovođa posmatra kao bilo koja druga komponentna nekog tehničkog sistema. Vreme rada mašinovođe, u kojem on obavlja svoje radne zadatke u skladu sa zakonima i pravilnicima kojima se reguliše njegov rad, odgovara vremenu bezotkaznog rada komponente tehničkog sistema. Momenat u kojem mašinovođa pravi vanredni događaj odgovara momentu otkaza komponente tehničkog sistema. S obzirom na činjenicu da mašinovođa nakon nekog vremena, posle nastalog vanrednog događaja nastavlja svoj rad, može se reći da se radi o tehničkom sistemu sa obnavljanjem elemenata, odnosno o tehničkom sistemu na koji se može primeniti teorija obnavljanja.

Pokazalo se da je Puasonov proces obnavljanja realnost kada su u pitanju otkazi radnika na železnici. Analizom statističkog uzorka ustanovljeno je da slučajne promenljive koje opisuju vreme između otkaza mašinovođa  $T_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) imaju eksponencijalnu raspodelu, a da su u grupi mašinovođa koji su napravili isti broj otkaza, parametri eksponencijalne raspodele isti, tj. da je  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \dots = \lambda_n = \lambda = const.$

U slučaju kada slučajne promenljive  $T_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) koje opisuju vreme između dva otkaza, imaju eksponencijalne raspodele i ako je  $\lambda_i \neq \lambda_j, \forall(i, j)$ , problem je znatno složeniji i radi se o složenom procesu obnavljanja. U radu je dat kompleksan analitički izraz za prognozu broja vanrednih događaja koji je teško primenljiv zbog svoje složenosti. Iz tog razloga je neophodno primeniti neku metodologiju kojom će se problem kompleksnosti analitičkih izraza prevazići. U disertaciji se u tu svrhu primenjuju metode veštačke inteligencije kao što su fazi sistemi i neuronske mreže.

U disertaciji je razvijen i model za prognozu broja otkaza mašinovođa koji se bazira na teoriji obnavljanja i fazi logici. Intenzitet otkaza mašinovođa (parametar  $\lambda$ ) je posmatran kao funkcija kompleksnosti radnih zadataka koje mašinovođa obavlja na svom radnom

mestu, broja sati koje on provede u vožnji na godišnjem nivou i sklonosti ka vanrednim događajima. Ovi parametri su predstavljeni kao fazi promenljive i date su odgovarajućim funkcijama pripadnosti. Baza pravila se sastoji od 27 pravila, a proces defazifikacije je izveden metodom gravitacionog centra.

Model je primenjen na slučaj sekcije vuče *Lapovo*. Dobijeni rezultati pokazuju slaganje sa podacima dobijenim iz statističkog uzorka. Izvesna odstupanja se mogu objasniti malim brojem radnika sa većim brojem napravljenih vanrednih događaja u posmatranom periodu od 8 godina.

Za prognozu vanrednih događaja formiran je i složen model u kome se teorija fazi skupova koristi za prognozu broja vanrednih događaja, na osnovu parametara *sklonosti* mašinovođa ka vanrednim događajima, *izloženosti* mašinovođa (broja sati provedenih u vožnji na godišnjem nivou) i *složenoženosti* radnih zadataka. *Sklonost* ka vanrednim događajima određuje se primenom neuronskih mreža za prepoznavanje oblika, na osnovu rezultata testova kojima se utvrđuje vreme i tačnost reakcije mašinovođa.

Istraživanje sprovedeno u tački 7 disertacije pokazuje da se mašinovođe mogu podeliti u 4 grupe prema rizičnosti (tabela 7.9). Utvrđene klase pripadnosti po kriterijumu sklonosti, dobijene na osnovu statističkog uzorka, predstavljaju poznati izlaz neuronske mreže (target). Na ulaz PRNN dovode se ulazni podaci koji predstavljaju godine starosti i rezultate na sprovedenom testiranju mašinovođa. Poređenjem izlaza sa poznatim izlazom neuronske mreže, dobija se koeficijent korelacije od oko 0,9. Ovako dobijen rezultat pokazuje da je mreža uspešno obučena i da se može primeniti u cilju dobijanja klase pripadnosti mašinovođa po kriterijumu sklonosti.

Izlaz neuronske mreže predstavlja parametar sklonosti koji se dovodi na ulaz u fazi model. Fazi model, na osnovu tog ulaza i vremena provedenog u vožnji kao i složenosti pruga na kojima je to vreme vožnje ostvareno, utvrđuje intenzitet vanrednih događaja za svakog mašinovođu, odnosno parametar  $\lambda$ . Poznavanjem parametra  $\lambda$  određujemo i broj vanrednih događaja koje očekujemo da u narednom periodu posmatrane mašinovođe naprave.

Na osnovu izvršenih istraživanja i analize sprovedenih rezultata može se zaključiti da je složeni model pravilno dimenzionisan i da daje dobre rezultate, kada se posmatra celokupna grupa mašinovođa. Pokazuje se da je odstupanje predviđenog broja vanrednih događaja dobijen modelom u odnosu na stvarno napravljen broj vanrednih događaja oko 8%. Međutim, dobijeni rezultati posmatrani pojedinačno, za svakog mašinovođu, pokazuju velika odstupanja zbog čega ti rezultati ovde nisu prikazani i nisu razmatrani. Iz tog razloga može se zaključiti da formiran model za prognozu broja vanrednih događaja nema praktičan značaj kada se posmatraju mašinovođe pojedinačno.

Osnovni naučni doprinosi ove disertacije su:

- a) Originalni model za prognoziranje broja vanrednih događaja izazvanih ljudskim faktorom, koji se zasniva na teoriji obnavljanja i metodama veštačke inteligencije i koji uspostavlja vezu između pomenutih bihevioralnih karakteristika, složenosti zadataka koji se obavljaju i vremena izloženosti, sa jedne i broja vanrednih događaja izazvanih ljudskim faktorom, sa druge strane.
- b) Modelovanje zavisnosti između brzine reakcije i pouzdanosti rada (broja napravljenih grešaka) i godine starosti kod različitih podskupova izvršilaca, sa jedne i stvarnih pokazatelja pouzdanosti rada dobijenih iz baza o vanrednim događajima, sa druge strane. Za ovo modelovanje korišćene su neuronske mreže.
- c) Kalibrisanje modela i kvantifikacija istraživanih procesa rada mašinovođa za uslove koji vladaju na Železnicama Srbije.

Na osnovu istraživanja mogu se izvesti sledeći zaključci:

- a) Razvijeni modeli se mogu koristiti za istraživanje uticaja bihevioralnih karaktersitika mašinovođa na nastanak vanrednih događaja koje oni naprave.
- b) Složeni model za prognozu broja vanrednih događaja je prihvatljiv i pokazao se kao pouzdan model kada se posmatra grupa posmatranih mašinovođa jer su odstupanja manja od 10%. Međutim, ako se posmatraju mašinovođe

pojedinačno, odstupanja su veća i model treba dalje razvijati i testirati.

- c) Rezultati imaju praktičan značaj jer ukazuju da su mašinovođe sa nešto slabijim bihevioralnim karakteristikama sklonije izazivanju vanrednih događaja, tako da se pri školovanju i obuci takvih radnika mora obratiti veća pažnja. Takvi radnici bi mogli da imaju detaljniju obuku, sa ozbiljnijim nadzorom i češćim periodičnim ispitima (provere znanja) kako bi se predupredila eventualna pojava njihovih grešaka.

Analizom rezultata istraživanja sprovedena u disertaciji mogu se dati neke preporuke za dalja istraživanja koja bi unapredila razvijene modele:

- a) Povećati broj mašinovođa koji bi predstavljao uzorak za dalje ispitivanje.
- b) Pri testiranju koristiti još neke vrste testova kod kojih bi vreme reakcije bilo ograničeno kako bi se sprečilo da ekstremno spora, ali precizna reakcija mašinovođe bude tretirana kao ispravna.
- c) Povećati broj posmatranih bihevioralnih karakteristika mašinovođa.
- d) Pored posmatranih karakteristika u ovom radu, mogu se uvesti još neke karakteristike (socijalne, materijalne i dr.) koje bi mogle da utiču na pojavu vanrednih događaja, a koje bi se utvrdile na osnovu sprovedenog anketiranja.
- e) Primeniti još neke statističke modele kao što su zero-inflated, Puasonov i negativno binomni modeli, lognormal modeli idr. koji se u novije vreme sve više pokazuju kao kavlitetni u istraživanjima ovakvog tipa.



## LITERATURA

- [1] National Highway Traffic Safety Administration, "Fatality Analysis Reporting System (FARS)", National Highway Traffic Safety Administration (NHTSA), Washington, DC, USA2012.
- [2] B. S. Dhillon, *Transportation Systems Reliability and Safety*: CRC Press, 2011.
- [3] M. Greenwood and H. M. Woods, "The incidence of industrial accidents upon individuals with special reference to multiple accidents", Her Majesty's Stationery Office, London, UK1919.
- [4] Železnice Srbije, "Pravilnik 19 o načinu evidentiranja podataka o vanrednim događajima nastalim u železničkom saobraćaju i o drugim podacima od značaja za bezbednost železničkog saobraćaja", 2000.
- [5] M. Marković, N. Pavlović, and M. Ivić, "Fuzzy renewal theory about forecasting mistakes done by a locomotive driver: a Serbian railway case study", *Transport*, vol. 26, pp. 403 - 409, 2011.
- [6] F. Vanderhaegen, "A non-probabilistic prospective and retrospective human reliability analysis method — application to railway system", *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 71, pp. 1 - 13, 2001.
- [7] M. Baysari, C. Caponecchia, A. McIntosh, and R. Wilson, "Classification of errors contributing to rail incidents and accidents: A comparison of two human error identification techniques", *Safety Science* vol. article in press, 2008.
- [8] L. Harms-Ringdahl, "Analysis of safety functions and barriers in accidents", *Safety Science*, vol. 47, pp. 353 - 363, 2009.
- [9] R. McLeod, G. Walker, and N. Moray, "Analysing and modelling train driver performance", *Applied Ergonomics* vol. 36, pp. 671 - 680, 2005.
- [10] A. Evans, "Estimating transport fatality risk from past accident data", *Accident Analysis and Prevention*, vol. 35, pp. 459 - 472, 2003.
- [11] A. W. Evans, "Fatal accidents at railway level crossings in Great Britain 1946–2009", *Accident Analysis and Prevention*, vol. 43, pp. 1837–1845, September 2011. 2011.
- [12] A. W. Evans, "Fatal train accidents on Europe's railways: 1980–2009", *Accident Analysis and Prevention*, vol. 43, pp. 391–401, January 2011. 2011.

- [13] M. Marković, N. Pavlović, and I. Ljubisavljević, "Research on railway staff work reliability", presented at the 10th WCTR, Istanbul, Turkey, 2004.
- [14] S. Vukadinović and J. Popović, *Matematička statistika*, 3th ed. Beograd: Saobraćajni fakultet u Beogradu, 2008.
- [15] M. Hudjec, "Selekcija i klasifikacija podataka korišćenjem fazi logike", Doktorska teza, Univerzitet u Beogradu - Fakultet organizacionih nauka, Beograd, 2010.
- [16] X. Jin, R. L. Cheu, and D. Srinivasan, "Development and adaptation of constructive probabilistic neural network in freeway incident detection", *Transportation research Part C*, vol. 10, pp. 121-147, April 2002 2002.
- [17] D. Srinivasan, J. Xin, and R. L. Cheu, "Evaluation of adaptive neural network models for freeway incident detection", *Intelligent Transportation Systems*, vol. 5, pp. 1 - 11, 2004.
- [18] L.-Y. Chang, "Analysis of freeway accident frequencies: Negative binomial regression versus artificial neural network", *Safety Science*, vol. 43, pp. 541–557, October 2005. 2005.
- [19] B. Krose and P. v. d. Smagt, *An Introduction to Neural Networks*, 8 ed. Amsterdam, Nederland: University of Amsterdam, 1996.
- [20] B. A. Pearlmutter, *Dynamic Recurrent Neural Network*. Pittsburgh, PA 15213: School of Computer Science, Carnegie Mellon University 1990.
- [21] D. O. Hebb, *Organization of Behaviour*. New York: Wiley, 1949.
- [22] M. G. Karlaftis and E. I. Vlahogianni, "Statistical methods versus neural networks in transportation research: Differences, similarities and some insights", *Transportation Research Part C*, vol. 19, pp. 387-399, June 2011. 2011.
- [23] M. F. Møller, "A scaled conjugate gradient algorithm for fast supervised learning", *Neural Networks*, vol. 6, pp. 525-533, 1993.
- [24] D. Marquardt, "An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters", *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, vol. 11, pp. 431-441, 1963.
- [25] D. Parker, R. West, S. Stradling, and A. S. R. Manstead, "Behavioural characteristics and involvement in different types of traffic accident", *Accident Analysis & Prevention*, vol. 27, pp. 571-581, 1995.

- [26] S. Leung and G. Starmer, "Gap acceptance and risk-taking by young and mature drivers, both sober and alcohol-intoxicated, in a simulated driving task", *Accident Analysis & Prevention*, vol. 37, pp. 1056-1065, 2005.
- [27] R. C. Peck, M. A. Gebers, R. B. Voas, and E. Romano, "The relationship between blood alcohol concentration (BAC), age, and crash risk", *Journal of Safety Research*, vol. 39, pp. 311-319, 2008.
- [28] F. Sagberg, "Road accidents caused by drivers falling asleep", *Accident Analysis & Prevention*, vol. 31, pp. 639-649, 1999.
- [29] M. H. Smolensky, L. Di Milia, M. M. Ohayon, and P. Philip "Sleep disorders, medical conditions, and road accident risk", *Accident Analysis & Prevention*, vol. 43, pp. 533-548, 2011.
- [30] R. O. Phillips and F. Sagberg, "Road accidents caused by sleepy drivers: Update of a Norwegian survey," *Accident Analysis & Prevention*, vol. 50, pp. 138-146, 2013.
- [31] T. L. Bunn, S. Slavova, T. W. Struttman, and S. R. Browning, "Sleepiness/fatigue and distraction/inattention as factors for fatal versus nonfatal commercial motor vehicle driver injuries", *Accident Analysis & Prevention*, vol. 37, pp. 862-869, 2005.
- [32] M. A. Regan, C. Hallett, and C. P. Gordon, "Driver distraction and driver inattention: Definition, relationship and taxonomy", *Accident Analysis & Prevention*, vol. 43, pp. 1771-1781, 2011.
- [33] R. Talbot, H. Fagerlind, and A. Morris, "Exploring inattention and distraction in the SafetyNet Accident Causation Database", *Accident Analysis & Prevention*.
- [34] E. R. Dahlen, R. C. Martin, K. Ragan, and M. M. Kuhlman, "Driving anger, sensation seeking, impulsiveness, and boredom proneness in the prediction of unsafe driving", *Accident Analysis & Prevention*, vol. 37, pp. 341-348, 2005.
- [35] B. González-Iglesias, J. A. Gómez-Fraguela, and M. Á. Luengo-Martín, "Driving anger and traffic violations: Gender differences", *Transportation Research Part F: Traffic Psychology and Behaviour*, vol. 15, pp. 404-412, 2012.
- [36] N. Pavlovic, "Istraživanje pouzdanosti rada železničkog osoblja s posebnim osvrtom na mašinovođe ŽTP Beograd", Magistarska teza, Odsek za železnički saobraćaj i transport, Univerzitet u Beogradu, Beograd, 2004.

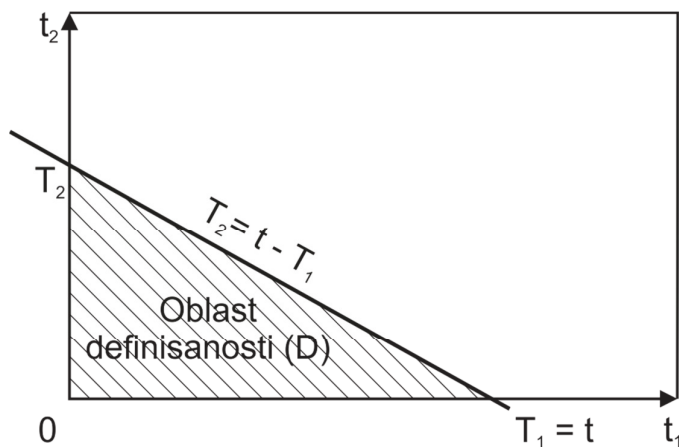
- [37] D. R. Cox and H. D. Miller, *The Theory of Stochastic Processes*. Boca Raton, FL, USA: Chapman & Hall, 1977.

## PRILOG 1

### IZVODENJE OPŠTEG OBLIKA FUNKCIJE RASPODELE SUME $n$ SLUČAJNIH PROMENLJIVIH SA EKSPONENCIJALNOM RASPODELOM I RAZLIČITIM PARAMETRIMA $\lambda$

#### Kompozicija dve slučajne promenljive

Sa  $F_1(t_1)$  označena je funkcija raspodele slučajne promenljive  $T_1$ , koja ima eksponencijalnu raspodelu sa parametrom  $\lambda_1$  i koja opisuje vreme rada do prvog otkaza. Na isti način, sa  $F_2(t_2)$  označena je funkcija raspodele slučajne promenljive  $T_2$  koja ima eksponencijalnu raspodelu sa parametrom  $\lambda_2$ , a koja opisuje vreme rada između prvog i drugog otkaza. Gustine raspodele slučajnih promenljivih  $T_1$  i  $T_2$  će biti označene kao  $f_1(t_1)$  i  $f_2(t_2)$  i njihov oblik je  $f_1(t_1) = \lambda_1 e^{-\lambda_1 t_1}$ ,  $t_1 \in [0, \infty)$  i  $f_2(t_2) = \lambda_2 e^{-\lambda_2 t_2}$ ,  $t_2 \in [0, \infty)$ . Zbir ove dve slučajne promenljive može se predstaviti kao  $T = T_1 + T_2$ . Neka  $G(t)$  označava kompoziciju ovih raspodela:



Slika 1 – Oblast definisanosti kompozicije dve slučajne promenljive

$$G(t) = P(T < t) = P(T_1 + T_2 < t) = P(T_2 < t - T_1) \quad (1)$$

$$G(t) = \iint_D f(t_1, t_2) dt_1 dt_2 = \int_0^t \int_0^{t-t_1} f_1(t_1) f_2(t_2) dt_1 dt_2 \quad (2)$$

Izraz (2) važi ukoliko su slučajne promenljive međusobno nezavisne što jeste slučaj, jer momenat u kome otkazuje mašinovođa ne zavisi od momenta prethodnog otkazivanja. Drugim rečima, radi se o Puasonovom potoku događaja.

$$G(t) = \int_0^t \int_0^{t-t_1} f_1(t_1) f_2(t_2) dt_1 dt_2 = \int_0^t \int_0^{t-t_1} \lambda_1 \cdot e^{-\lambda_1 t_1} \cdot \lambda_2 \cdot e^{-\lambda_2 t_2} dt_1 dt_2 \quad (3)$$

$$G(t) = \lambda_1 \lambda_2 \int_0^t e^{-\lambda_1 t_1} \cdot \frac{1}{\lambda_2} (-e^{-\lambda_2 t_2}) \Big|_0^{t-t_1} dt_1 \quad (4)$$

$$G(t) = \lambda_1 \int_0^t e^{-\lambda_1 t_1} (1 - e^{-\lambda_2 (t-t_1)}) dt_1 \quad (5)$$

$$G(t) = \lambda_1 \left[ \int_0^t e^{-\lambda_1 t_1} dt_1 - e^{-\lambda_2 t} \int_0^t e^{-t_1 (\lambda_1 - \lambda_2)} dt_1 \right] \quad (6)$$

$$G(t) = \lambda_1 \left[ \frac{1}{\lambda_1} (-e^{-\lambda_1 t_1}) \Big|_0^t - e^{-\lambda_2 t} \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} (-e^{-t_1 (\lambda_1 - \lambda_2)}) \Big|_0^t \right] \quad (7)$$

$$G(t) = \lambda_1 \left[ \frac{1}{\lambda_1} (-e^{-\lambda_1 t}) - \frac{e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_1 - \lambda_2} (-e^{-t (\lambda_1 - \lambda_2)}) \right] \quad (8)$$

$$G(t) = 1 - e^{-\lambda_1 t} - \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_1 t} \quad (9)$$

$$G(t) = 1 + e^{-\lambda_1 t} \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} - 1 \right) - \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_2 t} \quad (10)$$

$$G(t) = 1 + e^{-\lambda_1 t} \frac{\lambda_1 - \lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_2 t} \quad (11)$$

Odakle se dobija konačan oblik:

$$G(t) = 1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_2 t} \quad (12)$$

Po definiciji, gustina raspodele slučajne promenljive predstavlja prvi izvod funkcije raspodele, odnosno  $g(t) = G'(t)$ , tako da će u ovom slučaju biti:

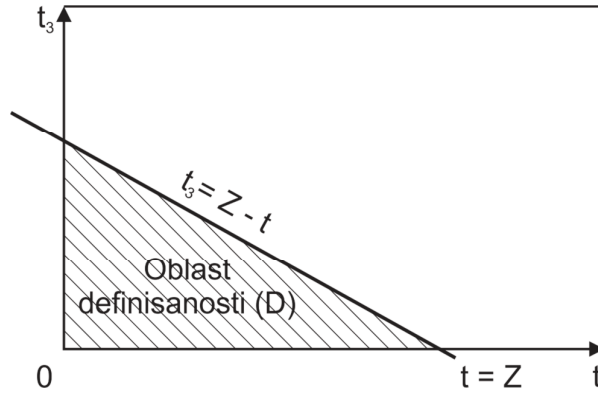
$$g(t) = \frac{-\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_1 t} - \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_2 t} \quad (13)$$

Odnosno, u konačnom obliku, gustina raspodele zbira dve nezavisne slučajne promenljive sa eksponencijalnom raspodelom sa različitim parametrima ( $\lambda_1 \neq \lambda_2$ ):

$$g(t) = \lambda_1 \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_2 t} \quad (14)$$

### Kompozicija tri slučajne promenljive

Sa  $F_3(t_3)$  označena je funkcija raspodele slučajne promenljive  $T_3$ , koja ima eksponencijalnu raspodelu sa parametrom  $\lambda_3$  ( $\lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \lambda_3$ ) i koja opisuje vreme rada do prvog otkaza. Gustina raspodele slučajne promenljive  $T_3$  je označena kao  $f_3(t_3)$  i njen oblik je  $f_3(t_3) = \lambda_3 e^{-\lambda_3 t_3}$ ,  $t_3 \in [0, \infty)$ . Zbir ove slučajne promenljive sa slučajnim promenljivim iz prethodne tačke ( $T_1$  i  $T_2$ ) može se predstaviti kao  $Z = T_1 + T_2 + T_3$ . Sa  $G(Z)$  označena je kompozicija ovih raspodela,  $Z = t_1 + t_2 + t_3 = t + t_3$ :



Slika 2 – Oblast definisanosti kompozicije tri slučajne promenljive

$$G(z) = P(Z < z) = P(t + t_3 < z) = \iint_{D_z} f(t, t_3) dt dt_3 \quad (15)$$

$$G(z) = \int_0^z \int_0^{z-t_3} g(t) f_3(t_3) dt dt_3$$

$$= \int_0^z \int_0^{z-t_3} \left( \lambda_1 \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_2 t} \right) \lambda_3 e^{-\lambda_3 t_3} dt dt_3 \quad (16)$$

Ovo se može napisati kao:

$$G(z) = \int_0^z \left( \lambda_1 \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_2 t} \right) dt \int_0^{z-t} \lambda_3 e^{-\lambda_3 t_3} dt_3 \quad (17)$$

Rešavanjem drugog integrala dobija se izraz:

$$G(z) = \int_0^z \left( \lambda_1 \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_2 t} \right) [1 - e^{-\lambda_3(z-t)}] dt \quad (18)$$

Množenjem izraza unutar integrala, dobija se:



$$G(z) = \int_0^z \left( \lambda_1 \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_2 t} \right) [1 - e^{-\lambda_3(z-t)}] dt \quad (19)$$

Množenjem izraza u zagradi dobija se integral oblika:

$$G(z) = \int_0^z \left[ \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} - \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t - \lambda_3 z + \lambda_3 t} + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_2 t} - \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_2 t - \lambda_3 z + \lambda_3 t} \right] dt \quad (20)$$

Gornji integral se može napisati u obliku četiri integrala:

$$G(z) = \int_0^z \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} dt - \int_0^z \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t - \lambda_3 z + \lambda_3 t} dt + \int_0^z \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_2 t} dt - \int_0^z \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_2 t - \lambda_3 z + \lambda_3 t} dt \quad (21)$$

Odnosno, u nešto sređenijem obliku:

$$G(z) = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \int_0^z e^{-\lambda_1 t} dt - \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_3 z} \int_0^z e^{-(\lambda_1 - \lambda_3)t} dt + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \int_0^z e^{-\lambda_2 t} dt - \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_3 z} \int_0^z e^{-(\lambda_2 - \lambda_3)t} dt \quad (22)$$

Rešavanjem ovih određenih integrala, dobija se izraz:

$$G(z) = -\frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} \Big|_0^z - \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_3 z} \left[ -\frac{1}{\lambda_1 - \lambda_3} e^{-(\lambda_1 - \lambda_3)t} \right] \Big|_0^z - \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_2 t} \Big|_0^z - \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_3 z} \left[ -\frac{1}{\lambda_2 - \lambda_3} e^{-(\lambda_2 - \lambda_3)t} \right] \Big|_0^z \quad (23)$$

Zamenom granica u gornji izraz, dobija se:

$$\begin{aligned}
 G(z) &= \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (1 - e^{-\lambda_1 t}) + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_1 - \lambda_3)} e^{-\lambda_1 z} - \\
 &- \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_1 - \lambda_3)} e^{-\lambda_3 z} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} (1 - e^{-\lambda_2 t}) + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_2 - \lambda_3)} e^{-\lambda_2 z} - \\
 &- \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_2 - \lambda_3)} e^{-\lambda_3 z}
 \end{aligned} \tag{24}$$

Sređivanjem ovog izraza, dobija se konačan oblik funkcije raspodele  $G(Z)$ , kompozicije tri slučajne promenljive sa eksponencijalnom raspodelom i različitim parametrima  $\lambda$  ( $\lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \lambda_3$ ).

$$\begin{aligned}
 G(z) &= 1 + \frac{\lambda_2 \lambda_3}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_1 - \lambda_3)} e^{-\lambda_1 z} + \frac{\lambda_1 \lambda_3}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_2 - \lambda_3)} e^{-\lambda_2 z} - \\
 &- \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_3)} e^{-\lambda_3 z}
 \end{aligned} \tag{25}$$

Gustina raspodele slučajne promenljive  $Z = T_1 + T_2 + T_3$  ( $T_i \sim \varepsilon(\lambda_i)$ ,  $\lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \lambda_3$ ) ima oblik:

$$\begin{aligned}
 g(z) = G'(z) &= \lambda_1 \frac{\lambda_2 \lambda_3}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} e^{-\lambda_1 z} + \lambda_2 \frac{\lambda_1 \lambda_3}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)} e^{-\lambda_2 z} \\
 &+ \lambda_3 \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} e^{-\lambda_3 z}
 \end{aligned} \tag{26}$$

Ili u opštem slučaju:

$$g(z) = \sum_{i=1}^n \lambda_i e^{-\lambda_i z} \prod_{k \in [1, n] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (27)$$

Koristeći izraz za kompoziciju raspodela, uopšteni oblik gustine raspodele zbira  $n$  slučajnih promenljivih sa eksponencijalnom raspodelom, pri čemu svaka od njih ima različit parametar  $\lambda$  ( $\lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \dots \neq \lambda_n$ ), biće:

$$f_n(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i e^{-\lambda_i t} \prod_{k \in [1, n] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (28)$$

## PRILOG 2

### DOKAZ TAČNOSTI OPŠTEG OBLIKA GUSTINE RASPODELE ZBIRA $n$ SLUČAJNIH PROMENLJIVIH SA EKSPONENCIJALNOM RASPODELOM I RAZLIČITIM PARAMETRIMA $\lambda$

Izraz

$$f_n(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i e^{-\lambda_i t} \prod_{k \in [1, n] \setminus \{i\}} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (1)$$

može se dokazati metodom matematičke indukcije. Pretpostavimo da je  $n = 2$ . U tom slučaju, izraz (1) postaje:

$$f_2(t) = \sum_{i=1}^2 \lambda_i e^{-\lambda_i t} \prod_{k \in [1, 2] \setminus \{i\}} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} = \lambda_1 \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_2 t} \quad (2)$$

Ako se pretpostavi da je iskaz tačan za  $n = m$ , treba dokazati da je tačan i za  $n = m + 1$ .

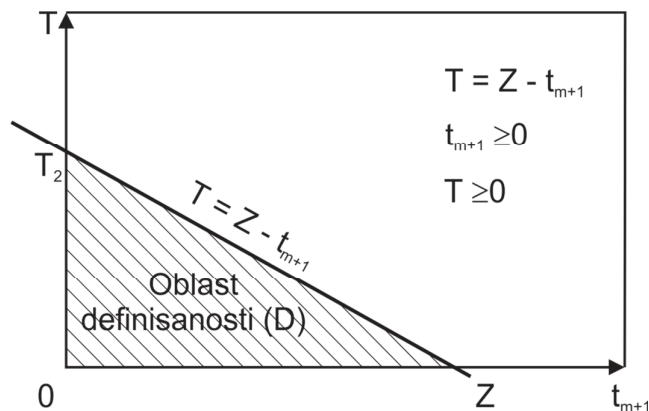
Dakle, posmatramo slučajnu promenljivu  $Z = t_1 + t_2 + \dots + t_m + t_{m+1} = T + t_{m+1}$ . Oblast definisanosti može da se predstavi kao na slici 1.

Funkcija raspodele slučajne promenljive  $Z$  po definiciji predstavlja:

$$G(z) = P(Z < z) = P(Y + X_{m+1} < z) = P(Y < z - X_{m+1}) \quad (3)$$

odnosno, ima oblik:

$$G(z) = \iint_D f(t_{m+1}, z) dt_{m+1} dz \quad (4)$$



Slika 3 – Oblast definisanosti slučajne promenljive Z koja predstavlja zbir slučajnih promenljivih sa eksponencijalnom raspodelom i različitim parametrima  $\lambda$

Daljim razvojem dobija se:

$$G(z) = \int_0^z \int_0^{z-t_{m+1}} \lambda_{m+1} e^{-\lambda_{m+1} t_{m+1}} \sum_{i=1}^m \lambda_i e^{-\lambda_i t} \prod_{k \in [1, m] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} dt_{m+1} dz \quad (5)$$

Rešavanjem unutrašnjeg integrala se dobija:

$$G(z) = \int_0^z \lambda_{m+1} e^{-\lambda_{m+1} t_{m+1}} \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{1}{\lambda_i} (1 - e^{-\lambda_i (z-t_{m+1})}) \prod_{k \in [1, m] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} dt_{m+1} \quad (6)$$

Sređivanjem ovog izraza, dobija se konačan oblik integrala:

$$G(z) = \int_0^z \sum_{i=1}^m \lambda_{m+1} e^{-\lambda_{m+1} t_{m+1}} (1 - e^{-\lambda_i (z-t_{m+1})}) \prod_{k \in [1, m] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} dt_{m+1} \quad (7)$$

Znak za sumu može se prebaciti ispred integrala, tako da se dobija izraz:

$$G(z) = \sum_{i=1}^m \int_0^z [\lambda_{m+1} e^{-\lambda_{m+1} t_{m+1}} - e^{-\lambda_i z} \lambda_{m+1} e^{-\lambda_{m+1} t_{m+1}} e^{-\lambda_i t_{m+1}}] \prod_{k \in [1, m] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} dt_{m+1} \quad (8)$$

Daljim sređivanjem dobijenog izraza dolazi se do oblika:

$$G(z) = \sum_{i=1}^m \left[ \frac{\lambda_{m+1}}{\lambda_{m+1}} (1 - e^{-\lambda_{m+1} z}) - e^{-\lambda_i z} \cdot \lambda_{m+1} \int_0^z e^{-(\lambda_{m+1} - \lambda_i) t_{m+1}} dt_{m+1} \right] \prod_{k \in [1, m] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} dt_{m+1} \quad (9)$$

Rešavanjem preostalog integralnog izraza u poslednjoj formuli, dobija se oblik:

$$G(z) = \sum_{i=1}^m \left[ 1 - e^{-\lambda_{m+1} z} - e^{-\lambda_i z} \cdot \frac{\lambda_{m+1}}{\lambda_{m+1} - \lambda_i} (1 - e^{-(\lambda_{m+1} - \lambda_i) z}) \right] \prod_{k \in [1, m] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (10)$$

Ostalo je da se ovaj izraz sredi:

$$G(z) = \sum_{i=1}^m \left[ 1 - e^{-\lambda_{m+1} z} - \frac{\lambda_{m+1}}{\lambda_{m+1} - \lambda_i} (e^{-\lambda_i z} - e^{-\lambda_{m+1} z}) \right] \prod_{k \in [1, m] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (11)$$

Daljim sređivanjem izraza se dobija:

$$G(z) = \sum_{i=1}^m \left[ 1 - e^{-\lambda_{m+1} z} - \frac{\lambda_{m+1}}{\lambda_{m+1} - \lambda_i} e^{-\lambda_i z} + \frac{\lambda_{m+1}}{\lambda_{m+1} - \lambda_i} e^{-\lambda_{m+1} z} \right] \prod_{k \in [1, m] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (12)$$

Ako unutar srednje zagrade izvučemo  $-e^{-\lambda_{m+1}z}$  kao zajednički član, gornji izraz se može napisati u obliku:

$$G(z) = \sum_{i=1}^m \left[ 1 - e^{-\lambda_{m+1}z} \left( 1 - \frac{\lambda_{m+1}}{\lambda_{m+1} - \lambda_i} \right) - \frac{\lambda_{m+1}}{\lambda_{m+1} - \lambda_i} e^{-\lambda_i z} \right] \prod_{k \in [1, m] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (13)$$

Odnosno, dobija se konačan oblik funkcije raspodele slučajne promenljive  $Z$  koja predstavlja zbir  $m+1$  slučajnih promenljivih sa eksponencijalnom raspodelom i različitim parametrima  $\lambda$  ( $\lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \dots \neq \lambda_n$ ):

$$G(z) = \sum_{i=1}^m \left[ 1 + \frac{\lambda_i}{\lambda_{m+1} - \lambda_i} e^{-\lambda_{m+1}z} - \frac{\lambda_{m+1}}{\lambda_{m+1} - \lambda_i} e^{-\lambda_i z} \right] \prod_{k \in [1, m] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (14)$$

Kako gustina raspodele predstavlja prvi izvod funkcije raspodele, gustinu raspodele  $g(z)$  ćemo dobiti određivanjem prvog izvoda utvrđene funkcije raspodele  $G(z)$ :

$$g(z) = G'(z) = \sum_{i=1}^m \left[ \frac{\lambda_{m+1} \cdot \lambda_i}{\lambda_i - \lambda_{m+1}} e^{-\lambda_{m+1}z} + \frac{\lambda_{m+1} \lambda_i}{\lambda_{m+1} - \lambda_i} e^{-\lambda_i z} \right] \prod_{k \in [1, m] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (15)$$

Izvlačenjem zajedničkog činioca ispred srednje zagrade poslednjeg izraza, dobija se:

$$g(z) = \sum_{i=1}^m \frac{\lambda_{m+1}}{\lambda_{m+1} - \lambda_i} [-\lambda_i e^{-\lambda_{m+1}z} + \lambda_i e^{-\lambda_i z}] \prod_{k \in [1, m] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (16)$$

Činilac izvučen ispred srednje zagrade se može uvrstiti u proizvod, tako da se proizvod kreće do  $m+1$ .

$$g(z) = \sum_{i=1}^m [\lambda_i e^{-\lambda_i z} - \lambda_i e^{-\lambda_{m+1} z}] \lambda_i e^{-\lambda_i z} \prod_{k \in [1, m+1] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (17)$$

Sređivanjem ovog izraza dobija se dvočlana formula oblika:

$$g(z) = \sum_{i=1}^m \lambda_i e^{-\lambda_i z} \prod_{k \in [1, m+1] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} - e^{-\lambda_{m+1} z} \sum_{i=1}^m \lambda_i \prod_{k \in [1, m+1] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (18)$$

Praktično, sume unutar oba člana poslednje formule se mogu povećati do  $m+1$ , jer se novouvedeni članovi potiru. Dakle, konačan oblik gustine raspodele zbira  $m+1$  slučajnih promenljivih sa eksponencijalnom raspodelom i različitim parametrima  $\lambda$  ima izgled:

$$g(z) = \sum_{i=1}^{m+1} \lambda_i e^{-\lambda_i z} \prod_{k \in [1, m+1] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} - e^{-\lambda_{m+1} z} \sum_{i=1}^{m+1} \lambda_i \prod_{k \in [1, m+1] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (19)$$

Sada treba dokazati da je drugi član dobijenog izraza za gustinu raspodele  $g(z)$  jednak nuli za svaku vrednost  $k$  i  $i$ , pri čemu je  $k \neq i$ . Ukoliko se dokaže da je:

$$\sum_{i=1}^{m+1} \lambda_i \prod_{k \in [1, m+1] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} = 0 \quad (20)$$

Onda je dokazano da je  $i$  jednačina:

$$f_m(t) = \sum_{i=1}^m \lambda_i e^{-\lambda_i t} \prod_{k \in [1, m] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (21)$$

za  $n = m + 1$  tačna.



## Dokaz

Ovo se može dokazati primenom Vandermondove determinante. Vandermondova determinanta ima oblik:

$$W(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) = \begin{vmatrix} 1 & \lambda_1 & \lambda_1^2 & \lambda_1^3 & \dots & \lambda_1^{n-1} \\ 1 & \lambda_2 & \lambda_2^2 & \lambda_2^3 & \dots & \lambda_2^{n-1} \\ 1 & \lambda_3 & \lambda_3^2 & \lambda_3^3 & \dots & \lambda_3^{n-1} \\ 1 & \lambda_4 & \lambda_4^2 & \lambda_4^3 & \dots & \lambda_4^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & \lambda_n & \lambda_n^2 & \lambda_n^3 & \dots & \lambda_n^{n-1} \end{vmatrix} \quad (21)$$

gde su sa  $\lambda_i$  označeni realni brojevi. Poznato je da je  $W(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) = (\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2) \dots (\lambda_n - \lambda_1)(\lambda_n - \lambda_2) \dots (\lambda_n - \lambda_{n-1})$ . Ova jednakost se može napisati i drugačije:

$$W(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) = \prod_{k \in [1, n] \setminus \{i\}} (\lambda_k - \lambda_i) \quad (22)$$

Prva kolona determinante (kolona sa jedinicama) može da se pomnoži brojem  $\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_n$ .

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_n \cdot W(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) =$$

$$= \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_n \cdot \begin{vmatrix} 1 & \lambda_1 & \lambda_1^2 & \lambda_1^3 & \dots & \lambda_1^{n-1} \\ 1 & \lambda_2 & \lambda_2^2 & \lambda_2^3 & \dots & \lambda_2^{n-1} \\ 1 & \lambda_3 & \lambda_3^2 & \lambda_3^3 & \dots & \lambda_3^{n-1} \\ 1 & \lambda_4 & \lambda_4^2 & \lambda_4^3 & \dots & \lambda_4^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & \lambda_n & \lambda_n^2 & \lambda_n^3 & \dots & \lambda_n^{n-1} \end{vmatrix} \quad (23)$$

posle čega se dobija determinanta oblika:

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_n \cdot W(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) =$$

$$= \begin{vmatrix} \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_n & \lambda_1 & \lambda_1^2 & \lambda_1^3 & \dots & \lambda_1^{n-1} \\ \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_n & \lambda_2 & \lambda_2^2 & \lambda_2^3 & \dots & \lambda_2^{n-1} \\ \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_n & \lambda_3 & \lambda_3^2 & \lambda_3^3 & \dots & \lambda_3^{n-1} \\ \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_n & \lambda_4 & \lambda_4^2 & \lambda_4^3 & \dots & \lambda_4^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_n & \lambda_n & \lambda_n^2 & \lambda_n^3 & \dots & \lambda_n^{n-1} \end{vmatrix} \quad (24)$$

Iz prve vrste poslednje dobijene determinante može se izvući član  $\lambda_1$  ispred determinante, iz druge vrste iste determinante može se izvući član  $\lambda_2$ , iz treće vrste  $\lambda_3$ , itd. Do poslednje  $n$ -te vrste iz koje se izvlači član  $\lambda_n$ . Izvučeni članovi se stavljaju ispred determinante, tako da se dobija:

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_n \cdot W(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) =$$

$$= \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_n \cdot \begin{vmatrix} \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \dots \cdot \lambda_n & 1 & \lambda_1 & \lambda_1^2 & \dots & \lambda_1^{n-2} \\ \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot \dots \cdot \lambda_n & 1 & \lambda_2 & \lambda_2^2 & \dots & \lambda_2^{n-2} \\ \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_n & 1 & \lambda_3 & \lambda_3^2 & \dots & \lambda_3^{n-2} \\ \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_n & 1 & \lambda_4 & \lambda_4^2 & \dots & \lambda_4^{n-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_{n-1} & 1 & \lambda_n & \lambda_n^2 & \dots & \lambda_n^{n-2} \end{vmatrix} \quad (25)$$

Kako je pretpostavka da je  $\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_n \neq 0$ , onda poslednju dobijenu jednakost možemo podeliti sa brojem  $\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_n$ . Kao rezultat dobija se:

$$W(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) = \begin{vmatrix} \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \dots \cdot \lambda_n & 1 & \lambda_1 & \lambda_1^2 & \dots & \lambda_1^{n-2} \\ \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot \dots \cdot \lambda_n & 1 & \lambda_2 & \lambda_2^2 & \dots & \lambda_2^{n-2} \\ \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_n & 1 & \lambda_3 & \lambda_3^2 & \dots & \lambda_3^{n-2} \\ \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_n & 1 & \lambda_4 & \lambda_4^2 & \dots & \lambda_4^{n-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_{n-1} & 1 & \lambda_n & \lambda_n^2 & \dots & \lambda_n^{n-2} \end{vmatrix} \quad (26)$$

Poslednja determinanta se može razviti po prvoj koloni, tako da se dobija:

$$W(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) = \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \dots \cdot \lambda_n \cdot W(\lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \dots \cdot \lambda_n) -$$

$$- \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot \dots \cdot \lambda_n \cdot W(\lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot \dots \cdot \lambda_n) + \dots + (-1)^{n-1} \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_{n-1} \cdot$$

$$\cdot W(\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_{n-1}) \quad (27)$$

Izraz:

$$\sum_{i=1}^n \prod_{k \in [1, n] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (28)$$

Može da se razvije u red:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \prod_{k \in [1, n] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} &= \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot \frac{\lambda_3}{\lambda_3 - \lambda_1} \cdot \dots \cdot \frac{\lambda_n}{\lambda_n - \lambda_1} + \\ &+ \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \cdot \frac{\lambda_3}{\lambda_3 - \lambda_2} \cdot \dots \cdot \frac{\lambda_n}{\lambda_n - \lambda_2} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_3} \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_3} \cdot \dots \cdot \frac{\lambda_n}{\lambda_n - \lambda_3} + \\ &+ \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_n} \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_n} \cdot \dots \cdot \frac{\lambda_{n-1}}{\lambda_{n-1} - \lambda_n} \end{aligned} \quad (29)$$

Sređivanjem ovog izraza dobija se:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \prod_{k \in [1, n] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} &= \frac{\lambda_2 \lambda_3 \dots \lambda_n}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1) \dots (\lambda_n - \lambda_1)} + \\ &+ \frac{\lambda_1 \lambda_3 \lambda_4 \dots \lambda_n}{(-1)(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2) \dots (\lambda_n - \lambda_2)} + \\ &+ \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_4 \dots \lambda_n}{(-1)^2(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)(\lambda_4 - \lambda_3) \dots (\lambda_n - \lambda_3)} + \dots + \\ &+ \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \dots \lambda_{n-1}}{(-1)^{n-1}(\lambda_n - \lambda_1)(\lambda_n - \lambda_2) \dots (\lambda_n - \lambda_{n-1})} \end{aligned} \quad (30)$$

Iz gornjeg izraza, član  $(-1)^{n-1}$  se iz imenioca poslednjeg razlomka prebacuje u brojilac, a zatim se prvi razlomak desne strane poslednje jednakosti proširuje sa determinantom  $W(\lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n)$ , drugi razlomak sa determinantom  $W(\lambda_1, \lambda_3, \dots, \lambda_n)$ , treći sa  $W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_4, \dots, \lambda_n)$  itd., tako da se poslednji razlomak proširuje sa determinantom  $W(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1})$ . Može se primetiti da su sada imenioci svih razlomaka jednaki Vandermondovoj determinanti  $W(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ , tako da se, s obzirom na izraz (29) dobija oblik:

$$\sum_{i=1}^n \prod_{k \in [1, n] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} = \frac{\lambda_2 \lambda_3 \dots \lambda_n W(\lambda_2 \lambda_3 \dots \lambda_n) - \lambda_1 \lambda_3 \dots \lambda_n W(\lambda_1 \lambda_3 \dots \lambda_n) + \dots + (-1)^{n-1} \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{n-1} W(\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{n-1})}{W(\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n)} \quad (31)$$

Kako brojilac u gornjem izrazu predstavlja razvoj Vandermondove determinante po kolonama, to se dobija:

$$\sum_{i=1}^n \prod_{k \in [1, n] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} = \frac{W(\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n)}{W(\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n)} = 1 \quad (32)$$

Slično ovome, izraz:

$$\sum_{i=1}^{m+1} \lambda_i \prod_{k \in [1, m+1] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (33)$$

može da se razvije u red:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i \prod_{k \in [1, n] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} = \lambda_1 \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \frac{\lambda_3}{\lambda_3 - \lambda_1} \dots \frac{\lambda_n}{\lambda_n - \lambda_1} + \lambda_2 \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \frac{\lambda_3}{\lambda_3 - \lambda_2} \dots \frac{\lambda_n}{\lambda_n - \lambda_2} + \dots$$

$$+ \lambda_3 \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_3} \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_3} \cdots \frac{\lambda_n}{\lambda_n - \lambda_3} + \cdots + \lambda_n \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_n} \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_n} \cdots \frac{\lambda_{n-1}}{\lambda_{n-1} - \lambda_n} \quad (34)$$

Sređivanjem ovog izraza dobija se:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \lambda_i \prod_{k \in [1, n] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} &= \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4 \cdots \lambda_n}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1) \cdots (\lambda_n - \lambda_1)} + \\ &+ \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \cdots \lambda_n}{(-1)(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2) \cdots (\lambda_n - \lambda_2)} + \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \cdots \lambda_n}{(-1)^2(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2) \cdots (\lambda_n - \lambda_{n-1})} \\ &+ \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \cdots \lambda_n}{(-1)^2(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)(\lambda_4 - \lambda_3) \cdots (\lambda_n - \lambda_3)} + \cdots + \\ &+ \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \cdots \lambda_n}{(-1)^{n-1}(\lambda_n - \lambda_1)(\lambda_n - \lambda_2) \cdots (\lambda_n - \lambda_{n-1})} \end{aligned} \quad (35)$$

Poslednji izraz se može napisati u obliku:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \lambda_i \prod_{k \in [1, n] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} &= \frac{\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_n W(\lambda_2 \lambda_3 \cdots \lambda_n) - \lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_n W(\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_n) + \cdots + \\ &+ (-1)^{n-1} \lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_n W(\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_{n-1})}{W(\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_n)} \end{aligned} \quad (36)$$

Treba primetiti da brojilac u gornjem izrazu predstavlja razvoj sledeće determinante po prvoj koloni:

$$D = \begin{vmatrix} \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdots \lambda_n & 1 & \lambda_1 & \lambda_1^2 & \cdots & \lambda_1^{n-2} \\ \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdots \lambda_n & 1 & \lambda_2 & \lambda_2^2 & \cdots & \lambda_2^{n-2} \\ \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdots \lambda_n & 1 & \lambda_3 & \lambda_3^2 & \cdots & \lambda_3^{n-2} \\ \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdots \lambda_n & 1 & \lambda_4 & \lambda_4^2 & \cdots & \lambda_4^{n-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdots \lambda_n & 1 & \lambda_n & \lambda_n^2 & \cdots & \lambda_n^{n-2} \end{vmatrix} \quad (37)$$

Takođe, primećuje se da su prve dve kolone dobijene determinante proporcionalne, što ukazuje na činjenicu da je determinanta jednaka nuli, pa je i polazni izraz jednak nuli:

$$\sum_{i=1}^{m+1} \lambda_i \prod_{k \in [1, m+1] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (38)$$

Ovim je dokaz završen i može se smatrati da je gustina raspodele slučajne promenljive koja predstavlja zbir  $n$  slučajnih promenljivih sa eksponencijalnom raspodelom i različitim parametrima  $\lambda$  ( $\lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \dots \neq \lambda_n$ ) jednaka:

$$g(z) = \sum_{i=1}^{m+1} \lambda_i e^{-\lambda_i z} \prod_{k \in [1, m+1] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (39)^3$$

---

<sup>3</sup> Nakod izrade ovog modela naišao sam na website <http://www.math.bme.hu/~balazs/util.html> na kome je Dr Márton Balázs , na Institutu za matematiku na Univerzitetu u Budimpešti, ovaj izraz dobio na vrlo sličan način.

### PRILOG 3

$$\mu_n = H(t) = M[N(t)] = \sum_{n=0}^{\infty} nP[N(t) = n] = \sum_{n=1}^{\infty} nP[N(t) = n] \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \mu_n = \sum_{n=0}^{\infty} n[F_n(t) - F_{n+1}(t)] &= 1 \cdot F_1(t) - 1 \cdot F_2(t) + 2 \cdot F_2(t) - 2 \cdot F_3(t) + \\ &+ 3 \cdot F_3(t) - 3 \cdot F_4(t) + \dots \end{aligned} \quad (2)$$

Sređivanjem ovog izraza dobija se:

$$\mu_n = F_1(t) + F_2(t) + F_3(t) + \dots + F_n(t) + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t) \quad (3)$$

Dalje, ovaj izraz se može razviti:

$$\mu_n = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^t f_n(t) dt = \int_0^t f_1(t) dt + \sum_{n=2}^{\infty} \int_0^t f_n(t) dt \quad (4)$$

Zamenom opšteg oblika funkcije u poslednjoj jednačini njenim stvarnim oblikom, dobija se:

$$\mu_n = \int_0^t \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} dt + \sum_{n=2}^{\infty} \int_0^t \sum_{i=1}^n \lambda_i e^{-\lambda_i t} \prod_{k \in [1, n] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} dt \quad (5)$$

Rešavanjem ovog integrala dobija se traženi izraz za srednju vrednost:

$$\mu_N = 1 - e^{-\lambda_1 t} + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{i=1}^j (1 - e^{-\lambda_i t}) \prod_{k \in [1, n] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (6)$$

Dobijeni izraz za srednju vrednost  $\mu_n$  je opšteg karaktera u teoretskom smislu. Međutim, u praksi vanredni događaji spadaju u retke događaje, tako da se nikada neće desiti da u posmatranom periodu bude više od 5 vanrednih događaja.

Disperzija

Po definiciji disperzija je jednaka:

$$\sigma_n^2 = M[N^2(t)] - M^2[N(t)] \quad (7)$$

Izraz za srednju vrednost  $M[N(t)] = \mu_n$  je poznat (izveden u prethodnoj tački). Izraz  $M[N^2(t)]$  je nepoznat i treba ga izvesti:

$$M[N^2(t)] = \sum_{n=0}^{\infty} n^2 P[N(t) = n] = \sum_{n=0}^{\infty} n^2 [F_n(t) - F_{n+1}(t)] \quad (8)$$

Daljim razvijanjem poslednje jednakosti, dobija se:

$$\begin{aligned} M[N^2(t)] &= 1 \cdot F_1(t) - 1 \cdot F_2(t) + 4 \cdot F_2(t) - 4 \cdot F_3(t) + \\ &+ 9 \cdot F_3(t) - 9 \cdot F_3(t) + \dots \end{aligned} \quad (9)$$

Sređivanjem poslednjeg izraza, dobija se:

$$M[N^2(t)] = F_1(t) + 3 \cdot F_2(t) + 5 \cdot F_3(t) + 7 \cdot F_4(t) + \dots + (2n - 1)F_n(t) + \dots$$

Dakle, izraz za  $M[N^2(t)]$  se može napisati kao:



$$M[N^2(t)] = \sum_{n=1}^{\infty} (2n-1)F_n(t) \quad (10)$$

Dalje, ovaj izraz se može razložiti na dva člana:

$$M[N^2(t)] = F_1(t) + \sum_{n=2}^{\infty} (2n-1) \int_0^t f_n(t) dt \quad (11)$$

Kako su nam poznate funkcije  $F_1(t)$  i oblik funkcije  $f_n(t)$ , poslednji izraz postaje:

$$M[N^2(t)] = 1 - e^{-\lambda_1 t} + \sum_{n=2}^{\infty} (2n-1) \int_0^t \sum_{i=1}^n \lambda_i e^{-\lambda_i t} \prod_{k \in [1, n] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} dt \quad (12)$$

Rešavanjem integrala u poslednjem izrazu, dobija se:

$$M[N^2(t)] = 1 - e^{-\lambda_1 t} + \sum_{n=2}^{\infty} (2n-1) \sum_{i=1}^n (1 - e^{-\lambda_i t}) \prod_{k \in [1, n] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (13)$$

Sada su oba člana polazne formule za  $\sigma_n^2$  (7), poznata, tako da je konačan oblik disperzije:

$$\sigma_N^2 = 1 - e^{-\lambda_1 t} + \sum_{n=2}^{\infty} (2n-1) \sum_{i=1}^n (1 - e^{-\lambda_i t}) \prod_{k \in [1, n] \setminus i} \frac{\lambda_k}{\lambda_k - \lambda_i} - \mu_N^2 \quad (14)$$

## PRILOG 4

### ISTRAŽIVANJE POSTOJANJA SKLONOSTI KA VANREDNIM DOGAĐAJIMA KOD POJEDINIH GRUPE MAŠINOVODA

Teorija sklonosti ka saobraćajnim nezgodama se pojavila početkom prošlog veka, a njeni tvorc i osnivači su Greenwood i Woods. Oni su prvi primetili da povrede radnika koji su radili početkom prošlog veka u jednoj britanskoj fabrici municije nisu ravnomerno raspoređene. Uočili su da postoje radnici kod kojih se povrede češće dešavaju. U svom radu [3] pokušali su da ustanove da li je ta razlika u neravnomernoj raspoređenosti povreda među radnicima u fabrici slučajna ili postoji veća predispozicija nekih od njih ka povredama. Ovo istraživanje predstavlja začetak teorije sklonosti.

Teorija sklonosti se bazira na pretpostavci da postoji konstantna, nejednaka osetljivost osoba ka nezgodama. Ova teorija je pobudila mnogo interesovanja, tako da su se pored statističara, ovom teorijom bavili i brojni psiholozi sa ciljem da utvrde način i mogućnost diferencijacije različitih sklonosti pojedinih osoba ka nezgodama.

#### METODE ZA UTVRĐIVANJE SKLONOSTI

Postoje dva osnovna statistička pristupa za ispitivanje teorije sklonosti ka nezgodama. Prvi pristup se sastoji u analizi i u poređenju raspodele nezgoda sa teorijskim raspodelama verovatnoća koje na različit način objašnjavaju uzroke nastanka saobraćajnih nezgoda. To je, zapravo, pristup nejednake raspodele saobraćajnih nezgoda među osobama koje čine grupu učesnika izloženih istom riziku u posmatranom periodu.

Drugi pristup je jednostavna korelaciona analiza podataka o saobraćajnim nezgodama u dva uzastopna ili različita vremenska perioda. Osnovna ideja kod ovog pristupa je pretpostavka da će osobe koje imaju određen broj nezgoda u jednom vremenskom periodu, takođe imati sličan broj nezgoda i u drugom periodu. Step en povezanosti

(koeficijent korelacije) broja napravljenih saobraćajnih nezgoda u dva posmatrana vremenska perioda predstavlja test teorije sklonosti.

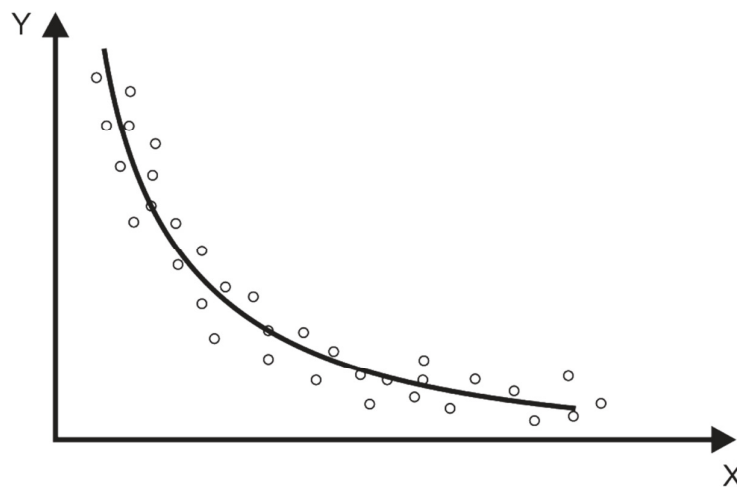
Pri izradi doktorske disertacije došlo se na ideju da se primene još dve statističke metode u svrhu utvrđivanja postojanja sklonosti ka vanrednim događajima kod pojedinih grupa mašinovođa. Prva metoda se zasniva na primeni statističkog testa srednjih vrednosti vremenskih intervala između vanrednih događaja dva osnovna skupa mašinovođa, u cilju utvrđivanja da li dve posmatrane grupe mašinovođa pripadaju istoj populaciji sa stanovišta njihove sklonosti ka vanrednim događajima. Ukoliko bi se primenom ove metodologije pokazalo da nema statistički značajnih razlika srednjih vrednosti posmatranih grupa mašinovođa, to bi ukazivalo na zaključak da nema ni razlike u pogledu sklonosti ka vanrednim događajima između te dve grupe mašinovođa. Ukoliko se ispitavanjem pomenutih aritmetičkih sredina ustanovi da kod različitih grupa mašinovođa postoje razlike srednjih vrednosti intervala između vanrednih događaja, onda je moguće definisati i razlike u stepenu rizičnosti između mašinovođa, što kod klasične metode primenom korelacione analize nije moguće.

U istu svrhu može se primeniti test  $\lambda$  - Kolmogorov i test Kolmogorov – Smirnov. Ovim testovima se utvrđuje da li posmatrane grupe mašinovođa pripadaju istom skupu sa aspekta njihove sklonosti ka vanrednim događajima. Ukoliko se pokaže da posmatrane grupe mašinovođa ne pripadaju istoj populaciji, onda nema osnova za prihvatanje hipoteze da ne postoji razlika u pogledu sklonosti između pojedinih grupa mašinovođa. Pored toga, ovaj test se može iskoristiti i kao verifikacija rezultata dobijenih primenom testa aritmetičkih sredina vremenskih intervala između dva vanredna događaja.

## METODA KORELACIONE ANALIZE

Ponašanje nekog parametra (karakteristike) je, najčešće uslovljeno delovanjem jednog ili više spoljašnjih faktora. Vrlo često je potrebno utvrditi način i meru uticaja tih faktora na posmatranu karakteristiku, odnosno uspostaviti funkcionalnu vezu, ukoliko ona postoji, između ovih faktora.

Pretpostavimo da posmatramo dva skupa elemenata koje ćemo označiti sa  $X$  i  $Y$ . Neka elementi  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) pripadaju skupu  $X$ . Analogno tome, elementi  $y_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) pripadaju drugom skupu  $Y$ . Uređene dvojke  $(x_i, y_i)$  za  $\forall i$ , gde  $i \in [1, 2, \dots, n]$ , mogu da se predstave u Dekartovom koordinatnom sistemu. Posmatrajući raspored tačaka u koordinatnom sistemu predstavljenih uređenim parovima  $(x_i, y_i)$ , može da se uoči oblik krive kojom se aproksimativno mogu obuhvatiti sve prikazane tačke i na taj način ustanoviti zavisnost između posmatrana dva skupa  $X$  i  $Y$  (slika 1).



Slika 1 – Primer oblika krive kojom se može aproksimirati zavisnost dve promenljive

Elementi  $x_i$  skup  $X$  predstavljaju realizacije slučajne promenljive  $X$ . Slično, elementi skupa  $Y$  predstavljaju realizacije slučajne promenljive  $Y$ . U literaturi, slučajna promenljiva  $X$  je poznata kao nezavisna, a promenljiva  $Y$  se naziva zavisnom slučajnom promenljivom. Najčešće korišćeni oblici zavisnosti koji se mogu susresti u praksi su:

a) linearna kriva:  $y = a_0 + a_1 x$

b) parabola  $n$ -tog reda:  $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$

c) hiperbola:  $y = \frac{1}{a_0 + a_1 x}$

d) eksponencijalna kriva:  $y = ab^x$

e) geometrijska kriva:  $y = ax^b$

f) logistička kriva:  $y = \frac{1}{ab^x + c}$

Ako se utvrdi tip aproksimativne krive, moguće je odrediti konstante u gornjim jednačinama. Neka je raspored tačaka  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  približno linearan. Jasno je da treba odrediti koeficijente  $a_0$  i  $a_1$  u jednačini  $y = a_0 + a_1x$ , tako da zbir kvadrata odstupanja:

$$S(a_0, a_1) = (a_0 + a_1x_1 - y_1)^2 + (a_0 + a_1x_2 - y_2)^2 + \dots + (a_0 + a_1x_n - y_n)^2 \quad (1)$$

bude najmanji. Potreban i dovoljan uslov da funkcija  $S(a_0, a_1)$  dostigne minimum izražava se jednakostima:

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = 2 \sum_{i=1}^n (a_0 + a_1x_i - y_i) = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = 2 \sum_{i=1}^n x_i(a_0 + a_1x_i - y_i) = 0 \quad (2)$$

odakle se dobija sistem jednačina za određivanje koeficijenata  $a_0$  i  $a_1$ :

$$na_0 + a_1 \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$a_0 \sum_{i=1}^n x_i + a_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i \quad (3)$$

Rešavanjem ovog sistema jednačina dobijaju se vrednosti za koeficijente  $a_0$  i  $a_1$ <sup>4</sup>.

---

<sup>4</sup> Izvođenje preuzeto iz knjige [14] S. Vukadinović and J. Popović, *Matematička statistika*, 3th ed. Beograd: Saobraćajni fakultet u Beogradu, 2008.

Međutim, mnoge pojave ili obeležja statističkog skupa variraju, ne pod uticajem jednog faktora, već pod istovremenim uticajem dva ili više faktora. Merenje ovakvih višestrukih korelacija zasnovano je na istim principima na kojima je zasnovano merenje korelacije između dva obeležja, od kojih se jedno uzima kao zavisna a drugo kao nezavisna promenljiva. U cilju lakšeg razumevanja posmatraće se linearna veza između promenljivih. Neka promenljiva  $x_1$  predstavlja zavisnu promenljivu, a promenljive  $x_2, x_3, x_4, \dots, x_n$  nezavisne promenljive, dok su njihove realizacije  $x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, \dots$  ( $i = 1, 2, 3, \dots$ ). Jednačina regresije ima oblik  $x_1 = a_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + \dots + b_nx_n$ . Da bi se istaklo da se konstanta  $a_1$  odnosi na funkciju  $x_1$  i da je nezavisna od faktora  $x_2$  i  $x_3$ , oni u indeksu sadrže dve cifre levo od tačke i jednu cifro desno. Cifre levo označavaju na koju se regresiju odnosi koeficijent, a cifra desno označava koje se druge nezavisne promenljive nalaze u jednačini. Primera radi, koeficijent  $b_{12.3}$  označava koeficijent koji se nalazi ispred nezavisne promenljive  $x_2$  u regresiji koja izražava  $x_1$  pomoću  $x_2$  i  $x_3$ . Dakle, jednačina regresije  $x_1$  po  $x_2$  i  $x_3$  je oblika  $x_1 = a_{1.23} + b_{12.3}x_2 + b_{13.2}x_3$ . Pod uslovom da zbir kvadrata odstupanja:

$$S_{1.23}^2 = \frac{1}{n} \sum_i (a_{1.23} + b_{12.3}x_{2i} + b_{13.2}x_{3i} - x_{1i})^2 \quad (4)$$

dostigne minimum, dobija se sistem jednačina oblika:

$$\begin{aligned} \sum x_{1i} &= a_{1.23}n + b_{12.3} \sum x_{2i} + b_{13.2} \sum x_{3i} \\ \sum x_{1i}x_{2i} &= a_{1.23} \sum x_{2i} + b_{12.3} \sum x_{2i}^2 + b_{13.2} \sum x_{2i}x_{3i} \\ \sum x_{1i}x_{3i} &= a_{1.23} \sum x_{3i} + b_{12.3} \sum x_{2i}x_{3i} + b_{13.2} \sum x_{3i}^2 \end{aligned} \quad (5)$$

Rešavanjem ovog sistema jednačina dobijaju se koeficijenti  $a_{1.23}$ ,  $b_{12.3}$  i  $b_{13.2}$ .

## UTVRĐIVANJE POSTOJANJA SKLONOSTI RADNIKA KA VANREDNIM DOGAĐAJIMA METODOM TESTIRANJA SREDNJIH VREDNOSTI

Pokazalo se da klasična metoda, primenom korelacione analize, ne daje dobre rezultate kod ispitivanja pojava sa malom verovatnoćom realizacije. Iz tog razloga, ukazala se potreba za primenom neke nove metode koja bi i u takvim uslovima davala prihvatljivije rezultate.

Sa druge strane, osnovni nedostatak klasične metode ispitivanja postojanja sklonosti ka pojedinim pojavama primenom korelacione analize je što ova metoda ne daje mogućnost utvrđivanja postojanja različitih sklonosti ka određenim pojavama. Ona se pokazuje kao dobra metoda samo kod utvrđivanja da li postoji ili ne postoji izvesna sklonost ka ispitivanim pojavama, ali na pitanje kolika je ta sklonost ova metoda ne može da da odgovor. Drugim rečima, klasična metoda ne daje meru sklonosti ka određenim pojavama.

Upravo iz ova dva razloga, nemogućnosti primene klasične metode na događaje sa manjom verovatnoćom realizacije i nemogućnosti dobijanja mere sklonosti ka određenim pojavama, bilo je potrebno primeniti i model kojim se prevazilaze oba pomenuta problema.

Kod testiranja jednakosti srednjih vrednosti mora se voditi računa o tome da li posmatrani skupovi čine veliki ili mali statistički uzorak. Ako skup elemenata u uzorku prevazilazi 30, tada se taj uzorak može posmatrati kao veliki uzorak. U suprotnom radi se o malom statističkom uzorku.

Ako se posmatraju dva skupa mašinovođa sa  $n_1$  i  $n_2$  mašinovođa, sa  $m_1$  i  $m_2$  napravljenih vanrednih događaja i sa aritmetičkim sredinama vremena između dva uzastopna vanredna događaja  $\bar{X}_1$  i  $\bar{X}_2$ , od interesa je utvrditi da li je razlika srednjih vremenskih intervala između vanrednih događaja slučajna (beznačajna) ili je statistički značajna. Dakle, posmatra se najpre hipoteza  $H_0(\mu_1 = \mu_2)$  u odnosu na alternativnu hipotezu  $H_1(\mu_1 \neq \mu_2)$ . Ukoliko nema pomenute razlike između aritmetičkih sredina

ispitivanih vremenskih intervala između dva susedna vanredna događaja za pomenuta dva skupa mašinovođa, tada razlika  $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$  ima normalnu raspodelu sa parametrima:

$$\bar{X} = \bar{X}_1 - \bar{X}_2 = 0 \quad (6)$$

$$S = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} \quad (7)$$

gde je  $S$  standardno odstupanje za posmatrane dve grupe mašinovođa, a  $s_1$  i  $s_2$  su standardna odstupanja svakog od dva pomenuta skupa mašinovođa. Ukoliko je broj posmatranih mašinovođa u ova dva skupa mali onda se veličina  $S$  računa na malo drugačiji način:

$$S_{\bar{X}_1\bar{X}_2} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1) \hat{s}_1^2 + (n_2 - 1) \hat{s}_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \quad (8)$$

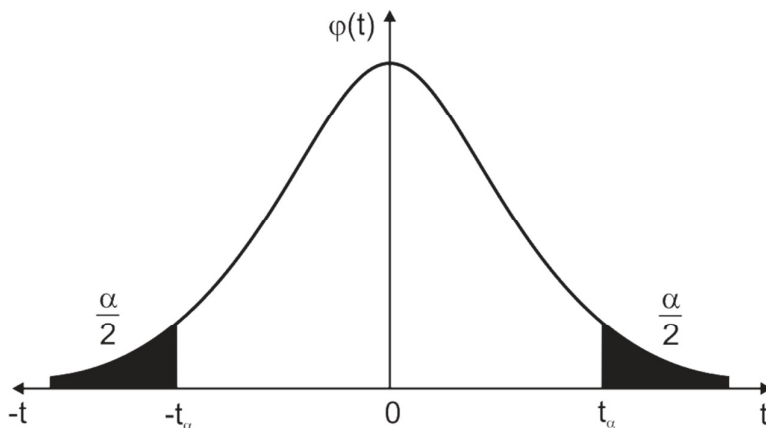
Uvodi se standardizovana slučajna promenljiva:

$$t = \frac{\bar{X} - 0}{S} \quad (9)$$

koja ima normalnu raspodelu  $N(0, 1)$  ako je broj mašinovođa u posmatranim skupovima veliki, odnosno Studentovu raspodelu ako je taj broj mašinovođa u skupovima mali. Ukoliko apsolutna vrednost standardizovane slučajne promenljive  $t$  koja ima normalnu raspodelu, ispunjava uslov,  $|t| > 1,96 = t_{0,05}$ , tada razlika aritmetičkih sredina vremenskih intervala za posmatrane grupe mašinovođa nije slučajna i sa rizikom od 5% prihvata se alternativna hipoteza da se radi o dva skupa mašinovođa koji pripadaju različitim klasama sa aspekta njihove sklonosti ka vanrednim događajima. Međutim, ukoliko standardizovana slučajna promenljiva ispunjava uslov  $|t| > 2,58 = t_{0,01}$ , tada se alternativna hipoteza o 2 različita skupa mašinovođa prihvata sa rizikom od 1%.



Konačno, ukoliko je  $|t| < 1,96 = t_{0,05}$  ili  $|t| < 2,58 = t_{0,01}$ , u tom slučaju aritmetičke sredine vremenskih intervala između dva susedna vanredna događaja posmatrane grupe mašinovođa je slučajna i beznačajna, i tada se prihvata hipoteza da se radi o istoj klasi mašinovođa sa aspekta njihove rizičnosti (slika 2).

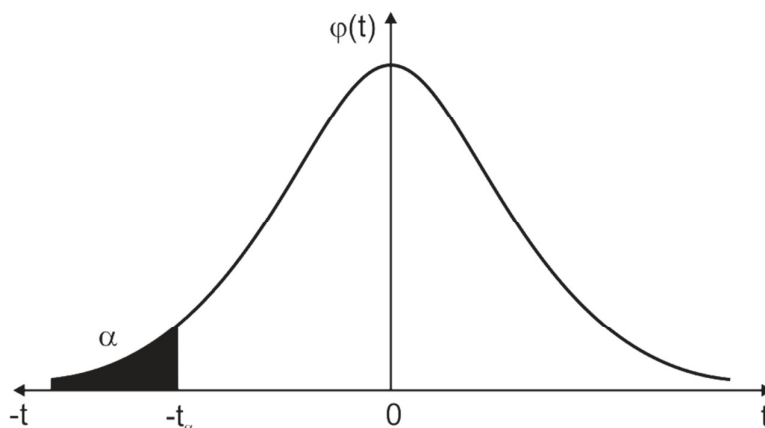


Slika 2 – Dvostrani test za hipotezu  $H_0(\mu_1 = \mu_2)$  u odnosu na alternativnu hipotezu  $H_1(\mu_1 \neq \mu_2)$ ;  $t_\alpha = 1,96$  za rizik  $\alpha = 0,05$ , odnosno  $t_\alpha = 2,58$  za  $\alpha = 0,01$

Ukoliko je broj posmatranih mašinovođa mali, tada standardizovana slučajna  $t$  ima studentovu raspodelu sa  $k = n_1 + n_2 - 2$  stepeni slobode. Da bi se ustanovilo da li se radi o istoj klasi mašinovođa sa aspekta sklonosti ka vanrednim događajima potrebno je izračunati veličine  $t_{0,05}^k$  i  $t_{0,01}^k$  za odgovarajuće verovatnoće 0,95 i 0,99.

Ukoliko standardizovana slučajna promenljiva  $t$  ispunjava uslov  $|t| \leq t_{0,05}^k$ , tada se usvaja da se radi o istoj klasi mašinovođa sa aspekta njihove sklonosti ka pravljenju vanrednih događaja. U suprotnom, radi se o dve klase mašinovođe sa različitim stepenom rizika i to se usvaja sa rizikom od 5%. Potpuno ista analogija se primenjuje u slučaju kada slučajna promenljiva  $t$  ispunjava uslov  $|t| \leq t_{0,01}^k$ .

U slučaju kada se testira hipoteza  $H_0(\mu_1 = \mu_2)$  u odnosu na alternativnu hipotezu  $H_1(\mu_1 < \mu_2)$ , tada se koristi test sa levostranom kritičnom oblašću. (slika 3), određen nejednakošću  $t \leq t_\alpha$ , a vrednost  $t_\alpha$  određuje iz uslova  $P = (t \leq t_\alpha) = \alpha$ . Vrednosti za  $t_\alpha$  dobijaju se iz tabele za normalnu raspodelu, za  $\alpha = 0,05$  i  $\alpha = 0,01$ .

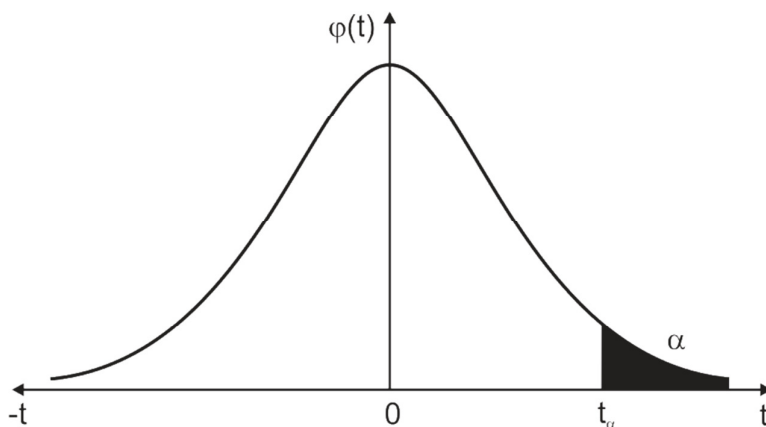


Slika 3 – Levostrani test za hipotezu  $H_0(\mu_1 = \mu_2)$  u odnosu na alternativnu hipotezu  $H_1(\mu_1 < \mu_2)$ ;  $t_\alpha = 1,645$  za rizik  $\alpha = 0,05$ , odnosno  $t_\alpha = 2,33$  za  $\alpha = 0,01$

Slično ovome, u slučaju kada se testira hipoteza  $H_0(\mu_1 = \mu_2)$  u odnosu na alternativnu hipotezu  $H_1(\mu_1 > \mu_2)$ , tada se koristi test sa desnostranom kritičnom oblašću (slika 4), određen nejednakošću  $t \geq t_\alpha$ , a vrednost  $t_\alpha$  određuje iz uslova  $P = (t \geq t_\alpha) = \alpha$ . Vrednosti za  $t_\alpha$  dobijaju se iz tabele za Normalnu raspodelu za  $\alpha = 0,05$  i  $\alpha = 0,01$ .

#### $\lambda$ – KOLMOGOROV TEST I TEST KOLMOGOROV – SMIRNOV

U slučaju kada se proizvoljna empirijska raspodela verovatnoća poredi sa teorijskom, neprekidnom raspodelom verovatnoća, najčešće se koristi  $\chi^2$  – test. Međutim, u cilju verifikacije hipoteze o saglasnosti te dve raspodele verovatnoća, često je pogodno primeniti test, u literaturi poznat kao Kolmogorov - Smirnov test. Ruski matematičar Andrej Kolmogorov je prvi dokazao da je apsolutna vrednost maksimalne razlike empirijske funkcije raspodele i pretpostavljene teorijske:



Slika 4 – Desnostrani test za hipotezu  $H_0(\mu_1 = \mu_2)$  u odnosu na alternativnu hipotezu  $H_1(\mu_1 > \mu_2)$ ;  $t_\alpha = 1,645$  za rizik  $\alpha = 0,05$ , odnosno  $t_\alpha = 2,33$  za  $\alpha = 0,01$

$$D_n = \max_{-\infty < x < \infty} |F_n(x) - F(x)| \quad (10)$$

gde je  $n$  broj mašinovođa u uzorku i predstavlja slučajnu promenljivu koja ima svoju raspodelu verovatnoća. Tačnije, on je došao do funkcije raspodele verovatnoća slučajne promenljive  $D_n\sqrt{n}$ .

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(D_n\sqrt{n} < \lambda) = \lim_{n \rightarrow \infty} P\left(D_n < \frac{\lambda}{\sqrt{n}}\right) = Q(\lambda) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k e^{-2k^2\lambda^2} \quad (11)$$

Neka slučajna promenljiva  $X$  ima neprekidnu raspodelu okarakterisanu funkcijom raspodele  $F(x)$ . Iz te populacije izvlači se uzorak od najmanje nekoliko desetina elemenata i formira empirijska funkcija raspodele  $F_n(x)$ , kao i veličina  $D_n$ . Da bi se verifikovala hipoteza o slaganju empirijske i pretpostavljene teorijske raspodele s pouzdanosti  $1 - \alpha$ , određuje se vrednost za  $\lambda_\alpha$  (iz odgovarajuće tabele), takva da je  $Q(\lambda_\alpha) = 1 - \alpha$ . Ako je ispunjen uslov  $D_n\sqrt{n} < \lambda_\alpha$ , tada nema osnova da se odbaci hipoteza o saglasnosti empirijske i pretpostavljene teorijske raspodele. U suprotnom, ako je  $D_n\sqrt{n} \geq \lambda_\alpha$ , onda se hipoteza odbacuje s rizikom  $\alpha$ .

Test Kolmogorova može da se primeni i za testiranje da li dva uzorka obima  $n_1$  i  $n_2$  pripadaju istoj generalnoj populaciji, koja se ne precizira, odnosno čija raspodela nije poznata. Izračunava se razlika  $D_{n_1, n_2} = \max |F_{n_1}(x) - F_{n_2}(x)|$ , gde su  $F_{n_1}(x)$  i  $F_{n_2}(x)$  empirijske funkcije raspodele uzoraka. Veličina  $\lambda$  računa se prema obrascu:

$$\lambda = \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}} \cdot D_{n_1, n_2} \quad (12)$$

Ako je:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left( D_{n_1, n_2} \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}} > \lambda_\alpha \right) = 1 - Q(\lambda_\alpha) < 0,05 = \alpha \quad (13)$$

Ovo proširenje testa  $\lambda$  – Kolmogorova izveo je Smirnov zbog čega se u ovom slučaju test naziva test Kolmogorov – Smirnova. Ovaj test će biti primenjen kao još jedna potvrda dobijenih rezultata kod ispitivanja sklonosti radnika ka vanrednim događajima.

## BIOGRAFSKI PODACI KANDIDATA

Mr Norbert Pavlović, dipl. inž. saobraćaja rođen je 25. septembra 1969. godine u Minhenu (Nemačka). Osnovnu i srednju školu završio je u Beogradu. Diplomirao je 1998. godine na Univerzitetu u Beogradu – Saobraćajni fakultet kao redovan student na Odseku za železnički saobraćaj i transport. Prosečna ocena na redovnim studijama iznosila je 8,12. Diplomski rad sa temom „MODELIRANJE TEHNOLOGIJE I KAPACITETA STANICE BEOGRAD CENTAR SA PRIKLJUČNIM PRUGAMA” ocenjen je sa ocenom 10, a te iste godine je i bio nagrađen od Privredne Komore Beograda kao najbolji diplomski rad za tu godinu.

Odmah po završenim redovnim studijama zaposlio se na Saobraćajnom fakultetu na period od godinu dana preko Tržišta rada. Sledeće godine, u aprilu 1999. godine zaposlio se u ŽTP „Beograd” na radnom mestu Vodeći inženjer tehnolog. Posle položenog stručnog ispita, čime je stekao mogućnost samostalnog rada u struci, godinu dana radio je u Sektoru za saobraćajno-transportne poslove u odeljenju za propise i lagane vožnje.

U aprilu 2001. godine prelazi na fakultet gde radi u zvanju asistenta pripravnika na Katedri za eksploataciju železnica, železničke pruge, stanice i čvorove na predmetima „Osnovi funkcionisanja železnice” i „Bezbednost železničkog saobraćaja”. Na tom radnom mestu radi i danas.

Poslediplomske studije na Univerzitetu u Beogradu - Saobraćajni fakultet upisao je odmah po završenim dodiplomskim studijama i položio sve ispite sa prosečnom ocenom 10,00. Magistarsku tezu pod naslovom „ISTRAŽIVANJE POUZDANOSTI RADA ŽELEZNIČKOG OSOBLJA S POSEBNIM.OSVRTOM NA MAŠINOVOĐE ŽTP BEOGRAD” odbranio je 29. oktobra 2004. na istom fakultetu.

Govori engleski jezik.

Kao autor ili koautor objavio je tri rada u međunarodnim časopisima sa impakt faktorom, kao i 30 radova i saopštenja na domaćim i međunarodnim naučnim skupovima i konferencijama. Kao član autorskog tima učestvovao je u izradi 23 naučno-istraživačkih i stručnih studija i projekata. Učestvovao je na izradi više ekspertiza iz oblasti bezbednosti železničkog saobraćaja.

**Prilog 1.**

**Izjava o autorstvu**

Potpisani-a Norbert Pavlović  
broj upisa \_\_\_\_\_

**Izjavljujem**

da je doktorska disertacija pod naslovom

UTICAJ NEKIH KARAKTERISTIKA LJUDSKOG FAKTORA NA PARAMETRE  
FUNKCIJE POUZDANOSTI RADA ŽELEZNIČKOG IZVRŠNOG OSOBLJA

- rezultat sopstvenog istraživačkog rada,
- da predložena disertacija u celini ni u delovima nije bila predložena za dobijanje bilo koje diplome prema studijskim programima drugih visokoškolskih ustanova,
- da su rezultati korektno navedeni i
- da nisam kršio/la autorska prava i koristio intelektualnu svojinu drugih lica.

**Potpis doktoranta**

U Beogradu, 08.06.2013

\_\_\_\_\_

**Prilog 2.**

**Izjava o istovetnosti štampane i elektronske verzije doktorskog rada**

Ime i prezime autora Norbert Pavlović

Broj upisa \_\_\_\_\_

Studijski program \_\_\_\_\_

Naslov rada UTICAJ NEKIH KARAKTERISTIKA LJUDSKOG FAKTORA NA  
PARAMETRE FUNKCIJE POUZDANOSTI RADA ŽELEZNIČKOG IZVRŠNOG  
OSOBLJA

Mentor Prof. dr Milan Vujanić, dipl. inž. saobraćaja

Potpisani Norbert Pavlović

izjavljujem da je štampana verzija mog doktorskog rada istovetna elektronskoj verziji koju sam predao/la za objavljivanje na portalu **Digitalnog repozitorijuma Univerziteta u Beogradu.**

Dozvoljavam da se objave moji lični podaci vezani za dobijanje akademskog zvanja doktora nauka, kao što su ime i prezime, godina i mesto rođenja i datum odbrane rada. Ovi lični podaci mogu se objaviti na mrežnim stranicama digitalne biblioteke, u elektronskom katalogu i u publikacijama Univerziteta u Beogradu.

**Potpis doktoranta**

U Beogradu, 08.06.2013

\_\_\_\_\_



### **Prilog 3.**

## **Izjava o korišćenju**

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku „Svetozar Marković“ da u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu unese moju doktorsku disertaciju pod naslovom:

UTICAJ NEKIH KARAKTERISTIKA LJUDSKOG FAKTORA NA PARAMETRE  
FUNKCIJEPOUZDANOSTI RADA ŽELEZNIČKOG IZVRŠNOG OSOBLJA

koja je moje autorsko delo.

Disertaciju sa svim priložima predao/la sam u elektronskom formatu pogodnom za trajno arhiviranje.

Moju doktorsku disertaciju pohranjenu u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu mogu da koriste svi koji poštuju odredbe sadržane u odabranom tipu licence Kreativne zajednice (Creative Commons) za koju sam se odlučio/la.

1. Autorstvo
2. Autorstvo - nekomercijalno
3. Autorstvo – nekomercijalno – bez prerade
4. Autorstvo – nekomercijalno – deliti pod istim uslovima
5. Autorstvo – bez prerade
6. Autorstvo – deliti pod istim uslovima

(Molimo da zaokružite samo jednu od šest ponuđenih licenci, kratak opis licenci dat je na poledini lista).

**Potpis doktoranta**

U Beogradu, 08.06.2013

\_\_\_\_\_