

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

Машински факултет

Предраг В. Стојаковић

**АНАЛИЗА УТИЦАЈА СПОЉАШЊИХ
ТЕРЕТА И АСИМЕТРИЧНИХ
ОПТЕРЕЋЕЊА НА ДИНАМИКУ ЛЕТА
АВИОНА**

ДОКТОРСКА ДИСЕРТАЦИЈА

БЕОГРАД, 2012.

ПОДАЦИ О МЕНТОРУ, ЧЛАНОВИМА КОМИСИЈЕ И ДАТУМУ ОДБРАНЕ

Ментор докторске дисертације: Др Бошко Рашуо, редовни професор,
Универзитет у Београду, Машински факултет

Чланови комисије:

- 1) Др Златко Петровић, редовни професор,
Универзитет у Београду, Машински факултет
- 2) Др Слободан Гвозденовић, редовни професор,
Универзитет у Београду, Саобраћајни факултет

ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

АНАЛИЗА УТИЦАЈА СПОЉАШЊИХ ТЕРЕТА И АСИМЕТРИЧНИХ ОПТЕРЕЂЕЊА НА ДИНАМИКУ ЛЕТА АВИОНА

Докторска дисертација је одбрањена дана

ПРЕДГОВОР

Истраживања изложена у овој докторској дисертацији су настала као покушај да се одговори на питања из области пројектовања динамике и система управљања летом са којима сам се сусретао у својим професионалним активностима у Војнотехничком, некада Ваздухопловнотехничком, институту у Жаркову. Изложена проблематика из области анализе утицаја спољашњих терета и асиметричних оптерећења, по мојим сазнањима, није детаљно изложена у литератури, иако се одговори на питања из ових области у пракси стално траже. Како у ваздухопловству постоји изрека "Опасно је оно што се не разуме" надам се да су одговори до којих се у дисертацији дошло, а који су упућени ка крајњем кориснику, пилоту, повећали општи ниво безбедности лета. Такође сматрам да ће сам поступак пројектовања динамике лета авиона и система управљања летом бити олакшан уз употребу материјала датог у дисертацији.

У Београду, маја 2012. године

Наслов докторске дисертације:

**АНАЛИЗА УТИЦАЈА СПОЉАШЊИХ ТЕРЕТА И
АСИМЕТРИЧНИХ ОПТЕРЕЋЕЊА НА ДИНАМИКУ ЛЕТА
АВИОНА**

РЕЗИМЕ:

При пројектовању динамичких особина авиона полазна конфигурација је номинална, ограничена на основни облик авиона са геометријском и инерцијалном симетријом. У примени авиона се јављају одступања у односу на номиналну конфигурацију, настала због било спољашњих терета, било асиметрије. Асиметрије се могу разврстати у односу на природу оптерећења и односу на начин настанка, када су било облик редовна употребе авиона, било последица отказа. Дигитални системи управљања летом авиона су адаптивног облика структуре закона управљања, па се њихова примена проширује и на случајеве отказних стања са асиметричним оптерећењима. Остаје проблем управљања асиметрично оптерећеног авиона са класичним системом управљања летом. Са становишта динамике лета, управљање авионом је могуће само при довољно великом ауторитету команди лета.

Основни задаци тезе су одређени као део поступка пројектовања динамике лета авиона, са пројектним циљевима одређеним захтевима за квалитете лета. Први задатак је развој модела динамике лета авиона који садржи сва дејства која могу бити и асиметрична као и способност да обухвати доприносе спољашњих терета. Други је стварање методологије за укључење доприноса спољашњих терета у општи модел динамике лета. Трећи је приказивање поступка за интеграцију спољашњих терета на авион на основу захтева за квалитетом лета уздужног кретања авиона. Коначни и најважнији задатак је развој методологије за одређивање, за асиметрично оптерећен авион, граница анvelope лета на основу ограничења ауторитета команди лета.

Математички модел динамичког процеса као објекта одређује намена, субјект, па облик и садржај математичког модела динамике лета авиона условљава поступак пројектовања управљања авионом које ту динамику треба да оствари. У тези је приказан математички модел динамике лета авиона као крутог тела. Израда модела је занована на принципима да је област примене модела ограничена тачношћу улазних података, а не обликом модела, да је модел у стању да обухвати сва дејства спо-

љашњих терета и асиметрија, и да је довољно сложен и детаљан да пружи јасан увид у апроксимације при апстракцији у преласку на парцијане моделе. Модел је примењив у свим фазама пројектовања динамике лета, облика погодног за развој софтвера. Инерцијалне карактеристике су моделиране као непроменљиве унутар периода интеграције динамике авиона, мењајући се изван тог периода било тренутно, било веома споро. Аеродинамичке силе и моменти које делују на авион су одређене развијањем у Тајлоров ред унутар контролне запремине са квазистационарним кретањем ваздуха, облика који допушта једноставно укључење доприноса спољашњих терета. Изложен је општи модел дејстава пропулзивне групе на авион, без детаљне анализе саме унутрашње динамике пропулзора. Интеграција дејстава пропулзивне групе у модел динамике лета авиона је дата у облику који допушта развој система управљања летом заснованом на пропулзорима, а чија је намена да буде резерва у случају отказа примарног система. Модел дејстава наоружања на динамику авиона је дат на основу сличних принципа као и код пропулзивне групе, без анализе унутрашње динамике наоружања. Изложен је облик за укључење доприноса спољашњих терета аеродинамичким и гравитационим оптерећењима, као и један начин за срачунавање доприноса спољашњих терета аеродинамичким оптерећењима.

Као пример је изложен поступак анализе могућности интеграције поткрилних терета на изабрани авион. Поступак је заснован на срачунавању померања неутралне тачке у присуству поткрилних терета и одређивању резерве стабилности на основу модела кратко-периодичног мода уздужног кретања авиона и параметара захтева за квалитетом лета.

Тежиште тезе је метода анализе дејстава асиметричних оптерећења у терминалним фазама лета, области опште анvelope лета са најмањим ауторитетом команди лета. Метода посматра асиметрично оптерећен авион при стационарном праволинијском лету у фазама прилаза писти при слетању и непосредно по полетању. Заснива се на становишту да се отклони команди лета захтевани за уравнотежење асиметричног оптерећења и ветра и отклони потребни за извођење маневра могу сматрати адитивним. Отклони команди лета захтевани за уравнотежење асиметричног оптерећења и ветра су одређени попречно-смерним моделом стационарног праволинијског кретања авиона. Отклони команди лета потребни за извођење маневра су одређени на основу захтева квалитета лета и усвојеног облика прелазног процеса у маневру. Ауторитет команди лета попречно-смерног облика кретања авиона је одређен њиховим аеродинамичким и геометријским особинама и динамичким притиском. Резултат методе даје, за дати тип и величину асиметричног оптерећења авиона и дата ограничења отклона команди лета, граничне вредности анvelope лета приказане у облику брзине лета и брзине бочне компоненте ветра. Метода је имплементирана у рачунарски програм са нумеричким налажењем решења проблема. Резултати методе су приказани на два примера. Први је лаки школски авион асиметрично оптерећен реактивним моментом клипног мотора са елисом. Други је борбени авион асиметрично оптерећен заосталим средствима испод десног крила. Ограничења кретања неког динамичког система се састоје од збира свих парцијалних ограничења, па су према томе, границе анvelope лета добијене овом методом део општих ограничења употребе авиона.

Кључне речи:

- Динамика лета авиона,
- Механика лета,
- Пројектовање система управљања летом,
- Квалитети лета авиона,
- Математичко моделирање динамике лета авиона,
- Спољашњи терети,
- Асиметрична оптерећења авиона,
- Команде лета,
- Ограничења анvelope лета авиона,

Научна област:

Ваздухопловство

Ужа научна област:

Динамика и управљање летом авиона

УДК класификација:

UDK 629.7.05:533.6.013.(043.3)

PHD title:

ANALYSIS OF THE EXTERNAL STORES AND ASYMMETRIC LOADS INFLUENCE ON THE AIRPLANE FLIGHT DYNAMICS

SUMMARY

In the design of the dynamic properties of the airplane the starting configuration is the nominal one, limited to basic airplane form with geometric and inertial symmetry. In the airplane there are deviations relative to nominal configuration, generated by either external stores or asymmetry. Asymmetries can be classified relative to type of load or relative to the mode of generation, being either the form of regular airplane use or result of failure. Digital flight control systems are with adaptive form of control law structure, therefore, their application is readily extended to the cases of asymmetric loaded failure modes. There remains the problem of the control of asymmetrically loaded airplane possessing classical flight control system. Regarding the flight dynamics, airplane control is possible only with sufficient authority of flight controls.

Basic tasks of thesis are defined as the part of the airplane flight dynamics design procedure with the design goals defined by flying qualities requirements. The first task is to develop the model of airplane flight dynamics that contains all the effects that can be also asymmetrical as well as the capability to include contributions of external stores. The second is to generate the methodology to include the contributions of the external stores into the general model of airplane flight dynamics. The third is to present the procedure of external stores integration onto the airplane on the basis of the airplane longitudinal flying qualities requirements. The final and the most important task is to develop the method to determine, for the asymmetrically loaded airplane, the flight envelope boundaries on the basis of the flight control authority limitations.

Mathematical model of any dynamic process as the object is determined by its application, subject, so the form and content of the mathematical model of the airplane flight dynamics is defined by the design procedure of the airplane flight control aimed to accomplish that dynamics. The mathematical model of rigid body airplane flight dynamics is presented in the thesis. The generation of the model is based on principles that the scope of the model is limited by the accuracy of input data and not by the model form, that the

model is capable to include all of the effects of external stores and asymmetric loads, and that the model is sufficiently complex and detailed to provide clear insight into the approximations made during the abstractions in transition to partial models. The model can be applied in all phases of the flight dynamics design and with form suitable for software development. Inertial properties are modeled as invariant within the frame of integration of airplane dynamics, changing out of that frame either instantly or very slow. Aerodynamic forces and moments acting on the airplane are determined by Taylor development within the control volume with quasi stationary motion of air, in the form enabling simple introduction of the external stores contributions. The general model of propulsive group acting on the airplane dynamics is presented, without detailed analysis of the propulsor internal dynamics. Integration of the propulsive group effects into the airplane flight dynamics model is given in the form permitting the development propulsion oriented flight control system, aimed to serve as the back-up in the case of the primary system failure. The model of armament acting on airplane dynamics is given on the similar principles as the propulsive group one, without detailed analysis of the internal dynamics. The form to include external stores contributions to aerodynamic and gravitational loads is presented, as well as one procedure of external stores aerodynamic load contributions calculation.

The procedure to analyze the feasibility of the integration of under wing stores on selected airplane is presented as an example. The procedure is based on the calculation of neutral point shift in the presence of under wing stores and determination of stability margin on the basis of the model of the short-period mode of longitudinal airplane motion and parameters of the flying qualities requirements.

The spotlight of the thesis is on the method of the analysis of effects of asymmetric loads in the terminal flight phases, the area of the general flight envelope with the lowest amount of flight commands authority. Method observes the asymmetrically loaded airplane in the stationary, straight flight in the phase of the approach to the runway during landing or leaving it immediately after take-off. It is based on the standpoint that flight control deflections required to balance asymmetric load and lateral wind and deflections needed to perform maneuver can be considered additive. The flight control deflections required to balance asymmetric loads and lateral wind are determined by the model of the lateral-directional stationary, straight motion. The flight control deflection needed to perform the maneuver are determined on the basis of flying qualities requirements and assumed form of maneuver transition process. The authority of the airplane lateral-directional mode of motion flight controls is defined by their aerodynamic and geometric properties and dynamic pressure. The method result obtains, for given type and amount of airplane asymmetric load and given limitations of flight control deflections, values of boundary values of flight envelope presented in the form of flight airspeed and lateral wind velocity component. The method is implemented into the computer software with numerical problem solution. The boundaries of the dynamic system motion consist the sum of the all particular boundaries, therefore, the flight envelope boundaries obtained by the presented method are the part of general limitations of the airplane use.

Key words:

- Airplane flight dynamics,
- Flight mechanics,
- Flight control system design,
- Airplane flying qualities,
- Mathematical modeling of airplane flight dynamics,
- External stores,
- Airplane asymmetric loads,
- Flight controls,
- Flight envelope boundaries,

Scientific area:

Aeronautics

Specific scientific area:

Airplane dynamics and flight control

UDK classification:

UDK 629.7.05:533.6.013.(043.3)

1	УВОД.....	1
2	ОСВРТ НА ИСТОРИЈСКИ РАЗВОЈ	8
2.1	Историјски осврт на разматрану проблематику.....	8
2.2	Стање анализираних научних области	13
3	ПОСТАВКА ОСНОВНИХ ЦИЉЕВА ИСТРАЖИВАЊА	15
3.1	Идентификација области истраживања	15
3.2	Одређивање основних задатака истраживања.....	17
4	МОДЕЛ ДИНАМИКЕ ЛЕТА АВИОНА.....	19
4.1	Основе поступка избора облика математичког модела.....	19
4.2	Основне дефиниције и координатни системи.....	24
4.3	Матрице трансформација и односи величина у координатним системима.....	28
4.3.1	Матрице трансформација.....	28
4.3.2	Векторски производ	31
4.3.3	Трансформација извода вектора.....	31
4.4	Основе кинематике модела динамике лета.....	32
4.5	Тежиште, моменти инерције авиона и извод момента количине кретања.....	34
4.5.1	Положај центра инерције.....	34
4.5.2	Моменат силе и тежиште	34
4.5.3	Моменат количине кретања крутог тела	35
4.5.4	Моменти инерције.....	36
4.5.5	Општи облик Штајнерове теореме	36
4.5.6	Инерцијалне карактеристике авиона	37
4.5.7	Извод по времену момента количине кретања авиона.....	39
4.6	Елементи једначина сила и момената авиона	40
4.7	Модел аеродинамичких и гравитационих сила и момената.....	41
4.7.1	Модел аеродинамичке силе и момента авиона.....	41
4.7.2	Укључивање модела аеродинамичке силе и момента у поступак анализе динамике авиона	47
4.7.3	Гравитациона сила.....	47
4.8	Модел пропульзивних сила и момената	48
4.8.1	Општи модел пропулзора	49
4.8.2	Млазни пропулзор	54
4.8.3	Пропулзор са мотором и елисом.....	55
4.8.4	Интеграција пропульзивне групе.....	62
4.9	Модел сила и момената наоружања.....	66
4.9.1	Дејство стрељачког наоружања.....	68
4.9.2	Дејство ракетног наоружања	71
4.10	Решавање по изводима једначина кретања авиона	71
4.11	Разматрање особина модела и његова примена	73
5	СПОЉАШЊА СРЕДСТВА И АСИМЕТРИЧНА ОПТЕРЕЋЕЊА	75
5.1	Оптерећења услед спољашњих средстава	77
5.1.1	Инерцијалне особине и гравитационе силе авиона са спољашњим средствима.....	77

5.1.2	Опште одлике аеродинамичких дејстава спољашњих средстава	78
5.1.3	Пример одређивања аеродинамичких доприноса средства испод крила са волуменом у слободној струји	84
5.1.4	Укључивање аеродинамичких доприноса спољашњих средстава у поступак анализе динамике лета.....	90
5.1.5	Аеродинамички доприноси симетрично постављених спољашњих средстава	91
5.2	Асиметрична оптерећења при регуларној употреби и ванредним догађајима.....	92
5.2.1	Асиметрична оптерећења при регуларној употреби	92
5.2.2	Асиметрична оптерећења при ванредним догађајима	93
5.3	Анализа ротације асиметричног авиона.....	93
6	ПРОБЛЕМАТИКА ИНТЕГРАЦИЈЕ СПОЉАШЊИХ СРЕДСТАВА НА АВИОН СА СТАНОВИШТА ДИНАМИКЕ И УПРАВЉАЊА.....	99
6.1	Основни захтеви при интеграцији подвесних средстава на авион	99
6.2	Анализа утицаја подвесних средстава на резерву стабилности и гранични положај тежишта класичних авионских конфигурација	100
7	АНАЛИЗА УТИЦАЈА АСИМЕТРИЈЕ НА ДИНАМИКУ ЛЕТА АВИОНА.....	116
7.1	Основне смернице при анализи утицаја асиметрије на динамику лета авиона	116
7.2	Математски модел коришћен у анализи асиметрија авиона ..	119
7.2.1	Захтеви извођења маневра	119
7.2.2	Утицај кретања атмосфере.....	120
7.2.3	Стационарне једначине попречно-смерног кретања са оптерећењем услед асиметрија	120
7.2.4	Одређивање елемената асиметричних оптерећења и коначан облик стационарне једначине попречно-смерног кретања.....	123
7.2.5	Облици решења стационарних једначина попречно-смерног кретања са оптерећењем услед асиметрија	126
7.2.6	Ограничења ауторитета аеродинамичких управљачких површи	128
7.2.7	Облици нумеричког налажења решења проблема анализе асиметрије авиона стационарних једначина попречно-смерног кретања са оптерећењем услед асиметрија	130
7.3	Анализа утицаја асиметрије услед дејства пропелзора са елисом на лаки школски авион	133
7.3.1	Улазни подаци анализе.....	134
7.3.2	Илустрација ограничења ауторитета команди лета	138
7.3.3	Одређивање анвелопе лета услед ограничења ауторитета команди лета попречно-смерног облика кретања	140
7.3.4	Разматрање резултата	146
7.4	Анализа утицаја асиметрије услед заосталих подвесних средстава на борбеном авиону	148

7.4.1	Улазни подаци анализе.....	149
7.4.2	Одређивање анvelope безбедног лета услед ограничења ауторитета команди лета попречно-смерног облика кретања	152
7.4.3	Анализа добијених резултата	155
7.5	Осврт на поступак анализе.....	157
8	ЗАКЉУЧАК.....	159
ПРИЛОГ 1	162	
П1	ОГРАНИЧЕЊА АВИОНА И ПАРАМЕТРИ МАНЕВРА ПРОИСТЕКЛИ ИЗ ПРОПИСА О КВАЛИТЕТУ ЛЕТА.....	162
П1.1	Одређивање резерве стабилности класичних авионских конфигурација на основу захтева за квалитетом лета из прописа MIL-F-8785C ⁴²	163
П1.2	Одређивање максималног отклона крилаца одређеног захтевом за квалитетом лета из прописа MIL-F-8785C	168
ПРИЛОГ 2	171	
П2	ПРОГРАМСКА РЕАЛИЗАЦИЈА АЛГОРИТМА ОДРЕЂИВАЊА АНВЕЛОПЕ ЛЕТА ИЗ УСЛОВА АУТОРИТЕТА КОМАНДИ ПОПРЕЧНО-СМЕРНОГ КРЕТАЊА	171
П2.1	Математске основе алгоритма програма.....	171
П2.2	Намена и функције програма.....	172
П2.3	Програмски језик, окружење, коришћене библиотеке и основни програм	173
П2.4	Ток извршавања програма	174
П2.5	Опис функције и структуре основних потпрограма.....	174
П2.6	Опис улазних датотека	177
П2.7	Опис излазних датотека	179
ПРИЛОГ 3	181	
П3.	ПРИМЕР РЕФЕРЕНТНЕ БАЗЕ ГЕОМЕТРИЈСКИХ, ИНЕРЦИЈАЛНИХ И АЕРОДИНАМИЧКИХ ПОДАТАКА.....	181
Литература	184	

1 УВОД

Под авионом се у овом раду сматра летелица која силу узгона која јој омогућава кретање кроз ваздух остварује крилима, узгонским површима која се не крећу у односу на осталу структуру авиона. Авион при кретању кроз ваздух представља динамички објект код кога кретање представља категорију по себи, односно, да би *могао* да се креће кроз ваздух, авион се *мора* кретати кроз ваздух. Остваривање жељене динамике лета авиона се постиже сложеним поступком пројектовања који обухвата различите научне дисциплине. Основна научна дисциплина је механика лета која представља део класичне механике крутог тела. Са друге стране, силе и моменте који делују на авион при кретању кроз ваздух одређује аеродинамика која, као научна дисциплина, спада у категорију динамике непрекидних средина. Да би авион остварио жељено кретање, њиме се мора управљати. Овим се и аутоматско управљање као научна дисциплина укључује у поступак пројектовања динамике лета авиона. Када авионом управља човек, морају се знати особине човека оператора као управљачког елемента. Када управљачка контура мора обухватити и неки систем аутоматског управљања који може деловати било самостално, било поред човека, његово пројектовање и остваривање до нивоа употребе обухвата цео низ научних дисциплина као што су електротехника, пројектовање и реализација рачунарских система, хидраулика, ... У одређеним областима пројектовања динамике лета авиона се не могу занемарити ефекти еластичности његове структуре. Све ове научне дисциплине примењене при пројектовања динамике лета авиона захтевају подршку у

облику методологије пројектовања дате као различити поступци моделирања динамике, прорачуна, програмирања, симулације, ...

Предходно изложене научне области представљају само почетак гранања у опису научних дисциплина примењених у поступку пројектовања жељене динамике лета авиона. Све су оне међусубно ипреплетане, а као закључак се намеће да успешно остварење пројекта жељене динамике лета авиона подразумева рад експертског тима. Са друге стране, особине, категорија и захтеви употребе авиона постављају инжењерске критеријуме које је нужно задовољити у датом пројекту, што одређује обим, како примењених научних дисциплина, тако и пројектантског тима који их реализује. Ако је авион објекат динамике лета, онда захтеви његове употребе и категорија одређују субјект који условљава особине и облик објекта. Однос објекта и субјекта су основна категорија у инжењерским поступцима пројектовања.

Утврђивање захтева употребе и категорије авиона, дефинисање субјекта, одређује и динамичке особине авиона и начине њихове реализације исказане, за дату летелицу, њеним геометријским обликом, инерцијалним особинама и остварењем начина управљања летом. Мери динамичких особина авиона, дату у оквиру неког система критеријума и њиме одређених оцена, исказују квалитети лета. Квалитетима лета се одређују параметри како о динамичким особинама авиона, тако и односу тих особина и пилот.

Када је одређен субјект и систем оцењивања, приступа се пројектовању динамике лета авиона. На динамику лета авиона највише утичу његов облик и начин управљања. У односу на кретања кроз ваздух, пројектовању облика и динамике авиона може приступити на два начина. Први начин, примењен приликом избора облика и аеропрофила крила, облика трупа авиона и прорачуна општих и специјалних перформанси, се практично бави одређивањем аеродинамичких сила и третира авион као материјалну тачку, иако се приликом налажењу аеродинамичких сила авион посматра као тело. Други начин, примењен приликом одређивања стабилности и управљивости се бави налажењем и сила и момената и третира авион као круто тело.

Динамика авиона са становишта стабилности и управљивости се може пројектовати у областима подешавања облика авиона, реализације система управљања летом и подешавања инерцијалних карактеристика. Пројектант динамике лета авиона

има најмање утицаја на инерцијалне карактеристике, јер ове произилазе из пројектовања структуре авиона. Први и основни корак пројектовања динамике авиона је одређивање оних његових геометријских величина које утичу на стабилност и управљивост, из простог разлога што и најсложенији системи управљања на динамику лета авиона делују преко командних површи које су део облика авиона. За авион се дефинише неки основни облик код кога су командне површи у неутралном положају. Командне површи променом свог положаја у односу на остатак структуре авиона мењају облик авиона, а тиме аеродинамичке силе и моменте. Промене вредности аеродинамичких сила и момената у односу на вредности при основном облику авиона су управљачке величине динамике лета авиона, а способност командних површи да их генеришу представља њихов ауторитет.

Без обзира на начин остваривања и сложеност, код пилотираних авиона у контури система управљања летом као хијерархијски најважнији елемент увек постоји човек, па је један од основних и увек присутних захтева при пројектовању динамике авиона са становишта стабилности и управљивости успешна интеграција пилота у управљачку контуру. Зато се пројектовању авиона и елемената система управљања летом 'ab-initio' прилази од познатих карактеристика човека као управљачког елемента. У фазама анализе је потребно, као основно, проверити стабилност затвореног командног кола система авион, систем управљања, пилот, а затим утврдити све остале параметре управљачког система човек-машина.

Етапе и поступци пројектовања система управљања су непосредно повезани са обликом његовог остваривања, али сви садрже аспект интеграције система човек-машина. Најједноставнији систем управљања је са само механичким командама лета када се примењују класичне методе разматрања стабилности и управљивости авиона из области механике лета и анализе система аутоматског управљања. Највећи степен сложености механичких команди лета је када у командним колима постоје уређаји за модификацију силе коју пилот осећа на командама, било аеродинамички, тримерским управљачким површима, било механички, опругама. Са порастом граничне брзине анvelope лета се у командна кола уводе уређаји снаге за смањење сила на командама које осећа пилот. Уређај који је у односу на управљачку површ у садејству са пилотом је бустер. Командна кола са бустерима још увек пилоту на палици и педалама пружају информације о аеродинамичком оптерећењу управљачких

површи. Гранични случај овог типа команди су иреверзибилна механичка командна кола код којих пилот задаје улаз сервопокретачу, а овај поставља управљачку површ у задати положај. Код ових командних кола морају постојати посебни уређаји који ће, у складу са аеродинамичким оптерећењем, на палици и педалама пружити пилоту информације које су одговарајуће за остваривање затворене управљачке контуре траженог квалитета. У овом случају су предмет метода анализе командна кола код којих се у затвореној управљачкој контури између пилота и авиона налази још један динамички елемент. У свим предходно описаним системима управљања летом, затварање управљачке контуре по величинама динамике лета авиона врши пилот као управљачки елемент.

Увођење уређаја снаге у командна кола омогућава остваривање система аутоматског управљања који затварају управљачку контуру по величинама динамике лета авиона. Са становишта аутоматског управљања ови системи се могу посматрати на два начина, у односу на функције које обављају и у односу на начин повезивања са пилотом и авионом као управљаним објектом. У односу на функције које обављају могу побољшавати стабилност и управљивост авиона или, као аутопилоти, самостално управљати летом. Постоје два облика повезивања система аутоматског управљања са пилотом и авионом исказана кроз његов ауторитет. Ауторитет аутоматског система управљања летом се огледа у томе колики се део опсега допушта да тај систем контролише у односу на укупан опсег отклоне управљачких површи. Први облик повезивања система аутоматског управљања са пилотом и авионом је када дејствује паралелно са пилотом као управљачким елементом, и онда су то системи ограниченог ауторитета управљања. Код овог облика повезивања се команде пилота до уређаја снаге преносе механички, а систем аутоматског управљања генерише електричне сигнале који се у уређајима снаге претварају у механички помак. Други облик повезивања је када је систем аутоматског управљања између пилота као управљачког елемента и авиона као управљаног објекта, и онда су то системи пуног ауторитета. Уређаји снаге код оваквог система управљања летом су сервопокретачи, а улази у њих су искључиво електрични, па се називају системи електричних команди лета.

Као што за авион као објект динамике лета намена и категорија у својсву субјекта условљавају особине и одлике, тако и за саму динамику лета авиона као објект, захтеви стабилности и управљивости у својству субјекта одређују особине и облик

математичког модела који се користи при пројектовању динамичких карактеристика авиона. При пројектовању стабилности и управљивости је полазна претпоставка да је авион основног облика, симетричан, са симетричним оптерећењем. Зато се у моделирању динамике авиона се полази од његове номиналне конфигурације са својством геометријске и инерцијалне симетрије, а номинална конфигурација основног облика авиона је без икаквих спољашњих терета.

У стварности је симетрично оптерећење авиона могуће само за номиналну конфигурацију при ограниченом скупу услова, као што су безмоторни лет, одсуство бочне компоненте кретања атмосфере и посебни облици трајекторије. Са друге стране, по дефиницији, управљање авионом мења његову контуру и ремети му геометријску и инерцијалну симетрију. Код примене управљања авионом, одступања инерцијалних параметара у односу на номиналне вредности су занемарљива, док се аеродинамичка оптерећења намерно чине значајно асиметричним. Према томе, асиметрична аеродинамичка оптерећења су редовна стања у анализи динамике лета, при чему једну област истраживања представља попречномерни мод кретања авиона.

Као што је асиметрија редовна појава при употреби авиона, тако је ношење спољашњих терета основни облик регуларне употребе највећег броја борбених авиона. Спољашњи терети мењају и геометријски облик, спољашњу оквашену површину, и инерцијална својства авиона. Како утицај спољашњег терета на аеродинамичке и инерцијалне особине авиона зависи од места на коме се налази, то је, чак и за исти облик и инерцијалне особине самог спољашњег терета, свака комбинација спољашњих терета на авиону јединствена, што повећава обим потребних прорачуна у поступку пројектовања.

По настанку, асиметрична оптерећења авиона су или нераздвојно својство његове регуларне употребе, или последица неког ванредног стања. У регуларној употреби настају, на пример, одступањем произведеног авиона од идеално симетричног геометријског облика, задавањем команди лета, намерним асиметричним постављањем подвесних терета и дејством пропулзије која са околним ваздухом размењује компоненту ротационе количине кретања. Примери асиметричног оптерећења услед ванредних стања су асиметрични подвесни терети остали по одбацивању, асиметрично заглављивање примарних или секундарних команди лета, асиметрична

унутрашња инерцијална конфигурација која за уравнотежење захтева асиметрично аеродинамичко оптерећење, ...

Проблему одступања у односу на номиналну конфигурацију основног облика авиона насталу код конфигурације која је асиметрична по оптерећењу или облику или која је са спољашњим теретима се при пројектовању стабилности и управљивости може приступити на два начина. Први, који је у мањини, је применљив код савремених система управљања са електричним командама лета и дигиталним рачунаром у коме су имплементирани закони управљања. Ови системи поред рачунара у командним колима садрже и сензоре и сервопокретаче, са својством да су, због остварења траженог нивоа поузданости, адаптивни у односу на отказе који се могу јавити унутар сопствене структуре. Адаптивност као основна одлика ових система чини да су погодни за примену и адаптивних закона управљања и реализацију авиона адаптивног облика са вишеструким локалним оптимумима динамичког понашања унутар анvelope лета. Проширење функције рачунара ових система управљања на препознавање асиметричне конфигурације или конфигурације са подвесним теретима и сходно томе примену одговарајућег алгорита адаптивног управљања представља допуну основног задатка пројектовања алгоритама адаптивног управљања. Препознавање конфигурације и генерисање алгоритама адаптивног управљања може бити директно, на основу информација са сензора, о статусу и присутности спољашњих терета. Када информације о конфигурацији авиона нису доступне приступа се идентификацији његовог динамичких особина да би се на основу утврђеног облика понашања генерисали одговарајући закони управљања. Када је расположиво препознавање статуса конфигурације, закони управљања се пројектују на основу познатог отвореног модела динамике лета авиона са параметрима одређеним тим статусом. Када информације о статусу конфигурације нису доступне у идентификацији се примењује модел динамике познатих улаза и излаза и на основу тога се одређују алгоритми и параметри закона управљања.

Други начин решавања проблема конфигурација асиметричних по оптерећењу или облику или са спољашњим теретима, применљив код свих осталих авиона, употребљава у бити исти принцип алгорита адаптивног управљања користећи суштинску особину адаптивног понашања човека, са основном разликом да је извршилац закона управљања пилот. Број адаптивних облика са локалних оптимумима

динамичког понашања је у пракси сведен на оне који се примењују у терминалним фазама лета. Основни облик авиона се пројектује за оптималне перформансе и динамичке особине у једној тачки унутар анvelope лета или за близак скуп тачака са минималним одступањима у односу на оптималне вредности, док у свим осталим тачкама анvelope лета особине авиона морају бити унутар предходно одређених граница. Практично једини облик решења који је у овом случају расположив је да се, за авион са оваквим конфигурацијама, одреде границе употребне анvelope и да се кроз упут пилоту одреде поступци које мора да примени при управљању авионом. Границе употребне анvelope се одређују коришћењем модела динамике лета.

Из предходних разматрања произилазе две чињенице из којих произилази тема овог рада. Прва је да је, без обзира на начин приступа проблему конфигурација авиона које су асиметричне по оптерећењу или облику, или су са спољашњим теретима, потребно одредити њихов математички модел динамике лета. Израда математичког модела динамике лета авиона било које конфигурације представља процес апстракције стварних збивања који је условљен субјектом, наменом модела. Због тога је, ради сагледавања процеса апстракције, при изради математичких модела динамике лета авиона ограниченог опсега примене потребно као полазни усвојити математички модел динамике лета авиона пуног опсега примене, са свим дејствима која утичу на авион у лету.

Друга чињеница је да је, без обзира на начин приступања проблему конфигурације авиона која је асиметрична по оптерећењу или облику или која је са спољашњим теретима, потребан, као и код сваког управљања авионом, одговарајући ауторитет командних површи. Ауторитет командних површи зависи од њихове геометрије, облика и отклона, и динамичког притиска који је генератор свих аеродинамичких сила. За познату геометрију ауторитет командних површи опада са опадањем динамичког притиска. Како постоје узрочници асиметрије чији утицај на динамику лета није условљен динамичким притиском, то се гранични услови могућности управљања летом авиона срећу у терминалним фазама лета у којима су вредности динамичког притиска и из тога проистеклог ауторитета командних површи мале.

2 ОСВРТ НА ИСТОРИЈСКИ РАЗВОЈ

2.1 Историјски осврт на разматрану проблематику

Историјат сваке научно-техничке дисциплине, па и пројектовања динамике лета авиона, се одликује тиме да при решавању неког проблема примењене методе прате алате који им стоје на располагању. Савремено пројектовање динамике лета авиона је у релативно блиској прошлости објединило више научно техничких дисциплина чији се историјски развој одвијао независно. То су анализа динамике лета авиона као крутог тела, реализација ваздухоплова, развој аеродинамике као гране механике флуида, развој аутоматског управљање и реализација аутопилота, развој пратећег математичког апарата и развој методологијње моделирања динамичких процеса као интеграције свих предходно побројаних дисциплина.

У историји постоје бројни рани примери разматрања проблема лета са летелицама тежим од ваздуха, а вероватно најпознатији је онај који је начинио универзални ренесансни геније Леонардо да Винчи (Leonardo da Vinci). Међутим, за разлику од других научно-техничких дисциплина, Џорџ Кејли (George Cayley) се издваја као личност која започиње теоретски и практичан развој ваздухопловства тиме што је одредио основне силе које на авион делују и начинио прву летелицу тжу од ваздуха која је начинила успешан лет. У области анализе динамичког понашања авиона, Кејли је око 1820 године уочио мод дугопериодичног уздужног кретања

авиона. Појам и општи критеријум стабилности кретања неког динамичког система је 1892 дао А. Љапунов (Алекса́ндр Миха́йлович Ляпуно́в) као проширење принципа о стабилности кретања при минимуму потенцијалне енергије који је поставио Ж. Л. Лагранж (Joseph-Louis Lagrange), а 1895 је, као посебан случај, дат Раут-Хурвицов (Edward Routh и Adolf Hurwitz) критеријум стабилности линеарних, временски инваријантних, система са једним улазом и једним излазом. Крајем 19. и почетком 20. века значајне доприносе проучавању аеродинамичких параметара који утичу на стабилност и динамику летелице су дали Лиљентал (Otto Lilienthal) и Ленгли (Samuel Pierpont Langley).

Кључни продор у ваздухопловству су првим летом авионом тежим од ваздуха 1903. године начинила браћа Рајт (Orville & Wilbur Wright). Њиховом успеху је допринело увођење експеримента у анализу аеродинамичких величина, реализација, како мотора повољног односа масе и снаге, тако и елисе као ротирајуће узгонске површи и, што је можда најзначајније, довођење пилота у позицију активног управљача, што позитивно решава проблем управљања авионом. Спознаја улоге пилота као управљачког елемента је условила да браћа Рајт усвоје ону концепцију распореда узгонских површи авиона која, при граничним вредностима односа конструктивних целина дате технологије, као што су маса снага мотора у односу на сопствену масу и укупну масу летелице и узгона крила у односу на масу авиона, ипак омогућава повољне односе у случају свеукупне летелице, а тиме и њен лет. Међутим, анвелоба по брзини њиховог концепта авиона, статички нестабилне канар конфигурације, је ограничена физиолошким могућностима човека као управљачког елемента.

Развој технологије је довео до усвајања концепције авиона коју је поставио и успешно потврдио летом преко канала Ламанша 1909. године Л. Блерио (Louis Blériot), и то у области стабилности и управљивости и рукавања авионом. Постављањем стабилишућих узгонских површи иза крила и остваривањем угла диједра крила су остварени реституциони моменти по све три осе авиона, што уз постојање задовољавајућег пригушења даје његову тражену стабилност. Промена стања авиона се остварује изменом брзине и угаоне оријентације авиона. За промену оријентације се користе управљачке површи на хоризонталном и вертикалном репу и крајевима крила. Концепт руковања авионом који је дао Блерио се заснива на томе да пилот

левом руком управља погонском групом, десном руком уздужним померањем палице управља оријентацијом по пропињању, бочним померањем палице управља нагибом, а педалама углом скретања. Овај концепт руковања авионом је у ваздухопловству популационо толико заступљен, да сви остали облици руковања представљају експерименталне изузетке.

Поступци разматрања стабилности и динамике лета су пратили почетне ступење развоја аеродинамике и конструкција авиона, као и методе анализе стабилности динамике система. Ф. В. Ланкастер (Frederick W. Lanchester) је око 1900. начинио упрошћен модел фугоидног мода уздужног кретања авиона. Г. Брајан (George H. Bryan) је са В. Вилијамсом (W. E. Williams) 1903. дао концепт линеаризованих једначина уздужног кретања који је веома близак садашњем облику тих једначина, а сам је 1911. дао концепт раздвајања на линеаризоване једначине уздужног и попречно-смерног кретања, што је основа методе која је прихваћена као први корак у анализи стабилности авиона. Овим моделом је постављен концепт аеродинамичких дериватива стабилности, омогућено одређивање физичког значења појединих коефицијената у диференцијалним једначинама кретања, као и њихова зависност од облика и распореда узгонских површи и тела која чине летелицу и практично утврђивање прорачуном и мерењем. Овим је дата теоретска и методолошка основа за даљи рад, а квалитет модела је потврђен бројним теоретским истраживањима и аеротунелским и летним испитивањима.

Аутоматско управљање летом почиње развојем аутопилота, са првим примерком експерименталног карактера са повратном спрегом преко жirosкопа и електричних серво уређаја су остварили (1910. – 1912.) отац и син Спери (E. & I. Sperry), да би га нешто касније демонстрирали у лету. Комерцијални троосни аутопилот истих пројектаната, намењен одржавању праволинијског хоризонталног лета је остварен 1933. године, са жirosкопима који су истовремено били и саставни део инструменталне табле. Аутопилоти се на овим принципима развијају и примењују све до краја Другог светског рата. У овом периоду аутопилот по својој улози није *неопходан* део управљачке контуре авиона, те се не исказује потреба за постављањем изричитих и јасних захтева и функција које би он требало да оствари.

Са друге стране, тридесетих година двадесетог века, расте на значају раматрање улоге и положаја пилота у управљачкој контури. Авиони који су имали задовољавајуће прорачунске карактеристике стабилности и управљивости су са пилотом у управљачкој контури те карактеристике или губили или су од пилота добијали лоше оцене о понашању. Ово је изискивало, прво, дефинисање самог појма квалитета лета авиона, а затим и параметара и захтева које у односу на те параметре авион мора да оствари да би био успешан. Обимне активности на интеграцији дотадашњих знања из области динамике и стабилности и управљивости авиона је у оквиру агенције НАСА (National Advisory Committee for Aeronautics) у периоду до 1940. године обављао Суле (H. A. Soulé), а потом преузео Гилрут (R. R. Gilruth) који је 1943. године објавио рад у коме се успоставља однос између измерене динамике авиона и оцена пилота и истовремено дају захтеви за задовољавајуће квалитете лета авиона.

У периоду око Другог светског рата, највише због захтева узрокованих бурним развојем електронике, уз подстицаје захтева из области пратећих система и сервомеханизма, се остварују бројна достигнућа из области аутоматског управљања системима које добија особине независне научне дисциплине. Као први се 1932. јавља поступак Никвиста (H. Nyquist) за одређивање стабилности система са повратном спрегом на основу њихове фазне и амплитудне карактеристике. Бодова (H. W. Bode) метода синтезе система са повратном спрегом на основу налажења дијаграма амплитудне и фазне фреквентне карактеристике је у целости објављена 1945. године, а Николс (N. V. Nichols) је развио поступак за одређивање тих параметара при затвореној повратној спрези.

Развој ваздухопловства који је употребу авиона померио ка брзинама лета блиским брзини звука је започет увођењем у праксу ламинарних аеропрофила, а временски је лоциран на почетак Другог светског рата. Велике брзине лета авиона су узроковале квалитативне промене у две области, његовој аеродинамици и начину његовог управљања. У области великих брзина лета, блиских брзини звука, интезивирају се узајамна дејства стишљивости и особина преласка ламинарног струјања у турбулентно. Као последица, аеродинамички моменти неког авиона који су на малим брзинама са задовољавајућом релативношћу, на брзинама лета блиским брзини звука могу постати дивергентни, а авион нестабилан. Са порастом брзине расту, како

ауторитет управљачких површи, тако и унутрашње силе и моменти потребне за одржавање њиховог положаја у односу на структуру авиона. На малим брзинама пилот преко командних кола може да уравнотежи унутрашње силе командних површи. Како су могућности оптерећења пилота физиолошки ограничене, са порастом брзина расте и потреба за растерећењем пилота. При већим брзинама, али још увек мањим од оних блиских брзини звука, растерећење је могуће начинити прерасподелом равнотеже у командним колима, уношењем опруга у командна кола или узимањем енергије од ваздушне струје. Када са порастом брзине лета узимање енергије од ваздушне струје почне да захтева критичне компромисе у односу на основне функције управљачких површи, за њихово покретање се користе унутрашњи извори енергије. Уређаји који ту енергију примењују могу бити бустери или сервопокретачи, а делују унутар целокупног опсега отклона командне површи. Бустери дејствују на командну површ паралелно са пилотом, а пилот још увек уравнотежује део оптерећења које на ту површ делује, док сервопокретачи у потпуности уравнотежују оптерећења која делују на командну површ.

На основу предходног, у поступку пројектовања динамичких особина авиона се јављају веома сложени захтеви. У основи се захтева да авион има задовољавајуће карактеристике динамичког понашања, по потреби побољшане у односу на стање узроковано аеродинамиком и инерцијалним својствима, а да се то оствари интеграцијом у стабилну управљачку контуру више сложених динамичких подсистема. Овај приступ обележава развој пројектовања динамичких особина авиона у периоду од краја Другог светског рата до краја шездесетих година 20. века, а који се одвија у три области: аеродинамици авиона у околзвучној и надзвучној области брзина, система управљања летом и његових подсистеме и елемената и одређивању параметара динамичког понашања пилота у управљачкој контури. Развој у области аеродинамике представља еволутивни наставак истраживања која се континуално одвијају од почетка 20. века. Системи управљања летом и његови подсистеми и елементи се развијају у оквиру аутоматског управљања, научне дисциплине са развијеним методолошким основама. Област која је била најмање истражена је била везана за понашање пилота у управљачкој контури авиона и ту су се истраживања одвијала у два правца. Први је одређивање динамичких карактеристика пилота у управљачкој контури да би се остатак система управљања летом могао пројектовати у складу са

тим карактеристикама, а битне резултате у овој области је остварио истраживачки тим који је предводио МекРуер (Duane T. McRuer). Други је везан за квалитет интеракције између пилота и остатка система и начина на који пилот ту интеракцију оцењује, а методологију која квалитете руковања авионом одређује на основу оцена пилота су дали Купер (G. E. Cooper) и Харпер (R. P. Harper). Обједињујуће критеријуме за пројектовање система управљања летом борбених авиона су дали Нил (T. P. Neal) и Смит (R. E. Smith).

У овом периоду долази до кључне промене у алатима које су на располагању пројектовању динамичких особина авиона. На почетку периода постоје поступци поставке проблема везаних за процесе унутар система управљања летом и начини добијања њиховог математичког тумачења, математичких модела. Решења проблема потребна за одређивање параметара система управљања летом се добијају методама математичке анализе, што условљава да се сложени модели процеса замене упрошћеним моделима које је могуће решити. Појава дигиталних рачунара и раст њихових капацитета омогућава добијање параметара система управљања летом задовољавајуће тачности нумеричким поступцима, што је одлика поступка пројектовања на крају овог периода. Ово изазива суштинску промену у начину моделирања процеса које сусреће пројектовање динамике лета авиона, јер се задржава сложен облик математичког модела процеса и примењује одређивање параметара система управљања летом нумеричким методама. Поред тога, дигитални рачунари остварују квалитативно нови ниво, са једне стране, симулације као алата у пројектовању динамичких особина авиона, а са друге обраде и тумачења сигнала добијених мерењем.

2.2 Стање анализиране научне области

Основне смернице за пројектовање динамике лета авиона су садржане у класичним књигама које се баве механиком лета и стабилношћу и управљивошћу авиона ^{1, 2, 3, 4, 5}, а чији резултати одолевају току времена. Први конзистентан модел динамике слободног лета авиона који је начињен за потребе пројектовања динамике лета и система управљања летом, а дат у матрично-векторском облику погодном да служи као основа за програмску реализацију на дигиталном рачунару, је у својој књизи ⁶ дао Еткин (Bernard Etkin). Проблематиком из ове области се баве многе друге књиге ^{7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14}, а представљају различите систематизације наведене проблематике.

Основна предност модела из ⁶ је што допушта сопствено проширење, било појавама везаним за силе и моменте који делују на авион, било дејствима подсистема унутар система управљања летом. Модел динамике лета из ⁶ је коришћен за једну од првих реализација управљањем летом авиона на основу номиналних путања ¹⁵. На основу модела датих у предходним изворима се генеришу модели парцијалних проблема динамике лета, на пример проблем полетања ^{16, 17}, а који су најчешће упрошћене форме. Класичан пример лите-ратуре која се бави проблематиком пројектовања динамике лета авиона је ¹⁸, а примери референци ^{19, 20, 21, 22} су новијег датума.

Приказивање проблематике анализе утицаја спољашњих средстава се највише јавља за примере облика у редукованог на подвесне или подкрилне терете. Од аеродинамичких величина се највише се бави доприносима отпора, а у мањој мери доприносима осталих компоненти аеродинамичких сила и момената. Литература из ове области је веома обимна, при чему практично стандардну систематизацију проблематике предстаља ²³. Поред прорачунских метода заснованих на моделу осно симетричног тела, постоји низ метода прорачуна код којих се до вредности параметара дошло експерименталним путем.

Присутно је више приступа проблематици анализе утицаја асиметрије на динамику лета авиона. Први је посматрање асиметричних аеродинамичких утицаја на авион, са примером асиметричне номиналне конфигурације датим у ²⁴, док је утицај бочног ветра на путању авиона дат у ²⁵. Други се бави анализом стабилности и управљивости авиона при асиметричним оптерећењима различитог порекла. Пример анализе стабилности авиона при спрезању уздужног и попречно-смерног облика кретања услед асиметричног дејства пропульзивне групе је дат у ²⁶. Случајеви ваздухопловних удеса у којима је дошло до катастрофалног отказа било целог, било дела, система управљања командним површима авиона је иницирао активности везане за пројектовање адаптивних, реконфигурабилних, система управљања летом, при чему ^{27, 28} представљају два од многобројних примера. Разматрање проблематике ограничења анvelope лета услед асиметричних оптерећења је најављено у ²⁹. Коначно, како су при појави асиметрије критичне терминалне фазе лета, примери ^{30, 31, 32} представљају анализу механике лета у близини земље.

3 ПОСТАВКА ОСНОВНИХ ЦИЉЕВА ИСТРАЖИВАЊА

3.1 Идентификација области истраживања

Овај рад се бави проблематиком динамике лета авиона, са обликом и особинама одређеним наменом летелице. Особине авиона у односу на понашање у лету се одређују пројектовањем његових аеродинамичких и инерцијалних својстава у две међусобно испреплетане области, при чему се прва односи на перформансе, а друга на динамичке особине и квалитете лета. Пројектовање се одвија унутар анvelope лета која може бити, као дводимензиона, по брзини и висини или по брзини и нормалном оптерећењу, а као тродимензиона по све три величине. Код било ког облика анvelope лета динамички притисак је доминантна величина која одређује аеродинамичко оптерећење, а тиме и све остале величине динамике лета.

Пројектовање авиона је, као и свако друго, цикличне природе, са особином да, по временском редоследу, сваки следећи циклус даје облике ближе онима код стварног авиона уз значајно повећање обима свих ресурса ангажованих на пројекту. Особина еволутивног развоја свих облика пројектовања је тежња ка повећању квалитета решења и одлука у његовим раним фазама, што ствара погодности како у односу на скраћење времена израде пројекта, тако и на обим материјалних, кадровских и финансијских ресурса. Овоме је нарочито допринео интензиван развој информатичке технологије која је омогућила да се у практично свим областима технике јаве рачунарска пројектантска радна окружења са примењеним експертским знањем. Својства

основног задатка овог рада спадају у предходно описане категорије, а то су: развити методологију анализе утицаја спољашњих средстава и асиметрија на динамику авиона која ће дати рачунарски примење поступак доношења оцена високог квалитета у раним, прорачунским, фазама пројекта авиона.

Поступак пројектовања динамичких особина и квалитета лета авиона се састоји од одређивања аеродинамичког облика и синтезе и анализе динамике система, стандардним смерницама датим у књигама¹. Поступак пројектовања приказан у наведеним изворима је изложен за основну, геометријски и инерцијално симетричну, конфигурацију авиона, али је довољно општег карактера да је могуће његово проширење и на остале облике конфигурације авиона. Основне научне дисциплине које обухвата изложени поступак пројектовања динамичких особина и квалитета лета авиона, до фазе реализације конкретног система управљања летом, су аеродинамика, динамика крутог тела и аутоматско управљање. Реализација система управљања летом, почевши од најједноставнијих механичких команди, па до система електричних команди лета пуног ауторитета, представља следећи циклус пројектовања. Она, као основне обухвата научне дисциплине које се односе на ефекте еластичности структуре авиона и кључне групе елемената структуре систем управљања, а то су сензори, рачунари са имплементираним законима управљања и покретачи.

Код великог броја авиона лет у основној конфигурацији је само део облика употребе. Два су основна узрока одступања конфигурације у односу на основну. Један су спољашњи терети, а други асиметрије услед облика, инерцијалних особина или оптерећења авиона. Асиметрије могу представљати регуларан облик употребе авиона, са многобројним примерима, а такође могу бити последица ванредног стања авиона. Од посебног је значаја одређивање степена утицаја спољашњих терета и асиметрија на динамику лета авиона у зависности од његове позиције унутар анvelope лета, са примарним дејством две физичке појаве, стишљивости и динамичког притиска. Спољашњи терети на динамику лета авиона дејствују променом његовог облика и инерцијалних особина. Њихово дејство у односу на динамички притисак је равноерно унутар анvelope лета. Пораст отпора услед присуства спољашњих средстава смањује могућност да се авион нађе у области брзина у којима се јављају ефекти стишљивости. Уколико се авион нађе у области брзина у којима се јављају ефекти стишљивости, могу доћи до изражаја интерференце спољашњих терета на остале

делове авиона са последицама на његову стабилност и управљивост, што захтева темељну анализу. Код асиметрија је ситуација сложенија и зависи од карактера дејства. Геометријске асиметрија узрокују аеродинамичке силе и моменте који зависе од динамичког притиска. Како управљачке величине авиона настају отклонима командних површи чиме се узрокују промене у аеродинамичким силама и моментима, то су и поремећај услед асиметрије и могућност његове компензације функције динамичког притиска, а способност авиона да отклони последице асиметрије је равномерна унутар анvelope лета. Другачије су последице када су асиметрије инерцијалне или настају услед дејства или пропульзивне групе или наоружања. Тада могућност компензације асиметричног поремећаја опада са опадањем динамичког притиска, па се посебна пажња у анализи утицаја асиметрија мора посветити могућности њихове компензације у области малих брзина лета.

3.2 Одређивање основних задатака истраживања

Разматрања у претходном поглављу указују на основне циљеве који се постављају у овом раду, а тоје проширење поступка пројектовања динамичких особина и квалитета лета авиона тако да су обухваћени утицаји спољашњих средстава и асиметрија. Због остварења принципа инжењерске ефикасности, ова проширења је потребно начинити у првим фазама поступка пројектовања динамичких особина и квалитета лета авиона. Коначно, наведена проширења морају бити таква да се лако укључују у рачунарски оријентисане поступке пројектовања.

Први корак у остваривању општих циљева рада је развијање општег модела динамике лета авиона. Модел динамике лета авиона мора бити обима који обухвата сва спољашња дејства на динамичке особине и квалитете лета, а истовремено довољно детаљан да укаже који је случај апстракције допуштен у сваком случају разматрања дејства, било спољашњих средстава, било асиметрија. Општи модел динамике лета мора бити такав да омогућава лако укључење утицаја спољашњих средстава. Сви модели динамике лета са асиметријама морају представљати само посебне случајеве општег модела динамике лета са обухваћеним утицајем подвесних средстава.

Утицај спољашњих средстава ће се приказати у општој прорачунској методи која за дати тип авиона даје доприносе подвесних терета општег облика и инерцијалних особина на стабилност авиона.

У терминалним фазама лета брзина и динамички притисак су мали, а последица је ограничење ауторитета команди лета. Као задатак се од посебног значаја се поставља стварање рачунарски оријентисаног поступка анализе који ће у присуству асиметричних оптерећења одредити ограничења анvelope лета услед ограничења ауторитета команди лета.

4 МОДЕЛ ДИНАМИКЕ ЛЕТА АВИОНА

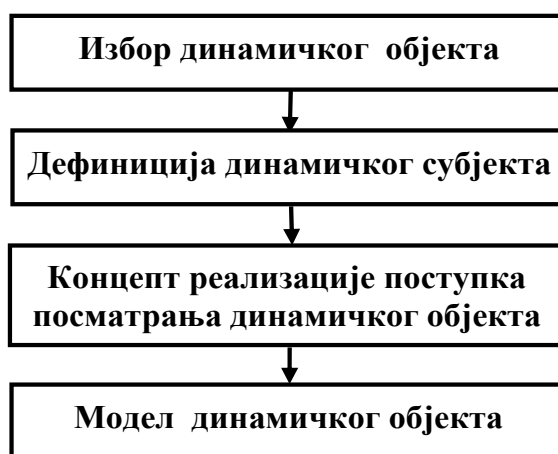
4.1 *Основе поступка избора облика математичког модела*

Динамика лета авиона, летелице са непокретним узгонским површима, у филозофско-појмовном смислу представља категорију по себи, независну од посматрача и представља динамички објект који је предмет посматрања. Поступак посматрања динамике лета је субјект, а упознавање и пројектовање те динамике лета са свим делатностима које обухвата је радња коју при томе обавља субјект. Концепт објекта и субјекта динамике је основа у упознававању и пројектовању свих динамичких система. Динамика објекта је утемељена у његовој физици и у потпуности одређује његово спрезања са околином. Математички модел динамичког објекта представља јединствен систем једначина који описује његово понашање са становишта задовољења захтева које поставља субјект у зависности од радње коју обавља. Математички модел је оквир кроз који субјект посматра понашање динамичког објекта и условљен је како карактеристикама динамичког објекта, тако и својствима субјекта. Према томе, за исти динамички објект постоје различити математички модели чији је могући број једнак збиру свих радњи које обављају сви субјекти.

Потпун опис динамике објекта је у појединим случајевима веома сложен. Међутим, принцип, да се у научним и техничким применама користи само оно што има

смисла, намеће да је модел сложености не веће од оне која задовољава захтеве субјекта. Упознавање и пројектовање динамике лета обухвата, као најопштије категорије, анализу механике и пројектовање квалитета лета, при чему свака од њих има средишњу област јасно издвојених особина и многобројне просторе узајамног преплитања. Анализа механике лета проучава опште и специјане перформансе лета. Тема овог рада је пројектовање квалитета лета које обухвата пројектовање стабилности и управљивости авиона. Овде авион представља управљачки систем који се састоји од летелице као управљаног објекта и управљачког система који у својој контури као подсистеме може садржати или систем управљања летом или оператора или и један и други подсистем. Пројектовање управљаног објекта се обавља аеродинамичким обликовањем и подешавањем инерцијалних карактеристика, систем управљања летом се пројектује методама из области аутоматског управљања, а на понашање оператора у управљачкој контури, пилота, се утиче одговарајућом обуком. Поступци пројектовања квалитета лета одређују математички модел динамике лета авиона, а тај модел је прихватљив и са становишта анализе механике лета.

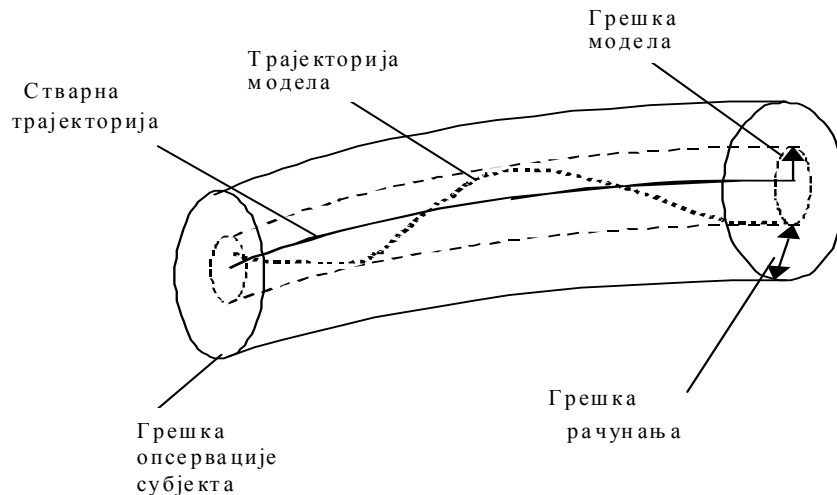
Из предходно изложеног следи да избор и израда модела динамичког објекта не представља први корак у поступку његовог посматрања. Поступак припреме израде модела је дат на **Слици 1**. По избору динамичког објекта се приступа дефиницији динамичког субјекта, а потом одређивању концепта реализације посматрања објекта. Облик модела динамике објекта се одређује тек по обављању предходних корака.



Слика 1. Поступак припреме за израду модела динамичког објекта.

За израду математичког модела динамике лета авиона као изабраног објекта је потребно одредити динамички субјект, опште услове и циљеве примене наведеног модела. Модел је намењен, са једне стране за анализу механике лета, а са друге за пројектовање квалитета лета, и то истовремено и обликовањем авиона и реализацијом његовог система управљања. Област намене математичког модела динамике лета авиона одређује и научне области које обухвата и у којима се примењује, при чему су најважније класична механика, аеродинамика, аутоматско управљање и симулација. Процес пројектовања авиона започиње одређивањем његовог концепта, условно се завршава увођењем у употребу, када почиње фаза његовог еволутивног развоја, а стварно престаје прекидом употребе. У свим областима се фазе пројектовања авиона, од одређивања концепта до увођења у употребу, одликују цикличним карактером. Свака фаза даје слику авиона ближу стварној. Значи да у свим фазама пројектовања мора бити јединствен математички модел динамике лета авиона, и то са јединственим начином приказивања добијених резултата. Овим су изложене најважније особине субјекта које утичу на облик математичког модела динамике лета авиона. Утицај субјекта на облик математичког модела динамике је приказан на два карактеристична примера

Утицај динамичког субјекта на облик модела динамике објекта се може илустровати на примеру тачности³³ у случају симулације динамике лета. Сваки динамички субјект има неку тачност обсервације објекта (**Слика 2**) и унутар опсега грешке обсервације се не могу раздвојити две вредности величина динамике објекта. За субјект су 'тачне' све оне вредности добијене симулацијом које се налазе унутар опсега обсервације. Допуштена грешка вредности добијене симулацијом се састоји од два дела. Први део представља одступање тачне вредности добијене математичком презентацијом модела динамике објекта од стварне динамике објекта, тј грешку модела. Други део представља грешке рачунања, где су најзначајнији чиниоци усвојени алгоритам нумеричке интеграције и дужина рачунарске речи. Ово потоње је непосредно зависно од могућности рачунара да задовољи захтеве на њему имплементирани симулације. На основу овога је у оквиру компромиса потребно одредити оптималну комбинацију која са најједноставнијим моделом, алгоритмом нумеричке интеграције и најмањом дужином рачунарске речи даје тачност симулације у оквиру опсега тачности обсервације субјекта симулације.



Слика 2. Илустрација тачности опсервације субјекта.

Пример утицаја субјекта је облик аеродинамичких сила и момената у моделу динамике лета. По својој природи те две величине припадају механици непрекидних средина, а основни облик њиховог решавања је садржан у систему диференцијалних једначина расподељених параметара. Пошто, историјски посматрано, није било могуће добијање решења тог система једначина, приступило се решавању по концепту контролне запремине унутар које су наведене величине одређиване развијањем до одређене тачности у Тајлоров ред по скупу утицајних променљивих величина. Овим начином су аеродинамичке силе и моменти одређене скупом аеродинамичких дериватива својих компоненти, а елементи тог скупа су представљени одговарајућим вишедимензионим табличним функцијама. Поред тога, налажење парцијалних извода аеродинамичких сила и момената по појединим величинама представља део поступка анализе и омогућава увид у динамичке карактеристике авиона. Познавање динамичких особина авиона као објекта управљања је нужност ако се за остваривање његове жељене динамике захтева примена система аутоматског управљања. Пораст потребе за применом система аутоматског управљања у остваривању тражене динамике лета авиона истиче значај оваквог приказивања аеродинамичких сила и момената.

Развој рачунарске технике је омогућио налажење решења система диференцијалних једначина расподељених параметара нумеричким поступцима. Међутим, конвергенција ка решењу нумеричких поступака није једнозначно одређена и зависи од вештине одређивања почетних и контурних услова у разматрању струјања флуида

око посматраног динамичког објекта. Последица је да није могуће одредити рачунарско време потребно за налажење нумеричког решења проблема струјања. Са друге стране, пројектовање квалитета лета авиона захтева, како јединствен модел у свим фазама пројектовања, тако и примену тог модела при симулацији у реалном времену. За налажење решења неке табличне функције је увек могуће начинити алгоритам познатог броја рачунских операција, а тиме и одредити време потребно да се на дигиталном рачунару срачунају аеродинамичке силе и моменти. Због тих особина субјекта, модел аеродинамичких сила и момената дат преко скупа аеродинамичких дериватива у контролној запремини је једини који је могуће применити при пројектовању квалитета лета авиона.

Општи облик функције \mathbf{F} у матрично-векторском облику која описује понашање неког динамичког система, па и авиона, је

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}), \quad (4.1.1)$$

где је t време, \mathbf{x} и $\dot{\mathbf{x}}$ су вектор стања тог система и извод по времену вектора стања, а \mathbf{u} је вектор улаза. Величине којима динамички систем, авион, делује на околину, или које служе за његово посматрање су излази тог система, садржани у вектору излаза \mathbf{y} . Функција \mathbf{G} у матрично-векторском облику

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}), \quad (4.1.2)$$

даје зависност величина вектора излаза \mathbf{y} од времена t , вектора стања \mathbf{x} и улаза \mathbf{u} тог система и представља директно решење проблема динамике лета, или симулацију. Са становишта теорије управљања, у вектору излаза \mathbf{y} се може управљати са онолико величина колико је садржано у вектору у вектору улаза \mathbf{u} , док су све остале величине одређене зависностима датим у функцији излаза (4.1.2). Функција \mathbf{H} у матрично-векторском облику

$$\mathbf{u} = \mathbf{H}(t, \mathbf{x}, \mathbf{y}), \quad (4.1.3)$$

даје зависност величина вектора улаза \mathbf{u} од времена t , вектора стања \mathbf{x} и излаза \mathbf{y} тог система и представља инверзно решење проблема динамике лета, или одређивање номиналних величина.

4.2 Основне дефиниције и координатни системи

При образовању математичког модела кретања авиона се полази од претпоставке да се са становишта разматрања динамике лета и система управљања летом авион са довољно тачности може представити као круто тело са шест степени слободe кретања. Модел се сачињава за слободан лет без утицаја тла, са могућношћу накнадног проширења увођењем, како дејства стајног трапа при кретању по тлу, тако и утицаја тла на величине аеродинамичких сила и момената. Основа модела је изведена из⁶, а део који се односи на сам авион инициран у³⁴. Као смернице за означавање величина су коришћени^{35, 36}. Опис општег модела ће бити дат са нивоом довољним за образложење једначина интеграције. Потпуније ће бити изложени они делови општег модела који одређују утицаје спољних оптерећења и асиметрија на динамику лета авиона. Начин приказивања једначина математичког модела динамике лета је у векторско-матричној нотацији, због погодног преноса у програмске примене нумеричких решења.

Под авионом ће се подразумевати летелица која својим кретањем омогућава да оно буде независно од подлоге, а која силу која је одржава у ваздуху, узгон, осварује површима које су непокретне у односу на структуру летелице. Током трајања лета авиона може доћи како до промене његовог облика о додиру са ваздухом, оквашене површине, тако инерцијалних карактеристика. Јединствен облик и инерцијалне особине чине конфигурацију авиона. Објекат моделирања је изабрани скуп конфигурација авиона одређених као номиналне, а посебан подскуп су референтне номиналне конфигурације као полазне за пројектовање динамике авиона. Математички модел динамике лета авиона се одређује на основу следећег скупа претпоставки:

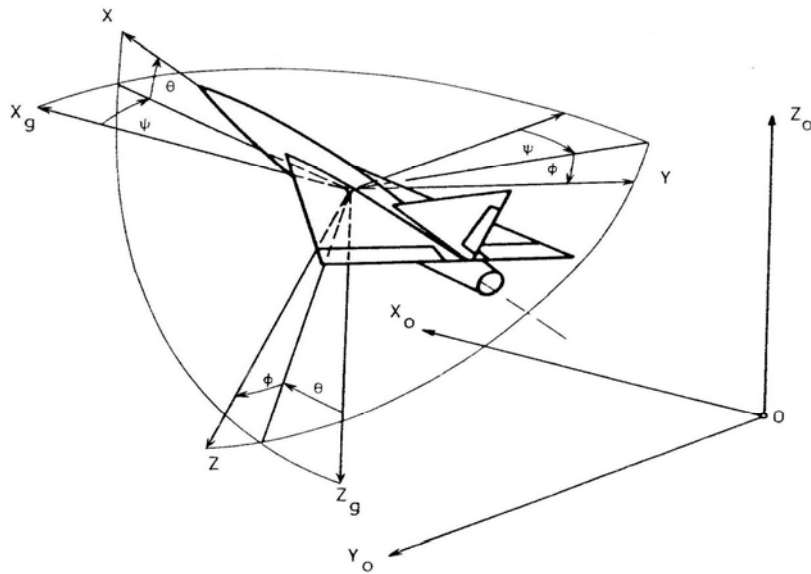
- П1* Авион је круто тело са шест степени слободe кретања.
- П2* Авион је летелица код које се у односу на номинални правац лета може разликовати “предњи” и “задњи” као и “горњи” и “доњи” део, односно правци “напред” и “назад” као и “горе” и “доле”.
- П3* Номиналне конфигурације авиона су са равни геометријске и инерцијалне симетрије.
- П4* Маса и моменти инерције авиона су непроменљиви у оквиру периода интеграције.

- П5 Закривљеност земље се занемарује.
- П6 Координатни систем везан за површину Земље је инерцијални систем.
- П7 Средина у којој се креће авион задовољава законе стандард атмосфере³⁷.
- П8 Аеродинамичко струјно поље око авиона је квазистационарно.
- П9 Кретање ваздуха непоремећено локалним струјним пољем авиона је задато векторским пољем брзина у односу на инерцијални систем и садржи детерминистичку и стохастичку компоненту.
- П10 Коефицијенти аеродинамичке силе и момента зависе од Маховог и Рејнолдсовог броја, вектора линеарне брзине и убрзања и угаоне брзине авиона у односу на локални ваздух, отклоне и брзине отклоне командних површи и конфигурације авиона. Коефицијенти су линеарни по убрзањима и угаоној брзини.

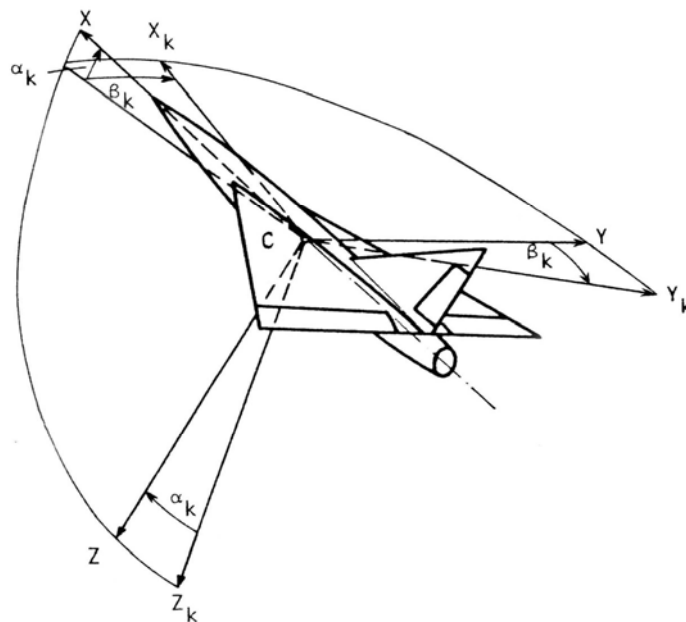
У моделу кретања авиона се користи следећи скуп основних правоугаоних десно оријентисаних координатних система:

- а) *Инерцијални* $(0, X_0, Y_0, Z_0)$ (Сл. 4.3), са координатним почетком 0 произвољно постављеним на нивоу мора, осом Z_0 у правцу Земљине теже и усмереном на горе и по потреби изабраном правцу оса X_0 или Y_0 .
- б) *Покретни* $(0, X_g, Y_g, Z_g)$ (Сл. 4.3), са координатним почетком CM у центру инерције авиона, осом X_g паралелној оси X_0 и истог смера, осом Y_g паралелној оси Y_0 и осом Z_g паралелној оси Z_0 и у смеру Земљине теже.
- в) *Везани* $(0, X, Y, Z)$ (Сл. 4.3), са осама везаним за тело, координатним почетком CM у у центру инерције авиона, осом X везаном за изабрани правац у равни паралелној равни симетрије номиналне конфигурације авиона и усмереном напред, а осом Z усмереном у правац на доле авиона.
- г) *Брзински* $(0, X_k, Y_k, Z_k)$ (Сл. 4.4) са координатним почетком CM у у центру инерције авиона, осом X_k у правцу и смеру брзине $\vec{V}_{(K)}$ авиона у односу на инерцијални систем. Оса Z_k лежи у равни паралелној равни симетрије номиналне конфигурације авиона оријентисана тако да, када осе X_k и X имају исти правац и смер, тада и осе Z_k и Z имају исти правац и смер.
- д) *Струјни* $(0, X_a, Y_a, Z_a)$ (Сл. 4.5), са координатним почетком CM у центру инерције авиона, осом X_a у правцу и смеру релативне брзине \vec{V} авиона у односу на

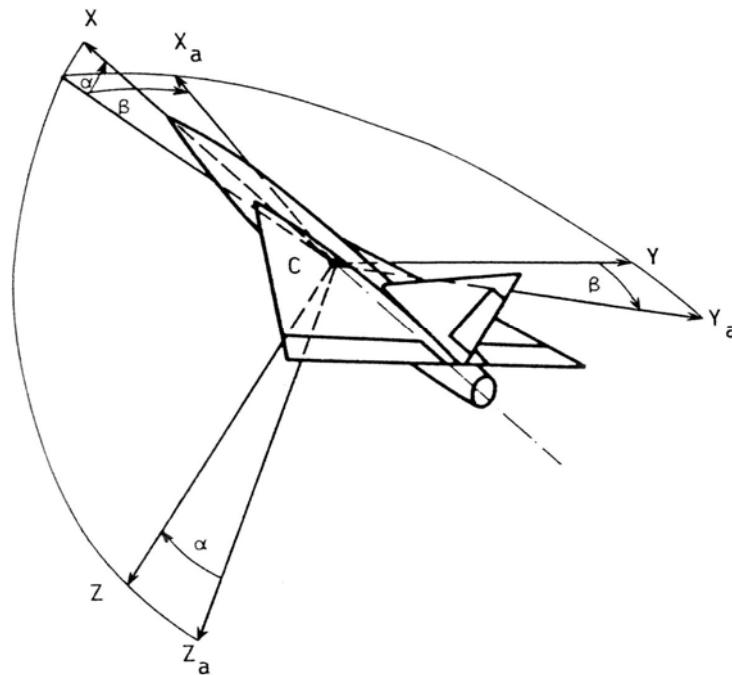
околу ваздушну средину непоремећену локалним струјним пољем авиона. Оса Z_a лежи у равни паралелној равни симетрије номиналне конфигурације авиона оријентисана тако да, када осе X_a и X имају исти правац и смер, тада и осе Z_a и Z имају исти правац и смер.



Слика 4.3. Инерцијални, покретни и везани координатни системи



Слика 4.4. Везани и брзински координатни системи.

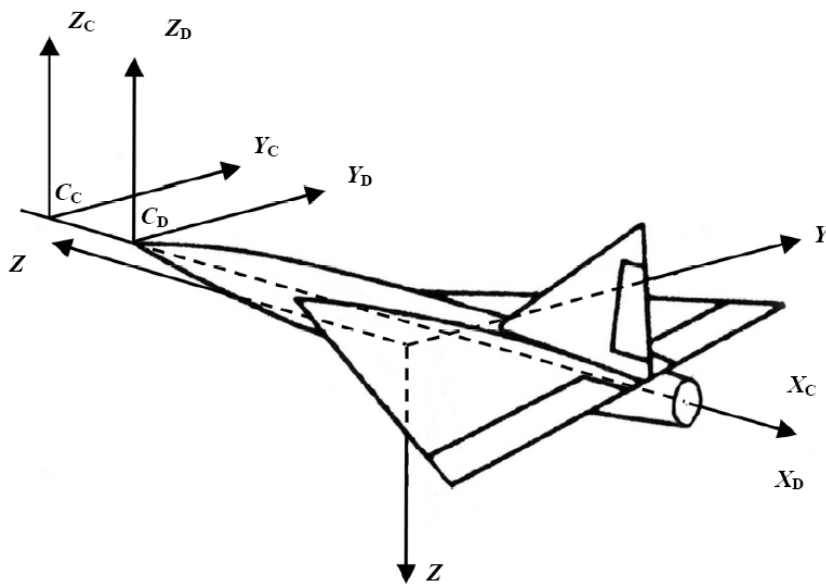


Слика 4.5. Везани и струјни координатни системи.

Поред наведених, у анализи динамике авиона се користе још две групе координатних система. Прву групу чине координатни системи локалних динамички подсистема, као што су, на пример, пропулзори или наоружање, а њихова веза са везаним координатним системом је дата у опису наведеног модела.

Другу групу чине правоугаони лево оријентисани координатни системи:

- ђ) *Конструкторски* (C_C, X_C, Y_C, Z_C) (Сл. 4.6), са координатним почетком C_C у усвојеној тачки изабране референтне осе трупа авиона, а испред било ког дела структуре авиона, осом X_C у правцу референтне осе трупа авиона и усмереној ка “задњем” делу авиона, осом Z_C у равни симетрије авиона и усмереној на “горе” и осом Y_C усмереној у правцу десног крила.
- е) *Прорачунски аеродинамички* (C_D, X_D, Y_D, Z_D) (Сл. 4.6), са координатним почетком C_D у првој тачки трупа која додирује струју ваздуха у правцу лета и која је на изабраној референтној осе трупа авиона, осом X_D у правцу референтне осе трупа авиона и усмереној ка “задњем” делу авиона, осом Z_D у равни симетрије авиона и усмереној на “горе” и осом Y_D усмереној у правцу десног крила. Ово је ‘DATCOM’ координатни систем.



Слика 4.6. Конструкторски и аеродинамички координатни системи.

Конструкторски координатни систем произилази из поступака пројектовања структуре авиона, и даје релативне позиције свих компоненти које ту структуру сачињавају, па је његова примена нужна за затварање ланца мера између појединих тела која чине авион. Са друге стране, већина поступака прорачуна аеродинамичких карактеристика авиона користи исте референтне системе као и метода ‘DATCOM’.

4.3 Матрице трансформација и односи величина у координатним системима

4.3.1 Матрице трансформација

Векторска величина \vec{r} из тродимензионог Еуклидског простора је одређена својим пројекцијама у предходно побројаним координатним системима. У векторско-матричној нотацији се та векторска величина означава са \mathbf{r} и одговарајућим индексом. За вектор \vec{r} у координатном систему “t” дат са \mathbf{r}_t , а у координатном систему “s” са \mathbf{r}_s , матрица трансформације \mathbf{L}_{st} вектора \mathbf{r} из система “t” у систем “s” је дата са

$$\mathbf{r}_s = \mathbf{L}_{st} \mathbf{r}_t. \quad (4.3.1)$$

Девет елемената матрице трансформације су косинуси углова између координатних оса система “s” и “t”. Матрице директне и инверзне трансформације између ортогоналних система су повезане релацијом

$$\mathbf{L}_{ts} = \mathbf{L}_{st}^{-1} = \mathbf{L}_{st}^T \quad (4.3.2)$$

Ако је \mathbf{L}_{rs} матрица трансформације из система “s” у систем “r”, тада је матрица трансформације између “t” и “r” дата са

$$\mathbf{L}_{rt} = \mathbf{L}_{rs} \mathbf{L}_{st}. \quad (4.3.3)$$

На основу (4.3.1) и (4.3.3) се може одредити трансформација настала узастопним повезивањем трансформација.

Нека је матрица \mathbf{A} са елементима чије вредности зависе од координатног система у коме је дата, тако да је у систему “s” дата са \mathbf{A}_s , а у систему “t” \mathbf{A}_t . Трансформација \mathbf{A}_t у \mathbf{A}_s је дата изразом

$$\mathbf{A}_s = \mathbf{L}_{st} \mathbf{A}_t \mathbf{L}_{ts} \quad (4.3.4)$$

Девет елемената матрице трансформације између ортогоналних систем нису независни. Ојлер је показао да је прелазак из једног у други ортогонални координатни систем потпуно дефинисан са три ротације које се обављају одређеним редоследом, а углови тих ротација су Ојлерови углови Φ, Θ, Ψ .

Из дефиниције кинематског координатног система (Сл. 4.4.) следи да угао кинематског клизања β_k заклапа оса X_k са равни симетрије номиналне конфигурације авиона, а кинематски нападни угао α_k заклапа пројекција брзине $\vec{V}_{(K)}$ у равни паралелној равни симетрије номиналне конфигурације авиона са осом X координатног система везаног за авион.

Слично томе, из дефиниције струјног координатног система (Сл. 4.5.) следи да угао клизања β заклапа оса X са равни симетрије номиналне конфигурације авиона, а нападни угао α заклапа пројекција брзине \vec{V} у равни паралелној равни симетрије номиналне конфигурације авиона са осом X координатног система везаног за авион.

Дефиницијама Ојлерових углова Φ, Θ, Ψ , угла кинематског клизања β_k и кинематског нападног угао α_k и и угла клизања β и нападног угала α су у потпуности одређене матрице трансформација међу предходно дефинисаним координатним системима приказанима на сликама 4.3 до 4.5.

Матрица трансформације из покретног у инерцијални координатни систем \mathbf{L}_{0g} је дата са

$$\mathbf{L}_{0g} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (4.3.5)$$

из система везаног за тело у покретни координатни систем \mathbf{L}_{gb} ,

$$\mathbf{L}_{gb} = \begin{bmatrix} \cos \Theta \cos \Psi & \sin \Phi \sin \Theta \cos \Psi - \cos \Phi \sin \Psi & \cos \Phi \sin \Theta \cos \Psi + \sin \Phi \sin \Psi \\ \cos \Theta \sin \Psi & \sin \Phi \sin \Theta \sin \Psi - \cos \Phi \cos \Psi & \cos \Phi \sin \Theta \sin \Psi - \sin \Phi \cos \Psi \\ -\sin \Theta & \sin \Phi \cos \Theta & \cos \Phi \cos \Theta \end{bmatrix}. \quad (4.3.6)$$

Матрица трансформације из система везаног за тело у инерцијални координатни систем \mathbf{L}_{0b} се на основу (4.3.3) добија као

$$\mathbf{L}_{0b} = \mathbf{L}_{0g} \mathbf{L}_{gb} \quad (4.3.7)$$

Матрица трансформације из кинематског у координатни систем везан за тело \mathbf{L}_{bk}

$$\mathbf{L}_{bk} = \begin{bmatrix} \cos \beta_k \cos \alpha_k & -\sin \beta_k \cos \alpha_k & -\sin \alpha_k \\ \sin \beta_k & \cos \beta_k & 0 \\ \cos \beta_k \sin \alpha_k & -\sin \beta_k \sin \alpha_k & \cos \alpha_k \end{bmatrix}, \quad (4.3.8)$$

а из струјног у координатни систем везан за тело \mathbf{L}_{ba}

$$\mathbf{L}_{ba} = \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \alpha & -\sin \beta \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ \cos \beta \sin \alpha & -\sin \beta \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}. \quad (4.3.9)$$

Матрица трансформације из везаног у конструкторски координатни систем \mathbf{L}_{Cb} је

$$\mathbf{L}_{Cb} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (4.3.10)$$

Ако је положај центра инерције авиона C одређен у конструкторском систему вектором $\mathbf{r}_{R(C)}$, а неке тачке A авиона вектором $\mathbf{r}_{R(A)}$, тада је положај тачке A у везаном систему дат са

$$\mathbf{r}_{(A)} = \mathbf{L}_{bC} (\mathbf{r}_{C(A)} - \mathbf{r}_{C(C)}). \quad (4.3.11)$$

Везе између везаног и прорачунског аеродинамичког система су истог облика, па је матрица трансформације \mathbf{L}_{Db}

$$\mathbf{L}_{Db} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (4.3.12)$$

док је, за познате векторе положаја центра инерције $\mathbf{r}_{D(C)}$ и тачке A $\mathbf{r}_{D(A)}$, у везаном систему положај тачке A одређен са

$$\mathbf{r}_{(A)} = \mathbf{L}_{bD} (\mathbf{r}_{D(A)} - \mathbf{r}_{D(C)}). \quad (4.3.13)$$

4.3.2 Векторски производ

Векторски производ вектора \vec{u} и \vec{v} датих у векторско-матричном облику је

$$\vec{u} \times \vec{v} = \mathbf{u} \times \mathbf{v} = \tilde{\mathbf{u}} \mathbf{v} \quad (4.3.14)$$

где је

$$\tilde{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} 0 & -u_z & u_y \\ u_z & 0 & -u_x \\ -u_y & u_x & 0 \end{bmatrix} \quad (4.3.15)$$

4.3.3 Трансформација извода вектора.

Нека се вектор \mathbf{v} посматра у системима θ и b , при чему је систем θ непокретан, инерцијални, а систем b ротира угаоном брзином $\mathbf{\Omega} = [p, q, r]^T$ око система θ . Изводи вектора \mathbf{v} су $\dot{\mathbf{v}}_0 = [\dot{u}_0, \dot{v}_0, \dot{w}_0]^T$ и $\dot{\mathbf{v}}_b = [\dot{u}_b, \dot{v}_b, \dot{w}_b]^T$. Ротација не утиче на израз (4.3.1), а матрица трансформације се мења у времену, па се налажењем извода по времену директне (4.3.1) и инверзне трансформације добија облик

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{v}}_b &= \mathbf{L}_{b0} \dot{\mathbf{v}}_0 + \dot{\mathbf{L}}_{b0} \mathbf{v}_0 \\ \dot{\mathbf{v}}_0 &= \mathbf{L}_{0b} \dot{\mathbf{v}}_b + \dot{\mathbf{L}}_{0b} \mathbf{v}_b \end{aligned} \quad (4.3.16)$$

Показује се да се за извод по времену матрице трансформације \mathbf{L}_{0b} на основу Ојлерове (Euler) теореме добија

$$\dot{\mathbf{L}}_{0b} = \mathbf{L}_{0b} \tilde{\mathbf{\Omega}} \quad (4.3.17)$$

где је

$$\tilde{\mathbf{\Omega}} = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.3.18)$$

На основу (4.3.16) и (4.3.17) се за извод по времену вектора $\dot{\mathbf{v}}_0$ у инерцијалном систему на основу величина у систему везаном за тело добија

$$\dot{\mathbf{v}}_0 = \mathbf{L}_{0b} \left(\dot{\mathbf{v}}_b + \tilde{\mathbf{\Omega}}_b \mathbf{v}_b \right) \quad (4.3.19)$$

4.4 Основе кинематике модела динамике лета

Математички модел динамике лета авиона као крутог тела је дат векторским једначинама сила и момената. Овај систем од две векторске нелинеарне једначине другог реда се преводи у систем од дванаест нелинеарних диференцијалних једначина првог реда, са обликом прилагођеним за имплементацију на рачунару. Ових дванаест једначина одређује вектор стања \mathbf{X} облика

$$\mathbf{X} = \left[V_{(K)}, \beta_k, \alpha_k, P, Q, R, \Phi, \Theta, \Psi, x_0, y_0, z_0 \right]^T. \quad (4.4.1)$$

Вектор стања \mathbf{X} се састоји од четири вектора физичких величина, и то вектора брзине $\hat{\mathbf{V}}_{(K)} = \left[V_{(K)}, \beta_k, \alpha_k \right]^T$, угаоне брзине $\mathbf{\Omega} = \left[P, Q, R \right]^T$, угаоне оријентације $\mathbf{\Psi} = \left[\Phi, \Theta, \Psi \right]^T$ и позиције $\mathbf{X}_0 = \left[x_0, y_0, z_0 \right]^T$. При дефинисању уведених величина и метрике коришћени су ISO стандарди.

Узимајући у обзир *П9* и *П10* сматраће се да на динамику лета авиона имају утицаја линеарна брзина $\vec{V}_{(w)}$, убрзање $\dot{\vec{V}}_{(w)}$ и угаона брзина $\vec{\Omega}_{(w)}$ атмосфере. Када су, у односу на инерцијални простор, познате ове величине, како за атмосферу, тако и за авион, лако се исказују релативни односи

$$\vec{V} = \vec{V}_{(K)} - \vec{V}_{(w)}; \quad \dot{\vec{V}} = \dot{\vec{V}}_{(K)} - \dot{\vec{V}}_{(w)}; \quad \vec{\Omega}_{(a)} = \vec{\Omega} - \vec{\Omega}_{(w)}, \quad (4.4.2)$$

где је $\vec{\Omega}_{(a)}$ релативна ротација атмосфере у односу на авион. Из дефиниција брзинског и струјног координатног система и матрица трансформација \mathbf{L}_{bk} и \mathbf{L}_{ba}

(јед. (4.3.8) и (4.3.9)) се одређује веза између ортогоналних компоненти у координатном систему везаном за тело вектора брзине у односу на инерцијални простор $\vec{V}_{(K)}$ и вектора брзине у односу на ваздух \vec{V}

$$\vec{V}_{(K)} = \mathbf{V}_{(K)} = [u_{(K)}, v_{(K)}, w_{(K)}]^T \quad \vec{V} = \mathbf{V} = [u, v, w]^T \quad (4.4.3)$$

и, како вектора кинематских величина $\hat{\mathbf{V}}_{(K)}$ коришћеног при интеграцији, тако и вектора струјних величина $\hat{\mathbf{V}}$ коришћеног при добијању аеродинамичких величина.

$$\hat{\mathbf{V}}_{(K)} = [V_{(K)}, \beta_k, \alpha_k]^T \quad \hat{\mathbf{V}} = [V, \beta, \alpha]^T \quad (4.4.4)$$

Добија се

$$\begin{bmatrix} u_{(K)} \\ v_{(K)} \\ w_{(K)} \end{bmatrix} = V_{(K)} \begin{bmatrix} \cos \beta_k \cos \alpha_k \\ \sin \beta_k \\ \cos \beta_k \sin \alpha_k \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = V \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \alpha \\ \sin \beta \\ \cos \beta \sin \alpha \end{bmatrix}, \quad (4.4.5)$$

са везама између компоненти

$$\begin{aligned} V_{(K)} &= \sqrt{u_{(K)}^2 + v_{(K)}^2 + w_{(K)}^2} & V &= \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \\ \beta_k &= \arcsin \frac{v_{(K)}}{V_{(K)}} & \beta &= \arcsin \frac{v}{V} \\ \alpha_k &= \arctan \frac{w_{(K)}}{u_{(K)}} & \alpha &= \arctan \frac{w}{u} \end{aligned} \quad (4.4.6)$$

Налажењем извода по времену израза (4.4.5) се добија

$$\dot{\mathbf{V}}_{(K)} = \mathbf{L}_{bk} \mathbf{D}_{(K)} \hat{\mathbf{V}}_{(K)}; \quad \dot{\mathbf{V}} = \mathbf{L}_{ba} \mathbf{D} \hat{\mathbf{V}}, \quad (4.4.7)$$

где су $\hat{\mathbf{V}}_{(K)} = [\dot{u}_{(K)}, \dot{v}_{(K)}, \dot{w}_{(K)}]^T$ и $\hat{\mathbf{V}} = [\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}]^T$ изводи по времену ортогоналних компоненти вектора $\hat{\mathbf{V}}_{(K)}$ и $\hat{\mathbf{V}}$, а матрице $\mathbf{D}_{(K)}$ и \mathbf{D} су одређене са

$$\mathbf{D}_{(K)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & V_{(K)} & 0 \\ 0 & 0 & V_{(K)} \cos \beta_k \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & V & 0 \\ 0 & 0 & V \cos \beta \end{bmatrix} \quad (4.4.8)$$

Коришћењем (4.3.17), (4.4.7) и (4.4.8) се, по сређивању, убрзање авиона у кинематском систему одређује изразом

$$\mathbf{a}_k = \mathbf{D}_{(K)} \dot{\mathbf{V}}_{(K)} - V_{(K)} \mathbf{L}_{ik} \boldsymbol{\Omega} \quad (4.4.9)$$

где је

$$\mathbf{L}_{ik} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \sin \alpha_k & 0 & -\cos \alpha_k \\ -\cos \alpha_k \sin \beta_k & \cos \beta_k & -\sin \alpha_k \sin \beta_k \end{bmatrix}. \quad (4.4.10)$$

4.5 Тежиште, моменти инерције авиона и извод момента количине кретања

4.5.1 Положај центра инерције.

Посматра се круто тело запремине V и коначне масе m . У простору је изабрана произвољна тачка O за координатни почетак правоуглог десног координатног система. Нека је, у датом систему, вектор положаја неке тачке са елементом масе dm \vec{R}_O и нека је промена густине унутар тела са коначним вредностима, тј $\rho(\vec{R}_O) \neq \infty$.

Пошто је елемент масе увек већи од нуле, $dm = \rho(\vec{R}_O) dV > 0$, то се увек може наћи тачка C за коју је испуњен услов

$$\begin{aligned} \int_V \vec{R}_C dm &= \int_V \vec{R}_C \rho(\vec{R}_C) dV = 0 \\ \int_V \mathbf{R}_C dm &= \int_V \mathbf{R}_C \rho(\mathbf{R}_C) dV = 0 \end{aligned} \quad (4.5.1)$$

где је друга једначина у (4.5.1) дата у векторско-матричном облику записа. Тачка C представља центар инерције крутог тела. У односу на координатни систем са почетком у произвољној тачки O се координата тачке C одређује са

$$\mathbf{R}_{O(C)} = \frac{\int_V \mathbf{R}_O \rho(\mathbf{R}_O) dV}{\int_V \rho(\mathbf{R}_O) dV} \quad (4.5.2)$$

4.5.2 Моменат силе и тежиште

Моменат силе \vec{M} који у односу на тачку O делује на круто тело, се добија, без извођења, изразом

$$\vec{M} = \int \vec{R}_I \times d\vec{f}_I \quad (4.5.3)$$

где је \vec{R}_I вектор положаја неке тачке I крутог тела у односу на тачку O , а $d\vec{f}_I$ елементарна сила која делује у тој тачки.

Када је у свим тачкама тела инерцијално убрзање \vec{a}_{in} , $\mathbf{a}_{in} = [a_{x_{in}}, a_{y_{in}}, a_{z_{in}}]^T$ исто, тада је елемент силе $d\vec{f}_I = -\vec{a}_{in} dm$ исти у свим тачкама тела. Моментна једначина (4.5.3) за тачку C на основу (4.5.1) добија облик

$$-\int_V \vec{R}_C \times \vec{a}_{in} dm = \int_V \vec{a}_{in} \times \vec{R}_C dm = \vec{a}_{in} \times \int_V \vec{R}_C \rho(\vec{R}_C) dV = 0 \quad (4.5.4)$$

или у матрично-векторском облику

$$-\int_V \tilde{\mathbf{R}}_C \mathbf{a}_{in} dm = \int_V \tilde{\mathbf{a}}_{in} \mathbf{R}_C dm = \tilde{\mathbf{a}}_{in} \int_V \mathbf{R}_C \rho(\mathbf{R}_C) dV = 0 \quad (4.5.5)$$

Тада је центар инерције C тежиште тела.

4.5.3 Моменат количине кретања крутог тела

У неком инерцијалном систему је моменат количине кретања неког деформабилног тела дат са

$$\vec{H} = \int_m \vec{R}_I \times \vec{v}_I dm, \quad (4.5.6)$$

где је \vec{R}_I вектор положаја у инерцијалном координатном систему неке тачке деформабилног тела елементарне масе dm . Моменат количине кретања у матричном облику постаје

$$\mathbf{H}_I = \int_m \tilde{\mathbf{R}}_I \mathbf{v}_I dm = \int_m \tilde{\mathbf{R}}_I \dot{\mathbf{R}}_I dm \quad (4.5.7)$$

У разматрању динамике крутог тела је од интереса неки систем 'b' везан за то тело. На основу (4.3.19) се брзина $\dot{\mathbf{R}}_I$ у систему 'b' може исказати као

$$\dot{\mathbf{R}}_I = \mathbf{L}_{Ib} (\dot{\mathbf{R}}_b + \tilde{\mathbf{\Omega}}_b \mathbf{R}_b) \quad (4.5.8)$$

Узимајући у обзир чињеницу да је за круто тело $\dot{\mathbf{R}}_b = 0$, израз (4.5.8) и правило трансформације вектора (4.3.1), за моменат количине кретања крутог тела у систему 'b' везаном за то тело се добије

$$\mathbf{H}_b = \mathbf{L}_{bI} \mathbf{H}_I = \int_m \mathbf{L}_{bI} \tilde{\mathbf{R}}_I \mathbf{L}_{Ib} \tilde{\boldsymbol{\omega}}_b \mathbf{R}_b dm \quad (4.5.9)$$

За векторски производ два вектора важе релације $\vec{\omega} \times \vec{R} = -\vec{R} \times \vec{\omega}$ и $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_b \mathbf{R}_b = -\tilde{\mathbf{R}}_b \boldsymbol{\omega}_b$, а такође је на основу (4.3.4) за трансформације матрице из једног у други систем $\mathbf{L}_{bI} \tilde{\mathbf{R}}_I \mathbf{L}_{Ib} = \tilde{\mathbf{R}}_b$, тако да (4.5.9) добија облик

$$\mathbf{H}_b = -\int_m \tilde{\mathbf{R}}_b \tilde{\mathbf{R}}_b \boldsymbol{\omega}_b dm = -\left(\int_m \tilde{\mathbf{R}}_b \tilde{\mathbf{R}}_b dm \right) \boldsymbol{\Omega}_b \quad (4.5.10)$$

пошто је за круто тело $\boldsymbol{\Omega}_b$ константно у целом домену интеграције.

4.5.4 Моменти инерције

Моменат количине кретања крутог тела дат јед. (4.5.10) се увођењем карактеристичне инерцијалне величине \mathfrak{J}_b која представља матрицу или тензор инерције може написати као

$$\mathbf{H}_b = \mathfrak{J}_b \boldsymbol{\Omega}_b \quad (4.5.11)$$

Матрица или тензор инерције \mathfrak{J}_B је дефинисана са

$$\mathfrak{J}_b = \int_m \tilde{\mathbf{R}}_b \tilde{\mathbf{R}}_b dm \quad (4.5.12)$$

или преко компоненти

$$\mathfrak{J}_B = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (4.5.13)$$

У изразу (4.5.13) су I_{xx} , I_{yy} , I_{zz} аксијални моменти инерције, а $I_{xy} = I_{yx}$, $I_{xz} = I_{zx}$ и $I_{yz} = I_{zy}$ центрифугални моменти инерције, где се вредности компоненти у (4.5.13) непосредно добијају развијањем једначине (4.5.12).

4.5.5 Општи облик Штајнерове теореме

Нека је за неко круто тело одређена матрица инерције $\mathfrak{J}_{b(C)}$ у односу на тачку сопственог центра инерције C , тако да је

$$\mathfrak{J}_{b(C)} = \int_m \tilde{\mathbf{R}}_{b(C)} \tilde{\mathbf{R}}_{b(C)} dm \quad (4.5.14)$$

Нека је у тачки A постављен координатни систем са осама паралелним систему за који је у тачки C одређена матрица инерције $\mathfrak{J}_{b(C)}$. Потребно је, за такав координатни систем у тачки A , одредити матрицу инерције $\mathfrak{J}_{b(A)}$. Вектор положаја неке тачке крутог тела у односу на тачку A , дат у оба облика, је тада

$$\vec{R}_{b(A)} = \vec{r}_{b(AC)} + \vec{R}_{b(C)}, \quad \mathbf{R}_{b(A)} = \mathbf{r}_{b(AC)} + \mathbf{R}_{b(C)} \quad (4.5.15)$$

За вектор $\mathbf{R}_{b(A)}$ се на основу својстава матрица и израза (4.3.15) добија

$$\tilde{\mathbf{R}}_{b(A)} = \tilde{\mathbf{r}}_{b(AC)} + \tilde{\mathbf{R}}_{b(C)} \quad (4.5.16)$$

Уврштавањем (4.5.16) у општи израз за матрицу инерције (4.5.12) се добије

$$\mathfrak{J}_{b(A)} = \int_m \tilde{\mathbf{R}}_{b(A)} \tilde{\mathbf{R}}_{b(A)} dm = \int_m (\tilde{\mathbf{r}}_{b(AC)} + \tilde{\mathbf{R}}_{b(C)}) (\tilde{\mathbf{r}}_{b(AC)} + \tilde{\mathbf{R}}_{b(C)}) dm$$

Развијањем предходног израза, узимајући у обзир да за производ две антисиметричне матрице важи $\tilde{\mathbf{r}}_{b(AC)} \tilde{\mathbf{R}}_{b(C)} = \tilde{\mathbf{R}}_{b(C)} \tilde{\mathbf{r}}_{b(AC)}$ и да је $\tilde{\mathbf{r}}_{b(AC)}$ независно од области интеграције, добија се

$$\mathfrak{J}_{b(A)} = \int_m \tilde{\mathbf{R}}_{b(C)} \tilde{\mathbf{R}}_{b(C)} dm + 2\tilde{\mathbf{r}}_{b(AC)} \int_m \tilde{\mathbf{R}}_{b(C)} dm + \tilde{\mathbf{r}}_{b(AC)} \tilde{\mathbf{r}}_{b(AC)} \int_m dm$$

Из израза (4.5.1) је интеграл средњег члана једнак нули, па се на основу (4.5.14) за $\mathfrak{J}_{b(A)}$ добија

$$\mathfrak{J}_{b(A)} = \mathfrak{J}_{b(C)} + \tilde{\mathbf{r}}_{b(AC)} \tilde{\mathbf{r}}_{b(AC)} m \quad (4.5.17)$$

што представља општи облик Штајнерове теореме.

4.5.6 Инерцијалне карактеристике авиона

На основу претпоставке III се авион у сваком изабраном тренутку, ограниченом условом из IV да се не може налазити унутар периода интеграције динамике авиона, може дефинисати као скуп од n присутних крутих тела познатих карактеристика и узајамно непроменљивог положаја. Овим су занемарени бућкање горива, кретања управљачких површи и сличне појаве. Тиме авион представља јединствено круто тело чије се карактеристике одређују на основу инерцијалних карактеристика и уза-

јамног положаја крутих тела које га сачињавају, а чије се инерција. На овај начин су у разматрање динамике авиона уведени утицаји промене његових инерцијалних карактеристика које настају или тренутно при, на пример, одбацивању средстава наоружања, или довољно споро у односу на период интеграције, као што је случај при потрошњи горива. Сматраће се да су, у критичном случају са становишта брзине промене масе, при дејству стрељачког наоружања, утицаји динамике тела променљиве масе занемарљиви због мале вредности стопе промене масе у односу на укупну масу авиона.

У анализи инерцијалних карактеристика авиона се користи референтни координатни систем $(0_f, X_f, Y_f, Z_f)$ биран тако да су му осе паралелне и исте оријентације као и код система везаног за тело. За свако и i -то круто тело се у сваком тренутку могу одредити његова маса $m_{(i)}$, положај локалног центра инерције Cl у односу на локални $O_{l(i)}x_{l(i)}y_{l(i)}z_{l(i)}$ координатни систем тела $\mathbf{r}_{Cl(i)}$, оријентација локалног координатног система у односу на референтни одређена Ојлеровим угловима $\Phi_{f(i)}$, $\Theta_{f(i)}$, $\Psi_{f(i)}$, матрица сопствених момената инерције $\mathfrak{J}_{L(i)}^s$ одређена у односу локални центар инерције Cl и позиција локалног центра инерције Cl у односу референтни координатни систем $\mathbf{r}_{Cf(i)}$. Оријентација локалног система тела у односу на референтни, на основу (4.3.6), одређује матрицу трансформације између референтног и локалног координатног система, $\mathbf{L}_{rl(i)} = \mathbf{L}_{bl(i)}$, а која је једнака оној између локалног и система везаног за тело авиона.

На основу познатих оријентација локалних према осам динамичког система се на основу (4.3.4) одређују сопствене матрице инерције i -тог крутог тела у систему везаном за тело

$$\mathfrak{J}_{b(i)}^s = \mathbf{L}_{bl(i)} \mathfrak{J}_{L(i)}^s \mathbf{L}_{lb(i)}. \quad (4.5.18)$$

Маса авиона се, једноставно, одређује са

$$m = \sum_{i=1}^n m_{(i)} \quad (4.5.19)$$

Трансформацијом интеграла у јед. (4.5.2) на одговарајуће суме се тренутни положај $\mathbf{r}_{f(C)}$ центра инерције C авиона у динамичком референтном систему одређује са

$$\mathbf{r}_{f(C)} = \frac{\sum_{i=1}^n \mathbf{r}_{Cf(i)} m_{(i)}}{\sum_{i=1}^n m_{(i)}} \quad (4.5.20)$$

Положај центра инерције i -тог тела $\mathbf{r}_{Cb(i)}$ се у односу на центар инерције авиона се одређује са

$$\mathbf{r}_{Cb(i)} = \mathbf{r}_{Cf(i)} - \mathbf{r}_{f(C)} \quad (4.5.21)$$

док се матрица $\tilde{\mathbf{r}}_{Cb(i)}$ придружена вектору $\mathbf{r}_{Cb(i)}$ одређује на основу (4.3.15). Матрица момената инерције авиона \mathfrak{J}_B^a се за тренутни положај центра инерције C се на основу (4.5.17) добија из суме по свих n присутних крутих тела

$$\mathfrak{J}_B^a = \sum_{i=1}^n \mathfrak{J}_{b(i)}^s + \sum_{i=1}^n \tilde{\mathbf{r}}_{Cb(i)} \tilde{\mathbf{r}}_{Cb(i)} m_{(i)} \quad (4.5.22)$$

Једначине од (4.5.18) до (4.5.22) образују алгоритам примењен у анализи динамике авиона чија се маса мења изван периода интеграције.

За авион номиналне конфигурације је матрица инерције \mathfrak{J} дата са

$$\mathfrak{J} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ -I_{zx} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}, \quad (4.5.23)$$

док је у општем случају то пуна матрица облика датог у (4.5.13).

4.5.7 Извод по времену момента количине кретања авиона

Матрични облик момента количине кретања \vec{H} , датог у систему везаном за тело у јед. (4.5.11), је у инерцијалном координатном систему

$$\mathbf{H}_0 = \mathbf{L}_{0b} \mathbf{H}_b = \mathbf{L}_{0b} \mathfrak{J}_b \boldsymbol{\Omega}_b, \quad (4.5.24)$$

док је његов извод по времену

$$\dot{\mathbf{H}}_0 = \dot{\mathbf{L}}_{0b} \mathfrak{J}_b \boldsymbol{\Omega}_b + \mathbf{L}_{0b} \dot{\mathfrak{J}}_b \boldsymbol{\Omega}_b.$$

Сменом у предходну једначину израза за извод по времену матрице трансформације $\dot{\mathbf{L}}_{0b}$ из (4.3.17) се, за пројекције извода по времену вектора промене

количине кретања у систему везаном за тело, по сређивању, добија у матрично-векторском облику

$$\dot{\mathbf{H}}_b = \mathbf{L}_{b0} \dot{\mathbf{H}}_0 = \mathfrak{J}_b \dot{\boldsymbol{\Omega}}_b + \tilde{\boldsymbol{\Omega}}_b \mathfrak{J}_b \boldsymbol{\Omega}_b, \quad (4.5.25)$$

док је у векторском облику та једначина

$$\dot{\vec{H}} = \mathfrak{J} \dot{\vec{\Omega}} + \vec{\Omega} \times \mathfrak{J} \vec{\Omega} \quad (4.5.26)$$

4.6 Елементи једначина сила и момената авиона

При кретању на авион утичу аеродинамичка, гравитациона, пропулзивна дејства, као и дејства наоружања. Детаљан облик ових дејстава ће бити посебно изложен. Једначине кретања авиона су засноване на другом Њутновом закону. За кретање центра инерције авиона (као материјалне тачке) он је облика

$$\frac{d}{dt}(\vec{K}_{(K)}) = \frac{\partial(m\vec{V}_{(K)})}{\partial t} + \vec{\Omega} \times m\vec{V}_{(K)} = \vec{V}_{(K)} + \vec{\Omega} \times m\vec{V}_{(K)} = \vec{R} + \vec{G} + \vec{F}_{(P)} + \vec{F}_{(T)} \quad (4.6.1)$$

Где је $\vec{K}_{(K)} = m\vec{V}_{(K)}$ количина кретања авиона, а \vec{R} аеродинамичка, \vec{G} гравитациона, $\vec{F}_{(P)}$ пропулзивна и $\vec{F}_{(T)}$ сила услед дејства наоружања. За примену је најпогодније користити једначину сила у брзинском систему

$$m\vec{a}_k = \mathbf{R}_k + \mathbf{G}_k + \mathbf{F}_{(P)k} + \mathbf{F}_{(T)k}, \quad (4.6.2)$$

где је $\vec{a} = d/dt(\vec{V})$ убрзање центра инерције одређено јед. (4.4.9).

За обртање авиона као крутог тела око центра инерције други Њутнов закон је облика

$$\frac{d}{dt}(\vec{H}) = \vec{M}_{(A)} + \vec{M}_{(P)} + \vec{M}_{(T)}, \quad (4.6.3)$$

где \vec{H} означава момент количине кретања, \vec{M}_A момент аеродинамичких сила, \vec{M}_P је сума пропулзивних момената, а \vec{M}_T момент сила наоружања. Једначина момената се посматра у систему везаном за тело, па је

$$\dot{\mathbf{H}} = \mathbf{M}_{(A)} + \mathbf{M}_{(P)} + \mathbf{M}_{(T)}. \quad (4.6.4)$$

На основу (4.5.25) и (4.5.26) једначина момената је у матрично-векторском облику

$$\dot{\mathbf{H}} = \mathfrak{J}_b \dot{\mathbf{\Omega}}_b + \tilde{\mathbf{\Omega}}_b \mathfrak{J}_b \mathbf{\Omega}_b = \mathbf{M}_{(A)} + \mathbf{M}_{(P)} + \mathbf{M}_{(T)}, \quad (4.6.5)$$

а у векторском

$$\frac{d}{dt}(\vec{H}) = \mathfrak{J}\vec{\Omega} + \vec{\Omega} \times \mathfrak{J}\vec{\Omega} = \vec{M}_{(A)} + \vec{M}_{(P)} + \vec{M}_{(T)}. \quad (4.6.6)$$

4.7 Модел аеродинамичких и гравитационих сила и момената

4.7.1 Модел аеродинамичке силе и момента авиона

Модел аеродинамичке силе и момента³⁸ се добија развијањем својих компоненти у струјном координатном систему у Тајлоров ред по скупу утицајних променљивих ($PII0$) унутар контролне запремине одређене поремећајном облашћу локалног струјног поља авиона ($PI9$) и одређују се за референтни положај центра инерције CI_N . На основу $PII0$ је вектор параметара $\mathbf{P}_{(A)}$ одређен са

$$\mathbf{P}_{(A)} = \left[Ma, Re, [\hat{\mathbf{V}}]^T, [\hat{\mathbf{V}}^*]^T, [\mathbf{\Omega}_{(a)}^*]^T, [\mathbf{U}]^T, [\dot{\mathbf{U}}_c]^T \right]^T \quad (4.7.1)$$

Вектор струјних величина је $\hat{\mathbf{V}} = [V, \beta, \alpha]^T$ (4.4.4). Вектор нормализованог убрзања $\hat{\mathbf{V}}^*$ у односу на вектор извода $\dot{\mathbf{V}} = [\dot{V}, \dot{\beta}, \dot{\alpha}]^T$ као и вектор нормализоване угаоне брзине $\mathbf{\Omega}_{(a)}^*$ у односу на $\mathbf{\Omega} = [p, q, r]^T$ су дати са

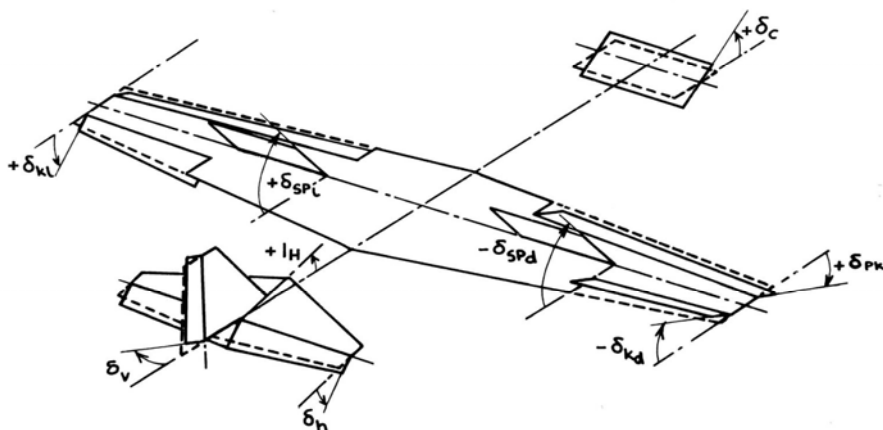
$$\hat{\mathbf{V}}^* = \frac{1}{2V} \mathbf{B}_1 \dot{\mathbf{V}}; \quad \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 1/V & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & l \end{bmatrix}; \quad \mathbf{\Omega}_{(a)}^* = \frac{1}{2V} \mathbf{B} \mathbf{\Omega}_{(a)} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b & 0 & 0 \\ 0 & l & 0 \\ 0 & 0 & b \end{bmatrix}. \quad (4.7.2)$$

У јед. (4.7.2) l је средња аеродинамичка тетива, а b је размах крила.

Вектор улаза $\mathbf{U} = \mathbf{U}_c + \mathbf{U}_K$ се састоји од два дела. Вектор услед отклона управљачких командних површи, примарних команди, \mathbf{U}_c и његов извод по времену $\dot{\mathbf{U}}_c$ су са доминантним утицајем на динамику лета авиона. По облику, ти вектори су

$$\mathbf{U}_c = [\delta_x, \delta_y, \delta_z, \delta_l, \delta_m, \delta_n]^T \quad \dot{\mathbf{U}}_c = [\dot{\delta}_x, \dot{\delta}_y, \dot{\delta}_z, \dot{\delta}_l, \dot{\delta}_m, \dot{\delta}_n]^T \quad (4.7.3)$$

Вектор улаза командних површи конфигурације авиона је $\mathbf{U}_K = \mathbf{U}_H + \mathbf{U}_P$ и састоји се од два дела. Вектор улаза повећања узгона \mathbf{U}_H обухвата отклоне преткрилаца и закрилаца, и, ако постоје, отклоне поставних углова хоризонталног и вертикалног стабилизатора. Промене отклона ових командних површи конфигурације авиона су споре у односу на динамику авиона и могу се сматрати за стационарне. Вектор улаза \mathbf{U}_P обухвата утицаје на аеродинамичке силе и моменте свих спољашњих средстава. Утицај командних површи секундарног управљања, тримера, се занемарује у односу на спољашње аеродинамичке силе и моменте и анализира се у унутрашњој динамици командних кола. По дефиницији, отклони командних површи који припадају вектору примарних управљања *не учествују* у одређивању конфигурације авиона, па је авион са крилцима отклоњеним асиметрично у односу на раван симетрије номиналне конфигурације. Вектор утицаја свих спољашњих средстава \mathbf{U}_P на аеродинамику авиона ће се посебно размотрити. При одређивању позитивних вредности отклона, како примарних командних површи из вектора \mathbf{U}_c (4.7.3), тако и отклона командних површи за повећење узгона је коришћен концепт који је дала НАСА (NASA), по коме је позитиван онај отклон командне површи који локално изазива позитиван прираст



Слика 4.7. Усвојене вредности позитивних отклона примарних командних површи.

силе узгона, што је приказано на сл. 4.7. Везе између отклона примарних командних површи и примарних управљана авионом су, у зависности од избора концепта управљања

$$\delta_l = \frac{\delta_{k_d} - \delta_{k_l}}{2}; \quad \delta_m = \delta_h \quad \delta_m = \frac{\delta_{k_d} + \delta_{k_l}}{2} \quad \delta_m = \delta_c; \quad \delta_n = \delta_v \quad (4.7.4)$$

Аеродинамичка сила и момент су у једначинама кретања су дати бездимензионим коефицијентима компоненти силе и момента у струјном координатном систему

$$\mathbf{C}_{\mathbf{R}_a} = [C_{x_a}, C_{y_a}, C_{z_a}]^T \quad \mathbf{C}_{\mathbf{M}_a} = [C_{L_a}, C_{M_a}, C_{N_a}]^T \quad (4.7.5)$$

Аеродинамичка сила $\mathbf{R}_{(A)a}$ и момент $\mathbf{M}_{(A)a}$ су дати са

$$\mathbf{R}_{(A)a} = QSC_{\mathbf{R}_{(A)a}}(\mathbf{P}_{(A)}); \quad \mathbf{M}_{(A)a} = QSB\mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}(\mathbf{P}_{(A)}) \quad (4.7.6)$$

где је $Q = 1/2(\rho V^2)$ динамички притисак, а S површина референтне површи (крила) авиона.

Ако се основу *ППО* дефинишу изрази

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{\mathbf{RU}_{(A)a}}^0 &= \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^0(Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}, \dot{\mathbf{U}}_c) & \mathbf{C}_{\mathbf{MU}_{(A)a}}^0 &= \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0(Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}, \dot{\mathbf{U}}_c) \\ \mathbf{C}_{\mathbf{RU}_{(A)a}}^{\Omega^*} &= \frac{\partial}{\partial \Omega^*} \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}(Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}, \dot{\mathbf{U}}_c) & \mathbf{C}_{\mathbf{MU}_{(A)a}}^{\Omega^*} &= \frac{\partial}{\partial \Omega^*} \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}(Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}, \dot{\mathbf{U}}_c), (4.7.7) \\ \mathbf{C}_{\mathbf{RU}_{(A)a}}^{\dot{\mathbf{V}}^*} &= \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{V}}^*} \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}(Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}, \dot{\mathbf{U}}_c) & \mathbf{C}_{\mathbf{MU}_{(A)a}}^{\dot{\mathbf{V}}^*} &= \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{V}}^*} \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}(Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}, \dot{\mathbf{U}}_c) \end{aligned}$$

аеродинамичка сила и момент се могу одредити у развијеном облику

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{(A)a} &= QSC_{\mathbf{RU}_{(A)a}} = QS \left(\mathbf{C}_{\mathbf{RU}_{(A)a}}^0 + \mathbf{C}_{\mathbf{RU}_{(A)a}}^{\Omega^*} \Omega^* + \mathbf{C}_{\mathbf{RU}_{(A)a}}^{\dot{\mathbf{V}}^*} \dot{\mathbf{V}}^* \right) \\ \mathbf{M}_{(A)a} &= QSB\mathbf{C}_{\mathbf{MU}_{(A)a}} = QSB \left(\mathbf{C}_{\mathbf{MU}_{(A)a}}^0 + \mathbf{C}_{\mathbf{MU}_{(A)a}}^{\Omega^*} \Omega^* + \mathbf{C}_{\mathbf{MU}_{(A)a}}^{\dot{\mathbf{V}}^*} \dot{\mathbf{V}}^* \right). \end{aligned} \quad (4.7.8)$$

Ако се са (x, y, z) означе компоненте вектора силе, а са (l, m, n) компоненте вектора момента, облици матрица коефицијената су

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_{\mathbf{RU}_{(A)a}}^0 (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}, \dot{\mathbf{U}}_c) &= \begin{bmatrix} C_x^0 \\ C_y^0 \\ C_z^0 \end{bmatrix}; & \mathbf{C}_{\mathbf{MU}_{(A)a}}^0 (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}, \dot{\mathbf{U}}_c) &= \begin{bmatrix} C_l^0 \\ C_m^0 \\ C_n^0 \end{bmatrix} \\
\mathbf{C}_{\mathbf{RU}_{(A)a}}^{\Omega^*} (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}, \dot{\mathbf{U}}_c) &= \begin{bmatrix} C_{xp} & C_{xq} & C_{xr} \\ C_{yp} & C_{yq} & C_{yr} \\ C_{zp} & C_{zq} & C_{zr} \end{bmatrix}; & \mathbf{C}_{\mathbf{MU}_{(A)a}}^{\Omega^*} (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}, \dot{\mathbf{U}}_c) &= \begin{bmatrix} C_{lp} & C_{lq} & C_{lr} \\ C_{mp} & C_{mq} & C_{mr} \\ C_{np} & C_{nq} & C_{nr} \end{bmatrix}; \\
\mathbf{C}_{\mathbf{RU}_{(A)a}}^{\dot{\mathbf{V}}^*} (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}, \dot{\mathbf{U}}_c) &= \begin{bmatrix} C_{x\dot{v}} & C_{x\dot{\beta}} & C_{x\dot{\alpha}} \\ C_{y\dot{v}} & C_{y\dot{\beta}} & C_{y\dot{\alpha}} \\ C_{z\dot{v}} & C_{z\dot{\beta}} & C_{z\dot{\alpha}} \end{bmatrix} & \mathbf{C}_{\mathbf{MU}_{(A)a}}^{\dot{\mathbf{V}}^*} (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}, \dot{\mathbf{U}}_c) &= \begin{bmatrix} C_{l\dot{v}} & C_{l\dot{\beta}} & C_{l\dot{\alpha}} \\ C_{m\dot{v}} & C_{m\dot{\beta}} & C_{m\dot{\alpha}} \\ C_{n\dot{v}} & C_{n\dot{\beta}} & C_{n\dot{\alpha}} \end{bmatrix}
\end{aligned}
\tag{4.7.9}$$

Особина аеродинамичких сила и момената је да се у већини случајева могу моделирати као адитивни у односу на вектор управљања \mathbf{U}_c и његов извод по времену $\dot{\mathbf{U}}_c$, односно састоје се од 'референтног' и 'управљачког' дела. Тада се аеродинамички коефицијенти могу приказати као

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^r &= \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^r (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}_K) & \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^r &= \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^r (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}_K) \\
\mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^c &= \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^c (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}_K, \mathbf{U}_c, \dot{\mathbf{U}}_c) & \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^c &= \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^c (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}_K, \mathbf{U}_c, \dot{\mathbf{U}}_c)
\end{aligned}
\tag{4.7.10}$$

Посебан случај презентације аеродинамичких сила и момената настаје када је могуће извршити њихову линеаризацију по вектору улаза свих командних површи \mathbf{U}_c и његовог извода по времену $\dot{\mathbf{U}}_c$ што је, на пример, случај код прорачунских и већине тунелских метода њиховог добијања. Ако, ради поједностављења симболике прорачуна, уведемо вектор \mathbf{U}_c^* настао надовезивањем вектора \mathbf{U}_c и $\dot{\mathbf{U}}_c$, или

$$\mathbf{U}_c^* = \left[[\mathbf{U}_c]^T, [\dot{\mathbf{U}}_c]^T \right]^T = \left[\delta_x, \delta_y, \delta_z, \delta_l, \delta_m, \delta_n, \dot{\delta}_x, \dot{\delta}_y, \dot{\delta}_z, \dot{\delta}_l, \dot{\delta}_m, \dot{\delta}_n \right]^T, \tag{4.7.11}$$

могу се дефинисати изрази за аеродинамичку силу и моменат у облику

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_{\mathbf{R}(A)a}^0 &= \mathbf{C}_{\mathbf{R}(A)a}^0 (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}_K) & \mathbf{C}_{\mathbf{M}(A)a}^0 &= \mathbf{C}_{\mathbf{M}(A)a}^0 (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}_K) \\
\mathbf{C}_{\mathbf{R}(A)a}^{\Omega^*} &= \frac{\partial}{\partial \Omega^*} \mathbf{C}_{\mathbf{R}(A)a} (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}_K) & \mathbf{C}_{\mathbf{M}(A)a}^{\Omega^*} &= \frac{\partial}{\partial \Omega^*} \mathbf{C}_{\mathbf{M}(A)a} (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}_K) \\
\mathbf{C}_{\mathbf{R}(A)a}^{\dot{\mathbf{V}}^*} &= \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{V}}^*} \mathbf{C}_{\mathbf{R}(A)a} (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}_K) & \mathbf{C}_{\mathbf{M}(A)a}^{\dot{\mathbf{V}}^*} &= \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{V}}^*} \mathbf{C}_{\mathbf{M}(A)a} (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}_K), \\
\mathbf{C}_{\mathbf{R}(A)a}^{\mathbf{U}_c^*} &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{U}_c^*} \mathbf{C}_{\mathbf{R}(A)a} (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}_K) & \mathbf{C}_{\mathbf{M}(A)a}^{\mathbf{U}_c^*} &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{U}_c^*} \mathbf{C}_{\mathbf{M}(A)a} (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}_K)
\end{aligned} \tag{4.7.12}$$

а једначина (4.7.8) добија облик

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_{(A)a} &= QSC_{\mathbf{R}(A)a} = QS \left(\mathbf{C}_{\mathbf{R}(A)a}^0 + \mathbf{C}_{\mathbf{R}(A)a}^{\Omega^*} \Omega^* + \mathbf{C}_{\mathbf{R}(A)a}^{\dot{\mathbf{V}}^*} \dot{\mathbf{V}}^* + \mathbf{C}_{\mathbf{R}(A)a}^{\mathbf{U}_c^*} \mathbf{U}_c^* \right) \\
\mathbf{M}_{(A)a} &= QSB\mathbf{C}_{\mathbf{M}(A)a} = QSB \left(\mathbf{C}_{\mathbf{M}(A)a}^0 + \mathbf{C}_{\mathbf{M}(A)a}^{\Omega^*} \Omega^* + \mathbf{C}_{\mathbf{M}(A)a}^{\dot{\mathbf{V}}^*} \dot{\mathbf{V}}^* + \mathbf{C}_{\mathbf{M}(A)a}^{\mathbf{U}_c^*} \mathbf{U}_c^* \right).
\end{aligned} \tag{4.7.13}$$

У овом случају су 'референтни' и 'управљачки' део аеродинамичких коефицијената дати са

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_{\mathbf{R}(A)a}^r &= \mathbf{C}_{\mathbf{R}(A)a}^0 + \mathbf{C}_{\mathbf{R}(A)a}^{\Omega^*} + \mathbf{C}_{\mathbf{R}(A)a}^{\dot{\mathbf{V}}^*}; & \mathbf{C}_{\mathbf{M}(A)a}^r &= \mathbf{C}_{\mathbf{M}(A)a}^0 + \mathbf{C}_{\mathbf{M}(A)a}^{\Omega^*} + \mathbf{C}_{\mathbf{M}(A)a}^{\dot{\mathbf{V}}^*} \\
\mathbf{C}_{\mathbf{R}(A)a}^c &= \mathbf{C}_{\mathbf{R}(A)a}^{\mathbf{U}_c^*} & \mathbf{C}_{\mathbf{M}(A)a}^c &= \mathbf{C}_{\mathbf{M}(A)a}^{\mathbf{U}_c^*}
\end{aligned} \tag{4.7.14}$$

У изразу (4.7.12) чланови матрица $\mathbf{C}_{\mathbf{R}(A)a}^0$, $\mathbf{C}_{\mathbf{R}(A)a}^{\Omega^*}$, $\mathbf{C}_{\mathbf{R}(A)a}^{\dot{\mathbf{V}}^*}$, $\mathbf{C}_{\mathbf{M}(A)a}^0$, $\mathbf{C}_{\mathbf{M}(A)a}^{\Omega^*}$ и $\mathbf{C}_{\mathbf{M}(A)a}^{\dot{\mathbf{V}}^*}$ су истог облика као у (4.7.9). У односу на вектор примарних команди лета \mathbf{U}_c из (4.7.3) облици матрице коефицијената улаза су

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_{\mathbf{R}(A)a}^{\mathbf{U}_c^*} (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}_p) &= \begin{bmatrix} C_{x\delta_x} & C_{x\delta_y} & C_{x\delta_z} & C_{x\delta_l} & C_{x\delta_m} & C_{x\delta_n} \\ C_{y\delta_x} & C_{y\delta_y} & C_{y\delta_z} & C_{y\delta_l} & C_{y\delta_m} & C_{y\delta_n} \\ C_{z\delta_x} & C_{z\delta_y} & C_{z\delta_z} & C_{z\delta_l} & C_{z\delta_m} & C_{z\delta_n} \end{bmatrix} \\
\mathbf{C}_{\mathbf{M}(A)a}^{\mathbf{U}_c^*} (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}_p) &= \begin{bmatrix} C_{l\delta_x} & C_{l\delta_y} & C_{l\delta_z} & C_{l\delta_l} & C_{l\delta_m} & C_{l\delta_n} \\ C_{m\delta_x} & C_{m\delta_y} & C_{m\delta_z} & C_{m\delta_l} & C_{m\delta_m} & C_{m\delta_n} \\ C_{n\delta_x} & C_{n\delta_y} & C_{n\delta_z} & C_{n\delta_l} & C_{n\delta_m} & C_{n\delta_n} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{4.7.15}$$

Матрице коефицијената сила и момената које се јављају било у једначинама (4.7.7) и (4.7.8), било у једначинама (4.7.12) и (4.7.13), а са облицима датим у (4.7.9) и (4.7.15) нису у свим случајевима са свим елементима различитим од нуле. Особине аеродинамике авиона су такве, да су у практично свим случајевима који се разма-

трају, утицаји који одговарају бројним елементима матрица занемарљиви, а ови се у анализи могу сматрати за нуле.

Посебан случај облика аеродинамичких сила и момената је када је могуће извршити линеаризацију по вектору струјних величина $\hat{\mathbf{V}} = [V, \beta, \alpha]^T$, тако да су матрице коефицијената $\mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^0$ и $\mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0$ облика

$$\mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^0 (Ma, Re) = \begin{bmatrix} C_{x0} & C_{xV} & C_{x\beta} & C_{x\alpha} \\ C_{y0} & C_{yV} & C_{y\beta} & C_{y\alpha} \\ C_{z0} & C_{zV} & C_{z\beta} & C_{z\alpha} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0 (Ma, Re) = \begin{bmatrix} C_{l0} & C_{lV} & C_{l\beta} & C_{l\alpha} \\ C_{m0} & C_{mV} & C_{m\beta} & C_{m\alpha} \\ C_{n0} & C_{nV} & C_{n\beta} & C_{n\alpha} \end{bmatrix}. \quad (4.7.16)$$

Важно је напоменути да се у програмским применама коефицијенти аеродинамичких сила примењују у облику матрица датих у изразима (4.7.9), (4.7.15) и (4.7.16).

Када је у анализи динамике авиона положај центра инерције CI померен у односу на номинални положај CI_N за $\Delta \vec{r}_{(CI)}$, у две предходно наведене једначине се у изразима за моменте мора укључити допунски члан $\Delta \vec{M} = \Delta \vec{r}_{(CI)} \times \vec{R}_a$. Тај допунски члан је изражен преко координата у систему везаном за тело облика

$$\Delta \mathbf{M} = \Delta \tilde{\mathbf{r}} \mathbf{L}_{ba} \mathbf{R}_{(A)a} = QS \left(\Delta \tilde{\mathbf{r}} \mathbf{L}_{ba} \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}} \right) \quad (4.7.17)$$

Аеродинамичка сила у кинематском систему има један од два облика

$$\mathbf{R}_{(A)k} = QS \mathbf{L}_{ka} \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}} = QS \mathbf{L}_{ka} \left(\mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^0 + \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^{\Omega^*} \Omega^* + \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^{\dot{\mathbf{V}}^*} \dot{\mathbf{V}}^* \right), \quad (4.7.18)$$

$$\mathbf{R}_{(A)k} = QS \mathbf{L}_{ka} \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}} = QS \mathbf{L}_{ka} \left(\mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^0 + \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^{\Omega^*} \Omega^* + \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^{\dot{\mathbf{V}}^*} \dot{\mathbf{V}}^* + \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^{U_U} U_U \right). \quad (4.7.19)$$

Слично предходном, а узимајући у обзир (4.7.17) и чињеницу да је, пошто је $\Delta \tilde{\mathbf{r}}$ антисиметрична матрица, $\Delta \tilde{\mathbf{r}} \mathbf{L}_{ba} = -\mathbf{L}_{ba} \Delta \tilde{\mathbf{r}}$, аеродинамички моменат у систему везаном за тело има један од два облика

$$\mathbf{M}_{(A)} = QS \mathbf{L}_{ba} \mathbf{B} \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}} = QS \mathbf{L}_{ba} \left[\mathbf{B} \left(\mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0 + \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^{\Omega^*} \Omega^* + \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^{\dot{\mathbf{V}}^*} \dot{\mathbf{V}}^* \right) - \Delta \tilde{\mathbf{r}} \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}} \right], \quad (4.7.20)$$

$$\mathbf{M}_{(A)} = QS \mathbf{L}_{ba} \mathbf{B} \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}} = QS \mathbf{L}_{ba} \left[\mathbf{B} \left(\mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0 + \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^{\Omega^*} \Omega^* + \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^{\dot{\mathbf{V}}^*} \dot{\mathbf{V}}^* + \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^{U_U} U_U \right) - \Delta \tilde{\mathbf{r}} \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}} \right] \quad (4.7.21)$$

4.7.2 Укључивање модела аеродинамичке силе и момента у поступак анализе динамике авиона

Као што је већ речено, облик модела аеродинамичких величина са развијањем у Тајлоров ред је условљен особинама субјекта, односно особинама поступка анализе првенствено намењеног пројектовању динамике авиона. Примарне методе анализе се данас обављају дигиталним рачунарима, чему је прилагођен облик укључивања коефицијената аеродинамичких сила и момената.

Програмска решења се састоје од база података које садрже табличне функције по члановима матрица датим у јед. (4.7.9), (4.7.15) и (4.7.16), при чему се програмски одређује разлика између чланова типа C_*^0 у (4.7.9) и C_{*0} у (4.7.16). Један од облика програмског излаза из базе аеродинамичких података је паковање у матрицу са шест врста и двадесет колона, где су по врстама коефицијенти сила и момената, а по колонама величине по којима је парцијалним изводом добијен дериватив датог коефицијента. Индекси врста су

$$[x, y, z, l, m, n], \quad (4.7.22)$$

док су индекси колона

$$\left[0, \underbrace{\dot{V}, \dot{\beta}, \dot{\alpha}}_{\dot{v}}, \underbrace{V, \beta, \alpha}_{\dot{v}}, \underbrace{p, q, r}_{\Omega}, \underbrace{\delta_x, \delta_y, \delta_z, \delta_l, \delta_m, \delta_n}_{U_c}, \underbrace{\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4}_{U_H} \right] \quad (4.7.23)$$

У досадашњој пракси није постојала потреба за управљачким деривативима коефицијената аеродинамичких сила и момената по вектору извода по времену отклона командних површи \dot{U}_c , али је проширење излазне програмске матрице просто. Издвајање из излазне програмске матрице субматрица које се јављају у једначинама аеродинамичких сила, а које се захтевају при добијању једначина кретања је једноставна програмска процедура..

4.7.3 Гравитациона сила

У систему везаном за тело гравитациона сила је одређена компонентама које непосредно следе из матрице трансформације L_{bg} , која се, на основу (4.3.2) добија

транспонованом матрице \mathbf{L}_{gb} . Ако се авион посматра као систем од n чврсто везаних крутих тела, на основу (4.5.19) је општи облик гравитационе сила

$$\mathbf{G}_b = \sum_{i=1}^n m_{(i)} \mathbf{g} \begin{bmatrix} -\sin \Theta \\ \sin \Phi \cos \Theta \\ \cos \Phi \cos \Theta \end{bmatrix}, \quad (4.7.24)$$

За авион номиналне конфигурације је

$$\mathbf{G}_b = mg \begin{bmatrix} -\sin \Theta \\ \sin \Phi \cos \Theta \\ \cos \Phi \cos \Theta \end{bmatrix}. \quad (4.7.25)$$

У кинематском систему је гравитациона сила, једноставно, облика

$$\mathbf{G}_k = \mathbf{L}_{kb} \mathbf{G}_b \quad (4.7.26)$$

Гравитациона сила на основу јед. (4.5.4) не изазива никакве моменте.

4.8 Модел пропулзивних сила и момената

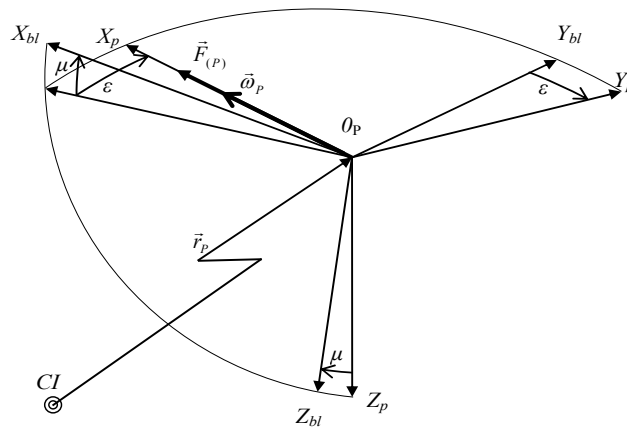
Пропулзивну силу и момент на летелици ствара извор енергије као активна дејства потребна за њено кретање кроз ваздух. Разматрају се пропулзори који се састоје из два дела, првог, који ускладиштену енергију, хемијску или електричну, претвара у механички рад, и другог, који тај рад претвара у оно кретање гаса које остварује пропулзивну силу и моменат. Ускладиштена енергија се у механички рад обртања претвара у мотору који може имати више ($i = 1, \dots, n$) обртних склопова који се при раду обрћу угаоним брзинама $\omega_1, \dots, \omega_n$. У групу која се разматра спадају млазни и пропулзори са мотором и елисом који су круто везани за структуру летелице, а неће се разматрати пропулзори чији се ротациони склопови посебним конструктивним елементима померају у односу на структуру летелице. Модел динамике пропулзора за потребе анализе динамике лета авиопна је начињен на основу претпоставке:

- ПП1 ослонци ротационих склопова пропулзора су круто везани за структуру авиона.

Код млазних пропулзора моторски склоп ствара истовремено и пропулзивну силу. Код пропулзора са елисом, а са порастом снаге, мотор може бити електрични, клипни или гасна турбина. Ако се пропулзор посматра као динамички систем по својој контури, онда најчешће, без обзира на тип пропулзора, улазну величину представља задати број обртаја мотора n_{mz} , а најмање једно од стања мора бити број обртаја мотора ω_p . У излазима су садржани стања, ради надгледања, укупна пропулзивна сила $\vec{F}_{(P)}$ и моменат \vec{M}_P као и количина утрошене резерве енергије, горива или залихе струје у батеријама, као и друге величине. Ракетни пропулзори неће бити предмет разматрања у изради модела пропулзивних сила и момената.

4.8.1 Општи модел пропулзора

Пропулзивна сила и момент и све величине стања пропулзора се одређују у његовом локалном десном правоугаоном координатном систему $0_p X_p Y_p Z_p$ (Сл. 4.8.), чији је координатни почетак 0_p у изабраној тачки дејства пропулзивне силе $\vec{F}_{(P)}$, која се од тренутног положаја центра инерције CI налази на растојању $\vec{r}_{(P)} = \mathbf{r}_{(P)} =$



Слика 4.8. Локални координатни систем пропулзора

$= [x_{(P)}, y_{(P)}, z_{(P)}]^T$. Нека је у тачки 0_p постављен координатни систем $0_p X_{bl} Y_{bl} Z_{bl}$ чије су осе паралелне и оријентисане исто као осе координатног система $0XYZ$.

Правац осе X_p је одређен правцем угаоне брзине референтног склопа пропулзора $\vec{\omega}_p$, а њен позитиван смер је одређен позитивном пројекцијом пропулзивне силе $\vec{F}_{(p)}$ на осу X_{bl} . Оса Z_p лежи у равни паралелној равни симетрије номиналне конфигурације авиона оријентисана тако да, када осе X_p и X_{bl} имају исти правац и смер, тада и осе Z_p и Z_{bl} имају исти правац и смер. Угао бочног закошења пропулзора ε је онај између равни $X_{bl}O_pZ_{bl}$ и осе X_p пропулзивног координантног система, тј угао између оса Y_{bl} и Y_p (Y_{bl} се ротацијом за ε преводи у Y_p). Угао вертикалног закошења пропулзора μ је угао између пројекције осе X_p на раван $X_{bl}O_pZ_{bl}$ и осе X_{bl} , тј угао између оса Z_{bl} и Z_p (Z_{bl} се ротацијом за μ преводи у Z_p). Ако се однос између пропулзивног $O_pX_pY_pZ_p$ и помоћног $O_pX_{bl}Y_{bl}Z_{bl}$ координантног система упореди са односом струјног и координантног система везаног за тело, види се да је угао вертикалног закошења μ пандан нападном углу α , а угао бочног закошења ε углу клизања β .

Матрица ортогоналних трансформација којом се неки вектор \mathbf{R}_p дат координатама у пропулзивном координантном систему $O_pX_pY_pZ_p$ преводи у координате система везаног за тело летелице је \mathbf{L}_{bp} и одређена је са

$$\mathbf{L}_{bp} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \cos \mu & -\sin \varepsilon & -\sin \mu \\ \sin \varepsilon & \cos \varepsilon & 0 \\ \cos \varepsilon \sin \mu & -\sin \varepsilon \sin \mu & \cos \mu \end{bmatrix} \quad (4.8.1)$$

На основу дефинисане круте везе између пропулзора и структуре летелице је матрица \mathbf{L}_{bp} инваријантна у времену, тј $\dot{\mathbf{L}}_{bp} = \mathbf{0}$.

Сва дејства настала пропулзором узрокованим кретањем ваздуха представљају пропулзивну силу $\vec{F}_{(p)}$. Она обухвата део настао разменом количине трансляторног кретања са околним ваздухом, део услед струјања кроз унутрашњост пропулзора и аеродинамичке силе које пропулзор, изменом струјног поља својим дејством, ствара на авиону. У начелу се у локалном систему i -тог пропулзора јављају све три њене компоненте

$$\vec{F}_{(P)}^i = \mathbf{F}_{(P)P}^i = \begin{bmatrix} T_p^i \\ R_p^i \\ U_p^i \end{bmatrix}, \quad (4.8.2)$$

где је T_p вучна, R_p бочна и U_p узгонска компонента. Њене компоненте у кинематском систему се добијају једноставном применом узастопних трансформација, па је

$$\mathbf{F}_{(P)k}^i = \mathbf{L}_{kp}^i \mathbf{F}_{(P)P}^i = \mathbf{L}_{kb} \mathbf{L}_{bp}^i \mathbf{F}_{(P)P}^i, \quad (4.8.3)$$

са свим елементима у овој једначини предходно ордеђеним. Укупна пропулзивна сила је

$$\mathbf{F}_{(P)k} = \mathbf{L}_{kb} \sum_{i=1}^n \mathbf{P}_{(P)b}^i = \mathbf{L}_{kb} \sum_{i=1}^n \mathbf{L}_{bp}^i \mathbf{F}_{(P)P}^i \quad (4.8.4)$$

Пропулзивни моменат \vec{M}_P обухвата три типа дејстава, сопствена $\vec{M}_{P(P)}$, позициона $\vec{M}_{P(\bar{r})}$ и жироскопска $\vec{M}_{P(g)}$, па је

$$\vec{M}_P = \vec{M}_{P(P)} + \vec{M}_{P(\bar{r})} + \vec{M}_{P(g)}. \quad (4.8.5)$$

Сопствени пропулзивни моменат настаје преношењем ротационе компоненте кретања ваздушној средини и изменом струјног поља на авиону дејством пропулзора, са три компоненте у локалном систему, као и код пропулзивне силе

$$\vec{M}_{P(P)} = \mathbf{M}_{P(P)} = \begin{bmatrix} M_{xP} \\ M_{yP} \\ M_{zP} \end{bmatrix}. \quad (4.8.6)$$

Компоненте овог момента у координатном систему везаном за тело су

$$\mathbf{M}_{b(P)} = \mathbf{L}_{bp} \mathbf{M}_{P(P)}. \quad (4.8.7)$$

Позициони пропулзивни моменат i -тог пропулзора ствара пропулзивна сила својим релативним положајем у односу центар инерције CI авиона, а једноставно се одређује са

$$\vec{M}_{P(i)}^{\bar{r}} = \vec{r}_{(P)}^i \times \vec{P}_{(P)}^i = \tilde{\mathbf{r}}_{(P)}^i \mathbf{P}_{(P)b}^i = \tilde{\mathbf{r}}_{(P)}^i \mathbf{L}_{bp}^i \mathbf{F}_{(P)P}^i. \quad (4.8.8)$$

У случају када је број пропулзора $i = 1, \dots, m$ већи, позициони пропулзивни моменат се добија збиром доприноса појединих пропулзора датих са (4.8.8), па је

$$\mathbf{M}_P^{(\vec{r})} = \sum_{i=1}^m \tilde{\mathbf{r}}_{(P)}^i \mathbf{L}_{bp}^i \mathbf{F}_{(P)p}^i. \quad (4.8.9)$$

Пропулзивни моменат услед жirosкопских дејстава (g) настаје при спрезању обртне количине кретања $\vec{H}_p = \mathbf{H}_p = \mathcal{J}_p \boldsymbol{\Omega}_p$ ротационог склопа пропулзора и обртног кретања авиона угаоне брзине $\boldsymbol{\Omega} = [P, Q, R]^T$ у односу на инерцијални простор. Примењујући Д'Алемберов принцип, раздвојиће се крута веза авиона и пропулзора да би се одредио активни жirosкопски момент $\vec{M}_{(g)A}$ који ротациони склоп пропулзора ротира угаоном брзином $\boldsymbol{\Omega}$. У референтном инерцијалном систему је обртна количина кретања ротационог склопа пропулзора

$$\mathbf{H}_{0(p)} = \mathbf{L}_{0p} \mathbf{H}_p = \mathbf{L}_{0b} \mathbf{L}_{bp} \mathcal{J}_p \boldsymbol{\Omega}_p. \quad (4.8.10)$$

Извод по времену $\dot{\mathbf{H}}_{0(p)}$ обртне количине кретања ротационог склопа пропулзора се добија примењујући исти поступак као и код једначине (4.5.25), па је

$$\dot{\mathbf{H}}_{0(p)} = \dot{\mathbf{L}}_{0p} \mathcal{J}_p \boldsymbol{\Omega}_p + \mathbf{L}_{0p} \mathcal{J}_p \dot{\boldsymbol{\Omega}}_p.$$

Извод по времену \mathbf{L}_{0p} је $\dot{\mathbf{L}}_{0p} = \dot{\mathbf{L}}_{0b} \mathbf{L}_{bp} + \mathbf{L}_{0b} \dot{\mathbf{L}}_{bp} = \dot{\mathbf{L}}_{0b} \mathbf{L}_{bp}$, јер је због круте везе авиона и пропулзора $\dot{\mathbf{L}}_{bp} = \mathbf{0}$. Из (4.3.17) је $\dot{\mathbf{L}}_{0b} = \mathbf{L}_{0b} \tilde{\boldsymbol{\Omega}}$, па је $\dot{\mathbf{L}}_{0p} = \mathbf{L}_{0b} \tilde{\boldsymbol{\Omega}} \mathbf{L}_{bp} = -\mathbf{L}_{0b} \mathbf{L}_{bp} \tilde{\boldsymbol{\Omega}}$, јер је $\tilde{\boldsymbol{\Omega}}$ антисиметрична матрица која чини да је $\tilde{\boldsymbol{\Omega}} \mathbf{L}_{bp} = -\mathbf{L}_{bp} \tilde{\boldsymbol{\Omega}}$. Пошто је матрица инерције увек симетрична, то је $\tilde{\boldsymbol{\Omega}} \mathcal{J}_p \boldsymbol{\Omega}_p = \mathcal{J}_p \tilde{\boldsymbol{\Omega}} \boldsymbol{\Omega}_p = -\mathcal{J}_p \tilde{\boldsymbol{\Omega}} \boldsymbol{\Omega}_p$, јер векторски производ мења знак кад вектори замене места. Узимајући све предходно наведено, у систему везаном за тело, извод по времену обртне количине кретања ротационог склопа пропулзора у матрично-векторском и векторском облику је

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{H}}_{b(p)} &= \mathbf{L}_{b0} \dot{\mathbf{H}}_{0(p)} = \mathbf{L}_{bp} \left(\mathcal{J}_p \tilde{\boldsymbol{\Omega}}_p \boldsymbol{\Omega}_p + \mathcal{J}_p \dot{\boldsymbol{\Omega}}_p \right) = \dot{\mathbf{H}}_{b(p)}^{G(a)} + \mathbf{L}_{bp} \dot{\mathbf{H}}_{p(p)}^I \\ \vec{H}_{(p)} &= \mathcal{J}_p \vec{\boldsymbol{\Omega}}_p \times \vec{\boldsymbol{\Omega}} + \mathcal{J}_p \vec{\boldsymbol{\Omega}} = \vec{H}_p^{G(a)} + \vec{H}_p^I \end{aligned}$$

где је

$$\dot{\mathbf{H}}_{b(p)}^{G(a)} = \mathbf{M}_{b(p)}^{G(a)} = \mathbf{L}_{bp} \mathcal{J}_p \tilde{\boldsymbol{\Omega}}_{p(j)} \boldsymbol{\Omega} \quad \vec{H}_p^{G(a)} = \vec{M}_p^{G(a)} = \mathcal{J}_p \vec{\boldsymbol{\Omega}}_p \times \vec{\boldsymbol{\Omega}} \quad (4.8.11)$$

активни жироскопски моменат j -тог ротационог склопа, који узрокује ротацију пропулзора при раскиду круте везе, док је

$$\dot{\mathbf{H}}_{p(p)}^I = \tilde{\mathcal{J}}_p \dot{\tilde{\boldsymbol{\Omega}}}_p \quad \ddot{\mathbf{H}}_p^I = \tilde{\mathcal{J}}_p \ddot{\tilde{\boldsymbol{\Omega}}}_p \quad (4.8.12)$$

извод по времену унутрашње количине кретања пропулзора.

Однос активног и жироскопског момента пропулзора који делује на авион је $\vec{M}_p^{G(a)} = -\vec{M}_p^G$. Жироскопски моменат j -тог пропулзора који делује на авион у матрично-векторском и векторском облику је

$$\mathbf{M}_{b(p)}^{G(j)} = -\mathbf{L}_{bp}^j \tilde{\mathcal{J}}_p^j \tilde{\boldsymbol{\Omega}}_p^j \boldsymbol{\Omega} \quad \vec{M}_p^{G(j)} = -\tilde{\mathcal{J}}_p^j \tilde{\boldsymbol{\Omega}}_p^j \times \vec{\boldsymbol{\Omega}}, \quad (4.8.13)$$

Из дефиниције локалног координатног система пропулзора следи $\boldsymbol{\Omega}_p = [\omega_{px}, 0, 0]^T$, па је и $\dot{\boldsymbol{\Omega}}_p = [\dot{\omega}_{px}, 0, 0]^T$. У конструкцијама је оса X_p локалног система пропулзора и оса симетрије његовог ротационог склопа, па је матрица $\tilde{\mathcal{J}}_{p(g)}$ облика

$$\tilde{\mathcal{J}}_{p(g)} = \begin{bmatrix} J_{xx(p)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

У изразу (4.8.13) је матрично-векторски производ $\tilde{\mathcal{J}}_{p(g)} \boldsymbol{\Omega}_{p(g)} = \omega_{xp} J_{xx(p)}$ је скалар, па жироскопски моменат којим пропулзор делује на авион добија облик

$$\mathbf{M}_{b(p)}^G = -\mathbf{L}_{bp} \omega_{xp} J_{xx(p)} \boldsymbol{\Omega} \quad (4.8.14)$$

За случај када постоји више ($j = 1, \dots, n$) обртних склопова који се при раду обрћу угаоним брзинама $\omega_1, \dots, \omega_n$ укупан жироскопски моменат којим пропулзори делују на авион се добија као збир појединих жироскопских момената датих са (4.8.14), тј

$$\mathbf{M}_{b(g)} = -\sum_{j=1}^n \mathbf{L}_{bp}^j \omega_{xp}^j J_{xx(p)}^j \boldsymbol{\Omega}. \quad (4.8.15)$$

На основу предходно изнетог, са елементима пропулзивног момента датим у (4.8.6), (4.8.8) и (4.8.11) развијени облик израза за моменат пропулзивне групе авиона са ' m ' пропулзора и ' n ' ротационих елемента је у векторском облику

$$\vec{M}_P = \sum_{i=1}^m \left(\vec{M}_{P(P)}^i + \vec{r}_{(P)}^i \times \vec{P}_{(P)}^i \right) - \sum_{j=1}^n \tilde{\mathcal{J}}_p^j \vec{\Omega}_p^j \times \vec{\Omega}, \quad (4.8.16)$$

док је у матрично-векторском

$$\mathbf{M}_P = \sum_{i=1}^m \left(\mathbf{M}_{P(P)}^i + \tilde{\mathbf{r}}_{(P)}^i \mathbf{L}_{bp}^i \mathbf{F}_{(P)P}^i \right) - \sum_{j=1}^n \mathbf{L}_{bp}^j \tilde{\mathcal{J}}_p^j \tilde{\mathbf{\Omega}}_p^j \mathbf{\Omega}. \quad (4.8.17)$$

Нека је у термодинамичком процесу ротациони склоп остварује расположиву снагу P_r и нека се од њега одузима апсорбована снага P_a ради обављања корисног рада. Тада су $M_r = P_r / \omega_{px}$ и $M_a = P_a / \omega_{px}$ моменти који одговарају расположивој и апсорбованој снази. Израз за извод по времену унутрашње количине кретања (4.8.12) пројектован на осу обртања пропулзора је

$$\dot{H}_p^I = J_{xx(p)} \dot{\omega}_{px}. \quad (4.8.18)$$

Ако су познате расположива и апсорбована снага и угаона брзина осе ротационог склопа пропулзора као величина његовог стања, тада се извод угаоне брзине одређује једноставно са

$$\dot{\omega}_{px} = \frac{M_r - M_a}{J_{xx(p)}} = \frac{P_r - P_a}{J_{xx(p)} \omega_{px}} \quad (4.8.19)$$

Ова једначина је једна од основних у укључењу динамике пропулзора у анализу динамике авиона.

У предходном делу је одређен општи облик пропулзивних сила и момената, без одређивања начина њиховог настајења и саме динамике пропулзора. То ће сад бити урађено за млазни пропулзор и за пропулзор са мотором и елисом.

4.8.2 Млазни пропулзор

Млазни пропулзор представља веома сложен динамички систем, потпуније проучаван у научној области гасне динамике. За потребе анализе динамике лета се користи упрошћен модел заснован на подацима произвођача млазног мотора. Величина улаза пропулзора u_p који се креће у опсегу $0 \leq u_p \leq 1$ одређује задату угаону брзину ω_{pz} на основу

$$\omega_{pz} = k_{up}(t) u_p = \omega_{p(\min)} + k_{up} u_p (\omega_{p(\max)} - \omega_{p(\min)}) \quad (4.8.20)$$

Угаона брзина референтног склопа пропулзора ω_p се, у односу на улазом задату ω_{pz} срачунава на основу функције преноса $W_{mp}(s)$ чији су параметри одређени, било од стране произвођача мотора, било мерењем,

$$\omega_p(s) = \omega_{pz}(s)W_{mp}(s). \quad (4.8.21)$$

Потисак млазног пропулзора T_p је дат као таблична функција угаоне брзине референтног склопа ω_p и висине и брзине лета, односно могућег масеног протока ваздуха зависног од његове густине и брзине лета, то јест

$$T_p = t_T(\omega_p, \rho, V), \quad (4.8.22)$$

а претпоставља се да делује у правцу осе X_p пропулзора. Специфична потрошња горива κ_{gp} је дата на сличан начин, као таблична функција истих параметара

$$\kappa_{gp} = t_\zeta(\omega_p, \rho, V) \quad (4.8.23)$$

Температура издувних гасова T_{ig} није предмет разматрања динамике лета, али се модел њених промена укључује при обуци симулацијом, или при некој другој намени симулације.

Сопствени моменат млазног мотора $\vec{M}_{P(P)}$ је занемарљив због тога што практично не постоји ротациона компонента при размени количине кретања између пропулзора и ваздуха. Позициони моменат млазног пропулзора $\vec{M}_{P(\bar{r})}$ се, са познавањем тренутне вредности T_p и вектора положаја $\vec{r}_{(P)}$ у односу на тежиште одређује јед. (4.8.8). Слично томе се на основу (4.8.15) одређује жirosкопски моменат $\vec{M}_{P(g)}$ пропулзивне групе.

4.8.3 Пропулзор са мотором и елисом

Као динамички модел, пропулзор са мотором и елисом се посматра са становишта расположиве снаге P_r коју даје мотор и снаге P_a коју апсорбује елиса, а при познатој угаоној брзини ω_p мотора пропулзора. Уз познавање момента инерције $J_{xx(P)}$, то је довољно да се одреди диференцијална једначина по изводу угаоне брзине $\dot{\omega}_p$.

За добијање расположиве снаге P_r мотора извора енергије код пропулзора са елисом користи се квазистационаран модел њиховог погона код кога се занемарују динамичка својства самог погона. Ово даје резултате довољно тачне за примену у анализи динамике лета авиона. Расположива снага мотора пропулзора са елисом се, без обзира на тип мотора, најчешће приказује као таблична функција регулационог улазног пригушења $u_p = \zeta_{up}$ и броја обртаја ω_p мотора

$$P_r = t_{P_r}(\zeta_{up}, \omega_p). \quad (4.8.24)$$

За погон елисе се код микро и мини летелица користе електрични мотори, код којих регулационо улазно пригушење ζ_{up} регулише струју мотора по некој функцији,

$$I_{mp} = f(\zeta_{up}), \quad (4.8.25)$$

на основу које се по табличној функцији одређује снага мотора као

$$P_r = t_{P_r}(I_{mp}, \omega_{mp}) \quad (4.8.26)$$

Расположива снага P_r клипног мотора зависи од масеног протока радног флуида \dot{m}_{rfm} кроз простор мотора у коме се одвија сагоревање и односа горива и ваздуха χ_{rfm} у радном флуиду, при чему је $\chi_{rfm} = 1$ при стехиометријском сагоревању по идеалној хемијској реакцији. Однос горива и ваздуха χ_{rfm} представља, са становишта управљања, улазну величину клипног мотора. Масени проток радног флуида \dot{m}_{rfm} зависи од густине ваздуха ρ на улазу у пригушницу, степена регулационог пригушења ζ_{up} и броја обртаја ω_m мотора.

Притисак ваздуха на улазу у пригушницу p_ζ клипних мотора са атмосферским напајањем (без прехрањивања) се одређује на основу карактеристике рекуперације притиска уводника ваздуха мотора

$$p_\zeta = p_0 k_u(\alpha_u, \beta_u, V) = \left(p_{sa}(H) + \frac{1}{2} \rho_a(H) V^2 \right) k_u(\alpha_u, \beta_u, V), \quad (4.8.27)$$

где је члан у заградама p_0 зауставни притисак (резервоара) на улазу у уводник, p_{sa} је статички притисак атмосфере а ρ_a њена густина на висини H лета, док је V брзина

лета. Корекциони фактор уводника k_u зависи од релативног нападног угла α_u и угла клизања β_u на месту уводника и брзине лета V . Ако се занемари промена температуре ваздуха у уводнику, густина ваздуха на улазу у пригушницу следи из његове једначина стања

$$\rho = \frac{P_\zeta}{RT_a(H)} \quad (4.8.28)$$

Расположива снага клипног мотора са атмосферским напајањем P_r се, на основу предходно изложеног, даје као функција облика

$$P_r = t_p(\zeta_u, \chi_{rfm}, \omega_p, \rho) = t'_p(\zeta_u, \chi_{rfm}, \omega_p) \cdot k(\rho) = \frac{\rho}{\rho_0} t'_p(\zeta_u, \chi_{rfm}, \omega_p). \quad (4.8.29)$$

Код мотора са прихрањивањем је функционална зависност далеко сложенија, са утицајем структуре система прихрањивања на расположиву снагу P_r . Математички модел добијања расположиве снаге је знатно сложенији, али је општи алгоритам његовог одређивања исти као и предходно изложени за клипне моторе са атмосферским напајањем, пошто се прати проток ваздуха од његовог усисавања из атмосфере до сагоревања као радни флуид у радном простору мотора.

Расположива снага турбине која је мотор пропулзора са елисом се добија слично као и код млазног мотора, при чему се величине од управљања пропулзора u_p до угаоне брзине ω_p ротационог склопа турбине одређују на основу јед. (4.8.20) и (4.8.21). Функција расположиве снаге овог мотора је истог облика као и у (4.8.22)

$$P_r = t_p(\omega_p, \rho, V). \quad (4.8.30)$$

Силе и моменти елисе ³⁹ су условљени релативним кретањем ваздуха око пропулзора, његовом релативном позицијом, положајем и угловима закошења. Брзина ваздуха \mathbf{V}_p око елисе је одређена са $\mathbf{V}_p = \mathbf{L}_{pb} \mathbf{V}$, где је $\mathbf{V} = [u, v, w]^T$ вектор брзине ваздушне струје око летелице дат преко својих компоненти у јед. (4.4.5). Компонента V_e брзине ваздуха у правцу X_p пропулзивног система (нормално на раван обртања елисе) је

$$V_e = u \cos \varepsilon \cos \mu - v \sin \varepsilon - w \sin \mu. \quad (4.8.31)$$

Вучну силу пропулзора генерише елиса, било фиксног, било променљивог корака која механички рад клипног мотра претвара претвара у кинетичку енергију струје ваздуха. Основни аеродинамички параметар елисе представља угао завојнице коју елиса описује крећући се кроз ваздух током лета. За практичне потребе се уместо угаоне брзине ω узима број обртаја n , а уместо полупречника r пречник D , тако да је релативно кретање елисе у односу на ваздух одређено коефицијентом рада елисе

$$\gamma = \frac{V_e}{nD} \quad (4.8.32)$$

као аеродинамичким параметром. Са одређеним коефицијентом рада елисе је дуж пречника у равни обртања елисе познат угао под којим се у односу на њу ваздух релативно креће, односно локални угао завојнице релативног кретања ваздушне струје.

Референтни аеропрофил елисе је одређен пресеком спољашње контуре крака елисе и равни која је тангентна на цилиндар изабраног референтног пречника елисе у тачки продора осе крака кроз тај цилиндар. У датој тангентној равни, тетива референтног профила је под углом θ_e у односу на тангенту геометријске завојнице елисе. Нападни угао елисе као узгонске површи је, тако, функција коефицијента рада елисе γ и угла геометријске завојнице θ_e . Како су нападним углом условљене аеродинамичке силе и моменти било које узгонске површи, то ће и вучна сила и апсорбована снага елисе бити функције ова два угла.

Једначине Ренара одређују везу аеродинамичких сила и параметара рада елисе, а добијене су димензионом анализом. За геометријски сличне елисе и исте коефицијенте рада елисе њена вучна сила T_e се може одредити изразом

$$T_e = \rho n^2 D^4 C_T(\gamma, \theta_e) \quad (4.8.33)$$

са коефицијентом вучне силе датим са

$$C_T = \frac{T_e}{\rho n^2 D^4} = f(\gamma, \theta_e). \quad (4.8.34)$$

На сличан начин се показује да је снага коју елиса апсорбује одређена са

$$P_e = \rho n^3 D^5 C_p(\gamma, \theta_e), \quad (4.8.35)$$

а коефицијент њене снаге

$$C_p = \frac{P_e}{\rho n^3 D^5} = f_p(\gamma, \theta_e). \quad (4.8.36)$$

Пропулзивни рад у јединици времена који елиса предаје околном ваздуху представља њену корисну снагу за чије је остварење потребно да елиса апсорбује снагу P_e . Однос корисног и апсорбованог рада представља степен искоришћења елисе, па је

$$\eta_e = \frac{T_e V}{P_e} = \frac{C_T}{C_p} \gamma. \quad (4.8.37)$$

Очигледно је да је $\eta_e = f_\eta(\gamma, \theta_e)$.

Са одређеном раположивом P_r снагом пропулзора било ког облика датог у јед. (4.8.26), (4.8.29) или (4.8.30) и снагом коју апсорбује елиса P_e може се приступити решавању 'унутрашње' динамике пропулзора са елисом. Ојлерова једначина изједначава активне моменте \mathbf{M}_a и извод по времену угаоне количине кретања (4.5.25), што сведено на једнодимензиони случај мотора пропулзора даје $\mathbf{M}_{a(m)} = J_\Sigma \dot{\omega}_m$, где је J_Σ збирни ефективни аксијални моменат инерције мотора и елисе око осе обртања мотора, а $\dot{\omega}_m$ је извод по времену угаоне брзине мотора ω_m . За случај директне круте везе вратила мотора и елисе је $J_\Sigma = J_m + J_e$, а активни момент $\mathbf{M}_{a(m)} = (P_r - P_e) / \omega_m$, па је диференцијална једначина понашања пропулзора са елисом

$$\dot{\omega}_m = \frac{(P_r - P_e)}{J_\Sigma \omega_m}. \quad (4.8.38)$$

Ситуација је нешто другачија ако између мотора и елисе постоји редуктор преносног односа k_{rd} и степена искоришћења η_{rd} . Сматра се да је крутост редуктора таква да су карактеристична времена прелазних процеса (модова осциловања) његове структуре довољно мала у односу на карактеристична времена динамике мотора са елисом да се могу занемарити. Тада између угаоних брзина мотора и редуктора и њихових извода постоје односи $\omega_e = k_{rd} \omega_m$ и $\dot{\omega}_e = k_{rd} \dot{\omega}_m$, па се збирни ефективни аксијални моменат инерције мотора и елисе око осе обртања мотора може одредити из $J_m \dot{\omega}_m + J_e \dot{\omega}_e = (J_m + k_{rd} J_e) \dot{\omega}_m = J_\Sigma \dot{\omega}_m$. Апсорбована снага на моторској страни редук-

тора је $P_a = P_e / \eta_{rd}$. У случају постојања редуктора између мотора и елисе диференцијална једначина понашања тог пропулзора је

$$\dot{\omega}_m = \frac{1}{(J_m + k_{rd} J_e)} \omega_m \left(P_r - \frac{P_e}{\eta_{rd}} \right) \quad (4.8.39)$$

Побољшање ефикасности пропулзора са елисом, а тиме и смањење потрошње горива, захтева одржавање степена искоришћења елисе η_e близу оптималних вредности. Начин да се то постигне је промена корака елисе у времену $\theta_e(t)$, чиме он постаје величина стања пропулзора са елисом. Најчешће се неком регулационом функцијом $W_{\theta_e}(s)$ корак елисе мења тако да се одржава неки задати број обртаја елисе $\omega_{z(e)}$. Ова функција је облика

$$\theta_e(s) = W_{\theta_e}(s) \omega_{z(e)}(s), \quad (4.8.40)$$

који зависи од конкретних захтева за регулацију задатог броја обртаја елисе. Регулациона функција $W_{\theta_e}(s)$ допунски проширује динамику пропулзора са елисом.

Елиса својим радом изазива кретање околног ваздуха у облику завојнице. У погледу дејства на летелицу, трансляторна компонента пренете количине кретања ваздуха узрокује вучну силу T_e , а обртна активни момент елисе \vec{M}_e^A . Тај моменат је одређен из

$$\vec{M}_e^A = \frac{P_e}{|\vec{\omega}_e|} \cdot \frac{\vec{\omega}_e}{|\vec{\omega}_e|}, \quad (4.8.41)$$

где је $\vec{\omega}_e$ вектор угаоне брзине елисе.

У начелу елиса у систему везаном за пропулзор ствара силу $\vec{F}_{(P)e}$ са компонентама у правцу све три осе, и то вучном T_e , бочном R_e и успонском U_e , односно

$$\vec{F}_{(P)} = \mathbf{F}_{(P)p} = [T_e, R_e, U_e]^T. \quad (4.8.42)$$

Компоненте пропулзивне силе у систему везаном за тело су

$$\mathbf{F}_{(P)} = \mathbf{L}_{bp} \mathbf{F}_{(P)p}; \quad \mathbf{F}_{(P)} = [F_{(P)x}, F_{(P)y}, F_{(P)z}]^T. \quad (4.8.43)$$

Када је у пропулзивном систему вектор силе елисе $\vec{F}_{(P)e}$ дат само својом компонентом у правцу осе X_p , тада се његове компоненте у систему везаном за тело летелице добијају множењем са вектором колоном \mathbf{K}_p који је прва колона матрице \mathbf{L}_{bp} , па је

$$\mathbf{K}_p = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \cos \mu \\ \sin \varepsilon \\ \cos \varepsilon \sin \mu \end{bmatrix} \quad (4.8.44)$$

Када постоји само вучна компонента силе елисе T_e , компоненте пропулзивне силе елисе су

$$\begin{bmatrix} F_{(P)x} \\ F_{(P)y} \\ F_{(P)z} \end{bmatrix} = T_e \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \cos \mu \\ \sin \varepsilon \\ \cos \varepsilon \sin \mu \end{bmatrix} = T_e \mathbf{K}_p \quad (4.8.45)$$

Сопствени пропулзивни моменат елисе је последица тога да елиса ваздуху саопштава неку ротациону компоненту количине кретања која изазива реактивни моменат елисе $\vec{M}_e^R = -\vec{M}_e^A$, па је на основу (4.8.41) једноставно

$$\vec{M}_e^A = -\frac{P_e}{|\vec{\omega}_e|} \cdot \frac{\vec{\omega}_e}{|\vec{\omega}_e|}, \quad (4.8.46)$$

Када је између мотора и елисе редуктор степена искоришћења k_r , са било коаксијалним, било паралелним осама улазног и излазног вратила, између снаге P_e коју елиса апсорбује и снаге P_m која се захтева од мотора постоји једноставан однос $P_e = k_r P_m$. Компоненте реактивног момента елисе у пропулзивном систему су

$$\mathbf{M}_{P(P)}^R = \left[-\frac{P_e}{k_r |\vec{\omega}_e|} \cdot \frac{\vec{\omega}_e}{|\vec{\omega}_e|}, \quad 0, \quad 0 \right]^T \quad (4.8.47)$$

Ако се са c означи

$$c = \frac{\vec{\omega}_e}{|\vec{\omega}_e|}, \quad (4.8.48)$$

тада је $c = +1.0$ за десно okreћућу елису посматрано у правцу осе X_p , а $c = -1.0$ за лево okreћућу елису. На основу (4.8.47), (4.8.48) и (4.8.44) се у систему везаном за тело добијају компоненте реактивног момента пропулзора са једном елисом

$$\mathbf{M}_{b(P)}^R = -c \frac{P_e}{k_r |\vec{\omega}_e|} \cdot \mathbf{K}_p. \quad (4.8.49)$$

За случај већег броја $i = 1, \dots, m$ елиса, укупан реактивни моменат пропулзивне групе је збир

$$\mathbf{M}_{b(P)}^R = \sum_{i=1}^m \left(-c^i \right) \frac{P_e^i}{k_r |\vec{\omega}_e^i|} \cdot \mathbf{K}_p^i \quad (4.8.50)$$

Позициони пропулзивни моменат елисе $\vec{M}_{(P)}^{\bar{r}}$ се одређује на основу израза (4.8.8) и (4.8.45), па је

$$\mathbf{M}_{b(P)}^{\bar{r}} = T_e \tilde{\mathbf{r}}_{(P)} \mathbf{K}_p, \quad (4.8.51)$$

Односно, за случај већег броја пропулзора

$$\mathbf{M}_{b(P)}^{\bar{r}} = \sum_{i=1}^m T_e^i \tilde{\mathbf{r}}_{(P)}^i \mathbf{K}_p^i \quad (4.8.52)$$

Жироскопски моменат елисе се одређује на основу израза (4.8.14) или (4.8.15).

4.8.4 Интеграција пропулзивне групе.

Интеграција пропулзивне групе је условљена динамиком и перформансама авиона. Интеграција пропулзивне групе се обавља у два корака. Први је избор оне пропулзивне групе која пружа опсег својих параметара захтеван динамиком и перформансама авиона. Други је употреба изабране пропулзивне групе тако да управљање њеним параметрима током лета даје тражене особине динамике и перформанси авиона. Значи да интеграција пропулзивне групе зависи од особина њеног управљања.

Предходна извођења показују да по свом карактеру моменти пропулзивне групе могу бити извор, како жељених, тако нежељених дејстава на авион. У употреби се захтева да је временски највећи део режима лета авиона са вектором брзине било у равни симетрије, било веома близу њој, што значи да су нежељене велике вредности асиметричних оптерећења насталих услед пропулзивне групе. Код покретљивих летелица које имају велике вредности угаоне брзине Ω до изражаја долазе дејства жироскопских момената пропулзивне групе. Основна пракса при интеграцији пропулзивне групе на авион је да се нежељена дејства сва три типа пропулзивних момената сведу

на најмању меру. У случају већег броја пропулзора се то постиже одговарајућим редом пропулзора, што анулира позиционе моменте пропулзора дате у (4.8.9). Сопствени и жироскопски momenti се минимизирају супротним смеровима обратања, било пропулзора када их је више, било ротационих склопова када их је више у једном пропулзору.

Пример пожељног облика је интеграција млазне пропулзивне група на путничке авионе њиховим постављањем испод крила, односно испод тежишта. Ако се занемари опасност од усисавања нежељених предмета са писте, ова конфигурација даје две предности. Прво, постављање терета испод крила смањује његово оптерећење, олакшава носећу структуру и повећава масу горива која се у крилу носи. Друго, постављање вучне силе T_p испод тежишта и правца дејства силе отпора R_x даје у лету спрег који подиже нос авиона. Његово уравнотежење захтева на хоризонталном репу силу која је истог правца као и сила узгона, смањујући је на тај начин. Смањена сила узгона смањује индуковане отпоре крила, а тиме и потрошњу горива, и допунски смањује захтеве за масом структуре крила. Последица је економски мерљиво, било повећање корисног терета, било долета авиона.

Основна захтев за управљањем и намена пропулзивне групе авиона произилази из пројекције једначине сила (4.6.2) на X -осу кинематског координатног система. Ако се занемари дејство наоружања, на авиону са ' n ' пропулзивних сила се добија

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_{(P)kx}^i = m\mathbf{a}_{kx} - \mathbf{R}_{kx} - \mathbf{G}_{kx}. \quad (4.8.53)$$

Примарно управљање пропулзивном групом је везано за услов из (4.8.53) и представља промену његове расположиве снаге која као последицу остварује промену пропулзивне силе. Примарно управљање δ_T^i i -тог пропулзора задаје жељену вредност његове улазне величине, чији облик зависи од врсте уређаја који остварује механички рад. Поред овог основног управљања дејством пропулзора, постоје још два облика управљања дејством пропулзора на авион, и то управљање оријентацијом, векторисање, вучне или потисне силе и управљање ротацијом авиона.

4.8.4.1 Управљање оријентацијом, векторисање, вучне или потисне силе

Када се на пропулзору може закретати млазник као конструктивни елемент у коме настаје део пропулзивне силе, тада се управља оријентацијом те вучне или потисне силе, односно врши се њено векторисање. При томе ови пропулзори задовољавају услов из ПП1. Тада се за i -ти млазник може одредити управљачки угао вертикалног закошења $\mu_c^i(t)$ коме одговара управљање δ_μ^i и управљачки угао бочног закошења $\varepsilon_c^i(t)$ коме одговара управљање δ_ε^i . Слично матрици \mathbf{L}_{bp} из (4.8.1) се може одредити матрица

$$\mathbf{L}_{(c)bp}^i = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_c^i(t) \cos \mu_c^i(t) & -\sin \varepsilon_c^i(t) & -\sin \mu_c^i(t) \\ \sin \varepsilon_c^i(t) & \cos \varepsilon_c^i(t) & 0 \\ \cos \varepsilon_c^i(t) \sin \mu_c^i(t) & -\sin \varepsilon_c^i(t) \sin \mu_c^i(t) & \cos \mu_c^i(t) \end{bmatrix} \quad (4.8.54)$$

са временски променљивим елементима. Пример оваквих пропулзора су млазници млазних мотора појединих борбених авиона. У зависности од конструкције, као управљање се може јавити било само управљање δ_μ^i , било управљање у оба правца. Овде се код сваког пропулзора јавља сила настала на уводнику и силе настале на сваком млазнику који на пропулзору може постојати. Управљане величине пропулзивне групе су компоненте резултујуће пропулзивне силе. Ако је ' l ' укупан број појединачних пропулзивних сила, тада једначина (4.8.4) добија облик

$$\mathbf{F}_{(P)i} = \mathbf{L}_{kb} \sum_{i=1}^l \mathbf{L}_{(f)bp}^i \mathbf{F}_{(P)p}^i = \mathbf{L}_{kb} \sum_{i=1}^n \mathbf{L}_{bp}^i \mathbf{F}_{(F)p}^i + \mathbf{L}_{kb} \sum_{j=1}^{l-n} \mathbf{L}_{(c)bp}^j \mathbf{F}_{(c)p}^j. \quad (4.8.55)$$

Други члан развијеног дела предходног израза, са ' $l-n$ ' елемената, даје допринос резултујућој пропулзивној сили од свих управљаних млазника, док је први члан једначина (4.8.4) сведена на допринос пропулзивној сили од свих осталих делова од ' n ' пропулзора.

У случају кад нема векторисања вучне силе постоји $\delta_T^i, i=1, \dots, n$ примарних управљања. Када постоји векторисање потиска може се, у зависности од конструкције, јавити до $\delta_\mu^i = 1, \dots, l-n$ и $\delta_\varepsilon^i = 1, \dots, l-n$ управљања млазником. Када постоји управљање оријентацијом вучне или потисне силе захтев за управљање из (4.8.53) се генерализује на облик

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_{(P)k}^i = m\mathbf{a}_k - \mathbf{R}_k - \mathbf{G}_k \quad (4.8.56)$$

којим су одређене све три компоненте резултујуће пропулзивне силе. Захтевана вредност пропулзивне силе се остварује комбинациом предходно наведених управљања пропулзивном групом.

4.8.4.2 *Управљање ротацијом авиона помоћу пропулзивне групе*

Управљање ротацијом авиона помоћу пропулзивне групе је могуће када је у изразу за резултујућу пропулзивну силу, било да је то (4.8.4) или (4.8.55), број елемената $n > 1$, односно $l > 1$. У изразу за позициони пропулзивни моменат (4.8.8) $\vec{r}_{(P)}^i$ је вектор растојања од тренутног положаја центра инерције CI до тачке дејства вектора i -те пропулзивне силе. Алгоритам управљања се остварује тако да се оствари захтев дат било у (4.8.53), било у (4.8.56), са варирањем чланова збира у (4.8.8) таквим да се у укупној једначини момената (4.8.16) јави моменат у облику којим се може остварити жељена ротација авиона.

Код управљања ротацијом авиона помоћу пропулзивне групе је подесно, слично као код аеродинамичке силе и момента, посматрати резултујући моменат као збир два елемента, при чему је први референтни, а други активни, било да представља управљање или поремећај. Одређивање референтног момента је најпогодније обавити у односу на случај хоризонталног, стационарног праволинијског лета. Ако се са $\vec{M}_{(A)}^0$ означи аеродинамички моменат тог случаја лета, а са $\vec{M}_{(P)}^r$ референтни моменат пропулзивне групе, онда је, из равнотеже момената

$$\vec{M}_{(A)}^0 + \vec{M}_{(P)}^r = 0, \quad (4.8.57)$$

а пропулзивни моменат је

$$\vec{M}_{(P)} = \vec{M}_{(P)}^r + \vec{M}_{(P)}^a. \quad (4.8.58)$$

У предходном изразу је $\vec{M}_{(P)}^a$ активни моменат пропулзивне групе.

У новије време се појављују концепти експерименталних система управљања летом^{27,28} који у случају катастрофалног отказа система управљања аеродинамичким

површима користе пропулзивну групу за генерисање активног момента M_p^a као управљачког. Највећи проблем оваквог система управљања је неусклађеност временских одзива авиона као објекта и управљачког момента, пошто је временски одзив пропулзора спорији од одзива авиона.

4.9 Модел сила и момената наоружања

Наоружање на авиону може бити стрељачко, ракетно или у облику авиобомби. По свом смештају може бити унутар авиона или постављено на његовој спољашњости. При дејству наоружања јављају се реактивне силе и момент који делују на летелицу. Стрељачко наоружање својим дејством увек изазива реактивне силе и моменте, било да се налази унутар авиона, било да је постављено на његовој спољашњости. Ракетно наоружање делује на авион реактивним силама и моментима у фази свог лансирања, а по природи свог утицаја се увек обавља на спољашњости авиона. Бомбе су по осбинама деловања на авион пасивна средства која увек утичу на инерцијалне карактеристике, а у случају да су постављене на спољашност авиона, утичу и аеродинамичким силама.

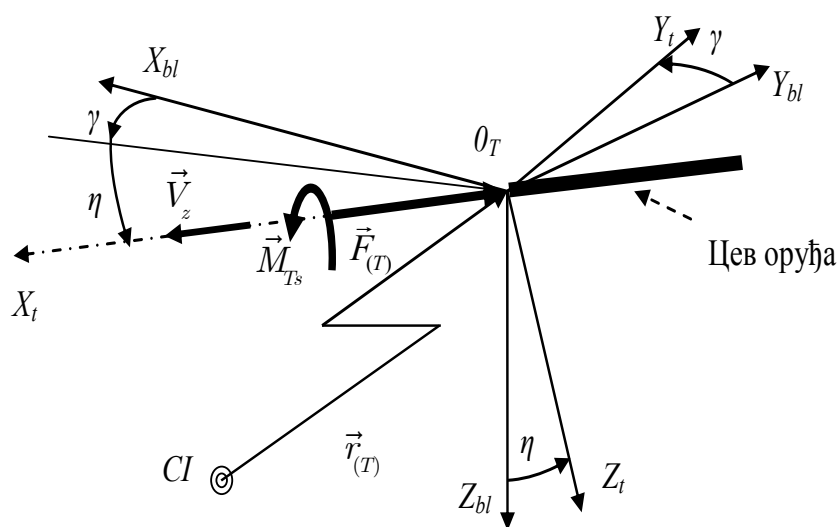
При одређивању реактивне силе и момента наоружања се полази од посматрања једне осе цеви стрељачког оружја или једне осе ракетног пројектила. Правац и смер осе у односу на коју се одређују реактивна сила и моменат правцем и смером \vec{V}_z зрна оружја или пројектила у тренутку напуштања цеви стрељачког оружја или лансера пројектила. Реактивне силе и моменти који делују на авион се одређују на основу следеће две претпоставке:

- ПТ1 оса у односу на коју се одређују реактивна сила и моменат је колинеарна са осом цеви стрељачког оружја, односно са осом ракетног пројектила постављеног на авион,
- ПТ2 у случају вишецевног стрељачког оружја, вишецевних лансера ракетних пројектила или скупа вишеструко постављених ракетних пројектила, осе претходно наведених оружја су паралелне.

Ово омогућава да се вишецевно стрељачко оружје, лансери ракетних пројектила или скуп вишеструко постављених ракетних пројектила посматра као једно средство

наоружања, са јединственим локалним референтним координатним системом $0_T X_t Y_t Z_t$ у односу на који је одређен модел реактивних сила и момената.

За одређивање референтних величина реактивне силе и момента при дејству наоружања користиће се оружје постављено са десне стране у односу на раван симетрије авиона, са свим величинама за њега одређеним. Слично као и код пропулзора, реактивне силе и момент наоружања се одређују у његовом локалном десном правоугаоном координатном систему $0_T X_t Y_t Z_t$ (Сл. 4.9.), чији је координатни почетак 0_T у изабраној референтној тачки дејства реактивне силе наоружања $\vec{F}_{(T)}$, која се од тренутног положаја центра инерције CI налази на растојању $\vec{r}_{(T)} = \mathbf{r}_{(T)} = [x_{(T)}, y_{(T)}, z_{(T)}]^T$. Нека је у тачки 0_T постављен координатни систем $0_T X_{bl} Y_{bl} Z_{bl}$ чије су осе паралелне и оријентисане исто као осе координатног система $0XYZ$. Правац и смер осе X_t је одређен правцем и смером вектора брзине зрна \vec{V}_z на излазу из цеви оружја. Оса Z_t лежи у равни паралелној равни симетрије номиналне конфигурације авиона оријентисана тако да, када осе X_t и X_{bl} имају исти правац и смер, тада и осе Z_t и Z_{bl} имају исти правац и смер. Угао γ је одступање правца осе цеви оружја од равни $X_{bl}Z_{bl}$, са позитивним смером ка равни симетрије авиона, док је угао η одступање правца осе цеви оружја од равни $X_t Y_t$, са позитивним смером на доле.



Слика 4.9. Локални координатни систем оружја

Матрица ортогоналних трансформација \mathbf{L}_{bt} којом се неки вектор \mathbf{R}_T дат координатама у координатном систему везаном са оружје $0_T X_t Y_t Z_t$ преводи у вектор \mathbf{R}_T координата у систему везаном за тело летелице је са

$$\mathbf{L}_{bt} = \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \eta & \sin \gamma & -\cos \gamma \sin \eta \\ -\sin \gamma \cos \eta & \cos \gamma & \sin \gamma \sin \eta \\ \sin \eta & 0 & \cos \eta \end{bmatrix} \quad (4.9.1)$$

4.9.1 Дејство стрелачког наоружања

На авиону је дејство стрелачког наоружања краткотрајно и у потпуности одређено стањем прекидача дејства наоружања који има само две вредности, $u_T \in R\{0,1\}$. У првом приближењу, реактивна сила једне цеви оружја зависе од стања прекидача дејства наоружања u_T , масеног протока зрна $\dot{m}_{(z)}$ кроз цев и релативне брзине зрна $\vec{V}_{(z)} = \mathbf{V}_{t(z)} = [v_{x(z)t}, 0, 0]^T$ у односу на цев, а на месту отвора цеви. Масени проток зрна $\dot{m}_{(z)}$ кроз цев је дат са

$$\dot{m}_z = \frac{n_z}{\Delta t} m_{1z}, \quad (4.9.2)$$

где је n_z број зрна испалених из оружја у временском интервалу Δt , а m_{1z} маса једног зрна. У локалном систему оружја је тада вредност реактивне силе $\vec{F}_{(T)}^R$ у векторском облику

$$\vec{F}_{(T)}^R = -\dot{m}_{(z)} \vec{V}_{(z)} u_T; \quad \mathbf{F}_{t(T)}^R = -\dot{m}_{(z)} \mathbf{V}_{t(z)} u_T \quad (4.9.3)$$

Када је у систему оружја вектор дат само својом компонентом у правцу осе X_t , тада се његове компоненте у систему везаном за тело летелице добијају множењем са вектором колоном \mathbf{K}_t који је прва колона матрице \mathbf{L}_{bt} , па је

$$\mathbf{K}_t = \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \eta \\ -\sin \gamma \cos \eta \\ \sin \eta \end{bmatrix} \quad (4.9.4)$$

У кинематском систему се вредност реактивне силе оружја $\mathbf{F}_{k(T)}$ једноставно добија као

$$\mathbf{F}_{k(T)} = \mathbf{L}_{kt} \mathbf{F}_{t(T)}^R = \mathbf{L}_{kb} \mathbf{L}_{bt} \mathbf{F}_{t(T)}^R = -\mathbf{L}_{kb} \mathbf{K}_t v_{x(z)t} \frac{n_z}{\Delta t} m_{1z} u_T. \quad (4.9.5)$$

Моменат наоружања \vec{M}_T који делује на авион обухвата два типа дејстава, сопствена реактивна $\vec{M}_{T(T)}$ и позициона $\vec{M}_{T(\bar{r})}$.

При одређивању угаоне количине кретања зрна $\vec{H}_{(z)}$ као крутог тела на основу (4.5.11) су утицаји свих ротационих кретања занемарљиви у односу на угаону брзину коју цев оружја својом изолученошћу саопштава зрну, па је

$$\vec{H}_{(z)} = \mathbf{H}_{(z)t} = \mathfrak{J}_{(z)t} \boldsymbol{\Omega}_t = [I_{xx(z)t} \omega_{x(z)t}, 0, 0]^T = [K_{xx(z)t} m_{(z)} \omega_{x(z)t}, 0, 0]^T, \quad (4.9.6)$$

где је $K_{xx(z)t}$ геометријски фактор облика момента инерције зрна око сопствене осе димензија [m^2], одређен из $I_{xx(z)t} = K_{xx(z)t} m_{(z)}$, а $\vec{\omega}_{(z)} = \boldsymbol{\omega}_{(z)t} = [\omega_{x(z)t}, 0, 0]^T$ угаона брзина зрна на устима цеви оружја. Нека је $d\theta_c/dX_T$ локални корак изолучености цеви на њеним устима, где је θ_c угао завојнице изолучења. Компонента угаоне брзине $\omega_{x(z)t}$ на устима цеви у правцу осе цеви се добија из односа $\omega_{(z)}/v_{(z)} = d\theta_c/dl_c$. За цев константне изолучености је $d\theta_c/dX_T = \pi(d_c/x_{ki}) = 2\pi(n_i/l_c) = const$, где је d_c калибар цеви а x_{ki} корак изолучења, или n_i укупан број завоја изолучености, а l_c дужина цеви. Ако се, слично као код пропулзора, са c_T означи

$$c_T = \frac{\vec{\omega}_{(z)}}{|\vec{\omega}_{(z)}|}, \quad (4.9.7)$$

где је $c_T = +1.0$ за цев десне изолучености, за угаону брзину зрна на устима цеви се добија

$$\omega_{x(z)t} = c_T \dot{m}_{(z)} v_{x(z)t} 2\pi \frac{n_i}{l_c} \quad (4.9.8)$$

Моменат услед сопствених реактивних дејстава наоружања $\vec{M}_{T(T)}^R = -\vec{M}_{T(T)}$ се једноставно добија на основу промене у времену угаоне количине кретања зрна \vec{H}_z са

$$\vec{M}_{T(T)}^R = -\vec{M}_{T(T)} = -\frac{d}{dt}(\vec{H}_z). \quad (4.9.9)$$

Како су $K_{xx(z)t}$ и $\omega_{x(z)t}$ за дато оружје временски инваријантне величине, на основу предходног се, за компоненте реактивног момента услед сопствених дејстава у координатном систему наоружања, добија

$$\mathbf{M}_{T(T)t}^R = \left[-c_T K_{xx(z)t} \dot{m}_{(z)} v_{x(z)t} 2\pi \frac{n_t}{l_c}, 0, 0 \right]^T \quad (4.9.10)$$

Моменат услед позиционих дејстава наоружања $\vec{M}_{T(\bar{r})}$ се, једноставно, добија као

$$\vec{M}_{T(\bar{r})} = \vec{r}_{(T)} \times \vec{F}_{(T)}^R \quad (4.9.11)$$

У систему везаном за тело матрични облик момента услед позиционих дејстава наоружања је

$$\mathbf{M}_{T(\bar{r})} = \tilde{\mathbf{r}}_{(T)} \mathbf{L}_{bt} \mathbf{F}_{t(T)}^R = -\tilde{\mathbf{r}}_{(T)} \mathbf{K}_t v_{(z)} \frac{n_z}{\Delta t} m_{1z} u_T, \quad (4.9.12)$$

где је $\tilde{\mathbf{r}}_{(T)}$ одређено по познатом правилу за претварање векторског производа у матрични.

Изложени модел је приближних вредности и служи за разумевање физичких процеса. Тачнији модел се добија мерењем реактивне силе $\vec{F}_{(T)}^R$ и момента услед сопствених дејстава $\vec{M}_{T(T)}$ при пуцању оружја било са једном, било са више цеви. Мерене вредности реактивне силе и момента услед сопствених дејстава су најчешће облика

$$\mathbf{F}_{t(T)}^R = \begin{bmatrix} F_{xt(T)0} + F_{xt(T)a} \sin(\omega_{xF}t) \\ F_{yt(T)0} + F_{yt(T)a} \sin(\omega_{yF}t) \\ F_{zt(T)0} + F_{zt(T)a} \sin(\omega_{zF}t) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{M}_{T(T)}^R = \begin{bmatrix} M_{xt(T)0} + M_{xt(T)a} \sin(\omega_{xM}t) \\ M_{yt(T)0} + M_{yt(T)a} \sin(\omega_{yM}t) \\ M_{zt(T)0} + M_{zt(T)a} \sin(\omega_{zM}t) \end{bmatrix}, \quad (4.9.13)$$

са константним и осцилаторним делом. Учестаности осцилаторног дела ω_i зависе од каденце стрељачког оружја. Мерене вредности реактивне силе узимају у обзир збирно дејство више цеви, а мерене вредности реактивног момента, поред збирног дејства услед изолучености цеви, узимају у обзир и ефекте позиционирања цеви у односу на референтни систем наоружања $0_T X_t Y_t Z_t$, а у коме је вршено мерење.

4.9.2 Дејство ракетног наоружања

За практичне примене се дејство ракетног наоружања може одредити само мерењем. Реактивна сила и моменат су по обичу слични изразу (4.9.13), са тим да се дејство одвија у интервалу мањем од једне периоде.

Мерене вредности се применом одговарајућих трансформационих образаца уводе у моделе сила и момената који делују на авион. Моменат услед позиционих дејстава наоружања $\vec{M}_{T(\bar{r})}$ се добија увођењем мерене вредности реактивне силе $\vec{F}_{(T)}^R$ у одговарајући облик јед. (4.9.13).

4.10 Решавање по изводима једначина кретања авиона

Општи матрични облик једначина сила (4.6.2) и момената (4.6.4) је потребно, користећи добијене изразе за посебне облике појединих дејстава, аеродинамике, гравитације, пропулзије и наоружања, довести на облик одређен функцијом (4.1.1) која експлицитно изражава извод стања авиона.

Уврштавањем израза за убрзање (4.4.9) на леву и све силе на десну страну једначине (4.6.2), уочава се да се она због облика аеродинамичке силе ((4.7.18) и (4.7.19)) мора алгебарски решити да би се свела на облик (4.1.1). Тај облик, на основу (4.7.18), је

$$\begin{aligned} & \left(m\mathbf{I} - \frac{1}{2V} QSL_{ka} \mathbf{C}_{RU_{(A)a}}^{\dot{\mathbf{V}}^*} \mathbf{B}_1 \mathbf{D}^{-1} \mathbf{L}_{ak} \right) \mathbf{D}_{(K)} \dot{\mathbf{V}}_{(K)} = \\ & = mV_{(K)} \mathbf{L}_{ak} \boldsymbol{\Omega} + QSL_{ka} \left(\mathbf{C}_{RU_{(A)a}}^0 + \mathbf{C}_{RU_{(A)a}}^{\boldsymbol{\Omega}_{(a)}^*} \boldsymbol{\Omega}_{(a)}^* \right) \\ & \quad + \frac{1}{2V} QSL_{ka} \mathbf{C}_{RU_{(A)a}}^{\dot{\mathbf{V}}^*} \mathbf{B}_1 \mathbf{D}^{-1} \mathbf{L}_{a0} \dot{\mathbf{V}}_{(w)0} \\ & \quad + \mathbf{L}_{kb} \left(\mathbf{G} + \mathbf{L}_{kp} \mathbf{F}_{(P)p} + \mathbf{L}_{bt} \mathbf{F}_{t(T)}^R \right) \end{aligned} \quad (4.10.1)$$

Ако се, због једноставности писања, уведе помоћна матрица \mathbf{A} која је

$$\mathbf{A} = \left(m\mathbf{I} - \frac{1}{2V} QSL_{ka} \mathbf{C}_{RU_{(A)a}}^{\dot{\mathbf{V}}^*} \mathbf{B}_1 \mathbf{D}^{-1} \mathbf{L}_{ak} \right) \mathbf{D}_{(K)} \quad (4.10.2)$$

Једначина (4.10.1) се, алгебарским решавањем по изводу $\dot{\mathbf{V}}_{(K)}$ добија у облику

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{V}}}_{(K)} = & \mathbf{A}^{-1} \left[mV_{(K)} \mathbf{L}_{ak} \boldsymbol{\Omega} + QSL_{ka} \left(\mathbf{C}_{\text{RU}_{(A)a}}^0 + \mathbf{C}_{\text{RU}_{(A)a}}^{\Omega_{(a)}^*} \boldsymbol{\Omega}_{(a)}^* + \frac{1}{2V} \mathbf{L}_{ka} \mathbf{C}_{\text{RU}_{(A)a}}^{\dot{\mathbf{V}}^*} \mathbf{B}_1 \mathbf{D}^{-1} \mathbf{L}_{a0} \dot{\mathbf{V}}_{(w)0} \right) \right] \\ & + \mathbf{A}^{-1} \left[\mathbf{L}_{kb} \left(\mathbf{G} + \mathbf{L}_{kp} \mathbf{F}_{(P)p} + \mathbf{L}_{bt} \mathbf{F}_{t(T)}^R \right) \right] \end{aligned} \quad (4.10.3)$$

Уврштавањем у општи облик једначине момената (4.6.4) израза за извод момента количине кретања (4.5.25), аеродинамичког момента (4.7.20) и момената пропулзора и наоружања, одређује се извод по времену угаоне брзине као

$$\dot{\boldsymbol{\Omega}} = \mathfrak{J}_B^{-1} \left\{ QSL_{ba} \left[\mathbf{B} \left(\mathbf{C}_{\text{MU}_{(A)a}}^0 + \mathbf{C}_{\text{MU}_{(A)a}}^{\Omega_{(a)}^*} \boldsymbol{\Omega}_{(a)}^* + \mathbf{C}_{\text{MU}_{(A)a}}^{\dot{\mathbf{V}}^*} \dot{\mathbf{V}}^* \right) - \Delta \tilde{\mathbf{r}} \mathbf{C}_{\text{RU}_{(A)a}} \right] + \mathbf{M}_P + \mathbf{M}_T \right\} \quad (4.10.4)$$

За добијање свих једначина које образују функцију (4.1.1), потребно је одредити изводе оријентације и позиције авиона. Угаона оријентација се одређује из

$$\dot{\boldsymbol{\Phi}} = \mathbf{L}_\Phi \boldsymbol{\Omega}, \quad (4.10.5)$$

где је

$$\mathbf{L}_\Phi = \begin{bmatrix} 1 & \sin \Phi \tan \Theta & \cos \Phi \tan \Theta \\ 0 & \cos \Phi & -\sin \Phi \\ 0 & \sin \Phi / \cos \Theta & \cos \Phi / \cos \Theta \end{bmatrix} \quad (4.10.6)$$

Једначина (4.10.5) има сингуларитет за $\Theta = \pi/2$, па се за потребе анализе динамике лета за вредности Θ у довољно малој околини ε око $\pi/2$ она замењује са

$$\begin{aligned} \dot{\Psi} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{q}r - \dot{r}q}{q^2 + r^2} - p \right) \\ \dot{\Phi} &= p + \dot{\Psi} \sin \Theta \\ \dot{\Theta} &= q \cos \Phi - r \sin \Phi \end{aligned} \quad (4.10.7)$$

Извод позије авиона у инерцијалном систему је

$$\dot{\mathbf{X}}_0 = \mathbf{L}_{0b} \mathbf{V}_{(K)}, \quad (4.10.8)$$

где се компоненте вектора $\mathbf{V}_{(K)}$ у систему везаном за тело одређују из вектора $\dot{\hat{\mathbf{V}}}_{(K)}$ на основу једначине (4.4.5).

4.11 Разматрање особина модела и његова примена

У овом поглављу је изложен математички модел динамике лета авиона као динамичког објекта, а са становишта квалитета лета и система управљања летом као динамичких субјеката. Основне активности субјеката у односу на авион као динамички објекат су оцењивања квалитета лета и реализација захтеваних закона управљања летом. Не мање значајна активност која условљава облик овде изложеног модела је и поступак пројектовања система управљања летом.

Основни модел динамике лета авиона, само са аеродинамичким силама, се користи за налажење било директног решења проблема динамике лета, симулацију, било инверзног решења проблема динамике лета, одређивање номиналних трајекторија. Комбинација ова два решења представља основу савремених поступака пројектовања динамике лета авиона, а као подлога за програмска решења служе овде изложени модели динамике лета авиона и сила које на њега делују.

Код модела изложених у овом поглављу, у посебном положају се налази модел пропулзора, који истовремено генерише и динамику објекта и управљачку величину. Са становишта управљања, вучна сила пропулзора представља управачку величину, док све остале величине пропулзивне групе учествују у општој динамици авиона.

Посебан вид ограничења овде изложеног модела динамике лета авиона проистиче из карактеристика поступка пројектовања система управљања, што условљава дефиницију номиналне конфигурације са равни геометријске и инерцијалне симетрије (*ПЗ*). Са испуњавањем тог услова, у домену линеарне зависности промене узгона од нападног угла и уз задовољење одређеног скупа почетних услова, могуће је динамику авиона представити са два одвојена система линеарних диференцијалних једначина, при чему један систем представља мод уздужног, а други попречно-смерног кретања авиона. Скуп номиналних конфигурација служи као основа при пројектовању авиона, а представља само део од свих могућих конфигурација које се јављају при његовој употреби.

Осим ограничења датог у (*ПЗ*), изложени модел представља општи модел динамике авиона као крутог тела са шест степени слободе.

Заокружен скуп модела потребних за пројектовање система управљања летом, поред овде изложених модела динамике лета авиона и сила које на њега делују, обухвата и моделе подсистема система управљања летом и модел кретања атмосфере као спољашњег поремећаја. Код подсистема система управљања летом су то модели сензора, модели покретача и модели управљача. У управљаче спада човек-оператор као хијерахијски највиши подсистем у управљачкој структури и рачунар управљања летом са имплементираним законима управљања. У зависности од захтева и етапе, у поступку пројектовања и реализације система управљања летом се у управљачкој контури примењује или оператор или његов модел. На основу свих ових модела је аутор начинио модуларни симулациони програм динамике лета авиона, намењен развоју и верификацији система управљања летом у оквиру пројектовања динамике лета, а његов концепт је изложен у ⁴⁰.

5 СПОЉАШЊА СРЕДСТВА И АСИМЕТРИЧНА ОПТЕРЕЋЕЊА

Модел динамике лета авиона за скуп номиналних конфигурација је описан у предходном поглављу. Најчешће се у односу на референтни номинални облик спољашње оквашене површине саме летелице, а при њеним различитим инерцијалним особинама дефинише скуп референтних номиналних конфигурација. Овај скуп номиналних конфигурација служи као полазни при пројектовању авиона, а представља само део од свих могућих конфигурација које се јављају током његове употребе. Међутим, пројектант авиона мора дати одговора о динамици авиона свих конфигурација које се у његовој употреби могу јавити, како номиналних, тако и ненормалних. То условљава да методологија пројектовања авиона мора обухватити и номиналне конфигурације које не припадају скупу референтних и ненормалне, асиметричне, конфигурације.

Референтне конфигурације су везане за основне случајеве лета за које се авион пројектује. У случајевима лета када се траже повећане вредности коефицијента узгона, ређе у маневрима великог нормалног оптерећења, а практично увек у терминалним фазама лета, при полетању и слетању, долази до промене облика крила извлачењем било закрилаца, било преткрилаца, било и једног и другог. Основни захтев

регуларне употребе прекрилаца и закрилаца је њихова симетрија, па ове конфигурације авиона спадају у скуп номиналних.

Спољашња средства симетрично постављена на авион такође одређују конфигурације које припадају скупу номиналних.

Асиметричне конфигурације које не припадају скупу номиналних настају било при регуларној употреби, било при појави неког ванредног догађаја. При регуларној употреби, учестаност појаве конфигурације која одступа од номиналне зависи од врсте и намене авиона. Асиметричне конфигурације могу настати било због геометријских, било због инерцијалних узрока, било због оба ова узрока. Пример геометријског узрока је асиметрија при извлачењу преткрилаца или закрилаца. Пример инерцијалног узрока је асиметричан распоред масе унутар симетричне геометријске конфигурације авиона. Пример истовременог постојања оба узрока је асиметрична поставка спољашњих терета.

Посебан случај су асиметрична оптерећења са симетричном номиналном конфигурацијом авиона, а у складу са дефиницијом отклоне примарних командних површи из поглавља 4.7. На пример, млазни и елисни пропулзор својим дејством саопштавају околном ваздуху неку ротациону компоненту количине кретања, мале величине код млазног, а знатне код елисног пропузора. За уравнотежење асиметричних дејстава је нужна асиметрична поставка управљачких површи авиона. Због тога је геометријска симетрија у практичној примени неостварива, а асиметрија појава која захтева разматрање и анализу.

Предмет разматрања у овом поглављу су измене у моделу динамике авиона које настају због подвешавања спољашњих средстава на авион и због асиметрија насталих различитим узроцима. Утицаји спољашњих терета и асиметрија ће бити укључени у прорачунски и симулациони облик примене модела динамике авиона. Ово сужава домен субјекта изложен у предходном поглављу. У односу на тачност се поставља захтев да она мора бити довољна за остваривање безбедних испитивања у лету која дају коначан суд о динамици авиона. Истовремено, ово допушта већи степен абстракције, поготово у области аеродинамичких утицаја.

5.1 Оптерећења услед спољашњих средстава

Постављањем средстава на авион се мења спољашња контура скупа номиналних конфигурација. Спољашња средства која се постављају на авион се могу разврстати по два критеријума, по месту на које се постављају и по томе да ли су при ношењу током лета са узгонским површима значајног утицаја. Посебну групу чине летелице ношене авионом носачем, као што су, на пример, аерокосмоплови “Space Shuttle” и “Буран” и оне нису предмет ове тезе. На дати авион се спољашња средства причвршћују крутом везом у $i = 1, 2, \dots, n$ носећих, структурално посебно подешених, тачака његове контуре. Тачке причвршћивања на спољашњој контури се налазе у области структурних елемената највеће носивости, крила и ојачаних делова трупа. Без обзира на место, начин и конструктивно решење везивања, једна тачка која припада геометрији и авиона и спољашњег средства се усваја као референтна тачка везивања. Ова тачка служи за успостављање ланца мера између спољашњег средства и авиона, а њена позиција у координатном систему везаном а тело авиона је одређена са (4.3.11).

Број различитих терета које авион може носити је $j = 1, 2, \dots, m$, при чему због структурних, аеродинамичких и геометријских ограничења није могуће било које спољашње средство причврстити на било коју носећу тачку.

Од категорија дејстава разматраних у поглављу 4, спољашња средства увек узрокују аеродинамичка и инерцијална дејства, а у великом броју случајева и дејства наоружања. Утицај наоружања је предходно образложен, а овде ће се навести доприноси инерцијалним, гравитационим и аеродинамичким дејствима.

5.1.1 Инерцијалне особине и гравитационе силе авиона са спољашњим средствима

Инерцијалне особине авиона са спољашњим средствима се једноставно одређују из услова круте везе, а добијају се применом једначина од (4.5.18) до (4.5.22). За случај конфигурације са симетрично постављеним спољашњим теретима тензор инерције је облика датог са (4.5.23), док је при асиметрично постављеним спољашњим теретима тензор инерције пун и одређен изразом (4.5.13).

Гравитационе силе се, са предходно одређеним инерцијалним параметрима, добијају изразима (4.7.24) и (4.7.25).

5.1.2 Опште одлике аеродинамичких дејстава спољашњих средстава

Спољашња средства могу на аеродинамичке особине авиона утицати у већој или мањој мери. Једну групу чине спољашња средства са узгонским површима која, када нису ношена авионом, чине самосталну летелицу. Тада се скуп авиона и једног или више таквих спољашњих средстава мора разматрати поступцима који омогућују одређивање аеродинамичких особина те комбинације са значајним узајамним дејствима између појединих елемената тог скупа. Другу групу чине спољашња средства чији се облик, у најгрубљим цртама може свести на овално тело са или без стабилишућих пераја, и она ће бити предмет даљег разматрања.

Аеродинамичка дејства спољашњих средстава без узгонских површи се у модел динамике лета уводе преко доприноса аеродинамичким коефицијентима из (4.7.5), а за референтни положај центра инерције CI_N . Аеродинамички допринос спољашњег терета зависи од његове врсте и тачке вешања, па на једном авиону са $i = 1, 2, \dots, n$ носећих тачака и $j = 1, 2, \dots, m$ различитих спољашњим терета које може носити постоји укупно

$$k = 1, 2, \dots, l; \quad (5.1.1)$$

различитих аеродинамичких доприноса. Максималан могући број аеродинамичких доприноса

$$l_{\max} = m \cdot n \quad (5.1.2)$$

најчешће није остварив у пракси због структурних, аеродинамичких и геометријских ограничења. Укупан остварив број аеродинамичких доприноса спољашњих средстава је

$$l_o = \sum_{j=1}^m n_{o(j)}, \quad (5.1.3)$$

где је $n_{o(j)}$ број тачака авиона на којима се може носити j -то спољашње средство.

Вектор утицаја спољашњих средстава је $\mathbf{U}_p = [u_{p1}, u_{p2}, \dots, u_{pl_o}]^T$ са l_o елемената. То је део вектора \mathbf{U} који се одликује особином да сви његови чланови имају само две вредности

$$u_{pk} \in 0,1; \quad k = 1,2,\dots,l_o, \quad (5.1.4)$$

односно, спољашње средство се на авиону или налази, или не налази.

Као и сви елементи аеродинамичких особина авиона, и доприноси спољашњих средстава се могу одредити прорачуном, мерењима у аеротунелу или испитивањима и идентификацијом у лету. Аеродинамички доприноси спољашњих средстава се, у односу на остале елементе аеродинамичке структура авиона, у прорачунима одређују са већим степеном абстракције и следствено томе мањом тачношћу, односно развијањем у Тајлоров ред по вектору параметара

$$\mathbf{P}_{(A)p} = \left[Ma, Re, [\hat{\mathbf{V}}]^T \right]^T. \quad (5.1.5)$$

Аеродинамички доприноси спољашњих средстава се одређују до првог нивоа међусобног утицаја аеродинамичких компоненти авиона, тј проблем се поставља тако да се авион посматра као аеродинамички дефинисана целина на које је постављено само једно спољашње средство, без обзира на стварну конфигурацију подвешавања. Доприноси спољашњег средства аеродинамичким дејствима се одређују узимајући у обзир аеродинамичка дејства самог средства и узајамне утицаје авиона и подвешеног средства, занемарујући све остале утицаје између свих осталих средстава на авиону. Тиме се укупно дејство свих спољашњих средстава на авиону може одредити као сума изолованих дејстава појединих спољашњих средстава, уз занемаривање узајамних утицаја. За највећи број разматрања, овакав приступ са занемаривањем утицаја вишег реда је довољан.

У прорачунским методама је најчешће већ примењена линеаризација по по вектору улаза свих командних површи \mathbf{U}_U , па узимајући у обзир (5.1.5) аеродинамички коефицијенти из (4.7.12) добијају облик

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^0 &= \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^0 (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}_P) & \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0 &= \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0 (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}, \mathbf{U}_P) \\ \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^{\Omega^*} &= \frac{\partial}{\partial \Omega_{(a)}^*} \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}} (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}) & \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^{\Omega^*} &= \frac{\partial}{\partial \Omega_{(a)}^*} \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}} (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}) \\ \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^{\dot{\mathbf{V}}^*} &= \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{V}}^*} \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}} (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}) & \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^{\dot{\mathbf{V}}^*} &= \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{V}}^*} \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}} (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}) \\ \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^{\mathbf{U}_U} &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{U}_U} \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}} (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}) & \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^{\mathbf{U}_U} &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{U}_U} \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}} (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}) \end{aligned} \quad (5.1.6)$$

На основу предходно изнетог, доприноси спољашњих средстава се огледају у коефицијентима $\mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^0$ и $\mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0$. У некој конфигурацији авион на n_c носећих тачака носи m_c различитих спољашњих средстава, па је укупан број аеродинамичких доприноса

$$l_c = m_c \cdot n_c, \quad (5.1.7)$$

док је вектор улаза спољашњих средстава облика

$$\mathbf{U}_P = [u_{P1}, u_{P2}, \dots, u_{Pl_c}]^T; \quad u_{Pk} \in 0, 1; \quad k = 1, 2, \dots, l_c \quad (5.1.8)$$

На основу предходно реченог, коефицијенти $\mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^0$ и $\mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0$ из (5.1.6) добијају облик

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^0 &= \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^0 (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{U}_P} \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^0 (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}) \mathbf{U}_P \\ \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0 &= \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0 (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{U}_P} \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0 (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}) \mathbf{U}_P \end{aligned} \quad (5.1.9)$$

Узимајући у обзир да на авиону спољашњих средстава или има, или нема, на основу (5.1.8), једначина (5.1.9) добија облик

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^0 &= \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^0 (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}) + \sum_{k=1}^{l_c} \left(\mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^{u_{Pk}} (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}) \right)_k \\ \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0 &= \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0 (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}) + \sum_{k=1}^{l_c} \left(\mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^{u_{Pk}} (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}) \right)_k \end{aligned} \quad (5.1.10)$$

Допринос аеродинамичким силама и моментима ' i '-тог спољашњег средства окаченог на ' j '-ту носећу тачку авиона је

$$\begin{aligned} \Delta \left(\mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^0 \right)_{ij} &= \frac{\partial}{\partial u_{ij}} \left(\mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^0 (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}) \right) = \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^{u_{Pk}} (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}})_k \\ \Delta \left(\mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0 \right)_{ij} &= \frac{\partial}{\partial u_{ij}} \left(\mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0 (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}) \right) = \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^{u_{Pk}} (Ma, Re, \hat{\mathbf{V}})_k \end{aligned} \quad k = i \cdot j \quad (5.1.11)$$

Разматрање доприноса спољашњих средстава аеродинамичким силама и моментима се најчешће обавља, и практично је могуће, само када је могућа линеаризацију по вектору струј-них величина $\hat{\mathbf{V}} = [V, \beta, \alpha]^T$, па су тада коефицијенти

$\mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^0$ и $\mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0$ облика датог у (4.7.16). На ' j '-тој носећој тачки авиона ' i '-то спољашње средство даје ' k '-ти допринос коефицијенту силе матрицом облика

$$\Delta\left(\mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^0(Ma, Re)\right)_k = \Delta\left(\mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^0(Ma, Re)\right)_{ij} = \begin{bmatrix} \Delta C_{x0(ij)} & \Delta C_{xV(ij)} & \Delta C_{x\beta(ij)} & \Delta C_{x\alpha(ij)} \\ \Delta C_{y0(ij)} & \Delta C_{yV(ij)} & \Delta C_{y\beta(ij)} & \Delta C_{y\alpha(ij)} \\ \Delta C_{z0(ij)} & \Delta C_{zV(ij)} & \Delta C_{z\beta(ij)} & \Delta C_{z\alpha(ij)} \end{bmatrix}. \quad (5.1.12)$$

док је допринос коефицијенту момента матрица облика

$$\Delta\left(\mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0(Ma, Re)\right)_k = \Delta\left(\mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0(Ma, Re)\right)_{ij} = \begin{bmatrix} \Delta C_{l0(ij)} & \Delta C_{lV(ij)} & \Delta C_{l\beta(ij)} & \Delta C_{l\alpha(ij)} \\ \Delta C_{m0(ij)} & \Delta C_{mV(ij)} & \Delta C_{m\beta(ij)} & \Delta C_{m\alpha(ij)} \\ \Delta C_{n0(ij)} & \Delta C_{nV(ij)} & \Delta C_{n\beta(ij)} & \Delta C_{n\alpha(ij)} \end{bmatrix}. \quad (5.1.13)$$

На основу предходног, облик аеродинамичких коефицијената са доприносима спољашњих терета је

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^0 &= \mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^0(Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}) + \sum_{k=1}^{l_c} \Delta\left(\mathbf{C}_{\mathbf{R}_{(A)a}}^0(Ma, Re)\right)_k \\ \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0 &= \mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0(Ma, Re, \hat{\mathbf{V}}) + \sum_{k=1}^{l_c} \Delta\left(\mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0(Ma, Re)\right)_k \end{aligned} \quad (5.1.14)$$

При одређивању елемената у матрицама у јед. (5.1.12) и (5.1.13) потребно је и познавање позиције спољашњег средства у односу на референтни центар инерције CI_N авиона. Ако се у конструкторском систему зна, како позиција ' j '-те тачке на коју је везано спољашње средство, тако и позиција CI_N референтног центра инерције, тада (4.3.11) добија облик

$$\mathbf{r}_{(j)} = \mathbf{L}_{bc}(\mathbf{r}_{C(j)} - \mathbf{r}_{C(CI_N)}). \quad (5.1.15)$$

' K '-ти допринос коефицијенту момента $\Delta\left(\mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0\right)_k$ се састоји од два дела. Први је последица облика, $\Delta\left(\mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0\right)_{k(O)}$, а други, $\Delta\left(\mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0\right)_{k(P)}$ последица доприноса коефицијента сила и положаја спољашњег средства, па је

$$\Delta\left(\mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0\right)_k = \Delta\left(\mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0\right)_{k(O)} + \Delta\left(\mathbf{C}_{\mathbf{M}_{(A)a}}^0\right)_{k(P)} \quad (5.1.16)$$

Нека је $\Delta \vec{F}_k$ допринос силе 'i'-тог спољашњег средства на 'j'-тој носећој тачки авиона са координатама вектора положаја $\vec{r}_{(j)}$ у односу на референтни центар инерције CI_N одређеним изразом (5.1.15). Положај дејства силе у односу на 'j'-ту носећу тачку авиона у којој је везано спољашње средство је одређен са $\Delta \vec{r}_{(ij)a}$, а у односу на референтни центар инерције CI_N са $\vec{r}_{(ij)a} = \vec{r}_{(j)} + \Delta \vec{r}_{(ij)a}$. Допринос момента спољашњег средства услед доприноса силе и положаја средства је $\Delta \vec{M}_{k(P)} = \vec{r}_{(ij)a} \times \Delta \vec{F}_k$, односно изражен преко коефицијената у матрично-векторском облику

$$QS_K \mathbf{B} \Delta \left(\mathbf{C}_{M(A)a}^0 \right)_{k(P)} = QS_K \tilde{\mathbf{r}}_{(ij)a} \Delta \left(\mathbf{C}_{R(A)a}^0 \right)_k, \quad (5.1.17)$$

где је \mathbf{B} матрица нормирања коефицијената момената дата у (4.7.2). Из (5.1.17) непосредно следи

$$\Delta \left(\mathbf{C}_{M(A)a}^0 \right)_{k(P)} = \mathbf{B}^{-1} \tilde{\mathbf{r}}_{(ij)a} \Delta \left(\mathbf{C}_{R(A)a}^0 \right)_k. \quad (5.1.18)$$

Пошто је $\mathbf{B}\mathbf{B}^{-1} = \mathbf{I}$, из облика \mathbf{B} у (4.7.2) се добија да је

$$\mathbf{B}^{-1} = \begin{bmatrix} 1/b & 0 & 0 \\ 0 & 1/l & 0 \\ 0 & 0 & 1/b \end{bmatrix}. \quad (5.1.19)$$

Нека се са $s = [0, V, \beta, \alpha]$ означе индекси у врстама матрица $\Delta \left(\mathbf{C}_{R(A)a}^0 \right)_k$ и $\Delta \left(\mathbf{C}_{M(A)a}^0 \right)_k$

и нека су $\Delta \left(\mathbf{C}_{R(s)} \right)_k = \left[\left(\mathbf{C}_{x(s)} \right)_k, \left(\mathbf{C}_{y(s)} \right)_k, \left(\mathbf{C}_{z(s)} \right)_k \right]^T$ и

$\Delta \left(\mathbf{C}_{M(s)} \right)_k = \left[\left(\mathbf{C}_{l(s)} \right)_k, \left(\mathbf{C}_{m(s)} \right)_k, \left(\mathbf{C}_{n(s)} \right)_k \right]^T$ вектори колоне. Тада се на основу (5.1.18)

допринос коефицијенту момента услед положаја спољашњег средства одређује са

$$\Delta \left(\mathbf{C}_{M(s)} \right)_{k(P)} = \mathbf{B}^{-1} \tilde{\mathbf{r}}_{(ij)a} \Delta \left(\mathbf{C}_{R(s)} \right)_k. \quad (5.1.20)$$

Множење матрица $\mathbf{B}^{-1} \tilde{\mathbf{r}}_{(ij)a}$ даје увид у геометријске односе карактеристичних величина авиона и тачке дејства аеродинамичке силе спољашњег средства. Тај производ је

$$\mathbf{B}^{-1} \tilde{\mathbf{r}}_{(ij)a} = \begin{bmatrix} 0 & -r_{z(k)a}/b & r_{y(k)a}/b \\ r_{z(k)a}/l & 0 & -r_{x(k)a}/l \\ -r_{y(k)a}/b & r_{x(k)a}/b & 0 \end{bmatrix} \quad (5.1.21)$$

Спољашња средства се постављају тако да се, ради одржања положаја центра инерције у допуштеним границама, тежи минимизирању величина $r_{x(k)a}$ и $r_{z(k)a}$. Одатле је однос $r_{z(k)a}/b$ веома мала величина, док су односи $r_{z(k)a}/l$ и $r_{x(k)a}/b$ мале величине и најчешће се у доприносу коефицијенту момента услед положаја чланови у којима се они јављају могу занемарити.

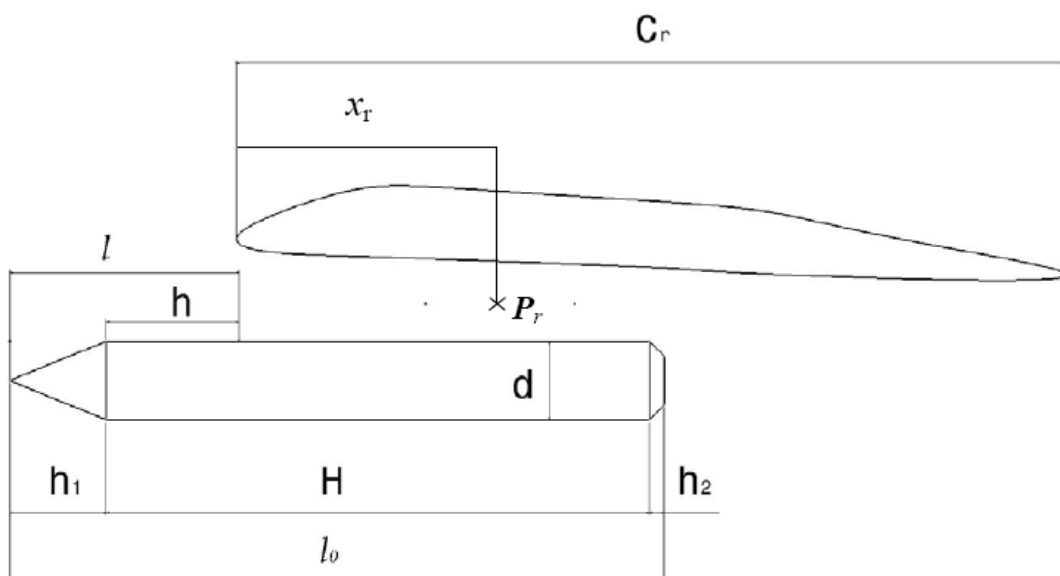
Прорачунске методе одређивања одређивања доприноса спољашњег средства аеродинамичким коефицијентима авиона су емпирске природе, у основи им је претпоставка о сличности, а по карактеру су прорачунски поступак основан на параметрима одређеним аеротунелским или летним испитивањима. Поступак њиховог одређивања се бира на основу основних струјних карактеристика, Махових и Рејнолдсових бројева у области примене авиона, као и степена сличности односа авиона испољашњег средства са односом датим у методи прорачуна. Ови поступци су бројни и излазе из области ове тезе којој је тежиште на примени у анализи динамике лета већ одређених доприноса спољашњих средстава аеродинамичким коефицијентима авиона.

Спољашње средство подвешено испод крила је подвесно средство. Начин одређивања доприноса подвесног средства аеродинамичким коефицијентима зависи од степена његове изложености слободној струји. Када је знатан део подвесног средства у слободној струји, изложени део се може посматрати као тело у слободној струји, узимајући уз то и утицаје крила на струјање око средства. Када је средство у потпуности испод крила, или када је његов део изложен слободној струји занемарљив, примењује се нека од емпиријских метода која је у ограниченој области Махових и Рејнолдсових бројева развијена за референтни тип летелице и групу подвесних средстава. За авион и подвесна средства која су предмет прорачуна, избор методе зависи од области Махових и Рејнолдсових бројева њихове примене и степена њихове сличности са онима за које је метода развијена. Од бројних метода, ради илустрације, биће изложена само она код које се одређују доприноси подвесног средства код кога је знатан део његовог волумена испред нападне ивице крила.

5.1.3 Пример одређивања аеродинамичких доприноса средства испод крила са волуменом у слободној струји

Пример одређивања доприноса подвесних средстава аеродинамичким коефицијентима је дат за подзвучну област Махових бројева и за линеаран домен промене коефицијента узгона у зависности од нападног угла α . Разматрано подвесно средство је осно симетрично витко тело са незанемарљивим делом свог волумена изложеним струји ваздуха испред нападне ивице. Језгро методе чини одређивање доприноса узгону, отпору и моменту пропињања и скретања, са доприносима коефицијентима осталих компоненти сила и момената изведеним на основу ова четири поменута. Теоретска основа дата у радовима Мунка је изложена у ²³. Предмет анализе је j -то подвесно средство референтног облика, постављено под крило на i -то место локалне тетиве c_r , са референтном тачком везивања P_r , што даје k -ти аеродинамички допринос. Скица средства и његовог положаја у односу на крило је дата на слици 5.1.

Аеродинамичка одлике витког осно симетричног тела као подвесног средство условљавају његове доприносе, па је $\Delta C_{y0(k)} = \Delta C_{z0(k)} = \Delta (C_{l0(k)})_O = \Delta (C_{m0(k)})_O = \Delta (C_{n0(k)})_O = 0$. Доприноси подвесног средства отпорима авиона се директно



Слика 5.1. Приказ карактеристичне геометрије подвесног средства.

остварује преко $\Delta C_{x0(k)}$, а индиректно се доприноси индукованом отпору преко поларе укључују кроз доприносе градијенту узгона $\Delta C_{z\alpha(k)}$. У моделу аеродинамичких сила са поларом се искључују деривативи по брзини V , а тиме и њихови доприноси од подвесног средства. Тачан допринос клизања отпору је могуће одредити мерењима у аеротунелу и лету и не укључује се прелиминарним прорачунима. Овим разматрањима је ближе постављен домен и облик размотреног примера доприноса подвесног средства аеродинамичким величинама.

Одређивање k -тог градијента коефицијента узгона подвесног терета у аеродинамичком координатном систему је дато на основу израза за градијент коефицијента узгона витког тела

$$\left(C_{L\alpha_{BODY}} \right)_{(k)} = \frac{2(k_2 - k_1)S_0}{V^{2/3}}, \quad (5.1.22)$$

где је

$k_2 - k_1 = f(f)$ - Мунков фактор који је функција виткости тела $f = l_b/D_x$ и дат је на дијаграму 5.1.

V - запремина подвесног терета испред нападне ивице крила,

S_0 - попречни пресек тела на месту x_0 ,

$V^{2/3}$ - референтна површина свођења градијента узгона тела,

x_0 - је место на телу где је струјање још увек потенцијално, што је функција од x_1 ,

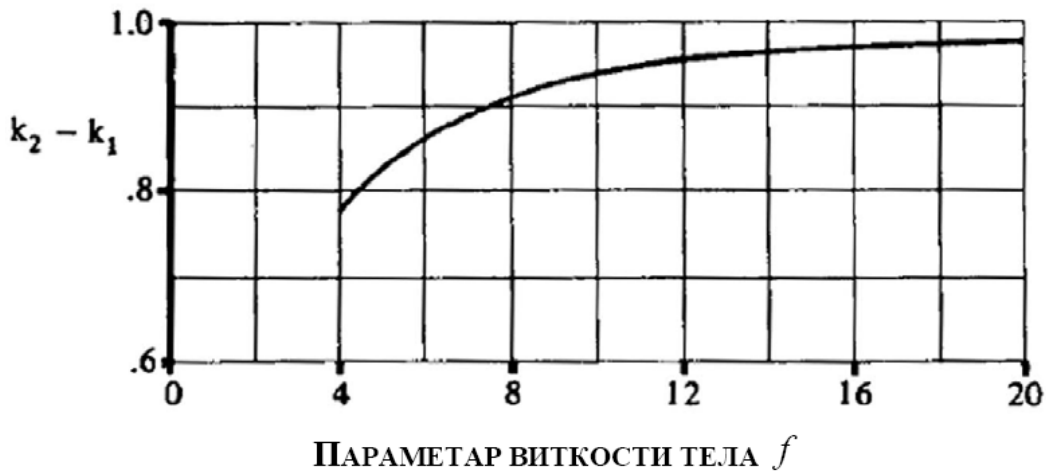
x_1 - представља место на телу где параметар dSx/dx први пут достиже негативну вредност,

S_x - попречни пресек тела дуж x осе (подужне осе тела).

Вредности x_0 и x_1 су повезане изразом

$$\frac{x_0}{l_b}(m) = 0.378 + 0.527 \left(\frac{x_1}{l_b} \right) \quad (5.1.23)$$

где је l_b дужина тела. Ако је $x_0 < x_1$, тада је $S_x = S_0$, односно $D_x = D_0$, где је D_0 максимални пречник тела.



Дијаграм 5.1. Зависност Мунковог фактора

Из предходног произилази да k -ти градијент узгона подвесног средства непосредно зависи од референтне тачке везивања P_r којом су одређени позиција и геометријски односи подвесног средства у односу на крило авиона.

Одређивање k -тог доприноса градијенту коефицијента узгона и градијенту бочне силе авиона површине крила S_K се одређује на основу градијента узгона $C_{L\alpha_{BODY}}$ подвесног средства као витког тела делимично изложеног струји ваздуха, раздвајања струје на правце дефинисане угловима β и α струјног координатног система и претпоставке да се утицај крила на локално струјно поље у правцу који одређује угао β може занемарити.

Узимајући у обзир позитивне вредности осе Y и правац прираштаја бочне силе по углу клизања β , подвесно средство даје k -ти допринос градијенту коефицијента бочне силе по углу клизања на основу израза

$$\Delta C_{y\beta(k)} = - \left(C_{L\alpha_{BODY}} \right)_{(k)} \frac{(V)^{2/3}}{S_K} \left[\frac{1}{0} \right]. \quad (5.1.24)$$

Градијент коефицијента силе узгона по нападном углу α у струјном координатном систему се одређује узимајући у обзир утицај повијања струје у присуству крила. Градијент $(\partial\varepsilon/\partial\alpha)_0$ повијања струје ε по нападном углу α је одређен за крило референтног градијента узгона у аеродинамичком координатном систему $C_{L\alpha_{REF}} = 0.0785(1/\circ)$. За подвесно средство које је у близини нападне ивице је

$$\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial\alpha}\right)_0 = f\left(\frac{x_b}{l_{re}}\right), \quad (5.1.25)$$

где је x_b дужина дела тела испред нападне ивице крила, а l_{re} тетива крила на месту подвесног средства (сл. 5.1). Функционална зависност $(\partial\varepsilon/\partial\alpha)_0$ за струју у близини нападне ивице крила је дата на дијаграму 5.2. Градијент повијања струје стварног крила $(\partial\varepsilon/\partial\alpha)$, градијента узгона у аеродинамичком координатном систему $C_{L\alpha a}$ је

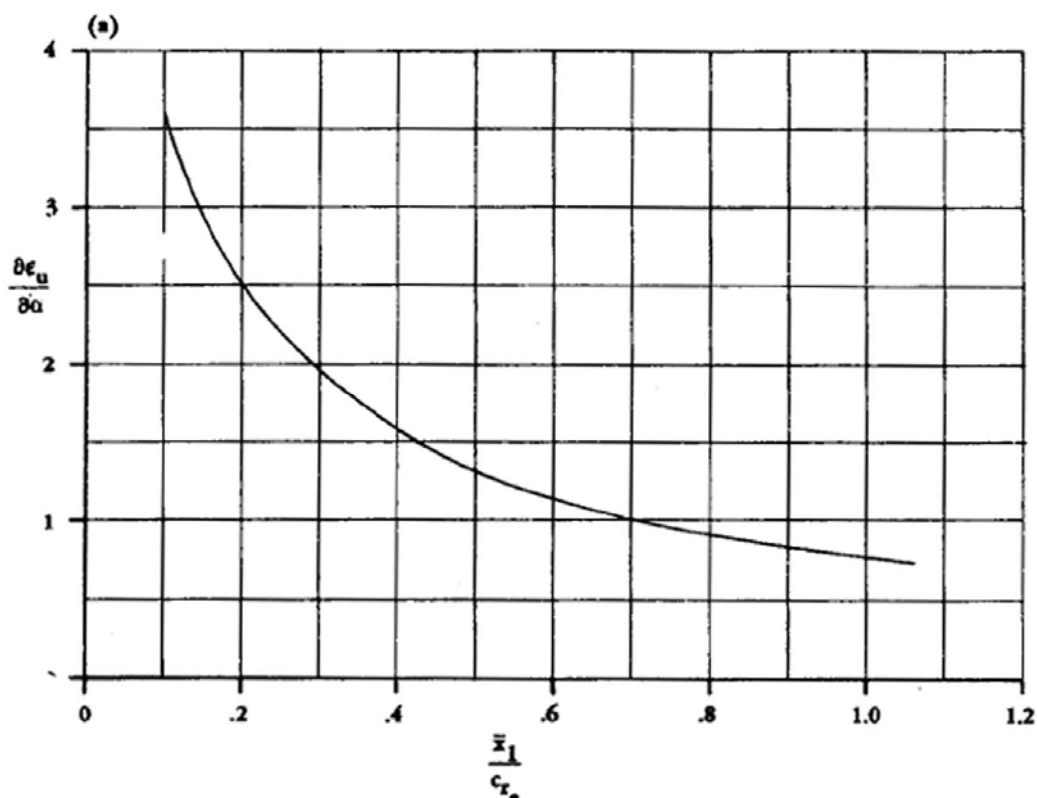
$$\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial\alpha}\right) = k_\varepsilon \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial\alpha}\right)_0; \quad k_\varepsilon = \frac{C_{L\alpha a}}{C_{L\alpha_{REF}}}. \quad (5.1.26)$$

Подвесно средство даје k -ти допринос градијенту коефицијента узгона по нападном углу као

$$\Delta C_{z\alpha(k)} = -\left(C_{L\alpha_{BODY}}\right)_{(k)} \frac{(V)^{2/3}}{S_K} \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial\alpha} + 1\right) \left[\frac{1}{\circ} \right] \quad (5.1.27)$$

Одређивање k -тог доприноса подвесног средства коефицијенту отпора при нултом узгону $\Delta C_{x0(k)}$ је проблем који нема егзактног, па чак ни приближног начина решавања. Ово одређивање на процени вредности $\Delta C_{x0(k)}$ поређењем са подвесним средствима сличног облика, а познатог нултог отпора.

Овај тип подвесног средства својим обликом ствара доприносе само моменту скретања по углу клизања β и моменту пропињања по нападном углу α . Приступ одређивању k -тог доприноса градијенту коефицијента момента скретања по углу клизања β и градијенту коефицијента момента пропињања по нападном углу α је исти као и код одређивања доприноса градијентима коефицијента сила по угловима β и α .



Дијаграм 5.2. Градијент повијања струје у близини нападне ивице крила

Прорачун укупног k -тог доприноса градијенту коефицијента момента по нападном углу α подвесног средства садржи модификовану методу доприноса трупа градијенту коефицијента момента авиона, а за део подвешеног тела које се налази испред нападне ивице крила. Као и код доприноса коефицијентима сила, метода је изложена у²³. Допринос градијенту коефицијента момента $C_{m\alpha}$ се добија на основу израза

$$\begin{aligned} \Delta(C_{m\alpha})_{(k)} &= \frac{1}{36.5 \cdot S_K \cdot l_K} \left[\int_0^{l_b} W_{fi}^2 \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} + 1 \right) dx \right]_{(k)} \approx \\ &\approx \frac{1}{36.5 \cdot S_K \cdot l_K} \left[\sum_{i=1}^n W_{fi}^2 \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} + 1 \right) \Delta x_i \right]_{(k)} \left[\frac{1}{0} \right] \end{aligned} \quad (5.1.28)$$

где је

l_K - средња аеродинамичка тетива крила,

Δx_i - ширина локалног сегмента тела по оси тела,

W_{fi} - ширина тела управно на осу на месту тежишта локалног сегмента тела (средња вредност ширине),

x_{ii} - растојање од нападне ивице крила до тежишта локалног сегмента тела,

Градијент повијања струје стварног крила се одређује на основу (5.1.25) тако што се на основу x_{ii} прво одреди $(\partial\varepsilon/\partial\alpha)_0 = f(x_{ii}/l_{re})$, а затим на основу (5.1.26) и $(\partial\varepsilon/\partial\alpha)$.

Слично се одређује k -ти допринос градијенту момента скретања по углу клизања као

$$\Delta(C_{n\beta})_{(k)} = \frac{-1}{36.5 \cdot S_K \cdot b_K} \left(\int_0^{l_b} W_{fi}^2 dx \right)_{(k)} \approx \frac{-1}{36.5 \cdot S_K \cdot b_K} \left(\sum_{i=1}^n W_{fi}^2 \Delta x_i \right)_{(k)} \left[\frac{1}{0} \right] \quad (5.1.29)$$

где је b_K размах крила.

Прорачун k -тих доприноса градијентима коефицијента момента услед положаја подвесног средства се обавља на основу (5.1.20). Поступци дати у (5.1.28) и (5.1.29) дају укупне доприносе градијентима коефицијента момента, тако да је у овом случају $\Delta(C_{m\alpha})_{k(P)} = 0$ и $\Delta(C_{n\beta})_{k(P)} = 0$. За тачку дејства аеродинамичких сила се, у првом приближењу, узима тежиште запремине испред нападне ивице, што је, уз познавање положаја тачке везивања, довољно за одређивање вектора $\Delta\vec{r}_{(j)a}$, а на основу (5.1.15) и $\vec{r}_{(ij)a}$. На основу предходних разматрања о доприносима коефицијената сила је

$$\Delta(\mathbf{C}_{R(0)})_k = \begin{bmatrix} \Delta C_{x0(k)} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \Delta(\mathbf{C}_{R(\beta)})_k = \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta C_{y\beta(k)} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \Delta(\mathbf{C}_{R(\alpha)})_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta C_{z\alpha(k)} \end{bmatrix} \quad (5.1.30)$$

Развијањем на основу израза (5.1.20) и узимајући у обзир методе дате са (5.1.28) и (5.1.29), k -ти доприноси коефицијентима момента услед положаја подвесног средства се добијају у облику

$$\begin{bmatrix} \Delta(C_{l0})_{k(P)} \\ \Delta(C_{m0})_{k(P)} \\ \Delta(C_{n0})_{k(P)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{r_{z(k)a}}{l} \Delta C_{x0(k)} \\ -\frac{r_{y(k)a}}{b} \Delta C_{x0(k)} \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \Delta(C_{l\beta})_{k(P)} \\ \Delta(C_{m\beta})_{k(P)} \\ \Delta(C_{n\beta})_{k(P)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r_{z(k)a}}{b} \Delta C_{y\beta(k)} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} \Delta(C_{l\alpha})_{k(P)} \\ \Delta(C_{m\alpha})_{k(P)} \\ \Delta(C_{n\alpha})_{k(P)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r_{y(k)a}}{b} \Delta C_{z\alpha(k)} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (5.1.31)$$

Једначина (5.1.31) даје геометријске односе из (5.1.21). Како је наведено, однос $r_{z(k)a}/b$ је веома мала величина, док су односи $r_{z(k)a}/l$ и $r_{x(k)a}/b$ мале величине. Како су и доприноси коефицијентима сила $\Delta C_{x0(k)}$, $\Delta C_{y\beta(k)}$ и $\Delta C_{z\alpha(k)}$ мале величине, то су производи ових малих величина занемарљиви, па се од k -тих доприноса коефицијентима момента услед положаја подвесног средства у пракси јављају

$$\Delta(C_{n0})_{k(P)} = -\frac{r_{y(k)a}}{b} \Delta C_{x0(k)}; \quad \Delta(C_{l\alpha})_{k(P)} = \frac{r_{y(k)a}}{b} \Delta C_{z\alpha(k)}. \quad (5.1.32)$$

5.1.4 Укључивање аеродинамичких доприноса спољашњих средстава у поступак анализе динамике лета

По облику укључивања у поступак анализе динамике лета, аеродинамички доприноси спољашњих средстава морају бити потпуно сагласни са поступком са којим се у анализу укључују аеродинамички коефицијенти сила и момената, са ознакама наведеним у (4.7.22) и (4.7.23). Коефицијенти укупне аеродинамичке силе и момента са доприносима спољашњих средстава су дати у јед. (5.1.14) којом се одређује сви елементи у јед. (5.1.6). Укупна аеродинамичка сила је тада одређена обликом у јед. (4.7.19), а момент у јед. (4.7.21). Ако се, на основу поступка у поглављу 4.7.2 образује јединствена матрица доприноса $\Delta(C_A(Ma, Re))_k$, тада је њен облик

$$\Delta(C_A(Ma, Re))_k = \begin{bmatrix} \Delta C_{x0(k)} & \Delta C_{xV(k)} & \Delta C_{x\beta(k)} & \Delta C_{x\alpha(k)} \\ \Delta C_{y0(k)} & \Delta C_{yV(k)} & \Delta C_{y\beta(k)} & \Delta C_{y\alpha(k)} \\ \Delta C_{z0(k)} & \Delta C_{zV(k)} & \Delta C_{z\beta(k)} & \Delta C_{z\alpha(k)} \\ \Delta C_{l0(k)} & \Delta C_{lV(k)} & \Delta C_{l\beta(k)} & \Delta C_{l\alpha(k)} \\ \Delta C_{m0(k)} & \Delta C_{mV(k)} & \Delta C_{m\beta(k)} & \Delta C_{m\alpha(k)} \\ \Delta C_{n0(k)} & \Delta C_{nV(k)} & \Delta C_{n\beta(k)} & \Delta C_{n\alpha(k)} \end{bmatrix}. \quad (5.1.33)$$

Укупан број оваквих матрица у једној летној конфигурацији је $l_c = m_c n_c$, што је број по коме се одређује збир у (5.1.14), док је укупан број оваквих матрица једнак

остваривом броју комбинација спољашњих средстава l_o из (5.1.3) које авион може носити.

Из реченог следи да је природна организација података који садрже доприносе аеродинамичких коефицијената услед спољашњих средстава тродимензиона уређена област која, уређено по индексима, садржи

$$[u_{p_1}, u_{p_2}, u_{p_3}, \dots, u_{p_{l_o}}] \quad (5.1.34)$$

матрица са индексима врста

$$[x, y, z, l, m, n] \quad (5.1.35)$$

и индексима колона

$$[0, V, \beta, \alpha]. \quad (5.1.36)$$

При анализи динамике авиона са спољашњим средствима се збирни допринос аеродинамичким коефицијентима одређује на основу (5.1.14), а зборови појединих доприноса се уређују у матрицу на основу (5.1.33). Ова матрица је исте структуре као и област матрице за чист авион, без спољашњих средстава, која је уређена на основу (4.7.22) и (4.7.23). Простим сабирањем одговарајућих елемената се добија матрица аеродинамичких података већ прилагођена поступцима рачунарске анализе.

5.1.5 Аеродинамички доприноси симетрично постављених спољашњих средстава

Из израза (5.1.32) се види да k -ти доприноси $\Delta(C_{n0})_{k(P)}$ и $\Delta(C_{l\alpha})_{k(P)}$ зависе од положаја $r_{y(k)a}$. Очигледно је да два истоветна, симетрично постављена подвесна тегета у збиру у изразу (5.1.10) узајамно поништавају своја дејства, па се код симетричних конфигурација јавља допринос моменту скретања само услед угла клизања β . Код асиметричних конфигурација, међутим, не само да постоје доприноси моментима скретања и ваљања, већ су ти доприноси, на основу (5.1.32), узроковани величинама уздужне динамике авиона.

5.2 Асиметрична оптерећења при регуларној употреби и ванредним догађајима

Када су параметри рада и авиона и свих његових подсистема, у оквиру пројектом одређених вредности граница регуларне употребе, та употреба се сматра за регуларну. Ванредна је она употреба код које је могућа појава параметара рада и изван граница регуларне употребе, али код које је могућ повратак параметара рада у границе регуларне употребе. Отказ је појава код које се параметри рада јављају изван граница регуларне употребе, али код којих током рада није могућ повратак у границе регуларне употребе, већ је потребно искључење авиона из употребе ради отклањања узрока отказа.

5.2.1 Асиметрична оптерећења при регуларној употреби

При регуларној употреби авиона се случајеви асиметричних оптерећења могу разврстати у следеће групе:

1. Постоји геометријска и инерцијална симетрија и конфигурација авиона спада у групу номиналних, али међу силама и моментима које делују на авион постоји неко асиметрично дејство. Примери асиметричних дејстава на авион номиналне конфигурације су асиметрична сила и момент пропулзора са елисом и асиметрично постављен топ. Наведена дејства су у потпуности обухваћена моделима у поглављима **4.8 (4.8.3)** и **4.9**.
2. Постоји геометријска и симетрија сила и момената које делују на авион, али је распоред маса унутар спољашње контуре такав да је дошло до инерцијалне асиметрије. Пример је теретни авион код кога у товарном простору није могућ симетричан распоред терета. Последица је да се примењује пуна матрица инерције из (4.5.13) уместо оне симетричног авиона из (4.5.23). Центар инерције се, као и код номиналне конфигурације, одређује са (4.5.20), а налази се изван равни симетрије авиона. Допунски аеродинамички момент, настао због одступања од центра инерције номиналне референтне конфигурације CI_N , је са допунским чланом из (4.7.17). За разлику од одступања код номиналних конфигурација код којих јед. (4.7.17) даје само допунску компоненту момента пропињања, код асиметричне инерцијалне конфигурације постоје све три компоненте допунског аеродинамичког момента.

3. Постоји и геометријска и инерцијална асиметрија, када у конфигурацијама регуларне употребе авиона постоји асиметрично постављен спољашњи терет, али су неаеродинамичке силе и моменти који делују на авион симетрични. Инерцијалне карактеристике се одређују као у случају 2. Облик спољашњег терета узрокује доприносе аеродинамичкој сили и моменту који су поступком изложеним у **5.1** одређени у односу на референтни номинални центар инерције CI_N . Допунски аеродинамички момент, настао због одступања од центра инерције номиналне референтне конфигурације CI_N , је одређен као у случају 2.
4. Постоји геометријска симетрија, док су спољашње неаеродинамичке силе и моменти асиметрични, а такође је распоред маса унутар спољашње контуре такав да је дошло до инерцијалне асиметрије. Овај случај представља комбинацију случајева 1 и 2.
5. Постојећа асиметрија је инерцијална и геометријска, са асиметричним неаеродинамичким силама и моментима. Овај случај представља комбинацију случајева 1 и 3.

5.2.2 Асиметрична оптерећења при ванредним догађајима

Ванредни догађаји могу као последицу имати асиметрије које се могу разврстати у исте групе као и регуларној употреби. Примери који спадају у групу 1 су откази мотора код вишемоторних авиона или заглављивање једног од симетрично постављених топова или митраљеза. Пример асиметрије групе 2 је отказ инсталације са горивом у крилима, тако да у једном крилу остане гориво а друго је празно. Пример асиметрије групе 3 се јавља кад код борбених авиона не дође до одбацивања подвесних терета испод једног крила. Такође су могући и откази који представљају комбинацију предходно поменутих и који се могу разврстати у групу 4 или 5. Поступци анализе зависе од случајева оптерећења и наведени су у предходном одељку.

5.3 Анализа ротације асиметричног авиона

Поступак анализе ротације симетричног авиона на основу разматрања његове кинетичке енергије и услова за промену те кинетичке енергије је дат у ⁴¹. Метода је

општа и овде ће бити изложено њено једноставно проширење на општи случај асиметричног авиона.

Основа методе је да се кретање авиона посматра као сложено, са translацијом центра инерције CI и релативном ротацијом око њега. Форме кинетичких енергија translације E_T и ротације E_R су независне. Значи да се кинетичка енергија ротације E_R може посматрати независно да би се одредио њен извод по времену и услови да се она повећава, одржава константном или смањује. Основна једначина translаторног кретања у векторском облику је (4.6.1), а у матрично-векторском (4.6.2), док је основна једначина ротационог кретања у матрично-векторском облику дата у (4.6.5), а у векторском у (4.6.6).

За асиметричан авион чија је матрица \mathfrak{J}_b пуна симетрична матрица из (4.5.13) се може одредити матрица сопствених момената инерције

$$\mathfrak{J} = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 \end{bmatrix} \quad (5.3.1)$$

око три ортогоналне главне осе инерције авиона које образују координатни систем (CI, X_J, Y_J, Z_J) . Добијање J_1 , J_2 и J_3 на основу познавања \mathfrak{J}_b из (4.5.13) се обавља поступком за одређивање сопствених вредности матрице. Компоненте вектора угаоне брзине $\vec{\Omega}$ у систему главних оса инерције су $\mathbf{\Omega}_J = [p_J, q_J, r_J]^T$. Кинетичка енергија ротације асиметричног авиона је $E_R = 1/2(\mathbf{\Omega}^T \mathfrak{J}_b \mathbf{\Omega})$, при чему је

$$\begin{aligned} 2E_R &= \mathbf{\Omega}^T \mathfrak{J}_b \mathbf{\Omega} \\ &= J_{xx} p^2 + J_{yy} q^2 + J_{zz} r^2 - 2J_{xy} pq - 2J_{xz} pr - 2J_{yz} rq \\ &= J_1 p^2 + J_2 q^2 + J_3 r^2 \\ &= R^2 \end{aligned} \quad (5.3.2)$$

Скалар $R > 0$ се дефинише као интензитет ротације, са квадратом вредности једнаким двострукој вредности кинетичке енергије ротације. Једначина (5.3.2) представља елипсоид ротационе енергије, или краће, елипсоид ротације, главних оса (ξ, η, ζ) колинеарних са главним осама инерције авиона. Полупречници елипсоида ротације

су $\lambda_1 = R/\sqrt{J_1}$, $\lambda_2 = R/\sqrt{J_2}$ и $\lambda_3 = R/\sqrt{J_3}$. Ако се почетак вектора угаоне брзине $\vec{\Omega}$ стави у центар инерције CI , врх му додирује елипсоид ротације у тачки T .

Кинетичка енергија ротације и њоме одређен интензитет ротације се одређују из закона о одржању енергије, када авион од тачке '0' у тренутку t_0 до тачке '1' у тренутку t_1 пређе путању s . Дуж те путање дисипацију енергије узрокују аеродинамичке силе E_a^{01} , док пропулзивне силе обављају користан рад E_P^{01} који се саопштава авиону. Ако је у тренутку t_0 авион у хоризонталном праволинијском стационарном лету и ако нам промене угаоних брзина пропулзивне групе, кинетичка енергија ротације у тренутку t_1 је

$$E_R^1 = \frac{1}{2} m \Delta \mathbf{V}_{(K)}^T \Delta \mathbf{V}_{(K)} + m (\mathbf{V}_{(K)}^0 + \Delta \mathbf{V}_{(K)})^T \Delta \mathbf{V}_{(K)} - mg \Delta z_0 + E_P^{01} - E_a^{01}, \quad (5.3.3)$$

при чему је $\vec{V}_{(K)}$ брзина у односу на инерцијални простор из поглавља 4.4, а Δz_0 промена позиције у односу на тло. Елипсоид ротације се у маневарском лету мења у времену, па је $R = R(t)$, а у одсуству ротације постаје тачка. Повећање интензита ротације изазива раст, а смањење опадање величине елипсоида ротације. Ако се почетак вектора угаоне брзине $\vec{\Omega}$ стави у центар инерције CI , врх му додирује елипсоид ротације у тачки T . Орт нормале на површину елипсоида ротације у тачки T је $\vec{n} = c \cdot \text{grad}_{\vec{\Omega}} E_R$, $c \in R^1$, тј градијент енергије ротације дуж вектора угаоне брзине $\vec{\Omega}$.

Извод по времену вектора угаоне брзине $\vec{\Omega}$ је са својим почетком у тачки T . Кинетичка енергија ротације E_R је скаларна функција $\vec{\Omega}$, па је извод по времену \dot{E}_R

$$\frac{d(E_R)}{dt} = \dot{E}_R = \left[\text{grad}_{\vec{\Omega}} E_R \right]^T \cdot \vec{\Omega}, \quad (5.3.4)$$

односно његов извод по времену дуж вектора угаоне брзине $\vec{\Omega}$. Означимо са τ угао између нормале на елипсоид ротације у T , односно $\text{grad}_{\vec{\Omega}} E_R$ и извода по времену вектора угаоне брзине $\vec{\Omega}$. Када је интензитет ротације R константан, извод по времену вектора угаоне брзине $\vec{\Omega}$ је тангента на елипсоид ротације. Тада је угао τ

прав, а скаларни производ је $\left[\text{grad}_{\bar{\Omega}} E_R \right]^T \cdot \vec{\Omega} = 0$. Када се интензитет ротације повећава, угао τ је оштар, скаларни производ је $\left[\text{grad}_{\bar{\Omega}} E_R \right]^T \cdot \vec{\Omega} > 0$, а ротација авиона дивергира. Када се интензитет ротације смањује, угао τ је туп, скаларни производ је $\left[\text{grad}_{\bar{\Omega}} E_R \right]^T \cdot \vec{\Omega} < 0$, а ротација авиона конвергира. Да би се спречило повећање ротације мора бити задовољено $\left[\text{grad}_{\bar{\Omega}} E_R \right]^T \cdot \vec{\Omega} = 0$, а да би се ротација смањила $\left[\text{grad}_{\bar{\Omega}} E_R \right]^T \cdot \vec{\Omega} < 0$. Управљање авионом намерно ствара услов $\left[\text{grad}_{\bar{\Omega}} E_R \right]^T \cdot \vec{\Omega} > 0$.

Наведене услове је потребно довести у везу са моментима који делују на авион. Дејство наоружања се најчешће започиње при праволинијском лету, а управљањем се тежи да се отклони њиме изазвана ротација. Значи да се у овој анализи у једначинама ротационог кретања (4.6.5) и (4.6.6) може занемарити моменат \vec{M}_T изазван дејством наоружања. На основу (5.3.2) је

$$\begin{aligned} \text{grad}_{\bar{\Omega}} E_R &= \left(\frac{1}{2} \bar{\Omega}^T \mathfrak{J}_b \bar{\Omega} \right) \\ &= \mathfrak{J}_b \bar{\Omega} = \bar{\Omega}^T \mathfrak{J}_b \end{aligned} \quad (5.3.5)$$

Уврштавањем израза за моменте пропулзора из (4.8.5) и (4.8.11) и решавањем по $\vec{\Omega}$, добија се

$$\vec{\Omega} = \mathfrak{J}_b^{-1} \left[\vec{M}_A + \vec{M}_{P(P)} + \vec{M}_{P(\bar{r})} - \bar{\Omega} \times \mathfrak{J}_b \bar{\Omega} - \mathcal{J}_p \bar{\Omega}_p \times \bar{\Omega} \right] \quad (5.3.6)$$

Аеродинамички (\mathbf{M}_A) и пропулзивни ($\mathbf{M}_{P(P)} + \mathbf{M}_{P(\bar{r})}$) momenti чине активне моменте \mathbf{M}^A дате са

$$\mathbf{M}^A = \mathbf{M}_A + \mathbf{M}_{P(P)} + \mathbf{M}_{P(\bar{r})} = \begin{bmatrix} L_A + L_{P(P)} + L_{P(\bar{r})} \\ M_A + M_{P(P)} + M_{P(\bar{r})} \\ N_A + N_{P(P)} + N_{P(\bar{r})} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix}. \quad (5.3.7)$$

Уврштавањем (5.3.5), (5.3.6) и (5.3.7) у (5.3.4) добија се израз за \dot{E}_R . Скаларни производ вектора са векторским производом код кога је један множитељ тај вектор је

нула. Према томе, при множењу са $\mathbf{\Omega}^T \mathfrak{J}_b$ елементи у (5.3.6) постају $(\vec{\Omega} \times \mathfrak{J}_b \vec{\Omega}) \cdot \vec{\Omega} = 0$ и $(\mathfrak{J}_p \vec{\Omega}_p \times \vec{\Omega}) \cdot \mathbf{\Omega} = 0$. Коначно је

$$\begin{aligned} \dot{E}_R &= \left[\text{grad}_{\vec{\Omega}} E_R \right]^T \cdot \vec{\Omega} = \mathbf{\Omega}^T \mathfrak{J}_b \dot{\mathbf{\Omega}} = \mathbf{\Omega}^T \mathbf{M}^A = (\mathbf{M}^A)^T \mathbf{\Omega} \\ &= \mathbf{\Omega}^T (\mathbf{M}_A + \mathbf{M}_{P(P)} + \mathbf{M}_{P(\bar{r})}) = Lp + Mq + Nr \end{aligned} \quad (5.3.8)$$

Скаларне једначине које одређује услов за недивергентну ротацију авиона, спречевање повећања и заустављање ротације су

$$\dot{E}_R = \left[\text{grad}_{\vec{\Omega}} E_R \right]^T \cdot \vec{\Omega} = \mathbf{\Omega}^T \mathfrak{J}_b \dot{\mathbf{\Omega}} \leq 0 \quad (5.3.9)$$

$$\dot{E}_R = (\mathbf{M}^A)^T \mathbf{\Omega} = Lp + Mq + Nr \leq 0 \quad (5.3.10)$$

Предходно наведени ослови су добијени без икаквог поједностављења у опису динамике авиона. Физичко значење (5.3.8) је једноставно, јер $\dot{E}_R = (\mathbf{M}^A)^T \mathbf{\Omega}$ представља снагу потребну за промену кинетичке енергије ротације. Позитивна снага повећава енергију ротације авиона, а негативна је смањује. Како је \mathfrak{J}_b непроменљиво у времену, услов из (5.3.9) даје однос угаоне брзине и њеног извода по времену. Израз (5.3.10) исказује услов који однос између компоненти угаоне брзине и компоненти активног момента треба да задовољи да би се смањила енергија ротације. При ротационом кретању авиона, једначине (5.3.2), (5.3.9) и (5.3.10) успостављају везе између кинетичке енергије авиона, његове матрице инерције, угаоне брзине, извода по времену угаоне брзине и активних момената који делују на авион.

Скаларна једначина (5.3.8) из које је проистекао услов у (5.3.11) јасно даје однос између компоненти угаоне брзине као основне величине ротационог кретања и компоненти момената силе као величина које на то кретање утичу. Тиме она исказује суштинску везу и критеријуме потребне за реализацију закона управљања ротационом кретањем авиона. Критеријум анализе ротационог кретања авиона на основу ових израза је генерални и не зависи, како од опсега компоненти угаоне брзине и активног момента, тако и од опсега независно променљивих чије су функције активни моменти који делују на авион.

У поглављу 4.7.1 једначином (4.7.14) је показано да се аеродинамички момент може дати у облику који се састоји од референтног и управљачког дела. Слично томе је у поглављу 4.8.4.2 показано једначином (4.8.58) да се и пропулзивни момент може дати у облику који се састоји од референтног дела и дела који садржи, било поремећај, било управљање. Тада се активни момент из (5.3.7) може написати у облику

$$\mathbf{M}^A = \mathbf{M}^{Ar} + \mathbf{M}^{Ac} = \mathbf{M}_A^r + \mathbf{M}_A^c + \mathbf{M}_p^r + \mathbf{M}_p^c = \begin{bmatrix} L_r + L_c \\ M_r + M_c \\ N_r + N_c \end{bmatrix} \quad (5.3.12)$$

где је са ' r ' означен део момената везан за авион као објект, а са ' c ' део намењен управљању.

Проблем који се јавља у анализи на основу веза из (5.3.8) и услова из (5.3.13) је познавање величина које се у њима јављају, и то како вредности компоненти угаоне брзине, тако и вредности активних момената који делују на авион. На основу тих једначина се може начинити квалитативна анализа, и то и оптерећења која делују на авион као поремећаји, и начина на који се ти поремећаји могу компензовати.

Случајеви асиметрије су они разматрани у 5.2, и на њих су применљиве везе из (5.3.8) и услови из (5.3.14). Са познавањем матрице инерције из (4.5.13), проблем се своди на одређивање вредности аеродинамичких и пропулзивних момената у целом простору стања авиона.

6 ПРОБЛЕМАТИКА ИНТЕГРАЦИЈЕ СПОЉАШЊИХ СРЕДСТАВА НА АВИОН СА СТАНОВИШТА ДИНАМИКЕ И УПРАВЉАЊА

6.1 Основни захтеви при интеграцији подвесних средстава на авион

Проблематика интеграције спољашњих средстава на авион је присутна током његовог целокупног животног века. Основни разлог за то је што је еволутивни развој употребе и техничких остварења спољашњих средстава бржи од еволутивног развоја авиона који их носи. Интеграција спољашњих средстава при пројектовању авиона представља оптимизацију која се врши како у односу на авион, тако и у односу на сама средства. При интеграцији спољашњих средстава на авион у употреби се јављају две могућности. Прва је да се интегрише постејеће спољашње средства одређених особина, па се тада обавља само провера могућности ношења и карактеристика лета авиона са тим средством. Друга је пројектовање новог средства, и тада је могућа делимична оптимизација комбинације авион – средство. При пројектовању авиона, области у односу на које се врши оптимизација скупа авион – спољашња средства дефинишу своје захтеве. При интеграцији спољашњих средстава на већ постојећи авион, те области одређују потребна ограничења која морају бити истовремено сва задовољена. Скуп тих области обухвата:

- геометријска ограничења и захтеве у односу на механизацију крила и антикапотажни угао стајног трапа;

- ограничења и захтеве са становишта носивости стајног трапа;
- ограничења и захтеве носивости везних тачака крила;
- ограничења и захтеве са становишта флатера крила;
- ограничења и захтеве анvelope оптерећења;
- ограничења и захтеве са становишта стабилности и управљивости, и то:
 - у уздужном облику кретања авиона одређивање померања неутралне тачке N_0 и утврђивање тиме условљеног центра инерције,
 - у попречно-смерном облику кретања авиона одређивање допуштених асиметрија условљених ефикасношћу командних површи.
- ограничења и захтеве са становишта специјалних перформанси, дужине полетања и слетања.

При интеграцији спољашњег средства на већ постојећи авион се, са становишта ефикасности поступка, полази од области максималне критичности у односу на могућност задовољења ограничења. Такође, измене перформанси авиона у погледу:

- долета,
- висине лета,
- максималне брзине лета на малим и великим висинама и
- минималне брзине лета,

одређују ограничења у односу на тактички задатак и одређену примену авиона са датим подвесним средством.

У односу на динамику и стабилност и управљивост, основни захтев при интеграцији спољашњих средстава је да са становишта пилота нема битних разлика у понашању авиона са и без спољашњих средстава. У даљем делу овог поглавља је изложен поступак прелиминарне анализе утицаја спољашњих терета испод крила, подвесних средстава, на понашање авиона у уздужном облику кретања.

6.2 *Анализа утицаја подвесних средстава на резерву стабилности и гранични положај тежишта класичних авионских конфигурација*

Поступак анализе интеграције подвесних средстава на авион ⁴² се најчешће заснива на одеђивању промена динамичких карактеристика авиона насталих постављањем познатог подвесног средстава. Пројектантски исправан поступак је да се,

полазећи од особина авиона, одреде опште карактеристике подвесних средстава која се на тај авион могу интегрисати. Практично увек основна употребна конфигурација авиона са подвесним средствима је она симетрична, а асиметрична конфигурација се јавља само при посебним случајевима употребе или као последица неког ванредног догађаја. У односу на ограничења и захтеве у области стабилности и управљивости, постављена са становишта безбедности авиона, је при интеграцији подвесних средстава нужно начинити анализу да ли је наведена конфигурација допустива. Та анализа се за симетричне конфигурације подвесних средстава спроводи у области уздужног облика кретања авиона, а за асиметричне у области опречно-смерног кретања.

Циљ анализе је провера могућности интеграције подвесних средстава на авион класичне конфигурације познатих аеродинамичких и инерцијалних карактеристика. Анализа је заснована на критеријуму задовољења захтева динамичких особина, квалитета лета, уздужног облика кретања авиона. Предмет анализе је група подвених терета стандардизованог општег осносиметричног облика приказаног на слици 6.1. Подвесни терети су под крило постављени са осама паралелним равни симетрије авиона.

Вариране су следеће две величине:

l - дужина подвесног терета изложена струји ваздуха, растојање од нападне ивице до врха подвесног терета, и

d - највећи пречник подвесног терета,

при чему се укупна дужина, угао предњег и задњег конуса, и висина излазног конуса не мењају. Номиналне вредности величина су:

$D_n = 0.280[m]$ - номинални пречник средства

$h_{1n} = 0.4991[m]$ - висина номиналног предњег конуса

$l_{bn} = 2.758[m]$ - укупна дужина средства

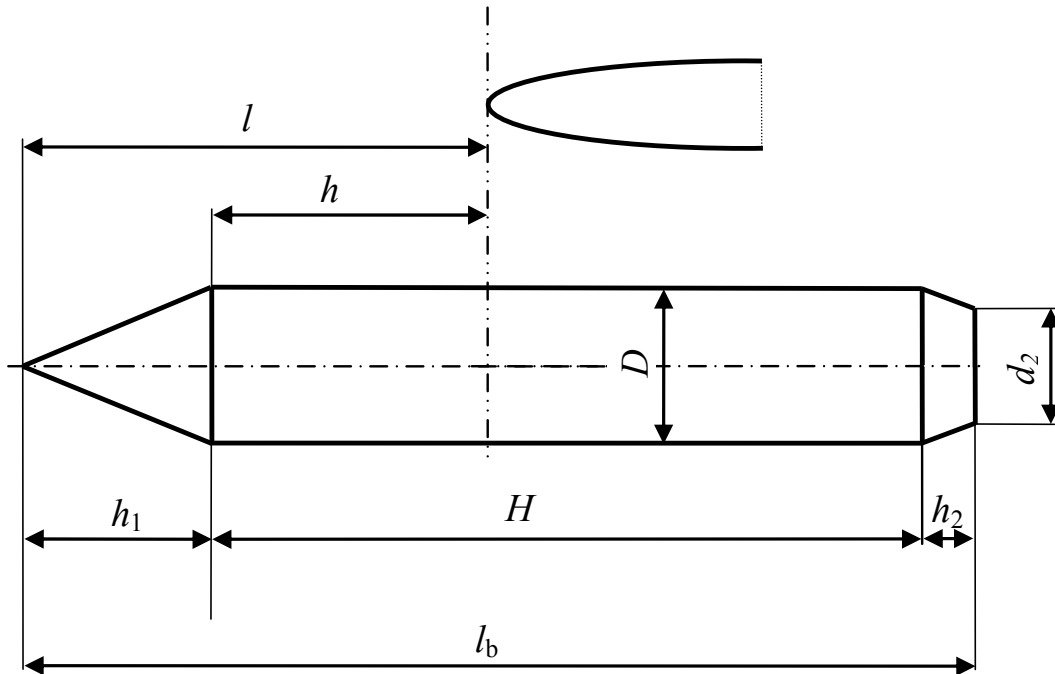
$h_{2n} = 0.245[m]$ - висина излазног конуса

Између величина са слике 6.1 су следећи односи:

$$h_1 = D \frac{h_{1n}}{D_n}; \quad d_2 = D - 0.080[m]; \quad H = l_b - h_1 - h_2; \quad h = l - h_1 \quad (6.2.1)$$

За приказивање поступка је као референтни изабран авион "Орао", са две поткрилне линије наоружања. Скица релативног односа геометријских величина на

местима средње аеродинамичке тетиве (САТ) и локалне тетиве поткрилног носача, потребних за анализу је приказана на слици 6.2, а величине и бројне вредности у табели Т.6.1.



Слика 6.1. Општи облик подвесног терета.

Т-6.2.1. Геометријске величине крила на местима САТ и тетива носача подвесних терета

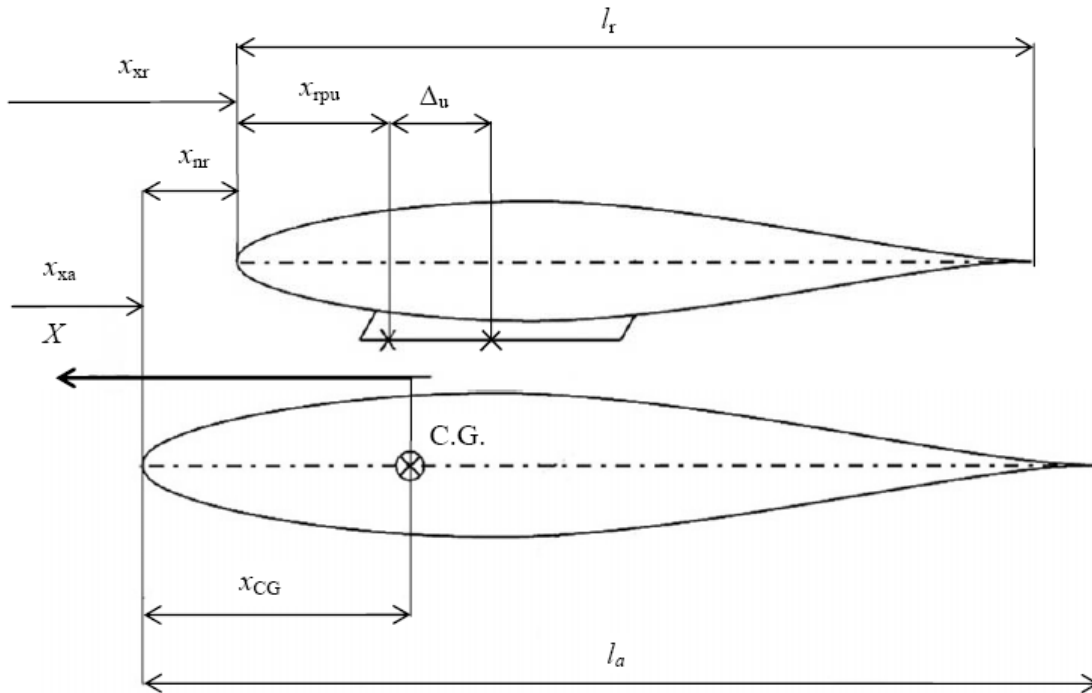
Опис величине	САТ	Унутрашња линија	Спољашња линија
Локална тетива	$l_a = 3.030[m]$	$l_{rl} = 2.8104[m]$	$l_{rll} = 2.2658[m]$
Растојање од апекса крила	$x_{xa} = 1.654167[m]$	$x_{xrl} = 1.9581[m]$	$x_{xrl} = 2.7243[m]$
Раст. од НИ до предње ушке	-	$x_{rpu} = 0.2726[m]$	$x_{rpu} = 0.1592[m]$
Растојање између ушки	-	$\Delta_{ul} = 0.3556[m]$	$\Delta_{ull} = 0.3556[m]$

За номиналну конфигурацију чистог авиона су инерцијални параметри уздужног облика кретања

$$m_n = 8400.0[kg]; \quad I_{yn} = 47559[kgm^2]; \quad \left(\frac{x}{l_a} \right)_{CG(n)} = 0.2431. \quad (6.2.2)$$

Предходне вредности дају положај тежишта по САТ на растојању од нападне ивице

$$x_{CG(n)} = 0.736593[m]. \quad (6.2.3)$$



Слика 6.2. Релативан однос геометријских величина на местима средње аеродинамичке тетиве и локалне тетиве поткрилног носача

Варирање дужине подвесног терета испред крила је обављено у односу на позицију на спољашњим линијама наоружања (l_{II}). Претпоставка је да је конструкција подвесног терета јединствена. Исто растојање од предње причврсне тачке до врха подвесног терета чини да је растојање од нападне ивице до врха подвесног терета на унутрашњој линији одрађено са

$$l_I = l_{II} - (x_{rpul} - x_{rpull}) \quad (6.2.4)$$

Вредности варираних пречника и растојања од нападне ивице крила до врха подвесног средства су дати у табели Т-6.2.2.

За одређивање доприноса $\Delta C_{z\alpha}$ и $\Delta C_{m\alpha}$ деривативима коефицијента силе у z -правцу и момента пропињања по нападном углу α је коришћен поступак изложен у поглављу 5.1.3. За средства на спољашњој линији наоружања и за вариране пречнике и растојања од нападне ивице крила до врха подвесног средства, вредности доприноса градијенту коефицијента узгона авиона $\Delta C_{z\alpha(III)}$ су дати у табели Т-6.2.3, а вредно-

сти доприноса градијенту коефицијента момента пропињања авиона $\Delta C_{m\alpha}$ у табели Т-6.2.4. За средства на унутрашњој линији наоружања и за вариране пречнике и растојања од нападне ивице крила до врха подвесног средства, вредности доприноса градијенту коефицијента узгона авиона $\Delta C_{z\alpha(III)}$ су дати у табели Т-6.2.5, а вредности доприноса градијенту коефицијента момента пропињања авиона $\Delta C_{m\alpha}$ у табели Т-6.2.6.

Т-6.2.2. Вредности варираних пречника и растојања од нападне ивице крила до врха подвесног средства

Бр	$D[m]$	$l_I[m]$	$l_{II}[m]$
1	0.280	0.9067	1.0200
2	0.340	1.0067	1.1200
3	0.400	1.1117	1.2250
4	0.460	1.2187	1.3320
5	0.520	1.3267	1.4400

Т-6.2.3. Вредности доприноса градијенту коефицијента узгона авиона $\Delta C_{z\alpha(III)}$ за средство на спољашњој линији наоружања.

		$\Delta C_{z\alpha(III)}$				
$D \backslash l$		1.0200	1.1200	1.2250	1.3320	1.4400
0.28000		-0.01811	-0.01739	-0.01674	-0.01618	-0.01573
0.34000		-0.02565	-0.02463	-0.02371	-0.02292	-0.02227
0.40000		-0.03415	-0.03279	-0.03156	-0.03051	-0.02965
0.46000		-0.04358	-0.04184	-0.04027	-0.03894	-0.03784
0.52000		-0.05393	-0.05178	-0.04984	-0.04819	-0.04683

Т-6.2.4. Вредности доприноса градијенту коефицијента момента пропињања авиона

$\Delta C_{m\alpha(III)}$ за средство на спољашњој линији наоружања.

		$\Delta C_{m\alpha(III)}$				
$D \backslash l$		1.0200	1.1200	1.2250	1.3320	1.4400
0.28000		0.006796	0.007471	0.008114	0.008718	0.009287
0.34000		0.009332	0.010368	0.011353	0.012274	0.01314
0.40000		0.011762	0.013277	0.014709	0.016041	0.017288
0.46000		0.013755	0.015893	0.017902	0.01976	0.021489
0.52000		0.015038	0.017947	0.020675	0.023187	0.025514

Т-6.2.5. Вредности доприноса градијенту коефицијента узгона авиона $\Delta C_{z\alpha(II)}$ за

средство на унутрашњој линији наоружања.

		$\Delta C_{z\alpha(II)}$				
$D \backslash l$		0.9067	1.0067	1.1117	1.2187	1.3267
0.28000		-0.02156	-0.02066	-0.01981	-0.01905	-0.01836
0.34000		-0.03085	-0.02955	-0.02835	-0.02725	-0.02626
0.40000		-0.04133	-0.0396	-0.03798	-0.03651	-0.03519
0.46000		-0.05293	-0.05071	-0.04864	-0.04676	-0.04507
0.52000		-0.06562	-0.06286	-0.0603	-0.05796	-0.05586

Т-6.2.6. Вредности доприноса градијенту коефицијента момента пропињања авиона $\Delta C_{m\alpha(III)}$ за средство на унутрашњој линији наоружања.

		$\Delta C_{m\alpha(II)}$				
D \ I	I	0.9067	1.0067	1.1117	1.2187	1.3267
0.28000		0.00629	0.007143	0.007953	0.008704	0.0094
0.34000		0.008463	0.009776	0.011018	0.012164	0.013224
0.40000		0.010344	0.012267	0.014074	0.015736	0.017265
0.46000		0.011567	0.014265	0.016796	0.019114	0.021238
0.52000		0.011879	0.015489	0.0189	0.022025	0.024883

У прилогу П1.1 су одређени изрази за резерву стабилности Δ

$$\Delta = \frac{C_{m\alpha}}{C_{z\alpha}} \quad (6.2.5)$$

и однос између релативног положаја тежишта $(x/l_a)_{CG}$, резерве стабилности Δ и положаја неутралне тачке N_0 , одређени у односу на осу X усмерену унапред, са почетком у нападној ивици САТ

$$\Delta = \left(\frac{x}{l_a} \right)_{C.G.} - N_0. \quad (6.2.6)$$

За авион са подвесним теретима је резерва стабилности Δ_p дата са

$$(C_{z\alpha})_p = C_{z\alpha} + \Delta C_{z\alpha}; \quad (C_{m\alpha})_p = C_{m\alpha} + \Delta C_{m\alpha}; \quad \Delta_p = \frac{C_{m\alpha} + \Delta C_{m\alpha}}{C_{z\alpha} + \Delta C_{z\alpha}}, \quad (6.2.7)$$

са неутралном тачком одређеном изразом

$$\Delta_p = \left(\frac{x}{l_a} \right)_{C.G.} - N_{0p} \quad (6.2.8)$$

На основу (6.2.6), (6.2.7) и (6.2.8) је померање неутралне тачке ΔN_0 одређено са

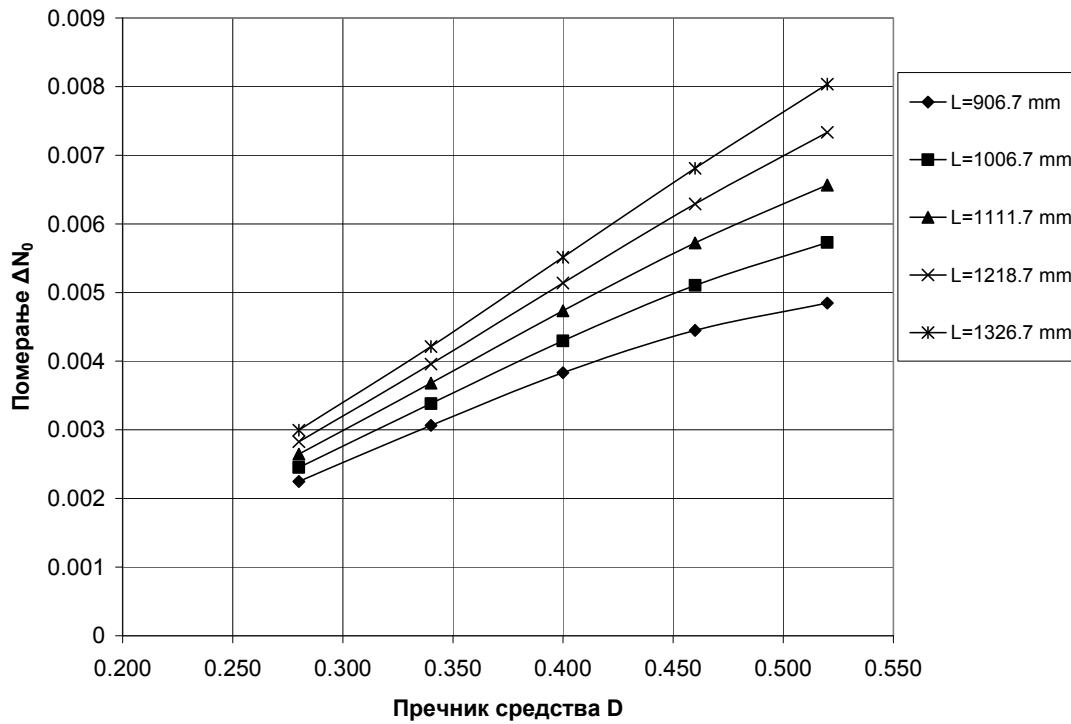
$$\Delta N_0 = N_0 - N_{0p} = \Delta_p - \Delta = \frac{C_{m\alpha} + \Delta C_{m\alpha}}{C_{z\alpha} + \Delta C_{z\alpha}} - \frac{C_{m\alpha}}{C_{z\alpha}} \quad (6.2.9)$$

Релевантни аеродинамички подаци потребни за анализу су деривативи $C_{z\alpha}$, $C_{m\alpha}$ и пригушни дериватив момента пропињања по угаоној брзини пропињања C_{mq} . Њихове вредности у функцији маховог броја су дати у табели Т-6.2.7.

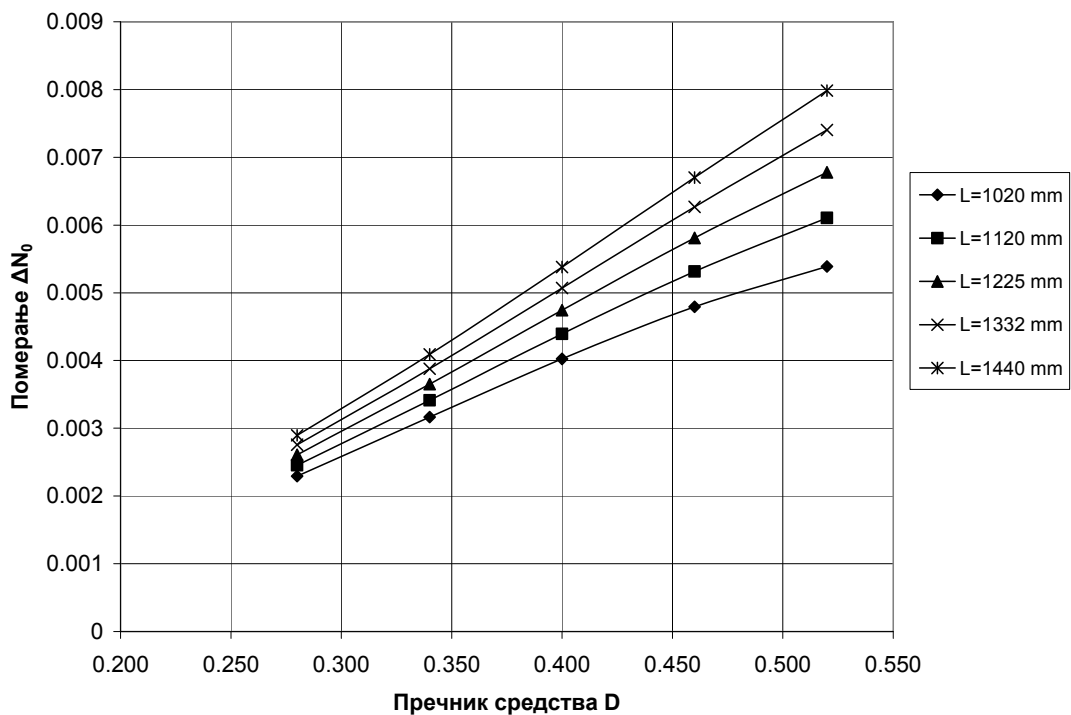
Т-6.2.7. Вредности аеродинамичких дериватива

M	$C_{z\alpha}$	$C_{m\alpha}$	C_{mq}
0.20	-3.68962598	-0.36708859	-4.83716106
0.40	-3.69502091	-0.36962029	-4.82254696
0.60	-3.80829906	-0.37468350	-4.88100195
0.70	-4.0564315	-0.36708860	-5.19519854
0.80	-4.30456400	-0.35949370	-5.50939512
0.90	-4.58506203	-0.53924048	-5.71398687
0.95	-4.36390018	-0.60253161	-5.18789101
1.0	-4.56348610	-0.95189881	-5.10020924
1.05	-4.43941879	-1.19240499	-5.18789101
1.10	-4.13734388	-1.27848101	-4.80793285
1.20	-3.67344403	-1.24556994	-3.87265110

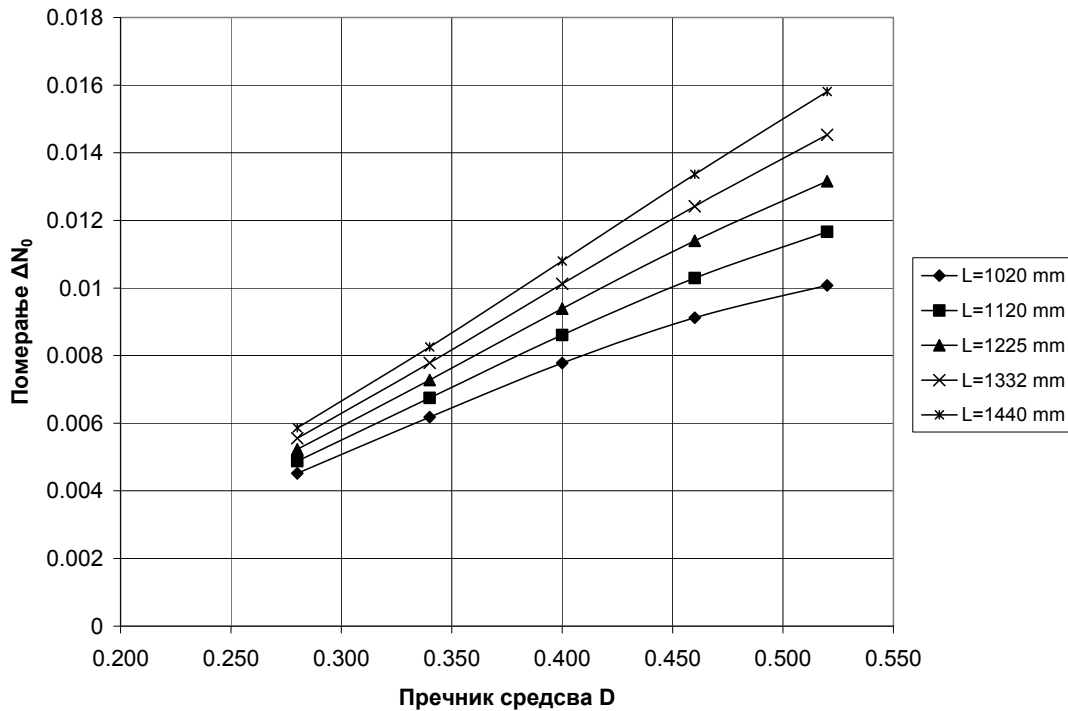
Дијаграми померања неутралне тачке ΔN_0 у зависности од пречника подвесног терета и дужине изложене струји ваздуха су, за средства на унутрашњим линијама l_I , дати на слици 6.3, за средства на спољашњим линијама l_{II} , на слици 6.4, а за средства на свим линијама на слици 6.5



Слика 6.3. Померање неутралне тачке ΔN_0 у зависности од пречника подвесног терета и дужине изложене струји ваздуха за средства на унутрашњим линијама l_I .



Слика 6.4. Померање неутралне тачке ΔN_0 у зависности од пречника подвесног терета и дужине изложене струји ваздуха за средства на спољашњим линијама l_{II} .



Слика 6.5. Померање неутралне тачке ΔN_0 у зависности од пречника подвесног терета и дужине изложене струји ваздуха за средства на свим линијама, l_I и l_{II} .

Одређивање потребне резерве стабилности $\Delta_{(C.G.)}$ засноване на краткопериодичном моду уздужног облика кретања авиона и захтевима квалитета лета из прописа⁴³ је дато у прилогу П1.1. Потребна резерва стабилности је

$$\Delta_{(C.G.)} = \left(\frac{\omega_{nsp}^2}{n / \alpha} \right) \frac{I_y}{m \cdot g \cdot l_a} + \frac{\rho \cdot S \cdot l_a}{4m} C_{mq}, \quad (6.2.10)$$

где је m маса авиона, I_y моменат инерције око Y -осе авиона, g убрзање Земљине теже, S површина крила, l_a средња аеродинамичка тетива, C_{mq} пригушни дериватив момента пропињања, а ρ густина ваздуха на висини лета. Величина

$$k = \left(\frac{\omega_{nsp}^2}{n / \alpha} \right) \quad (6.2.11)$$

је одређена прописом и зависи од категорије фаза лета и траженог нивоа квалитета лета. За борбени авион најоштрији захтеви у односу на динамику лета се постављају у категоријама фаза лета при борби у ваздуху, па је

$k = 0.28$ – за ниво I квалитета лета у А категоријама фаза лета (борба у ваздуху), и

$k = 0.16$ – за ниво II квалитета лета у А категоријама фаза лета.

У изразу (6.2.10) су инерцијални параметри дати за чисту конфигурацију авиона, са вредностима наведеним у (6.2.2). Утицај инерцијалних параметара на резерву стабилности Δ из (6.2.10) је одређен за подвесне терете променљиве масе и за три положаја тежишта подвесног терета по X –оси, на месту предње ушке носача терета, на средини између ушки и на месту задње ушке. У анализи утицаја инерцијалних параметара је занемарен утицај положаја подвесног терета по Z –оси везаног за тело. Ако се са r_{pu} , r_{su} и r_{zu} означе, редом, растојања по X –оси предње ушке, средине између ушки и задње ушке од номиналног положаја тежишта, на основу слике 6.2 се добија

$$r_{pu} = x_{CG} - x_{nr} - x_{rpu}; \quad r_{su} = x_{CG} - x_{nr} - x_{rpu} - 0.5\Delta_u; \quad r_{zu} = x_{CG} - x_{nr} - x_{rpu} - \Delta_u \quad (6.2.12)$$

Маса појединог терета m_t је варирана од нуле до 500 [kg], што је употребна граница носивости носача. Ако је $r_{cs} \in \{r_{pu}, r_{su}, r_{zu}\}$ положај тежишта терета датог случаја, маса авиона m_a и померање тежишта у односу на номинални положај су

$$m_a = m_n + \sum_{i=1}^n m_{(t)i}; \quad \Delta x_{CG} = \frac{\sum_{i=1}^n r_{(cs)i} m_{(t)i}}{m_a}. \quad (6.2.13)$$

Апсолутни и релативан положај положај тежишта у односу на нападну ивицу САТ су

$$x'_{CG} = x_{CG} - \Delta x_{CG}; \quad \left(\frac{x'_{CG}}{l_a} \right) = \left(\frac{x_{CG} - \Delta x_{CG}}{l_a} \right). \quad (6.2.14)$$

Релативан положај терета r'_{cs} у односу на положај тежишта авиона са теретима је

$$r'_{cs} = r_{cs} - \Delta x_{CG}, \quad (6.2.15)$$

док је моменат инерције авиона са теретима

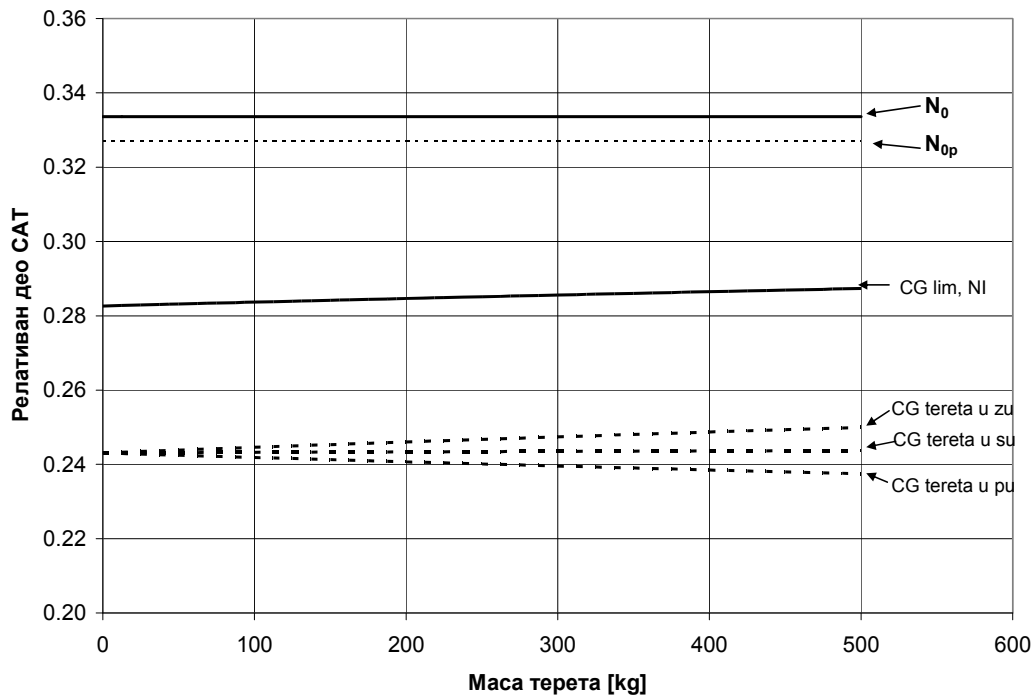
$$I'_y = I_y + m_a (\Delta x_{CG})^2 + \sum_{i=1}^n m_{(t)i} (r_{(cs)i})^2. \quad (6.2.16)$$

Пригушни члан у једначини (6.2.10) зависи од густине ваздуха (висине лета) и пригушног дериватива момента пропињања C_{mq} . Избором случаја лета су одређени сви елементи израза за потребну резерву стабилности $\Delta_{(C.G.)}$. Ако је $N_{0p} = N_0 - \Delta N_0$, гранични положај тежишта који обезбеђује тражени ниво квалитета лета краткoпериодичног мода уздужног облика кретања се, на основу (6.2.8) и (6.2.10) одређује једноставно са

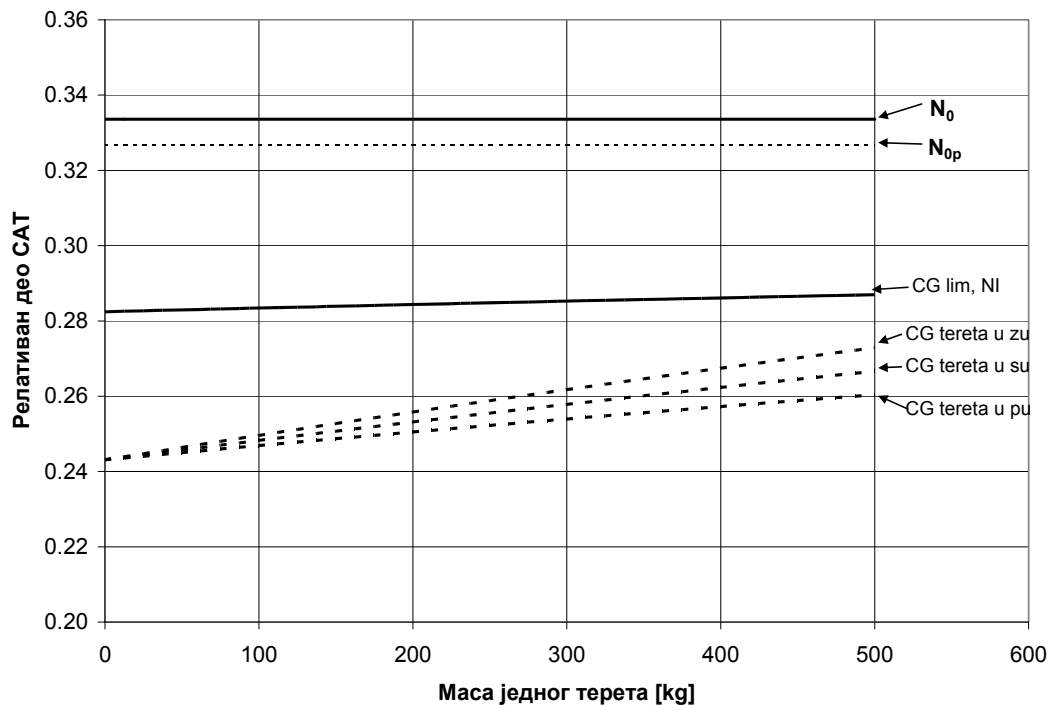
$$\left(\frac{x}{l_a} \right)_{(C.G.)\text{lim}} = N_{0p} - \Delta_{CG}. \quad (6.2.17)$$

Поступак анализе се своди на то да се, на основу познатог пречника D и дужине подвесног терета изложена струји ваздуха l одреди померање неутралне тачке ΔN_0 . Како је при конструктивној реализацији подвесних средстава један од услова да се тежиште подвесног средства налази између ушки поткрилних носача, једначине од (6.2.12) до (6.2.16) су довољне за одређивање, како положаја тежишта авиона са подвесним средствима, тако и обухватање дејства инерцијалних параметара на потребну резерву стабилности $\Delta_{(C.G.)}$ из (6.2.10). Тиме су обезбеђени сви подаци о томе да ли се стваран положај тежишта авиона са подвесним теретима из (6.2.14) налази унутар граница одређених са (6.2.17). Пример анализе утицаја подвесних средстава на гранични положај тежишта са становишта квалитета лета краткoпериодичног мода уздужног облика кретања је урађена при Маховом броју $M = 0.7$, за висину лета $H = 5000.0[m]$ и густину ваздуха $\rho = 0.73643[kg/m^3]$. Изабрани пречник подвесног средства је $D = 0.520[m]$, а дужина изложена струји ваздуха $l = 1.225[m]$. Померање неутралне тачке је $\Delta N_0 = 0.00656582$ за средства на унутрашњим линијама наоружања, $\Delta N_0 = 0.00677910$ за средства на спољашњим линијама и $\Delta N_0 = 0.01315322$ за средства на свим линијама поткрилног наоружања.

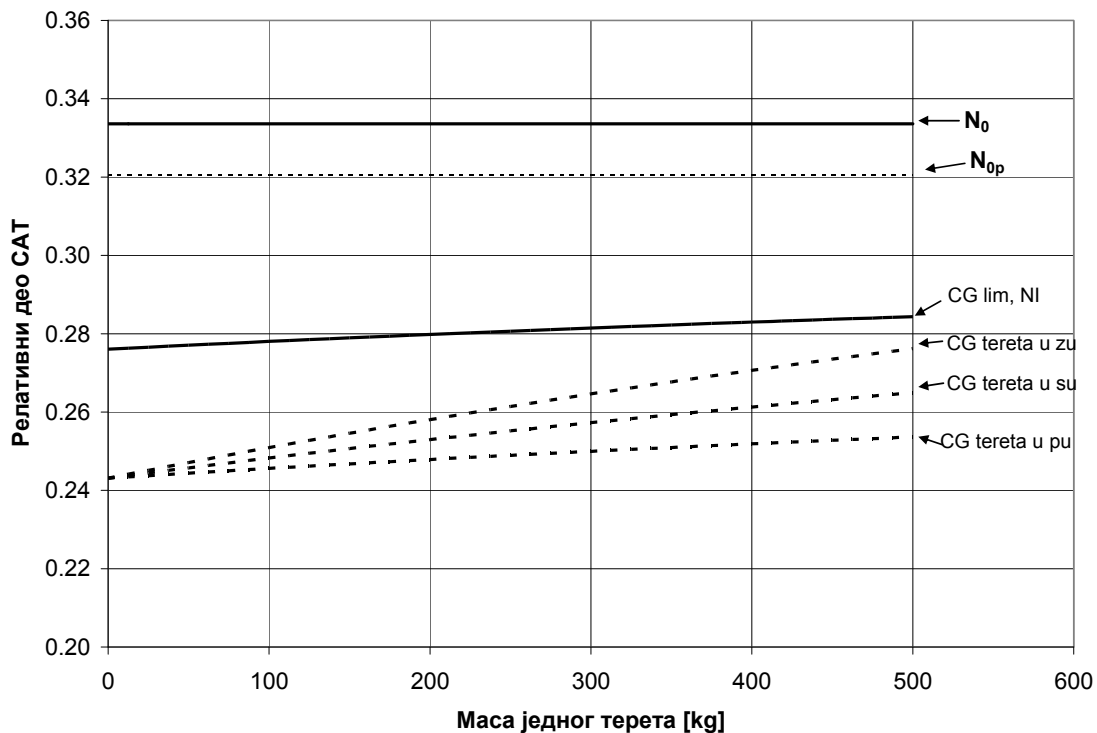
Дијаграми са резултатима анализе су за средства на унутрашњим линијама наоружања су дати на слици 6.6, на спољашњим линијама наоружања на слици 6.7, а на свим линијама наоружања на слици 6.8.



Слика 6.6. Положаји неутралне тачке без терета N_0 и са подвесним теретом N_{0p} , гранични положај тежишта за ниво I квалитета лета и положај тежишта авиона за терет на унутрашњим линијама наоружања.



Слика 6.7 Положаји неутралне тачке без N_0 и са подвесним теретом N_{0p} , гранични положај тежишта за ниво I квалитета лета и положај тежишта авиона за терет на спољашњим линијама наоружања.



Слика 6.8 Положаји неутралне тачке без N_0 и са подвесним теретом N_{0p} , гранични положај тежишта за ниво I квалитета лета и положај тежишта авиона за терет на свим линијама наоружања.

Пример анализе прихватљивости ношења подвесног терета је урађен за практично максимални пречник D подвесног средстава који авион ове класе може поставити, а за неку релативно велику вредност дужине изложене струји ваздуха. Показује се да за уобичајене положаје тежишта самог средстава нема сметњи за ношење датог средстава на све четири линије наоружања, све до максималне масе појединог средстава од 500 [kg].

Тачност изложене методе је ограничена тачношћу и у односу на инерцијалне и у односу на аеродинамичке податке. Тачност у односу на инерцијалне податке је проверена на примеру утицаја промене масе подвесних терета на потребну резерву стабилности $\Delta_{(C.G.)}$ из (6.2.10). Утицај положаја тежишта подвесног терета, постављеног у очекиване оквире, је практично занемарљив. За подвесни терет масе $m_t = 500.0$ [kg] на свим линијама наоружања, потребна резерва стабилности за ниво I квалитета лета при тежишту терета у предњој ушки је $\Delta_{(C.G.)Ipu} = 0.03608$, а при тежишту терета у задњој ушки $\Delta_{(C.G.)Izu} = 0.03644$, што даје разлику на трећој значајној цифри. Разлика

потребне резерве стабилности $\Delta_{(C.G.)}$ за ниво I квалитета лета при максималној маси терета у односу на ону за чист авион је, за тежиште терета у предњој ушки $\varepsilon\Delta_{(C.G.)} = 0.008301 = 0.8\%$ САТ, што је у прелиминарним прорачунима задовољавајућа тачност. Како је тачност аеродинамичких параметара прорачунских метода у границама од 3÷5%, то је, практично, тачност изложеног поступка анализе ограничена тачношћу аеродинамичких података.

На основу (6.2.9) померање неутралне тачке на свим линијама $\Delta N_{0(A)}$ било

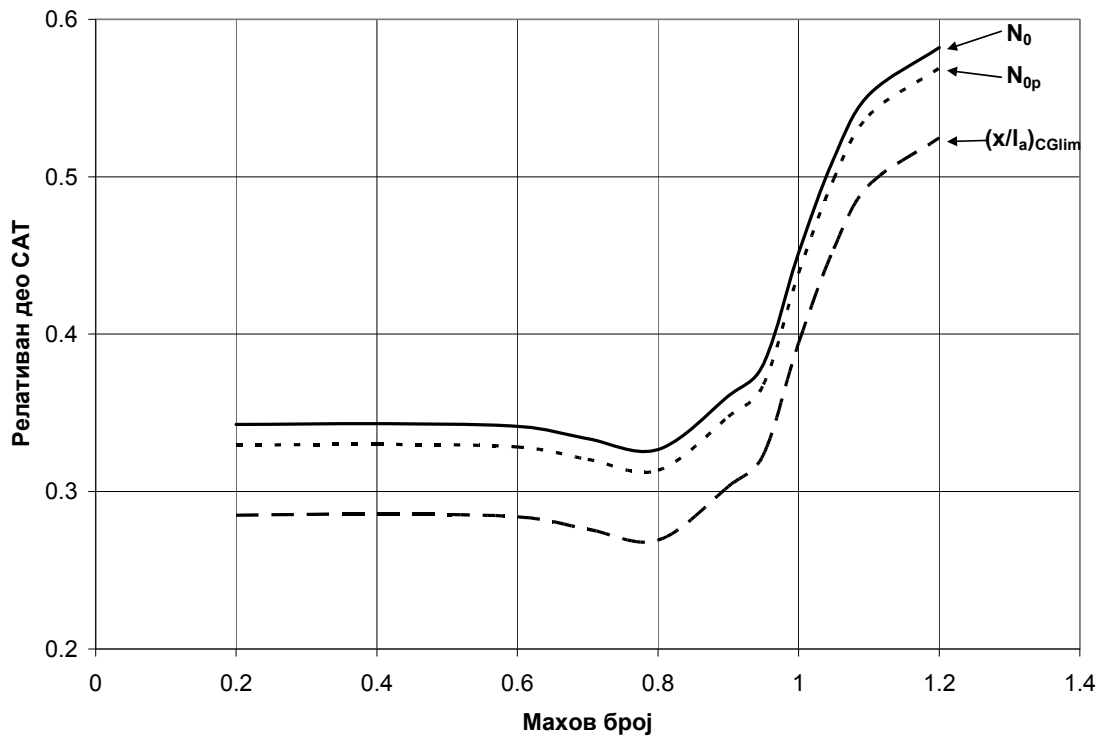
$$\Delta N_{0(A)} = \frac{C_{m\alpha} + \Delta C_{m\alpha I} + \Delta C_{m\alpha II}}{C_{z\alpha} + \Delta C_{z\alpha I} + \Delta C_{z\alpha II}} - \frac{C_{m\alpha}}{C_{z\alpha}}.$$

Овај степен тачности допушта да се израз за померање неутралне тачке на свим линијама $\Delta N_{0(A)}$ замени приближним изразом

$$\Delta N_{0(A)} = \left(\frac{C_{m\alpha} + \Delta C_{m\alpha I}}{C_{z\alpha} + \Delta C_{z\alpha I}} - \frac{C_{m\alpha}}{C_{z\alpha}} \right) + \left(\frac{C_{m\alpha} + \Delta C_{m\alpha II}}{C_{z\alpha} + \Delta C_{z\alpha II}} - \frac{C_{m\alpha}}{C_{z\alpha}} \right) = \Delta N_{0(I)} + \Delta N_{0(II)}. \quad (6.2.18)$$

У примеру је $\Delta N_{0(I)} + \Delta N_{0(II)} = 0.0065658 + 0.0067791 = 0.0133449$, док је $\Delta N_{0(A)} = 0.0131532$, што даје разлику на трећој значајној цифри. Значи да овај поступак приближног прорачуна има својство адитивности у односу на терете на различитим линијама наоружања.

Степен тачности допушта да се у прорачунима унутар целог опсега Махових бројева употребе авиона одреде гранични положаји тежишта. Тада је могуће, на основу познатог граничног положаја тежишта за дати ниво квалитета лета и промене положаја тежишта током лета авиона, идентификовати области у којима може доћи до деградације квалитета лета и угрожавања његове безбедности. Гранични положаји тежишта у целом опсегу Махових бројева, за подвесне терете из примера анализе на свим линијама наоружања, је дат на дијаграму на слици 6.9.



Слика 6.9. Гранични положај тежишта за цео опсег Махових бројева употребе авиона.

Ово је једноставна и брза метода која, са становишта задовољења тражених квалитета лета, даје одговор на могућност ношења подвесног терета на датом авиону. Примена јој је прелиминарног карактера са два основна циља. Први је да иницира све области детаљног прорачуна потребног за интеграцију подвесног средства на авион, а други да послужи као основа за безбедно отварање анvelope летних испитивања.

7 АНАЛИЗА УТИЦАЈА АСИМЕТРИЈЕ НА ДИНАМИКУ ЛЕТА АВИОНА

7.1 Основне смернице при анализи утицаја асиметрије на динамику лета авиона

Асиметрије се могу јавити у свим фазама лета авиона, са релативним утицајем на динамику лета. Основни поступци пројектовања динамичког понашања авиона су везани за његов симетричан. При појави асиметрија авиона било ког узрока настајања, суштински проблем је остварење његовог захтеваног динамичког понашања. Авион у свим случајевима лета и при свим својим конфигурацијама захтевано динамичко понашање остварује аеродинамичким управљачким силама и моментима. Пошто су управљачке величине авиона аеродинамичке природе, то се у односу на могућности компензовања утицаја, асиметрије могу разврстати на оне са аеродинамичким и оне неаеродинамичким дејствима. Код асиметрија са аеродинамичким утицајима на динамику лета авиона се однос између дејства асиметрије и могућности њеног компензовања управљачким величинама не мења са брзином лета. Код асиметрија са неаеродинамичким утицајима, као што су инерцијалне асиметрије или реактивни моменти пропульзивне групе, однос између дејства асиметрије и могућности њеног компензовања управљачким величинама се мења са брзином лета. Ограничења управљачких аеродинамичких величина настала услед уласка у област превученог лета, при нападним угловима већим од критичног, важе у свим случајевима. Могућности

компензовања дејства асиметрија уз истовремено остваривање захтеване динамике лета авиона одређује основне смернице њихове анализе, и то како у односу на значај у погледу безбедности лета, тако и на обим потребан за добијање резултата траженог квалитета.

Аеродинамичке управљачке величине авиона настају отклонима управљачких површи. Код авиона са класичним концептом управљања примарне управљачке величине су моменти. Управљачки моменти настају отклонима једне или више управљачких површи. Однос између отклона управљачких површи и управљачких величина модела динамике лета исказних у облику угла је дат на слици 4.7. и јед. (4.7.4). Ауторитет управљачких површи представља њихову способност да остваре управљачке моменте. Према томе, сагледавање ауторитета управљачких површи у односу на захтеве компензација дејстава асиметрија, уз истовремено остваривање захтеване динамике авиона, представља срж анализе утицаја асиметрије на динамику лета авиона.

Аеродинамичка асиметрија је последица геометријске асиметрије. Преглед врста асиметрија у поглављу 5.2 указује да у регуларном облику употребе авиона практично не постоји чисто геометријска асиметрија. Геометријска асиметрија која узрокује аеродинамичку се може јавити само при некој ванредној ситуацији насталој услед отказа у механизмима крила, било да су то командна кола крилаца, било да су то механизми уређаја за повећање узгона, преткрилаца и закрилаца. Произилази да потреба и обим анализе аеродинамичке асиметрије зависе од учестаности појаве ванредних ситуација, отказа, у којима се јављају.

Како су у регуларној употреби асиметрије са неаеродинамичким утицајима, то анализа са становишта ауторитета управљачких површи јасно указује на област режима лета у којима је потребно и нужно њено спровођење. То је област терминалних фаза лета, са малим брзинама лета и вредностима динамичких притисака, уз постојање израженог захтева за прецизно вођење авиона, како по геодетској трајекторији у односу на геометријску позицију, тако и по путањи у простору стања из једначине (4.4.1), и то нарочито у односу на брзину лета и нападни угао.

По својој природи, компензација асиметрија је везана за попречно-смерни облик кретања авиона и са њим повезан ауторитет управљачких површи. Пројектовање ауторитета командних површи се обавља по изабраном критеријуму за изабрану

тачку у оквиру анvelope лета авиона по брзини и висини. На основу датог критеријума се, за дату тачку из анvelope лета и њоме одређеног динамичког притиска и познат аеропрофил узгонске површи којој команда припада, ауторитет командне површи одређује у облику њене геометрије и отклона. Ауторитет команде ваљања се одређује из захтева за брзином ваљања за скуп тачака из анvelope лета које најчешће не обухватају област терминалних фаза лета. Ауторитет команде скретања се, најчешће, одређује управо у области терминалних фаза лета. Са друге стране, захтев за компензацију асиметрије, најчешће, не припада групи примарних захтева који одређују ауторитете управљачких површи.

Према томе, поступак анализе утицаја асиметрије се своди на проверу да ли ауторитет командних површи познате геометрије и отклона задовољава све захтеве који се пред командне површи поставља у области терминалних фаза лета у којима су мале вредности динамичких притисака. У случају када је ауторитет командних површи недовољан за задовољење захтева у терминалним фазама, пројектант авиона има две могућности. Прва, применљива у фази пројектовања авиона, је улазак у нови циклус одређивања облика командних површи који би задовољио захтеве и ограничења у свим тачкама анvelope лета, па и у терминалним фазама. Друга могућност се јавља онда када није могуће променити геометрију и отклоне командних површи из било ког разлога, па пројектанту преостаје да одреди минималну брзину лета која авиону са асиметријом дате конфигурације осигурава безбедну употребу у области терминалних фаза лета.

Од посебног су значаја оне анализе асиметрија при регуларној употреби авиона које, као резултат, дају нека ограничења употребне анvelope лета. За сваки динамички систем, па и авион, се могу одредити критеријуми који одређују границе његовог кретања. Укупна ограничења динамике система представља скуп свих парцијалних ограничења проистеклих из појединих критеријума граничних вредности датог динамичког система. Парцијална ограничења услед асиметрије у терминалним фазама лета су део укупног скупа ограничења употребне анvelope лета авиона. Значи да анализа асиметрија авиона у терминалним фазама лета представља обавезан део поступка одређивања ограничења анvelope лета.

7.2 Математски модел коришћен у анализи асиметрија авиона

Поступак анализе асиметрија се заснива на постулату да ауторитет командних површи у терминалним фазама лета мора да задовољи захтеве који обухватају извођење маневара траженог квалитета лета, уравнотежење утицаја асиметрије и компензацију поремећаја услед кретања атмосфере. Геометрија и отклони командних површи су одређани конструкцијом авиона, било пројектном, било изведеном. Анализа се заснива на претпоставци да је могућа суперпозиција отклона командних површи потребних за извођење маневра, уравнотежење асиметрије и компензацију поремећаја услед кретања атмосфере. Посматра се авион који лети без утицаја тла, са задатком држања правца осе писте.

7.2.1 Захтеви извођења маневра

Захтеви извођења маневра у терминалним фазама лета су одређени прописима о квалитету лета. Пропис⁴³ одређује у терминалним фазама лета брзине ваљања исказане, за дату класу авиона, у облику захтеваног времена T_a потребног да се достигне тражени угао ваљања φ_r . На основу прописа и претпоставке о карактеру маневра, могуће је одредити величине отклона потребне за њихово извођење. У прилогу П1.2 је, за једнодимензиони модел ваљања дат са

$$\ddot{\varphi} I_x = Q_d S b \left(\frac{b}{2V} C_{lp} p + C_{l\delta_l} \delta_{l(m)} \right), \quad (7.2.1)$$

карактер маневра одређен са

$$\varphi = \frac{\varphi_r}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi}{T_a} t \right). \quad (7.2.2)$$

Промена отклона команде ваљања у времену је тада функција

$$\delta_{l(m)}(t) = A \left(B \cos \frac{\pi}{T_a} t - C \sin \frac{\pi}{T_a} t \right) \quad (7.2.3)$$

која има први екстрем у тренутку

$$t_{ex} = \frac{T_a}{\pi} \arctan \left(-\frac{C}{B} \right). \quad (7.2.4)$$

Све величине у предходним једначинама су образложене у прилогу П1.2. Једначине (7.2.3) и (7.2.4) су довољне да се одреди екстремни угао команде ваљања у маневру

$\delta_{l(m)ex}$ са

$$\delta_{l(m)ex} = \delta_l(t_{ex}), \quad (7.2.5)$$

чиме су одређени захтеви маневра у односу на команду ваљања.

7.2.2 Утицај кретања атмосфере

Бочни ветар представља поремећај за попречно-смерни облик кретања авиона, са вредношћу максималног интензитета бочног ветра прописаном у (*). Векторска релација између брзина авиона у односу на инерцијални простор $\vec{V}_{(K)}$ и околни ваздух \vec{V} и брзине кретања ваздуха у односу на инерцијални простор $\vec{V}_{(w)}$ је дата у једначини (4.4.2). Ако је v_w компонента бочног ветра, на основу (4.4.6) се, за познату вредност интензитета брзине у односу на инерцијални простор $V_{(K)}$, могу одредити интензитет брзине авиона у односу на ваздух V и поремећајни угао клизања β_w у облику

$$V = \sqrt{V_K^2 + v_w^2}; \quad \beta_w = \arcsin \frac{v_w}{V}; \quad \beta_w = \arcsin \frac{v_w}{V_{(K)}}. \quad (7.2.6)$$

У овом случају је динамички притисак

$$Q = \frac{1}{2} \rho V^2 = \frac{1}{2} \rho (V_K^2 + v_w^2). \quad (7.2.7)$$

7.2.3 Стационарне једначине попречно-смерног кретања са оптерећењем услед асиметрија

У случају стационарног, праволинијског хоризонталног лета, динамичке једначине кретања изражене преко једначине сила (4.6.1) и момената (4.6.3) се, за случај када нема дејства наоружања, сведе на облик

$$\vec{R}_{(A)} + \vec{G} + \vec{F}_{(P)} = 0; \quad \vec{M}_{(A)} + \vec{M}_{(P)} = 0, \quad (7.2.8)$$

где су $\vec{R}_{(A)}$ и $\vec{M}_{(A)}$ аеродинамичка сила и момент, $\vec{F}_{(P)}$ и $\vec{M}_{(P)}$ пропулзивна сила и момент, а \vec{G} сила земљине теже. Силе и моменти у једначини (7.2.8) се могу приказати из два дела, једног који делује у равни симетрије авиона и једног асиметричног. Тада се једначина (7.2.8) може заменити са две једначине сила и момената које морају бити истовремено задовољене

$$\begin{aligned} \vec{R}_{s(A)} + \vec{G}_s + \vec{F}_{s(P)} &= 0; & \vec{M}_{s(A)} + \vec{M}_{s(P)} &= 0 \\ \vec{R}_{a(A)} + \vec{G}_a + \vec{F}_{a(P)} &= 0; & \vec{M}_{a(A)} + \vec{M}_{a(P)} &= 0 \end{aligned} \quad (7.2.9)$$

У стационарним једначинама ишчезавају моменти инерције (јед. (4.5.13) и (4.5.23)). Тада се масе авиона могу представити својим делом у равни симетрије и асиметричним компонентама на растојању $r_{y(i)}$ од равни симетрије. У стационарним једначинама се може усвојити са задовољавајућом тачношћу да је

$$\mathbf{G}_s = \begin{bmatrix} mg \sin \theta \\ 0 \\ mg \cos \theta \end{bmatrix}; \quad \mathbf{G}_a = \begin{bmatrix} 0 \\ mg \sin \varphi \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (7.2.10)$$

У моментном асиметричном делу јед. (7.2.9) се услед асиметричних терета јавља моменат

$$\mathbf{M}_{a(G)} = L_{a(G)} = g \cos \varphi \sum_{i=1}^n m_{(i)} r_{y(i)} \quad (7.2.11)$$

Матрично-векторски облик једначине (7.2.9) је сада

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{s(A)} + \mathbf{G}_s + \mathbf{F}_{s(P)} &= 0; & \mathbf{M}_{s(A)} + \mathbf{M}_{s(P)} &= 0 \\ \mathbf{R}_{a(A)} + \mathbf{G}_a + \mathbf{F}_{a(P)} &= 0; & \mathbf{M}_{a(A)} + \mathbf{M}_{a(P)} + \mathbf{M}_{a(G)} &= 0 \end{aligned} \quad (7.2.12)$$

Друге две једначине представљају стационарне једначине попречно-смерног кретања авиона. У развијеном облику су то три једначине, једна компонента сила и две компоненте момената

$$\begin{aligned} mg \sin \varphi + F_{ya(P)} + QS \left(C_{y\beta} \beta + C_{y\delta_l} \delta_l + C_{y\delta_n} \delta_n + \Delta C_{ya} \right) &= 0 \\ L_{a(P)} + L_{a(G)} + Q Sb \left(C_{l\beta} \beta + C_{l\delta_l} \delta_l + C_{l\delta_n} \delta_n + \Delta C_{la} \right) &= 0. \\ N_{a(P)} + Q Sb \left(C_{n\beta} \beta + C_{n\delta_l} \delta_l + C_{n\delta_n} \delta_n + \Delta C_{na} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (7.2.13)$$

У датом систему једначина је Q динамички притисак у лету, g убрзање Земљине теже, m укупна маса авиона која обухвата и масу подвесних средстава, а S и b површина и размах крила. Угао ваљања је φ , клизања β , док је отклон управљања ваљањем δ_l , а скретањем δ_n . $F_{ya(P)}$ је бочна, асиметрична компонента пропулзивне силе, $L_{a(P)}$ и $N_{a(P)}$ су компоненте ваљања и скретања пропулзивног момента, а $L_{a(G)}$ је дато у (7.2.11). C_{**} означава одговарајуће бездимензионе деривативе стабилности објашњене у поглављу 4.7, док су ΔC_{ya} , ΔC_{la} и ΔC_{na} укупни прираштаји услед асиметричних спољашњих терета коефицијената аеродинамичке бочне силе и аеродинамичких коефицијената ваљања и скретања, онако како су дати у поглављу 5.1. Угао клизања β се састоји од две компоненте, поремећајне β_p и компензационе β_c потребне да би авион извео стационарни маневар, па је

$$\beta = \beta_p + \beta_c. \quad (7.2.14)$$

У овој анализи, поремећајни угао клизања је изазван бочним ветром (7.2.6), па је

$$\beta_p = \beta_w. \quad (7.2.15)$$

Величина β_c је угао клизања у односу на инерцијални простор β_k (4.4.6), односно $\beta_c \equiv \beta_k$. Одступање угла курса ψ и је угао клизања у односу на инерцијални простор β_k се односе као

$$\beta_k = -\psi. \quad (7.2.16)$$

Систем (7.2.13) се састоји од три једначине у којима се јављају четири независне величине, углова ваљања φ и клизања β и отклона управљања ваљањем δ_l и скретањем δ_n . У терминалним фазама лета је услов маневра држање задатог правца лета, смера вектора \vec{V}_K , односно минимизација одступања угла курса, када је $\psi \approx 0$. Поремећајни угао клизања β_p је априори познат и може бити или једнак нули, или узрокован бочном компонентом ветра са било које стране авиона. Непознате величине су угао ваљања φ и уравнотежавајући отклони управљања ваљањем $\delta_{l(u)}$ и скретањем $\delta_{n(u)}$, а једначина (7.2.13) је облика

$$\begin{aligned}
mg \sin \varphi + F_{ya(P)} + QS \left(C_{y\beta^i} \beta_p + C_{y\delta_i} \delta_{l(u)} + C_{y\delta_n} \delta_{n(u)} + \Delta C_{ya} \right) &= 0 \\
L_{a(P)} + L_{a(G)} + QSb \left(C_{l\beta^i} \beta_p + C_{l\delta_i} \delta_{l(u)} + C_{l\delta_n} \delta_{n(u)} + \Delta C_{la} \right) &= 0. \\
N_{a(P)} + QSb \left(C_{n\beta^i} \beta_p + C_{n\delta_i} \delta_{l(u)} + C_{n\delta_n} \delta_{n(u)} + \Delta C_{na} \right) &= 0
\end{aligned} \tag{7.2.17}$$

Облик решења система једначина (7.2.17) зависи од могућности његове линеаризације, што је условљено обликом асиметричних оптерећења која се у њему јављају.

7.2.4 Одређивање елемената асиметричних оптерећења и коначан облик стационарне једначине попречно-смерног кретања

7.2.4.1 Асиметрична оптерећења пропулзивне групе

Асиметрична оптерећења силом пропулзивне групе са m пропулзора се одређују из њених компоненти датих у једначини (4.8.4). За компоненте пропулзивне силе из (4.8.2), $\mathbf{F}_{(P)p}^i = [T_p^i, R_p^i, U_p^i]^T$, и матрицу трансформације \mathbf{L}_{bp} (4.8.1) из пропулзивног у систем везан за тело је вектор пропулзивне силе дат у систему везаном за тело $\mathbf{P}_{(P)b}^i = \mathbf{L}_{bp} \mathbf{F}_{(P)p}^i$, са компонентама $\mathbf{P}_{(P)b}^i = [P_{(P)x}^i, P_{(P)y}^i, P_{(P)z}^i]^T$. За компоненту бочне, асиметричне, силе се добија

$$F_{ya(P)} = \sum_{i=1}^m P_{(P)y}^i = \sum_{i=1}^m \left(T_p^i \sin \varepsilon^i + R_p^i \cos \varepsilon^i \right), \tag{7.2.18}$$

где је ε^i угао бочног закошења i -тог пропулзора.

Компоненте асиметричног моментног оптерећења пропулзивне групе са m пропулзора се одређују из векторске (4.8.16) и матрично-векторске (4.8.17) једначине пропулзивног момента за случај стационарног лета када је $\vec{\Omega} = 0$, што даје

$$\begin{aligned}
L_{(P)} &= \sum_{i=1}^m \left[L_{P(P)}^i + \left(-r_{(P)z}^i P_{(P)y}^i + r_{(P)y}^i P_{(P)z}^i \right) \right] \\
N_{(P)} &= \sum_{i=1}^m \left[N_{P(P)}^i + \left(-r_{(P)y}^i P_{(P)x}^i + r_{(P)x}^i P_{(P)y}^i \right) \right],
\end{aligned} \tag{7.2.19}$$

Компоненте i -тог сопственог пропулзивног момента из (4.8.6) су $\vec{M}_{P(P)}^i = \mathbf{M}_{P(P)}^i = [M_{xP}^i, M_{yP}^i, M_{zP}^i]^T = [L_{P(P)}^i, M_{P(P)}^i, N_{P(P)}^i]^T$.

Један пропулзор са резултујућом силом у равни симетрије је специјалан случај у односу на облик асиметричног оптерећења пропулзивне групе. Тада је пропулзивна сила у систему везаном за тело $\mathbf{P}_{(P)b} = [P_{(P)x}, 0, P_{(P)z}]^T$, а вектор њеног положаја $\mathbf{r} = [r_{(P)x}, 0, r_{(P)z}]^T$. У том случају ишчежава и асиметрична сила из (7.2.18) и положајни моменат пропулзора у (7.2.19). За млазни пропулзор је практично $\mathbf{M}_{P(P)}^i = [0, 0, 0]^T$, док је за пропулзор са елисом $\mathbf{M}_{P(P)}^i = [M_{re}, 0, 0]^T$, па је на основу (4.8.49)

$$L_{(P)} = L_{P(P)} = M_{re} = -c \frac{P_e}{k_r |\vec{\omega}_e|} \quad (7.2.20)$$

7.2.4.2 Асиметрична аеродинамичка оптерећења

Како су номиналне конфигурације авиона практично увек са геометријском симетријом, то су асиметрична аеродинамичка оптерећења узокована геометријском асиметријом услед спољашњих средстава. Ова асиметрија спољашњих средстава се може јавити било при редов-ној употреби авиона, било при неком ванредном догађају. Као пример асиметричних аеродинамичких оптерећења ће бити дати доприноси подвесних терета изложени у поглављу 5.1.3.

Прираштај коефицијента бочне ΔC_{ya} силе услед асиметричне конфигурације је дат једначином (5.1.24), изведеном за k -ти допринос i -тог подвесног средства на j -тој подвесној тачки авиона. За укупно l асиметричних подвесних терета је

$$\Delta C_{ya} = \sum_{k=1}^l \Delta C_{y\beta(k)}. \quad (7.2.21)$$

Прираштаји коефицијента момента ваљања ΔC_{la} и скретања ΔC_{na} су такође одређени у поглављу 5.1.3. На основу тамо изложених разматрања, прираштаји ΔC_{la} и ΔC_{na} за k -ти допринос i -тог подвесног средства на j -тој подвесној тачки авиона су дати једначином (5.1.32). На основу тога је

$$\begin{aligned} \Delta C_{la} &= \alpha_s \sum_{k=1}^l \Delta(C_{l\alpha})_k = \alpha_s \sum_{k=1}^l \frac{r_{y(k)a}}{b} \Delta C_{z\alpha(k)} \\ \Delta C_{na} &= \sum_{k=1}^l \Delta(C_{n0})_k = \sum_{k=1}^l \left(-\frac{r_{y(k)a}}{b} \Delta C_{x0(k)} \right), \end{aligned} \quad (7.2.22)$$

где је α_s нападни угао авиона при симетричном оптерећењу, $\Delta C_{z\alpha(k)}$ је допринос градијенту коефицијента узгона а $\Delta C_{x0(k)}$ допринос коефицијенту отпора облика i -тог подвесног средства на j -тој подвесној тачки авиона, док је $r_{y(k)a}$ позиција тог подвесног средства. Из једначине (7.2.22) се види да је у случају геометријске асиметрије прираштај коефицијента момента ваљања $\Delta C_{la}(\alpha_s)$ функција нападног угла авиона при симетричном оптерећењу α_s . није у потпуности могуће раздвојити једначине стационарног кретања на симетрични и асиметрични део.

Нека је, у првом приближењу, $R_{zs} = QS(C_{z0} + C_{z\alpha}\alpha_s)$ сила аеродинамичког узгона у равни симетрије. За авион у стационарном праволинијском лету са углом нагиба φ је

$$\frac{mg}{\cos \varphi} + QS(C_{z0} + C_{z\alpha}\alpha_s) = 0. \quad (7.2.23)$$

Одавде се нападни угао авиона при симетричном оптерећењу α_s може изразити и зависности од угла нагиба φ као

$$\alpha_s = -\frac{1}{C_{z\alpha}} \left(\frac{1}{\cos \varphi} \frac{mg}{QS} + C_{z0} \right), \quad (7.2.24)$$

па је

$$\Delta C_{la} = \Delta C_{la}(\varphi) = -\frac{1}{C_{z\alpha}} \left(\frac{1}{\cos \varphi} \frac{mg}{QS} + C_{z0} \right) \sum_{k=1}^l \frac{r_{y(k)a}}{b} \Delta C_{z\alpha(k)} \quad (7.2.25)$$

7.2.4.3 Коначан облик стационарне једначине попречно-смерног кретања

Са дефинисаним елементима асиметричног оптерећења се може дати коначан облик стационарне једначине попречно-смерног кретања авион као

$$\begin{aligned} mg \sin \varphi + F_{ya(P)} + QS \left(C_{y\beta} \beta_p + C_{y\delta_l} \delta_{l(u)} + C_{y\delta_n} \delta_{n(u)} + \Delta C_{ya} \right) &= 0 \\ L_{a(P)} + g \cos \varphi \sum_{i=1}^n m_{(i)} r_{y(i)} + QSb \left(C_{l\beta} \beta_p + C_{l\delta_l} \delta_{l(u)} + C_{l\delta_n} \delta_{n(u)} + \Delta C_{la}(\varphi) \right) &= 0 \\ N_{a(P)} + QSb \left(C_{n\beta} \beta_p + C_{n\delta_l} \delta_{l(u)} + C_{n\delta_n} \delta_{n(u)} + \Delta C_{na} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (7.2.26)$$

Облик асиметричних оптерећења чини систем једначина (7.2.26) нелинеарним по углу нагиба φ , па је налажење његових решења практично могуће само нумерички.

7.2.5 Облици решења стационарних једначина попречно-смерног кретања са оптерећењем услед асиметрија

Облик решења стационарних једначина попречно-смерног кретања са оптерећењем услед асиметрија је условљен могућим начинима њиховог налажења. Једначине (7.2.6) и (7.2.7) дају везу између брзине у односу на инерцијални простор V_K , компоненте брзине бочног ветра v_w , угла клизања услед ветра β_w и динамичког притиска. На основу тога се систем нелинеарних једначина (7.2.26) се може представити као функција

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = 0; \\ \mathbf{y} &= [F_y, L, N]^T; \quad \mathbf{x} = [\varphi, \delta_{l(u)}, \delta_{n(u)}]^T; \\ \mathbf{p} &= [V_K, v_w, F_{ya(P)}, L_{a(P)}, L_{a(G)}, N_{a(P)}, \Delta C_{ya}, \Delta C_{la}, \Delta C_{na}]^T \end{aligned} \quad (7.2.27)$$

Вредности независних $\mathbf{x} = [\varphi, \delta_{l(u)}, \delta_{n(u)}]^T$ које дају нуле ове функције практично није могуће одредити нумеричким путем. Због тога се прибегава налажењу приближног решења које задовољава критеријуме примене добијених резултата.

7.2.5.1 Облик приближног решења стационарне једначине попречно-смерног кретања

Облик приближног решења система једначина (7.2.26) је одређен тиме да је код асиметричних подвесних средстава утицај тежине на моменат ваљања већи од утицаја аеродинамичког момента,

$$\left| g \sum_{i=1}^n m_{(i)} r_{y(i)} \right| < \left| QS \left(\alpha_s \sum_{k=1}^l r_{y(k)a} \Delta C_{z\alpha(k)} \right) \right|, \quad (7.2.28)$$

па је за $\varphi \approx 0.0$ и $\cos \varphi \approx 1.0$ највеће дејство асиметричног подвесног средства на авион и у том случају су потребни највећи отколони командних површи. Како се резултати решења користе за одређивање граница безбедне анvelope лета, то ће приближно решење одређено условом (7.2.28) дати резултате са 'сигурне' стране

границе безбедне анвелопе лета. Са друге стране, вредности угла ваљања у маневрима терминалне фазе су у домену $\varphi < 10.0^\circ \div 12.0^\circ$ када је $\cos \varphi \approx 1.0$. Тада је

$$L_{a(G)} = g \sum_{i=1}^n m_{(i)} r_{y(i)}; \quad \alpha_s = \frac{1}{C_{z\alpha}} \left(\frac{mg}{QS} - C_{z0} \right). \quad (7.2.29)$$

Увођењем релације

$$F = \sin \varphi, \quad (7.2.30)$$

и употребом израза из (7.2.29) систем (7.2.26) постаје линеаран, а решења су

$$\begin{aligned} \delta_{l(u)} &= - \frac{\frac{1}{Qsb} \left(L_{a(G)} + L_{a(P)} - \frac{C_{l\delta_n}}{C_{n\delta_n}} N_{a(P)} \right) + \left(\Delta C_{la} - \frac{C_{l\delta_n}}{C_{n\delta_n}} \Delta C_{na} \right) + \left(C_{l\beta} - \frac{C_{l\delta_n}}{C_{n\delta_n}} C_{n\beta} \right) \beta_p}{\left(C_{l\delta_l} - \frac{C_{l\delta_n}}{C_{n\delta_n}} C_{n\delta_l} \right)} \\ \delta_{n(u)} &= - \frac{C_{n\beta}}{C_{n\delta_n}} \beta_p - \frac{C_{n\delta_l}}{C_{n\delta_n}} \delta_{l(u)0} - \frac{1}{C_{n\delta_n}} \left(\Delta C_{na} + \frac{N_{a(P)}}{Qsb} \right) \\ F &= - \frac{F_{ya(P)}}{mg} - \frac{QS}{mg} \left(C_{y\beta} \beta_p + C_{y\delta_l} \delta_{l(u)0} + C_{y\delta_n} \delta_{n(u)0} + \Delta C_{ya} \right) \end{aligned} \quad (7.2.31)$$

и

$$\varphi = \arcsin F \quad (7.2.32)$$

7.2.5.2 Посебан облик директног решења стационарне једначине попречно-смерног кретања

Посебан случај решавања система једначина (7.2.26) се јавља када се као асиметрична оптерећења јављају само дејства пропулзивне групе. Тада се, употребом (7.2.30), систем своди на линеаран облика

$$\begin{aligned} mgF + F_{ya(P)} + QS \left(C_{y\beta} \beta_p + C_{y\delta_l} \delta_{l(u)} + C_{y\delta_n} \delta_{n(u)} \right) &= 0 \\ L_{a(P)} + Qsb \left(C_{l\beta} \beta_p + C_{l\delta_l} \delta_{l(u)} + C_{l\delta_n} \delta_{n(u)} \right) &= 0 \\ N_{a(P)} + Qsb \left(C_{n\beta} \beta_p + C_{n\delta_l} \delta_{l(u)} + C_{n\delta_n} \delta_{n(u)} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (7.2.33)$$

Решавање (7.2.33) по непознатим величинама даје

$$\delta_{l(u)} = -\frac{1}{\left(C_{l\delta_l} - \frac{C_{l\delta_n} C_{n\delta_l}}{C_{n\delta_n}}\right)} \left[\frac{1}{Q S b} \left(L_{a(P)} - \frac{C_{l\delta_n}}{C_{n\delta_n}} N_{a(P)} \right) + \left(C_{l\beta} - \frac{C_{l\delta_n} C_{n\beta}}{C_{n\delta_n}} \right) \beta_d \right]$$

$$\delta_{n(u)} = -\frac{C_{n\beta}}{C_{n\delta_n}} \beta_p - \frac{C_{n\delta_l}}{C_{n\delta_n}} \delta_{l(u)} - \frac{1}{C_{n\delta_n}} \frac{N_{a(P)}}{Q S b} \quad (7.2.34)$$

$$F = -\frac{F_{ya(P)}}{mg} - \frac{QS}{mg} \left(C_{y\beta} \beta_p + C_{y\delta_l} \delta_{l(u)} + C_{y\delta_n} \delta_{n(u)} \right)$$

и

$$\varphi = \arcsin F, \quad (7.2.35)$$

чиме су одређене величине φ , $\delta_{l(u)}$ и $\delta_{n(u)}$.

7.2.5.3 Захтеви при одређивању аеродинамичких величина употребљених у налажењу решења стационарне једначине попречно-смерног кретања

Аеродинамички коефицијенти и деривативи дати у поглављу 4.7.1 су одређени изразима (4.7.7) или (4.7.12) у односу на вектор параметара (4.7.1) Аеродинамички коефицијенти и деривативи у једначинама (7.2.26) и (7.2.33) су поред Маховог и Рејнолдсовог броја (Ma, Re) условљени и оптерећењем крила, односно нападним углом α_s . Ово је нарочито изражено за деривативе C_{lp} , $C_{l\delta_l}$, $C_{n\delta_l}$ и $C_{l\delta_n}$. За потребе прорачуна се вредност α_s одређује на основу израза (7.2.29).

7.2.6 Ограничења ауторитета аеродинамичких управљачких површи

Ауторитет аеродинамичких управљања авиона представљају силе и моменти које генеришу управљачке површи, а које су део укупних аеродинамичких сила и момената авиона. Општи облик управљачке силе R_{δ_i} , $i \in x, y, z$ i -тог и момента M_{δ_j} $j \in l, m, n$ j -тог управљања генерисаног одговарајућим управљачким површима се може исказати као

$$\begin{aligned} R_{\delta_i} &= Q S C_{R\delta_i} \delta_i \\ M_{\delta_j} &= Q S l_{rj} C_{M\delta_j} \delta_j \end{aligned} \quad (7.2.36)$$

где је Q динамички притисак, S површина крила авиона, l_{rj} референтна дужина свођења аеродинамичког момента из (4.7.2), $C_{R\delta i}$ је дериватив коефицијента силе i -тог управљања по отклону, δ_i , а $C_{M\delta i}$ дериватив коефицијента момента j -тог управљања по отклону, δ_j . Отклон управљања $\delta_i = [\delta_x, \delta_y, \delta_z]^T$ је вектор аеродинамичког управљања транслацијом авиона у односу на путању лета, а отклон управљања $\delta_j = [\delta_l, \delta_m, \delta_n]^T$ је вектор аеродинамичког управљања ротационим кретањем авиона. Вектор управљања угловима и ротационим кретањем $\delta_j = [\delta_l, \delta_m, \delta_n]^T$ се јавља код класичних авионских конфигурација и система управљања летом. Дефиниције позитивног отклона управљачких површи је дата у поглављу 4.7.1, а однос између отклона управљачких површи и отклона аеродинамичког управљања је дат у једначини (4.7.4). Пун вектор аеродинамичких управљања $\delta = [\delta_x, \delta_y, \delta_z, \delta_l, \delta_m, \delta_n]^T$ са шест елемената се остварује код авиона са савременим системима управљања летом и захтева сложене системе вишеструких управљачких површи.

Израз (7.2.36) се може приказати у облику функционалних зависности

$$\begin{aligned} R_{\delta i} &= P_{R\delta i}(S) F_{R\delta i}(V, \rho, C_{R\delta i}, \delta_i) \\ M_{\delta i} &= P_{M\delta i}(S, l_{ri}) F_{M\delta i}(V, \rho, C_{M\delta i}, \delta_i) \end{aligned} \quad (7.2.37)$$

где су V и ρ брзина лета и густина ваздуха, а $P_{R\delta i}$ и $P_{M\delta i}$ параметарске константе. Деривативи коефицијената су функције облика

$$\begin{aligned} C_{R\delta(i)} &= G_{R\delta(i)}(V, \rho, a_{p(i)}(V, \rho), (S_{k(i)}/S), \delta_{(i)}, k_{f1(i)}, k_{f2(i)}, k_{f3(i)}, \dots) \\ C_{M\delta(j)} &= G_{M\delta(j)}(V, \rho, a_{p(j)}(V, \rho), (S_{k(j)}/S), (l_{k(j)}/l_{rj}), \delta_{(j)}, k_{f1(j)}, k_{f2(j)}, k_{f3(j)}, \dots) \end{aligned} \quad (7.2.38)$$

где је $a_{p(i)}(V, \rho)$ градијент узгона профила на месту командне површи, $S_{k(i)}$, $S_{k(j)}$ површина а $l_{k(j)}$ референтна дужина команде, док су $k_{f1(i)}$, $k_{f2(i)}$, $k_{f3(i)}$, ..., $k_{f1(j)}$, $k_{f2(j)}$, $k_{f3(j)}$... фактори облика. Из израза (7.2.36) – (7.2.38) је очигледно да је, за одређен облик управљачких површи, њихов ауторитет функција

$$\begin{aligned} R_{\delta i} &= f_{R\delta i}(V, \rho, \delta_{(i)}) \\ M_{\delta j} &= f_{M\delta j}(V, \rho, \delta_{(j)}) \end{aligned} \quad (7.2.39)$$

Гранична вредност ауторитета управљања је, на основу (7.2.39), одређена вредношћу његовог граничног отклона $\delta_{(i)\text{lim}}$, односно $\delta_{(j)\text{lim}}$, па је

$$\begin{aligned} R_{\delta_{(i)\text{lim}}} &= f_{R\delta_i}(V, \rho, \delta_{(i)\text{lim}}) \\ M_{\delta_{(i)\text{lim}}} &= f_{M\delta_i}(V, \rho, \delta_{(i)\text{lim}}) \end{aligned} \quad (7.2.40)$$

Ако се са $\delta_{(i)s\text{lim}}$ означи ограничење отклона i -тог управљања које је последица конструкције структуре и командних кола авиона, онда је гранична вредности $\delta_{(i)\text{lim}}$ отклона расположива управљању

$$\begin{aligned} \delta_{(i)\text{lim}} &= k_{(i)} \delta_{(i)s\text{lim}} \\ \delta_{(j)\text{lim}} &= k_{(j)} \delta_{(j)s\text{lim}} \end{aligned} \quad (7.2.41)$$

где су $k_{(i)}$, $k_{(j)}$ чиниоци који зависи од еластичности командних кола, зазора у командним колима, еластичности структуре командне површи, ...

7.2.7 Облици нумеричког налажења решења проблема анализе асиметрије авиона стационарних једначина попречно-смерног кретања са оптерећењем услед асиметрија

У предходном делу поглавља су изложени сви елементи потребни за анализу утицаја асиметрија у терминалним фазама лета. Проблем анализе је налажење решења које ће успоставити везу између ограничења ауторитета аеродинамичких управљања, асиметричних оптерећења, поремећаја услед кретања атмосфере и захтева за извођење маневра. Један од начина је налажење нумеричког решења задовољавајуће тачности.

Као што је наведено, проблем се своди на налажење области безбедне анvelope лета у облику брзина V_K, v_w датих као функције $\delta_{l(\text{lim})}$ и $\delta_{n(\text{lim})}$, а за изабран скуп параметара датих у облику асиметричних оптерећења авиона. У општем случају се систем једначина (7.2.26) може представити као векторска функција облика

$$\begin{aligned} \mathbf{y} = \mathbf{F}(V_K, v_w, F_{ya(P)}, L_{a(P)}, L_{a(G)}, N_{a(P)}, \Delta C_{ya}, \Delta C_{la}, \Delta C_{na}, \varphi, \delta_{l(u)}, \delta_{n(u)}) = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = 0; \\ \mathbf{y} = [y_1, y_2, y_3]^T; \quad \mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3]^T; \quad \mathbf{p} = [p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8, p_9]^T \end{aligned} \quad (7.2.42)$$

где је \mathbf{y} вектор вредности функције, \mathbf{x} вектор независно променљивих, а \mathbf{p} вектор параметара. Једначина (7.2.42) представља имплицитан облик експлицитно дате једначине (7.2.17). У начелу се, у зависности од случаја, за вектор независно променљивих бирају било које три од величина са листе $(V_K, v_w, \varphi, \delta_l, \delta_n)$, док преостале величине са листе чине вектор параметара. Облик функције дејства захтева маневра за команду ваљања је $\delta_{l(m)}(V_K, v_w)$, па се функцијом облика у (7.2.42) могу обухватити и та дејства је, тако да она постаје општа функција за налажење решења проблема асиметричних оптерећења. За одређене вредности управљања $\delta_l = \delta_{l(\text{lim})}$ и $\delta_n = \delta_{n(\text{lim})}$ вектор независно променљивих функција (7.2.42) је (V_K, v_w, φ) . Тада се начелно налажењем нула функције (7.2.42) може решити постављени проблем. Једначина (7.2.42) у овом облику је нумерички решива, али је практично налажење решења изложено основном проблему налажења оних почетних вредности алгоритма нумеричког решавања које воде ка налажењу нула дате функције.

Анализе показују да се границе области безбедне анвелопе лета у облику брзина V_K, v_w по граничном ауторитету команде ваљања $\delta_{l(\text{lim})}$ и граничном ауторитету команде скретања $\delta_{n(\text{lim})}$ могу одвојено одредити за сваку од наведених команди, и то је усвојено као пут решења. За свако од тих решења је потребно претходно одредити равнотежне вредности отклона управљања ваљањем $\delta_{l(u)}$ и скретањем $\delta_{n(u)}$.

7.2.7.1 Граница безбедне анвелопе лета по команди ваљања

Граница безбедне анвелопе лета се у овом случају одређује на основу тога да ова команда мора истовремено задовољити захтеве и уравнотежења и маневра. Тада је захтевани укупан отклон команде ваљања збир уравнотежавајућег дела $\delta_{l(u)}$ добијен било из (7.2.31) и (7.2.32), било из (7.2.34) и (7.2.35) и екстрема маневарског дела $\delta_{l(m)ex}$ одређеног са (7.2.3), (7.2.4) и (7.2.5), или

$$\delta_l = \delta_{l(u)} + |\delta_{l(m)ex}| \text{sign}(\delta_{l(u)}); \quad \delta_{l(u)} = \delta_{l(u)}(V_K, v_w, \mathbf{P}_{ld}); \quad \delta_{l(m)ex} = \delta_{l(m)}(V_K, v_w), \quad (7.2.43)$$

где је $\mathbf{P}_{ld} = [F_{ya(P)}, L_{a(P)}, L_{a(G)}, N_{a(P)}, \Delta C_{ya}, \Delta C_{la}, \Delta C_{na}]^T$ вектор параметара који се јавља у стационарним једначинама попречносмерног мода (7.2.17), а функционални облик $\delta_{l(m)ex}$ очигледно следи из (7.2.3). Границе безбедне анвелопе лета су одређене са

$$\delta_{l(lim)min} \leq \delta_l(V_K, v_w, \mathbf{P}_{ld}) \leq \delta_{l(lim)max} \quad (7.2.44)$$

Тада, функција

$$\Delta \delta_l = \delta_l(V_K, v_w, \mathbf{P}_{ld}) - \delta_{l(lim)} = \Delta \delta_l(V_K, v_w, \mathbf{P}_{ld}) = \Delta \delta_l(x, \mathbf{p}) = 0 \quad (7.2.45)$$

одређује скуп $V_K, v_w, \mathbf{P}_{ld}$ који представља граничне услове безбедне анвелопе лета за дату вредност $\delta_{l(lim)}$. Независна променљива x којом нумерички одређује нула функције $\Delta \delta_l$ може бити било V_K , било v_w а она друга, заједно \mathbf{P}_{ld} образује вектор параметара \mathbf{p} функције (7.2.45). Како на ефикасност крилаца доминантно утиче брзина V_K , то је V_K независна променљива x , док се v_w варира у спољашњој петљи.

7.2.7.2 Граница безбедне анвелопе лета по команди скретања

Граница безбедне анвелопе лета је одређена са

$$\delta_{n(lim)min} \leq \delta_n(V_K, v_w, \mathbf{P}_{ld}) \leq \delta_{n(lim)max} \quad (7.2.46)$$

Тада функција

$$\Delta \delta_n = \delta_n(V_K, v_w, \mathbf{P}_{ld}) - \delta_{n(lim)} = \Delta \delta_n(V_K, v_w, \mathbf{P}_{ld}) = \Delta \delta_n(x, \mathbf{p}) = 0 \quad (7.2.47)$$

одређује скуп $V_K, v_w, \mathbf{P}_{ld}$ који представља граничне услове безбедне анвелопе лета за дату вредност $\delta_{n(lim)}$. Независна променљива x којом нумерички одређује нула функције $\Delta \delta_n$ може бити било V_K , било v_w а она друга, заједно \mathbf{P}_{ld} образује вектор параметара \mathbf{p} функције (7.2.47). Како се између интензитета бочне компоненте ветра v_w и отклона управљања скретањем може успоставити директна веза, то је v_w независна променљива x , док се V_K варира у спољашњој петљи.

7.2.7.3 Захтеви програмске реализације нумеричког налажења решења

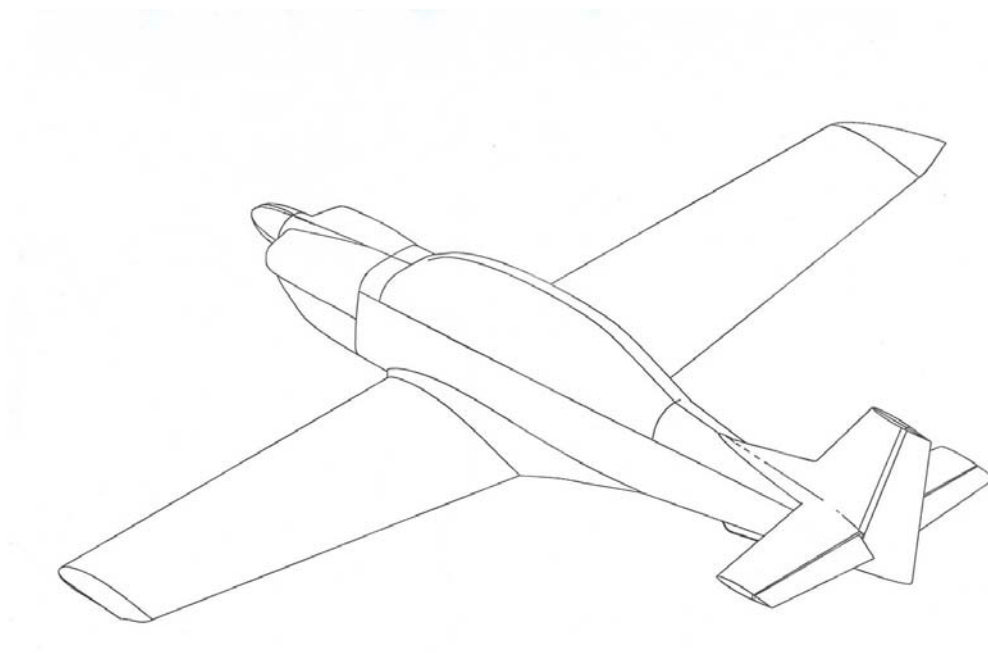
Програмска реализација нумеричког налажења решења функција (7.2.45) и (7.2.47) се заснива на налажењу нуле ових функција, при чему је једна од величина V_K, v_w независно променљива, а друга се варира у спољашњој петљи. Захтеви програма, структура, улазне и излазне датотеке су дати у Прилогу 2.

У програмској реализацији нумеричког налажења решења функција (7.2.45) и (7.2.47) је, у зависности од случаја асиметричног оптерећења, потребно одредити вредности отклона управљања ваљањем $\delta_{l(u)}$ и скретањем $\delta_{n(u)}$, било из једначина (7.2.31) и (7.2.32), било из (7.2.34) и (7.2.35).

7.3 Анализа утицаја асиметрије услед дејства пропулзора са елисом на лаки школски авион

Предмет анализе утицаја асиметрије је лаки школски авион "ЛАСТА" са клипним мотором LYCOMING AI-540 и двокраком елисом променљивог корака HARTZELL, пречника $D = 1.98[m]$. У разматраном случају се може са довољно тачности усвојити да се оса обртања мотора и елисе налази у равни симетрије авиона, па при регуларној употреби на авион делује само асиметрија услед реактивног момента пропулзора, са вредношћу момента одређеном једначином (7.2.20). Изометријски изглед авиона "ЛАСТА" је дат на слици 7.3.1.

Анализа је начињена у оквиру припрема за први лет прототипа, у области анвелопе терминалних фаза лета. Разматрања су обављена за висину лета од $H = 200.0[m]$, и у опсегу брзина са минималном вредношћу нешто мањом од вредности при губитку узгона са симетричним оптерећење, $V_{\min(s)}$, до горње границе брзина терминалних фаза лета, која за овај авион износи $V = 55.0[m/s]$. Намена анализе је провера ауторитета команди ваљања $\delta_{l(\text{lim})}$ и скретања $\delta_{n(\text{lim})}$ у односу на вредности брзине лета у односу на инерцијални простор V_K и компоненту бочног ветра v_w . Циљ анализе је безбедно отварање анвелопе лета при увођењу прототипа авиона у летна испитивања. Како испитивања у лету дају податке за постепено проширење анвелопе лета авиона, то су у овој анализи усвојени максимално ограничавајући критеријуми.



Слика 7.3.1. Изометријски изглед авиона "ЛАСТА".

7.3.1 Улазни подаци анализе

У анализи су разматране две конфигурације попречно-смерних команди лета. Прва је са структуром попречно-смерних команди лета оствареном на основу геометрије и отклона одређаних у пројектним тачкама анvelope лета, за команду ваљања на висини $H = 2000.0[m]$ и при брзини $V = 77.78[m/s]$, а за команду скретања у терминалним фазама лета. Друга је са смањеним расположивим отклоном команде ваљања услед привремено редукованог бочног отклона палице. Максимално дозвољено истежање команди, одређено у ⁴⁴, је 20%. Претпоставља се да је за компензацију удара ветра потребно 15% од хода команде скретања. Тада је, за однос из јед. (7.2.41) између отклона расположивог за управљање и структуралног ограничења отклона, за команду ваљања $k_l = 0.8$, а за команду скретања $k_n = 0.65$. Вредности структурних граничних отклона и отклона команди ваљања и скретања расположивих за управљање су дати у табели Т-7.3.1.

T-7.3.1 Структурално ограничени и за управљање расположиви отклони команди ваљања и скретања.

	Номинална конфигурација		Смањени отклон	
	Структурална граница	Гранични отклон	Структурална граница	Гранични отклон
Команда ваљања	$\delta_{l(s)} = \pm 19.2725^\circ$	$\delta_{l(\text{lim})} = -15.418^\circ$	$\delta_{l(s)} = \pm 14.2^\circ$	$\delta_{l(\text{lim})} = -11.36^\circ$
Команда скретања	$\delta_{n(s)} = \pm 30.0^\circ$	$\delta_{n(\text{lim})} = \pm 19.5^\circ$	-	-

Издвојена су три карактеристична режима рада мотора, максималне снаге, крстарења и прилаза, чије су вредности дате у табели T-7.3.2. У односу на терминалне фазе лета, у анализи су коришћене вредности максималне снаге, за фазу слетања, и прилаза.

T-7.3.2 Параметри мотора коришћени у анализи

Режим мотора	Процент гаса	Процент снаге	P_e [kW]	n_e [rpm]	M_{re} [Nm]
Прилаз	19%	45%	99.2	2250.0	421.02
Крстарење	78%	75%	165.4	2450.0	643.12
Полетање	100%	100%	220.0	2700.0	778.09

У анализи су коришћени инерцијални подаци добијени прорачуном током пројектовања⁴⁵, а верификовани су мерењима у фабрици. Анализиране су две инерцијалне конфигурације са једним пилотом у предњој кабини: пполетна са 100% горива, масе $m = 1064.0[\text{kg}]$ и момента инерције $I_x = 1323.734[\text{kgm}^2]$ и слетна, масе $m = 960.5[\text{kg}]$ и момента инерције $I_x = 1100.070[\text{kgm}^2]$.

Аеродинамички подаци коришћени у анализи су функција Маховог броја, а добијени су различитим методама развијеним у оквиру Ваздухопловно-техничког института, предходника Војнотехничког Института. Аеродинамички деривативи су срачунатиметодом из²³ модификованом у ВТИ-у. Интегрисани срачунати подаци су дати у^{46, 47, 48}, а кориговани су на основу мерења у аеротунелу^{49, 50, 51}. Поређење аеродинамичких података добијених прорачуном, мерењима у аеротунелу и идентификацијом мерењима у лету је стандардна пракса примењена на свим авионим предходно пројектованим у ВТИ-у, са две основне намене. Прва је валидација

аеродинамичких података самог авиона. Друга је обезбеђивање повратних информација које се односе на ваљаност коришћених прорачунских метода и тачност њима добијених података. На тим основама, тачност аеродинамичких података коришћених у овој анализи је у оквиру светских стандарда.

Анализа динамике је начињена са базом аеродинамичких података која се састоји од скупа табличних функција и са њима обједињим скупом њихових независних величина. Прорачунски аеродинамички подаци свих величина су настали програмом са излазима датим унутар линеарног опсега функције $C_L = f(\alpha)$, при чему је проширење података у нелинеарну област једноставан задатак. Вредности дериватива аеродинамичких коефицијената коришћене у анализи одговарају датим Маховим бројевима. Средње вредности дериватива из једначине (7.2.17) су дате у табели Т-7.3.3. Средња вредност пригушног дериватива аеродинамичког коефицијента момента ваљања коришћеног у јед. (7.2.3) и (7.2.4) је $C_{lp} = -0.42326$.

Т-7.3.3 Средње вредности дериватива коришћених у анализи.

$C_{y\beta} = -0.69001$	$C_{y\delta_i} = 0.0$	$C_{y\delta_n} = 0.2507$
$C_{l\beta} = -0.0366$	$C_{l\delta_i} = -0.19176$	$C_{l\delta_n} = 0.009173$
$C_{n\beta} = 0.18715$	$C_{n\delta_i} = 0.004463$	$C_{n\delta_n} = -0.12468$

У анализи је, за отклоне команде ваљања веће од $\delta_i > 10.0^\circ$, вредност дериватива коефицијента ваљања $C_{l\delta_i}$ услед отклона команде ваљања δ_i је коригована параметром k_{δ_i} из⁵².

У терминалним фазама лета се, у односу на положај закрилаца δ_z , употребљавају три конфигурације авиона, крстарења, полетна и слетна. У односу на функцију промене коефицијента узгона $C_L = f(\alpha)$ услед промене нападног угла α , отклон закрилаца практично не мења вредност α , било на граници линеарности, било на максимуму функције. У случају авиона ЛАСТА ово је потврђено испитивањима у аеротунелу^(21, 22, 23). За сваки од положаја закрилаца је критична минимална брзина у односу на ваздух V_c прототипа авиона ЛАСТА дата у⁵³, а одређена је у односу на пројектом утврђену највећу допуштену вредност критичног коефицијента узгона C_{Lc} . У овој анализи је минимална брзина у односу на ваздух одређена са $V_{\min(s)} = k_{V_c} V_c =$

$= 1.1V_c$. Класична једначина $mg = 0.5\rho V^2 C_L S$ даје, за коефицијент узгона на $V_{\min(s)}$ одређен са $C_{L\lim(s)} = k_{C_L} C_{Lc}$, однос $k_{C_L} = 1/(k_{V_s}^2)$, или у овом случају $k_{C_L} = 0.8264$. Вредности критичног коефицијента узгона C_{Lc} за закрилца извучена како у полетној, тако и у слетној конфигурацији, поставља вредност $C_{L\lim(s)}$ на границу линеарности функције $C_L = f(\alpha)$. За авион са увученим закрилцима однос $C_{L\lim(s)} = 0.8264C_{Lc}$ поставља $C_{L\lim(s)}$ унутар граница линеарности функције $C_L = f(\alpha)$. За авион са једним пилотом, брзина одвајања носног точка одређена у ⁵³ је $V_{nl} = 100.0 \div 105.0 [km/h]$, док је брзина одвајања од тла $V_{to} = 120.0 [km/h]$. Табела 7.3.4 садржи вредности δ_{fl} , V_c and $V_{\min(s)}$ за обе инерцијалне конфигурације.

Т-7.3.4. Отклони закрилаца, минимална критична и допуштена брзина у односу на ваздух за две вредности масе авиона.

конфигурација	δ_{fl}	$m = 960.5 [kg]$		$m = 1064.0 [kg]$	
		$V [km/h]$		$V [km/h]$	
		V_c	$V_{\min(s)}$	V_c	$V_{\min(s)}$
летна	0^0	114.51	125.96	120.56	132.61
полетна	20^0	103.46	113.81	108.92	119.82
слетна	30^0	97.66	107.42	102.81	113.09

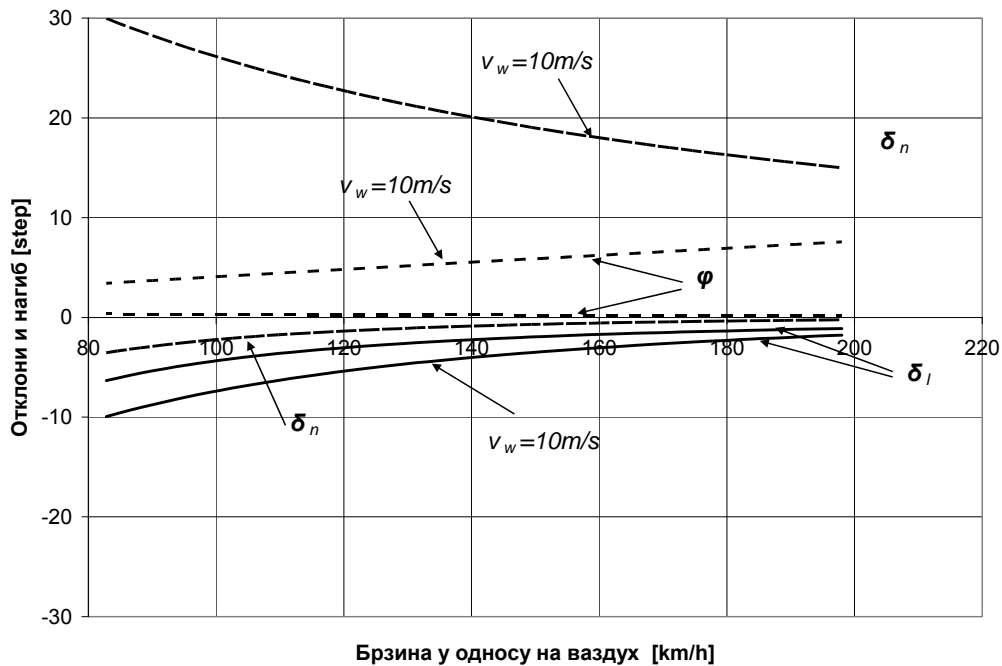
Авион 'ЛАСТА', у односу на класификацију из ⁴³, припада класи I. За ову класу авиона, на основу података из табеле Т-П1.2.1, се тражи да начини угао ваљања од $\varphi_{rq} = 30^0$ за време од $T_{ac} = 1.3 [s]$ да би се задовољили захтеви нивоа 1 квалитета лета и да начини исти угао за време од $T_{ac} = 1.8 [s]$ да би се задовољили захтеви нивоа 2 квалитета лета.

За класу I авиона, иста спецификација ⁴³ одређује да је максимална компонента бочног ветра $v_w = 20.0 [kt]$ или $v_w = 10.0 [m/s]$. Интензитет бочног ветра је вариран од максималне леве до максималне десне вредности, тј. $-10.0 [m/s] \leq v_{aw} \leq 10.0 [m/s]$. За дату вредност бочног ветра, вредност поремећајног угла клизања $\beta_p = \beta_w$ је одређена са (7.2.6).

7.3.2 Илустрација ограничења ауторитета команди лета

За илустрацију проблема је програмом EXCELL из пакета Microsoft Office™ начињен приближан прорачун код кога је, за рачунање отклона захтева маневра $\delta_{l(m)}$, динамички притисак, за разлику од вредности из (7.2.7) одређен са $Q = (1/2) \rho V_K^2$. Илустрација анализе проблема је приказана на сликама (7.3.2), (7.3.3) и (7.3.4).

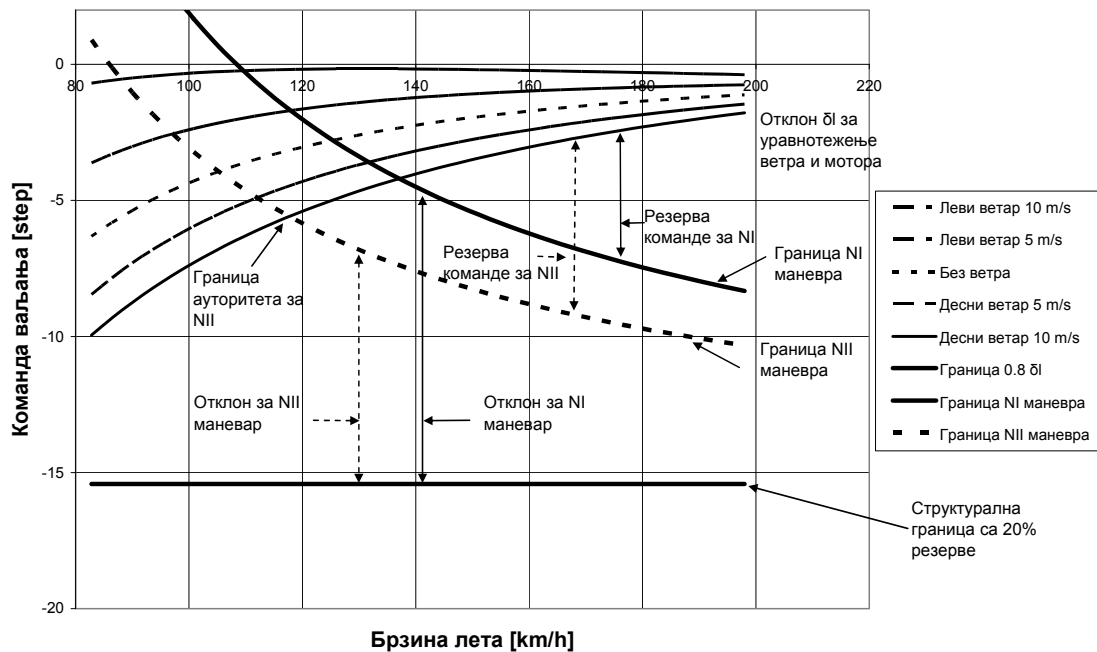
Слика (7.3.2) приказује решења из јед. (7.2.34) у зависности од брзине V_K , за реактивни моменат M_{re} при највећој снази, за случајеве без ветра и са бочним ветром од $v_{aw} = 10.0 [m/s]$.



Слика 7.3.2. Решења за случај држања курса у функцији брзине, за реактивни моменат при максималној снази, без ветра и са десним ветром интензитета 10 [m/s].

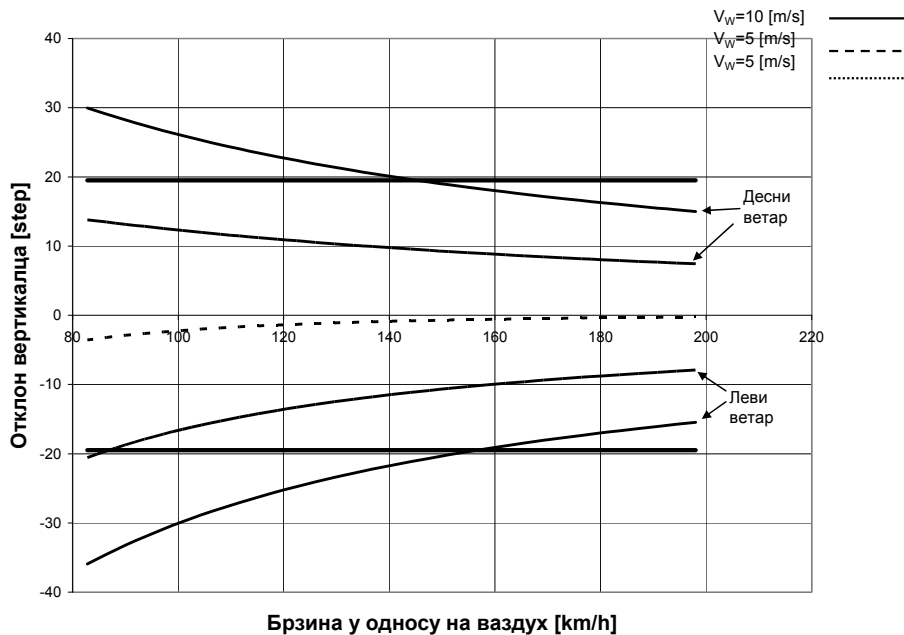
Слика (7.3.3) приказује проблем ауторитета команде ваљања за случај реактивног момента M_{re} при највећој снази, дајући резерву команде ваљања δ_l у функцији брзине у односу на Земљу. Резерва команде ваљања δ_l представља остатак кад се од максималног расположивог отклона команде $\delta_{l(lim)}$ одузму обе вредности захтева команде, оне за извођење маневра $\delta_{l(m)}$, одређене јед. (7.2.3), (7.2.4) и (7.2.5), и оне за урав-

нотежење поремећаја $\delta_{l(u)}$, одређене јед. (7.2.34). Резерва команде ваљања је, у суштини, дата са (7.2.45). На слици је приказивање података организовано на начин који наглашава резерву команде ваљања δ_l . Зато је, вредност захтева за уравнотежењем $\delta_{l(u)}$ постављена у односу на нулту вредност отклона команде ваљања δ_l , док је вредност захтева команде за маневар $\delta_{l(m)}$ дата од граничне вредности команде ваљања $\delta_{l(lim)}$ ка нултом отклону, дајући тако јасан приказ резерве команде ваљања δ_l . Слика садржи дијаграме за пет вредности бочног ветра и две вредности захтева маневра, оног за ниво 1 и оног за ниво 2.



Слика 7. 3.3. Приказ резерве команде ваљања у функцији брзине при пуној снази мотора и расположивом командом једнаком структуралној граници умањеној за 20%.

Проблем ауторитета команде скретања у функцији брзине у односу на Земљу, за различите интензитете бочног ветра, а за вредност реактивног момента M_{re} при највећој снази мотора, је приказан на слици (7.4). Треба приметити да је у терминалним фазама лета функција управљања држање правца вектора поравнатог са осом писте, док се истовремено компензује утицај бочног ветра. Отклон команде скретања δ_n је на основу једначине (7.2.34) срачунат за пет вредности бочног ветра $v_w = \{-10.0, -5.0, 0.0, 5.0, 10.0\} [m / s]$.



Слика 7.3.4. Приказ ауторитета команде скретања у функцији брзине за различите интензитете бочног ветра и за случају реактивног момента M_{re} при максималној снази мотора.

7.3.3 Одређивање анvelope лета услед ограничења ауторитета команди лета попречно-смерног облика кретања

Анvelope лета авиона ЛАСТА, проистекла из ограничења ауторитета команди лета попречно-смерног облика кретања у терминалним фазама лета, је одређена програмом 'VMIN-LAT', изложеном у Прилогу 2, који има три мода рада. У првом моду, налази нуле опште једначине (7.2.42) унутар спољашње петље по изабраном, било ком, члану вектора параметара \mathbf{p} . У другом моду програм налази нуле једне, било које од једначина (7.2.45) и (7.2.47). Из скупа $\{V_K, v_w\}$ се било која променљива може изабрати као независно променљива функције, при чему друга образује спољашњу петљу. Реактивни моменат мотора M_{re} представља независан параметар. Трећи мод програма представља примену налажења решења система (7.2.26), било из једначина (7.2.31) и (7.2.32), било из (7.2.34) и (7.2.35). Овај мод као резултат даје $\{\varphi, \delta_l, \delta_n\}$ за изабране вредности $\{V_K, v_w, M_{re}\}$, при чему се у спољашњој петљи бирају било V_K , било v_w . Како је налажење нула нумеричким путем осетљиво на почетне вредности

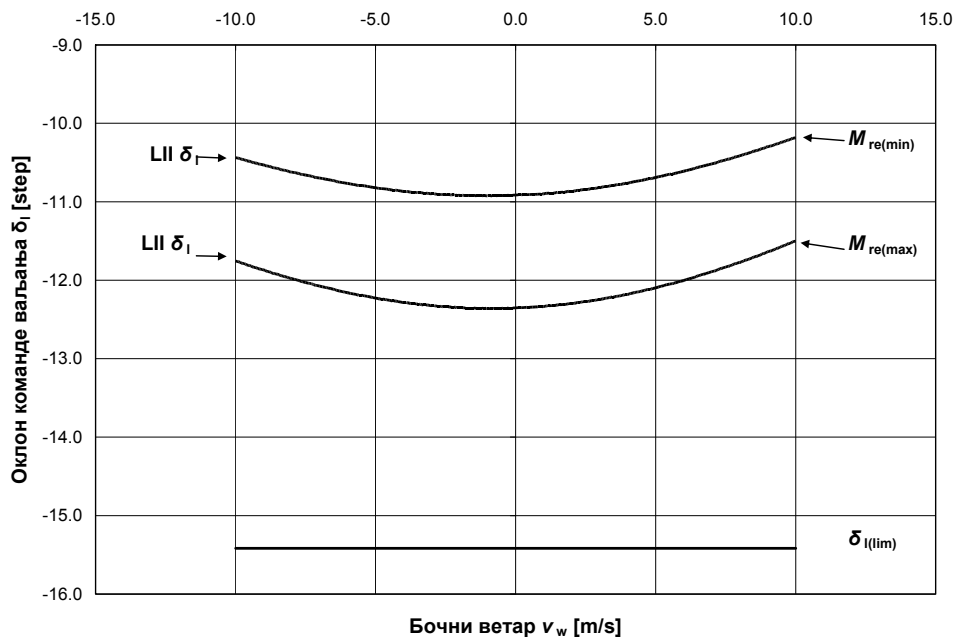
независне, то је потреба за уоквирењем вредности независне у којима се јавља нула функције била главни разлог за укључење трећег мода рада у програм.

Поступак анализе се састоји од неколико корака. Први је избор конфигурације система команди лета и радног режима мотора. Други корак је коришћење трећег мода програма 'VMINLAT' да би се уоквириле области независно променљиве у којима се јављају нуле функција (7.2.45) и (7.2.47). Затим се користи други мод програма 'VMINLAT' да би се одредиле нуле било функције (7.2.45), било функције (7.2.47), а за дате вредности $\delta_{l(\text{lim})}$ и $\delta_{n(\text{lim})}$ и изабрану вредност реактивног момента мотора M_{re} . Излази програма 'VMINLAT' у EXCELL датотеке ради графичке обраде.

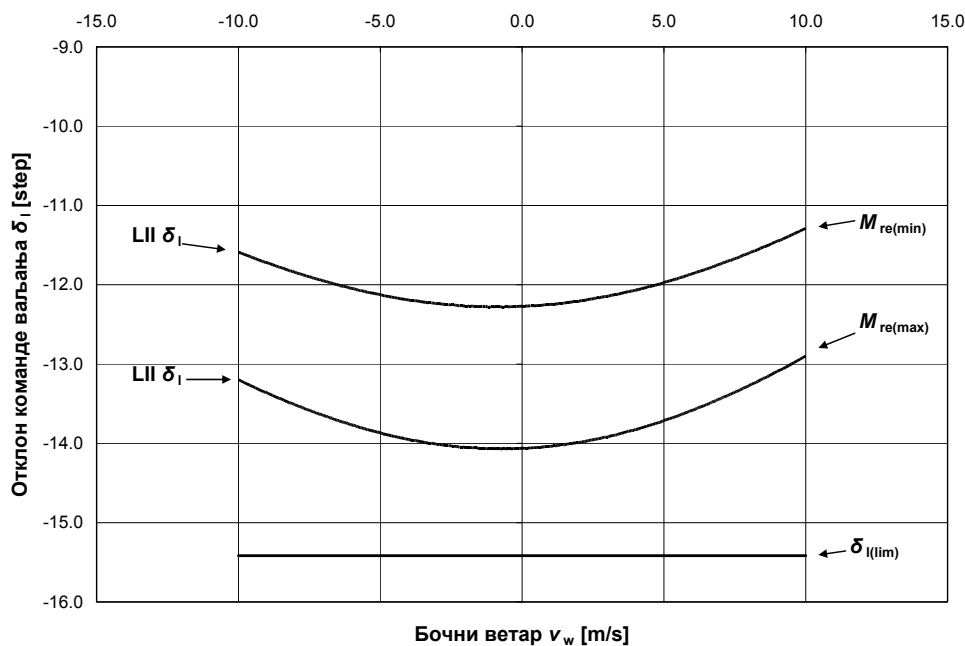
Анализа је начињена за две конфигурације, полетну са $m = 1064.0[\text{kg}]$ и $\delta_{fl} = 20.0^\circ$ и слетну са $m = 960.5[\text{kg}]$ и $\delta_{fl} = 30.0^\circ$, као и за реактивни моменат M_{re} за максимални и слетни режим рада мотора.

Вредност укупног отклона команде ваљања из јед. (7.2.43) у зависности од брзине бочног ветра је срачуната при минималној брзини $V_{\min(s)}$ за обе вредности реактивног момента и упоређена са граничном вредношћу отклона команде ваљања $\delta_{l(\text{lim})} = -15.418^\circ$. Гранични услов је извођење маневра нивоа 2 квалитета лета, што на основу ⁴³ одређује употребну анвелопу лета. Слика 7.3.5 даје резултате за полетну конфигурацију при $V_{\min} = 119.82[\text{km/h}]$, а слика 7.3.6 за слетну при $V_{\min} = 107.42[\text{km/h}]$.

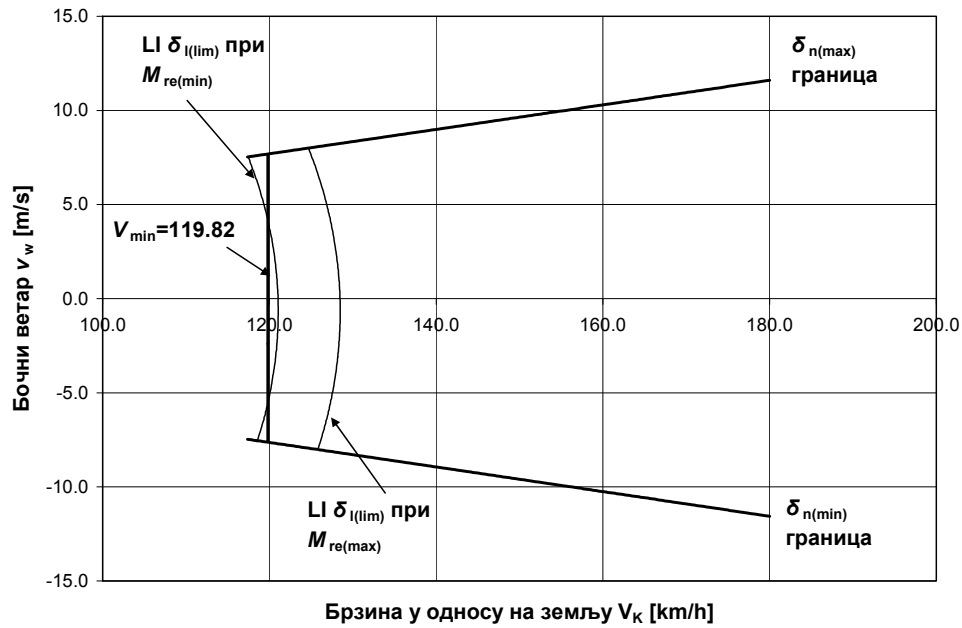
Границе употребне анвелопе лета у облику V_K и v_w , а у зависности од граничних отклона нормалне конфигурације попречно-смерних команди, за $\delta_{l(\text{lim})} = -15.418^\circ$ и $\delta_{n(\text{lim})} = \pm 19.5^\circ$, су дате на слици 7.3.7. за полетну, а на слици 7.3.8 за слетну конфигурацију.



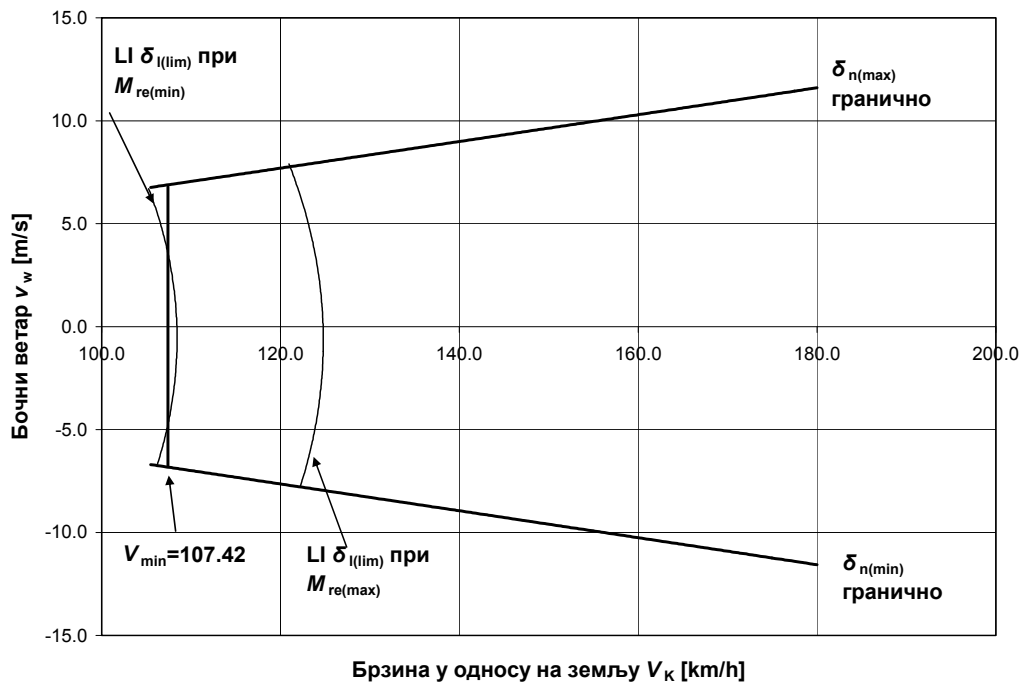
Слика 7.3.5. Отклон команде ваљања потребан за уравнотежење авиона и извођење маневра нивоа 2, дат у функцији бочног ветра при минималној брзини у односу на ваздух $V_{min} = 119.82[km / h]$, за полетну конфигурацију авиона и реактивни моменат M_{re} при минималној и максималној снази мотора.



Слика 7.3.6. Отклон команде ваљања потребан за уравнотежење авиона и извођење маневра нивоа 2, дат у функцији бочног ветра при минималној брзини у односу на ваздух $V_{min} = 107.42[km / h]$, за слетну конфигурацију авиона и реактивни моменат M_{re} при минималној и максималној снази мотора.



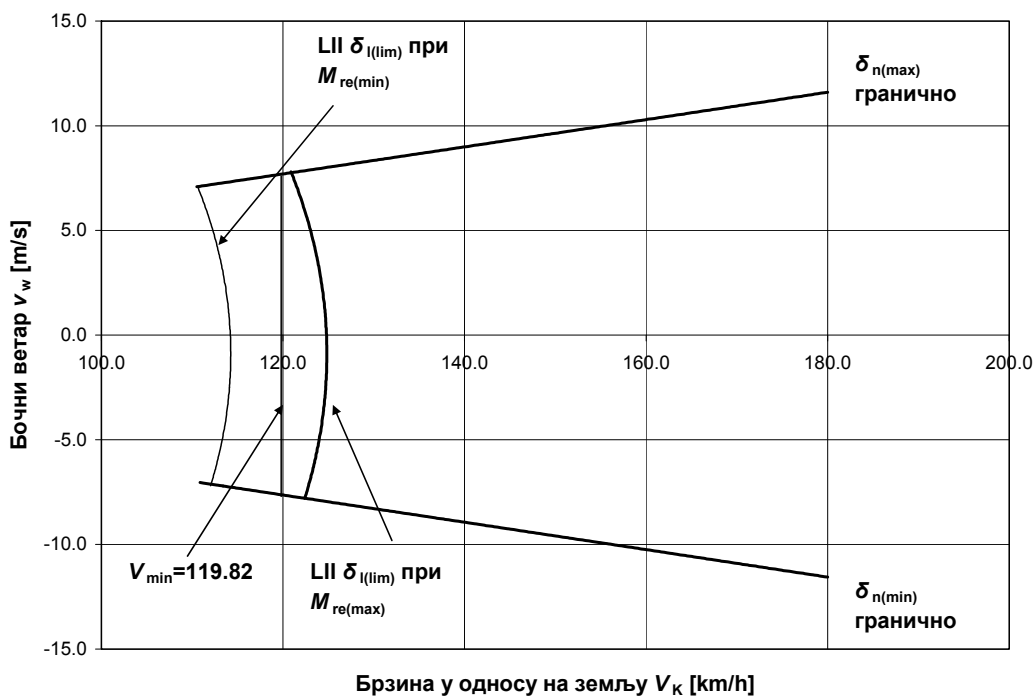
Слика 7.3.7. Границе употребне анвелопе лета услед ауторитета попречно-смерних команди, а за полетну конфигурацију, дате у облику брзине у односу на земљу V_K и и брзине бочног ветра v_w .



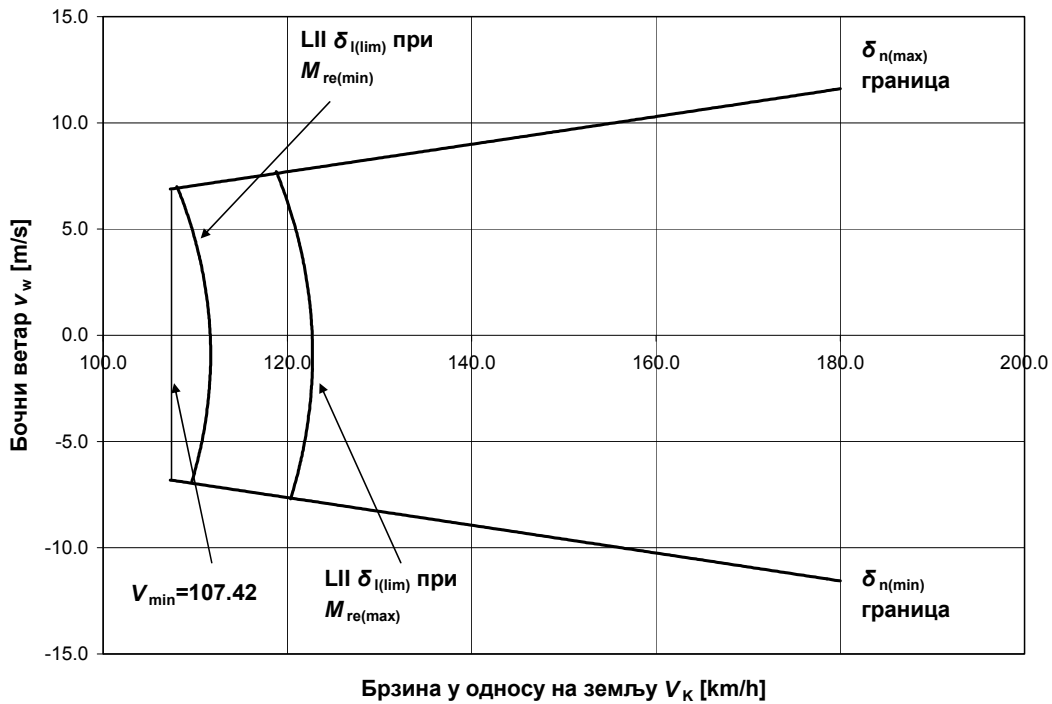
Слика 7.3.8. Границе употребне анвелопе лета услед ауторитета попречно-смерних команди за слетну конфигурацију, дате у облику брзине у односу на земљу V_K и брзине бочног ветра v_w .

Границе употребне анвелопе лета у облику V_K и v_w , а у зависности од граничних отклона конфигурације попречно-смерних команди са ограниченим откломом команде ваљања услед ограничења хода палице, за $\delta_{l(lim)} = -11.36^\circ$ и $\delta_{n(lim)} = \pm 19.5^\circ$, су дате на слици 7.3.9. за полетну, а на слици 7.3.10 за слетну конфигурацију.

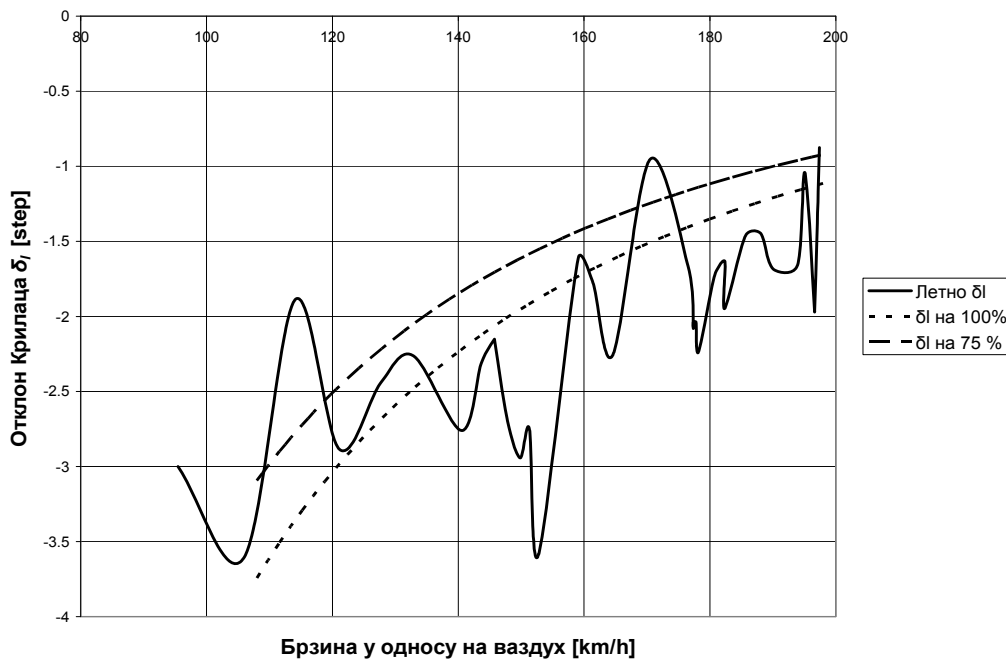
На крају, ради накнадне потврде, слика 7.3.11 садржи поређења вредности команде ваљања добијене мерењима у лету и срачунатих на основу једначина (7.2.34) и (7.2.35), што су решења јед. (7.2.33). Треба напоменути да су летна мерења добијена током једног редовног пробног лета авиона стварне еластичне структуре. При томе авион мења висину и брзину лета, режиме рада мотора и изводи заокрете и маневре. Ови услови се разликују од специјалних услова при којима је дефинисана једначина (7.2.33), која представља посебан једначина кретања авиона као крутог тела дефинисаних у поглављу 4.



Слика 7.3.9. Границе употребне анвелопе лета услед ауторитета попречно-смерних команди за случај са ограниченим откломом команде ваљања, а за полетну конфигурацију, дате у облику брзине у односу на земљу V_K и брзине бочног ветра v_w .



Слика 7.3.10. Границе употребне анвелопе лета услед ауторитета попречно-смерних команди за случај са ограниченим отклоном команде ваљања, а за слетну конфигурацију, дате у облику брзине у односу на земљу V_K и брзине бочног ветра v_w .



Слика 7.3.11. Поређења вредности команде ваљања мерених у лету и добијених прорачуном.

7.3.4 Разматрање резултата

Циљ анализе је да се у оквиру припрема за први лет одреде границе употребне и безбедне анвелопе лета у области терминалних фаза лета стандардне анвелопе лета. Како су минималне брзине лета у односу на ваздух при симетричном оптерећењу $V_{\min(s)}$ познате ⁵³, потребно је, на основу приказаних резултата одредити одредити границе употребне и безбедне анвелопе лета у облику брзине у односу на инерцијални простор V_K и брзине бочног ветра v_w . У анализи су брзине у односу на инерцијални простор и брзине у односу на ваздух дате у километрима на сат ($[km/h]$), да би се резултати приказали у истим јединицама као и на инструменталном панелу. При разматрању резултата треба узети у обзир да је за анализу коришћен модел који занемарује повијање струје услед дејства елисе пропулзора.

Са слике 7.3.2 су, у сагласности са класичном механиком лета, очигледне две ствари: асиметрично оптерећење команде ваљања δ_l услед реактивног момента M_{re} и значајан утицај бочног ветра v_w на отклон команде скретања δ_n .

Слика 7.3.3 приказује резерву команде ваљања δ_l као илустрацију основе за рачунање на основу јед. (7.2.45) граничних услова анвелопе лета на основу ограничења команде ваљања. Брзина у односу на Земљу за коју је нулта резерва команде ваљања δ_l представља границу ауторитета команде за дате захтеве маневра и уравнотежења и истовремено гранични услов анвелопе лета. На сличан начин, слика 7.3.4 је илустрација резерве команде скретања као основе за рачунање граничних услова анвелопе лета. Са слике 7.3.4 је очигледно неколико чињеница. Прва је да, за сваку од вредности бочног ветра, пресек $\delta_n = f(V_K)$ и $\delta_{n(\lim)}$ јасно одређује границу ауторитета команде скретања, друга је да са порастом брзине расте способност за компензацију бочног ветра v_w , а трећа је асиметрија услед реактивног момента мотора.

Слике 7.3.5. и 7.3.6 дају отклоне команде ваљања δ_l у односу на вредност граничног отклона $\delta_{l(\lim)}$ те команде. Ови отклони су срачунати у функцији бочног ветра v_w при минималној брзини $V_{\min(s)}$ за дату конфигурацију авиона, за реактивни моменат M_{re} при максималном и слетном режиму рада и за извршавање маневра нивоа 2

квалитета лета. Захтеви дати у⁴³ одређују границе нивоа 2 као границе употребне анвелопе лета, па су, према томе, вредности δ_l захтеви команде ваљања за дату висину и брзину лета и вредност реактивног момента. Приметно је да да реактивни моменат M_{re} изазива асиметрију у отклону δ_l . Повећање снаге мотора са слетног на максимални режим рада повећава вредност отклона δ_l за $1.5^\circ \div 2.0^\circ$. Овде приказан прорачун служи, такође, као први корак у нумеричком одређивању граница анвелопе лета у терминалним фазама, јер се њиме уоквиравају нуле функција (7.2.45) и (7.2.47), било по V_K , било по v_w .

Слике 7.3.7 и 7.3.8 дају границе употребне анвелопе лета у облику V_K и v_w као функције ограничавајућих отклона $\delta_{l(lim)}$ и $\delta_{n(lim)}$ нормалне конфигурације попречно-смерних команди лета. Границе употребне анвелопе лета су одређене за полетну и слетну конфигурацију авиона и максимални и слетни режим рада мотора. Приметно је да границама употребне анвелопе лета доминира утицај ауторитета команде скретања δ_n , док команда ваљања δ_l допушта маневре нивоа 1 квалитета лета све до брзине блиске $V_{min(s)}$.

Слике 7.3.9 и 7.3.10 дају границе безбедне анвелопе лета у облику V_K и v_w као функције ограничавајућих отклона $\delta_{l(lim)}$ и $\delta_{n(lim)}$ конфигурације попречно-смерних команди лета са смањеним отклоном команде ваљања δ_l услед смањеног бочног померања палице. Приметно је да је минимална безбедна брзина у односу на земљу V_K одређена ограничењем ауторитета команде ваљања, њеном резервом, коју условљава реактивни моменат M_{re} зависан од режима рада мотора. И за полетну и слетну конфигурацију је препоручљиво да за минимуме безбедне брзине користе вредности одређене вредношћу реактивног момента M_{re} на режиму максималне снаге, да би се обезбедила резерва ауторитета команде ваљања δ_l .

Слика 7.3.11 показује да је општи тренд отклона команде ваљања δ_l мерен у лету исти као онај када су вредности δ_l срачунате једначинама (7.2.34) и (7.2.35).

У нормалној конфигурацији попречно-смерних команди лета, ауторитет команде ваљања не поставља никаква допунска ограничења у односу на безбедну анвелопу лета симетрично оптерећеног авиона. Међутим, на минималној брзини лета $V_{\min(s)}$ симетрично оптерећеног авиона, ограничења ауторитета команде скретања δ_n постављају вредност допуштеног бочног ветра на $v_w \approx \pm 6.5 [m/s]$, што је мање од вредности $v_w = \pm 10.0 [m/s]$ захтеване прописом⁴³. Команда скретања δ_n може компензовати захтевану вредност од $v_w = \pm 10.0 [m/s]$ на брзинама лета $V_K \geq 155.0 [km/h]$.

У конфигурацији попречно-смерних команди лета са отклоном команде ваљања δ_l смањеним услед ограниченог бочног хода палице, минимална допуштена брзина лета V_K је, због смањеног ауторитета команде ваљања, одређена реактивним моментом M_{re} . Вредност допуштене минималне брзине услед ограничења команди лета је $V_{\min(ld)} = 127.0 [km/h]$, што одговара режиму максималне снаге мотора. Ово је такође ограничење и у слетној конфигурацији авиона, да би се осигурало безбедно извођење маневра прекида слетања и изласка на други круг.

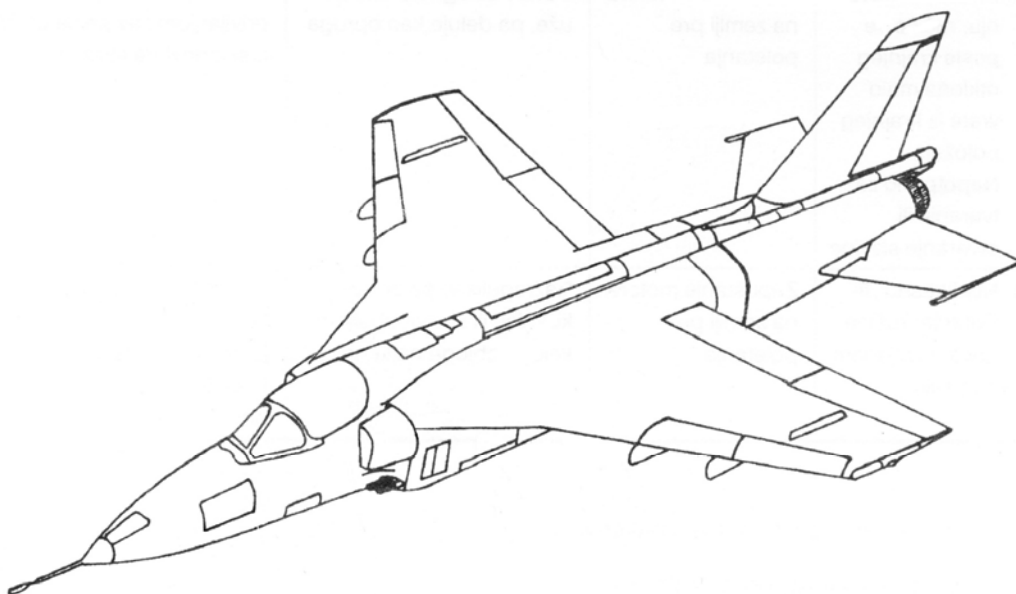
7.4 Анализа утицаја асиметрије услед заосталих подвесних средстава на борбеном авиону

Предмет анализе утицаја асиметрије је дејство асиметричних подвесних средстава заосталих испод десног крила борбеног авиона. Авион који се разматра је ОРАО, транссонични јуришник. Како је циљ приказивања овог примера анализе потврда применљивости поступка методе анализе и за овај случај асиметричних оптерећења, то су за подвесна средства на унутрашњој и спољашњој линији наоружања изабрана два случаја геометрије подвесних средстава из поглавља 6. Изометријски изглед авиона ОРАО је дат на слици 7.4.1.

Сматра се да је асиметрична конфигурација подвесних средстава настала као последица ванредног догађаја, односно да подвесно средство из неког разлога није одбачено приликом дејства. Разматра се асиметрија са подвесним средствима заосталим на десном крилу. Како асиметрична конфигурација није настала при редовној употреби, то ће анализа утицаја асиметрије бити начињена само за фазу слетања, и то у односу на захтеве нивоа 2 квалитета лета, што припада нормалној употреби

авиона, као и захтеве нивоа 3 квалитета лета којима се тражи да се авиону омогући безбедно слетање.

Анализа је начињена у области терминалних фаза анвелопе лета. Разматрања су обављена за висину лета од $H = 200.0[m]$, и у опсегу брзина одређеној у ⁵⁴. Намена анализе је провера ауторитета команди ваљања $\delta_{l(lim)}$ и скретања $\delta_{n(lim)}$ у односу на вредности брзине лета у односу на инерцијални простор V_K и компоненту бочног ветра v_w .



Слика 7.4.1. Изометријски изглед авиона "ОРАО".

7.4.1 Улазни подаци анализе

За анализу је изабран авион ОРАО једносед референтне конфигурације са 50% горива у резервоарима, муницијом топа и пуним лансерима ИЦ мамаца у задњем делу трупа. Маса авиона је $m_a = 7245.64[kg]$, а моменат инерције око X -осе $I_{xx} = 8142.195[kgm^2]$. Референтна површина крила је $S = 26.0[m^2]$, средња аеродинамичка тетива $l_a = 3.0306[m]$, а размах крила $b = 9.3048[m]$. База аеродинамичких података коју користи програм 'VMINLAT' је дата у Прилогу 3 рада.

За примере подвесних средстава је узета референтна геометрија из табеле Т-6.2.2 и остале димензије одређене поступком прорачуна у поглављу 6. Подвесно средство на унутрашњој линији наоружања (УЛН) је пречника $D = 0.400[m]$, дужине испред нападне ивице крила $l_f = 0.9067[m]$ и масе $m = 465.0[kg]$. Подвесно средство на спољашњој линији наоружања је пречника $D = 0.280[m]$, дужине испред нападне ивице крила $l_f = 1.020[m]$ и масе $m = 240.0[kg]$. Масе су одређене тако да су приближно исте вредности релативне специфичне густине оба подвесна средства. Прираштај $\Delta C_{z\alpha}$ за средство на УЛН је половина одговарајуће вредности из табеле Т-6.2.5, а за средство на СЛН је половина одговарајуће вредности из табеле Т-6.2.3. Прираштај градијента бочне силе $\Delta C_{y\beta}$ је одређен на основу (5.1.22) и (5.1.24), при чему су у прорачунима у 6 срачунате вредности доприноса на основу (5.1.22), али због обима нису дате у раду. Доприноси ΔC_{x0} су срачунати на основу ⁵⁵. Референтни геометријски, инерцијални и аеродинамички подаци потребни за анализу поступком изложеним у 7.2 су дати у табели Т-7.4.1.

Т-7.4.1 Референтни геометријски, инерцијални и аеродинамички подаци подвесних средстава коришћених у анализи утицаја асиметрије.

	Средство на УЛН	Средство на СЛН
$D[m]$	0.400	0.280
$l[m]$	0.9067	1.020
$m[kg]$	465.0	240.0
$r_y[m]$	2.3	3.2
ΔC_{x0}	-0.003528	-0.002352
$\Delta C_{y\beta}$	0.0086444	0.0043585
$\Delta C_{z\alpha}$	-0.0206661	-0.0090563

Подаци о отклонима команде ваљања и скретања су узети из ⁵⁶ тако што су максималне вредности отклона управљачке површи одређене при максимално дозвољеним одступањима њене шарнирне осе и отклона излазне ивице. За отклањање командних површи крилаца и вертикалне крме се користе хидраулични сервопокретачи, па се командно коло од покретача до командне површи може практично сматрати као апсолутно круто. Међутим, ефекти еластичности структуре на месту ослонаца

хидрауличних сервопокретача и еластичност самих командних површи се не могу занемарити, па је усвојено да ове еластичности умањују ефективни максимум геометријског отклона командних површи за 10%. Као допуна, отклон вертикалне крме се смањује за допунских 15% ради компензације удара буре. Тада је, за однос из јед. (7.2.41) између отклона расположивог за управљање и структуралног ограничења отклона, за команду ваљања $k_l = 0.9$, а за команду скретања $k_n = 0.75$. Структурално ограничени и за управљање расположиви отклони команди ваљања и скретања су дати у табели Т-7.4.2.

Т-7.4.2 Структурално ограничени и за управљање расположиви отклони команди ваљања и скретања.

	Структурална граница	Гранични отклон
Команда ваљања	$\delta_{l(s)} = \pm 13.6314^\circ$	$\delta_{l(\text{lim})} = \pm 12.2682^\circ$
Команда скретања	$\delta_{n(s)} = \pm 25.0^\circ$	$\delta_{n(\text{lim})} = \pm 18.75^\circ$

У прелиминарном избору су начињена три случаја оптерећења, први са теретом на УЛН, други са теретом на СЛН и трећи са теретом на обе линије наоружања. За масе случаја, добијене на основу референтне масе авиона и масе подвесног средства су на основу⁵⁴ одређене брзине слетања V_{sl} , критична брзина V_{krit} из услова $V_{sl} = 1.15V_{krit}$ и минимална брзина V_{\min} из услова $V_{\min} = 1.1V_{krit}$. Вредности маса и наведених брзина су дате у табели Т-7.4.3.

Т-7.4.3 Маса и брзине слетања, минимална и критична разматраних конфигурација.

Конфигурација	А _р - референтна	А _р + УЛН	А _р + СЛН	А _р + УЛН + СЛН
$m [kg]$	7245.64	7710.64	7485.64	7950.64
$V_{sl} [km / h]$	253.88	261.66	258.02	265.49
$V_{sl} [m / s]$	70.523	72.682	71.673	73.748
$V_{\min} [km / h]$	242.84	250.28	246.80	253.95
$V_{\min} [m / s]$	67.457	69.522	68.557	70.542
$V_{krit} [km / h]$	220.77	227.53	224.37	230.86
$V_{krit} [m / s]$	61.325	63.202	62.324	64.129

Авион ОРАО, у односу на класификацију из⁴³, припада класи IV. За ову класу авиона, на основу података из табеле Т-П1.2.1, се тражи да у терминалним фазама лета начини угао ваљања од $\varphi_{rq} = 30^\circ$ за време од $T_{ac} = 1.1[s]$ да би се задовољили захтеви нивоа 1 квалитета лета и да начини исти угао за време од $T_{ac} = 1.3[s]$ да би се задовољили захтеви нивоа 2 квалитета лета.

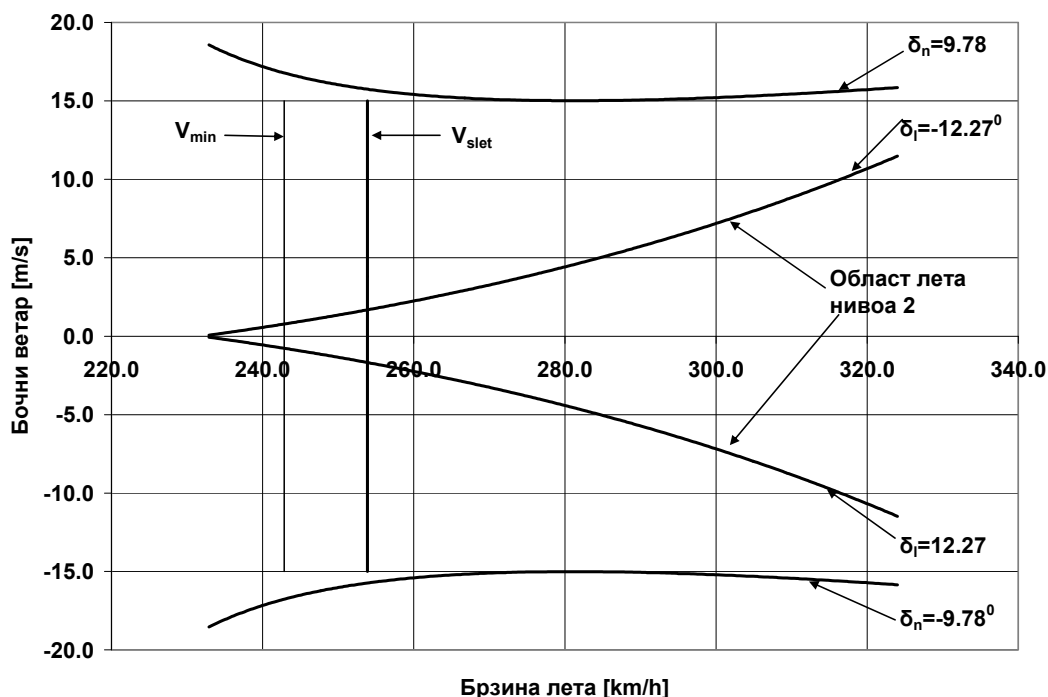
На основу расположивих података је усвојено да на авиону ОРАО уређаји за повећање узгона у фази слетања изазивају прираштај коефицијента узгона при нултом нападном углу α од $\Delta C_{z_0} = -0.475$, не мењајући притом градијент коефицијента узгона $C_{z\alpha}$. У том случају су, за наведене масе и брзине слетања, вредности нападног угла α у опсегу од 6.0° до 8.0° .

7.4.2 Одређивање анvelope безбедног лета услед ограничења ауторитета команди лета попречно-смерног облика кретања

Анvelope безбедног лета авиона 'ОРАО' при ванредном асиметричном оптерећењу у фази слетања, условљена ограничењима ауторитета команди лета попречно-смерног облика кретања, је урађена програмом 'VMINLAT', изложеном у Прилогу 2. Примењени поступак одређивања ове анvelope безбедног лета је образложен у поглављу 7.3.2, тако да ће овде бити само изложени њиме добијени резултати. Анализа је начињена за три конфигурације, референтну, без подвесних терета, са подвесним теретом од 465.0 [kg] на УЛН испод десног крила и са подвесним теретом од 240.0 [kg] на СЛН испод десног крила.

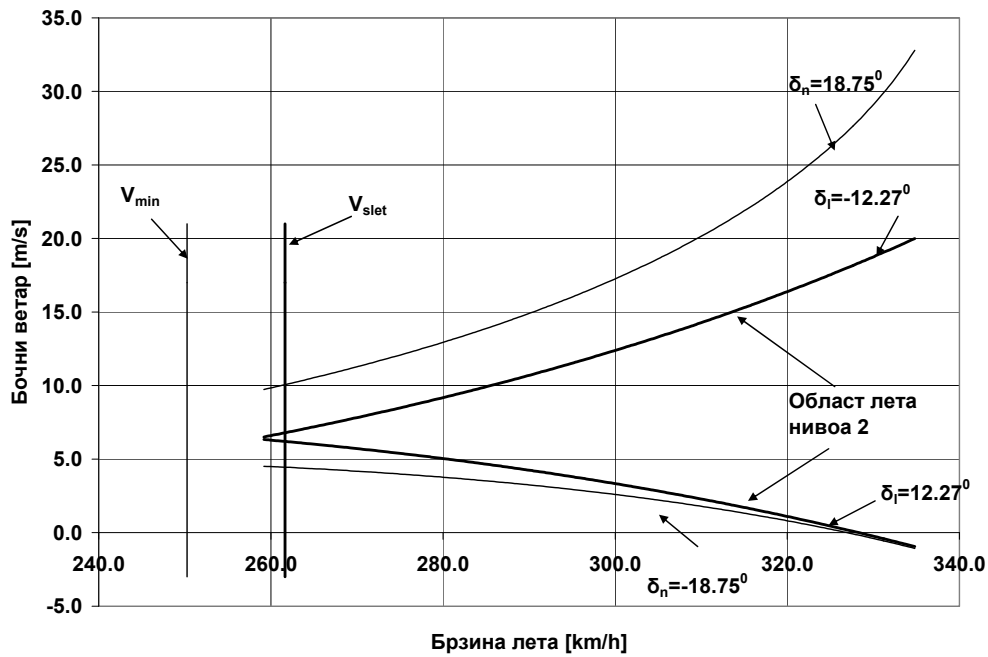
Анализа референтне конфигурације авиона ОРАО, без подвесних терета, је урађена из два разлога. Први је да би се одредиле границе анvelope лета у облику брзине лета V_K и бочне компоненте ветра v_w за симетричну конфигурацију авиона, а други је да такве симетричне границе анvelope лета послуже као основа за поређење са случајевима асиметричног оптерећења. Границе анvelope лета у фази слетања за референтну конфигурацију авиона без подвесних терета је дата на слици 7.4.2.

Границе анvelope лета у облику брзине лета V_K и бочне компоненте ветра v_w су за асиметричну конфигурацију са подвесним теретом од 465.0 [kg] на УЛН испод

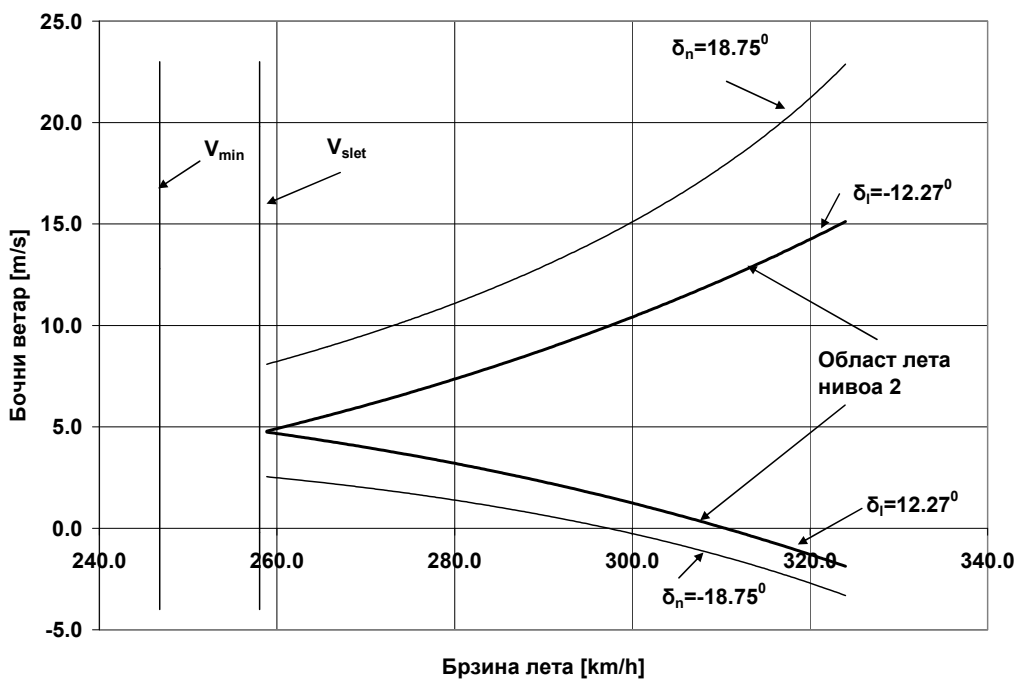


Слика 7.4.2. Граница употребне анвелопе лета на основу ауторитета команди лета попречно-смерног облика кретања, изражене у облику брзине лета V_K и бочне компоненте ветра v_w , а за референтну конфигурацију авиона 'ОРАО'.

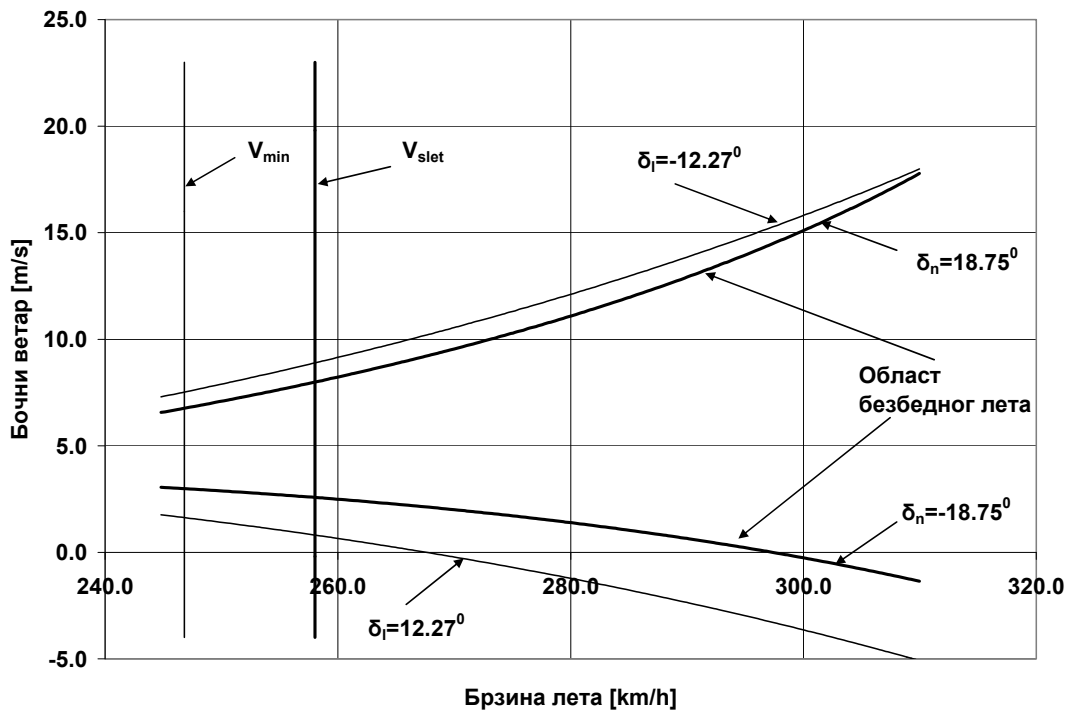
десног крила дате на слици 7.4.3, а за конфигурацију са подвесним теретом од 240.0 [kg] на СЛН испод десног крила на слици 7.4.4. Наведене две конфигурације су анализиране при испуњењу захтева маневра крилцима за задовољење нивоа 2 квалитета лета, односно за достизање угла ваљања од $\varphi_{rq} = 30^\circ$ за време од $T_{ac} = 1.3[s]$, што дефинише употребну анвелопу лета. Како се асиметрија може сматрати као ванредан догађај, то се могу разматрати и маневри ваљања који су у границама нивоа 3 квалитета лета. Ниво 3 квалитета лета из⁴³ одређује границе допуштене анвелопе лета, односно безбедан повратак авиона на аеродром. Због тога је за асиметрију са подвесним теретом од 240.0 [kg] на СЛН испод десног крила начињена анализа са временом за остварење маневра од $T_{ac} = 1.65[s]$, што је мање од граничне вредности временена остварења маневра нивоа 3 од $T_{ac} = 2.0[s]$. Границе анвелопе лета у облику брзине лета V_K и бочне компоненте ветра v_w су за асиметричну конфигурацију са подвесним теретом од 240.0 [kg] на СЛН и вменом остварења маневра од $T_{ac} = 1.65[s]$ дате на слици 7.4.5.



Слика 7.4.3. Граница безбедне анвелопе лета на основу ауторитета команди лета попречно-смерног облика кретања, изражене у облику брзине лета V_K и бочне компоненте ветра v_w , а за конфигурацију авиона ОРАО са подвесним теретом од 465.0 [kg] на десној УЛН.



Слика 7.4.4. Граница употребне анвелопе лета на основу ауторитета команди лета попречно-смерног облика кретања, изражене у облику брзине лета V_K и бочне компоненте ветра v_w , а за конфигурацију авиона ОРАО са подвесним теретом од 240.0 [kg] на десној СЛН.



Слика 7.4.5. Граница безбедне анvelope лета на основу ауторитета команди лета попречно-смерног облика кретања, изражене у облику брзине лета V_K и бочне компоненте ветра v_w , а за конфигурацију авиона ОРАО са подвесним теретом од 240.0 [kg] на десној СЛН при нивоу 3 квалитета лета услед команде ваљања.

7.4.3 Анализа добијених резултата

Пре разматрања резултата је важно напоменути да је, у односу на граничну вредност команде ваљања $\delta_{l(lim)}$, анvelope изражена у облику брзине лета V_K и бочне компоненте ветра v_w , условљена и захтевима маневра, захтеваним углом ваљања φ_{rq} и временом T_{ac} потребним да се тај угао оствари. Пропис⁴³ дефинише ниво 2 квалитета лета као нормалну употребу авиона уз повећано радно оптерећење пилота, а ниво 3 квалитета лета као онај који допушта безбедан повратак авиона на аеродром и његово слетање. На основу тога, гранични услови нивоа 2 квалитета лета одређују употребну анvelopeу лета, а гранични услови нивоа 3 допуштену анvelopeу лета. Промена услова маневра, њихова релаксација, допушта и промену дате анvelopeе лета. Са друге стране, гранична вредност команде скретања $\delta_{n(lim)}$ непосредно

одређује допуштену, безбедну, анвелопу лета изражену у облику брзине лета V_K и бочне компоненте ветра v_w .

Слика 7.4.2 показује да је у референтној конфигурацији унутар употребне анвелопе ауторитет команде скретања знатно већи од ауторитета команде ваљања. Захтев из ⁴³ да је потребно компензовати бочну компоненте ветра од $v_w = \pm 15.075 [m / s]$ је могуће остварити већ са отклоном коменде скретања $\delta_n = \pm 9.78^\circ$, што је знатно мање од граничне вредности отклона $\delta_{n(\text{lim})} = \pm 18.75^\circ$. Међутим, евидентно је да употребну анвелопу по брзини лета V_K и бочном ветру v_w одређује гранични отклон крилаца $\delta_{l(\text{lim})} = \pm 12.27^\circ$, па је тако на брзини слетања $V_{sl} \approx 254.0 [km/h]$ крилцима могуће компензовати бочни ветар $v_w = \pm 1.68 [m / s]$ и при томе за $T_{ac} = 1.3 [s]$ остварити угао ваљања од $\varphi_{rq} = 30^\circ$.

Разматрани случајеви са асиметричним подвесним теретима испод десног крила имају неколико заједничких особина. Прва, очекивана, је да бочни ветар из правца крила са асиметричним подвесним средством умањује дејство асиметрије, а као последица анвелопа изражена у облику брзине лета V_K и бочне компоненте ветра v_w је померена ка вредностима v_w у правцу асиметрије. Брзине слетања без бочног ветра су значајно померене у односу на вредности брзине слетања V_{sl} за исту масу, али без асиметрије. Коначно, слетање са бочним ветром v_w из правца растерећеног крила је немогуће.

Резултати за асиметричан терет масе $465.0 [kg]$ на десној УЛН са слике 7.4.3 показују да су блиске границе анвелопе лета одређене из ауторитета команде ваљања при отклону $\delta_{l(\text{lim})} = 12.27^\circ$ и захтеву за остварењем маневра нивоа 2 квалитета лета и границе одређене из ауторитета команде скретања при граничном отклону $\delta_{n(\text{lim})} = -18.75^\circ$. Практично је иста граница употребне анвелопе из команде ваљања и допуштене анвелопе из команде скретања. У овом случају је брзина слетања без бочног ветра $V_{sl} \approx 330.0 [km / h]$. Мада у упуту пилоту за овај авион ⁵⁴ није наведена максимална брзина слетања, у консултацијама са пилотима је добијен податак да је

максимална брзина слетања ограничена на $V_{sl(max)} = 320.0[km / h]$. Један од начина за одређивање максималне брзине слетања је и примена модела пилота у управљачкој контури авиона на задатку слетања и при познатом спектру поремећаја услед кретања атмосфере. За позната ограничења пилота као управљачког елемента и авион као управљан систем је, приликом пораста пропусног опсега авиона услед повећања брзине лета, могуће одредити ону максималну брзину слетања $V_{sl(max)}$ при којој пилот може компензовати дате поремећаје.

На слици 7.4.4 су дати резултати анализе за асиметричан подвесни терет масе 240.0 [kg] на СЛН испод десног крила. Употребна анвелопа лета одређена из ауторитета команде ваљања при отклону $\delta_{l(lim)} = 12.27^{\circ}$ и захтеву за остварењем маневра нивоа 2 квалитета лета даје брзину слетања без бочног ветра $V_{sl} \approx 310.0[km / h]$, што је блиско максималној брзини слетања $V_{sl(max)} = 320.0[km / h]$. Међутим, при ванредним догађајима као што је појава асиметрије, је могућ лет унутар допуштене анвелопе лета. Како је за дату класу авиона граница нивоа 3 квалитета лета одређена временом $T_{ac} = 2.0[s]$ за достизање угла ваљања од $\varphi_{rq} = 30^{\circ}$, то је за асиметричан подвесни терет масе 240.0 [kg] на СЛН испод десног крила одређена вредност међе анвелопе лета при граничном отклону $\delta_{l(lim)} = 12.27^{\circ}$ и захтеваним временом за достизање угла ваљања од $\varphi_{rq} = 30^{\circ}$ од $T_{ac} = 1.65[s]$, што је на средини између граница захтева за ниво 2 и ниво 3 квалитета лета. Добијени резултати су дати на слици 7.4.5. У оба случаја је граница у односу на ауторитет команде скретања одређена за њен отклон од $\delta_{n(lim)} = -18.75^{\circ}$. Допуштена анвелопа лета одређена на основу ауторитета команде скретања даје брзину слетања без бочног ветра $V_{sl} \approx 297.0[km / h]$,

На основу предходно наведених разматрања се закључује да није могуће слетање са асиметричним теретом масе 465.0 [kg] на УЛН, а да је за асиметричан подвесни терет масе 240.0 [kg] на СЛН могуће слетање унутар допуштене анвелопе лета.

7.5 Осврт на поступак анализе

Примерима датим у 7.3 и 7.4 је потврђена применљивост изложеног поступка анализе на свим случајевима оптерећења обухваћеним моделом датим у 7.2. Мада је

метода релативно једноставна, у оквиру припреме за нумеричко решавање је потребно директним поступком из програма 'VMINLAT' одредити области у којима се налазе нуле функција. Добијени резултати анализе су у односу на пилота као крајњег корисника дати у јасном облику директно применљивом на поступак управљања летом.

Приказани примери су са аеродинамичким подацима у линеарном домену промене узгона у зависности од нападног угла, добијених прорачуном и коригованих аеротунелским мерењима. Проширење поступка анализе на област превученог лета захтева једноставно проширење базе табличних функција аеродинамичких података у наведену област.

Такође је могуће увођење поремећаја који нису обухваћени датим примерима анализе. На пример, код авиона са елисом се утицај вртложног трага елисе на отклон команде скретања δ_n у анализу може увести на основу података мерених у лету. Тада би се, на начин сличан ономе који је приказан код команде ваљања, отклон команде скретања δ_n састојао од дела потребног да компензује дејства вртложног трага елисе и дела потребног за компензацију осталих поремећеја.

8 ЗАКЉУЧАК

Основни циљеви овог рада су повезани са развојом методологије која ће у раним фазама поступка пројектовања динамичких особина и квалитета лета авиона у анализу укључити утицаје спољашњих средстава и асиметрија. Остварење овог основног циља је изведено кроз неколико етапа. Прва етапа је била развој модела динамике авиона као крутог тела који је довољно детаљан и јасан да омогући, са једне стране увид у све утицаје спољашњих терета и асиметрија на динамичке особине и квалитет лета авиона, а са друге да допусти, у складу са постављеним захтевима анализе, степен апстракције и редукције модела који даје резултате задовољавајуће тачности. Друга етапа је израда општег модела утицаја спољашњих средстава који омогућава разматрање, како симетричних, тако и асиметричних конфигурација авиона, са давањем облика који омогућава њихово укључења у програмске реализације намењене анализи динамике лета авиона. .

У завршној етапи су се истраживања у областима конкретне примене одвијала у два правца. Први је развој општег апроксимативног поступка за одређивање утицаја подвесних средстава на статичку стабилност датог авиона. Циљ поступка је да се, поређењем конкретног подвесног средства са општим моделом подвесних средстава, дају брзи одговори о прихватљивости подвешавања датог средства на авион, са резултатом да је или средство прихватљиво или је потребно допунска анализа. Са инжењерског становишта, резултат је да примена поступка смањује потребне ресурсе

ангажоване на пројекту и праћењу експлоатације авиона. Други правац је била реализација и програмска имплементација поступка за анализу могућности компензације асиметричних оптерећења авиона у терминалним фазама лета. Поступак се бави попречно-смерним модом стационарног кретања авиона, а одређује границе анvelope лета на основу ограничења ауторитета команди лета овог мода. Метода је заснована на поређењу захтева који се командама лета постављају за извођење маневра и компензацију бочног ветра и дејстава асиметричних оптерећења са ауторитетом који је командама расположив. Поступак је применљив за било који облик асиметричног оптерећења, независно од начина његовог настанка. Основна особина поступка је једноставност и независност у односу на, како поремећаје који делују на авион, тако и порекло улазних података који се у поступку користе. Ово чини да поступак одговара цикличној природи пројектовања авиона, од почетних прорачуна, па до завршне интеграције података добијених испитивањима у лету.

Основни допринос рада је да је, реализацијом постављеног циља кроз наведене етапе, омогућено разматрање утицаја спољашњих средстава и асиметричних оптерећења авиона у свим фазама пројектовања. Практични доприноси у примени апроксимативног поступка за одређивање утицаја подвесних средстава на статичку стабилност датог авиона се огледа у смањењу ресурса при пројектовању и праћењу експлоатације авиона. Највећи допринос рада је одређивање ограничења употребе авиона при постојању асиметричних оптерећења. Укупна ограничења било ког динамичког система представља скуп свих његових парцијалних ограничења. На основу тога, ограничења употребе авиона при постојању асиметричних оптерећења су део његових општих ограничења. Посебан значај произилази из тога да је као критеријум за ограничења анvelope лета усвојена гранична вредност ауторитета команди лета. Како сва управљања динамиком лета авиона проистичу из способности команди лета да остваре потребне аеродинамичке силе и моменте, из њиховог ауторитета, то изван граница одређених ауторитетом команди лета није могуће остварити управљање авионом било којим обликом система управљања летом, што указује на општи значај добијени резултата. У случају реализације аутоматског система управљања са електричним командама лета, ограничења услед асиметричних оптерећења постају део општих ограничења анvelope лета која су као параметри уграђена рачунар са имплементираним законима управљања. Код класичних механичких команди лета

ограничења услед асиметричних оптерећења постају део општих ограничења употребе авиона садржаних у упућу пилоту.

У овом тренутку се сагледавају следећи могући правци развоја проучавања обављеним у овом раду. Први, који је у току, је развој програмског решења јединствене базе аеродинамичких података авиона са подвесним средствима. Ова база је применљива за било који облик конфигурације авиона, како симетричан, тако и асиметричан, у у налажењу директног решења проблема динамике лета, симулацији. Како је постојећи алгоритам програма за налажење инверзног решења проблема динамике лета, одређивање номинала, ограничен на симетричне конфигурације авиона, то је и примена ове базе података са спољашњим средствима у наведеном програму ограничена на симетричне конфигурације. У току је такође и развој симулационог програма намењеног раду како у off-line режиму рада, тако и on-line режиму рада, који обухвата дејства свих подсистема чији су модели приказани у овом раду.

Поступак за анализу могућности компензације асиметричних оптерећења авиона представља неопходан увод у одређивању начина како да се постојећи метод налажења инверзног решења проблема динамике лета прошири на случајеве у којима постоји асиметрија.

ПРИЛОГ 1

П1 ОГРАНИЧЕЊА АВИОНА И ПАРАМЕТРИ МАНЕВРА ПРОИСТЕКЛИ ИЗ ПРОПИСА О КВАЛИТЕТУ ЛЕТА

Ваздухопловни прописи дају одреднице које авиони морају испунити при остваривању одређеног вида примене. Поступак провере полази од познатог скупа карактеристика авиона које су основа за прорачуне и мерења чији резултати дају параметре који морају задовољити одреднице ваздухопловних прописа. Са друге стране, инверзним поступком се, полазећи од одредница ваздухопловних прописа, могу одредити гранични услови карактеристика авиона.

Посматрају се класичне авионске конфигурације стабилисане репним узгонским површима, са положајем тежишта испред неутралне тачке. За одређивање резерве стабилности се користи модел по одступањима авиона, добијен у односу на неки стационарни режим лета авиона. Када су одступања величина стања авиона довољно мала, тада се унутар опсега одступања опште нелинеарне једначине кретања могу са задовољавајућом тачношћу апроксимирати системом линеарних диференцијалних једначина првог реда. Референтни режим у односу на који је дефинисан модел по одступањима је, најчешће, праволинијски стационарни хоризонтални лет са вертикалном равни симетрије авиона. Тада се јављају два облика кретања по одступањима авиона која немају узајамног утицаја и која се могу раздвојено посматрати, а то су уздужно и попречно-смерно кретање. Сваки од ових облика је описан системом линеарних диференцијалних једначина шестог реда.

П1.1 Одређивање резерве стабилности класичних авионских конфигурација на основу захтева за квалитетом лета из прописа MIL-F-8785C⁴³

Уздужни облик кретања је са три истакнута мода за које су везане одређене величине стања, а који се одликују карактеристичним учестаностима и областима положаја положаја. Како је уздужни облик кретања индиферентан у односу на почетни положај авиона, то је један пар положаја практично у нули коњуговано-комплексне равни. Преостала два мода су кратко-периодични, који се одликује осцилаторним променама нападног угла $\bar{\alpha}$ и угаоне брзине пропињања \bar{q} при непромењеној брзини и висини, и фугоидни код кога долази до осцилаторне промене брзине и висине при непромењеном нападном углу $\bar{\alpha}$.

Једначине кратко-периодичне апроксимација модела по одступањима уздужног кретања авиона су

$$\begin{aligned}
 -C_{z\alpha} \cdot \bar{\alpha} + \left(\frac{mV}{S \cdot Q_d} - \frac{l_a}{mV} \cdot C_{z\dot{\alpha}} \right) \dot{\bar{\alpha}} - \left(\frac{mV}{S \cdot Q_d} + \frac{l_a}{2V} C_{zq} \right) \dot{\bar{\theta}} - \frac{mg}{S \cdot Q_d} \cdot (\sin \theta_0) \cdot \bar{\theta} &= C_{z\delta_m} \cdot \bar{\delta}_m \\
 -\frac{l_a}{2V} \cdot C_{m\dot{\alpha}} \dot{\bar{\alpha}} - C_{m\alpha} \bar{\alpha} + \frac{I_y}{S \cdot Q_d \cdot l_a} \ddot{\bar{\theta}} - \frac{l_a}{2V} C_{mq} \dot{\bar{\theta}} &= C_{m\delta_m} \cdot \bar{\delta}_m \quad (\text{П1.1.1}) \\
 \dot{\bar{\theta}} &= \bar{q}
 \end{aligned}$$

У предходном систему једначина су коришћене следеће ознаке:

- $\bar{\alpha}$ - одступање нападног угла α ,
- $\bar{\theta}$ - одступање угла пропињања Θ ,
- \bar{q} - угаона брзина пропињања,
- $\bar{\delta}_m$ - одступање команде пропињања,
- θ_0 - угао пропињања равнотежног режима,
- V - брзина лета,
- Q_d - динамички притисак,
- S - површина крила,
- l_a - средња аеродинамичка тетива,
- m - маса авиона,
- g - убрзање Земљине теже

- $C_{z\alpha}$ - дериватив коефицијента узгона по нападном углу
 $C_{z\dot{\alpha}}$ - дериватив коефицијента узгона по брзини промене нападног угла,
 C_{zq} - дериватив коефицијента узгона по угаоној брзини пропињања,
 $C_{z\delta_m}$ - дериватив коефицијента узгона по команди пропињања
 $C_{m\alpha}$ - дериватив коефицијента момента пропињања по нападном углу
 $C_{m\dot{\alpha}}$ - дериватив коефицијента момента пропињања по брзини промене нападног угла,
 C_{mq} - дериватив коефицијента момента пропињања по угаоној брзини пропињања,
 $C_{m\delta_m}$ - дериватив коефицијента момента пропињања по команди пропињања.

За дати случај кретања важе релације

$$\frac{l_a}{mV} \cdot C_{z\dot{\alpha}} \ll \frac{mV}{S \cdot q_d}; \quad \frac{l_a}{2V} C_{zq} \ll \frac{mV}{S \cdot q_d}; \quad \theta_0 \approx 0; \quad \sin \theta_0 \approx 0, \quad (\text{П1.1.2})$$

те се чланови уз $C_{z\dot{\alpha}}$ и C_{zq} могу занемарити па систем (П1.1.1) добија облик

$$\begin{aligned} \frac{mV}{S \cdot Q_d} \dot{\bar{\alpha}} - C_{z\alpha} \bar{\alpha} - \frac{mV}{S \cdot Q_d} \dot{\bar{\theta}} &= C_{z\delta_m} \bar{\delta}_m \\ -\frac{l_a}{2V} \cdot C_{m\dot{\alpha}} \dot{\bar{\alpha}} - C_{m\alpha} \bar{\alpha} + \frac{I_y}{S \cdot Q_d \cdot l_a} \ddot{\bar{\theta}} - \frac{l_a}{2V} C_{mq} \dot{\bar{\theta}} &= C_{m\delta_m} \bar{\delta}_m \end{aligned} \quad (\text{П1.1.3})$$

Лапласовом трансформацијом диференцијалне једначине (П1.1.3) се добија алгебарска једначина

$$\begin{aligned} \left(\frac{mV}{S \cdot Q_d} \cdot s - C_{z\alpha} \right) \cdot \bar{\alpha}(s) - \frac{mV}{S \cdot Q_d} \cdot s \cdot \bar{\theta}(s) &= C_{z\delta_m} \cdot \bar{\delta}_m(s) \\ -\left(\frac{l_a}{2V} \cdot C_{m\dot{\alpha}} \cdot s + C_{m\alpha} \right) \bar{\alpha}(s) + \left(\frac{I_y}{S \cdot Q_d \cdot l_a} s^2 - \frac{l_a}{2V} C_{mq} \cdot s \right) \bar{\theta}(s) &= C_{m\delta_m} \cdot \bar{\delta}_m(s) \end{aligned} \quad (\text{П1.1.4})$$

Детерминанта хомогеног облика система једначина (П1.1.4) је

$$Det = A_2 \cdot s^2 + A_1 \cdot s + A_0, \quad (\text{П1.1.5})$$

где је

$$\begin{aligned}
A_2 &= \frac{I_y}{S \cdot Q_d} \cdot l_a \frac{mV}{S \cdot Q_d} \\
A_1 &= - \left[\frac{I_y}{S \cdot Q_d} C_{z\alpha} + \frac{mV}{S \cdot Q_d} \frac{l_a}{2V} (C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}) \right] \\
A_0 &= \left(\frac{l_a}{2V} \right) C_{mq} C_{z\alpha} - \frac{mV}{S \cdot Q_d} C_{m\alpha}
\end{aligned} \tag{П1.1.6}$$

Функције преноса по $\bar{\alpha}$ и $\bar{\theta}$ су

$$\bar{\alpha}(s) = \frac{B \cdot s + C}{Det} \bar{\delta}_m(s); \quad \bar{\theta}(s) = \frac{1}{s} \frac{D \cdot s + E}{Det} \bar{\delta}_m(s), \tag{П1.1.7}$$

где су

$$\begin{aligned}
B &= \frac{I_y}{S \cdot Q_d} C_{z\delta m}; & C &= - \frac{l_a}{2V} C_{mq} C_{z\delta m} + \frac{mV}{S \cdot Q_d} C_{m\delta m}; \\
D &= \frac{mV}{S \cdot Q_d} C_{m\delta m} + \frac{l_a}{2V} C_{m\alpha} C_{z\delta m}; & E &= -C_{z\alpha} C_{m\delta m} + C_{m\alpha} C_{z\delta m};
\end{aligned} \tag{П1.1.8}$$

Нормално убрзање a_z и коефицијент нормалног оптерећења $n = a_z/g$ су

$$a_z = V \left(\dot{\bar{\theta}} - \dot{\bar{\alpha}} \right); \quad n = \frac{V}{g} \left(\dot{\bar{\theta}} - \dot{\bar{\alpha}} \right) \tag{П1.1.9}$$

На основу (П1.1.7) се добија да је коефицијент нормалног оптерећења

$$n = \frac{V}{g} \frac{D \cdot s + E - B \cdot s^2 - C \cdot s}{Det} \delta_m(s) \tag{П1.1.10}$$

Нормирањем (П1.1.10) по $\bar{\alpha}$ из (П1.1.7) се добија да је однос

$$\frac{n}{\bar{\alpha}} = \frac{V}{g} \frac{-B \cdot s^2 + (D - C) \cdot s + E}{B \cdot s + C} \tag{П1.1.11}$$

За стационарне режиме, по завршетку прелазног процеса, је $t \rightarrow \infty$, док је у функцијама преноса $s \rightarrow 0$. На основу тога, у стационарном режиму, једначина (П1.1.11) која је изведена из (П1.1.7) постаје

$$\left(\frac{n}{\bar{\alpha}} \right)_{t \rightarrow \infty} = \frac{V}{g} \frac{E}{C} = \frac{V}{g} \frac{-C_{z\alpha} C_{m\delta m} + C_{m\alpha} C_{z\delta m}}{-\frac{l_a}{2V} C_{mq} C_{z\delta m} + \frac{mV}{S \cdot Q_d} C_{m\delta m}} \tag{П1.1.12}$$

Бројним примером се показује да се чланови $C_{m\alpha} C_{z\delta_m}$ и $\frac{l_a}{2V} C_{mq} C_{z\delta_m}$ у једначини (П1.1.12) могу занемарити, па је коначан приближан израз за $n/\bar{\alpha}$

$$\left(\frac{n}{\bar{\alpha}}\right)_{t \rightarrow \infty} = -\frac{S \cdot Q_d}{mg} C_{z\alpha} \quad (\text{П1.1.13})$$

Природна учестаност кратко-периодичног мода уздужног кретања је, на основу (П1.1.5) и (П1.1.6)

$$\omega_{nsp}^2 = \frac{A_0}{A_2} = \frac{\frac{l_a}{2V} C_{mq} C_{z\alpha} - \frac{mV}{S \cdot Q_d} C_{m\alpha}}{\frac{I_y}{S \cdot Q_d \cdot l_a} \frac{mV}{S \cdot Q_d}} \quad (\text{П1.1.14})$$

Дериватив $C_{m\alpha}$ је парцијални извод коефицијента момента пропињања по нападном углу α , а $C_{z\alpha}$ парцијални извод коефицијента силе у z правцу по нападном углу, или

$$C_{m\alpha} = \frac{\partial C_m}{\partial \bar{\alpha}} = \frac{\partial C_m}{\partial \alpha}; \quad C_{z\alpha} = \frac{\partial C_z}{\partial \bar{\alpha}} = \frac{\partial C_z}{\partial \alpha} \quad (\text{П1.1.15})$$

Између њих се може успоставити однос

$$C_{m\alpha} = \frac{\partial C_m}{\partial \bar{\alpha}} = \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} = \frac{\partial C_z}{\partial \alpha} \frac{\partial C_m}{\partial C_z} = C_{z\alpha} \frac{\partial C_m}{\partial C_z}.$$

Нека је са N_0 одређен релативан положај по средњој аеродинамичкој тетиви l_a за коју је испуњен услов

$$\frac{\partial C_m}{\partial \alpha} = C_{m\alpha} = 0. \quad (\text{П1.1.16})$$

Нека је $(x/l_a)_{C.G.}$ релативни положај тежишта. Растојање између тежишта и неутралне тачке представља резерву стабилности авиона Δ

$$\Delta = \left(\frac{x}{l_a}\right)_{C.G.} - N_0. \quad (\text{П1.1.17})$$

Ако је $\partial C_{m\alpha}$ прираштај дериватива коефицијента момента пропињања, а $\partial C_{z\alpha}$ прираштај дериватива коефицијента силе у z правцу, посматрањем моментне једначине пропињања у тежишту даје

$$\partial C_{m\alpha} = \Delta \partial C_{z\alpha} . \quad (\text{П1.1.18})$$

Пошто се посматра линеаризовано кретање авиона, то је

$$\frac{\partial C_{m\alpha}}{\partial C_{z\alpha}} = \frac{\partial C_m}{\partial C_z} \approx \frac{C_m}{C_z} = \frac{C_{m\alpha}}{C_{z\alpha}} = \Delta \quad (\text{П1.1.19})$$

одакле произилаз да је

$$C_{m\alpha} = \Delta \cdot C_{z\alpha} . \quad (\text{П1.1.20})$$

Пропис ⁴³ одређује односе између следећих величина кратко-периодичног мода уздужног кретања: ω_{nsp}^2 , $\left(\frac{\omega_{nsp}^2}{n/\alpha}\right)$ и n/α . На основу (П1.1.13), (П1.1.14) и (П1.1.20) се

по сређивању добија

$$\omega_{nsp}^2 = \frac{S \cdot Q_d \cdot l_a}{I_y} C_{z\alpha} \left(-\Delta + \frac{\rho \cdot S \cdot l_a}{4m} C_{mq} \right), \quad (\text{П1.1.21})$$

и

$$\left(\frac{\omega_{nsp}^2}{n/\alpha} \right) = -\frac{m \cdot g \cdot l_a}{I_y} \left(-\Delta + \frac{\rho \cdot S \cdot l_a}{4m} C_{mq} \right). \quad (\text{П1.1.22})$$

Решавањем (П1.1.21) и (П1.1.22) по Δ се непосредно одређују везе између резерве стабилности авиона и величина кратко-периодичног мода уздужног кретања одређених захтевима за квалитетом лета у облику

$$\Delta_{(C.G.)} = -\left[\omega_{nsp}^2 \right] \frac{I_y}{S \cdot Q_d \cdot l_a} \frac{1}{C_{z\alpha}} + \frac{\rho \cdot S \cdot l_a}{4m} C_{mq} \quad (\text{П1.1.23})$$

и

$$\Delta_{(C.G.)} = \left[\left(\frac{\omega_{nsp}^2}{n/\alpha} \right) \right] \frac{I_y}{m \cdot g \cdot l_a} + \frac{\rho \cdot S \cdot l_a}{4m} C_{mq} \quad (\text{П1.1.24})$$

Пропис ⁴³ одређује да у "А" категоријама фаза лета (оштри маневри) морају бити испуњени услови

$$\omega_{nsp} \geq 1; \left(\frac{\omega_{nsp}^2}{n / \alpha} \right) \geq 0.28 ,$$

за задовољење захтева нивоа I квалитета лета и

$$\left(\frac{\omega_{nsp}^2}{n / \alpha} \right) \geq 0.16$$

за задовољење захтева нивоа II квалитета лета , чиме се, уврштавањем у (П1.1.23) и (П1.1.24) непосредно одређује захтевана резерва стабилности $\Delta_{(C.G.)}$, а са одређеном неутралном тачком N_0 , и гранични положај тежишта.

П1.2 Одређивање максималног отклона крилаца одређеног захтевом за квалитетом лета из прописа MIL-F-8785C

За одређивање максималног отклона крилаца одређеног захтевом за квалитетом лета из прописа⁴³ ће се користити једнодимензиони модел ваљања облика

$$\ddot{\varphi} I_x = Q_d S b \left(\frac{b}{2V} C_{lp} p + C_{l\delta} \delta_l \right) \quad (\text{П1.2.1})$$

У предходним једначинама су коришћене следеће ознаке:

- φ - угао ваљања авиона, нагиб,
- p - угаона брзина ваљања,
- $\ddot{\varphi}$ - угаоно убрзање ваљања,
- δ_l - отклон команде ваљања (крилаца),
- V - брзина лета,
- Q_d - динамички притисак,
- S - површина крила,
- b - размах крила,
- I_x - момент инерције авиона око X – осе,
- C_{lp} - дериватив коефицијента момента ваљања по угаоној брзини ваљања, пригушење у ваљању,

$C_{l_{\delta_i}}$ - дериватив коефицијента момента ваљања по отклону команде ваљања,

Ако је φ_{rq} угао ваљања захтеван прописом који се мора остварити за неко време T_{ac} , усвојиће се да се угао ваљања мења по законитости

$$\varphi = \frac{\varphi_{rq}}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi}{T_{ac}} t \right). \quad (\text{П1.2.2})$$

У првом приближењу је за једнодимензиони модел $p \approx d\varphi/dt$ и $\dot{p} = dp/dt$, па се за угаону брзину и убрзање добију вредности

$$p \approx \dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\varphi_{rq}}{2} \frac{\pi}{T_{ac}} \sin \frac{\pi}{T_{ac}} t; \quad \dot{p} \approx \ddot{\varphi} = \frac{dp}{dt} = \frac{\varphi_{rq}}{2} \left(\frac{\pi}{T_{ac}} \right)^2 \cos \frac{\pi}{T_{ac}} t. \quad (\text{П1.2.3})$$

Узимајући у обзир изразе за угаону брзину и убрзање из (П1.2.3), решавањем (П1.2.1) по $\delta_l(t)$ се добија да се промена отклона крилаца у датом маневру одвија по законитости

$$\delta_l(t) = A \left(B \cos \frac{\pi}{T_{ac}} t - C \sin \frac{\pi}{T_{ac}} t \right), \quad (\text{П1.2.4})$$

где је

$$A = \frac{\varphi_r}{2} \frac{\pi}{T_{ac}}; \quad B = \frac{1}{C_{l_{\delta_i}}} \frac{I_x}{Q S b} \frac{\pi}{T_{ac}}; \quad C = \frac{b}{2V} \frac{C_{l_p}}{C_{l_{\delta_i}}}. \quad (\text{П1.2.5})$$

Пошто су у области модела по одступањима линеарне промене коефицијента узгона у зависности од нападног угла α , то су деривативи C_{l_p} и $C_{l_{\delta_i}}$ увек мањи од нуле, па је

$$A > 0; \quad B < 0; \quad C > 0 \quad (\text{П1.2.6})$$

Први извод промене отклона команде ваљања је одређен изразом

$$\dot{\delta}_l(t) = -\frac{\pi}{T_{ac}} A \left(B \sin \frac{\pi}{T_{ac}} t + C \cos \frac{\pi}{T_{ac}} t \right). \quad (\text{П1.2.7})$$

Промена отклона $\delta_l(t)$ из једначине (П1.2.4) је периодична функција периоде

$$T_{\delta} = 2 \frac{\pi}{T_{ac}}. \quad (\text{П1.2.8})$$

У општем случају, екстремни функције $\delta_l(t)$ се јављају када је њен први извод једнак

$$t_{ex} = \frac{T_{ac}}{\pi} \arctan\left(-\frac{C}{B}\right) + kT_{ac}; \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{П1.2.9})$$

Пошто се промена $\delta_l(t)$ посматра током маневра, када је $0 \leq t \leq T_{ac}$, то се екстрем јавља када је $k = 0$. Овако одређена независно променљива t_{ex} уврштавањем у (П1.2.4) даје вредност екстремног отклона команде ваљања $\delta_{l(\text{ext})}$ потребног за остварење захтеваног маневра. Треба напоменути да је угао ваљања φ позитиван при кретању десног крила на доле, а да је отклон команде ваљања δ_l позитиван при обарању излазне ивице десног крилица на доле, па је у интервалу независно променљиве $0 \leq t \leq T_{ac}$ екстремни отклон функције (П1.2.4) минимум.

Тачка 3.3.4 прописа⁴³ одређује, за различите класе авиона, различите категорије фаза лета и различите нивое квалитета лета, захтеване углове ваљања φ_r и времена T_{ac} потребна да се они достигну. Изводи ових вредности из прописа за терминалне фазе лета и класе I и IV авиона су дате у табели Т-П1.2.1.

Т-П1.2.1 Изводи захтеваних перформенси ваљања за терминалне фазе лета

Класа авиона	Захтевани угао ваљања φ_r [°]	Ниво квалитета лета	Време достизања угла T_{ac} [s]
I	30.0	1	1.3
		2	1.8
		3	1.6
IV	30.0	1	1.1
		2	1.3
		3	2.0

ПРИЛОГ 2

П2 ПРОГРАМСКА РЕАЛИЗАЦИЈА АЛГОРИТМА ОДРЕЂИВАЊА АНВЕЛОПЕ ЛЕТА ИЗ УСЛОВА АУТОРИТЕТА КОМАНДИ ПОПРЕЧНО-СМЕРНОГ КРЕТАЊА

За потребе налажења у терминалним фазама лета параметара анvelope лета изражене у облику брзине лета V_K и бочне компоненте ветра v_w начињен је програм 'VMINLAT' чије су основе изложене у овом прилогу. Као се програм ослања на обимно окружење постојећих потпрограма, овде ће бити изложене само основе његовог алгоритма, потпрограми посебно везани за програм 'VMINLAT' и описи улазних и излазних датотека, што треба да пружи довољно подршке за његово коришћење од било ког корисника.

П2.1 Математске основе алгоритма програма

Математске основе алгоритма програма 'VMINLAT' су изложене у поглављима 7.2 и П1.2. Поглавље П1.2. садржи опис функције која одговара извођењу маневра ваљања у складу са захтевима прописа⁴³, потребне изразе за одређивање екстрема отклона команде ваљања $\delta_{l(\text{ext})}$ на основу (П1.2.4), (П1.2.5) и (П1.2.9) и вредности параметара маневра, захтевани угао ваљања φ_r и време да се он достигне T_{ac} , и то у зависности од класификације авиона и нивоа квалитета лета. Поглавље 7.2 садржи остале облике који се користе у алгоритму програма. Прво, ту је директан облик

стационарних једначина попречно-смерног кретања (7.2.26), а затим и два облика решавања једначине (7.2.26), како приближан (7.2.31) и (7.2.32), тако и специјалан (7.2.34) и (7.2.35). Ту су дати и функционали за нумеричко налажење, како тродимензионалног облика (7.2.42), тако и оба једнодимензиона облика (7.2.45) и (7.2.47).

П2.2 Намена и функције програма

Основна намена програма је налажење у терминалним фазама лета параметара анvelope лета изражене у облику брзине лета V_K и бочне компоненте ветра v_w и из тога произилазе све његове функције. Своје функције програм остварује унутар основне спољашње петље по изабраној величини, при чему је та величина најчешће било брзина лета V_K , било бочна компонента ветра v_w . Остварење функција програма је могуће у три мода рада. У првом моду програм налази решења система линеаризованих стационарних једначина поречно-смерног кретања авиона. У другом моду рада програм налази нумерички нуле једнодимензионе функције, било да је то функција (7.2.45), било да је то функција (7.2.47). У трећем моду програм налази нумерички нуле тродимензионалног облика функционала (7.2.42), при чему се у вектор независно променљивих x могу изабрати било које три од величина $(V_K, v_w, M_{re}, \varphi, \delta_l, \delta_n)$.

Са друге стране, намена програма није била да кориснику омогући да, наводећи како тип летелице дајући њене аеродинамичке и инерцијалне податке тако и област режима лета кроз висину и брзину, аутоматски одреди анvelopeу лета изражену у облику брзине лета V_K и бочне компоненте ветра v_w . Програм је намењен за интерактивни рад корисника који прво у директном моду одреди области нула функција, а потом за изабрани опсег величина спољашње петље одређују нуле или нула функција.

Аутоматизација рада програма је начињена у односу на изборе мода програма, величина спољашње петље и величина вектора независно променљивих x по кома се налазе нуле функција. Основу избора величина које чине вектор независно променљивих x представља додељивање имена величинама $(V_K, v_w, M_{re}, \varphi, \delta_l, \delta_n)$. Избором имена вектора независно променљивих x се одређују адресе његових елемената у односу на вектор имена додељених величинама $(V_K, v_w, M_{re}, \varphi, \delta_l, \delta_n)$. То чини основу

за пренос података између потпрограма којима се одређују нуле функција и потпрограма у којима се срачунавају, како облици стаци-онарних једначина попречно-смерног кретања, тако иотклони команде ваљања у маневру.

П2.3 Програмски језик, окружење, коришћене библиотеке и основни програм

Програм је остварен на вишем језику FORTRAN, са коришћењем INTEL® преводиоца. При изради програма је коришћено постојеће развојно окружење које се заснива на програмској подршци датој у облику библиотека потпрограма, и то како сопственог развоја, тако познатих пакета нумеричке подрешке. Коришћене су две библиотеке сопственог развоја. Прва, названа ' IOPROC ', обухвата улазно/излазне процедуре и манипулације карактерима и њиховим групама, и намењена је вези између корисника, улазно/излазних података, нумеричкиког дела програма и рачунара. Друга, названа ' SYST ', обухвата нумеричку подршку у добром делу усмерену ка ваздухопловству и обухвата, на пример, манипулације базама аеродинамичких података, срачунавање параметара стандард атмосфере,

Од познатих пакета нумеричке подрешке су коришћене две библиотеке. Прва је познати 'Scientific Subroutine Package' (SSP) који је IBM® начинио још шездесетих година двадесетог века, а други је 'Numerical Recipes'⁵⁷ настао деведесетих година двадесетог века.

Наведене четири библиотеке су веома обимне и документоване на другим местима, па се потпрограми који се у њима налазе неће документовати.

Основни програм је дат у датотеци 'VMINLAT.FOR', садржи следеће блокове:

- Отварање улазно излазних датотека потпрограмом 'INTERPL' из библиотеке ' IOPROC ',
- Учитавање основног блока података из датотеке '* .MLM' са подацима о величинама које одређују структуру и току и моду извршавања програма,
- Позивање потпрограма за учитавање података о авиону у датотеци '* .AER', параметрима пропульзивне групе у датотеци '* .APM' и асиметричних подвесних терета у датотеци '* .AAM',

- Одређивање структуре и тока извршавања програма,
- Исписивање заглавља излазне датотеке,
- Извршавање спољашње петље програма по задатом опсегу изабране величине, у оквиру које се:
 - извршава прелаз у задати мод програма,
 - срачунавају излазне величине у складу са изабраним модом рада,
 - срачунате величине исписују у излазну датотеку `'*.LIS'`.
- ослобађа динамички додељена меморија и прекида рад програма

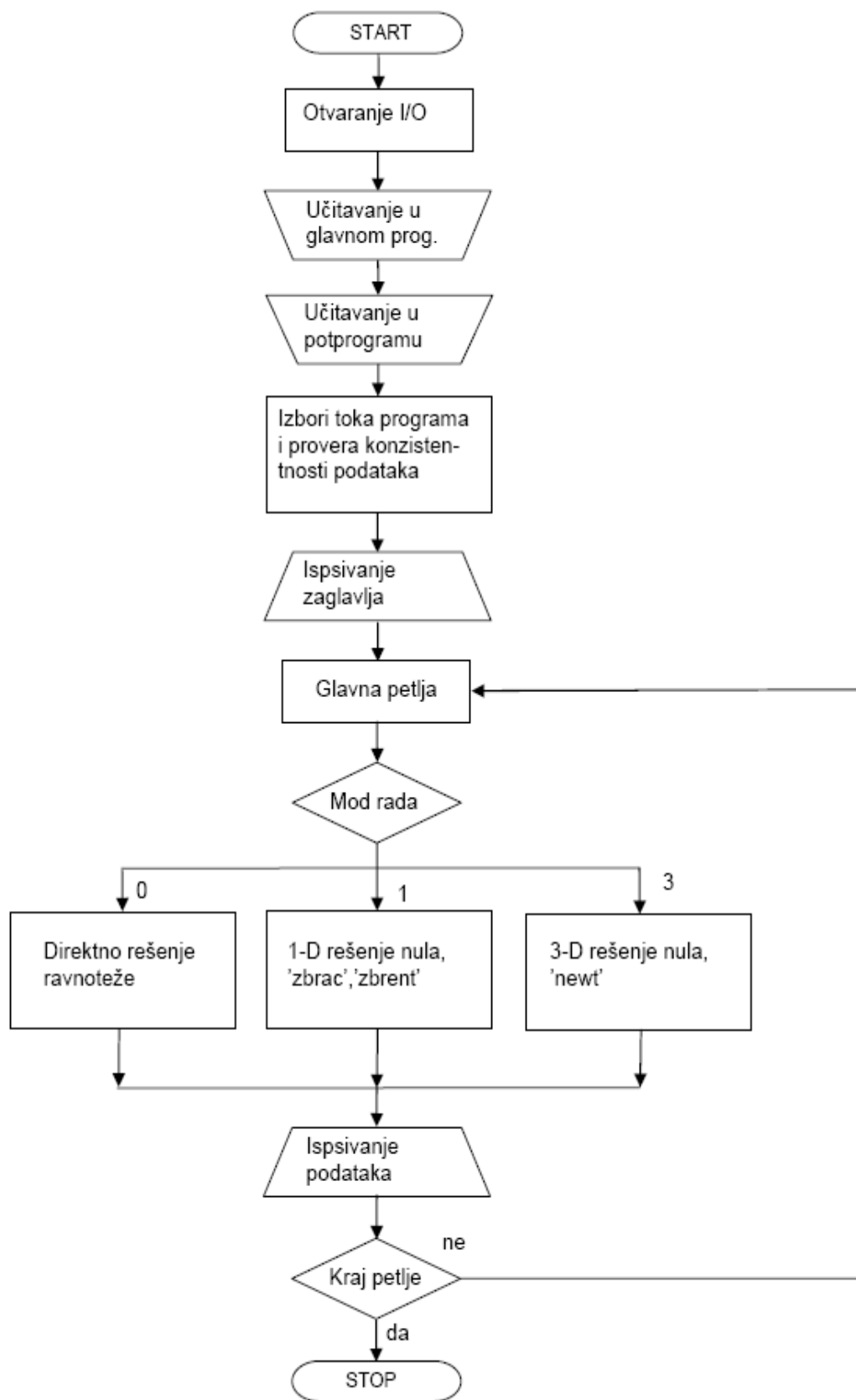
П2.4 Ток извршавања програма

Дијаграм тока извршавања програма, саосновним блоковима, је дат на слици П2.4.1.

П2.5 Опис функције и структуре основних потпрограма

Програму `'VMINLAT'`, поред основног модула користи још шест програмских целина које се у њему примењују. Овде ће се дати њихов кратак опис.

Потпрограм `'SOLVELATEQ'` реализује мод рада програма одређен улазном датотеком. Када је мод рада '0' директно се позивом потпрограма `'LATEQTF'` налазе решења стационарних једначина попречно-смерног кретања, било приближна општа из (7.2.31), било специјална из (7.2.34). Када је мод рада '1' се позивају потпрограми `'zbrac'` и `'zbrent'` из пакета 'Numerical Recipes' којим се одређују нуле једне од функција (7.2.45) и (7.2.47). Када је мод рада '3' се позива потпрограм `'newt'` из истог пакета којим се одређују нуле тродимензио-налног облика (7.2.42). Како се при нумеричком налажењу нула у позивима претходних потпрограма преносе само вредности величина вектора независно променљивих x , то је пре започињања одређеног мода рада потребно вредности преосталих величина које се користе пренети у `'COMMON'` намењену преносу података.



Слика П2.4.1. Ток програма 'VMINLAT'.

Потпрограм 'LATFUN' служи за везу између потпрограма са алгоритмима за нумеричко налажење нула функција и потпрограма у којима се срачунавају величине стационарних једначина попречно-смерног кретања. Стационарне једначине попречно-смерног кретања се срачунавају на основу аеродинамичких података и величина $(V_K, v_w, M_{re}, \varphi, \delta_l, \delta_n)$, а вектор независно променљивих x садржи само неке од њих, па потпрограм 'LATFUN' обједињује вредности потребних величина и преноси их у потпрограм 'LATEQTF' који срачунава ове једначине. Општи облик срачунатих излаза се своди на форму захтевану од потпрограма са алгоритмима за нумеричко налажење нула функција.

Потпрограм 'LATEQTF' садржи општи облик једначина попречно-смерног кретања и срачунава све једначине наведене у **П2.1**. Аеродинамичке величине и асиметрична оптерећења одређује позивом потпрограма 'AER_MOM' и увек се срачунавају. Облик извршавања потпрограма зависи од мода рада главног програма и тога да ли је извођење маневра условљено ограничењем команде ваљања $\delta_{l(lim)}$ или команде скретања $\delta_{n(lim)}$. У самом потпрограму се отклон команде ваљања потребан за извођење маневра δ_{lm} срачунава на основу (П1.2.4), (П1.2.5) и (П1.2.9). У зависности од мода рада, остале једначине се срачунавају у потпрограмима 'LFT_SIDELEQ' и 'BALANCE_LEQ'. Поред величина $(V_K, v_w, M_{re}, \varphi, \delta_l, \delta_n)$ срачунава и угао клизања β , а у излазу даје, ако се то од програма захтева, и δ_{lm} .

Потпрограм 'AER_MOM' при иницијалитацији учитава датотеку са базом аеродинамичких, геометријских и инерцијалних података и датотеке са пропульзивним силама и моментима и аеродинамичким, геометријским и инерцијалним параметрима асиметричних подвесних терета. У раду одређује на основу базе података и вектора независних параметара из (4.7.1) аеродинамичке, геометријске и инерцијалне податке авиона, асиметричне силе и моменте пропульзора и асиметричне силе и моменте и прираштај момента инерције авиона услед подвесних терета. Аеродинамичке величине авиона се одређују на основу два позива потпрограма за добијање података из базе. У првом позиву се одређују аеродинамичке величине симетричног оптерећења авиона, а онда се на основу (7.2.29) одређује вредност нападаног угла α_s . Како аеродинамички деривативи попречно-смерног кретања зависе од нападаног

угла, то се они из базе података добијају у другом пролазу у коме је вектор независних параметара из (4.7.1) ажуриран вредношћу α_s .

Потпрограм 'LFT_SIDELEQ' срачунава нормализован општи облик стационарних једначина попречно-смерног кретања (7.2.26), односно њихову леву страну. Нормализација прве једначине је урађена дељењем са QS , а друге и треће дељењем са Qsb . Овај потпрограм се користи при налажењу нула тродимензионе функције потпрограмом 'newt'.

Потпрограм 'BALANCE_LEQ' срачунава применом (7.2.31) и (7.2.32) приближан облик решења стационарних једначина попречно-смерног кретања, а применом (7.2.34) и (7.2.35) специјалан облик решења. Позива се када је мод рада главног програма '0' или '1'.

Модул 'LEQDATR' служи за пренос величина потребних за срачунавање стационарних једначина попречно-смерног кретања. Вредности величина које преноси се срачунавају у потпрограму 'AER_MOM', а користе у главном програму 'VMINLAT' и потпрограмима 'LATEQTF', 'LFT_SIDELEQ' и 'BALANCE_LEQ'.

П2.6 Опис улазних датотека

Програм 'VMINLAT' користи четири улазне датотеке, при чему је датотека '*.AER' стандарна за базу аеродинамичких, грометријских и инерцијалних података авиона, док су датотеке '*.MLM', '*.APM' и '*.AAM' специфичне за овај програм. Ове три датотеке садрже податке декларисане наредбом NAMELIST FORTRAN -а. Садржај датотека је документован коментарима, па зато није потребан његов посебан опис.

Датотека '*.MLM' је са основним подацима о програму и следећег је садржаја:

```
!-----*-1-----*-----2-----3-----4-----5-----6-----7--
!
!   & MANEUVERREF
!
!   HFLT   =  200.0
!
! Functional variables identifiers
! 'VFLT' , 'VLAT' , 'METQ' , 'PHI ' , 'DL ' , 'DN '
!
! Solution variables identifiers
!
```

```

CHVARNM(1) = 'VLAT'
CHVARNM(2) = 'PHI '
CHVARNM(3) = 'DN  '
!
!
VARINI(1) = 0.0
VARINI(2) = 0.0
VARINI(3) = 0.0
!
DVARIN = -0.1           ! Varijacija promenljive u funkciji
!
XMASS  = 7245.64       ! Masa aviona [kg]
!
XIXX   = 8142.195     ! Momenat iner. aviona oko X-ose [kgm**2]
!
!
DCZ0FL = -0.475       ! Prirastaj Cz0 usled otklona zakrilaca 20st
!
!
Main external loop variable idenifier
!
CHLVNM  = 'VFLT'
!
VLINI   = 64.7
VLEND   = 85.0
VLSTP   = 0.1
!
CHVARCM = 'DL  '
VARCM   = -0.21412134
!
CHVARTQ = 'METQ'
VARTQ   = 0.0
!
TACROLL = 1.3
ANGLROL  = 0.523599
!
MODE = 1
!
/

```

Датотека `*.APM' је са подацима о пропулзору и следећег је садржаја:

```

!-----*-1-----*-----2-----3-----4-----5-----6-----7--
!
! & ASYMPROP
!                               SINGLE ENGINE CONFIGURATION
!
TT(1) = 0.0           ! Propulzive force X-axis component [N]
TT(2) = 0.0           ! Propulzive force Y-axis component [N]
TT(3) = 0.0           ! Propulzive force Z-axis component [N]
!
RRP(1) = 0.0          ! Propulzive force X-position (body) [m]
RRP(2) = 0.0          ! Propulzive force Y-position (body) [m]
RRP(3) = 0.0          ! Propulzive force Z-position (body) [m]
!
PPM(1) = -778.090833 ! Propulzive reactive moment X-axis comp. [Nm]
PPM(2) = 0.0          ! Propulzive reactive moment Y-axis comp. [Nm]
PPM(3) = 0.0          ! Propulzive reactive moment Z-axis comp. [Nm]
!
/

```

Датотека `*.AAM` је са подацима о асиметричним подвесним теретима и следећег је садржаја:

```

!-----+*-1-----*-----2-----3-----4-----5-----6-----7--
& ASYMSTORE
!
!
RIN(1) = 0.0           ! Inboard store ac & cg X-position (body) [m]
RIN(2) = 2.3           ! Inboard store ac & cg Y-position (body) [m]
RIN(3) = 0.0           ! Inboard store ac & cg Z-position (body) [m]
!
XMSIN = 465.0          ! Inboard store mass [kg]
!
DCX0IN = -0.003528     ! Inboard store & pylon drag increment
DCYBEIN = 0.00864437   ! Inboard store lat. force coef. increment
DCZALIN = -0.02066614 ! Inboard store lift per alfa increm
!
ROUT(1) = 0.0          ! Outboard store ac & cg X-position (body) [m]
ROUT(2) = 3.2          ! Outboard store ac & cg Y-position (body) [m]
ROUT(3) = 0.0          ! Outboard store ac & cg Z-position (body) [m]
!
XMSOUT = 240.0         ! Outboard store mass [kg]
!
DCX0OUT = -0.002352    ! Outboard store & pylon drag increment
DCYBEOUT = 0.00435854 ! Outboard store lat. force coef. increment
DCZALOUT = -0.00905629 ! Outboard store lift per alfa increm
!
/

```

P2.7 ***Опис излазних датотека***

Програм `VMINLAT` генерише две врсте излазних датаотека. Прва је `*.LOG` типа и садржи податке о времену и локацији извршења програма, као и имена улазних и излазних датотека. Друга је `*.LIS` датотека и садржи резултате прорауна које је програм начинио.

Излазна датотека `*.LOG` типа је садржаја:

```

Log file for the execution of programme: Vminlat
Programme execution date is: 24-FEB-12
Programme execution time is: 15:01:31
Programme execution directory is:
D:\Users\Predrag\Posao\PHD_dat\Analyze\Terminalne_faze\Orao\Radni

List of input files.

Input file number 1 is:
O_TS.AER

Input file number 2 is:
O_VIN.AAM

Input file number 3 is:
O_V0.APM

Input file number 4 is:
O_R1_VIN_VFDK.MLM

```

List of output files.

Output file number 1 is:
bri.LIS

Изразна датотека '*.LIS' типа је садржаја:

24-FEB-12
15:01:31

YUROM

23-MAR-89

Flight height H [m] = 200.00
Airplane mass in maneuver m [kg] = 7245.6
Airplane moment of inertia Ixx [kg*m**2] = 8142.2

Inboard line store mass m [kg] = 465.00
Outboard line store mass m [kg] = 0.0000
Inboard store Y position Ryin [m] = 2.3000
Outboard store Y position Ryout [m] = 0.0000
Airplane + stores mass m [kg] = 7710.6
Airpl. + stores mom. of iner. Ixx [kg*m**2] = 10602.

Lift coeff. increment due to flaps DCZ0 = -0.47500

Engine reactive torque Me [Nm] = 0.0000
Limiting flight controll -> DL
Limiting flight controll displacement [rad] = 0.21412
Rol maneuver time to 30 deg Ta [s] = 1.3000
Loop variable parameter identification -> VFLT
Loop initial value = 73.800
Loop exit value = 90.000
Loop step = 0.10000

	VFLT	VLAT	METQ	PHI	DL	DN	BETA
DLM	[M/S]	[M/S]	[Nm]	[RAD]	[RAD]	[RAD]	[RAD]
[RAD]	73.80	5.977	0.000	0.4751E-01	0.1059E-01	0.1493	0.8082E-01
0.2035	73.90	5.956	0.000	0.4673E-01	0.1107E-01	0.1521	0.8043E-01
0.2030							

ПРИЛОГ 3

ПЗ. ПРИМЕР РЕФЕРЕНТНЕ БАЗЕ ГЕОМЕТРИЈСКИХ, ИНЕРЦИЈАЛНИХ И АЕРОДИНАМИЧКИХ ПОДАТАКА

Пример референтне базе геометријских, инерцијалних и аеродинамичких података референтне, симетричне, конфигурације авиона је датотека 'ORAO.AER'.
Наведена датотека је коришћена за примере у поглављима 6 и 7.4.

```
; -----BAZA PODATAKA-----  
;  
; DATOTEKA AERODINAMICKIH I GEOMETRIJSKIH PODATAKA  
; DERIVATIVI IZ PROGRAMA "AFQ" U OSAMA STABILNOSTI  
; NA OSNOVU METODE DATCOM  
YUROM  
23-MAR-89  
; MASA [KG]  
8400.000  
; MOMENTI INERCIJE IX,IY,IZ,IXZ [KGM**2]  
9356.000 47559.00 62341.00 1327.000  
; POVRSINA [M**2] , S.A.T. [M] , RAZMAH [M], EPSF XF YF ZF  
26.00000 3.030614 9.304837 0., 0., 0., 0.  
; POVRSINA H.REPA I S.A.T. H.REPA  
; 7.310000 1.716283  
; SIMBOLI VELICINA  
; 0 BT AT V BE AL P Q R DT DC DZ DL DM DN  
; VREDNOSTI MAHOVIH BROJEVA  
MA .2000000 .4000000 .6000000 .8000000 .9000000  
.9500000 1.000000 1.050000 1.100000 1.200000  
; VREDNOSTI NAPADNOG UGLA ZA KOJE SU RACUNATI DER.  
AL .0000000E+00 .1745329  
;  
;  
; VELICINE POLARE Cx = Cxmin + K*[(Cz - Czopt)**2]  
; -----  
;  
; Cxmin (za visinu leta H = 3000.0 m)  
CX0 (MA) -.0196 -.0193 -.0191 -.0189 -.0204 -.0304  
-.0494 -.0649 -.0694 -.0734  
;  
; Cz (AL=0.0)  
CZ0 (MA) .0000 .0000 .0000 .0000 .0000 .0000  
.0000 .0000 .0000 .0000
```

```

;
; Cm (AL=0.0)
CM0 (MA) -.025000 -.025000 -.025000 -.0275000 -.028500 -.029000
-.027000 -.015000 -.008000 -.001500
;
; K
CZBT (MA) -.1300 -.1300 -.1310 -.1600 -.1700 -.1750
-.1800 -.1900 -.2000 -.2200
;
; Czopt
CXAT (MA) .0000 .0000 .0000 .0000 .0000 .0000
.0000 .0000 .0000 .0000
;
;
; -----
; AERODINAMICKI DERIVATIVI
; -----
;
CZA (MA) -3.856400 -3.964200 -4.137000 -4.478300
-4.666800 -4.759500 -4.626100 -4.421700
-4.188400 -4.103800
CZDM (MA) -.5558000 -.5673000 -.5902000 -.6418000
-.670400 -.681900 -.6933000 -.7105000
-.6647000 -.395400
CZAT (MA) -3.929700 -3.900800 -3.759900 -3.449600
-3.012300 -2.222700 -7.354400 -2.296900
-2.813200 -3.081500
CZQ (MA) -5.658700 -5.805100 -6.036600 -6.067500
-6.733400 -7.072300 -7.573200 -7.590700
-6.780700 -5.422000
;
;
CMA (MA) -.490200 -.516900 -.560700 -.738200
-.919600 -1.013700 -1.331100 -1.415500
-1.162000 -.934100
CMDM (MA) -.905300 -.9283000 -.9569000 -1.0658000
-1.128800 -1.157500 -1.186100 -1.220500
-1.1517000 -.693300
CMAT (MA) -2.999800 -3.043900 -3.080300 -3.234300
-3.568100 -3.654500 -5.223200 -3.880900
-3.374400 -2.255200
CMQ (MA) -6.448400 -6.606500 -6.846400 -7.754600
-8.258900 -8.495100 -8.601800 -8.745800
-8.374400 -6.131100
;
;
CYB (MA) -.840000 -.849700 -.864200 -.967800
-1.019600 -1.045500 -1.071400 -1.091000
-1.056000 -.989800
CYP (MA,AL) -.1064327 -.1085923 -.1118262 -.1265253
-.1338748 -.1375495 -.1412243 -.1432721
-.1337385 -.1155841
-.4837976 -.4973866 -.519043 -.5680522
-.5905262 -.6015626 -.5778815 -.5560572
-.5245718 -.4878385
CYR (MA) .4466731 .4562275 .4701035 .5431911
.5901471 .6141930 .6387869 .6055392
.5636468 .5411172
CYDN (MA) .1693363 .1727575 .1778807 .2015757
.2134232 .2193470 .2252707 .2287205
.2135489 .1846404
;
;
;
CLB (MA,AL) -.089800 -.090600 -.091400 -.097900

```

```

-.101000 -.102500 -.103900 -.104300
-.098700 -.087100
-.191200 -.195600 -.203700 -.222100
-.230300 -.233900 -.225900 -.219300
-.207100 -.186800
CLP (MA) -.2856061 -.2840200 -.2834889 -.2852055
-.2889027 -.2907540 -.2926140 -.2905613
-.2871334 -.3126286
CLR (MA,AL) 4.4483677E-02 4.5550231E-02 4.7099676E-02 5.5145271E-02
6.0245857E-02 6.2862411E-02 6.5523140E-02 6.1666582E-02
5.7025291E-02 5.4585632E-02
.1458114 .1500074 .1566850 .1726182
.1797404 .1832162 .1761964 .1699082
.1599715 .1477740
CLDL (MA) -.1157798 -.1189933 -.1249991 -.1368769
-.1428158 -.1457579 -.1394132 -.1313022
-.1226293 -.1100074
CLDN (MA,AL) 1.8891543E-02 1.9523012E-02 2.0103426E-02 2.2276330E-02
2.4107367E-02 2.4587889E-02 2.5218405E-02 2.5803065E-02
2.4101381E-02 2.0587994E-02
5.2033114E-03 5.2157014E-03 5.2322286E-03 5.3056833E-03
5.3120853E-03 5.3220597E-03 5.2298816E-03 6.9279946E-03
6.3012279E-03 3.9770133E-03
;
;
CNB (MA) .080800 .074600 .075100 .107100
.128700 .139900 .151300 .133900
.112300 .099600
CNP (MA,AL) 4.9106523E-02 5.0173078E-02 5.1722523E-02 5.9503179E-02
6.4559378E-02 6.7154884E-02 6.9788031E-02 6.5881647E-02
6.1249245E-02 5.8831867E-02
-9.5337346E-02 -9.8707862E-02 -.1041613 -.1215444
-.1341232 -.1406383 -.1443939 -.1350265
-.1193267 -.1190003
;
;
CNR (MA,AL) -.4239765 -.4617620 -.4891448 -.5421495
-.5862915 -.6087993 -.6317655 -.5905728
-.5658985 -.6722533
-.4334969 -.4718375 -.5001361 -.5553589
-.6006750 -.6237832 -.6455687 -.6029288
-.5768985 -.6822562
CNDL (MA,AL) .0000 .0000 .0000 .0000
.0000 .0000 .0000 .0000
4.0689761E-06 4.4169370E-05
2.6906639E-02 2.8417986E-02 3.1111816E-02 3.4068152E-02
3.5546321E-02 3.6278598E-02 3.4699421E-02 3.2680623E-02
2.9947108E-02 2.1140134E-02
CNDN (MA) -7.7796867E-02 -7.9645831E-02 -8.2539307E-02 -9.4527054E-02
-.1026156 -.1072449 -.1112241 -.1049339
-9.8028677E-02 -9.3857609E-02
;***-----
;
;
;-----
; K R A J P O D A T A K A

```

Литература

- ¹ Perkins, CD. and Hage, RE. AIRPLANE PERFORMANCE STABILITY AND CONTROL, John Wiley & Sons, New York, 1949.,
- ² Rendulić, Z., МЕХАНИКА ЛЕТА, Vojnoizdavački i novinski centar, Beograd, 1987.,
- ³ Nenadović, M., STABILNOST I UPRAVLJIVOST LETILICA, Mašinski Fakultet Univerziteta u Beogradu, 1972.,
- ⁴ McRuer, D., Graham, D. and Ashkenas, I. AIRCRAFT DYNAMICS & AUTOMATIC CONTROL, Princeton Univ Pr, 1973.,
- ⁵ Blakelock, JH. AUTOMATIC CONTROL OF AIRCRAFT AND MISSILES, Wiley-Interscience; 2 edition, 1991.,
- ⁶ Etkin, B. DYNAMICS OF ATMOSPHERIC FLIGHT, John Wiley & Sons, New York, 1972.
- ⁷ Stengel, R.F. FLIGHT DYNAMICS, Princeton Univ Pr., 2004.
- ⁸ Nelson, R. C. FLIGHT STABILITY AND AUTOMATIC CONTROL, McGraw-Hill, 1989.,
- ⁹ Zipfel, P.H., MODELING AND SIMULATION OF AEROSPACE VEHICLES, AIAA Education series, AFIT, Wright-Patterson AFB, 2007.,
- ¹⁰ Cook, M. V., FLIGHT DYNAMICS PRINCIPLES, Elsevier, 2007.,
- ¹¹ Schmidt, LV. AIRCRAFT FLIGHT DYNAMICS, AIAA, 1998.,
- ¹² Rolfe, J. M. and Staples, K. J., editors, FLIGHT SIMULATION, Cambridge University Press, Cambridge, 1986.,
- ¹³ Stevens, BL. and Lewis, FL. AIRCRAFT CONTROL AND SIMULATION, 2nd Edition, Wiley-Interscience, 2003.
- ¹⁴ Boiffier, JL., THE DYNAMICS OF FLIGHT, THE EQUATIONS, John Wiley & Sons, New York, 1998.,
- ¹⁵ Vukobratović, M., Stojić, R., AUTOMATSKO UPRAVLJANJE LETOM AVIONA, Institut "Mihajlo Pupin", Beograd, 1985.,
- ¹⁶ Zammit-Mangion, D., Eshelby, M., *Design, Integration, and Preliminary Assessment of a Takeoff Monitor Display*, Journal of Aircraft, Vol. 45, No. 2, March – April 2008., pp 371-380,
- ¹⁷ Zammit-Mangion, D., Eshelby, M., *Simplified Algorithm to Model Aircraft Acceleration During Takeoff*, Journal of Aircraft, Vol. 45, No. 4, July – August 2008., pp 1090-1097,
- ¹⁸ Neal, T. P., and Smith, R. E., *AN IN FLIGHT INVESTIGATION TO DEVELOP CONTROL SYSTEM DESIGN CRITERIA FOR FIGHTER AIRCRAFT*, AIR FORCE FLIGHT DYNAMICS LABORATORY, TR-70-74.
- ¹⁹ Roskam, J. *Evolution of Airplane Stability and Control: A Designer's Viewpoint*, Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 14, No. 3, May – June, 1991, pp. 481-491.
- ²⁰ Graham, D. and McRuer, D. *Retrospective Essay on Nonlinearities in Aircraft Flight Control*, Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 14, No. 6, Nov.-Dec. 1991, pp 1089-1099.,
- ²¹ Hamel, PG. *Advances in Aerodynamics Modeling for Flight Simulation and Control Design*, GAMM-Mitteilungen Band 23 2000, Heft 1/2, pp. 7-50.,
- ²² Kimberlin, RD. *Flight Testing of Fixed-Wing Aircraft*, AIAA, 2003.,

- ²³ D. A. Hoak, proj. eng. *USAF STABILITY AND CONTROL DATCOM*, Flight Control Division, Air Force Flight Dynamics Laboratory, Wright-Patterson AFB, Ohio, 1978.,
- ²⁴ Weisshaar, T. A., *Lateral Equilibrium of Asymmetrical Swept Wings: Aileron Control vs Geometric Twist*, Journal of Aircraft, Vol. 14, No 2, February 1977., pp 122-127,
- ²⁵ Rysdyk, R., *Course and Heading Changes in Significant Wind*, Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 30, No 4, July-August, 2007, pp 1168-1171
- ²⁶ Cochran, J. E. Jr., Ho, C.-S. and Castleberry, G. A., *Stability of Asymmetric Equilibrium Flight States*, Journal of Aircraft, Vol.19, No 9, September 1982., pp 705-706,
- ²⁷ Jérôme C., Henry, D., Zolghadri, A., Goupil, Ph., *Development of an Active Fault-Tolerant Flight Control Strategy*, Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 31, No 1, January-February, 2008, pp 135-147,
- ²⁸ Lombaerts, T.J.J., Huisman, H. O., Chu, Q. P., Mulder, J. A., Joosten, D. A., *Nonlinear Reconfiguring Flight Control Based on Online Physical Model Identification*, Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 32, No 3, May-June 2009.,
- ²⁹ Стојаковић, П., *Минимална брзина лета елисног авиона из услова бочног маневра*, Научно-технички скуп ОТЕХ-2009.
- ³⁰ Kutschera, A. and Render, P.M. *Corner speed versus optimum turn speed*, Aeronautical Journal, July 2003, 107, (1073), pp 443-445.,
- ³¹ Cook MV. and Spottiswoode M. *Modelling the flight dynamics of the hang glider*, Aeronaut J, January 2006, 110, (1103), pp 1-20.,
- ³² Rasuo, B. *Some analytical and numerical solutions for the safe turn maneuvers of agricultural aircraft – an overview*, Aeronautical Journal, September 2007, 111, No. (1123), pp 593-599.,
- ³³ З.Мошковић, П.Стојаковић, *Вишенаменски симулатор термоелектране*, стручни часопис “Енергопројект”, број 10, мај 2000.,
- ³⁴ Стојаковић П., **МОДЕЛ ПИЛОТА У АНАЛИЗИ КВАЛИТЕТА ЛЕТА**, магистарски рад, Машински факултет Универзитета у Београду, 1991.,
- ³⁵ Hopkin, H.R., *A Scheme of Notation and Nomenclature for Aircraft Dynamics and Associated Aerodynamics*, Ministry of Technology, ARC R.& M. No. 3562, London, 1972.,
- ³⁶ Anon., *Terms and Symbols for Flight Dynamics*, International Standard ISO 1151 – 1157, Second Edition,
- ³⁷ Anon., *Standard Atmosphere*, International Standard ISO 2533,
- ³⁸ П.Стојаковић, *Моделирање аеродинамичких карактеристика авиона за потребе симулације лета*, Зборник радова ЈАД, VIII конгрес, стр.253-259, Мостар, 1987.,
- ³⁹ Ненадовић, М., *ОСНОВИ АЕРОДИНАМИЧКИХ КОНСТРУКЦИЈА – ЕЛИСЕ*, Научна Књига, Београд, 1949.,
- ⁴⁰ П. Стојаковић, “Модуларни програм симулације динамике летца авиона”, 2. Научно-стручни скуп из области одбрамбених технологија ОТЕХ 2007., Зборник радова, свеска I, стр. II-161 – II-167, Београд, 2007.;
- ⁴¹ Вајовић, М., Зивановић, М., Расуо, В. and Стојаковић, П. *A New General Approach to Airplane Rotation*, Transactions of the Japan Society for Aeronautical & Space Sciences, The Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, August 2010, 53, (180), pp 130-137.,

-
- ⁴² Стојаковић, П., Мемон, Г., *Метода утврђивања пројектних захтева подвесних средстава*, Научно-стручни скуп **Ваздухопловство '97**, Зборник радова, стр. А40-А45, Београд, 1997.,
- ⁴³ Анон., MIL-F-8785C *Flying Qualities of piloted airplanes.*,
- ⁴⁴ ВСАR, British Airworthiness Requirements, САА, Subsection К3-Structures, Chapter К3-9 *Flutter prevention and Structural Stiffness*, 1969.,
- ⁴⁵ Стојаковић П., Васић З., Сарић З., Кошић Љ., *“Ласта-95”, Референтна база геометријских, инерцијалних и моторских података за потребе програмске анализе динамике летелице*, ВЗ-0543-Р-023, , ВТИ Жарково, Београд, 2008.,
- ⁴⁶ Милојковић, П., *Ваздухоплови, “Ласта-95”, Уздужна статичка стабилност и управљивост*, ВЗ-0448-Р-023, , ВТИ Жарково, Београд, 1998.
- ⁴⁷ Милојковић, П., *Ваздухоплови, “Ласта-95”, Попречно-смерна управљивост*, ВЗ-0455-Р-023, , ВТИ Жарково, Београд, 1999.,
- ⁴⁸ Стојаковић П., *Динамика и квалитети лета авиона “Ласта-95”, Део 1: Базе аеродинамичких, инерцијалних и геометријских података авиона и матрице линеаризованог кретања*, ВЗ-0413-Р-023, ВТИ Жарково, Београд, 2008.,
- ⁴⁹ Бајовић, М. и Моловић, В. *Анализа аеродинамичких коефицијената и визуелизација струјања на основу испитивања модела авиона “Ласта-95” у аеротунелу Т-35*, ВЗ-0499-А-023, ВТИ Жарково, Београд, 2006.,
- ⁵⁰ Бајовић, М. и Моловић, В. *Анализа аеродинамичких коефицијената модела “Ласта-95” у циљу одређивања попречно-смерне статичке стабилности и управљивости на основу статичких испитивања на support system-у у аеротунелу Т-35*, ВЗ-0513-А-023, ВТИ Жарково, Београд, 2007.,
- ⁵¹ Бајовић, М. и Моловић, В. *Анализа аеродинамичких коефицијената модела авиона “Ласта-95” на бази статичких испитивања у аеротунелу Т-35*, ВЗ-0499-А-023, ВТИ Жарково, Београд, 2005.,
- ⁵² USAF TR 5180.,
- ⁵³ Анон., *ПРЕЛИМИНАРНИ УПУТ ПИЛОТУ ЗА ПРОТОТИП АВИОНА “ЛАСТА-95”*, ВТИ Жарково, Београд, 2008.,
- ⁵⁴ *VTU-01.VTUP.015/27 UPRAVLJANJE AVIONOM J-22*,
- ⁵⁵ Hoerner, S., F., *FLUID-DYNAMICS DRAG*, Published by author 1958 in USA,
- ⁵⁶ *VTU-01.VTUP.015/19 OPIS I ODRŽAVANJE KOMANDI AVIONA J-22*,
- ⁵⁷ Press, W.H., Teukolsky, S.A., Betterling, W.T. and Flannery, B.P. *NUMERICAL RECIPES IN FORTRAN*, Cambridge University Press, 1995.,

БИОГРАФИЈА

Предраг В. Стојаковић је рођен 03.08.1950. год. у Београду. Основну школу и гимназију (природно-математички смер) је завршио са одличним успехом.

Машински факултет је уписао 1969. године. Дипломирао је 1976. године на Ваздухопловном одеку Машинског факултета Универзитета у Београду са просечном оценом 8,32. Дипломски рад одбранио је са оценом 10.

Војску је одслужио у периоду март 1977. – фебруар 1978. Октобра 1977. је уписао последипломске студије на ваздухопловном одеку Машинског факултета. Од 08.01.1979. је запослен на радном месту истраживача у служби за Динамику и управљање летом, прво у Ваздухопловнотехничком Институту у Жаркову, а по спајању института, у Војнотехничком институту. Уз обављање радних задатака је положио је све испите на последипломским студијама, а дана 24.09.1991. одбранио магистарску тезу под називом „Модел пилота у анализи квалитета лета“ код ментора проф. др Томислава Драговића.

Новембра 1986. године је похађао кратак курс Flight Simulation на Cranfield Institute of Technology.

Током каријере у Војнотехничком (Ваздухопловнотехничком) институту је од позиције истраживача сараднике стигао до положаја водећег истраживача. Током каријере у Војнотехничком институту је био ангажован на свим областима везаним за пројектовање динамике авиона и беспилотних летелица, и то од почетних фаза израде идејног пројекта па до завршних испитивања објекта у лету. Узима активно учешће и део је тима који је у оквиру Војнотехничког (Ваздухопловнотехничког) института, како развијао методологију рачунарски оријентисаног поступка за пројектовање динамике лета и система управљања авиона и беспилотних летелица, тако и планирао и интегрисао рачунарску и лабораторијску опрему потребну за подршку методологији пројектовања.

Области којима се бави су моделирање свих процеса везаних за динамику лета и системе управљања авиона као израда оперативног софтвера који те моделе укључује у поступак пројектовања, са тежиштем на симулационом софтверу. Развијени модели и софтвер обухватају динамику лета авиона као крутог тела, утицаје аеродинамике, гравитације, пропулзора и наоружања, побуде и шумове сензора, рачунање дискретног облика закона управљања летом, промену инерцијалних параметара летелице, стање атмосфере, ... Поред овога, у пројектовању динамике лета авиона и беспилотних летелица се бави и применом класичних метода механике лета и метода анализе и синтезе линеарних система аутоматског управљања. Има учешће у практичној примени инверзног решења динамике лета авиона у поступку пројектовања, а сам је развио поступак за налажење инверзног решења пропулзивне група састављене од клипног мотора и елисе фиксног корака.

Унутар Војнотехничког (Ваздухопловнотехничког) института узима учешће на пројектима авиона Орао, Г-4, НА и Ласта. Такође учествује и у свим пројектима беспилотних летелица који су се одвијали унутар института.

У периоду од 1982. до 1986. год. је хонорарни асистент на предмету Основе машинства на смеру за Пољопривредне машине Пољопривредног факултета Универзитета у Београду.

У периоду од 1994. до 2002. године је са више радова активан спољни сарадник Енергопројект – ЕНТЕЛ-а на проблематици увођења симулације у поступак пројектовања и експлоатације термоелектрана.

Поседује пуно активно знање (чита, говори и пише) енглеског језика и пасивно знање руског језика. Ожењен је и има троје деце.

Прилог 1.

Изјава о ауторству

Потписани мр Предраг Стојаковић, дипл. инж.

Изјављује

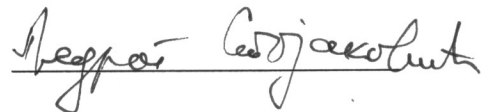
да је докторска дисертација под насловом

АНАЛИЗА УТИЦАЈА СПОЉАШЊИХ ТЕРЕТА И АСИМЕТРИЧНИХ ОПТЕРЕЋЕЊА НА ДИНАМИКУ ЛЕТА АВИОНА

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

У Београду, 11.05.2012.



Прилог 2.

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора мр Предраг Стојаковић, дипл. инж.

Наслов рада **АНАЛИЗА УТИЦАЈА СПОЉАШЊИХ ТЕРЕТА И
АСИМЕТРИЧНИХ ОПТЕРЕЂЕЊА НА ДИНАМИКУ ЛЕТА АВИОНА**

Ментор др Бошко Рашуо, редовни професор Машинског факултета Универзитета
у Београду

Потписани мр Предраг Стојаковић, дипл. инж.

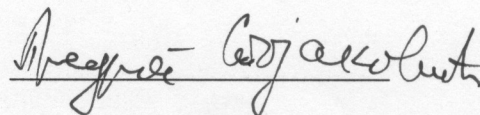
Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској
верзији коју сам предао за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума
Универзитета у Београду.**

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског
звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум
одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне
библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, 11.05.2012.



Прилог 3.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

АНАЛИЗА УТИЦАЈА СПОЉАШЊИХ ТЕРЕТА И АСИМЕТРИЧНИХ ОПТЕРЕЋЕЊА НА ДИНАМИКУ ЛЕТА АВИОНА

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

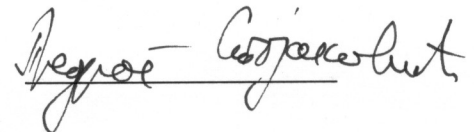
Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио.

1. Ауторство
2. Ауторство - некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

Потпис докторанда

У Београду, 11.05.2012.



1. Ауторство - Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. Ауторство – без прераде. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.