

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ		
1. Датум и орган који је именовео комисију:		
2. 10. 2023. Наставно-научно веће Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду		
2. Састав комисије у складу са <i>Правилима докторских студија Универзитета у Новом Саду</i> :		
1. Др Србољуб Симић Dr Srboљub Simić	ред. професор Full Professor	Математичко моделирање Mathematical modeling
презиме и име	звање	ужа научна област
Природно-математички факултет, Нови Сад Faculty of Sciences, Novi Sad		председник president
установа у којој је запослен-а		функција у комисији
2. Др Ивана Војновић Dr Ivana Vojnović	ванр. професор Assoc. Professor	Анализа и вероватноћа Analysis and probability
презиме и име	звање	ужа научна област
Природно-математички факултет, Нови Сад Faculty of Sciences, Novi Sad		члан member
установа у којој је запослен-а		функција у комисији
3. Др Јелена Манојловић Dr Jelena Manojlović	ред. професор Full Professor	Математика Mathematics
презиме и име	звање	ужа научна област
Природно-математички факултет, Ниш Faculty of Sciences and Mathematics, Niš		члан member
установа у којој је запослен-а		функција у комисији
4. Др Дарко Митровић Dr Darko Mitrović	ред. професор Full Professor	Парцијалне диференцијалне једначине Partial Differential Equations
презиме и име	звање	ужа научна област
Природно-математички факултет, Универзитет Црне Горе Faculty of Science and Mathematics, University of Montenegro		члан member
установа у којој је запослен-а		функција у комисији

<b>II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ</b>	
1. Име, име једног родитеља, презиме:	Маја (Душан) Јолић / Маја (Dušan) Jolić
2. Датум рођења, општина, држава:	18. 10. 1991, Кикинда, Р. Србија / October 18, 1991, Kikinda, R. Serbia
3. Назив факултета, назив претходно завршеног нивоа студија и стечени стручни/академски назив:	Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду, Мастер академске студије, Мастер математичар Faculty of Sciences, University of Novi Sad, Master studies, Master in Mathematics
4. Година уписа на докторске студије и назив студијског програма докторских студија:	2016, Докторска школа математике / 2016, PhD School of Mathematics
<b>III НАСЛОВ ДОКТОРСKE ДИСЕРТАЦИЈЕ:</b>	
Нелинеарни проблеми управљања са и без фракционих извода Nonlinear control problems with and without fractional derivatives	
<b>ПРЕГЛЕД ДОКТОРСKE ДИСЕРТАЦИЈЕ:</b>	
<p>Докторска дисертација написана је на енглеском језику, на 122 стране. Подељена је у 5 поглавља, има наведених 65 библиографских јединица и садржи једну слику. На почетку дисертације дата је кључна документацијска информација, затим следе: кратак резиме рада на српском језику, садржај рада, апстракт на српском језику, апстракт на енглеском језику и предговор.</p> <p>Након тога представљен је текст дисертације, подељен у следећа поглавља и потпоглавља:</p>	
1	<ul style="list-style-type: none"> <li>Увод <ul style="list-style-type: none"> <li>1.1. Уводни појмови и тврђења <ul style="list-style-type: none"> <li>1.1.1. Простори функција</li> <li>1.1.2. Шаудерова теорија фиксне тачке</li> </ul> </li> <li>1.2. Основе теорије управљања</li> <li>1.3. Кратка историја теорије управљања</li> </ul> </li> </ul>
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>Фракциони рачун <ul style="list-style-type: none"> <li>2.1. Фракциони оператори</li> <li>2.2. Митаг-Лефлерове функције</li> <li>2.3. Системи фракционих диференцијалних једначина <ul style="list-style-type: none"> <li>2.3.1. Постојања и јединственост решења</li> <li>2.3.2. Линеарни системи ФДЈ</li> <li>2.3.3. Нелинеаран систем</li> </ul> </li> </ul> </li> </ul>
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>Линеарно управљање <ul style="list-style-type: none"> <li>3.1. Теорија управљања за линеарне системе ОДЈ <ul style="list-style-type: none"> <li>3.1.1. Контролабилност</li> <li>3.1.2. Хилбертов метод јединствености и опсервабилност</li> <li>3.1.3. „Bang-bang“ функције управљања</li> </ul> </li> <li>3.2. Теорија управљања за линеарне системе ФДЈ <ul style="list-style-type: none"> <li>3.2.1. Контролабилност</li> </ul> </li> </ul> </li> </ul>

- 3.2.2. Адјунговани систем и опсервабилност
- 4 Нелинеарно управљање
  - 4.1.1. Контролабилност нелинеарног система ОДЈ
  - 4.1.2. Контролабилност нелинеарног система ФДЈ
- 5 Закључак

На крају је наведена библиографија коришћена у дисертацији, затим индекс појмова и биографија аутора.

This dissertation is written in English language and contains 122 pages. It is divided into 5 chapters, it has 65 references and one figure. At the beginning of the dissertation, the key work documentation is given, following: short summary in Serbian, table of contents, abstract in Serbian, abstract in English and preface.

Then, text of the dissertation is presented, divided into chapters and sections as follows:

- 1 Introduction
  - 1.1. Preliminaries
    - 1.1.1. Function spaces
    - 1.1.2. Schauder fixed point theory
  - 1.2. Basics of control theory
  - 1.3. A brief history of control theory
- 2 Fractional Calculus
  - 2.1. Fractional operators
  - 2.2. Mittag-Leffler functions
  - 2.3. Systems of fractional differential equations
    - 2.3.1. Existence and uniqueness of the solution
    - 2.3.2. Linear systems of FDEs
    - 2.3.3. A nonlinear system
- 3 Linear Control
  - 3.1. Control theory for linear systems of ODEs
    - 3.1.1. Controllability
    - 3.1.2. Hilbert uniqueness method and observability
    - 3.1.3. Bang-bang controls
  - 3.2. Control theory for linear systems of FDEs
    - 3.2.1. Controllability
    - 3.2.2. Adjoint system and observability
- 4 Nonlinear Control
  - 4.1.1. Controllability of a nonlinear system of ODEs
  - 4.1.2. Controllability of a nonlinear system of FDEs
- 5 Conclusion

At the end of the dissertation, the bibliography used during the writing process is provided, together with an index of subjects and biography of the author.

#### **ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:**

Дисертација садржи све неопходне елементе одређене важећим правилницима, исправно је структурирана и има јасан начин излагања.

Комисија сматра да је наслов докторске дисертације формулисан прецизно и недвосмислено, и да јасно указује на разматрану проблематику.

Докторску дисертацију чини пет поглавља, која имају логичан след и добро су систематизована.

Прво поглавље дисертације је уводног карактера и подељено је у три потпоглавља. У првом потпоглављу уведена је нотација, дат је преглед простора функција и теорема фиксне тачке, који ће се користити у даљем раду. У другом потпоглављу представљени су основни појмови и концепти теорије управљања, док треће потпоглавље садржи кратак историјски преглед развоја теорије управљања.

*Комисија закључује да су уводне одреднице, мотивација и доприноси адекватно дефинисани, као и да је дат кратак историјски осврт, са акцентима на најбитније радове изучаване проблематике који постоје у литератури.*

Друго поглавље посвећено је фракционом рачуну. Аутор најпре наводи дефиниције и основне особине фракционих интегралних и диференцијалних оператора Капутовог и Риман-Лиувиловог типа. Након тога бави се системима фракционих диференцијалних једначина и представља неке од класичних резултата везаних за постојање и јединственост решења система. Затим анализира линеарне системе фракционих диференцијалних једначина, а посебну пажњу посвећује матрицама преласка стања. Аутор наводи познате резултате везане за регуларност и ограничења ових матрица, као и оригиналне резултате у којима су добијене строжије оцене ових матрица за једну специјалну класу система. Такође, наводи оригиналне резултате везане за постојање, регуларност и ограниченост решења једне класе нелинеарних система диференцијалних једначина са Капутовим изводом.

*Комисија позитивно оцењује друго поглавље посвећено фракционом рачуну, у којем су изложени и оригинални самостални резултати кандидата.*

У трећем поглављу изучавани су линеарни проблеми управљања. У првом потпоглављу представљени су класични резултати теорије линеарног управљања, за системе у којима фигурише извод првог реда. Уведени су појмови: контролабилност, Грамова матрица, опсервабилност и адјунговани проблем. Дати су еквивалентни услови за контролабилност и описани су поступци за налажење оптималне функције управљања у просторима  $L^2$  и  $L^\infty$ , засновани на Хилбертовој методи јединствености и техникама варијационог рачуна. Друго потпоглавље садржи оригиналне резултате из теорије линеарног управљања за системе са Капутовим изводом реда  $\alpha$  између 0 и 1. Проблеми линеарног управљања са фракционим изводима до сада су изучавани само у случају система са константним коефицијентима, док аутор посматра општи облик система са неконстантним коефицијентима и уопштава резултате познате за системе са целобројним изводом на случај система са изводом реда  $\alpha$  између 0 и 1. Због природе фракционог извода и сингуларитета који се јавља у матрици преласка стања, која фигурише у решењу система, аутор уводи модификовану Грамову матрицу контролабилности и оптималну функцију управљања тражи у тежинском  $L^2$  простору. Детаљно су образложени избор адјунгованог система и избор тежинског  $L^2$  простора, уз напомену да је за случај када је ред извода већи од  $1/2$  оптималну функцију могуће наћи и у класичном простору  $L^2$ . Важно је истаћи да се добијени уопштени резултати у случају када је ред извода једнак 1 своде на познате класичне резултате линеарне теорије управљања.

*Комисија позитивно оцењује треће поглавље посвећено линеарним проблемима*

*управљања са и без фракционих извода, у којем су изложени оригинални самостални резултати кандидата.*

У четвртом поглављу дат је оригинални допринос у виду новог резултата контролабилности једне класе нелинеарних система. Посматран је случај система са целим изводом и са фракционим изводом реда  $\alpha$  између 0 и 1. У оба случаја добијени су довољни услови за контролабилност система, која је доказана методом линеаризације и применом теореме о фиксној тачки. За случај система са целим изводом постоје познати резултати у литератури, при чему је у дисертацији представљен оригинални метод конструкције решења линеаризованог система. Метод који је представљен заснива се на конструкцији решења по деловима, што у случају нецелог извода (који је нелокалне природе) захтева узимање у обзир и меморије садржане у самом изводу. Стога је, у случају система са фракционим изводом, аутор користио другачији приступ конструкцији решења. Наиме, применом оригиналних резултата из друге главе везаних за особине решења нелинеарног система, као и резултата добијених у трећој глави за проблеме линеарног управљања, аутор долази до конструкције која даје неопходна ограничења решења система и функције управљања, имплицирајући даље постојање фиксне тачке која представља решење нелинеарног проблема управљања.

*Комисија позитивно оцењује четврто поглавље посвећено нелинеарним проблемима управљања са и без фракционих извода, у којем су изложени оригинални самостални резултати кандидата.*

У петом поглављу дат је кратак преглед добијених оригиналних резултата који представљају научни допринос дисертације.

*Комисија позитивно оцењује последње пет поглавље у којем је дат преглед оригиналних научних доприноса дисертације.*

*Комисија позитивно оцењује све делове докторске тезе кандидаткиње Маје Јолић, као и начин на који су резултати дисертације приказани и тумачени.*

Dissertation contains all the required elements determined by the valid books of regulations, and it is well structured with clear way of presentation.

The committee regards that the title of the dissertation is formulated precisely and unambiguously, and that it clearly reflects the topic considered.

Doctoral dissertation consists of five chapters which are given with logical order and are well systematized.

The first Chapter of this thesis is introductory and it is divided into three sections. In the first section the notation is introduced, then, it is given an overview of the function spaces and fixed point theorems which will be used throughout the thesis. In the second section basic notions and concepts of control theory are presented, while in the third section a brief historical overview of the development of control theory is given.

*The committee concludes that basic notions, motivation and contributions are adequately defined, and that the short historical background is presented, with accents on the most important papers of this topic that exist in the literature.*

The second chapter is dedicated to the fractional calculus. Firstly, author states definitions and basic properties of fractional integral and differential operators of the Caputo and the Riemann-Liouville type. Afterwards, the author considers systems of fractional differential equations and presents some of the classical results related to the existence and uniqueness of the solution. Then, linear systems of fractional differential equations are analyzed, and special attention is paid to the state-transition matrices. Author states some of the known results related to the regularity and boundedness of state-transition matrices, as well as the original results in which sharper estimates were obtained for one special class of the system. Also, the original results related to the existence, regularity and boundedness of the solution, for one class of nonlinear systems of fractional differential equations with the Caputo derivative, are stated.

*The committee gives a positive opinion of Chapter 2 dealing with fractional calculus, which additionally contains original individual scientific results of the candidate.*

In the third chapter linear control problems are studied. In the first section classical results from linear control theory are presented. The notions of controllability, Gramian matrix, observability and adjoint problem are introduced. The equivalent conditions for controllability were presented as well as the methods for finding an optimal control function in the spaces  $L^2$  and  $L^\infty$ , based on the Hilbert uniqueness method and techniques from variational calculus. Second section contains original results from linear control theory, for the systems with the Caputo fractional derivative of order  $\alpha$  between 0 and 1. So far, linear control problems with fractional derivatives were studied in the case of the systems with constant coefficients, while the author considers general class of linear systems with time-varying coefficients and generalizes the results known for the systems with integer-order derivative to the case of the systems with derivative of order  $\alpha$  between 0 and 1. Due to the nature of the fractional derivative and singularity which occurs in the state-transition matrix, figuring in the solution of the system, the author introduces the modified Gramian controllability matrix and finds an optimal control function in the weighted  $L^2$  space. A detailed clarification of the choice of the adjoint problem and weighted  $L^2$  spaces is provided, with a remark on the case when the order of the derivative is greater than  $1/2$ , and when it is possible to compute the optimal control in classical  $L^2$  space. It is significant to point out that the obtained general results reduce to the classical results in the case when the order of the derivative is equal to 1.

*The committee gives a positive opinion of Chapter 3 dealing with linear control problems with and without fractional derivatives, which contains original individual scientific results of the candidate.*

In the fourth chapter, original contribution is given in the frame of the novel result on controllability of the one class of nonlinear control problems. The cases with integer and fractional derivative of order  $\alpha$  between 0 and 1, were considered. In both cases, sufficient conditions for controllability were obtained, and controllability was proved by the method of linearization and application of the fixed point theorem. Although in the case with integer derivative there are known results related to the controllability of this

class of systems, in the dissertation an original method for the construction of the solution of the linearized problem was presented. The used method is based on the construction of the piecewise solution, which, in the case of the non-integer derivative (which has nonlocal nature), requests to take into account the memory accumulated in the derivative. Hence, in the case with fractional derivative the author used a different approach to the construction of the solution. Namely, using the original results from the second chapter related to the properties of the solution of the nonlinear system, with results obtained in the third chapter for linear control problems, the author comes to a construction which provides necessary bounds of the solution as well as of the control function, further implying the existence of the fixed point, i.e., the existence of the solution of the nonlinear control problem.

*The committee gives a positive opinion of Chapter 4 dealing with nonlinear control problems with and without fractional derivatives, which contains original individual scientific results of the candidate.*

In the fifth chapter, a brief overview of the obtained original results, which present a scientific contribution of this dissertation, is given.

*The committee gives a positive opinion of the last Chapter 5 that provides an overview of the original scientific contributions of the dissertation.*

*The committee positively evaluates all parts of the doctoral thesis by the candidate Maja Jolić, as well as the way of presentation and interpretation of the results in the thesis.*

**VI СПИСАК НАУЧНИХ И СТРУЧНИХ РАДОВА КОЈИ СУ ОБЈАВЉЕНИ ИЛИ ПРИХВАЋЕНИ ЗА ОБЈАВЉИВАЊЕ НА ОСНОВУ РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА У ОКВИРУ РАДА НА ДОКТОРСКОЈ ДИСЕРТАЦИЈИ:**

1. M. Jolić, S. Konjik, D. Mitrović, On solvability for a class of nonlinear systems of differential equations with the Caputo fractional derivative, *Fractional Calculus and Applied Analysis*, 25:2126–2138, 2022, doi: 10.1007/s13540-022-00085-5 (M21a)
2. M. Jolić, S. Konjik, Controllability and observability of linear time-varying fractional systems, *Fractional Calculus and Applied Analysis*, 26:1709–1739, 2023, doi: 10.1007/s13540-023-00171-2s (M21a)
3. M. Jolić, S. Konjik, D. Mitrović, A New Approach in Solving Fractional Nonlinear Control Problems, *2023 International Conference on Fractional Differentiation and Its Applications (ICFDA)*, Ajman, United Arab Emirates, 2023, pp. 1-5, doi: 10.1109/ICFDA58234.2023.10153172 (M33)

## VII ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА:

Доприноси ове дисертације огледају се у резултатима који се тематски могу поделити у следећа три дела:

- Први део односи се на добијена ограничења матрица преласка стања која су даље коришћена у доказу постојања решења једне класе нелинеарних система диференцијалних једначина са Капутовим изводом. Метод који је коришћен даје униформну ограниченост решења овог нелинеарног система.
- Други део односи се на уопштења резултата из класичне теорије линеарног управљања на системе са Капутовим изводом реда  $\alpha$  између 0 и 1. Досадашњи резултати из линеарне теорије управљања за системе са нецелим изводима односе се на случај када је матрица система константна, док је у дисертацији посматран општи облик система са неконстантним коефицијентима. Дата је детаљна анализа линеарних проблема управљања са Капутовим изводом из аспекта контролабилности. Даље је уведен придружени адјунговани систем, у ком фигурише Риман-Лиувилев извод, и показана је еквиваленција између контролабилности полазног система и опсервабилности адјунгованог. Због сингуларитета који се јавља у решењу адјунгованог система, аутор уводи тежинске  $L^2$  просторе у којима тражи оптималну функцију управљања. Ово представља иновативни приступ решавању проблема управљања који је у складу са природом фракционог извода, а такође се своди на класичан случај када је ред извода једнак 1.
- Трећи део односи се на резултате у којима је доказана контролабилност једне класе нелинеарних проблема управљања. Дат је оригинални метод за конструкцију решења линеаризованог система, који се огледа у томе да се дужина интервала, у ком дејствује функција управљања, скраћује како би се добила униформна ограниченост решења, неопходна за постојање фиксне тачке. У случају система са нецелим изводом, посебна пажња посвећена је нелокалним особинама фракционих извода које су узете у обзир приликом конструкције решења.

Contributions of this thesis are given through results which can be divided into the following three parts:

- First part concerns obtained bounds of the state-transition matrices, which are further used in the proof of the existence of the solution for one class of nonlinear system of differential equations involving the Caputo fractional derivative. Furthermore, the applied method, also provided uniform boundedness of the solution of a nonlinear system.
- Second part concerns generalization of the results from classical linear control theory to the systems involving the Caputo fractional derivative of order  $\alpha$  between 0 and 1. The results from linear control theory for the systems with non-integer derivatives, that are obtained so far, are related to the case when the matrix of the system is constant, while in this thesis a general type of the system with time-varying coefficients is considered. A detailed analysis of the linear control problems with the Caputo derivative is provided, from the aspect of controllability. Furthermore, the associated adjoint system is introduced,



involving the Riemann-Liouville fractional derivative, and the equivalence between controllability of the initial control problem and observability of the associated adjoint problem is proved. Due to the singularity which occurs in the solution of the adjoint problem, the author introduces the weighted  $L^2$  spaces, in which an optimal control function is founded. This presents an innovative approach in solving control problems, which is consistent with the nature of the fractional derivative and, furthermore, it reduces to the classical case when the order of the derivative is equal to 1.

- Third part concerns the results in which controllability of one class of nonlinear control problems, is proved. An original method for the construction of the solution is stated. This method is based on the idea of the compression of the interval in which control acts on the system, which will further provide uniform boundedness of the solution, necessary for the existence of the fixed point. In the case with non-integer derivative, special attention is paid to the nonlocal properties of the fractional derivatives which are taken into consideration.

### VIII ОЦЕНА НАЧИНА ПРИКАЗА И ТУМАЧЕЊА РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА:

Приказ свих резултата истраживања је добро организован по тематским целинама, и наведен је логичким редоследом. Формулација резултата је прецизна и јасна. Тумачење резултата је коректно приказано, са освртом и на последице које из главних резултата следе.

Текст дисертације је проверен у софтверу за детекцију плагијаризма *iThenticate* у Библиотеци Департмана за математику и информатику Природно-математичког факултета у Новом Саду, и као резултат анализе добијена је вредност резултујућег индекса сличности 44%. На основу резултата провере, Комисија је констатовала да је највећи обим подударности (прва два наведена преклапања) текста дисертације добијен са научним радовима кандидаткиње. Ради се о два објављена рада. У тим радовима кандидаткиња Маја Јолић је први аутор, а сами радови садрже резултате дисертације. У нешто мањем обиму софтвер је уочио Преклапање са деловима текста других аутора које је софтвер детектовао је занемарљиво, мање од 1%, и то су уобичајене језичке конструкције у математичком тексту, формулације неких дефиниција, лема, теорема и сл. Комисија такође констатује да је у дисертацији увек наведен извор цитираног резултата, и отуда не постоје елементи плагијаризма. Стога се закључује да је докторска дисертација оригинално ауторско дело кандидаткиње Маје Јолић. Са Извештајем о подударности упознати су сви чланови комисије.

На основу наведеног, Комисија је донела позитивну оцену за начин приказа и тумачења резултата, са закључком да је докторска дисертација оригинално ауторско дело кандидаткиње Маје Јолић.

Presentation of all results of the research is well organized thematically, and it is given with logical order. Formulation of the results is precise and clear. Interpretation of the results is correctly presented, with a review of consequences that follow from main results.

Text of the dissertation has been checked by the plagiarism detection software *iThenticate* at the library of the Department for Mathematics and Informatics at Faculty of Sciences in Novi Sad, and as a result of the comparison analysis a similarity index of 44% was obtained. Based on the results of this analysis, the committee has determined that the largest amount of similarity (the first two overlaps) is with scientific articles of the candidate. These are two published papers. Candidate Maja Jolić is the first author of these papers, and the former contain results from the dissertation. The software has also spotted negligible overlaps with parts of the text of other authors, less than 1%, and these are common language constructions in mathematical text, formulations of some definitions, lemmas, theorems, etc. Since in the dissertation there is always a reference of the cited result, the committee concludes that there are no elements of plagiarism.

Therefore, the overall conclusion is that the doctoral dissertation is the original individual work of the candidate Maja Jolić. All members of the committee are familiar with the Similarity report results.

In view of the conclusions presented above, the committee gives a positive opinion for the presentation and interpretation of the results, with the conclusion that the dissertation is the original individual work of the candidate Maja Jolić.

**IX КОНАЧНА ОЦЕНА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:**

Да ли је дисертација написана у складу са образложењем наведеним у пријави теме?

Дисертација је у потпуности написана у складу са образложењем наведеним у пријави теме.

Is the dissertation written with respect to the guidelines stated in the dissertation application?

Dissertation is completely written with the guidelines stated in the dissertation application.

Да ли дисертација садржи све битне елементе?

Дисертација у потпуности садржи све потребне елементе. Дат је врло прецизан увод у теоријске концепте који се користе касније у раду. Организација поглавља је јасна и логична. Начин излагања је јасан и конкретан. Списак библиографских референци сведочи о добром познавању области, и квалитетно је састављен.

Does the dissertation contain all the vital elements?

Dissertation definitely contains all the vital elements. A very precise introduction to theoretical concepts to be used is provided. The organization of the chapters is clear and logical. The interpretation is clear and concrete. List of bibliography references witnesses a well knowledge of this topic, and is well written.

По чему је дисертација оригиналан допринос науци?

Докторска дисертација кандидаткиње Маје Јолић представља оригиналан научни рад са више теоријских доприноса који се тематски могу поделити у три целине. Прва целина односи се на системе фракционих диференцијалних једначина, друга на развој теорије линеарног управљања за системе са нецелим изводом, док се трећа целина односи на нелинеарне проблеме управљања. Истакнути оригинални доприноси дисертације могу се описати по следећим тачкама:

1. Изведена су строга ограничења матрица преласка стања једне класе линеарних система са фракционим изводима Капутовог и Риман-Лиувиловог типа. Добијени су резултати који се односе на постојање, јединственост и ограниченост решења једне класе нелинеарних система диференцијалних једначина са Капутовим изводом.
2. Познати резултати из теорије линеарног управљања за системе са целим изводом уопштени су на системе са Капутовим изводом реда  $\alpha$  између 0 и 1. Тиме је дат нови приступ анализи линеарних проблема управљања у којима фигуришу фракциони изводи.
3. Применом резултата из тачке 1. и 2., доказана је контролабилност једне класе нелинеарних проблема управљања.

By what means the dissertation can be considered as an original contribution to science?

Doctoral dissertation by the candidate Maja Jolić represents an original scientific work with several theoretic contributions, which can be divided into three parts. First part concerns systems of fractional differential equations, second part is related to the development of linear control theory for the systems with non-integer derivatives, and third part concerns nonlinear control problems. Original contributions of the dissertation which stand out can be described in the following way:

1. Sharp estimates of the state-transition matrices for one class of linear systems of differential equations, involving fractional derivative of the Caputo and the

<p>Riemann-Liouville type, were derived. Results related to the existence, uniqueness and boundedness of the solution of one class of nonlinear systems with the Caputo derivative were obtained.</p> <p>2. Known results from linear control theory for systems with integer-order derivative were generalized to the systems with Caputo derivative of order <math>\alpha</math> between 0 and 1, which provides a new approach to the analysis of linear fractional control problems.</p> <p>3. By the application of the results obtained in point 1. and 2., controllability of one class of nonlinear control problems was proved.</p>
<p>Који су недостаци дисертације и какав је њихов утицај на резултат истраживања?</p> <p>Дисертација нема недостатака.</p> <p>What are the shortcomings of the dissertation and what is their impact to the result of the research?</p> <p>Dissertation does not have shortcomings.</p>
<p><b>X ПРЕДЛОГ:</b></p> <p>На основу наведеног, комисија предлаже:</p> <p>Имајући у виду све претходно наведено, комисија предлаже да се докторска дисертација кандидаткиње Маје Јолић под називом „Нелинеарни проблеми управљања са и без фракционих извода” <b>прихвати, и да се кандидаткињи одобри одбрана исте.</b></p> <p>Taking into consideration the findings of this evaluation report, the committee recommends that the dissertation entitled „Nonlinear control problems with and without fractional derivatives“ written by candidate Маја Јолић is <b>to be accepted and the candidate allowed to proceed with its defense.</b></p>

Место и датум: Нови Сад, Ниш, Подгорица / Novi Sad, Niš, Podgorica, 6. 10. 2023.

1. Др Србољуб Симић, редовни професор  
Dr Srboљub Simić, Full Professor

\_\_\_\_\_, председник / president

2. Др Ивана Војновић, ванредни професор  
Dr Ivana Vojnović, Associated Professor

\_\_\_\_\_, члан / member

3. Др Јелена Манојловић, редовни професор  
Dr Jelena Manojlović, Full Professor

\_\_\_\_\_, члан / member

4. Др Дарко Митровић, редовни професор  
Dr Darko Mitrović, Full Professor

\_\_\_\_\_, члан / member

**НАПОМЕНА:** Члан комисије који не жели да потпише извештај јер се не слаже са мишљењем већине чланова комисије, дужан је да унесе у извештај образложење односно разлоге због којих не жели да потпише извештај и да исти потпише.