

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ

Презиме, име једног
родитеља и име Обрадовић Славиша Маја
Датум и место рођења 05.07.1980. Скопље, Република Македонија
04.9.2019
Основне студије
Универзитет Универзитет у Нишу
Факултет Природно-математички факултет у Нишу
01 2001
Студијски програм Математика
Звање Дипломирани математичар за теоријску математику и примене
Година уписа 1998/99.
Година завршетка 2004.
Просечна оцена 8,14

Магистар студије, магистарске студије

Универзитет Универзитет у Нишу
Факултет Природно-математички факултет у Нишу
Студијски програм Математика
Звање Магистар математичких наука
Година уписа 2004/05.
Година завршетка 2009.
Просечна оцена 9,33
Научна област Математика
Наслов завршног рада L^p - стабилност и интегративност Волтериних стохастичких интегродиференцијалних једначина

Докторске студије

Универзитет Универзитет у Нишу
Факултет Природно-математички факултет у Нишу
Студијски програм Математика
Година уписа 2009.
Остварен број ЕСПБ бодова 165
Просечна оцена 9,5

НАСЛОВ ТЕМЕ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Наслов теме докторске дисертације Нумеричке апроксимације решења неутралних стохастичких диференцијалних једначина са временски-зависним кашњењем
Наслов теме докторске дисертације на енглеском језику Numerical approximations of solutions to neutral stochastic differential equations with time-dependent delay
Име и презиме ментора, звање Марија Милошевић, ванредни професор
Број и датум добијања сагласности за тему докторске дисертације НСВ број 8/17-01-001/18-008, 11.01.2018.

ПРЕГЛЕД ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Број страна 175

Број поглавља	8
Број слика (шема, графика)	10
Број табела	/
Број прилога	/

**ПРИКАЗ НАУЧНИХ И СТРУЧНИХ РАДОВА КАНДИДАТА
који садрже резултате истраживања у оквиру докторске дисертације**

Р. бр.	Аутор-и, наслов, часопис, година, број волумена, странице	Категорија
	<p>M. Obradović, M. Milošević, Stability of a class of neutral stochastic differential equations with unbounded delay and Markovian switching and the Euler-Maruyama method, Journal of Computational and Applied Mathematics (2017), vol. 309, 244-266.</p> <p><i>Разматра се скоро извесна експоненцијална стабилност решења неутралних стохастичких диференцијалних једначина са неограниченим и ограниченим временски-зависним кашњењем и прелазима Маркова, под претпоставком да важе уопштени услови Khasminskii-ог. Поред тога се доказује конвергенција у вероватноћи низа нумеричких решења, добијених применом Euler-Maruyama-ине методе, ка тачном решењу једначине наведеног типа. У случају када је функција кашњења ограничена, доказује се скоро извесна експоненцијална стабилност Euler-Maruyama-иног апроксимативног решења. На тај начин се долази до закључка да, под одређеним условима, из скоро извесне експоненцијалне стабилности Euler-Maruyama-иног решења следи да и тачно решење једначине има исто својство.</i></p>	M21
1	<p>M. Obradović, M. Milošević, Almost sure exponential stability of the θ-Euler-Maruyama method for neutral stochastic differential equations with time-dependent delay when $\theta \in [0, 1/2]$, Filomat 31:18 (2017) 5629-5645.</p> <p><i>Одређени су довољни услови скоро извесне експоненцијалне стабилности апроксимативних решења, добијених применом стохастичке θ (θ-Euler-Maruyama) методе, при чему је $\theta \in (0, 1/2]$ за класу неутралних стохастичких диференцијалних једначина са временски-зависним кашњењем. Метода је дефинисана параметризацијом коефицијента преноса и неутралног члана. Егзистенција и јединственост решења апроксимативних једначина за $\theta \in (0, 1]$ се доказује уз једнострану Lipschitz-ов услов за коефицијент преноса, применом Brouwer-ове теореме о фиксној тачки. Тврђења која се односе на стабилност апроксимативних решења у случајевима $\theta \in (0, 1/2]$ и $\theta = 0$ су доказана уз услов линеарног раста коефицијента преноса. Теоријски резултати су илустровани примером и нумеричким симулацијама трајекторија апроксимативних решења.</i></p>	M22
2	<p>M. Obradović, M. Milošević, Almost sure exponential stability of θ-Euler-Maruyama method, when $\theta \in (1/2, 1)$ for neutral stochastic differential equations with time-dependent delay under nonlinear growth conditions, Calcolo 56:9 (2019).</p> <p><i>У овом раду су представљени резултати који се односе на θ-Euler-Maruyama-ину методу за класу неутралних стохастичких диференцијалних једначина са временски зависним кашњењем. Метода је дефинисана тако да је, у општем случају, имплицитна у односу на коефицијент преноса и неутрални члан. Главни резултат овог рада је скоро извесна експоненцијална стабилност θ-Euler-Maruyama-ине методе за $\theta \in (1/2, 1)$ под условима нелинеарног раста. Поред тога, изведени су одређени закључци који се односе на одговарајући детерминистички случај. Теоријски резултати су илустровани примером и нумеричким симулацијама.</i></p>	M21a
3	<p>M. Obradović, Implicit numerical methods for neutral stochastic differential equations with unbounded delay and Markovian switching, Applied Mathematics and Computation 347 (2019) 664-687.</p> <p><i>Овај рад садржи резултате о backward Euler-овој методи за класу неутралних стохастичких диференцијалних једначина са бесконачним и коначним кашњењем и прелазима Маркова. Доказана је конвергенција у вероватноћи backward Euler-ове методе под условима нелинеарног раста, укључујући</i></p>	M21a
4		

једнострани Lipschitz-ов услов, да би backward Euler-ова метода била добро дефинисана. Присуство неутралног члана, који је хибридан, односно зависи од процеса Маркова, има значајну улогу у разматрању ових једначина. Доказано је да је backward Euler-ово решење глобално скоро извесно асимптотски експоненцијално стабилно без услова линеарног раста за коефицијент преноса.

НАПОМЕНА: уколико је кандидат објавио више од 3 рада, додати нове редове у овај део документа

ИСПУЊЕНОСТ УСЛОВА ЗА ОДБРАНУ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Кандидат испуњава услове за оцену и одбрану докторске дисертације који су предвиђени Законом о високом образовању, Статутом Универзитета и Статутом Факултета.

ДА **НЕ**

Кандидаткиња је објавила укупно четири рада који садрже резултате истраживања у оквиру докторске дисертације. Објавила је један самосталан рад у иностраном часопису категорије M21a и три коауторска рада на којима је првопотписани аутор. Од тога је један у часопису категорије M22 који издаје Природно-математички факултет, Универзитета у Нишу, један у часопису са SCI листе категорије M21 и један категорије M21a.

ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Кратак опис појединих делова дисертације (до 500 речи)

Дисертација је организована у осам поглавља: три поглавља тематски подељена у секције, закључак на српском и енглеском језику, литература, биографија и библиографија кандидаткиње.

У првој глави су предстаљени основни појмови и резултати теорије стохастичких процеса и теорије стохастичких диференцијалних једначина. Поред тога су уведени појмови различитих типова стабилности решења стохастичких диференцијалних једначина с обзиром на то да се део главних резултата ове докторске дисертације односи на стабилност тачног решења и нумеричких решења неутралних стохастичких диференцијалних једначина са временски-зависним кашњењем и прелазима Маркова и неутралних стохастичких диференцијалних једначина са временски-зависним кашњењем. Од посебног значаја у првој глави су постојећи резултати о нумеричким методама апроксимације решења обичних стохастичких диференцијалних једначина и обичних стохастичких диференцијалних једначина са прелазима Маркова који су успешно уопштени на друге типове стохастичких диференцијалних једначина.

У другој глави је најпре доказана егзистенција и јединственост тачног решења за класу неутралних стохастичких диференцијалних једначина са временски-зависним кашњењем и прелазима Маркова, под претпоставком да важи једна верзија уопштених услова Khasminskii-ог. Поред тога, доказана је скоро извесна експоненцијална стабилност тачног решења. Тиме су проширени постојећи резултати о егзистенцији, јединствености и скоро извесној експоненцијалној стабилности решења. Под наведеним условима нелинеарног раста коефицијената преноса и дифузије, доказана је конвергенција у вероватноћи низа Euler-Maruyama-иних апроксимативних решења ка тачном решењу. Увођењем услова линеарног раста коефицијента преноса полазне једначине, доказана је скоро извесна експоненцијална стабилност Euler-Maruyama-иног решења. Затим је разматрана backward Euler-ова метода за исту класу једначина. Уз одговарајуће услове егзистенције и јединствености нумеричког решења, који обухватају једнострани Lipschitz-ов услов по оба аргумента коефицијента преноса, и уопштене услове Khasminskii-ог, доказана је конвергенција у вероватноћи низа нумеричких решења ка тачном решењу. Осим тога, доказано је да нумеричка решења, одређена backward Euler-овом методом, имају особину скоро извесне експоненцијалне стабилности под слабијим условима него што је случај са Euler-Maruyama-ином методом. Према томе, доказано је да постоји класа једначина за коју тачно и backward Euler-ово решење имају особину скоро извесне експоненцијалне стабилности, док Euler-Maruyama-ино решење нема.

У трећој глави се разматра скоро извесна експоненцијална стабилност нумеричких решења добијених применом θ методе за класу неутралних стохастичких диференцијалних једначина са временски-зависним кашњењем, при чему параметар θ узима вредности из интервала $(0,1)$. Најпре је доказана егзистенција и јединственост нумеричког решења за произвољну вредност параметра θ , који се интерпретира као степен имплицитности нумеричке методе. Доказ је изведен применом Brouwer-ове теореме о фиксној тачки, под претпоставком да је коефицијент преноса непрекидна

функција која задовољава једнострани Lipschitz-ов услов по оба аргумента. Сама природа θ методе намеће неопходност примене различитих техника када је θ из интервала $[0, 1/2]$, односно када је из интервала $(1/2, 1)$. У оба случаја разматрање почиње под претпоставком да важи верзија уопштених услова Khasminskii-ог која је другачија од верзије из друге главе дисертације. У првом случају, један од довољних услова скоро извесне експоненцијалне стабилности нумеричког решења је услов линеарног раста коефицијента преноса. У другом случају је исти резултат добијен под условима који не укључују услов линеарног раста коефицијента преноса. Разматрање је употпуњено коментарима и закључцима који се односе на одговарајући детерминистички случај. Природни наставак другог случаја представља разматрање скоро извесне експоненцијалне стабилности нумеричког решења под условом линеарног раста и измењеним осталим условима.

Резултати у другој и трећој глави дисертације су изведени под претпоставком да неутрални члан једначине која се разматра задовољава Lipschitz-ов услов. Карактеристике неутралног члана, коефицијената преноса и дифузије, као и функције кашњења, која фигурише у њиховим аргументима, утичу како на технике које се примењују, тако и на сама тврђења. Докази теорема о стабилности тачног и нумеричких решења се заснивају на применама непрекидне и дискретне верзије Теореме о конвергенцији семимартингала, респективно. Теоријски резултати у другој и трећој глави дисертације су илустровани примерима и нумеричким симулацијама.

Садржај друге и треће главе дисертације чине оригинални резултати кандидаткиње од чега је већи део публикован, а остатак је у процесу припреме за публикавање.

Закључком су сумирани резултати дисертације, указано је на њихов значај и наведени су могући правци даљег истраживања.

Списак референци се састоји од 92 библиографске јединице.

На самом крају дисертације су наведене биографија и библиографија кандидаткиње.

ВРЕДНОВАЊЕ РЕЗУЛТАТА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Ниво остваривања постављених циљева из пријаве докторске дисертације (до 200 речи)

Постављени циљеви из пријаве теме докторске дисертације су остварени у потпуности. Резултати истраживања у оквиру ове докторске дисертације једним делом проширују и уопштавају постојеће резултате о егзистенцији, јединствености и скоро извесној експоненцијалној стабилности решења на једну класу неутралних стохастичких диференцијалних једначина са временски-зависним кашњењем и прелазима Маркова. Кроз разматрање различитих нумеричких метода апроксимације решења таквих једначина, пре свега њихове конвергенције у вероватноћи и скоро извесне експоненцијалне стабилности нумеричких решења, долази се до одређених закључака о квалитативним и квантитативним својствима одговарајућег тачног решења. Поред тога, уопштени су постојећи резултати који се односе на нумеричко решавање класе неутралних стохастичких диференцијалних једначина са временски-зависним кашњењем, која се разликује од већ поменуте класе. Уопштење се огледа у примени θ методе чији су гранични случајеви Euler-Maruyama-ина, односно backward Euler-ова метода.

За наведене класе једначина одређени су резличити услови под којима нумеричке методе испољавају своје предности, и то услова под којима скоро извесна експоненцијална стабилност нумеричког решења, добијеног применом конкретне методе, имплицира исто својство тачног решења. Како се разматране једначине у специјалним случајевима свде на неутралне стохастичке диференцијалне једначине са константним кашњењем, стохастичке диференцијалне једначине са временски-зависним или константним кашњењем и на обичне стохастичке диференцијалне једначине, остварен је допринос анализи нумеричких метода за наведене класе једначина.

Вредновање значаја и научног доприноса резултата дисертације (до 200 речи)

Резултати презентовани у овој докторској дисертацији представљају значајан и оригиналан допринос истраживању у области нумеричког решавања стохастичких диференцијалних једначина. Након прегледа основних резултата теорије стохастичких процеса и теорије стохастичких диференцијалних једначина, акценат је на разматрању нумеричких метода апроксимације решења неутралних стохастичких диференцијалних једначина са временски-зависним кашњењем и прелазима Маркова и неутралних стохастичких диференцијалних једначина са временски-зависним кашњењем. Кроз разматрање

различитих нумеричких метода апроксимације решења таквих једначина, пре свега њихове конвергенције у вероватноћи и скоро извесне експоненцијалне стабилности нумеричких решења, долази се до одређених закључака о квалитативним и квантитативним својствима одговарајућег тачног решења.

На основу увида у извештај о плагијарству се може констатовати да постоје преклапања са радовима кандидата која су потпуно оправдана јер ти радови представљају предуслов за настанак ове докторске дисертације.

Оцена самосталности научног рада кандидата (до 100 речи)

Током израде докторске дисертације кандидаткиња је показала значајан ниво самосталности у идентификовању проблема и проналажењу адекватних приступа за њихово решавање. Овладала је нумеричким симулацијама које су саставни део ове докторске дисертације.

ЗАКЉУЧАК (до 100 речи)

На основу претходно изложеног се може закључити да су сви резултати приказани у дисертацији оригинални, а квалитет презентованих научних резултата је верификован у врхунским међународним часописима. Дисертација је написана прегледно и коректно. Проучавана тематика је актуелна и уклапа се у глобалне трендове истраживања.

На основу свега наведеног Комисија предлаже Наставно-научном већу Природно-математичког факултета Универзитета у Нишу да прихвати докторску дисертацију Маје С. Обрадовић под насловом **Нумеричке апроксимације решења неутралних стохастичких диференцијалних једначина са временски-зависним кашњењем (Numerical approximations of solutions to neutral stochastic differential equations with time-dependent delay)** и да одобри њену јавну одбрану.


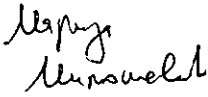



КОМИСИЈА

Број одлуке Научно-стручног већа за природно математичке науке о именовану Комисије

НСВ број 8/17-01-007/19-05

Датум именовања Комисије

22.08.2019.

Р. бр.	Име и презиме, звање	Потпис
1.	Проф. др Миљана Јовановић, редовни професор Математичке науке (Научна област) Универзитет у Нишу, Природно-математички факултет (Установа у којој је запослен)	председник 
2.	др Марија Милошевић, ванредни професор Математичке науке (Научна област) Универзитет у Нишу, Природно-математички факултет (Установа у којој је запослен)	ментор, члан 
3.	Проф. др Љиљана Петровић, редовни професор Математичке науке (Научна област) Универзитет у Београду, Економски факултет (Установа у којој је запослен)	члан 
4.	др Јасмина Ђорђевић, ванредни професор Математичке науке (Научна област) Универзитет у Нишу, Природно-математички факултет (Установа у којој је запослен)	члан 
5.	др Марија Крстић, ванредни професор Математичке науке (Научна област) Универзитет у Нишу, Природно-математички факултет (Установа у којој је запослен)	члан 

Датум и место:

03.09.2018. Београд и Ниш