

НАСТАВНО НАУЧНОМ ВЕЋУ
ФИЛОЗОФСКОГ ФАКУЛТЕТА
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Реферат о завршеној докторској дисертацији
ИНТЕНЗИОНАЛНОСТ И ПОЈАМ АЛГОРИТМА
докторанткиње КАТАРИНЕ МАКСИМОВИЋ

Одлуком Наставно-научног већа Филозофског факултета од 22.9.2022. изабрани смо у комисију за анализу и оцену докторске дисертације *Интензионалност и појам алгоритма* докторанткиње Катарине Максимовић. На основу увида у рад кандидата, подносимо Научном већу Филозофског факултета овај извештај.

1. Основни подаци о кандидаткињи и дисертацији

Катарина Максимовић се родила 1991. године. Завршила је гимназију у Београду. Студије филозофије на Одељењу за филозофију Филозофског факултета у Београду уписала је 2010. године, а завршила 2014. године са просечном оценом 9,98 и оценом 10 на дипломском испиту. Била је награђена као најбољи студент у тој генерацији на Одељењу за филозофију. Током основних студија показала је интересовање пре свега за логику, филозофију математике и филозофију језика. Њен дипломски рад под насловом *Да ли противчињенички кондиционали уназад изражавају исказе?* припада области филозофије језика.

Мастер студије филозофије на Одељењу за филозофију Филозофског факултета у Београду уписала је 2014. године, и завршила 2015. године са просечном оценом 9,75. Наслов њеног завршног мастер рада који припада области филозофије математике и филозофије језика је *Употребе математичког језика*. У њему је кандидаткиња показала завидан ниво зрелости и

оригиналности. Резултати постигнути у том раду касније су објављени у часопису *Theoria*.

На докторске студије филозофије на Одељењу за филозофију Филозофског факултета у Београду Катарина Максимовић се уписала школске 2015/2016. године. Предмети које је изабрала на докторским студијама су већином везани за логику: Теорија дедукције, Филозофија логике I, Филозофија логике II, Филозофија науке, Филозофија научног истраживања и Супструктуралне логике. Све испите положила је са оценом 10.

Дана 26.12.2017. одбранила је предлог теме докторске дисертације под насловом *Интензионалност и појам алгоритма* пред комисијом у саставу: проф. др Живан Лазовић, проф. др Машан Богдановски, проф. др Александар Перовић и доц. др Милош Аџић (ментор).

Катарина Максимовић је као студент на размени провела два семестра (у периоду између 1.10.2018. и 31.7.2019. године) на Одељењу за теоријско рачунарство Факултета за науку Еберхард-Карловог Универзитета у Тибингену, у Немачкој. Курсеви које је слушала су следећи: *Lambda Calculus and Combinatory Logic*, *Advanced Mathematical Logic: Introduction to Denotational Semantics, Mathematical and Philosophical Logic* (зимски семестар), *Mathematical and Philosophical Logic* (летњи семестар), *Infinity and Computability* и *Gottlob Frege: Texte zur Sprachphilosophie*. Све курсеве је положила са просечном оценом 1,24 (на скали од 1-највиша оцена до 6-најнижа оцена). Такође је успешно похађала и практични курс *Lehrpraktikum: Logik und Sprachtheorie*.

Од 29.6.2018. до 29.6.2022. радила је као истраживач-сарадник на пројекту „Динамички системи у природи и друштву: филозофски и емпиријски аспекти“ чији је носилац Институт за филозофију Филозофског факултета у Београду, а који финансира Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије. За то време бавила се оригиналним научним истраживањима али је такође учествовала и у настави на предмету Логика на првој години студија филозофије и на изборним предметима Математика, на другој, и Дедуктивне структуре, на трећој години студија филозофије.

Катарина Максимовић је до сада објавила следеће научне радове:

1. Максимовић К., "Uses of the Language of Mathematics", *Theoria*, Институт за филозофију, Филозофски факултет, Београд, 1/59 (2015), 26-41.
2. Костић Ј., Максимовић К., "Growing into Deduction", *Theoria*, Српско филозофско друштво, Београд, 63 (2020), 87-106.
3. Максимовић К., "Facets of intensionality", *Arhe*, Одељење за филозофију, Филозофски факултет, Нови Сад, 27/34 (2020), 61-83.

Завршена докторска дисертација под насловом *Интензионалност и појам алгоритма* има укупно 231 страна, уз пратеће садржаје (насловна страна и резиме на српском и енглеском језику, подаци о комисији, садржај, списак илустрација, биографија кандидата и неопходне изјаве о ауторству). Основни текст заузима 218 страна, а остатак чини додатак и списак коришћене литературе.

2. Предмет и циљ дисертације

Дисертација Катарине Максимовић припада области филозофије логике, са доприносима филозофији математике, као и филозофији језика и теоријског рачунарства. Једно од централних питања у њој тиче се значења у логици. Значење се овде узима у два смисла – као екстензија појма, оно на шта се он односи, и као интензија – његов семантички садржај. На првом месту, циљ ове тезе је да покаже како се у логици и математици не бавимо само екстензијом појмова, већ нам је важна и њихова интензија. Према Максимовићевој, тај увид представља кључ за решење проблема који је последњих деценија популаризовао математичар Јанис Московакис. Реч је о проблему одређења појма алгоритма. Према Московакисовом мишљењу, теорија израчунљивости није дала задовољавајућу дефиницију тог појма због тога што није јасно разликовала алгоритам од функције коју он израчунава. Московакис сматра да

можемо доћи до дефиниције појма алгоритма само ако тај појам разумемо у његовој интензији – као начин израчунавања, а не само у његовој екстензији – као функцију која се израчунава. Циљ ове тезе је да испита интензионалне аспекте појма алгоритма и да покаже како се појам начина израчунавања може формално описати.

Приступ који кандидаткиња следи у тези угледа се на то како је појам доказа анализиран у општој теорији доказа. У тој теорији дефинишемо појам доказа тако што одређујемо услове под којима можемо рећи да два формална извођења представљају исти доказ. Идеја такве дефиниције потиче од Фрегеа. Наиме, Фреге је уочио да један појам можемо да дефинишемо позивајући се на одговарајућу класу еквиваленције. Тако је дефинисао појам правца неке праве позивајући се на скуп правих које су њој паралелне. Централни проблем опште теорији доказа на тај начин постаје проблем једнакости доказа. У тој теорији наилазимо на две врсте критеријума једнакости. Критеријуми прве врсте су засновани на појму нормализације а други на појму општости извођења.

У овој тези кандидаткиња разматра филозофски значај резултата постигнутих у општој теорији доказа и показује због чега би на сличан начин требало приступити проблему одређења појма алгоритма. Главни део дисертације посвећен је испитивању различитих критеријума једнакости алгоритама који се заснивају на нормализацији. Сви разматрани критеријуми се темеље на ламбда рачуну. Овај једнакосни рачун, који се показао као врло значајан за теорију израчунљивости и касније за теоријско рачунарство, је тридесетих година прошлог века открио Алонзо Черч. Ламбда рачун заснован је на схватању појма функције као правила повезивања њеног аргумента са вредношћу функције за тај аргумент. Као такав, он представља природно полазиште за бављење проблемом једнакости алгоритама. Максимовићева показује како интензију појма алгоритма можемо на различите начине да опишемо у ламбда рачуну говорећи о различитим једнакостима између ламбда терама.

3. Основне хипотезе од којих се полазило у истраживању

Основна хипотеза од које се у овом раду полази је да значење поседује макар две компоненте: екстензионалну и интензионалну. Екстензионална компонента значења неке речи се односи на питање на шта та реч указује или које објекте издваја. Са друге стране, интензионална компонента се односи на садржај који је том речју изражен. Ова подела значења на две компоненте није нова и има свој извор у Фрегеовом разликовању смисла и референције, као и нешто ранијој дистинкцији конотације и денотације која може да се нађе код Мила. У раду се даље претпоставља да на основу те поделе на екстензионалне и интензионалне димензије значења можемо и појмовну анализу да разумемо као интензионалну или екстензионалну - у зависности од тога који аспект значења узимамо као главни. Допуштено је, међутим, да се интензионалност може степеновати, па у складу са тим можемо говорити о одређеној појмовној анализи као о више или мање интензионалној.

4. Кратак опис садржаја дисертације

Прво поглавље тезе је уводног карактера и пружа историјски и филозофски оквир за питања која се постављају у каснијим поглављима. На почетку се представља Фрегеова дистинкција између смисла и референције. На основу те дистинкције одређују се два приступа значењу односно појмовној анализи. Са једне стране се налази екстензионални приступ који значење своди искључиво на његове референцијалне компоненте. Према том приступу, значење речи своди се на то шта она означава. Такав приступ заузима моделско-теоријска семантика класичне логике. Са друге стране, имамо интензионални приступ значењу који не узима у обзир само референцијалне или екстензионалне компоненте значења, већ и смисао или интензију. У

уводном поглављу кандидаткиња указује на неке од разлога који су довели до тога да у логици и математици екстензионално схватање значења постане доминантно. Међутим, она разматра примере појмова које у логици ипак разумемо на интензионалан начин. Најважнији од њих је појам дедукције и њиме се бави општа теорија доказа.

Друго поглавље рада даје приказ резултата опште теорије доказа који се заснивају на разумевању појма доказа у његовој интензији. Ти резултати се пре свега тичу проблема једнакости доказа. У овом поглављу кандидаткиња приказује две врсте критеријума за једнакост доказа и разматра њихов значај.

Треће поглавље посвећено је проблему одређења (интензије) појма алгорита и питању једнакости алгоритама. Поглавље почиње неформалном дефиницијом појма израчунљиве функције и подсећањем на најважније резултате теорије израчунљивости. Ти резултати показују како имамо добру, а вероватно у извесном смислу и потпуну карактеризацију скупа израчунљивих функција. Међутим, Катарина Максимовић с правом указује на то да тиме што смо окарактерисали скуп израчунљивих функција не значи да смо у потпуности описали и алгоритме или правила помоћу којих те функције израчунавамо.

О проблему одређења појма алгорита највише је писао математичар Јанис Московакис. Треће поглавље ове тезе је посвећено његовом решењу тог проблема. У том поглављу кандидаткиња даје детаљан приказ и критички осврт на Московакисову дефиницију алгорита. Московакисова идеја је да начин на који је функција рекурзивно дефинисана у блиској вези са алгоритмом њеног израчунавања. Отуда и математички објекти којима се он служи да моделује алгоритме носе назив *рекурзори*. Једно од централних питања које Московакис поставља јесте питање једнакости алгоритама. Он верује да се проблем једнакости алгоритама може свести на проблем изоморфизма рекурзора. Ту његову тезу Максимовићева доводи у питање на крају трећег поглавља, дајући примере алгоритама који су интуитивно једнаки а који нису

представљени изоморфним рекурзорима и примере интуитивно различитих алгоритама који су представљени изоморфним рекурзорима.

У четвртом и последњем поглављу даје се анализа појма алгорита у ламбда рачуну. Та анализа ослања се на резултат дефинибилности израчунљивих функција у том рачуну који је први доказао Клини. Решење које кандидаткиња предлаже има ту предност што проблем једнакости алгоритама своди на проблем једнакости одређених ламбда терама. То омогућава формулисање и разматрање различитих критеријума једнакости за алгоритме у ламбда рачуну што је централна тема овог поглавља.

У класичном ламбда рачуну постоје две врсте једнакости, бета и ета једнакости. Следећи коментаре Черча и Скота о ета једнакости, Максимовићева аргументује како је за представљање интензије појма алгорита бољи ламбда рачун који почива само на бета једнакостима. Међутим, у другом делу четвртог поглавља кандидаткиња доводи у питање тезу да су једнакости између алгоритама сводиве на бета једнакости и разматра идеју да би једнакости које се заснивају на појму Бемовог дрвета ламбда терма могле бити адекватније.

Катарина Максимовић указује на проблеме које тај предлог носи са собом. У последњем делу овог поглавља она се бави питањем једнакости између ламбда терама који се називају *несводивим*. Захваљујући резултатима које кандидаткиња представља у овом поглављу видимо да је појам несводивог терма у ламбда рачуну у блиској вези са појмом недефинисане вредности функције. Питање једнакости несводивих терама се тиче тога на колико начина функција може бити недефинисана. Максимовићева аргументује да, ако нам је важна интензија а не само екстензија појмова, онда је природно прихватити да функција може бити на више начина недефинисана - у том смислу што може постојати више разлога због којих у израчунавању не можемо достићи решење.

У последњем делу четвртог поглавља кандидаткиња разматра нове једнакости између несводивих ламбда терама које нису сводиве ни на бета једнакости нити на једнакости Бемових дрвета. Потом доказује да је ламбда

рачун у којем бета једнакостима придружимо ове нове једнакости поседује нека важна, пожељна својства.

5. Остварени резултати и научни допринос дисертације

Рад Катарине Максимовић даје исцрпан приказ и озбиљну анализу тога како можемо да схватимо и формализујемо интензионалне аспекте значења у логици и неким деловима математике, при том не умањујући значај који је екстензионално схватање значења имало у развоју ових области. Допринос ове дисертације је вишеструк. Са једне стране, она интерпретира резултате постигнуте у теорији израчунљивости и општој теорији доказа у новом светлу – кроз призму Фрегове теорије значења. Са друге стране, ова теза такође предлаже један могући приступ проблему одређења појма алгоритма и питању једнакости алгоритама. Према том приступу, који се угледа на теорију доказа, нормализација алгоритама је централни појам.

Ламбда рачун није нешто што је ново или логичарима непознато. Поред значаја који је имао за анализу појма израчунљиве функције, тај рачун је имао и друге примене. Користећи се њиме Черч је успео први да одговори на питање одлучивости логике првог реда. Такође, ламбда рачун је задобио велики практични значај кроз развој рачунарства и области програмских језика. Оно што ова теза постиже је редефинисање схватања које имамо о значењу тог рачуна и његових једнакости. У њој се појам алгоритма доводи у везу са ламбда термима и различитим системима који се базирају на ламбда рачуну. На тај начин, проблем једнакости алгоритама можемо прецизно да формулишемо као проблем једнакости одређених ламбда терама. Максимовићева пружа детаљну анализу више различитих критеријума једнакости од којих су сви у већој или мањој мери повезани са нормализацијом. Из тих разматрања произлазе нове једнакости за ламбда терме које кандидаткиња дефинише и за које потом доказује одређена пожељна својства. Значај формулисања ових нових

једнакости састоји се у томе што даје један другачији начин гледања на то шта је недефинисана вредност функције и како тај појам можемо разумети на интензионалан начин. Међутим, те нове једнакости нису значајне само из филозофских разлога. Оне такође отварају пут за даља техничка истраживања на пољу несводивих ламбда терама и графова редукције.

6. Закључак

На основу свега изнетог комисија може да закључи да дисертација под насловом *Интензионалност и појам алгорита* докторанткиње Катарине Максимовић испуњава све формалне услове који се пред овакав рад постављају. Она је у свему урађена према одобреној пријави. Та теза је оригинално и самостално научно дело које сведочи о великој ерудицији, изванредном познавању литературе, и постиже лепе резултате. Реч је о раду који је врло компетентно и успешно написан. Зато предлажемо Научном већу Филозофског факултета да докторанткињи Катарини Максимовић одобри јавну одбрану ове тезе.

У Београду, 13. октобра 2022.

Комисија:

доц. др Милош Аџић, Филозофски факултет,
Универзитет у Београду, МЕНТОР

проф. др Живан Лазовић, Филозофски факултет,
Универзитет у Београду

др Зоран Петрић, научни саветник,
Математички институт, САНУ