

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
ФИЗИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Стефан Б. Граовац

ПОЈАВА, ПРОПАГАЦИЈА И КОНТРОЛА
КРИТИЧНИХ ДОГАЂАЈА У НЕУРЕЂЕНИМ
СИСТЕМИМА СА МЕТАСТАБИЛНОМ
ДИНАМИКОМ

Докторска дисертација

Београд, 2022

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF PHYSICS

Stefan B. Graovac

EMERGENCE, PROPAGATION AND CONTROL
OF CRITICAL EVENTS IN DISORDERED
SYSTEMS WITH METASTABLE DYNAMICS

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2022

Комисија за преглед и оцену дисертације

Ментор:

др Светислав Мијатовић
доцент
Физички факултет
Универзитет у Београду

Чланови комисије:

проф. др Ђорђе Спасојевић
редовни професор
Физички факултет
Универзитет у Београду

проф. др Сунчица Елезовић-Хаџић
редовни професор
Физички факултет
Универзитет у Београду

др Сања Јанићевић
доцент
Природно-математички факултет
Универзитет у Крагујевцу

Датум одбране:

20. Децембар 2022. године

ЗАХВАЛНИЦА

Ова дисертација је урађена на Физичком факултету, Универзитет у Београду, под менторством доц. др Светислава Мијатовића. Највише захвалности дугујем Светиславу "Шефу" и проф. др Ђорђу Спасојевићу што су ме прихватили да радим са њима у групи и што ме својим саветима чине бољим, како у истраживачком тако и у људском смислу. Ако постоје узорци поред родитеља, за мене су то њих двојица. Овом приликом желим да им се захвалим на свему и да се надам још бољој сарадњи у будућности.

Поред њихове свесрдне помоћи током рада на докторату, ова дисертација не би била потпуна као што јесте да није било корисних савета Сање Јанићевић. Надам се да ћемо имати још више сарадње у будућности.

Ова екипа не би била потпуна без остатка групе - Драгутина Јовковића и Милице Бранковић, који су увек били ту за мене, да заједно учимо и причамо о разним другим темама.

Посебну захвалност дугујем мом "куму", Луки Рајачићу, са којим сам прошао разне авантуре током свих ових година студија и који је увек био ту за мене. Излишно је да се говори о његовој подршци и другарству јер није само друг већ и део породице.

Такође, посебно место у овој захвалници има породица - родитељи Бранко и Мирјана и сестра Јелена и брат Огњен, који су ме увек подржавали и без чије љубави и подршке не бих био ту где јесам.

Захвалан сам на безусловној љубави и константној подршци девојци Сањи и што сам могао увек да се ослоним на њу. Надам се да нас очекују још бољи моменти и још много заједничких путовања.

На крају, хвала свима који су посредно и непосредно имали утицаја на мој живот и учинили ме каквим јесам данас.

Посвећено родитељима

Појава, пропaгација и контрола критичних догађаја у неуређеним системима са метастабилном динамиком

Сажетак

Изучавање појава чија се еволуција одвија кроз лавинске процесе добија све више на значају у *XXI* веку, па се за описивање ове комплексне динамике развијају модели у оквиру статистичке физике и физике кондензоване материје који описују неравнотежне системе са метастабилном динамиком. Разлог томе је примена на велики број различитих реалних појава, чија еволуција има лавински карактер. Појаве попут ширења вируса, земљотреса и краха на финансијском тржишту могу да имају разорне последице, па је потреба да се разумеју и макар делимично контролишу критични догађаји са лавинском релаксацијом порасла са њиховом учестаношћу. Као репрезентативан пример модела оваквих појава, у овој дисертацији је изабран Изингов модел са случајним пољем који се користи при описивању фазних прелаза у феромагнетним материјалима пре свега због своје једноставности као и доброг слагања са понашањем реалних феромагнетних система. Први део дисертације је базиран на развијању новог метода за идентификовање постојања критичног понашања у овом моделу. Када је критично понашање идентификовано, потребно је да се проучи механизам еволуције лавина као и услови који су неопходни да би настала лавина која прожима цео систем, чему је посвећен други део дисертације. У трећем делу дисертације приказани су резултати истраживања комплексних хетероструктура које се састоје од феромагнетних и антиферомагнетних слојева а које налазе велику примену у технологији - конкретније у спинтроници. Главни резултати ове дисертације су: *(i)* развијен је нумерички метод за утврђивање постојања критичног понашања модела и одређивање вредности критичне неуређености система. *(ii)* Анализа механизма пропaгације лавине - матрица преокренутих острва спинова која настаје еволуцијом система пре прожимајуће лавине делује као одређена структура подршке за настајање прожимајуће лавине. Уколико се наруши формирање ове матрице, у систему неће доћи до појаве прожимајуће лавине. Шта више, формирање матрице острва преокренутих спинова је од већег значаја за настанак прожимајуће лавине него величина интерфејса. *(iii)* Резултати добијени уз помоћ модела одговарају експерименталним мерењима узорака састављених од антиферомагнетног и феромагнетног слоја. Контрола услова за настанак критичних догађаја може да доведе и до технолошког напретка, али и да ублажи негативне последице катастрофалних појава.

Кључне речи: Феромагнетни системи, антиферомагнетни системи, Изингов модел са случајним пољем, прожимајућа лавина, критични догађај, критична неуређеност, механизам пропaгације поткритичне лавине, спинтроника, нумеричке симулације

Научна област: Физика

Ужа научна област: Неравнотежна статистичка физика

УДК број: 533.9 (043.3)

Emergence, propagation and control of critical events in disordered systems with metastable dynamics

Abstract

Studying phenomena that evolve with an avalanche-like processes is becoming more significant in the *XXI* century within statistical physics and condensed matter physics that describe non-equilibrium systems with metastable dynamics. The reason for this is the application to many different natural phenomena that have the evolution of an avalanche-like character. Phenomena such as the spread of viruses, earthquakes, and financial market crashes can have devastating consequences, so the need to understand and at least partially control critical events with an avalanche-like relaxation has grown. The random field Ising model is chosen as a representative example of a model of such phenomena, used in describing phase transitions in ferromagnetic materials, primarily because of its simplicity and good description of the behavior of natural ferromagnetic systems. The development of a new method for identifying the existence of critical behavior in this model is represented in the first part of the dissertation. Once the critical behavior has been identified, it is necessary to study the mechanism of avalanche evolution and the conditions necessary to create an avalanche that permeates the entire system, which is the subject of the second part of the dissertation. The third part of the dissertation presents the research results of complex heterostructures made of ferromagnetic and antiferromagnetic layers, which have significant applications in technology - specifically in spintronics. The main results of this dissertation are: *(i)* a numerical method was developed for determining the existence of a critical model and determining the value of the critical disorder of the system. *(ii)* Analysis of the mechanism of avalanche propagation - the matrix of flipped islands of spins, formed during the system's evolution before the spanning avalanche, acts as a certain support structure for the formation of the spanning avalanche. If the formation of this matrix is disturbed, the spanning avalanche will not appear in the system. Moreover, forming a matrix of flipped islands of spins is of greater importance for forming the spanning avalanche than the size of the interface. *(iii)* The results obtained with the help of the model correspond to a experimental measurements of samples composed of antiferromagnetic and ferromagnetic layers. Controlling the conditions for critical events can lead to technological progress and mitigate the negative consequences of catastrophic events.

Key words: Ferromagnetic systems, antiferromagnetic systems, Random field Ising model, infinite avalanche, critical event, critical disorder, mechanism of propagation of sub-critical avalanche, spintronics, numerical simulations

Scientific field: Physics

Research area: Nonequilibrium statistical physics

UDC number: 533.9 (043.3)

Садржај:

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Увод | 1 |
| 2 | Неуређени неравнотежни системи | 6 |
| 2.1 | Неравнотежна (метастабилна) динамика | 6 |
| 2.2 | Неуређени системи | 8 |
| 2.2.1 | Генералне претпоставке модела са кристалном решетком | 8 |
| 2.2.1.1 | Магнетни јони у кристалима | 8 |
| 2.2.1.2 | Спин-спин интеракција у класичном моделу | 8 |
| 2.2.2 | Атермални Изингов модел са случајним пољем | 10 |
| 2.2.3 | Спинска стакла | 13 |
| 2.2.4 | Перколације | 14 |
| 2.2.5 | Изингов модел са насумичном анизотропијом у систему | 15 |
| 2.2.6 | Потсов (<i>Potts</i>) модел | 16 |
| 2.3 | Критични догађаји | 17 |
| 2.3.1 | Репрезентативни системи у којима се јављају критични догађаји . | 17 |
| 2.3.1.1 | Ширење вируса | 17 |
| 2.3.1.2 | Земљотреси | 18 |
| 2.3.1.3 | Финансијска одступања на берзи | 18 |
| 2.3.1.4 | Неуронски сигнали у мозгу | 19 |
| 2.3.1.5 | Танки системи | 20 |
| 2.3.2 | Фазни прелази | 21 |
| 2.3.2.1 | Фазни дијаграми неравнотежног Изинговог модела са случајним пољем | 23 |
| 3 | Симулација Изинговог модела са случајним пољем | 29 |
| 3.1 | Ефекти услед коначности система | 29 |
| 3.2 | Дистрибуције параметара спинских лавина | 30 |
| 3.2.1 | Дистрибуција величине лавина | 31 |
| 3.2.2 | Дистрибуције трајања, енергије и амплитуде лавина | 32 |
| 3.3 | Вредности критичних експонената и везе међу њима | 33 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 3.4 | Нумеричке методе | 34 |
| 3.4.1 | Поставка модела | 34 |
| 3.4.2 | Гранични услови | 35 |
| 3.4.3 | Адијабатски режим | 35 |
| 3.4.4 | Динамике пропагације лавине | 36 |
| 3.4.4.1 | Динамика нуклеације | 36 |
| 3.4.4.2 | Динамика пропагације фронта | 37 |
| 4 | Метод за идентификовање постојања критичног понашања у неравнотежним неуређеним системима | 38 |
| 4.1 | Детаљи симулације | 39 |
| 4.2 | Одређивање критичног поља | 40 |
| 4.2.1 | Нумерички резултати | 44 |
| 5 | Механизам пропагације лавине у тродимензионим неуређеним системима | 48 |
| 5.1 | Детаљи симулација | 49 |
| 5.2 | Еволуција поткритичне лавине | 49 |
| 5.3 | Утицај формиране матрице острва преокренутих спинова на стварање прожимајуће лавине | 53 |
| 5.4 | Утицај интерфејса | 56 |
| 6 | Механизам еволуције антиферромагнетно-ферромагнетне хетероструктуре | 61 |
| 6.1 | Модел и нумеричке методе | 62 |
| 6.2 | Резултати | 63 |
| 6.2.1 | Облик хистерезисне петље и сигнала | 63 |
| 6.2.2 | Коерцитивно поље | 67 |
| 6.2.3 | Лавине у антиферромагнетно-ферромагнетној хетероструктури | 69 |
| 7 | Закључак | 71 |
| 7.1 | Дискусија метода за идентификовање постојања критичног понашања у неравнотежним неуређеним системима | 71 |
| 7.2 | Дискусија о механизму пропагације лавине у тродимензионим неуређеним системима | 73 |
| 7.3 | Дискусија у вези са механизмом еволуције антиферромагнетно-ферромагнетне хетероструктуре | 74 |
| A | Нумерички код | 76 |

Глава 1

Увод

Физика неравнотежних процеса је једна од важнијих грана статистичке физике и физике кондензоване материје. Неравнотежни процеси су они код којих се систем у којем се процес одвија током еволуције не налази нужно у сваком тренутку у стању енергијског минимума, већ еволуира тако што пролази кроз метастабилна стања. Метастабилна стања су најчешће дефинисана локалним динамичким условима и у специјалним случајевима могу да буду и глобални енергијски минимуми. Код неравнотежних процеса процеса, издваја се низ различитих појава. Једни од битнијих су критични догађаји чија је еволуција лавинског карактера а дистрибуција параметара којима се описује одговор система скалирају се по степеним законима [1, 2]. Као такви, ови догађаји у неким (природним) појавама могу да имају разорне ефекте за релативно кратак временски период и због тога је њихово изучавање од великог значаја. Распрострањеност појава са еволуцијом лавинског карактера као што су ширење вируса [3], крахови и успони финансијског тржишта, тј. берзе [4, 5], али и њихова генерална заступљеност у свакодневици у виду земљотреса [6, 7], простирања сигнала кроз мрежу неурона у мозгу [8, 9, 10, 11], одговор материјала под механичким притиском [12], понашање тврдых неуређених феромагнета [13, 14, 15, 16], понашање танких тракастих система [17, 18, 19, 20] и многи други, додатно је убрзала примену физичких модела ради бољег разумевања самог узрока настајања критичних догађаја, а самим тим, и покушаја њихове контроле.

Грана статистичке физике која се бави проучавањем неравнотежних процеса, историјски, није грађена око једног конкретног проблема, већ је скуп идеја и модела који се примењују на широк спектар појава. Из потребе да се опишу претходно споменуте појаве, истраживачи су развили неколико модела који се и даље активно проучавају [21, 22]. Шерингтон-Киркпатрик (енг. *Sherrington-Kirkpatrick*) бесконачно-дометни (енг. *infinite-range*) модел спинских стакала је направљен да објасни резултате теорије средњег поља (енг. *mean-field theory*) [23, 21]. Да би се објасниле флуктуације у спинским стаклима, модел је преформулисан за приступ теоријом поља (енг. *field theory*) [24]. Фиксирањем оријентације спинова на пројекције дуж z -осе, такозвани Изингови спинови, добија се један од најраспрострањенијих модела - Изингов модел - за којег је нађено нетривијално аналитичко решење у дводимензином простору [25]. Испоставља се да кључни критични експоненти Изинговог модела, о којима ће бити речи касније, имају једнаке вредности за све димензије у простору изнад треће просторне димензије ($d \geq 4$) и модел који обухвата све ове резултате је бесконачно-дометни модел средњег поља [26]. Да би се боље разумео утицај нечистоћа на понашање система у моделу, Изингов модел је проширен у неколико нових модела: Изингов модел са насумичном анизотропијом у систему [27, 28], Изингов модел са насумично оствареним везама [27, 29, 30], Изингов модел са разређеним чворовима [27] и Изингов модел са случајним

пољем [31]. Поред детерминистичког приступа, преокретање групације спинова може да се опише и стохастички рачунањем апроксимативног аналитичког решења из Фокер-Планкових (енг. *Fokker-Planck*) једначина повезаних са Ланжвеновим (енг. *Langevin*) моделом [32]. Ови модели могу да се поделе на оне који проучавају равнотежне системе и на оне који проучавају неравнотежне системе. Математички формализам који се бави равнотежним системима је у доброј мери развијен [33, 34]. Међутим, када је реч о неравнотежним системима, доступан математички апарат је оскудан. Упркос великим напорима у области неравнотежне статистичке физике у протеклих 100 година, и даље не постоји пандан величинама као што су у равнотежној Болцманов фактор или партициона функција.

Формално, фокус статистичке физике можемо да групишемо на два већа циља изучавања: фазни прелази и кинетичка теорија. Фазни прелази се традиционално изучавају у оквиру формализма равнотежне физике. У оквиру овог формализма проналазе се фазе уређења испод критичних вредности параметра уређења и критични експоненти који карактеришу систем у близини критичне тачке. Оквир за разумевање механизма настајања фаза и дешавања у околини критичне тачке даје кинетичка теорија са различитим динамикама еволуције. Истраживање спроведено током рада на овој дисертацији базирало се на условима настанка фазних прелаза (који спадају у критичне догађаје, више о томе у Глави 2.3.2) са аспекта механизма еволуције лавине.

За разлику од осталих грана физике где већи системи чине рачун комплекснијим, у статистичкој физици величина система је предност јер омогућава да се лакше уоче колективне особине система, док појединачне специфичности система губе на значају са порастом система. Увођењем интеракције у моделе, појединачне "градивне ћелије" модела (нпр. честице, спинови, агенти итд.) почињу да се групишу и у прелазу са микро на макро свет се увиђа ефекат колективног понашања. Моделе који описују "колективно" понашање међу првима су увели у физику Ван дер Валс (*Van der Waals*) и Вајс (*Weiss*) (за ширу историјску слику, погледати [35]). Овакви модели који се састоје од "ћелија" и чија је динамика диктирана једноставним правилима, наишли су на широку примену захваљујући Џону фон Нојману (*John von Neumann*) и Станиславу Уламу (*Stanislaw Ulam*) који су увели модел под називом "ћелијски аутомат" [36]. Велика заслуга за примену ћелијских аутомата у разним областима припада и Стивену Волфраму (*Steven Wolfram*) [37]. Данас, најрепрезентативнији примери ових модела у статистичкој физици јесу модели са динамиком загрубљивања слике (енг. *coarsening*), где је локална динамика диктирана правилом већине (нпр. блок-спин трансформација). Чињеница да се у близини критичне тачке у систему јављају флукуације свих величина помогла је да се идеја загрубљивања слике подигне на виши ниво убацивањем теорије ренормализационе групе. Величине које описују уређење система се не мењају уколико се просторна скала промени за константан фактор. Стога, приступ пертурбативном ренормализационом групом даје формализам и увид у неке од параметара уређења и критичних експонената. Међутим, сам приступ не даје довољно прецизно предвиђање нетривијалног критичног понашања у разним системима [38, 39, 40]. Непертурбативне методе су кориговале неке предикције [41, 42] и ова област се још увек активно развија. Често појединачне интеракције између објеката у систему чине проблем комплекснијим. Једна од метода да се проблем поједностави јесте да се објекти "декушују", тј. уместо појединачне интеракције између два објекта, посматра се интеракција појединачног објекта са "пољем" које дају усредњене особине објекта остатка система. Тако постављен модел назива се модел средњег поља. Модел средњег поља даје добре предикције само за димензије веће или једнаке од горње критичне димензије система (више речи у глави 2.3.2) [43, 44]. Велики системи садрже и велики број објеката па дискретна анализа постаје обимна. Због тога, конформална теорија поља омогућава да се са дискретних

пређе на континуалне варијабле и да се уместо објеката третирају поља. Идеја приступа ренормализационе групе је овде додатно генерализована па се глобална инваријантност на скалирајући фактор проширила на инваријантност локалног скалирајућег фактора који зависи од координатног система [45]. Сви ови модели, између осталог, настоје да објасне и системе који лавински релаксирају кроз стања која су одређена локално "замрзнутом" неуређеношћу. Међу свим овим моделима, један од најистакнутијих јесте Изингов модел са случајним пољем (енг. *random field Ising model*), пре свега због своје једноставности и примењивости на широк спектар појава [46, 47, 48]. Постоји релативно велики број истраживања на равнотежној верзији Изинговог модела са случајним пољем и та истраживања су дала одговоре на одређена битна питања попут чињенице (i) да форма расподеле случајних поља не утиче на критичне експоненте, тј. све форме дистрибуција за случајна поља, било симетричне или асиметричне, спадају у исту класу универзалности [49, 50], (ii) да постоји повезаност између Изинговог модела са случајним пољем и "чистог" Изинговог модела преко димензионе редукције, тј. да су критични експоненти у димензији D за Изингов модел са случајним пољем идентични онима у димензији $D - 2$ за чист Изингов модел, (iii) да правилност димензионе редукције важи за димензије $D \geq 5$, (iv) да метод пертурбационе ренормализационе групе не даје тачне резултате за просторне димензије ниже од $D \leq 3$ [51], (v) да суперсиметрија повезује корелационе функције у D -димензионом Изинговом моделу са случајним пољем и $(D - 2)$ -димензионом чистом Изинговом моделу [52], и многе друге закључке. Што се неравнотежне верзије модела тиче, она је знатно мање изучавана од равнотежне верзије. Значајни резултати за ову верзију су: фазни прелази у атермалном ($T = 0$) и термалном ($T > 0$) моделу припадају истој класи универзалности и контролисани су у фазном простору са фиксном тачком атермалног модела [53, 54]; супротно од првобитних резултата добијених симулацијама, приступ непертурбативне функционалне ренормализационе групе показао је да критичне тачке равнотежног и неравнотежног модела нису у истој класи универзалности за димензије $D < 5,1$ јер скалирајућа функција нема Z_2 инверзиону симетрију у хистерезисима [48]; аутори у [55] су истраживали одговор система на промену температуре, одредили критичне експоненте β и γ за тродимензиони систем који се слажу са експерименталним резултатима и показали да не постоји трикритична тачка као ни фазни прелаз првог реда у систему, већ да постоји само фазни прелаз другог реда; аутори у [56, 57] показали су да координациони број, тј. број суседа посматраног спина, игра битну улогу у одређивању класе универзалности за неравнотежно критично понашање; самим тим, критични експоненти и критичне тачке зависе од различитих типова решетке и димензија система па су испитивани тродимензиони кубни систем [58], дводимензиони квадратни систем [58], дводимензиони систем са решетком саћа [58, 59], дводимензиони систем са троугаоном решетком [60]; истражен је и прелазак са тродимензионог на дводимензиони систем и промене параметара уређења услед преласка [61]; испитани су и фазни прелази у танким системима који имају одлике једнодимензионог, дводимензионог и тродимензионог система [15, 20, 62]; показано је да у коначнодимензионим системима распон параметра неуређености може да се подели на три области у зависности од настанка прожимајуће лавине услед појаве ефективне критичне неуређености $R_c^{\text{eff}}(L)$ [63]; и многи други. С обзиром на то да реални, раније поменути, системи еволуирају задовољавајући одређене локалне услове, за њихово описивање је погоднија неравнотежна верзија модела. Због тога се у овој дисертацији изучавају феномени у оквирима неравнотежног Изинговог модела са случајним пољем. Део ове дисертације [58] посвећен је проналаску новог начина да се уочи да ли систем има критично понашање и да се одреди критична вредност параметра неуређености у моделу. Када се установи да систем има критично понашање, може да се приступи анализи како

да се контролише тај критични догађај. Контрола критичног догађаја [64] је други део ове дисертације и биће детаљније објашњена у резултатима. Трећи део дисертације посвећен је еволуцији лавине у материјалима са наизменичним слојевима антиферомагнета и феромагнета [65] и транспортним особинама оваквих материјала чија примена у индустрији у последњих пар година расте захваљујући области спинтронике [66].

Сви горе наведени модели имају своја ограничења што се тиче метода за аналитичко решавање. Да би се системи даље и подробније испитали, често се у комбинацији са теоријом користе и нумеричке симулације - "*in silico*" експерименти - које могу да дају јаснији увид у механизам појаве и рекреирање експерименталних услова. Нажалост, ни нумерички метод не долази без ограничења. У реалним системима постоји велики број чинилаца система, а симулирани систем никада не достиже термодинамички лимит и услед тога се јављају одређени ефекти коначности система. Због коначних димензија може да се говори само о ефективним величинама које описују систем и које теже статистичким величинама у термодинамичком лимиту. Још једна од потешкоћа јесте време потребно да се систем симулира. Код симулирања критичних догађаја, у близини критичне тачке време потребно за стандардне алгоритме да би се добиле некорелисане конфигурације система дивергира и практично је немогуће симулирати системе већих димензија. Да би се овај проблем ублажио, направљени су нови алгоритми са другачијим динамикама, али и у њима време потребно да се систем симулира расте што је систем ближи критичној тачки [67]. Стога је резултате добијене аналитички и/или нумерички потребно сагледавати кроз призму резултата и закључака добијених из експерименталних мерења.

Историјски, потреба за експерименталним испитивањима критичних догађаја у контролисаним лабораторијским условима ставила је тврде феромагнетне системе у фокус истраживања [14, 68, 69, 70, 13, 71, 16]. Да би се објаснио Бархаузенов шум уочен у експериментима, настали су први пионирски модели са Изинговим спиновима. Међутим, сама примена Изинговог модела није била довољна да би се обухватили ефекти настали услед постојања нечистоћа у кристалним решеткама тврдых феромагнетика. Да би се урачунали ефекти услед несавршености кристалне решетке, замењених атома у кристалној решетки и осталих нечистоћа, формулисан је, између осталих модела, Изингов модел са случајним пољем.

Дисертација је организована на следећи начин. Друга глава је посвећена неуређеним неравнотежним моделима. Повучена је паралела између равнотежне и неравнотежне динамике. Затим, описани су различити неуређени неравнотежни модели са својим особинама и појединостима. Такође, описан је Изингов модел са случајним пољем који је и коришћен током истраживања. На крају друге главе је речено више о критичним догађајима и где се све јављају. У трећој глави описане су нумеричке методе коришћене током симулирања Изинговог модела са случајним пољем. Поред карактеристика модела, дати су и досадашњи резултати који су добијени коришћењем овог модела за једнодимензиони, дводимензиони, тродимензиони и вишедимензиони систем. Даље, описане су динамике модела које су коришћене приликом симулација. На крају треће главе описани су ефекти коначности система у симулацијама, тј. ефективне величине које описују систем и под којим условима може да се сматра да теже опсервабилним макроскопским статистичким величинама. У четвртој, петој и шестој глави су презентовани резултати истраживања током рада на дисертацији. У четвртој глави је представљен нов метод за препознавање критичног понашања у системима и могућност да се одреди критична вредност параметра неуређености. Презентовани су резултати за тродимензиону кубну решетку, дводимензиону квадратну решетку и дводимензиону решетку саћа. У петој глави представљени су резултати истраживања механизма пропагације лавине у тродимензионим неуређеним системима. У овој глави

су постављени основни закључци који су искоришћени да се у дискусији и закључку предложе могући начини за контролу услова под којима долази до критичних догађаја. У шестој глави су приказани резултати анализе материјала састављеног од слојева феромагнета и антиферомагнета. У седмој глави је дата општа дискусија добијених резултата у светлу досад остварених резултата у пољу истраживања и на крају, у осмој глави, је дат закључак са могућим даљим правцима за истраживање.

Глава 2

Неуређени неравнотежни системи

Да у природи преовладавају равнотежни процеси, живот као такав на планети Земљи највероватније не би ни постојао. За разлику од једног преферабилног инертног стања - равнотежног стања - неравнотежна динамика пружа разноврсност, тј. широк спектар могућих метастабилних стања кроз која систем може да пропагира. Међутим, по природу не би било плодносно ни када би систем непрестано пропагирао кроз, на пример, стања различитих фаза. Због тога, природа је прилагођена тако да се природни системи најчешће налазе у стабилном стационарном неравнотежном стању. Најпростији пример оваквих система су системи са простим осцилацијама који стабилно осцилују далеко од равнотежног положаја. У фазном простору, овакве осцилације образују кружницу стања чији је полупречник једнак амплитуди осцилација, док би равнотежно стабилно стање представљало тачку у центру те кружнице [72]. Самим тим, намеће се питање шта изводи систем из стабилног равнотежног стања, тј. који су неопходни услови да би систем био у стабилном неравнотежном стању?

2.1 Неравнотежна (метастабилна) динамика

Пре него што се одговори на постављено питање у уводу овог поглавља, размотримо математички довољан, али не и неопходан, услов за достизање равнотежног стања, такозвани услов *деталне равнотеже*. Размотримо прелазак између два микроскопска стања μ и ν . Нека је p_μ расподела вероватноће окупације равнотежног стања μ а p_ν расподела вероватноће окупације стања ν . Даље, нека је $P(\mu \rightarrow \nu)$ вероватноћа преласка из равнотежног стања μ у стање ν , и обрнуто, $P(\nu \rightarrow \mu)$ вероватноћа преласка из стања ν у равнотежно стање μ . Када вероватноће преласка задовољавају релацију

$$p_\mu P(\mu \rightarrow \nu) = p_\nu P(\nu \rightarrow \mu) \quad (2.1)$$

систем ће да релаксира до равнотежног стања μ после довољно дугог времена и расподела p_μ ће бити Болцманова расподела. Једначина (2.1) представља услов деталне равнотеже. Дакле, уколико би постојао *иревверзибилан* процес у систему који *нарушава деталан баланс* између два микростања, систем би испољавао неравнотежно понашање на макро нивоу. Један од начина да се, на пример, у биолошким системима одреди да ли системи испољавају неравнотежно понашање јесте да се мери одступање од флукуационо-дисипационе теореме, као и чињеница да постоји константна продукција ентропије, која исто може да се рачуна и прати [73, 74]. У сржи оба метода је повећање неуређености (ентропије) на микронивоу/мезонивоу услед ириверзибилних процеса.

У неравнотежним системима, продукција ентропије на микроскопском нивоу је увек већа од нуле. Дефиниција продукције ентропије може да се генерализује, да не зависи

од посматраног система, и значајна је јер зависи само од вероватноће окупираности стања и вероватноће преласка између два стања, а независна је од величина као што су енергија система и температура. Због тога, продукција ентропије може да се израчуна и за *нефизичке* системе као што су формирање мишљења или социјална динамика, за које је карактеристично да имају фазне прелазе [75, 76]. Показано је да продукција ентропије или има скок или превојну тачку у критичној тачки [77, 78, 79]. Први извод у односу на контролни параметар у систему има или прекид у тачки или дивергенцију по степеном закону, што је слично понашању суцептибилности и специфичној топлоти у термодинамичким системима.

У равнотежној статистичкој физици, да би се пратила еволуција система, тј. термализација у равнотежно стање, користи се теоријски оквир који су, међу првима, успоставили Болцман (*Boltzmann*) и Гибс (*Gibbs*). За вишечестичне системе се користе канонски ансамбли и њима одговарајуће партиционе функције преко којих могу да се израчунају термодинамичке величине које описују систем. Међутим, такав канонски и генерализован приступ не постоји за системе који испољавају неравнотежно понашање. Да би систем могао да се опише, потребно је прво да се нађе, за сваки појединачан систем, расподела вероватноће микростања. Један од практичних начина да се ово уради јесте да се напишу мастер једначине за расподелу вероватноће или стохастичке Ланжвенове једначине за усредњене физичке опсервабле. Овако написане једначине, суштински, нису у потпуности микроскопске, већ пре могу да се посматрају као задебљана слика до мезоскопског нивоа. Овако формирана слика система занемарује појединачна кретања атома/молекула на микронивоу, те је доста "мања" и удаљена на просторној скали од макроскопских осматрања. Због недовољно прецизне слике са микроскопског аспекта, неравнотежна динамика се претежно проучава кроз *феноменолошке моделе*.

Код изучавања динамике равнотежних система само време не игра улогу варијабле, једноставно је потребно довољно дуго да се сачека да систем релаксира и достигне равнотежно стање. Насупрот томе, у неравнотежним системима време је битан параметар. Овакви системи испољавају много разноврсније понашање.

Од система са неравнотежном динамиком, посебан фокус ће бити на комплексним системима са кратकोдометним, јако интерагујућим чиниоцима који, на великим просторним скалама, испољавају колективно понашање. Најрепрезентативнији примери колективног понашања су фазни прелазни. Код равнотежних система дугодоментне корелације су *универзалне*, тј. не зависе од микроскопских детаља система. За разлику од њих, поменуте дугодоментне корелације, односно критично понашање, код неравнотежних система може да зависи од локалних особина самог система, нпр. типа кристалне решетке [59, 58]. Како се у близини критичне тачке параметри уређења ових система померају степеном закону, системи могу да се класификују у одређене *класе универзалности* окарактерисане критичним експонентима. Другим речима, уколико системи имају исте особине симетрије, имаће исте и критичне експоненте и скалирајуће функције. Ово је омогућило да се многи компликовани природни системи опишу релативно једноставним моделом из исте класе универзалности, нпр. фазни прелаз течност-гас са равнотежним Изинговим моделом.

Да би се систем извео из равнотежног стања, потребан је спољни фактор који помаже систему да савлада енергетске баријере при преласку између метастабилних стања. У магнетним системима, о којима ће највише бити речи у наредним подсекцијама, улогу спољног фактора углавном игра спољно магнетно поље чије промене изводе систем из (мета)стабилног стања. О начинима вођења система у симулацијама променом спољног магнетног поља ће више бити речи у следећој глави. Поред магнетног поља, спољни фактори који изводе систем из равнотежног стања могу да

буду резервоари који се доводе у контакт са посматраним системом. То могу да буду топлотна купатила која служе као резервоари енергије и/или резервоари честица које интерагују са системом.

2.2 Неуређени системи

У уводу ове главе је напоменуто да се системи са неравнотежном динамиком најчешће описују феноменолошким моделима. У овом одељку биће описано неколико модела који служе за описивање *неуређених* неравнотежних система. Неуређеност, као параметар, уведена је у моделе да би могли да се опишу разни дефекти и одступања од геометријских симетрија у посматраном систему, најчешће дефекти кристалне решетке и нечистоће у њој.

2.2.1 Генералне претпоставке модела са кристалном решетком

2.2.1.1 Магнетни јони у кристалима

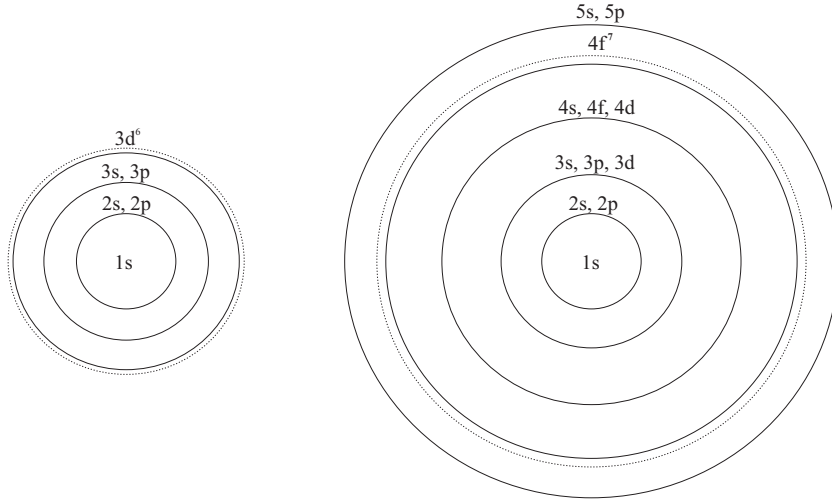
Материјали чврстог агрегатног стања имају уређену унутрашњу структуру. Унутрашња структура чврстих материјала се описује решетком у чијим чворовима се налазе елементи грађе тог материјала. Решетка правилног геометријског облика са уређеним распоредом елементарних јединки супстанце (атома, јона или молекула) у простору, назива се *кристална решетка*. За све моделе описане у Глави 2.2, претпоставља се да су дефинисани на кристалној решетки са својственим градивним елементима, специфичним за дати модел.

Кристална структура нарушава изотропију простора што утиче на просторно кретање електрона, тј. на допринос орбиталног момента импулса укупном магнетном моменту. Сви модели о којима је реч у наставку дисертације су засновани на претпоставци да електрони остају везани за свој јон у чвору решетки. У таквој ситуацији, посматрају се два случаја: јон са полупопуњеном електронском d љуском и јон са полупопуњеном f љуском, слика 2.1. Поље кристалне решетки различито интерагује са јонима са полупопуњеном d љуском и јонима са полупопуњеном f љуском. Јони са полупопуњеном d љуском, нпр. јони гвожђа Fe^{2+} , јако се преклапају са суседним јонима јер им се полупопуњена d љуска налази "изван" јона. Због знатног преклапања орбитала долази до хибридизације и због тога поље кристалне решетки делује јаком интеракцијом на тај јон. Са друге стране, полупопуњена f љуска се налази "унутар" јона, као код гадолин-ијума Gd^{3+} , и преклапање са орбиталама суседних јона је слабо, па је самим тим и поље кристалне решетки што делује на јон слабије.

Значај утицаја поља кристалне решетки на јоне је у томе што уводи локалну анизотропију у систем, на "нивоу једног чвора", па уместо јона може да се посматра да се у чвору налази *ефективни спин*. Дакле, уколико материјал који се описује има у кристалној решетки јоне са полупопуњеним d љускама, може да се апроксимира моделом кристалне решетки у чијим се чворовима налазе *ефективни спинови* који међусобно интерагују јаким локалним интеракцијама. Тип интеракције ће бити описан у наредној подсекцији.

2.2.1.2 Спин-спин интеракција у класичном моделу

У претходној подсекцији је напоменуто да у јонима са полупопуњеном d љуском ова љуска није заклоњена другим орбиталама и самим тим се знатно преклапа са орбиталама суседних јона. Због тога се у моделу кристалне решетки може сматрати да у



Слика 2.1: На слици су приказани јон гвожђа Fe^{2+} и јон гадолинијума Gd^{3+} . Јон гвожђа има полупопуњену d љуску која није заклоњена осталим орбиталама и због тога постоји јако преклапање између орбитала суседних јона у кристалној решетки. Јон гадолинијума има полупопуњену f љуску која је заклоњена другим орбиталама па је добро преклапање са орбиталама суседних јона онемогућено. Због тога, поље кристалне решетке је значајно јаче у системима који имају јоне са полупопуњеном d љуском у кристалној решетки него са попуњеном f љуском. Слика је адаптирана из [80].

сваком чвору постоји само једна орбитала. Такође, да би преклапање орбитала било јаче, у моделу се претпоставља да су орбитале суседних јона ортогоналне једна у односу на другу.

Дипол-дипол интеракција између два магнетна момента електрона је превише слаба да би стварала уређење у магнетним материјалима. Такође, није позната нека друга сила која се директно ослања на спинове и њихове магнетне моменте а која је довољно јака да доводи до феромагнетног уређења. Хајзенберг (*Heisenberg*) је приметио да је интеракција која је доминантно одговорна за феромагнетно уређење уствари *Кулоново одбијање* међу електронима, које је јако а не зависи експлицитно од спина. Кулонова интеракција између два спина, \vec{S}_1 и \vec{S}_2 , са векторима положаја у чворовима \vec{R}_1 и \vec{R}_2 у решетки може да се запише као [80]:

$$\mathcal{H}_{Coulomb} \cong \frac{1}{2} \sum_{\vec{R}_1, \vec{R}_2} \left\{ \left(K_{12} - \frac{1}{2} J_{12} \right) n_1 n_2 - 2 J_{12} \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 \right\}, \quad (2.2)$$

где је K_{12} директан Кулонов интеграл:

$$K_{12} \equiv K_{\vec{R}_1 \vec{R}_2} = \int d^3 r_1 d^3 r_2 |\phi_{\vec{R}_1}(\vec{r}_1)|^2 \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} |\phi_{\vec{R}_2}(\vec{r}_1)|^2, \quad (2.3)$$

а J_{12} је интеграл изменске интеракције:

$$J_{12} \equiv J_{\vec{R}_1 \vec{R}_2} = \int d^3 r_1 d^3 r_2 \phi_{\vec{R}_1}^*(\vec{r}_1) \phi_{\vec{R}_2}^*(\vec{r}_2) \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 |r_1 - r_2|} \phi_{\vec{R}_1}(\vec{r}_2) \phi_{\vec{R}_2}(\vec{r}_1). \quad (2.4)$$

У једначинама (2.3) и (2.4), $\phi_{\vec{R}}(\vec{r})$ је сет орбитала локализованих на позицији јона \vec{R} , а ε_0 је диелектрична константа вакуума. У једначини (2.2), у тренутно посматраном случају са ефективним спином, број електрона је $n_i = 1$. Тада интеракција постаје

$$\mathcal{H}_{exc} = - \sum_{\vec{R}_1, \vec{R}_2} J_{12} \vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2, \quad (2.5)$$

одбацујући константан део у једначини (2.2). Једначина (2.5) показује да спинови теже да буду паралелни један другом за $J_{12} > 0$, а антипаралелни за $J_{12} < 0$.

Спин електрона је квантно-механички ентитет описан векторским оператором спина који делује у спинском фактор простору Хилбертовог простора стања електрона и не подлеже анализи класичне механике. Међутим, под оправданом претпоставком да се у чвору налази једна d орбитала, са једним електроном, која има знатно преклапање са суседним орбиталама и интерагује на начин описан једначином (2.5), може да се сматра да је спин електрона описан класичним вектором \vec{S} чија је интеракција са суседним спиновима описана са једначином (2.5). Дакле, иако ће у следећим моделима бити речи о спиновима, то нису спинови у квантно-механичком смислу, већ класични вектори који интерагују са суседима у складу са (2.5).

2.2.2 Атермални Изингов модел са случајним пољем

Атермални Изингов модел са случајним пољем описује систем од N Изингових спинова смештених у чворове решетке на температури $T = 0$. Изингов спин има фиксирану пројекцију $S_i = \pm 1$ дуж једне осе, коју најчешће узимамо за z -осу. Проширен Хамилтонијан система Изингових спинова предложили су Сетна (*Sethna*) и сарадници [31] у облику:

$$\mathcal{H} = - \sum_{\langle i,j \rangle} J_{ij} S_i S_j - H \sum_i S_i - \sum_i h_i S_i + \sum_i \frac{J_{inf}}{N} S_i - \sum_{\langle i,j \rangle} J_{dipol} \frac{3\cos^2(\theta_{ij}) - 1}{r_{ij}^3} S_i S_j, \quad (2.6)$$

где је J_{ij} јачина изменске интеракције између најближих суседа, J_{inf} је јачина бесконачно-дометне демагнетизујуће интеракције и J_{dipol} је константа јачине дипол-дипол интеракције између спинова. Јачина спољног магнетног поља је обележена са H^1 . Спољно магнетно поље је хомогено и утиче једнако на сваки спин у систему. Овакав модел је компликован за анализу и најчешће се задржавају само прва три члана из 2.6, са константом интеракције $J_{ij} = J$, познатији као атермални Изингов модел са случајним пољем чији се Хамилтонијан своди на:

$$\mathcal{H} = -J \sum_{\langle i,j \rangle} S_i S_j - H \sum_i S_i - \sum_i h_i S_i, \quad (2.7)$$

где $\langle \cdot \rangle$ представља сумирање по свим различитим паровима најближих суседа. Када је $J > 0$, интеракција између спинова је феромагнетна, тј. спинови теже да имају исту оријентацију; када је $J < 0$, интеракција између спинова је антиферомагнетна, тј. спинови теже да имају супротну оријентацију у односу на суседни спин. Нечистоће у систему се описују тако што се сваком чвору решетке додели случајно магнетно поље h_i из дистрибуције $\rho(h)$ и оно делује само локално, тј. утиче само на спин S_i у i -том чвору решетке посредством интеракције $-h_i S_i$. Вредности случајног магнетног поља

¹Члан интеракције спина са примењеним спољним магнетним пољем је сачињен од магнетне индукције \vec{B} , магнетног момента спина израженог преко Боровог магнетона μ_B и g -фактора: $g\mu_B \vec{B} \sum_i S_i = \vec{H} \sum_i S_i$.

h_i се бирају независно у различитим чворовима решетке из неке изабране дистрибуције са нултом средњом вредношћу, $\langle h_i \rangle = 0$, и стандардном девијацијом R , која представља параметар неуређености јер квантификује степен неуређености у систему. Стога, важи $\langle h_i h_j \rangle = R^2 \delta_{ij}$, где $\langle \dots \rangle$ представља усредњавање по свим различитим конфигурацијама случајног поља, а δ_{ij} представља Кронекерову делта функцију. Као што је већ напоменуто у уводу, сматра се да у широком распону дистрибуција критични експоненти и функције одзива система не зависе од избора расподеле $\rho(h)$ [49], па се најчешће за расподелу случајних магнетних поља узима Гаусова расподела:

$$\rho(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}R} \exp\left(-\frac{h^2}{2R^2}\right). \quad (2.8)$$

У неравнотежној верзији Изинговог модела са случајним пољем, систем еволуира задовољавајући локалне динамичке услове. Спин S_i је стабилан ако је задовољен локални услов $S_i h_i^{\text{eff}} > 0$, где је

$$h_i^{\text{eff}} = J \sum_{\langle j \rangle} S_j + H + h_i \quad (2.9)$$

ефективно магнетно поље које делује на спин S_i у чвору решетке i , а сумирање се врши по најближим суседима спина S_i . Уколико овај услов није испуњен, спин је нестабилан и преокреће се у наредном (дискретном) тренутку времена у компјутерској симулацији, што утиче на вредност ефективног магнетног поља које делује на његове суседе. Самим тим суседни спинови преокренутог спина могу да постану нестабилни и да се преокрену у наредном тренутку. На овај начин може да се креира лавина преокретања спинова. Више речи о нумеричким методама и динамикама пропагације ће бити у главама 3.4 и 3.4.4.

Да би резултати модела могли да се повежу са лабораторијским експериментом или појавом коју треба да опише, потребно је да се дефинишу опсервабилне величине које могу да се прате и преко којих се види у којој фази се налази систем. Параметри чије промене вредности су повезане са променом фазе система се називају параметри уређења. Параметар уређења је мера степена асиметрије у фази *нарушене симетрије* (што је уређена фаза), тј. параметар уређења има ненулту вредност у уређеној фази и нулту вредност у неуређеној фази. У Изинговом моделу са случајним пољем, параметар уређења је магнетизација.

У близини критичне тачке, настају лавине свих величина, функције одзива система се понашају по степеном закону помноженим универзалном скалирајућом функцијом која својим обликом, заједно са вредношћу експонента степеног закона, у потпуности одређује функцију одзива. У термодинамичком лимиту, критична тачка за атермални Изингов модел са случајним пољем је дата уређеном тројком (R_c, H_c, M_c) , где је R_c критична неуређеност система, H_c критична вредност спољног магнетног поља и M_c критична вредност магнетизације. У близини критичне тачке, магнетизација неравнотежног атермалног Изинговог модела са случајним пољем се скалира у термодинамичком лимиту као [81, 82, 83]

$$m_R(H) = |r|^\beta \mathcal{M}_\pm \left(\frac{h'}{|r|^{\beta\delta}} \right), \quad (2.10)$$

где је m редукована магнетизација $m = M_R(H) - M_c$, тј. магнетизација $M_R(H) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i$ при неуређености R и спољном магнетном пољу H померена за вредност критичне магнетизације M_c . Функције $\mathcal{M}_+(x)$ и $\mathcal{M}_-(x)$ су универзалне скалирајуће

функције за неуређености изнад, односно испод критичне неуређености R_c . У једначини (2.10), ове функције зависе од скалираних варијабли $h'/|r|^{\beta\delta}$, где је h' редуковано магнетно поље [82, 83]

$$h' \equiv H - H_c + br. \quad (2.11)$$

У једначини (2.11), параметар b се назива *доменом скалирања*. Променљива r је редукована неуређеност дефинисана као

$$r \equiv \frac{R - R_c}{R}. \quad (2.12)$$

Скалирање променљивих у једначини (2.10) је одређено стандардним критичним експонентима β и δ који описују скокове магнетизације $\Delta M \sim |r|^\beta$ испод R_c и скалирање $m \sim h'^{1/\delta}$ редуковане магнетизације са редукованим магнетним пољем, респективно. Када је познат израз скалирања за магнетизацију, онда су познате и флукуације магнетизације у систему у односу на промену спољног магнетног поља, тј. позната је магнетна сусцептибилност система $\chi = \partial M / \partial H$. Магнетна сусцептибилност се скалира као

$$\chi_R(H) = |r|^{\beta-\beta\delta} \chi_{\pm} \left(\frac{h'}{|r|^{\beta\delta}} \right), \quad (2.13)$$

где су $\chi_{\pm}(x) = d\mathcal{M}_{\pm}(x)/dx$ универзалне скалирајуће функције за магнетну сусцептибилност.

Поред магнетизације, која се у близини критичне тачке скалира по степеном закону са критичним експонентима β и δ , дивергенција корелационе дужине ξ се у близини критичне тачке описује као

$$\xi \sim |r|^{-\nu}. \quad (2.14)$$

Корелациона дужина је карактеристична дужина дефинисана тако да сличност (корелација) између спинова на дужини већој од корелационе дужине ξ опада експоненцијално. Када се систем налази у критичној тачки, корелациона дужина дивергира и тада у систему могу да се нађу флукуације свих таласних дужина. Формула 2.14 важи за редуковано спољно поље које је једнако нули. Када је h' мало, тада се корелациона дужина скалира као

$$\xi = |r|^{-\nu} \mathcal{Y}_{\pm} (h'|r|^{\beta\delta}), \quad (2.15)$$

где су $\mathcal{Y}_{\pm}(x)$ одговарајуће универзалне скалирајуће функције.

Број преокренутих спинова унутар једне лавине се назива величина лавине и обележава са S . Веома често се у експерименталним условима испитује дистрибуција величине лавина $D(S)$, па је она битна и за теоријска и нумеричка разматрања. Као што је већ напоменуто, када се систем налази на критичној тачки, јављају се све величине лавина, тј. дистрибуција величина лавина је описана чистим степеним законом, док се у близини критичне тачке дистрибуција величина лавина у термодинамичком лимиту скалира у складу са:

$$D(S) = S^{-\tau'} \mathcal{D}_{\pm} (S^{\sigma}|r|), \quad (2.16)$$

где су $\mathcal{D}_{\pm}(x)$ одговарајуће универзалне скалирајуће функције, а σ је експонент одсецања (енг. *cutoff*) који описује скалирање највеће лавине $S_{max} \propto |r|^{-1/\sigma}$ у близини критичне неуређености. Једначине попут једначине (2.16) са универзалном скалирајућом функцијом, значајне су јер подаци (добилијени из симулација на пример) $y = S^{\tau'} D(S)$ колапсирају на криву, $\mathcal{D}_{+}(x)$ за $R > R_c$ и $\mathcal{D}_{-}(x)$ за $R < R_c$, када се представе у зависности од $x = S^{\sigma}|r|$. Ово је најпоузданији начина да се одреде вредности критичних експонената који фигуришу у датом закону скалирања, у овом случају τ' и σ . Више о скалирању магнетизације, магнетне сусцептибилности и дистрибуције величине лавина

када системи нису у термодинамичком лимиту, тј. када су коначни, може да се нађе у [63].

Нумеричке вредности критичних експонената за различите димензије и симетрије Изинговог модела са случајним пољем су дате у глави 3.3 као и релације између њих.

2.2.3 Спинска стакла

Спинска стакла описују систем од N Изингових спинова смештених у чворове решетке. Један од првих модела спинских стакала је Едвардс-Андерсон (енг. *Edwards-Anderson*) модел [84] чији Хамилтонијан гласи:

$$\mathcal{H} = - \sum_{\langle ij \rangle} J_{ij} S_i S_j, \quad (2.17)$$

где $\langle \cdot \rangle$ означава сумирање по најближим суседима посматраног спина S_i у i -том чвору. Спинска изменска интеракција J_{ij} се разликује за сваки пар спинова и то уноси неуређеност у систем. Захваљујући неуређености интеракција, у систему између спинова могу да се нађу и феромагнетне и антиферомагнетне интеракције различитих јачина. Расподела изменске интеракције је најчешће гаусовска

$$\rho(J_{ij}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi J^2}} \exp\left(-\frac{(J_{ij} - J_0)^2}{2J^2}\right), \quad (2.18)$$

са средњом вредношћу расподеле J_0 и стандардном девијацијом J . Оваква расподела интеракција у простору за последицу има да се спинови више не оријентишу паралелно (феромагнетни случај) или антипаралелно (антиферомагнетни случај), већ се дешава да насумично распоређени спинови достигну *замрзнуто* стање - насумичне оријентације спинова у простору а замрзнуте у времену. Сама еволуција неравнотежног система вођена је Глауберовом (енг. *Glauber*) локалном динамиком са вероватноћом да се прихвати промена оријентације спина:

$$W_G = \frac{\exp(-\beta\Delta H)}{1 + \exp(-\beta\Delta H)} \quad (2.19)$$

где је $\beta = 1/T$, T означава температуру, а ΔH је количина енергије потребна да би се посматрани спин преокренуо [85].

Најпрепознатљивија карактеристика спинских стакала је што се увек полако термализују у равнотежно стање. Магнетизација равнотежног стања спинског стакла је једнака нули јер су спинови насумично оријентисани. Међутим, када се на систем делује спољним магнетним пољем и пусти да релаксира, систем ће доћи у метастабилно стање ненулта магнетизације које се затим споро термализује све док магнетизација не постане нула и систем се врати у равнотежно стање. При ниским температурама, може да се примени слика доменских структура [86], за које може да се сматра да је сваки домен у свом равнотежном стању. Још једно ограничење модела је што важи када је термална корелациона дужина већа од типичне линеарне димензије домена l . Линерна дужина домена l се повећава са временом услед дифузије и анихилације зидова домена.

Енергија неравнотежног стања спинског стакла у слици доменских структура је дата збиром равнотежних енергија унутар домена и енергијама доменских зидова, тј. интерфејса. Дакле, ако је димензија система L и d је просторна димензија, онда постоји L^d спинова у систему и $(L/l)^d$ интерфејса. С обзиром на то да је енергија интерфејса

пропорционална са l^y , онда фрустрирана енергија система релаксира као

$$\Delta E \propto \frac{1}{L^d} \left(\frac{L}{l} \right)^d l^y = l^{y-d}. \quad (2.20)$$

Показано је да за $T = 0$ и $y < 0$ не постоји фаза спинског стакла.

Пошто су домени у равнотежи независни један од другог, они имају магнетне моменте који су насумично оријентисани. Магнетизација по спину, m , зависи од линеране дужине домена l као

$$m \propto \frac{1}{L^d} \left(\frac{L}{l} \right)^d l^{d/2} = l^{-d/2}. \quad (2.21)$$

Једначине (2.20) и (2.21) дају везу између енергије и магнетизације:

$$\Delta E \propto m^x \quad (2.22)$$

где је $x = 2 - 2y/d$. Овај закон скалирања омогућава да се из експонента x одреде особине равнотежног стања, иако једначина (2.22) повезује две неравнотежне величине. Наиме, само за вредности експонента $x < 2$ систем има фазу спинског стакла у термалној равнотежи.

Важност модела спинских стакала расте услед растуће индустрије вештачке интелигенције. Хамилтонијан модела који проучава неуронске мреже, *Hopfield* модел, такође има облик једначине (2.17). У овом моделу, случајна расподела изменске интеракције J_{ij} представља насумичност меморијских образаца [87].

2.2.4 Перколације

Перколације су модел дефинисан на решетки тако да сваки чвор има вероватноћу p да буде окупиран, независно до својих суседа. Оваква расподела окупираности чворова је насумична, а једна од главних појава у систему којима се теорија перколације бави јесу *кластери*, тј. групација окупираних чворова у решетки. Дакле, ако решетка има N чворова, где је N велики број, онда је број окупираних чворова pN , а број празних чворова је $(1 - p)N$. Како је број окупираних чворова pN од укупног броја чворова N , онда је концентрација окупираних чворова у решетки $c = \frac{pN}{N} = p$. Због тога, вероватноћа окупираности се често назива и концентрацијом. За вероватноћу окупираности p , већу од неке граничне вредности $p > p_c$, кластер унутар система се простире по бар једној целој линеарној димензији система. За овакав кластер се каже да перколира (тј. прожима) кроз систем, а p_c је критична концентрација за коју се први пут јавља перколотивни кластер. Перколотивни кластери спадају у критичне догађаје и велику примену имају у индустрији извлачења нафте и у предвиђању ширења пожара и вируса.

Поред тога што прожимају цео систем, перколотивни кластери имају и особину критичног самоуређења, тј. испољавају фракталне структуре у близини критичне концентрације p_c . Уобичајене особине критичног самоуређења су спора побуда или спор доток енергије у систем (нпр. раст дрвећа, испуштање гранула песка) и ретки догађаји потпуног отпуштања енергије (нпр. лавине, земљотреси, пожари). Као и многи критични догађаји, у близини критичне концентрације особине перколотивног кластера се скалирају по степеном закону.

У близини критичне тачке, дистрибуција величине кластера се скалира по степеном закону као

$$n(s) \propto s^{-\tau} \mathcal{C} \left(\frac{s}{s_{max}} \right), \quad (2.23)$$

где је $\mathcal{C}(x)$ функција одсецања која зависи од величине кластера s нормиране максималном величином кластера s_{max} , и која нагло опада за $s > s_{max}$. Максимална величина кластера у близини p_c дивергира као

$$s_{max} \propto (p_c - p)^{-1/\sigma}. \quad (2.24)$$

Фрактална димензија кластера μ је дефинисана преко полупречника ротације кластера $R(s)$ (енг. *radius of gyration*, због уске повезаности перколација и модела *насумичног кретања* по решетки (*random walk*)) као

$$R(s) \propto s^{1/\mu}. \quad (2.25)$$

Корелациона дужина у систему зависи од вероватноће окупираниости чворова p и дивергира са појавом перколотивног кластера као

$$\xi \propto (p_c - p)^{-\nu}. \quad (2.26)$$

Суспендибилност система, \bar{s} , сликовито може да се представи као колонија животиња, средње величине, која се са једног места на решетки расели на остале делове решетке услед неког неповољног догађаја (нпр. нестанак хране или појава непријатељске животиње). На овај начин, величина \bar{s} је очувана и чини перколотивни проблем неравнотежним. У близини критичне концентрације, суспендибилност се скалира као

$$\bar{s} \propto (p_c - p)^{-\gamma}. \quad (2.27)$$

Критични експоненти на дводимензионој квадратној решетки су повезани преко релације [88]:

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{\gamma}{3 - \tau} = \mu\nu \quad (2.28)$$

Релације између критичних експонената су веома значајне и, као што је већ напоменуто, дефинишу класу универзалности за системе. Више о перколотивним методама и стационарним стањима која могу да формирају неравнотежни модели може да се нађе у [88, 89] као и у осталим референцама у тим радовима.

2.2.5 Изингов модел са насумичном анизотропијом у систему

Неуређеност у систему, поред нечистоћа у решетки, потиче и од насумичне магнетокристалне анизотропије. Хајзенбергов модел случајне једноосне анизотропије у једном чвору се сматра погодним моделом за описивање магнетних особина аморфних легура. Испитивања рађена на овом моделу су показала да је у тродимензионом систему нискотемпературна стабилна фаза уствари фаза спинских стакала чак и у лимиту јаке анизотропије. У лимиту јаке анизотропије, спинови су приморани да се оријентишу у правцу осе анизотропије па се модел редукује на Изингов модел са насумичном анизотропијом [90, 91]. Даља истраживања овог модела заговарају, са становишта симетријске анализе, да су Изингов модел са случајним пољем и Изингов модел са насумичном анизотропијом у истој класи универзалности [92, 83].

Систем је дефинисан на решетки у чијим се чворовима налазе спинови \vec{S}_i и локалне осе анизотропије \vec{n}_i , $i = 1, 2, \dots, N$. У лимиту бесконачне анизотропије, у ком је константа анизотропије много већа од један $D \gg 1$, спинови се оријентишу у смеру локалних оса анизотропије $\vec{S}_i = \vec{n}_i S_i$, где су S_i Изингови спинови. Тада је Хамил-

тонијан система:

$$\mathcal{H} = -J \sum_{\langle ij \rangle}^{\frac{z}{2}N} S_i S_j \vec{n}_i \vec{n}_j - \sum_i^N S_i \vec{n}_i \vec{H} - DN - K \sum_{ij}^{N(N-1)} S_i S_j \frac{3(\vec{n}_j \vec{r}_{ij})(\vec{n}_i \vec{r}_{ij}) - (\vec{n}_i \vec{n}_j)}{r_{ij}^3} \quad (2.29)$$

где је први члан изменска интеракција између спинова, а други члан је Земанов члан интеракције спина са спољним магнетним пољем. Трећи члан је енергија анизотропије са константном анизотропије D . Четврти члан у једначини (2.29) је дугодометна дипол-дипол интеракција која у моделу описује магнетостатичку енергију система. Ова интеракција је феромагнетна за пар интерагујућих спинова са оријентацијама $\vec{n}_i = \vec{n}_j = \vec{r}_{ij}$ а антиферомагнетна када су им оријентације $\vec{n}_i = \vec{n}_j \perp \vec{r}_{ij}$.

Насумичност оријентације оса анизотропије у различитим чворовима i и j слаби диполну интеракцију. Стога, уз услов $K = 0$, Хамилтонијан система гласи [28]:

$$\mathcal{H} = - \sum_{\langle ij \rangle}^{\frac{z}{2}N} J_{ij} S_i S_j - H \sum_i^N g_i S_i, \quad (2.30)$$

где је $J_{ij} = J \vec{n}_i \vec{n}_j$, а други члан описује случајну спрегу са спољним магнетним пољем са константном $g_i = \cos(\theta_i)$, $0 < \theta_i < \pi/2$. Енергија анизотропије DN је константна и може да се изузме из једначине (2.30). Као и у случају Изинговог модела са случајним пољем, модел се изводи из равнотеже променом спољног магнетног поља.

2.2.6 Потсов (*Potts*) модел

Векторски Потсов модел са параметром стања q (енг. *q-state vector Potts model*) је дефинисан на d -димензионој решетки, линеарне димензије L , са бројем спинова $N = L^d$ који интерагују само са најближим суседима. Хамилтонијан овако дефинисаног система без спољног магнетног поља је [93]:

$$\mathcal{H} = -J \sum_{\langle ij \rangle} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j = -J \sum_{\langle ij \rangle} \cos(\theta_i - \theta_j), \quad (2.31)$$

где је параметар J јачина изменске интеракције између спинова и фаворизује феромагнетну интеракцију за вредности $J > 0$, а антиферомагнетну интеракцију за $J < 0$. Сума у једначини (2.31) иде по свим паровима најближих суседа. За разлику од Изинговог спина који има позитивну и негативну пројекцију дуж једне осе, у овом моделу је спин генерализован и "заробљен" у равни, тј. спин може да заузме било који правац једнако померен за параметар q у простору:

$$\theta_i = \frac{2\pi i}{q}, \quad i = 0, 1, \dots, q-1. \quad (2.32)$$

За $q = 2$, модел се редукује на класичан Изингов модел без спољног магнетног поља са симетријом Z_2 , док у лимиту $q \rightarrow \infty$ постаје XY модел у којем су оријентације спинова континуалне у равни.

Као што је напоменуто у глави 2.1, систем из равнотежног стања може да се изведе под утицајем спољног фактора, нпр. спољног магнетног поља. Како у овом моделу не постоји спољно магнетно поље, систем може да се држи далеко од равнотежног стања на више начина, између осталог прикључивањем на два термостата различите темпер-

атуре [94] или постављањем две *Potts*-ове решетке једне до друге које се крећу релативно једна у односу на другу [95]. У зависности од параметра q , неравнотежни *Potts*-ов модел испољава фазни прелаз другог реда (више о фазним прелазима у глави 2.3.2) при преласку из парамагнетне у феромагнетну фазу, односно из фазе са неуређеним оријентацијама спинова у фазу где су оријентације спинова у истом смеру, и фазни прелаз бесконачног реда при прелазу из парамагнетне у БКТ фазу (*Berezinskii-Kosterlitz-Thouless*) [96, 97, 98].

2.3 Критични догађаји

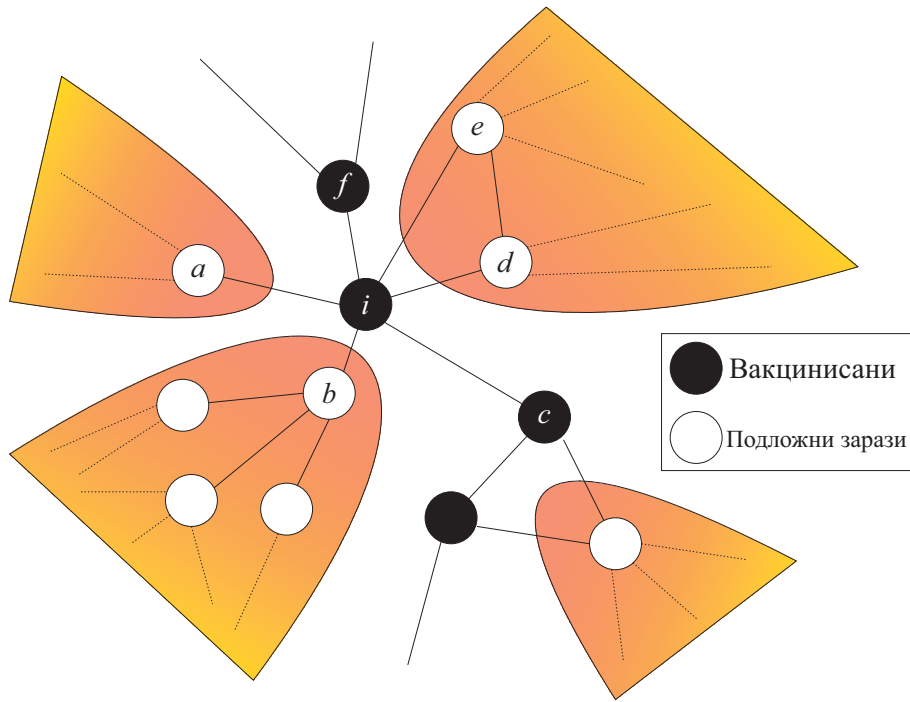
Критични догађаји, уопштено, могу да се опишу као настајање или нестајање кохерентних самоуређених структура, односно брзи процеси ”рађања” и ”умирања” метастабилних стања где је прелаз лавинског карактера. Системи са оваквим механизмом релаксације су веома заступљени у природи и због великих и наглих промена стања, често причињавају велику штету. У овој подсекцији, биће описани системи којима је заједничко да пролазе кроз низ метастабилних стања, а сам пролазак кроз та стања је лавинског карактера, и величине које описују систем и његову лавинску релаксацију се скалирају по степену закону. Метастабилна стања су одређена локалном динамиком и расподелом неуређености која је замрзнута у времену. Како поменуте појаве спадају у свакодневицу *XXI* века, отуда и велика потреба за разумевањем датих појава са циљем да се евентуално постигне њихова контрола.

2.3.1 Репрезентативни системи у којима се јављају критични догађаји

2.3.1.1 Ширење вируса

Један од начина за моделовање ширења вируса је приказан у [3]. Главни проблем код ширења вируса је како то ширење зауставити и један од најефикаснијих начина јесте имунизација. У [3] се описује убрзана имунизација моделом експлозивне перколације на графовима. Главни циљ оваквог модела је да се пронађу чворови чије уклањање би највише нарушило повезаност чворова у графу и стварање великих кластера (груписаних чворова), илустровано на слици 2.2. Граф се састоји од N чворова од којих је вакцинисано qN чворова, а остали су подложни инфекцији. Раширеност епидемије зависи од фракције вакцинисаних чворова, типа епидемије (Подложен-Заражен-Имун или Подложен-Заражен-Подложен, тј. од могућег поновног заражавања) и брзине заражавања. Нека је $S(q)$ максималан број заражених чворова за ниво вакцинације q . Циљ модела је да се ова величина минимизује, тј. да постоји што мање заражених чворова. Критична вредност параметра q_c , тј. најмања вредност параметра q за коју је број чворова који се заразе једнак нули $S(q) = 0$, мења се по степену закону, што је једна од основних одлика неравнотежних система са метастабилном динамиком. Што је q_c мање то је стратегија вакцинисања ефикаснија јер је потребно да се вакцинише мање чворова да би се спречила епидемија. Резултати модела показују да су на нивоу вакцинисања q_c , углавном вакцинисани чворови са више од шест суседа, тј. они који најбоље повезују мрежу чворова. Њиховим вакцинисањем се спречава стварање великих кластера, односно ширење вируса. Модел експлозивне имунизације, приказан у раду [3], даје могућност да се овакви чворови брзо препознају.

Данас, *XXI* век је окарактерисан као „век вируса“, а услед пандемије вируса *Covid-19*, број истраживача који изучавају спречавање пандемија је нагло порастао и чини ову тематику веома актуелном.



Слика 2.2: Илустрација суседа вакцинисаног чвора i . Црни чворови представљају вакцинисане чворове у графу, а бели представљају чворове који су подложни зарази. Осенчени део, којима припадају бели чворови, представља кластер чворова на које би се раширио вирус уколико се "први" бели чвор зарази. Слика је направљена по узору на рад [3].

2.3.1.2 Земљотреси

Једна од најразорнијих природних појава јесу земљотреси. Земљотреси имају лавински одговор система на јаку побуду. Овакаву лавинску реакцију карактеришу дискретни, импулсивни догађаји који обухватају широк спектар енергија E , са степеном расподелом $P(E) \propto E^{-\epsilon}$. Такође, земљотресе прате накнадни потреси (енг. *aftershocks*) и њихово предвиђање је тренутно фокус великог броја истраживања [6, 7]. Накнадни потреси испољавају фракталну особину самосличности што омогућава да се конструишу алгоритми за њихову предикцију. Један од значајнијих резултата јесте веза између главног потреса и накнадних потреса. Испоставља се да постоји *карактеристична* дужина скале накнадних потреса која се скалира са јачином главног потреса m као $10^{0.42m}$ [7].

Цела област проучавања је још увек у развоју јер особине накнадних потреса зависе доста од начина дефинисања. Међутим, тежи се ка томе да се применом неравнотежних модела са лавинским релаксацијама побољшава предвиђање сеизмичких таласа и да се иде ка њиховом потенцијалном спречавању и/или контролисаном смањењу ефекта [6].

2.3.1.3 Финансијска одступања на берзи

Да би се разумели узроци успона, падова и наглих урушења берзе, тј. финансијских криза, јавила се потреба да се у моделе одлучивања укључе хетерогеност и интеракције између потрошача. Такође, уколико се дозволи у моделу да продавац, који има најмањи профит на тржишту, промени цену свог производа, остали продавци каскадно реагују и тржиште се *самоуређује*, што је једна од главних особина критичних догађаја [5]. Испоставља се да Изингов модел са случајним пољем даје уједињујући оквир за обраду многих колективних друштвено-економских појава које доводе до наглих руптура и

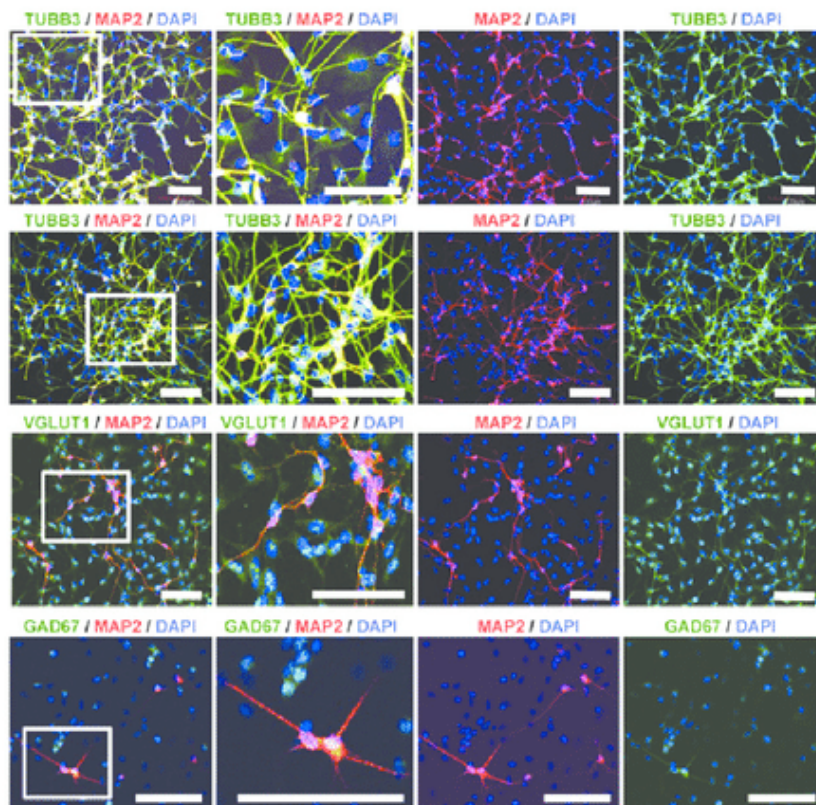


Слика 2.3: На слици је приказана тржишна вредност *S&P 500* индекса који обједињује 500 тржишно највреднијих деоничарских друштава чијим се деоницама активно тргује у Сједињеним Америчким Државама. Сиве зоне на слици представљају зоне рецесије. Прва сива зона одговара глобалној финансијској кризи 2008 - 2009. године, а друга сива зона одговара кризи услед *Covid-19* пандемије 2020. године. График је прилагођен на годишњу стопу инфлације. Слика је преузета са сајта: <https://www.macrotrends.net/2324/sp-500-historical-chart-data>

криза [4]. Анализом оваквог модела, са потрошачима као структурном јединицом модела уместо спинова, уочава се хистерезисна крива са стрмим прелазима са доње на горњу грану, тј. постоји могућност да потрошачи нагло мењају мишљења и та промена долази у лавинама. Критична промена може да се огледа у трендовима и/или масовним спонтаним покретима, наглom приливу капитала на берзу (период „похлепе“) или наглom масовном продајом акција (период „страха“), итд. У околини критичне вредности параметра имитације међу потрошачима, број људи који мења мишљење се тада скалира по степенom закону. Испоставља се да нагла криза има исту „*saddle-node*“ бифуркацију као и земљотрес. Како историја показује тенденцију тржишта да се понавља у (донекле нерегуларним) циклусима, модели који предвиђају могуће кризе и њихове узроке су постали приоритет истраживања у економији, нарочито после глобалне финансијске кризе 2008. године, слика 2.3.

2.3.1.4 Неуронски сигнали у мозгу

Експериментално узгајане кортикалне неуронске мреже (слика 2.4) раде у режиму близу неравнотежне критичне тачке. У зависности од средине у којој се узгајају, топологија мреже може да буде другачија и самим тим се и критични експоненти мењају. Како критични експоненти доста одступају од експонената предвиђеним моделом средњег поља грањања, закључује се да само простирање информација кроз неуронску мрежу не може да се упрости као процес гранања већ је потребно у модел укључити и петље са повратном спрегом и процес меморије [11]. Дистрибуција величина неуронских лавина и трајања неуронских лавина прати степени закон. Додатна потврда да се активности неуронске мреже одвијају у близини критичне тачке јесте постојање јединствене скалирајуће функције на коју колапсирају подаци. Такође, систем показује

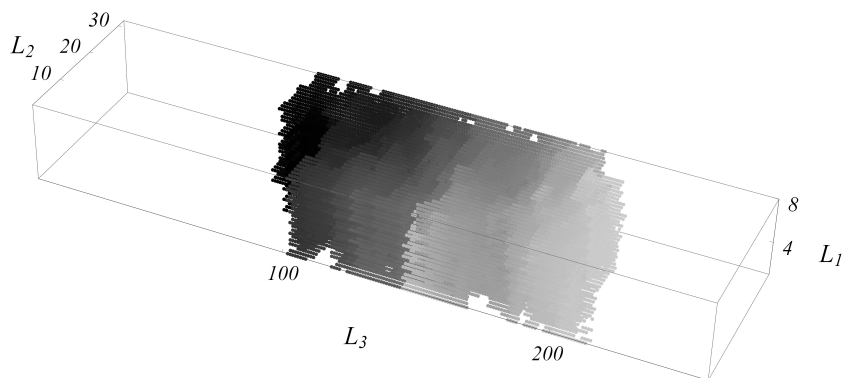


Слика 2.4: На слици су приказани узорци можданог ткива који су узгајани *in vitro*. Јасно се види да неурони формирају геометријски неправилне графове и зна се да имају јаку интеракцију са најближим суседом. Простирање неуронских сигнала кроз овакве мреже је лавинског карактера и наводи на закључке да мозак ради у близини критичне тачке [8, 10, 11]. Слика је преузета из рада [99].

да се неуронска мрежа самоуредила тако да онемогући стварање великих неуронских лавина које су карактеристичне за спонтане нападе (енг. *seizure*). Овом потврдом се долази корак ближе разумевању простирања сигнала кроз неуронске мреже у мозгу. Сам сигнал се брзо простира кроз цео мозак и показује карактер прожимајуће лавине [8, 10, 11].

2.3.1.5 Танки системи

Системи чија је једна линеарна димензија много мања од осталих називају се танки системи. Специјалан случај оваквих система су фолије чије су преостале две димензије (приближно) једнаке и тракасти системи. Еволуција спинских магнетних танких система такође има лавински карактер, али су критични експоненти различити од система чије су све линеарне димензије приближно исте. Шири системи са урачунатом диполном интеракцијом могу да развију цик-цак структуре простирања лавина као последицу „такмичења“ површинског напона између Вајсових домена и диполних интеракција [17]. За системе са локалном интеракцијом спинова се испоставља да лавинско простирање у танким системима може да испољава тродимензионе, дводимензионе и једнодимензионе карактеристике у зависности од параметара самог система. У танким системима облика фолије, мале лавине се шире као и у тродимензионим системима, док веће лавине започињу да се шире све док не прожму најкраћу линеарну димензију система а затим, уседвичене између граничних равни фолије, настављају да се шире попут лавина у дводимензионим системима као квази дводимензионе лавине. Преокренушви



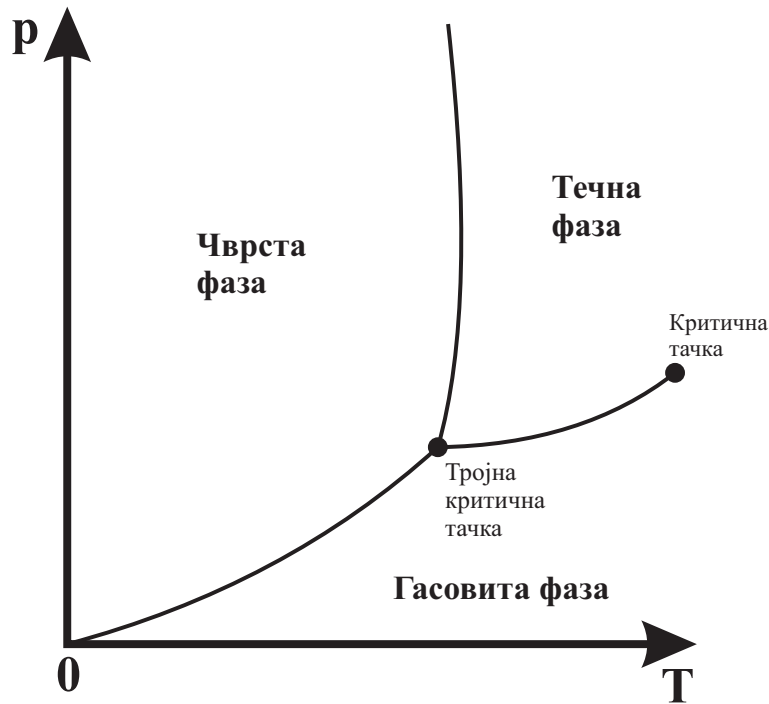
Слика 2.5: На слици је приказана пропација лавине у танким, тракастим, системима. Лавина се прво простире карактеристично за тродимензионе системе, затим, када прожме систем по једној оси, простире се карактеристично за дводимензионе системе све док не прожме систем по попречном пресеку. После прожимања система по попречном пресеку, лавина наставља да пропацира кроз систем као једнодимензиона лавина преокрећући ”страницу по страницу”. L_1 , L_2 и L_3 су линеарне димензије система. Слика је преузета из рада [20].

на овај начин све спинове по мањем попречном пресеку система, лавина наставља да пропацира као у једнодимензионом ланцу, с тим што овде лавина преокреће ”дводимензиону страницу по страницу” дуж најдуже осе система [20], слика 2.5. Поред потпуно уређених фаза (нпр. сви спинови окренути у правцу спољног поља у феромагнетима), танки системи испољавају и метастабилне структуре у којима се формирају стабилне тракасте зоне, као и ”вортексни” зидови - односно структуре које између домена немају јасну границу већ је вртложна око једне или више тачака [18, 19].

2.3.2 Фазни прелаз

У области статистичке физике, најрепрезентативнији критични догађаји су фазни прелаз. Фаза је стање материје за коју су макроскопске физичке особине супстанце униформне на макроскопској скали. Фаза се карактерише термодинамичком функцијом, која зависи од неколико макроскопских параметара које дефинишу дату фазу, нпр. температура и притисак дефинишу фазу течне воде. *Фазни дијаграм* је график на ком су представљене области одређених фаза, а на осама су постављени макроскопски параметри који дефинишу те фазе. На фазном дијаграму фазе су разграничене фазним границама или критичним тачкама. Фазне границе су вредности параметара при којима долази до промене фазе, тј. до *фазног прелаз*. Линије фазних граница на фазном дијаграму могу да се заврше са критичном тачком. У критичној тачки и на фазним границама фазе могу да коегзистирају. Најпознатији пример коегзистенције фаза у критичној тачки јесте тројна критична тачка воде у којој се истовремено налазе вода, водена пара и лед. Тројна критична тачка воде се налази на температури $T = 273,16 \text{ K}$ и притиску $p = 611,2 \text{ Pa}$, слика 2.6.

Прелазак између фаза се прати преко термодинамичке функције која карактерише фазу. Тачније, посматра се *параметар уређења*, функција која показује како су уређени микроскопски елементи који чине макроскопску фазу. У критичној тачки, термодинамичка функција има сингуларитет и дивергира. Са друге стране, параметар уређења је повезан са нарушењем симетрије система, тј. параметар уређења је мера асиметрије у фази са нарушеном симетријом, што је уређено стање. У уређеном стању параметар уређења је различит од нуле, док је у неуређеном стању једнак нули. На пример, нека решетка има N спинова произвољне оријентације. Магнетизација система у којем сви



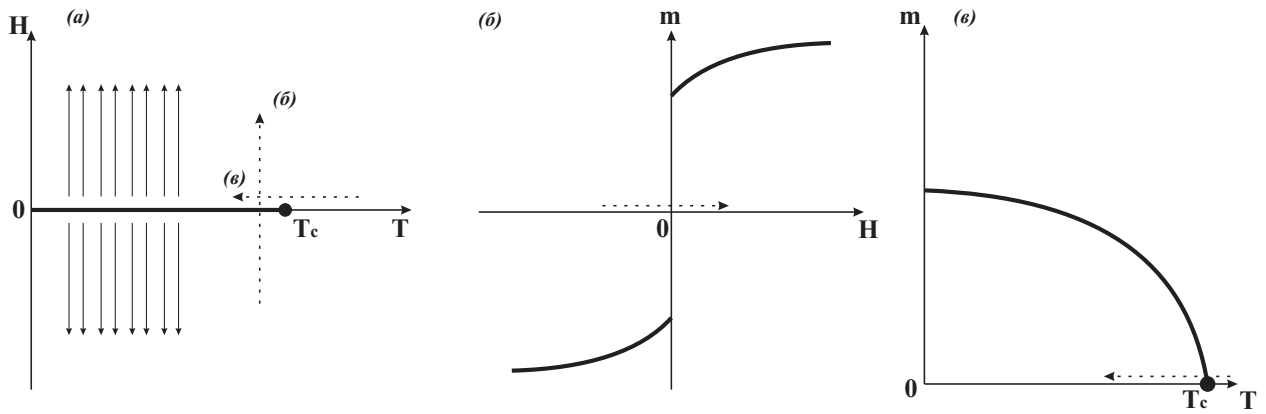
Слика 2.6: На слици је приказан фазни дијаграм за воду. Фазна граница између леда (чврста фаза) и водене паре (гасовита фаза) се завршава тројном критичном тачком, а фазна граница између воде (течна фаза) и водене паре (гасовита фаза) се завршава критичном тачком.

спиновима имају произвољну оријентацију је нула. Шта више, у неуређеној фази постоји бесконачно много различитих реализација оријентација спинова, у термодинамичком лимиту $\frac{N}{V} = const.$ за $N \rightarrow \infty$ и $V \rightarrow \infty$, за које је магнетизација система једнака нули. Због тога кажемо да је стање са произвољним оријентацијама спинова стање високе симетрије. Међутим, уколико се на магнетни систем примени спољно магнетно поље, спинови више немају насумичну оријентацију већ су усмерени у смеру деловања спољног магнетног поља и симетрија њихове оријентације (која дефинише њихово појединачно стање) је нарушена, па се уређено стање назива стањем нарушене симетрије или стањем ниске симетрије (енг. *low-symmetry state*). Стање са нултом магнетизацијом је дегенерисано, а стање са максималном магнетизацијом је само једно.

Ред фазног прелаза је одређен понашањем термодинамичког потенцијала система у близини фазног прелаза. У тачкама фазног прелаза, изводи термодинамичког потенцијала имају сингуларитете који се испољавају у виду скокова (прекида) или дивергенције функције. Изводи термодинамичког потенцијала тада нису непрекидни. Према непрекидности извода, фазни прелази могу да се поделе на две групе:

- Фазни прелази првог реда - први извод функције термодинамичког потенцијала има прекид на фазној граници и у критичној тачки.
- Фазни прелаз другог реда - познат и под називом *континуални* фазни прелаз, је када други или виши ред извода функције термодинамичког потенцијала има прекид или дивергенцију на фазној граници и у критичној тачки.

Постоје системи који могу да испоље фазни прелаз и првог и другог реда. На слици 2.7 су приказани фазни дијаграми магнетних материјала у спољном магнетном пољу H . Критична тачка се налази на температури T_c и на нултом спољном магнетном пољу, $H = 0$. На слици 2.7(a) приказана је промена уређења спинова у зависности од



Слика 2.7: На слици су приказани (а) фазни дијаграм магнетних материјала, (б) фазни прелаз првог реда и (в) фазни прелаз другог реда. На слици под (а) су испрекиданним стрелицама нацртане промене параметара са слика (б) и (в). Слика је адаптирана из [45].

вредности спољног магнетног поља H . Приликом промене спољног магнетног поља од негативне до позитивне вредности по линији (б), за температуру $T < T_c$, спинови се лавински преокрећу и магнетизација, као први извод Гибсовог термодинамичког потенцијала, има скок при $H = 0$. Ово је фазни прелаз првог реда. На слици 2.7(б) може да се види да и када је спољно магнетно поље нула, $H = 0$, магнетизације је ненулта. Таква магнетизација се назива *спонтана магнетизација* и њену вредност одређује прилаз фазној граници на $H = 0$: за прилаз нули са стране позитивних вредности, $H \rightarrow 0^+$, спонтана магнетизација је позитивна $m > 0$, а негативна $m < 0$ за прилаз нули са стране негативних вредности спољног поља $H \rightarrow 0^-$. Уколико се фиксира спољно магнетно поље на бесконачно малу вредност $H \rightarrow 0^+$ и смањује параметар температуре преко критичне вредности T_c по линији (в), спонтана магнетизација се онда мења континуално од нулте до позитивне вредности, што је фазни прелаз другог реда, слика 2.7(в). Ова фазна гранична линија раздваја феромагнетну и парамагнетну фазу. Феромагнетна фаза је фаза у којој спинови у просеку имају исту оријентацију те магнетизација има ненулту вредност. Материјали у којима се јавља феромагнетна фаза су феромагнети. Парамагнетна фаза је фаза магнетних система у којој спинови имају насумичне оријентације и магнетизација је тада једнака нули.

2.3.2.1 Фазни дијаграми неравнотежног Изинговог модела са случајним пољем

Модели се, у великом броју случајева, праве са циљем да се опишу резултати добијени експерименталним мерењем реалних система. Истраживања током рада на докторату су извршена на неравнотежном атермалном Изинговом моделу са случајним пољем. Стога, пре отварања питања ”како детектовати критични догађај?” и ”како контролисати критични догађај?”, у овој подсекцији биће дат преглед фазних дијаграма Изинговог модела са случајним пољем и биће речи о фазним прелазима за различите просторне димензије система.

У глави 2.2.2 је дефинисан неравнотежни атермални Изингов модел са случајним пољем и одговарајући критични експоненти степених закона који описују одговор система на спољну побуду у околини критичне тачке. Међутим, фазни прелаз се не јавља за све просторне димензије система описаних оваквим моделом. У равнотежној варијанти Изинговог модела са случајним пољем, не долази до фазног прелазу у једнодимензионом и дводимензионом систему. Међутим, у неравнотежној верзији овог мод-

ела код дводимензионих система се јавља нетривијално критично понашање [100]. За једнодимензионе системе не постоји нетривијално критично понашање ни у неравнотежној верзији Изинговог модела са случајним пољем [101, 102, 103, 104]. Ово је лако потврдити и мисаоним експериментном: у бесконачном једнодимензионом ланцу спинова са локалним случајним пољем у сваком чвору, постоји коначна вероватноћа да ће један од спинова да има велико негативно случајно поље (из левог краја Гаусове дистрибуције) које ће да заустави даљу пропагацију лавине дуж дате осе. Иако се модели праве да што верније опишу реалне системе постоје и супротни процеси, односно да се праве реални системи који би опонашали моделе. Тако су Бингхам (*Bingham*) и сарадници успели да направе експерименталну реализацију система који има исте критичне експоненте као неравнотежни једнодимензиони Изингов модел са случајним пољем [105]. Имри (*Imry*) и Ма су преко модела промене зидова магнетних домена извели да је доња критична димензија равнотежне верзије овог модела $d_l = 2$ [106, 107]. Доња критична димензија модела представља највећу димензију за коју се не јавља фазни прелаз, као ни за димензије мање од ње. Слика о фазним прелазима је много јаснија и више истражена за тродимензионе и вишедимензионе системе. Горња критична димензија је јасно дефинисана и истражена за Изингов модел са случајним пољем и износи $d_u = 6$. Горња критична димензија модела је најмања димензија за коју све димензије изнад имају једнаке критичне експоненте и ти критични експоненти одговарају критичним експонентима из модела са апроксимацијом средњег поља [106]. Конкретне вредности критичних експонената за различите димензије су дате у глави 3.3.

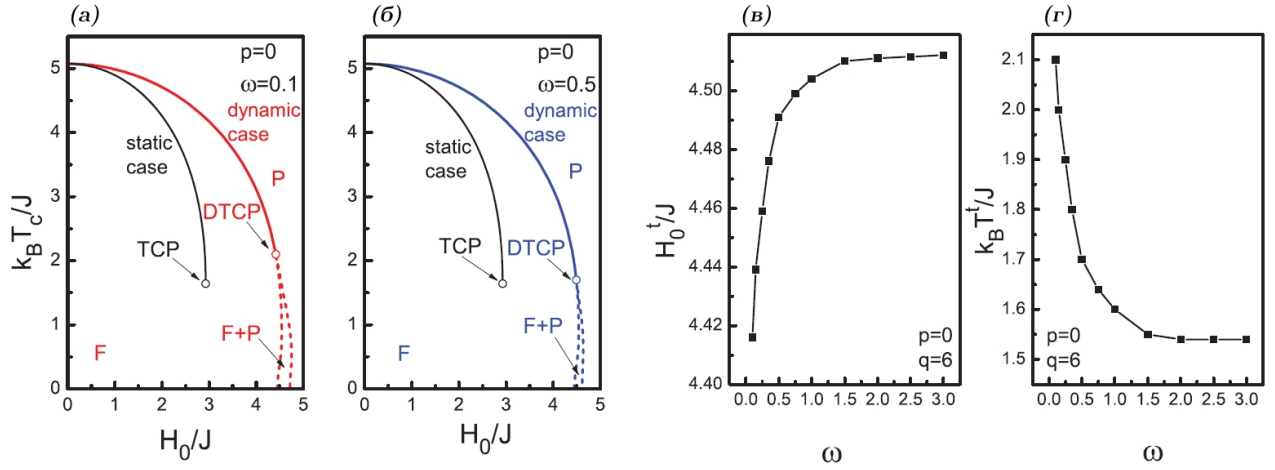
Раније је поменуто да су иницијална истраживања сугерисала да одабир дистрибуције за случајна поља не утиче на вредност критичних експонената, односно на начин дивергенције у критичној тачки. Међутим, одабир дистрибуције може да утиче на фазни дијаграм [108]. Данас се може констатовати да су динамички фазни прелазни Изинговог модела са случајним пољем и даље у многим аспектима недовољно јасни због чега се активно истражују. Паула и сарадници [109] су одредили стационарно стање Изинговог модела са случајним пољем користећи технике теорије средњег поља. Такође, конструисали су фазни дијаграм од стационарних стања магнетизације као функције температуре и јачине спољног поља. Њихово истраживање показује да се у неравнотежној верзији модела континуални фазни прелазни поклапају са равнотежним континуалним фазним прелазима [110], док се фазни прелазни првог реда јављају на нешто јачим пољима него они у равнотежним моделима. Релативно скорије истраживање Крокидакиса (*Crokidakis*) [111] Монте Карло симулацијама на еквилатералној кубној решетки са бимодалном расподелом случајног поља и без спољног магнетног поља, показало је да постоји фазни прелаз првог реда при ниским температурама и за велике неуређености R , што одговара постојању неравнотежне тројне критичне тачке на коначној температури.

У раду [108] су испитивали динамички фазни прелаз и стационарна стања Изинговог модела са случајним пољем са периодично променљивим временски зависним спољним магнетним пољем на кубној решетки. Амплитуда спољног магнетног поља има вредност H_0 и насумично се додељује чворовима у решетки из бимодалне и тримодалне дистрибуције:

$$P(H_{0i}) = p\delta(H_{0i}) + \frac{1-p}{2} [\delta(H_{0i} - H_0) + \delta(H_{0i} + H_0)], \quad (2.33)$$

где је за $p = 0$ дистрибуција бимодална а за $p \neq 0$ тримодална.

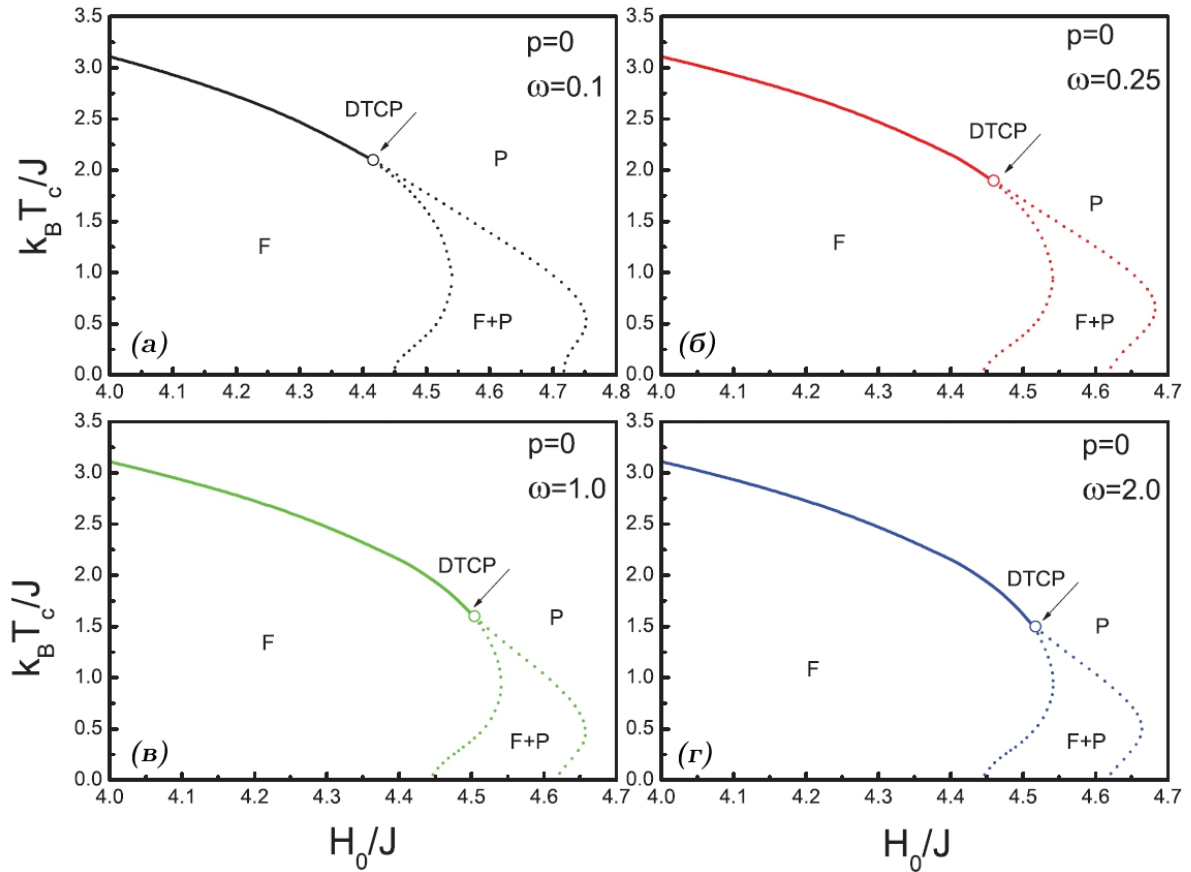
На сликама 2.8(a) и 2.8(b), упоредно су приказани фазни дијаграми статичког Изинговог модела са случајним пољем [112, 113] (црна линија) и неравнотежног Изинговог модела са случајним пољем који је вођен периодично-променљивим спољним магнетним



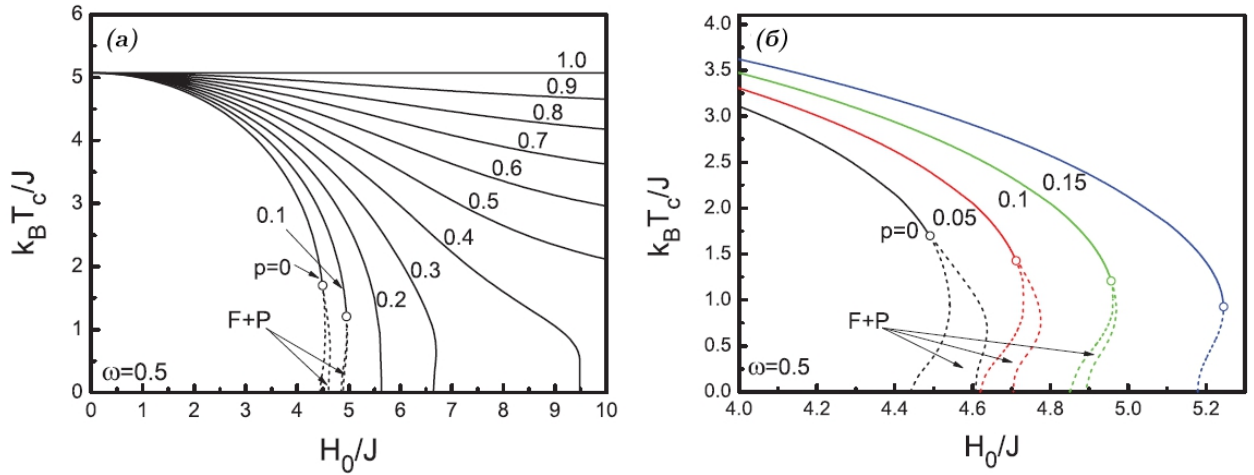
Слика 2.8: На слици су приказани фазни дијаграми кинетичког Изинговог модела са случајним пољем у $(k_B T_c/J - H_0/J)$ равни за бимодалну дистрибуцију за различите угаоне фреквенце осциловања спољног магнетног поља: (а) $\omega = 0, 1$ и (б) $\omega = 0, 5$, у поређењу са дијаграмима добијеним коришћењем статичког модела из [112, 113]. Пуне линије одговарају фазном прелазу другог реда, док испрекидане линије одговарају фазном прелазу првог реда. Символи празних кругова на графику означавају тројну критичну тачку. Два десна панела показују промену вредности тројне критичне тачке са променом фреквенције ω , (в) H_0^t/J и (з) $k_B T^t/J$. Параметар q је координациони број решетке, тј. број најближих суседа. Слика је преузета из [108].

пољем са вредношћу амплитуде насумично изабраном из бимодалне расподеле (црвена и плава линија). На сликама се јасно види да су за други модел потребна јача поља да би дошло до фазног прелазу. Систем испољава феромагнетну фазу (F) за ниске вредности амплитуде магнетног поља чак и при високим температурама. За мале вредности H_0/J интеракције најближих суседа су доминантне у односу на утицај периодичног спољног магнетног поља. Због тога, релативно велика количина топлотне енергије је потребна да би дошло до динамичког фазног прелазу приликом кога би дошло до нарушавања уређеног феромагнетног стања и успостављања парамагнетне фазе (P). Са повећањем H_0/J , феромагнетна изменска интеракција између спинова постепено престаје да буде доминантна и амплитуда спољног магнетног поља има већи утицај на еволуцију система, па је могуће да се догоди фазни прелаз и при ниским температурама. Такође, поређењем графика 2.8(а) и 2.8(б), да се закључити да повећањем угаоне фреквенције осциловања ω , динамичка тројна критична тачка ($DTCP$) се снижава а регион са мешаном фазом ($F+P$) се сужава. На графицима 2.8(в) и 2.8(з) је приказана промена координата динамичке тројне критичне тачке у зависности од угаоне фреквенције осциловања спољног магнетног поља ω . Вредности координате H_0^t/J расту, док вредности $k_B T^t/J$ опадају са порастом ω и сатурисане вредности су $H_0^t/J = 4,512$ и $k_B T^t/J = 1,54$. Дакле, регион коегзистенције феромагнетне и парамагнетне фазе се сужава али не ишчежава у потпуности и при довољно великим вредностима ω положај динамичке тројне критичне тачке и величина региона коегзистенције фаза не зависе од угаоне фреквенције. Снижавање вредности динамичке тројне критичне тачке и сужавање региона коегзистенције фаза до одређене угаоне фреквенције приказано је детаљније на графику 2.9. Такође, феромагнетна фаза не зависи од угаоне фреквенције ω .

Уколико се уместо бимодалне користи тримодална расподела вероватноће, ситуација се значајно мења. На слици 2.10 приказан је динамички фазни дијаграм система у



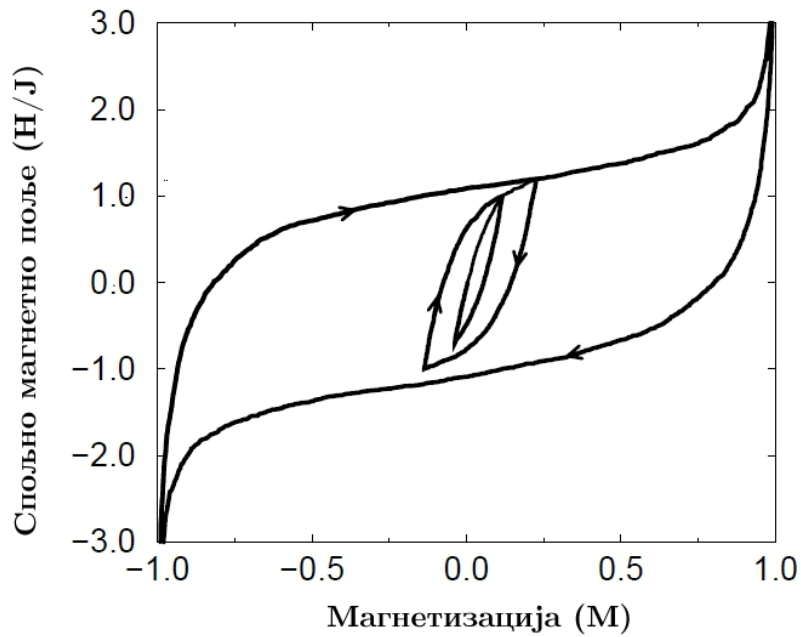
Слика 2.9: На слици су приказани фазни дијаграми система у $(k_B T_c / J - H_0 / J)$ равни за бимодалну дистрибуцију са (а) $\omega = 0, 1$, (б) $\omega = 0, 25$, (в) $\omega = 1, 0$ и (г) $\omega = 2, 0$. Пуна линија представља границу фазног прелаза другог реда, а испрекидана линија представља границу фазног прелаза првог реда. Символи празних кругова на графику означавају динамичку тројну критичну тачку. Слика је преузета из [108].



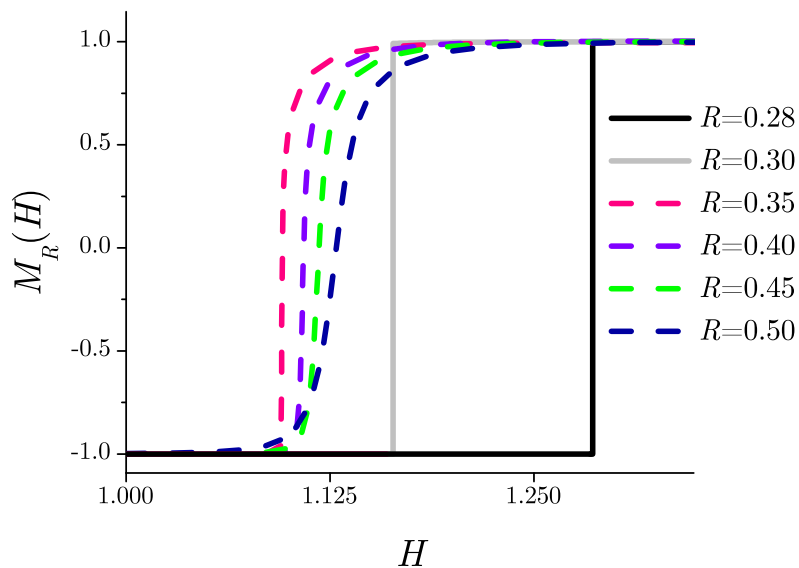
Слика 2.10: На слици су приказани фазни дијаграми система у $(k_B T_c / J - H_0 / J)$ равни за тримодалну дистрибуцију са $\omega = 0,5$ и при одређеним вредностима параметра p . Пуна линија представља границу фазног прелаза другог реда, а испрекидана линија представља границу фазног прелаза првог реда. Символи празних кругова на графику означавају динамичку тројну критичну тачку. Слика је преузета из [108].

$(k_B T_c / J - H_0 / J)$ равни за тримодалну дистрибуцију са $\omega = 0,5$ и за одређене вредности параметра p . Као што је показано на слици 2.10(a), систем испољава динамичку тројну критичну тачку при релативно уском опсегу параметра p . Њена координата $k_B T^t / J$ се смањује са повећањем параметра p , док се координата која зависи од амплитуде поља H_0^t / J повећава све док се динамичка тројна критична тачка не спусти на нулту вредност при одређеној вредности параметра p , слика 2.10(a). После ишчежавања динамичке тројне критичне тачке, сви динамички фазни прелази су континуални. Такође, треба истаћи да на температури $T = 0$ постоји критична вредност $p^* = 0,53$ испод које систем има динамички фазни прелаз при критичном магнетном пољу. Због тога се област феромагнетне фазе на ниским температурама простире ка већим вредностима H_0 / J . Како се параметар p повећава, тако расте и удео феромагнетне фазе на фазном дијаграму, све док не достигне вредност $p = 1$ када феромагнетна фаза има максималну површину на фазном дијаграму. Такође, као што се може видети на слици 2.10(b), регион коегзистенције феромагнетне и парамагнетне фазе се сужава и после одређене вредности параметра p , регион коегзистенције ишчежава у $(k_B T_c / J - H_0 / J)$ равни.

Поред насумичног осцилаторног понашања, спољно магнетно поље може да се води монотono, било да се само монотono повећава, монотono смањује или да се монотono мења у неком опсегу од минималне до максималне вредности и назад, тј. да поље монотono осцилује и направи пун циклус. При оваквом вођењу спољним магнетним пољем, Изингов модел са случајним пољем дефинисан у Глави 2.2.2, има континуални фазни прелаз на критичној тачки (R_c, H_c) , где је R_c критична неуређеност система, а H_c критична вредност спољног магнетног поља. При вредностима неуређености које су изнад критичне вредности, $R > R_c$, величина лавина које се појављују у систему је коначна. При наведеним условима, хистерезисна крива, која приказује зависност магнетизације од спољног магнетног поља, је глатка крива, слика 2.11. Међутим, при вредностима неуређености $R \leq R_c$, долази до стварања бесконачне (прожимајуће) лавине у систему, а крива магнетизације трпи скок при критичној вредности спољног поља H_c , слика 2.12.



Слика 2.11: На слици су приказане хистерезисне петље и потпетље. За неуређеност система $R > R_c$, хистерезисна петља је глатка. Спољна хистерезисна петља одговара промени вредности спољног магнетног поља од $-\infty$ до $+\infty$. Слика је преузета из [81] и адаптирана.



Слика 2.12: На слици су приказани скок магнетизације у тренутку стварања прожимајуће лавине за одређене неуређености система R као и глатке криве за веће неуређености. Слика је преузета из [59] и адаптирана.

Глава 3

Симулација Изинговог модела са случајним пољем

У глави 2.2.2 је описан Изингов модел са случајним пољем у термодинамичком лимиту. Како су у симулацијама решетке коначне, у овој глави ће бити представљени ефекти који настају услед коначности система и биће дате релације скалирања модификоване тако да зависе и од линеарне димензије система L . Затим, биће дате нумеричке вредности критичних експонената за Изингов модел са случајним пољем и релације међу њима. На крају главе је објашњена нумеричка поставка симулација и динамике пропагације које су коришћене за добијање главних резултата који ће бити презентовани у наредним главама дисертације.

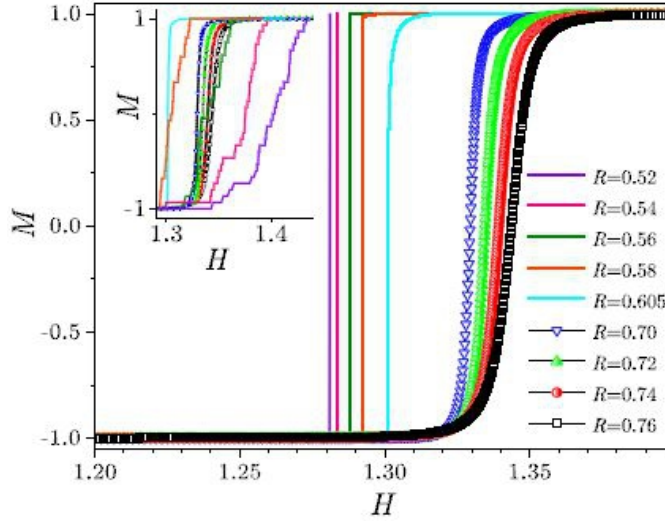
3.1 Ефекти услед коначности система

Недостатак симулација је у томе што никада не може да се симулира систем у термодинамичком лимиту, већ могу да се симулирају само коначни системи. То значи да се у симулацијама не јављају критичне величине већ њихове ефективне вредности које могу да зависе од величине система L . Међутим, поређењем система различитих линеарних димензија и пажљивим урачунавањем ефеката коначности система на функције одговора, неки обрасци могу да се уоче и да се на основу њих изведу потребни закључци. Одлика функција одзива коначних система је да не дивергирају већ имају коначне скокове (тј. максимуме), нпр. суцептибилност при критичном спољном пољу не дивергира јер се не јавља бесконачна лавина – лавина прожима цео систем који је коначан па је и скок магнетизације коначан, а суцептибилност тада достиже максимум. Како аналитички апарат за анализу динамике неуређених система још увек није довољно развијен, унапређење нумеричких алгоритама за симулације коначних система добија све више на значају.

У Глави 2.2.2 дате су функције скалирања за системе у термодинамичком лимиту. Међутим, у компјутерским симулацијама се изучавају коначни системи и функције скалирања су прилагођене да зависе од линеарних димензија система тако да теже термодинамичким величинама у лимиту бесконачно великих система, $L \rightarrow \infty$. Према томе, једначина (2.10) може да се модификује у [63]:

$$m_{R,L}(H) = |r|^\beta \widetilde{\mathcal{M}}_\pm \left(\frac{h'}{|r|^{\beta\delta}}, \frac{1}{L|r|^\nu} \right), \quad (3.1)$$

где је ν критични експонент који показује како дивергира корелациона дужина у близини критичне тачке, једначина (2.14). Једначина (3.1) се своди на једначину (2.10) у лимиту



Слика 3.1: На слици су приказане криве магнетизације дводимензионог модела са неуређеностима $R = 0,52 - 0,76$ и величину решетке 131072×131072 . На главној слици приказане су усредњене криве магнетизација на 30 конфигурација случајног поља, а на уметнутој слици приказане су криве магнетизација за конкретну реализацију случајног поља. Слика је преузета из рада [100].

$L \rightarrow \infty$, за фиксно r . На слици 3.1 приказане су криве магнетизације за дводимензиони систем за различите неуређености R .

Слично магнетизацији, суспектибилност у коначним системима се скалира као:

$$\chi_{R,L}(H) = |r|^{\beta-\beta\delta} \tilde{\chi}_{\pm} \left(\frac{h'}{|r|^{\beta\delta}}, \frac{1}{L|r|^{\nu}} \right), \quad (3.2)$$

Једначина (3.2) у лимиту $L \rightarrow \infty$ прелази у једначину (2.13). У једначини (3.2), универзална скалирајућа функција система коначних димензија је дефинисана преко парцијалног извода универзалне скалирајуће функције магнетизације $\tilde{\chi}(x, y) = \partial \mathcal{M}_{\pm}(x, y) / \partial x$.

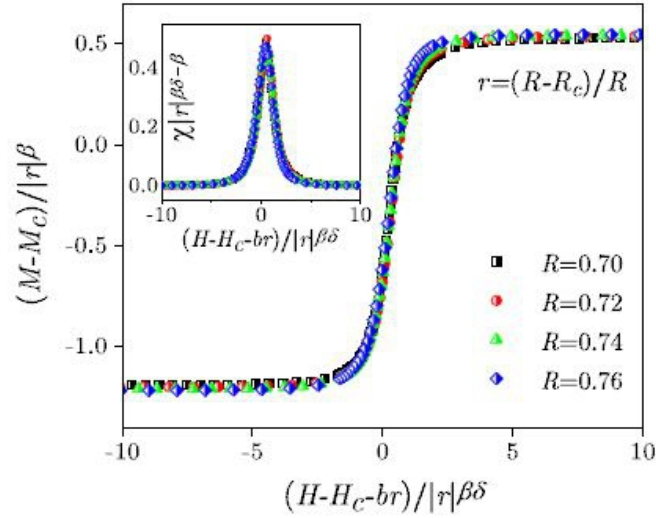
Вредност спољног магнетног поља при ком је суспектибилност бесконачног система максимална назива се критично поље $H_c(R)$. У системима коначних димензија, суспектибилност достиже максимум при *ефективном критичном пољу* $H_c^{eff}(R, L)$ које зависи од неуређености и линеарне димензије система. Такође, вредност критичне магнетизације се у коначним системима дефинише као $M_c^{eff}(R, L) = M_{R,L}(H_c^{eff}(R, L))$ и назива се *ефективна критична магнетизација*.

3.2 Дистрибуције параметара спинских лавина

Једна од карактеристичних особина система са критичним понашањем јесте могућност да параметри од којих зависе термодинамички потенцијали и дистрибуције могу да се рескалирају тако да добијени подаци колапсирају на исту криву. Уколико се у еквилатералном систему јави спинска лавина величине S , енергије E , трајања T и амплитуде A , њена општа дистрибуција се скалира као [114]:

$$D(\lambda^{a_S} S, \lambda^{a_T} T, \lambda^{a_E} E, \lambda^{a_A} A; \lambda^{b_h} h', \lambda^{b_r} r, \lambda^{b_l} / L) = \lambda D(S, T, E, A; h', r, 1/L), \quad (3.3)$$

где је λ параметар скалирања, а $a_S, a_T, a_E, a_A, b_h, b_r, b_l$ су (ненормирани) експоненти здружене биноване дистрибуције $D(S, T, E, A; h', r, 1/L)$ на редукованом спољном маг-



Слика 3.2: На слици су приказане криве магнетизације које колапсирају све на исту криву. На уметнутој слици приказан је колапс кривих суспектибилности. Систем је дводимензион, величине 131072×131072 и за неуређености система $R = 0,70 - 0,76$. Криве су усредњене за 30 различитих реализација случајног поља. Колапс је добијен за $M_c = 0$, $R_c = 0,54$, $H_c = 1,275$, $b = 0,24$, $\beta = 0,15$, $\beta\delta = 4,8$. Слика је преузета из рада [100].

нетном пољу h' , редукованој неуређености r и за еквилатералне системе линеарних димензија L .

Дистрибуције могу да буду појединачне, дистрибуција једне особине лавине, или здружене, где се добија дистрибуција две или више особина лавине. Ове дистрибуције неких од параметара лавине се добијају интеграљењем опште дистрибуције по преосталим величинама. На пример, да би се добила појединачна дистрибуција величине лавина, општа дистрибуција треба да се проинтеграли по све три преостале величине:

$$D(S; h', r, 1/L) = \int_0^\infty dT \int_0^\infty dE \int_0^\infty dA D(S, T, E, A; h', r, 1/L).$$

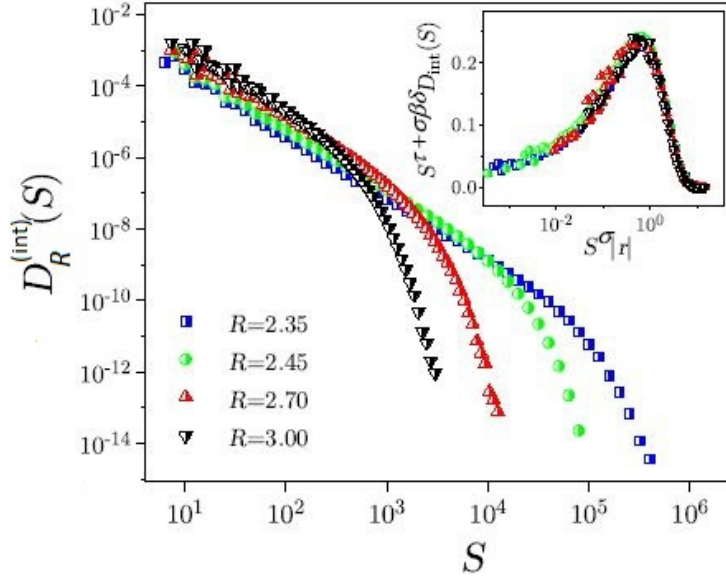
3.2.1 Дистрибуција величине лавина

Једна од битнијих особина лавина јесте величина саме лавине. Примењујући изведено у претходној секцији, у термодинамичком лимиту, дистрибуција величине спинских лавина, $D_{H,R}(S)$, покренутих при спољном магнетном пољу H и неуређености система R , скалира се у зависности од величине лавине S као:

$$D_{H,R}^{(S)}(S) = S^{-\tau} \mathcal{D}_{\pm}^{(S)}(S^\sigma |r|, h' |r|^{-\beta\delta}), \quad (3.4)$$

где су $\mathcal{D}_{\pm}^{(S)}$ универзалне скалирајуће функције. Ако се проинтеграли расподела (3.4) по свим вредностима спољног магнетног поља H од $-\infty$ до $+\infty$, добија се интегрална дистрибуција величина лавина

$$D_R^{(S,int)}(S) = \int_{-\infty}^{\infty} D_{H,R}^{(S)}(S) dH = \int_{-\infty}^{\infty} S^{-\tau} \mathcal{D}_{\pm}^{(S)}(S^\sigma |r|, h' |r|^{-\beta\delta}) dh'.$$



Слика 3.3: На главном делу слике приказане су интегралне расподеле величина лавина у тродимензионом моделу за неуређености система $R = 2,35 - 3,00$. Величина решетке система је 32768×32768 спинова. На уметнутој слици су приказани колапси кривих са главне слике. Слика је преузета из рада [100].

Увођењем смене $y = h'|r|^{-\beta\delta}$ и уврштавањем израза за скалирање највеће лавине $S_{max} \propto |r|^{-1/\sigma}$, претходна једначина се скалира као

$$D_R^{(S,int)}(S) = S^{-(\tau+\sigma\beta\delta)} \mathcal{D}_{\pm}^{(S,int)}(S^{\sigma}|r|), \quad (3.5)$$

где су $\mathcal{D}_{\pm}^{(S,int)}$ функције скалирања интегралне дистрибуције, а $\tau + \sigma\beta\delta$ нови критични експонент, који се често означава као τ_{int} . За $R = R_c$, израз (3.5) се своди на

$$D_R^{(S,int)}(S) \propto S^{-(\tau+\sigma\beta\delta)}.$$

На слици 3.3, приказане су интегралне расподеле величина лавина у дводимензионом моделу, а на уметној слици је приказан колапс тих кривих по једначини (3.5).

3.2.2 Дистрибуције трајања, енергије и амплитуде лавина

Применом изведеног у претходној подсекцији, из једначине (3.3) могу да се изведу и закони скалирања за дистрибуције трајања, енергије и амплитуде лавине.

Дистрибуције ових особина лавина покренутих при спољном магнетном пољу H и неуређености система R , описане су следећим законима скалирања:

$$D_{H,R}^{(T)}(T) = T^{-\alpha} \mathcal{D}_{\pm}^{(T)}(T^{\sigma/\gamma_T/S} |r|, h'|r|^{-\beta\delta}); \quad (3.6)$$

$$D_{H,R}^{(E)}(E) = E^{-\epsilon} \mathcal{D}_{\pm}^{(E)}(E^{\sigma/\gamma_E/S} |r|, h'|r|^{-\beta\delta}); \quad (3.7)$$

$$D_{H,R}^{(A)}(A) = A^{-\mu} \mathcal{D}_{\pm}^{(A)}(A^{\sigma/\gamma_A/S} |r|, h'|r|^{-\beta\delta}), \quad (3.8)$$

где је једначина (3.6) важи за дистрибуцију трајања лавина, једначина (3.7) за дистрибуцију енергија лавина и једначина (3.8) за дистрибуцију амплитуда лавина. У једначинама, $\mathcal{D}_{\pm}^{(T)}$, $\mathcal{D}_{\pm}^{(E)}$ и $\mathcal{D}_{\pm}^{(A)}$ су универзалне функције скалирања за дате параметре

лавина. Експоненти α , ϵ и μ су одговарајући критични експоненти, а $\gamma_{T/S}$, $\gamma_{E/S}$ и $\gamma_{A/S}$ представљају експоненте који описују како се понаша средња вредност датог параметра лавине за лавине фиксиране величине у функцији од те величине лавине.

Интеграљењем једначина (3.6), (3.7) и (3.8) по свим вредностима спољног магнетног поља H , добијају се закони скалирања интегралне дистрибуције:

$$D_R^{(T,int)}(S) = T^{-(\alpha+\sigma\beta\delta/\gamma_{T/S})} \mathcal{D}_{\pm}^{(T,int)}(T^{\sigma/\gamma_{T/S}}|r|), \quad (3.9)$$

$$D_R^{(E,int)}(S) = E^{-(\epsilon+\sigma\beta\delta/\gamma_{E/S})} \mathcal{D}_{\pm}^{(E,int)}(E^{\sigma/\gamma_{E/S}}|r|), \quad (3.10)$$

$$D_R^{(A,int)}(S) = A^{-(\mu+\sigma\beta\delta/\gamma_{A/S})} \mathcal{D}_{\pm}^{(A,int)}(A^{\sigma/\gamma_{A/S}}|r|), \quad (3.11)$$

где су $\mathcal{D}_{\pm}^{(T,int)}$, $\mathcal{D}_{\pm}^{(E,int)}$ и $\mathcal{D}_{\pm}^{(A,int)}$ универзалне функције скалирања интегралних дистрибуција, а аналогно као код дистрибуције величине лавина, $\alpha + \sigma\beta\delta/\gamma_{T/S}$, $\epsilon + \sigma\beta\delta/\gamma_{E/S}$ и $\mu + \sigma\beta\delta/\gamma_{A/S}$ су нови интегрални критични експоненти.

3.3 Вредности критичних експонената и везе међу њима

Већ је речено да критични експоненти одређују класу универзалности система, тј. који системи, наизглед другачији, ће испољавати исто критично понашање. Веома је битно да се уочи да постоје релације између њих. На тај начин, уз познавање неколико критичних експонената могу лако да се одреде остали. Такође, преко релација између критичних експонената може да се тестира и да ли је теорија добра. Наиме, експерименталним мерењем критичних експонената лако може да се утврди да ли су релације, добијене датом теоријом, одговарајуће.

Пример довођења критичних експонената у релацију су следеће једначине:

$$\alpha = 1 + \frac{\tau - 1}{\sigma\nu z}, \quad (3.12)$$

$$\epsilon = 1 + \frac{\tau - 1}{2 - \sigma\nu z}, \quad (3.13)$$

$$\mu = 1 + \frac{\tau - 1}{1 - \sigma\nu z}, \quad (3.14)$$

Критични експоненти уведени код степених закона термодинамичких величина исто задовољавају одређене релације. Критични експоненти у једначинама скалирања магнетизације задовољавају релацију:

$$\beta - \beta\delta = \frac{\tau - 2}{\sigma}. \quad (3.15)$$

Такође, у међусобни однос могу да се доведу и експоненти који стоје уз редуковану неуређеност, редуковано спољно магнетно поље и величину система:

$$b_r = -a_S\sigma, \quad b_h = -a_S\sigma\beta\delta, \quad b_L = -a_S\sigma\nu. \quad (3.16)$$

Један од главних циљева истраживача јесте одређивање критичних експонената и њихово поређење са вредностима добијеним у експериментима. У наредним табелама биће дате вредности критичних експонената и параметара добијених из симулација на хиперкубним решеткама за тродимензиони и дводимензиони Изингов модел са случајним пољем у адијабатском режиму. У табели 3.1 су приказане вредности појединачних

критичних експонената, у табели 3.2 комбинације тих експонената које се често користе и интегрални критични експоненти, и у табели 3.3 приказани су критични параметри [114, 115].

Табела 3.1: Вредности појединачних експонената

| Експонент | Вредност у 2D | Вредност у 3D |
|------------|--------------------|--------------------|
| a_A | $-0,100 \pm 0,010$ | $-0,110 \pm 0,020$ |
| a_S | $-0,255 \pm 0,080$ | $-0,248 \pm 0,060$ |
| a_E | $-0,340 \pm 0,080$ | $-0,355 \pm 0,110$ |
| a_T | $-0,142 \pm 0,030$ | $-0,164 \pm 0,040$ |
| b_r | $0,025 \pm 0,002$ | $0,060 \pm 0,016$ |
| b_h | $0,120 \pm 0,020$ | $0,110 \pm 0,030$ |
| b_L | $0,130 \pm 0,040$ | $0,084 \pm 0,018$ |
| α | $1,870 \pm 0,180$ | $2,050 \pm 0,200$ |
| σ | $0,100 \pm 0,010$ | $0,240 \pm 0,020$ |
| β | $0,150 \pm 0,040$ | $0,035 \pm 0,028$ |
| δ | 32 ± 10 | 52 ± 50 |
| τ | $1,540 \pm 0,050$ | $1,600 \pm 0,060$ |
| ν | $5,150 \pm 0,200$ | $1,400 \pm 0,200$ |
| z | $1,250 \pm 0,170$ | $1,700 \pm 0,400$ |
| η | $1,050 \pm 0,060$ | $0,730 \pm 0,280$ |
| ϵ | $1,420 \pm 0,150$ | $1,420 \pm 0,210$ |
| μ | $2,550 \pm 0,300$ | $2,400 \pm 0,410$ |

Табела 3.2: Вредности комбинација експонената

| Експоненти | Вредност у 2D | Вредност у 3D |
|----------------------------|-------------------|-------------------|
| $\tau + \sigma\beta\delta$ | $2,020 \pm 0,060$ | $2,030 \pm 0,030$ |
| $\sigma\beta\delta$ | $0,480 \pm 0,080$ | $0,430 \pm 0,070$ |
| $\beta\delta$ | $4,800 \pm 0,800$ | $1,810 \pm 0,320$ |
| $d + \beta/\nu$ | $2,040 \pm 0,260$ | $3,070 \pm 0,300$ |
| $1/\nu$ | $0,190 \pm 0,010$ | $0,710 \pm 0,090$ |
| β/ν | $0,029 \pm 0,020$ | $0,025 \pm 0,020$ |
| $\sigma\nu z$ | $0,640 \pm 0,070$ | $0,570 \pm 0,030$ |

3.4 Нумеричке методе

3.4.1 Поставка модела

Испитивани систем Изинговог модела са случајним пољем се састоји од N Изингових спинова смештених у чворове решетке. Изингови спинови имају Z_2 симетрију и узимају вредности $S_i = \pm 1$ дуж z -осе. Модел се поставља тако што су у почетном тренутку ($t = 0$) сви спинови у решетки постављени на вредност $S_i = -1$ и спољно магнетно поље има велику негативну вредност да симулира $H = -\infty$. Оваква почетна ситуација може да се постави и у експерименту. Анализа се ради на растућој грани криве магнетизације, тј. спољно магнетно поље се води од $H = -\infty$ до $H = \infty$ адијабатски, тј. бесконачно споро (детаљније о адијабатском режиму у глави 3.4.3). Ово значи

Табела 3.3: Вредности критичних параметара

| Параметар | Вредност у 2D | Вредност у 3D |
|-----------|-------------------|-------------------|
| R_c | $0,540 \pm 0,020$ | $2,160 \pm 0,030$ |
| H_c | $1,275 \pm 0,020$ | $1,435 \pm 0,004$ |
| M_c | $0,000 \pm 0,010$ | $0,900 \pm 0,050$ |

да се спољно магнетно поље H држи константним све док траје лавина. Дакле, у оваквом режиму, може да пропагира само једна лавина у датом временском тренутку. Чим се дата лавина заврши, поље се повећава на вредност потребну да се преокрене следећи најнестабилнији спин. Оваква динамика промене спољног магнетног поља је усвојена да би се лакше изучавале особине сваке лавине појединачно, јер нема њиховог преклапања. Ипак, овакво вођење спољног магнетног поља није у складу са реалним експериментом, где спољно магнетно поље може да се мења иако лавина није завршена. Уместо повећања спољног магнетног поља за једнаку коначну вредност при сваком временском инкременту Δt , у адијабацком режиму се, након што сви спинови постану стабилни, спољно магнетно поље се повећава на вредност довољну да се преокрене најнестабилнији спин у датом временском тренутку. При симулацији су постављени затворени (периодични) гранични услови. Више речи о типовима граничних услова биће у следећој подсекцији.

3.4.2 Гранични услови

Два најчешћа типа граничних услова су *отворени* и *затворени* гранични услови. Поред ова два типа, у симулацијама се често користе и *мешовити* гранични услови.

Затворени или *периодични* гранични услови су тако наметнути услови да се крајеви решетке доводе у контакт, односно, решетка је затворена у хиперторус и сви спинови имају једнак број најближих суседа. У оваквој поставци, сви спинови су позиционо еквивалентни.

При отвореним граничним условима, крајеви решетке се не доводе у контакт већ остају слободни па спинови на крајевима решетке имају мањи број суседа него спинови у систему. На пример, у тродимензионом систему са кубном решетком, спинови у унутрашњости решетке имају 6 најближих суседа, спинови на страницама имају 5 најближих суседа, спинови на ивицама страница имају 4 најближа суседа а спинови на теменима имају 3 најближа суседа. Стога, у системима са отвореним граничним условима, лавина се најлакше покреће са крајева система који имају мање ефективно поље које је потребно да би се спин преокренуо.

Мешовити гранични услови се примењују када је потребно да се нагласи понашање система дуж одређене осе. У оваквом типу граничног услова, оба претходна типа граничних услова се примењују дуж одређених оса система.

Уколико су све линеарне димензије система једнаке, у термодинамичком лимиту када $L \rightarrow \infty$ сва три типа граничних услова дају исте резултате, али затворени гранични услови брже конвергирају ка решењу и због тога се најчешће користе.

3.4.3 Адијабатски режим

Најчешће динамике промене спољног магнетног поља су адијабатска, квазистатична и динамика промене са коначном брзином. При њима се спољно поље мења бесконачно споро (адијабатска динамика), мења се увек за исти износ али тек када се заврше пропације лавина (квазистатичка динамика), односно мења за исте вредности у јед-

наким временским интервалима (динамика промене са коначном брзином). Приликом вођења спољног магнетног поља константном брзином, спољно магнетно поље се мења за константан износ δH при фиксном временском инкременту δt , тј. важи:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\delta H}{\delta t} = \Omega.$$

У компјутерским симулацијама, временски инкремент је најчешће $\delta t = 1$, па је брзина промене поља једнака $\Omega = \delta H$. Без промене спољног магнетног поља, тј. за $\delta H = 0$, спинови су стабилни. У наредном временском тренутку, $t + \delta t$, спољног магнетног поља се мења за δH . Променом спољног магнетног поља мења се и ефективно поље које делује на појединачан спин па неки спинови могу да постану нестабилни и, уколико су задовољени локални динамички услови, преокрећу се. Јасно је да на овај начин може да се покрене више лавина које се простиру истовремено кроз систем. Шта више, што је већа димензија система, при фиксираним R и Ω , више ће лавина да настаје и да пропагира истовремено.

Истовремена пропација више лавина није практична да се прати у симулацијама и да се анализира. Због тога, преферабилно се користи адијабатска динамика вођења у којој се појављује пропација само једне лавине у систему. Суштина адијабатске динамике јесте да се спољно магнетно поље повећа на такву вредност да најнестабилнији спин може да се преокрене и да се вредност спољног магнетног поља држи фиксном све док се лавина не заврши. Из једначине за ефективно поље (2.9), види се да при фиксном спољном магнетном пољу промену може да изазове само преокретање суседног спина. На овај начин лавина пропагира, од спина до спина, све док се не угаси, када се спољно магнетно поље у наредном временском тренутку повећава на вредност потребну да се наредни најнестабилнији спин преокрене. Овакав режим се због разлике у два временским скалама и назива бесконачно спорим адијабатским режимом. Све симулације рађене током истраживања на овој дисертацији користе адијабатски режим.

3.4.4 Динамике пропације лавине

3.4.4.1 Динамика нуклеације

Поред начина вођења спољног магнетног поља, модели могу да се разликују и по динамици пропације. Један тип динамике пропације јесте динамика која укључује нуклеацију домена [116, 21] у којој било који спин може да се преокрене ако је то енергијски повољно. У моделу са овом динамиком који укључује само интеракције најближих суседа [116, 21], постоји континуални фазни прелаз у критичној тачки за критичну неуређеност R_c и критично спољно поље H_c . За све неуређености изнад критичне неуређености R_c , лавине преокретања спинова су коначне и у највећем броју се гасе брзо после преокретања неколико спинова па је хистерезисна петља глатка. За неуређеност једнаку или мању од критичне неуређености R_c , у термодинамичком лимиту долази до појаве бесконачних лавина које прожимају цео систем.

Динамика нуклеације омогућава да се преокрене било који спин у систему који је нестабилан за дато спољно магнетно поље H . На пример, као што је речено у секцији 3.4.1, у почетном тренутку су сви спинови усмерени "на доле", тј. имају негативну пројекцију дуж z -осе, $S_i = -1$, а спољно магнетно поље има велику негативну вредност. У тродимензионој кубној решетки са затвореним граничним условима, сви спинови имају 6 најближих суседа. Испоставља се да првих пар промена спољног поља преокреће појединачне нестабилне спинове кроз систем. Затим, нестабилнији постају спинови који имају преокренутог једног суседа (због мањег ефективног поља) и они се преокрећу.

На овај начин, почетно преокренути појединачни спинови делују као центри нуклеације око којих се после, са повећањем спољног магнетног поља, преокрећу спинови у мањим лавинама. Тада се, пре прожимајуће лавине, у систему образује структура група (кластера) спинова који чине својеврсну матрицу преокренутих острва спинова у систему. Анализа значаја ове матрице острва преокренутих спинова ће бити дата у резултатима у глави 5.3.

3.4.4.2 Динамика пропагације фронта

Други тип динамике је динамика пропагације фронта (енг. *front propagation*) [31], у којој је дозвољено да се преокрену само спинови који су у контакту са фронтом пропагације. Када се, у системима са оваквом динамиком, спољно магнетно поље приближава са доње стране вредности критичног спољног магнетног поља H_c , поља при ком се јављају прожимајуће лавине, дистрибуција величина лавина поприма степену зависност при чему корелациона дужина дивергира у H_c . За вредности поља веће од H_c , фронт почиње да се шири неравномерно у свим правцима.

При симулирању динамике пропагације фронта, за разлику од динамике нуклеације, не претражује се цела решетка система за најнестабилнијим спином, већ се проверавају само суседи спинова који чине посматрани фронт. За потребе овог истраживања, спољно поље H се постави на претходно одређену вредност и држи се фиксном. Затим се пушта да фронт пропагира. Алгоритам проверава све спинове који су у контакту са фронтом, преокреће оне за које важи услов $S_i h_i^{\text{eff}} \leq 0$ и у наредном тренутку дискретног времена их додаје у нови фронт док се стари фронт губи. Алгоритам стаје када више не постоје нестабилни спинови у контакту са фронтом, без обзира да ли су сви спинови у систему преокренути.

Глава 4

Метод за идентификовање постојања критичног понашања у неравнотежним неуређеним системима

У уводним главама је показано да критични догађаји имају велики утицај на свакодневицу. Услед тога се јавља и потреба за одређивањем услова при којима се јавља критични догађај у неком систему. У овој глави биће представљен нов метод за одређивање постојања критичног догађаја у неравнотежним системима са метастабилном динамиком. Приказани резултати су добијени у оквиру неравнотежног атермалног Изинговог модела са случајним пољем, као једног од најизучаванијих представника модела у својој класи универзалности. У основи, идеја је да се постојање критичног понашања испита поређењем понашања критичног поља $H_c(R)$ у функцији од неуређености система, за различите почетне реализације спинских конфигурација. Један од начина почетних реализација спинских конфигурација је постављање почетног интерфејса, односно, преокретање спинова на $S_i = 1$ у попречном пресеку система. То би значило да у дводимензионом систему почетни интерфејс чини линија преокренутих спинова дуж целе једне димензије система, а у тродимензионом систему почетни интерфејс би чинила раван која пресеца систем. Са овако постављеним почетним интерфејсом, у термодинамичком лимиту, систем би имао бесконачни интерфејс на почетку еволуције. Други начин почетне реализације спинске конфигурације јесте интерфејс који је *коначан*. У овај тип почетних спинских конфигурација спада и непостојање почетног интерфејса, односно интерфејс величине нула. Систем који у почетку симулације нема постављен интерфејс назива се регуларним системом.

Сprovedено је неколико студија на системима са постављеним почетним интерфејсом и на системима са променом зидова домена за феромагнетне материјале, како теоријски [117, 118, 119, 120, 121, 122] тако и експериментално [123, 124]. Истраживања су показала да постојање почетно постављеног интерфејса утиче на понашање система јер се домени стварају нуклеацијом прво на граници интерфејса, због смањеног ефективног поља спинова који су у контакту са интерфејсом, што доводи до могуће другачије еволуције од оне у регуларном систему. Утицај почетних услова, као што је постављање интерфејса, није ограничен само на магнетне материјале. Аутори у [125] су показали да у експериментима у којима се проучава продирање флуида кроз порозне материјале, почетни угао који флуид заклапа са површином приликом продора одређује критични динамички прелаз. Такође, у [126], истраживачи су установили прелаз "откачивања" (енг. *depinning transition*) када је јачина електричног поља већа

од одређеног прага вредности јачине електричног поља. Феномен ”откачивања” се јавља само у неравнотежним системима када се, на примеру феромагнетних модела, систем нађе у (метастабилном) стању из ког не може даље да еволуира све док се не повећа вредност спољног магнетног поља довољно да систем може да савлада спинове са локално великим негативним вредностима случајног поља за које је био ”закачен”. Феномен откачивања је примећен и у аморфним изолаторима [127], као и у магнетним материјалима са ортогоналном осом анизотропије у систему [128, 129].

4.1 Детаљи симулације

Компјутерским симулацијама је испитиван Изингов модел са случајним пољем на тродимензионој кубној решетци, дводимензионој квадратној решетци и дводимензионој хексагоналној решетци, тј. решетки у облику саћа. Гранични услови су периодични због брже конвергенције резултата, а константа изменске интеракције међу спиновима је $J = 1$. Решетке у симулацијама су коначне што утиче на добијене резултате. Да би се испитали ефекти коначности система, спроведене су симулације на решеткама различитих величина. Приликом испитивања тродимензионих система, линерна димензија решетки је варирана у распону од $L = 60$ до $L = 1024$ спина. Линерна димензија система у дводимензионим системима је варирана од $L = 500$ до $L = 32768$ спинова. Вредности неуређености система се крећу од веома малих $R = 0,01$ до неуређености које су веће од (познате) критичне неуређености за тродимензионе системе [82]. За сваки пар параметара (R, L) , одрађена је симулација са стандардним почетним условима (сви спинови пре почетка симулације имају вредност $S_i = -1$) и симулације са постављеним почетним интерфејсом. Поставка симулација са почетно постављеним интерфејсом је таква да спинови у почетном интерфејсу имају вредност $S_i = 1$ и не мењају своју вредност током симулације док остали спинови имају вредност $S_i = -1$ и мењају своју оријентацију током еволуције система која је диктирана претходно објашњеним динамикама.

Као што је већ речено, потребно је много времена да се симулирају системи са просторно великим решеткама због великог броја спинова који морају да се провере током еволуције система. Међутим, и поред просторне величине система, доста времена у симулацији одузима и алгоритам за проналажење најнестабилнијег спина у систему једном када се претходна лавина заврши (односно, проналажење спина који започиње наредну лавину). Да би се време симулације скратило, коришћен је ”*sorted list*” алгоритам [130, 131]. Суштина овог алгоритма јесте да прво сортира све спинове по вредности случајног поља од најпозитивније до најнегативније вредности, и затим их стави у нову листу под називом *sortedByRNF* [i]. После тога, алгоритам прати следеће кораке:

1. Дефинише се нумерички низ *nextFlipping* [$-S + S_0$]. Овај низ показује на позицију спина у листи *sortedByRNF* [i] који следећи може да се преокрене уколико му је збир оријентација најближих суседа једнак S . Параметар S_0 зависи од типа решетки и износи 3, 4 и 6 за дводимензиону решетку саћа, дводимензиону квадратну решетку и тродимензиону кубну решетку, редом.
2. Од свих спинова на које показује показивач у низу *nextFlipping* [$-S + S_0$], бира се спин са највећом вредношћу $S + h_i$. Број спинова на које показивач показује зависи од типа граничних услова.
3. Када се спин из низа одабере, показивач у *nextFlipping* [$-S + S_0$] се помера на следећи спин у листи *sortedByRNF* [i]. Када показивач дође до краја листе *sortedByRNF* [i], онда се више не узима у обзир.

4. Ако је сума оријентација суседних спинова, за спин са највећом вредношћу $S + h_i$, једнака S , онда тај спин започиње нову лавину. Уколико није, алгоритам се враћа на корак 2.

Временски тренутак када се лавина покрене се обележава са $t = 1$. Затим, проверава се стабилност свих суседа преокренутог спина и они који су нестабилни се преокрећу у следећем временском тренутку $t = 2$. После тога, проверава се стабилност њихових суседа и уколико је неки од њих нестабилан спин, преокреће се у наредном временском тренутку $t = 3$. Овај процес се понавља све док има нестабилних спинова. Затим се повећава вредност спољног магнетног поља H да би се започела нова лавина.

Крајњи резултати су усредњени по реализацијама случајног поља. За фиксно R и L пуштане су симулације за различите реализације случајног поља у систему. За веће системе пуштано је 100 различитих реализација а за мање системе до 20000 различитих реализација случајног поља. Једна симулација на "Supermicro" серверу 8047R – 7RTF+ за највеће системе је трајала око 24 сата. Због велике статистике, грешке на графицима су мање од ознака које обележавају податке па грешке нису ни уцртаване.

4.2 Одређивање критичног поља

Системи који се симулирају су коначни и у њима не постоје бесконачне лавине и бесконачни интерфејси. У оваквим системима, улогу бесконачне лавине игра прожимајућа лавина која прожима систем бар по једној његовој линеарној димензији. Улогу бесконачног интерфејса у коначним системима игра постављени прожимајући интерфејс који се састоји од преокренутих спинова дуж попречног пресека система. Ефективна вредност критичног спољног магнетног поља $H_c(R, L)$ коначног система линеарне димензије L се дефинише као вредност спољног магнетног поља H при којој сусцептибилност достиже максимум за дату неуређеност R у систему. У термодинамичком лимиту, $H_c(R, L)$ тежи ка $H_c(R)$.

У коначним системима, прожимајућа лавина може да се јави и за неуређености $R > R_c$. Вредност неуређености изнад које вероватноћа појаве прожимајуће лавине знатно опада је ефективна критична неуређеност $R_c^{\text{eff}}(L)$ (за детаље о одређивању ефективне критичне неуређености видети [61]). Ефективна критична неуређеност је већа од критичне неуређености и тежи њеној вредности у термодинамичком лимиту, $\lim_{L \rightarrow \infty} R_c^{\text{eff}}(L) = R_c$.

Један од главних резултата добијен је поређењем система са почетно постављеним прожимајућим интерфејсом и без интерфејса за неуређености изнад и испод ефективне критичне неуређености $R_c^{\text{eff}}(L)$. За коначни систем са неуређеношћу $R > R_c^{\text{eff}}(L)$, пронађено је да су ефективне критичне вредности спољног магнетног поља једнаке и за системе са почетним прожимајућим интерфејсом и за регуларне системе. Дакле, када је $R > R_c^{\text{eff}}(L)$, стварају се мање лавине које креирају групе повезаних острва преокренутих спинова и на тај начин ометају пропагирање лавина између њих, па се највећа лавина (која није прожимајућа) јавља тек када је креирана група поменутих острва. Због стварања група повезаних острва, постављање почетног прожимајућег интерфејса у систему за $R > R_c^{\text{eff}}(L)$ нема значајног ефекта и не ствара разлику у вредности $H_c(R, L)$ у односу на регуларан систем јер се и пре највеће лавине креира сам интерфејс сличних линеарних димензија састављен од групације преокренутих острва.

За неуређености мање од ефективне критичне неуређености, $R < R_c^{\text{eff}}(L)$, појављује се прожимајућа лавина при критичној вредности спољног магнетног поља $H_c(R, L)$. Пре стварања прожимајуће лавине, појављују се мале лавине које образују изолована острва преокренутих спинова у систему. За линеарну дужину датог острва l_{\parallel} , $l_{\perp} = l_{\parallel}^{\zeta}$

је средња дужина до које ће да нарасте лавина нормално у односу на ширину острва уколико крене са обода тог острва, где се ζ назива "roughness exponent", тј. експонент храпавости [117, 121, 132, 133]. Дакле, уколико постоји острво преокренутих спинова на дистанци мањој од l_{\perp} у односу на почетак лавине, онда ће покренута лавина да стигне до тог новог острва и да настави да се шири. Уколико у систему постоји одговарајућа густина острва и ако су острва одговарајућих величина, покренута лавина ће да достигне свако острво и на крају да прожме цео регуларан систем, па се критична вредност спољног магнетног поља при ком долази до ове прожимајуће лавине обележава $H_c^{(r)}(R, L)$ где индекс (r) означава да се ради о регуларном систему. Такође, уколико се прожимајућа лавина јави у систему са постављеним интерфејсом, вредност критичног спољног магнетног поља ће бити обележена са $H_c^{(i)}(R, L)$. Ова вредност је мања од $H_c^{(r)}(R, L)$ и у систему са постављеним интерфејсом лавина је највероватније покренута са обода интерфејса и достиже изолована острва спинова иако они још увек немају одговарајућу величину и густину у систему која би била потребна у регуларном систему. Такође, у симулацијама је примећено да уколико се неуређеност модела налази у распону $R_c < R < R_c^{\text{eff}}(L)$ и уколико се постави коначан (непрожимајући) интерфејс, вредност критичног поља постаје једнака вредности за систем са прожимајућим интерфејсом $H_c^{(i)}(R, L)$, док се за неуређености мање од R_c овај ефекат не уочава. Све ово наводи на закључак да вредности за R_c и $R_c^{\text{eff}}(L)$ могу да се одреде на следећи начин: $R_c^{\text{eff}}(L)$ је неуређеност изнад које важи $H_c^{(i)}(R, L) = H_c^{(r)}(R, L)$ и испод које је $H_c^{(i)}(R, L) < H_c^{(r)}(R, L)$ при поређењу вредности критичног поља за системе са прожимајућим интерфејсом и за системе без интерфејса. Са друге стране, уколико се пореде системи са почетним прожимајућим интерфејсом и са интерфејсом који није нулти, али је мањи од прожимајућег онда ће критична неуређеност бити одређена условом да су за неуређености мање од ње критична поља за овакве системе различита, док су за неуређености веће од ње критична поља иста.

Без обзира на то који тип почетног интерфејса се постави, постоје ефекти коначности система који не могу да се избегну. У коначном регуларном тродимензионом систему, очекује се да за $R \rightarrow 0$ критично поље $H_c(R, L)$ тежи вредности 6. Како се вредности h_i добијају из Гаусове расподеле центриране око нуле, онда за све спинове важи да је случајно поље $h_i \approx 0$ за $R \rightarrow 0$. Тада је за све спинове у регуларном систему ефективно поље $h_i^{\text{eff}} \approx \sum_{\langle j \rangle} S_j + H$ а сума је $\sum_{\langle j \rangle} S_j = -6$ у почетку симулације. Дакле, преокретање првог нестабилног спина ће бити за поље $H \approx 6$, чиме његови суседи такође постају нестабилни и започиње прожимајућа лавина. Док год је спољно магнетно поље потребно за преокретање првог спина у регуларном систему $H > 4$, преокретање тог првог спина ће да покрене прожимајућу лавину јер је ефективно поље суседних спинова преокренутог спина $h_i^{\text{eff}} \approx -4 + H$ па се они преокрећу и смањују ефективно поље својим суседима, изазивајући лавински ефекат. Ово се у термодинамичком лимиту не би десило јер би постојали нестабилни спинови који би се преокренули при некој вредности спољног поља мањој од 4 чак и када неуређеност тежи нули.

Да би се дала предикција зависности критичног поља $H_c(R, L)$ од неуређености R и линеарне дужине коначног система L , потребно је да се дефинише вероватноћа $p_{H,R}(S)$ преокретања спина чија је сума најближих суседа S при спољном магнетном пољу H и неуређености R . Ова вероватноћа је једнака вероватноћи да случајно поље h_i задовољава услов $h_i > -S - H$ односно:

$$p_{H,R}(S) = \int_{-S-H}^{\infty} \rho(h) dh = \frac{1}{2} \left[1 + \text{erf} \left(\frac{S+H}{R\sqrt{2}} \right) \right], \quad (4.1)$$

где је $erf(x) = 2/\sqrt{\pi} \int_0^x exp(-t^2)dt$ стандардна функција грешке. У области малих неуређености, вероватноћа преокретања спина који има свих 6 непреокренутих суседа (у тродимензионом моделу) је $1/L^3$ (јер треба да се преокрене један спин од њих L^3), односно, $p_{H,R}(-6) = 1/L^3$. Из ове релације може да се извуче зависност H_c од R и L за мале неуређености:

$$H_c(R, L) = 6 - R\sqrt{2}erf^{-1}\left(1 - \frac{2}{L^3}\right), \quad (4.2)$$

где је $erf^{-1}(x)$ инверзна функција грешке. Ова релација имплицира да је зависност вредности критичног поља од неуређености линеарна у области малих неуређености.

Исти аргументи важе и за случај када у систему постоји почетни интерфејс, са разликом што је сума суседних спинова уз интерфејс $S = -4$ и вероватноћа да се први спин уз интерфејс преокрене износи $1/(2L^2)$ (коэффициент 2 се јавља због периодичних граничних услова, па постоји по L^2 спинова са сваке стране интерфејса) што доводи до једнакости:

$$H_c(R, L) = 4 - R\sqrt{2}erf^{-1}\left(1 - \frac{1}{L^2}\right). \quad (4.3)$$

Аналогно претходном могу да се изведу релације зависности за дводимензиони регуларан систем са квадратном решетком и са постављеним интерфејсом редом:

$$H_c(R, L) = 4 - R\sqrt{2}erf^{-1}\left(1 - \frac{1}{L^2}\right), \quad (4.4)$$

$$H_c(R, L) = 2 - R\sqrt{2}erf^{-1}\left(1 - \frac{1}{L}\right). \quad (4.5)$$

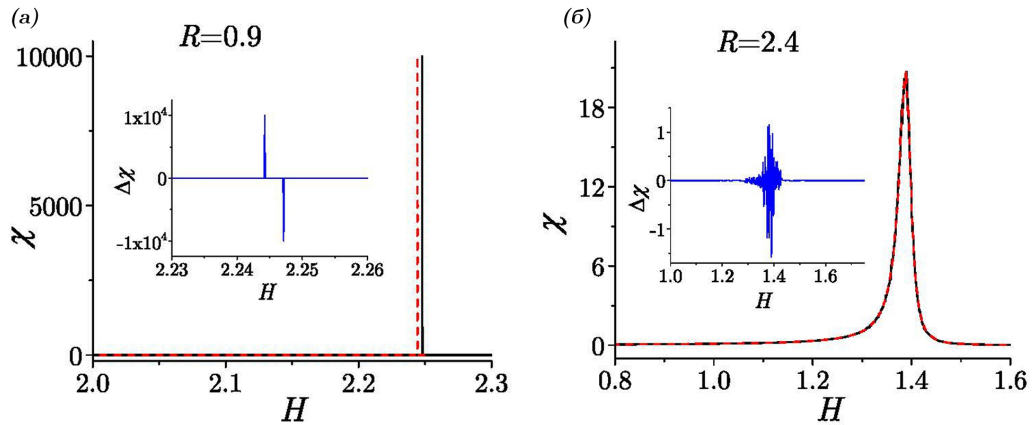
Такође, релација за дводимензиони регуларан систем са решетком саћа:

$$H_c(R, L) = 3 - R\sqrt{2}erf^{-1}\left(1 - \frac{2}{L^2}\right), \quad (4.6)$$

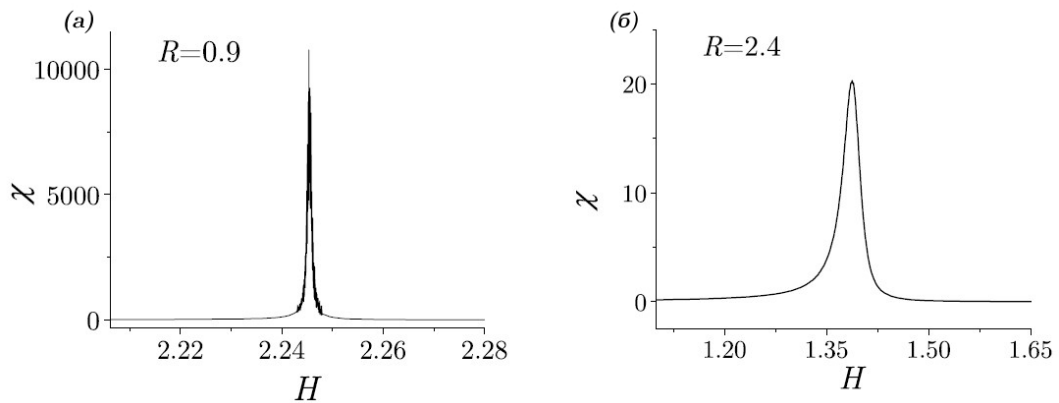
док се дводимензиони систем са решетком саћа и постављеним интерфејсом понаша другачије, што може да се види на сликама 4.3(е) и 4.6 о чему ће више речи бити у наредном одељку.

Као што је већ напоменуто, вредност критичног спољног магнетног поља $H_c(R, L)$ се дефинише као максимум суспендибилности усредњене по различитим конфигурацијама случајног поља за дато R и L . У овом случају, суспендибилност $\chi = dM/dH$ је једнака двоструком броју преокренутих спинова за дато спољно магнетно поље. За $R < R_c^{\text{eff}}(L)$ систем се доминантно релаксира великим лавинама, док је за $R > R_c^{\text{eff}}(L)$ мала вероватноћа да се појави велика лавина у систему. Ова разлика у релаксацији је приказана на уметнутој слици на слици 4.1(а) за криве суспендибилности које одговарају двема различитим реализацијама случајног поља за исту неуређеност $R < R_c^{\text{eff}}(L)$, док је на слици 4.1(б) приказано исто само за неуређеност већу од ефективне критичне неуређености $R > R_c^{\text{eff}}(L)$. Поређењем уметнутих слика у 4.1(а) и 4.1(б), закључује се да је за $R < R_c^{\text{eff}}(L)$ потребно да се суспендибилност усредњи по много више реализација случајног поља него за $R > R_c^{\text{eff}}(L)$ да би крива суспендибилности била глатка, што је приказано на слици 4.2.

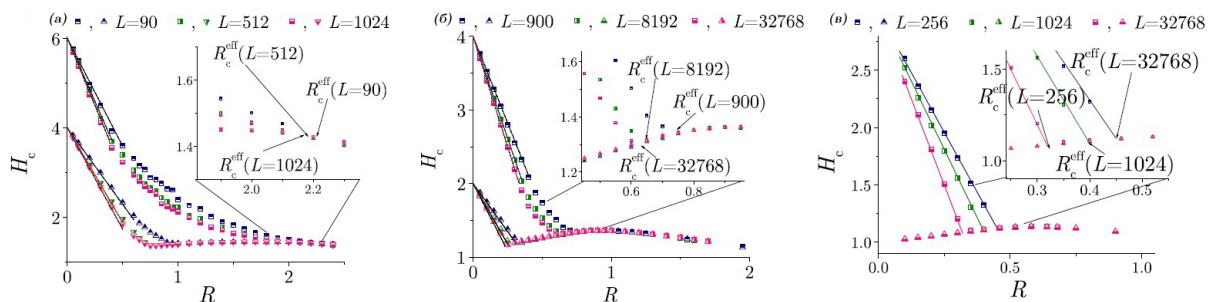
Грешке за вредности критичног спољног магнетног поља, $\Delta H_c(R, L)$, добијене су као највеће апсолутно одступање појединачних максимума суспендибилности за сваку различиту реализацију случајног поља од вредности $H_c(R, L)$.



Слика 4.1: На сликама су приказане криве суспектибилности добијене за две различите реализације случајног поља (главни панели), обележене пуном црном и испрекиданом црвеном линијом. Уметнуте слике показују разлике нацртаних кривих. Симулација је одрађена на систему величине решетке $1024 \times 1024 \times 1024$ за (а) $R = 0,9 < R_c^{\text{eff}}(L)$ и (б) $R = 2,4 > R_c^{\text{eff}}(L)$.



Слика 4.2: На сликама су приказане криве суспектибилности за систем величине решетке $1024 \times 1024 \times 1024$ за (а) $R = 0,9 < R_c^{\text{eff}}(L)$ где је крива суспектибилности усредњена по 2000 различитих реализација случајног поља; и за (б) $R = 2,4 > R_c^{\text{eff}}(L)$ где је крива суспектибилности усредњена по 100 различитих реализација случајног поља.



Слика 4.3: На сликама су приказане зависности критичног спољног магнетног поља од неуређености система за разне величине система за (а) тродимензиони систем са кубном решетком, (б) дводимензиони систем са квадратном решетком и (в) дводимензиони систем са решетком саћа. Симболи у облику квадрата обележавају регуларне системе док симболи у облику троугла обележавају системе са почетно постављеним прожимајућим интерфејсом. На уметнутим сликама су ближе приказани пресеци са главних панела и њихове вредности за критичну неуређеност. Праве пуне линије су линије фита за одговарајуће системе које су дате формулама (4.2)-(4.6).

4.2.1 Нумерички резултати

На слици 4.3 приказане су вредности критичног спољног магнетног поља за различите неуређености за тродимензиони систем са кубном решетком, дводимензиони систем са квадратном решетком и дводимензиони систем са решетком саћа на панелима (а), (б) и (в), редом. Квадратима на графицима су означене вредности критичног поља за регуларне системе а троугловима су означене вредности система са почетно постављеним прожимајућим интерфејсом. На уметнутим сликама увећани су делови пресека кривих са главних панела. Као што је објашњено у претходној подсекцији, тачке ових пресека представљају вредност ефективне критичне неуређености за дату димензију система. Може да се примети да вредности $R_c^{\text{eff}}(L)$, за сваку од три проучаване решетке, опадају са повећањем линеарне димензије система L , што је и очекивано [83, 100, 134]. Такође, може да се види да при неуређености изнад $R_c^{\text{eff}}(L)$ не постоји разлика у вредностима $H_c(R, L)$ за ова два типа почетног интерфејса, док се за неуређености мање од $R_c^{\text{eff}}(L)$, вредности $H_c(R, L)$ разликују. За регуларне системе, вредност $H_c(R, L)$ за $R < R_c^{\text{eff}}(L)$ опада са повећањем линеарне димензије система L услед тога што са повећањем решетке система расту и могућности за простирање лавине па је довољна нижа вредност критичног спољног магнетног поља да би се покренула прожимајућа лавина. Понашање $H_c(R, L)$ у опсегу малих неуређености се добро фитује формулама (4.2) и (4.3) за (а), (4.4) и (4.5) за (б) и (4.6) за (в).

За разлику од регуларног система, вредности $H_c(R, L)$ за систем са почетно постављеним прожимајућим интерфејсом остају непромењене (у границама грешке) са променом линеарне димензије система. Посматрајући неуређености веће од области у којој је зависност $H_c(R, L)$ линеарна по R и у којој доминирају ефекти коначности система (почетне вредности на графицима 4.3(а), (б) и (в)), делује да систем брже прилази понашању карактеристичном за термодинамички лимит па повећање димензија система не игра значајну улогу у промени вредности критичног поља.

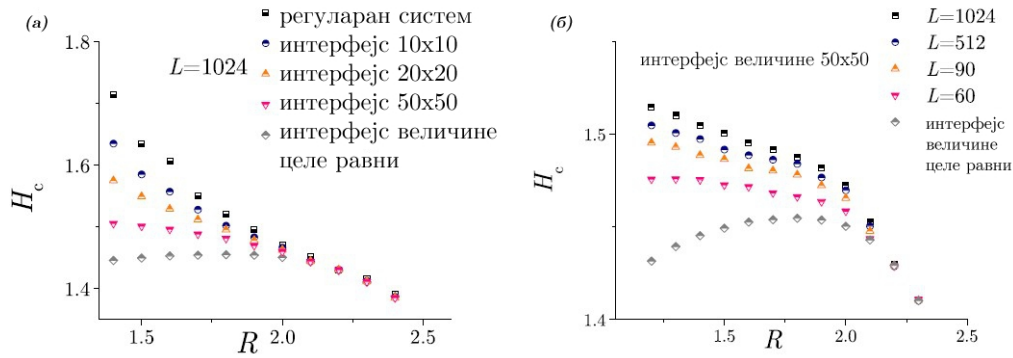
Да би се испитало да ли систем испољава нетривијално критично понашање, метод објашњен на слици 4.3 није довољан сам по себи, јер се на основу њега могу одредити само вредности ефективне критичне неуређености, а не и критичне неуређености. Потребно је да се у систем постави мањи интерфејс који неће имати улогу прожимајућег интерфејса, али је довољно велики да приликом еволуције система лавине имају

значајно више опција за пропагацију. На пример, уколико се постави почетни интерфејс величине 1 у тродимензионом систему линеарне дужине $L = 1024$ и неуређености $R = 1,9$, еволуција система се неће битно променити јер се пре прожимајуће лавине у регуларном систему формирају острва спинова величине 1 или већа, о чему ће бити више речи у наредном поглављу. Дакле, потребно је да се постави већи интерфејс да би утицао на почетну еволуцију система великих димензија и велике неуређености. Међутим, за малу неуређеност, интерфејс величине 1 може да утиче на еволуцију система, на пример за систем линеарне димензије $L = 1024$ и неуређености $R = 0,3$. У регуларном систему при малој неуређености не долази до стварања острва спинова пре прожимајуће лавине или је број тих острва веома мали. Дакле, да би се одредила одговарајућа величина почетног непрожимајућег интерфејса, потребно је да се пусте симулације са различитим величинама почетног интерфејса да би се проучили њихови ефекти на еволуцију система.

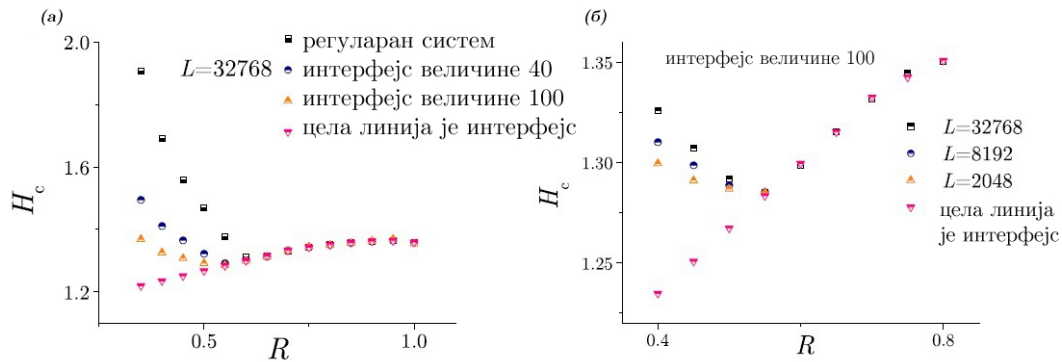
На слици 4.4(a), приказана је зависност $H_c(R, L)$ за тродимензионе системе истих димензија, али за различите величине почетно постављеног интерфејса. Види се да вредности критичног спољног магнетног поља за све системе са почетним непрожимајућим интерфејсом конвергирају ка истом пресеку са кривом чији систем има целу раван као почетни интерфејс. Ова вредност критичне неуређености је нешто нижа него вредност добијена пресеком вредности $H_c(R, L)$ за регуларне системе и системе са почетним прожимајућим интерфејсом и износи $R_c^{3D} = 2,154 \pm 0,007$. Када је одређено место пресека, извршене су симулације са већом прецизношћу око тачке пресека (критичне неуређености) са кораком промене неуређености од 0,001. Када се прилази са доње стране вредности критичне тачке, разлика у вредностима критичних поља за систем са прожимајућим интерфејсом и системе са непрожимајућим интерфејсом опада. Када ова разлика постане стабилна тако да максимална флукуација за велике неуређености не може да се уочи методом објашњеном на слици 4.2, онда се дате вредности неуређености и критичног поља узимају за вредности пресека $R_{intersect}$ и $H_{intersect}$ са одговарајућом грешком $\Delta H_{intersect}$, која је једнака грешки одређивања вредности критичног поља у тој тачки. Грешка за критичну неуређеност, $\Delta R_{intersect}$, добија се на следећи начин: пронађе се најнижа неуређеност за коју је вредност критичног поља за системе са почетним непрожимајућим интерфејсом у опсегу $H_{intersect} \pm \Delta H_{intersect}$, $R_{min\,intersect}$, и израчуна се $\Delta R_{intersect} = R_{intersect} - R_{min\,intersect}$. За поређење, вредност критичне неуређености добијене из пресека вредности $H_c(R, L)$ за регуларан систем и систем са почетним прожимајућим интерфејсом износи $R_c^{3D,eff}(L = 1024) = 2,182 \pm 0,005$. Ови резултати се слажу са резултатима добијеним у [135, 83] где су истраживачи добили вредност $R_c^{3D} = 2,16 \pm 0,03$ коришћењем методе скалирања и колапсирања кривих.

Једно од главних недоумица јесте да ли би вредности $H_c(R, L)$ за регуларан систем биле једнаке вредностима $H_c(R, L)$ са почетним прожимајућим интерфејсом за довољно велике димензије система. На слици 4.4(b) представљене су вредности $H_c(R, L)$ за системе различитих величина а једнаке величине почетног непрожимајућег интерфејса. Види се да се са повећањем величине система вредност $H_c(R, L)$ повећава. Дакле, без обзира на то колика је величина интерфејса, све док није прожимајући интерфејс, вредност $H_c(R, L)$ ће да расте са порастом величине система. Због тога, вредности $H_c(R, L)$ за систем са непрожимајућим интерфејсом и регуларан систем на сликама 4.4(a) и 4.3(a) неће конвергирати ка вредностима $H_c(R, L)$ за систем са прожимајућим интерфејсом са повећањем линеарне димензије система L .

При фиксним параметрима R и L , вредности $H_c(R, L)$ опадају са повећањем величине почетног интерфејса. Вредност $H_c(R, L)$ се смањује јер је већи интерфејс у контакту са више спинова па за прекретање почетног спина није потребно велико поље,



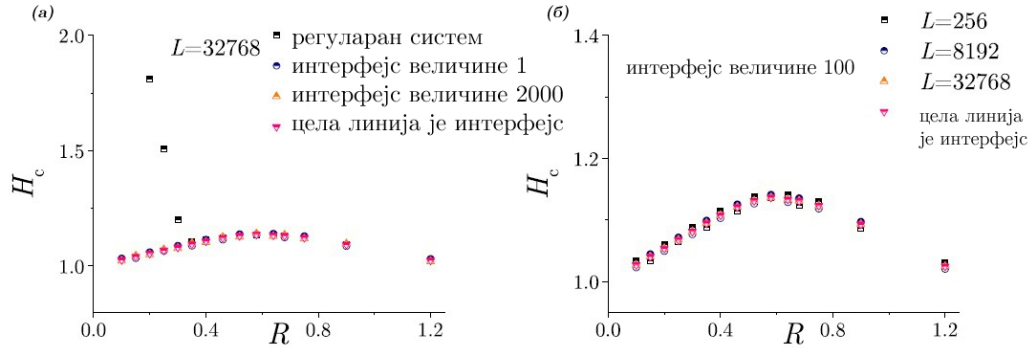
Слика 4.4: На сликама су приказане зависности критичног спољног магнетног поља од неуређености система за (а) тродимензионе системе исте величине $1024 \times 1024 \times 1024$ а различитих димензија почетног интерфејса; (б) тродимензионе системе различитих величина и једнаког почетног интерфејса величине 50×50 .



Слика 4.5: На сликама су приказане зависности критичног спољног магнетног поља од неуређености система за (а) дводимензионе системе са квадратном решетком исте величине 32768×32768 а различитих димензија почетног интерфејса; (б) дводимензионе системе са квадратном решетком различитих величина решетке и једнаког почетног интерфејса величине 100 .

а и смањује ефективно поље већем броју спинова па када се лавина покрене има веће могућности за пропацију. Међутим, очекује се да за исту величину интерфејса и фиксирано R , вредности $H_c(R, L)$ расту са повећањем димензија система. Дакле, повећање интерфејса отвара више могућности за лавину кад пропагира, међутим, за фиксну величину интерфејса, повећањем димензија система расте и број замки које опструишу пропацију лавине. Преплитање ова два ефекта и њихов међусобни утицај остају да се испитају у наредним истраживањима.

Примењујући претходну процедуру на дводимензиони систем са квадратном решетком, слика 4.5, примећује се и јасније него на слици 4.4 да се пресеци између вредности $H_c(R, L)$ за систем са прожимајућим интерфејсом са вредностима $H_c(R, L)$ за регуларан систем и са вредностима $H_c(R, L)$ за систем са непрожимајућим интерфејсом разликују. Из података на слици 4.3(б), добијена вредност за ефективну критичну неуређеност је $R_c^{2D-sq, \text{eff}}(L = 32768) = 0,608 \pm 0,007$. Са слике 4.5(а) се одређује критична неуређеност за дводимензиони систем са квадратном решетком $R_c^{2D-sq} = 0,544 \pm 0,008$, што се поклапа са претходно добијеном вредношћу $R_c^{2D-sq} = 0,54 \pm 0,02$ [100, 115] методом скалирања и колапсирања кривих. На слици 4.5(б) представљена је својеврсна потврда да су вредности $H_c(R, L)$ веће за дводимензионе системе са квадратном решетком са почетним непрожимајућим интерфејсом него са почетним прожимајућим интерфејсом.



Слика 4.6: На сликама су приказане зависности критичног спољног магнетног поља од неуређености система за (а) дводимензионе системе са решетком саћа исте величине 32768×32768 а различитих димензија почетног интерфејса; (б) дводимензионе системе са решетком саћа различитих величина решетке и једнаког почетног интерфејса величине 100.

На слици 4.6 приказани су резултати за дводимензиони систем са решетком саћа добијени истом методом као резултати на сликама 4.4 и 4.5, за тродимензиони систем са кубном решетком и дводимензиони систем са квадратном решетком. Међутим, другачији тип решетке овде даје значајно другачије резултате. Чак и за системе са малим почетним интерфејсом (само један спин) вредности $H_c(R, L)$ се не разликују од вредности $H_c(R, L)$ за систем са почетним прожимајућим интерфејсом. Једине вредности $H_c(R, L)$ које се разликују су оне за регуларан систем. Уколико систем има почетни интерфејс било које димензије, вредности критичног спољног магнетног поља ће бити исте. Разлика у вредностима за регуларан систем је услед ефекта коначности система и објашњена је једначином (4.6). На слици 4.3(в) се види да једначина (4.6) добро фитује и описује вредности $H_c(R, L)$ за регуларне системе у опсегу у којем се разликују од вредности $H_c(R, L)$ за системе са било каквим почетним интерфејсом. Дакле, може да се закључи да у термодинамичком лимиту разлике између регуларног система и система са почетним интерфејсом не би постојале и да дводимензиони систем са решетком саћа нема нетривијално критично понашање, тј. $R_c^{2D-hex} = 0$. Овим се потврђују претходна истраживања [136, 137, 138]. Вредност ефективне критичне неуређености може да се добије из пресека фита једначине (4.6) и података $H_c(R, L)$ за систем са почетним интерфејсом. На пример, на слици 4.6(а) је приказан систем величине 32768×32768 и ефективна критична неуређеност износи $R_c^{2D-hex, eff} = 0,318 \pm 0,006$. Такође, на слици 4.6(б) се види да вредност критичног спољног магнетног поља остаје непромењена уколико се фиксира величина интерфејса а мења се линеарна димензија система L и има исту вредност као $H_c(R, L)$ за систем са прожимајућим интерфејсом.

Глава 5

Механизам пропагације лавине у тродимензионим неуређеним системима

У претходној глави је описан метод за утврђивање постојања критичног понашања код неуређених неравнотежних система и начин да се процени вредност критичне неуређености. Једном када је познато да систем испољава критично понашање, може да се приступи проучавању механизма пропагације прожимајуће лавине, односно бесконачне лавине у термодинамичком лимиту. Разумевање механизма пропагације лавине је неопходан (вероватно не и довољан) услов за остваривање одређеног степена контроле над критичним догађајем. У овој глави је представљено истраживање о неопходним условима за настанак прожимајуће лавине, а дискусија о могућем начину контроле је дата у глави 7.

Симулације су вршене на атермалном неравнотежном Изинговом моделу са случајним пољем, тј. моделу без термалних флуктуација у ком систем еволуира путем лавина преокренутих спинова пролазећи тако кроз метастабилна стања која нису нужно и глобални енергијски минимум система. Иако је Изингов модел са случајним пољем један од најистраженијих модела у области неравнотежне статистичке физике, сам механизам настанка и простирања лавине у системима описаним овим моделом је остао нејасан. Чињеница је да и у реалним феноменима механизам простирања лавине није познат из простог разлога јер је практично немогуће пратити веће (а веома често и мање) лавине у сваком тренутку њихове пропагације. Стога ће фокус ове главе бити на простирању прожимајућих лавина, односно лавина које се јављају при вредности неуређености у систему која је једнака или мања од ефективне критичне неуређености (тј. критичне неуређености у термодинамичком лимиту). Како прожимајуће лавине настају само под одређеним условима, разумевање тих услова је од пресудног значаја за разумевање и покушај контроле реалних феномена чије критично понашање је у истој класи универзалности као Изингов модел са случајним пољем, као што су земљотреси, снежне лавине, пукотине у материјалима, ширење вируса, лавине у магнетним материјалима и други. Ово истраживање је показало да је неопходан услов за настанак прожимајуће лавине формација острва преокренутих спинова кроз систем. Уколико су та острва одговарајуће величине и са одговарајућом густином распоређена кроз систем, лавина ће да прожме цео систем, у супротном, лавина упада у својеврсне замке чиме се опструше њена пропагација.

Истраживачи у радовима [139, 140, 141] су објавили слична истраживања само за дводимензионе системе. Проучавали су атермални неравнотежни Изингов модел са случајним пољем и утицај увођења почетног интерфејса на пропагацију лавине. Иако се

закључци у овим референцама и у референцама унутар њих не слажу у неким деловима, јасно је да присуство интерфејса преокренутих спинова, као и острва преокренутих спинова пре почетка прожимајуће лавине, веома утиче на саму еволуцију лавине, тј. на одговор система на одређено вођење спољног магнетног поља. У овом поглављу је испитан и утицај почетно постављених интерфејса у односу на формирање острва преокренутих спинова на пропагацију прожимајуће лавине.

5.1 Детаљи симулација

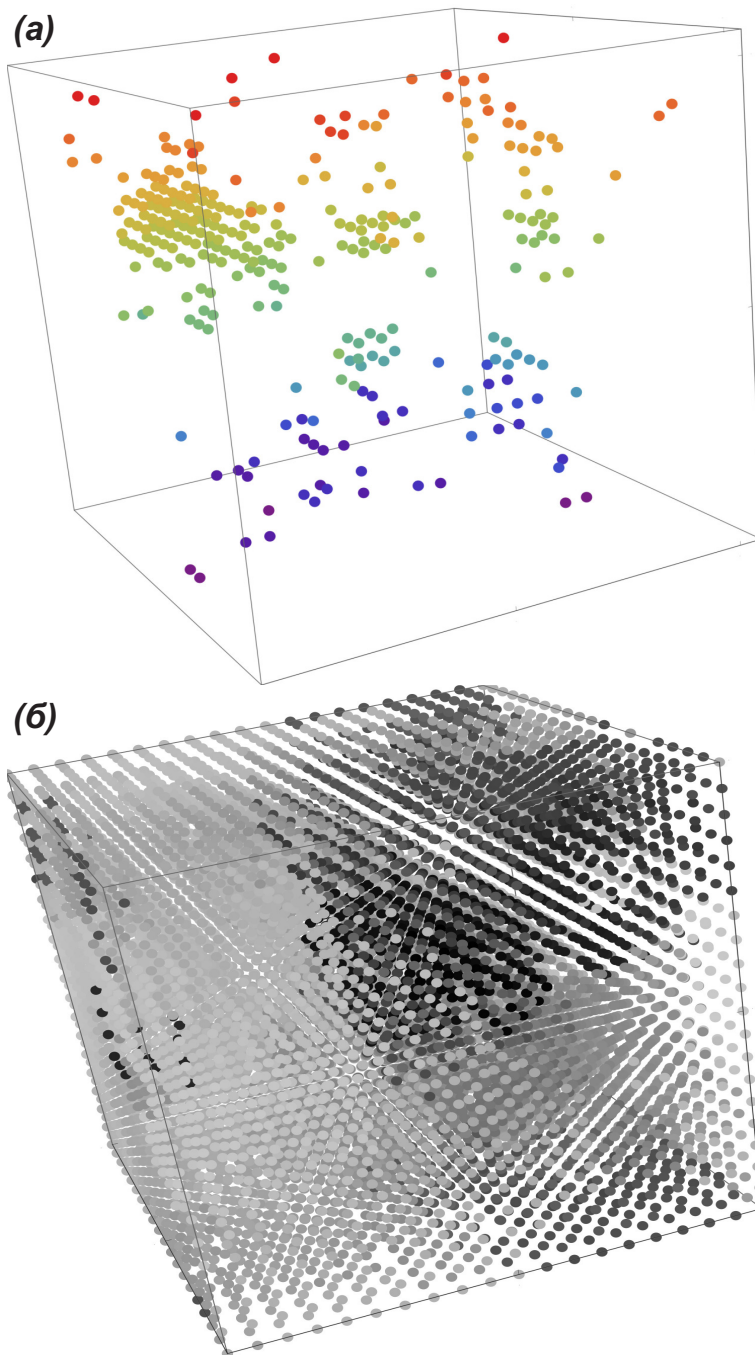
Изингов модел са случајним пољем је симулиран на тродимензионој кубној решетки са $N = L^3$ спинова, који су у почетном тренутку преокренути на доле и имају вредност $S_i = -1$. Симулирани су системи са три различите линеарне дужине решетке $L = \{20, 60, 100\}$, односно системи са 20^3 , 60^3 и 100^3 спинова. Овакав избор линеарних димензија решетке је узет да би се уочили ефекти настали услед коначних димензија система и да би се донели поузданији закључци о простирању прожимајућих лавина у термодинамичком лимиту. Гранични услови су периодични како би систем брже конвергирао ка крајњем резултату. За свако R и L симулације су понављане за различите реализације конфигурација случајног поља и све крајње величине су на тај начин усредњене са поузданом статистиком. Да би се скратило време симулација, коришћен је "Sorted list" алгоритам.

Током симулација коришћене су динамика пропагације фронта и динамика нуклеације. Динамика нуклеације је коришћена за стандардне симулације у којима се спољно магнетно поље адијабатски води од велике негативне вредности, што симулира $-\infty$, па све док се сви спинови не преокрену ка горе и имају вредност $S_i = 1$. Динамика пропагације фронта је коришћена приликом испитивања еволуције прожимајуће лавине при измењеним условима. Тада је спољно магнетно поље фиксирано на вредност $H_c^{\text{eff}}(R, L)$ и могу да се преокрену само спинови који су у контакту са фронтом лавине који се шири током пропагације.

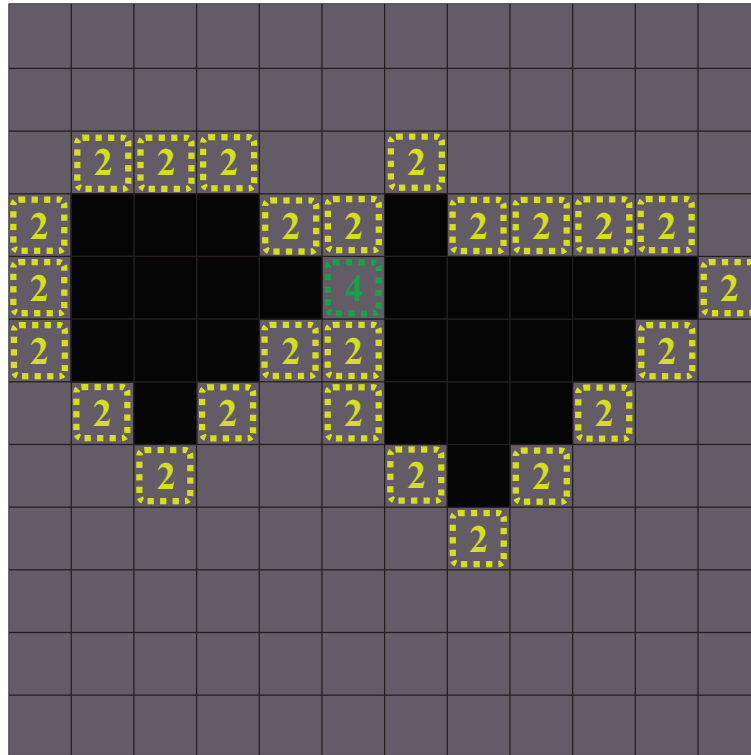
5.2 Еволуција поткритичне лавине

У тродимензионој еквилатералној кубној решетки, код система са неуређеношћу испод критичне неуређености $R_c = 2.16$ [82, 83] јављају се прожимајуће лавине које прожимају систем дуж бар једне осе. Овакве лавине се називају поткритичне лавине.

На слици 5.1(a) приказан је тродимензиони систем величине 20^3 спинова са неуређеношћу $R = 1.9$, у тренутку непосредно пре појаве прожимајуће лавине. На слици се види да пре појаве прожимајуће лавине постоје острва преокренутих спинова. Резултати симулација су показали да се острва не јављају за веома мале неуређености. Разлог је што при веома малим неуређеностима не постоје велика локална поља која би кочила пропагацију лавине, али једнако тако не постоје ни локална поља која би много смањила ефективну баријеру, па да би се први спин преокренуо потребно је велико спољно магнетно поље H и самим тим први преокренути спин започиње прожимајућу лавину. Међутим, за нешто веће неуређености, може да постоји више чворова са негативнијим локалним пољима који би кочили пропагацију лавине па се у систему прво формира матрица преокренутих острва. Тако формирана острва спуштају својим суседима ефективно поље h_i^{eff} и самим тим лавина може лакше да их преокрене кад дође у контакт са тим спиновима, слика 5.2. Како суседни спинови од преокренутих спинова у острву постају лакши за преокретање, потребно је и мање спољно магнетно поље за пропагацију лавине. Због овога је често почетни спин прожимајуће лавине у контакту са



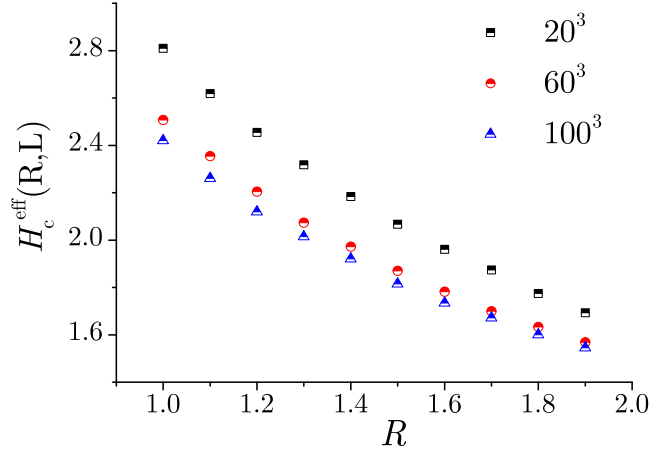
Слика 5.1: На сликама је приказан тродимензиони систем величине 20^3 спинова и неуређености $R = 1,9$ у тренутку: (а) када су преокренути спинови непосредно пре појаве прожимајуће лавине; (б) када се појави прожимајућа лавина одмах после тренутка приказаног на слици под (а).



Слика 5.2: Схематски приказ два острва преокренутих спинова на дводимензионој квадратној решетки (црно обојени квадрати). Између острва се формира теснац у ком су спинови нестабилнији и лакше се преокрећу. На тај начин острва формирају путеве за лакшу пропацију лавине, која на крају прожима цео систем. Суседни спинови су обележени светлијим бројевима који представљају за колико се смањила баријера ефективног поља. Један преокренут спин повећава својим суседима суму у h_i^{eff} за 2 па за толико и смањује баријеру. Спин који је заједнички за оба острва има смањену ефективну баријеру за 4.

једним од острва преокренутих спинова. Острво уз које се преокрене почетни спин прожимајуће лавине се назива интерфејс острво, или скраћено интерфејс. За разлику од прошле главе где је интерфејс био "вештачки" постављен у систем пре почетка симулације, у овој ситуацији је систем "сам себи" изградио интерфејс и на тај начин олакшао појављивање прожимајуће лавине. Отуда и разлика у називима: *почетно постављен интерфејс* ће да се односи на интерфејс који је вештачки постављен пре почетка симулације, а термин *интерфејс* ће да се односи на "природно" формиран интерфејс у систему током симулације. У наставку биће испитана зависност пропације лавине у односу на величину интерфејса и утицај интерфејса и матрице острва на појављивање прожимајуће лавине.

За систем коначних димензија постоји распон неуређености од нуле до неке максималне вредности $R_{max}^{ni}(L)$ за коју не постоје преокренута острва спинова пре прожимајуће лавине у систему. Ова вредност неуређености зависи од линеарне димензије система L и тежи нули кад $L \rightarrow \infty$ јер би за систем у термодинамичком лимиту постојао бесконачан број преокренутих спинова за било коју вредност спољног магнетног поља H и за било коју неуређеност $R > 0$. Ова тврдња важи за Гаусову и остале дистрибуције случајног поља које нису ограничене, а не важи за ограничене дистрибуције попут униформне дистрибуције. Како је вредност $R_{max}^{ni}(L) < 1$ за све симулиране линеарне димензије система, анализа која следи је ограничена на системе са неуређеношћу $R > 1$.



Слика 5.3: На слици је приказана зависност ефективног критичног спољног магнетног поља $H_c^{\text{eff}}(R, L)$ од неуређености R за системе са 20^3 , 60^3 и 100^3 спинова, који су приказани црним квадратима, црвеним круговима и плавим троугловима, редом.

На слици 5.1(б) приказана је прожимајућа лавина која је покренута непосредно после слике 5.1(а). Различите нијансе сиве боје означавају спинове који су се међу првима преокренули током пропагације лавине (тамно сива боја) па све до спинова који су се последњи преокренули када је лавина прожела цео систем (светло сива боја). По нијансама боје се види да се лавина није простирала равномерно у простору што указује на то да пропагација лавине кроз неуређен систем није тако тривијална како би се можда очекивало. Лавина се лакше простире дуж обода преокренутих острва и "проналази" пролазе између острва, условно речено, прелазећи са острва на острво да би прожела цео систем, слика 5.2. Због тога, у системима приказаним овде за неуређености у распону $1 \leq R < R_c$, неопходно је да се формира одговарајућа матрица преокренутих острва у систему повећањем спољног магнетног поља H пре прожимајуће лавине. За коначне системе, вредност спољног магнетног поља при ком долази до појаве прожимајуће лавине биће обележена са H_{sp} . Како вредност H_{sp} зависи од конфигурације случајних поља $\{h_i\}_{i=1}^N$, и сама вредност је случајна величина и расподела ових вредности је симетрична и унимодална [134, 63], њена очекивана вредност је једнака ефективној вредности критичног спољног магнетног поља $H_c^{\text{eff}}(R, L)$, тј. вредности спољног магнетног поља H за коју је суспенцибилност $\chi = dM/dH$ максимална за дато R и L . Са повећањем линеарне димензије система L , ширина дистрибуције вредности H_{sp} тежи ка нули док се ефективна критична вредност спољног магнетног поља смањује са повећањем линеарне дужине система и неуређености, што је приказано на слици 5.3.

Да би се истражио утицај формирања матрице преокренутих острва на појаву прожимајуће лавине, симулиране су три различите линеарне дужине система са 20^3 , 60^3 и 100^3 спинова. Неуређеност у симулацијама је мењана у опсегу од $R = 1,0$ до $R = 1,9$. У симулацијама, у разумном временском оквиру, могу да се симулирају и већи системи, али је разлика у посматраним величинама за те системе мала и у оквирима грешке, па су ове три величине система довољне за извлачење закључака.

5.3 Утицај формиране матрице острва преокренутих спинова на стварање прожимајуће лавине

Да би се испитао утицај матрице острва преокренутих спинова у системима са кубном решетком и периодичним граничним условима, нека прожимајућа лавина запоцхиње пропацију у временском тренутку t_0 са почетним спином $S_{i_0} = 1$ и нека је тада вредност спољног магнетног поља $H = H_{sp}$. Да би се испитао утицај матрице острва преокренутих спинова на стварање прожимајуће лавине, уводе се следеће модификације:

- (i) у временском тренутку t_0 , пре самог почетка прожимајуће лавине, сви спинови у острвима се преокрећу назад на $S_i = -1$ осим спинова у интерфејсу (уколико постоји) који стоји уз почетни спин $S_{i_0} = 1$.
- (ii) примењује се динамика пропације фронта. Спин који има $h_i^{\text{eff}} > 0$ за $t > t_0$ се преокреће ако и само ако је у контакту са прожимајућом лавином, тј. ако му је сусед био преокренут у претходном временском тренутку.

Дакле, у модификованој верзији симулације се извршавају све до тренутка кад настаје прожимајућа лавина. За то време у систему су се формирала острва са преокренутим спиновима. Спинови у тим острвима се преокрећу назад на вредност $S_i = -1$, осим спинова која чине интерфејс уз почетни спин S_{i_0} . Спољно магнетно поље се држи фиксираним на вредности $H = H_{sp}$ и симулација се наставља под модификацијом (ii), тј. лавина креће од почетног спина S_{i_0} и може да преокрене *само оне нестабилне спинове са којима је у контакту*. Сви спинови у острвима су нестабилни и за њих важи $h_i^{\text{eff}} > 0$ и не преокрећу се све док лавина не дође до острва. Међутим, како су спинови у острву преокренути на вредност $S_i = -1$, њихови суседни спинови немају више спуштену ефективну баријеру као на слици 5.2 па су острва теже приступачна јер им је ефективно поље веће за бар 2. Због "гашења" острва (модификација (i)) и динамике пропације фронта (модификација (ii)) лавина "пузи" уз интерфејс и долази до спинова која чине обод острва, али у већини случајева не успева да их преокрене због великог негативног ефективног поља и острва за лавину постају недостижна чиме се опструише стварање прожимајуће лавине.

Поставља се питање да ли пропацију кочи, поред спинова на ободу острва са великим негативним ефективним пољем, и први слој спинова у острву који могу да имају такво случајно поље да је потребно да се преокрену 2 или више суседних спинова да би се они преокренули. Поред модификација (i) и (ii), уводи се и модификација која релаксира услов преокретања спинова у острву:

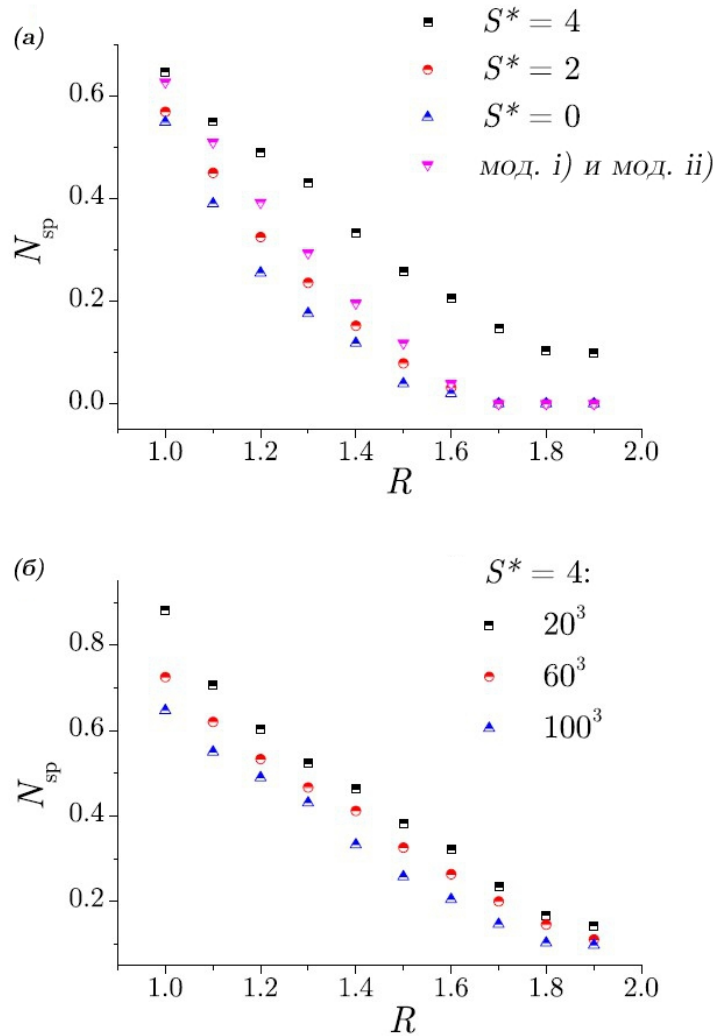
- (iii) вредност случајног магнетног поља за све спинове у острву је постављена на исту вредност

$$h_i^*(S^*) = S^* - H_{sp}, \quad (5.1)$$

и зависи од параметра суме суседних спинова S^* која узима вредности 4 (1 преокренут сусед), 2 (2 преокренута суседа), 0 (3 преокренута суседа).

Дакле, за $S^* = 4$, сви спинови у острву имају исто модификовано случајно магнетно поље $h_i^*(4) = 4 - H_{sp}$ и довољан је један преокренут сусед да би се сви спинови у острву преокренули. Ово је уједно и најрелаксиранији услов па уколико лавина преокрене само један спин са обода острва преокренуће се и цело острво.

Да би се испитао утицај модификација на појаву прожимајуће лавине, прати се број прожимајућих лавина нормиран на број пуштених симулација и усредњен по различитим реализацијама случајног поља, N_{sp} . На слици 5.4(a) подаци показују да N_{sp}



Слика 5.4: На сликама су приказане зависности нормираног броја прожимајућих лавина на број пуштених симулација N_{sp} од неуређености R . (а) Приказан је N_{sp} усредњен по различитим реализацијама случајног поља за систем са 100^3 спинова. Црни квадрати представљају N_{sp} за најрелаксиранију модификацију за спинове у острвима, $S^* = 4$, где се цело острво преокреће ако се преокрене један спин са обода острва. Црвени кругови представљају податке са модификацијом $S^* = 2$ за коју се спинови у острву преокрећу ако су им преокренута било која два суседна спина. Слично, плави троуглови представљају податке симулације за модификацију $S^* = 0$ за коју се спинови у острву преокрећу уколико су им преокренута било која 3 суседна спина. Розе троуглови представљају податке симулације на коју су примењене само модификације (i) и (ii). (б) N_{sp} усредњен по различитим реализацијама случајног поља у зависности од неуређености R за системе са 20^3 (црни квадрати), 60^3 (црвени кругови) и 100^3 (плави троуглови) спинова под модификацијама (i), (ii) и (iii) за $S^* = 4$.

опада са повећањем неуређености. Ово се дешава због формирања великог броја острва у систему на великим неуређеностима, што креира и већи број препрека за пропагацију лавине. За веће неуређености, острва између себе формирају теснаце у којима се налазе најнестабилнији спинови који се лако преокрећу и олакшавају лавини пропагацију кроз систем (слика 5.2). Међутим, када се острва ”угасе”, ти теснаци постају непремостиве замке за пропагацију лавине са изузетно високом ефективном баријером. Због тога је потребно ниже спољно магнетно поље за прожимање система у нормалним условима, слика 5.3, док за системе са ”угашеним” острвима постоји мањи број прожетих система по симулацији, слика 5.4. Оба случаја су последице величине острва и њиховог међусобног растојања у систему.

На слици 5.4(б) приказан је N_{sp} за различите линеарне димензије система под нај-релаксиранијим условом за преокретање спинова у острву, $S^* = 4$. Подаци показују да N_{sp} опада са порастом линеарне димензије система, што указује да у термодинамичком лимиту не би дошло до стварања прожимајуће лавине за било коју неуређеност. Једини начин да се створи прожимајућа лавина јесте да се повећа спољно магнетно поље које делује на систем. Међутим, на слици 5.3 се види да $H_c^{\text{eff}}(R, L)$ опада са повећањем линеарне димензије система. Дакле, са порастом линеарне димензије система спољно магнетно поље не може да се повећа и у системима у термодинамичком лимиту не би долазило до стварања прожимајуће лавине. Све ово указује на значај броја и просторне расподеле острва преокренутих спинова за стварање прожимајуће лавине.

Испитивањем просторне расподеле острва у систему, пронађено је да се усредњено растојање између острва, d_{isl} , смањује са повећањем неуређености R , слика 5.5. Растојање између острва је апроксимирано формулом:

$$d_{isl} = \sqrt[3]{\frac{N}{N_{isl}}}, \quad (5.2)$$

где је N_{isl} усредњен број острва у систему (тј. број острва по симулацији усредњен по различитим реализацијама случајног поља за дату неуређеност R) креиран пре прожимајуће лавине. Да би се предвидело растојање између острва, N_{isl} се апроксимира бројем спинова који су у тренутку преокретања имали свих 6 суседа преокренутих на доле. Овакви спинови јесу зачеци острва и увек их има више или једнако броју острва јер 2 или више острва током ширења могу да се споје. Дакле,

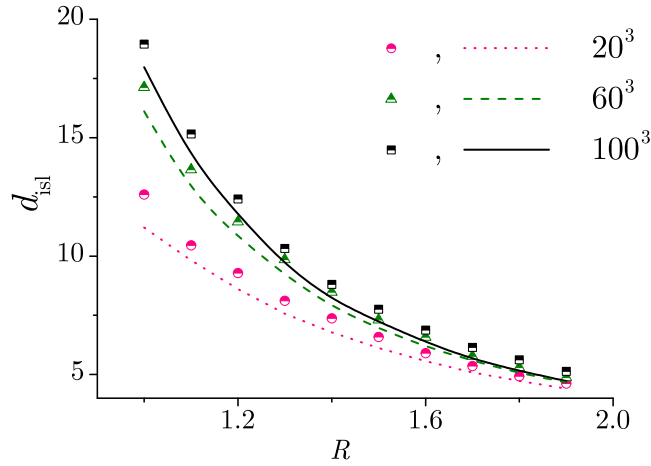
$$N_{isl} \approx N p_{H_c^{\text{eff}}(R,L),R}(-6), \quad (5.3)$$

где је $p_{H,R}(S)$ дато једначином (4.1) и представља вероватноћу да се спин преокрене у систему у ком је неуређеност R , при спољном магнетном пољу H и са сумом најближих суседа S . Стога, формула за предвиђање средњег растојања између острва постаје

$$d_{isl} \approx \sqrt[3]{\frac{1}{p_{H_c^{\text{eff}}(R,L),R}(-6)}}. \quad (5.4)$$

Резултат добијен формулом (5.4) приказан је линијама на слици 5.5 и има нешто мање вредности од нумеричких података који су представљени симболима. Разлог за мање вредности је што острва током симулације расту и могу да се споје па два или више спинова узетих засебно у формули (5.4) спадају под једно острво у симулацијама. Стога, број $N p_{H_c^{\text{eff}}(R,L),R}(-6)$ је већи од стварног броја острва па је растојање између острва умањено за такву теоријску претпоставку.

Вредности ефективног критичног спољног магнетног поља, $H_c^{\text{eff}}(R, L)$, средњег броја острва креираних пре почетка прожимајуће лавине, N_{isl} , и средње величине интерфејса,



Слика 5.5: На слици је приказана зависност средњег растојања између ostrva дата формулом (5.4) од неуређености за системе са 20^3 , 60^3 и 100^3 спинова. Символима су приказани нумерички подаци добијени из симулација а линијама су приказана предвиђања дата формулом (5.4).

V_{int} (анализирана у следећој секцији), дате су у табелама 5.1, 5.2 и 5.3 за системе са 20^3 , 60^3 и 100^3 спинова, редом. Све наведене величине су усредњене по различитим реализацијама случајног поља за дату неуређеност R .

Табела 5.1: Вредности ефективног критичног спољног магнетног поља, H_c^{eff} , средњег броја ostrva креираних пре почетка прожимајуће лавине, N_{isl} , и средње величине интерфејса, V_{int} , за систем са 20^3 спинова.

| R | 1.0 | 1.1 | 1.2 | 1.3 | 1.4 | 1.5 | 1.6 | 1.7 | 1.8 | 1.9 |
|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| H_c^{eff} | 2.81 | 2.62 | 2.45 | 2.32 | 2.18 | 2.07 | 1.96 | 1.87 | 1.77 | 1.69 |
| N_{isl} | 4 | 7 | 10 | 15 | 20 | 28 | 39 | 52 | 67 | 81 |
| V_{int} | 3 | 4 | 5 | 6 | 9 | 12 | 14 | 16 | 17 | 18 |

Табела 5.2: Исто као и у Табели 5.1, али за систем са 60^3 спинова.

| R | 1.0 | 1.1 | 1.2 | 1.3 | 1.4 | 1.5 | 1.6 | 1.7 | 1.8 | 1.9 |
|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| H_c^{eff} | 2.51 | 2.35 | 2.20 | 2.07 | 1.97 | 1.87 | 1.78 | 1.70 | 1.63 | 1.57 |
| N_{isl} | 43 | 85 | 144 | 226 | 355 | 553 | 758 | 1122 | 1459 | 1868 |
| V_{int} | 13 | 16 | 17 | 18 | 20 | 22 | 25 | 28 | 30 | 34 |

5.4 Утицај интерфејса

Поред значаја формирања матрице ostrva, потребно је да се испита и значај утицаја интерфејса на стварање прожимајуће лавине да би утицаји ове две појаве могли да се упореде. Прво ће бити модификован интерфејс, а затим интерфејс и ostrva истовремено. Симулације се пуштају до тренутка t_0 када је кроз систем формирана матрица ostrva преокренутих спинова и почетни спин лавине S_{i0} је преокренут, а спољно магнетно поље је достигло вредност $H = H_{sp}$. Тада се уводи једна од две узајамно искључиве модификације:

Табела 5.3: Исто као у Табели 5.1 и 5.2, али за систем са 100^3 спинова.

| R | 1.0 | 1.1 | 1.2 | 1.3 | 1.4 | 1.5 | 1.6 | 1.7 | 1.8 | 1.9 |
|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| H_c^{eff} | 2.42 | 2.26 | 2.12 | 2.01 | 1.92 | 1.81 | 1.73 | 1.67 | 1.60 | 1.54 |
| N_{isl} | 147 | 287 | 523 | 909 | 1463 | 2146 | 3077 | 4308 | 5639 | 7394 |
| V_{int} | 14 | 18 | 19 | 21 | 22 | 26 | 27 | 29 | 32 | 37 |

(А) Острва се не мењају; оригинално направљен интерфејс током симулације се замењује вештачки уметнутим интерфејсом који се налази уз позицију i_0 са преокренутим спиновима на горе, на вредност $S_i = 1$; остатак спинова из оригиналног интерфејса је преокренут на доле (ако је преостао неки спин) и вредност њиховог случајног поља је постављена на исту вредност:

$$h_i^{**}(S^*) = -H_{sp}; \quad (5.5)$$

услов преокретања спинова је из динамике пропагације фронта, тј. модификација (ii) из претходне секције је примењена.

(Б) Спинови у острвима се преокрену на доле, тј. острва се ”угасе”; увећа се постојећи интерфејс за одређени број спинова слој по слој тако да не опкружује почетни спин лавине S_{i_0} , тј. надогради се са стране почетног спина на којој је интерфејс; лавина покренута од почетног спина S_{i_0} преокреће спинове у складу са:

(Б1) модификацијом (ii) из претходне секције,

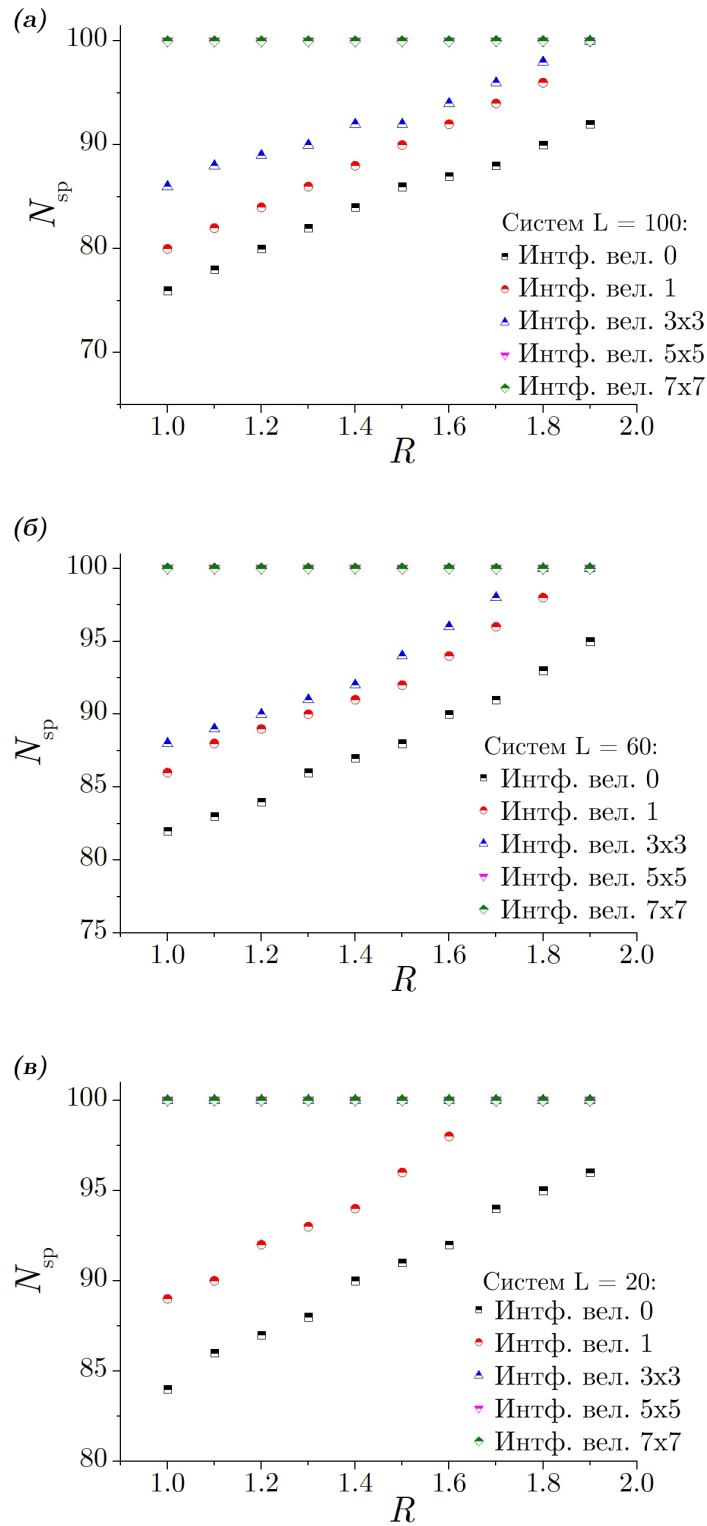
(Б2) модификацијом (iii) из претходне секције.

По опцији (А) за модификацију, према једначини (5.5), потребна су бар три преокренута суседна спина да би се преокренуо спин који је оригинално био саставни део оригиналног интерфејса али више није, што значи да њихово преокретање није у потпуности забрањено. Вештачки интерфејс је постављен тако да је или уклоњен (интерфејс величине 0), или садржи један суседни спин од S_{i_0} , или у равни образује квадратни интерфејс величине 3×3 , 5×5 или 7×7 уз почетни спин S_{i_0} . Опција (Б) за модификацију је у суштини иста као у претходној секцији са додатком увећања постојећег интерфејса.

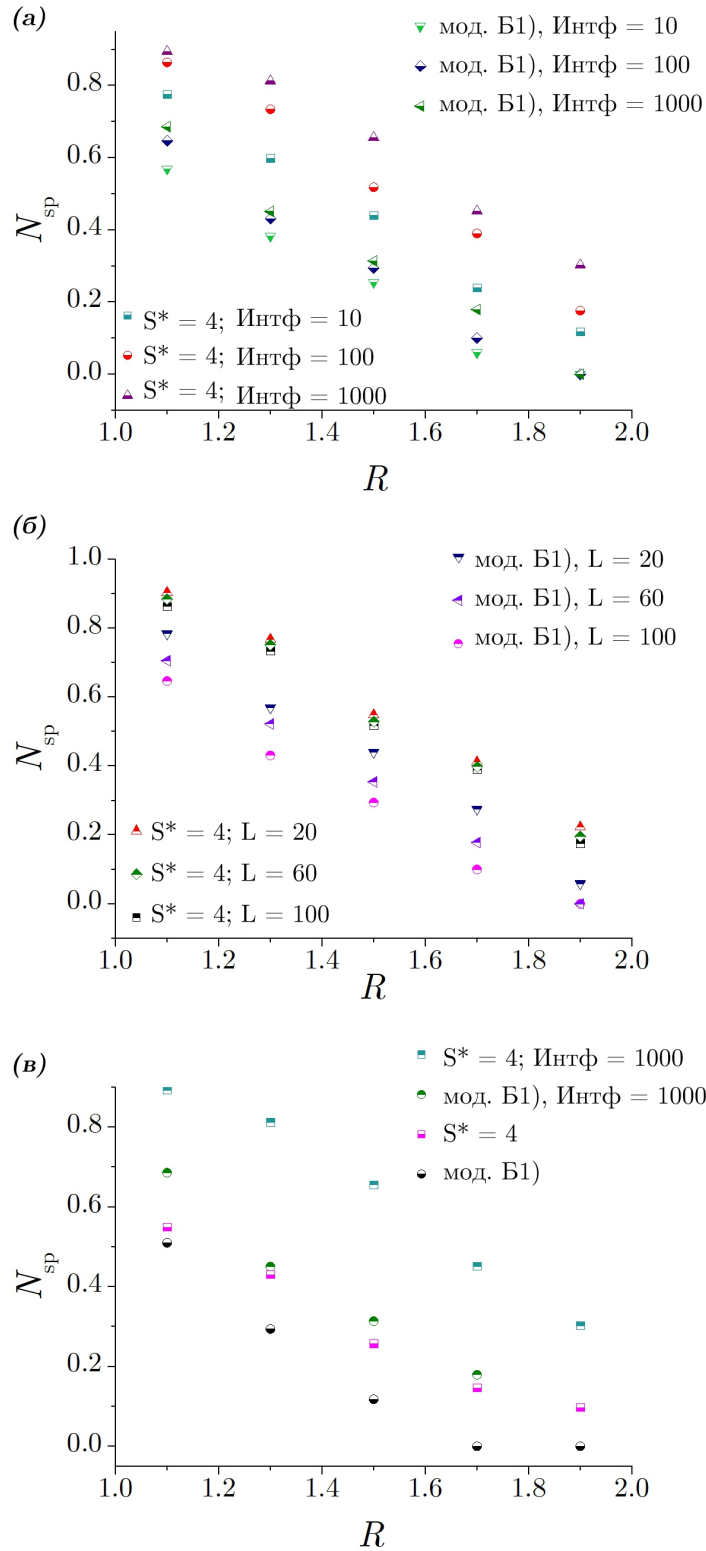
На слици 5.6 види се да је број прожимајућих лавина по симулацији, N_{sp} , велики чак и у систему без интерфејса. Шта више, чак и за мале интерфејсе величине 5×5 и 7×7 , N_{sp} је практично једнако 1. Ово додатно наглашава значај формирања матрице острва преокренутих спинова за стварање и пропагацију прожимајуће лавине при неуређености $R < R_c$.

Као што се види на слици 5.6, када је матрица острва преокренутих спинова формирана, прожимајућа лавина се формира чак и при малим величинама интерфејса (или у системима без интерфејса са вероватноћом већом од 0.5). Међутим, у претходној секцији је показано да када су острва ”угашена” да је проценат прожимајуће лавине по симулацији са уведеним модификацијама веома мали, иако усредњена максимална величина формираног интерфејса расте са неуређеношћу (видети табеле 5.1, 5.2 и 5.3).

Када се примене модификације (Б1) и (Б2), извршен је процес сличан процесу кристализације где је на постојећи интерфејс додато 10, 100 или 1000 преокренутих спинова. Додавање 1000 преокренутих спинова је примењено само на систем највећих димензија, тј. на систем са 100^3 спинова. На слици 5.7(a) се види да чак и кад је интерфејс увећан за 1000 спинова и кад је наметнут најрелаксиранији услов на преокретање спинова у острву (тј. (Б2) са $S^* = 4$), лавина која почиње са спином S_{i_0} и даље не прожима систем са 100^3 спинова у свакој симулацији.



Слика 5.6: На сликама су приказане зависности нормираног броја прожимајућих лавина на број пуштених симулација N_{sp} од неуређености R са модификацијом (А) за системе са (а) 100^3 , (б) 60^3 и (в) 20^3 спинова. Црни квадрати представљају систем у ком је интерфејс уклоњен (тј. вештачки интерфејс величине 0), црвени кругови представљају систем са вештачким интерфејсом величине једног спина, плави троуглови представљају систем са интерфејсом величине 3×3 спинова, рози троуглови представљају систем са интерфејсом величине 5×5 спинова, зелени ромбови представљају систем са интерфејсом величине 7×7 спинова.



Слика 5.7: На сликама су приказане зависности нормираног броја прожимајућих лавина на број пуштених симулација N_{sp} од неуређености R . (а) N_{sp} у зависности од R за систем са 10^3 спинова и модификацијом (Б1) или (Б2) са $S^* = 4$. Светло зелени троугао и светло плави квадрат представљају систем са увећаним интерфејсом за 10 спинова, тамно плави квадрат и црвени круг представљају систем са увећаним интерфејсом за 100 спинова, тамно зелени и љубичасти троугао представљају систем са увећаним интерфејсом за 1000 спинова. (б) N_{sp} у зависности од R за системе са 20^3 , 60^3 и 100^3 спинова, њихови интерфејси су увећани за 100 спинова и примењена је модификација (Б1) или (Б2). (в) N_{sp} у зависности од R за систем са 10^3 спинова са увећаним интерфејсом за 1000 спинова и примењеном модификацијом (Б1) или (Б2).

На слици 5.7(б) пореде се системи са 20^3 , 60^3 и 100^3 спинова са интерфејом увећаним за 100 спинова и примењеном модификацијом (Б1) или (Б2). Број прожимајућих лавина по симулацији, N_{sp} , опада са повећањем линеарне димензије система у свим анализираним сценаријима, што указује на то да у термодинамичком лимиту неће доћи до стварања прожимајуће лавине чак и за интерфејсе већих димензија ако су острва ”угашена”. Међутим, увећање постојећег интерфејса повећава вероватноћу да лавина прожме систем, слика 5.7(в). На слици 5.7(в) се пореде два различита услова за преокретање спинова у острвима и две различите величине интерфејса за систем величине 100^3 . Ипак, чак и за најрелаксиранији услов за преокретање спинова у острвима, N_{sp} је значајно мањи од 1, нарочито за веће неуређености.

За ниже неуређености увек може да се дискутује да ли на резултате утиче коначност система у симулацијама. Због тога су релевантнији резултати за систем на већим неуређеностима. Дакле, када су острва ”угашена” чак ни већи интерфејс не може да помогне да се у систему појави прожимајућа лавина. Острва остају недостижна и систем је заробљен у једном од метастабилних стања при датим условима и ограничењима. Све ово сугерише да је формирање матрице острва кроз систем неопходно да би се појавила прожимајућа лавина. Детаљнија дискусија и закључак следе у глави 7.

Глава 6

Механизам еволуције антиферомагнетно-феромагнетне хетероструктуре

У овој глави су изложени резултати добијени нумеричким симулацијама магнетних система сачињених од спојених феромагнетних и антиферомагнетних слојева. Интеракција на самом споју између слојева је варирана. Системи са спрегнутим феромагнетним и антиферомагнетним слојевима се активно изучавају као меморијски материјали малих просторних димензија. Шта више, откриће танких магнетних материјала који испољавају дугодометно магнетно уређење, чак и у лимиту од једног слоја (дводимензиони лимит), је генерално отворило низ нових могућности за област дводимензионог магнетизма и примену дводимензионих магнетних материјала [142, 143, 144, 145]. Уочене су нове магнетне особине које се разликују од особина које карактеришу тродимензионе магнетне системе [145]. Такође, за разлику од тродимензионих магнетних система, за стабилизацију дугодометног магнетног уређења у дводимензионом магнетном систему кључна је магнетна анизотропија која настаје услед спин-орбит спреге. Спин-орбит спрега је интеракција спинског и орбиталног угаоног момента једног електрона (у овом случају једног спина). Велики број проучаваних дводимензионих магнета је испољио јаку спинску анизотропију која одговара моделима са Изинговим спиновима било са феромагнетном или антиферомагнетном интеракцијом у моделу, што зависи од типа материјала који се користи [145, 146]. Погодност дводимензионих магнетних материјала за спин-орбит спрегу [147] и повећана функционалност система додавањем суседног слоја од различитог материјала чине двослојне системе, и генерално вертикално хетерогене системе, погодним за ширу практичну примену, од сензора до складиштења података [143].

Нумерички је изучавана динамика промене знака магнетизације која се уочава на хистерезисној петљи у систему са спрегнутим антиферомагнетним и феромагнетним слојевима (у даљем тексту АФМ-ФМ двослој) са ортогоналном магнетном анизотропијом. Током симулација у ниско-температурном режиму, спољно магнетно поље се споро повећава константноом брзином дуж узлазне гране хистерезиса, а затим се споро смањује константноом брзином дуж силазне гране хистерезисне петље у ниско-температурном режиму. Испитане су особине хистерезисне петље у зависности од јачине интеракције између слојева и дебљине слојева.

6.1 Модел и нумеричке методе

Систем се састоји од вертикално спрегнутих АФМ и ФМ слојева различитих дебљина са квадратном решетком линеарне дужине L и са малим степеном неуређености. Оријентација спољног поља и спинова је ортогонална у односу на слојеве. Хамилтонијан модела који описује овакав систем је:

$$\mathcal{H} = - \sum_{\langle ij \rangle \in \mathcal{F}} J_F \sigma_i \sigma_j - \sum_{\langle ij \rangle \in \mathcal{A}} J_A S_i S_j - \sum_{\langle ij \rangle: i \in \mathcal{F}, j \in \mathcal{A}} J \sigma_i S_j - \sum_{i \in \mathcal{F}} h_i \sigma_i - \sum_{j \in \mathcal{A}} h_j S_j - H(t) \left(\sum_{i \in \mathcal{F}} \sigma_i + \sum_{j \in \mathcal{A}} S_j \right), \quad (6.1)$$

где $\langle ij \rangle$ указује да се сумирање врши по најближим суседима (i, j) ; \mathcal{F} означава феромагнетни слој димензија $L \times L \times l_F$, где је l_F дебљина слоја, са спиновима σ_i ; \mathcal{A} означава антиферомагнетни слој димензија $L \times L \times l_{AF}$, где је l_{AF} дебљина слоја, са спиновима S_i . Прва два члана у једначини (6.1) узимају у обзир интеракције спинова унутар феромагнетног и антиферомагнетног слоја, редом, са јачинама изменске интеракције J_F и J_A . Трећи члан представља интеракцију између феромагнетног и антиферомагнетног слоја, тј. суседних спинова на граници два слоја $\sigma_i \in \mathcal{F}$ и $S_j \in \mathcal{A}$, са јачином изменске интеракције J . Због ортогоналне анизотропије модел је састављен од N Изингових спинова, тј. спинова који узимају вредности $\sigma_i = \pm 1$ и $S_i = \pm 1$. Посматрани су системи са једним феромагнетним слојем, тј. $l_F = 1$, док је дебљина антиферомагнетног слоја l_{AF} слободан параметар који се варира. Константе изменске интеракције узимају вредности: $J_F = +1$, $J_A = -1$, док се вредност J варира. Неуређеност у моделу је симулирана случајним вредностима магнетног поља, $\{h_i\}$, која се независно насумично бирају за сваки чвор из Гаусове дистрибуције са нултом очекиваном вредношћу $\rho(h) = \frac{1}{R\sqrt{2\pi}} e^{-h^2/2R^2}$. Стандардна девијација овако дефинисане дистрибуције се обележава са R и представља меру магнетне неуређености у систему. Спољно магнетно поље $H(t)$ утиче на све спинове у систему и мења се константном брзином тако да се прође цела хистерезисна петља, више речи о методу у наставку.

На систем су наметнути мешовити гранични услови. Дуж вертикалне осе (z-осе) гранични услови су отворени, док су дуж преостале две осе постављени затворени гранични услови. Отворени гранични услови дуж дебљине система се користе да би се нагласила мала дебљина у односу на остале две димензије, односно да би се адекватније симулирали танки системи. У почетном временском тренутку, $t = 0$, систем је постављен тако да сви спинови имају вредности $\sigma = -1$ и $S_i = -1$, а спољно поље је постављено на велику негативну вредност $H(t = 0) = -H_{max}$. Затим, у сваком наредном временском тренутку, спољно магнетно поље се повећава за константну вредност $H \rightarrow H + \Omega$ на узлазном делу хистерезисне петље, а смањује $H \rightarrow H - \Omega$ на силазном делу петље. Локално ефективно поље $h_i^{\sigma, \text{eff}}$ које делује на спин σ_i у феромагнетном слоју, и слично, $h_i^{S, \text{eff}}$ делује на спин S_i у антиферомагнетном слоју, дата су изразима:

$$h_i^{\sigma, \text{eff}} = \sum_{\langle j \rangle_i \in \mathcal{F}} J_F \sigma_j + \sum_{\langle j \rangle_i \in \mathcal{A}} J S_j + H(t) + h_i; \quad (6.2)$$

$$h_i^{S, \text{eff}} = \sum_{\langle j \rangle_i \in \mathcal{F}} J \sigma_j + \sum_{\langle j \rangle_i \in \mathcal{A}} J_A S_j + H(t) + h_i, \quad (6.3)$$

где се сумирање врши по спиновима j који су најближи суседи спина у чвору i . Спин је стабилан ако је његова енергија интеракције $E_i = -\mu_B h_i^{\sigma, \text{eff}} \sigma_i$ негативна, $E_i < 0$, у супротном је нестабилан. Боров магнетон, μ_B , представља магнетни диполни момент спина и исти је за све спинове у систему. Нестабилни спинови могу да се преокрену у

следећем временском тренутку симулације. Преокретање спина у феромагнетном слоју је одређено вероватноћом $p_i(t)$:

$$p_i^{FM}(t) = A_{FM} \exp \left[\frac{-\sigma_i h_i^{\sigma, \text{eff}}}{T} \right], \quad (6.4)$$

где важи $k_B/\mu_B = 1$. Температура је обележена са T , а константа нормирања је $A_{FM} = e^{\sigma_i h_i^{\sigma, \text{eff}}/T} + e^{-\sigma_i h_i^{\sigma, \text{eff}}/T}$. Слично, вероватноћа за преокретање нестабилног спина у антиферомагнетном слоју је:

$$p_i^{AFM}(t) = A_{AFM} \exp \left[\frac{-S_i h_i^{S, \text{eff}}}{T} \right], \quad (6.5)$$

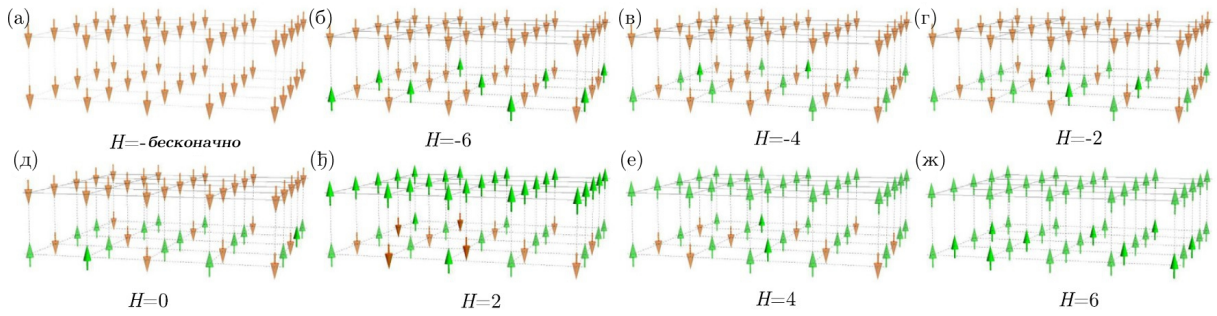
где је константа нормирања $A_{AFM} = e^{S_i h_i^{S, \text{eff}}/T} + e^{-S_i h_i^{S, \text{eff}}/T}$. Почетна вредност спољног магнетног поља, $-H_{max}$, је изабрана тако да сви спинови у систему буду у стабилном стању $\sigma_i = -1$ и $S_i = -1$. Затим се спољно магнетно поље повећава све до вредности када су сви спинови стабилни у стању $\sigma_i = 1$ и $S_i = 1$, чиме се комплетира пролазак кроз "узлазну" грану хистерезисне петље. После тога, спољно магнетно поље се опет смањује све док сви спинови не достигну $\sigma_i = -1$ и $S_i = -1$, чиме се затвара кретање по петљи. Као што је већ речено, у систему је неуређеност мала (у односу на критичну неуређеност за дводимензионе феромагнете), температура у симулацији је фиксирана на $T = 0,5$, а брзина промене спољног магнетног поља износи $\Omega = 0,001$. Поред промене спољног магнетног поља, спин из стабилног стања може да поремети и преокретање суседног спина. Преокретање спинова на овај начин изазива лавину преокренутих спинова у систему. Магнетизација система по спину се дефинише као број спинова преокренутих на горе минус број спинова који су преокренути на доле, $M(t) = (N_+(t) - N_-(t))/N$. Захваљујући антиферомагнетној интеракцији између спинова у антиферомагнетном слоју, чак и на ниским температурама у систему увек постоји одређени број спинова који се преокрену на горе $n_+(t)$, а истовремено се одређени број спинова преокреће на доле $n_-(t)$. Вредност сигнала у том тренутку износи $m(t) = n_+(t) - n_-(t)$. Веза између промене магнетизације по спину и јачине сигнала је дата као $\delta M(t) = M(t+1) - M(t) = 2m(t)/N$.

6.2 Резултати

На слици 6.1 приказана је еволуција АФМ-ФМ двослоја када се спољно магнетно поље води по узлазној грани хистерезисне петље. Параметри који највише утичу на облик хистерезисне петље су јачина изменске интеракције између слојева J , дебљина антиферомагнетног слоја l_{AF} и јачина магнетне неуређености у систему R . Остали параметри при симулацијама нису мењани: $L = 256$, $T = 0,5$ и $\Omega = 0,001$, осим уколико се не назначи другачије у тексту. Резултати су приказани на сликама 6.2-6.4.

6.2.1 Облик хистерезисне петље и сигнала

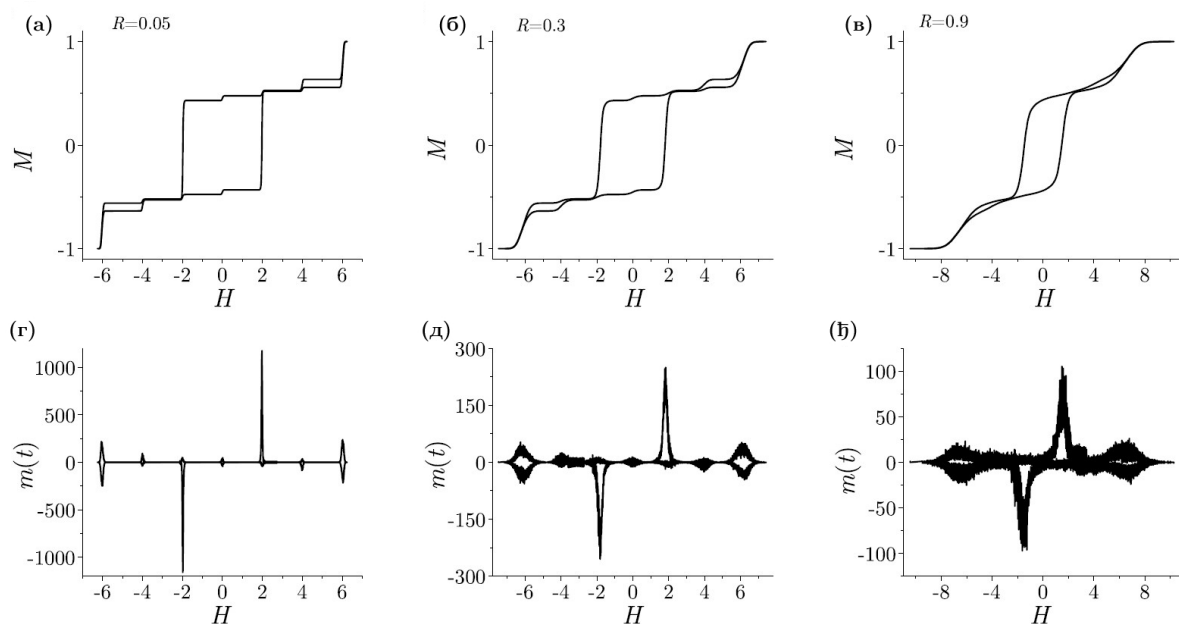
На слици 6.2 приказане су хистерезисна петља (на панелима (a)-(e)) и одговарајући сигнал (на панелима (z)-(h)) при различитим неуређеностима система. Разматран је двослојни АФМ-ФМ систем ($l_F = l_{AF} = 1$) са јачином изменске интеракције између слојева $J = -2$. Горњи део сигнала (позитивни део у-осе) одговара узлазној грани хистерезисне петље, а доњи део сигнала (негативни део у-осе) одговара силазној грани



Слика 6.1: На слици је илустрован АФМ-ФМ двослој ($l_F = l_{AF} = 1$) са јачином изменске интеракције између слојева $J = -2$. ФМ спинови σ_i се налазе у горњем слоју а АФМ спинови S_i се налазе у доњем слоју. Сви спинови су илустровани стрелицама. (а) Почетна конфигурација спинова, при великом негативном спољном магнетном пољу сви спинови су преокренути на доле. (б-ж) Тренутна конфигурација спинова за дате вредности спољног магнетног поља H . Зеленим стрелицама су обележени спинови који су се преокренули при датој вредности спољног магнетног поља.

хистерезисне петље. Примећује се да хистерезисна петља није глатка већ постоје изражени степеници и платои на обе гране што је одлика антиферромагнетних система са слабом неуређеношћу. Овакви платои су уочени и експериментално [148, 149, 150]. Са повећањем неуређености, платои су слабије изражени на хистерезисној криви (видети панел (в)). Што се тиче сигнала, број пикова и њихове позиције остају непромењене, али се ширина пика мења са повећањем неуређености. Наиме, пикови у сигналу се јављају на позицијама где су прелази између платоа у хистерезисној петљи. При тим вредностима спољног магнетног поља, одређена група спинова постаје нестабилна и преокреће се (слика 6.1). Преокретање групе спинова може да учини њихове суседе нестабилним и да покрене лавину. Међутим, за разлику од чисто ферромагнетних система, у антиферромагнетном слоју постоје спинови који се преокрећу назад на $S_i = -1$ да би достигли енергијски повољније стање па услед антиферромагнетне интеракције у систему постоје обрнута преокретања која чине пропагацију лавине комплекснијом у односу на чисто ферромагнетне системе.

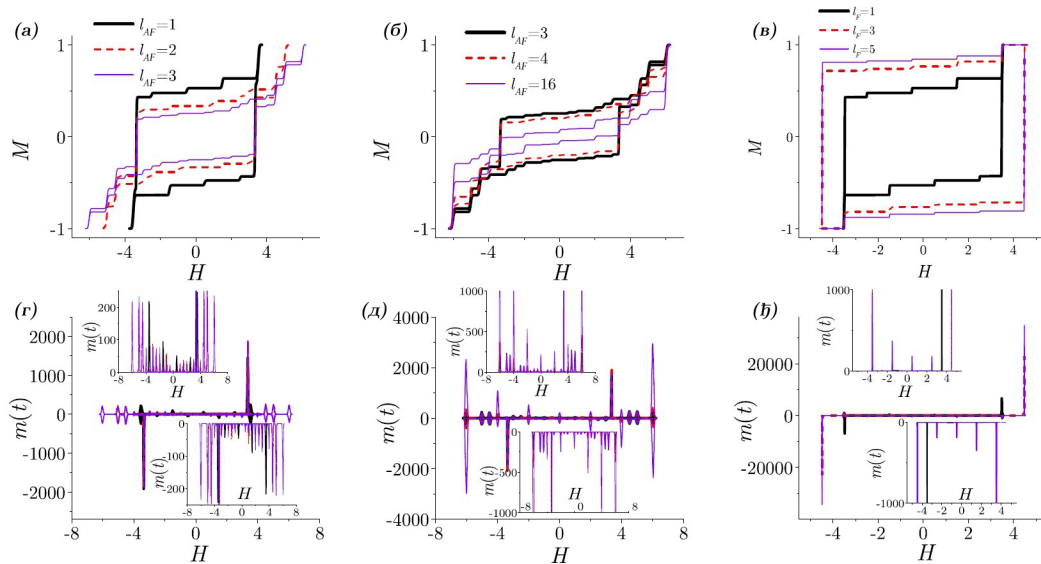
Панел 6.2(г) приказује сигнал за систем са мањом вредношћу неуређености. Позитиван део сигнала има 6 мањих пикова који одговарају преокретањима спинова у антиферромагнетном слоју, док велики пик на сигналу одговара преокретању спинова у ферромагнетном слоју. Први пик се јавља при вредности спољног магнетног поља $H \approx -6$. Ефективно поље које делује на спинове у антиферромагнетном слоју пре него што се спинови преокрену је $h_i^{S, \text{eff}} = H + (-4)(-1) + (-1)J + h_i = H + 6 + h_i$; где је $h_i \approx 0$ услед мале неуређености у систему. Дакле, спинови $S_i = -1$ у антиферромагнетном слоју су стабилни све док спољно магнетно поље не достигне приближну вредност $H \approx -6$. Тада, неки од спинова (у зависности од сопствених h_i) постају нестабилни и могу да се преокрену. У идеалном случају без неуређености и нечистоћа, сваки други спин у антиферромагнетном слоју би се преокренуо при $H = -6$ услед антиферромагнетне интеракције која фаворизује антипаралелно уређење спинова. Тада би сваки спин у антиферромагнетном слоју имао 4 супротно преокренута суседна спина (слој би могао да се подели на две подрешетке) и овакво стање је стабилно све док спољно магнетно поље не достигне вредност $H = -4(-1) - (-1)J = 2$ када се спинови из ферромагнетног слоја преокрећу (панел 6.2(г)). Међутим, услед слабе неуређености, локална поља у неким чворовима су таква да спречавају преокретање спина при $H \approx -6$, па неки од спинова имају једног, два или три непреокренута суседа. Ови непреокренути спинови се онда преокрећу при вредностима поља $H \approx -4, -2, 0$, редом (видети слике 6.1(в)-(д))



Слика 6.2: (а)-(в) Магнетизација M у зависности од промене спољног магнетног поља H при неуређеностима $R = 0,05$, $R = 0,3$ и $R = 0,9$, редом. (г)-(е) Одговарајући сигнал магнетизације $m(t)$ у зависности од промене спољног магнетног поља H при неуређеностима $R = 0,05$, $R = 0,3$ и $R = 0,9$, редом. Систем је двослојан АФМ-ФМ, $l_F = l_{AF} = 1$, са константом изменске интеракције између слојева $J = -2$.

и 6.2(г)). Када спољно магнетно поље достигне вредност $H = 2$, спинови у феромагнетном слоју који су у контакту са непреокренутим спиновима из антиферомагнетног слоја постају нестабилни. На панелу 6.2(а) се види да хистерезисна петља има већи скок при вредности $H \approx 2$ и промена магнетизације услед тог скока је $\approx 0,5 - (-0,5) = 1$, што значи да се пола спинова у систему преокренуло у том тренутку, што одговара целом феромагнетном слоју у двослојном систему. Даље, када се цео феромагнетни слој преокренуо, променило се и ефективно поље које делује на спинове у антиферомагнетном слоју на граници два слоја. Неки од спинова на граници два слоја постају нестабилни и могу да се преокрену на вредност $S_i = 1$ (6.1(ћ)). Спинови који су остали стабилни и непреокренути се преокрећу при вредностима спољног магнетног поља $H \approx 4$ и $H \approx 6$, у зависности од суседних спинова (6.1(е)-(ж)). У том тренутку сви спинови су стабилни у стању $\sigma = 1$ и $S_i = 1$ и узлазна грана хистерезисне петље је комплетирана. Када спољно магнетно поље почне да се смањује, спинови постају нестабилни и процес је аналоган претходно описаном, само у обрнутом смеру. Да су процеси дуж узлазне и силазне гране хистерезисне петље аналогни може да се види на слици 6.2 јер су све хистерезисне петље антисиметричне у односу на тачку $(M, H) = (0, 0)$, тј. $M(-H) \approx -M(H)$. Са повећањем параметра неуређености R , могу да се јаве веће вредности случајних поља, како негативних тако и позитивних. Због тога, неки спинови у систему могу да се преокрену раније или касније него при нижој неуређености па се пикови на графику сигнала шире, панели 6.2(д)-(е). Са повећањем неуређености пикови се шире и почињу да се преклапају што доводи до настанка континуалног таласа магнетизације. Истовремено, хистерезисна петља губи јасно изражене платое и постаје глатка 6.2(в).

Облик хистерезисне петље може даље да се мења са променом дебљине антиферомагнетног слоја. Додавањем додатних антиферомагнетних слојева доводи до стварања многобројних платоа на хистерезисној петљи, а самим тим и пикова на сигналу магнети-



Слика 6.3: Приказане су хистерезисне петље (горњи панели) и одговарајући сигнал магнетизације (доњи панели) за хетероструктуру: (а,г) и (б,д) са једним феромагнетним слојем и различитим дебелинама антиферомагнетног слоја и са слабом неуређеношћу $R = 0,05$ и позитивном константом изменске интеракције између слојева $J = 0,5$; (в,ћ) са једним антиферомагнетним слојем и са варираном дебелином феромагнетног слоја, са слабом неуређеношћу $R = 0,01$ и позитивном константом изменске интеракције између слојева $J = 0,5$. Уметнуте слике на доњим панелима су увеличани сигнали за узлазну (горње уметнуте слике) и силазну (доње уметнуте слике) грану хистерезисне петље.

зације. На слици 6.3(а),(б) издвојени су репрезентативни примери хистерезисне петље са варираном дебелином антиферомагнетног слоја l_{AF} при фиксираној неуређености $R = 0,05$ и слабо спрегнутом изменском интеракцијом између два слоја $J = 0,5$. Одговарајуће флукутације магнетизације за ова два панела су дате на панелима 6.3(г),(д). У овом случају ради се о трослојном систему са једним феромагнетним слојем и антиферомагнетним слојем дебелине $l_{AF} = 2$. Феромагнетни слој је постављен изнад антиферомагнетних слојева па је горњи антиферомагнетни слој у контакту и са феромагнетним и са антиферомагнетним слојем, док је доњи антиферомагнетни слој у контакту само са антиферомагнетним слојем. Због овога, спинови у овом слоју утицај феромагнетног слоја осећају посредно и динамика се разликује што доводи до стварања додатних пикова у сигналу магнетизације, тј. додатних платоа у хистерезисној петљи. Ови пикови су представљени црвеном испрекиданом линијом на слици 6.3(г) за $l_{AF} = 2$. Додавањем још једног антиферомагнетног слоја, $l_{AF} = 3$, настаје још више пикова у сигналу магнетизације, представљено љубичастом бојом на панелу 6.3(д).

Међутим, додавањем у систем више од три антиферомагнетна слоја, $l_{AF} > 3$, у контакт са једним феромагнетним слојем не ствара додатне пикове у сигналу и платоа на хистерезисној криви, слика 6.3(б),(д). Наиме, убацивањем више од три антиферомагнетна слоја у систем, повећава се група спинова са једнаком повезаносћу са осталим спиновима - 6 антиферомагнетних веза. Због тога, број пикова и њихове позиције остају непромењене јер је динамика иста као са три антиферомагнетна слоја, само се већа група спинова преокреће, па се једино интезитет пика мења. Међутим, иако број платоа остаје непромењен (једнак броју пикова), облик хистерезисне петље се мења са повећањем l_{AF} , слика 6.3(б). Наиме, централна петља у хистерезису је директно повезана са спиновима у феромагнетном слоју и површина коју обухвата се смањује са смањењем броја феромагнетних слојева у односу на укупан број слојева у систему,

па повећање броја антиферомагнетних слојева смањује површину коју обухвата хистерезисна петља. Такође, види се да се вредност коерцитивног поља, вредност спољног магнетног поља при ком магнетизација мења знак, не мења са променом дебљине антиферомагнетног слоја.

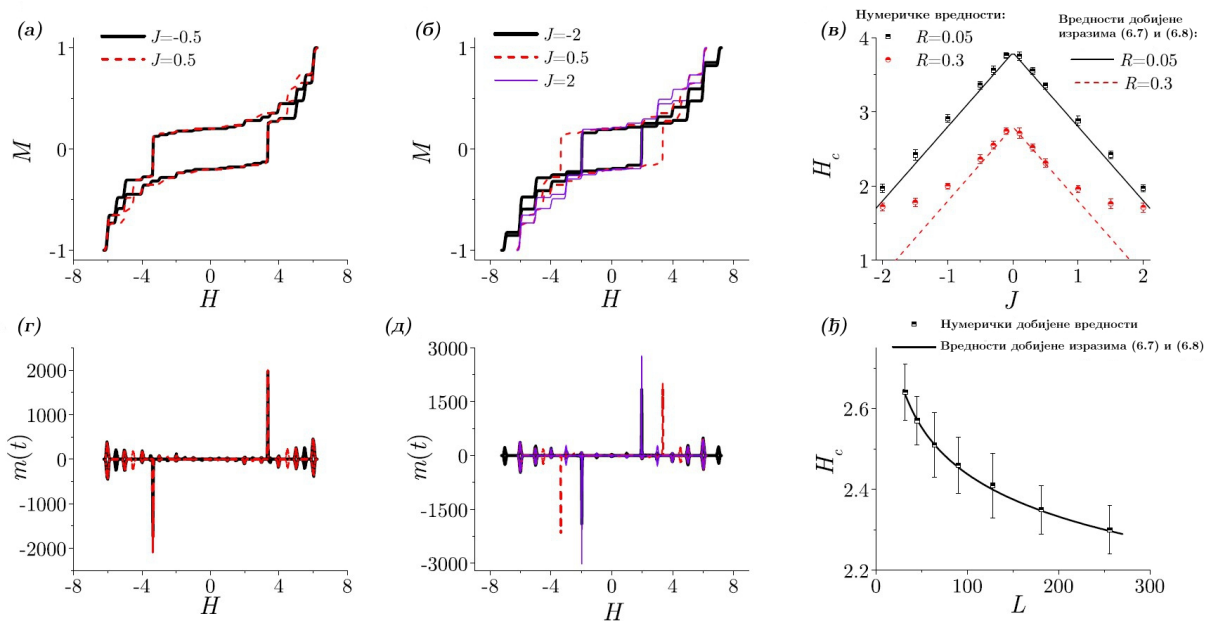
Утицај дебљине феромагнетног слоја на хистерезисну петљу и одговарајући сигнал магнетизације је приказан на панелима 6.3(е),(ћ), где је дебљина антиферомагнетног слоја фиксирана на $l_{AF} = 1$ а константа изменске интеракције између слојева на $J = 0,5$. Поређењем панела (а) и (е) види се да број платоа остаје исти и поред промене дебљине феромагнетног слоја. Међутим, вредност коерцитивног поља расте са повећањем дебљине феромагнетног слоја. Услед феромагнетне спреге међу слојевима и слабе неуређености, практично се сви спинови у феромагнетним слојевима преокрећу када се покрене лавина преокретањем првог спина. Дакле, могу да се разликују два случаја, када је дебљина феромагнетног слоја $l_F = 1$ и $l_F > 1$. За случај $l_F = 1$, спинови у контакту са антиферомагнетним слојем се преокрећу када је вредност спољног магнетног поља приближно $H \approx -(-4) - |J| = 3,5$, видети црну пуну линију на панели 6.3(ћ). Са друге стране, када је $l_F > 1$, на пример $l_F = 3$ (црвена испрекидана линија) и $l_F = 5$ (љубичаста линија), вредност спољног магнетног поља је $H \approx -(-5) - |J| = 4,5$.

6.2.2 Коерцитивно поље

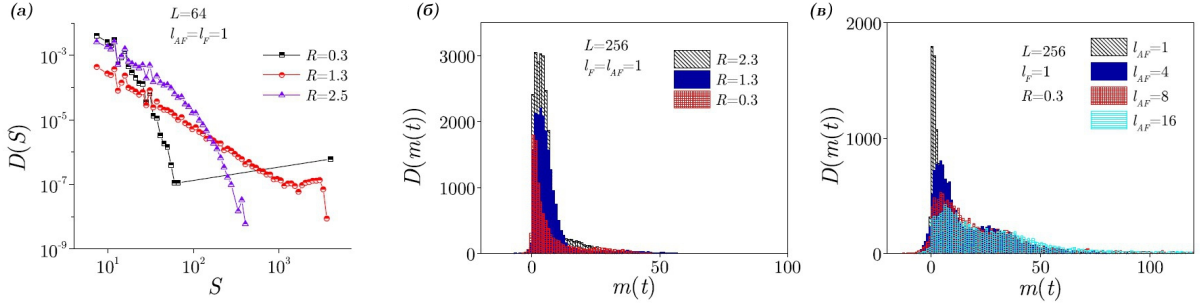
Вредност коерцитивног поља H_c , поља при ком магнетизација мења знак, је једна од битних карактеристичних особина које се изучавају у АФМ-ФМ хетероструктурама [151, 152]. У горе описаном систему са слабом магнетном неуређеношћу, коерцитивно поље се поклапа са вредношћу спољног магнетног поља при ком се преокреће цео феромагнетни слој. Приближно половина спинова у антиферомагнетном слоју (који чине подрешетку) ће се преокренути пре него што се преокрене феромагнетни слој (за нулту неуређеност $R \rightarrow 0$ тачно половина спинова из АФМ слоја). Због тога, магнетизација има негативну вредност све док се не достигне довољно велико спољно магнетно поље да покрене преокретање феромагнетног слоја. Поклапање вредности коерцитивног поља са тренутком преокретања феромагнетног слоја може да се види на сликама 6.2-6.4.

У претходној подсекцији је објашњено да вредност коерцитивног поља не зависи од дебљине антиферомагнетног слоја, али зависи од тога да ли је дебљина феромагнетног слоја $l_F = 1$ или $l_F > 1$. На слици 6.4(а),(б) је показано да јачина изменске интеракције између слојева J битно утиче на вредност коерцитивног поља. Шта више, вредност коерцитивног поља зависи од апсолутне вредности јачине изменске интеракције између слојева $|J|$. Ово може да се види на слици 6.1(д),(ћ), где је број спинова који показују на доле и горе у антиферомагнетном слоју приближно једнак док се још спинови у феромагнетном слоју нису преокренули. Ако би се тада променио знак величине J , утицај који имају спинови из антиферомагнетног слоја на спинове у феромагнетном слоју би остао приближно исти и H_c се не би променило (ово постаје још тачније за велике системе). Са друге стране, остале особине хистерезисне петље и позиција релевантних пикова у сигналу магнетизације се мењају на промену знака од J , слика 6.4(з)(д).

Када $R \rightarrow 0$, у феромагнетном слоју први спин ће да се преокрене при вредности спољног магнетног поља $H \approx 5 - |J|$ за $l_F > 1$ и $H \approx 4 - |J|$ за $l_F = 1$, што покреће лавину која прожима цео феромагнетни слој. Као што је већ назначено, одступање од егзактне једнакости (тј. од $H = 5 - |J|$) је услед постојања мале неуређености у систему. Вероватноћа да је локално поље неког спина веће од вредности $h_i = 5 - |J| - H$ (или $h_i = 4 - |J| - H$ за случај $l_F = 1$) је $p = \frac{1}{R\sqrt{2\pi}} \int_{h_i}^{\infty} e^{-h^2/2R^2} dh$. Са друге стране, та вероватноћа би требало да одговара вероватноћи $p = \frac{1}{L^2/2}$ да се преокрене почетни спин



Слика 6.4: Хистерезисне петље АФМ-ФМ слојевитог система за различите јачине изменске интеракције између слојева $J = \pm 0,5$ (панел (а)); и $J = \pm 2$ у поређењу са $J = 0,5$ (панел (б)). Други параметри који описују систем су фиксирани: $L = 256$, $R = 0,05$, $l_F = 1$, $l_{AF} = 4$. Одговарајући сигнали магнетизације у зависности од спољног магнетног поља приказани су на панелима (с) и (д). На панелу (е) приказана је вредност коерцитивног поља H_c у зависности од јачине изменске интеракције између слојева J при различитим неуређеностима $R = 0,05$ и $R = 0,3$. На панелу (ф) приказана је зависност коерцитивног поља од линеарне димензије система L при параметрима $R = 0,05$, $J = 0,5$, $l_F = 1$, $l_{AF} = 4$.



Слика 6.5: Расподеле величине лавина (а) и висине сигнала (б) за АФМ-ФМ двослој и за различите неуређености система. (в) Хистограм висине сигнала за фиксну неуређеност и различите дебљине антиферромагнетног слоја.

који покреће лавину која прожима цео феромагнетни слој. Комбиновањем ове две једначине добија се израз $\frac{1}{R\sqrt{2\pi}} \int_{h_i}^{\infty} e^{-h^2/2R^2} dh = \frac{1}{L^2/2}$, тј. $\frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2} - \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{h_i}{R\sqrt{2}} \right) \right) = \frac{1}{L^2/2}$. Из овог израза се добијају једначине за одређивање вредности коерцитивног поља:

$$H_c = 5 - |J| - R\sqrt{2} \operatorname{erf}^{-1} \left(1 - \frac{2}{L^2/2} \right), \quad (6.6)$$

$$H_c = 4 - |J| - R\sqrt{2} \operatorname{erf}^{-1} \left(1 - \frac{2}{L^2/2} \right) \quad (6.7)$$

за дебљине феромагнетног слоја $l_F > 1$ и $l_F = 1$, редом.

Једначине (6.6) и (6.7) дају теоријско предвиђање вредности коерцитивног поља за разне параметре система и за малу неуређеност система. На слици 6.4(в) приказано је поређење нумерички добијених вредности H_c са теоријски предвиђеним вредностима за различите вредности J и за две различите неуређености, $R = 0,05$ и $R = 0,3$. При мањој неуређености система, $R = 0,05$, теоријско предвиђање се добро слаже са нумерички добијеним вредностима из симулација у целом опсегу параметра $J \in [-2, 2]$. За нешто већу неуређеност, $R = 0,3$, теоријско предвиђање се не поклапа са нумерички добијеним вредностима на крајевима интервала параметра J . Како неуређеност расте, вредност спољног магнетног поља потребна да се преокрене први спин у феромагнетном пољу опада. Међутим, при таквим неуређеностима мала је вероватноћа да ће први преокренути спин да покрене лавину јер ефективна поља суседних спинова и даље имају велику негативну вредност. Због тога, потребна је већа вредност спољног магнетног поља да би се покренула лавина у феромагнетном слоју. На слици 6.4(г) приказане су и теоријске и нумерички добијене вредности H_c у зависности од дужине линеарне димензије система L . У овом опсегу параметара једначине (6.6) и (6.7) добро описују добијене нумеричке вредности.

6.2.3 Лавине у антиферромагнетно-феромагнетној хетероструктури

Лавина преокретања спинова је једна од карактеристичних особина колективног динамичког понашања на хистерезисној петљи. У феромагнетним системима, пропација лавине је добро објашњена. Преокретање спина међа локално ефективно поље својим суседима, због чега се преокрећу, и овај каскадни процес се наставља све док се евентуално не заустави услед неуређености система представљене случајним пољем

у чворовима. Међутим, оваква просторна слика пропагације не важи за антиферомагнетне системе и АФМ-ФМ слојеве. У антиферомагнетном слоју, спинови који се преокрећу припадају истој подрешетки а њихови суседи припадају другој подрешетки и да би се они преокренули потребно је да спољно магнетно поље достигне одређене вредности на којима су позиционирани пикови у сигналу. Присуство слабе неуређености нарушава униформност спинских подрешетки у антиферомагнетном слоју. Како у оваквим системима није тривијално установити шта све чини лавину због спинова који могу да се преокрену назад са $S_i = 1$ на $S_i = -1$ у антиферомагнетном слоју, лавина ће бити дефинисана као део сигнала који се налази између два узастопна пада сигнала на нулу. На слици 6.5(a) приказано је како се мења расподела врличине лавине са повећањем неуређености у АФМ-ФМ двослоју са јачином изменске интеракције између слојева $J = 0,5$. За мале неуређености, скоро сви спинови у феромагнетном слоју се преокрећу приликом једне велике лавине, док су друге мање лавине услед преокретања спинова у антиферомагнетном слоју. Како се неуређеност повећава, мање лавине се појављују и у феромагнетном слоју, док у антиферомагнетном слоју могу да се појаве и веће лавине. На крају, уочава се понашање расподеле величине лавина по степеном закону и подсећа на лавине у околини критичне тачке за феромагнетни Изингов модел са случајним пољем.

Истовремено, промена расподеле величина лавина проузрокована повећањем неуређености у систему пропраћена је и променом структуре сигнала. Шире расподеле за висину сигнала услед повећања неуређености су приказане на слици 6.5(b). Са друге стране, за исту неуређеност, висина сигнала се мења и са променом дебљине антиферомагнетног слоја, што је приказано на слици 6.5(c).

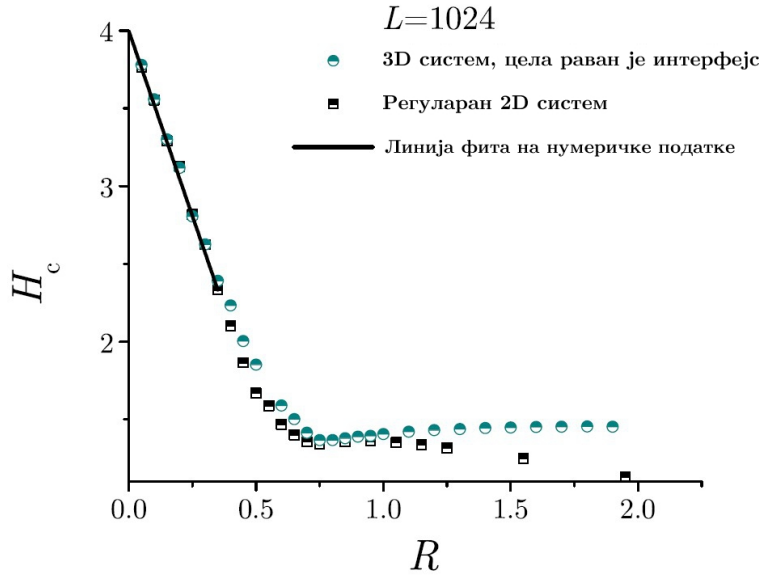
Глава 7

Закључак

Догађаји са лавинском релаксацијом имају све већи значај и утицај на свакодневни живот у XXI веку. Последице појава као што су земљотреси, ширење вируса и разни други, апострофирале су потребу да се механизам еволуције оваквих критичних догађаја изучи и разуме, са крајним циљем да се покуша да се контролишу, макар у некој мери, и спрече нежељени ишоди. У овој глави су дискутовани резултати из претходне три главе и изведени су закључци на основу анализираних резултата.

7.1 Дискусија метода за идентификовање постојања критичног понашања у неравнотежним неуређеним системима

Први корак ка контроли критичног догађаја јесте провера да ли посматрани систем испољава критично понашање. Ниједан од стандардно коришћених метода није егзактан, нумеричке методе се суочавају са ефектима услед коначности симулираног система, док теоријске методе (попут ренормализационе групе) користе више или мање робусне алгоритме и одређене апроксимације у циљу достизања решења. Стога је постојање и познавање више метода за изучавање критичних догађаја од великог значаја за поузданост утврђивања ове појаве. Нов метод за проверу да ли посматрани систем може да испољи критично понашање је описан у глави 4. Предност овог метода је што је бржи јер је потребан мањи број симулација него за друге методе. Ипак, описани метод може да послужи само за одређивање критичне неуређености али не и критичних експонената. Са друге стране, методи засновани на колапсирању кривих могу некада да наведу на погрешне закључке, као у случају са дводимензионим системом са решетком у облику саћа који нема нетривијално критично понашање. Применом описаног метода, овакве грешке могу да се избегну. Резултати добијени овим методом се слажу са претходно добијеним резултатима у области [153, 130, 100, 115, 136, 137, 138]. Међутим, резултати неких истраживања на неравнотежном Изинговом моделу са случајним пољем, приказани у радовима [154] и [139], презентују нешто другачије вредности за критичне неуређености од вредности приказаних у овој дисертацији. Разлика у вредностима се јавља услед другачијег механизма еволуције модела у поменутих радовима. Наиме, у поменутих радовима, мотивисаним експериментима о продорима флуида кроз порозне материјале, изучавани су спински модели у којима могу да се преокрену само спинови који су у контакту са фронтом који се шири. Стога не долази до стварања матрице острва преокренутих спинова пре прожимајуће лавине па се механизам еволуције битно разликује као што је у глави 5 показано да је формација ове матрице преокренутих острва кључна за настанак прожимајуће лавине.



Слика 7.1: Вредности критичног поља за регуларан дводимензиони систем квадратне решетке величине 1024×1024 спинова (симбол квадрата) и за тродимензиони систем са кубном решетком величине $1024 \times 1024 \times 1024$ са почетно постављеним прожимајућим интерфејсом (симбол круга). Права линија је фит добијен једначином (4.4).

На слици 7.1, приказане су вредности критичног поља за регуларан дводимензиони систем са квадратном решетком и за тродимензиони систем са кубном решетком и са почетно постављеним прожимајућим интерфејсом (интерфејс је цела страна коцке). Линеарна дужина оба система је $L = 1024$ спинова. Да би ова два система могла да се пореде, на дводимензиони систем су примењени затворени гранични услови док су на тродимензиони систем примењени отворени гранични услови дуж осе нормалне на постављени прожимајући интерфејс и затворени гранични услови дуж преостале две осе. Примећује се да се вредности критичног поља поклапају и ван опсега неуређености за које важи једначина (4.4). Дакле, еволуција система са почетно постављеним прожимајућим интерфејсом у области ниских неуређености је слична као за систем чија је просторна димензија мања за један. Еволуција оваквог тродимензионог система се не одвија преокретањем појединачних спинова већ преокретањем читавих равни спинова па се систем током еволуције ефективно понаша као регуларан дводимензиони систем истих линеарних димензија. Слично, дводимензиони системи са почетно постављеним прожимајућим интерфејсом, који чини целу ивицу решетке, ефективно се понаша као регуларан једнодимензиони систем.

Битно је напоменути да се као резултат за критичну неуређеност за дводимензиони систем са квадратном решетком добија $R_c = 0,54 > 0$ што се слаже са [100], док је за дводимензиони систем са решетком у облику саћа $R_c = 0$, иако су обе решетке дводимензионе. Овај закључак је у складу са претходно добијеним резултатима [60, 138], а то је да критично понашање модела не одређује само просторна димензија модела већ комбинација просторне димензије и броја најближих суседа, тј. топологија решетке. Због ових нових закључака, потребно је да се уради ревизија дефиниција класа универзалности за класу Изинговог модела са случајним пољем.

Осим примене на Изинговом моделу са случајним пољем, метод описан у глави 4 може да се примени и на разне друге неравнотежне системе. У разним медијумима могу да се поставе одговарајући почетни интерфејси и да се анализом утврди да ли посматрани узорак може да испољи критично понашање. Такође, овај метод би могао

да делује као спона између теоријског и експерименталног истраживања. Сама примена модела не може да опише реалну неуређеност у узорку. Међутим, са применом ове методе, у експерименталној поставци може да се постави јако магнетно поље које делује са једне стране узорка па би ова страна увек имала "преокренуте спинове" чиме би се формирао почетни интерфејс.

Дакле, метод описан у глави 4 може да послужи за идентификовање нетривијалног критичног понашања у неравнотежним системима, са фокусом на атермални Изингов модел са случајним пољем. У парамагнетној фази вредност спољног магнетног поља при ком суцептибилност достиже максимум се не мења, без обзира на то да ли систем има почетно постављен (коначан или прожимајући) интерфејс или не. За разлику од парамагнетне фазе, у феромагнетној фази постојање почетно постављеног прожимајућег интерфејса снижава вредности ефективног критичног поља у односу на вредности система са коначним интерфејсом. Са пажљиво изабраним величинама коначног почетног интерфејса у симулацијама, моделовано је понашање система у термодинамичком лимиту и добијене су вредности критичне неуређености за тродимензиони систем са кубном решетком, дводимензиони систем са квадратном решетком и за дводимензиони систем са решетком у облику саћа. Добијени резултати се слажу са претходним резултатима оствареним у овој области што је добар показатељ да је метод исправан.

7.2 Дискусија о механизму пропагације лавине у тродимензионим неуређеним системима

Резултати приказани у глави 5 јасно указују на то да је формација матрице острва преокренутих спинова неопходна за стварање прожимајуће лавине, тј. генералније, да би дошло до појаве критичног догађаја у системима који могу да се опишу неравнотежним неуређеним моделима, неопходно је да се формира одређена структура подршке у посматраним срединама. Претходна истраживања у области су се више фокусирала на утицај величине интерфејса на појављивање прожимајуће лавине, док утицај матрице преокренутих острва није испитиван [140, 141, 120]. Са друге стране, истраживања у [139, 140] су била мотивисана експериментима продора флуида кроз порозне материјале и модел, заснован на Изинговом моделу са случајним пољем, је имао почетно постављен интерфејс и могли су да се преокрену само спинови који су у контакту са фронтом који се шири (динамика пропагације фронта). Закључци изведени из резултата добијених оваквим моделом се знатно разликују од закључака изведених у овој дисертацији где модел дозвољава да се преокрене било који нестабилан спин у систему (динамика нуклеације). Као што је приказано у глави 5, уколико се у систему пре појављивања прожимајуће лавине не формира матрица преокренутих острва, лавина много теже пропагира и не прожима систем.

Постојање интерфејса великих димензија није довољно за настајање прожимајуће лавине кад у систему није формирана матрица преокренутих острва, али ипак утиче да лавина лакше прожме систем него што би у присуству интерфејса мањих димензија. У екстремним ситуацијама, величина интерфејса може да буде једнака попречном пресеку система (тзв. прожимајући интерфејс). У претходној подсекцији је и објашњено да интерфејс ове величине при малим неуређеностима ефективно смањује просторну димензију система за један, тј. лавина пропагира "страницу по страницу" па је понашање система слично као понашање регуларног система који има једну просторну димензију мање. Међутим, прожимајући интерфејси могу да имају веома велики утицај на резултате добијене компјутерским симулацијама, а самим тим и на закључке који се из тих

результата изводе. За мање системе лавина, потпомогнута прожимајућим интерфејсом, може да прожме систем иако га не би прожела да су димензије система веће. Ово може да буде разлог за неочекиване резултате објављене у [120, 116] и/или разлог иза неслагања резултата између [141] и [100].

Постоји доста резултата о особинама система и карактеристикама лавина у парам-агнетној фази, међутим, ниједно истраживање до сад није било фокусирано на локалне услове окружења услед којих не долази до појаве прожимајуће лавине у датој фази, тј. при неуређеностима $R > R_c$. Резултати приказани у глави 5 могу да буду путоказ за даље истраживање поводом овог питања. На слици 5.2 се види да преокренута острва стварају одређене "путеве" кроз систем кроз које лавина може лакше да прође. Међутим, стварање више острва у систему може да "загуши" систем и да се лавина угаси. Тада би прелазак из феромагнетне у парамагнетну фазу био тренутак када теснаци створени између острва престају да олакшавају пропагацију лавине већ почну да је ометају и загушују.

Сумирајући резултате, представљена је студија о неопходним условима за настајање критичних догађаја, као што је бесконачна лавина, у тродимензионом систему са еквиплатералном кубном решетком на атермалном Изинговом моделу са случајним пољем где је спољно магнетно поље адијабатски мењано. Фокус студије је био на локалним условима који доводе до испољавања критичног понашања. Показано је да острва преокренутих спинова формирају матрицу острва кроз систем која служи као структура подршке за лавину да прожме систем. Када је формирање матрице преокренутих острва нарушено, лавина не може да прожме цео систем при истој критичној вредности спољног магнетног поља. Чак ни постављање почетног интерфејса уз почетни спин од ког креће прожимајућа лавина није довољно да лавина прожме систем када је формирање матрице преокренутих острва нарушено. Такође, чак и када се релаксирају локални услови за преокретање спинова на услов да се спин из острва (а самим тим и цело острво) преокрене ако му је преокренут било који сусед, лавина не успева да прожме систем јер не може да стигне до спинова у острву. Без преокренутих спинова из острва, спиновима на ободу острва ефективно поље остаје непромењено и баријера је превисока за лавину да је савлада. Тиме је апострофиран је значај формирања матрице преокренутих острва за настајање прожимајуће лавине, тј. потребно је да се формира одређена структура која ће да подржи настајање критичног догађаја.

Проучавање механизма еволуције и услова за формирање критичног догађаја је од пресудног значаја јер би у будућности то знање могло да се примени у спречавању и/или бржем сузбијању пандемије, контролисаном смањењу ефекта земљотреса, предвиђању наглих успона и падова финансијског тржишта, итд. Фокус даљег истраживања ће бити на предлозима за контролу услова који утичу на стварање критичног догађаја.

7.3 Дискусија у вези са механизмом еволуције антиферомагнетно-феромагнетне хетероструктуре

У глави 6 истражена је зависност између архитектуре хетерослоја сачињеног од спрегнутих феромагнетних и антиферомагнетних слојева и динамичких појава на хистерезисној петљи. Систем је описан са Изинговим моделом са случајним пољем при малим неуређеностима и ниским температурама. Спољно магнетно поље је прво повећавано дуж узлазне гране хистерезисне петље, а затим је вредност спољног магнетног поља смањивана дуж силазне гране хистерезисне петље. Резултати показују да се у хистерезисној петљи јављају платои који су карактеристични за антиферомагнетну интеракцију, а да феромагнетна интеракција и преокретање феромагнетног слоја утичу на

централну петљу. Број платоа зависи од дебљине антиферомагнетног слоја и јачине изменске интеракције између слојева, што је у складу са до сад оствареним експерименталним резултатима у области [155, 156]. Флуктуације магнетизације се јављају на прелазу између два платоа као низ таласања магнетизације и на њихов облик (висину и ширину пика) утичу неуређеност и стална промена спољног магнетног поља. Сваки талас магнетизације одговара групи спинова у моделу која при датој вредности спољног магнетног поља постаје нестабилна и преокреће се. Различите групе нестабилних спинова се јављају услед узајамног дејства слабих локалних случајних поља, припадности одређеној подрешетки у антиферомагнетном слоју и јачине изменске интеракције између слојева. Са друге стране, на вредности коерцитивног поља утичу јачина изменске интеракције између слојева и морфологија и дебљина феромагнетног слоја. Такође, по изведеним једначинама (6.6) и (6.7), на вредност коерцитивног поља утичу и неуређеност у систему и димензије решетке система.

У лимиту $R \rightarrow 0$, ширина пикова флуктуације магнетизације такође тежи нули, тј. група спинова која се преокреће у датом пику се преокреће при истој вредности спољног магнетног поља. Међутим, са постојањем неуређености у систему, неки од спинова се преокрећу при нешто мањој или нешто већој вредности спољног магнетног поља па пикови флуктуације магнетизације имају ширину. У одређеном опсегу неуређености сигнал пада на нулу. При овим вредностима неуређености, могу да се идентификују лавине на графику флуктуације магнетизације, као и дистрибуција величина лавина, аналогно анализама у феромагнетном атермалном Изинговом моделу са случајним пољем. Ипак, постојање критичне неуређености у којој термодинамички потенцијали имају степену законитост у АФМ-ФМ хетероструктури и даље остаје отворено питање. Такође, за будуће истраживање остају и питања о утицају брзине вођења спољног магнетног поља, конкретнијем утицају температуре (модел је симулиран при ниским температурама) и двослоја са сложенијом морфологијом (нпр. структура борофена [157]).

Прилог А

Нумерички код

За добијање резултата у главама 4 и 6 коришћени су нумерички кодови са "sorted list" алгоритмом које је имплементирао професор др Ђорђе Спасојевић у Fortran програмском језику.

За потребе изучавања механизма пропагације лавине у глави 5, написан је нумерички код у програму Wolfram Mathematica. Излаз овог нумеричког кода је датотека са координатама преокренутих спинова и са вредностима спољног магнетног поља при којима су дати спинови преокренути. Код је дат у целости у наставку.

```
*****
```

```
L1 = 100;  
L2 = 100;  
L3 = 100;  
numRuns = 1;  
OpClWidth = 1;  
OpClLength = 1;  
OpClHeight = 1;  
directory = NotebookDirectory[];  
InterfaceYN = 0; (*Укључивање интерфејса, 1 за да, 0 за искључивање*)  
InterfacePivotPointX = 14;  
InterfacePivotPointY = 14;  
InterfacePivotPointZ = 14;  
InterfaceLengthX = 3;  
InterfaceLengthY = 3;  
InterfaceLengthZ = 3;
```

(*Функција ефективног поља*)

```
heff[x_, y_, z_, matrix1_, matrix2_, HField_, l1_, l2_, l3_, OpCl1_, OpCl2_, OpCl3_] :=  
HField + matrix2[[x, y, z]]  
+ (If[y == 1, If[OpClLength == 0, 0, matrix1[[x, l2, z]], matrix1[[x, y - 1, z]]]  
+ If[y == l2, If[OpClLength == 0, 0, matrix1[[x, 1, z]], matrix1[[x, y + 1, z]]]  
+ If[x == l1, If[OpClWidth == 0, 0, matrix1[[1, y, z]], matrix1[[x + 1, y, z]]]  
+ If[x == 1, If[OpClWidth == 0, 0, matrix1[[l1, y, z]], matrix1[[x - 1, y, z]]]  
+ If[z == 1, If[OpClLength == 0, 0, matrix1[[x, y, l3]], matrix1[[x, y, z - 1]]]  
+ If[z == l3, If[OpClLength == 0, 0, matrix1[[x, y, 1]], matrix1[[x, y, z + 1]]]);
```

(*Функција за одређивање најнестабилнијег спина*)

```

nextFlipping[matrix1_, matrix2_, HField_, l1_, l2_, l3_, OpCl1_, OpCl2_, OpCl3_] :=
Module[{h = -1000, l1help = l1, l2help = l2, l3help = l3},
For[i = 1, i ≤ l1, i ++,
For[j = 1, j ≤ l2, j ++,
For[k = 1, k ≤ l3, k ++,
If[matrix1[[i, j, k]] == -1,
If[heff[i, j, k, matrix1, matrix2, HField, l1, l2, l3, OpCl1, OpCl2, OpCl3] ≥ h,
h = heff[i, j, k, matrix1, matrix2, HField, l1, l2, l3, OpCl1, OpCl2, OpCl3];
l1help = i;
l2help = j;
l3help = k; ]]]];
{h, l1help, l2help, l3help}

```

(*Функција која одређује суседе датог спина*)

```

NNIndex[x_, y_, z_, l1_, l2_, l3_, OpCl1_, OpCl2_, OpCl3_] := Module[{listNN = {}},
If[y == 1, If[OpCl2 == 0, 0, AppendTo[listNN, {x, l2, z}], AppendTo[listNN, {x, y - 1, z}]];
If[y == l2, If[OpCl2 == 0, 0, AppendTo[listNN, {x, 1, z}], AppendTo[listNN, {x, y + 1, z}]];
If[x == l1, If[OpCl1 == 0, 0, AppendTo[listNN, {1, y, z}], AppendTo[listNN, {x + 1, y, z}]];
If[x == 1, If[OpCl1 == 0, 0, AppendTo[listNN, {l1, y, z}], AppendTo[listNN, {x - 1, y, z}]];
If[z == 1, If[OpCl3 == 0, 0, AppendTo[listNN, {x, y, l3}], AppendTo[listNN, {x, y, z - 1}]];
If[z == l3, If[OpCl3 == 0, 0, AppendTo[listNN, {x, y, 1}], AppendTo[listNN, {x, y, z + 1}]];
listNN]

```

(*Функција која одређује суму најближих суседа*)

```

sumNN[x_, y_, z_, l1_, l2_, l3_, OpCl1_, OpCl2_, OpCl3_, matrix_] :=
Module[{sum = 0, nn = {}},
nn = NNIndex[x, y, z, l1, l2, l3, OpCl1, OpCl2, OpCl3];
For[q = 1, q ≤ Length[nn], q ++,
sum = sum + matrix[[nn[[q, 1]], nn[[q, 2]], nn[[q, 3]]]];
sum]

```

(*Функција која додаје суседе датог спина на листу*)

```

addPoss[list_, x_, y_, z_, l1_, l2_, l3_, OpCl1_, OpCl2_, OpCl3_] :=
Module[{listHelp = list, neighbors},
neighbors = NNIndex[x, y, z, l1, l2, l3, OpCl1, OpCl2, OpCl3];
For[i = 1, i ≤ Length[neighbors], i ++,
AppendTo[listHelp, neighbors[[i]]]
];
listHelp]

```

(*Функција која избацује флиповане спинове из листе нештпоссФлип*)

```

excludeFlipped[list_, matrix_] := Module[{count = 0, listh = {}},
For[p = 1, p ≤ Length[list], p ++,
If[matrix[[list[[p, 1]], list[[p, 2]], list[[p, 3]]] == -1,
count = count + 1;

```

```
AppendTo[listh, list[[p]]]
]
];
listh ]
```

(*****Главни део програма*****)

```
ParallelDo[
For[num = 1, num ≤ numRuns, num ++,

sample = Table[If[InterfaceYN == 1 and i ≥ InterfacePivotPointX
and i < (InterfacePivotPointX + InterfaceLengthX)
and j ≥ InterfacePivotPointY
and j < (InterfacePivotPointY + InterfaceLengthY)
and k ≥ InterfacePivotPointZ
and k < (InterfacePivotPointZ + InterfaceLengthZ), 1, -1],
{i, 1, L1} , {j, 1, L2} , {k, 1, L3}];

SeedRandom[seedRandNumber];

randomField = Table[RandomVariate[NormalDistribution[0, R]],
{ii, 1, L1} , {jj, 1, L2} , {kk, 1, L3}];

(*Постави се почетна велика негативна вредност спољног магнетног поља*)

H = -99;

signal = OpenWrite[fnameS];

While[Total[sample, 3]! = L1 * L2 * L3,

mag = Total[sample, 3];
possFlip = {};
possDrop = {};
nextpossFlip = {};
nextpossFlipDroplet = {};
nextFlip = nextFlipping[sample, randomField, H, L1, L2, L3,
OpClWidth, OpClLength, OpClHeight];
H = H - nextFlip[[1]];
sample[[nextFlip[[2]], nextFlip[[3]], nextFlip[[4]]] = 1;
avalancheTime = 1;
Write[signal, {nextFlip[[2]], nextFlip[[3]], nextFlip[[4]]}];
If[writeTime == 1,
Write[signal, avalancheTime];
];
nextpossFlip = addPoss[nextpossFlip, nextFlip[[2]], nextFlip[[3]], nextFlip[[4]],
L1, L2, L3, OpClWidth, OpClLength, OpClHeight];

While[mag! = Total[sample, 3],
```

```

numberPossFlipMinus4 = 0;
numberPossFlipMinus2 = 0;
numberPossFlipZero = 0;
numberPossFlipPlus2 = 0;
numberPossFlipPlus4 = 0;
numberPossFlipPlus6 = 0;
numberFlipMinus4 = 0;
numberFlipMinus2 = 0;
numberFlipZero = 0;
numberFlipPlus2 = 0;
numberFlipPlus4 = 0;
numberFlipPlus6 = 0;

avalancheTime = avalancheTime + 1;
mag = Total[sample, 3];
nextpossFlip = DeleteDuplicates[nextpossFlip];
nextpossFlip = excludeFlipped[nextpossFlip, sample];
possFlip = nextpossFlip;
nextpossFlip = {};
flip = {};
For[j = 1, j ≤ Length[possFlip], j + +,
If[sumNN[possFlip[[j, 1]], possFlip[[j, 2]], possFlip[[j, 3]],
L1, L2, L3, OpClWidth, OpClLength, OpClHeight, sample] == -2,
numberPossFlipMinus2 = numberPossFlipMinus2 + 1,
If[sumNN[possFlip[[j, 1]], possFlip[[j, 2]], possFlip[[j, 3]],
L1, L2, L3, OpClWidth, OpClLength, OpClHeight, sample] == 2,
numberPossFlipPlus2 = numberPossFlipPlus2 + 1,
If[sumNN[possFlip[[j, 1]], possFlip[[j, 2]], possFlip[[j, 3]],
L1, L2, L3, OpClWidth, OpClLength, OpClHeight, sample] == 4,
numberPossFlipPlus4 = numberPossFlipPlus4 + 1,
If[sumNN[possFlip[[j, 1]], possFlip[[j, 2]], possFlip[[j, 3]],
L1, L2, L3, OpClWidth, OpClLength, OpClHeight, sample] == -4,
numberPossFlipMinus4 = numberPossFlipMinus4 + 1,
If[sumNN[possFlip[[j, 1]], possFlip[[j, 2]], possFlip[[j, 3]],
L1, L2, L3, OpClWidth, OpClLength, OpClHeight, sample] == 0,
numberPossFlipZero = numberPossFlipZero + 1,
If[sumNN[possFlip[[j, 1]], possFlip[[j, 2]], possFlip[[j, 3]],
L1, L2, L3, OpClWidth, OpClLength, OpClHeight, sample] == 6,
numberPossFlipPlus6 = numberPossFlipPlus6 + 1
]
]
]
]
];
If[sample[[possFlip[[j, 1]], possFlip[[j, 2]], possFlip[[j, 3]]] == -1,
If[hEFF[possFlip[[j, 1]], possFlip[[j, 2]], possFlip[[j, 3]],
sample, randomField, H, L1, L2, L3, OpClWidth, OpClLength, OpClHeight] ≥ 0,
AppendTo[flip, {possFlip[[j, 1]], possFlip[[j, 2]], possFlip[[j, 3]]}];
If[sumNN[possFlip[[j, 1]], possFlip[[j, 2]], possFlip[[j, 3]],

```

```

L1, L2, L3, OpClWidth, OpClLength, OpClHeight, sample] == -2,
numberFlipMinus2 = numberFlipMinus2 + 1,
If[sumNN[possFlip[[j, 1]], possFlip[[j, 2]], possFlip[[j, 3]],
L1, L2, L3, OpClWidth, OpClLength, OpClHeight, sample] == 2,
numberFlipPlus2 = numberFlipPlus2 + 1,
If[sumNN[possFlip[[j, 1]], possFlip[[j, 2]], possFlip[[j, 3]],
L1, L2, L3, OpClWidth, OpClLength, OpClHeight, sample] == 4,
numberFlipPlus4 = numberFlipPlus4 + 1,
If[sumNN[possFlip[[j, 1]], possFlip[[j, 2]], possFlip[[j, 3]],
L1, L2, L3, OpClWidth, OpClLength, OpClHeight, sample] == -4,
numberFlipMinus4 = numberFlipMinus4 + 1,
If[sumNN[possFlip[[j, 1]], possFlip[[j, 2]], possFlip[[j, 3]],
L1, L2, L3, OpClWidth, OpClLength, OpClHeight, sample] == 0,
numberFlipZero = numberFlipZero + 1,
If[sumNN[possFlip[[j, 1]], possFlip[[j, 2]], possFlip[[j, 3]],
L1, L2, L3, OpClWidth, OpClLength, OpClHeight, sample] == 6,
numberFlipPlus6 = numberFlipPlus6 + 1
]
]
]
]
]
];
nextpossFlip = addPoss[nextpossFlip, possFlip[[j, 1]], possFlip[[j, 2]],
possFlip[[j, 3]], L1, L2, L3, OpClWidth, OpClLength, OpClHeight];
]
]
];
For[l = 1, l ≤ Length[flip], l ++,
If[sample[[flip[[l, 1]], flip[[l, 2]], flip[[l, 3]]]] == -1,
sample[[flip[[l, 1]], flip[[l, 2]], flip[[l, 3]]]] = 1;
Write[signal, flip[[l]]]
]
];

If[writeTime == 1,
If[mag! = Total[sample, 3],
Write[signal, avalancheTime];
]
]
];

Write[signal, H]
];

Close[signal];
Clear[fnameS, hField, signal, sample, randomField, possFlip, nextpossFlip, flip];
, {R, 0.5, 1.9, 0.1}, {seedRandNumber, 0, 1008, 72}]

```

Литература

- [1] Leo P Kadanoff. Scaling laws for ising models near t_c . *Physics Physique Fizika*, 2(6): 263, 1966.
- [2] Alessandro Vespignani and Stefano Zapperi. Order parameter and scaling fields in self-organized criticality. *Physical review letters*, 78(25):4793, 1997.
- [3] Pau Clusella, Peter Grassberger, Francisco J Pérez-Reche, and Antonio Politi. Immunization and targeted destruction of networks using explosive percolation. *Physical review letters*, 117(20):208301, 2016.
- [4] Jean-Philippe Bouchaud. Crises and collective socio-economic phenomena: simple models and challenges. *Journal of Statistical Physics*, 151(3):567–606, 2013.
- [5] Avinash Chand Yadav, Kaustubh Manchanda, and Ramakrishna Ramaswamy. Emergent organization in a model market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 482:118–126, 2017.
- [6] Jörn Davidsen and Marco Baiesi. Self-similar aftershock rates. *Physical Review E*, 94(2):022314, 2016.
- [7] Chad Gu, Aicko Y Schumann, Marco Baiesi, and Jörn Davidsen. Triggering cascades and statistical properties of aftershocks. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 118(8):4278–4295, 2013.
- [8] Nir Friedman, Shinya Ito, Braden AW Brinkman, Masanori Shimono, RE Lee DeVille, Karin A Dahmen, John M Beggs, and Thomas C Butler. Universal critical dynamics in high resolution neuronal avalanche data. *Physical review letters*, 108(20):208102, 2012.
- [9] Claude Bedard, Helmut Kroeger, and Alain Destexhe. Does the $1/f$ frequency scaling of brain signals reflect self-organized critical states? *Physical review letters*, 97(11): 118102, 2006.
- [10] Kaustubh Manchanda, Avinash Chand Yadav, and Ramakrishna Ramaswamy. Scaling behavior in probabilistic neuronal cellular automata. *Physical Review E*, 87(1):012704, 2013.
- [11] Mohammad Yaghoubi, Ty de Graaf, Javier G Orlandi, Fernando Giroto, Michael A Colicos, and Jörn Davidsen. Neuronal avalanche dynamics indicates different universality classes in neuronal cultures. *Scientific reports*, 8(1):1–11, 2018.
- [12] Tero Mäkinen, Amandine Miksic, Markus Ovaska, and Mikko J Alava. Avalanches in wood compression. *Physical review letters*, 115(5):055501, 2015.

- [13] Andrea Benassi and Stefano Zapperi. Barkhausen instabilities from labyrinthine magnetic domains. *Physical Review B*, 84(21):214441, 2011.
- [14] Djordje Spasojević, Srdjan Bukvić, Sava Milošević, and H Eugene Stanley. Barkhausen noise: Elementary signals, power laws, and scaling relations. *Physical Review E*, 54(3):2531, 1996.
- [15] Bosiljka Tadić, Svetislav Mijatović, Sanja Janićević, Djordje Spasojević, and Geoff J Rodgers. The critical barkhausen avalanches in thin random-field ferromagnets with an open boundary. *Scientific reports*, 9(1):1–13, 2019.
- [16] GZ dos Santos Lima, Gilberto Corso, Marcio Assolin Correa, RL Sommer, P Ch Ivanov, and Felipe Bohn. Universal temporal characteristics and vanishing of multifractality in barkhausen avalanches. *Physical Review E*, 96(2):022159, 2017.
- [17] Lasse Laurson, Gianfranco Durin, and Stefano Zapperi. Universality classes and crossover scaling of barkhausen noise in thin films. *Physical Review B*, 89(10):104402, 2014.
- [18] Virginia Estévez and Lasse Laurson. Head-to-head domain wall structures in wide permalloy strips. *Physical Review B*, 91(5):054407, 2015.
- [19] Virginia Estévez and Lasse Laurson. Magnetic domain-wall dynamics in wide permalloy strips. *Physical Review B*, 93(6):064403, 2016.
- [20] Svetislav Mijatović, Milica Branković, Stefan Graovac, and Djordje Spasojević. Avalanche properties in striplike ferromagnetic systems. *Physical Review E*, 102(2):022124, 2020.
- [21] O. Perković, J. P. Sethna, K. A. Dahmen. *The Science of Hysteresis: Physical modeling, micromagnetics, and magnetization dynamics*, edited by G. Bertotti and I. Mayergoyz, volume 2. Gulf Professional Publishing, 2006.
- [22] Karin A Dahmen, James P Sethna, Matthew C Kuntz, and Olga Perković. Hysteresis and avalanches: phase transitions and critical phenomena in driven disordered systems. *Journal of magnetism and magnetic materials*, 226:1287–1292, 2001.
- [23] G Bertotti and Massimo Pasquale. Hysteresis phenomena and barkhausen-like instabilities in the sherrington–kirkpatrick spin-glass model. *Journal of applied physics*, 67(9):5255–5257, 1990.
- [24] Silvio Franz, Giorgio Parisi, Federico Ricci-Tersenghi, and Tommaso Rizzo. Field theory of fluctuations in glasses. *The European Physical Journal E*, 34(9):1–17, 2011.
- [25] Lars Onsager. Crystal statistics. i. a two-dimensional model with an order-disorder transition. *Physical Review*, 65(3-4):117, 1944.
- [26] Stefano Zapperi, Pierre Cizeau, Gianfranco Durin, and H Eugene Stanley. Dynamics of a ferromagnetic domain wall: Avalanches, depinning transition, and the barkhausen effect. *Physical Review B*, 58(10):6353, 1998.
- [27] Eduard Vives and Antoni Planes. Hysteresis and avalanches in disordered systems. *Journal of magnetism and magnetic materials*, 221(1-2):164–171, 2000.
- [28] Eduard Vives and Antoni Planes. Hysteresis and avalanches in the random anisotropy ising model. *Physical Review B*, 63(13):134431, 2001.

- [29] Eduard Vives and Antoni Planes. Avalanches in a fluctuationless first-order phase transition in a random-bond ising model. *Physical Review B*, 50(6):3839, 1994.
- [30] Wanjie Xiong, Fan Zhong, Weilun Yuan, and Shuangli Fan. Critical behavior of a three-dimensional random-bond ising model using finite-time scaling with extensive monte carlo renormalization-group method. *Physical Review E*, 81(5):051132, 2010.
- [31] James P Sethna, Karin Dahmen, Sivan Kartha, James A Krumhansl, Bruce W Roberts, and Joel D Shore. Hysteresis and hierarchies: Dynamics of disorder-driven first-order phase transformations. *Physical Review Letters*, 70(21):3347, 1993.
- [32] Bruno Alessandro, Cinzia Beatrice, Giorgio Bertotti, and Arianna Montorsi. Domain-wall dynamics and barkhausen effect in metallic ferromagnetic materials. i. theory. *Journal of applied physics*, 68(6):2901–2907, 1990.
- [33] Walter Greiner, Ludwig Neise, and Horst Stöcker. *Thermodynamics and statistical mechanics*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [34] Nicolas Dupuis, L Canet, Astrid Eichhorn, W Metzner, Jan M Pawłowski, M Tissier, and N Wschebor. The nonperturbative functional renormalization group and its applications. *Physics Reports*, 910:1–114, 2021.
- [35] James Sethna. *Statistical mechanics: entropy, order parameters, and complexity*, volume 14. Oxford University Press, USA, 2021.
- [36] Stanislaw Ulam. On some mathematical problems connected. *Mathematical Problems in the Biological Sciences*, 14:215, 1962.
- [37] Stephen Wolfram. Cellular automaton fluids 1: Basic theory. *Journal of statistical physics*, 45(3):471–526, 1986.
- [38] A. P. Young. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 10, 1977.
- [39] Giorgio Parisi and Nicolas Surlas. Random magnetic fields, supersymmetry, and negative dimensions. *Physical Review Letters*, 43(11):744, 1979.
- [40] Jean Bricmont and Antti Kupiainen. Lower critical dimension for the random-field ising model. *Physical review letters*, 59(16):1829, 1987.
- [41] Giorgio Parisi and Nicolas Surlas. Scale invariance in disordered systems: the example of the random-field ising model. *Physical review letters*, 89(25):257204, 2002.
- [42] Matthieu Tissier and Gilles Tarjus. Supersymmetry and its spontaneous breaking in the random field ising model. *Physical Review Letters*, 107(4):041601, 2011.
- [43] Giorgio Parisi and Juan J Ruiz-Lorenzo. Scaling above the upper critical dimension in ising models. *Physical Review B*, 54(6):R3698, 1996.
- [44] Björn Ahrens and Alexander K Hartmann. Critical behavior of the random-field ising model at and beyond the upper critical dimension. *Physical Review B*, 83(1):014205, 2011.
- [45] Hidetoshi Nishimori and Gerardo Ortiz. *Elements of phase transitions and critical phenomena*. Oup Oxford, 2010.

- [46] Ulrich Schulz, Jean Villain, Edouard Brézin, and Henri Orland. Thermal fluctuations in some random field models. *Journal of statistical physics*, 51(1):1–27, 1988.
- [47] Bosiljka Tadić. Nonuniversal scaling behavior of barkhausen noise. *Physical review letters*, 77(18):3843, 1996.
- [48] Ivan Balog, Gilles Tarjus, and Matthieu Tissier. Criticality of the random field ising model in and out of equilibrium: A nonperturbative functional renormalization group description. *Physical Review B*, 97(9):094204, 2018.
- [49] Nikolaos G Fytas and Víctor Martín-Mayor. Universality in the three-dimensional random-field ising model. *Physical review letters*, 110(22):227201, 2013.
- [50] Nikolaos G Fytas, Víctor Martín-Mayor, Marco Picco, and Nicolas Sourlas. Phase transitions in disordered systems: the example of the random-field ising model in four dimensions. *Physical review letters*, 116(22):227201, 2016.
- [51] Nikolaos G Fytas, Víctor Martín-Mayor, Marco Picco, and Nicolas Sourlas. Restoration of dimensional reduction in the random-field ising model at five dimensions. *Physical Review E*, 95(4):042117, 2017.
- [52] Nikolaos G Fytas, Víctor Martín-Mayor, Giorgio Parisi, Marco Picco, and Nicolas Sourlas. Evidence for supersymmetry in the random-field ising model at $d=5$. *Physical review letters*, 122(24):240603, 2019.
- [53] Daniel S Fisher. Scaling and critical slowing down in random-field ising systems. *Physical review letters*, 56(5):416, 1986.
- [54] Yong Wu and Jonathan Machta. Numerical study of the three-dimensional random-field ising model at zero and positive temperature. *Physical Review B*, 74(6):064418, 2006.
- [55] Wanjie Xiong and Chudong Xu. Phase transition behavior in three-dimensional gaussian distribution random-field ising model with finite-time dynamics method. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2019(2):023202, 2019.
- [56] Diana Thongjaomayum and Prabodh Shukla. Effect of coordination number on the nonequilibrium critical point. *Physical Review E*, 88(4):042138, 2013.
- [57] Deepak Dhar, Prabodh Shukla, and James P Sethna. Zero-temperature hysteresis in the random-field ising model on a bethe lattice. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 30(15):5259, 1997.
- [58] Svetislav Mijatović, Dragutin Jovković, Sanja Janičević, Stefan Graovac, and Djordje Spasojević. A tool for identifying the criticality in the disordered systems with metastable dynamics. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 572:125883, 2021.
- [59] Svetislav Mijatović, Dragutin Jovković, and Djordje Spasojević. Nonequilibrium athermal random-field ising model on hexagonal lattices. *Physical Review E*, 103(3):032147, 2021.
- [60] Sanja Janičević, Svetislav Mijatović, and Djordje Spasojević. Critical behavior of the two-dimensional nonequilibrium zero-temperature random field ising model on a triangular lattice. *Physical Review E*, 95(4):042131, 2017.

- [61] Djordje Spasojević, Svetislav Mijatović, Víctor Navas-Portella, and Eduard Vives. Crossover from three-dimensional to two-dimensional systems in the nonequilibrium zero-temperature random-field ising model. *Physical Review E*, 97(1):012109, 2018.
- [62] Svetislav Mijatović, Dragutin Jovković, Sanja Janičević, and Djordje Spasojević. Critical disorder and critical magnetic field of the nonequilibrium athermal random-field ising model in thin systems. *Physical Review E*, 100(3):032113, 2019.
- [63] Sanja Janičević, Dragica Knežević, Svetislav Mijatović, and Djordje Spasojević. Scaling domains in the nonequilibrium athermal random field ising model of finite systems. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2021(1):013202, 2021.
- [64] Stefan Graovac, Svetislav Mijatović, and Djordje Spasojević. Mechanism of subcritical avalanche propagation in three-dimensional disordered systems. *Physical Review E*, 103(6):062123, 2021.
- [65] Svetislav Mijatović, Stefan Graovac, Djordje Spasojević, and Bosiljka Tadić. Tunable hysteresis loop and multifractal oscillations of magnetisation in weakly disordered antiferromagnetic-ferromagnetic bilayers. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, page 115319, 2022.
- [66] Vincent Baltz, Aurelien Manchon, M Tsoi, Takahiro Moriyama, T Ono, and Y Tserkovnyak. Antiferromagnetic spintronics. *Reviews of Modern Physics*, 90(1):015005, 2018.
- [67] Konstantinos N Anagnostopoulos. *Computational Physics, Vol I: A Practical Introduction to Computational Physics and Scientific Computing*. Konstantinos Anagnostopoulos, 2014.
- [68] K Schroeder and JC McClure. The barkhausen effect. *CRC Critical Reviews of Solid State Science*, 6:45, 1976.
- [69] G Bertotti, Gianfranco Durin, and Alessandro Magni. Scaling aspects of domain wall dynamics and barkhausen effect in ferromagnetic materials. *Journal of Applied Physics*, 75(10):5490–5492, 1994.
- [70] G Bertotti, F Fiorillo, and A Montorsi. The role of grain size in the magnetization process of soft magnetic materials. *Journal of applied physics*, 67(9):5574–5576, 1990.
- [71] Kwang-Su Ryu, Hiro Akinaga, and Sung-Chul Shin. Tunable scaling behaviour observed in barkhausen criticality of a ferromagnetic film. *Nature Physics*, 3(8):547–550, 2007.
- [72] Steven H Strogatz. *Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry, and engineering*. CRC press, 2018.
- [73] Federico S Gnesotto, Federica Mura, Jannes Gladrow, and Chase P Broedersz. Broken detailed balance and non-equilibrium dynamics in living systems: a review. *Reports on Progress in Physics*, 81(6):066601, 2018.
- [74] Takahiro Harada and Shin-ichi Sasa. Energy dissipation and violation of the fluctuation-response relation in nonequilibrium langevin systems. *Physical Review E*, 73(2):026131, 2006.

- [75] Haye Hinrichsen, Tobias Hoßfeld, Matthias Hirth, and Phuoc Tran-Gia. Entropy production in stationary social networks. In *Complex networks IV*, pages 47–58. Springer, 2013.
- [76] Roberto da Silva, Mario J de Oliveira, Tânia Tomé, and JR Drugowich de Felício. Analysis of earlier times and flux of entropy on the majority voter model with diffusion. *Physical Review E*, 101(1):012130, 2020.
- [77] Yirui Zhang and Andre C Barato. Critical behavior of entropy production and learning rate: Ising model with an oscillating field. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2016(11):113207, 2016.
- [78] Leonardo Crochik and Tânia Tomé. Entropy production in the majority-vote model. *Physical Review E*, 72(5):057103, 2005.
- [79] Tânia Tomé and Mário J de Oliveira. Entropy production in nonequilibrium systems at stationary states. *Physical review letters*, 108(2):020601, 2012.
- [80] C. Timm. *Theory of magnetism*, volume 1. <https://obelix.physik.uni-bielefeld.de/schnack/molmag/material/timm-lecturenotes.pdf>, 2010.
- [81] JP Sethna, KA Dahmen, and O Perkovic. Random-field ising models of hysteresis in the science of hysteresis vol. ii, g. bertotti, i. mayergoyz. *Elsevier, Amsterdam Thurstone LL (1927) A Law of Comparative Judgement, Psychological Review*, 34: 273–286, 2006.
- [82] Olga Perković, Karin Dahmen, and James P Sethna. Avalanches, barkhausen noise, and plain old criticality. *Physical review letters*, 75(24):4528, 1995.
- [83] Olga Perković, Karin A Dahmen, and James P Sethna. Disorder-induced critical phenomena in hysteresis: Numerical scaling in three and higher dimensions. *Physical Review B*, 59(9):6106, 1999.
- [84] Samuel Frederick Edwards and Phil W Anderson. Theory of spin glasses. *Journal of Physics F: Metal Physics*, 5(5):965, 1975.
- [85] Federico Romá, Sebastian Bustingorry, and Pablo M Gleiser. Nonequilibrium dynamics of the three-dimensional edwards-anderson spin-glass model with gaussian couplings: strong heterogeneities and the backbone picture. *The European Physical Journal B*, 89(11):1–12, 2016.
- [86] H Eissfeller and W Kinzel. On a scaling law for the nonequilibrium relaxation of spin glasses. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 25(6):1473, 1992.
- [87] John J Hopfield. Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. *Proceedings of the national academy of sciences*, 79(8):2554–2558, 1982.
- [88] Siegfried Clar, Barbara Drossel, and Franz Schwabl. Self-organized critical and synchronized states in a nonequilibrium percolation model. *Physical review letters*, 75(14):2722, 1995.
- [89] Dietrich Stauffer and Ammon Aharony. *Introduction to percolation theory*. Taylor & Francis, 2018.

- [90] Bernard Derrida and J Vannimenus. The random anisotropy axis model in the infinite-range limit. *Journal of Physics C: Solid State Physics*, 13(17):3261, 1980.
- [91] C Jayaprakash and S Kirkpatrick. Random anisotropy models in the ising limit. *Physical Review B*, 21(9):4072, 1980.
- [92] Karin Dahmen and James P Sethna. Hysteresis, avalanches, and disorder-induced critical scaling: A renormalization-group approach. *Physical Review B*, 53(22):14872, 1996.
- [93] Renfrey Burnard Potts. Some generalized order-disorder transformations. In *Mathematical proceedings of the cambridge philosophical society*, volume 48, pages 106–109. Cambridge University Press, 1952.
- [94] Thomas Martynec, Sabine HL Klapp, and Sarah AM Loos. Entropy production at criticality in a nonequilibrium potts model. *New Journal of Physics*, 22(9):093069, 2020.
- [95] Ferenc Iglói, Michel Pleimling, and Loïc Turban. Nonequilibrium phase transition in a driven potts model with friction. *Physical Review E*, 83(4):041110, 2011.
- [96] Tasrief Surungan, Shunsuke Masuda, Yukihiro Komura, and Yutaka Okabe. Berezinskii–kosterlitz–thouless transition on regular and villain types of q-state clock models. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 52(27):275002, 2019.
- [97] G Sun, T Vekua, E Cobanera, and G Ortiz. Phase transitions in the z p and u (1) clock models. *Physical Review B*, 100(9):094428, 2019.
- [98] Hiroshi Ueda, Kouichi Okunishi, Kenji Harada, Roman Krčmár, Andrej Gendiar, Seiji Yunoki, and Tomotoshi Nishino. Finite-m scaling analysis of berezinskii-kosterlitz-thouless phase transitions and entanglement spectrum for the six-state clock model. *Physical Review E*, 101(6):062111, 2020.
- [99] Brooke E Hjelm, Bodour Salhia, Ahmet Kurdoglu, Szabolcs Szelinger, Rebecca A Reiman, Lucia I Sue, Thomas G Beach, Matthew J Huentelman, and David W Craig. In vitro-differentiated neural cell cultures progress towards donor-identical brain tissue. *Human molecular genetics*, 22(17):3534–3546, 2013.
- [100] Djordje Spasojević, Sanja Janičević, and Milan Knežević. Numerical evidence for critical behavior of the two-dimensional nonequilibrium zero-temperature random field ising model. *Physical review letters*, 106(17):175701, 2011.
- [101] Joaquin Marro and Ronald Dickman. Nonequilibrium phase transitions in lattice models. *Nonequilibrium Phase Transitions in Lattice Models*, 2005.
- [102] Haye Hinrichsen. Non-equilibrium critical phenomena and phase transitions into absorbing states. *Advances in physics*, 49(7):815–958, 2000.
- [103] Beate Schmittmann and Royce KP Zia. Statistical mechanics of driven diffusive systems. *Phase transitions and critical phenomena*, 17:3–214, 1995.
- [104] Claudio Castellano, Matteo Marsili, and Alessandro Vespignani. Nonequilibrium phase transition in a model for social influence. *Physical Review Letters*, 85(16):3536, 2000.

- [105] NS Bingham, S Rooke, J Park, A Simon, W Zhu, X Zhang, Joseph Batley, JD Watts, C Leighton, KA Dahmen, et al. Experimental realization of the 1d random field ising model. *Physical review letters*, 127(20):207203, 2021.
- [106] Yoseph Imry and Shang-keng Ma. Random-field instability of the ordered state of continuous symmetry. *Physical Review Letters*, 35(21):1399, 1975.
- [107] John Z Imbrie. Lower critical dimension of the random-field ising model. *Physical review letters*, 53(18):1747, 1984.
- [108] Yusuf Yüksel, Erol Vatansever, Ümit Akıncı, and Hamza Polat. Nonequilibrium phase transitions and stationary-state solutions of a three-dimensional random-field ising model under a time-dependent periodic external field. *Physical Review E*, 85(5):051123, 2012.
- [109] GLS Paula and W Figueiredo. Dynamical phase diagram of the random field ising model. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 1(4):519–522, 1998.
- [110] Amnon Aharony. Tricritical points in systems with random fields. *Physical Review B*, 18(7):3318, 1978.
- [111] Nuno Crokidakis. Nonequilibrium phase transitions and tricriticality in a three-dimensional lattice system with random-field competing kinetics. *Physical Review E*, 81(4):041138, 2010.
- [112] HE Borges and PR Silva. Thermodynamical properties of the random field ising model. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 144(2-3):561–573, 1987.
- [113] EF Sarmiento and T Kaneyoshi. Phase transition of transverse ising model in a random field. *Physical Review B*, 39(13):9555, 1989.
- [114] J. P. Sethna, K. A. Dahmen, and O. Perković. Random–Field Ising Models of Hysteresis. *arXiv:cond-mat/0406320 v2*, 2004.
- [115] Djordje Spasojević, Sanja Janičević, and Milan Knežević. Avalanche distributions in the two-dimensional nonequilibrium zero-temperature random field ising model. *Physical Review E*, 84(5):051119, 2011.
- [116] Hong Ji and Mark O Robbins. Percolative, self-affine, and faceted domain growth in random three-dimensional magnets. *Physical Review B*, 46(22):14519, 1992.
- [117] Heiko Leschhorn. Interface depinning in a disordered medium—numerical results. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 195(3-4):324–335, 1993.
- [118] L Udvardi and L Szunyogh. Chiral asymmetry of the spin-wave spectra in ultrathin magnetic films. *Physical review letters*, 102(20):207204, 2009.
- [119] Mikhail Kostylev. Interface boundary conditions for dynamic magnetization and spin wave dynamics in a ferromagnetic layer with the interface dzyaloshinskii-moriya interaction. *Journal of Applied Physics*, 115(23):233902, 2014.
- [120] Saroj Kumar Nandi, Giulio Biroli, and Gilles Tarjus. Spinodals with disorder: From avalanches in random magnets to glassy dynamics. *Physical review letters*, 116(14):145701, 2016.

- [121] Joel T Clemmer and Mark O Robbins. Anisotropic avalanches and critical depinning of three-dimensional magnetic domain walls. *Physical Review E*, 100(4):042121, 2019.
- [122] CS Nolle, Belita Koiller, Nicos Martys, and Mark O Robbins. Morphology and dynamics of interfaces in random two-dimensional media. *Physical review letters*, 71(13):2074, 1993.
- [123] Kwang-Su Ryu, Luc Thomas, See-Hun Yang, and Stuart Parkin. Chiral spin torque at magnetic domain walls. *Nature nanotechnology*, 8(7):527–533, 2013.
- [124] G Chen, J Zhu, A Quesada, J Li, AT N’Diaye, Y Huo, TP Ma, Y Chen, HY Kwon, C Won, et al. Novel chiral magnetic domain wall structure in fe/ni/cu (001) films. *Physical review letters*, 110(17):177204, 2013.
- [125] David Wilkinson and Jorge F Willemsen. Invasion percolation: a new form of percolation theory. *Journal of physics A: Mathematical and general*, 16(14):3365, 1983.
- [126] Daniel S Fisher. Sliding charge-density waves as a dynamic critical phenomenon. *Physical Review B*, 31(3):1396, 1985.
- [127] F Ladieu, M Sanquer, and JP Bouchaud. Depinning transition in mott-anderson insulators. *Physical Review B*, 53(3):973, 1996.
- [128] Ulrich Nowak, Jörg Heimele, Theo Kleinefeld, and Dieter Weller. Domain dynamics of magnetic films with perpendicular anisotropy. *Physical Review B*, 56(13):8143, 1997.
- [129] S Lemerle, J Ferré, C Chappert, V Mathet, T Giamarchi, and P Le Doussal. Domain wall creep in an ising ultrathin magnetic film. *Physical review letters*, 80(4):849, 1998.
- [130] Olga Perkovic, Karin A Dahmen, and James P Sethna. Disorder-induced critical phenomena in hysteresis: a numerical scaling analysis. *arXiv preprint cond-mat/9609072*, 1996.
- [131] Matthew C Kuntz, Olga Perkovic, Karin A Dahmen, Bruce W Roberts, and James P Sethna. Hysteresis, avalanches, and noise. *Computing in science & engineering*, 1(4):73–81, 1999.
- [132] MO Robbins, M Cieplak, H Ji, and B Koiller. N. martys preprint (to be published), h. ji and mo robbins. *Phys. Rev. B*, 46:14519, 1992.
- [133] Thomas Nattermann, Semjon Stepanow, Lei-Han Tang, and Heiko Leschhorn. Dynamics of interface depinning in a disordered medium. *Journal de Physique II*, 2(8):1483–1488, 1992.
- [134] Djordje Spasojević, Sanja Janićević, and Milan Knežević. Analysis of spanning avalanches in the two-dimensional nonequilibrium zero-temperature random-field ising model. *Physical Review E*, 89(1):012118, 2014.
- [135] Isaak D Mayergoyz. *The Science of Hysteresis: Physical modeling, micromagnetics, and magnetization dynamics*, volume 2. Gulf Professional Publishing, 2006.
- [136] Prabodh Shukla and Diana Thongjaomayum. Hysteresis in random-field ising model on a bethe lattice with a mixed coordination number. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 49(23):235001, 2016.

- [137] Lobisor Kurbah, Diana Thongjaomayum, and Prabodh Shukla. Nonequilibrium random-field ising model on a diluted triangular lattice. *Physical Review E*, 91(1):012131, 2015.
- [138] Diana Thongjaomayum and Prabodh Shukla. Critical hysteresis on dilute triangular lattice. *Physical Review E*, 99(6):062136, 2019.
- [139] Belita Koiller, Hong Ji, and Mark O Robbins. Effect of disorder and lattice type on domain-wall motion in two dimensions. *Physical Review B*, 46(9):5258, 1992.
- [140] CS Nolle, Belita Koiller, Nicos Martys, and Mark O Robbins. Effect of quenched disorder on moving interfaces in two dimensions. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 205(1-3):342–354, 1994.
- [141] Peter Grassberger. Universality of critically pinned interfaces in two-dimensional isotropic random media. *Physical review letters*, 120(20):200605, 2018.
- [142] Yuyu Yao, Xueying Zhan, Marshet Getaye Sendeku, Peng Yu, Fekadu Tsegaye Dajan, Chuanchao Zhu, Ningning Li, Junjun Wang, Feng Wang, Zhenxing Wang, et al. Recent progress on emergent two-dimensional magnets and heterostructures. *Nanotechnology*, 32(47):472001, 2021.
- [143] Ágnes Antal, Titusz Fehér, Bálint Náfrádi, László Forró, and András Jánossy. Two-dimensional magnetism in κ -(bedt-ttf) 2cu [n (cn) 2] cl, a spin-1/2 heisenberg antiferromagnet with dzyaloshinskii–moriya interaction. *Journal of the Physical Society of Japan*, 84(12):124704, 2015.
- [144] Bevin Huang, Genevieve Clark, Efrén Navarro-Moratalla, Dahlia R Klein, Ran Cheng, Kyle L Seyler, Ding Zhong, Emma Schmidgall, Michael A McGuire, David H Cobden, et al. Layer-dependent ferromagnetism in a van der waals crystal down to the monolayer limit. *Nature*, 546(7657):270–273, 2017.
- [145] John R Schaibley, Hongyi Yu, Genevieve Clark, Pasqual Rivera, Jason S Ross, Kyle L Seyler, Wang Yao, and Xiaodong Xu. Valleytronics in 2d materials. *Nature Reviews Materials*, 1(11):1–15, 2016.
- [146] Bevin Huang, Michael A McGuire, Andrew F May, Di Xiao, Pablo Jarillo-Herrero, and Xiaodong Xu. Emergent phenomena and proximity effects in two-dimensional magnets and heterostructures. *Nature Materials*, 19(12):1276–1289, 2020.
- [147] Anjan Soumyanarayanan, Nicolas Reyren, Albert Fert, and Christos Panagopoulos. Emergent phenomena induced by spin–orbit coupling at surfaces and interfaces. *Nature*, 539(7630):509–517, 2016.
- [148] Shunsuke Fukami, Chaoliang Zhang, Samik DuttaGupta, Aleksandr Kurenkov, and Hideo Ohno. Magnetization switching by spin–orbit torque in an antiferromagnet–ferromagnet bilayer system. *Nature materials*, 15(5):535–541, 2016.
- [149] LD Tung. Pr v o 3: An inhomogeneous antiferromagnetic material with random fields. *Physical Review B*, 72(5):054414, 2005.
- [150] Qiuhang Li, Xueping Yuan, Lei Xing, and Mingxiang Xu. Magnetization and magneto-transport staircaselike behavior in layered perovskite sr2coo4 at low temperature. *Scientific Reports*, 6(1):1–6, 2016.

- [151] D Choo, RW Chantrell, R Lamberton, A Johnston, and K O’Grady. A model of the magnetic properties of coupled ferromagnetic/ antiferromagnetic bilayers. *Journal of applied physics*, 101(9):09E521, 2007.
- [152] Vincent Baltz, B Rodmacq, A Zarefy, L Lechevallier, and B Dieny. Bimodal distribution of blocking temperature in exchange-biased ferromagnetic/antiferromagnetic bilayers. *Physical review B*, 81(5):052404, 2010.
- [153] JP Sethna, KA Dahmen, and O Perkovic. *The science of hysteresis*, 2006.
- [154] Belita Koiller and Mark O Robbins. Morphology transitions in three-dimensional domain growth with gaussian random fields. *Physical Review B*, 62(9):5771, 2000.
- [155] Binbin Chen, Haoran Xu, Chao Ma, Stefan Mattauch, Da Lan, Feng Jin, Zhuang Guo, Siyuan Wan, Pingfan Chen, Guanyin Gao, et al. All-oxide-based synthetic antiferromagnets exhibiting layer-resolved magnetization reversal. *Science*, 357(6347):191–194, 2017.
- [156] Haoran Xu, Feng Chen, Binbin Chen, Feng Jin, Chao Ma, Liqiang Xu, Zhuang Guo, Lili Qu, Da Lan, and Wenbin Wu. Synthetic antiferromagnets with steplike hysteresis loops and high- t_c based on all-perovskite $\text{La}_{0.7}\text{Sr}_{0.3}\text{MnO}_3$ superlattices. *Physical Review Applied*, 10(2):024035, 2018.
- [157] Cheng-Long Zou, De-Qiang Guo, Fan Zhang, Jiang Meng, Hai-Ling Miao, and Wei Jiang. Magnetization, the susceptibilities and the hysteresis loops of a borophene structure. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 104:138–145, 2018.

Биографија

Стефан Граовац рођен је 14.4.1994. године у Суботици. Основну школу и Гимназију завршава као Вуковац и 2013. године уписује основне студије на Физичком факултету, смер "Теоријска и експериментална физика". Завршио је основне студије на Физичком факултету, Универзитет у Београду, 2017. године са просеком 9,45/10. Исте године уписује мастер студије на Физичком факултету и 12.3.2018. године брани мастер рад под насловом „Ефекти динамике популације код биофизијског моделовања регулације експресије гена код рестрикционо-модификационих система бактерија“. Мастер студије завршава са укупном оценом 10. Касније те године уписује интердисциплинарне докторске студије при Универзитету у Београду – модул Биофизика и бива изабран у звање истраживач приправник. Наредне године, уписује докторске студије на Физичком факултету на студијском програму Физика кондензоване материје и статистичка физика.

Изјава о ауторству

Име и презиме аутора Стефан Б. Граовац

Број индекса 8007/2019

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Појава, пропaгација и контрола критичних догађаја у неуређеним системима са метастабилном динамиком

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио/ла интелектуалну својину других лица.

Потпис аутора

У Београду, 31.8.2022.

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора _____ Стефан Б. Граовац _____

Број индекса _____ 8007/2019 _____

Студијски програм _____ Физика кондензоване материје и статистичка физика _____

Наслов рада _____ Појава, пропација и контрола критичних догађаја у неуређеним системима са метастабилном динамиком _____

Ментор _____ доц. др Светислав Мијатовић _____

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла ради похрањивања у **Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис аутора

У Београду, _____ 31.8.2022. _____

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Појава, пропaгација и контрола критичних догађаја у неуређеним системима са метастабилном динамиком

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство (CC BY)
2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)
3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци.
Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

Потпис аутора

У Београду, 31.8.2022.

1. **Ауторство.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.
2. **Ауторство – некомерцијално.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.
3. **Ауторство – некомерцијално – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.
4. **Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.
5. **Ауторство – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.
6. **Ауторство – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.