

Наставно-научном већу
Математичког факултета
Универзитета у Београду

На седници Наставно-научног већа Математичког факултета одржаној 04.09.2020. године у Београду одређени смо за чланове комисије за преглед и оцену докторске дисертације под насловом

„Услови екстремума за једну класу проблема оптимизације са непрекидним временом”

кандидата Александра Јовића. Након прегледа рукописа који је Александар Јовић предао комисији, подносимо Наставно-научном већу Математичког факултета следећи

ИЗВЕШТАЈ

1 Биографија кандидата

Александар З. Јовић је рођен 14.11.1986. године у Сурдулици. Основну и средњу школу је завршио у Владичином Хану, као носилац *Вукових диплома* и диплома из математике и физике. Учествовао је на такмичењима из математике и физике и освајао награде. Такође је био полазник математичких семинара у истраживачкој станици Петница. Математички факултет у Београду, смер Нумеричка математика и оптимизација, завршио је 2011. године са просечном оценом 9,30. Докторске студије Математичког факултета Универзитета у Београду уписао је 2011. године. Од 2011. до 2013. године радио је на Институту за физику Универзитета у Београду. Од 2014. до 2016. године радио је као сарадник у настави, а од 2016. године до данас ради као асистент за научну област Нумеричка математика и оптимизација на Математичком факултету Универзитета у Београду. На Математичком факултету у Београду држао је вежбе на предметима Дискретне структуре 2, Математика 1, Увод у нумеричку математику, Математика 2, Нумеричке методе оптимизације, Дискретне структуре 3, Теорија игара и Увод у теорију екстремалних проблема. Учествоје у раду пројекта 174015 „Апроксимација интегралних и диференцијалних оператора и примене”.

2 Научни и стручни рад кандидата

1. A. Jović, B. Marinković. New optimality criteria for convex continuous-time problems of vector optimization. *Optimization*, 1–16, 2021.
DOI:10.1080/02331934.2021.1950152 IF 2020: 2.360 (M21)
2. A. Jović. Optimality criteria and duality for nonlinear fractional continuous-time programming. *International Journal of Numerical Analysis and Modeling*, Volume 18, Number 6, 865–880, 2021. (prihvaćen za štampu) ISSN 1705-5105 IF 2020: 1.398 (M21)
3. A. Jović. New optimality conditions in vector continuous-time programming. *Yugoslav Journal of Operations Research*, 31 (3): 329–338, 2021.
DOI: 10.2298/YJOR200415028J (M51)
4. A. Sunderland, S. Pickles, M. Nikolić, A. Jović, J. Jakić, V. Slavnić, I. Giroto, P. Nash, M. Lysaght, An Analysis of Fast Fourier Transformation Performance in PRACE Application Codes, PRACE- 1IP T 7.5. (2012) (dostupno online na www.prace-ri.eu)
DOI: 10.5281/ZENODO.806916
5. D. Stanković, A. Jović, D. Vudragović, V. Slavnić, Enabling FFTE (The Fastest Fourier Transformation in the East) library and FFTW (The Fastest Fourier Transformation in the West) threading in Quantum Espresso, PRACE - 2IP T12.2, (2012) (dostupno online na www.prace-ri.eu) DOI: 10.5281/ZENODO.807514
6. M. Nikolić, A. Jović, J. Jakić, A. Balaž, An Analysis of FFTW and FFTE Performance, *Modelling and Optimization in Science and Technologies*, Springer, ISSN:2196-7326, Volume 2, 2014, pp 163-170. DOI: 10.1007/978-3-319-01520-0-20
7. D. Stanković, P. Jovanović, A. Jović, V. Slavnić, D. Vudragović, A. Balaž, Implementation and Benchmarking of New FFT Libraries in Quantum ESPRESSO, *Modelling and Optimization in Science and Technologies*, Springer, ISSN: 2196 7326, Volume 2, 2014, pp 155- 162. DOI: 10.1007/978-3-319-01520-0-19

У процесу рецензије се налазе следећи радови:

1. A. Jović, A new duality approach to vector continuous-time programming
2. A. Jović, Necessary and sufficient optimality conditions and a new approach for solving the smooth multiobjective fractional continuous-time programming problem
3. A. Jović, Saddle-point type optimality criteria, duality and a new approach for solving nonsmooth fractional continuous-time programming problems
4. A. Jović, B. Marinković. Saddle point optimality criteria and duality for convex continuous-time programming problem

Радови у зборницима:

1. A. Jović, Sufficiency criteria in continuous-time problems of vector optimization, XLVIII International Symposium on Operational Research , Banja Koviljača, 393-397, (2021.)

Саопштења на научним скуповима:

1. M.Dotlić, M. Ignjatović, A.Jović, Numerical solutions to Love's integral equation, Mathematical Conference of the Republic of Srpska, Trebinje (2014.) Abstracts, p.69-70.
2. A.Jović, New optimality conditions for the vector continuous-time programming problem, XIV Serbian mathematical congress, Kragujevac (2018.), Abstracts, p.167.
3. A.Jović, Theorems of the alternative in mathematical programming, Deveti simpozijum "Matematika i primene", Beograd (2018.)
4. A. Jović, Sufficiency criteria in continuous-time problems of vector optimization, XLVIII simpozijum o operacionim istraživanjima SYMOPIS, Banja Koviljača (2021.)

3 Предмет докторске дисертације

Предмет ове докторске дисертације је проблем оптимизације са непрекидним временом, који је поставио 1953. године Ричард Белман. Од интереса су значајне примене овог проблема у различитим сферама економије, машинства и операционих истраживања. Зато је занимљиво разматрати услове екстремума који би помогли проналажењу практичних метода за решавање овог проблема.

Теорија која се тиче теорема алтернативе у коначно-димензионим просторима је добро позната и може се наћи у многим књигама и радовима који се баве теоријом екстремалних проблема. Ипак, бесконачно-димензиона уопштења поменутих теорема нису тако позната и представљају занимљиво поље за истраживање. Такође, неки резултати који се тичу поменутих уопштења у бесконачно-димензионим просторима су нетачни, па су и одговарајући услови екстремума као и резултати теорије дуалности у области оптимизације са непрекидним временом, добијени применом таквих теорема, некоректни.

Предмет ове дисертације су конвексни скаларни и вишекритеријумски проблеми као и глатки вишекритеријумски и рационални проблеми оптимизације са непрекидним временом. Сви наведени проблеми су са фазним ограничењима типа неједнакости. Добијени су услови екстремума и теореме дуалности за ове проблеме уз додатне претпоставке регуларности фазних ограничења. Главни апарат је нова теорема алтернативе, за систем строгих и нестрогих конвексних неједнакости у функционалним просторима, доказана и публикована 2019. године.

4 Садржај дисертације

Ова дисертација се састоји од прве уводне главе на 5 страна, текста од 87 страна подељеног у 6 глава и списка литературе од 109 библиографске јединице.

У другој глави је дата мотивација и преглед неких резултата из литературе. Ова глава садржи основне познате теореме алтернативе у коначно-димензионим просторима, као и неке њихове примене у извођењу услова оптималности у математичком програмирању. У овој глави су дата нека уопштења ових теорема у функционалним просторима. Једна од њих је уопштена Горданова теорема алтернативе публикована 1985. године. Она се показала доста практична за примене у области оптимизације са непрекидним временом, тако да је велики број истакнутих математичара исту и користио за извођење неопходних услова екстремума и теорема дуалности. Ипак, иако на први поглед има једноставан доказ, 2019. године је показано да поменута теорема није тачна, а самим тим и још неке теореме из литературе, као њене директне последице. У овој глави је дат један контрапример као илустрација некоректности поменуте теореме, а затим формулисана нова теорема алтернативе за систем строгих и нестрогих конвексних неједнакости, која је доказана 2019. године.

Трећа глава се бави конвексним проблемима оптимизације са непрекидним временом. У овој глави су добијени неопходни и довољни услови екстремума за скаларни конвексан проблем оптимизације са непрекидним временом. Такође, у овој глави су изведени и неопходни услови за специјалну класу овог проблема, када је подинтегрална функција циља линеарна по другом аргументу. Доказане су теореме слабе и јаке дуалности као и неке њихове директне последице. Дати су конкретни и добро приказани примери који потврђују теоријске резултате.

У четвртој глави се решава конвексан проблем вишекритеријумске оптимизације са непрекидним временом. Изведени су неопходни и довољни услови оптималности нултог реда за конвексан проблем уз додатне претпоставке регуларности. Решења су разматрана у смислу Парето оптималности. У овој глави су добијени општији услови нетривијалности Лагранжових множилаца. Такође, дати су конкретни примери који потврђују теоријске резултате.

У петој глави се обрађује гладак проблем вишекритеријумске оптимизације са непрекидним временом. У овој глави су добијени неопходни и довољни услови екстремума за овај проблем. Дата су два дуална модела и доказане теореме слабе и јаке дуалности. Такође, конструисан је илустративан пример који потврђује теоријске резултате.

У шестој глави је разматран гладак рационални проблем оптимизације са непрекидним временом. Добијена је веза између скаларног и рационалног проблема а онда су изведени неопходни услови екстремума уз додатне претпоставке регуларности. Такође, у овој глави су добијени и довољни услови за ову класу проблема уз додатне претпоставке генерализоване конкавности (конвексности). Формулисана су и два дуална модела а онда доказане теореме слабе и јаке дуалности. Дати су конкретни и добро приказани примери који потврђују теоријске резултате.

Закључак и правци будућег истраживања дати су у последњој глави.

5 Закључак и предлог

Предмет докторске дисертације Александра Јовића је актуелна област, веома значајна и резултати до којих је дошао представљају велики научни допринос у теорији екстремалних проблема. На актуелност и значај теме указују и многи истакнути математичари који се баве овим питањима и њихови резултати који се објављују у врхунским светским часописима.

Добијени су нови услови екстремума за скаларни и вишекритеријумски конвексан проблем оптимизације са непрекидним временом. Такође су изведени и услови екстремума за вишекритеријумски и рационални проблем оптимизације са непрекидним временом уз претпоставке диференцијабилности. Овакви резултати још нису добијени у литератури када је проблем дефинисан у $L_\infty([0, T]; \mathbb{R}^n)$. У дисертацији је такође указано на неке некоректне резултате из литературе и могуће правце будућег истраживања. Теза је лепо написана, са јасним доказима и конкретним примерима.

Због свега наведеног, предлажемо Наставно-научном већу Математичког факултета да прихвати приложени текст као докторску дисертацију Александра Јовића и одреди комисију за њену јавну одбрану.

Београд, 18.10.2021.

ЧЛАНОВИ КОМИСИЈЕ:

Проф. др Бобан Маринковић, ментор, редовни професор
Универзитет у Београду
Технолошко-металуршки факултет

Проф. др Милан Дражић, редовни професор
Универзитет у Београду
Математички факултет

Проф. др Александар Савић, ванредни професор
Универзитет у Београду
Математички факултет