



UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
DEPARTMAN ZA MATEMATIKU I
INFORMATIKU



Prepoznavanje pogrešnih shvatanja u radu sa podacima kao osnova za unapređenje matematičke pismenosti

DOKTORSKA DISERTACIJA

Mentor:

Prof. dr Zorana Lužanin

Kandidat:

Marija Kaplar

Novi Sad, 2021. godine

КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА¹

Врста рада:	Докторска дисертација
Име и презиме аутора:	Марија Каплар
Ментор (титула, име, презиме, звање, институција)	Др Зорна Лужанин, редовни професор, Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду
Наслов рада:	Препознавање погрешних схватања у раду са подацима као основа за унапређење математичке писмености
Језик публикације (писмо):	Српски (латиница)
Физички опис рада:	Унети број: Страница 142 Поглавља 6 Референци 140 Табела 28 Слика 7 Графикона 8 Прилога 3
Научна област:	Математика
Ужа научна област (научна дисциплина):	Методика наставе математике
Кључне речи / предметна одредница:	Препознавање мисконцепција, ставови студената, образложења одговора, рад са подацима, настава вероватноће и статистике
Резиме на језику рада:	Критичко резонување, рад са подацима, и доношење одлука у неизвесним ситуацијама представљају важне компетенције у личном и професионалном раду појединца па су у складу са тим таква знања и вештине препознати као важне

¹ Аутор докторске дисертације потписао је и приложио следеће Обрасце:
5б – Изјава о ауторству;
5в – Изјава о истоветности штампане и електронске верзије и о личним подацима;
5г – Изјава о коришћењу.

Ове Изјаве се чувају на факултету у штампаном и електронском облику и не кориче се са тезом.

компетенције математичке писмености. Поред опште потребе за математичком писменошћу када су у питању неизвесност и подаци, динамично окружење у којем инжењери свакодневно раде је захтевно и непрекидно доноси нове изазове у виду mnogih разноликих и непрестаних промена које захтевају мноштво стручних компетенција и нетехничких знања и вештина као што су доношење одлука у неизвесним ситуацијама, критичко резонovanje и вештине рада са подацима. С обзиром да нема истраживања која се баве испитивањем резонovanja студената техничких факултета из Србије када су у питању одређени концепти из вероватноће, статистике и рад са подацима, ова студија има за циљ да прикаже увид у тренутно стање и укаже на потребу за унапређењем образовања у овој области. Циљ ове студије није да измери „школско“ знање студента из вероватноће и статистике већ да испита резонovanje и процени постигнућа студената приликом решавања задатака који су показатељи различитих типова мисконцепција заснованих на недовољном познавању, разумевању или примени основних концепата из вероватноће, статистике и рада са подацима.

Истраживање приказано у овој тези спроведено је у три дела. Циљ првог дела истраживања је да се испита у којој мери су студенти техничких факултета из подручја рада електротехнике подложни следећим типовима мисконцепција: занемаривању величине узорка, занемаривању основног скупа, мисконцепцији шанси, илузорној корелација и мисконцепцијама везаним за евалуацију вероватноће конјунктивних и дисјунктивних догађаја. С обзиром да су студенти који учествују у овој студији завршили формално доуниверзитетско образовање, ова студија ће показати и има ли разлике у успешности студената у превазилажењу мисконцепција између студената који су имали наставу и оних који то нису из области вероватноће и статистике током формалног образовања. Посебан осврт направљен је на везу између студентских образложења одговора и њиховог скорa на тесту који испитује присуство поменутих мисконцепција. За анализу студентских постигнућа као и за испитивање везе образложења одговора и скорa на тесту примењена је Рашова анализа. У другом делу студије испитани су ставови студента о процени сопственог знању из математике и статистике, о значају и употреби статистике и математике у личном и будућем професионалном животу као и о злоупотреби података. У овом делу истраживања испитана је и веза студентских постигнућа и датих ставова. У трећем делу ове студије истражени су садржаји програма наставе и учења формалног доуниверзитетског образовања са циљем да се испита усклађеност прописаних исхода, образовних стандарда и општих и специфичних предметних и међупредметних компетенција за наставни предмет Математика. Такође у овој

	фази истражена су постигнућа ученика из Србије везана за рад са подацима на завршном испиту, ТИМСС и ПИСА истраживању.
Датум прихватања теме од стране надлежног већа:	7.2.2019.
Датум одбране: (Попуњава одговарајућа служба)	
Чланови комисије: (титула, име, презиме, звање, институција)	Председник: др Драган Машуловић, редовни професор Природно-математичког факултета, Универзитета у Новом Саду Члан: др Драгица Павловић-Бабић, ванредни професор Филозофског факултета, Универзитета у Београду Члан: др Срђан Вербић, доцент Факултета за економију, финансије и администрацију, Универзитета Метрополитан Члан: др Зорана Лужанин, редовни професор Природно-математичког факултета, Универзитета у Новом Саду
Напомена:	

**UNIVERSITY OF NOVI SAD
FACULTY OR CENTER**

KEY WORD DOCUMENTATION²

Document type:	Doctoral dissertation
Author:	Marija Kaplar
Supervisor (title, first name, last name, position, institution)	Dr Zorana Lužanin, full professor, Faculty of Sciences, University of Novi Sad
Thesis title:	Recognizing misconceptions in working with data as a basis to enhance mathematical literacy
Language of text (script):	Serbian language (latin script)
Physical description:	Number of: Pages 142 Chapters 6 References 140 Tables 28 Illustration 7 Graphs 8 Appendices 3
Scientific field:	Mathematics
Scientific subfield (scientific discipline):	Teaching Methodology of mathematics
Subject, Key words:	Recognition of misconceptions, students' attitudes, explanations of answers, work with data, teaching probability and statistics
Abstract in English language:	Critical reasoning, working with data, and decision-making in uncertain situations represent important competencies in one's personal and professional work. In accordance with that, such skills and knowledge have been recognized as important competencies of mathematical literacy. Apart from the general

² The author of doctoral dissertation has signed the following Statements:

5ġ – Statement on the authority,

5B – Statement that the printed and e-version of doctoral dissertation are identical and about personal data,

5r – Statement on copyright licenses.

The paper and e-versions of Statements are held at the faculty and are not included into the printed thesis.

need for mathematical literacy in terms of uncertainty and data, the dynamic surroundings in which engineers work day-to-day is very demanding and constantly brings new challenges, such as various relentless changes which require specialist competencies and non-technical skills and knowledge, e.g., decision making in uncertain situations, critical thinking, and skills for working with data. Considering there is no research that examines the reasoning of Serbian students of technical faculties related to particular concepts from probability, statistics, and working with data, this study aims at representing the current state and pointing out the need for the improvement of education in this area. This study doesn't aim at measuring students' "school" knowledge of probability and statistics; its purpose is rather to investigate students' reasoning and to evaluate students' achievements while solving the assignments prone to different types of misconceptions based on insufficient familiarity, understanding or implementation of basic concepts from probability, statistics and working with data.

The research explained in this thesis has been conducted into three parts. The goal of the first part of the research is to test the extent to which the students of technical faculties are prone to the following types of misconceptions: **insensitivity to sample size, base rate neglected, misconceptions of chance, illusory correlation, and biases in the evaluation of conjunctive and disjunctive events.** Considering that the participants of this study are students who finished their formal pre-university education, this study is also going to show whether there is any difference in the efficiency to overcome misconceptions between the students who have and have not attended courses in probability and statistics during their formal education. A special emphasis has been put on the connection between the students' elaborations on answers and their test scores which examines the presence of the mentioned misconceptions. To analyze students' achievements and examine the connection between their elaborations on answers and test scores, Rasch analysis was implemented. The second part of the study examines the students' attitudes on the evaluation of their own mathematical and statistics knowledge, significance and use of statistics and mathematics in personal and future professional life, and data misuse. This part of the research also examines the connection between the students' achievements and expressed attitudes. The third part of the study researches formal pre-university education, with the aim to test the compatibility of regulated outcomes, educational standards, and general and specific disciplinary and interdisciplinary competencies in the school subject mathematics, which is related to the concept of probability, statistics, and working with data. Furthermore, this phase researches the accomplishments of Serbian students related to working with data on their final exam, TIMSS, and PISA research.

Accepted on Scientific Board on:	7.2.2019.
Defended: (Filled by the faculty service)	
Thesis Defend Board: (title, first name, last name, position, institution)	<p>President: dr Dragan Mašulović, full professor, Faculty of Sciences, University of Novi Sad</p> <p>Member: dr Dragica Pavlović-Babić, Associate Professor, Faculty of Philosophy, University of Belgrade</p> <p>Member: dr Srđan Verbić, FEFA, Metropolitan University</p> <p>Member: dr Zorana Lužanin, full professor, Faculty of Sciences, University of Novi Sad</p>
Note:	

Zahvalnica

Neizmerno sam zahvalna svojoj mentorki dr Zorani Lužanin, na ogromnoj uloženoj energiji, entuzijazmu, pomoći i podršci tokom rada na istraživanju i tokom pisanja ove teze. Posebno sam joj zahvalna na ljudskosti, strpljenju, veri i hrabrenju kako tokom sprovođenja istraživanja i pisanja teze tako i u izazovnim trenucima u ličnom životu. Izuzetno sam ponosna na naše zajedničke rezultate i diskusije koje su doprinele oblikovanju mog stručnog mišljenja i pogleda na važna pitanja iz matematike i obrazovanja.

Posebno se zahvaljujem dr Srđanu Verbiću koji je nesebično podelio svoje znanje i uveo me u svet IRT analize. Takođe sam mu zahvalna na pomoći i savetima kako tokom procesa istraživanja tako i tokom pisanja ove teze.

Zahvaljujem se članovima komisije, uvaženim profesorima dr Draganu Mašuloviću i dr Dragici Pavlović-Babić koji su pažljivo pročitali ovaj rad i svojim sugestijama doprineli unapređenju ove teze.

Zahvaljujem se kolegama, a sada i prijateljima sa L smera koji su bili uz mene na ovom nelinearnom putu. Posebno se zahvaljujem svom suprugu Sebastijanu na безусловnoj podršci, uz obećanje da ću dati sve od sebe da i on dostigne svoje akademske uspehe.

*Ovu tezu posvećujem svojim roditeljima u znak zahvalnosti za
bezbrizno detinjstvo i školovanje.*

Siže

Prepoznavanje pogrešnih shvatanja u radu sa podacima kao osnova za unapređenje matematičke pismenosti

Kritičko rezonovanje, rad sa podacima, i donošenje odluka u neizvesnim situacijama predstavljaju važne kompetencije u ličnom i profesionalnom radu pojedinca pa su u skladu sa tim takva znanja i veštine prepoznati kao važne kompetencije matematičke pismenosti. Pored opšte potrebe za matematičkom pismenošću kada su u pitanju neizvesnost i podaci, dinamično okruženje u kojem inženjeri svakodnevno rade je zahtevno i neprekidno donosi nove izazove u vidu mnogih raznolikih i neprestanih promena koje zahtevaju mnoštvo stručnih kompetencija i netehničkih znanja i veština kao što su donošenje odluka u neizvesnim situacijama, kritičko rezonovanje i veštine rada sa podacima. S obzirom da nema istraživanja koja se bave ispitivanjem rezonovanja studenata tehničkih fakulteta iz Srbije kada su u pitanju određeni koncepti iz verovatnoće, statistike i rad sa podacima, ova studija ima za cilj da prikaže uvid u trenutno stanje i ukaže na potrebu za unapređenjem obrazovanja u ovoj oblasti. Cilj ove studije nije da izmeri „školsko“ znanje studenta iz verovatnoće i statistike već da ispita rezonovanje i proceni postignuća studenata prilikom rešavanja zadataka koji su pokazatelji različitih tipova miskonceptija zasnovanih na nedovoljnom poznavanju, razumevanju ili primeni osnovnih koncepata iz verovatnoće, statistike i rada sa podacima.

Istraživanje prikazano u ovoj tezi sprovedeno je u tri dela. Cilj prvog dela istraživanja je da se ispita u kojoj meri su studenti tehničkih fakulteta iz područja rada elektrotehnike podložni sledećim tipovima miskonceptija: **zanemarivanju veličine uzorka, zanemarivanju osnovnog skupa, miskonceptiji šansi, iluzornoj korelaciji i miskonceptijama vezanim za evaluaciju verovatnoće konjunktivnih i disjunktivnih događaja**. S obzirom da su studenti koji učestvuju u ovoj studiji završili formalno douniverzitetsko obrazovanje, ova studija će pokazati i ima li razlike u uspešnosti studenata u prevazilaženju miskonceptija između studenata koji su imali nastavu i onih koji to nisu iz oblasti verovatnoće i statistike tokom formalnog obrazovanja. Poseban osvrt napravljen je na vezu između studentskih obrazloženja odgovora i njihovog skora na testu koji ispituje prisustvo pomenutih miskonceptija. Za analizu studentskih postignuća kao i za ispitivanje veze obrazloženja odgovora i skora na testu primenjena je Rašova analiza. U drugom delu studije ispitani su stavovi studenta o proceni sopstvenog znanju iz matematike i statistike, o značaju i upotrebi statistike i matematike u ličnom i budućem profesionalnom životu kao i o

zloupotrebi podataka. U ovoj delu istraživanja ispitana je i veza studentskih postignuća i datih stavova. U trećem delu ove studije istraženi su programi nastave i učenja formalnog douniverzitetskog obrazovanja sa ciljem da se ispita usklađenost propisanih ishoda, obrazovnih standarda i opštih i specifičnih predmetnih i međupredmetnih kompetencija za nastavni predmet Matematika. Takođe u ovoj fazi istražena su postignuća učenika iz Srbije vezana za rad sa podacima na završnom ispitu, TIMSS i PISA istraživanju.

Rezultati prvog dela studije pokazali su da je veliki procenat studenta tehničkih fakulteta sklon miskoncepcijama iako je reč o osnovnim konceptima verovatnoće i statistike. Studenti su bili najuspešniji na zadacima vezanim za miskoncepciju šansi i zanemarivanja osnovnog skupa gde je oko 30% ispitanika uspelo da selektuje tačan odgovor i da tačno obrazloženje. Analiza obrazloženja pokazala je da je veliki broj ispitanika sklon da u situacijama kada treba da primeni znanje iz verovatnoće i statistike pribegne nekoj od poznatih heuristika koje vode ka miskoncepcijama. Takođe primećeno je da značajan broj ispitanika zanemaruje podatke date u zadatku i izvodi zaključke na osnovu već unapred formiranog mišljenja i predrasuda. Jedan od zadataka otkrio je da studenti nisu vešti u tumačenju rezultata drugih studija i da lako mogu izvesti pogrešne zaključke na osnovu predstavljenih podataka. Studija je pokazala da su studenti uspešniji na zadacima koji su bliski iskustvu studenta, dolaze iz realnog konteksta i deo su nastavnih sadržaja formalnog obrazovanja iz verovatnoće i statistike. Analiza test-skora pokazala je da postoji statistički značajna razlika u test-skoru između studenta prve i treće godine gde su uspešniji bili studenti prve godine. Takođe prepoznato je da postoje razlike u test-skoru po polu samo među studentima prve godine gde mladići u proseku dostižu više test-skorove dok se te razlike gube među studentima treće godine. Dodatno ova studija je pokazala da otvoreni odgovori povećavaju psihometrijske karakteristike testova i doprinose većoj preciznosti merenja kada su u pitanju sadržaji vezani za miskoncepcije zasnovane na nedovoljnom poznavanju i primeni koncepta iz verovatnoće i statistike. Iako studenti intuitivno biraju ispravnu opciju u pitanjima višestrukog izbora, vrlo često ne znaju ili nisu dovoljno motivisani da i obrazlože svoj odgovor. Zapravo dobijeno je da studenti koji su davali obrazloženje imaju više test-skorove od studenta koji su samo selektovali opcije kao i da postoji jača korelacija između test-skora i selekcije sa bilo kakvim obrazloženjima, nego između test-skora i tačno selektovanog izbora sa ili bez obrazloženja.

Analiza stavova studenta otkrila je da studenti smatraju da nisu dovoljno učili statistiku tokom školovanja, visoko ocenjuju značaj statistike u ličnom i profesionalnom životu, pri čemu su svesni zloupotreba kada su u pitanju podaci i iskazuju izrazito nepoverenje prema istraživanjima objavljenim u medijima.

Takođe studenti koji su učestvovali u ovoj studiji iskazuju želju za unapređenjem sopstvenog znanja iz statistike. Obzirom da je reč o studentima tehničkih fakulteta očekivano studenti visoko ocenjuju svoje znanje iz matematike, negativno je to što stariji studenti u manjoj meri vide značaj matematike u ličnom i profesionalnom životu od svojih kolega sa prve godine. Analiza stavova i test-skora pokazala je da studenti koji su pozitivno ocenili sopstveno znanje iz matematike i statistike imali su više test-skorove kao i oni koji pozitivno ocenjuju značaj i upotrebu matematike i statistike u ličnom i profesionalnom životu. U analizi stavova primećene su statistički značajne razlike po polu, završenoj srednjoj školi i godini studija o čemu je dat detaljan prikaz u tezi.

Rezultati trećeg dela ove studije pokazuju da postoji potreba za unapređenjem kompetencija kada su u pitanju koncepti, verovatnoće, statistike i rada sa podacima u obaveznom obrazovanju. Dok u srednjem obrazovanju iako postoje zavidne propisane opšte specifične predmetne i međupredmetne kompetencije kao i obrazovni standardi, programi nastave nisu usklađeni sa propisanim kompetencijama i standardima, što povlači i slabu realizaciju očekivanih ishoda u praksi. Da postoje nedostaci u formalnom obrazovanju vezani za verovatnoću, statistiku i rad sa podacima potvrđuju i nalazi završnog ispita i međunarodnih istraživanja TIMSS i PISA.

Summary

Recognizing misconceptions in working with data as a basis to enhance mathematical literacy

Critical reasoning, working with data, and decision-making in uncertain situations represent important competencies in one's personal and professional work. In accordance with that, such skills and knowledge have been recognized as important competencies of mathematical literacy. Apart from the general need for mathematical literacy in terms of uncertainty and data, the dynamic surroundings in which engineers work day-to-day is very demanding and constantly brings new challenges, such as various relentless changes which require specialist competencies and non-technical skills and knowledge, e.g., decision making in uncertain situations, critical thinking, and skills for working with data. Considering there is no research that examines the reasoning of Serbian students of technical faculties related to particular concepts from probability, statistics, and working with data, this study aims at representing the current state and pointing out the need for the improvement of education in this area. This study doesn't aim at measuring students' "school" knowledge of probability and statistics; its purpose is rather to investigate students' reasoning and to evaluate students' achievements while solving the assignments prone to different types of misconceptions based on insufficient familiarity, understanding or implementation of basic concepts from probability, statistics and working with data.

The research explained in this thesis has been conducted into three parts. The goal of the first part of the research is to test the extent to which the students of technical faculties are prone to the following types of misconceptions: **insensitivity to sample size, base rate neglected, misconceptions of chance, illusory correlation, and biases in the evaluation of conjunctive and disjunctive events.** Considering that the participants of this study are students who finished their formal pre-university education, this study is also going to show whether there is any difference in the efficiency to overcome misconceptions between the students who have and have not attended courses in probability and statistics during their formal education. A special emphasis has been put on the connection between the students' elaborations on answers and their test scores which examines the presence of the mentioned misconceptions. To analyze students' achievements and examine the connection between their elaborations on answers and test scores, Rasch analysis was implemented. The second part of the study examines the students' attitudes on the evaluation of

their own mathematical and statistics knowledge, significance and use of statistics and mathematics in personal and future professional life, and data misuse. This part of the research also examines the connection between the students' achievements and expressed attitudes. The third part of the study researches formal pre-university education, with the aim to test the compatibility of regulated outcomes, educational standards, and general and specific disciplinary and interdisciplinary competencies in the school subject mathematics, which is related to the concept of probability, statistics, and working with data. Furthermore, this phase researches the accomplishments of Serbian students related to working with data on their final exam, TIMSS, and PISA research.

The results of the first part of the study have shown that a great percentage of students from technical faculties are prone to misconceptions, although it is a matter of basic concepts of probability and statistics. Students were most successful in the assignments related to the misconception of chances and base rate neglected where about 30% of participants succeeded in selecting the correct answer and providing the correct elaboration. The analysis of the elaborations has shown that a great number of participants are prone to choosing some familiar heuristic techniques leading towards misconceptions when being in situations that require the implementation of knowledge of probability and statistics. It is also evident that a significant number of participants are neglecting the data provided in the assignment and coming to conclusions based on previously created opinions and preconceptions. One of the assignments revealed that the students were not skilful in interpreting the results of other studies and they could have easily come to erroneous conclusions based on the presented information. The study has shown that students are more successful in the assignments closely related to their own experience, originating from real context and which were part of their formal education related to probability and statistics. The test score analysis has shown a statistically significant difference between the freshmen's and third-year students' test scores, where the freshmen had more success. What was also recognized was the difference in the test score between genders among the first-year students, where on average men achieved higher scores, whereas, among third-year students. those differences become smaller. In addition, this study has shown that open answers increase the psychometric characteristics of tests and contribute to the higher precision of measurement in terms of content related to misconception based on insufficient familiarity and implementing concepts of probability and statistics. Although students are able to choose the correct answer intuitively when encountering multiple-choice questions, they most often don't know or are not motivated enough to elaborate on their answers. It was found that students who had

elaborated got higher scores than the ones who had only selected the options. Also, there is a stronger correlation between the test score and selection with any type of elaboration, than between the test score and correctly selected choice with or without elaboration.

The attitude analysis has found that students consider they were not being taught statistics enough during their education. They highly evaluate the significance of statistics in personal and professional life, while being aware of data misuse and express strong distrust towards the research published in the media. Also, the participants of this study have expressed wishes to improve their knowledge of statistics. Given that we are dealing with students from technical faculties, as expected, students highly evaluate their mathematical knowledge, while the drawback is that the older students see less significance in mathematics for their personal and professional life, compared to their first-year peers. The attitude and test score analysis has shown that students who have positively evaluated their own knowledge on mathematics and statistics got higher scores, the same as the ones who positively evaluated the significance and use of mathematics and statistics in personal and professional life. The attitude analysis has shown statistically significant differences in students' attitudes regarding genders, high schools they finished, and in what year they graduated, which was presented in detail in the thesis.

The results of the third part of the study show there is a need for improving competencies when it is a matter of concepts, probability, statistics, and working with data in mandatory education. Even though high school education has some regulated general disciplinary and interdisciplinary competencies regarding probability, statistics, and working with data, the curricula aren't sufficiently adjusted to the regulated competencies and standards, which in practice leads to a weak performance in the expected outcomes. The existence of flaws in formal education regarding probability, statistics, and working with data is confirmed by the findings of the final exam and international research of TIMSS and PISA.

Sadržaj

1	Uvod	1
1.1	Motivacija i cilj studije	2
2	Teorijski okvir	5
2.1	Kognitivne zablude zasnovane na heuristikama	5
2.1.1	Reprezentativnost (Representativeness).....	6
2.1.2	Heuristika dostupnosti (Availability heuristics).....	19
2.1.3	Prilagođavanje i sidrenje (Adjustment and Anchoring)	22
2.2	Stavovi studenata prema matematici i statistici	27
2.2.1	Stav studenata prema matematici	27
2.2.2	Stav studenata prema statistici i podacima.....	28
2.3	Zadaci pogodni za ispitivanje miskoncepcija vezanih za koncepte iz verovatnoće i statistike	30
2.3.1	Odabir zadataka pogodnih za ispitivanje miskoncepcija ...	34
2.4	Osvrt na klasičnu testovsku teoriju (CTT) i teoriju ajtemskog odgovora (IRT).....	36
2.4.1	EAP metod.....	42
2.4.2	MMLE metod	43
2.4.3	Pouzdanost testova.....	44
3	Prepoznavanje miskoncepcija kod studenata	46
3.1	Metodologija.....	47
3.1.1	Kreiranje instrumenta - odabir zadataka na testovima.....	47
3.1.2	Uzorak	49
3.1.3	Procedura.....	51
3.1.4	Obrada podataka.....	51
3.2	Rezultati.....	57
3.2.1	Procena težine zadataka.....	57

3.2.2	Ispravno selektovana opcija i ispravno odgovoren zadatak.....	58
3.2.3	Analiza studentskih obrazloženja.....	59
3.2.4	Veza između studenskih obrazloženja i procenjenog test-skora	60
3.2.5	Pouzdanost testova.....	62
3.2.6	Razlike u test-skoru u odnosu na faktore.....	62
3.2.7	Faktori i zadaci.....	63
3.3	Diskusija.....	66
3.3.1	Ukupni skor na testu i obrazloženja selekcije izbora.....	70
3.3.2	Razlike u test-skoru u odnosu na faktore.....	71
4	Stavovi studenata o matematici, statistici i podacima.....	73
4.1	Metodologija.....	74
4.1.1	Kreiranje instrumenta – odabir tvrdnji u upitniku o stavovima	74
4.1.2	Uzorak.....	76
4.1.3	Procedura.....	76
4.1.4	Statistička obrada.....	76
4.2	Rezultati.....	77
4.2.1	Stavovi studenata u odnosu na faktore.....	77
4.2.2	Postignuće na testu i stavovi.....	79
4.2.3	Analiza tvrdnji po sadržaju - statistika: samoprocena, značaj i upotreba i zloupotreba statistike	79
4.2.4	Analiza tvrdnji po sadržaju-matematika: samoprocena znanja i značaj i upotreba matematike	81
4.3	Diskusija.....	82
4.3.1	Komentari studenata.....	83
5	Oblasti podataka, verovatnoće i statistike u formalnom obrazovanju.....	84
5.1	Metodologija.....	85

5.2	Rezultati.....	85
5.2.1	Oblasti podataka verovatnoće, statistike u obaveznom obrazovanju	85
5.2.2	Verovatnoća, statistika i rad sa podacima u srednjem opštem i stručnom obrazovanju	92
5.2.3	Postignuća studenta iz Srbije iz verovatnoće, statistike i oblasti podatka na završnom ispitu i međunarodnim studijama PISA i TIMSS	103
5.3	Diskusija.....	117
6	Pregled nalaza i zaključak.....	123
6.1	Preporuke i predlozi	127
6.2	Buduća istraživanja	129
	Literatura	131

Lista tabela

Tabela 1. Različiti tipovi i forme zadataka u nekim od studija koje istražuju miskonceptije	32
Tabela 2. Zadaci korišćeni u studiji	34
Tabela 3. Broj ispitanika u uzorku po zadacima i faktorima	50
Tabela 4. Kodiranje studentskih obrazloženja zadataka	53
Tabela 5. Grupisani kodovi u analizi studentskih obrazloženja	54
Tabela 6. Primeri studentskih obrazloženja po kategorijama I, GM, AN po zadacima	54
Tabela 7. Kodovi za procenu veze studenskih obrazloženja sa test-skorom.....	55
Tabela 8. Test parametri za klasičnu i Rašovu analizu.....	56
Tabela 9. Korelacija između selekcije ispravne opcije ili davanja obrazloženja sa studentskim test-skorom.....	62
Tabela 10. Razlike u postignućima u odnosu na faktore za tačno selektovanu opciju	64
Tabela 11. Razlike u postignućima u odnosu na faktore za tačno odgovoren zadatak.....	65
Tabela 12. Pregled tvrdnji iz upitnika	75
Tabela 13. Razlike u stavovima studenata u odnosu na pol, završenu srednju školu i godinu studija	78
Tabela 14. Razlika aritmetičkih sredina po faktorima za tri klastera tvrdnji.....	80
Tabela 15. Klasteri tvrdnji u odnosu na test-skor	80
Tabela 16. Razlika aritmetičkih sredina po faktorima za dva klastera tvrdnji-matematika	81

Tabela 17. Klasteri tvrdnji (matematika) u odnosu na test-skor	82
Tabela 18. Pregled standarda za kraj obaveznog obrazovanja za nastavni predmet Matematika za oblast obrada podataka.....	87
Tabela 19. Pretraga programa nastave po ključnim rečima „podaci“, „istraživanje“, „rizik“, „verovatnoća“ i „šansa“	90
Tabela 20. Pregled standarda za kraj srednjeg opšteg obrazovanja i vaspitanja za nastavni predmet Matematika za oblast Kombinatorika, verovatnoća, statistika i finansijska matematika	96
Tabela 21. Planirani broj časova matematike na nedeljnom i godišnjem nivou.....	97
Tabela 22. Sadržaji iz verovatnoće i statistike u gimnazijama i Fakultetu tehničkih nauka.....	102
Tabela 23. Učenička postignuća na zadacima iz oblasti obrada podataka sa osnovnog nivoa završnog ispita.....	104
Tabela 24. Učenička postignuća na zadacima iz oblasti obrada podataka sa srednjeg nivoa završnog ispita.....	106
Tabela 25. Učenička postignuća na zadacima iz oblasti obrada podataka sa naprednog nivoa završnog ispita	108
Tabela 26. Nivoi matematičke pismenosti-poređenje sa zemljama iz okruženja	113
Tabela 27. Postignuća učenika različitih zemalja po nivoima na podskali nezvesnost i podaci-PISA2012	115
Tabela 28. Ishodi, kompetencije i sadržaji vezani za verovatnoću, statistiku i rad sa podacima u kurikulumima osnovnog obrazovanja nekih evropskih zemalja.....	118

Lista slika

Slika 1. Primer vizualizacije rešenja zadatka.....	9
Slika 2. Prikaz karakteristične krive zadatka (ajtema) (KKA) čiji je težinski koeficijent 0.....	39
Slika 3. Prikaz KKA za šest zadataka (z1-z6) sa različitim težinskim koeficijentima od -1 do 1 sa korakom 0.5.....	39
Slika 4. Primer ispravno odgovorenog zadatka	52
Slika 5. Procenjena težina zadataka za selektovanu opciju (I) i dato obrazloženje (II).....	57
Slika 6. Procenat tačnih odgovora po zadacima	59
Slika 7. Procenat studentskih obrazloženja po kategorijama odgovora	60
Slika 8. Prosečna vrednost test-skora za različite grupe odgovora data po zadacima.....	61
Slika 9. Zadatak sa osnovnog nivoa iz oblasti obrada podataka sa završnog ispita 2015. godine.....	105
Slika 10. Primer zadatka sa osnovnog nivoa iz oblasti obrada podataka sa završnog ispita 2019. godine	105
Slika 11. Tekst zadatka (z15) sa srednjeg nivoa sa završnog ispita 2015. godine	107
Slika 12. Tekst zadatka (z16) srednjeg nivo sa završnog ispita 2019. godine...	107
Slika 13. Prikaz zadatka sa naprednog nivoa sa završnog ispita 2018. godine.	108
Slika 14. Prikaz zadatka sa naprednog nivoa sa završnog ispita 2014. godine.	109
Slika 15. Procenat učenika koji su dostigli najmanje 2. nivo pismenosti iz matematike na PISA 2018.	114

Lista skraćenica

PISA - Programme International Student Assessment

TIMSS - Trends in International Mathematics and Science Study

OECD - Organisation for Economic Co-operation and Development

ZUOV - Zavod za unapređenje vaspitanja i obrazovanja

ZVKOV - Zavod za vrednovanje kvaliteta obrazovanja i vaspitanja

MPNTR - Ministarstvo prosvete nauke i tehnološkog razvoja

STEM - Science, Technology, Engineering, Mathematics

No-STEM - Ne STEM studenti-studenti društvenih nauka

EIT-EE - Elektrotehničar informacionih tehnologija-Elektrotehničar Energetike

NCSM - National Council for Supervisor of Mathematics

DES - Department of Education and Science

MSEB - Mathematical Sciences Education Board (the Welsh Office)

NCTM - National Council for Teachers of Mathematics

SAS - Statistics Attitude Survey

ATS - Attitudes Toward Statistics Scale

SATS - Survey of Attitudes Toward Statistics Scale

CTT - Classic Test Theory

IRT - Item Response Theory

1PL - Jednparametarski IRT model

2PL - Dvoparametarski IRT model

3PL - Troparametarski IRT model

KKA - Karakteristična kriva ajtema

MMLE - Marginal Maximum Likelihood Estimation

MLE - Maximum Likelihood Estimation

MAP – Maximum A Posteriori

EAP – Expected A Posteriori

I - Ispravan odgovor

GM - Glavna miskoncepcija

AN - Alternativni netačan odgovor

G – gimnazija

SS – Srednja stručna škola

c - Tačan selektovana opcija bez obrazloženja

w - Pogrešno selektovana opcija bez obrazloženja

ce - Tačno selektovana opcija sa tačnim obrazloženjem

cwe - Tačno selektovana opcija sa pogrešnim obrazloženjem

we - Pogrešno selektovana opcija sa bilo kakvim obrazloženjem

„There should be no such thing as boring mathematics.“

Edsger Dijkstra

1 Uvod

Razvoj tehnologija, brži protok informacija, dostupnost podatka uticao je i na zahteve savremenog obrazovanja. Smisao obrazovanja nije samo prenos informacija već efikasan rad sa informacijama, što se odnosi na selektovanje i organizovanje informacija, procenu njihove relevantnosti i pouzdanosti i primenu na funkcionalan i konstruktivan način (Baucal & Pavlović-Babić, 2014). U skladu sa sveukupnim promenama, više se ne diskutuje o minimumu znanja i veština koje učenici treba da usvoje tokom nastave matematike već je fokus na matematičkoj pismenosti. Matematička pismenost je kapacitet pojedinca da formuliše, primeni i interpretira matematiku u različitim kontekstima. Ona podrazumeva matematičko rezonovanje i korišćenje matematičkih koncepata, procedura, činjenica i „alata“ kako bi se određen fenomen opisao, objasnio i predvideo. Ona pomaže osobama da prepoznaju ulogu matematike u realnom svetu i da donose dobro zasnovane sudove i odluke koje su potrebne konstruktivnim, zainteresovanim i reflektivnim građanima (Baucal & Pavlović-Babić, 2014).

Kritičko rezonovanje, rad sa podacima, i donošenje odluka u neizvesnim situacijama predstavljaju važne kompetencije u ličnom i profesionalnom radu pojedinca pa su u skladu sa tim i prepoznate kao važne kompetencije matematičke pismenosti. Mnoge međunarodne studije poput PISA i TIMSS prate razvoj kompetencija vezanih za neizvesnost i podatke još od osnovnog obrazovanja. Sa druge strane, kada su u pitanju kompetencije učenika i studenta iz Srbije, osim velikih međunarodnih komparativnih studija gotovo da nema studija koje se bave ispitivanjem kompetencija vezanih za rad sa podacima i rezonovanje pri donošenju odluka u neizvesnim situacijama.

Značaj rada sa podacima nije sporan, štaviše u ekstremnim situacijama kao što je pandemija Covid-19 još jasnije se istakao značaj posedovanja kompetencija vezanih za rad sa podacima, kao i za rezonovanje i donošenje odluka u neizvesnim situacijama. Postalo je izuzetno važno procenjivanje validnosti i pouzdanosti podataka kao i ispravno čitanje i interpretiranje informacija. Potom, uvideo se značaj pristupa ispravnim podacima, prepoznavanja pogrešnih interpretacija i prepoznavanja zloupotrebe podataka.

Takođe, mnogi termini poput *zaravnjivanje krive, stope smrtnosti, efikasnosti vakcine, pouzdanosti testova* postali su svakodnevni. Vrlo često da bi se razni prikazi podataka i termini razumeli u potpunosti, kao i da bi se otkrile nelogičnosti u iznetim podacima i dao kritički sud bila su neophodna osnovna znanja iz verovatnoće i statistike. Slabe kompetencije u radu sa podacima i kritičkom rezonovanju u ovakvim situacijama mogu imati višestruke posledice kako za pojedinca tako i za društvo u celini. Štaviše kada je donošenje odluka u neizvesnim situacijama neophodno i za profesionalni rad u profesijama poput medicine, ekonomije, inženjerstva i drugih, potreba za osnovnim znanjima verovatnoće, statistike, rada sa podacima i ispravnim rezonovanjem postaje još veća.

1.1 Motivacija i cilj studije

Pored opšte potrebe za matematičkom pismenošću kada su u pitanju neizvesnost i podaci, dinamično okruženje u kojem inženjeri svakodnevno rade je zahtevno i neprekidno donosi nove izazove u vidu mnogih raznolikih i neprestanih promena koje zahtevaju mnoštvo stručnih kompetencija i netehničkih znanja i veština kao što su donošenje odluka, kritičko rezonovanje, veštine rada sa podacima, logičko razmišljanje i rešavanje problema (Nguyen, 1998; Zilinski et al., 2014). U takvom okruženju, inženjeri su često u situaciji da donose odluke u neizvesnim situacijama kao i da argumentuju svoje odluke i izbore, kako bi ubedili klijente, poslodavce, kolege i druge u ispravnost svojih odluka. Moderno radno okruženje inženjera zahteva da inženjeri poseduju kompetencije koje će im omogućiti donošenje odluka u neizvesnim situacijama, što podrazumeva da oni prepoznaju, razumeju i primene osnovne koncepte iz verovatnoće i statistike u svom profesionalnom i privatnom okruženju (Kang & Park, 2019). U skladu sa tim od budućih inženjera se očekuje ne samo da usvoje osnovna znanja iz verovatnoće i statistike već i da ih primenjuju u realnom kontekstu kao i da uspešno argumentuju svoja rešenja (Zilinski et al., 2014).

S obzirom da donošenje odluka u neizvesnim situacijama nije samo važno za studente tehničke struke već i za širu populaciju, prepoznavanje *pogrešnih shvatanja zasnovanih na nedovoljnom poznavanju ili razumevanju konceptata iz verovatnoće i statistike* (tj. u daljem tekstu miskoncepcija), je u fokusu nekoliko prethodnih decenija (Kahneman et al., 1974a; Kang & Park, 2019; Kustos & Zelkowski, 2013; Paul & Hlanganipai, 2014; Tsakiridou & Vavyla, 2015). Iako se veliki broj programa nastave i učenja menjao u skladu sa potrebama savremenog društva, upitno je u kojoj su meri studenti tehničkih fakulteta uspešni u prevazilaženju miskoncepcija zasnovanih na nedovoljnom poznavanju i razumevanju osnovnih

konceptata verovatnoće i statistike. Takođe upitno je i u kojoj meri studenti poseduju veštine argumentovanja i obrazlaganja sopstvenih rešenja.

Cilj ove studije je da ispita u kojoj su meri studenti tehničkih fakulteta iz područja rada elektrotehnike podložni sledećim tipovima miskoncepcija: **zanemarivanju veličine uzorka, zanemarivanju osnovnog skupa, miskoncepciji šansi, iluzornoj korelaciji i miskoncepcijama vezanim za evaluaciju verovatnoće konjunktivnih i disjunktivnih događaja**. Poseban osvrt napravljen je na vezu između studentskih obrazloženja odgovora i njihovog skora na testu kojim se ispituje prisustvo pomenutih miskoncepcija. S obzirom da su u studiju uključeni studenti prve i treće godine studija, ispitane su razlike u postignutom test-skoru u odnosu na godinu studija. U okviru prve godine ispitana je veza završene srednje škole (gimanzije i srednje stručne škole) dok je među studentima treće godine ispitana veza odslušanog kursa iz verovatnoće i statistike u odnosu na postignut test-skor. Cilj ove studije nije da izmeri „školsko“ znanje studenta iz verovatnoće i statistike već da na nivou matematičke pismenosti ispita rezonovanje i proceni postignuća studenata prilikom rešavanja zadataka koji su pokazatelji različitih tipova miskoncepcija zasnovanih na nedovoljnom poznavanju, razumevanju ili primeni osnovnih konceptata iz verovatnoće, statistike i rada sa podacima.

Za sveobuhvatniju sliku u studiji su ispitani stavovi studenata o sopstvenom znanju iz statistike i matematike, o značaju statistike i matematike kao i o zloupotrebi podataka. Takođe ispitana je i veza studentskih stavova i postignuća na testu. Pored navedenog ispitana je veza pola, završene srednje škole, odslušanog kursa iz statistike, godine studija i stavova studenta.

Iako u svetu postoji veliki broj studija koje se bave sličnim istraživanjima (Bramwell et al., 2006; Gigerenzer et al., 2007; Hirsch & O'Donnell, 2001; Kang & Park, 2019; Khazanov & Prado, 2010; Kustos & Zelkowski, 2013; Paul & Hlanganipai, 2014), u Srbiji to nije slučaj. S obzirom da su u ovu studiju uključeni studenti koji su prethodno prošli kroz obavezno osnovno i srednje obrazovanje, ova studija ima za cilj da ukaže na značaj unapređenja znanja i veština za rad sa podacima kod studenata kao i da otkrije eventualnu potrebu za unapređenjem obrazovanja inženjera, a i šire formalnog obrazovanja. Budući da su studenti koji su učestvovali u studiji završili formalno douniverzitetsko obrazovanje u Srbiji u ovoj tezi biće istraženi očekivani ishodi, kompetencije i programi nastave i učenja osnovnog i srednjeg obrazovanje vezani za teme verovatnoće i statistike i rada sa podacima. Takođe biće dat osvrt na rezultate međunarodnih istraživanja PISA i TIMSS vezane za rad sa podacima verovatnoću i statistiku. Kada su u pitanju

domaća testiranja u ovoj studiji biće istraženi i rezultati završnog ispita vezani za rad sa podacima.

Istraživačka pitanja:

- U kojoj meri su studenti tehničkih fakulteta iz područja rada elektrotehnike podložni miskoncepcijama zasnovanim na nedovoljnom znanju ili razumevanju osnovnih koncepata iz verovatnoće i statistike?
- U kojoj meri postoji razlika među studentima prve godine studija u test-skoru u odnosu na prethodno završenu srednju školu (gimnaziju ili srednju stručnu školu-elektrotehničkog usmerenja)?
- U kojoj meri postoji razlika među studentima treće godine u test-skoru u odnosu na to da li su slušali kurs iz verovatnoće i statistike tokom studija?
- Kakva je veza između studentskih obrazloženja i skora na testu?
- Kakav je stav studenta o sopstvenom znanju iz statistike i matematike, o značaju statistike i matematike kao i o zloupotrebi podataka?
- U kojoj meri postoji veza između studentskih stavova i godine studija, završene srednje škole, pola i odslušanog kursa iz statistike?
- U kojoj meri postoji veza između stava studenata i postignutog test-skora?
- U kojoj meri su ciljevi nastave matematike, propisani ishodi i kompetencije i obrazovni standardi usklađeni sa programima nastave i učenja u osnovnom i srednjem obrazovanju?

Kako bi se dao odgovor na postavljena istraživačka pitanja sprovedeno je istraživanje kroz tri dela. U prvom i drugom delu sprovedeno je empirijsko istraživanje gde je ispitano prisustvo miskoncepcija (I deo) i stav studenata (II deo) dok je u trećem delu urađena analiza propisanih ishoda i kompetencija, obrazovnih standarda, programa nastave i učenja osnovnog i srednjeg obrazovanja kao i njihova međusobna usklađenost. Sva tri dela istraživanja data su deljem tekstu teze.

„It is not certain that everything is uncertain.“

Blaise Pascal

2 Teorijski okvir

U ovom poglavlju biće dat teorijski okvir na kojem se zasniva studija predstavljena u ovoj tezi. Prvi deo teorijskog okvira odnosi se na ispitivanje prisustva miskoncepcija prilikom rešavanju zadataka koje se zasnivaju na nepoznavanju ili nedovoljnom razumevanju osnovnih koncepata iz verovatnoće i statistike. U tom delu biće opisane različite miskoncepcije kao i pogodni zadaci za ispitivanje istih. Drugi deo teorijskog okvira odnosi se na ispitivanje i važnost stavova studenata vezanih za matematiku i statistiku. Treći deo odnosi se na konstrukciju zadataka i testova pogodnih za ispitivanje miskoncepcija vezanih za koncepte iz verovatnoće i statistike. U trećem delu biće napravljen i osvrt na klasičnu testovsku teoriju i teoriju ajtemskog odgovora primenjenu u ovoj studiji.

2.1 Kognitivne zablude zasnovane na heuristikama

U mnogim situacijama treba da se donese odluka kada nisu poznate tačne šanse svakog od mogućih ishoda. Donošenje odluka u ličnom ili profesionalnom radu oslanja se na podatke, dok se razumevanje podataka u velikoj meri oslanja na znanja iz verovatnoće i statistike, ali i na prethodno iskustvo. Međutim kada izostane znanje iz verovatnoće i statistike ili se ne prepoznaju određeni koncepti iz verovatnoće i statistike, ljudi pribegavaju subjektivnoj verovatnoći. Termin subjektivna verovatnoća se koristi da označi svaku procenu verovatnoće događaja od strane ispitanika ili procenu na osnovu njegovog ponašanja i postupaka koji nije baziran na objektivnim podacima i zakonima verovatnoće, dok se termin objektivna verovatnoća odnosi na objektivno računanje verovatnoće zasnovano na matematičkim zakonima verovatnoće (Kahneman & Tversky, 1972, 1973). U neizvesnim situacijama, kada izostane primena zakona verovatnoće, ljudi se obično trude da pribegnu nekoj zakonitosti za koju smatraju da ima smisla. Te zakonitosti predstavljaju heuristike na osnovu kojih donose odluke. Heuristike ne moraju biti uvek loše, štaviše mogu predstavljati pojednostavljene određene probleme i prečice u rezonovanju ali vrlo često mogu dovesti do kognitivnih zabluda kojih sam donosilac odluke nije svestan (Blumenthal-Barby & Krieger, 2015; Dimara et al., 2016; Kahneman et al., 1974a; Kang & Park, 2019). U ovoj

tezi biće opisane neke od najčešćih heuristika poput reprezentativnosti, dostupnosti i prilagođavanja i sidrenja.

2.1.1 Reprezentativnost (Representativeness)

Tverski i Kaneman (1972) daju opis heuristike koju su uočili kod ispitanika u opsežnom istraživanju na temu subjektivne verovatnoće. Autori u radu predstavljaju heuristiku reprezentativnosti (heuristic of representativeness) na kojoj će se zasnivati veliki broj kasnijih radova. Heuristika reprezentativnosti je heuristika zasnovana na subjektivnoj verovatnoći događaja u odnosu na meru u kojoj je (Kahneman et al., 2002; Tversky & Kahneman, 1974):

- a) događaj sličan u esencijalnim karakteristikama sa osnovnom populacijom
- b) reflektuje ključne karakteristike procesa kojim je generisan

2.1.1.1 Zanemarivanje osnovnog skupa

Postoji više kategorija kognitivnih zabluda koje proizilaze iz heuristike reprezentativnosti, a jedna od čestih je zanemarivanje osnovnog skupa (base rate neglected, base rate fallacy, base rate bias, insensitivity to prior probability of outcomes) (Hayes et al., 2013). Kod ovog tipa kognitivne zablude dolazi do zanemarivanja osobina osnovnog skupa ili drugih informacija koje su od značaja. Zanemaruju se informacije o osnovnom skupu, a obično se zaključak izvodi na osnovu dodatnih informacija koje su date u zadatku, a koje suštinski nisu dovoljne za ispravno odlučivanje (Kahneman & Tversky, 1973; Kang & Park, 2019). Zapravo, u mnogim slučajevima reč je o uslovnoj verovatnoći gde se traži da se odredi verovatnoća događaja B pod uslovom da se dogodio događaj A. Bejzova formula može biti od pomoći (Welsh & Navarro, 2012) ali najčešće se ona ne primenjuje u svakodnevnom rezonovanju, nego se zaključak izvodi na osnovu subjektivne verovatnoće koja obično zanemari verovatnoću događaja A (primer 1).

primer 1:

Nakon medicinskog testa lekar je saopštio pacijentu da je rezultat testa pozitivan na fatalnu bolest koja je zastupljena u zemlji u procentu od 0.1%. Lekar je napomenuo da je test pouzdan u 95% slučajeva naglašavajući da će test biti uvek pozitivan ako osoba boluje od bolesti, ali će test biti pozitivan i kod 5% onih koji nemaju bolest. Očajni pacijent pita lekara kolike su šanse da zaista ima fatalnu bolest. Šta će lekar odgovoriti?

- a) Do 5%
- b) 5-20%
- c) 20%- 50%
- d) 50%-70%
- e) 70-100%

Događaj A: Pacijent ima bolest

Događaj NeA: Pacijent nema bolest

Događaj B: Test je pozitivan

$$P(A)=0.001$$

$$P(\text{Ne}A)=0.999$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\text{Ne}A) \cdot P(\text{Ne}A)} = \frac{1 \cdot 0.001}{1 \cdot 0.001 + 0.05 \cdot 0.999} \approx 0.02$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.001 \cdot 1}{0.001 \cdot 1 + 0.999 \cdot 0.05} \approx 0.02$$

Posle kratkog računa dobije se da su šanse da pacijent zaista ima bolest približno 2%. Mnoga istraživanja na ovu temu pokazala su da ljudski um često greši u ovakvim situacijama ne uzimajući u obzir karakteristike osnovnog skupa (Axelsson, 2000; Krynski & Tenenbaum, 2007). Bejzova formula je nešto što svakako može pomoći u ovakvim situacijama. Takođe Bejzova formula je sastavni deo gotovo svih kurikuluma verovatnoće i statistike. Međutim prikazani postupak većina ljudi vrlo brzo zaboravi ako je uopšte i imala priliku da ga nauči. Zapravo ono što je možda bliže zdravom razumu su relativne frekvencije o čemu je govorio Gigerenzer u svojim studijama (Gigerenzer et al., 2007). Grupa edukatora predvođena Gigerenzerom držala je edukativna predavanja iz statistike

lekarima. Oko 1000 lekara u Engleskoj prošlo je Gigerenzerov kurs. Na samom početku 160 ginekologa upitano je sledeće:

primer 2:

Zamislite da proveravate procenu raka dojke upotrebom mamografa u određenom regionu. Poznajete sledeće informacije o ovom regionu:

Verovatnoća da žena ima rak dojke je 1% (prevalenca). Ako žena ima rak dojke, verovatnoća da je test pozitivan je 90% (osetljivost). Ako žena nema rak dojke, verovatnoća da je test pozitivan je 9% (lažno pozitivna stopa). Dobili ste pozitivan rezultat testa. Kako ćete tumačiti dobijeni rezultat?

Ponudjeni odgovori:

- a) Verovatnoća da žena ima rak dojke je oko 81%
- b) Od 10 žena sa pozitivnim mamografom, oko 9 imaju rak dojke.
- c) Od 10 žena sa pozitivnim mamografom, oko 1 ima rak dojke.
- d) Verovatnoća da ima rak dojke je oko 1%.

Događaj A: Pacijent ima rak dojke

Događaj NeA: Pacijent nema rak dojke

Događaj B: Test je pozitivan

$$P(A)=0.01$$

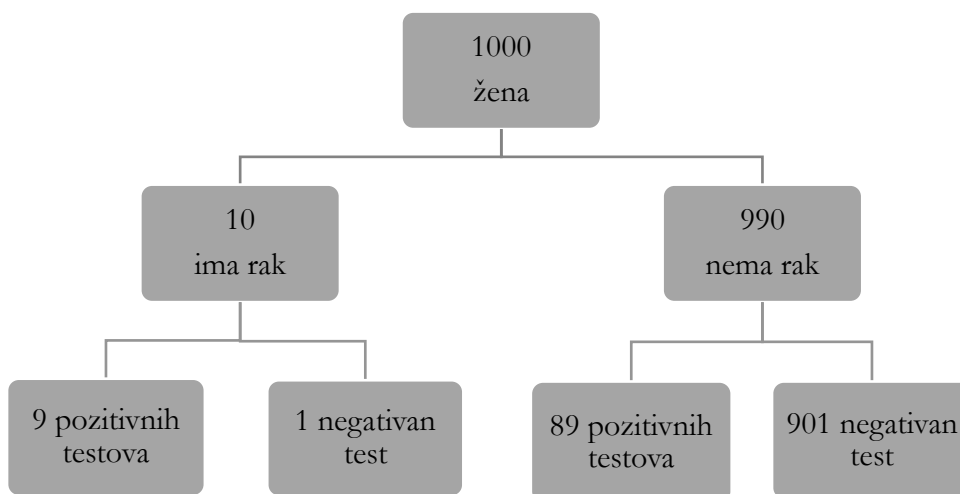
$$P(\text{Ne}A)=0.99$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\text{Ne}A) \cdot P(\text{Ne}A)} = \frac{0.9 \cdot 0.01}{0.9 \cdot 0.01 + 0.09 \cdot 0.99} \approx 0.09$$

Autori (Gigerenzer et al., 2007) navode da se 20% ginekologa odlučilo za odgovor d, 20% za odgovor c, dok je preostali 60% izabralo a ili b. Ono što se ističe je da nije rešenje poslati lekare na kurs verovatnoće i statistike gde će steći znanja koja će ubrzo zaboraviti, već da treba razvijati heuristiku koja će biti zasnovana na frekvencijama i konkretnim vrednostima (Harries & Harvey, 2000; Sloman et al., 2003; Welsh & Navarro, 2012). Takva heuristika bliska je ljudskom umu i svakodnevicu. Ideja je da se uslovna verovatnoća objasni kroz relativne frekvencije bez opterećivanja terminima iz teorije verovatnoće i statistike i da se podstiče rad sa konkretnim vrednostima (Krämer & Gigerenzer, 2005). Upotrebom frekvencija ne mora nužno da znači da će doći do napretka u

rezonovanju ali će svakako biti evidentan napredak u rešavanju sličnih problema (Krynski & Tenenbaum, 2007).

Imajući u vidu savete Gigerenzera o datom primeru može se razmišljati na sledeći način. Od 1000 žena, procenjuje se da 10 ima rak dojke i 990 nema. Od 10 žena koje imaju rak dojke kod 9 je test pozitivan. Od 990 zdravih žena test je pogrešio i bio je pozitivan kod 9% žena što je 89 žena. To nas dovodi do sledeće računice: 10 žena ima rak dojke, a test je bio pozitivan kod 98 žena (9 zaista bolesnih i 89 zdravih). Odatle zaključujemo da ukoliko je test pozitivan šanse da žena zaista ima rak dojke je $9/98$ (Slika 1). Primena vizuelizacije problema kroz upotrebu frekvencija i konkretnih vrednosti može biti od značaja za razumevanje verovatnoće, što se preporučuje posebno za osnovnoškolski uzrast (Gigerenzer et al., 2007).



Slika 1. Primer vizualizacije rešenja zadatka

Ovde je dat i jedan od primera koji takođe može biti pogodan za testiranje miskonceptije zanemarivanja osnovnog skupa, koji je korišćen u istraživanju predstavljenom u ovoj studiji, a po uzoru na primere iz studija Kanemana i Tverskog (Kahneman et al., 1974b; Tversky & Kahneman, 1974)(primer 3):

primer 3:

Marka je od malena zanimalo pozorište i muzika. Voli umetnost, a opere obožava. Koja od sledećih tvrdnji je verovatnija?

- a) Marko je član Beogradske filharmonije i svira klarinet.
- b) Marko je pravnik.

U ovom slučaju većina ispitanika se odlučuje da je verovatnije da je Marko muzičar koji svira klarinet u Beogradskoj filharmoniji, ne uzimajući u obzir da Beogradska filharmonija broji svega 111 zaposlenih od čega samo četiri muzičara sviraju klarinet što je mnogo manje u odnosu na broj pravnika. Do ove kognitivne zablude dolazi kada su glavne karakteristike istaknute u opisu mnogo reprezentativnije za jednu kategoriju nego za ostale (Allen et al., 2006). U ovakvim situacijama često dolazi do grešaka u zaključivanju (Tversky & Kahneman, 1974).

Na slično pitanje odgovarali su i ispitanici Tverskog i Kanemana (1973). U istraživanju je učestvovalo oko 200 studenata Univerziteta u Oregonu. U jednom delu istraživanja ispitanici su upitani da procene sa kolikom verovatnoćom je Tom V. (osoba čiji je opis dat) student prava, ekonomije, društvenih nauka ili računarstva, dok je druga grupa ispitanika ocenjivala koliko procenta studenata SADA je upisalo svaki od ovih fakulteta. Ispostavilo se da se 95% studenata opredelilo za odgovor da je Tom upisao studije računarstva iako je tih studenata u zemlji u tom trenutku bilo najmanje. Odgovori studenata o Tomovim studijama i procena druge grupe o broju studenata u zemlji na pomenutim fakultetima je negativno korelisana (-0.65). Autori ističu da su ispitanici bili zasigurno svesni da ima mnogo više studenata društvenih nauka nego studenata računarstva, što potvrđuju i procene druge grupe gde studenti procenjuju da ima čak tri puta više studenata društvenih nauka nego studenata računarstva. Ovo je još jedan od primera gde je osnovna verovatnoća zanemarena, a pribeglo se heuristici reprezentativnosti. Slične rezultate dala je i studija Kang & Park (2019) u kojoj je ispitivano u kojoj meri su radnici-bankari imuni na ovu vrstu miskoncepcije. U istraživanju su učestvovala 144 bankara od kojih je približno 14% dalo tačan odgovor i zaključeno je da su bankari podložni miskoncepciji zanemariva osnovnog skupa. Kada je u pitanju ova kategorija zablude interesantno je to da kada se u opisu ne ističu glavne stereotipne karakteristike određene kategorije najčešći odgovori ispitanika su jednake šanse za sve opcije. U primeru 3 dat je prikaz jednog takvog zadatka.

primer 4:

U jednoj kompaniji radi 70% radnika sa diplomom IT inženjera, a 30% sa diplomom prava.

Na slučajan način odabran je jedan radnik iz te kompanije. U pitanju je Milan, mlad uspešan radnik u toj kompaniji. Vrlo je ambiciozan i perspektivan. Voli plivanje i redovno vežba.

Kolike su šanse da je Milan IT inženjer?

- a) 70%
- b) 30%
- c) 50%

Da bi se ispitalo u kojoj meri su studenti koji su učestvovali u glavnoj studiji prikazanoj u ovoj tezi imuni na heuristike koje zanemaruju karakteristike osnovnog skupa ispitanicima su postavljena prethodna dva zadatka, prikazana u primerima 3 i 4. Zadaci korišćeni u istraživanju predstavljaju modifikovane primere koji se pojavljuju u istraživanjima Kanemana i Tverskog (Tversky & Kahneman, 1974).

Rezultati sličnih istraživanja govore da kada postoji detaljan opis koji reprezentuje predstavnika date kategorije (npr. jedne grupe ljudi) dolazi do zanemarivanja karakteristika osnovnog skupa i pribegava se heuristici, koja podrazumeva da što je sličniji predstavnik klasi to je veća šansa da njoj i pripada. Takođe kada opis nije karakterističan ni za jenu od kategorija pribegava se proceni da su sve verovatnoće jednake (equiprobability bias) i opet se zanemaruje odnos u osnovnom skupu. Tek kada nije dat nikakav opis studenti najčešće uzimaju u obzir date podatke, odnos u osnovnom skupu i objektivnu verovatnoću.

U okviru miskoncepcije zanemarivanja osnovnog skupa često dolazi i do ispoljavanja miskoncepcije jednakoverovatnosti (equiprobability bias). Miskoncepcija jednakoverovatnosti predstavlja verovanje da su svi ishodi nekog događaja jednako verovatni čak i kada to objektivno nije slučaj (Gauvrit & Morsanyi, 2014; Lecouture, 1992). Vrlo često se prave greške kada se procenjuje verovatnoća slučajnog događaja koji je unija ili presek elementarnih događaja koji imaju jednakoverovatne ishode. Pa tako na primer kada se traži da se odredi verovatnoća da je zbir u dva bacanja kockice 12 (6, 6) ili pak 11 (6, 5 ; 5, 6), mnogi percipiraju kao da su ovi događaji jednako verovatni iako to oni zapravo nisu. Pomalo paradoksalno, svi ishodi bacanja kockice jesu jednako verovatni ali kada se posmatra njihov zbir, više nije reč o jednako verovatnim ishodima (Gauvrit & Morsanyi, 2014). Ovoj miskoncepciji podložna su i deca i odrasli (Falk & Lann,

2008; Lecouture, 1992; Morsanyi et al., 2009, 2013). Čest uzrok ove miskoncepcije može biti baš obrazovanje iz verovatnoće i statistike (Gauvrit & Morsanyi, 2014; Morsanyi et al., 2009). Dešava se da su učenici tokom procesa učenja mnogo češće izloženi primerima u kojima se koriste događaji sa jednakoverovatnim ishodima (bacanje fer novčića, kockice za igru) nego događaji koji imaju nejednako verovatne ishode, što kasnije ima za posledicu da ishode mnogih događaja učenici vide kao jednako verovatne (Gauvrit & Morsanyi, 2014). Neki od predloga za prevazilaženje ove miskoncepcije su da se ponude učenicima različite vrste verovatnosnih problema i da im se ponude različite strategije za rešavanje problema. Autori ističu da nije loše krenuti od učeničkih pretpostavki da su svi ishodi jednako verovatni, a onda razmatrati ishod po ishod i korigovati verovatnoću (Falk & Lann, 2008; Fox & Levav, 2004; Gauvrit & Morsanyi, 2014; Krauss & Wang, 2003). Takođe preporučuje se i upoznavanje učenika sa slučajnim procesima kao i sa zakonom velikih brojeva. Mnoge studije su potvrdile da čak i posle kratkih treninga u kojima su učenici bili izloženi zadacima koji nisu imali jednako verovatne ishode i eksperimentima na kojima se vežbao zakon velikih brojeva, učenici su pokazali bolje rezultate u savladavanju različitih miskoncepcija (Fong & Nisbett, 1991; Gauvrit & Morsanyi, 2014; Morsanyi et al., 2013).

2.1.1.2 Zanemarivanje veličine uzorka

Druga od važnih kognitivnih zabluda je zanemarivanje veličine uzorka (Insensitivity to sample size). Do ove kognitivne zablude često dolazi kada se procenjuje verovatnoća statistika (statistik - veličina izračunata iz uzorka), a ne uzme se u obzir veličina uzorka i pri tom se zanemari zakon velikih brojeva (Kang & Park, 2019). Tako se i na osnovu premalog uzorka izvode zaključci što je poznato i kao zakon malih brojeva. Zapravo, ne obraća se pažnja na to da se u malom uzorku mogu javiti velika odstupanja od stvarne vrednosti nekog parametra. Jedan od vrlo često spominjanih eksperimenata na ovu temu je eksperiment Tverskog i Kanemana (Kahneman & Tversky, 1972; Tversky & Kahneman, 1974) čija se modifikovana verzija našla i u glavnom istraživanju prikazanom u ovoj tezi.

primer 5:

U jednom porodilištu se dnevno rađa oko 45 beba a u drugoj na dnevnom nivou oko 15 beba. Na godišnjem nivou se približno rodi jednak broj dečaka i devojčica. U obe bolnice meren je broj dana kada je rođeno više od 60% dečaka. U kom porodilištu je bilo više takvih dana?

- a) Većem porodilištu
- b) Manjem porodilištu
- c) Oba porodilišta podjednako

Ispravan odgovor je u manjem porodilištu. Očekivano je da što je manji uzorak da bude veća relativna varijansa. Međutim 56% studenata studije Kahnemana i Tverskog (Kahneman et al., 1974b; Kahneman & Tversky, 1972) odabralo je odgovor pod c, dok se za odgovore a i b odlučio podjednak broj ispitanika 22%. U istraživanju je učestvovalo 50 studenata sa Stenforda bez prethodnog kursa iz statistike. Razna istraživanja su pokazala da se vrlo često zanemaruje ili da se u potpunosti ne razume zakon velikih brojeva (Kustos & Zelkowski, 2013; Kahneman et al., 1974b). Slične rezultate dobio je i Shaughnessy (Shaughnessy, 1992) u svojoj studiji gde je oko 20% ispitanika dalo tačan odgovor na pitanje postavljeno u primeru 5. Bar-Hillel (Bar-Hillel, 1982) je ispitivala istu miskoncepciju na različitim verzijama istog zadatka gde je došla do zaključka da ako bi se procenat sa 60% podigao na 80% i više onda bi ispitanici u većoj meri davali tačan odgovor. Na zadatak o porodilištima (primer 5) odgovaralo je oko 130 četrnaestogodišnjaka koji prethodno nisu slušali kurs iz verovatnoće i statistike kao i oko 130 osamnaestogodišnjaka koji su slušali standardni kurs iz statistike (Batanero et al., 1996; Batanero & Sanchez, 2005). Ispostavilo se da gotovo nema nikakvog napretka u starijoj grupi tako da su u obe grupe ispitanici pribegli nekoj od heuristika u 60% slučajeva. Rezultati studije Kustos & Zelkowski (2013) pokazali da učenici 9, 11, 13. i 15. razreda, što su stariji to su podložniji miskoncepciji koja se odnosi na zanemarivanje veličine uzorka. Studija Kang & Park, (2019) pokazuje da ni odrasli nisu imuni na ovu vrstu miskoncepcije. U ovoj studiji učestvovalo je 144 bankara koji su radili sličan zadatak zadatku sa porodilištem, s tim što je kontekst bio prilagođen finansijama to jest struci ispitanika. Ispostavilo se da je oko 17.7% dalo tačan odgovor. Autori navode da su ispitanici bili skloni da primenjuju karakteristike populacije bez obzira što je mali uzorak kao i da zanemaruju samu veličinu uzorka i skladu sa tim njegove osobine (Kang & Park, 2019). Takođe u studiji Morsanyi, Handley, & Serpell (2013) ispitanici su rešavali sličan zadatak gde se u većoj bolnici rađalo na dnevnom nivou 50 beba a u manjoj 10 beba. U istraživanju su učestvovala 2 grupe (eksperimentalna i kontrolna) studenata psihologije sa univerziteta

Plymouth u Velikoj Britaniji. Eksperimentalna grupa je pre testiranja bila podvrgnuta treningu koji je uključivao objašnjavanje zakona velikih brojeva, generisanje sekvence slučajnih događaja, vežbanje zadataka sa jednako verovatnim i nejednako verovatnim ishodima, dok kontrolna grupa nije imala nikakvu pripremu. Rezultati ove studije govore da je samo 8% ispitanika kontrolne grupe odabrao tačan odgovor dok je 42% ispitanika eksperimentalne grupe dalo tačan odgovor. Takođe ova studija je pokazala da je čak 79% ispitanika kontrolne i 51% ispitanik eksperimentalne grupe za tačan odgovor odabrao odgovor *u oba porodišta podjednako*, što govori o prisustvu miskoncepcije vezane za jednako verovatne ishode. Zaključci navedene studije govore da adekvatni nastavni materijali imaju efekta na smanjivanje kognitivnih miskoncepcija. Dalje, ovde je dat još jedan primer koji se odnosi na zanemarivanje veličine uzorka, a koji je bio predmet različitih studija (Kahneman & Tversky, 1972):

primer 6:

Dva istraživača su istraživali prosečnu dužinu reči jedne knjige. Jedan je računao prosečnu dužinu za svaku stranu knjige. Dok je drugi uzimao prvu rečenicu sa svake strane i na osnovu nje računao prosečnu dužinu reči. Prosečna dužina reči za celu knjigu je 4. Oba istraživača beležili su kada im se desilo da dobiju za prosečnu dužinu reči broj 6 ili veći od 6. Šta misliš koji istraživač je zabeležio više takvih slučajeva?

Na pitanje dato u primeru 6 odgovorilo je tačno 21 od 49 ispitanika. Prilikom rešavanja ovakvih zadataka bilo bi korisno učenicima dati da sami sprovedu eksperiment uz upotrebu odgovarajućeg softvera. Istraživački zadaci poput ovog mogu biti korisni da učenici intuitivno i iskustveno osete promenu varijabiliteta u zavisnosti od veličine uzorka (Sedlmeier, 1999).

Autori (Tversky & Kahneman, 1973) navode da bi ispitanici lakše došli do ispravnog odgovora ako bi poznavali karakteristike veličine uzorka. Međutim mnogo češće se dešavalo da posmatraju koliko su reprezentativni ishodi, ako su jednako reprezentativni onda su i verovatnoće jednake. Ovakva heuristika navela je ispitanike da u svim eksperimentima za najčešći odgovor biraju jednake šanse. Prevazilaženje zanemarivanja veličine uzorka nije u skladu sa intuicijom ljudi, što ukazuje na potrebu za sadržajima i nastavom koji bi omogućili prevazilaženje ove miskoncepcije. Vrlo često se u medijima iznose rezultati raznih studija čija je relevantnost neretko upitna baš zbog zanemarivanja značaja veličine uzorka. Prezentovani rezultati nerelevantnih studija postaju Fake news. Jedan od drastičnijih i očiglednih primera pojavio se u novinama pre par godina, kada se pojavila vest o broju narkomana u policiji Bosne i Hercegovine, gde rezultati govore da je čak 66% ispitanika pozitivno na narkotike. Međutim u samom istraživanju učestvovala su svega tri ispitanika.

2.1.1.3 Miskoncepcija šansi

Miskoncepcija šansi (Misconception of chance) se javlja kada se očekuje da će sekvenca događaja koja je generisana slučajnim procesom imati glavne karakteristike tog procesa, bez obzira što je u pitanju kratka sekvenca ishoda (Batanero & Sanchez, 2005; Kang & Park, 2019; Shaughnessy, 1992; Tversky & Kahneman, 1974). Primer za to može biti bacanje novčića šest puta za redom. Pri proceni šansi za određenu sekvencu ishoda mnogi ispitanici veruju da je veća šansa za sekvencu PGGPGP nego za PPPGGG. Ovakav vid zaključivanja je u skladu sa zakonom malih brojeva, a prisutan je i u konceptu poznatom kao kockarska zabluda (Gambler's fallacy, Monte Carlo fallacy). Kockarska zabluda je zabluda prilikom koje se veruje da sekvenca ishoda iako je kratka mora imati neki balans. Pa tako ako su prilikom bacanja novčića 3 puta za redom pala pisma mnogi očekuju da je veća šansa da u sledećem bacanju padne glava nego pismo. Kockarska zabluda je dobila naziv po primeru iz kockarnica. Kada prilikom igranja ruleta u nekoliko krugova pada kuglica na crveno polje u svakom krugu, mnogi veruju da u sledećem, kuglica ima veću šansu da padne na crno polje. Međutim svi krugovi su nezavisni i kuglica nema pamćenje (na to gde će pasti kuglica ne utiču prethodni ishodi), tako da je potpuno ista šansa da kuglica padne na crno ili crveno polje (Drösser, 2011; Swecoski & Barnbaum, 2013).

Ispitujući nekonzistentnost u zaključivanju Konold i ostali (Konold et al., 1993) su se bavili sličnom temom. Jedan od problema učenika pri primeni verovatnosnih koncepata je i nekonzistentnost u zaključivanju. Dešava se da na izgled deluje da je učenik usvojio neki koncept iz verovatnoće ali već pri promeni perspektive pitanja dolazi do greške. Ovim problemom bavilo se nekoliko studija (Konold, 1989b; Konold et al., 1993; Tversky & Kahneman, 1974). Vrlo su interesantni rezultati Konoldove studije (Konold et al., 1993) gde su srednjoškolci pitani da odgovore na sledeća pitanja:

primer 7:

Odaberi sekvencu koja ima najviše šansi da bude dobijena u pet bacanja fer novčića?

- a) HHHTT
- b) THHTH
- c) THTTT
- d) HTHTH

e) Sve četiri sekvence imaju jednake šanse.

Na ovo pitanje tačan odgovor je dalo čak 72% učenika, gde dobar deo učenika vidi sukcesivne ishode slučajnog eksperimenta kao nezavisne. Ovakav nalaz predstavlja dobar rezultat u odnosu na slična istraživanja Kanemana i Tverskog (1972), gde su učenici na slično pitanje bili uspešni u procentu od 18%. Potom su učenici upitani sledeće:

primer 8:

Koja od sledećih sekvenci ima najmanju šansu da bude izvučena?

- a) HHHHTT
- b) THHHTH
- c) THTTTT
- d) HTHTTH
- e) Sve četiri sekvence imaju jednake šanse.

Interesantno je da je samo polovina od onih koji su odgovorili tačno na prvo pitanje dala tačan odgovor i na drugo pitanje. Nakon kvantitativnog dela istraživanja sproveden je intervju sa 20 učenika koji su rešavali iste zadatke. Autori objašnjavaju ovakav rezultat time da su učenici prvo pitanje razumeli kao da ih neko pita da predvide šta će se desiti, to jest šta se može desiti, pa kako je sve moguće onda su birali odgovor „sve je jednako verovatno“. O navedenom tipu zaključivanja govorio je i Konold (1989), nazivajući ga „outcome approach to uncertainty“. Međutim ovaj model učenici nisu mogli da primene kada se tražilo da odrede najmanje verovatan ishod tako da je došlo do nekonzistentnosti u zaključivanju koja je zasnovana na reprezentativnosti (Daniel Kahneman & Tversky, 1972). Autori sugerišu da bi trebalo da se posveti više pažnje u kurikulumu nezavisnim događajima. Takođe sugeriše se upotreba eksperimenata i simulacija kako bi učenici uvideli pogreške u zaključivanju. Slična studija je sprovedena sa četrnaestogodišnjacima i osamnaestogodišnjacima (Batanero et al., 1996; Batanero & Sanchez, 2005). Rezultati te studije govore da je oko 30% četrnaestogodišnjaka bilo podložno miskoncepciji šansi dok su osamnaestogodišnjaci bili za nijansu bolji. Da nisu imuni na ovu vrstu miskoncepcije ni odrasli govore rezultati studije Kang & Park (2019) gde je pokazano da je čak 86% bankara bilo podložno ovoj vrsti miskoncepcije. Iako na osnovu nalaza prethodne dve studije postoji velika razlika u postignućima između učenika i odraslih, o ovoj razlici se ne može mnogo toga reći s obzirom da su zadaci korišćeni u ovim studijama za ispitivanje miskoncepcije šansi bili različiti. Štaviše zadatak koji su radili odrasli bio je u kontekstu struke kojom se ispitanici bave, dok je zadatak u studiji sa učenicima bio opšteg tipa (primer 8). Kada je u

pitanju ispitivanje miskoncepcija sam zadatka može imati veliki uticaj na dobijene rezultate, čak i kada je reč o primeni različitih zadataka za ispitivanje iste miskoncepcije (Gauvrit & Morsanyi, 2014; Morsanyi et al., 2013).

U istraživanju prikazanom u ovoj tezi, ova miskoncepcija proveravana je sledećim pitanjem:

primer 9:

Odaberite kombinaciju za igru Loto (7/39) za koju smatrate da ima najviše šansi da bude dobitna.

- a) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
- b) 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24
- c) 2, 7, 11, 38, 24, 15, 12
- d) sve imaju iste šanse

Sličan zadatak radili su i ispitanici jedne studije u Alabami (Kustos & Zelkowski, 2013), gde su ispitivani učenici sedmog, devetog i jedanaestog razreda. Ispostavilo se da je na ovom pitanju bilo duplo više tačnih nego pogrešnih odgovora kao i da nije bilo razlike u uspešnosti između učenika sedmog, devetog i jedanaestog razreda. Sprovedena je slična studija u kojoj su učestvovali srednjoškolski nastavnici matematike iz Amerike i Francuske (Nabbout-Cheiban, 2017). Nastavnici su odgovarali na zadatak nalik zadatku o Lotou i ispostavilo se da je oko 50% nastavnika podložno miskoncepciji šansi (Nabbout-Cheiban, 2017). Sve češće su studije koje ukazuju na značaj obrazovanja nastavnika i načina na koji nastavnici razumeju određene koncepte, što svakako ima veliki uticaj na to kako će učenici usvojiti te koncepte (Blanco & Chamberlin, 2019). U jednom od istraživanja ispitivano je u kojoj meri su srednjoškolski nastavnici iz zapadnog dela SAD podložni miskoncepcijama zasnovanim na nedovoljnom poznavanju i razumevanju konceptata iz verovatnoće i statistike (Blanco & Chamberlin, 2019). Između ostalog ispitivana je miskoncepcija šansi i zakon malih brojeva. Ispostavilo se da je 12.3% nastavnika podložno miskoncepciji šansi što je ujedno i miskoncepcija kojoj su nastavnici najmanje podložni, dok je oko 31.2% nastavnika podložno zakonu malih brojeva (Blanco, & Chamberlin, 2019).

2.1.1.4 *Iluzija validnosti*

Iluzija validnosti (The illusion of validity) je još jedna od miskoncepcija koja pripada heuristici reprezentativnosti. S obzirom da iluzija validnosti neće biti predmet ove studije, ovde se navodi samo osnovni opis. Iluzija validnosti je miskoncepcija koja se javlja kada se precenjuje sposobnost da se predvidi ishod

na osnovu skupa podataka-posebno kada su ti podaci na izgled konzistentni. Vrlo često se dešava da podaci i nisu konzistentni i da ne postoje uočljivi obrasci ali naš um selektivno bira informacije i na osnovu selektovanog skupa podataka izvodi zaključke (Kahneman & Tversky, 1981). U takvim situacijama poklanja se previše pažnje nekom podatku iz skupa podataka koji suštinski ne nosi pravu informaciju i nema veliki uticaj na zaključak. Sve je više kritičkog sagledavanja različitih studija baš u cilju otkrivanja iluzije validnosti. Na primer česta je zamerka da se daje preveliki značaj intervjuu sa ispitanicima kada to i nije od velikog značaja za studiju. Na primer ako se procenjuje buduća zarada inženjera od velikog značaja neće biti njihov intervju o stavu o životnoj sredini. Termin iluzija validnosti skovao je Danijel Kaneman, a priča o tome objavljena je u Njujork Tajmsu (Kahneman, 2011). Danijel Kaneman je bio angažovan kao psiholog u izraelskoj vojsci sa zadatkom da proceni koji vojnici su budući lideri. U tu svrhu koristio je eksperiment britanske vojske iz drugog svetskog rata gde je grupa od 8 vojnika trebalo da savlada određenu prepreku (da preskoči zid tako da ga ne dotakne). Kaneman je sa grupom kolega posmatrao čija naređenja se slušaju, ko preuzima odgovornost u grupi, ko organizuje grupu i nakon eksperimenta opisali su svakog od vojnika dajući mu karakteristiku poput: „Ovaj nikada neće biti lider“, „Ovaj vojnik je osrednji“ i „Ovaj će biti zvezda“. Međutim svakih nekoliko meseci Kaneman i tim psihologa dobijao je izveštaje od vojnih starešina gde se ispostavilo da su njihove procene gotovo beskorisne. Ispostavilo se da su procene psihologa samo za nijansu bolje od pukog slučajnog pogađanja. Kaneman uvidevši da njihovi zaključci nisu dobri to jest da se na osnovu informacija iz datog eksperimenta ne može proceniti sposobnost vojnika da bude lider skovao je termin iluzija validnosti.

2.1.1.5 *Miskoncepcija regresije*

Miskoncepcija regresije (Misconceptions of regression) je zapravo zanemarivanje regresije ka proseku. Kaneman i Tverski su ovu vrstu miskoncepcije predstavili kroz nekoliko primera (Kahneman et al., 1974b; Kahneman & Tversky, 1972; Morvan & Jenkins, 2017): a) Zamislite da je velika grupa dece podvrgnuta nekom testu sposobnosti. Potom je izdvojeno u prvu grupu 10 sa najboljim rezultatom, a u drugu 10 sa najlošijim rezultatom. Kada je ponovljeno testiranje prva grupa je uradila u proseku lošije drugi test nego prvi. A druga grupa je u proseku radila bolje drugi test nego prvi test. Prema regresiji ka proseku ako je neka vrednost bila ekstremna prvi put sledećeg puta će težiti da bude bliže proseku. b) Grupa nastavnika obučavala je pilote za sletanje. Kada bi pilot baš glatko sleteo dobijao je pohvalu a kada baš loše sleti kritiku. Obično se dešavalo da ako pilot baš dobro sleti sledeći put lošije sleti ili ako pilot baš loše

sleti sledeći put bolje sleti. Grupa nastavnika zaključila je da kritika dobro utiče na pilote dok pohvala loše utiče na pilote. Naravno ovo ne mora biti istina već je reč o miskoncepciji regresije, to jest zanemarivanju pojave da neka vrednost koja je bila ekstremna teži prosečnoj vrednosti i udaljavanju od ekstremnih vrednosti (Woodland & Woodland, 2013). S obzirom da ni ova miskoncepcija neće biti dalje diskutovana u tezi ovde je dato samo osnovno objašnjenje.

2.1.2 Heuristika dostupnosti (Availability heuristics)

Često može doći do pogrešaka kada se izvodi zaključak o proceni verovatnoće nekog događaja na osnovu toga sa kojom se lakoćom može doći do povoljnog ishoda (Dimara et al., 2016; Sukumar, 2017; Tversky & Kahneman, 1973). Tverski i Kahneman navode primer kako neko može suditi o riziku da sredovečni ljudi dobiju srčani udar na osnovu iskustava svojih poznanika. Ako neko poznaje više osoba koje su imale srčani udar često veruje da je veća verovatnoća da neko ko je sredovečan dobije srčani udar (Tversky & Kahneman, 1974). Ako neko na putu od kuće do posla vidi dva udesa veruje da je na teritoriji čitavog grada tog dana više udesa nego obično, što ne mora biti slučaj. Ovakva heuristika naziva se heuristika dostupnosti (Availability heuristics). Ovakva heuristika može biti koristan trag za određivanje frekvencija (Dimara et al., 2016) s obzirom da je obično lakše setiti se češćih, a obično i verovatnijih ishoda. Naravno na dostupnost utiču različiti faktori pa se dostupnost može razlikovati od verovatnoće (Dimara et al., 2016; Kahneman et al., 1974b).

2.1.2.1 *Zabluda zbog pristupačnosti instance*

Nekada je potrebno odrediti veličinu podgrupe uzorka, pa se u tim situacijama pribegava heuristici dostupnosti, to jest procenjuje se veličina podgrupe uzorka na osnovu lakoće kojom se može pristupiti elementima te podgrupe (Dimara et al., 2016). Na primer: Ispitanicima su čitana imena i prezimena muškaraca i žena. Međutim bilo je više imena poznatih muškaraca nego poznatih žena, što je imalo za efekat da ispitanici odgovore da je na listi više muškaraca (Kahneman et al., 1974b). Ovakva zabluda poznata je kao zabluda zbog pristupačnosti instance (biases due to the retrievability of instance). Takođe u ovu grupu zabluda spada nečiji sud o povećanom broju nesreća koji raste kada taj neko vidi uživo nesreću. Primer za takvu miskoncepciju je da kada neko vidi požar uživo čini mu se da su frekventniji požari nego kada takvu vest pročita u novinama (Tversky & Kahneman, 1974). U jednom eksperimentu od grupe učenika je traženo da navedu 12 situacija u kojima su pokazali samopouzdanje, a u drugoj grupi traženo je da navedu takvih 6 situacija, potom je traženo i da

procene sopstveno samopouzdanje. Ispostavilo se da učenici iz grupe koja je trebala da navede 12 situacija u kojima su pokazali samopouzdanje daju nižu procenu sopstvenog samopouzdanja u odnosu na učenike iz druge grupe. Zaključak je da je na učeničku samoprocenu samopouzdanja uticalo to sa kojom su lakoćom učenici mogli da sete situacija koje manifestuju samopouzdanje (Schwarz et al., 1991).

2.1.2.2 *Zabluda zbog težine pretraživanja skupa*

Zabluda zbog težine pretraživanja skupa (Biases due to the effectiveness of a search set) je još jedna od miskoncepcija koja pripada heuristici dostupnosti. Za ovu miskoncepciju prepoznatljivo je pitanje Tverskog i Kanemana: Da li ima više reči od tri ili više slova u engleskom jeziku koje počinju slovom r ili koje sadrže slovo r na trećoj poziciji? Objektivna računica govori da je više reči u engleskom jeziku koje sadrže slovo r na trećoj poziciji. Mada su ispitanici dali drugačiji odgovor, što je objašnjeno time da su se ispitanici mnogo lakše prisećali reči koje počinju slovom r nego onih koje sadrže slovo r na trećoj poziciji (Tversky & Kahneman, 1974).

2.1.2.3 *Zabluda zbog težine konstruisanja rešenja*

Do zablude zbog težine konstruisanja rešenja (Biases of imaginability) dolazi kada ispitanik ne treba da se seti događaja koji pripada određenoj klasi iz iskustva već treba da konstruiše pojavljivanje klase u zavisnosti od datog pravila (Dimara et al., 2016; Tversky & Kahneman, 1974). Obično se konstruiše nekoliko primeraka te klase pa se na osnovu lakoće sa kojom se došlo do odgovora da procena koliko je određena klasa zastupljena. Jedan od čestih primera za ilustraciju ove kognitivne zablude dat je u studiji Kanemana i Tverskog (Tversky & Kahneman, 1974): U grupi od 10 ljudi treba odabrati da li praviti ekipu od 2, 3, 4...8, članova tako da je moguće napraviti najviše različitih ekipa. Ispitanici najčešće odgovaraju da je takvih kombinacija najviše ako u ekipi ima 2 člana, što svakako nije tačno. Ispitanici su davali procenu ne računajući koliko ima kombinacija, već su intuitivno davali procenu. Ako pak izračunamo dobijamo da se prilikom pravljenja ekipe od 2 člana može napraviti $\binom{10}{2} = 45$ različitih ekipa, dok recimo ako bismo pravili ekipe od po 5 članova, mogli bismo da napravimo $\binom{10}{5} = 252$ različite ekipe. Potom su ispitanici upitani da procene koliko se može napraviti različitih ekipa sa 2 člana i sa 8 članova. Medijana odgovora za 2 člana je bila 70, dok je medijana odgovora za ekipu od 8 članova bila 20, tako da je došlo do precenjivanja broja kombinacija za ekipe od 2 člana i potcenjivanja broja

kombinacija za ekipe od 8 članova (Tversky & Kahneman, 1974). Do ove kognitivne zablude dolazi jer je mnogo lakše da se konstruišu (zamisle) različite kombinacije od dva člana nego različite kombinacije od osam članova. Kod manifestacije ove kognitivne zablude dolazi do precenjivanja nekih pojava koje lako mogu da se konstruišu i potcenjivanja onih koje su teže konstruisati ili zamisliti (Dimara et al, 2016).

2.1.2.4 *Iluzorna korelacija*

Iluzorna korelacija (Illusory correlation) je način rezonovanja kada se pravi korelacija između događaja gde zapravo ona ne postoji. Primer za to može biti rezonovanje da ako u jednoj grupi ima više muškaraca nego žena i ispostavi se da ta grupa u većoj meri podržava reciklažu onda se izvede zaključak da muškarci u većoj meri podržavaju reciklažu od žena iako veza ne mora da postoji. Chapman & Chapman, (1969) su testirali ovu vrstu miskoncepcije među studentima medicine, gde su u jednom od eksperimenata izdvojili neke od simptoma pacijenata i njihove crteže čoveka. Takve podatke dali su grupi studenata. Gotovo svaki student je pronašao vezu između crteža i nekog od simptoma iako zaista veze nije bilo. Do ove kognitivne zablude dolazi kada su neki podaci specifični, retki i drugačiji pa izazivaju pažnju, stoga je lakše da ih se ispitanik seti, što se oslanja na heuristiku dostupnosti. Tako na primer u jednom od eksperimenata ispitanicima su čitane karakteristike članova grupe A i grupe B. Pročitano je 24 karakteristike članova grupe A od kojih 16 negativnih i 8 pozitivnih i 12 karakteristika članova grupe B od kojih 8 negativnih i 4 pozitivna, što je zapravo isti odnos pozitivnih i negativnih karakteristika. Međutim ispitanici su češće ocenjivali grupu B kao grupu sa pozitivnijim karakteristikama (Hamilton & Gifford, 1976). Još neki od primera su: verovanje da će Fudbalski klub Partizan pobediti ako dok gledamo utakmicu nosimo Partizanov dres ili student koji ne voli ispite četvrtkom jer mu se desilo da je pao ispit koji je bio u četvrtak. Ovakvi primeri govore da su predrasude vrlo često plod iluzorne korelacije. U ovakvim slučajevima od pomoći može biti tabela kontingencije u kojoj će se zabeležiti koliko je bilo pobeda i poraza kada je utakmica gledana sa dresom ili bez dresa. U ovoj tezi biće dato i tumačenje studentskih odgovora gde se neki od njih mogu okarakterisati i kao iluzorna korelacija. Kako bi se između ostalog ispitala iluzorna korelacija u glavnoj studiji prikazanoj u ovoj tezi, ispitanici su rešavali zadatak dat u primeru 10.

primer 10:

Dve grupe ispitanika popunjavale su anketu o upotrebi mobilnog telefona tokom voženje. 70% ispitanika prve grupe se izjasnilo da koristi mobilni telefon tokom vožnje dok je to slučaj kod 40% ispitanika druge grupe. Prvu grupu sačinjavalo je 20 žena i 10 muškaraca, dok je drugu grupu činilo 14 žena i 16 muškaraca.

Iz navedenog možemo zaključiti :

- a) Muškarci češće koriste mobilni telefon tokom vožnje od žena.
- b) Žene češće koriste mobilni telefon tokom vožnje od muškarca.
- c) Na osnovu datih podataka ne može se izvesti zaključak o upotrebi mobilnih telefona tokom vožnje u odnosu na pol.

Na osnovu datih podataka ne može se utvrditi ko u većoj meri koristi mobilni telefon tokom vožnje. Svakako iz datih podataka ne možemo utvrditi broj muškaraca i žena koji je tokom vožnje koristio telefon što predstavlja prepreku za kreiranje tabele kontigencije i izvođenje zaključka. Čak i sa potpunim informacijama postavlja se pitanje da li se iz datih podataka može izvesti generalizovan stav poput stavova a) i b).

Ono što se može desiti da ispitanici podlegnu miskoncepciji iluzorne korelacije i odaberu stav pod b) s obzirom da je u toj grupi više žena i da se u toj grupi veći broj ispitanika izjasnio da koristi mobilni telefon tokom vožnje. Kako su ispitanici naše studije odgovorili na ovo pitanje biće predstavljeno u daljem tekstu teze.

2.1.3 Prilagođavanje i sidrenje (Adjustment and Anchoring)

Kada prilikom izvođenja zaključaka dolazi do preteranog ili neosnovanog oslanjanja na vrednosti (na određeni podatak ili na delimične proračune koje je sam ispitanik izračunao) date u formulaciji problema, reč je o tipu zabluda poznatog u literaturu kao prilagođavanje i sidrenje (Adjustment and Anchoring). Zapravo jedna informacija uzme se kao značajna (anchor), a potom se zaključak usklađuje sa tom informacijom (Epley & Gilovich, 2001, 2006).

2.1.3.1 *Nedovoljno prilagođavanje*

Primer za zabludu nedovoljnog prilagođavanja (Insuficijent adjustment) je eksperiment kada su ispitanici u dve grupe upitani da odrede procenat afričkih zemalja u Ujedinjenim nacijama. Zapravo, prva grupa je pitana da li ima više ili manje od 10% afričkih zemalja u Ujedinjenim nacijama kao i da daju svoju procenu koliki je procenat afričkih zemalja u Ujedinjenim nacijama. Druga grupa upitana je isto ali umesto 10% ispitanicima je data vrednost od 65%. Medijana odgovora za prvu grupu bila je 25%, a za drugu 45% (Tversky & Kahneman, 1974). Ovakvi nalazi ukazuju da je odgovor ispitanika u mnogome zavisio od teksta pitanja to jest od date početne vrednosti. U drugom eksperimentu ispitanici jedne grupe upitani su da procene vrednost proizvoda $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8$, a druge $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$. S obzirom da je ispitanicima dato samo 30 sekundi da procene rezultat, ispitanici u obe grupe pribegavaju da donose zaključak na osnovu proizvoda prvih nekoliko činilaca. U prvoj grupi medijana je bila 512 a u drugoj grupi 2250, što je daleko od dobre procene odgovora (Tversky & Kahneman, 1974).

2.1.3.2 *Konjunktivna i disjunktivna zabluda*

Kognitivne zablude vezane za procenu verovatnoće konjunktivnih i disjunktivnih događaja (Biases in the evaluation of conjunctive and disjunctive events) predstavljaju još jednu važnu celinu u okviru heuristike prilagođavanja i sidrenja. Na primer, neka je data urna sa 10% belih i 90% crvenih kuglica i neka je zadatak je da se proceni verovatnoća događaja da se izvuče 10 puta crvena kuglica u deset izvlačenja sa vraćanjem (konjunktivni događaj). U ovakvim situacijama vrlo često dolazi do precenjivanja verovatnoće konjunktivnih događaja. Sa druge strane ako bi zahtev bio da se proceni verovatnoća događaja da se izvuče bar 1 bela kuglica iz iste urne u 10 izvlačenja sa vraćanjem (disjunktivni događaj), onda dolazi vrlo često do potcenjivanja verovatnoće disjunktivnih događaja gde se verovatnoća ovakvog događaja procenjuje kao manja od stvarne verovatnoće. U okviru ove kognitivne miskoncepcije često se razmatraju konjunktivna zabluda i disjunktivna zabluda zasebno (Lu, 2016). Konjunktivna zabluda se odnosi na to kada se veruje da je veća verovatnoća konjunktije događaja $P(A \wedge B)$ nego pojedinačno verovatnoća događaja $P(A)$ i događaja $P(B)$ (Lu, 2016). Ovom miskoncepcijom bavili su se i Tverski i Kahneman (Tversky & Kahneman, 1974). U jednom od njihovih poznatih eksperimenata ispitanicima su dali opis jedne osobe i naveli 8 mogućih zanimanja te osobe (primer 11). Zatim su upitali ispitanike da rangiraju date tvrdnje prema verovatnoći tako da one odgovaraju datom opisu osobe.

primer 11:

Linda ima 31 godinu, živi sama, veoma je bistra. Završila je filozofski fakultet, tokom studija bavila se pitanjima diskriminacije i socijalne pravde, takođe je učestvovala u anti-nuklearnim demonstracijama.

- a) Linda je radnik banke. (A)
- b) Linda je radnik banke i feministkinja. ($A \wedge B$)
- c) Linda je nastavnica u osnovnoj školi.
- d) Linda radi u knjižari i ide na časove joge.
- e) Linda je prodavac životnog osiguranja.
- f) Linda je feministkinja. (B)
- g) Linda je socijalni radnik
- h) Linda član udruženja ženskih glasača.

Većina ispitanika u ovom eksperimentu, njih 85%, rangiralo je konjunktivni događaj *Linda je radnik banke i feministkinja*. ($A \wedge B$) kao događaj sa većom verovatnoćom od događaja *Linda je radnik banke* (A) (Tversky & Kahneman, 1983). Ova vrsta miskoncepcije poznata je i kao jednostruka konjunktivna zabluda jer su ispitanici procenili da je verovatnoća događaja $P(A \wedge B)$ veća od jednog konstituentata preseka, mada postoje i studije koje svedoče da se događa da ispitanici procenjuju da je verovatnoća konjunkcije događaja veća od obe verovatnoće pojedinačnih događaja što je poznato kao dvostruka konjunktivna zabluda (Fantino et al., 1997). Neki od uzroka ove kognitivne zablude su preveliko oslanjanje na sadržaj pitanja posebno ako je taj sadržaj dramatičan i šokantan za ispitanika. U takvim situacijama ispitanik ne primenjuje zakone verovatnoće nego se oslanja na neku od heuristika reprezentativnosti, dostupnosti ili prilagođavanja i sidrenja (Tversky & Kahneman, 1983). Takođe razlozi za ovu kognitivnu zabludu mogu biti omaške samih ispitanika koji pomešaju način računanja verovatnoće konjunktivnih i disjunktivnih događaja kao i jezičke nejasnoće kada su u pitanju veznici „i“ i „ili“ (Bar-Hillel & Neter, 1993; Hartmann & Meijs, 2012; Hertwig et al., 2008; Tversky & Kahneman, 1983). Česta omaška je da ispitanici kada se koristi veznik „ili“, to razumeju kao ekskluzivnu disjunkciju.

Zabluda u kojoj ispitanici procenjuju verovatnoću disjunkcije događaja $P(A \vee B)$ kao manju nego verovatnoću pojedinačnog događaja koji čini tu disjunkciju poznata je u literaturi kao jednostruka disjunktivna zabluda dok je dvostruka disjunktivna zabluda miskoncepcija kod koje se verovatnoća

disjunkcije događa procenjuje kao manja u odnosu na oba pojedinačna događaja (Lu, 2016). Mnogo je više studija koje se bave konjunktivnom zabludom jer se smatra da su uzroci konjunktivne i disjunktivne zablude gotovo isti (Lu, 2016) mada postoje i studije koje su se bavile baš temom disjunktivne zablude (Lambdin & Burdsal, 2007; Li et al., 2012) gde su predstavljeni specifični uzroci ove kognitivne zablude.

Kako bi se ispitalo da li su ispitanici iz glavnog istraživanja studije prikazane u ovoj tezi imuni na konjunktivnu i disjunktivnu zabludu, u studiju je uključen zadatak dat u primeru 12, sličan zadatku iz studije Bar-Hillel (Bar-Hillel, 1973):

primer 12:

Odaberi u šta ćeš se kladiti:

- a) Da se izvuče crvena kuglica iz urne gde su pola bele pola crvene kuglice.
- b) Da se sedam puta izvuče crvena kuglica iz urne gde je 90% crvenih kuglica i 10% belih u sedam izvlačenja sa vraćanjem.
- c) Da se izvuče najmanje jedna crvena kuglica iz urne gde je 90% belih kuglica i 10% crvenih u sedam izvlačenja sa vraćanjem

Ovaj zadatak spada u program nastave srednjih škola koje obrađuju oblast verovatnoće, kao i plan i program kurseva verovatnoće i statistike na fakultetima. Veliki broj učenika trebalo bi da bude osposobljen da sprovede tačan račun, mada je u ovom zadatku dovoljna samo procena koja verovatnoća je najveća. Primer studije Bar-Hillel (1973) pokazuju da se zapravo najređe bira opcija c) koja suštinski ima najveću verovatnoću.

$$P(A) = 0.5$$

$$P(B) = (0.9)^7 = 0.48$$

$$P(C) = 1 - (0.9)^7 = 0.52$$

Mnoge studije potvrđuju da klasični kursevi iz verovatnoće i statistike ne mogu u mnogome unaprediti prevazilaženje pogrešnih shvatanja u verovatnoći i statistici (Konold, 1989a, 1989b, 1995; Shaughnessy, 1992). Učenici obično usvajaju one sadržaje koji su u skladu sa njihovim verovanjima i miskoncepcijama. Ponekad učenici samo delimično usvoje gradivo tako da su u stanju da na određene zahteve sprovedu odgovarajuće procedure ali kada treba da donesu odluke oslanjaju se na ranije poznate heuristike koje vode ka miskoncepcijama (Hirsch & O'Donnell, 2001; Konold, 1995).

Nalazi ranijih studija sprovedenih među ispitanicima iz različitih oblasti poput bankarstva, investicija, revizije, upravljanja i zdravstvene zaštite otkrili su da čak i odrasli i obrazovani ljudi imaju poteškoća sa tumačenjem informacija i izvođenjem zaključaka u neizvesnim situacijama (Bílek et al., 2018; Bramwell et al., 2006; Gigerenzer et al., 2007; Kang & Park, 2019). Kada je reč o studentima, studija koju su sproveli Khazanov and Prado (Khazanov & Prado, 2010) je pokazala da je među studentima finansija, umetnosti i medicine čak oko 80% studenta podložno miskonceptiji jednakoverovatnosti. Takođe studija koju su sproveli Hirsch and O'Donnell (2001) pokazala je da je 75% studenata iz različitih oblasti (uglavnom sa studija psihologije) podložno različitim miskonceptijama zasnovanim na nedovoljnom poznavanju i razumevanju koncepta iz verovatnoće i statistike. U takvim situacijama veliki broj ispitanika sklon je primeni različitih heuristika koje ih u najvećem broju slučajeva dovode do pogrešnih zaključaka. Mnoge studije su pokazale da uvođenje dodatnog kursa iz verovatnoće i statistike u standardnoj formi neće imati značajan uticaj na prevazilaženje miskonceptija (Batanero & Borovcnik, 2016; Khazanov & Prado, 2010). Štaviše, ranija istraživanja su pokazala da iako su studenti i učenici uspešni na testovima sprovedenim na kursevima iz verovatnoće i statistike vrlo često u realnom kontekstu ne prepoznaju ili ne primenjuju osnovne koncepte iz verovatnoće i statistike i skloni su miskonceptijama (Chance et al., 2007; Garfield & Ahlgren, 1988; Garfield & Ben-Zvi, 2007). Sa druge strane veliki broj studija je pokazao da kursevi iz verovatnoće i statistike mogu doprineti prevazilaženju miskonceptija ali se mora promeniti sadržaj kurseva i način predstavljanja gradiva (Delmas et al., 2007; Gauvrit & Morsanyi, 2014; Gigerenzer et al., 2007; Masel et al., 2015; Morsanyi et al., 2013). Navedene studije ističu da se posebna pažnja mora obratiti na prethodna znanja studenata, sprovođenje eksperimenata, primenu frekvencija, primenu realnih podataka, i intuitivnog razumevanja osnovnih konceptata. Štaviše, studija (Jun, 2001) sprovedena u Kini među 567 učenika 6, 8. i 12. razreda pokazuje da čak i kratka intervencija (od 8 časova), kada su predstavljani sadržaji iz verovatnoće i statistike uz poštovanje pomenutih smernica može imati pozitivne efekte na razumevanje osnovnih konceptata iz verovatnoće i statistike. Ovakvi nalazi ukazuju da miskonceptije mogu biti izbegnute i posebno naglašavaju značaj i važnu ulogu nastave. Stoga studija prikazana u ovoj tezi će između ostalog pokazati i ima li razlike u uspešnosti studenata u prevazilaženju miskonceptija između onih koji su imali nastavu iz verovatnoće i statistike tokom formalnog obrazovanja i onih koji se nisu upoznali sa sadržajima iz verovatnoće i statistike kroz formalno obrazovanje. Na taj način ova studija treba da pokaže da li postoji potreba za unapređenjem nastave verovatnoće i statistike za studente tehničkih fakulteta i šire.

2.2 Stavovi studenata prema matematici i statistici

S obzirom da je jedan od ciljeva ove studije ispitivanje stavova studenta o matematici i statistici u ovom odeljku biće dat teorijski okvir vezan za ispitivanje stavova iz matematike i statistike. Takođe u ovom odeljku biće razmatrani različiti klasteri pitanja vezani za stavove studenta prema matematici i statistici sa posebnim osvrtom na klaster pitanja korišćene u studiji predstavljenoj u ovoj tezi.

Generalno govoreći stav učenika ili studenata (u daljem tekstu studenata) prema matematici je često shvaćen kao pozicija između studentskih emocija i uverenja (McLeod, 1992). Stav se odnosi na pozitivnu ili negativnu emocionalnu dispoziciju prema matematici (Marchis, 2011; McLeod, 1992). Postoje razne definicije stava studenata prema matematici ili statistici, a jedna od njih, na kojoj se temelji i ova studija je: “afektivni odgovori koji uključuju pozitivna ili negativna osećanja umerenog intenziteta i razumne stabilnosti” (McLeod, 1992, p. 581).

2.2.1 Stav studenata prema matematici

Mnogi edukatori smatraju da stav prema matematici igra važnu ulogu u studentskim postignućima (Leong & Alexander, 2014; Marchis, 2011; Nicolaidou & Philippou, 1997), mada ima i studija koje ne pokazuju jaku i direktnu vezu između stavova studenata i postignuća (Ma & Kishor, 1997). Kada je u pitanju usvajanje gradiva i unapređenje znanja studenta smatra se da stav ima važnu ulogu (Di Martino & Zan, 2010). Što se tiče pola, neke ranije studije pokazuju da vrlo često devojčice imaju negativniji stav prema matematici nego dečaci (Frenzel & Goetz, 2007; Frost et al., 1994; Leder, 1995). Takođe, i da stav prema matematici postaje negativniji što su studenti na višem nivou formalnog obrazovanja (McLeod, 1994).

Ispitivanje stava studenta prema matematici može se odnositi na različite klaster pitanja poput pitanja koja se odnose na stav prema nastavniku, sopstvenu samoprocenu znanja, anksioznost, sopstveni sud o stečenom znanju i želju za usavršavanjem, primenu matematike ili na neke druge klaster pitanja. Cilj ove studije nije sveobuhvatno ispitivanje stava prema matematici već se stav ispituje u cilju dobijanja sveobuhvatnije slike o studentskim stavovima prema podacima i statistici. Kako se statistika tokom formalnog obrazovanja uglavnom izučava kroz nastavu matematike, u ovoj studiji ispitivani su stavovi studenata o matematici kroz dva klastera pitanja: *značaj i upotrebu matematike* u ličnom i profesionalnom životu (I klaster pitanja) i *samoprocenu* stečenog znanja i želja za usavršavanjem sopstvenog znanja iz matematike (II klaster pitanja).

Stav o značaju i upotrebi matematike kako u ličnom tako i u profesionalnom životu predstavlja važnu komponentu koja utiče na motivisanost studenata i njihovu zainteresovanost za učenje matematike (Marchis, 2011). Motivisanost zasnovana na stavovima o primeni matematike ima značajan uticaj na pristup matematičkom problemu, na procedure koje će biti korišćene ili izbegnute tokom rešavanja problema, kao i na to koliko će dugo i uporno biti rešavan određen matematički problem (Schoenfeld, 1985, p. 45). Stav studenata o značaju i upotrebi matematike u ličnom i profesionalnom životu otkriva i koliko je formalno obrazovanje ispunilo svoju ulogu i povezalno sadržaj matematike kao nastavnog predmeta sa realnim životom i ukazalo na značaj matematike u velikom broju zanimanja. Zapravo dešava se da studenti kada se susretnu sa problemom u svakodnevnom životu, čije rešavanje zahteva primenu matematičkog znanja, vrlo često ne prepoznaju matematičku pozadinu problema ili je pak prepoznaju ali nisu u stanju da primene stečeno znanje (Marchis, 2011), što ima za posledicu i negativan stav prema značaju i upotrebi matematike u ličnom i profesionalnom životu.

Kada je u pitanju stav prema matematici, drugi klaster pitanja o kome će biti reči u ovoj studiji odnosi se na samoprocenu studenata o sopstvenom stečenom znanju i želji za unapređenjem znanja. Ova grupa pitanja odnosi se na evaluaciju stečenog znanja kao i na vezu sa kvalitetom procesa učenja (Zimmerman, 2002). S obzirom da je matematika obavezni predmet tokom osnovnog i uglavnom tokom srednjeg obrazovanja ideja je da se ispita da li studenti nakon završenog formalnog douniverzitetskog obrazovanja smatraju da su dovoljno znanja stekli na časovima matematike, kao i da li je taj proces bio težak. Takođe ispitivana je i želja studenata za unapređenjem sopstvenog znanja kada je u pitanju matematika.

2.2.2 Stav studenata prema statistici i podacima

Statistika i rad sa podacima dobijaju sve više na značaju, u skladu sa tim postaju sastavni deo mnogih kurikuluma širom sveta, pa je sve više i istraživanja koja se bave ispitivanjem stavova prema statistici i podacima (Emmioğlu & Capa-Aydin, 2012; Hilton et al., 2004; Judi et al., 2011; Nolan et al., 2012). Rezultati ranijih studija pokazuju da je stav prema statistici i podacima vrlo često povezan sa postignućima studenata (Papanastasiou, 2008; Tapia & Marsh, 2001). Preciznije, pozitivan stav prema statistici i podacima doprinosi razvoju statističkih veština, primeni statistike u svakodnevnom životu, primeni statistike u drugim kursevima i želji studenata da usavršavaju svoje znanje iz statistike (Gal, 1997). Sa druge strane negativan stav može uticati na izazivanje anksioznosti kod

studentata tokom trajanja kursa ili negativno uticati na usvajanje znanja iz oblasti verovatnoće, statistike i podataka (Ahmad Fauzi Mohd Ayub et al., 2005; Fullerton & Umphrey, 2001).

Poslednjih decenija sa porastom broja istraživanja na ovu temu, kreiran je i veliki broj skala koje ispituju stav studentata uglavnom prema određenom kursu iz statistike. Ovde su navedene neke od poznatijih skala: Statistics Attitude Survey (SAS), Attitudes Toward Statistics Scale (ATS), Survey of Attitudes Toward Statistics Scale (SATS). Skala SAS (Roberts & Bilderback, 1980) sadrži 33 pitanja koja se uglavnom odnose na kurs iz statistike i sopstveni utisak studentata o težini sadržaja kursa. Analiza ove skale pokazala je srednju jačinu povezanosti između stavova studentata izmerenih ovom skalom i ocena na kursu. Potom, ATS (Wise, 1985) skala se sastoji iz dva klastera pitanja: jednog koji meri stav o značaju statistike u polju budućeg zanimanja i drugi koji meri stav studentata prema kursu na koji su upisani. Oba navedena klastera pitanja sadrže petostepeni Likertov format odgovora. Jedna od najkorišćenijih skala je SATS-28 skala sa sedmostepenim Likertovim formatom odgovora (Emmioğlu & Capa-Aydin, 2012). Prvobitno autori (Schau et al., 1995) razvijaju SATS skalu sa 28 pitanja raspoređenih u 4 klastera koji mere: *afekat*, *kognitivne kompetencije*, *vrednost i teškoće*. Kasnije ova skala je proširena sa još 8 pitanja SATS-36, to jest još 2 klastera kao što su *zainteresovanost i trud*. U ovakvim skalama navedeni klasteri se odnose na sledeće: *afekat*-pozitivna ili negativna osećanja prema statistici, *kognitivna kompetencija*-stav o sopstvenim intelektualnim veštinama prilikom primene statistike, *vrednost*-stav prema značaju, koristi statistike u ličnom i profesionalnom životu, *teškoće*-stavovi prema tome koliko je teška statistika kao premet, *zainteresovanost*-zainteresovanost da uče i primenjuju statistiku, *trud*-stav o trudu koji bi uložili u učenje statistike (Ashaari et al., 2011).

Iako SATS -28 i SATS-36 spadaju među najkorišćenije skale one su pre svega namenjene ispitivanju stava studentata na početku, kraju ili tokom kursa iz statistike, pa su samim tim i pitanja prilagođena tom cilju. Kako istraživanje predstavljeno u ovoj tezi nema za cilj da ispita stav studentata koji su na nekom konkretnom kursu statistike, ni skala nije u potpunosti odgovarajuća. U tom cilju formiran je nov instrument, to jest nova skala koja ispunjava potrebe istraživanja. Jedan broj pitanja je sličan sa pitanjima navedenim u skalama SAS, ATS i SATS. Cilj ove studije je da se novokreiranim instrumentom ispituju stavovi budućih akademskih građana prema statistici i podacima i to u tri klastera: *samoprocena* sopstvenog znanja iz statistike, *značaj i upotreba* statistike u ličnom i profesionalnom životu i *zloupotreba* statistike. U klasteru *samoprocena* ispituje se kakav je lični utisak ispitanika o sopstvenom znanju iz statistike kao i utisak koliko su učili statistiku tokom školovanja. U klasteru *značaj i upotreba* ispituje se stav o

tome koliko ispitanicima pomaže znanje iz statistike u ličnom i profesionalnom životu i u kojoj meri smatraju važnim znanja iz statistike. U klasteru *złoupotreba* ispituje se stav o podacima predstavljenim u medijima i opšte o złoupotrebi statistike.

2.3 Zadaci pogodni za ispitivanje miskoncepcija vezanih za koncepte iz verovatnoće i statistike

Zadaci za ispitivanje prisustva miskoncepcija primenjivani u ranijim studijama, razlikuju se po svom sadržaju i formi. Sadržaj zadataka može biti opšti ili specifičan za određenu grupu ispitanika. Opšti sadržaj zadataka podseća na školske zadatke i namenjen je ispitanicima iz raznih usmerenja, primeri takvih zadataka dati su u teorijskom okviru kroz primere (primeri 3-11). Kada se ispituje prisustvo miskoncepcija kod učenika ili studenta uglavnom se koriste opšti zadaci (Bennett & Anway, 2003; Gürbüz et al., 2014; Kustos & Zelkowski, 2013; Triliana & Asih, 2019; Watson & Kelly, 2009). Zadaci po sadržaju mogu biti i specifični tj. prilagođenog konteksta za određenu grupu ispitanika, pa tako kada su u pitanju zaposleni ili neke specifične grupe ispitanika onda je sadržaj zadataka specifičan za određenu profesiju (Kang & Park, 2019; Masel et al., 2015) (Tabela 1). Kako su u ovoj studiji učestvovali studenti, zadaci primenjivani u ovoj studiji su opšteg tipa.

Kada je u pitanju forma zadataka za ispitivanje miskoncepcija zasnovanih na nedovoljnom poznavanju i razumevanju koncepata iz verovatnoće i statistike u literaturi su dominantne dve osnovne forme: zadaci zatvorenog tipa (Bennett & Anway, 2003; Gürbüz et al., 2014; Kang & Park, 2019; Tsakiridou & Vavyla, 2015) i zadaci otvorenog tipa (Bekkink et al., 2016; Paul & Hlanganipai, 2014; Triliana & Asih, 2019) (Tabela 1).

Generalno među zadacima zatvorenog tipa izdvaja se nekoliko kategorija zadataka: alternativni izbor, sparivanje, višestruki izbor i pitanja sa više tačnih odgovora. Alternativni izbor odnosi se na zadatke kada su kao odgovor ponuđene dve opcije od koji ispitanik treba da odabere jednu. Ovakvi zadaci praktično se ne razlikuju od zadataka „tačno - netačno“. U testovima znanja zadaci alternativnog izbora nemaju veliku upotrebnu vrednost obzirom da stopa pogađanja tačnog odgovora može biti velika, gde se problem eventualno može smanjiti skorovanjem kombinacije više alterantivnih odgovora (Verbić, 2013). Druga vrsta zadataka zatvorenog tipa je zadatak sparivanja (povezivanja). Ispitanik na ovom tipu zadatka treba da spoji parove ponuđenih opcija. Nema mnogo literature koja diskutuje ovaj tip pitanja, posebno skorovanje ovog tipa pitanja nije diskutovano u literaturi (Verbić, 2013). Kada je u pitanju ispitivanje

miskonceptija vezanih za verovatnoću i statistiku takođe nema mnogo studija u dostupnoj literaturi koji su koristili zadatke alternativnog izbora ili zadatke sparivanja.

Treću kategoriju zadataka zatvorenog tipa čine zadaci višestrukog izbora koji su najčešći tip zadataka korišćen za ispitivanje miskonceptija zasnovanih na nedovoljnom poznavanju koncepta iz verovatnoće i statistike. Ovakvi zadaci imaju više od dve ponuđene opcije. Osim tačne opcije ponuđene su i netačne opcije koje se nazivaju distraktorima. Kod zadataka koji ispituju prisustvo miskonceptija kao distraktori obično su navedeni najčešći odgovori dobijeni u ranijim studijama koji su specifični za određenu miskonceptiju što je bio slučaj i u zadacima primenjenim u ovoj tezi. Zadaci višestrukog izbora su pogodni jer su lakši za ocenjivanje i istraživanja koja uključuju veliki broj ispitanika. Takođe, zadaci višestrukog izbora mogu pokriti veliki broj tema, a testovi koji sadrže zadatke višestrukog izbora mogu imati veliki broj zadataka, i pri tom ocenjivanje ovakvih zadataka je konzistentno (Bennett & Anway, 2003; Gürbüz et al., 2014; Kang & Park, 2019; Tsakiridou & Vavyla, 2015). Iako su zadaci višestrukog izbora pogodni u mnogim testiranjima, ovakvi zadaci često navode ispitanika da odgovori iako ne zna ili nije siguran u odgovor, eliminacijom ili pogađanjem. Takođe ovakav tip zadataka ne daje puno informacija i nije pogodan za ispitivanje i analiziranje zahtevnijih zadataka kao ni za ispitivanje rezonovanja ispitanika (Kastner & Stangl, 2011; Shaughnessy, 1992). Štaviše kada su u pitanju zadaci iz verovatnoće i statistike, primenom zadataka višestrukog izbora imamo informaciju da li je ispitanik korektno procenio verovatnoću nekog događaja ali i ne kako je stigao to tog rešenja (Hirsch & O'Donnell, 2001).

Još jedna vrsta zadataka zatvorenog tipa su zadaci sa više tačnih odgovora. Ovaj tip zadataka dosta je sličan pitanjima višestrukog izbora gde se među ponuđenim opcijama nalazi više tačnih opcija. Zadaci sa više tačnih odgovora sastoje se iz stabla, instrukcije i nekoliko tačnih i netačnih opcija. Ispitanici odgovaraju na ovaj tip zadataka tako što označavaju tačne opcije dok netačne ostavljaju neoznačene. Iako je ovakav tip zadataka prisutan u različitim testovima znanja, kada su u pitanju sadržaji iz verovatnoće i statistike u dostupnoj literaturi nije pronađena studija u kojoj je korišćen ovaj tip pitanja.

Tabela 1. Različiti tipovi i forme zadataka u nekim od studija koje istražuju miskonceptije

naziv studije	autori	god.	tip zadataka	forma zadataka	N	uzorak	država
Statistical and Probabilistic Reasoning and Misconceptions among Selected College Students	Bennett & Anway, 2003	2003	opšteg tipa	zatvorenog tipa	50	Studenti	SAD, Wisconsin
Grade-continuum trajectories of four known probabilistic misconceptions	Kustos & Zelkowski 2013	2013	opšteg tipa	zatvorenog tipa	586	Učenici 7., 9., 11. i 13. razreda	SAD, Alabama
Analysis of students' errors in solving probability based on Newman's error analysis	Triliana & Asih, 2019	2019	opšteg tipa	otvorenog tipa	5	Učenici 8. razreda	Indonezija
The Effect of Activity-Based Teaching on Remediating the Probability-Related Misconceptions	Gürbüz et al., 2014	2014	opšteg tipa	kombinovano	84	Učenici 6., 7. i 8.	Turska
Development of Student Understanding of Outcomes Involving Two or More Dice	Watson & Kelly, 2009	2009	opšteg tipa	kombinovano	154	Učenici 3. - 13. razreda	Južna Australija i Tasmanija
Employees' judgment and decision making in the banking industry	Kang & Park, 2019	2019	prilagođena profesiji	zatvorenog tipa	144	Odrasli	Seul, Južna Koreja
Evidence-Based Medicine as a Tool for Undergraduate Probability and Statistics Education	Masel et al., 2015	2015	prilagođena profesiji	zatvorenog tipa	40	Studenti medicine	SAD, Arizona
Probability Concepts in Primary School	Tsakiridou & Vavyla, 2015	2015	opšteg tipa	zatvorenog tipa	404	Učenici 2. - 6. razreda	Grčka
The Nature of Misconceptions and Cognitive Obstacles	Paul & Hlanganipai, 2014	2014	opšteg tipa	otvorenog tipa	74	Učenici 10., 11. i 12.	Južna Afrika
Representativeness in Statistical Reasoning:	Hirsch & O'Donnell 2001	2001	opšteg tipa	kombinovano	263	Studenti različitih fakulteta	SAD, New Jersey

N broj ispitanika u studiji

Među zadacima otvorenog tipa izdvajaju se dve vrste zadatka: zadaci kratkog odgovora i zadaci esejskog tipa (Verbić, 2013). U zadacima kratkog odgovora od ispitanika se očekuju da unesu određeni podatak koji može biti broj, znak, reč ili sintagma i obično je vezano za proveru faktografskog znanja. Ovakvi zadaci bi trebalo da imaju značajno manju mogućnost pogađanja od pitanja višestrukog izbora (Verbić, 2013). Otvoreni zadatak kratkog odgovora često se koristi prilikom kreiranja instrumenta kako bi se potvrdilo da ispitanici zaista znaju tačan odgovor kao i za određivanje mogućih distraktora. Kada je u pitanju prepoznavanje miskonceptija vezanih za koncepte iz verovatnoće i statistike i primenu zadatka otvorenog odgovora u dostupnoj literaturi mnogo je češća primena otvorenih zadataka esejskog tipa. U zadacima esejskog odgovora od ispitanika se očekuje da daju rešenje kroz tekstualni odgovor ili da objasne ili opišu neku pojavu rečima (Verbić, 2013).

Generalno, zadaci otvorenog tipa daju uvid u način rešavanja zadatka i rezonovanje studenata (Chaoui, 2011) ali su zahtevniji kako za ispitanike tako i za evaluatore zadatka (Kustos & Zelkowski, 2013). Stoga vrlo često zadaci otvorenog tipa ostaju nedogovoreni (Hollingworth et al., 2007; Verbić, 2013) Ipak upotreba otvorenih zadataka povećava pouzdanost, s obzirom da je mogućnost pogađanja rešenja dosta manja nego kod zadataka višestrukog izbora (Kastner & Stangl, 2011). Mana otvorenih zadataka je to što zahtevaju dosta vremena pa obično testovi koji sadrže otvorene zadatke nemaju veliki broj zadataka, takođe kao još jedan od problema je i pristrasnost koja je se može javiti kod ocenjivanja ovog tipa zadataka (Kastner & Stangl, 2011). Imajući u vidu prednosti i mane oba tipa zadataka u studiji prikazanoj u ovoj tezi upotrebljen je kombinovani model. Kombinovani model podrazumeva da je od ispitanika traženo da odgovore na pitanja višestrukog izbora, a potom i da obrazlože svoje rešenje. Na taj način ostvaren je uvid u rezonovanje studenata i smanjen je uticaj slučajnog pogađanja tačnog odgovora. Sličan postupak prikupljanja odgovora vezanih za rezonovanje studenata prilikom rešavanja zadataka podložnih miskonceptijama dat je u studiji (Hirsch & O'Donnell, 2001) u kojoj su učestvovali studenti različitih fakulteta među kojima je bilo najviše studenata psihologije. U studiji (Hirsch and O-Donnell, 2001) argumentacija izabrane opcije u pitanju višestrukog izbora realizovana je u vidu odabira argumentacije iz skupa od nekoliko tvrdnji od kojih je ispitanik trebao da odabere jednu opciju dok je to u studiji predstavljenoj u ovoj tezi otvoren odgovor. Iako slično sa studijom predstavljenoj u ovoj tezi, u tako kreiranom testu (kao u studiji Hirsch and O-Donnell, 2001) ispitanici mogu biti navođeni u odabiru opcija za argumentaciju, npr. metodom eliminacije, a mogu i na sreću odgovoriti, pa samim tim u studiji koja je prikazana u ovoj tezi za argumentaciju odgovora odabrano je korišćenje

otvorenih odgovora, što predstavlja jednu od prednosti i razlika sa pomenutom studijom.

2.3.1 Odabir zadataka pogodnih za ispitivanje miskoncepcija

Prethodne studije su potvrdile da je moguće ispitivati prisustvo miskoncepcija zasnovanih na nedovoljnom poznavanju i razumevanju koncepata iz verovatnoće i statistike primenom već postojećih zadataka korišćenih u ranijim studijama (Kang & Park, 2019; Woods et al., 2010). Na sličan način, kako bi se ispitalo prisustvo miskoncepcija kod studenata u ovoj studiji, preuzeti su, a potom i izmenjeni i prilagođeni zadaci iz ranijih studija (Blanco & Chamberlin, 2019; Daniel Kahneman & Tversky, 1972; Kang & Park, 2019; Kustos & Zelkowski, 2013; Nabbout-Cheiban, 2017; Tversky & Kahneman, 1973, 1974). Kako bi se očuvala validnost i pouzdanost preuzeti su uslovi i protokoli za sprovođenje istraživanja iz ranijih studija. Zadaci korišćeni u ovoj studiji dati su u Tabeli 2.

Tabela 2. Zadaci korišćeni u studiji

zadaci
<p>Zadatak 1. – Porodilišta - (miskoncepcija: <i>zanemarivanje veličine uzorka</i>)</p> <p>U jednom porodilištu se dnevno rađa oko 45 beba, a u drugom na dnevnom nivou oko 15 beba. Na godišnjem nivou se približno rodi jednak broj dečaka i devojčica. U obe bolnice meren je broj dana kada je rođeno više od 60% dečaka. U kom porodilištu je bilo više takvih dana?</p> <p>a) Većem porodilištu b) Manjem porodilištu c) Oba porodilišta podjednako</p>
<p>Zadatak 2. – Loto - (miskoncepcija: <i>miskoncepcija šansi</i>):</p> <p>Odaberite kombinaciju za igru Loto (7/39) za koju smatrate da ima najviše šansi da bude dobitna.</p> <p>a) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 b) 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24 c) 2, 7, 11, 38, 24, 15, 12 d) sve kombinacije imaju iste šanse</p>

Zadatak 3. – **Mobilni telefoni** - (miskoncepcija: **iluzorna korelacija**):

Dve grupe ispitanika popunjavale su anketu o upotrebi mobilnog telefona tokom vožnje. 70% ispitanika prve grupe se izjasnilo da koristi mobilni telefon tokom vožnje dok je to slučaj kod 40% ispitanika druge grupe. Prvu grupu sačinjavalo je 20 žena i 10 muškaraca, dok je drugu grupu činilo 14 žena i 16 muškaraca. Iz na navedenog možemo zaključiti:

- a) Muškarci češće koriste mobilni telefon tokom vožnje od žena.
- b) Žene češće koriste mobilni telefon tokom vožnje od muškarca.
- c) Na osnovu datih podataka ne može se izvesti zaključak o upotrebi mobilnih telefona tokom vožnje u odnosu na pol.

Zadatak 4. – **IT inženjer** - (miskoncepcija: **jednakoverovatnih ishoda**):

U jednoj kompaniji 70% radnika radi sa diplomom inženjera informacionih tehnologija, a 30% radnika radi sa diplomom pravnog fakulteta.

Na slučajan način odabran je jedan radnik iz te kompanije. U pitanju je Milan, mlad uspešan radnik u toj kompaniji. Vrlo je ambiciozan i perspektivan. Voli plivanje i redovno vežba.

Kolike su šanse da je Milan inženjer informacionih tehnologija?

- a) 70%
- b) 30%
- c) 50%

Zadatak 5. – **C/B kuglice** - (miskoncepcija: **evaluacija konjunktivnih i disjunktivnih događaja**):

Date su tri različite igre. Odaberi igru u kojoj imate najviše šansi za dobitak:

- a) Prva igra (cilj igre): Da se izvuče jedna crvena kuglica iz urne gde su pola bele, pola crvene kuglice.
- b) Druga igra (cilj igre): Da se sedam puta izvuče crvena kuglica iz urne gde je 90% crvenih kuglica i 10% belih u sedam izvlačenja sa vraćanjem.
- c) Treća igra (cilj igre): Da se izvuče najmanje jedna crvena kuglica iz urne gde je 90% belih kuglica i 10% crvenih u sedam izvlačenja sa vraćanjem.

Zadatak 6. – **Advokat** - (miskoncepcija: **zanemarivanje osnovnog skupa**):

Marka je od malena zanimalo pozorište i muzika. Voli umetnost, a opere obožava. Koja od sledećih tvrdnji je verovatnija?

- a) Marko je član Beogradske filharmonije i svira klarinet.
 - b) Marko je pravnik.
-

Pored tačnog odgovora, među ponuđenim opcijama kao distraktori ponuđeni su najčešći odgovori dobijeni u ranijim studijama (Blanco & Chamberlin, 2019; Kang & Park, 2019; Kustos & Zelkowski, 2013; Nabbout-Cheiban, 2017; Tversky & Kahneman, 1974), koji su specifični za prepoznavanje miskoncepcija. Među zadacima korišćenim u ovoj studiji su zadatak *Loto* (2 zadatak - Tabela 2) i *C/B kuglice* (5. zadatak – Tabela 2) koji su deo standardnog sadržaja programa nastave i učenja gimnazija kao i uvodnih kurseva iz verovatnoće i statistike na univerzitetima. Očekuje se da su ispitanici imali priliku da se sretnu sa istim ili veoma sličnim zadacima tokom školovanja. Zadatak *Loto* u većoj meri povezan je sa realnim kontekstom i blizak je iskustvu studenata u odnosu na meru u kojoj je to zadatak *C/B kuglice*. Ostali zadaci nisu specifični za konkretan sadržaj predstavljen tokom školovanja. Zadacima korišćenim u ovoj studiji ispituje se prisustvo pet različitih miskoncepcija. Iako zadaci *IT inženjer* (4. zadatak- Tabela 2) i *Advokat* (6. zadatak-Tabela 2) pripadaju istoj miskoncepciji (zanemarivanje osnovnog skupa), u zadatku *IT inženjer* u opisu osobe nisu date karakteristike specifične za jednu kategoriju osoba u osnovnom skupu (ni za inženjere, ni za pravnike) pa je taj zadatak vezan za ispitivanje zablude jednakoverovatnosti (equiprobability bias). S druge strane u zadatku *Advokat* dat je opis osobe specifičan za određenu grupu osoba što predstavlja pogodan zadatak za ispitivanje zanemarivanja osnovnog skupa.

Od odabranih zadataka, u ovoj studiji, kreirane su dve varijante testa sa po četiri zadatka od koji su dva bila zajednička za obe varijante. Ovakav pristup dao je motivaciju za primenu Rašove analize prilikom obrade podataka, o kojoj će biti više reči u narednom odeljku.

2.4 Osvrt na klasičnu testovsku teoriju (CTT) i teoriju ajtemskog odgovora (IRT)

Skorovanje testova znanja zasniva se na pretpostavci da postoji jedna relevantna dimenzija znanja koju mere svi zadaci na testu. U klasičnoj testovskoj teoriji dimenzija znanja dobija se direktno sabiranjem skorova na svim zadacima, dok se u modelu ajtemskog odgovora pretpostavlja se da takva dimenzija postoji ali se ona ne može direktno meriti. Takva dimenzija znanja u modelima ajtemskog odgovora naziva se latentnom sposobnošću. Stoga u zavisnosti od samog modela, postignuća na testu mogu biti predstavljana, kao ukupan broj bodova, procenat postignuća, procena latentne sposobnosti ili na neki drugi način (Verbić, 2013).

Osnovne karakteristike zadataka u CTT nazivaju se koeficijentima (koeficijent težine zadatka (učinak) i koeficijent diskriminativnosti) dok se u

modelu ajtemskog odgovora osnovne karakteristike zadatka nazivaju parametrima (parametrima težine, diskriminativnosti i pogađanja). Kada je u pitanju CTT težina dihotomnih zadatka data je kroz p vrednost to jest učinak ili udeo ispravno odgovorenih zadatka, gde veća p vrednost odgovara lakšim zadacima, a manja težim (Verbić, 2013). Generalno kada zadaci nisu dihotomni mera težine zadatka se procenjuje kao aritmetička sredina skorova na zadacima (Fajgelj, 2003).

$$p_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M_{ij} \quad (1)$$

U formuli (1), p_j je učinak za ajtem j , n je broj ispitanika, M_{ij} skor ispitanika i na zadatku j . Za razliku od koeficijenta težine zadatka koji zavisi samo od skorova na određenom zadatku, diskriminativnost se posmatra u odnosu na ceo test. Diskriminativnost omogućava da se razlikuju ispitanici sa većim i manjim nivoom znanja, gde viša pozitivna vrednost koeficijenta korelacije ukazuje da zadatak bolje diskriminiše ispitanike prema postignuću na celom testu (Fajgelj, 2003; Odendahl, 2011). Prilikom procene diskriminativnosti, obično se isključuju skorovi zadatka (posebno na kratkim testovima) čija se diskriminativnost računa, kako skor na određenom zadatku ne bi uticao na ukupnu procenu (Verbić, 2013). U ovoj tezi, u CTT analizi, diskriminativnost zadataka procenjena je point-biseral korelacijom. Point-biseral korelacija predstavlja specijalan slučaj Pirsonove korelacije gde se određuje veza između jedne dihotomne promenljive (tačno-netačno) i jedne kontinualne. Kod point-biseral korelacije ispitanici se dele na dve grupe. Jednu grupu čine ispitanici koji su dali tačan odgovor na određeno pitanje gde je srednja vrednost njihovih skorova M_1 . Drugu grupu čine ispitanici koji su dali netačan odgovor i srednja vrednost ukupnih skorova ove grupe obeležena je sa M_0 . Dalje na osnovu formule (2) računa se point-biseral korelacija, na osnovu koje se ocenjuje diskriminativnost određenog zadatka:

$$r_{pb} = \frac{M_1 - M_0}{s_n} \sqrt{pq} \quad (2)$$

U formuli (2), s_n predstavlja standardnu devijaciju za ceo test, p proporciju tačnih odgovora, q proporciju netačnih odgovora na zadatku.

Slično kao kod CTT, kod IRT analize osnovni pokazatelji su postignuće i učinak. Prednost IRT modela je što omogućava da se postignuće i učinak prikažu na istoj skali. Pored učinka u IRT analizi često se razmatraju i parametri diskriminativnosti i parametar pseudo-pogađanja. Postignuća ispitanika u IRT

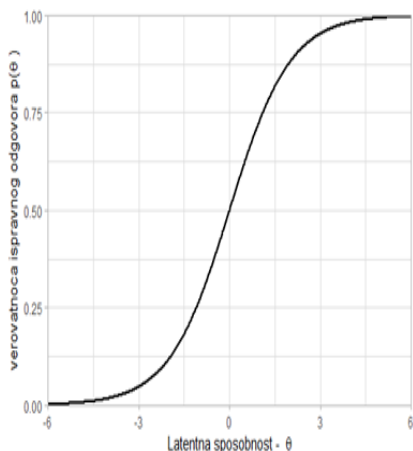
analizi procenjuju se kroz latentnu sposobnost koja može imati sve vrednosti od $-\infty$ do $+\infty$ (Slika 2). Polazi se od toga da latentna sposobnost ima normalnu raspodelu sa srednjom vrednošću 0 i standardnom devijacijom 1, što znači da je 68% ispitanika između -1 i 1 na θ skali. U IRT analizi ispitanika opisuje latentna sposobnost dok se za zadatak mogu vezati jedan do tri parametra: težina zadatka diskriminativnost i pseudo-pogađanje. Težina zadatka se predstavlja na istoj skali (θ skali) gde teški zadaci imaju vrednost oko 1, laki oko -1 a srednje teški oko 0 (Slika 3). Diskriminativnost pokazuje koliko dobro zadatak razdvaja ispitanike sa većom (manjom) latentnom sposobnošću iznad i ispod vrednosti određene težinom zadatka. Parametar pseudo-pogađanja predstavlja verovatnoću da ispitanik niske latentne sposobnosti pogodi ispravan odgovor. IRT za svakog ispitanika modelira odgovore na sve zadatke. IRT modelom procenjuje se verovatnoća ispravnog odgovora na zadatku ako se zna latentna sposobnost i parametri zadatka (učinak, diskriminativnost i pseudo-pogađanje). U zavisnosti od toga koliko je parametara zadatka uključeno u IRT analizu razlikuju se jednoparametarski (1PL), dvoparametarski (2PL) i troparametarski modeli (3PL). U formuli (3) dat je primer IRT modela koji uključuje sva tri parametra zadatka. Formulom (3) data je verovatnoća da ispitanik i sa latentnom sposobnošću θ_i tačno odgovori na zadatak j čija je težina b_j , indeks diskriminativnosti a_j i parametar pseudo-pogađanja c_j .

$$P_{ij}(\theta_i) = c_j + \frac{1 - c_j}{1 + e^{-a_j(\theta_i - b_j)}} \quad (3)$$

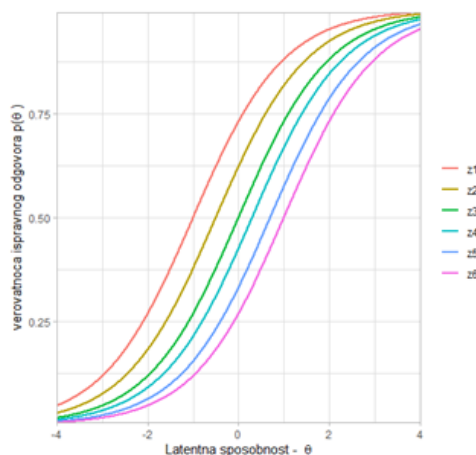
U obradi podataka primenjenoj u ovoj tezi korišćen je 1PL model poznatiji kao Rašov model. Rašov model dobio je naziv po danskom matematičaru Georgu Rasch-u koji je prvi put predložio ovaj model 1960. godine. Od parametara zadatka u 1PL uključen je učinak to jest parametar težine za svaki zadatak, dok se indeks diskriminativnosti smatra jednakim za sve zadatke i jednak je 1. Model se zasniva na proceni verovatnoće ispravnog odgovora na zadatak j za ispitanika i sa poznatom latentnom sposobnošću.

$$P_{ij}(\theta_i) = \frac{1}{1 + e^{-(\theta_i - b_j)}} \quad (4)$$

Formulom (4) data je verovatnoća ispravnog odgovora na zadatku j ispitanika i sa latentnom sposobnošću θ_i , dok b_j predstavlja granicu na θ skali na kojoj verovatnoća ispravnog odgovora dostiže 0.5 (Slika 2). Parametar b_j može se tumačiti i kao vrednost latentne sposobnosti ispitanika koji sa verovatnoćom 0.5 daju ispravan odgovor na zadatak (Slika 2) (Verbić, 2013).



Slika 2. Prikaz karakteristične krive zadatka (ajtema) (KKA) čiji je težinski koeficijent 0



Slika 3. Prikaz KKA za šest zadataka (z1-z6) sa različitim težinskim koeficijentima od -1 do 1

S obzirom da je procena parametara modela zahtevna u numeričkom smislu, sva izračunavanja sprovode se primenom softvera (R, Xcalibre, IRTPRO, WINSTEPS). Danas postoji mnoštvo algoritama koji se razlikuju po efikasnosti, početnim pretpostavkama, raznim a priori raspodelama za parametre što dovodi do različitih procena parametara modela, samim tim javljaju se greške i pristrasnost. U cilju prevazilaženja ovog problema predlaže se minimalni broj ispitanika za svaki od algoritama koji se kreće od nekoliko stotina do nekoliko hiljada (Verbić, 2013). Što model ima više parametara to je potreban i veći broj ispitanika, međutim ako je samo cilj određivanje latentne sposobnosti onda uzorak i ne mora biti tako veliki (Hulin et al., 1982), jer algoritmi imaju već unapred određene početne uslove koji omogućavaju konvergenciju čak kada je reč i o malom broju ispitanika.

Jedan od načina da se IRT analizom proceni parametar težine na zadatku j je uz pomoć verovatnoća ispravnog odgovora ispitanika na tom zadatku.

$$p_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_j(\theta_i) \quad (5)$$

U formuli (5) n predstavlja broj ispitanika, θ_i latentnu sposobnost ispitanika i . U praksi se obično procenjuje relativna težina, to jest težina zadatka u odnosu na druge zadatke u testu (Slika 3) (OECD, 2009). Praksa je da se krene od neke referentne vrednosti što je često težina 0 data na skali latentnih vrednosti. Još jedna od prednosti IRT analize je što omogućava merenje jedne dimenzije

znanja uz pomoć različitih testova ukoliko postoji povezanost između njih. Jedna od veza može biti da ispitanici rade različite testove, a druga što je bio slučaj u instrumentu prikazanom u ovoj tezi da testovi sadrže zajedničke zadatke. U ovakvim situacijama prvo se odredi težina zadataka za jedan test, a onda se težine zajedničkih zadataka koriste kao referentne vrednosti za težine zadatak drugog testa (OECD, 2009). Ovakav pristup omogućava da se rezultati testova posmatraju na jednoj skali. U analizi prikazanoj u ovoj tezi prvo su procenjeni parametri zadataka (tj. težina) pa potom latentna sposobnost. Za procenu parametara zadataka korišćen je Marginal maximum likelihood estimation (MMLE) metod. Ovaj metod zasnovan je na ideji traženja parametara težine za koji funkcija marginalene verodostojnosti dostiže maksimum (7). U pristupu MMLE polazi se od verovatnoće jednog vektora odgovora. Verovatnoća vektora odgovora ispitanika i sa latentnom sposobnošću θ_i data je formulom (6), uz pretpostavku da latentna sposobnost ispitanika ima normalnu raspodelu sa srednjom vrednošću 0 i standardnom devijacijom 1 što označavamo sa $N(\theta)$.

$$P(Y_i) = \int P(Y_i|\theta_i)N(\theta)d\theta \quad (6)$$

Potom se posmatraju svi vektori odgovora što je datao sa funkcijom marginalne verodostojnosti (7).

$$L = \prod_i^n P(Y_i) \quad (7)$$

Cilj je naći b_j (parameter težine zadatka) za koju funkcija dostiže maksimum. S obzirom da je nepoznata latentna sposobnost softver na osnovu početnih uslova postavlja inicijalne vrednosti za θ_i , a potom se procenjuje parameter zadataka, postupak se ponavlja dok algoritam konvergira ili do unapred zadatog broja iteracija. Detaljniji opis ovog metoda dat je kasnije u tekstu.

Čest motiv za primenu IRT, kao što je slučaj i u ovoj tezi je određivanje latentne sposobnosti. Određivanje latentne sposobnosti u IRT modelima se obično svodi na traženje maksimuma funkcije verodostojnosti za dati vektor odgovora. Kada su u pitanju dihotomni zadaci (tačno-netačno) kao što je to slučaj u analizi datoj u ovoj tezi za m zadataka postoji $m+1$ skorova i 2^m mogućih vektora odgovora, gde svaki ima svoju verovatnoću (tj. verodostojnost). Verodostojnost odgovora (L, Likelihood) je verovatnoća jednog vektora odgovora za datu vrednost latentne sposobnosti (Slika 4). Za svaki vektor odgovora postoji funkcija verodostojnosti i zbir svih tih funkcija je 1 za svaki

nivo latentne sposobnosti (Partchev, 2004). Funkcija verodostojnosti se računa za svaki zadatak po formuli:

$$L(\theta) = P^k(1 - P(\theta))^{1-k} \quad (8)$$

L je funkcija verodostojnosti, P je verovatnoća da je ispitanik sa latentnom sposobnošću θ dao tačan odgovor, a k su pridružene vrednosti 1 za tačan odgovor i 0 za pogrešan odgovor.

Cilj je odrediti latentnu sposobnost ispitanika za vektor datih odgovora. Za određivanje te vrednosti koristi se pretpostavka da su odgovori ispitanika na istom nivou latentne sposobnosti na različite zadatke međusobno nezavisni. Kako su odgovori nezavisni tako su i funkcije verodostojnosti međusobno nezavisne, stoga se funkcija verodostojnosti vektora odgovora može proceniti kao proizvod funkcija verodostojnosti pojedinačnih zadataka:

$$L(\theta_i) = \prod_{j=1}^m P_j(\theta_i)^{k_j} (1 - P_j(\theta_i))^{1-k_j} \quad (9)$$

U funkciji (9) i je indeks ispitanika, j je indeks zadatka, m je broj zadataka, a k_j pridružena vrednost za tačan (1), odnosno pogrešan odgovor(0). Funkcija verodostojnosti vektora odgovora se najčešće koristi za procenu latentne sposobnosti ispitanika primenom metoda Maximum Likelihood Estimation (MLE), Maximum A Posteriori (MAP) i Expected A Posteriori (EAP). U teorijskom pristupu za određivanje latentne sposobnosti obično se koristi MLE, dok se u praksi često koriste MAP i EAP. MLE je zasnovan na ideji traženja parametra za koji funkcija verodostojnosti vektora dostiže maksimum. MAP metoda predstavlja bejzovsku procenu maksimalne verodostojnosti za pretpostavljenu normalnu raspodelu latentne sposobnosti ispitanika. Ovde se množi a priori raspodela $N(\theta)$ sa funkcijom verodostojnosti vektora i tada se traži maksimum. Za razliku od metoda MLE i MAP u EAP metodi se ne traži maksimum funkcije verodostojnosti već se procenjuje očekivana aposteriorana vrednost latentne sposobnosti (10). Za tu procenu koristi se modifikovana bejzovska funkcija verodostojnosti uz pomoć koje se traži srednja vrednost θ . EAP metod koristi pretpostavku da su latentne sposobnosti ispitanika vrednosti iz $N(0, 1)$.

$$E(\theta|Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \theta P(\theta|Y) d\theta \quad (10)$$

U pogledu vremena potrebnog za izračunavanje EAP metod je manje zahtevan u od MLE i MAP metoda. Stoga za procenu latentne sposobnosti ispitanika u istraživanju prikazanom u ovoj tezi primenjen je EAP metod.

2.4.1 EAP metod

U EAP metodu polazi se od uslovne verovatnoće za θ pod uslovom da se realizovao vektor odgovora $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$.

$$P(\theta|Y) = \frac{P(Y|\theta) \cdot P(\theta)}{P(Y)} \quad (11)$$

U formuli (11) $P(\theta|Y)$ je aposteriorna verovatnoća za θ pod uslovim da je realizovan vektor Y . $P(\theta)$ predstavlja poznatu apriornu verovatnoću, to jest koristi se pretpostavka da je θ normalno raspoređena sa srednjom vrednošću 0 i standardnom devijacijom 1. Dalje raspisivanjem formule (11) dolazimo do:

$$P(\theta|Y) = \frac{P(Y|\theta) \cdot P(\theta)}{\sum_i P(Y|\theta_i) \cdot P(\theta_i)} \quad (12)$$

Formula (12) može se tumačiti kao posteriorana raspodela verovatnoća za svako θ . Suma u imeniocu odnosi se na verovatnoću realizacije vektora Y zapisano kroz totalnu verovatnoću za svako θ , označeno kao θ_i . θ može uzimati vrednosti od $-\infty$ do ∞ , međutim kako θ ima normalnu raspodelu onda se procenjuje na intervalu $[-3, 3]$. Cilj je naći θ koje najbolje odgovora Y . U EAP metodi, ta vrednost za θ se dobija kao matematičko očekivanje posteriorne raspodele verovatnoća.

$$E(\theta|Y) = \sum_{s=1}^S \theta(s) \cdot P(\theta(s)|Y) \quad (13)$$

Da bi se sproveo potreban račun neophodno je diskretizovati vrednost θ . Zbog toga se interval $[-3, 3]$ u kom se kreće θ deli na podintervale. U formuli (13) s je podela intervala $[-3, 3]$, gde je diskretizovana vrednost θ (broj podintervala S može biti proizvoljan, mada se obično interval $[-3,3]$ deli na 20 jednakih podintervala). $\theta(s)$ je vrednost θ u s -tom intervalu. $P(\theta(s)|Y)$ se računa na osnovu formule (12).

$$P(\theta(s)|Y) = \frac{P(Y|\theta(s)) \cdot P(\theta(s))}{\sum_{s=1}^S P(Y|\theta(s)) \cdot P(\theta(s))} \quad (14)$$

U formuli (14) $P(\theta(s))$ se dobija iz normalne raspodele gde je $z = \theta(s)$, a $P(Y|\theta(s))$ predstavlja funkciju verodostojnosti vektora odgovora to jest funkciju datu u (9). Navedeno objašnjenje EAP metoda oslanja se na objašnjenje dato kod (Ubersax, 2000).

2.4.2 MMLE metod

U pristupu MMLE polazi se od verovatnoće jednog vektora odgovora. Verovatnoća vektora odgovora ispitanika i sa latentnom sposobnošću θ_i data je formulom (6), pri čemu se koristi pretpostavka da latentna sposobnost ispitanika ima normalnu raspodelu sa srednjom vrednošću 0 i standardnom devijacijom 1 što označavamo sa $N(\theta)$. Potom se posmatraju svi vektori odgovora što je dato sa funkcijom marginalne verodostojnosti (7).

Cilj je naći b_j (parametar težine zadatka) za koju funkcija (7) ima maksimum. Kako još uvek nije poznata latentna sposobnost obično softver koji je danas u upotrebi zada početne vrednosti, a potom se kroz naredne iteracije naizmenično unapređuju vrednost za θ_i i b_j .

$$\log L = \sum_i^n \log P(Y_i)$$

$$\frac{\partial}{\partial b_j} (\log L) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial b_j} (\log L) = \sum_i^n \frac{\partial}{\partial b_j} \log P(Y_i)$$

$$\frac{\partial}{\partial b_j} (\log L) = \sum_i^n (P(Y_i))^{-1} \int \frac{\partial}{\partial b_j} P(Y_i|\theta_i) N(\theta) d\theta$$

(Radi lakšeg računa koristi se jednakost: $\frac{\partial}{\partial b_j} (P(Y_i|\theta)) = \frac{\partial}{\partial b_j} \log (P(Y_i|\theta)) P(Y_i|\theta)$)

$$\frac{\partial}{\partial b_j} (\log L) = \sum_i^n \int \frac{\partial}{\partial b_j} \log (P(Y_i|\theta)) \frac{P(Y_i|\theta) N(\theta)}{P(Y_i)} d\theta$$

$$\frac{\partial}{\partial b_j} (\log L) = \sum_i^n \int \frac{\partial}{\partial b_j} \log (P(Y_i|\theta))N(\theta_i) d\theta$$

$$\frac{\partial}{\partial b_j} (\log L) = \sum_i^n \int \frac{\partial}{\partial b_j} (\log \prod_j^J P_j(\theta)^k Q_j(\theta)^{1-k}) N(\theta_i) d\theta = 0$$

Dalje, integral se procenjuje Gauss-Hermitovim kvadratnim pravilom, a potom se vrši dalja optimizacija primenom quasi-Newtonovog metoda. Dato objašnjenje MMLE metoda oslanja se na objašnjenje prikazano kod (Harwell et al., 1988).

2.4.3 Pouzdanost testova

Pouzdanost testova se odnosi na konzistentnost mere. Test se smatra pouzdanim ako se pri sprovođenju više puta nad istim ispitanicima pod istim uslovima dobijaju približno isti rezultati. Na primer ako se meri inteligencija svaki put kada se test daje ispitaniku rezultati bi trebali da budu približno isti. Pouzdanost testa se ne može tačno izračunati ali postoje standardni postupci za procenu pouzdanosti testova:

Test -retest postupak odnosi se na primenu istog testa nad istom grupom ispitanika u dva vremenska trenutka. Ovom procenom se posmatra doslednost testa toko vremena. Obično se procena vrši tako što se posmatra korelacija skorova ispitanika u ove dva vremenska trenutka.

Pouzdanost paralelnih formi se odnosi na kreiranje dve verzije testa na osnovu istog sadržaja. Prvobitno se kreira skup pitanja vezanih za isti sadržaj, a potom se na slučajan način raspoređuju pitanja na dve verzije testa. Ove testove rade isti ispitanici, a potom se posmatra korelacija bodova na ove dve verzije testa. Još jedan od načina je da se test podeli na dva dela, a potom da se posmatra korelacija postignuća ispitanika na ova dva dela.

U računarskim programima za ajtemsku analizu kao mera pouzdanosti najčešće se koristi interna konzistencija testa. Ovim postupkom procenjuje se u kojoj meri zadaci koji mere istu dimenziju znanja imaju slične skorove. Interna konzistencija najčešće procenjuje se Kronbahovom alfom što je slučaj i radu prikazanom u ovoj tezi:

$$\alpha = \frac{m}{m-1} \left(1 - \frac{\sum_{j=1}^m \delta_j^2}{\delta_T^2} \right) \quad (15)$$

U formuli (15) m je broj zadataka, δ_j^2 varijansa skora za j -ti ajtem a δ_T^2 varijansa skora za ceo test. Vrednosti Kronbahovog alfa kreću se od 0 do 1. Što je vrednost Krombahovog alfa bliža 1 to je test pouzdaniji.

„Mathematics is not about numbers, equations, computations, or algorithms: it is about understanding.“

William Paul Thurston

3 Prepoznavanje miskonceptija kod studenata

U ovom poglavlju biće predstavljen prvi deo studije, to jest istraživanje koje ispituje prisustvo miskonceptija zasnovanih na nedovoljnom poznavanju ili razumevanju osnovnih koncepata iz verovatnoće i statistike među studentima tehničkih fakulteta iz područja rada elektrotehnike. Istraživanje opisano u ovom odeljku prethodno je objavljeno u *International Journal of STEM Education* (Kaplar et al., 2021)³. Kroz ovaj deo studije ispitane su sledeće hipoteze:

- H1: Studenti tehničkih fakulteta iz područja rada elektrotehnike podložni su miskonceptijma zasnovanim na nedovoljnom znanju ili razumevanju osnovnih koncepata iz verovatnoće i statistike.

Ispitanici u ovoj studiji su studenti prestižnih smerova tehničkih fakulteta, gde se podrazumeva visok nivo kompetencija kada je u pitanju matematika, međutim upitno je da li su ovi studenti vešti i u prevazilaženju miskonceptija na zadacima vezanim za osnovne koncepte iz verovatnoće i statistike. Imajući u vidu nalaze pilot testiranja gde su čak i studenti Prirodno-matematičkog fakulteta skloni miskoceptijma, pretpostavka je da je to slučaj i kod studenta tehničkih fakulteta bez obzira na njihove dobre rezultate kada je u pitanju školsko znanje iz matematike.

- H2: Postoji razlika među studentima prve godine studija u test-skoru u odnosu na prethodno završenu srednju školu (gimnaziju ili srednju stručnu školu-elektrotehničkog usmerenja).

Kako su u programima nastave i učenja gimnazija u većoj meri uključeni sadržaji iz verovatnoće i statistike nego što je to slučaj u programima srednjih stručnih škola elektrotehničkih usmerenja očekivano je da učenici iz gimnazija postignu više test-skorove.

³ <https://doi.org/10.1186/s40594-021-00279-y>

- H3: Postoji razlika među studentima treće godine u test-skoru u odnosu na to da li su slušali kurs iz verovatnoće i statistike tokom studija.

S obzirom da je jedan broj studenata tehničkih fakulteta treće godine imao priliku da pohađa kurs iz verovatnoće i statistike, očekivano je da studenti koji su pohađali kurs imaju i bolja postignuća kada je u pitanju prevazilaženje miskoncepcija zasnovano na razumevanju osnovnih koncepta iz verovatnoće i statistike.

- H4: Postoji veza između studentskih obrazloženja i skora na testu.

Očekivano je da studenti koji su davali obrazloženja imaju više test skorove s obzirom da otvoreni odgovori zahtevaju mnogo veću uključenost studenta i dublje razmišljanje o zadatku (Attali et al., 2016).

3.1 Metodologija

U ovom odeljku opisan je način kreiranja instrumenta, uzorak, procedura i način obrade podataka za prvi deo studije. Segmenti koji se odnose na uzorak i proceduru zajednički su za prvi i drugi deo studije, kako za ispitivanje prisustva miskoncepcija kod studenta tako i za ispitivanje stavova studenata. Stoga u 4. poglavlju gde je opisana metodologija za ispitivanje stavova studenata biće navedene samo dodatne napomene vezane za uzorak i proceduru specifične za taj deo istraživanja.

3.1.1 Kreiranje instrumenta - odabir zadataka na testovima

Pre glavnog istraživanja sprovedeno je pilot testiranje. Test korišćen u pilot testiranju sadržao je svih 6 zadataka (Tabela 2). U pilot testiranju učestvovalo je 32 studenta četvrte godine studija matematike. Ovaj test poslužio je za procenu razumljivosti teksta zadataka jer je veći deo zadataka preveden na srpski jezik kao i za procenu potrebnog vremena za davanje odgovora. Na ovom testu studenti su mogli da postavljaju pitanja istraživačima u vezi sa tekstom zadataka. Na taj način je uočena nejasnoća u prevodu četvrtog zadatka koja je otklonjena za glavno testiranje. Takođe su studenti podstaknuti da pruže obrazloženje kod svakog zadatka. Svi uključeni studenti u pilot testiranje odslušali su kurs iz verovatnoće i kurs iz statistike u toku druge i treće godine studija. Popunjavanje testa nije bilo anonimno kako bi nakon dobijenih rezultata mogao biti sproveden razgovor. Ipak njihova objašnjenja su pokazala da su, bez obzira na posedovanje matematičkih kompetencija, i dalje podložni miskoncepcijama.

Dobijena objašnjenja na predtestu su bila u skladu sa očekivanjima na osnovu poznatih rezultata.

Prvi zadatak (*Porodilišta*-tabela 2) tačno je rešilo samo 7 studenata, od kojih je 4 dalo odgovarajuće obrazloženje. Nakon urađenih 6 zadataka studenti su dobili dodatni zadatak: “Ako broj novorođenih dečaka u bolnici A u jednom danu ima binomnu raspodelu $B(15, 0.5)$ odrediti verovatnoću da bude rođeno 9 dečaka. U bolnici B broj novorođenih dečaka ima binomnu raspodelu $B(45, 0.5)$, odrediti verovatnoću da je broj rođenih dečaka u jednom danu 27.” (Data im je formula za binomnu raspodelu i omogućeno korišćenje kalkulatora). Od ukupno 32 studenta 30 je tačno rešilo dodatni zadatak, dok je njih 26 odmah prepoznalo vezu između prvog i drugog zadatka, ipak nijedno obrazloženje kod porodilišta nije se oslanjalo na formalni dokaz. Ovo ukazuje na to da bez obzira što studenti poseduju odgovarajuće matematičko znanje za rešavanje i argumentaciju zadatka *Porodilište*, na testu nisu ni prepoznali ni primenili to znanje. Sa druge strane kod zadatka *Loto*, 31 od 32 studenta je tačno odgovorio, dok je njih 17 navelo tačnu verovatnoću svakog pojedinačnog ishoda $\frac{1}{\binom{39}{7}}$ kao obrazloženje. Dakle, kod zadatka *Loto* studenti su iskoristili formalno matematičko obrazloženje. Analizom urađenih testova ustanovili smo da je većina studenata obrazloženje davala u 3 do 4 zadatka. Kako su studenti bili ohrabreni da daju komentare napomenuli su da im davanje objašnjenja zahteva vremena kako bi pokušali da nađu pravo objašnjenje za svoj odgovor. Ovaj komentar je najčešće dobijen od studenata koji nisu pokušavali da obrazloženje daju kroz matematički zapis već da ga opišu rečima.

3.1.1.1 Kreiranje testova

U skladu sa dobijenim rezultatima na pilot testiranju, od 6 zadataka uključenih u pilot testiranje kreirana su dve varijante testa koja su sadržala po četiri zadatka. Slično kao i u ranijim studijama (Kustos & Zelkowski, 2013; Hirsch & O'Donnell, 2001; Kang & Park, 2017) najveći broj zadatka ispitivao je prisustvo miskoncepcija vezanih za heuristiku reprezentativnosti, pa su tako obe varijante sadržale po tri zadatka vezana za heuristiku reprezentativnosti, a preostali zadatak pripadao je u jednoj varijanti testa heuristici dostupnosti (Availability heuristics), a u drugoj heuristici prilagođavanja i sidrenja (Adjustment and Anchoring). Prva varijanta testa sadržala je zadatke 1, 2, 3, 4 (Tabela 2), a druga 4, 5, 6, 2 (Tabela 2). Druga varijanta testa sadržala je zadatak *Loto* kao i zadatak *C/B kuglice* kako bi se ispitalo postojanje razlike u postignućima studenata na zadacima koji su bili prisutni u standardnim materijalima za učenje,

a koji su manjoj (*C/B englise*) ili većoj meri (*Loto*) vezani sa realnim kontekstom i iskustvom studenata. Takođe, kako bi se ispitala veza između zadataka *IT inženjer* i *Advokat* koji pripadaju istoj miskoncepciji - zanemarivanja osnovnog skupa, oba zadatka našla su se na drugoj varijanti testa. Iako ispitivanje postignuća studenata na zadacima koji su u većoj ili manjoj meri vezani za realni kontekst kao i ispitivanje veze u postignućima studenata na zadacima koji ispituju istu miskoncepciji nije primarni cilj ove studije, ipak je takva analiza sprovedena kako bi se pružila sveobuhvatnija slika o postignućima studenta kada su u pitanju miskoncepcije koje se temelje na nedovoljnom poznavanju i razumevanju koncepata iz verovatnoće i statistike.

3.1.2 Uzorak

Uzorak je izabran iz populacije koju su sačinjavali studenti prve i treće godine osnovnih akademskih studija tehničkih fakulteta elektrotehničkih usmerenja Univerziteta u Novom Sadu (prva-484, treća-415) i Univerziteta u Nišu (prva- 792, treća-310). U prvom i drugom delu ove studiji učestvovalo je 587 studenata tehničkih fakulteta elektrotehničkih usmerenja (409 sa Univerziteta u Novom Sadu (prva-276, treća-133) u 178 sa Univerziteta u Nišu (prva-108, treća-70)). Od 587 studenata bilo je uključeno 386 mladića i 201 devojka. Studenti prve godine (njih 384) testirano je u prvom semestru, dok su studenti treće godine (njih 203) testirani u svom šestom semestru.

Među studentima prve godine ispitana je razlika u postignutom test-skoru u odnosu na završenu srednju školu (opšte obrazovnu-gimnaziju ili srednju stručnu školu). U ovoj studiji svi smerovi gimnazija su posmatrani zajedno, uz napomenu da u uzorku gimnazijalaca preovlađuju studenti koji su završili gimnazije prirodno-matematičkog smera. Kada su u pitanju srednje stručne škole u studiju su uključeni samo oni studenti koji su završili četvorogodišnje srednje stručne škole iz područja rada elektrotehnike. Tokom srednje škole, studenti koji su pohađali gimnazije prirodno-matematičkog smera imali su nedeljno 4 -5 časova matematike, što je sve ukupno činilo oko 680 časova matematike nakon završene srednje škole od čega je oko 28 časova bilo posvećeno temama iz oblasti verovatnoće i statistike. Sadržaji iz verovatnoće i statistike obrađuju se u četvrtoj godini gimnazija. Što se tiče stručnih škola elektrotehničkih usmerenja, učenici su nedeljno pohađali 3 časa matematike, što je sve ukupno činilo oko 420 časova tokom srednjoškolskog obrazovanja. Iako su način rada i teme koje se obrađuju uglavnom iste u oba tipa škola, u srednjim stručnim školama elektrotehničkih usmerenja se ne obrađuju teme vezane za sadržaje iz verovatnoće i statistike. Sa tim u vezi ispitivanje studentskih postignuća u odnosu na završenu srednju školu

ima za cilj da otkrije da li su učenici iz gimnazija koji obrađuju teme iz verovatnoće i statistike, a imaju i veći broj časova matematike u prednosti kada je reč o donošenju odluka u neizvesnim situacijama i kritičkom rezonovanju. Na taj način dobiće se indikacija da li broj časova i sadržaj iz verovatnoće i statistike u formi u kojoj se danas obrađuje u gimnazijama ima efekta na prevazilaženje miskoncepcija vezanih za koncepte iz verovatnoće. U ovoj studiji od 385 studenta prve godine njih 269 prethodno je završilo gimnaziju, a 115 studenta neku od četvorogodišnjih srednjih stručnih škola iz područja rada elektrotehnika.

Sa druge strane postignuća studenta treće godine posmatrana su u odnosu na odslušan kurs iz verovatnoće i statistike i dosadašnji prosek na studijama. Iako na kursu iz statistike studenti stižu formalno znanje, upitno je koliko je to znanje trajno kao i da li prepoznaju osnovne koncepte iz verovatnoće i statistike u zadacima koji u većoj ili manjoj meri odstupaju od forme i sadržaja ispitnih zadataka. Tokom petog semestra studenti iz uzorka su imali priliku da pohađaju kurs iz verovatnoće i statistike na studijama kao izborni predmet. Od ukupno 203 studenta treće godine njih 145 je odslušalo kurs iz verovatnoće i statistike dok njih 58 nije pohađalo taj kurs. U narednoj tabeli dat je broj ispitanika u uzorku po zadacima i ispitivanim faktorima (Tabela 3).

Tabela 3. Broj ispitanika u uzorku po zadacima i faktorima

<i>zad./faktori</i>	<i>Porodilišta</i>		<i>Loto</i>		<i>Mobilni telefoni</i>		<i>IT inženjer</i>		<i>C/B kuglice</i>		<i>Advokat</i>	
<i>N</i>	296		585		296		585		288		289	
<i>pol</i>	<i>M</i>	<i>D</i>	<i>M</i>	<i>D</i>	<i>M</i>	<i>D</i>	<i>M</i>	<i>D</i>	<i>M</i>	<i>D</i>	<i>M</i>	<i>D</i>
	192	104	386	199	192	104	384	201	192	96	192	97
<i>godina studija</i>	<i>p</i>	<i>T</i>	<i>P</i>	<i>T</i>	<i>P</i>	<i>T</i>	<i>P</i>	<i>T</i>	<i>P</i>	<i>T</i>	<i>P</i>	<i>T</i>
	203	93	382	203	203	93	282	203	178	110	179	110
<i>srednja škola</i>	<i>G</i>	<i>SS</i>	<i>G</i>	<i>SS</i>	<i>G</i>	<i>SS</i>	<i>G</i>	<i>SS</i>	<i>G</i>	<i>SS</i>	<i>G</i>	<i>SS</i>
	204	92	425	165	205	91	421	164	215	92	217	72
<i>kurs iz verovatnoće i statistike</i>	<i>Ne</i>	<i>Da</i>	<i>Ne</i>	<i>Da</i>	<i>Ne</i>	<i>Da</i>	<i>Ne</i>	<i>Da</i>	<i>Ne</i>	<i>Da</i>	<i>Ne</i>	<i>Da</i>
	288	68	440	165	228	68	440	145	211	77	212	77

N -broj ispitanika koji je dao odgovor na zadatak; pol: M-mladići, D-devojke; godina studija: P-prva, T-treća godina; srednja škola: G-gimnazija, SS-srednja stručna škola; kurs iz verovatnoće i statistike: Da-odslušan kurs, Ne-nije slušan kurs.

3.1.3 Procedura

Tokom 2018/2019. akademske godine sprovedeno je prikupljanje podataka pre ili nakon redovnih časova na dobrovoljnoj bazi. Pre početka testiranja uprave oba fakulteta čiji su studenti uključeni u studiju, odobrili su istraživanje i odredili termine sprovođenja istraživanja. Određeno je 4 termina za prvu godinu i 4 termina za treću godinu. Testiranje je sprovedeno na početku ili na kraju redovnih termina obaveznih predmeta, pa su za tu svrhu ti termini produženi za 30 minuta koliko je trajalo i samo testiranje. Ponuđeno je svim prisutnim studentima da učestvuju u istraživanju, što je većina i učinila. Nedelju dana pre testiranja studenti su bili obavješteni da će se sprovesti istraživanje koje je bilo opisano kao istraživanje koje se odnosi na donošenje odluka u neizvesnim situacijama. Studentima je garantovana anonimnost kao i da učestvovanje neće ni na koji način uticati na njihove ocene i rangiranje na fakultetu. Studenti prve godine testirani su u prvom semestru, a studenti treće u šestom semestru. Svim studentima prisutnim na predavanju podeljeni su testovi i upitnici.

Podeljeno je ukupno 628 testova (I deo) i upitnika (II deo). Od 628 testova, iz studije je isključeno 6.53% od kojih je 26 vraćeno prazno, a dodatnih 15 je isključeno jer nisu bili korektno popunjeni (nijedna opcija nije bila obeležena ili je bilo obeleženo više opcija po jednom zadatku).

3.1.4 Obrada podataka

U ovom odeljku opisana je obrada podataka za prvi deo studije. U okviru obrade podataka opisan je način na koji su analizirani studentski odgovori sa posebnim osvrtom na procenu test-skora, način kodiranja studentskih obrazloženja i selekcije izbora. Takođe kroz ovaj odeljak opisan je i način statističke obrade primenjene u analizi studentskih odgovora.

3.1.4.1 *Ispravno selektovana opcija i ispravno odgovoren zadatak*


Svaki zadatak na testu primenjenom u prvom delu istraživanja sastojao se iz dva dela: prvi deo odnosi se na selektovanje opcije u zadatku višestrukog izbora, a drugi deo odnosi se na obrazloženje selektovanog odgovora. Studentska postignuća za određeni zadatak u ovoj studiji analizirana su i predstavljena kroz *ispravno selektovanu opciju i ispravno odgovoren zadatak*. *Ispravno selektovana opcija* odnosi se na ispravno selektovanu opciju u zadatku višestrukog izbora bez obzira da li je ispitanik potom dao obrazloženje i argumentaciju svoga izbora. *Ispravno odgovoren*

zadatak odnosi se na ispravno selektovanu opciju i potom dato smisleno obrazloženje korektnog izbora (Slika 4).

1. У једном породилишту се дневно рађа око 45 беба, а у другом на дневном нивоу око 15 беба. На годишњем нивоу се приближно роди једнак број дечака и девојчица. У обе болнице мерен је број дана када је рођено више од 60% дечака.
У ком породилишту је било више таквих дана?

а) Већем породилишту
 б) Мањем породилишту
 в) Оба породилишта подједнако

С обзиром да је у другом породилишту узорак мањи, лакше је доћи до већег одступања од просека.



Slika 4. Primer ispravno odgovorenog zadatka

3.1.4.2 Procenjeni skor studenata na testovima i studentska obrazloženja odgovora

Postignuća studenata po zadacima ocenjivana su dihotomno. *Ispravno odgovoren zadatak* ocenjen je sa 1, to jest ispravno selektovana opcija i potom dato smisleno obrazloženje, dok su svi ostali odgovori ocenjeni sa 0. Zatim urađena je detaljna analiza studentskih obrazloženja.

Kako bi rezultati obe varijante testa bili uporedivi umesto standardnog sumiranja postignuća na svakom zadatku, ukupan skor na testu procenjivan je Rašovim modelom. U nastavku teksta sintagma “test-skor” odnosiće se na test-skor procenjen Rašovim modelom, koji je normalizovan tako da nula predstavlja srednju vrednost. Glavni razlog za upotrebu Rašovog modela je da se skorovi sa obe varijante testa posmatraju na istoj skali i budu uporedivi. Varijante testova korišćene u ovoj studiji su dizajnirane tako da imaju dva zadatka koji se preklapaju sa ciljem da se omogući kreiranje zajedničke skale za obe varijante testa. Štaviše ove dve varijante testa posmatrane su kao jedan test gde su ispitanici uspeali da

odgovore na četiri od ukupno šest zadataka (Boone, 2016). Na taj način omogućeno je da obe varijante testa budu uporedive. S obzirom da testovi sadrže samo četiri zadatka, ovako procenjen test-skor nije pogodan za poređenje verovatnoća povezanih sa kompetencijama pojedinačnih studenata ali se mogu koristiti za velike grupe studenata kako bi se utvrdilo koja grupa je uspešnija.

3.1.4.3 Kodiranje studentskih odgovora

Nakon sto su tri istraživača nezavisno pročitala otvorene odgovore po zadacima i zajednički prodiskutovala iste, formirane su rubrike za analizu svakog zadatka. Prvobitno za svaki zadatak formirani su kodovi čiji opis je dat u Tabeli 4.

Tabela 4. Kodiranje studentskih obrazloženja zadataka

kod	selektovan odgovor u zadatku višestrukog izbora	dato obrazloženje
99	Nije selektovana ni jedna opcija	Nije dato obrazloženje
00	Selektovana pogrešna opcija	Nije dato obrazloženje
10	Selektovana tačna opcija	Nije dato obrazloženje
11	Selektovana tačna opcija	Dato smisleno obrazloženje
12	Selektovana tačna opcija	Dato obrazloženje u kom je dat pogrešan račun ili logika
13	Selektovana tačna opcija	Dato je obrazloženje zasnovano na već unapred formiranom mišljenju, predrasudama ili pogađanju odgovora.
01	Selektovana pogrešna opcija	Dato je obrazloženje koji ukazuje na posedovanje glavne miskoncepcije poznate iz literature iz ranijih studija.
02	Selektovana pogrešna opcija	Dato je neko drugo pogrešno obrazloženje ili račun.
03	Selektovana pogrešna opcija	Dato je obrazloženje formirano na osnovu pogađanja, na osnovu unapred formiranog mišljenja ili predrasuda.

NAPOMENA: odgovori su kodirani sa dve cifre XY, gde prva predstavlja X=0, 1 da li je izabrana odgovarajuća alternativa, a druga cifra Y=0, 1, 2, 3 određuje postojanje i sadržaj obrazloženja. Specijalno, 99 predstavlja izostanak rešavanja zadatka.

Nakon formiranja rubrika za ocenjivanje zadataka sva tri istraživača su nezavisno iskodirala studentska obrazloženja zadataka. U manje od 6% slučajeva došlo je do nepoklapanja u kodiranju odgovora. Ti odgovori su ponovo analizirani i ocenjeni i na taj način su usklađeni kodovi.

Radi lakše analize i tumačenja obrazloženja zadataka rubrike prikazane u Tabeli 4 spojene su u 3 kategorije obrazloženja, slično kao u studiji Kustos & Zelkowski (2013): ispravan odgovor (I) glavna miskoncepcija (GM), i alternativni netačan odgovor (AN) (Tabela 5).

Tabela 5. Grupisani kodovi u analizi studentskih obrazloženja

oznaka	opis	kod
I	ispravan odgovor	11
GM	glavna miskoncepcija	01
AN	alternativni netačan odgovor	12+13+03+02

Grupa I predstavlja kategoriju odgovora gde je ispitanik selektovao tačnu opciju i dao smisleno obrazloženje. GM je kategorija odgovora koja sadrži odgovore i obrazloženja koja ukazuju na postojanje najčešće miskoncepcije za određen tip zadatka, poznate iz ranijih studija (Blanco & Chamberlin, 2019; Kang & Park, 2019; Kustos & Zelkowski, 2013; Nabbout-Cheiban, 2017; Shaughnessy, 1992; Tversky & Kahneman, 1974). Kategoriji AN pripadaju svi ostali netačni odgovori koji su nastali na osnovu prethodno stečenih studentskih stavova, ubeđenja, predrasuda ili pogrešne logike. U Tabeli 6 dati su primeri obrazloženja za svaku od navedenih kategorija za svaki od zadataka korišćenih u ovoj studiji. Iz analize studentskih obrazloženja isključeni su zadaci koji nisu sadržali objašnjenja to jest zadaci sa kodovima 99,00 i 10.

Tabela 6. Primeri studentskih obrazloženja po kategorijama I, GM, AN po zadacima

zadatak	primeri studentskih obrazloženja odgovora
1: <i>Porodilišta</i>	<p>“U manjem uzorku verovatnije je veće odstupanje“ (I)</p> <p>“Jer se u prvom porodilištu rodi više beba, pa će u njemu verovatno biti i više dečaka pa samim tim i više dana.” (GM)</p> <p>“Imam 33.3% šansi da pogodim odgovor.” (AN)</p>
2: <i>Loto</i>	<p>“Svaki broj ima jednaku šansu da bude izvučen pa tako i svaka kombinacija ima jednaku šansu da bude izvučena.”(I)</p> <p>“Jer brojevi nisu po nekom uređenom redosledu.”(GM)</p> <p>“Loto je namešten.” (AN)</p>

3: <i>Mobilni telefoni</i>	<p>„Znamo samo odnos muškaraca i žena bez znanja kako je svako od njih odgovarao pa na osnovu toga ne možemo da tvrdimo koji pol koristi više telefon.” (I)</p> <p>„U prvoj grupi ima više žena i veći je procenat izjašnjenosti o upotrebi telefona, a u drugoj grupi manji je procenat žena i manji je procenat onih koji se izjašnjavaju da koriste telefon.” (GM)</p> <p>„Zato što su žene opreznije tokom voženje od muškaraca.”(AN)</p>
4: <i>IT inženjer</i>	<p>„Pa 70% od 100 % ima tu diplomu.” (I)</p> <p>„Bez obzira na broj radnika podjednake su šanse da je Milan i inženjer i pravnik.” (GM)</p> <p>„intuicija”, „ima mi smisla” (AN)</p>
5: <i>C/B kuglice</i>	<p>„Nudi se dosta pokušaja, pa je zbog toga najveća šansa.” (I)</p> <p>„Lakše je izvući jednu kuglicu gde su pola pola, nego sedam za redom gde su skoro sve crvene ili bar jednu gde su skoro sve bele.” ili “Zbog toga što imamo 90% crvenih kuglica i zbog toga što se vraćaju kuglice.” (GM)</p> <p>„ne može se znati”, „intuicija...” (AN)</p>
6: <i>Advokat</i>	<p>„Procenat pravnika je veći u državi nego procenat članova filharmonije.” (I)</p> <p>„Verovatnija je ova tvrdnja jer je bio od malena usmeren ka tome.” (GM)</p> <p>„Smatram da su obe tvrdnje jednako verovatne ali neka bude pod ‘a.’” (AN)</p>

Veze studentskih obrazloženja sa postignutim test-skorom, razmatrana su po kategorijama predstavljenim u Tabeli 7.

Tabela 7. Kodovi za procenu veze studentskih obrazloženja sa test-skorom

oznaka	opis	kod
c	tačano selektovana opcija bez obrazloženja	10
ce	tačno selektovana opcija sa tačnim obrazloženjem	11
cwe	tačno selektovana opcija sa pogrešnim obrazloženjem	12+13
w	pogrešno selektovana opcija bez obrazloženja	00
we	pogrešno selektovana opcija sa bilo kakvim obrazloženjem	01+02+03

3.1.4.4 Statistička obrada

U analizi *ispravno selektovanih opcija* i *ispravno odgovorenih zadataka*, primenjena je klasična statistička obrada i Rašov model. Klasična statistička obrada podrazumeva deskriptivnu statistiku kao i primenu standardnih statističkih testova. Klasična obrada podataka omogućila je poređenje sa rezultatima sličnih studija dok je Rašov model upotrebljen da prikaže ukupnu procenu postignuća studenata na sva četiri zadatka koja je označena kao test-skor.

Test parametri za obe analize dati su u Tabeli 8. *Indeks diskriminativnosti* (klasična analiza) procenjen je primenom point-biserial korelacije. *Težina zadataka* (klasična analiza) predstavlja proporciju tačnih odgovora. Za Rašovu analizu indeks diskriminativnosti je za sve zadatke isti (1), dok su koeficijenti težine zadataka dati u Tabeli 8.

Tabela 8. Test parametri za klasičnu i Rašovu analizu

Zadatak	klasična analiza		Rašov model		
	težina zadataka	indeks diskriminativnosti	težina zadataka	težina zadataka	
Zadatak	Test 1	Test 2	Test 1	Test 2	oba testa zajedno
<i>Porodilišta</i>	0.19		0.25		1.39
<i>Loto</i>	0.40	0.30	0.38	0.36	0.60
<i>Mobilni telefoni</i>	0.20		0.35		1.33
<i>IT inženjer</i>	0.27	0.36	0.38	0.31	0.76
<i>C/B kuglice</i>		0.10		0.20	2.02
<i>Advokat</i>		0.06		0.26	2.56

Test-skor dobijen Rašovom analizom je dalje korišćen za ispitivanje veze test-skora i studentskih obrazloženja zadataka. Ta veza predstavljena je na dva načina. Prvo je dat grafički prikaz proseka za test-skorove studenata koji pripadaju određenoj kategoriji (c, ce, cwe, w, we) za svaki od šest zadataka. Potom su testirane razlike između odgovora bez obrazloženja i odgovora sa bilo kakvim obrazloženjem (c, w vs cwe, we) primenom Welch Two Sample t-test. Zatim je testirana razlika između proširenih kategorija to jest onih koji su selektovali tačnu opciju bez obzira da li su dali obrazloženje (c, ce, cwe) i onih koji su dali ma kakvo obrazloženje (cwe, ce, we). Potom je analizirano koja komponenta više doprinosi proceni test-skora, tačno selektovana opcija ili dato obrazloženje. Pirsonov koeficijent korelacije uzet je kao mera veze pomenutih komponenti sa test-skorom.

Pouzdanost testova korišćenih u ovoj studiji ispitana je primenom Kronbahovog koeficijenta alfa. Razlike u postignutom test-skor u odnosu na godinu studija, pol, završenu srednju školu i odslušan kurs iz verovatnoće i statistike testirane su primenom Welch Two Sample t-testa. P-vrednost <0.05 smatrana je značajnom.

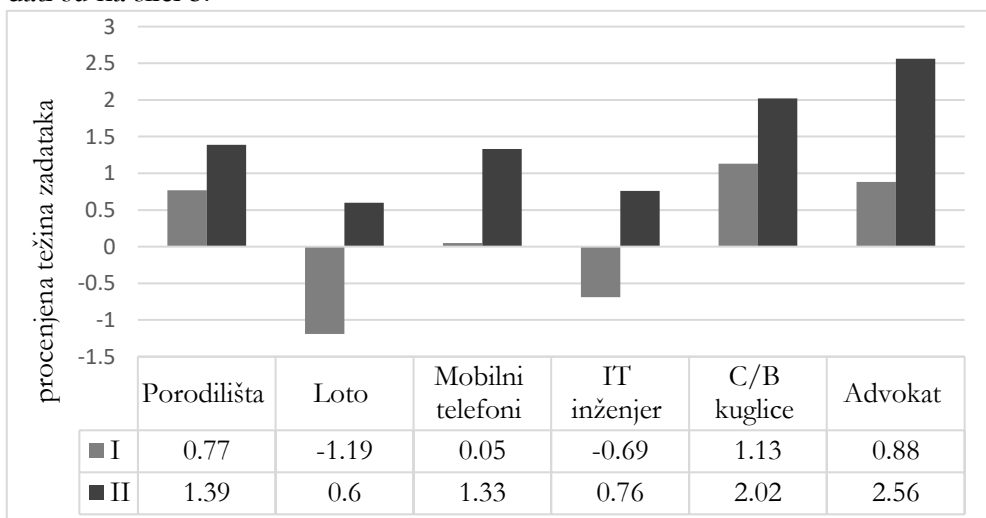
Svi podaci korišćeni u ovoj tezi obrađivani su u programskom paketu R, version 3.5.1 (R package ltm (Rizopoulos, 2006)).

3.2 Rezultati

U ovom odeljku dati su odgovori na postavljena istraživačka pitanja vezana za prisustvo miskoncepcija kod studenta, to jest predstavljeni su rezultati vezani za procenu težine zadataka, za analizu ispravno selektovane opcije i ispravno odgovorenog zadatka, vezu test-skora i studentskih obrazloženja odgovora kao i detaljnu analizu studentskih obrazloženja odgovora. Takođe u ovom odeljku dati su nalazi vezani za vezu faktora i test-skora kao i za vezu faktora i studentskih postignuća na pojedinačnim zadacima.

3.2.1 Procena težine zadataka

Težina zadataka procenjena je primenom Rašovog modela u dva slučaja, prvi, uzimajući u obzir odabran odgovor studenata u zadacima višestrukog izbora i drugi, uzimajući u obzir i dato obrazloženje na zadatku. Rezultati za oba slučaja dati su na slici 5.

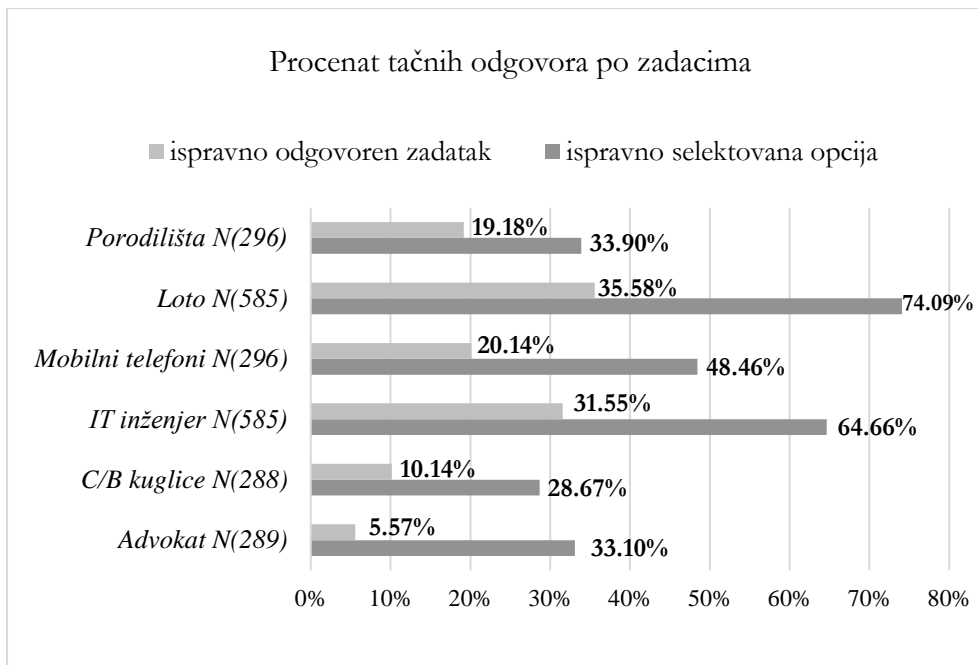


Slika 5. Procenjena težina zadataka za selektovanu opciju (I) i dato obrazloženje (II)

Kada se posmatra samo odabrana opcija najteži zadatak ispitanicima ove studije bio je zadatak koji se odnosi na miskoncepciju vezanu za evaluaciju konjunktivnih i disjunktivnih događaja, dok su se najbolje snašli u zadatku vezanom za evaluaciju miskoncepcije šansi. Kada se posmatraju odgovori ispitanika koji su dali obrazloženja najteži zadatak odnosi se na miskoncepciju vezanu za zanemarivanje osnovnog skupa dok je najlakši zadatak vezan sa miskoncepcijom šansi. Osim razlike kod dva najteža zadatka, poredak težine zadataka je isti za obe iteracije (Slika 5).

3.2.2 Ispravno selektovana opcija i ispravno odgovoren zadatak

Procenat *ispravno selektovanih opcija* i *ispravno odgovorenih zadataka* dat je na slici 6. Procenti su prikazani u odnosu na ukupan broj ispitanika koji je selektovao bilo koju opciju bez obzira da li je potom dao i obrazloženje. Kod *ispravno selektovanih opcija* ispitanici su bili najuspešniji kod zadatka *Loto* (74%) i *IT inženjer* (64.7%), dok je u ostalim zadacima, *Porodilišta*, *Mobilni telefoni*, *C/B kuglice* i *Advokat* približno 30% ispitanika uspelo da selektuje ispravnu opciju. Međutim kada se posmatraju i obrazloženja studenata kod zadataka *Loto* i *IT inženjer* približno svaki treći ispitanik, a kod zadataka *Porodilišta* i *Mobilni telefoni* tek svaki peti je uspeo da *ispravno odgovori na zadatak*, to jest da selektuje tačnu opciju i da tačno obrazloženje. Na zadatku *C/B kuglice* procenat *ispravno odgovorenih zadataka* je još niži i iznosi oko 10%. Ispitanici u ovoj studiji najviše su imali poteškoća da daju tačno obrazloženje na zadatku *Advokat* gde je tek približno svaki dvadeseti (5,6% od ukupnog broja ispitanika koji su dali odgovor na taj zadatak) ispravno selektovao opciju i dao ispravno obrazloženje odgovora. Primećeno je da mnogi ispitanici iako umeju da ispravno selektuju opciju, imaju poteškoća da obrazlože i argumentuju svoj odabir odgovora.



Slika 6. Procenat tačnih odgovora po zadacima

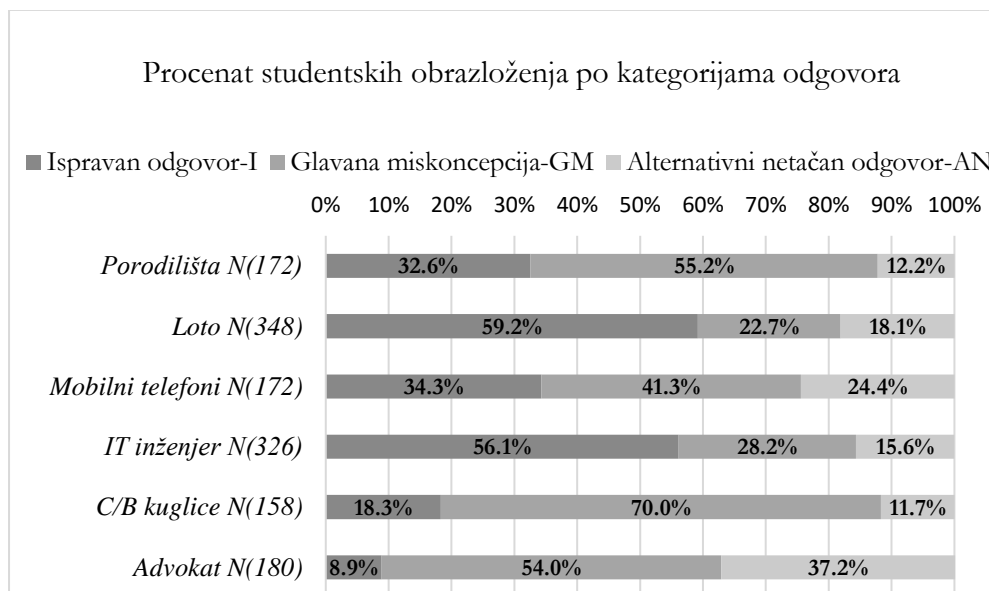
N broj ispitanika koji je selektovao neku od ponuđenih opcija bez obzira da li je potom dao i obrazloženje.

3.2.3 Analiza studentskih obrazloženja

Procenat datih obrazloženja studenta u odnosu na broj selektovanih opcija po zadacima kretao se od 55% do 62%. Ispitanici su najmanje obrazloženja dali na zadatku *C/B kuglice* gde je od 286 ispitanika koji su selektovali neku od opcija, njih 158 dalo je obrazloženje. Sa druge strane ispitanici su najviše davali obrazloženja na zadatku *Advokat*, gde je od 287 ispitanika koji su selektovali neku od opcija, njih 180 dalo obrazloženje. Na slici 7 prikazan je procenat studentskih obrazloženja dat po kategorijama I, GM i AN, kao i broj ispitanika koji je dao obrazloženja za svaki od zadataka. Prikazani procenti na slici 7 dati su u odnosu na ukupan broj datih obrazloženja za svaki od zadataka.

U analizi studentskih obrazloženja u odnosu na prevazilaženje miskoncepcija, uočeno je da su ispitanici bili najmanje uspešni kada je u pitanju zadatak *C/B kuglice* gde je oko 70% ispitanika dalo obrazloženja koja ukazuju na postojanje GM. Na zadacima *Porodilišta* i *Advokat* procenat obrazloženja koji ukazuju na postojanje GM je manji i iznosi nešto iznad 50%. Ispitanici su bili najuspešniji u prevazilaženju GM na zadacima *Loto* i *IT inženjer*, gde je procenat studentskih obrazloženja koji ukazuju na postojanje GM ispod 30%. U slučaju

miskonceptije zanemarivanja osnovnog skupa, reprezentovane kroz zadatak *Advokat*, veliki broj ispitanika (37,2%) dao je svoj odgovor na osnovu unapred formiranog mišljenja, predrasuda i sopstvenih ubeđenja, zanemarujući date informacije u zadatku, dok je procenat takvih obrazloženja u drugim zadacima oko 20%. Iako je na zadatku *Advokat* najveći procenat studenata dao obrazloženje selektovanog izbora, broj smislenih obrazloženja na ovom zadatku je najmanji. Kada je reč o tačno selektovanim i tačno obrazloženim zadacima, na zadacima *Loto* i *IT inženjer* preko 50% ispitanika (od onih koji su dali neko obrazloženje) je tačno odgovorilo, na zadacima *Porodilišta* i *Mobilni telefoni* oko 30%, dok je taj procenat na zadacima *C/B kuglice* i *Advokat* ispod 20%.



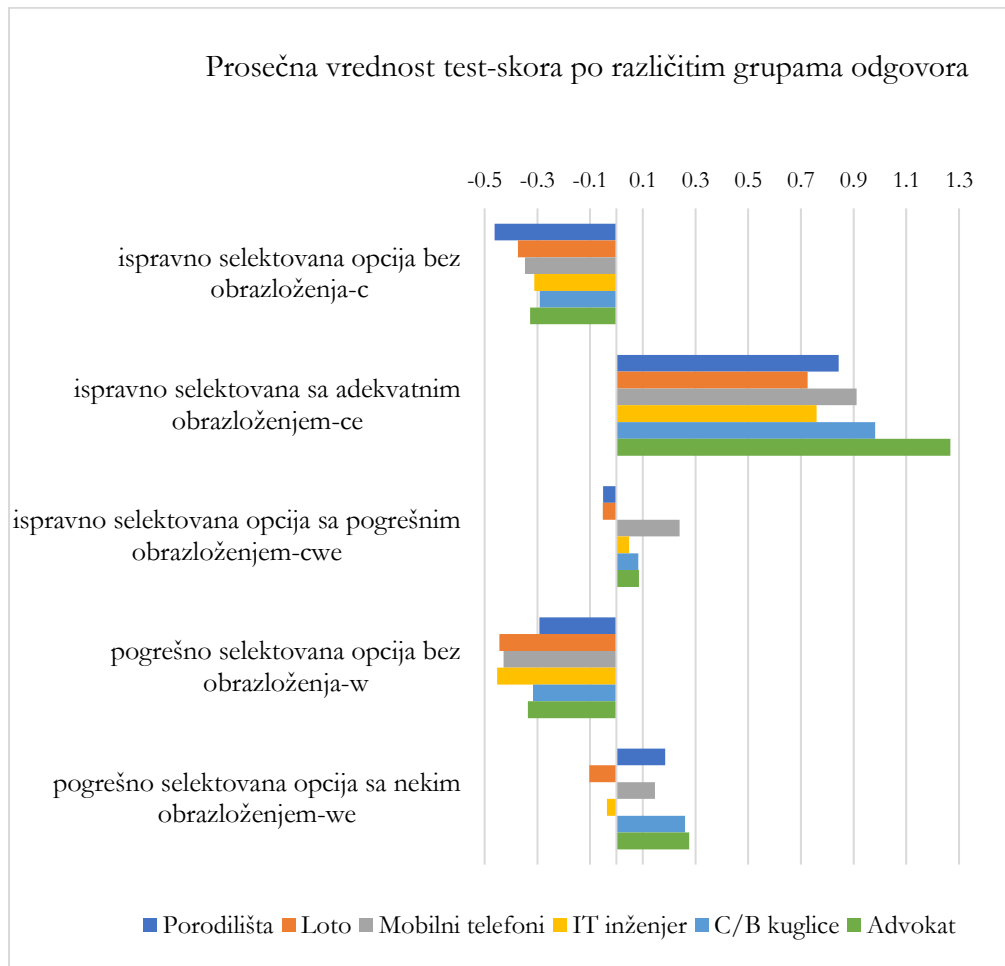
Slika 7. Procenat studentskih obrazloženja po kategorijama odgovora
N ukupan broj ispitanika koji je dao neko obrazloženje

3.2.4 Veza između studentskih obrazloženja i procenjenog test-skora

Na svim zadacima prepoznato je da ispitanici koji ne daju obrazloženja imaju niži procenjeni test-skor nego ispitanici koji daju ma kakvo obrazloženje, čak i pogrešno. Na slici 8. prikazana je prosečna vrednost studentskih test-skorova za pet različitih grupa odgovora: c, ce, cwe, w i we.

Evidentno da ispitanici čiji odgovori pripadaju grupi odgovora bez obrazloženja (c ili w) konzistentno imaju manji procenjen prosečni test-skor od studenata čiji odgovori pripadaju grupi odgovora koja sadrži obrazloženja (cwe ili we). Statistički značajna razlika između ove dve grupe (c ili w i cwe ili we) je potvrđena t-testom. Razlike na svim zadacima su statistički značajne ($p < 0.001$).

Takođe primećeno je da ispitanici najčešće daju obrazloženja ili na svim zadacima ili ne daju ni na jednom. Takvih ispitanika je 60%, gde 23.3% ispitanika nije dalo obrazloženje ni na jednom zadatku a 36.8% ispitanika je dalo obrazloženja na svim zadacima.



Slika 8. Prosečna vrednost test-skora za različite grupe odgovora data po zadacima

Jedan od zadataka je i da se utvrdi koji deo zadatka (izbor opcije ili obrazloženje) više doprinosi proceni studentskog test-skora. U tom cilju izračunat je koeficijent korelacije između procenjenog test-skora sa jedne strane i selekcije tačne opcije sa ili bez obrazloženja (c, ce, cwe), i davanja nekog obrazloženja (ce, cwe, we) sa druge strane (Tabela 9). Ispostavilo se da davanje bilo kakvog obrazloženja, čak i davanje obrazloženja kod pogrešnog izbora više doprinosi ukupnoj proceni rezultata test-skora nego puka selekcija izbora.

Tabela 9. Korelacija između selekcije ispravne opcije ili davanja obrazloženja sa studentskim test-skorom

zadatak	korelacija u odnosu na selekciju ispravne opcije(c, ce, cwe)	t-vrednost	korelacija u odnosu na postojanje obrazloženja (ce, cwe, we)	t-vrednost
<i>Porodilišta</i>	0.25	4.46	0.54	10.9
<i>Loto</i>	0.29	7.26	0.59	17.9
<i>Mobilni telefoni</i>	0.30	5.49	0.60	13.0
<i>IT inženjer</i>	0.32	8.27	0.59	17.6
<i>C/B kuglice</i>	0.16	2.84	0.53	10.7
<i>Advokat</i>	0.12	2.07	0.48	9.36

Sve korelacije su statistički značajne ($p < 0.05$). Nivo značajnosti izražen je t-vrednošću primenjenog t-testa.

3.2.5 Pouzdanost testova

Test koji se sastoji od četiri zadatka višestrukog izbora ne može imati veliku pouzdanost. Međutim ako se kao tačan odgovor posmatra tačno selektovana opcija i pri tom dato tačno obrazloženje pouzdanost raste. Kada se boduje samo tačno selektovana opcija u zadatku višestrukog izbora na prvoj varijanti testa Kronbahova alfa iznosi 0.08 ± 0.08 , a kada se u analizu uključi i obrazloženje odgovora Kronbahova alfa poraste na 0.55 ± 0.04 . Na sličan način u drugoj varijanti testa (zadaci 1, 2, 3, 4), Kronbahova alfa poraste od 0.29 ± 0.06 do 0.47 ± 0.05 . Iako je test veoma kratak obrazloženja odgovora nam omogućavaju da sumu skorova po zadacima posmatramo kao test-skor, što će omogućiti upoređivanje grupa studenata.

3.2.6 Razlike u test-skoru u odnosu na faktore

Analiza test-skora u odnosu na godinu studija (prva vs treća) pokazala je statistički značajnu razliku u test-skoru gde su student prve godine u proseku imali više skorove u odnosu na svoje kolege sa treće godine ($t = 2.99$, $df = 435.1$, $p < 0.01$). U okviru prve godine ispitivana je razlika u test-skoru u odnosu na završenu srednju školu (gimnazija vs srednja stručna škola) ali nije prepoznata statistički značajna razlika u test-skoru između ispitanika koji dolaze iz različitih srednjih škola ($t = 1.19$, $df = 229.92$, $p = 0.23$). Međutim, kada je u pitanju pol, pokazana je statistički značajna razlika među studentima prve godine ($t = 2.61$, $df = 266.41$, $p = 0.01$), gde su mladići nadmašili devojke. Među studentima treće godine nisu prepoznate statistički značajne razlike u test-skoru ni po polu ($t = 1.72$, $df = 177.17$, $p = 0.09$), a ni u odnosu na to da li su

studenti slušali kurs iz verovatnoće i statistike ($t = -1.27$, $df = 115.13$, $p = 0.21$).

3.2.7 Faktori i zadaci

Razlike u postignućima po zadacima u odnosu na faktore date su za tačno selektovanu opciju i tačno odgovoren zadatak. U Tabeli 10 predstavljene su razlike u postignućima u odnosu na faktore za tačno selektovanu opciju. Među studentima prve godine postignuća po zadacima posmatrana su u odnosu na završnu srednju školu, dok su među studentima treće godine postignuća posmatrana u odnosu na odslušan kurs iz verovatnoće i statistike. Kada su u pitanju miskoncepcije zanemarivanja veličine uzorka (zadatak *Porodilišta*), zanemarivanja osnovnog skupa (zadatak *Advokat*) i iluzorna korelacija (zadatak *Mobilni telefoni*) nisu prepoznate statistički značajne razlike ni po jednom faktoru. Na zadatku *Loto* koji je vezan za miskoncepciju šansi prepoznate su statistički značajne razlike u odnosu na godinu studija gde su studenti treće godine bili uspješniji u odnosu na studente prve godine kao i u odnosu na odslušan kurs iz verovatnoće i statistike gde su studenti koji su slušali kurs bili uspješniji od onih koji to nisu. Kod zadataka koji testiraju miskoncepciju jednakoverovatnosti (*IT inženjer*) i miskoncepciju koja se odnosi na konjunktivnu i disjunktivnu zabludu (*C/B kuglice*) prepoznate su statistički značajne razlike po polu, gde su mladići nadmašili devojke. Kod zadatka *IT inženjer* statistički značajna razlika u odnosu na pol prisutna je među studentima prve godine. Na zadatku *C/B kuglice* među studentima prve godine prisutna je statistički značajna razlika i u odnosu na završenu srednju školu, gde su studenti koji su završili gimnazije bili uspješniji.

U Tabeli 11 date su razlike u postignućima studenta za tačno odgovoren zadatak u odnosu na faktore. Na zadacima vezanim za miskoncepcije zanemarivanja veličine uzorka (zadatak *Porodilišta*), konjunktivnu i disjunktivnu zabludu (*C/B kuglice*) i iluzorna korelacija (zadatak *Mobilni telefoni*) nisu prepoznate statistički značajne razlike ni po jednom faktoru. Na zadatku *Loto* prepoznata je statistički značajna razlika u odnosu na odslušan kurs iz verovatnoće i statistike, gde su studenti koji su odslušali kurs bili uspješniji u odnosu na one koji to nisu. Na zadacima *IT inženjer* i *Advokat*, među studentima prve godine prisutna je statistički značajna razlika po polu, gde su mladići bili uspješniji u odnosu na devojke.

Tabela 10. Razlike u postignućima u odnosu na faktore za tačno selektovanu opciju

	<i>Porodlišta^(c)</i>		<i>Loto</i>		<i>Mobilni telefoni</i>		<i>IT inženjer</i>		<i>C/B kuglice</i>		<i>Advokat</i>	
	n (s%) ^(a)	p ^(b)	n (s%)	p	n (s%)	p	n (s%)	p	n (s%)	p	n (s%)	p
Pol												
D	104 (28.84)	0.22	199 (68.84)	0.08	104 (49.04)	0.79	201 (52.24)	0.01	96 (20.83)	0.04	97 (36.08)	0.40
M	192 (35.94)		386 (75.65)		192 (47.40)		384 (70.31)		190 (32.29)		192 (31.25)	
D-I	70 (31.43)	0.65	124 (62.90)	0.06	70 (47.14)	0.89	126 (45.24)	0.01	55 (16.36)	0.08	56 (39.29)	0.32
M-I	133 (34.59)		258 (72.48)		133 (48.12)		256 (69.53)		123 (28.45)		123 (31.70)	
D-III	34 (23.53)	0.13	75 (78.67)	0.56	34 (52.94)	0.51	75 (64.00)	0.24	41 (26.83)	0.19	41 (31.71)	0.89
M-III	59 (38.98)		128 (82.03)		59 (45.76)		128 (71.87)		69 (39.13)		69 (30.43)	
Škola I god.												
G	133 (35.34)	0.44	267 (70.78)	0.36	134 (47.76)	0.99	268 (61.57)	0.97	133 (29.32)	0.01	135 (34.07)	0.99
SS	70 (30.00)		115 (66.08)		169 (47.83)		114 (61.40)		45 (11.11)		44 (34.09)	
God.												
P	203 (33.50)	0.98	382 (69.37)	0.01	203 (47.78)	0.92	382 (61.52)	0.07	178 (24.72)	0.07	179 (34.07)	0.58
T	93 (33.33)		203 (80.79)		93 (48.39)		203 (68.97)		110 (34.54)		110 (30.90)	
Kurs III god.												
Ne	25 (24.00)	0.25	58 (64.91)	0.00	25 (52.00)	0.51	58 (65.52)	0.50	33 (36.36)	0.79	33 (33.33)	0.65
Da	68 (36.76)		145 (87.41)		68 (47.05)		145 (70.34)		77 (33.76)		77 (29.87)	
Total	296 (33.45)		585 (73.33)		296 (47.97)		585 (64.10)		288 (28.47)		289 (32.87)	

n označava ukupan broj datih odgovora, u zagradi je predstavljen procenat tačnih odgovora od datih n. (b) p vrednost za chi2test o jednakosti proporcija tačnih odgovora. (c) zadaci. pol: M-mladići, D-devojke; god.: P-prva, T-treća godina; srednja škola: G-gimnazija, SS-srednja stručna škola; kurs: Da-odslušani kurs, Ne-nije slušan kurs. . I-oznaka za prvu godinu, III-oznaka za treću godinu.

Tabela 11. Razlike u postignućima u odnosu na faktore za tačno odgovoren zadatak

	<i>Porodlišta</i>		<i>Loto</i>		<i>Mobilni telefoni</i>		<i>IT inženjer</i>		<i>C/B kuglice</i>		<i>Advokat</i>	
	n (s%) ^(a)	p ^(b)	n (s%)	p	n (s%)	p	n (s%)	p	n (s%)	p	n (s%)	p
Pol												
D	52 (30.77)	0.74	112 (57.14)	0.59	53 (24.52)	0.07	110 (45.45)	0.01	50 (12.0)	0.16	59 (5.08)	0.21
M	120 (0.33)		236 (60.17)		119 (38.66)		216 (61.57)		108 (21.30)		121 (10.74)	
D-I	38 (34.21)	0.56	79 (54.43)	0.69	43 (25.58)	0.31	79 (46.83)	0.01	33 (9.09)	0.17	35 (0.00)	0.03
M-I	83 (28.92)		177 (57.06)		84 (34.52)		164 (64.64)		82 (19.51)		92 (11.95)	
D- III	14 (21.42)	0.15	33 (63.63)	0.56	10 (20)	0.10	31 (41.94)	0.38	17 (17.65)	0.48	24 (12.5)	0.48
M-III	37 (43.24)		59 (69.49)		35 (48.57)		52 (51.92)		26 (26.92)		29 (10.71)	
Škola I god.												
G	84 (30.95)	0.89	180 (56.11)	0.94	86 (33.72)	0.43	176 (58.52)	0.87	90 (20)	0.06	99 (8.08)	0.66
SS	37 (29.73)		76 (56.58)		41 (0.25)		67 (59.70)		25 (6.66)		28 (10.71)	
God.												
P	121 (30.57)	0.39	256 (56.25)	0.06	127 (31.49)	0.19	243 (58.84)	0.09	115 (16.52)	0.33	127 (8.66)	0.87
T	51 (37.25)		92 (67.39)		45 (42.22)		83 (48.19)		43 (23.25)		53 (9.43)	
Kurs III god.												
Ne	7 (28.57)	0.06	27 (51.85)	0.04	10 (40)	0.87	29 (51.72)	0.63	15 (6.66)	0.06	17 (0.00)	0.10
Da	44 (64)		65 (73.85)		45 (42.86)		54 (46.29)		28 (32.14)		36 (5.36)	
Total	172 (32.56)		348 (59.19)		172 (34.43)		326 (56.13)		158 (18.35)		180 (8.89)	

n označava ukupan broj datih odgovora, u zagradi je predstavljen procenat tačnih odgovora od datih n. (b) p vrednost za chi2test o jednakosti proporcija tačnih odgovora. (c) zadaci.pol: M-mladići, D-žene; god.:P-prva, T-treća godina; srednja škola: G-gimnazija, SS-srednja stručna škola; kurs: Da-odslušan kurs, Ne-nije slušan kurs. I-oznaka za prvu godinu, III-oznaka za treću godinu.

3.3 Diskusija

Na osnovu predstavljenih rezultata samo 19% ispitanika iz uzorka korišćenog u ovoj studiji pokazalo je imunost na miskoncepciju zanemarivanja veličine uzorka (zadatak *Porodilišta*). Čak 55% od onih koji su dali bilo kakvo obrazloženje bilo je sklono glavnoj miskoncepciji, što implicira da su ti studenti bili skloni da povezuju broj dečaka sa brojem dana zanemarujući veličinu bolnica. Stoga mnogi od njih davali su obrazloženja poput: „U prvoj bolnici rođeno je više beba samim tim više dečaka pa će biti i više dana“. Takav način rezonovanja može biti posledica nedovoljnog poznavanja ili razumevanja zakona velikih brojeva (Kahneman & Tversky, 1972), što implicira potrebu za unapređenjem znanja kod studenata kada su pitanju osnovni koncepti iz verovatnoće i statistike. Takođe rezultati pokazuju da čak ni studenti koji su završili opšte srednje obrazovanje, to jest oni koji su imali više časova matematike kroz koje su slušali sadržaje iz verovatnoće i statistike, kao i oni studenti koji su na fakultetu slušali kurs iz verovatnoće i statistike nisu bili uspešniji u prevazilaženju ove miskoncepcije u odnosu na svoje kolege koji su završili srednje stručne škole ili koji nisu slušali kurs iz statistike na fakultetu. Štaviše nalazi ove studije pokazuju da čak i oni studenti koji su davali obrazloženja to jest oni koji su se zaista potrudili da reše zadatak u velikoj meri su bili skloni miskoncepciji zanemarivanja veličine uzorka. Iako ishodi učenja (gimnazija) kao i uvodnih kurseva na fakultetu treba da obezbede razumevanje osnovnih koncepata i razvijanje kritičkog rezonovanja, formalno obrazovanje nije dalo značajne efekte kada je u pitanju miskoncepcija zanemarivanja veličine uzorka. Imajući u vidu značaj prevazilaženja miskoncepcije zanemarivanja veličine uzorka kako za rad sa podacima tako i za kritičko rezonovanje i sud o drugim studijama, neophodno je unaprediti razumevanje studenata iz ove oblasti.

U analizi prisustva miskoncepcije šansi (zadatak *Loto*) pokazano je da je 74% ispitanika uspeo da selektuje ispravnu opciju u zadacima višestrukog izbora što je slično sa rezultatima prethodnih studija (Kustos & Zelkowski, 2013). Međutim od ukupnog broja ispitanika, njih 35.6% uspeo je i da smisleno obrazloži sopstvenu selekciju izbora. U oba slučaja, u analizi pogrešnih odgovora pokazano je da se najviše ispitanika opredelilo za opciju koja sadrži niz brojeva koji nisu u nekom specifičnom poretku, što ukazuje na postojanje miskoncepcije šansi. Prisustvo miskoncepcije šansi dodatno je potkrepljeno komentarima studenata poput: „Zato što brojevi nisu u određenom redosledu“. Zadatak *Loto*, prepoznat je kao najlakši zadatak gde je 22% studenta, od oni koji su davali obrazloženje bilo sklono glavnoj miskoncepciji to jest verovanju da ako brojevi u nizu nemaju neki specifičan redosled da ta kombinacija ima više šansi. Razlog

tome može biti što zadatak potiče iz realnog konteksta. Analiza je pokazala da su studenti koji su slušali kurs iz verovatnoće i statistike na fakultetu bili uspešniji od onih koji nisu slušali, mada nema statistički značajne razlike između studenta koji su pohađali gimnazije i srednje stručne škole, iako se u gimnazijama obrađuju sadržaji koji omogućavaju rešavanje ovog tipa problema. Prema ranijim nalazima (Tversky & Kahneman, 1974) uzrok pojave miskoncepcije šansi je vezan za nedovoljno i nepotpuno razumevanje nezavisnih događaja, slučajnog eksperimenta, to jest ispitanici veruju da sekvenca ishoda nastala slučajnim procesom mora imati glavne karakteristike tog procesa čak iako je sekvenca ishoda kratka.

Analiza studentskih obrazloženja na zadatku vezanom za ispitivanje iluzorne korelacije pokazala je da je 41% studenata bilo sklono miskoncepciji iluzorne korelacije, dok je svega oko 20% od ukupnog broja ispitanika uspeo da da tačan odgovor na ovom zadatku. Ispitanici su zaključak donosili praveći vezu između apsolutnih brojeva žena i procenata mobilnih korisnika tokom vožnje, datih u zadatku. Svoje zaključke potkrepljivali su na sledeći način: „U prvoj grupi broj žena prevazilazi broj muškaraca i veći je procenat korisnika mobilnih telefona, dok u drugoj grupi manji je broj žena i u toj grupi manji je procenat korisnika mobilnih telefona.“. Ispitanici su bili skloni da precenjuju značaj zajedničkog pojavljivanja viših (nižih) procenata i većeg (manjeg) broja žena u grupama, praveći vezu između podataka gde ona ne postoji. Ovakvi rezultati ukazuju da kod studenata nije u velikoj meri razvijen kritički stav, kao i da studenti nisu vešti u tumačenju i kritičkom sagledavanju drugih studija. Takođe, analiza studentskih odgovora otkrila je da je značajan procenat ispitanika (24%) bazirao svoje zaključke u potpunosti zanemarujući date informacije u zadatku i formirajući svoje mišljenje na osnovu već u napred formiranog mišljenja i predrasuda, pa su ovi ispitanici često obrazlagali svoje odgovore na sledeći način: „Poznato je da su žene mnogo opreznije tokom vožnje i one ne koriste telefon“ ili „Poznato je da žene više pričaju na telefon“. Ovakvi odgovori mogu se pripisati nedovoljno razvijenom kritičkom rezonovanju kod studenta kao i nedovoljnom posedovanju znanja i veština za tumačenje podataka. Analiza iluzorne korelacije u ovoj studiji nije prepoznala statistički značajne razlike u postignućima studenta u odnosu na formalno obrazovanje, to jest završenu srednju školu ili kurs iz verovatnoće i statistike na studijama. Neretko se u medijima pojavljuju vesti koje su rezultat različitih relativno pouzdanih studija sa relativno tačnim zaključcima. Može se dogoditi da u takvim slučajevima oni koji nemaju dovoljno veština u sagledavanju studija i kritičkom rezonovanju, ne mogu prepoznati pogrešne zaključke, štaviše svoje pogrešno rezonovanje mogu iskoristiti kao potvrdu datih pogrešnih tvrdnji, što može dovesti do značajnih posledica.

Ispitivanje miskonceptije jednakoverovatnosti (miskonceptija zanemarivanja osnovnog skupa-jednakoverovatnost) pokazalo je da je 31.55% ispitanika uspeo da selektuje tačnu opciju i da korektno obrazloži svoj odabir od ukupnog broja ispitanika. Analiza studentskih obrazloženja pokazala je da iako je preko 50% ispitanika dalo tačan odgovor na ovom zadatku, značajan broj njih (28%) je sklon verovanju da ako postoje dva ishoda onda su oni uvek jednakoverovatni. Ispitanici, kako bi potkrepili svoj izbor često su davali obrazloženja poput sledećih: „Imamo dve opcije, šanse su uvek pola -pola“ ili „iste su šanse jer može biti ili jedno ili drugo“. Ovakvi rezultati ukazuju da čak i kada su vrlo jasno date informacije o osnovnom skupu jedan broj ispitanika sklon je pogrešnom rezonovanju. Iako bi se prema obrazovnim standardima ovakav zadatak mogao smatrati zadatkom sa osnovnog nivoa, gde bi se očekivalo da bar 80% ispitanika uspešno reši ovaj problem, ipak to nije slučaj kada su u pitanju budući inženjeri elektrotehničkih profila. Jedan od razloga za ovakvo rezonovanje može biti u nastavnoj praksi, jer vrlo često kada se izučavaju sadržaji iz verovatnoće, nastava je bazirana na primerima sa jednakoverovanim ishodima što ima za posledicu da učenici (ili studenti) u svim narednim primerima podrazumevaju da je reč o jednakoverovanim ishodima (Gauvrit & Morsanyi, 2014). U prilog tome govori i činjenica da je 16/32 zadataka u krugovoj zbirci (Ognjavović & Ivanović, 2005) vezanih za nastavnu jedinicu slučajni odgađaj vezano za eksperimente bacanja kockice, bacanja novčića ili izvlačenje karte iz špila karata. Kada su u pitanju faktori, završena srednja škola kao ni odslušanje kursa na fakultetu iz verovatnoće nisu imali statistički značajnog uticaja. Jedino su prepoznate statistički značajne razlike po polu i to samo među studentima prve godine gde su mladići nadmašili devojke.

Kroz analizu miskonceptije zanemarivanja osnovnog skupa (zadatak *Advokat*), pokazano je da se mnogi ispitanici češće opredeljuju za to da je veća verovatnoća da je osoba iz zadatka, član Beogradske filharmonije koja svira klarinet nego da je pravnik iako je u zemlji mnogo više pravnika nego članova filharmonije koji sviraju klarinet. Rezultati ove studije su slični sa rezultatima studije Kanemana i Tverskog (1973) gde su učestvovali studenti psihologije univerziteta u Oregonu ali i nešto slabiji od rezultata koji su dobijeni u studiji Kang i Park (2019) gde je oko 14% ispitanika (bankarskih službenika) dalo tačan odgovor na slično pitanje. Analiza studentskih obrazloženja selekcije izbora u ovoj studiji pokazala je da je 54% ispitanika sklono miskonceptiji zanemarivanja osnovnog skupa. Veliki broj ispitanika je donosio odluku na osnovu datog opisa osobe u zadatku zanemarujući stvarni odnos pravnika i članova filharmonije u zemlji. Takođe analizom odgovora otkriveno je da je 32% ispitanika davalo obrazloženja zasnovana na rezonovanju koje bi se moglo svrstati u miskonceptiju

jednakoverovatnosti kao i na mišljenju zasnovanom na socioekonomskim prilikama. Ispitanici kako bi potkrepili svoje odabir opcije davali su obrazloženja poput: „Mislim da je jednako verovatno.“, „Ili može biti jedno ili drugo.“, „Sigurno je pravnik, u Srbiji se ne može živeti od umetnosti“. Specifično za ovaj zadatak je i to što je procentualno najviše ispitanika bilo motivisano da obrazloži ovaj zadatak (62%) ali sa druge strane baš na ovom zadatku bilo je najmanje tačnih obrazloženja (5.57%) što zadatak *Advokat* svrstava među teže zadatke. Ni na ovom zadatku nije bilo statistički značajnih razlika u postignućima studenata odnosu na završenu srednju školu ili kurs iz verovatnoće i statistike na fakultetu, jedino prepoznata statistički značajna razlika po polu i to samo među studentima prve godine, gde su mladići bili u prednosti u odnosu na devojke. Ovakvi rezultati ukazuju da vrlo često izostaje zdravorazumsko razmišljanje pa se prilikom rešavanja zadataka pribegava nekoj heuristici ili već unapred formiranom mišljenju stavovima i predrasudama što vodi ka pogrešnim zaključcima.

Kada se posmatraju oba zadatka *IT inženjer* i *Advokat* koji su u vezi sa istom miskoncepcijom zanemarivanja osnovnog skupa, od ukupno 151 studenta koji su dali odgovore na oba zadatka, njih 86 je dalo tačan odgovor na zadatku *IT inženjer* od kojih je samo 12 dalo tačan odgovor i na zadatku *Advokat*. Ispostavilo se da čak i oni ispitanici koji su bili svesni važnosti osnovnog skupa u zadatku *IT inženjer* gde nema specifičnog opisa za jednu klasu (jedno zanimanje), u zadatku *Advokat*, kada je dat specifičan opis za određenu klasu bili su skloni da zanemare značaj osnovnog skupa. Na osnovu navedenih nalaza moguće je da je ispitanicima znatno teže da primene svoje znanje kada nije eksplicitno naveden odnos u osnovnom skupu na osnovu koga treba da se izvede zaključak kao i kada je dat specifičan opis za jednu klasu. Ovi nalazi zahtevaju dalju potvrdu, imajući u vidu nalaze ranijih studijama koje ukazuju da je vrlo teško i delikatno porediti zadatke koji su u vezi sa miskoncepcijama i pokazuju da mogu postojati velike razlike u postignućima studenta, u zavisnosti od datog zadataka, čak i na zadacima koji su u vezi sa istom miskoncepcijom (Gauvrit & Morsanyi, 2014; Morsanyi et al., 2013).

Zadatak koji se odnosi na evaluaciju konjunktivnih i disjunktivnih događaja prepoznat je kao jedan od težih zadataka, gde oko 70% ispitanika od onih koji su dali neko obrazloženje, nije uspelo da korektno odgovori na dati zadatak. Oko polovine ispitanika zanemarilo je osobine disjunktivnih događaja i dalo prednost jednako verovatnim događajima, potkrepljujući svoj izbor sledećim komentarima: „Pod a su šanse 50%-50%, pod b i c izgledaju kao da su veće šanse ali zapravo nisu.“ ili „Zato što su šanse 50% -50% uvek najveće.“. Uprkos tome što je ovakav zadatak čest sadržaj srednjoškolskog gradiva iz nastavne teme verovatnoća i statistika kao i univerzitetskih kurseva iz verovatnoće ili statistike ,

samo 6 studenata je uspeo da prikaže korektno matematičko obrazloženje na ovom zadatku. Štaviše nije bilo statistički značajnih razlika u postignućima studenata u odnosu na završenu srednju školu, ni u odnosu na odslušan kurs iz verovatnoće i statistike kao ni po bilo kom drugom faktoru. Razlozi za ovako loša postignuća, mogu biti u nastavnom procesu i pristupu nastavi što može imati za posledicu nemogućnost učenika/studenata da tokom procesa učenja koncept verovatnoće konjunktivnih i disjunktivnih događaja razumeju na intuitivnom nivou kao i da povežu sa svojim prethodnim iskustvom, znanjem i realnim situacijama.

U analizi selekcije izbora kao i u analizi studentskih obrazloženja odabira najviše tačnih odgovora bilo je na zadatku *Loto*. Objašnjenje bi se moglo pronaći u tome što je ispitanicima igra *Loto* poznata kako iz realnog života tako i sa nastave, s obzirom da je zadatak *Loto* čest primer u nastavnom sadržaju iz verovatnoće i statistike kako u srednjim školama tako i na fakultetu. Međutim, od ukupno 127 ispitanika koji su dali svoje odgovore i na zadatku *Loto* i na zadatku C/B kuglice, 74 ispitanika je dalo tačan odgovor na zadatku *Loto* od kojih je samo 14 uspeo da tačno reši i zadatka C/B *kuglice*. Na zadatku C/B *kuglice* ispitanici nisu bili tako uspešni kao na zadatku *Loto*, iako je i zadatak C/B *kuglice* deo standardnih sadržaja iz verovatnoće i statistike. Razlog tome može biti iskustvo studenta iz realnog života, a ne standardni pristup nezavisnim događajima kako je to čest slučaj u nastavnom procesu. Ovakvi rezultati ukazuju na važnost primera u realnom kontekstu u nastavnom procesu.

3.3.1 Ukupni skor na testu i obrazloženja selekcije izbora

Uključivanje obrazloženja odgovora u analizu dovelo je do izraženijih psihometrijskih karakteristika testova, međutim to je uticalo i na težinu zadatka gde su zadaci postali znatno teži, stoga je i stopa tačnih odgovora značajno opala. Međutim u takvoj situaciji parametri zadatka se mogu bolje oceniti, čineći test diskriminativnijim. Ova studija je pokazala da korišćenje samo pitanja višestrukog odgovora može dovesti do pogrešne procene znanja studenta (Hirsch & O'Donnell, 2001) i to u ovom slučaju do precenjivanja znanja. Štaviše ova studija pokazuje da čak i kada studenti odaberu tačnu opciju u slučajevima kada pogode tačnu opciju ili intuitivno odrede tačnu opciju, oni ne žele, ne znaju ili nisu dovoljno motivisani da je i obrazlože. Takvi rezultati ukazuju ili na površno znanje i na nedostatak kompetencija koje bi omogućile studentima da daju tačnu argumentaciju, ili samo na nedostatak odgovarajuće motivacije (Douglass et al., 2012).

Analiza rezultata testova studenata pokazuje da odgovori sa objašnjenjima daju veću preciznost merenja (Tabela 9). Takođe, otkriveno je da studenti koji daju obrazloženja imaju veće test-skorove (Slika 8). Takva pojava može se objasniti time što otvoreni odgovori zahtevaju mnogo veću uključenost i dublje razmišljanje o zadatku (Attali et al., 2016). Razlike između dva načina skorovanja (sa obrazloženjima i bez obrazloženja) mogle bi da znače da način merenja dat u ovoj studiji takođe meri napor (trud), a i motivisanost studenta da objasne sopstveni izbor. Rezultati ove studije ukazuju da su ispitanici u najvećem broju slučajeva skloni ili da daju obrazloženja na svim zadacima ili ni na jednom. Buduća istraživanja treba da budu usredsređena na znanje studenata iz verovatnoće i statistike, ali i na spremnost studenata da argumentuju sopstveni izbor. Da bi se to omogućilo, moraju se razviti brojni zadaci višestrukog izbora sa boljim psihometrijskim karakteristikama, što bi smanjilo efekat pogađanja odgovora. Predlaže se kombinacija zadataka višestrukog izbora uz objašnjenja selektovanog izbora kao odgovarajući model za procenu osnovne pismenosti o podacima.

3.3.2 Razlike u test-skoru u odnosu na faktore

Slično kao i u pojedinačnoj analizi zadatka, analiza studentskih postignuća kroz test-skor u odnosu na faktore pokazala je da bez obzira na veći broj časova iz matematike u gimnazijama i sadržaje koji se obrađuju iz verovatnoće i statistike tokom srednjoškolskog obrazovanja nema statistički značajne razlike u test-skoru u odnosu na završenu srednju školu. Takođe među studentima treće godine nije bilo statistički značajne razlike u test-skoru u odnosu na odslušan kurs iz verovatnoće i statistike. Štaviše rezultati ove studije pokazuju da je u proseku test-skor studenata prve godine bio viši u odnosu na prosečan test-skor studenata treće godine. Na osnovu ranijih studija, jedan od razloga za takav nalaz može biti u nastavnoj praksi, gde prilikom obrade nastavnih sadržaja vezanih za verovatnoću i statistiku, studenti mnogo češće bivaju izloženi jednako verovatnim ishodima i rutinskim zadacima, što ih kasnije dovodi do pogrešnog rezonovanja (Gauvrit & Morsanyi, 2014), međutim za potvrdu ove tvrdnje potrebna su dalja istraživanja. Sveukupno rezultati ove studije ukazuju da nema velikih razlika u postignućima studenata u odnosu na odslušan kurs iz verovatnoće i statistike kada je u pitanju prevazilaženje miskonceptija zasnovanih na nedovoljnom poznavanju i razumevanju osnovnih koncepata iz verovatnoće i statistike. Nalazi ove studije su u skladu sa nalazima ranijih studija koje tvrde da se problem neće rešiti dodatnim časovima ili kursom iz verovatnoće i statistike (Chance et al., 2007; Garfield & Ben-Zvi, 2007) sve dok se sam pristup u

nastavnom procesu ne promeni (Gauvrit & Morsanyi, 2014; Gigerenzer et al., 2007; Masel et al., 2015; Morsanyi et al., 2013).

Kada je u pitanju pol, među studentima prve godine postoji statistički značajna razlika, gde su mladići u prednosti u odnosu na devojke. Rezultati ove studije su u skladu sa nalazima studije Paul i Hlanganipai (2014) gde je istraživano prisustvo miskonceptija vezanih za koncepte iz verovatnoće i statistike među srednjoškolcima i takođe otkriveno da postoje razlike u odnosu na pol i to u korist mladića. Takođe neke ranije studije su pokazale da postoji razlika u postignućima iz matematike u korist mladića među STEM studentima (Delaney & Devereux, 2019; Ro & Loya, 2015), što je različito u odnosu na nalaze ove studije kada su u pitanju studenti treće godine. Kada su u pitanju studenti treće godine, nalazi ove studije su u skladu sa nalazima studije Hyde i Mertz (Hyde et al., 2009) gde su analizirani veliki skupovi podataka i otkriveno je da nema statistički značajne razlike u postignućima iz matematike među studentima. Iako je dobra vest što iako pri dolasku na fakultet postoje razlike u postignućima po polu te razlike se gube tokom studija, bar kada su u pitanju koncepti testirani u ovoj studiji, međutim imajući u vidu da na razlike po polu može uticati mnogo faktora, za potvrdu ovih nalaza potrebna su dalja istraživanja.

Kako su ovom istraživanju učestvovali studenti prestižnih elektrotehničkih usmerenja tehničkih fakulteta, gde je među studentima prve godine poslednji upisani imao 79 bodova na upisu, a među studentima treće godine oko 58% studenta je imalo prosek viši od 8.00, a samo 6% manji od 7.00, reč je o veoma dobrim učenicima, a kasnije dobrim studentima. Međutim rezultati ove studije pokazuju da su čak i dobri učenici i studenti skloni različitim tipovima miskonceptija koje su posledica nedovoljnog znanja i razumevanja osnovnih koncepata iz verovatnoće i statistike. Drugo primećeno je da su razlike u odnosu na pol ispitanika retke, a ako postoje one su izražene samo među studentima prve godine i to u korist mladića. Razlike u postignućima studenta u odnosu na završenu srednju škola nisu prepoznate, dok su razlike u odnosu na kurs iz verovatnoće i statistike prisutne samo na zadatku koji je vezan sa realnim kontekstom i prethodnim iskustvom studenata. Iako je bilo očekivano da i srednja škola ima uticaja na postignuća studenata to se ipak nije dogodilo ni na jednom zadatku.

„*In mathematics, the art of proposing a question must be held of higher value than solving it.*“

George Cantor

4 Stavovi studenata o matematici, statistici i podacima

U drugom delu studije sprovedeno je istraživanje vezano za ispitivanje stavova studenata prema matematici, statistici i podacima. U narednim odeljcima biće predstavljena metodologija, rezultati i diskusija vezani za drugi deo istraživanja. U ovom poglavlju prikazani su stavovi studenata prema matematici, statistici i podacima i to kroz sledeće klastere tvrdnji: *samoprocena* sopstvenog znanja iz matematike i statistike, *značaj i upotreba* matematike i statistike u ličnom i profesionalnom životu i *zloupotreba* podataka. Kroz ovaj deo istraživanja ispitane su sledeće hipoteze:

- H1: Studenti iskazuju pozitivan stav o sopstvenom znanju iz statistike i matematike, kao i o značaju statistike i matematike u ličnom i profesionalnom životu i svesni su česte zloupotrebe podataka.

Kako su u ovoj studiji učestvovali studenti tehničkih fakulteta gde se podrazumeva visok nivo kompetencija iz matematike, očekivano je da ovi studenti imaju pozitivne stavove o značaju i upotrebi matematike u ličnom i profesionalnom životu kao i da pozitivno ocenjuju svoje znanje iz matematike. Studenti tehničkih fakulteta pored stručnih kompetencija koje neretko uključuju upotrebu podataka treba da se osposobe i za logičko rezonovanje, donošenje odluka u neizvesnim situacijama i donošenje sudova zasnovanih na podacima, stoga očekuje se da ovi studenti iskažu pozitivan stav kada je reč o statistici ali i da imaju razvijen kritički stav kada je reč o zloupotrebi podataka.

- H2: Postoji veza između studentskih stavova i godine studija, završene srednje škole, pola i odslušanog kursa iz statistike.

S obzirom da su stariji studenti odslušali kurseve iz matematike na fakultetu, a jedan broj studenta i iz verovatnoće i statistike očekivano je da ovi studenti u većoj meri prepoznaju značaj i upotrebu matematike i statistike u ličnom i profesionalnom životu, da daju višu ocenu sopstvenog znanja iz matematike i statistike kao i da su u većoj meri svesni zloupotreba podataka u

odnosu na svoje kolege sa prve godine. Kada su u pitanju studenti prve godine očekivano je da studenti koji su završili gimnazije u većoj meri prepoznaju značaj statistike u ličnom i profesionalnom životu kao i da daju višu procenu sopstvenog znanja iz statistike u odnosu na svoje kolege koji su završili srednje stručne škole elektrotehničkog usmerenja. Takođe među studentima treće godine, jedan broj studenta je slušao kurs iz verovatnoće i statistike pa je očekivano da studenti koji su slušali kurs u većoj meri prepoznaju značaj statistike u ličnom i profesionalnom životu kao i da daju višu ocenu sopstvenog znanja iz statistike. Iz literature je poznato da češće devojke iskazuju manje samopouzdanje kada je u pitanju procena sopstvenog znanja iz matematike i generalno imaju negativniji stav prema matematici u odnosu na mladiće (Fennema et al., 1990; Frost et al., 1994; Ganley & Vasilyeva, 2011; Pomerantz & Saxon, 2002), međutim kako su u ovoj studiji učestvovali studenti tehničkih fakulteta koji su na neki način naklonjeni matematici očekivano je da među takvom populacijom nema razlika u stavu u odnosu na pol.

- H3: Postoji veza između stava studenata i postignutog test-skora.

Na osnovu nalaza ranijih studija očekivano je da postoji veza između studentskih stavova i test skora (Leong & Alexander, 2014; Marchis, 2011; Nicolaidou & Philippou, 1997). Zapravo očekuje se da učenici koji iskazuju pozitivniji stav prema matematici i statistici imaju i više test-skorove.

4.1 Metodologija

Kroz ovaj odeljak opisan je način kreiranja instrumenta kojim su ispitani stavovi studenata. Detaljan prikaz uzoraka i procedure dat je u odeljku 3.1, dok su ovde navedene dodatne napomene specifične za drugi deo istraživanja. U ovom odeljku dat je i opis statističke analize prikupljenih podataka drugog dela istraživanja.

4.1.1 Kreiranje instrumenta – odabir tvrdnji u upitniku o stavovima

Kako bi se ispitali stavovi studenta tehničkih fakulteta iz područja rada elektrotehnike, matematici i podacima formiran je upitnik sa 20 tvrdnji (Tabela 12). Deo upitnika koji se odnosi na stavove prema statistici i podacima realizovan je kroz tvrdnje raspoređene u tri klastera *samoprocena sopstvenog znanja* iz statistike (Q1, Q7, Q8, Q12), *značaj i upotreba statistike u ličnom i profesionalnom životu* (Q4, Q5, Q9, Q10, Q11) i *zloupotreba statistike*. (Q2, Q3).

Tabela 12. Pregled tvrdnji iz upitnika

num.	tvrdnje	prosečna vrednost	medijana	moda
Q1	U toku školovanja dovoljno sam učio/la statistiku.	2.12	2	1
Q2	Verujem istraživanjima koje objavljuju mediji.	2.36	2	3
Q3	Statistika se često zloupotrebljava.	3.92	4	5
Q4	Smatram da je važno posedovati osnovna znanja iz statistike bez obzira na zanimanje.	3.99	4	4
Q5	Svako tvrđenje ili odluku potrebno je potkrepiti podacima.	4.53	5	5
Q6	Svako može da razume podatke ako se potrudi.	4.06	4	4
Q7	Smatram da posedujem dovoljno znanja da mogu da razumem i tumačim podatke u svom profesionalnom radu.	3.78	4	4
Q8	Voleo bih da unapredim svoje znanje iz statistike.	3.99	4	5
Q9	Znanje iz statistike koje posedujem mi pomaže u kritičkom sagledavanju rezultata raznih istraživanja.	3.32	3	3
Q10	Statistika je neophodna za profesiju koju sam odabrala.	3.29	3	3
Q11	Koristim svoje znanje iz statistike za bolje tumačenje podataka.	3.2	3	3
Q12	Moje znanje iz statistike je zadovoljavajuće.	2.91	3	3
Q13	Statistiku je nemoguće razumeti bez znanja matematike.	3.48	3.5	3
Q14	Koristim svoje znanje iz matematike i statistike u donošenju odluka.	3.18	3	3
Q15	Koristim svoje znanje iz matematike u svakodnevnom životu.	3.55	4	4
Q16	Potrebno mi je znanje iz matematike u poslu kojim želim da se bavim.	4.43	5	5
Q17	Znanje koje sam stekao na časovima matematike tokom školovanja mi koristi za bolje razumevanje pojedinih kurseva na fakultetu.	4.27	5	5
Q18	Smatram da sam dovoljno znanja stekao na časovima matematike tokom školovanja.	3.64	4	4
Q19	Matematika mi je bila teška tokom školovanja.	2.54	2	2
Q20	Voleo bih da unapredim svoje znanje iz matematike.	4.32	5	5

U klasteru *samoprocena* ispituje se kakav je lični utisak ispitanika o sopstvenom znanju iz statistike kao i utisak koliko su učili statistiku tokom školovanja. U klasteru *značaj i upotreba* ispituje se mišljenje studenata o tome koliko lično ispitanicima pomaže znanje iz statistike u ličnom i profesionalnom životu i u kojoj meri smatraju važnim znanja iz statistike. U klasteru *zloupotreba* ispituje se stav o podacima predstavljenim u medijima i opšte o zloupotrebi statistike. Kad je reč o stavovima o matematici oni su implementirani u upitniku kroz dva klastera pitanja: *značaj i upotreba* matematike u ličnom i profesionalnom životu i *samoprocena* o sopstvenom stečenom znanju i želji za unapređenjem znanja. Klaster *značaj i upotreba* matematike (Q18, Q19, Q20), odnosi se mišljenje studenata o tome koliko im pomaže znanje iz matematike u ličnom i profesionalnom životu dok se klaster *samoprocena znanja iz matematike* (Q15, Q16, Q17) ispituje kakav je lični utisak ispitanika o sopstvenom znanju iz matematike kao i utisak koliko su učili matematiku tokom školovanja i želji za unapređenjem sopstvenog znanja. Kako ni jedan od postojećih upitnika nije u potpunosti odgovarao ciljevima ove studije, modifikacijom skala SATS, SAS i AST dobijen je novi upitnik. Sve tvrdnje u novokreiranom upitniku date su u formi petostepene Likertove skale (1-uopšte se ne slažem, 5-slažem se u potpunosti). Sva pitanja iz upitnika data su u Tabeli 12.

4.1.2 Uzorak

Detaljan opis uzorka i ispitivanih faktora dat je u odeljku 3.1.2. Od ukupno 628 upitnika o stavovima iz analize su isključeni upitnici studenta koji nisu korektno popunili test sa zadacima (41 upitnik) kao i još dodatno 7 upitnika jer su bili nepopunjeni ili nekorektno popunjeni.

4.1.3 Procedura

Nakon što su studenti dali odgovore na postavljene zadatke iz prvog dela istraživanja pristupili su popunjavanju upitnika. Potom studenti su imali priliku da ostave komentar na test, upitnik ili komentare zasnovane na ličnim impresijama o ovom istraživanju i šire. Popunjavanje komentara nije bilo obavezno. Detaljan opis procedure opisan je u odeljku 3.1.3.

4.1.4 Statistička obrada

Stavovi studenata analizirani su na osnovu deskriptivne statistike, a veza faktora i stavova ispitana je primenom generalizovanog linearnog modela. Razlike u test skor u odnosu na stavove (po kategorijama znanje, primena i zloupotreba)

ispitane su primenom Welch Two Sample t-testa. Podaci su obrađivani u programskom paketu R, version 3.5.1 (R package ltm (Rizopoulos, 2006)).

4.2 Rezultati

Tri tvrdnje (Q1, Q2 i Q19) karakteriše izrazito negativan stav studenata, to znači da je medijana 1 ili 2, i da im je srednja vrednost manja od 3 (Tabela 12). Odgovor studena na tvrdnju Q1 gde se 64.48% studenata u potpunosti ne slaže ili se ne slaže sa tvrdnjom da su dovoljno učili statistiku tokom školovanja je bio očekivan, jer je nastava statistike prisutno u veoma malom obimu u douniverzitetskom obrazovanju. Međutim kako je reč o studentima tehničkog fakulteta, ovi studenti ne procenjuju matematiku kao težak predmet što potvrđuju i odgovori na Q19 (51.47% u potpunosti ne slaže ili se ne slaže). Sa tvrdnjom Q2: *Verujem istraživanjima koje objavljuju mediji*, se u potpunosti složilo ili složilo samo 6.2% studenata, dok se 53.63% ne slaže ili se uopšte ne slaže.

Izrazito pozitivan stav, srednja vrednost veća od 4 i medijana je 5, studenti su pokazali u odnosu na četiri tvrdnje (Q5, Q16, Q17, Q20). Ovakvi odgovori su bili očekivani na tvrdnje Q16, Q17 i Q20 jer se odnose na posedovanje i primenu znanja iz matematike. Studenti su najpozitivniji odgovor dali na tvrdnju Q5 (*Svako tvrđenje ili odluku potrebno je potkrepiti podacima*), odnosno 89.14% studenata se slaže sa njom, dok se samo 2.2% nije složilo sa datom tvrdnjom.

Dobijeni rezultati ukazuju da su studenti sa jedne strane veoma nepoverljivi prema medijima, odnosno da su svesni zloupotrebe podataka i istraživanja, ali sa druge strane su svesni važnosti podataka za donošenje odluka. Ovakva kombinacija pokazuje značajnu zrelost studenata u shvatanju značaja razumevanja podataka.

4.2.1 Stavovi studenata u odnosu na faktore

Razlike u stavovima studenata u odnosu na ispitivane faktore prikazane su u Tabeli 13. Stavovi u odnosu na pol i srednju školu dati su za ceo uzorak (ne po godinama studija).

U značajnom broju tvrdnji uočava se statistički značajna razlika između mladića i devojaka. Mladići više veruju od devojaka da se statistika zloupotrebljava (Q3), da svaku tvrdnju treba potkrepiti podacima (Q5), da svako može da razume podatke ako se potruđi (Q6), da im znanje iz statistike koje poseduju pomaže u kritičkom sagledavanju rezultata raznih istraživanja (Q9), da

koriste svoje znanje iz statistike za bolje tumačenje podataka (Q11) i zadovoljniji su svojim znanjem iz statistike (Q12,) u odnosu na devojke (Tabela 13).

Devojke su značajno pozitivnije u proceni svog znanja iz matematike, odnosno matematika im je bila manje teška nego mladićima (Q19) i pozitivnije procenjuju da im je znanje iz škole koristili prilikom studija (Q18) od mladića (Tabela 13).

Tabela 13. Razlike u stavovima studenata u odnosu na pol, završenu srednju školu i godinu studija

tvrdnja	pol		srednja škola		godina studija	
	Ž-M	p	SS-G	p	I-III	p
Q1	-0.10	0.34	-0.33	<0.01	-0.63	<0.01
Q2	0.08	0.30	-0.21	0.02	-0.05	0.55
Q3	-0.27	<0.01	-0.02	0.86	-0.18	0.04
Q4	-0.11	0.15	-0.06	0.52	-0.02	0.77
Q5	0.18	<0.01	-0.04	0.59	0.13	0.05
Q6	0.27	<0.01	-0.11	0.25	0.13	0.11
Q7	-0.08	0.35	-0.10	0.30	-0.13	0.11
Q8	0.05	0.59	-0.13	0.21	0.18	0.04
Q9	-0.34	<0.01	-0.13	0.26	0.01	0.92
Q10	-0.03	0.72	-0.08	0.47	0.09	0.33
Q11	-0.30	<0.01	-0.14	0.23	-0.12	0.21
Q12	-0.22	0.02	-0.39	<0.01	-0.21	0.02
Q13	0.04	0.67	-0.07	0.54	0.01	0.95
Q14	-0.10	0.29	-0.12	0.29	-0.03	0.73
Q15	0.06	0.50	-0.39	<0.01	0.04	0.65
Q16	0.09	0.23	-0.17	0.04	0.31	<0.01
Q17	0.15	0.07	-0.41	<0.01	0.02	0.77
Q18	0.40	<0.01	-0.64	<0.01	-0.33	<0.01
Q19	-0.44	<0.01	0.56	<0.01	-0.11	0.29
Q20	0.02	0.82	0.10	0.35	0.96	<0.01

Postoji statistički značajna razlika između studenata koji su završili opšte srednje obrazovanje ili srednje stručne škole elektrotehničkih usmerenja. Studenti koji su završili opšte obrazovanje više veruju istraživanjima objavljenim u medijima (Q2), pozitivniji ocenjuju svoje stečeno znanje iz statistike (Q12), češće

koriste znanje iz matematike u svakodnevnom životu (Q15), i razumevanju kurseva na studijama (Q17) i više smatraju da su stekli dovoljno znanja iz matematike u toku školovanja (Q18), dok studenti iz srednjih stručnih škola više smatraju da im je matematike bila teška tokom školovanja (Q19) (Tabela 13).

Stariji studenti, tj. studenti koji su pohađali kurseve iz matematike i statistike očekivano imaju različite odgovore u odnosu na studente koje još uvek nisu pohađali kurseve iz matematike ili statistike na studijama. Tako stariji studenti jače procenjuju da su dovoljno učili statistiku (Q1) i matematiku (Q18), zadovoljniji su svojim znanjem iz statistike (Q12), odnosno manje žele da unaprede svoje znanje iz statistike (Q8) i matematike (Q20) od svoji mlađih kolega. Stariji studenti više veruju da se statistika često zloupotrebljava (Q3), ali slabije procenjuju značaj matematike u poslu kojim žele da se bave (Q16) i manje smatraju da je svako tvrđenje ili odluku potrebno potkrepiti podacima (Q5) (Tabela 13).

4.2.2 Postignuće na testu i stavovi

U cilju analize veze između postignuća studenata na testu i stavova prema podacima, statistici i matematičari, za svako tvrđenje posmatrani su studenti sa pozitivnim stavovima (P, studeni koji su u potpunosti slažu ili se slažu sa tvrdnjom) i studenti sa negativnim stavovima (N, studenti koji se u potpunosti ne slažu ili se ne slažu sa tvrdnjom). Tako su studenti koji su procenili da poseduju dovoljno znanja da mogu da razumeju i tumače podatke u svom profesionalnom radu (Q7) postigli bolja postignuća na testu ($F=4.84$, $df=421$, $p=0.03$). Na ostalim tvrdnjama u pojedinačnoj analizi nije pronađena statistički značajna razlika.

4.2.3 Analiza tvrdnji po sadržaju - statistika: samoprocena, značaj i upotreba i zloupotreba statistike

Na osnovu sadržaja, a u cilju dodatne analize i povezivanja sa posmatranim faktorima, tvrdnje iz upitnika su grupisane u tri podgrupe. Prvu grupu čine tvrdnje koje se odnose na **samoprocenu** studenata o sopstvenom znanju iz statistike koju čine tvrdnje (Q1, Q7, Q8, Q12), drugu grupu čine tvrdnje o **značaju i upotrebi** statistike u ličnom i profesionalnom životu studenata (Q4, Q5, Q9, Q10, Q11) i treću grupu čine dve tvrdnje koje se odnose na **moguću zloupotrebu** (Q2, Q3).

Devojke su značaj podatka ocenile statistički slabije od mladića. Istovremeno, devojke statistički značajno manje od mladića imaju nepoverenje u

statistiku i istraživanja prikazana u medijima, kao i studenti prve godine u odnosu na svoje starije kolege. Studenti iz gimnazija su ocenili svoje znanje većom ocenom od studenta koji su došli iz srednjih stručnih škola, kao što su višom ocenom ocenili svoje znanje studenti treće godine u odnosu na studente prve godine (Tabela 14). Postoji jaka korelacija između procene znanja i značaja i upotrebe statistike ($\rho=0.55$, $p<0.01$).

Tabela 14. Razlika aritmetičkih sredina po faktorima za tri klastera tvrdnji

	pol			škola	godina studija	
	devojke-mladići			G-SS	1st_3rd	
samoprocena znanja	-0.34 ^(a)	2.43 ^(b) 0.12 ^(c)	0.95	13.91, <0.01	-0.80	13.44, <0.01
značaj i upotreba	-0.55	4.02, 0.04	0.47	1.95, 0.16	0.04	0.02, 0.90
zloupotreba	0.35	7.51, <0.01	0.19	1.50, 0.22	0.15	1.36, 0.02

^(a) difference; ^(b) F-test, ^(c) p-value, G-gimnazija, SS-srednja stručna škola

U cilju analize veze između postignuća studenata na testu i stavova prema statistici i podacima, posmatrani su studenti sa pozitivnim i negativnim stavovima za svaku grupu tvrdnji. Studenti koji su svoje znanje procenili pozitivno (skor na ovim pitanjima je veći od 16) postigli bolja postignuća na testu od studenata koji su negativno procenili svoje znanje (skor manji od 12, odnosno prosek manji od 3). Studenti koji su pozitivno ocenili značaj i upotrebu statistike i podataka (skor veći od 20) pokazali su bolje rezultate na testu od studenata koji su negativno ocenili značaj statistike i podataka (skor manji od 14) (Tabela 15). Što se tiče zloupotrebe statistike i podataka samo je 8 studenata od 587 imalo pozitivan stav, tj. smatra da se statistika ne zloupotrebljava dok je 48.88% studenata imalo negativan stav.

Tabela 15. Klasteri tvrdnji u odnosu na test-skor

	pozitivno			negativno			značajnost
	n	M	SD	n	M	SD	
samoprocena znanja	39	0.17	0.62	171	-0.13	0.522	t=3.14, p<0.01
značaj i upotreba	147	0.07	0.55	40	-0.17	0.493	t=2.61, p<0.01
zloupotreba	8	0.09	0.59	284	0.03	0.592	t=0.31, p=0.76

4.2.4 Analiza tvrdnji po sadržaju-matematika: samoprocena znanja i značaj i upotreba matematike

Na osnovu sadržaja tvrdnji vezanih za stav studenata prema matematici izdvojena su dva klastera tvrdnji, one koje se odnose na samoprocenu znanja (Q15, Q16, Q17) i značaj i upotrebu matematike u ličnom i profesionalnom životu (Q18, Q19, Q20).

Devojke daju statistički značajno veću ocenu sopstvenog znanja iz matematike od mladića, dok kod klastera tvrdnji značaj i upotreba nema statistički značajnih razlika po polu. Gimnazijalci daju višu samoprocenu sopstvenog znanja iz matematike u odnosu na kolege iz srednjih stručnih škola kao i studenti prve godine u odnosu na starije kolege. Studenti koji su završili gimnazije pozitivnije procenjuju značaj i upotrebu matematike u ličnom i profesionalnom životu u odnosu na svoje kolege koji su završili srednje stručne škole kao i studenti prve godine u odnosu na kolege sa treće godine (Tabela 16).

Tabela 16. Razlika aritmetičkih sredina po faktorima za dva klastera tvrdnji-matematika

	pol		škola	škola	godina studija	
	devojke	mladići			G-SS	1 ^{st.} -3 rd
znanje	0.69 ^(a)	15.28 ^(b) <0.01^(c)	0.92	24.65 <0.01	0.83	23.43 <0.01
značaj	0.13	0.45 0.60	0.89	20.08 <0.01	0.44	5.81 0.02

^(a) difference; ^(b) F-test; ^(c) p-value

Izrazito negativnu samoprocenu znanja iz matematike (ukupan skor na tri tvrdnje <6) je imalo svega 6 studenata, a izrazito negativan stav (ukupan skor na tri tvrdnje <6) prema značaju i upotrebi statistike 8 studenata. Zbog toga je posmatran izrazito pozitivan stav (ukupan skor na tri tvrdnje ≥12) i neutralan stav (6 ≤ ukupan skor na tri tvrdnje <12) u odnosu na postignut test-skor. Pokazana je statistički značajna razlika u test-skoru, gde su studenti koji su pozitivnije ocenili sopstveno znanje iz matematike u proseku imali više test-skorove u odnosu na one koji su imali neutralan stav prema samoproceni sopstvenog znanja. Takođe, studenti koji su imali pozitivniji stav prema značaju i upotrebi matematike u ličnom i profesionalnom životu su u proseku imali viši test-skor od svojih kolega koji su imali neutralan stav prema značaju i upotrebi matematike (Tabela 17).

Tabela 17. Klasteri tvrdnji (matematika) u odnosu na test-skor

	pozitivno			neutralno			značajnost
	n	M	SD	n	M	SD	
samoprocena znanja	281	0.15	0.66	298	0.01	0.64	t=-2.85, p<0.01
značaj i upotreba	392	0.13	0.652	187	-0.04	0.61	t=-3.17, p<0.01

4.3 Diskusija

Dobijeni rezultati ukazuju da su studenti sa jedne strane veoma nepoverljivi prema medijima, odnosno da prepoznaju zloupotrebe podataka i istraživanja, ali sa druge strane su svesni važnosti podataka za donošenje odluka. Takođe, studenti su pokazali veliku zainteresovanost za unapređenje svog znanja iz oblasti podataka i statistike. Dobijeni rezultati ukazuju na velike mogućnosti za unapređenje formalnog obrazovanja kroz uvođenje novih sadržaja iz verovatnoće i statistike i drugačijeg pristupa nastavi. U prilog tome govori i rezultat da studenti koji su prethodno završili gimnazije daju pozitivniji stav o svom znanju iz statistike od studenata koji su završili srednje stručne škole, mada nema značajne razlike u postignućima između ove dve grupe studenta. Kada je reč o razlikama u stavovima među studentima prve i treće godine stariji studenti jače procenjuju da su dovoljno učili statistiku i matematiku, zadovoljniji su svojim znanjem iz statistike, odnosno manje žele da unaprede svoje znanje iz statistike i matematike u odnosu na studente prve godine.

Kada se posmatraju pojedinačne tvrdnje (Q1-Q20) i test-skor, studenti koji su procenili da poseduju dovoljno znanja da mogu da razumeju i tumače podatke u svom profesionalnom radu postigli su bolja postignuća na testu. Analiza tvrdnji po klasterima *znanje* i *značaj* otkrila je da studenti koji su svoje znanje iz statistike ili matematike procenili pozitivno, postigli su bolja postignuća na testu od studenata koji su negativno procenili svoje znanje. Studenti koji su pozitivno ocenili značaj i upotrebu statistike ili matematike takođe pokazali su bolje rezultate na testu od ostalih studenata.

Kada je reč o matematici, sveukupno odgovori studenata ukazuju da im matematika nije bila teška tokom školovanja kao i na želju studenata za unapređenjem sopstvenog znanja iz matematike. Ovakvi odgovori su donekle i očekivani obzirom da je reč o studentima tehničkog fakulteta. Devojke su pozitivnije u proceni sopstvenog znanja iz matematike od mladića. Gimnazijalci daju višu samoprocenu sopstvenog znanja iz matematike u odnosu na kolege iz

srednjih stručnih škola kao i studenti prve godine u odnosu na starije kolege. Studenti koji su završili gimnazije pozitivnije procenjuju značaj i primenu matematike u ličnom i profesionalnom životu u odnosu na svoje kolege koji su završili srednje stručne škole kao i studenti prve godine u odnosu na kolege sa treće godine. Štaviše stariji studenti slabije procenjuju značaj matematike u poslu kojim žele da se bave što eventualno može da ukaže na potrebu za modifikacijom univerzitetskih kurseva iz matematike, međutim za potvrdu ove tvrdnje potrebna su dalja istraživanja.

4.3.1 Komentari studenata

Na kraju upitnika o stavovima, studenti su imali mogućnost da ostave bilo kakav komentar ukoliko žele. Iako ostavljanje komentara nije bilo obavezno 70 studenata dalo je neki komentar. Analiza studentskih komentara pokazala je da su studenti najviše komentara davali vezano za testove primenjivane u I delu studije. Od ukupno 41 komentara vezanog za testove, samo dva su bila negativna, dok su ostali imali pozitivno mišljenje, što se može videti kroz naredne primere studentskih komentara: „Iako mislim da sam loše uradio, dopali su mi se zadaci“, „Bilo je zanimljivo, uživao sam da rešavam ove zadatke“, „Voleo bih da češće radimo ovakve zadatke“. Ostali komentari studenta uglavnom su vezani za samoprocenu sopstvenog znanja ili za sopstvena uverenja vezana za sadržaje iz verovatnoće i statistike, što je ilustrovano kroz sledeće primere komentara studenata: „Mi nismo učili statistiku u srednjoj školi što je ogroman nedostatak jer će nam kad tad zatrebati“, „U životu, šanse su uvek 50%-50%“. Ovakvi komentari studenta ukazuju na dobru motivisanost studenata za učešće u ovakvim studijama kao i na adekvatnost primenjenog instrumenta u istraživanju.

„Education isn't something you can finish.“

Isaac Asimov

5 Oblasti podataka, verovatnoće i statistike u formalnom obrazovanju

Programi nastave i učenja svih predmeta koncipirani su tako da su prvo istaknuti ishodi nastave i učenja, a potom i sadržaji koji su u skladu sa navedenim ishodima. U programima nastave navodi se da nastavnici prilikom realizacije programa nastave i učenja treba pre svega da se oslanjaju na ishode učenja, što omogućava veliku slobodu u organizaciji nastave. Međutim na osnovu dostupnih mesečnih i godišnjih planova zaključuje se da najveći broj nastavnika realizuje nastavu na osnovu predloga orijentacionog broja časova po temama (datog u pravilniku), sa čim je u skladu i najveći broj udžbenika. Stoga u ovom poglavlju biće dat osvrt na sadržaje, orijentacioni plan realizacije nastave matematike i specifične ishode kada su u pitanju sadržaji vezani za rad sa podacima, verovatnoću i statistiku u osnovnom i srednjem obrazovanju. Ostvarivanje ishoda učenja treba da omogući dostizanje učeničkih kompetencija pa će u ovom odeljku pored opštih i specifičnih kompetencija za nastavni predmet Matematika datih kroz nastavne sadržaje i ishode biti predstavljene i opšte međupredmetne kompetencije za kraj osnovnog i srednjeg obrazovanja. Kako se ostvarenost učeničkih kompetencija procenjuje uz pomoć obrazovnih standarda u ovom odeljku biće predstavljeni standardi vezani za rad sa podacima verovatnoću i statistiku za kraj obaveznog kao i za kraj srednjeg opšteg i srednjeg stručnog obrazovanja. Potom biće predstavljena postignuća učenika iz Srbije na završnom ispitu i međunarodnim istraživanjima PISA i TIMSS vezana za sadržaje verovatnoće, statistike i rada sa podacima.

U ovom delu istraživanja ispitana je sledeća hipoteza:

- H1: Ciljevi nastave matematike, propisani ishodi, kompetencije i obrazovni standardi nisu u potpunosti usklađeni sa sadržajima programa nastave i učenja u osnovnom i srednjem obrazovanju.

S obzirom na važnost i veliki potencijal formalnog obrazovanja kada su u pitanju sadržaji iz verovatnoće, statistike i rada sa podacima, ispitana je usklađenost između propisanih ishoda, kompetencija, obrazovnih standarda i sadržaja programa nastave sa posebnim osvrtom na nastavni predmet Matematika. Imajući u vidu postignuća studenata iz prvog dela ove studije, evidentno je da formalno obrazovanje nije imalo značajnog efekta. Razlog tome može biti neusklađenost između propisanih ishoda, kompetencija, standarda i sadržaja programa što može biti važan nalaz za unapređenje nastavnog procesa.

5.1 Metodologija

Nalazi o međupredmetnim, opštim i specifičnim predmetnim kompetencijama, programima nastave i obrazovnim standardima izvedeni su na osnovu pravilnika o programima nastave i učenja propisanim od MPNTR i dokumenata o obrazovnim standardima za nastavni predmet Matematika propisanim od strane ZVKV. Potom u ovom delu istraženi su i dostupni rezultati završnog ispita (ZVKV) i međunarodnih komparativnih istraživanja TIMSS i PISA vezani za oblasti rad sa podacima i neizvesnost. Za analizu postignuća učenika na PISA i TIMSS pored nacionalnih izveštaja korišćeni su i zvanični podaci preuzeti sa zvaničnih stranica pomenutih istraživanja.

5.2 Rezultati

Rezultati ovog dela studije dati su kroz tri celine. U prvoj celini dati su nalazi vezani za oblasti verovatnoće, statistike i rada sa podacima u obaveznom obrazovanju. U drugoj celini predstavljeni su nalazi vezani za srednje opšte i srednje stručno obrazovanje. U trećoj celini predstavljeni su nalazi vezani za završni ispit, PISA i TIMSS istraživanje sa posebnim osvrtom na oblasti koje se odnose na verovatnoću, statistiku i rad sa podacima.

5.2.1 Oblasti podataka verovatnoće, statistike u obaveznom obrazovanju

Oblasti podataka, verovatnoće i statistike u obaveznom obrazovanju u ovoj tezi predstavljeni su kroz opšte međupredmetne kompetencije za kraj obaveznog obrazovanja, zatim obrazovne standarde vezani za rad sa podacima za prvi i drugi ciklus obaveznog obrazovanja, a potom je data i analiza programa nastave i učenja vezana za temu rad sa podacima, za drugi ciklus obaveznog obrazovanja.

5.2.1.1 *Opšte međupredmetne kompetencije vezane za rad sa podacima za kraj obaveznog obrazovanja*

Ishodi predstavljaju planirane rezultate učenja koji treba da vode ka učeničkim kompetencijama kako opštim i specifičnim predmetnim, tako i ključnim i međupredmetnim. Kroz ishode nastavnog predmeta Matematika omogućava se ostvarivanje i međupredmetnih kompetencija poput komunikacije, digitalne kompetencije, rešavanje problema, saradnja i kompetencija za celoživotno učenje. Od 2019. godine u opštim međupredmetnim kompetencijama za kraj osnovnog obrazovanja kao jedna od kompetencija naveden je i rad sa podacima i informacijama. Očekuje se da će učenici nakon završenog osnovnog obrazovanja, između ostalog biti osposobljeni da prikupljaju, analiziraju i kritički procenjuju informacije (ZUOV, 2019). Iako je rad sa podacima i informacijama međupredmetna kompetencija očekivano je da deo sadržaja ove kompetencije pokrije nastava matematike. Međutim prepreka može biti ograničen broj časova određen za ovu temu, kao i veoma obimno gradivo što svakako ne ostavlja prostora za produbljivanje sadržaja vezanih za verovatnoću, statistiku i generalno rad sa podacima.

5.2.1.2 *Obrazovni standardi vezani za rad sa podacima za kraj obaveznog obrazovanja za nastavni predmet Matematika*

Obrazovni standardi predstavljaju meru nivoa razvijenosti određenih učeničkih kompetencija i između ostalog imaju za cilj da ukažu nastavnicima na ključne ishode koje učenici treba da usvoje na kraju određenog obrazovnog ciklusa. Obrazovni standardi su postavljeni na tri nivoa postignuća: osnovni, srednji i napredni nivo. Očekuje se da će na kraju određenog ciklusa obrazovanja svi, a najmanje 80% učenika ispuniti standarde sa osnovnog nivoa, da će oko 50% učenika standarde sa srednjeg nivoa i 25% učenika sa naprednog nivoa (ZVKOV, 2010)⁴.

Obrazovni standardi za kraj prvog ciklusa obaveznog obrazovanja za nastavni predmet Matematika dati su kroz četiri teme: prirodni brojevi i operacije sa njima, geometrija, razlomci i merenje i mere. U okviru teme merenje i mere na osnovnom i srednjem nivou definisane su kompetencije vezane za rad sa podacima dok na naprednom nivou nema definisanih standarda koji se odnose na ovu temu. Na osnovu standarda cilj je osposobiti najmanje 80% učenika da

⁴ https://ceo.edu.rs/wp-content/uploads/obrazovni_standardi/kraj_obaveznog_obrazovanja/Matematika.pdf

čitaju jednostavne table, grafikone i dijagrame kao i da 50% učenika ume da koristi podatke prikazane grafički ili tabelarno u rešavanju jednostavnih zadataka kao i da ume da grafički predstavi podatke.

U okviru obrazovnih standarda za kraj drugog ciklusa obaveznog obrazovanja za nastavni predmet Matematika prepoznato je pet oblasti i to: brojevi i operacije sa njima, algebra i funkcije, geometrija, merenje i obrada podataka. Iako u trenutnim programima nastave nema značajno mnogo nastavnog sadržaja vezanog za obradu podataka u obrazovnim standardima ovoj temi je posvećena posebna oblast. Pregled standarda za kraj obaveznog obrazovanja za nastavni predmet Matematika za oblast obrada podatka dat je u Tabeli 18. (ZVKOV, 2010).

Tabela 18. Pregled standarda za kraj obaveznog obrazovanja za nastavni predmet Matematika za oblast obrada podatka

nivo	opis (učenik ume da:)
Osnovni nivo	Izražava položaj objekata svrstavajući ih u vrste i kolone; odredi položaj tačke u prvom kvadrantu koordinatnog sistema ako su date koordinate i obratno; pročitaj i razume podatak sa grafikona, dijagrama ili iz tabele, i odredi minimum ili maksimum zavisne veličine; podatke iz tabele prikaže grafikonom i obrnuto. Ume da odredi zadati procenat neke veličine.
Srednji nivo	Vlada opisom koordinatnog sistema (određuje koordinate tačaka, osno ili centralno simetričnih itd.), čita jednostavne dijagrame i tabele i na osnovu njih obradi podatke po jednom kriterijumu (npr. odredi aritmetičku sredinu za dati skup podataka; poredi vrednosti uzorka sa srednjom vrednošću); obradi prikupljene podatke i predstavi ih tabelarno ili grafički; predstavlja srednju vrednost medijanom, primeni procentni račun u jednostavnim realnim situacijama (na primer, promena cene nekog proizvoda za dati procenat).
Napredni nivo	Odredi položaj (koordinate) tačaka koje zadovoljavaju složenije uslove, tumači dijagrame i tabele, prikupi i obradi podatke i sam sastavi dijagram ili tabelu; crta grafik kojim predstavlja međuzavisnost veličina, primeni procentni račun u složenijim situacijama

Na osnovu datih standarda, između ostalog, očekuje se da na kraju obaveznog obrazovanja oko 50% učenika ume da čita jednostavne dijagrame i tabele i na osnovu njih obradi podatke po jednom kriterijumu, potom da obradi prikupljene podatke i predstavi ih tabelarno ili grafički kao i da predstavi srednju vrednost medijanom. Takođe, očekuje da svi učenici, a najmanje njih 80% umeju da pročitaju i razumeju podatak sa grafikona, dijagrama ili iz tabele, i odrede minimum ili maksimum zavisne veličine kao i da podatke iz tabele prikažu grafikonom i obrnuto. Ovakvi standardi ukazuju da je rad sa podacima prepoznat kao značajna kompetencija, gde su obrazovni standardi u velikoj meri usklađeni sa ishodima i sadržajima predmeta. Međutim, upitno je da li ovako postavljeni

ishodi, sadržaji i standardi u dovoljnoj meri obezbeđuju potrebne učeničke kompetencije kada je u pitanju rad sa podacima kao i usklađenost sa drugim nastavnim predmetima.

5.2.1.3 Verovatnoća, statistika i rad sa podacima kroz program nastave drugog ciklusa obaveznog obrazovanja

Među sadržajima predviđenim za peti razred obaveznog obrazovanja nema nijedne teme koja se direktno odnosi na verovatnoću, statistiku i rad sa podacima. Međutim u programu predmeta, u okviru teme razlomci, obrađuje se aritmetička sredina u okviru teme razlomci. Među ishodima učenja navedeno je da se očekuje da učenik zna da primeni aritmetičku sredinu, što se kroz plan nastavnih jedinica, udžbenike i zbirke obrađuje na različite načine. U najvećem broju godišnjih planova posvećen je jedan čas obrade i jedan čas utvrđivanja ove nastavne jedinice. U udžbenicima aritmetičkoj sredini je posvećena jedna lekcija, a u zbirkama do 15 zadataka sa osnovnog srednjeg i naprednog nivoa. Takođe u okviru ove teme, među ishodima učenja navedeno je da nakon ove teme učenik zna da sakupi podatke i prikaže ih tabelom i kružnim dijagramom i po potrebi koristi kalkulator ili raspoloživi softver. Konkretni sadržaj za ovaj ishod nije naveden jer se smatra da treba da bude ostvaren kroz čitav sadržaj teme razlomci. Potom u petom razredu očekuje se da učenik nauči da primeni razmeru realnim situacijama (geografska karta) (predviđena su 2 časa obrade i 2 utvrđivanja) i odredi procenat date veličine (predviđen je 1 čas obrade i 1 utvrđivanja).

U šestom razredu u okviru teme racionalni brojevi, među ishodima je navedeno da učenik nakon ove teme zna da primeni proporciju i procenat u različitim situacijama, prikaže grafički podatke i zavisnost između dve veličine stubičastim i linijskim dijagramom, tumači podatke prikazane grafički i tabelarno. U okviru iste teme predviđena je obrada i utvrđivanje nastavnih jedinica vezanih za koordinatni sistem i davanje primera zavisnih veličina i njihovo grafičko predstavljanje. Takođe predviđeno je definisanje direktne i obrnute proporcionalnosti za dve promenljive. U operativnim planovima obično su određena 4 časa obrade i 5 utvrđivanja za koordinatni sistem i direktnu i obrnutu proporcionalnost, i 2 časa za obradu i 3 za utvrđivanje sadržaja vezanih za grafičko predstavljanje podataka. S obzirom da se u petom razredu uvode pojmovi razmere i razlomaka, a u šestom se uči skup racionalni brojeva i produbljuje znanje o procentima i proporcijama, ove nastavne teme mogu biti zgodno mesto za uvođenje pojma šanse kao pomoć za intuitivnog razumevanja verovatnoće.

U sedmom razredu u okviru teme realni brojevi očekuje se da učenik nauči da crta grafik funkcije $y = kx$ kao i da primenjuje produženu proporciju na primere iz realnog života. U sedmom razredu u okviru teme obrada podataka od učenika se očekuje da nauči da odredi aritmetičku sredinu, modu i medijanu. Predlog je da se 5 časova obrade podatka sprovede kao projektni zadatak gde će nastavnik voditi učenike kroz sprovođenje mini istraživanja. U osmom razredu nema tema koje se na direktan ili indirektan način bave obradom podataka.

Pored programa nastave i učenja za nastavni predmet Matematika istraženi su i programi nastave za ostale predmete obaveznog obrazovanja. U Tabeli 19 izdvojeni su ishodi i uputstva za realizaciju programa koji sadrže ključne reči „podaci“, „istraživanje“, „rizik“, dok pojmovi „verovatnoće“ i „šanse“ nisu pronađeni u programima osnovnoškolskih predmeta. Posebno se izdvaja nastavi predmet Računarstvo i informatika gde je čitav program nastave i učenja za osmi razred prožet sadržajima vezanim za rad sa podacima. U planu ostvarivanja nastave i učenja za nastavni predmet računarstvo i informatika navedeno je da je analiza podataka i donošenje zaključaka i odluka na osnovu podataka u fokusu tokom čitavog osmog razreda. Predviđeno je da se podaci i njihova analiza obrađuju kroz sve tematske celine u osmom razredu. U okviru predmeta računarstvo i informatika podaci treba da se obrađuju i analiziraju korišćenjem programa za tabelarne proračune, da se priča o pouzdanosti podataka, značaju zaštite podataka, veštačkoj inteligenciji i primeni u svakodnevnom životu, kao i da se učenici osposobe za obradu podataka primenom specijalizovanih programskih jezika i okruženja (R, Python, Jupyter). Pored navedenog kroz nastavni predmet računarstvo i informatika planirana je i projektna nastava u trajanju od 8 časova što svakako može biti odlična prilika za produblјivanje znanja iz rada sa podacima. Pozitivno je i to što učenici sada kroz različit softver sprovode analize i izračunavanja sa kojima su upoznati na časovima iz matematike iz oblasti rad sa podacima. Sa druge strane prema programu nastave i učenja nastavnog predmeta Računarstvo i informatika očekivano je da se učenici osposobe da sprovedu analizu podataka i da donose zaključke na osnovu podataka što može biti upitno s obzirom na mali obim znanja koji poseduju iz verovatnoće i statistike u osmom razredu. U ovako predloženom programu obrada podataka se svodi na filtriranje i sortiranje podataka, na traženje minimuma, maksimuma, računanje procenata, aritmetičke sredine ili mode. Bolja osnova iz verovatnoće i statistike omogućila bi i kvalitetnije ostvarivanje propisanih kompetencija.

Primetno da se neretko i kroz ostale predmete od učenika traži da sprovode istraživanja, obrađuju, tumače i prezentuju podatke, međutim upitno je u kojoj meri su učenici osposobljeni da sprovode takva istraživanja (očekuje se

da učenici u određenoj meri već poseduju kompetencije koje se odnose na sprovođenje istraživanja i rad sa podacima). Svakako je pozitivno što se učenici upućuju na dostupne podatke i prikupljanje podataka kao i sprovođenje celokupnog istraživanja, međutim mora se obezbediti baza znanja kada su u pitanju osnovni koncepti iz verovatnoće i statistike koja će omogućiti učenicima da na validan način primenjuju naučeno u školi i svakodnevnom životu. Propisani ishodi i predloženi sadržaji nastavnog predmeta matematika u formi u kojoj su danas ne obezbeđuju dovoljno prostora za produblivanje znanja o istraživanjima, podacima i osnovnim konceptima iz verovatnoće i statistike. Štaviše kroz obavezno obrazovanje učenici u Srbiji se ne upoznaju sa pojmovima verovatnoće (a ni šansi), što je različito u odnosu na mnoge evropske zemlje gde su sadržaji iz verovatnoće, statistike i podataka sastavni deo kurikuluma od najranijeg obrazovanja ⁵(Finska od 1-9. razreda, Danska od 1-8. razreda, Italija od 1-8. razreda, Slovačka od 1-9. razreda, Mađarska 1-8., Nemačka od 1-8. razreda, Švedska od 1-9. razreda).

Tabela 19. Pretraga programa nastave po ključnim rečima „podaci“, „istraživanje“, „rizik“, „verovatnoća“ i „šansa“

predmet	„podaci“, „istraživanje“ i „rizik“ u programima nastave
Istorija 5. razred	<ol style="list-style-type: none"> 1) Ishod: prikupi i prikaže podatke iz različitih izvora informacija vezanih za određenu istorijsku temu 2) Glavna karakteristika nastave usmerene na ostvarivanje ishoda je ta da je fokusirana na učenje u školi, što znači da učenik treba da uči: <ul style="list-style-type: none"> problemski: samostalnim prikupljanjem i analiziranjem podataka i informacija; postavljanjem relevantnih pitanja sebi i drugima; razvijanjem plana rešavanja zadatog problema; kritički: poređenjem važnosti pojedinih činjenica i podataka; smišljanjem argumenata; kooperativno: kroz saradnju sa nastavnikom i drugim učenicima; kroz diskusiju i razmenu mišljenja; uvažavajući argumente sagovornika.
Geografija 5. razred	<ol style="list-style-type: none"> 1) Jedna od osnovnih veština koja se preporučuje je pravilno geografsko posmatranje i uočavanje prirodnih objekata, pojava i procesa u lokalnoj sredini čime se podstiče prirodna radoznalost dece, samostalno istraživanje i njihova pravilna interpretacija. 2) Sadržaji fizičke geografije daju mogućnost sticanja znanja, veština i navika korišćenjem statističkog materijala koji je sistematizovan u tabelama, kao i rukovanjem različitim mernim instrumentima, registrovanjem i obradom podataka koje oni po kazuju. Predlaže se, ukoliko za to ima mogućnosti da za obradu podataka učenici koriste IKT. Na ovaj način povezuju se i interpretiraju kvantitativni pokazatelji i utvrđuju uzročno-posledične veze i odnosi.

⁵ <https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/encyclopedia/index.html>

Biologija 5. razred	<ol style="list-style-type: none"> 1) prikuplja podatke o varijabilnosti organizama unutar jedne vrste, tabelarno i grafički ih predstavlja i izvodi jednostavne zaključke; 2) izvodi zaključke samostalnim prikupljanjem i analiziranjem podataka i informacija; postavljanjem relevantnih pitanja sebi i drugima; razvijanjem plana rešavanja zadatog problema; 3) izvodi zaključke poređenjem važnosti pojedinih činjenica i podataka; smišljanjem argumenata; 4) Koristi dostupnu IKT i drugu opremu u istraživanju, obradi podataka i prikazu rezultata. Tabelarno i grafičko prikazivanje rezultata, sa obaveznim izvođenjem zaključaka, bi trebalo praktikovati uvek kada se prikupljaju podaci. Preporuka je da se IKT oprema koristi za prikupljanje, obradu podataka i predstavljanje rezultata istraživanja ili ogleada, kada se učenici osposobe za njeno korišćenje na časovima predmeta informatika i računarstvo i tehnika i tehnologija.
Računarstvo i informatika 5. razred	<ol style="list-style-type: none"> 1) Učenik ume da sačuva i organizuje podatke; 2) Učenik prepoznaje rizik zavisnosti od tehnologije i dovodi ga u vezu sa svojim zdravljem;
Građansko v. 5. razred	<ol style="list-style-type: none"> 1) Učenik učestvuje u izvođenju akcije, prikupljanju i obradi podataka o izabranom problemu koristeći različite izvore i tehnike;
Fizika 6. razred	<ol style="list-style-type: none"> 1) Čas eksperimentalnih vežbi sastoji se iz: uvodnog dela, merenja i zapisivanja podataka dobijenih merenjima, analize i diskusije dobijenih rezultata, izvođenja zaključaka
Biologija 6. razred	<ol style="list-style-type: none"> 1) Ishodi: Učenik koristi IKT i drugu opremu u istraživanju, obradi podataka i prikazu rezultata. 2) Učenik ume da tabelarno i grafički predstavi prikupljene podatke i izvede odgovarajuće zaključke; Preporučuje se da učenici prikupe podatke o radovima istaknutih naučnika koji su se bavili istraživanjem zdravlja čoveka (kako su došli do ideje, na koji način su radili istraživanja i druge zanimljivosti), kako bi razumeli put ka velikim otkrićima. Preporuka je da se IKT koristi za prikupljanje, obradu podataka i predstavljanje rezultata istraživanja ili ogleada, kada se učenici osposobe za njeno korišćenje na časovima predmeta informatika i računarstvo i tehnika i tehnologija.
Građansko vaspitanje 6. razred	<ol style="list-style-type: none"> 1) Planiranje i izvođenje istraživanja o ponašanju učenika u školi i njihovim stavovima o upotrebi/zloupotrebi interneta i mobilnih telefona. Šta su stavovi, na čemu se zasnivaju i kakva je njihova veza sa ponašanjem. Izbor teme, uzorka i instrumenta istraživanja. Sprovođenje istraživanja. Obrada podataka. Tumačenje rezultata. Priprema i prezentacija dobijenih rezultata. Evaluacija istraživanja.
Domaćinstvo 7. razred	<ol style="list-style-type: none"> 1) Osposobi se da izbor artikala izvodi na osnovu odnosa kvaliteta proizvoda i cene, koristeći pri tome različite izvore podataka o kvalitetu proizvoda
Hemija 7. razred	<ol style="list-style-type: none"> 1) Formiranje hemijskih pojmova trebalo bi da bude rezultat istraživačkog pristupa koji obuhvata: prikupljanje podataka posmatranjem ili merenjem, predstavljanje podataka na strukturiran način (tabelarno), uočavanje pravilnosti među podacima, formulisanje objašnjenja i izvođenje zaključaka.

Geografija 8. razred	1) budu osposobljeni da na terenu osmatraju, mere, analiziraju, intervjuišu, skiciraju i prikupljaju podatke i razvijaju sposobnost iskazivanja geografskog znanja rečima, slikom, kvantitativno, tabelarno, grafički i shematski;
Fizika 8. razred	1) objašnjavati podatke prikupljene posmatranjem i merenjima, izvoditi zaključke i procenjivati njihovu saglasnost sa predviđanjima, 2) uočavati uzročno-posledične veze između nekih fizičkih pojava i odnose između fizičkih veličina, 3) kroz istraživanje:- osmisliti i postaviti jednostavan eksperiment, - prikupiti podatke posmatranjem, merenjem i dr., opisati i prikazati (tabelarno, grafički) dobijene podatke, imati kritički stav prema izvorima informacija i njihovoj upotrebi, procenjivati i proveravati smislenost rezultata merenja i računanja.
Računarstvo i informatika 8. razred	U osmom razredu ceo program nastave i učenja nastavnog predmeta računarstvo i informatika prožet je sadržajima vezanim za rad sa podacima. Ovde su navedeni propisani ishodi, tj. na kraju osmog razreda učenik treba da bude osposobljen da: 1) unese i menja podatke u tabeli; razlikuje tipove podataka u ćelijama tabele; sortira i filtrira podatke po zadatom kriterijumu; koristi formule za izračunavanje statistika; grafički predstavi podatke na odgovarajući način; primeni osnovne funkcije formatiranja tabele, sačuva je u pdf formatu; 2) pristupi deljenom dokumentu, komentariše i vrši izmene unutar deljenog dokumenta; navede potencijalne rizike deljenja ličnih podataka putem interneta, pogotovu ličnih podataka dece; poveže rizik na internetu i kršenja prava dece; objasni pojam „otvoreni podaci”; 3) objasni pojam veštačke inteligencije svojim rečima; navede primere korišćenja veštačke inteligencije u svakodnevnom životu; objasni uticaj veštačke inteligencije na život čoveka; uspostavi vezu između otvaranja podataka i stvaranja uslova za razvoj inovacija i privrednih grana za koje su dostupni otvoreni podaci; 4) unese seriju (niz) podataka; izvrši jednostavne analize niza podataka (izračuna zbir, prosek, procenite); grafički predstavi nizove podataka (u obliku linijskog, stubičastog ili sektorskog dijagrama); unese tabelarne podatke ili ih učita iz lokalnih datoteka i snimi ih; izvrši osnovne analize i obrade tabelarnih podataka (po vrstama i po kolonama, sortiranje, filtriranje, ...);

5.2.2 Verovatnoća, statistika i rad sa podacima u srednjem opštem i stručnom obrazovanju

Verovatnoća, statistika i rad sa podacima u srednjem opštem i stručnom obrazovanju u ovoj tezi predstavljene su prvo kroz međupredmetne kompetencije vezane za rad sa podacima i informacijama za kraj srednjeg opšteg i stručnog obrazovanja. Zatim date su opšte i specifične predmetne kompetencije za kraj srednjeg opšteg i stručnog obrazovanja vezane za rad sa podacima, verovatnoću

i statistiku. Potom analizirani su obrazovni standardi za kraj srednjeg opšteg obrazovanja kao i programi nastave i učenja gimnazija i srednjih stručnih škola vezani za verovatnoću, statistiku i rad sa podacima. Obzirom da su u istraživanju prikazanom u ovoj tezi (I i II deo) učestvovali studenti koji su prethodno završili gimnazije ili srednje stručne iz područja rada elektrotehnike u ovom radu biće analizirani programi nastave za predmet matematika za gimnazije svih modela kao i za obrazovni profil elektrotehničar informacionih tehnologija (EIT) i elektrotehničar energetike (EE) (značajan broj ispitanika pohađao je navedene obrazovne profile).

5.2.2.1 Opšte međupredmetne kompetencije za kraj opšteg srednjeg i srednjeg stručnog obrazovanja i vaspitanja

U okviru opštih standarda postignuća za kraj opšteg srednjeg i srednjeg stručnog obrazovanja i vaspitanja kao jedna od međupredmetnih kompetencija naveden je rad sa podacima i informacijama (ZVKV, 2013). U okviru ove kompetencije predviđeno je da učenik razume značaj korišćenja pouzdanih podataka za rad, donošenje odluka i svakodnevni život. Takođe učenik treba da zna da koristi znanja i veštine iz različitih predmeta kao i da predstavi, pročita i protumači podatke koristeći različite audiovizuelne forme. Učenik treba da bude osposobljen da koristi različite izvore informacija i podataka i kritički razmatra njihovu pouzdanost i valjanost. Učenik na kraju srednjeg obrazovanja treba da bude i osposobljen da efikasno pronalazi, selektuje i integriše relevantne informacije iz različitih izvora kao i da zna da je za razumevanje događaja i donošenje kompetentnih odluka potrebno imati relevantne i pouzdane podatke. U okviru ove kompetencije učenik treba da ume da poredi različite izvore i načine dobijanja podataka, da procenjuje njihovu pouzdanost i prepozna moguće uzroke greške. Takođe učenik treba da nauči da koristi tabelarni i grafički prikaz podataka i ume da ovako prikazane podatke čita, tumači i primenjuje. Pored navedenih kompetencija učenik treba da nauči i da koristi informacione tehnologije za čuvanje, prezentaciju i osnovnu obradu podataka. Učenici treba da nauče da prepoznaju razliku između podataka i njihovog tumačenja, da znaju da isti podaci, u zavisnosti od konteksta, mogu imati različita tumačenja i da tumačenja mogu da budu pristrasna. Takođe učenik treba da zna i razliku između javnih i privatnih podataka, zna koje podatke može da dobije od nadležnih institucija i koristi osnovna pravila čuvanja privatnosti podataka (ZVKV, 2013). Iz navednog može se videti da su velika očekivanja od međupredmetnih kompetencija, to jest na kraju srednjeg obrazovanja učenik treba da je u velikoj meri osposobljen za rad sa podacima kako za njihovo prikupljanje tako i za obradu i tumačenje. Prirodno je očekivati da nastavni predmet Matematika preuzme značajnu ulogu u

osposobljavanju učenika za navedena znanja i veštine, međutim u ovom trenutku programi nastave matematike nisu u dovoljnoj meri prilagođeni ostvarivanju ovakvih kompetencija kod učenika.

5.2.2.2 Opšte i specifične predmetne kompetencije vezane za verovatnoću, statistiku i rad sa podacima za kraj srednjeg opšteg i srednjeg stručnog obrazovanja

U okviru opštih predmetnih kompetencija za nastavni predmet Matematika vezanih za verovatnoću, statistiku i rad sa podacima navodi se da učenik na kraju srednjeg opšteg i srednjeg stručnog obrazovanja na osnovnom nivou treba da procenjuje mogućnosti i rizike u jednostavnim svakodnevnim situacijama, kao i da koristi osnovne matematičke zapise i simbole za saopštavanje rešenja problema i tumači ih u realnom kontekstu. Na srednjem nivou postignuća očekuje se da učenik koristi informacije iz različitih izvora, bira kriterijume za selekciju podataka i prevodi ih iz jednog oblika u drugi kao i da analizira podatke, diskutuje i tumači dobijene rezultate i koristi ih u procesu donošenja odluka. Na naprednom nivou učenik treba da bude osposobljen da koristi metode i tehnike rešavanja problema, učenja i otkrivanja koja su bazirana na znanju i iskustvu za postavljanje hipoteza i izvođenje zaključaka.

U okviru opštih standarda postignuća za kraj srednjeg opšteg i srednjeg stručnog obrazovanja i vaspitanja u delu opšteobrazovnih predmeta, navedene su specifične kompetencije za predmet matematika koje su razvijene u tri domena: matematičko znanje i rezonovanje, primena matematičkih znanja i veština na rešavanje problema i matematička komunikacija (ZUOV, 2013) . Kada je reč o podacima već na osnovnom nivou u okviru domena matematičko znanje i rezonovanje očekuje se da učenik razume osnovne statističke pojmove i prepoznaje ih u svakodnevnom životu, dok u okviru primene matematičkih znanja i veština na rešavanje problema na osnovnom nivou očekuje se da učenik zna da izračuna verovatnoću odigravanja događaja u jednostavnim situacijama i da donosi finansijske odluke na osnovu izračunavanja prihoda, rashoda i dobiti. Na srednjem nivou u okviru teme matematičko znanje i rezonovanje učenik ume da formuliše matematička pitanja i pretpostavke na osnovu dostupnih informacija. Takođe zna da odabere kriterijume za selekciju i transformaciju podataka u odnosu na model koji se primenjuje, dok u okviru primena matematičkih znanja i veština na rešavanje problema na srednjem nivou ume da analizira podatke koristeći statističke metode. U okviru domena matematička komunikacija od učenika se očekuje da zna da bira informacije iz različitih izvora i odgovarajuće matematičke pojmove i simbole kako bi saopštio svoje stavove kao i da diskutuje o rezultatima dobijenim primenom matematičkih modela. Na

naprednom nivou u okviru domena matematičko znanje i rezonovanje od učenika se očekuje da zna da na osnovu podataka dobijenih ličnim istraživanjem ili na drugi način formuliše pitanja i hipoteze (ZUOV, 2013).

Na osnovu navedenog očekuju se zavidne kompetencije vezane za verovatnoću statistiku i rad sa podacima, međutim tokom srednjoškolskog školovanja mali broj ishoda i sadržaja vezan je sa ovim temama, štaviše u srednjem stručnom obrazovanju smerova (EIT-EE) gotovo da nema ishoda koji se odnose na navedene kompetencije. Takođe primetan je i određen nesklad između kompetencija, pa se tako na naprednom nivou od učenika koji završe srednju školu očekuje da sami sprovedu istraživanje i definišu hipoteze dok slične zahteve imaju i učenici šestog razreda osnovnog obrazovanja kroz predmet građanskog vaspitanja. Najveći broj navedenih kompetencija se ni na koji način ne testira tokom srednjoškolskog obrazovanja, stoga studije poput istraživanja datog u ovoj tezi mogu biti od značaja da daju uvid u trenutno stanje, i ukažu na potrebu za promenom pristupa u nastavi kada su u pitanju koncepti verovatnoće, statistike i rada sa podacima.

5.2.2.3 Opšti standardi postignuća za kraj srednjeg opšteg i srednjeg stručnog obrazovanja i vaspitanja za nastavni predmet Matematika

U okviru standarda za kraj srednjeg opšteg obrazovanja za predmet matematika definisani su standardi za pet oblasti: Algebra, Geometrija, Nizovi, funkcije, izvodi i integrali i Kombinatorika, verovatnoća, statistika i finansijska matematika. Kao i kod obaveznog obrazovanja definisana su tri nivoa postignuća osnovni, srednji i napredni. U Tabeli 20 navedeni su standardi postignuća za oblast Kombinatorika, verovatnoća, statistika i finansijska matematika (Tabela 20).

Na osnovu navedenih standarda može se uvideti da se na kraju srednjeg opšteg obrazovanja očekuju zavidne kompetencije učenika koje se odnose na rad sa podacima, verovatnoću i statistiku. U dokumentu u kom su definisani standardi (ZVKOV, 2013), standardi označeni * nisu testirani jer programi nastave i učenja ne obuhvataju sadržaje na koje se standardi odnose. Iako standardi prepoznaju značaj podataka programi nastave nisu u potpunosti usklađeni sa standardima o čemu će biti reči u narednom odeljku.

Tabela 20. Pregled standarda za kraj srednjeg opšteg obrazovanja i vaspitanja za nastavni predmet Matematika za oblast Kombinatorika, verovatnoća, statistika i finansijska matematika

nivo	opis (učenik ume da:)
Osnovni nivo	<p>Prebrojava mogućnosti (različitih izbora ili načina) u jednostavnim realnim situacijama.</p> <p>Primenjuje račun sa proporcijama i procentni račun pri rešavanju jednostavnih praktičnih problema.</p> <p>Razume koncept verovatnoće i izračunava verovatnoće događaja u jednostavnim situacijama.</p> <p>Grafički predstavlja podatke u obliku dijagrama i tabela, analizira podatke i njihovu raspodelu.</p> <p>Razume pojmove populacije i uzorka, izračunava i tumači uzoračku sredinu, medijanu i mod.*</p> <p>Primenjuje osnovna matematička znanja za donošenje finansijskih zaključaka i odluka.</p>
Srednji nivo	<p>Primenjuje pravila kombinatorike za prebrojavanje mogućnosti (različitih izbora ili načina).</p> <p>Rešava probleme koristeći proporciju i procentni račun.</p> <p>Razume koncept diskretne slučajne veličine i izračunava očekivanu vrednost, standardno odstupanje i disperziju (varijansu).*</p> <p>Razume značaj verovatnoće u tumačenju statističkih podataka.*</p> <p>Izračunava mere varijabilnosti i odstupanja od poznatih raspodela..*</p> <p>Primenjuje matematička znanja za donošenje finansijskih zaključaka i odluka.</p>
Napredni nivo	<p>Rešava složenije kombinatorne probleme.</p> <p>Rešava probleme i donosi zaključke u situacijama neizvesnosti koristeći metode verovatnoće i statistike.*</p> <p>Zna pojam funkcije raspodele, pojam neprekidne slučajne veličine i normalne raspodele.</p> <p>Koristi metode verovatnoće i statistike u finansijama. *</p>

5.2.2.4 Verovatnoća i statistika kroz program nastave i učenja srednjih škola

U ovom odeljku dati su programi nastave vezani za verovatnoću, statistiku i rad sa podacima gimnazija i srednjih stručnih škola smerova EIT-EE. Program nastave i učenja za nastavni predmet Matematika za navedene obrazovne profile srednjih stručnih škola (EIT-EE) je isti za oba profila. Što se tiče gimnazije predstavljeni su programi za prirodno-matematički smer, društveno-jezički smer i opšti tip gimnazije. U radu nisu razmatrani programi specijalizovanih gimnazija poput Matematičke gimnazije i Filološke gimnazije. U narednoj tabeli dat je broj časova matematike po razredima u modelima gimnazija kao i za srednjim stručnim školama profila EIT-EE (Tabela 21). Sadržaji vezani za rad sa podacima osim kroz nastavni predmet Matematika zastupljeni su i kroz predmet Računarstvo i informatika. Stoga je u ovom poglavlju napravljen osvrt i

na ishode nastavnog predmeta Računarstvo i informatika vezane za rad sa podacima.

Tabela 21. Planirani broj časova matematike na nedeljnom i godišnjem nivou

mat.	I razred		II razred		III razred		IV razred		ukupno	
	ned.	god.	ned.	god.	ned.	god.	ned.	god.	ned.	god.
prirodno matematički smer	4	148	5	175	5	180	4	128	18	631
društveno jezički smer	4	148	3	105	2	72	2	64	11	389
opšti tip	4	148	4	140	4	144	4	128	16	560
EIT-EE	3	111	3	111	3	105	3	93	12	420

Za prvi razred gimnazija program nastave za predmet matematika isti je za sve smerove. Programom nastave predviđeno je osam nastavnih tema za koje je dat orijentacioni broj časova⁶. Na osnovu datog programa može se zaključiti da učenici nemaju mogućnost da se upoznaju na direktan način sa verovatnoćom i statistikom ali tema koja može biti od interesa je logika i skupovi i proporcionalnost. Za ove teme predviđeno je 14 tj. 7 časova kroz koje je potrebno kako predviđa program nastave primeniti i produbiti ranije stečena matematička znanja. Takođe napominje se da treba posvetiti pažnju direktnoj i obrnutoj proporcionalnosti kao i rešavanju raznih praktičnih zadataka. Zapravo u ishodima učenja navedeno je da učenik na kraju ove teme zna da primeni proporciju i procentni račun u realnom kontekstu. Ovo je mesto gde se može posvetiti pažnja konceptu verovatnoće i tumačenju podataka. Međutim za ovu temu nije predviđen veliki broj časova što svakako predstavlja ograničenje. Iako je to samo orijentacioni plan najveći broj zbirki i udžbenika kao i godišnjih planova prate baš taj orijentacioni plan. Takođe u okviru teme logika i skupovi očekuje se da učenik između ostalog nauči da primenjuje jednostavna pravila kombinatorike za prebrojavanje konačnih skupova, što može biti pogodno mesto za uvođenje i produbljivanje znanja o konceptu verovatnoće. Kada su u pitanju srednje stručne škole smerova EIT-EE, slično kao i u gimnazijama nema teme koja se na direkta način bavi verovatnoćom i statistikom ali se obrađuju teme skupova i funkcija kao i proporcionalnost, što slično kao i u gimnazijama mogu biti dobra mesta za uvođenje koncepta verovatnoće. Među ishodima učenja u

⁶<https://www.pravno-informacioni-sistem.rs/SlGlasnikPortal/viewdoc?uud=9d443fdb-264b-4641-bcb2-03b224a6e0cc>

okviru teme skupovi i funkcije navedeno je da učenik nakon ove teme ume da reši jednostavne kombinatorne probleme i primeni pravila zbira i proizvoda, što može biti realizovano kroz primere iz verovatnoće.

U drugoj godini nema ni u gimnazijama, a ni u srednjim stručnim školama obrazovnih profila EIT-EE direktnog pristupa temi verovatnoće i statistike, a ni među ishodima nema zahteva koji se odnose na verovatnoću i statistiku. U oba tipa škola u drugoj godini učenici imaju priliku da crtaju i analiziraju grafike različitih funkcija ali izostaje prošireni pristup koji bi povezao naučeno sa obradom i tumačenjem podataka.

U trećoj godini slično kao i u drugoj godini ni u gimnazijama, a ni u srednjim stručnim školama obrazovnih profila EIT-EE nema teme koja se na direktan način obrađuje sadržaje iz verovatnoće, statistike i obrade podataka.

Za razliku od prethodnih godina u četvrtoj godini gimnazija svih modula po prvi put u jednoj nastavnoj temi direktno se obrađuje verovatnoća i statistika. Na prirodno-matematičkom smeru i opštem tipu gimnazija posvećen je značajan broj časova (28) dok je na društvenom smeru ovoj temi posvećeno 15 časova. Takođe od značaja je i to što se kombinatorika radi na svim modelima gimnazije s tim što je na prirodno matematičkom smeru i opštem tipu gimnazija orijentacionim planom predviđeno 12 časova, dok je za istu temu na društveno jezičkom smeru predviđeno 6 časova. Kada su pitanju srednje stručne škole, obrazovnih profila EIT-EE, u četvrtoj godini nema tema, a ni ishoda koje se odnose na usvajanje znanja i veština vezanih za sadržaje iz verovatnoće, statistike i šire rada sa podacima.

Na prirodno matematičkom smeru kao i na opštem smeru gimnazija program nastave i učenja predviđa obradu i utvrđivanje sledećeg sadržaja: Slučajni događaj, verovatnoća, uslovna verovatnoća i nezavisnost, slučajne veličine, binomna, Poasonova i normalna raspodela, srednja vrednost i disperzija, populacija, obeležje i uzorak, prikupljanje, sređivanje i prikazivanje podataka, pojam ocene parametara, ocene verovatnoće, srednje vrednosti i disperzije, intervalne ocene za verovatnoću i srednju vrednost.

Kada je reč o društveno-jezičkom smeru programom nastave su predviđene sledeće teme: Slučajni događaji, verovatnoća, uslovna verovatnoća i nezavisnost, slučajne promenljive, binomna i normalna raspodela, srednja vrednost i disperzija, populacija, obeležje i uzorak, osnovni zadaci matematičke statistike, prikupljanje, sređivanje, grafičko prikazivanje i numerička obrada podataka. Za ovu temu predviđeno je ukupno 15 časova u okviru kojih je potrebno uvesti veliki broj novih pojmova. Reč je o jako zahtevnim i netrivialnim

pojmovima koje učenici treba da usvoje za vrlo kratak vremenski period. Takođe programom nije do kraja jasno definisano šta se podrazumeva pod osnovnim zadacima matematičke statistike, kao ni do kog nivoa se treba baviti numeričkom obradom podataka.

Praktično ovo je prva nastavna tema tokom formalnog douniverzitetskog školovanja gde se učenici gimnazija na direktan način susreću sa temom verovatnoće i statistike. Ovakav plan predstavlja ambicioznu zamisao s obzirom da u toku 28 (15 na društveno-jezičkom smeru) časova učenici treba da usvoje, pre svega razumeju, veliki broj novih i netrivialnih pojmova i koncepata. Iako su učenici imali priliku u osnovnoj školi da se upoznaju sa čitanjem i tumačenjem podataka prestavljenih grafički, kao i sa aritmetičkom sredinom, medijanom i modom, to je ipak štura osnova za gradivo koje čeka učenike na kraju srednjoškolskog obrazovanja. Neobično je da se veliki broj pojmova ne uvodi postepeno kroz školovanje već odjednom na samom kraju srednjoškolskog obrazovanja. Takođe ovo je tema koja se obično poslednja obrađuje na kraju četvrtog razreda srednje škole kada je koncentracija učenicima slabija, a nekada nastavnici i ne stignu do ove teme zbog obimnog programa nastave.

5.2.2.4.1 Rad sa podacima kroz nastavni predmet Računarstvo i informatika

Prema propisanim programima nastave i učenja predmeta Računarstvo i informatika glavna tema u drugoj godini gimnazija je rad sa podacima. Slično kao i u osmom razredu čitav program nastave za drugu godinu prožet je sadržajima vezanim za rad sa podacima. Na osnovu opštih predmetnih kompetencija za nastavni predmet Računarstvo i informatika na osnovnom nivou od učenika se očekuje da na kraju druge godine sprovede elementarne analize podataka i da grafički predstavljaju podatke. Na srednjem nivou očekuje se da učenik primenjuje složenije analize podataka kao i da pravilno koristi podatke u pogledu poverljivosti i zaštite podataka. Dok na naprednom učenik treba da bude osposobljen da organizuje veće količine podataka na način pogodan za obradu, primenjuje analizu i obradu podataka u realnim problemima. Takođe učenik na naprednom nivou treba da bude osposobljen da osmišljava strategije za analizu i obradu u cilju izvlačenja relevantnih informacija, kao i da izvodi zaključke na osnovu nalaza sprovedenih analiza. Iz navedenog se može zaključiti da su velika očekivanja od nastavnog predmeta Računarstvo i informatika kada je u pitanju rad sa podacima. Navedene kompetencije treba ostvariti kroz ishode učenja tj. učenik kroz ovaj nastavni predmet treba da se osposobi da: razlikuje tipove podataka; unosi i menja podatke u tabeli; koristi apsolutno i relativno adresiranje; sortira i filtrira podatke po zadatom kriterijumu; koristi formule za izračunavanje statistika; predstavi vizuelno podatke na odgovarajući način; formatira tabele i

odštampa ih; unese seriju (niz) podataka; izvrši jednostavne analize niza podataka (izračuna zbir, prosek, procenete,...); grafički predstavi nizove podataka (u obliku linijskog, stubičastog ili sektorskog dijagrama); unese tabelarne podatke ili ih učita iz lokalnih ili udaljenih datoteka i snimi ih; izvrši osnovne analize i obrade tabelarnih podataka (po vrstama i po kolonama); izvrši osnovne obrade tabelarnih podataka (sortiranje, filtriranje,...); implementira osnovne algoritme nad jednodimenzionim i dvodimenzionim serijama podataka; primeni ugneždene petlje; razume princip funkcionisanja nekoliko algoritama sortiranja; primenjuje sortiranja za analizu podataka; analizira i upisuje sadržaje u tekstualnu datoteku;

Kroz uputstvu za didaktičko-metodičko ostvarivanje programa navedeno je da je obradu podatka potrebno obraditi kroz tri različita pristupa. Prvi pristup je upotreba programa za tabelarna izračunavanja (npr. Microsoft Excel), što je slično kao i u osmom razredu. Drugi pristup, takođe slično kao u osmom razredu podrazumeva upotrebu specijalizovanih programskih jezika i okruženja (npr. Python, R), dok je treći pristup implementacija korišćenih funkcija (minimum, maksimum, aritmetička sredina) kroz neki programski jezik. Slično kao i u osmom razredu savetuje se ostvarivanje predviđenih ishoda kroz projektnu nastavu i rad sa realnim skupovima podataka koji su bliski učenicima. Takođe jedna od preporuka odnosi se na podsticanje učenika da sami izvode zaključke na osnovu podataka i izvedenih statistika. Iako će se učenici obući da koriste različit softver i unaprediti svoje kompetencije iz informatike upitno je da li će se i u kojoj meri unaprediti kompetencije koje se odnose na obradu i izvođenje zaključaka na osnovu podataka. Što se tiče same obrade podatka učenici u drugoj godini srednje škole ne mogu mnogo više toga da urade od onoga što su mogli u osmom razredu. Obrada podatka i u drugoj godini suštinski se svodi na sortiranje, filtriranje podatka, računanje minimuma, maksimuma, aritmetičke sredine i mode. Tek nešto više znanja iz verovatnoće i statistike učenici će steći u četvrtoj godini gimnazija, što je ograničavajuću okolnost za kvalitetnije ostvarivanje propisanih kompetencija.

Kada su u pitanju srednje stručne škole usmerenja EIT-EE nastavni predmet Računarstvo i informatika je samo sastavni deo plana za prvi razred. Kroz program nastave informatike za srednje stručne škole usmerenja EIT-EE malo je ishoda koji se odnose na rad sa podacima. Očekuje se da se učenici srednjih stručnih škola osposobe da upravljaju tabelarnim dokumentima i čuvaju ih u različitim verzijama, unose podatke različitih tipova pojedinačno i automatski, izmene sadržaje ćelija, sortiraju i postavljaju filtere, manipulišu vrstama i kolonama, organizuju radne listove, unose formule u ćelije, formatiraju ćelije, biraju, oblikuju i modifikuju grafikone, podešavaju izgled stranice za štampanje tabelarnog dokumenta, ispravljaju greške u formulama i tekstu. Ovak

postavljene kompetencije suštinski nisu šire od onoga što se očekuje da učenik nauči u osmom razredu iz informatike, pa stoga ovakav pristup neće u mnogome doprineti proširivanju kompetencija kada je u pitanju rad sa podacima.

Primena različitog softvera za obradu podataka u nastavi, kao i akcenat na projektnoj nastavi su pozitivni koraci ka unapređenju učeničkih kompetencija kada je u pitanju rad sa podacima. Pored sticanja veština korišćenja različitog softvera, više pažnje potrebno je posvetiti produbljivanju učeničkih znanja neophodnih za razumevanje podataka. Iako se koristi moćan softver, u ovako postavljenom programu nastave moguće je dostići mnoge propisane kompetencije bez dubljeg razumevanja podataka i primenu osnovnih funkcija. Na osnovu programa nastave i učenja predmeta Računarstvo i informatika učenici će se osposobiti da koriste određen softver ali bez proširivanja osnovnih znanja iz verovatnoće i statistike izostaće podizanje kompetencija iz obrade i tumačenja podataka na viši nivo. U mnogim zemljama pri razvijanju kompetencija iz verovatnoće, statistike i rada sa podacima, paralelno sa teorijskim pristupom i uvođenjem novih koncepata, pokazuje se njihova primena u adekvatnom softveru, što može biti primer dobre prakse primenljiv i kod nas.

5.2.2.4.2 Poređenje kurseva iz verovatnoće i statistike na fakultetu i srednjim školama

U Tabeli 22 dato je poređene sadržaja iz verovatnoće i statistike u gimnazijama i sadržaja kursa iz verovatnoće i slučajnih procesa za studente elektrotehničkih usmerenja na Fakultetu tehničkih nauka, Univerziteta u Novom Sadu. Primetno je da se jedan deo kursa na fakultetu poklapa sa sadržajima koji bi učenici gimnazija trebali da usvoje tokom nastave, što bi trebalo da bude olakšavajuća okolnost i dobra osnova za proširivanje znanja na fakultetu. Međutim upitno je da li učenici u dovoljnoj meri mogu da usvoje predložene sadržaje kroz ovako koncipiran program nastave matematike u gimnazijama. Drugo, studenti stručnih škola smerova EIT-EE još su u nezavidnijoj poziciji obzirom da se tokom formalnog obrazovanja neće susresti ni sa jednim konceptom iz verovatnoće i statistike, pa ovakav kurs na fakultetu može biti dosta zahtevan za njih.

Tabela 22. Sadržaji iz verovatnoće i statistike u gimnazijama i Fakultetu tehničkih nauka

Gimnazija	Fakultet tehničkih nauka
Slučajni događaj, verovatnoća	Osnovne definicije verovatnoće
Uslovna verovatnoća i nezavisnost	Uslovna verovatnoća.
Slučajne veličine, binomna, Poasonova i normalna raspodela, Srednja vrednost i disperzija, populacija, obeležje i uzorak, prikupljanje, sređivanje i prikazivanje podataka, pojam ocene parametara, ocene verovatnoće, srednje vrednosti i disperzije, intervalne ocene za verovatnoću i srednju vrednost.	Slučajna promenljiva neprekidnog i diskretnog tipa, funkcija raspodele Brojne karakteristike - očekivanje, disperzija, kovarijansa, korelacija
	Dvodimenzionalna slučajna promenljiva Uslovne raspodele. Slučajni procesi – opšti pojmovi. Markovljevi lanci i procesi, procesi rađanja i umiranja, sistemi masovnih usluživanja.

Iako je nastava okrenuta ka ishodima nedovoljan broj ishoda je orijentisan ka sadržajima iz verovatnoće, statistike i radu sa podacima, štaviše u srednjim stručnim školama obrazovnih profila EIT-EE nema ishoda u programima nastave koji se direktno odnose na pomenute sadržaje. Primetan je nesklad između međupredmetnih, opštih, specifičnih predmetnih kompetencija i obrazovnih standarda sa jedne strane i ishoda i sadržaja programa sa druge. Iako opšte i specifične kompetencije predviđaju zavidan nivo znanja kada je reč o sadržajima iz verovatnoće, statistike i rada sa podacima, u srednjim stručnim školama obrazovnih profila EIT-EE gotovo da nema ishoda orijentisanih na te sadržaje. Štaviše učenici srednjih stručnih škola obrazovnih profila EIT-EE tokom srednjoškolskog obrazovanja neće se upoznati sa pojmom verovatnoće kao ni sa osnovnim sadržajima vezanim za statistiku i rad sa podacima u onoj meri u kojoj bi se to očekivalo na osnovu propisanih opštih i specifičnih predmetnih kompetencija.

Kada su u pitanju gimnazije, nešto je bolja situacija s obzirom da se sadržaji iz verovatnoće i statistike obrađuju u svim tipovima gimnazija. Takođe zavidan broj časova posvećen je obradi podataka i kroz informatiku. Međutim i dalje postoji neusklađenost između obrazovnih standarda iz matematike i nastave kada su u pitanju podaci, obzirom da određene kompetencije nisu ni testirane jer se i ne obrađuju u nastavi. Kada su u pitanju sadržaji iz verovatnoće i statistike gotovo da se ništa nije promenilo u odnosu na višedecenijski pristup ovim

temama u Srbiji. Učenici gimnazija tek na samom kraju srednjoškolskog obrazovanja upoznaju se sa konceptima iz verovatnoće i statistike, što je davno napušten pristup u mnogim evropskim zemljama. Takođe još jedan od problema je što izostaje kontinuirano praćenje i evaluacija učeničkih postignuća kada je su u pitanju sadržaji iz verovatnoće statistike i rada sa podacima, stoga studije poput istraživanja datog u prvom delu ove teze mogu biti od značaja da prikažu trenutno stanje i ulažu na potencijalne probleme u nastavi.

5.2.3 Postignuća studenta iz Srbije iz verovatnoće, statistike i oblasti podatka na završnom ispitu i međunarodnim studijama PISA i TIMSS

Obzirom da u dostupnoj literaturi nisu pronađena istraživanja koja ispituju postignuća osnovaca, srednjoškolaca i studenta iz Srbije kada su u pitanju koncepti iz verovatnoće, statistike i rada sa podacima u ovom odeljku data je analiza dostupnih rezultata završnog ispita koji se odnose na postignuća učenika iz oblasti rad sa podacima, kao i postignuća učenika četvrtog razreda na međunarodnom istraživanju TIMSS. Takođe u okviru ovog odeljka data su postignuća učenika iz Srbije na PISA testiranju sa posebnim osvrtom na podskalu neizvesnost i podaci.

5.2.3.1 Rezultati završnog ispita u oblasti rad sa podacima

U Srbiji se od 1992. do 2011. sprovodio prijemni ispit za drugi nivo školovanja koji je realizovan kroz testove iz srpskog jezika i matematike sa glavnim ciljem selekcije učenika za upis na sledeći ciklus obrazovanja. Od 2011. do 2014. sprovodio se završni ispit kojim su testirana postignuća učenika iz srpskog jezika i matematike. Od 2014. do danas završnom ispitu dodat je i kombinovani test sa ciljem da testira postignuća učenika iz prirodnih i društvenih nauka kao i opštih obrazovnih kompetencija (Nikolić Gajić, 2014). Završni ispit predstavlja vrstu nacionalnog testiranja koje se održava na kraju osnovnog obrazovanja. Namena ovakvih testiranja u svetu, a i kod nas je da se izvrši sertifikacija nakon završenog ciklusa obrazovanja, da se sprovede selekcija za naredni ciklus obrazovanja, kao i da se oceni kvalitet nastave, škole i šire obrazovnog procesa (Nikolić Gajić, 2014). Takođe ovakva testiranja treba da posluže za unapređenje obrazovnog procesa (Đelić, 2012). Završni ispit prikazuje stepen učeničkih postignuća kroz obrazovne standarde u kojima je opisano koje kompetencije treba da ostvari učenik na osnovnom, srednjem i naprednom nivou. U daljem tekstu biće napravljen osvrt na postignuća učenika na testovima iz matematike završnog ispita koji se odnose na podatke u periodu od 2014-2019.

godine. Ograničenje ove analize je to što se zaključci baziraju se na malom broju zadataka koji ne mogu da obezbede reprezentativnost za celu oblast. Takođe veza sa obradom podataka nekih od zadataka završnog ispita je vrlo slaba, o čemu će biti reči u daljem tekstu.

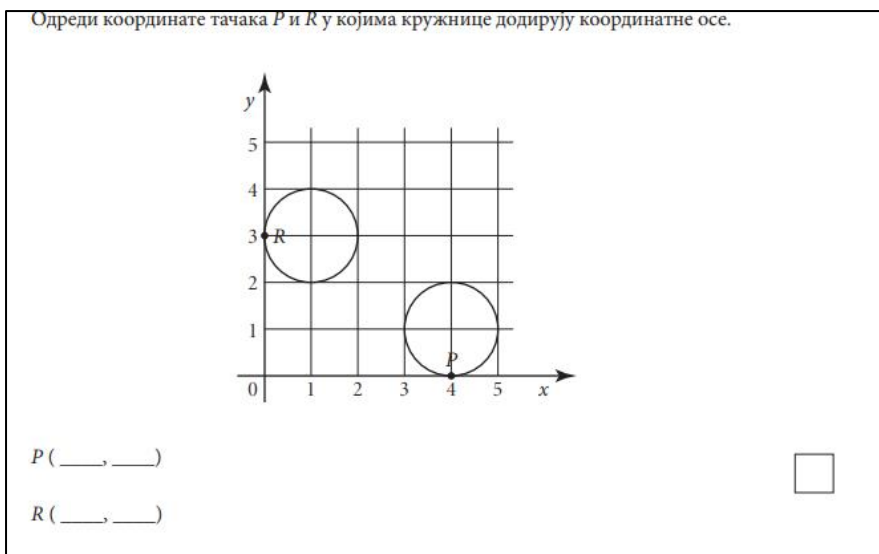
U periodu 2014-2019 testovi iz matematike na završnom ispitu sadržali su najviše dva zadatka sa osnovnog i srednjeg nivoa iz oblasti obrada podataka dok je zadatak sa naprednog nivoa bio na testu samo dva puta 2014. i 2018. godine. Testovi 2017, 2018, i 2019. sadržali su po 2 zadatka sa osnovnog nivoa iz oblasti obrada podataka dok je ostalih godina bio samo po jedan zadatak. Zadaci sa osnovnog nivoa koji su se do sada pojavljivali na završnom ispitu uglavnom se odnose na određivanje koordinata tačke date u dobro obeleženom koordinatnom sistemu ili na čitanje podatka sa jednostavnog grafičkog prikaza podataka. Tačni odgovori učenika na ovakvim zadacima kreću se od 53% do 92%. Procenat uspešnosti učenika na zadacima iz oblasti obrada podataka sa osnovnog nivoa sa završnog ispita (2014-2018.) dat je u Tabeli 23.

Tabela 23. Učenička postignuća na zadacima iz oblasti obrada podataka sa osnovnog nivoa završnog ispita

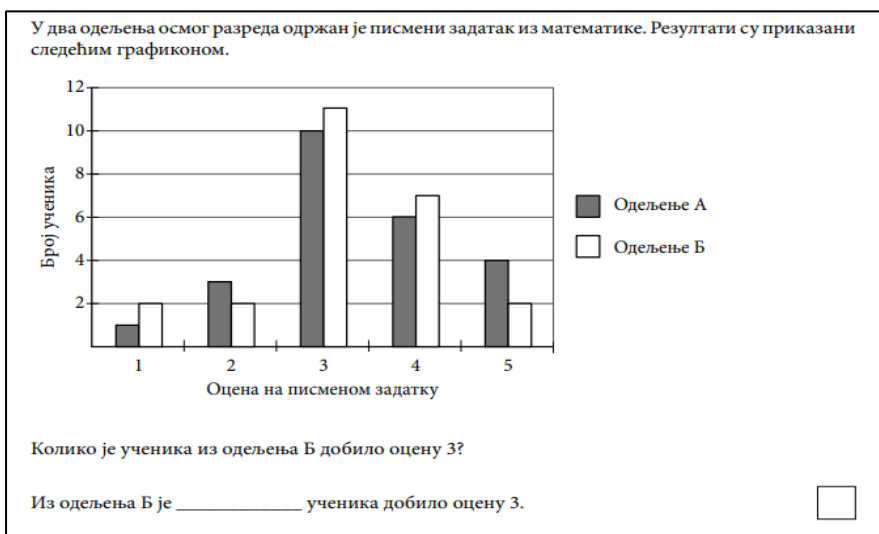
bez odgovora	netačno	delimično tačno	tačno	redni broj zadatka na testu	godina	broj tačnih	ukupno
6.60%	21.80%	0.00%	71.60%	z8	2019	45513	63544
1.20%	6.50%	0.00%	92.30%	z9	2019	58665	63544
0.70%	4.80%	14.34%	80.16%	z8	2018	52210	65129
2.40%	5.80%	25.45%	66.35%	z9	2018	43223	65129
0.80%	3.90%	12.51%	82.79%	z8	2017	52275	63111
0.50%	5.90%	18.99%	74.61%	z9	2017	47089	63111
5.30%	22.40%	6.02%	66.28%	z9	2016	43157	65103
4.60%	42.60%	0.00%	52.80%	z9	2015	34456	65229
4.60%	28.20%	0.00%	67.20%	z9	2014	42045	62628

Prema obrazovnim standardima očekivano je da svi učenici a najmanje njih 80% dostignu osnovni nivo. Iz navedenih podataka može se zaključiti da to nije bio uvek slučaj kada su u pitanju postignuća učenika iz oblasti obrada podataka, međutim poslednjih godina učenici beleže nešto bolja postignuća kada su u pitanju zadaci iz oblasti obrada podataka sa osnovnog nivoa. Najlošija postignuća učenici su imali na zadatku iz 2015. godine kada je oko 53% njih

uspelo da da tačan odgovor. Učenci su 2015. godine rešavali zadatak sa naredne slike gde se tražilo da odrede koordinate tačaka P i R (Slika 9).



Slika 9. Zadatak sa osnovnog nivoa iz oblasti obrada podataka sa završnog ispita 2015. godine



Slika 10. Primer zadatka sa osnovnog nivoa iz oblasti obrada podataka sa završnog ispita 2019. godine

Najbolje rezultate na zadacima sa osnovnog nivo iz oblasti obrada podatka zabeleženi su 2019. godine kada je na jednom od zadataka te godine

približno 92% učenika uspeo da tačno odgovori na dati zadatak. Tekst tog zadatka dat je na slici (Slika 10).

Pored prikazanog zadatka (Slika 10) 2019. godine na testu iz matematike iz oblasti obrada podataka sa osnovnog nivoa bio je i zadatak u kome se traži da učenici pročitaju koordinatu tačke date u koordinatnom sistemu, gde je oko 72% učenika uspeo tačno da odgovori. S obzirom da je reč o malom broju zadataka kao i zadacima koji se odnose na različit sadržaj ne mogu se izvoditi neki opšti zaključci, međutim primetno je da prethodnih godina nije očekivani broj učenika dostigao osnovni nivo iz oblasti obrada podataka, da su često manje uspešni kada je u pitanju određivanje koordinata tačke i da su učenici uspešniji kada treba da pročitaju informaciju sa grafičkog prikaza koji nije zahtevan.

Testovi 2015, 2017. i 2019. sadržali su po dva zadatka iz oblasti obrada podataka sa srednjeg nivoa dok je ostalih godina bio po jedan takav zadatak na testovima iz matematike završnog ispita (Tabela 24). Zadaci sa srednjeg nivoa iz oblasti obrada podataka odnosili su se uglavnom na određivanje aritmetičke sredine, procentni račun i proporcije, jedino je 2018. zadatak iz ove kategorije bio vezan za određivanje koordinata osnosimetričnih tačaka.

Tabela 24. Učenička postignuća na zadacima iz oblasti obrada podataka sa srednjeg nivoa završnog ispita

bez odgovora	netačno	delimično tačno	tačno	redni broj zadatka na testu	godina	broj tačnih	ukupno
31.90%	34.40%	6.50%	27.20%	z16	2019	17306	63544
42.30%	26.82%	0.00%	30.88%	z20	2019	19622	63544
30.20%	42.30%	8.50%	19.00%	z16	2018	12383	65129
20.20%	37.90%	0.00%	41.90%	z15	2017	26444	63111
32.50%	33.09%	5.21%	29.20%	z16	2017	18465	63111
30.60%	43.12%	0.00%	26.28%	z16	2016	17106	65103
3.60%	18.60%	0.00%	77.80%	z15	2015	50751	65229
24.10%	28.30%	0.00%	47.60%	z16	2015	31051	65229
24.20%	28.12%	0.00%	47.68%	z16	2014	29862	62628

S obzirom da je reč o zadacima sa srednjeg nivoa očekivano je da bar polovina učenika reši ove zadatke. Međutim kada je reč o postignućima učenika na zadacima iz oblasti obrada podataka u periodu od 2014. do 2018. to uglavnom nije slučaj. Učenici su na zadacima sa srednjeg nivoa bili najuspešniji 2014. i 2015. (Slika 11). godine kada je njihov uspeh bio blizu ili preko 50%. Narednih godina procenat uspeha opada i iznosi oko 30% (Slika 12).

Библиотекар у школи „КПП” водио је евиденцију о броју издатих књига. Тачком је означавао роман, а звездицом књигу поезије. Податке је приказао у табели.

Понедељак	Уторак	Среда	Четвртак	Петак
• • •	• • •	• ★ •	• • •	• • ★
★ ★ •	• • ★	★ • ★	• • •	• • ★
★ ★ ★	★ ★ ★	• ★ •	★ ★ •	★ • •
• •		★ • ★	★ ★ ★	★ • •
			★ ★ •	• ★ ★
				★ ★ •

Колико је библиотекар просечно по дану издао романа?

Slika 11. Tekst zadatka (z15) sa srednjeg nivoa sa završnog ispita 2015. godine

Најбоља српска атлетичарка, Ивана Шпановић, након Олимпијских игара у Рију оборила је лични и национални рекорд скоковима на Теразијама у Београду. Дужине тих скокова по серијама дате су у табели.

Серија	1.	2.	3.	4.	5.	6.
Дужина скока	7,10 m	6,74 m	6,97 m	7,03 m	6,80 m	6,82 m

На основу података из табеле, за колико је **центиметара** рекордни скок бољи од просечне дужине скокова?
Прикажи поступак.

Slika 12. Tekst zadatka (z16) srednjeg nivo sa završnog ispita 2019. godine

Na dosadašnjim testovima završnog ispita samo dva puta bio je zadatak sa naprednog nivoa iz oblasti obrada podataka. U naprednoj tabeli dati su rezultati učenika na zadacima sa naprednog nivoa (Tabela 25).

Tabela 25. Učenička postignuća na zadacima iz oblasti obrada podataka sa naprednog nivoa završnog ispita

bez odgovora	netačno	delimično tačno	tačno	redni broj zadatka na testu	godina	broj tačnih	ukupno
72.10%	19.00%	4.16%	4.74%	z20	2018	3110	65129
1.50%	32.70%	0.00%	65.80 %	z20	2014	41188	62628

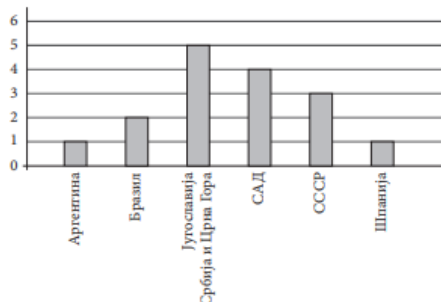
Iz Tabele 25 uočava se velika razlika u postignućima učenika, međutim zadaci testiraju različite koncepte pa nisu uporedivi. Primetno je da veliki procenat učenika nije pokušao da odgovori na zadatak dat 2018. godine (Slika 13) dok su osmaci 2014. bili veoma motivisani da odgovaraju na zadatak sa naprednog nivoa (Slika 14) i pri tom bili su uspešni. Zadatak iz 2018. vezan je za procentni račun dok je zadatak iz 2014. vezan za čitanje i interpretaciju podatka datih grafički i tabelarno. S obzirom da je reč o zadacima sa naprednog nivoa, očekivano je da bar 25% učenika tačno odgovori na ove zadatke. Iako procenti račun, proporcije i određivanje koordinate tačke nije usko vezano za rad sa podacima, rezultati završnog ispita ukazuju na potrebu za unapređenjem učeničkih kompetencija iz testiranih znanja. Prikazana analiza ukazuje i na potrebu za preispitivanjem postavljenih standarda i načina na koji proveravamo njihovu ostvarenost.

Бело злато је легура у којој је 75% злата, 15% сребра и 10% платине. Цена једне унце злата је 720 долара, једне унце сребра 30 долара, а платине 2 400 долара. У златари рачунају да једна унца има 30 грама. Зарада златара износи 20% од вредности материјала од кога је направљен прстен. Цена прстена се формира тако што се на вредност материјала додаје зарада златара. Колика је цена прстена масе 4 g?
Прикажи поступак.

Slika 13. Prikaz zadatka sa naprednog nivoa sa završnog ispita 2018. godine

20. У новинама је објављена табела са државама победницама светских првенстава у кошарци и године када су та првенства одржана, као и графикон у коме су приказане државе и укупан број победа сваке од њих на овим првенствима. Влада је приметно да у табели недостаје податак о тиму који је победио 1974. године.

Година одржавања	Држава победница
1950.	Аргентина
1954.	САД
1959.	Бразил
1963.	Бразил
1967.	СССР
1970.	Југославија
1974.	
1978.	Југославија
1982.	СССР
1986.	САД
1990.	Југославија
1994.	САД
1998.	Југославија
2002.	Србија и Црна Гора
2006.	Шпанија
2010.	САД



На основу графикона он је тачно одредио која је земља била победник 1974. године.

Заокружи слово испред тачног одговора.

Влада је закључио да је победнички тим из:

- а) Аргентине;
- б) Бразила;
- в) Југославије / Србије и Црне Горе;
- г) САД;
- д) СССР-а;
- ђ) Шпаније.

Слика 14. Приказ задатка са напредног нивоа са завршног испита 2014. године.

Мали број ishoda i sadržaja u programima nastave matematike posvećen je radu sa podacima, međutim na završnom ispitu jedna od testiranih oblasti je obrada podataka, što ukazuje da obično petina zadataka na završnom ispitu dolazi iz ove oblasti. Sa druge strane ni približno petina sadržaja tokom obaveznog obrazovanja iz predmeta matematika nije vezana za rad sa podacima. Stoga zadaci sa završnog ispita kada je reč o radu sa podacima i ne testiraju širok opseg kompetencija što može biti problem za izvođenje zaključaka. Ono što je evidentno, da čak i na ovako malom broju testiranih kompetencija, prema obrazovnim standardima, učenici ne dostižu u očekivanoj meri nivoa postignuća, što ukazuje na potrebu za unapređenjem učeničkih kompetencija zasnovanih na postojećim standardima.

5.2.3.2 TIMSS 2019 - prikaz rezultata sa osvrtom na oblast podataka

Nalazi predstavljeni u ovom odeljku dati su na osnovu Nacionalnog izveštaja (Đerić, Gutvajn, Jošić, & Ševa, 2020) kao i na osnovu Međunarodnog izveštaja TIMSS 2019. iz matematike i prirodnih nauka kao i Međunarodnog referentnog okvira TIMSS 2019.

TIMSS (The Trends in International Mathematics and Science Study) predstavlja komparativno međunarodno istraživanje koje meri postignuća učenika četvrtog, osmog ili oba razreda iz oblasti matematike i prirodnih nauka. Takođe TIMSS istraživanje ispituje i kontekstualne varijable kao što su kvalitet nastave, način podučavanja učenika u četvrtom, osmom ili oba razreda, kontekst škole u kojoj učenici uče i porodične varijable koje doprinose postignućima učenika. Istraživanje spada u kategoriju kvantitativnih istraživanja, a sprovodi se na reprezentativnom nacionalnom uzorku. Zemlje učesnice biraju da li će u istraživanje uključiti učenike četvrtog, osmog razreda ili oba uzrasta. TIMSS istraživanje održava se svake četiri godine i Srbija je učestvovala u pet ciklusa ovog istraživanja počevši od 2003. U prva dva ciklusa učestvovali su učenici osmog razreda, dok su u poslednja tri bili uključeni učenici četvrtog razreda. U TIMSS-2019 koje se odnosi na učenike četvrtog razreda učestvovalo je ukupno 58 zemalja i šest entiteta, provincija i gradova. Srbija je učestvovala sa 4279 učenika iz 165 slučajno izabranih škola. U daljem tekstu biće predstavljeni rezultati vezani za postignuća učenika iz matematike na TIMSS istraživanju sprovedenom 2019. godine sa posebnim osvrtom na postignuća učenika iz oblasti obrada podataka.

Postignuća učenika na TIMSS-2019 uglavnom se tumače u odnosu na prosek na TIMSS-ovoj skali koji iznosi 500 bodova sa standardnom devijacijom od 100 bodova. Takođe, postignuća učenika se interpretiraju i kroz međunarodne referentne vrednosti koji predstavljaju nivo postignuća. Definisana su četiri nivoa: nizak (400 bodova), srednji (475 bodova), visoki (550 bodova) i napredni (625 bodova). Opis nivoa postignuća dat je u Tabeli 1-Prilog 2. TIMSS-2019 prepoznaje rad sa podacima kao značajan, pa je oblast obrada podataka postala sastavni deo kako njihovih testova, tako i nivoa postignuća. TIMSS-2019 proverava čitanje, tumačenje i predstavljanje podataka (npr. prepoznavanje i tumačenje podataka iz tabela, linijskih grafikona) kao i korišćenje podataka za rešavanje problema (npr. vršenje proračuna na osnovu podataka iz tabele, kombinovanje podataka iz dva ili više izvora). Sveukupno na TIMSS-2019 testu bilo je 20% zadataka posvećenih podacima, 30% geometriji i 50% brojevima.

Učenici četvrtog razreda iz Srbije ostvarili su u proseku skor od 508 bodova iz matematike što je statistički značajno više od proseka na TIMSS-ovoj skali koji iznosi 500 bodova. U poslednja tri ciklusa prosečan skor učenika iz Srbije kretao se od 508 do 518 bodova. Iako iznad TIMSS-ovog proseka primećen je statistički značajan pad u postignućima učenika 2019. godine (508 bodova) u odnosu na postignuća iz 2015 (518 bodova). Sveukupno napredni nivo u Srbiji postiglo je 7% učenika, visoki nivo 34% učenika, srednji nivo 71% učenika i nizak nivo 89% učenika. Kada je u pitanju napredni nivo kao i sveukupna postignuća najuspešniji su učenici iz istočnoazijskih zemalja. Tako je u Singapuru preko 50% učenika na naprednom nivou u Hong Kongu 38%, Koreji 37%, Tajpeju 37%, Japanu 33% dok je npr. u Engleskoj 21%, a u Rusiji 20%. U šest zemalja, svi testirani učenici dostigli su nizak nivo u Hong Kongu i Kineskom Tajpeju, Singapuru, Koreji, Japanu i Rusiji, dok 11% učenika iz Srbije nije dostiglo taj nivo to jest smatra se da 11% učenika nije ovladalo minimalnim kompetencijama. Rezultati TIMSS-2019 pokazuju da učenici iz Srbije kao i iz regiona ostvaruju u proseku statistički značajno manje bodova iz oblasti obrada podataka nego što su to opšta postignuća na testu matematike u njihovim zemljama. Štaviše učenici iz Srbije ostvarili su manje bodova u odnosu na TIMSS-2011 ukupno, tj. iz oblasti brojeva, merenja, geometrije i obrade podataka. Kada su u pitanju oblasti brojevi i obrada podataka ta razlika je statistički značajna. Iz domena podataka učenici četvrtog razreda u ciklusu TIMSS-2015 ostvarili su statistički značajan napredak od 14 bodova u odnosu na TIMSS-2011 ali su na TIMSS-2019 ostvarili statistički značajan pad od 28 bodova u odnosu na TIMSS-2015. Analiza postignuća učenika na testu iz matematike na TIMSS-2019 nije pokazala statistički značajnu razliku u postignućima između dečaka i devojčica.

Imajući u vidu obrazovne standarde za prvi ciklus obrazovanja očekivano je da učenici iz Srbije postignu relativno dobar učinak na zadacima TIMSS testiranja iz oblasti obrada podataka. Neobično je to što se ne očekuju mnogo više kompetencije za kraj drugog ciklusa obaveznog obrazovanja vezane za rad sa podacima. Gotovo na istom nivou su zadaci završnog ispita vezani za čitanje i interpretaciju grafika koje učenici rade na kraju osmog razreda i zadaci na TIMSS-ovom istraživanju koje učenici rade u prvom ciklusu obaveznog obrazovanja (slika 10., slika 1. Prilog 2). Ovakav nalaz ukazuje da bi bilo potrebno proširiti kompetencije i obrazovne standarde za drugi ciklus obaveznog obrazovanja kao i preispitati način testiranja ostvarenih kompetencija iz oblasti obrade podataka na završnom ispitu.

5.2.3.3 PISA - pregled rezultata sa osvrtom na oblast neizvesnost i podaci

PISA (Programme for International Student Assessment) predstavlja međunarodni program procene učeničkih postignuća sa ciljem da dobijeni rezultati ukažu na kvalitet, efikasnost i pravednost obrazovnog sistema. Posebno, rezultati PISA testiranja mogu biti važan indikator uspešnosti reformi obrazovanja i uvedenih novina u programe nastave i učenja. PISA test omogućava procenu učeničkih postignuća na kraju opšteg obaveznog obrazovanja to jest kod petnaestogodišnjaka. Test se odnosi na znanja i veštine koje su neophodne za nastavak školovanja, profesionalni razvoj i odgovorno učešće u civilnom društvu. Ovim testom proverava se matematička, čitalačka i naučna pismenost. Pored navedenih oblasti testira se i jedna dodatna oblast koja je promenljiva pa je tako 2012. testirano rešavanje problema, a 2018. finansijska pismenost. Sami zadaci se ne odnose na reprodukciju naučenog sadržaja, već na upotrebljiva znanja i veštine koje im omogućuju da primenjuju naučeno u različitim situacijama i da kritički promišljaju različite sadržaje. U PISA testiranju Srbija je učestvovala 2003, 2006, 2009, 2012 i 2018. godine. Rezultati istraživanja se predstavljaju na standardizovanoj skali gde je prosek 500 bodova, a pandan jednoj školskoj godini je 40 bodova. U svakom ciklusu PISA testiranja po jedan domen je primarni (matematička, naučna ili čitalačka pismenost), to jest iz tog domena je zastupljeno dve trećine zadataka na testu. Postignuća na testu iz matematike podeljena su na 6 nivoa pa se smatra funkcionalno pismenim svako ko je savladao bar drugi nivo (OECD, 2014; Videnović & Čaprić, 2020). Tabela sa opisanim nivoima postignuća za matematiku preuzeta je iz PISA izveštaja za 2018. godinu (Videnović & Čaprić, 2020) (Tabela 1 - Prilog 3).

U PISA testiranju 2018. godine učestovalo je 79 zemalja. Učenici iz Srbije na skali matematičke pismenosti ostvarili su 448 što je značajno manje od proseka OECD-a koji iznosi 500 bodova. Ovakav zaostatak od 52 boda odgovara efektu od više od jedne godine zaostatka u školovanju u odnosu na zemlje OECD-a. Kada je reč o postignućima naših učenika po nivoima, samo 5% naših učenika može da savlada zadatke sa petog i šestog nivoa (Tabela 26). Uspeh po nivoima za Srbiju i zemlje iz okruženja dat je u Tabeli 26.

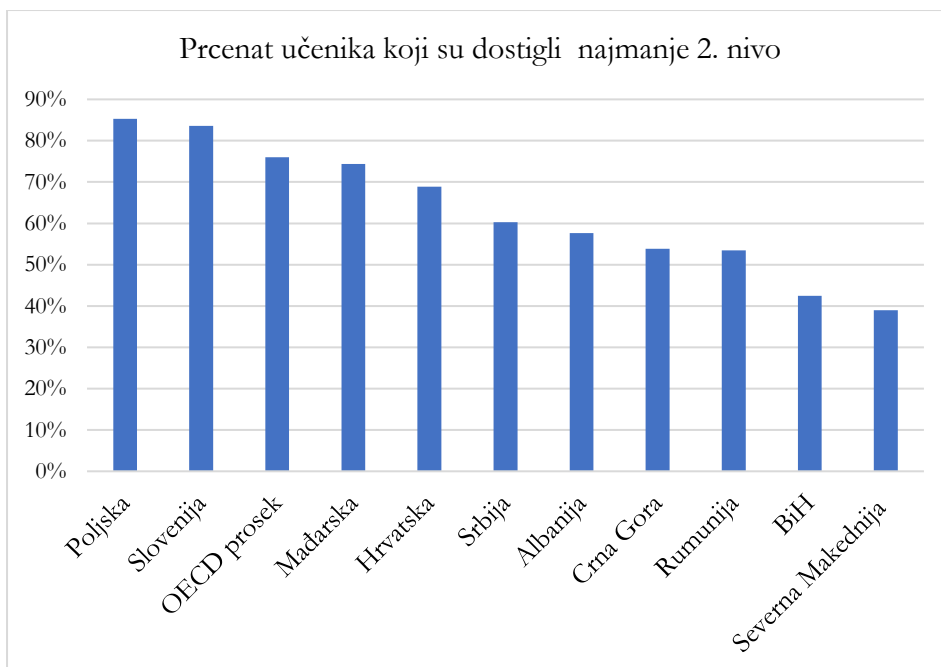
Strategija razvoja Evrope (Lisabonska agenda), je definisala kriterijume po kojima se procenjuje uspešnost neke zemlje u različitim oblastima. Za oblast obrazovanja definisano je pet indikatora, jedan od njih je i procenat funkcionalno pismenih učenika na PISA studiji. U ovom dokumentu je definisano da se nivo 2 smatra pragom funkcionalne pismenosti, odnosno da se učenici koji ne dostižu drugi nivo tretiraju kao deca pod rizikom u pogledu nastavka školovanja.

Tabela 26. Nivoi matematičke pismenosti-poređenje sa zemljama iz okruženja

	Matematika						
	ispod nivoa 1	nivo 1	nivo 2	nivo 3	nivo 4	nivo 5	nivo 6
	%	%	%	%	%	%	%
Poljska	-4.2	-10.5	20.7	26.5	22.3	11.7	4.1
Slovenija	-4.8	-11.7	21.6	26.4	22.0	10.5	3.1
OECD prosek	-9.1	-14.8	22.2	24.4	18.5	8.5	2.4
Mađarska	-9.6	-16.1	23.6	25.2	17.5	6.5	1.4
Hrvatska	-11.0	-20.2	27.4	23.3	13.0	4.3	0.8
Srbija	-18.1	-21.6	24.1	19.2	11.7	4.2	1.0
Albanija	-16.9	-25.5	28.6	19.3	7.5	2.0	0.3
Crna Gora	-19.9	-26.3	27.3	17.9	6.9	1.6	0.2
Rumunija	-22.6	-23.9	24.5	17.3	8.5	2.7	0.4
BiH	-28.7	-28.9	24.2	13.1	4.3	0.7	0.1
Severna Makednija	-35.2	-25.8	21.3	12.1	4.5	1.0	0.1

* Podaci prikazani u tabeli su preuzeti iz OECD -ovog izveštaja PISA testiranja za 2018. god. (OECD, 2019)

Kada je u pitanju funkcionalna pismenost 40% učenika iz Srbije nije uspelo da savlada zadatke sa drugog nivoa (Slika 15), pa se ovakvi učenici smatraju funkcionalno nepismenim kada je u pitanju matematika (Videnović & Čaprić, 2020). Procenat takvih učenika na prethodnim testiranjima je bio sličan, najviši procenat bio je 2006. godine (43%), a najniži 2012 (39%). Takav rezultat učenik u Srbiji je znatno niži od proseka OECD-a za 2018. godinu gde je na prva dva nivoa (ispod nivoa 1 i na nivou 1) oko 24% učenika. Kada je reč o Balkanu, postignuća naših učenika na PISA 2018. su bolja od uspeha učenika iz Bosne i Hercegovine, Crne Gore, Severne Makedonije i Albanije.



Slika 15. Procenat ućenika koji su dostigli najmanje 2. nivo pismenosti iz matematike na PISA 2018.

Posmatrajući trend postignuća ućenika iz Srbije po ciklusima PISA istraživanja ne može se reći da postoji značajan napredak u postignućima kod naših ućenika kada je u pitanju matematička pismenost. Postoji jedino blagi porast u postignućima kod 25% ućenika sa najboljim postignućima (Videnović & Čaprić, 2020).

Kada je u pitanju pol, rezultati PISA-2018 po pitanju matematičke pismenosti pokazuju da nema značajne razlike između dečaka i devojčica. Iako su dečaci u proseku bili bolji za 3 boda, ta razlika nije statistički značajna, a razlike postoje i u postignućima između dečaka i devojčica zemalja OECD-a koja iznosi 5 bodova u korist dečaka (Videnović & Čaprić, 2020). Međutim prosečna postignuća i dečaka i devojčica su statistički značajno niža od proseka postignuća njihovih vršnjaka iz zemalja OECD-a.

5.2.3.3.1 Podskala neizvesnost i podaci-PISA 2012

Sadržaj testa iz matematike je podeljen u 4 oblasti: brojevi i mere, prostor i oblik, transformacije i relacije i neizvesnost i podaci. Matematička pismenost bila je u fokusu 2003. i 2012. Tih godina pored opšteg skora i procene matematičke pismenosti u rezultatima su data i postignuća ućenika po podskalama. Od posebnog interesa za ovu temu može biti podskala koja se

odnosi na neizvesnost i podatke. U okviru ove podskale nalaze se sadržaji vezani za interpretaciju, rad sa podacima predstavljenim u različitim formama kao i verovatnosno rezonovanje. Postignuća učenika na ovoj podskali su podeljena u šest nivoa (OECD, 2014). Tabela sa opisanim nivoima postignuća preuzeta je iz izveštaja OECD-a, (OECD, 2014) (Tabela 2-Prilog 3). Na osnovu datih nivoa postignuća evidentno je da je u PISA testiranju očekivan viši nivo učeničkih kompetencija nego što je to slučaj u obrazovnim standardima, opštim i specifičnim predmetnim kompetencijama za nastavni predmet Matematika (u Srbiji) kada je u pitanju rad sa podacima.

Prosek zemalja OECD-a na ovoj podskali za 2012. godinu je 493 boda što je za bod manje od ukupnog skora na skali za matematiku. Za Srbiju taj skor bio je statistički značajno manji od proseka OECD-a i iznosio je 448 bodova što je bolje od zemalja sa Balkana poput Bugarske, Rumunije, Crne Gore i Albanije ali i slabije od Hrvatske i Slovenije. Postignuća naših učenika slična su kao postignuća učenika na Kipru i Turskoj. Kada su u pitanju podaci i verovatnosno rezonovanje najuspešniji su bili učenici Šangaja (591 bod), Singapura (569), Hongonga (566), Tajpejia (543), Koreje (537), Holandije (532), Lihteštajna (538), Švajcarske (531) i Makaa (531).

Tabela 27. Postignuća učenika različitih zemalja po nivoima na podskali neizvesnost i podaci-PISA2012

	Matematika						
	ispod nivoa 1	nivo 1	nivo 2	nivo 3	nivo 4	nivo 5	nivo 6
	%	%	%	%	%	%	%
Poljska	-3.3	-10.7	21.4	26.9	22.2	11.6	4.0
Nemačka	-7.2	-12.3	19.9	22.9	20.4	12.4	5.0
Slovenija	-6.4	-15.2	23.4	24.2	18.3	9.9	2.6
OECD							
prosek	-8.3	-14.7	22.5	23.8	18.1	9.2	3.3
Mađarska	-10.9	-16.9	25.2	23.1	15.4	6.9	1.7
Slovačka	-12.7	-17.1	24.3	22.2	15.0	6.6	2.1
Hrvatska	-10.8	-19.8	26.4	22.6	13.6	5.3	1.4
Izrael	-16.7	-16.9	21.4	20.9	14.3	7.1	2.6
Srbija	-14.3	-23.2	28.6	20.6	9.8	2.9	0.6
Rumunija	-15.0	-27.3	30.6	18.9	6.7	1.4	0.2
Bugarska	-20.7	-24.8	25.8	18.0	8.1	2.3	0.3
Crna Gora	-25.3	-28.3	25.5	14.0	5.5	1.2	0.1

*Podaci prikazani u tabeli su preuzeti iz izveštaja (OECD, 2014)

U Srbiji približno 37% učenika nije dostiglo drugi nivo postignuća i smatra se funkcionalno nepismenim kada je u pitanju podskala neizvesnost i podaci, što je značajno drugačije od proseka OECD-a gde je ispod drugog nivoa 23% učenika. Kad je u pitanju rad sa podacima i neizvesnostima najuspešniji bili su učenici Šangaja gde je ispod drugog nivoa svega 4.4% učenika, a na petom i šestom nivou čak 46% učenika. U Srbiji je svega 3.5% učenika uspeo da reši zadatke sa petog i šestog nivoa, a od toga samo 0.6% učenika sa šestog nivoa. U narednoj tabeli data su postignuća po nivoima nekih od zemalja uporedivih sa Srbijom (Tabela 27).

Učenici iz Srbije su 2012. godine sve ukupno na testu matematičke pismenosti ostvarili prosečno 449 bodova, a posmatrano po podskalama: transformacije i relacije 442 (-7) bodova, na podskali prostor i oblik 446(-3), na podskali brojevi i mere 456(+7) i na podskali neizvesnost i podaci 448 (-1) bod. Kada su u pitanju razlike po polu na podskali neizvesnost i podaci u Srbiji u proseku dečaci su imali za 12 bodova više proseke od devojčica što predstavlja statistički značajnu razliku. Slična situacija je i kod proseka zemalja OECD-a s tim što je ta razlika 9 bodova, dok je najveća razlika u prosecima u korist dečaka u Luksemburgu i ta razlika iznosi 23 boda. Kada je u pitanju prednost devojčica najveća razlika uočena je u Jordanu gde su devojčice u proseku bile bolje od dečaka za 30 bodova, a od zemalja OECD-a, to se desilo na Islandu sa razlikom od 11 bodova i u Finskoj sa razlikom od 5 bodova.

Ovakvi nalazi međunarodnih komparativnih istraživanja ukazuju na potrebu za unapređenjem učeničkih kompetencija vezanih za rad sa podacima. Posebno su zabrinjavajući nalazi PISA testiranja gde je pokazano da je čak 37% učenika iz Srbije funkcionalno nepismeno kada su u pitanju podaci (dat je podatak sa PISA -2012; podaci sa PISA 2021, daće dosta aktuelniji nalaz). Dodatno, navedena međunarodna istraživanja PISA i TIMSS, uvrstavajući oblast neizvesnost i podaci u sadržaje testova prepoznaju verovatnosno rezonovanje kao značajnu učeničku kompetenciju dok ovi sadržaji nisu u dovoljnoj meri zastupljeni u obaveznom obrazovanju u Srbiji. Evidentno je da se na kraju drugog ciklusa obaveznog obrazovanja očekuju skromne kompetencije kada su u pitanju koncepti iz verovatnoće, statistike i rada sa podacima u poređenju sa onim što je očekivano na osnovu nivoa matematičke pismenosti datih u opisu PISA testiranja. Iako je rad sa podacima u određenoj meri zastupljen na završnom ispitu, u obrazovnim standardima i pojedinim učeničkim kompetencijama navedenim u programima nastave, to nije dovoljno za ostvarivanje osnovnog nivoa matematičke pismenosti. Takođe izostaje i kontinuirano praćenje i evaluacija kada je u pitanju rad sa podacima. Pored toga što treba proširiti postojeće kompetencije i standarde neophodno je ispratiti i njihovu realizaciju u

praksi, uočiti česte miskonceptije kod učenika i definisati smernice za njihovo prevazilaženje.

5.3 Diskusija

Analiza očekivanih ishoda, obrazovnih standarda i završnog ispita za obavezno obrazovanje pokazala je znatnu usklađenost, međutim upitno je da li su takve kompetencije dovoljne za osnovno obrazovanje savremenog učenika. Sa druge strane rezultati završnog ispita ukazuju da vrlo često nedovoljan procenat učenika dostiže odgovarajući nivo kada je u pitanju rad sa podacima. Velika su očekivanja i od međupredmetnih kompetencija za rad sa podacima i informacijama gde se očekuje da učenici nauče da prikupljaju, analiziraju i kritički procenjuju informacije. Pozitivno je to što iako je reč o skromnom skupu znanja vezanim za rad sa podacima koja se usvajaju na nastavnom predmetu Matematika u sedmom razredu, sva ta znanja mogu se u potpunosti primeniti kroz program nastave Računarstva i informatike u osmom razredu. Kroz programe nastave drugih predmeta uočeno je da se neretko javlja potreba za sprovođenjem istraživanja, obradom podataka i izvođenjem zaključka za šta su nekada neophodne i zahtevnije kompetencije od onih koje se mogu trenutno ostvariti kroz programe nastave i učenja predmeta Matematika. Da je neophodno unapređenje nastave (ishoda, sadržaja i pristupa) govore i međunarodna istraživanja poput PISA testiranja gde učenici iz Srbije zaostaju čitavu školsku godinu od proseka OECDa kada je u pitanju funkcionalna pismenost iz matematike. Nalazi sa PISA-2012 pokazuju da kada je u pitanju oblast neizvesnost i podaci učenici iz Srbije takođe zaostaju više od jedne školske godine, međutim podaci sa PISA-2021. daju dosta aktuelniju procenu učeničkih kompetencija kada je u pitanju oblast neizvesnost i podaci. TIMSS testiranje ukazuje da učenici četvrtog razreda iz Srbije imaju postignuća iz matematike iznad proseka TIMSS-ove skale međutim primetan je statistički značajan pad u postignućima učenika četvrtog razreda u odnosu na prethodne godine. Sveukupno može se zaključiti da je potrebno unaprediti oblasti verovatnoće, statistike i rada sa podacima kroz obavezno obrazovanje, posebno, imajući u vidu kurikulume drugih evropskih zemalja (Tabela 28), gde se koncepti iz verovatnoće, statistike i rada sa podacima obrađuju od početka obaveznog obrazovanja i to u mnogo širem obimu nego što je to u Srbiji. U većini evropskih zemalja praksa je da se koncepti iz verovatnoće i statistike do četvrtog razreda obrađuju kroz igru i intenzivnu upotrebu eksperimenata u nastavi. Na ovaj način učenici kroz igru i eksperimente usvajaju pojmove sigurnog, mogućeg, nemogućeg događaja kao i pojam šansi. Takođe učenici do četvrtog razreda nauče da čitaju jednostavne grafike i tabele (ova kompetencija je u skladu sa kompetencijama propisanim u Srbiji za učenike do

četvrtog razreda). Kada je reč o starijim učenicima, u periodu od petog do osmog razreda učenici evropskih zemalja se uglavnom upoznaju sa merama centriranosti i disperzije. Takođe kurikulumi evropskih zemalja pokazuju da se učenici u ovom periodu osposobljavaju da prikupljaju, čuvaju, obrađuju podatke i izvode zaključke. U većini evropskih zemalja koncept verovatnoće uvodi se u periodu od petog do osmog razreda gde se insistira na relativnim frekvencijama i primeni u realnom kontekstu, za razliku od kurikuluma u Srbiji gde se samo gimnazijalci na kraju srednjeg obrazovanja upoznaju sa konceptom verovatnoće.

Tabela 28. Ishodi, kompetencije i sadržaji vezani za verovatnoću, statistiku i rad sa podacima u kurikulumima osnovnog obrazovanja nekih evropskih zemalja

zemlja	očekivani ishodi, kompetencije i sadržaji u obaveznom obrazovanju
Finska TIMSS: 532 PISA: 507	<ul style="list-style-type: none"> • Nakon završenog drugog razreda očekuje se da učenici budu osposobljeni da prikupljaju podatke, da ih čuvaju i prikazuju u tabelama i na grafikonima. • Od trećeg do petog razreda očekuje se da učenici budu osposobljeni za prikupljanje, čuvanje i prezentovanje podataka, čitanje grafika, računanje aritmetičke sredine. U ovom periodu uvode se koncepti mode i medijane i učenici se osposobljavaju za organizaciju i klasifikaciju podataka, i upućuju se da iskustveno vežbaju statističku i nestatističku definiciju verovatnoće. • Između šestog i devetog razreda učenici treba da usvoje koncept verovatnoće, frekvencija i relativnih frekvencija, kao i da određuju aritmetičku sredinu, modu, medijanu, interpretiraju grafike, usvoje koncept disperzije, skupljaju i usvajaju informacije i prezentuju ih u upotrebljivoj formi.
Švedska TIMSS:521 PISA:502	<ul style="list-style-type: none"> • Od prvog do trećeg razreda obrađuju se slučajni događaji kroz igru i sprovođenje eksperimenata. Takođe učenici uče da prikupljaju, čuvaju i prezentuju podatke kroz tabele i dijagrame sa i bez primene informacionih tehnologija. • Od četvrtog do šestog razreda učenici se upoznaju sa verovatnoćom, šansom i rizikom kroz posmatranje, simulacije ili iz nekih svakodnevnih situacija. Takođe učenici se osposobljavaju da poredе verovatnoće u ponavljanjima različitih slučajnih eksperimenata, kao i da rešavaju jednostavne kombinatorne probleme u realnim situacijama. U ovom periodu učenici produbljuju svoja znanja vezana za primenu tabela i dijagrama (bez i sa primenom tehnologija) kako bi opisali rezultati istraživanja. Učenici razumeju mere centriranosti, prosek, modu, medijanu i kako se one upotrebljavaju u statističkoj obradi. • Od sedmog do devetog razreda učenici savladavaju standardne procedure za izračunavanje verovatnoće kako u standardnim zadacima tako i u realnom kontekstu. Takođe upućuju se na primenu kombinatorike u realnim situacijama. Osposobljavaju se da kreiraju u koriste tabele, dijagrame i grafikone za interpretaciju

	<p>i opis rezultata sopstvenih i tuđih istraživanja(sa primenom i bez primene tehnologija). Takođe učenici se upoznaju sa merama centralnosti i disperzije i kako one mogu biti upotrebene za analizu rezultata statističkih studija. Potom učenici se upoznaju sa procenom rizika i šansama kroz različite simulacije i statističke materijale</p>
<p>Danska TIMSS: 525 PISA:509</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Očekuje da učenici nakon trećeg razreda osnovne škole prave jednostavne ankete i sprovede jednostavna istraživanja kao i da na intuitivnom nivou razumeju pojam šansi. • Potom nakon šestog razreda očekuje se da su učenici u stanju da sprovede istraživanja i određuju verovatnoću. • Na kraju devetog razreda od učenika se očekuje da evaluiraju istraživanja kao i da primenjuju koncept verovatnoće.
<p>Mađarska TIMSS:523 PISA:481</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Na kraju četvrtog razreda učenik zna da prikupi, organizuje, i prikaže podatke, interpretira i upotrebljava aritmetičku sredinu, određuje frekvencije sprovodeći jednostavne eksperimente, razume značenje i razliku između pojmova siguran, moguć i nemoguć događaj, sprovodi igre, eksperimente i posmatranja vezana za koncepte iz verovatnoće. • U od petog do osmog razreda učenik usvaja koncept verovatnoće sprovodeći igre i eksperimente. Učenik u ovom periodu treba da nauči da pravi razliku između sigurnog, mogućeg i nemogućeg događaja, da procenjuje verovatnoće, razume frekvencije i relativne frekvencije, kao i osobine frekvencija, mode i autlajera; Učenik treba da se osposobi da prikuplja, organizuje, predstavlja i analizira podatke.
<p>Slovačka TIMSS: 510 PISA:486</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Na kraju četvrtog razreda od učenika očekuju se kompetencije čitanja i interpretiranja podataka sa grafika i tabela, zatim prikupljanje čuvanje i interpretacija podataka. Korišćenje kombinatorike pri rešavanju zadataka vezanih za finansijsku pismenost. • Na kraju osmog razreda učenik ume da sakupi, čuva, sortira, čita i interpretira podatke. Takođe razume osnovne koncepte iz verovatnoće, statistike i kombinatorike. Koriti kombinatoriku u realnom kontekstu.
<p>Italija TIMSS: 515 PISA: 487</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Od učenika se očekuje da na kraju trećeg razreda znaju da podatke predstavljaju grafički i tabelarno kao i da čitaju jednostavne grafike i tabele. • Na kraju petog razreda učenici treba da su osposobljeni da koriste modu, medijanu i aritmetičku sredinu u zavisnosti od situacije. Takođe učenici su osposobljeni da razmatraju parove događaja utvrđujući koji ima veću verovatnoću, prepoznavajući jednakoverovatne događaje. Potom učenici se osposobljavaju da donose zaključke na osnovu podataka. • Na kraju osmog razreda kurikulum u Italiji propisuje da učenici treba da znaju da koriste softver za obradu podataka da znaju da koriste modu medijanu i aritmetičku sredinu, da razmatraju varijabilnost podataka, da razumeju relativne frekvencije, da

znaju da navedu elementarne ishode nekog slučajnog događaja kao i da odrede njihove verovatnoće. Prepoznaju parove komplementarnih događaja, kao i nezavisnih događaja.

U tabeli su data i prosečna postignuća zemalja na TIMSS-2019 istraživanju gde je prosek postignuća na TIMSS-ovoj skali iznosi 500 bodova (Srbija na TIMSS-2019 508 bodova). Takođe data su postignuća zemalja na PISA-2018 gde prosek zemalja OECD-a iznosi 489 bodova (Srbija na PISA-2018 448 bodova). Navedeni sadržaji programa nastave zemalja preuzeti su sa TIMSS 2019- Encyclopedija⁷

Kada je reč o srednjoškolskom obrazovanju, na osnovu propisanih opštih, specifičnih predmetnih kompetencija za nastavni predmet Matematika i međupredmetnih kompetencija za kraj srednjeg opšteg i srednjeg stručnog obrazovanja i vaspitanja očekuju se zavidne kompetencije kada je reč o verovatnoći, statistici i radu sa podacima, međutim ishodi nastave i učenja nisu u potpunosti u skladu sa propisanim kompetencijama. Što se tiče gimnazija, sadržaji iz verovatnoće i statistike obrađuju se tek na kraju četvrtog razreda, što je dosta neobično u odnosu na druge evropske zemlje gde se sadržaji iz verovatnoće, statistike i rada sa podacima uvode još od prvog ciklusa osnovnog obrazovanja, a zatim se iz ciklusa u ciklus ta znanja produbljuju i proširuju. Pozitivno je to što je kroz nastavni predmet Računarstvo i informatika značajan broj časova posvećen radu sa podacima. Međutim, kako se sadržaji iz verovatnoće i statistike obrađuju tek na kraju četvrte godine, a rad sa podacima kroz predmet Računarstvo i informatika u drugoj godini srednje škole, izostaje prošireni pristup koji bi omogućio kvalitetnije ostvarivanje propisanih kompetencija kako iz matematike tako i iz računarstva i informatike. Da postoji nesklad i između nastavnih sadržaja iz matematike, propisanih ishoda i predmetnih kompetencija govore obrazovni standardi za nastavni predmet Matematika, gde neki čak nisu ni testirani s obzirom da se ti sadržaji ne obrađuju u srednjim školama. Analizirajući programe nastave i obrazovne standarde uočava se nekoliko problema:

- a) Programi nastave matematike u gimnazijama predviđaju obiman sadržaj za samo 28 časova nastave (na prirodnom i opštem smeru).
- b) Realizacija nastavne teme verovatnoće i statistike u gimnazijama predložena je za poslednju temu u četvrtoj godini srednje škole kada interesovanje učenika opada, a vrlo često zbog obimnog programa ova tema se i ne realizuje.

⁷<https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/encyclopedia/>

- c) Sadržaji iz verovatnoće i statistike su prisutni u vrlo malom obimu sve do kraja četvrte godine srednje škole
- d) Koncept verovatnoće se uvodi tek u četvrtoj godini srednje škole, što je kasno.
- e) Obrazovni standardi predviđaju značajne učeničke kompetencije iz oblasti verovatnoća i statistika, međutim mnoge od njih nisu ni testirane jer se ti sadržaji još uvek ne obrađuju u srednjim školama.
- f) Evidentan je nedostatak istraživanja koji bi ukazali na trenutno stanje kada je u pitanju znanje učenika i studenata iz oblasti verovatnoće, statistike i šire rada sa podacima.

Kada su u pitanju učenici srednjih stručnih škola elektrotehničkih usmerenja još je veći jaz između opštih, specifičnih predmetnih, međupredmetnih kompetencija i ishoda navedenih u programima nastave. Zapravo učenici u srednjim stručnim školama (smerova EIT-EE) nemaju priliku da se upoznaju sa sadržajima iz verovatnoće i statistike tokom srednjoškolskog obrazovanja.

O značaju učenja verovatnoće, statistike i rada sa podacima tokom formalnog obrazovanja od osnovne škole govorilo se još 1963. na Kembridžovoj (Cambridge Conference on School Mathematics, 1963) konferenciji o školskoj matematici, gde je istaknut značaj verovatnoće i statistike u savremenom društvu sa posebnim osvrtom na reformu dotadašnjih kurikuluma osnovnoškolskog i srednjoškolskog obrazovanja. Do danas je bilo mnogo preporuka koje podstiču uvođenje verovatnoće, statistike i rada sa podacima u osnovne škole i ističu da učenje verovatnoće mora zauzeti značajnije mesto u kurikulumu (Department of Education and Science and the Welsh Office, 1989; Mathematical Sciences Education Board, 1990; National Council for Supervisor of Mathematics, 1989; National Council of Teachers of Mathematics, 2000). Mnogi istraživači ističu da je mnogo bolje uvesti verovatnoću što ranije u kurikulum osnovnih škola, sa sadržajem prilagođenim uzrastu učenika, a potom proširivati ta znanja u svakom narednom razredu, nego je eventualno uvesti odjednom u srednjoj školi. Kako rezonovanje prilikom primene koncepta verovatnoće nije uvek intuitivno, preporuka je da se verovatnoća, statistika i rad sa podacima uvrstite u kurikulum u što ranijem periodu (Bruner, 2009; National Council of Teachers of Mathematics, 2000; Taylor, 2011). Takođe u pojedinim dokumentima (NCTM, 2000) predlaže se uvođenje učenja verovatnoće čak od obdaništa, a potom proširivanje znanja kroz dalje obrazovanje učenika (Taylor, 2011). Mnoge zemlje prepoznale su značaj verovatnoće i uvrstile sadržaje iz verovatnoće i statistike u osnovnoškolsko obrazovanje. U skladu sa tim propisani su adekvatni kurikulumi, ishodi i standardi u kojima učenje verovatnoće zauzima značajno mesto SAD (NCTM, 1989), Australija (Australian Education Council, 1991), Novi Zeland (Ministry of

Education of New Zealand, 1992), Kina (Ministry of Education of China, 2001). Sa uvrštavanjem verovatnoće i statistike u kurikulume, kreće i razvoj programa, nastavnih resursa, nastavnih aktivnosti, obuka nastavnika i razvoj obrazovnog softvera. Iako su mnoge zemlje reformisale sadržaj kurikuluma kada je u pitanju sadržaj iz verovatnoće, statistike i rada sa podacima to još uvek u dovoljnoj meri nije slučaj u Srbiji. Uvođenje verovatnoće u kurikulume gotovo da ni u jednoj zemlji nije išlo odjednom, već je to bio proces koji je obuhvatao analize postojećih kurikuluma, istraživanje kurikuluma i iskustava drugih zemalja, kao i postepeno uvođenje verovatnoće, statistike i rada sa podacima u nastavu, uglavnom prvo u više razrede, a potom i u niže. Jedan od primera je i Kina gde je 1996. ministarstvo prosvete uradilo istraživanje vezano za obavezno obrazovanje. Rezultati objavljeni 1997. ukazali su da je sadržaj kurikuluma suviše težak, komplikovan, zastareo i suviše okrenut teorijskim znanjima. Takvi rezultati bili su okidač za reforme kineskog obrazovnog sistema donete 2001. godine, koji je u mnogome izmenio organizaciju nastave i sadržaj kurikuluma, a jedna od promena je bila i uvođenje verovatnoće u nastavu od najnižih nivoa obrazovanja (Ministry of Education of China, 2001). Stoga i rezultati ove teze imaju za cilj da ukažu na trenutne nedostatke i budu osnova za unapređenje matematičke pismenosti kada je u pitanju rad sa podacima.

„The real danger is not that computers will begin to think like men, but that men will begin to think like computers.“

Sydney J. Harris

6 Pregled nalaza i zaključak

Rezultati dobijeni u prvom delu ovog istraživanja ukazuju da su studenti tehničkih fakulteta podložni miskoncepcijama zasnovanim na nedovoljnom poznavanju konceptata iz verovatnoće i statistike iako su prošli formalno obrazovanje pa čak i slušali sadržaje vezne za verovatnoću i statistiku na studijama. Tip završene srednje škole nije imao veliki uticaj na postignuća studenta što može biti značajan rezultat za kreiranje nastave u gimnazijama i šire obrazovnih politika kada je reč o podacima. Pol se u retkim situacijama pokazao kao značajan faktor gde su mladići nadmašili devojke, međutim za objašnjenje ovakvog rezultata neophodna su dalja istraživanja. Ovo istraživanje je pokazalo da standardni kursevi iz verovatnoće i statistike u sadašnjoj formi nemaju značajan uticaj na osposobljavanje studenata za prevazilaženje miskoncepcija vezanih za sadržaje iz verovatnoće i statistike kao i da se posebna pažnja mora posvetiti drugačijem pristupu sa osvrtom na primere iz realnog života i prethodno iskustvo i znanje studenata. Sa druge strane postoji veoma povoljna klima za unapređenje podučavanja u oblasti verovatnoće i statistike jer su studenti tehničkih fakulteta visoko ocenili značaj posedovanja kompetencija i za profesionalni rad i za svakodnevni život, a iskazali su i značajno interesovanje da unaprede svoje znanje iz verovatnoće i statistike. Takođe većina studenata se slaže sa tvrdnjom da nije učila statistiku dovoljno tokom školovanja. Ovakva kombinacija stavova obezbeđuje veliku motivisanost studenata. Međutim, mora se uzeti u obzir podatak da je jedan deo studenta obuhvaćen ovom studijom već pohađao kurseve iz verovatnoće i statistike, ali da su i dalje u velikoj meri prisutne miskoncepcije. To ukazuje da bi nastavu iz ovih oblasti trebalo unaprediti uzimajući u obzir, kako je već ranije napomenuto, iskustvo studenata. Zabrinjavajuće je i to što studenti starijih godina gube interesovanje za matematiku i statistiku, u manjoj meri vide njen značaj kao i primenu u budućem zanimanju u odnosu na svoje kolege sa prve godine studija.

Dodatno ova studija je dala doprinos poznatom stavu da odgovori otvorenog tipa povećavaju psihometrijske karakteristike testova i doprinose većoj

preciznosti merenja (Hirsch & O'Donnell, 2001; Kastner & Stangl, 2011) i kada su u pitanju sadržaji vezani za miskoncepcije zasnovane na nedovoljnom poznavanju koncepta iz verovatnoće i statistike. Odgovori otvorenog tipa u ovoj studiji omogućili su uvid u rezonovanje studenta što je otkrilo da studenti pored toga što su skloni da rezonuju po već poznatim heuristikama koje vode ka miskoncepcijama, često pribegavaju zaključivanju na osnovu već unapred formiranog mišljenja ili predrasuda, u potpunosti zanemarujući date podatke. Ova studija pokazuje da iako studenti intuitivno biraju ispravnu opciju u pitanjima višestrukog izbora, vrlo često ne znaju ili nisu dovoljno motivisani da i obrazlože svoj odgovor. Ovakav nalaz je u skladu sa tezom da je neophodno posvetiti veću pažnju jačanju veština argumentacije učenika kroz nastavu matematike (Hanna & De Villiers, 2012). Nalazi ove studije daju doprinos važnosti razvijanja instrumenata koji će imati dobre psihometrijske karakteristike kako ne bi došlo do precenjivanja znanja ispitanika kao što je to slučaj kada se uzmu u obzir samo pitanja višestrukog izbora.

Ishodi nastave i učenja za nastavni predmet Matematika u obaveznom obrazovanju prepoznaju u određenoj meri rad sa podacima kao važan, međutim nema ishoda koji se odnose na koncepte verovatnoće, disperzije ili drugih sadržaja koje su u sastavni deo mnogih evropskih kurikuluma obaveznog obrazovanja. U petom razredu od učenika u Srbiji se očekuje da u okviru teme razlomci, učenik nauči da sakupi podatke i prikaže ih tabelom i kružnim dijagramom i po potrebi koristi kalkulator ili raspoloživi softver. Potom u šestom razredu na osnovu ishoda nastave očekuje se da učenik zna da primeni proporciju i procenat u različitim situacijama, prikaže grafički podatke i zavisnost između dve veličine različitim dijagramima i tumači prikazane podatke. U petom i šestom razredu nema konkretnih tema koje se odnose na rad sa podacima već se očekuje da se ovi sadržaji obrade kroz nastavne teme razlomci i realni brojevi. Međutim godišnji planovi za peti i šesti razred svedoče da je u praksi mali broj nastavnih jedinica posvećen radu sa podacima, što prate i šturi sadržaji udžbenika i zbirki kada su u pitanju podaci. U sedmom razredu osim ishoda, prvi put se tokom osnovnoškolskog obrazovanja pojavljuje tema obrada podataka gde se očekuje da će učenici naučiti da odrede aritmetičku sredinu, modu i medijanu. Međutim, u osmom razredu u nastavnom predmetu Matematika nema ni jedne teme koja se na direktan ili indirektan način bavi podacima. Značaj rada sa podacima prepoznaju i međupredmetne kompetencije za kraj osnovnog obrazovanja kojima je predviđeno da će učenici nakon završenog osnovnog obrazovanja, između ostalog biti osposobljeni da prikupljaju, analiziraju i kritički procenjuju informacije. Doprinos u postizanju navedenih kompetencija može biti ostvaren kroz nastavni predmet Računarstvo i informatika, gde upotrebom odgovarajućeg

softvera učenici imaju priliku da primene znanje stečeno na časovima matematike. Međutim, ograničenje je skroman skup znanja koje poseduju učenici u osmom razredu iz verovatnoće, statistike i rada sa podacima. Iako je među ishodima, standardima i međupredmetnim kompetencijama rad sa podacima prepoznat kao važan, među nastavnim temama nema dovoljno sadržaja koji se odnose na verovatnoću, statistiku i generalno rad sa podacima koji bi obezbedili u potpunosti ostvarivanje planiranih ishoda. Štaviše pojam verovatnoće čak ni šansi se i ne pominje u osnovnoškolskom obrazovanju iz matematike među ishodima, a ni među propisanim obrazovnim standardima, što ukazuje ne samo na potrebu za produblivanjem sadržaja vezanim za rad sa podacima u cilju ostvarivanja postojećih ishoda već i na potrebu za proširivanjem kompetencija vezanih za verovatnoću, statistiku i rad sa podacima.

Analiza programa nastave gimnazija pokazala da se sadržaji iz verovatnoće i statistike kroz nastavni predmet Matematika obrađuju prvi put u četvrtom razredu srednje škole. Štaviše tema verovatnoće i statistike neretko je ostavljena za poslednju temu pa se vrlo često i ne realizuje zbog obimnog programa. Pozitivno je to što je kroz nastavni predmet Računarstvo i informatika u drugoj godini srednje škole značajan broj časova posvećen radu sa podacima. Međutim problem je u tome što učenici u drugom razredu srednje škole poseduju skroman skup znanja iz verovatnoće i statistike što predstavlja ograničenje u obradi i tumačenju podataka. Neobično je da se učenici sa konceptom verovatnoće prvi put susreću tek u četvrtoj godini srednje škole. Mnoge zemlje su napustile takav pristup i praksa je da se koncepti iz verovatnoće uvode kroz igru i eksperimente još od mlađih razreda osnovne škole, a kasnije se ide ka formalizaciji. Dodatni problem u programima nastave u Srbiji je što se očekuje da učenici u kratkom vremenskom periodu usvoje veliki broj novih pojmova i koncepta koji su vrlo često netrivialni. Kada su u pitanju srednje stručne škole (obrazovnih profila EIT-EE) nema ni među propisanim ishodima u programima nastave i učenja, a ni među predloženim temama sadržaja koji su vezani za verovatnoću i statistiku. Sa druge strane obrazovni standardi za kraj opšteg srednjeg obrazovanja prepoznaju značaj rada sa podacima i upoznavanja sa osnovnim konceptima iz verovatnoće i statistike. U skladu sa tim, na osnovu obrazovnih standarda očekuje se da svi, a najmanje 80% učenika na kraju srednjeg opšteg obrazovanja, uspešno prebrojava mogućnosti (različitih izbora ili načina) u jednostavnim realnim situacijama, primenjuje račun sa proporcijama i procentni račun pri rešavanju jednostavnih praktičnih problema, razume koncept verovatnoće i izračunava verovatnoće događaja u jednostavnim situacijama, grafički predstavlja podatke u obliku dijagrama i tabela, analizira podatke i njihovu raspodelu, razume pojmove populacije i uzorka, izračunava i tumači

uzoračku sredinu, medijanu i modu, primenjuje osnovna matematička znanja za donošenje finansijskih zaključaka i odluka. Neki od obrazovnih standarda nisu ni testirani s obzirom da se navedeni sadržaj ne obrađuje u srednjim školama u Srbiji. Posebno u nezavidnoj poziciji su učenici srednjih stručnih škola gde iako opšte, specifične predmetne (za nastavni predmet Matematika) i međupredmetne kompetencije propisuju solidan nivo kompetencija vezanih za verovatnoću, statistiku i rad sa podacima predloženi sadržaj u programima nastave srednjih stručnih škola (obrazovnih profila EIT-EE) nisu predloženi odgovarajući sadržaji koji bi doprineli ostvarivanju propisanih kompetencija. Stoga veliki procenat učenika se ne upozna sa osnovnim konceptima iz verovatnoće i statistike tokom čitavog formalnog dounivezitetskog obrazovanja. Evidentno je da programi nastave i učenja u onoj formi u kojoj su danas nisu u potpunosti usaglašeni sa opštim, specifičnim predmetni, međupredmetnim kompetencijama i obrazovnim standardima kada je u pitanju oblast podataka, verovatnoće i statistike u srednjem opštem i srednjem stručnom obrazovanju.

Završni ispit rad sa podacima takođe prepoznaje kao značajan, uvrštavajući rad sa podacima kao jednu od pet oblasti koja se testira. Interesantno je da ni približno petina osnovnoškolskih sadržaja iz matematika nije posvećena radu sa podacima. Rezultati završnog ispita pokazuju da učenici u onoj meri u kojoj bi se očekivalo prema obrazovnim standardima ne dostižu odgovarajuće nivo postignuća kada je reč o sadržajima vezanim za rad sa podacima iako je reč o skromnom skupu testiranih kompetencija. Završnim ispitom, kada su u pitanju podaci, obično se testira da li učenik ume da odredi koordinate zadate tačke u ravni, da pročita jednostavne grafike ili da odredi medijanu, aritmetičku sredinu na jednostavnom skupu podataka dok se u zadacima sa naprednog nivo obično zahteva procentni račun. Iako su zadaci na završnom ispitu u velikoj meri u skladu sa obrazovnim standardima, njima se ne testira širi spektar učeničkih kompetencija kada je u pitanju rad sa podacima. Često su zadaci završnog ispita vezani za podatke šablonski, slični iz godine u godinu, što je posledica i malog skupa propisanih učeničkih kompetencija, a i skromnih nastavnih sadržaja vezanih za rad sa podacima tokom obaveznog obrazovanja. Ovakvi nalazi ukazuju da se moraju unaprediti postignuća učenika kada je su u pitanju postojeće kompetencije što povlači proširivanje postojećih sadržaja ali i proširivanje i ishoda nastave i učenja, kompetencija i obrazovnih standarda za obavezno obrazovanje kada je u pitanju rad sa podacima.

Rezultati PISA testiranja ukazuju da napredak učenika iz Srbije stagnira kada je u pitanju matematička pismenost, štaviše učenici iz Srbije konstantno kasne u proseku za jednu školsku godinu u odnosu na prosek OECD-a. Kada je u pitanju podoblast neizvesnost i podaci (na osnovu dostupnih podataka iz

2012.), čak 37% ispitanika nema osnovnu matematičku pismenost, a svega 3.5% učenika iz Srbije savladava zadatke sa 5. i 6. nivoa, od toga 0.6 % sa šestog nivoa. Takođe, kada je u pitanju oblast neizvesnost i podaci, učenici iz Srbije kasne za približno jednu školsku godinu u odnosu na svoje vršnjake iz zemalja OECD-a. Rezultati TIMSS istraživanja pokazuju da učenici četvrtog razreda osnovne škole ostvaruju rezultate iznad proseka TIMSS-ove skale, što može da bude posledica i standarda za kraj prvog ciklusa obaveznog obrazovanja koji uključuju rad sa podacima među očekivane kompetencije. Međutim primetan je pad u rezultatima 2019. godine u odnosu na postignuća iz prethodnih godina. Takođe uočeno je da učenici iz Srbije kao i iz regiona ostvaruju u proseku statistički značajno manje bodova iz oblasti podataka nego što su to opšta postignuća na testu matematike u njihovim zemljama. Rezultati navedenih komparativnih međunarodnih istraživanja dodatno ukazuju na potrebu za unapređenjem učeničkih kompetencija kada su u pitanju sadržaji vezani za verovatnoću, statistiku i rad sa podacima.

Uzimajući u obzir obrazovne standarde, opšte, specifične predmetne i međupredmetne kompetencije, može se zaključiti da se kroz obrazovne propise pridaje značaj radu sa podacima. Takođe međunarodna istraživanja kao i završni ispit ukazuju na značaj i potrebu za unapređenjem učeničkih kompetencija kada su u pitanju podaci. Sa druge strane programi nastave i učenja pokazuju da je predloženih sadržaja vezanih za verovatnoću i statistiku malo tokom formalnog douniverzitetskog obrazovanja. Sveukupno stiće se utisak da se u određenoj meri pridaje značaj radu sa podacima, verovatnoći i statistici u propisanim ishodima, kompetencijama i standardima ali ne i u praksi, što zahteva korenite promene nastavnih sadržaja kada je u pitanju nastava verovatnoće i statistike tokom formalnog obrazovanja.

6.1 Preporuke i predlozi

Rezultati istraživanja prikazanog u ovoj tezi ukazuju na značaj i potrebu za dodatnim istraživanjima koja će doprineti utvrđivanju nivoa znanja i načina rezonovanja učenika i studenata iz Srbije kada su u pitanju koncepti iz verovatnoće, statistike i rada sa podacima. Pre svega neophodno je ispitati stvarnu ostvarenost propisanih ishoda i kompetencija kada su u pitanju koncepti iz verovatnoće, statistike i šire rada sa podacima u osnovnom, srednjem i visokom obrazovanju. Potrebno je uraditi evaluaciju trenutnog stanja i uočiti način rezonovanja učenika i studenata, tj. prepoznati ključne miskoncepcije. Zatim neophodno je postaviti realne ciljeve i razviti strategiju za unapređenje nastave. Već na osnovu rezultata istraživanja prikazanog u ovoj tezi može se zaključiti da

je potrebno uvesti koncepte iz verovatnoće i statistike ranije u nastavu i ciklično proširivati znanja iz ovih oblasti.

Modifikovanje ishoda učenja bez promene pristupa u nastavi, podizanja svesti o važnosti podataka i adekvatnih nastavnih materijala neće u mnogome doprineti boljim postignućima učenika i studenata. Neophodno je proizvesti adekvatne materijale za učenje koji će biti zasnovani na podacima iz realnog konteksta i uzimaće u obzir prethodna znanja i iskustva učenika. U procesu unapređenja nastave veliku odgovornost treba da preuzmu fakulteti koji školuju nastavnike, gde se svest o važnosti podataka mora podići na viši nivo među budućim nastavnicima, dok stručnjaci iz svojih domena treba da se uključe razvijanje materijala vezanih za rad sa podacima. Potom neophodno je podizanje svesti među nastavnicima svih predmeta o važnosti podataka. Takođe potrebne su obuke na kojima će se nastavnici upoznati na koji način mogu uvesti nove koncepte i dati veći značaj podacima u nastavi.

Kada je u pitanju nastava Matematike greška bi bila zadržati višedecenijski pristup u nastavi verovatnoće i statistike u formalnom obrazovanju. Uvođenje sadržaja na isti način samo na nižem nivou školovanja ne bi doprinelo unapređenju učeničkih kompetencija. Ideja je da se koncepti iz verovatnoće, statistike i rada sa podacima obrađuju ciklično kroz sve nivoe obrazovanja, gde će se kompetencije postepeno ostvarivati i proširivati kroz obrazovanje. Zatim, ključna promena treba da bude u promeni pristupa u predstavljanju sadržaja vezanih za verovatnoću, statistiku i generalno rad sa podacima. Treba iskoristiti iskustva drugih zemalja i koncepte iz verovatnoće i statistike uvesti na niže nivoe školovanja kroz igru i eksperimente. Potom treba ići ka formalizaciji uz neophodno korišćenje adekvatnog softvera. Pored eksperimenata sadržaj treba da bude zasnovan na primerima iz realnog konteksta, gde treba izbegavati kvazi realni kontekst, već se mora očuvati autentičnost i aktuelnost sadržaja. U kreiranju materijala mogu se iskoristiti primeri dobre prakse poznati iz ranijih studija. Određen broj takvih primera vezanih za miskonceptije ispitivane u ovoj studiji dat je kroz pregled literature gde je npr. istaknuto da: primena frekvencija i konkretnih vrednosti može doprineti prevazilaženju miskonceptije zanemarivanja osnovnog skupa; zatim primena eksperimenata može doprineti razumevanju zakona velikih brojeva; tabele kontingencije mogu imati efekta u otklanjanju iluzorne korelacije; korišćenje primera sa jednako verovatnim i nejednako verovatnim ishodima u procesu učenja doprineće prevazilaženju miskonceptije jednakoverovatnosti, itd.

Promena u pristupu u nastavi nije neophodna samo u osnovnom i srednjem obrazovanju već i na fakultetima. Kako je rad sa podacima i donošenje

odluka u neizvesnim situacijama postala neophodna kompetencija u gotovo svim zanimanjima neophodno je unaprediti znanje i rezonovanje studenta iz ove oblasti. Uvođenje još jednog kursa iz verovatnoće ili statistike na studije ne bi imalo značajnog uticaja, ključ je u promeni pristupa koji treba da bude zasnovan na prethodnim znanjima i iskustvima studenata, sprovođenju eksperimenata i simulacija, primerima u realnom kontekstu bliskim struci za koju se školuju studenti i intenzivnoj primeni tehnologija.

Uvođenje novih sadržaja i sprovođenje promena u programu nastave retko kada je jednostavan proces. Stoga neophodno je kontinuirano praćenje uz stalnu spremnost za reviziju i unapređenje.

6.2 Buduća istraživanja

Cilj studije prikazane u ovoj tezi nije bio da izmeri „školsko“ znanje studenata kada su u pitanju koncepti iz verovatnoće i statistike već da na nivou matematičke pismenosti pokaže u kojoj meri su studenti podložni miskoncepcijama zasnovanim na nedovoljnom razumevanju koncepta iz verovatnoće i statistike. Ograničenje ove studije je u broju testiranih miskoncepcija, međutim nalazi pokazuju da su studenti skloni pogrešnom rezonovanju gotovo na svim testiranim miskoncepcijama, što ukazuje na potrebu za unapređenjem matematičke pismenosti kada su u pitanju koncepti iz verovatnoće i statistike. S obzirom da su u ovoj studiji učestvovali studenti prestižnih smerova tehničkih fakulteta, reč je o dobrim studentima, međutim upitno je u kojoj meri su studenti iz drugih naučnih oblasti ili slabiji studenti vešti u ovakvom tipu rezonovanja. Kako bi se upotpunila slika o matematičkoj pismenosti kada su u pitanju podaci za čije razumevanje su neophodna osnovna znanja iz verovatnoće i statistike, realizovano je još jedno istraživanje koje je uključilo studente iz STEM (Science, Technology, Engineering, Mathematics) naučnog polja i NoSTEM (društvenih) nauka. Cilj te studije bio je da ispita u kojoj meri studenti prepoznaju pogrešne zaključke izvedene na osnovu podatka. Specifičnost pomenute studije je u tome što su ispitanici davali sud o tumačenju realnih podataka kao i to što je dato kroskulturalno poređenje, s obzirom da su u toj studiji učestvovali kako studenti iz Srbije tako i studenti sa Kent Stejt univerziteta u Ohaju. Ovim istraživanjem ispitivano je u kojoj meri su ispitanici vešti u tumačenju aritmetičke sredine u realnom kontekstu date kroz infografike. Takođe ovim istraživanjem ispitani su stavovi studenata o verovatnoći, statistici i podacima i opisane su uočene razlike kod stavova i načina rezonovanja između studenata koji dolaze iz različitih naučnih polja i zemalja. Zbog obimnosti rada, rezultati te studije biće publikovani u budućim naučnim radovima.

Kako je evidentan nedostatak studija koje proveravaju ostvarenost očekivanih ishoda i učeničkih kompetencija vezanih za verovatnoću, statistiku i rad sa podacima kod učenika iz Srbije, buduće studije će imati za cilj da testiraju ostvarenost propisanih ishoda i kompetencija kako iz matematike tako i iz računarstva i informatike kada je u pitanju verovatnoća, statistika i rad sa podacima. Potom, dalji istraživački rad biće fokusiran na istraživanje i kreiranje nastavnih materijala pogodnih za uvođenje verovatnoće, statistike i rada sa podacima kako u osnovno tako i u srednje i visoko obrazovanje.

Literatura

- Ahmad Fauzi Mohd Ayub, Wong Su Lian, & Norhayati Mukti. (2005). Students' Attitudes Toward Calculus: A Preliminary Study among Diploma Students at Universiti Putra Malaysia. *Jurnal Teknologi, UTM*, 42(E), 49–60.
- Allen, M., Preiss, R. W., & Gayle, B. M. (2006). Meta-Analytic Examination of the Base-Rate Fallacy. *Communication Research Reports*, 23(1), 45–51. <https://doi.org/10.1080/17464090500535863>
- Ashaari, N. S., Judi, H. M., Mohamed, H., & Tengku Wook, T. M. (2011). Student's Attitude Towards Statistics course. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 18, 287–294. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.05.041>
- Attali, Y., Laitusis, C., & Stone, E. (2016). Differences in Reaction to Immediate Feedback and Opportunity to Revise Answers for Multiple-Choice and Open-Ended Questions. *Educational and Psychological Measurement*, 76(5), 787–802. <https://doi.org/10.1177/0013164415612548>
- Axelsson, S. (2000). The Base-Rate Fallacy and the Difficulty of Intrusion Detection. *ACM Transactions on Information and System Security*, 3(3), 186–205. <https://doi.org/10.1145/357830.357849>
- Bar-Hillel, M. (1973). On the subjective probability of compound events. *Organizational Behavior and Human Performance*, 9(3), 396–406. [https://doi.org/10.1016/0030-5073\(73\)90061-5](https://doi.org/10.1016/0030-5073(73)90061-5)
- Bar-Hillel, M. (1982). Studies of representativeness. In Daniel Kahneman, P. Slovic, & A. Tversky (Eds.), *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases* (pp. 69–83). Cambridge University Press.
- Bar-Hillel, M., & Neter, E. (1993). How Alike Is It Versus How Likely Is It: A Disjunction Fallacy in Probability Judgments. *Journal of Personality and Social Psychology*, 65(6), 1119–1131. <https://doi.org/10.1037/0022-3514.65.6.1119>
- Batanero, C., & Borovcnik, M. (2016). Statistics and probability in high school. In *Statistics and Probability in High School*. Sense Publishers. <https://doi.org/10.1007/978-94-6300-624-8>
- Batanero, C., & Sanchez, E. (2005). What is the Nature of High School Students' Conceptions and Misconceptions About Probability? *Exploring Probability in School*, 241–266. https://doi.org/10.1007/0-387-24530-8_11
- Batanero, C., Serrano, L., & Garfield, J. B. (1996). Heuristics and biases in secondary school students' reasoning about probability. (Vol.2, pp. 51-58). Valencia, Spain: In L. Puig & A. Gutihez (Eds.), *2gh conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 51–58).
- Baucal, A., & Pavlović-Babić, D. (2014). *PISA 2012, prvi rezultati: Podrži me , me,*

inspiriši me (Issue January 2013).

- Bekkink, M. O., Donders, A. R. T. R., Kooloos, J. G., De Waal, R. M. W., & Ruiter, D. J. (2016). Uncovering students' misconceptions by assessment of their written questions. *BMC Medical Education*, *16*(1), 1–7. <https://doi.org/10.1186/s12909-016-0739-5>
- Bennett, E. C., & Anway, D. W. (2003). Statistical and Probabilistic Reasoning and Misconceptions among Selected College Students. *University of Wisconsin-Superior McNair Scholars Journal*, *4*, 137–166.
- Bílek, J., Nedoma, J., & Jirásek, M. (2018). Representativeness heuristics: A literature review of its impacts on the quality of decision-making. *Scientific Papers of the University of Pardubice, Series D: Faculty of Economics and Administration*, *26*(43), 29–38.
- Blanco, T. G., & Chamberlin, S. A. (2019). Pre-service teacher statistical misconceptions during teacher preparation program. *Mathematics Enthusiast*, *16*(1–3), 461–484.
- Blumenthal-Barby, J. S., & Krieger, H. (2015). Cognitive biases and heuristics in medical decision making: A critical review using a systematic search strategy. *Medical Decision Making*, *35*(4), 539–557. <https://doi.org/10.1177/0272989X14547740>
- Boone, W. J. (2016). Rasch analysis for instrument development: Why, when, and how? *CBE Life Sciences Education*, *15*(4). <https://doi.org/10.1187/cbe.16-04-0148>
- Bramwell, R., West, H., & Salmon, P. (2006). Health professionals' and service users' interpretation of screening test results: Experimental study. *British Medical Journal*, *333*(7562), 284–286. <https://doi.org/10.1136/bmj.38884.663102.AE>
- Bruner, J. (2009). The process of education. *Harvard University Press*.
- Cambridge Conference on School Mathematics, C. (1963). *Goals for school mathematics*. Houghton Mifflin Company.
- Chance, B., Ben-Zvi, D., Garfield, J., & Medina, E. (2007). The role of technology in improving student learning of statistics. *Technology Innovations in Statistics Education Journal*, *1*(1), 28. <http://repositories.cdlib.org/uclastat/cts/tise/vol1/iss1/art2/>
- Chaoui, N. A. (2011). Finding relationships between multiple-choice math tests and their stem-equivalent constructed responses. *ProQuest Dissertations and Theses*, 166. <https://doi.org/10.5642/cguetd/21>
- Delaney, J. M., & Devereux, P. J. (2019). Understanding gender differences in STEM: Evidence from college applications☆. *Economics of Education Review*,

- 72(June), 219–238. <https://doi.org/10.1016/j.econedurev.2019.06.002>
- Đelić, J. (2012). Završni ispit na kraju osnovnog obrazovanja u Republici Srbiji - uvođenje i osiguranje kvaliteta. *ERI SEE*. url: http://www.erisee.org/sites/default/files/5_Jasmina Djelic.pdf
- Delmas, R., Garfield, J., Ooms, A., & Chance, B. (2007). Assessing Students' Conceptual Understanding after a First Course in Statistics. *Statistics Education Research Journal*, 6(2), 28–58.
- Department of Education and Science and the Welsh Office, D. (1989). *National curriculum: Mathematics for ages 5 to 16*. Central Office of Information.
- Di Martino, P., & Zan, R. (2010). “Me and maths”: Towards a definition of attitude grounded on students' narratives. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(1), 27–48. <https://doi.org/10.1007/s10857-009-9134-z>
- Dimara, E., Dragicevic, P., & Bezerianos, A. (2016). *Accounting for Availability Biases in Information Visualization*. 9–11. <http://arxiv.org/abs/1610.02857>
- Douglass, J. A., Thomson, G., & Zhao, C. M. (2012). The learning outcomes race: The value of self-reported gains in large research universities. *Higher Education*, 64(3), 317–335. <https://doi.org/10.1007/s10734-011-9496-x>
- Drösser, C. (2011). *Der Mathematikverführer: Zahlenspiele für alle Lebenslagen*. Rowohlt Verlag GmbH.
- Emmioğlu, E., & Capa-Aydin, Y. (2012). Attitudes and achievement in statistics: A meta-analysis study. *Statistics Education Research Journal*, 11(2), 95–102.
- Epley, N., & Gilovich, T. (2001). Putting adjustment back in the anchoring and adjustment heuristic: Differential Processing of Self-Generated and Experimenter-Provided Anchors. *Psychological Science*, 12(5), 391–396. <https://doi.org/10.1111/1467-9280.00372>
- Epley, N., & Gilovich, T. (2006). The anchoring-and-adjustment heuristic : Why the adjustments are insufficient. *Psychological Science*, 17(4), 311–318. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9280.2006.01704.x>
- Fajgelj, S. (2003). *Psibometrija: metod i teroija psihološkog merenja*. Centar za primenjenu psihologiju.
- Falk, R., & Lann, A. (2008). The allure of equality: Uniformity in probabilistic and statistical judgment. *Cognitive Psychology*, 57(4), 293–334. <https://doi.org/10.1016/j.cogpsych.2008.02.002>
- Fantino, E., Kulik, J., Stolarz-Fantino, S., & Wright, W. (1997). The conjunction fallacy: A test of averaging hypotheses. *Psychonomic Bulletin and Review*, 4(1), 96–101. <https://doi.org/10.3758/BF03210779>
- Fennema, E., Ganley, C., Hyde, J. S., Fennema, E., Ryan, M., Frost, L. A., &

- Hopp, C. (1990). GENDER COMPARISONS OF MATHEMATICS ATTITUDES AND AFFECT. *Psychology of Women Quarterly*, 14, 299–324.
- Fong, G. T., & Nisbett, R. E. (1991). Immediate and delayed transfer of training effects in statistical reasoning. *Journal of Experimental Psychology: General*, 120(1), 34.
- Fox, C. R., & Levav, J. (2004). Partition-edit-count: Naive extensional reasoning in judgment of conditional probability. *Journal of Experimental Psychology: General*, 133(4), 626–642. <https://doi.org/10.1037/0096-3445.133.4.626>
- Frenzel, A. C., & Goetz, T. (2007). 2007-Girls and mathematics – A “hopeless” issue A control-value approach to gender differences in emotions towards mathematics.pdf. *XXII(4)*, 497–514.
- Frost, L. A., Hyde, J. S., & Fennema, E. (1994). Gender, mathematics performance, and mathematics related attitudes and affect: a meta-analytic synthesis. *International Journal of Educational Research*, 21, 373–385.
- Fullerton, J. a. ., & Umphrey, D. (2001). An Analysis of Attitudes Toward Statistics : *Annual Meeting of the Association for Education in Journalism and Mass Communication*, 356–366. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED456479.pdf>
- Gal, I. (1997). *Adults ' Statistical Literacy : Meanings , Components , Responsibilities*.
- Ganley, C. M., & Vasilyeva, M. (2011). Sex differences in the relation between math performance , spatial skills , and attitudes. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 32(4), 235–242. <https://doi.org/10.1016/j.appdev.2011.04.001>
- Garfield, J., & Ahlgren, A. (1988). Difficulties in Learning Basic Concepts in Probability and Statistics : Implications for Author (s): Joan Garfield and Andrew Ahlgren Source : *Journal for Research in Mathematics Education* , Vol . 19 , No . 1 (Jan ., 1988), pp . 44- Published by : Nat. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(1), 44–63.
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2007). How students learn statistics revisited: A current review of research on teaching and learning statistics. *International Statistical Review*, 75(3), 372–396. <https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.2007.00029.x>
- Gauvrit, N., & Morsanyi, K. (2014). The equiprobability bias from a mathematical and psychological perspective. *Advances in Cognitive Psychology*, 10(4), 119–130. <https://doi.org/10.5709/acp-0163-9>
- Gigerenzer, G., Gaissmaier, W., Kurz-Milcke, E., Schwartz, L. M., & Woloshin, S. (2007). Helping doctors and patients make sense of health statistics. *Psychological Science in the Public Interest, Supplement*, 8(2), 53–96. <https://doi.org/10.1111/j.1539-6053.2008.00033.x>

- Gürbüz, R., Erdem, E., & Fırat, S. (2014). The Effect of Activity-Based Teaching on Remediating the Probability-Related Misconceptions: A Cross-Age Comparison. *Creative Education*, 05(01), 18–30. <https://doi.org/10.4236/ce.2014.51006>
- Hamilton, D. L., & Gifford, R. K. (1976). Illusory correlation in interpersonal perception: A cognitive basis of stereotypic judgments. *Journal of Experimental Social Psychology*, 12(4), 392–407.
- Hanna, G., & De Villiers, M. (2012). *Proof and Proving in Mathematics Education*. Springer.
- Harries, C., & Harvey, N. (2000). Are absolute frequencies, relative frequencies, or both effective in reducing cognitive biases? *Journal of Behavioral Decision Making*, 13(4), 431–444. [https://doi.org/10.1002/1099-0771\(200010/12\)13:4<431::AID-BDM363>3.0.CO;2-1](https://doi.org/10.1002/1099-0771(200010/12)13:4<431::AID-BDM363>3.0.CO;2-1)
- Hartmann, S., & Meijs, W. (2012). Walter the banker: The conjunction fallacy reconsidered. *Synthese*, 184(1), 73–87. <https://doi.org/10.1007/s11229-009-9694-6>
- Harwell, M., Baker, F., & Zwarts, M. (1988). Item Parameter Estimation Via Marginal Maximum Likelihood and an EM Algorithm : A Didactic Author (s): *Journal of Educational Statistics*, 13(3), 243–271.
- Hayes, B. K., Newell, B. R., & Hawkins, G. E. (2013). Causal model and sampling approaches to reducing base rate neglect. *Proceedings of the 35th Annual Conference of the Cognitive Science Society, 2007*, 567–572. <http://csjarchive.cogsci.rpi.edu/Proceedings/2013/papers/0125/paper0125.pdf>
- Hertwig, R., Benz, B., & Krauss, S. (2008). The conjunction fallacy and the many meanings of and. *Cognition*, 108(3), 740–753. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2008.06.008>
- Hilton, S. C., Schau, C., & Olsen, J. A. (2004). Survey of attitudes toward statistics: Factor structure invariance by gender and by administration time. *Structural Equation Modeling*, 11(1), 92–109. https://doi.org/10.1207/S15328007SEM1101_7
- Hirsch, L. S., & O'Donnell, A. M. (2001). Representativeness in Statistical Reasoning: Identifying and Assessing Misconceptions. *Journal of Statistics Education*, 9(2). <https://doi.org/10.1080/10691898.2001.11910655>
- Hollingworth, L., Beard, J. J., & Proctor, T. P. (2007). An investigation of item type in a standards-based assessment. *Practical Assessment, Research and Evaluation*, 12(18).
- Hulin, C. L., Lissak, R. I., & Drasgow, F. (1982). Recovery of Two- and Three-Parameter Logistic Item Characteristic Curves: A Monte Carlo Study.

- Applied Psychological Measurement*, 6(3), 249–260.
<https://doi.org/10.1177/014662168200600301>
- Hyde, J. S., Mertz, J. E., Differences, D. G., Exist, M. P., & Population, G. (2009). *Gender, culture, and mathematics performance*. 106(22), 8801–8807.
- Judi, H. M., Ashaari, N. S., Mohamed, H., & Tengku Wook, T. M. (2011). Students profile based on attitude towards statistics. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 18, 266–272.
<https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.05.038>
- Kahneman, D. (2011). *Don't Blink! The Hazards of Confidence*. New Yourk Times Magazine. <https://www.nytimes.com/2011/10/23/magazine/dont-blink-the-hazards-of-confidence.html>
- Kahneman, Daniel, Frederick, S., Gilovich, T., Griffin, D., Hertwig, R., Hilton, D., Krantz, D., Ritov, I., Schkade, D., Schwarz, N., Tetlock, P., Ullman-margalit, E., Kahneman, D., & Frederick, S. (2002). *Kahenman and Frederick, 2002, heuristics and biases.pdf*. 1–30.
- Kahneman, Daniel, Slovic, P., & Tversky, A. (1974a). Introduction. In *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases*. Cambridge University Press.
- Kahneman, Daniel, Slovic, P., & Tversky, A. (1974b). Judgment under uncertainty: Heuristics and Biases Amos. *Science, New Series*, 185(4157), 1124–1131. <https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780195376746.013.0038>
- Kahneman, Daniel, & Tversky, A. (1972). Subjective probability: A judgment of representativeness. *Cognitive Psychology*, 3(3), 430–454.
[https://doi.org/10.1016/0010-0285\(72\)90016-3](https://doi.org/10.1016/0010-0285(72)90016-3)
- Kahneman, Daniel, & Tversky, A. (1973). On the psychology of prediction. *Psychological Review*, 80(4), 237–251. <https://doi.org/10.1037/h0034747>
- Kahneman, Daniel, & Tversky, A. (1981). The Psychology of Preferences tend to follow regular patterns that can be described mathematically. *Scientific American*, 246(1), 160–173.
- Kang, M., & Park, M. J. (2019). Employees' judgment and decision making in the banking industry: The perspective of heuristics and biases. *International Journal of Bank Marketing*, 37(1), 382–400.
- Kaplar, M., Lužanin, Z., & Verbić, S. (2021). Evidence of probability misconception in engineering students — why even an inaccurate explanation is better than no explanation. *International Journal of STEM Education*. <https://doi.org/https://doi.org/10.1186/s40594-021-00279-y>
- Kastner, M., & Stangl, B. (2011). Multiple choice and constructed response tests: Do test format and scoring matter? *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 12, 263–273. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.02.035>

- Khazanov, L., & Prado, L. (2010). Correcting Students' Misconceptions about Probability in an Introductory College Statistics Course. *ALM International Journal*, 5(June), 23–35.
- Konold, C. (1989a). An Outbreak of Belief in Independence? *Annual Meeting of International Group for the Psychology of Mathematics Education*.
- Konold, C. (1989b). Informal Conceptions of Probability Linked references are available on JSTOR for this article : *Cognition and Instruction*, 6(1), 59–98.
- Konold, C. (1995). Issues in Assessing Conceptual Understanding in Probability and Statistics. *Journal of Statistics Education*, 3(1). <https://doi.org/10.1080/10691898.1995.11910479>
- Konold, C., Pollatsek, A., Well, A., Lohmeier, J., & Abigail, L. (1993). Inconsistencies in Students' Reasoning about Probability Author. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(5), 392–414.
- Krämer, W., & Gigerenzer, G. (2005). How to confuse with statistics or: The use and misuse of conditional probabilities. *Statistical Science*, 20(3), 223–230. <https://doi.org/10.1214/088342305000000296>
- Krauss, S., & Wang, X. T. (2003). The Psychology of the Monty Hall Problem: Discovering Psychological Mechanisms for Solving a Tenacious Brain Teaser. *Journal of Experimental Psychology: General*, 132(1), 3–22. <https://doi.org/10.1037/0096-3445.132.1.3>
- Krynski, T. R., & Tenenbaum, J. B. (2007). The Role of Causality in Judgment Under Uncertainty. *Journal of Experimental Psychology: General*, 136(3), 430–450. <https://doi.org/10.1037/0096-3445.136.3.430>
- Kustos, P., & Zelkowski, J. (2013). Grade-continuum trajectories of four known probabilistic misconceptions: What are students' perceptions of self-efficacy in completing probability tasks? *Journal of Mathematical Behavior*, 32(3), 508–526. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.06.003>
- Lambdin, C., & Burdsal, C. (2007). The disjunction effect reexamined: Relevant methodological issues and the fallacy of unspecified percentage comparisons. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 103(2), 268–276. <https://doi.org/10.1016/j.obhdp.2006.04.001>
- Lecouture, M.-P. (1992). Cognitive Models and Problem Spaces in " Purely Random " Situations Author (s): Marie-Paule Lecoutre Source : Educational Studies in Mathematics , Vol . 23 , No . 6 (Dec . , 1992), pp . 557-568. *Educational Studies in Mathematics*, 23(6), 557–568.
- Leder, G. (1995). Equity inside the mathematics classroom: Fact or artifact? In W. G. Secada, E. Fennema, & L. B. Adajia (Eds.), *Directions for Equity in Mathematics Education*. Cambridge University Press.

- Leong, K. E., & Alexander, N. (2014). College students attitude and mathematics achievement using web based homework. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 10(6), 609–615. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2014.1220a>
- Li, S., Jiang, C. M., Dunn, J. C., & Wang, Z. J. (2012). A test of “reason-based” and “reluctance-to-think” accounts of the disjunction effect. *Information Sciences*, 184(1), 166–175. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2011.09.002>
- Lu, Y. (2016). The Conjunction and Disjunction Fallacies: Explanations of the Linda Problem by the Equate-to-Differentiate Model. *Integrative Psychological and Behavioral Science*, 50(3), 507–531. <https://doi.org/10.1007/s12124-015-9314-6>
- Ma, X., & Kishor, N. (1997). Assessing the relationship between attitude toward mathematics and achievement in mathematics: A meta-analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 26–47. <https://doi.org/10.2307/749662>
- Marchis, I. (2011). Factors that influence secondary school students’ attitude to mathematics. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 29(December 2011), 786–793. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.11.306>
- Masel, J., Humphrey, P. T., Blackburn, B., & Levine, J. A. (2015). Evidence-based medicine as a tool for undergraduate probability and statistics education. *CBE Life Sciences Education*, 14(4), 1–10. <https://doi.org/10.1187/cbe.15-04-0079>
- Mathematical Sciences Education Board, M. (1990). *Reshaping school mathematics: A philosophy and framework for curriculum*. National Academy Press.
- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 575–596).
- Ministry of Education of China, M. (2001). *An agenda of curriculum reform for basic education*. <http://edu.cn/20010926/3002911.shtml>
- Morsanyi, K., Handley, S. J., & Serpell, S. (2013). Making heads or tails of probability: An experiment with random generators. *British Journal of Educational Psychology*, 83(3), 379–395. <https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.2012.02067.x>
- Morsanyi, K., Primi, C., Chiesi, F., & Handley, S. (2009). The effects and side-effects of statistics education: Psychology students’ (mis-)conceptions of probability. *Contemporary Educational Psychology*, 34(3), 210–220. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2009.05.001>
- Morvan, C., & Jenkins, B. (2017). Judgment under uncertainty: Heuristics and biases. In *Judgment Under Uncertainty: Heuristics and Biases*. Taylor and Francis.

<https://doi.org/10.4324/9781912282562>

- Nabbout-Cheiban, M. (2017). Intuitive thinking and misconceptions of independent events: A case study of US and French pre-service teachers. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 3(2), 255–282.
- National Council for Supervisor of Mathematics, N. (1989). Essential mathematics for the twenty-first century: The position of the National Council of Supervisors of Mathematics. *Arithmetic Teacher*, 31(1), 44–46.
- National Council of Teachers of Mathematics, N. (2000). *Principle and standards for school mathematics*. NCTM.
- Nguyen, D. Q. (1998). The Essential Skills and Attributes of an Engineer: A Comparative Study of Academics, Industry Personnel and Engineering Students. *Business*, 2(1), 65–76. <http://www.eng.monash.edu.au/uicee/gjee/vol1no3/paper4.htm%5Cnhttp://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.124.1502&rep=rep1&type=pdf>
- Nicolaidou, M., & Philippou, G. (1997). Attitudes Towards Mathematics, Self-Efficacy and Achievement in Problem-Solving. *European Research in Mathematics Education Iii*, 1–11.
- Nikolić Gajić, N. (2014). ZAVRŠNI ISPITI I UPOTREBA REZULTATA ZA UNAPREĐENJE OBRAZOVNOG RADA.
- Nolan, M. M., Beran, T., & Hecker, K. G. (2012). Surveys assessing students' attitudes toward statistics: A systematic review of validity and reliability. *Statistics Education Research Journal*, 11(2), 103–123.
- Odendahl, N. (2011). *Testwise: Understanding educational assessment*. R&L Education.
- OECD. (2009). The Rasch Model. In *in PISA Data Analysis Manual: SAS, Second Edition*. OECD Publishing. <https://doi.org/https://doi.org/10.1787/9789264056251-6-en>
- OECD. (2014). *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do. Student Performance in Mathematics, Reading and Science*. OECD Publishing.
- Ognjavović, S., & Ivanović, Ž. (2005). *Matemtika 4, Zbirka rešenih zadataka za 4. razred Gimnazija i tehničkih škola*. Krug.
- Papanastasiou, C. (2008). A residual analysis of effective schools and effective teaching in mathematics. *Studies in Educational Evaluation*, 34(1), 24–30. <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2008.01.005>
- Partchev, I. (2004). *A visual guide to item response theory*. Friedrich Schiller Universität.
- Paul, M., & Hlanganipai, N. (2014). The nature of misconceptions and cognitive

- obstacles faced by secondary school mathematics students in understanding probability: A case study of selected Polokwane secondary schools. *Mediterranean Journal of Social Sciences*, 5(8), 446–455. <https://doi.org/10.5901/mjss.2014.v5n8p446>
- Pomerantz, E. M., & Saxon, J. L. (2002). Making the Grade but Feeling Distressed: Gender Differences in Academic Performance and Internal Distress. *Journal of Educational Psychology*, June. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.94.2.396>
- Rizopoulos, D. (2006). ltm: An R Package for Latent Variable Modeling. *Journal Of Statistical Software*, 17(5), 1–25. <http://rsirt.googlecode.com/files/ltmPackage.pdf>
- Ro, H. K., & Loya, K. I. (2015). The effect of gender and race intersectionality on student learning outcomes in engineering. *Review of Higher Education*, 38(3), 359–396. <https://doi.org/10.1353/rhe.2015.0014>
- Roberts, D. M., & Bilderback, E. W. (1980). Reliability and validity of a statistics attitude survey. *Educational and Psychological Measurement*, 40(1), 235–238. <https://doi.org/10.1177/001316448004000138>
- Schau, C., Stevens, J., Dauphinee, T. L., & Vecchio, A. D. (1995). The development and validation of the survey of attitudes toward statistics. *Educational and Psychological Measurement*, 55(5), 868–875.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem-solving*. Academic Press.
- Schwarz, N., Bless, H., Strack, F., Klumpp, G., Rittenauer-Schatka, H., & Simons, A. (1991). Ease of Retrieval as Information: Another Look at the Availability Heuristic. *Journal of Personality and Social Psychology*, 61(2), 195–202. <https://doi.org/10.1037/0022-3514.61.2.195>
- Sedlmeier, P. (1999). Improving statistical reasoning: Theoretical models and practical implications. *Psychology Press*, 111–120.
- Shaughnessy, J. M. (1992). *Research in probability and statistics: Reflections and directions*. (D. A. Grouws (ed.)). MacMillan.
- Sloman, S. A., Over, D., Slovak, L., & Stibel, J. M. (2003). Frequency illusions and other fallacies. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 91(2), 296–309. [https://doi.org/10.1016/S0749-5978\(03\)00021-9](https://doi.org/10.1016/S0749-5978(03)00021-9)
- Sukumar, P. T. (2017). Holistic Reviews in Admissions: Reviewer Biases and Visualization Strategies to Mitigate Them. *VIS 2017: Dealing with Cognitive Biases in Visualisations*.
- Swekoski, D., & Barnbaum, D. (2013). *The gambler's fallacy, the therapeutic misconception, and unrealistic optimism*.
- Tapia, M., & Marsh, G. E. (2001). Effect of Gender, Achievement in

- Mathematics, and Grade Level on Attitudes toward Mathematics. *The Annual Meeting of the Mid-South Educational Research Association*, 1–16.
- Taylor, F. M. (2011). Why teach probability in the elementary classroom. *Louisiana Association of Teachers Mathematics Journal*, 2(1).
- Triliana, T., & Asih, E. C. M. (2019). Analysis of students' errors in solving probability based on Newman's error analysis. *Journal of Physics: Conference Series*, 1211(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1211/1/012061>
- Tsakiridou, H., & Vavyla, E. (2015). Probability Concepts in Primary School. *American Journal of Educational Research*, 3(4), 535–540. <https://doi.org/10.12691/education-3-4-21>
- Tversky, A., & Kahneman, D. (1973). Availability: A heuristic for judging frequency and probability. *Cognitive Psychology*, 5(2), 207–232. [https://doi.org/10.1016/0010-0285\(73\)90033-9](https://doi.org/10.1016/0010-0285(73)90033-9)
- Tversky, A., & Kahneman, D. (1974). Judgment under uncertainty: heuristics and biases. Biases in judgments reveal some heuristics of thinking under uncertainty. *Science*, 185(4157), 1124–1131.
- Tversky, A., & Kahneman, D. (1983). Extensional versus intuitive reasoning: The conjunction fallacy in probability judgment. *Psychological Review*, 90, 4–64.
- Ubersax, J. (2000). *How to Calculate Expected A Posteriori (EAP) Scores for Unidimensional and Multidimensional Latent Trait Models*. <https://www.johnuebersax.com/stat/irt2.htm>
- Verbić, S. Ž. (2013). *Heuristike za maksimizaciju informacione vrednosti računarskih testova znanja*.
- Videnović, M., & Čaprić, G. (2020). *PISA 2018 izveštaj za republiku Srbiju*. Ministarstvo prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije.
- Watson, J. M., & Kelly, B. A. (2009). Development of student understanding of outcomes involving two or more dice. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 7(1), 25–54. <https://doi.org/10.1007/s10763-007-9071-1>
- Welsh, M. B., & Navarro, D. J. (2012). Seeing is believing: Priors, trust, and base rate neglect. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 119(1), 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.obhdp.2012.04.001>
- Wise, S. L. (1985). The development and validation of a scale measuring attitudes toward statistics. *Educational and Psychological Measurement*, 45(2), 401–405.
- Woodland, L. M., & Woodland, B. M. (2013). The National Football League Season Wins Total Betting Market: The Impact of Heuristics on Behavior. *Southern Economic Journal*, 82(1), 38–54. <https://doi.org/10.4284/0038-4038-2013.145>

- Woods, D., Dekker, S., Cook, R., Johannesen, L., & Sarter, N. (2010). *Behind Human Error*. CRC Press.
- Zilinski, L. D., Nelson, M. S., & Van Epps, A. S. (2014). Developing professional skills in stem students: Data information literacy. *Issues in Science and Technology Librarianship*, 77. <https://doi.org/10.5062/F42V2D2Z>
- Zimmerman, B. J. (2002). Becoming a self-regulated learner: An overview. *Theory into Practice*, 41(2), 64–70.

Prilog 1

Welch Two Sample t-test korišćen u analizi datoj u ovoj tezi predstavlja modifikovan studentov t-test. Za razliku od studentovog t-testa pretpostavka o jednakim varijansama grupa koje se porede ne mora biti zadovoljena, dok uslov o normalnosti mora biti ispunjen. Stoga Welch Two Sample t-test je postao standardni test mnogih programskih paketa za statističku obradu. U Welch Two Sample t-testu, t vrednost procenjuje se formulom:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \quad (1)$$

Neka su grupe X1 i X2 dva nezavisna uzorka koja imaju normalnu raspodelu. U formuli (1), \bar{x}_1 predstavlja srednju vrednost za grupu X1, \bar{x}_2 srednju vrednost za grupu X2, s_1 i s_2 su standardne devijacije za X1 i X2 respektivno, a n_1 i n_2 broj ispitanika u grupama X1 i X2. Broj stepeni slobode računa se po formuli:

$$df = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{s_1^4}{n_1^2(n_1 - 1)} + \frac{s_2^4}{n_2^2(n_2 - 1)}} \quad (2)$$

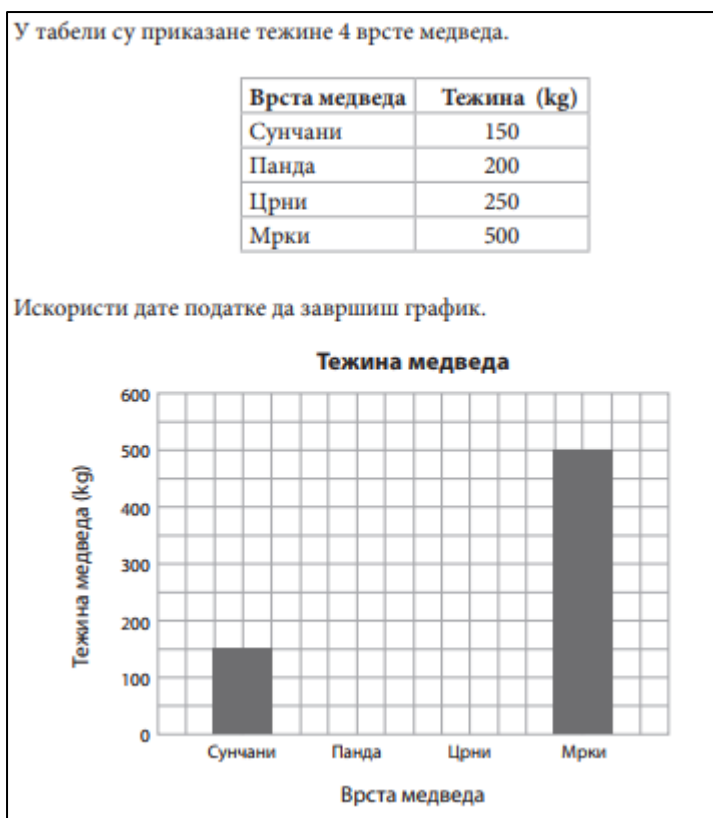
Prilog 2

Tabela 29. Opis postignuća po nivoima za TIMSS 2019 -4. razred

međunarodna referentna vrednost	opis postignuća na testu iz matematike za učenike četvrtog razreda
Napredni nivo (625 bodova)	Učenici umeju da primene svoje znanje u relativno kompleksnim situacijama i argumentuju svoje zaključivanje. Učenici uspešno rešavaju tekstualne zadatke sa celim brojevima i razumeju razlomke i decimalne brojeve. Umeju da primene znanje o geometrijskim slikama i figurama na različite probleme. Kada su u pitanju podaci učenici umeju da primene i prikažu podatke kako bi rešili složenije zadatke.
Visok nivo (550 bodova)	Učenici razumeju koncepte. Rešavaju zadatke sa celim brojevima koji se sastoje iz nekoliko koraka. Na ovom nivou učenici uspešno rešavaju zadatke koristeći brojevnju pravu, razlomke, decimalne brojeve i umeju da množe dvocifrene brojeve. Takođe razumeju pojam sadržaoća, delioca, a umeju i da zaokruže brojeve. Kada je u pitanju geometrija na ovom nivou učenici umeju da porede uglove, prepoznaju i razumeju osu simetrije, uviđaju odnose između geometrijskih slika i figura. Učenici mogu da reše probleme koji su predstavljeni u tabelama, pitastim grafikonima, i linijskim i stubičastim grafikonima. Mogu da porede podatke iz dve reprezentacije kao bi izveli zaključke.
Srednji nivo (475 bodova)	Učenici umeju da primenjuju svoje znanje u jednostavnim zadacima. Mogu da računaju sa trocifrenim i četvorocifrenim brojevima u različitim zadacima. Učenici mogu da prepoznaju i nacrtaju oblike koji imaju jednostavne karakteristike. Učenici umeju da čitaju, označe i tumače informacije predstavljene na grafikonima i u tabelama.
Nizak nivo (400 bodova)	Učenici imaju osnovno matematičko znanje. Mogu da sabiraju, oduzimaju, množe i dele dvocifrene i trocifrene cele brojeve. Mogu da reše jednostavne tekstualne zadatke. Poseduju neko znanje o jedinicama razlomaka i osnovno geometrijsko znanje. Učenici mogu da čitaju i završe jednostavne stubičaste grafikone i tabele.

Primeri zadataka istraživanja TIMSS za prvi ciklus osnovnog obrazovanja iz domena podaci niskog, srednjeg i naprednog nivoa

Na slici 1. dat je primer zadatka sa TIMSS istraživanja za prvi ciklus obrazovanja. Prikazani zadatak je sa niskog nivoa i pripada domenu podaci. Ovaj zadatak uspelo je da reši 75% četvrtaka iz Srbije dok je međunarodnim prosekom iznosio 81%. Učenici iz mnogih zemalja bili su veoma uspešni na ovom zadatku gde je preko 91% učenika iz Singapura, Hong Konga, Koreje, Japana, Litvanije, Letonije, Irske tačno rešilo ovaj zadatak.



Slika 16. Primer zadatka iz domena podaci sa niskog niva TIMSS istraživanja za prvi ciklus obrazovanja

Drugi primer zadatka dat na slici 2. predstavlja primer sa srednjeg nivoa TIMSS-ovog istraživanja iz domena podaci. Ovaj zadatak rešilo je 66% učenika iz Srbije što ne odstupa mnogo od evropskog proseka koji iznosi 68%. Preko 91% četvrtka Japana, Singapura, Hong Konga, Kinsekog Tajpejia, Engleske, Holandije, Koreje bilo je uspešno na ovom zadatku.

Графикон приказује ниво воде у воденој брани током 10 седмица.



A. Колики је ниво воде био у 8. седмици?

Одговор: _____ m

B. Између које две суседне седмице је ниво воде највише опао?

- Ⓐ од седмице 1 до седмице 2
- Ⓑ од седмице 2 до седмице 3
- Ⓒ од седмице 6 до седмице 7
- Ⓓ од седмице 8 до седмице 9

Slika 17. Primer zadatka iz domena podataka sa srednjeg nivoa TIMSS istraživanja za prvi ciklus obrazovanja

Zadatak iz primera sa naprednog nivoa datog na slici 3. uspelo je da reši 24% učenika iz Srbije što je statistički značajno manje od međunarodnog proseka koji iznosi 34%. Preko 70% učenika iz Singapura, Hong Konga, Japana, Koreje bilo je uspešno na ovom zadatku dok je taj procenat 50% za učenike Norveške, Engleske i Belgije.

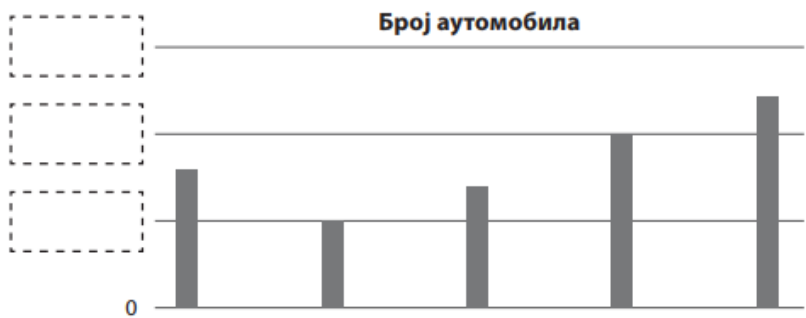
Стела је свако јутро бележила број аутомобила који пролазе њеном улицом.

Дан	Број аутомобила
Понедељак	8
Уторак	5
Среда	7
Четвртак	10
Петак	12

Стела је почела да прави графикон од података које је прикупила.

Које бројеве би требало Стела да користи за означавање хоризонталних линија на њеном графикону?

Упиши бројеве у кућице на Стелином графикону.



Slika 18. Primer zadatka iz domena podataka sa naprednog nivoa TIMSS istraživanja za prvi ciklus obrazovanja

Prilog 3

Tabela 1. Nivoi postignuća na PISA testiranju-matematika

nivo	opis
6	Na nivou 6, učenici razumeju koncepte i umeju da uopštavaju i upotrebljavaju informacije na osnovu sopstvenog istraživanja i modeliranja kompleksnih problemskih situacija i mogu da koriste svoje znanje u relativno nestandardnim kontekstima. Mogu da povežu različite izvore i prikaze informacija i da ih fleksibilno pretvaraju jedne u druge. Učenici na ovom nivou su sposobni za napredno matematičko razmišljanje i rasuđivanje. Ovi učenici mogu da primene taj uvid i razumevanje, zajedno sa ovladavanjem simboličkim i formalnim matematičkim operacijama i odnosima, da bi razvili nove pristupe i strategije za rešavanje novih situacija. Učenici na ovom nivou mogu da razmišljaju o svojim postupcima i mogu da formulišu i precizno saopšte svoje korake u razmišljanju o svojim otkrićima, tumačenjima, argumentima i njihovoj primerenosti situaciji
5	Na nivou 5, učenici mogu da razviju modele za rešavanje kompleksnih problema, formulišu pretpostavke na osnovu njega i identifikuju ograničenja modela. Oni mogu da biraju, upoređuju i procenjuju odgovarajuće strategije rešavanja problema da bi rešili kompleksne probleme povezane sa tim modelima. Učenici na ovom nivou mogu da rade strateški, koristeći široke, dobro razvijene veštine razmišljanja i rasuđivanja, odgovarajuće povezane prikaze, simboličke i formalne karakterizacije. Oni počinju da razmišljaju o svom radu i mogu da formulišu i saopšte svoja tumačenja i rasuđivanje.
4	Na nivou 4, učenici mogu efikasno da rade sa eksplicitnim modelima za kompleksne konkretne situacije koje mogu da obuhvataju ograničenja ili traže izvođenje pretpostavki. Oni mogu da biraju i integrišu različite prikaze, obuhvatajući ih simbolički, povezujući ih direktno sa aspektima situacija stvarnog sveta. Učenici na ovom nivou mogu da upotrebljavaju svoj ograničeni opseg veština i mogu da rasuđuju uz određene uvide, u jednostavnim kontekstima. Oni mogu da konstruišu i saopšte objašnjenja i argumente na osnovu svojih tumačenja, dokaza i postupaka.
3	Na nivou 3, učenici mogu da izvršavaju jasno opisane procedure, obuhvatajući i one koje zahtevaju dosledne odluke. Njihova tumačenja su dovoljno ispravna da budu osnova za građenje jednostavnog modela ili za biranje i primenu jednostavnih strategija rešavanja problema. Učenici na ovom nivou mogu da tumače i koriste prikaze zasnovane na različitim izvorima informacija i da rasuđuju direktno iz njih. Oni obično pokazuju izvesnu sposobnost da rade sa procentima, razlomcima i decimalnim brojevima, kao i sa proporcionalnim odnosima. Njihova rešenja pokazuju da su se upustili u osnovno tumačenje i rasuđivanje
2	Na nivou 2, učenici mogu da tumače i prepoznaju situacije u kontekstima koji zahtevaju ne više od direktnog zaključivanja. Oni mogu da izvuku relevantne informacije iz pojedinačnog izvora i upotrebe pojedinačni način prikaza. Učenici na ovom nivou mogu da primene osnovne algoritme, formule, procedure ili konvencije da bi rešili probleme koji uključuju cele brojeve. Sposobni su da prave bukvalna tumačenja rezultata.
1	Na nivou 1, učenici mogu da odgovore na pitanja koja obuhvataju poznate kontekste gde su sve relevantne informacije prisutne a pitanja su

jasno definisana. Sposobni su da identifikuju informacije i da sprovedu rutinske procedure prema direktnim uputstvima u eksplicitnim situacijama. Mogu da izvode postupke koji su skoro uvek očigledni i slede neposredno iz datih stimulusa.

*Tabela sa nivoima je u potpunosti preuzeta iz izveštaja (Videnović & Čaprić, 2020)

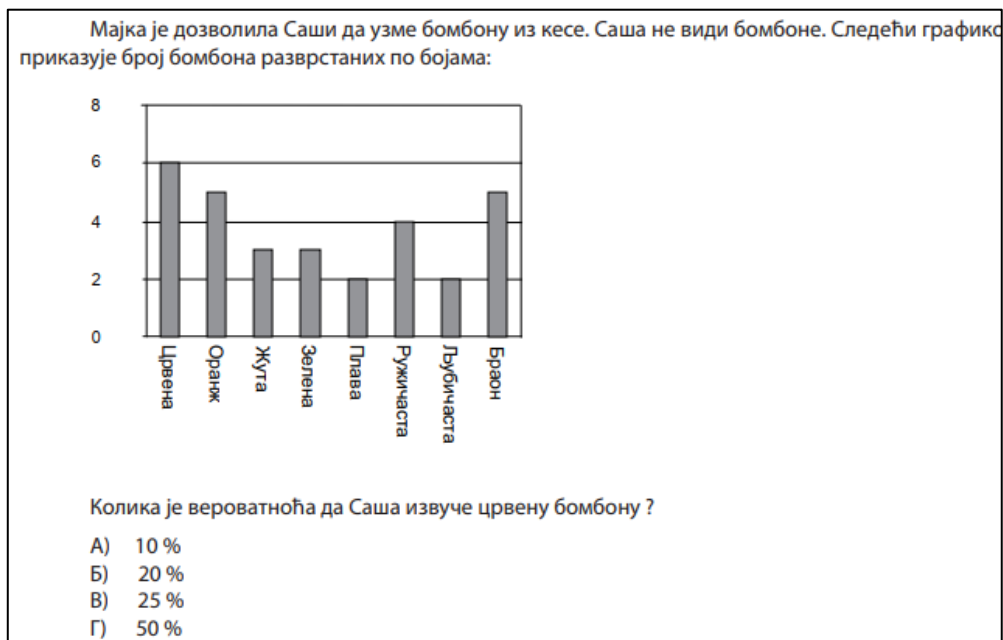
Tabela 2. Nivoi postignuća za podskalu neizvesnost i podaci OECD-a 2014

nivo	prosečan procenat studenata zemalja OECD-a na datom nivou	opis šta student na datom nivou može
6	3.2%	Na nivou 6 učenici mogu da interpretiraju i kritički evaluiraju razne kompleksne statističke i verovatnosne podatke. Učenici razumeju vezu između podataka i situacija koje predstavljaju i osposobljeni su da upotrebe te veze kako bi potpuno istražili situaciju. Mogu da sprovedu odgovarajuće kalkulacije koje im omogućavaju da istraže podatke ili da reše probleme iz verovatnoće. Učenici na ovom nivou mogu da naprave zaključke i objašnjenja.
5	12.5%	Na petom nivou učenici mogu da interpretiraju i analiziraju razne statističke i verovatnosne podatke, informacije i situacije da bi rešili kompleksne kontekstne probleme koji zahtevaju povezivanje različitih komponenti problema. Učenici na ovom nivou znaju vezu između podataka iz uzorka i populacije koju predstavljaju, umeju da na odgovarajući način interpretiraju vremenske serije i sistematični su u radu sa podacima. Na ovom nivou učenici upotrebljavaju koncepte iz verovatnoće i statistike da dobiju rezultate i izvedu zaključke.
4	30.6%	Na četvrtom nivou učenici mogu da upotrebe podatke date u različitim oblicima, statističke ili verovatnosne koncepte i informacije da reše problem. Mogu uspešno da rade sa ograničenjima kao što su ograničenja koja se mogu javiti prilikom uzorkovanja i mogu interpretirati i prevoditi podatke između dve povezane reprezentacije kao što su na primer grafici i tabele. Učenici na ovom nivou mogu da upotrebe statističko i verovatnosno rezonovanje da naprave zaključke.

3	54,4%	<p>Na trećem nivou učenici mogu da interpretiraju i rade sa podacima i statističkim informacijama iz jedne reprezentacije podataka koja može uključiti više izvora podataka kao što su grafici ili tabele. Mogu da rade i interpretiraju deskriptivnu statistiku, verovatnosne koncepte, da tumače situacije poput bacanja novčića i lutrije kao i da izvode zaključke na osnovu podataka. Takođe mogu da odrede mere centra i odstupanja. Studenti na ovom nivou mogu da primene jednostavne statističke i verovatnosne koncepte u jednostavnim kontekstima.</p>
2	76.9%	<p>Učenici na drugom nivou umeju da odrede, izdvoje i razumeju statističke podatke date u jednostavnoj i poznatoj formi kao što su table, bar ili pitasti grafici. Učenici na drugom nivou umeju da odrede, razumeju i upotrebe osnovnu deskriptivnu statistiku i verovatnosne koncepte u poznatim kontekstima kao što su igra loto ili bacanje novčića. Na ovom nivou učenici umeju da interpretiraju podatke date u jednostavnim reprezentacijama i primene odgovarajuće računске procedure koje povezuju date podatke i dati problem.</p>
1	91.7%	<p>Na prvom nivou učenik može da odredi i pročita informaciju prezentovanu u maloj tabeli ili na jednostavnom grafiku kao i da izdvoji određene vrednosti ignorišući elemente koji nisu od značaja, takođe prepoznaje kako su izdvojeni podaci povezani sa kontekstom. Učenici na ovom nivou prepoznaju osnove koncepta slučajnosti da bi identifikovali miskoncepcije u sličnim eksperimentima kao što je Loto.</p>

Primeri zadataka PISA testova iz oblasti podatka

U ovom odeljku dati su primeri zadataka koji su bili uključeni u PISA testiranje a odnose se na oblast neizvesnost i podaci. Na slikama 1. i 2. dati su primeri zadataka sa 4. nivoa dok je na slici 3. dat primer zadatka sa 6. nivoa.



Slika 1. Primer zadatka iz oblasti neizvesnost i podaci sa 4. nivoa

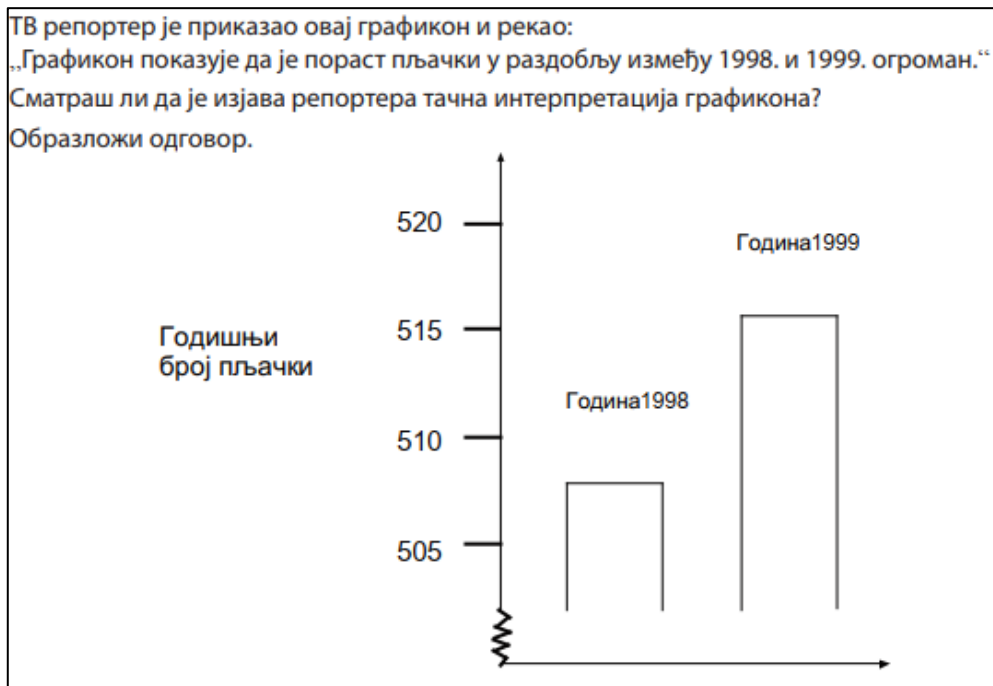
У једној пицерији сервирају пицу од сира и парадајза. Уз то, можете саставити сопствену пицу са **додатним** прилозима. На располагању су вам четири различита додатна прилога: маслине, шунка, печурке и салама.

Ранко жели да поручи пицу са два различита **додатна** прилога.

Колико различитих комбинација Ранко има на располагању?

Slika 2. Primer zadatka iz oblasti neizvesnost i podaci sa 4. nivoa

U zadacima PISA testiranja pojavljuju se koncepti verovatnoće i kombinacija sa kojima se naši učenici sreću tek u srednjoj školi. Takođe primetno je da se očekuju više učeničke kompetencije iz oblasti podataka nego što se to zahteva na završnom ispitu.



Slika 319. Primer zadatka iz oblasti neizvesnost i podaci sa 4. nivoa

Biografija



Marija Kaplar (Radojičić) rođena je 29. maja 1987. godine u Čačku. Osnovnu školu završava u Guči, a potom upisuje Gimnaziju u Čačku. Matematički fakultet, Univerziteta u Beogradu upisuje 2006. godine, a 2010. stiče zvanje diplomirani matematičar. Master akademske studije završava na istom fakultetu 2012. godine sa prosečnom ocenom 10, gde brani master rad pod nazivom „Interaktivni prikaz izvoda funkcije primenom programskog paketa GeoGebra“ i stiče zvanje master matematičar.

Tokom 2011. godine počinje da radi kao profesor matematike u Osnovnoj školi „Veljko Dugošević“ u Beogradu, a u periodu od 2012. do 2014. radi kao profesor matematike u Osnovnoj školi „Desanka Maksimović“. U periodu od 2011. do 2014. pohađa veliki broj kurseva, obuka i seminara stručnog usavršavanja iz oblasti obrazovanja i uključuje se u projekte vezane za kreiranje interaktivnih nastavnih materijala. Od 2014. do 2017. birana je u zvanje asistenta za užu naučnu oblast Matematika i informatika na Rudarsko-geološkom fakultetu, Univerziteta u Beogradu, gde je radila na Katedri za primenjenu matematiku i informatiku i bila angažovana na predmetima: Matematika 1, Matematika 2, Informatika 1, Informatika 2 i Odabrana poglavlja matematike. U periodu od 2014. do 2017. uključuje se u TEMPUS projekat BAEKTEL gde se bavi otvorenim obrazovnim resursima kao i u projekat Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja „Infrastruktura za elektronski podržano učenje u Srbiji“. U ovom periodu proširuje svoja znanja iz kvantitativne lingvistike i uzima učešće na više domaćih i međunarodnih konferencija izlažući radove kako iz kvantitativne lingvistike tako i iz primene otvorenih obrazovnih resursa. Tokom 2016. godine stiče licencu Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja za samostalno obavljanje obrazovno-vaspitnog rada u okviru svoje struke. Tokom 2017. upisuje doktorske studije na Prirodno-Matematičkom fakultetu, Univerziteta u Novom Sadu. Od 2017. godine izabrana je u zvanje asistentata za užu naučnu oblast Primenjene računarske nauke i informatika, na Fakultetu tehničkih nauka, Univerziteta u Novom Sadu, gde radi na Katedri za informatiku i angažovana je na predmetima: Numerički algoritmi i numerički softver, Uvod u objektno programiranje i Uvod u informacione tehnologije u geodeziji i geomatici. Marija je autor i koautor više naučnih radova predstavljenih na domaćim i međunarodnim konferencijama kao i radova objavljenih u domaćim i međunarodnim naučnim časopisima.

Radovi objavljeni u domaćim i međunarodnim naučnim časopisima

Referenca	kategorija	godina
Kaplar, M. , Lužanin, Z. & Verbić, S. (2021). Evidence of probability misconception in engineering students — why even an inaccurate explanation is better than no explanation. <i>International Journal of STEM Education</i> 8 (18) https://doi.org/10.1186/s40594-021-00279-y	M21a	2021.
Kaplar, M. , Radović, S., Veljković, K., Simić-Muller, K., & Marić, M. (2021). The Influence of Interactive Learning Materials on Solving Tasks That Require Different Types of Mathematical Reasoning. <i>International journal of science and mathematics education</i> , 1-23. https://doi.org/10.1007/s10763-021-10151-8	M22	2021.
Radović, S., Radojičić, M. , Veljković, K. & Marić, M. (2020). Examining the effects of Geogebra applets on mathematics learning using interactive mathematics textbook, <i>Interactive Learning Environments</i> , 28:1, 32-49. DOI: 10.1080/10494820.2018.1512001	M21	2020.
Radojičić, M. , Lazić, B., Kaplar, S., Stanković, R., Obradović, I., Mačutek, J., Lešova, L. (2019). Frequency and Length of Syllables in Serbian. <i>Glottometrics, ISSN 1617-8351</i> , vol. 45, pp. 114-123.	M53	2019.
Svetlik, M., Radojčić, M. , Radovic, S. & Simic-Muller, K. (2018). Justifying Euler's formula through motion in a plane. <i>The Mathematics Enthusiast: ISSN 1551-3440</i> , vol. 15, no. 3, pp. 397-406.	M53	2018.
Gojković, Z., Radojičić, M. , Vulović, N. (2017). Application for coordinate transformation between Gaus-Kruger projection - Bassel Ellipsoid and UTM projection-WGS84 Ellipsoid. <i>Underground Mining Engineerin.</i> 30 29-45. YU ISSN 03542904	M51	2017.
Радовић, С., Марић, М., Радојичић, М. (2013). Интерактивни приказ површине геометријских фигура применом програмског пакета Геогера, <i>Иновације у настави</i> , Vol. 26, 135-146. YU ISSN 0352-2334.	M52	2013.
Radojičić, M. (2013). Interactive presentation of derivation of function using the softer package Geogebra, <i>Dynamical GeoGebra Journal.</i> , Vol2, ISSN 2248-1893 https://www.unimiskolc.hu/~matsefi/GGJ/	M53	2013.

Radovi predstavljeni na konferencijama štampani u celini

Referenca	kategorija	godina
Radojičić, M. , Obradović, I., Stanković, R., Utvić, M., & Kaplar, S. (2018). A Mathematical Learning Environment Based on Serbian Language Resources. <i>Proceedings of the 7th International Scientific Conference Technics and Informatics in Education</i> , 248-254. ISBN: 978-86-7776-226-1	M33	2018.
Kaplar S., Radojičić M. , Obradović I., Lazić B. & Stanković R. (2018). Solution for quantitative analysis of texts in Serbian based on syllables. In: Trajanović, M., Zdravković, M., Konjović, Z. (Eds.) <i>Proceedings of the ICIST 2018</i> . Vol.2, 315-320. ISBN:978-86-85525-16-2.	M33	2018.

Kolonja Lj., Stanković R., Obradović I., Kitanović O., Stevanović D., Radojičić M. (2016). A business intelligence approach to mine safety management, <i>Proceedings of the 13th International Symposium Continuous Surface Mining</i> , 247-261. Yugoslav Opencast Mining Committee Beograd 2016 ISBN:978-86-83497-23-2	M33	2016.
Radojičić M. , Obradović I., Stanković R., Kitanović O., Linzalone R. (2016). Advantages and challenges in presenting mathematical content using edX platform. <i>Proceedings of the conference e-Learning 2016</i> , 52-58. ISBN 978-86-89755-09-1.	M33	2016.
Radojičić M. , Obradović I., Vorkapić D., Linzalone R. (2015). Implementing E-portfolios within an academic environment. <i>Proceedings of the conference e-Learning 2015</i> , 104-109. ISBN 978-86-89755-07-7.	M33	2015.
Obradović I., Stanković R., Linzalone R., Radojičić M. (2015). Assessing the quality of multilingual open knowledge resources. <i>Proceedings of the 5th International Forum on Knowledge Asset Dynamics</i> , Bari, 1778-1788. ISBN: 978-88-96687-07-9.	M33	2015.
Radojičić, M. , Obradović, I., Tatar, S., Linzalone, R., Schiuma, G., Karlucci D.(2014). Creating an environment for free education and technology enhanced learning. <i>Proceedings of the e-Learning, 2014</i> . ISBN 978-86-89755-04-6.	M33	2014.
Обрадовић, И., Станковић, Р., Радојичић, М. (2014). ОЕР образовни ресурси као спона између академског и предузетничког знања, <i>Зборник радова конференције –V Симпозијум Математика и примене</i> , 133-141. ISBN 978-86-7589-104-8.	M63	2014.
Радојичић, М. , Радовић, С., Марић, М. (2014). Иновативни приступ настави математике применом електронских материјала за учење. <i>Зборник радова конференције –Техника и информатика у образовању, Технички факултет Чачак</i> , 359-365. ISBN 978-86-7776-164-6.	M33	2014.
Radovic, S., Jezdimirović, J., Radojičić, M. , Stevanović, A. (2014). Modernization of Mathematics Education: Development of Interactive Educational Platforms. <i>Proceedings of the 10th International Scientific Conference, eLearning and Software for Education</i> , Issue 2, 411-416. DOI: 10.12753/2066-026x-14-118.	M33	2014.
Радојичић, М. , Радовић, С., Јовчић, С., Марић, М. (2013). Праћење напретка ученика применом електронских тестова за завршни испит. <i>Зборник радова IV Симпозијума Математика и примене, Математички факултет Београд</i> , 92-99. ISBN 978-86-7589-090-4.	M63	2013.
Stevanović A., Arsić A., Radojičić M. , Radović, S. (2013). Educational material in a form of digital classes used as an innovative approach in the teaching process of mathematics. <i>Annual conference Mathematics, Informatics and Physics</i> , 18–20. October 2013., University of Ruse "Angel Kanchev", 52(6.1), 16–20. ISSN 1311-3321.	M33	2013.
Радовић, С., Радојичић, М. , Стевановић, А., Арсић А. (2013). Планирање педагошких активности везаних за наставу математике, коришћењем интерактивне платформе „Домаћи	M33	2013.

задатак“. <i>Зборник радова Међународног симпозијума-Технологија, информатика и образовање – стање, проблеми, циљеви и могућности, промене и перспективе</i> , 7(1), 353-367.		
Radojičić, M. , Radović, S., Stevanović, S. (2013). Computers in the classroom-motivation and advantages for creating and using interactive teaching material. <i>Proceedings of the 4th International Educational Sciences Conference Cluj-Napoca</i> , 493-502. ISBN 978-973-0-16341-4.	M33	2013.
Божић, М., Анић, И., Радојичић, М. , Арсић, А., Радовић, С., Миленковић, Ј., Миливојевић, Н., Вучићевић, М. (2011). Заступљеност рачунара у настави, <i>Зборник радова, Симпозијум Математика и примене, Математички факултет, Београд</i> , 17-25. ISBN 978-86-7589-084-3.	M63	2011.
Марић, М., Радојичић, М. , Арсић, А., Радовић С. (2011). ГеогЕбра-алат за моделовање и математичке конструкције. <i>Зборник радова, Симпозијум Математика и примене, Математички факултет, Београд</i> , 7-17. ISBN 978-86-7589-084-3	M63	2011.

Саопштења на домаћим и међународним конференцијима штампана у изводу

Referenca	kategorija	godina
Radojičić, M. , (2019). University students' opinions about secondary school subjects and their attitudes toward mathematics. <i>Conference Research in Mathematics Education</i> , ISBN 978-86-6447-012-4 , pp. 21, May 10-11, Belgrade.	M34	2019.
Radojičić, M. , Lazić, B., Kaplar, S., Stanković, R., Obradović, I. & Mačutek, J. (2018). Quantitative Analysis of Syllable Properties in Some Slavic Languages. <i>QUALICO2018</i> , pp.43. ISBN: 978-83-950966-0-0	M34	2018.
Radojičić, M. , Obradović, I., Stanković, R. (2016). Applying metaheuristics algorithm in solving real life problems-example of setting up monitoring stations in pollution area, <i>The 19th European Conference on Mathematics for Industry</i> , pp.430. DOI: http://dx.doi.org/10.15304/cc.2016.968 , Santiago de Compostela, 2016.	M34	2016.
Radojičić, M. , Radović, S., Džamić, D., Marić, M. (2015). The influence of technology in inclusive learning: Platform "Završni ispit", <i>VI International Conference of Teaching and Learning mathematics</i> , Novi Sad, January 23-25.	M34	2015.
Марић, М., Радојичић, М. , Радовић, М., Липковски, А. (2014). Унапређење наставе математике коришћењем платформе „еЗбирка“. <i>XIII Српски математички конгрес</i> , 22.-25. ISBN 978-86-6275-026-6 str.107.	M64	2014.

План третмана података

Назив пројекта/истраживања
Препознавање погрешних схватања у раду са подацима као основа за унапређење математичке писмености
Назив институције/институција у оквиру којих се спроводи истраживање
Универзитет у Новом Саду, Природно-математички факултет, Департман за математику и информатику
Назив програма у оквиру ког се реализује истраживање
Ова докторска дисертација није реализован у оквиру неког програма.
1. Опис података
1.1 Врста студије <i>Укратко описати тип студије у оквиру које се подаци прикупљају</i> Истраживање приказано у овој тези спроведено је над популацијом студената техничких факултета електротехничког усмерења на Универзитетима у Новом Саду и Нишу. Узорак је изабран на Факултету техничких наука у Новом Саду и Електронском факултету у Нишу. У истраживању су учествовали студенти прве и треће године. Поред испитивања присуства мисконцепција код студента, испитани су и ставови студената о математици, статистици и подацима. За испитивање присуства мисконцепција примењене су две верзије теста са по два заједничка задатка, док је за испитивање става студената примењен упитник са 20 тврдњи где су испитаници давали одговоре кроз петостепену Ликертову скалу.
1.2 Врсте података а) квантитативни б) квалитативни
1.3. Начин прикупљања података а) анкете, упитници, тестови
1.3 Формат података, употребљене скале, количина података: Подаци су приказани у табеларном формату, употребљене скале су описане у методолошком делу ове дисертације, количина података је 18784.
1.3.1 Употребљени софтвер и формат датотеке: а) CSV фајл, датотека (назив: baza_miskonpcije.csv)
1.3.2. Број записа (код квантитативних података) а) број варијабли: 32 б) број мерења (испитаника, процена, снимака и сл.): 587
1.3.3. Поновљена мерења а) да

б) не

Да ли формати и софтвер омогућавају дељење и дугорочну валидност података?

а) Да

б) Не

2. Прикупљање података

2.1 Методологија за прикупљање/генерисање података

Методологија за прикупљање података је описана у методолошком делу ове дисертације.

2.1.1. У оквиру ког истраживачког нацрта су подаци прикупљени?

а) **експеримент, навести тип:** испитивање мисконцепција применом теста и испитивање става применом упитника

б) корелационо истраживање, навести тип

ц) анализа текста, навести тип: Рађена је анализа литературе и рађена је анализа студентских образложења одговора на тесту

д) остало, навести шта _____

2.1.2 Навести врсте мерних инструмената или стандарде података специфичних за одређену научну дисциплину (ако постоје).

Примењене су две верзије теста са по два заједничка задатка за испитивање присуства мисконцепција и упитника са 20 тврдњи за испитивање става студената. Сви инструменти су самостално креирани за потребе ове студије уз ослањање на постојеће инструменте сличних истраживања и теоријски оквир дат у тези.

2.2 Квалитет података и стандарди

2.2.1. Третман недостајућих података

а) Да ли матрица садржи недостајуће податке? **Да Не**

Ако је одговор да, одговорити на следећа питања:

а) Колики је број недостајућих података? **7**

б) Да ли се кориснику матрице препоручује замена недостајућих података? **Да Не**

2.2.2. На који начин је контролисан квалитет података? Описати

Сви испитаници су решавали тестове и попуњавали упитнике под истим контролисаним условима. Попуњавање упитника је било добровољно у оквиру редовних предавања на студијама што је додатно обезбедило квалитет података. Сви подаци су на исти начин чувани.

2.2.3. На који начин је извршена контрола уноса података у матрицу?

Два истраживача су независно уносила податке, а потом је извршена провера поклапања уноса.

3. Третман података и пратећа документација

3.1. Третман и чување података

3.1.1. Подаци ће бити депоновани у репозиторијуму .GitHub.

3.1.2. URL адреса:

https://github.com/marijakaplar/database_misconceptions/blob/main/baza_miskonceptcije.csv

3.1.4. Да ли ће подаци бити у отвореном приступу? **Да**

3.2 Метаподаци и документација података

3.2.1. Који стандард за метаподатке ће бити примењен?

Метаподаци ће бити сачувани у Dublin Core формату.

3.2.1. Навести метаподатке на основу којих су подаци депоновани у репозиторијум.

Име и презиме аутора (Марија Каплар), наслов (baza_miskonceptcije.xlsx), година (2021.), кључне речи (препознавање мiskonцепција, ставови студената, образложења одговора, вероватноћа и статистика, рад са подацима).

3.3 Стратегија и стандарди за чување података

3.3.1. До ког периода ће подаци бити чувани у репозиторијуму?

Подаци ће се у репозиторијуму чувати трајно.

3.3.2. Да ли ће подаци бити депоновани под шифром? Да **Не**

3.3.3. Да ли ће шифра бити доступна одређеном кругу истраживача? Да **Не**

3.3.4. Да ли се подаци морају уклонити из отвореног приступа после извесног времена?
Да **Не**

4. Безбедност података и заштита поверљивих информација

Овај одељак МОРА бити попуњен ако ваши подаци укључују личне податке који се односе на учеснике у истраживању. За друга истраживања треба такође размотрити заштиту и сигурност података.

4.1 Формални стандарди за сигурност информација/података

Истраживачи који спроводе испитивања с људима морају да се придржавају Закона о заштити података о личности

(https://www.paragraf.rs/propisi/zakon_o_zastiti_podataka_o_licnosti.html) и одговарајућег институционалног кодекса о академском интегритету.

4.1.1. Да ли је истраживање одобрено од стране етичке комисије? Да **Не**

Ако је одговор Да, навести датум и назив етичке комисије која је одобрила истраживање

4.1.2. Да ли подаци укључују личне податке учесника у истраживању? Да **Не**

5. Доступност података

5.1. Подаци ће бити

а) јавно доступни

б) доступни само уском кругу истраживача у одређеној научној области

ц) затворени

5.2. Навести лиценцу под којом ће прикупљени подаци бити архивирани.

Ауторство-некомерцијално

6. Улоге и одговорност

6.1. Навести име и презиме и мејл адресу власника (аутора) података

Марија Каплар, marija.radojicic@uns.ac.rs

6.2. Навести име и презиме и мејл адресу особе која одржава матрицу с подацима

Марија Каплар, marija.radojicic@uns.ac.rs

6.3. Навести име и презиме и мејл адресу особе која омогућује приступ подацима другим истраживачима

Марија Каплар, marija.radojicic@uns.ac.rs