

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ

Презиме, име једног
родитеља и име Капешкић (Бранимир) Александра
Датум и место рођења 05.02.1988. год. у Нишу

Основне студије

Универзитет Универзитет у Нишу
Факултет Природно – математички факултет
Студијски програм Математика
Звање Математичар
Година уписа 2007.
Година завршетка 2010.
Просечна оцена 10.00

ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ - НИШ			
ПРИМЉЕНО.	22.12.2020.		
ОМ. ЈЕД.	БРОЈ	ПРИЛОГ	ВРЕДНОСТ
	01	2697	

Мајстер студије, магистарске студије

Универзитет Универзитет у Нишу
Факултет Природно – математички факултет
Студијски програм Математика
Звање Мајстер математичар
Година уписа 2010.
Година завршетка 2012.
Просечна оцена 10.00
Научна област Математичке науке
Наслов завршног рада Нумеричко решавање обичних диференцијалних једначина

Докторске студије

Универзитет Универзитет у Нишу
Факултет Природно – математички факултет
Студијски програм Математика
Година уписа 2012.
Остварен број ЕСПБ бодова 165
Просечна оцена 10.00

НАСЛОВ ТЕМЕ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Наслов теме докторске дисертације Асимптотска репрезентација решења нелинеарних диференцијалних и диференцијалних једначина са правилно променљивим коефицијентима
Наслов теме докторске дисертације на енглеском језику Asymptotic representation of solutions of nonlinear differential and difference equations with regularly varying coefficients
Име и презиме ментора, звање Јелена Манојловић, редовни професор
Број и датум добијања сагласности за тему докторске дисертације Број 8/17-01-011/16-004; датум: 21.09.2016. год.

ПРЕГЛЕД ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Број страна 156

Број поглавља	4
Број слика (шема, графикана)	/
Број табела	/
Број прилога	/

**ПРИКАЗ НАУЧНИХ И СТРУЧНИХ РАДОВА КАНДИДАТА
који садрже резултате истраживања у оквиру докторске дисертације**

Р. бр.	Аутор-и, наслов, часопис, година, број волумена, странице	Категорија
1	<p>A. B. Trajković, J. V. Manojlović, Asymptotic behavior of intermediate solutions of fourth-order nonlinear differential equations with regularly varying coefficients, Electronic Journal of Differential Equations, Vol. 2016, No. 129, (2016), 1--32.</p> <p>Посматрана су позитивна решења диференцијалне једначине четвртог реда</p> $(p(t) x''(t) ^{\alpha-1}x''(t))'' + q(t)x(t)^\beta = 0, \quad \beta < \alpha$ <p>под претпоставком</p> $\int_a^\infty t \left(\frac{t}{p(t)}\right)^{1/\alpha} dt < \infty.$ <p>Одређени су потребни и довољни услови за егзистенцију свих „укљештених“ решења претпостављајући да су коефицијенти посматране једначине уопштене правилно променљиве функције. Осим тога, добијене су асимптотске формуле којим је прецизно описано понашање ових решења. Као директна последица добијених резултата, дати су и одговарајући резултати за диференцијалну једначину са Караматиним правилно променљивим коефицијентима.</p>	M21
2	<p>A. Kapešić, J. Manojlović, Regularly varying sequences and Emden–Fowler type second-order difference equations, Journal of Difference Equations and Applications, Vol. 24, No. 2, (2018), 245--266.</p> <p>У овом раду је посматрана диференца једначина другог реда</p> $\Delta(p(n) \Delta x(n) ^{\alpha-1}\Delta x(n)) = q(n)x(n+1)^\beta, \quad \beta < \alpha$ <p>Анализирајући постојеће резултате закључено је да за егзистенцију строго растућих решења сублинеарне једначине постоје само довољни услови. Како помоћу класичних приступа није било могуће доћи и до потребних услова за егзистенцију ових решења, разматрана је једначина са правилно променљивим коефицијентима и примењена теорија правилно променљивих низова. Најпре је показана аналогна теорема Караматине интеграционе теореме у дискретном случају, а затим је примењена за утврђивање потребних и довољних услова за егзистенцију правилно променљивих строго растућих решења посматране једначине, као и за одређивање њихових прецизних асимптотских формула.</p>	M22
3	<p>A. Kapešić, J. Manojlović, Positive Strongly Decreasing Solutions of Emden-Fowler Type Second-Order Difference Equations with Regularly Varying Coefficients, Filomat, Vol. 33, No 9 (2019), 2751--2770.</p> <p>У датом раду је разматрана диференца једначина другог реда</p> $\Delta(p(n) \Delta x(n) ^{\alpha-1}\Delta x(n)) = q(n)x(n+1)^\beta, \quad \beta < \alpha$ <p>Испитивана су строго опадајућа решења у сублинеарном случају у зависности од конвергенције односно дивергенције реда</p> $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{p(n)^{1/\alpha}}$ <p>Како у постојећим резултатима нема резултата о егзистенцији строго опадајућих решења сублинеарне једначине, применом теорије правилно променљивих низова утврђени су потребни и довољни услови за постојање оваквих решења за једначину са правилно променљивим коефицијентима. Одређено је да постоје четири класа решења са одговарајућим асимптотским репрезентацијама. Добијени резултати су илустровани примерима.</p>	M22

A. Kapešić, *Asymptotic representation of intermediate solutions to a cyclic systems of second-order difference equations with regularly varying coefficients*, Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations No. 63, (2018), 1–23.

У овом раду су разматрана асимптотска својства решења цикличних система диференцијалних једначина другог реда типа

$$\Delta(p_i(n)|\Delta x_i(n)|^{\alpha_i-1}\Delta x_i(n)) \pm q_i(n)x_{i+1}(n+1)^{\beta_i} = 0, \quad \overline{i} = \overline{1, N}, \quad x_{N+1} = x_1$$

Најпре је дата комплетна класификација позитивних решења у зависности од конвергенције редова

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{p_i(n)^{1/\alpha_i}}$$

Претпостављајући да су коефицијенти датог система правилно променљиви низови добијени су потребни и довољни услови за егзистенцију два типа правилно променљивих „укљештених“ решења. Показано је да сва „укљештена“ решења истог типа имају исту асимптотску формулу представљену у зависности од коефицијената и параметара посматраног система.

M21

ИСПУЊЕНОСТ УСЛОВА ЗА ОДБРАНУ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Кандидат испуњава услове за оцену и одбрану докторске дисертације који су предвиђени Законом о високом образовању, Статутом Универзитета и Статутом Факултета.

ДА

НЕ

Кандидат је положио све испите на докторским студијама и остварио укупно 165 ЕСПБ. Објавила је четири научна рада у истакнутим међународним часописима категорије M21-M23, при томе три рада као коаутор и један самостални рад. Првопотписани је аутор једног рада категорије M22 чији је издавач Природно-математички факултет Универзитета у Нишу. Све научне публикације су повезане са темом докторске дисертације.

ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Прво поглавље је уводног карактера. Прво су представљени основни појмови и теореме који ће се даље користити. Затим су дате основни елементи теорије правилно променљивих функција и низова, при чему су показана и извесна нова својства правилно променљивих низова.

У другом поглављу је разматрана диференцијална једначина четвртог реда

$$(p(t)|x''(t)|^{\alpha-1}x''(t))'' + q(t)x(t)^{\beta} = 0, \quad \beta < \alpha$$

под претпоставком

$$\int_a^{\infty} t \left(\frac{t}{p(t)} \right)^{1/\alpha} dt < \infty.$$

Под претпоставком да су коефицијенти непрекидне функције, у постојећој литератури утврђени су само довољни услови за егзистенцију „укљештених“ решења. Да би се на одговарајући начин утврдило асимптотско понашање тих решења у односу на разматрани интегрални услов, посматрана је једначина под претпоставком да су коефицијенти генерализоване правилно променљиве функције у односу на погодну изабрану функцију. Добијени су потребни и довољни услови за постојање шест класа „укљештених“ решења и одређене њихове прецизне асимптотске формуле.

У трећем поглављу разматрана су асимптотска својства позитивних решења нелинеарне диференцијалне једначине другог реда

$$\Delta(p(n)|\Delta x(n)|^{\alpha-1}\Delta x(n)) = q(n)x(n+1)^{\beta}, \quad \beta < \alpha, \quad n \in N$$

у зависности од конвергенције односно дивергенције редова

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{p(n)^{1/\alpha}}$$

Анализирајући резултате у постојећој литератури закључено је да за егзистенцију строго опадајућих решења сублинеарне једначине (за $\beta < \alpha$) нема резултата, док су за постојање строго растућих решења познати само довољни услови. Како помоћу класичних приступа, пре свега применом теорије фиксне тачке није било могуће доћи до одговарајућих услова за егзистенцију решења, разматрана је једначина са правилно променљивим коефицијентима и примењена теорија правилно променљивих низова. На тај начин су добијени потребни и довољни услови за егзистенцију правилно променљивих строго растућих и

строга опадајућих решења посматране једначине, и одређене њихове прецизне асимптотске формуле. Сви добијени резултати су илустровани примерима. Уз постојеће резултате о егзистенцији осталих типова позитивних решења посматране једначине, приказана је комплетна структура скупа позитивних решења у зависности од индекса регуларности коефицијента једначине. Извршено је поређење непрекидног и дискретног случаја и утврђене специфичности у егзистенцији решења диференцне једначине у односу на одговарајућу нелинеарну диференцијалну једначину другог реда.

Четврто поглавље посвећено је асимптотској анализи позитивних решења цикличних система диференцијалних једначина

$$\Delta(p_i(n)|\Delta x_i(n)|^{\alpha_i-1}\Delta x_i(n)) \pm q_i(n)x_{i+1}(n+1)^{\beta_i} = 0, \quad \overline{i = 1, N}, \quad x_{N+1} = x_1$$

под претпоставком да је $\alpha_1\alpha_2\dots\alpha_N > \beta_1\beta_2\dots\beta_N$. Асимптотска својства решења система оваквих облика нису до сада разматрана у литератури. Зато је за сваки од система у зависности од конвергенције редова

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{p_i(n)^{1/\alpha_i}}, \quad \overline{i = 1, N}$$

најпре извршена комплетна класификација решења према њиховом асимптотском понашању. Након тога за једначину чији су коефицијенти произвољни позитивни низови, утврђени су потребни и довољни услови за постојање ткз. примитивних решења које су асимптотски еквивалентне константној функцији или одговарајуће одређеним функцијама. С друге стране, да би се испитала "укљештена" решења, строго опадајућа и строго растућа решења, посматрана је једначина са правилно променљивим коефицијентима уз примену теорије правилно променљивих низова. Добијени су потребни и довољни услови за постојање свих могућих типова ових решења, као и њихове асимптотске формуле. Као последице добијених резултата, за случај једнодимензионалног система, приказани су резултати за нелинеарну диференцијалну једначину другог реда,

ВРЕДНОВАЊЕ РЕЗУЛТАТА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Ниво остваривања постављених циљева из пријаве докторске дисертације (до 200 речи)

Комисија утврђује да су у потпуности остварени сви циљеви предвиђени приликом пријаве докторске дисертације:

- одређивање асимптотске репрезентације решења нелинеарних диференцијалних и диференцијалних једначина, као и система диференцијалних једначина, што је био отворен проблем у квалитативној анализи свих посматраних диференцијалних и диференцијалних једначина и система диференцијалних.
- добијени су по први пут у литератури потребни и довољни услови за егзистенцију строго опадајућих решења нелинеарне диференцијалне једначине другог реда, као и потребни услови за егзистенцију строго растућих решења.
- извршена је детаљна и комплетна асимптотска анализа решења цикличних система диференцијалних једначина другог реда

Вредновање значаја и научног доприноса резултата дисертације (до 200 речи)

Докторска дисертација представља значајан допринос у области квалитативне анализе нелинеарних диференцијалних и диференцијалних једначина. Посебан допринос дисертације представља развој теорије правилно променљивих низова и њена примена у асимптотској анализи решења нелинеарних диференцијалних једначина. Добијени резултати су значајни како у погледу егзистенције одређених типова решења за која одговарајућих резултата није било у постојећој литератури, тако и у погледу испитивања асимптотског понашања правилно променљивих решења које је прецизно описано одговарајућим асимптотским формулама. По први пут у литератури је извршена детаљна и комплетна асимптотска анализа решења цикличних система диференцијалних једначина другог реда. На основу добијених резултата могу се добити уопштења и побољшања постојећих резултата у литератури за диференцијалне једначине другог и четвртог реда.

Оцена самосталности научног рада кандидата (до 100 речи)

Током израде докторске дисертације Александра Капеша је показала висок степен самосталности у научно-истраживачком раду и самостално је објавила један научни рад категорије M21.

ЗАКЉУЧАК (до 100 речи)

Докторска дисертација Александре Капеших представља самостални и оригинални научни рад, систематски адекватно конципиран. Резултати добијени у дисертацији верификовани су публикавањем четири научна рада категорије M21-M22.

На основу свега наведеног, Комисија предлаже Наставно-научном већу Природно-математичког факултета и Научно-стручном већу за природно-математичке науке Универзитета у Нишу, да се кандидату Александри Капеших одобри усмена одбрана докторске дисертације под називом: *“Asymptotic representation of solutions of nonlinear differential and difference equations with regularly varying coefficients”* – *“Асимптотска репрезентација решења нелинеарних диференцијалних и диференцијалних једначина са правилно променљивим коефицијентима”*.


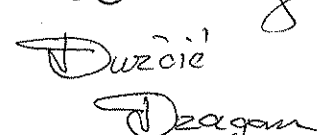
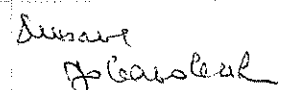
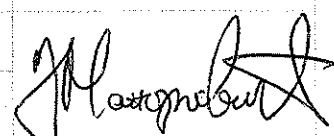
КОМИСИЈА

Број одлуке Научно-стручног већа за природно математичке науке о именовану Комисије

8/17-01-010/20-022

Датум именовања Комисије

21.12.2020.

Р. бр.	Име и презиме, звање	Потпис
1.	<p>Љубиша Кочицац, професор емиритус Математика Универзитет у Нишу <small>(Научна област) (Установа у којој је запослен)</small></p>	<p>члан </p>
2.	<p>Драган Ђурчић, редовни професор Математика Факултет техничких наука у Чачку, Универзитет у Крагујевцу <small>(Научна област) (Установа у којој је запослен)</small></p>	<p>члан </p>
3.	<p>Миљана Јовановић, редовни професор Математика Природно-математички факултет, Универзитет у Нишу <small>(Научна област) (Установа у којој је запослен)</small></p>	<p>члан </p>
4.	<p>Јелена Манојловић, редовни професор Математика Природно-математички факултет, Универзитет у Нишу <small>(Научна област) (Установа у којој је запослен)</small></p>	<p>председник (ментор) </p>

Датум и место: