

## ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

### ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ

Презиме, име једног родитеља и име	Ђорђевић (Драган) Богдан Đordjević (Dragan) Bogdan
Датум и место рођења	05. 05. 1993. Лесковац 05/05/1993. Leskovac, Serbia

### Основне студије

Универзитет	Универзитет у Нишу University of Niš
Факултет	Природно-математички факултет Faculty of Sciences and Mathematics
Студијски програм	(ОАС) Математика BSc Mathematics
Звање	Математичар Mathematician
Година уписа	2012.
Година завршетка	2015.
Просечна оцена	10,00

ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ - НИШ

Примљено:	19.11.2020.
ОП. ЈЕД.	В р о ѡ
01	2354

### Мастер студије, магистарске студије

Универзитет	Универзитет у Нишу University of Niš
Факултет	Природно-математички факултет Faculty of Sciences and Mathematics
Студијски програм	(МАС) Математика MSc Mathematics
Звање	Мастер математичар Master mathematician
Година уписа	2015.
Година завршетка	2017.
Просечна оцена	10,00
Научна област	Математика Mathematics
Наслов завршног рада	Решавање Силвестерове матричне једначине Solving Sylvester matrix equation

### Докторске студије

Универзитет	Универзитет у Нишу University of Niš
Факултет	Природно-математички факултет Faculty of Sciences and Mathematics
Студијски програм	(ДАС) Докторска школа математике PhD School of Mathematics
Година уписа	2017
Остварен број ЕСПБ бодова	160
Просечна оцена	10,00

### НАСЛОВ ТЕМЕ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Наслов теме докторске дисертације	Сингуларна Силвестерова једначина и њене примене (на енглеском језику) Singular Sylvester equation and its applications
-----------------------------------	--

језику		
Име и презиме ментора, звање	Др Небојша Динчић, редовни професор Dr Nebojša Dinčić, full professor	
Број и датум добијања сагласности за тему докторске дисертације	16. 07. 2020. број одлуке 8/17-01-006/20-010 16/07/2020. Decidio no. 8/17-01-006/20-010	
<b>ПРЕГЛЕД ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ</b>		
Број страна	vii+100	
Број поглавља	4	
Број слика (шема, графика)	0	
Број табела	0	
Број прилога	0	
<b>ПРИКАЗ НАУЧНИХ И СТРУЧНИХ РАДОВА КАНДИДАТА који садрже резултате истраживања у оквиру докторске дисертације</b>		
P. бр.	Аутор-и, наслов, часопис, година, број томена, странице	Категорија
1	<p><b>B. D. Djordjević</b>, <i>On a singular Sylvester equation with unbounded self-adjoint A and B</i>, Complex Analysis and Operator Theory 14:43 (2020) <a href="https://doi.org/10.1007/s11785-020-01000-7">https://doi.org/10.1007/s11785-020-01000-7</a></p> <p>Обезбеђени су услови решивости Силвестрове једначине под претпоставкама да су <math>A</math> и <math>B</math> ермитски неограничени оператори, дефинисани на сепарабилним Хилбертовим просторима, чији спектри имају непразан пресек. Након решавања поменуте једначине, решења су окарактерисана и класификована. Резултати су илустровани на примеру из квантне механике.</p> <p>Solvability conditions are derived for the Sylvester equation, under the premise that <math>A</math> and <math>B</math> are unbounded self-adjoint operators, defined on separable Hilbert spaces, whose spectra intersect. Once the initial equation is solved, its solutions are then characterized and classified. The results are illustrated on an example in quantum mechanics.</p>	(M22)
2	<p><b>B. D. Djordjević</b>, <i>Operator algebra generated by an element from the module <math>B(V_1, V_2)</math></i>, Complex Analysis and Operator Theory (ISSN 1661-8254), 13:5 (2019) 2381-2409 <a href="https://doi.org/10.1007/s11785-019-00899-x">https://doi.org/10.1007/s11785-019-00899-x</a></p> <p>Разматрана је алгебра оператора која је дефинисана унутар модула <math>B(V_1, V_2)</math>, која допушта функционални рачун својих елемената и тиме омогућује решивост одређених операторских једначина, укључујући и Силвестрову једначину.</p> <p>An operator algebra is defined within the module <math>B(V_1, V_2)</math>, which is not a Banach algebra per se, but still allows functional calculus of its elements, thus enabling one to solve certain operator equations, including the Sylvester equation.</p>	(M22)
3	<p><b>B. D. Djordjević</b>, N. Č. Dinčić, <i>Solving the operator equation <math>AX-XB=C</math> with closed A and B</i>, Integral Equations and Operator Theory, 90:51 (2018) <a href="https://doi.org/10.1007/s00020-018-2473-3">https://doi.org/10.1007/s00020-018-2473-3</a></p> <p>Обезбеђени су услови решивости сингуларне Силвестрове једначине, под претпоставкама да су оператори <math>A</math> и <math>B</math> неограничени оператори на Банаховим просторима. Решења су егзактно конструисана и дефинисана у терминима алгебарских и Шаудерових база. Резултати су илустровани на проблемима из Штурм-Лиувилове теорије.</p> <p>Sufficient solvability conditions are derived for the singular Sylvester equation, under the premise that <math>A</math> and <math>B</math> are unbounded operators defined on Banach spaces, whose point-spectra intersect. The solution are exactly constructed and are defined via algebraic and Schauder bases. The results are illustrated on Sturm-Liouville inverse problems.</p>	(M22)
4	<p><b>B. D. Djordjević</b>, N. Č. Dinčić, <i>Classification and approximation of solutions to Sylvester matrix equation</i>, Filomat 33 (13) (2019) 4261-4280 <a href="https://doi.org/10.2298/FIL1913261D">https://doi.org/10.2298/FIL1913261D</a></p> <p>Решена је матрична Силвестрова једначина која има бесконачно много решења. Обезбеђени су потребни и доволjni услови решивости једначине, решења су класификована, окарактерисана и потом апроксимирана када је то било могуће.</p> <p>Matrix Sylvester equations is solved, which has infinitely many solutions. Sufficient and necessary conditions are derived, the solutions are classified, characterized and approximated when possible.</p>	(M22)
5	<p><b>B. D. Djordjević</b>, <i>The singular value of <math>A + B</math> and <math>\alpha A + \beta B</math></i>, Scientific Annals of the Alexandru Ioan Cuza University of Iasi (NS). Mathematics An. Științ. Univ. Al. I. Cuza Iași. Mat. (N.S.), f.2 3 (2016) 737-743 <a href="http://www.math.uaic.ro/~annalsmath/pdf-uri%20analte/F2-3(2016)/Djordjevic_Bogdan.pdf">http://www.math.uaic.ro/~annalsmath/pdf-uri%20analte/F2-3(2016)/Djordjevic_Bogdan.pdf</a></p> <p>У раду су приказане неке мајоризационе релације које се односе на линеарне комбинације матрица. Успостављена је веза са одређеним матричним неједнакостима.</p> <p>This paper concerns some majorization relations which concern linear matrix pencils. A connection is established with certain matrix inequalities.</p>	

**НАПОМЕНА:** уколико је кандидат објавио више од 3 рада, додати нове редове у овај део документа.

From the attached documentation, it is clear that the candidate fulfills all conditions imposed by the Law on Higher Education, University Regulations and Faculty Regulations.

## ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

### Кратак опис поједињих делова дисертације (до 500 речи)

У дисертацији се анализира класа сингуларних Силвестрових једначина, тј. класа једначина облика  $AX - XB = C$ , за које се не зна унапред да ли су решиве или не. Једначина се посматра у случајевима када су дати оператори матрице, затим ограничени линеарни оператори на Банаховим просторима, затворени оператори на Банаховим просторима и коначно када су дати оператори неограничени самокоњуговани оператори на сепарабилним Хилбертовим просторима. Најпре се изводе довољни услови решивости једначине, те се под тим претпоставкама прелази на конструкцију свих могућих решења. Показује се да су сва решења обухваћена изведеним поступцима, чиме се врши карактеризација општег решења Силвестрове једначине. Добијени резултати су потом примењени на савремене проблеме из теорије оператора, као што су разни спектрални проблеми, проблеми уопштених комутатора оператора, Штурм-Лиувилови инверзни проблеми и проблеми везани за операторе положаја и импулса.

The dissertation concerns a class of singular Sylvester equations, that is, a class of equations of the form  $AX - XB = C$ , for which it is not a priori known whether they are solvable or not. The equation is observed in cases where the given operators are matrices, bounded linear operators on Banach spaces, closed operators on Banach spaces, and finally, unbounded self-adjoint operators defined on separable Hilbert spaces. First, solvability conditions are derived, and under those conditions the initial equation is then solved. It is shown that all solutions are obtained via the techniques derived in the dissertation, thus forming the general solution of the equation. The obtained results are then applied to some contemporary problems in operator theory, such as various spectral problems, generalized commutator problems, Sturm-Liouville inverse problems and position-momentum operator problems.

## ВРЕДНОВАЊЕ РЕЗУЛТАТА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

### Ниво остваривања постављених циљева из пријаве докторске дисертације (до 200 речи)

Дисертација је у потпуности остварила циљеве предвиђене темом, тиме затворивши проблем сингуларних Силвестрових једначина.

The dissertation completely meets the goals imposed by the theme proposal, thus closing the problem of singular Sylvester equations.

### Вредновање значаја и научног доприноса резултата дисертације (до 200 речи)

Тема је савременог карактера, акутелна, са широким спектром примена у математици, физици и инжењерству. Самим тим је и значај дисертације далекосежан, што се може видети из радова на којима се дисертација базира, као и из импакт фактора које имају часописи у којима су ти радови публиковани. Методи којима су постигнути резултати су нови и оригиналан су допринос каднитата овој теми.

The topic is modern, with a wide range of applications in mathematics, physics and engineering. The impact of the dissertation is far-reaching, which can be seen from the results the dissertation is based on, and from the impact factors of the scientific journals in which those papers are published. Methods used to derive the results are new and are original contribution of the candidate to the topic.

### Оцена самосталности научног рада кандидата (до 100 речи)

Кандидат је до сад публиковао пет научних радова, од тога је на три рада самосталано, док је у два рада коаутор са својим ментором. Овим је јасно потврђено да је кандидат самостално дошао до главних резултата дисертације.

The candidate has published five scientific papers so far, of which he is the sole author on three of them and he coauthored two papers jointly with his supervisor. This clearly verifies that the candidate has independently obtained the main results in the dissertation.

## ЗАКЉУЧАК (до 100 речи)

Дисертација се бави проблемом који има директан утицај на даљи развој теорије оператора и њених примена у математици, физици и инжењерству. Проблем теме дисертације је комплетно окарактерисан и затворен од стране аутора. Кандидат је доказао главне резултате дисертације, који су нови и оригиналан допринос овој научној области. Кандидат је успешно написао докторску дисертацију под насловом „Сингуларна Силвестрова једначина и њене примене“, пријављену на Природно-математичком факултету Универзитета у Нишу.

The dissertation concerns a topic which has a direct impact on further development of operator theory and its applications in mathematics, physics and engineering. The problem studied in the dissertation is completely characterized and closed by the author. The candidate has obtained the main results in the dissertation, which are new and original contribution to this scientific field. The candidate has successfully completed his PhD dissertation titled "Singular Sylvester equation and its applications", proposed at Faculty of Sciences and Mathematics, University of Niš.

## КОМИСИЈА

Број одлуке Научно-стручног већа за природно математичке науке о именовању Комисије

8/17-01-008/20-009

Датум именовања Комисије

26. 10. 2020.

P. бр.	Име и презиме, звање	Потпис
	Академик др Стеван Пилиповић Academician dr Stevan Pilipović	председник
1.	Математика Mathematics  (Научна област) др Владимир Ракочевић dr Vladimir Rakočević	Природно-математички факултет Универзитет у Новом Саду Faculty of Sciences, University of Novi Sad  (Установа у којој је запослен)
2.	Математика Mathematics  (Научна област) др Петер Шемрл dr Peter Šemrl	Природно-математички факултет Универзитет у Нишу Faculty of Sciences and Mathematics, University of Niš  (Установа у којој је запослен)
3.	Математика Mathematics  (Научна област) др Снежана Живковић-Златановић dr Snežana Živković-Zlatanović	Факултет за математику и физику Универзитет у Љубљани Faculty of Mathematics and Physics University of Ljubljana  (Установа у којој је запослен)
4.	Математика Mathematics  (Научна област) др Дијана Мосић dr Dijana Mosić	Природно-математички факултет Универзитет у Нишу Faculty of Sciences and Mathematics, University of Niš  (Установа у којој је запослен)
5.	Математика Mathematics  (Научна област)	Природно-математички факултет Универзитет у Нишу Faculty of Sciences and Mathematics, University of Niš  (Установа у којој је запослен)

Датум и место:

4.11.2020.

Ниш, Нови Сад, Љубљана