



UNIVERZITET U NIŠU



ELEKTRONSKI FAKULTET

**Ivica B. Marjanović**

**PERFORMANSE KOOPERATIVNIH  
BEŽIČNIH TELEKOMUNIKACIONIH  
SISTEMA I MOGUĆNOSTI POVEĆANJA  
KAPACITETA KANALA U PRISUSTVU  
FEDINGA I MEĐUKANALNE  
INTERFERENCIJE**

**DOKTORSKA DISERTACIJA**

**Niš, 2020.**



UNIVERSITY OF NIŠ  
FACULTY OF ELECTRONIC ENGINEERING



**Ivica B. Marjanović**

**PERFORMANCE OF COOPERATIVE  
WIRELESS TELECOMMUNICATION  
SYSTEMS AND THE POSSIBILITIES  
OF CHANNEL CAPACITY  
INCREASE IN THE PRESENCE OF  
FADING AND INTERCHANNEL  
INTERFERENCE**

DOCTORAL DISSERTATION

Niš, 2020.

## Podaci o doktorskoj disertaciji

Mentor:	Dr Zorica Nikolić, redovni profesor, Univerzitet u Nišu, Elektronski fakultet
Naslov:	Performanse kooperativnih bežičnih telekomunikacionih sistema i mogućnosti povećanja kapaciteta kanala u prisustvu fedinga i međukanalne interferencije
Rezime:	<p>U cilju poboljšanja performansi sistema za bežični prenos signala u prisustvu raznih vrsta smetnji predložene su nove metode kombinovanja diverziti tehnika u releju i na prijemnoj strani. Prilikom primene diverziti tehnika kombinovanja pokazalo se značajno unapređenje performansi bežičnog relejnog prenosa signala, a time i manja verovatnoća otkaza sistema. Povećanje kapaciteta bežičnih telekomunikacionih sistema je u uslovima fiksnog propusnog opsega i specificiranog formata modulacije ostvarljivo korišćenjem koncepta kooperacije kako bi se povećao odnos snage signala prema šumu i interferenciji. Korišćenjem mobilnih stanica kao releja se u M2M komunikaciji može ostvariti poboljšanje performansi, koje se može racionalno upotrebiti za povećanje informacionog kapaciteta kanala i pouzdanosti prenosa. Detaljnija analiza je sprovedena i može da odgovori na pitanja o kvantitativnim merilima poboljšanja u uslovima postojanja fedinga i međukanalne interferencije. Razmotrani su slučajevi relejnog prenosa, kao i mogućnost primene diverziti tehnike za poboljšanje performansi u uslovima istovremenog prijema signala putem direktne veze i preko releja. Za pomenute slučajeve će se odrediti standardne mere performansi primenom statističke teorije telekomunikacija.</p>
Naučna oblast:	Elektrotehnika i računarstvo
Naučna disciplina:	Telekomunikacije
Ključne reči:	Modeli fedinga, kapacitet kanala, gustina verovatnoće, verovatnoća otkaza, diverziti tehnike kombinovanja, radio relejni sistemi
UDK:	(621.391+621.395.38):519.7
CERIF klasifikacija:	T180 Telekomunikacioni inženjering
Tip licence Kreativne zajednice:	<b>CC BY-NC-ND</b>

## Data on Doctoral Dissertation

Doctoral Supervisor:	Dr Zorica Nikolić, regular professor, University of Nis, Faculty of Electronic Engineering
Title:	Performance of cooperative wireless telecommunication systems and the possibilities of channel capacity increase in the presence of fading and interchannel interference.
Abstract:	<p>In order to improve the performance of the wireless signal transmission system in the presence of various types of interference, new methods of combining diversion techniques in the relay and on the receiving side have been proposed. When using diversity, the combining technique has shown a significant improvement in the performance of wireless relay signal transmission, and thus a lower probability of system failure. Increasing the capacity of wireless telecommunications systems is feasible in terms of fixed bandwidth and specified modulation format by using the cooperative concept to increase the signal strength to noise and interference ratio. By using mobile stations as a relay, performance improvement can be achieved in M2M communication, which can be rationally used to increase channel information capacity and transmission reliability. A more detailed analysis has been conducted and can answer questions about quantitative measures of improvement in the conditions of fading and inter-channel interference. The cases of relay transmission are discussed, as well as the possibility of applying a diversion technique to improve performance in conditions of simultaneous reception of a signal through a direct connection and through a relay. For the above cases, standard performance measures will be determined using statistical telecommunications theory.</p>
Scientific Field:	Electrical engineering and telecommunications
Scientific Discipline:	Telecommunications
Key Words:	Fading models, channel capacity, outage probability, probability density, diversity combining techniques, radio relay systems
UDC:	(621.391+621.395.38):519.7
CERIF Classification:	T180 Telecommunications engineering
Creative Commons License Type:	<b>CC BY-NC-ND</b>

## ZAHVALNICA

*Doktorska disertacija je rezultat naučno-istraživačkog rada pod mentorstvom prof. dr Zorice Nikolić, koja mi je pružila priliku da se upoznajem sa lepotama nauke i da budem istrajan u radu. Čast mi je, da joj se zahvalim na nesebičnoj i svesrdnoj pomoći, korisnim sugestijama i savetima, kao i izuzetnoj prijateljskoj podršci.*

*Takođe, se svesrdno zahvaljujem kolegama i kolegamicama sa Katedre za telekomunikacije Elektronskog fakulteta u Nišu, na podršci, savetima, sugestijama, prenesenom znanju koje su mi pružili tokom ovih godina.*

*Zahvaljujem se svojoj porodici, na pruženoj podršci i savetima pri izradi doktorske disertacije.*

*Ivica Marjanović*

# SADRŽAJ

<b>UVOD.....</b>	<b>9</b>
<b>1 KANAL S FEDINGOM .....</b>	<b>15</b>
<b>2 KAPACITET KANALA .....</b>	<b>22</b>
2.1 Relijev kanal.....	22
2.2 Rajsov kanal .....	24
2.3 Kapacitet kao slučajni proces u Nakagami-m kanalu .....	26
2.4 k- $\mu$ feding kanal .....	30
2.5 Vejbulov kanal .....	34
2.6 $\alpha$ - $\mu$ kanal .....	37
<b>3 DIVERZITI TEHNIKE .....</b>	<b>42</b>
3.1 Makro diverziti sistem.....	42
3.1.1 Makro diverziti sistem u prisustvu Vejbulovog brzog i Gama sporog fedinga i Vejbulove interference .....	43
3.1.2 Makro diverziti sistem sa SC makro diverziti prijemnikom i tri mikro diverziti SC prijemnika .....	56
<b>4 RADIO RELEJNI SISTEM.....</b>	<b>64</b>
4.1 Relejna veza sa dve deonice.....	64
4.1.1 Regenerativni radio-relejni sistem sa dve deonice.....	65
4.1.2 Neregnerativni radio-relejni sistem sa dve deonice.....	68
4.2 Relejna veza sa tri deonice .....	73
<b>5 BEZBEDNOST FIZIČKOG NIVOVA BEŽIČNE M2M KOMUNIKACIJE U KANALU SA VEJBULOVIM FEDINGOM.....</b>	<b>87</b>
5.1 Model sistema .....	87
5.2 Verovatnoća presretanja .....	89
5.2.1 <i>Round-robin</i> šema biranja senzora .....	89
5.2.2 Šema optimalnog biranja senzora .....	90

<b>6 ANALIZA REGENERATIVNOG M2M RELEJNOG PRENOSA U PRISUSTVU PRISLUŠKIVAČA.....</b>	<b>93</b>
6.1 Izračunavanje verovatnoće presretanja .....	94
<b>7 ANALIZA PERFORMANSI INDUSTRIJSKIH KOOPERATIVNIH SISTEMA .....</b>	<b>99</b>
<b>8 ZAKLJUČAK .....</b>	<b>106</b>
<b>LITERATURA .....</b>	<b>109</b>
<b>SPISAK SLIKA .....</b>	<b>118</b>

## UVOD

Jedan od stalno akutuelnih problema u telekomunikacijama jeste povećanje kapaciteta kanala, odnosno povećanje količine informacija koje se u jednom vremenskom intervalu mogu preneti od predajnika do prijemnika. Kapacitet kanala se u opštem slučaju može povećati tako što se omogući povećanje dostupnog propusnog opsega, ili se poveća odnos signal-šum, odnosno odnos signal-interferencija. Kada je u pitanju šum, njegov najveći deo potiče od elektronskih kola u prijemniku, tako da povećanje emitovane snage obično dovodi do srazmernog povećanja odnosa signal-šum. Odnos signal-interferencija se takođe može poboljšati korišćenjem veće snage predajnika. Međutim, u praksi postoje različiti ograničavajući faktori koji onemogućavaju povećanje snage predajnika preko neke specificirane vrednosti. Usled toga, ono što je moguće učiniti da bi se poboljšao odnos signal-šum i signal-interferencija, svodi se na upotrebu kooperacije, kao i na poboljšanje obrade signala. U bežičnim paketskim mrežama se kapacitet može povećati na taj način što se koristi koncept relejnog prenosa, a na mesto releja se koriste mobilne stanice.

Jedan od modela kanala koji u ovom slučaju treba proučiti jeste model bežičnog M2M kanala koji se sastoji od dve sekcije. Kooperativne mreže u najjednostavnijem scenariju sadrže izvornu mobilnu stanicu, relejnu mobilnu stanicu, kao i udaljenu mobilnu stanicu. U disertaciji je razmotren slučaj kada je u bežičnim sekcijama prisutan brzi feding, spori feding i međukanalna interferencija. Najpre je razmotren slučaj kada je u obe sekcije prisutan brzi Rajssov feding. Ovo praktično znači prisutnost optičke vidljivosti u obe sekcije prenosa, ili barem odsustvo značajnijih prepreka prostiranju signala. Signal na ulazu u udaljenu mobilnu stanicu može se posmatrati kao proizvod dve Rajssove slučajne promenljive. Na ovaj način se formira  $R \times R$  slučajna promenljiva. U radu je određena gustina verovatnoće, kumulativna funkcija raspodele, karakteristična funkcija i momenti ove  $R \times R$  slučajne promenljive. Takođe su izračunate vrednosti nižih momenata  $R \times R$  slučajne promenljive, odnosno srednja vrednost, srednja kvadratna vrednost i varijansa. Kooperativni bežični telekomunikacioni sistemi koji rade preko razmatranog M2M kanala je u radu razmatran i kroz statističke performanse prvog reda kao što su verovatnoća otkaza, kapacitet kanala, iznos fedinga i verovatnoća greške.

Da bi se izračunale performanse drugog reda bežičnih telekomunikacionih kooperativnih sistema, u disertaciji je definisan srednji broj osnih preseka višedimenzione slučajne promenljive. Srednja vrednost prvog izvoda tog višedimenzionog slučajnog procesa jeste srednji broj osnih preseka. Takođe, u disertaciji je izračunat prvi izvod ove promenljive i njena združena funkcija gustine verovatnoće. Za ovo izračunavanje se upotrebljava osobina Rajssovog procesa koja kaže da je njegov prvi izvod Gausov slučajni proces, kao i da je linearna transformacija Gausovih slučajnih promenljivih takođe Gausova slučajna promenljiva. Srednje vreme trajanja otkaza bežičnog mobilnog telekomunikacionog sistema u kooperativnom okruženju koji radi preko pomenutog M2M kanala je izračunato kao količnik verovatnoće otkaza i srednjeg broja osnih preseka. Dobijeni rezultati u ovom slučaju su primenjeni za određivanje statističkih karakteristika  $R \times R$  slučajne promenljive, verovatnoće otkaza i verovatnoće greške bežičnih telekomunikacionih sistema koji rade preko  $R \times R$  kanala u pomenutom M2M modelu komunikacije.

Razmotrene su i performanse prenosa signala u kanalu sa tri sekcije, odnosno dva releja. Pored Rajssovog modela fedinga, istražena je i mogućnost korišćenja opštijeg  $\kappa$ - $\mu$  modela fedinga. Kako signal može da se prostire i direktnom putanjom od predajnika do prijemnika, pored prenosa relejnim putem, potrebno je istražiti i mogućnost obrade signala koja podrazumeva kombinovanje na prijemu, odnosno diverziti tehniku prijema. Pogodnim načinom kombinovanja primljenih signala se mogu postići još bolje performanse sistema, a precizniji podaci o tome koliko iznosi ovo poboljšanje, dobijeni su u daljem radu.

Kako je već pomenuto, detaljno su istražene statističke osobine Rajssovog kanala sa dve



sekcije u kontekstu kooperativnog prenosa putem releja, koje su relevantne u statističkoj teoriji telekomunikacija. Ove osobine kanala omogućile su precizno izračunavanje performansi sistema prenosa i predvidele potencijalno poboljšanje performansi koje se može postići.

Nakon modela koji je pomenut u prethodnom odeljku, dalje je razmatrana  $(\kappa-\mu) \times (\kappa-\mu)$  slučajna promenljiva i razmatran je  $(\kappa-\mu) \times (\kappa-\mu)$  M2M komunikacioni kanal. Kao i u prethodnom slučaju, u radu je određena funkcija gustine verovatnoće, kumulativna funkcija raspodele ili cdf (cumulative distribution function), karakteristična funkcija i momenti  $(\kappa-\mu) \times (\kappa-\mu)$  slučajne promenljive, a zatim je izračunat srednji broj osnih preseka  $(\kappa-\mu) \times (\kappa-\mu)$  slučajnog procesa i združena funkcija gustine verovatnoće  $(\kappa-\mu) \times (\kappa-\mu)$  slučajnog procesa i njegovog prvog izvoda. Dobijeni rezultati se mogu uprostiti i dalje primeniti u izračunavanju srednjeg broja osnih preseka  $(\alpha-\mu) \times (\alpha-\mu)$  slučajnog procesa.

U radu su zatim izračunate karakteristike modela M3M kanala kod kojeg su prenosna stanica i udaljena mobilna stanica povezane preko dva releja, tako da komunikacioni kanal ima tri sekcije. Model koji se koristiti pretpostavlja da je na sekcijama prisutan Rajsov fading. Signal na ulazu u udaljenu stanicu opisuje se kao proizvod tri Rajsove slučajne promenljive, a ova promenljiva je označena kao  $R_x R_x R$  slučajna promenljiva. Za ovu slučajnu promenljivu će se u radu odrediti gustina verovatnoće i kumulativna funkcija raspodele.

U radu su zatim razmatrane kooperativne mreže koje koriste diverziti tehniku. Izvorna mobilna stanica i udaljena mobilna stanica su dvostruko povezane pomoću dve paralelne grane bežičnog prenosa. U jednoj grani se nalazi mobilna relejna stanica u režimu kooperativnog prenosa, a u drugoj grani je direktna veza između predajne i prijemne mobilne stanice. Razmatran je slučaj kada se na prvoj grani u obe sekcije pojavljuje  $\kappa-\mu$  brzi fading, a u paralelnoj grani je prisutan Rajsov fading. Razmatrane su tri uobičajene diverziti tehnike. Za MRC diverziti tehniku kvadrat signala na ulazu jednak je zbiru kvadrata  $(\kappa-\mu) \times (\kappa-\mu)$  slučajne promenljive i Rajsove slučajne promenljive. Kod EGC diverziti tehnike, signal na ulazu u udaljenu stanicu jednak je zbiru  $(\kappa-\mu) \times (\kappa-\mu)$  slučajne promenljive i Rajsove slučajne promenljive. Kada je razmatran SC diverziti tehnika onda je signal na ulazu jednak maksimumu dveju slučajnih promenljivih: jedna je  $(\kappa-\mu) \times (\kappa-\mu)$  slučajne promenljive, a druga Rajsova slučajna promenljiva. SC diverziti tehnika se može detaljnije razmotriti pošto je jednostavnija za praktičnu realizaciju. Srednji broj osnih preseka na izlazu iz SC kola će se odrediti pomoću srednjeg broja osnih preseka  $(\kappa-\mu) \times (\kappa-\mu)$  slučajne promenljive i Rajsove slučajne promenljive. Takođe, u radu je određena verovatnoća greške razmatrane kooperativne mreže za koherentne i nekoherentne modulacione formate.

Bežični sistemi koji su analizirani, u najvećem broju slučajeva su posmatrani kao da su prvenstveno ograničeni interferencijom. Kod ovih sistema snaga međukanalne interferencije je znatno veća od snage Gausovog šuma, i u tom slučaju se uticaj Gausovog šuma na verovatnoću otkaza sistema i verovatnoću greške, tj uticaj na celokupnu performansu sistema može zanemariti. Interferencijom ograničeni sistemi su prisutni kod ćelijske konfiguracije mreže koja se koristi za povećanje kapaciteta kanala. U radu je razmatran i M2M kanal kod kojeg će u prvoj sekciji biti prisutan korisni signal zahvaćen  $\kappa-\mu$  fadingom, kao i međukanalna interferenca koja je takođe zahvaćena  $\kappa-\mu$  fadingom. U drugoj sekciji, korisni signal na izlazu iz M2M kanala biće jednak proizvodu dve  $\kappa-\mu$  slučajne promenljive, a takođe je i međukanalna interferencija na izlazu jednaka proizvodu dve  $\kappa-\mu$  slučajne promenljive.

Razmatrana je i kooperativna mreža sa dve M2M grane u prisustvu  $\kappa-\mu$  fadinga i međukanalne interference. SC diverziti tehnika je detaljno razmatrana u skladu sa prethodnim komentarima. U radu je izračunata kumulativna verovatnoća i momenti na izlazu iz SC prijemnika. Takođe, određena je verovatnoća otkaza, verovatnoća greške za dva modulaciona formata i srednje vreme trajanja otkaza sistema. Kanal sa tri deonice je analiziran u prisustvu  $\kappa-\mu$  brzog fadinga i međukanalne interferencije. Za ovaj primer je značajno odrediti srednji broj osnih preseka slučajnog procesa odnosa signala i interferencije, a pretpostavka je da se

višestruki integrali koji će se pojaviti tokom analize mogu približno rešiti primenom Laplasove aprokcimacione formule.

Analiza unapređenja performansi primenom prostornih diverziteti tehnika kombinovanja je izvršena za različite modele prostiranja, pa i za slučajeve kada su različiti linkovi pojedinih relejnih sistema izloženi uticajima različitih tipova smetnji, odnosno kada se uticaji brzog fedinga i signala međukanalnih interferencija na različitim linkovima posmatranih relejnih sistema modeluju različitim modelima. Razmatran je i uticaj posmatranih propagacionih modela na nivo unapređenja performansi posmatranih relejnih sistema i to kroz razmatranje uticaja sledećih parametara sistema: snaga dominantnih komponenti signala, broja propagacionih klastera kroz koji se signal prostire, odnosa snaga komponenti u fazi i komponenata u kvadraturi u pojedinim klasterima prostiranja, kao i trenutnih i srednjih vrednosti nivoa odnosa signal-šum (signal-to-noise ratio, SNR) i odnosa signal-interferencija (signal-to-interference ratio, SIR). Na osnovu uticaja navedenih parametara određeni su modeli sistema za koje je moguće ostvariti najbolje poboljšanje performansi.

Istraživanje u ovoj disertaciji je sprovedeno korišćenjem raznih statističkih metoda i korišćenjem simulacija i modelovanja u Matlab-u. Analiza sa stanovišta statističke teorije telekomunikacija podrazumeva modelovanje telekomunikacionog kanala putem matematičkog aparata koji se zasniva na teoriji verovatnoće. Obrada signala uključuje različite operacije nad primljenim signalima sa ciljem poboljšanja pouzdanosti demodulacije, a ove operacije je u matematičkom smislu potrebno analizirati korišćenjem metoda transformacije funkcija gustine verovatnoće odgovarajućih slučajnih promenljivih. U velikom broju slučajeva, ove transformacije dovode do komplikovanih izraza koje nije moguće izraziti u zatvorenom obliku, pa se često upotrebljavaju postupci razvijanja u redove, ili se koriste pogodne aproksimacije. Da bi se opravdali analitički rezultati, obično se primenjuje simulaciona analiza koja može da da odgovor na pitanja o ispravnosti sprovedenih transformacija. Statističke metode se koriste kako bi se u dizajnu telekomunikacionih sistema definisale statističke karakteristike signala u kanalima sa fedingom. Postoje dve grupe statističkih karakteristika: statističke karakteristike prvog i statističke karakteristike drugog reda. U ovoj doktorskoj disertaciji biće detaljno razmotrane i jedne i druge statističke karakteristike u uslovima različitih propagacionih okruženja.

Generalna  $\kappa$ - $\mu$  raspodela ima dva pametra. Rajsov faktor linije optičke vidljivosti je obeležen kao  $\kappa$ . Ovaj parametar se definiše kao količnik snage korisnog signala i snage rasejanih komponenta [1,2]. Parametar  $\mu$  je reda veličine 0,5 i u definisan je u zavisnosti od broja klastera u kanalu. Kvadrat  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive, definisan je kao suma nezavisnih Gausovih slučajnih promenljivih, gde jedna ima srednju vrednost različitu od nule [6,7]. Na osnovu ovoga, može se dobiti funkcija gustine verovatnoće  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive. Pomoću ove gustine verovatnoće, može se odrediti kumulativna raspodela  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive, karakteristična funkcija  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive, kao i momenti  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive. Gustina verovatnoće promenljive i karakteristična funkcija  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive su Furijev transformacioni par.

$\kappa$ - $\mu$  slučajni vektor se može dobiti simulacijom [9, 11]. Najpre se formiraju  $2\mu$  Gausovih slučajnih vektora sa nultom srednjom vrednošću i sa jediničnom varijansom. Svaki od ovih vektora se pomnoži sa konstantom koja je srazmerna sa varijansom. Zatim se bar jednom Gausovom vektoru doda konstanta. Ovi vektori se kvadriraju i saberu se, a iz dobijenog vektora se odredi kvadratni koren. Ovaj vektor konačno predstavlja  $\kappa$ - $\mu$  vektor, gde su članovi ovog vektora uzorci  $\kappa$ - $\mu$  slučajnog procesa prekidnog u svakoj tački. Na osnovu simuliranih rezultata se može odrediti histogram  $\kappa$ - $\mu$  slučajnog procesa [17].

Moguće je formirati dve  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive i odrediti združenu gustinu verovatnoće dve  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive. Mogu se formirati dva zbira kvadrata nezavisnih Gausovih slučajnih procesa [21,26]. Ovi Gausovi procesi imaju istu varijansu, a srednja vrednost bar jednog je različita od nule. Odgovarajući Gausovi procesi su korelisani [31].

Pomoću ovoga, mogu se odrediti: združena funkcija dve korelisane  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive, združeni prvi produktni moment dve  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive, združeni drugi produktni moment dve  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive i združeni treći produktni moment dve  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive. Prvi produktni moment dve slučajne promenljive jednak je srednjoj vrednosti od proizvoda dve slučajne promenljive. Drugi produktni moment dve  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive jednak je srednjoj vrednosti od proizvoda kvadrata dve  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive i treći produktni moment dve  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive jednak je srednjoj vrednosti od proizvoda kubova dve  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive. Može se odrediti srednja vrednost od proizvoda  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive i kvadrata druge  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive, srednja vrednost od proizvoda jedne  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive i kuba druge  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive, srednja vrednost od proizvoda kvadrata jedne slučajne promenljive i kuba druge  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive. Može se razmatrati srednja vrednost proizvoda četvrtog stepena dve  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive i srednja vrednost od proizvoda petog stepena dve  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive. Mogu se razmatrati tri  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive. Za ove tri  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive, određena je združena gustina verovatnoće. Pomoću ove združene gustine verovatnoće, može se odrediti kumulativna verovatnoća od tri  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive, združena karakteristična funkcija tri  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive, združeni prvi produktni moment tri  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive, združeni drugi produktni moment tri  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive i združeni treći produktni moment proizvoda tri  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive. Prvi produktni moment tri  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive jednak je srednjoj vrednosti proizvoda tri  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive. Drugi produktni moment tri  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive jednak je srednjoj vrednosti proizvoda kvadrata dve  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive. Treći produktni moment dve  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive jednak je srednjoj vrednosti proizvoda kubova tri  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive [42, 47]. Može se razmatrati količnik od jedne  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive i proizvoda dve  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive i odrediti gustina verovatnoće, kumulativna verovatnoća, prvi moment, drugi moment i treći moment. Zatim se može odrediti količnik proizvoda dve  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive i  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive i odrediti njegova gustina verovatnoće, njegova kumulativna raspodela, njegova karakteristična funkcija, prvi moment, drugi moment i treći moment. Može se razmatrati zbir  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive, kao i zbir  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive i proizvod dve  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive [52].

Kombiner sa dva ulaza je razmatran u radu [21]. Na ulazima je prisutan  $\kappa$ - $\mu$  feding [3]. Razmatra se i EGC diverziti sistem sa dva ulaza [42]. MRC prijernik sa dva ulaza je razmatran u radu [65], kada se na ulazima pojavljuje  $\kappa$ - $\mu$  feding. Kvadrat signala na izlazu iz MRC prijernika, jednak je zbiru kvadrata signala na njegovim ulazima. Na osnovu ovoga, može da se odredi funkcija gustine verovatnoće signala na izlazu iz MRC prijernika. Nadalje se korišćenjem ove funkcije, može odredi kumulativna funkcija raspodele signala na izlazu iz prijernika, njegova karakteristična funkcija kao i momenti. Takođe, moguće je definisati združena funkciju gustine signala i njegovog prvog izvoda na izlazu iz MRC prijernika. Korišćenjem dobijene združene funkcije može se definisati i srednji broj osnih preseka, koji je jednak je srednjoj vrednosti prvog izvoda signala na izlazu iz MRC prijernika [66,72].

U literaturi se razmatra i makrodiverziti sistem sa dva mikrodiverziti SC prijernika i jednog makrodiverziti prijernika [78]. Analiziran je SC prijernik u kanalu sa  $\kappa$ - $\mu$  fedingom. Snage fedinga  $\Omega_1$  i  $\Omega_2$  na ulazima u mikrodiverziti prijernik imaju korelisanu Gama raspodelu. Ako je snaga  $\Omega_1$  veća od  $\Omega_2$ , onda je signal sa prvog mikrodiverziti sistema je prikazan na makrodiverziti sistem SC prijernik, a ako je snaga na drugom mikrodiverziti sistemu veća od snage na prvom mikrodiverziti sistemu, onda se signal sa drugog mikrodiverziti sistema prikazan na makrodiverziti SC sistem. Mikrodiverziti sistemi je uzet u analizi kako bi se smanjio uticaj brzog  $\kappa$ - $\mu$  fedinga na performanse sistema, a kako bi da se smanjio uticaj sporog Gama fedinga korišćen je makrodiverziti sistem [83]. Može se razmatrati i makrodiverziti sistem sa tri mikrodiverziti SC sistema i jednim makrodiverziti prijernikom [94, 96]. Na ulazima sva tri prijernika, prisutan je  $\kappa$ - $\mu$  feding. Snage signala na

ulazima u makrodiverziti prijemnik, snage signala na ulazima u mikrodiverziti prijemnik imaju korelisanu Gama raspodelu. Može se izračunati združena  $\kappa$ - $\mu$  raspodela za dve  $\kappa$ - $\mu$  promenljive i njihovih izvoda, a korišćenjem ove združene gustine može se izračunati srednja vrednost prvih izvoda slučajnog procesa u dva trenutka vremena. Ovo je broj presečenih površina ravni na određenom nivou ipredstavlja važnu karakteristika sistema. Pomoću funkcije gustine verovatnoće  $\kappa$ - $\mu$  slučajnog procesa, može se odrediti funkcija gustine verovatnoće  $\kappa$ - $\mu$ - $q$  slučajnog procesa,  $\alpha$ - $\kappa$ - $\mu$  slučajnog procesa i  $\alpha$ - $\kappa$ - $\mu$ - $q$  slučajnog procesa [91].

Organizacija disertacije u nastavku je sledeća:

U prvom poglavlju razmatrana je pojava propagacionog efekta fedinga i pogodni modeli koji se koriste za njegovo modelovanje. Feding izaziva promenu amplitude signala kao posledicu prostiranja signala po više putanja, zbog reflektovanja signala od obližnjih objekata, refrakovanja signala i rasipanja signala.

U drugom poglavlju razmatran je kapacitet kanala koji se određuje u zavisnosti od anvelope signala i zavisnosti od kvadrata anvelope signala odnosno u zavisnosti od snage signala. Kapacitet kanala je sa anvelopom signala povezan logaritamskom funkcijom, a transformacionom metodom može da se izračuna gustina verovatnoće kapaciteta kanala. Pomoću gustine verovatnoće kapaciteta kanala može da se izračuna kumulativna funkcija raspodele kapaciteta kanala, karakteristična funkcija kapaciteta kanala, prvi moment kapaciteta kanala, drugi moment kapaciteta kanala i treći moment kapaciteta kanala. Prvi moment kapaciteta kanala je srednja vrednost, drugi moment kapaciteta kanala je srednja kvadratna vrednost i treći moment kapaciteta kanala je srednja kubna vrednost. Anvelopa signala može da bude opisana Relijevom raspodelom i feding opisan ovom raspodelom naziva se Relijev feding. Kod Rajsovog fedinga anvelopa signala opisana je Rajsovom raspodelom, kod Nakagami-m fedinga, anvelopa signala je opisana Nakagami-m raspodelom, a kod  $\kappa$ - $\mu$  fedinga, anvelopa signala je opisana  $\kappa$ - $\mu$  raspodelom. Spori feding se obično opisuje Gama raspodelom. Takođe, u glavi su razmatrane statističke karakteristike kapaciteta kanala kao slučajnog procesa. U radu je određena gustina verovatnoće kapaciteta kanala, karakteristična funkcija kapaciteta kanala, prvi moment kapaciteta kanala, drugi moment kapaciteta kanala i treći moment kapaciteta kanala. Zatim je određena združena gustina verovatnoće kapaciteta kanala i prvog izvoda kapaciteta kanala. Pomoću ove združene gustine verovatnoće kapaciteta kanala, određen je srednji broj osnih preseka kapaciteta kanala kao slučajni proces.

U trećem poglavlju razmatran je makrodiverziti sistem koji se koristi za smanjenje uticaja brzog fedinga na performanse sistema. Makrodiverziti sistem se sastoji od jednog makrodiverziti kombinera i dva mikrodiverziti kombinera, jednog makrodiverziti kombinera i tri mikrodiverziti kombinera. Mikrodiverziti kombiner ima ulogu u smanjivanju uticaja brzog fedinga na performanse sistema, a makrodiverziti kombiner umanjuje degradaciju sporog Gama fedinga na performanse sistema. Makrodiverziti kombiner izdvaja mikrodiverziti kombiner koji se koristi sa prenos signala sa najvećom snagom signala. U radu je određena gustina verovatnoće signala na izlazu iz makrodiverziti sistema i kumulativna funkcija raspodele signala na izlazu iz makrodiverziti sistema.

U četvrtom poglavlju razmatran je radio relejni sistem sa dve deonice i radio relejni sistem sa tri deonice. U sistemu su prisutni  $\kappa$ - $\mu$  korisni signal i  $\kappa$ - $\mu$  međukanalna interferencije. Signal na izlazu iz relejnog sistema sa dve deonice, jednak je proizvodu signala sa prve deonice i signala sa druge deonice. Odnos korisnog signala i međukanalne interference na izlazu iz relejnog sistema sa dve deonice jednak je proizvodu odnosa korisnog signala i međukanalne interference sa prve deonice i sa druge deonice. Na osnovu ovoga su izračunate statističke karakteristike relejnog sistema sa dve deonice. Takođe, u radu je razmatran radio relejni sistem sa tri deonice.

Na kraju su taksativno navedeni osnovni zaključni komentari, na osnovu dobijenih analitičkih i numeričkih rezultata, kao i prikazane analize i diskusije.

# 1 KANAL SA FEDINGOM

Efekat fedinga nastaje kao posledica istovremenog prostiranja radio signala po više različitih propagacionih puteva [3,5,15]. Prostiranje signala se odvija preko više putanja usled pojava odbijanja talasa, prelamanja talasa, savijanja talasa i rasipanja talasa. Polje rasipanja radio talasa (sketeringa) može biti homogeno, odnosno nezavisno od pravca rasejanja, ili nehomogeno. U slučaju homogenog polja rasipanja, u proizvoljnoj tački prostora u okviru prenosnog kanala postoje vektori elektromagnetnog polja sa amplitudama koje su približno istog nivoa. Ovakva raspodela elektromagnetnog polja dovodi do situacije u kojoj je ukupni signal na prijemu jednak zbiru većeg broja uskopojasnih signala koji međusobno interferiraju. Pored toga, fenomen fedinga je dinamičke prirode, i amplitude pojedinačnih uskopojasnih procesa se menjaju sa promenom pozicije prijemnika ili predajnika, njihovim kretanjem, ili promenom fizičkih uslova prenosa radio signala. Posledično, zbirna amplituda signala na prijemu varira, što nazivamo pojavom fedinga. Ova promena reflektuje slučajnu prirodu varijacija uslova u kanalu, pa se zbog toga i feding može posmatrati kao slučajni proces. Amplituda signala koji je podložan fedingu u telekomunikacionim kanalima se može opisati odgovarajućom statističkom raspodelom. Ovakav model omogućava analizu efekata fedinga korišćenjem statističkog aparata, uključujući kumulativnu funkciju raspodele verovatnoće, karakterističnu funkciju slučajne promenljive i momente raspodele.

U kanalima sa fedingom je važno razmotriti postojanje nekoliko važnih karakteristika, a jedna od njih se odnosi na postojanje ili nepostojanje dominantne komponente signala. Postojanje dominantne komponente koja ima značajno veću amplitudu od rasejanih komponenti signala [52] predstavlja idikaciju postojanja linije direktne optičke vidljivosti između predajnika i prijemnika. Sa druge strane, specifični uslovi prenosa mogu formirati dominantnu komponentu i u situacijama u kojima ne postoji direktna optička vidljivost. Pojedinačne rasejane komponente signala mogu se predstaviti kao zbrovi parova međusobno normalnih fazora, od kojih je jedan u fazi, a drugi u kvadraturi sa emitovanim signalom. Ekvivalentni signal u fazi predstavlja zbir pojedinačnih rasejanih uskopojasnih komponenti u fazi, a isto se odnosi i na signal u kvadraturi [66]. U slučaju kada je broj uskopojasnih komponenti koje interferiraju relativno veliki i kada su njihove amplitude približno iste, može se primeniti centralna granična teorema. U ovakvom slučaju se može smatrati da su ekvivalentne komponente u fazi i kvadraturi nezavisne Gausove slučajne promenljive sa nultim srednjim vrednostima i najčešće jednakim varijansama.

Kanal bežičnog radio prenosa može biti specifičan i po tome što u njemu postoji mogućnost formiranje jednog ili više klastera. Sa svoje strane, klasteri predstavljaju grupe talasa koje su vremenski pomerene, pri čemu je ovaj pomeraj dobro definisan. Snage amplitude ekvivalentnog talasa se mogu posmatrati kao konstantne, ali mogu biti i dinamičke, odnosno promenljive. Situacija u kojoj su amplitude promenljive odgovara postojanju većih prepreka na liniji između predajnika i prijemnika, a obično se naziva sporim fedingom koji nastaje usled efekta senke. U izvesnim kanalima elektromagnetni talasi ne slabe podjednako u dva međusobno ortogonalna pravca, što dovodi do toga da se snage komponente u fazi i kvadraturi razlikuju. Pored toga, u nekim kanalima se dešava da su ortogonalne komponente u fazi i kvadraturi međusobno korelisane. Ovo se obično dešava u propagacionim kanalima koji uključuju različite površine prelamanja i odbijanja koje su orijentisane u pojedinim pravcima [71].

Rejljeva raspodela često predstavlja veoma dobar model koji izuzetno uspešno opisuje bežični kanal. U ovakvim slučajevima se feding naziva Relijevim fedingom [83]. Ortogonalne komponente koje predstavljaju nezavisne Gausove slučajne promenljive sa nultim srednjim vrednostima i jednakim varijansama čine uskopojasni signal koji je raspodeljen prema

Rejljevom modelu. Broj rasejanih komponenata se posmatra kao dovoljno veliki, dok je njihova amplituda približno jednaka, što predstavlja uslov za primenu centralne granične teoreme. Zbir kvadrata dve Gausove slučajne promenljive predstavlja kvadrat Relijeve slučajne promenljive. Koristeći ovu činjenicu, moguće je kreirati Rejljev slučajni vektor, tako što se najpre kreiraju dva vektora slučajnih Gausovih promenljivih sa nultom srednjom vrednošću i jediničnom varijansom, odgovarajuće dužine. Svaki od ova dva vektora treba pomnožiti konstantom koja će predstavljati njihovu varijansu. Rezultujući Gausovi vektori se nakon ovoga kvadriraju, član po član. Ova dva vektora se sabiraju tako što se formira novi vektor čiji je svaki član jednak zbiru odgovarajućih članova vektora sabiraka. Konačno preostaje operacija kvadratnog korena nad dobijenim vektorom, tako što se svaki član pojedinačno korenuje. Dobijeni vektor predstavlja niz nekorelisanih odmeraka Relijeovog slučajnog procesa.

Kumulativna funkcija raspodele Rejljeve slučajne promenljive se može jednostavno izračunati korišćenjem zatvorenog izraza za Rejljevu gustinu raspodele verovatnoće. Slično ovome je moguće izračunati odgovarajuću karakterističnu funkciju i momente. Kumulativna funkcija raspodele proizvoljne slučajne promenljive predstavlja verovatnoću da slučajna promenljiva uzme vrednost u opsegu od  $-\infty$  do tekuće koordinate. Funkcija gustine raspodele verovatnoće se dobija kao prvi izvod kumulativne verovatnoće, odnosno funkcije raspodele. Karakteristična funkcija neke slučajne promenljive jednaka je matematičkom očekivanju zadate eksponencijalne funkcije, i sa gustinom raspodele verovatnoće čini Furijev transformacioni par. Koristeći ovu definiciju, može se pomoću gustine raspodele verovatnoće odrediti karakteristična funkcija, a moguća je i transformacija u obrnutom smeru, tj. da se iz karakteristične funkcije dobije gustina raspodele. Iz osobina Furijeove transformacije sledi da je karakteristična funkcija zbira slučajnih promenljivih jednaka proizvodu njihovih individualnih karakterističnih funkcija.

Momenti se takođe mogu odrediti pomoću karakteristične funkcije, pri čemu je moment  $n$ -tog reda jednak je  $n$ -tom izvodu karakteristične funkcije u nuli. Gustina verovatnoće može da se progresivno aproksimira korišćenjem momenata i razvoja u specijalne funkcije kao npr. Ermitovih polinoma, Laplasovih funkcija ili Čebiševljevih funkcija [106]. U ovakvom scenariju se gustina raspodele verovatnoće predstavlja kao polinom čiji su koeficijenti dati u zavisnosti od potrebnog broja momenata.

Izvod Rejljevog slučajnog procesa predstavlja Gausovu slučajnu promenljivu. Koristeći definiciju po kojoj je kvadrat Rejljeve slučajne promenljive jednak zbiru kvadrata dve Gausove slučajne promenljive, moguće je jednostavno odrediti prvi izvod stohastičkog procesa Rejljeve anvelope u kontekstu signala sa fedingom. Rezultat pokazuje da je izvod jednak linearnoj transformaciji izvoda Gausovog slučajnog procesa. Izvod Gausovog slučajnog procesa predstavlja Gausovu slučajnu promenljivu, pri čemu je varijansa ovog izvoda direktno proporcionalna kvadratu maksimalne Doplerove frekvencije i srednje snage početnog Rejljevog procesa.

Linearnom transformacijom Gausovih slučajnih promenljivih se takođe dobija slučajna promenljiva koja sledi Gausovu raspodelu. Uobičajeno je pretpostaviti da je Rejljev slučajni proces statistički međusobno nezavistan od njegovih izvoda. U tom slučaju je združena funkcija gustine raspodele verovatnoće Rejljevog slučajnog procesa i njegovog prvog izvoda jednaka proizvodu jedne Rejljeve slučajne promenljive i jedne Gausove slučajne promenljive. Ova združena gustina raspodele se može upotrebiti kako bi se dobio srednji broj osnih preseka slučajnog procesa, odnosno broj prelazaka iz stanja višeg nivoa signala u stanje nivoa signala koji je ispod zadatog praga. Srednji broj osnih preseka Rejljevog slučajnog procesa jednak je srednjoj vrednosti njegovog prvog izvoda. Ovo predstavlja fundamentalni rezultat koji važi i za ostale modele fedinga.

Srednji broj osnih preseka slučajnog procesa je važna statistička karakteristika sistema, jer su iz nje može izvesti srednje vreme trajanja otkaza bežičnog telekomunikacionog sistema

u kanalu sa fadingom. Srednje vreme trajanja otkaza predstavlja meru drugog reda u pogledu performansi sistema, a jednako je količniku verovatnoće otkaza i srednjeg broja osnih preseka. Sa druge strane, verovatnoća otkaza predstavlja meru performansi prvog reda, odnosno verovatnoću da je vrednost rezultujućeg signala manja od unapred zadatog praga na prijema.

Za izvesne promene može biti od interesa određivanje združene gustine raspodele verovatnoće dve korelisane slučajne promenljive. Ovakva raspodela se koristi za analizu performansi selektivnog diverziti prijemnika sa dve antene [60]. Ako su antene dovoljno udaljene, primljeni signali na individualnim antenama se mogu smatrati nekorelisanim. Kada se antene nalaze na manjem rastojanju, njihovi signali postaju sve više korelisani jedan sa drugim i dobitak koji se postiže putem tehnike diverzita postaje sve manji. Koeficijent korelacije signala na dve antene se kreće od nule do jedan. Kada je koeficijent korelacije blizak jedinici, tada se nepovoljna realizacija fedinga istovremeno ogleda na obadve antene i prijemnik nema puno mogućnosti da ovu situaciju ispravi, čak i kada se koristi tehnika diverzita, odnosno kombinovanje na prijemu. Zbog ovoga je potrebno odrediti združenu gustinu verovatnoće za dve slučajne promenljive u zavisnosti od međusobnog koeficijenta korelacije. Simulacija ovakvog sistema se obavlja tako što se najpre kreiraju dva slučajna uskopojasna signala sa identičnom dominantnom komponentom. Pretpostavka je da su signali u fazi, pri čemu su obadva uskopojasna procesa međusobno korelisana. Ista pretpostavka važi i za Gausove signale u kvadraturi, za obadva uskopojasna procesa. Metodom transformacije gustine raspodele verovatnoće se određuje združena gustina raspodele verovatnoće dve Rajsove anvelope. Dobijena funkcija je složena i sadrži proizvod modifikovanih Beselovih funkcija. Autokorelaciona funkcija i spektralna gustina snage prema Viner-Hinčinovoj teoremi predstavljaju Furijev transformacioni par. Stoga je moguće pomoću autokorelacione funkcije odrediti spektralnu gustinu snage Rajsovog slučajnog procesa [76].

Nakagami- $m$  slučajna promenljiva ima dva parametra: parametar  $m$  koji određuje oštrinu fedinga i srednju snagu  $\Omega$ . Oštrina fedinga je direktno srazmerna vrednosti parametra  $m$ . Kada parametar  $m$  teži beskonačnosti, onda Nakagami- $m$  kanal postaje kanal bez prisustva fedinga. Kada je parametar  $m$  jednak jedinici, tada Nakagami- $m$  raspodela postaje identična Relijevoj raspodeli, dok se u slučaju kada je parametar  $m$  jednak  $1/2$ , kao rezultat dobija jednostrana Gausova raspodela [5]. Postoje različite metode za procenu parametara  $m$  u Nakagami- $m$  feding kanalima, a najpoznatije od njih uključuju metodu momenta i metodu osnih. Numerička simulacija raspodele se obavlja putem pravila da je kvadrat Nakagami- $m$  slučajne promenljive jednak zbiru  $2m$  (kada je  $m$  ceo broj) kvadrata Gausovih slučajnih promenljivih sa srednjim vrednostima nula i sa istim varijansama. Nakagami- $m$  raspodela se obično primenjuje tamo gde je prisutan feding i gde postoje uslovi za formiranje dominantne komponente, odnosno gde ne postoji direktna linija optičke vidljivosti između predajnika i prijemnika. Pretpostavlja se da u kanalu postoje uslovi za formiranje više klastera, pri čemu je propagaciona sredina homogena, tako da postoji veliki broj rasejanih komponenti signala, koje međusobno imaju približno iste amplitude sa uniformno raspodeljenim fazama.

Združena gustina verovatnoće Nakagami- $m$  slučajne promenljive jednaka je proizvodu gustine verovatnoće Nakagami- $m$  slučajne promenljive i Gausove gustine verovatnoće [49]. U literaturi se proučava i slučajna promenljiva koja predstavlja proizvod dve Nakagami slučajne promenljive, odnosno Nakagami  $\times$  Nakagami [7,13,14]. Ova raspodela ima dva parametra  $m_1$  i  $m_2$ , a raspodela opisuje anvelopu signala tzv.  $\eta_2\eta$  feding kanalima [11].

Nakagami- $q$  raspodela se koristi za opisivanje obvojnice signala u kanalima podložnim fedinu u kojima ne postoji dominantne komponente, odnosno gde ne postoji optička vidljivost između predajnika i prijemnika. Polje rasejanja se smatra homogenim i pretpostavlja se da postoji veći broj rasejanih komponenti talasa. Prenosni kanal podržava formiranje tačno jednog klastera, pri čemu se smatra da važi centralna granična teorema za zbir komponentata signala u fazi i kvadraturi [17]. Snage komponentata u fazi i komponentata u kvadraturi su



različite, odnosno signal ne slabi podjednako u dve ortogonalne polarizacije. Uskopojasni Nakagami- $q$  slučajni proces se sastoji od dve statistički nezavisne Gausove slučajne promenljive sa nultim srednjim vrednostima i različitim varijansama [88]. Združena gustina verovatnoće dve korelisane Nakagami- $q$  slučajne promenljive i tri korelisane Nakagami- $q$  slučajne promenljive određena je u [46]. Razmatraju su i statističke karakteristike za  $n$  nezavisnih Nakagami- $q$  slučajnih promenljivih.

Scenario u kome je najpovoljnije koristiti Vejbulovu slučajnu promenljivu za modelovanje efekta fedinga predstavlja kanal u kome postoji optička vidljivost između predajnika i prijemnika i u kojima se formira samo jedan klaster rasejanja. Polje rasejanja se posmatra kao nehomogeno, pri čemu postoji relativno mali broj rasejanih komponenata, tako da se ne može primeniti centralna granična teorema za zbir komponenata u fazi i kvadraturi. Vejbulova slučajna promenljiva se formalno dobija stepenovanjem Rejljeve slučajne promenljive. Verovatnoća otkaza, verovatnoća greške i kapacitet kanala bežičnog telekomunikacionog sistema koji funkcioniše putem kanala u kojem je prisutan Vejbulov feding [24, 27]. Transformacionom metodom je određena združena gustina verovatnoće Vejbulovog slučajnog procesa i njenog prvog izvoda, a pomoću ove gustine je određen i srednji broj osnih preseka. Vejbulova slučajna promenljiva sadrži parametar  $\alpha$ , koji se odnosi na stepen nelinearnosti kanala. Kada je parametar  $\alpha=2$ , Vejbulov feding prelazi u Rejljev kanal, a kada parametar  $\alpha$  teži ka beskonačnosti, kanal ostaje bez negativnog uticaja fedinga.

Kada prenosni kanal dozvoljava prostiranje putem više klastera rasejanja i između predajnika i prijemnika postoji direktna optička vidljivost, može se koristiti  $\alpha$ - $\mu$  slučajna promenljiva kao odgovarajući model fedinga [69]. Smatra se da je polje rasipanja nehomogeno i da broj rasejanih komponenti nije veoma veliki, tako ne važi centralna granična teorema za zbir komponenata u fazi i kvadraturi. Snage komponenata u fazi i kvadraturi se posmatraju kao međusobno identične.  $\alpha$ - $\mu$  slučajni proces se matematički formalno dobija stepenovanjem Nakagami- $m$  slučajnog procesa.  $\alpha$ - $\mu$  raspodela ima dva parametra - parametar  $\alpha$  se odnosi na stepen nelinearnosti propagacionog okruženja, a parametar  $\mu$  određuje broj prisutnih klastera.  $\alpha$ - $\mu$  raspodela predstavlja opštu raspodelu iz koje se mogu izvesti Relijeva, Vejbulova i Nakagami- $m$  raspodela. Posebni slučajevi za  $\alpha=2$  predstavljaju Nakagami- $m$  raspodelu, a za  $\mu=1$ , Vejbulovu raspodelu. Raspodela se svodi na Rejljevu raspodelu u slučaju kada su vrednosti parametara  $\alpha=2$  i  $\mu=1$ .

Kada u kanalu sa fedingom postoji i efekat senke, srednja snaga obvojnice signala se veoma dobro opisuje Log-normalnom raspodelom [81, 83]. Log-normalna slučajna promenljiva se dobija nelinearnom transformacijom Gausove slučajne promenljive. Na žalost, izrazi za verovatnoću greške i verovatnoću otkaza su matematički glomazni kada se koristi Log-normalna raspodela, i ne mogu se dobiti izrazi u zatvorenom obliku koji daju uvid u uticaj različitih parametara sistema.

Kada se u kanalu može pojaviti jedna ili više dominantnih komponenti, i kada se u signal može prostirati putem više klastera, pogodno je za opisivanje uticaja fedinga koristiti  $\kappa$ - $\mu$  slučajnu promenljivu. U svakom od postojećih klastera može postojati dominantna komponenta, ali to nije neophodno u smislu primene ovog modela. Zbir komponenata u fazi i kvadraturi podeleže centralnoj graničnoj teoremi, jer se smatra da je polje rasipanja homogeno i da postoji relativno veliki broj rasejanih komponenata signala. Snaga obvojnice signala u slučaju  $\kappa$ - $\mu$  fedinga je konstantna, a snage komponenata u fazi i kvadraturi su međusobno jednake. Parametar raspodele  $\kappa$ , ili Rajsov faktor se definiše kao odnos snage dominantnih komponenta i snage rasejanih komponenata. Parametar  $\mu$  se odnosi na broj klastera u prenosnom kanalu.  $\kappa$ - $\mu$  raspodela je takođe jedna opšta raspodela, a iz nje se mogu izvesti Relijeva, Nakagami- $m$  raspodela i Nakagami- $q$  raspodela [94,103]. Za  $\mu =1$ , raspodela prelazi u Rajsovu, a za  $\kappa=0$ , Nakagami- $m$  raspodelu. Rejljeva raspodela se dobija kada su parametri  $\kappa=0$  i  $\mu=1$ . Kada  $\kappa$  ili  $\mu$  teže ka beskonačnosti kanal se transformiše u kanal bez prisustva fedinga. Sa povećanjem Rajsovog faktora, amplitude fedinga opada, što se može tumačiti kao

povećanje snage dominantnih komponenti ili smanjenje snaga rasejanih komponenata. Kvadrat  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive može da se predstavi kao zbir  $2\mu$  kvadriranih nezavisnih Gausovih slučajnih promenljivih sa međusobno jednakim varijansama.

U okruženju koje je ograničeno interferencijom, snaga međukanalne interference je znatno veća od snage šuma, tako da se uticaj Gausovog šuma na verovatnoću greške i verovatnoću otkaza uglavnom može zanemariti. Kod ovakvih sistema je za određivanje performansi od interesa proučiti odnos obvojnice signala i međukanalne interferencije. Kod ćelijskih sistema namenjenih povećanju kapaciteta kanala, povećanje broja ćelija podiže informacioni kapacitet kanala, ali se istovremeno povećava i snaga međukanalne interferencije. Za ovakve mreže kažemo da su ograničene interferencijom. Statističke karakteristike kanala se koriste za analizu performansi bežičnih telekomunikacionih sistema koji koriste diverzitetnu tehniku sa više antena za smanjivanje uticaja  $\kappa$ - $\mu$  fedinga na performanse sistema. Primera radi, na izlazu iz EGC prijemnika sa dva ulaza na kojima je prisutan  $\kappa$ - $\mu$  feding, slučajna promenljiva koja modeluje efekat fedinga jednaka je zbiru dve  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive. Od interesa je razmatrati i proizvod dve  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive, a ovakva raspodela se označava kao  $(\kappa-\mu) \times (\kappa-\mu)$  [33]. Raspodela  $(\kappa_1-\mu_1) \times (\kappa_2-\mu_2)$  ima četiri parametra i dovoljno je opšta da se za različite kombinacije vrednosti parametra  $\kappa_1, \mu_1, \kappa_2$  i  $\mu_2$  mogu dobiti različite slučajne promenljive, a neke od njih su Nakagami  $\times$  Nakagami, Rajs  $\times$  Rajs i Rejli  $\times$  Rejli. Posebno se može analizirati količnik dva  $\kappa$ - $\mu$  vektora. Ova slučajna promenljiva se označava kao  $(\kappa-\mu) / (\kappa-\mu)$  i ima primenu za određivanje performansi bežičnog telekomunikacionog sistema koji obalja prenos putem  $\kappa$ - $\mu$  feding kanala u kome je prisutna i međukanalna interferenca sa  $\kappa$ - $\mu$  raspodelom, pri čemu je međukanalna interferencija dominantna smetnja u odnosu na Gausov šum. Rezultujuća slučajna promenljiva ima četiri parametra:  $k_1, \mu_1, k_2$  i  $\mu_2$ . Za  $k_1=k_2=0$ ,  $(\kappa-\mu) / (\kappa-\mu)$  raspodela postaje Nakagami / Nakagami raspodela, a za  $\mu_1=\mu_2=1$ , Rajs / Rajs raspodela se dobijena iz  $(\kappa-\mu) / (\kappa-\mu)$ . Za  $k_1=k_2=0$  i  $\mu_1=\mu_2=1$ ,  $(\kappa-\mu) / (\kappa-\mu)$  feding kanal postaje Rejli  $\times$  Rejli feding kanal [52,66,71]. Za  $k_1=0$ ,  $(\kappa-\mu) / (\kappa-\mu)$  feding kanal postaje Nakagami /  $(\kappa-\mu)$  feding kanal. Za  $\mu_1=1$ ,  $(\kappa-\mu) / (\kappa-\mu)$  feding kanal postaje Rajs /  $(\kappa-\mu)$  feding kanal i za  $k_1=0$  i  $\mu_2=1$ ,  $(\kappa-\mu) / (\kappa-\mu)$  feding kanal postaje Nakagami / Rajs feding kanal.

Na kraju, mogu se razmatrati  $\min(\kappa-\mu, \kappa-\mu)$  i  $\max(\kappa-\mu, \kappa-\mu)$ . Slučajna promenljiva  $\max(\kappa-\mu, \kappa-\mu)$  ima primenu za analizu performansi bežičnog telekomunikacionog sistema koji koristi SC kombiner sa dva ulaza na kojima se pojavljuje  $\kappa$ - $\mu$  feding, kako bi se smanjio uticaj brzog fedinga na performanse sistema. Slučajna promenljiva  $\min(\kappa-\mu, \kappa-\mu)$  ima primenu kod relejnih sistema sa dve relejne deonice na kojima je prisutan  $\kappa$ - $\mu$  feding.

Kada u prenosnom kanalu postoji više klastera propagacije, ali nije prisutna dominantna komponenta signala, moguće je za modelovanje fedinga koristiti  $\eta$ - $\mu$  slučajnu promenljivu. Polje se smatra homogenim jer egzistira relativno mnogo rasejanih komponenti, što sa druge strane obezbeđuje uslove za upotrebu centralne granične teoreme na zbir komponenata u fazi i kvadraturi. Snaga obvojnice signala se smatra konstantnom, čime se efektivno ne razmatra uticaj senke. Snage komponenata u fazi i kvadraturi su međusobno različite.  $\eta$ - $\mu$  slučajna promenljiva podignuta na kvadrat se može predstaviti kao zbir  $2\mu$  kvadrata međusobno nezavisnih Gausovih slučajnih promenljivih nulte srednje vrednosti, pri čemu prvih  $\mu$  promenljivih imaju varijansu  $\sigma_1^2$ , a drugih  $\mu$  promenljivih imaju varijansu  $\sigma_2^2$ . Korišćenjem  $\eta$ - $\mu$  raspodele kao osnove, mogu se dalje formulisati  $\eta$ - $\mu$ - $q$ ,  $\alpha$ - $\eta$ - $\mu$  i  $\alpha$ - $\eta$ - $\mu$ - $q$  raspodele.

U najvećem broju telekomunikacionih kanala su istovremeno prisutni spori i brzi feding. Modelovanje ovakvog sistema je moguće ostvariti tako što odgovarajuća raspodela može da opiše obvojnici signala (npr. kada je prisutan Nakagami- $m$  feding), a prisutni spori feding se modeluje kao da je srednja snaga promenljiva (npr. ima Gama raspodelu). Odgovarajućim usrednjavanjem se dobija KG slučajna promenljiva [84]. U KG feding kanalu ne može se

razmatrati dominantna komponenta, jer je pretpostavljeno da ne postoji optička vidljivost između predajnika i prijemnika. U slučaju da ima međusobne optičke vidljivosti predajnika i prijemnika, a prisutni su brzi i spori fading, onda se anvelopa signala može modelovati Rajsovom raspodelom uz ostavljenu mogućnost promenljive snage rasejanih ili dominantnih komponentata, pri čemu je ukupna snaga takođe promenljiva. U ovom slučaju, snaga dominantnih ili rasejanih komponentata ima Gama raspodelu. U literaturi su razmatrani slučajevi kada ukupna snaga ima Gama raspodelu i kada snage dominantne i rasejane komponentate imaju Gama raspodelu, podjednako i istovremeno. U svim ovim slučajevima, gustina verovatnoće anvelope se dobija odgovarajućim usrednjavanjem.

Suzuki raspodela opisuje anvelopu signala kada je prisutan Rejljev fading, a srednja snaga je promenljiva i ima Log-normalnu raspodelu [44, 87].  $K$  raspodela se odnosi na modelovanje efekata kada je prisutan Rejljev fading, a srednja snaga je promenljiva i ima Gama raspodelu. Rezultati za performanse sistema su dobijeni u zatvorenom obliku kada se koristi  $K$  raspodela.

Kada je potrebno istovremeno smanjiti uticaj brzog i sporog fadinga na performanse telekomunikacionog sistema, obično se koristi makrodiverziti tehnika. Makrodiverziti sistem ima makrodiverziti prijemnik uz dva, tri ili više mikrodiverziti kombiner. Najčešće se koristi makrodiverziti SC prijemnik, a mikrodiverziti kombiner može biti tipa SC, MRC ili EGC [86,89]. Makrodiverziti SC prijemnik izdvaja mikrodiverziti kombiner sa najvišim signalom anvelope na ulazima da bi se omogućila odgovarajuća usluga prema korisniku, čime se umanjuje uticaj sporog fadinga na performanse sistema. Mikrodiverziti SC kombiner sa svoje strane izdvaja granu sa najvišim korisnim signalom kako bi mobilnom pretplatniku obezbedio kvalitetnu uslugu, čime se znatno redukuje uticaj brzog fadinga na performanse sistema.

Mikrodiverziti prijemnici se raspoređuju u određenoj geografskoj oblasti tako što se distribuiraju u ćelijama npr. mobilne mreže. Ćelijska konfiguracija mreže se nakon toga koristi da bi se povećao kapacitet kanala uz istovremeno smanjenje verovatnoće otkaza. Makrodiverziti prijemnik kombinuje signale sa više antenna postavljenih na jednoj bočnoj stanici. Uobičajeno je da se snaga obvojnice u prisustvu sporog fadinga modeluje Gama raspodelom. Spori fading je gotovo uvek korelisan, upravo zbog toga što ista prepreka potpuno ili delimično zaklanja dve ili više baznih stanica. Kada je koeficijent korelacije blizak jedinici, onda se nepovoljna realizacija procesa fadinga signala dešava istovremeno na obe bočne stanice. U ovom slučaju makrodiverziti radi kao mikrodiverziti. Kod sistema sa ćelijskom konfiguracijom mreže, dominantna smetnja nije aditivni šum, već je to međukanalna interferencija. U ovakvom slučaju je potrebno odrediti statističke osobine prvog i drugog reda za slučajnu promenljivu formulisanu kao odnos signala i interference na izlazu iz mikrodiverziti prijemnika. Nakon toga se određuju odgovarajuće statističke karakteristike odnosa signala i interference na izlazu iz makrodiverziti SC prijemnika.

Prostorne tehnike diverzita predstavljaju oprobani način za smanjenje smanjenje negativnog uticaja sporog i brzog fadinga na performanse sistema. U široj upotrebi se koristi nekoliko različitih načina kombinovanja signala. MRC (*maximal ratio combining*), daje najveći dobitak, ali su ovi kombineri relativno skupi za praktičnu realizaciju i široku potrošnju. Ukoliko je snaga šuma ista u svim granama na ulazu, onda je kvadrat signala na izlazu kombineru jednak prostom zbiru kvadrata signala na individualnim MRC ulazima. Kada se na ulazu u MRC prijemnik nalazi SC, i pojavljuje se Nakagami- $m$  fading, onda signal na izlazu ima takođe Nakagami- $m$  raspodelu sa parametrom  $m$  i sa srednjom snagom koja se uvećava srazmerno sa brojem ulaza. Jedan od načina kombinovanja je EGC (*equal gain combining*) prijemnika. EGC prijemnik sumira obvojnice signala na njegovim ulazima, a na izlazu se pojavljuje odgovarajući zbir. EGC prijemnik pokazuje rezultate koji su nešto slabiji u odnosu na MRC prijemnik, ali je i srazmerno jednostavniji za praktičnu realizaciju. Prijemnik zasnovan na SC (*selection combining*) principu u svakom trenutku odabira ulaznu

granu na kojoj je nivo signala maksimalan. SC prijemnik je u pogledu praktične realizacije znatno jednostavniji od MRC i EGC kombinera, što je i razlog njegove široke upotrebe [70]. Sa druge strane, selekcionni kombiner ne pokazuje tako dobre rezultate kao što je to slučaj sa MRC ili EGC kombinerima. U pogledu matematičke analize, u mnogim slučajevima se selekcionni kombiner može mnogo jednostavnije analizirati jer je kumulativna verovatnoća signala na njegovom izlazu jednaka proizvodu kumulativnih verovatnoća individualnih signala na njegovim ulazima.

Postoji više različitih algoritama kojima se rukovode selektivni kombineri. Prema prvom algoritmu, kombiner selektuje onaj ulaz na kome je trenutno najveća anvelopa korisnog signala. Drugi algoritam kao kriterijum izbora koristi maksimalnu ukupnu snagu signala. Treći algoritam selektuje i prosleđuje onaj antenski ulaz na kome je odnos snage korisnog signala prema interferenciji najveći. Kombinovanje pokazuje najbolje rezultate kada se primenjuje treći od pomenutih algoritama. Na ulazima u kombiner, može da bude prisutan Rejlijev, Rajsov ili neki drugi fading pomenut u prethodnom tekstu. Pored toga, ulazni signali mogu biti nekorelisani ili korelisani sa odgovarajućim koeficijentom korelacije koji zavisi od međusobnog rastojanja i ravni polarizacija antena. Performanse sistema, kao što su verovatnoća otkaza i verovatnoća greške, najbolji su kada signali na različitim ulazima nisu međusobno korelisani. Moguće je koristiti i varijante SC/MRC prijemnika i SC/EGC prijemnika, što predstavlja složene kombinere.

## 2 KAPACITET KANALA

Kapacitet kanala može da se odredi u zavisnosti od anvelope signala i zavisnosti od kvadrata anvelope signala odnosno u zavisnosti od snage signala [22]. Kapacitet kanala je sa anvelopom signala povezan logaritamskom funkcijom. Najpre se formira  $\kappa$ - $\mu$  vektor. Prvo se formiraju  $2\mu$  Gausovih vektora. Svaki od ovih vektora se pomnoži konstantom koja je srazmerna sa varijansom. Zatim se na dva vektora doda konstanta koja je srazmerna sa Rajsovim faktorom. Svi ovi faktori se kvadriraju, sabiraju se i od zbira se odredi kvadratni koren. Dobijeni vektor je  $\kappa$ - $\mu$  vektor. Zatim se formira vektor kapaciteta kanala. Pomoću ovog vektora se odredi histogram. Moment prvog reda se dobija kada se svi članovi vektora saberu i dobijeni zbir se podeli sa brojem članova. Moment drugog reda se dobija kada se svi članovi vektora kvadriraju, zatim saberu a onda se dobijeni zbir podeli sa brojem članova. Analogno prethodnom, kada se svi članovi vektora stepenuju trećim stepen, saberu i dobijeni zbir podeli sa brojem članova dobija se moment trećeg reda.

Izračunat je kapacitet kanala za Nakagami kanal, kapacitet kanala za Rajsov feding, kapacitet kanala za Relijev feding, kapacitet kanala za Vejbulov feding, kapacitet kanala za  $\alpha$ - $\mu$  feding, kapacitet kanala za  $\alpha$ - $\kappa$ - $\mu$  feding, kapacitet kanala za  $\alpha$ - $\kappa$ - $\mu$ - $q$  feding, kapacitet kanala za  $\eta$ - $\mu$  feding, kapacitet kanala za  $\alpha$ - $\eta$ - $\mu$  feding, kapacitet kanala za  $\alpha$ - $\eta$ - $\mu$ - $q$  feding i kapacitet kanala za neke druge fedinge [6,17,62,83]. Za sve ove fedinge izračunata je gustina verovatnoće, kumulativna verovatnoća, karakteristična funkcija, prvi momenti, drugi momenti, treći momenti. Takođe, određen je srednji broj osnih preseka od odgovarajućih slučajnih procesa.

### 2.1 Relijev kanal

Kapacitet kanala se računa prema Šanonovom obrascu:

$$c = \log(1 + r^2) \quad (2.1)$$

gde je  $r$  anvelopa korisnog signala.

Gustina verovatnoće od  $r$  je:

$$w_r(r) = \frac{2r}{\Omega} e^{-\frac{r^2}{\Omega}}, \quad r \geq 0 \quad (2.2)$$

Iz (2.1) se dobija:

$$r = (e^c - 1)^{1/2} \quad (2.3)$$

Gustina verovatnoće od  $c$  je:

$$w_c(c) = \left| \frac{dr}{dc} \right| w_r \left( (e^c - 1)^{1/2} \right) \quad (2.4)$$

gde je:

$$\frac{dr}{dc} = \frac{1}{2} (e^c - 1)^{-1/2} \quad (2.5)$$

Zamenom (2.5) u (2.4) se dobija:

$$w_c(c) = \frac{1}{2} (e^c - 1)^{-1/2} \frac{2}{\Omega} (e^c - 1)^{1/2} e^{-\frac{1}{\Omega}(e^c - 1)} = \frac{1}{\Omega} e^{-\frac{1}{\Omega}(e^c - 1)} \quad (2.6)$$

Kumulativna verovatnoća od  $c$  je:

$$F_c(c) = \int_0^\infty d_t w_c(t) = \frac{1}{\Omega} \int_0^\infty d_t e^{-\frac{1}{\Omega}(e^t-1)} \quad (2.7)$$

Momenti od  $c$  su jednaki:

$$m_n = \overline{c^n} = \int_0^\infty d_c c^n w_c(t) = \frac{1}{\Omega} \int_0^\infty d_c e^{-\frac{1}{\Omega}(e^t-1)} c^n \quad (2.8)$$

Ukoliko posmatramo Relijevu slučajnu promenljivu, oblik njene združene funkcije gustine verovatnoće i oblik njenog prvog izvoda je sledeći:

$$w_{r\dot{r}}(r\dot{r}) = \frac{2r}{\Omega} e^{-\frac{r^2}{\Omega}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} e^{-\frac{\dot{r}^2}{2\beta^2}} \quad (2.9)$$

gde je:

$$\beta^2 = \pi^2 f_m^2 \Omega \quad (2.10)$$

Relacije između  $r$ ,  $c$  i  $\dot{r}$ ,  $\dot{c}$  su:

$$c = \log(1 + r^2) \quad (2.11)$$

$$r = (e^c - 1)^{1/2} \quad (2.12)$$

$$\dot{c} = \frac{2r}{1+r^2} \quad (2.13)$$

$$\dot{r} = \frac{1}{2}(e^c - 1)^{-1/2} e^c \dot{c} \quad (2.14)$$

Združena funkcija gustine verovatnoće od  $c$  i  $\dot{c}$  je:

$$w_{c\dot{c}}(c\dot{c}) = |J| w_{r\dot{r}} \left( (e^c - 1)^{1/2}, \left( \frac{1}{2}(e^c - 1)^{-1/2} e^c \dot{c} \right) \right) \quad (2.15)$$

Matrica Jakobijana je:

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial r}{\partial c} & \frac{\partial r}{\partial \dot{c}} \\ \frac{\partial \dot{r}}{\partial c} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial \dot{c}} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{2}(e^c - 1)^{-1/2} e^c & 0 \\ \frac{1}{2}(e^c - 1)^{-1/2} e^c & \end{vmatrix} = \frac{e^{2c}}{4(e^c - 1)} \quad (2.16)$$

Smenom (2.16) u (2.15) se dobija združena gustina verovatnoće od  $c$  i  $\dot{c}$  u obliku:

$$w_{c\dot{c}}(c\dot{c}) = \frac{e^{2c}}{4(e^c - 1)} \frac{2}{\Omega} (e^c - 1)^{1/2} e^{-\frac{1}{\Omega}(e^c - 1)} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} e^{-\frac{1}{\beta^2} \frac{1}{4}(e^c - 1) \dot{c}^2} \quad (2.17)$$

Srednji broj osnih preseka od  $c$  se može izračunati pomoću formule:

$$N_c = \int_0^\infty d_c \dot{c} w_{c\dot{c}}(c\dot{c}) \quad (2.18)$$

Posmatra se integral:

$$J = \int_0^\infty d_\xi \xi \xi e^{-\alpha \xi^2} \quad (2.19)$$

Uvodi se smena:

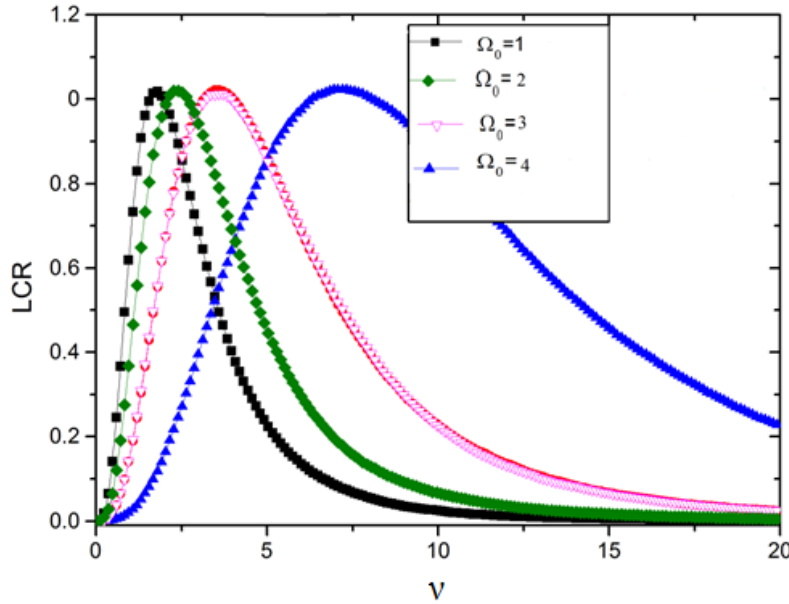
$$\alpha \xi^2 = t, \quad \xi d_\xi = \frac{1}{2\alpha} d_t \quad (2.20)$$

Zamenom (2.20) u (2.19) se dobija:

$$J = \frac{1}{2\alpha} \int_0^\infty d_t e^{-t} = \frac{1}{2\alpha} \quad (2.21)$$

Srednji broj osnih preseka je jednak:

$$\begin{aligned}
N_c &= \int_0^\infty d_c \dot{c} \frac{e^{2c}}{4(e^c-1)\Omega} (e^c-1)^{1/2} e^{-\frac{1}{\Omega}(e^c-1)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta} e^{-\frac{1}{\beta^2} \frac{1}{4(e^c-1)} c^2} = \\
&= \frac{e^{2c}}{4(e^c-1)\Omega} (e^c-1)^{1/2} e^{-\frac{1}{\Omega}(e^c-1)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta} \int_0^\infty d_c \dot{c} e^{-\frac{1}{4\beta^2(e^c-1)} c^2} = \\
&= \frac{e^{2c}}{4(e^c-1)\Omega} (e^c-1)^{1/2} e^{-\frac{1}{\Omega}(e^c-1)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta} \frac{1}{2} \frac{4\beta^2(e^c-1)}{e^{2c}} = \frac{\beta}{4\sqrt{2\pi}\Omega} (e^c-1)^{1/2} e^{-\frac{1}{\Omega}(e^c-1)} = \\
&= \frac{\pi f_m}{4\sqrt{2\pi}\Omega^{1/2}} (e^c-1)^{1/2} e^{-\frac{1}{\Omega}(e^c-1)}
\end{aligned} \tag{2.22}$$



Slika 2.1 Srednji broj osnih preseka kanala u Relijevom kanalu

Srednji broj osnih preseka u Relijevom kanalu dat je na slici 2.1. Za veće vrednosti anvelope signala srednji broj osnih preseka u Relijevom kanalu raste, a opada za veće vrednosti anvelope signala. Prikazane su četiri krive srednjeg broja osnih preseka u Relijevom kanalu, za  $\Omega_0 = 1$ ,  $\Omega_0 = 2$ ,  $\Omega_0 = 3$  i  $\Omega_0 = 4$ . Maksimum krive srednjeg broja osnih preseka u Relijevom kanalu se pomera u oblasti većih vrednosti kako raste snaga signala.

## 2.2 Rajsov kanal

Gustina verovatnoće Rajsove slučajne promenljive je:

$$w_r(r) = \frac{2(k+1)r}{e^{k\Omega}} e^{-\frac{k+1}{\Omega}r^2} I_0\left(2\sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega}}r\right) = \frac{2(k+1)}{e^{k\Omega}} \sum_{k_1=0}^{\infty} \left(\frac{k(k+1)}{\Omega}\right)^{k_1} \frac{1}{(k_1!)^2} r^{2k_1+1} e^{-\frac{(k+1)}{\Omega}r^2} \tag{2.23}$$

Kapacitet  $c$  je jednak:

$$c = \log(1 + r^2) \quad \text{ili} \tag{2.24}$$

$$r = (e^c - 1)^{1/2} \tag{2.25}$$

Gustina verovatnoće trenutnog kapaciteta jednaka je:

$$w_c(c) = \left| \frac{dr}{dc} \right| w_r((e^c - 1)^{1/2}) \quad (2.26)$$

gde je:

$$\frac{dr}{dc} = \frac{1}{2}(e^c - 1)^{-1/2} e^c \quad (2.27)$$

Zamenom (2.27) u (2.26) se dobija:

$$w_c(c) = \frac{1}{2}(e^c - 1)^{-1/2} e^c \frac{2(k+1)}{e^{k\Omega}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \frac{k(k+1)}{\Omega} \right)^{i_1} \frac{1}{(i_1!)^2} (e^c - 1)^{\frac{1}{2}(2i_1+1)} e^{-\frac{k+1}{\Omega}(e^c-1)} \quad (2.28)$$

Kumulativna verovatnoća kapaciteta  $c$  u Rajsovom feding kanalu je:

$$F_c(c) = \int_0^c d_t w_c(t) = \int_0^c d_t \frac{1}{2}(e^t - 1)^{-1/2} e^t \frac{2(k+1)}{e^{k\Omega}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \frac{k(k+1)}{\Omega} \right)^{i_1} \frac{1}{(i_1!)^2} (e^t - 1)^{\frac{1}{2}(2i_1+1)} e^{-\frac{k+1}{\Omega}(e^t-1)} \quad (2.29)$$

Momenti kapaciteta  $c$  su:

$$m_n = \int_0^{\infty} d_c c^n w_c(c) = \int_0^{\infty} d_c c^n \frac{1}{2}(e^c - 1)^{-1/2} e^c \frac{2(k+1)}{e^{k\Omega}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \frac{k(k+1)}{\Omega} \right)^{i_1} \frac{1}{(i_1!)^2} (e^c - 1)^{\frac{1}{2}(2i_1+1)} e^{-\frac{k+1}{\Omega}(e^c-1)} \quad (2.30)$$

Rajsova združena funkcija gustine verovatnoće i njen prvi izvod imaju sledeći oblik:

$$w_{r\dot{r}}(r\dot{r}) = w_r(r)w_{\dot{r}}(\dot{r}) = \frac{2(k+1)}{e^{k\Omega}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \frac{k(k+1)}{\Omega} \right)^{i_1} \frac{1}{(i_1!)^2} r^{2i_1+1} e^{-\frac{(k+1)}{\Omega}r^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} e^{-\frac{\dot{r}^2}{2\beta^2}} \quad (2.31)$$

za:

$$\beta^2 = \pi^2 f_m^2 \frac{\Omega}{(k+1)} \quad (2.32)$$

Združena funkcija gustine verovatnoće od  $c$  i  $\dot{c}$  je:

$$w_{c\dot{c}}(c\dot{c}) = |J| w_{r\dot{r}} \left( (e^c - 1)^{1/2} \left( \frac{1}{2}(e^c - 1)^{-1/2} e^c \dot{c} \right) \right) \quad (2.33)$$

Jakobijan  $J$  je jednak:

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial r}{\partial c} & \frac{\partial r}{\partial \dot{c}} \\ \frac{\partial \dot{r}}{\partial c} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial \dot{c}} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{2}(e^c - 1)^{-1/2} e^c & 0 \\ \frac{1}{2}(e^c - 1)^{-1/2} e^c & \frac{1}{2}(e^c - 1)^{-1/2} e^c \end{vmatrix} = \frac{e^{2c}}{4(e^c-1)} \quad (2.34)$$

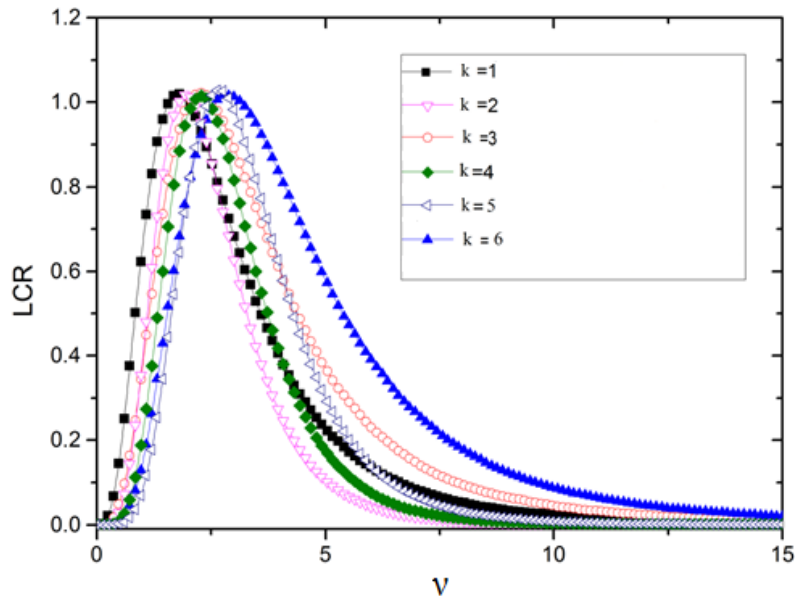
Zamenom (2.34) u (2.33) se dobija:

$$w_{c\dot{c}}(c\dot{c}) = \frac{2(k+1)}{e^{k\Omega}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \frac{k(k+1)}{\Omega} \right)^{i_1} \frac{1}{(i_1!)^2} (e^c - 1)^{\frac{1}{2}(2i_1+1)} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} e^{-\frac{1}{2\beta^2} \frac{1}{4} \frac{1}{(e^c-1)} e^{2c} \dot{c}^2} \frac{e^{2c}}{4(e^c-1)} \quad (2.35)$$

Srednji broj osnih preseka kapaciteta kanala u Rajsovom kanalu:

$$N_c = \int_0^{\infty} d_c \dot{c} w_{c\dot{c}}(c\dot{c}) = \frac{e^{2c}}{4(e^c-1)} \frac{2(k+1)}{e^{k\Omega}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \frac{k(k+1)}{\Omega} \right)^{i_1} \frac{1}{(i_1!)^2} (e^c - 1)^{(i_1+1/2)} e^{-\frac{k+1}{\Omega}(e^c-1)} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} \int_0^{\infty} d\dot{c} \dot{c} e^{-\frac{1}{8\beta^2} \frac{e^{2c}}{(e^c-1)} \dot{c}^2} = \frac{e^{2c}}{4(e^c-1)} \frac{2(k+1)}{e^{k\Omega}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \frac{k(k+1)}{\Omega} \right)^{i_1} \frac{1}{(i_1!)^2} (e^c - 1)^{(i_1+1/2)} \frac{1}{2\pi\beta} \frac{1}{2} \frac{8\beta^2(e^c-1)}{e^k} = \frac{2(k+1)^{1/2}}{e^{k\Omega^{1/2}}} \pi f_m \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \frac{k(k+1)}{\Omega} \right)^{i_1} \frac{1}{(i_1!)^2} (e^c - 1)^{(i_1+1/2)} e^{-\frac{k+1}{\Omega}(e^c-1)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \quad (2.36)$$





Slika 2.2 Srednji broj osnih preseka kanala u Rajsovom kanalu

Na slici 2.2 prikazan je srednji broj osnih preseka kanala u Rajsovom kanalu. Srednji broj osnih preseka kanala u Rajsovom kanalu raste kako raste anvelopa signala. Svaka kriva na slici za srednji broj osnih preseka kanala u Rajsovom kanalu, prikazana je za određenu vrednost Rajsovog faktora. Prikazane su šest krivih srednjeg broja osnih preseka kanala u Rajsovom kanalu za Rajsov faktor od  $\kappa = 1$  do  $\kappa = 6$ . Srednji broj osnih preseka u Rajsovom kanalu raste kako raste anvelopa signala, dostiže maksimum, a zatim opada.

### 2.3 Kapacitet kao slučajni proces u Nakagami- $m$ kanalu

Nakagami- $m$  slučajna promenljiva ima dva parametra,  $m$  i  $\Omega$ . Parametrom  $m$  definiše se dubina fedinga – dubina se smanjuje kada parametar  $m$  raste. Nakagami- $m$  kanal postaje kanal bez prisustva fedinga ukoliko parametar  $m$  teži beskonačnosti. Nakagami- $m$  feding je generalizovani model feding jer obuhvata neke od ostalih raspodela. Kada je parametar  $m$  jednak jedinici, onda se Nakagami- $m$  raspodela svodi na Relijevu raspodela, a kada je parametar  $m = 0,5$ , onda se Nakagami- $m$  raspodela svodi na jednostranu Gausovu raspodelu [5]. Parametar  $m$  uvek uzima vrednost veću od 0,5. Drugi parametar raspodele predstavlja srednju snagu  $\Omega$ .

Gustina verovatnoće anvelope signala Nakagami- $m$  kanalu je:

$$w_r(r) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m r^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}r^2}, \quad r \geq 0 \quad (2.37)$$

Kapacitet kanala je jednak:

$$c = \log(1 + r^2) \quad \text{ili} \quad (2.38)$$

$$r = (e^c - 1)^{1/2} \quad (2.39)$$

Gustina verovatnoće od  $c$  je:

$$w_c(c) = \left| \frac{dr}{dc} \right| w_r((e^c - 1)^{1/2}) \quad (2.40)$$

gde je:

$$\frac{dr}{dc} = \frac{1}{2}(e^c - 1)^{-1/2} e^c = \frac{e^c}{2(e^c - 1)^{1/2}} \quad (2.41)$$

Zamenom (2.41) u (2.40) se dobija:

$$\begin{aligned} w_c(c) &= \frac{e^c}{2(e^c - 1)^{1/2} \Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m (e^c - 1)^{\frac{1}{2(2m-1)}} e^{-\frac{m}{\Omega}(e^c - 1)} \\ &= \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \frac{e^c}{2(e^c - 1)^{1/2}} (e^c - 1)^{m - \frac{1}{2}} e^{-\frac{m}{\Omega}(e^c - 1)} = \\ &= \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m e^c (e^c - 1)^{m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}(e^c - 1)} \end{aligned} \quad (2.42)$$

Kumulativna verovatnoća od  $c$  je:

$$F_c(c) = \int_0^c d_t w_c(t) = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \int_0^c d_t e^t (e^t - 1)^{m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}(e^t - 1)} \quad (2.43)$$

$$e^t - 1 = \xi \quad e^t d_t = d_\xi \quad (2.44)$$

Zamenom (2.44) u (2.43) se dobija:

$$\begin{aligned} F_c(c) &= \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \int_0^{e^c - 1} d_\xi \xi^{m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}\xi} = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \left(\frac{\Omega}{m}\right)^m \gamma\left(m, \frac{m}{\Omega}(e^c - 1)\right) \\ &= \frac{1}{\Gamma(m)} \gamma\left(m, \frac{m}{\Omega}(e^c - 1)\right) \end{aligned} \quad (2.45)$$

Moment od  $n$ -tog reda od  $c$  je jednak:

$$\begin{aligned} M_n = \overline{c^n} &= \int_0^c d_c c^n w_c(c) \int_0^\infty d_c c^n \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m e^c (e^c - 1)^{m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}(e^c - 1)} = \\ &= \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \int_0^\infty d_c c^n e^c (e^c - 1)^{m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}(e^c - 1)} \end{aligned} \quad (2.46)$$

Združena gustina verovatnoće od  $r$  i  $\dot{r}$  je:

$$w_{r\dot{r}}(r\dot{r}) = w_r(r)w_{\dot{r}}(\dot{r}) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m r^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}r^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta} e^{-\frac{\dot{r}^2}{2\beta^2}} \quad (2.47)$$

gde je:

$$\beta^2 = \pi^2 f_m^2 \frac{\Omega}{(k+1)} \quad (2.48)$$

Združena gustina verovatnoće od  $c$  i  $\dot{c}$  je:

$$w_{c\dot{c}}(c\dot{c}) = |J|w_{r\dot{r}}(r\dot{r}) \quad (2.49)$$

$$c = \log(1 + r^2) \quad (2.50)$$

$$r = (e^c - 1)^{1/2} \quad (2.51)$$

$$\dot{c} = \frac{2r\dot{r}}{1+r^2} \quad (2.52)$$

$$\dot{r} = \frac{1}{2}(e^c - 1)^{-1/2} e^c \dot{c} \quad (2.53)$$

Zamenom (2.50), (2.51), (2.52), (2.53) u (2.49) se dobija:

$$w_{c\dot{c}}(c\dot{c}) = |J|w_{r\dot{r}}\left((e^c - 1)^{1/2} \left(\frac{1}{2}(e^c - 1)^{-1/2} e^c \dot{c}\right)\right) \quad (2.54)$$

Gde je Jakobijan jednak:

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial r}{\partial c} & \frac{\partial r}{\partial \dot{c}} \\ \frac{\partial \dot{r}}{\partial c} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial \dot{c}} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{2}(e^c - 1)^{-1/2}e^c & 0 \\ \frac{1}{2}(e^c - 1)^{-1/2}e^c & \frac{1}{4(e^c - 1)} \end{vmatrix} = \frac{1}{4(e^c - 1)} \quad (2.55)$$

Zamenom (2.55) u (2.54) se dobija združena gustina verovatnoće u obliku:

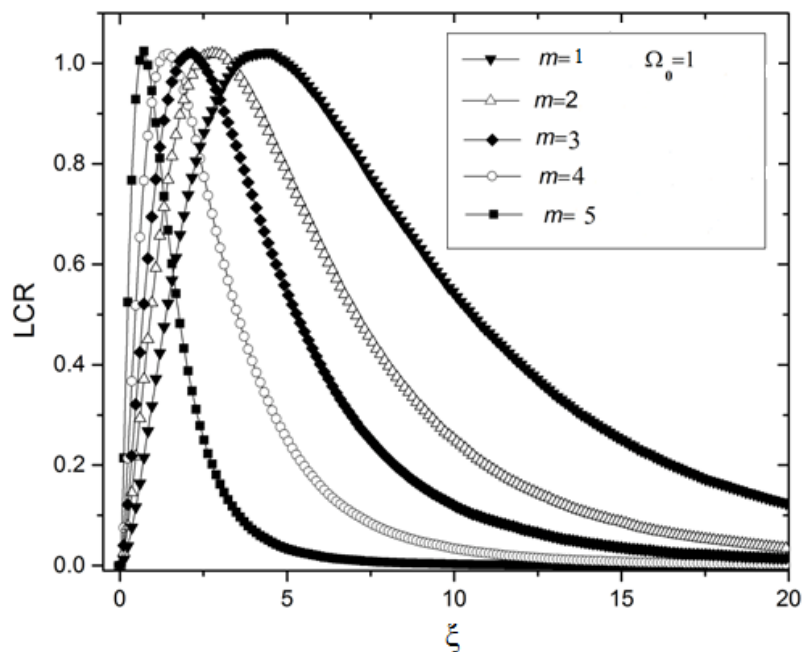
$$\begin{aligned} w_{c\dot{c}}(c\dot{c}) &= \frac{e^{2c}}{4(e^c - 1)} \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m (e^c - 1)^{\frac{1}{2(m-1)}} e^{-\frac{m}{\Omega}(e^c - 1)} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} e^{-\frac{1}{2\beta^2}(e^c - 1)^{-1}e^{2c}\dot{c}^2} \\ &= \frac{e^{2c}}{2(e^c - 1)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \frac{1}{\Gamma(m)} (e^c - 1)^{m-1/2} e^{-\frac{m}{\Omega}(e^c - 1)} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} e^{-\frac{e^{2c}}{8\beta^2(e^c - 1)}\dot{c}^2} \end{aligned} \quad (2.56)$$

Srednji broj osnih preseka od slučajnog procesa kapaciteta:

$$\begin{aligned} N_c &= \int_0^\infty d\dot{c} \dot{c} w_{c\dot{c}}(c\dot{c}) \\ &= \int_0^\infty d\dot{c} \dot{c} \frac{e^{2c}}{2(e^c - 1)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \frac{1}{\Gamma(m)} (e^c - 1)^{m-1/2} e^{-\frac{m}{\Omega}(e^c - 1)} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} e^{-\frac{e^{2c}}{8\beta^2(e^c - 1)}\dot{c}^2} \\ &= \frac{e^{2c}}{2(e^c - 1)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \frac{1}{\Gamma(m)} (e^c - 1)^{m-1/2} e^{-\frac{m}{\Omega}(e^c - 1)} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} \int_0^\infty d\dot{c} \dot{c} e^{-\frac{e^{2c}}{8\beta^2(e^c - 1)}\dot{c}^2} \\ &= \frac{e^{2c}}{2(e^c - 1)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \frac{1}{\Gamma(m)} (e^c - 1)^{m-1/2} e^{-\frac{m}{\Omega}(e^c - 1)} \frac{1}{2} \frac{8\beta^2(e^c - 1)}{e^{2c}} \\ &= \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \frac{1}{\Gamma(m)} \pi f_m \frac{\Omega^{\frac{1}{2}}}{m^{\frac{1}{2}}} (e^c - 1)^{m-1/2} e^{-\frac{m}{\Omega}(e^c - 1)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \end{aligned} \quad (2.57)$$

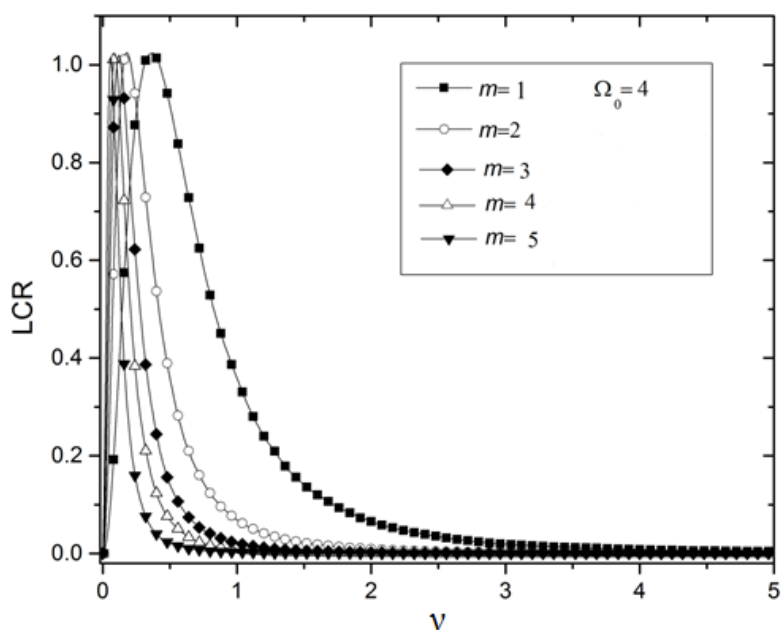
Srednje vreme trajanja otkaza zbog kapaciteta je:

$$\begin{aligned} AFD &= \frac{N_c}{F_c(c)} \\ &= \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{m-1/2} \frac{1}{\Gamma(m)} \frac{\pi f_m}{\sqrt{2\pi}} (e^c - 1)^{m-1/2} e^{-\frac{m}{\Omega}(e^c - 1)} \frac{1}{\Gamma(m)\gamma(m, m/\Omega(e^c - 1))} \end{aligned} \quad (2.58)$$



Slika 2.3 Srednji broj osnih preseka kanala u Nakagami–m kanalu

Na slici 2.3 je prikazan srednji broj osnih preseka u Nakagami–m kanalu u zavisnosti od kapaciteta kanala za  $\Omega_0 = 1$  i parametar  $m=1$  do  $m=5$ . Srednji broj osnih preseka raste kako raste kapacitet kanala i opada kako opada kapaciteta kanala. Za veće vrednosti kapaciteta kanala srednji broj osnih preseka kanala teži nuli.



Slika 2.4 Srednji broj osnih preseka kanala u Nakagami–m kanalu

Srednji broj osnih preseka u kanalu sa Nakagami–m fedingu za  $\Omega_0=4$  i  $m=1$  do 5, dat je na slici 2.4. Srednji broj osnih preseka raste sa porastom kapaciteta kanala i opoda za veće vrednosti kapaciteta kanala. Za veće vrednosti kapaciteta kanala, srednji broj osnih preseka teži nuli. Maksimum krive se pomera u oblasti većih vrednosti kapaciteta kanala kako raste parametar  $\alpha$ .

## 2.4 $\kappa$ - $\mu$ feding kanal

U kanalima gde se formiraju jedna ili više dominantnih komponentata i gde se signal prostire putem više klastera, prisutan je  $\kappa$ - $\mu$  feding. U svakom klasteru može, ali ne mora da postoji dominantna komponenta. Postoji veliki broj sketering komponentata i polje rasipanja signala je homogeno tako da je centralna granična teorema za zbir komponentata u fazi i za zbir komponentata u kvadraturi primenljiva. Snage komponentata u fazi i komponentata u kvadraturi su jednake i snaga  $\kappa$ - $\mu$  slučajne anvelope je konstantna.  $\kappa$ - $\mu$  raspodela ima dva parametra, po kojima je i dobila svoj naziv. Rajsov parametar je parametar  $\kappa$  koji definiše kao odnos snage dominantnih komponentata i snage rasejanih komponentata. Parametar  $\mu$  je definisan brojem klastera u kanalu.

$\kappa$ - $\mu$  raspodela je generalna raspodela koja se određenom zamenom određenih parametara može svesti na Rejljevu, Rajsovu i Nakagami- $m$  raspodelu [94,103]. Za  $\mu=1$ ,  $\kappa$ - $\mu$  raspodela se svodi na Rajsovu raspodelu, a za  $\kappa=0$ ,  $\kappa$ - $\mu$  raspodela se može svesti na Nakagami- $m$  raspodelu. Takođe, iz  $\kappa$ - $\mu$  raspodele, za  $\kappa=0$  i  $\mu=1$ , može biti dobijena Rejljeva raspodela. Kada  $\kappa$  ide ka beskonačnosti,  $\kappa$ - $\mu$  feding kanal prelazi u kanal bez prisustva fedinga, a takođe i kada  $\mu$  ide ka beskonačnosti,  $\kappa$ - $\mu$  feding kanal prelazi u kanal bez prisustva fedinga. Kada Rajsov faktor raste, amplituda fedinga opada, odnosno amplituda fedinga opada kada raste snaga dominantnih komponenti i onda opada snaga sketering komponentata.

Kvadriranje  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive isto je što i zbir  $2\mu$  kvadriranih nezavisnih Gausovih slučajnih promenljivih sa jednakim varijansama.

Gustina verovatnoće anvelope signala je:

$$w_r(r) = \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( 2\mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} r^{2i_1+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)r^2}{\Omega}} \quad (2.59)$$

Kapacitet kanala je jednak:

$$c = \log(1 + r^2) \quad \text{ili} \quad (2.60)$$

$$r = (e^c - 1)^{1/2} \quad (2.61)$$

Gustina verovatnoće od  $c$  je:

$$w_c(c) = \left| \frac{dr}{dc} \right| w_r((e^c - 1)^{1/2}) \quad (2.62)$$

gde je:

$$\frac{dr}{dc} = \frac{1}{2} (e^c - 1)^{-1/2} e^c \quad (2.63)$$

Zamenom (2.63) u (2.62) se dobija:

$$w_c(c) = \frac{1}{2} (e^c - 1)^{-\frac{1}{2}} e^c \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( 2\mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} (e^c - 1)^{\frac{1}{2}(2i_1+2\mu-1)} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega}(e^c-1)} \quad (2.64)$$

Kumulativna verovatnoća od kapaciteta u  $\kappa$ - $\mu$  feding kanalu je:

$$F_c(c) = \int_0^c dt w_c(t) = \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \int_0^c dt (e^t - 1)^{-\frac{1}{2}} e^t (e^t - 1)^{i_1+\mu-\frac{1}{2}} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega}(e^t-1)} \quad (2.65)$$

Momenti od  $n$ -tog reda od kapaciteta u  $\kappa$ - $\mu$  kanalu su:

$$m_n = \overline{c^n} = \int_0^\infty d_c c^n w_c(c) = \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^\infty \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \int_0^\infty d_c c^n (e^c - 1)^{-\frac{1}{2}} e^c (e^c - 1)^{i_1+\mu-\frac{1}{2}} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega}(e^c-1)} \quad (2.66)$$

Združena gustina verovatnoće od  $r$  i  $\dot{r}$  je:

$$w_{r\dot{r}}(r\dot{r}) = \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^\infty \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} r^{2i_1+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)r^2}{\Omega}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta} e^{-\frac{\dot{r}^2}{2\beta^2}} \quad (2.67)$$

gde je:

$$\beta^2 = \pi^2 f_m^2 \frac{\Omega}{\mu(k+1)} \quad (2.68)$$

$f_m$  maksimalna Doplerova frekvencija.

Združena gustina verovatnoće od  $c$  i  $\dot{c}$  se dobija transformacijom slučajnih promenljivih iz  $r$  i  $\dot{r}$ :

$$c = \log(1 + r^2) \quad (2.69)$$

$$\dot{c} = \frac{2r\dot{r}}{1+r^2} \quad (2.70)$$

$$r = (e^c - 1)^{1/2} \quad (2.71)$$

$$\dot{r} = \frac{1}{2}(e^c - 1)^{-1/2} e^c \dot{c} \quad (2.72)$$

Združena funkcija gustine od  $c$  i  $\dot{c}$  je:

$$w_{c\dot{c}}(c\dot{c}) = |J| w_{r\dot{r}} \left( (e^c - 1)^{1/2}, \left( \frac{1}{2}(e^c - 1)^{-1/2} e^c \dot{c} \right) \right) \quad (2.73)$$

za matricu Jakobijana oblika:

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial r}{\partial c} & \frac{\partial r}{\partial \dot{c}} \\ \frac{\partial \dot{r}}{\partial c} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial \dot{c}} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{2}(e^c - 1)^{-1/2} e^c & 0 \\ \frac{1}{2}(e^c - 1)^{-1/2} e^c & \frac{1}{2}(e^c - 1)^{-1/2} e^c \end{vmatrix} = \frac{e^{2c}}{4(e^c - 1)} \quad (2.74)$$

Smenom (2.74) u (2.73) se dobija:

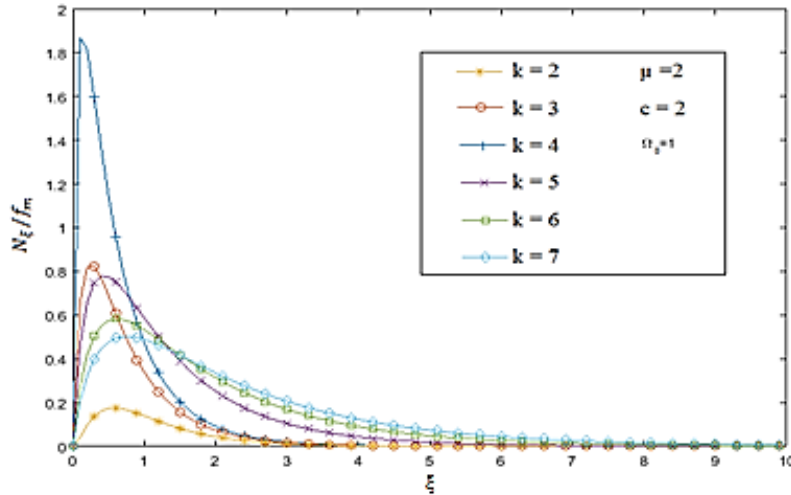
$$w_{c\dot{c}}(c\dot{c}) = \frac{e^{2c}}{4(e^c - 1)} \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^\infty \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} (e^c - 1)^{i_1+\mu-1/2} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega}(e^c-1)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta} e^{-\frac{1}{2\beta^2}(e^c-1)^{-1} e^{2c} \dot{c}^2} \quad (2.75)$$

Srednji broj osnih preseka slučajnog procesa kapaciteta u  $\kappa$ - $\mu$  kanalu je:

$$\begin{aligned}
N_c &= \int_0^\infty d_c \dot{c} w_{cc}(c\dot{c}) = \frac{e^{2c}}{4(e^c-1)} \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega} \frac{\mu+1}{2}} \sum_{i_1=0}^\infty \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} (e^c - \\
&\quad 1)^{i_1+\mu-1/2} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega}(e^c-1)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta} \int_0^\infty d_c \dot{c} e^{-\frac{1}{8\beta^2(e^c-1)} \dot{c}^2} = \\
&\quad \frac{e^{2c}}{4(e^c-1)} \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega} \frac{\mu+1}{2}} \sum_{i_1=0}^\infty \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} (e^c - \\
&\quad 1)^{i_1+\mu-1/2} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega}(e^c-1)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta} \frac{1}{2} \frac{8\beta^2(e^c-1)}{e^{2c}} = \\
\pi f_m &\frac{\Omega^{1/2}}{\mu^{1/2}(k+1)^{1/2}} \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega} \frac{\mu+1}{2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i_1=0}^\infty \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} (e^c - \\
&\quad 1)^{i_1+\mu-1/2} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega}(e^c-1)}
\end{aligned} \tag{2.76}$$

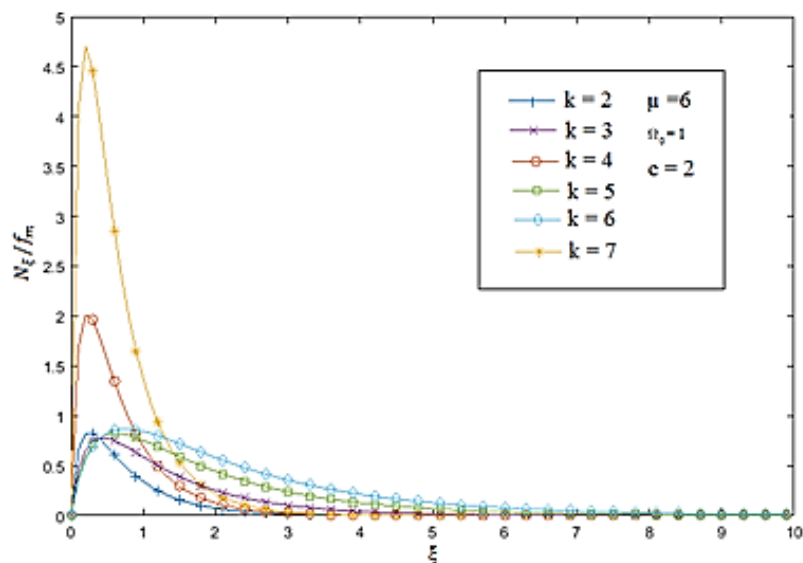
Srednje vreme trajanja otkaza se računa prema obrascu:

$$AFD = \frac{P_c}{N_c} \tag{2.77}$$



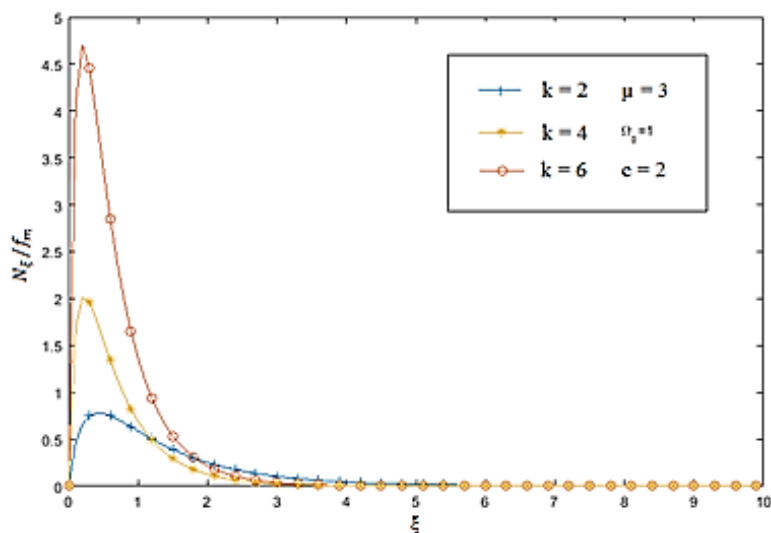
Slika 2.5 Srednji broj osnih preseka kapaciteta signala k- $\mu$  kanalu

Na slici 2.5 prikazan je srednji broj osnih preseka signala u prisustvu k- $\mu$  kanalu u zavisnosti od anvelope signala, za  $\mu=2$ ,  $\Omega_0 = 1$  i  $c=2$ . Srednji broj osnih preseka raste, zatim dostiže maksimum, a za veće vrednosti anvelope signala srednji broj osnih preseka opada. Kao što smo i ranije potvrdili, uticaj anvelope signala na srednji broj osnih preseka je veći za manje vrednosti anvelope signala, a za velike vrednosti anvelope, srednji broj osnih preseka približno jednak nuli.



**Slika 2.6** Srednji broj osnih preseka kapaciteta signala u  $\kappa$ - $\mu$  kanalu

Na slici 2.6 prikazan je srednji broj osnih preseka signala u  $\kappa$ - $\mu$  kanalu u zavisnosti od anvelope signala, za vrednosti  $\kappa = 2, 3, 4, 5, 6, 7$ ,  $\mu = 6$ ,  $\Omega_0 = 1$  i  $c = 2$ . Srednji broj osnih preseka raste, za male vrednosti anvelope signala, a opada za veće vrednosti anvelope signala.



**Slika 2.7** Srednji broj osnih preseka kapaciteta signala u prisustvu  $\kappa$ - $\mu$  i Nakagami-m fedinga u  $\kappa$ - $\mu$  kanalu

Na slici 2.7 prikazan je srednji broj osnih preseka u prisustvu  $\kappa$ - $\mu$  i Nakagami-m fedinga u zavisnosti od anvelope signala, za  $\kappa = 2, 4, 6$ ,  $\mu = 3$ ,  $\Omega_0 = 1$  i  $c = 2$ . Zaključak zavisnosti srednjeg broja osnih preseka od anvelope je analogan zaključku na prethodnoj slici. Maksimum je oštiji za veće vrednosti parametra  $\kappa$ .



## 2.5 Vejbulov kanal

Kanali u kojima postoji optička vidljivost između predajnika i prijemnika i gde se u sistemima može formirati samo jedan klaster mogu se opisati Vejbulovim fedingom tj. anvelopa signala se može opisati Vejbulovom raspodelom. U ovom slučaju se ne može primeniti centralna granična teorema za zbir komponenata u fazi i za zbir komponenata u kvadraturi, jer je polje rasipanja je nehomogeno i postoji manji broj sketering komponenata. Analitički se stepenovanjem Rejljeve slučajne promenljive, dobija Vejbulova slučajna promenljiva.

Formiranjem dva nezavisna Gausova vektora sa srednjim vrednostima nula i sa različitim varijansama, formira se Vejbulov slučajni vektor. Oba vektora se pomnože sa istom konstantom koja je srazmerna varijansi. Pre svega se vektori kvadriraju i sabiraju, a zatim njihov zbir korenuje. Tako se definiše Rajsov vektor. Nadalje se stepenovanjem Rajsovog vektora definiše Vejbulov vektor.

Vejbulova slučajna promenljiva se definiše parametrom  $\alpha$ , koji je u relaciji sa nelinearnošću kanala. Kada je parameter  $\alpha=2$ , Vejbulov feding se može svesti na Rejljev kanal, a za scenario koji opisuje parameter  $\alpha$  koji ide ka beskonačnosti, Vejbulov feding kanal je kanal bez uticaja fedinga.

Gustina verovatnoće Vejbulove slučajne promenljive je:

$$w_r(r) = \frac{\alpha}{\beta} r^{\alpha-1} e^{-\frac{1}{\beta} r^\alpha}, \quad r \geq 0 \quad (2.78)$$

Kapacitet kanala se računa prema obrascu:

$$c = \log(1 + r^2) \quad \text{ili} \quad (2.79)$$

$$r = (e^c - 1)^{1/2} \quad (2.80)$$

Gustina verovatnoće od  $c$  je:

$$w_c(c) = \left| \frac{d_r}{d_c} \right| w_r((e^c - 1)^{1/2}) \quad (2.81)$$

gde je:

$$\frac{d_r}{d_c} = \frac{1}{2} (e^c - 1)^{-1/2} e^c \quad (2.82)$$

Zamenom (2.82) u (2.81) se dobija:

$$\begin{aligned} w_c(c) &= \frac{1}{2} (e^c - 1)^{-1/2} e^c \frac{\alpha}{\beta} (e^c - 1)^{\frac{1}{2}(\alpha-1)} e^{-\frac{1}{\beta}(e^c-1)^{\frac{\alpha}{2}}} \\ &= \frac{\alpha}{2\beta} e^c (e^c - 1)^{\frac{\alpha}{2}-1} e^{-\frac{1}{\beta}(e^c-1)^{\frac{\alpha}{2}}} \end{aligned} \quad (2.83)$$

Kumulativna verovatnoća od  $c$  je:

$$\begin{aligned} F_c(c) &= \int_0^c d_t w_c(t) \\ &= \int_0^c d_t \frac{\alpha}{2\beta} e^t (e^t - 1)^{\frac{\alpha}{2}-1} e^{-\frac{1}{\beta}(e^t-1)^{\frac{\alpha}{2}}} \end{aligned} \quad (2.84)$$

Uvodi se smena:

$$\frac{1}{\beta} (e^t - 1)^{\frac{\alpha}{2}} = \xi \quad \frac{\alpha}{2\beta} (e^t - 1)^{\frac{\alpha}{2}-1} e^t d_t = d_\xi \quad (2.85)$$

Zamenom (2.84) u (2.83) se dobija:

$$F_c(c) = \int_0^{\frac{1}{\beta}(e^t-1)^{\frac{\alpha}{2}}} d_{\xi} e^{-\xi} = 1 - e^{-\frac{1}{\beta}(e^c-1)^{\frac{\alpha}{2}}} \quad (2.86)$$

Karakteristična funkcije od  $c$  je:

$$M_c(S) = \overline{e^{Sc}} = \int_0^{\infty} d_c e^{Sc} w_c(c) = \int_0^{\infty} d_c e^{Sc} \frac{\alpha}{2\beta} e^c (e^c - 1)^{\frac{\alpha}{2}-1} e^{-\frac{1}{\beta}(e^c-1)^{\frac{\alpha}{2}}} \quad (2.87)$$

Momenti od  $c$  su:

$$m_n = \overline{c^n} = \int_0^{\infty} d_c c^n w_c(c) = \int_0^{\infty} d_c c^n \frac{\alpha}{2\beta} e^c (e^c - 1)^{\frac{\alpha}{2}-1} e^{-\frac{1}{\beta}(e^c-1)^{\frac{\alpha}{2}}} \quad (2.88)$$

Srednja vrednost je jednaka:

$$m_1 = \bar{c} = \int_0^{\infty} d_c c w_c(c) = \int_0^{\infty} d_c c \frac{\alpha}{2\beta} e^c (e^c - 1)^{\frac{\alpha}{2}-1} e^{-\frac{1}{\beta}(e^c-1)^{\frac{\alpha}{2}}} \quad (2.89)$$

Srednja kvadratna vrednost je jednaka:

$$m_2 = \overline{c^2} = \int_0^{\infty} d_c c^2 \frac{\alpha}{2\beta} e^c (e^c - 1)^{\frac{\alpha}{2}-1} e^{-\frac{1}{\beta}(e^c-1)^{\frac{\alpha}{2}}} \quad (2.90)$$

Združena funkcija gustine verovatnoće Rejljeve slučajne promenljive i njenog prvog izvoda je definisana na sledeći način:

$$w_{R\dot{R}}(R\dot{R}) = \frac{2R}{\Omega} e^{-\frac{R^2}{\Omega}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} e^{-\frac{R^2}{2\beta^2}} \quad (2.91)$$

Relacije između Rejljeve slučajne promenljive i Vejbulove slučajne promenljive su:

$$r = R^{\frac{2}{\alpha}} \quad (2.92)$$

$$R = r^{\frac{\alpha}{2}} \quad (2.93)$$

Združena gustina verovatnoće od  $r$  i  $\dot{r}$  je:

$$w_{r\dot{r}}(r\dot{r}) = |J| w_{R\dot{R}}\left(r^{\frac{\alpha}{2}}, \frac{\alpha}{2} r^{\frac{\alpha}{2}-1} \dot{r}\right) \quad (2.94)$$

gde je:

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial R}{\partial r} & \frac{\partial R}{\partial \dot{r}} \\ \frac{\partial \dot{R}}{\partial r} & \frac{\partial \dot{R}}{\partial \dot{r}} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\alpha}{2} r^{\frac{\alpha}{2}-1} & 0 \\ r & \frac{\alpha}{2} r^{\frac{\alpha}{2}-1} \end{vmatrix} = \frac{\alpha^2}{4} r^{\alpha-2} \quad (2.95)$$

Zamenom (2.95) u (2.94) se dobija:

$$w_{r\dot{r}}(r\dot{r}) = \frac{\alpha^2}{4} r^{\alpha-2} \frac{2}{\Omega} r^{\frac{\alpha}{2}} e^{-\frac{1}{\Omega} r^{\alpha}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} e^{-\frac{1}{2\beta^2} r^{\alpha-2} \dot{r}^2}$$

$$w_{r\dot{r}}(r\dot{r}) = \frac{\alpha^2}{2\Omega} r^{\frac{3\alpha}{2}-2} e^{-\frac{1}{\Omega} r^{\alpha}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} e^{-\frac{\alpha^2}{8\beta^2} r^{\alpha-2} \dot{r}^2} \quad (2.96)$$

Relacije između  $r\dot{r}$  i  $c$  i  $\dot{c}$  su:

$$c = \log(1 + r^2) \quad (2.97)$$

$$r = (e^c - 1)^{1/2} \quad (2.98)$$

$$\dot{c} = \frac{2r}{1+r^2} \quad (2.99)$$

$$\dot{r} = \frac{1}{2}(e^c - 1)^{-1/2} e^c \dot{c} \quad (2.100)$$

Oblik združene funkcije gustina verovatnoća od  $c$  i  $\dot{c}$  je:

$$w_{c\dot{c}}(c\dot{c}) = |J|w_{rr} \left( (e^c - 1)^{1/2}, \left( \frac{1}{2}(e^c - 1)^{-1/2} e^c \dot{c} \right) \right) \quad (2.101)$$

gde se matrica Jakobijana može predstaviti kao:

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial r}{\partial c} & \frac{\partial r}{\partial \dot{c}} \\ \frac{\partial \dot{r}}{\partial c} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial \dot{c}} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{2}(e^c - 1)^{-1/2} e^c & 0 \\ \frac{1}{2}(e^c - 1)^{-1/2} e^c & \frac{1}{4} \frac{e^{2c}}{e^{c-1}} \end{vmatrix} = \frac{1}{4} \frac{e^{2c}}{e^{c-1}} \quad (2.102)$$

Smenom (2.102) u (2.101) se dobija:

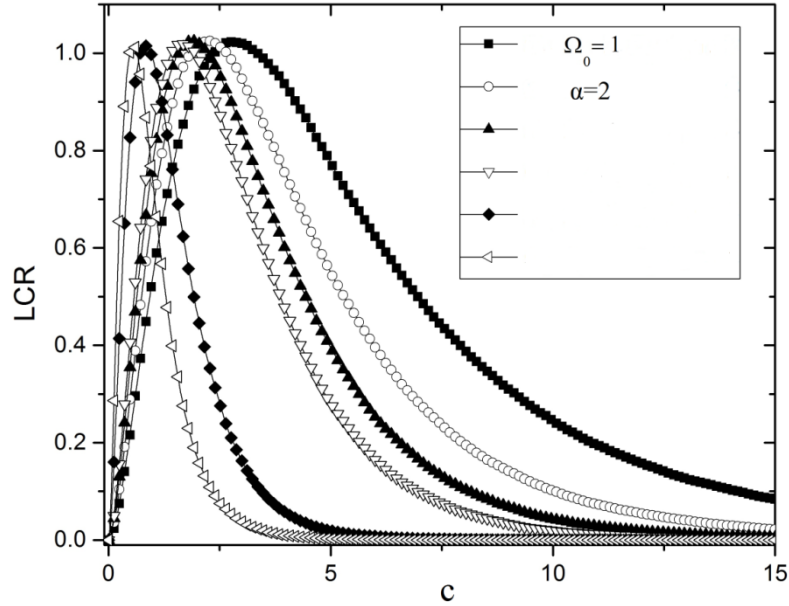
$$\begin{aligned} w_{c\dot{c}}(c\dot{c}) &= \frac{e^{2c}}{4(e^c-1)} \frac{\alpha^2}{2\Omega} (e^c - 1)^{\frac{3\alpha}{4}-1} e^{-\frac{1}{\Omega}(e^c-1)^{\frac{\alpha}{2}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} e^{-\frac{\alpha^2}{8\beta^2} r^{\alpha-2} \frac{1}{4}(e^c-1)^{-1} e^{2c} \dot{c}^2} \\ &= \frac{e^{2c}}{4(e^c-1)} \frac{\alpha^2}{2\Omega} (e^c - 1)^{\frac{3\alpha}{4}-1} e^{-\frac{1}{\Omega}(e^c-1)^{\frac{\alpha}{2}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} e^{-\frac{\alpha^2}{32\beta^2} r^{\alpha-2}} \frac{e^{2c}}{e^{c-1}} \dot{c}^2 \end{aligned} \quad (2.103)$$

Izvedena formula za izračunavanje srednjeg broja osnih preseka promenljive  $c$  ima sledeći oblik:

$$\begin{aligned} N_c &= \int_0^\infty d\dot{c} \dot{c} w_{c\dot{c}}(c\dot{c}) \\ &= \int_0^\infty d\dot{c} \dot{c} \frac{e^{2c}}{4(e^c-1)} \frac{\alpha^2}{2\Omega} (e^c - 1)^{\frac{3\alpha}{4}-1} e^{-\frac{1}{\Omega}(e^c-1)^{\frac{\alpha}{2}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} e^{-\frac{\alpha^2}{32\beta^2} r^{\alpha-2}} \frac{e^{2c}}{e^{c-1}} \dot{c}^2 \\ &= \frac{e^{2c}}{4(e^c-1)} \frac{\alpha^2}{2\Omega} (e^c - 1)^{\frac{3\alpha}{4}-1} e^{-\frac{1}{\Omega}(e^c-1)^{\frac{\alpha}{2}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} \int_0^\infty d\dot{c} \dot{c} e^{-\frac{\alpha^2}{32\beta^2} r^{\alpha-2}} \frac{e^{2c}}{e^{c-1}} \dot{c}^2 \\ &= \frac{e^{2c}}{4(e^c-1)} \frac{\alpha^2}{2\Omega} (e^c - 1)^{\frac{3\alpha}{4}-1} e^{-\frac{1}{\Omega}(e^c-1)^{\frac{\alpha}{2}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} \frac{1}{2} \frac{1}{\alpha^2} \frac{1}{r^{\alpha-2}} \frac{e^{c-1}}{e^{2c}} \end{aligned} \quad (2.104)$$

Formula za izračunavanje srednjeg vreme trajanja otkaza ima sledeći oblik:

$$AFD = \frac{F_c(c)}{N_c} \quad (2.105)$$



**Slika 2.8** Srednji broj osnih preseka kanala u Weibulovom kanalu

Srednji broj osnih preseka u kanalu sa Weibulovim fadingom prikazan je na slici 2.8, za  $\alpha=2$ ,  $\Omega_0=1$ . Srednji broj osnih preseka kanala raste za male vrednosti kapaciteta kanala, a opada za veće vrednosti kapaciteta kanala. Uticaj kapaciteta kanala na srednji broj osnih preseka je veći za manje vrednosti kapaciteta kanala. Takođe, uticaj kapaciteta kanala na srednji broj osnih preseka je veći za manje vrednosti parametra  $\mu$ .

## 2.6 $\alpha$ - $\mu$ kanal

Gustina verovatnoće  $\alpha$ - $\mu$  kanalu je:

$$w_r(r) = \frac{\alpha}{\Gamma(\mu)} \left(\frac{\mu}{\Omega}\right)^\mu r^{\alpha\mu-1} e^{-\frac{\mu}{\Omega}r^\alpha}, \quad r \geq 0 \quad (2.106)$$

Kapacitet kanala je jednak:

$$c = \log(1 + r^2) \quad \text{ili} \quad (2.107)$$

$$r = (e^c - 1)^{1/2} \quad (2.108)$$

Gustina verovatnoće od  $c$  je:

$$w_c(c) = \left| \frac{dr}{dc} \right| w_r((e^c - 1)^{1/2}) \quad (2.109)$$

gde je:

$$\frac{dr}{dc} = \frac{1}{2} (e^c - 1)^{-1/2} e^c \quad (2.110)$$

Zamenom (2.110) u (2.109) se dobija:

$$w_c(c) = \frac{1}{2} (e^c - 1)^{\frac{1}{2}} e^c \frac{\alpha}{\Gamma(\mu)} \left(\frac{\mu}{\Omega}\right)^\mu (e^c - 1)^{\frac{\alpha\mu}{2}-1} (e^c - 1)^{\frac{1}{2(\alpha\mu-1)}} e^{-\frac{\mu}{\Omega}(e^c-1)^{\frac{\alpha}{2}}}$$

$$= \frac{\alpha}{2\Gamma(\mu)} \left(\frac{\mu}{\Omega}\right)^\mu e^c (e^c - 1)^{\frac{\alpha\mu}{2} - \frac{3}{2}} (e^c - 1)^{\frac{1}{2}(\alpha\mu - 1)} e^{-\frac{\mu}{\Omega}(e^c - 1)^{\alpha/2}} \quad (2.111)$$

Kumulativna verovatnoća od  $c$  je:

$$F_c(c) = \int_0^c d_t w_c(t) = \frac{\alpha}{2\Gamma(\mu)} \left(\frac{\mu}{\Omega}\right)^\mu \int_0^c d_t e^t (e^t - 1)^{\frac{\alpha\mu}{2} - \frac{3}{2} + \frac{\alpha\mu}{2} - \frac{1}{2}} e^{-\frac{\mu}{\Omega}(e^t - 1)^{\alpha/2}} \quad (2.112)$$

Uvodi se smena:

$$e^t - 1 = \xi \quad e^t d_t = d_\xi \quad (2.113)$$

Zamenom (2.113) u (2.112) se dobija:

$$\begin{aligned} F_c(c) &= \frac{\alpha}{2\Gamma(\mu)} \left(\frac{\mu}{\Omega}\right)^\mu \int_0^{e^c - 1} d_\xi \xi^{\alpha\mu - 2} e^{-\frac{\mu}{\Omega}\xi^{\alpha/2}} \\ &= \frac{\alpha}{2\Gamma(\mu)} \left(\frac{\mu}{\Omega}\right)^\mu \frac{2}{\alpha} \left(\frac{\Omega}{\mu}\right)^{\alpha\mu - 1} \gamma\left(\alpha\mu - 1, \frac{\mu}{\Omega}(e^c - 1)^{\alpha/2}\right) \end{aligned} \quad (2.114)$$

Karakteristična funkcije od  $c$  je:

$$\begin{aligned} M_c(S) &= \overline{e^{Sc}} = \int_0^\infty d_c e^{Sc} w_c(c) \\ &= \int_0^\infty d_c e^{Sc} \frac{\alpha}{2\Gamma(\mu)} \left(\frac{\mu}{\Omega}\right)^\mu \frac{2}{\alpha} \left(\frac{\Omega}{\mu}\right)^{\alpha\mu - 1} \gamma\left(\alpha\mu - 1, \frac{\mu}{\Omega}(e^c - 1)^{\alpha/2}\right) \end{aligned} \quad (2.115)$$

Moment od  $n$ -tog reda od  $c$  je jednak:

$$\begin{aligned} m_n &= \overline{c^n} = \int_0^\infty d_c c^n w_c(c) \\ &= \int_0^\infty d_c c^n \frac{\alpha}{2\Gamma(\mu)} \left(\frac{\mu}{\Omega}\right)^\mu \frac{2}{\alpha} \left(\frac{\Omega}{\mu}\right)^{\alpha\mu - 1} \gamma\left(\alpha\mu - 1, \frac{\mu}{\Omega}(e^c - 1)^{\alpha/2}\right) \end{aligned} \quad (2.116)$$

Združena funkcija gustine verovatnoće Nakagami- $m$  slučajne promenljive i prvog izvoda ove slučajne promenljive ima sledeći oblik:

$$w_{RR}(R\dot{R}) = \frac{2}{\Gamma(\mu)} \left(\frac{\mu}{\Omega}\right)^\mu R^{2\mu - 1} e^{-\frac{\mu}{\Omega}R^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} e^{-\frac{R^2}{2\beta^2}} \quad (2.117)$$

Relacije između Nakagami- $m$  slučajne promenljive i njenog prvog izvoda i  $\alpha$ - $\mu$  slučajne promenljive i njenog prvog izvoda su:

$$R = r^{\frac{\alpha}{2}} \quad (2.118)$$

$$r = R^{\frac{2}{\alpha}} \quad (2.119)$$

$$\dot{R} = \frac{\alpha}{2} r^{\frac{\alpha}{2}-1} \dot{r} \quad (2.120)$$

$$\dot{r} = \frac{2}{\alpha} R^{\frac{2}{\alpha}-1} \dot{R} \quad (2.121)$$

Združena gustina verovatnoće od  $r$  i  $\dot{r}$  je:

$$w_{r\dot{r}}(r\dot{r}) = |J| |w_{R\dot{R}}(R\dot{R}) \quad (2.122)$$

gde je:

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial R}{\partial r} & \frac{\partial R}{\partial \dot{r}} \\ \frac{\partial \dot{R}}{\partial r} & \frac{\partial \dot{R}}{\partial \dot{r}} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\alpha}{2} r^{\frac{\alpha}{2}-1} & 0 \\ r & \frac{\alpha}{2} r^{\frac{\alpha}{2}-1} \end{vmatrix} = \frac{\alpha^2}{4} r^{\alpha-2} \quad (2.123)$$

Zamenom (2.123) u (2.122) se dobija:

$$w_{r\dot{r}}(r\dot{r}) = \frac{\alpha^2}{4} r^{\alpha-2} \frac{2}{\Gamma(\mu)} \left(\frac{\mu}{\Omega}\right)^{\mu} r^{\frac{\alpha}{2}(2\mu-1)} e^{-\frac{\mu}{\Omega} r^{\alpha}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} e^{-\frac{1}{2\beta^2} \frac{\alpha^2}{4} r^{\alpha-2} \dot{r}^2} \quad (2.124)$$

Relacije između  $r, \dot{r}$  i  $c$  i  $\dot{c}$  su:

$$c = \log(1 + r^2) \quad (2.125)$$

$$r = (e^c - 1)^{1/2} \quad (2.126)$$

$$\dot{c} = \frac{2r}{1+r^2} \quad (2.127)$$

$$\dot{r} = \frac{1}{2} (e^c - 1)^{-1/2} e^c \dot{c} \quad (2.128)$$

Združena gustina verovatnoće od  $c$  i  $\dot{c}$  je:

$$w_{c\dot{c}}(c\dot{c}) = |J| w_{r\dot{r}} \left( (e^c - 1)^{1/2}, \left( \frac{1}{2} (e^c - 1)^{-1/2} e^c \dot{c} \right) \right) \quad (2.129)$$

gde je:

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial r}{\partial c} & \frac{\partial r}{\partial \dot{c}} \\ \frac{\partial \dot{r}}{\partial c} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial \dot{c}} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} (e^c - 1)^{-1/2} e^c & 0 \\ \frac{1}{2} (e^c - 1)^{-1/2} e^c & \frac{1}{2} (e^c - 1)^{-1/2} e^c \end{vmatrix} = \frac{1}{4} \frac{e^{2c}}{(e^c - 1)} \quad (2.130)$$

Zamenom (2.130) u (2.129) se dobija:

$$\begin{aligned} w_{c\dot{c}}(c\dot{c}) &= \frac{e^{2c}}{4(e^c - 1)} \frac{\alpha^2}{4} \frac{2}{\Gamma(\mu)} \left(\frac{\mu}{\Omega}\right)^{\mu} (e^c - 1)^{\frac{1}{2}(\alpha-2) + \alpha\mu - \frac{1}{2}} e^{-\frac{\mu}{\Omega} (e^c - 1)^{\frac{\alpha}{2}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} e^{-\frac{\alpha^2}{4\beta^2} (e^c - 1)^{\frac{1}{2}(\alpha-2)} \frac{1}{4} (e^c - 1)^{-1} e^{2c} \dot{c}^2} \\ &= \frac{e^{2c}}{4(e^c - 1)} \frac{\alpha^2}{4} \frac{2}{\Gamma(\mu)} \left(\frac{\mu}{\Omega}\right)^{\mu} (e^c - 1)^{\frac{3\alpha\mu}{2} - \frac{3}{2}} e^{-\frac{\mu}{\Omega} (e^c - 1)^{\frac{\alpha}{2}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} e^{-\frac{\alpha^2}{16\beta^2} (e^c - 1)^{\frac{\alpha}{2}-2} e^{2c} \dot{c}^2} \end{aligned} \quad (2.131)$$

Srednji broj osnih preseka promenljive  $c$  možemo izračunati na sledeći način:

$$\begin{aligned}
N_c &= \int_0^{\infty} d_c \dot{c} w_{cc}(c \dot{c}) \\
&= \int_0^{\infty} d_c \dot{c} \frac{e^{2c}}{4(e^c - 1)} \frac{\alpha^2}{4} \frac{2}{\Gamma(\mu)} \left(\frac{\mu}{\Omega}\right)^\mu (e^c - 1)^{\frac{3\alpha\mu}{2} - \frac{3}{2}} e^{-\frac{\mu}{\Omega}(e^c - 1)^{\frac{\alpha}{2}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} e^{-\frac{\alpha^2}{16\beta^2}(e^c - 1)^{\frac{\alpha}{2}-2} e^{2c} \dot{c}^2} \\
&= \frac{e^{2c}}{4(e^c - 1)} \frac{\alpha^2}{4} \frac{2}{\Gamma(\mu)} \left(\frac{\mu}{\Omega}\right)^\mu (e^c - 1)^{\frac{3\alpha\mu}{2} - \frac{3}{2}} e^{-\frac{\mu}{\Omega}(e^c - 1)^{\frac{\alpha}{2}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} \int_0^{\infty} d_c \dot{c} e^{-\frac{\alpha^2}{16\beta^2}(e^c - 1)^{\frac{\alpha}{2}-2} e^{2c} \dot{c}^2} \\
&= \frac{e^{2c}}{4(e^c - 1)} \frac{\alpha^2}{4} \frac{2}{\Gamma(\mu)} \left(\frac{\mu}{\Omega}\right)^\mu (e^c - 1)^{\frac{3\alpha\mu}{2} - \frac{3}{2}} e^{-\frac{\mu}{\Omega}(e^c - 1)^{\frac{\alpha}{2}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} \frac{1}{2} \frac{1}{\alpha^2} \frac{16\beta^2}{(e^{2c} - 1)^{2-\alpha/2}} e^{2c}
\end{aligned} \tag{2.132}$$

Formula za izračunavanje srednjeg vreme trajanja otkaza je formula koja sledi:

$$AFD = \frac{F_c(c)}{N_c} \tag{2.133}$$

Može se razmatrati kvadrat  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive. Za kvadrat pomenute slučajne promenljivu, može se definisati funkcija gustine verovatnoće, kumulativna raspodela, karakteristična funkcija, prvi moment, drugi moment i treći moment. Takođe, može da se odredi združena gustina verovatnoće Rajsovog faktora  $\kappa$  i prvog izvoda Rajsovog faktora  $\kappa$ . Pomoću ove združene gustine verovatnoće Rajsovog faktora  $\kappa$ . Takođe, moguće je definisati srednji broj osnih preseka pomenute slučajne promenljive. Zatim se razmatra peti stepen od  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive i računa se gustina verovatnoće petog stepena od  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive, kumulativna verovatnoća petog stepena od  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive, karakteristična funkcija petog stepena od  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive, prvi moment petog stepena od  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive. Može da se izračuna i srednji broj osnih preseka petog stepena od  $\kappa$ - $\mu$  slučajnog procesa. U radu je izvršena transformacija  $\kappa$ - $\mu$  raspodele sa linearnim razlomkom. Kod linearnog razlomka je u brojiocu i imeniocu linearna funkcija. Za ovu transformaciju je određena gustina verovatnoće, a zatim izračunata kumulativna verovatnoća, karakteristična funkcija, prvi moment, drugi moment i treći moment. Od transformacionog signala može da se izračuna srednji broj osnih preseka kao srednja vrednost od slučajnog procesa.  $\kappa$ - $\mu$  slučajni proces može da se transformiše pomoću raznih funkcija. Transformacije mogu biti pomoću trigonometrijskih funkcija, pomoću eksponencijalnih funkcija i pomoću logaritamskih funkcija. Gustina verovatnoće transformisanih funkcija se računa metodom transformacije slučajnih promenljivih. U ovom slučaju je Jakobijan transformacija prvi izvod od transformisane slučajne promenljive može da se izračunaju

ostale statističke funkcije. Može da se odredi gustina verovatnoće transformisane funkcije. Nadalje se korišćenjem dobijene združene funkcije, može definisati združena gustina verovatnoće transformisane  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive i prvog izvoda od transformisane  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive. Može se odrediti združena kumulativna verovatnoća od  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive i prvog izvoda od  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive. Zatim se može odrediti od združena karakteristična funkcija  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive i prvog izvoda od  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive. Mogu se takođe odrediti prvi produktni, drugi produktni moment i treći produktni moment. Prvi produktni moment jednak je srednjoj vrednosti od proizvoda  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive i prvog izvoda  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive. Drugi produktni moment jednak je srednjoj vrednosti proizvoda kvadrata  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive i kvadrata prvog izvoda  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive. Treći produktni moment jednak je srednjoj vrednosti proizvoda kuba  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive i kuba prvog izvoda  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive. Takođe, može se odrediti srednja vrednost od proizvoda kvadrata  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive i prvog izvoda  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive, srednja vrednost od proizvoda kuba  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive i prvog izvoda  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive.



## 3 DIVERZITI TEHNIKE

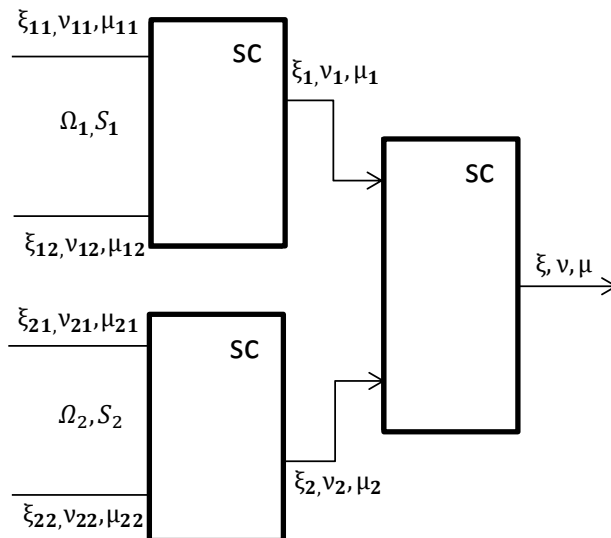
### 3.1 Makro diverziti sistemi

Makro diverziti sistem se sastoji od dva ili više mikrodiverziti prijemnika ili jednog makrodiverziti prijemnika [21].

Makrodiverziti prijemnik se koristi da umanja degradaciju sporog fedinga na performanse sistema, a mikrodiverziti prijemnik se koristi da umanja moguću degradaciju brzog fedinga na celokupnu performansu sistema. Spori feding nastaje zbog uticaja raznih prepreka na prostiranje elektromagnetnih talasa [42]. Ove prepreke mogu da budu atmosferski uslovi i atmosferske padavine, brda i manje planine, kao i šume i ostala vegetacija. Brzi feding nastaje kao posledica propagacije signala duž više putanja. Elektromagnetni talas se prostire po više putanja jer postoje kopije signala usled odbijanja, defrakcije talasa, prelamanja talasa i rasipanja. Brzi feding izaziva promenu amplitude signala. U prisustvu fedinga amplituda odnosno anvelope signala je promenljiva i slučajne je prirode. U ovom slučaju određena je gustina verovatnoće anvelope signala, karakteristična funkcija anvelope signala, kumulativna verovatnoća anvelope signala, prvi moment anvelope signala, drugi moment anvelope signala i treći moment anvelope signala. Može se odrediti i srednji broj osnih preseka anvelope signala. Za ovo je potrebno izračunati združenu gustinu verovatnoće anvelope signala i prvi izvod od anvelope signala. Makrodiverziti prijemnik izdvaja mikrodiverziti prijemnik sa većom snagom na ulazima da se uspostavi veza ka korisniku. Mikrodiverziti prijemnici mogu da budu selektivni. U ovom slučaju broj ulaza u prijemnik može da bude dva, tri ili više. Mikrodiverziti prijemnik može da bude EGC prijemnik [73]. Signal na izlazu iz EGC kombinera jednak je zbiru ulaznih signala. Postoje EGC sa dva i EGC sa tri ulaza. Određena je gustina verovatnoće signala na izlazu iz EGC kombinera. Korišćenjem prethodnog rezultata određen je cdf signala na izlazu iz EGC kombinera, prvi moment signala na izlazu iz EGC kombinera, drugi moment signala na izlazu iz EGC kombinera i treći moment signala na izlazu iz EGC kombinera. Razmatran je MRC prijemnik sa dva ulaza [19]. Zbir kvadrata signala na ulazima u kombiner odgovara kvadratu signala na izlazu iz MRC kombinera. Analiza je u kanalu sa Nakagami-m fedingom. Na izlazima se takođe pojavljuje signal koji se može opisati Nakagami-m raspodelom. Parametar  $m$  Nakagami-m signala na izlazu iz MRC kombinera je dva puta veći od Nakagami-m signala na ulazima u MRC (maximum ratio combining) EGC(equal gain combining). Na ulazima u MRC kombiner može se pojaviti Relijev feding, Rajsov feding, Nakagami-m feding, Nakagami-q feding, Vejbulov feding,  $\alpha$ - $\mu$  feding ili neki drugi feding. Za svaki od ovih fedinga određena je gustina verovatnoće signala na izlazu iz MRC kombinera, kumulativna verovatnoća signala na izlazu iz MRC kombinera, karakteristična funkcija signala na izlazu iz MRC kombinera, prvi moment signala na izlazu iz MRC kombinera, drugi moment signala na izlazu iz MRC kombinera i treći moment na izlazu iz MRC kombinera. Razmatran je složeni kombineri [30]. Može se formirati složeni kombiner sa četiri ulaza gde su dva ulaza priključena na SC kombiner sa dva ulaza, a druga dva ulaza na drugi SC kombiner sa dva ulaza. Izlazi ovog kombinera su priključeni na EGC kombiner sa dva ulaza. Signali sa izlaza iz SC kombinera se sabiraju i onda se dobija signal za koji se računa gustina verovatnoće, kumulativna verovatnoća, karakteristična funkcija, prvi moment, drugi moment, treći moment, četvrti moment i peti moment. Takođe se računa srednji broj osnih preseka signala na izlazu iz složenog kombinera.

### 3.1.1 Makro diverziti sistem u prisustvu Weibulovog brzog i Gama sporog fedinga i Weibulove interference

Razmatra se makro diverziti sistem sa makro diverzitim prijemnikom i dva mikro diverziti SC prijemnika. Sistem koji je korišćen u analizi koja sledi je dat na slici 3.1:



**Slika 3.1** Makro diverziti sistem sa makro diverzitim prijemnikom i dva mikro diverziti SC prijemnika

Ulazne anvelope korisnog signala prvog mikrodiverziti SC kombinera su  $\xi_{11}$  i  $\xi_{12}$ , a ulazne anvelope drugog mikrodiverziti SC kombinera su  $\xi_{21}$  i  $\xi_{22}$ .

Gustine verovatnoće anvelopa korisnog signala su:

$$w_{\xi_{ij}}(\xi_{ij}) = \frac{\alpha}{\Omega_i} \xi_{ij}^{\alpha-1} e^{-\frac{1}{\Omega_i} \xi_{ij}^\alpha}, \quad i=1,2; j=1,2; \xi_{ij} \geq 0 \quad (3.1)$$

Anvelope interference na ulazima u mikrodiverziti prijemnik su  $\nu_{11}, \nu_{12}, \nu_{21}, \nu_{22}$ . Gustine verovatnoća ovih anvelopa su:

$$w_{\nu_{ij}}(\nu_{ij}) = \frac{\alpha}{s_i} \nu_{ij}^{\alpha-1} e^{-\frac{1}{s_i} \nu_{ij}^\alpha}, \quad i=1,2; j=1,2; \nu_{ij} \geq 0 \quad (3.2)$$

Odnosi anvelope korisnog signala i međukanalne interference su:

$$\eta_{ij} = \frac{\xi_{ij}}{\nu_{ij}}, \quad \xi_{ij} = \eta_{ij} \nu_{ij} \quad (3.3)$$

Gustina verovatnoće  $\nu_{ij}$  je:

$$\begin{aligned} w_{\nu_{ij}}(\nu_{ij}) &= \int_0^\infty d_{\nu_{ij}} \nu_{ij} w_{\xi_{ij}}(\eta_{ij} \nu_{ij}) w_{\nu_{ij}}(\nu_{ij}) \\ &= \frac{\alpha^2}{\Omega_i s_i} \eta_{ij}^{\alpha-1} \int_0^\infty d_{\nu_{ij}} \nu_{ij}^{2\alpha-1} e^{-\nu_{ij}^\alpha \left( \frac{\nu_{ij}^\alpha}{\Omega_i} + \frac{1}{s_i} \right)} \\ &= \frac{\alpha^2}{\Omega_i s_i} \eta_{ij}^{\alpha-1} \Gamma(2) \frac{1}{\alpha} (\Omega_i s_i)^2 \frac{1}{(\Omega_i + s_i \eta_{ij}^\alpha)^2} \\ &= \alpha \eta_{ij}^{\alpha-1} \Omega_i s_i \frac{1}{(\Omega_i + s_i \eta_{ij}^\alpha)^2} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Kumulativna verovatnoća od odnosa dve Weibulove slučajne promenljive je:

$$F_{\eta_{ij}}(\eta_{ij}) = \int_0^{\eta_{ij}} d_t w_{\eta_{ij}}(t) = \alpha s_i \Omega_i \int_0^{\eta_{ij}} d_t \frac{t^{\alpha-1}}{(\Omega_i + s_i t^\alpha)^2} \quad (3.5)$$

$$\Omega_i + s_i t^\alpha = z, \quad \alpha s_i t^{\alpha-1} d_t = dz \quad (3.6)$$

Zamenom (3.6) u (3.5) se dobija:

$$F_{\eta_{ij}}(\eta_{ij}) = \int_{\Omega_i}^{\Omega_i + s_i \eta_{ij}^\alpha} \alpha s_i \Omega_i \frac{1}{\alpha s_i z^2} dz = \Omega_i \left( \frac{1}{\Omega_i} - \frac{1}{\Omega_i + s_i \eta_{ij}^\alpha} \right) = \left( 1 - \frac{\Omega_i}{\Omega_i + s_i \eta_{ij}^\alpha} \right) = \frac{s_i \eta_{ij}^\alpha}{\Omega_i + s_i \eta_{ij}^\alpha} \quad (3.7)$$

Prvi izvod od odnosa dve Weibulove slučajne promenljive je:

$$\eta_{ij} = \frac{\xi_{ij}}{\nu_{ij}} = \frac{\xi \bar{\alpha}}{\nu \bar{\alpha}} \quad (3.8)$$

gde su  $\xi$  i  $\nu$ , Relijeve slučajne promenljive. Iz predhodnog izraza je:

$$\eta_{ij}^{\frac{\alpha}{2}} = \frac{\xi}{\nu}, \quad \xi = \nu \eta_{ij}^{\frac{\alpha}{2}} \quad (3.9)$$

$$\eta_{ij} = \frac{2}{\alpha \eta_{ij}^{\frac{\alpha}{2}-1}} \left( \frac{\xi}{\nu} - \frac{\xi \nu}{\nu^2} \right) \quad (3.10)$$

Prvi izvod Relijeve slučajne promenljive  $\xi$  i  $\nu$ , ima Gausovu gustinu verovatnoće. Linearna transformacija Gausovih promenljivih je opet Gausova promenljiva. Pozivajući se na prethodni zaključak, promenljiva  $\nu_{ij}$  se uslovno opisuje Gausovom raspodelom.

Srednja vrednost promenljive  $\nu_{ij}$  se može izračunati kao

$$\bar{\nu}_{ij} = \frac{2}{\alpha \eta_{ij}^{\frac{\alpha}{2}-1}} \left( \frac{\bar{\xi}}{\nu} - \frac{\xi \bar{\nu}}{\nu^2} \right) = 0 \quad (3.11)$$

pošto je :

$$\bar{\xi} = \bar{\nu} = 0 \quad (3.12)$$

Varijansa od  $\eta_{ij}$  je:

$$\sigma_{\eta_{ij}}^2 = \frac{4}{\alpha^2 \eta_{ij}^{\alpha-2}} \left( \frac{1}{\nu^2} \sigma_{\xi}^2 + \frac{\xi^2}{\nu^4} \sigma_{\nu}^2 \right) \quad (3.13)$$

gde je:

$$\sigma_{\xi}^2 = \pi^2 f_m^2 \Omega_i \quad (3.14)$$

$$\sigma_{\nu}^2 = \pi^2 f_m^2 s_i \quad (3.15)$$

gde je  $f_m$  maksimalna Doplerova učestanost.

Zamenom (3.14) i (3.15) u (3.13) se dobija:

$$\sigma_{\eta_{ij}}^2 = \frac{4\pi^2 f_m^2}{\alpha^2 \eta_{ij}^{\alpha-2}} \left( \frac{1}{\nu^2} \Omega_i + \frac{\eta_{ij}^2}{\nu^2} s_i \right) = \frac{4\pi^2 f_m^2}{\alpha^2 \eta_{ij}^{\alpha-2} \nu^2} (\Omega_i + \nu_{ij}^\alpha s_i) \quad (3.16)$$

Uslovna gustina verovatnoće od prvog izvoda od odnosa dve Weibulove slučajne promenljive je:

$$w_{\eta_{ij}}(\eta_{ij} / \eta_{ij} \nu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\eta_{ij}}} e^{-\frac{\eta_{ij}^2}{2\sigma_{\eta_{ij}}^2}} \quad (3.17)$$

Združena gustina verovatnoće prvog izvoda od odnosa dva Weibulova slučajna procesa  $\eta_{ij}$  i

odnosa dva Weibulova slučajna procesa  $\eta_{ij}$  i Rejljevog slučajnog procesa je:

$$w_{\eta_{ij} \eta_{ij} \nu}(\eta_{ij} \eta_{ij} \nu) = w_{\eta_i}(\eta_{ij} / \eta_{ij} \nu) w_{\eta_{ij} \nu}(\eta_{ij} \nu) \quad (3.18)$$

Združena gustina verovatnoće od  $\eta_{ij}$  i  $\nu$  je:

$$w_{\eta_{ij} \nu}(\eta_{ij} \nu) = w_{\nu}(\nu) w_{\eta_{ij}}(\eta_{ij} / \nu) \quad (3.19)$$

gde je uslovna gustina verovatnoće od  $\eta_{ij}$  jednaka:

$$w_{\eta_{ij}}(\eta_{ij} / \nu) = \left| \frac{d\xi}{d\eta_{ij}} \right| w_{\xi}(\nu \eta_{ij}^{\frac{\alpha}{2}}) = \nu^{\frac{\alpha}{2}} \eta_{ij}^{\frac{\alpha}{2}-1} w_{\xi}(\nu \eta_{ij}^{\frac{\alpha}{2}}) \quad (3.20)$$

Gustine verovatnoća od  $\xi$  i  $\nu$  su:

$$w_{\xi}(\xi) = \frac{2\xi}{\Omega_0} e^{-\frac{\xi^2}{\Omega_0}}, \quad \xi \geq 0 \quad (3.21)$$

$$w_{\nu}(\nu) = \frac{2\nu}{s_i} e^{-\frac{\nu^2}{s_i}}, \quad \nu \geq 0 \quad (3.22)$$

Združena gustina verovatnoće od  $\eta_{ij}$ ,  $\eta_{ij}$  i  $\nu$  je:

$$\begin{aligned} w_{\nu_{ij} \nu_{ij} \nu}(\eta_{ij} \eta_{ij} \nu) &= w_{\eta_{ij}}(\eta_{ij} / \eta_{ij} \nu) w_{\nu}(\nu) w(\eta_{ij} / \nu) \\ &= w_{\eta_{ij}}(\eta_{ij} / \eta_{ij} \nu) w_{\nu}(\nu) \nu^{\frac{\alpha}{2}} \eta_{ij}^{\frac{\alpha}{2}-1} w_{\xi}(\nu \eta_{ij}^{\frac{\alpha}{2}}) \end{aligned} \quad (3.23)$$

Združena gustina odnosa dva Weibulova procesa i prvog izvoda tih slučajnih procesa ima sledeći oblik:

$$\begin{aligned} w_{\eta_{ij} \eta_{ij}(\eta_{ij} \eta_{ij})} &= \int_0^{\infty} d\nu w_{\eta_{ij} \eta_{ij}} \nu(\eta_{ij} \eta_{ij} \nu) \\ &= \frac{\alpha}{2} \eta_{ij}^{\frac{\alpha}{2}-1} \int_0^{\infty} d\nu w_{\eta_{ij}}(\eta_{ij} / \nu \eta_{ij}) w_{\nu}(\nu) \nu w_{\xi}(\nu \eta_{ij}^{\frac{\alpha}{2}}) \end{aligned} \quad (3.24)$$

Srednji broj osnih preseka dva Weibulova slučajna procesa se definiše kao usrednjena vrednost ovog izvoda od odnosa dva Weibulova slučajna procesa:

$$\begin{aligned} N_{\eta_{ij}} &= \int_0^{\infty} d\eta_{ij} \eta_{ij} w_{\eta_{ij}} \eta_{ij}(\eta_{ij} \eta_{ij}) \\ &= \frac{\alpha}{2} \eta_{ij}^{\frac{\alpha}{2}-1} \int_0^{\infty} d\nu \nu w_{\nu}(\nu) w_{\xi}(\nu \eta_{ij}^{\frac{\alpha}{2}}) \int_0^{\infty} d\eta_{ij} \eta_{ij} w_{\eta_{ij}}(\eta_{ij} / \nu \eta_{ij}) \end{aligned} \quad (3.25)$$

gde je drugi integral jednak:

$$\int_0^{\infty} d\eta_{ij} \eta_{ij} w_{\eta_{ij}}(\eta_{ij} / \nu \eta_{ij}) = \int_0^{\infty} d\eta_{ij} \eta_{ij} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\eta_{ij}}} e^{-\frac{\eta_{ij}^2}{2\sigma_{\eta_{ij}}^2}} = \frac{\sigma_{\eta_{ij}}^2}{\sqrt{2\pi}} \quad (3.26)$$

Zamenom (3.26) u (3.25) se dobija:

$$\begin{aligned} N_{\eta_{ij}} &= \frac{\alpha}{2} \eta_{ij}^{\frac{\alpha}{2}-1} \int_0^{\infty} d\nu \nu w_{\nu}(\nu) p_{\xi}(\nu \eta_{ij}^{\frac{\alpha}{2}}) \frac{\sigma_{\eta_{ij}}^2}{\sqrt{2\pi}} \\ &= \frac{\alpha}{2} \eta_{ij}^{\frac{\alpha}{2}-1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{2\pi f_m}{\alpha \eta_{ij}^{\frac{\alpha}{2}-1}} \sqrt{\Omega_i + s_i \eta_{ij}^{\alpha}} \int_0^{\infty} d\nu w_{\nu}(\nu) w_{\xi}(\nu \eta_{ij}^{\frac{\alpha}{2}}) \\ &= \frac{\pi f_m}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\Omega_i + s_i \eta_{ij}^{\alpha}} \int_0^{\infty} d\nu \frac{2\nu}{\Omega_i} e^{-\frac{\nu^2}{\Omega_i}} \frac{2}{s_i} \nu \eta_{ij}^{\frac{\alpha}{2}} e^{-\frac{\nu^2}{s_i} \eta_{ij}^{\alpha}} \\ &= \frac{\pi f_m^4}{\Omega_i s_i \sqrt{2\pi}} \eta_{ij}^{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\Omega_i + s_i \eta_{ij}^{\alpha}} \int_0^{\infty} d\nu \nu^2 e^{-\nu^2} \left( \frac{1}{\Omega_i} + \frac{1}{s_i} \eta_{ij}^{\alpha} \right) \\ &= \frac{24\pi f_m}{\Omega_i s_i \sqrt{2\pi}} \eta_{ij}^{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\Omega_i + s_i \eta_{ij}^{\alpha}} \frac{1}{2} (\Omega_i s_i)^{\frac{3}{2}} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \frac{1}{(\Omega_i + s_i \eta_{ij}^{\alpha})^{\frac{3}{2}}} \end{aligned}$$

$$= \sqrt{2\pi} f_m \Gamma(3/2) (\Omega_i s_i)^{3/2} \eta_{ij}^{\alpha/2} \frac{1}{(\Omega_i + s_i \eta_{ij}^\alpha)} \quad (3.27)$$

Kumulativna verovatnoća na izlazu iz prvog mikro diverziti SC prijemnika je:

$$F_{\eta_1}(\eta_1) = F_{\eta_{11}}(\eta_1) F_{\eta_{12}}(\eta_2) = \frac{s_1 \eta_1^\alpha}{\Omega_1 + s_1 \eta_1^\alpha} \frac{s_1 \eta_1^\alpha}{\Omega_1 + s_1 \eta_1^\alpha} = \frac{s_1^2 \eta_1^{2\alpha}}{(\Omega_1 + s_1 \eta_1^\alpha)^2} \quad (3.28)$$

Analogno prethodnom, dobija se združena gustina verovatnoće signala na izlazu iz drugog mikro diverziti SC prijemnika:

$$F_{\eta_2}(\eta_2) = F_{\eta_{21}}(\eta_2) F_{\eta_{22}}(\eta_2) = \frac{s_2^2 \eta_2^{2\alpha}}{(\Omega_2 + s_2 \eta_2^\alpha)^2} \quad (3.29)$$

Gustina verovatnoće odnosa anvelope signala i anvelope međukanalne interference na izlazu iz prvog mikro diverziti SC prijemnika je:

$$\begin{aligned} w_{\eta_1}(\eta_1) &= w(\eta_1) F_{\eta_{12}}(\eta_1) + w_{\eta_{12}}(\eta_1) F_{\eta_{11}}(\eta_1) \\ &= 2w_{\eta_{11}}(\eta_1) F_{\eta_{12}}(\eta_1) \\ &= 2\alpha \Omega_1 s_1 \frac{\eta_1^{\alpha-1}}{(\Omega_1 + s_1 \eta_1^\alpha)^2} \frac{s_1 \eta_1^\alpha}{\Omega_1 + s_1 \eta_1^\alpha} \\ &= 2\alpha \Omega_1 s_1^2 \frac{\eta_1^{2\alpha-1}}{(\Omega_1 + s_1 \eta_1^\alpha)^3} \end{aligned} \quad (3.30)$$

Na sličan način se dobija gustina verovatnoće signala odnosa anvelope signala i anvelope međukanalne interference na izlazu iz drugog mikro diverziti SC prijemnika:

$$w_{\eta_2}(\eta_2) = 2\alpha \Omega_2 s_2^2 \frac{\eta_2^{2\alpha-1}}{(\Omega_2 + s_2 \eta_2^\alpha)^3} \quad (3.31)$$

Združena gustina verovatnoće prve promenljive, tj. promenljive  $\eta_1$  i njenog izvoda je:

$$\begin{aligned} w_{\eta_1 \eta_1}(\eta_1 \eta_1) &= w_{\eta_{11} \eta_{11}}(\eta_1 \eta_1) F_{\eta_{12}}(\eta_1) + w_{\eta_{12} \eta_{12}}(\eta_1 \eta_1) F_{\eta_{11}}(\eta_1) \\ &= 2 w_{\eta_{11} \eta_{11}}(\eta_1 \eta_1) F_{\eta_{12}}(\eta_1) \end{aligned} \quad (3.32)$$

Srednji broj osnih preseka slučajnog procesa  $\eta_1$  se može definisati kao:

$$\begin{aligned} N_{\eta_1} &= \int_0^\infty d\eta_1 \eta_1 w_{\eta_1 \eta_1}(\eta_1 \eta_1) = \alpha F_{12}(\eta_1) \int_0^\infty d\eta_1 \eta_1 w_{\eta_{11} \eta_{11}}(\eta_1 \eta_1) = 2F_{\eta_{12}}(\eta_1) N_{\eta_{11}} = \\ &= 2 \frac{s_1 \eta_1^\alpha}{s_1 \eta_1^\alpha + \Omega_1} \sqrt{2\pi} f_m \Gamma(3/2) (\Omega_1 s_1)^{1/2} \frac{\eta_1^{\alpha/2}}{(\Omega_1 + s_1 \eta_1^\alpha)} \end{aligned} \quad (3.33)$$

Zbog uticaja sporog Gama fedinga, srednje snage anvelope signala na ulazima u mikro diverziti prijemnik  $\Omega_1$  i  $\Omega_2$  umaju združenu Gama raspodelu:

$$w_{\Omega_1 \Omega_2}(\Omega_1 \Omega_2) = \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)\rho^{c-1}\Omega_0^{c+1}} (\Omega_1 \Omega_2)^{\frac{c-1}{2}} e^{-\frac{\Omega_1 + \Omega_2}{2\Omega_0(1-\rho^2)}} I_{c-1} \left( \frac{2\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)} \Omega_1^{1/2} \Omega_2^{1/2} \right), \quad \Omega_1 \geq 0, \quad \Omega_2 \geq 0 \quad (3.34)$$

gde je  $c$  ostrina sporog fedinga,  $\rho$  je koeficjenat korelacije i  $\Omega_0$  je srednja vrednost od  $\Omega_1$  ili  $\Omega_2$ .

Predhodni izraz može da se napiše u obliku:

$$w_{\Omega_1 \Omega_2}(\Omega_1 \Omega_2) = \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)\rho^{c-1}\Omega_0^{c+1}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)} \right)^{2i_1+c-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+c)} \Omega_1^{i_1+c-1} \Omega_2^{i_1+c-1} e^{-\frac{\Omega_1 + \Omega_2}{2\Omega_0(1-\rho^2)}} \quad (3.35)$$

Srednje snage interferenci  $S_1$  i  $S_2$  se predpostavlja da su nezavisne.

Združena gustina verovatnoće od  $s_1$  i  $s_2$  je:

$$w_{s_1 s_2}(s_1 s_2) = \frac{1}{\Gamma(c_1)\beta_1^{c_1}} s_1^{c_1-1} e^{-\frac{1}{\beta_1}s_1} \frac{1}{\Gamma(c_2)\beta_2^{c_2}} s_2^{c_2-1} e^{-\frac{1}{\beta_2}s_2}, \quad s_1 \geq 0, s_2 \geq 0 \quad (3.36)$$

Makro diverziti SC prijemnik izdvaja mikro diverziti SC prijemnik sa manjom snagom na ulazima da obezbedi servis prema korisniku. Oslanjajući se na ovu činjenicu, gustina verovatnoće odnosa izlaznih snaga signala i interference makro diverziti SC kombinera jednaka je:

$$\begin{aligned} w_\eta(\eta/s_1 s_2) &= \int_0^\infty d\Omega_1 \int_0^{\Omega_1} d\Omega_2 w_{\eta_1}(\eta/\Omega_1 s_1) w_{\Omega_1 \Omega_2}(\Omega_1 \Omega_2) \\ &\quad + \int_0^\infty d\Omega_2 \int_0^{\Omega_2} d\Omega_1 w_{\eta_2}(\eta/\Omega_1 s_2) w_{\Omega_1 \Omega_2}(\Omega_1 \Omega_2) \\ &\quad 2 \int_0^\infty d\Omega_1 \int_0^{\Omega_1} d\Omega_2 w_{\eta_1}(\eta/\Omega_1 s_1) w_{\Omega_1 \Omega_2}(\Omega_1 \Omega_2) \\ &= 2 \int_0^\infty d\Omega_1 \int_0^{\Omega_1} d\Omega_2 2\alpha \Omega_1 s_1^2 \frac{\eta^{2\alpha-1}}{(\Omega_1 + s_1 \eta^\alpha)^3} \\ &\quad \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)\rho^{c-1}\Omega_0^{c+1}} \sum_{i_1=0}^\infty \left(\frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right)^{2i_1+c-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+c)} \\ &\quad \Omega_1^{i_1+c-1} \Omega_2^{i_1+c-1} e^{-\frac{\Omega_1+\Omega_2}{\Omega_0(1-\rho^2)}} \\ &= 4\alpha s_1^2 \eta^{2\alpha-1} \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)\rho^{c-1}\Omega_0^{c+1}} \sum_{i_1=0}^\infty \left(\frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right)^{2i_1+c-1} \\ &\quad \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+c)} \int_0^\infty d\Omega_1 \Omega_1^{c+i_1} e^{-\frac{\Omega_1}{\Omega_0(1-\rho^2)}} \int_0^{\Omega_1} d\Omega_2 \Omega_2^{c+i_1-1} e^{-\frac{\Omega_2}{\Omega_0(1-\rho^2)}} \frac{1}{(\Omega_1 + s_1 \eta^\alpha)^3} \\ &= 4\alpha s_1^2 \eta^{2\alpha-1} \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)\rho^{c-1}\Omega_0^{c+1}} \sum_{i_1=0}^\infty \left(\frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right)^{2i_1+c-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+c)} \\ &\quad \int_0^\infty d\Omega_1 \Omega_1^{c+i_1} e^{-\frac{\Omega_1}{\Omega_0(1-\rho^2)}} (\Omega_0(1-\rho^2))^{c+i_1} \gamma\left(c+i_1, -\frac{\Omega_1}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right) \frac{1}{(\Omega_1 + s_1 \eta^\alpha)^3} \end{aligned} \quad (3.37)$$

gde je  $\gamma(\mu, \xi)$  nepotpuna  $\gamma$  funkcija definisana sa:

$$\gamma(\mu, \xi) = \int_0^\xi \xi^{\mu-1} e^{-\xi} d\xi \quad (3.38)$$

Nepotpuna Gama funkcija može da se razvije u red:

$$\gamma(\mu, \xi) = \frac{1}{\mu} \xi^\mu e^{-\xi} \sum_{j=1}^\infty \frac{1}{(\mu+1)_j} \xi^j \quad (3.39)$$

Korišćenjem ovog razvoja, dobija se:

$$\begin{aligned} w_\eta(\eta/s_1) &= \eta \alpha s_1^2 \eta^{2\alpha-1} \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)\rho^{c-1}\Omega_0^{c+1}} \sum_{i_1=0}^\infty \left(\frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right)^{2i_1+c-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+c)} \\ &\quad (\Omega_0(1-\rho^2))^{i_1+c} \frac{1}{i_1+c} \frac{1}{(\Omega_0(1-\rho^2))^{i_1+c}} \sum_{j_1=0}^\infty \frac{1}{(i_1+c+1)_{j_1}} \frac{1}{(\Omega_0(1-\rho^2))^{j_1}} \\ &\quad \int_0^\infty d\Omega_1 \Omega_1^{2i_1+2c-1+j_1} e^{-\frac{2\Omega_1}{\Omega_0(1-\rho^2)}} \frac{1}{(\Omega_1 + s_1 \eta^\alpha)^3} \\ &= 4\alpha s_1^2 \eta^{2\alpha-1} \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)\rho^{c-1}\Omega_0^{c+1}} \sum_{i_1=0}^\infty \left(\frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right)^{2i_1+c-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+c)} \\ &\quad \frac{1}{(i_1+c)} \sum_{j_1=0}^\infty \frac{1}{(i_1+c+1)_{j_1}} \frac{1}{(\Omega_0(1-\rho^2))^{j_1}} \int_0^\infty d\Omega_1 \Omega_1^{2i_1+2c+j_1} e^{-\frac{2\Omega_1}{\Omega_0(1-\rho^2)}} \frac{1}{(\Omega_1 + s_1 \eta^\alpha)^3} \end{aligned} \quad (3.40)$$

Neka je:

$$J_1 = \int_0^\infty d\Omega_1 \Omega_1^{2i_1+2c+j_1} e^{-\frac{2\Omega_1}{\Omega_0(1-\rho^2)}} \frac{1}{(\Omega_1 + s_1 \eta^\alpha)^3} \quad (3.41)$$

$$\frac{\Omega_1}{s_1 \eta^\alpha} = \xi, \quad \Omega_1 = s_1 \eta^\alpha \xi, \quad d_{\Omega_1} = s_1 \eta^\alpha d_\xi \quad (3.42)$$

Zamenom (3.42) u (3.41) se dobija  $J_1$  u obliku:

$$\begin{aligned} J_1 &= \frac{(s_1 \eta^\alpha)^{2i_1+2c+j_1+1}}{(s_1 \eta^\alpha)^3} \int_0^\infty d_\xi \xi^{2i_1+2c+j_1} e^{-\frac{2}{\Omega_0(1-\rho^2)} s_1 \eta^\alpha \xi} \frac{1}{(\xi+1)^3} \\ &= (s_1 \eta^\alpha)^{2i_1+2c+j_1+1-3} \Gamma(2i_1+2c+j_1+1) \\ &\quad U(2i_1+2c+j_1+1, 2i_1+2c+j_1+1+1-3) \\ &\quad \frac{2 s_1 \eta^\alpha}{\Omega_0(1-\rho^2)} \int_0^\infty d_\xi \xi^{a-1} e^{-c\xi} \frac{1}{(\xi+1)^{a+1-b}} \\ &= \Gamma(a) U(a, b, c) \end{aligned} \quad (3.43)$$

Zamenom (3.43) u (3.40) se dobija uslovna gustina verovatnoće u obliku:

$$\begin{aligned} w_\eta(\eta/s_1) &= 4\alpha s_1^2 \eta^{2\alpha-1} \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)\rho^{c-1}\Omega_0^{c+1}} \sum_{i_1=0}^\infty \left(\frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right)^{2i_1+c-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+c)} \\ &\quad \frac{1}{(i_1+c)} \sum_{j_1=0}^\infty \frac{1}{(i_1+c+1)j_1} \frac{1}{(\Omega_0(1-\rho^2))^{j_1}} (s_1 \eta^\alpha)^{2i_1+2c+j_1-2} \Gamma(2i_1+2c+j_1+1) \\ &\quad U\left(2i_1+2c+j_1+1, 2i_1+2c+j_1-1, \frac{2 s_1 \eta^\alpha}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right) \end{aligned} \quad (3.44)$$

Gustina verovatnoće od  $\eta$  je:

$$\begin{aligned} w_\eta(\eta) &= \int_0^\infty d_{s_1} w_\eta(\eta/s_1) w_{s_1}(s_1) \\ &= 4\alpha \eta^{2\alpha-1} \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)\rho^{c-1}\Omega_0^{c+1}} \sum_{i_1=0}^\infty \left(\frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right)^{2i_1+c-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+c)} \\ &\quad \frac{1}{(i_1+c)} \sum_{j_1=0}^\infty \frac{1}{(i_1+c+1)j_1} \frac{1}{(\Omega_0(1-\rho^2))^{j_1}} \eta^{4i_1+4c+2j_1-4} \\ &\quad \Gamma(2i_1+2c+j_1+1) \frac{1}{\Gamma(c_1)\beta_1 c_1} \\ &\quad \int_0^\infty d_{s_1} s_1^{c_1-1+2+2i_1+2c+j_1-2} e^{-\frac{1}{\beta_1} s_1} \\ &\quad U\left(2i_1+2c+j_1+1, 2i_1+2c+j_1-1, \frac{2 s_1 \eta^\alpha}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right) \end{aligned} \quad (3.45)$$

Integral  $J_2$  je jednak:

$$J_2 = \int_0^\infty d_{s_1} s_1^{c_1-1+2+2i_1+2c+j_1-2} e^{-\frac{1}{\beta_1} s_1} U\left(2i_1+2c+j_1+1, 2i_1+2c+j_1-1, \frac{2 s_1 \eta^\alpha}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right) \quad (3.46)$$

Uvode se smene:

$$\frac{2 s_1 \eta^\alpha}{\Omega_0(1-\rho^2)} = v, \quad s_1 = \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{2\eta^2} v, \quad d_{s_1} = \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{2\eta^2} d_v \quad (3.47)$$

Zamenom (3.47) u (3.46) se dobija:

$$\begin{aligned} J_2 &= \left(\frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{2\eta^2}\right)^{2i_1+2c+j_1+1} \int_0^\infty d_v v^{c_1-1+2+2i_1+2c+j_1} e^{-\frac{1}{\beta_1} \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{2\eta^2} v} U(2i_1+2c+j_1+1, 2i_1 \\ &\quad + 2c+j_1-1, v) \end{aligned} \quad (3.48)$$

Koristi se formula:

$$\int_0^\infty d_t t^{b-1} e^{-st} U(a, c, t) = \frac{\Gamma(b)\Gamma(b+1-c)}{\Gamma(a+b+1-c)} = F_1(b, b+1-c, a+b+1-c, 1-s) \quad (3.49)$$

Razmatrani slučaj je:

$$b = c_1 + 2i_1 + 2c + j_1 \quad (3.50)$$

$$a = 2i_1 + 2c + j_1 + 1 \quad (3.51)$$

$$c = 2i_1 + 2c + j_1 - 1 \quad (3.52)$$

$$b + 1 - c = c + 2i_1 + 2c + j_1 + 1 - 2i_1 - 2c - j_1 + 1 = c_1 + 2 \quad (3.53)$$

$$a + b + 1 - c = c_1 + 2 + 2i_1 + 2c + j_1 + 1 = 2 + 2c + 2i_1 + j_1 + 1 + c_1 \quad (3.54)$$

Zamenom (3.49) u (3.48) se dobija:

$$\begin{aligned} J_2 &= \left( \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{2\eta^2} \right)^{c_1+2i_1+2c+j_1} \frac{\Gamma(c_1+2i_1+2c+j_1)\Gamma(c_1+2)}{\Gamma(2+c_1+2c+2i_1+j_1+1)} \\ &= F_1 \left( c_1 + 2i_1 + 2c + j_1, c_1 + 2, 2 + c_1 + 2c + 2i_1 + j_1 + 1, 1 - \frac{1}{\beta_1} \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{2\eta^2} \right) \end{aligned} \quad (3.55)$$

Gustina verovatnoće odnosa anvelope signala i anvelope međukanalne interference na izlazu iz makro diverziti SC prijemnika je:

$$\begin{aligned} w_\eta(\eta) &= 4\alpha\eta^{2\alpha-1} \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)\rho^{c-1}\Omega_0^{c+1}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)} \right)^{2i_1+c-1} \frac{1}{\Omega_0(1-\rho^2)} \\ &\quad \frac{1}{(i_1+c)} \sum_{j_1=0}^{\infty} \frac{1}{(i_1+c+1)j_1} \frac{1}{(\Omega_0(1-\rho^2))^{j_1}} \eta^{4i_1+4c+2j_1-4} \Gamma(2i_1 + 2c + j_1 + 1) \\ &\quad \frac{1}{\Gamma(c_1)\beta_1^{c_1}} \left( \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{2\eta^2} \right)^{c_1+2i_1+2c+j_1} \frac{\Gamma(c_1+2i_1+2c+j_1)\Gamma(c_1+2)}{\Gamma(2+c_1+2c+2i_1+j_1+1)} \\ &= F_1 \left( c_1 + 2i_1 + 2c + j_1, c_1 + 2, 2 + c_1 + 2c + 2i_1 + j_1 + 1, 1 - \frac{1}{\beta_1} \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{2\eta^2} \right) \end{aligned} \quad (3.56)$$

Na izlazu iz makro diverziti SC prijemnika, kumulativna funkcija raspodele se može definisati kao

$$\begin{aligned} F_\eta(\eta) &= \int_0^\infty d\Omega_1 \int_0^{\Omega_1} d\Omega_2 F_{\eta_1}(\eta_1/\Omega_1 s_1) w_{\Omega_1, \Omega_2}(\Omega_1, \Omega_2) \\ &= \int_0^\infty d\Omega_1 \int_0^{\Omega_1} d\Omega_2 \frac{s_1 \eta^{2\alpha}}{\Omega_1(1-s_1 \eta^\alpha)^2} \\ &\quad \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)\rho^{c-1}\Omega_0^{c+1}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)} \right)^{2i_1+c-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+c)} \\ &\quad \Omega_1^{i_1+c-1} \Omega_2^{i_1+c-1} e^{-\frac{\Omega_1+\Omega_2}{\Omega_0(1-\rho^2)}} \\ &= s_1 \eta^\alpha \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)\rho^{c-1}\Omega_0^{c+1}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)} \right)^{2i_1+c-1} \\ &\quad \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+c)} \frac{1}{i_1+c} \sum_{j_1=0}^{\infty} \frac{1}{(i_1+c+1)j_1} \\ &\quad \frac{1}{(\Omega_0(1-\rho^2))^{j_1}} \int_0^\infty d\Omega_1 \Omega_1^{2i_1+2c+j_1-1} e^{-\frac{2\Omega_1}{\Omega_0(1-\rho^2)}} \frac{1}{(\Omega_1 s_1 \eta^\alpha)^2} \end{aligned} \quad (3.57)$$

Integral  $J_1$  je jednak je:

$$J_1 = \int_0^\infty d\Omega_1 \Omega_1^{2i_1+2c+j_1-1} e^{-\frac{2\Omega_1}{\Omega_0(1-\rho^2)}} \frac{1}{(\Omega_1 s_1 \eta^\alpha)^2} \quad (3.58)$$

Uvode se smene:

$$\frac{\Omega_1}{s_1 \eta^\alpha} = \xi, \quad \Omega_1 = s_1 \eta^\alpha \xi, \quad d\Omega_1 = s_1 \eta^\alpha d\xi \quad (3.59)$$

Zamenom (3.59) u (3.58) se dobija (3.60) :

$$J_1 = (s_1 \eta^\alpha)^{2i_1+2c+j_1} (s_1 \eta^\alpha)^{-2} \int_0^\infty d\xi \xi^{2i_1+2c+j_1-1} e^{-\frac{2}{\Omega_0(1-\rho^2)} s_1 \eta^\alpha \xi} \frac{1}{(1+\xi)^2} \quad (3.60)$$



Koristi se formula:

$$\int_0^{\infty} d_t t^{a-1} e^{-ct} \frac{1}{(1+t)^{a+1-b}} = \Gamma(a)U(a, b, c) \quad (3.61)$$

Na osnovu predhodne formule je:

$$J_1 = (s_1 \eta^\alpha)^{2i_1+2c+j_1-2} \Gamma(2i_1+2c+j_1) U\left(2i_1+2c+j_1, 2i_1+2c+j_1+1-2, \frac{2s_1 \eta^\alpha}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right) \quad (3.62)$$

Uslovna gustina verovatnoće od  $\eta$  je:

$$\begin{aligned} w_\eta(\eta/s_1) &= s_1 \eta^\alpha \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)\rho^{c-1}\Omega_0^{c+1}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left(\frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right)^{2i_1+c-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+c)} \\ &\frac{1}{i_1+c} \sum_{j_1=0}^{\infty} \frac{1}{(i_1+c+1)j_1} \frac{1}{(\Omega_0(1-\rho^2))^{j_1}} (s_1 \eta^\alpha)^{2i_1+2c+j_1-2} \Gamma(2i_1+2c+j_1) \\ &U\left(2i_1+2c+j_1, 2i_1+2c+j_1+1-2, \frac{2s_1 \eta^\alpha}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right) \end{aligned} \quad (3.63)$$

Gustina verovatnoće po  $\eta$  dobija se usrednjavanjem  $w_\eta(\eta/s_1)$  po  $s_1$ :

$$\begin{aligned} w_\eta(\eta) &= \int_0^{\infty} d_{s_1} w_\eta(\eta/s_1) w_{s_1}(s_1) \\ &= \int_0^{\infty} d_{s_1} \frac{1}{\Gamma(c_1)c_1\beta_1} s_1^{c_1-1} e^{-\frac{1}{\beta_1}s_1} s_1 \eta^{2\alpha} \\ &\frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)\rho^{c-1}\Omega_0^{c+1}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left(\frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right)^{2i_1+c-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+c)} \\ &\frac{1}{i_1+c} \sum_{j_1=0}^{\infty} \frac{1}{(i_1+c+1)j_1} \frac{1}{(\Omega_0(1-\rho^2))^{j_1}} (s_1 \eta^\alpha)^{2i_1+2c+j_1-2} \Gamma(2i_1+2c+j_1) \\ &U\left(2i_1+2c+j_1, 2i_1+2c+j_1-1, \frac{2s_1 \eta^\alpha}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right) \\ &= \frac{1}{\Gamma(c_1)c_1\beta_1} \eta^{2\alpha} \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)\rho^{c-1}\Omega_0^{c+1}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left(\frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right)^{2i_1+c-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+c)} \\ &\frac{1}{i_1+c} \sum_{j_1=0}^{\infty} \frac{1}{(i_1+c+1)j_1} \frac{1}{(\Omega_0(1-\rho^2))^{j_1}} \eta^{2\alpha i_1+2c\alpha+j_1\alpha-2\alpha} \\ &\Gamma(2i_1+2c+j_1) \int_0^{\infty} d_{s_1} s_1^{c_1-1+1+2i_1+2c+j_1-2} e^{-\frac{1}{\beta_1}s_1} \\ &U\left(2i_1+2c+j_1, 2i_1+2c+j_1-1, \frac{2s_1 \eta^\alpha}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right) \end{aligned} \quad (3.64)$$

Uvode se smene:

$$\frac{2s_1 \eta^\alpha}{\Omega_0(1-\rho^2)} = \xi, \quad s_1 = \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{2\eta^2} \xi, \quad d_{s_1} = \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{2\eta^2} d_\xi \quad (3.65)$$

Zamenom (3.65) u (3.64) se dobija:

$$J_2 = \left(\frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{2\eta^2}\right)^{c_1+2i_1+2c+j_1-1} \int_0^{\infty} d_\xi \xi^{c_1+2i_1+2c+j_1-2} e^{-\frac{1}{\beta_1} \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{2\eta^2} \xi} U(2i_1+2c+j_1, 2i_1+2c+j_1-1, \xi) \quad (3.66)$$

Koristi se formula:

$$\int_0^{\infty} d_\xi \xi^{b-1} e^{-st} U(a, b, \xi) = \frac{\Gamma(b)\Gamma(b+1-c)}{\Gamma(a+b+1-c)} U(b, b+1-c, a+b+1-c, 1-s) \quad (3.67)$$

Za razmatrani slučaj je:

$$a = 2i_1 + 2c + j_1 \quad (3.68)$$

$$b = c_1 + 2i_1 + 2c + j_1 - 1 \quad (3.69)$$

$$s = e^{-\frac{1}{\beta_1} \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{2\eta^2}} \quad (3.70)$$

$$c = 2i_1 + 2c + j_1 - 1 \quad (3.71)$$

$$b + 1 - c = c_1 + 2i_1 + 2c + j_1 - 1 + 1 - 2i_1 - 2c - j_1 + 1 = c_1 + 1 \quad (3.72)$$

$$a + b + 1 - c = 2i_1 + 2c + j_1 + c_1 + 1 \quad (3.73)$$

Zamenom (3.67) u (3.66) se dobija:

$$\begin{aligned} J_2 &= \left( \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{2\eta^\alpha} \right)^{c_1+2i_1+2c+j_1-1} \frac{\Gamma(c_1+2i_1+2c+j_1-1)\Gamma(c_1+1)}{\Gamma(2i_1+2c+j_1+c_1+1)} \\ &= F_1 \left( c_1 + 2i_1 + 2c + j_1 - 1, c_1 - 1, 2i_1 + 2c + j_1 + c_1 + 1, 1 - \frac{1}{\beta_1} \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{2\eta^2} \right) \end{aligned} \quad (3.74)$$

Kumulativna verovatnoća od  $\eta$  je:

$$\begin{aligned} F_\eta(\eta) &= \frac{1}{\Gamma(c_1)\beta_1^{c_1}} \eta^{2\alpha} \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)\rho^{c-1}\Omega_0^{c+1}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)} \right)^{2i_1+c-1} \frac{1}{i_1!\Gamma(i_1+c)} \\ &\quad \frac{1}{i_1+c} \sum_{j_1=0}^{\infty} \frac{1}{(i_1+c+1)_{j_1}} \frac{1}{(\Omega_0(1-\rho^2))^{j_1}} \eta^{2\alpha i_1+2c\alpha+j_1\alpha-2\alpha} \\ &\quad \frac{\Gamma(2i_1 + 2c + j_1) \left( \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{2\eta^\alpha} \right)^{c_1+2i_1+2c+j_1-1}}{\Gamma(c_1 + 2i_1 + 2c + j_1 - 1)\Gamma(c_1 + 1)} \\ &= F_1 \left( c_1 + 2i_1 + 2c + j_1 - 1, c_1 - 1, 2i_1 + 2c + j_1 + c_1 + 1, 1 - \frac{1}{\beta_1} \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{2\eta^2} \right) \end{aligned} \quad (3.75)$$

Na izlazu iz makro diverziti SC prijemnika, srednji broj osnih preseka prethodno definisanog odnosa signala i interference je:

$$\begin{aligned} N(\eta/s_1) &= \int_0^\infty d_{\Omega_1} \int_0^{\Omega_1} d_{\Omega_2} N_{\eta_1/\Omega_1 s_1} w_{\Omega_1 \Omega_2}(\Omega_1, \Omega_2) \\ &\quad + \int_0^\infty d_{\Omega_2} \int_0^{\Omega_2} d_{\Omega_1} N_{\eta_2/\Omega_2 s_2} w_{\Omega_1 \Omega_2}(\Omega_1, \Omega_2) \\ &= 2 \int_0^\infty d_{\Omega_1} \int_0^{\Omega_1} d_{\Omega_2} \int_0^{\Omega_2} d_{\Omega_2} N_{\eta_1/\Omega_1 s_1} w_{\Omega_1 \Omega_2}(\Omega_1, \Omega_2) \\ &= 2 \int_0^\infty d_{\Omega_1} \int_0^{\Omega_1} d_{\Omega_2} \frac{2\sqrt{2\pi}f_m \Gamma(3/2)(\Omega_1 s_1)^{3/2}}{(\Omega_1 + s_1 \eta^\alpha)^2} s_1 \eta_1^{3/2} \\ &\quad \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)\rho^{c-1}\Omega_0^{c+1}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)} \right)^{2i_1+c-1} \frac{1}{i_1!\Gamma(i_1+c)} \\ &\quad \Omega_1^{i_1+c-1} \Omega_2^{i_1+c-1} e^{-\frac{\Omega_1+\Omega_2}{\Omega_0(1-\rho^2)}} \\ &= 2\sqrt{2\pi}f_m \Gamma(3/2)s_1^{5/2}\eta_1^{3/2} \\ &\quad \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)\rho^{c-1}\Omega_0^{c+1}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)} \right)^{2i_1+c-1} \frac{1}{i_1!\Gamma(i_1+c)} \\ &\quad \frac{1}{i_1+c} \sum_{j_1=0}^{\infty} \frac{1}{(i_1+c+1)_{j_1}} \frac{1}{(\Omega_0(1-\rho^2))^{j_1}} \\ &\quad \int_0^\infty d_{\Omega_1} \Omega_1^{2i_1+2c+j_1-1+3/2} e^{-\frac{2\Omega_1}{\Omega_0(1-\rho^2)}} \frac{1}{(\Omega_1 + s_1 \eta^\alpha)^2} \end{aligned} \quad (3.76)$$

Integral  $J_1$  je jednak je:

$$\int_0^\infty d_{\Omega_1} \Omega_1^{2i_1+2c+j_1-1+3/2} e^{-\frac{2\Omega_1}{\Omega_0(1-\rho^2)}} \frac{1}{(\Omega_1 + s_1 \eta^\alpha)^2} \quad (3.77)$$

Uvode se smene:

$$\frac{\Omega_1}{s_1 \eta^\alpha} = \xi, \quad \Omega_1 = s_1 \eta^\alpha \xi, \quad d_{\Omega_1} = s_1 \eta^\alpha d\xi \quad (3.78)$$

Zamenom (3.78) u (3.77) se dobija:

$$J_1 = (s_1 \eta^\alpha)^{2i_1+2c+j_1+3/2} (s_1 \eta^\alpha)^{-2} \int_0^\infty d\xi \xi^{2i_1+2c+j_1+3/2} e^{-\frac{2}{\Omega_0(1-\rho^2)} s_1 \eta^\alpha \xi} \frac{1}{(1+\xi)^2} \quad (3.79)$$

Koristi se formula:

$$\int_0^\infty d\xi \xi^{a-1} e^{-c\xi} \frac{1}{(1+\xi)^{a+1-b}} = \Gamma(a) U(a, b, c) \quad (3.80)$$

Za posmatrani slučaj je:

$$a = 2i_1 + 2c + j_1 + \frac{5}{2} \quad (3.81)$$

$$c = \frac{2 s_1 \eta^\alpha}{\Omega_0(1-\rho^2)} \quad (3.82)$$

$$b = a + 1 - 2 = 2i_1 + 2c + j_1 + \frac{3}{2} \quad (3.83)$$

Integral  $J_1$  je jednak je:

$$J_1 = (s_1 \eta^\alpha)^{2i_1+2c+j_1-1/2} \Gamma\left(2i_1 + 2c + j_1 + \frac{5}{2}\right) U\left(2i_1 + 2c + j_1 + \frac{5}{2}, 2i_1 + 2c + j_1 + \frac{3}{2}, \frac{2 s_1 \eta^\alpha}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right) \quad (3.84)$$

Zamenom (3.84) u (3.76) se dobija  $N_{\eta/s_1}$  u obliku:

$$\begin{aligned} N_{\eta/s_1} &= 2\sqrt{2\pi} f_m \Gamma(3/2) s_1^{5/2} \eta_1^{3/2} \\ &\frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)\rho^{c-1}\Omega_0^{c+1}} \sum_{i_1=0}^\infty \left(\frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right)^{2i_1+c-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+c)} \\ &\frac{1}{i_1+c} \sum_{j_1=0}^\infty \frac{1}{(i_1+c+1)_{j_1}} \frac{1}{(\Omega_0(1-\rho^2))^{j_1}} \\ &(s_1 \eta^\alpha)^{2i_1+2c+j_1-1/2} \Gamma\left(2i_1 + 2c + j_1 + \frac{5}{2}\right) \\ &U\left(2i_1 + 2c + j_1 + \frac{5}{2}, 2i_1 + 2c + j_1 + \frac{3}{2}, \frac{2 s_1 \eta^\alpha}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right) \end{aligned} \quad (3.85)$$

Usrednjavanjem se dobija:

$$\begin{aligned} N_v &= \int_0^\infty d_{s_1} w_{\eta/s_1} w_{s_1}(s_1) \\ &= \int_0^\infty d_{s_1} \frac{1}{\Gamma(c_1)\beta_1^{c_1}} s_1^{c_1-1} e^{-\frac{1}{\beta_1} s_1} 2\sqrt{2\pi} f_m \Gamma(3/2) s_1^{5/2} \eta^{3/2} \\ &\frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)\rho^{c-1}\Omega_0^{c+1}} \sum_{i_1=0}^\infty \left(\frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right)^{2i_1+c-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+c)} \frac{1}{i_1+c} \sum_{j_1=0}^\infty \frac{1}{(i_1+c+1)_{j_1}} \frac{1}{(\Omega_0(1-\rho^2))^{j_1}} \\ &(s_1 \eta^\alpha)^{2i_1+2c+j_1-1/2} \Gamma\left(2i_1 + 2c + j_1 + \frac{5}{2}\right) \\ &U\left(2i_1 + 2c + j_1 + \frac{5}{2}, 2i_1 + 2c + j_1 + \frac{3}{2}, \frac{2 s_1 \eta^\alpha}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right) \\ &= 2\sqrt{2\pi} f_m \Gamma(3/2) \eta^{3/2} \frac{1}{\Gamma(c_1)\beta_1^{c_1}} \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)\rho^{c-1}\Omega_0^{c+1}} \\ &\sum_{i_1=0}^\infty \left(\frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right)^{2i_1+c-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+c)} \frac{1}{i_1+c} \sum_{j_1=0}^\infty \frac{1}{(i_1+c+1)_{j_1}} \frac{1}{(\Omega_0(1-\rho^2))^{j_1}} \\ &\eta^{2ai_1+2ac+\alpha j_1-\alpha/2} \Gamma\left(2i_1 + 2c + j_1 + \frac{5}{2}\right) \\ &\int_0^\infty d_{s_1} s_1^{c_1-1+\frac{5}{2}+2i_1+2c+j_1-1/2} e^{-\frac{1}{\beta_1} s_1} \\ &U\left(2i_1 + 2c + j_1 + \frac{5}{2}, 2i_1 + 2c + j_1 + \frac{3}{2}, \frac{2 s_1 \eta^\alpha}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right) \end{aligned} \quad (3.86)$$

Integral  $J_1$  je jednak je:

$$J_1 = \int_0^\infty d_{s_1} s_1^{c_1-1+2+2i_1+2c+j_1} e^{-\frac{1}{\beta_1} s_1} U\left(2i_1 + 2c + j_1 + \frac{5}{2}, 2i_1 + 2c + j_1 + \frac{3}{2}, \frac{2s_1\eta^\alpha}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right) \quad (3.87)$$

Uvode se smene:

$$\frac{2s_1\eta^\alpha}{\Omega_0(1-\rho^2)} = \xi, \quad s_1 = \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{2\eta^\alpha} \xi, \quad d_{s_1} = \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{2\eta^\alpha} d\xi \quad (3.88)$$

Zamenom (3.88) u (3.87) se dobija:

$$J_1 = \left(\frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{2\eta^\alpha}\right)^{c_1+2+2i_1+2c+j_1} \int_0^\infty d\xi \xi^{c_1-1+2+2i_1+2c+j_1} e^{-\frac{1}{\beta_1} \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{2\eta^\alpha} \xi} U\left(2i_1 + 2c + j_1 + \frac{5}{2}, 2i_1 + 2c + j_1 + \frac{3}{2}, \xi\right) \quad (3.89)$$

Koristi se formula:

$$\int_0^\infty d\xi \xi^{b-1} e^{-s\xi} U(a, c, \xi) = \frac{\Gamma(b)\Gamma(b+1-c)}{\Gamma(a+b+1-c)} F_1(b, b+1-c, a+b+1-c, 1-s) \quad (3.90)$$

$$a = 2i_1 + 2c + j_1 + \frac{5}{2} \quad (3.91)$$

$$b = c_1 + 2 + 2i_1 + 2c + j_1 \quad (3.92)$$

$$s = \frac{1}{\beta_1} \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{2\eta^\alpha} \quad (3.93)$$

$$c = 2i_1 + 2c + j_1 + \frac{3}{2} \quad (3.94)$$

$$b+1-c = c_1 + 2 + 2i_1 + 2c + j_1 + 1 - 2i_1 - 2c - j_1 - \frac{3}{2} = c_1 + \frac{3}{2} \quad (3.95)$$

$$a+b+1-c = c_1 + 2i_1 + 2c + j_1 + 4 \quad (3.96)$$

Zamenom (3.90) u (3.89) se dobija:

$$J_1 = \left(\frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{2\eta^\alpha}\right)^{c_1+2+2i_1+2c+j_1} \frac{\Gamma(c_1+2+2i_1+2c+j_1)\Gamma(c_1+\frac{3}{2})}{\Gamma(c_1+2i_1+2c+j_1+4)} = 2F_1\left(c_1 + 2 + 2i_1 + 2c + j_1, c_1 + \frac{3}{2}, c_1 + 2i_1 + 2c + j_1 + 4, 1 - \frac{1}{\beta_1} \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{2\eta^\alpha}\right) \quad (3.97)$$

Srednji broj osnih preseka odnosa anvelope korisnog signala i interference je:

$$N_\eta = 2\sqrt{2\pi} f_m \Gamma(3/2) \eta^{3/2} \frac{1}{\Gamma(c_1)\beta_1^{c_1}} \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)\rho^{c-1}\Omega_0^{c+1}} \sum_{i_1=0}^\infty \left(\frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right)^{2i_1+c-1} \frac{1}{i_1!\Gamma(i_1+c)} \frac{1}{i_1+c} \sum_{j_1=0}^\infty \frac{1}{(i_1+c+1)j_1} \frac{1}{(\Omega_0(1-\rho^2))^{j_1}} \left(\frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{2\eta^\alpha}\right)^{c_1+2+2i_1+2c+j_1} \frac{\Gamma(c_1+2+2i_1+2c+j_1)\Gamma(c_1+\frac{3}{2})}{\Gamma(c_1+2i_1+2c+j_1+4)} = F_1\left(c_1 + 2 + 2i_1 + 2c + j_1, c_1 + \frac{3}{2}, c_1 + 2i_1 + 2c + j_1 + 4, 1 - \frac{1}{\beta_1} \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{2\eta^\alpha}\right) \quad (3.98)$$

Razmatra se integral:

$$J = \int_0^\infty d_s s^{p_1-1} e^{-\alpha_1 s} \int_0^\infty d_\Omega \Omega^{p_2-1} e^{-\alpha_2 s} \frac{1}{(a\Omega+bs)^n} \quad (3.99)$$

Uvode se smene:

$$\frac{a\Omega}{bs} = \xi, \quad \Omega = \frac{bs}{a} \xi, \quad d_\Omega = \frac{bs}{a} d\xi \quad (3.100)$$

Zamenom (3.100) u (3.99) se dobija:

$$J = \int_0^\infty d_s s^{p_1-1} e^{-\alpha_1 s} \frac{1}{(bs)^n} \left(\frac{bs}{a}\right)^{p_2} \int_0^\infty d\xi \xi^{p_2-1} e^{-\frac{\alpha_2 bs}{a} \xi} \frac{1}{(\xi+1)^n} \quad (3.101)$$

Koristi se formula:

$$\int_0^\infty d\xi \xi^{a-1} e^{-c\xi} \frac{1}{(1+\xi)^{a+1-b}} = \Gamma(a)U(a, b, c) \quad (3.102)$$

Za posmatrani slučaj je:

$$a = p_2 \quad (3.103)$$

$$c = \frac{\alpha_2 b s}{a} \quad (3.104)$$

$$b = a + 1 - n = p_2 + 1 - n \quad (3.105)$$

Zamenom (3.102) u (3.101) se dobija:

$$J = \int_0^\infty d_s s^{p_1-1} e^{-\alpha_1 s} \frac{b^{p_2-n} s^{p_2-n}}{a^{p_2}} \Gamma(p_2) U(p_2, b, c) \int_0^\infty d_s s^{p_1-1} e^{-\alpha_1 s} U\left(p_2, p_2 + 1 - n, \frac{\alpha_2 b s}{a}\right) \quad (3.106)$$

$$\frac{\alpha_2 b s}{a} = \xi, \quad s = \frac{a}{\alpha_2 b s}, \quad d_s = \frac{a}{\alpha_2 b s} d_\xi \quad (3.107)$$

Zamenom se (3.107) u (3.106) se dobija:

$$J = \frac{\alpha_2 b s}{a^{p_2}} \Gamma(p_2) \left(\frac{a}{\alpha_2 b s}\right)^{p_1+p_2-n} \int_0^\infty d_\xi \xi^{p_1-1+p_2-n} e^{-\frac{\alpha_1 a \xi}{\alpha_2 b}} U(p_2, p_2 + 1 - n, \xi) \quad (3.108)$$

Koristi se formula:

$$\int_0^\infty d_t t^{b-1} e^{-st} U(a, b, t) = \frac{\Gamma(b)\Gamma(b+1+c)}{\Gamma(a+b+1-c)} = F_1(b, +1+c, a+b+1-c, 1-s) \quad (3.109)$$

Za posmatrani slučaj je:

$$b = p_1 + p_2 - n \quad (3.110)$$

$$a = p_2 \quad (3.111)$$

$$s = \frac{\alpha_1 a}{\alpha_2 b} \quad (3.112)$$

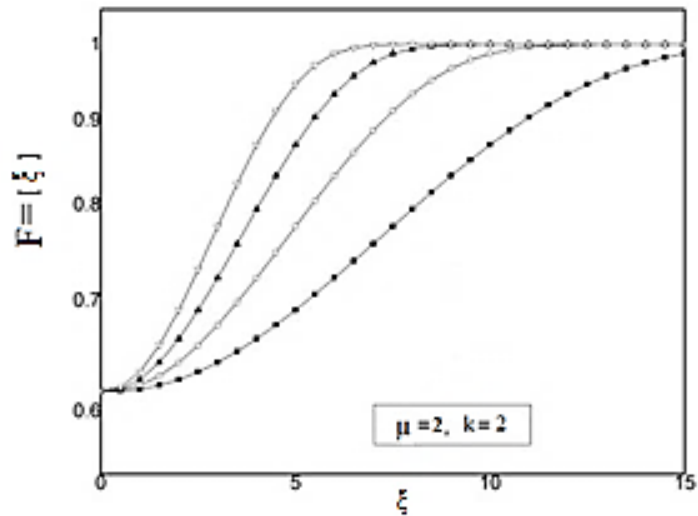
$$c = p_2 + 1 - n \quad (3.113)$$

$$b + 1 - c = p_1 + p_2 - n + 1 - n + 1 - p_2 - 1 + n = p_1 \quad (3.114)$$

$$a + b + 1 - c = p_1 + p_2 \quad (3.115)$$

Zamenom (3.109) u (3.108) se dobija:

$$J = \frac{b^{p_2-1}}{a^{p_2}} \Gamma(p_2) \left(\frac{a}{\alpha_2 b}\right)^{p_1+p_2-n} \frac{\Gamma(p_1 + p_2 - n)\Gamma(p_1)}{\Gamma(p_1 + p_2)} = F_1\left(p_1 + p_2 - n, p_1, p_1 + p_2, 1 - \frac{\alpha_1 a}{\alpha_2 b}\right) \quad (3.116)$$



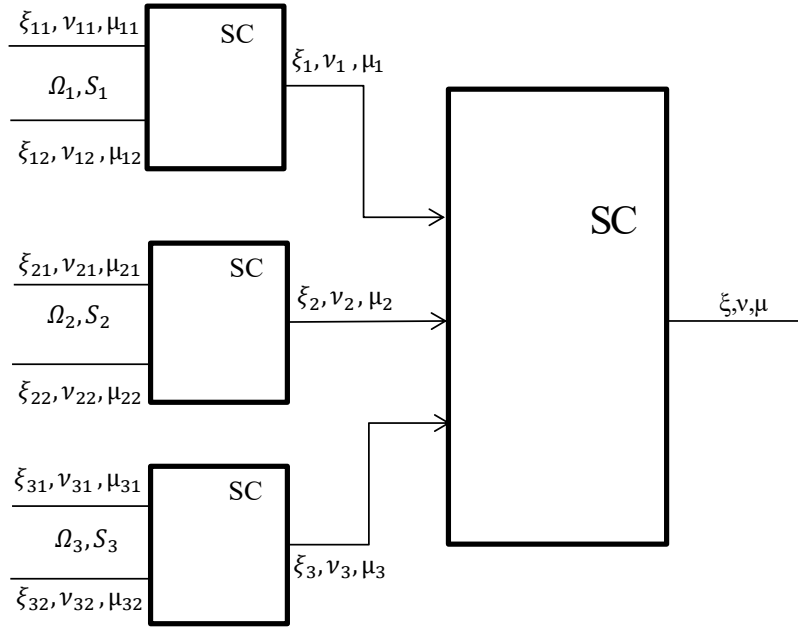
**Slika 3.2** Verovatnoća otkaza makro diverziti sistema

Na slici 3.2 je prikazana verovatnoća otkaza makro diverziti sistema, za  $\mu=2$  i  $k=2$ . Verovatnoća otkaza je rastuća funkcija koja se izračunava iz kumulativne verovatnoće. Za veće vrednosti anvelope signala, verovatnoća otkaza teži 1. Vrednosti anvelope signala utiču na verovatnoću otkazatako da za manje vrednosti anvelope imamo veću verovatnoću otkaza. Takođe se može pokazati da je uticaj parametra  $k$  na anvelopu signala veći za manje vrednosti Rajsovog faktora  $k$ . Faktor  $k$  je definisan kao količnik snage anvelope korisnog signala i snage rasipanja.

### 3.1.2 Makro diverziti sistem sa SC makro diverzitim prijemnikom i tri mikro diverziti SC prijemnika

Razmatra se makro diverziti sistem sa SC makro diverzitim prijemnikom i tri mikro diverziti SC prijemnika. Na ulazima je prisutan Gama feding, korisni signal se prostire po Nakagami-m kanalu i međukanalna interferenca se prostire po Relijevim kanalu.

U nastavku je razmatran sistem čija je blok šema prikazana na slici 3.3:



**Slika 3.3** Makro diverziti sistem sa SC makro diverzitim prijemnikom i tri mikro diverziti SC prijemnika

Gustine verovatnoće anvelopa korisnih signala na ulazima je:

$$w_{\xi_{ij}}(\xi_{ij}) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega_i}\right)^m \xi_{ij}^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega_i} \xi_{ij}^2}, \quad i=1,2,3; \quad j=1,2; \quad \xi_{ij} \geq 0 \quad (3.117)$$

Gustina verovatnoća anvelope međukanalne interference na ulazima je:

$$w_{\nu_{ij}}(\nu_{ij}) = \frac{2\nu_{ij}}{S_i} e^{-\frac{\nu_{ij}^2}{S_i}}, \quad i=1,2; \quad j=1,2; \quad \nu_{ij} \geq 0 \quad (3.118)$$

Količnik anvelope korisnog signala i međukanalne interference su:

$$\eta_{ij} = \frac{\xi_{ij}}{\nu_{ij}}, \quad \xi_{ij} = \eta_{ij} \nu_{ij} \quad (3.119)$$

Gustina verovatnoće količnika  $\eta_{ij}$  je:

$$\begin{aligned} w_{\eta_{ij}}(\eta_{ij}) &= \int_0^\infty d\nu_{ij} \nu_{ij} w_{\xi_{ij}}(\eta_{ij}\nu_{ij}) w_{\nu_{ij}}(\nu_{ij}) \\ &= \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega_i}\right)^m \eta_{ij}^{2m-1} \frac{2}{S_i} \int_0^\infty d\nu_{ij} \nu_{ij}^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega_i} \nu_{ij}^2 \eta_{ij}^2 - \frac{1}{S_i} \nu_{ij}^2} \\ &= \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega_i}\right)^m \eta_{ij}^{2m-1} \frac{2}{S_i} \int_0^\infty d\nu_{ij} \nu_{ij}^{2m-1} e^{-\nu_{ij}^2 \left(\frac{m}{\Omega_i} \eta_{ij}^2 + \frac{1}{S_i}\right)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega_i}\right)^m \eta_{ij}^{2m-1} \frac{1}{S_i} \frac{1}{2} (\Omega_i S_i)^m \frac{1}{(m S_i \eta_{ij}^2 + \Omega_i)^m} \\
&= \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega_i}\right)^m \frac{1}{S_i} \Omega_i^m S_i^m \frac{\eta_{ij}^{2m-1}}{(m S_i \eta_{ij}^2 + \Omega_i)^m} \\
&= \frac{2}{\Gamma(m)} m^m S_i^{m-1} \frac{\eta_{ij}^{2m-1}}{(m S_i \eta_{ij}^2 + \Omega_i)^m} \tag{3.120}
\end{aligned}$$

Kumulativna verovatnoća  $\eta_{ij}$  je:

$$F_{\eta_{ij}}(\eta_{ij}) = \int_0^{\eta_{ij}} d_t \quad w_{\eta_{ij}}(t) = \frac{2}{\Gamma(m)} m^m S_i^{m-1} \int_0^{\eta_{ij}} \frac{t^{m-1}}{(m S_i t^2 + \Omega_i)^m} dt \tag{3.121}$$

Uvodi se smena:

$$m S_i t^2 + \Omega_i = \xi, \quad t dt = \frac{1}{2m S_i} d\xi, \quad t^2 = \frac{1}{m S_i} (\xi - \Omega_i) \tag{3.122}$$

Zamenom se (3.122) u (3.121) se dobija:

$$\begin{aligned}
F_{\eta_{ij}}(\eta_{ij}) &= \frac{2}{\Gamma(m)} m^m S_i^{m-1} \int_{\Omega_i}^{m S_i \eta_{ij}^2 + \Omega_i} \frac{1}{2m S_i} d\xi \left( \frac{(\xi - \Omega_i)^{m-1}}{(2m S_i)^{m-1} \xi^m} \right) \\
&= \frac{2}{\Gamma(m)} m^m S_i^{m-1} \frac{1}{(2m S_i)^{m-1}} \int_{\Omega_i}^{m S_i \eta_{ij}^2 + \Omega_i} d\xi \left( \frac{(\xi - \Omega_i)^{m-1}}{\xi^m} \right) \\
&= \frac{2}{\Gamma(m)} m^m \frac{1}{2m} \int_{\Omega_i}^{\Omega_i + m S_i \eta_{ij}^2} d\xi \sum_{k=0}^{m-1} \binom{m-1}{k} \xi^{m-1-k+m} \Omega_i^k (-1)^k \\
&= \frac{m^{m-1}}{\Gamma(m)} \sum_{k=0}^{m-1} \binom{m-1}{k} (-1)^k \Omega_i^k \int_{\Omega_i}^{\Omega_i + m S_i \eta_{ij}^2} d\xi \xi^{-1-k} \\
&= \frac{m^{m-1}}{\Gamma(m)} \sum_{k=0}^{m-1} \binom{m-1}{k} (-1)^k \Omega_i^k \frac{1}{k+2} \left( \frac{1}{\Omega_i^{k+2}} - \frac{1}{(\Omega_i + m S_i \eta_{ij}^2)^{k+2}} \right) \tag{3.123}
\end{aligned}$$

Prvi izvod od  $\eta_{ij}$  je:

$$\dot{\eta}_{ij} = \frac{\dot{\xi}_{ij}}{v_{ij}} - \frac{\xi_{ij}}{v_{ij}^2} \dot{v}_{ij} \tag{3.124}$$

Prvi izvod Nakagami-m slučajnog procesa pokazuje osobine Gausovog slučajnog procesa. Već je rečeno da je izvod Rejljeve slučajne promenljive Gausova slučajna promenljiva. Takođe, znamo da je linearna transformacija Gausovog slučajnog procesa Gausov slučajni proces.

Usrednjavanjem promenljive  $\eta_{ij}$  dobija se:

$$\overline{\dot{\eta}_{ij}} = \frac{\overline{\dot{\xi}_{ij}}}{v_{ij}} - \frac{\xi_{ij}}{v_{ij}^2} \dot{v}_{ij} = 0 \tag{3.125}$$

jer je:

$$\overline{\dot{\xi}_{ij}} = \overline{\dot{v}_{ij}} = 0 \tag{3.126}$$

Zato je i varijansa promenljive  $\overline{\eta_{ij}}$ :

$$\sigma_{\eta_{ij}}^2 = \frac{1}{v_{ij}^2} \sigma_{\xi_{ij}}^2 + \frac{\xi_{ij}^2}{v_{ij}^4} \sigma_{v_{ij}}^2 \tag{3.127}$$

gde je:

$$\sigma_{\xi_{ij}}^2 = \pi^2 f_m^2 \frac{\Omega_i}{m} \tag{3.128}$$

$$\sigma_{v_{ij}}^2 = \pi^2 f_m^2 S_i \tag{3.129}$$



Zamenom (3.128) i (3.129) u (3.127) se dobija:

$$\sigma_{\eta_{ij}}^2 = \frac{\pi^2 f_m^2}{v_{ij}^2} \left( \frac{\Omega_i}{m} + s_i \eta_{ij}^2 \right) = \frac{\pi^2 f_m^2}{v_{ij}^2 m} (\Omega_i + s_i \eta_{ij}^2) \quad (3.130)$$

Združena funkcija gustine promenljivih  $\eta_{ij}$   $v_{ij}$ , je:

$$w_{\eta_{ij} \dot{\eta}_{ij} v_{ij}} (\eta_{ij} \dot{\eta}_{ij} v_{ij}) = w_{\eta_{ij}} (\dot{\eta}_{ij} / \eta_{ij} v_{ij}) w_{\eta_{ij} v_{ij}} (\eta_{ij} v_{ij}) \quad (3.131)$$

gde je:

$$w_{\eta_{ij} v_{ij}} (\eta_{ij} v_{ij}) = w_{v_{ij}} (v_{ij}) w_{\eta_{ij}} (\eta_{ij} / v_{ij}) \quad (3.132)$$

Uslovna gustina verovatnoće ima sledeći oblik:

$$w_{\eta_{ij}} (\eta_{ij} / v_{ij}) = \left| \frac{d\xi_{ij}}{d\eta_{ij}} \right| w_{\xi_{ij}} (\eta_{ij} / v_{ij}) \quad (3.133)$$

gde je:

$$\frac{d\xi_{ij}}{d\eta_{ij}} = v_{ij} \quad (3.134)$$

Zamenom (3.133) i (3.132) u (3.131) se dobija:

$$w_{\eta_{ij} \dot{\eta}_{ij} v_{ij}} (\eta_{ij} \dot{\eta}_{ij} v_{ij}) = v_{ij} w_{\xi_{ij}} (\eta_{ij} / v_{ij}) w_{v_{ij}} (v_{ij}) w_{\eta_{ij}} (\dot{\eta}_{ij} / \eta_{ij} v_{ij}) \quad (3.135)$$

Da bi izračunali srednji broj osnih preseka promenljive  $\eta_{ij}$  potrebno je koristiti sledeću relaciju

$$\begin{aligned} N_{\eta_{ij}} &= \int_0^\infty d\eta_{ij} \dot{\eta}_{ij} w_{\eta_{ij}} \eta_{ij} (\eta_{ij} \dot{\eta}_{ij}) \\ &= \int_0^\infty d\eta_{ij} \dot{\eta}_{ij} \int_0^\infty d v_{ij} v_{ij} w_{\xi_{ij}} (\eta_{ij} v_{ij}) w_{v_{ij}} (v_{ij}) w_{\eta_{ij}} \left( \frac{\dot{\eta}_{ij}}{\eta_{ij} v_{ij}} \right) \\ &= \int_0^\infty d v_{ij} v_{ij} w_{\xi_{ij}} (\eta_{ij} v_{ij}) w_{v_{ij}} (v_{ij}) \int_0^\infty d\eta_{ij} \dot{\eta}_{ij} w_{\eta_{ij}} \left( \frac{\dot{\eta}_{ij}}{\eta_{ij} v_{ij}} \right) \\ &= \int_0^\infty d v_{ij} v_{ij} w_{\xi_{ij}} (\eta_{ij} v_{ij}) w_{v_{ij}} (v_{ij}) \int_0^\infty d\eta_{ij} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\eta_{ij}}} \dot{\eta}_{ij} e^{-\frac{\dot{\eta}_{ij}^2}{2\sigma_{\eta_{ij}}^2}} \\ &= \int_0^\infty d v_{ij} v_{ij} w_{\xi_{ij}} (\eta_{ij} v_{ij}) \frac{\sigma_{\eta_{ij}}}{\sqrt{2\pi}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\pi f_m}{m^{\frac{1}{2}}} \sqrt{\Omega_i + m s_i \eta_{ij}^2} \int_0^\infty d v_{ij} w_{\xi_{ij}} (\eta_{ij} v_{ij}) w_{v_{ij}} (v_{ij}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\pi f_m}{m^{\frac{1}{2}}} (\Omega_i + m s_i \eta_{ij}^2)^{\frac{1}{2}} \frac{2}{\Gamma(m)} \frac{2}{s_i} \int_0^\infty d v_{ij} v_{ij}^{2m} e^{-v_{ij}^2 \left( \frac{m \eta_{ij}^2}{\Omega_i} + \frac{1}{s_i} \right)} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\pi f_m}{m^{\frac{1}{2}}} (\Omega_i + m s_i \eta_{ij}^2)^{\frac{1}{2}} \frac{2}{\Gamma(m)} \frac{2}{s_i} \frac{1}{2} (\Omega_i s_i)^{m+\frac{1}{2}} \frac{1}{(\Omega_i + m s_i \eta_{ij}^2)^m} \Gamma \left( m + \frac{1}{2} \right) \\ &= \frac{\sqrt{2\pi} f_m}{m^{1/2}} \frac{\Gamma(m+1/2)}{\Gamma(m)} \Omega_i^{m+1/2} s_i^{m-1/2} \frac{\eta_{ij}^{2m-1}}{(\Omega_i + m s_i \eta_{ij}^2)^m} \end{aligned} \quad (3.136)$$

Gustina verovatnoće odnosa signala i interference na izlazu iz prvog mikro diverziti kombinera:

$$\begin{aligned} w_{\eta_1} (\eta_1) &= w_{\eta_{11}} (\eta_1) F_{\eta_{12}} (\eta_1) + w_{\eta_{12}} (\eta_1) F_{\eta_{11}} (\eta_1) \\ &= 2 w_{\eta_{11}} (\eta_1) F_{\eta_{12}} (\eta_1) \\ &= 2 \frac{2}{\Gamma(m)} m^m S_1^{m-1} \frac{\eta_1^{2m-1} \Gamma(m)}{(\Omega_1 + m s_1 \eta_1^2)^m} \frac{m^{m-1}}{\Gamma(m)} \\ &\quad \sum_{k=0}^{m-1} \binom{m-1}{k} (-1)^k \Omega_1^k \frac{1}{k+2} \left( \frac{1}{\Omega_1^{k+2}} - \frac{1}{(\Omega_1 + s_1 m \eta_1^2)^{k+2}} \right) \end{aligned} \quad (3.137)$$

Gustina verovatnoće odnosa anvelope signala i međukanalne interference na izlazu iz drugog mikro diverziti SC prijemnika je:

$$w_{\eta_2}(\eta_2) = 2 \frac{2}{\Gamma(m)} m^m S_2^{m-1} \frac{\eta_2^{2m-1} \Gamma(m)}{(\Omega_2 + m S_2 \eta_2^2)^m} \frac{m^{m-1}}{\Gamma(m)} \sum_{k=0}^{m-1} \binom{m-1}{k} (-1)^k \Omega_2^k \frac{1}{k+2} \left( \frac{1}{\Omega_2^{k+2}} - \frac{1}{(\Omega_2 + S_2 m \eta_2^2)^{k+2}} \right) \quad (3.138)$$

Gustina verovatnoće od  $\eta_3$  je:

$$w_{\eta_3}(\eta_3) = 2 \frac{2}{\Gamma(m)} m^m S_3^{m-1} \frac{\eta_3^{2m-1} \Gamma(m)}{(\Omega_3 + m S_3 \eta_3^2)^m} \frac{m^{m-1}}{\Gamma(m)} \sum_{k=0}^{m-1} \binom{m-1}{k} (-1)^k \Omega_3^k \frac{1}{k+2} \left( \frac{1}{\Omega_3^{k+2}} - \frac{1}{(\Omega_3 + S_3 m \eta_3^2)^{k+2}} \right) \quad (3.139)$$

Kumulativna verovatnoća odnosa anvelope signala i međukanalne interference na izlazu iz prvog mikrodiverziti SC kombinera je:

$$F_{\eta_1}(\eta_1) = F_{\eta_{11}}(\eta_1) F_{\eta_{12}}(\eta_1) = \left( \frac{m^{m-1}}{\Gamma(m)} \sum_{k=0}^{m-1} \binom{m-1}{k} (-1)^k \Omega_1^k \frac{1}{k+2} \left( \frac{1}{\Omega_1^{k+2}} - \frac{1}{(\Omega_1 + S_1 m \eta_1^2)^{k+2}} \right) \right)^2 \quad (3.140)$$

Kumulativna verovatnoća odnosa anvelope signala i međukanalne interference na izlazu iz drugog mikrodiverziti SC kombinera je:

$$F_{\eta_2}(\eta_2) = F_{\eta_{21}}(\eta_2) F_{\eta_{22}}(\eta_2) = \left( \frac{m^{m-1}}{\Gamma(m)} \sum_{k=0}^{m-1} \binom{m-1}{k} (-1)^k \Omega_2^k \frac{1}{k+2} \left( \frac{1}{\Omega_2^{k+2}} - \frac{1}{(\Omega_2 + S_2 m \eta_2^2)^{k+2}} \right) \right)^2 \quad (3.141)$$

Kumulativna verovatnoća odnosa anvelope signala i međukanalne interference na izlazu iz trećeg mikrodiverziti SC kombinera je:

$$F_{\eta_3}(\eta_3) = F_{\eta_{31}}(\eta_3) F_{\eta_{32}}(\eta_3) = \left( \frac{1}{k+2} \left( \frac{1}{\Omega_3^{k+2}} - \frac{1}{(\Omega_3 + S_3 m \eta_3^2)^{k+2}} \right) \frac{m^{m-1}}{\Gamma(m)} \sum_{k=0}^{m-1} \binom{m-1}{k} (-1)^k \Omega_3^k \right)^2 \quad (3.142)$$

Srednji broj osnih preseka od  $\eta_1$  je:

$$N_{\eta_1} = 2N_{\eta_{11}} F_{\eta_{12}}(\eta_1) = 2 \frac{m^{m-1}}{\Gamma(m)} \sum_{k=0}^{m-1} \binom{m-1}{k} (-1)^k \Omega_1^k \frac{1}{k+2} \left( \frac{1}{\Omega_1^{k+2}} - \frac{1}{(\Omega_1 + S_1 m \eta_1^2)^{k+2}} \right) \frac{\sqrt{2\pi} f_m \Gamma(m+1/2)}{m^{1/2} \Gamma(m)} \Omega_1^{m+1/2} S_1^{m-1/2} \frac{\eta_1^{2m-1}}{(\Omega_1 + m S_1 \eta_1^2)^m} \quad (3.143)$$

Srednji broj osnih preseka odnosa anvelope signala i međukanalne interference na izlazu iz drugog mikro diverziti SC prijemnika je:

$$N_{\eta_2} = 2N_{\eta_{21}} F_{\eta_{22}}(\eta_2) = 2 \frac{m^{m-1}}{\Gamma(m)} \sum_{k=0}^{m-1} \binom{m-1}{k} (-1)^k \Omega_2^k \frac{1}{k+2} \left( \frac{1}{\Omega_2^{k+2}} - \frac{1}{(\Omega_2 + S_2 m \eta_2^2)^{k+2}} \right) \frac{\sqrt{2\pi} f_m \Gamma(m+1/2)}{m^{1/2} \Gamma(m)} \Omega_2^{m+1/2} S_2^{m-1/2} \frac{\eta_2^{2m-1}}{(\Omega_2 + m S_2 \eta_2^2)^m} \quad (3.144)$$

Na izlazu iz trećeg mikrodiverziti SC prijemnika, srednji broj osnih preseka odnosa anvelope signala i međukanalne interference definiše se kao:

$$N_{\eta_3} = 2N_{\eta_{31}} F_{\eta_{32}}(\eta_3) = 2 \frac{m^{m-1}}{\Gamma(m)} \sum_{k=0}^{m-1} \binom{m-1}{k} (-1)^k \Omega_3^k \frac{1}{k+2} \left( \frac{1}{\Omega_3^{k+2}} - \frac{1}{(\Omega_3 + S_3 m \eta_3^2)^{k+2}} \right)$$

$$\frac{\sqrt{2\pi}f_m \Gamma(m+1/2)}{m^{1/2} \Gamma(m)} \Omega_3^{m+1/2} S_3^{m-1/2} \frac{\eta_3^{2m-1}}{(\Omega_3+mS_3\eta_3^2)^m} \quad (3.145)$$

Združena funkcija gustina promenljivih  $\Omega_1, \Omega_2$  i  $\Omega_3$  ima sledeći oblik:

$$w_{\Omega_1\Omega_2\Omega_3}(\Omega_1\Omega_2\Omega_3) = \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)^2\rho^{2(c-1)}\Omega_0^{c+2}} (\Omega_1\Omega_2)^{\frac{c-1}{2}} e^{-\frac{\Omega_1+(1+\rho^2)\Omega_2+\Omega_3}{\Omega_0(1-\rho^2)}} \\ I_{c-1}\left(\frac{2\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)}\Omega_1^{1/2}\Omega_2^{1/2}\right) I_{c-1}\left(\frac{2\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)}\Omega_2^{1/2}\Omega_3^{1/2}\right) \quad (3.146)$$

Združena gustina verovatnoće od  $S_1, S_2$  i  $S_3$  je:

$$w_{S_1S_2S_3}(S_1S_2S_3) = \frac{1}{\Gamma(c_1)\beta_1^{c_1}} S_1^{c_1-1} e^{-\frac{1}{\beta_1}S_1} \frac{1}{\Gamma(c_1)\beta_1^{c_1}} S_2^{c_1-1} e^{-\frac{1}{\beta_1}S_2} \\ \frac{1}{\Gamma(c_1)\beta_1^{c_1}} S_3^{c_1-1} e^{-\frac{1}{\beta_1}S_3}, \quad s_1 \geq 0, s_2 \geq 0, s_3 \geq 0 \quad (3.147)$$

Uslovna gustina verovatnoće od odnosa anvelopa korisnog signala i interference je:

$$w_\eta(\eta/s_1s_2s_3) = \int_0^\infty d\Omega_1 \int_0^{\Omega_1} d\Omega_2 \int_0^{\Omega_2} d\Omega_3 w_{\eta_1}(\eta/\Omega_1 S_1) w_{\Omega_1\Omega_2\Omega_3}(\Omega_1\Omega_2\Omega_3) \\ + \int_0^\infty d\Omega_2 \int_0^{\Omega_2} d\Omega_1 \int_0^{\Omega_2} d\Omega_3 w_{\eta_2}(\eta/\Omega_2 S_2) w_{\Omega_1\Omega_2\Omega_3}(\Omega_1\Omega_2\Omega_3) \\ + \int_0^\infty d\Omega_3 \int_0^{\Omega_3} d\Omega_1 \int_0^{\Omega_3} d\Omega_2 w_{\eta_3}(\eta/\Omega_3 S_3) w_{\Omega_1\Omega_2\Omega_3}(\Omega_1\Omega_2\Omega_3) \quad (3.148)$$

Gustina verovatnoće od  $\eta$  se dobija usrednjavanjem:

$$w_\eta(\eta) = \int_0^\infty d s_1 w(s_1) \int_0^\infty d \Omega_1 \int_0^{\Omega_1} d \Omega_2 \int_0^{\Omega_2} d \Omega_3 w_{\eta_1}(\eta/\Omega_1 S_1) w_{\Omega_1\Omega_2\Omega_3}(\Omega_1\Omega_2\Omega_3) \\ + \int_0^\infty d s_2 w_{S_2}(s_2) \int_0^\infty d \Omega_2 \int_0^{\Omega_2} d \Omega_1 \int_0^{\Omega_2} d \Omega_3 w_{\eta_2}(\eta/\Omega_2 S_2) w_{\Omega_1\Omega_2\Omega_3}(\Omega_1\Omega_2\Omega_3) \\ + \int_0^\infty d s_3 w_{S_3}(s_3) \int_0^\infty d \Omega_3 \int_0^{\Omega_3} d \Omega_1 \int_0^{\Omega_3} d \Omega_2 w_{\eta_3}(\eta/\Omega_3 S_3) w_{\Omega_1\Omega_2\Omega_3}(\Omega_1\Omega_2\Omega_3) \\ = J_1 + J_2 + J_3 \quad (3.149)$$

Združena gustina verovatnoće od  $\Omega_1, \Omega_2$  i  $\Omega_3$  može da se napiše u obliku:

$$w_{\Omega_1\Omega_2\Omega_3}(\Omega_1\Omega_2\Omega_3) = \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)^2\rho^{2(c-1)}\Omega_0^{c+2}} \sum_{i_1=0}^\infty \left(\frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right)^{2i_1+c-1} \\ \frac{1}{i_1!\Gamma(i_1+c)} \sum_{i_2=0}^\infty \left(\frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right)^{2i_2+c-1} \frac{1}{i_2!\Gamma(i_2+c)} \\ \Omega_1^{i_1+c-1} \Omega_2^{i_1+i_2+c-1} \Omega_3^{i_2+c-1} e^{-\frac{\Omega_1+(1+\rho^2)\Omega_2+\Omega_3}{\Omega_0(1-\rho^2)}} \quad (3.150)$$

Integral može da se napiše u obliku:

$$J_1 = \int_0^\infty d s_1 w_{S_1}(s_1) \int_0^\infty d \Omega_1 \int_0^{\Omega_1} d \Omega_2 \int_0^{\Omega_2} d \Omega_3 \\ = \frac{4}{\Gamma(m)} m^{2m-1} S_1^{m-1} \eta^{2m-1} \\ \sum_{k=0}^{m-1} \binom{m-1}{k} (-1)^k \Omega_1^k \frac{1}{(k+2)\Omega_1^{k+2}} \left( \frac{1}{(\Omega_1+S_1m\eta^2)^m} - \frac{\Omega_1^{k+2}}{(\Omega_1+S_1m\eta^2)^{k+2+m}} \right) \\ \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)^2\rho^{2(c-1)}\Omega_0^{c+2}} \sum_{i_1=0}^\infty \left(\frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right)^{2i_1+c-1} \frac{1}{i_1!\Gamma(i_1+c)} \\ \sum_{i_2=0}^\infty \left(\frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right)^{2i_2+c-1} \frac{1}{i_2!\Gamma(i_2+c)} \Omega_1^{i_1+c-1} \Omega_2^{i_1+i_2+c-1} \Omega_3^{i_2+c-1} e^{-\frac{\Omega_1+(1+\rho^2)\Omega_2+\Omega_3}{\Omega_0(1-\rho^2)}} \\ = \int_0^\infty d s_1 S_1^{m-1+c_1-1} \frac{1}{\Gamma(c_1)\beta_1^{c_1}} e^{-\frac{1}{\beta_1}S_1} \frac{4}{\Gamma(m)} m^{2m-1} \eta^{2m-1} \\ \sum_{k=0}^{m-1} \binom{m-1}{k} (-1)^k \frac{1}{k+2} \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)^2\rho^{2(c-1)}\Omega_0^{c+2}} \\ \sum_{i_1=0}^\infty \left(\frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right)^{2i_1+c-1} \frac{1}{i_1!\Gamma(i_1+c)} \sum_{i_2=0}^\infty \left(\frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right)^{2i_2+c-1} \frac{1}{i_2!\Gamma(i_2+c)}$$

$$\begin{aligned}
& \int_0^\infty d_{\Omega_1} \Omega_1^{i_1+c-1-2} e^{-\frac{\Omega_1}{\Omega_0(1-\rho^2)}} \left( \frac{1}{(\Omega_1+S_1m\eta^2)^m} - \frac{\Omega_1^{k+2}}{(\Omega_1+S_1m\eta^2)^{k+2+m}} \right) \\
& \int_0^{\Omega_1} d_{\Omega_2} \Omega_2^{i_1+i_2+c-1} e^{-\frac{(1+\rho^2)}{\Omega_0(1-\rho^2)}\Omega_2} \int_0^{\Omega_1} d_{\Omega_3} \Omega_3^{i_2+c-1} e^{-\frac{\Omega_3}{\Omega_0(1-\rho^2)}} \\
& = \frac{1}{\Gamma(c_1)\beta_1^{c_1}} \frac{4}{\Gamma(m)} m^{2m-1}\eta^{2m-1} \sum_{k=0}^{m-1} \binom{m-1}{k} (-1)^k \frac{1}{k+2} \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)^2 \rho^{2(c-1)} \Omega_0^{c+2}} \\
& \sum_{i_1=0}^\infty \left( \frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)} \right)^{2i_1+c-1} \frac{1}{i_1!\Gamma(i_1+c)} \sum_{i_2=0}^\infty \left( \frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)} \right)^{2i_2+c-1} \frac{1}{i_2!\Gamma(i_2+c)} \\
& \frac{1}{i_1+i_2+c} \sum_{j_1=0}^\infty \frac{1}{(i_1+i_2+c+1)j_1} \left( \frac{1+\rho^2}{\Omega_0(1-\rho^2)} \right)^{j_1} \sum_{j_2=0}^\infty \frac{1}{(i_2+c+1)j_2} \frac{1}{(\Omega_0(1-\rho^2))^{j_2}} \\
& \int_0^\infty d_{S_1} S_1^{m-1+c_1-1} e^{-\frac{1}{\beta_1}S_1} \int_0^\infty d_{\Omega_1} \Omega_1^{i_1+c-1-2+i_1+i_2+c+j_1+i_2+c+j_2} e^{-\frac{(3+\rho^2)\Omega_1}{\Omega_0(1-\rho^2)}} \\
& \left( \frac{1}{(\Omega_1+S_1m\eta^2)^m} - \frac{\Omega_1^{k+2}}{(\Omega_1+mS_1\eta^2)^{m+k+2}} \right) \tag{3.151}
\end{aligned}$$

Neka je  $J_{11} = \int_0^\infty d_{S_1} S_1^{m-1+c_1-1} e^{-\frac{1}{\beta_1}S_1} \int_0^\infty d_{\Omega_1} \Omega_1^{2i_1+2i_2+3c+j_1+j_2-3} e^{-\frac{(3+\rho^2)\Omega_1}{\Omega_0(1-\rho^2)}} \frac{1}{(\Omega_1+S_1m\eta^2)^m}$  (3.152)

Koristi se formula:

$$\begin{aligned}
\int_0^\infty d_S S^{p_1-1} e^{-\alpha_1 S} \int_0^\infty d_\Omega \Omega^{p_2-1} e^{-\alpha_2 S} \frac{1}{(a\Omega+bS)} & = \\
& = \frac{b^{p_2-n}}{ap_2} \Gamma(p_2) \left( \frac{a}{\alpha_2 b} \right)^{p_1+p_2-n} \\
& = \frac{\Gamma(p_1+p_2-n)\Gamma(p_1)}{\Gamma(p_1+p_2)} \\
& = F_1 \left( p_1+p_2-n, p_1+p_2, 1 - \frac{\alpha_1 a}{\alpha_2 b} \right) \tag{3.153}
\end{aligned}$$

Zamenom (3.153) u (3.152) se dobija:

$$\begin{aligned}
J_{11} & = (m\eta^2)^{2i_1+2i_2+3c+j_1+j_2-3-m} \Gamma(2i_1 + 2i_2 + 3c + j_1 + j_2 - 3) \\
& \frac{\left( \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{(3+\rho^2)m\eta^2} \right)^{m-2+c_1+2i_1+2i_2+3c+j_1+j_2-3-m}}{\Gamma(c_1 + 2i_1 + 2i_2 + 3c + j_1 + j_2 - 3)\Gamma(m-1+c_1)} \\
& \frac{\Gamma(m+c_1-1+2i_1+2i_2+3c+j_1+j_2)}{\Gamma(m+c_1-1+2i_1+2i_2+3c+j_1+j_2-5, m-1+c_1,} \\
& m+c_1-1+2i_1+2i_2+3c+j_1+j_2, 1 - \frac{1}{m\eta^2} \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{(1+\rho^2)})} \tag{3.154}
\end{aligned}$$

Integral  $J_{12}$  je jednak:

$$\begin{aligned}
J_{12} & = \int_0^\infty d_{S_1} S_1^{m-1+c_1-1} e^{-\frac{1}{\beta_1}S_1} \int_0^\infty d_{\Omega_1} \Omega_1^{2i_1+2i_2+3c+j_1+j_2-2-1+k+2} \frac{e^{-\frac{(3+\rho^2)\Omega_1}{\Omega_0(1-\rho^2)}}}{(\Omega_1+m\eta^2 S_1)^{k+2+m}} \\
& = (m\eta^2)^{2i_1+2i_2+3c+j_1+i_2+k-m-k-2} \Gamma(2i_1 + 2i_2 + 3c + j_1 + j_2 + k) \\
& \frac{\left( \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{(3+\rho^2)m\eta^2} \right)^{2i_1+2i_2+3c+j_1+j_2-m-2+m+c_1-1}}{\Gamma(2i_1 + 2i_2 + 3c + j_1 + j_2 - 2 + c_1 - 1)\Gamma(m+c_1-1)} \\
& \frac{\Gamma(2i_1 + 2i_2 + 3c + j_1 + j_2 + k + m + c_1 - 1)}{\Gamma(2i_1 + 2i_2 + 3c + j_1 + j_2 - 2 + c_1 - 1, m+c_1-1,} \\
& 2i_1+2i_2+3c+j_1+j_2+k+m+c_1-1, 1 - \frac{(1-\rho^2)^{\frac{1}{\beta_1}}}{m\eta^2(3+\rho^2)})} \tag{3.155}
\end{aligned}$$

Integral  $J_2$  je jednak:

$$\begin{aligned}
J_2 &= \int_0^\infty d_{s_2} w_{S_2}(s_2) \int_0^\infty d_{\Omega_2} \int_0^{\Omega_2} d_{\Omega_2} \int_0^{\Omega_2} d_{\Omega_3} w_{\eta_2}(\eta/\Omega_3 S_2) w_{\Omega_1 \Omega_2 \Omega_3}(\Omega_1 \Omega_2 \Omega_3) \\
&= \frac{1}{\Gamma(c_1) \beta_1^{c_1}} \frac{4}{\Gamma(m)} m \eta^{2m-1} \int_0^\infty d_{s_2} S_2^{m-1+c_1-1} e^{-\frac{1}{\beta_1} s_2} \int_0^\infty d_{\Omega_2} \int_0^{\Omega_2} d_{\Omega_1} \int_0^{\Omega_2} d_{\Omega_1} \\
&\quad \sum_{k=0}^{m-1} \binom{m-1}{k} (-1)^k \Omega_2^k \frac{1}{(k+2) \Omega_2^{k+2}} \left( \frac{1}{(\Omega_2 + S_2 m \eta^2)^m} - \frac{\Omega_2^{k+2}}{(\Omega_2 + S_2 m \eta^2)^{k+2+m}} \right) \\
&\quad \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)^2 \rho^{2(c-1)} \Omega_0^{c+2}} \sum_{i_1=0}^\infty \left( \frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)} \right)^{2i_1+c-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+c)} \sum_{i_2=0}^\infty \left( \frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)} \right)^{2i_2+c-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+c)} \\
&\quad \Omega_1^{i_1+c-1} \Omega_2^{i_1+i_2+c-1} \Omega_3^{i_2+c-1} e^{-\frac{\Omega_1+(1+\rho^2)\Omega_2+\Omega_3}{\Omega_0(1-\rho^2)}} \\
&= \frac{4}{\Gamma(m)} m^{2m-1} \eta^{2m-1} \frac{1}{\Gamma(c_1) \beta_1^{c_1}} \sum_{k=0}^{m-1} \binom{m-1}{k} (-1)^k \int_0^\infty d_{s_2} S_2^{m-1+c_1-1} e^{-\frac{1}{\beta_1} s_2} \\
&\quad \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)^2 \rho^{2(c-1)} \Omega_0^{c+2}} \sum_{i_1=0}^\infty \left( \frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)} \right)^{2i_1+c-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+c)} \sum_{i_2=0}^\infty \left( \frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)} \right)^{2i_2+c-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+c)} \\
&\quad \frac{1}{k+2} \int_0^{\Omega_2} d_{\Omega_2} \int_0^{\Omega_2} d_{\Omega_1} \int_0^{\Omega_2} d_{\Omega_3} \Omega_2^{k-k-2+i_1+i_2+c-1} \\
&\quad \left( \frac{1}{(\Omega_2 + S_2 m \eta^2)^m} - \frac{\Omega_2^{k+2}}{(\Omega_2 + m S_2 \eta^2)^{m+k+2}} \right) e^{-\frac{(1+\rho^2)\Omega_2}{\Omega_0(1-\rho^2)}} \Omega_1^{i_1+c-1} e^{-\frac{\Omega_1}{\Omega_0(1-\rho^2)}} \Omega_3^{i_2+c-1} e^{-\frac{\Omega_3}{\Omega_0(1-\rho^2)}} \\
&= \frac{4}{\Gamma(m)} m^{2m-1} \eta^{2m-1} \frac{1}{\Gamma(c_1) \beta_1^{c_1}} \sum_{k=0}^{m-1} \binom{m-1}{k} (-1)^k \frac{1}{k+2} \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)^2 \rho^{2(c-1)} \Omega_0^{c+2}} \\
&\quad \sum_{i_1=0}^\infty \left( \frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)} \right)^{2i_1+c-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+c)} \sum_{i_2=0}^\infty \left( \frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)} \right)^{2i_2+c-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+c)} \\
&\quad \int_0^\infty d_{\Omega_2} \Omega_2^{i_1+i_2+c-1-2} \left( \frac{1}{(\Omega_2 + S_2 m \eta^2)^m} - \frac{\Omega_2^{k+2}}{(\Omega_2 + m S_2 \eta^2)^{m+k+2}} \right) e^{-\frac{(1+\rho^2)\Omega_2}{\Omega_0(1-\rho^2)}} \\
&\quad (\Omega_0(1-\rho^2))^{i_1+c} (\Omega_0(1-\rho^2))^{i_2+c} \gamma\left(i_1+c, \frac{\Omega_2}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right) \gamma\left(i_2+c, \frac{\Omega_2}{\Omega_0(1-\rho^2)}\right) \\
&= \frac{4}{\Gamma(m)} m^{2m-1} \eta^{2m-1} \frac{1}{\Gamma(c_1) \beta_1^{c_1}} \sum_{k=0}^{m-1} \binom{m-1}{k} (-1)^k \frac{1}{k+2} \frac{1}{\Gamma(c)(1-\rho^2)^2 \rho^{2(c-1)} \Omega_0^{c+2}} \\
&\quad \sum_{i_1=0}^\infty \left( \frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)} \right)^{2i_1+c-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+c)} \sum_{i_2=0}^\infty \left( \frac{\rho}{\Omega_0(1-\rho^2)} \right)^{2i_2+c-1} \\
&\quad \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+c)} (\Omega_0(1-\rho^2))^{i_1+c} (\Omega_0(1-\rho^2))^{i_2+c} \\
&\quad \frac{1}{i_1+c} \frac{1}{(\Omega_0(1-\rho^2))^{i_1+c}} \sum_{j_1=0}^\infty \frac{1}{(i_1+c+1)_{j_1}} \left( \frac{1+\rho^2}{(\Omega_0(1-\rho^2))^{j_1}} \right)^{j_1} \sum_{j_2=0}^\infty \frac{1}{(i_2+c+1)_{j_2}} \frac{1}{(\Omega_0(1-\rho^2))^{j_2}} \\
&\quad \int_0^\infty d_{s_2} S_2^{m-1+c_1-1} \frac{1}{\Gamma(c_1) \beta_1^{c_1}} e^{-\frac{1}{\beta_1} s_2} \int_0^\infty d_{\Omega_2} \Omega_2^{2i_1+2i_2+3c-1-2+j_1+j_2} e^{-\frac{(3+\rho^2)\Omega_2}{\Omega_0(1-\rho^2)}} \\
&\quad \left( \frac{1}{(\Omega_2 + S_2 m \eta^2)^m} - \frac{\Omega_2^{k+2}}{(\Omega_2 + S_2 m \eta^2)^{k+2+m}} \right) \tag{3.156}
\end{aligned}$$

Integral  $J_{11}$  je jednak:

$$\int_0^\infty d_{s_2} S_2^{m-1+c_1-1} e^{-\frac{1}{\beta_1} s_2} \int_0^\infty d_{\Omega_2} \Omega_2^{2i_1+2i_2+3c-1-2+j_1+j_2} e^{-\frac{(3+\rho^2)\Omega_2}{\Omega_0(1-\rho^2)}} \frac{1}{(\Omega_2 + S_2 m \eta^2)^m} \tag{3.157}$$

Predhodni integral se rešava pomoću formule:

$$\begin{aligned}
&\int_0^\infty d_s S^{p_1-1} e^{-\alpha_1 s} \int_0^\infty d_\Omega \Omega^{p_2-1} e^{-\alpha_2 \Omega} \frac{1}{(a\Omega + bs)^n} = \\
&= \frac{b^{p_2-n}}{ap_2} \Gamma(p_2) \left( \frac{a}{\alpha_2 b} \right)^{p_1+p_2-n} \frac{\Gamma(p_1+p_2-n) \Gamma(p_1)}{\Gamma(p_1+p_2)} \\
&= F_1\left(p_1+p_2-n, p_1+p_2, 1 - \frac{\alpha_1 a}{\alpha_2 b}\right) \tag{3.158}
\end{aligned}$$

Zamenom (3.157) u (3.156) se dobija:

$$J_{11} = (m\eta^2)^{2i_1+2i_2+3c-2+j_1+j_2-m} \Gamma(2i_1 + 2i_2 + 3c - 2 + j_1 + j_2)$$

$$\begin{aligned}
& \left( \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{(3+\rho^2)m\eta^2} \right)^{m+c_1-1+2i_1+2i_2+3c-2+j_1+j_2-m} \\
& \frac{\Gamma(c_1-1+2i_1+2i_2+3c-2+j_1+j_2)\Gamma(m+c_1-1)}{\Gamma(m+c_1-1+2i_1+2i_2+3c-2+j_1+j_2)} \\
& = F_1(c_1-1+2i_1+2i_2+3c-2+j_1+j_2, m+c_1-1, \\
& \quad m+c_1-1+2i_1+2i_2+3c-2+j_1+j_2, 1 - \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{(1+\rho^2)\beta_1 m\eta^2}) \quad (3.159)
\end{aligned}$$

Integral  $J_{12}$  je jednak:

$$\begin{aligned}
J_{12} &= \int_0^\infty d s_2 S_2^{m-1+c_1-1} e^{-\frac{1}{\beta_1} s_1} \int_0^\infty d \Omega_2 \Omega_2^{2i_1+2i_2+3c-1-2+j_1+i_2+k+2} \frac{e^{-\frac{(3+\rho^2)\Omega_2}{\Omega_0(1-\rho^2)}}}{(\Omega_2+S_2 m\eta^2)^{k+2+m}} \\
&= (m\eta^2)^{2i_1+2i_2+3c+j_1+i_2+k-m-k-2} \Gamma(2i_1+2i_2+3c+j_1+j_2+k) \\
& \quad \left( \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{(3+\rho^2)m\eta^2} \right)^{2i_1+2i_2+3c-2+j_1+j_2+k+2-k-2-m} \\
& \quad \Gamma(2i_1+2i_2+3c-2+j_1+j_2+k+2) \\
& \quad \left( \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{(1+\rho^2)m\eta^2} \right)^{m+c_1-1+2i_1+2i_2+3c-2+j_1+j_2+k+2-k-2-m} \\
& \quad \frac{\Gamma(c_1-1+2i_1+2i_2+3c-2+j_1+j_2)\Gamma(m+c_1-1)}{\Gamma(m+c_1-1+2i_1+2i_2+3c-2+j_1+j_2+k+2)} \\
& \quad F_1(c_1-1+2i_1+2i_2+3c-2+j_1+j_2, m+c_1-1, \\
& \quad m+c_1-1+2i_1+2i_2+3c-2+j_1+j_2+k+2, 1 - \frac{\Omega_0(1-\rho^2)}{\beta_1(3+\rho^2)m\eta^2}) \quad (3.160)
\end{aligned}$$

## 4. RADIO RELEJNI SISTEM

### 4.1 Radio relejni sistem sa dve deonice

Signal može da se prenosi preko kanala sa dve deonice [71]. Signal na izlazu iz relejnog sistema jednak je proizvodu signala na prvoj deonici i signala na drugoj deonici. U ovom slučaju je ekvivalentna realizacija fedinga jednaka proizvodu realizacija fedinga na dve trase signala. Na osnovu ove relacije, određena je gustina verovatnoće signala na izlazu iz relejnog sistema bez regeneracije. Takođe, na osnovu ove funkcije gustine verovatnoće određena je i kumulativna funkcija raspodele signala na izlazu, a pomoću ove kumulativne verovatnoće je izračunata verovatnoća otkaza bežičnog komunikacionog sistema koji koristi relejni sistem sa dve deonice za prenos signala. Takođe, određen je veličina srednjeg broja osnih preseka na izlazu iz relejnog sistema sa dve deonice.

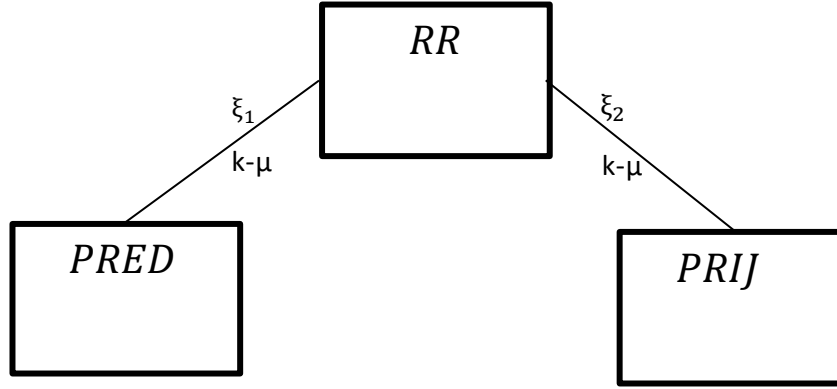
Zatim je razmatran količnik dve slučajne promenljive na izlazu iz bežičnog relejnog sistema sa dve deonice. Signal u brojiocu se prenosi odvojeno tako da je signal u brojiocu na izlazu iz relejnog sistema jednak proizvodu dva signala koji se pojavljuju na izlazu iz prve deonice i na izlazu iz druge deonice. Takođe, signal u imeniocu jednak je proizvodu dva signala koji se pojavljuju u imeniocu razlomka. Na ovaj način se prenosi odnos signala i interference kroz bežični komunikacioni relejni sistem sa dve deonice. Moguće je formirati odnos signala i interference na izlazu iz relejnog sistema. Odnos signala i interference na izlazu iz relejnog sistema sa dve deonice jednak je proizvodu odnosa signala i interference u prvoj deonici i odnos signala i interference u drugoj deonici.

Kroz relejni sistem sa dve deonice, mogu da se prenesu dva signala uz postojanje jednog signala interferencije [66]. U ovom slučaju se prenosi ekvivalentni signal koji je jednak količniku proizvoda dve slučajne promenljive i jedne slučajne promenljive. Korisni signal je proizvod dve slučajne promenljive gde je prvi činilac jedan korisni signal, a drugi činilac je drugi korisni signal. Signal interference je u imeniocu razlomka, uz pretpostavku da se oba korisna signala nezavisno prenose kroz relejni kanal sa dve deonice. Takođe se pretpostavlja da se i interferencija prostire nezavisno kroz oba kanala. Na izlazu se formira nezavisni signal koji je jednak količniku proizvoda četiri slučajne promenljive i proizvoda dve slučajne promenljive. Za ovako složen količnik određena je gustina verovatnoće i kumulativna raspodela verovatnoće. Određen je i srednji broj osnih preseka od količnika proizvoda četiri Nakagami- $m$  slučajna procesa i dva Nakagami- $m$  slučajna procesa. Za ovakav količnik je određena gustina verovatnoće, kumulativna raspodela verovatnoće. Takođe, određeno je srednje vreme trajanja otkaza u kanalu bežičnog telekomunikacionog sistema i srednji broj osnih preseka za bežični relejni kanal sa dve deonice.

Posmatran je signal koji je jednak količniku jedne slučajne promenljive i proizvodu dve slučajne promenljive. U ovom slučaju je signal na izlazu jednak količniku proizvoda dve slučajne promenljive i proizvoda četiri slučajne promenljive. Pretpostavljeno je da se koristi Nakagami- $m$  model kanala. Za ovaj kanal je određena gustina verovatnoće, kumulativna verovatnoća. U ovom slučaju je interferencija jednaka proizvodu dve slučajne promenljive.

#### 4.1.1 Regenerativni radio relejni sistem sa dve deonice

Na slici 4.1 prikazan je blok-model radio relejnog sistema sa dve deonice:



Slika 4.1 Regenerativni radio relejni sistem sa dve deonice

Gustina verovatnoće od  $\xi_1$  je:

$$w_{\xi_1}(\xi_1) = \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \xi_1^{2i_1+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} \xi_1^2}, \quad \xi_1 \geq 0 \quad (4.1)$$

Gustina verovatnoće od  $\xi_2$  je:

$$w_{\xi_2}(\xi_2) = \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \xi_2^{2i_2+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2}, \quad \xi_2 \geq 0 \quad (4.2)$$

Kumulativna funkcija raspodele promenljive  $\xi_1$  je:

$$\begin{aligned} F_{\xi_1}(\xi_1) &= \int_0^{\xi_1} dt w_{\xi_1}(t) \\ &= \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \int_0^{\xi_1} dt t^{2i_1+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} t^2} \\ &= \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \frac{1}{2} \left( \frac{\Omega_1}{\mu(k+1)} \right)^{i_1+\mu} \gamma \left( i_1 + \mu, \frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} \xi_1^2 \right) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Kumulativna verovatnoća od  $\xi_2$  je:

$$\begin{aligned} F_{\xi_2}(\xi_2) &= \int_0^{\xi_2} dt w_{\xi_2}(t) \\ &= \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \int_0^{\xi_2} dt t^{2i_2+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} t^2} \\ &= \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \frac{1}{2} \left( \frac{\Omega_2}{\mu(k+1)} \right)^{i_2+\mu} \gamma \left( i_2 + \mu, \frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2 \right) \end{aligned}$$



$$F_{\xi_2}(\xi_2) = \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \frac{1}{2} \left( \frac{\Omega_2}{\mu(k+1)} \right)^{i_2+\mu} \gamma \left( i_2 + \mu, \frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2 \right) \quad (4.4)$$

Do otkaza dolazi kada bilo koji od  $\xi_1$  ili  $\xi_2$  padnu ispod određene vrednosti. U ovom slučaju se razmatra funkcija:

$$v = \max(\xi_1, \xi_2) \quad (4.5)$$

Gustina verovatnoće od  $v$  je:

$$w_v(v) = w_{\xi_1}(v)F_{\xi_2}(v) + w_{\xi_2}(v)F_{\xi_1}(v) \quad (4.6)$$

Kumulativna verovatnoća od  $v$  je:

$$\begin{aligned} F_v(v) &= \left( 1 - \left( 1 - F_{\xi_1}(v) \right) \left( 1 - F_{\xi_2}(v) \right) \right) \\ &= 1 + F_{\xi_1}(v) + F_{\xi_2}(v) - 1 - F_{\xi_1}(v)F_{\xi_2}(v) \\ &= F_{\xi_1}(v) + F_{\xi_2}(v) - F_{\xi_1}(v)F_{\xi_2}(v) \\ &= \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \\ &\quad \frac{1}{2} \left( \frac{\Omega_1}{\mu(k+1)} \right)^{i_1+\mu} \gamma \left( i_1 + \mu, \frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} v^2 \right) \\ &\quad + \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \\ &\quad \frac{1}{2} \left( \frac{\Omega_2}{\mu(k+1)} \right)^{i_2+\mu} \gamma \left( i_2 + \mu, \frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} v^2 \right) \\ &\quad - \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \\ &\quad \frac{1}{2} \left( \frac{\Omega_1}{\mu(k+1)} \right)^{i_1+\mu} \gamma \left( i_1 + \mu, \frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} v^2 \right) \\ &\quad - \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \\ &\quad \frac{1}{2} \left( \frac{\Omega_2}{\mu(k+1)} \right)^{i_2+\mu} \gamma \left( i_2 + \mu, \frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} v^2 \right) \end{aligned} \quad (4.7)$$

Združena funkcija raspodele promenljivih  $v$  i  $v\dot{v}$  ima sledeći oblik:

$$w_{v\dot{v}}(v\dot{v}) = w_{\xi_1\dot{\xi}_1}(v\dot{v})F_{\xi_2}(v) + w_{\xi_2\dot{\xi}_2}(v\dot{v})F_{\xi_1}(v) \quad (4.8)$$

Zatim, združena funkcija raspodele promenljivih  $\xi_1$  i  $\dot{\xi}_1$  je:

$$\begin{aligned} w_{\xi_1\dot{\xi}_1}(\xi_1\dot{\xi}_1) &= \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \\ &\quad \xi_1^{2i_1+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} v^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta_1} e^{-\frac{\dot{v}^2}{2\beta_1^2}} \end{aligned} \quad (4.9)$$

gde je:

$$\beta_1^2 = \pi^2 f_m^2 \frac{\Omega_1}{\mu(k+1)} \quad (4.10)$$

Združena gustina verovatnoće od  $\xi_2$  i  $\dot{\xi}_2$  je:

$$w_{\xi_2 \xi_2}(\xi_2 \xi_2) = \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \xi_2^{2i_2+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} v^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta_2} e^{-\frac{v^2}{2\beta_2^2}} \quad (4.11)$$

gde je:

$$\beta_2^2 = \pi^2 f_m^2 \frac{\Omega_2}{\mu(k+1)} \quad (4.12)$$

Zamenom (4.9) i (4.11) u (4.8) se dobija:

$$w_{v\dot{v}}(v\dot{v}) = \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} v^{2i_1+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} v^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta_1} e^{-\frac{\dot{v}^2}{2\beta_1^2}} \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \frac{1}{2} \left( \frac{\Omega_2}{\mu(k+1)} \right)^{i_2+\mu} \gamma \left( i_2 + \mu, \frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} v^2 \right) + \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} v^{2i_2+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} v^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta_2} e^{-\frac{\dot{v}^2}{2\beta_2^2}} \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \frac{1}{2} \left( \frac{\Omega_1}{\mu(k+1)} \right)^{i_1+\mu} \gamma \left( i_1 + \mu, \frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} v^2 \right) \quad (4.13)$$

Srednji broj osnih preseka slučajnog procesa  $v$  je:

$$N_v = \int_0^{\infty} d\dot{v} \dot{v} w_{v\dot{v}}(v\dot{v}) = \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} v^{2i_1+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} v^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta_1} \int_0^{\infty} \dot{v} d\dot{v} e^{-\frac{\dot{v}^2}{2\beta_1^2}} \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \frac{1}{2} \left( \frac{\Omega_2}{\mu(k+1)} \right)^{i_2+\mu} \gamma \left( i_2 + \mu, \frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} v^2 \right) + \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} v^{2i_2+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} v^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta_2} \int_0^{\infty} d\dot{v} \dot{v} e^{-\frac{\dot{v}^2}{2\beta_2^2}} \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \frac{1}{2} \left( \frac{\Omega_1}{\mu(k+1)} \right)^{i_1+\mu} \gamma \left( i_1 + \mu, \frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} v^2 \right) = \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} v^{2i_1+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} v^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta_1} \frac{1}{2} 2\beta_1^2 \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \frac{1}{2} \left( \frac{\Omega_2}{\mu(k+1)} \right)^{i_2+\mu} \gamma \left( i_2 + \mu, \frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} v^2 \right) + \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} v^{2i_2+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} v^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta_2} \frac{1}{2} 2\beta_2^2 \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \frac{1}{2} \left( \frac{\Omega_1}{\mu(k+1)} \right)^{i_1+\mu} \gamma \left( i_1 + \mu, \frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} v^2 \right)$$

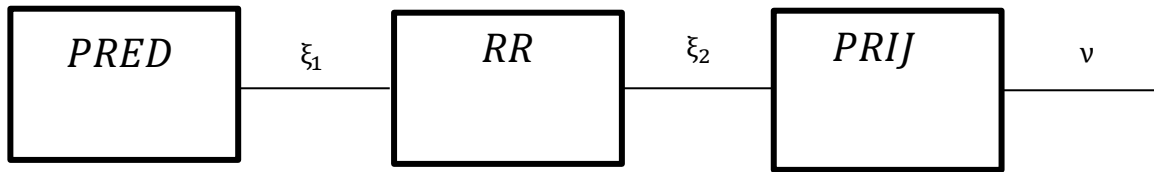
$$\begin{aligned}
& + \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \\
& \nu^{2i_2+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \nu^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta_2} \frac{1}{2} 2\beta_2^2 \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}}} \\
& \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \frac{1}{2} \left( \frac{\Omega_1}{\mu(k+1)} \right)^{i_1+\mu} \gamma \left( i_1 + \mu, \frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} \nu^2 \right) \quad (4.14)
\end{aligned}$$

Definiciona formula koju smo koristili za izračunavanje srednjeg vremena trajanja otkaza u sistemu, data je u nastavku:

$$AFD = \frac{F_v(\nu)}{N_v} \quad (4.15)$$

#### 4.1.2 Neregenerativni radio relejni sistem sa dve deonice

Na slici 4.2 prikazan je relejna veza sa dve deonice:



Slika 4.2 Neregenerativna relejna veza sa dve deonice

Neka je:

$$\nu = \xi_1 \cdot \xi_2 \quad (4.16)$$

$$\xi_1 = \frac{\nu}{\xi_2} \quad (4.17)$$

Gustina verovatnoće od  $\nu$  je:

$$w_\nu(\nu/\xi_2) = \left| \frac{d\xi_1}{d\nu} \right| w_{\xi_1} \left( \frac{\nu}{\xi_2} \right) \quad (4.18)$$

gde je:

$$\frac{d\xi_1}{d\nu} = \frac{1}{\xi_2} \quad (4.19)$$

Zamenom (4.19) u (4.18) se dobija:

$$w_\nu(\nu/\xi_2) = \frac{1}{\xi_2} w_{\xi_1} \left( \frac{\nu}{\xi_2} \right) \quad (4.20)$$

Usrednjavanjem se dobija:

$$\begin{aligned}
w_\nu(\nu) &= \int_0^\infty d\xi_2 \frac{1}{\xi_2} w_{\xi_1} \left( \frac{\nu}{\xi_2} \right) w_{\xi_2}(\xi_2) \\
&= \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2} \frac{\mu+1}{2}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \\
& \nu^{2i_1+2\mu-1} \int_0^{\infty} d_{\xi_2} \xi_2^{-1-2i_1-2\mu+1+2i_2+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} \frac{\nu^2}{\xi_2} \frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2} \\
& = \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1} \frac{\mu+1}{2}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \\
& \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2} \frac{\mu+1}{2}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( 2 \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \\
& \nu^{2i_1+2\mu-1} \left( \frac{\Omega_2 \nu^2}{\Omega_1} \right)^{i_2-i_1} k_{2i_2-2i_1} \left( 2 \sqrt{\frac{\mu^2(k+1)^2 \nu^2}{\Omega_1 \Omega_2}} \right)
\end{aligned} \tag{4.21}$$

Kumulativna verovatnoća od  $\nu$  je:

$$\begin{aligned}
F_{\nu}(\nu) &= \int_0^{\nu} d_t w_{\nu}(t) \\
&= \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1} \frac{\mu+1}{2}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( 2 \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \\
& \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2} \frac{\mu+1}{2}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \\
& \int_0^{\infty} d_{\xi_2} \xi_2^{2i_2-2i_1-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2} \int_0^{\nu} dt \nu^{2i_1+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} \frac{\nu^2}{\xi_2}} \\
& \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1} \frac{\mu+1}{2}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \\
& \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2} \frac{\mu+1}{2}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \\
& \int_0^{\infty} d_{\xi_2} \xi_2^{2i_2-2i_1-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2} \frac{1}{2} \left( \frac{\Omega_1}{\mu(k+1)} \right)^{i_1+\mu} \\
& \xi_2^{2i_1+2\mu} \gamma \left( i_1 + \mu, \frac{\mu(k+1)}{\Omega_1 \xi_2^2} \nu^2 \right) \\
& = \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1} \frac{\mu+1}{2}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \\
& \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2} \frac{\mu+1}{2}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( 2 \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \frac{1}{2} \left( \frac{\Omega_1}{\mu(k+1)} \right)^{i_1+\mu} \\
& \frac{1}{i_1+\mu} \left( \frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} \right)^{i_1+\mu} \nu^{2(i_1+\mu)} \sum_{j_1=0}^{\infty} \frac{1}{(i_1+\mu+1)_{j_1}} \left( \frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} \nu^2 \right)^{j_1} \\
& \int_0^{\infty} d_{\xi_2} \xi_2^{2i_2+2\mu-1-2i_1-2\mu-2j_1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} \frac{\nu^2}{\xi_2} - \frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2} \\
& = \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1} \frac{\mu+1}{2}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( 2 \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \\
& \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2} \frac{\mu+1}{2}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( 2 \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \frac{1}{2} \frac{1}{i_1+\mu} \nu^{2(i_1+\mu)} \\
& \sum_{j_1=0}^{\infty} \frac{1}{(i_1+\mu+1)_{j_1}} \left( \frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} \nu^2 \right)^{j_1} \left( \frac{\Omega_2 \nu^2}{\Omega_1} \right)^{i_2-i_1-j_1} k_{2i_2-2i_1-2j_1} \left( 2 \sqrt{\frac{\mu^2(k+1)^2 \nu^2}{\Omega_1 \Omega_2}} \right)
\end{aligned} \tag{4.22}$$

Srednji broj osnih preseka od  $\nu$  se računa na sledeći način:

$$\nu = \nu_1 \cdot \nu_2 \tag{4.23}$$

$$\dot{\nu} = \dot{\xi}_1 \xi_2 + \xi_1 \dot{\xi}_2 \tag{4.24}$$

$$\sigma_{\dot{v}}^2 = \xi_2^2 \sigma_{\xi_1}^2 + \xi_1^2 \sigma_{\xi_2}^2 \quad (4.25)$$

gde je:

$$\sigma_{\xi_1}^2 = \pi^2 f m^2 \frac{\Omega_1}{\mu(k+1)} \quad (4.26)$$

$$\sigma_{\xi_2}^2 = \pi^2 f m^2 \frac{\Omega_2}{\mu(k+1)} \quad (4.27)$$

$$\sigma_{\dot{v}}^2 = \frac{\pi^2 f m^2}{\mu(k+1)} \left( \xi_2^2 \Omega_1 + \frac{v^2}{\xi_2^2} \Omega_2 \right) \quad (4.28)$$

$$w_{v\dot{v}\xi_2}(v\dot{v}\xi_2) = w_{\dot{v}}(\dot{v}/v\xi_2) w_{\xi_2}(\xi_2) w_v(v/\xi_2) \quad (4.29)$$

gde je:

$$w_v(v/\xi_2) = \left| \frac{d\xi_1}{d_v} \right| w_{\xi_1} \left( \frac{v}{\xi_2} \right) \quad (4.30)$$

gde je:

$$\frac{d\xi_1}{d_v} = \frac{1}{\xi_2} \quad (4.31)$$

Zamenom (4.31) u (4.30) se dobija:

$$\begin{aligned} w_{v\dot{v}\xi_2}(v\dot{v}\xi_2) &= \frac{1}{v_2} w_{\xi_1} \left( \frac{v}{\xi_2} \right) w_{\xi_2}(\xi_2) w_{\dot{v}}(\dot{v}/\xi_2) \\ w_{v\dot{v}}(v\dot{v}) &= \int_0^\infty d\xi_2 \frac{1}{\xi_2} w_{\xi_1} \left( \frac{v}{\xi_2} \right) w_{\xi_2}(\xi_2) w_{\dot{v}}(\dot{v}/v\xi_2) \end{aligned} \quad (4.32)$$

Srednji broj osnih preseka slučajnog procesa od  $v$  je:

$$\begin{aligned} N_v &= \int_0^\infty d_v \dot{v} w_{v\dot{v}}(v\dot{v}) \\ &= \int_0^\infty d_v \dot{v} \int_0^\infty d\xi_2 \frac{1}{\xi_2} w_{\xi_1} \left( \frac{v}{\xi_2} \right) w_{\xi_2}(\xi_2) w_{\dot{v}}(\dot{v}/v\xi_2) \\ &= \int_0^\infty d\xi_2 \frac{1}{\xi_2} w_{\xi_1} \left( \frac{v}{\xi_2} \right) w_{\xi_2}(\xi_2) \int_0^\infty d_v \dot{v} w_{\dot{v}}(\dot{v}/v\xi_2) \\ &= \int_0^\infty d\xi_2 \frac{1}{\xi_2} p_{\xi_1} \left( \frac{v}{\xi_2} \right) w_{\xi_2}(\xi_2) \frac{\sigma_{\dot{v}}}{\sqrt{2\pi}} \end{aligned} \quad (4.33)$$

pošto je:

$$\int_0^\infty d_\xi \xi e^{-\alpha\xi^2} = \frac{1}{2\alpha} \quad (4.34)$$

Zamenom (4.32) u (4.33) se dobija:

$$\begin{aligned} N_v &= \int_0^\infty d_\xi \frac{1}{\xi} \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1} \frac{\mu+1}{2}} \sum_{i_1=0}^\infty \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \\ &\quad \left( \frac{v}{\xi_2} \right)^{2i_2+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)v^2}{\Omega_1 \xi_2^2}} \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2} \frac{\mu+1}{2}} \sum_{i_2=0}^\infty \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \\ &\quad \xi_2^{2i_2+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)\xi_2^2}{\Omega_2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\pi f m}{\mu^{\frac{1}{2}}(k+1)^{\frac{1}{2}} \xi_2} \sqrt{\xi_2^2 \Omega_1 + v^2 \Omega_2} \\ &= \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1} \frac{\mu+1}{2}} \sum_{i_1=0}^\infty \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \\ &\quad \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2} \frac{\mu+1}{2}} \sum_{i_2=0}^\infty \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\pi f m}{\mu^{\frac{1}{2}}(k+1)^{\frac{1}{2}}} \\ &\quad v^{2i_1+2\mu-1} \int_0^\infty d_\xi \xi_2^{-1-2i_1-2\mu+1+2i_2+2\mu-1-1} \sqrt{\xi_2^2 \Omega_1 + v^2 \Omega_2} e^{-\frac{\mu(k+1)\xi_2^2}{\Omega_2} - \frac{\mu(k+1)v^2}{\Omega_1 \xi_2^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \\
&\quad \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \\
&\quad \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\pi f_m}{\mu^{\frac{1}{2}}(k+1)^{\frac{1}{2}}} \nu^{2i_1+2\mu-1} \nu \Omega_2^{\frac{1}{2}} \int_0^{\infty} d\xi_2 \xi_2^{2i_2-2i_1-2} \sqrt{1 + \frac{\xi_2^2 \Omega_1}{\nu^2 \Omega_2}} e^{-\left( \frac{\mu(k+1) \nu^2}{\Omega_1 \xi_2^2} + \frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2 \right)} \\
&= \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \\
&\quad \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\pi f_m}{\mu^{1/2}(k+1)^{1/2}} \\
&\quad \nu^{2i_1+2\mu} \Omega_2^{1/2} \int_0^{\infty} d\xi_2 \sqrt{1 + \frac{\xi_2^2 \Omega_1}{\nu^2 \Omega_2}} e^{-\frac{\mu(k+1) \nu^2}{\Omega_1 \xi_2^2} - \frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2 + (2i_2-2i_1-2) \ln \xi_2} \quad (4.35)
\end{aligned}$$

Poslednji integral može se rešiti primenom Laplasove formule:

$$\int_0^{\infty} d\xi g(\xi) e^{-\lambda f(\xi)} = \sqrt{\frac{\pi}{\lambda}} \frac{g(\xi_T)}{f''(\xi_T)} e^{-\lambda f(\xi_T)} \quad (4.36)$$

gde je  $\xi_T$  rešenje jednačine:

$$f'(\xi_T) = 0 \quad (4.37)$$

Za posmatrani slučaj je:

$$g(\xi_2) = \sqrt{1 + \frac{\xi_2^2 \Omega_1}{\nu^2 \Omega_2}} \quad (4.38)$$

$$f(\xi_2) = \frac{\mu(k+1) \nu^2}{\Omega_1 \xi_2^2} + \frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2 - (2\xi_2 - 2i_1 - 2) \ln \xi_2 \quad (4.39)$$

$$f'(\xi_2) = -\frac{2\mu(k+1) \nu^2}{\Omega_1 \xi_2^3} + \frac{2\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2 - \frac{(2\xi_2 - 2i_1 - 2)}{\xi_2} = 0 \quad (4.40)$$

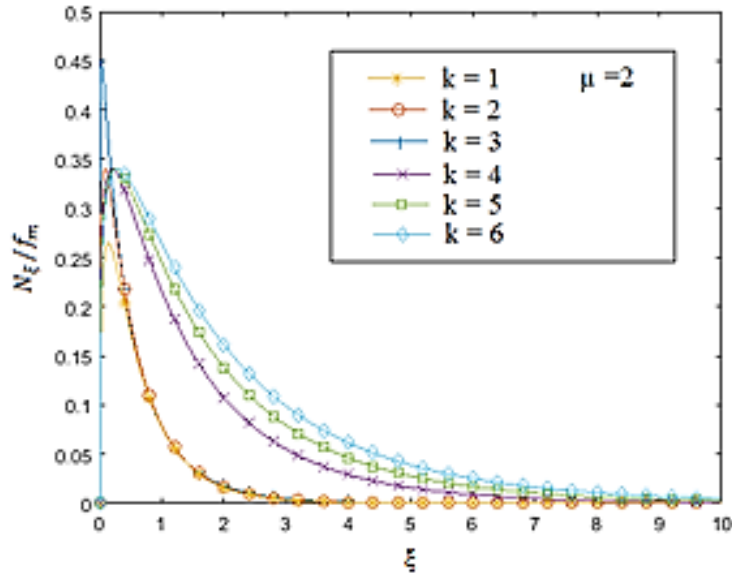
Ova jednačina može se rešiti:

Drugi izvod od  $f(\xi_2)$  je:

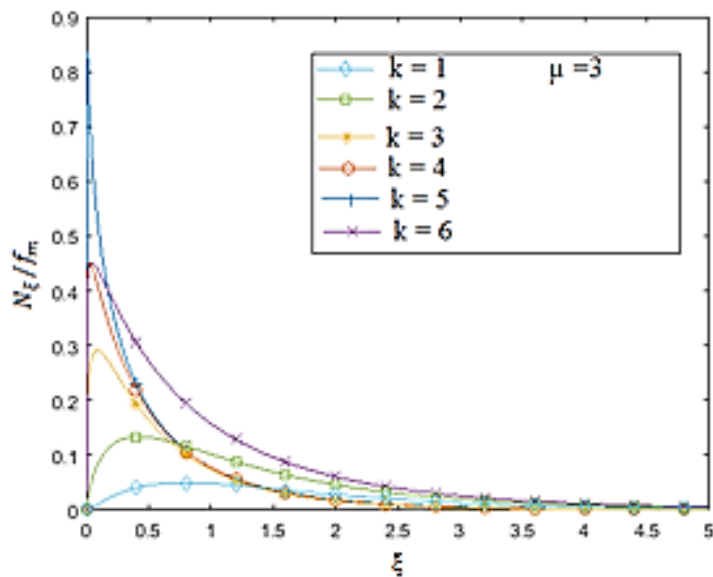
$$f''(\xi_2) = -\frac{6\mu(k+1) \nu^2}{\Omega_1 \xi_2^4} + \frac{2\mu(k+1)}{\Omega_2} - \frac{(2\xi_2 - 2i_1 - 2)}{\xi_2^2} \quad (4.41)$$

Zamenom (4.40) u (4.35) se dobija:

$$\begin{aligned}
N_\nu &= \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \\
&\quad \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \\
&\quad \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\pi f_m}{\mu^{1/2}(k+1)^{1/2}} \nu^{2i_1+2\mu} \Omega_2^{1/2} \sqrt{\pi} g(\xi_T) \frac{1}{f''(\xi_T)} \quad (4.42)
\end{aligned}$$



Slika 4.3 Srednji broj osnih preseka radio relejnog sistema sa dve deonice



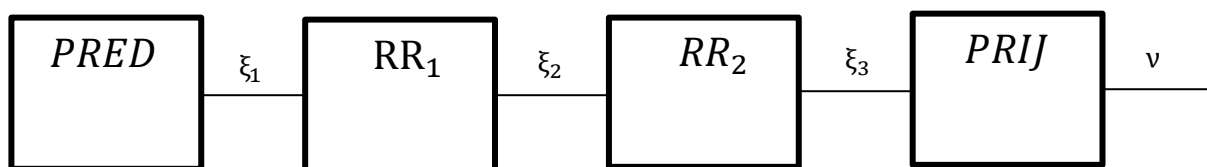
Slika 4.4 Srednji broj osnih preseka radio relejnog sistema sa dve deonice

Na slici 4.3 je prikazan srednji broj osnih preseka bežičnog radio relejnog sistema sa dve deonice u prisustvu  $\kappa$ - $\mu$  fedinga. Za jednu krivu parametar  $\mu=2$ , a na slici slici 4.4 je prikazan srednji broj osnih preseka bežičnog radio relejnog sistema sa dve deonice u prisustvu  $\kappa$ - $\mu$  fedinga, gde je za drugu krivu je parametar  $\mu=3$ . Za obe slike su prikazane po šest krivih srednjeg broja osnih preseka za koji parametar  $k$  uzima vrednosti od 1,2,3,4,5,6. Sa porastom anvelope signala, srednji broj osnih preseka raste, dostiže maksimum i opada. Može se uočiti da je uticaj anvelope signala na srednji broj osnih preseka izraženiji u oblasti manjih vrednosti anvelope signala.

## 4.2 Relejna veza sa tri deonice

Radio relejni sistem može imati tri deonice. Prirode fedinga mogu biti iste za sve tri deonice. Kada je rastojanje deonica veliko, onda se može desiti da se priroda fedinga razlikuje od deonice do deonice. Može se desiti da je u prvoj deonici Relijev feding, u drugoj deonici Rajsov feding i u trećoj deonici se pojavljuje Nakagami-m feding. Kada se odrede prirode fedinga po deonicama, onda može da se izračuna gustina verovatnoće na izlazu iz bežičnog sistema sa tri deonice. Signal na izlazu iz bežičnog relejnog sistema sa tri deonice jednak je proizvodu tri slučajne promenljive. Transformacionom metodom određena je gustina verovatnoće ovog signala. Pomoću gustine verovatnoće, određena je kumulativna verovatnoća signala na izlazu iz relejnog sistema sa tri deonice, karakteristična funkcija signala na izlazu iz relejnog sistema sa tri deonice, prvi moment signala na izlazu iz relejnog sistema sa tri deonice i drugi moment signala na izlazu iz relejnog sistema sa tri deonice. Razmatran je relejni sistem sa četiri deonice. U prvoj deonici se pojavljuje Relijev feding. U drugoj deonici se pojavljuje Rajsov feding. U trećoj deonici se pojavljuje Nakagami-m feding. U četvrtoj deonici se pojavljuje Vejbulov feding. Određena je gustina verovatnoće proizvoda četiri slučajne promenljive. Pomoću ove gustine verovatnoće određena je kumulativna verovatnoća proizvoda četiri slučajne promenljive. Određen je prvi moment, drugi moment i treći moment proizvoda četiri slučajne promenljive. Takođe je razmatran radio relejni sistem sa tri deonice u prisustvu korisnog signala i međukanalne interferencije. Korisni signal je prisutan u sve tri deonice. Korisni signal na izlazu iz sve tri deonice jednak je proizvodu korisnog signala iz svake tri deonice. Iz ove relacije, određena je gustina verovatnoće signala na izlazu iz relejnog sistema sa tri deonice transformacionom metodom. Pomoću ove gustine verovatnoće, određena je kumulativna verovatnoća signala na izlazu iz relejnog sistema sa tri deonice, karakteristična funkcija signala na izlazu iz relejnog sistema sa tri deonice, prvi moment signala na izlazu iz relejnog sistema sa tri deonice i drugi moment signala na izlazu iz relejnog sistema sa tri deonice. Takođe, određen je srednji broj osnih preseka signala na izlazu iz relejnog sistema sa tri deonice. Međukanalna interferenca se može pojaviti na prvoj deonici, na drugoj deonici ili na trećoj deonici. Takođe, može se samo javiti na prvoj deonici i drugoj deonici, može se samo javiti na prvoj deonici i trećoj deonici i može se javiti na samo na drugoj deonici i trećoj deonici. Za sve ove slučajeve, izračunata je gustina verovatnoće signala interferencije na izlazu kao proizvod tri slučajne promenljive ili kao proizvod od dve slučajne promenljive, a može se na izlazu pojaviti i jedna interferenca. Za sve ove slučajeve se računa gustina verovatnoće, kumulativna verovatnoća.

Na slici 4.5 prikazana je relejna veza sa tri deonice



Slika 4.5 Relejna veza sa tri deonice



Gustine verovatnoće od  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  su:

$$w_{\xi_1}(\xi_1) = \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1!\Gamma(i_1+\mu)} \xi_1^{2i_1+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_1}\xi_1^2} \quad (4.43)$$

$$w_{\xi_2}(\xi_2) = \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2!\Gamma(i_2+\mu)} \xi_2^{2i_2+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_2}\xi_2^2} \quad (4.44)$$

$$w_{\xi_3}(\xi_3) = \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_3^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_3=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_3}} \right)^{2i_3+\mu-1} \frac{1}{i_3!\Gamma(i_3+\mu)} \xi_3^{2i_3+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_3}\xi_3^2} \quad (4.45)$$

Signal  $v$  je jednak:

$$v = \xi_1 \xi_2 \xi_3 \quad (4.46)$$

$$\xi_1 = \frac{v}{\xi_2 \xi_3} \quad (4.47)$$

Uslovna gustina verovatnoće promenljive  $v$  se može definisati kao:

$$w_v(v/\xi_2 \xi_3) = \left| \frac{d\xi_1}{dv} \right| w_{\xi_1} \left( \frac{v}{\xi_2 \xi_3} \right) \quad (4.48)$$

za :

$$\frac{d\xi_1}{dv} = \frac{1}{\xi_2 \xi_3} \quad (4.49)$$

Zamenom (4.49) u (4.48) se dobija:

$$w_v(v/\xi_2 \xi_3) = \frac{1}{\xi_2 \xi_3} w_{\xi_1} \left( \frac{v}{\xi_2 \xi_3} \right) \quad (4.50)$$

Usrednjavanjem se dobija:

$$\begin{aligned} w_v(v) &= \int_0^\infty d\xi_2 \int_0^\infty d\xi_3 \frac{1}{\xi_2 \xi_3} w_{\xi_1} \left( \frac{v}{\xi_2 \xi_3} \right) w_{\xi_2}(\xi_2) w_{\xi_3}(\xi_3) \\ &= \int_0^\infty d\xi_2 \int_0^\infty d\xi_3 \frac{1}{\xi_2 \xi_3} \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1!\Gamma(i_1+\mu)} \\ &\quad \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2!\Gamma(i_2+\mu)} \\ &\quad \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_3^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_3=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_3}} \right)^{2i_3+\mu-1} \frac{1}{i_3!\Gamma(i_3+\mu)} \\ &\quad v^{2i_1+2\mu-1} \int_0^\infty d\xi_2 \int_0^\infty d\xi_3 \xi_2^{-1-2i_1-2\mu+1+2i_2+2\mu-1} \\ &\quad e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} \frac{v^2}{\xi_2^2 \xi_3^2} - \frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2 \xi_3^{-1-2i_1-2\mu+1+2i_2+2\mu-1} - \frac{\mu(k+1)}{\Omega_3} \xi_3^2} \\ &= \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1!\Gamma(i_1+\mu)} \\ &\quad \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2!\Gamma(i_2+\mu)} \\ &\quad \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_3^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_3=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_3}} \right)^{2i_3+\mu-1} \frac{1}{i_3!\Gamma(i_3+\mu)} \\ &\quad v^{2i_1+2\mu-1} \int_0^\infty d\xi_2 \xi_2^{2i_2-2i_1-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2} \int_0^\infty d\xi_3 \xi_3^{2i_3-2i_1-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} \frac{v^2}{\xi_2^2 \xi_3^2} - \frac{\mu(k+1)}{\Omega_3} \xi_3^2} \end{aligned} \quad (4.51)$$

Neka je poslednji integral jednak  $J_1$ .

Uvodi se smena:

$$\xi_3^2 = z, \quad \xi_3 d\xi_3 = \frac{dz}{2} \quad (4.52)$$

Zamenom se dobija:

$$J_1 = \frac{1}{2} \int_0^\infty d_z z^{i_3-i_1-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} \frac{v^2}{\xi_2^2 z} - \frac{\mu(k+1)}{\Omega_3} z} = \frac{1}{2} \left( \frac{\Omega_3 v^2}{\Omega_1 \xi_2^2} \right)^{\frac{i_3-i_1}{2}} k_{i_3-i_1} \left( 2 \sqrt{\frac{\mu^2(k+1)^2 v^2}{\Omega_1 \Omega_3 \xi_2^2}} \right) \quad (4.53)$$

Zamenom (4.53) u (4.51) se dobija:

$$\begin{aligned} w_v(v) &= \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^\infty \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \\ &\frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_2=0}^\infty \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \\ &\frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_3^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_3=0}^\infty \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_3}} \right)^{2i_3+\mu-1} \frac{1}{i_3! \Gamma(i_3+\mu)} \frac{1}{2} \left( \frac{\Omega_3 v^2}{\Omega_1} \right)^{\frac{i_3-i_1}{2}} v^{2i_1+2\mu-1} \\ &\int_0^\infty d_{\xi_2} \xi_2^{2i_2-2i_1-1-i_3+i_1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2} K_{i_3-i_1} \left( 2 \sqrt{\frac{\mu^2(k+1)^2 v^2}{\Omega_1 \Omega_3 \xi_2^2}} \right) \end{aligned} \quad (4.54)$$

Kumulativna verovatnoća od  $v$  je:

$$F_v(v) = \int_0^v dt w_v(t) \quad (4.55)$$

Karakteristična funkcije od  $v$  je:

$$M_v(S) = \overline{e^{sv}} = \int_0^\infty d_v v^s w_v(v) \quad (4.56)$$

Moment od  $n$ -tog reda od  $v$  je jednak:

$$m_n = \overline{v^n} = \int_0^\infty d_v v^n w_v(v) \quad (4.57)$$

Prvi moment se računa kao:

$$m_1 = \bar{v} = \int_0^\infty d_v v w_v(v) \quad (4.58)$$

Zatim, drugi moment je jednak:

$$m_2 = \overline{v^2} = \int_0^\infty d_v v^2 w_v(v) \quad (4.59)$$

A treći moment se definiše kao:

$$m_3 = \overline{v^3} = \int_0^\infty d_v v^3 w_v(v) \quad (4.60)$$

Na osnovu prethodnog, varijansa je:

$$\sigma_v^2 = m_2 - m_1^2 \quad (4.61)$$

Izračunata količina fedinga iznosi:

$$AF = \frac{m_2 - m_1^2}{m_1^2} = \frac{m_2}{m_1^2} - 1 \quad (4.62)$$

Izraz za izračunavanje verovatnoća otkaza u kanalu je:

$$P_o = F_v(v_o) \quad (4.63)$$

Formira se funkcija:

$$z = \min(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \quad (4.64)$$

Gustina verovatnoće od  $z$  je:

$$w_z(z) = w_{\xi_1}(z) \left(1 - F_{\xi_2}(R)\right) \left(1 - F_{\xi_3}(R)\right) + w_{\xi_2}(z) \left(1 - F_{\xi_1}(R)\right) \left(1 - F_{\xi_3}(R)\right) + w_{\xi_3}(z) \left(1 - F_{\xi_1}(R)\right) \left(1 - F_{\xi_2}(R)\right) \quad (4.65)$$

Kumulativna verovatnoća od  $z$  je:

$$F_z(z) = 1 - \left(1 - F_{\xi_1}(R)\right) \left(1 - F_{\xi_2}(R)\right) \left(1 - F_{\xi_3}(R)\right) \quad (4.66)$$

Združena funkcija gustina verovatnoća promenljivih  $z$  i  $\dot{z}$  je:

$$w_{z\dot{z}}(z\dot{z}) = w_{\xi_1\dot{\xi}_1}(z\dot{z}) \left(1 - F_{\xi_2}(z)\right) \left(1 - F_{\xi_3}(z)\right) + w_{\xi_2\dot{\xi}_2}(z\dot{z}) \left(1 - F_{\xi_1}(z)\right) \left(1 - F_{\xi_3}(z)\right) + w_{\xi_3\dot{\xi}_3}(z\dot{z}) \left(1 - F_{\xi_1}(z)\right) \left(1 - F_{\xi_2}(z)\right) \quad (4.67)$$

Definisani srednji broj osnih preseka procesa  $z$  ima oblik:

$$\begin{aligned} N_z &= \int_0^\infty d_z \dot{z} w_{z\dot{z}}(z\dot{z}) \\ &= \left(1 - F_{\xi_2}(z)\right) \left(1 - F_{\xi_3}(z)\right) \int_0^\infty d_z \dot{z} w_{\xi_1\dot{\xi}_1}(z\dot{z}) \\ &\quad + \left(1 - F_{\xi_1}(z)\right) \left(1 - F_{\xi_3}(z)\right) \int_0^\infty d_z \dot{z} w_{\xi_2\dot{\xi}_2}(z\dot{z}) \\ &\quad + \left(1 - F_{\xi_1}(z)\right) \left(1 - F_{\xi_2}(z)\right) \int_0^\infty d_z \dot{z} w_{\xi_3\dot{\xi}_3}(z\dot{z}) \\ &= \left(1 - F_{\xi_2}(z)\right) \left(1 - F_{\xi_3}(z)\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} N_{\xi_1} \\ &\quad + \left(1 - F_{\xi_1}(z)\right) \left(1 - F_{\xi_3}(z)\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} N_{\xi_2} \\ &\quad + \left(1 - F_{\xi_1}(z)\right) \left(1 - F_{\xi_2}(z)\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} N_{\xi_3} \end{aligned} \quad (4.68)$$

Srednje vreme trajanja otkaza je računano koristeći sledeću formulu:

$$AFD = \frac{P_0}{N_z} \quad (4.69)$$

Združena funkcija gustina verovatnoće  $\kappa - \mu$  slučajne promenljive i njenog prvog izvoda je:

$$\begin{aligned} w_{\xi_1\dot{\xi}_1}(\xi_1\dot{\xi}_1) &= \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1} \frac{\mu+1}{2}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \\ &\quad \xi_1^{2i_1+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} \xi_1^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} e^{-\frac{\xi_1^2}{2\beta^2}}, \quad \xi_1 \geq 0 \end{aligned} \quad (4.70)$$

Srednji broj osnih preseka od  $\xi_1$  je:

$$\begin{aligned} N_{\xi_1} &= \int_0^\infty d_{\xi_1} \dot{\xi}_1 w_{\xi_1\dot{\xi}_1}(\xi_1\dot{\xi}_1) \\ &= \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1} \frac{\mu+1}{2}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \\ &\quad \xi_1^{2i_1+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} \xi_1^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} \int_0^\infty d_{\xi_1} \dot{\xi}_1 e^{-\frac{\xi_1^2}{2\beta^2}}, \end{aligned} \quad (4.71)$$

gde je:

$$\beta^2 = \pi^2 f_m^2 \frac{\Omega_1}{\mu(k+1)} \quad (4.72)$$

Zamenom (4.72) u (4.71) se dobije:

$$\begin{aligned}
N_{\xi_1} &= \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \xi_1^{2i_1+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} \xi_1^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} \frac{1}{2\beta^2} \\
&= \frac{2\mu^{1/2}(k+1)^{\mu/2}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\mu/2}}} \frac{\pi f_m}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \xi_1^{2i_1+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} \xi_1^2} \quad (4.73)
\end{aligned}$$

Sada da bi definisali srednji broj osnih preseka slučajnog procesa  $\xi_2$  koristićemo relaciju:

$$N_{\xi_2} = \frac{2\mu^{1/2}(k+1)^{\mu/2}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\mu/2}}} \frac{\pi f_m}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \xi_2^{2i_2+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2} \quad (4.74)$$

Takođe, izraz za izračunavanje srednjeg broja osnih preseka slučajnog procesa  $\xi_3$  ima sledeći oblik:

$$N_{\xi_3} = \frac{2\mu^{1/2}(k+1)^{\mu/2}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_3^{\mu/2}}} \frac{\pi f_m}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i_3=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_3}} \right)^{2i_3+\mu-1} \frac{1}{i_3! \Gamma(i_3+\mu)} \xi_3^{2i_3+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_3} \xi_3^2} \quad (4.75)$$

Razmatra se količnik:

$$\nu = \frac{\xi_1}{\xi_2 \xi_3} \quad (4.76)$$

$$\xi_1 = \nu \xi_2 \xi_3 \quad (4.77)$$

Gustina verovatnoće od  $\nu$  je:

$$w_\nu(\nu/\xi_2\xi_3) = \left| \frac{d\xi_1}{d\nu} \right| w_{\xi_1} \left( \frac{\nu}{\xi_2\xi_3} \right) \quad (4.78)$$

gde je :

$$\frac{d\xi_1}{d\nu} = \xi_2 \xi_3 \quad (4.79)$$

Zamenom (4.79) u (4.78) se dobija:

$$w_\nu(\nu/\xi_2\xi_3) = \xi_2 \xi_3 w_{\xi_1}(\nu \xi_2 \xi_3) \quad (4.80)$$

Usrednjavanjem se dobija:

$$\begin{aligned}
w_\nu(\nu) &= \int_0^\infty d\xi_2 \int_0^\infty d\xi_3 \xi_2 \xi_3 w_{\xi_1}(\nu \xi_2 \xi_3) w_{\xi_2}(\xi_2) w_{\xi_3}(\xi_3) \\
&= \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \\
&\quad \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \\
&\quad \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_3^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_3=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_3}} \right)^{2i_3+\mu-1} \frac{1}{i_3! \Gamma(i_3+\mu)} \\
&\quad \nu^{2i_1+2\mu-1} \int_0^\infty d\xi_2 \int_0^\infty d\xi_3 \xi_2^{2i_1+2\mu-1+2i_2+2\mu-1+1} \xi_3^{2i_1+2\mu-1+2i_2+2\mu-1+1} \\
&\quad e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} \nu^2 \xi_2^2 \xi_3^2} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_3} \xi_3^2} \quad (4.81)
\end{aligned}$$

Integral se obeležava sa  $J$ :

$$\begin{aligned}
J &= \int_0^\infty d\xi_2 \xi_2^{2i_1+2i_2+4\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2} \int_0^\infty d\xi_3 \xi_3^{2i_1+2i_2+4\mu-1} e^{-\left(\frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} \nu^2 \xi_2^2 + \frac{\mu(k+1)}{\Omega_3}\right) \xi_3^2} \\
&= \int_0^\infty d\xi_2 \xi_2^{2i_1+2i_2+4\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2} \left( \frac{1}{\mu(k+1)} \right)^{i_1+i_3+2\mu} (\Omega_1 \Omega_3)^{i_1+i_2+2\mu} \frac{1}{(\nu^2 \Omega_3 \xi_2^2 + \Omega_1)^{i_1+i_3+2\mu}} \\
&= \left( \frac{1}{\mu(k+1)} \right)^{i_1+i_3+2\mu} (\Omega_1 \Omega_3)^{i_1+i_2+2\mu} \int_0^\infty d\xi_2 \xi_2^{2i_1+2i_2+4\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2} \frac{1}{(\nu^2 \Omega_3 \xi_2^2 + \Omega_1)^{i_1+i_3+2\mu}} \quad (4.82)
\end{aligned}$$

Uvodi se smena:

$$\frac{v^2 \Omega_3 \xi_2^2}{\Omega_1} = z, \quad \xi_2^2 = \frac{\Omega_1}{v^2 \Omega_3} z, \quad \xi_2 d\xi_2 = \frac{\Omega_1}{2v^2 \Omega_3} dz \quad (4.83)$$

Zamenom (4.83) u (4.82) se dobija:

$$\begin{aligned} J &= \left( \frac{1}{\mu(k+1)} \right)^{i_1+i_3+2\mu} (\Omega_1 \Omega_3)^{i_1+i_2+2\mu} \frac{1}{2} \left( \frac{\Omega_1}{v^2 \Omega_3} \right)^{i_1+i_2+2\mu} \Omega_1^{i_1+i_3+2\mu} \\ &\quad \int_0^\infty dz z^{i_1+i_2+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \frac{\Omega_1}{v^2 \Omega_3} z} \frac{1}{(1+z)^{i_1+i_3+2\mu}} \\ &= \left( \frac{1}{\mu(k+1)} \right)^{i_1+i_3+2\mu} (\Omega_1 \Omega_3)^{i_1+i_2+2\mu} \frac{1}{2} \left( \frac{\Omega_1}{v^2 \Omega_3} \right)^{i_1+i_2+2\mu} \Omega_1^{i_1+i_2+2\mu} \Gamma(i_1+i_2+2\mu) \\ &\quad U\left(i_1+i_2+2\mu, i_2-i_3+1, \frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \frac{\Omega_1}{v^2 \Omega_3}\right) \end{aligned} \quad (4.84)$$

Za rešavanje integrala koristi se izraz:

$$\int_0^\infty dt t^{a-1} e^{-ct} \frac{1}{(1+t)^{a+1-b}} = \Gamma(a) U(a, b, c) \quad (4.85)$$

Zamenom (4.84) u (4.81) se dobija:

$$\begin{aligned} w_V(v) &= \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu} \Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}} \sum_{i_1=0}^\infty \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \\ &\quad \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu} \Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}} \sum_{i_2=0}^\infty \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \\ &\quad \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu} \Omega_3^{\frac{\mu+1}{2}}} \sum_{i_3=0}^\infty \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_3}} \right)^{2i_3+\mu-1} \frac{1}{i_3! \Gamma(i_3+\mu)} \\ &\quad v^{2i_1+2\mu-1} \left( \frac{1}{\mu(k+1)} \right)^{i_1+i_3+2\mu} (\Omega_1 \Omega_3)^{i_1+i_2+2\mu} \frac{1}{2} \left( \frac{\Omega_1}{v^2 \Omega_3} \right)^{i_1+i_2+2\mu} \Omega_1^{i_1+i_2+2\mu} \\ &\quad \Gamma(i_1+i_2+2\mu) U\left(i_1+i_2+2\mu, i_2-i_3+1, \frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \frac{\Omega_1}{v^2 \Omega_3}\right) \end{aligned} \quad (4.86)$$

Srednji broj osnih preseka od  $v = \frac{\xi_1}{\xi_2 \xi_3}$  se dobija na sledeći način:

$$v = \frac{\xi_1}{\xi_2 \xi_3} \quad (4.87)$$

$$\xi_1 = v \xi_2 \xi_3 \quad (4.88)$$

Prvi izvod od  $v$  je:

$$\dot{v} = \frac{\dot{\xi}_1}{\xi_2 \xi_3} - \frac{\xi_1 \dot{\xi}_2}{\xi_2^2 \xi_3} - \frac{\xi_1 \dot{\xi}_3}{\xi_2 \xi_3^2} \quad (4.89)$$

Prvi izvod  $\kappa$ - $\mu$  slučajnog procesa je takođe Gausov slučajni proces i može se opisati Gausovom funkcijom gustine verovatnoće. Koristeći prethodno rečeno, može se zaključiti da slučajni proces  $\dot{v}$  ima uslovnu Gausovu funkciju gustinu verovatnoće. Usrednja vrednost procesa  $\dot{v}$  je u tom slučaju:

$$\bar{\dot{v}} = \frac{\bar{\xi}_1}{\bar{\xi}_2 \bar{\xi}_3} - \frac{\bar{\xi}_1}{\bar{\xi}_2^2 \bar{\xi}_3} \bar{\xi}_2 - \frac{\bar{\xi}_1}{\bar{\xi}_2 \bar{\xi}_3^2} \bar{\xi}_3 = 0 \quad (4.90)$$

pošto je:

$$\bar{\xi}_1 = \bar{\xi}_2 = \bar{\xi}_3 = 0 \quad (4.91)$$

Varijansa od  $\dot{\xi}$  je:

$$\sigma_{\dot{v}}^2 = \frac{1}{\bar{\xi}_2^2 \bar{\xi}_3^2} \sigma_{\dot{\xi}_1}^2 + \frac{\bar{\xi}_1^2}{\bar{\xi}_2^4 \bar{\xi}_3^2} \sigma_{\dot{\xi}_2}^2 + \frac{\bar{\xi}_1^2}{\bar{\xi}_2 \bar{\xi}_3^4} \sigma_{\dot{\xi}_3}^2 \quad (4.92)$$

gde je:

$$\sigma_{\xi_1}^2 = \pi^2 f m^2 \frac{\Omega_1}{\mu(k+1)} \quad (4.93)$$

$$\sigma_{\xi_2}^2 = \pi^2 f m^2 \frac{\Omega_2}{\mu(k+1)} \quad (4.94)$$

$$\sigma_{\xi_3}^2 = \pi^2 f m^2 \frac{\Omega_3}{\mu(k+1)} \quad (4.95)$$

Zamenom (4.93), (4.94), (4.95) u (4.92) se dobija:

$$\begin{aligned} \sigma_v^2 &= \frac{1}{\xi_2^2 \xi_3^2} \pi^2 f m^2 \frac{\Omega_1}{\mu(k+1)} + \frac{v^2 \xi_2^2 \xi_3^2}{\xi_2^4 \xi_3^2} \pi^2 f m^2 \frac{\Omega_2}{\mu(k+1)} + \frac{v^2 \xi_2^2 \xi_3^2}{\xi_2^2 \xi_3^4} \pi^2 f m^2 \frac{\Omega_3}{\mu(k+1)} \\ &= \frac{\pi^2 f m^2}{\mu(k+1)} \left( \frac{\Omega_1}{\xi_2^2 \xi_3^2} + \frac{v^2 \Omega_2}{\xi_2^2 \xi_3^2} + \frac{v^2 \Omega_3}{\xi_2^2 \xi_3^2} \right) \\ &= \frac{\pi^2 f m^2}{\mu(k+1)} \frac{1}{\xi_2^2 \xi_3^2} \left( \frac{\Omega_1}{\xi_2^2 \xi_3^2} + \frac{v^2 \Omega_2}{\xi_2^2} + \frac{v^2 \Omega_3}{\xi_3^2} \right) \\ &= \frac{\pi^2 f m^2}{\mu(k+1)} \frac{1}{\xi_2^2 \xi_3^2} \left( \Omega_1 + v^2 \xi_3^2 \Omega_2 + v^2 \xi_2^2 \Omega_3 \right) \end{aligned} \quad (4.96)$$

Združena gustina verovatnoće od  $v, \dot{v}, \xi_2, \xi_3$  je:

$$w_{v \dot{v} \xi_2 \xi_3} (v \dot{v} \xi_2 \xi_3) = w_{\dot{v}} (\dot{v} / v \xi_2 \xi_3) w_{v \xi_2 \xi_3} (v \xi_2 \xi_3) \quad (4.97)$$

gde je:

$$w_{v \xi_2 \xi_3} (v \xi_2 \xi_3) = w_v (v / \xi_2 \xi_3) p_{\xi_2 \xi_3} (\xi_2 \xi_3) = w_v (v / \xi_2 \xi_3) w_{\xi_2} (\xi_2) w_{\xi_3} (\xi_3) \quad (4.98)$$

Stim u vezi, uslovna funkcija gustine verovatnoće promenljive  $v$  se može definisati na sledeći način:

$$w_v (v / \xi_2 \xi_3) = \left| \frac{d\xi_1}{dv} \right| w_{\xi_1} (v \xi_2 \xi_3) \quad (4.99)$$

za :

$$\frac{d\xi_1}{dv} = \xi_2 \xi_3 \quad (4.100)$$

Zamenom (4.100) u (4.99) se dobija:

$$w_{v \dot{v} \xi_2 \xi_3} (\dot{v} v \xi_2 \xi_3) = \xi_2 \xi_3 w_{\xi_1} (v \xi_2 \xi_3) w_{\xi_2} (\xi_2) w_{\xi_3} (\xi_3) w_{\dot{v}} (\dot{v} / \xi_2 \xi_3) \quad (4.101)$$

Združena gustina verovatnoće od  $v \dot{v}$  je:

$$\begin{aligned} w_{v \dot{v}} (v \dot{v}) &= \int_0^\infty d\xi_2 \int_0^\infty d\xi_3 w_{v \dot{v} \xi_2 \xi_3} (v \dot{v} \xi_2 \xi_3) \\ &= \int_0^\infty d\xi_2 \int_0^\infty d\xi_3 \xi_2 \xi_3 w_{\xi_1} (v \xi_2 \xi_3) w_{\xi_2} (\xi_2) w_{\xi_3} (\xi_3) w_{\dot{v}} (\dot{v} / \xi_2 \xi_3) \end{aligned} \quad (4.102)$$

Srednji broj osnih preseka od  $v$  je:

$$\begin{aligned} N_v &= \int_0^\infty \dot{v} d\dot{v} w_{v \dot{v}} (v \dot{v}) \\ &= \int_0^\infty d\xi_2 \int_0^\infty d\xi_3 \xi_2 \xi_3 w_{\xi_1} (v \xi_2 \xi_3) w_{\xi_2} (\xi_2) w_{\xi_3} (\xi_3) w_{\dot{v}} (\dot{v} / \xi_2 \xi_3) \int_0^\infty d\dot{v} \dot{v} w_{\dot{v}} (\dot{v} / \xi_2 \xi_3) \\ &= \int_0^\infty d\xi_2 \int_0^\infty d\xi_3 \xi_2 \xi_3 w_{\xi_1} (v \xi_2 \xi_3) w_{\xi_2} (\xi_2) w_{\xi_3} (\xi_3) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sigma_v \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\pi f m}{\mu^{1/2} (k+1)^{1/2}} \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu} \Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu} \Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}} \\ &\quad \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu} \Omega_3^{\frac{\mu+1}{2}}} \sum_{i_3=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_3}} \right)^{2i_3+\mu-1} \frac{1}{i_3! \Gamma(i_3+\mu)} \\ &\quad v^{2i_1+2\mu-1} \int_0^\infty d\xi_2 \int_0^\infty d\xi_3 \frac{1}{\xi_2 \xi_3} \sqrt{\Omega_1 + v^2 \xi_3^2 \Omega_2 + v^2 \xi_2^2 \Omega_3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} v^2 \xi_2^2 \xi_3^2 - \frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2 - \frac{\mu(k+1)}{\Omega_3} \xi_3^2} \xi_2 \xi_3 \xi_2^{2i_1+2\mu-1+2i_2+2\mu-1} \xi_3^{2i_1+2\mu-1+2i_3+2\mu-1} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\pi f_m}{\mu^{1/2} (k+1)^{1/2}} \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \\
& \quad \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_3^{\frac{\mu+1}{2}}}} \\
& \quad \sum_{i_3=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_3}} \right)^{2i_3+\mu-1} v^{2i_1+2\mu-1} J_2 \tag{4.103}
\end{aligned}$$

Gde je integral  $J$  jednak:

$$\begin{aligned}
J &= \int_0^{\infty} d\xi_2 \int_0^{\infty} d\xi_3 \Omega_2^{\frac{1}{2}} \sqrt{1 + v^2 \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \xi_3^2 + v^2 \frac{\Omega_3}{\Omega_1} \xi_2^2} \exp\left(\frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2\right) \\
& \quad \exp\left(\frac{\mu(k+1)}{\Omega_3} \xi_3^2 + 2(i_1 + i_2 + 2\mu - 1) \ln \xi_2 + 2(i_1 + i_3 + 2\mu - 1) \ln \xi_3\right) \tag{4.104}
\end{aligned}$$

Integral  $J$  može se rešiti primenom Laplasove transformacione formule za dvostruke integrale:

$$\int_0^{\infty} d\xi_1 \int_0^{\infty} d\xi_2 g(\xi_1, \xi_2) e^{-\lambda f(\xi_1, \xi_2)} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{g(\xi_{10}, \xi_{20})}{b(\xi_{10}, \xi_{20})} e^{-\lambda f(\xi_{10}, \xi_{20})} \tag{4.105}$$

gde je:

$$J(\xi_{10}, \xi_{20}) = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f(\xi_{10}, \xi_{20})}{\partial \xi_{10}^2} & \frac{\partial^2 f(\xi_{10}, \xi_{20})}{\partial \xi_{10} \partial \xi_{20}} \\ \frac{\partial^2 f(\xi_{10}, \xi_{20})}{\partial \xi_{10} \partial \xi_{20}} & \frac{\partial^2 f(\xi_{10}, \xi_{20})}{\partial \xi_{20}^2} \end{vmatrix} \tag{4.106}$$

$\xi_{10}$  i  $\xi_{20}$  su rešenja sistema jednačina:

$$\frac{\partial f(\xi_{10}, \xi_{20})}{\partial \xi_{10}} = 0 \tag{4.107}$$

$$\frac{\partial f(\xi_{10}, \xi_{20})}{\partial \xi_{20}} = 0 \tag{4.108}$$

Za posmatrani slučaj je:

$$g(\xi_2, \xi_3) = \sqrt{\Omega_1 + v^2 \xi_3^2 \Omega_2 + v^2 \xi_2^2 \Omega_3} \tag{4.109}$$

$$\begin{aligned}
f(\xi_2, \xi_3) &= \frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} v^2 \xi_2^2 \xi_3^2 + \frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2 - \frac{\mu(k+1)}{\Omega_3} \xi_3^2 \\
& \quad - 2(i_1 + i_2 + 2\mu - 1) \ln \xi_2 - 2(i_1 + i_3 + 2\mu - 1) \ln \xi_3 \tag{4.110}
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial f(\xi_2, \xi_3)}{\partial \xi_2} = \frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} v^2 2\xi_2 \xi_3^2 + \frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} 2\xi_2 - 2(i_1 + i_2 + 2\mu - 1) \frac{1}{\xi_2} = 0 \tag{4.111}$$

$$\frac{\partial f(\xi_2, \xi_3)}{\partial \xi_3} = \frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} v^2 \xi_2^2 2\xi_3 + \frac{\mu(k+1)}{\Omega_3} 2\xi_3 - 2(i_1 + i_3 + 2\mu - 1) \frac{1}{\xi_3} \tag{4.112}$$

$$\frac{\partial f(\xi_2, \xi_3)}{\partial \xi_3} = \frac{2\mu(k+1)}{\Omega_1} v^2 \xi_2^2 \xi_3^2 + \frac{2\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2 - 2(i_1 + i_2 + 2\mu - 1) = 0 \tag{4.113}$$

$$\frac{2\mu(k+1)}{\Omega_1} v^2 \xi_2^2 \xi_3^2 + \frac{2\mu(k+1)}{\Omega_3} \xi_3^2 - 2(i_1 + i_3 + 2\mu - 1) = 0 \tag{4.114}$$

Predhodne dve jednačine se oduzimaju:

$$2\mu(k+1) \left( \frac{\xi_2^2}{\Omega_2} - \frac{\xi_3^2}{\Omega_3} \right) = (i_2 - i_3) \tag{4.115}$$

$$\frac{\xi_2^2}{\Omega_2} - \frac{\xi_3^2}{\Omega_3} = \frac{(i_2 - i_3)}{\mu(k+1)} = a \tag{4.116}$$

$$\frac{\xi_2^2}{\Omega_2} = \frac{\xi_3^2}{\Omega_3} + a \quad (4.117)$$

$$\xi_2^2 = \Omega_2 \left( \frac{\xi_3^2}{\Omega_3} + a \right) \quad (4.118)$$

Zamenom (4.118) u (4.115) se dobija:

$$\begin{aligned} & \mu(k+1) \left( \frac{v^2 \xi_3^2}{\Omega_1} \Omega_2 \left( \frac{\xi_3^2}{\Omega_3} + a \right) + \frac{\xi_3^2}{\Omega_3} \right) = \\ & = 2(i_1 + i_3 + 2\mu - 1) v^2 \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \xi_3^4 + v^2 \frac{a \Omega_2}{\Omega_1} \xi_3^2 - 2(i_1 + i_3 + 2\mu - 1) \end{aligned} \quad (4.119)$$

Iz predhodnih jednačina se dobija  $\xi_{20}$  i zamenom se dobija  $\xi_{30}$ .

Drugi izvodi od  $f(\xi_2, \xi_3)$  su:

$$\frac{\partial^2 f(\xi_2, \xi_3)}{\partial \xi_2^2} = \frac{2\mu(k+1)}{\Omega_1} v^2 \xi_3^2 + \frac{2\mu(k+1)}{\Omega_2} + 2(i_1 + i_2 + 2\mu - 1) \frac{1}{\xi_2^2} \quad (4.120)$$

$$\frac{\partial^2 f(\xi_2, \xi_3)}{\partial \xi_2 \partial \xi_3} = \frac{4\mu(k+1)}{\Omega_1} v^2 \xi_2 \xi_3 \quad (4.121)$$

$$\frac{\partial^2 f(\xi_2, \xi_3)}{\partial \xi_3 \partial \xi_2} = \frac{4\mu(k+1)}{\Omega_1} v^2 \xi_2 \xi_3 \quad (4.122)$$

$$\frac{\partial^2 f(\xi_2, \xi_3)}{\partial \xi_3^2} = \frac{2\mu(k+1)}{\Omega_1} v^2 \xi_2^2 + \frac{2\mu(k+1)}{\Omega_3} + 2(i_1 + i_3 + 2\mu - 1) \frac{1}{\xi_3^2} \quad (4.123)$$

Razmatra se funkcija:

$$v = \frac{\xi_1 \xi_2}{\xi_3} \quad (4.124)$$

$$\xi_1 = v \frac{\xi_3}{\xi_2} \quad (4.125)$$

Gustina verovatnoće od  $\xi_1$  je:

$$w_{\xi_1}(\xi_1) = \frac{2\mu(k+1) \frac{\mu+1}{2}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu} \Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \xi_1^{2i_1+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} \xi_1^2} \quad (4.126)$$

Gustina verovatnoće od  $\xi_2$  je:

$$w_{\xi_2}(\xi_2) = \frac{2\mu(k+1) \frac{\mu+1}{2}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu} \Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \xi_2^{2i_2+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2} \quad (4.127)$$

Gustina verovatnoće od  $\xi_3$  je:

$$w_{\xi_3}(\xi_3) = \frac{2\mu(k+1) \frac{\mu+1}{2}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu} \Omega_3^{\frac{\mu+1}{2}}} \sum_{i_3=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_3}} \right)^{2i_3+\mu-1} \frac{1}{i_3! \Gamma(i_3+\mu)} \xi_3^{2i_3+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_3} \xi_3^2} \quad (4.128)$$

Uslovna funkcija gustine verovatnoće promenljive  $v$  je:

$$w_v(v/\xi_2 \xi_3) = \left| \frac{d\xi_1}{dv} \right| w_{\xi_1} \left( v \frac{\xi_3}{\xi_2} \right) \quad (4.129)$$

za :

$$\frac{d\xi_1}{dv} = \frac{\xi_3}{\xi_2} \quad (4.130)$$

Zamenom (4.130) u (4.129) se dobija:

$$w_v(v/\xi_2 \xi_3) = \frac{\xi_3}{\xi_2} w_{\xi_1} \left( v \frac{\xi_3}{\xi_2} \right) \quad (4.131)$$

Usrednjavanjem se dobija:

$$w_v(v) = \int_0^{\infty} d\xi_2 \int_0^{\infty} d\xi_3 \frac{\xi_3}{\xi_2} w_{\xi_1} \left( v \frac{\xi_3}{\xi_2} \right) w_{\xi_2}(\xi_2) w_{\xi_3}(\xi_3)$$



$$\begin{aligned}
&= \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \\
&\quad \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}} \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \\
&\quad \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_3^{\frac{\mu+1}{2}}} \sum_{i_3=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_3}} \right)^{2i_3+\mu-1} \frac{1}{i_3! \Gamma(i_3+\mu)} \\
&\quad v^{2i_1+2\mu-1} \int_0^{\infty} d\xi_2 \int_0^{\infty} d\xi_3 \xi_2^{-1-2i_1-2\mu+1+2i_2+2\mu-1} \xi_3^{1+2i_1+2\mu-1+2i_3+2\mu-1} \\
&\quad e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} v^2 \frac{\xi_3^2}{\xi_2^2} - \frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2 - \frac{\mu(k+1)}{\Omega_3} \xi_3^2}
\end{aligned} \tag{4.132}$$

Integral se obeležava sa  $J_3$ :

$$\begin{aligned}
J_3 &= \int_0^{\infty} d\xi_2 \xi_2^{2i_2-2i_1-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2} \int_0^{\infty} d\xi_3 \xi_3^{2i_3+2i_1+4\mu-1} e^{-\mu(k+1)\xi_3^2 \left( \frac{v^2}{\Omega_1 \xi_2^2} + \frac{1}{\Omega_3} \right)} \\
&= \int_0^{\infty} d\xi_2 \xi_2^{2i_2-2i_1-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2} \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\mu(k+1)} \right)^{i_3+i_1+2\mu} \frac{(\Omega_1 \Omega_3)^{i_3+i_1+2\mu} \xi_2^{2(i_3+i_1+2\mu)}}{(v^2 \Omega_3 + \xi_2^2 \Omega_1)^{i_3+i_1+2\mu}} \\
&= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\mu(k+1)} \right)^{i_3+i_1+2\mu} (\Omega_1 \Omega_3)^{i_3+i_1+2\mu} \int_0^{\infty} d\xi_2 \xi_2^{2i_2+2i_3+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2} \frac{1}{(v^2 \Omega_3 + \xi_2^2 \Omega_1)^{i_3+i_1+2\mu}} \\
&= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\mu(k+1)} \right)^{i_3+i_1+2\mu} (\Omega_1 \Omega_3)^{i_3+i_1+2\mu}
\end{aligned} \tag{4.133}$$

Uvodi se smena:

$$\frac{\xi_2^2 \Omega_1}{v^2 \Omega_3} = \xi \quad , \quad \xi_2^2 = \frac{\Omega_3 v^2}{\Omega_1} \xi \quad , \quad \xi_2 d\xi_2 = \frac{1}{2} \frac{\Omega_3 v^2}{\Omega_1} d\xi \tag{4.134}$$

$$J_3 = \frac{1}{2} \left( \frac{\Omega_3 v^2}{\Omega_1} \right)^{i_2+i_3+\mu} \frac{1}{(v^2 \Omega_3)^{i_3+i_1+2\mu}} \int_0^{\infty} d\xi \xi^{i_2+i_3+\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \frac{\Omega_3 v^2}{\Omega_1} \xi} (1+\xi)^{i_3+i_1+2\mu} \tag{4.135}$$

Za rešavanje integrala koristi se izraz:

$$\int_0^{\infty} dt t^{a-1} e^{-ct} \frac{1}{(1+t)^{a+1-b}} = \Gamma(a) U(a, b, c) \tag{4.136}$$

Zamenom (4.136) u (4.135) se dobija:

$$\begin{aligned}
J_3 &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\mu(k+1)} \right)^{i_3+i_1+2\mu} (\Omega_1 \Omega_2)^{i_3+i_1+2\mu} \frac{1}{2} \left( \frac{\Omega_3 v^2}{\Omega_1} \right)^{i_2+i_3+\mu} \frac{1}{(v^2 \Omega_3)^{i_3+i_2+2\mu}} \Gamma(i_2 + i_3 - \mu) \\
&\quad U \left( i_2 + i_3 - \mu, i_2 - i_1 + 3\mu, \frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \frac{\Omega_3 v^2}{\Omega_1} \right)
\end{aligned} \tag{4.137}$$

Gustina verovatnoće od  $v$  je:

$$\begin{aligned}
w_v(v) &= \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}} \sum_{i_1=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}} \\
&\quad \sum_{i_2=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_3^{\frac{\mu+1}{2}}} \sum_{i_3=0}^{\infty} \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_3}} \right)^{2i_3+\mu-1} \frac{1}{i_3! \Gamma(i_3+\mu)} \\
&\quad v^{2i_1+2\mu-1} \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\mu(k+1)} \right)^{i_3+i_1+2\mu} (\Omega_1 \Omega_2)^{i_3+i_1+2\mu} \frac{1}{2} \left( \frac{\Omega_3 v^2}{\Omega_1} \right)^{i_2+i_3+\mu} \frac{1}{(v^2 \Omega_3)^{i_3+i_2+2\mu}} \\
&\quad \Gamma(i_2 + i_3 - \mu) U \left( i_2 + i_3 - \mu, i_2 - i_1 + 3\mu, \frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \frac{\Omega_3 v^2}{\Omega_1} \right)
\end{aligned} \tag{4.138}$$

Srednji broj osnih preseka od  $v = \frac{\xi_1 \xi_2}{\xi_3}$  se računa na sledeći način:

$$v = \frac{\xi_1 \xi_2}{\xi_3} \tag{4.139}$$

$$\xi_1 = \frac{v\xi_3}{\xi_2} \quad (4.140)$$

Prvi izvod od  $v$  je:

$$\dot{v} = \dot{\xi}_1 \frac{\xi_2}{\xi_3} + \frac{\xi_1 \dot{\xi}_2}{\xi_3} - \frac{\xi_1 \xi_2 \dot{\xi}_3}{\xi_3^2} \quad (4.141)$$

Prvi izvod od  $\kappa$ - $\mu$  slučajne promenljive ima Gausovu gustinu verovatnoće. Linearna transformacija Gausovih slučajnih promenljivih ima Gausovu gustinu verovatnoće. Na osnovu ovoga  $\dot{v}$  ima uslovnu Gausovu gustinu verovatnoće.

Srednja vrednost od  $\dot{v}$  je:

$$\bar{\dot{v}} = \bar{\xi}_1 \frac{\bar{\xi}_2}{\bar{\xi}_3} + \frac{\bar{\xi}_1 \bar{\xi}_2}{\bar{\xi}_3} - \frac{\bar{\xi}_1 \bar{\xi}_2 \bar{\xi}_3}{\bar{\xi}_3^2} = 0 \quad (4.142)$$

pošto je:

$$\bar{\xi}_1 = \bar{\xi}_2 = \bar{\xi}_3 = 0 \quad (4.143)$$

Varijansa od  $\dot{v}$  je:

$$\sigma_{\dot{v}}^2 = \frac{\xi_2^2}{\xi_3^2} \sigma_{\dot{\xi}_1}^2 + \frac{\xi_1^2}{\xi_3^2} \sigma_{\dot{\xi}_2}^2 + \frac{\xi_1^2 \xi_2^2}{\xi_3^4} \sigma_{\dot{\xi}_3}^2 \quad (4.144)$$

gde je:

$$\sigma_{\dot{\xi}_1}^2 = \pi^2 f m^2 \frac{\Omega_1}{\mu(k+1)} \quad (4.145)$$

$$\sigma_{\dot{\xi}_2}^2 = \pi^2 f m^2 \frac{\Omega_2}{\mu(k+1)} \quad (4.146)$$

$$\sigma_{\dot{\xi}_3}^2 = \pi^2 f m^2 \frac{\Omega_3}{\mu(k+1)} \quad (4.147)$$

Zamenom (4.145), (4.146), (4.147) u (4.144) se dobija:

$$\begin{aligned} \sigma_{\dot{v}}^2 &= \frac{\pi^2 f m^2}{\mu(k+1)} \left( \frac{\xi_2^2}{\xi_3^2} \Omega_1 + \frac{\xi_1^2}{\xi_3^2} \Omega_2 + \frac{\xi_1^2 \xi_2^2}{\xi_3^4} \Omega_3 \right) \\ &= \frac{\pi^2 f m^2}{\mu(k+1)} \left( \frac{\xi_2^2}{\xi_3^2} \Omega_1 + \frac{1}{\xi_3^2} \frac{v^2 \xi_3^2}{\xi_2^2} \Omega_2 + \frac{v^2 \xi_3^2}{\xi_2^2} \frac{\xi_2^2}{\xi_3^4} \Omega_3 \right) \\ &= \frac{\pi^2 f m^2}{\mu(k+1)} \left( \frac{\xi_2^2}{\xi_3^2} \Omega_1 + \frac{v^2}{\xi_2^2} \Omega_2 + \frac{v^2}{\xi_3^2} \Omega_3 \right) \\ &= \frac{\pi^2 f m^2}{\mu(k+1)} \frac{\xi_2^2}{\xi_3^2} \Omega_1 \left( 1 + \frac{v^2 \xi_3^2}{\xi_2^4} \Omega_2 + \frac{v^2 \xi_3^2}{\xi_3^2 \xi_2^2} \Omega_3 \right) \\ &= \frac{\pi^2 f m^2}{\mu(k+1)} \frac{\xi_2^2}{\xi_3^2} \Omega_1 \left( 1 + \frac{v^2 \xi_3^2}{\xi_2^4} \Omega_2 + \frac{v^2}{\xi_2^2} \Omega_3 \right) \end{aligned} \quad (4.148)$$

Združena gustina verovatnoće od  $v \dot{v} \xi_2 \xi_3$  je:

$$w_{v \dot{v} \xi_2 \xi_3} (v \dot{v} \xi_2 \xi_3) = w_{\dot{v}} (\dot{v} / v \xi_2 \xi_3) w_{v \xi_2 \xi_3} (v \xi_2 \xi_3) \quad (4.149)$$

gde je:

$$w_{v \xi_2 \xi_3} (v \xi_2 \xi_3) = w_{\xi_2} (\xi_2) w_{\xi_3} (\xi_3) w_y (v / \xi_2 \xi_3) \quad (4.150)$$

Samim tim, uslovna funkcija gustine verovatnoće promenljive  $v$  biće:

$$w_v (v / \xi_2 \xi_3) = \left| \frac{d\xi_1}{dv} \right| w_{\xi_1} \left( v \frac{\xi_3}{\xi_2} \right) \quad (4.151)$$

za :

$$\frac{d\xi_1}{dv} = \frac{\xi_3}{\xi_2} \quad (4.152)$$

Zamenom (4.152) u (4.151) se dobija:

$$w_v(v/\xi_2\xi_3) = \frac{\xi_3}{\xi_2} w_{\xi_1}\left(v \frac{\xi_3}{\xi_2}\right) \quad (4.153)$$

Usrednjavanjem se dobija:

$$\begin{aligned} w_{v\xi_2\xi_3}(v\xi_2\xi_3) &= w_{\xi_2}(\xi_2)w_{\xi_3}(\xi_3)\frac{\xi_3}{\xi_2}w_{\xi_1}\left(v \frac{\xi_3}{\xi_2}\right) \\ w_{v\dot{v}\xi_2\xi_3}(v\dot{v}\xi_2\xi_3) &= w_{\dot{v}}(\dot{v}/v\xi_2\xi_3)w(\xi_2)w_{\xi_3}(\xi_3)\frac{\xi_3}{\xi_2}w_{\xi_1}\left(v \frac{\xi_3}{\xi_2}\right) \end{aligned} \quad (4.154)$$

Združena gustina verovatnoće od  $v, \dot{v}$  je:

$$w_{v\dot{v}}(v\dot{v}) = \int_0^\infty d\xi_2 \int_0^\infty d\xi_3 \frac{\xi_3}{\xi_2} w_{\xi_1}\left(v \frac{\xi_3}{\xi_2}\right) w_{\xi_2}(\xi_2) w_{\xi_3}(\xi_3) w_{\dot{v}}(\dot{v}/\xi_2\xi_3) \quad (4.155)$$

Koristeći formulu koja sledi moguće je izračunati srednji broj osnih preseka:

$$\begin{aligned} N_v &= \int_0^\infty d\dot{v} \dot{v} w_{v\dot{v}}(v\dot{v}) \\ &= \int_0^\infty d\dot{v} \dot{v} \int_0^\infty d\xi_2 \int_0^\infty d\xi_3 \frac{\xi_3}{\xi_2} w_{\xi_1}\left(v \frac{\xi_3}{\xi_2}\right) w_{\xi_2}(\xi_2) w_{\xi_3}(\xi_3) w_{\dot{v}}(\dot{v}/\xi_2\xi_3) \\ &= \int_0^\infty d\xi_2 \int_0^\infty d\xi_3 \frac{\xi_3}{\xi_2} w_{\xi_1}\left(v \frac{\xi_3}{\xi_2}\right) w_{\xi_2}(\xi_2) w_{\xi_3}(\xi_3) \int_0^\infty d\dot{v} \dot{v} w_{\dot{v}}(\dot{v}/\xi_2\xi_3) \\ &= \int_0^\infty d\xi_2 \int_0^\infty d\xi_3 \frac{\xi_3}{\xi_2} w_{\xi_1}\left(v \frac{\xi_3}{\xi_2}\right) w_{\xi_2}(\xi_2) w_{\xi_3}(\xi_3) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sigma_{\dot{v}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\pi f m}{\mu^2 (k+1)^2} \Omega_1^{\frac{1}{2}} \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu} \Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}} \sum_{i_1=0}^\infty \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1! \Gamma(i_1+\mu)} \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu} \Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}} \\ &\quad \sum_{i_2=0}^\infty \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2! \Gamma(i_2+\mu)} \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu} \Omega_3^{\frac{\mu+1}{2}}} \sum_{i_3=0}^\infty \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_3}} \right)^{2i_3+\mu-1} \frac{1}{i_3! \Gamma(i_3+\mu)} \\ &\quad v^{2i_1+2\mu-1} \int_0^\infty d\xi_2 \int_0^\infty d\xi_3 \sqrt{1 + \frac{v^2 \xi_3^2}{\xi_2^4} \Omega_2 + \frac{v^2}{\xi_2^2} \Omega_3} \\ &\quad \xi_2^{-1-2i_1-2\mu+1+2i_2+2\mu-1} \xi_3^{1+2i_1+2\mu-1+2i_3+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} v^2 \frac{\xi_3^2}{\xi_2^4} - \frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2 - \frac{\mu(k+1)}{\Omega_3} \xi_3^2} \end{aligned} \quad (4.156)$$

Integral  $J_2$  je jednak:

$$\begin{aligned} J_2 &= \int_0^\infty d\xi_2 \int_0^\infty d\xi_3 \sqrt{1 + \frac{v^2 \xi_3^2}{\xi_2^4} \Omega_2 + \frac{v^2}{\xi_2^2} \Omega_3} \\ &\quad e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} v^2 \frac{\xi_3^2}{\xi_2^4} - \frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2 - \frac{\mu(k+1)}{\Omega_3} \xi_3^2} e^{(2i_2-2i_1-1) \ln \xi_2 + (2i_1+2i_3+4\mu-1) \ln \xi_3} \end{aligned} \quad (4.157)$$

Poslednji integral se rešava na sledeći način:

$$\int_0^\infty d\xi_1 \int_0^\infty d\xi_2 g(\xi_1, \xi_2) e^{-\lambda f(\xi_1, \xi_2)} = \frac{2\pi}{\lambda} g(\xi_{10}, \xi_{20}) \frac{1}{b(\xi_{10}, \xi_{20})} e^{-\lambda f(\xi_{10}, \xi_{20})} \quad (4.158)$$

Za razmatrani slučaj je:

$$g(\xi_2, \xi_3) = \sqrt{1 + \frac{v^2 \xi_3^2}{\xi_2^4} \Omega_2 + \frac{v^2}{\xi_2^2} \Omega_3} \quad (4.159)$$

$$\begin{aligned} f(\xi_2, \xi_3) &= \frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} \frac{v^2 \xi_3^2}{\xi_2^4} + \frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2 + \frac{\mu(k+1)}{\Omega_3} \xi_3^2 - \\ &\quad (2i_2 - 2i_1 - 1) \ln \xi_2 - (2i_1 + 2i_3 + 4\mu - 1) \ln \xi_3 \end{aligned} \quad (4.160)$$

$$\frac{\partial f(\xi_2, \xi_3)}{\partial \xi_2} = \frac{-2\mu(k+1) v^2 \xi_3^2}{\Omega_1 \xi_2^5} + \frac{2\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2 - (2i_2 - 2i_1 - 1) \frac{1}{\xi_2} \quad (4.161)$$

$$\frac{\partial f(\xi_2, \xi_3)}{\partial \xi_2} = \frac{2\mu(k+1) v^2 \xi_3^2}{\Omega_1 \xi_2^5} + \frac{2\mu(k+1)}{\Omega_3} \xi_3 - (2i_1 + 2i_3 + 4\mu - 1) \frac{1}{\xi_3} \quad (4.162)$$

$$\frac{\partial^2 f(\xi_2, \xi_3)}{\partial \xi_3^2} = 6\mu(k+1) \frac{v^2 \xi_3^2}{\xi_2^4} + \frac{2\mu(k+1)}{\Omega_2} + (2i_2 - 2i_1 - 1) \frac{1}{\xi_3^2} \quad (4.163)$$

$$\frac{\partial^2 f(\xi_2, \xi_3)}{\partial \xi_2 \partial \xi_3} = -\frac{4\mu(k+1)v^2 \xi_3}{\Omega_1 \xi_2^3} \quad (4.164)$$

$$\frac{\partial^2 f(\xi_2, \xi_3)}{\partial \xi_3^2} = 12\mu(k+1) \frac{v^2 \xi_3^2}{\xi_2^4} - 2(2i_2 - 2i_1 - 1) \frac{1}{\xi_3^4} \quad (4.165)$$

$$\frac{\partial f(\xi_2, \xi_3)}{\partial \xi_3 \partial \xi_2} = 4\mu(k+1) \frac{v^2 \xi_3}{\xi_2^2} \quad (4.166)$$

Karakteristična funkcije od  $\kappa$ - $\mu$  raspodele je:

$$M_\xi(S) = \overline{e^{\xi c}} = \int_0^\infty d_\xi e^{\xi c} w_\xi(\xi) \quad (4.167)$$

gde je:

$$w_\xi(\xi) = \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i=0}^\infty \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega}} \right)^{2i+\mu-1} \frac{1}{i!\Gamma(i+\mu)} \xi^{2i+2\mu-1} e^{\xi c - \frac{\mu(k+1)}{\Omega} \xi^2} \quad (4.168)$$

Zamenom (4.168) u (4.167) se dobija:

$$\begin{aligned} M_\xi(S) &= \int_0^\infty d_\xi e^{\xi c} \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i=0}^\infty \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega}} \right)^{2i+\mu-1} \frac{1}{i!\Gamma(i+\mu)} \\ &= \int_0^\infty d_\xi \xi^{2i+2\mu-1} e^{\xi c - \frac{\mu(k+1)}{\Omega} \xi^2} = \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i=0}^\infty \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega}} \right)^{2i+\mu-1} \frac{1}{i!\Gamma(i+\mu)} \\ &= \int_0^\infty d_\xi \xi^{2i+2\mu-1} G_{0,1}^{1,0} \left( s\xi \middle| \overline{0} \right) G_{0,1}^{1,0} \left( \frac{\mu(k+1)}{\Omega} \xi \middle| \overline{0} \right) \end{aligned} \quad (4.169)$$

Razmatra se funkcija:

$$v = \frac{\xi_1 \xi_2}{\xi_3 \xi_4} \quad (4.170)$$

$$\xi_1 = v \frac{\xi_3 \xi_4}{\xi_2} \quad (4.171)$$

Funkcija gustine verovatnoće promenljive  $\xi_1$  je:

$$w_{\xi_1}(\xi_1) = \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_1^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_1=0}^\infty \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_1}} \right)^{2i_1+\mu-1} \frac{1}{i_1!\Gamma(i_1+\mu)} \xi_1^{2i_1+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_1} \xi_1^2}, \quad \xi_1 \geq 0 \quad (4.172)$$

Zatim, funkcija gustine verovatnoće promenljive  $\xi_2$  je:

$$w_{\xi_2}(\xi_2) = \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_2^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_2=0}^\infty \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_2}} \right)^{2i_2+\mu-1} \frac{1}{i_2!\Gamma(i_2+\mu)} \xi_2^{2i_2+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_2} \xi_2^2}, \quad \xi_2 \geq 0 \quad (4.173)$$

Funkcija gustine verovatnoće promenljive  $\xi_3$  je:

$$w_{\xi_3}(\xi_3) = \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_3^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_3=0}^\infty \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_3}} \right)^{2i_3+\mu-1} \frac{1}{i_3!\Gamma(i_3+\mu)} \xi_3^{2i_3+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_3} \xi_3^2}, \quad \xi_3 \geq 0 \quad (4.174)$$

Konačno, funkcija gustine verovatnoće od  $\xi_4$  je:

$$w_{\xi_4}(\xi_4) = \frac{2\mu(k+1)^{\frac{\mu+1}{2}}}{k^{\frac{\mu-1}{2}} e^{k\mu\Omega_4^{\frac{\mu+1}{2}}}} \sum_{i_4=0}^\infty \left( \mu \sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega_4}} \right)^{2i_4+\mu-1} \frac{1}{i_4!\Gamma(i_4+\mu)} \xi_4^{2i_4+2\mu-1} e^{-\frac{\mu(k+1)}{\Omega_4} \xi_4^2}, \quad \xi_4 \geq 0 \quad (4.175)$$

Uslovna gustina verovatnoće promenljive  $v$  biće:

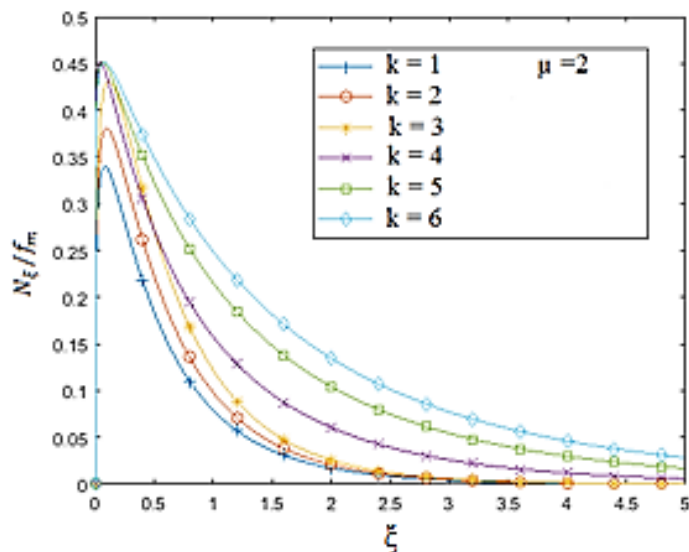
$$w_v(v/\xi_2\xi_3\xi_4) = \left| \frac{d_{\xi_1}}{d_v} \right| w_{\xi_1} \left( v \frac{\xi_3\xi_4}{\xi_2} \right) \quad (4.176)$$

gde je :

$$\frac{d_{\xi_1}}{d_v} = \frac{\xi_3\xi_4}{\xi_2} \quad (4.177)$$

Zamenom (4.177) u (4.176) se dobija:

$$w_v(v/\xi_2\xi_3\xi_4) = \frac{\xi_3\xi_4}{\xi_2} w_{\xi_1} \left( v \frac{\xi_3\xi_4}{\xi_2} \right) \quad (4.178)$$



**Slika 4.6** Srednji broj osnih preseka radio relejnog sistema sa tri deonice

Na Slici 4.6 je prikazan srednji broj osnih preseka radio relejnog sistema sa tri deonice u prisustvu  $\kappa$ - $\mu$  fadinga. I za ovu krivu srednji broj osnih preseka raste, dostiže maksimum i opada. Parametar  $\mu=2$ , a srednji broj osnih preseka je prikazan za  $\mu=2$  i  $\kappa=1,2,3,4,5,6$  i prikazane su 6 krivih za koje parametar  $\kappa$  uzima vrednost od 1 do 6. Srednji broj osnih preseka raste, za manje vrednosti anvelope signala, a za veće vrednosti anvelope signala srednji broj osnih preseka opada. Kriva brže opada za manje vrednosti Rajsovog faktora  $\kappa=1,2,3$  i maksimum krive opada za manje vrednosti parametra  $\kappa$ .

## 5 BEZBEDNOST FIZIČKOG NIVOVA BEŽIČNE M2M KOMUNIKACIJE U KANALU SA VEJBULOVIM FEDINGOM

Danas se bežične senzorske mreže (*wireless sensor networks*-WSNs) koje su ranije korišćene isključivo u vojne svrhe, koriste za razne tehnološke aplikacije u Industrij 4.0, u implementaciji inteligentnih domova, pametnih mreža, Internet-a stvari [117-120] itd. Najčešće, senzorska mreža sadrži određeni broj senzora male snage sa zadatkom da „oseće“ tražene podatke, obrade prikupljene informacije i proslede ih do određenog čvora. Komunikacija senzorskih čvorova u senzorskoj mreži vrši se na kratkim razdaljinama [121].

Samim tim što se bežična komunikacija odvija putem otvorenog medijuma radio-kanala, ona postaje i otvorena za presretanje poverljivih podataka od strane nelicenciranih pa čak i licenciranih učesnika mreže [122]. Stoga je pitanje sigurnog prenosa signala veoma važno u dizajniranju senzorskih mreža [117]. Tradicionalno, kriptografska metoda može omogućiti poverljiv prenos od čvora do čvora sve dok je računarska moć napadača ograničena. U poslednje vreme sve je češće da neovlašćeni korisnik senzorske mreže poseduje neograničenu snagu i softversku moć i lako može da pokvari poverljive ključeve pomoću metode *brute force attack* [123]. Ono što je dodatni nedostatak korišćenja kriptografije su zahtevi u pogledu složenosti hardvera i veće količine energije.

Manje složena alternativa kriptografiji, pogodnija za poboljšanje sigurnosti senzorske mreže je obezbeđenje fizičkog sloja. Sigurnost fizičkog sloja zasniva se na iskorišćenju karakteristika prenosnog kanala [122]. U licenciranom ili osnovnom kanalu se odvija komunikacija izvor-odredište dok izvorni čvor, odredišni čvor i prislušivač čine prisluškivani kanal [124]. Razlika između kapaciteta glavnog i kanala prisluškivanja je takozvani kapacitet tajnosti. Veliki broj objavljenih radova bavi se pitanjem sigurnosti preko kanala u prisustvu fedinga [125-127].

Druga metrika koja karakteriše status sigurnosti senzorske mreže je verovatnoća presretanja ili verovatnoća prisluškivanja. Verovatnoća presretanja je verovatnoća da se može dogoditi događaj presretanja i posledično se odnosi na slučaj da kapacitet tajnosti postane nepozitivan. Autori u [128] predložili su optimalnu šemu odabiranja senzora u industrijskoj senzorskoj mreži i procenili verovatnoću presretanja putem Nakagami-*m* kanala. Oni su usvojili tehniku biranja senzora za komunikaciju sa sink-om kao manje energetski zahtevnu tehniku za sigurnost mreže senzora. Time je nadmašena metoda konvencionalnog izbora releja [129] ili metoda veštačke buke [130] u obezbeđivanju komunikacije izvor-odredište, takođe umanjujući složenost implementacije i štedeći rad baterije.

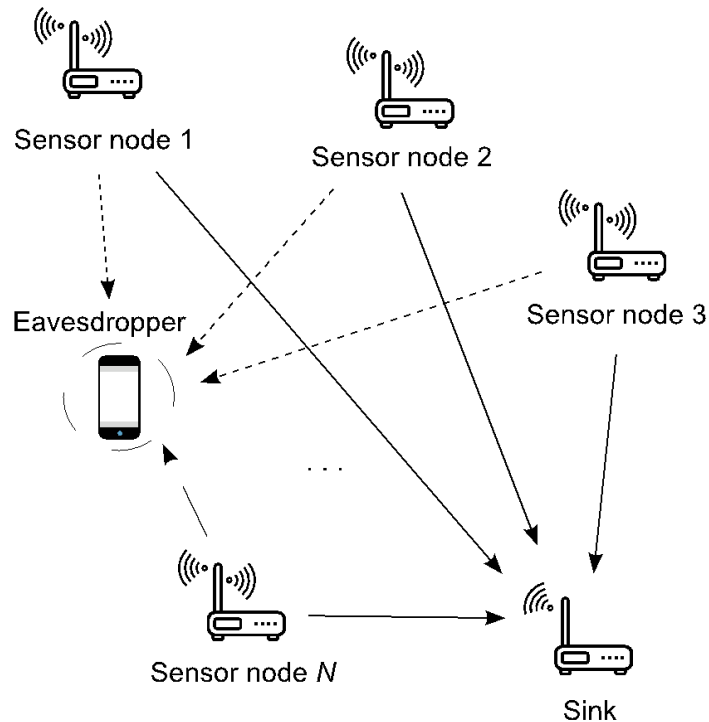
Sva pomenuta istraživanja su rađena pod pretpostavkom da su odredišnom čvoru dostupne informacije o stanju kako osnovnog tako i prisluškivanog kanala. Ovo je prihvatljiva pretpostavka, jer prislušivač može biti licencirani deo senzorske mreže koji učestvuje u razmeni pojedinih podataka, a nije uključen u razmeni poverljivih informacija.

### 5.1 Model sistema

U ovom delu odeljka 5 razmatraćemo senzorsku mrežu sa proizvoljnim brojem senzorskih čvorova i jednim čvorom kojeg ćemo nazvati sakupljač informacija ili sink [131]. Model posmatrane senzorske mreže prikazan je na slici 5.1. Komunikacija između čvorova i sink-a vrši se pomoću TDMA (time division multiple access) ili OFDMA (orthogonal frequency division multiple access) pristupa. Prislušivač pokušava presresti podatke koji se prenosi komunikacionim kanalom. Tradicionalno, koristeći ortogonalne metode višestrukog pristupa,

predviđeno je da senzor s najvećom propusnošću podataka komunicira sa sinkom.

Pretpostavićemo da su informacije o stanju kako osnovnih tako i prisluškivanih kanala poznate sinku.



**Slika 5.1.** Model bežične senzorske mreže

Trenutni SNR prijemne antene  $i$ -tog sensor-sink linka se definiše na sledeći način

$$\gamma_{si} = \frac{|h_{si}|^2 P_i}{\sigma_{si}^2}, \quad i = 1, \dots \quad (5.1)$$

gde je  $h_{si}$  koeficijent fedinga u kanalu između  $i$ -tog senzora i sinka,  $P_i$  je predajna snaga a  $\sigma_{si}^2$  varijansa aditivnog belog Gausovog šuma (AWGN-additive white Gaussian noise) nulte srednje vrednosti.

Pozivajući se na Shannon-ovu formulu za izračunavanje kapaciteta kanala, možemo izračunati trenutni kapacitet osnovnog kanala na sledeći način

$$C_s(i) = \log_2(1 + \gamma_{si}). \quad (5.2)$$

U ovoj analizi pretpostavljamo prisustvo prisluškivača u pokušaju presretanja prenosa na proizvoljnom  $i$ -tom putu. Pretpostavljamo i da prisluškivač savršeno poznaje legitimne prenose sa svake glavne veze, osim signala koji su poverljivi [128-130]. Dakle, trenutni SNR na prijemnoj anteni prisluškivača može se formulisati kao

$$\gamma_{ei} = \frac{|h_{ei}|^2 P_i}{\sigma_{ei}^2}, \quad i = 1, \dots \quad (5.3)$$

gde je  $h_{ei}$  koeficijent fedinga prisluškivanog kanala tj. kanala između  $i$ -tog senzora i

prisuškivača, a  $\sigma_{ei}^2$  varijansa aditivnog belog Gausovog šuma (AWGN-additive white Gaussian noise).

Kapacitet  $i$ -tog prisluškivanog kanala je moguće izračunati pomoću formule

$$C_e(i) = \log_2(1 + \gamma_{ei}). \quad (5.4)$$

Kapacitet tajnosti  $i$ -te veze se može definisati kao razlika kapaciteta kanala glavnog linka i linka sensor-prisluškivač, na sledeći način [125]

$$C_{\text{secrecy}}(i) = C_s(i) - C_e(i). \quad (5.5)$$

## 5.2 Verovatnoća presretanja

### 5.2.1 Round-robin šema izbora senzora

Slučaj kada  $N$  senzora sasvim slučajno pristupa kanalu kojim se odvija komunikacija, sa podjednakom verovatnoćom slanja poverljivih podataka, odgovara round-robin šemi slanja podataka. Dakle round-robin šema inicira sasvim slučajno biranje  $i$ -tog senzora koji će slati signal do sinka. Najveći mogući kapacitet tog  $i$ -tog linka do sinka je  $C_s(i)$ . Stoga, verovatnoća presretanja  $i$ -tog linka je verovatnoća da kapacitet tajnosti tog linka bude negativan [128]

$$P_{\text{int}}^i = \Pr[C_{\text{secrecy}}(i) < 0] = \Pr[C_s(i) < C_e(i)]. \quad (5.6)$$

Zamenom (2) i (4) u (6), dobija se

$$P_{\text{int}}^i = \Pr[\gamma_{si} < \gamma_{ei}] = \int_0^\infty \left( \int_0^{\gamma_{ei}} p_{\gamma_{si}}(\gamma_{si}) d\gamma_{si} \right) p_{\gamma_{ei}}(\gamma_{ei}) d\gamma_{ei}. \quad (5.7)$$

Pretpostavimo da se feding u kanalima od svakog senzora do sinka može opisati Vejbulovom raspodelom. Funkcija gustina verovatnoće (pdf) trenutnog SNR-a  $i$ -tog glavnog linka ima sledeći oblik [125]

$$p_{\gamma_{si}}(\gamma_{si}) = \frac{\beta_{si}}{2\Omega_{si}} \gamma_{si}^{\beta_{si}/2-1} \exp\left(-\frac{\gamma_{si}^{\beta_{si}/2}}{\Omega_{si}}\right), \quad (5.8)$$

gde je parametar  $\beta_{si}$  parametar dubine fedinga tog  $i$ -tog glavnog linka a  $\bar{\gamma}_{si} = E[\gamma_{si}^2] = \Omega_{si}^{2/\beta_{si}} \Gamma(1 + 2/\beta_{si})$  predstavlja srednju vrednost SNR-a glavnog linka ( $E[\cdot]$  je matematičko očekivanje).

Takođe, pdf trenutnog SNR-a  $i$ -tog prisluškivanog linka se može predstaviti u sledećem obliku

$$p_{\gamma_{ei}}(\gamma_{ei}) = \frac{\beta_{ei}}{2\Omega_{ei}} \gamma_{ei}^{\beta_{ei}/2-1} \exp\left(-\frac{\gamma_{ei}^{\beta_{ei}/2}}{\Omega_{ei}}\right), \quad (5.9)$$

gde je parametar  $\beta_{ei}$  parametar dubine fedinga  $i$ -tog prisluškivanog linka a  $\bar{\gamma}_{ei} = E[\gamma_{ei}] = \Omega_{ei}^{2/\beta_{ei}} \Gamma(1 + 2/\beta_{ei})$  predstavlja srednju vrednost SNR-a tog istog linka.

U daljoj analizi biće pretpostavljeno da su parametri fedinga osnovnih i prisluškivanih linkova identični tj.  $\beta_{si} = \beta_{ei} = \beta_i$ . Ova pretpostavka se može opravdati činjenicom da su rastojanja između dva susedna senzora u mreži kratka i približno jednaka pa se samim tim i stanje fedinga u kanalima može opisati približno jednakim ili čak potpuno jednakim parametrima.

Zamenom (8) u (7) i pozivajući se na relaciju [131, (3.326.2<sup>10</sup>)], prvi integral u jednačini (7) se može rešiti na sledeći način



$$P_{\text{int}}^i = \int_0^{\infty} \left( 1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{ei}^{\beta_i/2}}{\Omega_{si}}\right) \right) p_{\gamma_{ei}}(\gamma_{ei}) d\gamma_{ei}. \quad (5.10)$$

Nadalje, zamenom (9) u (10) i korišćenjem [131, (3.326.2<sup>10</sup>)], izvedena je verovatnoća presretanja tog prisluškivanog  $i$ -tog senzor-sink linka na način

$$P_{\text{int}}^i = 1 - \frac{\Omega_{si}}{\Omega_{ei} + \Omega_{si}}. \quad (5.11)$$

Neka parametar  $\lambda_i = \bar{\gamma}_{si} / \bar{\gamma}_{ei}$  definiše odnos srednjih vrednosti SNR-a signala  $i$ -tog senzor-sink i senzor-prisluškivač kanala (the average main signal-to-eavesdropper's signal ratio (MER)). Korišćeći definiciju parametra  $\lambda$ , prethodna jednačina se može drugačije predstaviti na sledeći način

$$P_{\text{int}}^i = 1 - \frac{\lambda_i^{\beta_i/2}}{1 + \lambda_i^{\beta_i/2}}. \quad (5.12)$$

Konačno, verovatnoća presretanja senzorske mreže, korišćenjem round-robin šeme slanja podataka može se definisati kao srednja vrednost  $N$  verovatnoća presretanja svakog kanala, kao

$$P_{\text{int}}^{\text{round}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_{\text{int}}^i. \quad (5.13)$$

### 5.2.2 Šema optimalnog biranja senzora

Kako bi se postigao maksimalni kapacitet kanala u senzorskoj mreži potrebno je koristiti šemu optimalnog slanja podataka. Korišćenjem ove šeme slanja podataka senzor u linku senzor-sink sa najvećom vrednošću kapaciteta tajnosti se bira za slanje poverljivih podataka, kako bi se postigla najveća tajnost komunikacije. Optimalno biranje se vrši na osnovu kriterijuma šeme optimalnog slanja podataka i pomoću jednačine (5), na sledći način[130]

$$\begin{aligned} \text{Optimal Sensor} &= \arg \max_{i \in S} C_{\text{secrecy}}(i) \\ &= \arg \max_{i \in S} \log_2 \left( \frac{1 + \gamma_{si}}{1 + \gamma_{ei}} \right), \end{aligned} \quad (5.14)$$

gde  $S$  označava skup od  $N$  senzora. Pretpostavljamo da svaki senzor procenjuje aktuelni kanal i informaciju o trenutnom stanju kanala (channel state information-CSI) prosleđuje sink-u. Sink prikuplja informacije o trenutnom stanju svih kanala i odlučuje da optimalni učestvuje u komunikaciji sa njim. Kapacitet tajnosti za ovakav scenario se može definisati kao

$$C_{\text{secrecy}}^{\text{optimal}} = \max_{i \in S} \log_2 \left( \frac{1 + \gamma_{si}}{1 + \gamma_{ei}} \right). \quad (5.15)$$

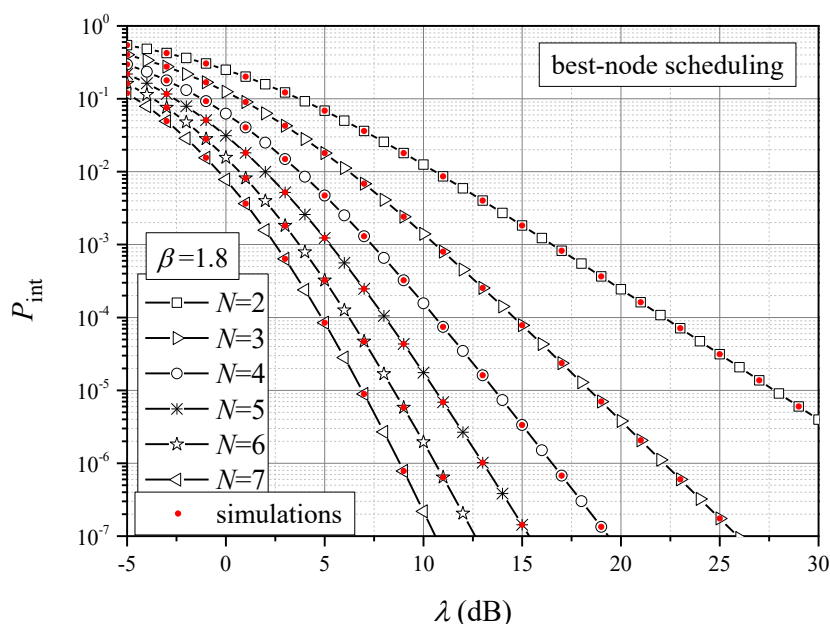
Nadalje se optimalna verovatnoća presretanja tj. verovatnoća presretanja tog optimalnog odabranog kanala za prenos podataka može predstaviti na sledeći način

$$\begin{aligned} P_{\text{int}}^{\text{best-node}} &= \Pr \left[ C_{\text{secrecy}}^{\text{best-node}} < 0 \right] \\ &= \Pr \left[ \max_{i \in S} \log_2 \left( \frac{1 + \gamma_{si}}{1 + \gamma_{ei}} \right) < 0 \right]. \end{aligned} \quad (5.16)$$

Za različite senzore, slučajne promenljive  $\gamma_{si}$  i  $\gamma_{ei}$  su nezavisne, tako da se prethodna jednačina može prepisati na način

$$\begin{aligned}
P_{\text{int}}^{\text{best-node}} &= \prod_{i=1}^N \Pr \left[ \log_2 \left( \frac{1 + \gamma_{si}}{1 + \gamma_{ei}} \right) < 0 \right] \\
&= \prod_{i=1}^N \Pr [\gamma_{si} < \gamma_{ei}] \\
&= \prod_{i=1}^N P_{\text{int}}^i.
\end{aligned} \tag{5.17}$$

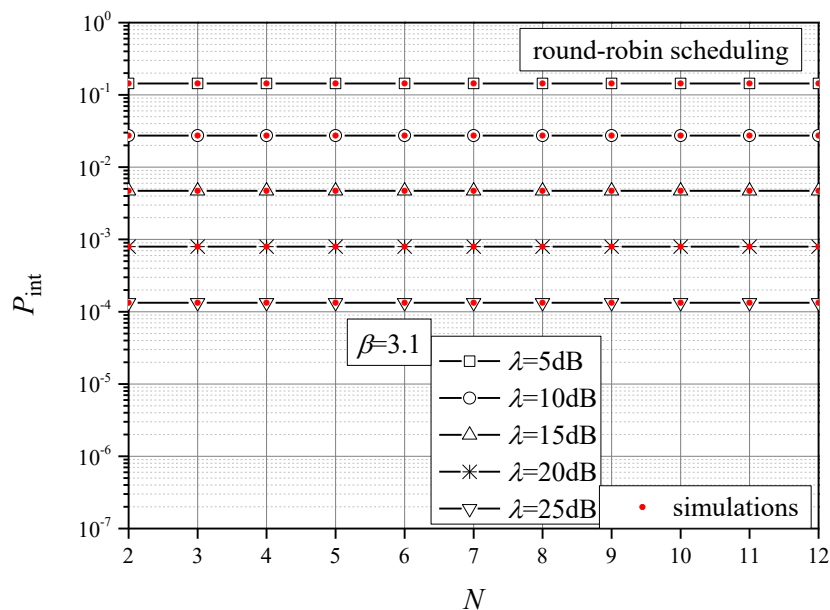
Slika 5.2. ilustruje optimalnu verovatnoću presretanja u odnosu na broj senzora u senzorskoj mreži. Možemo primetiti da se povećanjem broja korisnika verovatnoća presretanja smanjuje, posebno u opsegu srednjih do visokih prosečnih vrednosti MER-a. Na primer, kada je  $\lambda=5\text{dB}$  i broj senzora se poveća sa  $N=5$  na  $N=7$ ,  $P_{\text{int}}$  se smanjuje za red veličine, dok je u slučaju  $\lambda=10\text{dB}$  to smanjenje verovatnoće presretanja skoro dva reda veličine za isti porast broja korisnika.



**Slika 5.2.** Verovatnoća presretanja u odnosu na broj aktivnih senzora korišćenjem optimalne šeme odabira senzora

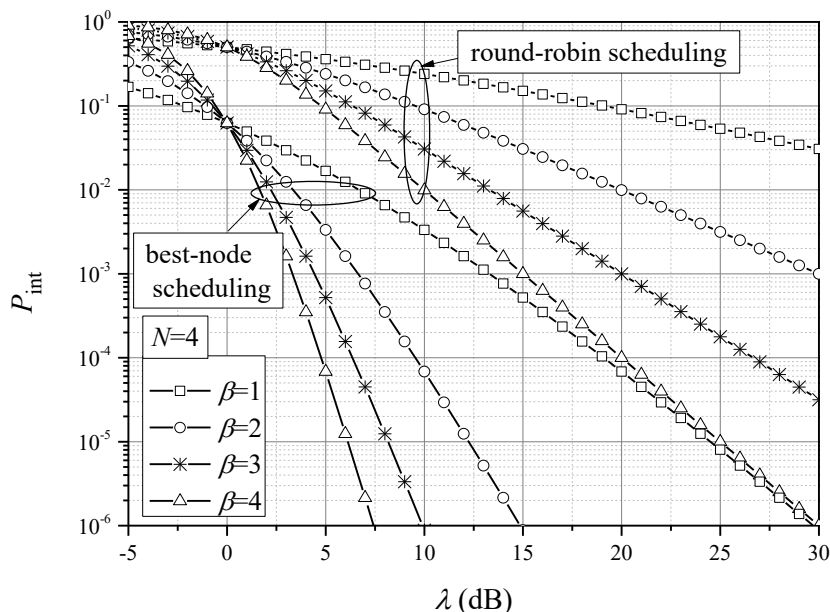
Na slici 5.3 prikazana je verovatnoća presretanja round-robin šeme u funkciji broja senzora za različite vrednosti MER-a. Očigledno je da su u slučaju ove šeme biranja senzora za poverljivu komunikaciju vrednosti verovatnoće presretanja konstantne i nezavisne od broja aktivnih senzora u mreži, za specificiranu vrednost MER-a. Posmatranem jednačine (12) i (13), može se i analitički doći do zaključka da za iste vrednosti parametra dubine fedinga u svim kanalima  $\beta_i$ ,  $P_{\text{int}}^{\text{round}}$  zavisi samo od vrednosti  $\lambda_i$ .

Na slikama 5.2. i 5.3. prikazani su rezultati Monte Carlo simulacije zajedno sa numeričkim rezultatima na osnovu jednačina (12), (13) i (17). Uočava se dobar poklapanje simulacija sa analitičkim rezultatima.



**Slika 5.3.** Verovatnoće presretanja round-robin šeme biranja u funkciji od  $N$

Verovatnoća presretanja korišćenjem jedne i druge šeme biranja senzora za komunikaciju u odnosu na parametar dubine fedinga prikazana je na slici 5.4. Na slici je prikazano da optimalna šema biranja senzora nadmašuje konvencionalnu round-robin šemu bez obzira na trenutne uslove okruženja tj dubinu fedinga u kanalu. Svakako, plići feding u kanalu omogućava sigurniju komunikaciju sensor-sink tj niže vrednosti verovatnoće presretanja. Očigledno je da je najgori slučaj sigurnosti komunikacije za  $\beta=1$  (tada je feding u kanalima najdublji). Takođe, može se primetiti da je teoretski, za  $\lambda < 0\text{dB}$ , uticaj fedinga takav da se povećanjem dubine fedinga smanjuje verovatnoća presretanja.



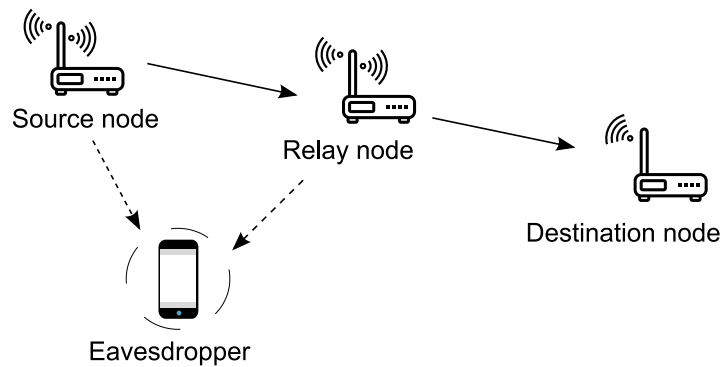
**Slika 5.4.** Verovatnoća presretanja kanala u funkciji od  $\lambda$  za različite vrednosti parametra dubine fedinga

## 6 ANALIZA REGENERATIVNOF RELEJNOG PRENOSA U PRISUSTVU PRISLUŠKIVAČA

Postoji veliki broj radova u literaturi koji se bave bezbednošću na fizičkom nivou korišćenjem releja. U radu [132] je pokazano da se pozicioniranjem releja između izvora i odredišta može unaprediti sigurnost bežične komunikacije. Različiti protokoli su korišćeni kako bi se postigao određeni nivo tajnosti [133].

U ovom delu disertacije analiziran je bežični system sa DF relejem u prisustvu prisluškivača koji pokušava da oslušne kako kako prenos od izvora do releja tako i prenos od releja do odredišta [134].

Sistem koji je analiziran ilustrovan je na slici 6.1. Prenos podataka se vrši preko DF releja. Prisluškivač je pozicioniran tako da prisluškuje obe faze prenosa, izvor-relej (I-R) i relej-odredište (R-O).



**Slika 6.1.** Model sistema

Relaj je pozicioniran tako da postoji linija optičke vidljivosti od izvora do releja, ali uslovi u kanalu između releja i odredišta su takvi da nema linije optičke vidljivosti od releja do odredišta. S tim u vezi, feding na prvoj deonici može se opisati Rajsovom raspodelom a trenutni SNR sledećom funkcijom gustinom verovatnoće [135]

$$f_1(\gamma) = \frac{K+1}{\Omega_1} e^{-K} e^{-\frac{K+1}{\Omega_1}\gamma} I_0\left(2\sqrt{\frac{K(K+1)}{\Omega_1}}\gamma\right) \quad (6.1)$$

gde  $\Omega_1$  označava srednji SNR izvor-relej linka,  $K$  je Rajsov parameter i  $I_0(\cdot)$  je modifikovana Beselova funkcija prve vrste i nultog reda [131, (8.406)]. Kumulativna funkcija raspodele (cumulative distribution function-cdf) se može predstaviti na sledeći način

$$F_1(\gamma) = 1 - Q_1\left(\sqrt{2K}, \sqrt{\frac{2(K+1)}{\Omega_1}}\gamma\right) \quad (6.2)$$

gde  $Q_1(\cdot)$  označava Marcum-ovu  $Q$  funkciju.

Pretpostavimo da se feding u kanalu druge deonice može opisati Rayleigh-om raspodelom tako da se funkcija gustine verovatnoće trenutnog SNR-a na drugoj deonici može izračunati na sledeći način

$$f_2(\gamma) = \frac{1}{\Omega_2} e^{-\frac{\gamma}{\Omega_2}} \quad (6.3)$$

gde je  $\Omega_2$  srednja snaga signala na drugoj deonici. Odgovarajuća kumulativna funkcija

raspodele se može predstaviti kao

$$F_2(\gamma) = 1 - e^{-\frac{\gamma}{\Omega_2}} \quad (6.4)$$

U praksi, postoje slučajevi da se kanali deonica dual-hop sistema opisuju različitim raspodelama. Na primer, veliki projekat WINNER II [136] potvrđuje postojanje asimetričnog Rayleigh/Rajs fading uslova u kanalima deonica dual-hop-a. Performansu dual-hop sistema sa DF relejem definiše trenutni SNR sa prve ili druge deonice na način  $\gamma_d = \min\{\gamma_1, \gamma_2\}$ . Funkcija gustine verovatnoće krajnjeg SNR-a,  $\gamma_d$ , se može definisati na sledeći način

$$f_d(\gamma) = f_1(\gamma)(1 - F_2(\gamma)) + f_2(\gamma)(1 - F_1(\gamma)) \quad (6.5)$$

Zamenom jednačina od (1)-(4) u (5) dobija se

$$f_d(\gamma) = \frac{K+1}{\Omega_1} e^{-K} e^{-\left(\frac{1}{\Omega_2} + \frac{K+1}{\Omega_1}\right)\gamma} I_0\left(2\sqrt{\frac{K(K+1)}{\Omega_1}}\gamma\right) + \frac{1}{\Omega_2} e^{-\frac{\gamma}{\Omega_2}} Q_1\left(\sqrt{2K}, \sqrt{\frac{2(K+1)}{\Omega_1}}\gamma\right) \quad (6.6)$$

Pored osnovnih linkova dual hop sistema, zbog prisustva prislušivača postoji i izvor-prislušivač link, kao i relej-prislušivač link. Uslovi fading kanala ova dva linka se takođe može opisati Rayleigh raspodelom, pri čemu funkcija gustine verovatnoće trenutnog SNR-a ima sledeći oblik

$$f_i(\gamma) = \frac{1}{\Omega_i} e^{-\frac{\gamma}{\Omega_i}}, \quad i = 3, 4 \quad (6.7)$$

gde su  $\Omega_3$  i  $\Omega_4$  srednje snage linka izvor-prislušivač i relej-prislušivač, respektivno.

Signal koji se prisluškiju sa linka izvor-prislušivač i linka relej-prislušivač se na kombinuju u MRC kombineru prislušivača. Funkcija gustine verovatnoće rezultujućeg SNR-a na izlazu kombineru prislušivača,  $\gamma_e = \gamma_3 + \gamma_4$ , može se izračunati na sledeći način

$$f_e(\gamma_e) = \int_0^{\gamma_e} f_3(\gamma) f_4(\gamma_e - \gamma) d\gamma \quad (6.8)$$

Zamenom (7) u (8), pdf izlaznog SNR- je izveden na sledeći način

$$f_e(\gamma_e) = \frac{e^{-\frac{\gamma_e}{\Omega_4}} - e^{-\frac{\gamma_e}{\Omega_3}}}{(\Omega_4 - \Omega_3)} \quad (6.9)$$

## 6.1 Izračunavanje verovatnoće presretanja

Verovatnoća presretanja ili prisluškivanja se definiše kao verovatnoća da kapacitet tajnosti bude nepozitivan, na način

$$P_{\text{int}} = \Pr[C_s < 0] = \Pr[C_d - C_e < 0], \quad (6.10)$$

gde  $C_s$  označava kapacitet tajnosti, a  $C_d$  i  $C_e$  su kapaciteti osnovnog i kanala prislušivača, respektivno. Trenutni kapacitet osnovnog linka se može izračunati koristeći

$$C_d = \log_2(1 + \gamma_d) \quad (6.11)$$

dok se trenutni kapacitet kanala prisluškivača računa pomoću

$$C_e = \log_2(1 + \gamma_e). \quad (6.12)$$

Zamenom jednačina (11) i (12) u (10), verovatnoća presretanja se može izračunati kao

$$P_{\text{int}} = \int_0^{\gamma_e} \int_0^{\gamma_e} f_d(\gamma_d) f_e(\gamma_e) d\gamma_d d\gamma_e. \quad (6.13)$$

Prvi integral u prethodnoj jednačini se rešava na način

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^{\gamma_e} f_d(\gamma_d) d\gamma_d \\ &= \int_0^{\gamma_e} \frac{K+1}{\Omega_1} e^{-K} e^{-\left(\frac{1}{\Omega_2} + \frac{K+1}{\Omega_1}\right)\gamma} I_0 \left( 2\sqrt{\frac{K(K+1)}{\Omega_1}} \gamma \right) d\gamma \\ &\quad + \int_0^{\gamma_e} \frac{1}{\Omega_2} e^{-\frac{\gamma}{\Omega_2}} Q_1 \left( \sqrt{2K}, \sqrt{\frac{2(K+1)}{\Omega_1}} \gamma \right) d\gamma. \end{aligned} \quad (6.14)$$

Da bi se integral rešio u zatvorenom obliku, korišćen je razvoj Beselove funkcije  $I_0(\cdot)$  u red [131, (8.447.1)]

$$I_0 \left( 2\sqrt{\frac{K(K+1)}{\Omega_1}} \gamma \right) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(i!)^2} \left( \frac{K(K+1)}{\Omega_1} \right)^i \gamma^i. \quad (6.15)$$

Takođe, korišćenjem relacije [131, (3.351.1)], cdf u jednačini (2) se može predstaviti na sledeći način

$$\begin{aligned} &Q_1 \left( \sqrt{2K}, \sqrt{\frac{2(K+1)}{\Omega_1}} \gamma \right) \\ &= e^{-K} e^{-\frac{K+1}{\Omega_1}\gamma} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^i \frac{K^i}{i!j!} \left( \frac{K+1}{\Omega_1} \right)^j \gamma^j. \end{aligned} \quad (6.16)$$

Oslanjajući se na jednačine (15) i (16), integral u jednačini (14) se može predstaviti kao

$$\begin{aligned} I_1 &= e^{-K} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{K^i}{(i!)^2} \left( \frac{K+1}{\Omega_1} \right)^{i+1} \int_0^{\gamma_e} \gamma^i e^{-\left(\frac{1}{\Omega_2} + \frac{K+1}{\Omega_1}\right)\gamma} d\gamma \\ &\quad + \frac{e^{-K}}{\Omega_2} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^i \frac{K^i}{i!j!} \left( \frac{K+1}{\Omega_1} \right)^j \int_0^{\gamma_e} \gamma^j e^{-\left(\frac{1}{\Omega_2} + \frac{K+1}{\Omega_1}\right)\gamma} d\gamma \end{aligned} \quad (6.17)$$

Korišćenjem relacija [131, (3.351.1) i (8.356.3)], integral  $I_1$  je rešen na sledeći način [134]

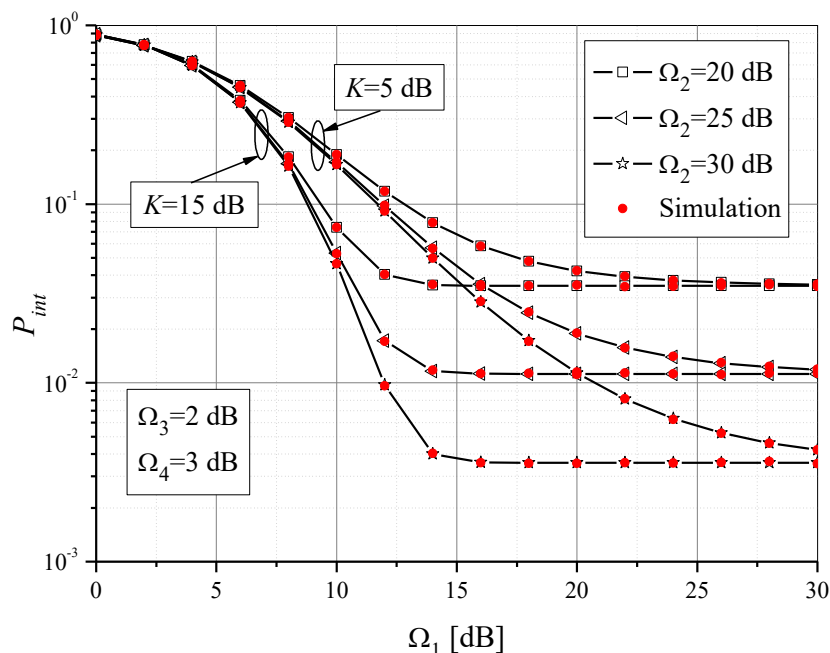
$$\begin{aligned} I_1 &= e^{-K} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{K^i}{(i!)^2} \left( \frac{K+1}{\Omega_1} \right)^{i+1} \left( \frac{1}{\Omega_2} + \frac{K+1}{\Omega_1} \right)^{-i-1} \\ &\quad \times \left( i! - \Gamma \left( i+1, \left( \frac{1}{\Omega_2} + \frac{K+1}{\Omega_1} \right) \gamma_e \right) \right) \\ &\quad + \frac{e^{-K}}{\Omega_2} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^i \frac{K^i}{i!j!} \left( \frac{K+1}{\Omega_1} \right)^j \left( \frac{1}{\Omega_2} + \frac{K+1}{\Omega_1} \right)^{-j-1} \\ &\quad \times \left( j! - \Gamma \left( j+1, \left( \frac{1}{\Omega_2} + \frac{K+1}{\Omega_1} \right) \gamma_e \right) \right) \end{aligned} \quad (6.18)$$

gde je  $\Gamma(\cdot)$  nepotpuna gama funkcija [131, (8.350.2)].

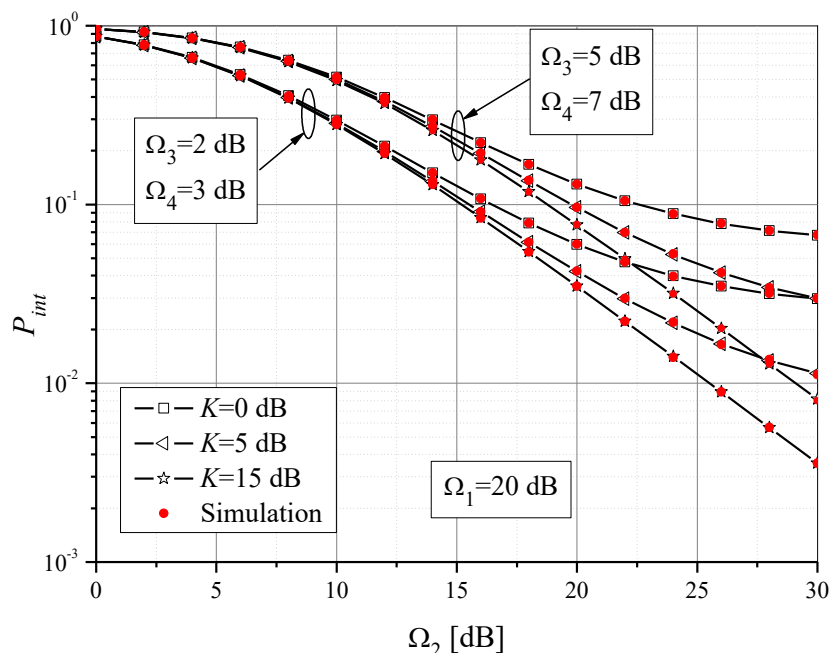
Konačni izraz verovatnoće presretanja dobija se integraljenjem prethodne jednačine po  $\gamma_e$ . Korišćenjem razvoja nepotpune gamma funkcije u red pomoću [131, (8.352.2)] i relacije [131, (3.351.3)], dobija se izraz za izračunavanje verovatnoće presretanja

$$\begin{aligned}
 P_{\text{int}} = & e^{-K} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{K^i}{i!} \left( \frac{K+1}{\Omega_1} \right)^{i+1} \left( \frac{1}{\Omega_2} + \frac{K+1}{\Omega_1} \right)^{-i-1} \\
 & \times \left( 1 - \frac{1}{(\Omega_4 - \Omega_3)} \sum_{s=0}^i \left( \frac{1}{\Omega_2} + \frac{K+1}{\Omega_1} \right)^s \right. \\
 & \times \left. \left( \left( \frac{1}{\Omega_2} + \frac{1}{\Omega_4} + \frac{K+1}{\Omega_1} \right)^{-s-1} - \left( \frac{1}{\Omega_2} + \frac{1}{\Omega_3} + \frac{K+1}{\Omega_1} \right)^{-s-1} \right) \right) \\
 & + \frac{e^{-K}}{\Omega_2} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^i \frac{K^i}{i!} \left( \frac{K+1}{\Omega_1} \right)^j \left( \frac{1}{\Omega_2} + \frac{K+1}{\Omega_1} \right)^{-j-1} \\
 & \times \left( 1 - \frac{1}{(\Omega_4 - \Omega_3)} \sum_{p=0}^j \left( \frac{1}{\Omega_2} + \frac{K+1}{\Omega_1} \right)^p \right. \\
 & \times \left. \left( \left( \frac{1}{\Omega_2} + \frac{1}{\Omega_4} + \frac{K+1}{\Omega_1} \right)^{-p-1} - \left( \frac{1}{\Omega_2} + \frac{1}{\Omega_3} + \frac{K+1}{\Omega_1} \right)^{-p-1} \right) \right).
 \end{aligned} \tag{6.19}$$

Na slici 6.2, prikazana je verovatnoća presretanja u odnosu na srednji SNR na prvoj deonici za različite vrednosti Rajsovog  $K$  parametra. Parametar  $K$  vidljivo utiče na vrednost verovatnoće presretanja u opsegu srednjih vrednosti srednjeg SNR-a sa prve deonice. U opsegu viših vrednosti  $\Omega_1$ , vrednosti verovatnoće presretanja ulaze u zasićenje pri čemu vrednost yasićenja verovatnoće presretanja zavisi samo od parametra  $K$ .



**Slika 6.2.** Verovatnoća presretanja u zavisnosti od srednjeg SNR-a na linku izvor-relej



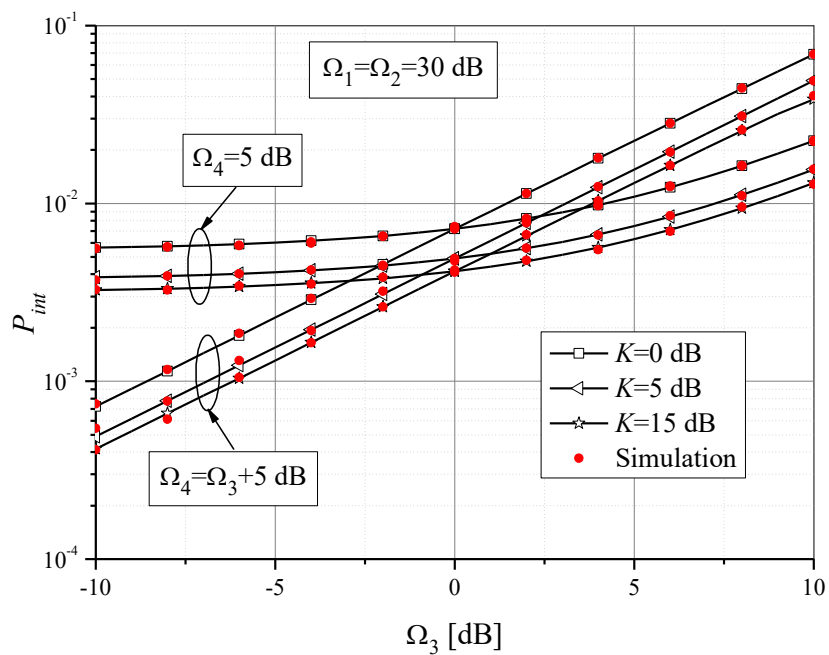
**Slika 6.3.** Verovatnoća presretanja u zavisnosti od srednjeg SNR-a na linku relej-odredište

Na slici 6.3. je prikazana zavisnost verovatnoće presretanja od srednjeg SNR-a na linku relej-odredište za različita stanja u kanalu prislušivača. Sa povećanjem snage signala na drugoj deonici,  $P_{int}$  opada, tj. performance sistema su bolje. Sa povećanjem vrednosti srednjeg SNR-a linka izvor-prislušivač i relej-prislušivač povećava se i verovatnoća presretanja, što pogoršava performanse posmatranog sistema. Uticaj Rajsovog  $K$  faktora na performanse prislušivanja komunikacije u sistemu, dominantan je u opsegu većih vrednosti SNR-a kanala prislušivača.

Verovatnoća presretanja u funkciji od srednjeg SNR-a na deonici izvor-prislušivač, za različite vrednosti LOS komponente tj. parametra  $K$ , prikazana je na slici 6.4. Istovremeno povećanje srednjeg SNR-a linka izvor-prislušivač i linka relej-prislušivač inicira povećanje verovatnoće presretanja. Za ovaj slučaj smo pretpostavili da je prislušivač pozicioniran tako da je snaga prislušivanog snaga velika. Kada je vrednost srednjeg SNR-a na linku relej-prislušivač konstanta, verovatnoća presretanja takođe raste kada je  $\Omega_3 > \Omega_4$ . U opsegu nižih vrednosti za  $\Omega_3$ , verovatnoća presretanja je aproksimativno konstantna, s obzirom na činjenicu da u tom slučaju prislušivač tj. napadač hvata relativno veću snagu signala koji se emituje sa releja u odnosu na uhvaćenu snagu signala sa izvora. Kao što se i očekuje, povećanje vrednosti LoS komponente, poboljšava sigurnost prenosa osnovnog linka tj. smanjuje verovatnoću presretanja.

Na slikama 6.2-6.4, pored analitičkih prikazani su i simulacioni rezultati. Vidljivo je odlično poklapanje analitičkih rezultata sa nezavisno dobijenim Monte Carlo simulacijama.





Slika 6.4. Verovatnoća presretanja u zavisnosti od srednjeg SNR-a na linku izvor-prislušivač

## 7 ANALIZA PERFORMANSI INDUSTRIJSKIH KOOPERATIVNIH SISTEMA

U ovom delu disertacije prikazana je analiza performansi MPSK kooperativnog relejnog sistema koji se može primeniti u industriji. U industrijskim okruženjima, pri prostiranju signala javlja se pored feding i efekat senke. Takođe, u takvom okruženju veoma često se javlja i impulsni šum. Performanse industrijske kooperativne mreže su razmatrane za slučaj kada se anvelopa signala opisuje Generalizovanom-K raspodelom, a impulsni šum Middletonovim modelom A klase (Middleton's Class-A). Za ovako modelovan kanal u kooperativnoj mreži, određena je verovatnoća greške i izvršena analiza performansi kooperativnog sistema u zavisnosti od različitih parametara fedinga i impulsnog šuma.

Tokom poslednje dve decenije i danas sve su popularnije bežične senzorske mreže (Wireless Sensor Networks-WSNs) koje se koriste za različite senzorske aplikacije [137], [138]. Podklasa WSN-ova za primenu u industrijskom okruženju poznata je pod nazivom IWSN (Industrial WSNs). Broj uređaja u IWSN-u povećan je više od pet puta u proteklih pet godina [139], a očekuje se da će se u budućnosti i dalje povećavati. Razvojem Interneta stvari (Internet of Things - IoT), WSN-ovi su postali još važniji i interesantniji u oblasti istraživanja i praktične realizacije. IoT predstavlja mrežu uređaja sa pametnim mogućnostima koji su povezani putem komunikacionog kanala [140]. Glavni elementi IoT mreža su senzori, tako da će WSN mreže biti od velikog značaja [141]. Procena je da će 2020. godine biti 50 milijardi aktivnih IoT uređaja godine [142], a većina njih će imati aktuatora i / ili senzore, što takođe potvrđuje važnost budućih WSN mreža. Razvoj IoTa se poklapa i sa razvojem nove industrijske revolucije (Industry 4.0) [143] Industrija 4.0 će inicirati rast i poboljšanje industrijske infrastrukture uvođenjem novih principa koji će se temeljiti na informaciono-komunikacijskoj tehnologiji.

Budući da uređaji unutar WSN-a rade sa nemaju neograničenu energiju, od najveće je važnosti primjena modela komunikacije sa niskom potrošnjom energije. Energija potrebna za komunikaciju može se smanjiti skraćivanjem rastojanja između dva uređaja. Ovaj cilj može se postići uvođenjem kooperacije između većeg broja čvorova, tj. Između izvornog i odredišnog čvora dodaje se i treći WSN čvor koji služi kao relej za prva dva čvora [144] - [146]. Pored toga, relejni prenos takođe može poboljšati pokrivenost mreže. U zavisnosti od tipa relejnog čvora, postoje dvije različite kategorije releja: neregnerativni (amplify-and-forward - AF), kada relejni čvor samo pojačava i prosljeđuje primljeni signal, i regenerativni (decode-and-forward - DF) kada relej u potpunosti dekodira primljene poruke, ponovo ih kodira a zatim prosljeđuje prema sledećem releju ili odredištu. [147] - [149]. Postoje mnoga istraživanja u vezi sa analizom kooperativnih relejnih sistema sa AF i DF relejima, za različite tipove komunikacionih kanala [150] - [15]. Pored fedinga, u kanalima koji se koriste u industrijskim bežičnim mrežama, potrebno je uzeti u razmatranje i promene srednjeg nivoa signala koji se javlja usled efekta fedinga, zbog prepreka u industrijskom okruženju. Uticaj efekta senke u WSN-u je razmatran u većem broju radova [156] - [157].

Postoji mnogo izvora impulsnog šuma u industrijskom okruženju, poput elektromotora, elektromehaničkih sklopova i drugih industrijskih uređaja [158], [159]. Međutim, impulsni šum se u literaturi često zanemaruje i tretira kao AWGN. Iz tog razloga, pored fedinga i efekta senke, pri razmatranju IWSN kanala potrebno je u analizu uključiti i impulsni šum. Važnost pravilnog tretiranja industrijskog šuma prikazana je u [162], gde se impulsni šum modeluje kao Middletonov model klase A (MCA), što je poklapa sa praktičnim merenjima u industrijskim okruženjima [163] - [165].

Kooperativni relejni sistem koji se razmatra je prikazan na slici 7.1. Sistem se sastoji od  $L + 1$  čvorova: izvornog čvora,  $L - 1$  releja i odredišnog čvora. Svaki od čvorova  $R_l$ ,  $l = 1, \dots, L$ , emituje signal  $s_l$  (čija je energija  $E_b$ ) snagom  $P_l$ . Signal na prijemnom (odredišnom) čvoru

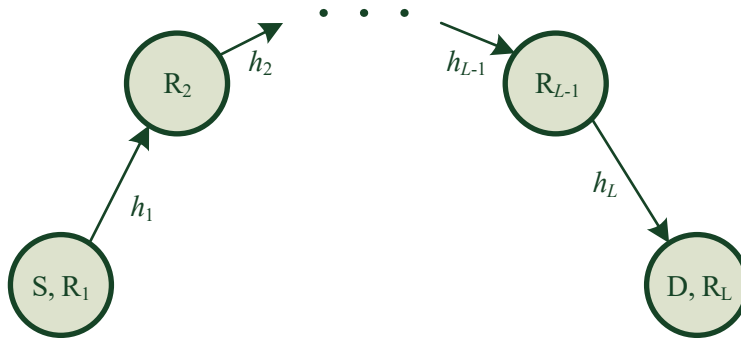
$R_{l+1}$  je

$$y_{l+1} = \sqrt{P_l} h_l s_l + z_{R,l}, l = 1, \dots, \quad (7.1)$$

gde je sa  $h_l$  označena anvelopa fedinga između čvorova  $R_l$  i  $R_{l+1}$ , dok je  $z_{R,l}$  šum na čvoru  $R_{l+1}$ . Za prenos signala se koristi MPSK modulacija sa  $M$  modulacionih nivoa. Odnos snage signala i šuma, SNR, (signal-to-noise ratio -SNR) na svakom od čvorova je definisan kao

$$\gamma_l = P_l |h_l|^2 E_b / N_0, \quad (7.2)$$

gde je  $N_0$  srednja snaga aditivnog šuma, definisana jednačinom Error! Reference source not found..



Slika 7.1. Model kooperativnog relejnog sistema

Kako se koriste DF releji kao čvorovi između izvornog i odredišnog čvora, svaki od releja pristigli signal prvo dekoduje, ponovo koduje i prosleđuje do sledećeg čvora.

Za određivanje performansi IWSN kooperativne mreže, razmatra se bežični kanal koji je modelovan Generalizovanom K modelom, sa funkcijom gustine verovatnoće trenutnog SNRa na  $l$ -tom linku [167]

$$p_{\gamma_l}(\gamma) = \frac{2}{\Gamma(m_{m,l})\Gamma(m_{s,l})} \left( \frac{m_{m,l} m_{s,l}}{\bar{\gamma}_l} \right)^{\frac{m_{m,l} + m_{s,l}}{2}} \gamma^{\frac{m_{m,l} + m_{s,l}}{2} - 1} K_{m_{s,l} - m_{m,l}} \left( 2 \sqrt{\frac{m_{m,l} m_{s,l}}{\bar{\gamma}_l}} \gamma \right), l = 1, \dots \quad (7.3)$$

pri čemu je sa  $\Gamma(\cdot)$  označena Gama funkcija [168, jednačina (8.31)],  $K_\beta(\cdot)$  je modifikovana Beselova funkcija druge vrste  $\beta$ -og reda [168, jednačina (8.432.3)], dok  $m_{m,l}$  i  $m_{s,l}$  predstavljaju parametre fedinga i senke, respektivno.

Smatra se da je aditivni šum modelovan MCA modelom na svakom od čvora. Šumove na svakom od čvorova razmatramo kao identične i nezavisne slučajne promenljive. Stoga je funkcija gustine raspodele slučajne promenljive  $z_{R,l}$  data kao težinska suma Gausovih raspodela [169]:

$$p_{z_{R,l}}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha_n}{\sqrt{2\pi\sigma_n}} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma_n^2}\right), \quad (7.4)$$

Gde je parametar  $\alpha_n$  jednak

$$\alpha_n = \frac{e^{-A} A^n}{n!}. \quad (7.5)$$

Varijansa  $\sigma_n^2$  je definisana kao:

$$\sigma_n^2 = N_0 \frac{(n + A \cdot \rho)}{A \cdot (1 + \rho)}, \quad (7.6)$$

gde je  $\rho = \sigma_g^2 / \sigma_i^2$ , dok su  $\sigma_g^2$  i  $\sigma_i^2$  varijanse Gausovog i impulsnog šuma, respektivno. U radu [162] pokazano je da je srednja snaga šuma:

$$N_0 = \sigma_g^2 + \sigma_i^2. \quad (7.7)$$

Parametar  $A$  definiše impulsivnost šuma u smislu da nižoj vrednosti  $A$  odgovara veća jačina impulsnog šuma. U slučaju velike vrednosti  $A$ ,  $A \rightarrow \infty$ , MCA impulsni šum nema impulsne komponente i postaje čist beli Gausov šum.

Uslovna verovatnoća greške  $l$ -tog link po trenutnom SNR, se određuje kao [170]:

$$P_l(e|\gamma) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2\alpha_n}{\zeta_M} \sum_{i=1}^{\max\left(\frac{M}{4}, 1\right)} Q\left(\sqrt{2 \log_2 M \cdot \frac{A\gamma(1+\rho)}{(n+A\rho)} \eta_i}\right). \quad (7.8)$$

Srednji BER je jednak

$$P_l = \int_0^{\infty} P_l(e|\gamma) p_{\gamma_l}(\gamma) d\gamma. \quad (7.9)$$

Zamenom 5.3 u 5.8, dobija se

$$P_l = \frac{2}{\Gamma(m_{m,l})\Gamma(m_{s,l})} \left(\frac{m_{m,l}m_{s,l}}{\bar{\gamma}_l}\right)^{\frac{m_{m,l}+m_{s,l}}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=1}^{\max\left(\frac{M}{4}, 1\right)} \alpha_n \frac{2}{\zeta_M} \times \int_0^{\infty} \gamma^{\frac{m_{m,l}+m_{s,l}}{2}-1} Q\left(\sqrt{2 \log_2 M \cdot \frac{A\gamma(1+\rho)}{(n+A\rho)} \eta_i}\right) K_{m_{s,l}-m_{m,l}}\left(2\sqrt{\frac{m_{m,l}m_{s,l}}{\bar{\gamma}_l}} \gamma\right) d\gamma. \quad (7.10)$$

Kako je  $Q(\sqrt{x}) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{x}/2)$  i korišćenjem [171, jednačina (03.04.26.0009.01)]:

$$K_\nu(\sqrt{z}) = \frac{1}{2} G_{0,2}^{2,0}\left(\frac{z}{4} \middle| \frac{\nu}{2}, -\frac{\nu}{2}\right), \quad (7.11)$$

i [172, jednačina (06.27.26.0006.01)]:

$$\operatorname{erfc}(\sqrt{z}) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} G_{1,2}^{2,0}\left(z \middle| \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\right), \quad (7.12)$$

dobija se:

$$P_l = \frac{1}{\sqrt{\pi}\Gamma(m_{m,l})\Gamma(m_{s,l})\zeta_M} \left( \frac{m_{m,l}m_{s,l}}{\bar{\gamma}_l} \right)^{\frac{m_{m,l}+m_{s,l}}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=1}^{\max(\frac{M}{4},1)} \alpha_n \quad (7.13)$$

$$\cdot \int_0^{\infty} \gamma^{\frac{m_{m,l}+m_{s,l}}{2}-1} G_{1,2}^{2,0} \left( \log_2 M \cdot \frac{A(1+\rho)\eta_i^2}{(n+A\rho)} \gamma \middle| 0, \frac{1}{2} \right) G_{0,2}^{2,0} \left( \frac{m_{m,l}m_{s,l}}{\bar{\gamma}_l} \gamma \middle| \frac{m_{s,l}-m_{m,l}}{2}, \frac{m_{m,l}-m_{s,l}}{2} \right) d\gamma.$$

gde je  $G_{p,q}^{m,n}(\cdot)$  Meijer's G-funkcija [168, jednačina (9.301)].

Primenom [173, jednačina (07.34.21.0011.01)] dobijamo konačni izraz za BER  $l$ -tog linka u zatvorenom obliku

$$P_l = \frac{1}{\sqrt{\pi}\Gamma(m_{m,l})\Gamma(m_{s,l})\zeta_M} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=1}^{\max(\frac{M}{4},1)} \alpha_n G_{2,3}^{2,2} \left( \frac{m_{m,l}m_{s,l}(n+A\rho)}{\bar{\gamma}_l \log_2 M \cdot A(1+\rho)\eta_i^2} \middle| 1, \frac{1}{2} \right)_{m_{s,l}, m_{m,l}, 0}. \quad (7.14)$$

U cilju određivanja srednjeg BERa za posmatrani sistem, od izvora do destinacije, ne gubeći na opštosti izvedenog izraza, može se pretpostaviti da su parametric kanala u svim linkovima jednaki:

$$\begin{aligned} m_{m,1} &= m_{m,2} = \dots = m_m, \\ m_{s,1} &= m_{s,2} = \dots = m_s, \\ \bar{\gamma}_1 &= \bar{\gamma}_2 = \dots \end{aligned} \quad (7.15)$$

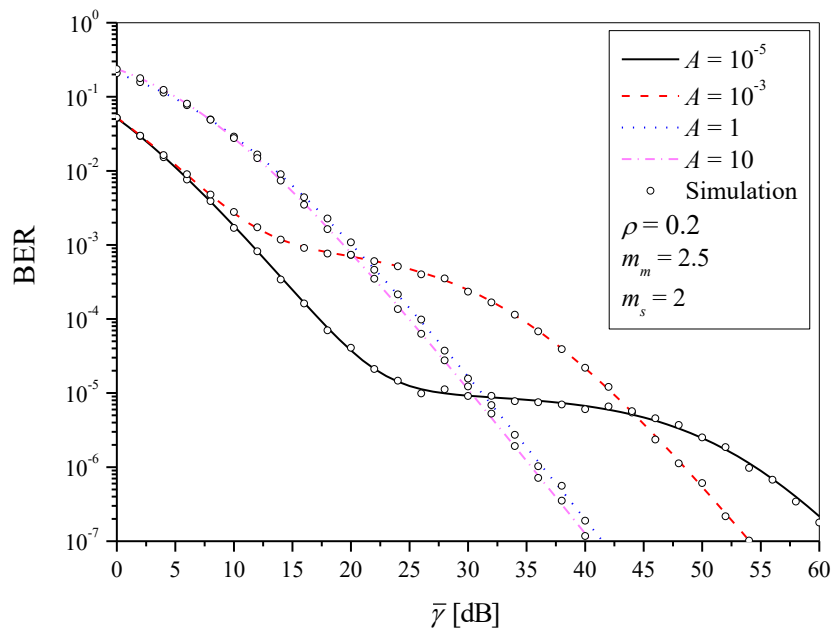
Ukupni BER celog sistema, od izvora do odredišta se može odrediti kao

$$P_{tot} = \frac{1}{2} [1 - (1 - 2P)^L], \quad (7.16)$$

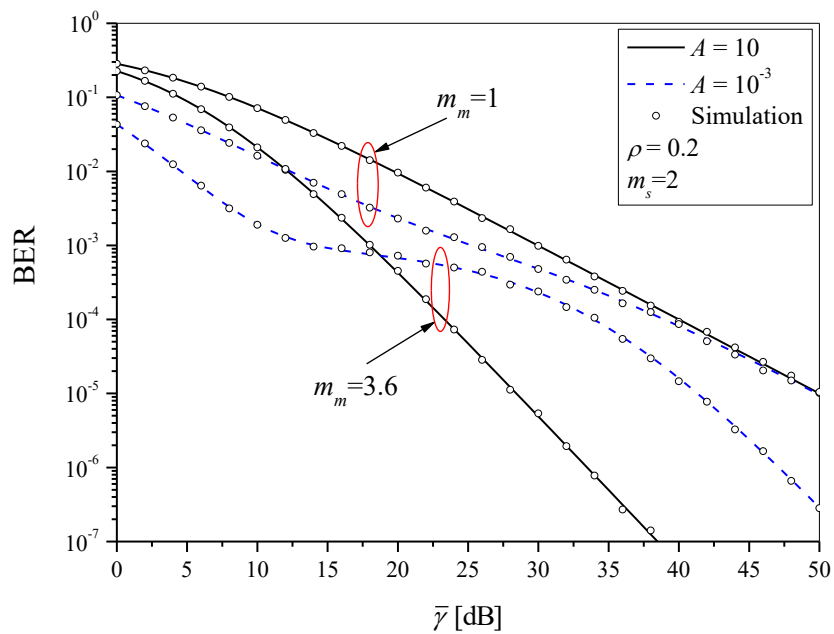
Pri čemu je uzeto da je  $P_1 = P_2 = \dots = P$ .

Na osnovu (14) i (16) numerički su određene performance sistema. Tačnost dobijenih rezultata je potvrđena nezavisnim Monte-Carlo simulacionim modelom.

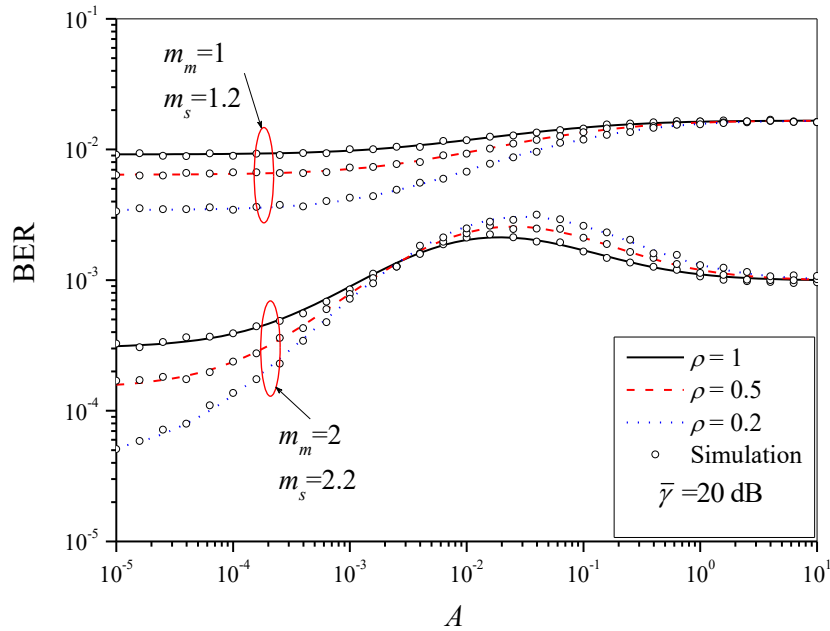
Verovatnoća greške u funkciji srednjeg SNRa za različite parameter impulsnog šuma,  $A$ , i za slučaj BPSK modulisanog signal, prikazana je na slici 7.2. Parametar šuma  $\rho$  i parametri fedinga i senke su konstantni. Vrednost parametra  $A$  je izabrana tako da karakteriše sredinu sa jakim impulsnim šumom ( $A = 10^{-5}$ ), kao i sredinu kada je taj šum jako mali, skoro zanemarljiv, ( $A = 10$ ). Kao što se može videti sa slike, postoji odlično poklapanje numeričkih i simulacionih rezultata. U zavisnosti od vrednosti  $A$ , na niskim i visokim vrednostima srednjeg SNRa, BER se menja znatno brže sa povećanjem srednjeg SNRa, u odnosu na BER na srednjim vrednostima SNRa



Slika 7.2. BER za BPSK modulirani signal za različite vrednosti parametra šuma  $A$



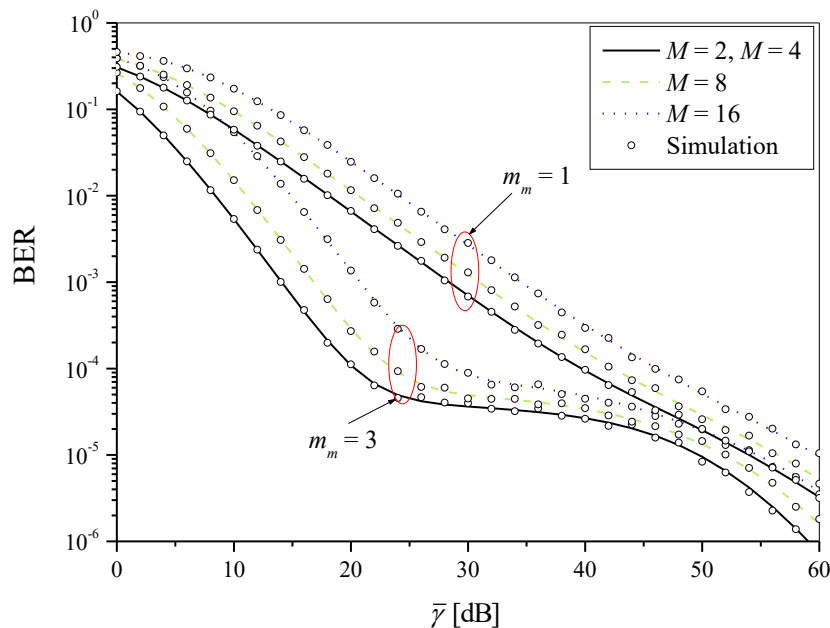
Slika 7.3. BER za BPSK modulirani signal za različite vrednosti parametra fedinga



Slika 7.4. BER za BPSK modulisani signal u funkciji od parametra šuma  $A$

Na slici 7.3. prikazana je zavisnost BERa od srednje vrednosti SNRa za različite parametre fedinga. Za  $m_m = 1$ , Nakagami- $m$  kanal se svodi na Rejljev. Rezultati su prikazani za kanal pod jakim i slabim uticajem impulsnog šuma.

BER u funkciji parametra impulsnog šuma,  $A$ , za različite vrednosti odnosa snage Gausovog i impulsnog šuma  $\rho$  je prikazan na slici 7.4 (za SNR = 20 dB). Rezultati pokazuju da u slučaju gorih uslova u kanalu ( $m_m = 1$  and  $m_s = 1.2$ ), BER se smanjuje sa povećanjem parametra  $A$  i  $\rho$ . Nasuprot tome, u slučaju slabijeg fedinga i efekta senke ( $m_m = 2$  and  $m_s = 2.2$ ), BER dostiže maksimalnu vrednost oko vrednosti  $A=0.03$ . Takođe, za male vrednosti  $A$ , vrednosti BERa su veće za veće vrednosti  $\rho$ , dok je u oblasti srednjih vrednosti  $A$ , BER je manji za veće vrednosti  $\rho$ .



Slika 7.5. BER u funkciji srednjeg SNRa za različite nivoe modulacije

Na slici 7.5 prikazan je uticaj broja modulacionih nivoa  $M$  na verovatnoću greške MPSK

modulisanog signal koji se prenosi preko za  $L=8$  deonica. Rezultati potvrđuju teorijski dokazanu činjenicu da su iste vrednosti verovatnoće greške za BPSK I QPSK modulisani signal. Takođe, srednji SNR i parameter fedinga  $m_m$  utiču na BER na isti način, nezavisno od broja modulacionih nivoa.



## 8 ZAKLJUČAK

U ovoj disertaciji razmatrane su statističke karakteristike fedinga, određene su performanse sistema u prisustvu  $k$ - $\mu$  fedinga i primenjene su diverziti tehnike koje se koriste u cilju smanjivanja uticaja  $k$ - $\mu$  fedinga na verovatnoću greške sistema. Razmatrana je  $k$ - $\mu$  slučajna promenljiva koja ima dva parametra. Izračunata je funkcija gustine verovatnoće  $k$ - $\mu$  slučajne promenljive. Pomoću ove gustine verovatnoće, određena je kumulativna funkcija raspodele  $k$ - $\mu$  slučajne promenljive, kao i njeni momenti. Gustina raspodele verovatnoće  $k$ - $\mu$  slučajne promenljive i karakteristična funkcija  $k$ - $\mu$  slučajne se takođe razmatraju kao slučajne promenljive.

U prvoj glavi razmatrane su statističke karakteristike najčešće korišćenjih modela fedinga koji se upotrebljavaju u analizi telekomunikacionih sistema. Razmotrene su gustine verovatnoće, kumulativne raspodele verovatnoća, karakteristična funkcija i momenti. Takođe, opisane su transformacije slučajnih promenljivih koje su raspodeljene prema odgovarajućim modelima fedinga.

U drugoj glavi razmatran je kapacitet kanala u različitim propagacionim uslovima. Kapacitet kanala je sa anvelopom signala povezan logaritamskom funkcijom, a transformacionom metodom može da se izračuna gustina verovatnoće kapaciteta kanala. Pomoću gustine verovatnoće kapaciteta kanala može da se izračuna kumulativna funkcija raspodele kapaciteta kanala, karakteristična funkcija kapaciteta kanala, prvi moment kapaciteta kanala, drugi moment kapaciteta kanala i treći moment kapaciteta kanala. Srednja vrednost predstavlja prvi moment kapaciteta kanala, drugi moment kapaciteta kanala predstavlja srednju kvadratnu vrednost i treći moment kapaciteta kanala je srednja kubna vrednost. Anvelopa signala može da bude opisana Relijevom raspodelom i feding opisan ovom raspodelom naziva se Relijev feding. Kod Rajsovog fedinga anvelopa signala opisana je Rajsovom raspodelom, kod Nakagami- $m$  fedinga, anvelopa signala je opisana Nakagami- $m$  raspodelom, a kod  $\kappa$ - $\mu$  fedinga, anvelopa signala je opisana  $\kappa$ - $\mu$  raspodelom. Spori feding se obično opisuje Gama raspodelom. Takođe, u glavi su razmatrane statističke karakteristike kapaciteta kanala kao slučajnog procesa. U radu je određena gustina verovatnoće kapaciteta kanala, karakteristična funkcija kapaciteta kanala, prvi moment kapaciteta kanala, drugi moment kapaciteta kanala i treći moment kapaciteta kanala. Nakon ovoga je određena združena gustina raspodele verovatnoće kapaciteta kanala i njegovog prvog izvoda. Uz pomoć dobijene združene gustine raspodele verovatnoće kapaciteta kanala, određen je i srednji broj osnih preseka koje kapaciteta kanala pokazuje kada se posmatra kao slučajni proces.

U trećoj glavi, razmatrani su makro diverziti sistemi, koji se koriste da bi se neutralizovao negativni uticaj brzog i sporog fedinga na standardne performanse sistema. U ovoj glavi razmatran je makro diverziti sistem koji se sastoji od dva mikro kombinera i jednog kombinera na makro nivou. Makro diverziti kombiner je selektivan. Na antenskim ulazima u mikro diverziti sistem pojavljuje se uticaj brzog Rajsovog fedinga. Takođe, ulazi u makro diverziti sistem su pod uticajem sporog Gama fedinga. Makro diverziti sistem se koristi da bi se umanjio uticaj sporog Gama fedinga na dugoročne performanse sistema. Mikro diverziti sistemi se koriste da bi se neutralisao uticaj brzog Rajsovog fedinga na kratkoročne performanse sistema. Signal koji se pojavljuje na izlazu makro diverziti sistema predstavlja upravo signalu na izlazu iz prvog mikro diverziti sistema, kada je snaga signala na ulazu u prvi mikro diverziti sistem veća od snage signala na ulazu u drugi mikro diverziti sistem. Suprotno ovome, signal na izlazu iz makro diverziti kombinera predstavlja izlazni signalu iz drugog mikro diverziti kombinera, pod uslovom da je snaga signala na ulazu u prvi mikro diverziti sistem manja od snage signala koji se pojavljuje na ulazu u drugi mikro diverziti sistem. Na osnovu ovoga, izračunata je verovatnoća greške makro diverziti sistema, kao i

verovatnoća otkaza makro diverziti sistema. Takođe, u ovoj glavi razmatran je makro selektivni kombiner sa dve ulazne grane, na čijim je ulazima signal pod uticajem  $k-\mu$  fedinga. Određena je gustina verovatnoće sa dva ulaza, kumulativna raspodela izlaznog signala iz selektivnog kombinera sa dva ulaza, karakteristična funkcija izlaznog signala iz selektivnog kombinera sa dva ulaza, zatim prvi, drugi i treći moment ovog signala, kao i srednji broj osnih preseka pomenutog slučajnog procesa izlaznog signala iz selektivnog kombinera sa dva ulaza. Razmatran je makro diverziti sistem sa SC makro diverzitim prijemnikom i tri mikro diverziti SC prijemnika. Na ulazima je prisutan Gama feding, korisni signal se prostire po Nakagami- $m$  kanalu i međukanalna interferencija se prostire po Rejljevskim kanalu. Na osnovu predhodnog, određena je gustina raspodele verovatnoće signala na izlazu iz selektivnog kombinera sa tri ulaza, kumulativna raspodela verovatnoće izlaznog signala selektivnog kombinera sa tri ulaza, karakteristična funkcija ovog signala, prvi, drugi i treći moment signala, kao i srednji broj osnih preseka posmatranog slučajnog procesa izlaznog signala selektivnog kombinera.

U četvrtoj glavi razmatran je radio relejni sistem sa dve, tri i četiri deonice. Signal može da se prenosi preko kanala sa dve deonice. Signal na izlazu iz relejnog sistema jednak je proizvodu signala na prvoj deonici i signala na drugoj deonici. U ovom slučaju je ekvivalentni signal jednak je proizvodu dva signala. Na osnovu ove relacije, određena je gustina raspodele verovatnoće izlaznog signala na kraju relejnog sistema. Pomoću ove gustine raspodele je određena kumulativna raspodela verovatnoća signala na izlazu iz relejnog sistema sa dve deonice. Pomoću ove kumulativne verovatnoće izračunata je verovatnoća otkaza bežičnog komunikacionog sistema koji koristi relejni sistem sa dve deonice za prenos signala. Zatim se je izračunata karakteristična funkcija signala na izlazu iz druge deonice. Određen je prvi moment signala na izlazu iz relejnog sistema sa dve deonice, drugi moment signala na izlazu iz relejnog sistema sa dve deonice i treći moment signala na izlazu iz relejnog sistema sa dve deonice. Takođe je razmatran i srednji broj osnih preseka izlaznog signala na kraju relejnog sistema sa dve deonice. Radio relejni sistem može imati tri deonice. Prirode fedinga mogu biti iste za sve tri deonice. Kada je rastojanje deonica veliko, onda se može desiti da se priroda fedinga razlikuje od deonice do deonice. Kada se odrede prirode fedinga po deonicama, onda je izračunata gustina verovatnoće na izlazu iz bežičnog sistema sa tri deonice. Signal na izlazu iz bežičnog relejnog sistema sa tri deonice jednak je proizvodu tri slučajne promenljive. Transformacionom metodom određena je gustina verovatnoće ovog signala. Pomoću gustine verovatnoće, određena je kumulativna verovatnoća signala na izlazu iz relejnog sistema sa tri deonice. Određena je karakteristična funkcija signala na izlazu iz relejnog sistema sa tri deonice. Takođe, određen je prvi moment signala na izlazu iz relejnog sistema sa tri deonice i drugi moment signala na izlazu iz relejnog sistema sa tri deonice. Razmatran je relejni sistem sa četiri deonice. Pomoću gustine verovatnoće određena je kumulativna raspodela verovatnoće proizvoda četiri slučajne promenljive. Određen je prvi moment, drugi moment i treći moment proizvoda četiri slučajne promenljive. Razmatran je radio relejni sistem sa tri deonice u prisustvu korisnog signala i međukanalne interferencije. Korisni signal je prisutan u sve tri deonice. Korisni signal na izlazu iz sve tri deonice jednak je proizvodu korisnog signala sa svake od tri deonice. Iz ove relacije, izračunata je gustina verovatnoće signala na izlazu iz relejnog sistema sa tri deonice transformacionom metodom. Pomoću ove gustine verovatnoće, određena je kumulativna verovatnoća signala na izlazu iz relejnog sistema sa tri deonice, karakteristična funkcija signala na izlazu iz relejnog sistema sa tri deonice, prvi moment signala na izlazu iz relejnog sistema sa tri deonice i drugi moment signala na izlazu iz relejnog sistema sa tri deonice. Takođe, određen je srednji broj osnih preseka rezultujućeg izlaznog signala na kraju relejnog sistema sa tri deonice. Međukanalna interferencija se može pojaviti na prvoj deonici, na drugoj deonici ili na trećoj deonici. Takođe, može se samo javiti na prvoj deonici i drugoj deonici, može se samo javiti na prvoj deonici i trećoj deonici i može se javiti na samo na drugoj deonici i trećoj deonici. Za sve ove slučajeve, izračunata je gustina verovatnoće signala interferencije na izlazu kao proizvod tri slučajne promenljive ili kao

proizvod od dve slučajne promenljive, a može se na izlazu pojaviti i jedna interferencija. Za sve ove slučajeve je izračunata funkcija gustine verovatnoće i kumulativna funkcija raspodele.

U petoj glavi razmatrana je bezbednost fizičkog nivoa bežične M2M komunikacije. Postojanje linije optičke vidljivosti na prvoj deonici smanjuje verovatnoću prisluškivanja poverljive komunikacije između izvora i odredišta DF relejnog sistema. Takođe, dobijeni rezultati pokazuju da jačinu signala koju emituje izvor treba povećavati do nekog određenog nivoa, posle čega vrednosti verovatnoće prisluškivanja ulaze u zasićenje i dalje povećanje snage nema uticaja.

Na osnovu dobijenih rezultata u šestoj glavi ove disertacije, može se zaključiti da optimalna šema odabiranja uređaja u komunikaciji sa drugim uređajem koji je sakupljač informacija omogućava bolju pouzdanost na fizičkom nivou mreže u odnosu na konvencionalnu round-robin šemu odabiranja. Takođe, povoljni uslovi u fading okruženju uzrokuju niže vrednosti verovatnoće prisluškivanja.

U poslednjoj glavi ove disertacije, razmatrana je industrijska M2M komunikacija u prisustvu impulsnog šuma koji se u literaturi često zanemaruje i tretira kao AWGN. Iz tog razloga, pored fadinga i efekta senke, pri razmatranju ovog sistema u analizu je uključen i uticaj impulsnog šuma. Važnost izvedenog izraza za BER i data analiza su od velikog značaja prilikom projektovanja industrijskih bežičnih senzorskih mreža. Dobijeni rezultati pokazuju uticaj najvažnijih parametra sistema koje treba razmatrati prilikom praktične realizacije ovakve mreže.

## LITERATURA

- [1] Papoulis, P. (2002). Probability, Random Variables, and Stochastic Processes, 4th edition, McGraw-Hill Europe.
- [2] Simon, M. K. and Alouini, M. S. (2005). Digital Communications Over Fading Channels. Wiley, 2nd edition.
- [3] S. Panić, Fading and Interference Mitigation in Wireless Communications. CRC Press, USA, 2013
- [4] Sagias, N. C. and Karagiannidis G. K. (2005). Gaussian class multivariate Weibull distributions: Theory and applications in fading channel. IEEE Transactions on Information Theory, vol. 51, issue 10, pp. 3608-3619
- [5] Cheng, J., Tellambura, C. and Beaulieu, N. C. (2003). Performance analysis of digital modulations on Weibull fading channel. Proceedings of the IEEE Vehicular Technology Conference, pp. 236-240.
- [6] M. Stefanovic, et. al. „The CCI Effect on System Performance in kappa-mu fading channels“, TTEM, vol. 7, no.1, pp. 88-92, 2012.
- [7] Stacy, E. W. (1962). A generalization of the Gamma distribution. Annals Mathematical Statistics, vol. 33, no.3, pp. 1187 – 1192
- [8] S. Panic, et.al. “Second order statistics of selection macro-diversity system operating over Gamma shadowed k- $\mu$  fading channels”, EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, Article ID 631204, pp. 1-7, 2011
- [9] Yacoub, M. D. (2007). The  $\alpha$ - $\mu$  distribution: A physical fading model for the Stacy distribution. IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 56, issue 1, pp. 27-34.
- [10] [10] Yacoub, M. D. (2002). The  $\alpha$ - $\mu$  distribution: a general fading distribution. Proceeding of the 13th International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications, vol.2, pp. 629-633
- [11] M. Stefanovic, et al., “Statistics of signal envelope in composite multipath fading/shadowing microcellular environment”, TTEM, vol.6, no.4, pp. 1147-1151, 2011.
- [12] Kostic, P. M. (2005). Analytical approach to performance analysis for channel subject to shadowing and fading. IEEE Proceedings Communications, vol.152, no.6, pp.821-827
- [13] M. Stefanović, D. Milović, A. Mitić, M. Jakovljević, “Performance analysis of system with selection combining over correlated Weibull fading channels in the presence of cochannel interference”, AEU – International Journal of Electronics and Communications, vol.62, Issue 9, pp. 695-700, October 2008.
- [14] Shankar, P. M. (2004). Error rates in generalized shadowed fading channels. Wireless Personal Communications, vol.28, no.3, pp. 1-6.
- [15] Gradshteyn, I., Ryzhik, I. (1980). Tables of Integrals, series, and products. Academic Press
- [16] Pierce J. N. and Stein, S. (1960). Multiple diversity with non independent fading. Proceedings of the Institute of Radio Engineers, vol.48, pp. 89-104.
- [17] Bandjur, D.V., Stefanovic, M.C. and Bandjur, M.V. (2008). Performance analysis of SSC diversity receivers over correlated Ricean fading channels in the presence of co-channel interference. Electronic letters, vol.44, no.9, pp. 587-588.
- [18] Stuber, G. L. (2001). Principles of Mobile Communication, 2nd edition, Kluwer.
- [19] Srboľjub Zdravković, Danijela Aleksić, Ivica Marijanović, Goran Petković, Danijel Đošić, Predrag Milačić”Level Crossing Rate of Ratio of Product of Two k- $\mu$  Random Variables and k- $\mu$  Random Variable Evaluated by Laplace Approximation formula” 12 International Conference on Applied Electromagnetics-IIEC-2015 August 31-September 02, 2015 Niš, Srbija
- [20] Dragana S. Krstić, Mihajlo C. Stefanović, Danijela A. Aleksić, Ivica Marijanović, Goran Petrović ” Performance of Macrodiversity System with Two SC Microdiversity Receivers in the Presence of Rician Fading”, Recent Advances in Communication, Proceedings of the 19th International Conference on Communication, Zakynthos Island, Greece, July 16-20, 2015, pp. 161-166, ISBN:978-1-61804-318-4
- [21] Ivica Marjanović, Dejan Rančić, Danijela Aleksić, Dejan Milić, Mihajlo Stefanović, "Statistics

- of ratio of two weibull random variables with different parameters", 7th INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE ON DEFENSIVE TECHNOLOGIES OTEH 2016, Beograd Serbia, 6-7 October 2016.
- [22] Suad Suljović, Dejan Milić, Vesad Doljak, Ivica Marjanović, Mihajlo Stefanović "Level crossing rate of wireless system over cellular non linear fading channel in the presence of co-channel interference" <http://www.infoteh.rs.ba/-Jahorina> 2017.godina
- [23] A. Melinkov, Cellural Networks: Positioning", Performance Analysis, reliability, InTech, 2011.
- [24] Dušan Stefanović, Miloš Perić, Danijel Došić, Ivica Marjanović, Vladimir Veličković, Mihajlo Stefanović "Wireless Communication System Performance in the presence Weibull Fading and  $\alpha$ - $\mu$  co-Channel Interference", <http://yuinfo.org/-Kopaonik> 2017.godina
- [25] J. Reig, "Multivariate Nakagami-m distribution with constant correlation model," Int. J. Electron. Commun. (AEUE), DOI: 10.1016/j.aeue.2007.10.009, 2007.
- [26] Danijela Aleksić, Dragana Krstić, Goran Petković, Ivica Marijanović, Mihajlo Stefanović "Level Crossing Rate of Wireless Realy System with Three Sections Output Signal Envelope in the Presence of Multipath  $k$ - $\mu$  Fading", 23-rd International Conference on Software Telecommunication and Computer Networks-SoftCOM 2015, Workshop on information and communications technology, September 16-18, 2015, Split-Bol (Island of Brač), Croatia, WYCT/II-74009-1609 SoftCOM 2015.
- [27] A. A. Abu-Dayya and N. C. Beaulieu, "Analysis of switched diversity systems on generalized – fading channels", IEEE Trans. Commun., vol. 42, pp. 2959-2966, (1994).
- [28] A. A. Abu-Dayya and N. C. Beaulieu, "Switched diversity on microcellular Ricean channels", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 43, pp. 970-976, (1994).
- [29] Y. C. Ko, M. S. Alouini and M. K. Simon, "Analysis and optimization of switched diversity systems", IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 49, pp.1569-1574, (2000).
- [30] C. Tellambura, A. Annamalai and V. K. Bhargava, "Unified analysis of switched diversity systems in independent and correlated fading channels", IEEE Trans. Commun., vol. 49, pp. 1955-1965, (2001).
- [31] M. Č. Stefanović, D. S. Krstić, M. Petrović, Dj. Bandjur, "The Joint Probability Density Function of the SSS Combiner Output Signal at Two Time Instants in the Presence of Rayleigh Fading", The Second European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP 2007), The Edinburgh International Conference Centre, UK, 11 – 16. November 2007.
- [32] Cody, J., "An Overview of Software Development for Special Functions", Lecture Notes in Mathematics, 506, Numerical Analysis Dundee, G. A. Watson (ed.), Springer Verlag, Berlin, 1976.
- [33] M. Nakagami, "The m-distribution- A general formula of intensity distribution of rapid fading," in Statistical Methods in Radio Wave Propagation, Oxford, U.K.: Pergamon Press, 1960, pp. 3–36.
- [34] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, "Table of Integrals, Series, and Products", 5th ed. San Diego, CA: Academic Press, 1994.
- [35] Youssef, N., ElBahari, W., Patzold, M. and ElAsmi, S. (2005). On the crossing statistics of phase processes and random FM noise in Nakagami-q mobile fading channels. IEEE Transactions on Wireless Communications, vol.4, no.1, pp. 24-29.
- [36] Papoulis, P. (2002). Probability, Random Variables, and Stochastic Processes, 4<sup>th</sup> edition, McGraw-Hill Europe. Carozzi, T.D. (2002). Radio waves in ionosphere: Propagation, generation, and detection. Ph.D.dissertation, Uppsala University, Sweden.
- [37] Hashemi, H. (1993). The indoor radio propagation channel. Proceedings of the IEEE, vol.81, pp. 943–968.
- [38] Stacy, E. W. (1962). A generalization of the Gamma distribution. Annals Mathematical Statistics, vol.33, no. 3, pp. 1187–1192.
- [39] Yacoub M. D. (2007). The  $\alpha$  –  $\mu$  distribution: A physical fading model for the Stacy distribution. IEEE Transactions on Vehicular Tehnology, vol.56, issue 1, pp.27–34.
- [40] Yacoub M. D. (2007). The  $k$ –  $\mu$  and the  $\eta$ -  $\mu$  distribution. IEEE Antennas and Propagation Magazine, vol.49, no 1, pp. 68-81.
- [41] Filho J. and Yacoub M. D. (2005). Highly accurate  $k$ –  $\mu$  approximation to sum of M

- independent non-identical Ricean variates. *Electronics Letters*, vol.41, no 6, pp.338 -339.
- [42] Cotton, S., W. and Guy, J. (2008). The  $k$ - $\mu$  Distribution Applied to the Analysis of Fading in Body to Body Communication Channels for Fire and Rescue Personnel. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol.7, pp.66 -69.
- [43] Milišić, M. Hamza, M. & Hadjialić M. (2009). BEP/SEP and Outage Performance Analysis of L-Branch Maximal-Ratio Combiner for  $k$ - $\mu$  Fading. *International Journal of the Digital Multimedia Broadcasting*, vol.2009, Article ID 573404, pp.1-8.
- [44] Da Costa, D. B. and Yacoub M. D. (2007). The  $\eta$ - $\mu$  joint phase-envelope distribution, *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol.6, no 1, pp.195 -198.
- [45] Filho J.C. and Yacoub M. D. Highly accurate  $\eta$ - $\mu$  approximation to sum of  $M$  independent non-identical Hoyt variates. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol.4, no 1, pp.436-438. Da Costa, D. B., Filho J. C., Yacoub M. D. and Fraidenraich, G. (2008). Second-Order Statistics of  $\eta$ - $\mu$  fading Channels: Theory and Applications. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol.7, no3, pp.819 -824.
- [46] Peppas, K. et. al (2010). Sum of non-identical squared  $\eta$ - $\mu$  variates and applications in the performance analysis of DS-CDMA systems. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol.9, issue 9, pp. 2718 –2723.
- [47] B. Peterson, D. Bruckner, and S. Heye. Measuring GPS signals indoors. In *Proc. of ION GPS*, pages 615–624, Sep 1997.
- [48] Abdi A. and Kaveh, M. (1999). On the utility of Gamma PDF in modeling shadow fading (slow fading). *Proceedings of the IEEE Vehicular Tehnology Conference*, vol.3, pp. 2308-2312.
- [49] Salo, J., Vuokko, L., El-Sallabi, H., and Vainikainen, P. (2007). An additive model As physical basis for shadow fading. *IEEE Vehicular on Tehnology*, vol.56, no. 1.
- [50] Suzuki, H. (1977). A statistical model for urban radio propagation. *IEEE Transactions on Communications*, vol. 25, no. 7, pp. 673-680.
- [51] Abdi A., Lau, W. C., Alouini, M. S., Kaveh, M. (2003). A new simple model for land mobile satellite channels: first-and-second-order statistics. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol.2, no.2, pp. 519-528.
- [52] Lee, W. C. Y. (1993). *Mobile communications Design Fundamentals*. Wiley.
- [53] Abu-Dayya, A. A. and Beaulieu, C. N. (1995). Micro- and Macrodiversity MDPSK on Shadowed Frequency-Selective Channels. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol.43, no.8, pp.2334-2342.
- [54] Stefanović, D., Panić, S., Spalević, P. (2011). Second Order Statistics of SC Macrodiversity System Operating over Gamma Shadowed Nakagami-m fading channels. *International Journal of Electronics and Communications (AEUE)*, vol.65, Issue 5, pp. 413-418.
- [55] Panić et al. (2011). Second-order statistics of selection macro-diversity system operating over Gamma shadowed fading channels  $k$ - $\mu$  fading channels. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, vol. 2011, Article ID 151, pp.1-7.
- [56] Iskander, C. D., Mathiopoulos, P. T. (2002). Analytical Level Crossing Rate and Average Fade Duration in Nakagami fading channels. *IEEE Transactions on Communications*, vol.50, issue 8, pp.1301-1309.
- [57] Dong, X. and Beaulieu, N. C. (2001). Average Level Crossing Rate and Average Fade Duration of Selection Diversity, *IEEE Communication Letters*, vol. 10, no. 5, pp. 396-399.
- [58] Trigui, I. et al. (2008). On the Level Crossing Rate and Average Fade Duration of Composite Multipath/Shadowing Channels. *Proceedings of, IEEE Global Telecommunications Conference*, pp.1- 5.
- [59] Ramos, F. A., Kontorovitch V. and Lara, M. (2005). On the Generalized and Modified Suzuki Model (GMSM): Approximations and Level Crossing Statistics, *Proceedings of International Conference on Electrical and Electronics Engineering*, pp.110-113.
- [60] Cotton, S.L., and Scanlon, W. G. (2007). Higher-order statistics for kappa-mu Distribution. *Electronic Letters*, vol.43, no. 22, pp. 1215-1217.
- [61] M. S. Alouini, and M. K. Simon, "Postdetection Switched Combining- A simple Diversity Scheme With Improved BER Performance", *IEEE Trans. on Commun.*, vol. 51, No 9, pp.1591-1602, September 2003.

- [62] A. A. Abu-Dayya and N. C. Beaulieu, "Analysis of switched diversity systems on generalized – fading channels", *IEEE Trans. Commun.*, vol. 42, pp. 2959-2966, (1994).
- [63] A. A. Abu-Dayya and N. C. Beaulieu, "Switched diversity on microcellular Ricean channels", *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 43, pp. 970-976, (1994).
- [64] Y. C. Ko, M. S. Alouini and M. K. Simon, "Analysis and optimization of switched diversity systems", *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 49, pp.1569-1574, (2000).
- [65] C. Tellambura, A. Annamalai and V. K. Bhargava, "Unified analysis of switched diversity systems in independent and correlated fading channels", *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, pp. 1955-1965, (2001).
- [66] M. Č. Stefanović, D. S. Krstić, M. Petrović, Dj. Bandjur, "The Joint Probability Density Function of the SSS Combiner Output Signal at Two Time Instants in the Presence of Rayleigh Fading", *The Second European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP 2007)*, The Edinburgh International Conference Centre, UK, 11 – 16. November 2007.
- [67] Cody, J., "An Overview of Software Development for Special Functions", *Lecture Notes in Mathematics*, 506, Numerical Analysis Dundee, G. A. Watson (ed.), Springer Verlag, Berlin, 1976.
- [68] M. Nakagami, "The m-distribution- A general formula of intensity distribution of rapid fading," in *Statistical Methods in Radio Wave Propagation*, Oxford, U.K.: Pergamon Press, 1960, pp. 3–36.
- [69] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, "Table of Integrals, Series, and Products", 5th ed. San Diego, CA: Academic Press, 1994.
- [70] M. S. Alouini, "A New Look at the Performance Analysis of Diversity Systems over Fading Channels: The MGF-Based Approach", Trondheim, Norway, September 7, (1999).
- [71] M. S. Alouini: "Some new results in the performance analysis of multihop and diversity systems", BEATS Seminar, October 10, (2002).
- [72] M. A. Blanco, "Diversity receiver performance in Nakagami fading" in *Proc. 1983 IEEE Southeastern Conf. Orlando*, pp.529-532.
- [73] G. Lukatela: *The statistical telecommunication theory and information theory*, Gradjevinska knjiga, Beograd, (1981), (in serbian).
- [74] P. Stavroulakis: *Interference Analysis and Reduction for Wireless Systems*, London, Artech house, (2003).
- [75] A. D. Whalen, *Detection in signals in noise*, Bell Telephone Laboratories Whippany, New Jersey, Academic Press, New York, San Francisco, London, (1971).
- [76] G. Stuber, *Principles of Mobile Communication*. Boston: Kluwer Academic Publishers; 2000.
- [77] W.C.Y. Lee. *Mobile communications engineering*, New York: Mc-Graw-Hill; 2001.
- [78] S. Okui, Effects of SIR selection diversity with two correlated branches in the m-fading channel. *IEEE Trans Commun*; 48:1631–3, 2000.
- [79] A.L. Brandao, L.B. Lopez, D.C. McLernon, Co-channel interference estimation for M-ary PSK modulated signals, *IEEE Wireless Pers Commun*; 1(1): 23–32, 1994.
- [80] P. Shankar, Error rates in generalized shadowed fading channels, *Wireless Personal Comm.*, vol. 28, No. 3, 233-238, Feb. 2004.
- [81] I. Kostic, Analytical approach to performance analysis for channel subject to shadowing and fading, *IEE Proc Comm.*, Volume: 152, Issue: 6, pp. 821- 827, Dec. 2005.
- [82] P. M. Shankar, Analysis of microdiversity and dual channel macrodiversity in shadowed fading channels using a compound fading model, *Int. J. Electron. Commun. (AEU)*, 62, pp. 445-449, 2008.
- [83] P.M. Shankar, Outage analysis in wireless channels with multiple interferers subject to shadowing and fading using a compound pdf model, *Int. J. Electron. Commun. (AEÜ)*, 61, 255 – 261, 2007.
- [84] W.-C. Jeong and J.-M. Chung, Analysis of macroscopic diversity combining of MIMO signals in mobile communications, *Int J Electron Comm (AEÜ)* 59, pp. 454–462, 2005.
- [85] P.S. Bithas, N.C. Sagias, P.T. Mathiopoulos, G.K. Karagiannidis and A.A. Rontogiannis, On the performance analysis of digital communications over generalized-K fading channels, *IEEE Comm Lett* 10 (2006), pp. 353–355.
- [86] P.M. Shankar, Outage probabilities in shadowed fading channels using a compound pdf model,

- IEE Proc Comm 152, pp. 828–832, 2005.
- [87] I.S. Gradshteyn and I.M. Ryzhik, Table of integrals, series, and products (5th ed.), Academic, San Diego, CA (1994).
- [88] R. G. Vanghn and J. B. Anderson, “Antena diversity in mobile communications,” IEEE Trans. Veh. Technol. vol. VT-36, 1987, pp. 149–172.
- [89] P. S. Bithas and P. T. Mathiopoulos, “Performance analysis of SSC diversity receivers over correlated ricean fading satellite channels,” EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, vol. 2007, [88] Article ID 25361, 9 pages, 2007.
- [90] P.S. Bithas, P.T. Mathiopoulos, and G.K. Karagiannidis, "Switched Diversity Receivers over Correlated Weibull Fading Channels", Proceedings International Workshop on Satellite and Space Communications (IWSSC);Leganes, Spain, Sep. 2006.
- [91] D. V. Bandjur, M.C. Stefanovic, M.V. Bandjur, "Performance Analysis of SSC Diversity Receivers over Correlated Ricean Fading Channels in the Presence of Co-channel Interference", Electronic letters; Vol. 44, Issue 9, pp 587-588, 2008.
- [92] A. Abu-Dayya, N. C. Beaulieu, "Outage probabilities of diversity cellular systems with co-channel interference in Nakagami fading". Trans Veh Technol 1992, vol. 41, pp. 343–55.
- [93] Y.-C. Ko, “Analysis and optimization of switched diversity systems,” IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2000, vol. 49, no. 5, pp. 1813–1831.
- [94] I. Gradshteyn and I. Ryzhik, Tables of Integrals, Series, and Products, Academic Press, New York, NY, USA, 1980.
- [95] G. K. Karagiannidis, D. A. Zogas, and S. A. Kotsopoulos, "On the multivariate Nakagami-m distribution with exponential correlation", IEEE Trans. Commun., 2003, vol. 51, pp. 1240–1244.
- [96] T. Tan, N. Bealieu, "Infinite series representation of the bivariate Rayleigh and Nakagami-m distributions", IEEE Trans. Commun., 1997, vol. 45, pp. 1159–1161.
- [97] G. K. Karagiannidis, “Performance analysis of SIR-based dual selection diversity over correlated Nakagami-m fading channels,” IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2003, vol. 52, no. 5, pp. 1207–1216, 2003.
- [98] M. Stefanović, et al. "Performance analysis of system with selection combining over correlated Weibull fading channels in the presence of cochannel interference", Int J Electron Commun (AEU) (2007), doi: 10.1016/j.aeue.2007.09.006.
- [99] M. K. Simon and M.-S. Alouini, “A unified approach to the performance analysis of digital communications over generalized fading channels,” IEEE Proc., vol. 86, no. 9, September 1998, pp. 1860–1877.
- [100] J. G. Proakis, Digital Communications, 3rd ed. New York, NY: McGraw-Hill, 1995
- [101] Marvin K.Simon, Mohamed-Slim Alouni, Digital Communication over Fading Channels, New York, 2000.
- [102] M. J. Ho and G. L. Stuber, “Co-channel interference of microcellular systems on shadowed Nakagami fading channels,” Proc. IEEE Veh. Technol. Conf. (VTC’93), Secaucus, NJ, May 1993, pp. 568–571.
- [103] J.W. Craig, “A new simple and exact result for calculating the probability of error for two-dimensional signal constellations” IEEE MILCOM’91 Conf. Rec., Boston, MA, pp. 25.5.1–25.5.5
- [104] M. K. Simon, S. M. Hinedi, and W. C. Lindsey, Digital Communication Techniques- Signal Design and Detection. Englewood Cliffs, NJ: PTR Prentice-Hall, 1995.
- [105] G.L.Stuber, Principles of Mobile Communications, Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [106] M. S. Alouni, M. K.Simon, ”Outage probality of dual branch diversity over correlated lognormal fading chanelns”, 5th Nordic Signal Processing Symo, Tromso-Trondheim, Norway, Oct. 2002.
- [107] A. Matović, E. Mekić, N. Sekulović, M. Stefanović, M.Matović and Č. Stefanović, "The distribution of the ratio of the products of two independent  $a$ - $\mu$  variates and its application in the performance analysis of relaying communication systems", Matehmatical Problems in Engineering, ISSN:1563-5147, Hindawi Publishing, vol. 2013, Article ID 147106, 6 pages, 2013.doi:10.11.1155/2013/147106.2013.



- [108] M. Matovic, S. R.Panic, Z.Popovic, M.Stefanovic, J. Zivanic, M. Peric, "Eta-Mu modeled multipath propagation og electromagnetic waves" , TTEM journal, Vol.7, No2, 2012, pp.456-461.
- [109] G. L. Stuber, "Mobile communication",Kluwer; USA, 2003, 2nd edn ; USA, 2003, 2nd edn
- [110] M. K. Simon and M.-S Alouini, Digital Communication over Fading Channels, 1st ed. New York: Wiley, 2000
- [111] W.C.Y. Lee, "Mobile communications engineering", Mc-Graw-Hill New York, USA, 2001.
- [112] Yacoub M. D. (2007). The  $\alpha - \mu$  distribution: A general fading distribution. Proceeding of the 13th International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications,vol.2, pp.629-633.
- [113] Georgije Lukatela , Statistička teorija telekomunikacija i teorija informacija , Gradjevinska knjiga , Beograd , 1981.
- [114] Mihajlo Č. Stefanović , Performanse digitalnih telekomunikacionih sistema, Elektronski fakultet , Niš 2000.
- [115] Mihajlo Č. Stefanović , Detekcija signala u belom i obojenom Gausovom šumu , Elektronski fakultet , Niš 1999.
- [116] Stephen Wolfram , The Mathematica Book , Fourth Edition, Wolfram Research Inc.USA, 1999.
- [117] Radhappa, H. Pan, L., Xi Zheng, J., Wen, S., "Practical overview of security issues in wireless sensor network applications", *International Journal of Computers and Applications*, (2017)
- [118] Lin, H., Wen, H., Wu, B., Pan, F., Liao, R-F., Song, H., Tang, J., Wang, X., "Cooperative Jamming for Physical Layer Security Enhancement in Internet of Things," *IEEE Internet of Things Journal*, 5(1) (2018) 219-228.
- [119] Zhu, J., Zou Y., Zheng, B., "Physical-Layer Security and Reliability Challenges for Industrial Wireless Sensor Networks", *IEEE Access*, 5, (2017) 5313-5320.
- [120] Liu, Y., Chen, H-Hwa., Wang, L., "Physical Layer Security for Next Generation Wireless Networks: Theories, Technologies, and Challenges", *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 19(1) (2017) 347–376.
- [121] Zhou, X., Song, L., Zhang, Y., *Physical Layer Security in Wireless Communications*. CRC Press, 2013.
- [122] Shor, P.. Algorithms for quantum computation: Discrete logarithms and factoring., in *Proc. IEEE FOCS*, 124134. (1994)
- [123] Wyner, A. D., "The wire-tap channel", *The Bell System Technical Journal*, 54 (8) (1975) 1355–1387.
- [124] Liu, X., "Average secrecy capacity of the Weibull fading channel", in *proc. IEEE Consumer Communications & Networking Conference (CCNC)*, (2016) 841-844.
- [125] Jameel, F., Faisal, Asif, M., Butt, A., "Physical layer security under Rayleigh/Weibull and Hoyt/Weibull fading", *IEEE 13th International Conference on Emerging Technologies (ICET)*, (2018) 1-5.
- [126] Anastasov, J., Cvetković, A. Milović, D., Milić, D., Đorđević, G., "Intercept probability evaluation of wireless sensor networks over composite fading environment", *53rd International Scientific Conference on Information, Communication and Energy Systems and Technologies (ICEST 2018)*, no.1, pp. 314-317, 2018.
- [127] Zou, Y., Wang, G., "Intercept behavior analysis of industrial wireless sensor networks in the presence of eavesdropping attack," *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 12(2) (2016) 780-787.
- [128] Zou, Y., Wang, X., Shen, W., "Optimal relay selection for physical layer security in cooperative wireless networks", *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 31(10) (2013) 2099-2111.
- [129] Goel, S., Negi, R., "Guaranteeing secrecy using artificial noise", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 7(6) (2008) 2180-2189.
- [130] Milić, D., Milović, D., Marjanović, I., Anastasov, J., Cvetković, A., "Physical layer security of wireless sensor networks over Weibull fading channels", *8th International Scientific Conference on Defensive Technologies (OTEH 2018)*, *Proceedings of papers*, pp. 405-409, Belgrade, Serbia, 11-12, October 2018. Published by The Military Technical Institute, ISBN:

- 978-8681123-88-1.
- [131] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Tables of integrals, series, and products*, fifth edition, New York, Academic Press, 1994.
  - [132] Dong, L., Han, Z., Petropulu, A. P., & Poor, H. Vi. "Improving Wireless Physical Layer Security via Cooperating Relays", *IEEE Transactions on Signal Processing*, 58(3) (2010) 1875-1888.
  - [133] Lee, J-Ho. "Cooperative Relaying Protocol for Improving Physical Layer Security in Wireless Decode-and-Forward Relaying Networks", *Wireless Personal Communications*, 83(4) (2015) 3033–3044.
  - [134] Milić, D., Milović, D., Marjanović, I., Anastasov, J., Cvetković, A., "Analyzing decode-and-forward relaying strategy in the presence of eavesdropping attack", *8th International Scientific Conference on Defensive Technologies (OTEH 2018), Proceedings of papers*, pp. 396-400, Belgrade, Serbia, 11-12, October 2018. Published by The Military Technical Institute, ISBN: 978-8681123-88-1.
  - [135] Ha, D.-B., Duong, T. Q., Tran, D.-D., Zepernick, H.J., and Vu, T. T., "Physical Layer Secrecy Performance over Rayleigh/Rician Fading Channels", *Proceedings of the International Conference on Advanced Technologies for Communications*, (2014).
  - [136] Kyosti, P., Meinila, J., Hentila L., et al., WINNER II Interim Channel Models (IST-4-027756 WINNER II D1.1.1 V1.1) [Online]. Available: <http://www.ist-winner.org/WINNER2-Deliverables/D1.1.1.pdf>.
  - [137] Pottie, G. J. (2016). *Wireless Sensor Networks Concepts, Applications, Experimentation and Analysis*. 1998 Information Theory Workshop (Cat. No.98EX131). doi:10.1109/INFOCOM.2014.6848209
  - [138] Swami, A., Zhao, Q., Hong, Y.-W., & Tong, L. (2007). *Wireless sensor networks: signal processing and communications perspectives*. John Wiley & Sons.
  - [139] Hatler, M. (2012). Industrial Wireless Sensor Networks: Trends and developments. *InTech Magazine*. Retrieved November 1, 2018, from <https://www.isa.org/standards-publications/isa-publications/intech-magazine/2012/october/web-exclusive-industrial-wireless-sensor-networks>
  - [140] Gubbi, J., Buyya, R., Marusic, S., & Palaniswami, M. (2013). Internet of Things (IoT): A vision, architectural elements, and future directions. *Future Generation Computer Systems*, 29(7), 1645–1660. doi:<https://doi.org/10.1016/j.future.2013.01.010>
  - [141] Jacobsson, M., & Orfanidis, C. (2015). Using software-defined networking principles for wireless sensor networks. In *11th Swedish National Computer Networking Workshop (SNCNW 2015) Karlstad, May 28-29, 2015*.
  - [142] Cisco. (2016). *Fog Computing and the Internet of Things: Extend the Cloud to Where the Things are*. Cisco White Paper. San Jose, CA, USA.
  - [143] Platform Industrie 4.0. (n.d.). Retrieved November 1, 2018, from <https://www.plattform-i40.de/I40/Navigation/EN/Home/home.html>
  - [144] Sendonaris, A., Erkip, E., & Aazhang, B. (1998). Increasing uplink capacity via user cooperation diversity. In *Proceedings. 1998 IEEE International Symposium on Information Theory (Cat. No.98CH36252)* (p. 156-). doi:10.1109/ISIT.1998.708750
  - [145] Hasna, M. O., & Alouini, M.-. (2002). Performance analysis of two-hop relayed transmissions over Rayleigh fading channels. In *Proceedings IEEE 56th Vehicular Technology Conference* (Vol. 4, pp. 1992–1996 vol.4). doi:10.1109/VETEFC.2002.1040567
  - [146] Hasna, M. O., & Alouini, M.-. (2004). Optimal power allocation for relayed transmissions over Rayleigh-fading channels. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 3(6), 1999–2004. doi:10.1109/TWC.2004.833447
  - [147] Nosratinia, A., Hunter, T. E., & Hedayat, A. (2004). Cooperative communication in wireless networks. *IEEE Communications Magazine*, 42(10), 74–80. doi:10.1109/MCOM.2004.1341264
  - [148] Kramer, G., Gastpar, M., & Gupta, P. (2005). Cooperative strategies and capacity theorems for relay networks. *IEEE Transactions on Information Theory*, 51(9), 3037–3063. doi:10.1109/TIT.2005.853304
  - [149] Islam, S. N., Sadeghi, P., & Durrani, S. (2013). Error performance analysis of decode-and-

- forward and amplify-and-forward multi-way relay networks with binary phase shift keying modulation. *IET Communications*, 7(15), 1605–1616. doi:10.1049/iet-com.2013.0284
- [150] Dhaka, K., Mallik, R. K., & Schober, R. (2012). Performance Analysis of Decode-and-Forward Multi-Hop Communication: A Difference Equation Approach. *IEEE Transactions on Communications*, 60(2), 339–345. doi:10.1109/TCOMM.2012.12.100705
- [151] Morgado, E., Mora-Jimenez, I., Vinagre, J. J., Ramos, J., & Caamano, A. J. (2010). End-to-End Average BER in Multihop Wireless Networks over Fading Channels. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 9(8), 2478–2487. doi:10.1109/TWC.2010.070710.090240
- [152] Dixit, D., & Sahu, P. R. (2018). Error rate and outage of dual-hop DF relay system with selection combining over Rice fading. *International Journal of Communication Systems*, 31(13), e3719. doi:10.1002/dac.3719
- [153] Dixit, D., & Sahu, P. R. (2017). Performance of dual-hop DF relaying systems with QAM schemes over mixed  $\eta$ - $\mu$  and  $\kappa$ - $\mu$  fading channels. *Transactions on Emerging Telecommunications Technologies*, 28(11), e3179. doi:10.1002/ett.3179
- [154] Althunibat, S., & Mesleh, R. (2017). Cooperative decode-and-forward quadrature spatial modulation over correlated and imperfect  $\eta$ - $\mu$  fading channels. *Wireless Networks*. doi:10.1007/s11276-017-1585-z
- [155] Prince, A., Abdalla, A. E., Dahshan, H., & Rohiem, A. E. (2017). Performance evaluation of multihop decode and forward cooperative relaying. In *2017 Intl Conf on Advanced Control Circuits Systems (ACCS) Systems 2017 Intl Conf on New Paradigms in Electronics Information Technology (PEIT)* (pp. 321–325). doi:10.1109/ACCS-PEIT.2017.8303059
- [156] Bahl, N., Sharma, A. K., & Verma, H. K. (2014). On the energy utilization for WSN based on BPSK over the Generalized-K shadowed fading channel. *Wireless Networks*, 20(8), 2385–2393. doi:10.1007/s11276-014-0743-9
- [157] Dziri, A., Terre, M., & Nasser, N. (2016). Performance analysis of decode and forward relaying over Generalized-K channels at arbitrary SNR for wireless sensor networks. In *2016 International Wireless Communications and Mobile Computing Conference (IWCMC)* (pp. 1100–1104). doi:10.1109/IWCMC.2016.7577212
- [158] Liu, B. H., Otis, B. P., Challa, S., Axon, P., Chou, C., & Jha, S. (2008). The impact of fading and shadowing on the network performance of wireless sensor networks. *International Journal of Sensor Networks*, 3(4), 211–223. doi:10.1504/IJSNet.2008.019006
- [159] Liu, B. H., Otis, B., Challa, S., Axon, P., Chou, C. T., & Jha, S. (2006). On the Fading and Shadowing Effects for Wireless Sensor Networks. In *2006 IEEE International Conference on Mobile Ad Hoc and Sensor Systems* (pp. 51–60). doi:10.1109/MOBHOC.2006.278597
- [160] Gungor, V. C., & Hancke, G. P. (2009). Industrial Wireless Sensor Networks: Challenges, Design Principles, and Technical Approaches. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56(10), 4258–4265. doi:10.1109/TIE.2009.2015754
- [161] Soon, L. K., Nu, W. W. N., & Joo, E. M. (2005). Wireless Sensor Networks for Industrial Environments. In *International Conference on Computational Intelligence for Modelling, Control and Automation and International Conference on Intelligent Agents, Web Technologies and Internet Commerce (CIMCA-IAWTIC'06), vol. 2* (pp. 271–276). doi:10.1109/CIMCA.2005.1631480
- [162] Ai, Y., & Cheffena, M. (2017). On Multi-Hop Decode-and-Forward Cooperative Relaying for Industrial Wireless Sensor Networks. *Sensors*, 17(4–695), 1–21. doi:10.3390/s17040695
- [163] Middleton, D. (1983). Canonical and Quasi-Canonical Probability Models of Class a Interference. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, EMC-25*(2), 76–106. doi:10.1109/TEMC.1983.304151
- [164] Matsumoto, Y., Wu, I., Gotoh, K., & Ishigami, S. (2013). Measurement and modeling of electromagnetic noise from LED light bulbs. *IEEE Electromagnetic Compatibility Magazine*, 2(4), 58–66. doi:10.1109/MEMC.2013.6714699
- [165] Sarr, N. B., Boeglen, H., Agba, B. L., Gagnon, F., & Vauzelle, R. (2016). Partial discharge impulsive noise in 735 kV electricity substations and its impacts on 2.4 GHz ZigBee communications. In *2016 International Conference on Selected Topics in Mobile Wireless Networking (MoWNeT)* (pp. 1–7). doi:10.1109/MoWNet.2016.7496610
- [166] Abdi, A., & Kaveh, M. (1999). On the utility of gamma PDF in modeling shadow fading (slow

- fading). In *1999 IEEE 49th Vehicular Technology Conference (Cat. No.99CH36363)* (Vol. 3, pp. 2308–2312 vol.3). doi:10.1109/VETEC.1999.778479
- [167] Bithas, P. S., Sagias, N. C., Mathiopoulos, P. T., Karagiannidis, G. K., & Rontogiannis, A. A. (2006). On the performance analysis of digital communications over generalized-K fading channels. *IEEE Communications Letters*, 10(5), 353–355. doi:10.1109/LCOMM.2006.1633320
- [168] Gradstein, E. S., & Ryzhik, I. M. (2007). *Table of integrals, sums, series, and products*. (A. Jeffrey & D. Zwillinger, Eds.) (7th ed.). San Diego, CA, USA: Academic Press. Retrieved from <http://www.sciencedirect.com/science/book/9780123736376>
- [169] Spaulding, A., & Middleton, D. (1977). Optimum Reception in an Impulsive Interference Environment - Part I: Coherent Detection. *IEEE Transactions on Communications*, 25(9), 910–923. doi:10.1109/TCOM.1977.1093943
- [170] Lu, J., Letaief, K. B., Chuang, J. C.-., & Liou, M. L. (1999). M-PSK and M-QAM BER computation using signal-space concepts. *IEEE Transactions on Communications*, 47(2), 181–184. doi:10.1109/26.752121
- [171] Wolfram Research. (2001). BesselK. Retrieved from <http://functions.wolfram.com/03.04.26.0009.01>
- [172] Wolfram Research. (2001). Erfc. Retrieved from <http://functions.wolfram.com/06.27.26.0006.01>
- [173] Wolfram Research. (2001). MeijerG. Retrieved from <http://functions.wolfram.com/07.34.21.0011.01>
- [174] Zabin, S. M., & Poor, H. V. (1989). Parameter estimation for Middleton Class A interference processes. *IEEE Transactions on Communications*, 37(10), 1042–1051. doi:10.1109/26.41159
- [175] Ivica Marjanović, Nenad Milošević, Aleksandra Cvetković, Dejan Milić, Zorica Nikolić, "Performance Analysis of Industrial Cooperative Communication System in Generalized Fading Environment", *Tehnički Vjesnik*, TV-20181116112751, rad prihvaćen za štampu, Feb. 2020.

## SPISAK SLIKA

Slika 2.1	Srednji broj osnih preseka kanala u Relijeovom kanalu .....	24
Slika 2.2	Srednji broj osnih preseka kanala u Rajsovom kanalu .....	26
Slika 2.3	Srednji broj osnih preseka kanala u Nakagami – m kanalu .....	29
Slika 2.4	Srednji broj osnih preseka kanala u Nakagami – m kanalu .....	29
Slika 2.5	Srednji broj osnih preseka u k - $\mu$ kanalu .....	32
Slika 2.6	Srednji broj osnih preseka u k - $\mu$ kanalu.....	33
Slika 2.7	Srednji broj osnih preseka kapaciteta kanala u prisustvu k - $\mu$ i Nakagami – m fedinga u k - $\mu$ kanalu .....	33
Slika 2.8	Srednji broj osnih preseka u kanala u Vejbulovom kanalu .....	37
Slika 3.1	Makrodiverziti sistem sa makrodiverziti prijemnikom i dva mikrodiverziti prijemnika.....	43
Slika 3.2	Verovatnoća otkaza makrodiverziti sistema .....	55
Slika 3.3	Makrodiverziti sistem sa jednim makrodiverziti SC prijemnikom i tri SC mikrodiverziti prijemnika.....	56
Slika 4.1	Regenerativni radio relejni sistem sa dve deonice .....	65
Slika 4.2	Neregenerativna relejna veza sa dve deonice .....	68
Slika 4.3	Srednji broj osnih preseka radio relejnog sistema sa dve deonice .....	72
Slika 4.4	Srednji broj osnih preseka radio relejnog sistema sa dve deonice .....	72
Slika 4.5	Relejna veza sa tri deonice .....	73
Slika 4.6	Srednji broj osnih preseka radio relejnog sistema sa tri deonice .....	86
Slika 5.1	Model bežične senzorske mreže.....	88
Slika 5.2	Verovatnoća presretanja u odnosu na broj aktivnih senzora korišćenjem optimalne šeme odabira senzora .....	91
Slika 5.3	Verovatnoće presretanja round-robin šeme biranja u funkciji od N .....	92
Slika 5.4	Verovatnoća presretanja kanala u funkciji od $\lambda$ za različite vrednosti parametra dubine fedinga .....	92
Slika 6.1	Model sistema .....	93
Slika 6.2	Verovatnoća presretanja u zavisnosti od srednjeg SNR-a na linku izvor-relej .....	96
Slika 6.3	Verovatnoća presretanja u zavisnosti od srednjeg SNR-a na linku relej-odredište.....	97
Slika 6.4	Verovatnoća presretanja u zavisnosti od srednjeg SNR-a na linku izvor-prislušivač .....	98
Slika 7.1	Model kooperativnog relejnog sistema .....	100

Slika 7.2	BER za BPSK modulisani signal za različite vrednosti parametra šuma A.....	103
Slika 7.3	BER za BPSK modulisani signal za različite vrednosti parametra fedinga.....	103
Slika 7.4	BER za BPSK modulisani signal u funkciji od parametra šuma A .....	104
Slika 7.5	BER u funkciji srednjeg SNRa za različite nivoe modulacije .....	104

## BIOGRAFIJA AUTORA

Ivica Marjanović je rođen 31. oktobra 1969. godine u Kraljevu, Republika Srbija. Osnovnu školu završio je u Leskovcu , a srednju Elektrotehničku školu “Nikola Tesla” završio je u Beogradu. Elektrotehnički fakultet u Beogradu, na smeru vazduhoplovna elektronika i telekomunikacije, završava 1993.god. Svoje stručno usavršavanje, nastavio je upisavši postdiplomske studije na Elektronskom fakultetu u Nišu iz oblasti Telekomunikacija. Na postdiplomskim studijama je stekao diplomu mastera tehničkih nauka iz oblasti Telekomunikacija, 2017.godine, odbranivši temu:

„Performanse satelitskih telekomunikacionih sistema u prisustvu Gausovog šuma i fedinga“ 2008. godine.

Trenutno je zaposlen kao direktor Vojne kontrole kvaliteta, Sektor za materijalne resurse, Ministarstvo odbrane R.Srbije. Predsednik je sekcije međunarodne konferencije Jedinstvenog udruženja za standardizaciju i kvalitet JUSK, United Association of Serbia for Quality, Faculty of Mechanical Engineering – oblast naoružanja i vojne opreme pod pokroviteljstvom Ministarstvaprosvete, nauke i tehnološkog razvoja.

Od 1998-2001.godine, završio specijalizaciju vazduhoplovne elektronike i telekomunikacija, raketno elektronski smer. Od 2001-2008.godine, angažovan na projektu „Modernizacija i remont raketno tehničkog naoružanja i telekomunikacione opreme ” - finansiran od strane Ministarstva odbrane R.Srbije.

Od 2014-2016.godine, angažovan na projektu „ Izrada standarda odbrane Republike Srbije u oblasti sistema kvaliteta i upravljanja telekomunikacionom hardverskom opremom i softverima ” - finansiran od strane Ministarstva odbrane R.Srbije. Napisao je radove u međunarodnim časopisima sa SCI liste (Science Citation Index), kao i radove objavljene u međunarodnim časopisima, radove saopštene na međunarodnim skupovima i štampani u odgovarajućim zbornicima radova i radove saopštene na nacionalnim skupovima i štampani u odgovarajućim zbornicima radova.

## **IZJAVE AUTORA**





## IZJAVA O AUTORSTVU

Izjavljujem da je doktorska disertacija, pod naslovom:

**PERFORMANSE KOOPERATIVNIH BEŽIČNIH TELEKOMUNIKACIONIH  
SISTEMA I MOGUĆNOSTI POVEĆANJA KAPACITETA KANALA U PRISUSTVU  
FEDINGA I MEĐUKANALNE INTERFERENCIJE**

koja je odbranjena na Elektronskom fakultetu Univerziteta u Nišu:

- rezultat sopstvenog istraživačkog rada;
- da ovu disertaciju, ni u celini, niti u delovima, nisam prijavljivao na drugim fakultetima, niti univerzitetima;
- da nisam povredio autorska prava, niti zloupotrebio intelektualnu svojinu drugih lica.

Dozvoljavam da se objave moji lični podaci, koji su u vezi sa autorstvom i dobijanjem akademskog zvanja doktora nauka, kao što su ime i prezime, godina i mesto rođenja i datum odbrane rada, i to u katalogu Biblioteke, Digitalnom repozitorijumu Univerziteta u Nišu, kao i u publikacijama Univerziteta u Nišu.

U Nišu, \_\_\_\_\_

Potpis autora disertacije:

\_\_\_\_\_  
Ivica B. Marjanović



**IZJAVA O ISTOVETNOSTI ELEKTRONSKOG I ŠTAMPANOG OBLIKA  
DOKTORSKE DISERTACIJE**

Naslov disertacije:

**PERFORMANSE KOOPERATIVNIH BEŽIČNIH TELEKOMUNIKACIONIH  
SISTEMA I MOGUĆNOSTI POVEĆANJA KAPACITETA KANALA U PRISUSTVU  
FEDINGA I MEĐUKANALNE INTERFERENCIJE**

Izjavljujem da je elektronski oblik moje doktorske disertacije, koju sam predao za unošenje u **Digitalni repozitorijum Univerziteta u Nišu**, istovetan štampanom obliku.

U Nišu, \_\_\_\_\_

Potpis autora disertacije:

---

Ivica B. Marjanović



## IZJAVA O KORIŠĆENJU

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku „Nikola Tesla“ da u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Nišu unese moju doktorsku disertaciju, pod naslovom:

### **PERFORMANSE KOOPERATIVNIH BEŽIČNIH TELEKOMUNIKACIONIH SISTEMA I MOGUĆNOSTI POVEĆANJA KAPACITETA KANALA PRISUSTVU FEDINGA I MEĐUKANALNE INTERFERENCIJE**

Disertaciju sa svim prilogima predao sam u elektronskom obliku, pogodnom za trajno arhiviranje.

Moju doktorsku disertaciju, unetu u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Nišu, mogu koristiti svi koji poštuju odredbe sadržane u odabranom tipu licence Kreativne zajednice (Creative Commons), za koju sam se odlučio.

1. Autorstvo (CC BY)

2. Autorstvo – nekomercijalno (CC BY-NC)

3. Autorstvo – nekomercijalno – bez prerade (CC BY-NC-ND)

4. Autorstvo – nekomercijalno – deliti pod istim uslovima (CC BY-NC-SA)

5. Autorstvo – bez prerade (CC BY-ND)

6. Autorstvo – deliti pod istim uslovima (CC BY-SA)

U Nišu, \_\_\_\_\_

Potpis autora disertacije:

\_\_\_\_\_  
Ivica B. Marjanović



