

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ

| | |
|------------------------------------|-------------------------|
| Презиме, име једног родитеља и име | Милошевић Сениша Јована |
| Датум и место рођења | 09.12.1991, Ниш |

Основне студије

| | |
|-------------------|-------------------------------|
| Универзитет | Универзитет у Нишу |
| Факултет | Природно-математички факултет |
| Студијски програм | Математика |
| Звање | Математичар |
| Година уписа | 2010. |
| Година завршетка | 2013. |
| Просечна оцена | 9,96 (девет и 96/100) |

Магистарске студије

| | |
|-------------------|-------------------------------|
| Универзитет | Универзитет у Нишу |
| Факултет | Природно-математички факултет |
| Студијски програм | Математика |
| Звање | Магистар математичар |
| Година уписа | 2013. |
| Година завршетка | 2015. |
| Просечна оцена | 10,00 (десет и 00/100) |

| | |
|----------------------|---|
| Научна област | Математичке науке |
| Наслов завршног рада | Проблеми очувања при линеарним пресликавањима: спектар и спектрални радијус |

Докторске студије

| | |
|---------------------------|-------------------------------|
| Универзитет | Универзитет у Нишу |
| Факултет | Природно-математички факултет |
| Студијски програм | Математика |
| Година уписа | 2015. |
| Остварен број ЕСПБ бодова | 165 |
| Просечна оцена | 10,00 (десет и 00/100) |

НАСЛОВ ТЕМЕ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

| | |
|---|---|
| Наслов теме докторске дисертације | Different invertibility modifications in operator spaces and C^* -algebras and its applications |
| Наслов теме докторске дисертације на српском језику | Модификације инвертибилности на просторима оператора и C^* -алгебрама и њихове примене |
| Име и презиме ментора, звање | Драгана Цветковић-Илић, редовни професор |
| Број и датум добијања сагласности за тему докторске дисертације | 8/17-01-002/19-011 15.03.2019. |

ПРЕГЛЕД ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

| | |
|----------------------------|-----|
| Број страна | 100 |
| Број поглавља | 4 |
| Број слика (шема, графика) | 0 |
| Број табела | 0 |

**ПРИКАЗ НАУЧНИХ И СТРУЧНИХ РАДОВА КАНДИДАТА
који садрже резултате истраживања у оквиру докторске дисертације**

| Р. бр. | Аутори, наслов, часопис, година, број волумена, странице | Категорија |
|--------|---|------------|
| 1 | Dragana S. Cvetković-Ilić, Jovana S. Milošević, Fredholmness of a linear combination of operators, <i>Journal of Mathematical Analysis and Applications</i> , 2018, 458(1), 555-565 У овом раду дати су потребни и довољни услови да збир два оператора на Хилбертовим просторима буде Фредхолмов оператор. Посебно, разматрано је и када је збир два идемпотента на Хилбертовом простору Фредхолмов оператор. Такође, посматрани су и неки специјални случајеви када линеарна комбинација два оператора припада или не припада класи Фредхолмових оператора независно од избора скалара. Наведене су и неке класе оператора код којих припадност линеарне комбинације два оператора из те класе класи Фредхолмових оператора зависи од одабира скалара. | M21 |
| 2 | Dragana S. Cvetković-Ilić, Jovana S. Milošević, Reverse order laws for $\{1,3\}$ -generalized inverses, <i>Linear and Multilinear Algebra</i> , 2019, 67(3), 613-624 У овом раду решен је отворен проблем везан за закон обрнутог редоследа за класу $\{1,3\}$ и $\{1,4\}$ - уопштених инверза у C^* -алгебрама. Прецизније, одређени су потребни и довољни услови да важи инклузија $(ab)\{1,3\} \subseteq b\{1,3\}a\{1,3\}$, $((ab)\{1,4\} \subseteq b\{1,4\}a\{1,4\})$ за елементе a и b из C^* -алгебре. Дат је и одговарајући резултат за класу ограничених оператора на сепарабилним Хилбертовим просторима. | M21 |
| 3 | Jovana S. Milošević, Hartwig's triple reverse order law in C^* -algebras, <i>Filomat</i> , 2018, 32(12), 4229-4232 У овом раду уопштен је Хартвигов резултат за закон обрнутог редоследа од три елемента за Мур- Пенрозов инверз са матричног случаја на елементе C^* -алгебре. Такође је дат и веома једноставан алгебарски доказ овог резултата за операторе на Хилбертовим просторима. | M22 |
| 4 | Jovana S. Milošević, Algebraic conditions for the solvability of system of three linear equations in a ring, <i>Linear and Multilinear Algebra</i> , https://doi.org/10.1080/03081087.2020.1743634 У овом раду коришћеном резултата из уопштених инверза и решивости уопштене Силвестрове једначине изведени су потребни и довољни алгебарски услови да би систем од три линеарне једначине у прстену са јединицом имао решење. Дато је и опште решење овог система. Као последица овог резултата дати су потребни и довољни услови да три регуларна елемента имају заједнички унутрашњи инверз. | M22 |

НАПОМЕНА: уколико је кандидат објавио више од 3 рада, додати нове редове у овај део документа

ИСПУЊЕНОСТ УСЛОВА ЗА ОДБРАНУ ДОКТОРСKE ДИСЕРТАЦИЈЕ

Кандидат испуњава услове за оцену и одбрану докторске дисертације који су предвиђени Законом о високом образовању, Статутом Универзитета и Статутом Факултета.

ДА **НЕ**

Кандидаткиња Јована Милошевић је објавила четири научна рада који су у вези са темом докторске дисертације у часописима са SCI и SCIE листе. Два научна рада је објавила у коауторству, а два научна рада је објавила самостално. Притом, један самосталан научни рад је објављен у часопису чији је издавач Природно-математички факултет Универзитета у Нишу. Кандидаткиња Јована Милошевић испуњава све услове за оцену и одбрану докторске дисертације који су предвиђени Законом о високом образовању, Статутом Универзитета и Статутом Факултета.

ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА ДОКТОРСKE ДИСЕРТАЦИЈЕ

Кратак опис појединих делова дисертације (до 500 речи)

Дисертација се састоји од предговора, четири глава које су тематски подељене на секције, литературе, и биографије са библиографијом аутора.

У **првој глави** су приказане основе теорије уопштених инверза. Изложен је историјски развој ове теорије, особине генералисаних инверза у различитим математичким структурама као и многобројне примене.

Закони обрнутог редоследа имају истакнуто место у теорији генералисаних инверза и они су управо тема **друге главе** ове дисертације. У првом делу приказани су познати резултати на ову тему који су представљали мотивацију за добијање оригиналних резултата. Оригинални резултати односе се на закон обрнутог редоследа за класу $\{1,3\}$ и $\{1,4\}$ - уопштених инверза у C^* -алгебрама и специјално у векторском простору ограничених линеарних оператора на сепарабилним Хилбертовим просторима. Разматран је и Хартвигов закон обрнутог редоследа за Мур-Пенрозов инверз за три регуларна елемента у C^* -алгебрама и дат кратак алгебарски доказ овог резултата за операторе на Хилбертовим просторима. Уопштење Хартвиговог закона је приказано и у прстену са инволуцијом при чему су неки познати услови овог закона ослабљени. Добијени резултати су веома значајни, као и уведена нова техника, развијена заједно са ментором и истраживачима са Универзитета Јохан Кеплер у Линцу, која омогућава избацивање непотребних алгебарских услова и обезбеђује могућност даљег прогреса не само у овој области. Приказани су и резултати о закону обрнутог редоследа за класу $\{1, 3\}$, $\{1, 4\}$, $\{1, 3, 4\}$, $\{1, 2, 3\}$ и $\{1, 2, 4\}$ -уопштених инверза у прстену са инволуцијом који у случају C^* -алгебри побољшавају неке познате резултате изостављајући непотребне претпоставке о регуларности појединих елемената.

Трећа глава је посвећена Фредхолмовим операторима. Прецизније, разматрана је припадност линеарне комбинације два оператора класи Фредхолмових оператора и издвојени су случајеви када припадност не зависи

од избора скалара које учествују у линеарној комбинацији. Специјално, одређено је и када збир два идемпотента на Хилбертовом простору представља Фредхолмов оператор. Наведене су и неке примери класа оператора код којих Фредхолмовост линеарне комбинације два оператора из те класе није независи од одабира константи.

Тема четврте главе су једначине. Након уводних резултата уопштена инвертибилност је примењена у решавању система од три линеарне једначине у случају прстена са јединицом. Изведени су потребни и довољни алгебарски услови за конзистентност овог система и генерисан општи облик решења.

ВРЕДНОВАЊЕ РЕЗУЛТАТА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Ниво остваривања постављених циљева из пријаве докторске дисертације (до 200 речи)

Циљеви из пријаве теме докторске дисертације су у потпуности реализовани. Решени су различити проблеми везани за закон обрнутог редоследа за класу $\{1,3\}$ и $\{1,4\}$ -уопштених инверза у C^* -алгебрама, Хартвигов закон обрнутог редоследа у C^* -алгебрама и његово уопштење у прстену са јединицом уз упрошћавање појединих услова. Показано је да се у случају закона обрнутог редоследа у C^* -алгебрама поједини услови регуларности могу изоставити. Изучаване су особине линеарних комбинација два оператора у смислу њихове припадности класи Фредхолмових оператора са акцентом на случајеве када припадност не зависи од избора константи које учествују у линеарној комбинацији. Детаљно су изучавани актуелни проблеми везани за решавање система линеарних једначина, користећи методе које не узимају у обзир неке специфичности као што су особине рангова за случај матрица или особине слика за случај оператора, већ посматрајући проблем генерално на прстену са јединицом.

Вредновање значаја и научног доприноса резултата дисертације (до 200 речи)

Ова докторска дисертација представља значајан допринос у области која се истражује. Добијени резултати су веома значајни, као и уведена нова техника, која омогућава избацивање непотребних алгебарских услова и обезбеђује могућност даљег прогреса не само у овој области.

Оцена самосталности научног рада кандидата (до 100 речи)

Кандидаткиња Јована Милошевић је самостално објавила два научна рада који су у вези са темом докторске дисертације, у часописима са SCI и SCIE листе, чиме је показала висок степен самосталности у бављењу научно-истраживачким радом.

ЗАКЉУЧАК (до 100 речи)

На основу претходно изложеног, Комисија је донела следећи закључак:

Докторска дисертација под називом: „Модификације инвертибилности на просторима оператора и C^* -алгебрама и њихове примене“ (Different invertibility modifications in operator spaces and C^* -algebras and its applications), кандидаткиње Јоване Милошевић, представља оригиналан научни рад, који је логички и методолошки адекватно конципиран. Резултати добијени у оквиру ове докторске дисертације су верификовани публикавањем четири научна рада у научним часописима са SCI и SCIE листе. Ова докторска дисертација отвара нове могућности за даља истраживања.

На основу свега наведеног, Комисија упућује предлог Наставно-научном већу Природно-математичког факултета Универзитета у Нишу и Научно-стручном већу за природно-математичке науке Универзитета у Нишу да се кандидаткињи Јовани Милошевић одобри усмена одбрана докторске дисертације под називом „Different invertibility modifications in operator spaces and C^* -algebras and its applications“.

КОМИСИЈА

Број одлуке Научно-стручног већа за природно математичке науке о именовању Комисије

8 | 17-01-005 | 20-011

Датум именовања Комисије

29.6.2020. год.

| Р. бр. | Име и презиме | звање | Потпис |
|--------|--|--------------------------------------|--------|
| 1. | др Владимир Ракочевевић, редовни професор, дописни члан САНУ | председник | |
| | Математика | Природно-математички факултет у Нишу | |
| | (Научна област) | (Установа у којој је запослен) | |
| 2. | др Градимир Миловановић, редовни члан САНУ | члан | |
| | Математика | | |
| | (Научна област) | (Установа у којој је запослен) | |
| 3. | др Драгана Цветковић-Илић, редовни професор | ментор, члан | |
| | Математика | Природно-математички факултет у Нишу | |
| | (Научна област) | (Установа у којој је запослен) | |
| 4. | др Владимир Павловић, редовни професор | члан | |
| | Математика | Природно-математички факултет у Нишу | |
| | (Научна област) | (Установа у којој је запослен) | |
| 5. | др Јована Николов Раденковић, доцент | члан | |
| | Математика | Природно-математички факултет у Нишу | |

(Научна област)

(Установа у којој је запослен)

Датум и место: 15.06.2020, Ниш