

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ

Новица З. Јанковић

**ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА И ТЕОРИЈСКА  
ИСТРАЖИВАЊА СТРУКТУРЕ  
ТУРБУЛЕНТНОГ ВИХОРНОГ СТРУЈАЊА У  
МЛАЗУ АКСИЈАЛНОГ ВЕНТИЛАТОРА**

докторска дисертација

Београд, 2020

UNIVERSITY OF BELGRADE

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

Novica Z. Janković

**EXPERIMENTAL AND THEORETICAL  
RESEARCH OF THE STRUCTURE OF  
TURBULENT SWIRL FLOW IN AXIAL FAN JET**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2020

**Ментор:** др Ђорђе Чантрак, ванредни професор, Универзитет у Београду Машички факултет

**Чланови комисије:** др Милош Недељковић, редовни професор, Универзитет у Београду Машички факултет

др Милан Лечић, редовни професор, Универзитет у Београду Машички факултет

др Ненад Јаћимовић, ванредни професор, Универзитет у Београду Грађевински факултет

др Дејан Илић, ванредни професор, Универзитет у Београду Машички факултет

**Датум одбране:** xx.xx.2020. године

## **Захвалница**

Машинском факултету Универзитета у Београду дuguјem захвалност за могућност остваривања истраживања током рада на изради дисертације. Захваљујем се свим својим професорима.

Министарству просвете, науке и технолошког развоја захваљујем се за подршку током израде дисертације, нарочито изражену кроз набавку опреме у оквиру пројеката ТР 14046 и 35046, руководилац проф. др Милан Лечић.

Проф. др Светиславу Чантраку дuguјem посебну захвалност за подршку током докторских студија, теоријске и физичко-математичке анализе резултата, отварању видика у области теоријске и експерименталне механике флуида, као и детаљном прегледу текста дисертације. Такође, током свих година рада на Машинском факултету, а нарочито у пресудним тренуцима, пријатељске и родитељске сугестије и охрабрења омогућила су да се ова дисертација реализује.

Проф. др Милану Лечићу дuguјem захвалност за ангажовање на пројектима МПНТР-а, за материјалну и финансијску подршку истраживањима у виду најсавременије опреме, а нарочито на дугим и плодоносним дискусијама о теоријским и експерименталним проблемима механике флуида. Такође, захваљујем му се на пажљивом прегледу текста дисертације. Поред тога, ангажовање на различитим пројектима у сарадњи са привредом пружило је могућност за стручно и научно усавршавање.

Проф. др Дејану Илићу дuguјem захвалност за подршку током студија и рада на Катедри за хидрауличне машине и енергетске системе, за свакодневне стручне и научне савете и сугестије, нарочито у области технике мерења. Такође, његова људска и несебична подршка током истраживања била је од великог значаја за реализацију докторске дисертације. Поред тога, захваљујем му се на пажљивом прегледу текста дисертације.

Проф. др Милошу Недељковићу захваљујем се за ангажовање на пројектима МПНТР-а, као и за учешће на различитим међународним пројектима и пројектима сарадње са привредом који су веома допринели стицању научних и стручних знања, нарочито из области турбомашина, а посебну захвалност дuguјem за подршку током набавке трокомпонентног ЛДА система. Поред тога, захваљујем се на детаљном прегледу текста дисертације.

Проф. др Ненаду Јаћимовићу се захваљујем на детаљном прегледу дисертације и научним и стручним сугестијама током истраживања.

Научном саветнику др Славици Ристић дuguјem захвалност за несебичну подршку и пренета искуства везана за ласер Доплер анемометрију, визуализацију струјања, а нарочито за практичну помоћ током поставке, провере и подешавања ЛДА система, као члану тима за пријем опреме и пуштање у рад. Такође, захваљујем се и за непосредно учешће у већини реализованих експеримената. Поред тога, људска и морална подршка имале су пресудан значај за реализацију истраживања.

Проф. др Јелена Илић, била је члан тима за пријем и пуштање у рад ЛДА система, својим сугестијама и искуством у раду, значајно је убрзала овладавање руководећим системом и била непосредни учесник током великог броја експеримената. Такође, помогла је у анализи мерне несигурности. Поред читања дисертације, њена подршка да се истраје у истраживањима била је од великог значаја.

Проф. др Мирославу Бенишеку, дипл. инж. маш., захваљујем се за коришћење инсталације на којој су обављени експерименти у лабораторији за ХМЕС и усмеравања у области турбомашина, вихорног струјања и технике мерења.

Проф. др Зорану Стојиљковићу, дипл. инж. ел., захваљујем се на помоћи током поправке и одржавања регулатора брзине обртања вентилатора, као и за подршку приликом поправке погонског електромотора.

Проф. др Петру Вукославчевићу, академику ЦАНУ, дuguјem захвалност за несебичну подршку током боравка на Машинском факултету у Подгорици, обуке у области мерења сондама са загрејаним влакнima, њихове репарације и сагледавања проблема мерења у вихорном струјању.

Ментору проф. др Ђорђу Чантраку, дuguјem неизмерну захвалност за подршку током рада на Машинском факултету на различитим истраживањима и током израде дисертације. Својим огромним трудом и залагањем омогућио је да се учини велики искорак на пољу експерименталне механике флуида и опреме којом Машински факултет располаже, што је веома олакшало рад на изради ове дисертације. Поред тога, кроз различите националне и међународне пројекте и учешћа на конгресима, омогућио је да стекнем стручно и научно искуство у неким од најзначајнијих истраживачких центара. Током рада на Катедри за ХМЕС, омогућио је да учествујем у извођењу наставе на више различитих предмета. Несебична материјална, финансијска, а нарочито људска подршка биле су од пресудног значаја за реализацију

истраживања и завршетак докторске дисертације. Такође, поред директног учешћа у припреми и извођењу експеримената, захваљујем се на свакодневним дискусијама и подршци током анализе резултата и детаљном прегледу текста дисертације.

Доц. др Бранку Кокотовићу, дипл. инж. маш., захваљујем се за несебичну помоћ током израде различитих делова за калибрацију и подешавање мерних уређаја и сонди, а такође и отварање видика у области производног машинства. Такође, захваљујем се на плодоносним дискусијама на тему обраде сигнала. Поред тога, људска и пријатељска подршка допринела је да се дисертација приведе крају.

проф. др Зорану Протићу<sup>†</sup> дипл. инж. маш., (1922-2010) дугујем посебну захвалност за дискусије везане за обликовање лопатица турбомашине које су имале мотивациони карактер и дале подстрек и надахнуће за улазак у веома комплексну област истраживања.

Доц. др Милан Шекуларац, дипл. инж. маш., дао је значајну подршку изради и завршетку дисертације, како током боравка на Машинском факултету у Подгорици, тако и заједничким учешћем на пројектима везаним за тему аксијалних вентилатора. Дуготрајне и плодоносне дискусије о проблемима експерименталне и нумеричке механике флуида, нарочито у области аутотунела, биле су од великог значаја за израду дисертације.

Доц. др Милици Јанковић, дипл. инж. ел., дугујем посебну захвалност за помоћ у области аквизиције и анализе сигнала, овладавање радом у софтверском пакету LabVIEW. Пријатељски савети и помоћ током израде дисертације били су од пресудног значаја да ова дисертација буде завршена.

Доц. др Марку Барјактаровићу дипл. инж. ел., захваљујем се на дискусијама везаним за обраду сигнала и пријатељску подршку.

Проф. др Александару Ђођићу, дипл. инж. маш., захваљујем се, поред моралне подршке, за савете у области теоријске и нумеричке механике флуида.

Милошу Слијепчевићу, дипл. инж. маш. дугујем захвалност за помоћ током позиционирања система, директно учешће у извођењу експеримента и пријатељску помоћ у тренуцима када је било најпотребније.

Радославу Блажићу, машинбравару, и Владану Симићићу, ВКВ мајстору, захваљујем се за помоћ током припреме инсталације, подешавања мерних инструмената и израду машинских делова и склопова, за стрпљење и идеје спроведене у дело, које су ми олакшавале рад у лабораторији.

Проф. др Мирјани Стаменић захваљујем на дугогодишњој помоћи у истраживањима, ангажовањима на различitim стручним и научним пројектима. Поред тога, захваљујем се на пријатељским саветима и подршци.

Доц. др Слободан Ташин уступио је на коришћење једномкомпонентни ЛДА систем, који је био од велике користи приликом провере резултата мерења трокомпонентног система. Поред тога, дугујем му захвалност на стручној, научној и пријатељској подршци.

Др Јели Буразер, доц. др Дарку Раденковићу, др Ђорђу Новковићу, Иви Гуранов, др Весни Мили Чолић Дамјановић, Срећку Недељковићу и доц. др Јефту Терзовићу захваљујем се на подршци током израде дисертације.

Проф. др Милану Матијевићу се захваљујем за ангажовање на међународним пројектима и пријатељску подршку.

Проф. др Милану Бебићу, дипл. инж.ел., дугујем захвалност за помоћ при пуштању у рад постројења на Машинском факултету, као и за подршку током рада на дисертацији.

Ани Миловановић, дипл. инж. маш. дугујем захвалност за помоћ при доради инсталације за дисертацију, као и при изради више инсталација на Машинском факултету.

Петру Атанасијевићу, дипл. инж. ел., захваљујем за помоћ при програмирању и пуштању у рад неколико лабораторијских инсталација на Машинском факултету.

Небојши и Немањи Радићу, дипл. инжењерима маш. захваљујем за техничку, материјалну и пријатељску помоћ.

Др Владимиру Шкари, проф. др Милошу Ивановићу и проф. др Бојани Росић дугујем захвалност за савете, помоћ и подршку током израде дисертације.

Медицинском тиму: др Драган Томић, др Драган Поповић, др Невена Јоцић, проф. др Александра Милутиновић – Сокић, проф. др Срђан Ђурковић, др Јелена Јевтовић, др Сања Рајић, Љубиша Тончев, др Ивана Јовичић, др Сања Драгашевић, мед. сестре Драгана Ђурић, Светлана Марковић, Александра Лаловић, Јелена Тмушић, Љиљана Софоронић, Маја Насковски и Слађана Милић, захваљујем се за сву

негу, пажњу, показану стручност и пожртвованост, као и подршку током лечења на Клиничком центру Србије.

Данијели Јовановић и Ивани Спасић, мед. радиолозима, захваљујем за дугогодишњу помоћ и подршку.

Др Славици Чантрак захваљујем се за негу, пажњу, бригу, подршку и разумевање.

Др Оливери Елек, Др Верици Тодоров Сакић, др Ани Симијоновић Вуковић и медицинској сестри Ксенији Алексић захваљујем за сву негу, пажњу, бригу, показану стручност и пожртвованост, током лечења и опоравка.

Проф. др Марији Ђурић и др Наташи Јановић захваљујем се за сарадњу на међународном пројекту и подршку током изrade дисертације.

Ненаду Бошковићу, дипл. инж. ел. и Будимиру Мильковићу, дипл. инж. ел. захваљујем на стручној, материјалној и техничкој подршци.

Николи Воркапићу, дипл. инж. маш., захваљујем на идејама и реализацији неколико машинских делова и склопова, као и на подршци током завршетка докторске дисертације.

Михаилу и Јелени Јевтић, дипл. инжењерима машинства, захваљујем за подршку током докторских студија.

Николи Браловићу поред захвалности на дугогодишњој подршци дугујем захвалност за гостопримство током боравка на машинском факултету у Карлсруеу, техничку и материјалну помоћ.

Ђорђу Илићу поред захвалности на дугогодишњој подршци током свих нивоа студирања, дугујем захвалност за гостопримство током боравка на конгресу у Бечу.

Вери Станишић, Тањи Вујичић, Бојани Лечић, Александру Милосављевићу, Миленку Милицављевићу, Душку Шобићу, Владану и Ани Здравковић дугујем велику захвалност за подршку током изrade дисертације.

Душану Дурковићу, дипл. инж. маш., и Бојани Ковач, дипл. инж. маш., захваљујем на подршци и помоћи.

Кумовима Благомиру Васићу, Зорану Шобићу, Урошу Ђокићу и Милану Ковачевићу, као и њиховим породицама, дугујем захвалност за дугогодишњу подршку и помоћ при изради ове дисертације.

Владимиру Јашићу, Озрену Лукићу, Миладину Јовановићу, Дарку Ђеличићу, Милану Мисаиловићу, Ведрану Марковићу, Жарку Николићу, Марку Живановићу, Ђорђу Његошевићу и Велибору Стаменићу захваљујем на дугогодишњој подршци.

Миладину Алексићу дугујем захвалност за помоћ приликом набавке средстава за заптивање и одржавање инсталације, као и за пријатељску подршку током изrade дисертације.

Предрагу и Мирославу Благојевићу, Горану Обрадовићу, Михаилу Цветановићу, Ивану Мирићу и Марку Бијелићу захваљујем на пријатељској подршци током студирања и изrade докторске дисертације.

Ненаду Лечићу, Раду Јосиповићу, Бојану Ђорђевићу, Дарку Лечићу, Николи Јокићу и штампарији IDS CLIP-ART д.о.о. захваљујем за материјалну и техничку помоћ и дугогодишњу подршку.

Др Ивани Гађански Станић дугујем захвалност за савете, несебичну научну и пријатељску помоћ.

Др Ксенији Чантрак захваљујем се на разумевању, стрпљењу, пријатељској помоћи и подршци.

Ристићу Владимиру и Драгани захваљујем се за пријатељску помоћ и подршку у току изrade дисертације, а нарочито у пресудним тренуцима.

Милану Ристићу дугујем захвалност за материјалну, техничку и пријатељску помоћ и за време изrade дисертације.

Драгану Владичићу захваљујем се на дугогодишњој подршци и саветима, као и материјалној помоћи током изrade дисертације.

Ђорђију Мирковом Копривици, народном гуслару, и његовој породици захваљујем се за сву подршку, савете, гостопримство, као и за материјалну, техничку и сваку другу помоћ.

Деди Костадину<sup>†</sup> (1934-2010) и баби Босиљки<sup>†</sup> (1939-2010) Јанковић, деди Јакову<sup>†</sup> (1928-2016) и баби Божидарки<sup>†</sup> (1927-2011) Вукајловић дугујем неизмерну захвалност за срећно детињство, васпитање, сву бригу, пажњу, безрезервну подршку, љубав и разумевање.

Својим родитељима, Звонку и Олги, и сестри Сенки дугујем неизмерну захвалност за сву бригу, безрезервну подршку, љубав и разумевање, материјалну, техничку и сваку другу помоћ, не само током изrade дисертације, већ током целог живота.

## **Наслов:**

# **ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА И ТЕОРИЈСКА ИСТРАЖИВАЊА СТРУКТУРЕ ТУРБУЛЕНТНОГ ВИХОРНОГ СТРУЈАЊА У МЛАЗУ АКСИЈАЛНОГ ВЕНТИЛАТОРА**

## **РЕЗИМЕ**

У оквиру дисертације се истражује структура турбулентног вихорног струјања у млазу аксијалног вентилатора. Генерисано турбулентно струјање је тродимензионо, нехомогено и анизотропно. Примењени су сложени експериментални, нумерички и теоријски приступи. Експериментална инсталација је у раду детаљно описана, као и квантификација мерне несигурности трокомпонентног система за Ласер Доплер анемометрију (ЛДА). ЛДА систем је, при симултаном мерењу три компоненте брзине, захтевао прецизна подешавања мерне запремине у границама пречника до  $100 \mu\text{m}$ . Остварено је прецизно померање ове запремине дуж млаза. Посебан изазов је представљала нумеричка обрада добијених, у времену неједнако распоређених, мерних резултата. Теоријским разматрањима, у оквиру дисертације, бачено је ново светло на класичне записи Навије-Стоксовых и Рейнолдсових једначина у поларно-цилиндричним координатама. Детаљно су разматране емпиријске радијално-аксијалне расподеле укупне, аксијалне, радијалне и обимске брзине, измерене за две брзине обртања вентилатора и триугла лопатица. На овај начин је било могуће истражити утицај Рейнолдсовог броја, као и геометријских карактеристика вентилатора, тј. угла лопатица, на карактер дејства вихора на турбуленцију и еволуцију нивоа турбуленције, како у самом мерном пресеку, тако и у низструјном развоју млаза. Анализа генерисања турбуленције и продукције појединих Рейнолдсових напона указала је на битне карактеристике турбулентног преноса у слободном вихорном млазу. Уочено је да промена знака градијента брзине не изазива увек и промену знака припадајуће компоненте тензора турбулентног напона. У доменима струјног поља у којима се то дешава, механизам турбулентног преноса је нелокалног карактера, присутна је неградијентна турбулентна дифузија и јавља се негативна продукција кинетичке енергије турбуленције. Изложена је дискусија о утицају вихора на структуру турбуленције и механизам турбулентног преноса.

Анализа је указала на сложена међудејства осредњених и флуктуационих поља у вихорном млазу. Закључено је да генерисање енергије флукуационог кретања не настаје на основу кинетичке енергије осредњеног кретања, већ напротив. Смер преношења енергије се мења, тако да осредњено кретање „црпи” кинетичку енергију флукуационог кретања, што

одговара сложеним структуралним својствима турбуленције. Зато су експериментална истраживања била усмерена на мерење и анализу статистичких момената вишег реда, и то овде до шестог реда.

Применом статистичке, корелационе, спектралне и инваријантне теорије турбуленције закључено је да су ова међудејства последица просторно-временске еволуције вртложних структура различитих размера и фреквентних карактеристика.

Примењена спектрална анализа је описала размену кинетичке енергије међудејством вртлога различитих размера или различитих фреквенција флуктуација у турбулентном струјању, што се показало да је од суштинског значаја за каскадне процесе преноса енергије у међудејству хијерархије вртлога. Уочене су носеће фреквенције које представљају умножак брзине обртања вентилатора, а такође и модификација хипотезе Колмогорова са „ $-5/3$ “ на „ $-1$ “ у инерцијалној области малих вртлога. Разматрани су различити модели вртлога, са посебним освртом на Ранкинов и Бургерсов. Дискусија о структури турбуленције заснована је и на експериментално одређеним аутокорелационим функцијама и интегралним размерама турбуленције за све три компоненте брзине. Добијена анализа момената вишег реда и интегралних размера турбуленције карактерише флуктуационо поље са великим позитивним амплитудама обимских флуктуација, али са великим вероватноћом малих флуктуација, при чему се добија турбуленција сложене структуре, у којој се појављују разнородна међудејства вртлога свих размера. Све ово указује на комплексност изучаваног проблема турбуленције слободног вихорног млаза аксијалног вентилатора.

**Кључне речи:** аксијални вентилатор, млаз, вихор, турбуленција, ЛДА.

**Научна област:** Машињство

**Ужа научна област:** Хидрауличне машине и енергетски системи – Примењена механика флуида

**УДК број:** 532.517.4:621.634(043.3)

**Title:****EXPERIMENTAL AND THEORETICAL RESEARCH OF THE STRUCTURE OF  
TURBULENT SWIRL FLOW IN AXIAL FAN JET****ABSTRACT**

The dissertation deals with the structure of the turbulent swirl flow in an axial fan jet. The generated turbulent flow is three-dimensional, inhomogeneous and anisotropic. Complex experimental, numerical and theoretical approaches were applied. The experimental setup is described in detail, as well as the quantification of the measurement uncertainty of a three-component Laser Doppler Anemometry (LDA) system. The LDA system, while measuring the three velocity components simultaneously, requires precise adjustments of the measuring volume up to 100  $\mu\text{m}$  in diameter. A precise displacement of this volume along the jet was achieved. A particular challenge was the numerical processing of the obtained unequally spaced data. Theoretical considerations, in the framework of the dissertation, have brought new light on classical notations of Navier-Stokes and Reynolds equations in polar-cylindrical coordinates. The empirical radial-axial distributions of total, axial, radial, and circumferential velocities measured for two fan speeds and three vanes angles are thoroughly analyzed. In this way, it was possible to investigate the influence of the Reynolds number as well as the geometric characteristics of the fan, i.e. angles of the blades, on the character of the swirl influence on turbulence and the evolution of the turbulence level, both in the measuring cross section and in the downstream development of the jet. An analysis of the generation of turbulence and the production of individual Reynolds stresses indicated the essential characteristics of turbulent transfer in a free swirl jet. It has been observed that a change in the sign of the velocity gradient does not always cause a change in the sign of the corresponding component of the turbulent stress tensor. In the fluid flow domains where this occurs, the turbulent transfer mechanism has nonlocal character, non-gradient turbulent diffusion and negative production of turbulence kinetic energy occur. Discussion of the effect of the swirl on the turbulence structure and the mechanism of turbulent transfer is presented.

The analysis indicated the complex interactions of averaged and fluctuating fields in a swirl flow. It is concluded that the generation of fluctuating motion energy does not occur on the basis of kinetic energy of averaged motion, but on the contrary. The direction of energy transfer changes so that the

averaged motion "draws" the kinetic energy of the fluctuating motion, which corresponds to the complex structural properties of the turbulence. That is why experimental research has focused on measuring and analyzing higher order statistical moments, up to the sixth order here.

Applying statistical, correlation, spectral and invariant turbulence theories, it was concluded that these interactions are the result of the spatio-temporal evolution of vortex structures of different scales and frequency characteristics.

Applied spectral analysis has described the exchange of kinetic energy by vortex interactions of different sizes or different frequencies of fluctuations in turbulent flow, which has been shown to be essential for cascade energy transfer processes in the vortex hierarchy. Carrier frequencies were observed to represent the multiplication of fan speed, and also a modification of the Kolmogorov hypothesis from "-5/3" to "-1" in the inertial region of small vortices. Various models of vortices are considered, with special reference to Rankin and Burgers. The discussion of turbulence structure is also based on experimentally determined autocorrelation functions and integral time scales for all three velocity components. The obtained analysis of higher order moments and integral time scales characterizes a fluctuation field with large positive amplitudes of circumferential fluctuations, but with high probability of small fluctuations, whereby turbulence of complex structure is obtained, in which heterogeneous vortex interactions of all sizes occur. This points out the complexity of the studied problem of turbulent swirl free jet behind the axial fan.

**Keywords:** axial fan, jet, swirl, turbulence, LDA.

**Scientific field in general:** Mechanical Engineering

**Scientific field in particular:** Hydraulic machines and energy systems – Applied fluid mechanics

**UDC:**

## Списак ознака

$\underline{\underline{Q}}$	корелациони тензор другог реда
$\underline{\underline{A}}$	тензор анизотропности
$a_{ij}$	компоненте тензора анизотропности Рейнолдсовых напона
$\underline{\underline{II}}_a$	друга инваријанта тензора $\underline{\underline{A}}$
$\underline{\underline{III}}_a$	трета инваријанта тензора $\underline{\underline{A}}$
$\Phi$	функција дисипације
$\underline{U}$	вектор статистички осредњене брзине
$\underline{U}_i$	статистички осредњена брзина у $i$ -том правцу
$u_i$	флуктуациона брзина у $i$ -том правцу
$U, V, W$	статистички осредњена аксијална, радијална и обимска брзина
$u, v, w$	флуктуационе брзине у аксијалном, радијалном и обимском правцу
$Q_{ij}$	мешовити централни момент другог реда
$R_{ij}$	корелациони коефицијент
$T_{Ei}$	интегрална временска размера турбуленције
$\underline{f}$	гравитациона сила
$P$	временски осредњена вредност притиска
$p$	флуктуација притиска
$x, r, \varphi$	цилиндричне координате
$x, y, z$	координате Декартовог правоуглог координатног система
$x$	аксијална координата
$r$	радијална координата
$\Gamma$	циркулација
$U_m$	средња брзина
$C$	укупна брзина
$Q$	запремински проток
$R$	полупречник почетног пресека вихорног млаза аксијалног вентилатора
$\nu$	кинематичка вискозност
$\mu$	динамичка вискозност
$\rho$	густина

$p_a$	атмосферски притисак
$\nu_T$	турбулентна вискозност
$\nu_{r\varphi}$	компоненте тензора турбулентне вискозности за Бусинесков концепт
$\delta_{ij}$	Кронекеров делта симбол
Re	Рейнолдсов број
$S_i$	кофицијент асиметрије густине расподеле вероватноће флуктуационе брзине
$u_i$	
$F_i$	кофицијент спљоштености густине расподеле вероватноће флуктуационе брзине $u_i$
$\nabla$	Хамилтонов оператор (набла)
$\Omega$	вихорни број
$\sigma_i$	интензитет турбуленције у $i$ -том правцу
$t$	време
$n$	број обрата вентилатора
$f$	фрејвенција
$\omega$	кружна учестаност
$D_i$	пречник главчине аксијалног вентилатора
$D_a$	пречник уз кућиште
$\nu$	бездимензиони пречник аксијалног вентилатора
$\beta_R$	угао постављања профила на пречнику уз кућиште

## Садржај

1	Увод.....	1
1.1	Поставка проблема истраживања .....	2
1.2	Досадашња истраживања и преглед научно-стручне литературе .....	3
1.3	Циљ и структура рада и поступци истраживања .....	5
2	Теоријска разматрања.....	7
2.1	Диференцијалне једначине кретања непрекидне средине у криволинијским ортогоналним координатама.....	7
2.2	Њутнов реолошки модел и Навије-Стоксове једначине у цилиндричним координатама.....	9
2.3	Генерисање вихорног струјања и модели вртлога .....	11
2.4	Статистички опис турбуленције и Рејнолдсове једначине .....	15
2.5	Корелационе функције и централни моменти вишег реда.....	21
2.6	Спектралне функције и Фуријеова анализа турбулентних поља .....	25
2.7	Једначине турбулентних напона и инваријантне мапе анизотропности .....	28
2.8	Утицај различитих модела вртлога и вихора на структуру турбуленције.....	31
3	Експериментална инсталација .....	37
3.1	Опис мерне инсталације и опреме .....	37
3.2	Конструктивне карактеристике аксијалног вентилатора као генератора вихорног струјања.....	42
3.3	3Д модел обрtnог кола аксијалног вентилатора .....	43
3.4	Програм мерења .....	43
4	Мерни систем. Извори мерне несигурности при ЛДА мерењима .....	45
4.1	Опис мерног система .....	45
4.2	Софтвер за аквизицију .....	50
4.3	Извори мерне несигурности при ЛДА мерењима .....	51
4.3.1	Мерна несигурност једнокомпонентне ЛДА сонде .....	52
4.3.2	Мерна несигурност трокомпонентног ЛДА система .....	53
5	Експериментална истраживања утицаја режима рада вентилатора на статистичке моменте и процесе турбулентног преноса у вихорном млаzu .....	54
5.1	Резултати мерења осредњеног брзинског поља и прорачун његових интегралних величина.....	55
5.1.1	Емпиријске радијално-аксијалне расподеле осредњене укупне, аксијалне, радијалне и обимске брзине.....	55
5.1.2	Истраживање утицаја Рејнолдсовог броја и угла лопатица обрtnог кола вентилатора на карактер дејства вихора на турбуленцију .....	63
5.1.3	Израчунавање интегралних величина и границе турбулентног вихорног млаza	67

5.2	Просторне расподеле интензитета турбуленције и Рейнолдсовых нормалних напона. Моделирање генерисаног вртлога.....	72
5.2.1	Емпириске расподеле интензитета турбуленције у тачкама меридијанске равни слободног вихорног млаза.....	72
5.2.2	Низструјни развој анизотропије турбулентног поља вихорног млаза.....	77
5.3	Анализа утицаја угла лопатица и Рейнолдсовог броја на расподелу турбулентних нормалних напона у три пресека млаза .....	82
5.3.1	Низструјни развој Рейнолдсовых нормалных напона за различите углове лопатица радног кола.....	82
5.3.2	Утицај Рейнолдсовог броја на радијално-аксијалну еволуцију нивоа турбуленције.....	86
5.4	Физичко тумачење измерених Рейнолдсовых смицајних напона и кинетичке енергије турбуленције у мерним пресецима вихорног млаза .....	90
5.4.1	Емпириски дијаграми просторне еволуције турбулентних смицајних напона ..	90
5.4.2	Резултати мерења и утицаји режима рада вентилатора на расподелу кинетичке енергије турбуленције .....	96
5.5	Просторне (радијално - аксијалне) емпириске расподеле централних момената трећег и четвртог реда флукутационог брзинског поља вихорног млаза .....	101
5.5.1	Низструјни развој нормираних момената трећег реда за све три флукутационе брзине .....	101
5.5.2	Утицај углова лопатица вентилатора на коефицијенте асиметрије за флукутације брзина у аксијалном, радијалном и обимском правцу .....	105
5.5.3	Утицај Рейнолдсовог броја (режима рада) на коефицијенте асиметрије за флукутације брзина у аксијалном, радијалном и обимском правцу .....	108
5.5.4	Просторна еволуција нормираних момената четвртог реда за аксијалне, радијалне и обимске флукутационе брзине.....	111
5.5.5	Резултати мерења и израчунавања коефицијената спљоштености флукутационих брзина за различите углове лопатица обртног кола вентилатора .....	115
5.5.6	Коефицијент спљоштености флукутационих брзина за различите режиме рада обртног кола вентилатора - утицај Рейнолдсовог броја.....	119
5.6	Поље емпирискских статистичких момената вишег реда у струјној области вихорног млаза .....	122
5.6.1	Експерименталне криве низструјних промена коефицијената суперасиметрије флукутација аксијалних, радијалних и обимских брзина .....	122
5.6.2	Анализа радијално-аксијалног развоја турбуленције помоћу коефицијената суперспљоштености.....	126
6	Структурална анализа генерисане турбуленције у вихорном млазу применом аутокорелационих и спектралних функција као и анизотропних инваријантних мапа.....	132
6.1	Структура нехомогене турбуленције у светлу инваријантне теорије и експерименталних мапа анизотропности за вихорни млаз.....	132

6.1.1	Анализа структуре турбуленције у мерним пресецима вихорног млаза применом мапа аизотропности .....	132
6.1.2	Истраживање утицаја режима рада вентилатора на аизотропију генерисане турбуленције.....	141
6.1.3	Утицај углова лопатица вентилатора на аизотропију генерисане турбуленције .....	142
6.2	Физичко тумачење емпиријских расподела аутокорелационих функција и временских размера турбуленције .....	144
6.2.1	Резултати мерења аутокорелација за све три флуктуационе брзине у тачкама дуж осе вихорног млаза.....	144
6.2.2	Експерименталне расподеле временских аутокорелационих коефицијената флуктуационог брзинског поља за различите режиме рада вентилатора .....	146
6.2.3	Анализа утицаја Рейнолдсовог броја на интегралну временску размеру за све три компоненте брзине.....	150
6.2.4	Анализа утицаја углова лопатица на интегралну временску размеру аксијалних, радијалних и обимских флуктуационих брзина .....	158
6.3	Анализа резултата мерења енергетских фреквентих спектара флуктуационих брзина у слободном вихорном млазу.....	161
6.3.1	Спектри енергије аксијалних, радијалних и обимских флуктуација брзине за низиструјне тачке осе млаза.....	165
6.3.2	Анализа експерименталних спектралних густина брзинског флуктуационог поља у карактеристичном пресеку млаза .....	167
7	Закључак .....	170
8	Литература .....	177

## 1 Увод

У природи, као и у техничким системима, врло често се појављују и користе вихорна струјања ваздуха. Најрепрезентативнији примери у природи су различити облици атмосферских струјања као што су торнадо, циклони, пијавице итд., а у техничким системима се користе у најразличитије сврхе - испред и у коморама за сагоревање, вентилационим системима, системима за одимљавање саобраћајних тунела и гаража пословних и стамбених зграда, у процесима мешања различитих гасова и ваздуха итд. Поред тога, јављају се и као последица процеса транспорта флуида струјним машинама - вентилаторима, турбокомпресорима и сл., иза ротирајућих делова летелица - елиса хеликоптера, дронова итд. У светској литератури постоји велики број истраживања њихових карактеристика, структура и начина генерисања. Као посебна класа ових струјања може се посматрати турбулентни вихорни млаз. Значајан број научних радова посвећен је овој теми, управо због значаја за техничку примену. Вршена су како теоријска и експериментална, тако и нумеричка истраживања турбулентног вихорног млаза. Наводе се различити начини генерисања оваквих млазева: спроводни апарат (са фиксираним или покретним лопатицама), ротирајућа цев, струјање кроз ротирајућу перфорирану плочу постављену у цеви итд., али као генератор оваквог млаза који се вероватно најчешће може срести у свакодневној употреби, аксијални вентилатор, веома ретко се помиње у оквиру ових истраживања. Поред собних вентилатора за "расхлађивање", такви вентилатори различитих карактеристика и димензија се срећу и на хладњацима мотора СУС, рачунарских компоненти, различитих уређаја и машина у техничкој примени. Разлоги за оскудан број радова у којима се анализира турбулентни вихорни млаз генерисан аксијалним вентилатором вероватно леже у комплексности тродимензијске структуре, недостатку већег броја претходних истраживања овог типа турбулентног вихорног млаза као полазне основе, као и утицају више различитих као геометријских величина, тако и режима рада и њихове интеракције. Напред наведени разлоги су били подстрек за истраживања у оквиру ове докторске дисертације. Такође, претходна истраживања турбулентног вихорног струјања у цевима и дифузорима на Катедри за Хидрауличне машине и енергетске системе (ХМЕС) спроведена на Машинском факултету Универзитета у Београду, током друге половине двадесетог и почетком двадесетпрвог века, дала су додатни подстицај да се настави у том смеру.

У оквиру израде дисертације урађена је преправка већ постојеће инсталације у Лабораторији за ХМЕС. Преглед истраживања у оквиру школе турбулентног вихорног струјања на Машинском факултету у Београду приказан је у раду Бенишек и остали (2017).

Изглед и опис претходних инсталација дати су у Бенишек (1979), Вукашиновић (1996), Лечић (2003) и Чантрак (2012), а у овом случају су задржани погонска група, уводник и вентилатор. Цев у којој су испитивана различита струјања иза аксијалног вентилатора, је потпуно замењена једном кратком деоницом, тако да се иза вентилатора одмах формира млаз. Детаљан опис инсталације као и самог аксијалног вентилатора дат је у глави 3. Према стандарду ISO 5801 овакав начин уградње вентилатора спада у тип А - слободан усис - слободан потис.

За одређивање расподеле брзина у млазу коришћен је трокомпонентни ласер Доплер анемометарски (ЛДА) систем. Његов неинвазивни карактер, релативно велики број одбирака по времену, релативно мала грешка мерења, неки су од разлога због којих је овај систем одабран као погодан за истраживања. Ипак, поред предности које овакав начин мерења нуди, постоје одређени недостаци, о којима ће више бити речи у Глави 4.

Поред експерименталног дела, дисертација садржи и теоријски приступ анализи турбулентног вихорног млаза формираног иза аксијалног вентилатора. У оквиру Главе 2,

дата је физичко - математичка основа за истраживање, као и преглед одређених теоријских анализа који су били доступни у оквиру обимне литературе.

Посебан део који је се односи на анализу сигнала и њихову статистичку обраду, приказ добијених резултата, налази се у Глави 5. За узорковање и прелиминарну обраду сигнала, коришћен је софтверски пакет који прати ЛДА систем, а за детаљнију анализу формирани су сопствени рачунарски алати. Резултати оба приступа су упоређивани у сегментима где је то било могуће.

Веома захтеван део обраде и анализе представља примена инваријантне и корелационо-спектралне анализе сигнала мерења у турбулентном вихорном млаву иза радног кола аксијалног вентилатора која је дата у Глави 6. Анализирани су различити утицаји промене угла лопатица радног кола и режима рада вентилатора.

На крају, у оквиру Главе 7, дата је дискусија резултата и одређена тумачења уочених појава и покушај да се изврши повезивање са физичко-математичким приступом анализи описаним у Глави 2. Такође поред изнетих закључака, дате су и неке смернице за наставак истраживања везаних за ову тему.

## 1.1 Поставка проблема истраживања

И поред огромног напретка технике и технологије последњих деценија, проблем турбуленције којим се бави велики број научника, остаје присутан као један од главних проблема физике за који тренутно нема решења и као такав велики је изазов за истраживаче широм света. Све бржи напредак у погледу карактеристика рачунара омогућава све ширу употребу нумеричких алата за анализу проблема струјања. Ипак, за верификацију добијених решења, за сада су од пресудног значаја експериментална истраживања. Вентилатори, као вероватно најчешће коришћене машине, иако мањи потрошачи енергије у односу на пумпе, предмет су сталног истраживања и побољшања карактеристика. У те сврхе користе се најсавременији мерни системи као што су ЛДА, ПИВ (Particle Image Velocimetry), сонде са загрејаним влакном (Hot-wire) итд., првенствено због тога што су промене у турбулентним струјањима изразито брзе, па је потребно и брзо узорковање како се не би испустиле неке од важних информација. Знатан број вентилатора је уграђен као тип А, слободан усис - слободан потисак, и као такав је изабран за истраживање у оквиру ове дисертације.

Имајући у виду сложеност проблема који се изучава, значај како за теоријска разматрања и дубљи увид у структуру турбулентног вихорног струјања у млаву и добијања полазне основе за развој одговарајућих нумеричких модела, тако и за примену у широком опсегу техничке праксе, постављају се следећа питања:

- На који начин се низструјно трансформише поље брзина у турбулентном вихорном млаву иза радног кола аксијалног вентилатора?
- Како на ту трансформацију утичу геометријске карактеристике вентилатора (у смислу промене угла лопатица) и режим рада (промене броја обртаја)?
- Каква су статистичка својства овако генерираног турбулентног поља?

У циљу добијања одговора на ова питања, формира се мерно постројење, дефинишу мерни пресеци и одговарајуће позиције у њима, дефинише се мерни систем, план мерења и начин обраде добијених резултата. Полази се од претпоставке да је млав осносиметричан и статистички стационаран и да на млав не утичу струјања која не потичу од обртања радног кола вентилатора, што је током истраживања проверено.

## **1.2 Досадашња истраживања и преглед научно-стручне литературе**

На основу прегледа литературе која је била доступна до тренутка израде ове дисертације могу се навести следећа истраживања:

Walker и сар. (1976) показују да је могуће коришћење двокомпонентног ЛДА система за мерење у међулопатичном каналу аксијалног компресора и одређивање позиције ударног таласа. Приказана је анализа употребе одговарајућег просејања (seedings) и његовог утицаја на мерење брзине струјања. Такође, анализира се утицај положаја димног генератора на тачност резултата.

Facciolo са сарадницима (2007) је истражовао вихорни млаз генерисан помоћу ротирајуће цеви. Резултати су добијени помоћу двокомпонентног ЛДА система. Констатовано је повећање индукције у односу на невихорни млаз. Такође, уочено је контратроротирајуће језгро.

Протић и сарадници (1996) приказали су истраживање струјања иза аксијалног вентилатора са слободним издувавањем и у цеви и њихово поређење при различитим протоцима. Приказане су бездимензионе карактеристике и различити коефицијенти добијени на бази измерених вредности. Констатовано је да вртложно језгро има већи радијус у случају слободног издувавања у односу на струјање у цеви за одговарајуће протоке.

Craya и Darrigol (1967) су истраживали турбулентне вихорне млазеве генерисане тангентним убацивањем ваздуха у комору узводно у односу на излаз. Резултати су добијени мерењима са сондом са загрејаном жицом. Приказане су расподеле осредњене аксијалне брзине дуж радијуса у различитим пресецима, као и расподеле нормалних и смицајних напона.

Leschziner и Rodi (1984) показали су нумеричку анализу два осносиметрична вихорна млаза (вихорних бројева 1,18 и 1,3) и упоредили резултате са експериментима Curtet-а и Darrigol-а, као и истраживањима Hösel-а. Коришћене су две корекције стандардног  $k-\varepsilon$  модела, LPS корекција и према препорукама Rodi-а. Показано је да прва смањује утицај вихора на млаз, док га друга повећава. Закључује се да стандардни  $k-\varepsilon$  модел показује најбоље слагање са експерименталним резултатима за случај јачих вихора, док су за анализу слабијих потребне корекције.

Taghavi и Farokhi (1988) су дали врло опширан преглед истраживања на тему турбулентног вихорног млаза. Интересантно је да су као начин генерисања вихора коришћени спроводни апарат (са фиксираним или покретним лопатицама), ротирајућа цев, струјање кроз ротирајућу перфорирану плочу постављену у цеви итд., али није наведена ни једна струјна машина (нпр. вентилатор). Уз помоћ различитих генератора добијан је млаз истог вихорног броја, али различитих расподела брзина на излазу. Мерења су вршена помоћу hot-wire сонде и сонде са пет рупица. Показало се да смањењем величине језгра вихорног млаза повећава утицај вихорног броја на „здраво” струјање, а такође и на повећање нивоа турбуленције. Закључено је да карактеристике млаза умногоме зависе од профиле брзина на излазу из млазнице.

Facciolo (2006) је у својој докторској дисертацији радио нумеричке и експерименталне анализе вихорног млаза добијеног помоћу ротирајуће цеви. У овом случају су такође набројани различити начини генерисања вихора, али је изостављено коришћење струјних машина. За мерење је коришћен двокомпонентни ЛДА систем, једножична и X сонда са загрејаним влакнами, као и стерео ПИВ техника. Нумерички је анализирао струјање користећи DNS. У зависности од параметара млаза, добијена су добра слагања са експериментом. Закључује се да вихорни млаз има већу индукцију од невихорног.

Vad и сарадници (2001) су изучавали тродимензионално струјање кроз аксијални индустријски вентилатор дизајниран према NFV методи. Према резултатима нумеричке

анализе струјне површи у међулопатичном каналу су искривљене, што је и било очекивано. Струјнице у близини лопатица су моделиране да одговарају спољашњој и унутрашњој конусној струјној цеви на усисној и потисној страни респективно.

Ого и сарадници (2014) су анализирали карактеристике сонди са загрејаном жицом при мерењима у оквиру турбомашине. У овом раду изабран је аксијални вентилатор. Анализиран је утицај избора одговарајућег броја ансамбла, резолуције, као и интензитета турбуленције на тачност мерења. Показана је директна релација између броја ансамбла за осредњавање и нивоа турбуленције струјања.

Regunath и сарадници (2008) поставили су нови метод ПИВ мерења за анализу осредњене хеликоидности и дисипације енергије у турбулентном вихорном струјању. Коришћен је Nd:YAG ласер за генерирање два паралелна светлосна листа различитих таласних дужина (боја). За просејавање коришћене су честице воде. Помоћу две камере урађено је стерео снимање у другој, док је помоћу треће камере урађено стандардно (двокомпонентно) мерење. Добијене су све три компоненте вектора брзине и вртложности, а на основу њих рачуната је величност.

Jin и сарадници (2013) анализирали су струјање на излазу аксијалног вентилатора у парцијалним режимима, са унапред и уназад закривљеним лопатицама. Лопатице су биле закривљене за исти угао од  $8,3^\circ$  (унапред и уназад). Изучаван је утицај закривљености на аеродинамичке и аероакустичке карактеристике вентилатора. Мерења су извршена Х-сондом са загрејаним жицама. Приказана је расподела све три компоненте брзина (просечних и фазно осредњених). Такође, приказане су расподеле интензитета турбуленције и турбулентне кинетичке енергије. Урађена је и спектрална анализа података. Закључено је да закривљеност лопатице има велики утицај на интензитет турбуленције низструјно.

Kergourlay и сарадници (2006) експериментално су истраживали тродимензионалне структуре струјног поља иза вентилатора са унапред и уназад закривљеним лопатицама, као и лопатице са радијално сложеним профилима. Мерења су вршена сондом са загрејаном жицом, према модификованим алгоритмима, на потисној страни вентилатора по радијалном правцу. Анализирани су профили брзина, компоненте Ренолдсовог тензора напона, као и турбулентна кинетичка енергија у зависности од закривљености лопатица. За мерења су искоришћени развијени модели вентилатора намењени за хлађење мотора аутомобила. Вентилатори су имали шест лопатица и бездимензиони пречник  $\nu = 0,38$ . Приказане су вредности различитих величина како у временском, тако и у фреквентном домену и утврђен је јасан утицај закривљености лопатица на 3Д струјно поље. Посматран је анизотропан карактер, нарочито у процепима где је радијална брзина далеко већа од нулте вредности. Закривљеност има велики утицај на спектар брзина, који је у директној вези са акустичким карактеристикама.

Лечић у докторској дисертацији (2003) анализира структуру турбулентних вихорних струјања у правој цеви иза аксијалног вентилатора, теоријски и експериментално, применом специјално направљених V сонди са загрејаним влакнами и даје веома детаљне корелационо - спектралне анализе и статистичке обраде добијених сигнала аксијалне и обимске брзине.

Чантрак Ђ. у докторској дисертацији (2012), поред теоријских разматрања турбулентног вихорног струјања у правој цеви иза аксијалних вентилатора, примењује више различитих мерних техника за добијање експерименталних резултата. Мерења су, поред класичних сонди, извршена и једнокомпонентним ЛДА системом, ПИВ и брзим ПИВ системом. Измерене су све три компоненте бризине, па је на основу сигнала урађена корелационо-спектрална анализа и анализа анизотропности генерисане турбуленције у зависности од угла лопатица три различита вентилатора и режима струјања.

Шекуларац (2015) у дисертацији истиче значај карактеристика реверзibilних млазних аксијалних вентилатора за развој струјања у оквиру вентилације саобраћајних тунела и даје измерене профиле брзина у пресеку иза кола аксијалног вентилатора. Мерења су извршена сондом са загрејаним влакнima у лабораторији Машинског факултета у Подгорици. Резултате мерења користи као гранични услов за нумеричку симулацију са више вентилатора постављених по своду тунела и добијене резултате пореди са експерименталним.

Чантрак С. у оквиру докторске дисертације (1981) истражује статистичке моменте вишег реда и уочава нелокални пренос и неградијентну дифузију у турбулентном вихорном струјању у цеви и дифузору. Мерења су обављена са трожичним сондама са загрејаним влакнima.

Алексеенко и сар. (2005) анализирају проблеме концентрисаних вртлога приступом базираним на хеликоидној симетрији вихорних струјања. Развијен је математички апарат који омогућава упрощење различитих математичких модела за опис феномена вртлога. Иако највећи део анализе припада теоријским разматрањима динамике вртлога, дати су и експериментални резултати на основу којих је потврђена претпоставка о хеликоидној симетрији.

### 1.3 Циљ и структура рада и поступци истраживања

Циљ рада је да се, у складу са поставком проблема и досадашњим научно-стручним резултатима, истраже сложене структуре турбулентног вихорног струјања у млазу иза кола аксијалног вентилатора при различитим Рейнолдсовим бројевима, односно радним тачкама вентилатора, које се подешавају са различитим брзинама обртања и угловима лопатица обртног кола.

У ту сврху је потребно објединити теоријска разматрања, комплексне и испланиране експерименте, квалитетну анализу података, као и физичко тумачење резултата врло сложених мерења.

Потребно је да се формира одговарајућа експериментална инсталација, примени комплексна трокомпонентна ласер Доплер анемометрија (ЛДА), прорачуна мерна несигурност постављеног система и обезбеди ваљано позиционирање мерне запремине, чија је карактеристична димензија мања од 100  $\mu\text{m}$ , у радијалном и аксијалном правцу, као и да се обезбеди ваљано просејавање флуидне струје. Постављени циљ рада одређује научни и стручни садржај истраживања, као и адекватну научну методологију, као што следи из даљег излагања.

Нумерички поступци се примењују за одређивање свих величина, а на основу прикупљених података, који нису равномерно распоређени у времену. Циљ је да се развију сопствени софтвери, као и да се примене комерцијални за математичко-физичку интерпретацију сигнала. Потребно је извршити поређење добијених резултата комерцијалним и оригиналним софтверима и упоредити флексибилност ових других.

Савремена експериментална, теоријска и нумеричка истраживања имају задатак да дају одговоре на битна питања о структури турбуленције и сложеном механизму турбулентне размене у вихорном струјању у млазу иза аксијалног вентилатора. Структурална анализа турбулентног поља и турбулентних напона у турбулентном вихорном млазу треба да омогуће ближи увид у физику турбулентних процеса, као и у суштину њиховог математичког моделирања и прорачуна.

Циљ рада захтева реализацију истраживања којима се функционално повезују корелационе и спектралне величине средњег и флукутационог брзинског поља са режимима струјања. Ово подразумева истраживање и анализу утицаја јачине генерисаног вихора, циркулације и Рейнолдсовог броја на статистичке карактеристике турбуленције.

Циљ рада је и да се основни принципи и једначине механике континуума прикажу савременим математичким апаратом, који сажето и разумљиво упућује на физичку суштину разматраних појава у природи и техници.

Сложена истраживања, која су обухваћена циљевима овог рада, морају да открију и разјасне извесне феномене и да дају одговоре на постављена питања, с једне стране, као и да на многим местима у раду отворе врата новим проблемима и укажу на могуће правце њиховог решавања, с друге стране. Анализа сопствених резултата, као и њихово поређење са резултатима других аутора, коришћењем критичког мишљења и ставова, су методе реализације овог задатка.

Крајњи циљ рада је долазак до нових научних и стручних знања, у области савремених истраживања турбулентних вихорних струјања у млаву иза аксијалних турбомашина.

Дефинисани циљеви ове дисертације могли су да се реализују кроз добро планиран и комплексан садржај истраживања, као и помоћу примене општих и посебних научних метода. Концепција оваквог приступа довела је до формирања структуре рада која се у следећем сажето приказује и која треба да омогући основни увид у садржај и поступке истраживања остварених у овом раду.

У глави 1 се разматрају поставка проблема истраживања, као и досадашња истраживања. Дат је и преглед научно-стручне литературе. У три поглавља прве главе назначени су циљеви и структура рада, као и поступци истраживања и коришћена научна методологија.

Теоријска разматрања су дата у глави 2 у форми која одговара циљевима истраживања у овом раду. Формирано је генетско стабло основних једначина у облику структурног алгоритма. Приказан је алгоритам за добијање компоненти тензора напона у цилиндричним координатама. Наведено је једанаест модела вртлога, са посебним освртом на моделе који ће бити предмет анализе у наставку. Ренолдсови напони су изведени у форми погодној за израчунавање у турбулентном пољу вихорног млава аксијалног вентилатора. Дата је мапа корелационих момената и нормираних централних момената од другог до шестог реда, као и израз за одређивање интегралне временске размере флуктуационих брзина. Укратко је, у потребној форми за истраживање у раду, изложена инваријантна теорија турбуленције. Разматран је и утицај различитих модела вртлога и вихора на структуру турбуленције.

Експериментална инсталација је приказана у глави 3. Дат је детаљан опис мерне инсталације и коришћене опреме, са посебним освртом на трокомпонентни ЛДА систем и позицију мерних сонди. Просторни модел експерименталне инсталације појашњава тачно позиционирање ЛДА сонди. Наведене су и карактеристике коришћених линеарних вођица, позиционера, просејања за флуидну струју. Описана је геометрија аксијалног вентилатора, који представља генератор турбулентног вихорног млава. Наведен је и детаљан програм мерења, као и позиције мерних пресека.

У глави 4 детаљно је описан коришћени трокомпонентни ЛДА мерни систем и извори мерне несигурности. Приказан је комерцијални софтвер за аквизицију података. Дискутована је и квантификована мерна несигурност једнокомпонентне ЛДА сонде, као и трокомпонентног ЛДА система.

Експериментална истраживања утицаја режима рада вентилатора на статистичке моменте и процесе турбулентног преноса у вихорном млаву приказана су у истоименом поглављу 5. Анализирана су сложена тродимензијска емпиријска осредњена и флуктуационе брзинске поља. Приказане су емпиријске радијално-аксијалне расподеле осредњене укупне брзине и њених компоненти. Истраживан је утицај Ренолдсовог броја и угла лопатица вентилатора на карактер дејства вихора на турбуленцију. Израчунате су интегралне карактеристике струјних

величина и анализирана је њихова промена дуж вихорног млаза. Приказане су емпириске расподеле интензитета турбуленције у мерним пресецима слободног вихорног млаза, разматране су расподеле осредњене обимске брзине и њихова апроксимација моделима Ранкиновог, Бургерсовог и Ламб-Озеновог вртлога. У глави 5 је разматран низструјни развој анизотропије турбулентног поља вихорног млаза, као и расподела нормалних напона. Одређени су емпириски дијаграми просторне еволуције турбулентних смицајних напона. Израчуната је кинетичка енергија турбуленције и разматрани су утицаји режима рада вентилатора на њену расподелу. Уочен је и дискутован нелокални турбулентни пренос и неградијентна турбулентна дифузија. Израчунати су и анализирани централни моменти од трећег до шестог реда за флукутације брзина у сва три правца. Проучаване су њихове промене у радијално-аксијалном правцу у зависности од оствареног радног режима вентилатора.

Структурална анализа генерисане турбуленције у вихорном млазу применом аутокорелационих и спектралних функција, као и анизотропних инваријантних мапа дата је у глави 6. Ова глава даје физичку интерпретацију резултата мерења са становишта корелационо-спектралне теорије турбуленције. Анализирана је структура турбуленције у мерним пресецима вихорног млаза применом мапа анизотропности и истраживан је утицај брзине обртања и углова лопатица вентилатора на анизотропију генерисане турбуленције. Израчунате су аутокорелације за све три флукутационе брзине и разматрана је њихова расподела у млазу. Анализиран је утицај Ренолдсовог броја и, издвојено,угла лопатица аксијалног вентилатора на интегралну временску размеру за све три компоненте флукутационих брзина. Објашњена је имплементација Ломбовог алгоритма у развијени софтвер, што је било од важности при анализи резултата мерења енергетских фреквентних спектара флукутационих брзина у слободном вихорном млазу.

У глави 7 се наводе сви закључци из претходних поглавља на прегледан начин.

На крају дисертације се наводи списак коришћене литературе.

## 2 Теоријска разматрања

Ова глава је физичко - математичка основа за истраживање и описивање појава које се у овом раду разматрају. Учињен је напор да се потребан материјал изнесе у сажетом облику и са потребном суштином. Опширна литература која је била на располагању разврстана је у неколико нивоа. Током уобличавања основне концепције писања коришћена је следећа литература: Townsend (1976), Tennekes и Lumley (1978), Hinze (1975), Чантрак С. (2005 и 2006), Rotta (1972), Panton (1984), Чантрак Ђ. (2007).

Наведена литература је омогућила специфичан прилаз структури и методологији излагања материје која се проучава у оквиру ове дисертације.

### 2.1 Диференцијалне једначине кретања непрекидне средине у криволинијским ортогоналним координатама

Механика турбулентних струјања припада класичној и статистичкој механици. Физички модели и математичка теорија заснивају се на општим принципима механике континуума. Истраживање и анализа струјања у овом раду захтевају познавање локалних структура и вредности физичких поља у просторно временским тачкама. Математички модели општих закона одржања у механици непрекидних средина дефинишу се једначином у диференцијалном облику (Чантрак, 2006).

$$\partial_t \mathcal{B}_{i...j} + \partial_k (\mathcal{B}_{i...j} v_k) = \mathcal{P}_{i...j} + \partial_k \mathcal{F}_{ki...j} \quad (2.1)$$

при чему је облик функционала  $\mathcal{P}_{i...j}\{\mathcal{B}_{i...j}\}$  и  $\mathcal{F}_{ki...j}\{\mathcal{B}_{i...j}\}$  одређен физичком природом поља  $\mathcal{B}_{i...j}(\vec{r}, t)$  и карактером физичког процеса. Општа једначина преноса (2.1) описује аналогне процесе преношења масе, количине кретања и енергије. У том смислу је могуће формирати генетско стабло основних једначина у облику структурног алгоритма приказаног функционалном шемом у виду табеле 1. Уврштавањем одговарајућих израза за величине  $\mathcal{B}_{i...j}$ ,  $\mathcal{P}_{i...j}$  и  $\mathcal{F}_{ki...j}$  из табеле 1 у једначину (2.1) добијају се: закон одржања масе (једначина континуитета), закон импулса (једначина количине кретања) и закон одржања енергије (једначина енергије).

Табела 1. Структурни алгоритам за основне једначине

Изрази за чланове у једначини (2.1)			
Закони одржања ↓	$\mathcal{B}_{i...j}$	$\mathcal{P}_{i...j}$	$\mathcal{F}_{ki...j}$
МАСЕ	$\rho$	0	0
ИМПУЛСА	$\rho v_i$	$\rho f_i$	$\sigma_{ki}$
ЕНЕРГИЈЕ	$\rho \left( e + \frac{1}{2} v_j v_j \right)$	$\rho f_j v_j$	$\sigma_{kj} v_j - q_k$

Значења коришћених ознака су следећа:  $\rho$  - густина непрекидне средине,  $v_j$  - компонента вектора брзине  $\vec{v}(v_j)$ ,  $f_i$  - компонента масене силе  $\vec{f}$  у  $i$ -правцу,  $\sigma_{kj}$  - компонента тензора напона  $\tilde{\sigma}(\sigma_{kj})$ ,  $e$  - унутрашња енергија,  $\frac{1}{2} v_j v_j$  - кинетичка енергија и  $q_k$  - компонента вектора топлотног флукса  $\vec{q}(q_k)$ . Неми и слободни индекси узимају вредности 1, 2 и 3, при чему је усвојена Ајнштајнова конвенција о сабирању, као и ознаке  $\partial(\ )/\partial x_k = \partial_k(\ )$  и  $\partial(\ )/\partial t = \partial_t(\ )$ .

Систем једначина одржања масе, импулса и енергије описује кретање било које непрекидне средине, али је незатворен. Наиме, на располагању је пет једначина, са одговарајућим почетним и граничним условима, за четрнаест непознатих величине. Како се, међутим, планирана истраживања у овом раду заснивају на моделу изотермског струјања нестишљивог флуида онда ће једначине континуитета и количине кретања, уз одређене реолошко-конститутивне једначине, формирати затворен систем једначина. Наиме, у овом случају Кошијева једначина и једначина енергије нису више спречнуте, па једначина енергије није неопходна у даљој анализи. Из тих разлога, диференцијалне једначине кретања непрекидне средине могу се написати и у инваријантним облицима како следи:

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0, \quad (2.2)$$

$$\partial_t (\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = \rho \vec{f} + \nabla \cdot \tilde{\sigma}, \quad (2.3)$$

где су:  $\nabla$  - Хамилтонов, тј. набла оператор,  $\vec{v} \vec{v} \equiv \vec{v} \otimes \vec{v}$  - дијада (тензор другог реда) и  $\tilde{\sigma}$  - тензор напона. Ако се изврше назначене диференцијалне операције могуће је једначину

континуитета (2.2) и Кошијеву једначину количине кретања (2.3), било да су оне записане у индексном (Табела 1) или инваријантном облику, (2.2) и (2.3), приказати у криволинијским ортогоналним координатама у тензорско - индексном запису:

$$\partial_t \rho + H^{-1} \sum_{k=1}^3 \partial_{\xi_k} (H h_k^{-1} \rho v_k) = 0 \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} \rho \left\{ \partial_i v_\alpha + \sum_{k=1}^3 \left[ v_k h_k^{-1} \partial_{\xi_k} v_\alpha - (h_\alpha h_k)^{-1} (v_k^2 \partial_{\xi_\alpha} h_k + v_k v_\alpha \partial_{\xi_k} h_\alpha) \right] \right\} = \\ \rho f_\alpha + h_\alpha^{-1} \sum_{k=1}^3 \left[ H^{-1} \partial_{\xi_k} (H h_\alpha h_k^{-1} \sigma_{\alpha k}) - \sigma_{kk} h_k^{-1} \partial_{\xi_\alpha} h_k \right], \end{aligned} \quad (2.5)$$

где су  $\xi_i = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$  - ортогоналне криволинијске координате,  $h_i$  - Ламеови коефицијенти,  $\partial(\ )/\partial \xi_i = \partial_{\xi_i}(\ )$ ,  $H = h_1 h_2 h_3$  и за индексе, који су слова грчког алфабета  $\alpha, \beta, \gamma \dots$ , у овом случају је то индекс  $\alpha$  ( $\alpha=1,2,3$ ), не важи Ајнштајново правило о сабирању. Иако су ове једначине извођене у Чантрак (2005), њихов начин записа у облику (2.4) и (2.5) представља оригиналан допринос литератури.

Претходне једначине омогућавају писање једначине континуитета и Кошијеве једначине у било ком систему ортогоналних координата, Декартових правоуглих, цилиндричних, сферних и других, за које су познати Ламеови коефицијенти  $h_i$ . Међутим, иако се ради о потпуном систему једначина, он није коначно довршен у том смислу, јер садржи непознате компоненте тензора напона  $\sigma_{ik}$ . То је у ствари онај битан тренутак у механици непрекидне средине. Познато је, наиме, да се спрегнутост стања напона и стања деформација изражава различитим конститутивно - реолошким једначинама и хипотезама, које могу бити како линеарне, тако и нелинеарне. У скупу различитих модела реолошки модел Њутновог флуида је од великог значаја за науку и технику. Наиме, већина течности и гасова у природи и технички, укључујући воду и ваздух, одликују се својствима Њутновских флуида.

Вихорна турбулентна струјања ваздуха у млаву аксијалног вентилатора припадају струјању Њутновских флуида. Наредно поглавље се односи на физичко - математичку анализу таквих струјања.

## 2.2 Њутнов реолошки модел и Навије-Стоксове једначине у цилиндричним координатама

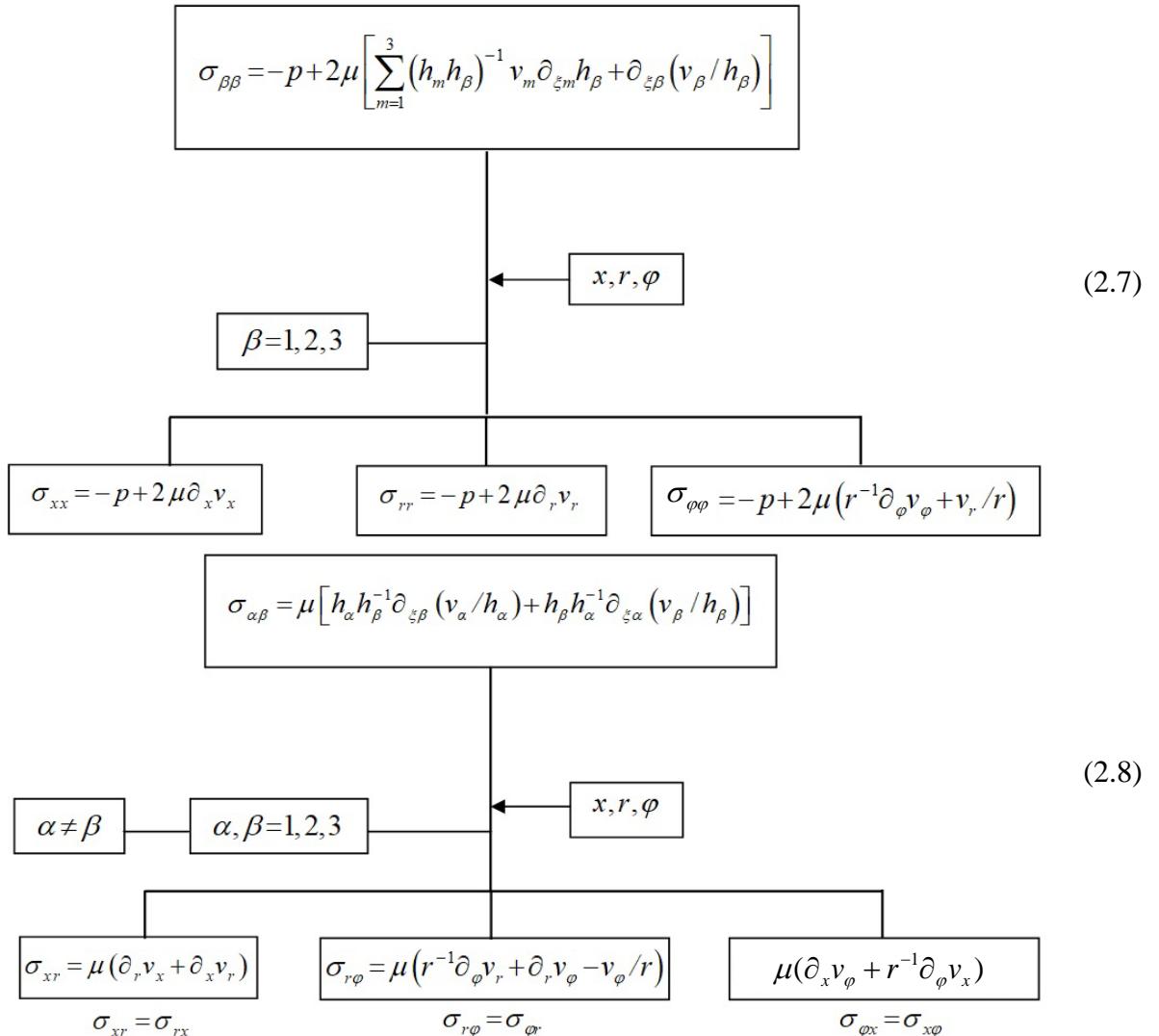
Теоријска и експериментална истраживања у овом раду заснивају се на моделу нестишљивог Њутновог флуида. Њутнов реолошки модел за нестишљив флуид дефинисан је релацијом:

$$\tilde{\sigma} = -p \tilde{I} + 2\mu \tilde{S} \Leftrightarrow \sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + 2\mu S_{ij} \quad (2.6)$$

у инваријантном облику односно у индексном запису Декартових тензора, где су:  $p$  - притисак,  $\tilde{I}$  - јединични тензор,  $\delta_{ij}$  - Кронекеров симбол,  $\mu$  - динамичка вискозност и  $\tilde{S}(S_{ij})$  - тензор деформационих брзина. Дакле, реолошки модел Њутновог флуида заснива се на чињеници, датој у једначини (2.6), да је тензор напона линеарна функција тензора брзина деформација. Како је тензор  $\tilde{S}$  симетричан ( $S_{ij} \equiv S_{ji}, i \neq j$ ), онда се то односи и на тензор напона  $\tilde{\sigma}(\sigma_{ij} \equiv \sigma_{ji}, i \neq j)$ .

Кинематика флуида одређује компоненте тензора деформационих брзина  $S_{ij}$  и у криволинијским ортогоналним координатама, тако да релација (2.6) дефинише поље напона

такође и у тим координатама. Уврштавањем тих израза у Кошијеве једначине (2.5), при чему је  $\mu=const.$  при назначеним диференцирањима за усвојени модел, добијају се Навије-Стоксове једначине у ортогоналним криволинијским координатама ( $\xi_1, \xi_2, \xi_3$ ). У овом делу (слика 1) се приказује алгоритам за добијање компонената тензора напона.



Слика 1. Алгоритам за добијање компоненти тензора напона у цилиндричним координатама.

Геометрија струјног простора вихорног млаза аксијалног вентилатора најбоље се описује цилиндричним координатним системом. У складу са тим и приказаном генезом основних једначина, у једначине (2.4) и (2.5), као и у изразе (2.7) и (2.8), уврштавају се следеће релације:  $\xi_1 = x$ ,  $\xi_2 = r$ ,  $\xi_3 = \varphi$ ,  $h_1 = 1$ ,  $h_2 = 1$ ,  $h_3 = r$ ,  $v_1 = v_x$ ,  $v_2 = v_r$ ,  $v_3 = v_\varphi$ . Изрази (2.7) дефинишу нормалне, а изрази (2.8) смицајне (тангенцијалне) напоне у вискозном нестишљивом Њутновском флуиду. Уврштавањем вредности  $\alpha = 1, 2, 3$  добијају се три једначине у три координатна правца. Претходним релацијама и изразима омогућено је извођење и добијање Навије - Стоксовах једначина у цилиндричним координатама ( $x, r, \varphi$ ):

$$\rho D_t v_x = \rho f_x - \partial_x p + \mu \Delta v_x, \quad (2.9)$$

$$\rho(D_t v_r - v_\phi^2/r) = \rho f_r + \partial_r p + \mu [\Delta v_r - r^{-2} (v_r + 2\partial_\phi v_\phi)], \quad (2.10)$$

$$\rho(D_t v_\phi + v_r v_\phi / r) = \rho f_\phi - r^{-1} \partial_\phi p + \mu [\Delta v_\phi - r^{-2} (v_\phi - 2\partial_\phi v_r)], \quad (2.11)$$

при чему су оператор  $D_t \equiv D/Dt$  и Лапласов оператор  $\Delta \equiv \nabla^2$  у цилиндричним координатама дефинисани изразима како следи:

$$D_t \equiv \partial_t + v_x \partial_x + v_r \partial_r + (v_\phi/r) \partial_\phi \quad \text{и} \quad \Delta \equiv \partial_{xx} + \partial_{rr} + r^{-1} \partial_r + r^{-2} \partial_{\phi\phi}. \quad (2.12)$$

Када се претходним једначинама (2.9) - (2.11) пријужи једначина континуитета за нестишљив флуид, која је добијена из (2.4) за случај цилиндричних координата:

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow \partial_x v_x + \partial_r v_r + v_r/r + r^{-1} \partial_\phi v_\phi = 0, \quad (2.13)$$

формира се затворен систем нелинеарних парцијалних диференцијалних једначина другог реда, из којих се за задате почетне и граничне услове одређују три пројекције брзине  $v_x, v_r, v_\phi$  и притисак  $p$ . Дакле, у систему  $(x, r, \phi)$ , у било којој тачки  $M(x, r, \phi)$  струјног поља вихорног млаза, у којој је брзина одређена аксијалном брзином у правцу осе млаза (аксијална координата  $x$ ), као и радијалном (у радијалном правцу  $r$ ) и обимском (у обимском правцу  $\phi$ ) брзином у равни попречног пресека вихорног млаза.

На питање о егзистенцији, јединствености и регуларности решења Навије-Стоксовых једначина, међутим, у најопштијем случају, наука о струјању још увек нема потпун одговор. При већим Рейнолдсовим бројевима ламинарно струјање постаје нестабилно и путем хаотичних просторно - временских еволуција вртлога различитих размера прелази у турбулентно струјање, које је углавном и присутно у природи и технички. Навије-Стоксовые једначине важе и у пољима у којима се дешавају, међусобно повезане, детерминистичке и статистичке појаве. У таквим случајевима брзина  $\vec{v}(\vec{r}, t)$  и притисак  $p(\vec{r}, t)$  су случајне променљиве тако да је могућа примена неких од статистичких метода. О томе ће бити више говора у поглављу 2.4. У наредном поглављу 2.3 разматрају се начини генерисања вихорног струјања као и различите расподеле обимске брзине које, у неким случајевима представљају егзактна решења Навије-Стоксовых једначина.

### 2.3 Генерисање вихорног струјања и модели вртлога

Експериментална истраживања у овом раду су посвећена „вискозним млазевима” или, још конкретније, турбулентном осносиметричном вихорном струјању вискозног нестишљивог флуида у слободном млазу. Ламинарни или турбулентни млазеви, ограничени, полуограничени или слободни без вихора или са вихором, описани су Навије-Стоксовым једначинама. У складу са тим је и општа теорија вртлога и динамике вртложности, независно од турбуленције и турбулентних модела, заснована на егзактним или приближним решењима Навије-Стоксовых једначина. У том смислу се говори о фамилији вртлога, од којих су једни више, а други мањи за техничку праксу. При томе се издвајају следећи модели вртлога:

1. Потенцијални (слободни) вртлог, 2. Принудни вртлог, 3. Ранкинов (Rankine) вртлог, 4. Ламб - Озенов (Lamb-Oseen) вртлог, 5. Бургерсов (Burgers) вртлог, 6. Тейлоров (Taylor) вртлог, 7. Q - вртлог, 8. Саливанов (Sullivan) вртлог, 9. Бургерс-Ротов (Burgers-Rott) вртлог, 10. Гаусов (Gauss) вртлог, 11. Хилов (Hill) сферни вртлог и други.

Неки од ових модела ће бити примењени при анализи резултата мерења, па се из тог разлога разматрају њихове основне карактеристике. Расподела обимске (тангенцијалне) брзине у моделу вртлога је у првом плану, јер се на основу ње модели вртлога међусобно пореде, а она, поред тога, суштински утиче на формирање структуре укупног брзинског поља као и поља притиска.

Генерисање обимске брзине и вихорног струјања, како унутрашњег, тако и спољашњег, се у техничкој пракси и експерименталним инсталацијама остварује на различите начине. То указује на чињеницу да расподеле и интензитети обимских брзина могу имати различите карактере и различите бројне вредности, тј. интензитетете. Тангенцијално увођење флуида у струјни простор, ротирајуће цеви са завојним тракама, спроводни апарати различитих конструкција, аксијални вентилатори и други вихорни уређаји (коморе, цеви) су неки од начина којима се генерише вихорно струјање. Од начина стварања вихора зависи облик профила обимске брзине, која у садејству са аксијалном брзином формира брзинско поље чије су струјнице спиралног тј. хеликоидалног облика. Карактеристични профили тангенцијалне брзине одговарају различитим моделима вртлога, који у ствари и одређују физичко-математичку суштину вихорног струјања (Saffman (1992), Алексеенко, Куйбин, Окулов (2005), Lugt (1979), Greenspan (1968), Lamb (1932), Panton (2013) итд.)

Стоксовом (Stokes) теоремом дефинисана су два фундаментална појма, вектор вртложности  $\vec{\omega}$  и циркулација  $\Gamma$ , који су дефинисани релацијама:

$$\Gamma = \oint_L \vec{v} \cdot d\vec{l} = \oint_L v_i dx_i \quad \text{и} \quad \vec{\omega} = \text{rot } \vec{v} = \nabla \times \vec{v} \Rightarrow \omega_i = \epsilon_{ijk} \partial_j v_k, \quad (2.14)$$

где је  $\epsilon_{ijk}$  пермутациони симбол, и повезани су значајним изразом:

$$\Gamma \equiv \oint_L \vec{v} \cdot d\vec{l} = \iint_A \vec{\omega} \cdot \vec{n} dA \Rightarrow \Gamma = \iint_A \epsilon_{ijk} n_i \partial_j v_k dA. \quad (2.15)$$

При томе су  $d\vec{l}$  усмерени елемент затворене криве  $L$  која ограничава, тј. представља границу површи  $A$ , чији је јединични вектор спољашње нормале  $\vec{n}$ ,  $v_i$  и  $\omega_i$  компоненте вектора брзине и вектора вртложности.

Појмови циркулације и вртложности су уведени јер су то битни елементи сваког вртлога, његове структуре и временско - просторне еволуције. Вртлог се, наиме, описује као компактна запремина флуида са израженом, високом концентрацијом вртложности у поређењу са околином. Ово су модели концентрисаних, изолованих вртлога, у које се на пример, групишу, тј. структурално организују, слободни смичући слојеви. Усамљена вртложна цев са концентрисаном вртложношћу  $|\vec{\omega}|$  интензитета (снаге)  $\Gamma$ , тј. праволинијски вртлог бесконачне дужине у правцу  $x$  - осе цилиндричног координатног система ( $x, r, \varphi$ ) индукује, сагласно Био-Саваровом закону, само обимску (азимутску) брзину  $v_\varphi = \Gamma / (2\pi r)$  око себе, тј. у својој околини.

У овом раду се мери поље брзина, експериментално се одређују обимске брзине и на основу ње израчунавају угаоне брзине обртања као и циркулације и средње циркулације, тако да су појмови циркулације  $\Gamma$  и вртложности  $|\vec{\omega}|$  сврсисходно уведени. Физичка интерпретација резултата мерења (главе 5 и 6) иде још даље у циљу да се неки од наведених вртлога тестирају у смислу могућности њихове примене у турбулентном струјању вихорног млаза аксијалног вентилатора. У том смислу се анализирају основне карактеристике извесних вртлога.

Модел вртлога заснован на вртложном влакну уопштава се, у циљу већег приближења реалном, стварном струјном пољу, на модел цилиндричног вртлога са коначним језгром кружног попречног пресека полупречника  $r_k$ , у коме је вртложност  $\omega = \omega_0$  константна. Ван језгра струјање је невртложно, тј. потенцијално. Граница вртлога у општем случају представља површ дисконтинуитета за вртложност. За овај модел вртлога у стационарном струјању невискозног нестишљивог флуида, за усвојен цилиндрички координатни систем  $(x, r, \varphi)$ , аксијална компонента вртложности  $\omega_x$  је унутар круга  $r = r_k$  једнака константи  $\omega_0$ , а остале две компоненте су једнаке нули. За овај случај је стационарна обимска брзина  $(\infty - < x < \infty)$  дефинисана изразима:

$$v_\varphi = \frac{1}{2} \omega_0 r \text{ за } r < r_k \text{ и } v_\varphi = \frac{1}{2} \omega_0 r_k^2 / r \text{ за } r > r_k, \quad (2.16)$$

при чему се на површи  $r = r_k$  јавља скок вртложности. У складу са Стоксовом теоремом интензитет, тј. циркулација  $\Gamma$  за контуру која обухвата језгро је  $\Gamma = \omega_0 \pi r_k^2 = const.$ , док статички притисак задовољава Ојлерову једначину, која је за осносиметрично струјање, заједно са својим решењима, одређена изразима:

$$\frac{dp}{dr} = \rho \frac{v_\varphi^2}{r} \Rightarrow p = p_\infty - \rho \omega_0^2 (2r_k^2 - r^2) / 8, \quad r < r_k \\ p = p_\infty - \rho \omega_0^2 r_k^4 / 8r^2, \quad r > r_k. \quad (2.17)$$

Типично својство вртлога је изразито смањење притиска у његовом језгру. Ово својство да притисак достиже свој минимум у оси језгра представља могућност идентификације вртлога у струјном пољу, што ипак није довољно тачно.

Профили брзина (2.16), на основу релације  $\Gamma = \omega_0 \pi r_k^2 = const.$ , могу да се прикажу изразима:

$$v_\varphi = (\Gamma / 2\pi r_k^2) r \text{ за } r < r_k \text{ и } v_\varphi = (\Gamma / 2\pi) / r \text{ за } r > r_k \quad (2.18)$$

Линеарност профила брзине у језгру показује да флуид у њему ротира као круто тело угаоном брзином:

$$\Omega = \Gamma / 2\pi r_k^2 = \omega_0 / 2 \text{ за } r < r_k, \quad (2.19)$$

што је у складу са општим формулом која повезује вектор вртложности  $\vec{\omega}$  и вектор угаоне брзине  $\vec{\Omega}$  за случај када флуид ротира као круто тело  $\vec{\Omega} = \vec{\omega} / 2$ .

Изрази (2.16), тј. (2.18) показују да профил обимске брзине има прекид прве врсте, „ломи” се на граници језгра  $r = r_k$ , што је условљено дисконтинуитетом и скоком вртложности. Овај модел вртлога је у ствари Ранкинов (Rankine) вртлог који, сагласно изразима (2.16) или (2.18), представља композицију, суперпозицију принудног и слободног (потенцијалног) вртлога. Дакле, спрезањем два брзинска поља формира се смицајни слој, у коме вискозност „пегла” поменуте дисконтинуитетете посредством вискозне дифузије, чиме се модел Ранкиновог вртлога спаја са фамилијом вискозних модела вртлога.

Један од таквих модела је Ламб-Озенов (Lamb-Oseen) вртлог који је задат следећим једначинама:

$$v_\varphi = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{4vt}\right) \right] \text{ и } \omega_x = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_\varphi) = \frac{\Gamma}{4\pi vt} \exp\left(-\frac{r^2}{4vt}\right) \quad (2.20)$$

у којима су  $\nu$  - кинематичка вискозност флуида и  $t$  - време.

Изрази (2.20) су егзактна решења Навије-Стоксовых једначина којима се описује утицај вискозности на понашање раванског вртлога у радијалном, тј. попречном пресеку управном на осу вртлога. Профил брзине је „гладак”, без нерегуларности у  $r=r_k$  захваљујући вискозној дифузији врложности током времена и одговара како врложном језгру, тако и спољашњој области Ранкиновог вртлога. У складу са Стоксовом теоремом, укупна врложност је константна и једнака циркулацији како следи:  $\int_0^\infty \omega_z 2\pi r dr = \Gamma$ .

Ламб-Озенов вртлог је нашао примену у техничкој пракси, као на пример у неограниченом струјању везаном за вентилаторе, бродске пропелере или у ваздухопловству за одређене типове вртлога генериране на крајевима крила. У циљу упоређивања са експерименталним резултатима уводи се размера  $r_k = 2\sqrt{\nu t}$  која представља линеарну размеру језгра вртлога у тренутку  $t$ . Посредством ње, изрази (2.20) добијају облик:

$$\nu_\varphi = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{r_k^2}\right) \right] \text{ и } \omega_x = \frac{\Gamma}{\pi r_k^2} \exp\left(-\frac{r^2}{r_k^2}\right) \quad (2.21)$$

којим се описује Ламб-Озенов вртлог. Физички се ово може тумачити да сингуларитет, који се јавља у граничном смицајном слоју, формираном око  $x$ -осе на полупречнику  $\mathcal{O}(\sqrt{\nu t})$  у Ранкиновом вртлогу више не постоји.

У фамилију вртлога који задовољавају Навије-Стоксову једначину спада, на пример, и Тейлоров (Taylor) вртлог, који је сличан Ламб-Озеновом вртлогу.

Бургерсов (Burgers) вртлог такође припада класи осносиметричних тачних решења Навије-Стоксовых једначина и због своје стационарне тродимензијске структуре и разноврсне примене, убраја се у значајније вискозне моделе вртлога. Он омогућава опис турбулентних вихорних струјања, тако да се са тог становишта у овом раду анализира и примењује, као и Ранкинов и Ламб-Озенов вртлог. Брзинско поље у цилиндричним координатама описано је једначинама:

$$\nu_x = \alpha x, \nu_r = -\alpha r/2 \text{ и } \nu_\varphi = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left[ 1 - \exp\left(-\alpha r^2/4\nu\right) \right] \quad (2.22)$$

у којима су:  $\alpha = \text{const.}$  и  $\Gamma = \Gamma|_{r=\infty}$ . Ако се локални максимум обимске брзине означи са  $\nu_{\varphi,m}$ , а одговарајући полупречник са  $r_m$  онда се добија  $\nu_\varphi$  - профил у бездимензијском облику:

$$\nu_\varphi / \nu_{\varphi,m} = \left[ 1,39 / (r/r_m) \right] \left[ 1 - \exp\left(-1,26 \cdot r^2 / r_m^2\right) \right]. \quad (2.23)$$

Асимптотски развој израза (2.22) за  $r \rightarrow 0$  даје резултат:

$$\nu_\varphi \approx (\alpha \Gamma / 8\pi \nu) r = (1,26 \Gamma / 2\pi) (r/r_m^2) \quad (2.24)$$

из кога се закључује да у области око осе флуид ротира као крuto тело. Поклапање са профилом Ранкина (2.18) за  $r < r_k$  дешава се када је  $\alpha^2 = r_m^2 / 1,26$ . За  $r \rightarrow \infty$  асимптота  $\nu_\varphi = \Gamma / 2\pi r$  одговара Ранкиновом као и сингуларном вртлогу истог интензитета  $\Gamma$ . У при-

мени на резултате мерења у смислу поређења емпиријске криве  $v_\varphi$  са Ранкиновим и Бургерсовим вртлогом, могуће је користити услове  $\Gamma = \Gamma|_{r=\infty} = idem$  и  $r_k = r_m$  за моделе Ранкина и Бургера. Физички се егзистенција стационарног решења објашњава појавом компензације вискозне дифузије вртложности са радијалним преносом вртложности на основу аксијалног издужења вртлога у пољу аксијалне брзине  $v_x = \alpha x$ .

У анализи како невискозних тако и вискозних модела вртлога егзистирају различити профили обимске брзине који се користе за нумеричке експерименте, анализу стабилности или фитовање емпиријских података. Многи од њих имају унiformну аксијалну брзину, што у многим случајевима вихорног струјања не одговара стварности. Због тога су, нарочито због примене у техничкој пракси значајни модели вртлога код којих аксијалне брзине нису унiformне. У ту класу се убрајају Саливанов (Sullivan) вртлог, који представља извесно уопштавање Бургерсовог вртлога, Q-вртлог и други вртлози, који су у суштини модификовани разматрани вртлози, задати у облику емпиријских формулe, погодних за интерпретацију експерименталних података. Такве су, на пример, емпиријске формуле:

$$v_\varphi = \frac{K}{r} [1 - \exp(-\alpha r^2)] \text{ и } v_x = K_1 + K_2 \exp(-\alpha r^2), \quad (2.25)$$

где су  $K$ ,  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $\alpha$  - константе које се одређују из експерименталних резултата. У основи ових израза су Бургерсов и Q - вртлог, који је дефинисан једнопараметарским моделом:

$$v_\varphi = \frac{Q}{r} [1 - \exp(-r^2)] \text{ и } v_x = \exp(-r^2). \quad (2.26)$$

Формуле (2.25), као и формула (2.23) у облику:

$$v_\varphi / v_{\varphi,m} = [(K_1 K_2 r_m) / r] [1 - \exp(-K_3 r^2 / r_m^2)] \quad (2.27)$$

омогућавају како утврђивање физичког смисла емпиријских константи, тако и идентификацију различитих класа вихорних струјања. О примени ће бити више речи у петој глави дисертације.

Може се закључити да модели вртлога и вртложне структуре које се генеришу на улазу у систем, тј. почетним пресецима суштински утичу на даљу еволуцију струјног поља. Модели генерисаних вртлога, при чему се најпре мисли на обимску брзину, успостављају неопходну везу између теорије и експеримента. И не само то. При појави нестабилности ламинарних вртлога постоји вероватноћа турбулизације струјања. Међутим, структура турбулентног линијског вртлога још увек није потпуно објашњена. Један од проблема се састоји у одређивању структуре осредњених величина у функцији од радијалне координате и времена при осредњавању по ансамблу, или по обимској или аксијалној координати. У суштини, проблем је стохастичка природа феномена турбуленције и потреба да се Навије - Стоксове једначине трансформишу у статистички осредњене облике, погодније за решавање него што су то Навије - Стоксове једначине. Поглавље које следи посвећено је томе.

## 2.4 Статистички опис турбуленције и Рейнолдсове једначине

Систем Навије - Стоксовых једначина (2.9) - (2.11) и једначина континуитета (2.13) дефинишу и турбулентна струјања, тако да њихова хаотичност нема чисто случајни карактер, јер морају бити задовољени одговарајући услови. Проблем директног нумеричког решавања Навије - Стоксовых једначина састоји се у нестационарној, нелинеарној, иреверзибилној и тродимензијској природи турбуленције. Стохастичке флуктуације физичких величина

генеришу широке амплитудно - фреквентне спектре, које није могуће, нарочито при већим вредностима Рейнолдсовых бројева, прекрити нумеричким мрежама, које би обухватале и најмање вртложне структуре. Из ових разлога се прибегава статистичкој теорији турбуленције и примењују различите методе осредњавања Навије - Стоксовах једначина у циљу добијања релација које дају веће могућности за аналитичко и нумеричко решавање. Један од таквих приступа је Рейнолдсова статистика.

Турбуленција је несумњиво природни феномен који подразумева како најчешћи, тако и најсложенији облик хаотичног кретања непрекидне средине. Струјања флуида у природи и техници су углавном турбулентна. Разумевање феномена турбуленције је од великог значаја за понашање човека у његовом окружењу (глобална клима, процеси у живим организмима и техничким системима итд.). Развој аналитичких, емпиријских и нумеричких метода усмерен је ка истраживању структуре турбуленције и механизма турбулентних међудејстава, као и ка могућностима предвиђања и прорачуна турбулентних процеса. Научне области које се баве турбуленцијом могу се поделити на а) физичке основе и математичка теорија турбуленције, б) експериментална турбуленција - истраживање структуре и механизма турбулентног преноса и в) математичко моделирање, нумеричке симулације и методе прорачуна турбулентних струјања. У класичној и статистичкој механици турбуленције уједињене су снаге експериментатора, теоретичара и нумеричара.

У оквиру ове дисертације обављена су савремена експериментална истраживања и њихова физичко-статистичка интерпретација у области структуре слободних турбулентних млазева аксијалног вентилатора.

Турбулентно струјање има хаотичан карактер и експеримент подразумева мерење нерегуларне, случајне промене тренутних вредности брзине, у времену и простору. Дакле, у турбулентном струјању вектор брзине  $\vec{v}(\vec{r}, t)$  је случајна величина и за њено рационално описивање се користе статистичке методе. У њиховој основи је концепт статистичког осредњавања тренутних вредности, на пример, брзине  $\vec{v}(v_1, v_2, v_3)$ , односно  $v_i$ ,  $i=1,2,3$ . Са становишта теорије вероватноће је меродавно статистичко осредњавање, тј. математичко очекивање скупа појединачних реализација с обзиром на густину расподеле вероватноће величине  $v_i$  како следи:

$$E\{v_i(\vec{r}, t)\} = \iiint_{-\infty}^{\infty} v_i(\vec{r}, t) \Phi(\vec{v}, \vec{r}, t) d\vec{v}, \quad (2.28)$$

где су  $E\{ \}$  - математичко очекивање,  $\Phi$  - густина расподеле вероватноће и, једноставности ради, писано је  $d\vec{v}$  уместо  $dv_1 dv_2 dv_3$ . При спровођењу експеримента може се из ансамбла свих реализација, тј. појединачних мерења, у смислу математичке статистике, формирати средња вредност:

$$\langle v_i(\vec{r}, t) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N {}^j v_i(\vec{r}, t), \quad (2.29)$$

при чему  ${}^j v_i(\vec{r}, t)$  означава  $j$ -ти експеримент, тј.  $j$ -ту реализацију брзине  $v_i(\vec{r}, t)$  у  $N$  поновљених мерења под истим макроскопским условима. Претходне две вредности, по закону великих бројева, су за веома велики број поновљених експеримената ( $\lim N \rightarrow \infty$ ) исте. Изразом (2.29) је дефинисано осредњавање по ансамблу.

Практично одређивање средњих статистичких вредности (2.28) и (2.29) ствара експериментатору знатне тешкоће, а често је и немогуће. Излаз из такве ситуације даје

чувена теорема ергодичности на основу које се, за статистички стационарно турбулентно струјање, осредњавање по ансамблу може заменити временским осредњавањем једне, било које од  $N$  реализација  $v_i(\vec{r}, t)$

$$\bar{v}_i(\vec{r}) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{t+T/2} v_i(\vec{r}, t) dt, \quad (2.30)$$

где  $\bar{v}_i(\vec{r})$  означава временски осредњену вредност брзине  $v_i(\vec{r}, t)$  у доволно великом временском интервалу  $T$ , тако да је средња вредност  $\bar{v}_i(\vec{r})$  независна од њега и времена  $t$ . Са теоријске тачке гледишта је, дакле, за случај стационарног струјања, небитно која се врста статистичког осредњавања примењује. То омогућава да се у овом раду једноставно говори о средњим вредностима физичких величина у складу са релацијом:

$$E\{\cdot\} \equiv \langle \cdot \rangle \equiv \overline{(\cdot)}. \quad (2.31)$$

На основу експеримената се утврђује да у турбулентном струјању постоје расподеле статистичких средњих вредности физичких величине, које представљају једнозначне функционалне зависности од просторних координата и времена. То указује на чињеницу да турбуленција није потпуно хаотичан систем, већ да постоји њен основни, регуларни део који и јесте физичко упориште за примену статистичких осредњавања. Међутим, како је турбулентно струјање увек нестационарно и нерегуларно, онда оно није у свим својим појединостима детерминистички одређено. Тада стохастички део турбулентног поља неке физичке величине представља разлику између тренутних и регуларних средњих вредности те величине, чиме се дефинише њен флуктуациони део. У категорију оваквог статистичког приступа спада и Ренолдсов статистички концепт. Наиме, као Максвелов ученик Ренолдс је 1895. године, на основу Максвелове динамичке теорије, увео појмове осредњеног и флуктуационог турбулентног струјања и на тај начин успео да све једначине преведе у осредњене облике, који су значајно једноставнији за експериментална, аналитичка и нумериčка истраживања.

При мерењима у турбулентном струјању врши се скоро увек временско осредњавање у фиксној тачки простора, тако да се вектор тренутне брзине  $\vec{v}(\vec{r}, t)$  састоји од стационарне средње брзине  $\bar{v}(\vec{r})$  и флуктуационе брзине  $\vec{v}'(\vec{r}, t)$  тако да је:

$$\vec{v}(\vec{r}, t) = \bar{v}(\vec{r}) + \vec{v}'(\vec{r}, t) \text{ и } \bar{v}'(\vec{r}, t) = 0. \quad (2.32)$$

Ренолдсова декомпозиција турбулентног струјања на регуларно основно струјање, које одговара средњој вредности, и нерегуларно флуктуационо кретање са компонентама брзине  $v'_i$  има облик:

$$v_i(\vec{r}, t) = \bar{v}_i(\vec{r}) + v'_i(\vec{r}, t) \text{ и } \bar{v}'_i(\vec{r}, t) = 0. \quad (2.33)$$

У истраживању турбулентних струјања уобичајено је да се брзинско поље означава словом  $u_i$  уместо  $v_i$ , што се у овој дисертацији усваја. Оваквим означавањем дат је известан допринос који се састоји у следећем: прво, овим се „мире” два основна означавања брзинског поља која су присутна у литератури, оног класичног и другог, савременог; друго, предност усвојеног означавања је јасно и прецизно повезивање Навије - Стоксовых и Ренолдсовых једначина и што даје различите могућности означавања ламинарних и турбулентних струјања и треће, турбулентно струјање биће одмах препознато по  $u_i$  - ознакама и по замени

бити изједначени. Тако ће, сагласно Ренолдсовој статистици (2.32) и (2.33), све тренутне величине у једначинама количине кретања и једначинни континуитета бити раздељене на средња и флуктуационе поља како следи:

$$\begin{aligned}\vec{v}(\vec{r}, t) &= \underline{U}(\underline{r}) + \underline{u}(\underline{r}, t), \quad \bar{\underline{u}} = 0, \quad p(\vec{r}, t) = P(\underline{r}) + p'(\underline{r}, t), \\ v_i(\vec{r}, t) &= U_i(\underline{r}) + u_i(\underline{r}, t), \quad \bar{u}_i = 0, \quad \bar{P} = P, \quad \bar{p}' = 0, \\ \bar{\underline{U}}_i &= U_i, \quad \bar{P} = P, \quad \bar{\underline{U}} = \underline{U}, \quad f_i = F_i + f'_i, \quad \bar{f}'_i = 0,\end{aligned}\quad (2.34)$$

где су:  $\bar{(\ )}$  - временско осредњавање,  $\underline{(\ )}$  - векторска величина,  $( )'$  - флуктуационе величине, која код поља притиска и поља масених сила подсећа на класично Ренолдсово обележавање.

Ако су  $a$  и  $b$  две случајне променљиве, а  $s$  просторна координата или време, онда важе релације:

$$\bar{\bar{a}} = \bar{a}, \quad \bar{a+b} = \bar{a} + \bar{b}, \quad \bar{ab} = \bar{a}\bar{b}, \quad \bar{\partial_s a} = \partial_s \bar{a} \text{ и } \int_{\alpha}^{\beta} \bar{ads} = \int_{\alpha}^{\beta} \bar{ads}.\quad (2.35)$$

Ренолдсов статистички концепт омогућава да се напишу једначине за средње струјање у било ком координатном систему. Ренолдсом декомпозицијом поља брзине и притиска у једначинама (2.4) и (2.5), уз услове (2.7) и (2.8), добијају се једначине осредњеног турбулентног кретања непрекидне средине у криволинијским ортогоналним координатама. Исти случај је и са Навије - Стоксовим једначинама и једначином континуитета (2.9)-(2.13). Наиме, уз помоћ Ренолдсова статистике се у Декартовом правоуглом координатном систему  $x_i = (x_1, x_2, x_3) = (x, y, z)$  добијају осредњене Навије - Стоксове једначине и осредњена једначина континуитета, које су познате као Ренолдсова једначина (Hinze 1975, Rotta 1972, Монин и Яглом 1965 и 1967, Frisch 1995, Tennekes и Lumley 1978, Panton 2013, Townsend 1976 итд.):

$$\rho U_k \partial_k U_i = \rho F_i - \partial_i P + \mu \partial_k \partial_k U_i - \rho \partial_k \bar{u}_i \bar{u}_k, \quad (2.36)$$

$$\partial_i U_i = 0 \text{ и } \partial_i u_i = 0. \quad (2.37)$$

Величине  $U_i$  и  $u_i$  су осредњене и флуктуационе брзине у  $i$  - том правцу Декартовог система  $x_i = (x, y, z)$  у коме су  $U_i = (U_1, U_2, U_3) = (U, V, W)$ , што важи и за флуктуациону компоненту, при чему је  $i, k = 1, 2, 3$ . Претходне једначине су добијене временским осредњавањем система једначина (2.2) и (2.3), применом Ренолдсог поступка, за случај статистички стационарног изотермског струјања нестишљивог Њутновог флуида када се користи Декартов правоугли координатни систем. Величине  $-\rho \bar{u}_i \bar{u}_k$  у Ренолдсовим једначинама (2.36), које су добијене осредњавањем нелинеарних инерцијалних чланова у Навије-Стоксовим једначинама, представљају нормалне ( $i=k$ ) и смицајне, тангенцијалне ( $i \neq k$ ) турбулентне напоне. Ови напони су компоненте  $T_{ik} \equiv -\rho \bar{u}_i \bar{u}_k$  симетричног ( $T_{ik} = T_{ki}$ ,  $i \neq k$ ) тензора другог реда  $\underline{\underline{T}}(T_{ik})$ , тј. Ренолдсог тензора напона који се изражава дијадом флуктуационих брзина у облику:

$$\underline{\underline{T}} = -\rho \bar{u} \bar{u} = T_{ik} \underline{e}_i \underline{e}_k, \quad T_{ik} = -\rho \bar{u}_i \bar{u}_k, \quad (2.38)$$

где су  $\underline{e}_i$  и  $\underline{e}_k$  базни вектори.

Инваријантни облици Ренолдсовых једначина и једначине континуитета за осредњено и флуктуационо брзинско поље (Warsi 1999, Klingbeil 1966, Чанtrak Т. 2007 итд.) приказани су следећим изразима:

$$\rho \operatorname{div}(\underline{U}\underline{U}) = \rho \underline{F} - \operatorname{grad} P + \mu \Delta \underline{U} - \rho \operatorname{div}(\overline{\underline{u}\underline{u}}) \quad (2.39)$$

$$\operatorname{div} \underline{U} = 0 \text{ и } \operatorname{div} \underline{u} = 0. \quad (2.40)$$

Са математичке тачке гледишта Ренолдсови напони  $T_{ik} = -\rho \overline{u_i u_k}$  представљају корелационе моменте другог реда флуктуационих брзина, док физички означавају додатни пренос количине кретања проузрокован флуктуационим брзинским пољем. Наиме, величина  $-\rho \overline{u_i u_k} = -(\rho \overline{u_i}) \overline{u_k}$  може се интерпретирати као флукс  $i$ -те компоненте флуктуирајуће количине кретања генерисан  $k$ -том компонентом флуктуационе брзине. Проблем настаје, међутим, због тога што су ови корелациони моменти непознати, па је систем Ренолдсовых једначина (2.36) и (2.37), тј. (2.39) и (2.40) незатворен. Тада проблем је у теорији турбуленције познат као „проблем затварања”. Заиста, располаже се са четири једначине (три Ренолдсова једначина и једначина континуитета) из којих треба одредити десет непознатих величина (три компоненте средњих брзина  $\overline{U_i}$ , средњи притисак  $P$  и шест Ренолдсовых напона  $T_{ik}$ , при чему се поље масених сила сматра познатим). Затварање система Ренолдсовых једначина, грубо речено, обично иде у два правца: а) успоставља се, различитим хипотезама, међувисност Ренолдсовых напона и осредњених хидродинамичких параметара турбулентног струјања и б) формира се шест допунских једначина које недостају. Тако се проблем затварања своди на моделирање турбуленције и формирање различитих модела турбуленције, који укључују експерименталне резултате, теорију сличности и димензијску анализу, статистички карактер турбуленције и друго. Ово показује да Ренолдсова једначине описују приближно турбулентно струјање, јер се у процесу осредњавања „губе” нека битна статистичка својства која су важна за истраживање структуре турбуленције и механизма турбулентног преноса. Многи експерименти и прорачуни, међутим, показују да основу у теорији турбуленције суштински чине Навије-Стоксове и Ренолдсова једначине које следе из њих.

Циљ овог рада је истраживање турбулентног вихорног струјања у млаzu аксијалног вентилатора. У ту сврху је постављен одговарајући струјни модел и извршена прелиминарна мерења ради утврђивања својстава флуида и брзинског поља. Ваздух, као флуид чије се струјање испитује, може се у датим почетним и граничним условима сматрати нестишиљивим и хомогеним ( $\rho = \text{const.}$ ), са константним физичким карактеристикама од којих се једна односи на вискозност ( $\mu = \text{const.}$ ) у изотермском струјању. Што се тиче турбулентног струјања у млаzu оно се може сматрати статистички стационарним, што значи да се промене осредњеног брзинског поља током времена могу занемарити ( $\partial \overline{U_i} / \partial t = 0$ ). Посебно је важно што се у струјно-геометријски модел може укључити и истражена и потврђена осна симетрија. Струјање је, дакле, статистички осносиметрично, тако да су истраживања везана за меридијанску раван  $xOr$  у цилиндричном координатном систему  $(x, r, \varphi)$ , а сви изводи по углу, тј. по координати  $\varphi$  су могли бити занемарени ( $\partial \overline{(\ )} / \partial \varphi \equiv \partial_\varphi \overline{(\ )} = 0$ ). На тај начин сви чланови који садрже изводе  $\partial_\varphi \overline{(\ )}$  нестају из једначине континуитета и Ренолдсовых једначина.

Физичко-математички модел слободног турбулентног вихорног млаza аксијалног вентилатора је, на основу свих претходних разматрања, дефинисан системом Ренолдсовых једначина:

$$\rho U_i \partial_i U = -\partial_x P + \mu \nabla^2 U - \rho \left[ \partial_x \overline{u^2} + r^{-1} \partial_r (r \overline{uv}) \right], \quad (2.41)$$

$$\rho U_i \partial_i V - W^2/r = -\partial_r P + \mu (\nabla^2 V - V/r^2) - \rho \left[ \partial_x \overline{uv} + r^{-1} \partial_r (r \overline{v^2}) - \overline{w^2}/r \right], \quad (2.42)$$

$$\rho U_i \partial_i W - VW/r = \mu (\nabla^2 W - W/r^2) - \rho \left[ \partial_x \overline{uw} + r^{-1} \partial_r (r \overline{vw}) + \overline{vw}/r \right], \quad (2.43)$$

$$\partial_x U + r^{-1} \partial_r (rV) = 0 \text{ и } \partial_x u + r^{-1} \partial_r (rv) + r^{-1} \partial_\varphi w = 0 \quad (2.44)$$

у којима је  $i=x, r$ ,  $U_i \partial_i \equiv U \partial_x + V \partial_r$ ,  $\nabla^2 = \partial_x \partial_x + \partial_{rr} + r^{-1} \partial_r$  и  $r^{-1} \partial_\varphi w \neq 0$  (флуктуациони део струјања није осносиметричан). Дакле, сва теоријска и експериментална истраживања у овој дисертацији односе се на систем Ренолдсовых једначина у цилиндричним координатама  $(x, r, \varphi)$  у коме важе следеће ознаке:

$$\begin{aligned} x_i &= (x_1, x_2, x_3) = (x, r, \varphi), & U_i &= (U_1, U_2, U_3) = (U, V, W), \\ u_i &= (u_1, u_2, u_3) = (u, v, w), & i &= 1, 2, 3 = x, r, \varphi \end{aligned} \quad (2.45)$$

На овом месту, наводе се релације које повезују различите системе означавања, отклањају нејасноће и систем чине једнозначним:

$$\begin{aligned} v_i &= \bar{v}_i + v'_i = U_i + u_i \\ p &= \bar{p} + p' = P + p' \\ \underbrace{f_i}_{\substack{\text{Кошијеве} \\ \text{и Навије-} \\ \text{Стоксове} \\ \text{једначине}}} &= \underbrace{\bar{f}_i + f'_i}_{\substack{\text{Турбуленција -} \\ \text{Ренолдсове} \\ \text{једначине}}} = F_i + f'_i \end{aligned} \quad (2.46)$$

Пошто је суштински део овог рада посвећен мерењу и анализи Ренолдсовых напона, који су се појавили уз Стоксове напоне у цилиндричним координатама (2.7) и (2.8), онда треба дефинисати укупне напоне у турбулентном струјању. У том циљу се Ренолдсов поступак примењује на тензор вискозних Стоксовых напона, тако да је тензор укупних напона  $\underline{\underline{\sigma}}$  дефинисан како следи:

$$\underline{\underline{\sigma}}_{uk} = \bar{\underline{\underline{\sigma}}} + \underline{\underline{T}}, \quad (2.47)$$

где су:  $\bar{\underline{\underline{\sigma}}}_{uk}$  - тензор укупних напона у турбулентном струјању,  $\bar{\underline{\underline{\sigma}}}$  - осредњена вредност тензора Стоксовых напона,  $\underline{\underline{T}}$  - тензор Ренолдсовых напона. Када се овај инваријантни облик напише помоћу компонената ових тензора, у цилиндричним координатама  $(x, r, \varphi)$ , добијају се напони који се експериментално одређују у турбулентном пољу у вихорном млазу аксијалног вентилатора:

$$\begin{aligned} (\bar{\sigma}_{xx})_{uk} &= -P + 2\mu \partial_x U - \rho \overline{u^2}, & (\bar{\sigma}_{xr})_{uk} &= \mu (\partial_r U + \partial_x V) - \rho \overline{uv}, \\ (\bar{\sigma}_{rr})_{uk} &= -P + 2\mu \partial_r V - \rho \overline{v^2}, & (\bar{\sigma}_{x\varphi})_{uk} &= \mu \partial_x W - \rho \overline{uw}, \\ (\bar{\sigma}_{\varphi\varphi})_{uk} &= -P + 2\mu V/r - \rho \overline{w^2}, & (\bar{\sigma}_{r\varphi})_{uk} &= \mu r \partial_r (W/r) - \rho \overline{vw}. \end{aligned} \quad (2.48)$$

Уочава се да је структура ових израза за напоне дата релацијом

$$(\bar{\sigma}_{xr})_{uk} = \bar{\sigma}_{xr} + T_{xr} = \mu(\partial_r U + \partial_x V) - \rho \bar{u} \bar{v}, \quad (2.49)$$

која дефинише структуру осталих компонената напона.

У Ренолдсвим једначинама се појављују величине  $\overline{u_i u_j}$  које представљају корелационе функције, тј. статистичке корелационе моменте другог реда. Они су, са статистичким моментима вишег реда, суштинске величине у статистичкој теорији турбуленције. Они се и експериментално и теоријски истражују у овој дисертацији. Из тих разлога се теоријски разматрају у следећем поглављу.

## 2.5 Корелационе функције и централни моменти вишег реда

Теоријска и експериментална истраживања турбуленције указују на сложена међудејства осредњених и флуктуационих поља. Она су последица просторно - временске еволуције вртложних структура различитих размера и фреквентних карактеристика. У турбулентном пољу постоје више или мање јаке, просторне и временске, статистичке зависности између различитих флуктуационих величине. Овде се ради о корелацијама, које за разумевање турбуленције имају важну улогу. Увођење концепта корелације брзина  $Q_{ij} = \overline{u_i(x_k) u_j(x_k + \zeta_k)}$  од стране Тейлора 1935. године представља једну од фундаменталних идеја статистичке теорије турбуленције. Ова величина је у ствари генерализација Ренолдсвих напона који се из ње добијају за  $\zeta_k = 0$ . Корелационе функције или корелациони моменти различитог реда и типа могу у општем случају да истовремено зависе и од положаја тачака и од изабраних времена, тако да се тада ради о просторно-временским корелационим тензорима.

Корелациони тензор другог реда за било које две флуктуационе брзине у различитим паровима тачака и различитим времененима за случај статистички нестационарне и нехомогене турбуленције дефинисан је како следи:

$$Q_{ij}(\underline{r}, t, \underline{\zeta}, \tau) = \langle u_i(\underline{r}, t) u_j(\underline{r} + \underline{\zeta}, t + \tau) \rangle. \quad (2.50)$$

Овај најопштији облик просторно-временске корелационе функције своди се на знатно једноставнији, у зависности од избора паре просторно-временских тачака. На пример, за истовремене вредности  $\zeta = |\underline{\zeta}| = 0$  и  $\tau = 0$ , које доводе до истих тачака и времена, кроскорелација  $Q_{ij}$  ( $i \neq j$ ) је најједноставнијег облика. Ако је при томе  $i = j$  онда се ради о аутокорелацији функцији. Другим речима, из израза (2.50) се добијају просторне ( $\tau = 0$ ) и временске ( $\zeta = 0$ ) корелације, док за  $i = j$  следе изрази за просторно-временске ( $\zeta \neq 0, \tau \neq 0$ ), просторне ( $\tau = 0$ ) и временске ( $\zeta = 0$ ) аутокорелације у нехомогеном статистичком нестационарном турбулентном пољу.

У овој дисертацији се истражује статистички стационарна нехомогена турбуленција, тако да општа корелација дефинисана изразом (2.50) више не зависи од времена  $t$ , већ само од временског размака  $\tau$  па се добија:

$$Q_{ij}(\underline{r}, \underline{\zeta}, \tau) = \overline{u_i(\underline{r}, t) u_j(\underline{r} + \underline{\zeta}, t + \tau)}. \quad (2.51)$$

Из ове релације следе све врсте корелација, као што је претходно анализирано, које важе у статистички стационарном турбулентном пољу. Међутим, у складу са постављеним циљем ове дисертације, истраживања обухватају и централне моменте који се мере и израчунају у

једној истој тачки, тако да се у таквим случајевима у (2.51) уврштава вредност  $\zeta=0$ . Из тих разлога се анализирају корелационе функције:

$$Q_{ij}(\underline{r}, \tau) = \overline{u_i(\underline{r}, t) u_j(\underline{r}, t + \tau)} \quad \text{и} \quad Q_{\alpha\alpha} = \overline{u_\alpha(t) u_\alpha(t + \tau)}, \quad (2.52)$$

од којих је прва  $Q_{ij} (i \neq j)$  временска корелациона функција, а  $Q_{ii} (i=j)$  је временска аутокорелациона функција  $Q_{ii} \equiv Q_{\alpha\alpha}$   $Q_{ii} = Q_{\alpha\alpha}$ , за чије се индексе узимају грчка слова  $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ , на које се не примењује Ајнштајнова конвенција о сабирању.

Корелације (2.52) својим вредностима одређују слабију или јачу статистичку везу између флуктуационих брзина. Бројне вредности ових корелација, међутим, имају битан недостатак, који се огледа у чињеници да оне зависе од амплитудних карактеристика флуктуација брзина. Тај недостатак се отклања увођењем временског корелационог коефицијента, тј. нормиране корелационе функције, како следи:

$$R_{ij}(\underline{r}, \tau) = Q_{ij}(\underline{r}, \tau) / \sigma_i \sigma_j, \quad \sigma_i \equiv \left( \overline{u_i^2} \right)^{1/2} \quad (2.53)$$

где величина  $\sigma_i$ ,  $i=1, 2, 3$ , означава интензитет турбуленције у  $i$ -том правцу, тј. средње квадратно одступање.

Временски корелациони коефицијенти  $R_{ij}(\underline{r}, \tau)$  приказују меру статистичке зависности флуктуационих брзина у два временска тренутка, тј. временску еволуцију флуктуационог брзинског поља у посматраној тачки. За фиксну вредност  $\underline{r} = const.$  из релације (2.53) следе изрази за временске кроскорелационе  $R_{ij}(\tau)$ ,  $i \neq j$  и аутокорелационе  $R_{ii} \equiv R_{\alpha\alpha}(\tau)$  коефицијенте флуктуационих брзина  $u_i$  и  $u_j$  у облику:

$$R_{ij}(\tau) \equiv Q_{ij}(\tau) / \sigma_i \sigma_j = \overline{u_i(t) u_j(t + \tau)} / \sigma_i \sigma_j, \quad (2.54)$$

$$R_{\alpha\alpha}(\tau) \equiv Q_{\alpha\alpha}(\tau) / \sigma_\alpha^2 = \overline{u_\alpha(t) u_\alpha(t + \tau)} / \sigma_\alpha^2. \quad (2.55)$$

У овом раду се, у складу са постављеним циљем, експериментално одређују расподеле аутокорелационих временских коефицијената  $R_{\alpha\alpha}(\tau)$ ,  $\alpha = u, v, w$ , како у радијалном, тако и у аксијалном  $x$ -правцу турбулентног вихорног млаза аксијалног вентилатора.

Средње квадратно одступање, дефинисано изразом  $\sigma_i^2 \equiv \overline{u_i^2}$ , је у ствари корелација  $Q_{\alpha\alpha}(\underline{r}, \tau=0) \equiv \overline{u_\alpha(\underline{r}) u_\alpha(\underline{r})} = \sigma_\alpha^2(\underline{r})$  и представља централни момент другог реда у тачки  $\underline{r}$  струјне области. У општем случају, централни корелациони момент  $n$ -тог реда и  $m$ -тог типа (за  $m$  тачака у брзинском пољу) је корелациони тензор истог реда и типа. Наиме, за теоријска и експериментална истраживања турбуленције су од интереса како хомогени (обични), тако и нехомогени (мешовити) централни моменти за све три флуктуационе брзине у истим тачкама М, како следи:

$$Q_{ijk}^{(n)} = \overline{u_i^p(M) u_j^q(M) u_k^r(M)} = \overline{u_i^p u_j^q u_k^r}, \quad (2.56)$$

где је  $n=p+q+r$  ред корелационог момента једнотачкастог типа ( $m=1$ ), јер је формиран за исту, заједничку тачку М и за брзинско поље  $i, j, k = 1, 2, 3$ .

Као мере статистичких зависности између компонената флуктуационих брзина користе се корелациони коефицијенти:

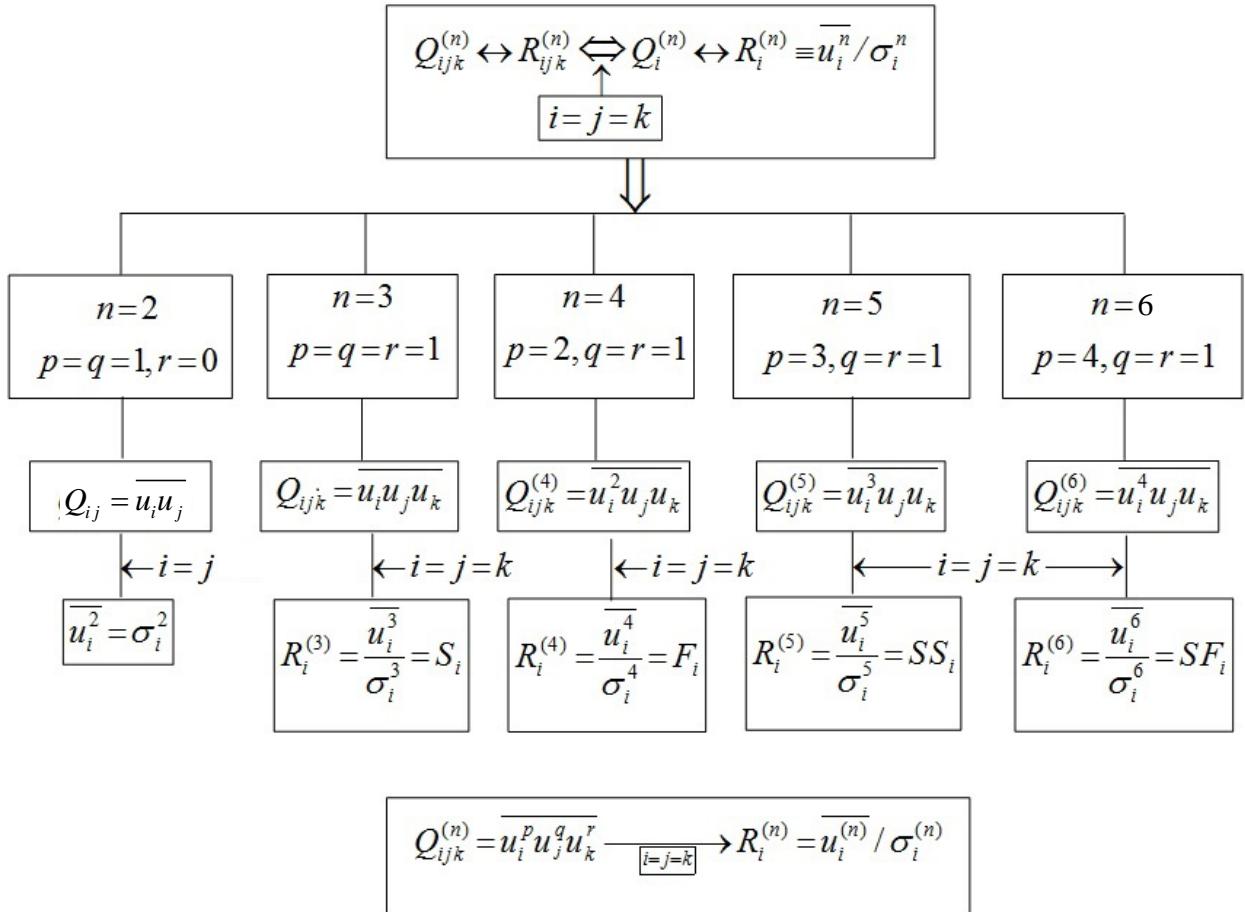
$$R_{ijk}^{(n)} = Q_{ijk}^{(n)} / \sigma_i^p \sigma_j^q \sigma_k^r, \quad i,j,k=1,2,3 \quad (2.57)$$

који су у ствари нормирани централни моменти  $n$  - тог реда ( $p+q+r=n$ ) за флуктуационе брзине  $u_l$ ,  $l=i, j, k$ , у заједничкој фиксној тачки М струјног домена. Када се у (2.57) уврсти  $i=j=k$  добија се значајна релација:

$$R_i^{(n)} = Q_i^{(n)} / \sigma_i^{(n)}, \quad Q_i^{(n)} \equiv \overline{u_i^n}, \quad (2.58)$$

којом су дефинисани централни моменти вишег реда. Због њихове важности њима је у овој дисертацији посвећена посебна пажња.

На слици 2 су приказане корелације и корелациони моменти који се, колико је то могуће, мере што квалитетније и што потпуније због анализе структуре турбуленције и турбулентног преноса. У оквиру дисертације мере се корелације  $Q_{ij} = \overline{u_i u_j}$  које су у ствари кинематички део Рейнолдсових напона  $T_{ij} = -\rho \overline{u_i u_j}$ , као и интензитети турбуленције  $\sigma_i$  и централни моменти  $S_i$ ,  $F_i$ ,  $SS_i$  и  $SF_i$  за све три флуктуационе брзине  $i=1,2,3$ .



Слика 2. Мапа корелационих момената и нормираних централних момената (корелационих коефицијената) од другог до шестог реда, чија су значења:  $S_i$  и  $SS_i$  коефицијенти асиметрије

и суперасиметрије флуктуационог поља  $u_i$ ;  $F_i$  и  $SF_i$  - коефицијенти спљоштености и суперспљоштености густине расподеле вероватноће флуктуационе брзине  $u_i$ , ( $i=1,2,3$ ).

Физичка интерпретација мерених резултата исцрпно се приказује у поглављима 5.2÷5.6.

Карактеристичним размерама турбуленције, у складу са дефиницијом да физику турбуленције чини просторно - временска еволуција корелационих зависности хијерархијског спектра вртлога, припада велики и оправдани теоријски и експериментални значај. Просторно - временске корелационе функције (2.50) омогућавају да се одреде како интегралне (макро) временске и просторне размере, тако и временске и просторне микроразмере турбуленције (Hinze 1975, Rotta 1972). Интегралне временске размере  $T_{Eij}(\underline{r})$  и  $T_{E\alpha}(\underline{r})$  статистички стационарне турбуленције дефинисане су временским корелационим функцијама (2.52) и временским аутокорелационим коефицијентима (2.55)

$$T_{Eij}(\underline{r}) = \left( \int_{-\infty}^{\infty} Q_{ij}(\underline{r}, \zeta = 0, \tau) d\tau \right) / \sqrt{2u_i(\underline{r})u_j(\underline{r})}, \quad (2.59)$$

$$T_{E\alpha}(\underline{r}) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} R_{\alpha\alpha}(\underline{r}, \tau) d\tau \equiv \int_0^{\infty} R_{\alpha\alpha}(\underline{r}, \tau) d\tau, \quad (2.60)$$

$$T_{E\alpha} = \left[ -\frac{1}{2} \partial_{\tau\tau}^2 R_{\alpha\alpha}(\underline{r}, \tau) \Big|_{\tau=0} \right]^{-1/2}, \quad (2.61)$$

где је  $\alpha = u, v, w$ . Тако је, на пример, интегрална временска размера  $T_{Ev}$  радијалних флуктуационих брзина дефинисана формулом:

$$T_{Ev}(r_k/R) = \int_0^{\infty} R_{vv}(r_k/R, \tau) d\tau, \quad (2.62)$$

којом се величине  $T_{Ev}$  израчунају у дискретним тачкама  $r_k/R$ , ( $k=1,2,\dots,N$ ,  $R$ -полупречник почетног пресека вихорног млаза аксијалног вентилатора) у радијалном правцу у меридијанској равни  $\varphi=90^\circ$  (поглавље 6.2.3 у овом раду).

Аналогни изрази су и за просторне микро- и макроразмере, само што улогу времена  $\tau$  преузима просторно растојање  $\zeta$ , у  $l$  - правцу. Није сврсисходно ове формуле наводити овде, јер се ове величине не разматрају у овом раду. Мерење и израчунање временских аутокорелационих функција, тј. аутокорелационих коефицијената  $R_{uu}(\tau)$ ,  $R_{vv}(\tau)$ ,  $R_{ww}(\tau)$ , као и интегралних временских размара  $T_{Eu}$ ,  $T_{Ev}$  и  $T_{Ew}$  дају се, заједно са њиховом физичком интерпретацијом, у поглављу 6.2.

Корелациона и спектрална теорија турбуленције представљају два различита аспекта изучавања турбулентних струјања. Обе методе су, међутим, међусобно математички повезане Фуријеовом (Fourier) анализом и трансформацијама. На пример, скуповима корелационих функција одговарају спектралне функције у турбулентном пољу. Пошто се у овом раду мере и физички тумаче спектралне густине флуктуационог брзинског поља турбулентног струјања у вихорном млазу аксијалног вентилатора (одељак 6.3), онда се оне у следећем поглављу дефинишу и анализирају.

## 2.6 Спектралне функције и Фуријеова анализа турбулентних поља

Спектрална анализа на основу фреквентних спектара и спектара у простору таласних бројева описује, између остalog и размену кинетичке енергије међудејством вртлога различитих размера или различитих фреквенција флуктуација у турбулентном струјању. При томе се разликују фреквентни спектри, који одговарају временским корелацијама, затим таласни спектри (спектралне расподеле по таласним бројевима) који одговарају просторним корелацијама и мешовити спектри, који одговарају просторно-временским корелацијама (Монин и Јглом 1965, 1967, Hinze 1975, Pope 2006, Rotta 1972). Анализа динамике турбулентног енергетског спектра је од суштинског значаја за каскадне процесе преноса енергије у међудејству хијерархије вртлога, који се описују једначинама спектра енергије турбуленције и његове еволуције (Frost и Moulden 1977, Townsend 1976).

Фуријеова трансформација временске аутокорелационе функције  $Q_{ij}(\tau)$  одређује фреквентни спектар, тј. спектралну густину

$$\Phi_{ij}(\omega) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} Q_{ij}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Q_{ij}(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau, \quad (2.63)$$

где је са  $\omega=2\pi f$  означена кружна учестаност, а са  $f$  фреквенција флуктуационог поља. Фуријеов трансформациони пар  $\{\Phi_{ij}(\omega), Q_{ij}(\tau)\}$  је одређен директним и инверзним Фуријеовим пресликањем временског и фреквентног домена, тако да скуп кроскорелационих временских функција је  $Q_{ij}(\tau)$

$$Q_{ij}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ij}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ij}(\omega) \cos(\omega\tau) d\omega \quad (2.64)$$

одговара, при  $i \neq j$ , скупу кросспектралних густина  $\Phi_{ij}(\tau)$  турбулентних процеса, тј. флуктуационих поља брзина  $u_i(t)$  и  $u_j(t)$ .

Релацијом (2.64) је, за случај  $\tau=0$  одређена међузависност девет компонената кинематичког тензора Рейнолдсових напона и тензора фреквентног спектра  $\Phi_{ij}(\omega)$  у облику:

$$\overline{u_i(\underline{r}) u_j(\underline{r})} = \int_0^{\infty} \Phi_{ij}(\omega) d\omega, \quad (2.65)$$

који показује да величина  $\Phi_{ij}(\omega) d\omega$  представља онај допринос величини  $\overline{u_i u_j}$ , који дају Фуријеове компоненте из фреквентног домена  $[\omega, \omega+d\omega]$ . С обзиром на физику турбулентних процеса и на анализу енергетских спектара у њима, од посебног значаја је мерење и израчунавање временских спектара истих флуктуационих брзина. Најзначајнији међу њима су фреквентни спектри који су повезани са укупном кинетичком енергијом турбуленције  $k = \overline{u_i u_i}/2$  или са кинетичком енергијом појединачних флуктуационих компонентни брзинског поља, на пример, са кинетичком енергијом  $\overline{u^2}/2$  аксијалне флуктуационе брзине. Наиме, из израза (2.64) за  $\tau=0$  и  $i=j=1$  или из (2.65) за  $i=j=1$  и  $u_1 \equiv u$ , следи:

$$Q_{11}(0) = \int_0^{\infty} \Phi_{11}(\omega) d\omega \Leftrightarrow \int_0^{\infty} \Phi_{uu}(\omega) d\omega = \overline{u^2}, \quad (2.66)$$

где величина  $\Phi_{uu}(\omega)$  представља онај део од кинетичке енергије  $Q_{uu} = \overline{u^2}$ , који се налази у области фреквенција  $\omega - d\omega/2$  и  $\omega + d\omega/2$ . Овим је дат физички смисао величини  $\Phi_{uu}(\omega)$  као спектралној густини енергије за флуктуациону брзину  $u(t)$ . Уопштавањем уведених појмова добијају се релације:

$$Q_{\alpha\alpha} = \int_0^\infty \Phi_{\alpha\alpha}(\omega) d\omega \leftrightarrow \int_0^\infty \Phi_{\alpha\alpha}(\omega) d\omega = \overline{u_\alpha u_\alpha} \xrightarrow{\omega=2\pi f, \alpha=u,v,w} \int_0^\infty \Phi_{\alpha\alpha}(f) df = \overline{u_\alpha^2}, \quad (2.67)$$

у којима се по поновљеном индексу  $\alpha$  не сабира и које дају корелационо - спектралне зависности између кинетичких енергија флуктуационих компоненти  $\overline{u^2}$ ,  $\overline{v^2}$  и  $\overline{w^2}$  са спектралним густинама одговарајућих флуктуационих брзина  $\Phi_{uu}(f)$ ,  $\Phi_{vv}(f)$  и  $\Phi_{ww}(f)$ . У овој дисертацији се анализира структура турбуленције у вихорном млазу уз помоћ физичке интерпретације емпириских расподела  $\Phi_{\alpha\alpha}(f)$ ,  $\alpha=u,v,w$ , у карактеристичним доменима турбулентне струјне области вихорног млаза, што је и био један од постављених циљева.

Из једначине (2.65) се за  $i=j$  добијају релације

$$\overline{u_i u_i} = \int_0^\infty \Phi_{ii}(\omega) d\omega \xrightarrow[E(\omega)=\frac{1}{2}\Phi_{ii}(\omega)]{} k = \int_{-\infty}^\infty E(\omega) d\omega, \quad (2.68)$$

којима се на основу спектралних густина енергије  $\Phi_{ii}(\omega)$ , тј. спектралне густине укупне кинетичке енергије турбуленције  $E(\omega)$  одређује кинетичка енергија турбуленције  $k = \overline{u_i u_i}/2$ .

Циљ овог рада обухвата истраживање временских аутокорелационих функција и аутоспектралних густина. Зависност између временских аутокорелационих коефицијената  $R_{\alpha\alpha}(\tau)$  и припадајућих спектралних густина  $\Phi_{\alpha\alpha}(f)$  фреквентних спектара добијају се из (2.64) за  $i=j=\alpha$  како следи:

$$R_{\alpha\alpha}(\tau) = \frac{1}{2\overline{u_\alpha^2}} \int_{-\infty}^\infty \Phi_{\alpha\alpha}(f) e^{i2\pi f\tau} df \xrightarrow[\alpha=u,v,w]{\Phi_{uu}, \Phi_{vv}, \Phi_{ww}} \left\{ \begin{array}{l} R_{uu}, R_{vv}, R_{ww} \\ \Phi_{uu}, \Phi_{vv}, \Phi_{ww} \end{array} \right. \quad (2.69)$$

С обзиром на физички смисао овог израза природно је да он садржи у себи интегралну временску размеру  $T_{E\alpha}$  дефинисану релацијом (2.60). У том циљу се користе корелационо - спектралне зависности (2.63) и (2.64) када се у њих уврсти  $i=j=\alpha$ , као и Фуријеова трансформација релације (2.69). Довољно је да се размера  $T_{E\alpha}$  израчунат за једну флуктуациону брзину, на пример, за аксијалну флуктуацију  $\alpha=u$ . Овим се помоћу интегралне размере  $T_{Eu}$  на још један начин потврђује веза између спектра и аутокорелације у облику:

$$\lim_{f \rightarrow 0} \frac{1}{u^2} \Phi_{uu}(f) = 4 \int_0^\infty R_{uu}(\tau) d\tau = 4T_{Eu} \leftrightarrow T_{Eu} = \frac{\Phi_{uu}(f=0)}{4\overline{u^2}} = \frac{\pi \Phi_{uu}(\omega=0)}{2\overline{u^2}}. \quad (2.70)$$

Овај резултат показује да се интегрална временска размара  $T_{Eu}$  може добити из пресека кривих  $\Phi_{uu}(f)=G(f)$  или  $\Phi_{uu}(\omega)=F(\omega)$  са осама  $\Phi_{uu}(f)$  или  $\Phi_{uu}(\omega)$ . Везе између ове две спектралне густине дате су релацијом  $\Phi_{uu}(f)=2\pi\Phi_{uu}(\omega)$ , или за било коју флуктуациону

компоненту брзине  $\Phi_{\alpha\alpha}(f) = 2\pi\Phi_{\alpha\alpha}(\omega)$ ,  $\alpha = u, v, w$ . Наиме, у теоријским истраживањима се најчешће користи кружна фреквенција  $\omega$ , док се при мерењима употребљава практична фреквенција  $f$ , при чему је  $\omega = 2\pi f$ . Крива са којом је одређена временска интегрална размера зависи не само од структуре турбуленције, већ и од средње брзине преноса турбулентних флуктуација кроз тачку у којој се врши мерење. Конвективни проблеми повезују временске и просторне размере турбуленције, као и амплитудно-фреквентне карактеристике малих и крупних вртложних структура. Из тих разлога су и формуле којима се дефинишу временске и просторне микро- и макроразмере аналогне. При томе се често, када су испуњени одговарајући услови, поменуте размере повезују Тейлоровом хипотезом.

Анализа енергетских фреквентних спектара показује да се при ниским фреквенцијама које се јављају у областима кретања вртлога великих размера, уочавају велике вредности спектралних густина  $\Phi_{\alpha\alpha}(f)$ ,  $\alpha = u, v, w$ . Корелационо - спектралне повезаности се такође испољавају у оним доменима струјног поља са брзим опадањем, тј. великим променом временских корелационих кривих  $R_{\alpha\alpha}(\tau)$ , у којима спектралне криве  $\Phi_{\alpha\alpha}(f)$  своје веће вредности постижу при високим фреквенцијама. При томе је највећи део кинетичке енергије како појединачних флуктуационих компоненти, тако и укупне кинетичке енергије турбуленције распоређен у областима малих фреквенција. Поређење спектралних густина у тачкама различитих струјних обласи омогућава уочавање домена са мањим или већим вртложним структурима, чиме се утврђује постојање мање или веће анизотропности брзинског флуктуационог поља. Таква анализа се повезује са анализом аанизотропности нормалних турбулентних напона. У сједињеној корелационо - спектралној анализи се једноставније и сигурније открива присуство аанизотропности и код вртлога малих размера.

Један од суштинских процеса који настаје у турбуленцији је нелинеарно међудејство фамилије различитих вртлога којим се енергије крупних вртлога каскадно преносе вртлозима све мањих и мањих размера. И када та Ричардсонова (Richardson) „каскадна штафета“ достигне макроразмере турбуленције, дешава се интензивна дисипација енергије у топлоту, која је повезана са високофреквентним компонентама турбулентног кретања, при чему величина  $f^2\Phi_{\alpha\alpha}(f)$  карактерише спектралну расподелу у области дисипације енергије која

је дефинисана изразом  $\varepsilon = 2\nu \int_0^\infty \kappa^2 E(\kappa) d\kappa$ , док је кинетичка енергија турбуленције

дефинисана изразом  $k = \int_0^\infty E(\kappa) d\kappa$ , где је  $E(\kappa)$  - спектар енергије, који је дефинисан изразом  $E(\kappa) = 2\pi\kappa^2\Phi_{ii}(\kappa)$ ,  $\kappa = |\underline{k}|$  - таласни број и  $\underline{k}$  вектор таласног броја.

Еволуција спектра енергије турбуленције  $E(\kappa, t)$  дефинисана је спектралном једначином (Hinze 1975, Монин и Яглом 1965):

$$\partial E(\kappa, t) / \partial t = T(E; \kappa, t) - 2\nu\kappa^2 E(\kappa, t), \quad (2.71)$$

у којој чланови, редом с лева на десно, имају следећа физичка значења: први члан карактерише еволуцију спектралне густине енергије  $E$ ; други члан  $T(E; \kappa, t)$  је функција - функционал од  $E$ , који одређује инерциони пренос енергије, тј. преношење кинетичке енергије механизmom редистрибуције енергије у  $\kappa$ - простору, који не обухвата нити продукцију, нити деструкцију; трећи члан је вискозна дисипација у сферном слоју

$\kappa \leq |\underline{k}| \leq \kappa + d\kappa$ , јер интеграл  $2\nu \int_0^\infty \kappa^2 E(\kappa) d\kappa = \varepsilon$  даје укупну вредност дисипације  $\varepsilon$ . Цео

енергетски спектар се, сагласно једначини (2.71) грубо дели на три домена: област генерирања кинетичке енергије турбуленције и универзална равнотежна област коју сачињавају инерцијална подобласт и дисипативна подобласт. Спектрални пренос енергије се одвија од малих  $\kappa$  (велике размере вртлога) ка великим  $\kappa$  (малим размерама), при чему се енергетски спектар покорава закону Колмогорова  $-5/3$  у инерцијалној области. Највећи део високе дисипације кинетичке енергије одиграва се у малим вртлозима Колмогоровљеве размере (1941) за дужину  $\eta = (\nu^3 / \varepsilon)^{1/4}$ . Енергетски спектар, међутим, није универзалан, тако да се његове модификације, нарочито инерцијалне подобласти, врше различитим редукционим моделима. Другим речима, нелокални турбулентни пренос, интермитентне појаве, фрактална структура турбулентних вртлога, кохерентне структуре као и релаксациони процеси, захтевају комплексније, нарочито спектралне, моделе за процесе каскадног преноса енергије.

Сагласно постављеном циљу, у овом раду у следећа два поглавља разматра се једначина корелационог тензора другог реда, која омогућава анализу инваријантних мапа анизотропности, као и разматрање утицаја расподеле обимске брзине, тј. одговарајућег модела вртлога на структуру турбуленције и процесе турбулентног преноса у вихорном струјању.

## 2.7 Једначине турбулентних напона и инваријантне мапе анизотропности

Статистички опис турбулентног поља заснива се на скупу општих статистичких момената, који дефинишу разноврсне корелације између случајних величина. У општем случају корелациони моменти задовољавају бесконачан низ једначина преноса које су настале далеке 1924. године, захваљујући Келеру (Keller) и Фридману (Friedmann):

$$\partial_t Q_{(k)} + \mathcal{K}_k Q_{(k)} = \mathcal{D}_k Q_{(k+1)}, \quad k=1,2,3\dots \quad (2.72)$$

у којима су  $Q_{(k)}$  и  $Q_{(k+1)}$  корелациони моменти  $k$ -тог и  $(k+1)$ -ог реда, а  $\mathcal{K}_k$  и  $\mathcal{D}_k$  означавају диференцијалне операторе. Принципијелно својство једначина преноса за различите моменте је њихова *незатвореност*. Наиме, у једначинама за  $k$ -те моменте  $Q_{(k)}$ , уз моменте тог истог реда појављују се такође као непознате величине и моменти  $(k+1)$ -вог реда  $Q_{(k+1)}$ . У једначинама момената  $(k+1)$ -вог реда појављују се као непознате моменти  $(k+2)$ -ог реда и тако у бескрају. Појављивање нових непознатих чланова у једначинама момената је последица нелинеарности Навије-Стоксовых једначина. Дакле, потребне су допунске хипотезе статистичког и физичког карактера у циљу затварања система једначина. Овим се уводе појмови моделирања турбулентних струјања. У пракси се, у принципу, систем једначина ограничава на прве моменте (Рејнолдсове једначине), као и на моменте другог реда (једначине за Рејнолдсове напоне), при чему се моменти трећег реда моделирају или се и за њих формира једначина. У свему томе експериментални резултати играју суштинску улогу. Овај рад има за циљ да се добију емпиријске расподеле корелационих момената у вихорном турбулентном млазу и да се на основу њихове физичке интерпретације ближе објасни утицај вихора на структуралне карактеристике турбуленције.

За формирање једначина преноса Рејнолдsovих напона користе се Навије-Стоксове и Рејнолдсове једначине. Из њих се изводе једначине баланса за корелационе моменте другог реда, тј. за Рејнолдсов тензор напона. Једначина за корелациони тензор  $Q_{ij} \equiv \overline{u_i u_j}$  има облик (Hinze 1975):

$$\begin{aligned}
& \underbrace{U_k \partial_k Q_{ij}}_{\textcircled{1}} = - \underbrace{\left[ Q_{ik} \partial_k U_j + Q_{jk} \partial_k U_i \right]}_{\textcircled{2}} - \\
& \underbrace{- \partial_k \left[ -\nu \partial_k Q_{ij} + Q_{ijk} + \rho^{-1} (\delta_{jk} u_i + \delta_{ik} u_j) p' \right]}_{\textcircled{3}} + \\
& + \underbrace{\left( p' / \rho \right) (\partial_j u_i + \partial_i u_j)}_{\textcircled{4}} - \underbrace{2\nu (\partial_k u_i \partial_k u_j)}_{\textcircled{5}}
\end{aligned} \tag{2.73}$$

при чему изрази од  $\textcircled{1}$  до  $\textcircled{5}$  имају следећа физичка значења:  $\textcircled{1}$  - конвекција,  $\textcircled{2}$  - продукција,  $\textcircled{3}$  - дифузија,  $\textcircled{4}$  - редистрибуција,  $\textcircled{5}$  - дисипација корелационог тензора  $\underline{\underline{Q}}$ , тј. Рейнолдсовог тензора  $\underline{\underline{T}} = -\rho \underline{\underline{Q}}$  или у компонентама Декартових тензора  $T_{ij} = -\rho Q_{ij}$ . Потпунији физички смисао појединих чланова  $Q_{ij} = Q_{ji}$ ,  $i \neq j$ , биће дат у следећем поглављу, када се буде дискутовао утицај вртлога, тј. расподеле обимске брзине на структуралне карактеристике турбуленције. При томе ће одређени чланови претходне једначине бити написани у цилиндричним координатама  $(x, r, \varphi)$ . Једна од важних величина која ће бити мерења и анализирана у овом раду је кроскорелација  $Q_{uv} = \overline{uv}$ , тј. турбулентни смирајни напон  $-\rho \overline{uv}$ , те се из тог разлога наводи пуна једначина за ову величину:

$$\begin{aligned}
& \underbrace{U \partial_x \overline{uv} + V \partial_r \overline{uv} - (W/r) \overline{uw}}_{\text{Конвекција} \equiv K_{uv}} = \\
& \underbrace{\nu \left( \nabla^2 \overline{uv} - \overline{uv}/r^2 \right) - \partial_x \overline{u^2 v} - r^{-1} \partial_r \left( r \overline{uv^2} \right) + r^{-1} \overline{uw^2} - \rho^{-1} \left( \partial_r \overline{up'} + \partial_x \overline{vp'} \right)}_{\text{Дифузија} \equiv D_{uv}} \\
& - \underbrace{\left( \overline{uv} \partial_x U + \overline{v^2} \partial_r U \right) - \left( \overline{u^2} \partial_x V + \overline{uv} \partial_r V \right) + \overline{uw} W/r}_{\text{Продукција} \equiv P_{uv}} + \underbrace{\rho^{-1} \overline{p' (\partial_r u + \partial_x v)}}_{\text{Редистрибуција} \equiv RD_{uv}} \\
& - \underbrace{2\nu \left( \partial_i u \partial_i v - r^{-2} \overline{w \partial_\varphi u} \right)}_{\text{Дисипација} \equiv \varepsilon_{uv}}
\end{aligned} \tag{2.74}$$

где је  $\overline{\partial_i u \partial_i v} = \overline{\partial_x u \partial_x v} + \overline{\partial_r u \partial_r v} + r^{-2} \overline{\partial_\varphi u \partial_\varphi v}$ . За физичку интерпретацију резултата мерења која су планирана у овом раду, није потребно писати свих шест једначина за турбулентне напоне у цилиндричним координатама. Сажети начин Декартовог индексног записа презентује свих ових шест једначина, уз напомену, да ће за планирану дискусију о утицају вихора свих шест израза за продукционе чланове бити у следећем поглављу написани у цилиндричним координатама  $(x, r, \varphi)$ .

Анализа једначине (2.73) показује да су се у њој појавили нови непознати чланови као што су корелације флуктационих поља брзине и притиска, корелациони тензор трећег реда и корелације које одређују дисипацију. Исти је случај и са једначином (2.74), као и једном од шест наведених једначина система (2.73). Дакле, проблем затварања једначина се на овај начин не може решити. Даљи пут води преко „мостова” полуемпириских метода, првог и вишег реда. У свему томе једначине преноса, које описују промене непознатних корелационих функција, имају важну улогу.

Један од постављених циљева у овом раду је и истраживање анизотропије турбуленције у струјном пољу турбулентног вихорног млаза. Сложеност вихорног струјања потиче, између остalog, великом делом од изразито нехомогене и неизотропне турбуленције. У пољу вихора јављају се домени са великим градијентима брзине, па може доћи до генерисања турбуленције, која је углавном на тим местима неизотропна. Колмогоровљев концепт локалне изотропије је испуњен у малим областима и она је могућа само при истовременом ишчезавању анизотропије Рейнолдсовых напона, што је практично тешко остварљиво. Може се рећи да се анизотропност турбуленције увек појављује и да је њен утицај на турбулентне процесе врло битан. На пример, она се мора узети у обзир у моделирању „динамике“ дисипативних корелација турбуленције (величина ⑤ у једначини (2.73)). Експериментални резултати имају велику улогу у дијагностици степена и природе анизотропности.

У овој дисертацији се примењује инваријантна теорија турбуленције чија је основна идеја квантитативно описивање анизотропије турбуленције. Наиме, на основу резултата мерења корелација брзине  $Q_{ij} = \overline{u_i u_j}$  формирају се инваријантне мапе анизотропности (ИМА), које омогућавају анализу анизотропије турбуленције у одговарајућим правцима и доменима струјне области. Као меру анизотропности Lumley и Newman (1977) су увели тензор анизотропности Рейнолдсовых напона, како следи:

$$a_{ij} = \overline{u_i u_j} / 2k - \delta_{ij}/3, \quad (2.75)$$

где је  $k = \overline{u_i u_i} / 2$  и  $\delta_{ij}$  је Кронекеров делта. Све компоненте овог тензора ишчезавају ( $a_{ij} = 0$ ) за случај изотропне турбуленције, у којој је  $\overline{u_1^2} = \overline{u_2^2} = \overline{u_3^2} = 2k/3$ , тј.  $\overline{u_i u_j} = (2/3)k\delta_{ij}$ , док се остала стања анизотропности истражују помоћу две независне инваријантне тензоре анизотропности, које су дефинисане изразима:

$$\Pi_a = -a_{ij}a_{ji} / 2 \text{ и } III_a = a_{ij}a_{ik}a_{jk} / 3. \quad (2.76)$$

Ако се обе инваријанте узајамно нанесу тако да формирају правоугли координатни систем са апсцисом  $III_a$  и ординатом  $-\Pi_a$ , онда се добија инваријантна мапа анизотропности (ИМА) приказана на слици 81. Криволинијски троугао ОД (ИМА) је Ламлијев троугао чије су странице дефинисане једначинама на слици 81, а одговарајуће координате њихових пресечних тачака, тј. темена криволинијског троугла, означене са  $O(III_a=0, -\Pi_a=0)$ ,  $J(III_a=2/27, -\Pi_a=1/3)$  и  $D(III_a=-1/108, -\Pi_a=1/12)$ , које одговарају граничним структуралним стањима турбуленције наведеним у потпису слике 81.

Степен анизотропности се анализира посредством друге инваријанте ( $-\Pi_a \geq 0$ ), док трећа инваријанта  $III_a$  изражава природу анизотропије. О граничним стањима турбуленције која имају природу осносиметричне експанзије (крива  $\widehat{OJ}, III_a > 0$ ) или осносиметричне контракције (крива  $\widehat{D0}, III_a < 0$ ) биће више речи при физичком тумачењу резултата (глава 6.1). Битно је истаћи да се свако физички могуће стање анизотропије неког турбулентног струјања мора налазити унутар затвореног домена ограниченог кривама осносиметричне и двокомпонентне турбуленције. Другим речима, скупови вредности  $(III_a, -\Pi_a)$ , израчунатих на бази експерименталних вредности турбулентних напона у одговарајућим тачкама, морају припадати унутрашњем домену инваријантне мапе анизотропности. Ова чињеница, поред осталих, има велики значај у примени инваријантних мапа, с обзиром да омогућује анализу квалитета мерења и тачности емпиријских података. Наведени контролни механизам који ИМА садржи у себи биће од велике користи при тумачењу експерименталних расподела

корелација, тј. Рејнолдсовых напона у турбулентном вихорном струјању у слободном мгазу аксијалног вентилатора.

У завршном поглављу 2.8 главе 2 анализира се утицај модела вртлога, разматраних у одељку 2.3, на расподеле турбулентних напона и процесе турбулентне размене.

## 2.8 Утицај различитих модела вртлога и вихора на структуру турбуленције

Турбулентна вихорна струјања су пре свега тродимензијска, нехомогена и смицајна, што њихову структуру и процесе преноса у њима чини веома сложеним. Присуство изразите обимске, тј. тангенцијалне брзине доводи до потпуно нових ефеката у односу на струјање без ње. То се односи не само на осредњено поље већ и на поље флуктуационих брзина, тако да то „осећају“ турбулентни напони, као и корелациони и спектрални тензори. О последицама таквих међудејстава, које су повезане са нелокалним турбулентним преносом, анизотропијом, интермитентношћу и кохерентним вртложним структурима, било је речи у овој глави, али ће у дискусији резултата мерења и њиховој физичкој интерпретацији бити истражен утицај генерисаног модела вртлога (поглавље 2.3) на структуралне карактеристике турбуленције.

Претходна анализа фамилије вртлога (поглавље 2.3) и њиховог сједињавања са аксијалном брзином, при чему настају, са или без изразите радијалне брзине, различите класе вихорних струјања, је суштински спојила Навије-Стоксове (2.9-2.11) и Рејнолдсове (2.41-2.43) једначине. При томе је најбитнија анализа турбулентног поља са становишта утицаја обимске брзине вртлога на флуктуационо поље брзине. У том циљу се посматра турбулентно ротирајуће струјање под претпоставком да је осредњено поље осносиметрично и да не зависи од аксијалне координате. Тада се статистичка композиција осредњених и флуктуационих брзина описује еволуционом једначином за осредњену обимску брзину:

$$\partial_t W = \nu \left( \partial_{rr}^2 W + r^{-1} \partial_r W - W/r^2 \right) - r^2 \partial_r \left( r^2 \overline{vw} \right), \quad (2.77)$$

у којој задњи члан представља смицајни Рејнолдсов напон  $-\rho \overline{vw}$  (Рејнолдсова једначина (2.43)). Тачно решење Навије-Стоксове једначине  $\partial \omega / \partial t = \nu \nabla^2 \omega$ , аналогне једначини (2.77), одређује обимску брзину Ламб-Озеновог вртлога (2.20). Дискутовано је у којим се струјањима у пракси појављују вртлози Ламб-Озеновог типа (2.21). Ти вртлози су најчешће турбулентни, па се увођењем ефективне турбулентне вискозности уместо кинематичке вискозности, може посредством једначине (2.21) формирати модел разрушавања насталих вртлога. Овим се Ламб-Озенов врлог повезује са једначином (2.77), што указује на могућности примене различитих модела вртлога у турбулентном вихорном струјању.

Генерисање турбуленције и турбулентног преноса под „контролом“ вртлога описују егзактне једначине за корелације брзина (2.73). Ове динамичке једначине турбулентних напона описују, између остalog, утицај модела вртлога на флуктуационо поље. Анализом диференцијалних једначина за компоненте тензора Рејнолдсовых напона добија се ближи физички смисао утицаја ротирајућег струјања генерисаног различитим моделима вртлога на турбуленто поље. У таквој анализи је од суштинског значаја утицај расподеле осредњене обимске брзине  $W$  на тензор продукције  $\underline{\underline{P}}\{P_{ij}\}$  Рејнолдсовых напона:

$$P_{ij} = -\overline{u_j u_k} \partial_k U_i - \overline{u_i u_k} \partial_k U_j, \quad (2.78)$$

који изражава физику узајамног дејства компонената тензора градијента брзине и компоненти тензора турбулентних напона. Један од важних циљева, који је постављен у овом раду, је експериментално одређивање величина  $\overline{u_i u_j}$ , експериментално - нумеричко

израчунавање промена осредњеног брзинског поља  $\partial_i U_j$  и срачунање производних чланова  $P_{ij}$  у турбулентном вихорном млазу аксијалног вентилатора, чemu је посвећена глава 5. Егзактан израз за производни члан  $P_{uv}$  за смицајни турбулентни напон, тј. корелацију  $\bar{uv}$  дефинисан је изразом (2.74).

Може се закључити, да композиција обимске брзине генерисаног модела вртлога са аксијално - радијалним пољем брзине производи, при великим Рейнолдсовим бројевима, турбулентно вихорно струјање. У супротном се ствара ламинарно, унутрашње или спољашње, вихорно брзинско поље.

Сложен међудејство осредњеног и флуктуационог поља дефинисано је егзактним диференцијалним једначинама (2.73) за корелациони тензор  $Q_{ij}$ . У циљу теоријског разматрања ових једначина, као и каснијег физичког тумачења експерименталних резултата, дају се изрази за све компоненте тензора производи турбулентних напона како следи (Townsend 1976, Hinze 1975, Rodi 1970):

$$\begin{aligned} P_{uu} &= -2\left(\bar{u^2}\partial_x U + \bar{uv}\partial_r U\right), \\ P_{vv} &= -2\left(\bar{uv}\partial_x V + \bar{v^2}\partial_r V\right) + 2\bar{vw}W/r, \\ P_{ww} &= -2\left(\bar{uw}\partial_x W + \bar{vw}\partial_r W + \bar{w^2}V/r\right), \\ P_{uv} &= -\bar{uv}(\partial_x U + \partial_r V) + \bar{uw}W/r - \bar{v^2}\partial_r U - \bar{u^2}\partial_x V, \\ P_{uw} &= -\bar{uw}(\partial_x U + V/r) - \bar{uv}\partial_r W - \bar{vw}\partial_r U - \bar{u^2}\partial_x W, \\ P_{vw} &= -\bar{vw}(\partial_r V + V/r) - \bar{uv}\partial_x W - \bar{uw}\partial_x V - \bar{v^2}\partial_r W + \bar{w^2}W/r. \end{aligned} \quad (2.79)$$

Једначине (2.73), (2.74) и (2.79) омогућавају анализу различитих утицаја ротације (обртања) флуида, тј. одређеног модела вртлога на турбулентно брзинско поље. Највише пажње се посвећује генерисању турбуленције, јер је то циљ експерименталних истраживања. У том смислу су битне једначине (2.79), у којима се посредством расподеле осредњене обимске брзине  $W$  могу анализирати одређени утицаји ротирајућег струјања на структуру турбуленције. На пример, турбулентно обрто струјање задато брзинским пољем  $\underline{c} = (u', v', \bar{W} + w')$  карактерише модел вртлога у коме су струјнице осредњеног струјања концентричне кружнице са центром на аксијалној  $x$ -оси, тако да је струјање у том правцу статистички хомогено, на цилиндричним површинама константног полуупречника. У овом случају су изводи свих осредњених величина, не само по обимској  $\varphi$ , већ и по аксијалној  $x$ -координати, једнаки нули, па се диференцијалне једначине за корелације брзина, због услова  $U = V = 0$ ,  $W = W(r)$  и  $P = P(r)$ , знатно поједностављују. Турбуленција у ротационом струјању у присуству аксијалне брзине одговара другом моделу вртлога, у коме се  $W$ -профилу придружује  $U$ -профил тако да се формира осредњено поље брзина  $(U(r), V = 0, W(r))$ .

Трећем моделу вртлога одговара вихорно струјање са компонентама брзине  $(U(r), V(r), W(r))$ , док је најопштије вихорно струјање за случај статистички стационарног  $(\partial(\bar{\cdot})/\partial t = 0)$  и статистички осносиметричног  $(\partial(\bar{\cdot})/\partial \varphi = 0)$  турбулентног струјања, дефинисано брзинским пољем  $\{U(x, r), V(x, r), W(x, r)\}$ . Ово поље се, заправо, у овом раду експериментално истражује и физички анализира.

Теоријским разматрањем својства турбуленције у ротирајућем струјању показано је да утицај вртлога са обимском брзином  $W(r)$  зависи од карактера расподеле осредњене брзине  $W(r)$ , тј. од њене промене  $d(W(r)/r)/dr$  у турбулентном пољу. При томе је утврђена аналогија између струјања са ротацијом (криволинијске струјнице осредњеног поља брзине) и струјања температурско-стратификованог флуида (Монин и Яглом 1965, Prandtl 1961, Townsend 1976, Устименко 1977, Абрамович и други 1984.) У циљу повезивања осредњене обимске брзине  $W(r)$  са флуктуационим брзинским пољем, нарочито са радијалним и обимским флуктуацијама, разматране су Прантлова, Тejлорова и Карманова хипотеза, које су прилагођене процесима турбулентног преноса количине кретања, угаоне брзине и вртложности у струјању са криволинијским струјницама осредњеног брзинског поља. При томе су у сврху добијања зависности између осредњене обимске брзине  $W$  и осредњеног статичког притиска  $P$ , коришћене апроксимације граничног слоја у Рейнолдсовим једначинама (2.41)-(2.44). Наиме, слободна струјања се одликују својствима струјања у граничном слоју, што важи и за слободни вихорни млаз, чија се област, за велике Рейнолдсове бројеве, може описивати једначинама граничног слоја, како за ламинарни, тако и за вихорни турбулентни млаз (Лойцянски 1987, Schlichting 1965). За налажење зависности између  $W$  и  $P$  написана је Рейнолдсова једначина (2.42) у апроксимацијама граничног слоја:

$$-W^2/r = -\rho^{-1} \partial_r P - r^{-1} \partial_r (\bar{r v^2}) + \bar{w^2}/r \quad (2.80)$$

чијом се интеграцијом добија:

$$P/\rho = P_0/\rho + \int_{r_0}^r (W^2/r) dr - (\bar{v^2} - \bar{v_0^2}) + \int_{r_0}^r [\bar{(w^2 - v^2)}/r] dr, \quad (2.81)$$

где је  $P_0$  притисак за  $r=r_0$  и  $\bar{v_0^2}$  је  $\bar{v^2}$  у  $r=r_0$ , при чему сада статички притисак  $P_0$  може зависити од аксијалне координате  $x$ . Теоријска и експериментална истраживања показују да је у вихорном струјању радијални градијент притиска углавном проузрокован обимском брзином, тако да се једначина (2.81) редукује на облик:

$$P/\rho = P_0/\rho + \int_0^r (W^2/r) dr, \quad (2.82)$$

где је  $P_0$  притисак у  $x$ -оси ( $r=0$ ). Другим речима, показало се да узимање и потпуније једначине, која следи из (2.80) после физички оправданих занемаривања,  $W^2/r = \rho^{-1} \partial_r \bar{P} + \partial_r \bar{v^2}$ , не доводи до суштинске промене у величини пада притиска. Према томе, услов  $\partial_r P = \rho W^2/r$  означава да градијент притиска  $\partial_r P$  уравнотежава центрифугалну силу. Нарушавање овог услова равнотеже наступа услед флуктуационог кретања флуида у турбулентном пољу, тако да од профила осредњене брзине  $W$  зависи да ли ће та међудејства довести до генерирања или пригушивања турбуленције. Истраживања показују да вртлог дефинисан расподелом  $d(W/r)/dr < 0$  одговара активном, дестабилизујућем дејству поља центрифугалне сile у коме се турбуленција појачава и турбулентном струјању доводи додатна енергија. Поље осредњене обимске брзине у којем је  $d(W/r)/dr > 0$ , међутим, делује стабилизујуће, са конзервативним утицајем добијеног поља центрифугалне сile на поље турбуленције. Дакле, утицај вртлога  $W(r)$  на генерирање турбуленције, тј. дејство ротације на осредњено и флуктуационо брзинско поље, као и осредњено поље статичког притиска, зависи од расподеле обимске брзине у моделу вртлога.

Битно за структуру турбуленције и процесе у њој, који се одвијају у одређеним струјним областима, је да ли се та област налази у зони конзервативног ( $2\rho W\omega/r < 0$ ) или активног ( $2\rho W\omega/r > 0$ ) дејства центрифугалне сile.

При стабилизацијом, конзервативном утицају резултујуће сile корелација  $\overline{vw}$  је негативна, тако да се кинетичка енергија радијалног флуктуационог кретања смањује, како следи из једначине (2.73), тј. из једначине  $P_{vv}$  система (2.79), у којој је  $-2\overline{vw}W/r < 0$ . Продукциони члан у динамичкој једначини за корелацију  $\overline{w^2}$  ( $P_{ww}$  члан у систему (2.79)) је  $-2\overline{vwdW/dr}$ , док је величина  $-\overline{v^2}dW/dr + \overline{w^2}W/r$  продукциони члан у једначини  $P_{vw}$  (2.79) за корелациони момент  $\overline{vw}$ . Одавде се закључује да кинетичка енергија обимских флуктуација  $\overline{w^2}$  расте, тј. да се интензитет турбуленције  $\sigma_w$  у обимском правцу повећава, док се корелација  $\overline{vw}$ , која карактерише турбулентно трење  $-\rho\overline{vw}$ , релативно смањује, тј. редукује. Претходна анализа показује да у таквом струјном пољу настаје анизотропија турбуленције, која се посредством корелација флуктуације притиска-градијенти флуктуација брзине ублажава уз помоћ турбулентног преноса енергије од компоненте  $\overline{w^2}$  већег интензитета ка компонентама  $\overline{v^2}$  и  $\overline{u^2}$  мањег интензитета кинетичке енергије у радијалном и аксијалном правцу.

У домену турбулентног поља вихорног млаза са активним, дестабилизацијом дејством вртлога  $d(W/r)/dr < 0$ , при чему је компонента  $\overline{vw}$  корелационог тензора позитивна, следи да кинетичка енергија радијалних флуктуационих брзина  $\overline{v^2}$  расте. Изрази (2.73) и (2.79) показују да се повећавају и остале корелације брзина  $u_i u_j$ , а самим тим и кинетичка енергија турбуленције  $k = \overline{u_i u_i}/2$ . У овој анализи је претпостављено да је  $d(W/r)/dr < 0$ , међутим, одређени облици расподеле обимске брзине  $W$  дозвољавају истовремено испуњење неједнакости  $d(W/r)/dr < 0$  и  $d(Wr)/dr > 0$ . У таквим случајевима настаје смањивање интензитета флуктуација обимске брзине, тј. пада кинетичке енергије обимских флуктуација ( $\overline{w^2} \downarrow$ ), као и умањење корелације  $\overline{vw} \downarrow$ . Аналогна појава се одиграва и у пољу потенцијалног вртлога ( $Wr = const.$ ). У овом случају се флуктуација кретање генерише углавном у радијалном правцу, тако да  $\overline{v^2} \uparrow$  (2.73) и (2.79). Нормални турбулентни напон  $-\rho\overline{v^2}$  се процесом редистрибуције, дефинисане изразом ④ у једначини (2.73) корелационог тензора  $Q_{ij}$ , прерасподељује другим компонентама  $\overline{u^2}$  у  $x$  - правцу и  $\overline{w^2}$  у  $\varphi$  правцу. Овим се, посредством тог важног корелационог члана у (2.73)  $\rho^{-1}\overline{p'(\partial_j u_i + \partial_i u_j)}$ , одигравају процеси који утичу на величину и карактер анизотропије турбулентног вихорног струјања.

Претходну анализу је могуће проширити са вртлога  $\{0, 0, W(r)\}$  на композицију осредњених поља у вртлог  $\{U(r), V(r), W(r)\}$ , као и на општи случај вихорног поља  $U_i = U_i(x, r)$ , за  $i = u, v, w$ , које је циљ истраживања у овој дисертацији. У овом случају се извод  $d(\overline{\quad})/dr$  замењује са парцијалним изводом  $\partial(\overline{\quad})/\partial r \equiv \partial_r(\overline{\quad})$ , а утицаји аксијалног и радијалног струјања на генерисање кинетичке енергије турбуленције су посебно изражени преко величина:

$$-\overline{uv}\partial_r U, -\overline{v^2}\partial_r V, -\overline{vw}\partial_r V, \overline{w^2}V/r, -\overline{v^2}\partial_r U, \quad (2.83)$$

које се налазе у изразима (2.79) и одређују продукције турбулентних напона  $-\rho\bar{u}^2$ ,  $-\rho\bar{v}^2$ ,  $-\rho\bar{w}$ ,  $-\rho\bar{w}^2$  и  $-\rho\bar{u}\bar{v}$ .

Комбинација вртлога  $W(r, x)$  са аксијалним струјањем  $U(r, x)$  при чему је  $\pm\partial_r U > 0$  даје сложено турбулентно вихорно поље, у коме значајну улогу има величина  $-\bar{u}\bar{v}\partial_r U$ , која карактерише генерисање кинетичке енергије аксијалног флуктуационог струјања на рачун енергије осредњеног струјања. Продукција турбулентног смицајног напона  $-\rho\bar{u}\bar{v}$  такође зависи од радијалне расподеле  $\partial_r U$  осредњене аксијалне брзине. Из тих разлога је написана потпуна динамичка једначина (2.74) за корелациони момент  $\bar{u}\bar{v}$ , у којој се уочавају сви чланови који дефинишу конвекцију ( $K_{uv}$ ), дифузију ( $D_{uv}$ ), продукцију ( $P_{uv}$ ), редистрибуцију ( $RD_{uv}$ ) и дисипацију ( $\mathcal{E}_{uv}$ ) ове корелације. Једначина (2.74) омогућава комплетну анализу како утицаја обртног (ротационог) кретања флуида, тако и аксијалног и радијалног струјања на смицајни турбулентни напон  $-\rho\bar{u}\bar{v}$ . Анализа међудејства промене аксијалне брзине  $\pm\partial_r U > 0$  и флуктуационог поља  $(\bar{u}', \bar{v}')$ , тј. корелације  $\bar{u}\bar{v}$  показује да је у вихорном струјању величина  $-\bar{u}\bar{v}\partial_r U$  позитивна, што доприноси генерисању кинетичке енергије флуктуационог кретања у аксијалном  $x$ -правцу вихорног млаза (једначина за  $P_{uu}$  у систему (2.79)). Што се тиче енергије  $\bar{u}\bar{v}$ , она се у области нестабилне стратификације (активног дејства центрифугалне сile) повећава, док се у домену конзервативног дејства смањује (члан  $-\bar{v}^2\partial_r U$  у једначини (2.74)). Исти случај је и са анализом вртлога  $W(x, r)$ . Наиме, величина  $\bar{u}\bar{w}W/r$ , која одређује генерисање турбуленције, тј. енергије  $\bar{u}\bar{v}$  на рачун ротационог струјања, увећава енергију  $\bar{u}\bar{v}$  у области  $\partial_r(W/r) < 0$  и умањује је у оном домену струјне области у којој је испуњен услов  $\partial_r(W/r) > 0$ .

Анализа утицаја радијалног поља брзина  $V(x, r)$  на генерисање енергије турбуленције указала је на значај предзнака корелационих величина  $-\bar{v}\bar{w}\partial_r V$  и  $-\bar{v}^2\partial_r V$  у једначинама (2.79). На излазу из млазника, у коме се производи вихорни млаз, мења се карактер радијалног струјања у смислу наглог повећања радијалне брзине  $V$  и њених промена  $\partial_r V$ . Предзнак извода  $\partial_r V$  се мења унутар области стабилне и нестабилне „динамичке стратификације“ услед дејства резултујуће центрифугалне сile. При томе је важан утицај радијалне осредњене брзине на кинетичке енергије  $\bar{v}\bar{w}$  и  $\bar{v}^2$ . Анализа даје резултат  $\partial_r V < 0$  у области око осе млаза, док је са удаљавањем од осе извод  $\partial_r V$  позитиван. Из тога следи да је у пољу вртлога  $\partial_r(W/r) > 0$  величина  $-\bar{v}\bar{w}\partial_r V$  позитивна, што у изразу  $P_{vw}$  доводи до повећања енергије  $\bar{v}\bar{w}$ . Супротно је са продукционим чланом  $-\bar{v}^2\partial_r V$  који у овом случају доводи до смањења кинетичке енергије  $\bar{v}^2$  радијалних флуктуација брзине.

Анализа генерисања вихорног струјања и различитих модела вртлога у поглављу 2.3 указује на чињеницу да се битне карактеристике утицаја ротације на турбуленцију могу обухватити осредњеном обимском брзином задатом степеним законом  $W(x=const, r)=Cr^m$  у коме је  $C$  константа, а  $m$  реалан, позитиван или негативан број. За истраживање је значајан интервал  $-1 < m < 1$ , као и вредности  $m=-1$  (потенцијални вртлог) и  $m=1$  (принудни вртлог). Детаљнија истраживања као и приказ експериментално-нумеричких резултата са одговарајућом анализом биће дата у глави 5 овог рада.

У циљу физички прецизније интерпретације мерења (глава 5) уводи се угаона брзина  $\Omega_w = W/r$ , која карактерише обртање (ротацију) флуида, као и циркулација  $\Gamma = 2\pi r W$  која је повезана са вртложношћу и ротацијом флуида. Ове величине се у овом раду мере и њихове расподеле физички анализирају, јер су оне меродавне како за продукцију турбуленције, тако и за процесе турбулентне размене.

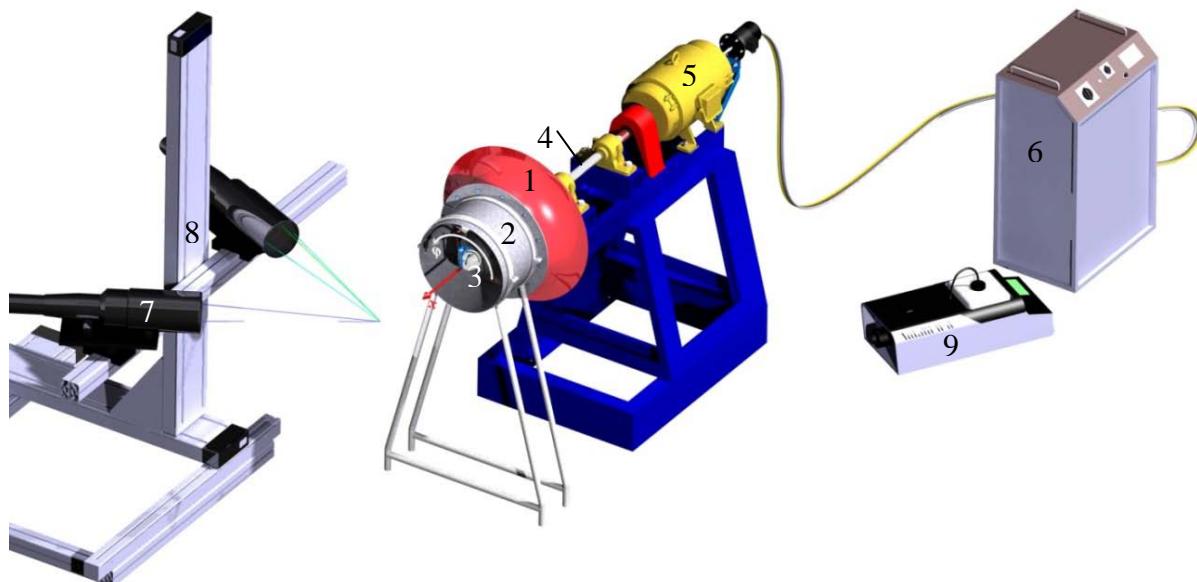
Може се закључити да модели вртлога, тј. њихова структура и расподела осредњене обимске брзине  $W(x, r)$ , самостални или у композицији са аксијалном  $U$  и радијалном  $V$  брзином, имају суштински утицај на интензитет турбуленције, њену структуру и процесе турбулентног преноса.

Структурална својства турбуленције у слободном вихорном млазу, како са теоријског становишта, заснованог на анализама у овој глави, тако и са експериментално-нумеричког, заснованог на оригиналним мерењима и статистичкој обради података, анализирају се и дискутују у трећој, четвртој, петој и шестој глави ове дисертације.

### 3 Експериментална инсталација

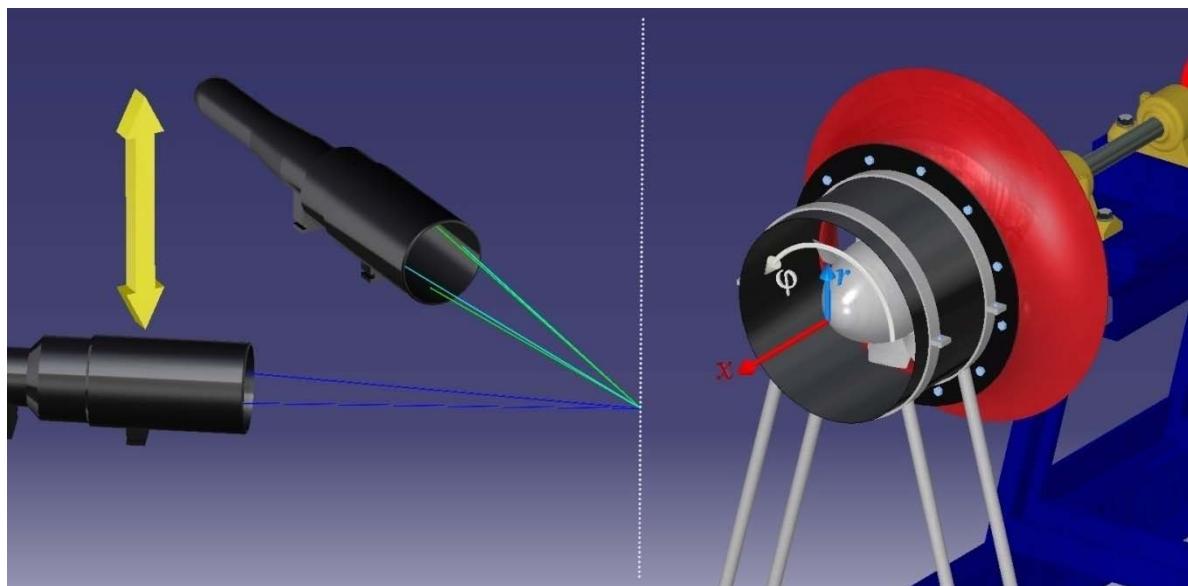
#### 3.1 Опис мерне инсталације и опреме

Инсталација на којој су извршена истраживања приказана је на слици 3. Састоји се од профилисаног уводника (1), кратке цеви пречника 403 mm (2), дужине 275 mm са одговарајућим носачима, вентилатора (3) који се налази на kraју вратила (4) на препусту, погонске групе са одговарајућим постолјем (5) и уређаја за контролу брзине обртања електромотора (6). Инсталацију за испитивање турбулентног вихорног струјања у цеви пројектовао је и направио проф. др Мирослав Бенишек (Бенишек, 1976). Вентилатор је пројектовао проф. др Зоран Протић<sup>†</sup>. Овде је уклоњена цела дугачка цевна деоница и замењена краћом. Уређај за контролу је конструисао и направио проф. др Зоран Стојиљковић са Електротехничког факултета. Направљене су извесне модификације на постолју због вибрација. Поред наведених елемената експерименталног постројења, мерни ЛДА систем (7) са механизмом за позиционирање - траверзом (8), рачунар за аквизицију и димни генератор (9) су такође саставни део опреме која је коришћена током експерименталних истраживања у оквиру израде дисертације.



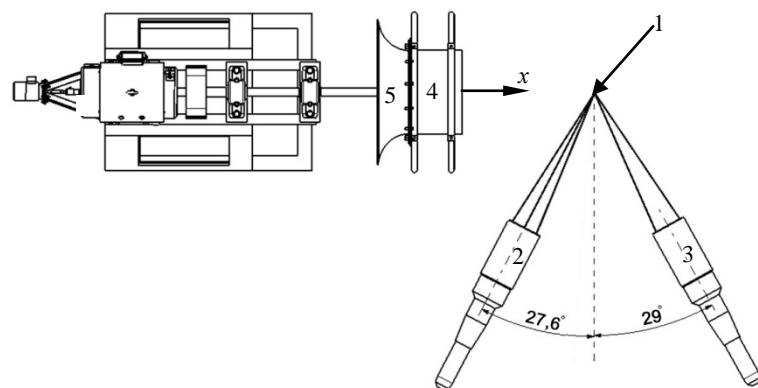
Слика 3. Изглед инсталације са мерним системом: 1-уводник, 2-цев, 3-вентилатор, 4-вратило, 5-електромотор са постолјем, 6-уређај за контролу брзине обртања, 7-ЛДА систем, 8-траверза за позиционирање, 9-димни генератор.

Цилиндрични координатни систем је приказан на слици 4, а раван  $x=0$  се налази на излазном пресеку цеви, са координатним почетком у оси цеви. Такође, приказане су мере позиције у једном од пресека.



Слика 4. Усвојени координатни систем.

Инсталација (поглед одозго) је приказана на слици 5. Мерна запремина (1), која се формира у пресеку зрака двокомпонентне сонде (2) и једнокомпонентне сонде (3), налази се у простору иза аксијалног вентилатора (4), који на усису има профилисан уводник (5). Вентилатор усисава ваздух просејан честицама дима, чија се концентрација подешава тако да се добије што више података у времену.



Слика 5. Приказ инсталације - поглед одозго.

Подешавање брзине обртања електромотора једносмерне струје вршено је помоћу специјално конструисаног уређаја са тиристорима, па је одступање од жељене вредности било  $\pm 1 \text{ min}^{-1}$ . Брзина обртања је мерена помоћу фоточелије монтиране у близини вратила, а дисплеј са кога се очитава вредност приказан је на слици 6.



Слика 6. Уређај за контролу брзине обртања проф. др Зорана Стојиљковића (1), дисплеј фотоћелије (2).

ЛДА систем ће детљније бити описан у следећем поглављу.

Систем за позиционирање - траверза је троосни механизам фирме ISEL, са линеарним вођицама које омогућавају кретање по све три осе -  $x$ ,  $y$  и  $z$  следећих карактеристика:

Табела 2. Карактеристике линеарних вођица

оса	$x$	$y$	$z$
ознака	234 411 0129	234 411 0129	234 411 0179
дужина [mm]	1290	1290	1790
ход [mm]	1090	1090	1590
број корака по mm	320	320	320
број mm по обртају	2,5	2,5	2,5
број корака по обртају	800	800	800
кочница	не	не	да

Управљачка јединица са напајањем корачних мотора је такође ISELiMC-S8 (слика 7), који је кроз аквизициони софтвер FlowSizer 64 „увезан” са ЛДА системом, како би се обједињено, користећи само један софтвер, вршила позиционирања и мерења, а у одговарајућем фајлу чувала информација о позицији и измереним вредностима од интереса.



Слика 7. Контролер система за позиционирање iMC-S8.

<https://www.directindustry.com/prod/isel/product-6054-436695.html>.

Имајући у виду конфигурацију система за мерење и позиционирање, распоред осталих инсталација у оквиру Лабораторије за ХМЕС, да су ходови по одговарајућим осама ограничени на нешто мање вредности од максималних, начин постављања мernог система и захтев да се мерна запремина не ремети, било је потребно изабрати одговарајућу позицију на којој ће се поставити мерни систем и извршити поклапање њихових координатних система. У ту сврху су коришћени ласери за линије BOSCH GLL 3-80 (слика 8), мерне траке, метални лењири и угломери. Тачност нивелисања овог уређаја је  $\pm 0,2$  mm/m, а мерних трака и лењира 0,5 mm.



Слика 8. Ласер за линије BOSCH GLL 3-80.

<https://shop.bosch-professional.com/gb/en/product/line-laser-gll-3-80--44080--0601063S00>.

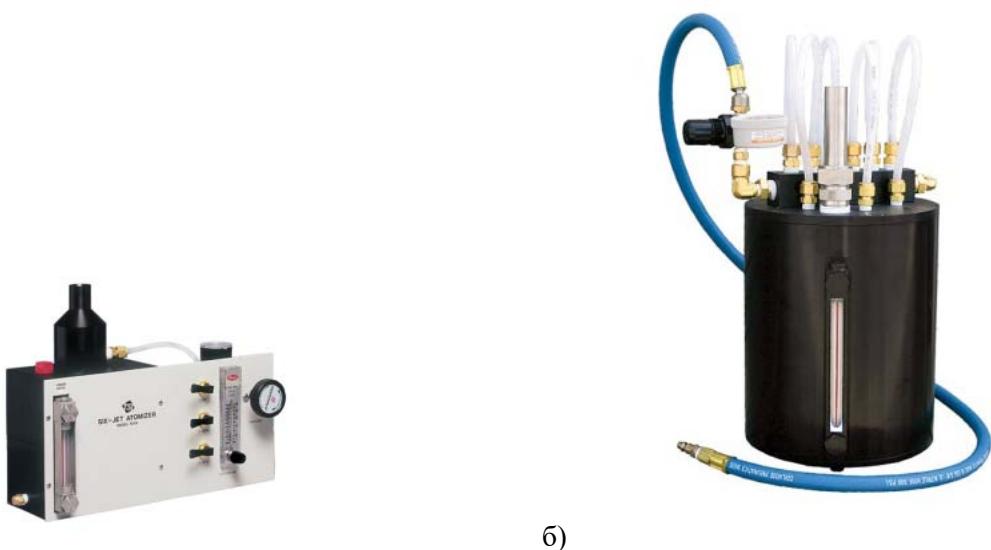
Прво се ласер са одговарајућим стаклом доводи у положај да оса вратила вентилатора припада вертикалној равни ласера (у току подешавања скида се радно коло вентилатора). Затим се по подлози (поду) формира линија и то по трагу ласера водећи рачуна да се линија налази на средини пројектованог зрака, а у односу на њу се x оса траверзе поставља у паралелан положај. Контрола паралелности се врши мерним тракама и системом металних угломера у више различитих тачака формиране линије. Након тога, системом за траверзирање је могуће фино подешавати позицију мерне запремине. Поступак за њено довођење у раван ласера ће бити описан у следећем поглављу.

Димни генетатор (9) произвођача Antari, ознаке Z-3000П (слика 9) који користи течност на воденој бази (INVISION Dense Smoke Fluid) је померан на различите позиције испред вентилатора, са посебном пажњом да се не ремети слободан усис током пробних мерења за различите позиције мерне запремине, различите углове лопатица и различите брзине обртања, и на тај начин утврђен прелиминарни положај генератора како би се испунио захтев за што већим бројем одбирача у времену. Поред примене овог димног генератора пробна мерења су извршена и са препорученим генераторима произвођача TSI, и то прво са мањим

ознаке SIX-JET ATOMIZER 9306, а накнадно са атомизером већег капацитета 9307-6 (слика 10). У поређењу резултата добијених помоћу сва три димна генератора, дошло се до закључка да сва три генератора при приближно истим условима струјања дају приближно исте вредности брзине, али је број одбирача у случају Антари димног генератора преко пет пута већи. Испробан је и случај два генератора заједно, али је коначни закључак био да је димни генератор Антари најбољи избор (у случају Антари + TSI атомизер није дошло до повећања броја одбирача у времену). Једина предност атомизера је у драстично мањој потрошњи флуида (маслиног уља).



Слика 9. Димни генератор Антари и течност која се користи за генерирање дима.  
[http://www.antari.com/index.php/web/Products\\_i/51](http://www.antari.com/index.php/web/Products_i/51) и <https://www.player.rs/artikal/invision-dense-smoke-fluid>.



Слика 10. TSI атомизери: а - 9306 и б - 9307-6.

<https://www.tsi.com/products/aerosol-generators-dispersers/polydisperse-generators/six-jet-atomizer-9306/> и <https://www.tsi.com/products/aerosol-generators-dispersers/polydisperse-generators/seed-particle-generators-9307-6/>.

Покретањем електромотора преко уређаја за контролу покреће се радно коло вентилатора који усисава ваздух и након пролаза кроз кратку деоницу формира се турбулентни вихорни млаз у струјном простору иза вентилатора. Додавањем честица дима у слободну запремину

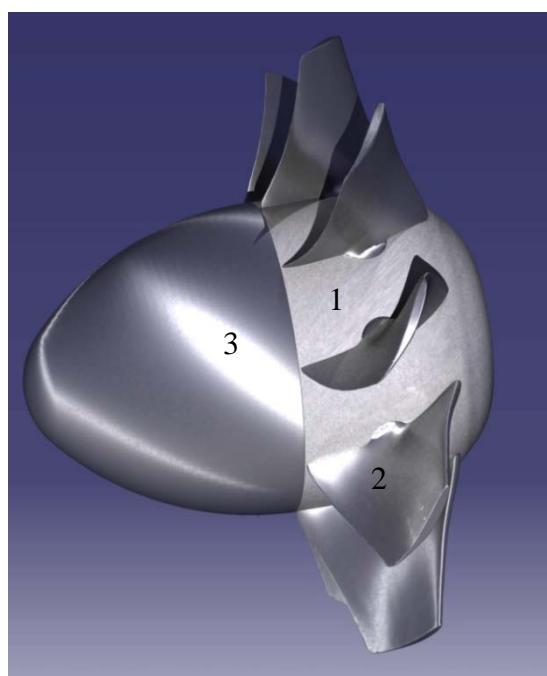
на усису вентилатора омогућава се да мерни систем низиструјно може да детектује њихов пролазак кроз мерну запремину. Посебну погодност за коришћење ЛДА система чини то што је струјни простор визуелно доступан без икаквих услпутних препрека, тако да је без корективних мера могуће истовремено добити три компоненте брзине у тачно дефинисаној позицији.

Првобитни план је био да се мерења изврше за пет режима и то:  $n = 500, 1000, 1500, 2000$  и  $2500 \text{ min}^{-1}$ . Међутим, након извршених прелиминарних мерења, а имајући у виду да је пречник цеви нешто мањи у односу на раније инсталације, вибрације које се јављају током промене режима од  $1500$  према  $2000 \text{ min}^{-1}$  ограничиле су могућност мерења на већим брзинама обртања од  $1500 \text{ min}^{-1}$ . Такође, расподела просејања добијеног помоћу димног генератора при режиму  $500 \text{ min}^{-1}$  је била таква, да се у одговарајуће мере позиције није могло довестиовољно честица како би се добио одговарајући квалитет сигнала у погледу броја одбирача у времену, а да се не утиче на струјни простор. Наиме, млаз који прави димни генератор надјача млаз који се генерише аксијалним вентилатором. Из наведених разлога изабрана су два режима:  $n = 1000$  и  $1500 \text{ min}^{-1}$ .

Поред тога, постојала су и додатна ограничења на овако формиранијој инсталацији тако да су мерења извршена од пресека на  $300$  па до  $2000 \text{ mm}$  од излазног пресека из цеви. За део који се односи на пресеке од  $0\text{-}300 \text{ mm}$  извршена су пробна мерења са сондом са пет (шест) зрака (слика 3), али су добијени резултати одбачени због уочених неправилности, па ће се део од  $0\text{-}300 \text{ mm}$  у смjeru  $x$ -осе накнадно изучавати применом PIV и TR PIV система. Систем за траверзирање по  $z$ -правцу дозвољавао је спуштање по  $z$  оси до  $-250 \text{ mm}$ .

### **3.2 Конструктивне карактеристике аксијалног вентилатора као генератора вихорног струјања**

Радно коло вентилатора (слика 11) је уградено тако да буде увучено  $90 \text{ mm}$ , мерено од ивице уводника. Изабрана су триуга лопатица радног кола вентилатора  $\beta_R=22^\circ, 26^\circ$  и  $30^\circ$  и за сваки су извршена одговарајућа мерења у свим пресецима дефинисаним планом мерења. Начин одређивања угла лопатица, његовог подешавања и контроле детаљно је описан у Чантрак, 2012. Састоји се од главчине, 9 лопатица од дуралуминијума и наструјне капе. Аксијална дужина вентилатора је  $275 \text{ mm}$ .



Слика 11. Радно коло вентилатора: 1- главчина, 2- лопатице, 3- наструјна капа.

### 3.3 3Д модел обртног кола аксијалног вентилатора

Формирање 3Д модела је детаљно описано у Чантрак (2012). Коришћењем 3Д скенера, и накнадном обрадом тзв. облака тачака, формирана је површ лопатиће радног кола. Због незнантих оштећења на коришћеним лопатицама извршене су реконструкције и 3Д модел представља геометрију приближну пројектованој. Додатним мерењима су неке од функционалних површина лопатиће дефинисане и комплетан 3Д модел је добијен у софтверском пакету CATIA.

### 3.4 Програм мерења

Мерења за три различитаугла лопатица, за два различита режима, извршена су у десет низструјних пресека на позицијама дефинисаним у табели 3:

Табела 3. План мерења

Вентилатор	радни режим [ $\text{min}^{-1}$ ]	број пресека	број мерних позиција у преску
ЗП22	1000	10	76 или 116*
	1500	10	76 или 116*
ЗП26	1000	10	76 или 116*
	1500	10	76 или 116*
ЗП30	1000	10	76 или 116*
	1500	10	76 или 116*

\* - У пресецима за  $x \leq 1000$  mm број мерних позиција је 76.

Мерни пресеци су дефинисани табелом 4:

Табела 4. Мерни пресеци у струјном простору

ред. бр. пресека	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
$x$ [mm]	300	400	600	800	1000	1200	1400	1600	1800	2000

У складу са изабраним координатним системом, у сваком пресеку позиције су дефинисане на следећи начин (табела 5):

Табела 5. Позиције мерних тачака

ред. бр. позиције	r [mm]	$\varphi$ [ $^{\circ}$ ]
1	250	270
2	240	270
3	230	270
4	220	270

26	0	90
27	10	90
28	20	90

113	870	90
114	880	90
115	890	90
116	900	90

У току пробних мерења утврђено је да су на пресецима за  $x \leq 1000$  mm вредности све три компоненте брзине, за  $r > 450$  mm, веома близске нули, па је у складу са тим одређена последња позиција мерења,  $r = 500$  mm, тј. 76. тачка у пресеку.

На слици 12 приказане су фотографије инсталације настале током извођења експеримента.

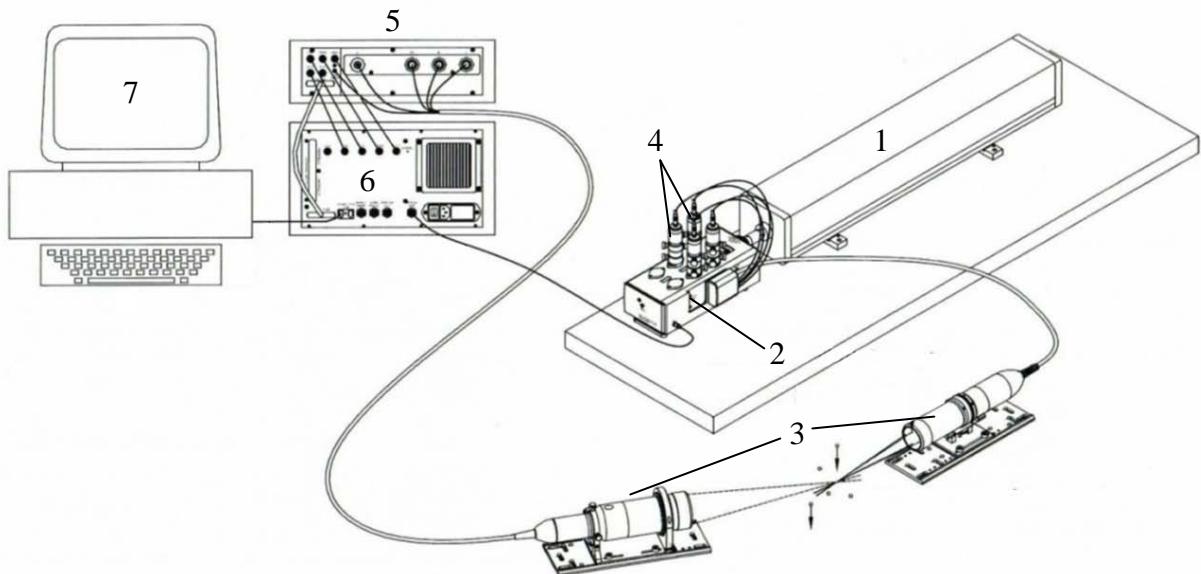


Слика 12. Мерна инсталација у току извођења експеримента.

## 4 Мерни систем. Извори мерне несигурности при ЛДА мерењима

### 4.1 Опис мерног система

У оквиру израде докторске дисертације коришћен је ласер Доплер анемометарски (ЛДА) систем произвођача TSI, САД. Систем се састоји од ласера Innova 70C-5, хлађеног водом, разделника ласерског спонса (fiberlight multicolor beam separator), оптичких спојки (couplers), две сонде (једне двокомпонентне и једне једнокомпонентне), фотодетекторског модула, процесора сигнала и рачунара (слика 13).



Слика 13. ЛДА систем – ласер (1), разделник ласерског спонса (2), оптичке спојке (3), сонде (4), фотодетекторски модул (5), процесор сигнала (6) и рачунар (7).

Извор: LDV/PDPA System: Installation Manual, P/N1990024, Revision F, TSI, 2011.

Систем је конфигуриран у тзв. повратном моду - “backscatter”, тј. сонде у себи садрже елементе како за емитовање ласерске светлости, тако и за пријем - детекцију рефлектоване светлости. Двокомпонентна сонда мери две управне компоненте брзине, од којих је једна у

правцу осе  $z$  (радијална компонента у поларноцилиндричном координатном систему), а друга, заједно са једнокомпонентом сондом даје  $x$  и у компоненту брзине, тј. аксијалну и обимску компоненту у поларноцилиндричном координатном систему.

Овде се напомиње да се ЛДА систем заједно са системом за позиционирање ослења на Декартов координатни систем, који се са поларноцилиндричним системом повезује на следећи начин:

$$\begin{aligned}x &= x \\y &= -r \cdot \cos \varphi \\z &= -r \cdot \sin \varphi\end{aligned}\tag{4.1}$$

Дакле, за експеримент спроведен у оквиру израде дисертације, у складу са планом мерења, за углове  $\varphi=90^\circ$  и  $\varphi=270^\circ$ , у координата је била 0.

Принципи рада ЛДА система су детаљно обашњени у Чантрак (2012), па се у оквиру овог текста неће детаљно наводити.

Ознаке компоненти система су дате у табели 6.

Табела 6. Компоненте ЛДА система

КомпонентаЛДА система	Ознака
лазер	Innova 70C-5
разделник лазерског снопа	FBL-2
оптичка спојка	CPL2001
двокомпонентна сонда	TR60 TLN 06-350 (363)
експандер	XPD60-750 (2.6 X)
једнокомпонентна сонда	TR60 TLN 06-350
експандер	XPD60-750 (2.6 X) (363)
фотодетекторски модул	PDM1000
процесор сигнала	FSA3500
рачунар	оперативни систем:Windows 7
софтвер	Flowsizer 64, верзија 4.2.0.4

Ласер, призвођача COHERENT, ознаке Innova 70C-5, снаге 5 W, типа аргон-јон емитује светлосни зрак (таласне дужине) до разделника, након кога се према усмеривачима емитују шест зрака таласних дужина: 514 nm, 488 nm и 476.5 nm. Након усмеривача фибер-оптичким кабловима зраци се “воде” до сонди. На сонде су постављени експандери како би се повећала удаљеност мрнне запремине од сонде, а самим тим и жижна даљина. Парови зрака се емитују кроз сочиво експандера и у њиховом пресеку настаје мрна запремина. Угао између два зрака исте таласне дужине је  $\kappa$ . Када честице просејања ношene флуидном струјом прођу кроз мрну запремину фотодетектор прихвата светлост рефлектовану од честица, прослеђује сигнал до сигнал процесора, а сигнал процесор податке прослеђује рачунару. Подаци за одговарајуће сонде дати су у табелама 7 и 8.

Табела 7 - Карактеристике двокомпонентне сонде са експандером

Двокомпонентна сонда модел: TLN06-350 (363) са експандером XPD60-750		
таласна дужина [nm]	514,5	488,0
пречник ласерког спона [mm]	2,65	
растојање спонова [mm]	50	
фактор проширења спона	2,60	
результатујући пречник спона [mm]	6,89	
результатујуће растојање спонова [mm]	130,0	
удаљеност мрнне запремине [mm]	733,5	
жижна даљина [mm]	757,5	
пречник сочива [mm]	155,0	
полуугао пресека спонова к [°]	4,92	
пречник мрнне запремине [μm]	72	69
дужина мрнне запремине [mm]	0,85	0,81
растојање интерференционих пруга [μm]	3,00	2.84
број интерференционих пруга	24	

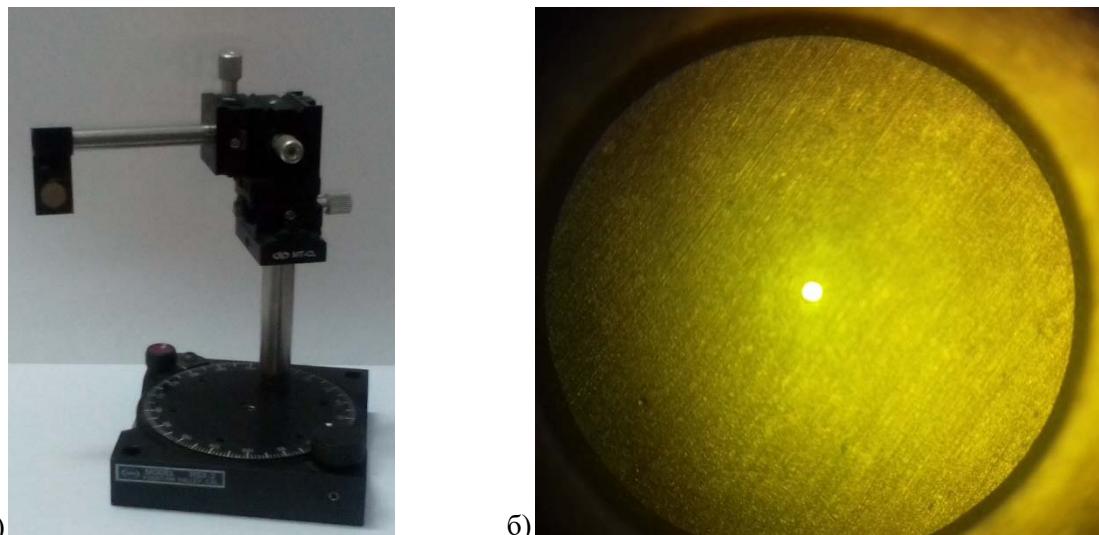
Табела 8 - Карактеристике једнокомпонентне сонде са експандером

Једнокомпонетна сонда модел: TLN06-350 (363) са експандером XPD60-750		
таласна дужина [nm]	476,5	
пречник ласерског спона [mm]	2,65	
растојање ласерских спонова [mm]	50	
фактор проширења спона	2,60	
результатујући пречник спона [mm]	6,89	
результатујуће растојање спонова [mm]	130,0	
удаљеност мрнне запремине [mm]	733,5	
жижна даљина [mm]	757,5	
пречник сочива [mm]	155,0	
полуугао пресека спонова к [°]	4,92	
пречник мрнне запремине [μm]	67	
дужина мрнне запремине [mm]	0,79	
растојање интерференционих пруга [μm]	2,78	
број интерференционих пруга	24	

Овако дефинисан систем је јако комплексан и захтева велико искуство у погледу подешавања. Један од најтежих задатака је успоставити оптички пут за зраке ласера и обезбедити одговарајући квалитет сваког од њих. Комплетан опис ове временски захтевне процедуре би био веома опширан, па се у оквиру ове дисертације неће наводити.

Посебно захтеван део припреме мерења је довођење мерних запремина две сонде у исту „тачку”, тј. формирање пресека запремина, односно јединствене мерне запремине система. За ту сврху, коришћен је специјални прибор (слика 14) фирмe TSI, који прати ЛДА систем, а који представља мету са отвором пречника 100 $\mu\text{m}$ , кроз који је потребно пропустити свих 6 зрака обе сонде ЛДА система.

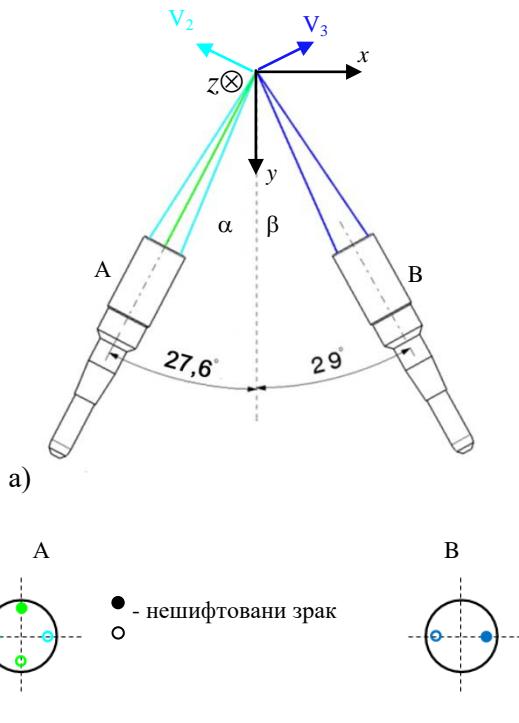
Иза мете се поставља препрека на којој се анализира квалитет сваког „провученог” зрака појединачно. Сама мета је постављена на врло фину троосну вођицу, што умногоме олакшава веома компликован и захтеван процес.



Слика 14. Прибор за преклапање мерних запремина сонди: а) мета са вођицом и б) отвор фотографисан на инверзном микроскопу са увећањем 40x.

Посебну помоћ би дао мерач снаге ласера који би се поставио иза прибора - мете, па би се најбољи положај дефинисао максималном снагом свих зрака. Поред тога што отвор од 100 $\mu\text{m}$  гарантује поклапање запремина, постоји и додатни индикатор који се јавља током самог процеса мерења. Наиме, уколико мерне запремине нису доволно добро преклопљене, број одбирача по времену у тзв. коинцидентном моду, тј. када се мере све три компоненте брзине одједном, неће бити доволно висок.

На слици 15 приказана је конфигурација две сонде са заједничком мерном запремином.



Слика15. Конфигурација сонди (а) и распоред одговарајућих зрака - поглед одозго и (б) (поглед од мрнне запремине према челу сонде).

Угао  $\alpha$ , између равни управне на осу обртања вентилатора и равни у којој се налазе зраци таласне дужине 514,5nm (зелени зраци) је  $27,6^\circ$ . Угао  $\beta$ , између равни управне на осу обртања вентилатора и осе симетрије угла који заклапају зраци једнокомпонентне сонде таласне дужине 476,5 nm (тамноплави зраци) је  $29^\circ$ .

Веза између измерених (неортогоналних) компоненти брзине и одговарајућих компоненти у Декартовом координатном систему дата је једначинама:

$$V_1 = w,$$

$$V_2 = -u \cdot \cos \alpha - v \cdot \sin \alpha, \quad (4.2)$$

$$V_3 = u \cdot \cos \beta - v \cdot \sin \beta,$$

или матрично:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \cos \beta & -\sin \beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w \\ u \\ v \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

Узимајући у обзир наведене углове, конфигурацију сонди, матрица трансформације помоћу које се измерене компоненте брзине прерачунавају на ортогоналне компоненте Декартовог координатног система је:

	<i>z</i>	<i>x</i>	<i>y</i>
1	1	0	0
2	0	-0,8862	-0,4633
3	0	0,87462	-0,48481

Према упутству произвођача, у софтвер се уноси овде приказана матрица, а не њој инверзна преко које би се из измерених добиле компоненте у Декартовом координатном систему.

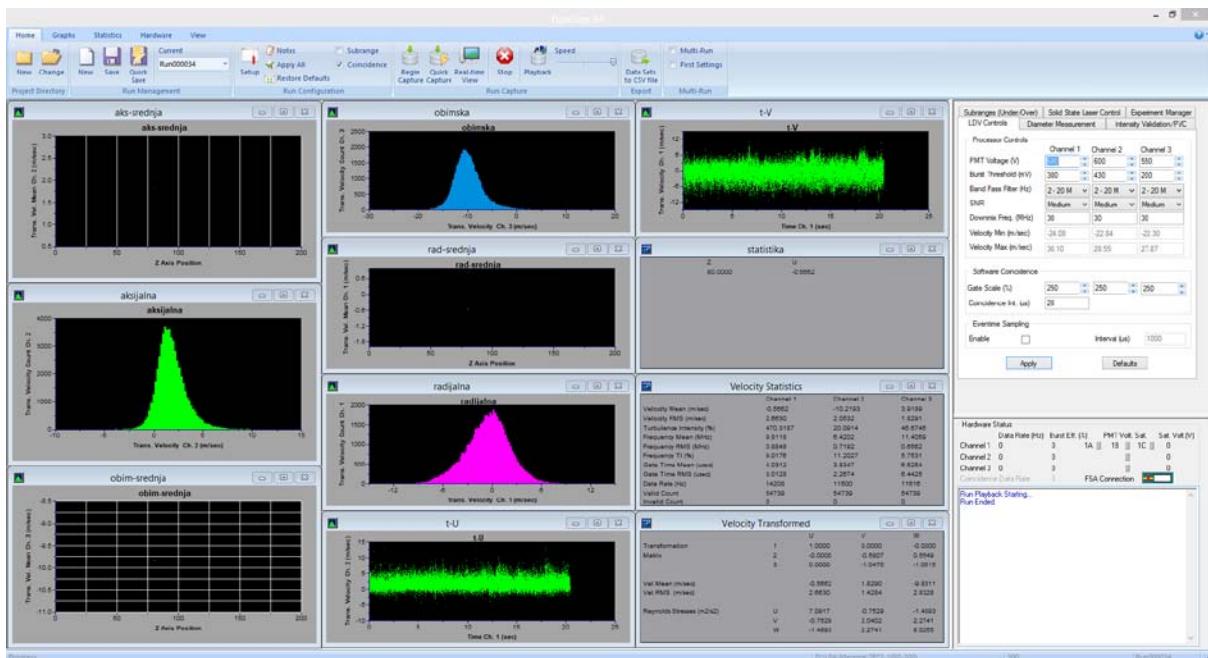
У складу са цилиндричним координатним системом (слика 4), усвојеним у оквиру ове дисертације, а такође и усвојеним мерним позицијама, интензитет радијалне компонетне брзине се мери директно - без прерачунавања, (зелени зраци двокомпонентне сонде), а аксијална и обимска компонента се прерачунавају (светло и тамноплави зраци у равни *xy*).

Након извршеног подешавања система, да може да мери у било којој тачки струјног простора, потребно је довести мерну запремину у одговарајућу позицију, тј. увезати систем са поларноцилиндричним координатним системом. Како је описано у претходном поглављу, вођица система је доведена у положај да је њена *x*-оса паралелна са *x*-осом поларноцилиндричног систем. Користећи могућности траверзе, потребно је довести мерну запремину у тачку (300,0,0). У ту сврху је коришћена провидна фолија, постављена на 300 mm од равни излаза из цеви, на коју се пројектују зраци помоћног ласера BOSCH GLL 3-80 (чија позиција није промењена од почетних подешавања), а у пресек линија се доводи мерна запремина ЛДА система. Када се систем доведе у одговарајући положај, координате се чувају тако да је могуће увек (након искључивања система, престанка рада напајања и сл.) вратити се на почетну мерну позицију.

## 4.2 Софтвер за аквизицију

Софтвер који је коришћен за аквизицију је FlowSizer64, верзија 4.3.0.2, који прати ЛДА систем и има одговорајуће апликације за комуникацију са системом за вођење.

На слици 16 приказан је изглед основног панела софтвера. У зависности шта је потребно приказати, могуће је прилагодити садржај и распоред одговарајућих елемената. Софтвер нуди различита подешавања како би се добио што је могуће квалитетнији сигнал. Такође, могуће је дефинисати програм мерења, тако да се систем након измерених вредности премешта у следећу мерну позицију.



Слика 16. Панел софтверског пакета FlowSizer 64.

Избор параметара који се односе на мерни опсег, осетљивост итд. налази се у горњем десном углу панела. На основу пробних мерења у више позиција извршена су подешавања и направљен је одговарајући избор. Имајући у виду карактер струјања, јасно је да је немогуће дефинисати јединствен избор параметара. Један од важних детаља при подешавању софтвера је избор тзв. коинцидентног мода. Постоји тзв. хардверски и одговарајући софтверски мод. Изабран је софтверски мод за коинциденцију у оквиру кога се дефинише коинцидентни интервал. Иако систем мери све компоненте посебно, бележи време када је одговарајући одбирац записан, а затим на бази дужине коинцидентног интервала проглашава заједнички тренутак у коме су забележене вредности све три компоненте. Интервал је биран у опсегу 5-20  $\mu$ s.

### 4.3 Извори мерне несигурности при ЛДА мерењима

Иако се сматра једном од најбољих мерних техника за мерење брзине флуида и представља апсолутну методу, коришћени ЛДА систем је веома сложен, његова мерна несигурност подложна је утицају различитих величине. Имајући у виду принцип рада ЛДА сонди, а такође и конфигурацију система, утицајне факторе је могуће поделити у две групе: једну, која се односи на несигурност једне ЛДА сонде, и другу, која се односи на несигурност везану за начин конфигурисања комплетног система (начин постављања, одговарајуће углове итд.)

Иако је апсолутна метода, различите утицајне величине као што су несигурност мерења угла између зрака, несигурност анализатора спектра и сл. доводе до тога да је потребно извршити калибрацију ЛДА система. То се најчешће ради помоћу калибрационог диска, који се обрће познатом угаоном брзином, и чија је обимска брзина позната. Међутим, тим поступком се уводе нове несигурности као што су тачност израде диска, брзина ротације итд. Из тог разлога, даје се други приступ одређивања мерне несигурности заснован на томе да је ЛДА апсолутна метода мерења брзине флуида.

#### 4.3.1 Мерна несигурност једнокомпонентне ЛДА сонде

Анализа мерне несигурности дата је у раду (Ilić и сар. 2019), а у оквиру овог поглавља се даје у нешто краћој форми.

Брзина која се мери ЛДА системом се дефинише на следећи начин:

$$v = d_f \cdot f_D, \quad (4.4)$$

где је  $d_f$  - растојање између интерференционих линија, а  $f_D$  - Доплерова фреквенција, са релативним мерним несигурностима  $u_{df}$  и  $u_{fD}$ , респективно.

Релативна мерна несигурност измерене брзине је:

$$u_{vr} = \sqrt{u_{df}^2 + u_{fD}^2}. \quad (4.5)$$

Релативна мерна несигурност Доплерове фреквенције  $u_{fD}$  је дефинисана карактеристикама анализатора спектра.

Растојање интерференционих линија је дато изразом:

$$d_f = \frac{\lambda}{2 \sin(\kappa)}. \quad (4.6)$$

Према томе, релативна мерна несигурност растојања интерференционих линија је:

$$u_{df} = \sqrt{u_{\lambda r}^2 + (\operatorname{ctg} \kappa)^2 u_\kappa^2}, \quad (4.7)$$

где је  $\lambda$  таласна дужина ласера, а  $\kappa$  половина угла који заклапају лазерски зраци, са одговарајућим релативним несигурностима  $u_{\lambda r}$  и  $u_\kappa$ , респективно.

Два зрака који су на растојању  $D$  на излазном сочиву, секу се у тачки жиже на растојању  $f_L$  од сочива. Из тога следи да је половине угла,  $\kappa$ ,

$$\operatorname{tg}(\kappa) = \frac{D}{2f_L}. \quad (4.8)$$

Користећи претходне изразе, добија се израз за релативну мерну несигурност интерференционих линија:

$$u_{df} = \sqrt{u_{\lambda r}^2 + \frac{u_D^2 + (D/f_L)^2 u_{fL}^2}{D^2 \left(1 + (D/(2f_L))^2\right)^2}}. \quad (4.9)$$

Поред несигурности растојања, постоји и додатни извор мерне несигурности везан за дисторзију интерференционих линија, који би у случају проласка једне честице просејања флуидне струје имао значајнији ефекат. Међутим, имајући у виду број одбирача, може се закључити да велики број честица прође кроз мерну запремину и при томе претпоставити да је просечна брзина кретања честица једнака брзини флуида.

### 4.3.2 Мерна несигурност трокомпонентног ЛДА система

На основу матрице трансформације, која укључује утицај углова које заклапају сонде, дати су изрази за израчунавање релативних мерних несигурности за сваку од компоненти које се мере ЛДА системом, узимајући у обзир да су сонде потпуно истих карактеристика:

$$u_{vr} = u_{\nu r}, \quad (4.10)$$

$$u_{ur} = \frac{1}{\sin(\alpha + \beta)} \sqrt{u_{\nu r}^2 A_u + u_\alpha^2 \left( \left( \frac{w}{u} \right)^{2i_u} B_u + \left( \frac{w}{u} \right)^{i_u} C_u + D_u \right)}, \quad (4.11)$$

$$u_{wr} = \frac{1}{\sin(\alpha + \beta)} \sqrt{u_{\nu r}^2 A_w + u_\alpha^2 \left( \left( \frac{u}{w} \right)^2 B_w + \left( \frac{u}{w} \right) C_w + D_w \right)}, \quad (4.12)$$

где су чланови:

$$\begin{array}{ll} A_u & \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta \\ B_u & \cos^2 \alpha \sin^2 \beta + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha \\ C_u & 2 \sin \alpha \sin \beta \sin(\alpha - \beta) \\ D_u & 2 \sin^2 \alpha \sin^2 \beta \end{array} \quad \begin{array}{ll} A_w & \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \\ B_w & \cos^2 \alpha \sin^2 \beta + \cos^2 \beta \sin^2 \alpha \\ C_w & 2 \cos \alpha \cos \beta \sin(\beta - \alpha) \\ D_w & 2 \cos^2 \alpha \cos^2 \beta \end{array}$$

Релативна мерна несигурност ласерске таласне дужине, због ширине линије ласера, је реда величине  $10^{-10}$  или мање. Мерна несигурност таласне дужине за зелени ласер (514,5 nm) је  $2 \cdot 10^{-6}$  μm, а за плаве (488 nm) и тамноплави зрак (476,5 nm) је  $4 \cdot 10^{-6}$  μm. Први члан у једначини (4.9) је четири реда величине мањи од другог, па се као такав може занемарити. У табели 9 дате су процене одговарајућих стандардних мерних несигурности.

Табела 9. Стандардне мерне несигурности утицајних величина

Параметар	Вредност	стандардна мерна несигурност $u$
растојање ласерских зрака	0,13 m	$2,31 \cdot 10^{-5}$ m
жижна даљина $f_L$	0,7575 m	$2,89 \cdot 10^{-4}$ m
растојање интерференционих линија $d_f$ (514,5, 488, 476,5 nm)	3, 2,84, 2,78 μm	релативно: 0,042%
углови $\alpha, \beta$	$27,6^\circ, 29^\circ$	0,0001 rad

Узимајући у обзир параметре дате у табели 5, једначине (4.10), (4.11), и (4.12) постају:

$$u_{\nu_r} = 0,293\%, \quad (4.13)$$

$$u_{ur} = \sqrt{u_{\nu_r}^2 \cdot 0,645 + \left(\frac{w}{u}\right)^2 \cdot (0,00354)^2 + \left(\frac{w}{u}\right) \cdot (0,000649)^2 + (0,00190)^2}, \quad (4.14)$$

$$u_{wr} = \sqrt{u_{\nu_r}^2 \cdot 2,23 + \left(\frac{w}{u}\right)^{-2} \cdot (0,00354)^2 + \left(\frac{w}{u}\right)^{-1} \cdot (0,00121)^2 + (0,00658)^2}. \quad (4.15)$$

Као што се може видети из једначина, у зависности од односа обимске и аксијалне компоненте брзине, мењају се и релативне мере несигурности. Узимајући тај однос за изабрану мерну позицију може се добити одговарајућа вредност, која се креће у интервалу 0,1 - 0,5%.

## 5 Експериментална истраживања утицаја рада вентилатора на статистичке моменте и процесе турбулентног преноса у вихорном млаzu

У претходним главама овог рада припремљена је теоријска и експериментална основа за извођење планираних мерења турбулентног брзинског поља у вихорном млаzu аксијалног вентилатора. У складу са тим, ова глава садржи физичко тумачење резултата мерења, који су обрађени разноврсним статистичким методама и оригиналним софтверима. Детаљна нумеричка интеграција у оквиру интегралних и диференцијалних релација допринела је анализи одређених величина, као и механизма турбулентног преноса. Од веома великог броја расположивих резултата приказани су они који на одговарајући начин изражавају суштину статистичке природе турбуленције у вихорном млаzu.

Велика пажња посвећена је разматрању осредњеног брзинског поља  $U_i$ , као и међусобне повезаности осредњеног и флуктуационог поља  $u_i$ . Тиме је добијен ближи увид у физику појаве турбулентног преноса и генерирање турбулентних напона  $-\rho \bar{u_i u_j}$ , као и кинетичке енергије турбуленције  $k$ . Анализа експерименталних расподела централних момената вишег реда довела је до значајних закључака о структури млаza како у попречним пресецима, тако и у подужном правцу млаza. Пошто произведени вртлог игра најбитнију улогу у овим процесима, приказано је поређење експерименталних резултата са теоријским моделима који описују расподелу обимске брзине  $W$ . Такође, истражени су утицаји бројева обртаја ротора вентилатора  $n_i$  (утицај Рейнолдсовог броја) и углова лопатица  $\beta_{R,j}$ .

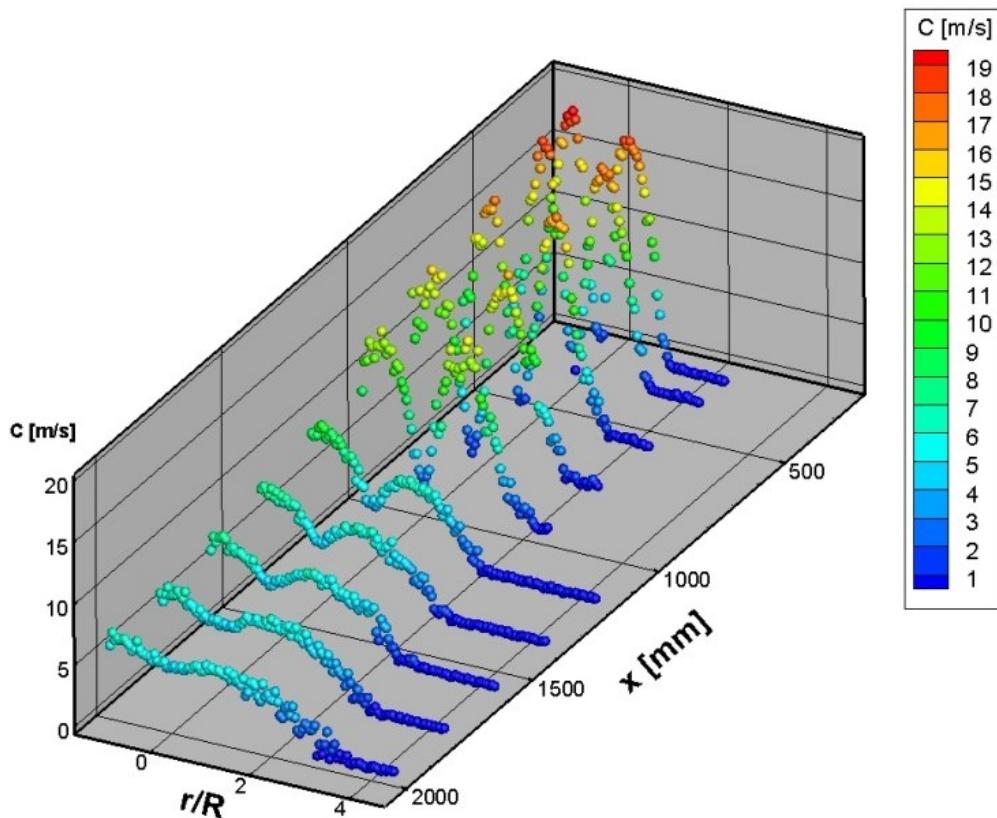
Потребно је истаћи још једну чињеницу, која се уважава како у петој, тако и у наредној, шестој глави. Наиме, урађене су детаљне обраде података за свих десет пресека  $x/D \approx 0,75; 1; 1,5; 2; 2,5; 3; 3,5; 4; 4,5; 5$ . Неки резултати су приказани у свих десет пресека, док су за неке изабрани карактеристични пресеци. При томе је вођено рачуна да се квантитативни пресеци „прелију” у квалитативне, тј. да суштински изражавају физичко-математичку природу турбулентних појава у вихорном млаzu. У том смислу су први, трећи и пети пресек изабрани као репрезентативни за анализу поједињих физичких величина и процеса.

## 5.1 Резултати мерења осредњеног брзинског поља и прорачун његових интегралних величина

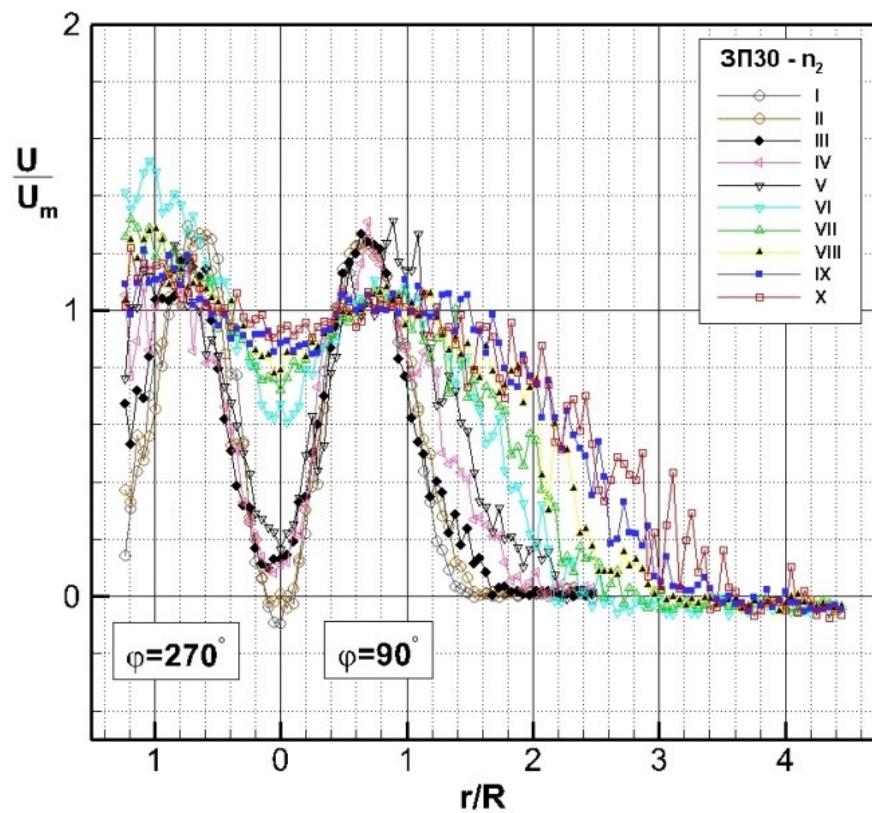
У овом поглављу се анализира сложено тродимензијско осредњено брзинско поље ( $U, V, W$ ), које се одликује нехомогеношћу и изразитим градијентима, нарочито у радијалном правцу. Израчунавају се основни интегрални параметри и одређује граница турбулентног вихорног млаза. Посебна пажња се посвећује величинама везаним за вртлог  $rW$  и  $W/r$ , као и утицају режима рада вентилатора на њих.

### 5.1.1 Емпириске радијално-аксијалне расподеле осредњене укупне, аксијалне, радијалне и обимске брзине

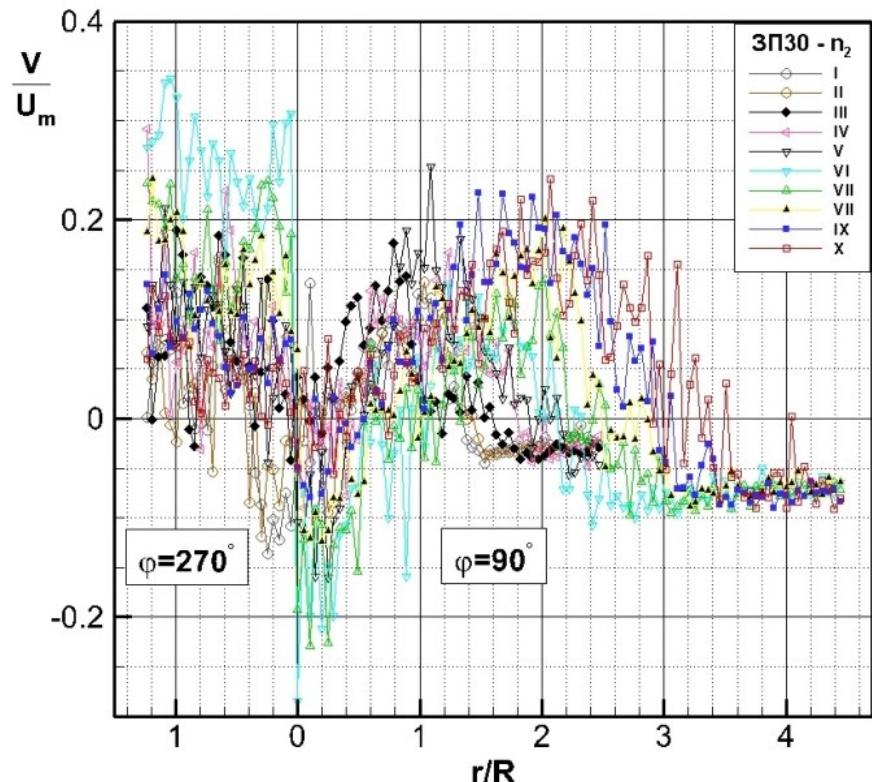
Осредњена брзинска поља за резултујућу  $C$ , аксијалну  $U$ , радијалну  $V$  и обимску  $W$  брзину, у свих десет мерних пресека приказана су на сликама 17 - 20 у облику експерименталних зависности  $U_i / U_m = f_i(r/R, x_l / D, 3П30, n_2)$  у којима је  $i=1,2,3$  и  $l \in L$ , где је  $L$  скуп свих пресека, тј.  $L = \{\text{I}, \text{II}, \text{III}, \dots, \text{X}\}$ . Уочава се развој струјања и континуална деформација профиле свих осредњених брзина са присутним градијентима у радијалном и аксијалном правцу. Изводи све три компоненте у радијалном правцу  $\partial_r U_i$  су рачунати не само због анализе брзинског поља, већ и због поједињих чланова у диференцијалним једначинама преноса турбулентних напона, што ће у наредним поглављима бити анализирано.



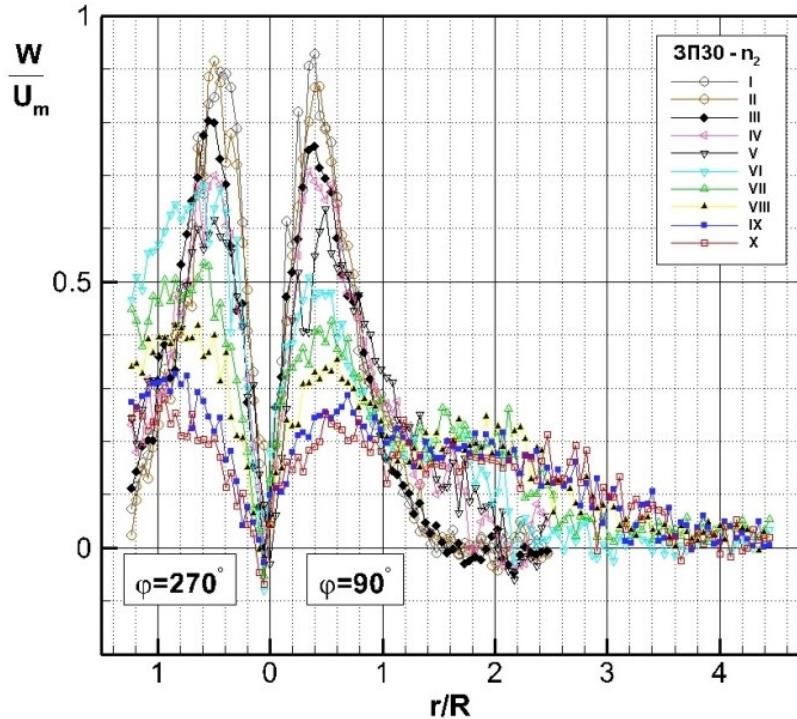
Слика 17. Просторна (радијално-аксијална) емпириска расподела укупне брзине  $C=C(r,x)$  у вихорном млазу аксијалног вентилатора ЗП30 при обртању ротора  $n_2 = 1500 \text{ min}^{-1}$ .



Слика 18. Експериментална радијално-аксијална расподела осредњене аксијалне брзине  $U$  у вихорном млазу генерисаном обртним колом ( $n_2=1500 \text{ min}^{-1}$ ) аксијалног вентилатора ЗП30.



Слика 19. Осредњено поље радијалне брзине  $V$  у меридијанској равни вихорног млаза аксијалног вентилатора ЗП30 при  $n_2$ .

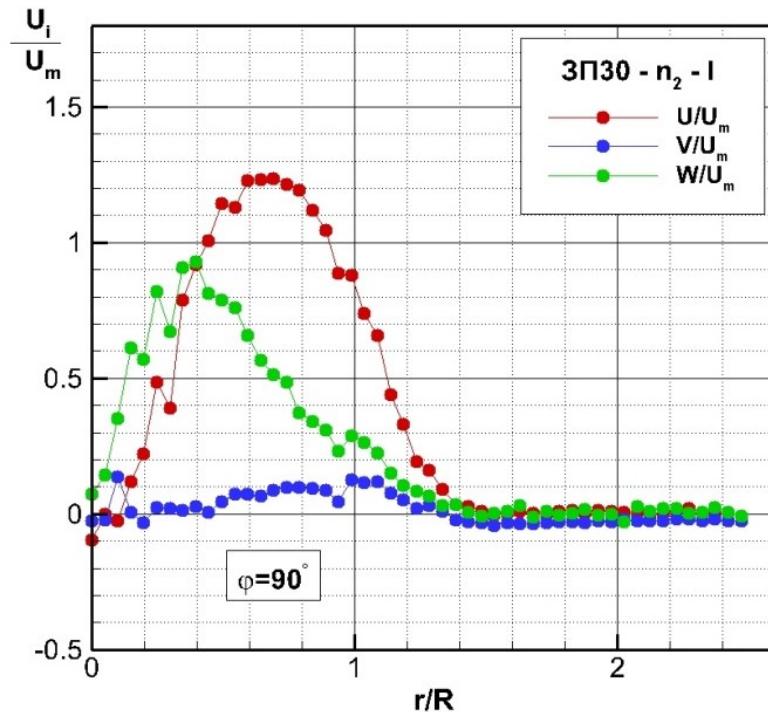


Слика 20. Радијално - аксијална еволуција обимске брзине  $W$  у турбулентном вихорном млазу индукованом ротацијом  $n_2$  обртног кола аксијалног вентилатора ЗП30.

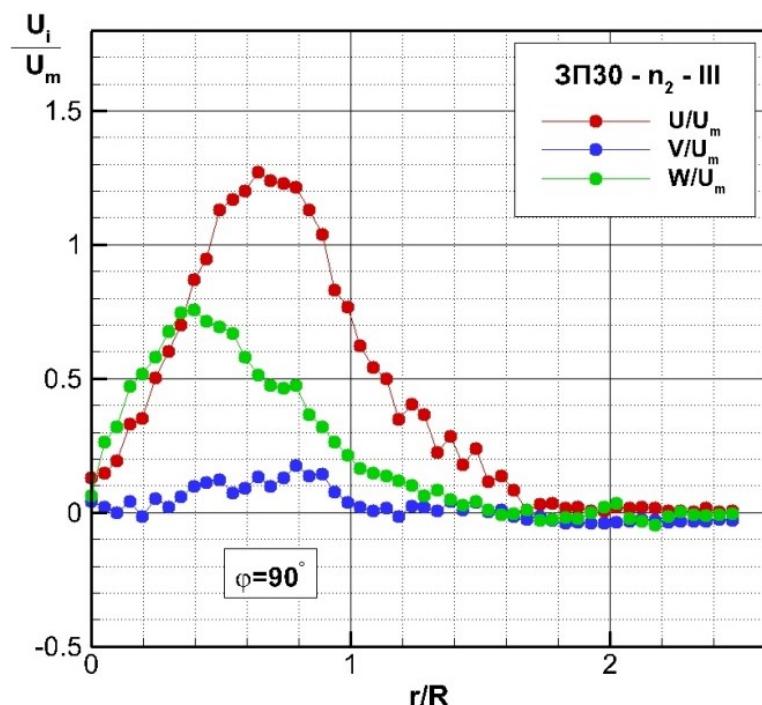
У теоријском делу је истакнуто да вртлог, тј. генерисана обимска брзина има доминантан утицај на брзинско поље, као и поље притиска. Наиме, тангенцијална брзина  $W$  знатно деформише профил аксијалне брзине  $U$  који добија М - облик, са слабо израженим повратним, тј. рециркулационим струјањем у два почетна пресека. Услов за повратно струјање је испуњен, јер је израчунати вихорни број  $\Omega$ , који је приказан на слици 33 већи од вредности 0,4 при којој се јавља повратно струјање као што је истакнуто у раду Kitoh (1991). Овај феномен, међутим, још увек није доволно објашњен, посебно са математичке стране гледишта. У низструјним пресецима профил аксијалне брзине  $U$  је све равномернији, са строгом хијерархијом величине  $\partial_x U > 0$  у домену  $0 < r/R < 0,5$ . Изван ове области, карактер расподеле  $U$  указује на радијално ширење млаза, при чему максималне вредности  $U_{\max}$  не припадају језгру млаза. Према томе, у области у близини осе млаза профил аксијалне брзине је конкаван, чак и у крајњем пресеку  $x_x/D = 5$  (слика 18). Физички то значи да процес развоја није довршен, да је вртлог још увек присутан (слика 20) и да трансформација у аксијални млаз није била могућа у разматраним струјним условима.

Развој и трансформација радијалне брзине  $V$  су такође повезани са присуством и расподелом обимске брзине  $W$ . Профили брзине  $V$  су у вихорном млазу врло карактеристични (слика 19). То се односи како на интензитет радијалне брзине, тако и на њен знак. Карактеристични су домени у којима она расте ( $\partial_r V > 0$ ) и опада ( $\partial_r V < 0$ ), као и тачке у којима мења знак. Овим појавама ће бити више речи при разматрању поља турбулентних напона, као и струјних области у којима се они генеришу. Битно за конвекцију и појаву турбулентне размене је да се анализира интензитет и промена знака радијалне брзине. Тако се нпр. у пресецима  $x_l/D$ , где је  $l = I, III$  и  $V$ , вихорног млаза мења карактер радијалног кретања, као и интензитети и знаци извода  $\partial_r V$ . У области у близини осе, пресека III (слике 19 и 22) је  $\partial_r V < 0$ , у домену

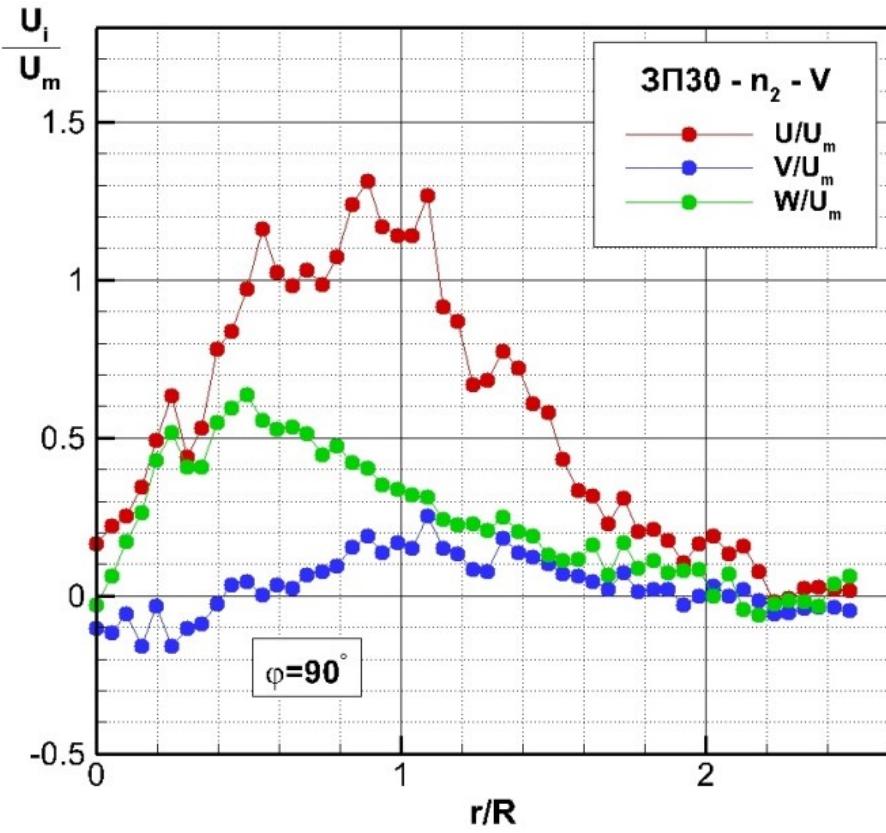
$0.3 < r/R < 0.8$  је  $\partial_r V > 0$ , да би све до  $r/R = 1.2$  опет важила релација  $\partial_r V < 0$ . Са даљим порастом радијалне координате, профил радијалне брзине постаје приближно равномеран, тако да су и радијални градијенти  $\partial_r V$  мањег интензитета, а промена њиховог знака при приближавању граници млаза се остварује наизменично, при чему је претежно  $\partial_r V < 0$ .



Слика 21. Аксијална, радијална и обимска компонента брзине за пресеку I у зависности од растојања од осе ( $r/R$ ) при брзини обртања  $n_2$  аксијалног вентилатора ЗП30.



Слика 22. Радијална расподела аксијалне, радијалне и обимске брзине у пресеку III вихорног млаза генерисаног ротацијом  $n_2$  обртног кола аксијалног вентилатора ЗП30.



Слика 23. Расподела све три компоненте брзине у пресеку V турбулентног вихорног млаза при  $n_2$  обртног вентилатора ЗП30.

У мерним тачкама  $(x_k, r_j)$  извршена су мерења и примењена је Рейнолдсова статистика осредњавања, која је између осталог, дала и осредњено брзинско поље  $(U, V, W)$ . На основу такве базе експерименталних података добијена је фамилија десет експерименталних кривих  $\frac{W}{U_m} = f_w(r_j/R, x_k/D, \text{ЗП30}, n_2)$  за генерирану обимску брзину, аксијалним вентилатором ЗП30

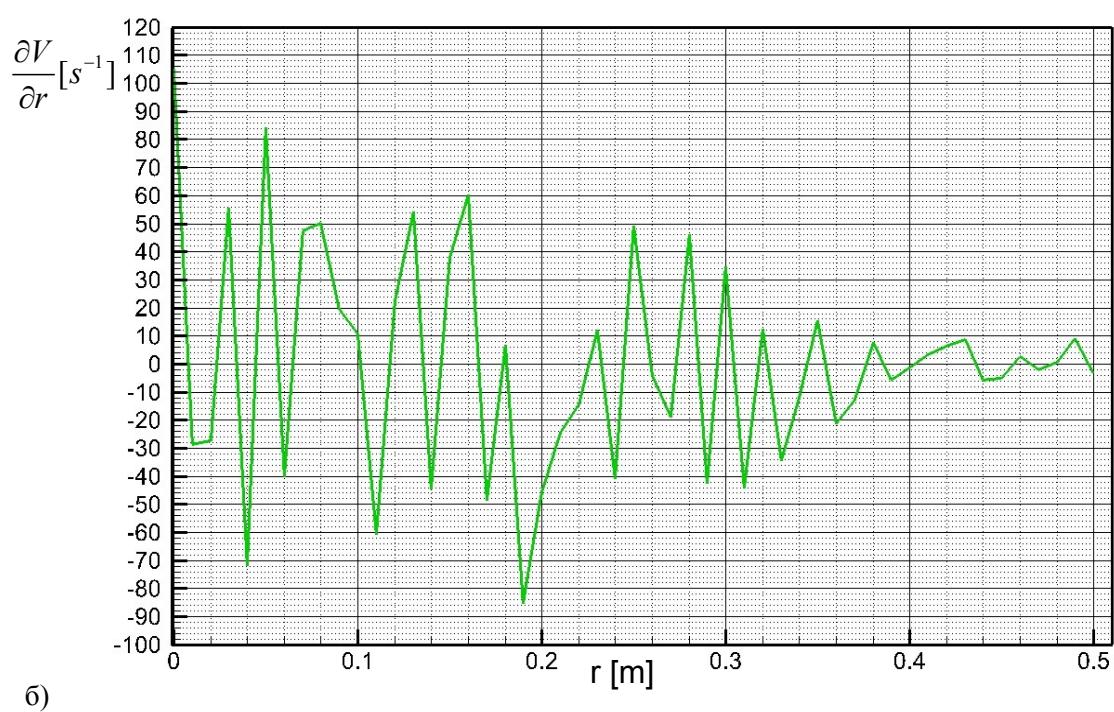
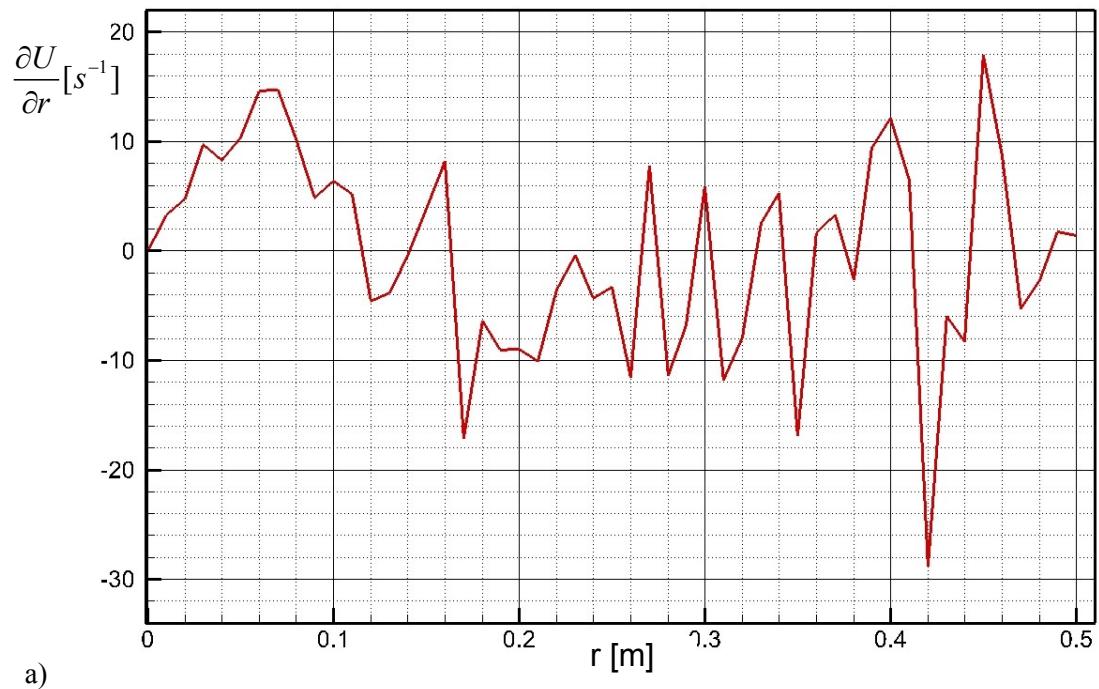
при режиму  $n_2$  (слика 20). При томе  $r_j$  означава радијалну координату у вертикалној меридијанској равни ( $\varphi = 90^\circ$  и  $\varphi = 270^\circ$ ), док у аксијалној координати  $x_k$  индекс  $k$  узима вредности пресека  $k = \text{I, II, III, ..., X}$ .

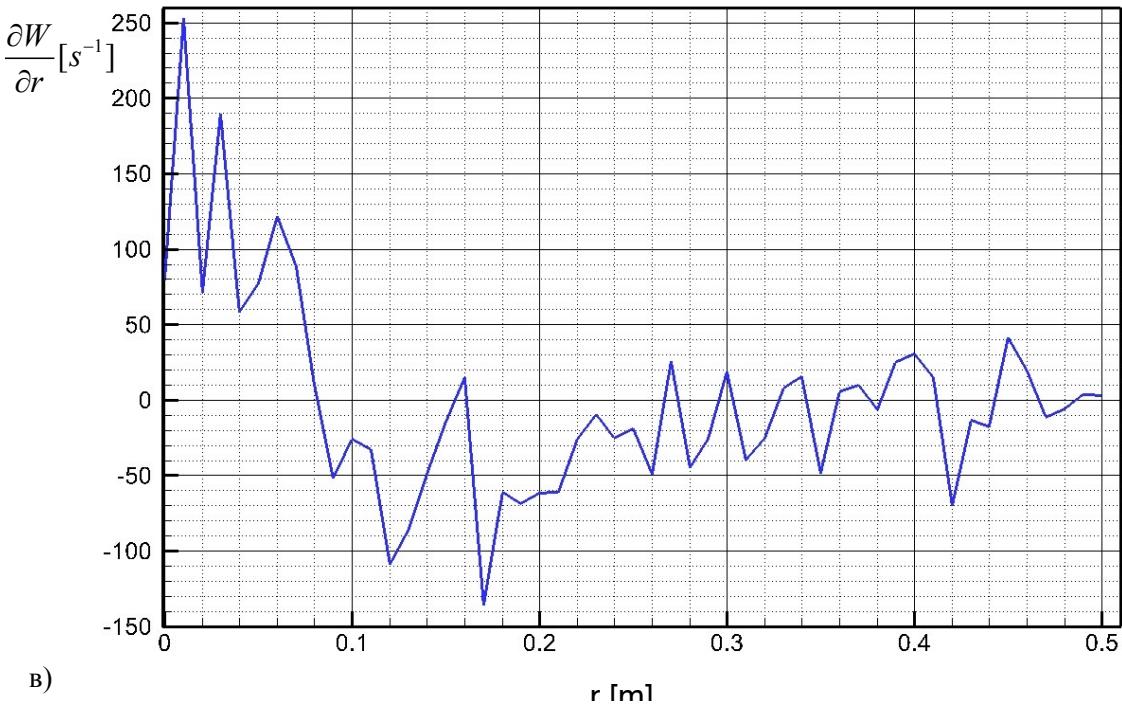
У глави 2 су анализирани модели вртлога који одговарају различитим класама струјања. Неки од тих модела налазе своју експерименталну верификацију у емпириским расподелама обимске брзине  $W$  (слике 20-23), што ће у овом поглављу бити потврђено. Наиме, у сваком од наведених модела вртлога истраживање геометријског места тачака у којима обимска брзина узима максималне вредности  $W = W_{\max}$  заузима посебно место. Са тим су повезани појмови језгра вртлога и њиховог пречника, као и расподеле вртложности и циркулације. Експерименти показују да се тачке  $r = r_{W-\max}$ , у којима су вредности  $W_{\max}$ , налазе, у свим пресецима ближе оси од тачака које одређују положаје максималних вредности аксијалне брзине  $U = U_{\max}$ . Са порастом аксијалне координате  $x$  брзина  $W$  у области  $0 < r/R < 1$  опада тако да се  $W$ -профили, заједно са својим  $W_{\max}$ , правилно хијерархијски ређају у складу са редоследом пресека I-X. Изван те области то више није случај, јер профили обимске брзине  $W$  мењају своје положаје, „мешају се”, не прате редослед мерних пресека. Такав развој

струјања доводи до све равномернијих расподела тангенцијалне брзине у низструјним пресецима (слике 20-23).

Структура осредњеног брзинског поља  $U_i$  са истовременим приказом све три компоненте  $U, V, W$  у три карактеристична пресека I, III и V, дата је на сликама 21, 22 и 23. Оне на најбољи начин потврђују претходне анализе, али омогућују још јаснији увид у сложеност физичких појава у турбулентном пољу вихорног млаза. Ту се пре свега мисли на процесе конвекције и турбулентне дифузије, као и генерисања турбуленције у приказаном изразито нехомогеном и тродимензијском пољу у смислу не флуктуационих, већ осредњених брзина. Приказани емпириски профили све три брзине показују да поред глобалних максимума (у оквиру одговарајућих пресека), на пример за пресек III,  $U = U_{\max}$  за  $r/R \approx 0,65$  и  $W = W_{\max}$  за  $r/R = 0,4$  (слика 22), постоји и већи број локалних максимума за све три компоненте брзина. Комплексност структуре осредњеног брзинског поља постаје још очигледнија када се претходним елементима придода присуство превојних тачака у профилима осредњених брзина, као и присуство хетерогених промена  $\partial_r U_i$  све три компоненте у радијалном правцу вихорног млаза.

За физичко утемељење анализа у наредним поглављима битне су диференцијалне карактеристике  $\partial_x U_i$  и  $\partial_r U_i$  осредњеног брзинског поља. При томе су битни не само интензитети и знаци ових величина, већ и њихове међузависности у појединим доменима струјног поља млаза. При томе су мерна тачка и измерена вредност у њој најбитније, тако да појам „диференцијална карактеристика  $\partial_r U_i$ “ подразумева промену  $\Delta U_i / \Delta r$ , где је  $\Delta r$  радијално растојање између мерених тачака. Овим нумеричко - експерименталним поступком се обухватају искључиво експерименталне вредности  $U_i$ , а њихове радијалне промене су, математички гледано, изражене количником диференци, а не диференцијала. Резултат тога су не глатке криве и одговарајући полиноми, већ вредности промене величине  $U_i$  у  $r$ -правцу и одговарајућој мерној тачки што се приказује сложеним изломљеним линијама са јасним физичко - математичким значењем. Овакви дијаграми садрже значајне информације о брзини промене компоненте брзине  $U_i$  у радијалном правцу, местима њеног максимума, локалних максимума и минимума, као и о спрези осредњеног и флуктуационог брзинског поља. Због тога ће дијаграми приказани на слици 24 играти значајну улогу у даљој анализи вихорног млаза. На пример, спрезање поља величине  $\partial_r U_i$  са пољем корелације  $\bar{uv}$  не само да дефинише продукцију турбуленције, већ одређује и карактер турбулентног преноса, о чему ће касније бити речи.





Слика 24. Промене осредњеног брзинског поља у радијалном правцу за: а) аксијалну, б) радијалну и в) обимску брзину у пресеку III, за ЗП30 и  $n_2$ .

На слици 24а се уочава да прва нулта вредност  $\partial_r U = 0$  одређује вредност максималне брзине  $U/U_m(r/R \approx 0,65) = (U/U_m)_{\max}$ , дијаграм на слици 24в даје расподелу обимске брзине  $W/U_m(r/R \approx 0,4) = (W/U_m)_{\max}$ . Промене радијалне осредњене брзине (слика 24б) у попречном правцу су врло сложене и анализиране су у претходном делу текста. Интересантно је да је интензитет промене радијалне брзине у мерном пресеку III значајно већи од промене аксијалне брзине, али мањи од обимске, како следи:  $-20 < (\partial_r U)_{\max} < 18$ ,  $-75 < (\partial_r V)_{\max} < 85$  и  $-140 < (\partial_r W)_{\max} < 240$ .

Битно је на овом месту истаћи да је мерењима потврђена претпоставка о статистичкој осносиметричности струјног поља (слике 18, 19 и 20), што је не само са математичке, већ и физичке тачке гледишта од великог значаја.

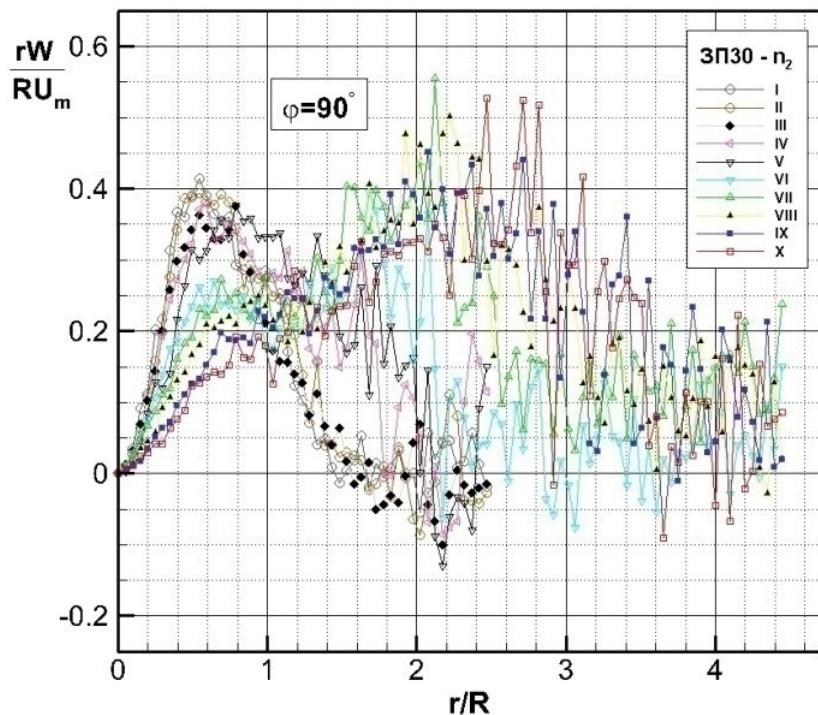
Битно је, пре преласка на друге карактеристичне величине које се одређују из осредњеног поља, истаћи значај величина  $\partial_r U_i$  које су приказане на слици 24а. У глави 2 је теоријски разматрана, између осталих, и међузависност величине  $-\bar{uv} \partial_r V$  која одређује продукцију важног Рейнолдсовог смицајног напона  $-\rho \bar{uv}$ . Тако и члан  $-\bar{v}^2 \partial_r V$  учествује у генерирању нормалног турбулентног напона  $-\rho \bar{v}^2$ . Теоријска разматрања у глави 2 посебно су посвећена анализи утицаја модела вртлога и расподеле обимске компоненте  $W$  на структуру турбуленције у вихорном млазу. С тим у вези разматран је и утицај величине  $-\bar{vw} \partial_r W$  на продукцију Рейнолдсовог нормалног напона  $-\rho \bar{w}^2$ , као и значај релације  $-\bar{uv} \partial_r W$  у генерирању смицајног турбулентног напона  $-\rho \bar{u} \bar{w}$ .

Велика улога генерисаног вртлога огледа се у физичком значењу величина  $rW$  и  $W/r$  и њиховој улози у струјном пољу млаза. Најпре се напомиње да у продукцији корелације  $\bar{vw}$  учествује величина  $-\bar{v^2} r^{-1} \partial_r(rW)$ , као и да међузависност осредњеног и флуктуационог брзинског поља  $\bar{uw}$   $W/r$  дефинише генерисање корелационог момента  $\bar{uv}$ . Значај величина  $rW$  и  $W/r$ , међутим знатно је већи, како је то у глави 2 и показано. Из тог разлога се анализирају њихове експерименталне расподеле приказане на сликама 25-29 у наредном поглављу.

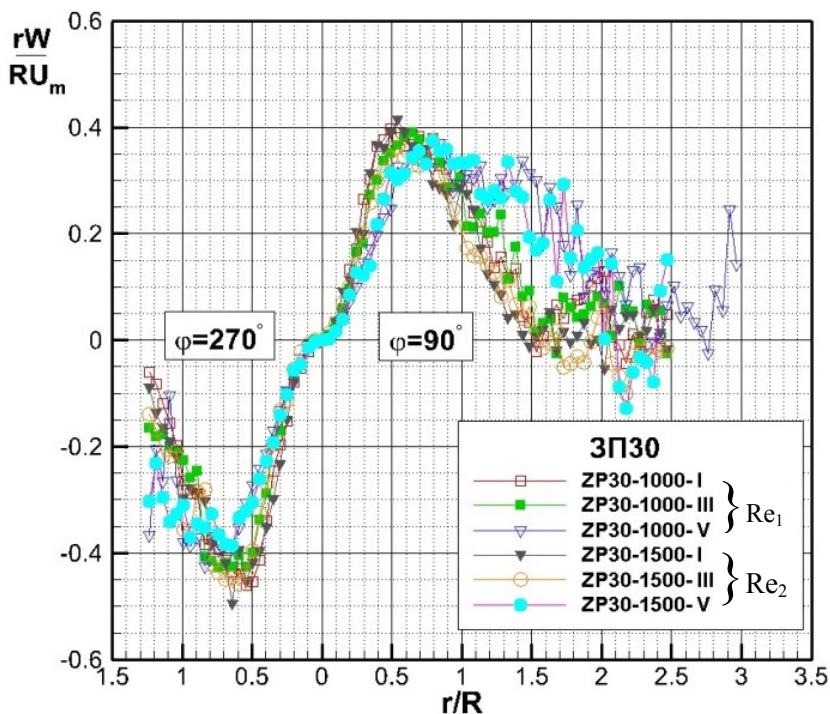
### **5.1.2 Истраживање утицаја Рейнолдсовог броја и угла лопатица обртног кола вентилатора на карактер дејства вихора на турбуленцију**

Разматрање одређених модела вртлога у глави 2 суштински је повезано са циркулацијом  $\Gamma_w = 2\pi r W$  као незаобилазном карактеристиком вртлога и ротационог кретања флуида. Слика 25 приказује експерименталну расподелу циркулације  $rW$ , тј. њеног бездимензионог облика  $\Gamma_w^* = W/RU_m$ , при чему је појам циркулације разматран у глави 2. Сложеност поља величине  $rW/RU_m = f(r/R, x_l/D; 3П30, n_2)$  приказане у меридијанској полуравни  $\varphi=90^\circ$  указује на комплексну структуру вртлога генерисаног аксијалним вентилатором. Циркулације у пресецима I-IV у домену ближе оси расту све до  $r/R \approx 0,5$  где достижу своје највеће вредности, а потом опадају при удаљавању од осе. Максималне вредности  $\Gamma_w = \Gamma_{w,\max}$  за остале пресеке налазе се нешто даље од осе, али су у домену  $0 < r/R < 1$  и мање су од  $\Gamma_w$  у пресецима I-V. Оно што је битно истаћи је да се вредности циркулације  $rW$  у домену  $0 < r/R < 1$  смањују хијерархијским редоследом од почетног (I) до крањег (X) мерног пресека. То међутим, није случај у осталом делу струјног простора вихорног млаза у коме су промене циркулације хетерогене и хаотичне, што је посебно изражено за  $2 < r/R < 4$ . У овом домену су чак циркулације у пресецима VIII-X највеће, при чему величине  $rW$  имају блажу промену од пресека VI до X, него од пресека I до V. Битно је напоменути, како се то и уочава на слици 25, да најбрже опадају највеће почетне циркулације, тј., циркулације у пресецима I до IV, у ознаки  $\Gamma_{w(I)} - \Gamma_{w(IV)}$ , имају највеће негативне промене у радијалном правцу  $\partial_r(W \cdot r) < 0$ . Негативне вредности циркулација  $\Gamma_{w(I-IV)} < 0$  остварују се у области попречног пресека  $1,5 < r/R < 2,4$ , сагласно емпириској расподели обимске брзине  $W$  (слика 20).

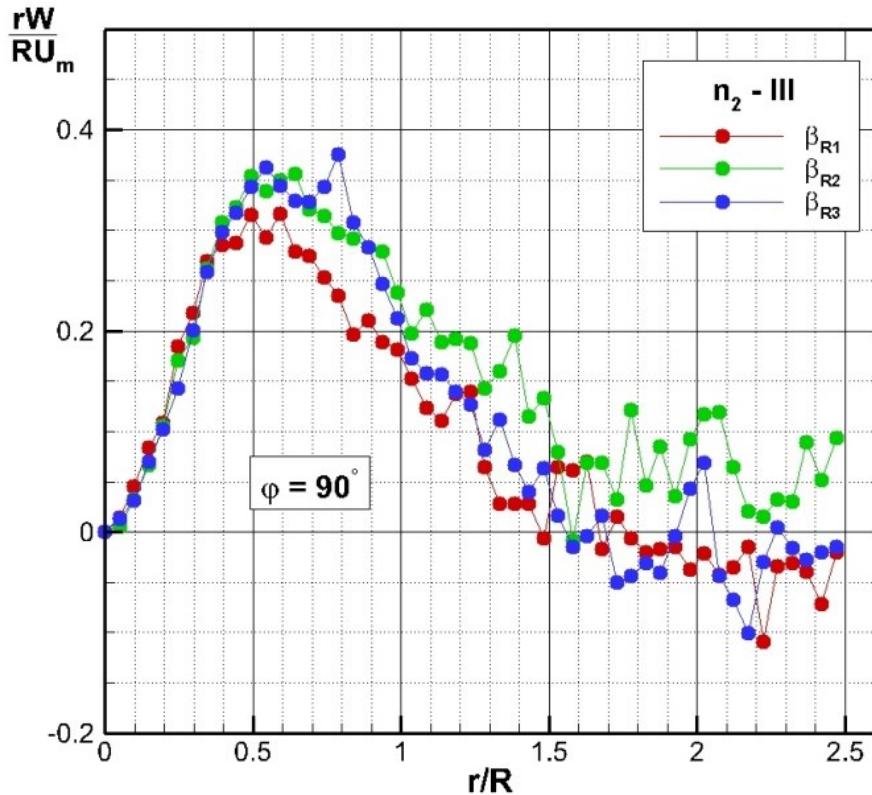
Експерименталне криве  $\Gamma_w^* = \Gamma_w^*(r/R, x_l/D; Re, i)$  за аксијални вентилатор 3П30, при чему су  $l = I, III$  и  $V$  и  $i = 1, 2$ , приказују какав је утицај Рейнолдсовог броја на циркулацију  $\Gamma_w^*$ . Максимуми циркулације се концентришу око вредности  $r/R \approx 0,5$ , при чему у домену  $0 < r/R < 0,55$  важи релација  $\partial_r(W \cdot r) > 0$ . У тој области је у пресецима I и III већи утицај Рейнолдсовог броја  $Re_2$ , док утицај  $Re_1$  на циркулацију постаје нешто већи од утицаја  $Re_2$  у пресеку V. У интервалу  $0,55 < r/R < 1$  су оба утицаја приближно иста са широкопојасним преклапањем. Знатније раслојавање утицаја јавља се у домену  $1 < r/R < 2$  где је у пресеку V већи утицај  $Re_1$  од  $Re_2$  што важи и за пресек III. При даљем расту радијалне координате утицаји су измешани, а на негативне вредности циркулације у интервалу  $1,5 < r/R < 2,4$  изразитије утиче Рейнолдсов број  $Re_2$  него број  $Re_1$ .



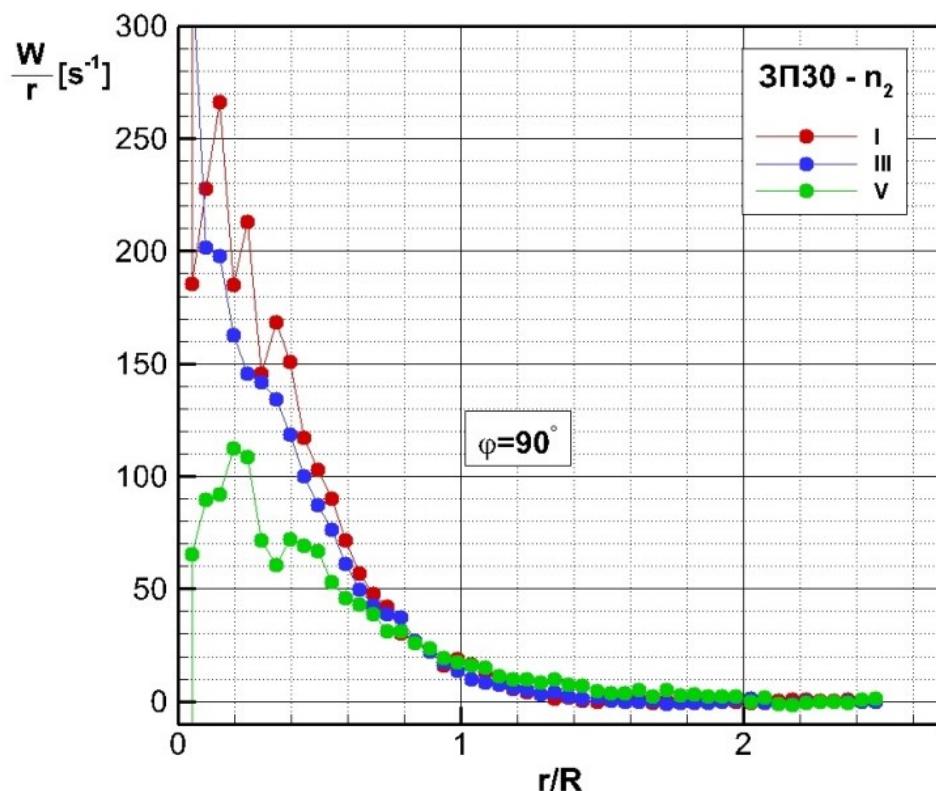
Слика 25. Низструјни развој величине  $rW$  у вихорном млазу аксијалног вентилатора ЗП30 при режиму рада  $n_2$ .



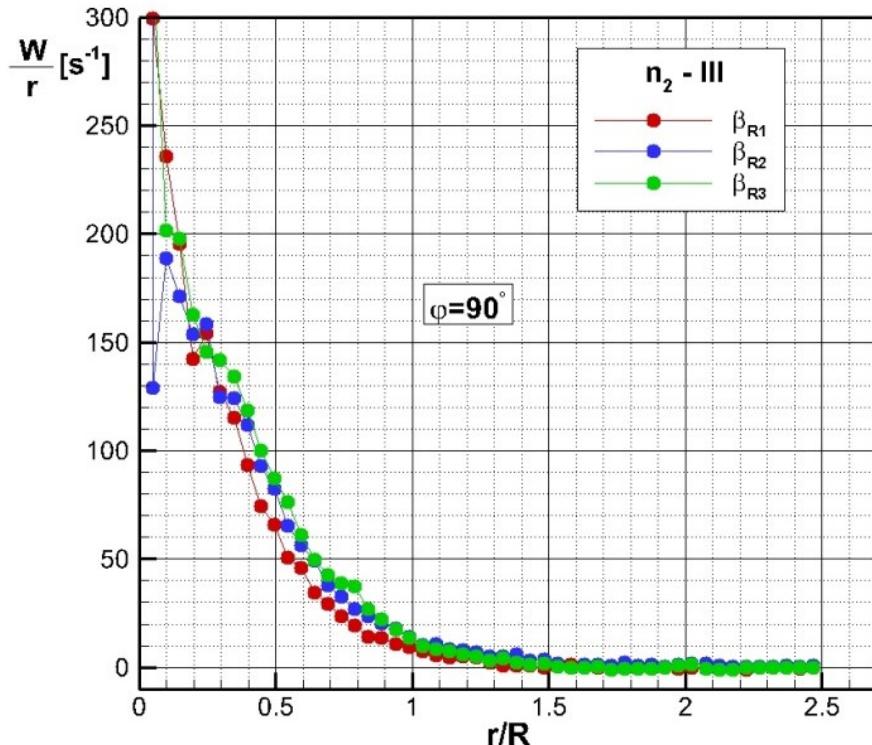
Слика 26. Утицај Рејнолдсовог броја  $Re_i$  ( $i=1,2$ ) на расподелу величине  $rW$  у пресецима I-III-V турбулентног вихорног млаза аксијалног вентилатора ЗП30.



Слика 27. Анализа утицаја угла лопатица  $\beta_{R,i}(i=1,2,3)$  на понашање величине  $rW=f(r/R)$  у пресеку III вихорног тубулентног млаза када је  $n=n_2$ .



Слика 28. Статистичка - емпириска расподела величине  $\frac{W}{r}=f\left(\frac{r}{R}, \frac{x_l}{D}; 3\text{П}30, n_2\right)$ , где је  $l=\text{I}, \text{III}$  и  $\text{V}$ .



Слика 29. Утицај угла лопатица  $\beta_{R,i}$  ( $i=1,2,3$ ) на радијалну расподелу величине  $W/r$  у пресеку III млаза вентилатора при  $n_2$ .

Слика 27 омогућава извођење интересантних конструкционо - енергетских закључака, у смислу сагледавања чињенице какве расподеле циркулација у попречном пресеку III у истом режиму рада генеришу аксијални вентилатори ЗП22, ЗП26 и ЗП30. Експерименталне зависности облика  $\Gamma_W^* = rW/RU_m = \Gamma_W^*(r/R, \beta_{R,i}; \text{III}, n_2)$ , где је  $i=1,2,3$ , показују да су у области близу осе, у домену  $0 < r/R < 0,4$  утицаји сва три угла  $\beta_{R,i}$  приближно исти. Криве  $\Gamma_W^*$  достижу своје максимуме у  $r/R = 0,5$ , а потом, са повећањем  $r$ , опадају. Уочава се да је у целокупном пресеку III доминантан утицајугла  $\beta_{R,2} = 26^\circ$ , осим у једном делу домена  $0,5 < r/R < 1,5$ . Утицаји друга дваугла се наизменично мењају. На пример, у области пресека  $1 < r/R < 1,5$  је већи утицајугла  $\beta_{R,3}$ , док у интервалу  $1,5 < r/R < 2,5$  ту улогу преузима угао  $\beta_{R,1} = 22^\circ$ . Област појаве негативних вредности  $rW$  је иста као и у претходним случајевима (слике 25 и 26), дакле за  $1,5 < r/R < 2,5$ . Потребно је у овој анализи истаћи да се вредности емпириске криве  $rW/RU_m$ , које одређују промене циркулације у радијалном и аксијалном правцу вихорног млаза, смањују при већим радијалним координатама. На то указују слике 25 и 26, а посебно експериментална крива која одређује циркулацију при раду аксијалног вентилатора ЗП30, тј. при утицају угла  $\beta_{R,3} = 30^\circ$  на циркулацију  $\Gamma_W^*$  у домену  $2,3 < r/R < 2,5$ . Познато је да се тада може говорити о струјању са константном циркулацијом  $rW = \text{const.}$  Претходни закључак за вентилатор ЗП30 и пресек III потврђује и понашање нумеричко-експерименталне криве  $\partial_r(rW) = f(r/R; \text{III}, n_2, \text{ЗП30})$ .

У глави 2 је показано да величина  $W/r$  и њене промене, посебно у радијалном правцу, имају велику улогу у анализи турбуленције и утицаја генерисаног вртлога на турбулентно струјно поље у вихорном мгазу. Ова величина карактерише ротационо кретање, тј. обртање флуида и одређује угаону брзину  $\Omega_w = W/r$ . Радијалне експерименталне расподеле ове величине приказане су на сликама 28 и 29. За режим рада ЗП30 при  $n_2$  на слици 28 дате су промене величине  $W/r$  у три карактеристична пресека мгаза. Расподеле су у складу са експериментално добијеним профилом обимске брзине  $W$  произведеног вртлога у датом режиму рада аксијалног вентилатора. Када се изузме област у непосредној близини осе ( $r \rightarrow 0 \Rightarrow W/r \rightarrow \infty$ ), онда се у пресецима I и V у домену  $r/R < 0,2$  јавља раст функције  $W/r$ , тако да је у мерној тачки  $r/R \approx 0,1$  максимална вредност  $(W/r)_{\max}$  у пресеку I, док је  $\Omega_w(r/R \approx 0,2; V) = \Omega_{w,\max}$ . Међутим, у наведеном домену ( $r/R < 0,2$ ) за пресек III, функција  $\Omega_w$  опада са повећањем радијалне координате, што је разлика у односу на пресеке I и V. Међусобни положај кривих  $\Omega_w$  одговара физици процеса, јер су угаоне брзине највеће у пресеку I, мање у III, а најмање у петом пресеку. Та хијерархијска уређеност се одржава све до  $r/R < 0,8$ , када функција  $W/r$  у интервалу  $0,8 < r/R < 2,3$  постаје нешто већа у пресеку V, од вредности у пресецима I и III.

Слика 29 приказује експерименталне криве које написане у облику  $W/r \equiv \Omega_w(r/R, \beta_{R,i}; \text{III}, n_2)$ , где је  $i = 1, 2, 3$ , дефинишу утицај угла лопатица  $\beta_{R,i}$  ротора аксијалног вентилатора на генерисани вртлог, који је, како је већ показано, врло сложене структуре. Природно је да је утицај угла  $\beta_{R,3}$  доминантан, јер је он већи од остала два угла  $\beta_{R,1}$  и  $\beta_{R,2}$  и то је посебно изражено у домену  $0,15 < r/R < 1,1$ . У области око осе, све до  $r/R < 0,15$  утицај угла  $\beta_{R,1}$  је већи од утицаја  $\beta_{R,2}$  и  $\beta_{R,3}$ , док у интервалу  $1,1 < r/R < 1,5$  нешто већи утицај има  $\beta_{R,2}$ . За вредности радијалне координате  $r/R > 1,5$  утицаји угла  $\beta_{R,i}$  на угаону брзину  $\Omega_w$  су приближно исти. Опадајући карактер кривих  $W/r$  је исти за сва три угла.

У циљу физичког тумачења улоге величине  $W/r$  у функцијама  $\bar{u}_i u_j \partial_r(W/r)$  урађене су нумеричке анализе промене угаоне брзине  $\Omega_w = W/r$  у доминантном, радијалном правцу мгаза, које су обележене симболом  $\partial_r(W/r)$ . Добијени нумеричко-експериментални „тестерасти“ дијаграми, представљени скуповима изломљених линија, омогућили су ближи увид у процесе турбулентне размене, као и у структуру турбуленције у струјном пољу вихорног мгаза. Тако је, на пример, величина  $-\bar{w} \partial_r(W/r)$  одговорна за генерисање и расподелу кинетичке енергије турбуленције  $k$  у струјном простору мгаза. О овоме ће бити више речи у поглављу о генерисању турбуленције и поља турбулентних напона.

### 5.1.3 Израчунавање интегралних величина и границе турбулентног вихорног мгаза

Интегралне величине карактеришу средње вредности струјних или неких других појава, у одређеним физичким просторима. Оне представљају врло важне карактеристике струјног поља и као глобалне, макро-вредности дају увид у битне параметре посматраног система. Често имају значајну улогу при пројектовању и прорачуну у техничкој пракси. У табели 10 дате су интегралне величине најбитније за овај рад, иако постоје и друге (средње вредности количине кретања, момента количине кретања, притиска, вртложности итд.), али оне нису рачунате у оквиру ове дисертације. Израчунате су следеће величине: запремински проток  $Q$ , средња брзина  $U_m$ , Рейнолдсов број  $Re$ , средња циркулација  $\Gamma$  и вихорни број  $\Omega$ . При томе

се мисли на средње вредности у попречном пресеку млаза, које се, на основу експерименталних података израчунавају на основу израза:

$$Q = 2\pi R^2 \int_0^1 k U dk, \quad k = r/R, \quad (5.1)$$

$$U_m = Q / (R^2 \pi), \quad (5.2)$$

$$\text{Re} = U_m D / \nu, \quad (5.3)$$

$$\Gamma = \frac{4\pi^2 R^3}{Q} \int_0^1 k^2 U W dk, \quad k = r/R, \quad (5.4)$$

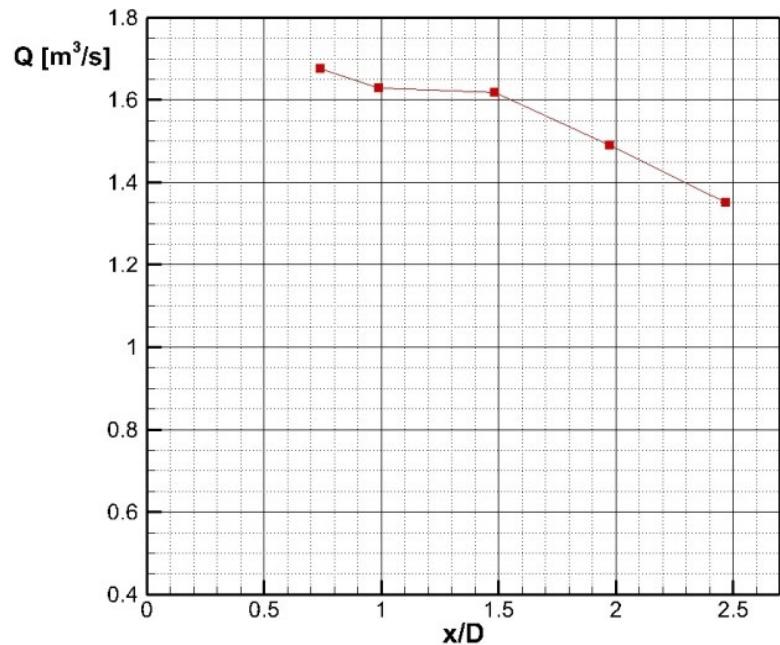
$$\Omega = \frac{Q}{R \Gamma}. \quad (5.5)$$

Табела10. Интегралне величине за три вентилатора за пресек III и режим  $n_2$ .

Вентилатор	$Q$ [m <sup>3</sup> /s]	$U_m$ [m/s]	Re	$\Gamma$ [m <sup>2</sup> /s]	$\Omega$
ЗП22	1,33	10,35	295639	3,28	2,01
ЗП26	1,48	11,50	328556	4,42	1,66
ЗП30	1,62	12,57	358951	4,93	1,62

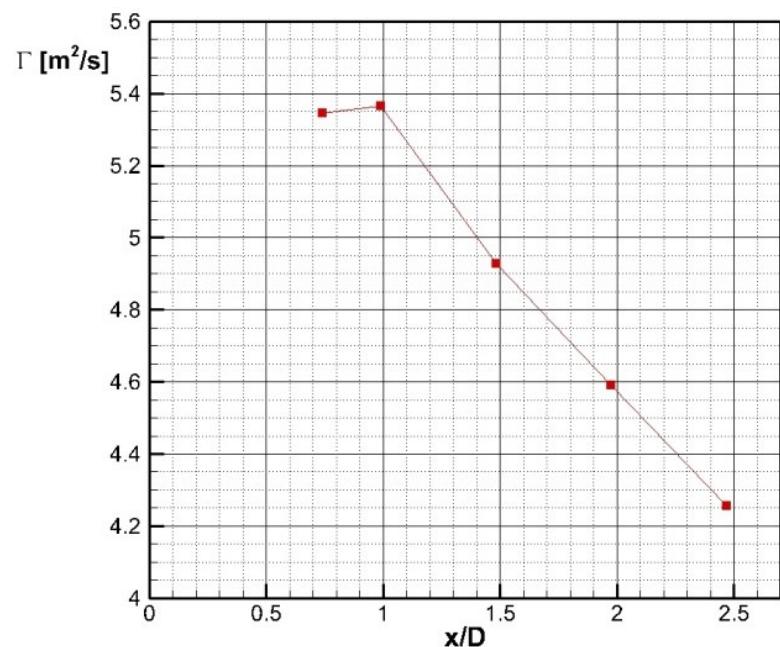
Криве којима су приказане експерименталне расподеле на основу релација (5.1-5.5) приказане су на сликама 30-34. Показане су низструјне промене закључно са пресеком V, јер се за пресеке I, III и V из напред наведених разлога, обављају физичке анализе и потребне интерпретације експерименталних резултата. У табели 10 дати су подаци за сва три вентилатора, за пресек III и режим рада  $n_2$ . То су, у ствари, главни параметри за које су везане анализе и тумачења резултата мерења.

Низструјна промена  $Q$  указује на његово смањење, јер он са порастом аксијалне координате показује сталну тенденцију опадања, тако да важи релација  $x/D \uparrow \Rightarrow Q \downarrow$ . Његова вредност за пресек III је  $Q_{III} = 1,62$  m<sup>3</sup>/s (табела 10) (слика 30).



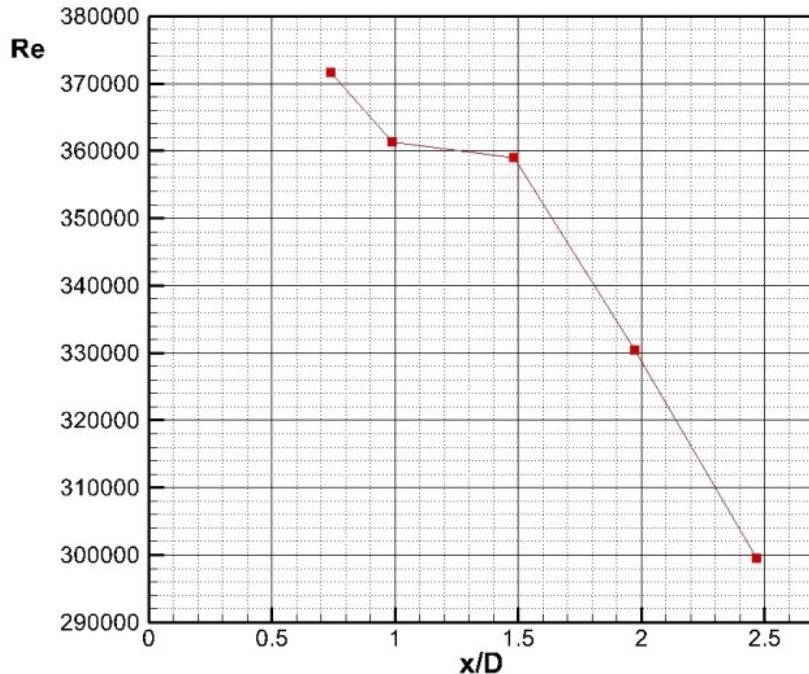
Слика 30. Емпириско-нумеричке вредности функције  $Q = f(x/D)$  којом се дефинише промена запреминског протока дуж вихорног млаза аксијалног вентилатора ЗП30 при  $n_2$ .

Средња циркулација  $\Gamma$  је израчуната за све пресеке вихорног млаза, па се показује да  $\Gamma$  такође опада, као и проток:  $x/D \uparrow \Rightarrow \Gamma \downarrow$  (слика 31). Вредност циркулације у пресеку III износи  $4,93 m^2/s$ .



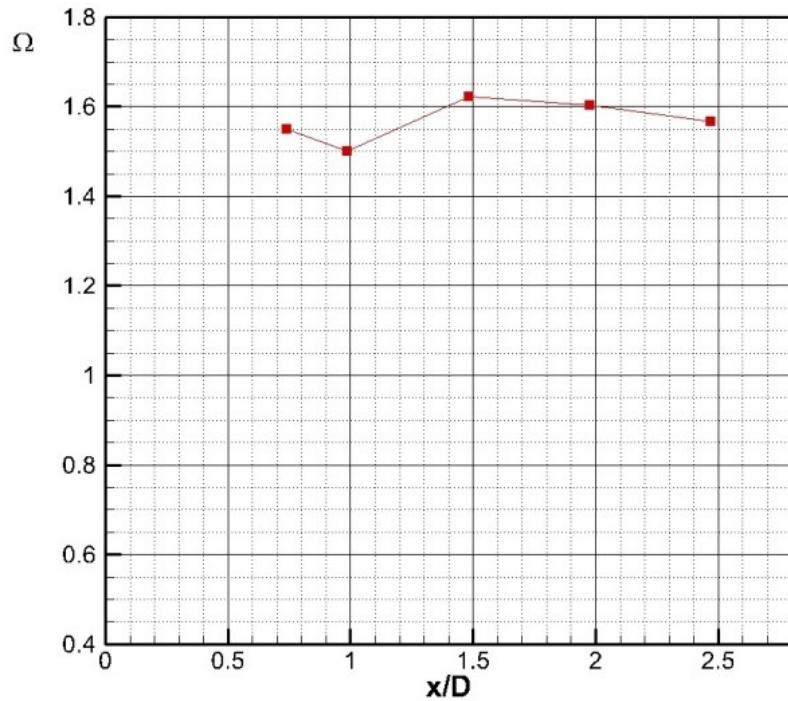
Слика 31. Израчуната аксијална расподела циркулације  $\Gamma (x/D)$  у режиму рада  $n_2$  вентилатора ЗП30 у свим мерним пресецима.

Када се ради о било којој врсти струјања једно од првих питања је везано за Рејнолдсов број. У свим пресецима Рејнолдсов број опада са порастом аксијалне координате ( $x/D \uparrow \Rightarrow Re \downarrow$ ), а његова вредност у пресеку III је  $Re = 3,59 \cdot 10^5$  (слика 32).



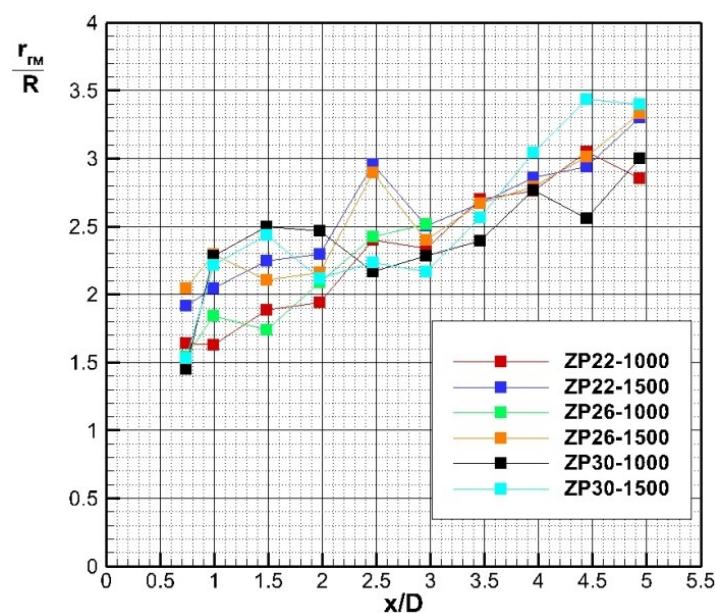
Слика 32. Израчунате вредности Рејнолдсовог броја  $Re$  у свим мерним пресецима млаза аксијалног вентилатора ЗП30 у режиму  $n_2$ .

Вихорни број  $\Omega$  је приказан у карактеристичним мерним пресецима на слици 33 на којој се уочава да од пресека III до пресека V бројна вредност остаје приближно константна. Почек од пресека V ( $x/D = 2,5$ ), континуално расте ( $x/D \uparrow \Rightarrow \Omega \uparrow$ ), јер циркулација  $\Gamma$  више опада него проток  $Q$ . Из табеле 10 следи да се при истом режиму  $n_2$  вентилатора ЗП вихорни број  $\Omega$  у мерном пресеку III смањује при повећању угла лопатица  $\beta_{R,i}$ . Дакле, када углови лопатица расту ( $\beta_{R,i} \uparrow$ ), тада се вихорни број смањује ( $\Omega \downarrow$ ). То је последица чињенице да са повећањем  $\beta_{R,i}$  циркулација више расте од протока. Вредност вихорног броја у пресеку III ( $x/D \approx 1,5$ ) је  $\Omega_{III} = 1,62$ .



Слика 33. Емпириско - нумеричка расподела вихорног броја  $\Omega=Q/(R\Gamma)$  дуж вихорног млаза генерираног вентилатором ЗП30 у режиму  $n_2$ .

Критеријуми за одређивање границе вихорног млаза су различити и заснивају се на математичким, нумеричким, експерименталним и физичким условима. После одређених анализа, усвојен је критеријум нулте аксијалне брзине, на основу којег је из експерименталних података одређен скуп кривих приказаних на слици 34, којима су дефинисане границе вихорног млаза. Експериментална зависност  $r_{tm}/R = f(x_l/D, 3\Pi \beta_{R,i}, n_k)$  у којој је  $l = I, II, III, \dots, X$ ,  $i = 1, 2, 3$  и  $k = 1, 2$ , одређује не само вредност  $r_{tm}/D$  у сваком од мерних пресека за задати пар вредности, на пример  $(3\Pi \beta_{R,2}, n_1)$ , већ и у било ком произвољном пресеку између пресека I и X, због услова континуалности тих граница.



Слика 34. Утицај угла лопатица и режима рада вентилатора  $(3\Pi \beta_{R,i}; n_k)$ ,  $i=1,2,3$ ,  $k=1,2$  на низиструјно понашање границе турбулентног вихорног млаза  $r_{tm}/R=f(x/D)$ .

Слика 34 и њени нумерички подаци омогућавају да се формирају нови скупови кривих дуж  $x$ -осе млаза при  $\beta_{R,i} = const.$  и  $n_k = \{n_1, n_2\}$ , као и за  $\beta_{R,i} = \{\beta_{R,1}, \beta_{R,2}, \beta_{R,3}\}$  и  $n_k = const.$  Такве криве би одређивале одвојене утицаје или углова лопатица или брзине обртања. Примера ради, ако се пресек III ( $x/D \approx 1,5$ ) анализира са овог становишта, онда важе следеће релације:

$$\begin{array}{ccc}
 & n_1 = const. & \\
 \beta_{R,1} = const. \Rightarrow r_{TM}(n_2) > r_{TM}(n_1) & & \Downarrow \\
 \beta_{R,2} = const. \Rightarrow r_{TM}(n_2) > r_{TM}(n_1) & & r_{TM}(\beta_{R,3}) > r_{TM}(\beta_{R,1}) > r_{TM}(\beta_{R,2}) \\
 \beta_{R,3} = const. \Rightarrow r_{TM}(n_1) \geq r_{TM}(n_2) & & \Updownarrow \\
 & n_2 = const. &
 \end{array}$$

Ознака  $r_{TM}(\xi)$  дефинише  $r_{TM}$  као функцију од параметра  $\xi$ .

Важност и улога границе млаза долазе до изражaja у поглављима која следе. У њима се разматрају флукутационе брзинске поља и утицаји режима рада на њих. Граница млаза раздваја таква поља од околне мирне средине, одакле и произилазе гранични услови за струјање у млазу као и могућности за апроксимације турбулентног граничног слоја.

## 5.2 Просторне расподеле интензитета турбуленције и Рейнолдсових нормалних напона. Моделирање генерисаног вртлога

Овим поглављем започиње разматрање флукутационог брзинског поља вихорног млаза иза аксијалног вентилатора. У њему се налазе одговори на питања о експерименталним расподелама интензитета турбуленције  $\sigma_i/U_m = f_i(r/R, x/D)$ ,  $i = u, v, w$ , тј. о нормалним Рейнолдсовим напонима, као и о анизотропији турбулентног поља. При свему овоме долази до изражaja физички спој осредњених и флукутационих величине. Улога обимске компоненте је најзначајнија, јер је са њом директно повезана структура вртлога и подела области попречног пресека млаза на појединачне, карактеристичне домене. У том циљу се, на основу теоријских разматрања у глави 2, тестирају хипотезе о расподели обимских брзина  $W$ , што је омогућило добијање одређених закључака.

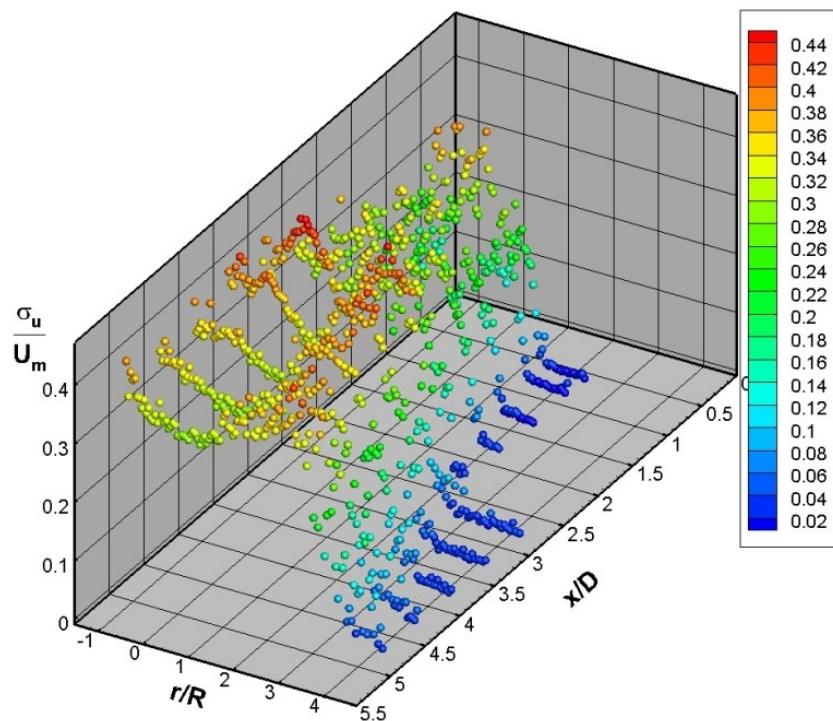
### 5.2.1 Емпиријске расподеле интензитета турбуленције у тачкама меридијанске равни слободног вихорног млаза

Утицај вихора на корелациони тензор  $Q_{ij}$  који је пропорционалан Рейнолдсовом тензору напона, дискутован је у глави 2. Слике 35-37 доприносе, са експерименталног становишта, просторном увиду у флукутационо брзинско поље које је у овом случају приказано интензитетом турбуленције у сва три правца, како следи:

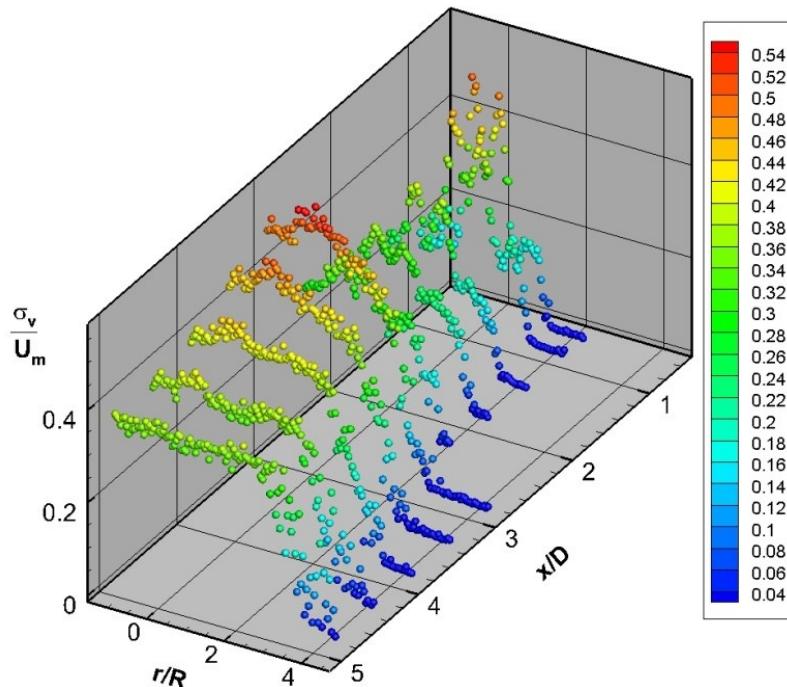
$$\sigma_i/U_m = \frac{(\overline{u_i^2})^{1/2}}{U_m}, i = u, v, w \Rightarrow \sigma_u = (\overline{u^2})^{1/2}, \sigma_v = (\overline{v^2})^{1/2}, \sigma_w = (\overline{w^2})^{1/2} \quad (5.6)$$

Централни момент другог реда за  $i$ -ту флукутациону брзину  $\overline{u_i^2} \equiv \sigma_i^2 = Q_{ii}$  је пропорционалан  $i$ -том нормалном Рейнолдсовом напону  $T_{ii} = -\rho \overline{u_i u_i}$ , јер је, сагласно разматрањима у глави 2, у општем случају  $Q_{ij} = \overline{u_i u_j}$  и  $T_{ij} = -\rho \overline{u_i u_j}$ . Дакле, интензитет турбуленције или корелациони

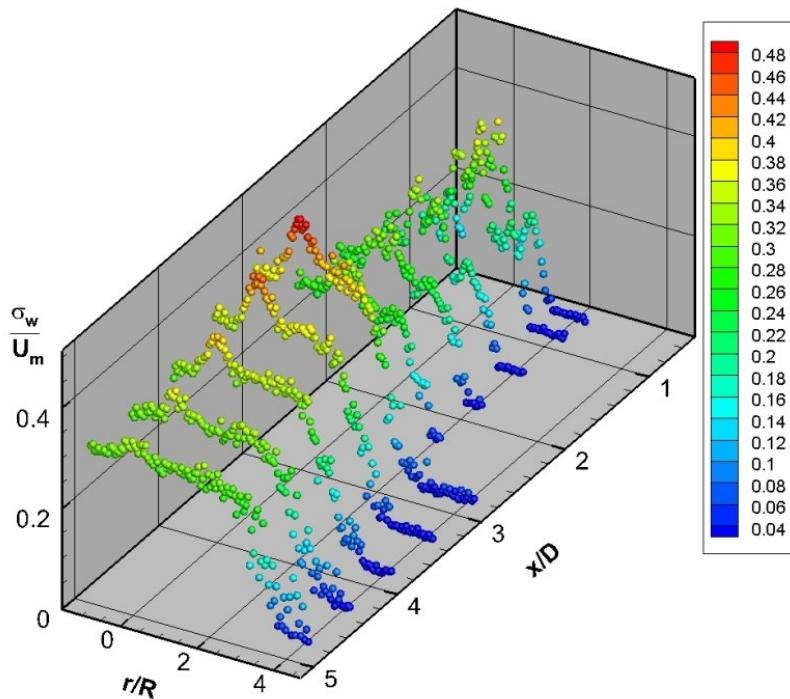
момент другог реда или нормални турбулентни напон имају различите димензије, али исти физички смысао.



Слика 35. Радијално-аксијални развитак нивоа турбуленције  $\frac{\sigma_u}{U_m} = f_u \left( \frac{r}{R}, \frac{x}{D} \right)$  у вихорном млаузу аксијалног вентилатора ЗП30 у режиму рада  $n_2$ .



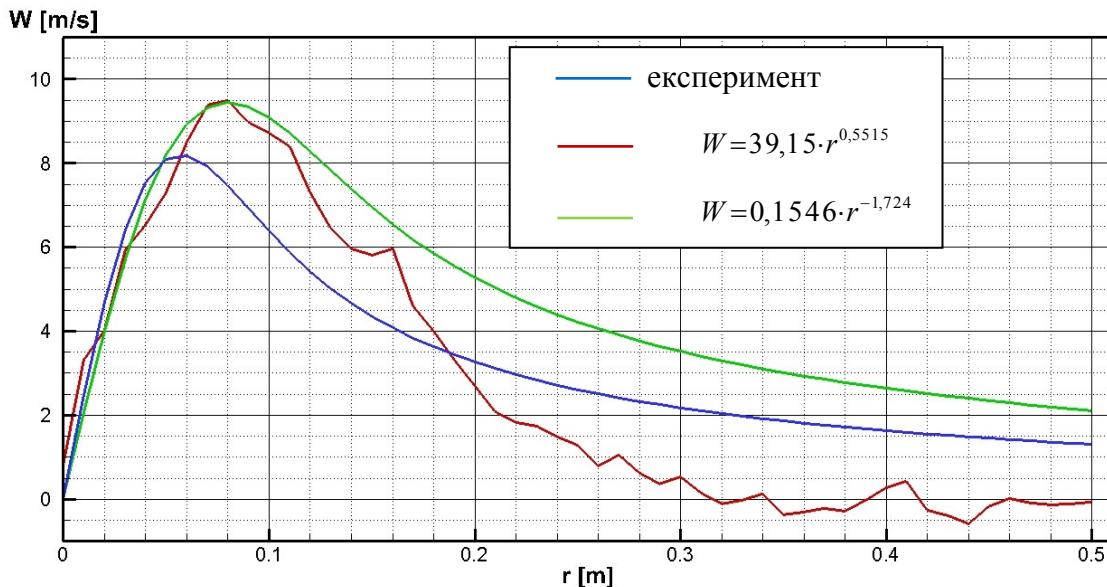
Слика 36. Расподела интензитета турбуленције за радијалну брзину  $\frac{\sigma_v}{U_m} = f_v \left( \frac{r}{R}, \frac{x}{D}, 3\text{П}30, n_2 \right)$  у радијалном и аксијалном правцу вихорног млааза.



Слика 37. Просторна расподела нивоа турбуленције  $\frac{\sigma_w}{U_m} = f_w \left( \frac{r}{R}, \frac{x}{D} \right)$  у слободном вихорном млазу за режим  $n_2$  вентилатора ЗП30.

Слике 35-37 показују главна како квалитативна, тако и квантитативна својства стања напона у струјној области вихорног млаза.

Скупови експерименталних кривих  $\sigma_i/U_m = f_i(r/R, x/D, \text{ЗП30}, n_2)$  приказују нехомогена и неизотропна поља интензитета турбуленције  $\sigma_u$ ,  $\sigma_v$ , и  $\sigma_w$  како у радијалном, тако и у аксијалном правцу, што је у директној вези са сложеним пољем осредњених брзина  $U$ ,  $V$  и  $W$ . Јасно се уочавају везе уколико се посматрају домени језгра, смицајног слоја са израженом турбулентном дифузијом, прелазне области као и домени слободног вртлога у различитим мерним пресецима вихорног млаза. Изражене максималне вредности  $\sigma_{u,\max}$ ,  $\sigma_{v,\max}$  и  $\sigma_{w,\max}$  у области смицајног слоја и прелазне области говоре о сложеним међудејствима у процесима продукције и турбулентне размене. У циљу потпунијег тумачења претходно наведених домена попречног пресека, посебно се издваја и анализира експериментална расподела обимске брзине  $W$ . Наиме, у глави 2, као што је већ речено, анализирани су неки модели вртлога, од којих су, на основу њихове структуре, за експериментално-нумеричку идентификацију издвојени следећи вртлози: Ламб-Озенов (Lamb-Oseen) вртлог, Бургерсов (Burgers) вртлог и Ранкинов (Rankine) вртлог.

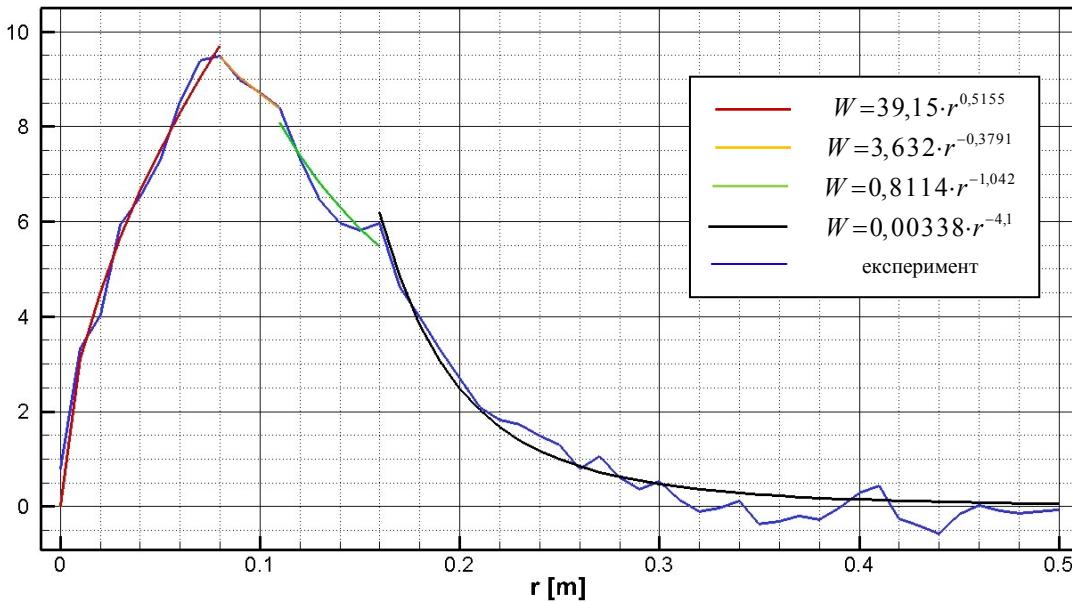


Слика 38. Генерисани вртлог и обимска брзина у експериментално-нумеричкој примени модела Бургерсовог вртлога и Ламб-Озеновог модела вртлога: плава - експериментална крива, црвена:  $W=39,15 \cdot r^{0,5515}$ , зелена:  $W=0,1546 \cdot r^{-1,724}$  (ЗП30,  $n_2$ , III).

Добијене емпиријске формуле за турбулентно струјање које су наведене на слици 38, су у својој основи изрази за Ламб-Озенов и Бургерсов вртлог, који су модификовани, за интерпретацију експерименталних резултата. Другим речима, константе у модификованим формулама израчунавају се на основу експерименталних резултата (тзв. фитовањем кривих) за одређене услове. Међусобни положај све три криве са сл. 38 је различит у попречном пресеку млаза. У интервалу  $0 < r/R < 0,25$  апроксимација експерименталне расподеле се постиже са обе формуле, док у домену  $0,25 < r/R < 0,4$  задати услов поклапања максимума за Бургерсов вртлог даје позитивну апроксимацију. У области  $r/R \geq 0,4$  обе криве дају знатна одступања.

Моделирање експерименталне расподеле са емпиријским формулама заснованим на Ранкиновом моделу вртлога (слика 39) решава тај проблем у домену  $r/R \geq 0,4$ . Максимум обимске брзине је у тачки  $r/R \geq 0,4$ , тј.  $W(r/R \approx 0,4) = W_{\max}$ . Међутим,  $W$ - крива поседује и два локална максимума у тачкама  $r/R \approx 0,52$  и  $r/R \approx 0,8$ , што има значајну улогу, како са физичке, тако и са математичке тачке гледишта, што ће бити дискутовано у тексту који следи. Ранкинов вртлог се формира суперпозицијом принудног и потенцијалног вртлога, тако да се у доменима максималних обимских брзина формирају смицајни слојеви са карактеристичном структуром турбуленције. На слици 39 експериментална расподела тангенцијалне брзине  $W$  апроксимирана је вртлогом који припада класи принудних вртлога ( $m=1$  у расподели  $W=C_1 \cdot r^m$ ) и са три вртлога који припадају моделима потенцијалних вртлога ( $m=-1$  у расподели  $W=C_2 \cdot r^m$ ), при чему су  $C_1$  и  $C_2$  константе.

$W$  [m/s]



Слика 39. Структура произведеног вртлога (експеримент) и његова обимска брзина априксимирана моделима Ранкиновог вртлога (ЗП30,  $n_2$ , III).

Модел Ранкиновог вртлога, како експериментални резултати приказују, добро описује стварне, реалне вртлоге у природи и техници, јер изражава основну физичку структуру концентрисаних вртлога. Вихорно струјање се карактерише појавом Ранкиновог вртлога било у почетним пресецима, било у трансформацијама брзинског поља, било у завршним пресецима ако то струјни простор дозвољава. Из ових разлога се модел Ранкиновог вртлога убраја у један од најприменљивијих модела, што је на неки начин потврђено и за обимску брзину  $W$  у пресеку III за аксијални вентилатор ЗП30 при режиму  $n_2$  (слика 39). У истом том пресеку нумерички су израчунате величине  $\partial_r(W/r)$  и  $\partial_r(rW)$ , што на одређени начин омогућује проверу ваљаности априксимација, као и свестраније тумачење експерименталних резултата. Наиме, сва својства и карактеристике утицаја обртања, тј. ротације на турбуленцију у вихорном млазу, које су анализиране у глави 2, могу сада бити проверена не само експериментално, већ и на примеру када се емпириски профил обимске брзине зада степеним законом  $W(x=const, r)=C \cdot r^m$ , где је  $C=const$ . На слици 39 се уочава да у том случају постоје четири домена попречног пресека млаза и четири константе  $C$ , као и четири вредности степена  $m$ . У циљу даље анализе флуктуационог брзинског поља домен је издељен на области априксимације које су означене на следећи начин: ① ( $r \leq 0,08, m_1 = 0,5515$ ), ② ( $0,08 \leq r \leq 0,11, m_2 = -0,3791$ ), ③ ( $0,11 \leq r \leq 0,16, m_3 = -1,042$ ) и ④ ( $0,16 \leq r \leq 0,5, m_4 = -4,1$ ). Примећује се да је експериментална крива  $W$  априксимирана кривом задатом степеном функцијом  $W=C \cdot r^m$ , у коме се експонент  $m$  налази у интервалу  $-1 < m < 1$ , чије гравитивне вредности одговарају принудном вртлогу ( $m=1$ ) и потенцијалном вртлогу ( $m=-1$ ). С обзиром да су  $W/r=\Omega_w=C \cdot r^{m-1}$  и  $W \cdot r=\Gamma_w=C \cdot r^{m+1}$ , онда су њихове промене у радијалном правцу млаза дате релацијама: област ①:  $\partial_r(W/r) < 0, \partial_r(rW) > 0$ ; област ②:  $\partial_r(W/r) < 0, \partial_r(rW) > 0$ , област ③ и област ④:  $\partial_r(\Omega_w) < 0, \partial_r(\Gamma_w) < 0$ . Теоријско разматрање у глави 2 показује да области са релацијама  $\partial_r(W/r) < 0, \partial_r(rW) > 0$  различито утичу на структуралне карактеристике и генерисање турбуленције од области у којима важе релације

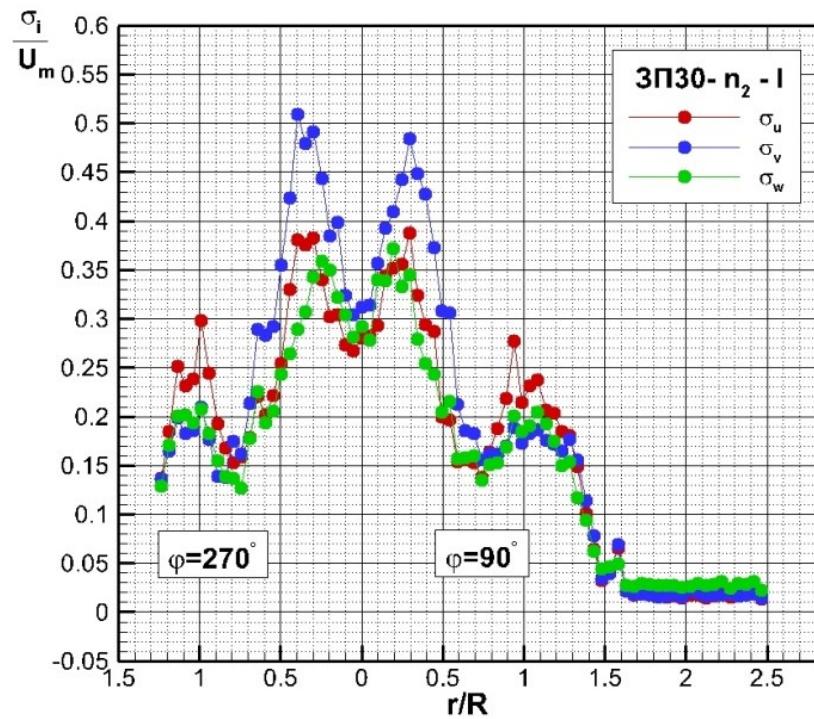
$\partial_r(\Omega_w) < 0$ ,  $\partial_r(\Gamma_w) < 0$  које су испуњене у областима ③ и ④ мernog пресека. Физичко тумачење експерименталних резултата ће тачно показати који делови апроксимације емпириске  $W$ -расподеле моделом Ранкиновог вртлога „отказују“ о чему ће бити више дискусије у наредним поглављима.

На сликама 38 и 39 је показано како се сингуларитет поља осредњене брзине  $W$ , а тиме и дисконтиности вртложности, који се јављају на месту  $W=W_{\max}$  у моделу Ранкиновог вртлога, „пеглају“ утицајем вискозности посредством дифузионих феномена присутних у моделима Ламб-Озеновог и Бургерсовог вртлога. Дакле, купловањем, композицијом два брзинска поља формира се смирајни слој у коме вискозна и турбулентна дифузија отклањају, тј. углачавају поменуте сингуларите у близини границе језгра Ранкиновог вртлога. Из ових разлога се модел Ламб-Озеновог вртлога разматра као модел десингуларизације модела Ранкиновог вртлога. У поглављу 5.2.2 се анализира анизотропност у карактеристичним мерним пресецима вихорног млаза.

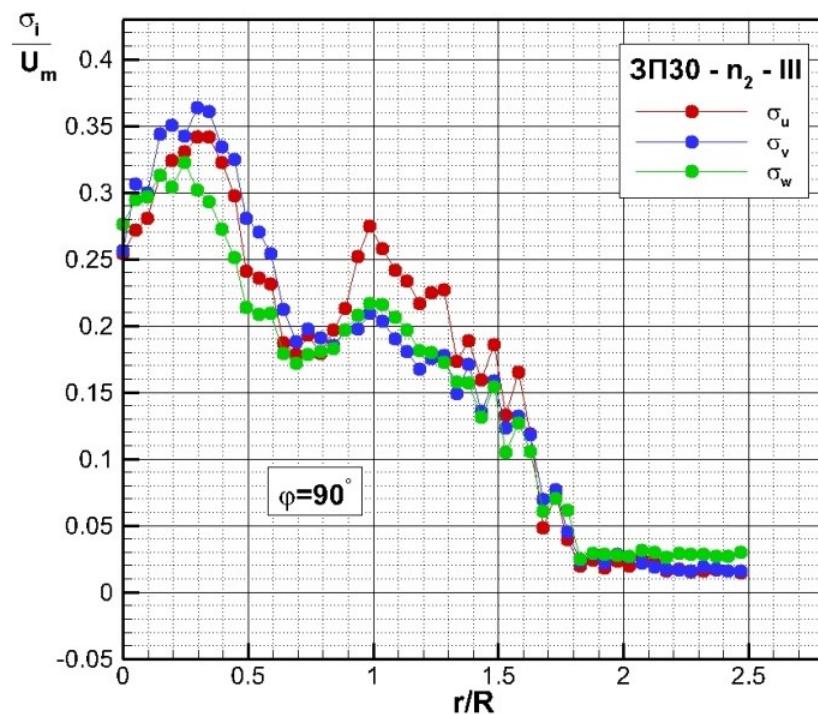
### 5.2.2 Низстрјуни развој анизотропије турбулентног поља вихорног млаза

Експерименти потврђују теоријска разматрања у глави 2. Вихор значајно мења структуру млаза и јавља се изразита зависност између поља осредњених и флуктуационих брзина. Из тог разлога је у претходном поглављу експериментална расподела обимске компоненте  $W$  апроксимирана моделима три вртлога, чији су  $W$ -профили по облику и карактеру трансформације били најближи профилима експерименталне расподеле. Нехомогена поља осредњених брзина  $U, V, W$  као што се уочава на сликама 40-43, узрокују хетерогене анизотропности турбуленције, које су различитог карактера у разним доменима пресека. Тако је у области  $r \leq 0,5$  анизотропност изражена уређеном хијерархијом интензитета турбуленције  $\sigma_v > \sigma_u > \sigma_w$ , док у интервалу  $0,5 < r/R < 1,5$  важе релације  $\sigma_u > \sigma_w > \sigma_v$ . Са даљим повећањем радијалне координате интензитети турбуленције постају приближно исти (слика 40).

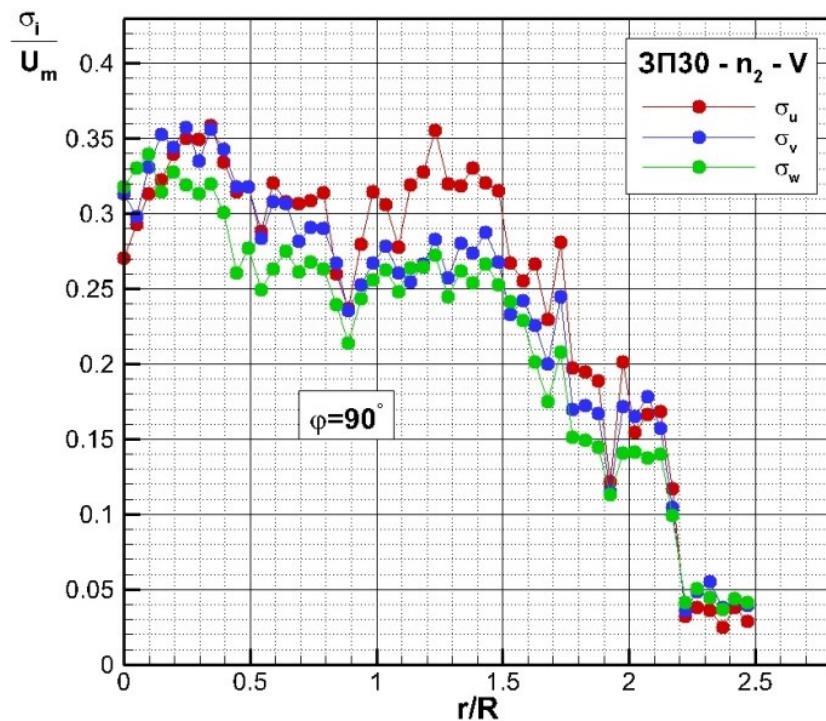
Хијерархија нивоа турбуленције у области  $r \leq 0,5$  задржава се и у пресецима III и V (сл. 41 и 42), у којима је  $\sigma_v > \sigma_u > \sigma_w$ , као и у пресеку I. Међутим, у пресецима III и V интензитет турбуленције  $\sigma_u$ , тј. нормални Рејнолдсов напон  $-\rho \bar{u}^2$  постаје доминантан у приближно истим интервалима  $0,8 < r/R < 1,6$ , тако да је у том домену  $\sigma_u \gg \sigma_v, \sigma_w$  при чему је  $\sigma_w > \sigma_v$  (пресек III), односно  $\sigma_w < \sigma_v$  (пресек V). Анизотропност се у пресеку III смањује за  $1,6 < r/R < 1,8$ , да би за  $r/R > 1,8$  скоро ишчезла. Међутим, у пресеку V анизотропност се задржава све до  $r/R \approx 2,2$ , при чему распоред интензитета остаје исти  $\sigma_u > \sigma_v > \sigma_w$ . У области вихорног млаза  $r/R > 2,2$  знатније се смањује разлика између нивоа турбуленције тако да се може сматрати да је  $\sigma_u \approx \sigma_v \approx \sigma_w$ .



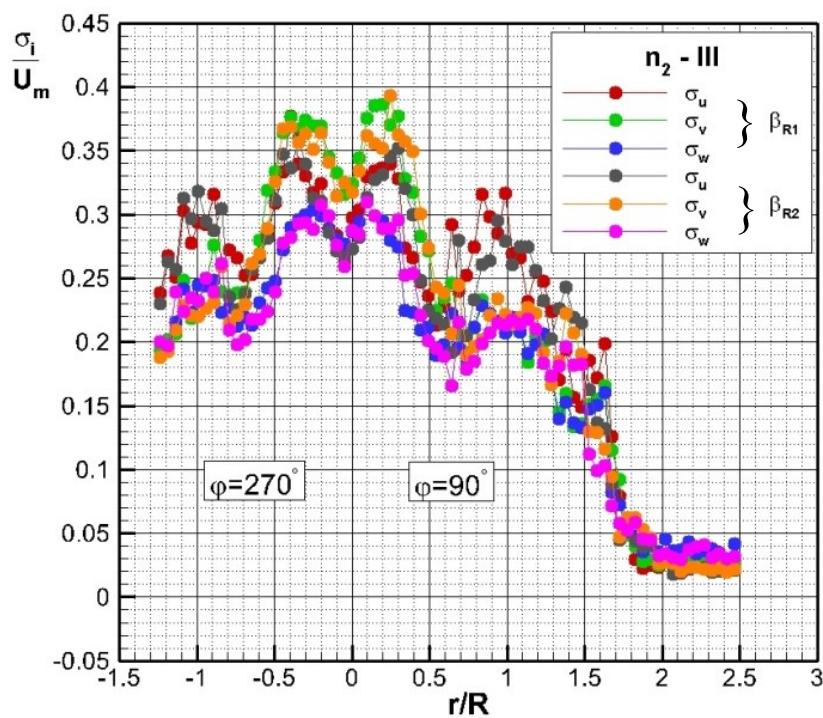
Слика 40. Анизотропност турбуленције приказана посредством функција  $\frac{\sigma_i}{U_m} = f_i\left(\frac{r}{R}; \text{ЗП30}, n_2\right)$ ,  $i=1,2,3$  у пресеку I вихорног млаза.



Слика 41. Аанизотропност турбуленције у пресеку III генерисана вентилатором ЗП30 у режиму  $n_2$ .



Слика 42. Расподела функција  $\frac{\sigma_i}{U_m} = f_i\left(\frac{r}{R}; \text{ЗП30}, n_2\right)$ ,  $i=1,2,3$  аизотропије турбуленције у мерном пресеку V.



Слика 43. Аизотропност турбуленције у пресеку III при режиму рада  $n_2$  вентилатора ЗП22 и ЗП26.

Симетрија профиле нормалних турбулентних напона, тј. одговарајућих интензитета турбуленције мерених у меридијанским полуравнима  $\phi=90^\circ$  и  $\phi=270^\circ$  указује како на квалитет мерења, тако и на потврду осносиметричности (слика 40 и 43) струјања. То је

омогућило да се велики број резултата прикаже на дијаграмима за меридијански полураван  $\varphi=90^\circ$  чиме су слике постале прегледније.

Експериментални резултати приказани на сликама 40-42 имају своје физичко и математичко упориште, како у експерименталним расподелама  $U_i$ , тако и у једначинама корелационих момената, које су анализиране у глави 2. Пренос величине  $\overline{u_i u_i}$  у турбулентном струјном пољу повезан је са процесима конвекције, дифузије, продукције, редистрибуције и дисипације, који на сложен начин утичу на анализиране расподеле  $\overline{u_i^2} \equiv \sigma_i^2$ , тј.  $\sigma_i$ ,  $i=u, v, w$ . Утицај величине  $\overline{u_i u_j} U_i$  или  $\overline{u_i u_j} \partial_r U_i$  на процесе продукције нормалних напона  $-\rho \overline{u_i^2} \equiv -\rho \sigma_i^2$  се у овом раду приказује помоћу продукционих чланова у динамичким једначинама за корелације  $Q_{uu} = \overline{u^2} \equiv \sigma_u^2$ ,  $Q_{vv} = \overline{v^2} \equiv \sigma_v^2$  и  $Q_{ww} = \overline{w^2} \equiv \sigma_w^2$ . Ако продукционе чланове обележимо са  $P_{uu}$ ,  $P_{vv}$  и  $P_{ww}$ , онда је генерирање нормалних турбулентних напона одређено изразима:

$$\begin{aligned} P_{uu} &\approx -2\overline{uv} \partial_r U, \quad P_{vv} \approx -2\overline{v^2} \partial_r V + 2\overline{vw} \cdot W/r, \\ P_{ww} &\approx -2\overline{vw} \partial_r W - 2\overline{w^2} \cdot V/r \end{aligned} \quad . \quad (5.7)$$

Ове једначине су добијене из одговарајућих једначина, датих у глави 2, када се у њих уврсти претпоставка  $\partial_x U_i = 0$ ,  $i=u, v, w$ . Величина  $-\overline{uv} \partial_r U$  је израчуната на основу експерименталних података за корелацију  $\overline{uv}$  и нумеричких диференцирања експерименталне расподеле осредњене аксијалне брзине  $U$ .

Потврђена је теоријска анализа из главе 2, јер је  $-\overline{uv} \partial_r U > 0$  скоро у целом пресеку. Највеће вредности има у области оце  $r/R < 0,6$  и у домену  $0,85 < r/R < 1,6$  где интензитет турбуленције има највеће вредности (слика 41). Максималне вредности  $\sigma_u = \sigma_{u,\max}$  постижу се у језгру и смицајном слоју, где су градијенти брзине, тј. промене у радијалном правцу, највеће, као и прелазној области ( $0,85 < r/R < 1,6$ ) у којој  $\sigma_u$  достиже свој највећи локални максимум у ознаки  $\sigma_u = \sigma_{u,l\max}$  (пресек III, слика 41). При томе, у тачкама из ових домена продукција достиже своје максималне вредности, тако да се из добијене експериментално-нумеричке зависности  $P_{uu} \equiv P(\sigma_u^2) = f(r/R)$  добијају вредности:  $P_{uu} \equiv P_{uu}(r/R = 0,3) = P_{uu,\max}$  и  $P_{uu} \equiv P_{uu}(r/R = 1) = P_{uu,l\max}$ .

Аналогним путем следе физичка тумачења максимума интензитета турбуленције  $\sigma_v$  и  $\sigma_w$ , тј. нормалних турбулентних напона  $-\rho \overline{v^2}$  и  $-\rho \overline{w^2}$  или Рейнолдсових кинематичких  $\sigma_v^2$  и  $\sigma_w^2$ . Напомиње се да је анализа области пресека вихорног млаза у којима је  $\partial_r V > 0$  и  $\partial_r V < 0$  детаљно дата у вези са сликом 19, на слици 24б. На истој слици су приказане и промене  $U$  и обимске брзине  $W$  у радијалном правцу. Максимална вредност  $\sigma_{v,\max}$  достиже се у области језгра где се формира смицајни слој и где је  $\sigma_v > \sigma_u > \sigma_w$ . У тој области настаје и  $\sigma_{w,\max}$ . Овакве расподеле су последице сложених облика профила осредњених брзина  $U_i$  и флукутуационог поља. На пример, у области језгра продукција  $P_{vv}$  расте јер је  $-2\overline{v^2} \partial_r V > 0$  што доводи до позитивног генерирања кинематичког нормалног напона турбуленције  $\sigma_v^2$ .

(слика 41). Појава великих вредности  $\sigma_v$  и негативних вредности радијалне брзине  $V$  у језгру, заједно са одговарајућим смицајним напоном доводи до повећања аксијалне брзине  $U$  и њених све равномернијих низструјних профилса, о чему ће још бити речи.

Физичко тумачење највећих вредности  $\sigma_w$  у области језгра засновано је на расподели обимске брзине  $W$ , њених градијената и процесима продукције, дифузије и редистрибуције путем корелационих зависности флуктуационих поља притиска и брзина. У области  $r/R < 0,5$  су највеће вредности  $\sigma_w$ , јер је у њој  $-2\overline{vw} \partial_r W > 0$  (на основу експеримената и нумеричког прорачуна), што повећава величину  $P_{ww}$ , а тиме и Рейнолдсов кинематички нормални напон  $\overline{w^2} \equiv \sigma_w^2$ . Повезаност са осредњеним пољем  $W$  следи и из чињенице да је  $W(r/R=0,4)=W_{max}$ , па се физичким процесима преноса међусобно усклађују профили обимске осредњене брзине  $W$  и напона  $\sigma_w^2$ , тј. интензитета турбуленције у обимском правцу  $\sigma_w$ . Међутим, величина  $-2\overline{w^2} V/r$  је углавном негативна у мерном пресеку вихорног млаза, што смањује укупно генерирање  $P_{ww}$  у једначини преноса корелације  $Q_{ww} = \overline{w^2}$  чиме се интензитет турбуленције  $\sigma_w$  редукује. Уочава се да се у областима локалних максимума обимске брзине  $W$  појављују и локални максимуми  $\sigma_w$ .

Експерименталне расподеле  $\sigma_i/U_m = f_i(r/R, x_l/D; 3\Pi 30, n_2)$ , где су  $i=u, v, w$  и  $l=I, III, V$ , показују знатне промене интензитета турбуленције како у радијалном, тако и у аксијалном правцу, при чему је карактер емпиријских кривих сличан за сва три турбулентна напона. Анизотропност је посебно изражена у језгру и у прелазној области са интензивном турбулентном разменом. Ако се претходно физичко разматрање упореди са експериментално моделираним Ранкиновим вртлогом, нпр. у областима ① и ②, онда се анизотропност тумачи расподелама  $W/r$  и  $rW$ , које су функције од експонента  $m$  у облику  $W=C \cdot r^m$ , за које је граница  $r=0,11\text{ m}$ , тј.  $r/R \approx 0,54$ , вредности експонента  $m_1=0,5515$  и  $m_2=-0,3791$ . У тој области су предзнаци величина  $\partial_r Q_w$  и  $\partial_r \Gamma_w$  различити, тачније, важе емпиријске релације  $\partial_r(W/r) < 0$  и  $\partial_r(rW) > 0$ . У таквом случају је генерирање радијалног флуктуационог кретања доминантно. Комплетно флуктуационо кретање се одржава услед прерасподеле кинетичке енергије турбуленције у радијалном правцу  $\overline{v^2}/2 \equiv \sigma_v^2/2$ , која је генерирана центрифугалним силама, посредством корелационих међувисности флуктуација притиска и градијената флуктуационих брзина. Такво турбулентно струјање се карактерише неизотропношћу, која је настала услед већих вредности централног момента другог реда  $\overline{w^2} \equiv \sigma_w^2$  од вредности друга два момента  $\overline{u^2}$  и  $\overline{v^2}$  (слике 40-42).

Емпиријске криве  $\sigma_i/U_m = f_i(r/R, x_{III}/D; \beta_{R,k}, n_2)$ , где је  $i=u, v, w$  и  $k=1, 2$ , приказане су на слици 43. Карактер свих шест расподела интензитета турбуленције  $\sigma_u, \sigma_v$ , и  $\sigma_w$  за два угла лопатица  $\beta_{R,1}$  и  $\beta_{R,2}$  је сличан, али се нивои турбуленције  $\sigma_i$  међусобно разликују. Независно од величине угла  $\beta_{R,k}$ , експерименталне криве  $\sigma_i$  су задржале своју природу, положаје максималних и минималних вредности, раст и опадање као и криве  $\sigma_i$  за угао лопатице  $\beta_{R,3}$  (слика 41). Зато се овде дискусија не понавља, већ се уочавају карактеристичне релације између одговарајућих напона и угла лопатица. У области ограниченој са  $r/R < 0,5$  је:

$\sigma_v(\beta_{R,1}) > \sigma_v(\beta_{R,2})$ ;  $\sigma_u(\beta_{R,2}) > \sigma_u(\beta_{R,1})$ ;  $\sigma_w(\beta_{R,2}) > \sigma_w(\beta_{R,1})$ , при чему, као и у случају угла  $\beta_{R,3}$  (слика 41), важе међусобне релације нивоа турбуленције  $\sigma_v(1;2) > \sigma_u(1;2) > \sigma_w(1;2)$ , где је  $\sigma_i(1;2) \equiv \sigma_i(\beta_{R,1}; \beta_{R,2})$ .

У домену  $0,5 < r/R < 1,5$  важе реалације:  $\sigma_v(2) > \sigma_v(1)$ ;  $\sigma_u(1) > \sigma_u(2)$ ;  $\sigma_w(1) > \sigma_w(2)$ , при чему је  $\sigma_i(k) \equiv \sigma_i(\beta_{R,k})$ ,  $k=1,2$ , док су интензитети турбуленције повезани неједнакостима  $\sigma_u(1;2) > \sigma_v(1;2) > \sigma_w(1;2)$ .

У области  $r/R > 1,5$  долази до уједначавања  $\sigma_i$ , као и утицаја угла  $\beta_{R,k}$ , тако да се експерименталне криве преклапају и постају паралелне  $r$ -оси.

Закључује се да измерене и дискутоване расподеле величина  $\sigma_i$  указују на нехомогене и комплексне промене централних корелационих момената  $\overline{u_i^2} \equiv \sigma_i^2$ , као и на анизотропну турбуленцију у целокупном пресеку млаза, осим у области у околини границе млаза, где резултати показују да су нивои турбуленције  $\sigma_i$ , који садрже амплитудне карактеристике флукуационих брзинских поља  $u_i$ , приближно истог реда величине. Због великог теоријског и практичног значаја статистичких момената другог и вишег реда, следећа поглавља су посвећена њиховом истраживању на основу експерименталних података.

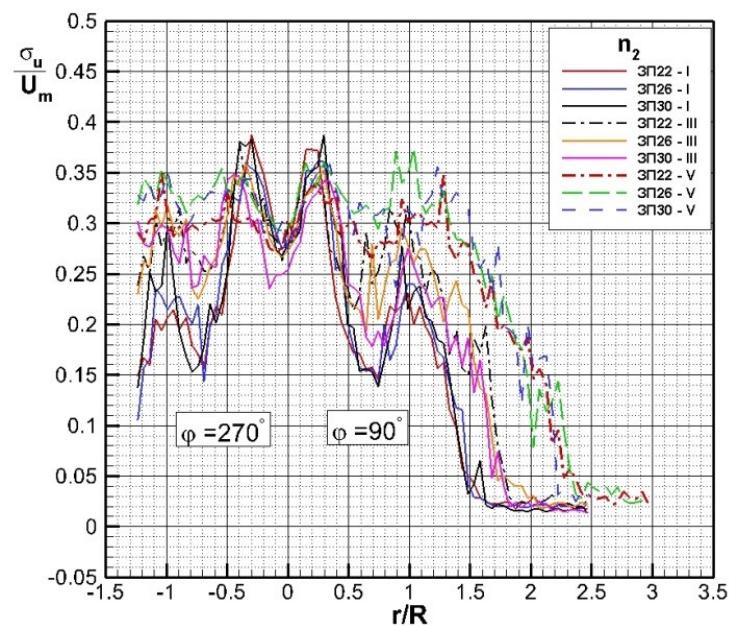
### 5.3 Анализа утицаја угла лопатица и Рейнолдсовог броја на расподелу турбулентних нормалних напона у три пресека млаза

За разлику од претходног поглавља у овом делу рада се директно разматра утицај два основна параметра режима рада како на интензитет тако и на расподелу турбулентних нормалних напона. Као и у претходној анализи задржана је на сликама 44 - 46 ознака  $\sigma_i$ , јер она директно даје почетну, базну величину, тј. интензитет турбуленције из кога следе централни моменти другог реда  $\overline{\sigma_i^2} \equiv \overline{u_i^2} = Q_{ii}$ , као и Рейнолдсови нормални напони  $-\rho\sigma_i^2 \equiv -\rho\overline{u_i^2}$ . Промене ових величина подлежу динамичким једначинама корелационих момената другог реда (глава 2).

#### 5.3.1 Низструјни развој Рейнолдсовых нормалних напона за различите углове лопатица радног кола

Испитивање утицаја угла лопатица на пречнику уз кућиште  $\beta_R$  на поље турбулентних напона је значајно како са конструкцивне, тако и са струјно - техничке тачке гледишта. Скуп експерименталних двопараметарских кривих на сликама 44, 45 и 46 могуће је приказати функцијом  $\sigma_j/U_m = f_j(r/R, x_l/D; \beta_{R,i}, n_2)$ , где су  $j = u, v, w$ ,  $l = I, III, V$  и  $i = 1, 2, 3$  на основу које се формира прегледан алгоритам за анализу укупно 27 емпириских кривих, приказаних на три поменуте слике. Веома обимни експериментални резултати су сврстани и приказани на ова три дијаграма из два разлога. Први је, да се за сваки од нивоа турбуленције  $\sigma_j$ ,  $j = u, v, w$  докаже симетричност, тј. статистичка осносиметричност струјања., која је, како

се у експериментима показало, независна од углова лопатица  $\beta_{R,i}$  и пресека  $x_l/D$ . Други разлог, који је и теоријски и практично значајан, лежи у чињеници да се на овај начин уочава сличност карактера промене сва три турбулентна напона  $-\rho\sigma_u^2$ ,  $-\rho\sigma_v^2$  и  $-\rho\sigma_w^2$  у сва три пресека, као и чињеница да је утицај углова  $\beta_{R,1}$ ,  $\beta_{R,2}$  и  $\beta_{R,3}$  дosta сличан. Утицај углова  $\beta_{R,1}$  и  $\beta_{R,2}$  детаљно је разматран у претходном поглављу (слика 43). Аналогна дискусија је примењена и за слике 44-46, само су променљиве величине  $\sigma_j$ ,  $j=u,v,w$  уступиле место пресецима I, III и V. Методолошки приступи су различити. Могуће је посматрати утицај истог угла у три различита пресека или утицај три различита угла у истом пресеку. За потребе анализе могуће је одредити геометријска места тачака једнаких нивоа турбулентности  $\sigma_j = \text{const.}$ , или промене турбулентних напона само у аксијалном правцу при  $r=const.$ . При томе се стално има у виду да је  $\sigma_j$  дефинисана са два променљива параметра  $\beta_{R,i}$  и  $x_l/D$ .

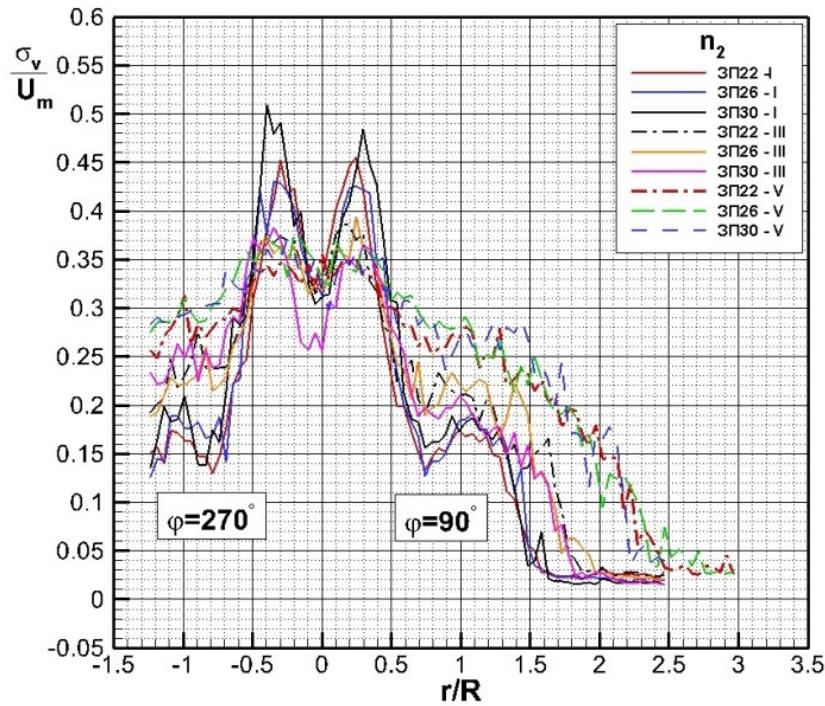


Слика 44. Утицај величине  $\beta_{R,i}$  ( $i=1,2,3$ ) на  $\frac{\sigma_u}{U_m}$  у пресецима I-III-V млаза при режиму  $n_2$ .

Слика 44 показује да се у области језгра и смицајног слоја ( $r/R < 0,5$ ) у пресеку I, утицај углова  $\beta_{R,i}$  на  $\sigma_u$  може исказати релацијом  $\sigma_u(3,I) > \sigma_u(1,I) > \sigma_u(2,I)$ , при чему се задржава ознака  $\sigma_u(i,I) \equiv \sigma_u(\beta_{R,i},I)$ . У области  $0,5 < r/R < 3$  овај скуп од девет кривих се „расејава”, тако да се сви дијаграми, на пример,  $\sigma_u(1,III;3,III;2,III;1,V;2,I)$  налазе унутар доње граничне криве  $\sigma_u(3,I)$  и горње граничне криве  $\sigma_u(2,V)$ . У пресеку V утицај углова  $\beta_{R,i}$  на  $\sigma_u$  описује се релацијом  $\sigma_u(2,V) > \sigma_u(3,V) > \sigma_u(1,V)$ . Ако се уочи да за пресек III важе релације  $\sigma_u(1,III) > \sigma_u(2,III) > \sigma_u(3,III)$ , онда се може закључити да се утицаји углова  $\beta_{R,i}$  на  $\sigma_u$  изражавају позитивном цикличном пермутацијом индекса  $i$ . Наиме, за пресек I, највећи је утицај  $\beta_{R,3}$ , па цикличне пермутације почињу бројем 3. Сагласно овоме, у сва три пресека се интензитет и редослед утицаја углова  $\beta_{R,i}$  на  $\sigma_u$  изражава шематски, како следи:

I(3,1,2), III(1,2,3) и за пресек V(2,3,1). Ако се потражи вредност  $\sigma_u = const.$ , онда се на слици 44 уочава да се оне остварују у различитим пресецима (I, III и V), при различитим угловима  $\beta_{R,i}$  као и у различитим доменима попречних пресека вихорног млаза. То указује на веома сложено поље нормалних Рейнолдсових напона  $-\rho\sigma_i^2 = -\rho\bar{u}_i^2$ , што се показује и на сликама 45 и 46. Утицај углова лопатица се ублажава при приближавању границе вихорног млаза.

Утицај углова  $\beta_{R,i}$  на интензитет турбуленције  $\sigma_v$ , а тиме и на нормални турбулентни напон у радијалном правцу приказује слика 45. При томе ће се поредити и међусобни однос сва три нивоа турбуленције и то у области  $0 < r/R < 0,5$ . Наиме, претходно утврђене релације  $\sigma_v > \sigma_u > \sigma_w$  се, уз помоћ слика 25-27, дају у бројним вредностима:  $0,25 < \sigma_v/U_m < 0,48$ ,  $0,18 < \sigma_u/U_m < 0,38$  и  $0,16 < \sigma_w/U_m < 0,37$ . Ако се даје редослед величине  $\sigma_v$  по интензитету за сва три пресека, онда следи релација:  $\sigma_v(3,I) > \sigma_v(1,I) > \sigma_v(2,I) > \sigma_v(2,III) > \sigma_v(1,III) > \sigma_v(3,III) > \sigma_v(2,V)$ . Анализа домена  $0,5 < r/R < 1$  у погледу дејства углова  $\beta_{R,i}$  на нормални турбулентни напон у радијалном правцу за сва три пресека може се приказати шемом: I(3,2,1), III(1,2,3) и за пресек V(3,2,1). Примећује се да је у пресецима вихорног млаза I и V нарушена циклична пермутација 123. Важно је уочити да су све три вредности у пресеку V, тј. група вредности  $\sigma_v(\beta_{R,i}, V)$  већа од одговарајућих група вредности у пресецима I и III. Дакле, сва три напона  $\sigma_v^2(\beta_{R,i})$  у домену  $0,5 < r/R < 1$  већи су у пресеку V него у пресецима I и III.

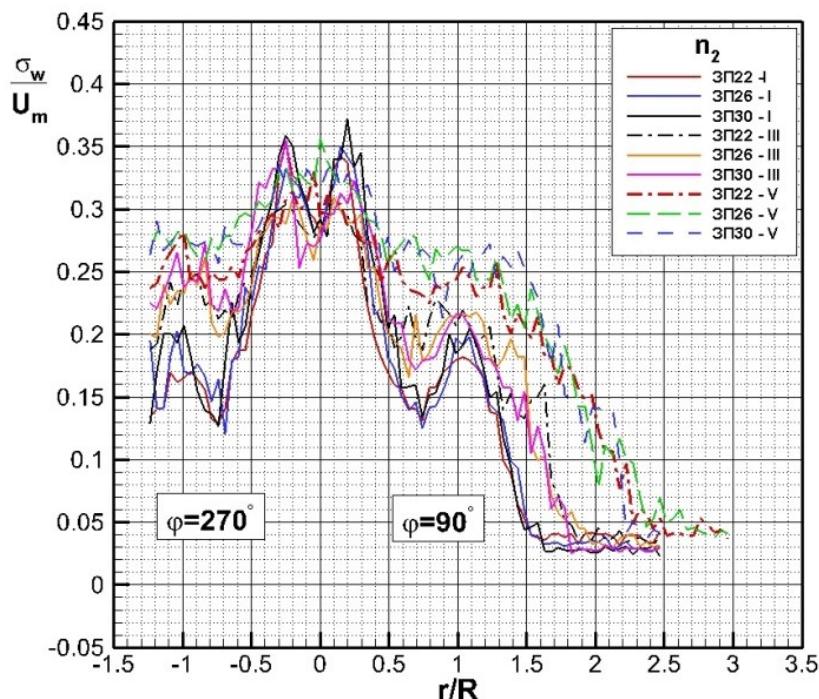


Слика 45. Расподела функције  $\frac{\sigma_v}{U_m} = f_v \left( \frac{r}{R}; \beta_{R,i}, n_2 \right)$ ,  $i=1,2,3$ , у пресецима вихорног млаза I-III-V при  $n_2$ .

Интересантно је да се претходна структура нормалних турбулентних напона у домену  $0,5 < r/R < 1$  задржава и за област  $r/R > 1$  (слика 45), при чему  $\sigma_v$  у пресецима I и III брже

опада и већ за  $r/R \approx 1,6$ , односно  $r/R \approx 1,8$  постаје приближно константно ( $\sigma_v/U_m \approx const. \approx 0,3$ ) и независно од угла  $\beta_{R,i}$ . Ниво турбуленције  $\sigma_v/U_m$  у пресеку V за сва триугла спорије опада, да би за  $r/R \approx 2,5$  постао приближно константан  $\sigma_v/U_m \approx const. \approx 0,4$ .

На слици 46 се, као и на сликама 44 и 45, уочава да се турбулентни напон  $-\rho\sigma_w^2 \equiv -\rho\overline{w^2}$  знатно мења како од пресека до пресека, тако и у сваком појединчаном пресеку под утицајем угла лопатица  $\beta_{R,i}$ . Ова дејства су различита по карактеру и по интензитету у различитим доменима пресека вихорног млаза. Наиме, и у овом као и у претходним случајевима се област попречног пресека млаза може грубо поделити на три области: ①  $0 < r/R < 0,5$ , ②  $0,5 < r/R < 1$  и ③  $r/R > 1$ .



Слика 46. Утицај угла лопатица  $\beta_{R,i}$  ( $i=1,2,3$ ) на интензитет турбуленције обимске брзине  $\frac{\sigma_w}{U_m}$  при режиму рада  $n_2$  у пресецима млаза I-III-V.

Карактеристике домена ① су: ниво турбуленције у обимском правцу  $\sigma_w/U_m$  најпре расте, а потом нагло опада у сва три пресека и за сва триугла. Највећу промену „доживљава“ интензитет  $\sigma_w(I, \beta_{R,3})$ , а најмању  $\sigma_w(V, \beta_{R,2})$ .

У домену ② турбулентни нормални напон  $\sigma_w^2$  наставља да опада све до  $r/R \approx 0,75$ , а потом расте достижећи локални максимум,  $\sigma_{w,max}$ . За угао  $\beta_{R,3}$  следи релација:  $\sigma_w(V) > \sigma_w(III) > \sigma_w(I)$ , а пошто је она иста и за углове  $\beta_{R,1}$  и  $\beta_{R,2}$ , онда важи продужена неједнакост  $\sigma_w(I, \beta_{R,i}) < \sigma_w(III, \beta_{R,i}) < \sigma_w(V, \beta_{R,i})$ . Дакле, утицај  $\beta_{R,i}$  је најмање изражен код

интензитета турбуленције у пресеку I, а највише у пресеку V. При томе у пресеку V највећи утицај на  $\sigma_w$  има  $\beta_{R,3}$ , затим  $\beta_{R,2}$ , док најмање утиче  $\beta_{R,1}$  (слика 46).

Утицаји углова лопатица  $\beta_{R,i}$  на ниво турбуленције  $\sigma_w/U_m$ , тј на Рейнолдсов напон  $-\rho\sigma_w^2 \equiv -\rho\overline{w^2}$  је у домену ③ сличан као и у домену ②. Наиме, и у домену ③ величина  $\sigma_w$  опада у свим пресецима и за све углове  $\beta_{R,i}$ , чији су утицаји на  $\sigma_w$  у пресецима I, III и V слични као у домену ②. Наиме, ако са  $\sigma_w(I; \beta_{R,3,2,1})$  искажемо тврђњу да на  $\sigma_w$  у пресеку I највише утиче  $\beta_{R,3}$ , а најмање  $\beta_{R,1}$ , онда за пресеке III и V важе релације  $\sigma_w(III; \beta_{R,2,1,3}) < \sigma_w(V; \beta_{R,3,2,1})$ . Уочава се да индекси 1,2,3 у означи углова  $\beta_{R,i}$  чине негативне пермутације бројева 1,2,3, како следи I(3,2,1), III(2,1,3) и V(3,2,1), при чему први бројеви означавају индексугла лопатице  $\beta_{R,i}$  који у датом пресеку има највећи утицај на промену нивоа турбуленције  $\sigma_w/U_m$ .

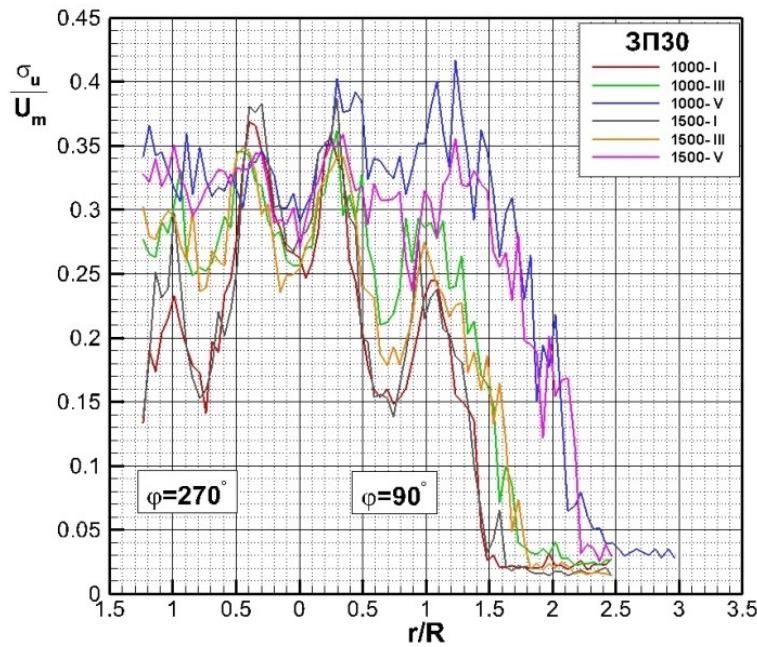
Резултати добијени анализом утицаја углова лопатица  $\beta_{R,i}$  на интензитет турбуленције  $\sigma_u/U_m$ ,  $\sigma_v/U_m$  и  $\sigma_w/U_m$  дају битне физичке основе тумачења процеса генерирања турбуленције и појава турбулентног преноса у вихорном млазу.

### 5.3.2 Утицај Рейнолдсовог броја на радијално-аксијалну еволуцију нивоа турбуленције

У овом поглављу се истражује утицај Рейнолдсовог броја на интензитет турбуленције у аксијалном, радијалним и обимском правцу у три карактеристична пресека вихорног млаза аксијалног вентилатора. Скуп функција  $\sigma_i/U_m = f_i(r/R, x_l/D, \beta_{R,3} \text{Re}, k)$ , где су  $i = u, v, w$ ,  $l = I, III, V$ ,  $k = 1, 2$  и  $\beta_{R,3} = 30^\circ$  дефинише 18 експерименталних двопараметарских кривих од којих по шест на свакој од слика 47, 48 и 49.

Као и у случају истраживања утицаја углова лопатица, тако се и при анализи утицаја променљивих параметара  $\text{Re}_1$  и  $\text{Re}_2$  добија промена поља централних момената другог реда  $\sigma_i^2 \equiv \overline{u_i^2}$ . При томе се ради о вентилатору ЗП30 и његова два режима рада одређена брzinама обртања  $n_1$  и  $n_2$ .

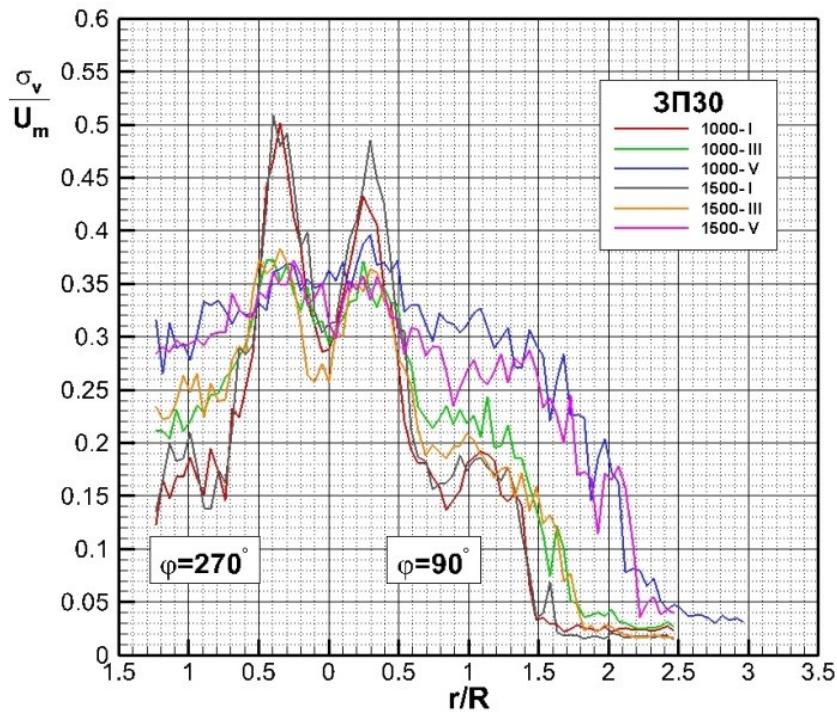
Слика 47 приказује промену нивоа турбуленције  $\sigma_u/U_m$  изазвану променом Рейнолдсовог броја у пресецима I, III и V при  $\beta_{R,3} = 30^\circ$ .



Слика 47. Утицај Рејнолдсовог броја  $Re_k$  ( $k=1,2$ ) на расподелу нивоа турбуленције  $\frac{\sigma_u}{U_m}$  у пресекима I-III-V вихорног млаза вентилатора ЗП30.

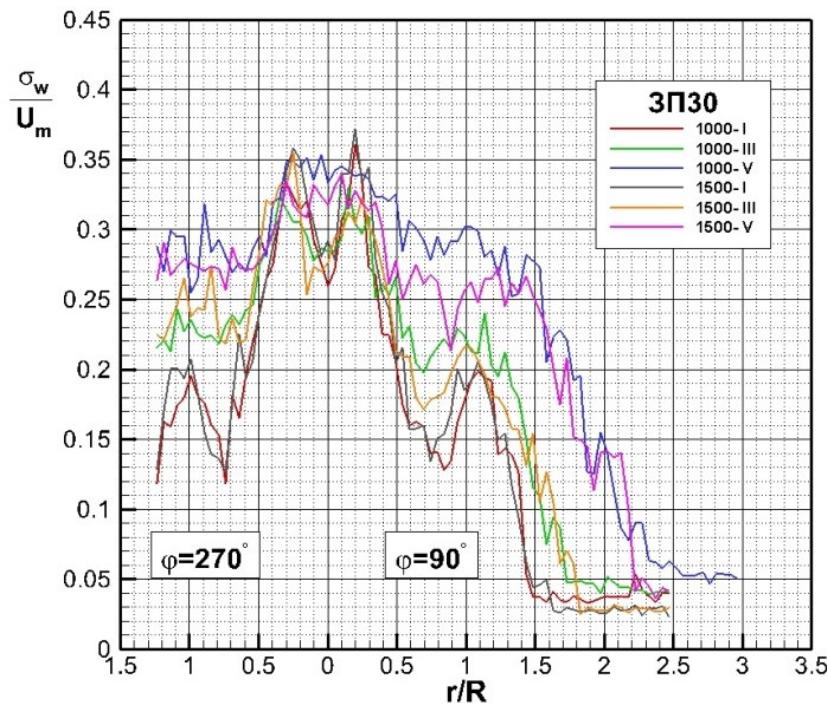
У циљу сажетијег и прегледнијег описивања утицаја  $Re$  на  $\sigma_i$  у појединим карактеристичним пресекима млаза уводи се означавање: интензитет турбуленције  $\equiv$  функција од Рејнолдсовог броја и пресека, тј.  $\sigma_i = f_i(Re, k; x_l/D)$ , или још једноставније,  $\sigma_u(l, III)$  у значењу: интензитет турбуленције  $\sigma_u$  за Рејнолдсов број  $Re_1$  у пресеку III. Наиме, релација  $\sigma_u(l, I) \approx \sigma_u(2, I)$  показује да Рејнолдсов број најмање утиче на  $\sigma_u$  у целом пресеку I, јер су за  $Re_1$  и  $Re_2$  најмање разлике у пресеку I (слика 47).

Скуп двопараметарских кривих  $\sigma_v(Re, k; x_l/D)$  на слици 48 показује да у области  $r/R > 0,5$  Рејнолдсов број на исти начин утиче на  $\sigma_v$  као и на интензитет турбуленције  $\sigma_u$ . У домену  $0 < r/R < 0,5$  је доиста  $\sigma_v(2, I) > \sigma_v(1, I)$ , али су за остале два пресека релације исте као и за  $\sigma_u$ , како следи:  $\sigma_v(2, j) > \sigma_v(1, j)$  где је  $j = III, V$ . Другим речима, само у домену  $r/R < 0,5$  важи  $\sigma_v(2, I) > \sigma_v(1, I)$ , док је за  $r/R > 0,5$  утицај режима рада  $n_1$  и  $n_2$  на понашање  $\sigma_v$  исти као и код величине  $\sigma_u$ .



Слика 48. Карактер функције  $\frac{\sigma_v}{U_m} = f_v\left(\frac{r}{R}; 3П30, n_k\right)$ ,  $k=1,2$ , приказује утицај брзине обртања  $n_1$  и  $n_2$ , тј. бројева  $Re_1$  и  $Re_2$  на ниво турбуленције  $\frac{\sigma_v}{U_m}$  у пресецима I-III-V слободног вихорног млаза.

Карактер утицаја Рейнолдсовог броја на нормални турбулентни напон у обимском правцу  $-\rho \overline{w^2}$  је исти као и код два друга Рейнолдсова напона за област  $r/R < 0,5$  у сва три карактеристична мерна пресека вихорног млаза (слика 49). Јавља се мала разлика у домену  $0 < r/R < 0,5$  у коме  $\sigma_w(1,I) \approx \sigma_w(2,I)$  и  $\sigma_w(2,III) > \sigma_w(1,III)$ , али остаје  $\sigma_w(1,V) > \sigma_w(2,V)$ , као што је био случај за  $\sigma_u$  и  $\sigma_v$ . Уочава се да у домену  $0,5 < r/R < 1$  постоји највећи утицај Рейнолдсовог броја на инзензитет турбуленције  $\sigma_w$  у пресецима III и V, јер је, на пример,  $\sigma_w(Re_1;V) - \sigma_w(Re_2;V) \equiv \Delta \sigma_{w,max}$ .



Слика 49. Промена интензитета турбуленције обимске брзине  $\frac{\sigma_w}{U_m}$  у попречним мерним пресецима I-III-V која је проузрокована Рейнолдсовим бројевима  $Re_1$  и  $Re_2$ , т.ј. режимима  $n_1$  и  $n_2$  вентилатора ЗП30.

Претходна анализа утицаја Рейнолдсовог броја на појединачна поља нивоа турбуленције омогуѓава добијање закључака који се односе на укупно поље турбулентних нормалних напона. Први од њих је да је утицај Рейнолдсовог броја за сва три карактеристична пресека у области  $r/R > 0,5$  строго хијерархијски уређен по пресецима и раслојен по  $Re$  - бројевима. Наиме, крива  $\sigma_i(Re_1, V)$  формира горњу, а криве  $\sigma_i(Re_2, I)$  и  $\sigma_i(Re_1, I)$  доју границу скупа двопараметарских кривих  $\sigma_i(Re_k; x_l/D)$  (слике 47-49). Други закључак се односи на област језгра, смицајни слој и почетак прелазне области, дакле за  $0 < r/R < 0,5$ , где Рейнолдсови бројеви не успевају да у већој мери „разбију“ компактност снопа и да значајније раслоје криве  $\sigma_i$ . То се мора посматрати као последица мањих међусобних разлика интензитета  $\sigma_i$  у овом домену. Трећи закључак дефинише „асимптотско“ понашање емпириских  $\sigma_i$  - кривих при већим вредностима  $r/R$ . Наиме, утицај Рейнолдсовог броја на  $\sigma_i$  у пресецима I и III се знатно смањује за  $r/R > 1,7$ , док се у пресеку V то дешава при  $r/R > 2,5$ . У овим областима су  $\sigma_i \approx const.$ , са знатно мањим вредностима него у осталим областима попречног пресека (слике 47-49).

У завршетку овог поглавља потребно је истаћи скоро потпуна симетрију експерименталних профиле нормалних турбулентних напона, независно од тога да ли се истражује утицај угла лопатица  $\beta_{R,i}$  или Рейнолдсових бројева  $Re_k$  на њих. То значи да се у датим струјно - геометријским условима остварује статистичка осносиметричност вихорног млаза, са једне стране, као и да су мерни уређаји, мерне методе и прецизност извођења експеримента значајно допринели да се ова природно остварена осносиметричност експериментом и потврди, с друге стране. То је врло значајан закључак, како са практичне, тако и са теоријске тачке гледишта. Наиме, дати резултати потврђују физичко - нумериčку анализу промене

поља турбулентних напона  $\partial_r \sigma_i$  и  $\partial_x \sigma_i$  под утицајем различитих режима рада аксијалног вентилатора, тако да потврда осносиметричности даје потребну сигурност у тачност мерења као и у добијене експерименталне резултате и њихово физичко тумачење. То се може приметити на сликама 44-49.

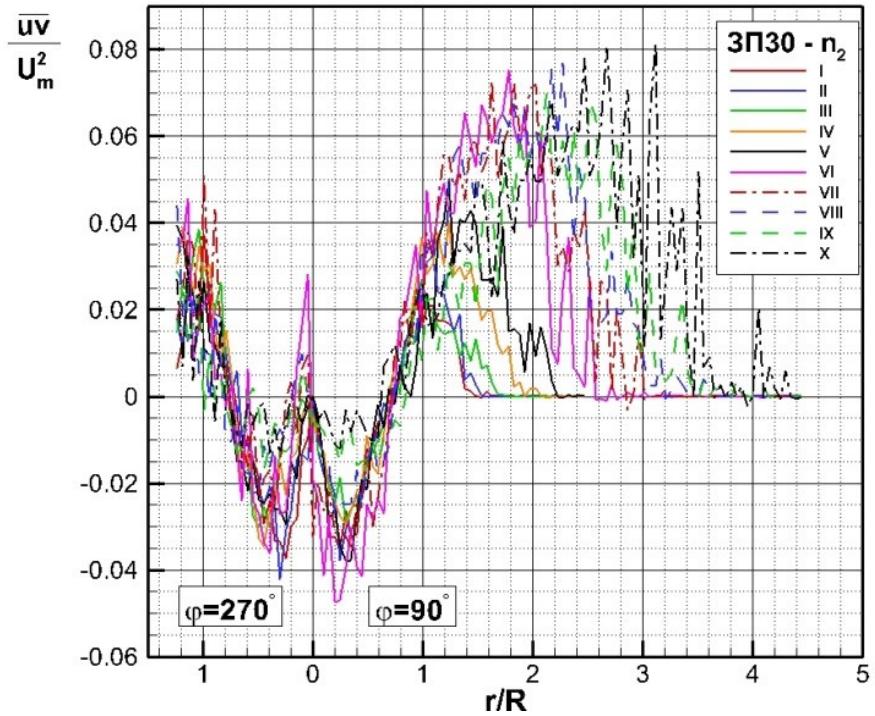
#### **5.4 Физичко тумачење измерених Рейнолдсових смицајних напона и кинетичке енергије турбуленције у мерним пресекима вихорног млаза**

У глави 2 је приказана једначина корелационих момената другог реда  $Q_{ij}$  и теоријски је анализиран утицај вихора на њих. Кинетичка енергија турбуленције је при томе повезана са централним моментима другог реда  $k = \overline{u_i u_i} / 2$ . У овом поглављу се физички тумаче експерименталне аксијално-радијалне расподеле корелација  $\overline{u_i u_j}$ ,  $i \neq j$ , кинетичке енергије и њихове повезаности са осталим компонентама корелационог тензора и осредњеног брзинског поља.

##### **5.4.1 Емпириски дијаграми просторне еволуције турбулентних смицајних напона**

Сагласно општој дефиницији корелационог тензора другог реда  $Q_{ij} = \overline{u_i u_j}$ ,  $Q_{ij} \equiv Q_{ji}$ ,  $i \neq j$ , добијају се његове компоненте које представљају мешовите корелације  $\overline{u_i u_j}$  за  $i, j = 1, 2, 3$  и  $i \neq j$ . Њихов бездимензиони облик се приказује како следи:  $Q_{ij}/U_m^2 \equiv \overline{u_i u_j}/U_m^2$ ,  $u_{1,2,3} = u, v, w$ , тј.  $Q_{uv} \equiv \overline{uv}$ ,  $Q_{vw} \equiv \overline{vw}$ ,  $Q_{uw} \equiv \overline{uw}$ . Корелације  $Q_{ij} = \overline{u_i u_j}$  физички представљају Рейнолдсове смицајне напоне  $T_{ij} = -\rho \overline{u_i u_j}$ ,  $i \neq j$ , тако да корелације  $\overline{uv}$ ,  $\overline{vw}$  и  $\overline{uw}$  (слике 50-52) одговарају турбулентним смицајним напонима  $-\rho \overline{uv}$ ,  $-\rho \overline{vw}$  и  $-\rho \overline{uw}$ .

Слика 50 приказује једну од најважнијих корелација  $\overline{uv}/U_m^2$  у струјном пољу вихорног млаза. Њена радијално-аксијална расподела је из тих разлога дата за свих десет мерних пресека млаза, као и за меридијанску раван  $\varphi = 270^\circ$ , да би се и у овом случају установила осносиметричност експерименталних расподела статистичких величина. Једна од најкарактеристичнијих појава у вихорном струјању је да корелација  $Q_{uv} \equiv \overline{uv}$  има негативне вредности у језгру и смицајном слоју, које се низструјно смањују. Ипак, и у крајњем мерном пресеку вихорног млаза X, корелациони момент остаје негативан. Ова карактеристична промена предзнака корелационог момента  $\overline{uv}$  дешава се у свим пресекима у интервалу  $0,7 < r/R < 0,8$ , да би за  $r/R$  веће од ових вредности корелација  $\overline{uv}$  била позитивна у свим низструјним пресекима (слика 50).



Слика 50. Низструјна расподела функције  $\frac{\bar{uv}}{U_m^2} = f_{uv}\left(\frac{r}{R}, \frac{x_l}{D}; \text{ЗП30}, n_2\right)$ ,  $l=I, II, \dots, X$ , у попречним пресекима млаза аксијалног вентилатора ЗП30 при режиму  $n_2$ .

Уочава се да  $\bar{uv}$  ишчезава ( $\bar{uv} \approx 0$ ) у строгој хијерархији пресека од I-X, при чему је, на пример,  $\bar{uv}(r/R \approx 1,6; x_l/D) \approx 0$  и  $\bar{uv}(r/R \approx 4,4; x_X/D) \approx 0$ .

О повезаности корелационог момента  $\bar{uv}$  са радијалним променама брзине  $\partial_r U_i$  било је говора у вези са нормалним турбулентним напонима. Овде се, међутим, дискутују експериментални подаци који карактеришу битну улогу компоненте  $Q_{uv}$  корелационог тензора у трансформацији осредњеног брзинског поља и то посебно радијално-аксијалну еволуцију аксијалне осредњене брзине  $U$ . Наиме, физичко тумачење корелације  $\bar{uv}$  је да она представља преношење аксијалног импулса у радијалном правцу вихорног млаза. Сходно овоме следи да су у широј области око осе млаза (језгру и смицајном слоју), где је  $Q_{uv} < 0$ , процеси радијалне размене количине кретања претежно усмерени ка оси млаза. Овим механизмом се струјање у области око осе убрзава, тј. осредњена аксијална брзина  $U$  се низструјно повећава и њен профил постаје све равномернији. Тај процес се, међутим, не завршава ни у крајњем пресеку X, што се јасно уочава на сликама 18 и 50. Оваква физичка повезаност осредњене аксијалне брзине  $U$  и корелације  $\bar{uv}$  је обухваћена Рейнолдсовом једначином у правцу  $x$ -осе (глава 2):

$$U \partial_x U + V \partial_r U = -\rho^{-1} \partial_x \bar{P} + \nu \nabla^2 U - \left[ \partial_x \bar{u^2} + r^{-1} \partial_r (r \bar{u v}) \right] \quad (5.8)$$

из које се уочава утицај радијалне промене величине  $r^{-1} \partial_r (r \bar{u v})$ , као и промене централног момента  $\bar{u^2}$  у аксијалном правцу, на конвекцију брзинског поља у правцу  $x$ -осе, тј. на конвективни члан  $U \partial_x U + V \partial_r U$ . Ефекат турбулентног смицајног напона  $-\rho \bar{u v}$  на промену брзинског  $U$  профила је и математички потпуно јасно дефинисан релацијом  $-\partial_r (r \bar{u v}) > 0$  у

областима  $r/R < 0,4$  и  $r/R > 1,2$  у којима расподела аксијалне брзине  $U$  постаје све равномернија.

Сложен карактер механизма турбулентне размене није, међутим, изражен само кроз међудејство величина  $\bar{uv}$  и  $U$ , већ и кроз спрегнутост  $\bar{uv}$  са другим корелационим моментима  $\bar{u_i u_j}$  и променама осредњеног брзинског поља  $\partial_r U_i$  и  $\partial_x U_i$ .

Та физичка повезаност се нарочито изражава у анализи појаве генерисања  $P_{uv}$  корелације  $\bar{uv}$ , као и у њеном учешћу у продукцији осталих Рејнолдсових напона  $T_{ij} = -\rho \bar{u_i u_j}$ . У том циљу је, а због значаја корелационог момента  $\bar{uv}$ , у глави 2 написана потпуна  $\bar{uv}$  - једначина, којом се описује његова конвекција ( $K_{uv}$ ), дифузија ( $D_{uv}$ ), продукција ( $P_{uv}$ ), редистрибуција ( $RD_{uv}$ ) и дисипација ( $\varepsilon_{uv}$ ). Продукција  $P_{uv}$ , која дефинише генерисање корелације  $\bar{uv}$ , се одређује на основу промена осредњених брзина  $U$  и  $V$  у радијалном и аксијалном правцу, спрегнутих са статистичким моментима  $\bar{u^2}$ ,  $\bar{v^2}$ ,  $\bar{uv}$ , као и члан  $\bar{uw}W/r$ , који је повезан са генерисањем турбуленције, тј. корелације  $\bar{uv}$ , на рачун обртног (ротационог) кретања флуида. Ако се у комплетном изразу за  $P_{uv}$  занемаре чланови који садрже промене у правцу  $x$ -осе  $\partial_x U_i = 0$ , онда се добија апроксимативни израз:

$$P_{uv} \approx -\bar{uv} \partial_r V + \bar{uw} W/r - \bar{v^2} \partial_r U \quad (5.9)$$

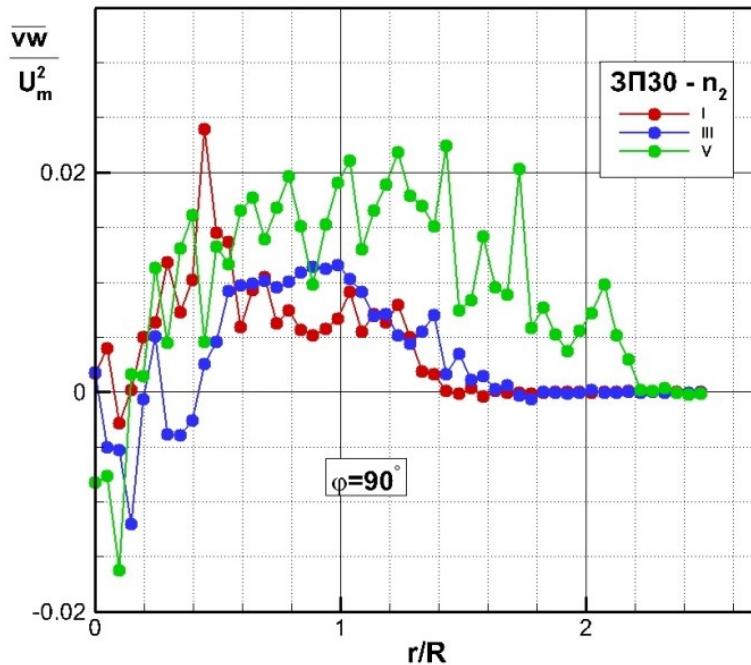
у коме су сва три члана на десној страни израза израчуната на бази експерименталних резултата.

У складу са експериментално-нумеричким резултатима датим функцијом  $P_{uv} = f(r/R, x_{III}/D; \beta_{R,3}, n_2, \partial_x U_i = 0)$  уочавају се домени попречног пресека вихорног млаза у којима се јавља негативна продукција корелационог момента  $\bar{uv}$ . То је последица сложеног механизма турбулентног преноса и међусобне зависности флуктуационог и осредњеног брзинског поља. Наиме, са променама радијалне и аксијалне брзине  $\partial_r V$  и  $\partial_r U$  (слика 24), спрегнута су поља турбулентних напона  $-\rho \bar{uv}$  и  $-\rho \bar{v^2}$ , док је генерисање корелације  $\bar{uv}$  на рачун поља обимске брзине дефинисано изразом  $\bar{uw} W/r$ . Анализом израчунатих и приказаних функција  $-\bar{uv} \partial_r V = f_v(r/R)$ ,  $\bar{uw} W/r = f_w(r/R)$  и  $\bar{v^2} \partial_r U = f_u(r/R)$  показује се да су у домену  $0 < r/R < 0,5$  функције  $f_w > 0$  и  $f_u < 0$ , док функција  $f_v$  више пута мења свој предзнак. Међусобни однос бројних вредности ових функција одређује највећу позитивну продукцију  $P_{uv}$ , тј.  $(P_{uv})_{max} > 0$  за  $r/R < 0,5$ . Међутим, већ у области  $0,5 < r/R < 0,6$  све три функције имају негативне вредности, тако да је и  $P_{uv} < 0$  у овој области попречног пресека млаза. За све вредности  $r/R > 0,6$  важе релације  $f_w > 0$  и  $f_u > 0$ ,  $\pm f_v \geq 0$ , тако да се у складу са тим добијају како позитивне, тако и негативне вредности продукционог члана  $P_{uv}$ . На пример,  $P_{uv} < 0$  за  $r/R \in \{(0,7-0,8), (1,2-1,25), (1,32-1,38), (1,44-1,51)\}$ . За  $r/R > 1,7$  генерисање турбулентног смицајног напона  $-\rho \bar{uv}$  ишчезава, тј.  $P_{uv} \approx 0$ . Значајно је истаћи да се зависност флуктуационих и осредњених брзина даје у облику  $-\bar{uv} \partial_r W$  као један од продукционих чланова  $P_{uw}$ , којим се дефинише генерисање Рејнолдсовог смицајног напона

$-\rho \bar{u} \bar{w}$ . Дискусија израза  $-\bar{u} \partial_r U$  биће дата нешто касније, у вези са процесима преноса и генерирањем кинетичке енергије турбуленције.

Расподелу корелације  $Q_{vw} \equiv \bar{vw}$ , тј. турбулентног смицајног напона  $T_{vw} = -\rho \bar{vw}$  у радијалном и аксијалном правцу показује слика 51. Ако се уведу следеће ознаке:  $\bar{vw}(x_{I,III,V}, r_1/D < r/D < r_2/D) \equiv \bar{vw}(I, III, V, r_1^* < r^* < r_2^*)$  онда су позитивне и негативне вредности корелације за појединачне домене три пресека млаза дате како следи:

$$\begin{aligned} \bar{vw}(I; r^* < 0,1) > 0 &\leftrightarrow \bar{vw}(III; V, r^* < 0,1), \bar{vw}(I, III, V; 0,1 < r^* < 0,2) < 0, \bar{vw}(III; 0,2 < r^* < 0,4) < 0 \\ \Leftrightarrow \bar{vw}(I, V; 0,2 < r^* < 0,4) > 0, \quad \bar{vw}(I, III, V; r^* > 0,4) > 0. \end{aligned}$$



Слика 51. Просторна (радијално-аксијална) расподела Рејнолдсовог смицајног напона у бездимензијском облику  $\frac{\bar{vw}}{U_m^2}$  у мерним пресецима  $\frac{x_l}{D}$ ,  $l \in L$ ,  $L = \{I, III, V\}$  млаза вентилатора ЗП30 при  $n_2$ .

Овакве емпириске расподеле су у складу са измереним осредњеним пољем обимске и радијалне брзине (слике 5-7). Наиме, величина  $Q_{vw}$  је у строгој корелацији, тј. међузависности са радијалном расподелом обимске брзине  $W$ , што узрокује јаку додатну размену количине кретања у радијалном правцу вихорног млаза. При томе  $\bar{vw}(I, r^* \approx 0,4) = (\bar{vw})_{\max}$  одговара максималној вредности обимске брзине у истој тој тачки

$W(I, r^* \approx 0,4) = W_{\max}$  (слика 21). У глави 2 је дискутована повезаност величина  $\bar{vw}$  и  $\partial_r(W/r)$ , чemu ће се нешто касније посветити посебна пажња с обзиром на значај резултата који су добијени на основу мерења. Промене корелације  $\bar{vw}$  у аксијалном правцу приказују се низиструјним променама њихових интензитета:  $\bar{vw}(I) > \bar{vw}(V) > \bar{vw}(III)$  за  $r^* < 0,5$ ;  $\bar{vw}(V) > \bar{vw}(III) > \bar{vw}(I)$  где су вредности  $r^* > 0,5$ ;  $\bar{vw}(V) \gg \bar{vw}(I, III)$  за  $r^* > 1,2$ ;  $\bar{vw}(I, III; r^* > 1,8) \approx 0$  и  $\bar{vw}(V; r^* > 2,2) \approx 0$ .

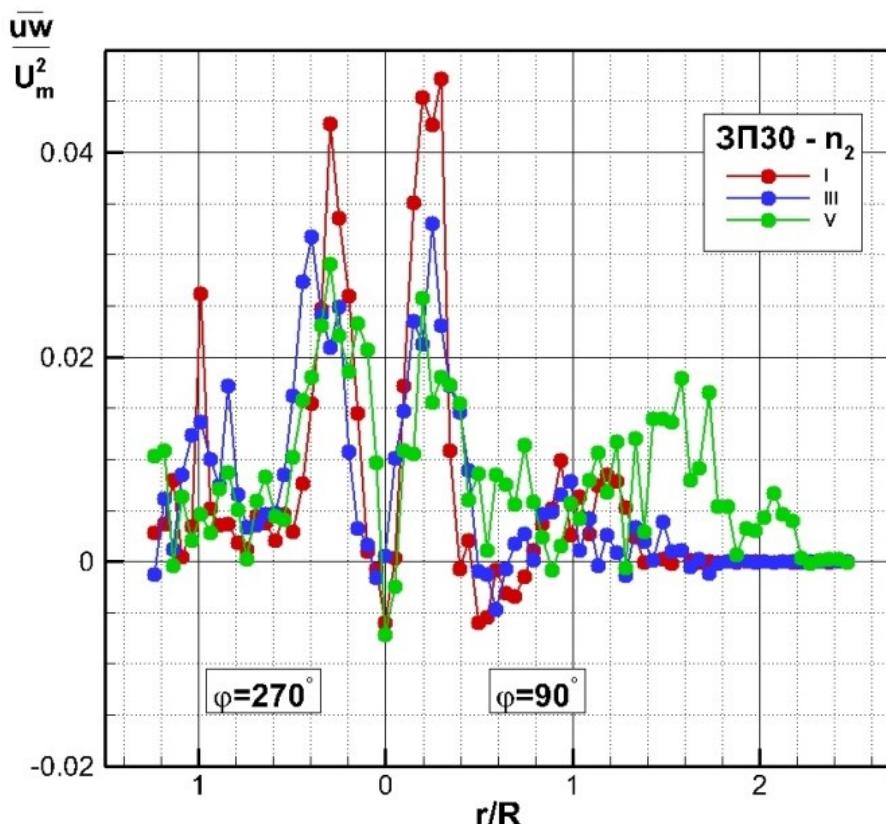
Ови резултати на известан начин квантификују не само низструјни развој поља турбулентних смицајних напона  $-\rho\bar{vw}$ , већ и упућују на истраживање генерисања овог напона. На основу емпиријских података и нумеричких поступака, одређени су сви чланови у изразу за  $P_{vw}$  који, при занемаривању величина  $\partial_x U_i$ , има облик:

$$P_{vw} = -\bar{v^2}\partial_r W + \bar{w^2}W/r - \bar{vw}(\partial_r V + V/r). \quad (5.10)$$

Величина  $P_{vw}$  је анализирана за пресек III, ЗП30 и  $n_2$ . У складу са добијеним вредностима и предзначима појединачних чланова следи да је  $-\bar{v^2}\partial_r W < 0$  за  $r^* < 0,4$ , док су у том интервалу чланови  $-\bar{vw}V/r$  и  $\bar{w^2}W/r$  позитивни, а  $-\bar{vw}\partial_r V$  наизменично позитиван и негативан. Пошто је по својој апсолутној вредности  $\bar{v^2}\partial_r W$  доминантан, онда из анализе следи да је у тој области  $0 < r/R < 0,4$  продукција  $P_{vw}$  негативна, а за свако  $r/R > 0,4$  она има позитивну вредност. При томе је  $|P_{vw}(III, r^* < 0,4)| = P_{vw,max}$ . У том домену пресека вихорног млаза су присутне негативне вредности корелације  $\bar{vw}$  (слика 51), које у међудејству са флуктуационим и осредњеним пољем учествују у свим облицима турбулентне размене, па и у генерисању других турбулентних напона. Тако на пример, величина  $-2\bar{vw}\partial_r W$  учествује у генерисању Рейнолдсовог нормалног турбулентног напона  $-\rho\bar{w^2}$ , док посредством релације  $-\bar{vw}\partial_r U$  утиче на поље корелационог момента  $\bar{uw}$ .

Слика 52 приказује зависност корелационог момента  $Q_{uw} \equiv \bar{uw}$  од радијалне координате у три мерна пресека вихорног млаза тако да се може писати:  $\bar{uw} = f_l(r^*, x_l^*; \beta_{R,3}, n_2)$ , где је  $r^* = r/R$  и  $l = I, III, V$ . Овакав запис омогућује лакше праћење основних карактеристика скупа дијаграма на слици 52. На пример, низструјне промене интензитета функције  $\bar{uw} = f_l(r^*)$  у појединим доменима попречних пресека млаза се квалитативно објашњавају релацијама како следи:  $f_I > f_{III} > f_V$  за  $r^* < 0,3$ ;  $f_I \approx f_{III} \approx f_V$  за  $0,3 < r^* < 1,4$ ;  $f_V \gg f_I, f_{III}$  за  $r^* > 1,4$ ;  $f_I(r^* > 1,8) \approx 0$ ,  $f_{III}(r^* > 1,8) \approx 0$ ,  $f_V(r^* > 2,2) \approx 0$ . У језгру је  $f_l(r^* < 0,05) < 0$ , а такође се у интервалу  $0,45 < r^* < 1,3$  јављају мале негативне вредности корелационог момента  $\bar{uw}$ . Његове највеће вредности настају у области језгра и смицајног слоја тако да је  $f_{I, III, V}(r^* \approx 0,3) \equiv (f_{I, III, V})_{max}$ . Претходна анализа је последица сложеног утицаја вихора на турбулентну размену, који се физички тумачи на следећи начин. У претходном излагању је показана изразита међузависност флуктуационог и осредњеног брзинског поља. Тако је и развој обимске брзине  $W$  у аксијалном правцу суштински повезан са физичким процесима турбулентног преноса импулса, који се остварује Рейнолдсовим смицајним напоном  $-\rho\bar{uw}$  у турбулентном пољу вихорног млаза. Корелација  $\bar{uw}$  изражава радијалну и аксијалну трансформацију осредњених брзина  $U$  и  $W$ , тако да је повезана са Рейнолдсовим нормалним напонима  $-\rho\bar{u^2}$  и  $-\rho\bar{w^2}$ . На то указују и дијаграми на сликама 52, 40-42. Наиме, своје највеће вредности корелациони момент другог реда  $\bar{uw}$  постиже у истим доменима мерних пресека I, III и V у којима и централни моменти  $\sigma_u^2$  и  $\sigma_w^2$  имају своје максималне вредности, што је повезано са величином градијента осредњеног брзинског поља у тој области.

Диференцијална једначина за корелациони момент  $Q_{uw} \equiv \overline{uw}$  описује динамику поља ове величине, при чиму њен продукциони члан  $P_{uw} \approx -\overline{uw} \cdot V/r - \overline{uv} \cdot \partial_r W - \overline{vw} \cdot \partial_r U$ , у коме су величине  $\partial_x U_i$  занемарене, на најочигледнији начин описује сложена међудејства у процесу генерирања Рейнолдсовог смицајног напона  $-\rho \overline{uw}$ . Експериментални резултати и њихова нумеричка анализа су омогућили да се срачунају доприноси сваког појединачног члана у продукцији корелације аксијално-обимске флуктуације  $\overline{uw}$ . Добијени експериментално-нумерички дијаграм  $P_{uw} = f_{uw}(r/R, x_{III}; \beta_{R,3}, n_2)$  показује да су  $P_{uw}(0 < r/R < 0,4) \equiv P_{uw,\max} > 0$ ,  $P_{uw}(0,4 < r/R < 0,8) < 0$ ,  $P_{uw}(r/R > 0,8) > 0$  и  $P_{uw}(r/R > 1,63) \approx 0$ ,  $P_{uw}(r/R > 1,63) \approx 0$ .



Слика 52. Промена смицајног турбулентног напона  $\frac{\overline{uw}}{U_m^2}$  у мерним пресецима I, III и V, када је млаз генериран вентилатором ЗП30 брзине обртања  $n_2$ .

Карактер промене корелације  $\overline{uw}$  и његова зависност, не само од брзина  $U$  и  $W$ , већ и од радијалне брзине  $V$ , уочава се у конвективном члану диференцијалне једначине за статистичке моменте другог реда  $Q_{uw}$  (глава 2), који је дефинисан изразом  $K_{uw} = U \partial_x Q_{uw} + V \partial_r Q_{uw} + (W/r) \overline{uv}$ . О неким ефектима турбулентне дифузије биће говора у поглављима који следе. Наглашава се, у складу са сликом 52, да мерни резултати и за ову корелацију потврђују да је струјно поље вихорног млаза у условима извођења експеримента статистички осносиметрично.

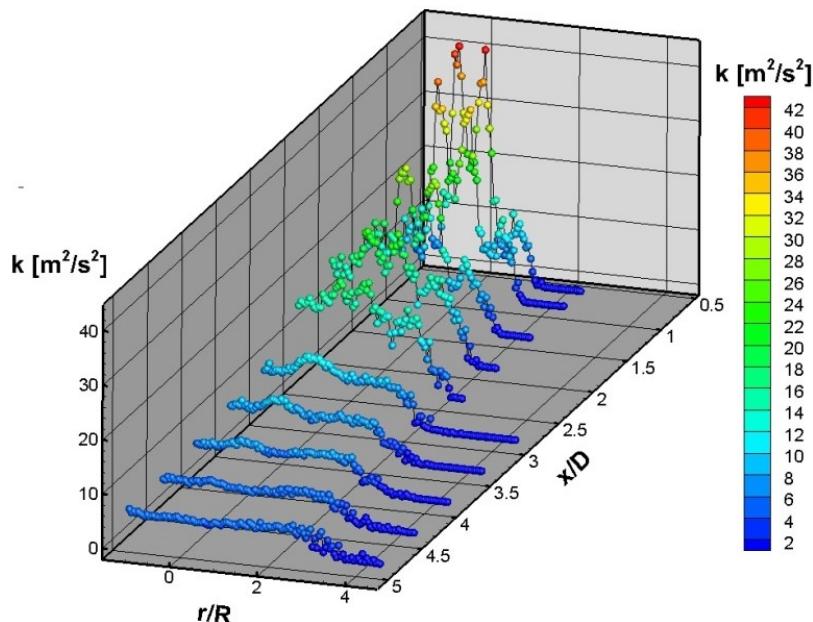
За сва три Рейнолдсова смицајна напона  $T_{ij} = T_{ji} = -\rho \overline{u_i u_j}$ ,  $i \neq j$  се може закључити да је присутна изразита неравномерност како у радијалном, тако и у аксијалном правцу.

Негативне вредности корелационих момената  $\overline{u_i u_j}$ ,  $i \neq j$ , изражене су нарочито код корелације  $\overline{uv}$  (слика 50). У језгру и смицајном слоју важи релација  $|\overline{uv}| \approx |\overline{uu}|$ . У прелазној области, у којој је присутна интензивна турбулентна размена, турбулентни смицајни напони низструјно расту, у складу са појавом ширења млаза и струјним условима на његовој граници.

Централним статистичким моментним другог реда припада и кинетичка енергија турбуленције, која се анализира у следећем поглављу.

#### 5.4.2 Резултати мерења и утицаји режима рада вентилатора на расподелу кинетичке енергије турбуленције

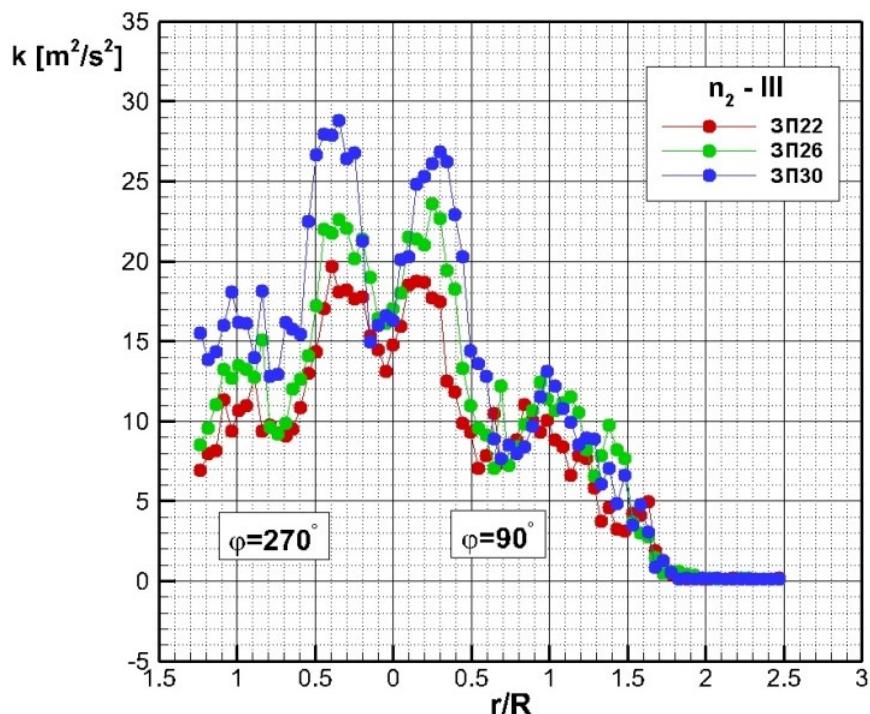
Кинетичка енергија турбуленције  $k = \overline{u_i u_j} / 2$  и механизам њеног генерисања, турбулентног преношења и дисипације у вихорном млазу имају кључну улогу у физичкој и математичкој анализи турбулентног поља. На слици 53 је дата функција  $k = f_k(r/R, x/D)$  емпиријске расподеле кинетичке енергије турбуленције у радијалном и аксијалном правцу слободног вихорног млаза аксијалног вентилатора ЗП30 при брзини обртања  $n_2$ . Диференцијална једначина за кинетичку енергију турбуленције има облик  $U \partial_x k + V \partial_r k = D_k + P_k + \varepsilon$ , где члан на левој страни означава конвекцију, док чланови на десној страни једначине редом означавају дифузију, продукцију и дисипацију кинетичке енергије турбуленције. У складу са релацијом  $2k = \sigma_u^2 + \sigma_v^2 + \sigma_w^2$ , као и већ анализираним емпиријским вредностима централних момената другог реда  $\sigma_i^2$ ,  $i=1,2,3$  (слике 40-42), највеће вредности величине  $k$  се јављају у области језгра и смицајног слоја које у низструјном правцу опадају (слика 53).



Слика 53. Просторна расподела кинетичке енергије турбуленције  $k = f_k \left( \frac{r}{R}, \frac{x_l}{D}; \text{ЗП30}, n_2 \right)$  где  $l \in L$ ,  $L = \{\text{I}, \text{II}, \dots, \text{X}\}$ .

О расподели и интензитету продукције  $P_k$  биће више речи при анализи генерисања кинетичке енергије турбуленције.

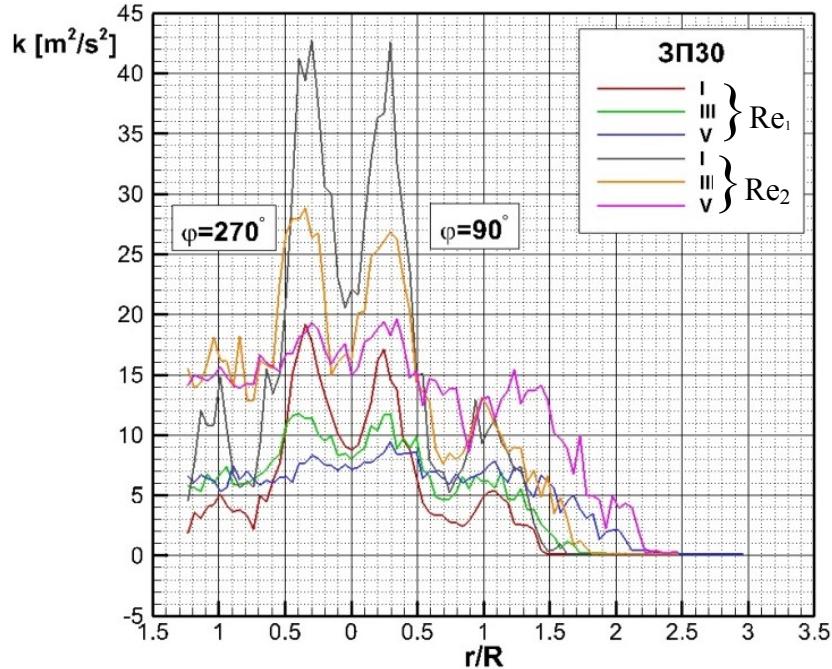
Емпириска функција  $k = k(r/R, x_{\text{III}}/D; \beta_{R,j}, n_2)$ ,  $j=1,2,3$  је представљена на слици 54 за три вредности угла лопатице  $\beta_{R,1,2,3} = 22, 26, 30^\circ$ . Расподела кинетичке енергије турбуленције у мерном пресеку III је изразито неравномерна, као што је то случај и са централним моментима  $\sigma_i^2$ ,  $i=u, v, w$ . Из тих разлога је и дискусија о утицају углова лопатица  $\beta_{R,i}$  на величину  $k$  аналогна оној, која је везана за слике 44-46. На слици 54 се уочава да у домуену  $0 \leq r/R \leq 0,5$  постоји строга уређеност  $k$ -кривих у погледу утицаја параметра  $\beta_{R,j}$  на величину  $k$ . Наиме, већој вредности  $\beta_R$  одговара већа вредност  $k$ , тј. релација  $\beta_{R,3} > \beta_{R,2} > \beta_{R,1}$  одговара хијерархија  $k_3 > k_2 > k_1$  где је  $k_2 \equiv k(\beta_{R,2})$ . Ово се једноставно изражава записом  $\beta_R \uparrow \Rightarrow k \uparrow$ .



Слика 54. Утицај угла лопатица  $\beta_{R,j}$  на радијалну расподелу кинетичке енергије турбуленције  $k = k\left(\frac{r}{R}\right)$  у мерном пресеку III при брзини обртања  $n_2=1500 \text{ min}^{-1}$  и  $j=1,2,3$ .

У интервалу  $0,5 \leq r/R \leq 1,7$  су  $k$ -криве ближе једна другој, али углавном задржавају свој претходни распоред. При томе се вредности кинетичке енергије турбуленције спорије смањују него што је то био случај у језгру и смицајном слоју, где се јавља и  $k_{\max}$ . Наиме,  $k(\beta_{R,3} \equiv 30^\circ, r/R \approx 0,3) = k_{\max}$ . Друга два максимума  $k_{2,\max}$  и  $k_{1,\max}$  одговарају угловима  $\beta_{R,2}$  и  $\beta_{R,1}$ , мањи су од  $k_{\max} = k_{3,\max}$  и налазе се нешто ближе оси у  $r/R \approx 0,25$  и  $r/R \approx 0,2$ . Већ је речено да су у овој области промене у радијалном правцу  $\partial_r k$  изразитије него у осталом делу пресека вихорног млаза, у коме за  $r/R > 1,8$  вредност кинетичке енергије турбуленције постаје јако блиска нули.

Слика 55, као и претходна слика 54, приказује скуп експерименталних кривих у две вертикалне равни  $\varphi=90^\circ$  и  $\varphi=270^\circ$  и потврђује спреку квалитета мерења и осносиметричности струјног поља вихорног млаза. На њој је приказан скуп експерименталних кривих  $k = k(r/R, x_l/D, \text{Re}_j; \beta_{R,3})$ , где је  $l = \text{I}, \text{III}, \text{V}$  и  $j = 1, 2$ .



Слика 55. Утицај Рейнолдсовог броја  $\text{Re}_j$ ,  $j=1,2$ , на кинетичку енергију турбуленције  $k = k\left(\frac{r}{R}\right)$  у низструјним пресецима I, III и V вихорног млаза иза вентилатора ЗП30.

Овим је омогућена дискусија утицаја две вредности Рейнолдсовог броја у истом пресеку, као и утицај истог Рейнолдсовог броја у три различита пресека на кинетичку енергију турбуленције  $k = \overline{u_i u_i}/2$ . При томе се има у виду сличност са дискусијом која се односила на утицај Рейнолдсовог броја на нормалне турбулентне напоне у пресецима  $x_l/D$ , где је  $l = \text{I}, \text{III}, \text{V}$  (слике 47-49). Наиме, у области језгра и смицајног слоја  $0 \leq r/R \leq 0,5$  кинетичка енергија опада у аксијалном правцу, независно о ком Рейнолдсовом броју се ради, што је приказано релацијама:  $k_{j,\text{I}} > k_{j,\text{III}} > k_{j,\text{V}}, j = 1, 2$  и  $k_{j,\text{III}} \equiv k(\text{Re}_j; x_{\text{III}}/D)$ . Како је у било ком пресеку  $k(\text{Re}_2) > k(\text{Re}_1)$  онда се утицаји Рейнолдсовых бројева на кинетичку енергију турбуленције у домену  $0 \leq r/R \leq 0,5$  могу описати релацијом у виду неједнакости  $k(\text{Re}_2; x_l/D) > k(\text{Re}_1; x_l/D)$ , где је  $l = \text{I}, \text{III}, \text{V}$ . Може се рећи да су  $k$ -криве хијерархијски уређене, јер за  $\text{Re}_j = \text{const.}$  и  $r/R = \text{const.}$  величина  $k$  опада када координата  $x_l$  расте, тј.  $k \downarrow$  када  $x \uparrow$ .

У области  $r/R > 0,5$  претходни хијерархијски распоред се ремети, тако да пресеци I и V с обзиром на утицај Рейнолдсовог броја, мењају улоге, а пресек III је са својим  $k$ -вредностима између њих. У домену  $0,5 \leq r/R \leq 2,2$  кинетичка енергија турбуленције се смањује, да би за  $r/R > 2,5$  ишчезла. Своју највећу вредност она постиже у пресеку I за вредност  $\text{Re} = \text{Re}_2$  тако да важи релација  $k(r/R \approx 0,3, x_l/D, \text{Re}_2) \equiv k_{\max}$ . Утицај  $\text{Re}$  - броја на величину  $k$  аналоган је

утицају  $\beta_R$  на  $k$ :  $\text{Re} \uparrow \Rightarrow k \uparrow$  као и у случају када  $\beta_R \uparrow \Rightarrow k \uparrow$ . Може се закључити да у сва три пресека I, III, V вихорног млаза кинетичка енергија турбуленције  $k$  расте са порастом Рейнолдсовог броја.

Анализа генерисања турбуленције и продукције поједињих Рейнолдсовых напона указала је на битне карактеристике турбулентног преноса у слободном вихорном млазу. Наиме, промена знака градијента брзине није увек изазивала и промену знака припадајуће компоненте тензора турбулентног напона. У доменима струјног поља у којима се то дешава, механизам турбулентног преноса је нелокалног карактера, присутна је неградијентна турбулентна дифузија и јавља се негативна продукција кинетичке енергије турбуленције. О овим феноменима је већ било говора у претходним поглављима. Наиме, током анализе продукционих чланова  $P_{uu}, P_{vv}, P_{ww}$  у глави 5.2.2, биле су уочене области у којима су они негативни. На пример  $-\bar{uv} \cdot \partial_r U$  је негативна у доменима  $0,56 < r/R < 0,8$ , као и у три краћа интервала  $r/R \in \{[1,3-1,34], [1,44-1,5], [1,61-1,68]\}$  у којима се одвија нелокални турбулентни пренос са негативном продукцијом кинетичке енергије аксијалних флуктуација брзине ( $P_{uu} < 0$ ). Аналогна дискусија је спроведена и за продукцију  $P_{vv}$  кинетичке енергије радијалног флуктуационог кретања при чему су, нарочито у области  $0,1 < r/R < 0,5$ , вредности величине  $P_{vv}$  углавном негативне. Како је продукција кинетичке енергије  $P_k$  дефинисана изразом  $P_k = P_{ii}/2$ , онда, под претпоставком да је  $\partial_x U_i \ll \partial_r U_i$ , овај израз у диференцијалној једначини кинетичке енергије турбуленције има облик дефинисан изразом  $P_k = -\bar{uv} \partial_r U - \bar{vw} r \partial_r (W/r) - \bar{v^2} \partial_r V - \bar{w^2} V/r$ .

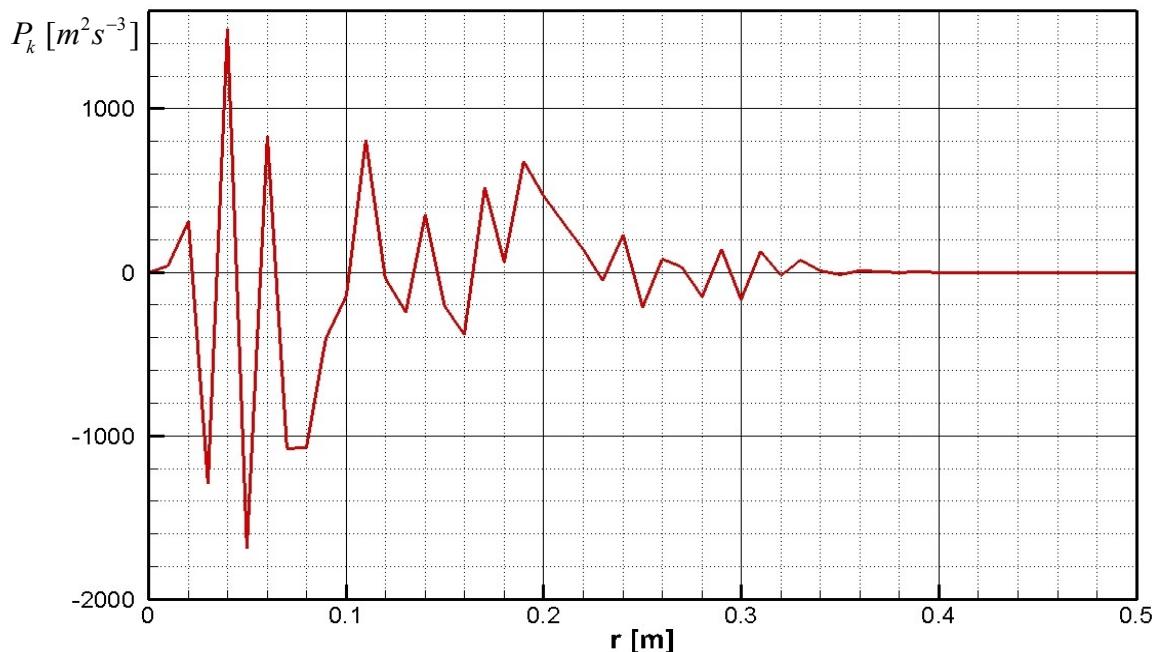
Овим изразом се, на известан начин, обједињује целокупна дискусија о утицају вихора на структуру турбуленције и механизам турбулентног преноса. Наиме, корелација  $\bar{uv}$  не рађа само радијални пренос аксијалног импулса, већ у спрези са деформационим пољем генерише турбуленцију, док повезивање смицајног напона са  $\bar{vw}$  и радијалне промене  $\partial_r (W/r)$  одређује области активног (дестабилизирајућег) или конзервативног (стабилизирајућег) дејства центрифугалне сile, тј. генерисаног вртлога (глава 2). Трећи и четврти члан на десној страни претходног израза обухватају важан утицај осредњене радијалне брзине и њене промене  $\partial_r V$ , као и утицаје нормалних напона у радијалном и обимском правцу на турбулентно поље.

Анализом обимних експерименталних истраживања показано је да у вихорном млазу постоје области са нелокалним турбулентним преносом, од којих су оне најкарактеристичније дефинисане вредностима  $\bar{uv} \partial_r U > 0$ , као и  $\bar{vw} r \partial_r (W/r) > 0$ . Дакле, теоријска анализа у глави 2 са овим релацијама добија дубље физичко тумачење. Наиме, за градијентни пренос Рейнолдсов смицајни напон  $-\bar{uv}$  и извод брзине  $\partial_r U$  имају исте предзнаке, као што је то случај и за  $-\bar{vw}$  и  $r \partial_r (W/r)$ . У супротном, као што су мерења показала, ради се о нелокалном турбулентном преносу када примена конвенционалног градијентног Бусинесковог (Boussinesq) модела даје физички неприхватљиве вредности, на пример, за неке компоненте тензора турбулентне вискозности  $\nu_{ij}$  у случају анизотропног преноса импулса. Експериментално-нумеричким истраживањем криве  $\bar{v^2} \partial_r V = f_v(r/R, x_{III}/D, \beta_{R,3}, n_2)$ , заједно са преостале три криве за чланове у изразу за продукцију кинетичке енергије турбуленције  $P_k$ , утврђен је доминантан утицај доприноса величине  $\bar{v^2} \partial_r V$  у једначини баланса кинетичке енергије турбуленције. Она изазива повећање области негативне продукције

величине  $k$ , што је посебно изражено у домену  $0,1 < r/R < 0,5$ , коме припадају језгро, смицајни слој са турбулентном дифузијом као и почетак прелазне области. При томе, показује се да важи релација  $P_k(r/R \in \{[0,11-0,17], [0,221-0,28], [0,32-0,50]\}) < 0$ . У табели 11 приказани су домени за  $r/R$  са позитивним и негативним вредностима  $P_k$  за цео пресек III.

Табела 11. Знак продукције кинетичке енергије

$r/R$	0-0,1081	0,1081-0,1709	0,1709-0,2207	0,2207-0,28	0,28-0,3175	0,3175-0,5012	0,5102-0,5901	0,5901-0,6622
$P_k$	+	-	+	-	+	-	+	-



Слика 56. Генерисање кинетичке енергије турбуленције  $P_k$  за случај нелокалног турбулентног преноса и неградијентне турбулентне дифузије у III мерном пресеку вихорног млаза аксијалног вентилатора ЗП30 у режиму рада  $n_2$ .

У анализи интензитета и знака продукције  $P_k$  кинетичке енергије турбуленције (слика 56) велики значај, не само са математичког већ нарочито са физичког становишта има члан  $-\bar{v}w r \partial_r (W/r)$  који изражава утицај ротационог кретања флуида, тј. вртлога на генерисање турбуленције и спрегу радијално-ротационог флуктуационог брзинског поља са радијалном променом произведене обимске брзине. Експериментални подаци показују да се нелокални турбулентни пренос јавља у доменима  $r/R \in \{[0-0,2], [0,28-0,42]\}$  мерног пресека III вихорног млаза, јер су у њему негативне вредности величине  $-\bar{v}w r \partial_r (W/r)$ . Према сазнању аутора дисертације, експериментални резултати ове врсте за слободни вихорни млаз аксијалног вентилатора нису познати у доступној литератури.

Вихорна струјања су сложена турбулентна струјања у којима се јавља нелокални турбулентни пренос и процеси неградијентне турбулентне дифузије. Дакле, у вихорном струјању не постоје универзалне зависности локалног карактера, којима се турбулентни

флуксеви импулса у произвољним просторно-временским тачкама повезују са одговарајућим пољима статистички осредњених брзина. То се односи и на повезивање флуксева топлоте и материје са градијентима осредњених поља температуре и концентрације материје. Једна од појава у процесима нелокалног турбулентног преноса је негативно генерисање кинетичке енергије турбуленције (слика 56). Физичко тумачење ове појаве заснива се на чињеници да генерисање енергије флуктуационог кретања не настаје на основу кинетичке енергије осредњеног кретања, већ напротив. Смер преношења енергије се мења, тако да осредњено кретање „прпи” кинетичку енергију флуктуационог кретања, што одговара сложеним структуралним својствима турбуленције. Физичко - математичко моделирање нелокалног турбулентног преноса обухвата различите методе. У те моделе се убрајују статистичке карактеристике вртлога различитих размера са ефектима просторно-временске еволуције, тј. структуралног „памћења”, са ефектима релаксационих процеса као и са својствима бимодалне структуре. Неке од ових метода коришћене су за истраживање вихорног струјања у цеви и дифузору (Чантрак и Лечић 1993, Вукашиновић 1996, Чантрак и сар. 2001 итд.).

Истраживања феномена нелокалног турбулентног преноса и неградијентне турбулентне дифузије заснивају се на моментним моделима, тј. на диференцијалним једначинама статистичких момената трећег и виших редова, са стално присутним проблемом њиховог затварања. У том смислу су, посебно у сложеним вихорним струјањима, експериментална истраживања усмерена на мерења и анализу статистичких момената вишег реда, од великог значаја. Следеће поглавље је посвећено тим величинама.

## **5.5 Просторне (радијално - аксијалне) емпиријске расподеле централних момената трећег и четвртог реда флуктуационог брзинског поља вихорног млаза**

Експериментална истраживања статистичких својстава турбуленције у циљу детаљнијег увида у њену структуру неодвојиво су повезана са мерењима статистичких момената вишег реда. Њихове нормирање вредности за флуктуациону брзину  $u_i$  означавају се са  $S_i, F_i, SS_i$  и  $SF_i$  (глава 2). Значајна је, како математичка, тако и физичка улога ових величина у истраживању процеса турбулентног преноса, закона расподела вероватноћа флуктуационих брзина као и структуралних својстава као основа моделирања.

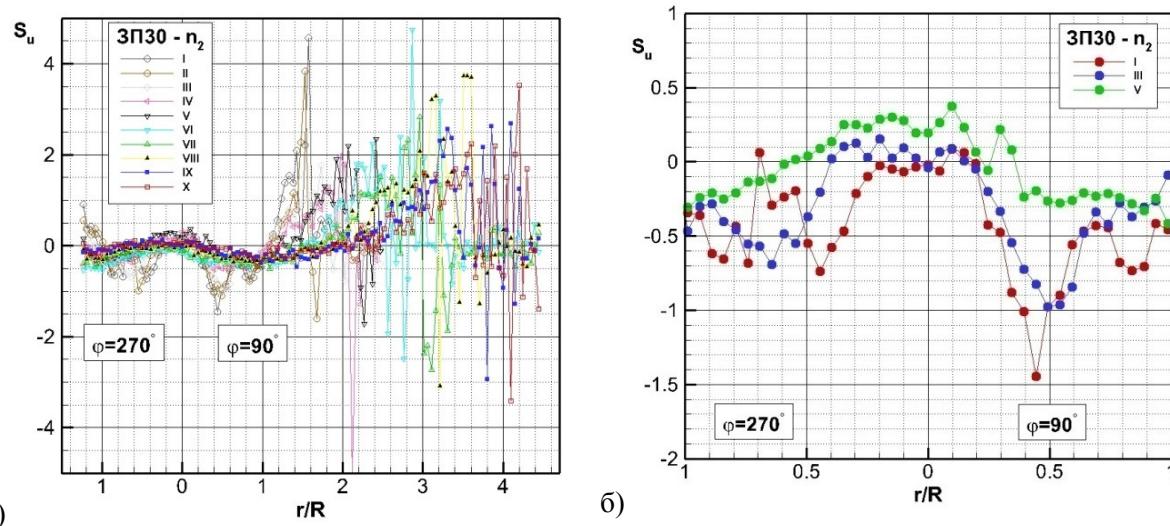
### **5.5.1 Низструјни развој нормираних момената трећег реда за све три флуктуационе брзине**

Коефицијенти асиметрије  $S_j = \overline{u_j^3} / \sigma_j^3$ ,  $j=u, v, w$ , су први у низу нормираних централних момената вишег реда за флуктуационе  $u_j$  брзине. Они имају битно статистичко и физичко значење, тако да им је у овом раду посвећена посебна пажња. Наиме, величине  $S_j$  су мерење у свих десет пресека вихорног млаза, тако да је њихова радијално-аксијална расподела приказана на сликама 57a-59б. Коефицијенти асиметрије  $S_j$  су детаљније анализирани за пресеке I, III и V, а потом су истражени утицаји углова лопатица  $\beta_{R,i}, i=1,2,3$ , као и Рейнолдсових бројева  $Re_1$  и  $Re_2$  (слике 63-65) на њих.

Емпиријски резултати су приказани фамилијом емпиријских кривих облика  $S_j = S_j(r/R, x_l/D; 3\pi/2, n_2)$ , где је  $l = I, II, \dots, X$ , које указују на комплексне расподеле како у радијалном, тако и у аксијалном правцу. Промене сва три коефицијента асиметрије  $S_u, S_v$  и  $S_w$  су најмање изражене у домену  $0 \leq r/R \leq 1$ . Следећа заједничка карактеристика је да за  $r/R > 1$ , дакле у области  $1 < r/R < 4,4$ , настају значајне радијално-аксијалне промене са

великим негативним  $S_j$ - вредностима (слике 57a-59a). Да би се издвојиле појединачне карактеристике коефицијента асиметрије, одвојено су анализиране величине  $S_j, j=u, v, w$ .

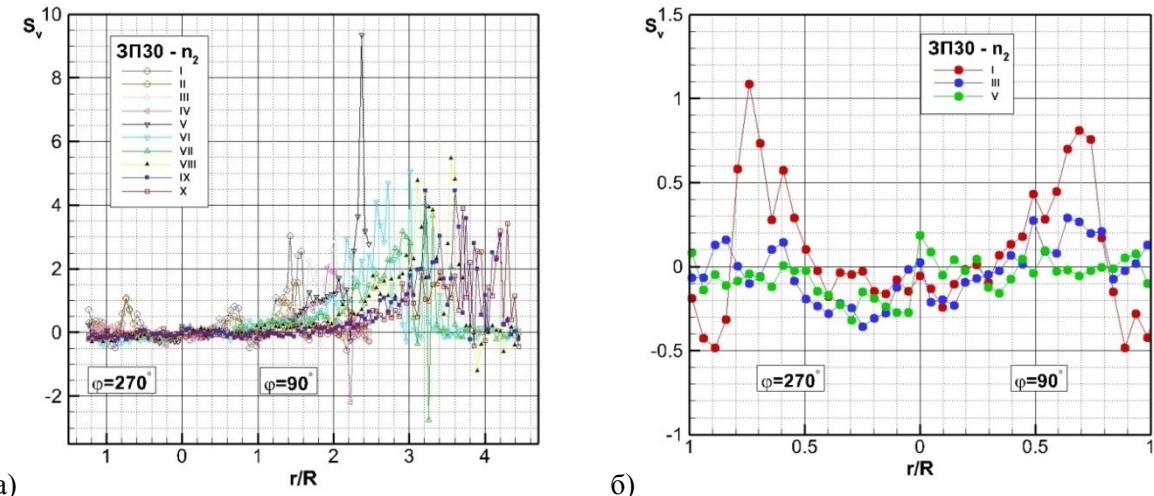
Коефицијент асиметрије аксијалних флуктуација брзине  $S_u = \bar{u^3} / \sigma_u^3$  у свих десет пресека има следећа својства: прво, у језгру ( $r/R < 0,3$ ) може имати позитивне, негативне и нулте вредности, док је у домену  $0,3 < r/R < 1$  величина  $S_u$  углавном негативна у свим пресецима вихорног млаза; друго, за  $r/R > 1$  фамилију једнопараметарских ( $x_l/D$  је параметар) кривих чине међусобно нерегуларно измешане криве са великим градијентима и треће, у свим пресецима се јављају велике, како позитивне ( $S_{u,\max} = 4,5$ ), тако и негативне ( $S_{u,\min} = -3,5$ ) вредности, при чему  $S_u$  често мења свој предзнак (слика 57a). Близи увид у промене коефицијента асиметрије  $S_u$  пружа слика 57б. На њој се уочава да је у језгру  $0 < r/R < 0,2$  величина  $S_u$  позитивна у пресецима III и V, осим у непосредној близини осе у пресеку III. При томе је  $S_u(V) > S_u(III) > S_u(I)$  што физички одражава процес трансформације осредњене аксијалне брзине  $U$  у области око осе, у којој  $U$  низструјно расте. У овом случају је турбулентни пренос централног момента  $\sigma_u^2$  у  $x$  - правцу претежно узрокован позитивним флуктуацијама аксијалне брзине.



Слика 57. Низструјни развој величине  $S_u$  у меридијанској  $rOx$  равни вихорног млаза иза ротора вентилатора ЗП30 при  $n_2$ : а) пресеци I-X б) пресеци I, III и V.

Коефицијент асиметрије  $S_u$  је у домену  $0,2 \leq r/R \leq 1$ , после промене свог предзнака у тачки  $r/R = 0,2$ , негативан, изузимајући малу област ( $0,25 \leq r/R \leq 0,35$ ) у петом (V) пресеку у којој је  $S_u > 0$ . У наведеном домену је,  $S_u(r/R=0,45) \equiv S_{u,\min}(I) = -1,45$ , при чему се негативне вредности низструјно смањују (слика 57б). Тако за пресек III важи  $S_u(r/R=0,5, III) = S_{u,\min}(III) = -1$ . Међутим, величина  $S_u$  за  $r/R > 1$  мења свој предзнак, постаје позитивна и у тачки  $r/R = 1,7$  достиже највећу вредност тако да је  $S_u(r/R=1,7, III) \equiv S_{u,\max}(III) = 1,8$  (слика 60). Из претходне дискусије следи да се мерење  $S_u$ - вредности разликују од вредности за Гаусову расподелу ( $S_u = 0$ ).

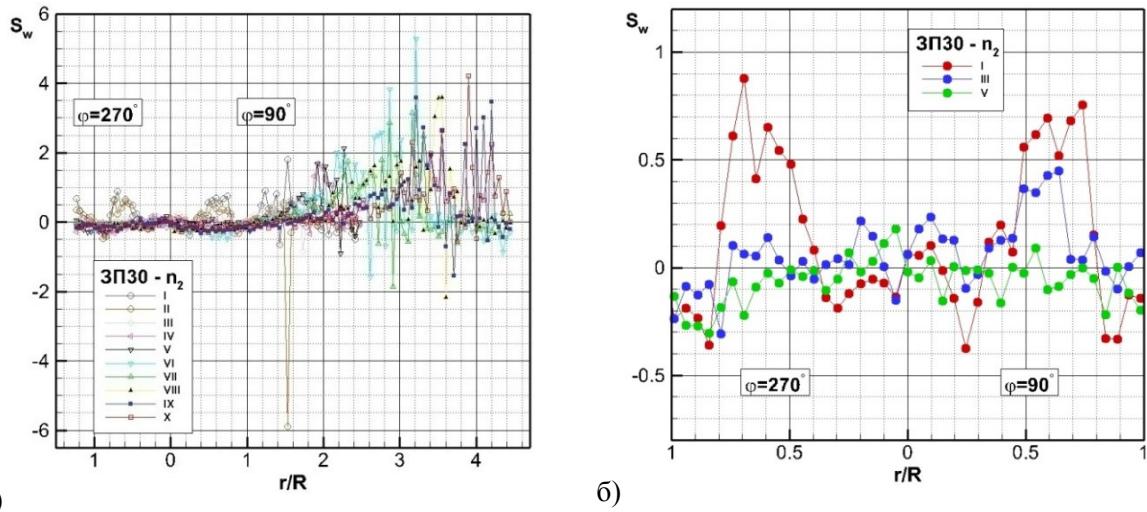
Мерене вредности коефицијента асиметрије радијалних флуктуационих брзина  $S_v = \overline{v^3} / \sigma_v^3$  приказане су на слици 58. У домену  $0 \leq r/R \leq 1$  су  $S_v$  - вредности за све пресеке, изузев пресека I, мале, позитивне и негативне, док су за  $r/R > 1$  знатно веће и углавном позитивне ( $S_{v,\max} \approx 4$  у већини пресека и чак  $S_v(r/R=2,4; V) = 9,5$ ) (слика 58a). Дијаграми мерених вредности  $S_v$  у домену  $0 \leq r/R \leq 1$  пресека I, III и V приказани су на слици 58b. У језгру вихорног млаза коефицијент асиметрије  $S_v$  низструјно расте, прелазећи из негативних у позитивне вредности, док се у домену  $0,25 \leq r/R \leq 0,5$  дешава супротно, тј. величина низструјно опада од позитивних ка негативним вредностима. Промена  $S_v$  - вредности са хијерархијом  $S_v(I) > S_v(III) > S_v(V)$  задржава се до промене предзнака у тачки  $r/R = 0,8$ , при чему је  $S_v(r/R=0,9; I) = -0,5$ . Понашање величине  $S_v$  у карактеристичном пресеку III за  $r/R > 1$  може се дискутовати повезивањем слика 58 и 61. Наиме, на слици 61 је обухваћена област све до  $r/R = 2,5$ , тако да се очава да је  $S_v(3\pi/30, n_2; III) > 0$  све до тачке  $r/R = 2,1$  у којој мења свој предзнак и у  $r/R \approx 2,5$  се приближава нултој вредности. Највећа вредност се означава са  $S_v(r/R=2; III; 3\pi/30, n_2) \equiv S_{v,\max}(III) = 3,1$  (слика 61). Турбулентни пренос кинетичке енергије радијалних флуктуација  $\sigma_v^2$  у радијалном правцу усмерен је из смицајног слоја ка оси млаза и ка прелазној области (слика 58). Ови процеси су повезани са максимумом обимске брзине и највећим вредностима интензитета турбуленције у радијалном правцу. У диференцијалној једначини за централни момент другог реда (глава 2)  $Q_{vv} = \overline{v^2} \equiv \sigma_v^2$  члан  $-r^{-1}\partial_r(r\overline{v^3})$  поред осталих дифузионих чланова, одређује процес турбулентне дифузије и тиме утиче на конвекцију величине  $\sigma_v^2$ , тј. нормалног Рейнолдсовог напона  $-\rho\overline{v^2}$ .



Слика 58. Радијално-аксијално поље коефицијента асиметрије  $S_v$  за ЗП30 и  $n_2$ : а) пресеци I-X б) пресеци I, III и V.

Емпириске нормиране вредности централног момента трећег реда обимске флуктуационе брзине  $S_w = \overline{w^3} / \sigma_w^3$  графички су приказане на слици 59. Карактери расподеле за  $S_w$  и  $S_v$  су слични у свих десет пресека вихорног млаза, посебно у интервалу  $0 \leq r/R \leq 1$ . У преосталом радијално аксијалном делу струјног простора коефицијент асиметрије  $S_w$  је претежно

позитиван, неравномерно распоређен, са честим променама знака и пиковима, тако да се јављају знатне позитивне ( $S_w = 5,2$ ) и негативне ( $S_w = -6$ ) вредности (слика 59а). Емпириске једнопараметарске криве  $S_w = S_w(r/R, x_l/D; 3П30, n_2)$  где је  $r/R \in [0,1]$  и  $l=I, III, V$  изражавају, пре свега, реално остварену претпоставку о статистички осносиметричном струјању у слободном вихорном млазу, као и неравномерности у радијалном и аксијалном правцу. У језгру је  $S_w(III) > S_w(I) > S_w(V)$ , а у тачки  $r/R = 0,3$  настаје промена знака величине  $S_w$ . У домену  $0,5 < r/R < 0,75$  су вредности коефицијента асиметрије обимске брзине  $S_w$  хијерархијски строго уређене:  $S_w(I) > S_w(III) > S_w(V)$ , при чему је  $S_w(r/R = 0,75, I) = S_{w,max}(I) = 0,8$  и  $S_w(r/R = 0,65, III) = S_{w,max}(III) = 0,45$  (слика 59б). Највећа  $S_w$  - вредност у домену  $0 < r/R < 2,5$  је  $S_w(r/R = 1,7, III) = S_{w,max}(III) = 0,75$  (слика 62). Коефицијент асиметрије  $S_w$  у области  $0,75 < r/R < 1$  пресека I и V је негативан ( $S_w < 0$ ), док у пресеку III може узети позитивне, негативне и нулте вредности. У даљој анализи резултата мерења биће показано да постоје карактеристичне статистичке међузависности између промена знака  $S_w$  и одговарајућих вредности централних момената другог  $\sigma_w^2$  и четвртог реда  $\overline{w^4}$ .



Слика 59. Расподела величине  $S_w$  у свим мерним пресецима ( $r/R - x_l/D$ ) слободног млаза са вихорним струјањем генерираним ротором аксијалног вентилатора 3П30 у режиму  $n_2$ : а) пресеци I-X, б) пресеци I, III и V.

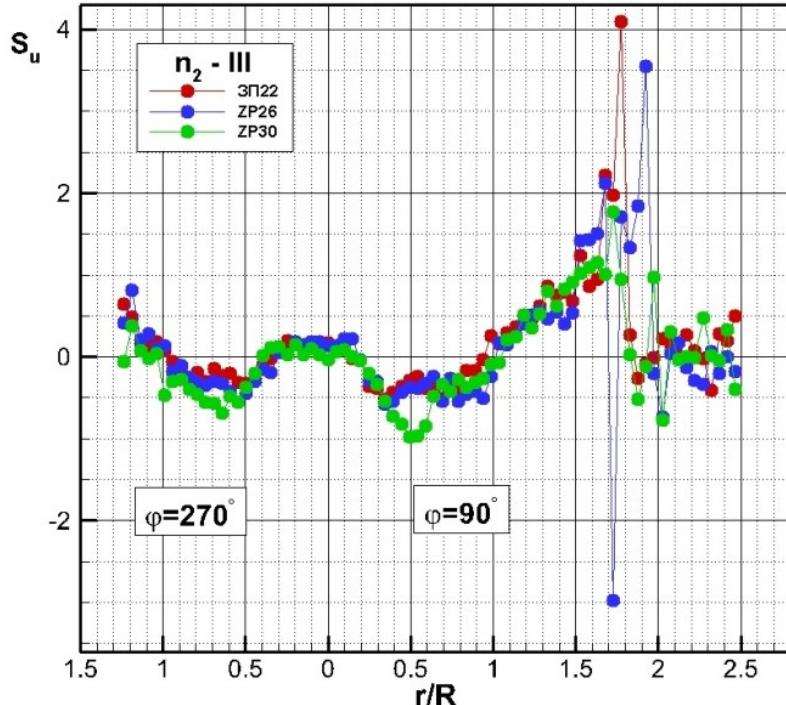
Међу члановима који дефинишу дифузију корелационог момента другог реда  $\overline{vw}$  (глава 2) присутна је и величина  $\overline{w^3}/r$ , тј.  $S_w \sigma_w^3/r$ , чијим дејством се турбулентна дифузија у језгру и прелазној области појачава. Области са  $S_w > 0$  и  $S_w < 0$  као и промене знака коефицијента асиметрије  $S_w$  повезана су са расподелама осредњене обимске брзине  $W$  као и са сложеним процесима турбулентног преноса, у којима учествује пренос кинетичке енергије  $\overline{w^2}$  флукутацијоне брзине у обимском правцу. Велике вредности корелационог момента трећег реда  $w^3$  не значе само знатна одступања од Гаусове расподеле вероватноће, већ изражавају карактеристична својства структуре турбулентног поља и дифузионих процеса у њему. Величина  $S_w$  садржи у себи корелацију амплитудних карактеристика флукутацијоног поља обимске брзине. На пример, велике позитивне вредности коефицијента асиметрије  $S_w$  у прелазној области означавају изражену асиметрију расподеле вероватноће обимских флукутација брзине у страну позитивних  $w$ -флукутација. То истовремено значи да се у тој

области мале негативне обимске флуктуације појављују са највећом вероватноћом. О овоме ће бити више речи при анализи експерименталних резултата за централне моменте петог реда  $SS_w$ , односно  $SS_i$ ,  $i = u, v, w$ .

У следећа два поглавља се истражује како углови лопатица вентилатора и Рейнолдсов број утичу на расподелу и величину важног структуралног параметра  $S_i = \overline{u_i^3} / \sigma_i^3$ ,  $i = u, v, w$ .

### 5.5.2 Утицај углова лопатица вентилатора на коефицијенте асиметрије за флуктуације брзина у аксијалном, радијалном и обимском правцу

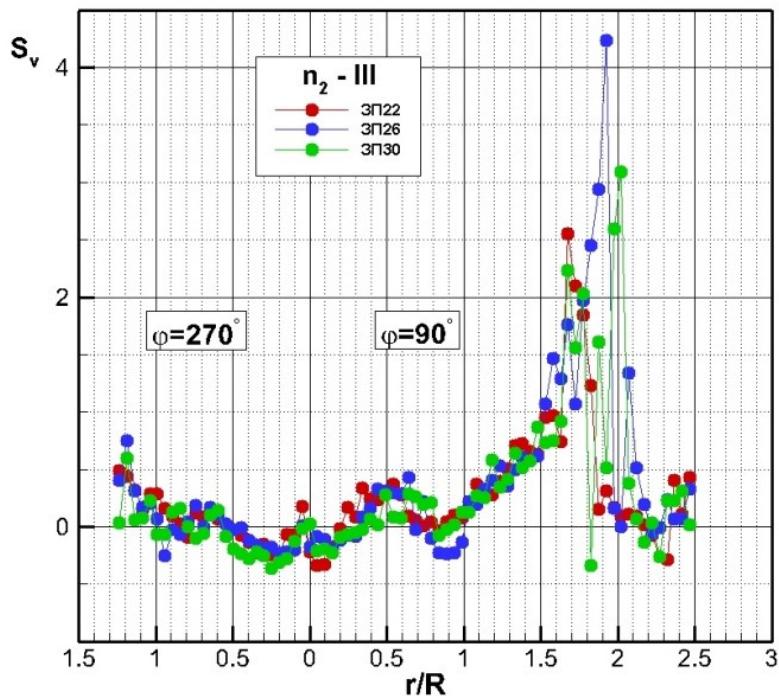
У претходном делу ове дисертације је дискутован утицај углова  $\beta_{R,i}$  на статистичке моменте другог реда, тј. на интензитете турбуленције  $\sigma_i$  и Рейнолдсове напоне  $T_{ij} = -\rho \overline{u_i u_j}$ . Утврђено је да су ти утицаји присутни и да су комплексни, па је природно наставити ту анализу и за статистичке моменте трећег реда. При томе су, уз помоћ дијаграма на сликама 57, 58 и 59 анализирани коефицијенти асиметрије  $S_j = S_j(r/R, x_{III}/D; \beta_{R,i}; n_2)$ , тако да се томе на сликама 60-62 придржују додатна разматрања утицаја параметара  $\beta_{R,1}$  и  $\beta_{R,2}$  на  $S_i = \overline{u_i^3} / \sigma_i^3$ ,  $i = u, v, w$ . У том циљу су графички приказане емпиријске зависности  $S_j = S_j(r/R, x_{III}/D, \beta_{R,i}; n_2)$ , где су  $j = u, v, w$  и  $i = 1, 2, 3$ . Слика 60 представља скуп једнопараметарских  $S_u$  кривих и омогућава сагледавање утицаја параметра  $\beta_{R,i}$  на нормирани статистички момент трећег реда аксијалних флуктуационих брзина  $S_u = \overline{u^3} / \sigma_u^3$ . И у овом случају је, на основу мерених података у вертикалним меридијанским равнима  $\phi = 90^\circ$  и  $\phi = 270^\circ$ , потврђена осносиметричност струјног поља у слободном вихорном млазу аксијалног вентилатора.



Слика 60. Утицај углова  $\beta_{R,i}$  вентилатора ЗП22,26,30 на радијалне расподеле величине  $S_u$  у низструјном пресеку III при брзини обртања  $n_2$ .

Уочава се да је у језгру исти утицај сва триугла, док је у домену  $0,3 < r/R < 0,65$  утицај угла  $\beta_{R,3} = 30^\circ$  већи од остала дваугла. Дејства углова  $\beta_{R,i}$  на  $S_u$  су истог реда величине у области пресека III одређеној са  $0,65 < r/R < 1,5$ . Највећа разлика у утицају  $\beta_{R,i}$  на  $S_u$  јавља се у интервалу  $r/R \in [1,5-2]$  у коме су  $S_{u,\max}(\beta_{R,1}) \approx 4$ ,  $S_{u,\max}(\beta_{R,2}) \approx 3,5$  и важи неједнакост  $S_u(\beta_{R,1}) > S_u(\beta_{R,2}) > S_u(\beta_{R,3})$ . За  $r/R > 2$  расподела  $S_u$  је неравномерна, са честом променом знака и позитивним и негативним вредностима, које указују на интензивну турбулентну размену и нестабилност овог дела прелазне области која је у близини спољашње области млаза.

Аналогно претходној дискусији, разматрају се утицаји углова  $\beta_{R,i}$  на коефицијент асиметрије флуктуација радијалне брзине  $S_v = \overline{v^3}/\sigma_v^3$ . На дијаграмима (слика 61) се уочавају различити ефекти утицаја углова лопатица кола  $\beta_{R,1,2,3} = 22^\circ, 26^\circ, 30^\circ$  у различитим областима мernog пресека III вихорног млаза.



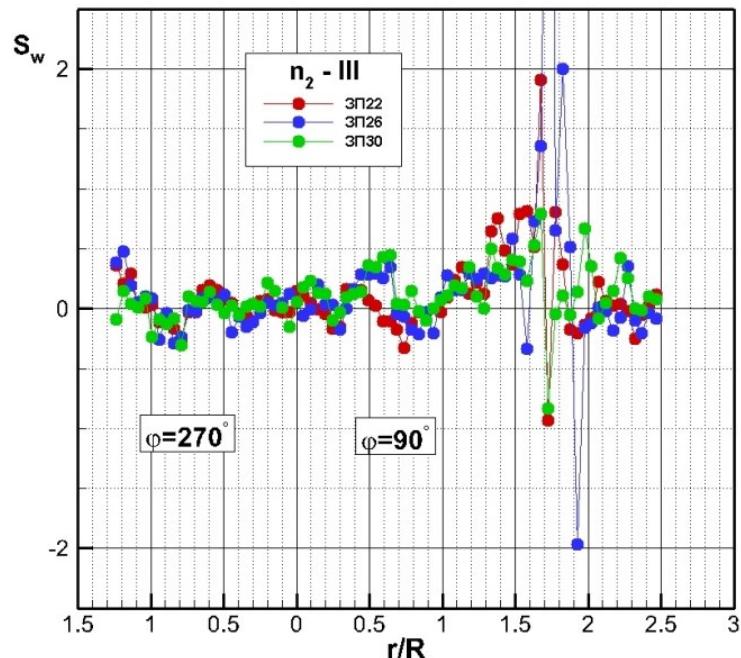
Слика 61. Утицај углова лопатица  $\beta_{R,i} = 22, 26, 30^\circ$  на расподелу коефицијента асиметрије  $S_v = \frac{\overline{v^3}}{\sigma_v^3}$  у мernom пресеку III вихорног млаза генерисаног помоћу ротора аксијалног вентилатора за случај  $n_2$ .

Из негативних вредности ( $S_v < 0$ ) у језгру, коефицијенти асиметрије за сва триугла лопатица прелазе у позитивне ( $S_v > 0$ ), потом у негативне, да би у домену  $1 < r/R < 2,1$  били позитивни. Утицаји углова  $\beta_{R,i}$  на  $S_v$  су слични и приближно истог реда величине све до  $r/R = 1,5$ . У

домену  $1,5 < r/R < 2,1$  су промене величине  $S_v$  веома неравномерне, са великим градијентима и пиковима  $S_v(r/R=1,8, \beta_{R,2}) = S_{v,\max} = 4,2$  (слика 61). У тој области мernog пресека III су највеће разлике у утицајима  $\beta_R$  на  $S_v$  и највеће позитивне вредности коефицијента асиметрије  $S_v$ .

С обзиром на његов физички смисао, из датих расподела се закључује да се процеси турбулентне дифузије одвијају у различитим смеровима и различитим интензитетима у појединим доменима мernog пресека. Те појаве су узроковане амплитудно - фреквентним карактеристикама брзинског поља радијалних флуктуација. Уочава се да углови лопатица  $\beta_{R,i}$  у домену  $1,5 < r/R < 2,1$  генеришу велике позитивне  $S_v$  - вредности, тј. знатну асиметрију расподеле вероватноћа у страну радијалних флуктуација великих позитивних амплитуда.

Дијаграми емпириске зависности  $S_w = S_w(r/R, \beta_{R,i})$ , где су  $i=1,2,3$  и  $S_w = \overline{w^3}/\sigma_w^3$  приказани су за мерни пресек III, тј.  $x_{III}/D$  и режим  $n_2$  на слици 62. Анализа утицаја параметра  $\beta_{R,i}$  показује да се, као и у претходним случајевима, величина  $S_u$  и  $S_v$ , ради о веома сложеним међудејствима. Мања или већа сличност дијаграма не говори и о сличним дејствима, јер је коефицијент асиметрије веома „осетљив” структурални параметар, чији предзнак, промена знака и интензитет указују на битне карактеристике турбуленције. У том смислу се сагледава разноликост утицаја  $\beta_R$  на  $S_w$  у језгру и смицајном слоју, где на известан начин, доминира угао  $\beta_{R,3}$ , што се физички тумачи расподелом осредњене обимске брзине. У области  $r/R < 1,3$  је  $S_w(\beta_{R,3}) > S_w(\beta_{R,2}) > S_w(\beta_{R,1})$ . Раслојавање кривих  $S_w$  услед утицаја угла лопатица постаје изразито у домену  $1,3 < r/R < 2$ .



Слика 62. Статистичко - нумеричке расподеле величине  $S_w = \frac{\overline{w^3}}{\sigma_w^3}$  у мерном пресеку III за различите углове  $\beta_{R,i}$  при  $n_2$ .

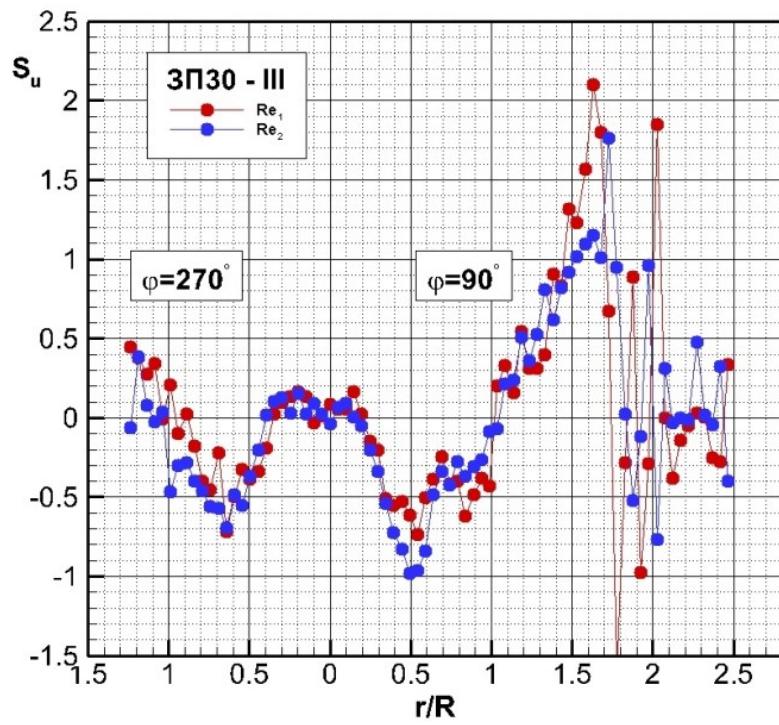
У овој струјној области вихорног млаза се јављају највеће разлике у утицајима углова  $\beta_{R,i}$  на коефицијент асиметрије  $S_w$ , чије су расподеле врло сложене, неравномерне, са пиковима и променама знака. Утицаји углова  $\beta_{R,1}$  и  $\beta_{R,2}$  постају нешто већи од утицаја  $\beta_{R,3}$ , при чему се могу уочити одговарајуће највеће позитивне и негативне вредности које износе:  $S_w(r/R=1,8,\beta_{R,2})=S_{w,max}(3\Pi26)=2$ ;  $S_w(r/R=1,7,\beta_{R,1})=S_{w,max}(3\Pi22)=1,9$ ;

$S_w(r/R=1,75,\beta_{R,3})=S_{w,min}(3\Pi30)=-0,8$  за  $r/R\geq2$  угао  $\beta_{R,3}$  генерише највеће позитивне вредности  $S_w>0$ , док су највеће негативне вредности  $S_w<0$  последица утицаја углова  $\beta_{R,1}$  и  $\beta_{R,2}$ .

У складу са претходном анализом може се закључити да је утицај углова лопатица  $\beta_{R,i}$  обртног кола аксијалног вентилатора на  $S_j, j=u,v,w$  веома сложен и значајан. Другим речима, параметри  $\beta_{R,i}$  делују на промену процеса турбулентог преноса и структуре турбуленције. Познато је да је при томе утицај режима рада вентилатора веома битан, јер у сваком турбулентном струјању величина Рейнолдсовог броја игра битну улогу у структуралним карактеристикама турбуленције. У наредном одељку се дискутује утицај Рейнолдсовог броја на структурални параметар  $S_i=\overline{u_i^3}/\sigma_i^3$ .

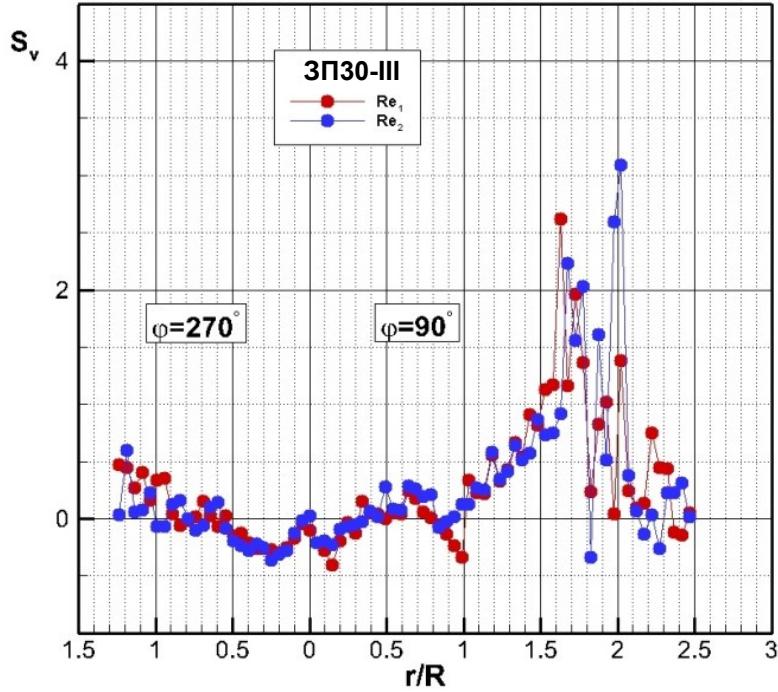
### 5.5.3 Утицај Рейнолдсовог броја (режима рада) на коефицијенте асиметрије за флуктуације брзина у аксијалном, радијалном и обимском правцу

У претходном делу овог рада је истакнут значај истраживања утицаја промене режима рада аксијалног вентилатора на важне карактеристике турбуленције у вихорном млазу. Анализом емпиријских зависности  $S_i=S_i(r/R,x_{III}/D;\beta_{R,3},n_j)$  где су  $i=u,v,w$  и  $j=1,2$  које су графички приказане на сликама 63-65, могуће је утврдити промену коефицијената асиметрије  $S_i$  условљену променом брзине обртања  $n$  кола вентилатора. Физички смисао је у ствари промена Рейнолдсовог броја, која је у пресеку III при константом углу лопатица  $\beta_{R,3}$  повезана са променама независног параметра  $n$ , при чему је за  $n_1=1000 \text{ min}^{-1}$  вредност Рейнолдсовог броја  $Re_1 = 2,37 \cdot 10^5$ , док брзини обртања  $n_2=1500 \text{ min}^{-1}$  одговара  $Re_2 = 3,59 \cdot 10^5$  (табела 10). Једнопараметарске криве  $S_u$  на слици 63 показују очигледне утицаје Re-броја, који се у различитим областима мernог пресека III вихорног млаза испољавају на различите начине. На пример, у домену  $0,3 < r/R < 0,65$  испољава се већи утицај  $Re_2$  броја од утицаја  $Re_1$ , јер је  $S_u(r/R=0,5;Re_2)=S_{u,min}=-1$ , а  $S_u(r/R=0,5;Re_1)=-0,75$ . Обратно је у делу мernог пресека  $1,5 < r/R < 1,7$  у коме је  $S_u(Re_1) > S_u(Re_2)$  и велика вредност  $S_u(r/R=1,6;Re_1)=S_{u,max}=2,1$ . Посебно су карактеристичне промене знака величине  $S_u$  у интервалу  $1,8 < r/R < 2,5$ , као и различити утицаји Re-броја на предзнак коефицијента  $S_u$ . Наиме, за  $r/R \in [2-2,5]$  су претежно  $S_u(Re_1) < 0$  и  $S_u(Re_2) > 0$ , са вредностима  $S_u \approx 0$  у средњем делу интервала.



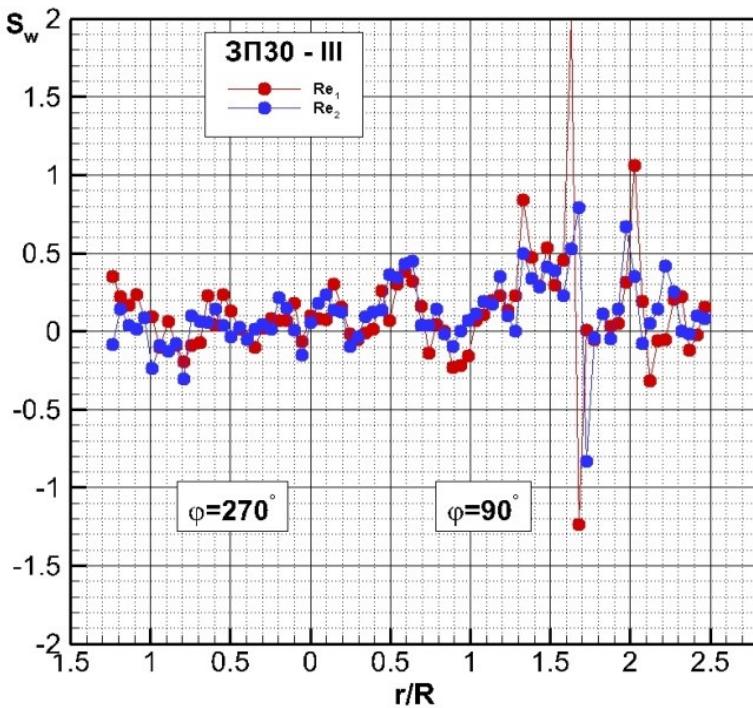
Слика 63. Расподеле величине  $S_u$  у мрном пресеку III вихорног млаза вентилатора ЗП30 при  $n_1$  и  $n_2$ .

Коефицијент асиметрије радијалних флуктуационих брзина  $S_v = \overline{v^3} / \sigma_v^3$  графички је приказан на слици 64. Карактери расподела  $S_u$  и  $S_v$  су различити, јер у себи садрже статистичке карактеристике у радијалном и аксијалном правцу које су различите. Међутим, карактер утицаја Ренолдсовог броја је у оба случаја аналоган. Наиме, у извесним областима мрног пресека је утицај  $Re_1$  на  $S_v$  већи од утицаја  $Re_2$ , а у другим областима је обратно. То је посебно изражено у домену  $1,5 < r/R < 2,5$  у коме се јављају и највеће вредности коефицијента асиметрије:  $S_v(r/R = 1,6; Re_1) = 2,6$  и  $S_v(r/R = 2; Re_2) = 3,1$ . Највећа негативна вредност је у језгру  $S_v(r/R = 0,15; Re_1) = -0,45$ . Многобројне промене предзнака величине  $S_v$  потврђују комплексну структуру турбуленције и присуство вртлога различитих размера који се крећу у врло неравномерним или знатно равномернијим пољима осредњених брзина, што је повезано са одређеним областима мрног пресека вихорног млаза.



Слика 64. Расподеле величине  $S_v$  у мерном пресеку III вихорног млаза вентилатора ЗП30 при  $n_1$  и  $n_2$ .

Дијаграми коефицијента асиметрије флуктуације обимске брзине  $S_w = \overline{w^3} / \sigma_w^3$  имају изражен осцилаторни карактер (слика 65). Природно понављање утицаја Рейнолдсових бројева  $Re_1$  и  $Re_2$  је присутно у језгру, смицајном слоју и делу прелазне области ( $r/R < 1,3$ ). Структура утицаја  $Re$  на  $S_w$  у домену  $1,3 < r/R < 1,7$  је различита од оне у интервалу  $r/R \in [1,7 - 2,5]$ . У првом случају су све  $S_w$ -вредности позитивне и без промене знака, док су у другом присутне промене знака коефицијента  $S_w$  који узима како позитивне, тако и негативне вредности, као и вредности близке нули. Уочава се да су највеће и најмање  $S_w$ -вредности у целом мерном пресеку приближно исте за обе вредности  $Re$ -броја, и крећу се у интервалима  $0,7 < S_{w,max} < 1,1$  и  $-1,2 < S_{w,min} < -0,8$ . Скуп свих  $S_w$ -вредности, изузимајући наведене екстремне, у пресеку III вихорног млаза дат је изразом  $-0,3 < S_w < 0,5$ .



Слика 65. Расподеле величине  $S_w$  у мерном пресеку III вихорног млаза вентилатора ЗП30 при  $n_1$  и  $n_2$ .

Својства овог „појаса” вредности коефицијента асиметрије  $S_w$  су већ наведена периодичност и промена знака у карактеристичним тачкама, о чему ће бити више речи у следећим поглављима.

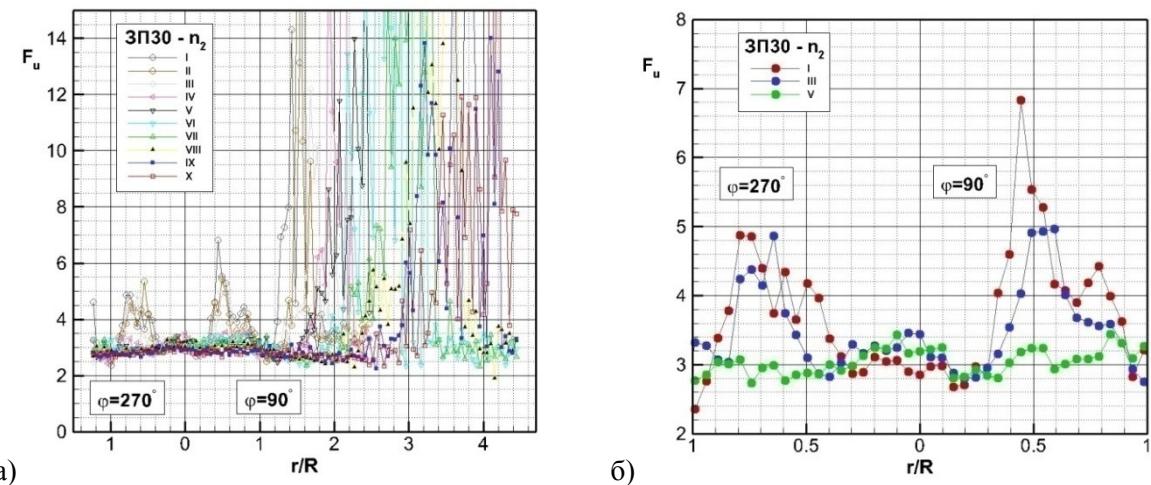
У циљу повезивања појединих анализа и дијаграма у овом случају се slikama 63, 64 и 65 могу редом пријећи слике 57б, 58б, 59б. Наиме, скупу кривих  $S_i(3P30-n_2, III)$  за  $r/R \leq 1$  на slikama 57б - 59б одговара скуп кривих  $S_i(3P30-III; Re_2)$  за  $r/R \leq 1$  на slikama 63-65. У циљу физичког тумачења експерименталних резултата ово „статистичко - физичко” сједињавање слика је присутно у оквиру целокупне дисертације.

У глави 2 је истакнута међусобна повезаност статистичких момената, што се односи и на централне моменте трећег  $\bar{u_i^3}$  и четвртог  $\bar{u_i^4}$  реда. Њихова повезаност, као и расподеле нормираног момента четвртог реда за флукуационе брзине  $u_i$  у ознаки  $F_i$  разматраће се у наредном поглављу.

#### 5.5.4 Просторна еволуција нормираних момената четвртог реда за аксијалне, радијалне и обимске флукуационе брзине

Централни моменти четвртог реда флукуационих брзина  $u_i$  дају битне информације, које се односе на амплитудно фреквентну анализу флукуационог брзинског поља, као и на физичко тумачење расподела вероватноћа и структуре турбуленције. Емпириски дијаграми дати релацијом  $F_i = F_i(r/R, x_l/D, 3P30, n_2)$  где су  $i=u, v, w$ ,  $l=I, II, \dots, X$  и  $l=I, III, V$  приказани су на slikama 66, 67 и 68. Коефицијенти сплоштености  $F_i$  су нормирани централни моменти четвртог реда дефинисани изразом  $F_i = \bar{u_i^4} / \sigma_i^4$ , где је  $i=u, v, w$  (глава 2).

Скупови експерименталних једнопараметарских кривих  $F_i(r/R, x_l/D)$ , где независан параметар  $x_l$  узима десет ( $l=I, II, \dots, X$ ), односно три ( $l=I, III, V$ ) вредности, графички су приказани на slikama 66-68. Свим расподелама  $F_i$  је заједничко да су изразито неравномерне у  $r$  и  $x$  - правцу и да имају велике вредности са пиковима, који су нарочито изражени у областима  $r/R > 1,2$  свих мерних пресека вихорног млаза аксијалног вентилатора. У тим областима највеће вредности у сваком низструјном пресеку прате ширење млаза, тако да се, на пример, вредности  $12 < F_{i,\max}(I, II) \leq 14$  налазе у домену  $1,4 < r/R < 1,6$ , док исте те вредности за пресек VIII припадају области  $3,4 < r/R < 3,6$ . Као што су се вредности за  $S_i$  разликовале од одговарајућих вредности за нормалну расподелу ( $S_i = 0$ ), тако се и вредности за  $F_i$  разликују од оних за Гаусову расподелу вероватноће ( $F_i = 3$ ), што указује на карактеристична структурална својства турбуленције у вихорном млазу. Слика 66 илуструје просторне промене коефицијента спљоштености аксијалних флукутација брзине  $F_u = \overline{u^4} / \sigma_u^4$ . Велике  $F_u$  - вредности појављују се већ за  $r/R > 1,4$  у свим пресецима и оне су праћене великим позитивним и негативним  $S_u$  - вредностима (слика 57). Овим вредностима је одређен статистичко - амплитудни карактер флукуационог аксијалног брзинског поља. Наиме, расподеле вероватноћа аксијалних флукутација брзине су изразито асиметричне у страну позитивних ( $S_u > 0$ ) или негативних ( $S_u < 0$ )  $u$ -флукутација, што је праћено најчешћим појављивањем малих негативних или позитивних флукутација аксијалне брзине због великих вредности коефицијента спљоштености  $F_u$ , на пример  $F_u = 8 - 14$  (слика 66a).



Слика 66. Експериментално - нумеричка расподела коефицијента спљоштености  $F_u = \frac{\overline{u^4}}{\sigma_u^4}$  вихорног струјања у млазу аксијалног вентилатора ЗП30 при  $n_2$ : а) пресеци I-X б) пресеци I, III и V.

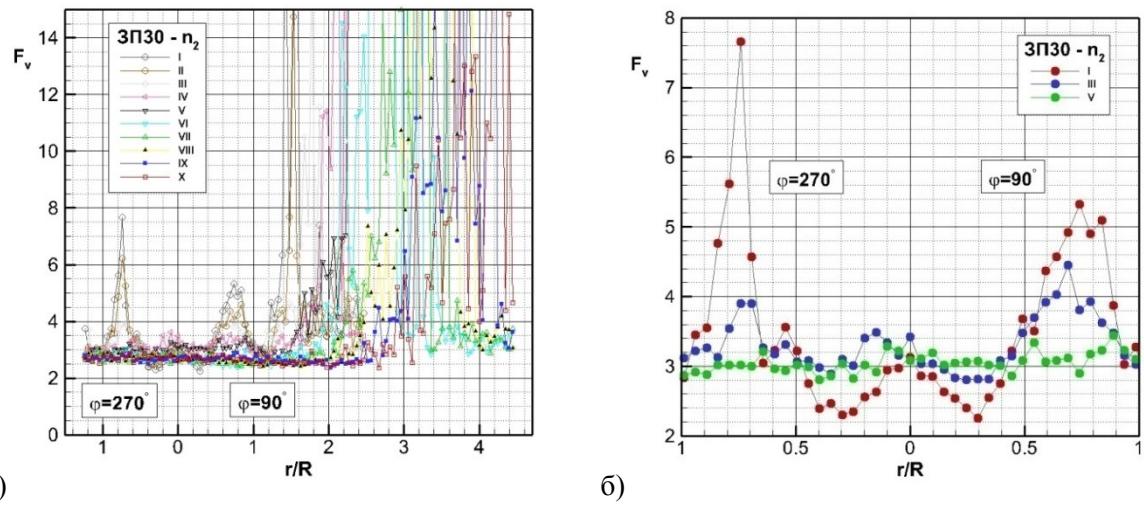
Физичко тумачење овакве структуре турбуленције „крије” се у радијално - аксијалним променама осредњеног брзинског поља (слике 21 и 22). Наиме, областима  $r/R > 1,4$  одговарају мали градијенти, тј. мале просторне промене ( $\partial_r U_i$  и  $\partial_x U_i$ ) поља осредњених брзина  $U_i$ , тако да се при кретању турбулентних вртлога различитих размера у таквим струјним просторима генеришу флукуационе брзине малих амплитуда. Ова дискусија се односи на све три компоненте брзине, тако да она даје физичко тумачење свих дијаграма на

сликама 66-68 које се анализирају заједно са сликама 57-59 које описују коефицијенте асиметрије  $S_i$ ,  $i=u,v,w$ .

Измерене вредности коефицијента сплоштености  $F_u$  за одабрана три карактеристична пресека I, III и V графички су приказане на слици 66б. У циљу детаљније анализе приказана је област мernог пресека вихорног млаза  $0 < r/R < 1$ , како је то урађено и за остале физичке величине. Уочава се да се у језгру и смицајном слоју јављају мале  $F_u$  - вредности, које су и веће и мање од три. Величина  $F_u$  у пресеку I, тј.  $F_u(I)$  у тачки  $r/R=0,17$  има најмању вредност, тако да је  $F_u(I, r/R=0,17) = F_{u,min}$ . Карактеристично је да у истој тој тачки коефицијент асиметрије  $S_u$  мења знак (слика 57). У области  $0 < r/R < 0,35$  се у ствари јављају највеће вредности интензитета турбуленције  $\sigma_i$ , тј. нормалних Рейнолдсових напона (слика 40-42), што није случај у домену  $0,35 < r/R < 0,6$  у коме се јављају највеће вредности за коефицијент  $F_u$  у I и III пресеку. Поменути домен се налази у области између максималне вредности осредњене обимске брзине  $W_{max}(r/R=0,4)$  и максимума  $U_{max}(r/R=0,65)$  осредњене брзине (слике 18-21). У околини тачке  $r/R \approx 0,5$  се налазе највеће  $F_u$  и највеће негативне  $S_u$  вредности.

Структуралној анализи турбуленције у овој дисертацији посвећена је посебна пажња. У циљу још ближег увида у њу, посебно се сагледава физика међусобне повезаности статистичких момената, што је нарочито значајно за смицајна струјања. Како брзинско поље вихорног млаза спада у изразито сложену класу смицајних струјања, онда су у овом раду анализиране физичко - статистичке зависности између експериментално одређених централних момената све до шестог реда. Пошто се ради о скупу од пет статистичких величина, од којих се две разматрају у поглављима која следе, онда ће се у овом обухватити три од њих:  $\sigma_u$ ,  $S_u$  и  $F_u$ . За пресек I су дате карактеристичне квалитативне релације између њих на основу података на сликама 66, 57 и 40-41. На овим дијаграмима се уочава да, на пример, емпириска крива  $F_u(\text{III}, r/R)$  у тачки  $r/R \approx 0,25$  има свој локални минимум (слика 66б). У тој истој тачки  $\sigma_u$  има максималну вредност (слика 40), док је  $S_u < 0$  после промене знака у близкој тачки  $r/R \approx 0,2$  (слика 57). За мерну тачку  $r/R = 0,2469$  у пресеку III је  $\sigma_{u,max} = 4,1547$  [m/s],  $S_u = -0,2015$  и  $F_{u,min} = 2,8197$ . Овај „статистички карактеристичан трио“ ће бити анализиран и у осталим тачкама, које се као и претходна тачка, налазе у условима изразитог смицајног струјања које се одликује својствима струјања у граничном слоју.

На сликама 67а и 67б, приказана је промена коефицијента сплоштености  $F_v = \overline{v^4} / \sigma_v^4$  у свих десет, односно у три карактеристична пресека.

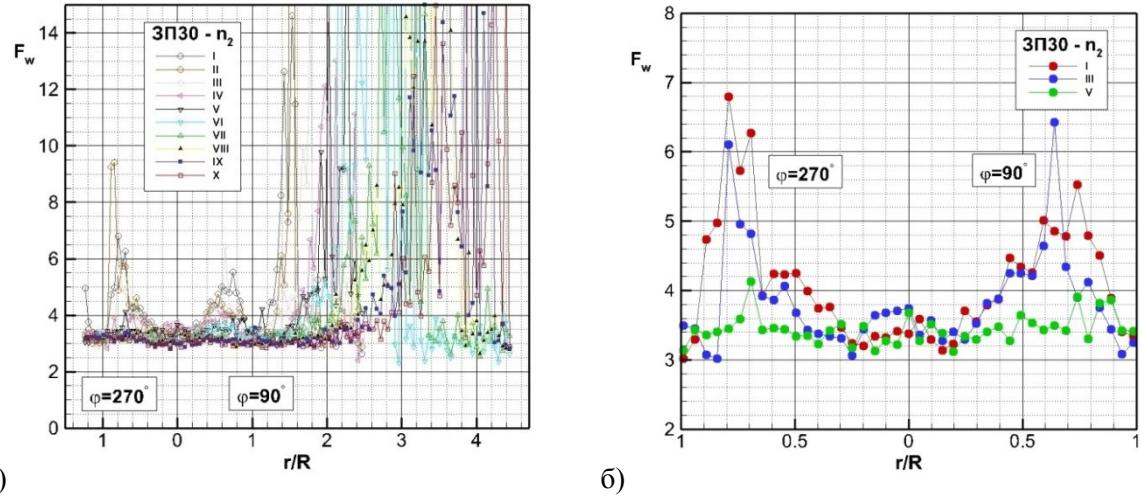


Слика 67. Низструјни развој величине  $F_v$  у свим мерним пресецима вихорног млаза индукованог ротором ( $n_2$ ) аксијалног вентилатора ЗП30: а) пресеци I-X б) пресеци I,III и V.

Запажа се природна аналогија у расподелама  $F_u$  и  $F_v$ , само је у овом случају спрега између  $F_v$  и  $S_v$  приказана на сликама 67б и 58. У домену  $0 < r/R < 0,5$  су вредности  $F_v(V)$  близке тројци, док су  $F_v(I)$  вредности мање од три. Тој области припада најмања вредност коефицијента сплоштености  $F_v(I, r/R \approx 0,3) = F_{v,min} \approx 2,2$  (слика 67б), максимална вредност  $(\sigma_v/U_m)_{max} \approx 0,48$  (слика 40) и величина  $S_v$  мења свој предзнак (слика 58). Запажа се да у домену  $0,5 < r/R < 1$  припадају вредности  $F_v(I) > F_v(III) > F_v(V)$ , као и  $F_v(I, r/R \approx 0,74) = F_{v,max} = 5,5$ . Уочава се да у овој области највећим  $F_v$  вредностима одговарају највеће позитивне  $S_v$  - вредности. То показује да се у мноштву малих флуктуација радијалне брзине појављују и позитивне радијалне флуктуације великих амплитуда.

Статистичка зависност између  $F_v$ ,  $S_v$  и  $\sigma_v$  запажа се при анализи слика 67б, 58 и 42, у тачки  $r/R \approx 0,25$  мernog пресека III вихорног млаза. Дискутовани експериментално - нумерички поступак прецизно даје податак да су у тачки  $r/R = 0,2469$  испуњени постављени услови, као и у још неколико тачака. Одабрана је ова тачка јер су у њој срачунати ови статистички параметри и за флуктуационо поље аксијалне брзине. Нумериčке вредности су следеће:  $F_v(r/R = 0,2469, III) = 2,8018 = F_{v,max}$ ;  $S_v = -0,0694 \approx 0$  мења знак и  $\sigma_v = 4,2995 = \sigma_{v,max(lok.)}$  је локална највећа  $\sigma_v$  - вредност.

Фамилија једнопараметарских емпирискогих кривих  $F_w = F_w(r/R, x_l/D; ZP30, n_2)$ , где је  $l = I, III, V$  приказана је на слици 68б.



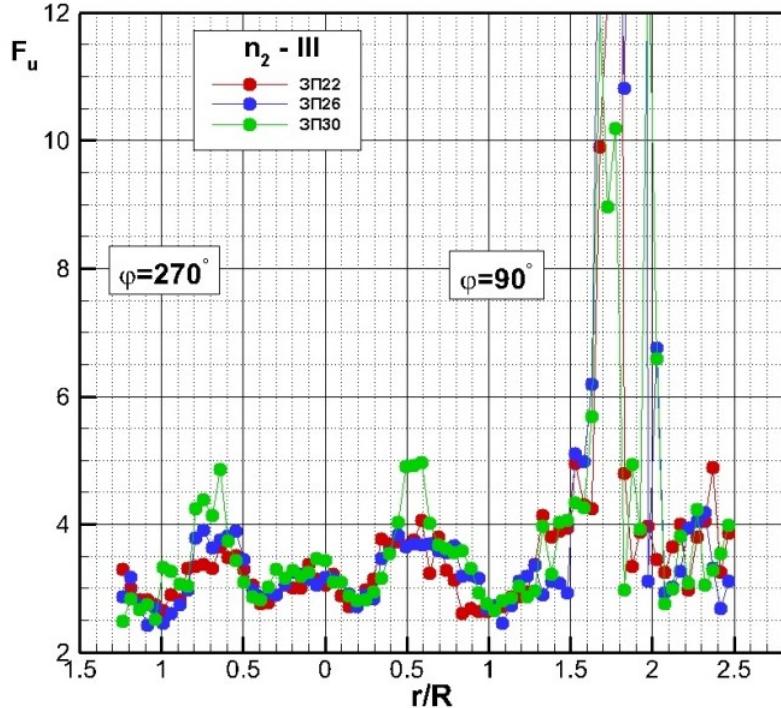
Слика 68. Поље коефицијента спљоштености  $F_w$  у меридијанској равни вихорног млаза аксијалног вентилатора ЗП30 за  $n_2$ : а) пресеци I-X и б) пресеци I, III и V.

Велике вредности коефицијента спљоштености обимских флуктуација брзине  $F_w = \overline{w^4} / \sigma_w^4$  (слика 68а) прекривају исто поље мерних пресека вихорног млаза као и већ дискутоване величине  $S_w$  (слика 59а). Тада феномен је објашњен на примеру флуктуационих поља аксијалне и радијалне брзине. За разлику од  $F_u$  и  $F_v$  овде су  $F_w$  - вредности у целокупној области  $0 < r/R < 1$  веће од три ( $F_w > 3$ ), а у језгру и области смицајног слоја  $r/R < 0,4$  налазе се у интервалу  $3 < F_w < 4$ . Вредности  $F_w(I)$  и  $F_w(III)$  су веће од 4, док је  $F_w(V) < 4$  у домену  $0,4 < r/R < 0,8$ , који одговара растојању између два локална максимума осредњене обимске брзине  $W$  (слике 21-23). Овој области одговарају највеће вредности нормираног момента  $F_w$  и највеће позитивне  $S_w$  - вредности, изузев вредности  $S_w(V) < 0$  (слика 59а). Истраживање садејства статистичких момената  $w$  - флуктуација на структуру турбуленције потврђује да у репрезентативном III пресеку млаза ( $x_{III}/D = 1,5$ ) у истој тачки  $r/R = 0,2469$ , као и за  $u$ - и  $v$ -флуктуације, постоје следеће релације:  $S_w$  мења знак ( $S_w = -0,0952 \approx 0$ ),  $\sigma_w = \sigma_{w,\max} = 4,0503$  и  $F_w = F_{w,\min} = 3,2946$ . У одељцима који следе разматраће се и друге тачке са овим својствима, чиме ће бити дефинисане зоне у мерном пресеку млаза које се карактеришу дефинисаним структуром турбуленције. Ове вредности се могу видети на сликама 68, 59 и 40. Анализи утицаја углова лопатица и брзине обртања кола вентилатора, тј. Рейнолдсовог броја на величину  $F_i$  посвећена су наредна два поглавља.

### 5.5.5 Резултати мерења и израчунавања коефицијената спљоштености флуктуационих брзина за различите углове лопатица обртног кола вентилатора

Једнопараметарске емпириске криве  $F_u(\beta_{R,k})$ , где је  $k = 1, 2, 3$ , графички су приказане на слици 69. Примећује се да је крива  $F_u(\beta_{R,3} = 30^\circ)$ , тј.  $F_u(3\text{P}30)$  анализирана у зони  $r/R \leq 1$  (слика 66б) и да је овде зона пресека вихорног млаза проширена од  $r/R = 1$  до  $2,5$ . Хомогеност и хетерогеност утицаја углова лопатица  $\beta_{R,i}$  на коефицијент спљоштености  $F_u$  приметни су у целокупном пресеку III. У домену  $0 < r/R < 1,2$  коефицијент  $F_u$  се понаша приближно исто за сва триугла, са изузетком околине тачке  $r/R = 0,5$  у којој се утицај угла  $\beta_{R,3}$  повећава, тако да  $F_u$  расте са повећањем угла лопатице кола, како следи:

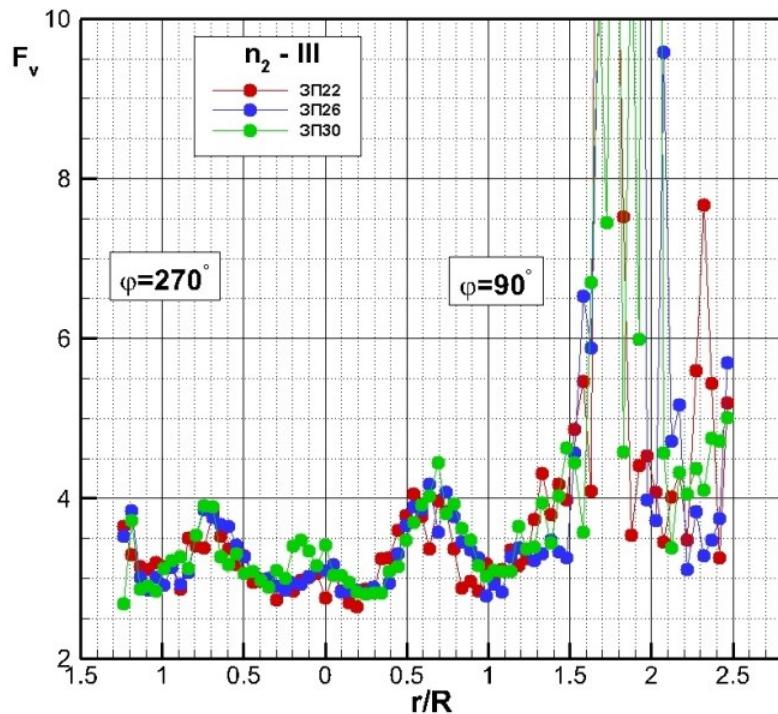
$F_u(\beta_{R,3}) > F_u(\beta_{R,2}) > F_u(\beta_{R,1})$ . У области  $1,5 < r/R < 2$  хетерогеност утицаја је изражена, вредности коефицијента  $F_u$  су не само велики, ( $F_u = 6 \div 12$ ), већ су у различитим тачкама неравномерно распоређене и са пиковима, којих највише има на кривој за  $\beta_{R,3}$ .



Слика 69. Утицај углова лопатица  $\beta_{R,k}$  ( $k=1,2,3$ ) у режиму  $n_2$  на коефицијент спљоштености  $F_u$  у мерном пресеку III вихорног млаза.

Зона  $2 < r/R < 2,5$  се карактерише неравномерним утицајем углова лопатица кола на  $F_u$ , при чему углови  $\beta_{R,3}$  и  $\beta_{R,1}$  имају нешто већи утицај на повећање  $F_u$  - вредности од утицаја угла  $\beta_{R,2}$ .

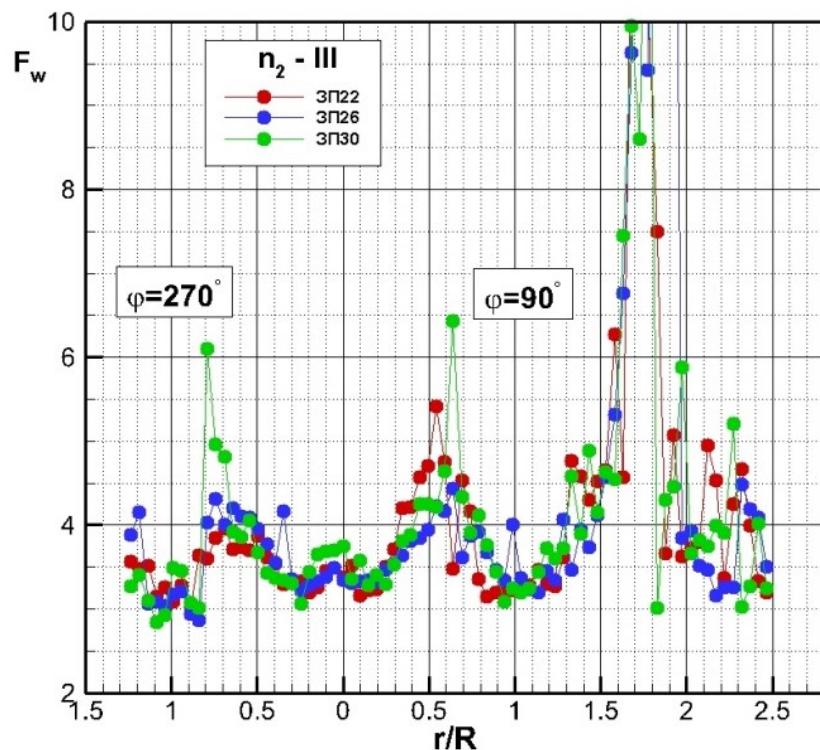
Слика 70 графички приказује експерименталну зависност  $F_v = F_v(r/R, \beta_{R,i}; \text{III}, n_2)$ , у којој су  $i=1,2,3$  и  $F_v = \bar{v^4} / \sigma_v^4$  је коефицијент спљоштености радијалних флуктуационих брзина. Запажа се сличан карактер утицаја углова  $\beta_{R,i}$  на  $F_v$  као и код величине  $F_u$ . И овде постоје, грубо речено, четири зоне у којима се испољава разлика у утицају поједињих углова на коефицијент  $F_v$ . У првој зони уз осу вихорног млаза ( $r/R < 0,5$ ), у којој је  $F_v$  веће и мање од три, ти утицаји су приближно исти. Утицај угла  $\beta_{R,3}$  је нешто израженији од утицаја остала два угла у области  $0,5 < r/R < 1$ , док су у следећој зони до  $r/R = 1,5$  вредности  $F_v(\beta_{R,3})$  и  $F_v(\beta_{R,1})$  веће од  $F_v(\beta_{R,2})$ .



Слика 70. Расподела величине  $F_v = \frac{\bar{v^4}}{\sigma_v^4}$  у вертикалној меридијанској равни за три вредности угла лопатица  $\beta_{R,i}$  ( $i=1,2,3$ ) у пресеку III млаза за  $n_2$ .

У зони  $1,5 < r/R < 2$  су највеће  $F_v$  - вредности, са пиковима  $F_v(\beta_{R,3})=F_v(\beta_{R,1})=7,5$  и  $F_v(\beta_{R,2})=9,5$ . Карактер и интензитет утицаја углова лопатица  $\beta_{R,i}$  на коефицијент сплоштености  $F_v$  у крајњој зони пресека  $2 < r/R < 2,5$  је различит од тачке до тачке, са вредностима  $F_v=3,2 \div 7,6$  (слика 70). Расподела коефицијента  $F_v$  за угао  $\beta_{R,3}$ , тј. за вентилатор ЗП30, у домену  $0 < r/R < 1$  дата је на слици 67б, а овде је проширена до  $r/R=2,5$ .

Дијаграми емпириских расподела  $F_w(r/R, \beta_{R,k}), k=1,2,3$ , представљени су на слици 71.



Слика 71. Вредности коефицијента спљоштености за обимску брзину  $F_w$  у пресеку III у зависности од вентилатора  $3\pi\beta_{R,k}$ , ( $k=1,2,3$ ), при режиму рада  $n_2$ .

Природно је да постоји сличност са  $F_u$  - и  $F_v$  - расподелама, тако да су и овде утицаји углова на  $F_w$  - расподеле подељени у четири зоне. Најпре се примећује да је у целом пресеку, са изузетком малог броја тачака,  $F_w > 3$ . У првој зони, која обухвата језгро, смицајни слој и почетни део прелазне области ( $0 < r/R < 1$ ) већи је утицај углова  $\beta_{R,3}$  и  $\beta_{R,1}$  од утицајаугла  $\beta_{R,2}$ . Ако се посматра ужи средишњи део интервала, за  $r/R = 1,5$  до  $1,6$  су  $F_w(\beta_{R,3}) = 6,5$ ,  $F_w(\beta_{R,1}) = 5,5$  и  $F_w(\beta_{R,2}) = 4,5$ , што показује да  $F_w$  расте са повећањем угла лопатица кола. У појединачним тачкама зоне  $1 < r/R < 1,5$  утицаји углова су измешани и различити, док се у области до  $r/R = 2$  јављају велике  $F_w$  - вредности ( $F_w = 5 \div 10$ ) и пикови који у различитим тачкама одговарају различитим угловима (слика 71). Детаљнија анализа једнопараметарске криве  $F_w(3\pi30) \equiv F_w(\beta_{R,3})$  у домену  $0 < r/R < 1$  дата је за идентичну криву  $F_w(\text{III}, 3\pi30, n_2)$  на слици 68б.

У крајњој зони  $2 < r/R < 2,5$  интензитети утицаја углова  $\beta_{R,k}$  се појављују неуређено од тачке до тачке, изузев средњег дела овог интервала у коме важи неједнакост  $F_w(\beta_{R,3}) > F_w(\beta_{R,1}) > F_w(\beta_{R,2})$ .

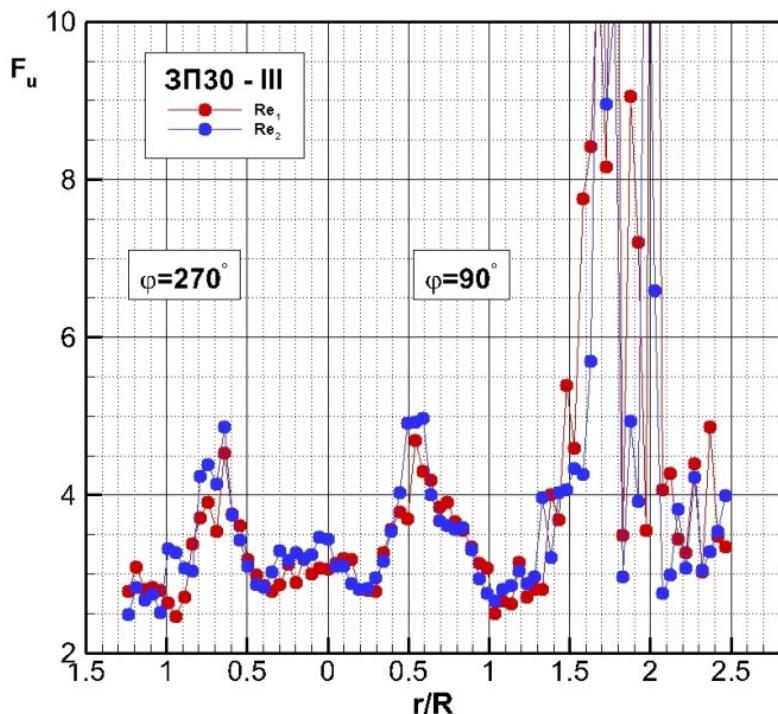
Може се закључити да се структуре брзинског поља, које се генеришу различитим угловима лопатица обртног кола вентилатора, међусобно разликују, што се одражава и на приказаној анализи коефицијената спљоштености  $F_i$  са променама углова  $\beta_{R,k}$ .

### 5.5.6 Коефицијент сплоштености флукуационих брзина за различите режиме рада обртног кола вентилатора - утицај Рейнолдсовог броја

Утицај режима рада вентилатора на статистичке моменте, закључно са моментима четвртог реда, сва три флукуационе брзинске поља анализиран је и са становишта утицаја Рейнолдсовог броја. Другим речима, у овим експериментима је угао лопатица константан, тако да су  $n$ , тј.  $Re$  једини независни параметри. На сликама 72-74 су дати графички прикази експериментално-нумеричких зависности  $F_i = F_i(r/R, \text{III}, \text{ЗП30}, Re_k)$  где су  $i=u, v, w$  и  $k=1, 2$ , које омогућавају истраживање утицаја режима рада вентилатора ( $n_1$  и  $n_2$ ), тј. режима струјања ( $Re_1$  и  $Re_2$ ) на коефицијенте сплоштености  $F_i$ .

Напомиње се да су својства једнопараметарских кривих  $F_i = F_i(r/R, \text{III}, \text{ЗП30}, Re_2)$  приказаних на сликама 72-74 детаљно истражена у домену  $0 < r/R < 1$  на основу идентичних кривих  $F_i = F_i(r/R, \text{ЗП30}, n_2, \text{III})$  које су представљене на сликама 66-68 за коефицијенте  $F_u$ ,  $F_v$  и  $F_w$ .

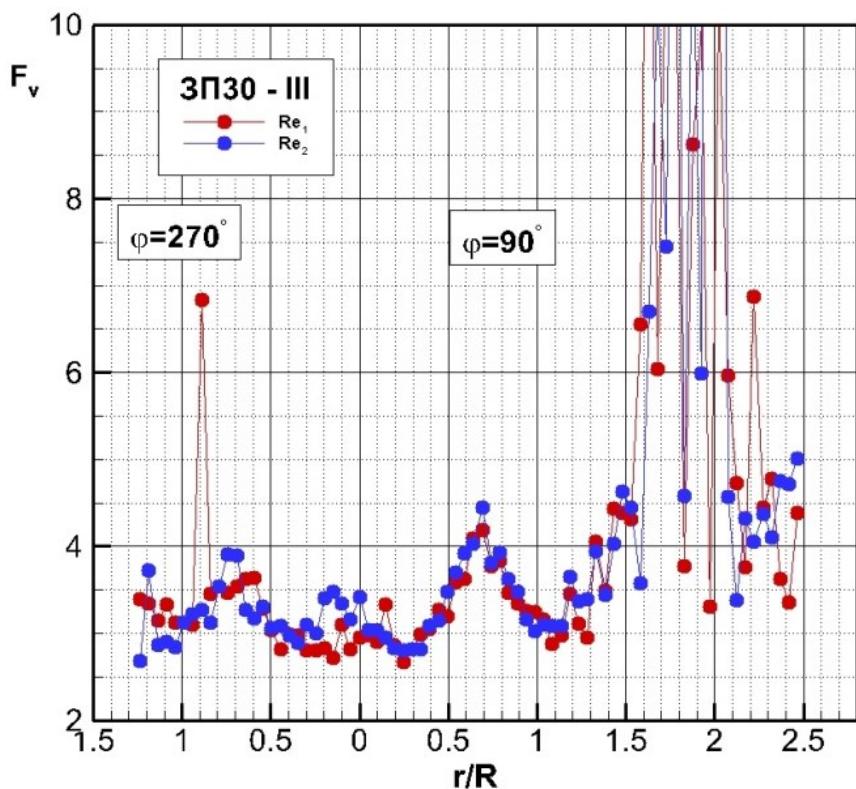
Увођењем  $F_i(Re_2) = F_i(2)$  могуће је прегледније пратити релације ове две функције. На пример, уочава се да је у области  $r/R = 0,5$  испуњена неједнакост  $F_u(2) > F_u(1)$ , као и да у зони  $1 < r/R < 1,5$ , осим у појединачним тачкама, такође важи претходна релација (слика 72).



Слика 72. Расподеле величине  $F_u$  у мерном пресеку III вихорног млаза вентилатора ЗП30 при  $n_1$  и  $n_2$ .

На слици 72 се уочавају четири зоне са различитим  $Re$  - утицајима. У првој,  $r/R < 1$ , утицаји су приближно исти, осим у  $r/R = 0,5$ . За другу ( $1 < r/R < 1,5$ ) су основне карактеристике већ наведене, док трећој припада домен  $1,5 < r/R < 2$  у чијим се тачкама јављају велике вредности и скокови величине  $F_u$  изражени знатним бројем пикова. То је последица нестабилности

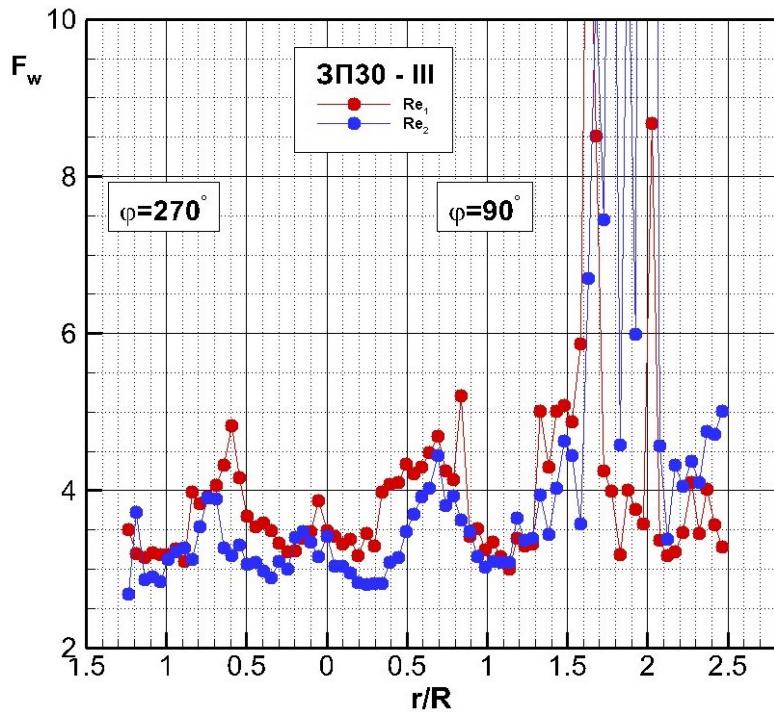
струјног поља у том делу попречног пресека вихорног млаза. Запажа се да је у већем броју тачака овог домена  $F_u(1) > F_u(2)$  и да су  $F_u$  - вредности у интервалу  $3 < F_u < 10$ , иако се у појединачним тачкама достижу и веће вредности од датих на дијаграму. На пример, у тачки  $r/R=1,7$  је  $F_u(2)=12,3$ , а постоје још веће. У четвртој зони  $2 < r/R < 2,5$  све  $F_u$  - вредности су у интервалу  $3 < F_u < 5$ . Међутим, иако се у тачкама наизменично смењују релације  $F_u(1) > F_u(2)$  и  $F_u(1) < F_u(2)$ , ипак је у већем броју тачака испуњена неједнакост  $F_u(1) > F_u(2)$ . Карактер утицаја  $Re$  - броја на коефицијент сплоштености радијалних флукуационих брзина  $F_v = \bar{v}^4 / \sigma_v^4$  је сличан као и у случају величине  $F_u$ . Наиме, и овде се цео мерни пресек III вихорног млаза може, у смислу утицаја  $Re$  - броја на коефицијент  $F_v$ , поделити у четири идентичне зоне с обзиром на вредности  $r/R$  које одређују границе тих зона (слика 73).



Слика 73. Расподеле величине  $F_v$  у мерном пресеку III вихорног млаза вентилатора ЗП30 при  $n_1$  и  $n_2$ .

У првој зони је  $F_v(1) \approx F_v(2)$ , осим у тачки  $r/R=0,7$  у којој је  $F_v(2) > F_v(1)$ , као и у тачки језгра  $r/R=0,15$  са  $F_v(1) > F_v(2)$ . У другој зони  $1 < r/R < 1,5$  се наизменично смењују утицаји  $Re_1$  и  $Re_2$ , што важи и за тачке четврте зоне  $2 < r/R < 2,5$  у којој су  $F_v$  - вредности у интервалу  $3,3 < F_v < 6,9$ . Трећа зона  $1,5 < r/R < 2$  се и у овом случају, као и код  $F_u$  (слика 72), карактерише великим  $F_v$  - вредностима, које се скоковито и наизменично мењају од тачке до тачке интервала. На пример, у околини тачке  $r/R=1,7$  вредност  $F_v(2)=10,5$  пада на 7,5, док се у околини тачке  $r/R \approx 1,8$  прво јавља скок, са  $F_v(1)=3,8$  на 8,6, па се веома брзо спушта на вредност 3,3. Детаљи везани за криву  $F_v(r/R, ЗП30, III, Re_2)$  дискутовани су при разматрању  $F_v$  у домену  $r/R < 4$ , као и у  $r/R < 1$ , на слици 67.

Утицај брзине обртања  $n$  ротора вентилатора, тј. Рејнолдсовог броја  $Re$  на коефицијент спљоштености  $F_w$  може да се анализира уз помоћ слике 74, као и детаља везаних за емпириску криву  $F_w = F_w(r/R, 3П30, n_2, III)$  приказану на сликама 68а и б. Слика 74 омогућује дискусију о промени величине  $F_w$  у домену  $0 < r/R < 2,5$  услед промене Рејнолдсовог броја, са вредности  $Re_1$  на вредност  $Re_2$ . Дискусија је знатно олакшана, ако се има у виду сличност слике 74 са сликама 73 и 72.



Слика 74. Расподеле величине  $F_w$  у мерном пресеку III вихорног млаза вентилатора ЗП30 при  $n_1$  и  $n_2$ .

Уочавају се и у овом случају четири зоне утицаја Рејнолдсовог броја на коефицијент спљоштености флуктуација обимске брзине  $F_w = \overline{w^4} / \sigma_w^4$ . Запажа се да се у првој зони  $0 < r/R < 1$  јављају веће разлике између бројних вредности величине  $F_w(Re_1) \equiv F_w(1)$  и  $F_w(Re_2) \equiv F_w(2)$  него што је то био случај код коефицијената  $F_u$  и  $F_w$ . Дакле, утицај  $Re_1$  - броја је већи од утицаја  $Re_2$ , што се изражава релацијом  $F_w(1) > F_w(2)$ , при чему је  $F_w(2) < 3$ , а  $F_w(1) = 5,5$  у тачки  $r/R = 0,8$ . И у другом домену  $1 < r/R < 1,5$  је  $F_w(1) > F_w(2)$ , где је  $F_w(1)_{\max} = 5$ . Утицај Рејнолдсовог броја у трећој зони  $1,5 < r/R < 2$  је наизменичан, мења се од тачке до тачке пресека III. Ипак је, у већем броју тачака  $F_w(2) > F_w(1)$ . Вредности се мењају скоковито и графички су приказане пиковима са  $F_w(1) = 8,5$  и  $F_w(2) = 7,5$  (слика 74). У делу попречног пресека млаза, који се приближава граници са околним флуидом, јавља се равномернији утицај Рејнолдсовог броја. Тако су  $F_w$ - вредности дате релацијом  $3 < F_w < 5$ , при чему у овом домену  $2 < r/R < 2,5$  преовлађује утицај Рејнолдсовог броја  $Re_2$ , што се изражава са  $F_w(Re_2) > F_w(Re_1)$ .

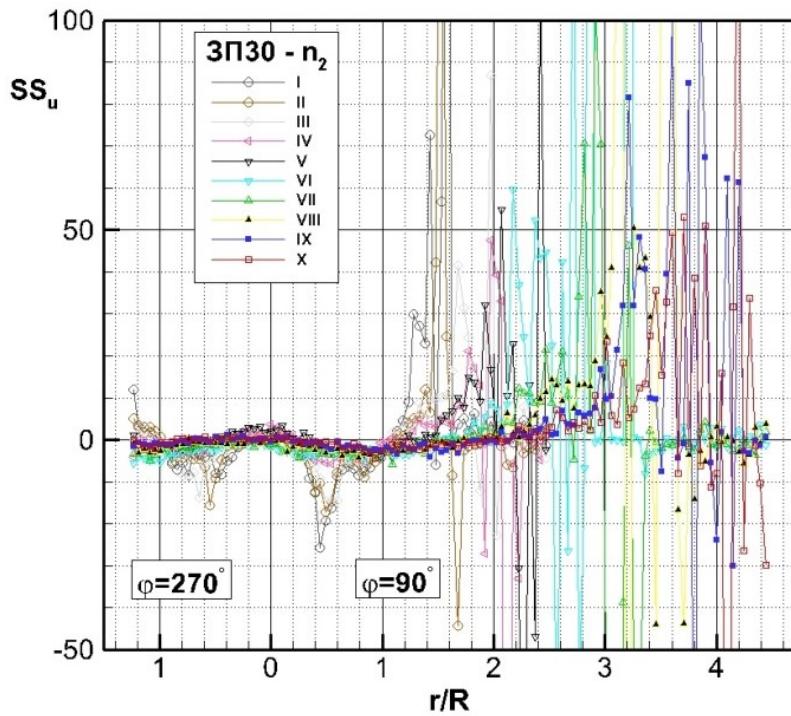
Претходне анализе карактера расподела и бројних вредности статистичких момената, закључно са централним моментима четвртог реда, биће заокружена у физичко-статистичку целину са анализама статистичких момената вишег реда, које припадају наредном поглављу.

## 5.6 Поље емпиријских статистичких момената вишег реда у струјној области вихорног млаза

Физичка интерпретација експерименталних резултата указала је на низ сложених феномена који се јављају у струјном пољу вихорног млаза аксијалног вентилатора. Неки од њих се односе на структуру турбуленције, други на проблеме турбулентног преноса, трећи отварају низ питања у вези како са утицајем вихора на физику процеса, тако и са применом и развојем статистичко - нумеричких приступа. У тој целокупној материји статистички моменти вишег реда заузимају посебно место и играју важну улогу у теоријском и експерименталном истраживању турбуленције, нарочито у комплексним струјањима као што је струјање које се истражује у оквиру ове дисертације. Из наведених разлога и потребе што потпунијег статистичког описивања турбуленције у вихорном млаzu обављена су експериментална истраживања централних статистичких момената петог  $\overline{u_i^5}$  и шестог  $\overline{u_i^6}$  реда, тј. њихових нормираних вредности  $SS_i = \overline{u_i^5} / \sigma_i^5$  и  $SF_i = \overline{u_i^6} / \sigma_i^6$ , где је  $i=u,v,w$  (глава 2), којима су посвећена следећа два поглавља.

### 5.6.1 Експерименталне криве низструјних промена коефицијената суперасиметрије флукутација аксијалних, радијалних и обимских брзина

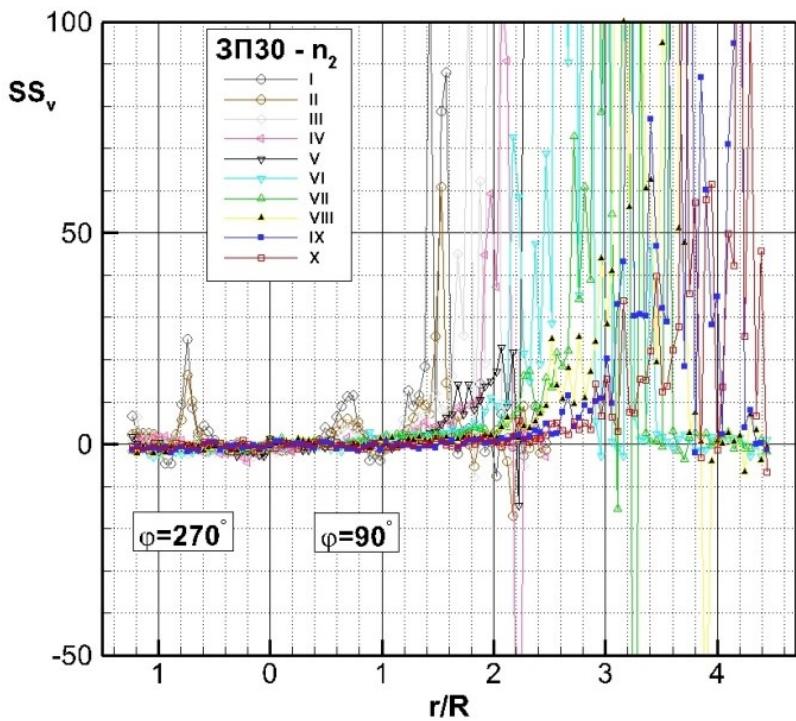
Једнопараметарске емпиријске криве коефицијената суперасиметрије аксијалних флукутационих брзина  $SS_u = f_u(r/R, x_l/D, 3\Pi 30, n_2)$ , за  $l = I, II, \dots, X$  уцртане су на слици 75. Фамилија десет експерименталних кривих чији независан параметар  $x_l/D$  означава  $l$  - ти пресек вихорног млаза представљена је у области  $0 < r/R < 4,4$ . Анализа величине  $SS_u$  је у директној повезаности са анализом коефицијента  $S_u$  (слика 57) и разлика постоји једино у квантитативном смислу. Наиме, квалитативно посматрано, карактери укупних  $SS_u$  - расподела на слици 75 су слични  $S_u$  - расподелама на слици 57. Међутим, у питању је размера, тј. квантитативне вредности ових коефицијената. Ако се то очита на дијаграмима, на пример, у тачки  $r/R \approx 2,1$  пресека V, онда се добијају вредности  $S_u = 2,2$  (слика 57) и  $SS_u \approx 55$ .



Слика 75. Поље коефицијента суперасиметрије флуктуационе аксијалне брзине  $SS_u = \frac{\overline{u^5}}{\sigma_u^5}$  у вертикалној меридијанској равни вихорног млаза аксијалног вентилатора ЗП30 при  $n = n_2$ .

Подаци из нумеричких табела дају прецизније вредности:  $S_u(r/R=1,53, III, 3П30, n_2)=1,016$  и  $SS_u(r/R=1,53, III)=10,036$  или, на пример, у тачки  $r/R=0,494$  пресека III, вредности ових величина су  $S_u=-0,978$  и  $SS_u=-14,627$ . Запажа се, уосталом, на основу скалираних вредности на осама, да су вредности  $S_u$  у интервалу  $-3,5 < S_u < 4,8$  (слика 57), док за  $SS_u$  важи домен  $-50 < SS_u < 90$ . То су веома велике вредности, тако да ова огромна одступања од Гаусових вредности  $S_i=SS_i=0$  ( $i=u, v, w$ ) заједно са изразитом неравномерношћу  $SS_u$  - расподела указују на велику сложеност структуре турбуленције и свих процеса турбулентне размене. При том се посебно наглашава да ће структуралне међузависности статистичких момената, о чему је у претходном делу овог рада већ било речи, бити детаљније анализиране у следећем одељку. Наиме, у тачки  $r/R=0,148$  пресека III обе величине  $S_u$  и  $SS_u$  мењају знак, јер су у тој тачки  $S_u=0,0046$  и  $SS_u=-0,0875$ . Томе одговарају локални максимум интензитета турбуленције  $\sigma_{u,\max,lok}=3,934$  и локални минимум коефицијента сплоштености  $F_{u,\min,lok}=2,883$  што је карактеристика изразито смицајних струјања.

Експериментално-нумеричке вредности зависности  $SS_v=f_v(r/R, x_l/D, 3П30, n_2)$  при  $l = I, II, \dots, X$  приказане су на слици 76, коју је потребно посматрати заједно са slikom 58.

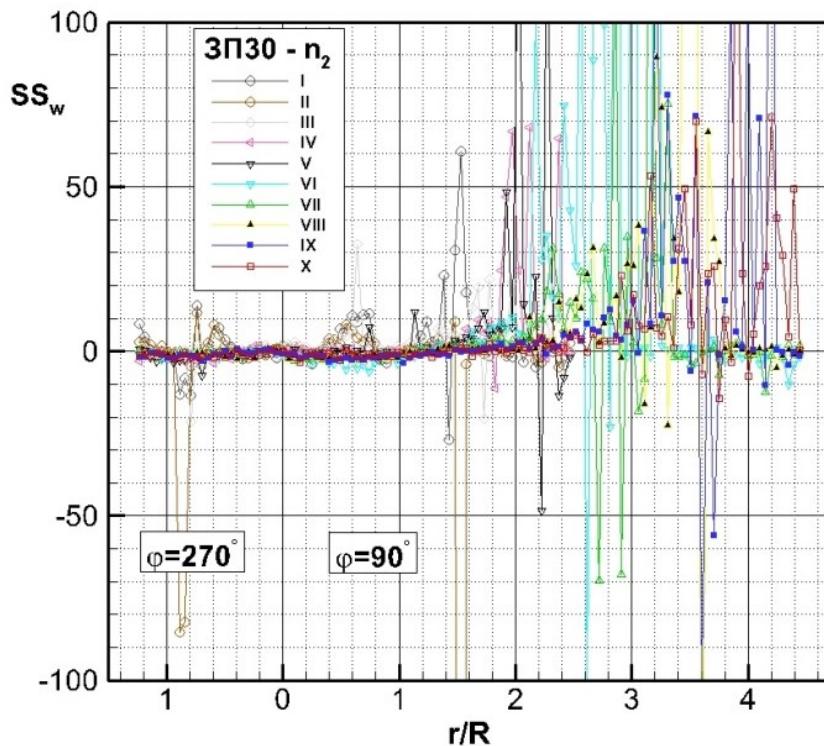


Слика 76. Анализа низструјног развоја турбуленције уз помоћ просторне расподеле коефицијента суперасиметрије  $SS_v$  у млазу, при режиму  $n_2$  вентилатора ЗП30.

Дискусија о физичкој повезаности ове две слике потпуно је аналогна дискусији у вези са величинама  $S_u$  и  $SS_u$ . Наиме, квалитативна анализа о карактеру расподела коефицијента асиметрије  $S_v$  и коефицијента суперасиметрије  $SS_v$  је идентнична, узимајући у обзир све квантитативне разлике између ова два коефицијента. На пример, у пресеку III у његовој тачки  $r/R=1,333$  бројне вредности величина  $S_v$  и  $SS_v$  су:  $S_v=0,638$  и  $SS_v=7,585$ . Позитивне бројне вредности за  $SS_v$  крећу се чак и до 100 за појединачне тачке низструјних мерних пресека млаза. Нагле промене коефицијента суперасиметрије радијалних флуктуационих брзина  $SS_v=\bar{v^5}/\sigma_v^5$ , означене пиковима на дијаграму, указују на сложене процесе турбулентног мешања флуида из различитих зона струјног простора, као и на различите врсте нестабилности. Могу се уочити скоковите промене коефицијента  $SS_v$  у свим пресецима вихорног млаза. Наиме, у поступку нумеричког прорачуна спроведеног на бази експерименталних резултата добијају се многе бројне вредности за величине  $S_v$  и  $SS_v$ , а овде се наводе само две за изабране суседне тачке мерног пресека III:  $r/R=1,6296 \Rightarrow S_v=0,9168$  и  $SS_v=16,1795$ ;  $r/R=1,679 \Rightarrow S_v=2,234$ ; и  $SS_v=45,0641$ . И ови моменти петог реда су обухваћени анализом статистичких повезаности момената различитог реда, што ће још бити дискутовано. Сада се истиче једно од тих својстава, које је овде испуњено. Наиме, тачка промене знака коефицијента  $SS_v$  поклапа се са тачком у којој  $S_v$  мења знак, као на пример у случају тачке  $r/R=0,889$  пресека III у којој је  $S_v=-0,0258$  и  $SS_v=-0,0621$ . На овај начин централни моменти вишег реда квалитативно потврђују статистичка својства изражена моментима нижег реда, при чему својим већим бројним вредностима то и квантитативно појачавају.

Фамилија једнопараметарских емпириских кривих  $SS_w(r/R, x_l/D)$ ,  $l = I, II, \dots, X$  на слици 77 показује расподелу коефицијента суперасиметрије флуктуација обимске брзине

$SS_w = \overline{w^5} / \sigma_w^5$ . Природа ових расподела, са физичког становишта, одговара расподелама величина  $SS_u$  и  $SS_v$ . У квантитативном смислу, су негативне бројне вредности  $SS_w < 0$  израженије, па се са дијаграма може уочити интервал  $-100 < SS_w < 100$ . Овако велике негативне и позитивне бројне вредности са учествалим променама знака јављају се у областима појачане турбулентне размене, у екстремно нестабилним доменима струјног поља вихорног млаза, дакле у зонама интензивног мешања са спољашњом облашћу млаза.



Слика 77. Радијално - аксијална промена коефицијента суперасиметрије приказаног функцијом  $SS_w = f_w \left( \frac{r}{R}, \frac{x_l}{D}; 3\text{П}30, n_2 \right)$ ,  $l \in L$ ,  $L = \{I, II, \dots, X\}$ .

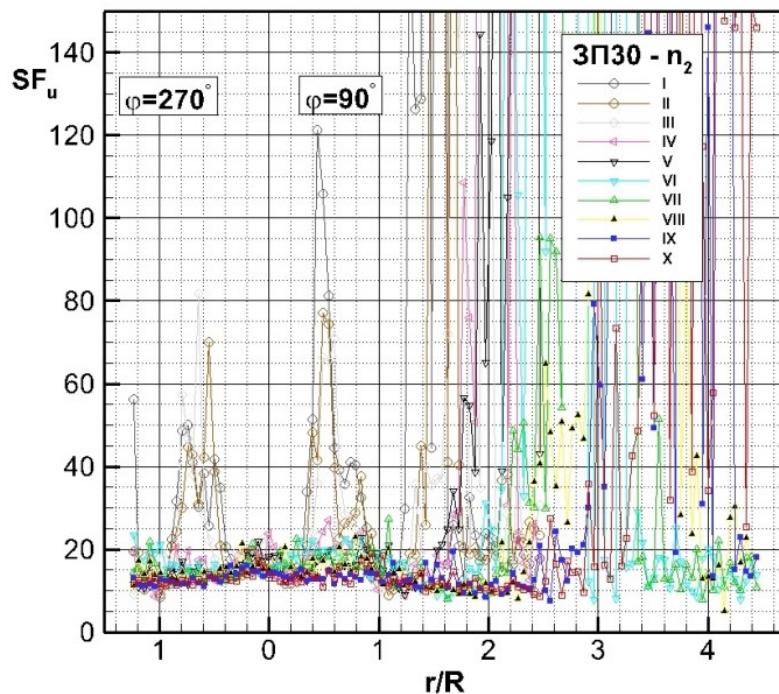
Квалитативна анализа струјног поља, тј. радијално-аксијалне расподеле коефицијента суперасиметрије  $SS_w$  је суштински повезана са таквом анализом коефицијента асиметрије  $S_w$  (слика 59). То се посебно односи на домен  $0 < r/R < 1$  у мерним пресецима I, III и V вихорног млаза. Разлике у бројним вредностима величина  $S_w$  и  $SS_w$  су очигледне, јер су десетоструке (слике 59 и 77). Сва физичко - статистичка својства која су разматрана у вези са коефицијентом  $S_w$  важе и за коефицијент  $SS_w$ . При томе се поједине нумериčке тврђе знатно појавачавају, што их чини још реалнијим и уочљивијим. На пример, у тачки  $r/R = 0,642$  трећег мерног пресека млаза, бројне вредности за коефицијенте  $S_w$  и  $SS_w$  су:  $S_w = 0,4493$  и  $SS_w = 32,4901$ . У истом карактеристичном пресеку III и његовој тачки  $r/R = 0,9383$  експериментално-нумериčком анализом је показано да ова тачка припада карактеристичној струјној области у којој су процеси турбулентне размене и структура турбуленције дефинисани статистичким структуралним међузависностима централних момената како следи:  $S_w = 0,035$  и  $SS_w = -0,0202$  (обе величине у тачки  $r/R = 0,9383$  мењају знак);  $F_w = F_{w,min} = 3,0839$  и  $\sigma_w = \sigma_{w,max,lok} = 2,6145$ . У поглављу 6.2.3 ће се овим структуралним параметрима при корелационој анализи турбуленције у вихорном млазу

придружити и интегрална временска размера  $T_{Ew}$  (глава 2). Онда се добија јединствен физичко статистички структурални скуп турбулентног поља вихорног млаза.

### 5.6.2 Анализа радијално-аксијалног развоја турбуленције помоћу коефицијената суперспљоштености

Физичка интерпретација експерименталних резултата је већ указала на чињеницу да статистичке карактеристике турбулентних величина, које су у претходном делу рада анализиране, не одговарају нормалним расподелама вероватноћа. То показује да је одређивање статистичких карактеристика вишег реда од суштинског значаја. Из тих разлога се разматрању нормираних вредности  $SS_i$  придружује разматрање нормираних статистичких момената шестог реда  $SF_i = \overline{u_i^6} / \sigma_i^6$  (глава 2).

Слика 78 графички приказује просторну расподелу експерименталних вредности коефицијента суперспљоштености  $SF_u = \overline{u_u^6} / \sigma_u^6$  флуктуација аксијалне брзине, при чему су сви остали подаци дати у потпису слике, као и на њеној легенди. Запажају се неравномерне, велике бројне вредности, које се нагло повећавају и нагло смањују, што је графички изражено посредством пикова. Тако се вредности  $2 < SF_u < 15$  (слика 66) повећавају на бројне вредности  $5 < SF_u < 150$  (слика 78). Скуп вредности  $F_u = 3$  (Гаусова расподела) сада припада вредностима које карактеришу нормалну расподелу ( $SF_u = 15$ ). На слици 66б коефицијент  $F_u$  детаљно је анализиран за домен  $0 < r/R < 1$  попречног пресека вихорног млаза. При томе се уочава да вредности  $F_{u,\max}(I) = 7$  у тачки  $r/R \approx 0,5$  одговарају  $SF_{u,\max} \approx 120$ , највећа негативна вредност  $SS_{u,\min} \approx -27$  (слика 75), као и минимална локална вредност интензитета турбуленције  $\sigma_{u,\min,loc}$  у облику  $\sigma_{u,m,l}/U_m = 0,2$  (слика 41).

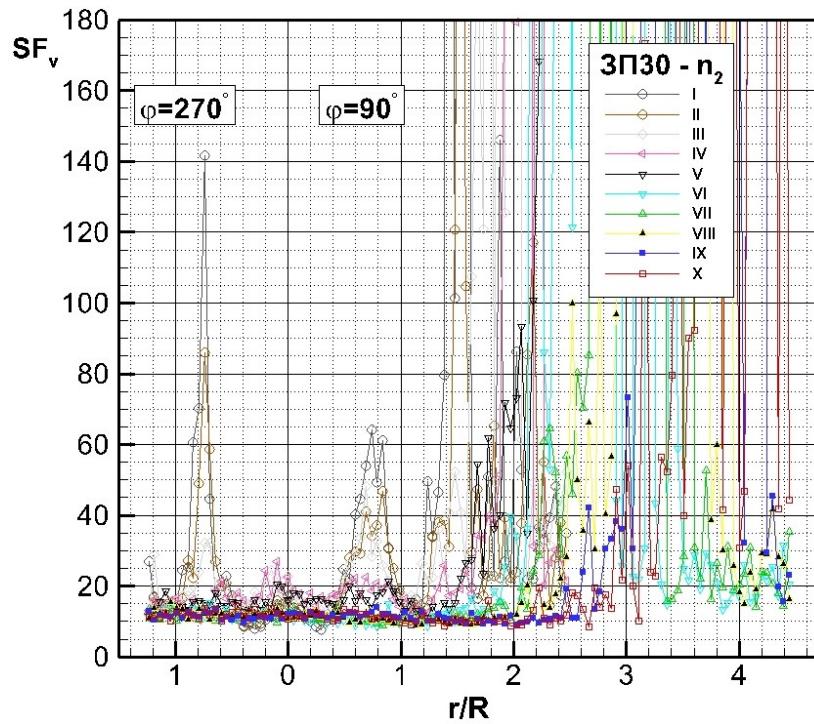


Слика 78. Поље величине дате емпириском функцијом  $SF_u = f_u \left( \frac{r}{R}, \frac{x_l}{D}; 3\pi 30, n_2 \right)$ ,  $l \in \{I, II, \dots, X\}$ , у вертикалној меридијанској равни вихорног млаза.

За структуру турбуленције значајна је статистичка повезаност централних момената у мерној позицији 31 ( $r/R=0,2469 \approx 0,25$ ) пресеку III вихорног млаза. Наиме, та мерна тачка припада језгру млаза и у њој и у њеној блиској околини су највеће вредности интензитета турбуленције  $\sigma_u$ , тј. централног момента другог реда  $\sigma_u^2 = \bar{u}^2$  (слика 41), као и карактеристичне вредности централних момената вишег реда како следи:  $\sigma_{u,\max} \approx 4,1547$ ,  $S_{u,\min} = -0,2015$ ,  $SS_{u,\min} = -1,7517$  (ово су вредности блиске промени знака величина  $S_u$  и  $SS_u$ ),  $F_{u,\min} = 2,8197$  и  $SF_{u,\min} = 13,1984$ . Овакве вредности указују на чињеницу да се овде ради о структуралним параметрима који карактеришу струјну област вихорног млаза у којој се одвија смицајно струјање са изразито јаким механизмом турбулентне размене у смицајном слоју.

Структура амплитудних карактеристика флуктуационог поља аксијалне брзине је изразито нехомогена у мерном пресеку III вихорног млаза вентилатора ЗП30 у режиму рада  $n=n_2$ . Имајући у виду расподелу осредњеног брзинског поља  $U_i$  (слика 22), поменути експериментално - статистички скупови су анализирани у домену  $0 \leq r/R \leq 1,73$ , у циљу добијања ближег увида у физику турбулентног преноса. На пример, важна сазнања о структури и размерама турбуленције добијају се анализом статистичких момената у области тачака у мерним позицијама 36, 37 и 38, тј. за вредности  $r/R=0,4938; 0,5432; 0,5926$ . Ако се ова геометријска област повеже са физичком облашћу струјног поља вихорног млаза, уочава се да се ради о области смицајног слоја. Израчунате вредности за  $S_u$ ,  $F_u$ ,  $SS_u$  и  $SF_u$ , које су редом графички приказане на сликама 57, 66, 75 и 78, показују да се у домену  $0,494 \leq r/R \leq 0,593$  налазе највеће вредности коефицијената сплоштености  $F_u$  и суперсплоштености  $SF_u$ , као и највеће негативне вредности коефицијента асиметрије  $S_u$  и суперасиметрије  $SS_u$ . У све три мерне позиције 37-39 ове нумеричке вредности су приближно исте за сваку од наведених величина, као на пример:  $F_u(36,37,38) = 4,908; 4,925; 4,968$ . Из тих разлога се у овом раду наводе вредности за средњу тачку 37, тј. за  $r/R=0,5432$ , које износе:  $S_u = -0,9635$ ,  $F_u = 4,925$ ,  $SS_u = -14,533$  и  $SF_u = 65,420$ . Овим скупом момената одређене су расподеле вероватноћа аксијалних флуктуација брзине у датим тачкама пресека вихорног млаза. Великим негативним вредностима коефицијената  $S_u$  и  $SS_u$  одговара изразита асиметрија расподеле вероватноће у страну негативних аксијалних флуктуација брзине. Ова асиметрија је, међутим праћена високим вредностима коефицијената  $F_u$  и  $SF_u$ , који указују на велику вероватноћу малих позитивних флуктуација аксијалне брзине. Оваква структура расподеле се мења у пресеку, јер коефицијент асиметрије  $S_u$  као и  $SS_u$  мења знак у три тачке пресека, од којих су две у језгру, а трећа у тачки  $r/R=1,04$ . Анализа појава у струјним областима са позитивним вредностима коефицијента асиметрије  $S_i > 0$  и великим вредностима коефицијента суперсплоштености  $SF_i$ , где је  $i=u, v, w$ , повезана је и са разматрањем расподела величина  $SF_v$  и  $SF_w$ , које су приказане на сликама 79 и 80.

Емпиријске криве  $SF_v = f_v(r/R, x_l/D)$  где је  $l = I, II, \dots, X$  за аксијални вентилатор ЗП30 при  $n=n_2$  приказане су на слици 79.



Слика 79. Радијално-аксијална расподела коефицијента суперспљоштености  $SF_v$  радијалних флукутација брзине у вихорном струјању у млазу вентилатора ЗП30 при његовом радном режиму  $n_2$ .

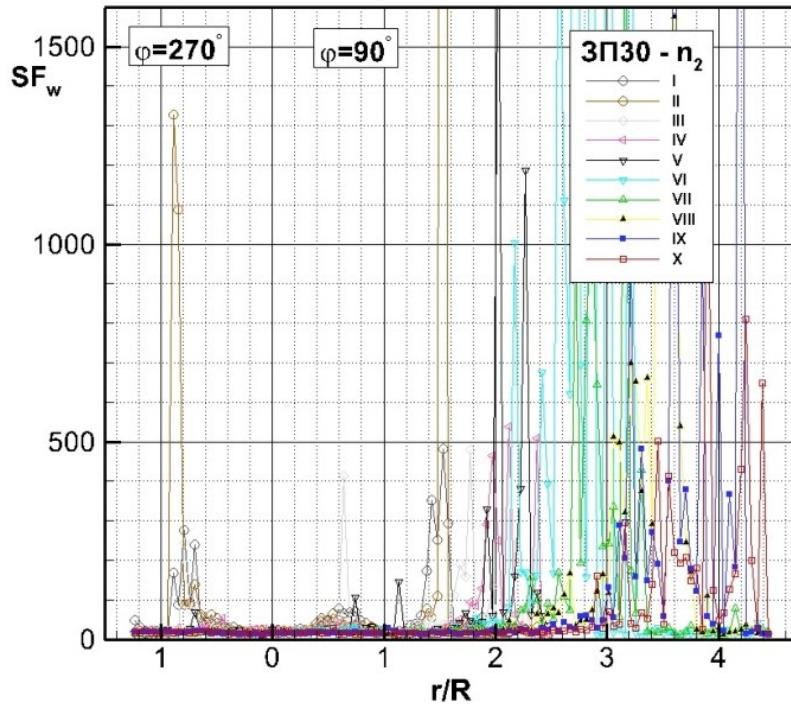
Уочава се да су расподеле коефицијента суперспљоштености  $SF_v$  изразито неравномерне како у радијалном, тако и у аксијалном правцу. Физичко - статистичка сличност поља величине  $SF_v$  и  $F_v$  је потпуно очигледна на сликама 79 и 67а. Разлике у бројним вредностима могу се очитати и са дијаграма. На пример, у тачки  $r/R \approx 0,8$  мерног пресека I су следеће вредности:  $F_{v,max} \approx 5,5$  (слика 67),  $SF_{v,max} = 65$  и  $SS_{v,max} \approx 12$  (слика 76). Оне показују да су највеће радијалне флукутације претежно позитивне, док мале негативне флукутације имају највећу вероватноћу. У области  $r/R < 0,35$  у пресеку I, су коефицијенти  $S_v$  (слика 58) и  $SS_v$  негативни тако да се код расподеле вероватноћа јавља асиметрија у страну негативних радијалних флукутација. Анализа величине  $F_v(I, III, V)$  у интервалу  $0 < r/R < 1$  дата је за слику 67б и она се, квалитативно, односи и на коефицијент  $SF_v$ . При томе су бројне вредности за  $SF_v$  углавном у интервалу  $5 < SF_v < 180$  са појединачним пиковима којима одговарају веће вредности од наведених. У извесном скупу тачака се јављају Гаусове вредности  $SF_v = 15$ .

Комплетнија структурална слика се у овој дисертацији даје за карактеристични пресек III. Наиме, у домену између тачака у мерним позицијама 45 и 47, тј.  $0,9383 \leq r/R \leq 1,037$  истовремено се јављају минималне вредности коефицијента спљоштености  $F_v$  и суперспљоштености  $SF_v$ , промена знака коефицијента асиметрије  $S_v$  и суперасиметрије  $SS_v$ , као и максималне локалне вредности централног момента другог реда  $\sigma_v^2 \equiv \bar{v^2}$ . Овде ће се навести бројне вредности за тачку у позицији 46, одређену са  $r/R = 0,9877$  у којој су:  $F_{v,min} = 3,023$ ,  $SF_{v,min} = 16,315$ ,  $S_v = 0,1279$  (у позицији 45  $r/R = 0,9383$  је  $S_v = 0,0155$ , а у тачки  $r/R = 0,889$  је  $S_v = -0,0258$ , тако да долази до промене знака),  $SS_v = 1,5305$  и  $(\sigma_v/U_m)_{max} = 2,6275$ . Овим вредностима ће у поглављу 6.2.3 бити приодodata интегрална

временска размера  $T_{Ev}$  (глава 2), чиме ће структура турбуленције, процеси турбулентне дифузије и амплитудне карактеристике радијалног флуктуационог поља добити дубље физичко тумачење. Наиме, још известан број тачака и струјних обласи пресека III се карактеришу наведеним структуралним параметрима, па ће и оне бити обухваћене овом анализом.

Од значаја су домени мерних пресека који се истовремено одликују великим вредностима, понекад и максималним у читавом пресеку, коефицијената асиметрије и спљоштености. У том смислу, наводе се тачке 39 ( $r/R=0,642$ ), 53 ( $r/R=1,333$ ), 56 ( $r/R=1,4815$ ) и посебно тачка 60 ( $r/R=1,679$ ) у којој су следеће бројне вредности:  $S_v=2,2339$ ,  $SS_v=45,0641$ ,  $F_v=10,4866$  и  $SF_v=215,5085$ . На основу ових структуралних параметара се закључује да су у датој области присутне претежно мале негативне радијалне флуктуације, док су велике позитивне флуктуације са знатно мањом вероватноћом. Физичко тумачење таквих појава заснива се на процесима турбулентног преноса у радијалном правцу као и на кретању турбулентних вртлога у пољу малих градијената осредњених брзина. Другим речима, овде се може говорити о интермитентним појавама и постојању организованих кохерентних структура о чему ће у закључку овог поглавља бити више речи.

Слика 80 омогућава анализу коефицијента суперспљоштености обимских флуктуационих брзина  $SF_w$ . Природно је, као и у случају претходна два коефицијента  $SF_u$  и  $SF_v$  да постоји квалитативна сличност између расподела  $F_w$  (слика 68) и  $SF_w$  (слика 80). Разлике у квантитативном смислу су веома изражене, што потврђује претходну физичку интерпретацију резултата мерења и израчунавања свих статистичких момената. У домену  $0 < r/R < 1$  је анализиран коефицијент  $F_w(I, III, V)$  па се на основу података на дијаграмима (слике 68а, б и 80) могу дати упоредне вредности како следи:  $F_w(I, III)_{max}=6$  и  $SF_w(I, III)_{max} \approx 100$ . Са истих дијаграма се узимају вредности  $F_{w,max}(I, III) \approx 14,5$  и  $SF_{w,max}(I, III) \approx 500$ , за интервал  $1,4 < r/R < 1,6$ . Интересантна је радијална промена величина  $F_w(V)$  и  $SF_w(V)$  у различитим доменима пресека V (слика 68а и 80). Наиме, у интервалу  $0,8 < r/R < 1,2$  су  $F_{w,max}=4$  и  $SF_{max}=[100-150]$ . Бројне вредности у појединачним тачкама мерног пресека V су  $F_w=[5-10]$  и  $SF_w=50,320,150,400$  и 1200, која представља максималну вредност у домену  $1,8 < r/R < 2,5$ . Највећи број вредности  $SF_w$  се налази у интервалу  $15 < SF_w < 500$ , са пиковима у појединим низструјним пресецима од 1400 до 1500 и више (слика 80).



Слика 80. Просторна расподела статистичког нормираног момента шестог реда, тј. коефицијента спљоштености  $SF_w = \frac{\overline{w^6}}{\sigma_w^6}$  у вихорном млазу при брзини обртања  $n_2$  аксијалног вентилатора ЗП30.

Као и у претходним случајевима, анализа суперспљоштености  $SF_w$ , заједно са моментима нижег реда, даје битне карактеристике структуре турбуленције и III мерном пресеку вихорног млаза. Експериментални резултати и њихова статистичка обрада показују да се у тачкама 39 ( $r/R=0,642$ ), 53 ( $r/R=1,333$ ), 59 ( $r/R=1,6296$ ) и 60 ( $r/R=1,679$ ) јављају парови  $S_w$ ,  $F_w$ , тј.  $SS_w$ ,  $SF_w$  са великим бројним вредностима. На пример, у тачки 53 мерног пресека III је:  $S_w=0,4989$ ,  $F_w=4,5795$  и  $SS_w=6,9219$ ,  $SF_w=46,366$ . Исте ове величине у тачки 60 износе:  $S_w=0,7892$ ,  $F_w=9,9435$  и  $SS_w=19,4891$ ,  $SF_w=191,233$ . Запажа се, међутим, да између две суседне тачке 60 и 61 ( $r/R=1,7284$ ) коефицијенти  $S_w$  и  $SS_w$  мењају знак, са великим скоком, тј. пиком бројних вредности са  $SS_w=19,4891$  на  $SS_w=-20,4204$  (мерна позиција 61).

Са вредношћу  $SF_w$  (III, тачка 61)=159,155, овакав скуп структуралних параметара знатно и нагло мења структуру и процесе турбулентног преноса. Скоковита промена карактера расподеле вероватноће и њене изражене асиметрије у страну позитивних у асиметрију на страну великих негативних амплитуда обимских флуктуација брзине, указује на чињеницу да се у овој области јавља наизменични, интермитентни карактер турбулентне размене.

Структура турбуленције у домену мерног пресека III вихорног млаза између тачака 45 и 47 одликује се структуралним карактеристикама струјања у смицајном слоју. Наиме, у овој области величине  $S_w$  и  $SS_w$  мењају знак, централни момент  $\sigma_w^2$  има своје највеће локалне вредности, док се коефицијенти  $F_w$  и  $SF_w$  одликују најмањим, тј. локалним минималним вредностима. Тачка 45 ( $r/R=0,9383$ ) се као карактеристична тачка појављује у анализи  $SS_w$  на слици 77, при чему су дате вредности за  $S_w$ ,  $F_w$  и  $\sigma_w$ , којима се сада придржује и коефицијент суперспљоштености  $SF_{w,min}$  (III,  $r/R=0,9383$ )=15,977. Неопходно је ово

разматрање повезати са дискусијама у вези са централним и корелационим моментима  $\sigma_w^2$ ,  $\bar{vw}$  и  $\bar{uw}$  у датој области мерног пресека III (слике 41, 51 и 52).

Из претходне анализе везане за статистичке моменте вишег реда може се закључити да они имају значајну улогу у статистичкој теорији турбуленције. У вези са овом чињеницом њима је у овој дисертацији посвећена велика пажња, нарочито њиховој суштинској повезаности са осталим моментима. Наиме, неравномерна и анизотропна расподела статистичких корелационих момената  $Q_{ij} = \bar{u_i u_j}$ , знатна одступања нормираних централних момената трећег  $S_i$  и четвртог реда  $F_i$  од бројних вредности за Гаусову расподелу, као и њихове карактеристичне радијално-аксијалне расподеле показују да су моменти вишег реда веома потребни за ближи увид у физику турбуленције и њен статистички опис. На основу експерименталних података нумеричким методама су израчунате бројне вредности нормираних статистичких момената  $SS_i$  и  $SF_i$ , који су не само потврдили, појачали и још више прецизирали физичко-статистичке тврђње момената другог, трећег и четвртог реда, већ су довели до нових сазнања у вези са структуром турбуленције и природом процеса турбулентне размене.

Резултати мерења показују да нормирани моменти петог и шестог реда у појединим струјним областима имају високе вредности, које указују на одређену интермитентност у турбулентном пољу, као и на постојање организованих кохерентних структура. Анализирани карактер турбулентног преноса показује да су присутне појаве турбулентне размене и разнородних физичких процеса, које се дешавају наизменично и на мањим. Поједини струјни феномени, који су уочени и анализирани у овој дисертацији, могу се објаснити чињеницом, да у појединим доменима вихорног млаза на мање долази како до продора флуида, тако и до избацања на мање, успореног флуида. Међусобно наизменично смењивање инјективне и ејективне фазе карактерише повремене интермитентне појаве, које, међутим, имају одлучujuћу улогу у турбулентном преносу. Доминантна улога било које од ове две фазе доводи до изражених асиметрија расподела вероватноћа флуктуационог поља. Физичко тумачење је повезано са интермитентним убацивањем (инјективна фаза) или избацањем (ејективна фаза) турбулентних вртлога одређених размера куплованих са простором генерирања турбуленције. И врло мала одступања од Гаусове расподеле представљају значајне карактеристике турбуленције, јер, на пример, статистички моменти трећег реда, који су у Гаусовој расподели вероватноће једнаки нули, одређују процес турбулентне дифузије и преноса кинетичке енергије турбуленције. Турбуленција није чист случајан процес и турбулентно струјање није у потпуности хаотично, већ су у њему приступни организовани, детерминистички процеси и облици струјања.

У наредној глави 6, истраживање карактеристика турбуленције и структуре турбулентног струјања у вихорном млазу се анализира са становишта корелационо-спектралне и инваријантне теорије.

## **6 Структурална анализа генерисане турбуленције у вихорном млазу применом аутокорелационих и спектралних функција као и анизотропних инваријантних мапа**

У глави 2 су разматране корелационе функције заједно са централним моментима вишег реда и са једначинама корелационих момената другог реда. Такође су разматране и спектралне функције и њихова међувезависност са аспекта изучавања турбулентних струјања. Примена инваријантне теорије и инваријантних мапа усмерена је на разматрање анизотропности турбуленције. Ова глава је посвећена физичкој интерпретацији резултата мерења са становишта корелационо-спектралне теорије турбуленције.

### **6.1 Структура нехомогене турбуленције у светлу инваријантне теорије и експерименталних мапа анизотропности за вихорни млаз**

Претходна истраживања у овој дисертацији указују на изразиту нехомогеност и анизотропност турбулентног струјања у вихорном млазу аксијалног вентилатора. У овом поглављу се ове карактеристике анализирају уз помоћ инваријантних мапа анизотропности, што омогућава пунији физички увид у структуралну анизотропију турбуленције.

#### **6.1.1 Анализа структуре турбуленције у мерним пресецима вихорног млаза применом мапа анизотропности**

Један од највећих изазова механике флуида представља изучавање турбулентних анизотропних струјања. Ове класе струјања су присутне у системима са турбомашинама, па се у оквиру ове докторске дисертације даје анализа помоћу инваријантних мапа анизотропности. На основу измерених вредности Рейнолдсових напона и израза:

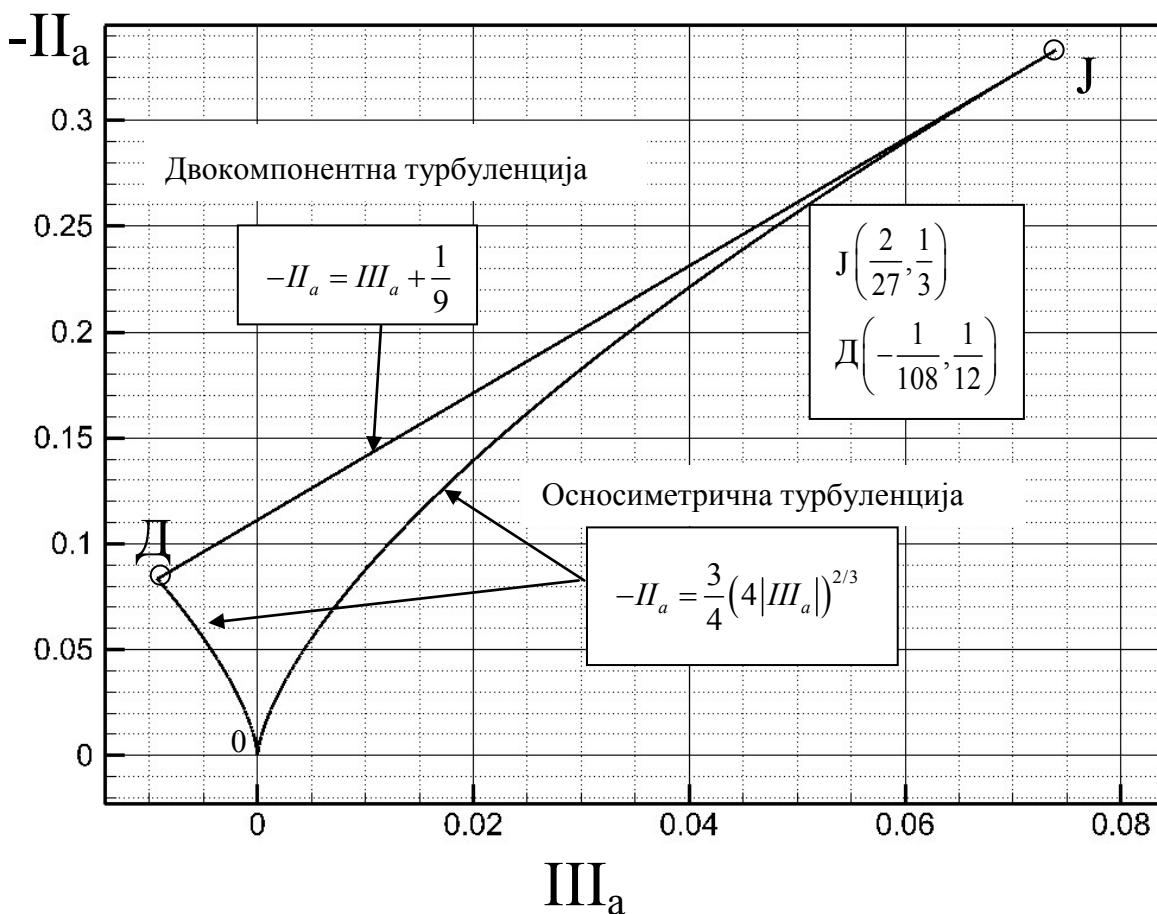
$$\underline{\underline{A}} = \left( -\frac{1}{2\rho k} \underline{\underline{T}} + \frac{1}{3} \underline{\underline{I}} \right), \quad a_{ij} = \frac{1}{2k} \overline{u_i u_j} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \quad (5.51)$$

и

$$I_a = 0, \quad II_a = -\frac{1}{2} a_{ij} a_{ji}, \quad III_a = \frac{1}{3} a_{ij} a_{ik} a_{jk} \quad (5.52)$$

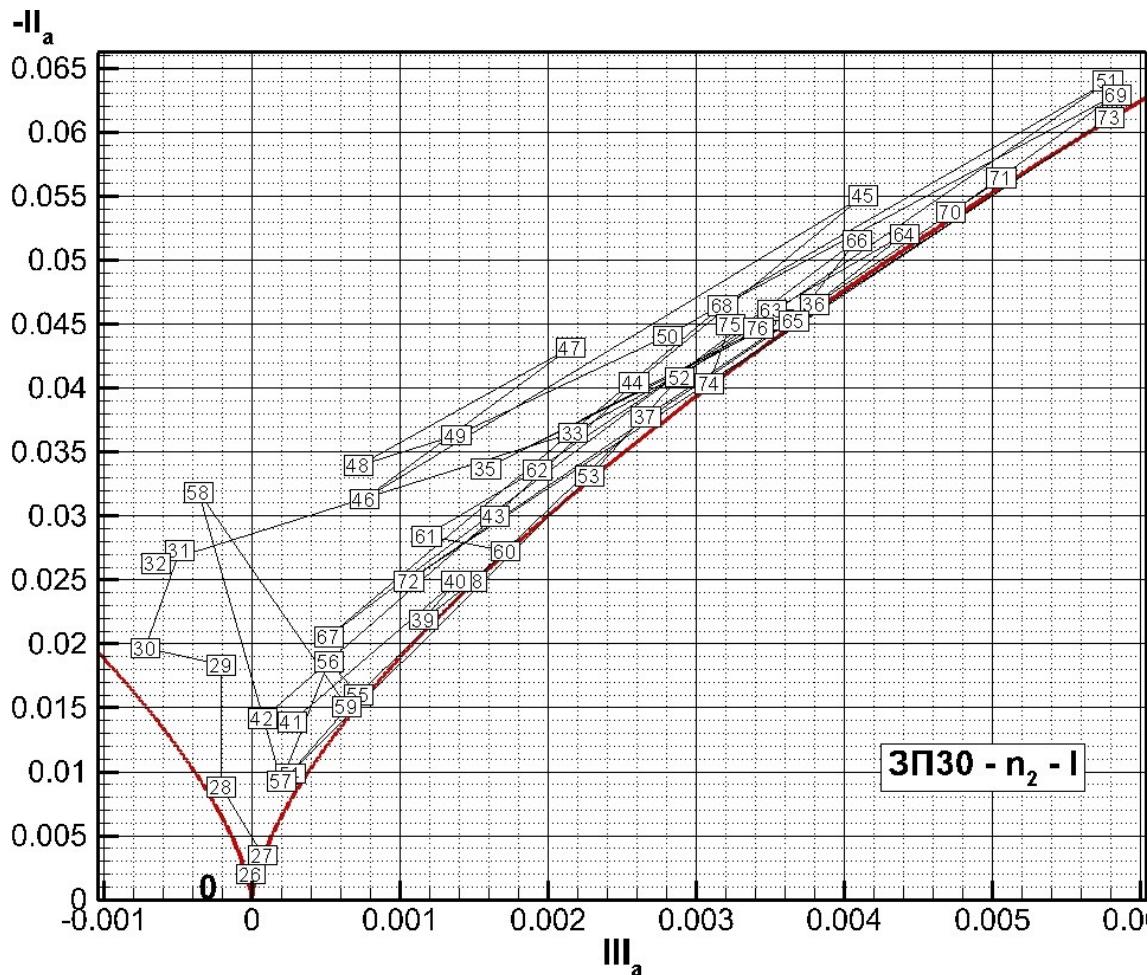
где су  $\underline{\underline{T}}$  - тензор Рейнолдсових напона и  $k = \frac{1}{2} (\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}) = \frac{\overline{q^2}}{2}$  - кинетичка енергија

турбуленције, формиране су инваријантне мапе, у којима се налазе сва могућа стања анизотропне турбуленције. На слици 81 дате су граничне вредности турбуленције, означене као криве 0J (осносиметрична експанзија), JД (двокомпонентна турбуленција) и Д0 (осносиметрична контракција). Гранична стања турбуленције 0, која представља трокомпонентну изотропну турбуленцију, J - која представља једнокомпонентну турбуленцију и Д - која означава двокомпонентну осносиметричну турбуленцију.



Слика 81. Инваријантна мапа анизотропности (ИМА): тачка Ј - једнокомпонентна турбуленција; тачка Д - двокомпонентна турбуленција; координатни почетак 0 - трокомпонентне изотропне турбуленције.

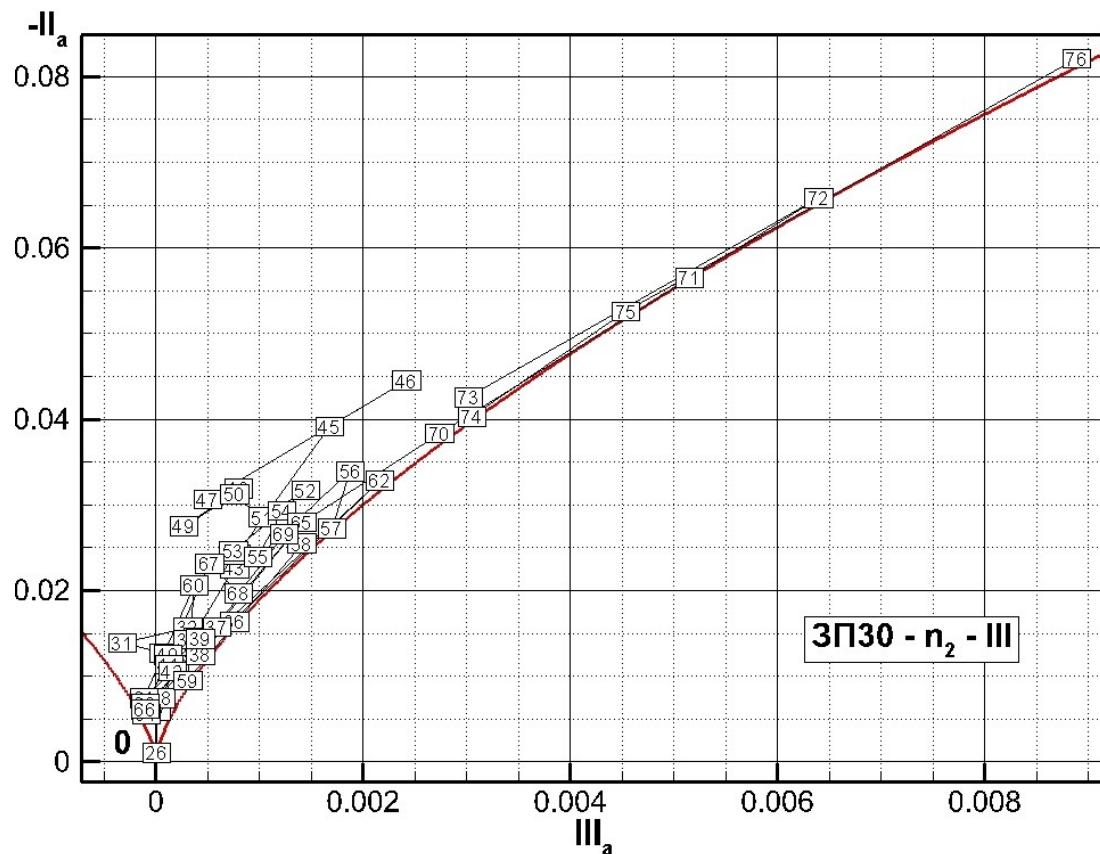
На сликама 82-84 приказани су скупови мерених тачака у инваријантним мапама анизотропности за вентилатор ЗП30, режим рада  $n_2$  у мерним пресецима I, III и V, редом. Сви дијаграми имају по 51 тачку које су углавном груписане у десном делу дијаграма, уз границу која представља осносиметричну експанзију која је дефинисана једначином приказаном на слици 81. Координате за измерену тачку на оси млаза су у случају пресека I и III најближе стању трокомпонентне изотропне турбуленције. За пресек III, тачка 26 има координате ( $\text{III}_a = 10^{-5}$ ,  $-\text{II}_a = 0,00107$ ) и најближа је стању „0“ од свих тачака приказаних у ова три пресека. Следећа најближа тачка је поново тачка 26 са координатама ( $\text{III}_a = 10^{-5}$ ,  $-\text{II}_a = 0,00199$ ) у пресеку I. У пресеку V, најближа тачка је 27 са координатама ( $\text{III}_a = 4 \cdot 10^{-5}$ ,  $-\text{II}_a = 0,00302$ ), док је следећа тачка 26.



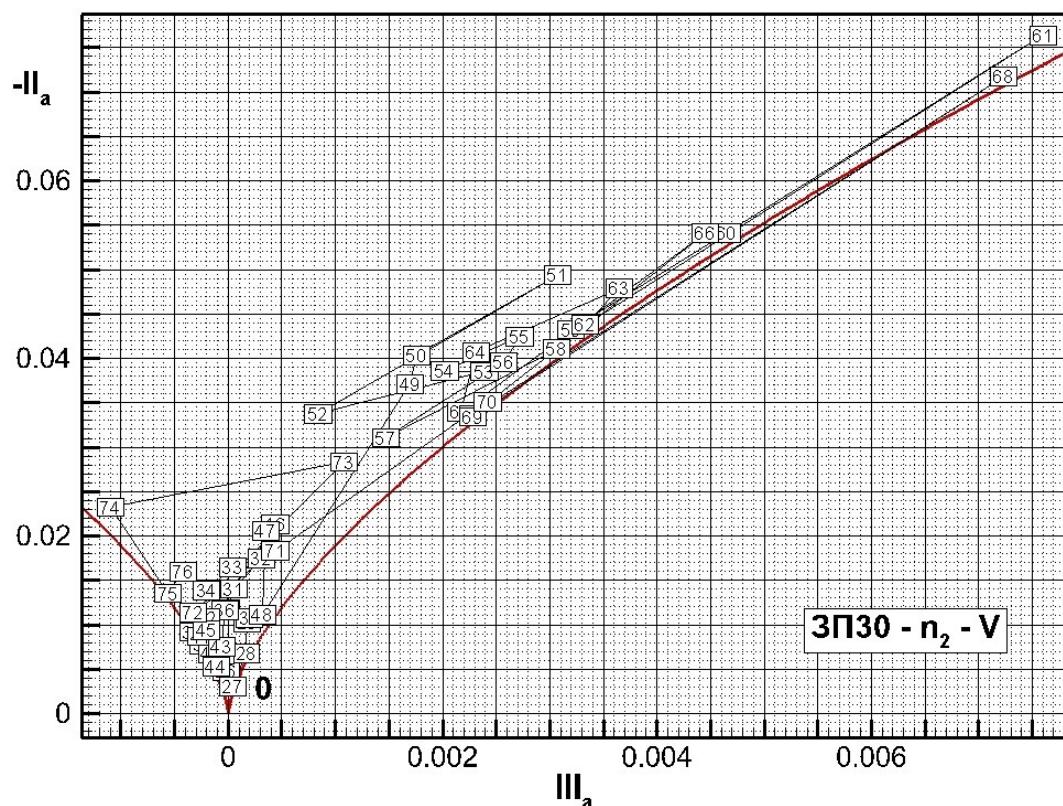
Слика 82. Инваријантна мапа са унетим мереним вредностима за пресек I вихорног млаза вентилатора ЗП30 при  $n_2$ .

Са друге стране, тачка 76 (са највећом радијалном координатом) у пресеку III има координате ( $\Pi_{III_a} = 0,00889, -\Pi_a = 0,08211$ ) и представља најближу тачку темену J троугла аизотропије које обележава једнокомпонентну турбуленцију. Од свих тачака приказаних у ова три дијаграма ово је најудаљенија тачка од темена троугла „0”. Утолико, наставља се детаљније разматрање аизотропности турбуленције у мрном пресеку III.

Сва стања аизотропије турбуленције добијена мерењем за вентилатор ЗП30 при брзини обртања  $n_2$  у пресеку III, за меридијанску полураван  $\varphi=90^\circ$ , приказана су на слици 83. Позиције мерних тачака су дефинисане у табели 5, док су класификоване по областима струјања приказане у табели 12.



Слика 83. Скуп мерених тачака у инваријантној мапи аизотропности за режим  $n_2$  вентилатора ЗП30 у пресеку III ( $x_{III}=600 \text{ mm}$ ) влаза.



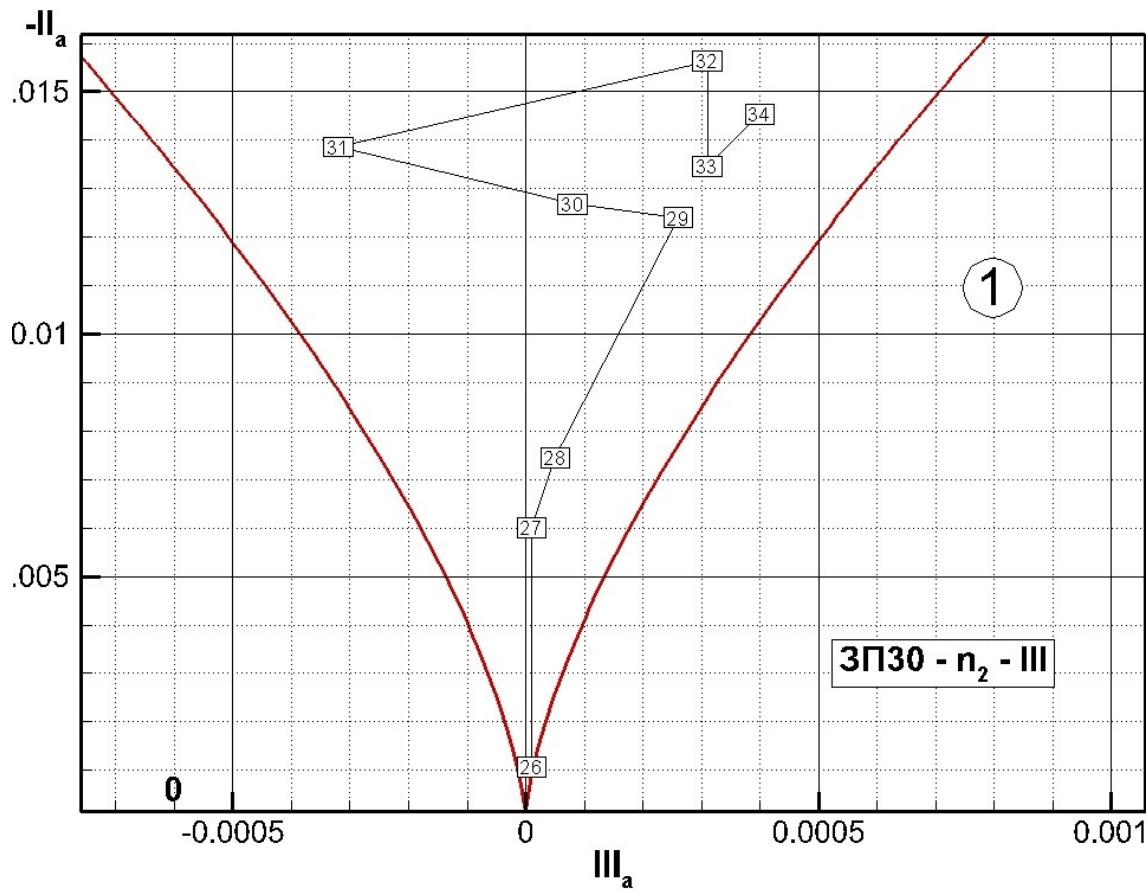
Слика 84. Инваријантна мапа за пресек V ( $x_V=1000 \text{ mm}$ ) вихорног влаза вентилатора ЗП30 при  $n_2$ .

Табела 12. Зоне мерних позиција

зона	позиције	$r/R$	$r$ [mm]
1	26-34	0-0,395	0-80
2	34-37	0,395-0,543	80-110
3	37-42	0,543-0,79	110-160
4	42-76	0,79-2,47	160-500

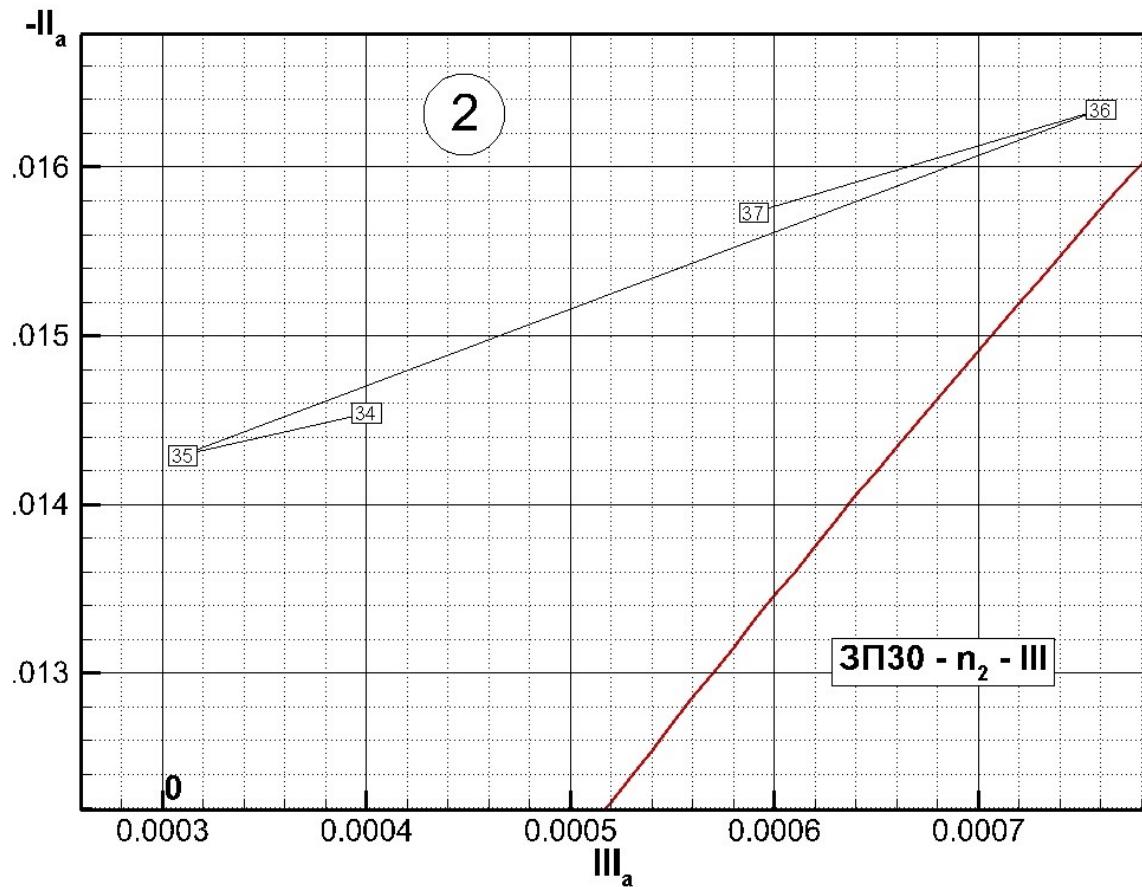
Из испред наведене инваријантне мапе издвојени су следећи Ламлијеви троуглови, који одговарају областима струјања (①-④).

На слици 85 приказана је трајекторија инваријанти од осе до границе језgra. Тачка у оси млаза има координате јако близке једној од граничних вредности, односно трокомпонентној изотропној турбуленцији. Следећа тачка задржава константну вредност инваријанте Ша, док је приметан знатан пораст координате -Па са трендом удаљавања од тачке „0”. Приметно је да су тачке груписане у зони која је ближа граничној кривој која карактерише стање осносиметричне експанзије. Последња тачка у овој зони има вредности инваријанти (0,0004, 0,01454).



Слика 85. Скуп мерених тачака у инваријантној мапи анизотропности за режим  $n_2$  вентилатора ЗП30 у области ① пресека III ( $x_{III}=600$  mm) вихорног млаза.

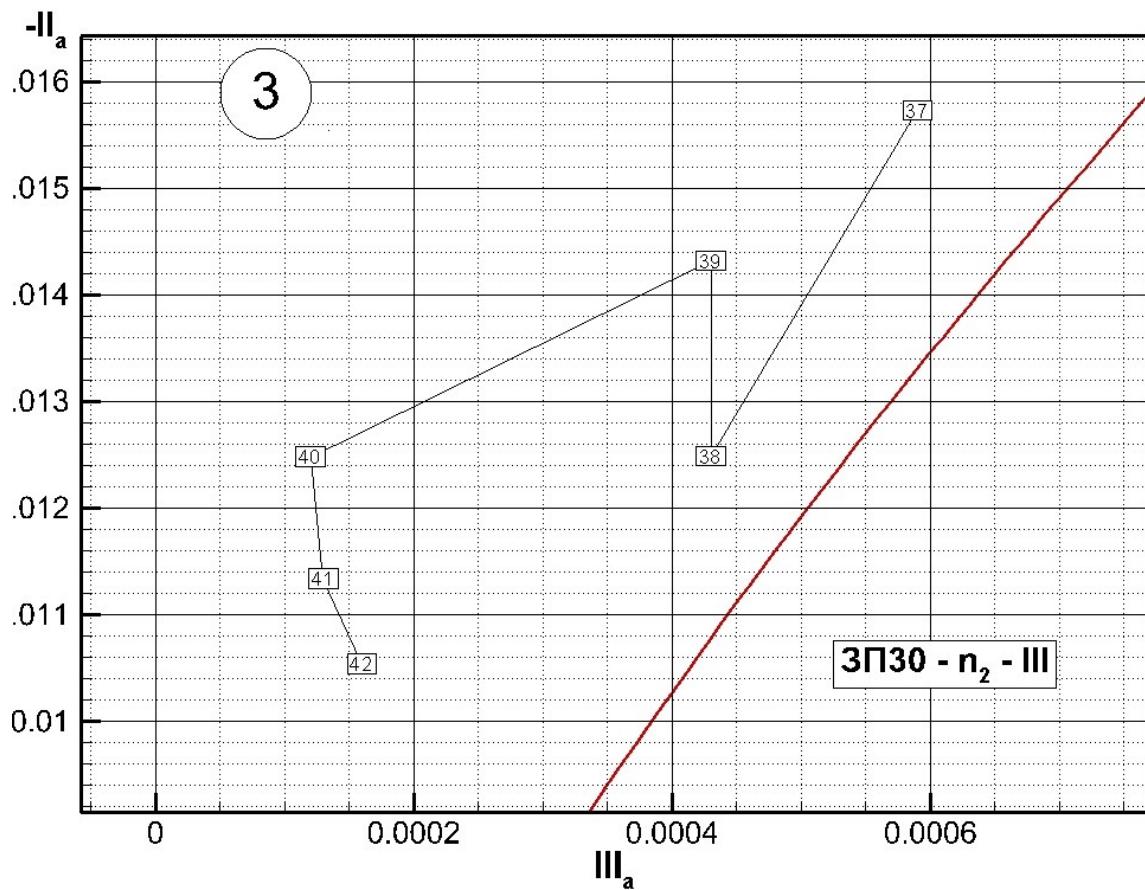
На претходно описан домен надовезује се област коју карактерише максимална вредност обимске брзине и значајних интензитета смицајних напона. Уочава се концентрисање тачака у близини граничне линије осносиметричне експанзије. Максимум вредности инваријанти ( $\text{III}_a=0,00076$ ,  $-\text{II}_a = 0,0163$ ) у оквиру ове струјне области се достижу у мерној тачки 36 чија је бездимензиона радијална координата  $r/R = 0,494$ .



Слика 86. Област ② струјног пресека III за режим  $n_2$  вентилатора ЗП30 у инваријантној мапи анизотропности.

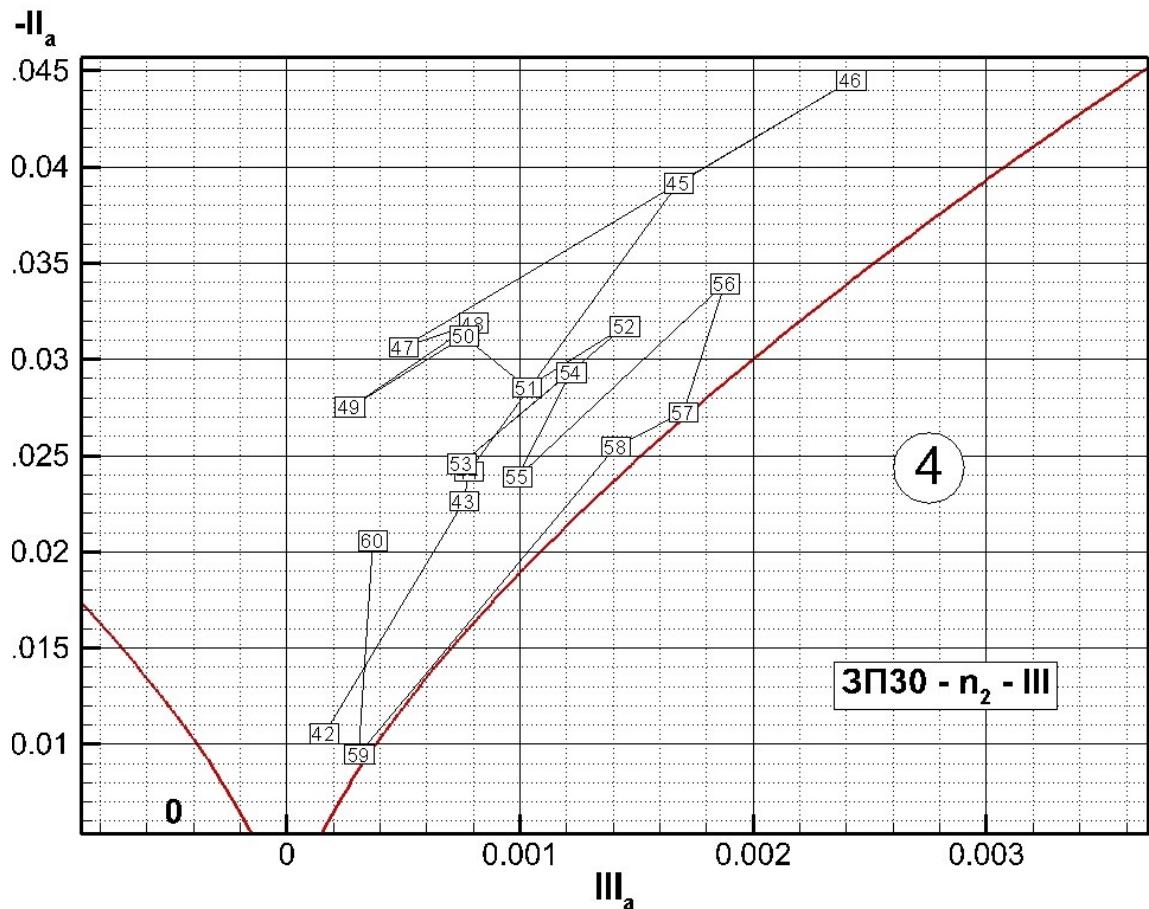
Ово су максималне вредности инваријанти за прве три струјне области (①-③) (слике 85-87).

У области ③ приметно је удаљавање од граничне криве осносиметричне у правцу трокомпонентне изотропне турбуленције достижећи вредност инваријанти ( $\Pi_a=0,00015$ ,  $-\Pi_a = 0,0105$ ) у тачки 42.



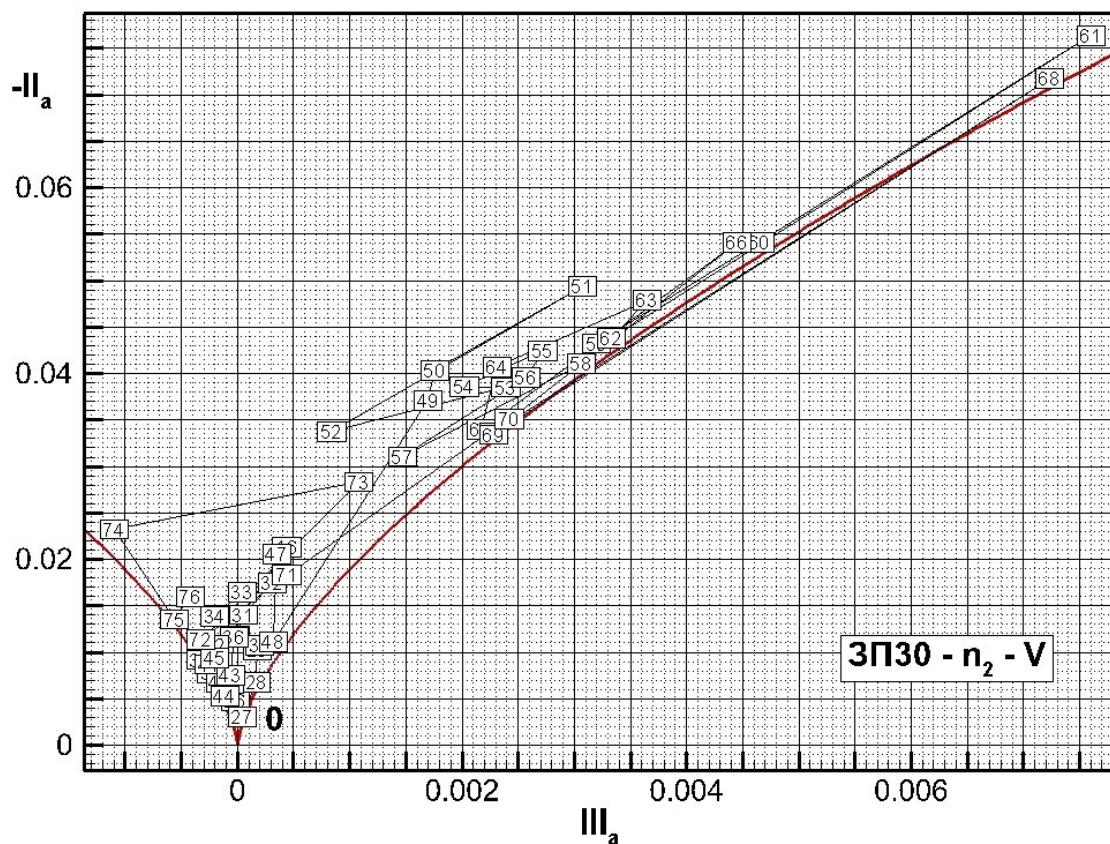
Слика 87. Инваријантна мапа анизотропности струјне области ③ пресека III у турбулентном вихорном пољу иза вентилатора ЗП30 при режиму  $n_2$ .

На слици 88 издвојене су тачке 42-60, односно до  $r/R = 1,679$  што представља зону јако малих временски осредњених обимских брзина, са вредностима близким нули. Примећује се тестерасти карактер трајекторије почевши од тачке 47 са координатом  $r = 210$  mm па до тачке 57 ( $r = 310$  mm). Уочава се да је тачка 57 најближа осносиметричној експанзији. Са даљим повећањем радијалне координате, стање анизотропије се помера ка области трокомпонентне изотропне турбуленције пратећи граничну линију која представља осносиметричну експанзију. Овај тренд се прекида преласком у мерну тачку 60.



Слика 88. Инваријантна мапа анизотропности струјне области ④ пресека III у турбулентном вихорном польу иза вентилатора 3П30 при режиму  $n_2$ .

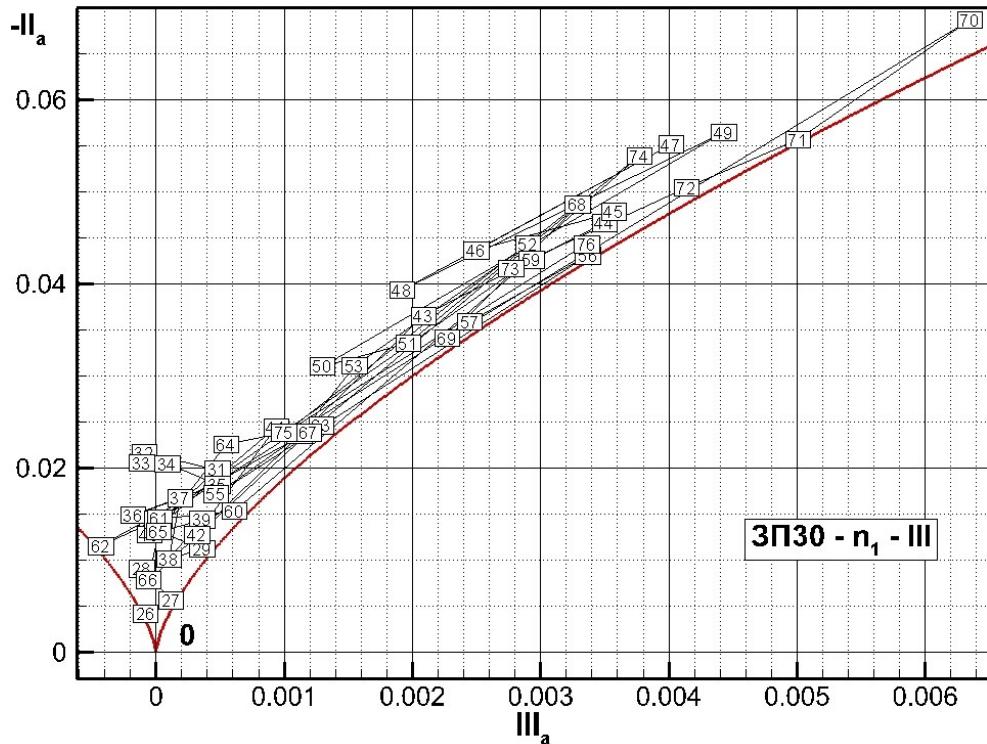
За разлику од пресека I и III, у пресеку V (сл. 89) уочено је двозонско груписање тачака и то, у области блиској трокомпонентној изотропној турбуленцији, док је друга област уз границу „0-J”, са изузетком појединачних тачака. Још једна карактеристика овог пресека је и груписање тачака највећих радијалних координата (71-76) у области блиској темену „0”.



Слика 89. Увећана област инваријантне мапе анизотропности са мереним тачкама у пресеку  $V = 1000 \text{ mm}$  вихорног млаза вентилатора ЗП30 и  $n_2$ .

### 6.1.2 Истраживање утицаја режима рада вентилатора на анизотропију генерисане турбуленције

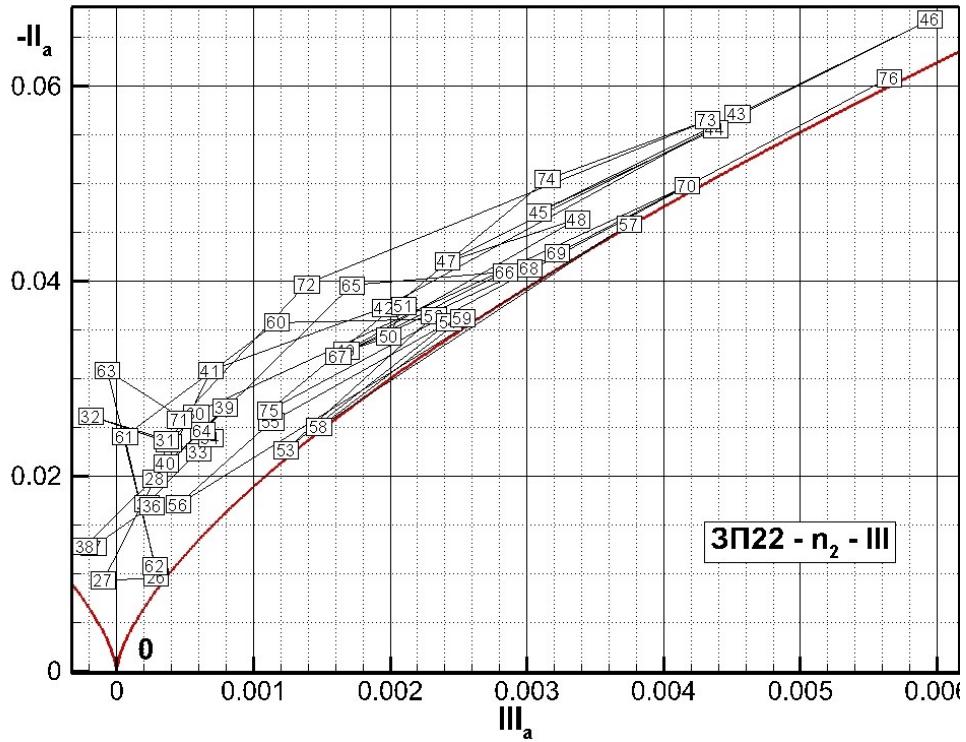
На сликама 83 и 90 приказана су стања турбуленције у инваријантним мапама за вентилатор ЗП30 у истом мерном пресеку (III), али за различите режиме рада вентилатора  $n_1 = 1000 \text{ min}^{-1}$  и  $n_2 = 1500 \text{ min}^{-1}$ , односно при различитим Рейнолдсовим бројевима  $Re_1 = 236588$  и  $Re_2 = 358951$ . При мањој вредности Рейнолдсовог броја очигледно је груписање у уској зони између граница осносиметричне турбуленције, као и у десном делу инваријантне мапе ближе граници осносиметричне експанзије (слика 90). Тачка 76 са највећом радијалном координатом, у случају већег Рейнолдсовог броја, има максималну вредност обе инваријанте. Тачка 26, која се налази на оси млаза, у случају режима рада  $n_1$  има координате ( $III_a = -8 \cdot 10^{-5}, -II_a = 0,00425$ ). Као и у претходним разматрањима тачка 26 са координатама ( $III_a = 10^{-5}, -II_a = 0,00107$ ), у случају режима рада  $n_2$ , налази се најближе темену „0”.



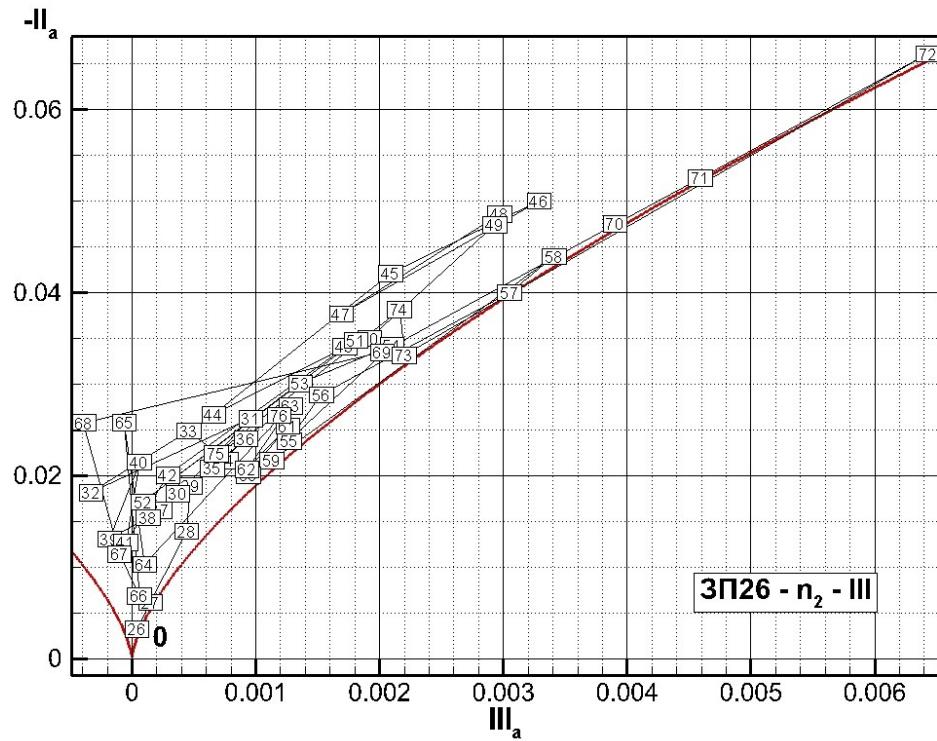
Слика 90. Емпириска расподела тачака у Ламлијевом троуглу за пресек III ( $x_{III}=600 \text{ mm}$ ) вихорног млаза вентилатора ЗП30 за режим  $n_1$ .

### 6.1.3 Утицај углова лопатица вентилатора на анизотропију генерисане турбуленције

На дијаграмима 83, 91 и 92 приказани су резултати истраживања применом инваријантне теорије при истом режиму рада  $n_2$  аксијалних вентилатора ЗП22, ЗП26 и ЗП30 у истом мерном пресеку III. Скупови вредности парова инваријанти ( $III_a, -II_a$ ) за 76 тачака добијених на основу измерених сигнала у трајању од по 20 секунди, за сва триугла лопатица вентилатора ЗП представљени су у Ламлијевим троугловима. Уочава се да све вредности припадају доменима инваријантних мапа за сва триугла лопатица обртног кола, као и да је „трајкеторија”, тј. линија која спаја тачке са узастопним мерним позицијама, хаотичног карактера, са извесним изузетима. Са повећањем угла лопатица, расте и зона у којој се добијене тачке налазе. Наиме, већина тачка се налази између граница осносиметричне турбуленције, при чему у случају ЗП30 тачка са највећом координатом 76 ( $III_a = 0,00889, -II_a = 0,08211$ ) најближе прилази темену „J”. Тачка 26, која се налази на оси млаза, у случају вентилатора 22, има координате ( $III_a = 0,00029, -II_a = 0,00962$ ), за ЗП26 ( $III_a = 4 \cdot 10^{-5}, -II_a = 0,0032$ ), док је за ЗП30 ( $III_a = 10^{-5}, -II_a = 0,00107$ ). Дакле, и у овом случају се показује да је темену „0” најближа тачка 26 вентилатора ЗП30.



Слика 91. Увећана област са експерименталним тачкама у Ламлијевом троуглу за пресек III млаза вентилатора ЗП22 ( $\beta_{R,1} = 22^\circ$ ) при режиму  $n_2$ .



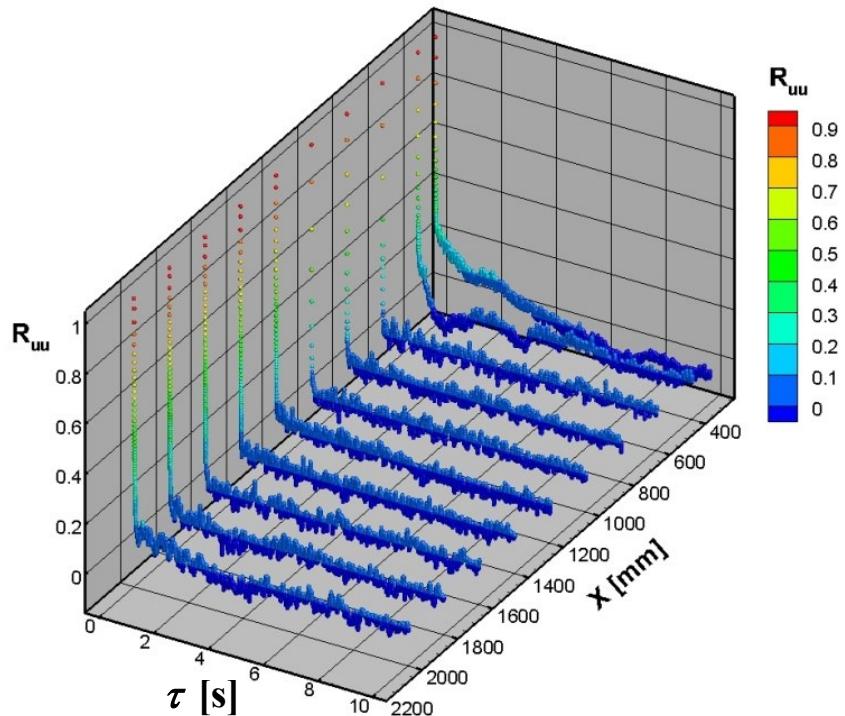
Слика 92. Емпириска расподела тачака у увећаном домену инваријантне мапе за  $\beta_{R,2} = 26^\circ$  и  $n_2$  у пресеку III ( $x_{III}=600$  mm) слободног вихорног турбулентног млаза.

## 6.2 Физичко тумачење емпириских расподела аутокорелационих функција и временских размера турбуленције

Концепт корелације флуктуационих брзина представља једну од фундаменталних идеја статистичке теорије турбуленције (глава 2). Корелациони тензор другог реда флуктуационог поља је анализиран у најопштијем случају у теоријским разматрањима у другој глави, при чему је показано да су разматрани моменти и Рейнолдсови напони специјални случајеви опште корелационе функције. У овој дисертацији се експериментално одређују и анализирају аутокорелационе функције  $Q_{ii}(\tau)$ , тј. коефицијенти ових временских аутокорелационих функција  $R_{ii}(\tau)$ . За флуктуациону брзину  $u_\alpha$  у тачки  $M(x, r, \varphi)$  експериментално су одређени временски аутокорелациони коефицијенти  $R_{\alpha\alpha}(M, \tau) = u_\alpha(M, t)u_\alpha(M, t+\tau)/\sigma_\alpha^2$ ,  $\alpha=u, v, w$ , на основу којих је анализирана динамика флуктуационог брзинског поља у мерној тачки М струјне области вихорног млаза аксијалног вентилатора.

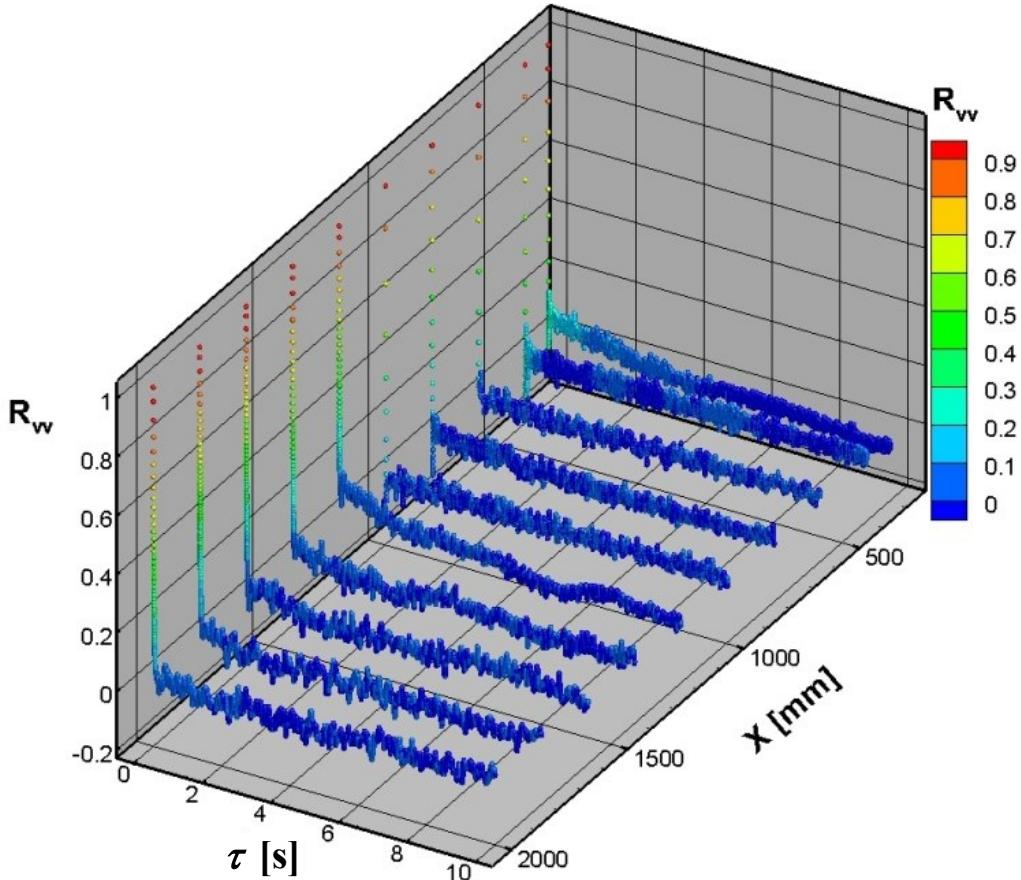
### 6.2.1 Резултати мерења аутокорелација за све три флуктуационе брзине у тачкама дуж осе вихорног млаза

Применом описаних експериментално - статистичких метода одређене су еволуције нормираних аутокорелационих временских функција  $R_{\alpha\alpha}(\tau)$ ,  $\alpha=u, v, w$  (по грчим индексима  $\alpha, \beta, \gamma, \dots$  се не сабира) у аксијалном  $x$  - правцу за тачке  $r/R=0$  на оси дуж вихорног млаза вентилатора ЗП30 при  $n=n_2$  (слика 93).



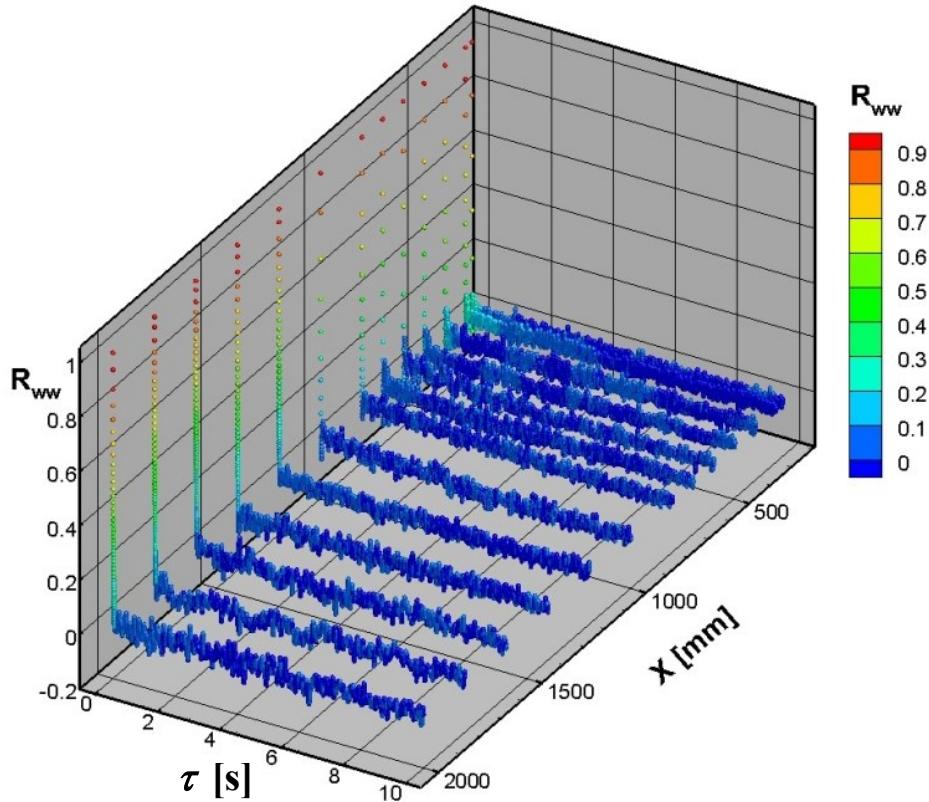
Слика 93. Временски аутокорелациони коефицијент  $R_{uu}(\tau)$  аксијалне флуктуационе брзине у мерним тачкама на оси  $r/R=0$  за мерне пресеке  $\frac{x_l}{D}$ ,  $l \in L$ , млаза вентилатора ЗП30 при брзини обртања  $n_2$  и  $L=\{I, II, \dots, X\}$ .

Ове емпириске зависности могу се математички написати у функционалном облику  $R_{\alpha\alpha}(\tau) \equiv f_\alpha(r/R=0, x_l/D; \text{ЗП30}, n_2)$ , где је  $l = I, II, \dots, X$  и  $\alpha = u, v, w$ . На овај начин су потпуно дефинисани изрази за временске аутокорелационе коефицијенте  $R_{uu}(\tau), R_{vv}(\tau)$  и  $R_{ww}(\tau)$ , аксијалних, радијалних и обимских флукутационих брзина (слике 93-95).



Слика 94. Развој коефицијента аутокорелације  $R_{vv}(\tau)$  радијалних флукутација брзине дуж  $x$  - осе  $\left(\frac{x_l}{D}, l = I, II, \dots, X\right)$ ,  $r/R=0$ , при  $n_2$  вентилатора ЗП30.

На slikama се уочава различит карактер низструјних промена величина  $R_{\alpha\alpha}$ , као и разлика у њиховим бројним вредностима са повећањем временског размака  $\tau$ . Повезивањем ових расподела са расподелама интензитета турбуленције и статистичких момената вишег реда добијају се потпуније структуралне анализе турбулентног поља вихорног млаза.



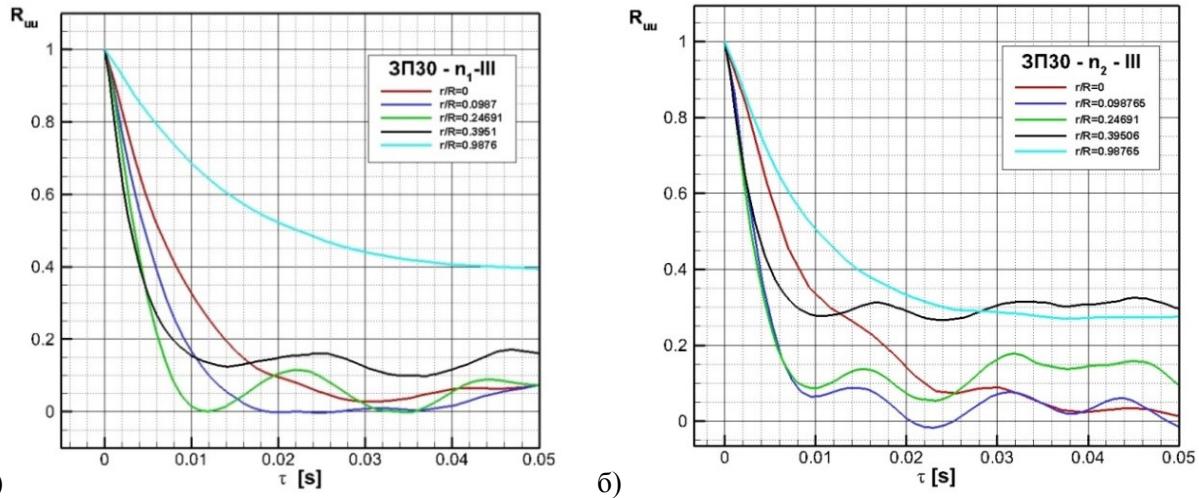
Слика 95. Коефицијент временске аутокорелације за обимске флуктуационе брзине  $R_{ww}(\tau)$  у различитим мерним пресецима  $\frac{x_l}{D}$ ,  $l \in L$ , млаза за режим ЗП30- $n_2$  и  $L = \{I, II, \dots, X\}$ .

У поглављу које следи разматрају се промене временских корелационих коефицијената у карактеристичним тачкама мерног пресека III вихорног млаза, у којима се статистичка зависност између два временска тренутка повезује са статистичким моментима вишег реда у истим тим мерним тачкама.

### 6.2.2 Експерименталне расподеле временских аутокорелационих коефицијената флуктуационог брзинског поља за различите режиме рада вентилатора

Фамилије емпириских кривих  $R_{\alpha\alpha} = f_{\alpha\alpha}(r_i/R, III; \tau; ЗП30, n_k)$ , где су  $\alpha = u, v, w$ ,  $i = 26, 28, 31, 34, 46$  и  $k = 1, 2$  графички су приказане на сликама 96-98. Скуп кривих  $R_{uu}(r_i/R, \tau, n_1)$  на слици 96а указује на квалитативне и квантитативне разлике у променама коефицијента  $R_{uu}$  у различитим тачкама мерног пресека III.

Наиме, најспорије  $R_{uu}$  промене су у тачки 46 ( $r/R = 0,9877$ ), а најбрже у тачки 31 ( $r/R = 0,2469$ ). Запажа се да се корелационе криве у тачкама 26, 28 и 34, у интервалу корелационог времена  $0 \leq \tau \leq 0,015$  s, налазе између корелационе криве 31, која припада језгру млаза и корелационе криве 46, која припада оном делу прелазне области који се карактерише максималним локалним вредностима сва три централна момента другог реда  $\sigma_i^2$ .



Слика 96. Расподела аутокорелационог коефицијента  $R_{uu}(\tau)$  у тачкама које се налазе на различитим растојањима  $r_i/R$ ,  $i=26,28,31,34,46$  од  $x$ -осе у меридијанској равни  $\varphi=90^\circ$  за мерни пресек III вихорног млаза вентилатора ЗП30, за максимални временски размак  $\tau=0,05$  s: а) при режиму  $n_1$  и б) при режиму  $n_2$ .

У тачкама 31 и 46, како је већ показано, јављају се карактеристична структурална својства турбуленције, којима ће се придржити и карактеристична интегрална временска размера која се израчунава за одговарајућу корелациону криву. У домену  $\tau > 0,015$  s све криве се налазе између граничних корелационих кривих 28 ( $r/R=0,0988$ ) и 46, при чему крива 28 припада ујој области језгра. Може се закључити да у прелазној области нискофрејментне флукутације аксијалне брзине имају доминантну улогу (крива 46) у турбулентним процесима. Карактер промене корелационих кривих 31 и 34 указује на чињеницу да у језгру и смицајном слоју постоји широка спектрална густина аксијалних флукутација, што се физички објашњава присуством турбулентних вртлога различитих размера у овој струјној области вихорног млаза. Таласаст облик корелационих кривих, у тачкама 31 и 34, карактерише присуство периодичних процеса са израженом периодичношћу са порастом корелационог времена  $\tau$ .

Слика 96б графички показује временски аутокорелациони коефицијент  $R_{uu}(r_i/R, \tau, n_2)$  за режим  $n=n_2$ , у истим мерним тачкама  $r_i/R$  као и за режим  $n_1$ . Запажају се извесне разлике у карактеру расподеле корелационих кривих. То се најпре односи на криве у тачкама 34 и 28, при чему крива 28 добија изражен таласаст облик са пресецањем  $\tau$  - осе. Корелационе криве  $R_{uu}(\tau)$  у тачкама 28, 31, и 34 за врло мали временски размак брже опадају од остала две, док се корелационе зависности за тачку 46 најспорије мењају. Расподеле коефицијента  $R_{uu}(\tau)$  указују на хијерархију вртлога различитих размера у различитим доменима мерног пресека вихорног млаза.

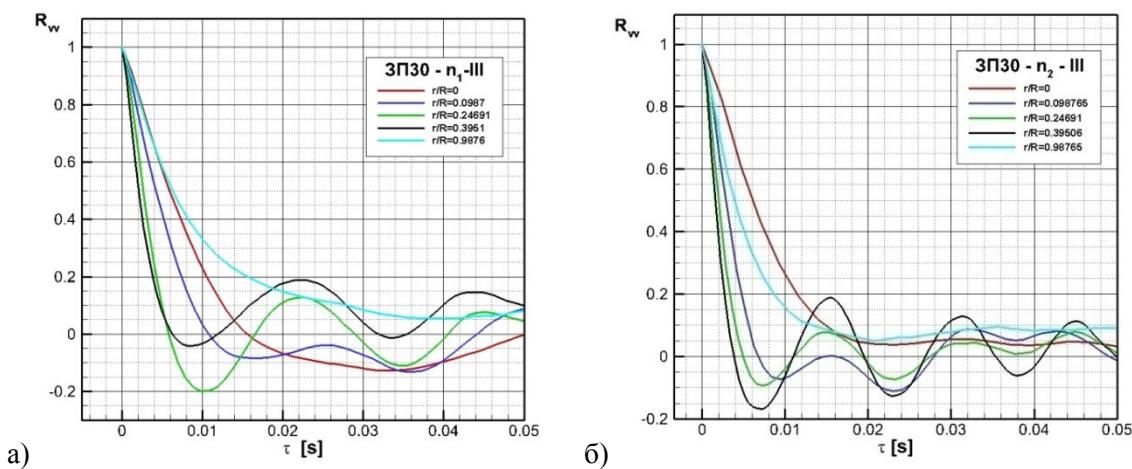
Уочава се да су за анализу корелационих функција одабране, са становишта улоге временских корелационих параметара у структури турбуленције, карактеристичне мерне тачке које припадају најважнијим струјним доменима у вихорном млазу, како то следи из табеле 13.

Табела 13. Преглед карактеристичних мерних позиција одабраних за приказ временских корелационих коефицијената.

Индекс $i$	26	28	31	34	46
Корелационе криве	<b>26</b>	<b>28</b>	<b>31</b>	<b>34</b>	<b>46</b>
Мерна тачка $r_i/R$	0	$0,0988 \approx 0,1$	$0,2469 \approx 0,25$	$0,3951 \approx 0,4$	$0,987 \approx 1$
Струјни домен	$x$ -оса	домен ужег језгра	домен језгра	домен смицајног слоја	прелазна област $\sigma_{i,\max,lok.}$

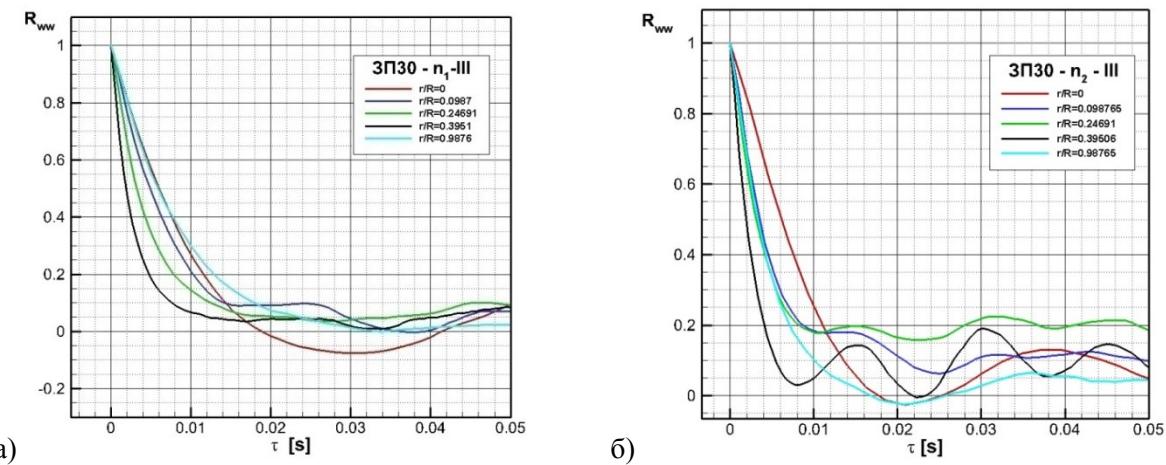
Уз помоћ ових ознака физичка интерпретација резултата мерења у специфичној области корелационе анализе постаје једноставнија и доста очигледнија.

Временски аутокорелациони коефицијент  $R_{vv}(\tau)$  радијалних флуктуационих брзина графички је приказан на сликама 97а и б уз помоћ емпириске зависности  $R_{vv}(r_i/R, \tau, n_k)$ , где је  $k=1,2$ . Уочава се знатан утицај брзине обртања кола  $n_k$  на карактер временске повезаности радијалних флуктуација  $v(t)v(t+\tau)$  у фиксној тачки брзинског поља. Наиме, корелационе криве за тачку на  $x$  - оси  $R_{vv}(1, \tau, n_1)$  сече  $\tau$  - осу тако да је у интервалу  $0,016 < \tau < 0,05$   $s$   $R_{vv} < 0$  што није случај за режим  $n_2$  у коме је  $R_{vv} > 0$  у целокупном приказаном  $\tau$  - домену. Корелационе експерименталне криве  $R_{vv}(\tau, n_2)$  у корелационом времену  $\tau$  блиском нули, брже опада од  $R_{vv}(\tau, n_1)$  у домену језгра и смицајног слоја (криве 28, 31 и 34 на сликама 97а и б).



Слика 97. Дијаграми коефицијента временске аутокорелације  $R_{vv}(\tau)$  радијалних брзина у карактеристичним мерним тачкама за два режима рада вентилатора ЗП30. Сви подаци су исти као и за слику 96.

Физички то значи да повећање брзине обртања  $n$  ( $n_2 > n_1$ ) повећава ширину спектралне густине радијалних флуктуационих брзина, тј. повећава интервал различитих размера присутних турбулентних вртлога. Утицај параметра  $n_2$  на корелациону криву у тачки 46 је израженији од утицаја параметра  $n_1$ . На пример, промене  $R_{vv}(46, \tau, n_2)$  су за мање временске размаке  $\tau$  брже, а за веће спорије од промена  $R_{vv}(46, \tau, n_1)$ . То указује на чињеницу да су у режиму  $n_2$  у прелазној области присутне компоненте са низим фреквенцијама флуктуација радијалне брзине него у случају рада вентилатора у режиму  $n_1$ , што је у складу са претходним дискусијама које су се односиле на остале структуралне параметре у овој области у тачки 46 ( $S_v, SS_v, F_v, SF_v, \sigma_v$ ) којима ће се нешто касније придружити и параметар  $T_{Ev}$  (слика 103). Корелационе криве око осе млава **28** и у доменима језгра **31** и смичајног слоја **34** имају карактер осцилаторних кривих, које своји таласањем око осе корелационог времена  $\tau$  наизменично достижу позитивне и негативне локалне екстремуме. Запажа се да на таласну природу временских корелација  $R_{vv}(28, 31, 34, \tau, n_k)$  значајније утиче режим  $n_2$  него режим  $n_1$  (слике 97а и б). Амплитудно - фреквентне карактеристике, у оквиру којих се може говорити чак и о одређеном таласном броју, посебно су изражене код корелационе криве **34**, а нешто мање код кривих **28** и **31**. Физички смисао оваквих корелација је да оне показаном природом изражавају извесне периодичности у струјном пољу и указују на присутне периодичне процесе у овим доменима мрног пресека вихорног млава. Физички је то још значајније јер ове периодичности наступају у радијалном пољу флуктуационих брзина, које је најодговорније за интензитете и смерове турбулентне дифузије и процесе турбулентног преноса.



Слика 98. Фамилија емпиријских кривих  $R_{ww}(r_i/R, \tau)$  временског коефицијента обимских флуктуационих брзина. Експериментални и нумерички подаци су као за слику 96.

Расподеле коефицијента  $R_{ww}(r_i/R, \tau) = \overline{w(r_i/R, t)w(r_i/R, t + \tau)} / \sigma_w^2$  временске аутокорелационе функције приказане су на слици 98 на основу мерења у мерном пресеку III вихорног млава вентилатора ЗП30 при  $n_1$  и  $n_2$ , у равни  $\varphi=90^\circ$ , у тачкама 26,28,31,34,46 карактеристичних струјних домена. Карактер промене  $R_{ww}$  - кривих је различит, што указује на различита структурална својства поменутих домена вихорног млава. Заједничко за обе слике 98а и 98б је да се за мања корелациона времена ( $\tau < 0,01\text{s}$ ) све корелационе криве налазе између  $R_{ww}$  - кривих **26** и **34**, које се, у извесном смислу, могу сматрати граничним кривама за овај

корелациони домен. При томе параметар  $n_2$  доводи, у односу на  $n_1$ , до бржих промена временских корелација за обимске флуктуационе брзине. Високофрејментне компоненте флуктуационог поља у обимском правцу су доминантне у смицајном слоју представљеном кривом 34 на слици 98б. Карактеристично је да су бројне вредности свих корелационих коефицијената за дату максималну разлику  $\tau=0,05\text{ s}$  позитивне, осим за коефицијент у тачки 26 (слика 98а) и коефицијенте у тачкама 26 и 46 (слика 98б). Рад вентилатора ЗП30 у режиму  $n_2$  генерише изразитији таласасти карактер корелационих кривих (нарочито криве 34 у смицајном слоју) него што је то случај у режиму  $n_1$ . Почетни уређени распоред  $R_{ww}$ - кривих за мања корелациона времена се у области већих  $\tau$ -вредности нарушава, јер криве, на различите начине, мењају своје међусобне положаје. За мањи параметар  $n_1$  ( $n_1 < n_2$ ) су све емпириске криве  $R_{ww}(r/R, \tau)$ , за већа корелациона времена ( $\tau > 0,014\text{ s}$ ) равномерније и карактеришу се мањим променама него у случају  $n_2$  (слика 73).

Слике 96-98 указују на заједничку и важну карактеристику корелационих функција за сва три флуктуационе брзинске поља. Наиме, уочава се слично понашање, тј. сличан карактер промене корелационих коефицијената  $R_{\alpha\alpha}(r_{34}/R, \tau; n_1; n_2)$ , где је  $\alpha = u, v, w$  у домену корелационог времена  $\tau$  близких нултим вредностима. Све корелационе криве  $R_{\alpha\alpha}$  се у домену смицајног слоја (област око  $r_{34}/R$ ) посебно карактеришу наглим и највећим падом у домену врло малих  $\tau$ -вредности ( $\tau \rightarrow 0$ ), независно од параметара  $n_1$  и  $n_2$ . Ово је значајна заједничка структурална карактеристика, поготово што постоје знатне разлике у динамици флуктуационих поља све три брзине у одабраним мерним тачкама пресека вихорног млаза. Може се закључити да су обимна и комплексна мерења аутокорелационих временских функција омогућила добијање оригиналних резултата у вези са постојањем одређених квази-периодичности у флуктуационим брзинским пољима, што указује на појаву разнородних турбулентних процеса присутних у истој тачки струјног поља вихорног млаза у различитим временским тренуцима.

На основу временских структуралних параметара анализираних аутокорелационих функција и њихове физичке повезаности са статистичким моментима у поглављу које следи истражују се битна својства турбуленције у вихорном млазу.

### 6.2.3 Анализа утицаја Рейнолдсовог броја на интегралну временску размеру за све три компоненте брзине

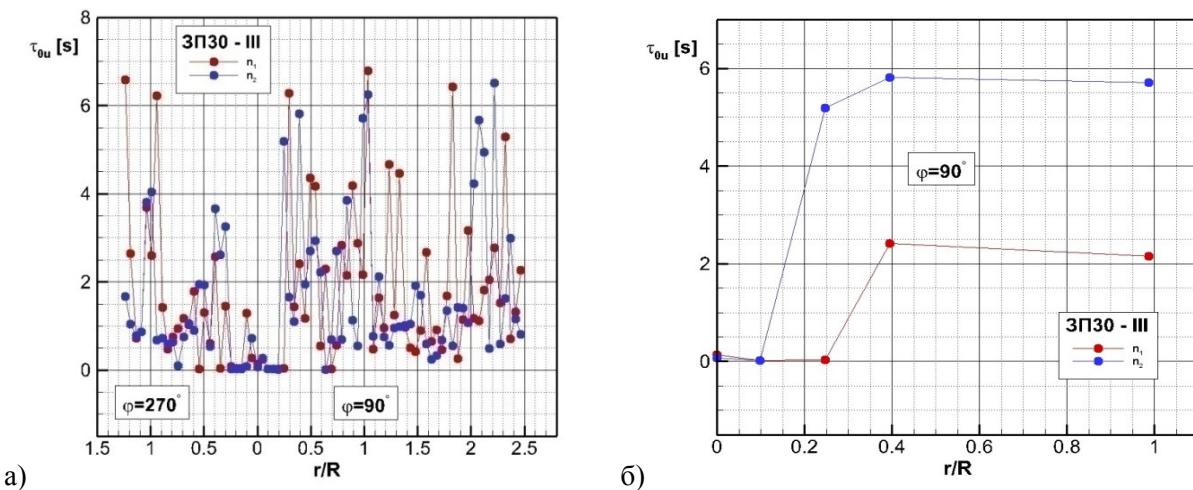
У претходном одељку 6.2.2 истражено је понашање корелационих временских функција у карактеристичним доменима струјног поља вихорног млаза. При томе су, између остalog, уочени интервали корелационог времена  $\tau$  у којима су коефицијенти  $R_{\alpha\alpha}(\tau)$  не само негативни, већ њихове расподеле имају, мање или више, изражен осцилаторни карактер. Физички смисао тих појава је протумачен, али је на извесан начин остало отворено питање расподеле оних временских тренутака у којима корелационе криве пресецају  $\tau$ -осу, као и питање карактеристичног времена у коме корелационе зависности нестају. У циљу анализе ових временских својстава коефицијената  $R_{\alpha\alpha}(\tau)$ , најпре се разматра величина  $\tau_{0\alpha}$ , која представља први тренутак у коме крива  $R_{\alpha\alpha}(\tau)$  пресеца  $\tau$ -осу и мења знак. Слике 96-98 показују да већина  $R_{\alpha\alpha}$ -кривих не постиже своју нулту вредност у датом максималном временском размаку  $\tau=0,05\text{ s}$ . Због тога је нулто аутокорелационо време  $\tau_{0\alpha}$  истовремено и показатељ асимптотског понашања оних корелационих кривих које претходно нису пресецале осу корелационог времена, што се математички може означити са  $R_{\alpha\alpha}(\tau) \rightarrow 0$  за

$\tau \rightarrow \infty$ . Дакле,  $\tau_{0\alpha}$  је тренутак у коме коефицијент временске корелације  $R_{\alpha\alpha}(\tau)$  први пут пролази кроз нулу, како следи:  $R_{\alpha\alpha}(\tau_{0\alpha})=0$ , где је  $\alpha=u, v, w$ .

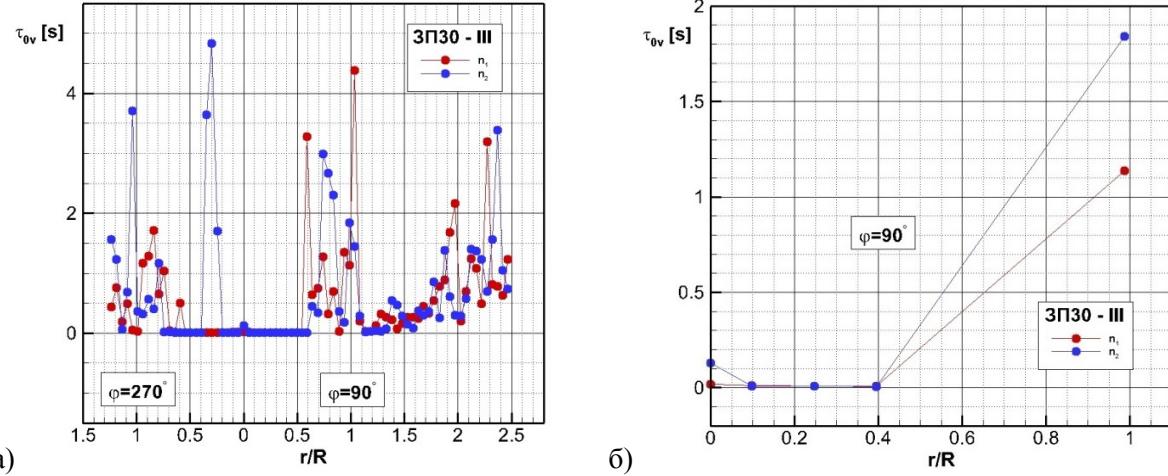
На основу свих експерименталних  $R_{\alpha\alpha}$ -расподела срачуната су времена  $\tau_{0\alpha}$  за све мрнне тачке пресека вихорног млаза (слике 99a-101a), као и времена пет карактеристичних тачака мрног пресека (слике 96-98 као и слике 99б-101б).

Емпириски скуп величина  $\tau_{0\alpha}=f_{\alpha}(r/R, \Pi; ЗП30, n_k)$ , где је  $k=1, 2$  и  $\alpha=u, v, w$ , приказан је на сликама 99a -101a.

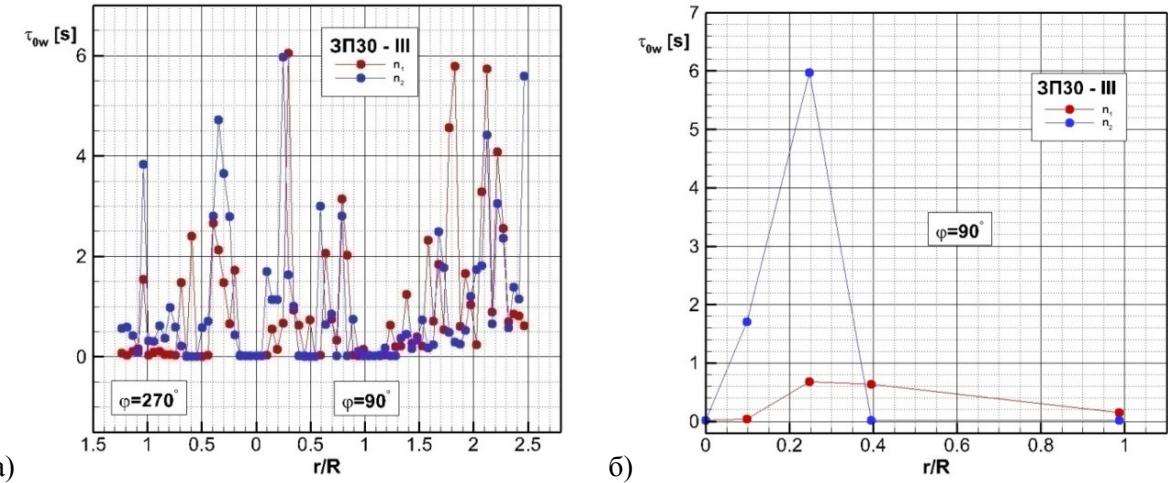
Уочавају се изразите неравномерности у  $\tau_{0\alpha}$  - расподелама у приказаном домену  $0 \leq r/R \leq 2,5$ , као и врло велике вредности нултог аутокорелационог времена за све три флуктуационе брзине, независно од режима  $n_1$  и  $n_2$  у којима вентилатор ЗП30 ради. Као и у расподелама централних момената, нарочито вишег реда, јављају се нагле, скоковите промене времена  $\tau_{0\alpha}$ , које се изражавају пиковима  $\tau_{0u} \approx \tau_{0w} \approx 6$  s и  $\tau_{0v}=4$  s. Утицаји брзине обртања кола  $n_k$  ( $k=1, 2$ ) на бројну вредност нултог аутокорелационог времена, као и на његову неравномерну расподелу се наизменично смењују у различитим тачкама мрног пресека вихорног млаза. У једном делу домена ( $0 \leq r/R \leq 1$ ) је утицај параметра  $n_2$  већи од утицаја  $n_1$ , док је за  $r/R > 1$  у већини мрнх тачака обрнут случај. Може се закључити да се расподеле нултог аутокорелационог времена за аксијалне и обимске флуктуационе брзине и квалитативно и квантитативно разликују од времена  $\tau_{0v}$  за радијалне флуктуације (слике 99a-101a). Ово је посебно уочљиво у доменима мрног пресека млаза  $0 < r/R < 0,5$  и  $1 < r/R < 2,5$ . Физичко објашњење ове разлике заснива се на различитом карактеру корелационих кривих  $R_{vv}(\tau)$  у поређењу са  $R_{uu}(\tau)$  и  $R_{ww}(\tau)$ .



Слика 99.



Слика 100.



Слика 101.

Слика 99-101. Експерименталне расподеле нултог аутокорелационог времена  $\tau_{0\alpha}$  за аксијалне (слика 99), радијалне (слика 100) и обимске (слика 101) флуктуационе брзине у мерном пресеку III за раван  $\varphi=90^\circ$  за режиме  $n_1$  и  $n_2$  вентилатора ЗП30: а) за све мерне тачке пресека и б) на растојањима  $r_i/R$ ,  $i=26, 28, 31, 34, 46$ .

У циљу прецизног одређивања  $\tau_{0\alpha}$  - вредности у пет одабраних карактеристичних тачака мерног пресека вихорног млаза издавају се области  $0 < r/R < 1$  на претходним сликама 99а-101а. На тај начин се у ствари спрежу слике 96-98 са сликама 99б-101б. Имајући у виду повезаност параметара  $n_1$  и  $n_2$  са Ренолдсовим бројевима  $Re_1$  и  $Re_2$  може се рећи да су експерименталне дискретне бројне вредности  $\tau_{0\alpha}(r_i/R, x_{III}/D; \beta_{R,3}, Re_k)$  где су  $\alpha=u, v, w$ ,  $i=26, 28, 31, 34, 46$  и  $k=1, 2$ , графички представљене на сликама 99б - 101б.

За случај флуктуација брзине у аксијалном правцу време  $\tau_{0u}$  (слика 99б) је карактеристика корелационих кривих  $R_{uu}(\tau)$  (слика 96а и б). Дијаграми  $\tau_{0u}(r_i/R, Re_1)$  и  $\tau_{0u}(r_i/R, Re_2)$  у виду

изломљених правих линија, приказују утицаје параметара  $Re_1$  и  $Re_2$  на величину  $\tau_{0u}$  у мерним тачкама  $r_i/R$ . Запажа се да је у доменима језгра, смицајног слоја и прелазне области утицај  $Re_2$  на нулто аутокорелационо време  $\tau_{0u}$  знатно већи од утицаја  $Re_1$ , што се математички може изразити у облику  $\tau_{0u}(31,34,46; Re_2) > \tau_{0u}(31,34,46; Re_1)$ . У тачки 26 утицај  $Re_1$  нешто мало преовладава утицај  $Re_2$ , док су ови утицаји у тачки 28 изједначени.

За случај флуктуационог поља радијалних брзина је  $\tau_{0v}(1, Re_2) > \tau_{0v}(1, Re_1)$ , док су ове вредности у тачкама 28, 31 и 34 готово изједначене. Разлика се јавља у прелазној области, окарактерисаној тачком 46 ( $r_{46}/R = 0,9877$ ), за коју је  $\tau_{0v}(Re_2) > \tau_{0v}(Re_1)$ , као и у случају времена  $\tau_{0w}$  (слике 100б, 99б и 97 а,б). Слика 101б карактерише временско понашање корелационих кривих  $R_{ww}(\tau; r_i/R; n_1, n_2)$  приказаних на сликама 98а и б. Највећа разлика у утицајима параметара  $Re_1$  и  $Re_2$  јавља се у домену језгра (тачка 31), за коју је  $\tau_{0w}(31, Re_2) > \tau_{0w}(31, Re_1)$ . Ова неједнакост се задржава и за тачку 28 у ужој области језгра, док у тачкама 34 и 46 важи релација  $\tau_{0w}(Re_1) > \tau_{0w}(Re_2)$ .

Може се закључити да у домену мерног пресека  $0 < r/R < 1$  већим вредностима Рейнолдсовог броја ( $Re_2 > Re_1$ ), тј. већим вредностима брзине обртања кола  $n_2 > n_1$  одговарају веће вредности нултог аутокорелационог времена  $\tau_{0\alpha}$ ,  $\alpha = u, v, w$ .

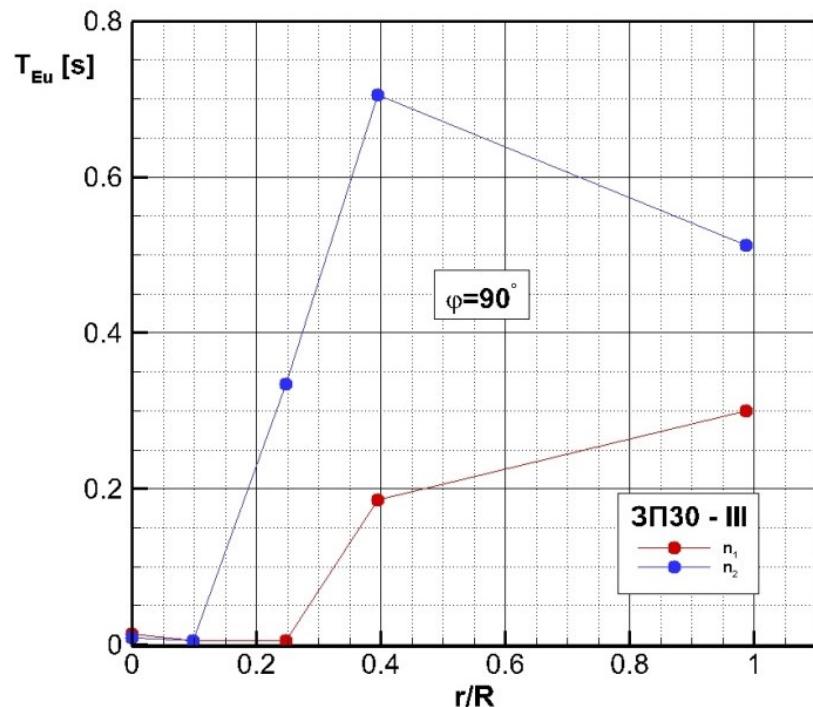
У глави 2 је показано да у физици турбуленције временски структурни параметар  $T_{E\alpha} = \int_0^\infty R_{\alpha\alpha}(\tau) d\tau$  игра значајну улогу. Он, наиме, сагласно његовој дефиницији, карактерише статистичку укупност корелисаности аутофлуктуационих поља у извесним временским доменима. Овај параметар физички означава време егзистенције корелисаних турбулентних поремећаја, који структурално припадају турбулентном вртлогу одређеног „животног века“. Због оваквог физичког садржаја структурни параметар  $T_{E\alpha}$  представља интегралну временску размеру флуктуационих брзинских поља  $\alpha = u, v, w$ . Величина  $T_{E\alpha}$  се срачуна на основу измерених временских корелационих коефицијената  $R_{\alpha\alpha}(\tau)$  тако да је у општем случају представљена изразом  $T_{E\alpha} = f_t(r/R, x/D, \beta_R, Re)$ . Ако се временска интегрална размера срачуна за пет карактеристичних тачака, које припадају различитим струјним областима пресека III вихорног млаза аксијалног вентилатора ЗП30 у режимима  $n_1$  и  $n_2$ , онда се ради о дискретним расподелама величине  $T_{E\alpha} = f_t(r_i/R, III, n_k)$ , где су  $i = 26, 28, 31, 34, 46$ ,  $k = 1, 2$  и  $\alpha = u, v, w$ . Ове зависности су израчунате на основу емпириских расподела аутокорелационих коефицијената  $R_{\alpha\alpha}(\tau)$  (слике 96-98) и графички приказане на сликама 102-104. Експериментална зависност  $T_{Eu}(r_i/R, n_k)$  приказана је на слици 102 и то  $T_{Eu}(n_1)$  и  $T_{Eu}(n_2)$ . Запажа се да је у свих пет струјних домена утицај параметра  $n_2$  већи од утицаја параметра  $n_1$ , тј.  $T_{Eu}(n_2) > T_{Eu}(n_1)$  или  $T_{Eu}(Re_2) > T_{Eu}(Re_1)$ , при чему је  $T_{Eu}(r_{34}/R, n_2) = T_{Eu,max} = 0,7054$  s. Пошто је већ, са пуном физичком заснованошћу, дискутована међусобна структурална повезаност величина  $T_{Eu}$  и централних момената аксијалних флуктуационих брзина, онда се сада говори о природи тих повезаности. Истраживање ових структуралних међузависности обавља се за пресек III вихорног млаза вентилатора ЗП30, за радни режим  $n_2$ , тј. за Рейнолдсов број  $Re_2$ , као и при анализи статистичких централних момената  $\sigma_\alpha^2, S_\alpha, F_\alpha, SS_\alpha$  и  $SF_\alpha$ , за  $\alpha = u, v, w$ .

Карактеристична структурална својства турбулентног смицајног струјања присутна су у домену језгра, дакле у околини тачке 31 ( $r_{31}/R=0,2469$ ). У тачки 31 је вредност  $T_{Eu}(r_{31}/R=0,2469)=T_{Eu,max,lok.}=0,334$  и одговарајућа вредност  $F_u(31)=F_{u,min}=2,8197$ , док је  $\sigma_u(31)=\sigma_{u,max}=4,1547$ . Бројне вредности коефицијената асиметрије  $S_u$  и суперасиметрије  $SS_u$  су мале и негативне, после промене знака у тачки  $r_{29}/R=0,1481$  и износе  $S_u(31)=-0,2015$  и  $SS_u(31)=-1,7517$ . Коефицијент суперспљоштености има такође минималну вредност као  $F_u$ , тако да је  $SF_u(31)=SF_{u,min}=13,1984$ . На основу ових вредности структуралних параметара може се закључити да је вероватноћа појављивања малих флуктуација аксијалне брзине мала, да су у овом струјном домену вихорног млаза присутни вртлози различитих размера, међу којима и они највећи.

Прелазној области струјног поља припада тачка 46 ( $r/R=0,9877$ ), тако да се њена околина одликује истом структуром турбуленције као и струјни домен у коме се налази тачка 31. То потврђују врло индикативни подаци, који садрже максималне вредности за  $T_{Eu}$  и  $\sigma_u$ , минималне вредности за  $F_u$  и  $SF_u$ , као и промену знака коефицијената  $S_u$  и  $SS_u$ . У том смислу се наводе вредности ових величина у тачки 47 ( $r_{47}/R=1,037$ ) прелазне струјне области вихорног млаза:  $T_{Eu}(47)=T_{Eu,max}=0,7483$  s,  $F_u=F_{u,min}=2,6529$ ,  $SF_{u,min}=10,4044$ ,  $S_u=-0,0663$ ,  $SS_u=-0,4331$  (промена знака у непосредној близини тачке 47 тако да је  $S_u>0$  и  $SS_u>0$ ) и  $\sigma_u=\sigma_{u,max,lok.}=3,2425$  m/s.

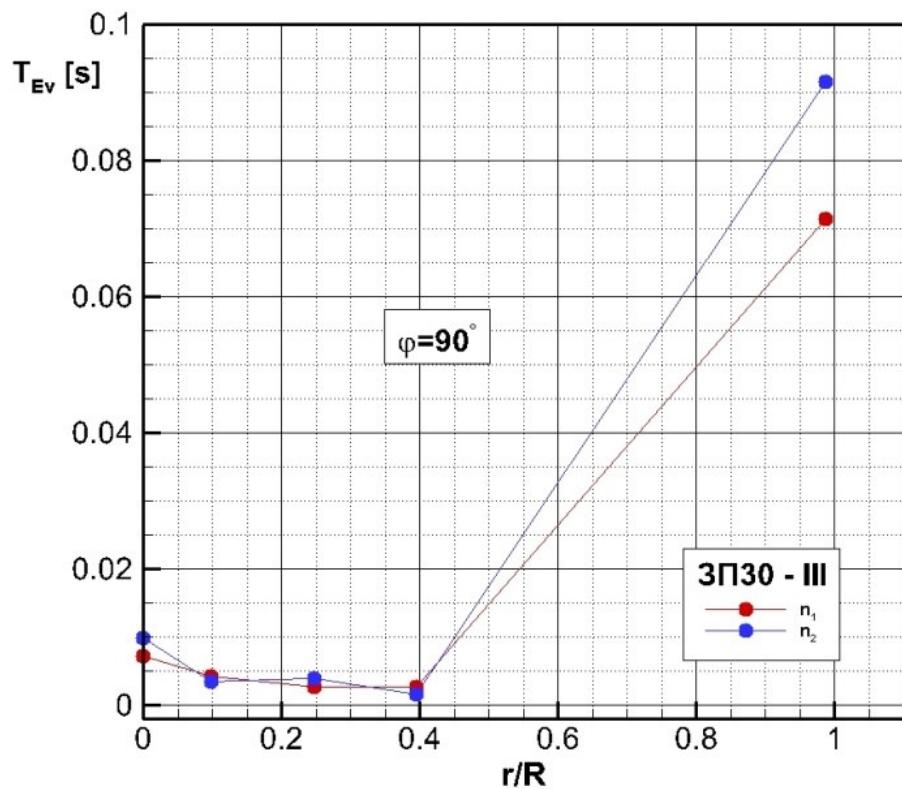
Истим структуралним својствима се одликује и тачка 54 мерног пресека III ( $r_{54}/R=1,383$ ) у којој су:  $T_{Eu,max,lok.}=0,137$  s,  $F_{u,min,lok.}=3,214$ ,  $SF_{u,min,lok.}=19,198$  и  $\sigma_{u,max,lok.}=2,3686$  m/s.

На исти начин су карактеристичне струјне области у којима коефицијент спљоштености достиже своје највеће вредности ( $F_u=F_{u,max}$ ), временска интегрална размера своје минималне вредности ( $T_{Eu,min}$ ), као и интензитет турбуленције ( $\sigma_{u,min}$ ), док на пример, коефицијент асиметрије има своје највише негативне вредности ( $S_{u,min}$ ). Овим својствима се одликују тачке у домену смицајног слоја.



Слика 102. Експериментално-нумеричка расподела интегралне временске размре  $T_{Eu}$  аксијалних флуктуационих брзина у мерним тачкама  $r_i/R$ ,  $i=26,28,31,34,46$  пресека III које припадају меридијанској равни  $\varphi=90^\circ$  вихорног млаза вентилатора ЗП30 у режимима  $n_1$  и  $n_2$ .

Карактеристичним својствима структуре турбуленције при струјању у граничном слоју одликују се и поља радијалне и аксијалне брзине. Дијаграми на слици 103 су у ствари графици емпириске релације  $T_{Ev}(r_i/R, n_k)$ , који показују утицај параметара  $n_1$  и  $n_2$ , односно Рейнолдсових бројева  $Re_1$  и  $Re_2$  на расподелу и бројне вредности интегралне временске размре  $T_{Ev}$  за радијалне флуктуационе брзине у пет одабраних тачака  $r_i/R$ , где је  $i=26,28,31,34,46$ . Слика 103 је настала из слике 97 за корелациони коефицијент  $R_{vv}(\tau)$   $R_{ww}(\tau)$ . Уочава се да је у тачкама 26, 28, 31 и 34 утицај параметара  $n_1$  и  $n_2$  приближно истог реда величине, док је  $T_{Ev}(n_2, 46) > T_{Ev}(n_1, 46)$ .



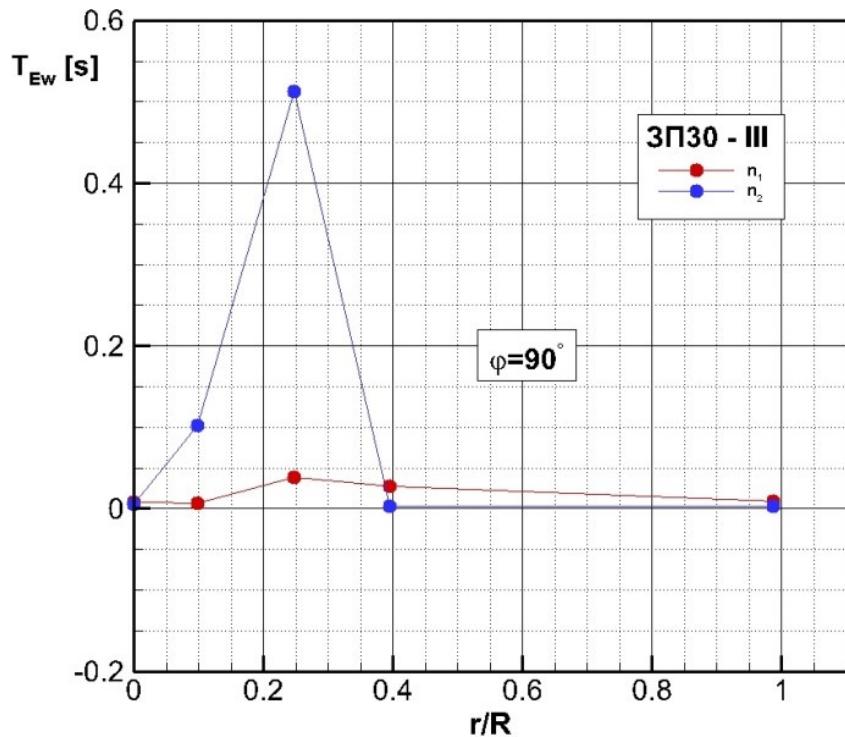
Слика 103. Радијална промена интегралне временске размере  $T_{Ev}$  флуктуационог поља радијалне брзине у карактеристичним тачкама  $r_i/R$ ,  $i=26,28,31,34,46$  мernog пресека III вихорног млаза вентилатора. Остали подаци су као и за слику 102.

Статистички структурални скуп ( $\sigma_v, T_{Ev}, S_v, F_v, SS_v, SF_v$ ) је генерисан различитим доменима попречног пресека вихорног млаза. То је случај, на пример и са прелазном облашћу, у којој је тачка 46 ( $r_{46}/R=0,9877$ ) једна од тачака у којој су испуњени разматрани услови.

Дакле, у тачки 46 структурални параметри имају следеће бројне вредности:  $\sigma_{v,max} = 2,6275$ ,  $T_{Ev,max} = 0,0915 \text{ s}$ ,  $F_{v,min} = 3,0228$ ,  $SF_{min} = 16,3149$ ,  $S_v = 0,1279$  и  $SS_v = 1,5305$  при чему је у суседној тачки 45 коефицијент  $S_v = 0,0155$  јер је са вредности  $S_v(44) = -0,0258$  променио знак. Тачка 42 ( $r_{42}/R = 0,7901$ ), у којој је  $V = V_{max}$ ,  $W = W_{max,lok.}$ , припада смицајном слоју ( $U$  је мало мање од  $U_{max}$ ) и одликује се истим структуралним својствима. Исти случај је и са тачком 54 ( $r_{54}/R = 1,3827$ ) која се налази у прелазној области у којој су:  $\sigma_{v,max} = 2,1535 \text{ m/s}$ ,  $T_{Ev,max} = 0,1105 \text{ s}$ ,  $F_{v,min} = 3,4385$ ,  $SF_{v,min} = 22,9266$ .

Тачка 40 ( $r_{40}/R = 0,6914$ ) припада струјној области смицајног слоја и представља структуру турбуленције за случај када су сједињене минималне вредности величина  $\sigma_v$  и  $T_{Ev}$  са максималним вредностима коефицијената  $F_v$  и  $SF_v$ , при чему  $S_v$  може да има максималне позитивне или највише негативне вредности. Дакле, за тачку 40 су срачунате следеће вредности:  $T_{Ev,min} = 0,0166 \text{ s}$ ,  $\sigma_{v,min} = 2,3645 \text{ m/s}$ ,  $F_{v,max} = 4,4503$ ,  $S_{v,max} = 0,2653$ ,  $SS_{v,max} = 4,913$  и  $SF_v = 48,1107$ .

Скуп експерименталних кривих  $R_{ww}(\tau, n_k)$ , за  $k=1,2$  на слици 98 омогућио је формирање дијаграма  $T_{Ew}(r_i/R, n_k)$  на слици 104. Утицај параметра  $n_2$ , тј.  $Re_2$  је већи од утицаја  $n_1$ , тј. утицаја  $Re_1$ , осим у области између тачака 34 и 46.



Слика 104. Утицај Рейнолдсовог броја на вредности интегралне временске размеже  $T_{Ew}$  за обимске флукутационе брзине у карактеристичним мерним тачкама  $r_i/R$ ,  $i=26,28,31,34,46$ . Остали подаци су као у потпису слике 102.

За дијаграме на слици 104 могу се написати релације:  $T_{Ew}(Re_2) > T_{Ew}(Re_1)$  за  $0 \leq r/R < 0,4$  и  $T_{Ew}(Re_1) > T_{Ew}(Re_2)$  у домену  $0,4 \leq r/R < 1$ .

Анализа експерименталних резултата и срачунавање важнијих статистичких величина показују да су карактеристични склопови структуралних параметара присутни у мерним тачкама различитих струјних области пресека III вихорног млаза. Домен језгра млаза коме припада тачка 31 је један од домена са разматраним карактеристикама структуре турбуленције. У том циљу се дају израчунате нумеричке вредности структурних параметара за мерну тачку 31 ( $r_{31}/R=0,2469$ ):  $T_{Ew,max}=0,5121\text{s}$ ,  $F_{w,min}=3,2946$ ,  $\sigma_{w,max}=4,05\text{ m/s}$ ,  $SF_{w,min}=20,4318$ ,  $S_w=-0,0952$  и  $SS_w=-0,5667$ , при чему је у непосредној близини тачке 31 дошло до промене предзнака коефицијената  $S_w$  и  $SS_w$ . Истим својствима се одликују, на пример, и тачке 54 ( $r_{54}/R=1,383$ ) и 56 ( $r_{56}/R=1,4815$ ), које припадају прелазној области струјног поља вихорног млаза.

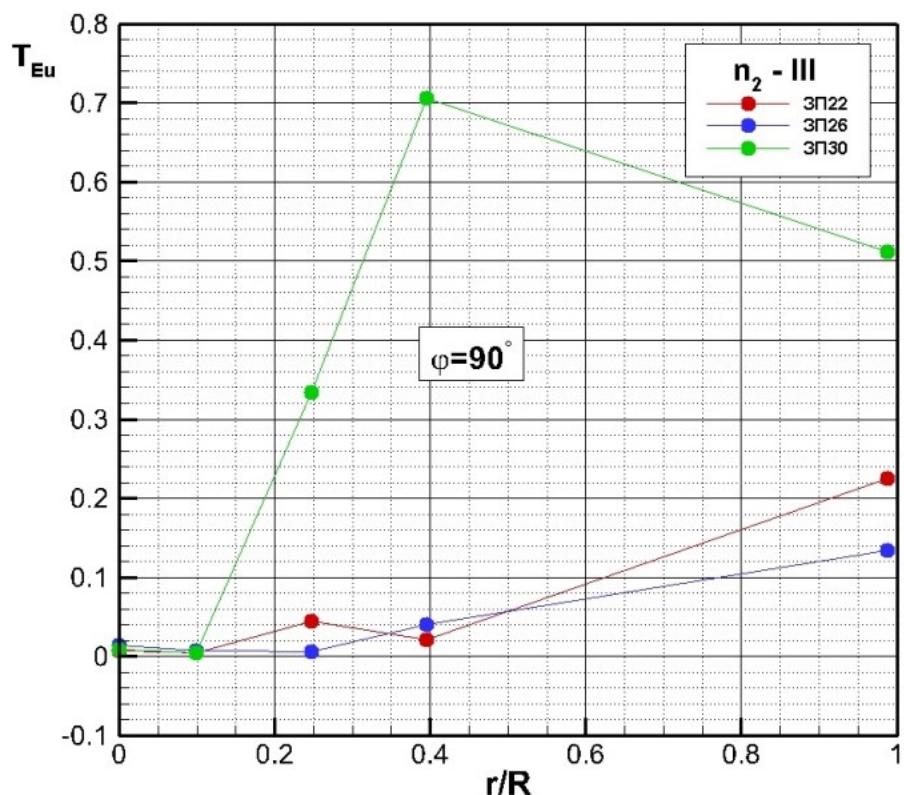
Поље флукутационих обимских брзина садржи и такве вртложнне структуре чије су карактеристике последица статистичког сједињавања минималних вредности интегралне временске размеже и максималних вредности коефицијента сплоштености. Једна од таквих тачака је тачка 39 ( $r_{39}/R=0,642$ ) у смицајном слоју са следећим вредностима статистичких величина:  $T_{Ew,min}=0,0242$ ,  $F_{w,max}=6,4302$ ,  $\sigma_{w,min}=2,2557$ , при чему су  $S_{w,max}=0,4493$  и

$SS_{w,\max} = 32,4901$ . Ове математичке вредности физички карактеришу флуктуационо поље са великим позитивним амплитудама обимских флуктуација, али са великим вероватноћом малих флуктуација, при чему се добија турбуленција сложене структуре, у којој се појављују разнородна међудејства вртлога свих размера.

#### 6.2.4 Анализа утицаја углова лопатица на интегралну временску размеру аксијалних, радијалних и обимских флуктуационих брзина

Експерименталне релације  $T_{E\alpha} = f_\alpha(r_i/R, x_{III}/D; \beta_{R,k}, n_2)$  у којима су  $\alpha = u, v, w$ ,  $i = 26, 28, 31, 34, 46$  и  $k = 1, 2$ , приказане су на сликама 105-107. Ове емпириске зависности су добијене уз помоћ расподела временских аутокорелационих коефицијената  $R_{\alpha\alpha}(\tau)$  (слике 96-98) за вихорни млаз вентилатора ЗП22, ЗП26 и ЗП30.

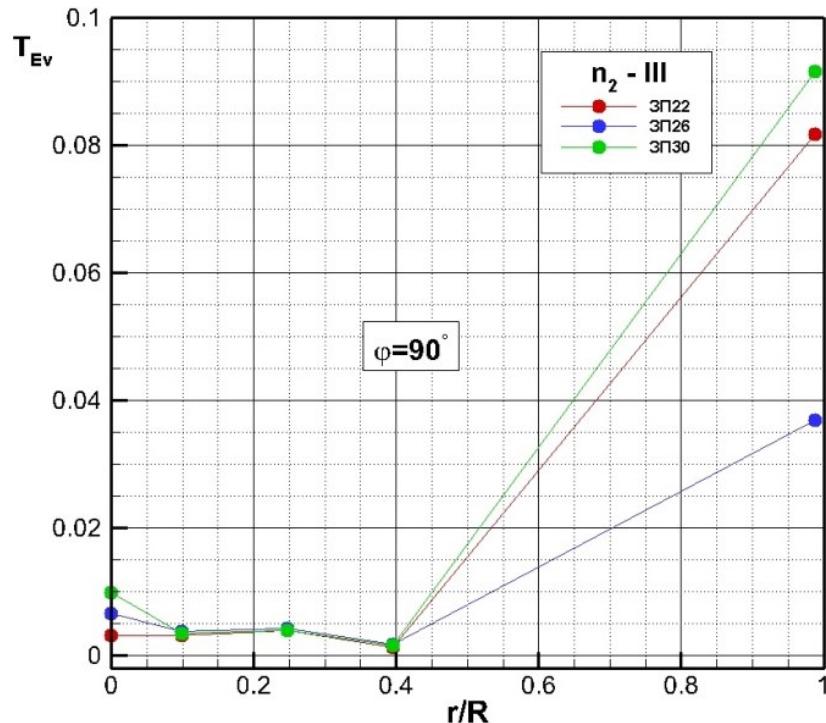
Дијаграми  $T_{Eu} = f_u(r_i/R, \beta_{R,k})$  на слици 105 указују на доминантан утицај угла  $\beta_{R,3}$  лопатица кола на расподелу интегралне временске размере  $T_{Eu}$  за флуктуационе аксијалне брзине. Наиме, у домену  $0 \leq r/R < 1$  мерног пресека III вихорног млаза испуњена је неједнакост  $T_{Eu}(\beta_{R,3}) > T_{Eu}(\beta_{R,1}) > T_{Eu}(\beta_{R,2})$ . Утицај величине  $\beta_{R,1}$  је већи од утицаја  $\beta_{R,2}$  у тачкама 31 и 46, док у тачки 34 преовлађује утицај  $\beta_{R,2}$ .



Слика 105. Утицај углова лопатица  $\beta_{R,k}$  ( $k=1,2,3$ ) на радијалну расподелу у радијалном правцу ( $r_i/R$ ,  $i=26,28,31,34,46$ ) временске интегралне размере  $T_{Eu}$  у пресеку III при  $n_2$ .

Напомиње се да је дијаграм  $T_{Eu}(\beta_{R,3})$  детаљно анализиран на слици 102 за дијаграм  $T_{Eu}(III, Re_2)$ . Вредности  $T_{Eu,\max}$  за углове  $\beta_{R,1}$  и  $\beta_{R,2}$  достижу се у прелазној области струјног поља вихорног млаза.

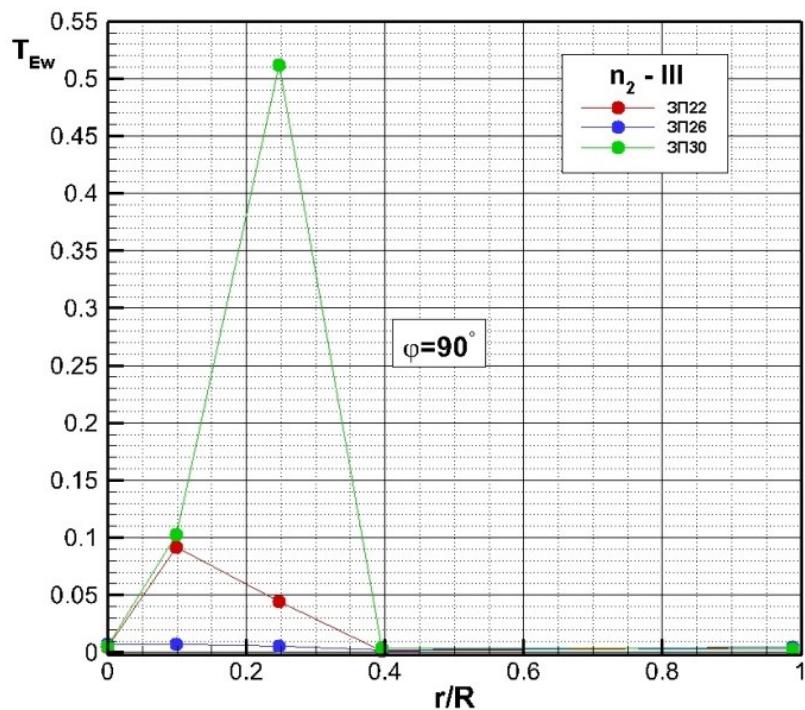
Временски корелациони коефицијенти  $R_{vv}(r_i/R, \text{III}, \tau, \text{ЗП30}, n_2)$  су омогућили срачунавање временске интегралне размере  $T_{Ev}(r_i/R, \text{III}, \text{ЗП30}, \text{Re}_2)$  (слика 103) која је као емпириска зависност  $T_{Ev}(r_i/R, \beta_{R,3})$  приказана дијаграмом на слици 106 коме одговара параметар ЗП30, тј.  $\beta_{R,3} = 30^\circ$ . Истим поступком су добијени и дијаграми за  $T_{Ev}(\beta_{R,1})$  и  $T_{Ev}(\beta_{R,2})$ . Уочава се да је у домену  $0 \leq r/R < 0,1$  утицај угла  $\beta_R$  на  $T_{Ev}$  хијерархијски распоређен у виду неједнакости  $T_{Ev}(\beta_{R,3}) > T_{Ev}(\beta_{R,2}) > T_{Ev}(\beta_{R,1})$ . У домену језгра и смицајног слоја (тачка 28, 31 и 34) су ти утицаји приближно исти, да би се у области  $0,4 < r/R < 1$  разврстали, као и код  $T_{Eu}(\beta_{R,k})$  (слика 105), како следи:  $T_{Ev}(\beta_{R,3}) > T_{Ev}(\beta_{R,1}) > T_{Ev}(\beta_{R,2})$ .



Слика 106. Утицај угла лопатица  $\beta_{R,k}$  ( $k=1,2,3$ ) на радијалну расподелу  $T_{Ev}(r_i/R)$ ,  $i=26,28,31,34,46$  временске интегралне размре  $T_{Ev}$  у пресеку III при  $n = n_2$ .

Своје највеће вредности у приказаном домену појачане турбулентне дифузије и процеса турбулентне размене интегрална временска размара достиже у тачки 46 ( $r_{46}/R = 0,9877$ ). Структурална стања турбуленције, заснована на вредностима  $T_{Ev}$ ,  $\sigma_v$ ,  $S_v$ ,  $F_v$ ,  $SS_v$  и  $SF_v$  у карактеристичним тачкама и доменима анализирана су у претходним поглављима.

Утицаји углова лопатица  $\beta_{R,k}$  на интегралну временску размру  $T_{Ev}$  за флукутације обимске брзине приказани су на слици 107. Поступак одређивања експерименталне зависности  $T_{Ev}(r_i/R, \beta_{R,k})$  је идентичан методологији израчунавања величина  $T_{Eu}$  и  $T_{Ev}$ . У овом случају је, међутим, битан временски аутокорелациони коефицијент  $R_{ww}(\tau)$  (слика 98б) и дијаграм за  $T_{Ev}(\text{Re}_2)$  (слика 104).



Слика 107. Расподеле временске интегралне размере  $T_{Ew}$  обимских флуктуационих брзина у тачкама ( $r_i/R$ ,  $i=26,28,31,34,46$ ) мernог пресека III при  $n_2$  и различитим угловима лопатица  $\beta_{R,k}$  ( $k=1,2,3$ ).

Три дијаграма на слици 107 илуструју промену размере  $T_{Ew}$  у домену  $0 < r/R < 1$  која је последица утицаја промене углова лопатица кола  $\beta_R$  аксијалног вентилатора. Запажа се да је највећи утицај углова лопатица на величину  $T_{Ew}$  у области у близини осе и домену језгра. Највеће вредности временске интегралне размере  $T_{Ew}$  су у тачкама 28 и 31 како следи:  $T_{Ew}(28, \beta_{R,1}) = T_{Ew,max}$  и  $T_{Ew}(31, \beta_{R,3}) = T_{Ew,max}(\beta_{R,3})$ . Дијаграмске вредности у радијалном домену  $0 \leq r/R < 0,4$  задовољавају неједнакост  $T_{Ew}(\beta_{R,3}) > T_{Ew}(\beta_{R,1}) > T_{Ew}(\beta_{R,2})$ , која је слична расподели  $T_{Eu}$  (слика 105) у истом домену.

Дискусија у вези са структуром турбуленције у језгру млаза у околини тачке 31, у којој  $T_{Ew}$  достиже своју максималну вредност у посматраном домену, обављена је у оквиру разматрања слике 104. После великих  $T_{Ew}$  - вредности све до тачке 34 ( $r_{34}/R \approx 0,4$ ), јављају се веома мале вредности  $T_{Ew}$  у интервалу од тачке 34 до тачке 53 ( $r_{53}/R = 1,333$ ), са појединачним пиковима у тачкама 38 и 42. У том домену структурални параметри  $\sigma_w$ ,  $S_w$  и  $F_w$  имају и максималне и минималне вредности, које се међусобно смењују и повезују, изражавајући сву сложеност структуре турбуленције и процеса турбулентног преноса у вихорном млазу.

У глави 2 је разматрана повезаност корелационих и спектралних функција. Амплитудно - фреквентне карактеристике флуктуационих поља све три компоненте брзине представљају нераздвојиву физичко - математичку целину, која је база за истраживање и разумевање корелационо - спектралних карактеристика структуре турбуленције и механизма разнородних турбулентних процеса. Следеће поглавље 6.3 је посвећено мерењу и анализи

расподела спектралних густина у турбулентном струјном пољу вихорног млаза аксијалног вентилатора.

### 6.3 Анализа резултата мерења енергетских фреквентих спектара флукуационих брзина у слободном вихорном млазу

Имајући у виду природу сигнала који је узоркован, тј. неједнаке временске интервале између узастопних вредности одбирача, класична FFT анализа захтевала би неки од алгоритама за прилагођавање сигнала, тј. распоређивање одбирача на једнаке временске интервале. Сваки од тих алгоритама на одређени начин уводи одступања сигнала од оригиналног. У оквиру ове дисертације коришћен је Ломб-ов (Lomb-Scargle) алгоритам чије се математичке основе дају у наставку (Wim van Drongelen 2018).

Нека је, за произвољну фреквенцију  $f$ , функција  $P$  функција којом се апроксимира сигнал  $x(t_i) = x_i$ :

$$P = a \cdot \cos(2\pi f t_i) + b \cdot \sin(2\pi f t_i). \quad (6.1)$$

За тако формирану функцију, квадратно одступање од сигнала  $x_i$  је:

$$\varepsilon^2 = \sum_{i=0}^{N-1} (P - x_i)^2. \quad (6.2)$$

Затим се траже коефицијенти  $a$  и  $b$ , такви да квадратно одступање буде минимално:

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial a} = \frac{\partial}{\partial a} \sum_{i=0}^{N-1} (P - x_i)^2 = 0, \quad (6.3)$$

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial b} = \frac{\partial}{\partial b} \sum_{i=0}^{N-1} (P - x_i)^2 = 0, \quad (6.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial a} \sum_{i=0}^{N-1} (P - x_i)^2 &= 2 \sum_{i=0}^{N-1} (P - x_i) \frac{\partial P}{\partial a} = \\ &= 2 \sum_{i=0}^{N-1} (a \cdot \cos(2\pi f t_i) + b \cdot \sin(2\pi f t_i) - x_i) \cdot \cos(2\pi f t_i) = 0, \end{aligned} \quad (6.5)$$

$$\sum_{i=0}^{N-1} a \cdot \cos^2(2\pi f t_i) + b \cdot \sin(2\pi f t_i) \cdot \cos(2\pi f t_i) = \sum_{i=0}^{N-1} x_i \cdot \cos(2\pi f t_i). \quad (6.6)$$

Мешовити члан који садржи производ синусне и косинусне функције се елиминише увођењем помераја  $\tau$ , који доводи до ортогоналности производа  $\sin(2\pi f t_i) \cdot \cos(2\pi f t_i)$ , тј.  $t_i \rightarrow t_i - \tau$ , па се добија  $\sum_{i=0}^{N-1} \sin(2\pi f(t_i - \tau)) \cdot \cos(2\pi f(t_i - \tau)) = 0$ , а израз (6.6) постаје:

$$\sum_{i=0}^{N-1} a \cdot \cos^2(2\pi f(t_i - \tau)) = \sum_{i=0}^{N-1} x_i \cdot \cos(2\pi f(t_i - \tau)). \quad (6.7)$$

Даље следи:

$$a = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} x_i \cdot \cos(2\pi f(t_i - \tau))}{\sum_{i=0}^{N-1} \cos^2(2\pi f(t_i - \tau))}. \quad (6.8)$$

Аналогно се показује да је:

$$b = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} x_i \cdot \sin(2\pi f(t_i - \tau))}{\sum_{i=0}^{N-1} \sin^2(2\pi f(t_i - \tau))}. \quad (6.9)$$

Потребно је одредити померај  $\tau$ , који обезбеђује услов ортогоналности:

$$\sum_{i=0}^{N-1} \sin(2\pi f(t_i - \tau)) \cdot \cos(2\pi f(t_i - \tau)) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} \sin(4\pi f(t_i - \tau)) = 0, \quad (6.10)$$

$$\sum_{i=0}^{N-1} \sin(4\pi f(t_i - \tau)) = \sum_{i=0}^{N-1} \sin(4\pi f t_i) \cdot \cos(4\pi f \tau) - \cos(4\pi f t_i) \cdot \sin(4\pi f \tau) = 0, \quad (6.11)$$

$$\sum_{i=0}^{N-1} \sin(4\pi f t_i) \cdot \cos(4\pi f \tau) = \sum_{i=0}^{N-1} \cos(4\pi f t_i) \cdot \sin(4\pi f \tau), \quad (6.12)$$

$$\frac{\sin(4\pi f \tau)}{\cos(4\pi f \tau)} = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} \sin(4\pi f t_i)}{\sum_{i=0}^{N-1} \cos(4\pi f t_i)}, \quad (6.13)$$

$$\tau = \frac{1}{4\pi f} \operatorname{arctg} \left( \frac{\sum_{i=0}^{N-1} \sin(4\pi f t_i)}{\sum_{i=0}^{N-1} \cos(4\pi f t_i)} \right). \quad (6.14)$$

Дакле, за сваку фреквенцију се одређују коефицијенти  $a, b$  и померај  $\tau$ .

Енергија  $S$  дефинише се на следећи начин:

$$S(f, a, b, \tau) = \sum_{i=0}^{N-1} (a \cdot \cos(2\pi f(t_i - \tau)) + b \cdot \sin(2\pi f(t_i - \tau)))^2, \quad (6.15)$$

$$S(f) = \sum_{i=0}^{N-1} \left( \frac{\sum_{i=0}^{N-1} x_i \cdot \cos(2\pi f(t_i - \tau))}{\sum_{i=0}^{N-1} \cos^2(2\pi f(t_i - \tau))} \cdot \cos(2\pi f(t_i - \tau)) + \frac{\sum_{i=0}^{N-1} x_i \cdot \sin(2\pi f(t_i - \tau))}{\sum_{i=0}^{N-1} \sin^2(2\pi f(t_i - \tau))} \cdot \sin(2\pi f(t_i - \tau)) \right)^2. \quad (6.16)$$

Како је померајем  $\tau$  обезбеђен услов ортогоналности, мешовити члан нестаје па се израз своди на:

$$S(f) = \sum_{i=0}^{N-1} \left( \frac{\sum_{i=0}^{N-1} x_i \cdot \cos(2\pi f(t_i - \tau))}{\sum_{i=0}^{N-1} \cos^2(2\pi f(t_i - \tau))} \cdot \cos(2\pi f(t_i - \tau)) \right)^2 + \\ + \sum_{i=0}^{N-1} \left( \frac{\sum_{i=0}^{N-1} x_i \cdot \sin(2\pi f(t_i - \tau))}{\sum_{i=0}^{N-1} \sin^2(2\pi f(t_i - \tau))} \cdot \sin(2\pi f(t_i - \tau)) \right)^2. \quad (6.17)$$

Погодним трансформацијама добија се:

$$S(f) = \begin{pmatrix} \left[ \sum_{i=0}^{N-1} x_i \cos 2\pi f(t_i - \tau) \right]^2 + \left[ \sum_{i=0}^{N-1} x_i \sin 2\pi f(t_i - \tau) \right]^2 \\ \sum_{i=0}^{N-1} \cos^2 2\pi f(t_i - \tau) \quad \sum_{i=0}^{N-1} \sin^2 2\pi f(t_i - \tau) \end{pmatrix}. \quad (6.18)$$

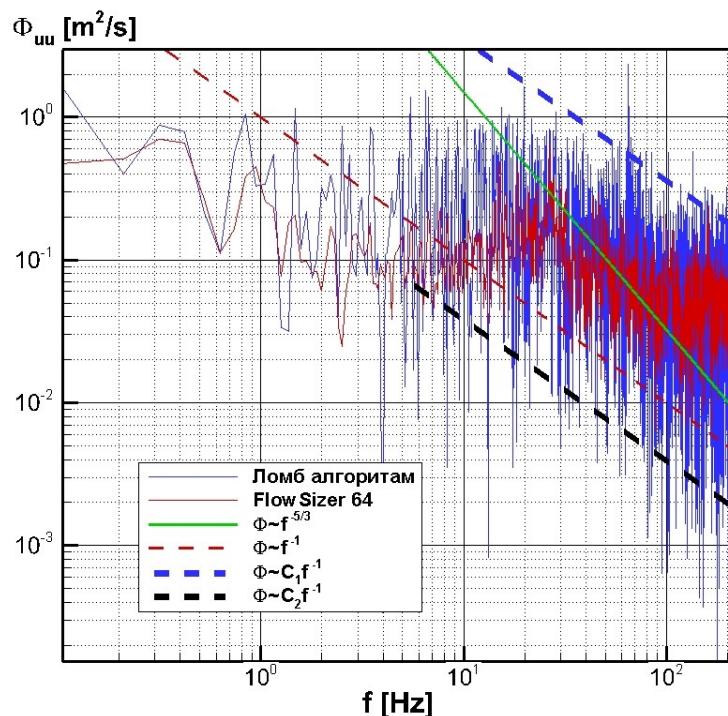
За разлику од FFT анализе, за вредност фреквенције  $f$  могу се узети произвољне вредности.

Спектрална густина дефинисана је изразом

$$\Phi_{ii} = \frac{S}{F_s}. \quad (6.19)$$

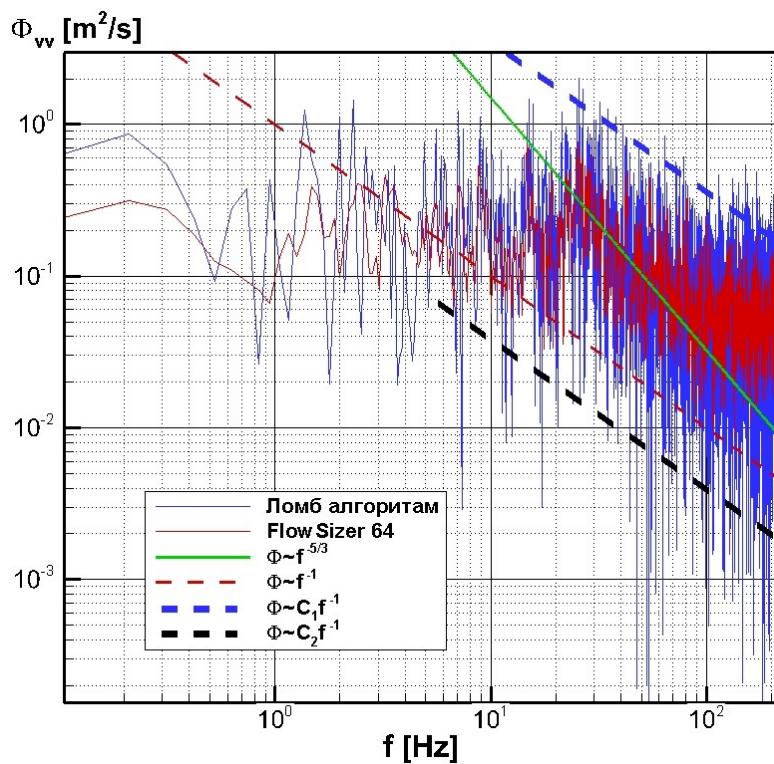
где  $F_s$  означава „просечну фреквенцију“ узорковања, која представља укупни број одбирача подељен са дужином временског интервала узорковања.

Поређење резултата добијених овим поступком и поступком који користи TSI FlowSizer64 софтвер, који се користи уз ЛДА систем, дати су на сликама 108-110.

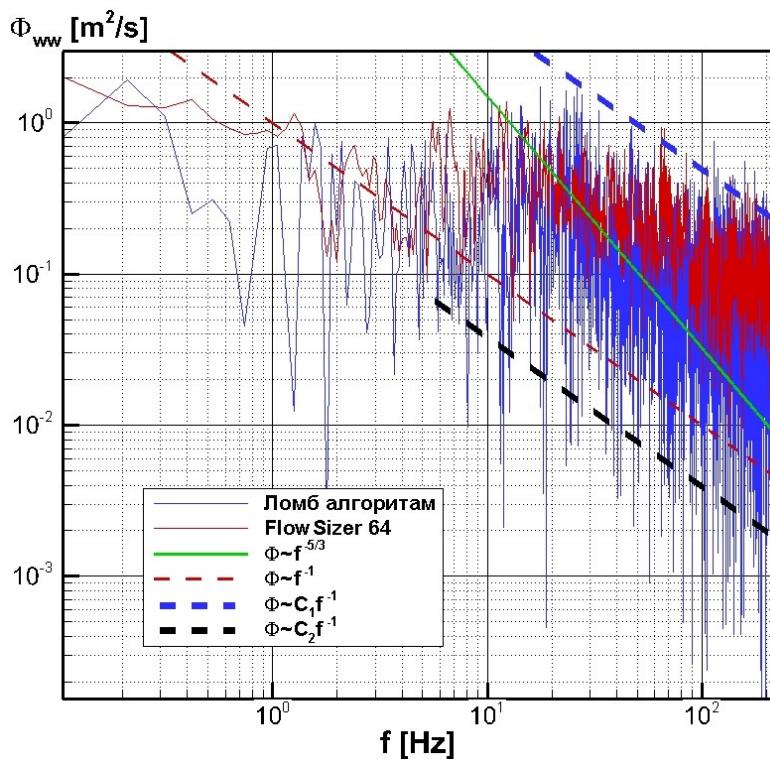


Слика 108. Упоредни приказ расподела спектралних густина аксијалних флуктуација  $\Phi_{uu}$  добијених Ломбовим алгоритмом и софтвером који испоручује TSI - FlowSizer 64 за аксијалну компоненту брзине у тачки на оси мерног пресека III при  $n_2$  и углу лопатица  $\beta_{R,3}$ .

Уочавају се одређене разлике добијене на два различита начина обраде сигнала, које потичу како од различитих математичких приступа, тако и од ограничења броја одбирача које TSI FlowSizer 64 софтвер узима у обзир приликом израчунавања. Може се закључити да се осредњене вредности приближно прате, осим у случају спектралних густина за обимску компоненту брзине, где се уочава приближно поклапање максималних вредности. Поред тога, са слика 108-110 може се видети да све три компоненте спектралне густине одступају од Колмогоровљеве хипотезе „ $-5/3$ “ о чему ће више бити речи у одељцима који следе.



Слика 109. Упоредни приказ расподела спектралних густина радијалних флуктуација  $\Phi_{vv}$  добијених Ломбовим алгоритмом и софтвером који испоручује TSI - FlowSizer 64 за радијалну компоненту брзине у тачки на оси мernог пресека III при  $n_2$  и углу лопатица  $\beta_{R,3}$ .

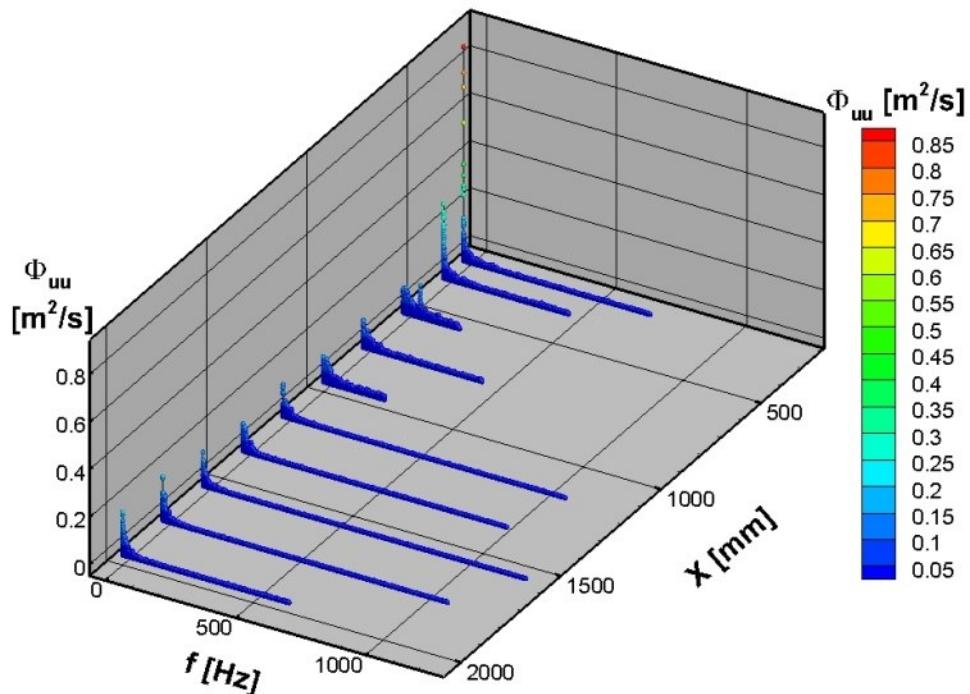


Слика 110. Упоредни приказ расподела спектралних густина обимских флуктуација  $\Phi_{ww}$  добијених Ломбовим алгоритмом и софтвером који испоручује TSI - FlowSizer 64 за обимску компоненту брзине у тачки на оси мernог пресека III при  $n_2$  и углу лопатица  $\beta_{R,3}$ .

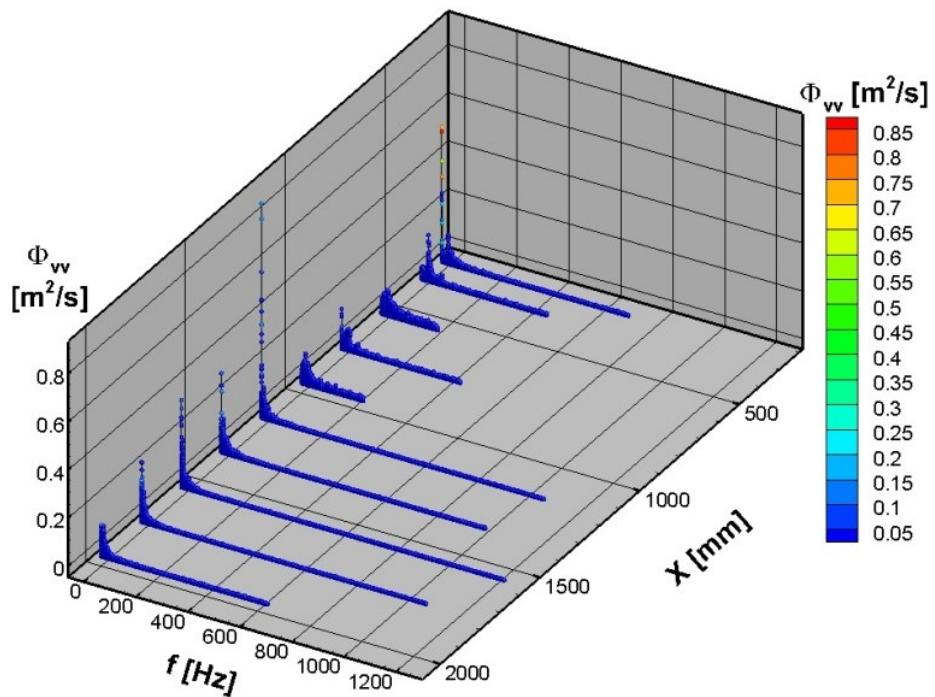
### 6.3.1 Спектри енергије аксијалних, радијалних и обимских флуктуација брзине за низструјне тачке осе млаза

На сликама 111-113 приказан је низструјни развој спектралних густина аксијалних, радијалних и обимских флуктуација брзина измерених на оси цеви у различитим мерним пресекима. Уочава се да су веће фреквенције узорковања везане за пресеке који су удаљенији од вентилатора што је последица бољег мешања просејања са флуидом.

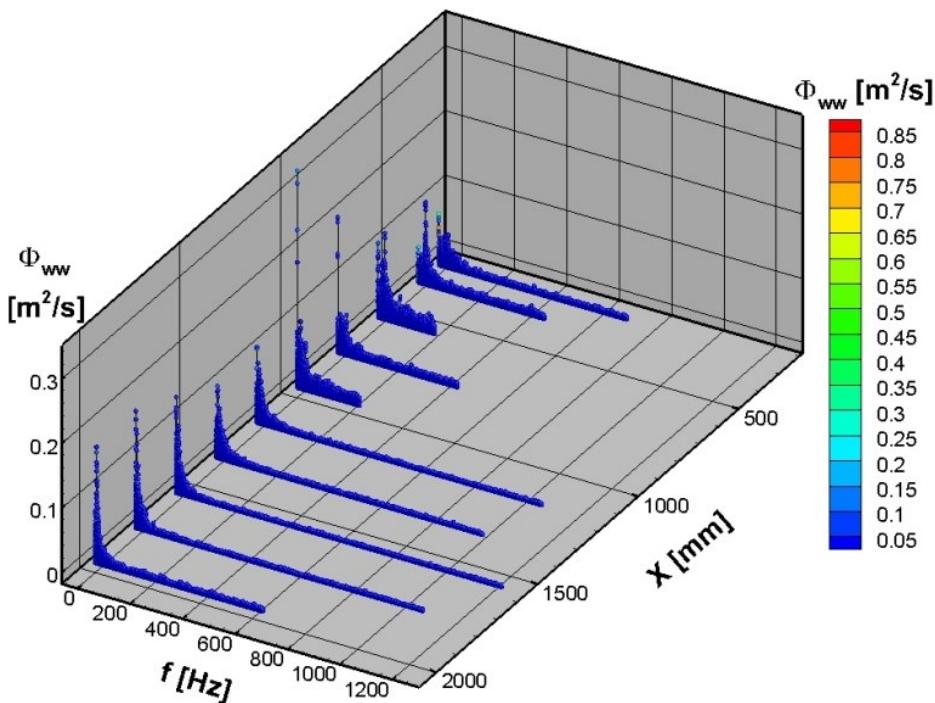
Максималне спектралне густине у свим случајевима везане су за мање фреквенције, при чему су највеће у околини 25 Hz што одговара брзини обртања вентилатора  $n_2=1500 \text{ min}^{-1}$ , или за њене умношке.



Слика 111. Промена спектралне густине аксијалних флуктуација брзине  $\Phi_{uu}(f)$  у тачкама  $r/R=0$  мерних пресека  $\frac{x_l}{D}$ ,  $l \in L$ ,  $L = \{I, II, \dots, X\}$  млаза вентилатора ЗП30 за режим  $n_2$ .



Слика 112. Спектрална густина флуктуација радијалне брзине  $\Phi_v(f)$  у свим мерним пресецима  $\frac{x_l}{D}$ ,  $l \in L$ , у мерним тачкама на  $x$ -оси ( $r/R=0$ ) за вихорни млаз вентилатора ЗП30 и режим  $n_2$ .



Слика 113. Низструјни развој спектралне густине обимских флуктуација брзине  $\Phi_{ww}(f)$  у тачки  $r/R=0$  у мерним пресецима  $\frac{x_l}{D}$ ,  $l \in L$ , при  $n_2$  вентилатора ЗП30.

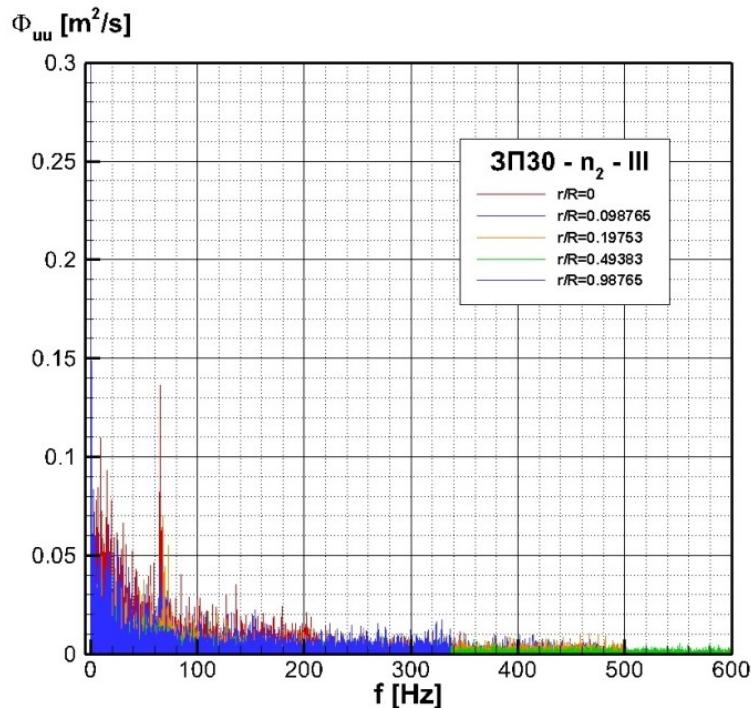
Може се рећи да у случају аксијалне компоненте веће спектралне густине припадају почетним пресецима млаза, као и да су концентрисане у областима низких фреквенција, док

за радијалну и обимску компоненту расподела енергија нема монотони карактер. Уочава се и да је максимална вредност спектралне густине обимских флуктуација најмања.

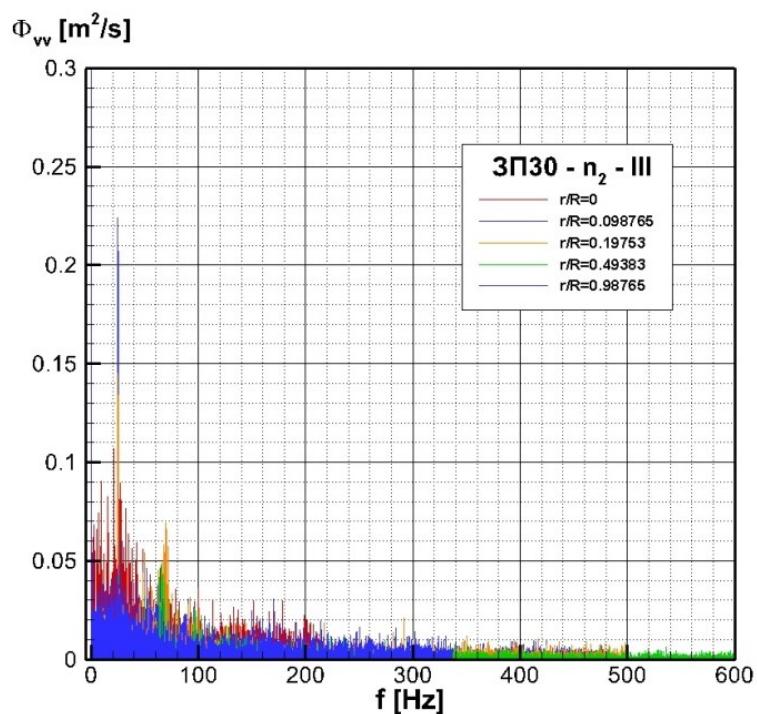
На сликама 111-113 уочава се да се у случају аксијалне компоненте максимум спектралне густине налази у пресеку I, у случају радијалне компоненте то је у пресеку VI, док у случају обимске компоненте спектрална густина има максимум у пресеку V.

### 6.3.2 Анализа експерименталних спектралних густина брзинског флуктуационог поља у карактеристичном пресеку млаза

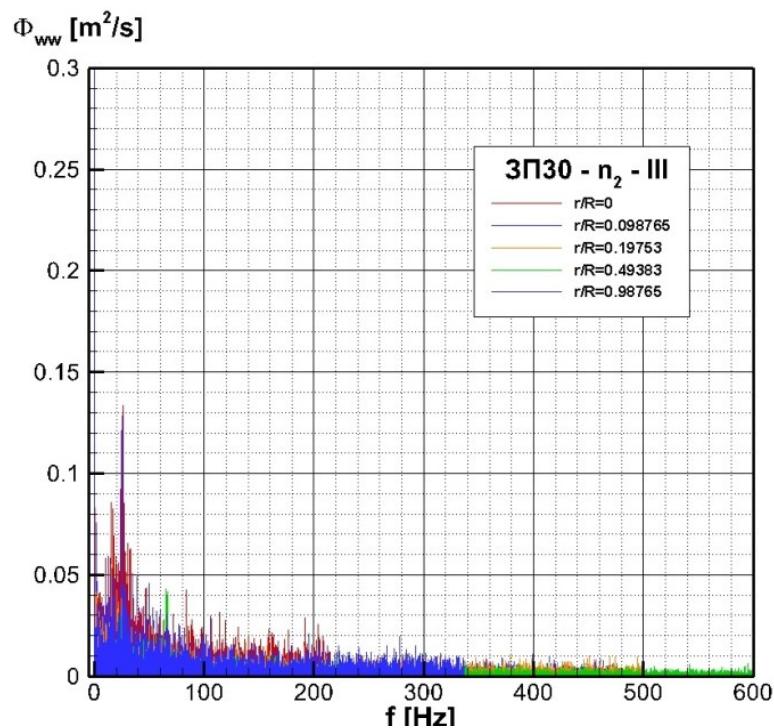
На сликама 114-116 приказана је расподела спектралне густине аксијалних, радијалних и обимских флуктуација у зависности од фреквенције, при чему се просечна фреквенција узорковања за различите позиције креће у опсегу од 430 Hz до 1200 Hz.



Слика 114. Расподеле спектралне густине радијалних флуктуација брзине  $\Phi_{uu}(f)$  у мерним тачкама на растојањима  $r_i/R$ ,  $i=26,28,31,34,46$  од  $x$ -осе у равни  $\varphi = 90^\circ$  у пресеку III млада вентилатора ЗП30 у режиму  $n_2$ .



Слика 115. Расподеле спектралне густине обимских флуктуација брзине  $\Phi_{vv}(f)$ . Остали подаци су као у потпису слика 114 и 115.

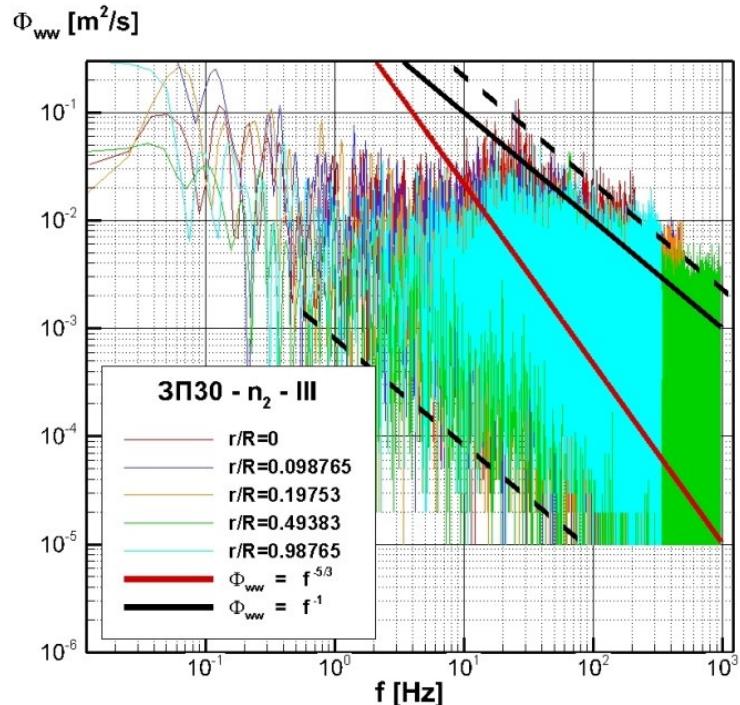


Слика 116. Расподеле спектралне густине аксијалних флуктуација брзине  $\Phi_{ww}(f)$  у различитим тачкама на растојањима  $r_i/R$ ,  $i=26,28,31,34,46$  од  $x$ -осе у равни  $\varphi = 90^\circ$  у мерном пресеку III млаза вентилатора 3П30 у режиму  $n_2$ .

На сликама 114 - 116 уочава се да највеће спектралне густине припадају области око осе млаза, с тим да се у случају радијалне и обимске компоненте јасно издвајају пикови при

фреквенцијама у интервалу око 25 Hz. То указује да највећи допринос енергији дају вртлози веће размере, односно кохерентна структура.

Двоструки логаритамски дијаграм приказан на слици 117 показује да постоји одступање од Колмогоровљеве хипотезе „-5/3“ као што је раније наведено. Није уочена потпуна хијерархија, односно веза између растојања од осе цеви и енергије. На слици су приказани дијаграми за тачке које припадају различитим зонама вихорног млаза, где се може уочити да негативни експонент није више -5/3, односно приближно -1,67, већ тежи вредности -1 за веће фреквенције.



Слика 117. Двоструки логаритамски дијаграм расподеле спектралне густине обимских флукутација брзине  $\Phi_{ww}(f)$  за скуп мерних тачака чији су положаји одређени радијалним бездимензијским координатама  $r_i/R$ ,  $i=26,28,31,34,46$  мерног пресека III ( $x_{III}=600$  mm) млаза генерираног вентилатором ЗП30 у режиму  $n_2$  његовог рада.

Морагхан (Moraghhan ) и сарадници (2015) наводе да у случајевима где се промена спектралне густине у зависности од фреквенције може представити експоненцијалним законом са експонентном -1 долази до ефикаснијег преноса енергије са вртлога већих размера на вртлоге мањих размера. Такође, може се приметити да инерцијална област малих вртлога почиње при изразито малим вредностима фреквенције, односно већ од 20 Hz.

## 7 Закључак

Циљ ове дисертације постављен је веома оптимистички, са жељом да се истраже још неке особине турбуленције у слободним вихорним млазевима аксијалних вентилатора. Закључак овог рада обухвата најбитније фазе у еволуцији истраживања и остваривању постављеног циља.

Дефиниција проблема истраживања, са становишта жељеног циља, анализе досадашњих научно-стручних резултата и методологије истраживања, детаљно је утемељена у уводном делу овог рада. Посебно је наглашено да су аксијални вентилатори у класи најкоришћенијих турбомашина и да су истраживања свих врста (теоријска, експериментална и нумеричка) од великог значаја за науку и технику. Ту се мисли како на конструктивно-енергетске, тако и са њима неодвојиво спрегнуте струјно-техничке карактеристике.

Овај рад је, из више разлога, посвећен пре свега *експерименталним истраживањима* структуре турбуленције у вихорном млазу аксијалног вентилатора. Први разлог се огледа у чињеници да су емпиријски структурални подаци од великог значаја за све турбулентне процесе, који се одвијају у млазу, што одмах дефинише и други разлог, који из прегледа доступне материје, показује да за ову класу струјања постоји слаба база података. У склопу осталих разлога је и онај, који говори да *оваква савремена истраживања* комплексних турбулентних вихорних струјања представљају *оригинални допринос научним знањима* у овој области. У првој глави су, на врло индикативан начин изложени материјали који казују о структури и поступцима истраживања, који су били примењени да би се турбулентни вихор у слободном млазу аксијалног вентилатора што успешније описао и савладао. За све то, било је неопходно јако теоријско упориште.

*Физичко - математичке основе експерименталних истраживања* у овој дисертацији садржи друга глава. Дат је сажети облик са јасним повезивањем појмова, иако су постојала одређена формална места, која су задавала потешкоће. Наиме, геометрија разматране струјне области вихорног млаза описана је ортогоналним криволинијским координатама, које су сведене на цилиндрични координатни систем. У континуалном излагању су из Кошијевих једначина изведене Навије - Стоксове једначине и стање напона и то не у било којим, већу потребним цилиндричним координатама. При свему томе, задржан је класичан начин обележавања брзинског поља, што је омогућило да се анализа модела вртлога ослони на решења Навије-Стоксовых једначина. И тада је, у статистичком приступу струјном пољу, уведено повезивање тренутних, осредњених и флуктуационих величина турбулентног поља. О предностима уведених означавања, када се анализирају струјна поља у општем случају, па онда у ламинарном и турбулентном домену, било је говора у другој глави. За *физичку интерпретацију резултата мерења* била је значајна теоријска подршка у Рейнолдсовим једначинама за корелационе моменте другог реда, тј. Рейнолдсове напоне.

У теоријским разматрањима, која се односе на корелационе и спектралне функције, дата је суштинска физичко-математичка анализа одабране материје спојене са материјом експериментално-нумеричког истраживања. Тиме је остварен основни циљ концепције теоријског приказа турбулентног струјања који је постављен на почетку овог рада. Овоме се приододаје и оригинални приступ у анализи утицаја различитих модела вртлога и произведеног вихора на генерирање турбуленције у вихорном млазу аксијалног вентилатора.

Може се закључити да је у другој глави остварен сврсисходан избор теоријске грађе, која је изложена на *оригиналан начин*, чиме је створена потребна физичко-математичка основа за остале делове ове дисертације.

Захтевна експериментална истраживања турбулентног вихорног струјања у слободном млазу аксијалног вентилатора извршена су на мерној инсталацији у Лабораторији ХМЕС на Машинском факултету Универзитета у Београду. Истраживања су обављена трокомпонентним ласер Доплер анемометарским системом (ЛДА).

Дуготрајна припрема мерне инсталације, планско формирање програма мерења, избор мерног система и мерних метода као и коришћење *сопствених статистичко-нумеричких програма* омогућили су остварење циља овог рада. Наиме, обављена су опсежна мерења и дата физичка интерпретација резултата. При томе је само један део од великог обима добијених података ушао у оквире текста ове дисертације, а посебан сегмент у припреми представља издвајање карактеристичних пресека и области које су репрезент струјног простора вихорног млаза аксијалног вентилатора.

Истраживању осредњеног брзинског поља и његовој повезаности са пољем флуктационих брзина посвећена је посебна пажња. На тај начин је остварен ближи увид у генерирање турбуленције и појаве турбулентног преноса у слободном вихорном млазу.

*Анализом сопствених резултата мерења* утврђена је сложена тродимензијска структура осредњеног поља брзине, које се одликује изразитом нехомогеношћу и просторним променама, нарочито у радијалном правцу млаза. Развој струјања не указује на значајније рециркулационо струјање у језгру млаза, које се појављује само у два почетна пресека. Низструјне трансформације аксијалне и радијалне брзине, које су под утицајем обимске брзине, указују на радијално ширење млаза и не довршавају се у оквиру простора у коме су извршена мерења. Експерименти показују да су положаји највећих вредности обимских брзина ближи оси од положаја максимума аксијалних брзина, да радијална брзина има карактеристичну расподелу са променом знака и да струјно поље у низструјним пресецима постаје све равномерније.

У другој глави је показано да генерирана обимска брзина има доминантан утицај на осредњена поља брзине и притиска. У том смислу је дат *оригиналан допринос* емпиријско-нумеричкој идентификацији експерименталних и теоријских модела вртлога. При томе је комплексност структуре осредњеног брзинског поља постала још очигледнија. Наиме, мерењима је утврђено присуство већег броја локалних максимума и минимума за све три компоненте брзине, као и постојање превојних тачака у профилима осредњених брзина, што на сложен начин утиче на стабилност струјања, на процесе конвекције и турбулентне дифузије и самим тим, на генерирање и еволуцију турбуленције у вихорном млазу.

У овом раду је на основу експериментално - нумеричких истраживања дато физичко утемељење међусобне зависности поља генерираног вртлога, циркулације и угаоне брзине. На бази тих истраживања верификовани су домени у струјном пољу вихорног млаза са разноликим утицајем динамичке стратификације на појачавање или пригушивање различитих турбулентних процеса у млазу. Карактеристичне су низструјне промене интегралних величина и граница млаза. Њихово израчунавање је праћено нумеричким и експерименталним потешкоћама, што је у раду успешно превазиђено.

*Битан допринос овог рада* састоји се у анализи утицаја режима рада аксијалног вентилатора на статистичке карактеристике турбулентног процеса, почев од средњих брзина и турбулентних напона, па преко централних момената вишег реда, све до корелационих и спектралних функција. То су значајни резултати, који квалитативно и квантитативно описују не само утицаје углова лопатица обртног кола аксијалног вентилатора, већ и Рейнолдсовог

броја, тј. брзине обртања вентилатора на структуру турбуленције и феномене турбулентне размене у струјној области вихорног млаза.

*Оригиналан допринос* постигнут је у експерименталном и теоријско-нумеричком истраживању флуктуационог брзинског поља. Темељна анализа, пре свега поља Ренолдсовых напона, открива различите феномене турбулентног преноса и структуре вихорног млаза. *Нехомогеност* расподеле осредњених брзина изазива изразите *неравномерности*, посебно у радијалном правцу, свих турбулентних напона, као и *анизотропности* турбулентног поља. Теоријско разматрање је утврдило изворе анизотропности у извесним моделима вртлога, са одређеним законима расподеле обимске брзине, и у њиховој статистичкој спречнутости са флуктуационим брзинским пољем. На тај начин се генерише турбулентних напона врши под различитим утицајем конвективно-продукционих и дифузионих процеса. При томе се појаве редистрибуције и дисипације одвијају различито у карактеристичним доменима вихорног млаза, што води ка анизотропној турбуленцији. Резултати мерења указују како на максималне вредности интензитета турбуленције све три флуктуационе брзине у смицајном слоју и прелазној области, тако и на егзистенцију изражених локалних максимума у ширем домену прелазне области пресека вихорног млаза.

Физичко тумачење *сопствених резултата* је поред хетерогене анизотропности довело до закључка да се у појединим доменима струјне области млаза јавља феномен *нелокалног* турбулентног преноса као и појава неградијентне турбулентне дифузије. Наиме, структура генерисаног вртлога и еволуција осредњеног брзинског поља у статистичкој корелацији са компонентама тензора генеришу домене негативних продукција кинетичких енергија флуктуационих компоненти. Садејство ових процеса доводи и до зона у којима нелокални пренос ствара *негативну продукцију* кинетичке енергије турбуленције, што је у супротности са теоријским разматрањем које није узело у обзир појаву ових феномена. Из тих разлога појава нелокалног преноса је у овом раду детаљно разматрана. На основу емпириских расподела осредњених брзина и корелационих момената другог реда, као и помоћу *сопствених софтвера* и многобројних прорачуна, утврђени су смерови преношења количине кретања и енергије у струјном пољу вихорног млаза.

Добијени резултати имају велики значај за прорачун турбулентног струјања и формирање турбулентних модела, који у себи садрже ефекте „структурално-еволуционог памћења“ бимодалних вртлога са ефектима релаксационих процеса.

Карактеристични су резултати који указују на утицаје углова лопатица радног кола и Ренолдсовых бројева на поље турбулентних напона у вихорном млазу. *Физичка интерпретација резултата мерења* показује да се ти утицаји значајно испољавају како на интензитетете, тако и на карактер њихових расподела и природу анизотропности. Показује се да су утицаји на радијално-аксијалне расподеле интензитета турбуленције различити у вртложном језгру, смицајном слоју, дифузионо - прелазној, прелазној и граничној области вихорног млаза. Потпунија анализа за све струјне домене дата је у петој глави овог рада.

Мерење турбулентних напона је захтевно и веома осетљиво на утицаје различитих параметара. Ови разлози воде ка потреби да се истакне потпуна симетрија експерименталних профила Ренолдсовых напона, независно од *утицаја угла лопатица* или *Ренолдсових бројева*. Закључује се да је у датим струјно-геометријским условима остварена статистичка осносиметричност вихорног млаза, с једна стране, као и да су мерни уређаји, мерне методе и прецизност извођења експеримента, с друге стране, допринели да се ова природно остварена осносиметричност и експериментом потврди. То је врло значајан резултат који важи и за сва остала обављена мерења, од којих је један део приказан у овој дисертацији.

У циљу ближег сагледавања битних особености турбулентног преноса у нехомогеном и неизотропном турбулентном пољу са неградијентном дифузијом и нелокалном турбулентном разменом, урађена је *оригинална физичка и нумеричка интерпретација сопствених мерења* кроскорелационих статистичких момената као и њихове повезаности са изводима осредњених брзина. Показано је да просторне еволуције ових међувисиности одређују физику сложених процеса турбулентног преноса, као и специфичан карактер механизма турбулентне размене у струјању са вихром. Наиме, ефекти генерисаног вртлога и расподеле осредњене обимске брзине и њених извода испољавају се не само у области расподеле осредњених величина, већ су суштински присутни у процесима турбулентног преноса и продукције кинетичких енергија флукутационих кретања. Утврђено је да израз који обједињује аксијално-радијалну корелацију и радијалну промену осредњене аксијалне брзине игра посебну улогу у поменутим феноменима турбулентног преноса. Томе се, што је посебно значајно, придржује величина којом се изражава веза између радијалне промене угаоне брзине и корелације радијалне и обимске флукутационе брзине. Уочена је и велика улога корелације радијалне брзине и њених извода са одређеним статистичким моментима.

*Анализа емпиријских дијаграма* просторне еволуције Рейнолдсових смицајних напона указује на изразиту неравномерност њихових расподела, на промене знака, на највеће позитивне и највише негативне вредности у језгру и смицајном слоју, као и на њихове расподеле које изражавају интензивну турбулентну размену у прелазној области при ширењу вихорног млаза. Својим деловањем у струјном пољу кроскорелациони моменти, како резултати мерења показују, продукују нелокални турбулентни пренос са присутном анизотропијом. Генерисање смицајних Рейнолдсових напона одвија се, како је то показано у петој глави овог рада, различито у разнородним областима пресека вихорног млаза.

У раду су, на основу нумеричке интерпретације и *физичког тумачења резултата мерења*, истражени продукција и расподела кинетичке енергије турбуленције, као и утицаји углова лопатица и Рейнолдсовог броја на интензитет и карактер њене расподеле. Карактеристични су максимуми *кинетичке енергије турбуленције* у смицајном слоју, као и њени локални максимуми и минимуми у прелазној области пресека млаза. Утврђено је да је механизам турбулентног преноса нелокалан, да је присутна неградијентна дифузија и да се у појединим доменима струјне области млаза јавља *негативна продукција* кинетичке енергије турбуленције, што је и физички и нумерички детаљно анализирано у петој глави.

Експериментално одређивање и физичко тумачење централних статистичких момената вишег реда представља значајан део овог рада. Тиме је дат *оригиналан допринос* у истраживању процеса турбулентног преноса, турбулентне дифузије, закона расподеле вероватноћа флукутационих брзина, интермитентности и микроструктуре турбуленције. Емпиријски дијаграми низструјног развоја нормираних момената трећег и четвртог реда за све три флукутационе брзине садрже у себи битан скуп статистичких информација, који детаљно описује феномене турбулентне размене и структуре, како је то дато у петој глави овог рада. Бројне вредности *кофицијената асиметрије* и *кофицијената спљоштености* разликују се од њихових вредности за нормалну расподелу и знатно се мењају како у попречном пресеку вихорног млаза, тако и дуж млаза. Карактеристичне су промене знака кофицијента асиметрије, које се углавном јављају на местима минималних вредности кофицијента спљоштености, а максималних вредности интензитета турбуленције. Утицаји углова лопатица вентилатора и Рейнолдсових бројева на ове кофицијенте су различити у разним доменима попречног пресека млаза. У прелазној области су утврђене веома неравномерне расподеле, са великим градијентима и пиковима и међусобној повезаности високих вредности оба кофицијента. Анализа утицаја режима рада вентилатора на кофицијенте асиметрије и спљоштености у језгру и смицајном слоју говори о генерисању различитих структуралних форми са широким опсегом амплитудних карактеристика. То се

одражава на разнородне процесе турбулентне дифузије и преноса кинетичке енергије турбуленције.

У овом раду је велика пажња посвећена структуралној анализи турбуленције. У том смислу су срачунате експериментално - нумеричке вредности централних момената петог и шестог реда и на основу тога графички приказане њихове радијално - аксијалне расподеле за флуктуације све три брзине. Физичким тумачењем изразито неравномерних расподела са врло високим вредностима, скоковитим променама великих градијената, са честим променама знака коефицијента суперасиметрије, утврђене су области интермитентности и присуства организованих *кохерентних структура*. Оригиналном анализом је показано да су у турбулентној размени присутни разнородни физички процеси који се дешавају наизменично и на мањим. Наиме, смењивање инјективних и ејективних фаза у појединим доменима струјне области вихорног млаза карактерише повремене интермитентне појаве. Закључује се да доминантна улога било које две фазе генерише изразите асиметрије расподела вероватноћа флуктуационог поља, које су у овом раду потврђене и анализиране. Утврђена је повезаност простора генерисања турбуленције и изразите турбулентне дифузије са доменом присуства кретања и сложеног међудејства вртлога различитих размера. Важан допринос рада је у приказаној физичкој интерпретацији статистичке повезаности централних момената различитог реда, као што је то разматрано у другој глави. Може се закључити да велике позитивне и негативне бројне вредности коефицијента *суперасиметрије*, са учесталим променама знака, повезане су високим вредностима коефицијената суперспљоштености, карактеришу појачану турбулентну размену, екстремно нестабилне домене струјног поља вихорног млаза, као и области интензивног статистичког међудејства млаза и његовог окружења.

У овој дисертацији је извршена структурална анализа генерисане турбуленције у вихорном млазу и са становишта временских аутокорелационих функција и енергетских временских спектара. Користећи оригиналне сопствене програме, ове величине су срачунате и уз физичке интерпретације њихових расподела претходни закључци су заокружени анализама у временском и фреквентном домену.

Спој са мереним корелацијама у циљу квантитативног описивања анизотропије учињен је применом *инваријантне теорије турбуленције*. Инваријантне мапе су формиране за различите мрнне пресеке млаза, као и за различите режиме рада вентилатора и углове његових лопатица. Физичком анализом су утврђени како *степен и природа анизотропије* у појединим доменима струјног поља, тако и утицаји углова лопатица и Рейнолдсовог броја на њих. *Овим оригиналним резултатима* потврђен је квалитет мерења и тачност емпиријских података, који се пре свега односи на мерење турбулентних напона, тј. корелационих момената другог реда.

Физичка интерпретација мерења корелационо - спектралних својстава турбуленције вихорног млаза омогућила је још ближи увид у хијерархијску структуру турбулентних вртлога у дефинисаним доменима струјног поља. Фамилија *емпиријских временских аутокорелационих функција* указује на широку спектралну густину флуктуационог брзинског поља у домену језгра и смицајног слоја, као и на присуство *периодичних процеса* са израженом периодичношћу током пораста корелационог времена. *Значајни резултати су добијени* на основу утицаја брзине обртања радног кола и углова лопатица како на временске аутокорелационе коефицијенте аксијалних, радијалних и обимских флуктуација брзине, тако и на времена интегралне размере флуктуационог брзинског поља. Физички симисао ових утицаја се испољава не само у промени структуре и размера вртлога са присутним периодичним појавама, већ и у промени карактера турбулентне дифузије и турбулентне размене у појединим струјним областима вихорног млаза.

*Математичко - физичком анализом обједињене* су битне статистичке карактеристике у временском и фреквентном домену. Низиструјни развој спектралних густина за све три флуктуационе брзине, као и њихове емпиријске расподеле у карактеристичним тачкама језгра, смицајног слоја и прелазне области су суштински повезани са расподелом временских аутокорелационих функција. Наиме, уочавају се разлике између вредности енергетских фреквентних спектара у карактеристичним тачкама, највеће вредности се постижу при малим фреквенцијама, постоји широка фреквентна област и издвајају се основни модови и њихови умношци на одређеним, физички утемељеним фреквенцијама. *Емпиријским корелационо - спектралним зависностима* кинетичких енергија флуктуационих компоненти брзина и њихових спектралних густина потврђени су нехомогеност, анизотропност, нелокалност и периодичност турбулентних процеса у слободном вихорном млазу.

*Оригинални резултати* су постигнути у физичко - математичком и нумеричком тумачењу и синтези структуралних величина. Наиме, на основу анализе физичког смисла одређених параметара турбулентног струјања, као и истражене структуре вихорног млаза, закључено је да у млазу постоје струјне области у којим се јављају важне међувисности турбулентних карактеристика. При овоме је успостављена аналогија са карактеристикама турбуленције у непосредној близини зида, као и у домену граничних слојева у вртложним траговима и у сличним смицајним струјањима. У том смислу су *направљени оригинални програми*, са усвојеним математичко - физичким критеријумима и граничним условима, који су омогућили формирање статистичких структуралних полигона у тачкама мерног пресека млаза. Анализом је показано да се домени струјне области у којима се јављају феномени о којима је било говора у овом раду, карактеришу *статистичком структуралном мапом*.

У овој дисертацији је *научни допринос* постигнут како у експерименталном и методолошком смислу, тако и у *физичко - математичком тумачењу* огромне базе емпиријских података. Одређени научни резултати су публиковани у домаћим и међународним часописима. Неки од њих су *први у литератури* из ове области истраживања. Велики део базе експерименталних података, добијених у оквиру рада на овој дисертацији, представља, према сазнању аутора, *једину референцу* овог типа у литератури посвећеној слободном турбулентном вихорном млазу аксијалног вентилатора.

Издвајају се следећи закључци:

1. Остварен је оригиналан приступ у анализи утицаја различитих модела вртлога и произведеног вихора на генерисање турбуленције у вихорном млазу аксијалног вентилатора.
2. Анализиран је утицај режима рада аксијалног вентилатора, који се остварује различитим брзинама обртања и угловима лопатица, на статистичке карактеристике турбулентног процеса, почев од средњих брзина и турбулентних напона, па преко централних момената вишег реда, све до корелационих и спектралних функција.
3. Дат је оригиналан допринос у емпиријско-нумеричкој идентификацији експерименталних и теоријских модела вртлога.
4. На основу експериментално - нумеричких истраживања, дато је физичко објашњење међусобне зависности поља генерисаног вртлога, циркулације, и угаоне брзине.
5. Утврђени су извори анизотропности у одређеним моделима вртлога.
6. Одређени су смерови преношења количине кретања и енергије у струјном пољу вихорног млаза.
7. Истиче се да је у датим струјно-геометријским условима остварена статистичка осносиметричност вихорног млаза.
8. Утврђене су области интермитентности и присуства организованих кохерентних структура у испитиваним млазевима. Показано је да су у турбулентној размени присутни разнородни физички процеси који се дешавају наизменично и на мање,

- односно, смењивање инјективних и ејективних фаза у појединим доменима струјне области вихорног млаза карактерише повремене интермитентне појаве.
- 9. Утврђена је повезаност простора генерисања турбуленције и изразите турбулентне дифузије са доменом присуства кретања и сложеног међудејства вртлога различитих размера.
  - 10. Уочена је и анализирана статистичка повезаност централних момената различитог реда. Закључено је да учстале промене знака суперасиметрије заједно са високим вредностима коефицијената суперсплоштености, карактеришу појачану турбулентну размену, екстремно нестабилне домене струјног поља вихорног млаза, као и области интензивног статистичког међудејства млаза и његовог окружења.
  - 11. Корелационо - спектралним зависностима кинетичких енергија флуктуационих компоненти брзина и њихових спектралних густина потврђени су нехомогеност, анизотропност, нелокалност и периодичност турбулентних процеса у слободном вихорном млазу.
  - 12. Остварена је значајна база експерименталних података за ову класу струјања.

*Будућа истраживања* у овој научној и стручној области могу обухватати читав низ актуелних проблема. На то упућују како резултати представљени у овој дисертацији, тако и отворена питања назначена у литератури.

Продужетак сопствених истраживања може се одвијати у експерименталном, као и у нумеричком и теоријском домену. Доиста, формирана база експерименталних података је фокус за моделирање и нумеричке прорачуне турбуленције, међутим, њен обим представља изазов и за теоријска истраживања физике турбуленције.

Анализа структуре турбуленције би могла бити обогаћена са мерењем просторних корелационих функција и енергетских спектара по таласним бројевима, као и са израчунавањем просторних микро- и макроразмера. То подразумева и истраживање утицаја режима рада аксијалног вентилатора на ове величине, у циљу спрезања енергетско-структуралних карактеристика разматраног система. Ово би омогућило још детаљнији увид у нехомогеност, анизотропију и присутне квазипериодичности у флуктуационом пољу, као и у организоване кохерентне структуре разнородних вртлога.

Истраживање процеса турбулентног преноса могло би да се експериментално-теоријски прошири на проблеме нелокалности, на релаксационе процесе, као и на интермитентност и динамику турбулентног енергетског спектра.

Разматрање нелинеарних међудејстава у осредњеном и флуктуационом брзинском пољу вихорног турбулентног млаза указало је у овом раду не само на појаве генерисања сложене структуре турбуленције и комплексне турбулентне размене, већ и на проблеме хидродинамичке стабилности и прецесије језгра турбулентног вихорног млаза. Истраживање се може проширити на проблеме ротирајућих флуида као и на аналогију са турбуленцијом у температурски - стратификованим флуидом.

У истраживању набројаних феномена је неопходно *јединство теорије, експеримента и нумерике*, које је у овој дисертацији у великој мери испоштовано. Нека то буде водиља и за сва будућа истраживања турбулентних струјања, а пре свега у проучавању турбуленције слободног вихорног млаза аксијалног вентилатора.

## **8   Литература**

- Абрамович Г. Н. , Гиршович Т. А., Крашенинников С. Ю., Секундов А. Н., Смирнова И. П. (1984) Теория турбулентных струй. М., Наука, 716 с.
- Алексеенко С. В., Куйбин П. А., Окулов В. Л. (2005) Введение в теорию концентрированных вихрей, ISBN 5-93972-397-7, Институт компьютерных исследований, Россия, г. Ижевск
- Вукашиновић Б. (1996) Тубулентни преноси и проблеми његовог моделирања у вихорном струјању: магистарски рад, Универзитет у Београду Машински факултет, Београд
- Бенишек М. (1976) Истраживање хидродинамичке стабилности вихорних струјања у осно симетричним ротацијским просторима, Магистарски рад, Универзитет у Београду, Машински факултет, Београд.
- Бенишек М. (1979) Истраживање вихорног струјања у правим цевима кружног пресека, Докторска дисертација, Машински факултет, Београд.
- Колмогоров А.Н. (1941) Локальна структура турбулентности в несжимаемой жидкости при очень больших числах Рейнольдса, Докл. АН СССР, 30, №. 4, стр. 299-303.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. (1988) Теоретическая физика, Т. VI, Гидродинамика, Наука, Москва
- Лечић М. (2003) Теоријска и експериментална истраживања турбулентних вихорних струјања, докторска дисертација, Машински факултет, Београд.
- Лойцянский Л. Г. (1987) Механика жидкости и газа, Москва.
- Монин А. С., Яглом А. М. (1965) Статистическая гидромеханика, Москва.
- SRPS ISO 5167-1:2012 - Мерење протока флуида помоћу уређаја са диференцијалним притиском уградених у цевоводе кружног попречног пресека – Део 1. Општи принципи и захтеви
- Устименко Б.П (1977). Процессы турбулентного переноса во вращающихся течениях, Наука, Алма-Ата, 288 стр.
- Чантрак С. (2004) Примењена механика флуида, Термотехничар, Том 1, СМЕИТС, Београд, стр. 110-227.
- Чантрак С. (2005) Хидродинамика, IV издање, Машински факултет, Београд.
- Чантрак С. (2006) Турбулентна струјања (скрипта предавања на докторским студијама), Машински факултет, Београд.
- Чантрак С. (1984) Статистички моменти вишег реда и расподеле вероватноћа брзина у турбулентном вихорном струјању, Зборник радова Мат. Инс., Нова серија, Књига 4 (12).
- Чантрак Ђ. (2007) Математичко оруђе механике флуида. Тензорска анализа и основне једначине, Манускрипт предавања на докторском семинару из механике флуида, 66 страница, Машински факултет, Београд.

Чантрак Ђ. (2012) Анализа вртложног језгра и структуре турбуленције у правој цеви кружног попречног пресека иза кола аксијалних вентилатора применом PIV, LDA и HWA метода, докторска дисертација, Универзитет у Београду, Машински Факултет, Београд

Шекуларац М.Б. (2015) Анализа сложених струјних поља система вентилације саобраћајних тунела, докторска дисертација, Универзитет Црне Горе Машински факултет, Подгорица

Benišek, M. H., Lečić M.R., Čantrak Dj. S. and Ilić D. B. (2017) The School of the Turbulent Swirling Flow at the Faculty of Mechanical Engineering University of Belgrad, Vol 21, Suppl. 3, pp S899-S911, <http://www.doiserbia.nb.rs/img/doi/0354-9836/2017/0354-98361700094B.pdf>

Craya A., Darrigol A. M. (1967) Turbulent Swirling Jet, The Physics of Fluids, Vol 10, S197-S199, <https://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.1762446>

Čantrak S. (1981) Experimentale Untersuchungen statistischer Eigenschaften turbulenter drallbehafteter Rohr- und Diffusorströmungen, Dr.-Ing.-Diss., Karlsruhe.

Čantrak Đ., Janković N., Nedeljković M., Lečić M. (2012) Stereo PIV and LDA measurements at the axial fan outlet, Proceedings, 15<sup>th</sup> Int. Symp. on Flow Visual., Minsk, June 25-28, CD-ROM, ISBN 978-985-6456-75-9, ISFV15-072-S16.

Drongelen Wim van (2018) Signal Processing for Neuroscientists, 978-0-12-810482-8, Academic Press, Elsevier Ltd.

Facciolo L., Tillmark N., Talamelli A. and Alfredsson P. H., A study of swirling turbulent pipe and jet flows (2007), Physics of Fluids 19, <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.2710287>

Facciolo, L. (2006). A study on axially rotating pipe and swirling jet flows, PhD dissertation, KTH, Stockholm, <http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:kth:diva-3862>

Frisch U. (1995) Turbulence: The Legacy of A. N. Kolmogorov, Cambridge University Press, ISBN 0521457130

Guangyuan J., Hua O., Zhaohui D. (2013) Experimental investigation of unsteady flow in axial skewed fans according to flow rates, Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 48, pp. 81-96, ISSN 0894-1777, <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0894177713000484>

Greenspan H. P. (1968) The Theory of Rotating Fluids, ZAMM, Vol. 49, Issue 8, <https://doi.org/10.1002/zamm.19690490816>

Hinze J.O. (1975) Turbulence, 2<sup>nd</sup>Ed., McGraw – Hill, New York.

Ilić J. T., Janković N. Z., Ristić S. S., Čantrak Đ. S. (2019) Uncertainty Analysis of 3D LDA System, The 7<sup>th</sup> International Congress of Serbian Society of Mechanics, Sremski Karlovci, Serbia, June 24-26 2019., Proceedings, Minisymposium M3: Turbulence, paper No. M3j, 8 pages

ISO 5801: 2007(E) Industrial fans – Performance testing using standardized airways

ISO 5802: 2001(E) Industrial fans – Performance testing in situ

Lamb H. (1932) Hydrodynamics, 6<sup>th</sup> edition, Cambridge University Press, Reprinted by Dover Publications, New York.

Lugt, H. J. (1979) Wirbelströmung in Natur und Technik., G. Braun. 460 S., 358 Abb./Tafeln, DM

36,-. ISBN 3-7650-2028-1, Karlsruhe.

Keller L., Friedmann A. (1924) Differentialgleichungen für die turbulente Bewegung einer kompressiblen Flüssigkeit, Proc. 1<sup>st</sup> Inter. Congr. Appl. Mech., pp. 395-405, Delft.

Kergourlay G., Kouidri S, Rankin G. W., Rey R. (2006) Experimental investigation of the 3D unsteady flow field downstream of axial fans, Flow Measurement and Instrumentation, Volume 17, Issue 5, pp. 303-314, ISSN 0955-5986, <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2006.05.002>.

Kitoh O. (1991) Experimental study of turbulent swirling flow in a straight pipe, J. Fluid Mech., Vol. 225, pp. 445-479.

Klingbeil E. (1966) Tensorrechnung für Ingenieure, Bibliographisches Institut, Manheim etc.

Lečić M., Čantrak S., Benišek M., Nedeljković M. (1996) Structure and non-local properties of turbulent swirling flows, Proceedings, II International Symposium: Contemporary Problems of Fluid Mechanics, Belgrade, pp. 257-261.

Lumley J.L., Newman G. (1977) The return to isotropy of homogeneous turbulence, J. Fluid Mech., Vol. 82, pp. 161-178.

Lumley J.L. (1970) Stochastic tools in turbulence, Academic Press, New York/London.

Marcinowski H. (1959) Optimalprobleme bei Axialventilatoren, Voith Forsch. und Konstr., Heft 5, S. 3.1-3.27.

Melling A. (1997) Tracer particles and seeding for particle image velocimetry, Meas. Sci. Technol., Vol. 8, pp. 1406-1416.

Moraghan A., Kim J., Yoon S. J. (2015) Power spectra of outflow-driven turbulence, DOI: 10.1093/mnras/stv662, <https://arxiv.org/pdf/1503.07638.pdf>

Oro J.M.F., Díaz K.M.A., Lastra M.R., Vega M.G., García B.P. (2014) Converged statistics for time-resolved measurements in low-speed axial fans using high-frequency response probes, Experimental Thermal and Fluid Science, Volume 54, 2014, Pages 71-84, ISSN 0894-1777, <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2014.02.002>

Oro J.M.F., Ballesteros-Tajadura R., Marigorta E.B., Díaz K.M.A., Morros C.S. (2008) Turbulence and secondary flows in an axial flow fan with variable pitch blades, J. of Fluids Eng., Vol. 130, pp. 041101-1-11.

Panton R.L. (2013) Incompressible Flow, ISBN:9781118013434, DOI:10.1002/9781118713075

Protić Z., Benišek M., Nedeljković M., Djukanović D. (1996) Experimental investigation on flow field characteristics at the exit of axial flow fan for the cases of free discharge and discharge into a pipe, Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International Symposium on Contemporary Problems of Fluid Mechanics, pp.209-212, Belgrade, Yugoslavia-Serbia

Protić Z.D., Nedeljković M.S., Čantrak Đ.S., Janković N.Z. (2010) Novel methods for axial fan impeller geometry analysis and experimental investigations of the generated swirl turbulent flow, ThermalScience, Vol. 14, Suppl., pp. 125-139.

Regunath G.S., Zimmerman W.B., Tesař V., Hewakandamby B.N. (2018), Experimental investigation of helicity in turbulent swirling jet using dual-plane dye laser PIV technique, Experiments in

Fluids, Vol 45, Issue 6, <https://link.springer.com/article/10.1007/s00348-008-0515-3>

Ristić S. (2007) Laser Doppler anemometry and its application in wind tunnel tests, Scientific Technical Review, 57,3-4, pp.64-76.

Rotta J. C. (1972) Turbulente Strömungen, B. G. Teubner, Stuttgart.

Rodi, W., Spalding, D.B. (1970) A two-parameter model of turbulence, and its application to free jets. Wärme- und Stoffübertragung 3, 85–95, <https://doi.org/10.1007/BF01108029>

Saffman, P. G. (1992) Vortex Dynamics, Cambridge etc., Cambridge University Press. XI, 311 pp., ISBN 0-521-42058-X (Cambridge Monographs on Mechanics and Applied Mathematics). Z. angew. Math. Mech., 74: 332-332. doi:10.1002/zamm.19940740805

Taylor G.I. (1935) Statistical theory of turbulence, Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, doi: 10.1098/rspa.1935.0158

Tennekes H., Lumley J. L. (1978) A first course in turbulence, MIT Press, Cambridge.

Townsend A.A. (1976) The structure of turbulent shear flow, Cambridge University Press, London.

TSI (2011) LDV/PDPA System: Model FSA3500/4000 Signal Processor Model PDM1000 Photo Detector Module, Operator's Manual, P/N1990013, Revision F,

TSI (2011) LDV/PDPA System: Installation Manual, P/N1990024, Revision F,

Vad J., Bencze F., Corsini A., Rispoli F. (2001) Non-free vortex flow effects in an axial flow rotor, Periodica Polytechnica Mechanical Engineering, 45(2), pp. 201-216. <https://pp.bme.hu/me/article/view/1420>

Walker D. A., Williams M. C., House R. D. (1976) Intrablade velocity measurements in a transonic fan utilizing a laser Doppler velocimeter Minnesota Symposium on Laser Anemometry, Bloomington, Minn., October 22-24, 1975, Proceedings, p. 124-145. <http://adsabs.harvard.edu/abs/1976laan.symp..124W>

Warsi, Z.U.A. (1998) Fluid dynamics, theoretical and computational approaches, Boca Raton, London, New York, Washington,D.C., CRC, ISBN: 978-0849324079

Интернет извори:

<https://www.eng.uwo.ca/research/afm/documents/tsi1.pdf>

## **Биографија**

Новица Звонков Јанковић рођен је 17.08.1983. год. у Бајиној Башти, општина Бајина Башта, СР Србија, СФРЈ. У Бајиној Башти је завршио основну школу „Свети Сава“ и гимназију „Јосиф Панчић“. Дипломирао је на Машинском факултету Универзитета у Београду 27.04.2009. године са просечном оценом 7,71 (7 и 71/100) на предмету Техника мерења, тема: „Испитивање реверзибилног млазног аксијалног вентилатора за одржавање еколошких услова у ауто тунелима“, ментор: проф. др Мирослав Бенишек. Од 2009. до 2011. године био је запослен у Иновационом центру Машинског факултета, а од 2011. на Машинском факултету, као истраживач сарадник на више пројекта МПНТР.

Докторске студије уписао је 2009. године и положио све предмете са просечном оценом 10 (десет). На Катедри за Хидрауличне машине и енергетске системе ради као сарадник у настави на више предмета.

Истраживачко и стручно знање стицао је у Србији и Црној Гори, као и у Немачкој (2006-2007. - Флајдереров институт за турбомашине, Брауншвајг, 2011-2012. - Институт за струјне машине, Машински факултет, Карлсруе) и Швајцарској (2018. - EPFL Лозана).

Аутор је или коаутор 6 научних радова у часописима међународног значаја са SCI листе, 19 радова регистрованих од WoS цитатне базе, 4 рада у часописима националног значаја, више радова на сколовима националног и међународног значаја, стручних извештаја, техничких решења и др.

Од страних језика говори енглески, а служи се руским и немачким.

*образац изјаве о ауторству*

## **Изјава о ауторству**

Име и презиме аутора Новица Јанковић

Број индекса Д26/09

### **Изјављујем**

да је докторска дисертација под насловом

ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА И ТЕОРИЈСКА ИСТРАЖИВАЊА СТРУКТУРЕ ТУРБУЛЕНТНОГ  
ВИХОРНОГ СТРУЈАЊА У МЛАЗУ АКСИЈАЛНОГ ВЕНТИЛАТОРА

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио/ла интелектуалну својину других лица.

### **Потпис аутора**

У Београду, 22.01.2020.



*образац изјаве о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада*

## **Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада**

Име и презиме аутора Новица Јанковић

Број индекса Д26/09

Студијски програм Докторске Академске Студије

ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА И ТЕОРИЈСКА ИСТРАЖИВАЊА СТРУКТУРЕ ТУРБУЛЕНТНОГ ВИХОРНОГ  
Наслов рада СТРУЈАЊА У МЛАЗУ АКСИЈАЛНОГ ВЕНТИЛАТОРА

Ментор в. проф. др Ђорђе Чантрак

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла ради похрањивања у **Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

### **Потпис аутора**

У Београду, 22.01.2020.



*образац изјаве о коришћењу*

## **Изјава о коришћењу**

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

---

### **ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА И ТЕОРИЈСКА ИСТРАЖИВАЊА СТРУКТУРЕ ТУРБУЛЕНТНОГ ВИХОРНОГ СТРУЈАЊА У МЛАЗУ АКСИЈАЛНОГ ВЕНТИЛАТОРА**

---

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

- 1. Ауторство (CC BY)
- 2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)
- 3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)
- 4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
- 5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)
- 6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци.  
Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

### **Потпис аутора**

У Београду, 22.01.2020.

- 1. Ауторство.** Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најсвободнија од свих лиценци.
- 2. Ауторство – некомерцијално.** Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.
- 3. Ауторство – некомерцијално – без прерада.** Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.
- 4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима.** Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.
- 5. Ауторство – без прерада.** Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.
- 6. Ауторство – делити под истим условима.** Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцима, односно лиценцима отвореног кода.