



**UNIVERZITET U NOVOM SADU
FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA**



ANALIZA DINAMIČKOG PONAŠANJA KUGLIČNIH LEŽAJA PRIMENOM VEŠTAČKIH NEURONSKIH MREŽA

DOKTORSKA DISERTACIJA

Mentor 1:

Vanr. prof. dr Milan Rackov

Mentor 2:

Vanr. prof. dr Aleksandar Živković

Kandidat

Ivan Knežević

Novi Sad, 2020.



КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА

Редни број, РБР:	
Идентификациони број, ИБР:	
Тип документације, ТД:	Монографска публикација
Тип записа, ТЗ:	Текстуални штампани материјал
Врста рада, ВР:	Докторска дисертација
Аутор, АУ:	Иван Кнежевић, маг. инж. маш.
Ментор, МН:	Проф. др Александар Живковић, Проф. др Милан Рацков,
Наслов рада, НР:	Анализа динамичког понашања котрљајних лежаја применом вештачких неуронских мрежа
Језик публикације, ЈП:	Српски
Језик извода, ЈИ:	Српски/Енглески
Земља публиковања, ЗП:	Република Србија
Уже географско подручје, УГП:	АП Војводина
Година, ГО:	2020.
Издавач, ИЗ:	Ауторски репринт
Место и адреса, МА:	Нови Сад, Трг Доситеја Обрадовића 6
Физички опис рада, ФО: (поглавља/страна/цитата/табела/слика/графика/прилога)	10/173/126/74/106/0/3
Научна област, НО:	Машинско инжењерство
Научна дисциплина, НД:	Механички преносници
Предметна одредница/Кључне речи, ПО:	Котрљајни лежаји, вибрације, динамичко понашање, вештачке неуронске мреже
УДК	621
Чува се, ЧУ:	Библиотека Факултета техничких наука
Важна напомена, ВН:	
Извод, ИЗ:	<p>Предмет ове докторске дисертације је анализа динамичког понашања котрљајних лежаја применом вештачких неуронских мрежа. На бази резултата експерименталног испитивања обучене су вештачке неуронске мреже које су способне да предвиде амплитуде брзине вибрација лежаја. Вибрације које лежај генерише зависе од низа утицајних параметара који се могу поделити на конструкционе, технолошке и експлоатационе. Модели добијени применом вештачких неуронских мрежа одређују зависности између утицајних параметара и амплитуда брзине вибрација које лежај генерише. Валидација неуронских модела извршена је на основу експерименталних резултата. Анализиран је утицај сваког параметра лежаја на амплитуде брзине вибрација у карактеристичним подручјима фреквенција. У раду су приказани и резултати међусобног утицаја више параметара. Моделима су добијене препоручене вредности утицајних параметара лежаја. При анализи технолошких параметара уведени су: параметар еквивалентне површинске храпавости, параметар еквивалентне валовитости и параметар еквивалентног одступања од кружности стаза котрљања. Новоуведени параметри омогућавају боље разумевање утицаја на динамичко понашање. У раду је показано да су неуронски модели способни да на основу параметара лежаја предвиде класу квалитета лежаја.</p>
Датум прихватања теме, ДП:	
Датум одбране, ДО:	
Чланови комисије, КО:	Председник: Др Радивоје Митровић, редовни професор
	Члан: Др Жељко Кановић, ванредни професор
	Члан: Др Жарко Мишковић, доцент
	Члан, ментор: Др Александар Живковић, ванредни професор
	Члан, ментор: Др Милан Рацков, ванредни професор



KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number, ANO :	
Identification number, INO :	
Document type, DT :	Monographic publication
Type of record, TR :	Textual material, printed
Contents code, CC :	Doctoral dissertation
Author, AU :	MSc Ivan Knežević
Mentor, MN :	Associate Professor dr Aleksandar Živković, Associate Professor dr Milan Rackov
Title, TI :	Analysis of Dynamical Behaviour of Ball Bearings Using Artificial Neural Networks
Language of text, LT :	Serbian
Language of abstract, LA :	Serbian/English
Country of publication, CP :	Republic of Serbia
Locality of publication, LP :	AP Vojvodina
Publication year, PY :	2020.
Publisher, PB :	Author's reprint
Publication place, PP :	Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 6
Physical description, PD : (chapters/pages/ref./tables/pictures/graphs/appendixes)	10/173/126/74/106/0/3
Scientific field, SF :	Mechanical Engineering
Scientific discipline, SD :	Mechanical transmissions
Subject/Key words, S/KW :	Ball bearings, vibrations, dynamic behavior, artificial neural networks
UC	621
Holding data, HD :	The Library of the Faculty of Technical Sciences
Note, N :	
Abstract, AB :	<p>The subject of this doctoral dissertation is the analysis of the dynamic behavior of ball bearings using artificial neural networks. Based on the results of the experimental test, artificial neural networks were trained to be able to predict the amplitudes of the bearing vibration velocity. The vibrations generated by the bearing depend on a number of influential parameters that can be divided into construction, technological and exploitation. Models obtained by applying artificial neural networks determined the dependences between the influencing parameters and the amplitudes of the vibration velocity generated by the bearing. Validation of neural models was performed based on experimental results. The influence of each parameter on the vibration velocity amplitudes in the characteristic frequency ranges was analyzed. The paper also presents the results of the mutual influence of several parameters. The models obtained the recommended values of the influential bearing parameters. In the analysis of technological parameters, the following parameters were introduced: the parameter of equivalent surface roughness, the parameter of equivalent waviness and the parameter of equivalent roundness error of raceways. The newly introduced parameters provide a better understanding of the impact on dynamic behavior. The paper shows that neural models are able to predict the bearing quality class based on bearing parameters.</p>
Accepted by the Scientific Board on, ASB :	
Defended on, DE :	
Defended Board, DB :	
President:	Dr Radivoje Mitrović, Full Professor
Member:	Dr Željko Kanović, Associate Professor
Member:	Dr Žarko Mišković, Assistant Professor
Member, Mentor:	Dr Aleksandar Živković, Associate Professor
Member, Mentor:	Dr Milan Rackov, Associate Professor
	Mentor's sign

ZAHVALNOST

Posebnu zahvalnost dugujem mentorima profesoru Aleksandru Živkoviću i profesoru Milanu Rackovu. Njihova nesebična pomoć i strpljenje su mi mnogo pomogli tokom pisanja ove disertacije. Želim posebno da istaknem njihovu posvećenost i spremnost za diskusije u bilo kom trenutku. Profesoru Milanu Rackovu zahvaljujem na neizmernoj podršci koju mi pruža od trenutka kada sam postao deo kolektiva Katedre.

Zahvaljujem se i članovima Komisije prof. dr Radivoju Mitroviću, vanr. prof. dr Željku Kanoviću i doc. dr Žarku Miškoviću na izuzetno korisnim sugestijama i savetima, koji su mi puno pomogli u kreiranju finalne verzije doktorske disertacije.

Želim da se zahvalim na podršci kolegama sa Katedre za mašinske elemente, teoriju mašina i mehanizama i poljoprivredno mašinstvo, kao i kolegama sa Departmana za Mehanizaciju i konstrukciono mašinstvo.

Na kraju, ali ne najmanje želim da se zahvalim porodici na podršci tokom izrade ovog rada. Najveću zahvalnost dugujem mojoj Aleksandri, koja mi je pružila nesebičnu podršku, beskrajno razumevanje i zbog odricanja kroz koje je morala proći tokom izrade disertacije.

SADRŽAJ

1. UVOD.....	1
2. KONSTRUKCIJA I VIBRACIJE KUGLIČNIH LEŽAJA	4
2.1. Konstrukcioni parametri kugličnih ležaja	5
2.1.1. Spoljašnja geometrija kugličnih ležaja	5
2.1.2. Unutrašnja geometrija kugličnih ležaja	6
2.1.2.1. Definisanje staza kotrljanja	7
2.1.2.2. Kotrljajna tela.....	7
2.1.2.3. Zazor i ugao kontakta	8
2.2. Mehanizmi nastanka vibracija u kotrljajnim ležajima	9
2.2.1. Vibracije usled elemenata strukture ležaja	10
2.2.2. Vibracije usled periodične promene krutosti.....	11
2.2.3. Vibracije usled geometrijske nesavršenosti.....	14
2.2.3.1. Površinska hrapavost staza kotrljanja i kuglica	15
2.2.3.2. Valovitost staza kotrljanja i kuglica.....	17
2.2.3.3. Odstupanje od kružnosti (ovalnost i poligonalnost) staza kotrljanja	17
2.2.4. Vibracije usled oštećenja elemenata ležaja	19
2.2.5. Vibracije kao posledica negativnog dejstva okoline.....	19
2.3. Karakteristične frekvencije kotrljajnih ležaja.....	19
3. PRESEK STANJA ISTRAŽIVANJA PONAŠANJA KUGLIČNIH LEŽAJA.....	21
3.1. Presek istraživanja statičkog i dinamičkog ponašanja ležaja.....	21
3.1.1. Istraživanja statičkog ponašanja	22
3.1.2. Istraživanje dinamičkog ponašanja kugličnih ležaja	24
3.1.2.1. Vibracije usled strukture elemenata ležaja.....	24
3.1.2.1.1. Uticaj radijalnog zazora.....	26
3.1.2.1.2. Uticaj ugla kontakta.....	27
3.1.2.2. Vibracije usled geometrijske nesavršenosti	28
3.1.2.2.1. Uticaj valovitosti staza kotrljanja i kuglica.....	28
3.1.2.2.2. Uticaj površinske hrapavosti i podmazivanja.....	30
3.1.2.2.3. Uticaj odstupanja od kružnosti staza kotrljanja.....	32
3.1.2.3. Vibracije usled oštećenja elemenata tokom eksploatacije.....	33
3.1.2.4. Vibracije kao posledica negativnog dejstva okoline u kojoj ležaj radi.....	33
3.2. Primena veštačkih neuronskih mreža u istraživanju kotrljajnih ležaja.....	33
3.3. Definisanje cilja i problema istraživanja	36

4. ANALIZA UTICAJNIH PARAMETARA NA PONAŠANJE KUGLIČNIH LEŽAJA.....	37
4.1. Uticaj konstrukcionih parametara na ponašanje ležaja	38
4.2. Uticaj tehnoloških parametara na ponašanje ležaja	45
4.2.1. Uticaj površinske hrapavosti	45
4.2.2. Uticaj valovitosti	47
4.2.3. Uticaj odstupanja od kružnosti	51
4.3. Uticaj eksploatacionih parametara na ponašanje ležaja.....	55
5. EKSPERIMENTALNO ISPITIVANJE I PRIKAZ REZULTATA MERENJA.....	59
5.1. Uzorak za eksperimentalno ispitivanje.....	59
5.2. Plan eksperimenta.....	60
5.3. Uređaj za merenje	61
5.4. Tehnike za obradu izmerenog signala	62
5.5. Analiza rezultata merenja	65
5.5.1. Uticaj konstrukcionih parametara.....	67
5.5.1.1. Uticaj radijalnog zazora na brzine vibracija.....	67
5.5.1.2. Uticaj odnosa poluprečnika staza kotrljanja na brzine vibracija	68
5.5.2. Uticaj tehnoloških parametara.....	69
5.5.2.1. Uticaj površinske hrapavosti staza kotrljanja na brzine vibracija	69
5.5.2.2. Uticaj valovitosti staza kotrljanja na brzine vibracija.....	71
5.5.2.3. Uticaj odstupanja od kružnosti staza kotrljanja na brzine vibracija	74
5.5.3. Uticaj eksploatacionih parametara	77
5.5.3.1. Uticaj aksijalnog opterećenja na brzine vibracija.....	77
5.5.3.2. Uticaj količine maziva na brzine vibracija.....	80
6. VEŠTAČKE NEURONSKE MREŽE	87
6.1. Istorija veštačkih neuronskih mreža	89
6.2. Veštački neuron.....	90
6.3. Arhitektura neuronskih mreža	92
6.4. Obuka neuronskih mreža.....	92
6.5. Generalizacija neuronske mreže	94
7. DEFINISANJE MODELA PRIMENOM VEŠTAČKE NEURONSKE MREŽE	96
7.1. Struktura ulaznih i izlaznih parametara	97
7.2. Pretprocesiranje podataka i definisanje skupova podataka za obuku, validaciju i testiranje	99

7.3. Postupak obuke skupa veštačkih neuronskih mreža za modele bez uticaja podmazivanja	100
7.4. Postupak obuke veštačkih neuronskih mreža za modele kod kojih se uzima u obzir uticaj podmazivanja	101
7.5. Arhitektura veštačkih neuronskih mreža	102
7.5.1. Veštačke neuronske mreže sa jednim skrivenom slojem, bez uticaja podmazivanja	103
7.5.2. Veštačke neuronske mreže sa dva skrivena sloja, bez uticaja podmazivanja	105
7.5.3. Veštačke neuronske mreže sa tri skrivena sloja, bez uticaja podmazivanja	109
7.5.4. Veštačke neuronske mreže sa jednim skrivenom slojem sa uticajem podmazivanja	111
7.5.5. Veštačke neuronske mreže sa dva skrivena sloja sa uticajem podmazivanja	113
7.5.6. Veštačke neuronske mreže sa tri skrivena sloja sa uticajem podmazivanja	115
7.6. Izbor algoritma za obuku	118
8. VERIFIKACIJA MODELA I ANALIZA UTICAJA POJEDINIH PARAMETARA	119
8.1. Analiza uticaja konstrukcionih parametra	119
8.1.1. Uticaj odnosa poluprečnika staza kotrljanja	119
8.1.2. Uticaj radijalnog zazora	121
8.2. Uticaj tehnoloških parametara	123
8.2.1. Uticaj površinske hrapavosti staza kotrljanja	123
8.2.2. Uticaj valovitosti staze kotrljanja	125
8.2.3. Uticaj odstupanja od kružnosti staze kotrljanja	127
8.3. Uticaj eksploatacionih parametara	130
8.3.1. Uticaj aksijalnog opterećenja	130
8.3.2. Uticaj količine maziva	132
8.4. Međusobni uticaj parametara	134
9. ZAVRŠNA RAZMATRANJA	162
9.1. Sumiranje rezultata istraživanja	164
9.2. Pravci budućeg istraživanja	166
10. LITERATURA	167
PRILOZI	174

SADRŽAJ SLIKA

Slika 2.1. Radijalni kotrljajni ležaj a) Elementi kotrljajnog ležaja b) Odnos poluprečnika staze kotrljanja i prečnika kuglice	4
Slika 2.2. Osnovne dimenzije jednoredog kugličnog ležaja sa radijalnim dodirom [5]	6
Slika 2.3. Unutrašnja geometrija jednoredog kugličnog ležaja sa radijalnim dodirom.....	7
Slika 2.4 Ugao između kuglica i smer obrtanja unutrašnjeg prstena i kuglica [9]	8
Slika 2.5. Ugao kontakta kod radijalnog kugličnog ležaja pri dejstvu aksijalnog opterećenja	9
Slika 2.6. Oslanjanje unutrašnjeg prstena na neparan i paran broj kuglica [6]	10
Slika 2.7. Šematski prikaz kontakta dve kuglice [9].....	12
Slika 2.8. Oblik kontaktne površine kuglice i staza kotrljanja [8].....	13
Slika 2.9. Raspodela kontaktnog napona na eliptičnoj površini kontakta [8].....	14
Slika 2.10. Klasifikacija geometrijskih nepravilnosti [15].....	15
Slika 2.11. Parametri površinske hrapavosti R_a , R_q i referentna dužina l	15
Slika 2.12. Srednja visina neravnina R_z	16
Slika 2.13. Profili hrapavosti i valovitosti prema SRPS EN ISO 4287 [16]	17
Slika 2.14. Ovalna staza kotrljanja.....	18
Slika 2.15. Poligonalna staza kotrljanja	18
Slika 4.1. Uticaj radijalnog zazora na raspodelu opterećenja na kotrljajna tela [26] a) ležaj sa nultim zazorom; b) ležaj sa zazorom	39
Slika 4.2. Uticaj odnosa relativnog pomeranja prstenova i polovine radijalnog zazora ($2w/G_r$) na broj aktivnih kotrljajnih tela koja učestvuju u prenosu spoljašnjeg radijalnog opterećenja za slučaj neparanog broja kotrljajnih tela [22]	40
Slika 4.3. Uticaj odnosa relativnog pomeranja prstenova i polovine radijalnog zazora ($2w/G_r$) na broj aktivnih kotrljajnih tela koja učestvuju u prenosu spoljašnjeg radijalnog opterećenja za slučaj parnog broja kotrljajnih tela [22]	40
Slika 4.4. Zavisnost pomeranja radijalnog kugličnog ležaja 6206 od radijalnog zazora i broja kotrljajnih tela bez prisustva kontaktnih deformacija [39]	41
Slika 4.5. Promena amplitude oscilovanja kotrljajnih tela u zavisnosti od zazora a) $G_r = 1 \mu\text{m}$; b) $G_r = 12 \mu\text{m}$; c) $G_r = 6 \mu\text{m}$; d) $G_r = 20 \mu\text{m}$ [43].....	42
Slika 4.6. Zavisnost amplitude brzine vibracija od radijalnog zazora u frekventnim područjima [41]: a) niskih frekvencija; b) srednjih frekvencija; c) visokih frekvencija	43
Slika 4.7. Zavisnost brzine vibracija od veličine radijalnog zazora i frekvencije obrtanja [97]	43

Slika 4.8. Zavisnost krutosti radijalnog ležaja od [13]: a) radijalnog opterećenja; b) brzine obrtanja; c) modula elastičnosti materijala; d) parametra zakrivljenosti dodirnih površina; e) parametra podmazivanja Λ ; f) parametra pravca prostiranja neravnina na mestu kontakta	44
Slika 4.9. Zavisnost koeficijenta krutosti od spoljašnjeg opterećenja [93]: a) koeficijent radijalne krutosti u zavisnosti od radijalne sile; b) koeficijent aksijalne krutosti u zavisnosti od aksijalne sile	45
Slika 4.10. Zavisnost površinske hrapavosti staza kotrljanja i učešća vrhova neravnina u prenosu opterećenja i debljine uljnog filma [17]: a) prenos opterećenja preko vrhova neravnina i površinske hrapavosti unutrašnjeg prstena; b) odnos debljine uljnog filma i površinske hrapavosti unutrašnjeg prstena; c) prenos opterećenja preko vrhova neravnina i površinske hrapavosti spoljašnjeg prstena; d) odnos debljine uljnog filma i površinske hrapavosti spoljašnjeg prstena	46
Slika 4.11. Zavisnost površinske hrapavosti i amplituda brzine vibracija [107]: a) područje niskih frekvencija; b) područje srednjih frekvencija; c) područje visokih frekvencija.....	47
Slika 4.12. Uticaj valovitosti na amplitude ubrzanja vibracija [60]: a) različit broj talasa na unutrašnjem prstenu; b) različit broj talasa na spoljašnjem prstenu; c) različita amplituda valovitosti na unutrašnjem prstenu; d) različita amplituda valovitosti na spoljašnjem prstenu.....	48
Slika 4.13. Frekvencije na kojima se javljaju maksimalne amplitude vibracija usled neravnomerne raspodele talasa [60]	49
Slika 4.14. Uticaj amplitude valovitosti spoljašnjeg prstena na amplitude vibracija [59]: a) oblast niskih frekvencija; b) oblast srednjih frekvencija; c) oblast visokih frekvencija.....	49
Slika 4.15. Uticaj amplitude valovitosti unutrašnjeg prstena na amplitude vibracija [59]: a) oblast niskih frekvencija; b) oblast srednjih frekvencija; c) oblast visokih frekvencija.....	50
Slika 4.16. Uticaj amplitude valovitosti oba prstena na amplitude vibracija [59]: a) oblast niskih frekvencija; b) oblast srednjih frekvencija; c) oblast visokih frekvencija; d) ceo frekventni opseg	51
Slika 4.17. Dijagram zavisnosti koeficijenta raspodele opterećenja od stepena ovalnosti staze kotrljajnja unutrašnjeg prstena za vrednosti ukupnog broja kotrljajnih tela $Z = 9, 10, 11, 12$ [109].....	52
Slika 4.18. Dijagram zavisnosti koeficijenta raspodele opterećenja od stepena trigonalnosti staze kotrljajnja unutrašnjeg prstena za vrednosti ukupnog broja kotrljajnih tela $Z = 9, 10, 11, 12$ [109].....	53
Slika 4.19. Prikaz najviše i najniže tačke izmerenog profila [78]	54
Slika 4.20. Zavisnost odstupanja od kružnosti unutrašnjeg prstena i amplituda brzine vibracija [78]: a) područje niskih frekvencija; b) područje srednjih frekvencija; c) područje visokih frekvencija.....	54

Slika 4.21. Promena spoljašnjeg opterećenja u zavisnosti od broja obrtaja [110]	55
Slika 4.22. Pomeranje unutrašnjeg prstena radijalnog kugličnog ležaja usled dejstva aksijalne sile [111].....	56
Slika 4.23. Zavisnost amplituda vibracija u spektru snage od aksijalne sile [112]	56
Slika 4.24. Promena površinske hrapavosti za podmazan ležaj i ležaj bez podmazivanja u zavisnosti od vremena rada [113]	57
Slika 4.25. Promena vrste podmazivanja tokom vremena [113].....	58
Slika 5.1. Ležaji sa različitom količinom masti a) bez podmazivanja; b) 0,7 g masti; c) 1,4 g masti; d) 2,1 g masti; e) 2,8 g masti	60
Slika 5.2. Precizna vaga i masa ležaja bez masti	61
Slika 5.3. Eksperimentalni uređaj za merenje vibracija kotrljajnih ležaja	62
Slika 5.4. Šematski prikaz principa merenja vibracija pomoću elektrodinamičke sonde ...	62
Slika 5.5. Blok dijagram merno-upravljačkog sistema	62
Slika 5.6. Vibracijski signal u vremenskom domenu	64
Slika 5.7. Vibracijski signal u frekventnom domenu	64
Slika 5.8. Prikaz obrađenog signala a) <i>Peak</i> vrednost po područjima; b) <i>RMS</i> vrednost po područjima	65
Slika 5.9. Zavisnost radijalnog zazora i amplituda brzine vibracija u području srednjih frekvencija, bez podmazivanja	68
Slika 5.10. Zavisnost odnosa poluprečnika staza kotrljanja i amplituda brzine vibracija u području srednjih frekvencija, bez podmazivanja.....	69
Slika 5.11. Zavisnost ekvivalentne površinske hrapavosti staza kotrljanja i amplituda brzine vibracija u području srednjih frekvencija, bez podmazivanja	71
Slika 5.12. Zavisnost ekvivalentne valovitosti staza kotrljanja i amplituda brzine vibracija u području srednjih frekvencija, bez podmazivanja	73
Slika 5.13. Zavisnost ekvivalentnog odstupanja od kružnosti staza kotrljanja i amplituda brzine vibracija u području niskih frekvencija, bez podmazivanja	75
Slika 5.14. Zavisnost aksijalnog opterećenja i amplituda brzine vibracija u području niskih frekvencija za ležaje oznake 31 i 65.....	78
Slika 5.15. Zavisnost količine maziva i amplituda brzine vibracija u području niskih frekvencija za ležaje oznake 31 i 65.....	82
Slika 5.16. Linearni koeficijenti korelacije parametara ležaja i područja frekvencija, pri spoljašnjem opterećenju od 200 N, bez podmazivanja a) područje niskih frekvencija; b) područje srednjih frekvencija; c) područje visokih frekvencija	83
Slika 5.17. Linearni koeficijenti korelacije parametara ležaja i područja frekvencija, pri spoljašnjem opterećenju od 200 N, bez podmazivanja (ekvivalentni tehnološki parametri) a) područje niskih frekvencija; b) područje srednjih frekvencija; c) područje visokih frekvencija	84

Slika 5.18. Linearni koeficijenti korelacije parametara ležaja i područja frekvencija, pri spoljašnjem opterećenju od 200 N i podmazivanjem ležaja sa 1,4 g maziva a) područje niskih frekvencija; b) područje srednjih frekvencija; c) područje visokih frekvencija	85
Slika 5.19. Linearni koeficijenti korelacije parametara ležaja i područja frekvencija, pri spoljašnjem opterećenju od 200 N i podmazivanjem ležaja sa 1,4 g maziva (ekvivalentni tehnološki parametri) a) područje niskih frekvencija; b) područje srednjih frekvencija; c) područje visokih frekvencija	86
Slika 6.1. Biološki neuron	87
Slika 6.2. Primer strukture neuronske mreže sa jednim skrivenim slojem	89
Slika 6.3. Model veštačkog neurona	90
Slika 6.4. Linearna funkcija [119].....	90
Slika 6.5. Binarna funkcija [119]	91
Slika 6.6. Sigmoidna funkcija [119].....	91
Slika 6.7. Tangens – hiperbolična funkcija [119].....	91
Slika 6.8. Minimizacija greške obučavanja [119].....	93
Slika 7.1. Struktura ulaznih i izlaznih parametara veštačke neuronske mreže, tehnološki parametri posebno za oba prstena, bez uticaja EHL-a (podmazivanja)	98
Slika 7.2. Struktura ulaznih i izlaznih parametara veštačke neuronske mreže, ekvivalentni tehnološki parametri, bez uticaja EHL-a (podmazivanja)	99
Slika 7.3. Opšta raspodela podataka na skupove za obuku, validaciju i testiranje	100
Slika 7.4. Raspodela podataka na skupove za obuku, validaciju i testiranje prema ležajima	100
Slika 7.5. Pregled načina formiranja modela bez uticaja podmazivanja	101
Slika 7.6. Pregled načina formiranja modela za modele sa uticajem podmazivanja.....	101
Slika 8.1. Zavisnost <i>RMS</i> vrednosti amplitude brzine vibracija od odnosa poluprečnika staze kotrljanja, prema modelu 1, ležaj 14.....	120
Slika 8.2. Zavisnost odnosa poluprečnika staze kotrljanja i <i>RMS</i> vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 14.....	121
Slika 8.3. Zavisnost <i>RMS</i> vrednosti brzine vibracija od veličine radijalnog zazora, prema modelu 1, ležaj 14.....	122
Slika 8.4. Zavisnost <i>RMS</i> vrednosti brzine vibracija od veličine radijalnog zazora, prema modelu 2, ležaj 14.....	122
Slika 8.5. Zavisnost <i>RMS</i> vrednosti brzine vibracija od površinske hrapavosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena, prema modelu 1, ležaj 14	123
Slika 8.6. Zavisnost <i>RMS</i> vrednosti amplitude brzine vibracija od amplitude površinske hrapavosti staze kotrljanja unutrašnjeg prstena, prema modelu 1, ležaj 14	124

Slika 8.7. Zavisnost <i>RMS</i> vrednosti amplitude brzine vibracija od ekvivalentne površinske hrapavosti staza kotrljanja, prema modelu 2, ležaj 14.....	125
Slika 8.8. Zavisnost <i>RMS</i> vrednosti amplitude brzine vibracija od amplitude valovitosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena prema modelu 1, ležaj 14	125
Slika 8.9. Zavisnost <i>RMS</i> vrednosti amplitude brzine vibracija od amplitude valovitosti staze kotrljanja unutrašnjeg prstena, prema modelu 1, ležaj 14	126
Slika 8.10. Zavisnost <i>RMS</i> vrednosti amplitude brzine vibracija od amplitude ekvivalentne valovitosti staza kotrljanja, prema modelu 2, ležaj 14.....	127
Slika 8.11. Zavisnost <i>RMS</i> vrednosti amplitude brzine vibracija od odstupanja od kružnosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena, prema modelu 1, ležaj 14	128
Slika 8.12. Zavisnost <i>RMS</i> vrednosti amplitude brzine vibracija od odstupanja od kružnosti staze kotrljanja unutrašnjeg prstena, prema modelu 1, ležaj 14 ...	129
Slika 8.13. Zavisnost <i>RMS</i> vrednosti amplitude brzine vibracija od amplitude ekvivalentnog odstupanja od kružnosti staza kotrljanja, prema modelu 2, ležaj 14	129
Slika 8.14. Zavisnost <i>RMS</i> vrednosti amplitude brzine vibracija od aksijalnog opterećenja, prema modelu 1, ležaj 14	130
Slika 8.15. Zavisnost <i>RMS</i> vrednosti amplitude brzine vibracija od aksijalnog opterećenja, prema modelu 2, ležaj 14.....	131
Slika 8.16. Zavisnost <i>RMS</i> vrednosti amplitude brzine vibracija od količine maziva u ležaju u karakterističnim područjima frekvencija, prema modelu 3, ležaj 14.....	132
Slika 8.17. Zavisnost <i>RMS</i> vrednosti amplitude brzine vibracija od količine maziva u ležaju u karakterističnim područjima frekvencija, prema modelu 4, ležaj 14.....	133
Slika 8.18. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i radijalnog zazora na <i>RMS</i> vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 14	134
Slika 8.19. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i hrapavosti spoljašnjeg prstena na <i>RMS</i> vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 14	136
Slika 8.20. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i hrapavosti unutrašnjeg prstena na <i>RMS</i> vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 14	138
Slika 8.21. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i ekvivalentne hrapavosti na <i>RMS</i> vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 14	140
Slika 8.22. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude valovitosti spoljašnjeg prstena na <i>RMS</i> vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 14	141
Slika 8.23. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude valovitosti unutrašnjeg prstena na <i>RMS</i> vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 14	143
Slika 8.24. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude ekvivalentne valovitosti na <i>RMS</i> vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 14	145

Slika 8.25. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude odstupanja od kružnosti spoljašnjeg prstena na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 14	146
Slika 8.26. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude odstupanja od kružnosti unutrašnjeg prstena na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 14	148
Slika 8.27. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude ekvivalentnog odstupanja od kružnosti na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 14	150
Slika 8.28. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i količine maziva na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 4, ležaj 14	152
Slika 8.29. Međusobni uticaj radijalnog zazora i amplitude ekvivalentne hrapavosti na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 14	153
Slika 8.30. Međusobni uticaj radijalnog zazora i amplitude ekvivalentne valovitosti na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 14	155
Slika 8.31. Međusobni uticaj radijalnog zazora i amplitude ekvivalentnog odstupanja od kružnosti na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 14	157
Slika 8.32. Međusobni uticaj količine maziva i amplitude ekvivalentne hrapavosti na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 14, za 200 N.....	159
Slika 8.33. Međusobni uticaj količine maziva i amplitude ekvivalentne hrapavosti na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 14, za 1000 N.....	160

SADRŽAJ TABELA

Tabela 4.1. Upporedne karakteristike ležaja [101].....	38
Tabela 4.2. Analizirani slučajji valovitosti [60].....	47
Tabela 4.3. Zavisnost amplituda odstupanja od kružnosti i brzine vibracija [78]	54
Tabela 5.1. Veličina radijalnog zazora prema ISO 5753:2009 za ležaj 6006.....	59
Tabela 5.2. Plan eksperimenta	60
Tabela 5.3. Pregled uticajnih parametara ležaja na amplitude vibracija	65
Tabela 5.4. <i>Pearson</i> -ov koeficijent korelacije i objašnjenje korelacije [114]	66
Tabela 5.5. Osnovna statistička obeležja analiziranih parametara ležaja	66
Tabela 5.6. Uticaj radijalnog zazora na amplitude vibracija prema područjima frekvencija u zavisnosti od količine podmazivanja za aksijalno opterećenje 200 N	67
Tabela 5.7. Uticaj odnosa poluprečnika staza kotrljanja na amplitude vibracija prema područjima frekvencija u zavisnosti od količine maziva za aksijalno opterećenje 200 N	68
Tabela 5.8. Uticaj površinske hrapavosti spoljašnjeg prstena za različite količine maziva pri aksijalnom opterećenju od 200 N za različita područja frekvencija	70
Tabela 5.9. Uticaj površinske hrapavosti unutrašnjeg prstena za različite količine maziva pri aksijalnom opterećenju od 200 N za različita područja frekvencija	70
Tabela 5.10. Uticaj ekvivalentne površinske hrapavosti za različite količine maziva pri aksijalnom opterećenju od 200 N za različita područja frekvencija	71
Tabela 5.11. Uticaj valovitosti spoljašnjeg prstena za različite količine maziva pri aksijalnom opterećenju od 200 N za različita područja frekvencija	72
Tabela 5.12. Uticaj valovitosti unutrašnjeg prstena za različite količine maziva pri aksijalnom opterećenju od 200 N za različita područja frekvencija	72
Tabela 5.13. Uticaj ekvivalentne valovitosti za različite količine maziva pri aksijalnom opterećenju od 200 N za različita područja frekvencija	73
Tabela 5.14. Uticaj odstupanja od kružnosti spoljašnjeg prstena za različite količine maziva pri aksijalnom opterećenju od 200 N za različita područja frekvencija	74
Tabela 5.15. Uticaj odstupanja od kružnosti unutrašnjeg prstena za različite količine maziva pri aksijalnom opterećenju od 200 N za različita područja frekvencija	75
Tabela 5.16. Uticaj ekvivalentnog odstupanja od kružnosti za različite količine maziva pri aksijalnom opterećenju od 200 N za različita područja frekvencija	76

Tabela 5.17. Uticaj aksijalnog opterećenja na amplitude brzine vibracija u području niskih frekvencija, bez podmazivanja	77
Tabela 5.18. Uticaj aksijalnog opterećenja na amplitude brzine vibracija u području srednjih frekvencija, bez podmazivanja	78
Tabela 5.19. Uticaj aksijalnog opterećenja na amplitude brzine vibracija u području visokih frekvencija, bez podmazivanja	79
Tabela 5.20. Uticaj količine maziva na amplitude brzine vibracija u području niskih frekvencija za aksijalno opterećenje od 200 N	80
Tabela 5.21. Uticaj količine maziva na amplitude brzine vibracija u području srednjih frekvencija za aksijalno opterećenje od 200 N	81
Tabela 5.22. Uticaj količine maziva na amplitude brzine vibracija u području visokih frekvencija za aksijalno opterećenje od 200 N	82
Tabela 7.1. Pregled analiziranih modela veštačkih neuronskih mreža	97
Tabela 7.2. Zavisnost kumulativne vrednosti <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, koeficijenta determinacije i prosečne greške predviđanja od broja neurona, gde su tehnološki parametri analizirani posebno za <i>LM</i> i <i>SCG</i> algoritam obuke, za mreže sa jednim skrivenim slojem	103
Tabela 7.3. Zavisnost kumulativne vrednosti <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, koeficijenta determinacije i prosečne greške predviđanja, od broja neurona, gde su tehnološki parametri analizirani kao ekvivalentni za <i>LM</i> i <i>SCG</i> algoritam obuke, za mreže sa jednim skrivenim slojem	104
Tabela 7.4. Zavisnost kumulativne vrednosti <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, koeficijenta determinacije i prosečne greške predviđanja od broja neurona, gde su tehnološki parametri analizirani posebno za <i>LM</i> i <i>SCG</i> algoritam obuke, za mreže sa dva skrivena sloja	106
Tabela 7.5. Zavisnost kumulativne vrednosti <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, koeficijenta determinacije i prosečne greške predviđanja, od broja neurona, gde su tehnološki parametri analizirani kao ekvivalentni za <i>LM</i> i <i>SCG</i> algoritam obuke, za mreže sa dva skrivena sloja	107
Tabela 7.6. Zavisnost kumulativne vrednosti <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, koeficijenta determinacije i prosečne greške predviđanja od broja neurona, gde su tehnološki parametri analizirani posebno za <i>LM</i> i <i>SCG</i> algoritam obuke, za mreže sa tri skrivena sloja	109
Tabela 7.7. Zavisnost kumulativne vrednosti <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, koeficijenta determinacije i prosečne greške predviđanja od broja neurona, gde su tehnološki parametri posmatrani kao ekvivalentni za <i>LM</i> i <i>SCG</i> algoritam obuke, za mreže sa tri skrivena sloja	110
Tabela 7.8. Zavisnost kumulativne vrednosti <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, koeficijenta determinacije i prosečne greške predviđanja od broja neurona, gde su tehnološki parametri analizirani posebno za <i>LM</i> i <i>BR</i> algoritam obuke, za mreže sa jednim skrivenim slojem	111

Tabela 7.9. Zavisnost kumulativne vrednosti <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, koeficijenta determinacije i prosečne greške predviđanja od broja neurona, gde su tehnološki parametri analizirani kao ekvivalentni za <i>LM</i> i <i>BR</i> algoritam obuke, za mreže sa jednim skrivenim slojem.....	112
Tabela 7.10. Zavisnost kumulativne vrednosti <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, koeficijenta determinacije i prosečne greške predviđanja od broja neurona, gde su tehnološki parametri analizirani posebno za <i>LM</i> i <i>BR</i> algoritam obuke, za mreže sa dva skrivena sloja.....	113
Tabela 7.11. Zavisnost kumulativne vrednosti <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, koeficijenta determinacije i prosečne greške predviđanja od broja neurona, gde su tehnološki parametri analizirani kao ekvivalentni za <i>LM</i> i <i>BR</i> algoritam obuke, za mreže sa dva skrivena sloja.....	114
Tabela 7.12. Zavisnost kumulativne vrednosti <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, koeficijenta determinacije i prosečne greške predviđanja od broja neurona, gde su tehnološki parametri analizirani posebno za <i>LM</i> i <i>BR</i> algoritam obuke, za mreže sa tri skrivena sloja.....	115
Tabela 7.13. Zavisnost kumulativne vrednosti <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, koeficijenta determinacije i prosečne greške predviđanja od broja neurona, gde su tehnološki parametri analizirani kao ekvivalentni za <i>LM</i> i <i>BR</i> algoritam obuke, za mreže sa tri skrivena sloja.....	116
Tabela 7.14. Pregled najbolje ocenjenih modela kada se tehnološki parametri analiziraju posebno, bez podmazivanja	117
Tabela 7.15. Pregled najbolje ocenjenih modela kada se tehnološki parametri analiziraju kao ekvivalentni, bez podmazivanja.....	117
Tabela 7.16. Pregled najbolje ocenjenih modela kada se tehnološki parametri analiziraju posebno, sa uticajem podmazivanja	117
Tabela 7.17. Pregled najbolje ocenjenih modela kada se tehnološki parametri analiziraju kao ekvivalentni, sa uticajem podmazivanja	118
Tabela 8.1. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od odnosa poluprečnika staza kotrljanja, prema modelu 1, ležaj 42.....	120
Tabela 8.2. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od odnosa poluprečnika staza kotrljanja, prema modelu 2, ležaj 42.....	121
Tabela 8.3. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od radijalnog zazora, prema modelu 1, ležaj 42.....	121
Tabela 8.4. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od radijalnog zazora, prema modelu 2, ležaj 42.....	122
Tabela 8.5. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od površinske hrapavosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena, prema modelu 1, ležaj 42.....	123
Tabela 8.6. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od površinske hrapavosti staze kotrljanja unutrašnjeg prstena, prema modelu 1, ležaj 42.....	124
Tabela 8.7. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od ekvivalentne površinske hrapavosti staza kotrljanja, prema modelu 2, ležaj 42	125

Tabela 8.8. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od amplitude valovitosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena, prema modelu 1, ležaj 42	126
Tabela 8.9. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od amplitude valovitosti staze kotrljanja unutrašnjeg prstena, prema modelu 1, ležaj 42	126
Tabela 8.10. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od amplitude ekvivalentne valovitosti staza kotrljanja, prema modelu 2, ležaj 42	127
Tabela 8.11. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od amplitude odstupanja od kružnosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena, prema modelu 1, ležaj 42	128
Tabela 8.12. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od amplitude odstupanja od kružnosti staze kotrljanja unutrašnjeg prstena, prema modelu 1, ležaj 42	129
Tabela 8.13. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od amplitude ekvivalentnog odstupanja od kružnosti staza kotrljanja, prema modelu 2, ležaj 42	130
Tabela 8.14. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od aksijalnog opterećenja, prema modelu 1, ležaj 42	131
Tabela 8.15. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od aksijalnog opterećenja, prema modelu 2, ležaj 42	132
Tabela 8.16. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od količine maziva u ležaju, prema modelu 3, ležaj 42	132
Tabela 8.17. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od količine maziva u ležaju, prema modelu 4, ležaj 42	133
Tabela 8.18. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i radijalnog zazora na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 42	135
Tabela 8.19. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i hrapavosti spoljašnjeg prstena na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 42	137
Tabela 8.20. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i hrapavosti unutrašnjeg prstena na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 42	138
Tabela 8.21. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude ekvivalentne hrapavosti na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 42	140
Tabela 8.22. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude valovitosti spoljašnjeg prstena na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 42	142
Tabela 8.23. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude valovitosti unutrašnjeg prstena na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 42	143
Tabela 8.24. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude ekvivalentne valovitosti na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 42	145
Tabela 8.25. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude odstupanja od kružnosti spoljašnjeg prstena na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 42	147

Tabela 8.26. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude odstupanja od kružnosti unutrašnjeg prstena na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 42	149
Tabela 8.27. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude ekvivalentnog odstupanja od kružnosti na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 42.....	150
Tabela 8.28. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i količine maziva na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 4, ležaj 42	152
Tabela 8.29. Međusobni uticaj radijalnog zazora i amplitude ekvivalentne hrapavosti na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 42.....	154
Tabela 8.30. Međusobni uticaj radijalnog zazora i amplitude ekvivalentne valovitosti na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 42.....	156
Tabela 8.31. Međusobni uticaj radijalnog zazora i amplitude ekvivalentnog odstupanja od kružnosti na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 42.....	157
Tabela 8.32. Predviđanje klase kvaliteta ležaja prema modelu 1	161

PREGLED KORIŠĆENIH OZNAKA (prema redosledu navođenja)

D_k	Prečnik kuglice
R_e	Poluprečnik krivine staze kotrljanja na spoljašnjem prstenu
R_i	Poluprečnik krivine staze kotrljanja na unutrašnjem prstenu
D	Spoljašnji prečnik
B	Širina
d	Unutrašnji prečnik - prečnik provrta
r	Poluprečnik zaobljenja ivica prstenova
D_1	Prečnik po kome se kotrljajno telo kotrlja po spoljašnjem prstenu
D_2	Prečnik po kome se kotrljajno telo kotrlja po unutrašnjem prstenu
R_{c2}	Poluprečnik po kome se kreće centar kuglica i često se naziva srednji prečnik ležaja
ψ	Ugao između kotrljajnih tela
Z	Broj kotrljajnih tela
G_r	Radijalni zazor
α	Ugao kontakta
Z_{max}	Maksimalan broj kotrljajnih tela
χ	Ugao punjenja
ρ	Zakrivljenost
r	Poluprečnika krivina
F_i	Sila koja deluje na posmatranu i -tu kuglicu
E	Modul elastičnosti materijala delova ležaja
ν	<i>Poisson</i> -ov koeficijent materijala delova ležaja
R_q	Poluprečnik staze kotrljanja q -tog prstena
r_q	Poluprečnik profila staze kotrljanja q -tog prstena
n_{a_q}, n_{b_q}	Funkcije eliptičkih integrala
λ	Duž obima
R_a	Srednje aritmetičko odstupanje profila površine
R_q	Srednje kvadratno odstupanje merenog profila
R_z	Srednja visina neravnina
f_c	Frekvencija kaveza
f_i	Frekvencija unutrašnjeg prstena
f_e	Frekvencija spoljašnjeg prstena
f_b	Frekvencija kotrljajnih tela

D_c	Prečnik podeone kružnice kaveza
Z	Broj kotrljajnih tela
ω	Ugaona brzina vratila
α	Radni kontaktni ugao
Q	Kontaktna sila
ε	Faktor raspodele opterećenja
F_R	Radijalno opterećenje
w	Pomeranje u radijalnom pravcu
RON_t	Veličina amplitude talasa
RON_p	Odstupanje od nazivnog prečnika do najviše tačke profila (<i>pick</i>)
RON_v	Odstupanje od nazivnog prečnika do najniže tačke profila (<i>valey</i>)
G	Količina maziva
P_k	<i>Peak</i> faktor
CF	<i>Crest</i> faktor
K	<i>Kurtosis</i> faktor
$R_{a\text{ ekv}}$	Ekvivalentna površinska hrapavost staza kotrljanja
$W_{t\text{ max ekv}}$	Ekvivalentna amplituda valovitost staza kotrljanja
$W_{t\text{ ekv}}$	Ekvivalentna amplituda odstupanja od kružnosti staza kotrljanja
w_k	Težinski koeficijenti
f_{sigma}	Sigmoidna funkcija
f_{tan}	Tangens – hiperbolična funkcija
$f_{\text{soft-max}}$	<i>Soft – max</i> funkcija
f	Funkcija
n	Broja neurona u skrivenom sloju
x	Broj neurona u ulaznom sloju
y	Broj neurona u izlaznom sloju
$w_{\text{poč}}$	Početne vrednosti težinskih koeficijenata
E_{sr}	Srednja kvadratna greška
t_i	Predviđene vrednosti izlaza
y_i	Stvarne vrednosti izlaza
w_{novo}	Nova vrednost težinskog koeficijenta
w_{tren}	Trenutna vrednost težinskog koeficijenta
η	Koeficijent učenja
\bar{x}_{min}	Minimalna vrednost opsega u koji se podaci skaliraju

- \bar{x}_{\max} Maksimalna vrednost opsega u koji se podaci skaliraju
- x_{\min} Minimalna vrednost u skupu koji se skalira
- x_{\max} Maksimalna vrednost u skupu koji se skalira
- x_{tren} Trenutna vrednost koja se skalira
- x_{skal} Skalirana trenutna vrednost

1. UVOD

Kotrljajni ležaji su mašinski elementi čiji je zadatak da omoguće relativno kretanje obrtnih delova uz istovremeno prenošenje radijalnih i aksijalnih sila, kao i obezbeđenje zadanog položaja ose obrtanja. Koriste se kod pokretnih veza sa obrtnim kretanjem, kao na primer u osloncima vratila i obrtnih osovinama, gde omogućuju okretanje rukavca u odnosu na nepomični oslonac uz istovremeno prenošenje sila. Kotrljajni ležaji su široko rasprostranjeni, odnosno, ugrađeni su u gotovo sve uređaje i mašine sa obrtnim delovima, kao što su mehanički prenosnici, a koriste se u industriji mašina alatki, industriji poljoprivredne mehanizacije, pa sve do malih kućnih aparata itd. Kotrljajni ležaji su standardizovani mašinski elementi i proizvode se u velikim serijama. Ovakav način proizvodnje omogućuje nisku cenu koja im daje prednost pri izboru vrste oslonca. Njihov osnovni zadatak je prenos opterećenja i minimizacija otpora u osloncu. Kotrljajni ležaji obezbeđuju smanjenje otpora u osloncu tako što je trenje klizanja zamenjeno trenjem kotrljanja. Otpori kotrljanja su znatno manji od otpora klizanju. Kotrljajni ležaji su veoma bitni sastavni delovi mašina i uređaja zato što njihov kvalitet i pouzdanost veoma često značajno utiču na radni vek i pouzdanost cele mašine. S obzirom na to da postoji veliki broj različitih konstrukcionih rešenja ležaja, mogu biti namenjeni za prenos radijalnog, radijalno-aksijalnog ili čisto aksijalnog opterećenja, a kao kotrljajna tela najčešće se koriste kuglice ili valjčići.

Obrtanje unutrašnjeg prstena, uz složeno kretanje kotrljajnih tela, pri nepokretnom spoljašnjem prstenu izaziva vibracije i buku ležaja, što je u suprotnosti sa zahtevima kupaca. Korisnici različitih uređaja i mašina zahtevaju što niži nivo buke i vibracija, tako da ovi zahtevi podstiču proizvođače kotrljajnih ležaja da konstruišu i proizvode ležaje koji generišu što nižu buku i vibracije. Detaljnom analizom faktora koji utiču na vibracije i buku, moguće je ispuniti ove ciljeve.

Sposobnost ležaja da ispuni očekivani radni vek zavisi od velikog broja faktora. Ako se uvede pretpostavka da je izbor tipa i veličine ležaja pravilno sproveden, da su radni uslovi dobro usvojeni, a montaža pravilno izvedena, tada se može očekivati da će radni vek ležaja biti ispunjen ukoliko je ugrađen ležaj dovoljnog kvaliteta. Koliko su radni uslovi i fizički procesi koji se odvijaju u kotrljajnom ležaju složeni, opisuje činjenica da proizvođači garantuju da će 90% ispravno usvojenih i ugrađenih ležaja ispuniti očekivani radni vek. Proizvođači kotrljajnih ležaja konstantno teže poboljšanju kvaliteta svojih proizvoda. Poboljšanje kvaliteta se može sprovesti na više načina: poboljšanjem konstrukcije ležaja, primenom kvalitetnijih materijala za izradu, upotrebom savremenije tehnologije izrade delova, povišenom kontrolom kvaliteta u kritičnim fazama proizvodnje, itd. Procedura kontrole kvaliteta se sprovodi u svim etapama proizvodnje, od kontrole kvaliteta materijala za izradu delova ležaja do kontrole kvaliteta gotovih ležaja merenjem amplituda vibracija. Kvalitet kotrljajnog ležaja zavisi od velikog broja faktora, kao što je kvalitet materijala od kog su izrađeni delovi, tačnosti i preciznosti geometrije izrađenih delova, kotrljanih elemenata i površina kotrljanja. Jedan od načina kontrole kvaliteta kotrljajnih ležaja je merenje buke i vibracija. Na osnovu izmerenih amplituda vibracija, ležaji se klasifikuju u odgovarajuće klase kvaliteta. Amplitude vibracija se mere u tri frekventna opsega, koji su različiti za ležaje do 100 mm spoljašnjeg prečnika i za ležaje čiji je spoljašnji prečnik veći od 100 mm. Amplitude vibracija za ležaje spoljašnjeg prečnika do 100 mm se mere u frekventnom opsegu niskih frekvencija (50 – 300 Hz), srednjih frekvencija (300 – 1800 Hz) i visokih frekvencija (1800 – 10000 Hz), pri broju obrtaja od 1800 min⁻¹. Za ležaje čiji je spoljašnji prečnik veći od 100 mm vibracije se mere u frekventnom opsegu niskih frekvencija (50 – 150 Hz), srednjih frekvencija (150 – 900 Hz) i visokih frekvencija (900 – 5000 Hz), pri broju obrtaja 900 min⁻¹, [1]. U zavisnosti od veličine ležaja, definisane su dozvoljene amplitude vibracija. Amplitude vibracija koje generiše kotrljajni ležaj zavise od krutosti ležaja, tačnosti

geometrije izrađenih delova ležaja, kvaliteta površinske hrapavosti kotrljajnih površina, veličine spoljašnjeg opterećenja, brzine obrtanja i količine podmazivanja.

Standard SRPS ISO 15242-2 [1] propisuje metodologiju merenja amplituda vibracija, spoljašnjeg opterećenja pri kome se ležaj ispituje, brzine obrtanja, odnosno uslove pri kojima se ispituju kuglični kotrljajni ležaji. Kako su tokom merenja amplituda vibracija za ležaje iste veličine uslovi ispitivanja isti, do izražaja dolazi uticaj geometrijskih nesavršenosti ležaja.

Predmet ove doktorske disertacije je istraživanje uticaja konstrukcionih, tehnoloških i eksploatacionih parametara na dinamičko ponašanje kotrljajnih kugličnih ležaja primenom veštačkih neuronskih mreža. Pod konstrukcionim parametrima podrazumeva se konstrukcija ležaja, geometrija delova (nominalne vrednosti osnovnih mera), radijalni zazor, svojstva materijala delova, mase i momenti inercije delova i krutost. U okviru konstrukcionih parametara razmatra se uticaj radijalnog zazora i odnos poluprečnika staza kotrljanja. Greške geometrije delova i greške montaže se svrstavaju u tehnološke parametre kojima se opisuje kotrljajni ležaj, a u ovom radu analizira se uticaj geometrijske greške izrade staza kotrljanja u vidu valovitosti, površinske hrapavosti i odstupanja od kružnosti. Spoljašnje opterećenje, brzina obrtanja, podmazivanje, toplotne karakteristike i temperatura okoline su parametri koji opisuju uslove eksploatacije ležaja. Eksploatacioni parametri koji se uzimaju u obzir su spoljašnje opterećenje i podmazivanje ležaja.

Složenost problema prikazuje uvid u literaturu i matematičke modele koji opisuju statičko i dinamičko ponašanje kotrljajnih ležaja. Prvi matematički modeli su nastali pre više od 100 godina i do danas se sprovode istraživanja i stvaraju novi matematički modeli, kako bi se što bolje opisala ova problematika.

Pored uobičajenog matematičkog modeliranja, sve češće se za istraživanje ponašanja i otkrivanje uzroka oštećenja kotrljajnih ležaja primenjuju sistemi veštačke inteligencije. Najzastupljenije su veštačke neuronske mreže i uspešno se koriste u dijagnostici stanja rotirajućih mašina. Primena veštačkih neuronskih mreža za modeliranje dinamičkog ponašanja kotrljajnih ležaja je sve zastupljenija. Osnovni problem za ovaj način modeliranja predstavlja prikupljanje dovoljno velikog broja podataka i njihova obrada. Povećanjem raspoloživog obima podataka za obradu, povećava se tačnost ovih modela.

Veštačke neuronske mreže su familija statističkih modela učenja [2], koja se koristi u istraživanju podataka. Koriste se u svrhu aproksimacije funkcija koje zavise od velike količine ulaznih podataka, a koje u suštini nisu poznate. Pored aproksimacije funkcija, veštačke neuronske mreže su danas zastupljene u gotovo svim oblastima ljudske delatnosti, kao što su medicina, industrija, ekonomija, finansije, berzansko poslovanje, obrada slike, upravljanje itd.

Osnovni zadatak ovog rada je formiranje matematičkih modela pomoću veštačkih neuronskih mreža koje su sposobne da predvide uticaj konstrukcionih, tehnoloških i eksploatacionih parametara na dinamičko ponašanje radijalnih kugličnih ležaja, odnosno, amplitude vibracija.

U ovom radu se veštačke neuronske mreže koriste kao alat za pronalaženje zavisnosti odstupanja unutrašnje geometrije, radijalnog zazora, aksijalnog opterećenja i količine podmazivanja radijalnih kugličnih ležaja i njihovog dinamičkog ponašanja, odnosno, amplituda vibracija koje generiše. Na bazi eksperimentalnih rezultata razvijaju se modeli primenom veštačkih neuronskih mreža koji se koriste radi analize uticaja uticajnih parametara ležaja na amplitude vibracija. Ovakvim modelima moguće je predvideti amplitude vibracija kotrljajnog

ležaja u zavisnosti od amplituda hrapavosti, valovitosti i odstupanja od kružnosti, količine podmazivanja i aksijalnog opterećenja. Na osnovu promene jednog ili više parametara unutrašnje geometrije kugličnog kotrljajnog ležaja, količine podmazivanja ili aksijalne sile model predviđa amplitude vibracija. Analiza izvedena na ovaj način može da ukaže na izbor optimalnih parametara unutrašnje geometrije i podmazivanja, za konstantno aksijalno opterećenje, pri kojima ležaj generiše minimalne amplitude vibracija.

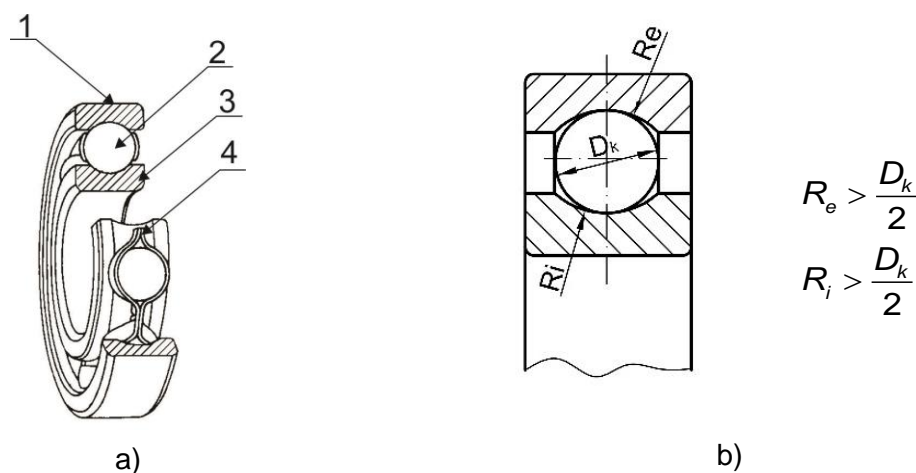
Nakon uvodnog dela o kotrljajnim ležajima prikazana je analizirana literatura iz oblasti kotrljajnih ležaja. U drugom delu rada prikazani su i objašnjeni osnovni mehanizmi nastanka vibracija u kotrljajnim ležajima. Data je istorija nastanka i uvođenja, dosadašnja primena i osnovni principi funkcionisanja i arhitekture veštačkih neuronskih mreža. U sledećem delu opisano je eksperimentalno istraživanje i uticajni parametri koji su zabeleženi tokom eksperimentanih ispitivanja. Objasnjena je osnovna struktura ulaznih i izlaznih matrica podataka i prikazani neki od rezultata. U nastavku su prikazane neke od struktura i karakteristika modela veštačkih neuronskih mreža korišćenih u radu. Dalje su prikazani rezultati predviđanja veštačkih neuronskih mreža korišćenih u radu i ocena predviđanja na osnovu eksperimentalnih rezultata. U poslednjem delu rada, uz zaključke, predloženi su dalji pravci istraživanja i mogućnosti primene rezultata ovog rada.

2. KONSTRUKCIJA I VIBRACIJE KUGLIČNIH LEŽAJA

Kako je predmet istraživanja u ovome radu, prvenstveno analiza uticaja tehnoloških i eksploatacionih parametara na dinamičko ponašanje radijalnih kugličnih ležaja, u ovom poglavlju su izloženi i osnovni parametri koji definišu konstrukciju ležaja, a kroz mehanizme generisanja vibracija u ležaju su izloženi tehnološki parametri koji utiču na njegovo dinamičko ponašanje.

Radijalni kuglični ležaji se sastoje iz unutrašnjeg i spoljašnjeg prstena između kojih se nalaze kotrljajna tela u obliku kuglica, čiji pravilan raspored održava kavez (slika 2.1-a). Na prstenima postoje odgovarajuće staze kotrljanja po kojima se kreću kuglice. Staze su izrađene u vidu žlebova sa nešto većim poluprečnikom krivine od poluprečnika krivine kuglica, tako da je u neopterećenom stanju dodir u tački (slika 2.1-b). Radijalni kotrljajni ležaji se koriste za prenos radijalnog opterećenja ili kombinovanog radijalnog i aksijalnog opterećenja nižeg intenziteta.

Označavanje ležaja je definisano sistemom koji propisuje standard ISO 10317 [3], gde osnovnu oznaku čine tri, četiri ili pet brojeva. Prvi broj u oznaci određuje tip ležaja, drugi broj ili grupa brojeva govori o mernoj seriji (odnosi se na spoljašnji prečnik i širinu) i koriste se brojevi 8, 9, 0, 1, 2, 3, 4 gde broj 8 označava najmanji spoljašnji prečnik, a 4 najveći. Za svaki spoljašnji prečnik postoji serija različitih širina ležaja, a poslednja dva broja određuju prečnik otvora, tzv provrt. Kada je prečnik otvora 20 mm ili veći poslednja dva broja se dobijaju deljenjem sa 5 (npr. za prečnik otvora 20 mm oznaka je 04). Pored osnovne oznake postoji i dodatna oznaka koja se dodaje u vidu prefiksa i/ili sufiksa i govori o vrsti kaveza, zazoru u ležaju, radnoj temperaturi, smanjenom nivou vibracija, povećanoj klasa tačnosti, načinu izvođenja ležaja, materijalu za izradu delova ležaja koji se razlikuje od uobičajenog, itd.



Slika 2.1. Radijalni kotrljajni ležaj

- a) Elementi kotrljajnog ležaja (1 – spoljašnji prsten, 2 – kotrljajna tela (kuglice), 3 – unutrašnji prsten, 4 – kavez),
- b) Odnos poluprečnika staze kotrljanja i prečnika kuglice (D_k – prečnik kuglice, R_e – poluprečnik krivine staze kotrljanja na spoljašnjem prstenu, R_i – poluprečnik krivine staze kotrljanja na unutrašnjem prstenu)

Konstrukcija kotrljajnih ležaja je tako izvedena da se otpori obrtanju maksimalno smanje, a to je ostvareno dodiranjem kotrljajnih tela i staza kotrljanja u dve tačke ili po liniji, što izaziva značajna opterećenja elemenata ležaja i maksimalno iskorišćava mogućnosti materijala koji

se koristi za izradu prstenova i kuglica. S obzirom na izuzetno malu površinu kontakta, naponi u kontaktu su izuzetno veliki, a kada se kotrljajna tela kreću po stazama kotrljanja, dolazi do značajnog broja promena ciklusa opterećenja po stazama kotrljanja, a posebno po površini kuglica. Usled toga, materijali koji se koriste za izradu kotrljajnih ležaja moraju imati visoku dinamičku izdržljivost, ali i sposobnost da izdrže veliki površinski napon/pritisak koji se stalno menja po površini. Za izradu prstenova i kuglica ležaja najčešće se koriste specijalni čelici za ležaje (legirani čelici) koji se podvrgavaju termičkoj obradi, odnosno indukcijom kaljenju staza kotrljanja. Karakteristike ovih čelika su vremenom poboljšavane i omogućile su proširenje oblasti primene kotrljajnih ležaja. Usled intenzivnog porasta potražnje za kotrljajnim ležajima, dolazi do njihovog stalnog razvoja i usavršavanja. Razvijaju se različiti tipovi i izvedbe kotrljajnih ležaja. Povećavaju se vrednosti dinamičkih nosivosti. Posebno razvoj novih materijala i tehnologija obrade pozitivno utiču na usavršavanje ležaja. Pored čelika, koriste se i keramički materijali, tako na primer, hibridni ležaji sa keramičkim kotrljajnim telima se koriste u abrazivnim i korozivnim sredinama, za velike učestanosti obrtanja i visoke temperature. Kod velike učestanosti obrtanja, keramička kotrljajna tela, čija je masa manja od čeličnih, stvaraju manje inercijalne sile. Kotrljajna tela napravljena od keramičkih materijala imaju značajno veću dinamičku izdržljivost. Niska vrednost koeficijenta linearnog širenja keramičkih materijala, obezbeđuje male promene dimenzija, a zazor u ležaju ostaje gotovo nepromenjen i na povišenim temperaturama. Javlja se sve češća potreba za uštedom energije, većom efikasnosti, pouzdanosti i sigurnosti, a u poslednje vreme veliki uticaj na usavršavanje ležaja ima i zaštita životne sredine. Kada se u sve to uključe kvalitet ležaja, cena, brzina isporuke, servis i mogućnost remonta i reciklaže, borba za opstanak na tržištu između proizvođača ležaja postaje izuzetno oštra.

Proizvodnja visoko kvalitetnih kotrljajnih ležaja zahteva visoku tačnost izrade delova ležaja i napredne metode kontrole postignutih dužinskih i geometrijskih tolerancija. Standard ISO 492 [4] propisuje dozvoljene klase tolerancija koje se primenjuju za izradu kotrljajnih ležaja. Postoje normalna klasa tolerancija, zatim klase tolerancija P6 i P5 koje propisuju uže tolerancije od normalne klase. Pored navedenih postoje klase P4A, PA9A, SP i UP, koje se primenjuju za izradu visoko preciznih ležaja. Izrada visoko kvalitetnih kotrljajnih ležaja zahteva i visok stepen klasifikacije prstenova i kotrljajnih tela, čijim se uparivanjem ostvaruju zahtevani radijalni zazori. Veličina radijalnog zazor ležaja je karakteristika koja se definiše prema porudžbini kupca.

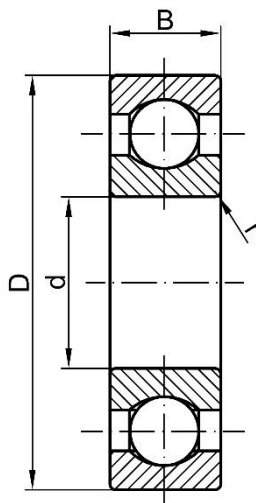
2.1. Konstrukcioni parametri kugličnih ležaja

Konstrukcioni parametri kugličnog ležaja se definišu u fazi projektovanja. Pojedini su propisani odgovarajućim standardima, dok ostale proizvođači usvajaju shodno svrsi i nameni ležaja. U konstrukcione parametre spadaju dimenzije koje su potrebne za definisanje spoljašnje i unutrašnje geometrije kugličnog ležaja, zatim, radijalni zazor i ugao kontakta. Konstrukcioni parametri imaju značajan uticaj na statičko i dinamičko ponašanje kugličnih ležaja, radni vek, brzohodost itd.

2.1.1. Spoljašnja geometrija kugličnih ležaja

Spoljašnja geometrija kugličnih ležaja je propisana nacionalnim i međunarodnim standardima (SRPS, ISO i DIN). Ovi standardi takođe propisuju tolerancije mera i oblika kotrljajnih ležaja. Oblik spoljašnjeg i unutrašnjeg prstena se može prilagođavati u zavisnosti od mesta ugradnje ležaja. Spoljašnju geometriju kugličnih ležaja (slika 2.2) definišu spoljašnji prečnik (D), širina (B), unutrašnji prečnik - prečnik provrta (d) i poluprečnik zaobljenja ivica prstenova (r). Delovi idealnog kugličnog ležaja imaju apsolutno tačne dimenzije i oblik. U

stvarnosti, geometrija ležaja nije idealna i potrebno je poštovati preporuke o tolerancijama mera i oblika, zato što odstupanja utiču na raspodelu opterećenja i deformacije spregnutih delova ležaja, pomeranja u ležaju, krutost i amplitude vibracija.



Slika 2.2. Osnovne dimenzije jednoredog kugličnog ležaja sa radijalnim dodirom [5]

2.1.2. Unutrašnja geometrija kugličnih ležaja

Pod unutrašnjom geometrijom ležaja podrazumevaju se geometrijske mere koje u potpunosti definišu oblik, dimenzije i položaj spregnutih elemenata ležaja. Unutrašnja geometrija kugličnih ležaja nije propisana standardom i proizvođači imaju mogućnost izbora oblika i dimenzija unutrašnje geometrije uz ispunjenje uslova mogućnosti smeštaja svih elemenata u prostor visine $(D - d)/2$ i širine B . U okviru preseka definisanog ovim merama treba tražiti optimalnu unutrašnju geometriju za tražene karakteristike ležaja kao što su: dinamička i statička nosivost, vek, dozvoljene vibracije, tačnost obrtanja i sl.). Na slici 2.3 su prikazane karakteristične dimenzije unutrašnje geometrije kugličnog ležaja, a to su:

R_e - poluprečnik krivine staze kotrljanja na spoljašnjem prstenu,

R_i - poluprečnik krivine staze kotrljanja na unutrašnjem prstenu

D_1 - prečnik po kome se kotrljajno telo kotrlja po spoljašnjem prstenu,

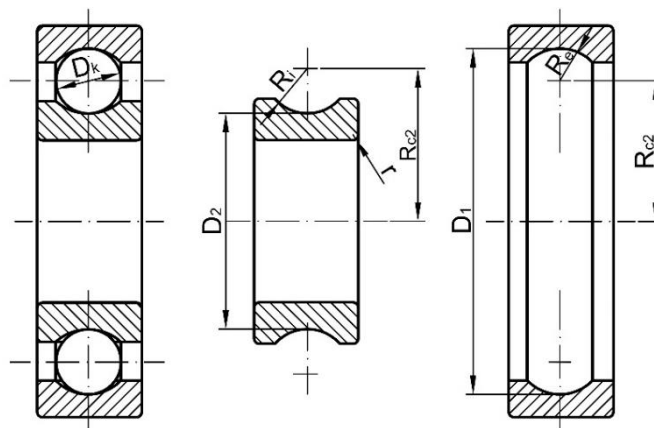
D_2 - prečnik po kome se kotrljajno telo kotrlja po unutrašnjem prstenu.

R_{c2} - poluprečnik po kome se kreće centar kuglica i često se naziva srednji prečnik ležaja,

D_k - prečnik kuglice.

Tačan raspored i položaj kuglica obezbeđuje kavez, a vođenje kaveza je bitan parametar pri definisanju unutrašnje geometrije kotrljajnog ležaja. Kavez treba da obezbedi rotaciju kuglica zajedno sa kavezom i uz to rotaciju kuglica oko sopstvene ose.

Veličine parametara unutrašnje geometrije i njihovi odnosi značajno utiču na eksploatacione karakteristike ležaja (dinamička i statička nosivost, radni vek, dozvoljene vibracije, tačnost obrtanja, itd), te proizvođači, u skladu sa tehnološkim mogućnostima i raspoloživim resursima, teže određivanju optimalnih parametara ležaja.



Slika 2.3. Unutrašnja geometrija jednorodog kugličnog ležaja sa radijalnim dodirom

2.1.2.1. Definisane staze kotrljanja

Prstenovi ležaja imaju urezane žlebove po kojima se kreću kuglice. Žljebovi se nazivaju i staze kotrljanja. Dimenzije staze kotrljanja definiše proizvođač. Ukoliko staze kotrljanja imaju isti poluprečnik kao i kuglica, posledica je ostvarenje maksimalne nosivosti ležaja, ali isto tako utiče na povećanje otpora kotrljanju što je nepovoljno. Da bi se smanjio otpor kotrljanja, staze kotrljanja se izrađuju sa nešto većim poluprečnikom u odnosu na kuglicu, a pri tome nosivost ležaja nije značajno smanjena.

Prema istraživanju koje je sproveo *Stribek* najpovoljniji odnos između prečnika kuglica i poluprečnika staze kotrljanja je $R = 0,66 \cdot D_k$. U radu [6] su date preporuke da poluprečnik staze kotrljanja unutrašnjeg prstena bude $R_i = 0,52 \cdot D_k$, a poluprečnik staze kotrljanja spoljašnjeg prstena bude $R_e = 0,56 \cdot D_k$. Ove preporuke se danas često primenjuju pri određivanju unutrašnje geometrije kugličnog ležaja. Pravilnim odabirom odnosa prečnika kuglice i poluprečnika staze kotrljanja unutrašnjeg i spoljašnjeg prstena, ostvaruju se minimalni otpori kotrljanju, te povećava stepen iskorišćenja ležaja, a pri tome ostvaruje projektovani radni vek. Odnos prečnika kuglice i poluprečnika staze kotrljanja treba da bude kompromis između kriterijuma brzohodosti i nosivosti ležaja [7].

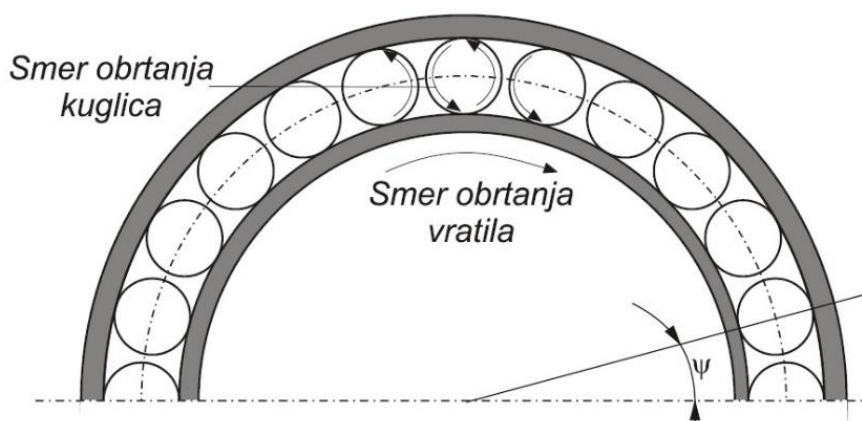
2.1.2.2. Kotrljajna tela

Kotrljajni ležaji mogu imati kotrljajna tela u obliku kuglice ili valjčića. Idealno kotrljajno telo u obliku kuglice ima apsolutno tačan sferni oblik. Uloga kuglice je ostvarenje kontakta sa oba prstena i prenos spoljašnjeg opterećenja uz obezbeđivanje relativnog kretanja između spoljašnjeg i unutrašnjeg prstena. Ako se ležaj posmatra kao idealan, tada važi pretpostavka da sve kuglice imaju idealan oblik i isti prečnik. Geometrijske nesavršenosti koje se javljaju kod kuglica su odstupanje od sferičnosti, površinska hrapavost i razlika u prečniku. Tokom konstruisanja kugličnog ležaja potrebno je definisati prečnik i broj kuglica. Ukupan broj kuglica je važna karakteristika ležaja, jer od nje u velikoj meri zavisi raspodela spoljašnjeg opterećenja na kotrljajna tela u ležaju. Sa aspekta radnih karakteristika i ravnomernije raspodele opterećenja, broj kuglica u ležaju trebalo bi da bude što veći [8]. Ograničenja koja postoje prilikom određivanja broja kotrljajnih tela su postojanje kaveza i tehnologija montaže ležaja. Ugao između kotrljajnih tela (ψ), slika 2.4, određuje se pomoću sledećeg izraza:

$$\psi = \frac{2\pi}{Z} \quad (2.1)$$

gde je

Z – broj kotrljajnih tela.



Slika 2.4 Ugao između kuglica i smer obrtanja unutrašnjeg prstena i kuglica [9]

Maksimalan broj kuglica kotrljajnog ležaja se može odrediti na osnovu izraza

$$Z_{\max} = \frac{\chi}{2 \arcsin \frac{D_k}{(D_1 + D_2) / 2}} \quad (2.2)$$

gde je

$\chi \approx 186 \dots 194^\circ$ - ugao punjenja kojim je određen najveći broj kotrljajnih tela koji se može ubaciti kod uobičajenog načina montaže ležaja [10]. Pošto kavez nije u čvrstom mehaničkom kontaktu sa kotrljajnim telima (veliko prigušenje) vibracije kaveza imaju relativno mali uticaj na dinamičko ponašanje ležaja. Kavez koji se centrira preko kotrljajnih tela može da se pomera iz centralnog položaja za iznos zazor između džepova kaveza i kotrljajnih tela. Netačnosti nastale obradom i odstupanje od simetrije kaveza preslikavaju se na frekvenciju kaveza.

2.1.2.3. Zazor i ugao kontakta

U kotrljajnim ležajima postoji radijalni i aksijalni zazor. Zazor je aritmetička sredina radijalnih/aksijalnih rastojanja za koja se prsten ležaja može pomeriti iz jednog graničnog ekscentričnog položaja u suprotni, iz različitih ugaonih položaja i bez spoljne sile [9]. Prema ISO 5753 [11], unutrašnji radijalni zazor ležaja je „srednja aritmetička vrednost radijalnog rastojanja za koje se jedan prsten može pomeriti u odnosu na drugi iz jednog krajnjeg položaja u suprotni krajnji položaj, pri različitim ugaonim položajima, bez dejstva spoljašnjeg opterećenja. Srednja vrednost uključuje u sebe i pomeranje prstenova u različitim ugaonim položajima međusobno i sa kompletnom kotrljajnih tela u različitim položajima u odnosu na prstenove“. Uopšteno, kotrljajni ležaji su projektovani da nakon montaže delova imaju zazor. Prilikom projektovanja ležaja, zazor je karakteristika koja se usvaja u zavisnosti od namene i radnih uslova. Ležaji se proizvode u velikim serijama, te se prilikom montaže vrši sortiranje kuglica i prstenova, tako da se pravilnim uparivanjem ostvari željena veličina zazora.

U opštem slučaju radijalni zazor (G_r) u kotrljajnom ležaju se izračunava prema sledećem izrazu

$$G_r = D_1 - D_2 - 2D_k \quad (2.3)$$

Zavisno od stanja ležaja, razlikuju se tri vrste zazora [8]:

- a) fabrički zazor - zazor u ležaju pre ugradnje,
- b) montažni zazor - zazor u ležaju nakon ugradnje,

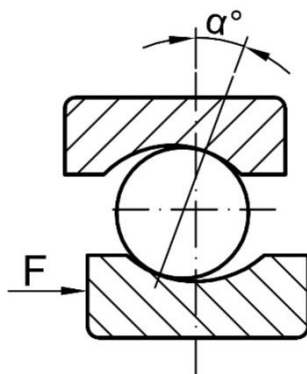
- c) eksploatacioni zazor - zazor koji se javlja u ležaju tokom rada, u radnim uslovima, pod dejstvom spoljašnjeg opterećenja i pri radnoj temperaturi.

Zazor pre montaže je uvek veći od zazora nakon montaže ležaja, zbog montaže prstenova sa čvrstim naleganjem. Eksploatacioni zazor je obično veći od montažnog, zbog pojave kontaktnih deformacija spregnutih delova na dodirnim površinama.

Tokom merenja radijalnog zazora u kotrljajnom ležaju uočava se promena veličine radijalnog zazora, koja zavisi od položaja kuglica. Veličina zazora osciluje oko srednje vrednosti, a veličina promene je manja ukoliko je ugao između kotrljajnih tela (ψ) manji, odnosno broj kotrljajnih tela (Z) veći. Zazor ima uticaja na tačnost obrtanja vratila, amplitude vibracija, debljinu uljnog filma, radni vek ležaja, itd.

Unutrašnji zazor ili preklop u ležaju utiče na raspodelu opterećenja na kotrljana tela, tačnost obrtanja, nivo vibracija, buke, temperaturu i dr. Ako je ležaj u preklopu, otpori trenja će biti veći, a time i temperatura ležaja, ali će takođe i krutost biti veća. Ukoliko je u pitanju zazor krutost ležaja će biti manja, sa manjom tačnošću obrtanja i nejednakom raspodelom opterećenja. Zbog toga pri izboru ležaja treba voditi računa o njihovoj nameni, odnosno treba postaviti pitanje da li su ležaji predviđeni za visoka opterećenja ili za visoke brojeve obrtaja.

Ugao kontakta (α) je karakteristika koja ima značajan uticaj na radne karakteristike kotrljajnog ležaja. Određuje se kao ugao između radijalnog pravca (normala na uzdužnu osu ležaja) i pravca koji definišu tačke kontakta kotrljajnih tela sa spoljašnjim i unutrašnjim prstenom (slika 2.5). Pri dejstvu spoljašnjeg opterećenja veličina ugla kontakta se može menjati. Ukoliko je kuglični ležaj sa radijalnim dodirnom i nultim zazorom opterećen samo radijalnim opterećenjem, ugao kontakta će teorijski iznositi 0° . U realnim uslovima, zbog postojanja radijalnog zazora i nakon montaže ovaj ugao će biti veći od 0° . Pri dejstvu kombinovanog radijalnog i aksijalnog opterećenja ili čisto aksijalnog, ostvaruje se kosi dodir kuglica sa stazama kotrljanja, odnosno $\alpha > 0^\circ$.



Slika 2.5. Ugao kontakta kod radijalnog kugličnog ležaja pri dejstvu aksijalnog opterećenja

2.2. Mehanizmi nastanka vibracija u kotrljajnim ležajima

Dinamičko ponašanje ležaja zavisi od dejstva poremećajnih sila i dinamičke krutosti. Merenje promene poremećajnih sila i dinamičke krutosti je gotovo nemoguće, te se pribegava merenju odziva ležaja na promenu spoljašnjeg opterećenja ili krutosti. Odziv predstavljaju mehaničke vibracije. Vibracije koje se javljaju u radu kotrljajnih ležaja su pojava koju nije moguće izbeći. Merenjem vibracija na kućištu ležaja moguće je utvrditi kakvo je njegovo stanje radne sposobnosti, odnosno utvrditi da li postoje oštećenja na kotrljajnim stazama i kotrljajnim telima. Merenje i analiza vibracija ležaja je tehnika koja se koristi u određivanju kvaliteta novih

ležaja, u vibrodijagnostici za utvrđivanje uzroka nepravilnog rada rotacionih sistema, ili za kontinualno praćenje odgovornih i složenih sistema u okviru prediktivnog održavanja. Metodama vibrodijagnostičke analize definisane su tehnike za izdvajanje informacija o stanju mašine na osnovu snimljenih vibracionih signala [12]. Veoma je bitno poznavati način funkcionisanja ležaja i prepoznati šta je uzročnik pojave vibracija.

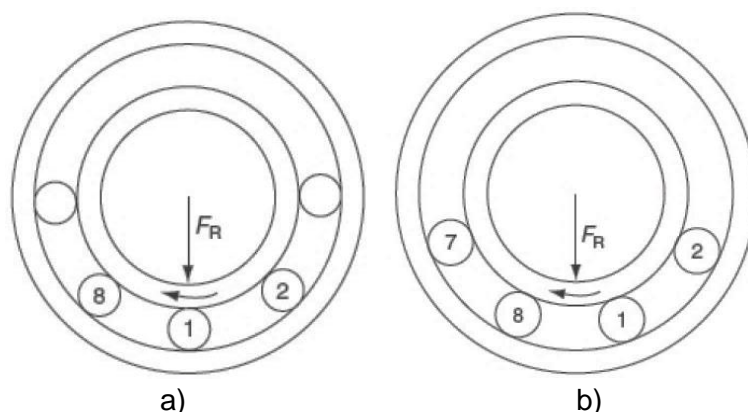
Postoji više uzroka za generisanje vibracija kotrljajnih ležaja. *Harris* [6] svrstava vibracije koje nastaju u kotrljajnom ležaju u sledeće četiri kategorije:

- strukturne vibracije,
- vibracije usled geometrijske nesavršenosti,
- vibracije usled oštećenja elemenata ležaja i
- vibracije kao posledica negativnog dejstva okoline.

Pri dejstvu spoljašnjih sila, usled obrtanja elemenata ležaja dolazi do periodične promene elastičnih deformacija staza kotrljanja, što dovodi do pojave vibracija ležaja. U praksi, međutim, najveće vibracije nastaju usled nesavršenosti unutrašnje geometrije ležaja, kao i usled odstupanja od hrapavosti i valovitosti staza kotrljanja [9].

2.2.1. Vibracije usled elemenata strukture ležaja

Diskretna struktura elemenata i kinematika kotrljajnih ležaja jedan je od glavnih uzroka nastanka vibracija kod kotrljajnih ležaja. Spoljašnje opterećenje sa unutrašnjeg na spoljašnji prsten se prenosi preko određenog broja kuglica, čiji se ugaoni položaj u odnosu na pravac dejstva spoljašnjeg opterećenja menja sa vremenom [9]. Promene položaja kuglica izazivaju promenu međusobnog položaja unutrašnjeg i spoljašnjeg prstena ležaja. Osa unutrašnjeg prstena, u odnosu na spoljašnji, neprestano osciluje u toku rada. U prenošenju spoljašnjeg opterećenja učestvuju samo kuglice koje se nalaze ispod meridijanske ravni, odnosno one kuglice koje imaju kontakt sa oba prstena. Broj kuglica preko kojih se opterećenje prenosi može biti paran ili neparan. Na slici 2.6 su prikazana dva različita položaja, kugličnog ležaja sa osam kuglica. Na slici 2.6a opterećenje prenose kuglice sa brojevima 1,2 i 8, dok se kuglica 1 nalazi tačno na pravcu dejstva opterećenja. Na slici 2.6b kuglice 1, 2, 7 i 8 prenose spoljašnje opterećenje i simetrično su raspoređene u odnosu na pravac spoljašnjeg opterećenja.



Slika 2.6. Oslanjanje unutrašnjeg prstena na neparan i paran broj kuglica [6]

Kada je ukupan broj kuglica u granicama $Z = [n - 2, n + 1]$, maksimalan moguć broj kuglica u zoni opterećenja se izračunava prema sledećem izrazu [10]:

$$Z_n = \frac{n-1}{2} \quad (2.4)$$

gde je

n – neparan broj, $n = 3, 7, 11, 15, \dots$

Kada je ukupan broj kuglica u granicama $Z = [n-1, n+2]$, maksimalan moguć broj kuglica u zoni opterećenja se izračunava prema sledećem izrazu [10]:

$$Z_p = \frac{n}{2} \quad (2.5)$$

gde je

n – paran broj, $n = 4, 8, 12, 16, \dots$

Vibracije koje su posledica promene položaja kuglica tokom rada ležaja nije moguće eliminisati. Čak i ležaj sa idealnom unutrašnjom geometrijom ih mora generisati. Iz tog razloga, potrebno je poznavati geometrijske i kinematske karakteristike posmatranog ležaja, te unapred poznavati osnovu njegovog dinamičkog ponašanja.

2.2.2. Vibracije usled periodične promene krutosti

Jedan od uzroka pojave vibracija tokom rada ležaja je promena krutosti na mestu kontakta kotrljajnih staza i kotrljajnih tela. Promena krutosti nastaje kao posledica prenosa opterećenja između kotrljajnih staza i kotrljajnih tela [13]. Kontakt između kotrljajnog tela i staza kotrljanja se u neopterećenom stanju ostvaruje u tački (kod kugličnih ležaja) ili liniji (kod ležaja sa valjcima). Stanje na mestu kontakta se može opisati *Hertz*-ovom teorijom kontakta. Primena *Hertz*-ove klasične teorije kontakta je veoma značajna za proračun napona i deformacija na mestu kontakta straza kotrljanja i kuglica u ležaju (slika 2.7).

Da bi *Hertz*-ova teorija bila primenljiva moraju se uvesti sledeće pretpostavke:

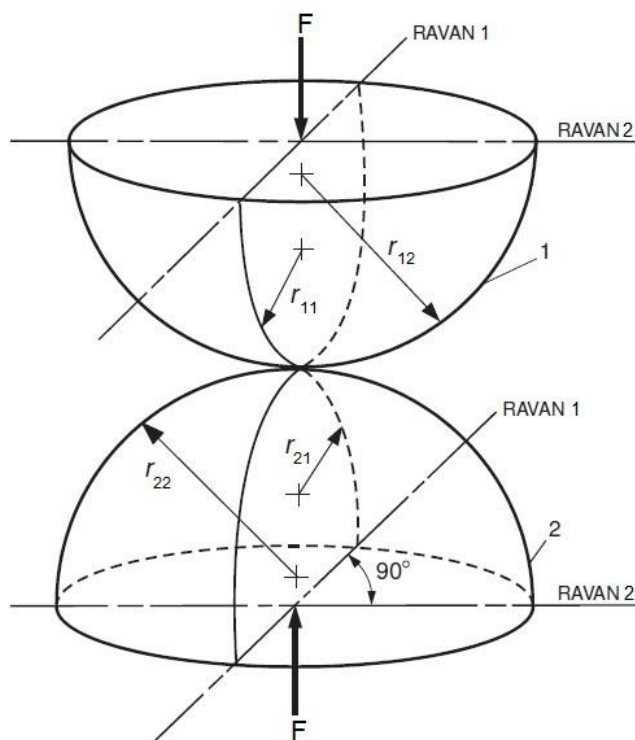
1. materijali delova u kontaktu su homogeni i izotropni,
2. površine delova u zoni kontakta imaju kontinualan geometrijski oblik,
3. opterećenje delova u kontaktu deluje u pravcu zajedničke normale u tački kontakta,
4. opterećenje koje deluje na delove u kontaktu, izaziva u zoni kontakta samo elastične deformacije.

Pri dejstvu spoljašnjeg opterećenja zona kontakta kod kotrljajnih ležaja sa kuglicama se menja iz tačke u površinu, čija projekcija ima oblik elipse, a kod ležaja sa valjčićima, oblik kontaktne površine je pravougaonik. Oblik i veličina površine kontakta zavisi od spoljašnjeg opterećenja, elastičnih osobina materijala delova u kontaktu i radijusa zakrivljenosti površina delova u kontaktu [14].

Zakrivljenost (ρ) je recipročna vrednost poluprečnika krivina (r), pri čemu je kod konveksnih tela centar krivine u unutrašnjosti tela, dok je kod konkavnih tela centar krivina izvan tela:

$$\rho = \frac{1}{r} \quad (2.6)$$

Poluprečnici zakrivljenosti mogu biti pozitivni ili negativni, a prema usvojenoj konvenciji uzima se pozitivan predznak za ispupčene površine, a za udubljene negativan predznak.



Slika 2.7. Šematski prikaz kontakta dve kuglice [9]

Zbir i razlika zakrivljenosti se definišu radi analize dva tela u kontaktu, kod kojih se smatra da dodirna površina ima elipsasti oblik. Zbir poluprečnika zakrivljenosti se može izračunati na sledeći način [10]:

$$\sum \rho = \rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22}. \quad (2.7)$$

Razlika zakrivljenosti se izračunava prema sledećem izrazu [10]:

$$F_{(\rho)} = \frac{(\rho_{11} - \rho_{12}) + (\rho_{21} - \rho_{22})}{\sum \rho}. \quad (2.8)$$

Veličine velike i male poluose kontaktne elipse doformacije, nastale u dodiru i -te kuglice i staza kotrljanja q -tog prstena se određuju sledećim izrazom [8]:

$$a_{qi} = n_{a_q} \cdot \sqrt[3]{\frac{3(1-\nu^2)F_i}{E \left(\frac{4}{D_k} + (-1)^q \frac{1}{R_q} - \frac{1}{r_q} \right)}} \quad (2.9)$$

$$b_{qi} = n_{b_q} \cdot \sqrt[3]{\frac{3(1-\nu^2)F_i}{E \left(\frac{4}{D_k} + (-1)^q \frac{1}{R_q} - \frac{1}{r_q} \right)}} \quad (2.10)$$

gde su:

F_i - sila koja deluje na posmatranu i -tu kuglicu,

E, ν - modul elastičnosti i *Poisson*-ov koeficijent materijala delova ležaja,

D_k - prečnik kuglice,

R_q - poluprečnik staze kotrljanja q -tog prstena,

r_q - poluprečnik profila staze kotrljanja q -tog prstena,

n_{a_q}, n_{b_q} - funkcije eliptičkih integrala.

Funkcije eliptičkih integrala se mogu odrediti pomoću izraza [8]:

$$n_{a_q} = \sqrt[3]{\frac{4D}{\pi(1-\cos\tau)}} \quad (2.11)$$

$$n_{b_q} = \sqrt[3]{\frac{4(K-D)\sqrt{1-e^2}}{\pi(1-\cos\tau)}} \quad (2.12)$$

Vrednosti n_{a_q}, n_{b_q} se mogu odrediti i na osnovu odgovarajućih dijagrama dostupnih u literaturi, gde je:

$$e = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} \text{ - relativni ekscentritet elipse kontakta,}$$

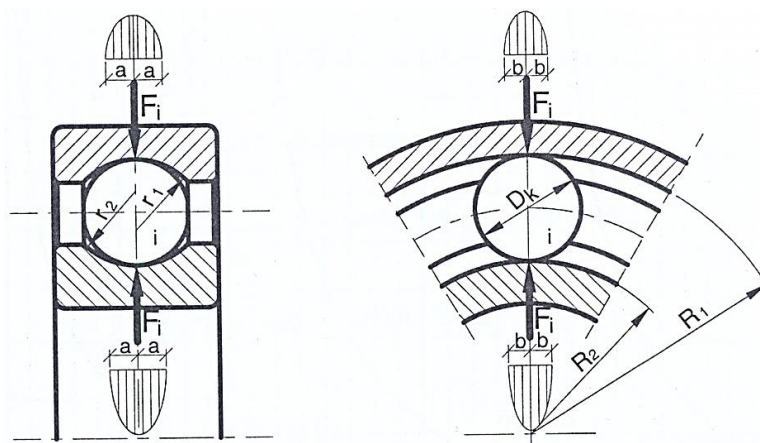
$$D = \frac{1}{e^2} [K(e) - L(e)] \text{ - pomoćna veličina,}$$

$$K = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}} \text{ - eliptički integral prvog reda,}$$

$$L = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-e^2\sin^2\varphi} d\varphi \text{ - eliptički integral drugog reda,}$$

$$\cos\tau = \left[\frac{K-D-(1-e^2)D}{K-D+(1-e^2)D} \right]_q = \frac{(-1)^q \frac{1}{R_q} + \frac{1}{r_q}}{\frac{4}{D_k} + (-1)^q \frac{1}{R_q} - \frac{1}{r_q}} \text{ - pomoćna veličina,}$$

a i b – velika i mala poluosa elipse kontakta (slika 2.8).

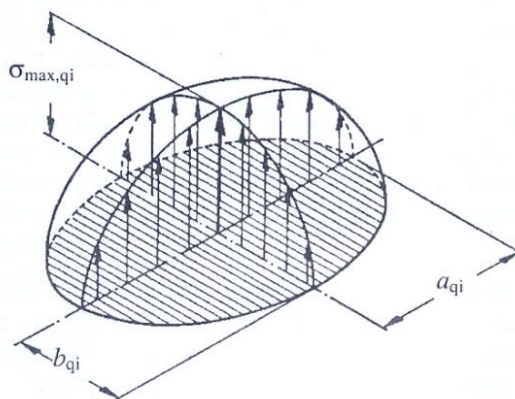


Slika 2.8. Oblik kontaktne površine kuglice i staza kotrljanja [8]

Na osnovu navedenih izraza može se odrediti veličina ukupne kontaktne deformacije na mestu posmatrane kuglice. Ukupna kontaktna deformacija se dobija kao zbir deformacija kuglice i spoljašnjeg prstena, odnosno kuglice i unutrašnjeg prstena. Poznavanjem ukupnih deformacija, moguće je izračunati i veličinu kontaktnog napona na mestu kontakta. Najveći kontaktni napon se javlja u centru zone kontakta i za posmatranu i -tu kuglicu ima vrednost [8]:

$$\sigma_{\max, qi} = \frac{3}{2} \cdot \frac{F_i}{\pi a_{qi} b_{qi}} \quad (2.13)$$

Kontaktni napon nema konstantnu vrednost u zoni kontakta i raspodela je prikazana na slici 2.9.



Slika 2.9. Raspodela kontaktnog napona na eliptičnoj površini kontakta [8]

2.2.3. Vibracije usled geometrijske nesavršenosti

Pored vibracija koje su posledica načina rada kotrljajnih ležaja i koje nije moguće eliminisati, uzrok pojave vibracija ležaja mogu biti geometrijske nesavršenosti izrađenih delova ležaja. Greške izrade se obično razvrstavaju u dve grupe:

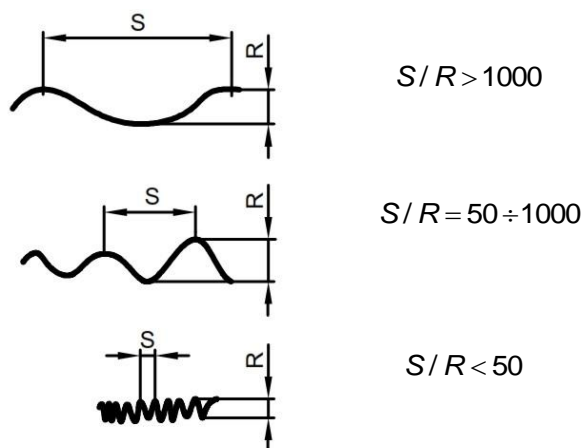
- greške makrogeometrije i
- greške mikrogeometrije kontaktnih površina kotrljajnog ležaja.

Greške makrogeometrije se svode na odstupanje od oblika i dimenzija prstenova ležaja i kaveza, kao i odstupanje od oblika i dimenzija staza kotrljanja i kuglica. Greške mikrogeometrije nastaju usled obrade staza kotrljanja i kuglica. Tipični predstavnik grešaka mikrogeometrije je hrapavost staza kotrljanja i kuglica, dok su tipični predstavnici makrogeometrijskih grešaka su valovitost i odstupanje od kružnosti staza kotrljanja, kuglica i varijacija prečnika kuglice.

Netačnost oblika staza kotrljanja se opisuje neravninama sa različitim korakom λ duž obima. Prema [8] odstupanje staze kotrljanja od idealnog kružnog oblika u zavisnosti od veličine koraka može biti:

- ovalnost, kada je $\lambda = 1/2$ dužine obima,
- poligonalnost, kada je $\lambda = 1/3 \dots 1/8$ dužine obima,
- valovitost, kada je $\lambda = 1/8 \dots 1/360$ dužine obima,
- hrapavost, kada je $\lambda < 1/360$ dužine obima.

Pored navedenog u literaturi [15] postoji tumačenje za klasifikaciju nepravilnosti geometrije (slika 2.10).



Slika 2.10. Klasifikacija geometrijskih nepravilnosti [15]

2.2.3.1. Površinska hrapavost staza kotrljanja i kuglica

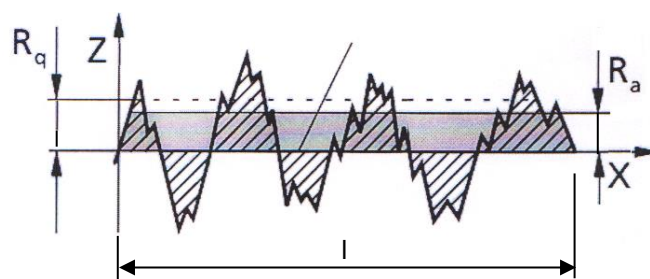
Pod hrapavošću se podrazumevaju mikroneravnine na površini dela, koje su nastale kao posledica mehaničke obrade. Posmatrajući pod velikim uvećanjem sve površine su neravne. Proces obrade delova stvara površine različitih kvaliteta površinske hrapavosti. Površinska hrapavost je definisana za svaku površinu dela koji se izrađuje. Razlikuju se geometrijske površine (propisane crtežom), stvarne površine (koje su ostvarene obradom) i efektivne površine (registrovane merenjem).

Površinske hrapavosti su propisane standardom i podeljene u dvanaest klasa kvaliteta. Klase kvaliteta su podeljene prema odgovarajućim veličinama površinske hrapavosti koje se najčešće izražavaju preko srednjeg aritmetičkog odstupanja profila obrađene površine (R_a).

Prema SRPS EN ISO 4287 [16] srednje aritmetičko odstupanje profila površine (R_a), (slika 2.11) se određuje prema izrazu:

$$R_a = \frac{1}{l} \int_0^l |Z(x)| dx \quad (2.14)$$

gde je l referentna dužina.

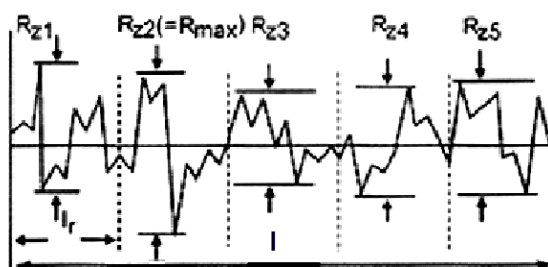


Slika 2.11. Parametri površinske hrapavosti R_a , R_q i referentna dužina l

Srednje kvadratno odstupanje merenog profila (R_q) (slika 2.11) je vrednost srednjeg korena odabrane vrednosti $Z^2(x)$ na dužini uzorkovanja i izračunava se prema izrazu:

$$R_q = \sqrt{\frac{1}{l} \int_0^l Z^2(x) dx} \quad (2.15)$$

Srednja visina neravnina (R_z) u deset tačaka se određuje kao srednja aritmetička vrednost razlike visina pet parova najviših i najnižih tačaka profila u granicama referentne dužine l (slika 2.12).



Slika 2.12. Srednja visina neravnina R_z

Srednja visina neravnina (R_z) se izračunava prema sledećem izrazu:

$$R_z = \frac{1}{5} (R_{z1} + R_{z2} + R_{z3} + R_{z4} + R_{z5}) \quad (2.16)$$

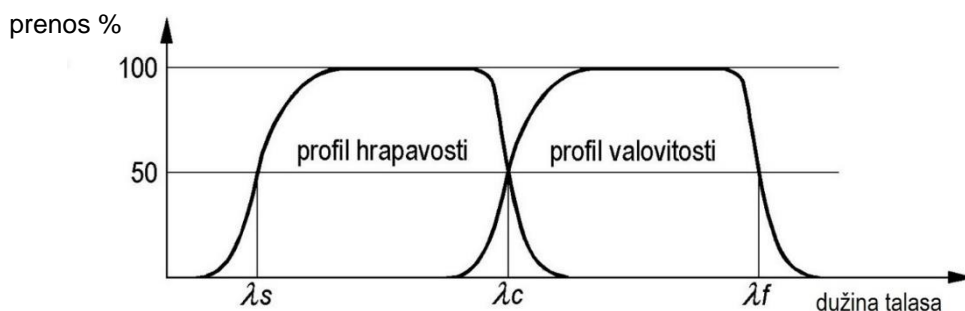
Referentna dužina na kojoj se meri hrapavost, usvaja se tako da eliminiše uticaj drugih vidova neravnina i u najvećem broju slučajeva usvaja se kao prava linija. Referentne dužine su propisane standardom u zavisnosti od vrste i finoće obrade.

Izrada delova ležaja, posebno kotrljajnih površina, izvodi se brušenjem, kojim se ostvaruju površinske hrapavosti od približno $R_a = 0,4 \mu\text{m}$. Veličina površinske hrapavosti koja će se javiti nakon obrade zavisi od velikog broja faktora, ali njene vrednosti su uvek blizu granica koje propisuje standard za primenjeni postupak obrade. Hrapavost staza kotrljanja je veličina koja ima slučajan karakter i, prema tome, različita je za gotovo svaku izmerenu površinu. Veličina površinske hrapavosti staza kotrljanja i kotrljajnih elemenata ima uticaja pri određivanju načina i kvaliteta podmazivanja na mestu kontakta kuglice i staze kotrljanja. Kvalitet podmazivanja može uticati na radni vek kotrljajnih ležaja i to je jedan od razloga zašto treba kontrolisati i meriti veličinu površinske hrapavosti izrađenih delova.

Hrapavost staza kotrljanja je značajan izvor vibracija kada je njihov nivo veći od debljine uljnog filma, koji se nalazi između kotrljajnih tela i staza kotrljanja. U ovim uslovima vrhovi neravnina usled površinske hrapavosti prekidaju uljni film i na taj način dolazi do kontakta između kuglica i staza kotrljanja. Posledica ovoga su vibracije koje se sastoje iz niza slučajnih implusa koji pobuđuju sve sopstvene modove ležaja i celog sklopa. Kao značajan faktor u nekim modelima predviđanja radnog veka ležaja, uzima se odnos debljine uljnog filma i površinske hrapavosti [17]. Na intenzitet ovih vibracija je moguće uticati na više načina. Osnovni način je izrada preciznijih delova, odnosno smanjenje greške izrade. Kod kuglica je bitno smanjiti razliku u prečnicima, kako tokom izrade, tako i sortiranjem. Pored poboljšanja preciznosti izrade delova, intenzitet vibracija koje potiču od geometrijske nesavršenosti moguće je smanjiti pravilnim izborom maziva i dovoljnim nivoom podmazivanja, koje će izazvati prigušenje i razdvojiti kuglice od staza kotrljanja.

2.2.3.2. Valovitost staza kotrljanja i kuglica

Valovitost je karakteristika odstupanja od idealne kružnice, kada je veličina koraka između $\lambda = 1/8 \dots 1/360$ dužine obima. Valovitost je posledica grešaka koje se javljaju tokom obrade. Najčešće se izražava brojem talasa po obimu staze kotrljanja ili u mikrometrima. U odnosu na hrapavost površine, valovitost predstavlja pojavu pikova sa frekvencijom pojavljivanja koja je manja u odnosu na hrapavost (slika 2.13).



Slika 2.13. Profili hrapavosti i valovitosti prema SRPS EN ISO 4287 [16]

Prema standardu, nakon merenja stvarnog profila površine, primenom odgovarajućeg profilnog filtera moguće je izdvojiti profil površinske hrapavosti (λ_c) i profil valovitosti (λ_f i λ_c) koji se dalje koriste za određivanje površinske hrapavosti odnosno valovitosti. Primenom profilnog filtera λ_c , zanemaruju se komponente sa velikim dužinama talasa i dobija se profil hrapavosti. Primenom profilnih filtera λ_f i λ_c zanemaruju se komponente sa malim dužinama talasa i dobija se profil valovitosti.

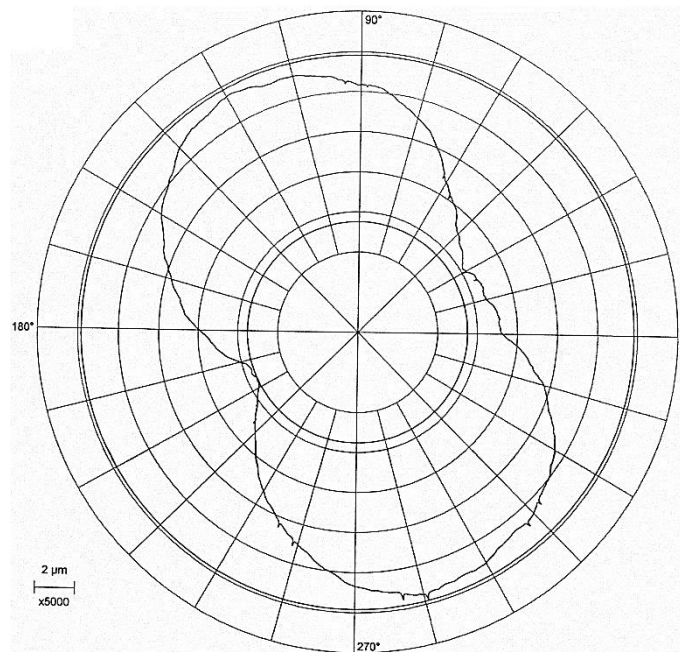
U literaturi se često valovitost definiše kao geometrijska nesavršenost kod koje je dužina talasa dosta veća od Hertz-ove širine kontakta. Valovitost staza kotrljanja je značajan izvor vibracija koje generiše kotrljajni ležaj. Valovitost spoljašnje staze kotrljanja proizvodi veće amplitude vibracija u odnosu na stazu kotrljanja na unutrašnjem prstenu iz razloga što je u najvećem broju primena spoljašnji prsten nepomičan. Vibracije koje su posledica valovitosti imaju uticaj na ceo frekventni domen, ali amplitude vibracija su najveće na frekvenciji koja je približno šezdeset puta veća od brzine obrtanja ležaja.

Valovitost se najčešće predstavlja sinusoidnom funkcijom, obzirom na to da se pikovi javljaju sa određenom učestanošću. Zbog pogodnosti opisivanja valovitosti sinusoidnom funkcijom, postoje mnogi matematički modeli koji analiziraju uticaj valovitosti na vibracije koje generiše kotrljajni ležaj.

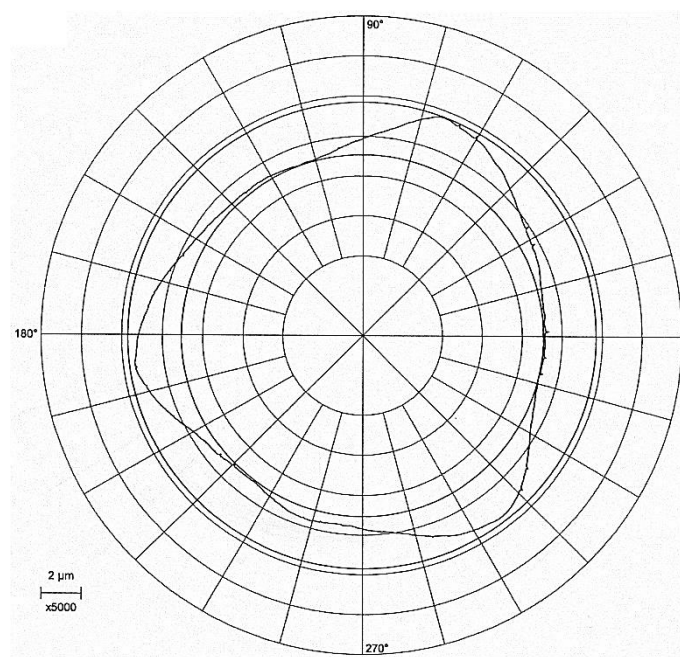
2.2.3.3. Odstupanje od kružnosti (ovalnost i poligonalnost) staza kotrljanja

U opštem smislu, odstupanje od kružnosti predstavlja odstupanje posmatranog poprečnog preseka od idealnog kruga. Kada se proverava odstupanje od kružnosti nije dovoljno izmeriti prečnik u nekoliko karakterističnih tačaka na kružnici. Moguće je da će izmereni prečnici biti u propisanim tolerancijama, ali kontrolisani deo neće imati kružni oblik. Posmatrajući okom, deo će izgledati kao cilindričan, ali za detaljniju kontrolu potrebno je sprovesti snimanje kružnice po celom obimu i tako odrediti stvarni profil. Kružnost se može meriti na više načina, korišćenjem različitih metoda. Odstupanje od kružnosti se može podeliti na dva karakteristična oblika, ovalnost (slika 2.14) i poligonalnost (slika 2.15). Pod ovalnošću se podrazumeva odstupanje od kružnosti koje ima dva kraka i stvarni oblik je najbliži elipsi. Pod poligonalnošću se podrazumeva odstupanje od kružnosti koje ima više od dva kraka i stvarni oblik je blizak

obliku mnogougla. Na osnovu analize zabeleženih odstupanja od kružnosti moguće je doći do zaključka šta ih je izazvalo. Ovalnost je obično posledica podešavanja parametara procesa obrade i stezanja alata.



Slika 2.14. Ovalna staza kotrljanja



Slika 2.15. Poligonalna staza kotrljanja

Odstupanje sa velikim brojem ponavljanja (poligonálnost) obično je posledica loše balansiranoš točila pri brušenju, loše pritegnutog obratka ili interakcija između obratka i reznog alata itd.

Kontrola odstupanja staza kotrljanja od kružnosti može da ukaže na buduće dinamičko ponašanje kotrljajnog ležaja, vibracije i bacanje. Odstupanje od kružnosti ima značajan uticaj

na bacanje prstena ležaja, koje je veoma značajno kada se ležaji ugrađuju u specijalne mehaničke prenosnike, mašine alatke i druga mesta gde se očekuje velika preciznost obrtanja. Ležaji za ovakve namene se posebno kontrolišu i izrađuju sa posebnom preciznošću.

Ranije opisani parametri odstupanja geometrije su često analizirani u naučnim radovima i postoje mnogi matematički modeli koji opisuju njihov uticaj na raspodelu opterećenja i dinamičko ponašanje kotrljajnih ležaja. Odstupanje od kružnosti staze kotrljanja spoljašnjeg i unutrašnjeg prstena i njihov uticaj na dinamičko ponašanje kotrljajnih ležaja do sada nije detaljnije izučavan. Postoje istraživanja uticaja odstupanja od oblika staza kotrljanja na raspodelu opterećenja, promenu radijalnog zazora i bacanje prstena ležaja.

2.2.4. Vibracije usled oštećenja elemenata ležaja

Razvoj tehnologije proizvodnje visoko kvalitetnih čelika koji se primenjuju za izradu prstenova i kuglica ležaja, omogućio je značajno poboljšanje radne ispravnosti i karakteristika ležaja. Visok kvalitet materijala i stalna usavršavanja geometrije, podmazivanja, kvaliteta maziva dovela je do veoma visokog kvaliteta ležaja koji veoma retko rade u režimu sa oštećenjem. Ako se i oštećenje javi izaziva amplitude vibracija na karakterističnim frekvencijama i može se prepoznati analizom spektra vibracija. Na ovaj način brzo se uočava oštećenje na ležaju koji je potrebno zameniti.

2.2.5. Vibracije kao posledica negativnog dejstva okoline

Usled grešaka makrogeometrije i mikrogeometrije vratila i otvora u kućištu ležaja i grešaka nesaosnosti vratila, mogu se javiti izrazite vibracije koje značajno utiču na dinamičko ponašanje samog ležaja. Negativan uticaj okoline se ogleda u uslovima koji mogu biti posledica dejstva visokih temperatura, abrazivne ili hemijski nepovoljne sredine, uticaja nečistoća, visoke učestanosti obrtanja, dodatnih opterećenja koja su nastala nepravilnom montažom, itd.

2.3. Karakteristične frekvencije kotrljajnih ležaja

Kotrljajni ležaji u zavisnosti od gabaritnih dimenzija i unutrašnje geometrije, imaju različite kinematske strukture, odnosno rotacione brzine prstenova, kaveza i kotrljajnih elemenata su različite. Na osnovu toga može se zaključiti da će unutrašnji prsten, spoljašnji prsten, kavez i kotrljajna tela generisati vibracije na različitim frekvencijama. Postoje četiri osnovne (specifične) frekvencije vibracija kotrljajnih ležaja, i to:

- frekvencija kaveza - f_c ,
- frekvencija unutrašnjeg prstena - f_i ,
- frekvencija spoljašnjeg prstena - f_e ,
- frekvencija kotrljajnih tela - f_b .

Vibracije koje su posledica nepravilne izrade elemenata ležaja ili oštećenja kotrljajnih staza i/ili elemenata će usled obrtanja generisati prinudne vibracije, čije će amplitude biti na tačno određenim frekvencijama. Proračun karakterističnih frekvencija se sprovodi prema sledećim izrazima uz uslov da se unutrašnji prsten obrće i pretpostavku da kotrljajna tela vrše čisto obrtno kretanje:

$$f_c = \frac{\omega}{2} \left(1 - \frac{D_k}{D_{c2}} \cdot \cos \alpha \right) \quad (2.17)$$

$$f_i = \frac{Z}{2} \cdot \omega \cdot \left(1 + \frac{D_k}{D_{c2}} \cos \alpha \right) \quad (2.18)$$

$$f_e = \frac{Z}{2} \cdot \omega \cdot \left(1 - \frac{D_k}{D_{c2}} \cos \alpha \right) \quad (2.19)$$

$$f_b = \frac{D_{c2}}{D_k} \cdot \omega \cdot \left(1 - \frac{D_k^2}{D_{c2}^2} \cos^2 \alpha \right) \quad (2.20)$$

gde je:

D_c – prečnik podeone kružnice kaveza,

D_k – prečnik kotrljajnih tela,

Z – broj kotrljajnih tela,

ω – ugaona brzina vratila,

α – radni kontaktni ugao.

Kotrljajni ležaji se najčešće ugrađuju tako da spoljašnji prsten miruje, a unutrašnji prsten se obrće. Prema tome, navedeni izrazi važe za najveći broj slučajeva primene kotrljajnih ležaja.

3. PRESEK STANJA ISTRAŽIVANJA PONAŠANJA KUGLIČNIH LEŽAJA

Kotrljajni ležaji, kao veoma bitni elementi mehaničkih prenosnika i mašina alatki, su predmet istraživanja već dugi niz godina. Pri proučavanju kotrljajnih ležaja, detaljno se analizira ponašanje ležaja pri dejstvu kako statičkog tako i dinamičkog opterećenja. Postoji značajan broj matematičkih modela koji opisuju ponašanje kotrljajnog ležaja, pri dejstvu spoljašnjeg opterećenja. Sproveden je veliki broj eksperimentalnih istraživanja vezanih za statičko i dinamičko ponašanje kotrljajnih ležaja. U nastavku će biti navedena literatura u kojoj se razmatra raspodela opterećenja na kotrljajna tela, prati pomeranje centra ležaja u funkciji spoljašnjeg opterećenja i deformacija između staza kotrljanja i kotrljajnih tela, uticaj broja kotrljajnih tela na raspodelu opterećenja, amplitude i frekvencije vibracija, analizira uticaj zazor, uticaj girokopskog momenta kotrljajnih tela pri visokim brojevima obrtaja, određuje moment trenja, određuje raspodelu i količinu razvijene toplote, analizira uticaj nečistoća na radni vek ležaja, analizira uticaj vrste i količine podmazivanja itd. Složenost dinamičkog i statičkog ponašanja kotrljajnih ležaja otvara prostor za nova istraživanja, koja se stalno sprovode. Neka od najznačajnijih istraživanja za ovaj rad prikazana su u nastavku.

3.1. Presek istraživanja statičkog i dinamičkog ponašanja ležaja

Osnovni zadatak kotrljajnih ležajeva je da obezbede tačan položaj vratila ili obrtnih osovina tokom obrtanja, međutim, to mora biti obezbeđeno i tokom mirovanja. U stacionarnom stanju, a usled dejstva spoljašnjeg opterećenja, dolazi do deformacija na mestu kontakta, odnosno pomeranja unutrašnjeg prstena u odnosu na spoljašnji. Potrebno je poznavati koliko je dozvoljeno statičko opterećenje ležaja, kako bi u režimu mirovanja deformacije u zoni kontakta bile na nivou elastičnih. Celokupno opterećenje se prenosi preko nekoliko kotrljajnih elemenata, koji sa prstenovima ostvaruju kontakt u tački ili duž linije. Čak i kod umerenih opterećenja, ovakva koncentracija izaziva ekstremno velike kontaktne sile/napone. Tačka kontakta se neprekidno pomera sa obrtanjem prstenova, tako da je materijal izložen i sa te strane ekstremnim uslovima koji imaju izraziti dinamički karakter opterećenja. Ukupan broj kotrljajnih tela, unutrašnji radijalni zazor, oblik staza kotrljanja i kotrljajnih tela, kao i karakter spoljašnjeg opterećenja imaju značajan uticaj na raspodelu opterećenja na kotrljajna tela. Drugim rečima, prisutan je fenomen gotovo trenutnog prelaza kotrljajnih elemenata iz neopterećenog u opterećeno stanje, što je praćeno intenzivnim impulsnim opterećenjima. S druge strane, u ležaju se javljaju značajne vibracije iz nekoliko potencijalnih izvora: grešaka makrogeometrije staza kotrljanja, promena krutosti pri obrtanju, različitih svojstva elastičnosti materijala prstenova i kuglica, mikroneravnina usled hrapavosti staza, grubih defekata i sl. Imajući u vidu da ležaji danas rade u uslovima dobrog podmazivanja, to se kao najvažniji izvori vibracija pojavljuju elementi strukture ležaja (zazor/preklop) i greške makro i mikrogeometrije staza kotrljanja (valovitost i hrapavost). Kuglični ležaji predstavljaju složen sistem za modeliranje sa velikim brojem ulaznih i izlaznih parametara i kompleksnim fizičkim i hemijskim procesima koje se javljaju tokom njihove eksploatacije. Iz tih razloga je praktično nemoguće formirati jedan sveobuhvatni matematički model za analizu ponašanja ležaja. Zbog toga se u praktičnoj primeni pri postavljanju matematičkog modela, pažnja više posvećuje parametrima koji utiču na ponašanje ležaja u eksploataciji. Najvažniji parametri koji utiču na ponašanje ležaja su: raspodela opterećenja na kotrljajnim telima, veličine kontaktnih napona i deformacija, veličine kontaktnog ugla, zazor ili preklopa, temperature, nivo vibracija, geometrijska nesavršenost staza kotrljanja i sl. Matematički modeli ležaja treba da uspostave zavisnost između ulaznih i izlaznih parametara ležaja koji neposredno opisuju kvalitet ležaja u skladu sa konstrukcionim, tehnološkim i eksploatacionim zahtevim. Prethodno navedene činjenice su osnovni razlozi za aktuelnost istraživanja u oblasti analize statičkog i dinamičkog

ponašanja kotrljajnih ležaja. U cilju poboljšanja konstrukcije ležaja veliki broj autora se bavi problematikom ponašanja ležaja u eksploataciji, koja je u ovom radu podeljena u dve grupe:

- Istraživanja statičkog ponašanja,
- Istraživanja dinamičkog ponašanja.

3.1.1. Istraživanja statičkog ponašanja

Problem raspodele opterećenja na kotrljajna tela kod kotrljajnih ležaja i njen uticaj na statičku i dinamičku nosivost, krutost, vek trajanja, predmet je interesovanja velikog broja istraživača. Uopšteno gledano, raspodela radijalnog opterećenja na kotrljajna tela kod kugličnih ležaja je neravnomerna. Stepenn neravnomernosti i broj kotrljajnih tela koja u datom trenutku prenose spoljašnja opterećenja, kod kugličnih ležaja zavisi od pravca, smera i intenziteta spoljašnjeg opterećenja, karakteristika materijala, elemenata strukture i geometrije ležaja, odstupanja od oblika i položaja spregnutih delova ležaja, kao i od veličine zazora/preklopa. Prvo istraživanje o raspodeli opterećenja na kotrljajna tela izveo je *Stribeck*, gde je razmatran ležaj sa nultim zazorom, opterećen spoljašnjim radijalnim opterećenjem koja prolazi kroz centar kuglice. Jedan od rezultata istraživanja je izraz za izračunavanje kontaktne sile na mestu najopterećenije kuglice [18]:

$$Q = \frac{4,37 \cdot F_r}{Z \cdot \cos \alpha} \quad (3.1)$$

Daljim radom autor je omogućio primenu izraza na radijalne ležaje sa nominalnim vrednostima zazora [19]:

$$Q = \frac{5 \cdot F_r}{Z \cdot \cos \alpha} \quad (3.2)$$

kao i na valjčaste ležaje sa nultim zazorom [18]:

$$Q = \frac{4,08 \cdot F_r}{Z \cdot \cos \alpha} \quad (3.3)$$

Sjovall uvodi tzv. *Sjovall*-ov integral [6, 20] koji se bazira na pretpostavci da opterećenje prenosi beskonačan broj kuglica malog prečnika, gde je usvojeno da je ugao kontakta na svim kuglicama isti. Sledi da je izraz za izračunavanje opterećenja najopterećenijeg kotrljajnog tela:

$$Q = \frac{F_r}{Z \cdot J_{r(\varepsilon)}} \quad (3.4)$$

Na osnovu *Sjovall*-ovog integrala *Harris* [20] razvija dvodimenzionalni elasto-deformacioni model kotrljajnih ležaja. Faktorom raspodele opterećenja (ε) opisuje kontaktnu zonu opterećenja:

$$\frac{F_r}{Z \cdot K_n \cdot J_{r(\varepsilon)}} = \left(\delta_r - \frac{1}{2} G_r \right)^{\frac{3}{2}} \quad (3.5)$$

Tomović [21] prikazuje matematički model kojim određuje graničnu vrednost spoljašnjeg radijalnog opterećenja kako bi q kotrljajnih elemenata učestvovao u prenosu opterećenja. Model razmatra dva granična slučaja, oslanjanje unutrašnjeg prstena na paran i neparan broj kotrljajnih elemenata. Razvijeni model određuje broj aktivnih kotrljajnih elemenata koji učestvuju u prenosu spoljašnjeg opterećenja u zavisnosti od tipa ležaja i radijalnog zazora. Pretpostavke koje su uvedene radi formiranja modela su:

- kotrljajne staze i kotrljajni elementi su idealnog oblika,
- pomeranje unutrašnjeg prstena je moguće isključivo u radijalnoj ravni,
- spoljašnji prsten je nepokretan,
- elementi ležaja su kruti tako da se deformacije javljaju isključivo u zoni kontakta,
- deformacije kotrljajnih elemenata i staza kotrljanja su elastične i mogu se odrediti primenom *Hertz*-ove teorije kontakta,
- kavez obezbeđuje konstantan ugao između kotrljajnih elemenata,
- oslonci uležištenja su apsolutno kruti, ležaj radi u izotermalnim uslovima,
- spoljašnje opterećenje prolazi kroz centre kotrljajnih staza i kotrljajnih elemenata,
- može se zanemariti uticaj pomeranja staza kotrljanja koje je rezultat dejstva spoljašnjeg opterećenja.

Model određuje koeficijente kojima se množi spoljašnje opterećenje i dobija opterećenje koje je potrebno za dovođenje q kotrljajnih elemenata u stanje prenošenja opterećenja u zavisnosti od veličine radijalnog zazora.

Matematički model za proračun veličine potrebne deformacije prstenova i kotrljajnih elemenata ležaja za slučaj q kotrljajnih elemenata koji prenose spoljašnje opterećenje predlaže *Tomović* [22]. Model razmatra dva granična slučaja, kada je unutrašnji prsten oslonjen na paran ili neparan broj kotrljajnih elemenata. Broj kotrljajnih elemenata koji učestvuje u prenosu opterećenja zavisi od relativnog pomeranja unutrašnjeg u odnosu na spoljašnji prsten, koje je posledica dejstva spoljašnjeg opterećenja. Rezultati matematičkog modela su potrebno pomeranje unutrašnjeg prstena i potrebne deformacije ležaja kako bi q kotrljajnih elemenata učestvovalo u prenosu spoljašnjeg opterećenja. Uticajni parametar koji model uzima u obzir je veličina radijalnog zazora.

Li [23] prikazuje matematički model i numerički metod za analizu kontaktne zone kotrljajnih ležaja. Formirani su trodimenzionalni model i model dobijen metodom konačnih elemenata (MKE) radi izračunavanja uticajnih koeficijenata deformacija i zazora koji se javljaju u zoni kontakta. Softver za analizu zone kontakta primenjen je na kotrljajne ležaje sa kuglicama i na radijalne ležaje sa valjčićima. Primenom softvera, za slučaj ležaja sa kuglicama pokazano je da pritisak na mestu kontakta ima raspodelu u obliku elipse. Kod ležaja sa valjčićima, dobijena raspodela pritiska je uniformna ukoliko valjčići imaju zaobljene ivice koje odgovaraju *Johson-Gohar*-ovoj krivoj. Razvijeni modeli su jednostavni za upotrebu i mogu imati značajnu praktičnu primenu.

Matematički model koji opisuje raspodelu opterećenja kotrljajnih ležaja sa kuglicama i valjčićima izložili su *Xiaoli i ostali* [24]. Razmatrani su slučajevi ležaja sa zazorom, preklopom i nultim zazorom. Predloženi model je baziran na *Hertz*-ovoj teoriji kontakta i jednačinama statičke ravnoteže. Rezultati dobijeni predloženim modelom su poređeni sa rezultatima koji se dobijaju upotrebom *Harris*-ovog i *Stribeck*-ovog modela. Rezultati dobijeni ovim modelom odgovaraju onima dobijenim *Harris*-ovim modelom, a takođe daju iste rezultate kao i model *Stibeck*-a. Ležaji sa preklopom ili zazorom se opisuju modelima koji opisuju predeformacije. Model sa preklopom opisuje stanje deformacija kotrljajnih tela bez dejstva spoljašnjeg opterećenja. Na ovaj način određena je veličina deformacija koja je posledica preklopa koji može postojati u ležaju. Model koji uzima u obzir veličinu zazora u ležaju opisuje veličinu zazora koji mora biti eliminisan kako bi se pojavile kontaktne deformacije.

Zhang J. i ostali [25] predstavljaju kvazi-dinamički model koji je primenjen radi opisivanja raspodele opterećenja. Model se takođe može primeniti za određivanje uticaja podnaprezanja,

spoljašnjih sila i učestanosti obrtanja na raspodelu opterećenja. Karakteristike kugličnog ležaja sa kosim dodirnom u velikoj meri zavise od predopterećenja. Na bazi ovoga može se proračunati radni vek kugličnog ležaja pod radnim uslovima. Rezultati pokazuju da odgovarajuće predopterećenje poboljšava raspodelu opterećenja i produžava radni vek kugličnog ležaja. Optimalno predopterećenje može se odrediti za bilo koje spoljašnje opterećenje i učestanost obrtanja, a da pri tome radni vek ležaja bude zadovoljen.

Analizu uticaja radijalnog zazora na raspodelu opterećenja na kotrljajna tela prikazuje *Lazović* u radu [26]. Da bi *i*-to kotrljajno telo ležaja učestvovalo u prenošenju spoljašnjeg opterećenja mora biti zadovoljen uslov kontakta koji se matematički može opisati pomoću izraza $e/2 < \cos(\gamma)^2$. U slučaju većeg radijalnog zazora uslov nije ispunjen i u prenošenju spoljašnjeg opterećenja ne učestvuju sva kotrljajna tela iz teorijske zone opterećenja. Autor daje matematički model koji uzima u obzir veličinu radijalnog zazora i ukazuje da pri povećanju veličine radijalnog zazora dolazi do smanjenja broja kotrljajnih tela koja učestvuju u prenosu spoljašnjeg opterećenja. Granični slučaj za veliki radijalni zazor i malo spoljašnje opterećenje dovodi do prenosa opterećenja preko jednog kotrljanog tela.

Korolev i ostali prikazuju matematički model koji predviđa raspodelu opterećenja na kotrljajna tela pri dejstvu radijalnog i aksijalnog spoljašnjeg opterećenja [27]. Pri dejstvu aksijalnog opterećenja ugao kontakta je različit od nule, a pri dejstvu čistog radijalnog opterećenja jednak je nuli. Model određuje optimalnu vrednost ugla kontakta koji obezbeđuje minimalno opterećenje kotrljajnih tela, što utiče na ostvarenje maksimalnog radnog veka.

Liu i ostali [28] razmatraju raspodelu opterećenja kod kotrljajnog ležaja sa kosim dodirnom pomoću analitičkog metoda. Ukazuju na značajan uticaj aksijalnog opterećenja, ugla kontakta i krutosti ležaja na radni vek. Prikazani matematički model znatno brže sprovodi proračun. Rezultati pokazuju da je predloženi model sposoban da prevaziđe greške pri izračunavanju koje se javljaju kod tradicionalnih matematičkih modela.

3.1.2. Istraživanje dinamičkog ponašanja kugličnih ležaja

Kotrljajni ležaji su u toku svog radnog veka najčešće opterećeni dinamičkim uslovima rada. Istraživanje dinamičkog ponašanja ležaja se sprovodi radi otkrivanja uzroka i smanjenja buke i vibracija, povećanja krutosti, brzohodosti, tačnosti obrtanja i povećanja radnog veka. Dinamičko istraživanje ponašanja ležaja ima za cilj analizu i utvrđivanje mehanizama nastanka vibracija kao što su:

- vibracije usled strukture elemenata ležaja,
- vibracije usled geometrijske nesavršenosti,
- vibracije usled oštećenja elemenata tokom eksploatacije,
- vibracije kao posledica negativnog dejstva okoline u kojoj ležaj radi.

3.1.2.1. Vibracije usled strukture elemenata ležaja

Vibracije koje su posledica strukture elemenata ležaja potiču od načina rada ležaja i od deformacija koje se javljaju na mestu kontakta (elastične deformacije staza kotrljanja, zazora/preklopa, ugla kontakta, mase i momenti inercije elemenata, promena krutosti i dr.). Ove vibracije će se javiti i ukoliko ležaj ima idealnu geometriju. Javljaju se kao posledica stalne promene položaja unutrašnjeg prstena usled ugaone promene položaja kotrljajnih tela. Prvo sistematično istraživanje nastanka vibracija usled promene strukture ležaja izveo je *Sunnersjo* [29], pri čemu je ležaj radijalno opterećen, a uzima u obzir prigušenje i sile inercije, kao i

radijalni zazor. Autor ukazuje na to da, iako je promena krutosti u zoni kontakta periodična, rezultujuća kretanja ležaja i dinamičke sile ne moraju biti periodične. Primenjen je matematički model sa dva stepena slobode, koji istraživači dalje proširuju i modifikuju i najčešće su to modeli sa dva, četiri ili pet stepeni slobode.

Lynagh i ostali [30] su razvili dvodimenzionalni dinamički model radi analiziranja položaja centra krutog rotora oslonjenog na kotrljajne ležaje. Analizirani su kotrljajni ležaji sa kosim dodiranjem za uležištenje glavnih vretena mašina alatki koji su prednapregnuti čime ostvaruju visoku krutost i smanjuju uticaj vibracija koje su posledica promene krutosti. U model uvode uticaj valovitosti i razlike u prečniku kotrljajnih tela kao i uticaj radijalnog zazora.

Pomoću računске simulacije jednoredog radijalnog kugličnog ležaja *Fukata i ostali* [31] pokušavaju da opišu njegovo dinamičko ponašanje i na taj način prevaziđu teoretske i eksperimentalne probleme vezane za analizu dinamičkog ponašanja ležaja. Simuliran je ležaj sa idealnom geometrijom i po prvi put su uvedeni pojmovi superharmonično, podharmonično ponašanje i haotično stanje ležaja. Haotično stanje se javlja pri kritičnim brojevima obrtaja.

Mevel i Guyader [32] pomoću simulacija opisuju izvore haotičnog ponašanja jednoredog kugličnog ležaja. Utvrdili su da, ako je ležaj idealan, postoje dva izvora haotičnog ponašanja. Pokazali su da ukoliko ležaj ima nedovoljno opterećenje, odnosno opterećenje je manje od minimalno potrebnog, postoje uslovi za pojavu haotičnog stanja.

Nataraj i Harsha [33] prikazuju analitički model kako bi istražili nelinearno dinamičko ponašanje ležaja zbog nejednakog ugaonog položaja kuglica kao posledica obrtanja kaveza. Matematički model uzima u obzir izvore nelinearnosti kao što je *Hertz*-ova zona kontakta, prelazak kuglica iz neopterećenog u opterećeno stanje. Kontakt između kuglica i staza kotrljanja je predstavljen pomoću nelinearne opruge. Prikazani su uticaji za različit broj kuglica u ležaju, na *Poincare* mapama i u frekventnom domenu primenom brze *Fourier*-ove transformacije. Rezultati pokazuju da dolazi do umnožavanja frekvencije kuglica sa frekvencijom obrtanja vretena i frekvencijom kaveza.

U radu [34] *Zhang Z. i ostali* pomoću modela sa dva stepena slobode istražuju ponašanje krutog rotora oslonjenog pomoću kotrljajnih ležaja usled promene strukture ležaja sa unutrašnjim radijalnim zazorom. Pomoću modela određuju frekvencije na kojima se javljaju vibracije koje su posledica promene položaja kotrljajnih elemenata, radijalnog zazora i promena na mestu kontakta koje opisuju pomoću *Hertz*-ove teorije. Promena položaja kotrljajnih tela usled obrtanja ležaja pobuđuje vibracije na sopstvenim frekvencijama rotora i zajedno sa nelinearnosti koja potiče od radijalnog zazora, može izazvati veoma složeno dinamičko ponašanje celog sistema.

De Mul i ostali [35] prikazuju model sa pet stepeni slobode, pomoću koga je moguće odrediti raspodelu opterećenja kod kotrljajnih ležaja. Pretpostavke koje su uvedene pri formiranju modela su, da je trenje u ležaju zanemareno, da je materijal linearno elastičan, da su prstenovi ležaja kruti, osim u zoni kontakta.

U radu [36] *Tomović* predstavlja pojednostavljen matematički model za analizu vibracija koje su posledica strukture i promene krutosti kotrljajnog ležaja. Analiza generisanja vibracija se svodi na dva slučaja oslanjanja unutrašnjeg prstena, na paran i neparan broj kotrljajnih tela. Model je veoma pojednostavljen i pogodan za praktičnu primenu za određivanje amplituda i frekvencija vibracija koje generiše ležaj. Uticaj unutrašnjeg radijalnog zazora, spoljašnjeg radijalnog opterećenja i ukupnog broja kotrljajnih tela je uzet u obzir kao najznačajniji

parametri na generisanje vibracija. Pokazano je da izborom optimalnih veličina radijalnog zazora i spoljašnjeg radijalnog opterećenja teoretski moguće eliminisati vibracije usled elemenata strukture.

3.1.2.1.1. Uticaj radijalnog zazora

Radijalni zazor, kao jedan od uticajnih konstrukcionih parametara ležaja, uvodi se radi obezbeđivanja toplotnih dilatacija, značajan je izvor vibracija i nelinearnog dinamičkog ponašanja ležaja. Nelinearnost zazora je značajna i teško ju je matematički opisati, te je jedan od problema za čije opisivanje je potrebno pronaći rešenje.

Tiwari i ostali [37] određuju krutost kugličnih ležaja i njihovo dinamičko ponašanje usled nelinearnosti *Hertz*-ovog kontakta i radijalnog zazora. Za određivanje stabilnosti balansirano rotora oslonjenog kotrljajnim ležajima korišćene su *Pointcare* mape višeg reda i tehnike interpolacije. Rezultati pokazuju da se nestabilnost i haotičan dinamičan odziv javljaju pri promeni broja obrtaja sistema. Eksperimentalnim putem dokazan je uticaj na povećanje nelinearnosti usled povećanja radijalnog zazora.

Saito [38] istražuje dinamičko ponašanje *Jeffcott*-ovog neuravnoteženog horizontalnog rotora koji je oslonjen na kuglične ležaje, primenom numeričke tehnike harmonijskog balansa. U radu pokazuje da postoje četiri tipa odziva neuravnoteženog rotora, a to su horizontalni, vertikalni, srednji i kružni mod. Kružni mod je detaljno analiziran iz razloga što maksimalne amplitude mogu imati značajno velike vrednosti, kako bi se preduzeli odgovarajući koraci za eliminaciju uzroka ove pojave.

Matematički model koji opisuje dinamičko ponašanje neopterećenog kotrljajnog ležaja sa radijalnim zazorom i različitim brojem kotrljajnih tela predlažu *Tomović i ostali* [39]. Predviđanje matematičkog modela potvrđeno je eksperimentalnim putem. Centar rotora oslonjenog preko kotrljajnih ležaja osciluje i te oscilacije se mogu opisati sinusoidom. Frekvencija na kojoj se javljaju vibracije krutog rotora jednaka je frekvenciji prolaska kotrljajnih tela. Zavisnost između frekvencije obrtanja vratila i frekvencije prolaska kotrljajnih tela je linearna sa koeficijentom linearnosti k_w . Pokazano je da veličina radijalnog zazora nema uticaja na koeficijent linearnosti. Povećanje broja kotrljajnih tela utiče na linearno povećanje frekvencije prolaska kotrljajnih tela. Amplituda frekvencije prolaska kotrljajnih tela je linearno zavisna od veličine radijalnog zazora u ležaju.

Jovanović i Tomović [40] prikazuju matematički model koji opisuje kretanje centra krutog rotora u radijalnoj ravni, koji se primenjuje za analizu vibracija koje generiše kotrljajni ležaj i analizu tačnosti obrtanja rotora. Model uzima u obzir unutrašnji radijalni zazor, spoljašnje opterećenje i opterećenje usled debalansa. Diferencijalne jednačine kretanja su napisane pomoću *Lagrange*-ovih jednačina, a kontakti između kotrljajnih elemenata i staza kotrljanja se smatraju nelinearnim. Krutost je određena na osnovu *Hertz*-ove teorije elastičnog kontakta.

Analizu uticaja unutrašnjeg radijalnog zazora na amplitude vibracije koje generiše kotrljajni ležaj eksperimentalnim putem sproveo je *Zmarzly* [41]. Istraživanje je izvedeno na radijalnom kugličnom ležaju oznake 6304. Amplitude vibracija su analizirane u frekventnom domenu u standardom propisanim područjima. Rezultati pokazuju da povećanje unutrašnjeg radijalnog zazora utiče na amplitude vibracija u svim područjima, a najveći uticaj je u srednjem frekventnom području.

Tiwari i ostali [42] teoretski simuliraju odziv balansiranog krutog rotora koji je oslonjen na radijalne kuglične ležajeve. Analiziran je uticaj radijalnog unutrašnjeg zazora kugličnog ležaja na dinamički odziv rotora. Pokazano je da subharmonično i haotično ponašanje veoma zavisi od radijalnog zazora. Uočeno je da daležaji sa velikim radijalnim zazorom pri velikim brojevima obrtaja utiču na proširenje oblasti haotičnog ponašanja.

U radu [43] *Harsha* daje model kojim istražuje strukturne vibracije kotrljajnog ležaja u zavisnosti od uticaja radijalnog zazora. Pokazano je da za određene kombinacije brzine obrtanja i radijalnog zazora nelinearnost sistema prelazi u haotično ponašanje. Smanjenje radijalnog zazora utiče na povećanje linearnosti sistema.

Gupta i ostali [44] analiziraju dinamičko ponašanje rotora oslonjenog radijalnim kotrljajnim ležajima. Kao uticajne parametre uzimaju debalans rotora, radijalni zazor ležaja i elastičnost rotora. Zaključili su da sa povećanjem krutosti ležaja nelinearnost zazora se povećava i odziv celog sistema teži nestabilnosti i haotičnom ponašanju.

Analizu dinamičkog ponašanja kotrljajnih ležaja bez oštećenja kotrljajnih površina koristeći matematički model koji *Hertz*-ovom teorijom kontakta opisuje krutost ležaja sproveli su *Ghafari i ostali* [45]. Utvrdili su da sa povećanjem radijalnog zazora ležaj iz stabilnog ponašanja prelazi u oblast nestabilnog dinamičkog ponašanja. Za ležaje sa većim radijalnim zazorima razvijena je mapa haotičnog ponašanja pomoću koje je moguće odrediti za koje kombinacije broja obrtaja i radijalnog zazora ležaj prelazi u stanje haotičnog (nestabilnog) ponašanja.

Bai i ostali [46] su istraživali stabilnost i dinamičko ponašanje vratila oslonjenog u ležajima sa radijalnim zazorom. Teoretski su utvrdili da postoje tri načina prelaska sistema iz stabilnog stanja u haotično stanje. Zaključili su da postoje kombinacije broja obrtaja i veličine radijalnog zazora koje sistem uvode u haotično ponašanje.

Novo konstrukciono rešenje kliznog ležaja sa promenljivim radijalnim zazorom predlažu *Zhang L. i ostali* [47]. Ukazuju da se promenom veličine radijalnog zazora može uticati na amplitude vibracija. Ukoliko je brzina obrtanja ispod kritične, smanjenjem radijalnog zazora moguće je smanjiti amplitude vibracija za 67%.

3.1.2.1.2. Uticaj ugla kontakta

Ugao kontakta predstavlja ugao između linije koja povezuje tačke dodira kuglice i kotrljajnih staza i radijalne ravni, (slika 2.5). Kod radijalnih kotrljajnih ležaja koji su opterećeni radijalnim opterećenjem teorijska vrednost ugao kontakta je 0° . Međutim, kada na njih deluje aksijalno opterećenje, zbog postojanja radijalnog zazora, unutrašnji prsten se može pomeriti zajedno sa kuglicama i tada je ugao kontakta različit od nule. Veličina ugla kontakta prvenstveno zavisi od veličine radijalnog zazora, veličine aksijalnog opterećenja, montaže ležaja itd. Promena ugla kontakta utiče na dinamičko ponašanje ležaja, jer zbog promene položaja kotrljajnih tela može doći do manjih promena karakterističnih frekvencija ležaja. Istraživači su se bavili uticajem ugla kontakta na krutost, raspodelu opterećenja i dinamičko ponašanje kotrljajnih ležaja. Neka od istraživanja prikazana su u nastavku.

Autori u radu [48] predlažu model na bazi *Newton*-ovog metoda za izračunavanje ugla kontakta kod kugličnih ležaja. Model pri izračunavanju ugla kontakta uzima u obzir elastične deformacije kuglica i staza kotrljanja. Prema autorima, ako je kuglični ležaj opterećen samo radijalnim opterećenjem, tada u prenosu opterećenja učestvuje samo određen broj kuglica. Kada se pojavi aksijalno opterećenje, tada ugao kontakta raste i sve kuglice dolaze u kontakt sa stazama kotrljanja, što smanjuje mogućnost klizanja kuglica.

Zhang X. i ostali [49] su pomoću pojednostavljenog Jones-Harris-ovog matematičkog modela istraživali promenu ugla kontakta kod kotrljajnih ležaja. Zaključili su da centrifugalna sila ima veći uticaj u odnosu na giroskopski moment kuglice na promenu ugla kontakta i da pomeranje unutrašnjeg prstena ima značajan uticaj na ugao kontakta.

Li X. i ostali [50] daju model za analizu uticaja oštećenja na spoljašnjoj stazi kotrljanja na ugao kontakta kod kugličnog ležaja sa kosim dodirrom. Prema njima promena ugla kontakta značajno menja dinamičko ponašanje ležaja. Pokazali su da sa povećanjem broja obrtaja raste centrifugalna sila i opterećenje spoljašnjeg prstena je veće u odnosu na opterećenje unutrašnjeg.

U radu [51] je predstavljen analitički model za određivanje ugla kontakta u zavisnosti od broja obrtaja i spoljašnjeg opterećenja. Model razmatra samo ležaje koji su prednapregnuti čistim aksijalnim opterećenjem.

3.1.2.2. Vibracije usled geometrijske nesavršenosti

Izrada delova ležaja koji imaju idealni geometrijski oblik u realnim uslovima i sa raspoloživim tehnikama i tehnologijama obrade, nije moguća. Pored tolerancija dužinskih mera, veliki uticaj na tačnost izrađenih delova imaju tolerancije oblika ili geometrijske tolerancije. Najčešći oblik greške koji se javlja pri izradi delova ležaja je valovitost. Pod valovitošću se smatra kada je dužina talasa mnogo veća od dužine Hertz-ovog kontakta. Pored geometrijske nesavršenosti u vidu valovitosti, značajan uticaj na dinamičko ponašanje ležaja, a posebno u zoni kontakta, ima hrapavost obrađenih površina, kako kotrljajnih staza, tako i kotrljajnih tela. Pored navedenih, uticajan faktor na amplitude i frekvencije vibracija koje generiše ležaj je odstupanje od kružnosti staza kotrljanja. Odstupanje od kružnosti se javlja u vidu ovalnosti ili poligonalnosti staze kotrljanja. U slučaju velike poligonalnosti tada se prema ranije navedenoj podeli može smatrati da je to valovitost staze kotrljanja. Težnje proizvođača su usmerene ka ostvarenju što je moguće pravilnijih površina, sa što manjom hrapavošću. U cilju boljeg razumevanja uticaja pomenutih nesavršenosti na dinamičko ponašanje ležaja, sprovedena su mnoga istraživanja.

3.1.2.2.1. Uticaj valovitosti staza kotrljanja i kuglica

Opšte je poznato da nije moguće izraditi idealnu površinu i konturu, čak ni sa najpreciznijim mašinama alatkama, što je prihvaćeno i u proizvodnji ležaja. Jedna od stalnih geometrijskih grešaka koja se javlja u proizvodnji ležaja je valovitost staza kotrljanja, kao i kotrljajnih tela. Ona može biti prouzrokovana različitim proizvodnim uslovima kao što su: neravnomerno trošenje tocila pri brušenju staza kotrljanja, promenljivo kretanje između alata i obratka, vibracijama elemenata mašine alatke, pomeranjem obradka u priboru i sl.

Matematički model za predviđanje odziva vibracija predlažu Choudhury i Tandon gde razmatraju raspored defekata na stazama kotrljanja kao valovitost, kod radialno opterećenog ležaja [52]. Model predviđa amplitude vibracija na karakterističnim frekvencijama za ležaj bez i sa oštećenjem. Nivo amplituda značajno raste kod ležaja sa oštećenjem i to na frekvenciji kaveza i njenim harmonicima ako postoji razlika u prečniku kotrljajnog elementa, na frekvenciji spoljašnje staze ako je spoljašnja staza oštećena, a oštećenja na unutrašnjoj stazi kotrljanja će se javiti na frekvenciji $Z_j(\omega_c - \omega_s)$.

Akturk [53] istražuje uticaj valovitosti staza kotrljanja kugličnog ležaja na vibracije u radijalnom i aksijalnom pravcu. Razvijeni model simulira valovitost staze kotrljanja spoljašnjeg i unutrašnjeg prstena, kao i kotrljajnih tela. Rezultat simulacija je spektar vibracija u vremenskom i frekventnom domenu. Rezultati pokazuju da se valovitost staze kotrljanja spoljašnjeg prstena javlja na amplitudama na frekvenciji prolaska kotrljajnih tela i njenim harmonicima, a da se amplitude vibracija zbog valovitosti kotrljajnih tela javljaju na frekvenciji kaveza i na frekvenciji kotrljajnih tela i njihovim harmonicima.

Jang i Jeong [54] razmatraju uticaj valovitosti na dinamičko ponašanje kotrljajnog ležaja. Pri definisanju nelinearnih jednačina ravnoteže, uzimaju u obzir inercijalne sile i giroskopski moment kuglica, a valovitost kotrljajnih tela predstavljaju sinusnom funkcijom. Prema autorima, valovitost izaziva promene u zoni kontakta i promenu krutosti. Valovitost reda $iZ+1$ izaziva vibracije u aksijalnom pravcu i ima mnogo veće amplitude u odnosu na vibracije u radijalnom pravcu koje su posledica valovitosti reda iZ . Povećanje brzine obrtanja izaziva povećanje amplituda vibracija na frekvenciji kaveza i na frekvenciji prolaska kuglica, kao posledica dejstva inercijalnih sila i giroskopskog momenta kuglica.

Matematički model za određivanje nelinearnog dinamičkog ponašanja kugličnih ležaja koji uzima u obzir valovitost i broj kotrljajnih tela predlažu *Harsha i Kankar* [55]. Analizu sprovode na krutom rotoru koji je uležišten kugličnim ležajima, a kontakt između kotrljajnih tela i staza kotrljanja predstavljaju pomoću nelinearne opruge. Krutost opruge određuju primenom *Hertz*-ove teorije kontakta i analiziraju stabilnost krutog rotora. Nelinearne diferencijalne jednačine rešavaju na iterativan način pomoću *Newmark- β* tehnike sa *Newton-Raphson* metodom. Rezultati ukazuju da su broj kotrljajnih tela koja učestvuju u prenosu opterećenja i broj talasa na kotrljajnom telu značajni parametri koji utiču na dinamičko ponašanje sistema.

Changqing i Qingyu [56] prezentuju dinamički model krutog rotora oslonjenog kotrljajnim ležajima koji uzima u obzir radijalni zazor i valovitost kotrljajnih površina ležaja. Model kugličnog ležaja uzima u obzir efekte dejstva centrifugalne sile i giroskopskog momenta kuglice. Rezultati koji su dobijeni ovim modelom su u saglasnosti sa eksperimentalnim i rezultatima modela koje predstavljaju vodeći istraživači iz ove oblasti. Autori koriste model da bi odredili uticaj zazora, valovitosti, prednaprezanja i radijalnog opterećenja na stabilnost i dinamičko ponašanje sistema pri visokim brojevima obrtaja. Pokazano je da zazor, aksijalno prednaprezanje i radijalno opterećenje imaju značajnu ulogu u ponašanju sistema.

Zhang Q. i ostali [57] izlažu matematički model za određivanje nivoa buke koju generiše radijalni kuglični ležaj u zavisnosti od valovitosti staza kotrljanja i kuglica, broja obrtaja, spoljašnjeg opterećenja i razlike u prečniku kuglica. Rezultati pokazuju da povećanjem amplitude valovitosti, broja obrtaja, spoljašnjeg opterećenja i razlike u prečniku kuglica raste nivo buke koju ležaj generiše.

Teorijsko i eksperimentalno istraživanje uticaja valovitosti staza kotrljanja na vibracije koje generiše ležaj prikazuju *Shah i Patel* [58]. Dinamički model uzima u obzir masu vratila, prstenova i kućišta. Zaključuju da postoji zavisnost između teoretskih i eksperimentalnih rezultata i da se velike amplitude vibracija javljaju kada je broj talasa jednak broju kotrljajnih tela.

Eksperimentalno istraživanje uticaja valovitosti kotrljajnih površina na amplitude vibracija u standardom definisanim frekventnim područjima sprovodi su *Adamczak i Zmarzly* [59]. U analizi rezultata je pokazano da povećanje valovitosti spoljašnje i unutrašnje staze kotrljanja utiče na povećanje amplituda vibracija u svim područjima.

Liu i Shao [60] istražuju uticaj broja talasa, maksimalne amplitude talasa i nejednake raspodele valovitosti na vibracije kotrljajnog ležaja. Dinamički model uzima u obzir promenu strukture ležaja i promenu krutosti na mestu kontakta koji je podmazan na koje utiče valovitost. Prikazani model daje preciznije rezultate od drugih dostupnih u literaturi.

Jang i Jeong [61] prezentuju analitički model radi istraživanja vibracija, koje su posledica valovitosti kugličnog ležaja, u sistemu oslonjenom na dva ili više ležaja. Model uzima u obzir centrifugalnu silu i giroskopski moment kuglica, a valovitost je opisana pomoću sinusoidne funkcije. Pokazali su da giroskopski moment i centrifugalna sila kuglica uz valovitost, utiču na osnovne frekvencije i harmonike na kojima se javljaju amplitude vibracija.

3.1.2.2.2. Uticaj površinske hrapavosti i podmazivanja

Površinska hrapavost staza kotrljanja u ležaju ima značajan uticaj na dinamičko ponašanje ležaja, pre svega kroz uticaj na podmazivanje na mestu kontakta. Pored površinske hrapavosti, uticajni parametri su način podmazivanja, vrsta i karakteristike maziva, kroz uticaj na trenje u ležaju, odnosno na moment trenja i prigušenje. Istraživanje uticaja površinske hrapavosti postalo je značajno 1970-tih godina. Podmazivanje kotrljajnih ležaja je neophodno kako bi se obezbedilo minimalno habanje i trenje. Sredstvo za podmazivanje razdvaja kotrljajna tela i staze kotrljanja. Od kvaliteta maziva i podmazivanja zavisi dinamičko ponašanje i radni vek ležaja. Podmazivanje se može izvoditi pomoću tečnih maziva, masti ili čvrstih maziva. Kvalitet podmazivanja zavisi od vrste maziva i stanja na mestu kontakta kotrljajnog tela i staza kotrljanja, koje se ogleda u vidu površinske hrapavosti, orijentacije neravnina na mestu kontakta itd. Način podmazivanja ima veliki uticaj na porast temperature, vek i bučnost ležaja. Izbor načina podmazivanja najčešće se vrši na osnovu faktora brzohodnosti u zavisnosti od tipa ležaja. Za faktor brzohodnosti do $1,8 \times 10^6$ [mm/min] za podmazivanje se koristi mast. Izbor količine sredstva za podmazivanje predstavlja, na neki način, kompromis između snage gubitaka usled trenja (koja treba da je što manja) i minimalnog porasta temperature za različite brojeve obrtaja. Kotrljajni ležaji pored podmazivanja uljem, podmazuju se mastima, uljnom maglom, a primenjuje se i kombinovano podmazivanje-hlađenje ulje/vazduh.

U nastavku su prikazana istraživanja o uticaju podmazivanja na dinamičko ponašanje kotrljajnog ležaja. Takođe su data značajnija istraživanja uticaja površinske hrapavosti na kontakt u tački.

U radu [62] autori prave pregled podmazivanja kotrljajnih ležaja pomoću masti. Mast ima niz prednosti u odnosu na ostale vidove podmazivanja, pri čemu je njen osnovni nedostatak ograničeni vek trajanja. Naglašavaju da je bitna karakteristika za podmazivanje ležaja kretanje masti, odnosno da se neistrošena mast dovede na mesto kontakta. Veoma mala količina masti učestvuje u podmazivanju ležaja, pri čemu preostala količina masti ostaje raspoređena u unutrašnjosti ležaja.

Yunlong i ostali [17] istražuju sile trenja i momente koji su posledica kontakta kuglica i staza kotrljanja. Razvili su matematički model pomoću koga istražuju uticaj površinske hrapavosti staza kotrljanja, na kretanja kuglice i napone koji se javljaju ispod površine kotrljanja. Koeficijent trenja na mestu kontakta kuglica i staza je ocenjen na osnovu poznate površinske hrapavosti i porasta temperature. Rezultati pokazuju da površinska hrapavost staza kotrljanja može imati značajan uticaj na kretanje i podmazivanje na mestu kontakta.

Uticao orijentacije površinske hrapavosti, odnosa klizanja i kotrljanja, brzine obrtanja na podmazivanje u zoni kontakta kugličnog ležaja istražuju *Kaneta i ostali* [63]. Površina čelične kuglice koja je korišćena za eksperimentalna istraživanja je obrađena tako da njena površina predstavlja površinu modela za ispitivanje površinske hrapavosti. Pokazano je da se vrhovi dodirnih površina elastično deformišu u zavisnosti od faktora podmazivanja Λ (uljnog filma), koji predstavlja odnos minimalne debljine uljnog filma i srednjeg aritmetičkog odstupanja profila površine kotrljanja. Smatra se da na mestu kontakta vlada elastohidrodinamičko podmazivanje.

Zhu i Wang [64] analiziraju uticaj orijentacije površinske hrapavosti za kontakt po liniji, kontakt u tački i elipsasti kontakt, tri različite orijentacije hrapavosti, jedanaest brojeva obrtaja, različite uslove podmazivanja, od suvog kontakta do čistog elastohidrodinamičkog podmazivanja. Autori zaključuju da je orijentacija površinske hrapavosti od značajnog uticaja na elastohidrodinamičko podmazivanje kada je podmazivanje mešovito, tj. kada je $0,05 \leq \Lambda \leq 1$. Uticaj orijentacije hrapavosti kod podmazivanja kontakta u tački ili elipsi je zanemarljivo mali kada je $\Lambda < 1,2 - 1,5$, iz razloga što u tom slučaju nastaje potpuno elastohidrodinamičko podmazivanje i površine kontakta su razdvojene slojem maziva.

Wijnant i ostali [65] su razvili matematičke modele za analizu dinamičkog ponašanja ležaja. Dinamičko ponašanje je posledica strukturnih vibracija i vibracija koje se javljaju u zoni kontakta koja je u ovom slučaju podmazana. Radi istraživanja dinamičkog ponašanja razvijen je model koji opisuje elastohidrodinamičko podmazivanje na mestu kontakta. Pomoću modela određene su promene sopstvenih frekvencija ležaja i utvrđeno je da promena sopstvene frekvencije najviše zavisi od promene ugla kontakta.

Numeričko rešenje za određivanje karakteristika krutosti i prigušenja pri konstantnoj temperaturi kontakta u tački sa elastohidrodinamičkim podmazivanjem u zavisnosti od površinske hrapavosti i promene viskoziteta sa pritiskom predstavljaju *Sarangi i ostali* [13]. Izvedene su uporedne studije dinamičkog ponašanja kugličnog ležaja bez podmazivanja, podmazanog kugličnog ležaja i kliznog ležaja. Za analizu uticaja površinske hrapavosti uveden je parametar Λ . Analizom dobijenih podataka može se zaključiti da je pri vrednosti Λ manjoj od 2, uticaj na krutost dominantan, ali kada Λ ima vrednost veću od 2 tada je uticaj hrapavosti na krutost veoma mala.

Masjedi i Khonsari [66] istražuju raspodelu maziva u kontaktu sa površinskom hrapavošću, pri uslovima elastohidrodinamičkog podmazivanja. Daju izraze za izračunavanje debljine uljnog filma kod kontakta u tački za tzv. glatki kontakt, gde zanemaruju površinsku hrapavost, i izraze gde uzimaju u obzir površinsku hrapavost. Na osnovu rezultata su odredili debljinu uljnog filma u bezdimenzionom obliku. Uticajni parametri koje uvode su eliptičnost, bezdimenziono opterećenje, brzina, materijal, površinska hrapavost i tvrdoća. Dobijeni rezultati su u dobroj korelaciji sa rezultatima drugih autora.

Zhang S. i ostali [67] modeliraju kontakt u tački sa površinskom hrapavošću. Kontakt posmatraju kao elastično-plastični, a menjaju karakteristike površinske hrapavosti i pomoću modela određuju raspodelu pritiska u kontaktu, a na taj način ocenjuju uticaj površinske hrapavosti. Pri promeni karakteristika površinske hrapavosti menjaju asimetriju površine (zakrivljenost, eng. *skewness*), kurtosis i srednje kvadratno odstupanje površine kontakta. Pored površinske hrapavosti u razmatranje uzimaju i veličinu spoljašnjeg opterećenja i zaključuju da se u zavisnosti od intenziteta opterećenja menja raspodela i intenzitet pritiska u kontaktu.

Uticaj površinske hrapavosti na radni vek standardnih i hibridnih kotrljajnih ležaja istraživali su *Goepfert i ostali* [68]. Zaključili su da kod standardnih ležaja izrađenih od čelika u uslovima rada sa podmazivanjem i malim opterećenjem površinska hrapavost raste i utiče na skraćenje radnog veka. Hibridni ležaji su značajno otporniji na promenu površinske hrapavosti i to je jedan od razloga njihove sposobnosti da ostvare duži radni vek.

U radu [69] autori istražuju i modeliraju radni vek ležaja kod kojih se radni vek skraćuje usled povećanja površinske hrapavosti. Utvrdili su da primena specijalnih čelika otpornih na habanje utiče na povećanje radnog veka ležaja.

Zhang Y. i ostali [70] istražuju uticajne parametre na podmazivanje kontakta po liniji. Zaključuju da krutost kontakta uglavnom zavisi od karakteristika materijala u kontaktu, a manje od opterećenja, da se sa povećanjem površinske hrapavosti debljina uljnog filma smanjuje i da pri malom broju obrtaja krutost uljnog filma raste.

Novi način za određivanje hrapavosti kotrljajnog ležaja ugrađenog u elektromotor je predlažu *Frosini i ostali* [71]. Merenjem struja i fluksa i analizom rezultata u frekventnom domenu moguće je odrediti površinsku hrapavost ugrađenih kotrljajnih ležaja.

Uticaj površinske hrapavosti na dinamičko ponašanje valjčastog ležaja pri velikom opterećenju i malom broju obrtaja je istraživano u [72]. Simulacije su pokazale da povećanje površinske hrapavosti utiče na povećano generisanje toplote.

Eksperimentalno istraživanje formiranja uljnog filma i njegovog uticaja na dinamičko ponašanje kugličnog ležaja prikazano je u [73]. Određivanje krutosti i prigušenja kotrljajnog ležaja određeno je na bazi merenja debljine uljnog filma. Nakon zagrevanja ležaja na radnu temperaturu uočeno je blago povećanje krutosti i značajno povećanje prigušenja, pri čemu je viskoznost maziva smanjena.

Jablonka i ostali [74] predlažu novi način za praćenje i određivanje debljine uljnog filma u ležaju. Predlažu kombinaciju tradicionalnih metoda i novih optičkih i njihovom kombinacijom ostvaruju mogućnost određivanja debljine uljnog filma u bilo kom trenutku.

3.1.2.2.3. Uticaj odstupanja od kružnosti staza kotrljanja

Odstupanje od kružnosti staza kotrljanja kotrljajnih ležajautiče na dinamičko ponašanje ležaja i odražava se na stvarnu vrednost radijalnog zazorai bacanje prstena ležaja. Bacanje prstena ležaja najčešće se meri u radijalnom i aksijalnom pravcu i veoma je značajno kod mašina i uređaja kod kojih se zahteva visoka preciznost obrtanja. Odstupanje od kružnosti staza kotrljanja utiče na amplitude vibracija kotrljajnog ležaja. U nastavku su navedeni radovi koji se bave uticajem odstupanja od kružnosti na promenu zazora, bacanje prstena i vibracije koje generiše kotrljajni ležaj.

Chen i ostali [75] analiziraju uticaj odstupanja od kružnosti staza kotrljanja i promene prečnika valjičića, na promenu zazora i bacanje valjkastog ležaja. Oblik staza kotrljanja je opisan *Fourier*-ovim redovima i pokazano je da je uticaj njihovog oblika značajan na promenu zazora i bacanje prstena.

Zhou i ostali [76] predlažu matematički model kojim određuju zavisnost geometrijskih odstupanja delova ležaja na bacanje spoljašnjeg prstena. Pokazali su da sa povećanjem odstupanja od kružnosti linearno raste radijalno bacanje spoljašnjeg prstena.

Istraživanje i model za predviđanje radijalnog bacanja spoljašnjeg prstena u zavisnosti od odstupanja od kružnosti, broja valjčića i radijalnog zazora je prikazano u [77]. Predviđanje se izvodi za različite amplitude i redove odstupanja od kružnosti (ovalnost ili poligonalnost). Rezultati predviđanja su upoređeni sa analitički dobijenim vrednostima i zaključuju da je model za predviđanje tačniji.

Ambrozkiwicz i ostali [78] na osnovu eksperimentalnog istraživanja određuju uticaj odstupanja od kružnosti staza kotrljanja na amplitude vibracija. Merenje amplituda vibracija je izvedeno na radijalnim kugličnim ležajima sa različitim odstupanjem od kružnosti unutrašnjeg prstena. Pokazali su da povećanje amplitude odstupanja od kružnosti dovodi do povećanja amplituda vibracija ležaja.

Prema [79] rotori velikih dimenzija se konstruišu tako da njihov radni broj obrtaja bude ispod kritičnog. U ovom režimu rada, vibracije kotrljajnih ležaja su značajan izvor pobude sistema. Broj talasa unutrašnjeg prstena pomnožen frekvencijom obrtanja rotora predstavlja frekvenciju na kojoj će se javiti pobudne amplitude. U radu je zaključeno da smanjenje odstupanja od kružnosti izaziva smanjenje pobudnih amplituda.

3.1.2.3. Vibracije usled oštećenja elemenata tokom eksploatacije

Oštećenje kotrljajnih površina ležaja je neizbežno. Svaki kotrljajni ležaj deo radnog veka će provesti u uslovima rada sa oštećenjem. Oštećenja mogu biti razna, od deformacija staza kotrljanja, plastičnih deformacija kuglica, pojave pitinga, do pojavedrugih oštećenja na kotrljajnim površinama. Rano otkrivanje oštećenja na kotrljajnim površinama ležaja je veoma značajno. Veliki broj istraživanja [80-84] koja su sprovedena na ovu temu govori o važnosti problema.

3.1.2.4. Vibracije kao posledica negativnog dejstva okoline u kojoj ležaj radi

Radni uslovi u kojima ležaj radi mogu značajno da utiču na njegovo statičko i dinamičko ponašanje, radni vek itd. Montaža može značajno da utiče na uslove u kojima će ležaj raditi. Zakošen unutrašnji prsten će izazvati promenu ugla kontakta i promenu raspodele opterećenja u ležaju, povišena temperatura će izazvati promenu karakteristika maziva, ako je dovoljno visoka može izazvati i promene materijala od kog je ležaj napravljen. Okruženje u kome ležaj radi može sadržati nečistoće koje ako prodru u unutrašnjost ležaja kontaminiraju sredstvo za podmazivanje. Uticaj dejstva okoline na rad kotrljajnog ležaja je veoma složena i postoji značajan broj istraživanja [5] koja se bave ovim problemom.

3.2. Primena veštačkih neuronskih mreža u istraživanju kotrljajnih ležaja

Veštačke neuronske mreže se dugi niz godina koriste u oblasti istraživanja i određivanja stanja kotrljajnih ležaja. Najčešće su zastupljene u obliku vibrodijagnostičkih alata gde pomažu u određivanju uzroka nepravilnog rada rotirajućih mašina. Pomoću njih je moguće prepoznati uzrok nepravilnog rada sistema u vidu debalansa, oštećenja na zupcima zupčanika [85], oštećenja u ležaju [86-89] i još mnoga druga. Rezultati istraživanja pokazuju da kvalitetnom obradom signala sa senzora koji meri vibracije i primenom tako dobijenih podataka za obuku veštačke neuronske mreže mogu se dobiti modeli koji veoma dobro prepoznaju uzroke nepravilnog rada rotirajućih mašina.

U radu [90] je opisan postupak obrade izmerenih signala za zupčaste parove i ležaje, primenom tehnike transformacije talasa i formiranjem neuronske mreže odgovarajuće

strukture. Pokazano je da dvoslojna perceptonska neuronska mreža može prepoznati oštećenja u ležajima ili zupčanicima.

Prema [91] veštačke neuronske mreže se mogu koristiti radi prepoznavanja otkaza u radu rotirajućih mašina, tako što se izmereni signal obradi statističkim metodama i rezultati se koriste kao ulazni parametri. Pored neuronskih mreža u istu svrhu se može koristiti i tehnika mašinskog učenja bazirana na potpornim vektorima (engl. *Support Vector Machines – SVM*). U radu je pokazano da postoji mogućnost optimizacije obe tehnike za proveru stanja rotirajućih mašina.

U [92] su korišćene *feed forward* neuronska mreža i samoobučavane mape (SOM), radi utvrđivanja čestih otkaza elektromotora, kao što su oštećenja ležajeva, debalans rotora i oštećenja rotora. Rezultati pokazuju da neuronska mreža daje bolje rezultate. Različiti tipovi neuronskih mreža su korišćeni radi otkrivanja uzroka otkaza ležaja u eksploatacionim uslovima.

Kankar i ostali [93] su prikazali primenu metoda veštačke inteligencije kao što su neuronske mreže i SVM u svrhu prepoznavanja oštećenja kugličnih ležaja. Za merenje vibracija i dobijanje podataka korišćen je uređaj za testiranje ležaja sa velikim brojem obrtaja. Ispitivani ležaji su imali oštećenje na spoljašnjem prstenu u vidu pukotine, zatim ležaj je imao oštećenje u vidu grube površine na stazi kotrljanja na unutrašnjem prstenu i poslednji ležaj je imao oštećenja kuglice u vidu pitinga i korozije. Karakteristični parametri signala u vremenskom domenu su izdvojeni statističkim tehnikama. Rezultati su pokazali da SVM ima mogućnost nešto boljeg određivanja stanja ležaja. U slučaju ležaja sa oštećenjem staze kotrljanja unutrašnjeg prstena ili oštećene kuglice, odnosno njihove kombinacije dobijeni su stohastički vibracioni signali, koji su teško predvidivi za primenjene metode.

U radu [94] je ukazano na mogućnost primene *Deep Neural Network* (DNN), neuronskih mreža sa dubokim učenjem. Ovaj tip neuronskih mreža je primenjen na prepoznavanje oštećenja u ležajima i planetnim prenosnicima. Mreža je testirana na pet setova podataka, sa velikom količinom podataka, koji sadrže podatke o različitom stanju i radnim uslovima. Mreža je obučavana na osnovu podataka automatski dobijenih iz signala u frekventnom domenu. Na ovaj način je uticaj čoveka u toku pripreme podataka za obuku mreže sveden na minimum. Rezultati pokazuju da mreža obučena na podacima dobijenim ovom metodom daje značajno bolje rezultate. S obzirom na to da su ulazni podaci za obuku mreže dobijeni na osnovu signala u frekventnom domenu, trenutno se ovakve mreže mogu koristiti u oblasti rotirajućih mašina.

Chen i ostali su u radu [95] prikazali primenu modela neuronskih mreža (*Deep Boltzmann Machines, Deep Belief Networks and Stacked Auto-Encoders*) u svrhu utvrđivanja stanja kotrljajnih ležaja. Analizirali su ukupno sedam različitih slučajeva, od toga šest sa oštećenjem kotrljanog ležaja i jedan bez oštećenja. Analizirali su dva ležaja i to sa oštećenjem na unutrašnjem prstenu ležaja 1 i ležaj 2 bez oštećenja, oštećenje na spoljašnjem prstenu ležaja 1, ležaj 2 bez oštećenja, oštećenje na kuglici ležaja 1, ležaj 2 bez oštećenja. Takođe, analizirani suslučajevi sa oštećenjem unutrašnjeg prstena ležaja 1 i oštećenje spoljašnjeg prstena ležaja 2, oštećenje unutrašnjeg prstena ležaja 1 i oštećenje kuglice ležaja 2, i na kraju oštećenje spoljašnjeg prstena ležaja 1 i kuglice ležaja 2. Testirane su različite strukture neuronskih mreža sa različitim brojem skrivenih slojeva i neurona. Rezultati pokazuju da sva tri modela neuronskih mreža veoma dobro prepoznaju i klasifikuju oštećenja ležaja. Pokazano je i da neuronska mreža sa većim brojem skrivenih slojeva neće nužno dati bolje rezultate.

Prema [96] kvalitet rada neuronske mreže pri prepoznavanju i klasifikaciji oštećenja kugličnog ležaja zavisi od načina i kvaliteta obrade signala, koja se zasniva na primenjenoj tehnici obrade, ekspertskom znanju i ljudskom radu. Primena neuronskih mreža u prepoznavanju i klasifikaciji oštećenja kotrljajnih ležaja, pokazuje značajne mogućnosti za prevazilaženje problema koji postoje u poznatim postupcima detekcije oštećenja. Ovaj rad prikazuje primenu duboke konvolucijske neuronske mreže (DCNN), koja ne zahteva obradu vibracionog signala i izdvajanje karakterističnih parametara signala. Ovde se zabeleženi signal deli na odgovajuće segmente i za svaki od njih se formiraju slike. Slike predstavljaju dvodimenzionalni prikaz vibracionog signala. Razmatrana su četiri slučaja opterećenja i za svaki od njih je napravljen set podataka koji sadrži 2424 slike vibracionog signala. Primenjena je mreža sa dva konvolutivna sloja, a izlazni sloj sadrži broj neurona jednak broju razmatranih oštećenja. Broj kernela je menjan u svakom sloju, radi utvrđivanja preciznosti prepoznavanja. Rezultati pokazuju da se tačnost kreće od 96,75 do čak 100 %. Prilikom promene seta podataka, odnosno pri korišćenju mreže sa podacima za novo opterećenje dobijaju se zadovoljavajući rezultati. Ukoliko se žele bolji rezultati potrebno je mrežu ponovo obučiti sa novim setom podataka.

Pored primene veštačkih neuronskih mreža za prepoznavanje oštećenja u ležaju, moguća je njihova primena za određivanje krutosti ležaja, predviđanje preostalog radnog veka, veličine zazora, debljine uljnog filma, predviđanje veličine zone kontakta. U nastavku su prikazani radovi koji se bave ovim problemom.

Kang i ostali [97] određuju krutost kugličnog ležaja sa kosim dodirnom korišćenjem veštačke neuronske mreže. Izračunavaju krutost ležaja pomoću *Jones-Harris*-ovog modela i te vrednosti koriste za obuku. Neuronska mreža predviđa krutost u zavisnosti od broja obrtaja, aksijalne i radijalne sile sa velikom preciznošću.

Pavlenko i ostali [98] na bazi rezultata dobijenih metodom konačnih elemenata obučavaju veštačku neuronsku mrežu radi predviđanja parametara krutosti u zavisnosti od broja obrtaja. Rezultate predviđanja porede sa eksperimentalno dobijenim parametrima krutosti, gde zaključuju da je predviđanje neuronske mreže veoma precizno.

U radu [99] autori predviđaju veličine male i velike poluose i površinu eliptičnog kontakta primenom veštačke neuronske mreže. Rezultate predviđanja za različita spoljašnja opterećenja, porede sa analitički dobijenim rezultatima i zaključuju da je greška predviđanja manja od 1%.

Model za predviđanje radijalnog zazora i veličine debalansa na osnovu srednje kvadratne vrednosti (engl. *Root Mean Square* - RMS) brzine vibracije predložen je u [100]. Obučena neuronska mreža na osnovu zadate vrednosti brzine vibracija sposobna je da predvidi veličinu radijalnog zazora i debalansa sa velikom tačnošću.

Meier i ostali [101] predlažu veštačku neuronsku mrežu koja može da predvidi veličinu radijalnog zazora u zavisnosti od energetskog spektra vibracija. Obuka je sprovedena na podacima koji su dobijeni merenjem vibracija. Testiranje je izvedeno na 36 uzoraka gde je postignuta tačnost od približno 94%.

Veštačke neuronske mreže se mogu koristiti za predviđanje debljine uljnog filma, što je prikazano u radu [102]. Debljina uljnog filma kod kliznog ležaja je eksperimentalno određena za različite brojeve obrtaja i opterećenja. Obuka mreže je izvedena pomoću eksperimentalnih rezultata, a mreža je testirana za različite uslove rada. Predviđeni rezultati su bliski eksperimentalnim.

Radni vek kotrljajnih ležaja je veoma teško predvideti, zato što postoji veliki broj uticajnih faktora. Veoma koristan izvor informacija o radnim uslovima u kojima ležaj radi su podaci zabeleženi kontinualnim merenjem tokom nadzora rotirajućih mašina. Na taj način stvaraju se velike baze podataka koje mogu biti korisne za analizu veštačkim neuronskim mrežama sa dubokim učenjem. U [103] autori predlažu model za predviđanje radnog veka ležaja na bazi konvolucijskih neuronskih mreža i eksperimentalnim putem proveravaju predviđen radni vek. Pokazali su da je na ovaj način moguće poboljšati predviđanje radnog veka ležaja.

Hong i Yin [104] su prikazali primenu veštačke neuronske mreže za predviđanje preostalog radnog veka ležaja. Primenili su *Wavelet packet energy* da bi iz izmerenog signala izdvojili ulazne parametre za neuronsku mrežu. Za kontrolu rada neuronske mreže koristili su *Least Squares Support Vector Machine* (LS-SVM). Na osnovu rezultata može se zaključiti da se neuronska mreža može koristiti za predviđanje preostalog radnog veka ležaja.

3.3. Definisane cilja i problema istraživanja

Na osnovu uvida u raspoloživu literaturu može se uočiti složenost dinamičkog ponašanja kotrljajnih ležaja. Postoje različiti pristupi analizi dinamičkog ponašanja kotrljajnih ležaja, od uobičajenog modeliranja pomoću matematičkih modela do primene veštačkih neuronskih mreža. Modeliranjem primenom matematičkih modela opisuju se zavisnosti između uticajnih parametara ležaja i najčešće amplituda vibracija i frekvencija na kojima se one javljaju. Primena veštačkih neuronskih mreža omogućuje primenu eksperimentalnih podataka u svrhu analize dinamičkog ponašanja ležaja, određivanja radnog veka ili za prepoznavanje uzroka oštećenja u ležaju.

Na osnovu izloženog, u okviru rada se želi sprovesti analiza dinamičkog ponašanja kotrljajnih ležaja primenom veštačkih neuronskih mreža. Rad se bazira na razvoju modela ležaja primenom veštačkih neuronskih mreža koji su sposobni da prepoznaju uticaj konstrukcionih, tehnoloških i eksploatacionih parametara na dinamičko ponašanje kotrljajnih ležaja. Cilj ovog rada je razvoj matematičkih modela dinamičkog ponašanja kotrljajnih ležaja na bazi veštačkih neuronskih mreža.

Prema ranije sprovednoj sveobuhvatnoj analizi statičkog i dinamičkog ponašanja kotrljajnih ležaja, u radu su postavljene sledeće hipoteze:

- primenom veštačkih neuronskih mreža moguće je odrediti uticaj konstrukcionih, tehnoloških i eksploatacionih parametara na dinamičko ponašanje kotrljajnih ležaja;
- površinska hrapavost spoljašnje staze kotrljanja ima najveći uticaj na povećanje nivoa vibracija u drugom frekventnom području, dok hrapavost unutrašnje staze kotrljanja ima dominantan uticaj na povećanje nivoa vibracija u trećem frekventnom području u slučaju delovanja konstantnog aksijalnog opterećenja;
- ekvivalentna površinska hrapavost ima dominantan uticaj na povećanje nivoa vibracija u svim frekventnim područjima u slučaju delovanja konstantnog aksijalnog opterećenja;
- pomoću veštačkih neuronskih mreža se može predvideti klasa kvaliteta kotrljajnog ležaja na osnovu poznatih konstrukcionih i tehnoloških parametara.

4. ANALIZA UTICAJNIH PARAMETARA NA PONAŠANJE KUGLIČNIH LEŽAJA

U prethodnom poglavlju izložena su neka od značajnijih istraživanja statičkog i dinamičkog ponašanja kotrljajnih ležaja, uz osvrt na primenu veštačkih neuronskih mreža za analizu ponašanja ležaja. Prikazani radovi su ukazali na mogućnost kvantitativne ocene statičkog i dinamičkog ponašanja u zavisnosti od njegove namene, što samo po sebi nije dovoljno za procenu valjanosti konstrukcionog rešenja. Razvoj velikog broja matematičkih modela koji se koriste za opisivanje i predviđanje stanja kotrljajnog ležaja, uslovio je i postojanje različitih parametara za vrednovanje ležaja. Prema [8] karakteristični parametri se mogu svrstati u tri osnovne grupe:

1. konstrukcioni parametri:

- konstrukcija ležaja (raspored elemenata i njihove veze),
- unutrašnja geometrija ležaja (nominalne vrednosti osnovnih mera – prečnik kuglica D_k , broj kuglica Z , prečnici staza kotrljanja prstenova D_1 i D_2 , poluprečnici staza kotrljanja prstenova R_e i R_i , ugao kontakta (α), gabaritne mere prstenova i kaveza, zazori između kaveza i prstenova po kojima se ostvaruje vođenje, i između kaveza i kuglica, unutrašnji radijalni zazor i dr, sl. 2.1-2.5),
- svojstva materijala delova (moduli elastičnosti, *Poisson*-ov koeficijent, gustina, koeficijent prigušenja, čistoća materijala i dr.),
- mase i momenti inercije elemenata ležaja,
- krutost;

2. tehnološki parametri:

- greške geometrije elemenata (aksijalno i radijalno bacanje staza kotrljanja, odstupanje od kružnosti i valovitost staza kotrljanja prstenova, odstupanje od sferičnosti, valovitost i razlika u prečnicima kuglica, hrapavost staza kotrljanja i kuglica),
- greške montaže (zakošenja prstenova ležaja i dr.);

3. eksploatacioni parametri:

- spoljašnje opterećenje,
- broj obrtaja,
- uslovi podmazivanja (svojstva maziva, način dovođenja i odvođenje maziva i dr.),
- toplotne karakteristike ležaja (količina generisane toplote, odvođenje toplote, spoljašnji uticaji, temperaturna stabilnost delova i dr.),
- temperatura okoline.

Izbor konstrukcionog rešenja ležaja zavisi od niza uticajnih faktora, pre svega radnih uslova koje je potrebno prepoznati i na bazi toga napraviti listu prioriternih zahteva. Danas postoji veliki broj konstrukcionih rešenja ležaja i svako rešenje ima prednosti i mane za određeni slučaj primene. Poznavanjem karakteristika različitih ležaja i poređenjem istih sa listom prioriternih zahteva moguće je napraviti pravilan izbor ležaja, koji je ujedno i ekonomski prihvatljiv. Tabela 4.1 daje uporedni prikaz karakteristika pojedinih tipova ležaja.

Velika rasprostranjenost kugličnih kotrljajnih ležaja nameće potrebu za detaljnom analizom pojedinih parametara ležaja i njihovog uticaja na radne karakteristike. U ovom poglavlju je prikazana analiza uticajnih parametara na statičko i dinamičko ponašanje ležaja. Razmatran je uticaj zazora, valovitosti, površinske hrapavosti, odstupanja od kružnosti, spoljašnjeg opterećenja, količine podmazivanja i broja obrtaja na ponašanje kugličnih ležaja.

Tabela 4.1. Uporedne karakteristike ležaja [105]

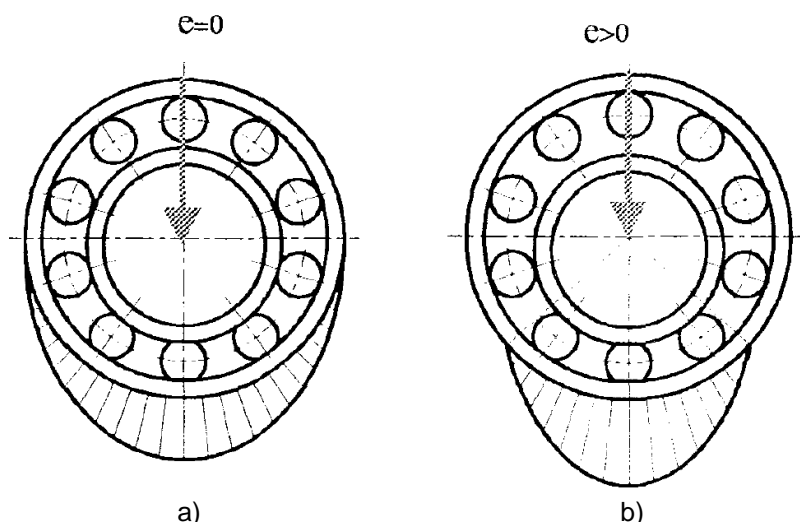
Karakteristike	Tipovi ležišta				
	Kotrljajna	Hidro-dinamička	Hidrostaticka	Aerostatička	Magnetna
Velika brzohodnost	☉ ¹⁾	☉	☉	●	●
Vek	●	●	● ²⁾	● ²⁾	● ²⁾
Visoka tačnost	●	●	●	●	●
Veliko prigušenje	○	●	●	☉	●
Velika krutost	●	●	●	☉	●
Jednostavno podmazivanje	● ³⁾	☉	○	☉	○ ⁴⁾
Malo trenje	☉	○	○	●	●
Niska cena	● ³⁾	☉	☉	☉	○

Napomena: ● - vrlo dobro, ● - dobro, ☉ - srednje, ○ - nepovoljno
 1) zavisno od sistema podmazivanja i tipa ležišta
 2) postojanost neograničena u normalnoj eksploataciji
 3) srednje pri podmazivanju uljem
 4) velike teškoće pri podešavanju veličine sile magneta

4.1. Uticaj konstrukcionih parametara na ponašanje ležaja

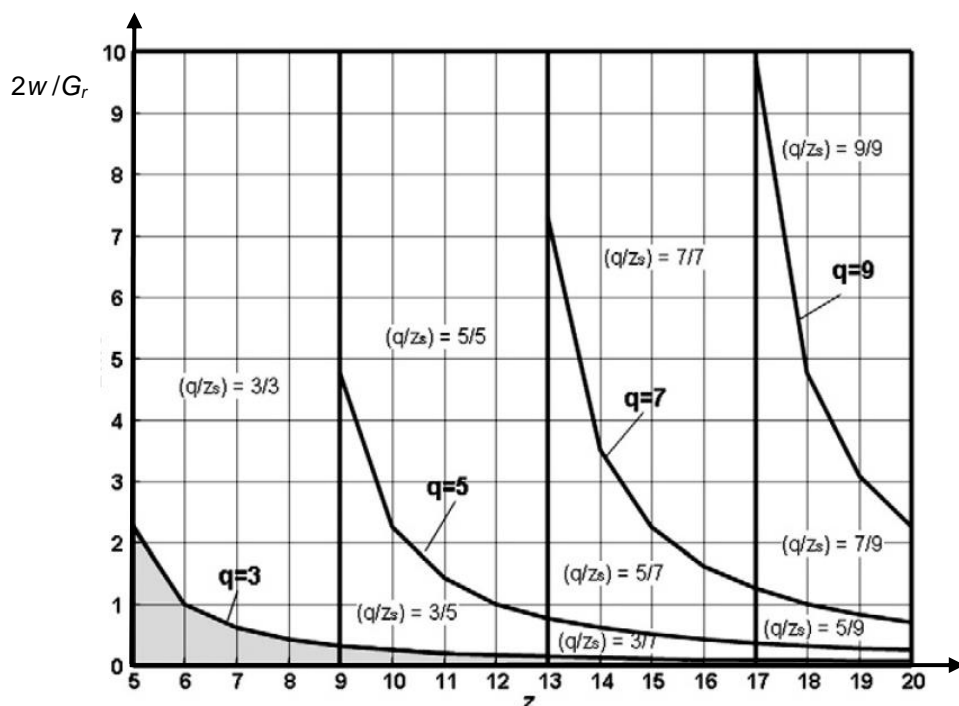
Radijalni zazor (G_r) je jedna od osnovnih konstrukcionih karakteristika kotrljajnih ležaja. Postojanje zazora je neophodno da bi se kompenzovale temperaturne dilatacije delova ležaja, kojemu neizostavni uticaj kontinualnog rada ležaja, pri čemu se gubici energije pretvaraju u toplotu. Zazor ima značajan uticaj na statičko i dinamičko ponašanje kotrljajnih ležaja. Veličina zazora utiče na raspodelu opterećenja u kotrljajnim ležajima [24, 26-28, 50, 106], [21, 22]. Pored navedenih uticaja, praćenjem veličine zazora u ležaju moguće je pretpostaviti stanje pohabanosti ležaja.

Na slici 4.1a prikazana je raspodela opterećenja na kotrljajna tela kod ležaja sa nultim zazorom, koja se smatra ravnomernom raspodelom. Da bi ležaj pravilno funkcionisalo u realnim radnim uslovima neophodno je da radijalni zazor bude veći od nule, (slika 4.1b) i tada dolazi do neravnomerne raspodele opterećenja na kotrljajnim telima. Porast radijalnog zazora izaziva povećanje neravnomernosti raspodele opterećenja. Kao opšte pravilo uzima se da radijalni zazor u eksploataciji treba da bude veći od nule. Malo prednaprezanje kog kugličnih radijalnih ležaja nema neki veliki značaj. Kod radijalnih ležaja, obično se ne preporučuje ugradnja sa prednaprezanjem zbog sigurnosnih razloga.

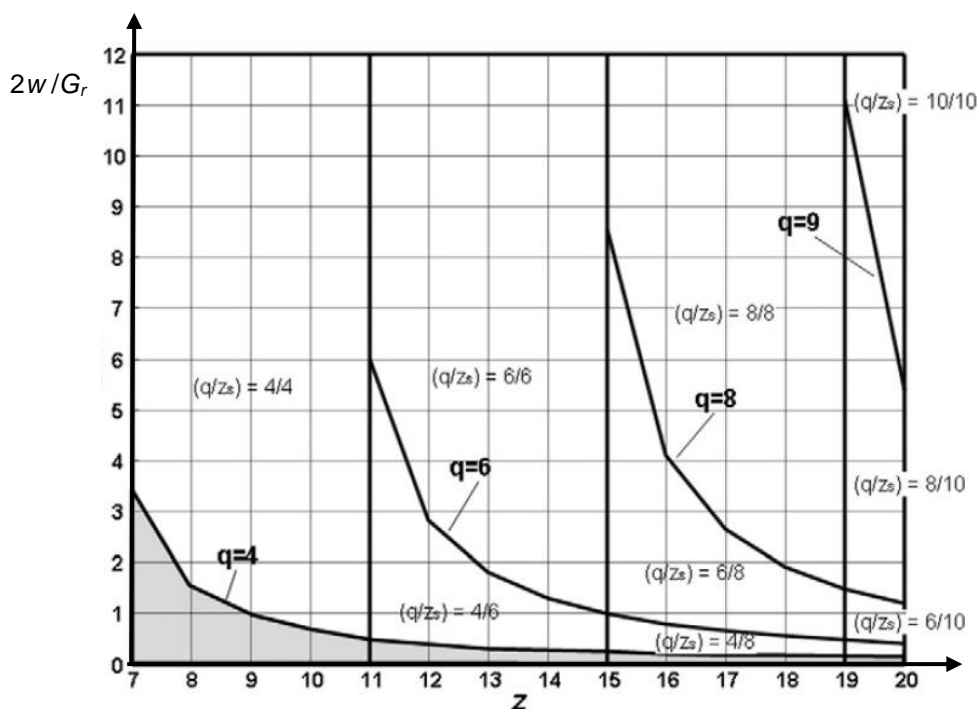


Slika 4.1. Uticaj radijalnog zazora na raspodelu opterećenja na kotrljajna tela [26]
a) ležaj sa nultim zazorom; b) ležaj sa zazorom

Na slikama 4.2 i 4.3 prikazan je uticaj odnosa relativnog pomeranja prstenova ležaja (w) i polovine radijalnog zazora ($G_r/2$) na broj kotrljajnih tela koja učestvuju u prenosu radijalnog opterećenja (q), za slučaj neparnog i parnog broja kotrljajnih tela. z_s predstavlja maksimalan broj kotrljajnih tela koji se može naći u zoni opterećenja. Kada odnos relativnog pomeranja prstenova ležaja i polovine radijalnog zazora raste, broj aktivnih kotrljajnih tela koja učestvuju u prenosu spoljašnjeg opterećenja se povećava. Razlog tome je povećanje pomeranja unutrašnjeg prstena, koje je posledica povećanja spoljašnjeg opterećenja, a sa povećanjem spoljašnjeg opterećenja ostvaruje se pravilnija raspodela opterećenja na kotrljajna tela. Sa dijagrama na slici 4.2 se može zaključiti da se sa povećanjem radijalnog zazora povećava nepravilnost raspodele opterećenja na kotrljajna tela. Oblast obeležena sivom bojom predstavlja slučaj malog spoljašnjeg opterećenja koje se prenosi samo preko jednog ili dva kotrljajna tela [22]. Analizom dijagrama se može zaključiti da je nepovoljniji slučaj raspodele opterećenja kada se opterećenje prenosi preko neparnog broja kotrljajnih tela. Dakle, u zavisnosti od kombinacije spoljašnjeg radijalnog opterećenja i veličine radijalnog zazora, menjaju se i veličine relativnog pomeranja centra ležaja usled kontaktnih deformacija, pa samim tim menja se i broj kotrljajnih tela koja učestvuju u prenošenju spoljašnjeg opterećenja, što dovodi do promene raspodele spoljašnjeg opterećenja između kotrljajnih tela i prstenova.



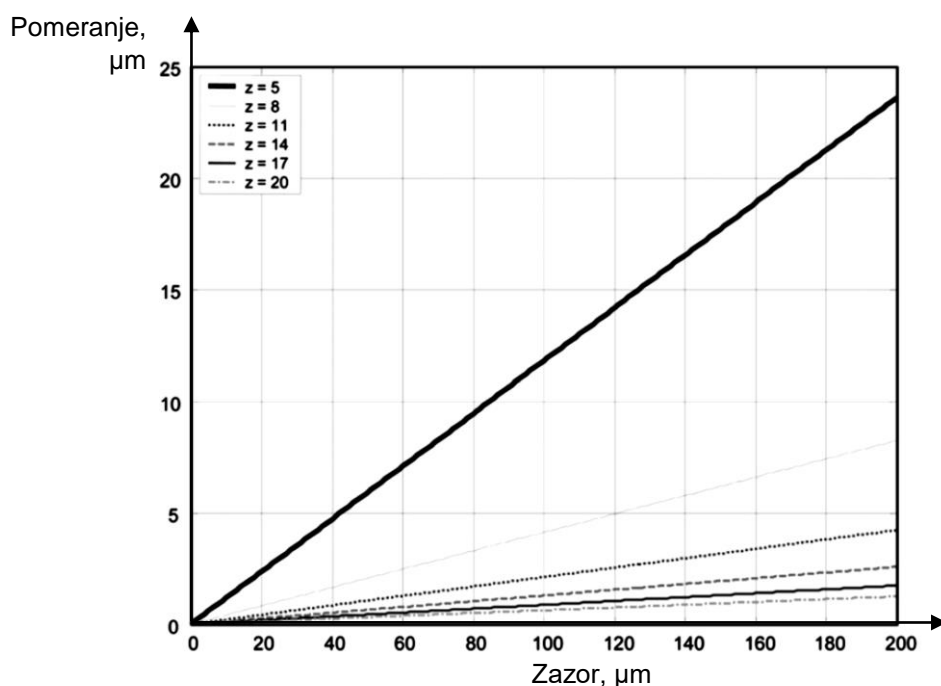
Slika 4.2. Uticaj odnosa relativnog pomeranja prstenova i polovine radijalnog zazora ($2w/G_r$) na broj aktivnih kotrljajnih tela koja učestvuju u prenosu spoljašnjeg radijalnog opterećenja za slučaj neparnog broja kotrljajnih tela [22]



Slika 4.3. Uticaj odnosa relativnog pomeranja prstenova i polovine radijalnog zazora ($2w/G_r$) na broj aktivnih kotrljajnih tela koja učestvuju u prenosu spoljašnjeg radijalnog opterećenja za slučaj parnog broja kotrljajnih tela [22]

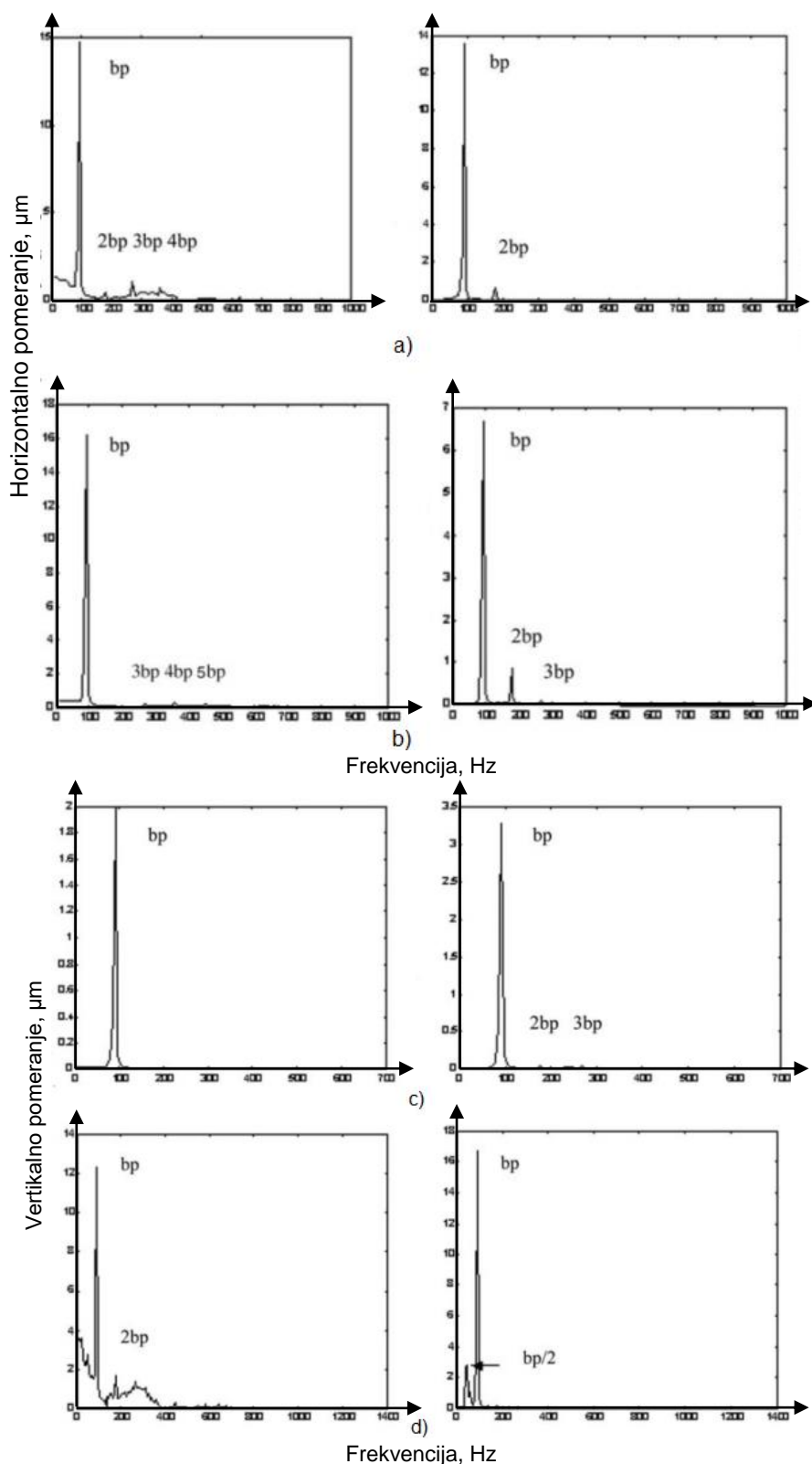
Radijalni zazor ima dvostruko dejstvo na amplitudu vibracija ležaja: direktno i preko veličine relativnog pomeranja prstenova ležaja usled kontaktnih deformacija. Zbog toga se pri analizama uticaja veličine radijalnog zazora na amplitudu oscilovanja ležaja posmatraju dva karakteristična slučaja: u odsustvu spoljašnjeg radijalnog opterećenja-bez prisustva kontaktnih deformacija i usled spoljašnjeg opterećenja-prisustvo kontaktnih deformacija.

Povećanjem veličine unutrašnjeg radijalnog zazora u odsustvu kontaktnih deformacija, linearno raste i veličina amplitude oscilovanja centra balansiranog krutog rotora uležištenog radijalnim kugličnim ležajima. Kod ležaja sa manjim brojem kotrljajnih tela, povećanje radijalnog zazora ima znatno veći uticaj na povećanje amplitude oscilovanja (slika 4.4).



Slika 4.4. Zavisnost pomeranja radijalnog kugličnog ležaja 6206 od radijalnog zazora i broja kotrljajnih tela bez prisustva kontaktnih deformacija [39]

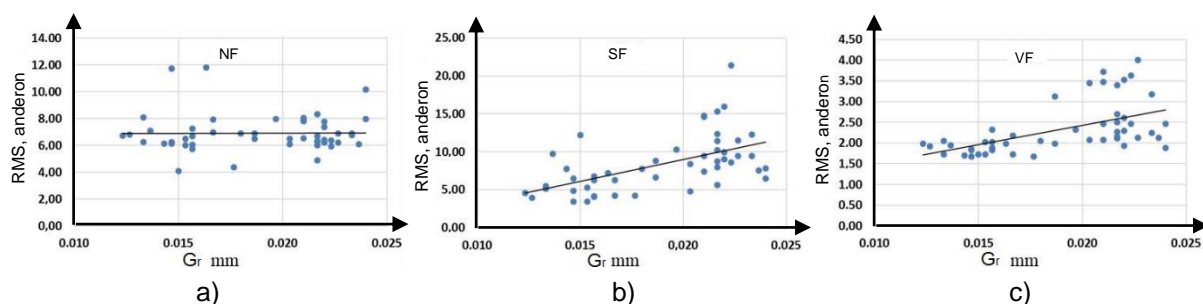
Pored prethodnog, usled promene radijalnog zazora, dolazi i do promene frekvencija i amplituda vibracija ležaja [39, 107-109]. Kako je ranije pokazano veličina radijalnog zazora utiče na broj kotrljajnih tela koja učestvuju u prenosu opterećenja. Promena radijalnog zazora menja broj aktivnih kotrljajnih tela koja prenose opterećenje, a takođe ima i uticaj na dinamički odziv ležaja. Povećanjem zazora dolazi do povećanja amplitude pomeranja na spoljašnjem prstenu i blagog pada amplituda na frekvenciji kotrljajnih tela (slika 4.5) [43]. Prema *Liqin*-u [107] postoje intervali unutrašnjih radijalnih zazora koji obezbeđuju periodično kretanje unutrašnjeg prstena, pri konstantnom opterećenju. Kada je zazor veći od kritičnog dolazi do pojave neperiodičnog kretanja centra ležaja.



Slika 4.5. Promena amplitude oscilovanja kotrljajnih tela u zavisnosti od zazora
 a) $G_r = 1 \mu\text{m}$; b) $G_r = 12 \mu\text{m}$; c) $G_r = 6 \mu\text{m}$; d) $G_r = 20 \mu\text{m}$ [43]

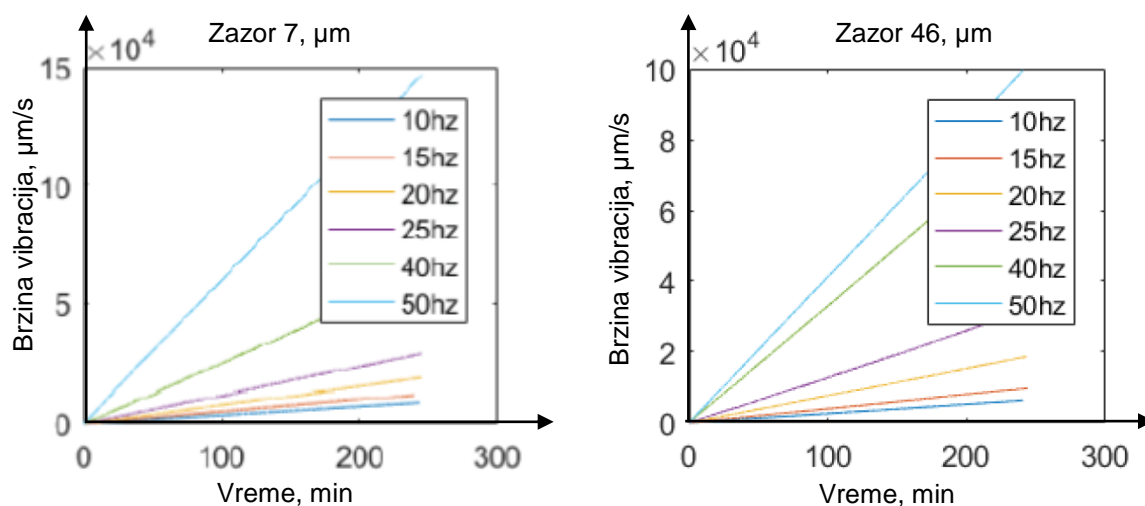
Uticaj radijalnog zazora na amplitude brzine vibracija analizira Zmarzly [41]. Na osnovu eksperimentalnog istraživanja, merenjem radijalnog zazora i amplituda vibracija na uzorku od

50 ležaja oznake 6304, metodama koje su propisane standardima (SRPS 15242-1, SRPS 15242-2 i ISO 5753-1), određuju se RMS vrednosti amplituda brzine vibracija u karakterističnim područjima koje važe za ležaje manjih dimenzija. Standard predviđa područje niskih frekvencija NF (50-300 Hz), srednjih frekvencija SF (300-1800 Hz) i visokih frekvencija VF (1800-10000 Hz). Sa dijagrama (sl. 4.6) se može uočiti da se zazor menja u intervalu od 0,012 do 0,024 mm i da u području niskih frekvencija gotovo da nema uticaja radijalnog zazora na amplitude brzine vibracija, dok je u području srednjih i visokih frekvencija uočljiv porast amplituda brzine vibracija sa porastom veličine zazora. Uticaj promene zazora je najizraženiji u području srednjih frekvencija.



Slika 4.6. Zavisnost amplitude brzine vibracija od radijalnog zazora u frekventnim područjima [41]:
a) niskih frekvencija; b) srednjih frekvencija; c) visokih frekvencija

Meire [101] merenjem amplituda vibracija kotrljajnog ležaja za različite veličine zazora i frekvencije obrtanja utvrđuje zavisnost amplituda od navedenih parametara. Eksperimentalno dobijene podatke koristi za obuku veštačke neuronske mreže. Ulazni parametri su energetski spektri vibracija ležaja sa dva senzora, a treći ulazni parametar je frekvencija obrtanja unutrašnjeg prstena (slika 4.7). Izlazni parametar je veličina radijalnog zazora, a veštačka neuronska mreža nakon obuke predviđa veličinu radijalnog zazora sa više od 94% tačnosti. Sa dijagrama na slici 4.7 može se uočiti da za istu vrednost zazora pri dužem vremenu obrtanja ležaja dolazi do povećanja amplituda vibracija. Povećanje frekvencije obrtanja utiče na povećanje amplituda vibracija. Pri istim frekvencijama obrtanja, a za različite veličine zazora mogu se uočiti nešto manje amplitude vibracija pri većem radijalnom zazoru.



Slika 4.7. Zavisnost brzine vibracija od veličine radijalnog zazora i frekvencije obrtanja [101]

Krutost je jedan od uticajnih parametara kotrljajnog ležaja i ima uticaja na njegovo statičko i dinamičko ponašanje. Može se odrediti analitički, numerički ili eksperimentalnim putem, a utiče na tačnost obrtanja, dinamičku stabilnost i radni vek kugličnog ležaja. U odnosu na

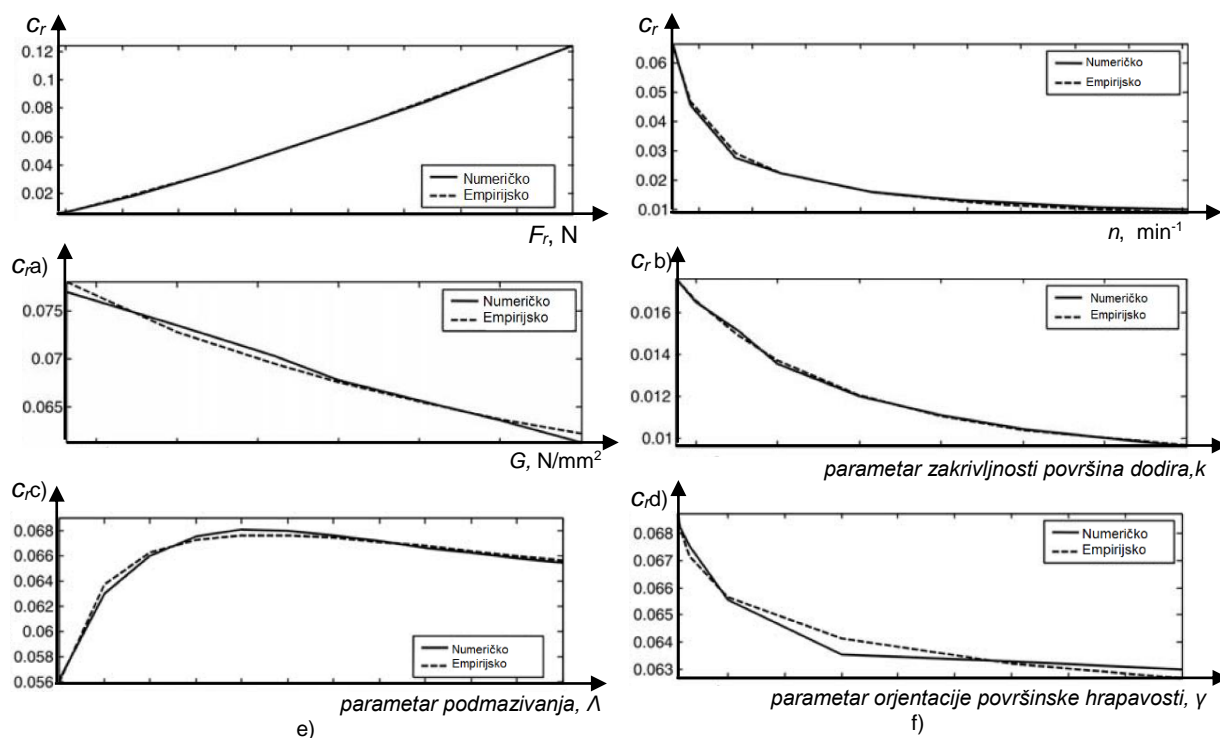
pravac dejstva spoljašnjeg opterećenja razmatraju se radijalna i aksijalna krutost. Radijalna krutost se razmatra kod kugličnog kotrljajnog ležaja sa radijalnim dodirnom. Aksijalna krutost je veoma bitna kod kugličnih ležaja sa kosim dodirnom, gde se uvodi aksijalno prednaprezanje radi povećanja krutosti i povećanja tačnosti obrtanja glavnih vretena mašina alatki. Malo prednaprezanje kog kugličnih radijalnih ležaja nema neki veliki značaj. Kod radijalnih ležaja, obično se ne preporučuje ugradnja sa prednaprezanjem zbog sigurnosnih razloga. Krutost ležaja, se može izraziti odnosom promene vrednosti spoljašnjeg opterećenja F i jediničnog relativnog pomeranja prstenova w u pravcu delovanja opterećenja [8]. Za slučaj radijalnog opterećenja, radijalna krutost ležaja se definiše kao:

$$C_r = \frac{dF_R}{dw} \quad (4.1)$$

gde je F_R – radijalno opterećenje, w – pomeranje u radijalnom pravcu.

Prema navedenom, krutost zavisi od spoljašnjeg opterećenja i pomeranja prstena ležaja. Pomeranje prstena zavisi od niza geometrijskih karakteristika ležaja, radijalnog zazora, elastičnosti materijala od kojih su izrađene kuglice i prstenovi, deformacija koje se javljaju na mestu kontakta i drugih.

Prema dijagramima sa slike 4.8, može se uočiti povećanje krutosti sa povećanjem radijalnog opterećenja (a), smanjenje krutosti sa porastom brzine obrtanja (b), smanjenje krutosti sa povećanjem modula elastičnosti materijala, jer rastu deformacije na mestu kontakta (c).



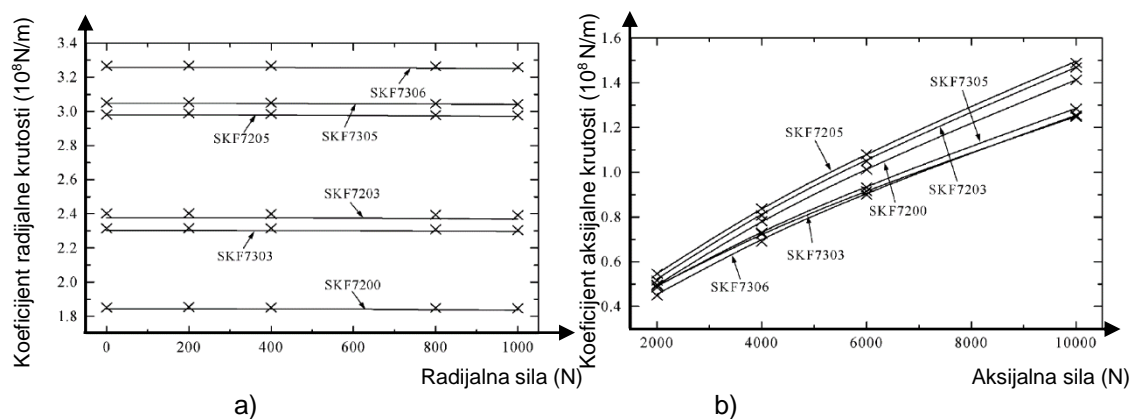
Slika 4.8. Zavisnost krutosti radijalnog ležaja od [13]:

- a) radijalnog opterećenja; b) brzine obrtanja; c) modula elastičnosti materijala;
- d) parametra zakrivljenosti dodirnih površina; e) parametra podmazivanja Λ ;
- f) parametra pravca prostiranja neravnina na mestu kontakta

Smanjenje krutosti sa povećanjem parametra zakrivljenosti dodirnih površina prikazano je na slici 4.8d. Krutost se povećava porastom parametra podmazivanja Λ uz blago smanjenje

posle granične vrednosti, zato što sa porastom debljine uljnog filma raste krutost ležaja (slika 4.8e), ali nakon dostizanja optimalne vrednosti krutosti blago opada. Krutost opada sa promenom parametra pravca prostiranja neravnina na mestu kontakta (slika 4.8f) [13].

Kang i ostali [97] koriste veštačku neuronsku mrežu da bi odredili krutost kugličnih ležaja sa kosim dodirrom. Pomoću *Jones-Harris*-ovog modela određuju krutost u radijalnom i aksijalnom pravcu pri različitim brojevima obrtaja. Koeficijent radijalne krutosti za ležaje sa uglom kontakta od 12° i radijalnom silom do 1000 N ima gotovo konstantnu vrednost, slika 4.9a. Koeficijent aksijalne krutosti za ležaje sa uglom kontakta od 12° i aksijalnom silom od 2000 do 10000 N raste, slika 4.9b. U oba slučaja, prikazani su rezultati za krutost dobijeni *Jones-Harris*-ovim modelom (označeni sa x) i predviđeni veštačkom neuronskom mrežom (označeni sa -). Može se zaključiti da su rezultati gotovo identični.



Slika 4.9. Zavisnost koeficijenta krutosti od spoljašnjeg opterećenja [97]:

- a) koeficijent radijalne krutosti u zavisnosti od radijalne sile;
- b) koeficijent aksijalne krutosti u zavisnosti od aksijalne sile

4.2. Uticaj tehnoloških parametara na ponašanje ležaja

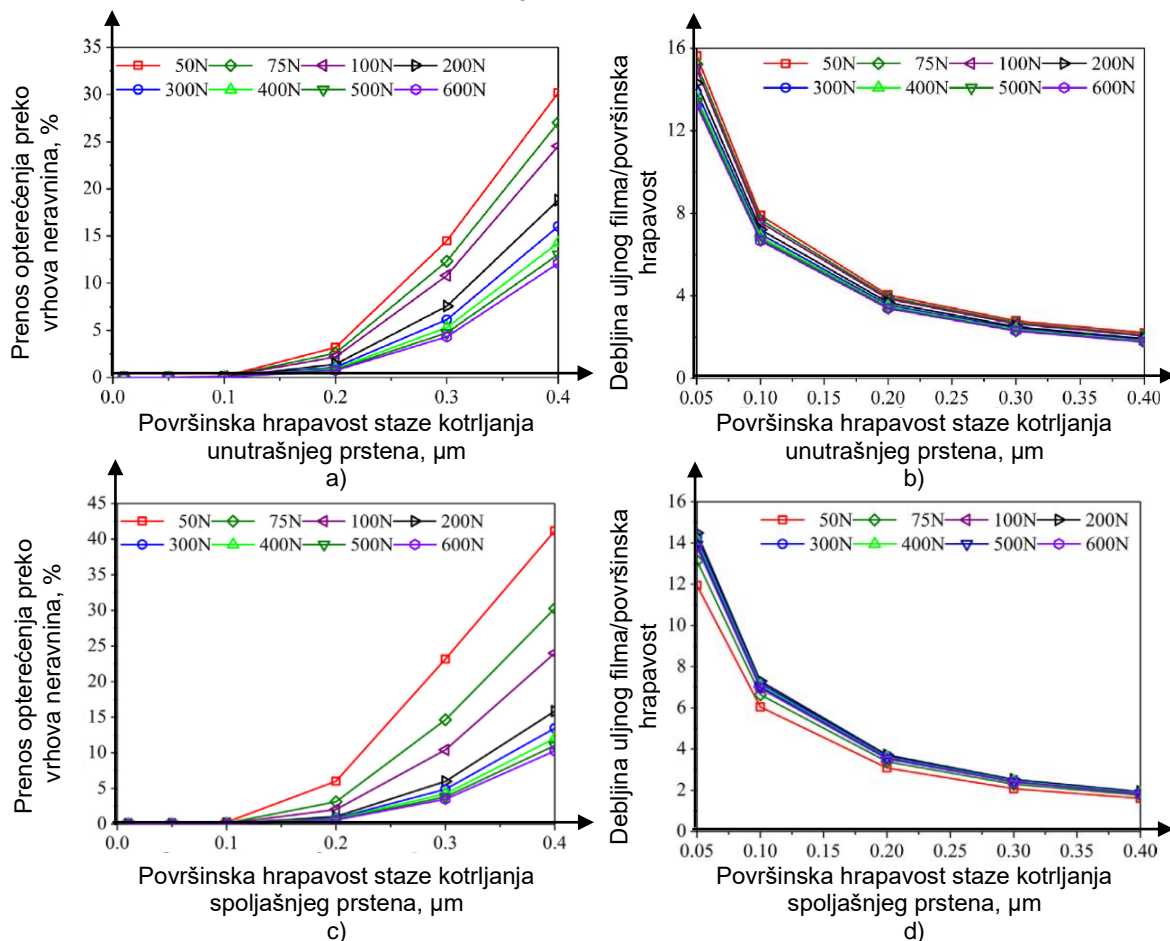
Greške koje su posledica izrade delova ležaja nije moguće izbeći. Najčešći predstavnici ovih grešaka su valovitost i površinska hrapavost staza kotrljajnja i kotrljajnih tela, greška sortiranja kotrljajnih tela u vidu razlike prečnika, zatim odstupanje od kružnosti staza kotrljanja. Ove greške se mogu umanjiti kvalitetnijom i preciznijom obradom delova ležaja, postupcima klasifikacije i kontrole izrađenih delova. Uparivanjem prstenova i kotrljajnih tela, moguće je ostvariti željene karakteristike ležaja. Navedeni tehnološki parametri imaju značajan uticaj na dinamičko ponašanje ležaja, što je prikazano u nastavku ovog poglavlja.

4.2.1. Uticaj površinske hrapavosti

Površinska hrapavost je posledica obrade delova ležaja. Mora zadovoljiti propisane vrednosti, kako bi se ostvario zadovoljavajući kvalitet obrađenih površina delova. Mnogi autori se bave uticajem površinske hrapavosti na dinamičko ponašanje ležaja i uslova podmazivanja na mestu kontakta [13, 17, 63, 64, 66-69, 71, 72, 110].

Autori *Yunlong i ostali* u radu [17] analiziraju uticaj površinske hrapavosti staza kotrljanja kontaktnim površinama i debljinu uljnog filma. Daju zavisnosti opterećenja vrhova neravnina staza kotrljanja u zavisnosti od spoljašnjeg opterećenja i veličine površinske hrapavosti, slika 4.10a i 4.10c. U oba slučaja, pri nižim vrednostima površinske hrapavosti staza kotrljanja oba prstena i pri malom spoljašnjem opterećenju, uljni film razdavaja kotrljajne površine. Porast površinske hrapavost, dovodi do kontakta vrhova neravnina i povećava se broj neravnina koje

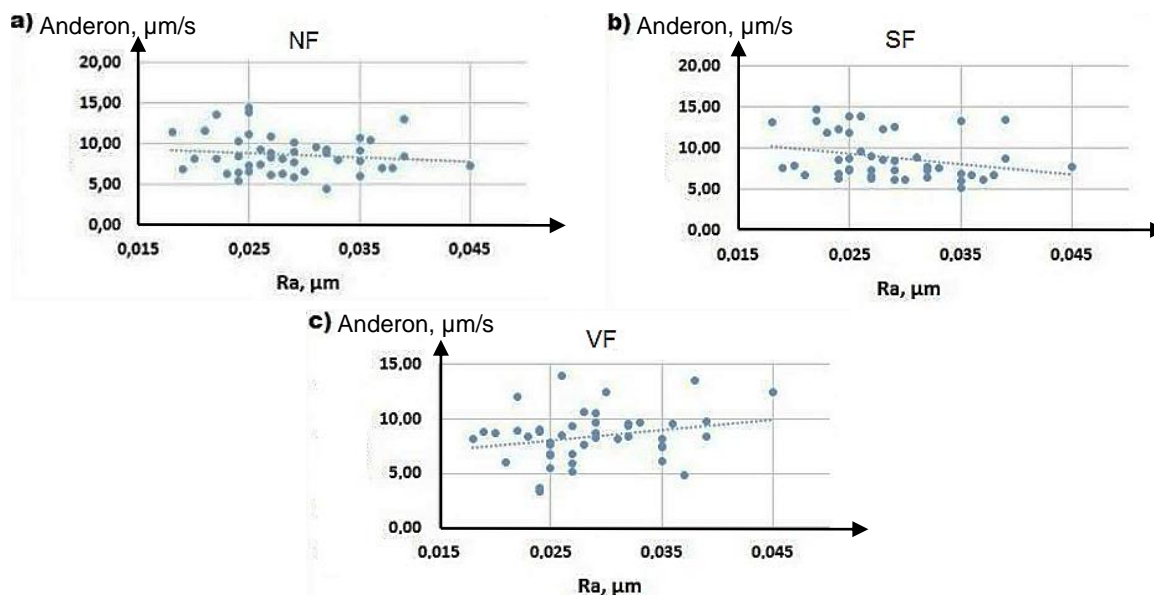
učestvuju u prenosu opterećenja. Debljina uljnog filma značajno zavisi od površinske hrapavosti staza kotrljanja i može se zaključiti da spoljašnje opterećenje nema značajniji uticaj na debljinu uljnog filma, slika 4.10b i 4.10d. Prema autorima, površinska hrapavost do približno 0,2 μm nema značajniji uticaj na stanje na mestu kontakta. Navedena istraživanja se baziraju na dinamičkom matematičkom modelu koji su autori razvili.



Slika 4.10. Zavisnost površinske hrapavosti staza kotrljanja i učešća vrhova neravnina u prenosu opterećenja i debljine uljnog filma [17]:

- a) prenos opterećenja preko vrhova neravnina i površinske hrapavosti unutrašnjeg prstena;
- b) odnos debljine uljnog filma i površinske hrapavosti unutrašnjeg prstena;
- c) prenos opterećenja preko vrhova neravnina i površinske hrapavosti spoljašnjeg prstena;
- d) odnos debljine uljnog filma i površinske hrapavosti spoljašnjeg prstena

Eksperimentalno istraživanje uticaja površinske hrapavosti na dinamičko ponašanje i amplitude vibracija koje generiše kotrljajni ležaj sprovedli su Adamczak i Zmarzly [111]. Analiza je zasnovana na uzorku od pedeset radialnih kugličnih ležaja 6304. Merenjem površinske hrapavosti staza kotrljanja svakog ležaja i merenjem brzine vibracija, statističkom obradom podataka, autori dolaze do zavisnosti između veličine površinske hrapavosti i brzine vibracija. Brzinu vibracija analiziraju u standardom propisanim frekventnim područjima niskih frekvencija NF (50 - 300 Hz), srednjih frekvencija SF (300 - 1800 Hz) i visokih frekvencija VF (1800 - 10000 Hz). Površinska hrapavost izmerenih površina kotrljanja u intervalu je od 0,02 do 0,05 μm . Sa dijagrama na slikama 4.11 može se videti blagi uticaj promene površinske hrapavosti na amplitude brzine vibracija. U područjima niskih i srednjih frekvencija, primetan je blagi pad amplitude, za razliku od blagog porasta amplitude vibracija u području visokih frekvencija. Površinska hrapavost ispitivanih ležaja je veoma mala (do $R_a=0,05 \mu\text{m}$), što je uzrok malog uticaja na amplitude vibracija.



Slika 4.11. Zavisnost površinske hrapavosti i amplituda brzine vibracija [111]:
 a) područje niskih frekvencija; b) područje srednjih frekvencija;
 c) područje visokih frekvencija

4.2.2. Uticaj valovitosti

Valovitost je najčešće izučavana vrsta geometrijske greške i mnogi matematički modeli je opisuju sinusoidnim funkcijama. Osnovne karakteristike valovitosti su broj i amplituda talasa. Pojedini autori istražuju uticaj i broja i amplituda, dok drugi analiziraju jednu od karakteristika. U literaturi se najčešće analizira broj talasa. Autori sledećih istraživanja se bave problemom valovitosti staza kotrljanja [53-61, 70, 112].

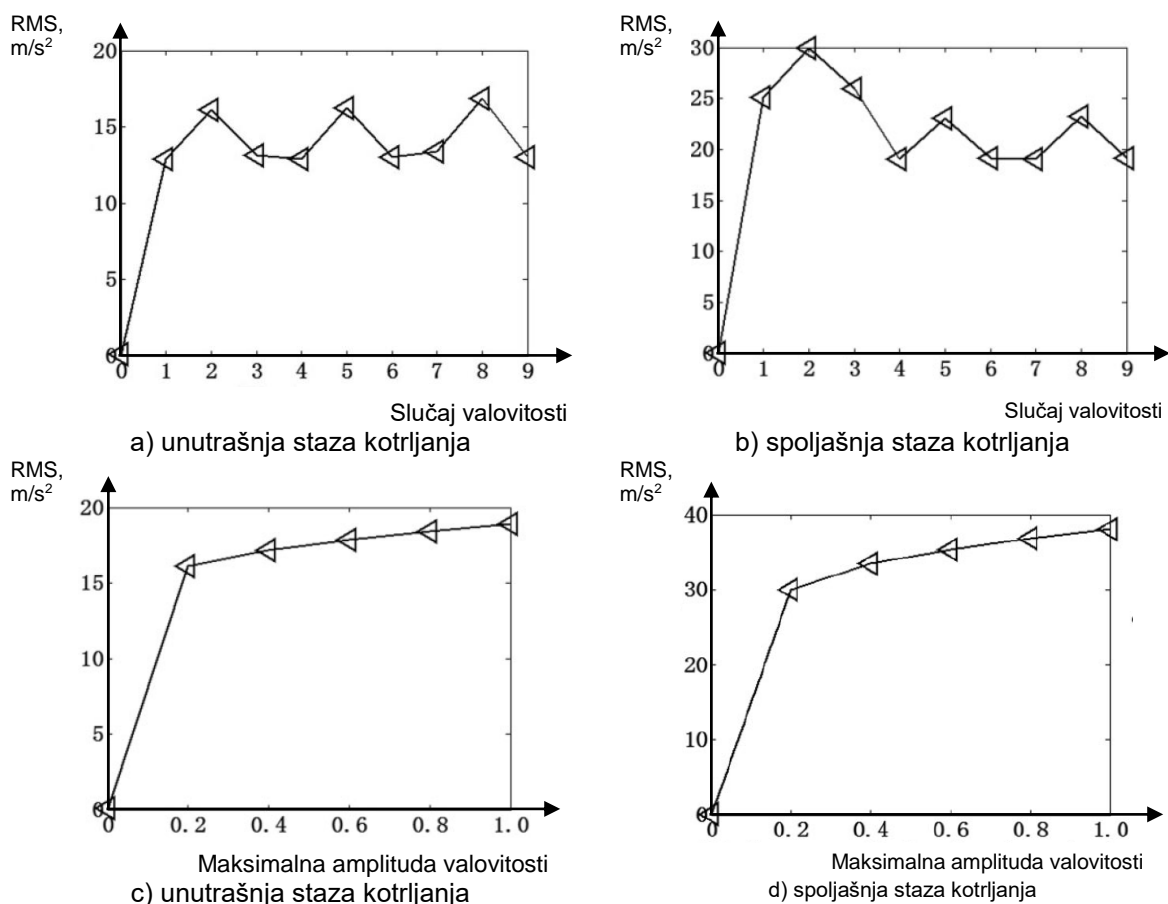
Liu i Shao [60] istražuju uticaj valovitosti spoljašnje i unutrašnje staze kotrljanja na amplitude ubrzanja. Analiziraju uticaj broja talasa i amplitude valovitosti na amplitude ubrzanja vibracija i frekvencije na kojima se maksimalne amplitude javljaju. Takođe, razmatraju uticaj neravnomerne raspodele talasa. Analiziraju deset različitih slučajeva valovitosti, tabela 4. 2.

Tabela 4.2 Analizirani slučajevi valovitosti [60]

Slučaj valovitosti	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Broj talasa	0	11	12	13	23	24	25	35	36	37
Maksimalna amplituda ($\times 10^{-6}$ m)	0	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

Slika 4.12a prikazuje amplitude ubrzanja vibracija za deset analiziranih slučajeva za valovitost unutrašnje staze kotrljanja. Sa nula je označen slučaj bez valovitosti. Povećanjem broja talasa amplituda ubrzanja raste i nakon više od 11 talasa varira oko vrednosti od približno 15 m/s^2 . Na slici 4.12b je prikazana zavisnost broja talasa spoljašnje staze kotrljanja i amplitude ubrzanja vibracija. Maksimalna amplituda ubrzanja se uočava za 11 talasa. Povećanjem broja talasa amplituda ubrzanja opada i osciluje oko vrednosti 22 m/s^2 . Sa slike 4.12c uočava se povećanje amplitude valovitosti na stazi kotrljanja spoljašnjeg prstena i porasta amplitude ubrzanja vibracija. Za slučaj amplitude nula vibracije nepostoje. Slika 4.12d daje zavisnost amplituda valovitosti staze kotrljanja na spoljašnjem prstenu i amplituda ubrzanja vibracija.

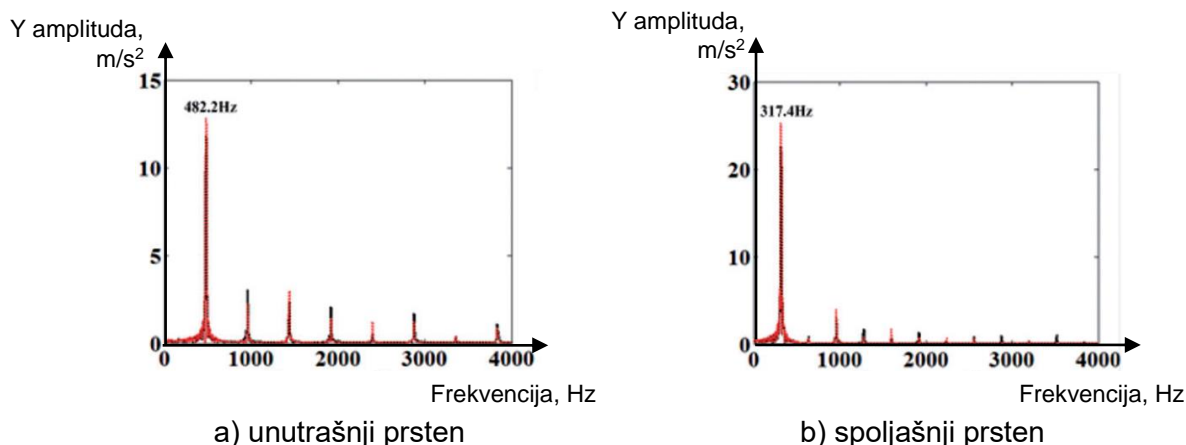
Zavisnost je ista kao i na unutrašnjem prstenu, pri čemu su amplitude ubrzanja vibracija približno dva puta veće. Prikazani rezultati važe za pravilnu raspodelu talasa za obe staze kotrljanja.



Slika 4.12. Uticaj valovitosti na amplitude ubrzanja vibracija [60]:

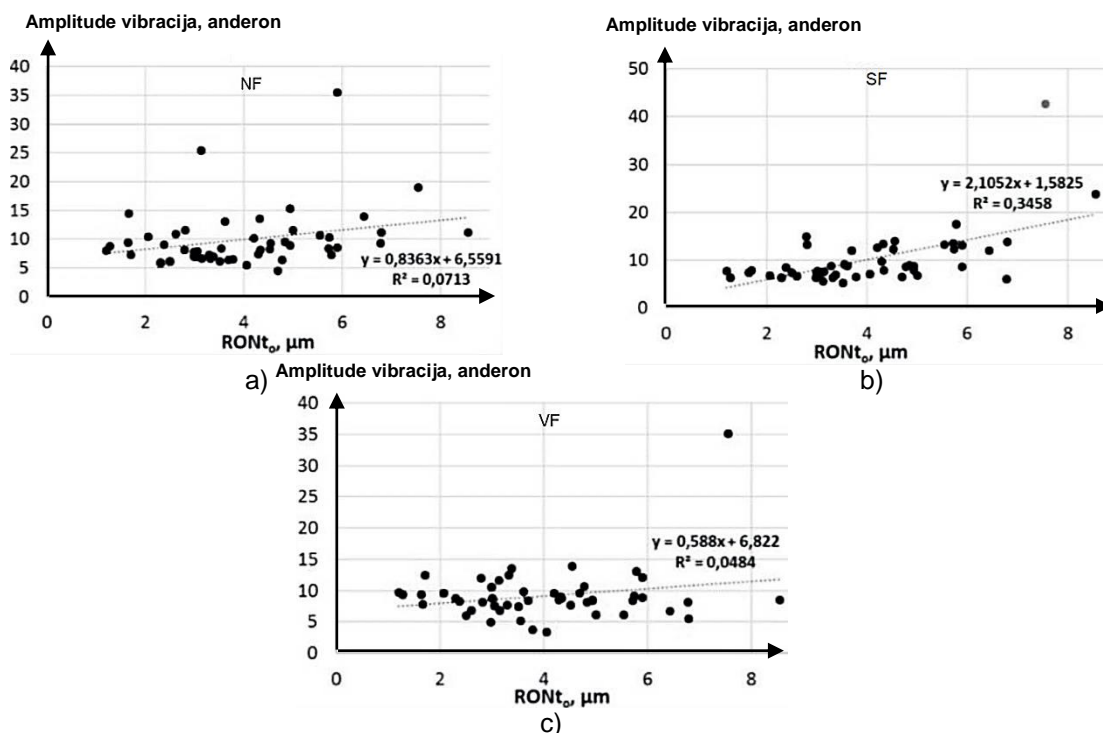
- a) različit broj talasa na unutrašnjem prstenu; b) različit broj talasa na spoljašnjem prstenu;
- c) različita amplituda valovitosti na unutrašnjem prstenu;
- d) različita amplituda valovitosti na spoljašnjem prstenu

Analiza frekvencija na kojima se javljaju maksimalne amplitude obuhvata slučajeve sa 12, 24 i 36 talasa na spoljašnjoj i unutrašnjoj stazi kotrljanja, koji su usvojeni kao kZ , gde je $k= 1, 2$ i 3 , a broj kotrljajnih elemenata je $Z = 12$. Frekvencija prolaska kotrljajnih elemenata na spoljašnjoj stazi kotrljanja je 320 Hz, a na unutrašnjoj 480 Hz. Analiza pokazuje da se maksimalne amplitude javljaju na osnovnim frekvencijama pomnoženim sa k , odnosno za 24 talasa na frekvenciji od 958,3 Hz za unutrašnji prsten i 640,9 Hz za spoljašnji prsten. Kada je broj talasa 36 tada je frekvencija maksimalnih amplituda na 1440 Hz za unutrašnji prsten i 958,3 Hz za spoljašnji prsten [60]. Slika 4.13 daje prikaz frekvencija za neravnomernu raspodelu talasa na unutrašnjem i spoljašnjem prstenu. Pokazano je da neravnomerna raspodela talasa nema uticaja na frekvencije na kojima se javljaju maksimalne amplitude [60].



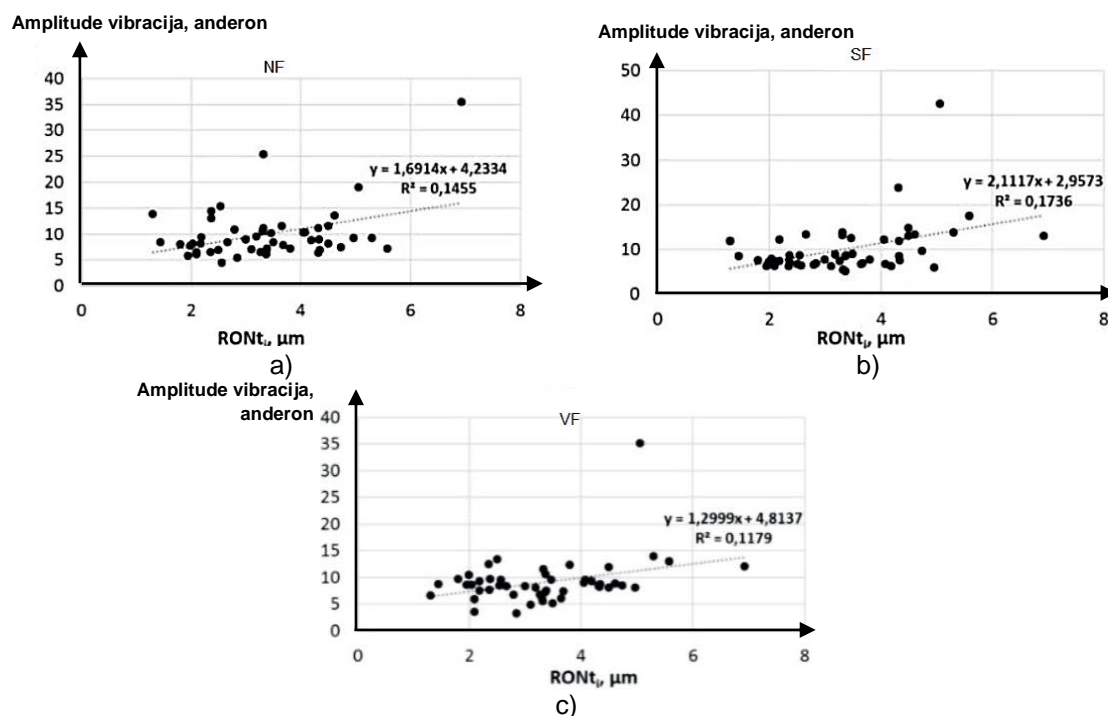
Slika 4.13. Frekvencije na kojima se javljaju maksimalne amplitude vibracija usled neravnomerne raspodele talasa [60]

Adamczak i Zmarzly [59] analiziraju uticaj valovitosti staza kotrljanja spoljašnjeg i unutrašnjeg prstena. Eksperimentalnim merenjem veličina amplituda valovitosti i vibracija koje generišu ispitivani ležaji i statističkom obradom rezultata pronalaze međusobne zavisnosti. Na slici 4.14a prikazan je uticaj povećanja amplitude valovitosti spoljašnjeg prstena na amplitude brzine vibracija i može se zaključiti da povećanje valovitosti izaziva blago povećanje amplituda brzine u području niskih frekvencija. Slika 4.14b daje istu zavisnost i uticaj povećanja valovitosti spoljašnjeg prstena je veći u području srednjih frekvencija i koeficijent korelacije iznosi $R^2 = 0,3458$. U području visokih frekvencija, slika 4.14c pokazuje da je uticaj povećanja valovitosti spoljašnjeg prstena na amplitude vibracija mali.



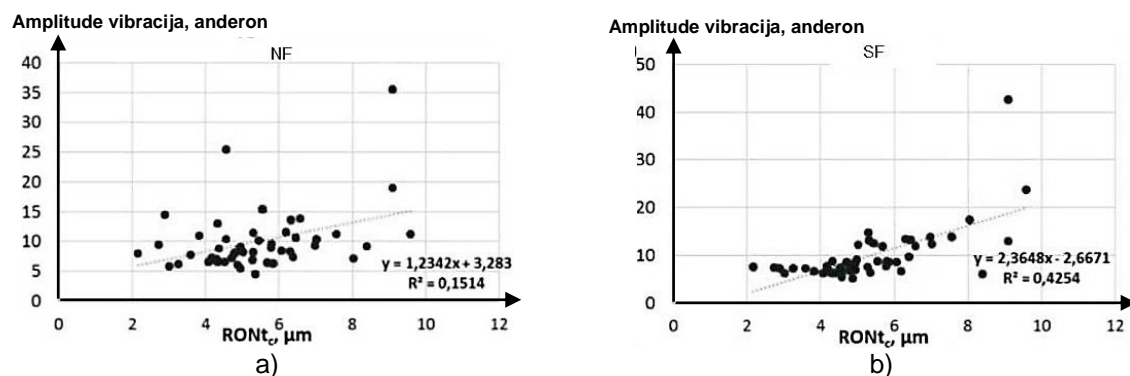
Slika 4.14. Uticaj amplitude valovitosti spoljašnjeg prstena na amplitude vibracija [59]:
a) oblast niskih frekvencija; b) oblast srednjih frekvencija;
c) oblast visokih frekvencija

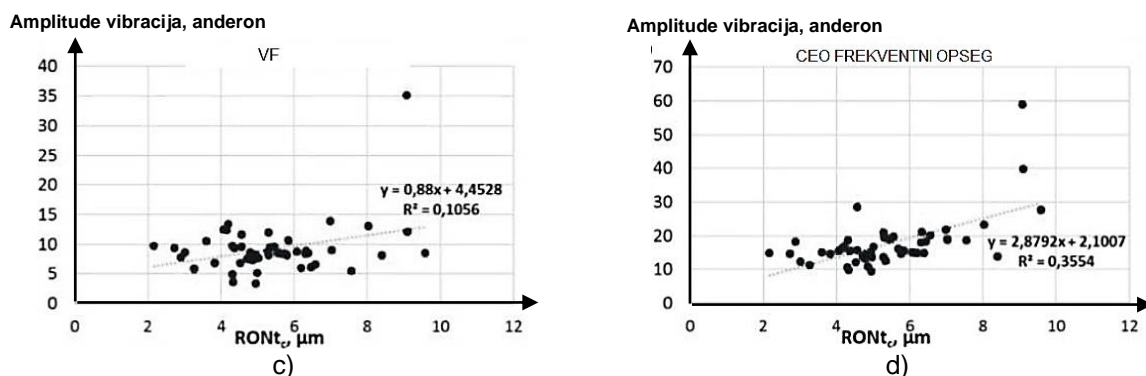
Na slici 4.15 prikazan je uticaj amplitude valovitosti unutrašnjeg prstena na amplitude brzine vibracija i može se zaključiti da povećanje valovitosti izaziva blago povećanje amplituda brzine vibracija u svim oblastima frekvencija. Koeficijent korelacije se kreće u intervalu od $R^2 = 0,1179 \div 0,1736$.



Slika 4.15. Uticaj amplitude valovitosti unutrašnjeg prstena na amplitude vibracija [59]:
a) oblast niskih frekvencija; b) oblast srednjih frekvencija;
c) oblast visokih frekvencija

Autori izračunavaju ukupnu valovitost kao $RONt_c = \sqrt{RONt_i^2 + RONt_o^2}$ i prema slici 4.16 može se uočiti uticaj promene amplitude valovitosti na amplitude brzine vibracija u svim područjima. Koeficijent korelacije iznosi $R^2 = 0,1514$ za područje niskih, $R^2 = 0,4254$ za područje srednjih i $R^2 = 0,1056$ za područje visokih frekvencija. Za ceo spektar frekvencija je $R^2 = 0,3554$. Najveći uticaj valovitost ima u području srednjih frekvencija za spoljašnji i unutrašnji prsten i za ukupnu valovitost.



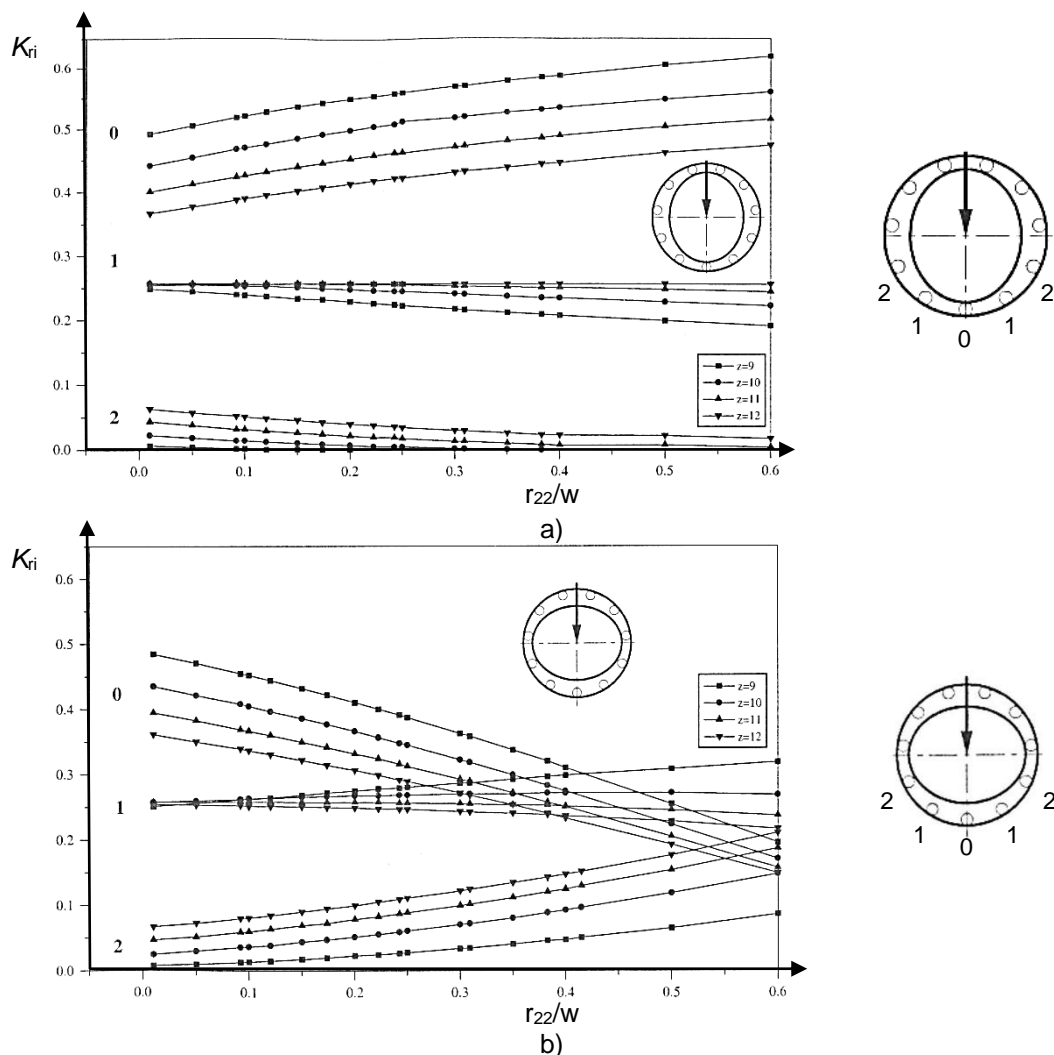


Slika 4.16. Uticaj amplitude valovitosti oba prstena na amplitude vibracija [59]:
 a) oblast niskih frekvencija; b) oblast srednjih frekvencija;
 c) oblast visokih frekvencija; d) ceo frekventni opseg

4.2.3. Uticaj odstupanja od kružnosti

Odstupanje od kružnosti predstavlja grešku makrogeometrije delova ležaja. Najčešći karakteristični oblici odstupanja od kružnosti su ovalnost i poligonalnost. Ovde se analizira odstupanje od kružnosti staza kotrljanja oba prstena i njihov uticaj na ponašanje ležaja. Kako je ranije rečeno, odstupanje od kružnosti ima uticaj na promenu radijalnog zazora ležaja koji je jedan od osnovnih parametara ležaja. Pored navedenog, odstupanje od kružnosti ima uticaja na raspodelu opterećenja kod radijalno opterećenog kugličnog ležaja [113]. Pri analizi se razmatraju odstupanja od kružnosti u vidu ovalnosti i trigonalnosti staza kotrljanja unutrašnjeg prstena, gde je broj kotrljajnih tela promenljiv. Na slici 4.17 prikazani su dijagrami zavisnosti koeficijenta raspodele opterećenja (K_{ri}) od stepena ovalnosti staze kotrljajnja, za različite vrednosti ukupnog broja kotrljajnih tela u ležaju. U odnosu na pravac dejstva opterećenja, može se govoriti o dva granična slučaja orijentacije profila staze kotrljanja. Analiziraju se slučajevi kada je duža osa ovalne staze kotrljanja paralelna ili upravna na napadnopravac spoljašnjeg radijalnog opterećenja. U slučaju kada je duža osa paralelna sa pravcem radijalnog opterećenja (slika 4.17a) raspodela opterećenja je za male vrednosti amplitude ovalnosti neravnomerna i bliska teorijskoj raspodeli opterećenja. Povećanje ovalnosti staze unutrašnjeg prstena izaziva povećanje neravnomernosti raspodele opterećenja koje teži izrazito neravnomernoj raspodeli. U svim slučajevima, opterećenje nultog kotrljajnog tela raste sa povećanjem ovalnosti. Preraspodela opterećenja ostalih aktivnih kotrljajnih tela zavisi od stepena ovalnosti i ukupnog broja kotrljajnih tela [8]. Za ležaje sa ukupnim brojem kotrljajnih tela od 9 do 12, opterećenje prvog i drugog aktivnog kotrljajnog tela ne zavisi značajno od veličine ovalnosti. Sa povećanjem ovalnosti dolazi do blagog pada vrednosti faktora raspodele opterećenja.

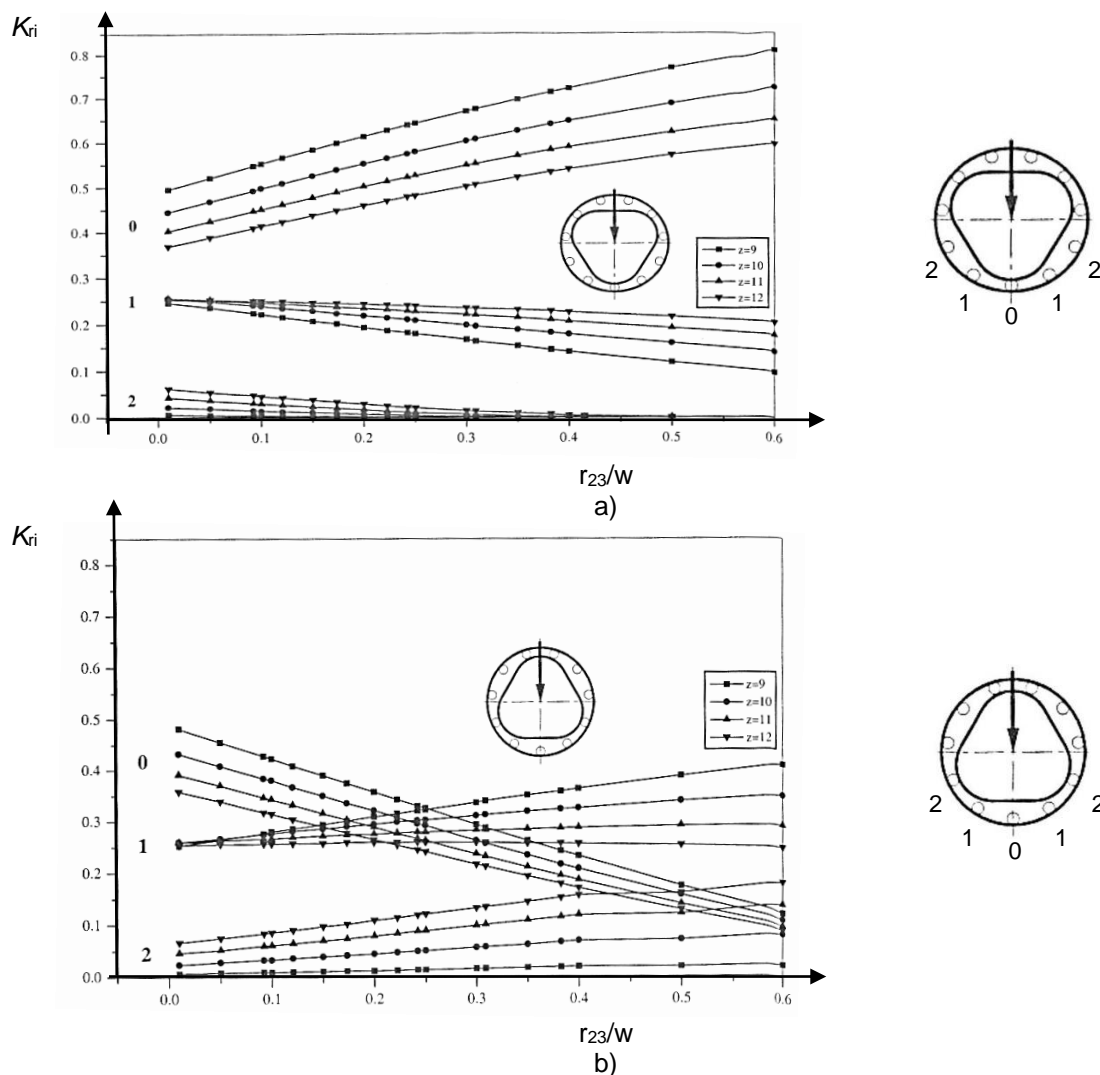
U slučaju kada je duža osa normalna na pravac radijalnog opterećenja (slika 4.17b) uočava se suprotan trend. Opterećenje nultog kotrljajnog tela se smanjuje sa povećanjem ovalnosti, dok se opterećenje prvog i drugog aktivnog kotrljajnog tela povećava. Sa dijagrama se može uočiti da kada je $r_{22}/w < 0,3$ ono nema značajan uticaj na promenu raspodele opterećenja, za ležaje sa ukupnim brojem kotrljajnih tela od 9 do 12.



Slika 4.17. Dijagram zavisnosti koeficijenta raspodele opterećenja od stepena ovalnosti staze kotrljajnja unutrašnjeg prstena za vrednosti ukupnog broja kotrljajnih tela $Z = 9, 10, 11, 12$ [113]

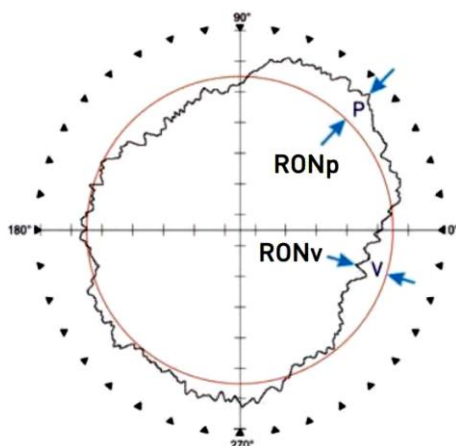
Na slici 4.18 prikazani su dijagrami zavisnosti koeficijenta raspodele opterećenja (K_{ri}) od stepena trigonalnosti staze kotrljajnja, za različite vrednosti ukupnog broja kotrljajnih tela u ležaju. U slučaju orijentacije unutrašnjeg prstena sa vrhom trougla na dole u odnosu na pravac dejstva spoljašnjeg opterećenja (slika 4.18a), može se zaključiti da opterećenje nultog kotrljajnog tela raste sa povećanjem trigonalnosti staze kotrljanja unutrašnjeg prstena. Ovde se može uočiti da povećanje broja kotrljajnih tela utiče na nešto ravnomerniju raspodelu opterećenja. Kao i kod ovalnosti staze kotrljanja, opterećenje prvog i drugog kotrljajnog tela se smanjuje sa povećanjem trigonalnosti.

Kada je orijentacija unutrašnjeg prstena sa vrhom trougla na gore u odnosu na pravac dejstva spoljašnjeg opterećenja (slika 4.18b), postoji suprotan trend, gde porast trigonalnosti utiče na smanjenje opterećenja nultog kotrljajnog tela, a izaziva povećanje opterećenja prvog i drugog kotrljanog tela. Kada je $r_{22}/w < 0,2$ koeficijent raspodele opterećenja ne menja vrednost značajno, izuzev nultog kotrljajnog tela.



Slika 4.18. Dijagram zavisnosti koeficijenta raspodele opterećenja od stepena trigonalnosti staze kotrljajnja unutrašnjeg prstena za vrednosti ukupnog broja kotrljajnih tela $Z = 9, 10, 11, 12$ [113]

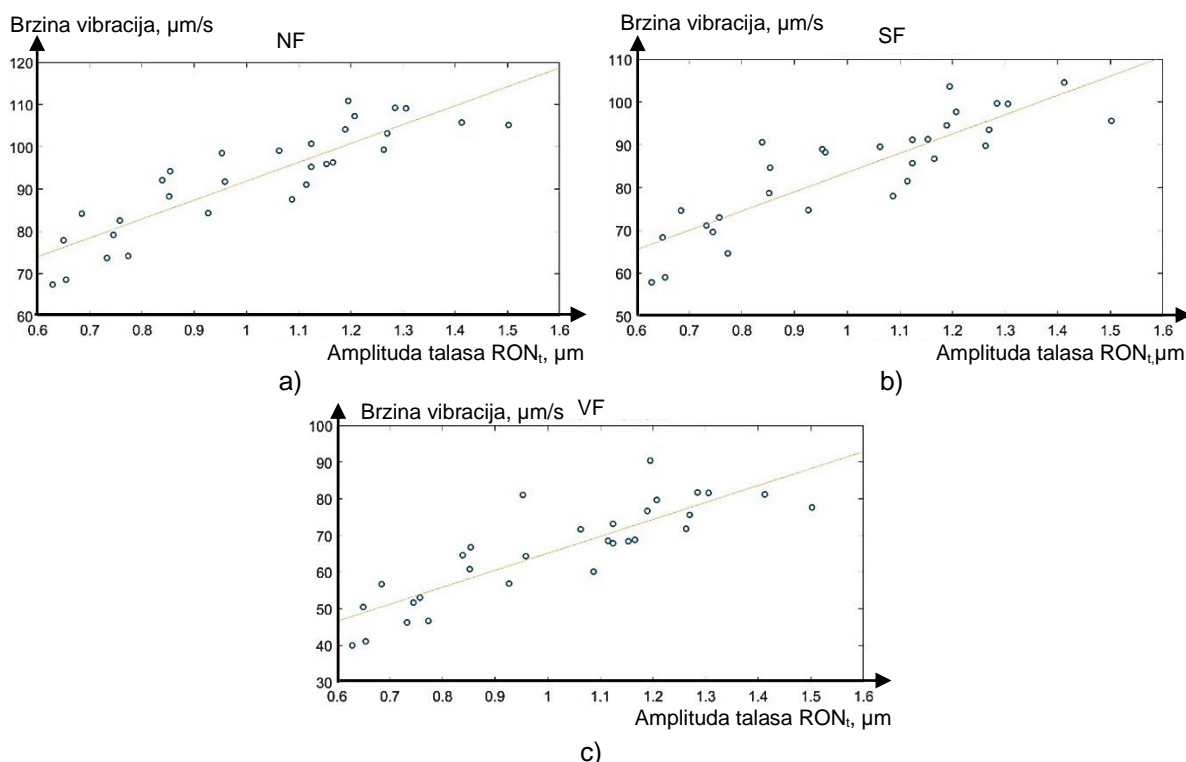
Pored uticaja na raspodelu opterećenja kotrljajnih tela u ležaju, odstupanje od kružnosti, ima uticaja na radijalno i aksijalno bacanje ležaja [77] i amplitude i frekvencije na kojima će se javljati vibracije ležaja [78, 79]. Autori u radu [78] analiziraju uticaj odstupanja od kružnosti unutrašnjeg prstena, na uzorku od 30 kotrljajnih ležaja. Prilikom izrade, koriste loše balansirano točilo, što omogućuje dobijanje karakterističnog oblika odstupanja od kružnosti sa šest talasa. Merenjem odstupanja od kružnosti dobijaju da se veličina amplitude talasa (RON_t) kreće u intervalu od 0,6 do 1,6 μm . RON_t predstavlja rastojanje od vrha najvišeg talasa do najniže tačke profila. Za izračunavanje veličine amplitude odstupanja od kružnosti koriste izraz $RON_t = RON_p + RON_v$ (gde je RON_p – odstupanje od nazivnog prečnika do najviše tačke profila (*pick*), RON_v – odstupanje od nazivnog prečnika do najniže tačke profila (*valey*), sl. 4.19). Drugi deo eksperimentalnog istraživanja se bazira na merenju amplituda brzine vibracija. Brzinu vibracija analiziraju u standardom propisanim frekventnim područjima niskih frekvencija NF (50 - 300 Hz), srednjih frekvencija SF (300 - 1800 Hz) i visokih frekvencija VF (1800 - 10000 Hz). Prema dijagramima na slici 4.20 može se uočiti porast amplituda brzine vibracija u sva tri područja. Autori određuju jednačine linearnog modela za sva područja i odgovarajuće *Pearson*-ove koeficijente korelacije, tabela 4.3. Na osnovu prikazanih rezultata postoji jaka zavisnost amplituda brzine i vibracija i odstupanja od kružnosti staze kotrljanja unutrašnjeg prstena.



Slika 4.19. Prikaz najviše i najniže tačke izmerenog profila [78]

Tabela 4.3. Zavisnost amplituda odstupanja od kružnosti i brzine vibracija [78]

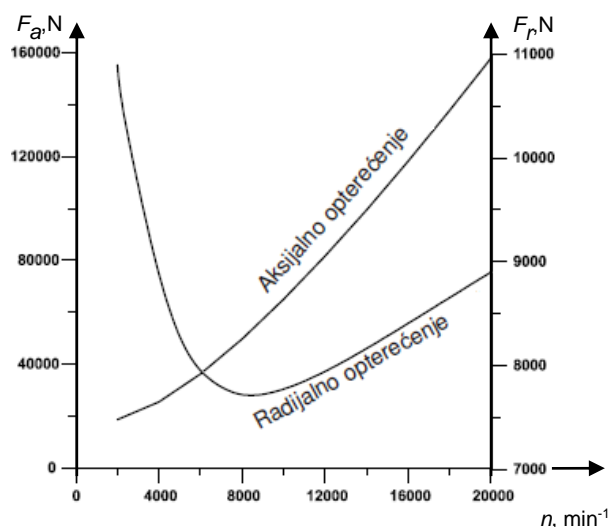
Područje niskih frekvencija (50 – 300 Hz)	NF
Jednačina linearnog regresionog modela	$y = 90,0267 + 2,4846 x$
Pearson-ov koeficijent korelacije	$R = 0,8842$
Područje srednjih frekvencija (300 – 1800 Hz)	SF
Jednačina linearnog regresionog modela	$y = 80,4787 + 3,1923 x$
Pearson-ov koeficijent korelacije	$R = 0,9129$
Područje niskih frekvencija (1800 – 3000 Hz)	VF
Jednačina linearnog regresionog modela	$y = 60,2273 + 4,1187 x$
Pearson-ov koeficijent korelacije	$R = 0,9283$



Slika 4.20. Zavisnost odstupanja od kružnosti unutrašnjeg prstena i amplituda brzine vibracija [78]
 a) područje niskih frekvencija; b) područje srednjih frekvencija;
 c) područje visokih frekvencija

4.3. Uticaj eksploatacionih parametara na ponašanje ležaja

Eksploatacioni parametri kao što su broj obrtaja, granični broj obrtaja, temperatura, podmazivanje, spoljašnje opterećenje imaju veliki uticaj na radne karakteristike ležaja. Broj obrtaja je veoma važan faktor dinamičkog ponašanja ležaja. Promenom broja obrtaja dolazi do promene radijalnog i aksijalnog opterećenja ležaja [114]. Povećanje broja obrtaja utiče na pojavu centrifugalne sile i giroskopskog momenta koji menjaju raspodelu opterećenja. Prema dijagramu na slici 4.21 može se videti da radijalno opterećenje opada sa povećanjem broja obrtaja do 8000 min^{-1} , nakon čega počinje da raste, a aksijalno opterećenje raste sa povećanjem broja obrtaja.



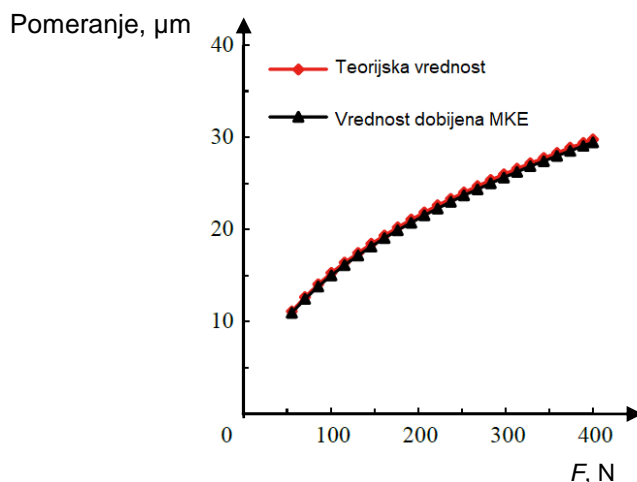
Slika 4.21. Promena spoljašnjeg opterećenja u zavisnosti od broja obrtaja [114]

Dalje su prikazana razmatranja uticaja spoljašnjeg opterećenja, vrste i količine podmazivanja na ponašanje kotrljajnih ležaja. Radijalni kotrljajni ležaji su najčešće opterećeni radijalnim silama, a mogu da prenose i manje aksijalno opterećenje. Tokom merenja vibracija novih ležaja, metoda koju propisuje standard, podrazumeva opterećenje ležaja aksijalnom silom nižeg intenziteta. Na ovaj način sva kotrljajna tela ležaja učestvuju u prenošenju opterećenja, ostvarujući kontakt sa oba prstena ležaja i na taj način se unutrašnja geometrija ležaja najbolje odražava na dinamičko ponašanje.

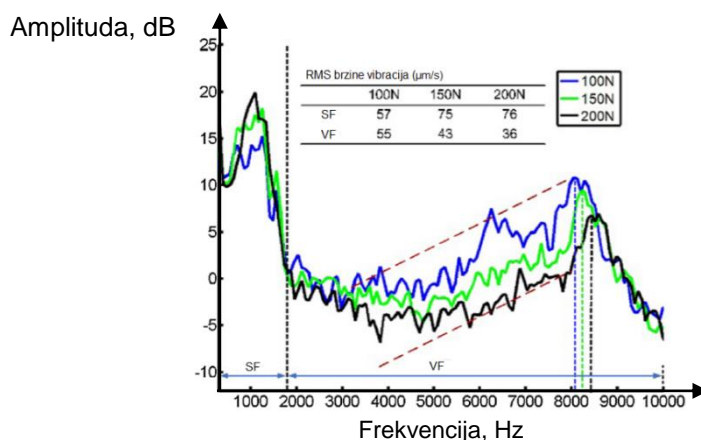
Radijalno opterećenje kotrljajnih ležaja ima višestruki uticaj na statičko i dinamičko ponašanje. Kao što je već rečeno, povećanje radijalnog opterećenja izaziva povećanje broja kotrljajnih tela koja prenose opterećenje, što dovodi do promene raspodele opterećenja, promene krutosti ležaja [21, 22], debljine uljnog filma [17] itd.

Haiyan i ostali [115] određuju pomeranje unutrašnjeg prstena radijalnog kugličnog ležaja usled dejstva aksijalne sile. Minimalna sila od 50 N obezbeđuje poništavanje zazora. Promena sile do 400 N ostvaruje aksijalno pomeranje ispod 30 μm , što je veličina koja nema uticaja na kvalitet rada većine mehanizama u koji bi ležaj bio ugrađen. Veličinu pomeranja određuju eksperimentalnim merenjem, ali i metodom konačnih elemenata (MKE), slika 4.22. Rezultati pokazuju da je model dobijen metodom konačnih elemenata sposoban da sa visokom preciznošću odredi pomeranje unutrašnjeg prstena pri dejstvu čistog aksijalnog opterećenja.

Wu i ostali se u radu [116] bave određivanjem amplituda vibracija za ležaje podmazane sa dva tipa masti koje na kratko izlažu visokoj temperaturi i nakon toga određuju uticaj promene karakteristika masti na dinamičko ponašanje ležaja. Utvrđuju da izlaganje ležaja temperaturi od 140° C u trajanju od 20 minutaima značajne posledice na karakteristike masti. Tokom merenja amplituda vibracija koriste metodu propisanu standardom i uvode promenu intenziteta aksijalne sile. Prema rezultatima na slici 4.23 može se uočiti da amplitude vibracija u području srednjih frekvencija rastu sa porastom aksijalne sile, a opadaju u području visokih frekvencija.



Slika 4.22. Pomeranje unutrašnjeg prstena radijalnog kugličnog ležaja usled dejstva aksijalne sile [115]



Slika 4.23. Zavisnost amplituda vibracija u spektru snage od aksijalne sile [116]

Podmazivanje kotrljajnih ležaja je jedan od osnovnih zahteva za obezbeđenje dugoročnog radnog veka, smanjenja buke i vibracija. Za podmazivanje se mogu koristiti različita sredstva, a najzastupljenija je mast ukoliko se podmazuju zatvoreni kuglični ležaji u radnim uslovima gde radna temperatura ne prelazi 120 C° [62]. Podmazivanje pomoću masti ima niz prednosti, pre svega ukoliko nije predviđena zamena masti, jer se izvodi jednostavno, sa malom količinom maziva. Za podmazivanje nisu potrebni dodatni uređaji kao u slučaju podmazivanja uljem u vidu hidrodinamičkog ili hidrostatičkog podmazivanja. Ukoliko je potrebna promena masti, potrebna količina maziva može se izračunati prema sledećem izrazu:

$$G = 0,005 \cdot D \cdot B \tag{4.2}$$

gde je:

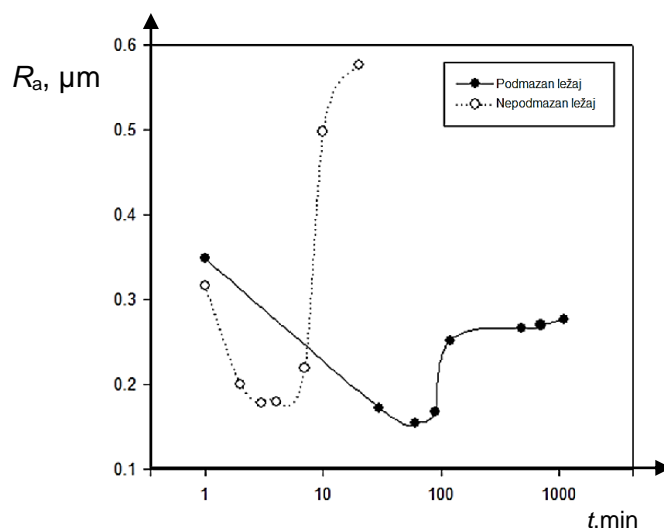
D – spoljašnji prečnik ležaja, mm

B – širina ležaja, mm

Osnovni zadaci podmazivanja su:

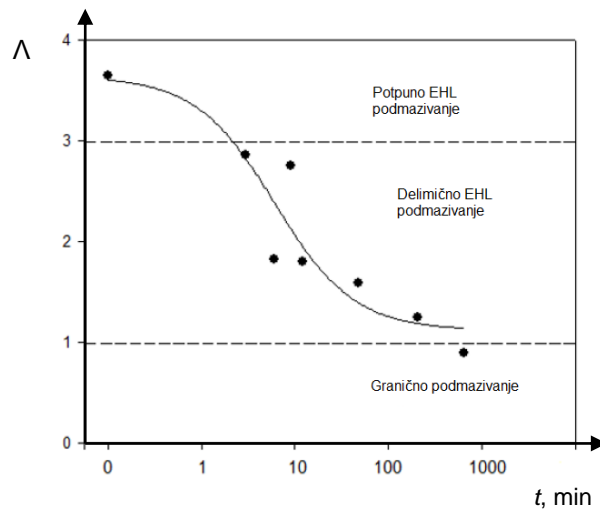
- smanjenje habanja površina kotrljajnja,
- smanjenje trenja,
- smanjenje buke,
- smanjenje generisanja toplote i njeno odvođenje,
- sprečavanje prodora spoljašnjih nečistoća,
- zaštita površina kotrljanja od korozije.

Uticaj podmazivanja na površinsku hrapavost, a time i na vibracije ležaja istraživali su *Yusof i Ripin* [117]. Na dijagramu sa slike 4.24 može se videti da ležaj bez podmazivanja, nakon 10 minuta rada dostiže 3 puta veću površinsku hrapavost od početne, što vodi daljem intenzivnom razaranju površine kontakta i prelazak radaležaja u režim sa oštećenjem. Kod podmazanog ležaja, nakon vremena uhodavanja površinska hrapavost dostiže optimum i daljim tokom rada ostaje ispod početne vrednosti. U toku rada, ležaj se obrće sa 1500 min^{-1} , a radijalno opterećenje je 900 N .



Slika 4.24. Promena površinske hrapavosti za podmazan ležaj i ležaj bez podmazivanja u zavisnosti od vremena rada [117]

Na dijagramu sa slike 4.25 prikazana je promena načina podmazivanja na mestu kontakta. Na početku rada zastupljeno je potpuno elastohidrodinamičko podmazivanje (EHL) kada je parametar podmazivanja $\Lambda > 3$. Posle nekoliko minuta rada parametar podmazivanja se smanjuje i prelazi u oblast delimičnog elastohidrodinamičkog podmazivanja i posle 100 minuta rada podmazivanje se ustaljuje, što je posledica istiskivanja masti iz zone kontakta. Ležaj korišćen u ovom eksperimentalnom ispitivanju je podmazan mašću proizvođača SKF, oznake SKF LGMT 2 [117].



Slika 4.25. Promena vrste podmazivanja tokom vremena [117]

5. EKSPERIMENTALNO ISPITIVANJE I PRIKAZ REZULTATA MERENJA

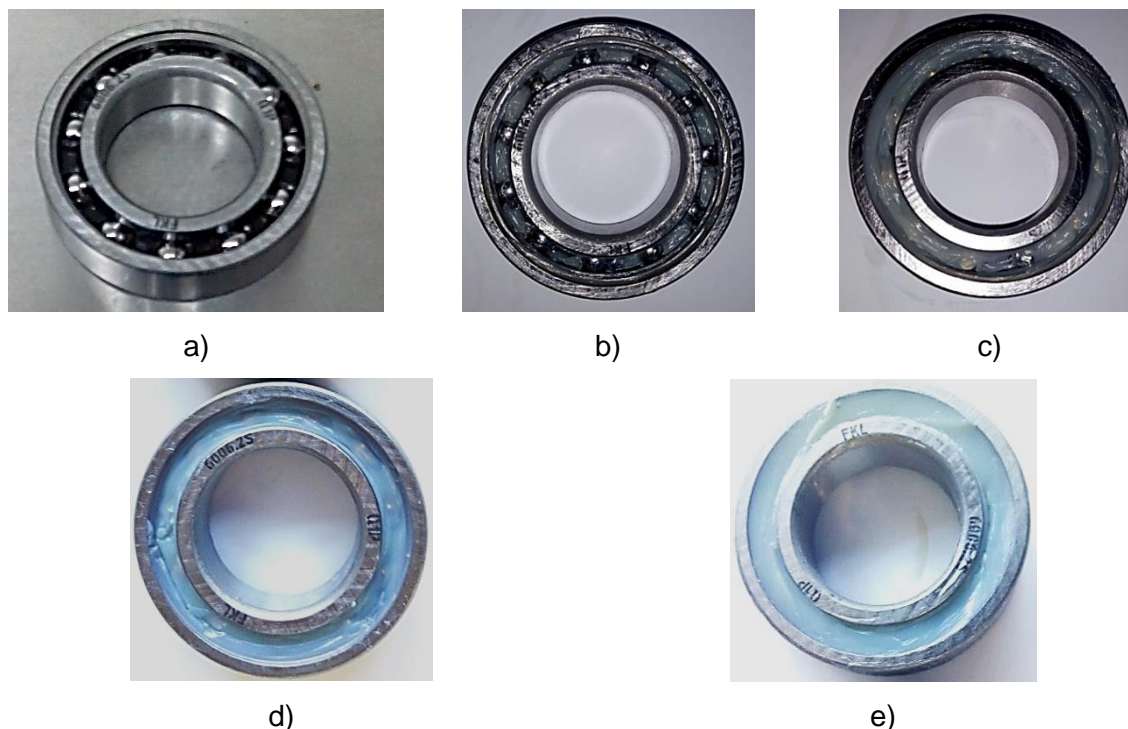
U ovom poglavlju predstavljene su osnovne postavke eksperimentalnog ispitivanja, opisan je uređaj za ispitivanje i prikazani su rezultati merenja. Eksperimentalno ispitivanje se može podeliti na dva dela. Prvi deo se bazira na merenju geometrijskih vrednosti elemenata ispitivanih ležaja i njihovih odstupanja, a drugi deo predstavlja standardom propisano merenje amplituda vibracija ležaja. Merenje geometrijskih vrednosti elemenata ležaja i njihovih odstupanja je realizovano u akreditovanoj laboratoriji proizvođača ležaja koja zadovoljava zahteve propisane standardom SRPS ISO/IEC 17025:2006. Merenje vibracija ležaja je izvedeno na eksperimentalnom uređaju za merenje vibracija kotrljajnih ležaja, u laboratoriji Katedre za mašine alatke, tehnološke procese, fleksibilne tehnološke sisteme i procese projektovanja, na Fakultetu tehničkih nauka. Merenje vibracija predstavlja jedan od poslednjih koraka u kontroli kvaliteta novih ležaja. Osnovni zadatak merenja amplituda vibracija novih ležaja, nakon montaže u fabrici, je njihova klasifikacija u propisane klase kvaliteta (prilog 1). Zapisi o vibracijama ležaja u digitalnom obliku su pogodni za dalju analizu. Sadrže veliki broj informacija koje govore o geometriji ležaja, tačnosti izrade delova ležaja, oštećenju u ležaju (ako postoji) i dr. Kvalitetnom obradom zapisa izmerenih vrednosti pomeranja, brzine ili ubrzanja moguće je dobiti pokazatelje o stanju i kvalitetu ležaja, staza kotrljanja, kotrljajnih tela, stepenu kontaminiranosti sredstva za podmazivanje i drugo. Cilj ovog rada je analiza izmerenih vibracija ležaja i utvrđivanje uticaja konstrukcionih, tehnoloških i eksploatacionih parametara na dinamičko ponašanje ležaja primenom veštačkih neuronskih mreža.

5.1. Uzorak za eksperimentalno ispitivanje

Ispitivanje je izvršeno na uzorku od 30 kugličnih ležaja sa radijalnim dodirom 6006. Ležaji su proizvedeni u Fabrici kotrljajućih ležaja i kardana u Temerinu (FKL). Uvedena je pretpostavka da je geometrija kotrljajnih tela idealna. Ležaji su podeljeni u klase prema veličini unutrašnjeg radijalnog zazora, tzv. fabrikacionog zazora koji se javlja nakon montaže ležaja. Standard ISO 5753-1:2009 propisuje pet klasa radijalnog zazora za kuglične ležaje sa radijalnim dodirom i to C2, C0 (normalni zazor), C3, C4 i C5. U klasu C2 se svrstavaju ležaji koji imaju radijalni zazor manji od normalnog, dok klase C3, C4 i C5 imaju zapore veće od normalnog. U tabeli 5.1 su prikazane veličine zazora za odgovarajuće klase analiziranih ležaja. Ispitivani ležaji imaju kavez izrađen od plastike (poliamid), dostavljeni su bez zaptivača i masti. Za podmazivanje ležaja tokom eksperimentalnog ispitivanja koristi se mast oznake LGLT 2, proizvođača SKF. Poznata je unutrašnja geometrija svakog ležaja, odnosno, poluprečnici staza kotrljanja u preseku upravnom na osu kotrljanja kotrljajnih tela, hrapavost, valovitost i odstupanje od kružnosti staze kotrljanja spoljašnjeg i unutrašnjeg prstena. Slika 5.1 prikazuje ležaje sa različitim količinama masti, dodatih pre svakog eksperimentalnog ispitivanja.

Tabela 5.1. Veličina radijalnog zazora prema ISO 5753:2009 za ležaj 6006

Klasa zazora	C2	C0	C3	C4	C5
Veličina zazora, μm	1 ÷ 11	5 ÷ 20	13 ÷ 28	23 ÷ 41	30 ÷ 53



Slika 5.1. Ležaji sa različitom količinom masti
 a) bez podmazivanja; b) 0,7 g masti; c) 1,4 g masti; d) 2,1 g masti; e) 2,8 g masti

5.2. Plan eksperimenta

Plan izvođenja eksperimenta je prikazan u tabeli 5.2 u svrhu utvrđivanja uticaja konstrukcionih, tehnoloških i eksploatacionih parametara na amplitude vibracija ležaja. Eksperiment je vršen u laboratorijskim uslovima, na sobnoj temperaturi u uslovima koje propisuju standardi ISO 554, ISO 558 i ISO 3205, odnosno eliminisan je uticaj drugih potencijalnih izvora vibracija.

Tabela 5.2. Plan eksperimenta

Uzorak/oznaka ležaja	Broj ponavljanja merenja	Količina masti, g					Aksijalno opterećenje, N
		0	0,7	1,4	2,1	2,8	
11, 12, 13, 14, 15, 16, 31, 32, 33, 34, 35, 36 41, 42, 43, 44, 45, 46 51, 52, 53, 54, 55, 56 61, 62, 63, 64, 65, 66	3 merenja	0	0,7	1,4	2,1	2,8	200
							300
							400
							500
							600
							700
							800
							900
							1000
30 uzoraka	3 merenja za svaki uzorak i opterećenje	5 merenja za različitu količinu masti (podmazivanje)					Ukupno = 30·3·5·9 = 4050 merenja

Svako merenje je ponovljeno tri puta, radi provere ponovljivosti rezultata. Ispitivanje je započeto na ležajima koji nisu podmazani, slika 5.1a. Nakon postavljanja ležaja na uređaj za merenje vibracija na spoljašnji prsten ležaja dovedeno je minimalno aksijalno opterećenje od

200 N i nakon toga uključeno obrtanje vretena. Kada uređaj dostigne stacionaran broj obrtaja, započinje se sa merenjem. Po završetku prvog merenja, bez isključivanja obrtanja vretena izvršeno je drugo i treće merenje. Minimalno aksijalno opterećenje je usvojeno prema standardu SRPS ISO 15242-2. Veličina aksijalnog opterećenja je povećavana do maksimalnih 1000 N, sa korakom od 100 N. Merenje se sprovodi bez sredstva za podmazivanje, za ceo uzorak. Nakon toga, u sve ležaje se ravnomerno između kotrljajnih staza dodaje prva količina masti, odnosno 0,7 g, a merenje se prema utvrđenom postupku ponavlja za ceo uzorak. Do kraja ispitivanja količina masti u ležajima je povećavana do 2,8 g, slika 5.1 a-e.

Za potrebe eksperimenta korišćena je precizna vaga tačnosti 0,01 g radi utvrđivanja količine masti u ležaju. Za svaki uzorak je izmerena i zabeležena početna masa, slika 5.2. Nakon toga, u svaki ležaj dodata je prva količina masti, koja je utvrđena kao razlika ukupne mase ležaja i početne mase.

Zabeleženi su rezultati 4050 merenja vibracija ležaja. Snimljeni su u datotekama ekstenzije .mat, a upravljanje uređajem za merenje i obrada podataka je izvršena softverskim paketom *Matlab*.



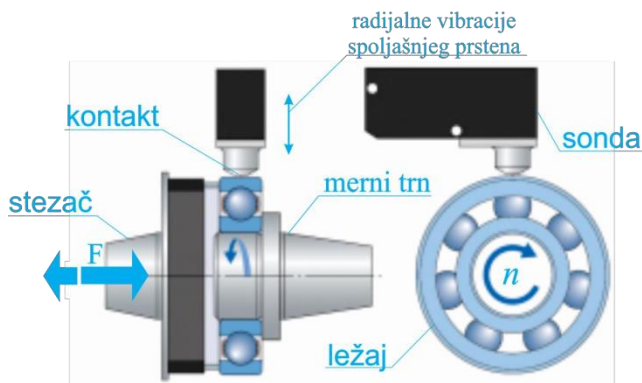
Slika 5.2. Precizna vaga i masa ležaja bez masti

5.3. Uređaj za merenje

Na slici 5.3 prikazan je eksperimentalni uređaj za merenje amplituda vibracija kotrljajnih ležaja. Uređaj se sastoji od ispitnog stola, na koji je postavljeno vreteno uležišteno hidrodinamičkim ležajima, pneumatski cilindar za aksijalno opterećenje ležaja, pogonski motor i upravljački ormar. Ležaj se preko unutrašnjeg prstena postavlja na merni trn, koji je posredstvom konusa i navojne veze spojen sa vretenom. Vreteno se tokom merenja obrće konstantnim brojem obrtaja ($n = 1800 \text{ min}^{-1}$) sa dozvoljenim odstupanjem +1% i -2%, prema SRPS ISO 15242-1. Spoljašnji prsten je nepokretan i opterećen aksijalnom silom preko pneumatskog cilindra. Osnovni element u lancu merenja vibracija predstavlja elektrodinamički davač brzine (sonda), slika 5.4, koji na svom izlazu generiše napon čija je amplituda i frekvencija proporcionalna brzini vibracija koje generiše posmatrani kotrljajni ležaj. Elektrodinamički davač brzine je preko USB kabla povezan sa računarom pomoću koga se upravlja procesom merenja i skladište izmereni signali. Upravljanje eksperimentalnim uređajem se izvršava pomoću računara i koda pisanog u softverskom paketu *Matlab*. Merenje traje 5 sekundi, od trenutka kada ležaj dostigne stacionarnu brzinu obrtanja.

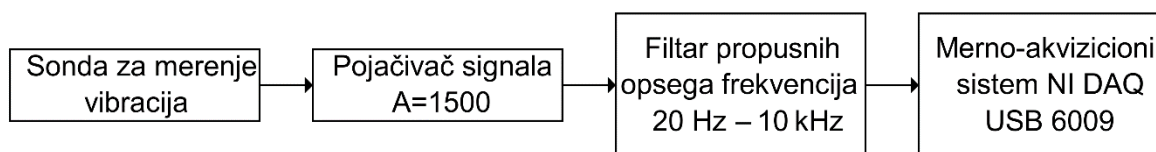


Slika 5.3. Eksperimentalni uređaj za merenje vibracija kotrljajnih ležaja



Slika 5.4. Šematski prikaz principa merenja vibracija pomoću elektrodinamičke sonde

Kako je amplituda signala koji se dobija pomoću korišćene elektrodinamičke sonde mala, za digitalnu obradu i prikaz, signal je pojačan pojačivačem. Blok dijagram merno-upravljačkog sistema za ispitivanje vibracija kotrljajnih ležaja je prikazan na slici 5.5. Elementi zaduženi za analognu obradu signala su pojačivač i filter propusnih opsega. Pojačivač ima zadatak da pojača nivo signala sa elektrodinamičkog davača brzine na nivo koji je pogodan za digitalnu obradu i prikaz. Ovde je korišćen pojačivač sa pojačanjem od 1500, čime je obezbeđena dovoljna amplituda signala za digitalnu obradu. Frekvencijski opseg signala koji je od interesa za ispitivanje vibracija kotrljajućih ležajeva je od 50 Hz do 10 kHz. Filter ima zadatak da ograniči spektar signala dobijenog sa pojačivača na pomenuti opseg. Projektovani filter uvodi relativno malo slabljenje oscilacija talasa u jednom i više frekventnih opsega i relativno veliko slabljenje za oscilacije drugih frekvencija (ispod 50 Hz i iznad 10 kHz) prema standardu SRPS ISO 15242-1 (Kotrljajni ležaji - Metode merenja vibracija Deo 1: Osnove). Propusni opseg filtra je takođe definisan na osnovu pomenutog standarda. Digitalizacija signala se vrši primenom merno-akvizicionog sistema NI DAQ USB-6009. Frekvencija semplovanja iznosi 48 kHz, dok je rezolucija internog A/D konvertora 13 bit-a. Na ovaj način je obezbeđena kvalitetna priprema signala dobijenog primenom elektrodinamičkog davača brzine i njegova digitalizacija za dalju računarsku obradu.



Slika 5.5. Blok dijagram merno-upravljačkog sistema

5.4. Tehnike za obradu izmerenog signala

Promena amplitude pomeranja, brzine ili ubrzanja je pokazatelj intenziteta promene poremećajnih sila ili promene dinamičke krutosti elemenata ležaja i pokazatelj značaja problema. Promena amplitude vibracija u vremenskom domenu, se može analizirati praćenjem odgovarajućih direktnih i izvedenih veličina.

Najčešće korišćene direktne veličine za praćenje promene amplituda vibracija su:

- *Peak* vrednost (vršna vrednost tj. *zero – to – peak*) i
- *Peak to Peak*.

Izvedene veličine za analizu amplituda vibracija su:

- srednja vrednost amplituda (X_{srednje}),

- efektivna ili srednja kvadratna vrednost vibracija (*RMS – Root Mean Square*),
- *Peak* faktor (P_k),
- *Crest* faktor (*CF*) i
- *Kurtosis* faktor (K).

Peak vrednost je veličina koja predstavlja maksimalnu vrednost amplitude u odnosu na referentni položaj, najčešće položaj statičke ravnoteže. Najčešće se primenjuje kod merenja amplitude brzine i ubrzanja.

Peak to Peak vrednost je veličina koja predstavlja razliku maksimalnog i minimalnog izmerenog nivoa vibracija. Koristi se kod merenja vibracijskog pomeranja rotora.

Srednja vrednost predstavlja aritmetičku sredinu izmerenih vibracija i izračunava se kao:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N x_i \quad (5.1)$$

Srednja kvadratna vrednost se najčešće koristi pri analizi izmerenog signala u vremenskom domenu, a izračunava se prema sledećem izrazu:

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2} \quad (5.2)$$

Crest faktor je veličina koja predstavlja odnos vršne vrednosti i srednje kvadratne vrednosti.

$$CF = \frac{P_k}{RMS} \quad (5.3)$$

Kurtosis faktor u matematičkom smislu predstavlja četvrti normalizovani statistički moment vibracijskog signala i izračunava se pomoću sledećeg izraza:

$$K = \frac{1}{N} \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^4}{(RMS)^4} \quad (5.4)$$

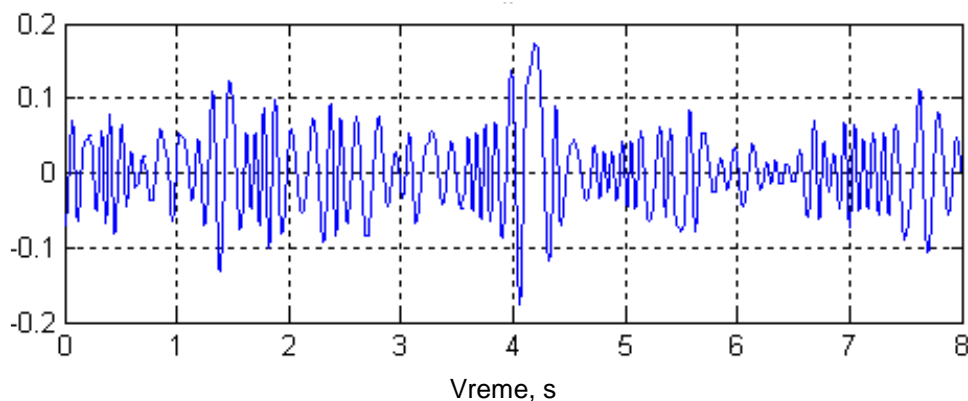
Kurtosis faktor je sličan *Crest* faktoru, ali za razliku od njega ne zavisi od amplitude udarnih signala. Podizanje signala na četvrti stepen efikasno pojačava izolovane vrhove amplitude unutar signala.

Pomenute veličine pokazuju kakvo je stanje posmatranog ležaja ili mašine. Vibracijski signal je veoma složen i sastoji se od niza komponenti različitih frekvencija, a izmerena amplituda predstavlja vektorski zbir pojedinih amplituda. Ukupna amplituda vibracija zavisi od veličina pojedinačnih komponenti i njihovih faznih uglova. Ukoliko dođe do porasta amplitude komponente vibracija koja je protivfazna, može se pojaviti smanjenje ukupne amplitude vibracija, čija je posledica prikrivanje problema. Da bi se ovo izbeglo pored merenja vibracija u vremenskom domenu, potrebno je izvršiti analizu vibracija u frekventnom domenu.

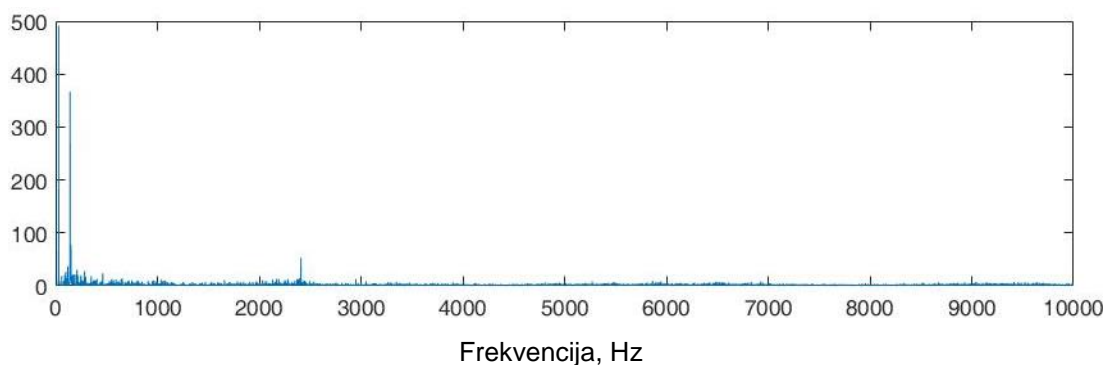
Frekvencija predstavlja broj ponavljanja ciklusa u jedinici vremena i izražava se u hercima (Hz). Analiza vibracijskog signala u frekventnom domenu je najčešće primenjena tehnika u analizi vibracija ležaja. Obično podrazumeva korišćenje spektra snage (*power spectrum*) dobijenog obradom vibracijskog signala u vremenskom domenu brзом *Fourier*-ovom transformacijom (*FFT – Fast Fourier Transformation*). Ako diskretni vremenski signal u oznaci $x(t)$ predstavlja periodičnu funkciju sa periodom T , razvoj $x(t)$ u *Fourier*-ov red se dobija preko *Fourier*-ovog integrala:

$$x(f) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (5.5)$$

Vibracijski signal se primenom FFT analize razlaže na komponente različitih frekvencija. Svaka od komponenti ima svoju frekvenciju, amplitudu i fazni ugao. Na slikama 5.6 i 5.7 su prikazani primeri vibracijskog signala u vremenskom i frekventnom domenu. Svaka mašina, odnosno elementi od kojih je sastavljena, prilikom obrtanja generišu vibracije na karakterističnim frekvencijama. Poznavanjem karakterističnih frekvencija svih elemenata i analizom vibracijskog signala u frekventnom domenu moguće je utvrditi koji element mašine ili ležaja generiše vibracije koje su izvan propisanih granica.

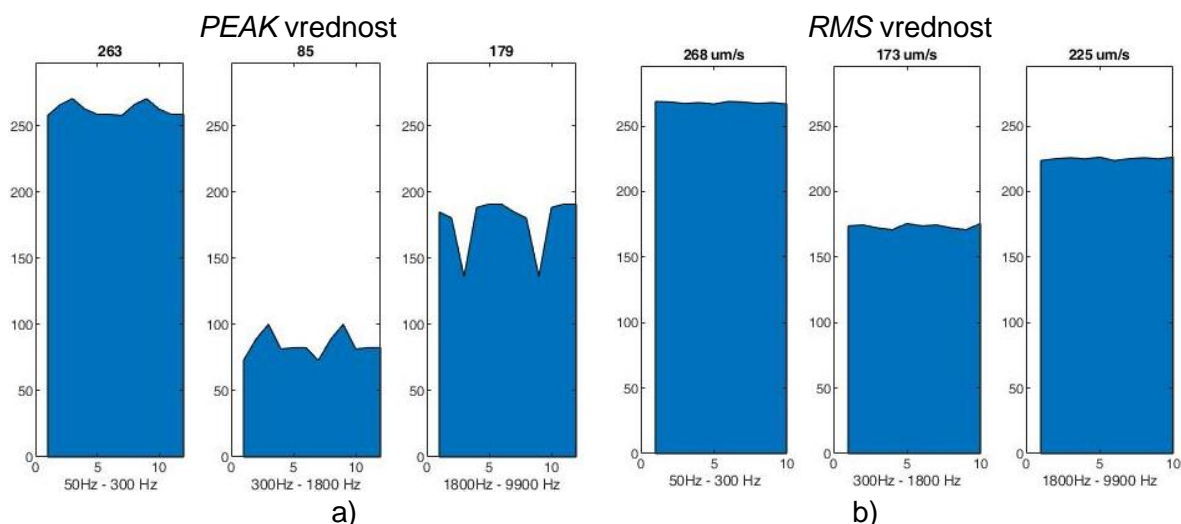


Slika 5.6. Vibracijski signal u vremenskom domenu



Slika 5.7. Vibracijski signal u frekventnom domenu

U ovom radu se svaki zabeležen signal primenom FFT-a analizira u tri karakteristična područja koje propisuje standard, a to su 50 – 300 Hz, 300 – 1800 Hz i 1800 – 10000 Hz, koji se analiziraju kod ležaja manjih dimenzija. Rezultati analize su *RMS* brzine vibracija za svapodručja, *PEAK* vrednosti kao i dijagrami signala u frekventnom domenu. Analizom signala u frekventnom domenu moguće je utvrditi tačno na kojim frekvencijama se javljaju dominantne amplitude i utvrditi koji element ležaja izaziva dominantne vibracije. Slika 5.8 daje prikaz dobijenih rezultata. Rezultati merenja se mogu koristiti za utvrđivanje klase kvaliteta ležaja.



Slika 5.8. Prikaz obrađenog signala
 a) Peak vrednost po područjima; b) RMS vrednost po područjima

5.5. Analiza rezultata merenja

Razumevanje i utvrđivanje uzroka određenih amplituda koje generiše ležaj mnogo je lakše u frekventnom domenu. Određivanje karakterističnih frekvencija ležaja sprovodi se prema izrazima koji su dati u poglavlju 2. Ispitivani ležaj oznake 6006 ima 11 kotrljajnih tela, prečnik kuglica iznosi $D_k = 7,115$ mm, podeoni prečnik kružnice kaveza je $D_{c2} = 42,5$ mm. Kontaktni ugao za radijalne ležaje sa pravim dodirom je $\alpha = 0^\circ$, a ugaona brzina vratila tokom ispitivanja je $\omega = 30 \text{ s}^{-1}$. Za navedene podatke dobijaju se sledeće karakteristične frekvencije ležaja: $f_c = 12,48$ Hz, $f_i = 192,74$ Hz, $f_e = 137,26$ Hz i $f_b = 86,69$ Hz. Izračunate frekvencije se koriste radi utvrđivanja mesta oštećenja u ležaju i utvrđivanja uzroka nepravilnog rada u postupcima vibrodijagnostičkog pregleda. Tabela 5.3 daje pregled analiziranih uticajnih parametara ležaja na dinamičko ponašanje. U okviru konstrukcionih parametara analizirani su radijalni zazor i odnos poluprečnika staza kotrljanja. Analizirani tehnološki parametri su površinska hrapavost, valovitost i odstupanje od kružnosti staza kotrljanja. Eksploatacioni parametri koji su analizirani su aksijalno opterećenje i količina podmazivanja. Razmatrani su tehnološki parametri za spoljašnji i unutrašnji prsten posebno.

Tabela 5.3. Pregled uticajnih parametara ležaja na amplitude vibracija

Uticajni parametar	Konsutrukциони		radijalni zazor (G_r)	amplitude vibracija
			odnos poluprečnika staza kotrljanja (R/R_e)	
	Tehnološki	staza kotrljanja spoljašnjeg prstena	površinska hrapavost (R_{ae})	
			valovitost ($W_{te \max}$)	
			odstupanje od kružnosti (W_{te})	
		staza kotrljanja unutrašnjeg prstena	površinska hrapavost (R_{ai})	
			valovitost ($W_{ti \max}$)	
			odstupanje od kružnosti (W_{ti})	
	Eksploatacioni		aksijalno opterećenje (F)	
			količina masti	

Radi smanjenja broja parametara uvedeni su parametri koji predstavljaju uticaj oba prstena (ekvivalentan uticaj), a način njihovog dobijanja je dat sledećim izrazima:

ekvivalentna površinska hrapavost staza kotrljanja ($R_{a\text{ ekv}}$):

$$R_{a\text{ ekv}} = \frac{R_{ae} \cdot R_{ai}}{R_{ae} + R_{ai}}, \quad (5.6)$$

ekvivalentna amplituda valovitost staza kotrljanja ($W_{t\text{ max ekv}}$):

$$W_{t\text{ max ekv}} = \frac{W_{te\text{ max}} \cdot W_{ti\text{ max}}}{W_{te\text{ max}} + W_{ti\text{ max}}}, \quad (5.7)$$

ekvivalentna amplituda odstupanja od kružnosti staza kotrljanja ($W_{t\text{ ekv}}$):

$$W_{t\text{ ekv}} = \frac{W_{te} \cdot W_{ti}}{W_{te} + W_{ti}}. \quad (5.8)$$

Korišćene oznake su objašnjene u tabeli 5.3.

Navedeni uticajni faktori nemaju podjednak uticaj na amplitude vibracija, pa je čak i u karakterističnim područjima njihov uticaj drugačiji. Da bi se odredio faktor uticajnosti pojedinih parametara, u nastavku su prikazani rezultati analize eksperimentalnog ispitivanja ovih parametara na dinamičko ponašanje ležaja. Ocena uticajnih parametara vršena je preko *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije R i koeficijenta determinacije R^2 . Koeficijent korelacije opisuje zavisnost jedne promenljive u odnosu na drugu i može imati vrednost između $-1 \leq R \leq 1$, tabela 5.4.

Tabela 5.4. *Pearson*-ovkoeficijent korelacije i objašnjenje korelacije [118]

Interval kojem pripada	R	Objašnjenje korelacije
0,0÷0,3		veoma slaba
0,31÷0,5		slaba
0,51÷0,7		umerena
0,71÷0,9		jaka
0,91 ÷ 1,0		veoma jaka

Tabela 5.5 prikazuje osnovna statistička obeležja uticajnih parametara. Prikazane su minimalna, maksimalna, srednja vrednost i standardna devijacija.

Tabela 5.5. Osnovna statistička obeležja analiziranih parametara ležaja

Statističko obeležje	Minimalna vrednost, x_{min}	Maksimalna vrednost, x_{max}	Srednja vrednost, \bar{x}	Standardna devijacija, s
$G_r, \mu\text{m}$	6	51	24,03	14,54
R_i/R_e	0,95	0,98	0,96	0,01
$R_{ae}, \mu\text{m}$	0,07	0,28	0,13	0,04
$R_{ai}, \mu\text{m}$	0,07	0,56	0,26	0,10
$R_{a\text{ ekv}}$	0,04	0,14	0,08	0,02
$W_{te\text{ max}}, \mu\text{m}$	0,1	1,97	0,8	0,32
$W_{ti\text{ max}}, \mu\text{m}$	0,25	0,66	0,39	0,13
$W_{t\text{ max ekv}}$	0,16	0,47	0,25	0,06
$W_{te}, \mu\text{m}$	1,5	17,82	5,01	2,86
$W_{ti}, \mu\text{m}$	0,4	2,63	0,92	0,41
$W_{t\text{ ekv}}$	0,36	1,78	0,74	0,26
F, N	200	1000	600	273,86
količina masti, g	0,0	2,8	1,4	1,11

Ako je vrednost pozitivna, tada sa povećanjem jedne promenljive dolazi po porasta druge. Ako je koeficijent korelacije negativan, tada sa povećanjem jedne promenljive druga opada. Koeficijent determinacije R^2 govori o kvalitetu prikazivanja rezultata pomoću regresione linije i može imati vrednosti u intervalu $0 \leq R^2 \leq 1$. Ukazuje na pouzdanost predviđanja jedne promenljive pomoću druge. Kada je $R^2 = 1$ tada se smatra da će model tačno predvideti vrednosti zavisne promenljive.

5.5.1. Uticaj konstrukcionih parametara

Konstrukcioni parametri čiji je uticaj razmatran su radijalni zazor i odnos poluprečnika staza kotrljanja. Uticaj je ocenjen pomoću linearnih regresionih modela, na bazi *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije R i koeficijenta determinacije R^2 . Prikazani su eksperimentalni rezultati kod kojih nije moguće izolovati samo uticaj jednog parametra tako da je i uticaj ostalih parametara prisutan.

5.5.1.1. Uticaj radijalnog zazora na brzine vibracija

Statistička obeležja radijalnog zazora za ispitivani uzorak suprikazana u tabeli 5.5. Uticaj radijalnog zazora u području srednjih frekvencija za slučaj bez podmazivanja prikazan je na slici 5.9, a u ostalim područjima, za različite količine podmazivanja pri aksijalnom opterećenju od 200 N dat je u tabeli 5.6. Sa slike 5.9 se vidi da sa porastom radijalnog zazora dolazi do povećanja amplituda brzine vibracija u području srednjih frekvencija. U području srednjih frekvencija za slučaj bez podmazivanja uticaj radijalnog zazora je najizraženiji.

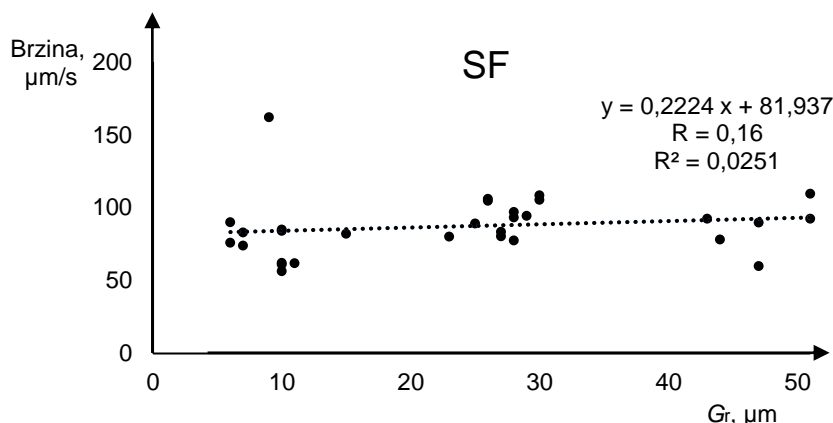
Tabela 5.6. Uticaj radijalnog zazora na amplitude vibracija prema područjima frekvencija u zavisnosti od količine podmazivanja za aksijalno opterećenje 200 N

Područje frekvencija	Količina podmazivanja, g	Jednačina prave	R	R^2
Područje niskih frekvencija (50 – 300 Hz)	0	$y = 0,3032 x + 89,995$	0,11	0,0121
	0,7	$y = -0,459 x + 118,99$	-0,155	0,024
	1,4	$y = 0,2297 x + 101,28$	0,086	0,0073
	2,1	$y = 0,1172 x + 103,16$	0,042	0,0018
	2,8	$y = -0,5519 x + 115,06$	-0,26	0,067
Područje srednjih frekvencija (300 – 1800 Hz)	0	$y = 0,2224 x + 81,937$	0,16	0,025
	0,7	$y = 0,4921 x + 79,126$	0,4	0,161
	1,4	$y = 0,0005 x + 94,777$	0,0004	0,000002
	2,1	$y = -0,0866 x + 96,19$	-0,075	0,0056
	2,8	$y = 0,2406 x + 86,8$	0,226	0,0512
Područje visokih frekvencija (1800 – 10000 Hz)	0	$y = 0,4341 x + 138,49$	0,13	0,016
	0,7	$y = 0,3648 x + 129,42$	0,129	0,0168
	1,4	$y = 0,2377 x + 151,63$	0,097	0,0095
	2,1	$y = 0,3483 x + 142,14$	0,122	0,015
	2,8	$y = 0,2602 x + 147,66$	0,106	0,0113

Napomena: radijalni zazor G_r je u jednačini prave označen sa x , a brzina vibracija sa y .

Prema rezultatima u tabeli 5.6 može se zaključiti da u najvećem broju slučajeva povećanje radijalnog zazora izaziva povećanje amplituda vibracija pri različitim količinama podmazivanja. U području visokih frekvencija povećanje radijalnog zazora izaziva povećanje amplituda vibracija pri svim količinama podmazivanja. Pri količini podmazivanja od 1,4 g na osnovu *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije R i koeficijenta determinacije R^2 može se zaključiti da u svi područjima dolazi do najmanjih promena amplituda, odnosno uticaj zazora je na ovaj način

sveden na minimum. Upravo količina podmazivanja od 1,4 g je količina koju proizvođač primenjuje pri početnom podmazivanju ispitivanih ležaja.



Slika 5.9. Zavisnost radialnog zazora i amplituda brzine vibracija u području srednjih frekvencija, bez podmazivanja

5.5.1.2. Uticaj odnosa poluprečnika staza kotrljanja na brzine vibracija

Statistička obeležja odnosa poluprečnika staza kotrljanja za ispitivani uzorak su prikazana u tabeli 5.5. Slika 5.10 prikazuje zavisnost promene odnosa poluprečnika staza kotrljanja i amplituda brzine vibracija u području srednjih frekvencija. Povećanje odnosa poluprečnika donekle utiče na povećanje brzine vibracija i ima najveći uticaj u području srednjih frekvencija za slučaj bez podmazivanja. Sa količinom masti od 1,4 g amplitude brzine vibracija u sva tri područja najmanje zavise od odnosa poluprečnika staza kotrljanja.

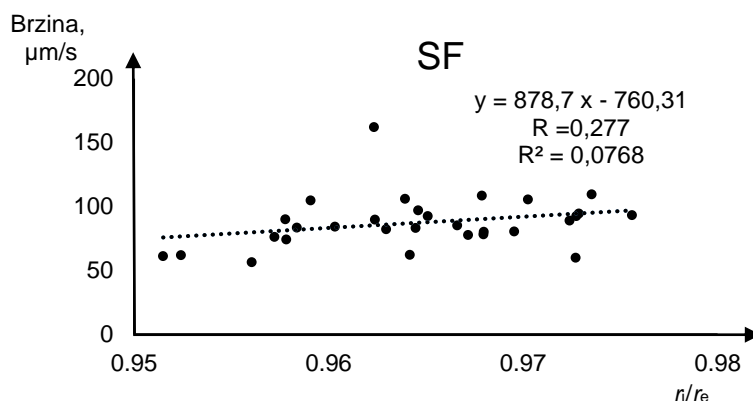
Tabela 5.7. Uticaj odnosa poluprečnika staza kotrljanja na amplitude vibracija prema područjima frekvencija u zavisnosti od količine maziva za aksijalno opterećenje 200 N

Područje frekvencija	Količina podmazivanja, g	Jednačina prave	R	R ²
Područje niskih frekvencija (50 – 300 Hz)	0	$y = 1166,3 x - 1027,8$	0,187	0,0351
	0,7	$y = -719,54 x + 802,02$	-0,107	0,0116
	1,4	$y = 102,23 x + 8,186$	0,0168	0,0003
	2,1	$y = 1515,8 x - 1356,2$	0,241	0,0582
	2,8	$y = -1334 x + 1388,5$	-0,276	0,0765
Područje srednjih frekvencija (300 – 1800 Hz)	0	$y = 878,7 x - 760,31$	0,277	0,0768
	0,7	$y = 1139,1 x - 1007,8$	0,411	0,1691
	1,4	$y = 107,05 x - 8,4726$	0,039	0,0015
	2,1	$y = 474,35 x - 363,45$	0,181	0,0329
	2,8	$y = 873,51 x - 750,01$	0,364	0,1325
Područje visokih frekvencija (1800 – 10000 Hz)	0	$y = 979,35 x - 795,74$	0,127	0,0162
	0,7	$y = 122,79 x + 19,744$	0,019	0,0004
	1,4	$y = 61,169 x + 98,335$	0,0111	0,0001
	2,1	$y = 75,19 x + 77,982$	0,0117	0,0001
	2,8	$y = 1134,2 x - 940,13$	0,206	0,0423

Napomena: odnos poluprečnika staza kotrljanja R_i/R_e je u jednačini prave označen sa x , a brzina vibracija sa y .

Prema rezultatima u tabeli 5.7, povećanje odnosa poluprečnika staza kotrljanja izaziva povećanje brzine vibracija izuzev područja niskih frekvencija pri podmazivanju od 0,7 g i 2,8 g.

Pearson-ov koeficijent korelacije R ima najvišu vrednost od 0,277 i govori o slaboj korelaciji analiziranog parametra i amplituda brzine vibracija.



Slika 5.10. Zavisnost odnosa poluprečnika staza kotrljanja i amplituda brzine vibracija u području srednjih frekvencija, bez podmazivanja

5.5.2. Uticaj tehnoloških parametara

Tehnološki parametri ležaja su posledica izrade i obrade elemenata ležaja. Nije moguće izraditi element sa idealnom geometrijom, bez odstupanja od nazivnih mera. U nastavku je prikazan uticaj površinske hrapavosti, valovitosti i odstupanja od kružnosti staza kotrljanja. Analiziran je uticaj svakog prstena posebno, ali i njihov zajednički (ekvivalentan) uticaj na amplitude brzine vibracija.

5.5.2.1. Uticaj površinske hrapavosti staza kotrljanja na brzine vibracija

Površinska hrapavost spoljašnjeg prstena ispitivanog uzorka ima vrednosti u intervalu 0,07 – 0,28 μm. Srednja vrednost i odstupanje od srednje vrednosti su dati u tabeli 5.5. U slučaju bez podmazivanja, uticaj površinske hrapavosti spoljašnjeg prstena je najveći u oblasti srednjih frekvencija, sa koeficijentom korelacije $R = 0,358$, što govori o postojanju ne tako jake korelacije. U dve trećine analiziranih slučajeva zabeležano je povećanje amplituda brzine vibracija sa porastom površinske hrapavosti spoljašnjeg prstena. U slučaju suprotne zavisnosti, odnosno pada brzine sa povećanjem površinske hrapavosti zabeležna je veoma slaba korelacija. Kada su ležaji podmazani sa 1,4 g masti zabeležen je najmanji uticaj površinske hrapavosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena na brzine vibracija u području visokih frekvencija. Sa stanovišta količine podmazivanja i njegovog uticaja na površinsku hrapavost može se zaključiti da ukoliko je podmazivanje celog uzorka 2,8 g, zabeležen je najmanji uticaj na brzine vibracija u području niskih frekvencija. Sa količinom maziva od 2,1 g zabeležen je najmanji uticaj u području srednjih frekvencija, a kako je ranije rečeno u području visokih frekvencija zabeležen je najniži uticaj sa 1,4 g maziva.

Amplituda površinske hrapavosti unutrašnjeg prstena se kreće u intervalu 0,07 – 0,56 μm. Ostala statistička obeležja se nalaze u tabeli 5.5. *Pearson*-ov koeficijent korelacije R ima najveću vrednost 0,334 i važi za slučaj sa podmazivanjem od 1,4 g u području niskih frekvencija, a govori o slaboj korelaciji amplitude površinske hrapavosti i brzine vibracija. U dve trećine slučajeva zabeležno je povećanje brzine vibracija sa porastom površinske hrapavosti. Rezultati pokazuju da sa povećanjem količine maziva dolazi do smanjenja uticaja površinske hrapavosti unutrašnjeg prstena.

Tabela 5.8. Uticaj površinske hrapavosti spoljašnjeg prstena za različite količine maziva pri aksijalnom opterećenju od 200 N za različita područja frekvencija

Područje frekvencija	Količina podmazivanja, g	Jednačina prave	R	R^2
Područje niskih frekvencija (50 – 300 Hz)	0	$y = 235,94 x + 65,509$	0,238	0,0569
	0,7	$y = 437,56 x + 49,029$	0,412	0,1695
	1,4	$y = 279,82 x + 69,113$	0,291	0,0847
	2,1	$y = 117,03 x + 90,212$	0,117	0,0138
	2,8	$y = -32,225 x + 106,13$	-0,042	0,0018
Područje srednjih frekvencija (300 – 1800 Hz)	0	$y = 180,15 x + 63,022$	0,358	0,128
	0,7	$y = 86,814 x + 79,263$	0,197	0,0389
	1,4	$y = 123,19 x + 78,2$	0,283	0,0801
	2,1	$y = -1,1262 x + 94,26$	-0,0027	0,000007
	2,8	$y = 121,08 x + 76,276$	0,3177	0,1009
Područje visokih frekvencija (1800 – 10000 Hz)	0	$y = -140,37 x + 167,83$	-0,115	0,0132
	0,7	$y = -93,894 x + 150,83$	-0,093	0,0087
	1,4	$y = -3,7683 x + 157,85$	-0,0043	0,00002
	2,1	$y = 31,937 x + 146,21$	0,0313	0,001
	2,8	$y = 55,104 x + 146,49$	0,0629	0,004

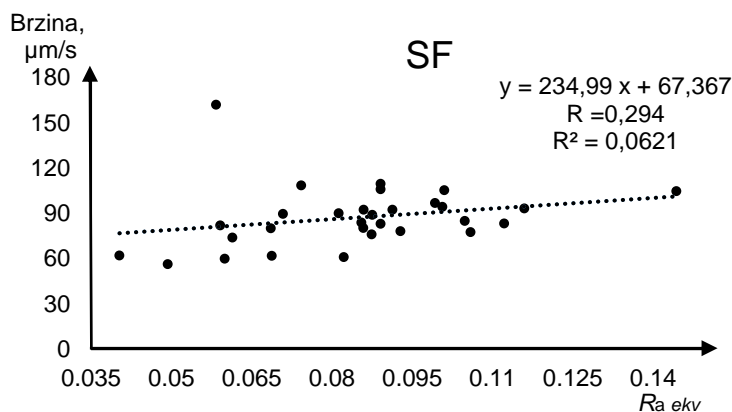
Napomena: površinska hrapavost spoljašnjeg prstena R_{ae} je u jednačini prave označena sa x , a brzina vibracija sa y .

Tabela 5.9. Uticaj površinske hrapavosti unutrašnjeg prstena za različite količine maziva pri aksijalnom opterećenju od 200 N za različita područja frekvencija

Područje frekvencija	Količina podmazivanja, g	Jednačina prave	R	R^2
Područje niskih frekvencija (50 – 300 Hz)	0	$y = 96,215 x + 72,285$	0,239	0,0573
	0,7	$y = 77,463 x + 87,828$	0,179	0,0322
	1,4	$y = 130,57 x + 72,873$	0,334	0,117
	2,1	$y = -43,127 x + 117,18$	-0,106	0,0113
	2,8	$y = 35,399 x + 92,596$	0,114	0,0129
Područje srednjih frekvencija (300 – 1800 Hz)	0	$y = 0,7004 x + 87,101$	0,0034	0,0001
	0,7	$y = 25,954 x + 84,211$	0,145	0,0211
	1,4	$y = 20,836 x + 89,377$	0,118	0,0139
	2,1	$y = -4,7294 x + 95,337$	-0,028	0,0008
	2,8	$y = 22,651 x + 86,697$	0,146	0,0214
Područje visokih frekvencija (1800 – 10000 Hz)	0	$y = -76,239 x + 168,73$	-0,153	0,0235
	0,7	$y = -28,364 x + 145,55$	-0,069	0,0048
	1,4	$y = 16,598 x + 153,03$	0,047	0,0022
	2,1	$y = -80,199 x + 171,35$	-0,193	0,0374
	2,8	$y = 18,999 x + 148,98$	0,053	0,0029

Napomena: površinska hrapavost unutrašnjeg prstena R_{ai} je u jednačini prave označena sa x , a brzina vibracija sa y .

Ekvivalentna površinska hrapavost obe staze kotrljanja je izračunata prema izrazu (5.6), a statistička obeležja se nalaze u tabeli 5.5. Na slici 5.11 se može videti da pri rastu ekvivalentne površinske hrapavosti dolazi do rasta amplituda brzine vibracija u području srednjih frekvencija. *Pearson*-ov koeficijent korelacije R ima vrednost 0,294 i govori o slaboj korelaciji. Isto važi za područje niskih frekvencija, a u području visokih frekvencija najčešće dolazi do smanjena amplituda brzine vibracija.



Slika 5.11. Zavisnost ekvivalentne površinske hrapavosti staza kotrljanja i amplituda brzine vibracija u području srednjih frekvencija, bez podmazivanja

Prema rezultatima u tabeli 5.10 u 11 od ukupno 15 slučajeva dolazi do porasta amplituda brzine vibracija sa porastom ekvivalentne površinske hrapavosti. Najviši koeficijent korelacije je zabeležen u području niskih frekvencija i iznosi 0,408 i govori o slaboj korelaciji. Može se uočiti da u području niskih i visokih frekvencija dolazi do smanjenja uticaja površinske hrapavosti sa povećanjem količine maziva u ležajima.

Tabela 5.10. Uticaj ekvivalentne površinske hrapavosti za različite količine maziva pri aksijalnom opterećenju od 200 N za različita područja frekvencija

Područje frekvencija	Količina podmazivanja, g	Jednačina prave	R	R ²
Područje niskih frekvencija (50 – 300 Hz)	0	$y = 606,58 x + 45,873$	0,328	0,1073
	0,7	$y = 810,77 x + 39,238$	0,408	0,1661
	1,4	$y = 699,54 x + 47,508$	0,389	0,151
	2,1	$y = 29,151 x + 103,5$	0,0156	0,0002
	2,8	$y = 88,861 x + 94,262$	0,062	0,0038
Područje srednjih frekvencija (300 – 1800 Hz)	0	$y = 234,99 x + 67,367$	0,249	0,0621
	0,7	$y = 194,24 x + 74,492$	0,236	0,0556
	1,4	$y = 236,05 x + 74,784$	0,29	0,0839
	2,1	$y = -71,023 x + 100,13$	-0,091	0,0083
	2,8	$y = 214,39 x + 74,412$	0,3	0,0903
Područje visokih frekvencija (1800 – 10000 Hz)	0	$y = -468,8 x + 188,66$	-0,205	0,0419
	0,7	$y = -284,03 x + 162,26$	-0,150	0,0226
	1,4	$y = 0,8724 x + 157,26$	0,0005	0,0000003
	2,1	$y = -226,13 x + 169367$	-0,118	0,014
	2,8	$y = 17,657 x + 152,42$	0,011	0,0001

Napomena: ekvivalentna površinska hrapavost $R_{a\text{ekv}}$ je u jednačini prave označena sa x, a brzina vibracija sa y.

5.5.2.2. Uticaj valovitosti staza kotrljanja na brzine vibracija

Valovitost staza kotrljanja se najčešće meri i analizira u vidu amplituda valovitosti ili broja talasa. U ovom radu analiza se izvodi na osnovu amplitude valovitosti, za spoljašnji, unutrašnji prsten i kao ekvivalentna valovitost oba prstena.

Amplituda valovitosti spoljašnjeg prstena se kreće u intervalu od 0,4 – 1,97 μm . Druga statistička obeležja se nalaze u tabeli 5.5. Najviši *Pearson*-ov koeficijent korelacije R od 0,616 je zabeležena upodručju niskih frekvencija, za slučaj bez podmazivanja, tabela 5.11.

Koeficijent korelacije govori o umerenoj korelaciji. U najvećem broju slučajeva povećanje amplitude valovitosti spoljašnjeg prstena uzrokuje povećanje amplituda brzina vibracija u svim područjima frekvencija. Najizraženiji uticaj je zabeležen u području niskih frekvencija, a u područjima srednjih i visokih frekvencija je niži. Podmazivanje ležaja smanjuje uticaj valovitosti spoljašnjeg prstena na amplitude brzine vibracija u celom frekventnom opsegu.

Tabela 5.11. Uticaj valovitosti spoljašnjeg prstena za različite količine maziva pri aksijalnom opterećenju od 200 N za različita područja frekvencija

Područje frekvencija	Količina podmazivanja, g	Jednačina prave	R	R^2
Područje niskih frekvencija (50 – 300 Hz)	0	$y = 76,732 x + 35,998$	0,616	0,3792
	0,7	$y = 55,054 x + 63,983$	0,411	0,1691
	1,4	$y = 67,791 x + 52,653$	0,559	0,3132
	2,1	$y = 4,8977 x + 102,06$	0,039	0,0015
	2,8	$y = 36,56 x + 72,594$	0,379	0,1435
Područje srednjih frekvencija (300 – 1800 Hz)	0	$y = 3,8994 x + 84,169$	0,06	0,0038
	0,7	$y = 2,9131 x + 88,627$	0,0526	0,0028
	1,4	$y = 12,518 x + 84,792$	0,228	0,0522
	2,1	$y = 2,2491 x + 92,312$	0,043	0,0018
	2,8	$y = 6,6221 x + 87,293$	0,138	0,019
Područje visokih frekvencija (1800 – 10000 Hz)	0	$y = -2,1791 x + 150,67$	-0,014	0,0002
	0,7	$y = -3,5084 x + 140,99$	-0,028	0,0008
	1,4	$y = 9,9023 x + 149,43$	0,09	0,0081
	2,1	$y = -2,513 x + 152,52$	-0,0196	0,0004
	2,8	$y = 3,0569 x + 151,47$	0,028	0,0008

Napomena: valovitost spoljašnjeg prstena $W_{te \max}$ je u jednačini prave označena sa x , a brzina vibracija sa y .

Tabela 5.12. Uticaj valovitosti unutrašnjeg prstena za različite količine maziva pri aksijalnom opterećenju od 200 N za različita područja frekvencija

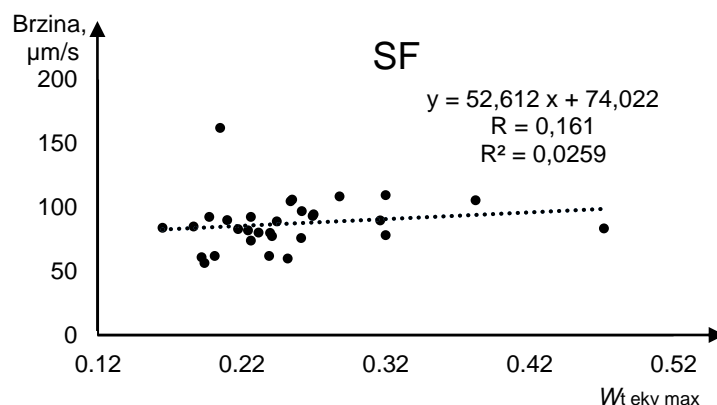
Područje frekvencija	Količina podmazivanja, g	Jednačina prave	R	R^2
Područje niskih frekvencija (50 – 300 Hz)	0	$y = -17,426 x + 104,11$	-0,055	0,003
	0,7	$y = -56,68 x + 130,17$	-0,165	0,0274
	1,4	$y = 52,231 x + 86,321$	0,169	0,0284
	2,1	$y = 36,365 x + 91,717$	0,113	0,0128
	2,8	$y = -60,033 x + 125,33$	-0,243	0,0591
Područje srednjih frekvencija (300 – 1800 Hz)	0	$y = 27,199 x + 76,621$	0,168	0,0281
	0,7	$y = 53,452 x + 70,001$	0,377	0,1422
	1,4	$y = 26,864 x + 84,259$	0,192	0,0367
	2,1	$y = -12,527 x + 99,019$	-0,0935	0,0088
	2,8	$y = 26,292 x + 82,275$	0,214	0,0458
Područje visokih frekvencija (1800 – 10000 Hz)	0	$y = 7,9461 x + 145,81$	0,0202	0,0004
	0,7	$y = 25,428 x + 128,22$	0,078	0,0061
	1,4	$y = 23,566 x + 148,1$	0,084	0,007
	2,1	$y = -33,831 x + 163,77$	-0,103	0,0106
	2,8	$y = -12,336 x + 158,75$	-0,044	0,0019

Napomena: valovitost unutrašnjeg prstena $W_{ti \max}$ je u jednačini prave označena sa x , a brzina vibracija sa y .

Amplituda valovitosti unutrašnjeg prstena se kreće u intervalu 0,25 – 0,66 μm . Statistička obeležja koja opisuju ovaj parametar su prikazana u tabeli 5.5. Koeficijent korelacije R čija je

vrednost 0,377 se javlja u području srednjih frekvencija, tabela 5.12. Korelacija između amplituda brzine vibracija je slaba. Povećanje amplitude valovitosti unutrašnjeg prstena izaziva povećanje amplituda brzine vibracija u svim frekventnim područjima u 10 od 15 slučajeva. U području visokih frekvencija uticaj valovitosti unutrašnjeg prstena je najmanji, a najizraženiji u području srednjih frekvencija.

Ekvivalentna valovitost je izračunata prema izrazu (5.7). Minimalna, maksimalna, srednja vrednost i standardna devijacija su prikazane u tabeli 5.5. Uticaj ekvivalentne valovitosti staza kotrljanja za slučaj srednjih frekvencija, bez podmazivanja je prikazan na slici 5.12. Sa dijagrama se može zaključiti da povećanje ekvivalentne valovitosti utiče na povećanje amplituda brzine vibracija. Koeficijent korelacije R ima vrednost 0,161 i ukazuje na veoma slabu linearnu korelaciju analiziranih parametara.



Slika 5.12. Zavisnost ekvivalentne valovitosti staza kotrljanja i amplituda brzine vibracija u području srednjih frekvencija, bez podmazivanja

Tabela 5.13. Uticaj ekvivalentne valovitosti za različite količine maziva pri aksijalnom opterećenju od 200 N za različita područja frekvencija

Područje frekvencija	Količina podmazivanja, g	Jednačina prave	R	R ²
Područje niskih frekvencija (50 – 300 Hz)	0	$y = 88,49 x + 74,978$	0,138	0,019
	0,7	$y = 1,9818 x + 107,45$	0,0029	0,000008
	1,4	$y = 214,96 x + 52,615$	0,344	0,1187
	2,1	$y = 54,164 x + 92,32$	0,084	0,007
	2,8	$y = -26,191 x + 108,39$	-0,0526	0,0028
Područje srednjih frekvencija (300 – 1800 Hz)	0	$y = 52,612 x + 74,022$	0,161	0,0259
	0,7	$y = 91,169 x + 67,975$	0,319	0,102
	1,4	$y = 66,124 x + 78,123$	0,234	0,0548
	2,1	$y = -3,0626 x + 94,88$	-0,0113	0,0001
	2,8	$y = 57,443 x + 78,104$	0,232	0,0539
Područje visokih frekvencija (1800 – 10000 Hz)	0	$y = 5,926 x + 147,43$	0,0075	0,000006
	0,7	$y = 10,369 x + 135,57$	0,016	0,0003
	1,4	$y = 32,546 x + 149,14$	0,0575	0,0033
	2,1	$y = -86,767 x + 172,38$	-0,131	0,0172
	2,8	$y = -29,526 x + 161,35$	-0,052	0,0027

Napomena: ekvivalentna valovitost $W_{t_{maxekv}}$ je u jednačini prave označena sa x, a brzina vibracija sa y.

Prema rezultatima u tabeli 5.13 se vidi da je najveći uticaj ekvivalentne valovitosti zabeležen u oblasti srednjih frekvencija. Najniži uticaj je zabeležen u oblasti visokih

frekvencija. U 12 od 15 slučajeva povećanje ekvivalentne valovitosti izaziva povećanje amplituda brzine vibracija u celom frekventnom spektru. U slučaju obrnutog trenda, dolazi do blagog smanjenja amplituda brzine vibracija.

5.5.2.3. Uticaj odstupanja od kružnosti staza kotrljanja na brzine vibracija

Idelani kružni oblik nije moguće izraditi. Odstupanje od kružnosti staza kotrljanja se izražava amplitudom valovitosti, uz uzimanje u obzir karakterističnog oblika u vidu ovalnosti ili poligonalnosti. Ovde je analiziran uticaj odstupanja od kružnosti na amplitude brzine vibracija zasnovan na amplitudama. Analiza se izvodi za spoljašnji, unutrašnji prsten i pomoću ekvivalentne vrednosti.

Odstupanje od kružnosti spoljašnjeg prstena ispitivanog uzorka se kreće u intervalu od 1,55 – 17,82 μm . Statistička obeležaja koja opisuju odstupanje od kružnosti se nalaze u tabeli 5.5. Prema rezultatima u tabeli 5.14 može se zaključiti da je uticaj odstupanja od kružnosti spoljašnjeg prstena na brzine vibracija najznačajniji u području niskih frekvencija. U području srednjih frekvencija uticaj je manje izražen, a u području visokih frekvencija je najmanje značajan. *Pearson*-ov koeficijent korelacije R od 0,784 je zabeležen u području niskih frekvencija, za slučaj bez podmazivanja i ukazuje na jaku korelaciju. Najniži uticaj na amplitude brzine vibracija u području visokih frekvencija je zabeležen u slučaju podmazivanja sa 1,4 g.

Tabela 5.14. Uticaj odstupanja od kružnosti spoljašnjeg prstena za različite količine maziva pri aksijalnom opterećenju od 200 N za različita područja frekvencija

Područje frekvencija	Količina podmazivanja, g	Jednačina prave	R	R^2
Područje niskih frekvencija (50 – 300 Hz)	0	$y = 11,008 x + 42,174$	0,784	0,6143
	0,7	$y = 8,4144 x + 65,828$	0,558	0,311
	1,4	$y = 7,911 x + 67,19$	0,58	0,3358
	2,1	$y = 1,9784 x + 96,068$	0,14	0,0195
	2,8	$y = 5,4297 x + 73,446$	0,505	0,2552
Područje srednjih frekvencija (300 – 1800 Hz)	0	$y = 0,9819 x + 82,367$	0,137	0,0189
	0,7	$y = 0,4566 x + 88,668$	0,073	0,0053
	1,4	$y = 1,1473 x + 89,046$	0,186	0,0345
	2,1	$y = 0,6861 x + 90,674$	0,12	0,0135
	2,8	$y = 1,039 x + 87,523$	0,194	0,0378
Područje visokih frekvencija (1800 – 10000 Hz)	0	$y = 1,6855 x + 140,49$	0,097	0,0094
	0,7	$y = 1,6984 x + 129,68$	0,119	0,0141
	1,4	$y = 0,9985 x + 152,34$	0,081	0,0065
	2,1	$y = 1,3357 x + 143,82$	0,092	0,0085
	2,8	$y = 2,3499 x + 142,37$	0,19	0,036

Napomena: odstupanje od kružnosti spoljašnjeg prstena W_{te} je u jednačini prave označeno sa x , a brzina vibracija sa y .

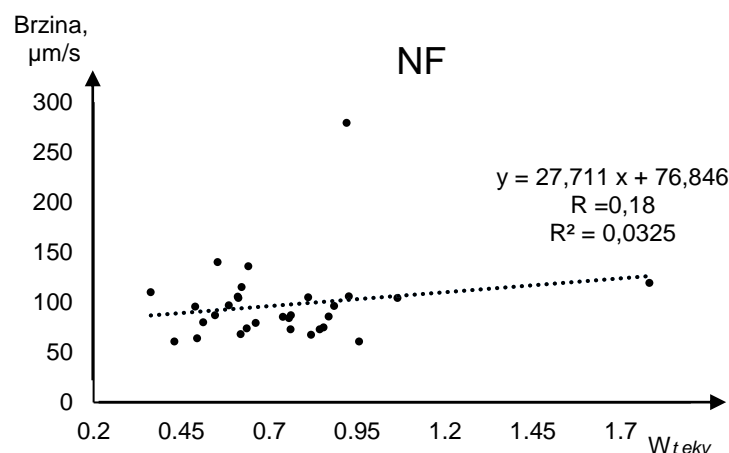
Tabela 5.15 prikazuje uticaj amplituda valovitosti unutrašnjeg prstena na amplitude brzine vibracija. U dve trećine slučajeva je zabeleženo smanjenje amplituda brzine vibracija usled povećanja amplitude odstupanja od kružnosti unutrašnjeg prstena. Najveća korelacija je zabeležena u području niskih frekvencija. Najniža i gotovo zanemarljiva korelacija postoji u području visokih frekvencija, bez obzira na količinu maziva u ležajima.

Tabela 5.15. Uticaj odstupanja od kružnosti unutrašnjeg prstena za različite količine maziva pri aksijalnom opterećenju od 200 N za različita područja frekvencija

Područje frekvencija	Količina podmazivanja, g	Jednačina prave	R	R ²
Područje niskih frekvencija (50 – 300 Hz)	0	$y = 8,3924 x + 89,583$	0,085	0,0073
	0,7	$y = -1,1898 x + 109,04$	-0,0113	0,0001
	1,4	$y = 20,21 x + 88,256$	0,211	0,0447
	2,1	$y = -12,53 x + 117,47$	-0,126	0,016
	2,8	$y = 0,7114 x + 99,976$	0,009	0,00009
Područje srednjih frekvencija (300 – 1800 Hz)	0	$y = -4,7037 x + 91,598$	-0,094	0,0088
	0,7	$y = -0,5477 x + 91,456$	-0,0125	0,0002
	1,4	$y = 5,2093 x + 90,011$	0,12	0,0145
	2,1	$y = -6,0104 x + 99,622$	-0,145	0,0211
	2,8	$y = -3,9764 x + 96,372$	-0,106	0,0113
Područje visokih frekvencija (1800 – 10000 Hz)	0	$y = -0,0389 x + 148,96$	-0,0003	0,000001
	0,7	$y = -6,0337 x + 143,72$	-0,06	0,0036
	1,4	$y = 4,3066 x + 153,39$	0,05	0,0025
	2,1	$y = -19,584 x + 168,47$	-0,193	0,0372
	2,8	$y = -11,977 x + 165,12$	-0,138	0,0191

Napomena: odstupanje od kružnosti unutrašnjeg prstena W_{ti} je u jednačini prave označeno sa x , a brzina vibracija sa y .

Slika 5.13 daje zavisnost amplituda brzine vibracija od ekvivalentnog odstupanja od kružnosti oba prstena koja je izračunata prema izrazu (5.8). Statistička obeležja ovako dobijenog parametra se nalaze u tabeli 5.5. Prema slici 5.13 povećanje ekvivalentnog odstupanja od kružnosti izaziva blago povećanje amplituda brzine vibracija u području niskih frekvencija.



Slika 5.13. Zavisnost ekvivalentnog odstupanja od kružnosti staza kotrljanja i amplituda brzine vibracija u području niskih frekvencija, bez podmazivanja

Prema tabeli 5.16 uticaj ekvivalentnog odstupanja od kružnosti na amplitude brzine vibracija je najznačajniji u oblasti niskih frekvencija, gde uglavnom izaziva blago povećanje brzine. U područjima srednjih i visokih frekvencija uticaj je veoma mali.

Tabela 5.16. Uticaj ekvivalentnog odstupanja od kružnosti za različite količine maziva pri aksijalnom opterećenju od 200 N za različita područja frekvencija

Područje frekvencija	Količina podmazivanja, g	Jednačina prave	R	R^2
Područje niskih frekvencija (50 – 300 Hz)	0	$y = 27,711 x + 76,846$	0,18	0,0325
	0,7	$y = 7,5099 x + 102,41$	0,045	0,0021
	1,4	$y = 44,524 x + 73,96$	0,298	0,0889
	2,1	$y = -11,167 x + 114,21$	-0,072	0,0052
	2,8	$y = 7,7909 x + 94,883$	0,066	0,0044
Područje srednjih frekvencija (300 – 1800 Hz)	0	$y = -2,0751 x + 88,814$	-0,0265	0,0007
	0,7	$y = 2,954 x + 88,775$	0,043	0,0019
	1,4	$y = 10,609 x + 86,966$	0,157	0,0246
	2,1	$y = -2,6462 x + 96,06$	-0,041	0,0017
	2,8	$y = -0,4306 x + 93,042$	-0,0074	0,00005
Područje visokih frekvencija (1800 – 10000 Hz)	0	$y = 12,898 x + 139,42$	0,07	0,0046
	0,7	$y = -0,2704 x + 138,38$	-0,0017	0,000003
	1,4	$y = 11,679 x + 148,73$	0,086	0,0074
	2,1	$y = -21,027 x + 166,02$	-0,133	0,0176
	2,8	$y = -5,6472 x + 158,3$	-0,042	0,0017

Napomena: ekvivalentno odstupanje od kružnosti $W_{t\text{ ekv}}$ je u jednačini prave označeno sa x , a brzina vibracija sa y .

5.5.3. Uticaj eksploatacionih parametara

Eksploatacioni parametri opisuju radne uslove u kojima ležaj radi. Ovde se razmatra uticaj aksijalnog opterećenja i količine podmazivanja. Za razliku od načina prikazivanja uticaja konstrukcionih i tehnoloških parametara ležaja, gde je posmatran njihov uticaj na osnovu celog uzorka, eksploatacioni parametri će se analizirati za svaki uzorak posebno. Ovakav način je usvojen radi jednostavnijeg i jasnijeg prikazivanja.

5.5.3.1. Uticaj aksijalnog opterećenja na brzine vibracija

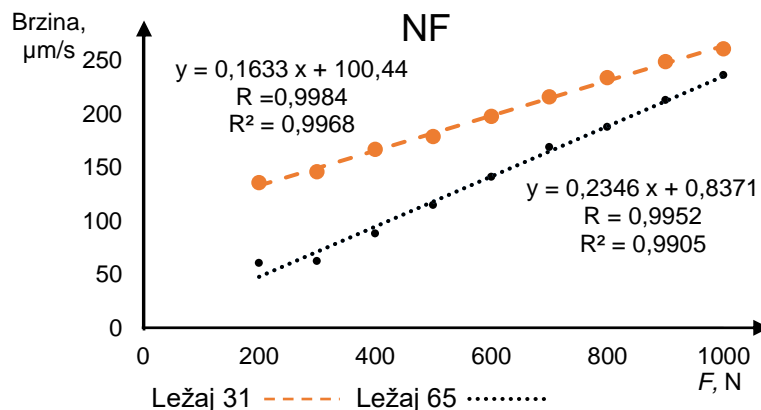
Aksijalno opterećenje je jedan od dominantnih uticajnih parametara na amplitude brzine vibracija. U eksperimentu je aksijalno opterećenje menjano od 200 do 1000 N. U tabeli 5.17 prikazan je uticaj aksijalnog opterećenja na brzine vibracija u području niskih frekvencija.

Tabela 5.17. Uticaj aksijalnog opterećenja na amplitude brzine vibracija u području niskih frekvencija, bez podmazivanja

Područje frekvencija	Oznaka ležaja	Jednačina prave	R	R^2
Područje niskih frekvencija (50 – 300 Hz)	11	$y = 0,2808 x + 30,389$	0,998	0,9971
	12	$y = 0,1902 x + 54,233$	0,996	0,993
	13	$y = 0,2437 x + 66,689$	0,996	0,9926
	14	$y = 0,2478 x + 41,633$	0,999	0,9981
	15	$y = 0,2523 x + 32,933$	0,9932	0,9864
	16	$y = 0,1996 x + 10,405$	0,9927	0,9856
	31	$y = 0,1633 x + 100,44$	0,9984	0,9968
	32	$y = 0,1622 x + 85,256$	0,9878	0,9757
	33	$y = 0,1518 x + 41,9$	0,9985	0,997
	34	$y = 0,1668 x + 69,424$	0,99	0,9804
	35	$y = 0,1775 x + 85,729$	0,9946	0,9896
	36	$y = 0,1601 x + 88,018$	0,9965	0,993
	41	$y = 0,1758 x + 56,92$	0,9946	0,9893
	42	$y = 0,1698 x + 56,036$	0,9853	0,9708
	43	$y = 0,1801 x + 70,62$	0,9986	0,9971
	44	$y = 0,0496 x + 252,39$	0,8147	0,6637
	45	$y = 0,1845 x + 47,103$	0,997	0,9939
	46	$y = 0,1775 x + 76,435$	0,9946	0,9892
	51	$y = 0,1224 x + 42,757$	0,9997	0,9993
	52	$y = 0,1647 x + 64,636$	0,9983	0,9966
	53	$y = 0,0901 x + 30,014$	0,9631	0,9275
	54	$y = 0,1245 x + 42,385$	0,9698	0,9404
	55	$y = 0,1464 x + 42$	0,987	0,9742
	56	$y = 0,0837 x + 83,388$	0,9949	0,9898
	61	$y = 0,2907 x + 20,822$	0,9751	0,9508
	62	$y = 0,277 x + 89,244$	0,9985	0,9971
63	$y = 0,2633 x + 28,667$	0,9958	0,9916	
64	$y = 0,2463 x + 36,089$	0,9944	0,9888	
65	$y = 0,2346 x + 0,8371$	0,9952	0,9905	
66	$y = 0,1419 x + 12,037$	0,9217	0,8495	

Napomena: aksijalno opterećenje F je u jednačini prave označeno sa x , a brzina vibracija sa y .

Dijagram sa slike 5.14 ukazuje na uticaj aksijalnog opterećenja na brzine vibracija u području niskih frekvencija. Jasno se vidi da povećanje aksijalnog opterećenja izaziva gotovo linearno povećanje amplituda brzine vibracija.



Slika 5.14. Zavisnost aksijalnog opterećenja i amplituda brzine vibracija u području niskih frekvencija za ležaje oznake 31 i 65

Tabela 5.18. Uticaj aksijalnog opterećenja na amplitude brzine vibracija u području srednjih frekvencija, bez podmazivanja

Područje frekvencija	Oznaka ležaja	Jednačina prave	R	R^2
Područje srednjih frekvencija (300 – 1800 Hz)	11	$y = 0,0335 x + 78,456$	0,7585	0,5754
	12	$y = 0,0517 x + 63,778$	0,911	0,8301
	13	$y = 0,1107 x + 69,267$	0,964	0,9297
	14	$y = 0,048 x + 71,978$	0,976	0,9524
	15	$y = 0,0545 x + 61,411$	0,988	0,9755
	16	$y = 0,0393 x + 88,7$	0,822	0,6756
	31	$y = 0,0485 x + 87,344$	0,859	0,7373
	32	$y = 0,0985 x + 67,233$	0,993	0,987
	33	$y = 0,0882 x + 64,1$	0,959	0,9192
	34	$y = 0,148 x + 71,308$	0,943	0,89
	35	$y = 0,0983 x + 55,786$	0,976	0,9522
	36	$y = 0,3117 x - 2,147$	0,979	0,9594
	41	$y = 0,0975 x + 59,562$	0,960	0,9208
	42	$y = 0,0244 x + 98,671$	0,658	0,4325
	43	$y = 0,4457 x - 21,308$	0,986	0,9726
	44	$y = 0,3616 x - 6,0262$	0,998	0,9966
	45	$y = 0,0785 x + 74,192$	0,952	0,9068
	46	$y = 0,076 x + 80,043$	0,914	0,8354
	51	$y = 0,0703 x + 45,45$	0,925	0,8558
	52	$y = 0,0596 x + 71,479$	0,943	0,8903
	53	$y = 0,0903 x + 74,731$	0,989	0,9753
	54	$y = 0,211 x + 38,299$	0,993	0,9856
55	$y = 0,1224 x + 75,456$	0,988	0,9766	
56	$y = 0,0904 x + 81,691$	0,912	0,8313	
61	$y = 0,0313 x + 69,644$	0,602	0,3622	
62	$y = 0,0578 x + 65,078$	0,985	0,9697	
63	$y = 0,045 x + 123,56$	0,473	0,2242	
64	$y = 0,0305 x + 61,033$	0,795	0,6314	
65	$y = 0,0336 x + 48,752$	0,979	0,9588	
66	$y = 0,0392 x + 60,134$	0,744	0,538	

Napomena: aksijalno opterećenje F je u jednačini prave označeno sa x , a brzina vibracija sa y .

Rezultati pokazuju da postoji veoma jaka, u pojedinim slučajima jaka, korelaciona veza u smeru povećanja brzine vibracija sa povećanjem aksijalnog opterećenja, tabela 5.17.

Pearson-ov koeficijent korelacije R se kreće u intervalu od 0,8147 do 0,999, na osnovu koga se može zaključiti da je uticaj povećanja aksijalnog opterećenja na brzine vibracija gotovo linearan. Koeficijent determinacije R^2 ima vrednosti od 0,6637 do čak 0,9981 i govori da je verovatnoća da će predviđanje brzine vibracija za pojedine ležaje biti do 99 %.

Rezultati korelacije amplituda brzine vibracija i aksijalnog opterećenja u području srednjih frekvencija pokazuju jaku ili veoma jaku korelaciju, tabela 5.18. Na pojedinim uzorcima korecija je slaba. Koeficijenti korelacije su pozitivni za ceo uzorak što znači da porast aksijalnog opterećenja izaziva povećanje brzine vibracija. *Pearson*-ov koeficijent korelacije R se kreće u intervalu od 0,602 do 0,998.

Tabela 5.19 prikazuje zavisnost aksijalnog opterećenja i brzine vibracija u području visokih frekvencija. Razmatran je ceo uzorak, na osnovu čega se može zaključiti da povećanje aksijalnog opterećenja izaziva smanjenje amplituda brzine vibracija. Postoji pet uzoraka kod kojih je trend suprotan. *Pearson*-ov koeficijent korelacije R se kreće u intervalu od -0,223 do -0,948 za trend smanjenja brzine vibracija i 0,195 do 0,903 za trend rasta brzine vibracija.

Tabela 5.19. Uticaj aksijalnog opterećenja na amplitude brzine vibracija u području visokih frekvencija, bez podmazivanja

Područje frekvencija	Oznaka ležaja	Jednačina prave	R	R^2
Područje visokih frekvencija (1800 – 10000 Hz)	11	$y = -0,015 x + 96,022$	-0,886	0,7853
	12	$y = -0,0668 x + 127,66$	-0,615	0,3778
	13	$y = 0,0218 x + 105,01$	0,883	0,7796
	14	$y = -0,0632 x + 142,79$	-0,933	0,8715
	15	$y = -0,024 x + 110,51$	-0,695	0,4834
	16	$y = -0,0362 x + 117,67$	-0,849	0,7205
	31	$y = -0,0783 x + 166,89$	-0,568	0,3232
	32	$y = -0,0448 x + 116,46$	-0,809	0,6549
	33	$y = -0,0318 x + 101,77$	-0,804	0,6468
	34	$y = -0,026 x + 102,03$	-0,652	0,4258
	35	$y = -0,0576 x + 130,57$	-0,896	0,8029
	36	$y = 0,0511 x + 96,381$	0,810	0,6568
	41	$y = -0,0661 x + 145,8$	-0,809	0,6553
	42	$y = -0,1213 x + 197,59$	-0,801	0,6424
	43	$y = 0,0164 x + 140,97$	0,195	0,0383
	44	$y = 0,1258 x + 142,07$	0,903	0,8163
	45	$y = -0,0545 x + 131,83$	-0,922	0,8509
	46	$y = -0,0669 x + 152,56$	-0,830	0,6892
	51	$y = -0,1073 x + 179,47$	-0,892	0,7951
	52	$y = -0,0565 x + 120,98$	-0,874	0,7632
	53	$y = -0,0619 x + 146,58$	-0,789	0,6226
	54	$y = 0,0915 x + 159,55$	0,892	0,7962
	55	$y = -0,061 x + 152,93$	-0,584	0,3407
	56	$y = -0,0722 x + 137,4$	-0,935	0,8742
	61	$y = -0,0522 x + 126,97$	-0,603	0,3637
	62	$y = -0,0543 x + 147,38$	-0,948	0,8993
63	$y = -0,1675 x + 363,39$	-0,661	0,4368	
64	$y = -0,0535 x + 169,32$	-0,623	0,3879	
65	$y = -0,0488 x + 109,42$	-0,898	0,8071	
66	$y = -0,0244 x + 97,166$	-0,223	0,0498	

Napomena: aksijalno opterećenje F je u jednačini prave označeno sa x , a brzina vibracija sa y .

5.5.3.2. Uticaj količine maziva na brzine vibracija

Podmazivanje ležaja je jedan od osnovnih uslova za obezbeđenje očekivanog radnog veka. Loše mazivo ili količina koja nije dovoljna, izazvaće ubrzano trošenje i habanje površina dodira, što uzrokuje oštećenje ležaja. Kako je ranije navedeno tokom eksperimenta količina maziva (masti) u svakom ležaju je varirana od 0 do 2,8 g. U nastavku je prikazan uticaj količine maziva na amplitude brzine vibracija za svaki ležaj u uzorku, za sva tri područja frekvencija.

Tabela 5.20 daje prikaz zavisnosti amplituda brzine vibracija od količine maziva u ležaju u oblasti niskih frekvencija. Kako će količina maziva uticati na brzinu vibracija zavisi od mnogo faktora koje nije moguće izolovati, jer je u pitanju eksperimentalno istraživanje. Koeficijent korelacije je promenljiv i njegova vrednost varira od 0,011 do 0,753 u slučaju porasta brzine sa količinom maziva. Na polovini uzorka rezultati pokazuju smanjenje amplituda vibracija sa koeficijentom korelacije od -0,087 do -0,792. Korelacija je za neke ležaje veoma slaba, a u pojedinim slučajima jaka.

Tabela 5.20. Uticaj količine maziva na amplitude brzine vibracija u području niskih frekvencija za aksijalno opterećenje od 200 N

Područje frekvencija	Oznaka ležaja	Jednačina prave	<i>R</i>	<i>R</i> ²
Područje niskih frekvencija (50 – 300 Hz)	11	$y = 25,236 x + 90,534$	0,645	0,4166
	12	$y = -8,7888 x + 103,88$	-0,429	0,1841
	13	$y = -7,0626 x + 98,12$	-0,405	0,164
	14	$y = -1,5276 x + 80,287$	-0,119	0,0143
	15	$y = 2,2761 x + 83,874$	0,135	0,0183
	16	$y = 12,062 x + 108,87$	0,211	0,0445
	31	$y = 17,96 x + 97,256$	0,366	0,134
	32	$y = -7,2818 x + 114,2$	-0,446	0,1989
	33	$y = 8,7564 x + 73,893$	0,475	0,2253
	34	$y = -13,32 x + 142,69$	-0,347	0,1203
	35	$y = -6,4886 x + 122,01$	-0,327	0,1071
	36	$y = -1,981 x + 124,82$	-0,115	0,0126
	41	$y = -3,5808 x + 107,2$	-0,210	0,0442
	42	$y = 0,1616 x + 97,769$	0,011	0,0001
	43	$y = 5,1091 x + 108,69$	0,481	0,2313
	44	$y = -45,121 x + 272,18$	-0,792	0,6269
	45	$y = 18,728 x + 90,814$	0,275	0,0755
	46	$y = -18,126 x + 130,71$	-0,689	0,475
	51	$y = 6,4968 x + 73,41$	0,451	0,2033
	52	$y = -1,0908 x + 80,511$	-0,087	0,0076
	53	$y = 8,0512 x + 65,134$	0,578	0,3336
	54	$y = -2,6238 x + 82,017$	-0,127	0,016
	55	$y = 5,9115 x + 97,326$	0,183	0,0337
	56	$y = -3,2592 x + 104,23$	-0,343	0,1175
	61	$y = 12,836 x + 72,542$	0,753	0,5667
	62	$y = -7,9907 x + 139,99$	-0,380	0,1442
	63	$y = 17,115 x + 69,889$	0,610	0,3717
	64	$y = -2,4309 x + 76,114$	-0,231	0,0534
	65	$y = 8,7356 x + 75,754$	0,412	0,1699
	66	$y = 11,416 x + 91,825$	0,461	0,2129

Napomena: količina mazivaje u jednačini prave označena sa *x*, a brzina vibracija sa *y*.

Zavisnost količine maziva i amplituda brzine vibracija u području srednjih frekvencija prikazana je u tabeli 5.21. Kod 12 od 30 ležaja zabeležen je trend smanjenja amplituda sa povećanjem količine maziva. Kod preostalih 18 ležaja dolazi do porasta amplituda brzina vibracija sa povećanjem količine maziva. Korelacija varira od slabe do jake u zavisnosti koji je ležaj posmatran.

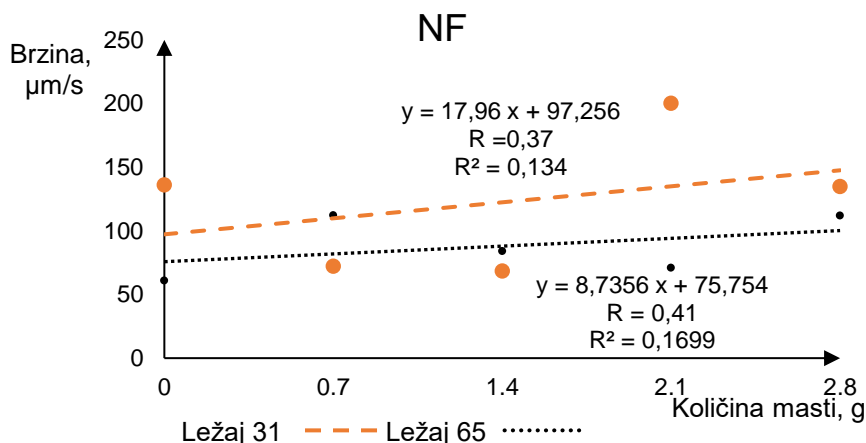
Tabela 5.21. Uticaj količine maziva na amplitude brzine vibracija u području srednjih frekvencija za aksijalno opterećenje od 200 N

Područje frekvencija	Oznaka ležaja	Jednačina prave	R	R ²
Područje srednjih frekvencija (300 – 1800 Hz)	11	$y = 6,1867 x + 78,567$	0,723	0,5227
	12	$y = -0,9235 x + 82,554$	-0,243	0,0588
	13	$y = -2,265 x + 86,326$	-0,469	0,22
	14	$y = 9,3789 x + 98,52$	0,469	0,2203
	15	$y = 8,6428 x + 75,507$	0,458	0,2102
	16	$y = -0,878 x + 96,749$	-0,083	0,0069
	31	$y = -1,9691 x + 97,201$	-0,261	0,0681
	32	$y = 9,0844 x + 83,836$	0,721	0,5203
	33	$y = 2,1428 x + 83,286$	0,566	0,3208
	34	$y = 1,018 x + 97,637$	0,170	0,029
	35	$y = 5,2088 x + 87,551$	0,573	0,3286
	36	$y = 2,8815 x + 89,33$	0,507	0,2568
	41	$y = 2,0594 x + 89,374$	0,479	0,2298
	42	$y = 2,1202 x + 102,78$	0,207	0,0431
	43	$y = -1,2702 x + 94,929$	-0,415	0,1719
	44	$y = 4,8178 x + 81,566$	0,529	0,2798
	45	$y = 4,0816 x + 91,59$	0,841	0,7076
	46	$y = -5,9697 x + 114,82$	-0,496	0,2464
	51	$y = 11,321 x + 70,555$	0,656	0,4306
	52	$y = -3,6362 x + 100,58$	-0,148	0,022
	53	$y = -0,6156 x + 96,767$	-0,051	0,0026
	54	$y = 2,7175 x + 93,624$	0,409	0,167
	55	$y = -5,6364 x + 101,45$	-0,599	0,3594
	56	$y = -3,2744 x + 98,155$	-0,619	0,38272
	61	$y = 5,2523 x + 65,689$	0,775	0,6013
	62	$y = 3,8428 x + 75,164$	0,322	0,1036
	63	$y = -6,4919 x + 149,45$	-0,507	0,2572
	64	$y = 7,6064 x + 68,559$	0,545	0,2967
	65	$y = -0,0156 x + 59,354$	-0,004	0,00002
	66	$y = 3,5206 x + 64,33$	0,668	0,4468

Napomena: količina mazivaje u jednačini prave označena sa x, a brzina vibracija sa y.

Prema rezultatima iz tabele 5.22, koja prikazuje zavisnosti amplituda brzine vibracija od količine maziva u ležaju u području visokih frekvencija, zabeležen je porast amplituda brzine vibracija sa porastom količine maziva u 20 od 30 uzoraka. Kod preostalih 10 uzoraka javio se suprotan trend. Grupe ležaja sa najmanjom veličinom radijalnog zazoru (oznake 11 – 16 i 61 – 66) zabeležile su porast amplituda brzine vibracija sa porastom količine maziva. Polovina ležaja sa većim radijalnim zazorom (oznake 41 – 46 i 51 – 56) zabeležila je pad amplituda brzine vibracija u području visokih frekvencija.

Na dijagramu sa slike 5.15 prikazana je zavisnost promene brzine vibracija od količine maziva u području niskih frekvencija za ležaje 31 i 65. U oba slučaja je zabeležen rast brzine vibracija, a koeficijent korelacije iznosi približno 0,4 i ukazuje na slabu korelaciju.



Slika 5.15. Zavisnost količine maziva i amplituda brzine vibracija u području niskih frekvencija za ležaje oznake 31 i 65

Tabela 5.22. Uticaj količine maziva na amplitude brzine vibracija u području visokih frekvencija za aksijalno opterećenje od 200 N

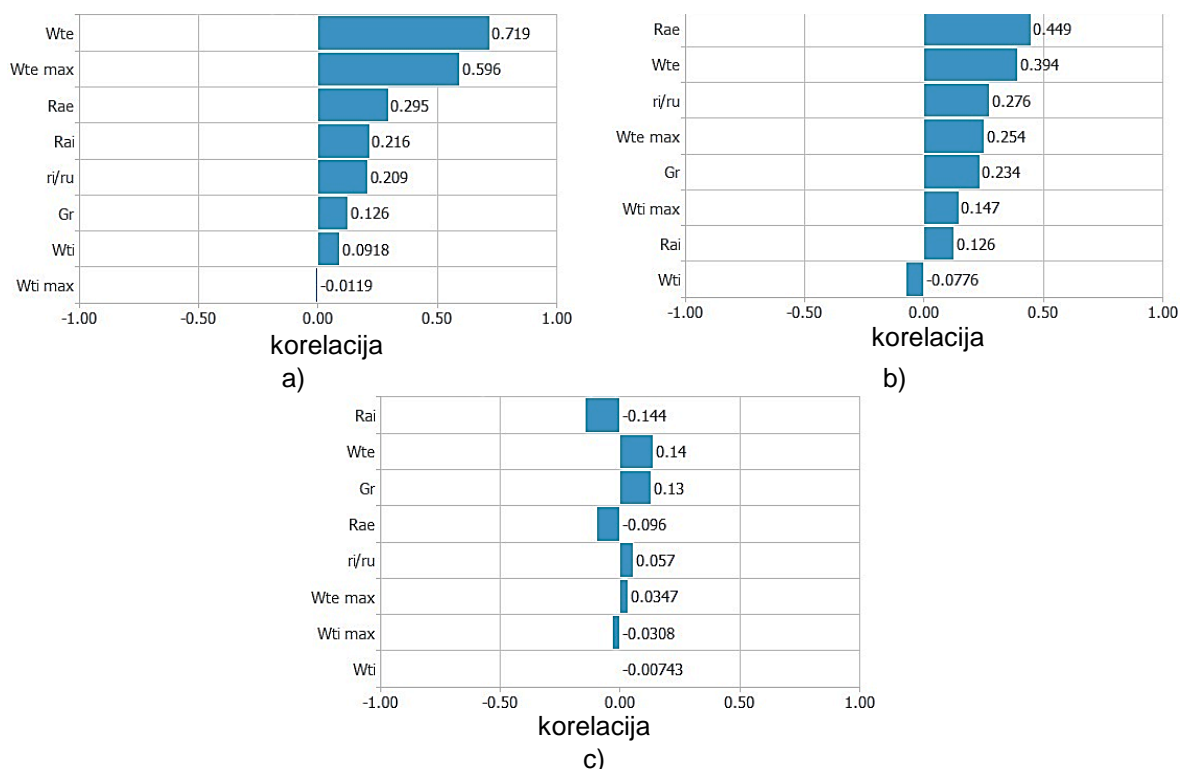
Područje frekvencija	Oznaka ležaja	Jednačina prave	R	R ²
Područje visokih frekvencija (1800 – 10000 Hz)	11	$y = 4,3882x + 120,49$	0,193	0,0372
	12	$y = -16,902x + 146,77$	-0,712	0,5076
	13	$y = 10,336x + 104,17$	0,636	0,4045
	14	$y = 7,6016x + 144,17$	0,230	0,0529
	15	$y = 21,861x + 107,97$	0,533	0,2844
	16	$y = 4,5427x + 129,49$	0,415	0,1722
	31	$y = -18,14x + 179,98$	-0,498	0,2485
	32	$y = 26,879x + 106,37$	0,874	0,7654
	33	$y = -11,844x + 147,07$	-0,525	0,2756
	34	$y = 23,046x + 105,16$	0,729	0,5317
	35	$y = 21,552x + 114,07$	0,800	0,641
	36	$y = 4,6202x + 120,1$	0,297	0,0881
	41	$y = 8,3858x + 143,85$	0,352	0,1238
	42	$y = -14,819x + 204,25$	-0,630	0,3974
	43	$y = -9,5994x + 178,58$	-0,339	0,1153
	44	$y = 8,3009x + 143,58$	0,674	0,454
	45	$y = 11,931x + 122,84$	0,767	0,5887
	46	$y = -4,7014x + 140,02$	-0,374	0,1401
	51	$y = 2,2233x + 140,37$	0,314	0,0989
	52	$y = -3,5057x + 155,73$	-0,119	0,0141
	53	$y = 12,714x + 150,8$	0,484	0,2341
	54	$y = -4,6608x + 196,9$	-0,272	0,0743
	55	$y = -3,3818x + 171,67$	-0,178	0,0317
	56	$y = 7,5194x + 133,29$	0,788	0,6218
61	$y = 7,6497x + 112,16$	0,763	0,5828	
62	$y = 1,9753x + 137,83$	0,290	0,0842	
63	$y = -17,391x + 323,46$	-0,576	0,3317	
64	$y = 12,142x + 153,38$	0,398	0,1589	
65	$y = 0,5019x + 104,84$	0,085	0,0072	
66	$y = 2,3274x + 120,06$	0,176	0,0311	

Napomena: količina maziva je u jednačini prave označena sa x, a brzina vibracija sa y.

Izračunavanje koeficijenata korelacije između karakterističnih parametara ležaja i amplituda brzine vibracija u područjima frekvencija izvedena je pomoću softvera *Neural Designer*, koji se koristi za izradu modela veštačkih neuronskih mreža. Pored osnovne namene, poseduje i alate za statističku obradu podataka od kojih je iskorišćen alat za određivanje korelacije.

Na slici 5.16 prikazani su dijagrami koeficijenta linearne korelacije karakterističnih parametara ležaja gde se tehnološki parametri posmatraju za spoljašnji i unutrašnji prsten posebno u područjima frekvencija pri spoljašnjem opterećenju od 200 N, bez maziva u ležajima. Na dijagramu na slici 5.16a, prikazan je koeficijent linearne korelacije parametara ležaja za područje niskih frekvencija. Najviši koeficijent korelacije ima odstupanje od kružnosti spoljašnjeg prstena, zatim valovitost i površinska hrapavost spoljašnjeg prstena. Sledeći uticajni parametar je površinska hrapavost unutrašnjeg prstena, odnos poluprečnika staza kotrljanja, radijalni zazor, odstupanje od kružnosti i valovitost unutrašnjeg prstena. Poređenjem sa prethodno prikazanim rezultatima u ovom poglavlju može se zaključiti da su rezultati u saglasnosti.

Dijagram sa slike 5.16b prikazuje koeficijent linearne korelacije parametara ležaja za područje srednjih frekvencija. Najviši uticaj ima površinska hrapavost spoljašnjeg prstena, zatim odstupanje od kružnosti spoljašnjeg prstena, odnos poluprečnika staza kotrljanja, valovitost spoljašnjeg prstena, radijalni zazor i dalje parametri unutrašnjeg prstena ležaja. Koeficijenti korelacije su niži u odnosu na koeficijente korelacije u području niskih frekvencija.



Slika 5.16. Linearni koeficijenti korelacije parametara ležaja i područja frekvencija, pri spoljašnjem opterećenju od 200 N, bez podmazivanja
a) područje niskih frekvencija; b) područje srednjih frekvencija; c) područje visokih frekvencija

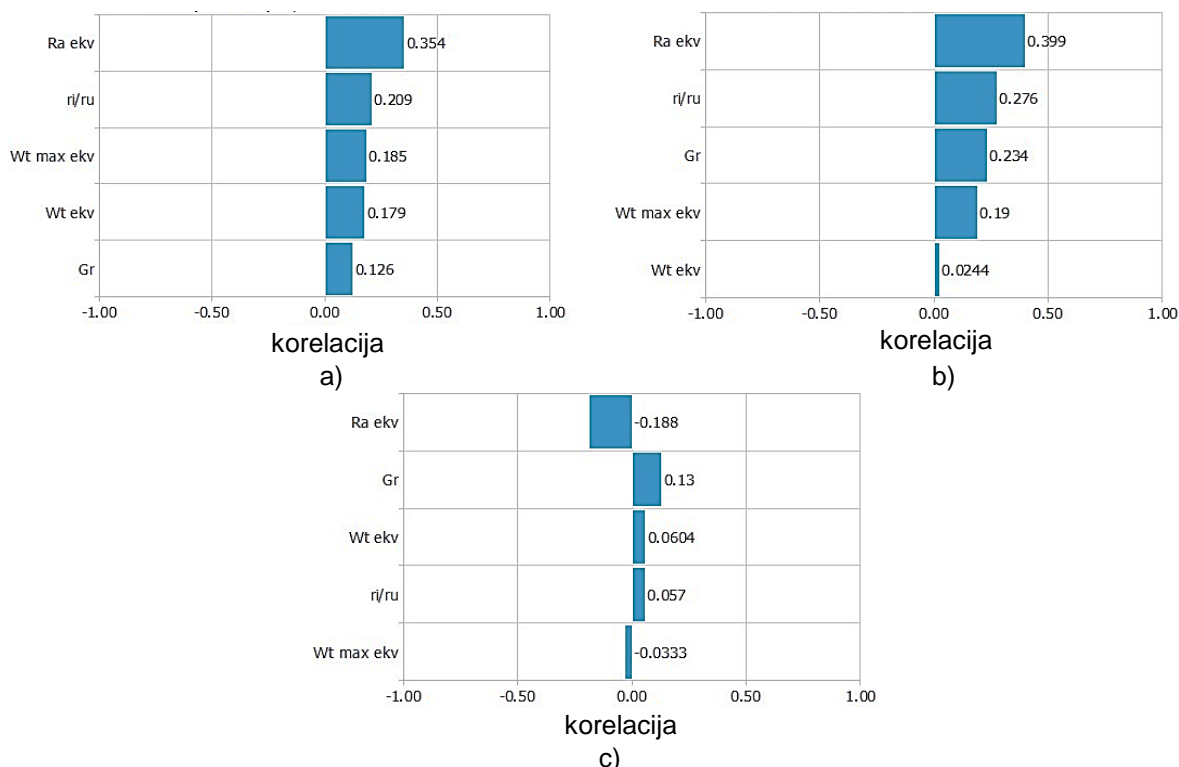
Koeficijenti linearne korelacije parametara ležaja za područje visokih frekvencija su prikazani na slici 5.16c. Vrednosti koeficijenata su znatno niže u odnosu na područja niskih i srednjih frekvencija. Najviši uticaj imaju površinska hrapavost unutrašnjeg prstena, odstupanje od kružnosti spoljašnjeg prstena i radijalni zazor. Parametri sa nižim uticajem su površinska

hrapavost spoljašnjeg prstena, odnos poluprečnika staza kotrljanja, valovitost oba prstena i odstupanje od kružnosti unutrašnjeg prstena.

Na slici 5.17 prikazani su dijagrami koeficijenta linearne korelacije karakterističnih parametara ležaja i ekvivalentnih tehnoloških parametara u područjima frekvencija pri spoljašnjem opterećenju od 200 N, bez maziva u ležajima. Na dijagramu na slici 5.17a, prikazan je koeficijent linearne korelacije parametara ležaja za područje niskih frekvencija. Najviši koeficijent korelacije ima ekvivalentna površinska hrapavost, zatim odnos poluprečnika staza kotrljanja. Ekvivalentna valovitost i ekvivalentno odstupanje od kružnosti su sledeća dva uticajna parametra. Radijalni zazor ima najmanji uticaj u području niskih frekvencija. Prikazani rezultati odgovaraju prethodno izloženim rezultatima u ovom poglavlju, uz minimalne razlike u vidu redosleda ekvivalentne valovitosti i odstupanja od kružnosti.

Dijagram sa slike 5.17b prikazuje koeficijent linearne korelacije parametara ležaja za područje srednjih frekvencija. Najviši uticaj ima ekvivalentna površinska hrapavost, zatim odnos poluprečnika staza kotrljanja i radijalni zazor. Manje uticajni parametri su ekvivalentna valovitost i odstupanje od kružnosti.

Koeficijenti linearne korelacije parametara ležaja za područje visokih frekvencija prikazani su na slici 5.17c. Vrednosti koeficijenata su, takođe, znatno niže u odnosu na područja niskih i srednjih frekvencija. Najviši uticaj ima ekvivalentna površinska hrapavost koja utiče na smanjenje amplituda brzine vibracija. Radijalni zazor je sledeći najuticajniji parametar, a slede ekvivalentno odstupanje od kružnosti. Parametri sa nižim uticajem su odnos poluprečnika staza kotrljanja i ekvivalentna valovitost.



Slika 5.17. Linearni koeficijenti korelacije parametara ležaja i područja frekvencija, pri spoljašnjem opterećenju od 200 N, bez podmazivanja (ekvivalentni tehnološki parametri)
a) područje niskih frekvencija; b) područje srednjih frekvencija; c) područje visokih frekvencija

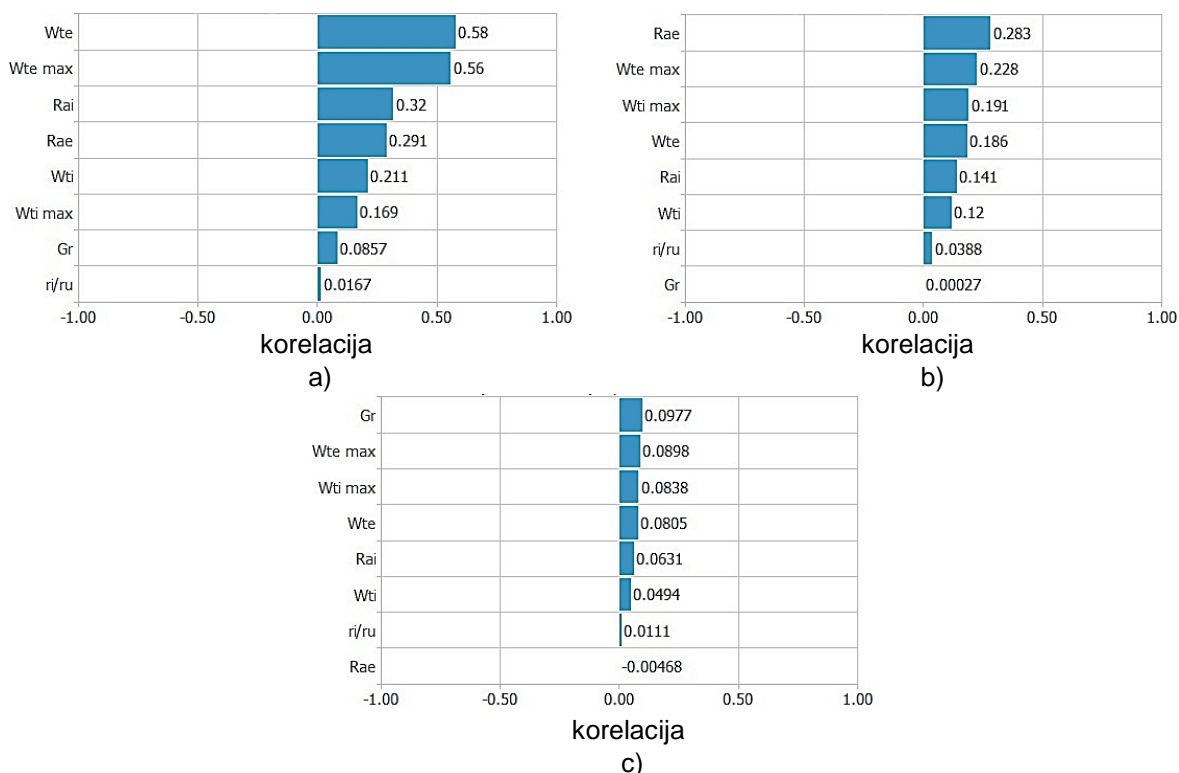
Podmazivanje je jedan od najuticajnijih parametara na dinamičko ponašanje ležaja. Uticaj podmazivanja na dinamičko ponašanje ležaja se odražava preko konstrukcionih i tehnoloških parametara koji opisuju ležaj. Mazivo i njegova količina izaziva promene u amplitudama vibracija ležaja što je prikazano na dijagramima koji slede.

Dijagrami sa slike 5.18 prikazuju koeficijente linearne korelacije karakterističnih parametara ležaja gde se tehnološki parametri posmatraju za spoljašnji i unutrašnji prsten posebno u područjima frekvencija, pri spoljašnjem opterećenju od 200 N, sa 1,4 g maziva u ležajima.

Sa slike 5.18 se može videti da su koeficijenti korelacije manji u odnosu na slučaj bez podmazivanja, u svim područjima, čemu doprinosi uticaj maziva u ležajima. Redosled uticajnih parametara ležaja je neznatno promenjen u području niskih frekvencija, slika 5.18a, gde se može videti da je uticaj konstrukcionih parametara (radijalni zazor i odnos poluprečnika staza kotrljanja) umanjen. Najviši uticaj ima odstupanje od kružnosti spoljašnjeg prstena.

U području srednjih frekvencija, slika 5.18b, najveći uticaj ima površinska hrapavost spoljašnjeg prstena, zatim valovitosti spoljašnjeg i unutrašnjeg prstena. U području srednjih frekvencija došlo je do smanjenja uticaja konstrukcionih parametara.

Prema slici 5.18c najveći uticaj ima radijalni zazor, zatim valovitost spoljašnjeg i unutrašnjeg prstena. Uticaj površinskih hrapavosti je umanjen zbog prisustva maziva u ležajima. Izloženi rezultati imaju jaku korelaciju sa ranije izloženim rezultatima u ovom poglavlju.



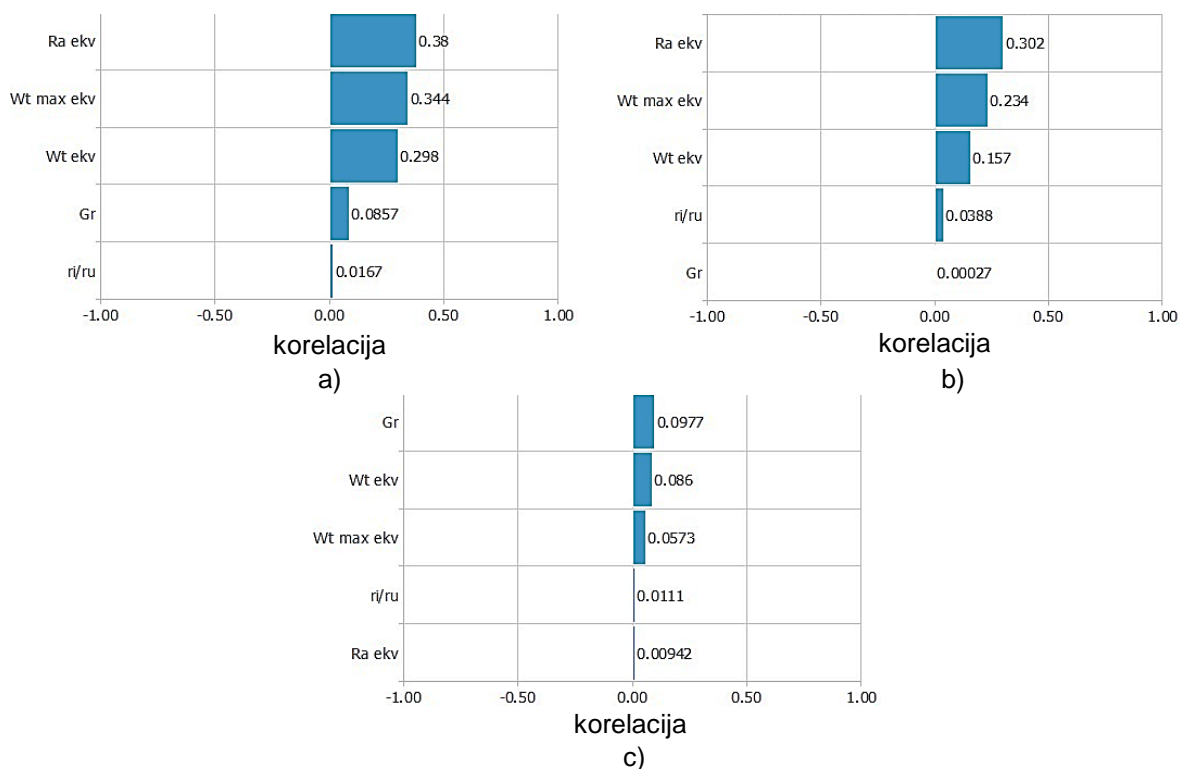
Slika 5.18. Linearni koeficijenti korelacije parametara ležaja i područja frekvencija, pri spoljašnjem opterećenju od 200 N i podmazivanjem ležaja sa 1,4 g maziva
a) područje niskih frekvencija; b) područje srednjih frekvencija; c) područje visokih frekvencija

Na slici 5.19 prikazani su dijagrami koeficijenta linearne korelacije karakterističnih parametara ležaja i ekvivalentnih tehnoloških parametara u područjima frekvencija pri

spoljašnjem opterećenju od 200 N, sa 1,4 g maziva u ležajima. Na dijagramu na slici 5.19a, prikazan je koeficijent linearne korelacije parametara ležaja za područje niskih frekvencija. Tehnološki parametri imaju veći uticaj u odnosu na konstrukcione parametre ležaja. Najveći uticaj ima ekvivalentna površinska hrapavost, neznatno manji uticaj imaju ekvivalentna valovitost i ekvivalentno odstupanje od kružnosti.

U području srednjih frekvencija, slika 5.19b, najveći uticaj ima ekvivalentna površinska hrapavost, a nakon toga ekvivalentna valovitost i ekvivalentno odstupanje od kružnosti. Konstrukcioni parametri (radijalni zazor, odnos poluprečnika staza kotrljanja) imaju neznatan uticaj na amplitude brzine vibracija u ovom području.

Na slici 5.19c, prikazani su koeficijenti korelacije parametara ležaja za područje visokih frekvencija. Najveći uticaj ima radijalni zazor, a ekvivalentno odstupanje od kružnosti i ekvivalentna valovitost imaju manji uticaj. Minimalan koeficijent korelacije imaju odnos poluprečnika staza kotrljanja i ekvivalentna površinska hrapavost. U području visokih frekvencija koeficijenti korelacije su minimalni i parametri ležaja imaju minimalan uticaj na amplitude brzine vibracija.



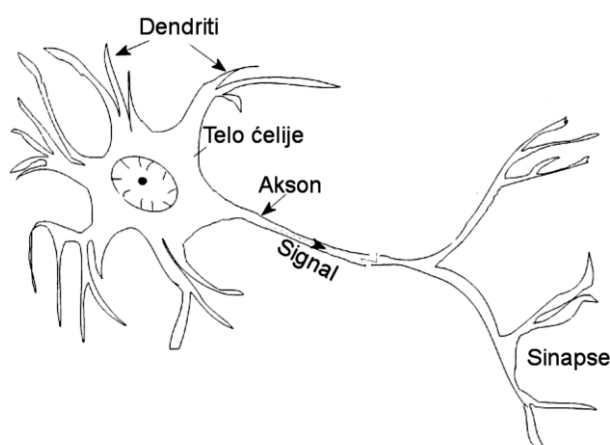
Slika 5.19. Linearni koeficijenti korelacije parametara ležaja i područja frekvencija, pri spoljašnjem opterećenju od 200 N i podmazivanjem ležaja sa 1,4 g maziva (ekvivalentni tehnološki parametri)
a) područje niskih frekvencija; b) područje srednjih frekvencija; c) područje visokih frekvencija

6. VEŠTAČKE NEURONSKE MREŽE

Primena veštačke inteligencije je sve zastupljenija, i sreće se svakodnevno. Jedan od vidova veštačke inteligencije predstavljaju veštačke neuronske mreže, koje su primenjene za prepoznavanje glasovnih komandi na pametnim telefonima, za upravljanje sistemima za asistenciju vozaču u automobilima itd. Oblast primene se proširila na industriju, u kojoj se javlja potreba za obradom velikih količina podataka dostupnih sa senzora koje poseduju moderne mašine. Veštačke neuronske mreže se uspešno koriste u oblasti prepoznavanja oštećenja u ležaju, otkrivanja uzroka neželjenih vibracija u rotacionim sistemima, kao što je debalans itd.

Princip funkcionisanja ljudskog mozga i danas predstavlja izazov za naučnike. Opisivanje sposobnosti čoveka da pamti, prepoznaje slike i obrasce, govori jezike sa različitim akcentom, prepoznaje različit rukopis itd, predstavlja značajan problem. Pokušaj primene principa rada ljudskog mozga predstavljaju veštačke neuronske mreže (*Artificial Neural Networks*). Biološki neuroni značajno sporije obrađuju informacije u odnosu na veštačke, ali je ljudski mozak znatno efikasniji u rešavanju određenih zadataka. Veštačke neurone koriste računari za obradu informacija po ugledu na biološke. Grupa pravilno raspoređenih i na određen način povezanih veštačkih neurona čini mrežu. Ove mreže su sposobne da paralelno obrađuju informacije i dalje ih šalju kroz strukturu, najčešće od ulaza prema izlazu. Sličnost između veštačkih i bioloških neurona se ogleda u sposobnosti da stiču znanje na osnovu podataka iz okruženja pomoću procesa koji nazivamo učenje.

Biološke neuronske mreže su nervni sistemi živih bića. Na slici 6.1 je prikazan pojednostavljeni izgled biološkog neurona. Biološki neuron se sastoji od dendrita, tela ćelije i aksona. Dendriti imaju funkciju prihvatanja signala iz drugih neurona ili iz receptora, koje dalje prosleđuju telu ćelije, a aktivnost neurona se nastavlja preko aksona, koji prenosi signal na dendrite drugih neurona. Veza između neurona uspostavljena je preko sinapsi. Ljudski mozak ima oko 10^{11} neurona koji su međusobno povezani, a pri tome svaki ima približno 10^4 veza sa drugim neuronima [119]. Izuzetna složenost omogućuje veliku brzinu obrade informacija, pamćenje, učenje i sve ono što čoveka izdvaja od drugih vrsta.



Slika 6.1. Biološki neuron

Veštačke neuronske mreže su računarski sistemi koji rade na principu rada ljudskog mozga, koji je veoma pojednostavljen u svrhu primene na računarima. Iako znatno pojednostavljene, veštačke neuronske mreže daju značajne rezultate u svim oblastima primene. Osnovna razlika između veštačkih neuronskih mreža i do sada primenjenih tehnika

za rešavanje problema je mogućnost učenja na osnovu „iskustva“. One su sposobne da obukom na grupi raspoloživih eksperimentalnih podataka utvrde veze između ulaznih i izlaznih parametara i da naučeno primene na nove podatke.

Jedan od osnovnih elemenata nervnog sistema je neuron, a njegova uloga je prenos i skladištenje informacija. Veštačke neuronske mreže u tehničkoj literaturi se često skraćeno nazivaju neuronske mreže i u daljem tekstu će se koristiti skraćeni naziv. Postoji više definicija neuronskih mreža. Prema Neht - Nilsenu (*Neht - Nielsen*) [120] neuronske mreže su distribuirani, adaptivni, u opštem slučaju nelinearni sistemi izgrađeni iz velikog broja različitih procesorskih elemenata, odnosno neurona. U opštem smislu, neuronske mreže predstavljaju skup jednostavnih procesirajućih elemenata - neurona, međusobno povezanih vezama sa odgovarajućim težinskim odnosima. Jedna od osnovnih karakteristika neuronskih mreža je njihova sposobnost paralelne obrade podataka.

Danas postoji veliki broj različitih modela veštačkih neuronskih mreža koje se mogu klasifikovati na više načina u zavisnosti od kriterijuma klasifikacije. U opštem slučaju kriterijumi za klasifikaciju mogu biti tok informacija kroz mrežu, broj slojeva i način povezivanja neurona. Prema tome podela se može izvršiti na sledeći način:

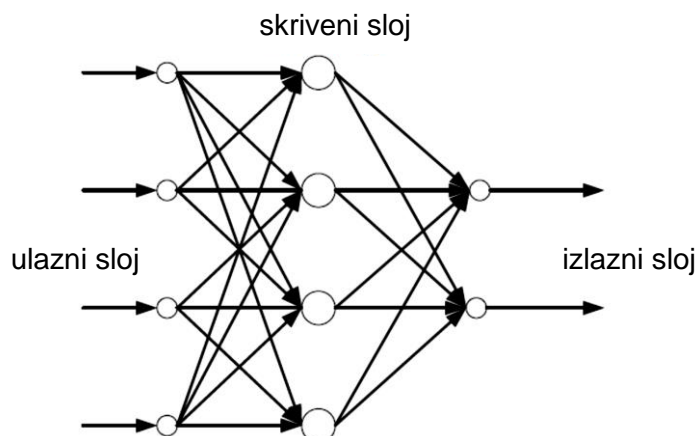
- veštačke neuronske mreže bez povratne veze:
 - jednoslojni perceptron,
 - višeslojni perceptron,
 - *RBF* neuronska mreža (*Radial Basis Functions*).
- veštačke neuronske mreže sa povratnom vezom – rekurentne:
 - kompetitivne mreže,
 - *Kohonen*-ove samoorganizovane mreže,
 - *Hopfield*-ove mreže,
 - *ART* model.

U ovom radu će se koristiti višeslojni perceptron (*Multilayer Perceptron – MLP*) kod koga se signal prostire unapred (*feedforward*), a koristi algoritam učenja sa prostiranjem greške unazad (*backpropagation*). Svaki neuron u sloju je povezan sa svim neuronima u narednom sloju. Višeslojni perceptron ima nelinearnu izlaznu karakteristiku, zbog korišćenja nelinearnih funkcija u skrivenim slojevima, pri čemu se često linearna aktivaciona funkcija koristi u izlaznom sloju. Ovakvi modeli neuronskih mreža su sposobni za rešenja problema sa velikim nelinearnostima, a postoje teoretski dokazi da mogu aproksimirati bilo koju nelinearnu funkciju [121]. Prema navedenom, u ovom radu neuronske mreže se koriste kao univerzalni aproksimatori za predviđanje stanja na izlazu iz mreže u zavisnosti od zadatih ulaza.

Višeslojne neuronske mreže (*MLP*) se sastoje iz ulaznog i izlaznog sloja neurona, a između njih se može nalaziti jedan ili više skrivenih slojeva. Svaki skriveni sloj je sačinjen od određenog broja neurona, slika 6.2. Postoje i takozvane jednoslojne mreže koje imaju samo ulazni i izlazni sloj.

Ulazni i izlazni sloj neuronske mreže su povezani sa okruženjem, dok je skriveni sloj povezan sa ulaznim i izlaznim slojem, a u slučaju postojanja više skrivenih slojeva, oni su međusobno povezani. Neuron iz ulaznog sloja, čiji broj je najčešće određen brojem ulaznih parametara, su povezani sa svim neuronima iz skrivenog sloja, a svaki neuron skrivenog sloja je dalje povezan sa neuronima iz sledećeg skrivenog ili izlaznog sloja. Broj neurona u izlaznom sloju obično je jednak broju izlaznih parametara. U slučaju postojanja više od dva skrivena sloja, neuroni u skrivenim slojevima mogu biti i međusobno povezani. Veza među neuronima

u slojevima može biti izveden na više načina, a najčešće se primenjuju mreže sa potpuno povezanim neuronima i slojevima.



Slika 6.2. Primer strukture neuronske mreže sa jednim skrivenim slojem

U poslednje vreme sve više su zastupljene neuronske mreže sa velikim brojem neurona raspoređenim u većem broju slojeva, koje nazivamo mreže za duboko učenje (*Deep Learning Networks*). Mreže ovog tipa pokazale su dobre rezultate u slučaju rada sa velikim brojem podataka. Prema [122], veliki deo napretka dubokog učenja je zasnovan na lako dostupnom velikom broju podataka koje obezbeđuju monogobrojni jeftini senzori i internet, uz napredak u razvoju računara, njihove brzine i sposobnosti da obrade ovako velike količine podataka. Duboko učenje beleži značajne rezultate u oblasti prepoznavanja slika i objekata na slikama, prepoznavanja glasa, prepoznavanja teksta, koristi se za sisteme asistencije vozaču na vozilima, gde prepoznaju saobraćajne znake itd.

6.1. Istorija veštačkih neuronskih mreža

Počeci razvoja neuronskih mreža vezuju se za 1943. godinu, kada su *Warren McCulloch* i *Walter Pitts* objavili rad na temu kako bi neuronske mreže mogle da rade. Oni su napravili model neuronske mreže pomoću električnog kola. Ovaj koncept neuronskih mreža i način njihovog rada dobija na važnosti kada je 1949. godine objavljena knjiga *The Organization of Behavior* autora *Donalda Hebba*, gde je istaknuto da neuronski putevi jačaju svaki put kada se koriste. 1950-tih godina istraživači se intenzivno bave razvojem neuronskih mreža. Razvoj neuronskih mreža je bio intenzivan sve do 1969. godine kada su *Minsky* i *Papert* objavili knjigu *Perceptions* gde su ukazali na nedostatke neuronskih mreža. Ovo je dovelo do značajnog smanjenja finansiranja istraživanja u narednom periodu, a istraživači su napuštali ovu oblast istraživanja. Duže od 10 godina nije bilo značajnog napretka u ovoj oblasti, sve do ranih 1980-ih kada su objavljeni novi teoretski rezultati. Nakon otkrića algoritma kod koga se izlazna greška prostire unazad (*error back-propagation*) i sa razvojem računarskih sistema koji su povećali mogućnost i brzinu obrade podataka, ponovo se javlja interesovanje istraživača u ovoj oblasti razvoj i od tog trenutka postaje kontinualan.

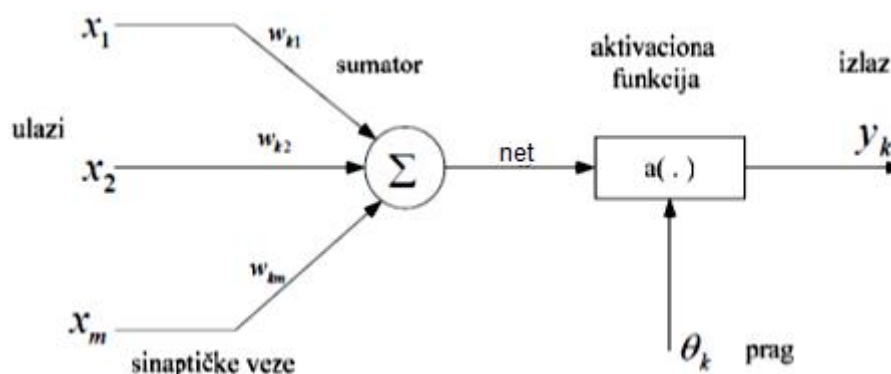
U poslednje vreme, upotreba neuronskih mreža za rešavanje problema je u značajnom porastu, a razvojem neuronskih mreža se najviše bave kompanije koje su neuronske mreže implementirale u svoja softverska rešenja. Danas postoje softverski alati za pripremu neuronskih mreža (*toolbox*), koji omogućuju njihovu upotrebu korisnicima koji nisu eksperti u toj oblasti. Alat definiše potrebne korake za formiranje neuronske mreže i korisnik u nekoliko koraka, bez potrebe za pisanjem kodova tj. programiranjem, ima na raspolaganju neuronsku mrežu za

rešavanje problema. Neuronske mreže se primenjuju za rešavanje problema iz različitih oblasti kao što su finansije, medicina, inženjerstvo, hemija, fizika i druge.

6.2. Veštački neuron

Veštački neuron ili dalje samo neuron, predstavlja osnovnu jedinicu za obradu podataka unutar neuronske mreže i prikazan je na slici 6.3. Neuron je sačinjen od tri osnovna elementa i to od skupa sinaptičkih veza (x_1, x_2, \dots, x_n), sumatora i aktivacione funkcije. Sumator preko sinaptičkih veza dobija podatke od neurona iz prethodnog sloja. Sinaptičke veze dostavljaju signale od drugih neurona koje se množe težinskim koeficijentima (w_{ki}), a sumator pravi njihovu sumu i dalje je prosleđuje aktivacionoj funkciji. Ulaz u neuron se najčešće označava sa net i može se zapisati sledećim izrazom:

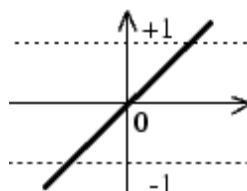
$$net = \sum_{i=1}^n (x_i \cdot w_{ki}) \quad (6.1)$$



Slika 6.3. Model veštačkog neurona

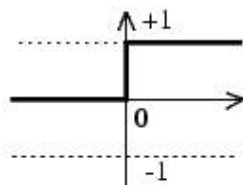
Aktivaciona funkcija ograničava amplitudu izlaznog signala i određuje kakav signal će posmatrani neuron poslati. Postoji više različitih aktivacionih funkcija kao što su linearna, binarna, sigmoidna, tangens – hiperbolična funkcija, soft – max funkcija, gausova funkcija itd.

Linearna funkcija je prikazana na slici 6.4. Obično ova funkcija ima i ograničenja, -1 i 1 pa izleda kao ravna linija – rampa – ravna linija.



Slika 6.4. Linearna funkcija [12]

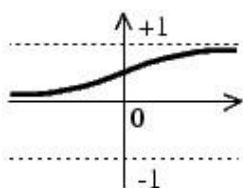
Binarna funkcija može imati vrednosti 0 ili 1, slika 6.5. Ova funkcija se često zove i hard switch funkcija. Može biti nesimetrična, 0 -1, kao na slici i simetrična -1 - 1.



Slika 6.5. Binarna funkcija [12]

Sigmoidna funkcija je prikazana na slici 6.6.

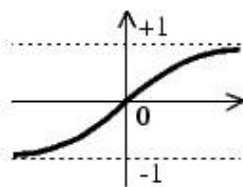
$$f_{\text{sigma}} = \frac{1}{1 + e^{-a}} \quad (6.2)$$



Slika 6.6. Sigmoidna funkcija [12]

Tangens – hiperbolična funkcija je prikazana na slici 6.7.

$$f_{\text{tan}} = \frac{e^a - e^{-a}}{e^a + e^{-a}} \quad (6.3)$$



Slika 6.7. Tangens – hiperbolična funkcija [12]

Soft – max funkcija se može zapisati u sledećem obliku:

$$f_{\text{soft-max}} = \frac{e^{a_i}}{\sum e^{a_i}} \quad (6.4)$$

Jedna od značajnih karakteristika neurona koja učestvuje u obradi signala je prag neurona θ . Prag neurona određuje njegovo stanje, ukoliko je intenzitet signala ispod vrednosti praga, neuron neće poslati signal dalje i biće u stanju mirovanja. Kada je intenzitet signala iznad vrednosti praga neuron će signal proslediti dalje i biti u aktivnom stanju. Izlazni signal iz neurona se može zapisati u sledećem obliku:

$$y_k = f(\text{net} - \theta) \quad (6.5)$$

gde je

f – funkcija.

Najčešće, neuron može biti u aktivnom ili pasivnom stanju, što predstavlja model sa diskretnim stanjima, kod koga se aktivno stanje modelira vrednošću 1, a pasivno sa 0 ili -1. Pored diskretnog modela primenjuje se i model sa kontinualnim skupom mogućih stanja i tada vrednosti na izlazu neurona mogu biti u intervalu od 0 do 1 ili -1 do 1. Izlazni signali neurona se modifikuju putem sinapsi i šalju drugim neuronima. Ove modifikacije se sprovode množenjem izlaznih signala realnim brojem, pozitivnim ili negativnim. Tako modifikovani signali se nazivaju sinaptički ili težinski koeficijenti, a najčešće se obeležavaju sa w .

6.3. Arhitektura neuronskih mreža

Veštačke neuronske mreže se grade po slojevima, pri čemu su ulazni i izlazni sloj neophodni, a broj neurona u ulaznom i izlaznom sloju zavisi od broja parametara na ulazu i izlazu iz mreže. Skriveni slojevi se dodaju između ulaznog i izlaznog. Najčešće se za početni broj slojeva usvaja jedan i ako se utvrdi da nije dovoljan za rešavanje problema dodaju se novi slojevi. Ne postoje preporuke za izbor arhitekture neuronske mreže za rešavanje konkretnog problema. Najčešće se kreće od najjednostavnije arhitekture koja se usložnjava do trenutka kada su rezultati zadovoljavajući. Pored broja skrivenih slojeva osnovni problem je definisati broj neurona u svakom sloju. Prema [123], nedovoljan broj neurona u skrivenim slojevima dovodi do nemogućnosti neuronske mreže da reši određen problem. Ukoliko je broj neurona preveliki, mreža ima loše performanse generalizacije, odnosno dolazi do pojave pretreniranosti mreže (*overfitting*). Potreban broj neurona u skrivenim slojevima zavisi od veličine ulaznog prostora, pa mreža sa malim brojem neurona nema dovoljno parametara da problem reši sa zadovoljavajućom tačnošću. U literaturi [124], postoji nekoliko preporuka za određivanje broja neurona u skrivenom sloju (n):

- $n = \frac{2(x+y)}{3}$, dve trećine od zbira broja ulaza i broja izlaza,
- $n < 2x$, dva puta manje od broja ulaza,
- $n = \sqrt{x \cdot y}$,

gde je x – broj neurona u ulaznom sloju, a y – broj neurona u izlaznom sloju.

Kod mreža sa većim brojem skrivenih slojeva, često se primenjuju arhitekture u obliku „levka“, gde se broj neurona u skrivenim slojevima smanjuje od ulaza ka izlazu iz mreže.

6.4. Obuka neuronskih mreža

Da bi neuronska mreža bila spremna za eksploataciju, potrebno je pripremiti je, odnosno sprovesti proces obuke. Pod obukom se podrazumeva proces učenja mreže kroz podešavanje vrednosti težinskih koeficijenata. Obuka neuronskih mreža se može izvoditi kao nadgledana i nenadgledana obuka. Najveći broj mreža koristi nadgledanu obuku. Kod nadgledane obuke postoji pomoć pri obuci u vidu poznatih ulaznih i izlaznih parametara i mreža ima mogućnost utvrđivanja greške. Greška pri obuci se proverava poređenjem predviđenih vrednosti koje se dobijaju tokom obuke sa vrednostima koje su definisane na izlazima. Podatak o utvrđenoj grešci se vraća u prethodne slojeve i težinski koeficijenti se prilagođavaju tako da predviđeni izlaz bude što bliži definisanom izlazu. Podešavanje težinskih koeficijenata predstavlja jedan ciklus u procesu obuke i sprovodi se iterativno do dostizanja minimalne greške. Opisani postupak naziva se algoritmom obuke sa prostiranjem greške unazad (*backpropagation*). *Backpropagation* je gradijentna metoda optimizacije, koja koristi gradijent funkcije koju optimizuje (funkcija greške). Početne vrednosti težinskih

koeficijenta ($w_{poč}$) se slučajno podešavaju na malu vrednost. Srednja kvadratna greška (E_{sr}) se najčešće primenjuje za ocenu kvaliteta učenja i izračunava se prema izrazu:

$$E_{sr} = \frac{1}{2} \sum_i (t_i - y_i)^2 \quad (6.6)$$

gde su: t_i – predviđene vrednosti izlaza,
 y_i – stvarne vrednosti izlaza.

Backpropagation algoritam primenjen na višeslojne mreže omogućava podešavanje težinskih koeficijenata u smeru suprotnom od trenutnog gradijenta greške. Cilj učenja je odrediti težinske koeficijente koji daju minimalnu vrednost srednje kvadratne greške. Čest problem pri primeni ovog postupka je pronalaženje globalnog minimuma. Prema slici 6.8, ako postoji jedan ulazni parametar, a time i jedan težinski koeficijent koji treba podešavati, može se desiti da se obuka završi na mestu lokalnog minimuma koji ne mora biti i najbolje moguće rešenje. Ako je početna vrednost težinskog koeficijenta ($w_{poč}$) tako izabrana da funkcija greške ima vrednost desno od lokalnog minimuma, promena težinskog koeficijenta u određenom trenutku vremena se menja u skladu sa izrazom:

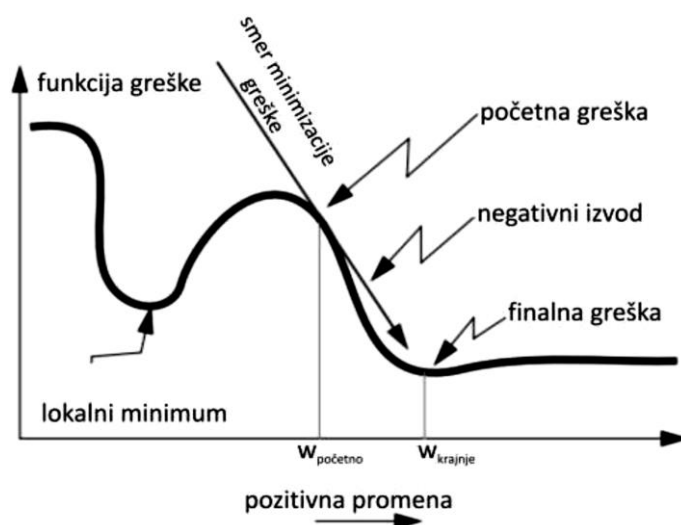
$$w_{novo} = w_{tren} + \Delta w_{tren} \quad (6.7)$$

Promena težinskog koeficijenta se izračunava na sledeći način:

$$\Delta w = -\eta \left(\frac{\partial E_{sr}}{\partial \Delta w_{tren}} \right) \quad (6.8)$$

pri tome je: η - stepen ili koeficijent učenja i usvaja se u intervalu vrednosti od 0 do 1.

Velika vrednost koeficijenta učenja može dovesti do takve promene težinskog koeficijenta koja će izazvati prelazak preko globalnog minimuma. Mala vrednost može izazvati proces učenja koji duže traje zbog većeg broja koraka pri kome se vrednost težinskih koeficijenata ažurira. Opisani postupak podešavanja težinskih koeficijenata se ponavlja do dostizanja minimalne vrednosti greške.



Slika 6.8. Minimizaciona funkcija greške obučavanja [124]

Kvalitetna obuka neuronske mreže zahteva pored skupa podataka za obuku i skupove za validaciju i testiranje. Raspoloživa grupa podataka se najčešće deli u sledećem odnosu, 70%

za skup za obuku i po 15% za skupove za validaciju i testiranje. Pojedini algoritmi obuke ne koriste skup za validaciju. Na gore opisan način izračunavaju se i srednje kvadratne greške nad skupom za obuku i skupovima za validaciju i testiranje. Skup podataka za validaciju se koristi za kontrolu stepena obučenosti mreže. Prati se greška nad skupom za validaciju i kada dođe do porasta greške, proces obuke se zaustavlja. Ukoliko se proces obuke nastavi tada dolazi do pojave pretreniranosti mreže. Skup podataka za testiranje se koristi radi određivanja greške predviđanja mreže. Izračunava se i prati greška nad skupom za testiranje. Obično greške validacije i testiranja imaju slične vrednosti i sličan trend. Deo uzorka za testiranje se po pravilu ne koristi za obuku neuronske mreže.

6.5. Generalizacija neuronske mreže

Sposobnost veštačke neuronske mreže da tačno predvidi vrednost izlaza kada se na ulazu pojavi nepoznata vrednost, naziva se sposobnost generalizacije mreže. Kvalitet generalizacije mreže značajno utiče na upotrebnu vrednost modela u eksploataciji. Način za poboljšanje kvaliteta generalizacije se svodi na podelu raspoloživih podataka na tri skupa. Sva tri skupa podataka se koriste tokom obuke neuronske mreže i za svaki skup se izračunava srednja kvadratna greška. Algoritam obuke prati veličine svake greške i odlučuje kada je proces obuke završen, odnosno dostignuta minimalna greška. Ovaj postupak se primenjuje radi sprečavanja pojave pretreniranosti mreže, tzv. postupak ranog zaustavljanja (*early stopping*). Dobra obučenost mreže je dostignuta kada su greška obuke i greška validacije vrlo male i bliske jedna drugoj. Obuka se sprovodi u iteracijama, koje nazivamo epohama, gde se u svakoj epohi izračunavaju sve greške. Pretreniranost mreže počinje kada greška u odnosu na validacioni skup podataka počne da raste, a greška u odnosu na skup podataka za obuku nastavi da se smanjuje. Algoritam je sposoban da prepozna ovo i zaustavi proces obuke u trenutku kada greška validacije dostigne minimum. Pored problema pretreniranosti mreže, može se javiti podtreniranost, koja je vezana za situaciju kada neuronska mreža ima poteškoće da nauči promenu odnosa između ulaznih i izlaznih podataka. Podtreniranost se javlja ako je proces obuke završen pre dostizanja optimalnih parametara obuke, odnosno, ukoliko je arhitektura neuronske mreže suviše jednostavna za problem koji treba rešiti (mali broj neurona), ili ako je proces obuke zaustavljen u nekom od lokalnih minimuma (nije postignut globalni minimum greške). Na kvalitet obuke neuronske mreže značajan uticaj ima i količina raspoloživih podataka. Mali broj podataka za obuku neuronske mreže će uticati na to da se izbegne pretreniranost, ali će generalizacija mreže biti lošija. Veliki broj podataka za obuku će obezbediti bolju generalizaciju, jer će greška obuke i greška validacije biti manje, ali tada postoji opasnost od pojave pretreniranosti, koja može biti izbegnuta na gore opisan način. Pored svega navedenog, na kvalitet generalizacije neuronske mreže utiču i opseg eksperimentalnih podataka i njihova raspodela. Postoji preporuka da skup podataka za obuku ima nešto širi interval promenljivih u odnosu na opseg za koji će se mreža koristiti. Razlog tome je veoma uspešna sposobnost mreže da interpolira između poznatih parametara, za razliku od nešto manje upešnosti kada je potrebna ekstrapolacija pri saopštavanju ulaznih podataka, da bi se odredili izlazni parametri. Za rešavanje određenih problema pomoću neuronskih mreža, raspoložive podatke je potrebno pripremiti, odnosno izvršiti predprocesiranje. Skaliranje ulaznih i izlaznih podataka je tehnika koja se najčešće koristi pri obradi podataka. Skaliraju se podaci namenjeni za obuku, validaciju i testiranje, a postupak se izvodi prema sledećem izrazu:

$$X_{skal} = \bar{X}_{min} + \frac{X_{tren} - X_{min}}{X_{max} - X_{min}} \cdot (\bar{X}_{max} - \bar{X}_{min}) \quad (6.9)$$

gde je:

\bar{x}_{\min} - minimalna vrednost opsega u koji se podaci skaliraju,

\bar{x}_{\max} - maksimalna vrednost opsega u koji se podaci skaliraju,

x_{\min} - minimalna vrednost u skupu koji se skalira,

x_{\max} - maksimalna vrednost u skupu koji se skalira,

x_{tren} - trenutna vrednost koja se skalira,

x_{skal} - skalirana trenutna vrednost.

Obično se ulazni podaci skaliraju intervalu između 0 i 1 radi lakšeg izračunavanja i podešavanja težinskih koeficijenata. Prikazan je postupak linearnog skaliranja. Interval skaliranja podataka može biti i uži od prethodno navedenog. Pri testiranju mreže, na ulazu se saopštavaju skalirani podaci, a dobijeni izlazni podaci se mogu deskalirati prema izrazu:

$$x = x_{\min} + \frac{\bar{x} - \bar{x}_{\min}}{\bar{x}_{\max} - \bar{x}_{\min}} \cdot (x_{\max} - x_{\min}) \quad (6.10)$$

7. DEFINISANJE MODELA PRIMENOM VEŠTAČKE NEURONSKE MREŽE

U ovom poglavlju definisani su i verifikovani modeli dobijeni primenom veštačkih neuronskih mreža na eksperimentalnim rezultatima prikazanim u petom poglavlju ovog rada. Primljena je višeslojna neuronska mreža (*MLP*) sa prostiranjem signala unapred (*feedforward*) i prostiranjem greške unazad (*backpropagation*). Obučeni su veliki broj neuronskih mreža, nakon čega su izabrane one sa najboljim performansama. U opštem slučaju proces obuke će se gotovo za svaku neuronsku mrežu završiti drugačije, a razlog tome leži u zadavanju početnih vrednosti težinskih koeficijenata na slučajan način.

U radu su predstavljena dva pristupa pri formiranju modela koji opisuju dinamičko ponašanje kotrljajnih ležaja primenom veštačkih neuronskih mreža, gde je prvi zasnovan na eksperimentalnim rezultatima dobijenim bez uticaja maziva (podmazivanja), odnosno bez uticaja elastohidrodinamičkog podmazivanja (EHL) i drugi, koji uzima u obzir uticaj EHL podmazivanja. Modeli bez uticaja EHL-a se koriste za analizu uticaja konstrukcionih i tehnoloških parametara i aksijalnog opterećenja, a modeli koji uzimaju uticaj EHL-a se koriste radi određivanja uticaja količine maziva na dinamičko ponašanje ležaja. Analizirani su modeli koji imaju različite strukture ulaznih parametara. Pored različitih struktura ulaznih parametara analizirane su različite arhitekture neuronskih mreža, od onih sa jednim skrivenim slojem sa nekoliko neurona do mreža sa više skrivenih slojeva. Obuka je sprovedena za različite algoritme obuke, a to su *Levenberg – Marquardt (LM)*, *Bayesian Regularization (BR)* i *Scaled Conjugate Gradient (SCG)*.

Sa stanovišta raspodele podataka na odgovarajuće skupove, primenjen je pristup koji obuhvata deljenje skupa raspoloživih eksperimentalnih podataka prema uzorcima (ležajima koji su ispitivani). S obzirom na to da uzorak sadrži 30 različitih kotrljajnih ležaja, za testiranje se izdvajaju podaci (rezultati) koji su zabeleženi za dva ležaja i pomoću njih se izvodi testiranje mreže. Pod testiranjem se podrazumeva poređenje amplituda RMS brzine vibracija u karakterističnim područjima frekvencija koje je mreža predvidela sa onima koje su dobijene eksperimentalnim putem, za određeni ležaj. Obuka se sprovodi na preostalom skupu podataka. Na slučajan način su izabrani ležaji sa oznakama 14 i 42 koji pripadaju različitim grupama zazora.

Formiranje veštačke neuronske mreže je izvedeno pomoću softvera *Matlab*, primenom softverskog alata (*toolbox*) koji generiše kôd neuronske mreže za definisane matrice ulaznih i izlaznih podataka. Ovaj način formiranja neuronske mreže generiše jednu mrežu pri svakoj obuci, koju je potrebno testirati i sačuvati. Za veliki broj pokušaja, odnosno veliki broj neuronskih mreža, ovo bi bio dugotrajan proces. Iz tog razloga napisan je kôd koji sprovodi obuku i testiranje veštačkih neuronskih mreža automatski u zavisnosti od definisanog broja ponavljanja. Ovaj pristup omogućuje generisanje velikog broja neuronskih mreža u kratkom vremenskom periodu. Detaljniji opis je dat u nastavku ovog poglavlja, a kompletan kôd se nalazi u Prilogu 2 ovog rada.

Ocena predviđanja modela se izvodi na osnovu *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije (R), koeficijenta determinacije (R^2) i prosečne greške predviđanja izražene u procentima. Ocena se izračunava za svako područje posebno. Ukupna ocena predviđanja se dobija preko kumulativne vrednosti *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije i koeficijenta determinacije, a greška predviđanja se izračunava kao srednja vrednost za sva tri područja. Ukoliko je model apsolutno tačan, tada će vrednosti koeficijenata biti 1 u svakom području, odnosno njihova kumulativna vrednost će biti 3, a srednja vrednost greške predviđanja će biti jednaka nuli.

Model čije su kumulativne vrednosti koeficijenata najbliže maksimumu, a pri tome je srednja vrednost greške predviđanja minimalna, smatra se najboljim. Prilikom izbora modela koji će se koristiti za analizu dinamičkog ponašanja ležaja, prednost pri oceni je data mrežama koje imaju najmanju prosečnu grešku predviđanja, a kao sekundarna ocena korišćene su kumulativne vrednosti koeficijenata.

Tabela 7.1 daje pregled analiziranih modela veštačkih neuronskih mreža koji važi za modele bez i sa uticajem podmazivanja i sadrži 36 različitih modela. Prema tome, od ukupno analiziranih modela, 18 je korišćeno za analizu dinamičkog ponašanja bez uticaja podmazivanja, a 18 za analizu dinamičkog ponašanja sa uticajem podmazivanja. Rezultati za modele bez uticaja podmazivanja kada se koristi *Bayesian Regularization* algoritam obuke nisu prikazani iz razloga što nisu dobijeni rezultati zadovoljavajuće tačnosti, a takođe iz istog razloga nisu prikazani rezultati kada se koristi *Scaled Conjugate Gradient* algoritam obuke u slučaju kada se uticaj podmazivanja uzima u obzir. Rezultati koji nisu ovde prikazani nalaze se u Prilogu 3 ovog rada. Izabrana su četiri modela sa najboljim performansama, dva za analizu bez uticaja podmazivanja i dva koja uzimaju u obzir uticaj podmazivanja.

Tabela 7.1. Pregled analiziranih modela veštačkih neuronskih mreža

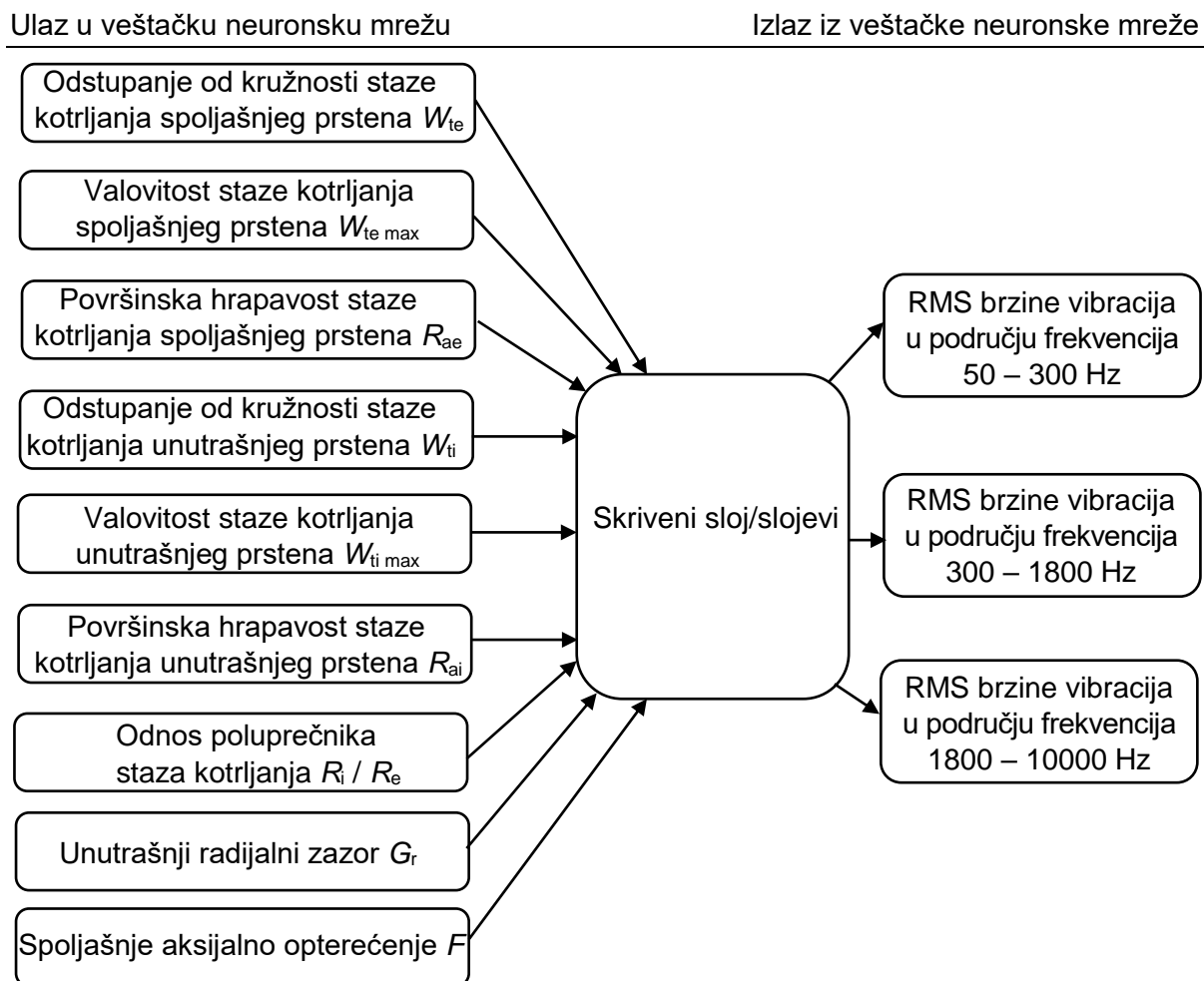
ANALIZIRANI MODELI VEŠTAČKE NEURONSKE MREŽE					
Tehnološki parametri posebno			Tehnološki parametri ekvivalentni		
Algoritam za obuku			Algoritam za obuku		
<i>Levenberg – Marquardt</i>	<i>Bayesian Regularization</i>	<i>Scaled Conjugate Gradient</i>	<i>Levenberg – Marquardt</i>	<i>Bayesian Regularization</i>	<i>Scaled Conjugate Gradient</i>
Arhitektura VNM			Arhitektura VNM		
Jedan skriveni sloj (broj neurona od 1 do 30)			Jedan skriveni sloj (broj neurona od 1 do 30)		
Dva skrivena sloja (broj neurona od 1 do 30)			Dva skrivena sloja (broj neurona od 1 do 30)		
Tri skrivena sloja (broj neurona od 1 do 30)			Tri skrivena sloja (broj neurona od 1 do 30)		

7.1. Struktura ulaznih i izlaznih parametara

Struktura ulaznih parametara je definisana problemom koji se želi istražiti. U ovom slučaju ulazne parametre predstavljaju karakteristike kotrljajnih ležaja, pre svega unutrašnja geometrija staza kotrljanja, unutrašnji radijalni zazor, količina maziva u ležaju i spoljašnje aksijalno opterećenje. Geometrija staze kotrljanja ležaja je poznata (izmerena) za unutrašnji i spoljašnji prsten. Prema izrazima (5.6), (5.7) i (5.8) datim u petom poglavlju izračunate su ekvivalentne vrednosti parametara unutrašnje geometrije kotrljajnih ležaja. Formirani su modeli veštačkih neuronskih mreža za slučaje kada su parametri unutrašnje geometrije posmatrani posebno, ali i za slučaje sa ekvivalentnim vrednostima parametara unutrašnje geometrije, tabela 7.1.

Izlazni parametri modela zavise od eksperimentalnog ispitivanja i obrade rezultata. U ovom radu eksperimentalnim ispitivanjem merene su brzine vibracija kotrljajnih ležaja. Obradom izmerenih signala dobijene su srednje kvadratne (*RMS*) vrednosti amplitude brzine vibracija u karakterističnim područjima frekvencija. Za analizirani ležaj karakteristična su područja:

- niskih frekvencija (50 – 300 Hz);
- srednjih frekvencija (300 – 1800 Hz);
- visokih frekvencija (1800 – 10000 Hz).



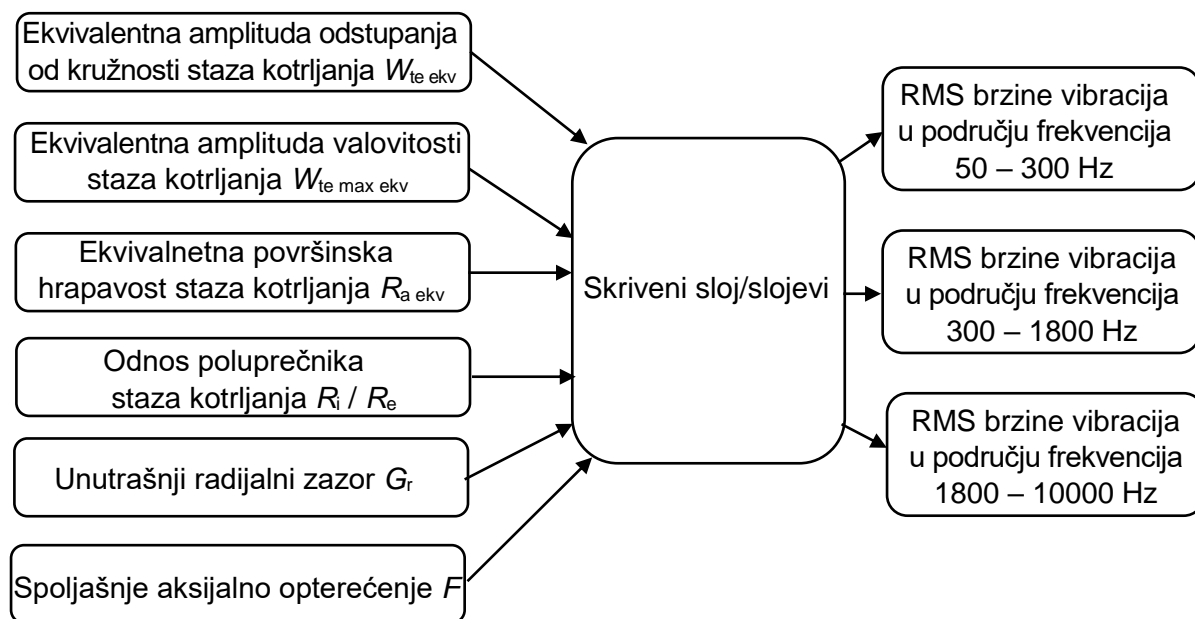
Slika 7.1. Struktura ulaznih i izlaznih parametara veštačke neuronske mreže, tehnološki parametri posebno za oba prstena, bez uticaja EHL-a (podmazivanja)

Prema navedenom, izlazni parametri modela veštačkih neuronskih mreža su *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija u karakterističnim područjima frekvencija. Slika 7.1 prikazuje strukturu ulaznih i izlaznih parametara analiziranih veštačkih neuronskih mreža kod kojih su ulazni tehnološki parametri posmatrani posebno.

Na slici 7.2 prikazana je struktura veštačkih neuronskih mreža kod kojih su tehnološki parametri analizirani preko ekvivalentne vrednosti. Uvođenje ekvivalentne vrednosti tehnoloških parametara geometrije prstena omogućuje svođenje na jednu vrednost parametra koji se analizira. Uparivanje spoljašnjeg i unutrašnjeg prstena se izvodi na takav način da se pre svega obezbedi potreban unutrašnji zazor. Zbog toga su za oba prstena značajne karakteristike prečnici po kojima se kotrlja kotrljajno telo, dok se ostali parametri posebno, kao što je površinska hrapavost, valovitost i odstupanje od kružnosti, ovde ne uzimaju u obzir. Iz tog razloga se može dogoditi da su upareni prsteni sa velikom razlikom posmatranog parametra, npr. minimalna površinska hrapavost staze kotrljanja spoljašnjeg prstena i maksimalna površinska hrapavost staze kotrljanja unutrašnjeg prstena. U ovom slučaju teško je odrediti uticaj površinske hrapavosti na amplitude brzine vibracija. Iz tog razloga, u ovom radu uvedene su ekvivalentne vrednosti tehnoloških parametara prstena ležaja. Posmatranjem ekvivalentne vrednosti tehnoloških parametara moguće je odrediti njihov zajednički uticaj na amplitude brzine vibracija.

Ulaz u veštačku neuronsku mrežu

Izlaz iz veštačke neuronske mreže



Slika 7.2. Struktura ulaznih i izlaznih parametara veštačke neuronske mreže, ekvivalentni tehnološki parametri, bez uticaja EHL-a (podmazivanja)

Uticaj EHL-a (podmazivanja) je u postojeće modele uveden proširivanjem broja ulaznih parametara. U odnosu na modele prikazane na slikama 7.1 i 7.2 dodat je jedan ulazni parametar koji predstavlja količinu maziva u ležaju.

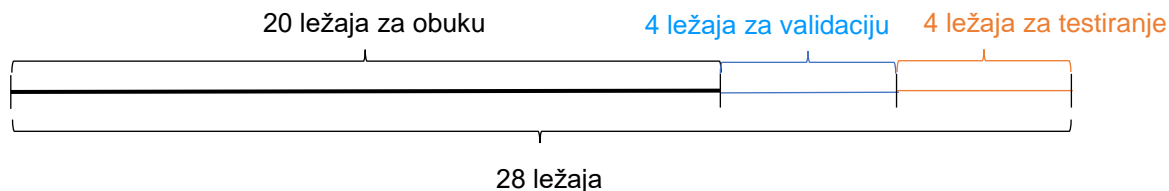
7.2. Pretprocesiranje podataka i definisanje skupova podataka za obuku, validaciju i testiranje

Rezultati eksperimentalnog ispitivanja su pre početka rada sa neuronskim mrežama prošli kroz proces pretprocesiranja, odnosno inicijalne obrade. Pretprocesiranje se svodi na linearno skaliranje ulaznih podataka u intervalu od 0 do 1, prema izrazu (6.9). Prema [124] skaliranje ulaznih parametara poboljšava uslove obučavanja mreža u smislu postizanja optimalnog skupa težinskih koeficijenata u mreži. Linearno skaliranje izlaznih parametara može uspostaviti balans između izlaza čiji su intenziteti vrlo različiti. Linearno skaliranje izlaznih parametara je izvršeno u intervalu od 0,5 do 0,8 [124]. Ovako skalirani podaci se dalje dele na skupove i koriste za obučavanje veštačkih neuronskih mreža.

Prilikom formiranja neuronske mreže, jedan od koraka zahteva izbor načina raspodele podataka na skupove. Podatke je potrebno podeliti na skup za obuku (*training set*), skup za validaciju (*validation set*) i skup za testiranje tokom obuke (*test set*). U opštem slučaju, najčešći odnos raspodele podataka je 70% za skup za obuku, 15% za skup za validaciju i 15% za skup za testiranje, slika 7.3. Ovi odnosi se mogu menjati u cilju dobijanja kvalitetnijeg modela. U ovom radu u svrhu analize dinamičkog ponašanja ležaja bez podmazivanja formirani su skupovi prema broju ležaja u određenom skupu. Ukupan broj ležaja je 30, pri čemu su 2 izdvojena za testiranje nakon obuke i ocenu performansi mreže. Preostalih 28 ležaja se deli na 20 za obuku, 4 za validaciju i 4 za testiranje, slika 7.4.



Slika 7.3. Opšta raspodela podataka na skupove za obuku, validaciju i testiranje



Slika. 7.4. Raspodela podataka na skupove za obuku, validaciju i testiranje prema ležajima

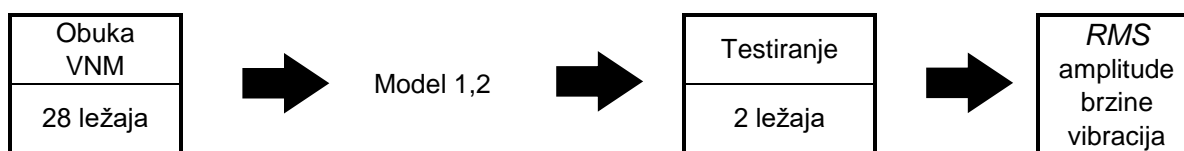
Podela podataka na skupove za obuku, validaciju i testiranje se često izvodi na slučajan način (*random*), pri čemu mreža tokom obuke proizvoljno bira obučavajuće parove za obuku, validaciju i testiranje. Ovaj način je inicijalno primenjen pri formiranju neuronskih modela koji ne uzimaju u obzir podmazivanje i nije omogućio dovoljno dobre rezultate. Izborom podataka na slučajan način parametri unutrašnje geometrije većine ležaja budu dodeljeni svakom skupu (obuka, validacija, test) i mreža veoma brzo određuje skup odgovarajućih težinskih koeficijenata i završava obuku. Ovo dovodi do tzv. podtreniranosti mreže, odnosno, obuka je završena suviše rano. Iz tog razloga u ovom radu primenjena je raspodela podataka kod koje je moguće proizvoljno definisati skupove za obuku, validaciju i testiranje. Ukupan raspoloživ broj obučavajućih parova je 810. Neuronska mreža sprovodi obuku sa srednjim vrednostima merenja, pa je prema tome ukupan broj obučavajućih parova 270. Usvojeno je da se obuka izvodi sa prvih 180 obučavajućih parova (20 ležaja), sledećih 36 obučavajućih parova (4 ležaja) je namenjeno za validaciju, preostalih 36 (4 ležaja) je namenjeno za testiranje tokom obuke u slučaju bez uticaja podmazivanja. Skup za testiranje nakon obuke sadrži 18 obučavajućih parova (2 ležaja). Ova raspodela je prisutna bez obzira na to koja 2 ležaja su izdvojena za testiranje.

U slučaju modela koji uzima u obzir podmazivanje, raspolaže se podacima za merenja sa 0,7 g, 1,4 g, 2,1 g i 2,8 g masti u ležaju. Merenje je izvršeno za 9 aksijalnih sila i pri tome svako merenje je ponovljeno 3 puta. Raspoloživi broj rezultata je 3240, veštačka neuronska mreža se obučava sa srednjom vrednosti merenja, pa je prema tome broj obučavajućih parova koji se koriste za obuku mreže 1080. Od ukupnog broja raspoloživih podataka 10% je izdvojeno za testiranje. Primenjena je slučajna raspodela podataka na skupove za obuku, validaciju i testiranje u odnosu 70:15:15, prema slici 7.3. Skup za testiranje i ocenu performansi mreže sadrži 108 obučavajućih parova.

7.3. Postupak obuke skupa veštačkih neuronskih mreža za modele bez uticaja podmazivanja

Obučavanje skupova veštačkih neuronskih mreža je u ovom delu rada primenjeno je za formiranje neuronskih modela koji ne uzimaju u obzir podmazivanje. Prema uputstvu za rad u softverskom paketu *Matlab*, jedan od načina za poboljšanje performansi neuronskih mreža je obuka skupa neuronskih mreža na istim podacima. Ovo je preporučeni način poboljšanja generalizacije veštačkih neuronskih mreža kada je prisutan šum i kada se raspolaže malom količinom podataka. Ovako obučeni skup mreža se testira na istom uzorku i srednja vrednost

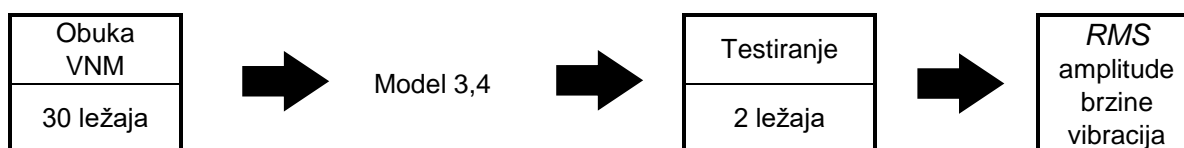
rezultata svih mreža se smatra konačnim rezultatom. U svrhu poboljšanja performansi modela neuronskih mreža u okviru ovog rada napisan je poseban kôd za generisanje skupa veštačkih neuronskih mreža. Kôd se izvršava u softverskom paketu *Matlab* i generiše skup neuronskih mreža tako što od 28 ležaja raspoloživih za testiranje nakon obuke izdvoji podatke za jedan i bez njega sprovede obuku sa preostalih 27. Postupak se ponavlja do prolaska jednog ciklusa gde je svih 28 ležaja bilo izdvojeno, a rezultat je 28 neuronskih mreža. Na ovaj način je dobijen skup od 28 mreža koje zajedno čine jedan ciklus obuke. Broj ponavljanja ciklusa se slobodno zadaje. U ovom radu usvojeni broj ponavljanja je 10. Više od 10 ciklusa zahteva više vremena za obuku mreža, posebno višeslojnih sa 20 i više neurona u svakom sloju. Prema navedenom, jedan skup čini 28 mreža koje se testiraju na dva prethodno izvojena ležaja. Rezultat koji se usvaja je srednja vrednost predviđene amplitude brzine vibracija u sva tri područja za svih 28 mreža. Za svih 10 skupova izračunava se prosečna vrednost greške predviđanja za sva tri područja posebno i kumulativna vrednost *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije i koeficijenta determinacije. Na osnovu izračunatih parametara vrši se ocena skupova i usvaja se skup sa najmanjom greškom i najvećim vrednostima *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije i koeficijenta determinacije. Slika 7.5 daje pregled načina formiranja modela na osnovu kojih pravi predikciju *RMS* brzine vibracija, za modele bez uticaja podmazivanja. Modeli 1 i 2 predstavljaju najbolje ocenjenje modele neuronske mreže za slučaj bez podmazivanja i biće usvojeni na kraju ovog poglavalja.



Slika 7.5. Pregled načina formiranja modela bez uticaja podmazivanja

7.4. Postupak obuke veštačkih neuronskih mreža za modele kod kojih se uzima u obzir uticaj podmazivanja

Prethodno opisan postupak obučavanja primenjen je pri formiranju neuronskih modela koji uzimaju u obzir i podmazivanje. Uticaj podmazivanja na dinamičko ponašanje ležaja je značajan i dobijeni modeli veštačkih neuronskih mreža imaju ograničenu sposobnost savladavanja ovog problema. Modeli kod kojih se obučavaju skupovi neuronskih mreža, a testiranje se izvodi na ležajima čija geometrija nije poznata, nisu dali rezultate zadovoljavajuće tačnosti. Iz tog razloga promenjen je pristup obučavanju veštačkih neuronskih mreža. Obuka se sprovodi na jednoj mreži, a ulazni parametri koji opisuju geometriju ležaja su poznati mreži. Prema tome, ulazni parametri koji su promenljivi su aksijalno opterećenje i količina maziva u ležaju. Rezultati pokazuju da modeli koncipirani na ovaj način imaju mogućnost predikcije dinamičkog ponašanja ležaja sa zadovoljavajućom tačnošću. Slika 7.6 daje pregled načina formiranja modela na osnovu kojih pravi predikciju *RMS* brzine vibracija, za modele sa uticajem podmazivanja. Modeli 3 i 4 predstavljaju najbolje ocenjenje modele neuronske mreže za slučaj sa uticajem podmazivanja i biće usvojeni na kraju ovog poglavalja.



Slika 7.6. Pregled načina formiranja modela za modele sa uticajem podmazivanja

7.5. Arhitektura veštačkih neuronskih mreža

U prethodnom poglavlju je navedeno da u literaturi nema preporuke za izbor arhitekture veštačke neuronske mreže za konkretan problem. Poznato je da stepen nelinearnosti problema određuje složenost arhitekture, odnosno problem sa velikim stepenom nelinearnosti zahteva složene arhitekture sa većim brojem neurona u skrivenim slojevima čime se povećava broj težinskih koeficijenata koji se mogu podešavati. U ovom slučaju rešavanju problema se pristupa primenom metode pokušaja i pogrešaka. Kreće se od najjednostavnije arhitekture i nakon obuke ocenjuje se njen kvalitet primenom na podatke koji nisu bili uključeni u proces obuke.

Testirane arhitekture neuronskih mreža u ovom radu su sledeće:

- jedan skriveni sloj (broj neurona u sloju od 1 do 30 sa korakom od jednog neurona);
- dva skrivena sloja (broj neurona u svakom sloju je isti i menja se od 1 do 30 sa korakom od jednog neurona);
- tri skrivena sloja (broj neurona u svakom sloju je isti i menja se od 1 do 30 sa korakom od jednog neurona).

7.5.1. Veštačke neuronske mreže sa jednim skrivenim slojem, bez uticaja podmazivanja

Ovde su prikazane ocene predviđanja veštačkih neuronskih mreža sa jednim skrivenim slojem. Mreže su obučene za različite ulazne parametre (tehnološki parametri posebno za svaki prsten i sa ekvivalentnim tehnološkim parametrima) i različite algoritme obuke (*LM* i *SCG*).

Tabela 7.2. Zavisnost kumulativne vrednosti *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije, koeficijenta determinacije i prosečne greške predviđanja od broja neurona, gde su tehnološki parametri analizirani posebno za *LM* i *SCG* algoritam obuke, za mreže sa jednim skrivenim slojem

Broj neurona u skrivenom sloju	Algoritam obuke					
	<i>Levenberg – Marquardt</i>			<i>Scaled Conjugate Gradient</i>		
	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, <i>R</i>	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, <i>R</i> ²	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, <i>R</i>	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, <i>R</i> ²	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %
1	2,4358	2,0259	14,8	2,6166	2,2976	15,2
2	2,5134	2,1325	13,8	2,7210	2,4829	14,3
3	2,5924	2,2619	13,0	2,7328	2,4978	11,3
4	2,6720	2,3901	12,0	2,7164	2,4683	11,6
5	2,7054	2,4495	11,3	2,7043	2,4469	10,8
6	2,7251	2,4807	12,2	2,7433	2,5160	10,4
7	2,7072	2,4529	11,4	2,7641	2,5505	10,4
8	2,7030	2,4399	11,5	2,7551	2,5379	10,0
9	2,7779	2,5744	11,9	2,7429	2,5133	9,7
10	2,7596	2,5415	11,1	2,7425	2,5205	10,2
11	2,7395	2,5059	11,0	2,7673	2,5579	8,1
12	2,7220	2,4819	12,0	2,7454	2,5169	9,7
13	2,7220	2,4819	12,0	2,7637	2,5559	9,6
14	2,7435	2,5134	12,1	2,7768	2,5721	9,7
15	2,7369	2,5010	11,6	2,7555	2,5372	10,5
16	2,7227	2,4814	12,2	2,7704	2,5626	10,3
17	2,7462	2,5170	11,8	2,7358	2,4979	9,2
18	2,7466	2,5207	12,1	2,7250	2,4809	10,4
19	2,7943	2,6045	11,6	2,8141	2,6414	9,7
20	2,7557	2,5378	12,6	2,7710	2,5614	10,6
21	2,7567	2,5417	11,7	2,7576	2,5400	9,9
22	2,7986	2,6113	10,4	2,7691	2,5601	10,1
23	2,7652	2,5503	12,9	2,7741	2,5693	10,2
24	2,7486	2,5222	12,2	2,8460	2,7012	9,8
25	2,7669	2,5567	13,2	2,7545	2,5362	10,1
26	2,7606	2,5430	12,8	2,7726	2,5650	10,2
27	2,7318	2,4945	12,4	2,8282	2,6688	11,0
30	2,7757	2,5717	12,9	2,7550	2,5352	10,1
Srednja vrednost	2,7188	2,4745	12,1506	2,754	2,535	10,472

Prema tabeli 7.2 se vidi da je najveća kumulativna vrednost *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije i koeficijenta determinacije od $R = 2,7986$ i $R^2 = 2,61$ zabeležena pri 22 neurona u jednom sloju, za *LM* algoritam obuke. Takođe, zabeležena je i minimalna prosečna greška predviđanja. *SCG* daje bolje rezultate pri 27 neurona u jednom sloju, kada su $R = 2,8282$ i $R^2 = 2,6688$, ali prosečna greška predviđanja nije minimalna.

Tabela 7.3. Zavisnost kumulativne vrednosti *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije, koeficijenta determinacije i prosečne greške predviđanja, od broja neurona, gde su tehnološki parametri analizirani kao ekvivalentni za *LM* i *SCG* algoritam obuke, za mreže sa jednim skrivenim slojem

Broj neurona u skrivenom sloju	Algoritam obuke					
	<i>Levenberg – Marquardt</i>			<i>Scaled Conjugate Gradient</i>		
	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, R	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, R^2	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, R	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, R^2	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %
1	2,5290	2,1563	12,3	2,5379	2,1709	12,4
2	2,5260	2,1553	12,5	2,6177	2,3036	13,6
3	2,6538	2,3624	12,1	2,6365	2,3282	11,7
4	2,7348	2,5013	11,5	2,6538	2,3577	11,5
5	2,7343	2,5004	11,4	2,6904	2,4247	11,3
6	2,7569	2,5406	11,3	2,7153	2,4674	11,3
7	2,7317	2,4994	11,8	2,6626	2,3754	11,9
8	2,7670	2,5587	11,5	2,6665	2,3826	11,7
9	2,7810	2,5829	11,6	2,7387	2,5070	11,0
10	2,7703	2,5616	11,7	2,7198	2,4757	11,0
11	2,8203	2,6543	11,4	2,7113	2,4593	11,4
12	2,7835	2,5864	11,4	2,7117	2,4610	10,8
13	2,7866	2,5933	11,1	2,7496	2,5277	11,4
14	2,7234	2,4822	11,7	2,7810	2,5829	10,4
15	2,8169	2,6484	11,2	2,7219	2,4770	10,6
16	2,7979	2,6145	11,0	2,6686	2,3918	11,2
17	2,7331	2,4979	11,3	2,7352	2,5009	10,2
18	2,7512	2,5302	11,0	2,7360	2,5018	11,6
19	2,7824	2,5862	11,2	2,7895	2,5985	10,2
20	2,7380	2,5061	11,0	2,6864	2,4240	11,3
21	2,7907	2,5994	11,2	2,7090	2,4561	10,8
22	2,8005	2,6181	11,6	2,7482	2,5225	11,3
23	2,8204	2,6544	11,3	2,7348	2,5046	10,3
24	2,7310	2,4961	11,3	2,7721	2,5655	12,0
25	2,7677	2,5626	10,6	2,6977	2,4371	10,7
26	2,7677	2,5592	10,4	2,6738	2,4084	10,8
27	2,8172	2,6484	11,8	2,7499	2,5282	9,6
30	2,7522	2,5343	10,1	2,6387	2,3355	11,6
Srednja vrednost	2,7488	2,5282	11,3741	2,7019	2,4456	11,2017

Minimalna prosečna greška predviđanja od 8,1% je zabeležena u slučaju 11 neurona, pri čemu su vrednosti koeficijenta neznatno manje od maksimalnih. Vrednosti koeficijenta rastu sa povećanjem broja neurona u skrivenom sloju bez obzira koji algoritam obuke je primenjen.

Kada je broj neurona u skrivenom sloju veći od 5, vrednosti koeficijenata ostaju približno konstantne, odnosno osciluju između vrednosti 2,7 i 2,8 ako se posmatra *Pearson*-ov koeficijent korelacije. Kada se u skrivenom sloju nalazi 5 neurona zabeležene su sledeće vrednosti $R = 2,7$ i $R^2 = 2,45$ za oba algoritma obuke. Prema preporuci iz literature za broj neurona u skrivenom sloju u ovom slučaju je $n = \sqrt{x \cdot y} = \sqrt{9 \cdot 3} = 5,2$. Ovde je pokazano da ako je broj neurona u skrivenom sloju 5 ili više, neuronska mreža ima približno konstantne performanse predviđanja. U pojedinim slučajima kod većeg broja neurona, performanse mreže se poboljšavaju. Ako se uporede srednje vrednosti prosečne greške predviđanja za sve analizirane arhitekture, može se zaključiti da SCG algoritam obuke obezbeđuje približno 1,7% tačnije predviđanje.

Tabela 7.3 daje uporedni prikaz kumulativne vrednosti *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije, koeficijenta determinacije i prosečne greške predviđanja u zavisnosti od broja neurona u skrivenom sloju za *LM* i *SCG* algoritam obuke, kada se tehnološki parametri posmatraju kao ekvivalentni. Uvođenjem ekvivalentnih parametara koji opisuju zajednički uticaj spoljašnjeg i unutrašnjeg prstena, broj ulaznih parametara je smanjen na 6. U ovom slučaju preporučeni broj neurona u skrivenom sloju se može izračunati kao $n = \sqrt{x \cdot y} = \sqrt{6 \cdot 3} = 4,24$. Prema tome u slučaju ekvivalentnih tehnoloških parametara preporučeni minimalni broj neurona u skrivenom sloju se može usvojiti kao 4.

Najmanja vrednost koeficijenata je zabeležena u slučaju najjednostavnije arhitekture, odnosno jednog neurona. Sa povećanjem broja neurona dolazi do povećanja vrednosti koeficijenata i povećanja tačnosti predviđanja modela za oba algoritma obuke. Maksimalne vrednosti koeficijenata su zabeležene u slučaju kada se u skrivenom sloju nalazi 23 neurona za *LM* algoritam obuke, a zabeležene su sledeće vrednosti $R = 2,8204$ i $R^2 = 2,65$. U slučaju *SCG* algoritma obuke maksimalne vrednosti koeficijenata su zabeležene za 24 neurona ($R = 2,77$ i $R^2 = 2,57$). Kada su u sloju preporučena 4 neurona zabeležene su vrednosti $R = 2,73$ i $R^2 = 2,5$ za *LM* algoritam obuke i $R = 2,65$ i $R^2 = 2,36$ u slučaju *SCG* algoritma obuke. Prosečna greška predviđanja za oba algoritma je između 11,2 i 11,4%. Minimalna prosečna greška predviđanja (10,1%) je dobijena za *LM* algoritam obuke pri najsloženijoj arhitekturi, odnosno 30 neurona. Primena *SCG* algoritma obuke daje minimalnu grešku predviđanja pri 27 neurona i ona iznosi 9,6%. Na osnovu izloženih rezultata može se zaključiti da znatno složenije arhitekture daju neznatno bolje rezultate.

Na osnovu izloženih rezultata može se zaključiti da modeli koji imaju 5 ili više neurona u skrivenom sloju obezbeđuju zadovoljavajuću tačnost, bez obzira koji algoritam obuke je primenjen. Prema tome, model kod koga su tehnološki parametri analizirani posebno usvojen je sa minimalnom prosečnom greškom predviđanja, a to je 11 neurona u skrivenom sloju i *SCG* algoritam obuke.

Za model kod koga su tehnološki parametri analizirani kao ekvivalentni usvojen je model sa minimalnom prosečnom greškom predviđanja koji ima 27 neurona u skrivenom sloju i *SCG* algoritam obuke.

7.5.2. Veštačke neuronske mreže sa dva skrivena sloja, bez uticaja podmazivanja

U ovom delu prikazani su rezultati za modele veštačkih neuronskih mreža koje imaju dva skrivena sloja. Analiza je sprovedena na mrežama kod kojih je broj neurona u skrivenim slojevima jednak i menja se od 1 do 30. Takođe je analiza sprovedena za ulazne parametre,

u vidu posebnih i ekvivalentnih tehnoloških parametara staze kotrljanja. Obuka je sprovedena i za *LM* algoritam obuke i *SCG* algoritam obuke.

U tabeli 7.4 se nalaze rezultati ocene modela veštačkih neuronskih mreža sa dva skrivena sloja.

Tabela 7.4. Zavisnost kumulativne vrednosti *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije, koeficijenta determinacije i prosečne greške predviđanja od broja neurona, gde su tehnološki parametri analizirani posebno za *LM* i *SCG* algoritam obuke, za mreže sa dva skrivena sloja

Broj neurona u skrivenom sloju	Algoritam obuke					
	<i>Levenberg – Marquardt</i>			<i>Scaled Conjugate Gradient</i>		
	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, <i>R</i>	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, R^2	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, <i>R</i>	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, R^2	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %
1	2,4728	2,0803	15,8	2,6474	2,3485	15,5
2	2,4982	2,1343	14,9	2,6928	2,4316	17,9
3	2,6127	2,2937	13,5	2,7138	2,4624	15,7
4	2,6896	2,4176	13,1	2,7510	2,5277	13,5
5	2,6864	2,4108	10,0	2,7248	2,4814	12,6
6	2,7712	2,5615	11,7	2,7720	2,5651	12,2
7	2,7401	2,5133	11,8	2,7475	2,5228	12,1
8	2,7603	2,5413	12,3	2,8029	2,6241	10,3
9	2,7734	2,5683	11,4	2,7804	2,5816	11,3
10	2,7481	2,5214	11,1	2,8422	2,6964	11,1
11	2,7741	2,5726	11,6	2,7770	2,5743	11,2
12	2,7718	2,5641	11,0	2,7547	2,5370	10,6
13	2,7753	2,5723	11,1	2,7532	2,5339	10,2
14	2,7553	2,5360	12,6	2,7924	2,6014	10,8
15	2,7630	2,5503	11,1	2,7842	2,5904	10,3
16	2,7596	2,5448	11,2	2,7935	2,6065	9,5
17	2,7712	2,5614	11,5	2,7830	2,5863	9,3
18	2,7920	2,5996	11,7	2,8335	2,6795	9,4
19	2,7504	2,5293	10,8	2,7929	2,6039	10,1
20	2,7416	2,5183	11,4	2,7780	2,5765	10,5
21	2,7215	2,4774	12,9	2,6275	2,3147	12,2
22	2,7621	2,5479	12,0	2,8301	2,6714	9,3
23	2,7629	2,5487	11,8	2,7620	2,5500	10,5
24	2,7937	2,6044	11,1	2,7643	2,5505	10,4
25	2,7584	2,5399	12,2	2,7829	2,5854	9,5
26	2,7404	2,5065	12,4	2,7804	2,5806	11,1
27	2,7294	2,5014	12,2	2,8029	2,6231	10,5
30	2,7894	2,5971	11,8	2,8090	2,6325	9,7
Srednja vrednost	2,731	2,497	11,997	2,767	2,559	11,343

Najmanja prosečna greška predviđanja ostvarena je pri 5 neurona u oba sloja i *LM* algoritmom obuke i ona iznosi 10%. Minimalna greška predviđanja za *SCG* algoritam obuke iznosi 9,3% i zabeležena je za 17 i 23 neurona u svakom sloju. Modeli sa najjednostavnijom arhitekturom ostvaruju najlošije performanse predviđanja. Performanse modela rastu sa povećanjem broja

neurona (do 5) u oba skrivena sloja. Povećanje broja neurona iznad 5 dovodi do oscilacija *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije između 2,7 i 2,8, odnosno tačnost modela nije značajno povećana sa povećanjem složenosti arhitekture.

Tabela 7.5. Zavisnost kumulativne vrednosti *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije, koeficijenta determinacije i prosečne greške predviđanja, od broja neurona, gde su tehnološki parametri analizirani kao ekvivalentni za *LM* i *SCG* algoritam obuke, za mreže sa dva skrivena sloja

Broj neurona u skrivenom sloju	Algoritam obuke					
	<i>Levenberg – Marquardt</i>			<i>Scaled Conjugate Gradient</i>		
	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, R	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, R^2	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, R	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, R^2	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %
1	2,5142	2,1364	12,2	2,6150	2,2943	12,3
2	2,5845	2,2623	12,4	2,5575	2,2004	13,2
3	2,6593	2,3745	12,1	2,5907	2,2568	12,6
4	2,7466	2,5207	11,5	2,6627	2,3739	12,1
5	2,8194	2,6525	10,7	2,7039	2,4429	12,2
6	2,7913	2,6014	11,6	2,6950	2,4304	11,8
7	2,7887	2,5969	11,4	2,7376	2,5012	11,7
8	2,8021	2,6239	11,2	2,7116	2,4584	11,6
9	2,7754	2,5740	10,9	2,7853	2,5912	12,3
10	2,7787	2,5789	11,6	2,7148	2,4620	11,2
11	2,7982	2,6140	10,9	2,7622	2,5495	11,3
12	2,8018	2,6211	10,3	2,7307	2,4926	11,7
13	2,7813	2,5839	11,6	2,7568	2,5397	11,5
14	2,8152	2,6466	11,2	2,7353	2,5017	11,3
15	2,7890	2,5977	11,7	2,7722	2,5669	10,7
16	2,7861	2,5952	10,3	2,7385	2,5066	11,0
17	2,8430	2,6970	10,6	2,8006	2,6195	10,6
18	2,7883	2,5970	11,2	2,7859	2,5929	11,0
19	2,8021	2,6210	9,2	2,7834	2,5876	10,4
20	2,7791	2,5800	11,1	2,7325	2,4950	11,4
21	2,8098	2,6344	10,9	2,7811	2,5808	10,5
22	2,7698	2,5632	11,2	2,7499	2,5270	10,5
23	2,7845	2,5909	10,4	2,8078	2,6321	10,2
24	2,7745	2,5710	11,4	2,8408	2,6920	10,5
25	2,7508	2,5345	10,2	2,7297	2,4941	10,9
26	2,7879	2,5939	10,2	2,6790	2,4173	11,3
27	2,7491	2,5269	10,2	2,7557	2,5371	11,3
30	2,7960	2,6098	11,4	2,7004	2,4374	12,2
Srednja vrednost	2,7667	2,5607	11,0695	2,7292	2,4922	11,3970

U tabeli 7.5 se nalaze ocene neuronskih modela sa dva skrivena sloja kod kojih su tehnološki parametri posmatrani kao ekvivalentni. Arhitekture najmanje složenosti nezavisno od algoritma za obuku daju najniže performanse modela. Porast složenosti arhitekture dovodi do poboljšanja performansi. Najniža prosečna greška predviđanja (9,2%) u slučaju *LM* algoritma za obuku ostvarena je kada mreža ima 19 neurona u svakom skrivenom sloju, a u slučaju *SCG* algoritma za

obuku pri 23 neurona u svakom sloju (10,2%). Kada mreža ima 5 neurona u svakom skrivenom sloju tada su ostvarene prosečne greške predviđanja 10,7% za *LM* algoritam za obuku i 12,2% za *SCG* algoritam.

Izloženi rezultati navode na zaključak da u slučaju kada se tehnološki parametri posmatraju posebno arhitektura sa 5 neurona u svakom skrivenom sloju i *LM* algoritmom obuke obezbeđuje najbolje performanse predviđanja. U slučaju kada su tehnološki parametri posmatrani kao ekvivalentni, mreža sa 5 neurona u svakom sloju obezbeđuje prosečnu grešku predviđanja od 10,7%, što je dovoljno da se navedeni model primeni za analizu dinamičkog ponašanja ležaja.

7.5.3. Veštačke neuronske mreže sa tri skrivena sloja, bez uticaja podmazivanja

U ovom delu rada prikazane su ocene modela veštačkih neuronskih mreža sa tri skrivena sloja. Prema tabeli 7.6 minimalna greška predviđanja od 9,6% je zabeležena kada se u svakom skrivenom sloju nalazi po 14 neurona, tehnološki parametri se posmatraju posebno i koristi se *LM* algoritam obuke. U slučaju *SCG* algoritma obuke minimalna greška predviđanja je zabeležena pri 19 neurona u svakom sloju. Kod modela sa *LM* algoritmom obuke, performanse modela arhitekture koje imaju više od 25 neurona u svakom skrivenom sloju značajno opadaju. Modeli koji koriste *SCG* algoritam obuke, kada je broj neurona 5 ili veći, održavaju performanse na prihvatljivom nivou.

Tabela 7.6. Zavisnost kumulativne vrednosti *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije, koeficijenta determinacije i prosečne greške predviđanja od broja neurona, gde su tehnološki parametri analizirani posebno za *LM* i *SCG* algoritam obuke, za mreže sa tri skrivena sloja

Broj neurona u skrivenom sloju	Algoritam obuke					
	<i>Levenberg – Marquardt</i>			<i>Scaled Conjugate Gradient</i>		
	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, <i>R</i>	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, R^2	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, <i>R</i>	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, R^2	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %
1	2,3946	1,9690	15,3	2,6148	2,2935	16,3
2	2,4496	2,0456	15,3	2,7037	2,4466	18,4
3	2,5910	2,2722	14,1	2,7630	2,5515	16,4
4	2,6387	2,3362	13,6	2,7267	2,4910	15,0
5	2,7408	2,5068	12,5	2,7304	2,4890	13,3
6	2,6903	2,4205	12,1	2,7680	2,5566	13,4
7	2,7772	2,5744	11,2	2,8175	2,6491	11,8
8	2,7321	2,4926	11,9	2,7986	2,6151	12,5
9	2,7732	2,5673	11,0	2,7540	2,5346	11,9
10	2,7792	2,5778	11,0	2,8079	2,6291	11,7
11	2,7495	2,5221	10,9	2,7733	2,5694	11,1
12	2,7990	2,6129	10,4	2,7716	2,5649	10,4
13	2,7643	2,5555	11,0	2,7874	2,5949	10,8
14	2,7792	2,5778	9,6	2,7780	2,5760	10,1
15	2,8051	2,6263	11,4	2,8127	2,6414	10,2
16	2,8068	2,6284	10,6	2,7695	2,5641	10,3
17	2,7758	2,5712	10,9	2,8067	2,6289	9,6
18	2,7854	2,5909	10,4	2,8000	2,6156	9,9
19	2,7550	2,5346	11,1	2,8110	2,6386	9,5
20	2,8049	2,6251	10,1	2,8247	2,6613	10,3
21	2,7391	2,5066	11,0	2,8109	2,6377	10,9
22	2,8273	2,6657	10,4	2,8258	2,6638	10,8
23	2,7924	2,6008	12,1	2,7735	2,5671	10,0
24	2,7409	2,5121	11,5	2,8068	2,6307	10,0
25	2,7894	2,5966	10,2	2,7867	2,5921	10,1
26	2,5665	2,2142	14,4	2,7785	2,5780	10,5
27	2,4799	2,0597	12,3	2,8188	2,6519	10,3
30	2,4417	2,0047	13,9	2,8348	2,6815	10,4
Srednja vrednost	2,706	2,456	11,8	2,781	2,583	11,6

Karakteristike ocena veštačkih neuronskih mreža sa tri sloja kod kojih su tehnološki parametri posmatrani kao ekvivalentni prikazane su u tabeli 7.7. Kada broj neurona raste, rastu i performanse modela za oba algoritma obuke. Najmanja prosečna greška predviđanja iznosi 8,9% i važi za model sa 15 neurona u svakom sloju i *LM* algoritam obuke. Kada je primenjen *SCG* algoritam obuke minimalna greška predviđanja je zabeležena za po 18 neurona u skrivenom sloju.

Tabela 7.7. Zavisnost kumulativne vrednosti *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije, koeficijenta determinacije i prosečne greške predviđanja od broja neurona, gde su tehnološki parametri posmatrani kao ekvivalentni za *LM* i *SCG* algoritam obuke, za mreže sa tri skrivena sloja

Broj neurona u skrivenom sloju	Algoritam obuke					
	<i>Levenberg – Marquardt</i>			<i>Scaled Conjugate Gradient</i>		
	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, <i>R</i>	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, R^2	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, <i>R</i>	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, R^2	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %
1	2,5214	2,1443	12,3	2,5415	2,1726	12,5
2	2,5848	2,2605	12,3	2,5793	2,2445	14,4
3	2,6323	2,3340	12,1	2,5862	2,2439	14,9
4	2,7374	2,5084	11,9	2,6324	2,3238	13,9
5	2,7355	2,5052	11,0	2,6735	2,3912	12,6
6	2,7638	2,5517	11,4	2,6470	2,3479	12,6
7	2,7730	2,5723	11,3	2,6926	2,4242	12,6
8	2,8335	2,6792	11,1	2,7039	2,4480	11,2
9	2,7829	2,5864	11,2	2,7480	2,5221	11,0
10	2,7739	2,5721	11,4	2,7402	2,5080	11,8
11	2,7758	2,5743	10,5	2,7652	2,5541	11,5
12	2,7849	2,5893	11,2	2,7593	2,5440	11,2
13	2,7938	2,6068	9,8	2,7168	2,4707	12,1
14	2,7588	2,5449	10,2	2,7237	2,4796	11,7
15	2,8176	2,6494	8,9	2,7792	2,5806	11,8
16	2,7946	2,6072	11,3	2,7746	2,5699	10,7
17	2,7065	2,4605	11,6	2,7695	2,5631	11,9
18	2,7853	2,5922	11,8	2,7815	2,5856	9,9
19	2,7968	2,6107	10,3	2,7766	2,5746	11,0
20	2,7993	2,6157	11,2	2,8292	2,6702	11,5
21	2,8123	2,6403	12,1	2,7600	2,5446	10,9
22	2,7588	2,5449	10,2	2,7991	2,6159	11,2
23	2,7954	2,6090	11,7	2,8084	2,6316	10,8
24	2,8083	2,6334	10,1	2,7946	2,6074	11,2
25	2,8107	2,6361	10,7	2,7497	2,5249	11,2
26	2,7846	2,5902	12,0	2,7516	2,5322	11,3
27	2,7893	2,5989	11,6	2,7799	2,5806	10,7
30	2,7402	2,5122	11,6	2,7936	2,6046	11,1
Srednja vrednost	2,759	2,548	11,2	2,7306	2,4950	11,8

Na osnovu izloženih rezultata usvaja se model sa 19 neurona u svakom skrivenom sloju kada se tehnološki parametri posmatraju posebno za SCG algoritam obuke. Arhitektura sa 15 neurona u svakom skrivenom sloju i tehnološkim parametrima koji se posmatraju kao ekvivalentni i LM algoritmom za obuku se usvaja za analizu dinamičkog ponašanja ležaja.

7.5.4. Veštačke neuronske mreže sa jednim skrivenim slojem sa uticajem podmazivanja

U tabeli 7.8 prikazani su rezultati ocene predviđanja modela neuronskih mreža koji uzimaju u obzir podmazivanje u zavisnosti od algoritma za obuku i broja neurona u skrivenom sloju. Rezultati ukazuju na to da povećanje složenosti modela izaziva poboljšanje kvaliteta predviđanja.

Tabela 7.8. Zavisnost kumulativne vrednosti *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije, koeficijenta determinacije i prosečne greške predviđanja od broja neurona, gde su tehnološki parametri analizirani posebno za *LM* i *BR* algoritam obuke, za mreže sa jednim skrivenim slojem

Broj neurona u skrivenom sloju	Algoritam obuke					
	<i>Levenberg – Marquardt</i>			<i>Bayesian Regularization</i>		
	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, <i>R</i>	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, R^2	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, <i>R</i>	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, R^2	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %
1	1,7354	1,0658	20,4	1,7353	1,0649	20,5
2	2,2718	1,7314	18,2	2,2764	1,7392	17,9
3	2,4316	1,9719	16,0	2,3851	1,8990	17,2
4	2,4297	1,9739	16,2	2,4056	1,9306	16,5
5	2,4397	1,9860	16,1	2,5251	2,1267	15,2
6	2,5651	2,1950	14,1	2,5426	2,1593	14,0
7	2,5989	2,2515	14,8	2,5924	2,2406	14,5
8	2,6411	2,3256	12,7	2,6498	2,3405	12,9
9	2,6688	2,3745	12,7	2,6786	2,3921	12,6
10	2,6080	2,2675	14,0	2,6602	2,3593	12,3
11	2,6821	2,3982	11,4	2,6734	2,3838	11,7
12	2,7015	2,4333	11,5	2,7293	2,4836	10,6
13	2,6695	2,3756	12,0	2,7122	2,4540	10,6
14	2,7110	2,4513	11,7	2,7578	2,5359	9,7
15	2,7086	2,4464	11,1	2,7824	2,5821	9,7
16	2,7710	2,5598	9,9	2,7719	2,5615	9,6
17	2,8097	2,6324	9,6	2,7380	2,4992	10,6
18	2,7330	2,4901	10,5	2,8167	2,6459	8,8
19	2,7649	2,5484	9,9	2,8185	2,6495	8,3
20	2,8113	2,6351	9,2	2,8160	2,6443	8,8
21	2,7767	2,5705	9,6	2,8140	2,6402	9,2
22	2,8275	2,6660	8,4	2,8536	2,7152	7,7
23	2,7975	2,6100	9,5	2,8512	2,7106	8,2
24	2,8024	2,6181	9,5	2,9038	2,8113	6,5
25	2,7778	2,5765	8,4	2,8832	2,7716	6,9
26	2,8810	2,7677	7,2	2,8691	2,7444	7,4
27	2,8326	2,6767	7,8	2,8843	2,7737	7,2
30	2,8793	2,7641	7,1	2,8749	2,7561	7,1
Srednja vrednost	2,6546	2,3701	11,8	2,679	2,415	11,1

Arhitekture sa jednim neuronom u skrivenom sloju imaju najniže ocene kvaliteta predviđanja nezavisno od algoritma za obuku. Povećanje broja neurona u skrivenom sloju do 10 ima za rezultat značajnije smanjenje prosečne greške predviđanja. Primetno je da *BR* algoritam za obuku ranije ostvaruje bolje performanse. Minimalnu grešku predviđanja do 6,5% i maksimalne koeficijente *R* i *R*² ostvaruje model sa 24 neurona i *BR* algoritmom za obuku. U slučaju primene *LM* algoritma za obuku minimalna greška je ostvarena pri najvećem broju neurona.

U tabeli 7.9 dat je pregled ocena modela veštačkih neuronskih mreža za slučaj kada se tehnološki parametri analiziraju kao ekvivalentni. Prikazani su rezultati za *LM* i *BR* algoritam obuke u zavisnosti od broja neurona u skrivenom sloju.

Tabela 7.9. Zavisnost kumulativne vrednosti *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije, koeficijenta determinacije i prosečne greške predviđanja od broja neurona, gde su tehnološki parametri analizirani kao ekvivalentni za *LM* i *BR* algoritam obuke, za mreže sa jednim skrivenim slojem

Broj neurona u skrivenom sloju	Algoritam obuke					
	<i>Levenberg – Marquardt</i>			<i>Bayesian Regularization</i>		
	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, <i>R</i>	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, <i>R</i> ²	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, <i>R</i>	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, <i>R</i> ²	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %
1	1,7322	1,0649	20,3	1,7420	1,0744	20,5
2	2,2695	1,7240	17,9	2,2709	1,7253	17,9
3	2,3395	1,8277	17,7	2,3595	1,8563	16,9
4	2,3691	1,8754	17,0	2,3972	1,9215	16,7
5	2,4387	1,9866	15,9	2,4639	2,0242	15,9
6	2,4546	2,0095	16,2	2,4707	2,0358	14,9
7	2,4681	2,0312	15,5	2,5438	2,1574	14,4
8	2,5729	2,2070	14,1	2,5669	2,1967	14,6
9	2,5396	2,1511	15,3	2,6289	2,3040	13,2
10	2,5963	2,2476	14,0	2,6308	2,3071	13,2
11	2,6222	2,2919	13,4	2,6343	2,3134	12,6
12	2,6233	2,2940	13,6	2,6606	2,3599	12,1
13	2,5708	2,2037	14,4	2,6965	2,4249	12,0
14	2,6638	2,3658	12,3	2,7073	2,4436	11,8
15	2,6962	2,4234	11,8	2,7227	2,4712	11,8
16	2,6869	2,4068	12,1	2,7207	2,4681	10,9
17	2,7391	2,5019	10,6	2,7355	2,4944	10,9
18	2,7308	2,4869	10,5	2,7528	2,5266	10,4
19	2,7386	2,5018	10,1	2,7320	2,4886	10,7
20	2,7309	2,4860	11,1	2,7799	2,5766	10,0
21	2,7384	2,5004	10,3	2,7924	2,5994	9,6
22	2,7684	2,5557	9,9	2,7950	2,6048	9,6
23	2,7963	2,6069	8,9	2,7748	2,5683	8,9
24	2,7480	2,5174	10,5	2,8566	2,7207	8,1
25	2,7836	2,5832	9,7	2,8438	2,6964	8,3
26	2,8037	2,6208	9,3	2,8662	2,7388	8,0
27	2,7770	2,5717	10,0	2,8234	2,6590	8,3
30	2,7794	2,5764	9,7	2,8430	2,6952	8,1
Srednja vrednost	2,599	2,272	12,9	2,636	2,338	12,2

Minimalna greška predviđanja je ostvarena u slučaju primene *BR* algoritma za obuku kada je broj neurona u skrivenom sloju 26. U slučaju kada se koristi *LM* algoritam za obuku minimalna greška predviđanja od 8,9% je ostvarena za 23 neurona. Bez obzira na algoritam za obuku, kada je broj neurona veći do 20, prosečna greška predviđanja ima vrednosti koje su manje ili jednake 10%.

7.5.5. Veštačke neuronske mreže sa dva skrivena sloja sa uticajem podmazivanja

Modeli veštačkih neuronskih mreža sa dva skrivena sloja, koji su testirani u okviru ovog rada su prikazani u tabelama 7.10 i 7.11. Kada su tehnološki parametri analizirani posebno, tabela 7.10, zabeležen je trend povećanja tačnosti sa porastom složenosti modela.

Tabela 7.10. Zavisnost kumulativne vrednosti *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije, koeficijenta determinacije i prosečne greške predviđanja od broja neurona, gde su tehnološki parametri analizirani posebno za *LM* i *BR* algoritam obuke, za mreže sa dva skrivena sloja

Broj neurona u skrivenom sloju	Algoritam obuke					
	<i>Levenberg – Marquardt</i>			<i>Bayesian Regularization</i>		
	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, <i>R</i>	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, <i>R</i> ²	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, <i>R</i>	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, <i>R</i> ²	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %
1	1,7221	1,0489	21,0	1,7310	1,0643	20,3
2	2,0276	1,3922	18,5	2,2857	1,7550	17,5
3	2,4246	1,9684	17,0	2,4441	1,9965	16,0
4	2,5137	2,1065	15,3	2,5408	2,1564	15,0
5	2,6217	2,2912	13,7	2,6285	2,3033	12,9
6	2,5013	2,0889	15,4	2,6863	2,4058	12,0
7	2,6644	2,3667	13,1	2,6992	2,4288	11,4
8	2,6888	2,4101	11,5	2,7456	2,5128	10,7
9	2,7065	2,4419	11,5	2,8128	2,6379	9,6
10	2,7000	2,4303	11,8	2,8178	2,6470	9,5
11	2,7936	2,6014	9,4	2,8668	2,7400	7,4
12	2,7228	2,4720	11,3	2,8489	2,7064	8,3
13	2,8429	2,6958	7,9	2,8730	2,7522	7,3
14	2,7753	2,5678	10,2	2,8939	2,7923	6,4
15	2,8505	2,7096	7,8	2,9099	2,8231	6,0
16	2,8240	2,6583	8,7	2,9126	2,8286	5,7
17	2,9041	2,8117	6,7	2,9151	2,8331	5,9
18	2,8135	2,6388	9,1	2,9118	2,8265	5,7
19	2,8927	2,7904	6,7	2,9263	2,8551	5,4
20	2,9001	2,8040	6,3	2,9174	2,8375	5,5
21	2,9104	2,8245	5,8	2,9218	2,8464	5,1
22	2,8927	2,7899	6,8	2,9191	2,8408	5,3
23	2,9085	2,8201	6,0	2,9355	2,8727	4,9
24	2,8873	2,7795	6,7	2,9327	2,8673	4,9
25	2,9134	2,8302	5,3	2,8751	2,7585	5,8
26	2,8826	2,7708	6,5	2,8799	2,7679	5,8
27	2,8826	2,7705	5,3	2,9072	2,8186	5,2
30	2,9185	2,8398	5,4	2,8841	2,7751	5,5
Srednja vrednost	2,717	2,49	10,0	2,772	2,587	8,6

Uvođenje novog sloja dovodi do povećanja tačnosti modela, što je posebno izraženo kada se koristi *BR* algoritam za obuku. Na osnovu rezultata se može videti da prosečna greška predviđanja pada ispod 10% kada je u svakom skrivenom sloju broj neurona veći do 8. Minimalna greška predviđanja od 4,9% za model sa *BR* algoritmom za obuku je ostvarena sa 23 i 24 neurona u svakom sloju. U slučaju primene *LM* algoritma za obuku minimalna prosečna greška predviđanja je ostvarena pri 25 i 27 neurona u svakom skrivenom sloju.

U tabeli 7.11 prikazani su rezultati ocene modela sa dva skrivena sloja kod kojih su tehnološki parametri analizirani kao ekvivalentni.

Tabela 7.11. Zavisnost kumulativne vrednosti *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije, koeficijenta determinacije i prosečne greške predviđanja od broja neurona, gde su tehnološki parametri analizirani kao ekvivalentni za *LM* i *BR* algoritam obuke, za mreže sa dva skrivena sloja

Broj neurona u skrivenom sloju	Algoritam obuke					
	<i>Levenberg – Marquardt</i>			<i>Bayesian Regularization</i>		
	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, R	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, R^2	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, R	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, R^2	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %
1	1,7394	1,0699	20,5	1,7356	1,0665	20,2
2	2,2875	1,7513	18,0	2,2814	1,7414	17,7
3	2,3888	1,9037	16,2	2,3320	1,8149	17,1
4	2,3817	1,8918	16,7	2,5541	2,1749	14,1
5	2,5599	2,1870	13,7	2,5873	2,2314	13,3
6	2,5952	2,2452	13,8	2,6772	2,3893	12,4
7	2,6165	2,2825	13,0	2,6995	2,4293	11,8
8	2,7398	2,5023	10,8	2,7116	2,4510	11,9
9	2,7402	2,5034	10,6	2,7767	2,5703	9,9
10	2,7441	2,5107	10,3	2,7829	2,5816	10,0
11	2,7432	2,5099	10,4	2,8406	2,6907	8,2
12	2,8169	2,6456	8,7	2,8476	2,7036	8,4
13	2,7657	2,5497	10,7	2,8653	2,7375	7,5
14	2,8168	2,6448	8,8	2,8844	2,7740	6,6
15	2,8577	2,7229	7,7	2,8784	2,7623	7,1
16	2,8935	2,7912	6,6	2,8995	2,8029	6,4
17	2,8614	2,7308	6,7	2,9019	2,8077	6,1
18	2,8966	2,7970	6,4	2,9029	2,8093	6,2
19	2,8714	2,7499	7,0	2,9151	2,8331	5,8
20	2,8783	2,7626	6,3	2,9271	2,8564	5,3
21	2,9022	2,8080	6,3	2,9244	2,8513	5,4
22	2,9097	2,8226	6,2	2,9233	2,8491	4,9
23	2,8565	2,7225	6,9	2,9244	2,8514	4,8
24	2,8870	2,7790	6,6	2,9365	2,8748	4,9
25	2,9060	2,8156	5,4	2,9064	2,8168	5,5
26	2,8977	2,8000	6,1	2,9043	2,8133	5,3
27	2,8999	2,8036	6,0	2,8903	2,7857	5,4
30	2,9131	2,8290	5,8	2,9118	2,8279	5,0
Srednja vrednost	2,727	2,505	9,7	2,762	2,568	8,8

Ocene modela ukazuju na veliku sličnost sa modelima kod kojih su tehnološki parametri posmatrani posebno. Kada se u svakom skrivenom sloju nalazi 30 neurona i kada se koristi *LM* algoritam za obuku ostvarena je minimalna greška do 5,8%. Kod primene *BR* algoritma za obuku minimalna greška predviđanja je ostvarena kada je u svakom skrivenom sloju po 23 neurona.

7.5.6. Veštačke neuronske mreže sa tri skrivena sloja sa uticajem podmazivanja

Dodavanje još jednog skrivenog sloja uzrokuje povećanje tačnosti modela, što se može zaključiti uvidom u srednju vrednost prosečne greške predviđanja za sve modele. Tabela 7.12 prikazuje rezultate ocene neuronskih modela kod kojih su tehnološki parametri analizirani posebno.

Tabela 7.12. Zavisnost kumulativne vrednosti *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije, koeficijenta determinacije i prosečne greške predviđanja od broja neurona, gde su tehnološki parametri analizirani posebno za *LM* i *BR* algoritam obuke, za mreže sa tri skrivena sloja

Broj neurona u skrivenom sloju	Algoritam obuke					
	<i>Levenberg – Marquardt</i>			<i>Bayesian Regularization</i>		
	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, <i>R</i>	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, <i>R</i> ²	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, <i>R</i>	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, <i>R</i> ²	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %
1	1,7377	1,0654	20,9	1,7297	1,0561	20,3
2	2,3282	1,8260	17,2	2,3230	1,8132	16,8
3	2,4157	1,9559	16,6	2,4954	2,0779	15,1
4	2,4943	2,0761	15,7	2,5790	2,2186	13,4
5	2,4241	1,9673	16,2	2,6588	2,3574	11,9
6	2,6847	2,4025	11,6	2,7308	2,4858	10,8
7	2,6561	2,3523	12,6	2,7718	2,5621	9,5
8	2,7021	2,4339	11,1	2,8285	2,6672	8,9
9	2,7255	2,4763	10,8	2,8817	2,7687	7,3
10	2,8092	2,6317	9,6	2,8782	2,7620	7,5
11	2,7754	2,5676	9,9	2,9074	2,8187	6,0
12	2,8398	2,6915	7,4	2,9139	2,8307	6,1
13	2,8651	2,7378	7,2	2,8967	2,7984	5,7
14	2,9073	2,8175	6,1	2,9244	2,8514	5,0
15	2,9024	2,8096	5,7	2,9433	2,8879	4,7
16	2,8965	2,7974	5,9	2,9357	2,8731	4,8
17	2,9017	2,8074	6,3	2,9347	2,8711	5,0
18	2,9137	2,8306	5,2	2,9292	2,8608	5,1
19	2,9003	2,8047	5,9	2,9096	2,8234	5,2
20	2,9148	2,8322	5,9	2,9078	2,8202	5,1
21	2,9048	2,8132	6,0	2,8753	2,7593	5,8
22	2,9159	2,8349	5,5	2,8645	2,7411	5,5
23	2,9021	2,8081	5,2	2,8796	2,7667	5,3
24	2,8918	2,7885	6,1	2,8726	2,7525	6,0
25	2,9197	2,8419	5,3	2,7306	2,5149	6,5
26	2,9073	2,8179	5,5	2,8319	2,6792	6,5
27	2,9050	2,8135	5,9	2,8218	2,6613	6,8
30	2,9044	2,8131	5,5	2,8257	2,6645	7,7
Srednja vrednost	2,752	2,551	9,0	2,778	2,598	8,0

Ocene neuronskih modela kod kojih su tehnološki parametri analizirani kao ekvivalentni za *LM* i *BR* algoritam obuke i tri skrivena sloja prikazani su tabeli 7.13. Prosečna greška predviđanja ima minimalnu vrednost od 4,6%, što je ujedno i najmanja greška ostvarena za sve izložene modele, zabeležena je za 14 neurona u svakom skrivenom sloju i *BR* algoritam za obuku. Kada je primenjen *LM* algoritam za obuku i kada je broj neurona u svakom skrivenom sloju 25, ostvarena je prosečna greška predviđanja od 5,1%.

Tabela 7.13. Zavisnost kumulativne vrednosti *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije, koeficijenta determinacije i prosečne greške predviđanja od broja neurona, gde su tehnološki parametri analizirani kao ekvivalentni za *LM* i *BR* algoritam obuke, za mreže sa tri skrivena sloja

Broj neurona u skrivenom sloju	Algoritam obuke					
	<i>Levenberg – Marquardt</i>			<i>Bayesian Regularization</i>		
	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, R	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, R^2	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, R	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, R^2	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %
1	1,7413	1,0680	20,3	1,7384	1,0725	20,4
2	1,7933	1,1302	20,4	2,0674	1,4375	18,4
3	2,3256	1,8068	17,5	2,4202	1,9532	16,0
4	2,5842	2,2273	14,1	2,5754	2,2117	13,6
5	2,6173	2,2837	13,3	2,6348	2,3142	12,6
6	2,6429	2,3284	12,7	2,7094	2,4471	11,5
7	2,6010	2,2553	13,2	2,7595	2,5383	10,3
8	2,7990	2,6117	9,9	2,7639	2,5482	9,9
9	2,8143	2,6403	9,4	2,8548	2,7175	7,8
10	2,6873	2,4077	11,8	2,8542	2,7169	7,4
11	2,8434	2,6961	8,2	2,8856	2,7765	6,6
12	2,8259	2,6632	8,2	2,8849	2,7752	6,7
13	2,9042	2,8123	6,0	2,9083	2,8204	5,8
14	2,9104	2,8238	6,2	2,9234	2,8495	5,5
15	2,8629	2,7329	7,1	2,9288	2,8595	5,3
16	2,9040	2,8117	6,2	2,9214	2,8454	5,4
17	2,8965	2,7971	6,9	2,9426	2,8864	4,6
18	2,8898	2,7845	6,0	2,8759	2,7608	5,2
19	2,9009	2,8061	5,7	2,8251	2,6705	6,1
20	2,8710	2,7488	6,1	2,8383	2,6913	6,0
21	2,9230	2,8484	5,5	2,8240	2,6657	6,2
22	2,9044	2,8124	5,5	2,7948	2,6185	6,3
23	2,9094	2,8221	5,8	2,8826	2,7724	5,8
24	2,9055	2,8152	5,6	2,7866	2,6031	6,8
25	2,9314	2,8647	5,1	2,8252	2,6683	6,6
26	2,9250	2,8525	5,3	2,8444	2,7007	6,9
27	2,7579	2,5390	7,2	2,8407	2,6949	6,8
30	2,9147	2,8324	5,4	2,8047	2,6261	8,1
Srednja vrednost	2,735	2,529	9,1	2,747	2,544	8,5

Tabele 7.14 i 7.15 daju pregled najbolje ocenjenih modela veštačkih neuronskih mreža za slučaj bez uticaja podmazivanja, sa stanovišta najmanje prosečne greške predviđanja. Prema tabeli 7.14

za analizu dinamičkog ponašanja usvojen je model 1, koji predstavlja model veštačke neuronske mreže sa jednim skrivenim slojem i 11 neurona, za koji je primenjen SCG algoritam obuke i ostvarena minimalna prosečna greška predviđanja od 8,1%. Razlika u prosečnoj greški predviđanja je do približno 2%, što ukazuje da i ostali izloženi modeli mogu biti primenjeni za analizu.

Tabela 7.14. Pregled najbolje ocenjenih modela kada se tehnološki parametri analiziraju posebno, bez podmazivanja

Broj skrivenih slojeva	Broj neurona u skrivenom sloju	Algoritam obuke	Prosečna greška predviđanja, %	Korišćeni model
1	22	LM	10,4	
1	11	SCG	8,1	Model 1
2	5	LM	10	
2	17, 22	SCG	9,3	
3	14	LM	9,6	
3	19	SCG	9,5	

Tabela 7.15 prikazuje najbolje ocenjene modele veštačkih neuronskih mreža kada se tehnološki parametri analiziraju kao ekvivalentni, za slučaj bez uticaja podmazivanja. Model model sa 3 skrivena sloja, sa po 15 neurona u svakom skrivenom sloju i LM algoritmom obuke, obezbeđuje prosečnu grešku predviđanja od 8,9% i ocenjen je kao najbolji. Ovaj model je usvojen za analizu dinamičkog ponašanja ležaja kada se tehnološki parametri analiziraju kao ekvivalentni, bez uticaja podmazivanja.

Tabela 7.15. Pregled najbolje ocenjenih modela kada se tehnološki parametri analiziraju kao ekvivalentni, bez podmazivanja

Broj skrivenih slojeva	Broj neurona u skrivenom sloju	Algoritam obuke	Prosečna greška predviđanja, %	Korišćeni model
1	30	LM	10,1	
1	27	SCG	9,6	
2	19	LM	9,2	
2	23	SCG	10,3	
3	15	LM	8,9	Model 2
3	18	SCG	9,9	

Tabela 7.16. Pregled najbolje ocenjenih modela kada se tehnološki parametri analiziraju posebno, sa uticajem podmazivanja

Broj skrivenih slojeva	Broj neurona u skrivenom sloju	Algoritam obuke	Prosečna greška predviđanja, %	Korišćeni model
1	30	LM	7,1	
1	24	BR	6,5	
2	25	LM	5,3	
2	23	BR	4,9	
3	18	LM	5,2	
3	15	BR	4,7	Model 3

Na osnovu ranije prikazanih rezultata koji se nalaze u tabelama 7.8 – 7.13, formirane su tabele koje daju pregled najbolje ocenjenih modela veštačkih neuronskih mreža sa uticajem podmazivanja. Kao rezultat, podaci iz tabele 7.16 ukazuju da model 3 sa tri skrivena sloja, sa 15 neurona u svakom sloju i BR algoritmom obuke ostvaruje najbolje performanse predviđanja. Veoma blisku vrednost prosečne greške predviđanja ostvaruje i model sa 2 skrivena sloja i 23 neurona u svakom skrivenom sloju.

Kada je se tehnološki parametri posmatraju kao ekvivalentni, rezultati pokazuju da modeli daju rezultate koji su slični sa prethodno prikazanim. Minimalnu grešku predviđanja ostvaruje model 4 sa 3 skrivena sloja i 17 neurona u svakom sloju kada se koristi *BR* algoritam za obuku, tabela 7.17.

Tabela 7.17. Pregled najbolje ocenjenih modela kada se tehnološki parametri analiziraju kao ekvivalentni, sa uticajem podmazivanja

Broj skrivenih slojeva	Broj neurona u skrivenom sloju	Algoritam obuke	Prosečna greška predviđanja, %	Korišćeni model
1	23	LM	8,9	
1	26	BR	8,0	
2	30	LM	5,8	
2	23	BR	4,8	
3	25	LM	5,1	
3	17	BR	4,6	Model 4

Lošije performanse predviđanja i povećanje prosečne greške predviđanja za prvobitni pristup formiranju modela koji uzima u obzir uticaj podmazivanja i nepoznatu geometriju ležaja, može se objasniti uticajem elastohidrodinamičkog podmazivanja na dinamičko ponašanje ležaja. Uticaj maziva na amplitude brzine vibracija se vidi u području srednjih i visokih frekvencija [125], a prema rezultatima koje model predviđa može se videti da su najveće greške prisutne upravo u područjima srednjih i visokih frekvencija. Pokazalo se da promena algoritma za obuku nema značajan uticaj na rezultate.

Pristup koji je primenjen za modeliranje dinamičkog ponašanja ležaja pri uticaju podmazivanja je manje složen, jer omogućuje neuronskoj mreži uvid u geometriju svih ispitivanih ležaja, što je omogućilo rezultate visoke tačnosti koji su upravo izloženi.

Za formiranje modela koji imaju bolje performanse, treba pokušati sa drugim tipovima veštačkih neuronskih mreža, a pre svega povećanjem obima uzorka i merenja vibracija, obezbediti veću količinu podataka i time omogućiti primenu veštačkih neuronskih mreža sa dubokim učenjem (*Deep Learning*).

Modeli koji analiziraju dinamičko ponašanje ležaja bez uticaja podmazivanja ostvaruju minimalnu prosečnu grešku predviđanja od 8,1%, što se može smatrati zadovoljavajućim rezultatom, ako se uzme u obzir trenutno raspoloživa tehnologija za merenje vibracija ležaja, čija tačnost, zbog osetljivosti senzora i spoljašnjih uticaja, nije značajno veća.

7.6. Izbor algoritma za obuku

Algoritam za obuku predstavlja sastavni deo veštačkih neuronskih mreža. Od algoritma obuke će zavisi vreme potrebno za obuku, ali i tačnost modela, što je i pokazano u ovom poglavlju. U radu je pokazano da izbor algoritma za obuku zavisi i od pristupa sprovođenju procesa obuke (obuka skupova mreža ili pojedinačna obuka). Na osnovu prikazanih rezultata može se videti da *Levenberg – Marquardt* i *Scaled Conjugate Gradient* algoritmi obuke daju približno slične performanse modela izuzev modela kod kojih se analizira uticaj podmazivanja. *Bayesian Regularization* algoritam obuke se pokazao kao najbolji sa stanovišta prosečne greške predviđanja kod modela koji uzimaju u obzir uticaj podmazivanja. Ovaj algoritam po pravilu sprovodi veći broj epoha tokom obuke, a time povećava vreme obuke. Izrazito povećanje vremena obuke zabeleženo je kod modela sa 3 skrivena sloja i više od 15 neurona, kada je process obuke trajao gotovo sat vremena. Prednost *Levenberg – Marquardt* i *Scaled Conjugate Gradient* algoritma se ogleda u znatno većoj brzini obuke kada se koriste modeli sa više skrivenih slojeva i više od 15 neurona u svakom sloju. Ako se poredi vreme trajanja obuke, najbrži proces obuke ostvaruje *Scaled Conjugate Gradient* algoritam.

8. VERIFIKACIJA MODELA I ANALIZA UTICAJA POJEDINIH PARAMETARA

U prethodnom poglavlju prikazani su rezultati obuke i testiranja neuronskih modela bez uticaja podmazivanja i sa uticajem podmazivanja. Na osnovu toga, usvojeni su modeli sa najmanjom greškom predviđanja koji će se koristiti radi analize uticaja pojedinih parametara na amplitudu brzine vibracija koje generiše kotrljajni ležaj.

Analiza je sprovedena za sve uticajne parametre: konstrukcione (odnos poluprečnika staza kotrljanja i radijalni zazor), tehnološke (odstupanje od kružnosti, valovitost i površinska hrapavost staza kotrljanja) i eksploatacione (aksijalno opterećenje i količina maziva). Tehnološki parametri su analizirani posebno za spoljašnji i unutrašnji prsten, ali i preko ekvivalentne vrednosti koja se izračunava prema izrazima datim u petom poglavlju ovog rada. Sprovedena je i analiza međusobnog uticaja parametara i to aksijalnog opterećenja i radijalnog zazora, površinske hrapavosti, valovitosti i odstupanja od kružnosti staze kotrljanja spoljašnjeg i unutrašnjeg prstena, kao i međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i ekvivalentnih vrednosti tehnoloških parametara na amplitudu brzine vibracija. Pored navedenog, analiziran je međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i količine maziva, zatim površinske hrapavosti i količine maziva u ležaju.

Analiza uticaja određenog parametra se sprovodi na sledeći način: za izabrani ležaj svi parametri se smatraju konstantnim, izuzev jednog parametra čija se vrednost menja u unapred definisanom intervalu. Veličina intervala je određena rasponom (intervalom) posmatranog parametra u ispitivanom uzorku (tabela 5.5). Površinska hrapavost staze kotrljanja spoljašnjeg prstena, na primer, menja se u definisanom intervalu, a svi ostali parametri ostaju konstantni. Rezultat je zavisnost *RMS* vrednosti amplituda brzine vibracija u tri karakteristična područja od promene amplitude površinske hrapavosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena. Isti postupak se ponavlja za sve ostale parametre.

U nastavku su prikazani rezultati predviđanja neuronskih modela za sve uticajne parametre ležaja. Prikazani rezultati se odnose na nasumično izabrane ležaje oznake 14 i 42, a prikazani rezultati važe i za ostale ležaje uz mogućnost blagog odstupanja. Aksijalno opterećenje pri kome su sprovedene sve analize u ovom poglavlju je 200 N, izuzev analize uticaja aksijalnog opterećenja gde je ono promenljivi parametar.

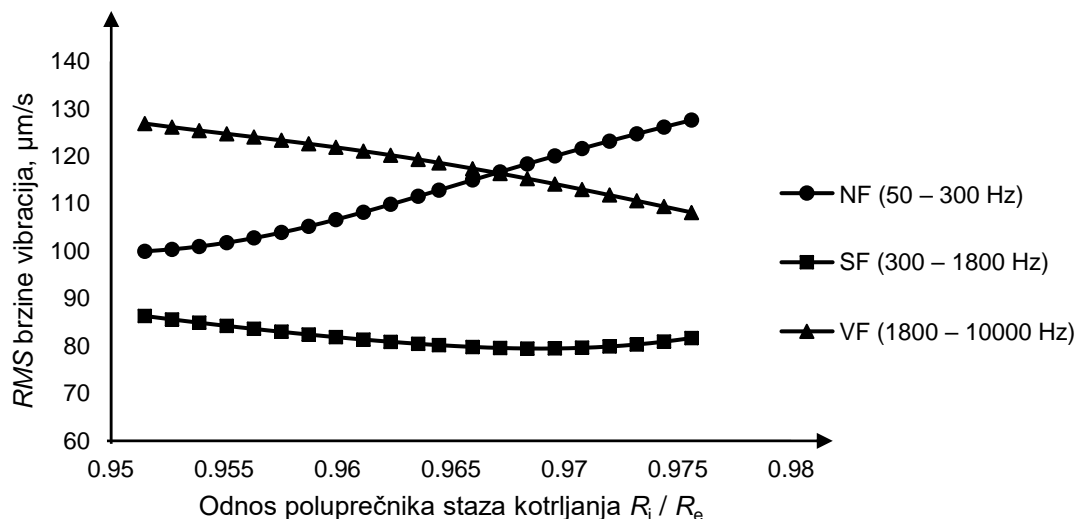
8.1. Analiza uticaja konstrukcionih parametara

Vrednosti konstrukcionih parametara se usvajaju tokom procesa projektovanja ležaja, kada se na osnovu definisanih radnih uslova i željenog ponašanja ležaja, određuju njihove vrednosti. Prvo će se analizirati uticaj odnosa poluprečnika staza kotrljanja i unutrašnjeg radijalnog zazora na amplitudu brzine vibracija kotrljajnog ležaja. Odnos poluprečnika staza kotrljanja određuje kontakt staze kotrljanja i kuglica, a time i nosivost i otpore kotrljanju na mestu kontakta. Radijalni zazor je konstrukcioni parametar čija vrednost se definiše u zavisnosti od radnih uslova, promene temperature, načina ugradnje itd.

8.1.1. Uticaj odnosa poluprečnika staza kotrljanja

Slika 8.1 prikazuje zavisnost promene *RMS* brzine vibracija od promene odnosa poluprečnika staza kotrljanja, koja je dobijena na osnovu predviđanja modela veštačke neuronske mreže kod koje su ulazni tehnološki parametri analizirani posebno (model 1). Kada odnos poluprečnika staza kotrljanja teži jedinici, odnosno kada su poluprečnici jednaki, dolazi

do povećanja *RMS* brzine vibracija u području niskih frekvencija (50 - 300 Hz). Suprotan trend, odnosno smanjivanje *RMS* brzine vibracija predviđeno je u području visokih frekvencija (1800 - 10000 Hz). Sa dijagrama se može zaključiti da promena odnosa poluprečnika staza kotrljanja nema značajan uticaj u području srednjih frekvencija (300 - 1800 Hz), ali model predviđa blagi pad *RMS* brzine vibracija. Navedeni zaključci odgovaraju prikazanim u petom poglavlju ovog rada, uz izuzetak područja visokih frekvencija, gde je zabeležen trend blagog rasta brzine vibracija.



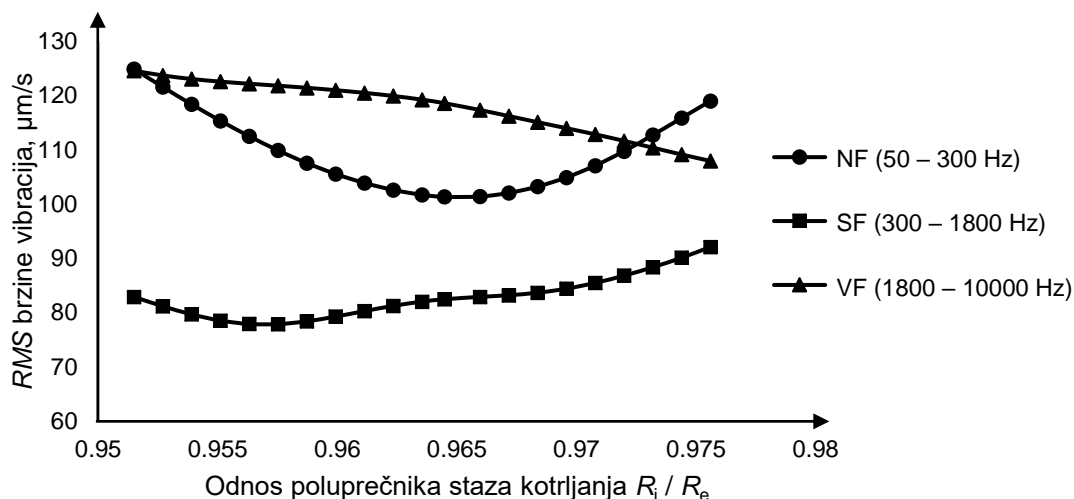
Slika 8.1. Zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od odnosa poluprečnika staza kotrljanja, prema modelu 1, ležaj 14

Tabela 8.1 daje zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od odnosa poluprečnika staza kotrljanja, prema modelu 1 za ležaj 42. U području niskih frekvencija zabeležen je rast amplituda brzine sa rastom odnosa poluprečnika, a u područjima srednjih i visokih frekvencija trend opadanja amplituda brzine sa rastom odnosa poluprečnika. Može se konstatovati da su isti trendovi zabeleženi i za ležaj 14.

Tabela 8.1. Zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od odnosa poluprečnika staza kotrljanja, prema modelu 1, ležaj 42

Odnos poluprečnika R_i/R_e		0,951	0,955	0,959	0,962	0,966	0,970	0,973	0,976
Područje frekvencija	I	76,0	77,3	79,6	82,2	84,8	87,3	90,1	92,5
	II	96,3	91,5	88,1	85,9	84,7	84,6	85,6	87,0
	III	159,5	149,7	142,0	135,7	130,0	124,3	118,4	114,5

Na osnovu dijagrama sa slike 8.2 gde je prikazana zavisnost promene *RMS* brzine vibracija od promene odnosa poluprečnika staza kotrljanja dobijena na osnovu predviđanja modela veštačke neuronske mreže kod koje su ulazni tehnološki parametri analizirani kao ekvivalentni (model 2), može se uočiti trend smanjenja *RMS* brzine vibracija u području visokih frekvencija (1800 - 10000 Hz). U području srednjih frekvencija (300 - 1800 Hz) nema značajan uticaj na *RMS* brzine vibracija. *RMS* brzine vibracija u području niskih frekvencija opada do odnosa približno 0,965, nakon čega je zabeležen rast brzine vibracija. Na osnovu predviđanja prethodno navedenih modela, optimalan odnos poluprečnika staza kotrljanja je 0,9675, sa stanovišta brzine vibracija koje ležaj generiše.



Slika 8.2. Zavisnost odnosa poluprečnika staze kotrljanja i RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 14

Prema rezultatima u tabeli 8.2, zabeležen je trend smanjenja amplitude brzine vibracija u području niskih frekvencija. U oblasti srednjih frekvencija dolazi do blagog rasta amplituda brzine vibracija. U oblasti visokih frekvencija amplitude brzine vibracija ostaju približno konstantne.

Tabela 8.2. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od odnosa poluprečnika staza kotrljanja, prema modelu 2, ležaj 42

Odnos poluprečnika R_i/R_e		0,951	0,955	0,959	0,962	0,966	0,970	0,973	0,976
Područje frekvencija	I	112,0	106,2	99,6	94,8	92,8	93,2	95,3	98,4
	II	85,3	92,4	96,2	94,1	94,0	98,1	106,2	113,3
	III	138,8	143,0	146,0	143,1	140,2	138,6	137,4	136,6

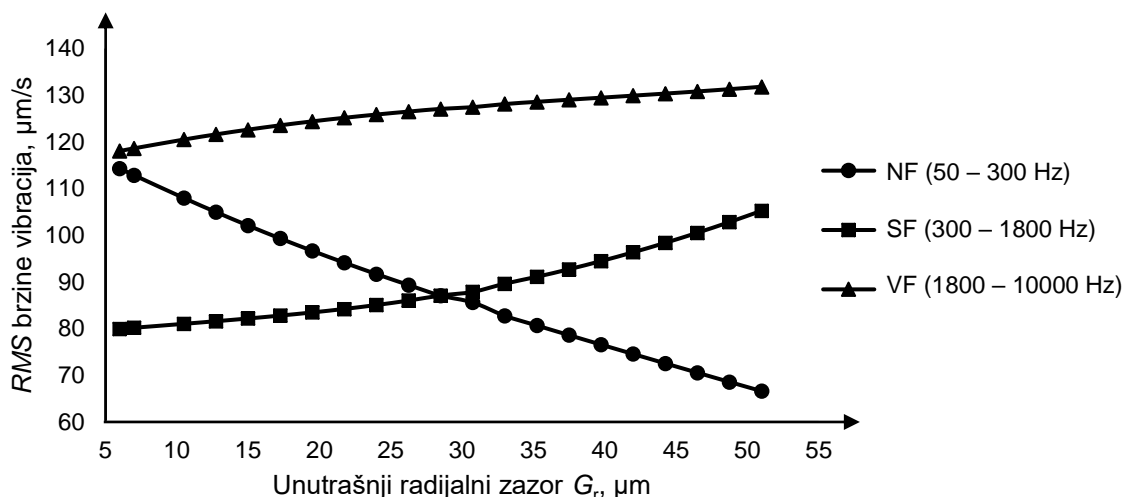
8.1.2. Uticaj radijalnog zazora

Radijalni zazor je jedan od uticajnih parametara kugličnih kotrljajnih ležaja, koji se definiše u procesu projektovanja. Veoma je značajno predvideti njegovu promenu u eksploataciji zbog uticaja promene temperature. Slika 8.3 daje zavisnost RMS vrednosti brzine vibracijau karakterističnim područjima od veličine radijalnog zazorakoja je dobijena na osnovu predviđanja modela 1. Povećanje radijalnog zazora izaziva porast RMS vrednosti brzine vibracija u području srednjih i visokih frekvencija, a smanjenje RMS brzine vibracija u području niskih frekvencija.

Sa povećanjem radijalnog zazora dolazi do smanjenja amplitude brzine vibracija u području niskih frekvencija i rasta u oblasti srednjih i visokih frekvencija, tabela 8.3.

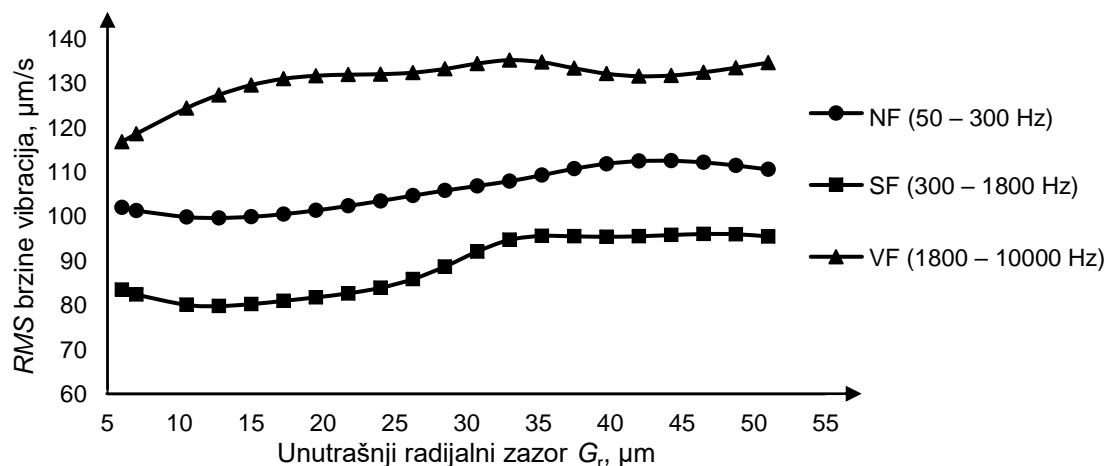
Tabela 8.3. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od radijalnog zazora, prema modelu 1, ležaj 42

Radijalni zazor, µm		6	13	50	26	33	40	46	51
Područje frekvencija	I	121,9	111,5	101,2	91,4	82,0	73,4	65,6	61,0
	II	76,1	77,9	80,3	83,0	85,8	88,9	92,8	95,9
	III	114,4	118,5	122,2	125,4	128,1	130,6	133,3	135,6



Slika 8.3. Zavisnost *RMS* vrednosti brzine vibracija od veličine radijalnog zazora, prema modelu 1, ležaj 14

Na dijagramu sa slike 8.4 prikazane su zavisnosti *RMS* brzine vibracija od veličine radijalnog zazora koje su predviđene modelom 2. U području niskih frekvencija, radijalni zazor do veličine od 30 μm , gotovo da nema uticaj na brzine vibracija. Dalji rast zazora utiče na blagi porast brzine vibracija. Isti trend je zabeležen u području srednjih frekvencija, uz nešto intenzivniji rast vibracija pri promeni radijalnog zazora od 30 do 35 μm . U području visokih frekvencija, postoji trend blagog rasta *RMS* brzine vibracija sa porastom radijalnog zazora. Slične zavisnosti su zabeležene u [41], pri čemu su autori analizirali znatno uži interval radijalnog zazora. Prikazani rezultati odgovaraju trendovima promene brzine vibracija koje su dobijene eksperimentalnim ispitivanjem.



Slika 8.4. Zavisnost *RMS* vrednosti brzine vibracija od veličine radijalnog zazora, prema modelu 2, ležaj 14

U svim područjima frekvencija dolazi do rasta amplituda brzine vibracija sa rastom radijalnog zazora. Najblaži rast je zabeležen u oblasti niskih frekvencija, tabela 8.4

Tabela 8.4. Zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od radijalnog zazora, prema modelu 2, ležaj 42

Radijalni zazor, μm		6	13	50	26	33	40	46	51
Područje frekvencija	I	90,8	83,5	83,3	88,2	96,7	102,1	104,5	105,1
	II	85,3	79,7	80,9	89,0	101,6	109,1	105,3	101,6
	III	114,7	121,3	127,0	133,8	144,3	153,1	156,4	157,8

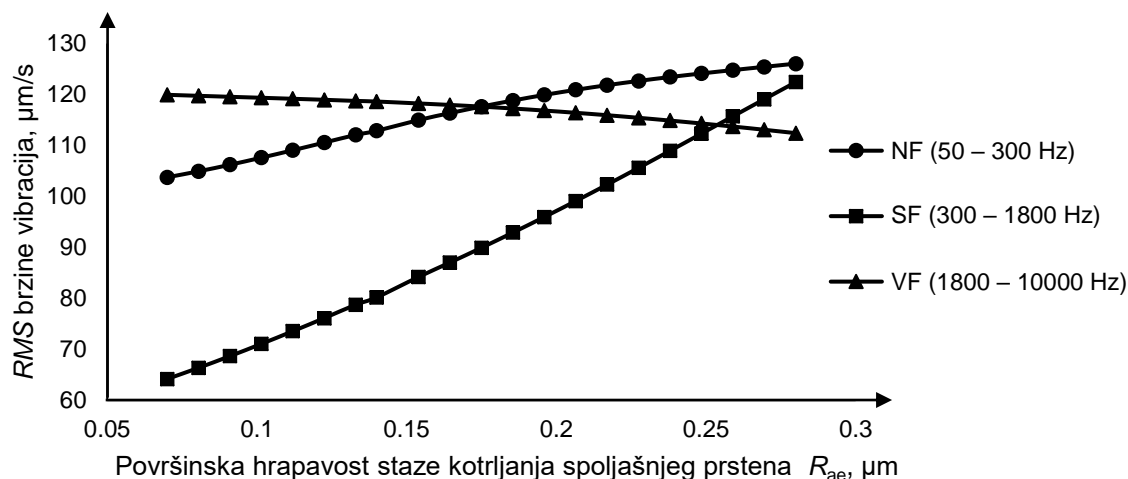
8.2. Uticaj tehnoloških parametara

U okviru ovog rada, kako je u prethodnim poglavljima pokazano, analizirani su uticaji tehnoloških parametara staza kotrljanja spoljašnjeg i unutrašnjeg prstena na dinamičko ponašanje ležaja. U okviru analize uzimaju se u obzir površinske hrapavosti, valovitosti i odstupanja od kružnosti staze kotrljanja oba prstena. Prikazani parametri se analiziraju posebno za svaku stazu kotrljanja, ali i pomoću ekvivalentne vrednosti za obe staze kotrljanja.

8.2.1. Uticaj površinske hrapavosti staze kotrljanja

Površinska hrapavost staze kotrljanja je posledica procesa obrade koju nije moguće izbeći. Svaka površina, čak i nakon najpreciznije fine obrade, ako se posmatra pod mikroskopom ima neravnine. Za izradu staza kotrljanja primenjena je završna obrada brušenjem gde se očekuje da srednje aritmetičko odstupanje profila površine (R_a) bude najviše 0,4 μm . Amplituda površinske hrapavosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena varira u intervalu od 0,07 do 0,28 μm , dok staza kotrljanja unutrašnjeg prstena ima površinsku hrapavost u intervalu do 0,07 do 0,56 μm .

Slika 8.5 prikazuje zavisnost RMS vrednosti brzine vibracija u karakterističnim područjima od amplitude površinske hrapavosti spoljašnjeg prstena dobijenu modelom 1. Rast amplitude površinske hrapavosti spoljašnjeg prstena izaziva rast RMS vrednosti brzine vibracija u području niskih frekvencija, a isti trend je zastupljen u području srednjih frekvencija. U području visokih frekvencija javlja se suprotan trend i dolazi doneznatnog smanjena amplituda brzine vibracija. Dobijene zavisnosti odgovaraju dobijenim vrednostima eksperimentalnim putem.



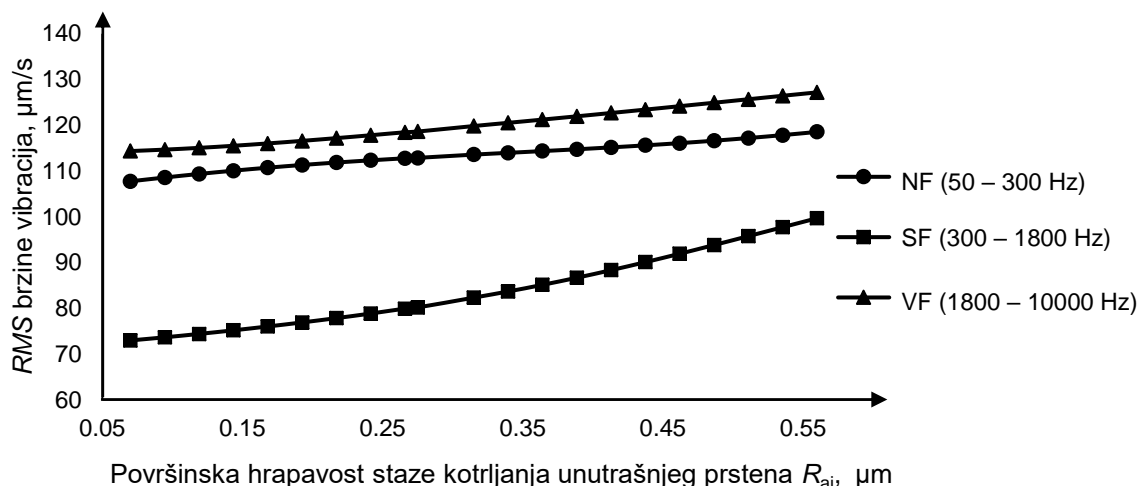
Slika 8.5. Zavisnost RMS vrednosti brzine vibracija od površinske hrapavosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena, prema modelu 1, ležaj 14

U oblasti niskih i srednjih frekvencija uočljiv je rast amplituda brzine vibracija sa rastom površinske hrapavosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena. U oblasti visokih frekvencija zabeležen je pad amplituda brzine vibracija sa rastom površinske hrapavosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena, tabela 8.5. Iste zavisnosti zabeležene su za ležaj 14.

Tabela 8.5. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od površinske hrapavosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena, prema modelu 1, ležaj 42

Površinska hrapavost spoljašnjeg prstena, μm			0,07	0,1	0,133	0,1645	0,196	0,2275	0,259	0,28
Područje frekvencija	I	RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$	82,0	86,1	91,5	96,5	101,1	105,1	108,1	109,7
	II		79,6	84,5	91,5	98,6	106,2	114,0	121,9	127,2
	III		127,5	127,0	125,8	124,2	122,3	119,8	117,0	115,0

RMS vrednosti brzine vibracija u zavisnosti od površinske hrapavosti staze kotrljanja unutrašnjeg prstena prikazane su na slici 8.6 koja je, takođe, dobijena modelom 1. Rast amplitude površinske hrapavosti unutrašnjeg prstena izaziva blagi rast amplituda brzine vibracija u područjima niskih i visokih frekvencija. Amplitude brzine vibracija u području srednjih frekvencija imaju nešto značajniji rast sa povećanjem površinske hrapavosti. Iako je amplituda površinske hrapavosti staze kotrljanja unutrašnjeg prstena više nego duplo veća od površinske hrapavosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena, ona nema značajan uticaj na RMS brzine vibracija ležaja. Ovaj zaključak ukazuje da površinska hrapavost staze kotrljanja unutrašnjeg prstena nije značajno uticajan tehnološki parametar, sa stanovišta RMS brzine vibracija u svim područjima frekvencija.



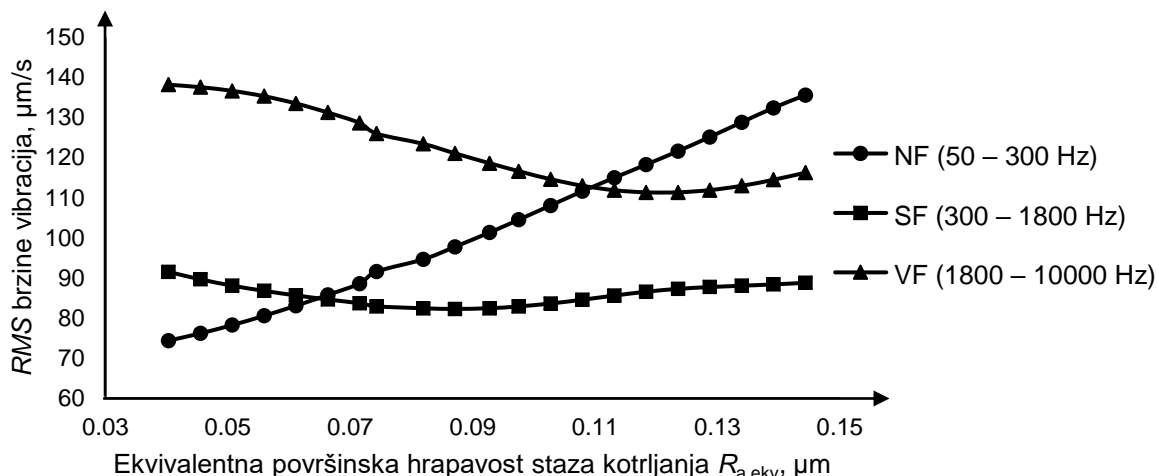
Slika 8.6. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od amplitude površinske hrapavosti staze kotrljanja unutrašnjeg prstena, prema modelu 1, ležaj 14

Rezultati iz tabele 8.6 prikazuju zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od površinske hrapavosti staze kotrljanja unutrašnjeg prstena, prema modelu 1 za ležaj 42. Može se zaključiti da povećanje amplitude površinske hrapavosti staze kotrljanja unutrašnjeg prstena utiče na blago povećanje amplitude brzine vibracija u svim karakterističnim područjima frekvencija.

Tabela 8.6. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od površinske hrapavosti staze kotrljanja unutrašnjeg prstena, prema modelu 1, ležaj 42

Površinska hrapavost unutrašnjeg prstena, µm		0,07	0,143	0,217	0,289	0,364	0,437	0,511	0,56
Područje frekvencija	I	78,6	80,7	83,3	86,1	89,8	93,7	97,8	100,7
	II	81,2	81,3	82,5	84,5	87,8	91,4	95,3	97,8
	III	121,1	122,2	124,2	127,0	130,9	134,9	138,8	141,2

Slika 8.7 prikazuje zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od amplitude ekvivalentne površinske hrapavosti staza kotrljanja (izraz (5.6)) za tri karakteristična područja frekvencija, koja je dobijena modelom 2. Predviđen je rast RMS brzine vibracija u području niskih frekvencija. U području srednjih frekvencija nema značajnog uticaja na brzine vibracija, a u području visokih frekvencija dolazi do pada brzine vibracija, sa rastom ekvivalentne hrapavosti. Na osnovu dobijenih rezultata može se zaključiti da sa stanovišta brzine vibracija, optimalna ekvivalentna površinska hrapavost treba da bude u intervalu od 0,08 do 0,11 µm.



Slika 8.7. Zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od ekvivalentne površinske hrapavosti staza kotrljanja, prema modelu 2, ležaj 14

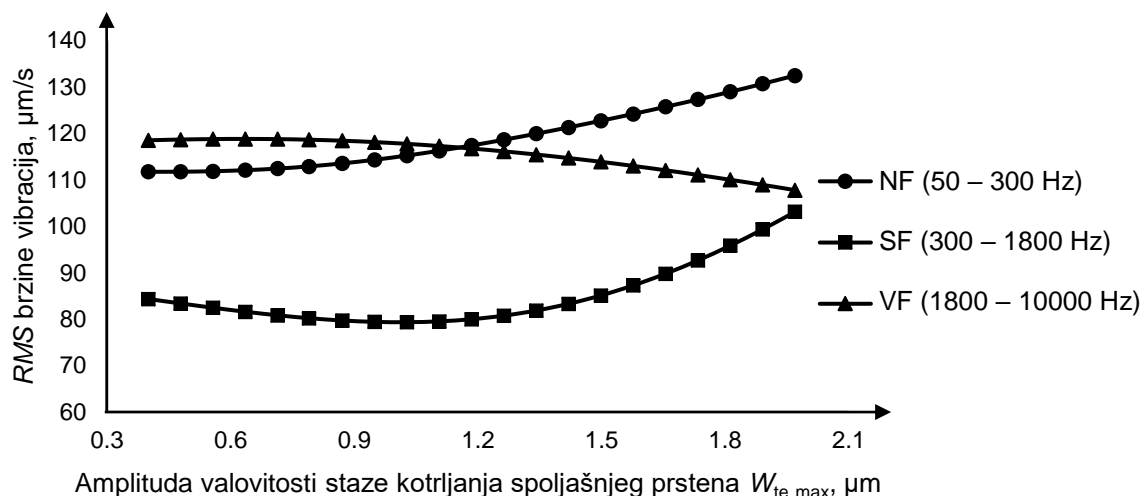
Rast ekvivalentne površinske hrapavosti staza kotrljanja utiče na povećanje amplituda brzine vibracija u području niskih frekvencija. U području srednjih frekvencija nema značajan uticaj, a u oblasti visokih frekvencija dolazi do smanjenja amplituda brzine vibracija sa povećanjem ekvivalentne hrapavosti, tabela 8.7. Prikazani rezultati su u saglasnosti sa eksperimentalnim vrednostima prikazanim u petom poglavlju ovog rada.

Tabela 8.7. Zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od ekvivalentne površinske hrapavosti staza kotrljanja, prema modelu 2, ležaj 42

Ekv. površinska hrapavost, μm		0,040	0,056	0,072	0,087	0,103	0,118	0,134	0,144
Područje frekvencija	I	107,2	119,6	136,5	152,0	159,1	160,2	158,9	157,2
	II	109,9	113,5	117,0	118,3	116,1	111,9	110,7	106,7
	III	123,5	119,1	114,5	109,9	105,0	98,2	92,0	88,3

8.2.2. Uticaj valovitosti staze kotrljanja

Valovitost staze kotrljanja je jedan od značajnih izvora vibracija kod kotrljajnih ležaja. Dijagram na slici 8.8 prikazuje zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od valovitosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena, koja je dobijena modelom 1.



Slika 8.8. Zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od amplitude valovitosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena, prema modelu 1, ležaj 14

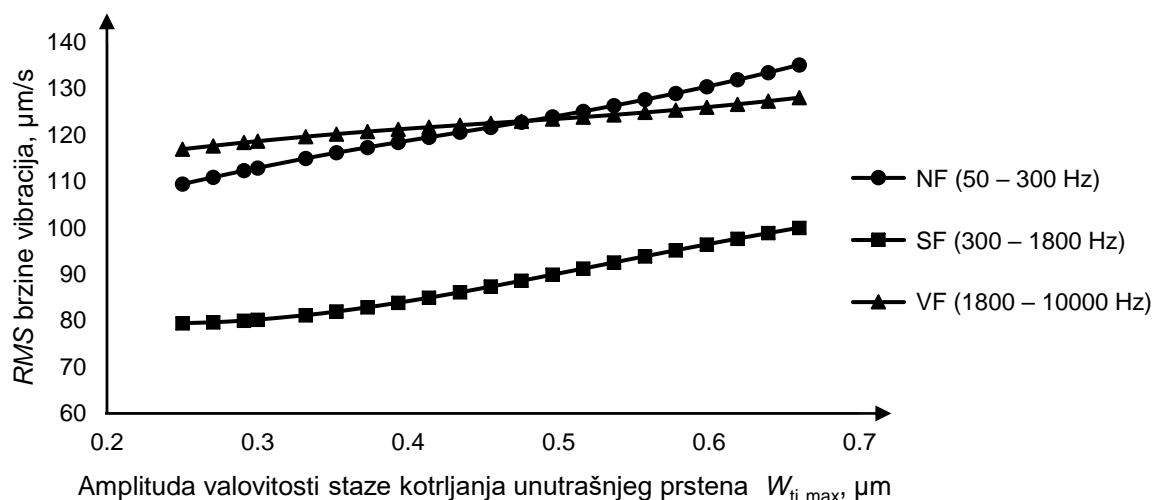
Povećanje amplitude valovitosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena izaziva povećanje amplituda brzine vibracija u niskom i srednjem području frekvencija. U području visokih frekvencija primetan je blagi pad *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija, sa povećanjem amplitude valovitosti. Sa dijagrama se može uočiti da ukoliko je amplituda valovitosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena manja od 1,1 μm , ona nema značajan uticaj na *RMS* brzine vibracija.

Tabela 8.8 prikazuje zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od amplitude valovitosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena prema modelu 1 za ležaj 42. Rast amplitude valovitosti izaziva rast amplituda brzine vibracija u oblasti niskih i srednjih frekvencija, dok je u oblasti visokih frekvencija zabeležen suprotan trend.

Tabela 8.8. Zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od amplitude valovitosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena, prema modelu 1, ležaj 42

Valovitost spoljašnjeg prstena, μm			0,400	0,635	0,871	1,107	1,342	1,578	1,813	1,970
Područje frekvencija	I	RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$	87,0	85,9	86,5	89,2	94,3	101,4	109,4	114,9
	II		83,8	83,9	84,9	87,1	90,6	95,7	102,7	108,5
	III		126,3	126,9	126,9	126,3	124,6	121,9	118,4	116,0

Modelom 1 je dobijena zavisnost *RMS* amplitude brzine vibracija od amplitude valovitosti unutrašnjeg prstena, slika 8.9. Najveći rast amplituda brzine vibracija zabeležen je u području srednjih frekvencija. Sličan trend je primetan u području visokih frekvencija.



Slika 8.9. Zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od amplitude valovitosti staze kotrljanja unutrašnjeg prstena, prema modelu 1, ležaj 14

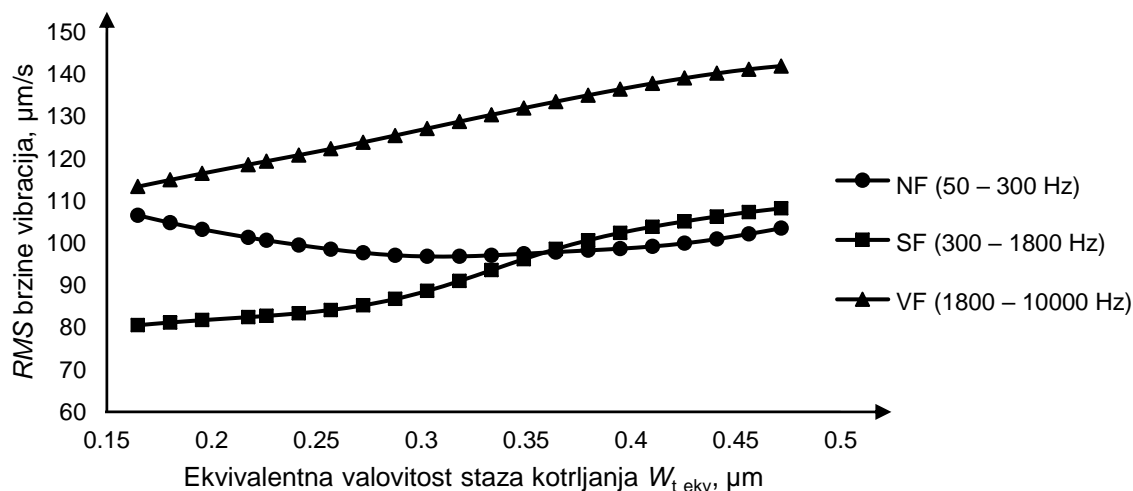
U području visokih frekvencija predviđen je najblaži rast amplituda brzine vibracija sa porastom amplitude valovitosti staze kotrljanja unutrašnjeg prstena. Prema izloženom, može se doneti zaključak da rast amplitude valovitosti unutrašnjeg prstena izaziva rast *RMS* brzine vibracija ležaja, što je u skladu sa eksperimentalnim rezultatima.

Tabela 8.9. Zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od amplitude valovitosti staze kotrljanja unutrašnjeg prstena, prema modelu 1, ležaj 42

Valovitost unutrašnjeg prstena, μm			0,250	0,312	0,373	0,435	0,496	0,558	0,619	0,660
Područje frekvencija	I	RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$	74,4	77,2	80,9	85,0	89,4	94,0	99,3	103,3
	II		83,2	82,7	83,1	84,1	85,9	88,5	91,9	94,5
	III		120,4	122,6	124,6	126,5	128,4	130,4	132,7	134,4

Rast amplitude valovitosti staze kotrljanja unutrašnjeg prstena izaziva rast amplituda brzine vibracija u svim karakterističnim područjima, tabela 8.9.

Zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od ekvivalentne valovitosti staza kotrljanja (izraz (5.7)) za karakteristična područja frekvencija prikazana je na slici 8.10, koja je dobijena modelom 2. Rast ekvivalentne valovitosti izaziva rast *RMS* brzine vibracija u područjima srednjih i visokih frekvencija. Promena ekvivalentne valovitosti nema značajan uticaj na brzine vibracija ležaja u području niskih frekvencija. Na osnovu predviđanja modela, sa stanovišta vibracija ležaja, optimalne vrednosti amplitude ekvivalentne valovitosti ležaja se nalaze u intervalu od 0,2 do 0,36 μm .



Slika 8.10. Zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od amplitude ekvivalentne valovitosti staza kotrljanja, prema modelu 2, ležaj 14

Tabela 8.10 daje zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od amplitude ekvivalentne valovitosti staza kotrljanja prema modelu 2 za ležaj 42. U oblasti niskih frekvencija rast amplitude valovitosti uzrokuje blago smanjenje amplitude brzine vibracija. Rast amplituda brzine vibracija u područjima srednjih i visokih frekvencija posledica je rasta amplitude ekvivalentne valovitosti. Najveći rast amplituda je zabeležen u području visokih frekvencija.

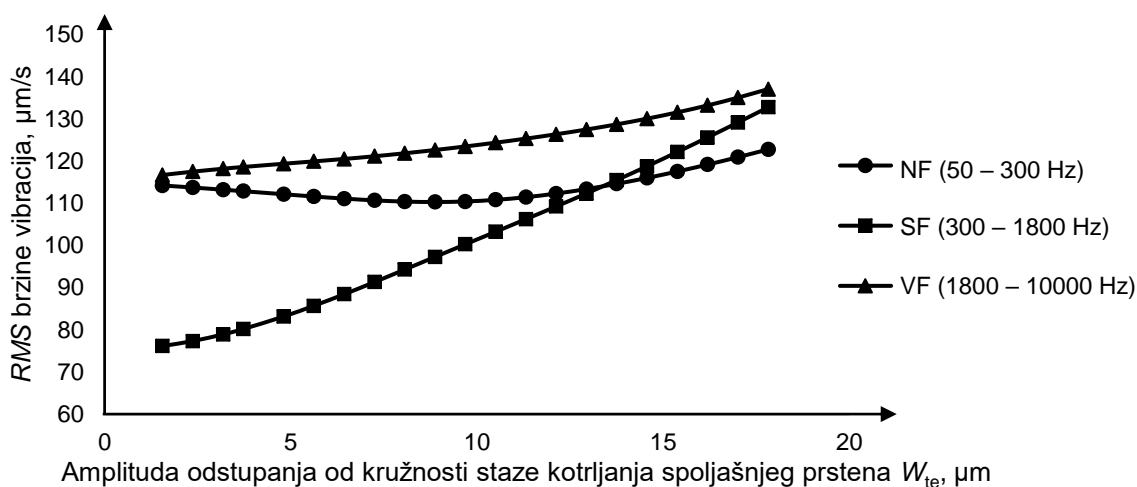
Tabela 8.10. Zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od amplitude ekvivalentne valovitosti staza kotrljanja, prema modelu 2, ležaj 42

Ekv. valovitost, μm			0,165	0,217	0,257	0,303	0,349	0,395	0,441	0,472
Područje frekvencija	I	RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$	122,4	121,2	121,9	122,8	123,0	122,8	120,7	118,3
	II		97,0	102,7	107,5	108,9	107,9	107,0	106,0	105,9
	III		95,1	104,6	113,8	123,3	131,1	134,6	135,0	134,7

8.2.3. Uticaj odstupanja od kružnosti staze kotrljanja

Odstupanje od kružnosti je posledica procesa obrade i ukazuje na odstupanje izrađene kružnice od idealne. Upareni prsteni često imaju različite oblike odstupanja od kružnosti u vidu ovalnosti ili poligonalnosti i njihov zajednički uticaj na amplitude brzine vibracija nije jednostavno odrediti. Primenom veštačke neuronske mreže (model 1), dobijen je dijagram na slici 8.11 koji prikazuje zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija u karakterističnim područjima frekvencija od odstupanja od kružnosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena. Sa dijagrama se može videti da povećanje amplitude odstupanja od kružnosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena nema značajan uticaj na amplitude brzine vibracija u području niskih

frekvencija. Najintenzivniji rast *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija je primetan u području srednjih frekvencija. U području visokih frekvencija dolazi do blagog rasta brzine vibracija sa rastom amplitude odstupanja od kružnosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena.



Slika 8.11. Zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od odstupanja od kružnosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena, prema modelu 1, ležaj 14

Rast amplitude odstupanja od kružnosti spoljašnjeg prstena izaziva rast amplituda brzine vibracija u svim područjima frekvencija, a značajan uticaj postoji u oblasti srednjih i visokih frekvencija. Najintenzivniji rast je zabeležen u oblasti srednjih frekvencija. Zabeleženi trendovi promene amplituda brzine vibracija odgovaraju trendovima dobijenim za ležaj 14.

Tabela 8.11. Zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od amplitude odstupanja od kružnosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena, prema modelu 1, ležaj 42

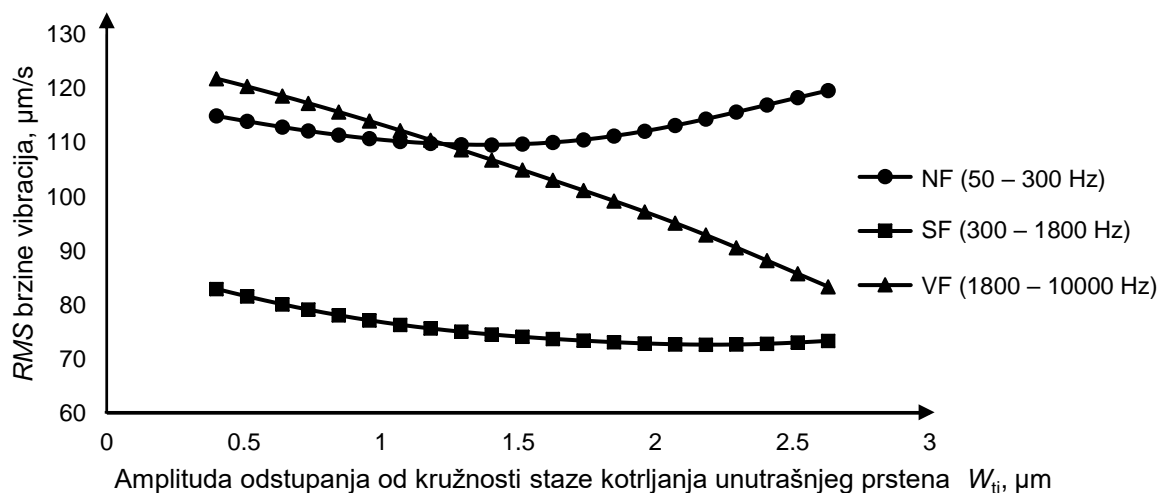
Amplituda odstupanja od kružnosti spoljašnjeg prstena, μm			1,55	3,99	6,43	8,87	11,31	13,75	16,19	17,82
Područje frekvencija	I	RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$	86,2	86,1	86,1	86,4	87,9	91,9	98,5	104,0
	II		80,6	81,8	86,4	94,2	104,8	117,3	131,3	141,2
	III		117,6	123,4	128,8	134,4	140,8	148,0	156,0	161,5

Korišćenjem modela 1 dobijen je uticaj amplitude odstupanja od kružnosti unutrašnjeg prstena na *RMS* vrednosti brzine vibracija prikazan na slici 8.12. Rast amplitude odstupanja od kružnosti izaziva smanjenje amplituda brzine vibracija u području srednjih frekvencija. Značajno smanjenje brzine vibracija je sa porastom amplitude odstupanja od kružnosti unutrašnjeg prstena zabeleženo u području visokih frekvencija. U području niskih frekvencija, *RMS* brzine vibracija opada do amplitude odstupanja od kružnosti 1,45 μm , a dalji rast amplitude uzrokuje rast brzine vibracija.

Amplituda odstupanja od kružnosti staze kotrljanja unutrašnjeg prstena nema značajan uticaj na amplitude brzine vibracija u područjima niskih i srednjih frekvencija. U oblasti visokih frekvencija dolazi do pada brzine vibracija, tabela 8.12.

Na osnovu vrednosti brzine vibracija koje predviđa neuronski model u zavisnosti od vrednosti ekvivalentnog odstupanja od kružnosti (izraz (5.8)) dobijen je dijagram na slici 8.13, korišćenjem modela 2. Trend promene brzine vibracija u području niskih i srednjih frekvencija je gotovo identičan, odnosno nema značajan uticaj na vibracije ležaja. U području visokih

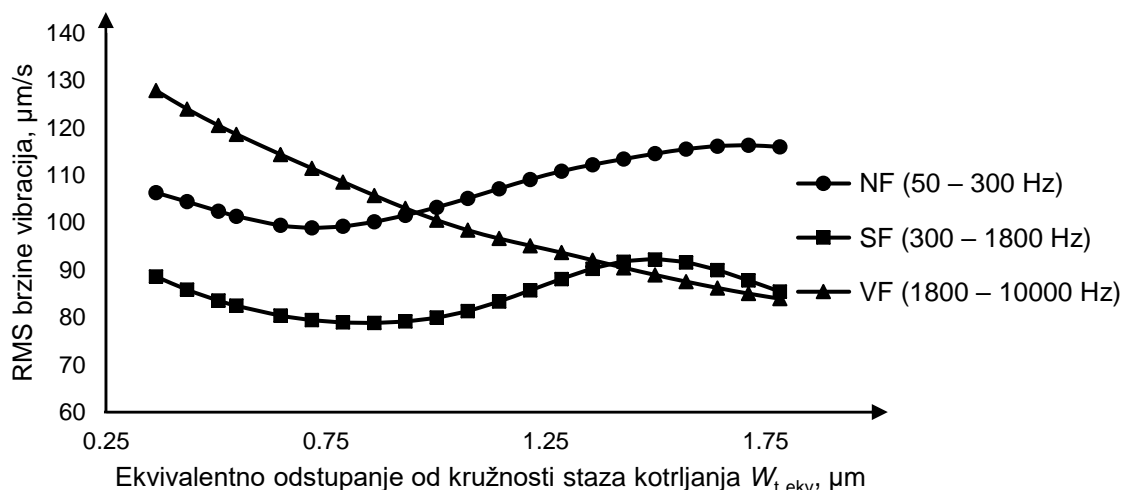
frekvencija zabeležen je pad brzine vibracija sa povećanjem ekvivalentnog odstupanja od kružnosti. Sa stanovišta brzine vibracija ležaja, optimalna vrednost ekvivalentnog odstupanja od kružnosti treba da bude u intervalu od 0,6 do 1 μm . Ove vrednosti ekvivalentnog odstupanja od kružnosti obezbeđuju minimalne brzine vibracija u svim područjima frekvencija.



Slika 8.12. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od odstupanja od kružnosti staze kotrljanja unutrašnjeg, prstena prema modelu 1, ležaj 14

Tabela 8.12. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od amplitude odstupanja od kružnosti staze kotrljanja unutrašnjeg prstena, prema modelu 1, ležaj 42

Amplituda odstupanja od kružnosti unutrašnjeg prstena, μm			0,40	0,73	1,07	1,40	1,74	2,07	2,41	2,63
Područje frekvencija	I	RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$	90,5	88,4	86,3	85,0	85,9	89,7	95,8	100,6
	II		87,3	85,1	84,5	85,0	86,2	87,2	87,6	87,3
	III		136,2	131,9	127,5	123,0	118,6	113,2	105,8	100,2



Slika 8.13. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od amplitude ekvivalentnog odstupanja od kružnosti staza kotrljanja, prema modelu 2, ležaj 14

Prema tabeli 8.13 rast amplitude ekvivalentnog odstupanja od kružnosti izaziva pad brzine vibracija u području visokih frekvencija. U području srednjih frekvencija ne dolazi do značajne promene brzine vibracija sa promenom ekvivalentnog odstupanja od kružnosti. Sličan trend je zabeležen u području niskih frekvencija.

Tabela 8.13. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od amplitude ekvivalentnog odstupanja od kružnosti staza kotrljanja, prema modelu 2, ležaj 42

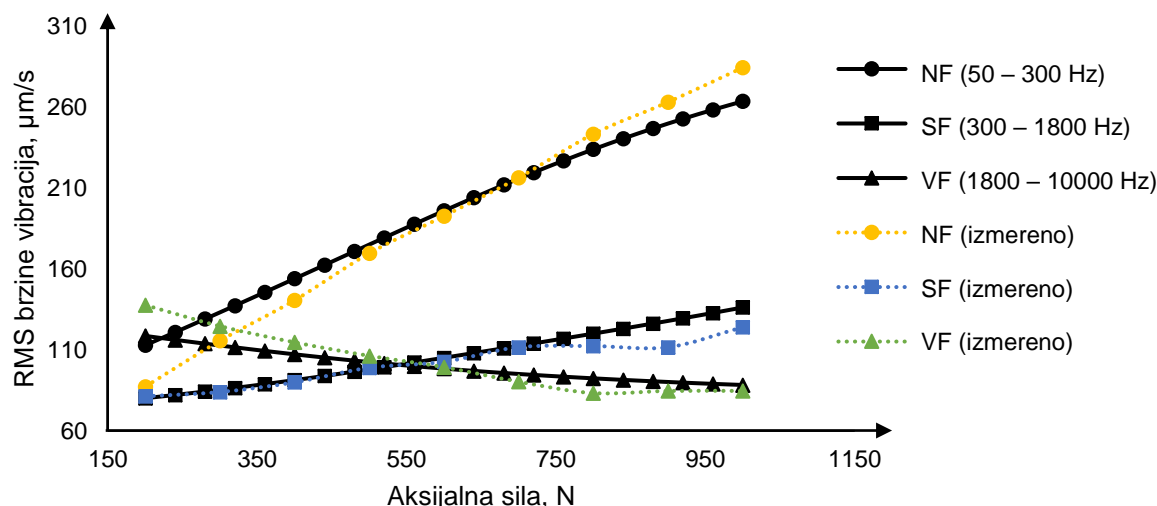
Amplituda ekv. odstupanja od kružnosti, μm		0,363	0,546	0,789	1,002	1,214	1,427	1,640	1,782
Područje frekvencija	I	106,3	101,4	99,2	103,2	109,1	113,4	116,1	116,0
	II	88,6	82,5	79,0	80,0	85,7	91,8	90,0	85,5
	III	127,9	118,6	108,6	100,5	95,1	90,5	86,2	84,0

8.3. Uticaj eksploatacionih parametara

Uslovi eksploatacije mogu imati značajan uticaj na amplitude brzine vibracija kotrljajnog ležaja. Uslovi u kojima ležaji rade mogu biti veoma složeni sa velikim brojem različitih uticaja, od spoljašnjeg opterećenja, radne temperature, količine podmazivanja, uticaja nečistoća, do vibracija koje potiču iz okoline i sl. U okviru ovog rada, od eksploatacionih parametara će se analizirati uticaj spoljašnjeg aksijalnog opterećenja i uticaj količine maziva u ležaju.

8.3.1. Uticaj spoljašnjeg aksijalnog opterećenja

Kuglični kotrljajni ležaji prvenstveno nisu namenjeni za prenos aksijalnog opterećenja, ali bez većih problema rade u uslovima blagog do umerenog aksijalnog opterećenja. Primenom veštačke neuronske mreže (model 1) na podacima zabeleženim eksperimentalnim ispitivanjem opisanom u petom poglavlju ovog rada, omogućeno je određivanje uticaja veličine aksijalnog opterećenja na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, slika 8.14.



Slika 8.14. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od aksijalnog opterećenja, prema modelu 1, ležaj 14

Povećanje intenziteta aksijalnog opterećenja izaziva gotovo linearno povećanje amplitude brzine vibracija u području niskih frekvencija. Sličan trend je zabeležen u oblasti srednjih frekvencija, sa manjom tendencijom rasta. U području visokih frekvencija zabeležen je blagi pad amplitude brzine vibracija, što odgovara trendu promene amplitude brzine vibracija dobijenih tokom eksperimentalnog ispitivanja. Opisani trendovi odgovaraju rezultatima

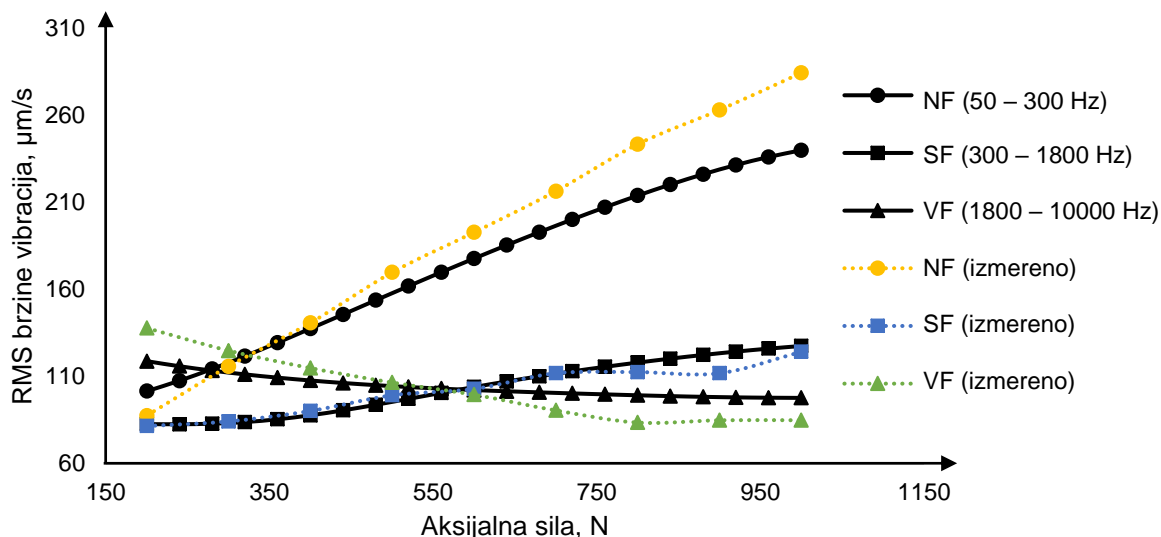
prikazanim u [115], gde su autori uspostavili iste zavisnosti eksperimentalnim putem, merenjem brzine vibracija pri različitim spoljašnjim aksijalnim opterećenjem. Na dijagramu na slici 8.14 punom linijom su prikazani rezultati predviđanja neuronskog modela, a tačkama su prikazani rezultati dobijeni eksperimentalnim putem. Može se zaključiti da postoji visok stepen podudarnosti rezultata. U području niskih frekvencija model najtačnije rezultate daje pri aksijalnom opterećenju od 550 do 750 N. U području srednjih frekvencija model predviđa veoma tačne rezultate do aksijalnog opterećenja od približno 700 N.

Zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od aksijalnog opterećenja prema modelu 1 za ležaj 42 prikazana je u tabeli 8.14. Rast aksijalnog opterećenja uzrokuje intenzivan rast amplitude brzine vibracija u području niskih frekvencija. Blaži rast amplituda je zabeležen u području srednjih frekvencija. U oblasti visokih frekvencija dolazi do smanjenja amplituda brzine vibracija.

Tabela 8.14. Zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od aksijalnog opterećenja, prema modelu 1, ležaj 42

Aksijalno opterećenje, N		200	320	440	560	680	800	920	1000
Područje frekvencija	I	112,9	137,3	162,4	187,6	211,9	233,9	252,7	263,5
	II	80,2	86,5	93,9	102,2	111,0	120,1	129,5	136,2
	III	118,6	111,6	105,3	100,0	95,7	92,4	89,8	88,3

Slika 8.15 prikazuje zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od aksijalnog opterećenja u karakterističnim područjima frekvencija koja je dobijena modelom 2. Model predviđa rast *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija sa rastom aksijalnog opterećenja u oblasti niskih frekvencija. Sa dijagrama se može videti da postoji odstupanje predviđenih rezultata, u oblasti niskih frekvencija, u odnosu na eksperimentalne rezultate, kada je aksijalno opterećenje veće od 300 N. U oblasti srednjih frekvencija zabeležen je rast brzine vibracija sa rastom aksijalnog opterećenja. Kao i na prethodnom dijagramu, trendovi promene brzine vibracija sa promenom aksijalnog opterećenja su identični.



Slika 8.15. Zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od aksijalnog opterećenja, prema modelu 2, ležaj 14

U tabeli 8.15. date su zavisnosti *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od aksijalnog opterećenja prema modelu 2 za ležaj 42. Zabeleženi trendovi odgovaraju prikazanim za ležaj 14 dobijenim istim modelom i u potpunosti se slažu sa rezultatima eksperimentalnog ispitivanja koje je izvršeno u okviru ovog rada.

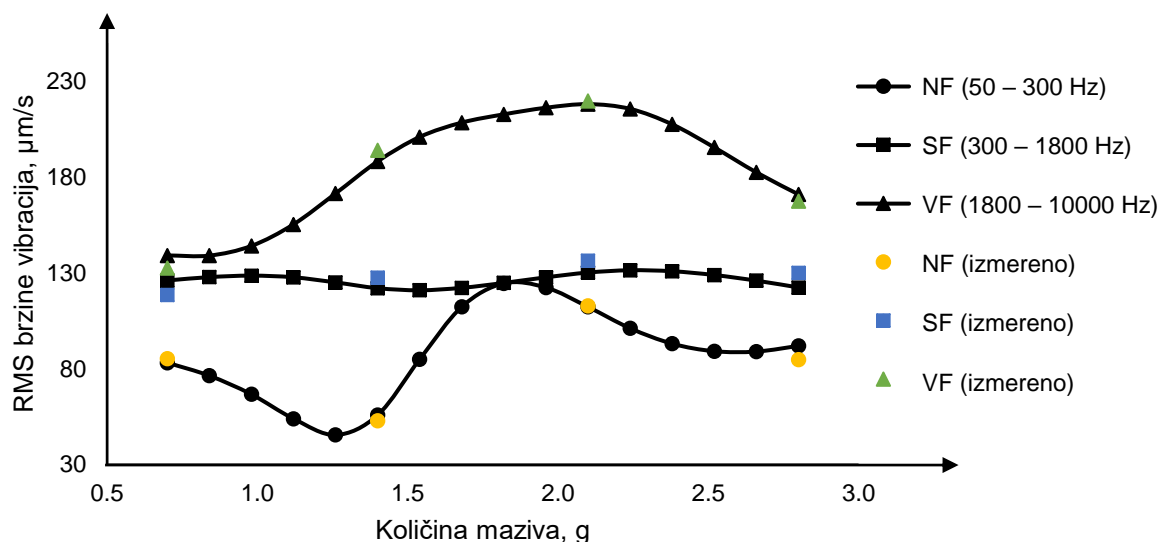
Tabela 8.15. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od aksijalnog opterećenja, prema modelu 2, ležaj 42

Aksijalno opterećenje, N		200	320	440	560	680	800	920	1000
Područje frekvencija	I	92,8	110,0	129,3	150,4	172,3	192,5	209,2	219,1
	II	95,7	102,7	112,3	122,8	134,7	147,9	159,8	165,7
	III	139,2	127,3	117,3	111,0	108,2	108,1	108,7	108,9

8.3.2. Uticaj količine maziva

Podmazivanje ležaja predstavlja jedan od osnovnih preduslova za obezbeđenje projektovanog radnog veka. Vrsta i količina maziva u ležaju zavise od radnih uslova za koje je ležaj namenjen. Količina maziva i stanje maziva mogu da utiču na amplitude brzine vibracija koje ležaj generiše. U ovom radu su veštačke neuronske mreže primenjene za predviđanje amplituda brzine vibracija ležaja u zavisnosti od količine maziva u ležaju.

Na dijagramu na slici 8.16 prikazana je zavisnost brzine vibracija koje generiše ležaj od količine maziva (masti), a dobijena je modelom 3. Tačkama različitog oblika označene su brzine vibracija pri tačno određenoj količini maziva u odgovarajućim područjima frekvencija, koje su dobijene eksperimentalnim putem.



Slika 8.16. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od količine maziva u ležaju u karakterističnim područjima frekvencija, prema modelu 3, ležaj 14

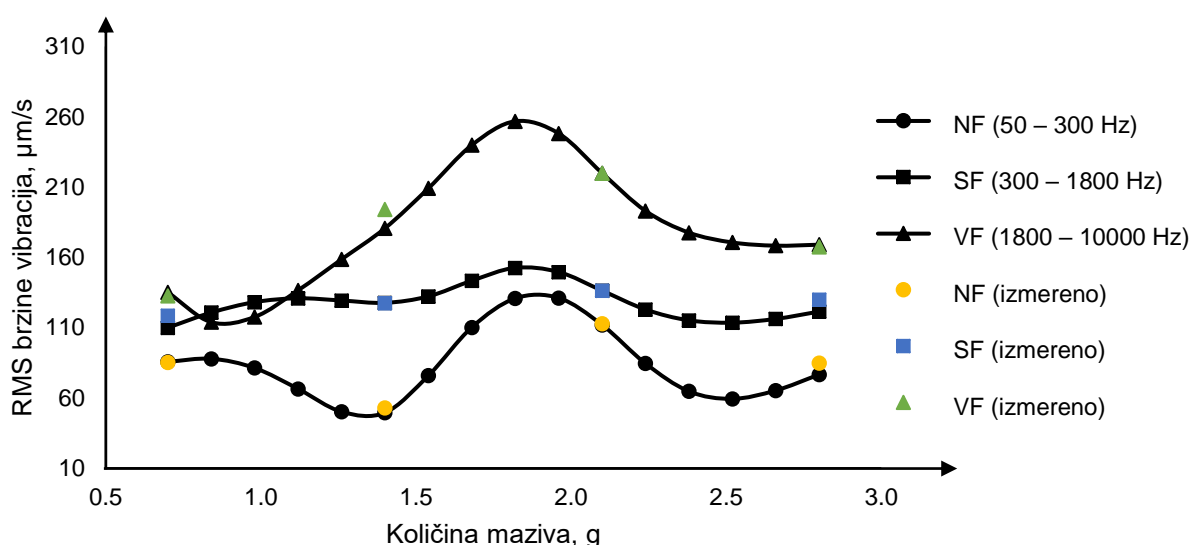
Za svako područje postoje četiri izmerene vrednosti. Prostor između njih predstavlja predikciju ostvarenu neuronskim modelom. Sa dijagrama se može videti da je uticaj količine maziva neznatan u oblasti srednjih frekvencija. U oblasti visokih frekvencija brzina vibracija raste sa rastom količine maziva do 1,8 g gde dostiže maksimum, nakon čega brzine vibracija opadaju. U oblasti niskih frekvencija može se uočiti sličan trend. Na osnovu predikcije modela, može se videti da je za analizirani ležaj optimalna količina maziva 1,3 g, što je veoma blisko količini kojom proizvođač vrši inicijalno punjenje mazivom i iznosi 1,4 g za ispitivani ležaj.

Tabela 8.16. Zavisnost RMS vrednosti amplitude brzine vibracija od količine maziva u ležaju, prema modelu 3, ležaj 42

Količina maziva, g		0,7	1,1	1,4	1,7	2	2,3	2,6	2,8
Područje frekvencija	I	101,1	98,2	90,6	111,8	125,8	130,8	126,4	113,8
	II	98,3	108,2	104,7	98,0	92,4	93,7	97,0	95,1
	III	154,6	171,4	177,2	154,3	121,9	125,7	150,4	157,2

Rezultati prikazani u tabeli 8.16 ukazuju da je minimum amplitude brzine vibracija u području niskih frekvencija zabeležen pri količini maziva od 1,4 g. Količina maziva u intervalu od 1,4 do 2 g obezbeđuje minimalne amplitude brzine vibracija u različitim područjima, što omogućuje izbor količine maziva u zavisnosti od željenog minimuma brzine vibracija u prioritarnom području frekvencija.

Modelom 4 dobijena je zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od količine maziva u ležaju u karakterističnim područjima frekvencija, kada su tehnološki parametri analizirani kao ekvivalentni, slika 8.17. Sa dijagrama se može videti da su trendovi gotovo identični sa prikazanim na prethodnom dijagramu. Model kod koga se tehnološki parametri analiziraju kao ekvivalentni beleži veće maksimalne amplitude vibracija pri količini maziva 1,8 g. Kao i u prethodnom slučaju model predviđa da bi optimalna količina maziva za ispitivani ležaj bila 1,3 g. Slični rezultati su objavljeni u [126], gde su autori na isti način prikazali mogućnost predviđanja uticaja količine maziva na vibracije koje generiše kotrljajni ležaj.



Slika 8.17. Zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od količine maziva u ležaju u karakterističnim područjima frekvencija, prema modelu 4, ležaj 14

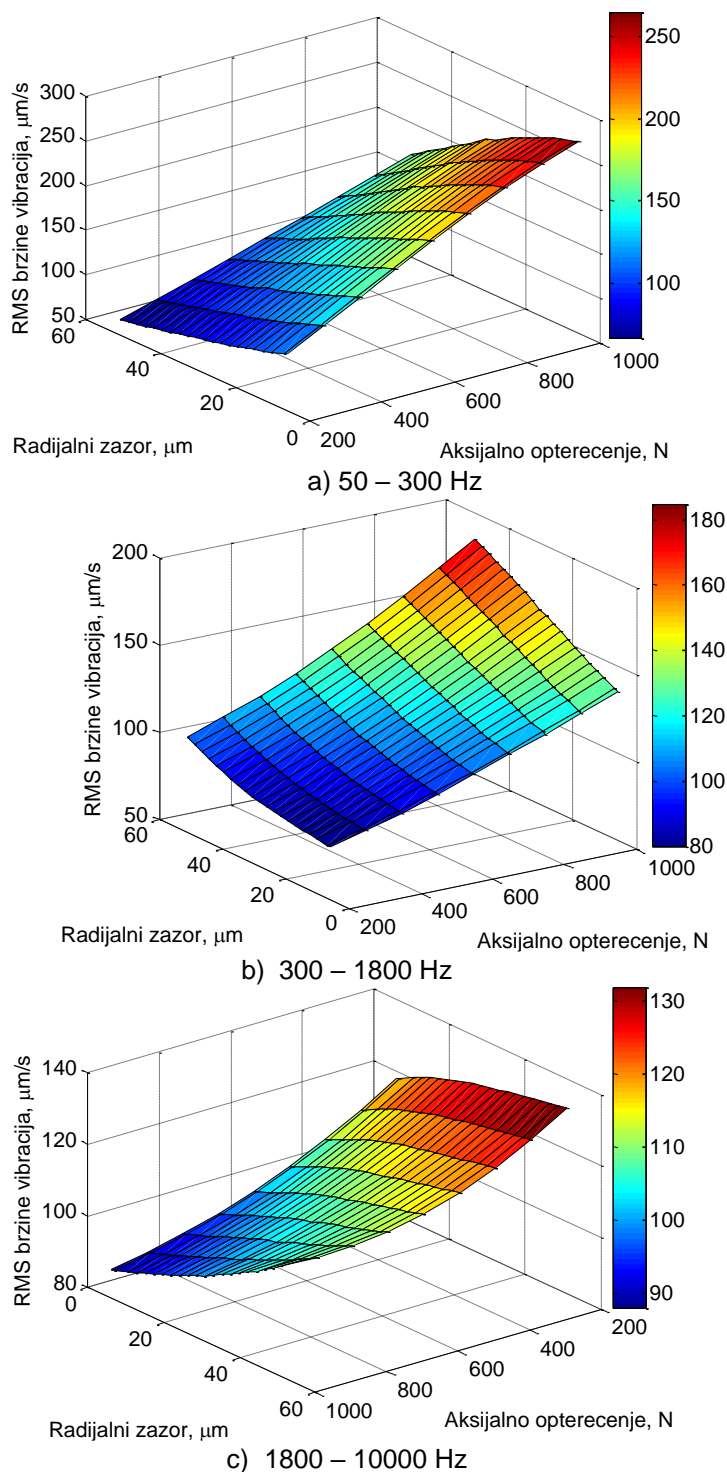
Tabela 8.17 daje zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od količine maziva u ležaju prema modelu 4, za ležaj 42. Povećanje količine maziva do 1,7 g obezbeđuje smanjenje brzine vibracija u području niskih frekvencija. U području srednjih frekvencija minimum amplitude brzine vibracija je ostvaren pri količini maziva od 2 g, dok u oblasti visokih frekvencija minimum brzine vibracija je ostvaren pri 2 g maziva u ležaju.

Tabela 8.17. Zavisnost *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija od količine maziva u ležaju, prema modelu 4, ležaj 42

Količina maziva, g		0,7	1,1	1,4	1,7	2	2,3	2,6	2,8
Područje frekvencija	I	97,0	70,7	79,7	79,8	115,4	145,2	129,2	114,9
	II	95,4	106,1	103,0	93,4	90,6	91,0	96,8	96,0
	III	147,0	168,5	175,2	131,9	125,8	109,3	132,0	155,1

8.4. Međusobni uticaj parametara

U nastavku ove disertacije prikazani su rezultati analize dinamičkog ponašanja ležaja, kod koje se posmatra međusobni uticaj dva parametra na amplitude brzine vibracija u karakterističnim područjima. Slika 8.18 prikazuje međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i radijalnog zazora na amplitude brzine vibracija.



Slika 8.18. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i radijalnog zazora na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 14

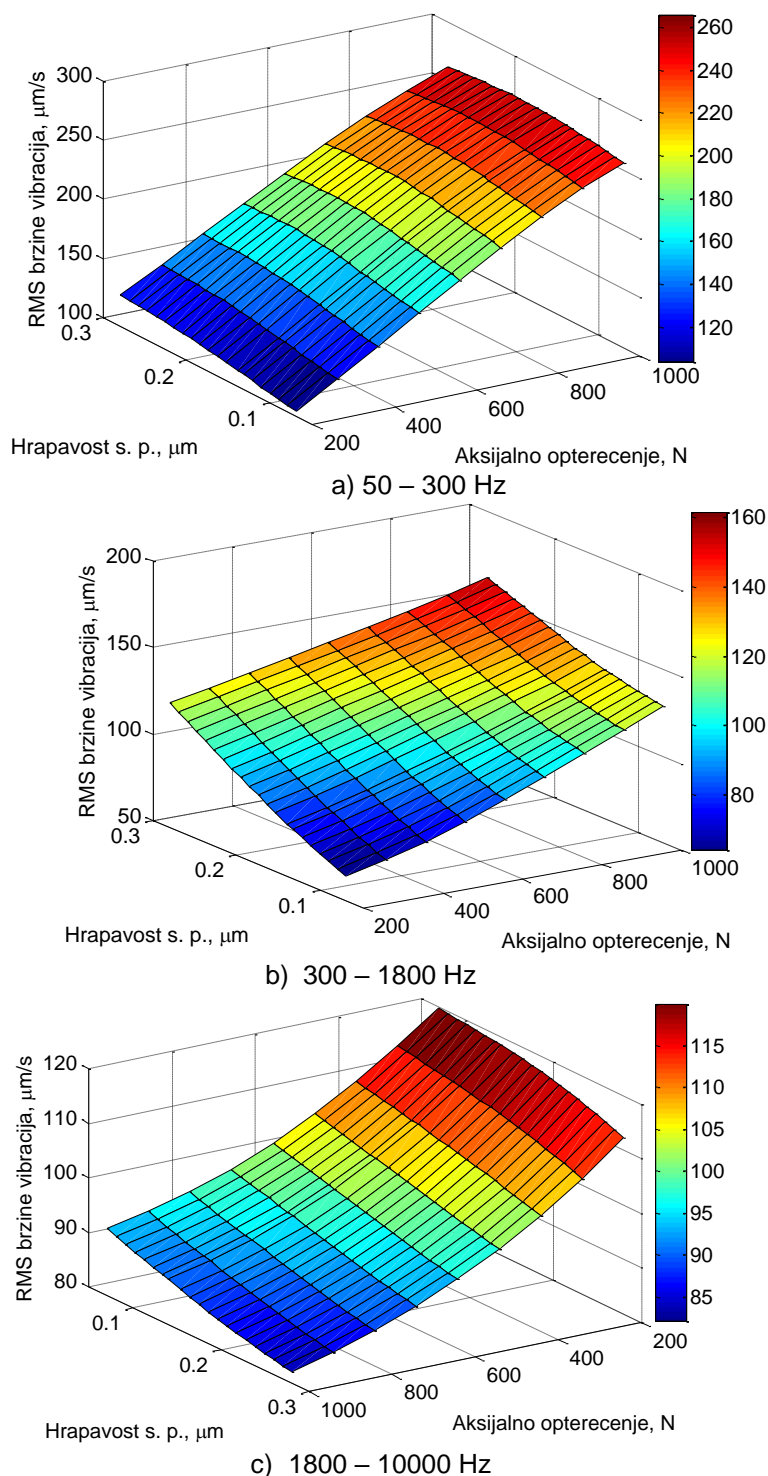
U području niskih frekvencija rast radijalnog zazora izaziva pad amplituda brzine vibracija, a pri tome sa povećanjem aksijalnog opterećenja brzine vibracija rastu gotovo linearno. Rast amplituda brzine vibracija sa povećanjem radijalnog zazorapostojiu području srednjih i visokih frekvencija. Promena amplitude brzine vibracija usled promene radijalnog zazora u oblasti srednjih i visokih frekvencija nije linearna. Rast aksijalnog opterećenja u oblasti srednjih frekvencija izaziva blagi rast, a u oblasti visokih frekvencija blagi nelinearni pad amplituda brzine vibracija.

Tabela 8.18 prikazuje međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i radijalnog zazora na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija prema modelu 1, za ležaj 42. Rezultati ukazuju na iste zavisnosti promene brzine vibracija u odgovarajućim područjima frekvencija kao i u prethodno opisanom slučaju za ležaj 14.

Tabela 8.18. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i radijalnog zazora na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 42

Aksijalna sila, N	200			500			1000		
	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Područje frekvencija									
Radijalni zazor, μm	RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$			RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$			RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$		
6	121,9	76,1	114,4	181,1	95,6	99,1	271,3	140,3	87,8
7	118,4	76,7	115,8	177,6	96,0	100,2	268,3	141,2	88,7
10	115,0	77,3	117,2	174,0	96,5	101,3	265,2	142,3	89,7
13	111,5	77,9	118,5	170,4	97,1	102,4	261,9	143,5	90,7
15	108,0	78,7	119,8	166,7	97,9	103,5	258,4	144,9	91,9
17	104,6	79,5	121,1	162,8	98,9	104,6	254,6	146,4	93,2
20	101,2	80,3	122,2	158,9	100,0	105,7	250,6	148,1	94,5
22	97,9	81,2	123,4	154,9	101,2	106,8	246,4	150,0	96,0
24	94,6	82,1	124,4	150,8	102,7	107,9	241,9	152,1	97,5
26	91,4	83,0	125,4	146,7	104,2	109,0	237,2	154,3	99,2
29	88,2	83,9	126,4	142,4	105,9	110,2	232,2	156,7	101,0
31	86,1	84,5	127,0	139,6	107,0	110,9	228,7	158,4	102,2
33	82,0	85,8	128,1	133,9	109,5	112,4	221,5	162,1	104,9
35	79,1	86,8	128,9	129,5	111,4	113,6	215,9	165,0	107,1
38	76,2	87,8	129,7	125,2	113,3	114,8	210,1	168,1	109,4
40	73,4	88,9	130,6	120,8	115,4	116,0	204,2	171,4	111,9
42	70,7	90,1	131,4	116,5	117,4	117,2	198,2	174,8	114,5
44	68,1	91,4	132,3	112,2	119,5	118,5	192,2	178,3	117,2
47	65,6	92,8	133,3	107,9	121,6	119,8	186,1	181,9	120,0
49	63,2	94,3	134,4	103,8	123,9	121,2	180,1	185,6	122,9
51	61,0	95,9	135,6	99,7	126,2	122,8	174,2	189,3	125,9

Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i površinske hrapavosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena na amplitude brzine vibracija u karakterističnim područjima frekvencija prikazan je na slici 8.19. Povećanje amplitude površinske hrapavosti utiče na rast amplituda brzine vibracija u području srednjih i niskih frekvencija, stim da je uticaj znatno veći u oblasti srednjih frekvencija. U oblasti visokih frekvencija dolazi do blagog smanjenja brzine vibracija sa povećanjem amplitude površinske hrapavosti. U ovoj oblasti maksimum brzine vibracija ostvaren je pri kombinaciji najmanjeg aksijalnog opterećenja i najmanje površinske hrapavosti. Minimum brzine vibracija u području visokih frekvencija je ostvaren pri dejstvu najvećeg aksijalnog opterećenja i najveće amplitude površinske hrapavosti.



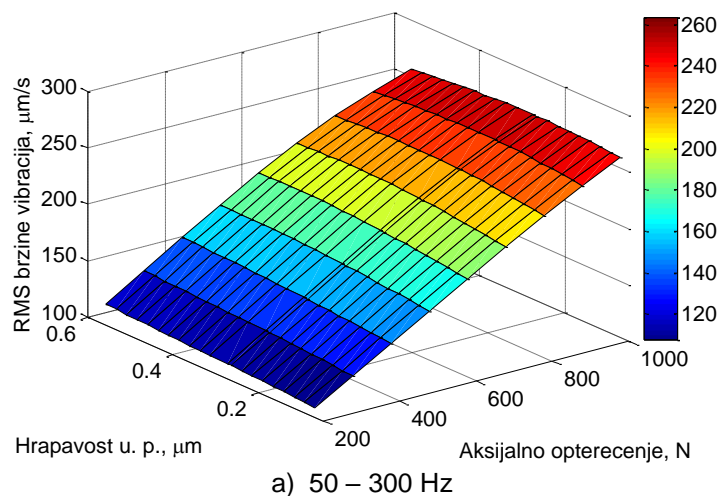
Slika 8.19. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i hrapavosti spoljašnjeg prstena na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 14

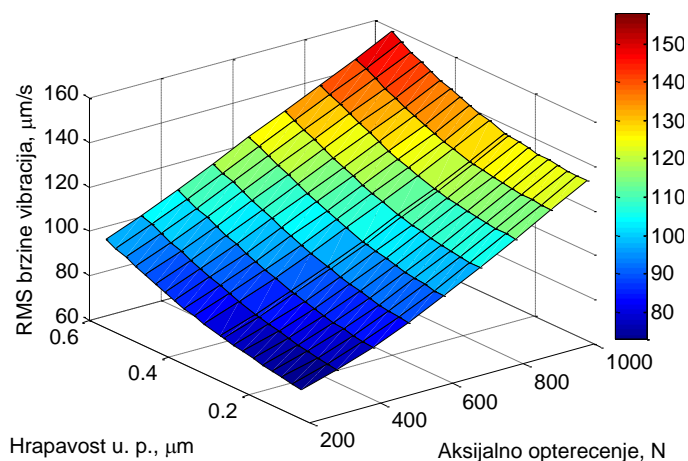
Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i površinske hrapavosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena na amplitude brzine vibracija u karakterističnim područjima frekvencija za ležaj oznake 42, prikazan je u tabeli 8.19. Povećanje aksijalnog opterećenja izaziva rast amplituda brzine vibracija u području niskih i srednjih frekvencija. Rast amplituda površinske hrapavosti izaziva rast amplituda brzine vibracija i području niskih i srednjih frekvencija. U oblasti visokih frekvencija, rast površinske hrapavosti do $0,15 \mu\text{m}$ nema uticaja na amplitude brzine vibracija, a dalji rast hrapavosti izaziva blago smanjenje amplituda brzine vibracija.

Tabela 8.19. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i hrapavosti spoljašnjeg prstena na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 42

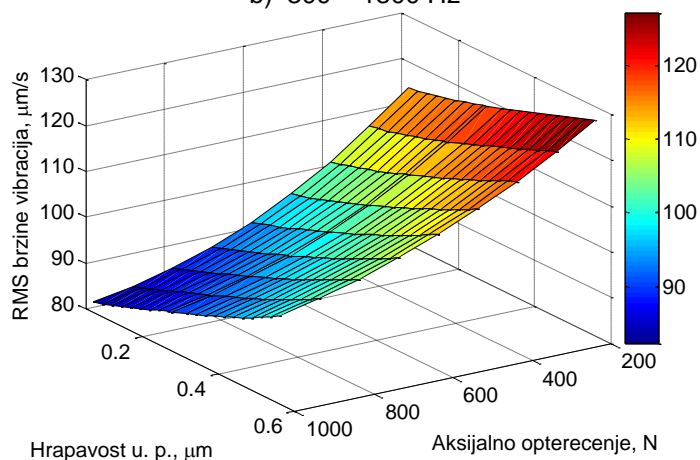
Aksijalna sila, N	200			500			1000		
Područje frekvencija	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Površinska hrapavost spoljašnjeg prstena, μm	RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$			RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$			RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$		
0,070	82,0	79,6	127,5	135,8	101,7	112,2	226,5	153,6	106,9
0,081	83,5	81,3	127,3	137,2	103,6	111,7	227,4	155,4	105,1
0,091	85,0	83,2	127,1	138,6	105,6	111,3	228,2	157,2	103,4
0,098	86,1	84,5	127,0	139,6	107,0	110,9	228,7	158,4	102,2
0,112	88,2	87,2	126,6	141,4	109,9	110,3	229,5	160,8	100,3
0,123	89,9	89,3	126,2	142,8	112,2	109,8	230,0	162,6	98,9
0,133	91,5	91,5	125,8	144,2	114,6	109,2	230,5	164,4	97,6
0,139	93,2	93,8	125,3	145,6	117,1	108,6	230,9	166,2	96,4
0,154	94,9	96,2	124,8	147,0	119,6	108,0	231,3	168,0	95,2
0,165	96,5	98,6	124,2	148,3	122,2	107,4	231,6	169,8	94,1
0,175	98,1	101,1	123,6	149,7	124,8	106,8	231,9	171,6	93,1
0,186	99,7	103,6	123,0	150,9	127,3	106,1	232,3	173,3	92,1
0,196	101,1	106,2	122,3	152,1	129,8	105,4	232,6	175,1	91,2
0,207	102,5	108,8	121,5	153,3	132,3	104,7	232,9	176,9	90,3
0,217	103,9	111,4	120,7	154,3	134,6	104,0	233,2	178,7	89,4
0,228	105,1	114,0	119,8	155,2	136,9	103,3	233,6	180,5	88,5
0,238	106,2	116,7	119,0	156,0	139,1	102,6	233,8	182,3	87,6
0,249	107,2	119,3	118,0	156,6	141,2	101,9	234,1	184,1	86,8
0,259	108,1	121,9	117,0	157,1	143,3	101,1	234,3	185,8	86,0
0,270	109,0	124,6	116,0	157,5	145,3	100,4	234,4	187,4	85,1
0,280	109,7	127,2	115,0	157,8	147,2	99,7	234,5	188,9	84,4

Slika 8.20 prikazuje međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i hrapavosti unutrašnjeg prstena na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija prema modelu 1, za ležaj 14. U oblasti niskih frekvencija amplituda površinske hrapavosti unutrašnjeg prstena nema uticaja na amplitudu brzine vibracija. U oblasti srednjih i visokih frekvencija dolazi do rasta amplituda brzine vibracija sa povećanjem površinske hrapavosti. Aksijalno opterećenje utiče na linearan rast amplituda brzine vibracija u području niskih i srednjih frekvencija. U oblasti visokih frekvencija dolazi do pada amplituda brzine vibracija. Promene amplituda brzine vibracija su reda malih veličina, oko 20 $\mu\text{m/s}$ i nemaju značajan uticaj na vibracije ležaja.





b) 300 – 1800 Hz



c) 1800 – 10000 Hz

Slika 8.20. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i hrapavosti unutrašnjeg prstena na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 14

Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i hrapavosti unutrašnjeg prstena na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija za ležaj oznake 42 prikazan je u tabeli 8.20. Analizom rezultata prikazanih u tabeli, može se zaključiti da površinska hrapavost unutrašnjeg prstena nema značajan uticaj na amplitude brzine vibracija u karakterističnim područjima frekvencija.

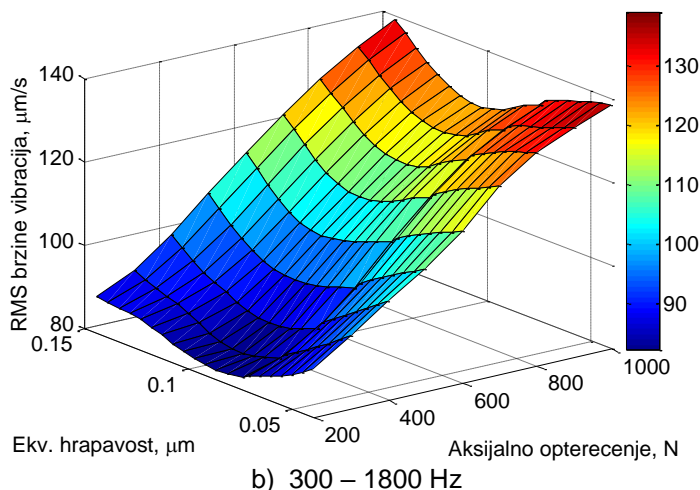
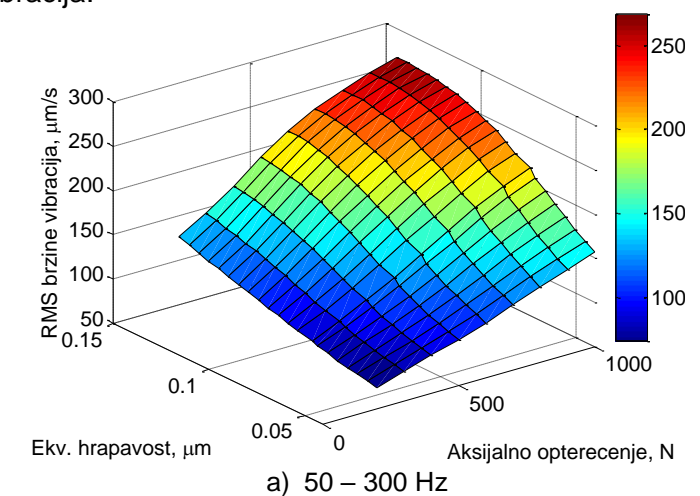
Tabela 8.20. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i hrapavosti unutrašnjeg prstena na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 42

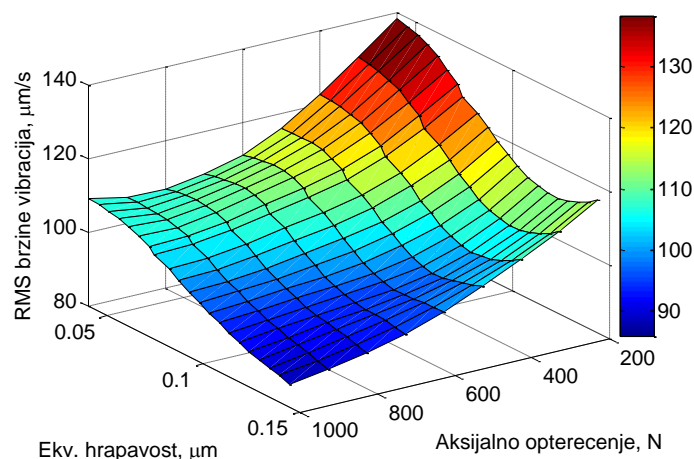
Aksijalna sila, N	200			500			1000		
Područje frekvencija	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Površinska hrapavost unutrašnjeg prstena, μm	RMS brzine vibracija, μm/s			RMS brzine vibracija, μm/s			RMS brzine vibracija, μm/s		
0,070	78,6	81,2	121,1	133,9	105,0	105,5	227,8	155,3	100,9
0,095	79,3	81,1	121,4	134,3	104,7	105,7	228,1	155,3	100,8
0,119	80,0	81,1	121,7	134,8	104,5	106,0	228,3	155,3	100,8
0,144	80,7	81,3	122,2	135,3	104,4	106,5	228,5	155,5	100,8
0,168	81,5	81,6	122,7	135,8	104,4	107,0	228,6	155,8	100,9
0,193	82,4	82,0	123,4	136,5	104,7	107,6	228,7	156,1	101,0
0,217	83,3	82,5	124,2	137,2	105,0	108,4	228,7	156,6	101,2
0,242	84,3	83,1	125,1	138,0	105,6	109,2	228,8	157,1	101,5
0,266	85,3	83,8	126,1	138,8	106,3	110,1	228,8	157,8	101,9

Nastavak tabele 8.20.

0,286	86,1	84,5	127,0	139,6	107,0	110,9	228,7	158,4	102,2
0,315	87,4	85,6	128,4	140,9	108,3	112,3	228,7	159,5	102,9
0,340	88,6	86,7	129,6	142,0	109,5	113,4	228,6	160,5	103,6
0,364	89,8	87,8	130,9	143,3	110,9	114,7	228,5	161,7	104,4
0,389	91,0	89,0	132,2	144,6	112,4	116,1	228,3	163,1	105,3
0,413	92,3	90,2	133,5	145,9	114,0	117,5	228,1	164,5	106,3
0,438	93,7	91,4	134,9	147,2	115,7	119,0	227,9	166,2	107,5
0,462	95,0	92,7	136,2	148,5	117,4	120,5	227,6	168,0	108,7
0,487	96,4	94,0	137,5	149,8	119,2	122,1	227,3	170,0	109,9
0,511	97,8	95,3	138,8	151,0	121,1	123,6	226,9	172,2	111,2
0,536	99,3	96,6	140,0	152,2	122,9	125,2	226,4	174,6	112,6
0,560	100,7	97,8	141,2	153,2	124,7	126,8	225,8	177,1	114,0

Međusobni uticaj amplitude ekvivalentne površinske hrapavosti i aksijalnog opterećenja na amplitude brzine vibracija u karakterističnim područjima za ležaj oznake 14, prikazan je na slici 8.21. U oblasti niskih frekvencija dolazi do rasta amplitude brzine vibracija sa povećanjem amplitude ekvivalentne hrapavosti. Sličan trend je prisutan u oblasti visokih frekvencija, pri čemu amplituda ekvivalentne hrapavosti do 0,1 μm nema značajan uticaj na vibracije. Zavisnosti promene brzine vibracija sa promenom amplitude ekvivalentne površinske hrapavosti se u potpunosti slažu sa eksperimentalnim rezultatima. Sa stanovišta amplitude brzine vibracija može se usvojiti optimalna amplituda ekvivalentne hrapavosti koja treba da iznosi približno 0,1 μm . Na osnovu toga, prilikom uparivanja prstena kotrljajnog ležaja, izborom površinskih hrapavosti čija ekvivalentna vrednost je bliska optimalnoj, može se uticati na amplitude brzine vibracija.





c) 1800 – 10000 Hz

Slika 8.21. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i ekvivalentne hrapavosti na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 14

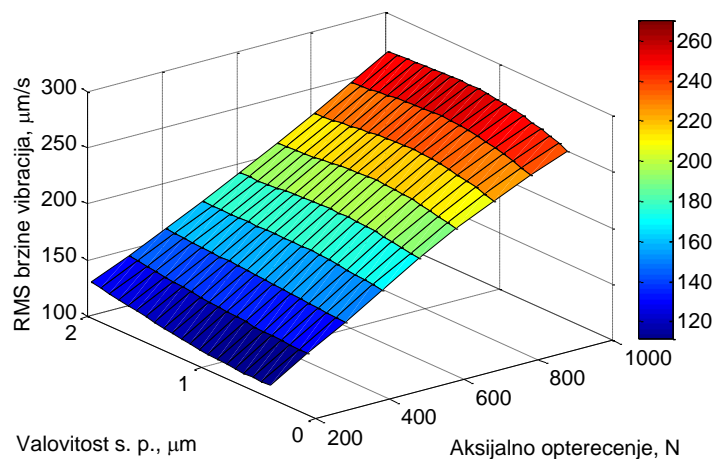
Rezultati prikazani u tabeli 8.21 dobijeni su pomoću modela 2, za ležaj 42 i predstavljaju međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude ekvivalentne hrapavosti na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija. Amplituda ekvivalentne površinske hrapavosti koja je manja ili jednaka od 0,1 μm obezbeđuje minimalne brzine vibracija u područjima svih frekvencija.

Tabela 8.21. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude ekvivalentne hrapavosti na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 42

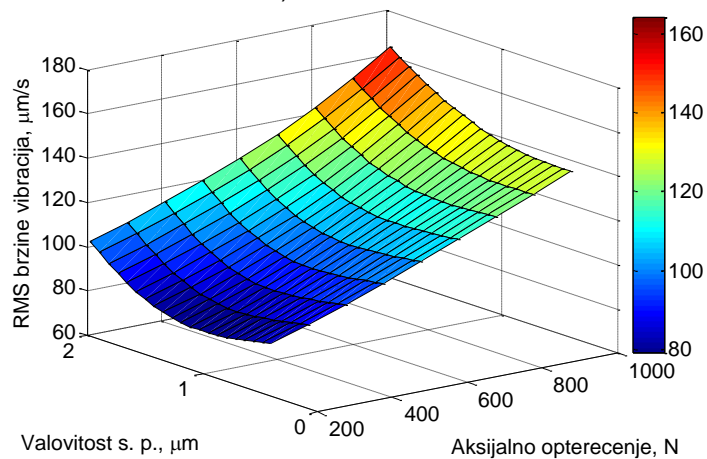
Aksijalna sila, N	200			500			1000		
Područje frekvencija	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Hrapavost EKV, μm	RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$			RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$			RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$		
0,040	78,2	90,8	148,4	107,2	109,9	123,5	175,0	130,2	111,4
0,046	80,2	91,5	147,7	110,7	110,9	122,1	182,2	134,6	111,3
0,051	82,5	92,5	146,7	114,8	112,2	120,6	189,6	139,5	111,2
0,056	84,8	93,6	145,3	119,6	113,5	119,1	196,9	144,9	110,8
0,061	87,1	94,6	143,8	125,0	114,8	117,6	203,8	150,6	110,4
0,066	89,4	95,3	142,0	130,7	116,0	116,1	210,2	156,5	109,8
0,072	91,6	95,7	140,2	136,5	117,0	114,5	216,2	162,6	109,2
0,074	92,8	95,7	139,2	139,6	117,5	113,7	219,1	165,7	108,9
0,082	95,9	95,3	136,8	147,5	118,2	111,5	226,2	173,9	107,8
0,087	97,8	94,7	135,2	152,0	118,3	109,9	229,8	178,7	106,9
0,092	99,5	93,9	133,8	155,4	118,0	108,4	232,4	182,9	105,9
0,098	100,7	92,9	132,6	157,8	117,3	106,8	234,1	186,8	105,0
0,103	101,3	91,8	131,4	159,1	116,1	105,0	235,3	190,8	104,1
0,108	101,6	90,4	130,0	159,8	114,5	102,9	236,2	195,2	103,4
0,113	101,9	88,7	128,0	160,0	112,9	100,6	236,7	198,7	102,3
0,118	102,1	88,0	125,9	160,2	111,9	98,2	236,6	199,6	100,4
0,124	101,7	88,7	124,8	160,1	112,0	96,0	235,7	197,2	97,6
0,129	100,9	90,1	124,3	159,6	112,0	94,0	234,2	192,2	94,1
0,134	99,9	91,1	123,9	158,9	110,7	92,0	232,5	185,2	90,2
0,139	99,3	91,0	123,1	158,0	108,5	90,1	230,8	177,3	86,3
0,144	99,2	89,8	122,0	157,2	106,7	88,3	229,6	169,8	82,3

Slika 8.21 daje prikaz međusobnog uticaja aksijalnog opterećenja i amplitude valovitosti spoljašnjeg prstena na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija prema modelu 1, za ležaj 14. U oblasti niskih frekvencija valovitost spoljašnjeg prstena nema značajan uticaj na promenu amplituda brzine vibracija. Rast amplitude valovitosti staze kotrljanja u oblasti srednjih

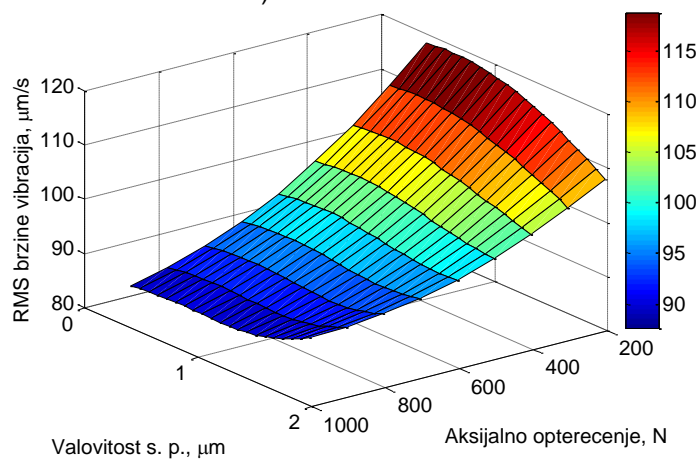
frekvencija izaziva rast brzine vibracija, pri čemu se minimum javlja kada je amplituda valovitosti između 0,8 i 1,2 μm . U oblasti visokih frekvencija pri dejstvu aksijalnog opterećenja višeg intenziteta dolazi do rasta amplituda brzine vibracija sa rastom amplitude valovitosti. Kada je aksijalno opterećenje minimalno, amplitude brzine vibracija su najviše pri minimalnoj amplitudi valovitosti i sa porastom amplitude valovitosti iznad 1 μm , amplitude brzine vibracija opadaju.



a) 50 – 300 Hz



b) 300 – 1800 Hz



c) 1800 – 10000 Hz

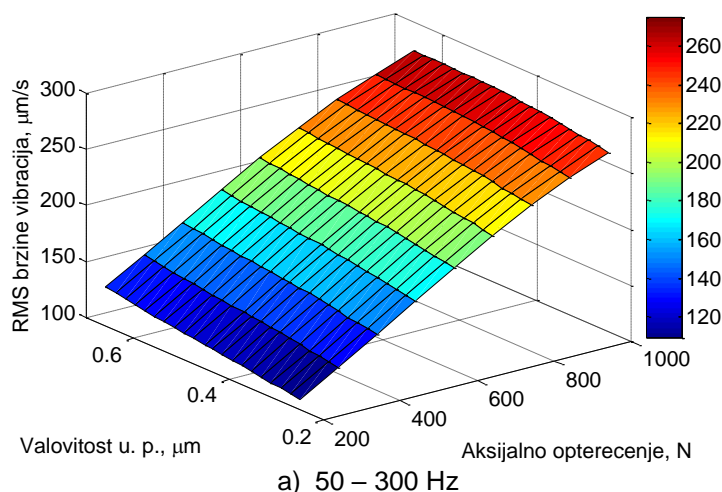
Slika 8.22. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude valovitosti spoljašnjeg prstena na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 14

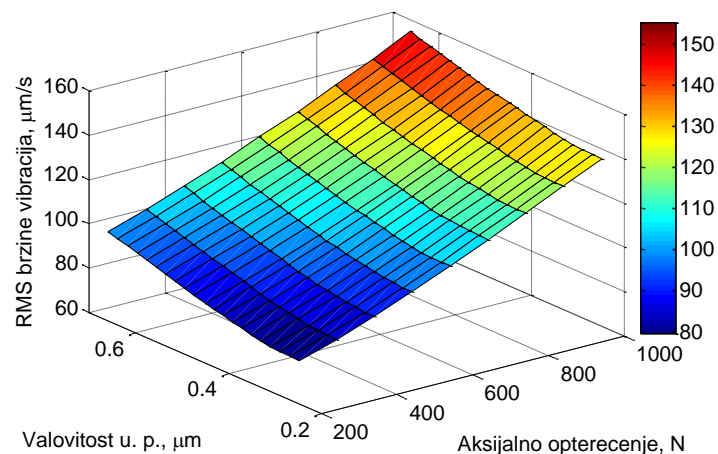
Minimalne amplitude brzine vibracija ostvaruju se pri minimalnoj amplitudi valovitosti spoljašnjeg prstena i minimalnom aksijalnom opterećenju, za ležaj oznake 42, tabela 8.22. Rast amplitude valovitosti spoljašnjeg prstena izaziva rast amplituda brzine vibracija u područjima niskih i srednjih frekvencija za sva aksijalna opterećenja.

Tabela 8.22. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude valovitosti spoljašnjeg prstena na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 42

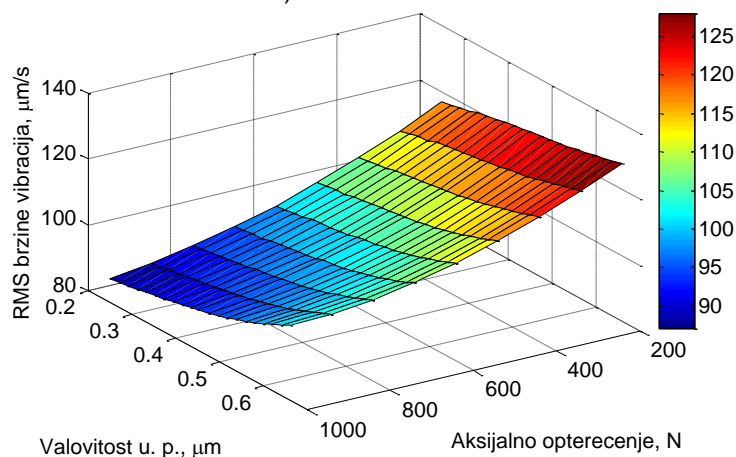
Aksijalna sila, N	200			500			1000		
Područje frekvencija	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Valovitost spoljašnjeg prstena, μm	RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$			RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$			RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$		
0,400	87,0	83,8	126,3	128,4	101,8	109,5	212,5	146,2	96,5
0,479	86,5	83,7	126,5	128,8	102,0	110,2	215,7	148,3	97,5
0,557	86,1	83,8	126,7	129,4	102,2	110,8	218,9	150,6	98,6
0,636	85,9	83,9	126,9	130,1	102,5	111,4	222,1	152,9	99,8
0,714	85,9	84,1	126,9	131,0	102,9	112,0	225,3	155,5	100,9
0,790	86,1	84,5	127,0	132,1	103,5	112,7	228,7	158,4	102,2
0,871	86,5	84,9	126,9	133,2	104,1	113,2	231,5	161,0	103,4
0,950	87,1	85,5	126,8	134,5	104,9	113,7	234,3	164,0	104,7
1,028	88,0	86,2	126,6	136,0	105,8	114,2	237,1	167,1	106,1
1,107	89,2	87,1	126,3	137,6	106,9	114,6	239,6	170,4	107,6
1,185	90,6	88,1	125,8	139,2	108,2	115,0	241,9	173,8	109,1
1,264	92,4	89,3	125,3	141,0	109,7	115,3	244,0	177,3	110,7
1,342	94,3	90,6	124,6	142,8	111,5	115,4	245,9	180,9	112,3
1,421	96,5	92,1	123,8	144,6	113,6	115,5	247,5	184,6	113,8
1,499	98,8	93,8	122,9	146,5	116,0	115,5	248,8	188,4	115,4
1,578	101,4	95,7	121,9	148,3	118,6	115,4	249,9	192,3	116,9
1,656	104,0	97,8	120,8	150,1	121,5	115,2	250,7	196,1	118,4
1,735	106,7	100,2	119,6	151,9	124,7	114,9	251,3	200,1	119,7
1,813	109,4	102,7	118,4	153,7	128,0	114,6	251,6	204,0	120,9
1,892	112,2	105,5	117,2	155,4	131,6	114,2	251,8	207,9	121,9
1,970	114,9	108,5	116,0	157,1	135,4	113,9	251,8	211,7	122,8

Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude valovitosti unutrašnjeg prstena na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija dobijen prema modelu 1 za ležaj 14 prikazan je na slici 8.23. U području niskih frekvencija, promena amplitude valovitosti unutrašnjeg prstena nema značajan uticaj na amplitude brzine vibracija, bez obzira na intenzitet aksijalnog opterećenja. U oblasti srednjih i visokih frekvencija amplitude brzine vibracija blago rastu sa povećanjem amplitude valovitosti staze kotrljanja unutrašnjeg prstena.





b) 300 – 1800 Hz



c) 1800 – 10000 Hz

Slika 8.23. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude valovitosti unutrašnjeg prstena na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 14

Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude valovitosti unutrašnjeg prstena na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija za ležaj oznake 42 ima iste trendove kao i prethodno objašnjenje na primeru ležaja 12.

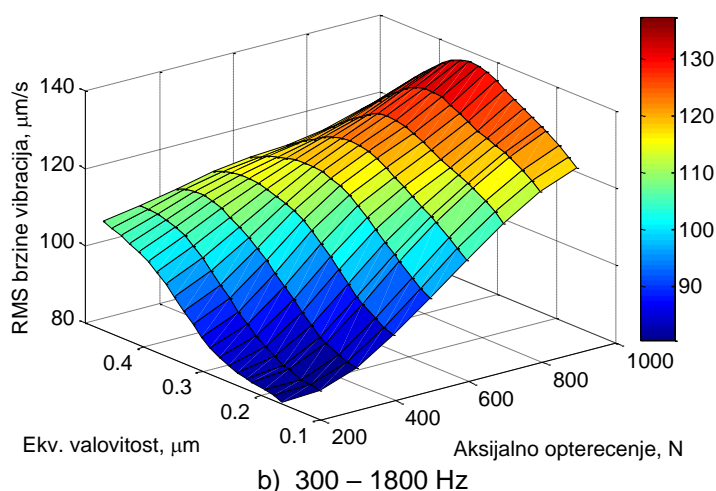
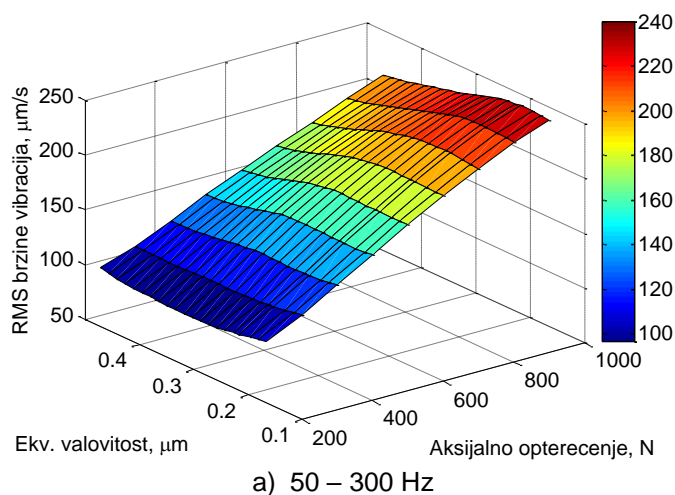
Tabela 8.23. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude valovitosti unutrašnjeg prstena na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 42

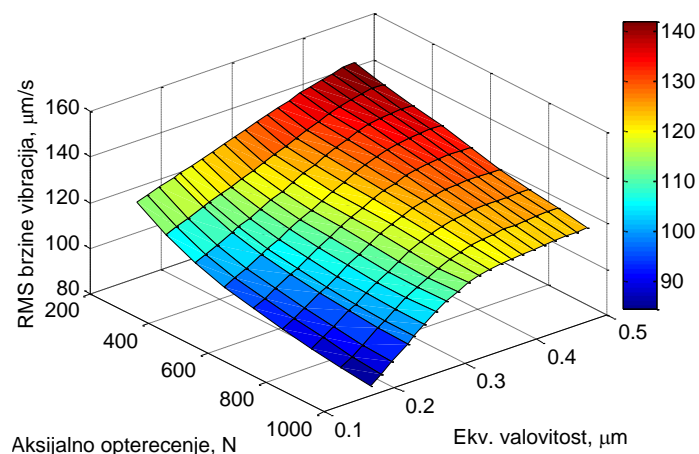
Aksijalna sila, N	200			500			1000		
Područje frekvencija	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Valovitost unutrašnjeg prstena, µm	RMS brzine vibracija, µm/s			RMS brzine vibracija, µm/s			RMS brzine vibracija, µm/s		
0,250	74,4	83,2	120,4	125,7	104,6	104,5	216,9	154,0	91,5
0,271	75,2	82,9	121,2	127,1	104,6	105,0	218,4	154,4	92,3
0,291	76,1	82,8	121,9	128,5	104,7	105,5	219,9	154,8	93,1
0,312	77,2	82,7	122,6	130,0	104,9	106,1	221,3	155,2	94,1
0,332	78,4	82,8	123,3	131,6	105,1	106,8	222,7	155,7	95,1
0,353	79,6	82,9	124,0	133,1	105,3	107,4	224,0	156,1	96,2
0,373	80,9	83,1	124,6	134,6	105,6	108,1	225,2	156,5	97,3
0,394	82,3	83,4	125,2	136,0	105,9	108,8	226,3	157,0	98,6
0,414	83,6	83,7	125,9	137,3	106,3	109,5	227,3	157,5	99,9

Nastavak tabele 8.23.

0,435	85,0	84,1	126,5	138,7	106,7	110,3	228,1	158,0	101,2
0,450	86,1	84,5	127,0	139,6	107,0	110,9	228,7	158,4	102,2
0,476	87,9	85,2	127,8	141,1	107,7	112,0	229,6	159,1	104,0
0,496	89,4	85,9	128,4	142,3	108,2	112,9	230,3	159,8	105,6
0,517	90,9	86,6	129,1	143,5	108,9	113,8	230,9	160,5	107,1
0,537	92,4	87,5	129,7	144,7	109,6	114,8	231,6	161,3	108,8
0,558	94,0	88,5	130,4	146,0	110,3	115,9	232,2	162,2	110,5
0,578	95,7	89,5	131,2	147,3	111,2	117,0	232,9	163,1	112,2
0,599	97,5	90,7	131,9	148,6	112,0	118,1	233,7	164,2	114,0
0,619	99,3	91,9	132,7	150,1	113,0	119,3	234,5	165,3	115,9
0,640	101,3	93,2	133,5	151,6	113,9	120,6	235,3	166,5	117,8
0,660	103,3	94,5	134,4	153,2	115,0	122,0	236,2	167,9	119,7

Amplituda ekvivalentne valovitosti nema značajan uticaj na amplitude brzine vibracija u području niskih frekvencija, slika 8.24. U oblasti srednjih i visokih frekvencija rast amplitude ekvivalentne valovitosti utiče na rast brzine vibracija. Kada je amplituda ekvivalentne valovitosti manja ili jednaka od $0,25 \mu\text{m}$ ostvaruju se minimalne amplitude brzine vibracija. Kada je amplituda valovitosti veća od $0,25 \mu\text{m}$ dolazi do značajnog rasta brzine vibracija u oba područja. Sa stanovišta minimalnih amplitude brzina vibracija može se preporučiti da amplituda ekvivalentne valovitosti ne bude veća od $0,3 \mu\text{m}$.





c) 1800 – 10000 Hz

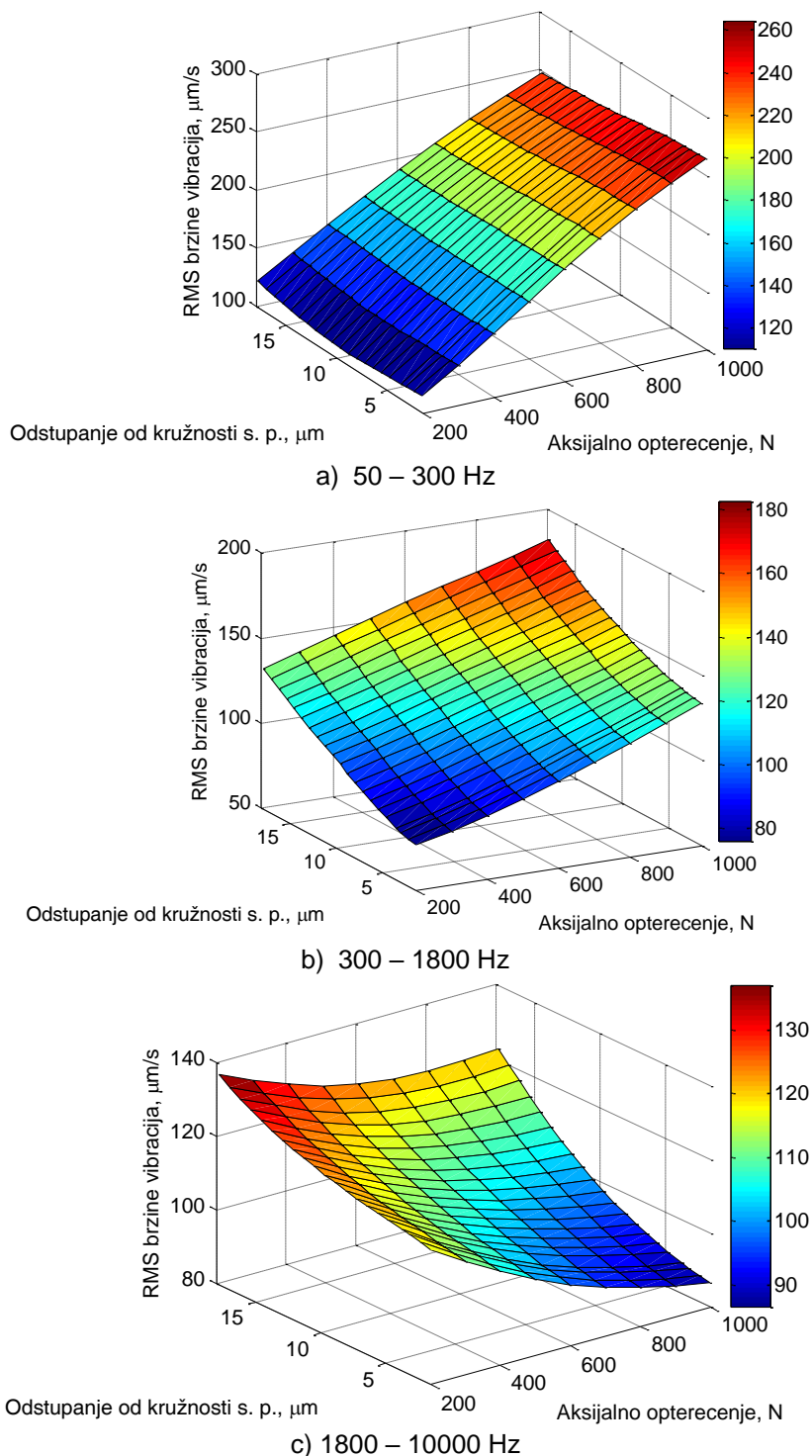
Slika 8.24. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude ekvivalentne valovitosti na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 14

Tabela 8.24 prikazuje međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude ekvivalentne valovitosti na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija dobijen na osnovu modela 2, za ležaj 42. Amplituda ekvivalentne valovitosti nema značajan uticaj na amplitude brzine vibracija u oblasti niskih frekvencija. U oblasti srednjih i visokih frekvencija dolazi do rasta amplitude brzine vibracija, slično kao kod ležaja 14.

Tabela 8.24. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude ekvivalentne valovitosti na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 42

Aksijalna sila, N	200			500			1000		
Područje frekvencija	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Ekv. valovitost, μm	RMS brzine vibracija, μm/s			RMS brzine vibracija, μm/s			RMS brzine vibracija, μm/s		
0,165	91,7	88,4	112,7	139,5	99,7	88,0	216,0	121,2	75,6
0,180	91,1	89,1	116,1	138,8	102,2	91,4	217,3	125,7	79,7
0,195	90,7	89,6	119,5	138,5	104,9	94,7	218,5	130,5	84,0
0,217	90,7	90,3	122,8	138,4	107,6	98,0	219,4	135,7	88,4
0,226	91,0	91,3	126,2	138,4	110,3	101,2	220,0	141,2	92,7
0,241	91,4	92,3	129,6	138,6	112,7	104,4	220,3	147,1	97,1
0,257	91,9	93,4	133,0	139,0	114,8	107,4	220,2	153,4	101,3
0,272	92,4	94,6	136,2	139,3	116,4	110,5	219,8	159,7	105,2
0,288	92,8	95,7	139,2	139,6	117,5	113,7	219,1	165,7	108,9
0,303	93,2	96,8	141,8	139,8	117,8	116,7	218,3	170,4	112,1
0,318	93,5	97,7	144,0	139,8	117,7	119,7	217,1	173,7	114,9
0,334	93,9	98,4	145,9	139,7	117,2	122,4	215,5	175,5	117,3
0,349	94,5	98,9	147,3	139,4	116,5	124,6	213,3	176,1	119,0
0,364	95,2	99,3	148,2	139,0	115,7	126,4	210,6	175,6	120,3
0,380	96,1	99,6	148,7	138,3	114,9	127,6	207,5	173,9	121,2
0,395	97,0	99,8	148,8	137,5	114,3	128,5	204,4	171,4	121,9
0,410	97,9	99,9	148,7	136,4	113,7	129,0	201,2	168,1	122,4
0,426	98,8	100,0	148,4	135,0	113,2	129,4	198,1	164,6	122,8
0,441	99,6	100,2	148,0	133,6	112,7	129,6	195,3	160,9	123,2
0,456	100,4	100,9	147,6	132,1	112,4	129,8	193,0	157,2	123,8
0,472	101,0	102,3	147,4	130,6	112,2	130,0	191,4	153,6	124,6

Slika 8.25 prikazuje međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude odstupanja od kružnosti spoljašnjeg prstena na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija prema modelu 1, za ležaj oznake 14. Promena amplitude odstupanja od kružnosti spoljašnjeg prstena ima zanemarivo mali uticaj na amplitude brzine vibracija u oblasti niskih frekvencija. U oblasti srednjih i visokih frekvencija dolazi do porasta amplituda brzine vibracija sa povećanjem amplitude odstupanja od kružnosti spoljašnjeg prstena.



Slika 8.25. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude odstupanja od kružnosti spoljašnjeg prstena na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 14

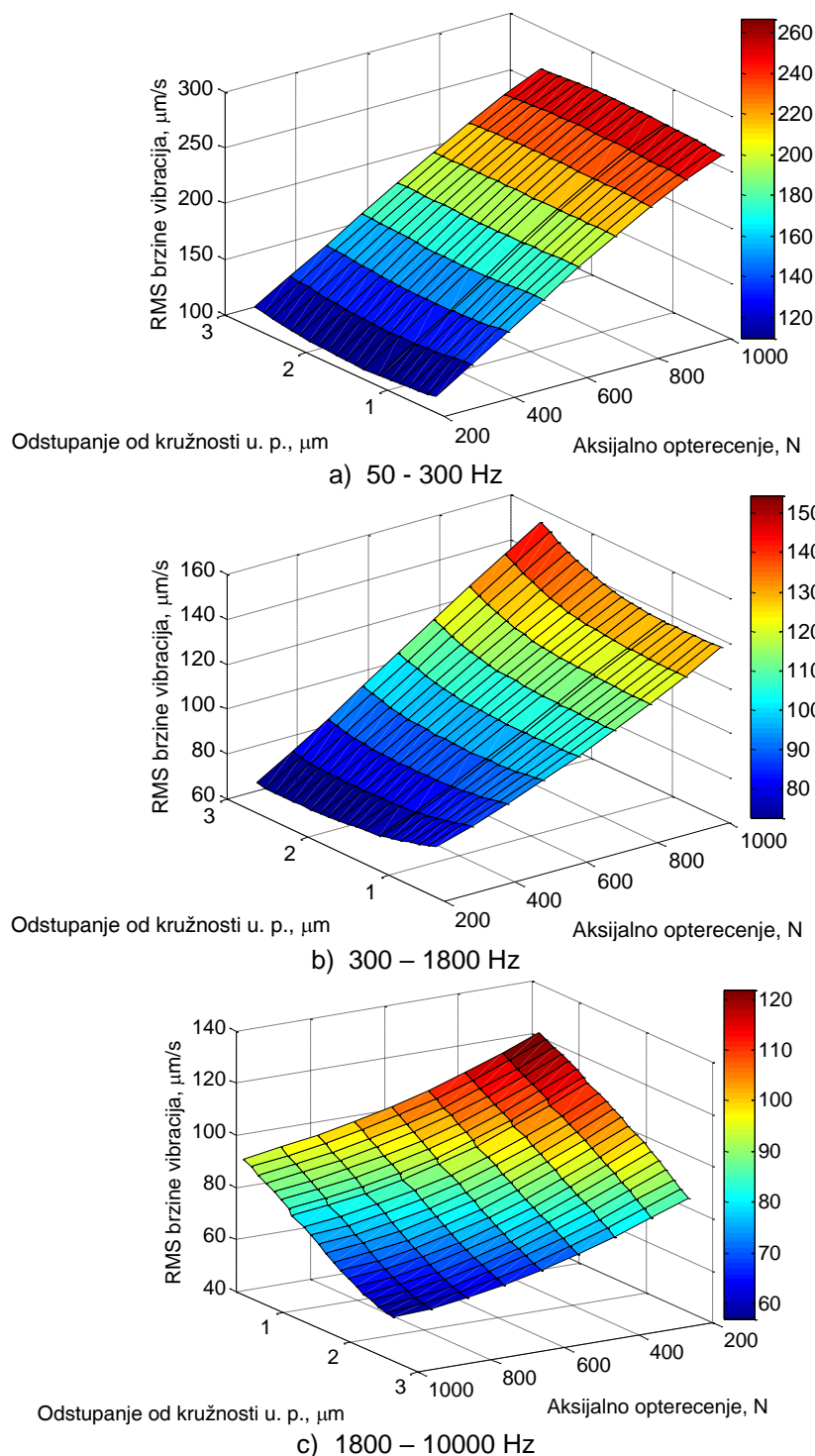
Rast aksijalnog opterećenja utiče na povećanje amplitude brzine vibracija u oblasti niskih i srednjih frekvencija i smanjenja amplituda brzine u oblasti visokih frekvencija.

U tabeli 8.25 prikazan je međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude odstupanja od kružnosti spoljašnjeg prstena na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracijaprema modelu 1, za ležaj 42. Trendovi promene brzine vibracija su isti kao i u slučaju ležaja oznake 14.

Tabela 8.25. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude odstupanja od kružnosti spoljašnjeg prstena na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 42

Aksijalna sila, N	200			500			1000		
Područje frekvencija	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Odstupanje od kružnosti spoljašnjeg prstena, μm	RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$			RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$			RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$		
1,55	86,2	80,6	117,6	138,8	100,8	102,0	229,7	146,0	92,8
2,36	86,1	80,6	119,7	139,0	101,4	103,8	229,8	148,2	94,5
3,18	86,1	81,0	121,6	139,1	102,4	105,5	229,7	150,5	96,2
3,99	86,1	81,8	123,4	139,3	103,7	107,2	229,5	153,0	98,0
4,80	86,1	83,0	125,2	139,5	105,2	109,0	229,2	155,7	100,1
5,61	86,1	84,5	127,0	139,6	107,0	110,9	228,7	158,4	102,2
6,43	86,1	86,4	128,8	139,7	109,1	113,0	228,1	161,4	104,7
7,24	86,2	88,7	130,6	139,8	111,5	115,1	227,5	164,4	107,3
8,06	86,2	91,3	132,5	139,8	114,2	117,5	226,7	167,6	110,2
8,87	86,4	94,2	134,4	139,8	117,2	120,0	225,8	170,9	113,3
9,69	86,7	97,5	136,5	139,8	120,5	122,6	225,0	174,3	116,6
10,50	87,2	101,0	138,6	139,8	124,0	125,4	224,1	177,8	120,1
11,31	87,9	104,8	140,8	140,0	127,8	128,3	223,4	181,3	123,7
12,13	88,9	108,7	143,1	140,3	131,7	131,3	222,7	184,9	127,5
12,94	90,3	112,9	145,5	140,8	135,8	134,4	222,2	188,5	131,3
13,75	91,9	117,3	148,0	141,5	140,2	137,5	221,7	192,2	135,1
14,57	93,8	121,8	150,6	142,4	144,7	140,8	221,4	195,9	138,9
15,38	96,0	126,5	153,3	143,5	149,4	144,1	221,2	199,7	142,7
16,19	98,5	131,3	156,0	144,7	154,3	147,5	221,1	203,6	146,4
17,01	101,1	136,2	158,8	146,2	159,4	150,9	221,2	207,6	150,0
17,82	104,0	141,2	161,5	147,9	164,6	154,3	221,3	211,7	153,6

Uticaj amplitude odstupanja od kružnosti unutrašnjeg prstena i aksijalnog opterećenja na brzine vibracija u karakterističnim područjima prikazan je na slici 8.26. Amplituda odstupanja od kružnosti unutrašnjeg prstena nema značajan uticaj na amplitude brzine vibracija u oblasti niskih i srednjih frekvencija. U oblasti visokih frekvencija dolazi do smanjenja amplitude brzine vibracija kada se amplituda odstupanja od kružnosti unutrašnjeg prstena povećava.



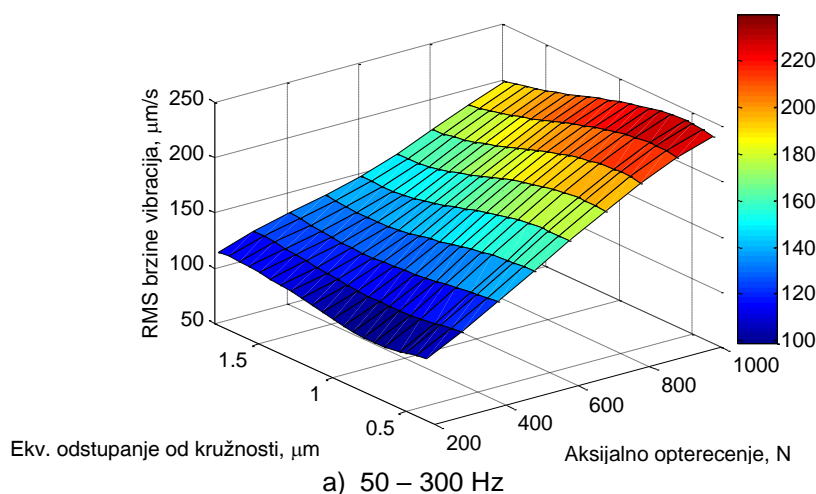
Slika 8.26. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude odstupanja od kružnosti unutrašnjeg prstena na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 14

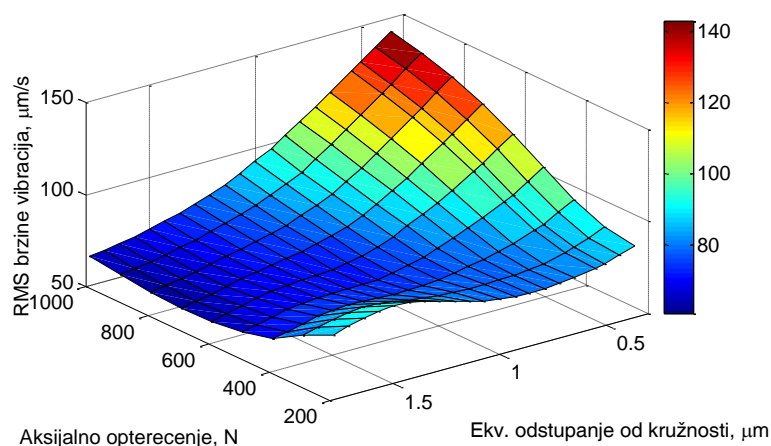
Tabela 8.26 daje prikaz međusobnog uticaja aksijalnog opterećenja i amplitude odstupanja od kružnosti unutrašnjeg prstena na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija prema modelu 1 za ležaj 42. Rezultati pokazuju trendove veoma slične dobijenim za ležaj oznake 14.

Tabela 8.26. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude odstupanja od kružnosti unutrašnjeg prstena na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 1, ležaj 42

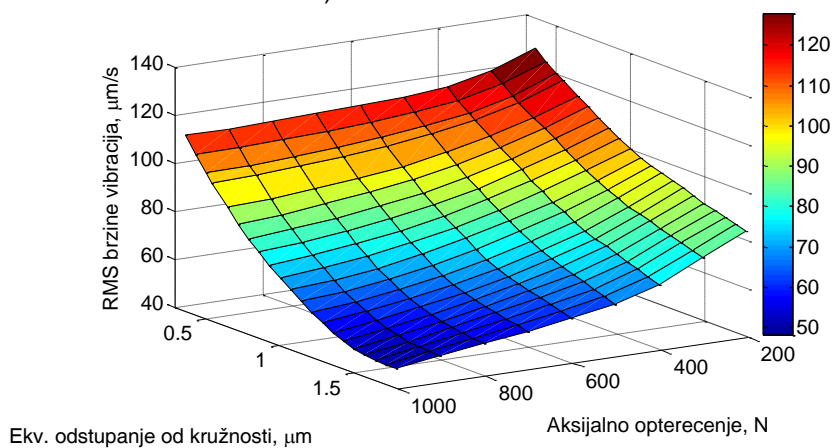
Aksijalna sila, N	200			500			1000		
Područje frekvencija	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Odstupanje od kružnosti unutrašnjeg prstena, μm	RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$			RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$			RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$		
0,40	90,5	87,3	136,2	144,0	105,9	122,3	227,9	159,2	112,7
0,51	89,8	86,4	134,8	143,5	105,7	120,4	228,2	158,9	111,0
0,62	89,1	85,7	133,4	142,9	105,7	118,6	228,4	158,7	109,3
0,73	88,4	85,1	131,9	142,2	105,9	116,8	228,5	158,6	107,7
0,85	87,7	84,8	130,5	141,5	106,1	115,0	228,6	158,5	106,1
0,96	87,0	84,6	129,0	140,7	106,5	113,3	228,7	158,5	104,5
1,07	86,3	84,5	127,5	139,9	106,9	111,6	228,7	158,4	102,8
1,11	86,1	84,5	127,0	139,6	107,0	110,9	228,7	158,4	102,2
1,29	85,3	84,7	124,5	138,4	107,8	108,1	228,8	158,3	99,5
1,40	85,0	85,0	123,0	137,9	108,4	106,5	228,9	158,3	97,7
1,52	85,0	85,4	121,6	137,6	108,9	104,9	229,0	158,2	95,9
1,63	85,3	85,7	120,1	137,6	109,4	103,3	229,1	158,2	94,1
1,74	85,9	86,2	118,6	137,9	110,0	101,8	229,3	158,3	92,3
1,85	86,8	86,6	117,0	138,6	110,5	100,3	229,4	158,5	90,5
1,96	88,1	86,9	115,2	139,6	111,0	98,8	229,6	159,0	88,9
2,07	89,7	87,2	113,2	140,8	111,5	97,3	229,7	159,7	87,3
2,18	91,5	87,4	110,9	142,3	112,0	95,7	229,9	160,6	85,9
2,30	93,6	87,6	108,5	143,8	112,6	93,9	230,1	161,7	84,6
2,41	95,8	87,6	105,8	145,5	113,3	92,1	230,3	163,1	83,5
2,52	98,2	87,5	103,0	147,2	114,1	90,1	230,5	164,8	82,5
2,63	100,6	87,3	100,2	149,0	114,9	88,0	230,6	166,7	81,6

Međusobna zavisnost amplitude ekvivalentnog odstupanja od kružnosti i aksijalnog opterećenja na amplitude brzine vibracija prikazana je na slici 8.27. Amplituda ekvivalentnog odstupanja od kružnosti gotovo da nema uticaj na amplitude brzine vibracija u oblasti niskih frekvencija. U oblasti srednjih frekvencija minimalne amplitude vibracija se javljaju, ako je amplituda ekvivalentnog odstupanja od kružnosti manja od 1 μm . Ako je amplituda ekvivalentnog odstupanja od kružnosti veća od 1 μm , a aksijalno opterećenje veće od 500 N obezbeđeni su uslovi za minimalne brzine vibracija u oblasti visokih frekvencija.





b) 300 – 1800 Hz



c) 1800 – 10000 Hz

Slika 8.27. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude ekvivalentnog odstupanja od kružnosti na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 14

Rezultati prikazani u tabeli 8.27 predstavljaju međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude ekvivalentnog odstupanja od kružnosti na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija prema modelu 2, za ležaj oznake 42. Amplituda ekvivalentnog odstupanja od kružnosti nema značajan uticaj na amplitude brzine vibracija u području niskih frekvencija. Smanjenje amplitude brzine vibracija u području visokih frekvencija je intenzivnije pri dejstvu većeg aksijalnog opterećenja.

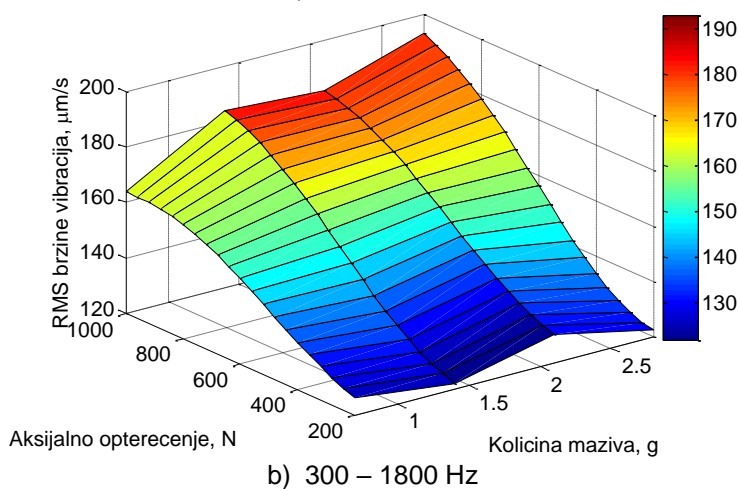
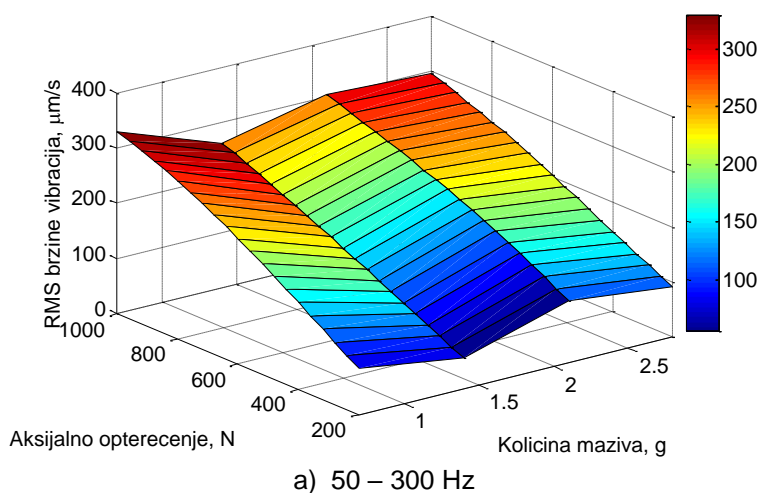
Tabela 8.27. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i amplitude ekvivalentnog odstupanja od kružnosti na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 42

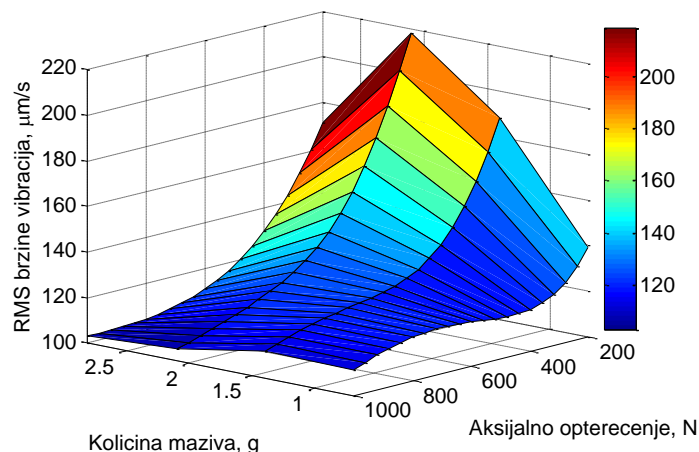
Aksijalna sila, N	200			500			1000		
Područje frekvencija	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Ekv. odstupanje od kružnosti, μm	RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$			RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$			RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$		
0,36	106,3	88,6	127,9	158,7	108,3	115,6	236,6	142,9	113,3
0,43	104,4	85,8	124,0	158,6	102,7	110,8	238,8	136,9	106,8
0,50	102,4	83,6	120,5	158,2	97,8	106,6	239,7	130,9	100,9
0,55	101,4	82,5	118,6	157,7	95,2	104,3	239,9	127,4	97,5
0,65	99,4	80,4	114,4	156,0	89,8	98,9	239,2	119,2	89,6
0,72	98,9	79,5	111,5	154,4	86,3	95,3	237,9	113,4	84,5
0,79	99,2	79,0	108,6	152,6	83,1	92,0	236,3	107,7	79,9
0,86	100,2	78,9	105,7	150,7	80,1	88,9	234,4	102,3	75,8
0,93	101,5	79,2	103,0	148,7	77,4	85,9	232,1	97,3	72,1

Nastavak tabele 8.27.

1,00	103,2	80,0	100,5	146,7	75,1	83,0	229,4	92,7	68,4
1,07	105,1	81,4	98,4	144,8	73,2	80,1	226,5	88,5	65,0
1,14	107,1	83,4	96,6	142,9	72,0	77,3	223,4	84,7	61,8
1,21	109,1	85,7	95,1	141,2	71,5	74,8	220,3	81,5	58,8
1,29	110,8	88,1	93,7	139,9	71,4	72,6	217,2	78,7	56,1
1,36	112,2	90,3	92,1	138,9	71,3	70,8	214,2	76,1	53,7
1,43	113,4	91,8	90,5	138,4	71,0	69,2	211,4	73,8	51,8
1,50	114,5	92,2	89,0	138,3	70,4	67,7	208,7	71,7	50,2
1,57	115,5	91,6	87,6	138,5	69,1	66,2	206,2	69,8	49,2
1,64	116,1	90,0	86,2	139,1	67,4	64,7	203,9	68,2	48,5
1,71	116,3	87,8	85,0	140,2	65,5	63,2	201,7	67,0	48,3
1,78	116,0	85,5	84,0	141,5	63,7	61,7	199,8	66,2	48,3

Slika 8.28 prikazuje međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i količine maziva na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija prema modelu 4, za ležaj 14. U oblasti niskih i srednjih frekvencija sa rastom aksijalnog opterećenja dolazi do rasta amplituda brzine vibracija i smanjenja amplituda brzine vibracija u oblasti visokih frekvencija. Minimum amplitude brzine vibracija u oblasti niskih frekvencija prisutan je pri količini maziva od 1,4 g za sve intenzitete aksijalnog opterećenja. U područjima srednjih i visokih frekvencija minimum brzine vibracija ostvaren je pri količini maziva od 0,7 g. Maksimalum brzine vibracija ostvaren je pri količini maziva od 2,1 g u svim područjima frekvencija. U oblasti visokih frekvencija maksimalum amplituda brzine vibracija prisutan je pri minimalnom aksijalnom opterećenju.





c) 1800 – 10000 Hz

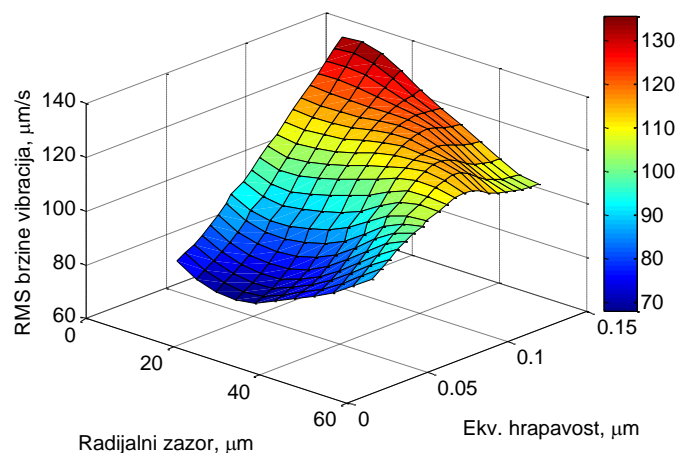
Slika 8.28. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i količine maziva na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 4, ležaj 14

Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i količine maziva na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija prema modelu 4 za ležaj 42 prikazan je u tabeli 8.28. Minimalne amplitude brzine vibracija u području niskih frekvencija za sva aksijalna opterećenja ostvarene su kada je u ležaju prisutno 1,4 g maziva. Najviše amplitude brzine vibracija u oblasti niskih frekvencija javljaju se kada je količina maziva u ležaju 2,1 g.

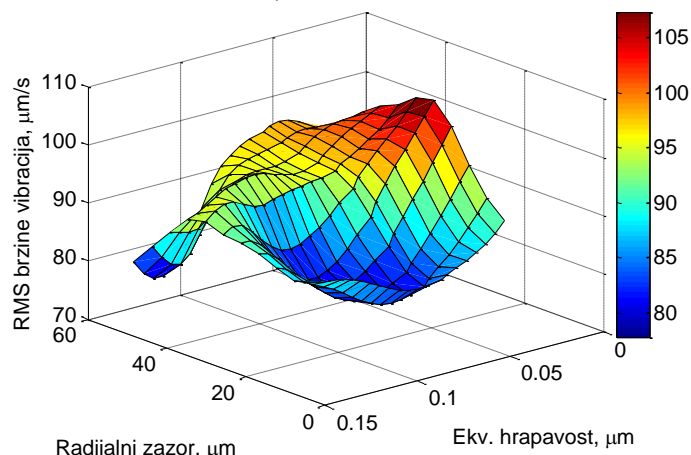
Tabela 8.28. Međusobni uticaj aksijalnog opterećenja i količine maziva na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 4, ležaj 42

Količina maziva, g	0,7			1,4			2,1			2,8		
	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Aksijalna sila, N	RMS brzine vibracija, μm/s			RMS brzine vibracija, μm/s			RMS brzine vibracija, μm/s			RMS brzine vibracija, μm/s		
200	97,0	95,4	147,0	79,7	103,0	175,2	129,8	89,7	120,0	114,9	96,0	155,1
240	104,9	93,0	148,0	86,3	100,6	171,1	140,4	93,6	113,5	122,0	94,2	148,1
280	113,1	91,4	146,6	93,2	99,2	165,9	151,1	97,6	107,2	128,2	92,9	141,6
320	121,4	91,1	142,1	100,3	99,0	159,8	161,8	101,6	101,5	133,8	92,3	135,9
360	129,5	92,0	134,7	107,4	100,4	153,2	172,4	105,6	96,6	139,2	92,5	131,1
400	137,3	94,2	126,0	114,6	103,1	146,8	182,9	109,7	93,0	144,7	93,5	127,3
440	145,1	97,4	118,1	122,1	106,8	141,2	193,3	113,9	90,6	150,8	95,2	124,3
480	153,0	101,0	112,6	130,2	110,7	137,0	203,5	118,3	89,4	157,6	97,4	121,8
520	161,1	104,6	109,9	139,0	114,3	134,2	213,4	122,8	89,1	165,3	100,1	119,7
560	169,5	107,7	109,0	148,4	117,2	132,4	222,9	127,5	89,2	173,6	103,0	117,7
600	178,0	110,3	109,2	158,3	119,3	131,4	231,9	132,2	89,5	182,5	106,0	115,8
640	186,6	112,2	109,3	168,5	120,5	130,7	240,2	137,0	89,8	191,7	108,9	113,8
680	195,2	113,4	109,1	178,9	121,0	130,1	247,7	141,7	90,0	201,1	111,6	111,8
720	203,7	114,1	108,2	189,1	120,9	129,2	254,5	146,3	90,3	210,4	114,1	109,9
760	212,1	114,6	106,8	199,1	120,4	128,0	260,5	150,8	90,8	219,4	116,5	108,0
800	220,3	115,2	105,2	208,7	119,7	126,3	266,0	155,3	91,6	228,0	118,7	106,3
840	228,2	116,1	103,5	217,7	119,1	124,3	271,1	159,6	92,6	236,2	120,8	104,7
880	235,8	117,5	102,0	225,9	118,9	122,1	276,0	164,0	93,9	243,9	122,9	103,2
920	243,2	119,5	101,0	233,3	119,2	119,9	280,7	168,5	95,1	251,4	125,1	101,6
960	250,3	122,3	100,4	239,7	120,4	118,0	285,3	173,2	96,2	258,7	127,4	99,6
1000	257,4	125,9	100,2	245,2	122,6	116,7	289,8	178,4	97,1	266,1	129,7	97,1

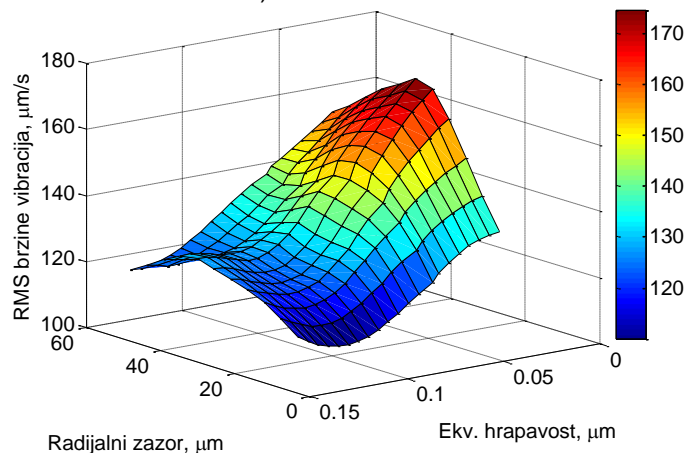
U nastavku ovog poglavlja prikazane su zavisnosti konstrukcionih i tehnoloških parametara. Prikazani su rezultati međusobnog uticaja radialnog zazora i ekvivalentnih vrednosti tehnoloških parametara. Na osnovu rezultata prikazanih u nastavku rada može se zaključiti da su međusobni uticaji složeniji od ranije prikazanih.



a) 50 – 300 Hz



b) 300 – 1800 Hz



c) 1800 – 10000 Hz

Slika 8.29. Međusobni uticaj radialnog zazora i amplitude ekvivalentne hrapavosti na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 14

Slika 8.29 prikazuje međusobni uticaj radialnog zazora i amplitude ekvivalentne hrapavosti na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija prema modelu 2, za ležaj 14. Minimum brzine vibracija u području niskih i srednjih frekvencija obezbeđen je kada je radialni zazor približno

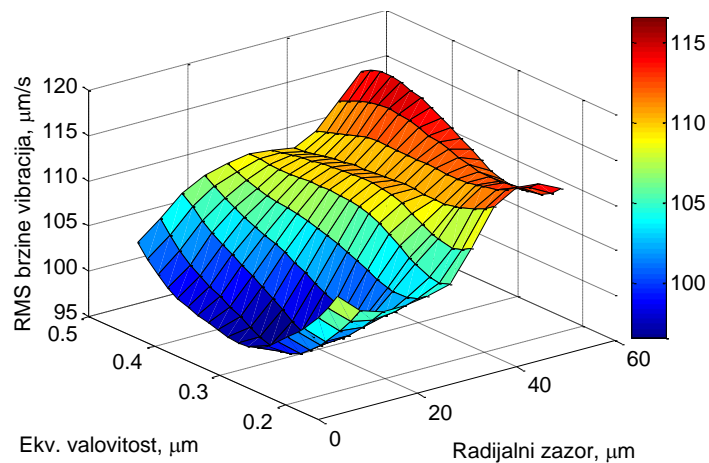
20 μm . Minimum brzine vibracija u svim područjima frekvencija ostvaren je pri amplitudi ekvivalentne hrapavosti od 0,1 μm .

Međusobni uticaj radijalnog zazora i amplitude ekvivalentne hrapavosti na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija prema modelu 2 za ležaj 42, prikazan je u tabeli 8.29. Povećanje radijalnog zazora utiče na rast amplituda brzine vibracija u području visokih frekvencija, pri čemu rast amplitude ekvivalentne hrapavosti utiče na smanjenje brzine vibracija.

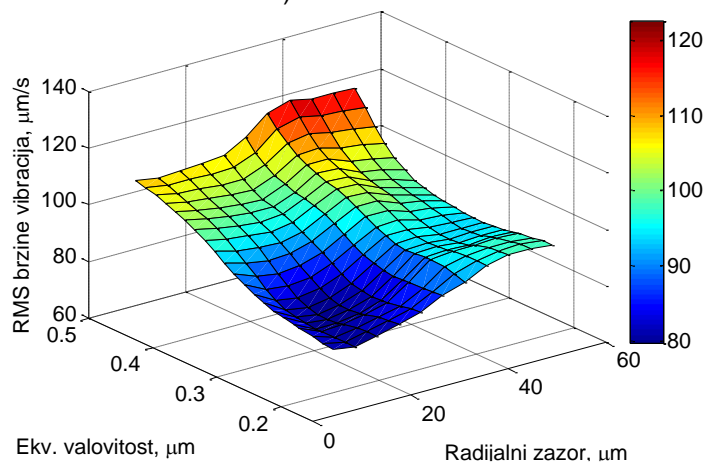
Tabela 8.29. Međusobni uticaj radijalnog zazora i amplitude ekvivalentne hrapavosti na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 42

Radijalni zazor, μm	6			29			51		
Područje frekvencija	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Ekv. hrapavost, μm	RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$			RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$			RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$		
0,0403	77,2	94,7	126,4	76,5	89,8	146,8	102,6	95,2	160,7
0,0455	78,2	93,2	125,7	78,3	90,2	145,9	103,6	97,9	160,8
0,0507	79,7	91,8	124,7	80,5	90,9	144,8	104,2	100,1	160,9
0,0559	81,5	90,5	123,1	82,7	91,7	143,4	104,6	101,6	160,8
0,0611	83,7	89,3	121,2	85,0	92,4	141,7	104,9	102,5	160,4
0,0663	86,4	87,9	118,8	87,3	92,9	139,9	105,1	102,8	159,7
0,0715	89,2	86,3	116,2	89,6	93,0	137,9	105,1	102,2	158,6
0,0743	90,8	85,3	114,7	90,8	92,9	136,9	105,1	101,6	157,8
0,0819	95,1	82,5	110,4	94,0	92,2	134,3	104,5	98,9	155,2
0,0871	97,7	80,8	107,4	95,9	91,5	132,6	103,9	96,7	153,2
0,0923	100,0	79,5	104,3	97,7	90,6	131,1	103,1	94,9	151,1
0,0975	101,9	78,6	101,2	99,0	89,6	129,8	102,3	93,8	148,9
0,1027	103,3	78,2	98,6	99,6	88,6	128,7	101,2	93,1	146,4
0,1079	104,3	78,1	96,5	99,9	87,3	127,3	99,9	92,3	143,6
0,1131	105,1	78,3	95,3	100,3	85,7	125,3	98,3	91,3	140,4
0,1183	105,9	78,4	94,7	100,6	85,0	123,3	96,5	90,8	137,3
0,1235	107,0	78,6	94,6	100,5	85,7	122,2	94,7	90,8	134,6
0,1288	108,5	78,9	94,6	100,1	87,1	121,7	93,1	91,3	132,4
0,1340	110,4	79,5	94,8	99,7	88,3	121,3	91,9	92,2	131,0
0,1392	112,4	80,3	95,6	99,5	88,5	120,7	91,1	93,7	130,4
0,1444	114,4	81,4	96,9	99,9	87,6	119,8	90,8	95,5	130,4

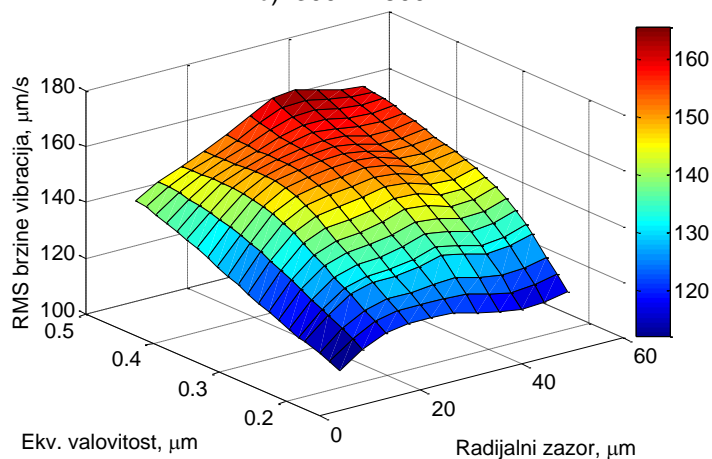
Međusobni uticaj radijalnog zazora i amplitude ekvivalentne valovitosti na brzine vibracija ležaja 14 prema modelu 2 prikazan je na slici 8.30. Radijalni zazor od 20 μm uz ekvivalentnu valovitost od 0,3 μm ostvaruje minimum amplitude brzine vibracija u oblasti niskih i srednjih frekvencija. Maksimalne brzine vibracija su ostvarene pri dejstvu maksimalne ekvivalentne valovitosti i maksimalnog radijalnog zazora u svim područjima frekvencija.



a) 50 – 300 Hz



b) 300 – 1800 Hz



c) 1800 – 10000 Hz

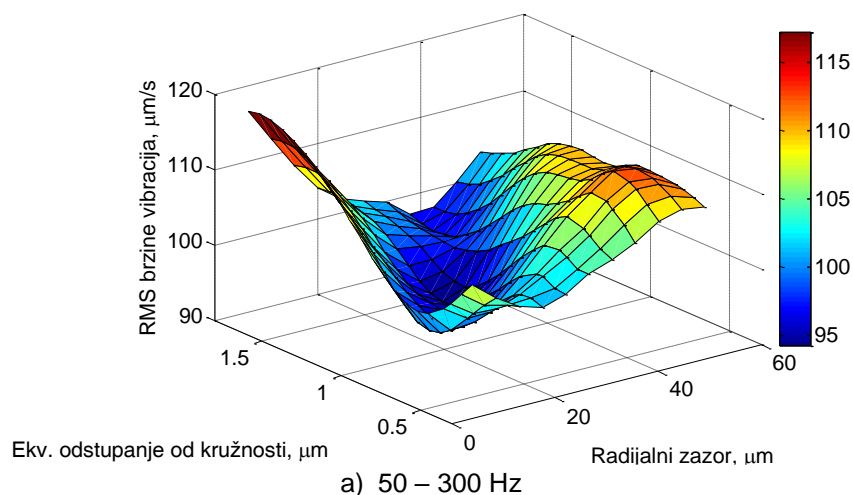
Slika 8.30. Međusobni uticaj radijalnog zazora i amplitude ekvivalentne valovitosti na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 14

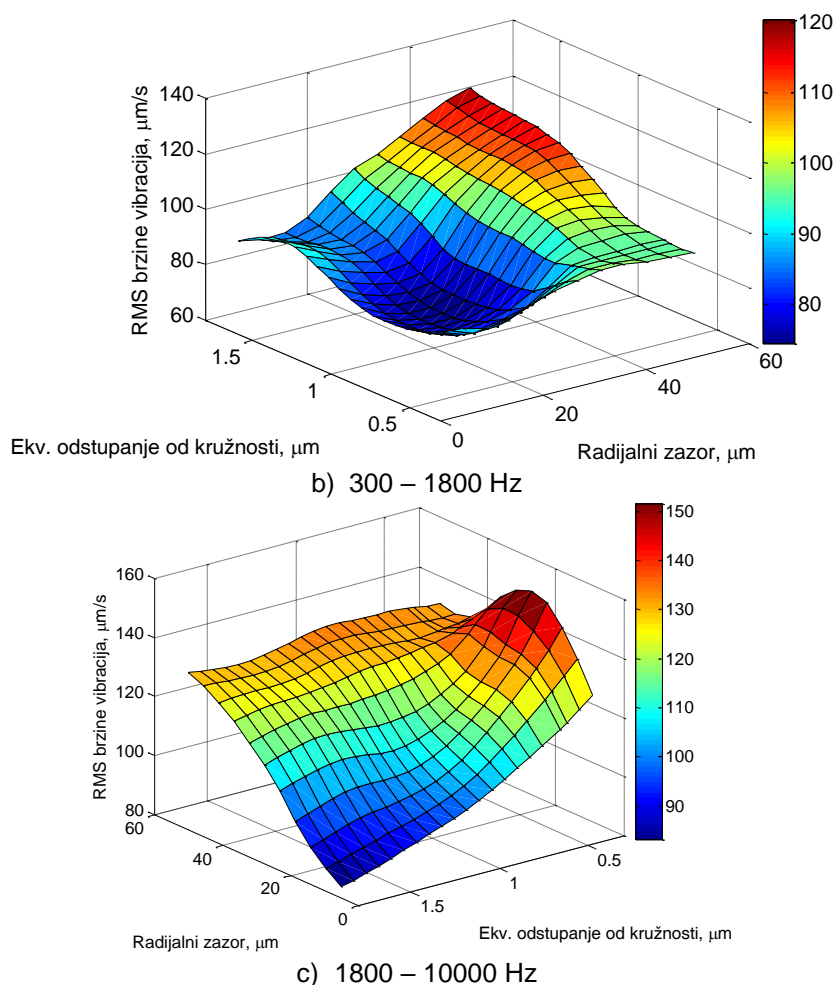
Prema rezultatima u tabeli 8.30 rast amplitude ekvivalentne valovitosti izaziva rast amplituda brzine vibracija u području visokih frekvencija za sve radijalne zazore. U području niskih frekvencija ekvivalentna valovitost nema značajan uticaj na amplitude brzine vibracija, a u području srednjih frekvencija ima umeren uticaj na rast amplituda brzine vibracija.

Tabela 8.30. Međusobni uticaj radijalnog zazora i amplitude ekvivalentne valovitosti na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 42

Radijalni zazor, μm	6			29			51		
Područje frekvencija	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Ekv. valovitost, μm	c, $\mu\text{m/s}$			RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$			RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$		
0,165	100,2	86,3	106,5	90,3	86,6	111,2	110,5	98,2	127,3
0,180	98,6	86,5	107,8	89,5	87,0	114,4	110,4	99,4	132,0
0,195	97,1	86,6	109,0	89,0	87,4	117,6	110,2	100,2	136,6
0,217	95,7	86,7	110,1	88,9	87,9	120,8	109,7	100,8	140,9
0,226	94,3	86,8	111,1	89,1	88,7	124,1	108,8	101,1	145,0
0,241	93,1	86,8	112,0	89,4	89,6	127,4	107,8	101,2	148,8
0,257	92,0	86,4	112,9	89,8	90,6	130,7	106,7	101,3	152,1
0,272	91,2	85,9	113,8	90,3	91,7	133,9	105,7	101,4	155,1
0,288	90,8	85,3	114,7	90,8	92,9	136,9	105,1	101,6	157,8
0,303	90,8	84,8	115,5	91,3	94,0	139,5	104,9	102,0	159,8
0,318	91,2	84,4	116,3	91,8	94,9	141,8	105,1	102,5	161,2
0,334	91,9	84,1	117,2	92,3	95,6	143,7	105,7	103,1	162,2
0,349	92,8	84,1	118,2	93,0	96,2	145,2	106,5	103,7	162,6
0,364	93,8	84,3	119,3	93,9	96,6	146,1	107,5	104,4	162,8
0,380	94,7	84,8	120,6	94,8	96,8	146,7	108,5	104,9	162,8
0,395	95,6	85,4	122,0	95,8	96,9	146,8	109,5	105,6	162,7
0,410	96,4	85,9	123,5	96,8	96,9	146,6	110,4	106,7	162,5
0,426	97,1	86,2	124,8	97,7	96,8	146,3	111,2	108,3	162,3
0,441	97,9	86,3	126,0	98,5	97,0	145,8	111,7	110,8	162,1
0,456	98,6	86,5	127,0	99,3	97,7	145,4	111,9	113,9	161,9
0,472	99,4	86,9	127,8	99,9	99,2	145,1	111,8	117,2	161,8

Uticaj amplitude ekvivalentnog odstupanja od kružnosti i radijalnog zazora na amplitude brzine vibracija prikazan je na slici 8.31. Radijalni zazor od $20 \mu\text{m}$ i amplituda ekvivalentnog odstupanja od kružnosti u intervalu do $0,5$ do $1 \mu\text{m}$ obezbeđuju minimalne amplitude brzine vibracija u području niskih i srednjih frekvencija.





Slika 8.31. Međusobni uticaj radijalnog zazora i amplitude ekvivalentnog odstupanja od kružnosti na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 14

Rast amplitude ekvivalentnog odstupanja od kružnosti nema značajan uticaj na promenu brzine vibracija u području niskih i srednjih frekvencija, a pri tome izaziva pad brzine vibracija u području visokih frekvencija za sve veličine radijalnog zazora.

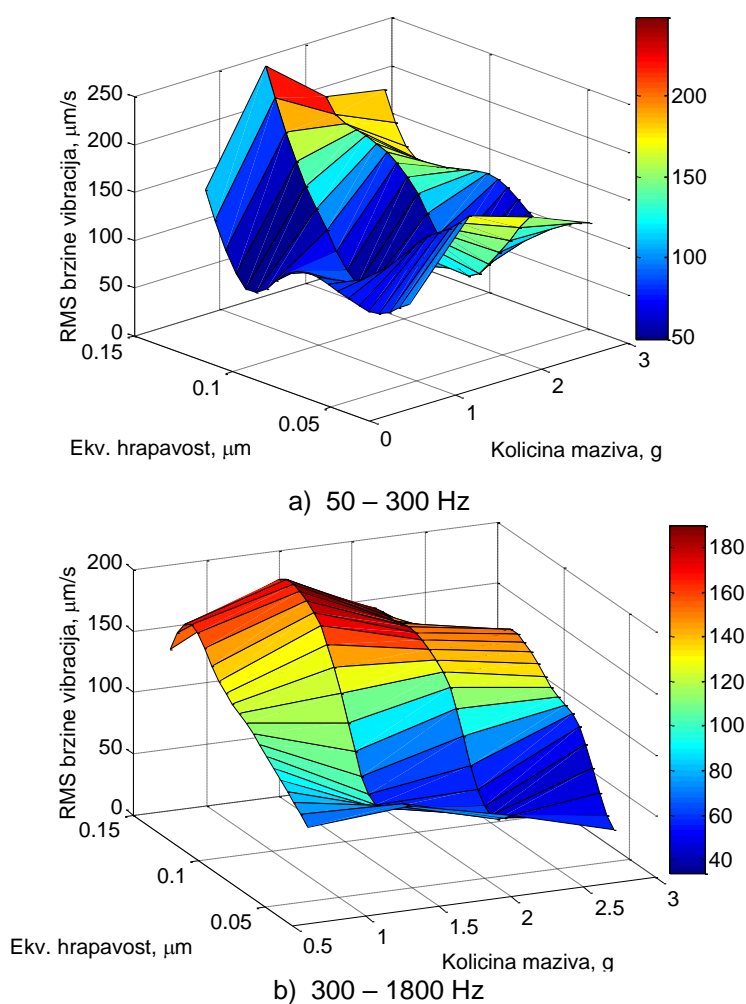
Tabela 8.31. Međusobni uticaj radijalnog zazora i amplitude ekvivalentnog odstupanja od kružnosti na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 42

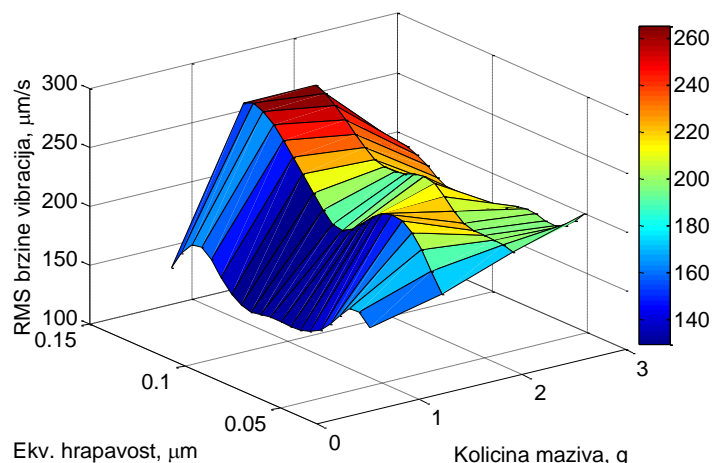
Radijalni zazor, μm	6			29			51		
	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Područje frekvencija	RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$			RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$			RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$		
Ekv. odstupanje od kružnosti, μm	RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$			RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$			RMS brzine vibracija, $\mu\text{m/s}$		
0,36	93,1	104,6	139,7	97,1	101,9	165,0	105,5	95,5	153,1
0,43	90,6	100,9	135,8	97,4	101,0	160,6	105,9	94,8	154,2
0,50	88,5	97,3	132,3	98,2	99,0	154,3	106,3	94,7	155,6
0,55	87,1	94,0	129,0	98,6	96,2	148,1	106,6	95,0	157,0
0,65	86,6	91,1	125,7	97,7	94,3	144,3	107,0	95,5	158,0
0,72	87,0	88,6	122,6	96,1	93,3	141,8	107,3	96,0	158,7
0,79	88,1	86,8	119,7	94,3	92,8	140,0	106,9	96,9	159,0
0,86	89,4	85,7	117,1	92,4	92,6	138,4	105,9	99,0	158,7
0,93	90,8	85,3	114,7	90,8	92,9	136,9	105,1	101,6	157,8
1,00	92,3	85,7	112,2	89,5	93,9	135,0	104,4	104,8	156,2
1,07	93,7	86,9	109,8	88,9	95,3	133,1	103,9	107,8	154,5
1,14	95,2	89,1	107,4	88,6	96,3	131,3	103,2	110,2	152,7

Nastavak tabele 8.31.

1,21	96,9	92,1	105,0	88,8	97,0	129,8	102,4	111,7	151,1
1,29	98,7	95,4	102,6	89,4	97,9	128,4	101,5	112,2	149,6
1,36	100,3	98,3	100,2	90,4	99,1	127,2	100,4	112,0	148,2
1,43	101,5	100,4	98,0	91,7	100,7	126,2	99,2	111,4	147,1
1,50	102,4	101,4	96,0	93,2	102,5	125,5	98,2	110,9	146,2
1,57	103,4	101,5	94,4	94,8	104,6	124,9	97,5	110,8	145,6
1,64	104,4	100,7	93,1	96,3	106,6	124,5	97,1	111,2	145,2
1,71	105,5	99,0	92,1	97,7	108,0	123,9	97,0	112,6	145,1
1,78	106,4	96,6	91,1	98,8	108,7	122,9	97,1	114,9	145,2

Slika 8.32 prikazuje međusobni uticaj količine maziva i amplitude ekvivalentne hrapavosti na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija prema modelu 4 za ležaj 14, pri aksijalnom opterećenju od 200 N. U oblasti niskih frekvencija minimum amplituda brzine vibracija ostvaren je pri ekvivalentnoj hrapavosti od 0,1 μm . Maksimalna amplituda ekvivalentne površinske hrapavosti ostvaruje maksimalne amplitude brzine vibracija pri svim količinama maziva. Maksimalna količina maziva i minimalna ekvivalentna površinska hrapavost ostvaruju minimum amplitude brzine vibracija u području srednjih frekvencija. Maksimalna amplituda ekvivalentne površinske hrapavosti pri količinama maziva od 1,4 i 2,1 g ostvaruje najveće brzine vibracija. Sa stanovišta brzine vibracija u području visokih frekvencija pri količini maziva od 0,7 g obezbeđene su minimalne brzine vibracija. Pri količini maziva od 1,4 g, potrebna je ekvivalentna površinska hrapavost od 0,1 μm da bi se obezbedile minimalne brzine vibracija.

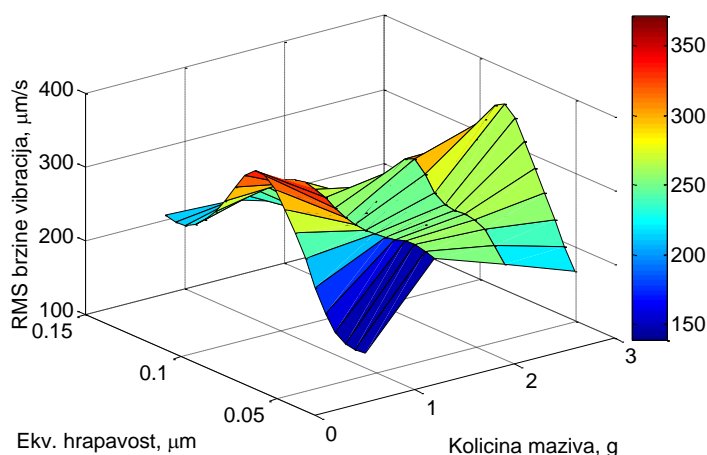




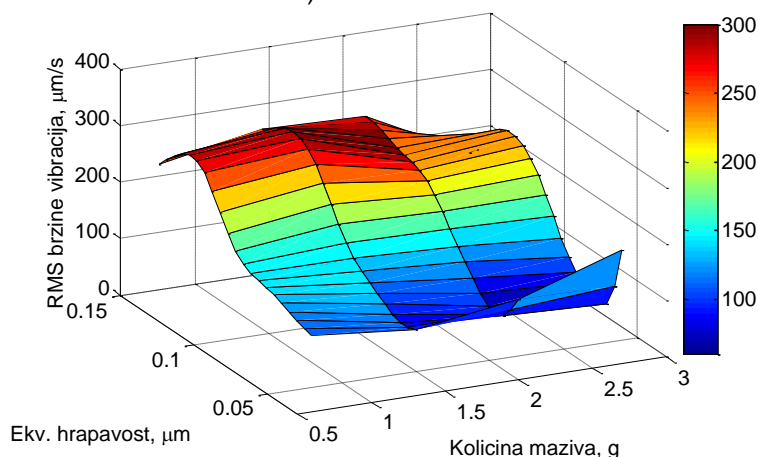
c) 1800 – 10000 Hz

Slika 8.32. Međusobni uticaj količine maziva i amplitude ekvivalentne hrapavosti na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 14, za 200 N

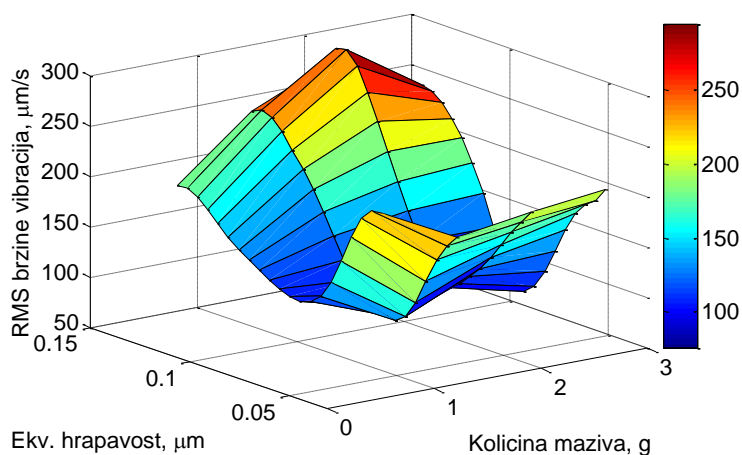
Slika 8.32 prikazuje međusobni uticaj količine maziva i amplitude ekvivalentne hrapavosti na *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija prema modelu 4 za ležaj 14, pri aksijalnom opterećenju od 1000 N. U području niskih frekvencija minimalne brzine vibracija se javljaju u slučaju minimalne ekvivalentne površinske hrapavosti za sve količine maziva. Pri količini maziva od 1,4 g zabeležen je minimum brzine vibracija bez obzira na ekvivalentnu površinsku hrapavost.



a) 50 – 300 Hz



b) 300 – 1800 Hz



c) 1800 – 10000 Hz

Slika 8.33. Međusobni uticaj količine maziva i amplitude ekvivalentne hrapavosti na RMS vrednosti amplitude brzine vibracija, prema modelu 2, ležaj 14, za 1000 N

U području srednjih i visokih frekvencija, ekvivalentna površinska hrapavost u intervalu od 0,05 do 0,1 µm ostvaruje minimalne brzine vibracija. Rast amplitude površinske hrapavosti preko 0,1 µm uzrokuje rast amplituda brzine vibracija u oba područja frekvencija.

8.5. Primena neuronskih modela za predviđanje klase kvaliteta ležaja

Pored prethodno izložene primene modela veštačkih neuronskih mreža za analizu uticaja pojedinih faktora na brzinu vibracija u karakterističnih frekventnim područjima, ovde se isti modeli primenjuju za predviđanje klase kvaliteta ležaja. Na osnovu poznatih uticajnih konstrukcionih i tehnoloških parametara, pri konstantnim eksploatacionim parametrima (aksijalna sila i podmazivanje) moguće je predvideti amplitude brzine vibracija u karakterističnim područjima frekvencija. U slučaju predviđanja klase kvaliteta ležaja smatra se da ležaj nije podmazan, a primenjena aksijalna sila je minimalna (200 N). Predviđene amplitude brzine vibracija se porede sa propisanim amplitudama za analizirani ležaj (Prilog 1) i na osnovu toga se klasifikuju u klase odgovarajućeg kvaliteta. Ukupna klasa kvaliteta ležaja se određuje na osnovu pojedinačnih klasa za svako područje frekvencija tako što se usvaja klasa najnižeg kvaliteta za sva tri područja frekvencija.

Tabela 8.32 daje pregled predviđanja klase kvaliteta ležaja na osnovu poznatih tehnoloških i konstrukcionih parametara ležaja. 18 od 30 ležaja pripada klasi kvaliteta Q7, a 12 klasi kvaliteta Q6. Pored ovih postoji i klasa Q5 (najviši kvalitet) kojoj ne pripada nijedan ležaj. Model veštačke neuronske mreže je tačno odredio kvalitet 28 od 30 ležaja, odnosno tačnost predviđanja je 93,3%. U slučaju kada klasa tačnosti ležaja nije tačno predviđena, model klasifikuje oba ležaja u višu klasu tačnosti od dobijene eksperimentalnim putem. Na osnovu izloženih rezultata može se zaključiti da model veštačke neuronske mreže ima sposobnost da sa visokom tačnošću predvidi klasu kvaliteta ležaja.

Tabela 8.32. Predviđanje klase kvaliteta ležaja prema modelu 1

Oznaka ležaja	Klasa kvaliteta		Da li je predviđanje tačno?
	Utvrđena eksperimentom	Prema modelu	
11	Q7	Q7	DA
12	Q6	Q6	DA
13	Q7	Q7	DA
14	Q7	Q7	DA
15	Q6	Q6	DA
16	Q7	Q7	DA
31	Q7	Q7	DA
32	Q6	Q6	DA
33	Q6	Q6	DA
34	Q7	Q7	DA
35	Q6	Q6	DA
36	Q7	Q7	DA
41	Q7	Q7	DA
42	Q7	Q7	DA
43	Q7	Q7	DA
44	Q7	Q7	DA
45	Q7	Q7	DA
46	Q6	Q6	DA
51	Q6	Q6	DA
52	Q7	Q7	DA
53	Q7	Q7	DA
54	Q7	Q7	DA
55	Q7	Q7	DA
56	Q6	Q6	DA
61	Q6	Q6	DA
62	Q7	Q6	NE
63	Q7	Q6	NE
64	Q6	Q6	DA
65	Q6	Q6	DA
66	Q6	Q6	DA

9. ZAVRŠNA RAZMATRANJA

Ova doktorska disertacija predstavlja pokušaj, da se na novi način, na osnovu eksperimentalnih podataka, a primenom veštačkih neuronskih mreža, odrede veze i zavisnosti uticajnih parametara ležaja i brzine vibracija u karakterističkim područjima frekvencija. Eksperimentalni deo ovog istraživanja se sastoji iz dva dela, gde prvi predstavlja merenje unutrašnje geometrije staza kotrljanja unutrašnjeg i spoljašnjeg prstena. Izmereni parametri staze kotrljanja su poluprečnik staze kotrljanja u ravni upravnoj na pravac kotrljanja kotrljajnih tela, površinska hrapavost, valovitost i odstupanje od kružnosti. Drugi deo eksperimentalnog istraživanja se zasniva na merenju amplitude brzine vibracija, na način propisan standardom SRPS ISO 15242:2016. Merenje brzine vibracija je izvedeno na uređaju za merenje i kontrolu vibracija na uzorku od 30 ležaja 6006. Svako merenje je ponovljeno tri puta, radi provere ponovljivosti rezultata, pri čemu je za svaki ležaj vršeno ispitivanje pri različitom opterećenju (200 – 1000 N) i različitoj količini sredstva za podmazivanje (0; 0,7; 1,4; 2,1; 2,8 g). Ukupan broj merenja je iznosio 4050 u različitim kombinacijama. Merenjem je dobijen vibracijski signal u vremenskom domenu, koji je veoma složen i sastoji se od niza komponenti različitih frekvencija, a izmerena amplituda predstavlja vektorski zbir pojedinih amplituda. Radi lakšeg razumevanja i tumačenja rezultata, vibracijski signal u vremenskom domenu se primenom brze *Fourier*-ove transformacije transformiše u vibracijski signal u frekventnom domenu. Ovako transformisan signal se dalje analizira u propisanim frekventnim područjima i to područje niskih frekvencija (50 – 300 Hz), srednjih frekvencija (300 – 1800 Hz) i visokih frekvencija (1800 – 10000 Hz). Obradom signala dobijene su *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija za svako područje.

Primenom metoda linearne regresije utvrđene su zavisnosti uticajnih parametara ležaja i amplitude brzine vibracija koje ležaj generiše. U okviru rezultata merenja prikazani su uticaji radijalnog zazora i odnosa poluprečnika staza kotrljanja na dinamičko ponašanje. Pored toga prikazana je i analiza uticaja tehnoloških parametara, kao što su površinska hrapavost, valovitost i odstupanje od kružnosti na vrednosti amplituda brzine vibracija u definisanim opsezima. Pri analizi tehnoloških parametara uvedeni su: parametar ekvivalentne površinske hrapavosti, parametar ekvivalentne valovitosti i parametar ekvivalentnog odstupanja od kružnosti staza kotrljanja. Novouvedeni parametri omogućavaju bolje razumevanje uticaja na dinamičko ponašanje. Takođe, prikazano je i određivanje koeficijenta korelacije karakterističnih parametara ležaja, pri čemu je ustanovljeno da u velikom broju slučajeva površinska hrapavost ima dominantan uticaj na vrednosti amplituda brzina. Analiza rezultata je pokazala da eksploatacioni parametri imaju značajan uticaj na amplitude brzine vibracija, pri čemu aksijalno opterećenje ima najintenzivniji uticaj na rast amplituda brzine vibracija u oblasti niskih frekvencija.

U svrhu formiranja modela za analizu dinamičkog ponašanja ležaja pomoću veštačke neuronske mreže pristupa se primenom metode pokušaja i pogrešaka. Kreće se od najjednostavnije arhitekture i nakon obuke ocenjuje se njen kvalitet, primenom na podatke koji nisu bili uključeni u proces obuke. Formiran je i ocenjen veliki broj modela koji imaju različite arhitekture prema broju skrivenih slojeva i neurona u svakom sloju, korišćeni su različiti algoritmi za obuku i različite strukture ulaznih parametara. Sa stanovišta arhitekture neuronskih mreža analizirani su modeli sa jednim, dva i tri skrivena sloja, pri čemu je broj neurona u svakom sloju manji u intervalu od 1 do 30. Različite arhitekture mreža dale su različite rezultate predviđanja, pri čemu je uočen trend da rast broja neurona u skrivenom sloju smanjuje vrednost prosečne greške predviđanja modela. Primena različitih algoritama za obuku dovodi do različitih rezultata obučavanja, pri čemu određeni algoritmi ostvaruju znatno bolje rezultate. Veštačke neuronske mreže sa ekvivalentnim tehnološkim parametrima na

ulazu imaju neznatno nižu tačnost predviđanja. Sveobuhvatnom analizom, usvojena su četiri modela koja su primenjena za analizu dinamičkog ponašanja kotrljajnih ležaja. Verifikacija usvojenih modela je izvršena poređenjem predviđenih vrednosti brzina vibracija sa eksperimentalno dobijenim rezultatima. Usvojeni modeli ostvaruju prosečnu grešku predviđanja koja je manja od 10% u svakom području, a koeficijent korelacije između predviđenih i eksperimentalnim putem izmerenih *RMS* amplituda vibracija u proseku iznosi $R = 0,93$, uz koeficijent determinacije $R^2 = 0,88$ za sva područja frekvencija.

Analiza uticaja određenog parametra na amplitude brzine vibracija je izvedena tako što se vrednosti svih parametara smatraju konstantnim, a vrednost parametra koji se analizira je promenljiva u unapred definisanom intervalu. Na ovaj način, model veštačke neuronske mreže daje predikciju zavisnosti promenljivog parametra i amplitude brzine vibracija u svim područjima frekvencija.

Na osnovu celokupne analize rezultata dobijenih pomoću modela neuronskih mreža, može se zaključiti da povećanje hrapavosti na spoljašnjoj stazi kotrljanja izaziva značajan rast nivoa vibracija u drugom frekventnom području (300 – 1800 Hz) i umeren rast u prvom frekventnom području (50 – 300 Hz), pri čemu je promena nivoa vibracija u trećem frekventnom području zanemarljivo mala. Povećanje površinske hrapavosti na stazi kotrljanja unutrašnjeg prstena ima zanemarivo mali uticaj na amplitude brzine vibracija u prvom frekventnom području, a izaziva umeren rast u drugom i trećem području. Rast novouvedenog parametra ekvivalentne hrapavosti staza kotrljanja utiče na umeren rast amplituda brzine vibracija u području niskih frekvencija. U oblasti srednjih frekvencija model predviđa globalni minimim brzina vibracija pri amplitudi ekvivalentne hrapavosti od 0,1 μm . U području visokih frekvencija dolazi do blagog smanjenja brzine vibracija sa rastom amplitude ekvivalentne hrapavosti. Model neuronske mreže predviđa blagi do umeren rast amplituda brzine vibracija u svim frekventnim područjima sa povećanjem amplitude valovitosti staze kotrljanja na spoljašnjem prstenu. Rast amplitude valovitosti staze kotrljanja unutrašnjeg prstena izaziva umeren rast amplituda brzine vibracija u srednjem frekventnom području i blag rast u području visokih frekvencija, pri čemu je uticaj u oblasti niskih frekvencija zanemariv. Na osnovu predviđanja modela, rast amplituda brzine vibracija u područjima srednjih i visokih frekvencija uzrokovan je rastom ekvivalentne valovitosti staza kotrljanja, a u oblasti niskih frekvencija nema značajne promene brzine vibracija. Modelom je dobijena zavisnost promene brzine vibracija od amplitude odstupanja od kružnosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena. Model ukazuje da rast amplitude odstupanja od kružnosti ima značajan uticaj na rast brzine vibracija u srednjem i visokom frekventnom području. Prema usvojenom modelu, u oblasti niskih frekvencija nema značajnih promena brzine vibracija i ovaj zaključak je u suprotnosti sa izloženim rezultatima pri analizi rezultata eksperimentalnog ispitivanja. Razlog tome se nalazi u činjenici da je pri analizi eksperimentalnih rezultata metodom linearne regresije korišćen ceo uzorak, a u okviru uzorka postoji jedan ležaj sa izrazito visokom amplitudom odstupanja od kružnosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena. Visoka amplituda odstupanja od kružnosti u kombinaciji sa višom amplitudom brzine vibracija u području niskih frekvencija dovela je do rasta *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije. Ako bi se ležaj sa ovako izraženom amplitudom pri linearnoj regresiji izuzeo iz analize, rezultat bi bio smanjenje koeficijenta korelacije više od 3 puta. Model veštačke neuronske mreže je obučavan na celom uzorku, ali karakteristika neuronske mreže da napravi generalizaciju nad obučavajućim skupom i zanemari uticaj vrednosti koje odstupaju od obrasca u podacima (eng. *outlayer*), omogućila je mreži da prevaziđe ovu pojavu i ukaže na stvarnu zavisnost brzine vibracija i odstupanja od kružnosti staze kotrljanja spoljašnjeg prstena, slika 8.25. Rast amplitude odstupanja od kružnosti staze kotrljanja unutrašnjeg prstena nema značajan uticaj na promenu brzine vibracija u oblasti niskih frekvencija. Model veštačke neuronske mreže predviđa smanjenje amplituda brzine vibracija u područjima

srednjih i visokih frekvencija u slučaju rasta amplitude odstupanja od kružnosti. Značajnije smanjenje brzine vibracija je predviđeno u području visokih frekvencija. Analiza uticaja ekvivalentnog odstupanja od kružnosti primenom veštačkih neuronskih mreža ukazuje na zanemarljiv uticaj na amplitude brzine vibracija u području niskih frekvencija, blagi rast brzine vibracija pri malom aksijalnom opterećenju u području srednjih frekvencija i značajno smanjenje brzine vibracija u području visokih frekvencija. Izloženi modeli su zasnovani na rezultatima eksperimentalnih ispitivanja koja nisu uzela u obzir uticaj maziva u ležaju. Primenom modela 3 i 4 analiziran je uticaj količine maziva u ležaju na amplitude brzine vibracija. Rezultati su pokazali da količina maziva ima uticaja na brzine vibracija u području niskih i visokih frekvencija, pri čemu u području srednjih frekvencija nema značajnih promena brzine vibracija.

Analiza međusobnog uticaja aksijalnog opterećenja i uticajnih parametara ležaja pokazala je da aksijalno opterećenje ima najznačajniji uticaj u području niskih frekvencija, a ekvivalentne vrednosti tehnoloških parametara izaziva nelinearan uticaj u području srednjih i visokih frekvencija. Međusobni uticaj radijalnog zazora i ekvivalentnih tehnoloških parametara ukazuje da je njihov zajednički uticaj na amplitude brzine vibracija nelinearan. Radijalni zazor od 20 μm i odgovarajuća amplituda ekvivalentnih tehnoloških parametara obezbeđuju minimalne brzine vibracija u svim područjima frekvencija. Amplituda ekvivalentne površinske hrapavosti od 0,1 μm , ekvivalentne valovitosti od 0,3 μm i ekvivalentnog odstupanja od kružnosti od 0,5 do 1 μm , pri radijalnom zazoru od 20 μm predstavljaju optimalne vrednosti parametara ležaja sa stanovišta brzina vibracija.

S druge strane, povećanje aksijalnog opterećenja i promena zazora značajno utiče na promenu nivoa vibracija u prvom frekventnom domenu. Opšte posmatrano, na osnovu prikazane analize rezultata dobijene neuronskim mrežama se može zaključiti da konstrukcioni (zazor) i eksploatacioni parametri (opterećenje) najviše utiču na promenu nivoa vibracija u prvom frekventnom području, dok tehnološki parametri značajno utiču na promenu nivoa vibracija u drugom i trećem frekventnom području, čime je potvrđena prva hipoteza.

9.1. Sumiranje rezultata istraživanja

Na osnovu prikazanih analiza i rezultata istraživanja može se zaključiti da rad predstavlja pokušaj da se primenom veštačkih neuronskih mreža, omogući modeliranje dinamičkog ponašanja kotrljajnih ležaja. Osnovni deo modela je baziran na analizi uticajnih parametara na dinamičko ponašanje bez uticaja elastohidrodinamičkog efekta. Model koji uzima u obzir elastohidrodinamički efekat je zasnovan na analizi uticaja količine maziva na amplitude brzine vibracija koje kotrljajni ležaj generiše. Osnovni cilj rada je modeliranje i analiza dinamičkog ponašanja kotrljajnih ležaja primenom veštačkih neuronskih mreža na bazi eksperimentalnih rezultata. Posebna pažnja je posvećena izgradnji i odabiru modela, pre svega strukturi ulaznih parametara, arhitekturi veštačke neuronske mreže, izboru najpovoljnijeg algoritma za obuku i pristupu pri načinu obuke. Za analizu uticaja parametara ležaja na dinamičko ponašanje izabran je model bez elastohidrodinamičkog efekta, kako bi se njegov uticaj, koji može biti značajan, eliminisao.

Najznačajniji uticaj na dinamičko ponašanje imaju eksploatacioni parametri, aksijalno opterećenje i količina maziva u ležaju. Pored toga, ako se poredi uticaj tehnoloških parametara koji opisuju stazu kotrljanja unutrašnjeg i spoljašnjeg prstena, može se zaključiti da spoljašnji prsten ima veći uticaj na dinamičko ponašanje. Pokazano je da je uticaj radijalnog zazora, površinske hrapavosti staza kotrljanja, valovitost staza kotrljanja i odstupanje od kružnosti i

količine maziva u ležaju, nelinearan u određenim područjima frekvencija. Uticaj aksijalnog opterećenja je gotovo linearan i najviše izražen u oblasti niskih frekvencija.

U radu su uvedeni ekvivalentni tehnološki parametri staze kotrljanja u vidu normalizovane vrednosti parametra za spoljašnji i unutrašnji prsten. Uvedeni su ekvivalentni parametri površinske hrapavosti, valovitosti i odstupanja od kružnosti. Smisao uvođenja ekvivalentnih tehnoloških parametara se ogleda u činjenici da je u eksploataciji kontakt između kotrljajnih tela i obe staze kotrljanja gotovo uvek prisutan. Prema tome, u izmerenom signalu vibracija se nalazi zajednički uticaj tehnoloških parametara staze kotrljanja oba prstena. Uvođenje ekvivalentnih tehnoloških parametara je dovelo do smanjenja broja ulaznih parametara u neuronsku mrežu sa devet na šest. Modeli veštačkih neuronskih mreža koji su obučavani sa ekvivalentnim tehnološkim parametrima pokazali su nešto veću tačnost predviđanja u slučaju kada je uzet u obzir uticaj podmazivanja.

Jedan od ciljeva rada je obuka veštačke neuronske mreže koja je sposobna da na osnovu zadatih ulaznih parametara, za ležaj koji nije korišćen pri obuci, predvidi *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija u karakterističnim područjima frekvencija, sa zadovoljavajućom tačnošću. Rezultati najbolje ocenjenih modela pokazuju da *Pearson*-ov koeficijent korelacije između predviđenih i eksperimentalnim putem izmerenih *RMS* amplituda vibracija u proseku iznosi $R = 0,93$, uz koeficijent determinacije $R^2 = 0,88$ za sva područja frekvencija. Takođe pokazano je da je prosečna vrednost greške predviđanja manja od 10%, u svakom području. Na osnovu izloženog može se konstatovati da je predviđanje *RMS* vrednosti amplitude brzine vibracija u karakterističnim područjima frekvencija dovoljno tačno da se izvrši klasifikacija novog (nepoznatog) ležaja u određenu klasu kvaliteta (prema tabeli u Prilogu 1).

Primenom modela veštačke neuronske mreže za analizu dinamičkog ponašanja kotrljajnih ležaja, odnosno za predikciju *RMS* amplituda brzine vibracija, dobijene su preporučene vrednosti analiziranog uticajnog parametra, koje obezbeđuju minimalne brzine vibracija u karakterističnim područjima frekvencija. Na osnovu toga, posebnu važnost imaju ekvivalentne vrednosti tehnoloških parametara, koje ukazuju na to da je izborom spoljašnjeg i unutrašnjeg prstena koji obezbeđuju optimalne ekvivalentne tehnološke parametre, moguće uticati na vibracije ležaja.

Prema prethodno izloženom i pokazanom u prethodnim poglavljima ovog rada može se konstatovati da su potvrđene sledeće hipoteze:

- primenom veštačkih neuronskih mreža moguće odrediti uticaj konstrukcionih, tehnoloških i eksploatacionih parametara na dinamičko ponašanje kotrljajnih ležaja;
- površinska hrapavost spoljašnje staze kotrljanja ima najveći uticaj na povećanje nivoa vibracija u drugom frekventnom području, dok hrapavost unutrašnje staze kotrljanja ima dominantan uticaj na povećanje nivoa vibracija u trećem frekventnom području u slučaju delovanja konstantnog aksijalnog opterećenja;
- ekvivalentna površinska hrapavost ima dominantan uticaj na povećanje nivoa vibracija u svim frekventnim područjima u slučaju delovanja konstantnog aksijalnog opterećenja;
- pomoću veštačkih neuronskih mreža moguće predvideti klasu kvaliteta kotrljajnog ležaja na osnovu poznatih konstrukcionih i tehnoloških parametara.

9.2. Pravci budućeg istraživanja

Analizom rezultata istraživanja dinamičkog ponašanja kotrljajnih ležaja primenom veštačkih neuronskih mreža moguće je definisati pravce budućeg istraživanja:

- Primena veštačkih neuronskih mreža sa dubokim učenjem (*Deep Learning*), za koje je potrebno povećati broj ležaja u uzorku i obezbediti povećanje tačnosti modela;
- Izražavanje ekvivalentnih tehnoloških parametara na drugi način u vidu prostog odnosa amplituda ili na neki drugi način i utvrđivanje njihovog uticaja na analizu dinamičkog ponašanja kotrljajnih ležaja u svrhu pronalaženja odnosa koji daje najpreciznije rezultate;
- Razvoj modela koji je sposoban da pri nepoznatoj geometriji ležaja može da uzme u obzir elastohidrodinamički efekat. Ovaj efekat može biti uveden u vidu Λ parametra, prisutnog u literaturi, koji govori o stanju podmazivanja na mestu kontakta;
- Formiranje modela veštačkim neuronskim mrežama koji su sposobni da na osnovu karakteristika signala izmerenih vibracija predvide pojedine uticajne parametre;
- Analiza i formiranje modela veštačkih neuronskih mreža sa više slojeva koji imaju različit broj neurona u sloju, mogu dati modele sa još većom tačnošću;
- Definisanje algoritma koji objedinjava i definiše veštačku neuronsku mrežu za sve ležaje istog tipa i preporučuje vrednosti uticajnih parametara pri kojima se obezbeđuju minimalne brzine vibracija u karakterističnim područjima frekvencija;
- Analiza i formiranje modela veštačkih neuronskih mreža i za druge vrste kotrljajnih ležaja;
- Formiranje modela veštačkih neuronskih mreža uz uključivanje uticaja radijalne sile kao eksploatacionog parametra;
- Rezultati budućih istraživanja će takođe biti predstavljeni široj naučnoj javnosti, publikovanjem u domaćim i međunarodnim naučnim izdanjima, zbornicima sa stručnih i naučnih skupova, ali i u okviru budućih doktorskih disertacija realizovanih na Fakultetu tehničkih nauka Univerziteta u Novom Sadu.

10. LITERATURA

- [1] SRPS ISO 15242-2. (2016). Kotrljajni ležaji - Metode merenja vibracija - Deo 2: Radijalni kuglični ležaji sa cilindričnim provrtom i omotačem. Institut za standardizaciju Srbije. Beograd.
- [2] Todić, V. Ćosić, I. Tešić, Z. i Maksimović, R. (2019). Product cost calculation model based on the implementation of artificial neural networks. *Tehnika*. 74:711-8.
- [3] ISO 10317. (2008). Rolling bearings — Tapered roller bearings — Designation system.
- [4] ISO 492. (2002). Rolling bearings - Radial bearings - Tolerances.
- [5] Mišković, Ž. (2017) *Uticaj koncentracije eksploatacionih čestica nečistoća na radne karakteristike kotrljajnih ležaja*. Doktorska disertacija. Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu. Beograd.
- [6] Harris, T.A. i Kotzalas, M.N. (2006). *Essential concepts of bearing technology*. CRC Press. New York.
- [7] Mitrović, R. (1992). *Istraživanja uticaja konstruktivnih i triboloških parametara kugličnog kotrljajnog ležaja na radnu sposobnost pri velikim učestanostima obrtanja*. Doktorska disertacija. Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu. Beograd.
- [8] Ristivojević, M. i Mitrović, R. (2002). *Raspodela opterećenja: zupčasti parovi i kotrljajni ležaji*. Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu. Beograd.
- [9] Živković, A. (2013). *Računarska i eksperimentalna analiza ponašanja kugličnih ležaja za specijalne namene*. Doktorska disertacija. Fakultet tehničkih nauka Univerziteta u Novom Sadu. Novi Sad.
- [10] Tomović, R. (2009). *Istraživanje uticaja konstrukcionih parametara kotrljajnih ležaja na stanje njihove radne ispravnosti*. Mašinski fakultet Univerziteta u Nišu. Niš.
- [11] ISO 5753-1. (2009). Rolling bearings — Internal clearance — Part 1: Radial internal clearance for radial bearings. 2009.
- [12] Zuber, N. (2010). *Automatizacija identifikacije otkaza rotirajućih mašina analizom mehaničkih vibracija*. Doktorska disertacija. Fakultet tehničkih nauka Univerziteta u Novom Sadu. Novi Sad.
- [13] Sarangi, M. Majumdar, B. Sekhar, A. (2004). Stiffness and damping characteristics of lubricated ball bearings considering the surface roughness effect. Part 2: numerical results and application. *Journal of Engineering Tribology*. 218. 539-48.
- [14] Harris, T. (1966). *Rolling Bearing Analysis*. John Wiley. New York.
- [15] Milojević, Z. Rackov, M. Knežević, I. Bojanić, M. (2017). *Inženjerske grafičke komunikacije*. Fakultet tehničkih nauka Univerziteta u Novom Sadu. Novi Sad.
- [16] SRPS EN ISO 4287. (2014). Geometrijska specifikacija proizvoda (GPS) — Površinska tekstura: Metoda profila — Termini, definicije i parametri površinske teksture.
- [17] Yunlong, W. Wenzhong, W. Shengguang, Z. Ziqiang, Z. (2018). Effects of raceway surface roughness in an angular contact ball bearing. *Mechanism and Machine Theory*. 121.198-212.
- [18] Stolarski, T, i Tobe, S. (2000). *Rolling contacts*: John Wiley. Hoboken.
- [19] Stolarski, T. (2000). *Tribology in machine design*. Butterworth-Heinemann. Oksford.
- [20] Harris, T.A. (2001). *Rolling bearing analysis*. John Wiley and Sons. Hoboken.
- [21] Tomović, R. (2012). Calculation of the necessary level of external radial load for inner ring support on q rolling elements in a radial bearing with internal radial clearance. *International Journal of Mechanical Sciences*. 60.23-33.

- [22] Tomović, R. (2012). Calculation of the boundary values of rolling bearing deflection in relation to the number of active rolling elements. *Mechanism and Machine Theory*. 47.74-88.
- [23] Li, S. (2018). A mathematical model and numeric method for contact analysis of rolling bearings. *Mechanism and Machine Theory*. 119. 61-73.
- [24] Xiaoli, R. Jia, Z. Ge, R. (2017). Calculation of radial load distribution on ball and roller bearings with positive, negative and zero clearance. *International Journal of Mechanical Sciences*. 131. 1-7.
- [25] Zhang, J. Fang, B. Hong, J. i Zhu. Y. (2017). Effect of preload on ball-raceway contact state and fatigue life of angular contact ball bearing. *Tribology International*. 114. 365-72.
- [26] Lazović, T. (2001). Influence of internal radial clearance of rolling bearing on load distribution between rolling elements. *Journal of Mechanical Engineering Design*. 4. 25-32.
- [27] Korolev, A. Korolev, A, i Iznairov, B. (2015). Mathematical modelling of the combined external load distribution between the rolling elements in the ball bearings. *Proceedings of 2015 International Conference on Mechanical Engineering, Automation and Control Systems (MEACS): IEEE*; p. 1-4. Tomsk, Rusija.
- [28] Liu, J. Tang, C. Wu, H. Xu, Z. i Wang, L. (2019). An analytical calculation method of the load distribution and stiffness of an angular contact ball bearing. *Mechanism and Machine Theory*. 142. 103597.
- [29] Sunnersjö, C. (1978). Varying compliance vibrations of rolling bearings. *Journal of Sound and Vibration*. 58. 363-73.
- [30] Lynagh, N. Rahnejat, H. Ebrahimi, M. i Aini, R. (2000). Bearing induced vibration in precision high speed routing spindles. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*. 40. 561-77.
- [31] Fukata, S. Gad, E.H. Kondou, T. Ayabe, T. i Tamura, H. (1985). On the radial vibration of ball bearings: computer simulation. *Bulletin of The Japan Society of Mechanical Engineers*. 28. 899-904.
- [32] Mevel, B. i Guyader, J. (1993). Routes to chaos in ball bearings. *Journal of Sound and Vibration*. 162. 471-87.
- [33] Nataraj, C. i Harsha, S. P. (2008). The effect of bearing cage run-out on the nonlinear dynamics of a rotating shaft. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 13. 822-38.
- [34] Zhang, Z. Chen, Y. i Cao, Q. (2015). Bifurcations and hysteresis of varying compliance vibrations in the primary parametric resonance for a ball bearing. *Journal of Sound and Vibration*. 50. 171-84.
- [35] De Mul, J. Vree, J. i Maas, D. (1989). Equilibrium and associated load distribution in ball and roller bearings loaded in five degrees of freedom while neglecting friction—Part II: application to roller bearings and experimental verification. *Journal of Tribology*. 111. 149-155.
- [36] Tomović, R. (2020). A Simplified Mathematical Model for the Analysis of Varying Compliance Vibrations of a Rolling Bearing. *Applied Sciences*. 10:670.
- [37] Tiwari, M. Gupta, K. i Prakash, O. (2000). Dynamic response of an unbalanced rotor supported on ball bearings. *Journal of Sound and Vibration*. 238.757-79.
- [38] Saito, S. (1985). Calculation of nonlinear unbalance response of horizontal Jeffcott rotors supported by ball bearings with radial clearances. *Journal of Vibration and Acoustics*. 107. 416-20.

- [39] Tomovic, R. Miltenovic, V. Banic, M. Miltenovic, A. (2010). Vibration response of rigid rotor in unloaded rolling element bearing. *International Journal of Mechanical Sciences*. 52, 1176-85.
- [40] Jovanović, D. i Tomović, R. (2014). Analysis of dynamic behaviour of rotor-bearing system. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. 228. 2141-61.
- [41] Zmarzły, P. (2018). Influence of the Internal Clearance of Ball Bearings on the Vibration Level. *Proceedings of the 24th International Conference Engineering Mechanics*. 97. 961-64.
- [42] Tiwari, M. Gupta, K. i Prakash, O. (2000). Effect of radial internal clearance of a ball bearing on the dynamics of a balanced horizontal rotor. *Journal of Sound and Vibration*. 238. 23-56.
- [43] Harsha, S. P. (2006). Nonlinear dynamic response of a balanced rotor supported by rolling element bearings due to radial internal clearance effect. *Mechanism and Machine Theory*. 41. 688-706.
- [44] Gupta, T. Gupta, K. i Sehgal, D. (2011). Instability and chaos of a flexible rotor ball bearing system: an investigation on the influence of rotating imbalance and bearing clearance. *J. Eng. Gas Turbines Power*. 133. 082501
- [45] Ghafari, S. Abdel-Rahman, E. Golnaraghi, F. i Ismail, F. (2010). Vibrations of balanced fault-free ball bearings. *Journal of Sound and Vibration*. 329. 1332-47.
- [46] Bai, C-q. Xu, Q-y. i Zhang, X. (2006). Nonlinear stability of balanced rotor due to effect of ball bearing internal clearance. *Applied Mathematics and Mechanics*. 27.175-86.
- [47] Zhang, L. Xu, H. Zhang, S. i Pei, S. (2020). A radial clearance adjustable bearing reduces the vibration response of the rotor system during acceleration. *Tribology International*. 144. 106112.
- [48] Liao, N.T., i Lin, J.F. (2001). A new method for the analysis of deformation and load in a ball bearing with variable contact angle. *J. Mech. Des*. 123. 304-12.
- [49] Zhang, X. Han, Q. i Chu, F. (2013). Contact angle of ball bearings based on a simplified Jones-Harris method. *Journal of Vibration and Shock*. 32. 150-71.
- [50] Li, X. Yu, K. Ma, H. Cao, L. Luo, Z. Li, H. Che, C. (2018). Analysis of varying contact angles and load distributions in defective angular contact ball bearing. *Engineering Failure Analysis*. 91. 449-64.
- [51] Antoine, J-F. Abba, G. i Molinari, A. (2006). A new proposal for explicit angle calculation in angular contact ball bearing. *J. Mech. Des*. 128. 468-78.
- [52] Choudhury, A. i Tandon, N. (1998). A theoretical model to predict vibration response of rolling bearings to distributed defects under radial load. *J. Vib. Acoust*. 120. 214-20.
- [53] Aktürk, N. (1999). The effect of waviness on vibrations associated with ball bearings. *Journal of Tribology*. 121. 667-77.
- [54] Jang, G. Jeong, S. (2003). Analysis of a ball bearing with waviness considering the centrifugal force and gyroscopic moment of the ball. *Journal of Tribology*. 125. 487-98.
- [55] Harsha, S. i Kankar, P. (2004). Stability analysis of a rotor bearing system due to surface waviness and number of balls. *International Journal of Mechanical Sciences*. 46.1057-81.
- [56] Changqing, B. i Qingyu, X. (2006). Dynamic model of ball bearings with internal clearance and waviness. *Journal of Sound and Vibration*. 294. 23-48.

- [57] Zhang, Q. Yang, J. i An, Q. (2018) Noise Calculation Method for Deep Groove Ball Bearing With Considering Raceway Surface Waviness and Roller Size Error. *Front. Mech. Eng.* 4. 13.
- [58] Shah, D.S. i Patel, V. (2018). Theoretical and experimental vibration studies of lubricated deep groove ball bearings having surface waviness on its races. *Measurement.* 129. 405-23.
- [59] Adamczak, S. i Zmarzły, P. (2017). Influence of raceway waviness on the level of vibration in rolling-element bearings. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Technical Sciences.* 65. 541-51.
- [60] Liu, J. i Shao, Y. (2017). Vibration modelling of nonuniform surface waviness in a lubricated roller bearing. *Journal of Vibration and Control.* 23. 1115-32.
- [61] Jang, G. i Jeong, S-W. (2004). Vibration analysis of a rotating system due to the effect of ball bearing waviness. *Journal of Sound and Vibration.* 269. 709-26.
- [62] Lugt, P.M. (2009). A review on grease lubrication in rolling bearings. *Journal Tribology Transactions.* 52. 470-80.
- [63] Kaneta, M. Sakai, T. i Nishikawa, H. (1993). Effects of surface roughness on point contact EHL. *Journal Tribology Transactions.* 36. 605-12.
- [64] Zhu, D. i Jane Wang, Q. (2013). Effect of roughness orientation on the elastohydrodynamic lubrication film thickness. *Journal of Tribology.* 135. 031501.
- [65] Wijnant, Y.H. Wensing, J. i Nijen, G.C. (1999). The influence of lubrication on the dynamic behaviour of ball bearings. *Journal of Sound and Vibration.* 222. 579-96.
- [66] Masjedi, M. i Khonsari, M. (2015). On the effect of surface roughness in point-contact EHL: Formulas for film thickness and asperity load. *Tribology International.* 82. 228-44.
- [67] Zhang, S. Wang, W. i Zhao, Z. (2014). The effect of surface roughness characteristics on the elastic-plastic contact performance. *Tribology International.* 79. 59-73.
- [68] Goepfert, O. Ampuero, J. i Pahud, P. (2000). Surface roughness evolution of ball bearing components. *Journal Tribology Transactions.* 43. 275-80.
- [69] Ueda, T. i Mitamura, N. (2009). Mechanism of dent initiated flaking and bearing life enhancement technology under contaminated lubrication condition. Part II: Effect of rolling element surface roughness on flaking resulting from dents, and life enhancement technology of rolling bearings under contaminated lubrication condition. *Tribology International.* 42. 1832-7.
- [70] Zhang, Y. Liu, H. Zhu, C. Song, C. i Li, Z. (2018). Influence of lubrication starvation and surface waviness on the oil film stiffness of elastohydrodynamic lubrication line contact. *Journal of Vibration and Control.* 24. 924-36.
- [71] Frosini, L. Magnaghi, M. Albini, A. i Magrotti, G. (2015). A new diagnostic instrument to detect generalized roughness in rolling bearings for induction motors. *2015 IEEE 10th International Symposium on Diagnostics for Electrical Machines, Power Electronics and Drives (SDEMPED).* 239-45.
- [72] Takabi, J. i Khonsari, M. (2015). On the dynamic performance of roller bearings operating under low rotational speeds with consideration of surface roughness. *Tribology International.* 86, 62-71.
- [73] Jacobs, W. Boonen, R. Sas, P. i Moens, D. (2014). The influence of the lubricant film on the stiffness and damping characteristics of a deep groove ball bearing. *Mechanical Systems and Signal Processing.* 42. 335-50.
- [74] Jablonka, K. Glovnea, R. i Bongaerts, J. (2018). Quantitative measurements of film thickness in a radially loaded deep-groove ball bearing. *Tribology International.* 119. 239-49.

- [75] Chen, G. Wang, B. i Mao, F. (2013). Effects of raceway roundness and roller diameter errors on clearance and runout of a cylindrical roller bearing. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. 227. 275-85.
- [76] Zhou, Y-K. Xue, Y-J. Chen, Z-Q. Yu, Y-J. Li, J-S. i Ma, W. (2016). Effect of geometric error of bearing parts on the radial runout of rolling bearing. *Proceedings of the 2nd Annual International Conference on Advanced Material Engineering (AME 2016)*. Atlantis Press.
- [77] Jishun, L. Yongjian, Y. i Yujun, X. (2017). Forecast for Radial Runout of Outer Ring in Cylindrical Roller Bearing. *Procedia CIRP*. 62. 375-9.
- [78] Ambrożkiewicz, B. Przystupa, K. i Wnuk, S. (2018). Influence of roundness deviation value on bearing vibration level. *Eksploatacja, Systemy Transportowe*. 19. 277-81.
- [79] Viitala, R. Widmaier, T. i Kuosmanen, P. (2018). Subcritical vibrations of a large flexible rotor efficiently reduced by modifying the bearing inner ring roundness profile. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 110. 42-58.
- [80] Prabhakar, S. Mohanty, A. i Sekhar, A. (2002). Application of discrete wavelet transform for detection of ball bearing race faults. *Tribology International*. 35. 793-800.
- [81] Sopanen, J. i Mikkola, A. (2003). Dynamic model of a deep-groove ball bearing including localized and distributed defects. Part 2: implementation and results. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*. 217. 213-23.
- [82] Ocak, H. i Loparo, K. (2002). Estimation of the running speed and bearing defect frequencies of an induction motor from vibration data. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 18. 515-33.
- [83] Yu, J. (2011). Local and nonlocal preserving projection for bearing defect classification and performance assessment. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 59. 2363-76.
- [84] Mishra, C. Samantaray, A. i Chakraborty, G. (2017). Ball bearing defect models: A study of simulated and experimental fault signatures. *Journal of Sound and Vibration*. 400. 86-112.
- [85] Bajrić, R. (2016). *Prilog identifikaciji oštećenja zupčastih parova primenom tehnika analize signala mehaničkih vibracija*. Doktorska disertacija. Univerzitet u Novom Sadu. Novi Sad.
- [86] Afrasiabi, S. Afrasiabi, M. Parang, B. i Mohammadi, M. (2019). Real-time bearing fault diagnosis of induction motors with accelerated deep learning approach. *Proceedings of 10th International Power Electronics, Drive Systems and Technologies Conference (PEDSTC): IEEE*; p. 155-9.
- [87] An, Z. Li, S. Wang, J. Xin, Y. i Xu, K. (2019). Generalization of deep neural network for bearing fault diagnosis under different working conditions using multiple kernel method. *Neurocomputing*. 352. 42-53.
- [88] Ravindra, K. (2019). Optimization of Hybrid Journal Bearing using Artificial Neural Network and Genetic Algorithm. *International Journal for Research in Applied Science and Engineering Technology*. 7. 197-205.
- [89] Zhao, X. i Jia, M. (2019). A new local-global deep neural network and its application in rotating machinery fault diagnosis. *Neurocomputing*. 366. 215-33.
- [90] Rafiee, J. Arvani, F. Harifi, A. i Sadeghi, M. (2007). Intelligent condition monitoring of a gearbox using artificial neural network. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 21. 1746-54.

- [91] Jack, L. i Nandi, A. (2002). Fault detection using support vector machines and artificial neural networks, augmented by genetic algorithms. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 16. 373-90.
- [92] Li, L. Mechefske, C. i Li, W. (2004). Monitoring C. Electric motor faults diagnosis using artificial neural networks. *Insight-Non-Destructive Testing and Condition Monitoring*, 46. 616-21.
- [93] Kankar, P.K. Sharma, S.C. i Harsha, S.P. (2011). Fault diagnosis of ball bearings using machine learning methods. *Expert Systems with Applications*. 38.1876-86.
- [94] Jia, F. Lei, Y. Lin, J. Zhou, X. i Lu, N. (2016). Deep neural networks: A promising tool for fault characteristic mining and intelligent diagnosis of rotating machinery with massive data. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 72. 303-15.
- [95] Chen, Z. Deng, S. Chen, X. Li, C. Sanchez, R-V. i Qin, H. (2017). Deep neural networks-based rolling bearing fault diagnosis. *Microelectronics Reliability*. 75. 327-33.
- [96] Hoang, D-T. i Kang, H-J. (2019). Rolling element bearing fault diagnosis using convolutional neural network and vibration image. *Cognitive Systems Research*. 53. 42-50.
- [97] Kang, Y. Huang, C-C. Lin, C-S. Shen, P-C. i Chang, Y-P. (2006). Stiffness determination of angular-contact ball bearings by using neural network. *Tribology International*. 39. 461-9.
- [98] Pavlenko, I. Simonovskiy, V. Ivanov, V. Zajac, J. i Pitel, J. (2018). Application of artificial neural network for identification of bearing stiffness characteristics in rotor dynamics analysis. *Design, Simulation, Manufacturing: The Innovation Exchange: Springer*. 325-35.
- [99] Dewangan, R. i Matharu, S. (2017). Analysis of Elliptical Contact area of Rolling Element Bearing 6207 using Artificial Neural Network. *Indian Journal of Science and Technology*. 10. 1-5.
- [100] Srinivas, H. Srinivasan, K. i Umesh, K. (2010). Application of artificial neural network and wavelet transform for vibration analysis of combined faults of unbalances and shaft bow. *Adv. Theor. Appl. Mech*. 3.159-76.
- [101] Meier, N. Biyani, Y. i Georgiadis, A. (2018). Determination of Bearing Clearance by the Application of Neural Networks. *2018 IEEE SENSORS: IEEE*. 1-4.
- [102] Navthar, R.R. Halegowda, N.V. i Deshpande, S. (2011). Analysis of oil film thickness in Hydrodynamic Journal Bearing using Artificial Neural Networks. *CiiT International Journal of Artificial Intelligent Systems and Machine Learning*. 3. 762-6
- [103] Ren, L. Sun, Y. Wang, H. i Zhang, L. (2018). JIA. Prediction of bearing remaining useful life with deep convolution neural network. *IEEE Access*. 6. 13041-9.
- [104] Hong, S. i Yin, J. (2018). Remaining Useful Life Prediction of Bearing Based on Deep Perceptron Neural Networks. *Proceedings of the 2018 2nd International Conference on Big Data and Internet of Things*. 175-9.
- [105] Zeljković, M. (1996). *Sistem za automatizovano projektovanje i predikciju ponašanjasklopa glavnog vretena mašina alatki*. Doktorska disertacija. Univerzitet u Novom Sadu. Novi Sad.
- [106] Oswald, F.B. Zaretsky, E.V. i Poplawski, J.V. (2012). Effect of internal clearance on load distribution and life of radially loaded ball and roller bearings. *Journal Tribology Transactions*. 55. 245-65.
- [107] Liqin, W. Li, C. Dezhi, Z. i Le, G. (2008). Nonlinear dynamics behaviors of a rotor roller bearing system with radial clearances and waviness considered. *Chinese Journal of Aeronautics*. 21. 86-96.

- [108] Upadhyay, S. Harsha, S. i Jain, S. (2010). Analysis of nonlinear phenomena in high speed ball bearings due to radial clearance and unbalanced rotor effects. *Journal of Vibration and Control*. 16. 65-88.
- [109] Villa, C, Sinou, J-J. i Thouverez, F. (2008). Stability and vibration analysis of a complex flexible rotor bearing system. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 13. 804-21.
- [110] Guegan, J. Kadiric, A. i Spikes, H. (2015). A study of the lubrication of EHL point contact in the presence of longitudinal roughness. *Tribology Letters*. 59. 22.
- [111] Adamczak, S. i Zmarzły, P. (2019). Research of the influence of the 2D and 3D surface roughness parameters of bearing raceways on the vibration level. *Journal of Physics: Conference Series: IOP Publishing*. 012001.
- [112] Jang, G. i Jeong, S. (2002). Nonlinear excitation model of ball bearing waviness in a rigid rotor supported by two or more ball bearings considering five degrees of freedom. *Journal of Tribology*. 124. 82-90.
- [113] Lazović, T. (2000). Analiza uticaja geometrije kotrljajnog ležaja na raspodelu opterećenja na kotrljajna tela i krutost: magistarska teza: Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu. Beograd.
- [114] Liao, N.T. i Lin, J.F. (2002). Ball bearing skidding under radial and axial loads. *Mechanism and Machine Theory*. 37. 91-113.
- [115] Ye, H. i Fan, Z. (2016). Finite element method for the influence of axial preload on the stiffness of deep groove ball bearings. *Journal of Automotive Safety and Energy*. 7. 188-95.
- [116] Wu, C. Xiong, R. Ni, J. Teal, P.D. Cao, M. i Li, X. (2020). Effect of grease on bearing vibration performance caused by short-time high-temperature exposure. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. 42. 69.
- [117] Yusof, N. i Ripin, Z. (2018). The Effect of Lubrication on the Vibration of Roller Bearings. *MATEC Web of Conferences: EDP Sciences*. 01004.
- [118] Hinkle, D.E. Wiersma, W. i Jurs S.G. (2003). *Applied statistics for the behavioral sciences: Houghton Mifflin College Division*. Boston. USA.
- [119] E.M. P. (2004). Neural Networks for modelling applications. University of Ottawa, School of Information Technology.
- [120] Hecht-Nielsen, R. (1989). *Neurocomputer Applications*. In: Eckmiller R, v.d. Malsburg C, editors. Neural Computers. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. 445-53.
- [121] Kröse, B. Krose, B. van der Smagt, P. i Smagt, P. (1993). An introduction to neural networks. *Journal of Computer Science*. 48
- [122] Zhang, A. Lipton, ZC. Li, M. i Smola, A.J. (2019). Dive into Deep Learning.
- [123] Liu, D. Chang, T-S. i Zhang, Y. (2002). A constructive algorithm for feedforward neural networks with incremental training. *IEEE Transactions on Circuits and Systems - I: Fundamental Theory and Applications*. 49. 1876-9.
- [124] Miljković, Z. i Aleksendrić, D. (2009). Veštačke neuronske mreže zbirka rešenih zadataka sa izvodima iz teorije. Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet. Beograd.
- [125] Ramamurthy, S. Krousgrill, C.M. i Sadeghi, F. (2000). Vibration in grease lubricated bearing systems. *Journal Tribology Transactions*. 43. 403-10.
- [126] Knežević, I. Živković, A. Rackov, M. Kanović, Ž. Bojanić Šejat, M. (2019). Analysis of the Impact of Lubrication on the Dynamic Behavior of Ball Bearings Using Artificial Neural Networks. *Romanian Journal of Acoustics and Vibration*. 16. 178-83.

PRILOZI

PRILOG 1: Dozvoljene amplitude brzine vibracija prema klasama kvaliteta za radijalne kuglične ležaje

PRILOG 2: Matlab kôd

PRILOG 3: Rezultati za algoritme obuke sa manjom tačnosti

PRILOG 1

Tabela P1. Dozvoljene amplitude brzine vibracija prema klasama kvaliteta za radijalne kuglične ležaje

Q7	NIVO VIBRACIJE, $\mu\text{m/s}$			Q6	NIVO VIBRACIJE, $\mu\text{m/s}$			Q5	NIVO VIBRACIJE, $\mu\text{m/s}$		
	Niži frekventni opseg 50-300 Hz	Srednji frekventni opseg 300-1800 Hz	Viši frekventni opseg 1800-10000 Hz		Niži frekventni opseg 50-300 Hz	Srednji frekventni opseg 300-1800 Hz	Viši frekventni opseg 1800-10000 Hz		Niži frekventni opseg 50-300 Hz	Srednji frekventni opseg 300-1800 Hz	Viši frekventni opseg 1800-10000 Hz
	max	max	max		max	max	max		max	max	max
607	160	112	112	607	80	56	56	607	40	56	28
608	160	112	112	608	80	56	56	608	40	56	28
609	160	112	80	609	80	56	40	609	40	56	20
6000	160	112	80	6000	90	56	40	6000	40	56	20
6001	180	125	90	6001	90	63	45	6001	45	63	24,4
6002	180	125	90	6002	90	63	45	6002	45	63	24,4
6003	180	125	125	6003	90	63	63	6003	45	63	31,5
6004	224	160	315	6004	112	80	160	6004	56	80	80
6005	224	160	450	6005	112	80	224	6005	56	80	112
6006	224	160	450	6006	112	80	224	6006	71	80	112
6007	280	200	560	6007	140	100	280	6007	100	100	140
6008	400	200	800	6008	200	100	400	6008	100	100	200
6009	400	200	800	6009	200	100	400	6009	100	100	200
6010	400	200	800	6010	200	100	400	6010	100	100	200
6011	500	250	1000	6011	250	125	500	6011	125	150	250
6012	500	250	1000	6012	250	125	500	6012	125	150	250

Q7	NIVO VIBRACIJE, $\mu\text{m/s}$			Q6	NIVO VIBRACIJE, $\mu\text{m/s}$			Q5	NIVO VIBRACIJE, $\mu\text{m/s}$		
	Niži frekventni opseg 50-300 Hz	Srednji frekventni opseg 300-1800 Hz	Viši frekventni opseg 1800-10000 Hz		Niži frekventni opseg 50-300 Hz	Srednji frekventni opseg 300-1800 Hz	Viši frekventni opseg 1800-10000 Hz		Niži frekventni opseg 50-300 Hz	Srednji frekventni opseg 300-1800 Hz	Viši frekventni opseg 1800-10000 Hz
	max	max	max		max	max	max		max	max	max
623	140	100	100	623	71	50	50	623	35,5	25	25
624	140	100	100	624	71	50	50	624	35,5	25	25
625	140	100	100	625	71	50	50	625	35,5	25	25
626	140	100	100	626	71	50	50	626	35,5	25	25
627	160	112	112	627	80	56	56	627	40	28	28
629	160	112	80	629	80	56	40	629	40	28	20
6200	160	112	80	6200	80	56	40	6200	40	28	20
6201	180	125	125	6201	90	63	63	6201	45	31,5	31,5
6202	180	125	125	6202	90	63	63	6202	45	31,5	31,5
6203	180	125	180	6203	90	63	90	6203	45	31,5	45
6204	224	160	224	6204	112	80	112	6204	56	40	56
6205	224	160	450	6205	112	80	224	6205	56	40	112
6206	224	160	630	6206	112	80	315	6206	56	40	160
6207	280	200	800	6207	140	100	400	6207	71	50	200
6208	280	200	800	6208	140	100	400	6208	71	50	200
6209	280	200	800	6209	140	100	400	6209	71	50	200
6210	280	200	800	6210	140	100	400	6210	71	50	200
6211	355	250	1000	6211	180	150	500	6211	90	63	250
6212	355	250	1000	6212	180	150	500	6212	90	63	250

Q7	NIVO VIBRACIJE, $\mu\text{m/s}$			Q6	NIVO VIBRACIJE, $\mu\text{m/s}$			Q5	NIVO VIBRACIJE, $\mu\text{m/s}$		
	Niži frekventni opseg 50-300 Hz	Srednji frekventni opseg 300-1800 Hz	Viši frekventni opseg 1800-10000 Hz		Niži frekventni opseg 50-300 Hz	Srednji frekventni opseg 300-1800 Hz	Viši frekventni opseg 1800-10000 Hz		Niži frekventni opseg 50-300 Hz	Srednji frekventni opseg 300-1800 Hz	Viši frekventni opseg 1800-10000 Hz
	max	max	max		max	max	max		max	max	max
635	140	100	100	635	71	50	50	635	35,5	25	25
6300	160	112	80	6300	80	56	40	6300	40	28	20
6301	250	125	125	6301	125	63	63	6301	63	31,5	31,5
6302	250	125	125	6302	125	63	63	6302	63	31,5	31,5
6303	250	125	180	6303	125	63	90	6303	63	31,5	45
6304	224	224	224	6304	112	112	112	6304	56	56	56
6305	224	315	450	6305	112	160	224	6305	56	80	112
6306	224	315	630	6306	112	160	315	6306	56	80	180
6307	280	280	800	6307	140	140	400	6307	71	71	200
6308	280	200	800	6308	140	100	400	6308	71	50	200
6309	280	400	1600	6309	140	200	800	6309	71	100	400

PRILOG 2

P2.1. Matlab kôd za izvršavanje postupka obuke

```
%%
clear all
%% ulazni podaci

load('MatricaUlazaZaSveSile') % učitavanje matrica ulaza i izlaza
load('MatricaIzlazaZaSveSile')
%ulazniPodaci = A;
%izlazniPodaci = B;
brojMjerenja = 3; % broj mjerenja za svaki lezaj
brojSila = 9;
A = MatricaUlazaZaSveSile;
B = MatricaIzlazaZaSveSile;
[x_ulaz, y_ulaz] = size(A); % dimenzije matrice ulaza
[x_izlaz, y_izlaz] = size(B); % dimenzije matrice izlaza
ukupanBrojLezajeva = y_ulaz/(brojMjerenja*brojSila); % broj lezajeva u
zavisnosti od broja mjerenja (pp da je za svaki lezaj isti broj mjerenja)
pomGreska = 0;
N = 10; % broj puta izvršavanja skripte ANN
p1 = 0;
br1 = 0;
pom1 = 0;
pom = 0;
%% naci srednje vrijednosti parametara za svaki lezaj

for i=1:ukupanBrojLezajeva*brojSila
    usrednjenoA(1:9, i) = mean(A(:, (1 + pom*brojMjerenja):(brojMjerenja +
pom*brojMjerenja)),2);
    usrednjenoB(1:3, i) = mean(B(:, (1 + pom*brojMjerenja):(brojMjerenja +
pom*brojMjerenja)),2);
    pom=pom+1;
end

usrednjenoAA = usrednjenoA;
usrednjenoBB = usrednjenoB;
%% N obucavanja; nakon ovoga dobijamo srednje greske za svaki lezaj,
procentualne greske i arhitekturu mreze
for i=1:N % petlja za N obucavanja
    for br=1:ukupanBrojLezajeva
        usrednjenoA(:, (1 + (br-1)*brojSila):(brojSila + (br-1)*brojSila))
= [];
        x = usrednjenoA;
        usrednjenoB(:, (1 + (br-1)*brojSila):(brojSila + (br-1)*brojSila))=
[];
        t = usrednjenoB;
        ANN;
        usrednjenoA = usrednjenoAA; % vratimo pocetne matrice ulaza i
izlaza
        usrednjenoB = usrednjenoBB;
        mreze((i-1)*ukupanBrojLezajeva+br).mreza = net;
    end
br1 = br1 + 1;
end

indexes = (1:N)';
indexes = kron(indexes,ones(ukupanBrojLezajeva*brojSila, 1))';
```

Analiza dinamičkog ponašanja kugličnih ležaja primenom veštačkih neuronskih mreža

```
sile = (0:0.125:1)';
sile = repmat(sile, [ukupanBrojLezajeva*N, 1]);
sile = sile';

lezajevi = (1:ukupanBrojLezajeva)';
lezajevi = kron(lezajevi, ones(brojSila, 1));
lezajevi = repmat(lezajevi, [N, 1]);
lezajevi = lezajevi';

greska = [greska; sum(abs(greska), 1); sile; lezajevi; indexes];
procentualnaGreska = [procentualnaGreska; sum(abs(procentualnaGreska), 1);
sile; lezajevi; indexes];

greska = greska';
procentualnaGreska = procentualnaGreska';

tmpGreska = greska;
tmpProcentualnaGreska = procentualnaGreska;

sortiranoPoLezGreska = [];
sortiranoPoLezProcentGreska = [];

for i=1:ukupanBrojLezajeva*brojSila
    x = tmpGreska(i:ukupanBrojLezajeva*brojSila:end, :);
    x = sortrows(x, 4);

    xx = tmpProcentualnaGreska(i:ukupanBrojLezajeva*brojSila:end, :);
    xx = sortrows(xx, 4);

    sortiranoPoLezGreska = [sortiranoPoLezGreska; x];
    sortiranoPoLezProcentGreska = [sortiranoPoLezProcentGreska; xx];
end
```

PRILOG 2

P2.2 Matlab kôd veštačke neuronske mreže

```
trainFcn = 'trainlm'; % Levenberg-Marquardt backpropagation.

% Create a Fitting Network
hiddenLayerSize = 1;
net = fitnet(hiddenLayerSize,trainFcn);

% Setup Division of Data for Training, Validation, Testing
net.divideFcn = 'divideind';
%net.divideParam.trainRatio = 70/100;
%net.divideParam.valRatio = 15/100;
%net.divideParam.testRatio = 15/100;

[trainInd, valInd, testInd] = ...
    divideind(252,[1:180],[181:216],[217:252]);
net.divideParam.trainInd = trainInd;
net.divideParam.valInd = valInd;
net.divideParam.testInd = testInd;

% Train the Network
[net,tr] = train(net,x,t);

y = net(usrednjenoAA(:, (1 + (br-1)*brojSila):(brojSila + (br-
1)*brojSila))); %test podaci
y_cuvaj_rez(1:3, 252*br1 + ((1 + (br-1)*brojSila):(brojSila + (br-
1)*brojSila))) = y
tt = usrednjenoBB(:, (1 + (br-1)*brojSila):(brojSila + (br-1)*brojSila)); %
izmjereni podaci
greska(1:3, 252*br1 + ((1 + (br-1)*brojSila):(brojSila + (br-1)*brojSila)))
= abs(y - tt);
percentualnaGreska(1:3, 252*br1 + ((1 + (br-1)*brojSila):(brojSila + (br-
1)*brojSila))) = 100*(abs(y - tt)./tt);
usrednjenoA = usrednjenoAA; % vratimo pocetne matrice ulaza i izlaza
usrednjenoB = usrednjenoBB;
```

PRILOG 3

Tabela P3.1. Rezultati sa manjom tačnosti, algoritam obuke SCG

	Jednoslojne			Dvoslojne		
	Algoritam obuke					
	<i>Scaled Conjugate Gradient</i>			<i>Scaled Conjugate Gradient</i>		
Broj neurona u skrivenom sloju	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, R	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, R^2	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, R	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, R^2	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %
1	1,6864	1,0220	20,7	1,689	0,998	20,9
2	1,6832	1,1017	20,5	1,694	1,014	20,8
3	2,3070	1,7817	17,8	2,013	1,367	18,9
4	1,8946	1,2660	19,5	1,862	1,198	19,9
5	2,2659	1,7182	17,4	1,948	1,317	19,5
6	2,4392	1,9838	16,7	2,484	2,060	15,9
7	1,8703	1,2047	20,1	2,180	1,592	17,2
8	2,4657	2,0287	16,2	1,959	1,311	19,6
9	2,2101	1,6327	18,7	2,301	1,776	17,3
10	2,0518	1,4192	19,6	2,453	2,011	16,4
11	2,4982	2,0833	15,9	2,371	1,886	17,0
12	2,2105	1,6358	18,6	2,391	1,908	16,6
13	2,1925	1,6104	18,6	1,710	1,048	21,0
14	2,4113	1,9436	16,2	2,399	1,921	17,0
15	2,5638	2,1918	14,2	2,480	2,053	16,2
16	2,6533	2,3472	12,2	2,438	1,982	16,8
17	2,4418	1,9888	16,0	2,414	1,947	16,1
18	2,1311	1,5211	18,8	2,332	1,816	17,3
19	2,4318	1,9731	16,2	2,512	2,106	15,7
20	2,5173	2,1128	15,3	2,734	2,492	11,0
21	2,2942	1,7609	18,2	2,066	1,436	18,7
22	2,3144	1,7918	17,4	2,346	1,841	16,6
23	2,2493	1,6997	18,2	2,335	1,824	17,4
24	2,5249	2,1256	15,6	2,448	2,001	16,0
25	2,1916	1,6112	18,3	2,465	2,026	16,2
26	2,3750	1,8847	16,9	2,116	1,498	18,8
27	2,2523	1,6954	17,9	2,207	1,637	17,6
30	2,4722	2,0389	15,6	2,416	1,946	16,5
Srednja vrednost	2,271	1,756	17,4	2,242	1,715	17,5

Tabela P3.2. Rezultati sa manjom tačnosti, algoritam obuke SCG

	Troslojne			Jednoslojne Ekv tehnološki parametri		
	Algoritam obuke					
	<i>Scaled Conjugate Gradient</i>			<i>Scaled Conjugate Gradient</i>		
Broj neurona u skrivenom sloju	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, R	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, R^2	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, R	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, R^2	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %
1	1,216	0,610	24,0	1,557	0,830	21,8
2	1,734	1,067	19,8	2,195	1,616	18,6
3	1,709	1,039	20,3	2,005	1,359	19,8
4	1,799	1,127	20,2	1,739	1,045	20,9
5	1,890	1,232	19,4	2,031	1,400	19,3
6	2,388	1,905	16,7	2,173	1,586	18,8
7	1,829	1,173	19,1	2,032	1,394	19,0
8	2,417	1,955	16,9	2,096	1,482	18,6
9	1,951	1,301	19,5	1,992	1,345	19,8
10	2,181	1,596	18,2	1,868	1,199	19,8
11	1,704	1,050	21,3	2,448	1,998	15,9
12	2,544	2,158	15,4	2,488	2,063	15,6
13	2,296	1,759	17,5	2,191	1,604	19,2
14	2,697	2,425	11,6	2,093	1,471	19,0
15	2,158	1,565	17,8	2,483	2,055	15,8
16	2,376	1,895	16,9	2,355	1,850	17,0
17	2,422	1,957	16,5	2,112	1,499	19,6
18	2,503	2,090	15,5	2,017	1,375	19,9
19	2,137	1,528	18,2	2,045	1,405	20,0
20	2,420	1,961	16,4	2,216	1,642	18,4
21	2,462	2,022	15,8	1,974	1,319	20,4
22	2,661	2,364	12,4	2,509	2,099	14,9
23	2,575	2,215	14,1	2,185	1,605	18,3
24	2,046	1,407	19,8	2,442	1,988	16,2
25	2,480	2,056	14,9	2,218	1,649	18,2
26	2,214	1,642	17,4	1,989	1,346	19,3
27	2,080	1,453	19,1	2,298	1,764	18,0
30	2,539	2,151	15,1	2,613	2,276	13,1
Srednja vrednost	2,194	1,668	17,5	2,156	1,581	18,4

Tabela P3.3. Rezultati sa manjom tačnosti, algoritam obuke SCG

	Dvoslojne Ekv tehnološki parametri			Troslojne Ekv tehnološki parametri		
	Algoritam obuke					
	<i>Scaled Conjugate Gradient</i>			<i>Scaled Conjugate Gradient</i>		
Broj neurona u skrivenom sloju	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, R	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, R^2	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %	Kumulativna vrednost <i>Pearson</i> -ovog koeficijenta korelacije, R	Kumulativna vrednost koeficijenta determinacije, R^2	Prosečna vrednost greške predviđanja za jedno područje frekvencija, %
1	1,731	1,056	20,2	1,656	0,999	21,3
2	1,755	1,096	20,4	1,530	0,846	20,8
3	1,887	1,221	19,5	1,766	1,087	20,5
4	2,213	1,640	18,3	1,565	0,879	21,0
5	1,855	1,184	20,3	1,765	1,096	20,5
6	1,755	1,101	21,0	1,822	1,146	20,5
7	2,329	1,811	18,0	2,292	1,761	17,3
8	1,862	1,175	20,8	1,758	1,101	20,6
9	2,094	1,472	19,3	2,094	1,490	18,3
10	2,388	1,903	16,8	1,951	1,329	19,5
11	1,703	1,007	20,7	2,402	1,923	16,2
12	2,293	1,755	17,1	2,003	1,351	20,1
13	2,265	1,717	17,5	2,308	1,777	17,7
14	2,433	1,973	16,2	1,953	1,286	19,9
15	2,423	1,957	16,0	2,559	2,184	14,2
16	2,379	1,890	17,3	2,382	1,891	18,0
17	2,635	2,315	13,0	2,333	1,821	17,5
18	2,141	1,544	18,6	1,888	1,227	19,0
19	2,397	1,916	16,7	2,423	1,959	16,4
20	2,249	1,686	18,9	1,956	1,308	19,1
21	2,631	2,308	13,2	2,168	1,574	18,7
22	2,330	1,814	18,0	2,403	1,927	16,0
23	2,598	2,252	13,6	2,076	1,453	18,7
24	2,517	2,113	15,2	2,497	2,078	15,4
25	2,500	2,085	15,4	2,352	1,851	16,6
26	2,484	2,057	14,7	2,556	2,181	14,1
27	1,936	1,270	20,8	2,741	2,505	11,1
30	2,300	1,768	17,7	2,543	2,155	14,4
Srednja vrednost	2,217	1,682	17,7	2,134	1,578	18,0

Овај Образац чини саставни део докторске дисертације, односно докторског уметничког пројекта који се брани на Универзитету у Новом Саду. Попуњен Образац укоричити иза текста докторске дисертације, односно докторског уметничког пројекта.

План третмана података

Назив пројекта/истраживања
<i>Анализа динамичког понашања кугличних лежаја применом вештачких неуронских мрежа</i>
Назив институције/институција у оквиру којих се спроводи истраживање
а) Универзитет у Новом Саду, Факултет техничких наука, Департман за механизацију и конструкционо машинство
Назив програма у оквиру ког се реализује истраживање
<i>Савремени прилази у развоју специјалних решења улежиштења у машинству и медицинској протетици</i>
1. Опис података
<i>1.1 Врста студије</i> <i>Укратко описати тип студије у оквиру које се подаци прикупљају</i> <i>Докторска дисертација</i>
<i>1.2 Врсте података</i> а) квантитативни б) квалитативни
<i>1.3. Начин прикупљања података</i> а) анкете, упитници, тестови б) клиничке процене, медицински записи, електронски здравствени записи в) генотипови: навести врсту _____ г) административни подаци: навести врсту _____ д) узорци ткива: навести врсту _____ ђ) снимци, фотографије: навести врсту _____

- е) текст, навести врсту: **Литературни извори**
- ж) мапа, навести врсту _____
- з) остало: описати: **Експериментална испитивања**

1.3 Формат података, употребљене скале, количина података

1.3.1 Употребљени софтвер и формат датотеке:

- а) Excel фајл, датотека: **.xlsx**
- б) SPSS фајл, датотека _____
- с) PDF фајл, датотека: **.pdf**
- д) Текст фајл, датотека: **.docx**
- е) JPG фајл, датотека: **.jpg, .tiff**
- ф) Остало, датотека _____

1.3.2. Број записа (код квантитативних података)

- а) број варијабли: **Велики број**
- б) број мерења (испитаника, процена, снимака и сл.): **Велики број**

1.3.3. Поновљена мерења

- а) да
- б) не

Уколико је одговор да, одговорити на следећа питања:

- а) временски размак између поновљених мера је: **5 минута**
- б) варијабле које се више пута мере односе се на: **Испитивање амплитуда брзине вибрација лежаја**
- в) нове верзије фајлова који садрже поновљена мерења су именоване као _____

Напомене: _____

Да ли формати и софтвер омогућавају дељење и дугорочну валидност података?

- а) **Да**
- б) **Не**

Ако је одговор не, образложити _____

2. Прикупљање података

2.1 Методологија за прикупљање/генерисање података

2.1.1. У оквиру ког истраживачког нацрта су подаци прикупљени?

а) експеримент, навести тип:

Мерење амплитуда брзине вибрација кугличних лежаја

б) корелационо истраживање, навести тип _____

ц) анализа текста, навести тип:

Прикупљање података анализом доступне литературе

д) остало, навести шта _____

2.1.2 Навести врсте мерних инструмената или стандарде података специфичних за одређену научну дисциплину (ако постоје).

- Аналогно/дигитална картица за снимање сигнала вибрација: **National Instrumets USB-4432**
-

2.2 Квалитет података и стандарди

2.2.1. Третман недостајућих података

а) Да ли матрица садржи недостајуће податке? Да **Не**

Ако је одговор да, одговорити на следећа питања:

а) Колики је број недостајућих података? _____

б) Да ли се кориснику матрице препоручује замена недостајућих података? Да **Не**

в) Ако је одговор да, навести сугестије за третман замене недостајућих података

2.2.2. На који начин је контролисан квалитет података? Описати

Квалитет података је контролисан при експерименталном испитивању понављањем мерења у истим условима и поређењем добијених резултата.

2.2.3. На који начин је извршена контрола уноса података у матрицу?

Контрола уноса података у матрицу је изведена поређењем добијених података са литературним подацима.

3. Третман података и пратећа документација

3.1. Третман и чување података

3.1.1. Подаци ће бити депоновани у Репозиторијуму докторских дисертација на Универзитету у Новом Саду.

3.1.2. URL адреса <https://cris.uns.ac.rs/searchDissertations.jsf>

3.1.3. DOI _____

3.1.4. Да ли ће подаци бити у отвореном приступу?

а) Да

б) Да, али после ембарга који ће трајати до _____

в) Не

Ако је одговор не, навести разлог _____

3.1.5. Подаци неће бити депоновани у репозиторијум, али ће бити чувани.

Образложење

3.2 Метаподаци и документација података

3.2.1. Који стандард за метаподатке ће бити примењен? _____

3.2.1. Навести метаподатке на основу којих су подаци депоновани у репозиторијум.

Ако је потребно, навести методе које се користе за преузимање података, аналитичке и процедуралне информације, њихово кодирање, детаљне описе варијабли, записа итд.

3.3 Стратегија и стандарди за чување података

3.3.1. До ког периода ће подаци бити чувани у репозиторијуму? _____

3.3.2. Да ли ће подаци бити депоновани под шифром? Да Не

3.3.3. Да ли ће шифра бити доступна одређеном кругу истраживача? Да Не

3.3.4. Да ли се подаци морају уклонити из отвореног приступа после извесног времена?

Да **Не**

Образложити

4. Безбедност података и заштита поверљивих информација

Овај одељак МОРА бити попуњен ако ваши подаци укључују личне податке који се односе на учеснике у истраживању. За друга истраживања треба такође размотрити заштиту и сигурност података.

4.1 Формални стандарди за сигурност информација/података

Истраживачи који спроводе испитивања с људима морају да се придржавају Закона о заштити података о личности (https://www.paragraf.rs/propisi/zakon_o_zastiti_podataka_o_licnosti.html) и одговарајућег институционалног кодекса о академском интегритету.

4.1.2. Да ли је истраживање одобрено од стране етичке комисије? Да **Не**

Ако је одговор Да, навести датум и назив етичке комисије која је одобрила истраживање

4.1.2. Да ли подаци укључују личне податке учесника у истраживању? Да **Не**

Ако је одговор да, наведите на који начин сте осигурали поверљивост и сигурност информација везаних за испитанике:

- а) Подаци нису у отвореном приступу
 - б) Подаци су анонимизирани
 - ц) Остало, навести шта
-

5. Доступност података

5.1. Подаци ће бити

а) **јавно доступни**

б) *доступни само уском кругу истраживача у одређеној научној области*

ц) *затворени*

Ако су подаци доступни само уском кругу истраживача, навести под којим условима могу да их користе:

Ако су подаци доступни само уском кругу истраживача, навести на који начин могу приступити подацима:

5.4. Навести лиценцу под којом ће прикупљени подаци бити архивирани.

Ауторство – некомерцијално – без прераде

6. Улоге и одговорност

6.1. Навести име и презиме и мејл адресу власника (аутора) података

Иван Кнежевић ivanknezevic@uns.ac.rs

6.2. Навести име и презиме и мејл адресу особе која одржава матрицу с подацима

Иван Кнежевић ivanknezevic@uns.ac.rs

6.3. Навести име и презиме и мејл адресу особе која омогућује приступ подацима другим истраживачима

Иван Кнежевић ivanknezevic@uns.ac.rs
