

ПРИМЉЕНО: 22. NOV 2002	
ОРГАНИЗ.ЈЕД.	БРОЈ
0603	207/14

Dr S. Pilipović, red. prof. PMF-a u Novom Sadu  
Dr A. Takači, red. prof. PMF-a u Novom Sadu  
Dr D. Perišić, red. prof. PMF-a u Novom Sadu  
Dr B. Jovanović, red. prof. Matematičkog fakulteta u Beogradu

## Naučno-nastavnom veću Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu

**Predmet:** Izveštaj o oceni doktorske disertacije kandidata  
**mr Biljane Jolevske-Tuneske**

Odlukom Naučno-nastavnog veća Prirodno-matematičkog fakulteta donetoj na svojoj sednici održanoj 21.11.2002. godine, imenovana je Komisija za ocenu doktorske disertacije (u daljem tekstu: Komisija) kandidata mr Biljane Jolevske-Tuneske iz Skoplja, Makedonija, pod naslovom

### **Neutriks proizvodi i konvolucije distribucija i primene.**

U Komisiju su izabrani

1. dr Stevan Pilipović, redovni profesor PMF-a u Novom Sadu, predsednik Komisije,
2. dr Arpad Takači, redovni profesor PMF-a u Novom Sadu, mentor,
3. dr Dušanka Perišić, redovni profesor PMF-a u Novom Sadu, član,
4. dr Boško Jovanović, redovni profesor Matematičkog fakulteta u Beogradu, član, i
5. dr Brajan Fišer (Brian Fisher), profesor u penziji Univerziteta u Lesteru (Engleska), član.

Doktorat je pisan na srpskom jeziku, a kandidat ga je preveo i na engleski jezik. Mi, dole potpisana prva četiri člana Komisije, na osnovu pregledanog materijala podnosimo sledeći izveštaj, dok peti član Komisije, dr Brajan Fišer, podnosi svoj izveštaj posebno na engleskom jeziku.

## IZVEŠTAJ

### o oceni doktorske disertacije kandidata mr Biljane Jolevske-Tuneske

Predložena doktorska disertacija je napisana na 86 strana i ima 69 bibliografskih jedinica. Tekst je pripremljen u  $\text{\LaTeX}$ -u, sa stranicama formata A4 i slovima veličine 11pt. Disertacija ima pet glava, i to:

- 1) Osnovni pojmovi (6-17)
- 2) Neutriks proizvod distribucija (18-25)
- 3) Konvolucija distribucija (26-55)
- 4) Kompozicija distribucija (56-71)
- 5) ODJ i teorija Colombeau-a (72-86).

Tema ove doktorske disertacije je iz funkcionalnu analize, tačnije teorije distribucija i njene primene na diferencijalne jednačine. Problem proizvoda odnosno konvolucije distribucija se pojavio na samom početku teorije distribucija, i, kako zbog razvoja ove oblasti, tako i zbog njene primene (pre svega na parcijalne diferencijalne jednačine), do danas je ostao aktuelan. Jedna od najpoznatijih definicija proizvoda i konvolucije distribucija je data u knjigama I. M. Geljfanda i Šilova, odnosno V. S. Vladimirova. Zapažene rezultate o proizvodu i konvoluciji distribucija su dobili i članovi grupe koju je još sedamdesetih godina prošlog veka na Institutu za matematiku PMF-a u Novom Sadu osnovao akademik dr Bogoljub Stanković.

Koristeći van Korputove rezultate o *neutriks*-u, tj. komutativnoj aditivnoj grupi funkcija sa određenim osobinama, engleski matematičar B. Fišer je osamdesetih godina prošlog veka definisao neutriks proizvod i konvolucioni proizvod, a nešto kasnije i neutriks kompoziciju distribucija. Pored samog Fišera i njegovih koautora, u brojnim radovima se veći broj autora bavio i bavi pitanjima egzistencije,

osobina i efektivnog izračunavanja prvo neutriks proizvoda, a kasnije neutriks konvolucije i neutriks kompozicije distribucija. Podesan izbor neutriksa omogućio je tim autorima da pokažu da tako uvedene operacije postoje za šire klase parova distribucija. Možemo konstatovati da ova disertacija sadrži rezultate koji dalje razvijaju ovu teoriju.

U prvoj glavi kandidat daje osnovne pojmove i tvrdjenja teorije distribucija odnosno neutriksa, u meri koja je potrebna za dalje izlaganje.

U drugoj glavi kandidat je analizirao dve Fišerove definicije neutriks proizvoda distribucija (pri čemu je jedna komutativna, a druga nekomutativna), i posebno je ispitao egzistenciju neutriks proizvod distribucija sa stepenim i logaritamskim singularitetima.

U trećoj glavi je definisan poseban neutriks konvolucioni proizvod, kao uopštenje odgovarajuće konvolucije koju su u svojim poznatim knjigama uveli ruski autori Gelfand i Šilov. U stvari, njihove restrikcije na nosače distribucija mogu uz određene uslove biti izostavljene, i kandidat pokazuje da dobijena neutriks konvolucija postoji za veću klasu distribucija. Ovi rezultati su primenjeni na kosinusni i sinusni integral i njihove neutriks konvolucije sa stepenim funkcijama. U četvrtom poglavlju treće glave kandidat analizira distribucije definisane pomoću sporo promenljivih funkcija (koje je uveo jugoslovenski matematičar J. Karamata još krajem dvadesetih godina dvadesetog veka) i njihov konvolucioni proizvod sa stepenim funkcijama. Za ovo je kandidat morao uvesti neutriks koji sadrži i sporo promenljive funkcije, ali i pokazati da je savladao prilično složenu tehniku asimptotskog ponašanja takvih funkcije.

Problem kompozicije distribucija je značajan zbog primene na nelinearne jednačine. U četvrtoj glavi, kandidat je pokazao postojanje nekih neutriks kompozicija sa različitim stepenim funkcijama.

Početakom osamdesetih godina, francuski matematičar J. F. Kolombo (J. F. Colombeau) je definisao prostor tzv. novih uopštenih funkcija, koji sadrži i prostor Švarcovih distribucija. U petoj glavi disertacije razmatra se odnos neutriks računa i Kolombove-te teorije uopštenih funkcija, i primena ove teorije na rešavanje jedne klase nelinearnih diferencijalnih jednačina.

## ZAKLJUČAK I PREDLOG

Dole potpisani članovi Komisije smatraju da je kandidat Biljana Jolevska-Tuneska pokazala da je ovladala obrađenom problematikom i stekla uvid u savremene rezultate iz ove oblasti. Ona je uspela da dobije i originalne rezultate vezane za razmatranu problematiku. Dodajmo još da je kandidat jedan deo rezultata ove disertacije publikovala u do sada 6 objavljenih odnosno primljenih radova.

Na osnovu svega izloženog, dole potpisani članovi Komisije pozitivno ocenjuje doktorsku disertaciju kandidata **mr Biljane Jolevske-Tuneske** pod naslovom

### **Neutriks proizvodi i konvolucije distribucija i primene,**

i predlaže Naučno-nastavnom veću Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu da ovu ocenu prihvati i odobri kandidatu da je javno brani i tako omogući sticanje naučnog zvanja doktora matematike.

U Novom Sadu, 22.11.2002.

*Stevan Pilipović*

1. dr Stevan Pilipović, redovni profesor PMF-a u Novom Sadu, predsednik Komisije

*Arpad Takači*

2. dr Arpad Takači, redovni profesor PMF-a u Novom Sadu, mentor

*Dužanka Perišić*

3. dr Dužanka Perišić, redovni profesor PMF-a u Novom Sadu, član

*Boško Jovanović*

4. dr Boško Jovanović, redovni profesor Matematičkog fakulteta u Beogradu, član

Brian Fisher, Ph.D.  
full professor, University of Leicester,  
England

**To the Teaching and Scientific Council  
of Faculty of Science  
Novi Sad, Yugoslavia**

**Subject:** Report on the doctoral thesis for the candidate  
**Biljana Jolevska-Tuneska Ms.c.**

By the decision of the Teaching and Scientific Council of the Faculty of Science, made at its meeting on 21.11.2002, the Review Board is formed for the doctoral thesis of the candidate Biljana Jolevska-Tuneska, Skopje, Macedonia, titled

**Neutrix products, convolutions of distributions and applications.**

Members of the Review Board are

1. Stevan Pilipović, Ph.D. full professor, Faculty of Science, Novi Sad, Yugoslavia, president,
2. Arpad Takači, Ph.D. full professor, Faculty of Science, Novi Sad, Yugoslavia, supervisor,
3. Dušanka Perišić, Ph.D. full professor, Faculty of Science, Novi Sad, Yugoslavia, member,
4. Boško Jovanović, Ph.D. full professor, Mathematical Faculty, Belgrade, Yugoslavia, member,
5. Brian Fisher, Ph.D. full professor, University of Leicester, England, member

The doctoral thesis is written in Serbian, and the candidate translated it into English. The first four members of the Review Board wrote the report in Serbian, and the fifth member was sent the report written in English.

# REPORT

on the doctoral thesis of the candidate  
Biljana Jolevska-Tuneska, Ms.c.

The doctoral thesis is written on 86 pages and it contains 69 reference units. Text of the thesis is written in  $\LaTeX$  using A4 paper size and 11p font size. The doctoral thesis consists of five chapters, namely:

- 1) Distributions and the neutrix calculus
- 2) Neutrix product of distributions
- 3) The Convolution of distributions
- 4) The Compositions of distributions
- 5) ODE and Colombeau theory

The subject of this doctoral thesis is from the theory of functional analysis, more precisely, from the theory of distributions and its applications on differential equations. The problem of the product and convolution of distributions has appeared in the beginning of the theory of distributions, and as for development of this subject and on the other side for its application (specially on partial differential equations), it still remains attractive. One of the famous definitions of the product and convolution of distributions is given in the book of Gelfand and Shilov, i.e. V.S. Vladimirov. Distinguished results about product and convolution of distributions are obtained from members of the group that worked in '70's of the last century at the Department of Mathematics of the Faculty of Science, Novi Sad, Yugoslavia, under the supervision of Bogoljub Stanković, Ph.D, member of Serbian Academy of Arts and Sciences.

Using van der Corput's results of a *neutrix*, i.e., a commutative additive group of functions with determined properties, the English mathematician B. Fisher at the beginning of the '80's from the last century, defined neutrix products and neutrix convolution products, and some years later neutrix composition of distributions. Besides Fisher and his collaborators, large number of other authors deal with the questions of existence, properties and effective calculation, firstly of the neutrix products, and later neutrix convolutions and neutrix compositions of distributions. With appropriate selection of the negligible functions this author provided these operations to exist for wider classes of pairs of distributions. We can say that this thesis contains results that further develop this theory.

In the first chapter, the candidate gives basic definitions from the theory of distributions and neutrix calculus that are necessary for the following chapters.

In the second chapter, using Fisher's definition of neutrix product, the candidate proved existence of the neutrix product of distributions with powers and logarithmic singularities.

In the third chapter neutrix convolution product is given as a proper generalization of the convolution product given by Russian authors Gelfand and Shilov. In fact, their restrictions on the support of the distributions can be neglected in some cases and the candidate shows that neutrix convolution product exists

for wider classes of distributions. These results are applied to the cosine integral, the sine integral and their associated functions. In the fourth part of the third chapter, the candidate analyses distributions defined with slowly varying functions (given by the Yugoslav mathematician J. Karamata at the end of the '20's of the last century) and their convolution product with power functions. To do this, the candidate has to define negligible functions that contain slowly varying functions and this shows that she learned complicated techniques for asymptotical behaviour of such functions.

The problem of the composition of distributions is important for applications on nonlinear differential equations. In the fourth chapter, the candidate shows the existence of some neutrix compositions with different power functions.

At the beginning of the '80's of the last century, the French mathematician J.F. Colombeau defined the space of generalized functions which contain Schwartz's space of distributions. In the fifth chapter of the doctoral thesis the relationship between the neutrix calculus and Colombeau's theory is considered. An application on solving one class of nonlinear differential equations is given.

## CONCLUSION AND SUGGESTION

The here signed member of the Review board considers that the candidate Biljana Jolevska-Tuneska showed that she gained respectful knowledge of the studied subject and its insight to modern trends of in this area. She also succeeded in obtaining original results concerning the discussed areas. We can mention that part of the results from this thesis are published in seven international journals.

Concerning all of this, the here signed member of the Review board positively evaluates doctoral thesis by the candidate Biljana Jolevska-Tuneska named

### **Neutrix products, convolutions of distributions and application**

and suggests to the Teaching and Scientific Council of the Faculty of Science in Novi Sad, Yugoslavia, to accept this evaluation and let the candidate defend publicly the doctoral thesis for receiving the degree of science - Doctor of Philosophy in Mathematics.

Leicester, 27.11.2002

Brian Fisher, Ph.D. full professor  
University of Leicester, England

