

UNIVERZITET U NOVOM SADU  
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
Trg Dositeja Obradovića 3  
NOVI SAD  
Nastavno-naučnom veću

ПРИМЉЕНО:	18.02.2000.
ОРГАНИЗ.ЈЕД.	БРОЈ
0603	118/4

Na svojoj XVI sednici održanoj 17. februara 2000. godine, Nastavno-naučno veće Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu je imenovalo Komisiju za ocenu i odbranu doktorske disertacije

### O identitetima algebr regularnih jezika

čiji je autor kandidat

MR IGOR DOLINKA

u sastavu:

- **dr Đura Paunić**, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu (predsednik),
- **dr Siniša Crvenković**, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu (mentor),
- **dr Rozalija Madaras-Silađi**, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu (član),
- **dr Stojan Bogdanović**, redovni profesor Ekonomskog fakulteta u Nišu (član),
- **dr Miroslav Ćirić**, vanredni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta u Nišu (član),

(u daljem tekstu: Komisija). Nakon pregleda urađene disertacije, a u skladu sa svojom zakonskom obavezom, Komisija podnosi sledeći

## I Z V E Š T A J

Predata disertacija obuhvata 9 uvodnih strana (numerisanih rimskim brojevima) i 143 strane (numerisane arapskim brojevima), kao i 6 nenumerisanih strana obavezne ključne dokumentacijske informacije (na srpskom i engleskom jeziku). Disertacija se sastoji od: sadržaja, predgovora, ukupno 6 glava matematičke građe, spiska referentne literature koji sadrži 156 jedinica, indeksa pojmova i kratke biografije autora.

Problematika koju disertacija obrađuje predstavlja značajnu i interesantnu oblast matematike koja se nalazi na preseku teorije automata i formalnih jezika, univerzalne algebre i teorije polugrupa. Ona daje jedan pristup matematičkom modeliranju rada računara, odnosu semantike i sintakse računarskog softvera i analizi programskih struktura, pa i samom fenomenu (računarskog) jezika uopšte.

U ovoj disertaciji, autor pokušava i uspeva da izlaganje istovremeno organizuje i usmeri u dva različita pravca: da, s jedne strane, izloži svoje originalne rezultate i doprinose ispitivanju zakona algebre (formalnih) jezika, a da paralelno s tim da tekstu i jednu "pedagošku" dimenziju.

Tako je u Glavama 1-2 akumuliran neophodan pojmovni aparat; moramo naglasiti da je materija izložena pregledno, kompaktno, ali u isto vreme veoma temeljno i iscrpno, i što je najvažnije, veoma lako čitljivo. Glave 3-6 sadrže originalne rezultate, iako su i tu oni stavljeni u kontekst ranijih, klasičnih rezultata. Autor tako pokazuje da se njegovi prilozi prirodno nastavljaju na razvitak ove veoma žive materije (što potvrđuje i izuzetno dug spisak literature).

U Glavi 1 autor uvodi, jedan po jedan, matematičke alate, aparaturu i notaciju koju će koristiti, a dotiče se i nekih tema koje su indirektno vezane za njegov predmet istraživanja. Tako se redom navode osnovni pojmovi vezani za reči, jezike, algebre (regularnih) jezika i njihove identitete; zatim, sa relacionim algebrama, Kleenejevim algebrama, vezom jezika sa automatima i teorijom konačnih polugrupa, jednakosnom logikom i problemom reči. Način na koji je sve ovo izloženo svedoči ne samo o širokom matematičkom obrazovanju kandidata, već i o veoma kvalitetnom matematičkom stilu. Vredi naglasiti da tokom cele ove glave (a i kasnije, naročito u Glavi 6) autor insistira na neprestanim paralelrama sa prirodnom intuicijom vezanom za stvarne računare i njihov rad.

Glava 2 je posvećena samim počecima teorije regularnih identiteta. Daju se čak dva dokaza (Conwayev, 1971., i Krobov, 1991.) činjenice da Kleenejeve algebre (tj. regularni identiteti) nemaju konačnu jednakosnu bazu (Redko, 1964. godine). Osim toga, date su neke mogućnosti aksiomatizacije regularnih identiteta implikacijskim formulama (kvazi-identitetima), kao i konzervativno proširenje jednakosne teorije Kleenejevih algebri koje je dao Pratt 1990. godine.

Generalizacijom Krobovih ideja čije su osnove u teoriji modela, kao i teoriji grupa i polugrupa, autor uvodi tzv. uopštene Conwayeve modele. Uz pomoć njih, u Glavi 3 se daje negativan odgovor na 7 godina star problem D. A. Bredihina, čime se lociraju uzroci beskonačne jednakosne aksiomatizacije regularnih jezika u međudejstvu operacija konkatenacije i iteracije jezika (odnosno, kompozicije i refleksivno-tranzitivnog zatvorenja relacija). Naime, pokazuje se da se već regularni identiteti koji od operacijskih simbola sadrže samo  $\cdot, *$ , ne mogu konačno bazirati.

U Glavi 4 se razmatraju jednakosne osobine inverza jezika (relacija) u odnosu na Kleenejeve algebre. Ispostavlja se da ova operacija u dobroj meri

“čuva” jednakosnu teoriju algebri jezika (pa i Kleenejevih algebri relacija). Između ostalog, očuvava se beskonačnost skupa jednakosnih aksioma, čime se daje odgovor na 12 godina star problem B. Jónssona.

U Glavi 5 autor se bavi algebrama komutativnih jezika (komutativnih događaja). Nakon što se daje iscrpan dokaz Redko-Pillingove aksiomatizacije komutativnih jezika, u disertaciji se rešava 30 godina star problem (!) koji je postavio jedan od najvećih stručnjaka u teoriji automata, Arto Salomaa, u svojoj antologijskoj knjizi *Theory of Automata* (1969). Naime, ispostavilo se da postoji znak jednakosti između jednakosne teorije komutativnih jezika i jednakosne teorije algebre (regularnih) jezika nad *jednoelementnim* alfabetom. U osnovi dokaza se nalazi jedno kodiranje reči, uz elegantan argument iz elementarne teorije brojeva.

Najzad, u Glavi 6 autor izlaže o dinamičkim algebrama. Ovde Booleove algebre zajedno sa Kleenejevim algebrama tvore “Booleove module” nad kompletno idempotentnim poluprstenu, omogućavajući rekonstrukciju regularnih identiteta iz konačnog skupa (jednakosnih) aksioma. Da je to bez opisane “pomoći” nemoguće, pokazano je u Glavi 2. Ali, što je još važnije, uz pomoć dinamičkih logika i algebri, moguća je realna simulacija i analiza izvršenja programa pisanog u imperativnom programskom jeziku. Grubo govoreći, dinamičke algebre (logike) su matematički analogoni dibagera mašinskog koda. Pri tome, u matematičkoj teoriji dinamičkih algebri razlikuju se dva pristupa: dvosortni (Kozen i Pratt, 1979.) i jednosortni (Jónsson, 1988.). U disertaciji se daje prilog strukturnoj teoriji jednosortnih (Jónssonovih) dinamičkih algebri. Ispitivani su varijeteti dinamičkih algebri u odnosu na separabilnost i odlučivost njihovih jednakosnih teorija.

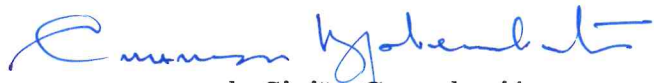
Kao poseban kvalitet, ističemo usmerenost kandidata ka rešavanju otvorenih problema postavljenih od najvećih autoriteta u oblasti univerzalne algebre i teorije automata i formalnih jezika. On se mnogo više usmerava ka produbljivanju nego proširivanju znanja u svojoj oblasti rada. Slobodno možemo reći da ova disertacija predstavlja veoma vredan doprinos u teoriji algebri jezika. Time, međutim, nije iscrpljeno ovo polje rada. Naprotiv, autor u disertaciji formuliše 11 novih, izuzetno interesantnih, lepih i dubokih problema vezanih za identitete Kleenejevih i dinamičkih algebri. Oni predstavljaju izvanrednu motivaciju i materijal za rad za sve istraživače u teoriji formalnih jezika u narednom periodu.

Mišljenja smo da bi se ova disertacija mogla braniti na bilo kom univerzitetu u svetu na kojem se izučava algebra, logika i teorija formalnih jezika. Načinom na koji je izložio materiju i na koji je rešio postavljene probleme, autor je demonstrirao visok nivo matematičke zrelosti i dokazao da poseduje sposobnost da se uvrsti među vodeće istraživače u ovim oblastima. Zbog toga **sa velikim zadovoljstvom preporučujemo Nastavno-naučnom veću Fakulteta da prihvati našu pozitivnu ocenu urađene disertacije** i da kandidatu omogući njenu odbranu.


NOVI SAD, NIŠ, 18. FEBRUARA 2000.



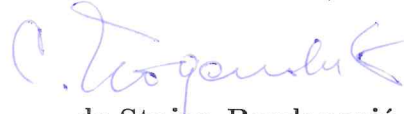
**dr Đura Paunić**  
redovni profesor PMF-a u Novom Sadu, predsednik



**dr Siniša Crvenković**  
redovni profesor PMF-a u Novom Sadu, mentor



**dr Rozalija Madaras-Silađi**  
redovni profesor PMF-a u Novom Sadu, član



**dr Stojan Bogdanović**  
redovni profesor Ekonomskog fakulteta u Nišu, član



**dr Miroslav Ćirić**  
vanredni profesor PMF-a u Nišu, član