



## NASTAVNO - NAUČNOM VEĆU

### PRIRODNO-MATEMATIČKOG FAKULTETA U NOVOM SADU

Na svojoj sednici od 16.6.1994. godine Nastavno - naučno veće Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu obrazovalo je Komisiju za predlaganje ocene doktorske disertacije pod naslovom "Proširenje oblasti i ubrzanje konvergencije dvoparametarskih relaksacionih postupaka" kandidata mr Nataše Krejić u sastavu

Dr Ljiljana Cvetković, vanredni profesor PMF-a u Novom Sadu, predsednik,

Dr Dragoslav Herceg, redovni profesor PMF-a u Novom Sadu, mentor

Dr Miodrag Petković, redovni profesor Elektronskog fakulteta u Nišu.

Na osnovu pregleda podnete doktorske disertacije podnosimo sledeći

### IZVEŠTAJ

Doktorska disertacija "Proširenje oblasti i ubrzanje konvergencije dvoparametarskih relaksacionih postupaka" odnosi se na numeričko rešavanje sistema linearnih i nelinearnih jednačina. Ovakvi problemi se javljaju pri rešavanju mnogih matematičkih modela iz primenjenih disciplina, pa su postupci za njihovo numeričko rešavanje veoma značajni i intenzivno se proučavaju u poslednje vreme zahvaljući intenzivnoj primeni savremenih računara. Sistemi linearnih jednačina koji se javljaju u praksi su velike dimenzije, pa je njihovo rešavanje direktnim postupcima praktično nemoguće zbog velikih memorijskih zahteva i nagomilavanja greški. Zbog toga se takvi sistemi rešavaju iterativnim postupcima. Pri izboru iterativnog postupka važno je da iterativno pravilo bude što jednostavnije za primenu i implementaciju na računaru i da postupak što brže konvergira. U okviru ove disertacije su proučeni dvoparametarski relaksacioni iterativni postupci za rešavanje sistema linearnih i nelinearnih jednačina.

Pri proučavanju konvergencije relaksacionih postupaka potrebno je rešiti dva problema. Prvo, odrediti oblast konvergencije postupka i drugo, odrediti uslove pod kojima je konvergencija što brža.

Od postupaka za rešavanje sistema nelinearnih jednačina posmatrane su generalizacije postupaka za rešavanje sistema linearnih jednačina, zatim kombinacija ovakvih postupka sa Njutnovim postupkom i jedna modifikacija postupka paralelne sećice. Razmatrana je lokalna i globalna konvergencija ovih postupaka. Rezultati o konvergenciji posmatranih postupka su zasnovani na rezultatima o konvergenciji postupka za rešavanje sistema linearnih jednačina i Banahovom principu kontrakcije.

Doktorska disertacija je podeljena na tri dela i osam poglavlja. Pojedina poglavlja su podeljena na paragrafe. Prvi, uvodni deo sadrži oznake, definicije i teoreme neophodne za dalji rad.

Drugi deo disertacije odnosi se na rešavanje sistema linearnih jednačina dvoparametarskim relaksacionim postupcima. U prvom poglavlju ovog dela je dat pregled najpoznatijih relaksacionih postupka. U drugom poglavlju su ispitivane mogućnosti za proširenje oblasti konvergencije USSOR i AOR postupka. USSOR postupak je postupak od dve poluiteracije, prva poluiteracija se dobija SOR postupkom sa jednim parametrom, a druga poluiteracija se dobija primenom obrnutog SOR postupka sa drugim parametrom. Do sada je bila poznata oblast konvergencije za ovaj postupak za neke klase matrica kao što su  $p$ -ciklične matrice, tzv. "crno - crvene" matrice i simetrične pozitivno definitne matrice. U disertaciji je odredjena oblast konvergencije USSOR postupka za  $H$  - matrice, a zatim je drugom tehnikom dobijena oblast konvergencije za strogo dijagonalne matrice. Dobijene oblasti imaju neprazan presek i nijedna od njih nije podskup druge. Oblas konvergencije koja je dokazana za strogo dijagonalno dominantne matrice je lako proverljiva i može se preneti na čitavu klasu  $H$  - matrica, u slučaju kada je poznata regularna dijagonalna matrica koja  $H$  - matricu prevodi u strogo dijagonalno dominantnu matricu.

AOR postupak je dvoparametrska generalizacija SOR postupka. Oblast konvergencije za ovaj postupak je poznata za mnoge klase sistema linearnih jednačina. Ovde je posmatrana kombinacija jednog koraka Gausove eliminacije i AOR, odnosno SOR postupka. Pokazano je da se primenom takve modifikacije dobija sistem jednačina za koji je oblast konvergencije AOR postupka šira od oblasti konvergencije AOR postupka za polazni sistem ako je matrica sistema strogo dijagonalno dominantna. Takođe je pokazano da se opisanom modifikacijom proširuje i obalst konvergencije SOR postupka kada je matrica sistema nerazloživa  $M$  - matrica.

U praksi se često javljaju veliki i retki sistemi bez specijalne strukture

koji nisu pogodni za rešavanje klasičnim postupcima. Za takve sisteme je definisan postupak dvoparametarske relaksacije po kolonama i odredjena oblast konvergencije. Ovaj postupak kao specijalan slučaj sadrži poznati Kačmarcov postupak.

Treće poglavlje ovog dela odnosi se na mogućnosti za ubrzanje konvergencije. Rezultat o ubrzaju konvergencije Jakobijevog i Gaus - Zajdelovog postupka primenom jednog koraka Gausove eliminacije je proširen na AOR i SOR postupak. Definisan je hibridni postupak relaksacije po kolonama kojim se postiže brža konvergencija.

Treći deo disertacije je posvećen postupcima za rešavanje sistema ne-linearnih jednačina. U prvom poglavlju je posmatran nesimetrični SOR-Njutnov postupak koji spada u klasu linearne - nelinearnih postupaka. Dokazana je lokalna konvergencija ovog postupka na osnovu rezultata o konvergenciji USSOR postupka za rešavanje sistema linearnih jednačina i globalna konvergencija za sisteme specijalnog oblika.

U drugom poglavlju trećeg dela su definisani parcijalno relaksirani postupci, koji se mogu posmatrati kao specijalan slučaj postupka paralelne sečice. Relaksacijom linearne dela sistema jednačina dobijeni su postupci koji ne zahtevaju poznavanje i izračunavanje izvoda nelinearnog preslikavanja i koji se lako primenjuju. Dokazana je globalna konvergencija takvih postupaka za sisteme definisane Lipšic neprekidnim preslikavanjem primenom poznatih rezultata o konvergenciji AOR i USSOR postupka i Banahovog principa kontrakcije.

Treće poglavlje se odnosi na nelinearni AOR postupak koji je generalizacija AOR postupka za rešavanje sistema linearnih jednačina. Dokazano je tvrdjenje o globalnoj konvergenciji koje predstavlja uopštenje i proširenje dosada poznatih rezultata.

Uz sve originalne rezultate su dati relevantni numerički primeri koji ilustruju dobijena proširenja oblasti konvergencije i ubzanja nastala konstrukcijom postupka i modifikacijom postojećih postupaka.

Doktorska disertacija "PROŠIRENJE OBLASTI I UBRZANJE KONVERGENCIJE DVOPARAMETARSKIH RELAKSACIONIH POSTUPAKA" mr Nataše Krejić pokazuje da je kandidat ušao u jednu veoma modernu oblast numeričke matematike koja se intenzivno razvija i obiluje novim rezultatima. Iz obilja materijala izdvojen je, proučen i originalnim rezultatima dopunjeno onaj deo koji je od značaja za posmatranu problematiku. Novi rezultati su lepo povezani sa poznatim, dokazi su izvedeni precizno i

jasno, a numerički primeri pokazuju bitne osobine postupaka koji su posmatrani.

Komisija smatra da je doktorska disertacija "PROŠIRENJE OBLASTI I UBRZANJE KONVERGENCIJE DVOPARAMETARSKIH RELAKSACIONIH POSTUPAKA" mr Nataše Krejić veoma lep doprinos oblasti kojoj pripada, ocenjuje je pozitivno i predlaže Nastavno - naučnom veću Prirodno - matematičkog fakulteta da pozitivnu ocenu prihvati i odobri doktorantu mr Nataši Krejić da je javno brani.

U Novom Sadu, 20.7.1994.

Komisija

*Ljiljana Cvetković*  
Dr Ljiljana Cvetković, vanredni profesor  
PMF-a u Novom Sadu

*D. Herceg*  
Dr Dragoslav Herceg, redovni profesor  
PMF-a u Novom Sadu

*M.Petković*  
Dr Miodrag Petković, redovni profesor  
Elektronskog fakulteta u Nišu