

ПРИМЉЕНО: 12 V 1999	
ОРГАНИЗ.ЈЕД.	БРОЈ
0603	109/6

**N A S T A V N O - N A U Č N O M V E Ć U  
P R I O D N O - M A T E M A T I Č K O G F A K U L T E T A  
U N O V O M S A D U**

Nastavno-naučno veće Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu imenovalo je Komisiju za predlaganje ocene i odbranu doktorske disertacije mr Đorđa Hercega pod naslovom „Konvergencija simultanih postupaka za nalaženje nula polinoma” u sastavu:

- dr Katarina Surla, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu, predsednik,
- dr Miodrag Petković, redovni profesor Elektronskog fakulteta u Nišu, mentor,
- dr Zorica Uzelac, vanredni profesor Fakulteta tehničkih nauka u Novom Sadu, član
- dr Nataša Krejić, docent Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu, član.

Na osnovu pregleda i ocene disertacije, imenovana komisija podnosi sledeći

**I Z V E Š T A J**

Doktorska disertacija mr Đorđa Hercega urađena je u visokokvalitetnom tekst-procesoru na 139 strana i sastoji se od sledećih poglavlja:

1. Uvodni deo;
2. Simultani metodi za nalaženje nula polinoma;
3. Garantovana konvergencija: princip korekcija;
4. Garantovana konvergencija: princip konvergentnih nizova;

Literatura.

Tema ove disertacije - konvergencija simultanih postupaka za nalaženje nula polinoma - pripada oblasti numeričke matematike koja se bavi analizom iterativnih postupaka za rešavanje algebarskih jednačina. Problem određivanja nula algebarskih polinoma je veoma aktuelan, kako sa teorijskog, tako i sa praktičnog stanovišta. Algebarski polinomi se javljaju

U **drugom** poglavlju data je kratka istorija razvoja iterativnih postupaka za nalazenje nula polinoma (odeljak 2.1), sa posebnim osvrtom na postupke za istovremeno nalazenje prostih nula polinoma. U odeljku 2.2 opisan je postupak za konstrukciju simultanih postupaka zasnovanih na relaciji nepokretne tačke i navedeno je nekoliko najčešće korišćenih postupaka: Weierstrassov, Ehrlich-Aberthov, Ehrlich-Aberthov sa Newtonovom korekcijom, Börsch-Supanov, Börsch-Supanov sa Weierstrassovom korekcijom, Tanabeov, zatim postupak kvadratnog korena, Wang-Zhengov postupak i familija simultanih postupaka Hansen-Patricikoveg tipa.

Programskog paketa *Mathematica* koje mogu da se koriste za lokalizaciju i izolovanje nula jednacina, razmatran je u odeljku 1.4. U istom odeljku dat je kratak pregled funkcija iz Problem lokalizacije nula polinoma, koji je veoma značajan pri rešavanju polinomskih uključujući Euler-Cebisevljev i Hallejev postupak treceg reda.

**Prvo** poglavlje disertacije je preglednog karaktera i ne sadrži nove rezultate. Vaznost problema izbora početnih aproksimacija koje obezbeđuju sigurnu konvergenciju primenjenog algoritma za rešavanje nelinearne jednacine  $f(z) = 0$ , kao i kratak istorijat ovog problema, dati su u odeljku 1.3. U istom odeljku dat je kratak pregled poznatih rezultata koji se odnose na aproksimativne nule i konvergenciju Newtonovog postupka, kao i postupaka višeg reda

na principu korekcija i principu konvergentnih nizova. Početni uslovi za konvergenciju simultanih iterativnih postupaka, izloženi u disertaciji, zavise samo od koeficijenata datog polinoma  $P(z) = z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \dots + a_1z + a_0$ , stepena  $n$  polinoma  $P$  i početnih aproksimacija  $z_{(0)}^1, \dots, z_{(0)}^n$ .

U disertaciji je problem početnih uslova izučavan u slučaju algebarskih polinoma i iterativnih postupaka za istovremeno nalazenje svih prostih nula ovih polinoma. Razvijeno je nekoliko originalnih metoda za ispitivanje konvergenije iterativnih postupaka zasnovanih na principu korekcija i principu konvergentnih nizova. Početni uslovi za konvergenciju simultanih iterativnih postupaka, izloženi u disertaciji, zavise samo od koeficijenata datog polinoma  $P(z) = z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \dots + a_1z + a_0$ , stepena  $n$  polinoma  $P$  i početnih aproksimacija  $z_{(0)}^1, \dots, z_{(0)}^n$ .

tama i koji su računski proverljivi, veoma je aktuelna sa aspekta primene. nalazanju takvih početnih uslova koji garantuju konvergenciju brzo konvergentnih algoritmskog značaja. Zbog napred navedenog neresenog problema tema disertacije, usmerena ka dovoljne kvantitativne karakterizacije ovih termina. Ovakvi rezultati su uglavnom od teorijske "macije" ili "lokalna konvergencija u dovoljno bliskoj okolini (traženog) korena" i slično, bez jednacina koji se zapravo traže. Česta je upotreba termina "dovoljno dobre početne aproksimacija" koji zavise od nepoznatih parametara, napr. od "izvesnih koeficijenata" ili čak od korena funkcija kakve su algebarski polinomi. U literaturi se najčešće koriste uslovi za konvergenciju primenjenog iterativnog postupka. Ovaj problem je veoma težak čak i u slučaju jednostavnih problema je nalazenje početnih aproksimacija koje obezbeđuju sigurnu i brzu konvergenciju. Pri realizaciji svakog numeričkog algoritma za rešavanje jednacina jedan od ključnih tema disertacije predstavlja izazovan istraživački projekat.

razvoju iterativnih postupaka za simultano nalazenje svih nula polinoma. Zbog svega toga dvadesetak godina, sa naglim razvojem elektronskih računara, posebna pažnja posvećena je mogućih grana inženjerskih i računarskih nauka, fizike, astronomije, finansija, itd. Poslednjih pri rešavanju velikog broja problema ne samo teorijske i primenjene matematike, već takode i



Originalni rezultati su prikazani u 3. i 4. poglavlju. Brojna istraživanja izvršena poslednjih godina pokazala su da su početni uslovi za konvergenciju simultanih postupaka u obliku  $w^{(0)} < c_n d^{(0)}$  dosta pogodni. Ovde je  $w^{(0)}$  maksimalna (po modulu) Weierstrassova korekcija koja zavisi od početnih aproksimacija i  $d^{(0)}$  minimalno rastojanje između početnih aproksimacija. Glavna tema istraživanja u disertaciji je usmerena ka nalaženju što je moguće većeg  $n$ -faktora  $c_n$  (koji zavisi samo od stepena polinoma  $n$ ) jer se time eliminiše potreba za izborom vrlo bliskih početnih aproksimacija. Rezultati dobijeni u disertaciji popravljaju  $n$ -faktor  $c_n$  za sve razmatrane postupke u odnosu na vrednosti  $c_n$  dobijene u nedavno publikovanim radovima. Štaviše, kod većine postupaka dobijeni su optimalni faktori  $c_n$  (u smislu da se ne mogu povećati) sa stanovišta izloženih pristupa: principa korekcija (poglavljje 3) i principa konvergentnih nizova (poglavljje 4).

U **trećem** poglavlju najpre je opisan princip korekcija zasnovan na teoremi o konvergenciji iterativnih simultanih postupaka, koja predstavlja poboljšanje slične teoreme već izložene u radu M. Petkovića, Đ. Hercega i S. Ilić [BIT 38 (1998)]. Predloženi princip korekcija primenjen je za nalaženje početnog uslova za sigurnu konvergencije Weierstrassovog postupka (odeljak 3.2), Börsch-Supanovog postupka (odeljak 3.3), Tanabeovog postupka (odeljak 3.4) i familije simultanih postupaka Hansen-Patrickovog tipa (odeljak 3.5). Za svaki od navedenih postupaka diskutovana je optimalna vrednost  $n$ -faktora  $c_n$ . Dobijene vrednosti za  $c_n$  su veće u odnosu na one date u okviru teorema za konvergenciju četiri pomenuta postupka analizirana u nedavno publikovanim radovima, što drugim rečima znači da su oslabljeni uslovi za konvergenciju ovih postupaka.

U **četvrtom** poglavlju dat je originalan prilaz za ispitivanje konvergencije simultanih postupaka zasnovan na principu konvergentnih nizova  $\{u_1^{(m)}\}, \dots, \{u_n^{(m)}\}$ , gde je  $u_i^{(m)} = z_i^{(m)} - \zeta_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ), a  $z_i^{(m)}$  su aproksimacije nula  $\zeta_i$  u  $m$ -toj iteraciji. Princip konvergentnih nizova primenjen je za konstrukciju početnih uslova oblika  $w^{(0)} < c_n d^{(0)}$  koji garantuju konvergenciju Ehrlich-Aberthovog postupka, Ehrlich-Aberthovog postupka sa Newtonovom korekcijom, Börsch-Supanovog postupka sa Weierstrassovom korekcijom i Wang-Zhengovog postupka. Novi  $n$ -faktori  $c_n$  su poboljšani (imaju veću vrednost) u odnosu na one koje su za pomenute postupke dobijeni u nedavnim radovima.

Doktorska disertacija mr Đorđa Hercega predstavlja rezultat trogodišnjih istraživanja u okviru razmatrane teme, pri čemu su dobijeni originalni postupci za jednostavnu konstrukciju početnih uslova za sigurnu i brzu konvergenciju najčešće primenjivanih iterativnih postupaka za istovremeno nalaženje svih nula polinoma. Neki od rezultata publikovani su u poznatim internacionalnim časopisima za numeričku matematiku i računarske nauke *Comput. Math. Appls.*, *BIT*, *Numer. Algorithms*, *Internat. J. Computer Math.*, *Nonlinear Analysis*, *J. Comput. Appl. Math.*, *Japan J. Indust. Appl. Math.* ili saopšteni na domaćim i internacionalnim konferencijama i štampani u odgovarajućim zbornicima. Dalja istraživanja prikazana u disertaciji dovela su do poboljšanja početnih uslova datih u pomenutim časopisima. Štaviše, za većinu simultanih postupaka dobijeni su optimalni početni uslovi sa stanovišta primenjenih metoda prikazanih u 3. i 4. poglavlju disertacije.

Na kraju disertacije data je lista od 109 referenci koje su direktno korišćene ili citirane u radu.

Na osnovu pregeda doktorske disertacije i prethodnih ocena, Komisija je donela sledeci

## Z A K L J U Č A K

Doktorska disertacija se bavi problemom određivanja praktično primenljivih početnih uslova za sigurnu konvergeniju simultanih postupaka za nalazenje nula polinoma, koji je aktuelan ne samo u primenjenoj matematici već i u nekim disciplinama tehnike i fizike. U disertaciji su razvijena dva originalna pristupa za jednostavnu analizu konvergenije simultanih postupaka i primenjena za nalazenje početnih uslova koji garantuju konvergeniju najčešće korisćenih simultanih iterativnih postupaka. Veći deo disertacije predstavlja originalan doprinos teoriji i praksi iterativnih procesa. Neki od rezultata već su publikovani u inostranim i domaćim časopisima i zbornicima radova sa konferencija.

Mišljenja smo da razmatranu disertaciju treba pozitivno oceniti i predložimo Nastavnom naučnom veću Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu da ovu ocenu prihvati i omogući mr Dordu Hercegu da doktorsku disertaciju „Konvergenija simultanih postupaka za nalazenje nula polinoma” javno brani.

Novi Sad, 20.5.1999.

Komisija

dr Katarina Surla, red. prof. PMF-a u Novom Sadu

dr Miodrag Petković, red. prof. Elektronskog fakulteta u Nišu

dr Zorica Uzelac, vanr. prof. FTN-a u Novom Sadu

dr Nataša Krejić, docent PMF-a u Novom Sadu