

НАСТАВНО-НАУЧНОМ ВЕЋУ

Предмет: Реферат о урађеној докторској дисертацији кандидата Бојана Д. Бањца

Одлуком 5018/11-3 бр. од 14.12.2018. године, именовани смо за чланове Комисије за преглед, оцену и одбрану докторске дисертације кандидата Бојана Д. Бањца под насловом

„Систем за аутоматско доказивање неких класа аналитичких неједнакости“

После прегледа достављене Дисертације и других пратећих материјала и разговора са Кандидатом, Комисија је сачинила следећи

РЕФЕРАТ

1. УВОД

1.1. Хронологија одобравања и израде дисертације

Кандидат Бојан Бањца је школске 2011/2012. уписао докторске студије на Електротехничком факултету Универзитета у Београду, на модулу Софтверско инжењерство студијског програма Електротехника и рачунарство. Школске 2015/2016. прешао је на модул Примењена математика студијског програма Електротехника и рачунарство. Током студија положио је све испите просечном оценом 9.8 и одрадио све обавезе везане за студијско истраживачки рад.

Бојан Бањца је 22.6.2017. године пријавио тему за израду докторске дисертације. Комисија за студије трећег степена разматрала је 28.6.2017. године предлог теме за израду докторске дисертације и предлог Комисије о оцени подобности теме и кандидата упутила Наставно-научном већу Електротехничког факултета Универзитета у Београду на усвајање. Наставно-научно веће именовало је Комисију за оцену услова и прихватање теме докторске дисертације (Одлука бр. 5018/11-1 од 13.7.2017.године) у саставу ванр. проф. др Татјана Лутовац (Електротехнички факултет Универзитета у Београду), проф. др Јелица Протић (Електротехнички факултет Универзитета у Београду) и проф. др Предраг Јаничић (Математички факултет Универзитета у Београду). Усмену јавну одбрану теме кандидат је полагао 30.8.2017. године. Наставно-научно веће усвојило је Извештај Комисије за оцену услова и прихватање теме докторске дисертације (Одлука бр. 5018/11-2 од 12.9.2017.године). Веће научних области техничких наука Универзитета у Београду дало је сагласност на предлог теме докторске дисертације (број 61206-3583/2-17 од 25.9.2017. године).

22.11.2018. године кандидат је предао докторску дисертацију на преглед и оцену. 27.11.2018. године Комисија за студије трећег степена потврдила је испуњеност потребних услова за подношење предлога Наставно-научном већу Електротехничког факултета за формирање Комисије за преглед и оцену докторске дисертације. Наставно-научно веће Факултета именовало је Комисију за преглед и оцену докторске дисертације (број одлуке 5018/11-3 од 14.12.2018. године) у саставу ванр. проф. др Татјана Лутовац (Електротехнички факултет Универзитета у Београду), проф. др Јелица Протић (Електротехнички факултет Универзитета у Београду), проф. др Предраг Јаничић (Математички факултет Универзитета у Београду), проф. др Ратко Обрадовић (Факултет техничких наука Универзитета у Новом Саду) и проф. др Бранко Малешевић (Електротехнички факултет Универзитета у Београду) као ментор.

На основу одлуке Наставно-научног већа бр. 545/2 од 13.3.2012. године, Студијски програм је започео у пролећном семестру школске 2011/2012, па се рок за завршетак докторских академских студија рачуна од почетка тог семестра, сагласно Статуту Универзитета у Београду и Статуту Електротехничког факултета. По истеку законског рока за завршетак докторских академских студија, на захтев студента, одобрено је продужење рока за завршетак студија за два семестра, сагласно Статуту Универзитета у Београду и Статуту Електротехничког факултета.

На основу члана 101. Статута Универзитета у Београду, члана 74. Статута Универзитета у Београду-Електротехничког факултета и захтева студента, одобрено је продужење рока за завршетак студија до истека троструког броја школских година потребних за реализацију уписаног студијског програма.

1.2. Научна област дисертације

Истраживања која су обухваћена докторском дисертацијом припадају научној области Електротехника и рачунарство. Ужа научна област ове дисертације је примењена математика која се изучава на Електротехничком факултету у Београду у оквиру модула докторских студија Примењена математика.

Ментор, др Бранко Малешевић, редовни професор Електротехничког факултета Универзитета у Београду испуњава све формалне и законске услове за ментора ове дисертације. Аутор је већег броја радова у истакнутим међународним научним часописима, главни и одговорни уредник је истакнутог међународног научног часописа *Applicable Analysis and Discrete Mathematics* и предаје већи број предмета при Катедри за Примењену математику на свим нивоима студија на Електротехничком факултету у Београду и који су блиски предмету докторске дисертације. Релевантни радови ментора наведени су приликом пријаве теме докторске дисертације кандидата Бојана Бањца.

1.3. Биографски подаци о кандидату

Бојан Бањца рођен је у Београду 24.02.1987. године. Дипломирао је на Електротехничком факултету у Београду 2010. године на смеру Софтверско инжењерство са темом дипломског рада *„Реализација симулатора процесора коришћењем објектно оријентисаног приступа“* под руководством проф. др Јована Ђорђевића. 2011. године је завршио мастер студије Софтверског инжењерства одбраном мастер рада на тему *„Јава аплети за визуелизације у теорији Гребнер-ових база“* под руководством проф. др Бранка Малешевића.

У току докторских студија је био ангажован као извођач наставе на програмима стручног усавршавања професора и наставника математике у основним и средњим школама у организацији Завода да унапређење образовања и васпитања, а чији је носилац

Електротехнички факултет Универзитета у Београду. Од 2013. године је запослен као асистент на Катедри за Анимацију у инжењерству Факултета техничких наука Универзитета у Новом Саду. У децембру 2016. године је постављен за техничког уредника међународног научног часописа *Applicable Analysis and Discrete Mathematics*. Кандидат је активни члан Српског удружења за Геометрију и Графику и учествовао је у организацији међународне конференције „MonGeometrija2016“.

Кандидат је свом досадашњем раду био аутор 4 рада објављена у међународним часописима са JCR/SCI листе (1 категорије M21 и 3 категорије M22), 2 рада у међународним часописима верификованим посебном одлуком (M24), 17 радова изложених на скуповима од међународног значаја (M30), 2 рада у домаћим научним часописима (M50), 5 радова на домаћим научним скуповима (M60), 5 техничких решења (M80) и анимираног филма изложеног на рецензираном фестивалу од међународног значаја (ДУ-21).

Област истраживања кандидата обухвата примењену математику, софтверско инжењерство, вештачку интелигенцију, рачунарску графику и геометрију, компјутерску визију, 3D моделовање, веб дизајн, моделовање физичких процеса и примена рачунарске технике и програмирања у математици, архитектури, медицини и психологији.

2. ОПИС ДИСЕРТАЦИЈЕ

2.1. Садржај дисертације

Докторска дисертација под насловом „*Систем за аутоматско доказивање неких класа аналитичких неједнакости*“ написан је у складу са Упутством за обликовање докторске дисертације Универзитета у Београду. Дисертација је написана на српском језику, латиничног писма, на 164 стране (169 са странама неопходним за Репозиторијум НБС). Дисертација садржи 9 табела, 23 слике и 176 референци, које су наведене по редоследу цитирања у тексту дисертације. Текст докторске дисертације организован је у следећих шест глава:

1. Увод
2. Одлучивост, системи рачунарске алгебре, аутоматски доказивач и МТП функције
3. Систем SimTheP
4. Пример употребе система SimTheP
5. Имплементација система SimTheP
6. Закључак и даљи правци истраживања

На почетку дисертације постоји насловна страна на српском и енглеском језику, страна са информацијама о ментору и члановима комисије, кратак резиме дисертације на српском и енглеском језику, захвалница и садржај. На крају дисертације су дати: списак коришћене литературе, биографија аутора, изјава о ауторству, изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада и изјава о коришћењу.

2.2. Кратак приказ појединачних глава

Прва глава даје увид у значај теме доктората и кратак преглед истраживања изложеног у докторату. Након уводне главе, у другој глави се даје преглед области везане за израду аутоматског доказивача. Прво поглавље ове главе излаже проблеме елементарне анализе и проблематику везану за одлучивост које се односе на доказивање неких класа аналитичких неједнакости. У другом поглављу су разматрани разни системи рачунарске алгебре, њихове разлике у односу на традиционалне системе за нумеричка израчунавања, коју улогу имају за модерно истраживање али и колико је могуће поуздати се у њих. Наредно поглавље је

посвећено аутоматском доказивању посебно у области доказивања неких класа аналитичких неједнакости. Четврто поглавље се бави миксовано тригонометријско полиномским (МТП) неједнакостима.

Трећа глава доктората је примарно посвећена развоју система *SimTheP* за доказивање класе миксовано тригонометријско полиномских неједнакости. У првом поглављу су дата четири примера проблема који се појављују приликом доказивања МТП неједнакости. Друго поглавље је намењено приказу оригиналних алгоритама које је кандидат креирао за потребе система *SimTheP* које овде наводимо. Први представљен алгоритам је алгоритам за тражење прве позитивне нуле полиномске функције који се базира на Штурмовој теорему. Наредни алгоритам који је приказан је алгоритам за одсецање децималног записа коефицијената полинома којим се формирају нанижне апроксимације полиномске функције. У трећем поглављу је приказан алгоритам за тражење минималног степена нанижних и навишних развоја за исправне апроксимације МТП функције. Подсекција која следи је посвећена алгоритму за трансформацију степених синусних и косинусних функција у облик вишеструких углова, али такође укључује и опис алгоритма за избор одговарајуће апроксимације, навишне или нанижне. Последња подсекција је посвећена различитим метрикама за сортирање редоследа сабирака МТП функције да би се добио оптималан избор апроксимације. У наредном поглављу је приказан систем *SimTheP* који позива претходно одређене алгоритме. Прва подсекција се бави алгоритмом креираним за једнострано доказивање МТП неједнакости на датом интервалу. У оквиру ње су приказани и алгоритми креирани за генерисање полиномских апроксимација на основу вектора степена Тејлорових развоја, генерисање свих дозвољених варијација вектора степена Тејлорових развоја и проверу да ли је полиномска функција у тачки $x = 0$ позитивна или једнака нули и при том растућа. Наредна подсекција је посвећена креираном алгоритму за двострано доказивање МТП неједнакости на датом интервалу. Последња подсекција приказује нова проширења претходно описаних алгоритама. Прво је описана процедура за примену система *SimTheP* на логаритамско миксовано полиномско тригонометријске функције. Такође је размотрено једно проширење класе МТП функција где се допушта замена синусне и косинусне функције ма којим функцијама које имају одређене двостране Тејлорове апроксимације и у вези са тим је приказан и проширени алгоритам смене таквих функција Тејлоровим развојима у циљу добијања одговарајућих полиномских апроксимација помоћу којих је могуће добити доказе одговарајућих неједнакости над датим интервалом.

Четврта глава доктората се фокусира на примере употребе система *SimTheP*. Прва два поглавља детаљно анализирају поступак употребе система на два примера из литературе који су доказани применом метода сасвим другог типа. Након тога следи поглавље које приказује резултате из четири рада, на којима је кандидат један од аутора, где се применом система *SimTheP*, или алгоритама који га сачињавају, решавају неки отворени проблеми из Теорије аналитичких неједнакости. Последња три поглавља проучавају резултате из Теорије аналитичких неједнакости неколико еминентних истраживача, који се могу такође верификовати коришћењем система *SimTheP* уз неке незнатне трансформације.

Пета глава је посвећена Јава имплементацији система *SimTheP* која је креирана у оквиру овог доктората, под именом *PAINT*. У првом поглављу проучавају се кориснички захтеви приликом израде имплементације, као и на који начин су они испуњени. Наредна два поглавља се примарно баве архитектуром и дизајном апликације, што укључује и кориснички интерфејс. Последње поглавље ове главе је посвећено проучавању перформанси система и имплементације. У те сврхе је приказан начин функционисања резолуцијске апликације *MetiTarski* која је развијена за сличне сврхе на Универзитету Кембриџ под руководством Л. Полсона. Извршене су упоредне анализе апликације *MetiTarski* и развијене апликације *PAINT*. Такође је урађена анализа могућности употребе неких рачунарских алгебра система у сврху доказивања разматраних примера из класе МТП неједнакости.

Последња шеста глава је посвећена сумирању резултата из претходних глава, али такође даје увид у нове правце истраживања на ком је заснован овај докторат.

3. ОЦЕНА ДИСЕРТАЦИЈЕ

3.1. Савременост и оригиналност

У последњих 15 година са појавом доказивача *MetiTarski*, који даје резолуцијске доказе неких класа аналитичких неједнакости, тематика аутоматских доказа аналитичких неједнакости је добила на значају. Истовремено савремени системи рачунарске алгебре *Maple*, *Mathematica* и *WolframAlpha* су почели да дају доказе неких неједнакости у појединим случајевима са исписивањем елемената доказа корак по корак. Систем *SimTheP* за класу МТП неједнакости, која је доста широка, даје доказе који се могу пратити директно корак по корак.

3.2. Осврт на референтну и коришћену литературу

У литератури (часописима и монографијама) конкретни примери из класе МТП неједнакости над коначним интервалима јавили су се у последњих 20 година у више десетина радова. Методе доказивања биле су разноврсне и постављено је пар отворених проблема који су од значаја за тај део Теорије аналитичких неједнакости. Појавом система *SimTheP* омогућено је да се дају директни докази и развијена Јава апликација *PAINT* омогућава рачунарску аутоматизацију поступка доказивања, што је изузетно битно за овај део Теорије аналитичких неједнакости.

3.3. Опис и адекватност примењених научних метода

Током израде дисертације примењени су следећи научни методи:

- Анализиране су постојеће методе доказивања у класи МТП неједнакост.
- Опис система *SimTheP* је дат кроз опис неких познатих и неких нових алгоритама које систем обједињено користи.
- Сагледано је 75 примера МТП неједнакости из публикованих научних радова за тестирање система *SimTheP* и Јава апликације *PAINT*.
- Овим системом су добијени нови докази познатих неједнакости и доказ неких нових неједнакости што је оправдало адекватност примењене научне методе.

3.4. Применљивост остварених резултата

Применљивост система *SimTheP* је анализирана при формирању неких полиномских и рационалних апроксимацијама функције кардиналног синуса што је од значаја за теорију филтера у Теорији сигнала. Систем *SimTheP* је такође применљив за неке примере верификације рада компоненти неких електронских кола. Са друге стране овим системом су добијени и докази неких отворених проблема из Теорије аналитичких неједнакости који су публиковани у радовима у међународним часописима. На основу ових резултата, добијених употребом система *SimTheP*, потврђена је применљивост остварених резултата.

3.5. Оцена достигнутих способности кандидата за самостални научни рад

Кандидат је кроз докторске студије модула Примењена математика и изучавањем литературе из овог дела Теорије аналитичких неједнакости успео да обједињено сагледа разне методе

доказивања класе МТП неједнакости. Кандидат је то остварио кроз систем *SimTheP* разматрањем у оквиру њега како неких познатих алгоритама, тако увођењем и нових алгоритама неопходних за рад система. Резултати су верификовани у низу радова међу којима је у једном раду кандидат првопотписани аутор. Кандидат је показао способност самосталног налажења примена овог система у појединим деловима Електротехнике и рачунарства.

4. ОСТВАРЕНИ НАУЧНИ ДОПРИНОС

4.1. Приказ остварених научних доприноса

Приликом рада на докторату развијени су:

- Алгоритам за тражење прве позитивне нуле полиномских функција који се базира на Штурмовој теорему.
- Алгоритам за одсецање децималског записа коефицијената у циљу формирања нанижне апроксимације позитивне полиномске функције.
- Алгоритам за тражење минималног степена нанижних и навишних развоја за исправне апроксимације МТП функције.
- Алгоритам за избор разних метрика за сортирање редоследа сабирака МТП функције за оптималан избор апроксимације.
- Систем *SimTheP* који позива претходно наведене алгоритме и неке друге познате алгоритме.
- Јава апликација *PAINT* као једна имплементација система *SimTheP*.

4.2. Критичка анализа резултата истраживања

До сада, колико је нама познато, у литератури није описан ниједан овакав систем који даје све кораке доказа на изложени начин за МТП класу неједнакости. Познати аутоматски доказивачи су или резолуцијски, попут доказивача *MetiTarski*, или су затвореног типа, попут рачунарских алгебра система *Maple*, *Mathematica* и сајта *WolframAlpha*, који и кад су тврдили да нека МТП неједнакост важи на неком интервалу нису давали кораке доказа. Стога систем *SimTheP* представља унапређење резултата у методама доказивања за разматрану класу аналитичких неједнакости.

4.3. Верификација научних доприноса

Радови објављени у међународним часописима категорије M20

1. **В. Ванјас**, М. Махрагић, В. Малешевић: *Some notes on a method for proving inequalities by computer*, Results in Mathematics (ISSN 1422-6383), Volume 69, Issue 1, (2016) 161-176 (doi:10.1007/s00025-015-0485-8) (IF 2014 = 0.864, IF 2015 = 0.768, IF 2016 = 0.693; M21)
2. В. Малешевић, **В. Ванјас**, И. Јововић: *A proof of two conjectures of Chao-Ping Chen for inverse trigonometric functions*, Journal of Mathematical Inequalities, (ISSN 1846-579X), Volume 11, No. 1 (2017), 151–162. (doi:10.7153/jmi-11-15) (IF 2015 = 0.636, IF 2016 = 0.777, IF 2017 = 0.849; M22)

3. B. Malešević, T. Lutovac, **B. Banjac**: *A proof of an open problem of Yusuke Nishizawa for a power-exponential function*, Journal of Mathematical Inequalities (ISSN 1846-579X), Volume 12, No. 2 (2018) 473-485, (IF 2015 = 0.636, IF 2016 = 0.777, IF 2017 = 0.849; M22)
4. Branko Malešević, Tatjana Lutovac, **Bojan Banjac**: *One method for proving some classes of exponential analytical inequalities*, Filomat (ISSN 2406-0933) Volume 32, No. 20 (2018), 6921-6925. (doi: 10.2298/FIL1820921M) (IF 2015 = 0.603, IF 2016 = 0.695, IF 2017 = 0.635; M22)

Радови саопштени на међународним научним скуповима категорије M30

1. **B. Banjac**, T. Lutovac, B. Malešević: *One method for proving some classes of analytical inequalities*, ACTA 2017: Approximation and Computation – Theory and Applications, Beograd, 30. Nov - 2. Dec, 2017
2. Branko Malešević, Tatjana Lutovac, Marija Rašajski, **Bojan Banjac**: *Automated proving of some inequalities involving trigonometric, inverse trigonometric and exponential functions*, 14. Serbian Mathematical Congress 14 SMAK, Kragujevac, 16-19. Maj 2018
3. **B. Banjac**, M. Nenezić, B. Malešević: *Some applications of Lambda-method for obtaining approximations in filter design*, Proceedings of 23-rd TELFOR conference, pp. 404-406, Beograd 2015.

Радови саопштени на домаћим научним скуповима категорије M60

1. **B. Banjac**, T. Lutovac, B. Malešević: *O nekim nejednakostima koje se mogu svesti na dokazivanje miksovanih trigonometrijskih nejednakosti*, Zbornik radova The First Conference on Mathematics in Engineering: Theory and Applications, ISBN 978-86-7892-800-9, FTN Novi Sad, 2016., str. 30-34.
2. **B. Banjac**, T. Lutovac, B. Malešević: *Kuzina minimaks aproksimacija*, Zbornik radova The Second Conference on Mathematics in Engineering: Theory and Applications, FTN Novi Sad, 2017.

5. ЗАКЉУЧАК И ПРЕДЛОГ

Комисија констатује да дисертација кандидата Бојана Бањаца испуњава све законске, суштинске и формалне услове предвиђене законом о високом образовању и Статутом и правилником о докторским студијама Електротехничког факултета.

У оквиру дисертације кандидат Бојан Бањац је успешно сагледао могућност формирања једног система за доказивање класе миксовано-полиномско тригонометријских неједнакости. Кандидат је успешно користио неке познате алгоритме, формирао је потпуно нове алгоритме и објединио их у систем под називом *SimTheP* којим је омогућио један директан метод доказивања разматране класе неједнакости. Развијена је и Јава апликација *PAINT* која представља конкретну рачунарску реализацију изложеног система. Рачунарска реализација је омогућила поређење перформанси те апликације како са доказивачем *MetiTarski*, тако и са рачунарским алгебра система *Maple*, *Mathematica* и сајтом *WolframAlpha*. Добијени резултати су показали битне предности система *SimTheP*. Поступци доказивања као у овом систему су примењени у радовима где је кандидат био коаутор и где су између осталог решени и неки отворени проблеми у Теорији аналитичких неједнакости. Формирањем Јава апликације *PAINT* очекује се да ће резултати дисертације имати велику примену како у Примењеној математици, тако и у Техничким наукама.

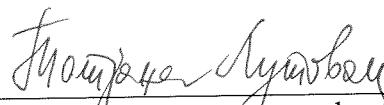
Имајући у виду наведено, предлажемо Наставно-научном већу Електротехничког факултета Универзитета у Београду да се докторска дисертација под називом „Систем за аутоматско доказивање неких класа аналитичких неједнакости“ кандидата Бојана Бањца прихвати, изложи на увид јавности и упути на коначно усвајање Већу научних области техничких наука Универзитета у Београду.

У Београду 28.02.2019.

ЧЛАНОВИ КОМИСИЈЕ



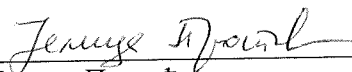
др Бранко Малешевић, редовни професор
Универзитет у Београду – Електротехнички факултет



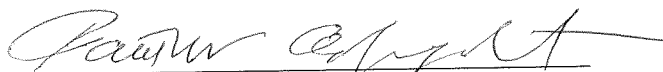
др Татјана Лутовац, редовни професор
Универзитет у Београду – Електротехнички факултет



др Предраг Јаничић, редовни професор
Универзитет у Београду – Математички факултет



др Јелица Протић, редовни професор
Универзитет у Београду – Електротехнички факултет



др Ратко Обрадовић, редовни професор
Универзитет у Новом Саду – Факултет техничких наука