



**УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ
ЕКОНОМСКИ ФАКУЛТЕТ**

Мирела С. Момчиловић

**ТЕОРИЈСКО-МЕТОДОЛОШКИ ОКВИР АНАЛИЗЕ
РИЗИКА И ПРИНОСА НА ТРЖИШТУ КАПИТАЛА
СРБИЈЕ**

Докторска дисертација

Крагујевац, 2019. године

ИДЕНТИФИКАЦИОНА СТРАНИЦА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

I Аутор
Име и презиме: Мирела Момчиловић
Датум и место рођења: 06.07.1973. године, Вировитица
Садашње запослење: Висока пословна школа струковних студија Нови Сад
II Докторска дисертација
Наслов: Теоријско-методолошки оквир анализе ризика и приноса на тржишту капитала Србије
Број страница: X+263
Број табела: 49; број слика: 10
Број библиографских јединица: 371
Установа и место где је рад израђен: Економски факултет Универзитета у Крагујевцу, Крагујевац
Научна област (УДК): 336.76:339.13(497.11)(043.3) Рачуноводство, ревизија и пословне финансије
Ментор: Др Милан Чупић, доцент Економског факултета Универзитета у Крагујевцу
III Оцена и одбрана
Датум пријаве теме: 06.03.2017.
Број одлуке и датум прихватања докторске дисертације: IV-02-703/14 од 12.07.2017.
Комисија за оцену подобности теме и кандидата: <ol style="list-style-type: none">1. Др Предраг Станчић, редовни професор Економског факултета Универзитета у Крагујевцу, ужа научна област Рачуноводство, ревизија и пословне финансије;2. Др Мирослав Тодоровић, редовни професор Економског факултета Универзитета у Београду, ужа научна област Рачуноводство и пословне финансије;3. Др Милена Јакшић, редовни професор Економског факултета Универзитета у Крагујевцу, ужа научна област Финансије, финансијске институције и осигурање.
Комисија за оцену докторске дисертације: <ol style="list-style-type: none">1.2.3.
Комисија за одбрану докторске дисертације: <ol style="list-style-type: none">1.2.3.
Датум одбране дисертације:

АПСТРАКТ

Дуги низ година, бројни аутори су настојали да формулишу адекватан модел за процену ризика и приноса хартија од вредности. Један од првих таквих модела је Модел одређивања цене уложеног капитала (*Capital asset pricing model – CAPM*), код кога је очекивана стопа приноса хартије пропорционална њеном систематском ризику мереном бета коефицијентом. С обзиром на то да је CAPM модел био предмет бројних теоријских расправа, као и емпиријског оспоравања, многи аутори су се zaloжили за коришћење алтернативних модела.

Предмет докторске дисертације су алтернативни модели за процену ризика и приноса на тржишту капитала Србије. Посебна пажња је посвећена тестирању применљивости безусловног CAPM модела, CAPM модела са бетама негативних одступања стопа приноса, модела са мером ризика заснованом на полудевијацији, условног CAPM модела у којем бете и премије за тржишни ризик варирају у времену и модела са укљученим ефектима структурних ломова. Основни циљ докторске дисертације је теоријско-методолошка и емпиријска анализа применљивости алтернативних модела за процену ризика и приноса на тржишту капитала Србије.

Емпиријско истраживање је, на узорку стопа приноса најликвиднијих акција котираних на Београдској берзи, указало да традиционални CAPM модел није прикладан за коришћење на српском тржишту капитала. Мере ризика негативних одступања стопа приноса и модели за процену ризика и приноса засновани на њима имају значајно већу способност описивања варијација у просечним стопама приноса од класичних бета и CAPM модела. Будући да је на српском тржишту капитала учешће несистематског у укупном ризику релативно високо, мера ризика заснована на полудевијацији, односно одговарајући модел за процену ризика и приноса, најбоље описује варијабилност просечних стопа приноса од свих испитиваних модела. Тестирање условног CAPM модела је показало да постоји извешан степен променљивости бета и тржишних премија ризика, али да варирање варијабли у времену није довољно велико да би условни модел резултирао много бољим перформансама од безусловног. Резултати су показали да модели за процену ризика и приноса који укључују структурне ломове могу боље да објасне варијације у стопама приноса.

Кључне речи: безусловни CAPM модел, бета коефицијент, бета негативних одступања стопа приноса, полудевијација, условни CAPM модел, условни бета коефицијент, структурни ломови, тржиште капитала.

ABSTRACT

For many years many authors have tried to formulate an adequate asset pricing model. One of the first such models is Capital asset pricing model (CAPM) in which the security's expected rate of return is proportional to its systematic risk measured by beta coefficient. Given that the CAPM model was the subject of many theoretical discussions, as well as empirical challenges, many authors have advocated the use of alternative models.

The subject of the doctoral thesis are alternative asset pricing models on the capital market of Serbia. Special attention is paid to testing of the applicability of unconditional CAPM model, downside CAPM models, a model with a risk measure based on semideviation, conditional CAPM model in which the beta and market risk premium vary in time and the models that include the effects of structural breaks. The main objective of the doctoral thesis is theoretical and methodological, as well as empirical analysis of the applicability of alternative asset pricing models in the capital market of Serbia.

Empirical research on the sample of rates of return of the most liquid stocks listed on the Belgrade Stock Exchange revealed that the traditional CAPM model is not suitable for use in the Serbian capital market. Downside risk measures and asset pricing models based on them have a significantly greater ability to describe the variations in the average rates of return than the classic beta and the CAPM model. Since the share of the non-systematic risk in total risk is relatively high in the Serbian capital market, a measure of risk based on semideviation and an appropriate asset pricing model best describe the variability of the average rates of returns of all tested models. Testing of the conditional CAPM model has shown that there is a certain degree of variability in betas and market risk premiums, but time fluctuations in variables are not large enough to make conditional model better performing than unconditional. The results show that the asset pricing models that include structural break had somewhat greater ability to describe the variations in the rates of return.

Keywords: unconditional CAPM, beta coefficient, downside beta, semideviation, conditional CAPM, conditional beta coefficient, structural breaks, capital market.

САДРЖАЈ

СПИСАК СЛИКА.....	VIII
СПИСАК ТАБЕЛА.....	IX
УВОД.....	1

ДЕО I

ТЕОРИЈСКИ МОДЕЛИ РИЗИКА И ПРИНОСА

1. Модерна портфолио теорија.....	6
1.1. Међузависност ризика и приноса инвеститора	6
1.2. Очекивани принос и ризик појединачне хартије од вредности	8
1.3. Диверсификација и ризик портфолија.....	9
1.4. Очекивани принос и ризик портфолија.....	10
1.5. Граница ефикасности и одређивање оптималног портфолија	12
2. Индексни модели за процену ризика и приноса.....	16
2.1. Једноиндексни модели	16
2.2. Вишеиндексни модели	22
3. Бета коефицијент и CAPM модел.....	24
3.1. Линија тржишта капитала и тржишна линија хартије од вредности.....	25
3.2. Концептуализација и мерење бета коефицијента.....	28
3.3. Примена CAPM модела.....	29
3.4. Критика и ограничења CAPM модела	30
3.4.1. Анализа претпоставки модела	30
3.4.2. Емпиријске студије валидности CAPM модела.....	32
3.4.3. Тржишне аномалије.....	36
3.4.4. Стабилност бете	47
3.4.5. Тржишни портфолио у теорији и пракси	52
3.4.6. Значај CAPM модела	53

ДЕО II

ТЕОРИЈСКЕ МОДИФИКАЦИЈЕ САРМ МОДЕЛА

1. Основне модификације САРМ модела	56
1.1. САРМ модел са нултом бетом.....	56
1.2. Непоклапање стопа на узете и дате позајмице	60
1.3. САРМ модел са укљученим ефектима пореза	62
1.4. САРМ модел и трансакциони трошкови	65
1.5. САРМ модел са хетерогеним очекивањима.....	66
1.6. САРМ модел и неутржива имовина.....	68
1.7. Интернационални САРМ модел.....	69
2. САРМ модели засновани на ризику негативних одступања стопа приноса.....	71
2.1. Концептуализација и мерење ризика негативних одступања стопа приноса..	72
2.2. Преглед најзначајнијих модела и истраживања	75
2.2.1. Модел Баве и Линдберга	76
2.2.2. Модел Харлоуа и Раоа.....	78
2.2.3. Естрадаин модел	79
2.2.4. Преглед истраживања.....	80
3. Условни САРМ модел	83
3.1. Преглед најзначајнијих модела и истраживања заснованих на коришћењу предиктивних варијабли	84
3.1.1. Модели Јаганатана и Ванга.....	84
3.1.2. Модел Летауа и Лудвигсона	86
3.1.3. Преглед осталих истраживања	87
3.2. Условни САРМ модел и променљива волатилност приноса	89
3.2.1. Модели ауторегресионе условне хетероскедастичности.....	90
3.2.2. Мултиваријантни модели генерализоване ауторегресионе условне хетероскедастичности	92
3.2.3. Преглед истраживања.....	95
3.3. Условни САРМ модел и Марковљев модел промене режима	98
4. Вишефакторски модели	101
4.1. Интертемпорални САРМ модел.....	101
4.2. Арбитражни модел процењивања	106
4.2.1. Фактори АРМ модела и преглед истраживања.....	110
4.3. Факторски модели са макроекономским варијаблама	114

ДЕО III

МЕТОДОЛОГИЈА ТЕСТИРАЊА ВАЛИДНОСТИ МОДЕЛА ЗА ПРОЦЕНУ РИЗИКА И ПРИНОСА

1. Регресиона анализа временских серија	119
2. Регресиона анализа у две фазе.....	122
2.1. Линтнерова методологија	125
2.2. Методологија Блека, Џенсена и Шолса.....	126
2.3. Методологија Фаме и Макбета.....	127
3. Мултиваријантни тестови	130
3.1. LR тест	134
3.2. Волдов тест.....	138
3.3. LM тест	139
4. Метода стохастичког дисконтног фактора.....	141
5. Тестирање валидности условног CAPM модела.....	145
5.1. Методологија Петенцила, Сундарме и Матура	146
5.2. Вјендрамова методологија.....	148

ДЕО IV

ТЕСТИРАЊЕ ВАЛИДНОСТИ МОДЕЛА ЗА ПРОЦЕНУ РИЗИКА И ПРИНОСА НА ТРЖИШТУ КАПИТАЛА СРБИЈЕ

1. Преглед претходних истраживања на тржиштима капитала земаља у развоју....	153
2. Карактеристике тржишта капитала Србије.....	159
3. Методолошке основе емпиријског истраживања	165
3.1. Развој хипотеза.....	166
3.2. Дефинисање узорка и процена варијабли модела	173
3.3. Методологија истраживања	176
4. Резултати истраживања и дискусија	183
4.1. Анализа података и прелиминарна испитивања.....	183
4.2. Резултати тестирања валидности модела и дискусија	193
4.2.1. Резултати тестирања CAPM модела и дискусија.....	193
4.2.2. Резултати тестирања модела за процену ризика и приноса са мерама ризика негативних одступања стопа приноса и дискусија	198
4.2.3. Резултати тестирања условног CAPM модела и дискусија	209

4.2.4. Резултати тестирања хипотезе о постојању структурних ломова на тржишту капитала Србије	222
5. Ограничења истраживања.....	230
ЗАКЉУЧАК	233
ЛИТЕРАТУРА	238
ПРИЛОГ	263

СПИСАК СЛИКА

Слика 1: а) Сет могућих улагања и б) Избор оптималног портфолија	13
Слика 2: Карактеристични правац	19
Слика 3: а) Линија тржишта капитала и б) Тржишна линија хартије од вредности	26
Слика 4: Портфолио са нултом бетом када неризично средство не постоји.....	57
Слика 5: Портфолио са нултом бетом када неризично средство постоји, али не постоји могућност позајмљивања по неризичној стопи	57
Слика 6: а) Граница ефикасности и ефекат различитих стопа давања и узимања позајмица и б) CAPM модели у случају непоклапања стопа давања и узимања позајмица.....	61
Слика 7: а) Трансакциони трошкови и CML и б) Трансакциони трошкови и CAPM	65
Слика 8: APM раван за двофакторски модел.....	109
Слика 9: Филтриране вероватноће опадајућег и растућег тржишта (децембар 2005. - април 2016.)	214
Слика 10: Филтриране вероватноће опадајућег и растућег тржишта (јул 2007. - април 2016.)	218

СПИСАК ТАБЕЛА

Табела 1: Број процењених параметара за једноиндексни, вишеиндексни и Марковицев модел	24
Табела 2: Резултати регресионе анализе у две фазе Блека, Џенсена и Шолса за укупан период и краће периоде истраживања	127
Табела 3: Број хартија од вредности на Београдској берзи дана 09.03.2018.	160
Табела 4: Годишње статистике Београдске берзе у периоду од 2005. до 2017.	161
Табела 5: Учешће страних инвеститора у промету на Београдској берзи у периоду од 2006. до 2017.	162
Табела 6: Тржишна капитализација Београдске берзе у периоду од 2005. до 2017.	163
Табела 7: Структура узорка	174
Табела 8: Недостајуће стопе приноса предузећа из узорка	175
Табела 9: Дескриптивна статистика месечних стопа приноса (дец. 2005. - април 2016.)	184
Табела 10: Дескриптивна статистика месечних стопа приноса (јул 2007. - април 2016.)	185
Табела 11: Резултати статистичких тестова месечних стопа приноса индекса Белекслајн и акција из узорка (децембар 2005. - април 2016.)	189
Табела 12: Резултати статистичких тестова месечних стопа приноса индекса Белекслајн и стопа приноса акција узорка (јул 2007. - април 2016.)	190
Табела 13: Пирсонови коефицијенти корелације (децембар 2005. - април 2016.) ...	192
Табела 14: Пирсонови коефицијенти корелације (јул 2007. - април 2016.)	192
Табела 15: Резултати тестирања безусловног САРМ модела – друга фаза регресионе анализе у две фазе	193
Табела 16: Резултати тестирања једнакости просечне неризичне стопе приноса и вредности регресионог одсечка безусловног САРМ модела	193

Табела 17: Резултати примене модификоване Фама Макбет методологије на просечне стопе приноса и бета коефицијенте акција утврђене за покретне временске оквире од 60 месеци	195
Табела 18: Резултати тестирања једнакости просечне неризичне стопе приноса и просечне вредности регресионог одсечка безусловног CAPM модела	195
Табела 19: Резултати тестирања CAPM модела са бетама негативних одступања стопа приноса утврђеним у односу на просечну вредност – друга фаза регресионе анализе у две фазе.....	198
Табела 20: Резултати тестирања једнакости просечне неризичне стопе приноса и вредности регресионог одсечка CAPM модела са бетама негативних одступања стопа приноса утврђеним у односу на просечну вредност	199
Табела 21: Резултати примене модификоване Фама Макбет методологије на просечне стопе приноса и бете негативних одступања стопа приноса утврђене у односу на просечну вредност за покретне временске оквире од 60 месеци	200
Табела 22: Резултати тестирања једнакости просечне неризичне стопе приноса и просечне вредности регресионог одсечка CAPM модела са бетама негативних одступања стопа приноса утврђеним у односу на просечну вредност	200
Табела 23: Резултати тестирања CAPM модела са бетама негативних одступања стопа приноса утврђеним у односу на медијану – друга фаза регресионе анализе у две фазе.....	202
Табела 24: Резултати тестирања једнакости просечне неризичне стопе приноса и вредности регресионог одсечка CAPM модела са бетама негативних одступања стопа приноса утврђеним у односу на медијану	203
Табела 25: Резултати примене модификоване Фама Макбет методологије на просечне стопе приноса и бете негативних одступања стопа приноса утврђене у односу на медијану за покретне временске оквире од 60 месеци	204

Табела 26: Резултати тестирања једнакости просечне неризичне стопе приноса и просечне вредности регресионог одсечка CAPM модела са бетама негативних одступања стопа приноса утврђеним у односу на медијану.....	204
Табела 27: Резултати тестирања модела за процену ризика и приноса са мером ризика заснованом на полудевијацији утврђеном у односу на просечну вредност - друга фаза регресионе анализе у две фазе.....	205
Табела 28: Резултати тестирања једнакости просечне неризичне стопе приноса и вредности регресионог одсечка модела за процену ризика и приноса са мером ризика заснованом на полудевијацији утврђеном у односу на просечну вредност	206
Табела 29: Резултати примене модификоване Фама Макбет методологије на просечне стопе приноса и меру ризика засновану на полудевијацији утврђену у односу на просечну вредност за покретне временске оквире од 60 месеци	206
Табела 30: Резултати тестирања једнакости просечне неризичне стопе приноса и просечне вредности регресионог одсечка модела за процену ризика и приноса са мером ризика заснованом на полудевијацији утврђеном у односу на просечну вредност	207
Табела 31: Резултати примене модификоване Фама Макбет методологије на стопе приноса и условне бета коефицијенте акција (децембар 2005. - април 2016.)	209
Табела 32: Резултати тестирања једнакости просечне неризичне стопе приноса и просечне вредности регресионог одсечка условног CAPM модела (децембар 2005. - април 2016.)	209
Табела 33: Резултати примене модификоване Фама Макбет методологије на стопе приноса и условне бета коефицијенте акција (јул 2007. - април 2016.)..	210
Табела 34: Резултати тестирања једнакости просечне неризичне стопе приноса и просечне вредности регресионог одсечка условног CAPM модела (јул 2007. - април 2016.)	210

Табела 35: Параметри модела приноса тржишта утврђени помоћу Марковљевог модела промене режима (децембар 2005. - април 2016.).....	212
Табела 36: Матрица константних Марковљевих транзиционих вероватноћа (децембар 2005. - април 2016.)	213
Табела 37: Резултати оцене параметара панела са стохастичким ефектима (децембар 2005. - април 2016.)	215
Табела 38: Резултати тестирања допунских хипотеза условног CAPM модела са бетама и премијама за тржишни ризик које варирају у времену (децембар 2005. - април 2016.)	216
Табела 39: Параметри модела приноса тржишта утврђени помоћу Марковљевог модела примене режима (јул 2007. - април 2016.).....	216
Табела 40: Матрица константних Марковљевих транзиционих вероватноћа (јул 2007. - април 2016.)	217
Табела 41: Резултати оцене параметара панела са стохастичким ефектима (јул 2007. - април 2016.)	219
Табела 42: Резултати тестирања допунских хипотеза условног CAPM модела са бетама и премијама за тржишни ризик које варирају у времену (јул 2007. – април 2016.)	220
Табела 43: Резултати тестирања Баи Пероновог теста	223
Табела 44: Резултати тестирања безусловног CAPM модела са укљученим структурним ломовима – друга фаза регресионе анализе у две фазе.....	224
Табела 45: Резултати тестирања једнакости просечне неризичне стопе приноса и вредности регресионог одсечка безусловног CAPM модела са укљученим структурним ломовима	224
Табела 46: Резултати примене модификоване Фама Макбет методологије (са укљученим структурним ломом) на стопе приноса и условне бета коефицијенте акција	226
Табела 47: Резултати тестирања једнакости просечне неризичне стопе приноса и просечне вредности регресионог одсечка условног CAPM модела са укљученим структурним ломом.....	226

Табела 48: Резултати оцене параметара панела са стохастичким ефектима и структурним ломовима укљученим приликом израчунавања условних бета коефицијената и условних тржишних премија ризика (јул 2007. - април 2016.)	228
Табела 49: Резултати тестирања допунских хипотеза условног CAPM модела са бетама и премијама за тржишни ризик које варирају у времену и укљученим структурним ломом (јул 2007. - април 2016.).....	228

УВОД

Добро је познато да на ефикасном тржишту инвеститори несклони ризику прихватају већи ризик само ако је компензиран већим приносом. Управо модели за процену ризика и приноса треба да идентификују и измере ризик, као и да опишу однос између мера ризика и очекиваних стопа приноса хартије од вредности. Један од првих и најједноставнијих модела за процену ризика и приноса је Модел одређивања цене уложеног капитала, тј. *CAPM (Capital asset pricing model – CAPM)*, који очекивану стопу приноса хартије третира као линеарну функцију њеног систематског ризика, односно бета коефицијента. Будући да су бројна истраживања на тржиштима развијених и, нарочито, на тржиштима земаља у развоју показала да се класични *CAPM* модел не може сматрати валидним, неки аутори су предложили алтернативне моделе за процену ризика и приноса.

Одлуке инвеститора, финансијских и портфолио менаџера зависе од веродостојности и прецизности коришћене мере ризика и модела за процену ризика и приноса. Наиме, примена прикладног модела је значајна за исправно одређивање цене акционарског капитала, а тиме и за утврђивање оптималне структуре капитала и вредности предузећа, евалуацију нових инвестиционих пројеката и перформанси топ менаџмента. Избор модела за процену ризика и приноса, дакле, представља један од проблема са којима се инвеститори и предузећа сусрећу, због чега интересовање за ово контроверзно питање траје више деценија. Упркос томе, не постоји јединствен став везан за избор модела, како на развијеним, тако и на тржиштима у развоју.

Предмет докторске дисертације су алтернативни модели за процену ризика и приноса на тржишту капитала Србије. Посебна пажња је посвећена тестирању применљивости алтернативних модела, и то:

- традиционалног, безусловног *CAPM* модела са статичким бетама,
- модела који уместо конвенционалних бета коефицијената користе бете негативних одступања стопа приноса и меру ризика засновану на полудевијацији,
- условног *CAPM* модела у којем бете варирају у времену и условног *CAPM* модела у коме бете и премије за тржишни ризик варирају у времену и
- модела са укљученим ефектима структурних ломова.

Имајући у виду предмет, основни циљ докторске дисертације је теоријско-методолошка и емпиријска анализа применљивости алтернативних модела за процену ризика и

приноса на тржишту капитала Србије. Из овако дефинисаног основног циља, изведени су следећи појединачни циљеви докторске дисертације:

- представити и анализирати релевантне моделе за процену ризика и приноса, као и резултате емпиријских истраживања њихове валидности на различитим тржиштима капитала;
- испитати применљивост алтернативних модела за процену ризика и приноса на тржишту капитала Србије и
- идентификовати адекватан модел за процену ризика и приноса на тржишту капитала Србије.

У складу са постављеним предметом истраживања, у докторској дисертацији су тестиране следеће хипотезе:

Хипотеза 1: Класични, безусловни CAPM модел са конвенционалним бета коефицијентима није погодан за процену ризика и приноса на тржишту капитала Србије.

Хипотеза 2: Употреба мера ризика негативних одступања стопа приноса, уместо конвенционалних бета коефицијената, унапређује апликативност модела за процену ризика и приноса на тржишту капитала Србије.

Хипотеза 3: Условни CAPM модел са променљивим бетама и премијама тржишног ризика је погодан за коришћење на тржишту капитала Србије и супериорнији је у односу на класични, безусловни CAPM модел и CAPM модел са бетама негативних одступања стопа приноса.

Хипотеза 4: Вишеструки структурни ломови су присутни на тржишту капитала Србије и њихово укључивање у моделе за процену ризика и приноса побољшава перформансе ових модела.

У докторској дисертацији су коришћена квалитативна и квантитативна методологија, усклађена са детерминисаним предметом и циљем истраживања, као и постављеним основним научним хипотезама. Квалитативна методологија је, применом дескриптивне анализе, омогућила појмовно одређење и описивање основних елемената проучаване проблематике, како би се поставила теоријска основа неопходна за емпиријску проверу основних научних хипотеза. У циљу дефинисања закључака значајних за разумевање модела за процену ризика и приноса и емпиријско тестирање њихове применљивости на

одабраним тржиштима, коришћене су методе анализе, синтезе, индукције, дедукције, компарације, апстраховања и генерализације.

Теоријски приступ је комбинован са емпиријским, те је у дисертацији, поред квалитативне, коришћена и квантитативна методологија. У раду су примењени статистички и економетријски модели, на основу којих су теоријски ставови тестирани на тржишту капитала Србије. За тестирање валидности модела коришћена је регресиона анализа у две фазе, као и регресиона анализа у две фазе заснована на примени панел линеарног регресионог модела. Мултиваријантни модел ауторегресионе условне хетероскедастичности и Марковљев модел промене режима је примењен за формирање условног SARМ модела.

Докторска дисертација садржи увод, закључак и четири међусобно повезана дела. У **првом делу** докторске дисертације, под насловом *Теоријски модели ризика и приноса*, предмет анализе су основни концепти и начини мерења очекиване стопе приноса и ризика појединачних хартија од вредности, али и концепт диверсификације који указује на могућности смањења варијабилности (ризика) стопе приноса портфолија. Такође, предмет детаљне анализе су основни концепти и начини мерења ризика и очекиване стопе приноса портфолија, као и портфолио оптимизација. Будући да се са повећањем броја хартија у портфолију процедура утврђивања границе ефикасности усложњава, представљени су индексни модели који поједностављују тај процес. Посебна пажња је посвећена истраживању ограничења SARМ модела и његовој критици, оцени полазних претпоставки и анализи општих проблема тестирања SARМ модела. На крају првог дела дисертације је дат преглед резултата емпиријских истраживања валидности SARМ модела, тржишних аномалија и стабилности бете. Поред критика и ограничења SARМ модела, истакнути су његов значај и предности.

У **другом делу** докторске дисертације, под насловом *Теоријске модификације SARМ модела*, предмет анализе и критичке оцене су најзначајније модификације SARМ модела, развијене релаксацијом строгих претпоставки на којима је заснован, односно његовим мањим изменама. Сходно томе, на почетку другог дела су представљена и оцењена прилагођавања SARМ модела која су резултат увођења претпоставки да неризично средство не постоји, односно да инвеститори не могу узимати и давати позајмице по неризичној стопи. Такође, предмет оцене су прилагођавања модела настала увођењем трансакционих трошкова, хетерогених очекивања, пореза и неутрживе имовине. У наставку, предмет анализе су интернационални SARМ модел и SARМ

моделу засновани на ризику негативних одступања стопа приноса. Поред условног CAPM модела који настоји да инкорпорира све тренутно доступне информације коришћењем бета коефицијената и премија за тржишни ризик који варирају у времену, на крају другог дела дисертације је представљено и анализирано неколико вишефакторских модела који варијације у стопама приноса објашњавају различитим факторима ризика.

У **трећем делу** докторске дисертације, под насловом *Методологија тестирања валидности модела за процену ризика и приноса*, представљене су, анализирани и оцењене методологије које имају за циљ да утврде параметре модела за процену ризика и приноса, односно да тестирају валидност ових модела. Посебна пажња је посвећена представљању регресионе анализе временских серија (у оквиру које је оцењен тест Гибонса, Роса и Шенкена), као и регресионе анализе у две фазе (у оквиру које су предмет истраживања методологије Линтнера, затим Блека, Џенсена и Шолса, као и Фаме и Макбета), које се најчешће користе за тестирање валидности модела за процену ризика и приноса. Поред тога, изложени су мултиваријантни тестови, као и релативно нов метод стохастичког дисконтног фактора. На крају трећег дела, пажња је посвећена анализи алтернативних приступа тестирању валидности условних CAPM модела и проучавању њихових специфичности.

У **четвртном делу** докторске дисертације, под насловом *Тестирање валидности модела за процену ризика и приноса на тржишту капитала Србије*, емпиријски су тестиране могућности примене CAPM модела, као и других модела за процену ризика и приноса на тржишту капитала Србије. На самом почетку овог дела сумирани су и оцењени резултати претходних емпиријских истраживања у земаљама у развоју. Основа емпиријског истраживања је постављена прегледом досадашњег развоја и организације Београдске берзе, јединог тржишта капитала у Србији. У наставку је представљен методолошки оквир истраживања уз развој хипотеза, дефинисање узорка и варијабилности модела на основу којих је спроведено истраживање. Истраживање је обухватитло анализу података, прелиминарна испитивања, тестирање постављених хипотеза, детаљан приказ, оцену и дискусију добијених резултата и образложење ограничења истраживања.

ДЕО I

**ТЕОРИЈСКИ МОДЕЛИ РИЗИКА И
ПРИНОСА**

1. Модерна портфолио теорија

С обзиром на то да је будућност неизвесна, тешко је унапред са сигурношћу одредити стопу приноса коју ће донети одређено улагање, због чега инвеститори одлуку о улагању заснивају на анализи ризика и очекиване стопе приноса. При томе, уобичајени став у литератури је да одлуку о улагању треба донети на основу оцене ризика и очекиване стопе приноса портфолија хартија од вредности. Према Модерној портфолио теорији, потребно је евалуирати читав портфолио и сагледати допринос појединачних хартија његовим инвестиционим карактеристикама. Циљ ове теорије је да омогући такав избор улагања (портфолија) који ће смањити ризик, без смањења очекиване стопе приноса.

1.1. Међузависност ризика и приноса инвеститора

У релевантној литератури, ризик није дефинисан на јединствен начин. Тако, Вон и Вон сматрају да је „ризик стање у коме постоји могућност негативног одступања од пожељног исхода који очекујемо или коме се надамо“.¹ Холтон је указао да су основне компоненте ризика изложеност и неизвесност, те ризик дефинише као „изложеност подухвату који је за појединца неизвештан.“² У Оксфордском речнику енглеског језика, ризик је дефинисан као „изложеност (некога или нечега вредног) опасности, озледи или губитку“³, тако да се може закључити да ризик представља могућност да се догоди неки нежељени догађај. Упркос чињеници да се појам „ризика“ најчешће везује за негативне исходе, у финансијској теорији се дефинише у ширем смислу, као „променљивост или неизвесност будућних новчаних токова“⁴, односно као „одступање стварног приноса од очекиваног“⁵. Што је већа вероватноћа овог одступања, већи је и ризик улагања.

Циљ инвеститора је да обезбеди адекватан принос за изложеност ризику конкретног улагања. Принос од улагања се може утврдити као сума остварене добити на улагање и промене тржишне цене улагања. Тако, када је реч о улагању у обичне акције, стварна стопа приноса у периоду улагања (енг. *holding period return* - *HPR*)⁶, утврђена

¹ Vaughan, E., & Vaughan, T. (1995). *Osnovi osiguranja - Upravljanje rizicima*. Zagreb: Mate, str. 4.

² Holton, G. A. (2004). Defining Risk. *Financial Analyst Journal*, 60(6): 19-25.

³ Оксфордски речник енглеског језика, <https://en.oxforddictionaries.com/definition/risk>.

⁴ Чупић, М. (2015). *Управљање ризиком и вредност корпорације*. Економски хоризонти, 17(3): 219-232; Слично Keown, A. J., Martin, J. D., & Petty, J. W. (2011). *Foundations of Finance: The Logic and Practice of Financial Management*. Boston: Pearson Hall, p. 160.

⁵ Van Horne, C. J. & Wachowicz, J. M. (2005). *Основи финансијског менаџмента*. Београд: Датастатус, стр. 97.

⁶ HPR представља меру приноса на улагање за једно временско раздобље, а најдуже до годину дана.

коришћењем података из прошлости и применом дискретног укамаћивања, састоји се од дивидендне стопе (енг. *dividend yield*) и стопе капиталне добити (енг. *capital gain yield*) и може се утврдити формулом (1.1):

$$r = \frac{D_t}{P_{t-1}} + \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{D_t + (P_t - P_{t-1})}{P_{t-1}} \quad (1.1)$$

при чему је D_t исплаћена новчана дивиденда на крају периода улагања t , а P_t и P_{t-1} цена акције на крају периода t и $t - 1$. Ако се примени континуирано укамаћивање, стварна стопа приноса је:

$$r^* = \ln\left(\frac{D_t + P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (1.2)$$

Треба нагласити да је разлика између дискретне и логаритамске стопе приноса мала уколико су стопе приноса мале.⁷ На основу формула (1.1) и (1.2), могуће је израчунати очекивану (будућу) стопу приноса у периоду улагања, при чему се уместо података из прошлости, користе очекивана дивиденда по акцији и очекивана цена акције на крају будућег периода t .

Финансијским менаџерима је добро позната међузависност ризика и очекиване стопе приноса, која подразумева да се може реализовати већа очекивана стопа приноса, ако се преузме већи ризик.⁸ При томе, инвеститори осећају аверзију према ризику (енг. *risk aversion*), што значи да ће изабрати улагање са нижим степеном неизвесности, када су сви остали фактори идентични.⁹ Тако ће приликом избора између две хартије од вредности које нуде исту очекивану стопу приноса одабрати ону која има нижи степен ризика.¹⁰ Инвеститори ће бити спремни да уложе у хартију од вредности, односно портфолио хартија од вредности са вишим нивоом ризика само у случају када је такво улагање компензовано вишом очекиваном стопом приноса.

⁷ Видети Alexander, C. (2008a). *Market Risk Analysis: Volume I, Quantitative Methods in Finance*. Chichester: John Wiley and Sons, Ltd, p. 23; Danielsson, J. (2011). *Financial Risk Forecasting*. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd., p. 4

⁸ Hull, J. C. (2012). *Risk Management and Financial Institutions*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc, p. 2.

⁹ Према Reilly, F. K. & Brown, K. C. (2012). *Investment Analysis & Portfolio Management*. Mason: South-Western Cengage Learning, p. 12.

¹⁰ Reilly, F. K. & Brown, K. C. (2012). *op. cit.*, p. 182.

1.2. Очекивани принос и ризик појединачне хартије од вредности

Стварна стопа приноса се код ризичних хартија од вредности обично разликује од очекиване, при чему је ово одступање израз ризика улагања. Стварна стопа приноса представља случајну варијаблу која има своју дистрибуцију вероватноће. Уколико је нормална, дистрибуција вероватноће је одређена очекиваном стопом приноса и стандардном девијацијом. Наведени параметри могу да буду процењени сценарио анализом, тј. проценом n могућих стопа приноса (r_i) и вероватноће њиховог остваривања (p_i). Тако се очекивана стопа приноса хартије од вредности ($E(r)$) израчунава применом формуле (1.3):

$$E(r) = \sum_{i=1}^n r_i p_i, \sum_{i=1}^n p_i = 1 \quad (1.3)$$

Што је већа дисперзија r_i појединачне хартије у односу на $E(r)$, већи је и њен ризик. Најчешће коришћене мере дисперзије стопе приноса, тј. ризика су варијанса (σ^2) (формула (1.4)) и стандардна девијација (σ), која се увек израчунава као квадратни корен из варијансе:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n (r_i - E(r))^2 p_i \quad (1.4)$$

У пракси се за процењивање σ^2 , односно σ , чешће користи историјски приступ, него сценарио анализа. У складу са историјским приступом се просечна вредност историјских стопа приноса хартије од вредности (\bar{r}) израчунава као:

$$\bar{r} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N r_i \quad (1.5)$$

где је N укупан број историјских опсервација r_i . Применом формуле (1.6) је могуће проценити σ^2 засновану на историјском приступу.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (r_i - \bar{r})^2 \quad (1.6)$$

Дамодаран истиче да је σ^2 процењена полазећи од историјских стопа адекватна када је расподела прошлих стопа приноса добар показатељ дистрибуције вероватноће будућих стопа приноса.¹¹

1.3. Диверсификација и ризик портфолија

Разлози који доводе до одступања стварне у односу на очекивану стопу приноса на улагање се могу сврстати у разлоге везане за читаво тржиште и разлоге који се односе на конкретно предузеће. У складу са тим, укупан ризик улагања у конкретну хартију од вредности се може поделити на систематски (енг. *systematic*) или тржишни (енг. *market*) ризик и несистематски (енг. *unsystematic*) или ризик специфичан за одређено предузеће (енг. *firm specific*).

Систематски ризик је резултат неповољног утицаја фактора, као што су висина бруто друштвеног производа, инфлације или каматних стопа, на тржишне учеснике. Са друге стране, несистематски ризик је последица догађаја специфичних за конкретно предузеће, као што су отпуштања запослених и судске парнице.¹² За разлику од систематског ризика који се не може смањити, несистематски ризик је могуће значајно умањити формирањем портфолија хартија од вредности, односно диверсификацијом улагања.

Диверсификација се може вршити улагањем у финансијске инструменте који припадају различитим класама (акције, обвезнице, инструменти тржишта новца), индексним фондовима (енг. *index funds*), земаљама и на друге начине.¹³ Док су Еванс и Арчер 1968. године изразили сумњу да постоји економска оправданост повећања броја хартија од вредности у портфолију изнад 10, каснија емпиријска истраживања откривају да је за елиминацију већег дела несистематског ризика портфолија довољно на случајан начин одабрати између 15 и 20 акција.¹⁴ Фишер и Лори истичу да се 80% укупног ризика

¹¹ Damodaran, A. (2011). *Applied Corporate Finance*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc, p. 62.

¹² Higgins, R. (2012). *Analysis for financial management*. New York: McGraw-Hill International Edition, p. 300.

¹³ Детаљније видети у CFA Institute (2014). *Corporate Finance and Portfolio Management, Level I, Volume 4*. New Jersey: Wiley Global Finance, pp. 251-252. Индексни фонд је заједнички фонд или фонд којим се тргује на берзи чији портфолио прати одређени тржишни индекс. Улагањем у индексни фонд се врши диверсификација улагања идентична (по уделу) улагању у хартије од вредности које сачињавају одређени индекс, што доводи до остваривања резултата који је једнак резултату индекса, као и смањења трансакционих трошкова инвеститора везаних за изградњу добро диверсификованог портфолија. Најпознатији индексни фонд је С&П 500 индексни фонд (*S&P 500 Index Fund*).

¹⁴ Evans, J. L., & Archer, S. H. (1968). Diversification and the Reduction of Dispersion: An Empirical Analysis. *Journal of Finance*, 23(5): 761-767; Резултате каснијих истраживања излаже Шарп. Видети Sharpe, W.

смањује формирањем портфолија од 8 акција, 90% формирањем портфолија од 16 акција, 95% формирањем портфолија од 32 акције, а 99% формирањем портфолија од 128 акција.¹⁵

Статман је одбацио закључке аутора који тврде да су користи од диверсификације исцрпљене када број хартија од вредности у портфолију достигне 10 или 15.¹⁶ Наиме, он је у анализу увео ефекте трансакционих трошкова повећања портфолија и истакао да има смисла повећавати број хартија од вредности у портфолију све док су користи диверсификације (везане за смањење ризика) веће од маргиналних (трансакционих) трошкова. Закључио је да су добро диверсификована портфолија она која садрже од 30 до 40 хартија. Шарп и остали су истакли да портфолио са једнаким уделима 30 или више случајно изабраних хартија од вредности има низак несистематски ризик, због чега се може сматрати добро диверсификованим.¹⁷ Кембел и остали су демонстрирали да се број хартија од вредности неопходан за постизање одређеног ефекта диверсификације са годинама повећава.¹⁸

1.4. Очекивани принос и ризик портфолија

Марковиц истиче да рационални инвеститор доноси одлуку о улагању у одређену комбинацију хартија од вредности на основу очекиване стопе приноса и ризика хартија од вредности које сачињавају портфолио, али и коваријансе, односно корелације њихових стопа приноса.¹⁹ Он је указао на значај диверсификације за смањење укупног ризика коме је инвеститор изложен, постављајући, на тај начин, основе Модерне портфолио теорије.

Очекивана стопа приноса портфолија ($E(r_p)$) се утврђује као пондерисана средина очекиваних стопа приноса $E(r_i)$ хартија од вредности које сачињавају портфолио, при чему се као пондери користе удели средстава уложених у хартију од вредности i (w_i):

(1970). *Portfolio Theory and Capital Markets*. New York: McGraw-Hill, p. 130; Van Horne, C. J. (1995). *Financial Management and Policy*. New Jersey: Prentice-Hall International, Inc., p.69.

¹⁵ Fisher, L., & Lorie, J. H. (1970). Some Studies of Variability of Returns on Investments in Common Stocks. *Journal of Business*, 43(2): 99-117.

¹⁶ Statman, M. (1987). How Many Stocks Make a Diversified Portfolio? *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 22(3): 353-363.

¹⁷ Sharpe, W., Alexander, G., & Bailey, J. (1999). *Investments*. New Jersey: Prentice Hall, Inc., p. 187.

¹⁸ Campbell, J. Y., Lettau, M., Malkiel, B., & Xu, Y. (2001). Have Individual Stocks Become More Volatile? An Empirical Exploration of Idiosyncratic Risk. *Journal of Finance*, 56(1): 1-43.

¹⁹ Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *Journal of Finance*, 7(1): 77-91.

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(r_i), \sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (1.7)$$

где n представља број хартија од вредности у портфолију.

За разлику од $E(r_p)$, ризик портфолија не представља пондерисану средину варијанси појединачних хартија од вредности које сачињавају портфолио (σ_i^2). Наиме, ризик портфолија не зависи само од σ_i^2 , већ и од веза између хартија од вредности. Варијансу (σ_p^2) портфолија је могуће проценити коришћењем формуле (1.8):

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \quad (1.8)$$

где су w_i и w_j удели средстава уложених у хартије од вредности i и j , а σ_{ij} представља коваријансу стопа приноса хартија од вредности i и j и могуће ју је израчунати коришћењем формуле (1.9) у случају примене сценарио анализе, односно коришћењем формуле (1.10) у случају коришћења историјских стопа приноса:

$$\sigma_{ij} = \sum_{t=1}^n (r_{it} - E(r_i))(r_{jt} - E(r_j))p_r \quad (1.9)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^N (r_{it} - \bar{r}_i)(r_{jt} - \bar{r}_j) \quad (1.10)$$

где су $E(r_i)$ и $E(r_j)$ очекиване стопе приноса хартија од вредности i и j , n процењен број могућих стопа приноса хартије i (r_{it}), хартије j (r_{jt}) и вероватноће њиховог остваривања (p_r), \bar{r}_i и \bar{r}_j су просечне историјске стопе приноса хартија од вредности i и j , а N је број историјских опсервација r_{it} и r_{jt} .

Уколико се портфолио састоји од релативно великог броја хартија од вредности, σ_p^2 је у највећој мери одређена коваријансама хартија од вредности које га сачињавају. Инвеститор, тада, може смањити ризик портфолија избором финансијских инструмената са негативном или ниском σ_{ij} . Треба приметити да примена Марковицеве процедуре може бити компликована када портфолио чини велики број хартија од вредности. Марковицевој процедури се замера што са повећавањем броја хартија од вредности

захтева процену све већег броја параметара. Наиме, за n хартија од вредности је неопходно проценити n вредности $E(r_i)$ и σ_i^2 , $(n^2 - n)/2$ вредности σ_{ij} , односно укупно $n(n + 3)/2$ података.

Као што се из формуле (1.11) може закључити, σ_{ij} је одређена коефицијентом корелације стопа приноса хартија од вредности i и j (ρ_{ij}):

$$\sigma_{ij} = \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j \quad (1.11)$$

где су σ_i и σ_j стандардне девијације стопа приноса хартија од вредности i и j . Утицај диверсификације на смањење варијабилитета стопа приноса портфолија је значајнији што је ρ_{ij} мањи, а највећи је у случају савршено негативне корелације ($\rho_{ij} = -1$). До смањења ризика портфолија не долази само уколико између хартија од вредности постоји савршено позитивна корелација ($\rho_{ij} = 1$). Јакшић и Лековић истичу да је у већини земаља у развоју корелација стопа приноса хартија од вредности ниска, што инвеститорима пружа могућности да диверсификацијом смање укупан ризик коме су изложени.²⁰ Они, међутим, наглашавају да инвеститори у земљама у развоју не могу адекватно да искористе њене предности.

1.5. Граница ефикасности и одређивање оптималног портфолија

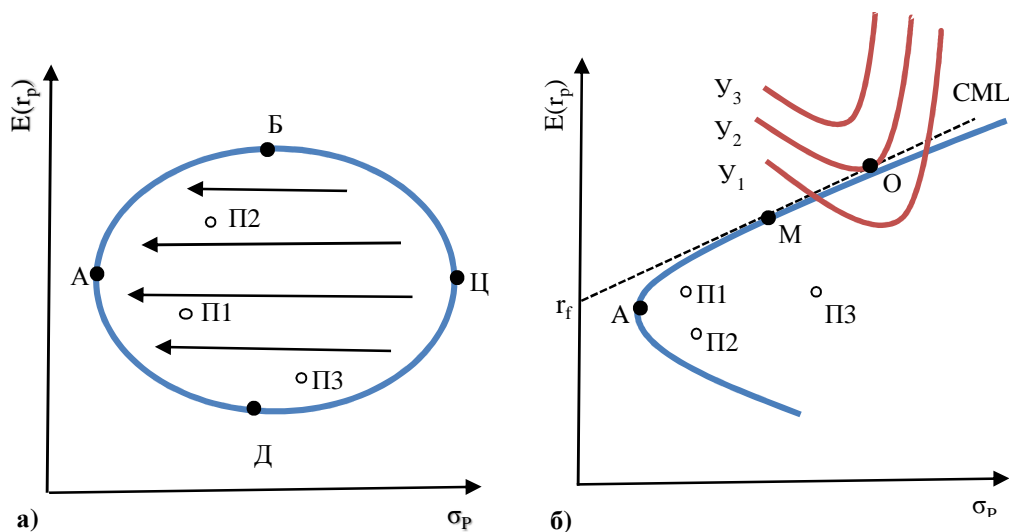
Комбиновањем хартија од вредности доступних на тржишту, инвеститор може формирати велики број различитих портфолија. Сет могућих улагања (енг. *opportunity set, feasible set*) обухвата све могуће комбинације (парове) очекиваних стопа приноса и стандардне девијације свих портфолија у које инвеститор може улагати.²¹ На слици 1 а) је сет могућих улагања омеђен тачкама А, Б, Ц и Д. Инвеститори нису заинтересовани за улагање у тзв. неефикасна портфолија за која је могуће пронаћи доминантнији портфолио. „Један портфолио ће доминирати над другим ако има мању стандардну девијацију за исти очекивани принос или већи очекивани принос за исту стандардну девијацију.“²²

²⁰ Јакшић, М., & Лековић, М. (2012). Управљање инвестиционим ризиком применом савремене портфолио теорије. *Мегатренд ревија*, 12(1): 31-46.

²¹ Sharpio, A. C., & Balbierer, S. D. (2000). *Modern Corporate Finance: A Multidisciplinary Approach to Value Creation*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., p. 190.

²² Јакшић, М. (2012). Управљање ризицима портфолија хартија од вредности. *Економски хоризонти*, 14(3): 151-164.

На слици 1 а) се неефикасна портфолија налазе у унутрашњости сета могућих улагања (портфолија П1, П2 и П3), као и на самој граници могућих улагања десно од тачке Б, па све до тачке А. Марковиц сматра да сваки инвеститор треба да тежи формирању ефикасног портфолија (енг. *mean-variance efficient portfolio*), односно такве комбинације хартија од вредности која обезбеђује највишу $E(r_p)$ при датој σ_p или најнижу σ_p за дати ниво $E(r_p)$.²³ Сет ефикасних портфолија чини ефикасну границу (енг. *efficient frontier*). На слици 1 а) ефикасна граница обухвата сва портфолија која се налазе на делу границе сета могућих улагања десно од тачке А до тачке Б.



Слика 1: а) Сет могућих улагања и б) Избор оптималног портфолија

Извор: Слика а) је адаптирана према Blake, D. (2000). *Financial Market Analysis*. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd, p. 475. Слика б) је адаптирана према Van Horne, C. J. (1995). *Financial Management and Policy*. New Jersey: Prentice-Hall International, Inc., p.62.

Напомена: На слици 1 а) плавом линијом је означен сет, а на слици 1 б) део сета могућих улагања. Скраћеницама П1, П2 и П3 су означена портфолија 1, 2 и 3, а црвеном бојом и скраћеницама У1, У2 и У3 су представљене криве индиферентности 1, 2 и 3. Скраћеница CML означава линију тржишта капитала.

Рационални инвеститор ће тежити да улаже у портфолија који леже на ефикасној граници, а који портфолио ће на њој одабрати зависи од његове аверзије према ризику. Марковиц је предложио коришћење методе квадратног програмирања за утврђивање сета ефикасних портфолија за сваки дати скуп хартија од вредности.²⁴ Инпути

²³ Markowitz, H. (1952). op. cit.

²⁴ Детаљније видети у Markowitz, H. (1952). op. cit.

квадратног програмирања су процењене вредности $E(r_i)$, σ_i^2 и σ_{ij} . Варирањем удела хартија од вредности за све циљне вредности $E(r_p)$, односно σ_p^2 , Марковицева процедура открива ефикасну границу инвеститора.

Уколико инвеститор има могућност да улаже како у ризичне, тако и у неризичне хартије од вредности, повлачењем тангенте из нивоа неризичне стопе приноса (r_f) на ефикасну границу ризичне активе може се утврдити једини оптимални ризични портфолио M (слика 1 б)), који доминира над свим осталим ризичним портфолијима сета могућих улагања.²⁵ „Да би тржиште било у равнотежи, портфолио M мора бити тржишни портфолио, односно M мора укључивати свако средство сразмерно његовом уделу у укупној тржишној вредности свих средстава.“²⁶ Добијена тангентна линија је позната под називом линија тржишта капитала (енг. *capital market line* – *CML*) и представља нову ефикасну границу.²⁷ Свака тачка *CML* линије показује различите комбинације пропорција неризичног улагања и ризичног (тржишног) портфолија M , који је исти за све инвеститоре. Портфолија која на *CML* линији (слика 1 б)) леже лево од тачке M настају комбиновањем улагања у неризичну хартију од вредности и тржишни портфолио M и доводе до смањења очекиване стопе приноса и ризика инвеститора у односу на улагање у портфолио M . Са друге стране, уколико тежи остваривању вишег нивоа очекиване стопе приноса, инвеститор може позајмити новац по r_f и додатно уложити у портфолио M , при чему ће се на *CML* линији наћи десно од тачке M .²⁸

Оптимални портфолио (комбинација неризичног и ризичног улагања) појединачног инвеститора се одређује на основу његове функције корисности, коју је графички могуће приказати кривама индиференције (енг. *indifference curves*) (слика 1 б)).²⁹ Сваки рационални инвеститор тежи да уложи у портфолио који се налази на највишој

²⁵ Неризично улагање је оно код кога не постоји никаква могућност да инвеститор добије мање од очекиване стопе приноса. Lasher, W. (2011). *Financial Management: A Practical Approach*. Independence: South-Western Cengage Learning, p. 429. Као апроксимација r_f се обично користи стопа приноса на државне благајничке записе (енг. *treasury bill*). Иванишевић, М. (2011). *Пословне финансије*. Београд: Центар за издавачку делатност Економског факултета у Београду, стр. 292; Lasher, W. (2011). *op. cit.*, p. 429.

²⁶ Sharpio, A. C., & Balbierer, S. D. (2000). *op. cit.*, p.192.

²⁷ *CML* је специјалан случај линије алокације капитала (енг. *capital allocation line* – *CAL*). Тачке *CAL* линије представљају све могуће комбинације пропорција неризичног средства и ризичног портфолија, који се разликује за појединачне инвеститоре и зависи од њихових преференција према ризику.

²⁸ Видети Berk, J. & DeMarzo, P. (2011). *Corporate Finance*. Boston: Pearson Education, Inc., pp. 349-351; Van Horne, C. J. (1995). *op. cit.*, p. 62.

²⁹ Свака крива индиференције је дефинисана са оним комбинацијама очекиваних стопа приноса и стандардне девијације које за инвеститора имају исти ниво очекиване корисности. Van Horne, C. J. (1995). *op. cit.*, p. 61.

доступној криви индиференције, односно у портфолио који се налази у тачки у којој крива индиференције додирује ефикасну границу (тачка O на слици 1 б)). Процес избора оптималног портфолија инвеститора се, дакле, састоји из две фазе: 1) одређивање оптималног ризичног портфолија, што је независно од инвеститорове аверзије према ризику и 2) одређивање најпожељније комбинације неризичног улагања и ризичног портфолија, што зависи од инвеститорових преференција.

Једна од основних критика Марковицеве теорије се односи на чињеницу да технике портфолио оптимизације захтевају огромне количине улазних података и дугачко време израчунавања.³⁰ Поред тога, различити портфолио менаџери полазе од различитих инпута, тако да могу идентификовати различите границе ефикасности и оптимална портфолија. Другим речима, изградња портфолија, пре свега, зависи од квалитета анализе хартија од вредности и исправне интерпретације резултата те анализе.³¹

Колм и остали су истакли да је један од основних недостатака Марковицеве теорије сензитивност резултата анализе на грешке у проценама улазних параметара, а нарочито очекиваних стопа приноса и коваријанси.³² Боди и остали су нагласили да, уколико се као апроксимација будуће стопе приноса хартије од вредности користе просечне историјске стопе приноса из последњих година са високом стандардном девијацијом, грешка у процени постаје значајана, а резултирајућа граница ефикасности бескорисна приликом конструкције портфолија.³³ Копра и Зиемба су мишљења да је за адекватну оптимизацију портфолија најзначајније обезбедити супериорне процене просечних стопа приноса, затим варијанси, док су процењене коваријансе од најмањег значаја.³⁴ Демигуел и остали истичу да ниједан од модела оптимизације портфолија не обезбеђује конзистентно боље резултате у односу на наивну диверсификацију која подразумева једнаке уделе различитих хартија од вредности у портфолију, што значи да грешке у процени очекиваних стопа приноса и коваријанси еродирају користи од оптимизације.³⁵

³⁰ Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., & Goetzmann, W. N. (2014). *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. New York: John Wiley & Sons, Inc, p. 106.

³¹ Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. (2014). *Investments*. New York: McGraw-Hill Education, pp. 225-226.

³² Kolm, P. N., Tutuncu, R., & Fabozzi, F. J. (2014). 60 Years of Portfolio Optimization: Practical Challenges and Current Trends. *European Journal of Operational Research*, 234(2): 356-371.

³³ Видети Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. (2014). op. cit., pp. 225-226.

³⁴ Chopra, V. K., & Ziemba, W. T. (1993). The Effects of Errors in Means, Variances, and Covariances on Optimal Portfolio Choice. *Journal of Portfolio Management*, 19(2): 6-11.

³⁵ DeMiguel, V. Garlappi, L., & Uppal, R. (2009). Optimal versus Naive Diversification: How Inefficient Is the 1/N Portfolio Strategy? *Review of Financial Studies*, 22(5): 1915-1953.

У циљу унапређења портфолио оптимизације, постоје предлози да се, уместо σ_p^2 , као мере ризика портфолија користе полуваријанса (енг. *semivariance*), средње апсолутно одступање (енг. *mean absolute deviation – MAD*), ризична вредност (енг. *value at risk – VaR*) или условна ризична вредност (енг. *conditional value at risk – CVaR*).³⁶ Тако су се Коно и Јамасаки заложили за коришћење MAD и линеарног уместо Марковицевог квадратног програмирања.³⁷ Мансини и остали су нагласили значај модела линеарног програмирања, заснованих на мерама ризика као што су MAD и CVaR, за развој портфолио оптимизације у 21. столећу.³⁸

Сам Марковиц је указао да влада велика конфузија у релевантној литератури везана за предуслове коришћења анализе приноса и ризика (енг. *mean-variance analysis*).³⁹ Он истиче да су, уколико се претпостави да рационална одлука треба да максимизира очекивану корисност, нормална дистрибуција стопа приноса или квадратне функције корисности довољан, али не и неопходан услов коришћења анализе, те да се тек пажљивим избором портфолија са ефикасне границе приближно максимизира очекивана корисност за широк спектар конкавних функција корисности.

2. Индексни модели за процену ризика и приноса

Да би се превазишли проблеми везани за имплементацију Марковицеве теорије, развијени су индексни модели, код којих је процес израчунавања матрице коваријанси поједностављен, а анализа премија ризика унапређена. За ове моделе је карактеристично да разлажу ризик хартије, односно портфолија хартија од вредности, на систематску и несистематску компоненту. На тај начин индексни модели дају значајан увид у снагу и ограничења процеса диверсификације и пружају могућност мерења компоненти ризика.

2.1. Једноиндексни модели

Ослањајући се на рад Марковица, Шарп је 1963. године развио једноиндексни модел, који повезује стопу приноса хартије од вредности са вредношћу (променом вредности

³⁶ Markowitz, H. (2014). Mean-Variance Approximations to Expected Utility. *European Journal of Operational Research*, 234(2): 346-355.

³⁷ Konno, H., & Yamazaki, H. (1991). Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and its Applications to Tokyo Stock Market. *Management Science*, 37(5): 519-531.

³⁸ Mansini, R., Ogryczak, W., & Speranza, M. G. (2014). Twenty Years of Linear Programming Based Portfolio Optimization. *European Journal of Operational Research*, 234(2): 518-535.

³⁹ Markovitz, H. (2014). op. cit.

или стопом приноса) неког општег фактора, односно индекса.⁴⁰ Као индекс се може користити тржишни индекс хартија од вредности, бруто национални производ, индекс цена или неки други фактор, који има значајан утицај на стопе приноса хартија од вредности.⁴¹ Избор одговарајућег индекса модела спада у емпиријске, а не теоријске проблеме. Једноиндексни модел се, у општем случају, може приказати формулом (1.12):

$$r_{it} = \alpha_i + \beta_i F_t + \varepsilon_{it} \quad (1.12)$$

где је r_{it} стопа приноса хартије од вредности i у тренутку t , F_t је стопа приноса или вредност неког општег индекса (фактора) у тренутку t , α_i и β_i су регресиони коефицијенти модела, а ε_{it} је резидуални принос или случајна грешка процене r_{it} , који се не може објаснити регресијом варијабле r_{it} у односу на F .

Једноиндексни модел који приказује r_{it} као линеарну функцију стопе приноса тржишног портфолија у тренутку t (r_{mt})⁴² је познат као тржишни модел, а може се приказати формулом (1.13):

$$r_{it} = \alpha_i + \beta_i r_{mt} + \varepsilon_{it} \quad (1.13)$$

Тржишни модел је могуће представити у *ex ante* форми на основу формуле (1.14):

$$E(r_{it}) = \alpha_i + \beta_i E(r_{mt}) \quad (1.14)$$

где је $E(r_{it})$ очекивана стопа приноса хартије од вредности i у тренутку t , а $E(r_{mt})$ очекивана стопа приноса тржишног портфолија у тренутку t .

Основне претпоставке на којима се заснива једначина тржишног модела (1.16) су: а) очекивана вредност ε_{it} је нула ($E(\varepsilon_{it}) = 0$); б) резидуална варијанса хартије од вредности i ($\sigma_{\varepsilon_{it}}^2$) је константна, односно ε_{it} су хомоскедастични; в) резидуални приноси хартије од вредности i су серијски некорелисани ($cov(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{is}) = 0, t \neq s$); г) резидуални приноси ε_{it} и ε_{jt} различитих хартија од вредности су некорелисани ($cov(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{jt}) = 0, i \neq j$).

⁴⁰ Sharpe, W. (1963). A Simplified Model for Portfolio Analysis. *Management Science*, 9(2): 277-293.

⁴¹ Ibid.

⁴² Пошто се тржишни портфолио састоји од свих хартија од вредности у које је могуће улагати на тржишту, он је превелик да би се њиме могло ефикасно управљати. Најчешће се као његова апроксимација користи неки широки тржишни индекс, као што је Стандард и Пурс 500 (*Standard & Poor's 500 Stock Index - S&P 500*).

j) и д) ε_{it} су некорелисани са r_{mt} ($cov(\varepsilon_{it}, r_{mt}) = 0$).⁴³ Четврта претпоставка модела је особито значајна. Она имплицира да се стопе приноса хартија од вредности систематски заједно крећу само услед њиховог заједничког кретања (коварирања) са стопама приноса тржишног портфолија.

Карактеристика тржишног модела је да се стопа приноса хартије од вредности разлаже на систематску или макрокомпоненту ($\beta_i r_{mt}$), која представља део r_{it} објашњен стопом приноса тржишног портфолија, и несистематску или микрокомпоненту ($\alpha_i + \varepsilon_{it}$), која представља преостали део r_{it} карактеристичан за конкретну хартију од вредности, тј. део r_{it} који се не може објаснити променама r_{mt} .

Слично као у случају са r_{it} , варијанса стопе приноса хартије од вредности i (σ_i^2) се може приказати као сума систематске ($\beta_i^2 \sigma_m^2$) и несистематске ($\sigma_{\varepsilon_i}^2$) компоненте ризика (формула (1.15)):

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon_i}^2 \quad (1.15)$$

где је σ_m^2 варијанса стопе приноса тржишног портфолија.

Линеарни метод најмањих квадрата (енг. *ordinary least squares – OLS*), тј. проста линеарна регресија, се обично користи за процену вредности параметара α_i , β_i и $\sigma_{\varepsilon_i}^2$ конкретне хартије од вредности i . Наведени метод се своди на утврђивање регресионе линије познате под називом карактеристични правац (енг. *characteristic line*), која најбоље одговара паровима података r_{it} и r_{mt} и која минимизира $\sum_{i=1}^N \varepsilon_{it}^2 = \sum_{i=1}^N (r_{it} - (\hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_i r_{mt}))^2$ (слика 2), при чему је N број историјских опсервација r_{it} .

Оцене вредности регресионих параметара $\hat{\alpha}_i$, $\hat{\beta}_i$ и $\hat{\sigma}_{\varepsilon_i}^2$ је могуће утврдити на основу историјских података помоћу формула (1.16), (1.17) и (1.18):

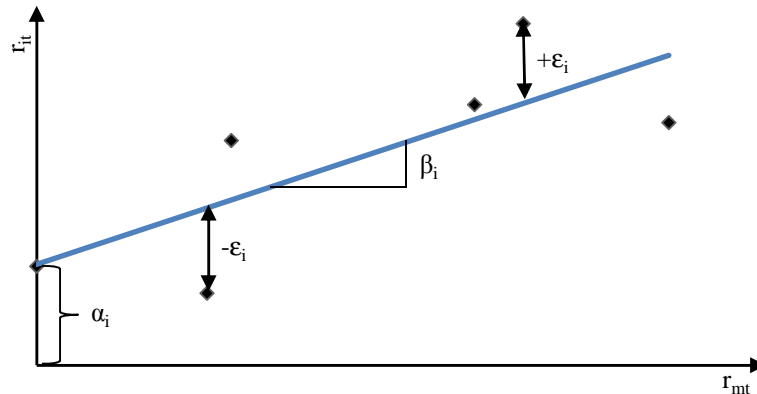
$$\hat{\beta}_i = \frac{cov(r_i, r_m)}{\hat{\sigma}_m^2} = \frac{\sum_{t=1}^N (r_{it} - \bar{r}_i)(r_{mt} - \bar{r}_m)}{\sum_{t=1}^N (r_{it} - \bar{r}_i)^2} \quad (1.16)$$

$$\hat{\alpha}_i = \bar{r}_i - \hat{\beta}_i \bar{r}_m \quad (1.17)$$

⁴³ Francis, J. C. & Kim, D. (2013). *Modern Portfolio Theory*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc, p. 167. Корелација представља статистичку меру која показује колико промена једне случајне варијабле утиче на промену друге случајне варијабле. Са друге стране, коваријанса је статистичка мера која утврђује степен заједничког варирања (промене) две случајне варијабле.

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon_i}^2 = \frac{1}{N-2} \sum_{t=1}^N [r_{it} - (\hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_i r_{mt})]^2 \quad (1.18)$$

где су \bar{r}_i и \bar{r}_m просечне вредности r_{it} и r_{mt} , $\hat{\beta}_i$ је мера систематског ризика, а $\hat{\alpha}_i$ мера перформанси конкретне хартије релативно у односу на оне које се очекују према CAPM моделу.⁴⁴



Слика 2: Карактеристични правац

Џенсен је предложио употребу једноиндексног модела заснованог на додатним стопама приноса (енг. *excess return*) (формуле (1.19) и (1.20)):

$$r_{it} - r_f = \alpha_i^* + \beta_i(r_{mt} - r_f) + \varepsilon_{it} \quad (1.19)$$

$$R_{it} = \alpha_i^* + \beta_i R_{mt} + \varepsilon_{it} \quad (1.20)$$

где су $R_{it} = r_{it} - r_f$ додатна стопа приноса хартије од вредности i у тренутку t , $R_{mt} = r_{mt} - r_f$ додатна стопа приноса тржишног портфолија у тренутку t , а α^* је позната под називом Џенсенова алфа.⁴⁵ Важно је истаћи да су β_i и ε_{it} једнаки за оригинални тржишни модел и једноиндексни модел заснован на додатним стопама приноса. Разлика између модела се своди на разлику вредности одсечка (формула (1.21)):

⁴⁴ Уколико је у регресионом периоду $\alpha > r_f(1 - \beta)$ хартија има боље, односно када је $\alpha < r_f(1 - \beta)$ хартија има лошије перформансе од оних које се очекују према CAPM моделу. Када у регресионом периоду вреди $\alpha = r_f(1 - \beta)$ остварене перформансе хартије су у складу са очекивањима заснованим на CAPM моделу. Разлика између α и $r_f(1 - \beta)$ представља Џенсенову алфу и о њој ће више речи бити у наставку рада.

⁴⁵ Jensen, M. C. (1968). The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964. *Journal of Finance*, 23 (2): 389-416; Jensen, M. C. (1969). Risk, the Pricing of Capital Assets, and the Evolution of Investment Portfolios. *Journal of Business*, 42(2): 167-247.

$$\alpha_i^* = \alpha_i - r_f(1 - \beta_i) \quad (1.21)$$

Инвеститори користе Џенсенову алфу као меру перформанси хартије од вредности релативно према САРМ моделу. Наиме, уколико је $\alpha_i^* > 0$, хартија од вредности остварује супериорне перформансе, јер је реализована стопа приноса хартије од вредности већа од стопе приноса која се очекује на основу САРМ модела. У случају када је $\alpha_i^* = 0$ хартија остварује очекиване, док уколико је $\alpha_i^* < 0$ хартија остварује лошије перформансе од оних који се очекују према САРМ моделу.

Полазећи од једноиндексног тржишног модела, стопу приноса портфолија (r_{pt}), односно очекивану стопу приноса портфолија ($E(r_{pt})$), је могуће утврдити помоћу формула (1.22) и (1.23):

$$r_{pt} = \alpha_p + \beta_p r_{mt} + \varepsilon_{pt} \quad (1.22)$$

$$E(r_{pt}) = \alpha_p + \beta_p E(r_{mt}) \quad (1.23)$$

где су алфа и бета портфолија $\alpha_p = \sum_{i=1}^n w_i \alpha_i$, $\beta_p = \sum_{i=1}^n w_i \beta_i$, резидуал $\varepsilon_{pt} = \sum_{i=1}^n w_i \varepsilon_{it}$, w_i процентуално учешће улагања у хартију i у укупној вредности портфолија, а n број хартија од вредности у портфолију. У моделу приказаном формулом (1.23) је очекивана вредност резидуалног приноса (случајне грешке) портфолија једнака нули ($E(\varepsilon_{pt}) = 0$), јер се очекује да ће током времена просек утицаја догађаја специфичних за предузећа бити једнак нули.

Баш као σ_{it}^2 , варијанса портфолија (σ_p^2) се састоји од систематског ($\beta_p^2 \sigma_m^2$) и несистематског ($\sigma_{\varepsilon t}^2$) ризика, те се може приказати формулом (1.24):

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon p}^2 \quad (1.24)$$

при чему је $\sigma_{\varepsilon p}^2$ резидуална варијанса портфолија, која се утврђује као $\sigma_{\varepsilon p}^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_{\varepsilon i}^2$.

Код једноиндексног модела, као и код Марковица, се проблем утврђивања ефикасне границе своди на детерминацију удела хартија од вредности у портфолију који минимизирају варијансу портфолија при различитим нивоима очекиване стопе

приноса.⁴⁶ Једноиндексни модел захтева процену $3n + 2$ података, што је значајно мање у односу на Марковицев модел. Иако коришћење једноиндексног модела значајно поједностављује портфолио анализу, поставља се питање какве су му перформансе у односу на Марковицев модел. Шарп је поредио успешност оба модела и установио да је ефикасни сет портфолија утврђен применом Марковицеве процедуре веома сличан оном добијеном применом једноиндексног модела.⁴⁷ Франкфуртер и остали су указали да је једноиндексни модел бар исто толико успешан као и Марковицев, као и да даје супериорне резултате у случајевима када су расположиви историјски подаци за кратке временске периоде.⁴⁸ Исто тако, Бекет и Матар су истакли да нема значајне разлике између резултата добијених применом ових модела, као и да број хартија од вредности у портфолију не утиче на добијене резултате.⁴⁹

Смањење броја потребних података и поједностављивање процедуре утврђивања ефикасног сета портфолија на основу индексног модела, међутим, има својих недостатака. Боди и остали су истакли да оптимални портфолио утврђен применом Марковицевог модела може бити значајно супериорнији у односу на портфолио утврђен применом једноиндексног модела, када акције са корелисаним резидуалима имају велике вредности алфе и заузимају значајан удео у портфолију.⁵⁰ Наиме, приликом оптимизације портфолија Марковицев модел узима у обзир корелацију између резидуала стопа приноса хартија од вредности, док индексни модел претпоставља да је она једнака нули.

Исто тако, тржишном моделу се замера то што претпоставља да се цене хартија од вредности крећу заједно само због њиховог коварирања са берзанским индексом, односно тржиштем у целини. Неки аутори су указали да стопа приноса акција није објашњена само макро и микроекономским утицајима, већ постоји део варијабилитета приноса који је објашњен утицајем привредне гране.⁵¹

⁴⁶ Шире видети у Francis, J. C. & Kim, D. (2013). op. cit. pp. 178-186, 191-193; Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., & Goetzmann, W. N. (2014). op. cit. pp. 95-106.

⁴⁷ Sharpe, W. (1963). op. cit.

⁴⁸ Frankfurter, G., Phillips, H., & Seagle, J. (1976). Performance of the Sharpe Portfolio Selection Model: A Comparison. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 11(2): 195-204.

⁴⁹ Bekhet, H. & Matar, Al. (2012). Risk-Adjusted Performance: A Two-Model Approach Application in Amman Stock Exchange. *International Journal of Business and Social Science*, 3(7): 34-45.

⁵⁰ Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. (2014). op. cit., p. 262.

⁵¹ Видети Шошкић, Д. (2010). *Хартије од вредности: Управљање портфолиом и инвестициони фондови*. Београд: Центар за издавачку делатност Економског факултета у Београду, стр. 181-182; King, B. (1966). Market and Industry Factors in Stock Price Behavior. *Journal of Business*, 39(2), Part 2:139-190.

2.2. Вишеиндексни модели

Основни разлог за развој вишеиндексних модела је уверење да утицаји више од једног индекса (фактора) узрокују корелацију између стопа приноса хартија од вредности, односно доводе до њиховог заједничког кретања.⁵² Вишеиндексни модели су реалистичнији од једноиндексних, јер претпостављају да већи број индекса објашњава систематски варијабилитет стопа приноса хартија, односно портфолија хартија од вредности.

Стопа приноса (r_{it}) хартије од вредности i у вишеиндексном моделу се може приказати формулом (1.25):

$$r_{it} = \alpha_i + \beta_{i1}I_{1t} + \beta_{i2}I_{2t} + \dots + \beta_{ik}I_{kt} + \varepsilon_{it}, k = 1, 2, \dots, K \quad (1.25)$$

где је I_{kt} вредност индекса, β_{ik} мера сензитивности r_{it} на промене у вредности индекса k , а K је број индекса инкорпорисаних у модел.

Основне претпоставке на којима се заснива вишеиндексни модел су прве четири претпоставке једноиндексног модела, као и следеће претпоставке: а) коваријанса између индекса k и l је једнака нули за свако k и свако l ($\sigma_{kl} = \text{cov}(I_{kt}, I_{lt}) = 0$) и б) ε_{it} је некорелисан са индексима ($\text{cov}(\varepsilon_{it}, I_{kt}) = 0$ за $k = 1, 2, \dots, K$).⁵³

Када нема недостајућих индекса, који узимају у обзир заједничко кретање хартија, очекивана стопа приноса ($E(r_{it})$) и варијанса (σ_i^2) хартије од вредности i , као и коваријанса стопа приноса хартија од вредности i и j ($\text{cov}(r_i, r_j)$) се могу приказати следећим формулама:⁵⁴

$$E(r_{it}) = \alpha_i + \beta_{i1}E(I_{1t}) + \beta_{i2}E(I_{2t}) + \dots + \beta_{ik}E(I_{kt}) \quad (1.26)$$

$$\sigma_i^2 = \beta_{i1}^2\sigma_{I_1}^2 + \beta_{i2}^2\sigma_{I_2}^2 + \dots + \beta_{iK}^2\sigma_{I_K}^2 + \sigma_{\varepsilon_i}^2 \quad (1.27)$$

$$\text{cov}(r_i, r_j) = \beta_{i1}\beta_{j1}\sigma_{I_1}^2 + \beta_{i2}\beta_{j2}\sigma_{I_2}^2 + \dots + \beta_{iK}\beta_{jK}\sigma_{I_K}^2 \quad (1.28)$$

где је $E(I_{kt})$ очекивана вредност индекса k , а $\sigma_{I_k}^2$ варијанса индекса k ($k = 1, 2, \dots, K$).

⁵² Према Burmeister, E., Roll, R., Ross, S. A., Elton, E. J., Gruber, M., Grinold, R. & Khan, R. (1994). *A Practitioner's Guide to Factor Models*. Charlottesville: The Research Foundation of the Institute of Chartered Financial Analysts, p. 33.

⁵³ Francis, J. C. & Kim, D. (2013). *op. cit.*, p. 190.

⁵⁴ *Ibid.*

На основу вишеиндексног модела, помоћу формула (1.29), (1.30) и (1.31) је могуће утврдити и r_{pt} , $E(r_{pt})$ и σ_{pt}^2 :

$$r_{pt} = \alpha_p + \beta_{p1}I_{1t} + \beta_{p2}I_{2t} + \dots + \beta_{pk}I_{kt} + \varepsilon_{pt} \quad (1.29)$$

$$E(r_{pt}) = \alpha_p + \beta_{p1}E(I_{1t}) + \beta_{p2}E(I_{2t}) + \dots + \beta_{pk}E(I_{kt}) \quad (1.30)$$

$$\sigma_{pt}^2 = \beta_{p1}^2\sigma_{I_1}^2 + \beta_{p2}^2\sigma_{I_2}^2 + \dots + \beta_{pk}^2\sigma_{I_k}^2 + \sigma_{\varepsilon_p}^2 \quad (1.31)$$

где су $\alpha_p = \sum_{i=1}^n w_i \alpha_i$, $\beta_{pk} = \sum_{i=1}^n w_i \beta_{ik}$, $\varepsilon_{pt} = \sum_{i=1}^n w_i \varepsilon_{it}$, $\beta_{pk}^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \beta_{ik} \beta_{jk}$ и $\sigma_{\varepsilon_p}^2 = \sum_{i=1}^n w_i \sigma_{\varepsilon_i}^2$.⁵⁵

Основни проблеми изградње вишеиндексних модела су идентификација индекса и одређивање броја индекса који ће бити укључени у модел. Селекција индекса се врши имајући у виду изворе који узрокују коварирање стопа приноса различитих хартија од вредности. У том смислу, Шарп и остали су идентификовали следеће релевантне индексе: стопа раста бруто друштвеног производа, висина каматне стопе на краткорочне државне хартије од вредности, разлика стопа приноса дугорочних и краткорочних државних хартија од вредности, разлика стопа приноса дугорочних хартија од вредности предузећа и државе, стопа инфлације и висина цене нафте.⁵⁶ Телал је нагласио да било који економски или фундаментални фактор може да буде индекс уколико може да објасни значајан део коваријансе цена, а самим тим и стопа приноса, хартија од вредности.⁵⁷ Он као потенцијалне индексе наводи стопу приноса тржишног портфолија, каматне стопе, цене сировина, финансијске ратио бројеве, величину предузећа и волатилност привредне гране.

Број параметара које треба проценити у вишеиндексном моделу се утврђује као $(K + 2)n + 2K$, а табела 1 упоређује број параметара које је потребно проценити у једноиндексном, вишеиндексном и Марковицевом моделу.

⁵⁵ Francis, J. C. & Kim, D. (2013). op. cit., pp. 189-190; Teall, J. (1999). *Financial Market Analytics*. London: Quorum Books, p. 44.

⁵⁶ Sharpe, W., Alexander, G., & Bailey, J. (1999). op. cit., p. 262.

⁵⁷ Teall, J. (1999). op. cit., p. 44.

Табела 1: Број процењених параметара за једноиндексни, вишеиндексни и Марковицев

Број хартија од вредности	модел			
	Број процењених параметара			
	Једноиндексни модел	Вишеиндексни модел		Марковицев модел
		K=2	K=5	
10	32	44	80	65
100	302	404	710	5.150
1.000	3.002	4004	7010	501.500

Извор: Обрачун аутора.

Из табеле се може видети да су вишеиндексни модели нешто сложенији од једноиндексних и нешто једноставнији од Марковицевог модела. Иако вишеиндексни модели тачније утврђују историјске корелације у односу на једноиндексне моделе, то не значи да су супериорнији у њиховом предвиђају.⁵⁸ Још су Елтон и Грубер установили да додавање индекса у једноиндексни модел омогућава прецизнију процену историјске, али лошије предвиђања будуће матрице корелација.⁵⁹ Основни недостатак индексних модела је чињеница да се не може претпоставити да ли ће модел који је добар у једном бити добар у неком другом периоду.⁶⁰

3. Бета коефицијент и CAPM модел

Шарп, Линтнер, Трејнор и Мосин су 1960-тих година, ослањајући се на Марковицеву портфолио теорију, независно један од другог развили Модел одређивања цене уложеног капитала, који се често користи за израчунавање очекиване стопе приноса хартије од вредности.⁶¹ Основна претпоставка овог модела је да, у стању тржишне равнотеже, инвеститор очекује од хартије стопу приноса пропорционалну њеном систематском ризику. Модел занемарује несистематски ризик, јер полази од

⁵⁸ Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., & Goetzmann, W. N. (2014). op. cit., p. 159.

⁵⁹ Elton, E. J., & Gruber, M. J. (1973). Estimating the Dependence Structure of Share Prices – Implications for Portfolio Selection. *Journal of Finance*, 28(5): 1203-1232.

⁶⁰ Sharpe, W., Alexander, G., & Bailey, J. (1999). op. cit., p. 275.

⁶¹ Sharpe, W. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Condition of Risk. *Journal of Finance*, 19(3): 425-442; Lintner, J. (1965a). The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budget. *Review of Economics and Statistics*, 47(1): 13-37; Lintner, J. (1965b). Security Prices, Risk and Maximal Gains from Diversification. *Journal of Finance*, 20(4): 587-615; Treynor, J. L. (1962). Toward a Theory of Market Value of Risky Assets. Необјављен рад. Финална верзија рада објављена је у књизи Korajczyk, R. (1999). *Asset Pricing and Portfolio Performance*. London: Risk Books, pp. 15-22; Mossin, J. (1966). Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica*, 34(4): 768-783.

претпоставке да инвеститор држи веома диверсификован портфолио хартија од вредности.

Као сваки модел, CAPM представља поједностављену слику стварности и полази од следећих претпоставки: а) инвеститори оцењују портфолија на основу очекиване стопе приноса и стандардне девијације портфолија у једном периоду улагања; б) инвеститори нису никада презасићени очекиваном стопом приноса, због чега, када им се понуди избор између два портфолија са истом стандардном девијацијом, они бирају онај са вишим нивоом очекиване стопе приноса; в) инвеститори имају аверзију ка ризику, због чега, када им се понуди избор између два портфолија са истим нивоом очекиване стопе приноса, они бирају онај са нижим нивоом стандардне девијације; г) појединачна средства су бесконачно дељива, што значи да инвеститор може купити само делић хартије од вредности уколико то жели; д) постоји неризична стопа по којој инвеститори могу узимати или давати новац на зајам; ђ) трансакциони трошкови и порези су безначајни; е) сви инвеститори имају исти (један) период улагања; ж) неризична стопа је иста за све инвеститоре; з) информације су тренутно доступне и бесплатне за све инвеститоре и и) инвеститори имају хомогена очекивања, што подразумева да имају исту перцепцију очекиваних стопа приноса, стандардних девијација и коваријанси хартија од вредности.⁶²

3.1. Линија тржишта капитала и тржишна линија хартије од вредности

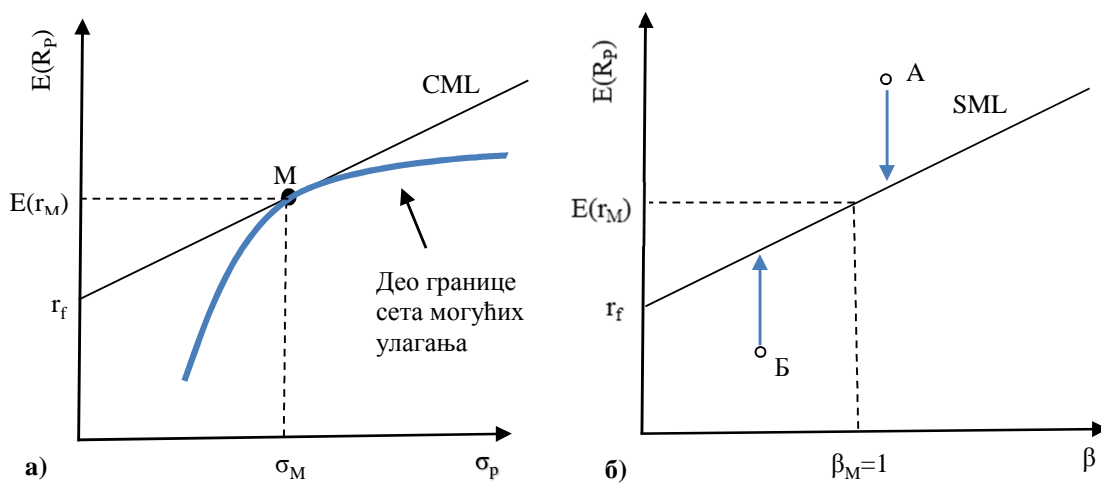
У стању тржишне равнотеже, тржиште капитала се може представити CML линијом (слика 3 а)), односно са два кључна броја: 1) одсечком r_f на у оси, који представља награду за чекање и познат је под називом цена времена (енг. *price of time*) и 2) нагибом линије $(E(r_m) - r_f)/\sigma_m$, који се често назива цена ризика (енг. *price of risk*) и представља инвеститору награду по јединици предузетог ризика.⁶³ CML линија показује повезаност очекиване стопе приноса и ризика ефикасних портфолија и могуће ју је представити формулом (1.32):

$$E(r_{pe}) = r_f + \frac{E(r_m) - r_f}{\sigma_m} \sigma_{pe} \quad (1.32)$$

⁶² Sharpe, W., Alexander, G., & Bailey, J. (1999). op. cit., p. 228.

⁶³ Sharpe, W., Alexander, G., & Bailey, J. (1999). op. cit., pp. 232-233. Стандардна девијација приноса тржишног портфолија се означава са σ_m .

где су $E(r_{pe})$ очекивана стопа приноса некоег ефикасног портфолија, а σ_{pe} стандардна девијација стопа приноса ефикасног портфолија. CML линија дефинише ризик коме је инвеститор изложен као укупну волатилност улагања мерену стандардном девијацијом. Претпоставља се, међутим, да инвеститори држе адекватно диверсификована портфолија, будући да тржиште инвеститорима не компензује изложеност несистематском ризику. Услед тога, када је појединачно средство део добро диверсификованог портфолија, релевантна мера ризика средства није његова „стандардна девијација или варијанса, већ допринос средства варијанси портфолија, који се мери бетом средства.“⁶⁴



Слика 3: а) Линија тржишта капитала и б) Тржишна линија хартије од вредности

Однос између $E(r)$ и β целокупног тржишта се графички може приказати помоћу тржишне линије хартије од вредности (енг. *security market line* – SML) (слика 3 б)). У стању тржишне равнотеже, све хартије и сва портфолија хартија, без обзира на то да ли су ефикасни или не, леже на SML линији. Уколико се средство нађе изнад линије, као што је то случај са средством А на слици 3 б), оно је потцењено и представља добру прилику за улагање. С тим у вези ће доћи до пораста тражње за њом и последично, до раста њене цене и пада њене $E(r_i)$. Овај процес ће се наставити све док $E(r_i)$ не опадне довољно и хартија се не нађе на SML линији. Са друге стране, када хартија лежи испод SML линије (средство Б на слици 3 б)), она је прецењена. У том случају, долази до пада

⁶⁴ Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. (2014). op. cit., p. 298.

тражње за хартијом због смањења њене атрактивности, као и до пада њене цене и пораста њене $E(r_i)$ све до поновног успостављања тржишне равнотеже.

SML се може изразити формулом (1.33), која је позната као формула CAPM модела:

$$E(r_i) = r_f + \frac{E(r_m) - r_f}{\sigma_m^2} \text{cov}(r_i, r_m) = r_f + \beta_i(E(r_m) - r_f) \quad (1.33)$$

при чему су $E(r_m) - r_f$ премија за тржишни ризик (енг. *equity risk premium*) или додатна стопа приноса тржишног портфолија, а $\beta_i(E(r_m) - r_f)$ премија за ризик конкретног улагања коју инвеститор захтева као компензацију за претпостављени ризик коме је изложен. Дакле, према CAPM моделу, очекивану стопу приноса одређене хартије од вредности је могуће представити као збир стопе приноса на неризично улагање и премије за ризик конкретног улагања.

Треба истаћи да не постоји сагласност аутора у погледу избора државне хартије од вредности чија се стопа приноса треба користити као апроксимација r_f . Неки аутори преферирају коришћење стопе приноса на краткорочне државне хартије од вредности, као што су благајнички записи.⁶⁵ Други, као апроксимацију r_f , користе стопу приноса на дугорочне (10-огодишње и 30-огодишње) државне обвезнице.⁶⁶ Ипак, преовлађује мишљење да избор стопе треба да буде усклађен са дужином периода улагања.⁶⁷

Премија за тржишни ризик мери додатну стопу приноса коју инвеститори захтевају да би свој новац пребацили из улагања без ризика у улагање са просечним тржишним ризицом.⁶⁸ Треба нагласити да, иако неки аутори сматрају да историјски просеци премија за тржишни ризик предвиђају будуће премије за тржишни ризик боље од бројних регресионих модела за које се у литератури сматра да имају добру моћ предвиђања, све чешћи су они који указују да очекиване стопе приноса акција и премија

⁶⁵ Ross, S. A., Westerfield, R. W., Jaffe, J. F., & Jordan, B. D. (2011). *Core Principles and Applications of Corporate Finance*. New York: McGraw-Hill/Irwin, p. 401.

⁶⁶ Bruner, R. F., Eades, K. M., Harris, R. S. & Higgins, R. C. (1998). Best Practices in Estimating the Cost of Capital: Survey and Synthesis. *Financial Practice and Education*, 27(1): 13-28.

⁶⁷ Bruner, R. F., Eades, K. M., Harris, R. S. & Higgins, R. C. (1998). op. cit.; Damodaran, A. (2011). op. cit., p. 101; Berk, J. & DeMarzo, P. (2011). op. cit., p. 381.

⁶⁸ Damodaran, A. (2011). op. cit., p. 105.

за тржишни ризик варирају у времену, што значи да историјска премија вероватно није добар индикатор њених будућих вредности.⁶⁹

3.2. Концептуализација и мерење бета коефицијента

Као мера систематског ризика, β_i мери осетљивост стопа приноса (r_i) на промене у стопама приноса тржишног портфолија (r_m) и рачуна се коришћењем формуле (1.34):

$$\beta_i = \frac{\text{cov}(r_i, r_m)}{\sigma_m^2} \quad (1.34)$$

Треба истаћи да β_i представља коефицијент нагиба карактеристичног правца који најбоље одговара функционалној вези између стопа r_{it} и r_{mt} . Већ је у тачки 2.1 показано да се β_i може одредити формулом (1.16), као и да β_p представља пондерисан просек β_i појединачних хартија које сачињавају портфолио.

Када је $\beta_i < 1$, једнопроцентни пораст (смањење) r_m је праћен порастом (падом) r_i који је мањи од једног процента. Овакве хартије се називају дефанзивним, а њиховим укључивањем у портфолио долази до смањења његовог укупног ризика. Уколико је $\beta_i = 1$, r_i варира пропорционално променама r_m . Када је $\beta_i > 1$, r_i показују већу волатилност у односу на r_m . Оваква хартија се често назива агресивном и доводи до повећања ризика портфолија. Бета коефицијент највећег броја акција се креће у интервалу од 0,6 до 1,60.⁷⁰

Уколико се претпостави да се однос између r_i и r_m неће мењати у будућности, за израчунавање бета коефицијената се користе историјски подаци. У супротном, бете се израчунавају на основу процена будућег кретања r_i и r_m . Аутори се не слажу у погледу процедуре процене бета коефицијената. Наиме, не постоји сагласност аутора у погледу тржишног индекса који би требало користити, као ни по питању фреквенције приноса и дужине периода за који се утврђује бета.⁷¹ Ван Хорн је истакао да се бета обично

⁶⁹ Видети Welch, I., & Goyal, A. (2008). A Comprehensive Look at the Empirical Performance of Equity Premium Prediction. *Review of Financial Studies*, 21(4): 1455-1508; Campbell, J. Y., & Thompson, S. B. (2008). Predicting Excess Stock Returns Out of Sample: Can Anything Beat the Historical Average? *Review of Financial Studies*, 21(4): 1509–1531; Cochrane, J. H. (2011). Presidential Address: Discount Rates. *Journal of Finance*, 66(4): 1047–1108.

⁷⁰ Станчић, П. (2006). *Савремено управљање финансијама предузећа*. Крагујевац: Економски факултет Универзитета у Крагујевцу, стр. 72.

⁷¹ Шире видети Damodaran, A. (2011). op. cit., p., 123; Дамодаран, А. (2005). *Корпоративне финансије: теорија и пракса*. Подгорица: МОДУС, стр. 200-201. Бројни аутори су истраживали утицај фреквенције стопа приноса на процењену вредност бете. Видети Hawawini, G. (1983). Why Beta Shifts as the Return Interval Changes. *Financial Analysts Journal*, 39(3): 73-77; Handa, P., Kothari, S. P., & Wasley, C. (1989). The Relation between the Return Interval and Betas. *Journal of Financial Economics*, 23(1): 79-100; Gencay, R.,

процењује на основу недељних или месечних стопа приноса и то за период од три до пет година.⁷² Када приликом процене бета коефицијената постоји проблем нефреквентног трговања акцијама, што је чест случај на тржиштима капитала земаља у развоју, Харви и Дамодаран препоручују употребу месечних стопа приноса.⁷³

3.3. Примена CAPM модела

У пракси се CAPM модел често користи за мерење перформанси менаџера инвестиционих фондова, али и за доношење одлука о куповини, односно продаји на финансијским тржиштима. У релевантној литератури се, међутим, истиче да се CAPM модел најчешће користи и да представља најбољи модел за процену цене капитала од емисије обичних акција (енг. *cost of equity* - k_e).⁷⁴ Треба нагласити да CAPM модел даје поузданије процене k_e у односу на методе засноване на дисконтовању новчаних токова. Његова предност лежи у томе што је бета једина варијабла специфична за конкретно предузеће коју је потребно проценити. Поред тога, употреба CAPM модела није ограничена на предузећа која имају спор и стабилан раст дивиденди.

Самостално или као део пондерисане просечне цене капитала (енг. *weighted average cost of capital* – WACC), k_e се користи као дисконтна стопа у поступку процене садашње вредности очекиваних новчаних токова у вези са куповином, продајом, спајањем и другим активностима реструктурирања предузећа. Исто тако, k_e представља један од инпута различитих динамичких метода капиталног буџетирања. Наиме, методе нето садашње вредности и индекса профитабилности обично као дисконтну стопу користе WACC.⁷⁵ Теорија сугерише да би, за утврђивање дисконтне стопе, приликом одлучивања о прихватљивости инвестиционих пројеката чији се ниво ризика разликује

Selcuk, F., & Whitcher, B. (2003). Systematic Risk and Timescales. *Quantitative Finance*, 3(2): 108-116; Masih, M., Alzahrani, M., & Al-Titi, O. (2010). Systematic Risk and Time Scales: New Evidence from and Application of Walvet Approach to the Emerging Gulf Stock Markets. *International Review of Financial Analysis*, 19(1): 10-18.

⁷² Van Horne, C. J. & Wachowicz, J. M. (2005). оп. цит., стр. 68.

⁷³ Harvey, C. R. (1995). Predictable Risk and Returns in Emerging Markets. *Review of Financial Studies*, 8(3): 773-816; Damodaran, A. (2002). Estimating Risk Parameters. Damodaran Online. Available at <http://people.stern.nyu.edu/adamodar> (02.08.2015.).

⁷⁴ Видети Bruner, R. F., Eades, K. M., Harris, R. S. & Higgins, R. C. (1998). оп. cit.; Graham, J. R., & Harvey, C. R. (2001). The Theory and Practice of Corporate Finance: Evidence from the Field. *Journal of Financial Economics*, 60(2-3): 187-243; Nel, W. S. (2011). The Application of the Capital Asset Pricing Model (CAPM): A South African Perspective. *African Journal of Business Management*, 5(13): 5336-5347. Поред CAPM модела, за утврђивање k_e се често користи и Гордонов модел (енг. *Gordon model*), али и комплекснији модели дисконтовања новчаних токова (енг. *discount cash flow*). Видети Mullins, D. W., (1982). оп. cit.

⁷⁵ Метода интерне стопе приноса WACC користи за утврђивање граничне интерне стопе приноса пројекта, односно стопе приноса коју пројекат треба да надмаши, да би био прихватљив за инвеститоре.

од нивоа ризика уобичајених пословних активности предузећа, уместо WACC модела требало користити CAPM модел.⁷⁶ Наиме, када се WACC користи као дисконтна стопа свих пројеката (не узима се у обзир ризик појединачног пројекта) долази до одбацивања пројеката са ниским и прихватања пројеката са високим степеном ризика.

За предузећа из енергетског сектора и друга предузећа са природним монополем, процена реалне дисконтне стопе (k_e /WACC) је неопходна не само за доношење оптималних одлука о улагању, већ и за адекватно утврђивање цена енергената. Поред тога, поређењем остварене профитне стопе и одговарајуће цене капитала се утврђује профитабилност сектора и појединачних предузећа.⁷⁷

3.4. Критика и ограничења CAPM модела

Од свог настанка до данас, CAPM модел је био често критикован и оспораван и, пре свега, му се замера нереалност претпоставки на којима је заснован. Тако, бројни аутори критикују модел, јер претпоставља да само један фактор (бета коефицијент) може да обухвати укупан ризик коме су инвеститори изложени. Иванишевић и Тодоровић упозоравају да се бета модела одређује на основу историјских стопа приноса конкретне хартије (портфолија) и тржишта, иако је реч о моделу који је намењен за утврђивање будућих очекиваних стопа приноса.⁷⁸ Поред тога, приликом тестирања модела се јавља проблем избора индекса који ће представљати апроксимацију тржишног портфолија, али и избора неризичне стопе приноса.

3.4.1. Анализа претпоставки модела

Бројни аутори су критиковали нереалност претпоставки на којима се заснива CAPM модел.⁷⁹ Тако, CAPM модел не узима у обзир утицај пореза на капиталне добитке (енг.

⁷⁶ Pogue, M. (2010). *Corporate Investment Decisions: Principles and Practices*. New York: Business Expert Press, p. 57.

⁷⁷ Kočović, J., Paunović, M., & Jovović, M. (2016). Determining the Discount Rate: The Case of Oil Industry in Serbia. *Ekonomika Preduzeća*, 64(5-6): 371-381.

⁷⁸ Ivanišević, M., & Todorović, M. (2012). Accounting-Based Measures of Risk. In: N. Jančićević (Ed). *The Role of Contemporary Management and Marketing Methods in Companies in Serbia within the Process of its Integration to the European Union*. Belgrade: Faculty of Economics, University of Belgrade, pp. 109-129. На проблем нефреквентног трговања хартија од вредности на тржиштима у развоју су указивали разни аутори. Видети Mateev, M. (2004). CAPM Anomalies and the Efficiency of Stock Markets in Transition: Evidence from Bulgaria. *South-Eastern Europe Journal of Economics*, 2(1): 35-58; Latković, M. (2001). *Nesinhrono trgovanje i proračun sistematskog rizika*. Zagreb: Univerzitet u Zagrebu. CAPM модел, као и Марковицева анализа ризика и приноса, претпоставља нормалну расподелу стопа приноса. Levy, H. (2010). The CAPM is Alive and Well: A Review and Synthesis. *European Financial Management*, 16(1): 43-71.

⁷⁹ Шошкић, Д. (2010). оп. цит., стр. 209-213; Francis, J. C. & Kim, D. (2013). оп. cit. pp. 311-323; Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., & Goetzmann, W. N. (2014). оп. cit. pp. 311-327

capital gain) и личне приходе (енг. *personal income*), иако у стварности ти порези постоје. За опорезивање дивиденди и капиталне добити, као и различитих инвеститора и хартија од вредности се користе различите пореске стопе. Порези, дакле, различито утичу на кретање индивидуалних очекиваних стопа приноса утврђених по одбијању пореза, чиме се креира велики број приближних, али међусобно различитих, тј. индивидуализираних линија CAPM модела.⁸⁰

Партингтон истиче да су нарочито нереалне претпоставке да сваки инвеститор улаже у тржишни портфолио, да тржишни портфолио садржи све хартије од вредности и сва капитална средства, да су трансакциони трошкови безначајни, а појединачна средства бесконачно дељива.⁸¹ Он је истакао кућу као типичан пример средства које има високе трансакционе трошкове и које није дељиво.

Када је реч о претпоставци аверзије инвеститора ка ризику, Леви је указао да су бројни радови довели у питање њену валидност.⁸² Наиме, постоји сегмент инвеститора несклоних, али и сегмент инвеститора склоних ризику. Леви је закључио да варијанса, услед тога, не може бити адекватан показатељ ризика, што последично доводи у питање валидност CAPM модела.

Неки аутори истичу да је претпоставка CAPM модела о неризичној стопи по којој инвеститори могу узимати и давати неограничену количину новца на зајам нереална.⁸³ Наиме, инвеститори могу давати новац на зајам по неризичној стопи кроз куповину државних хартија од вредности. Са друге стране, већина инвеститора не може узимати на зајам неограничене количине новца по тој истој неризичној стопи, што је нарочито тачно за мале и неинституционале инвеститоре. У реалности, инвеститори, дакле, новац на зајам узимају по стопи која је виша од оне по којој могу давати новац на зајам. Поред тога, као што је у тачки 1.5 већ истакнуто ниједна хартија, односно средство се не може сматрати потпуно неризичним.

Претпоставка CAPM модела је да инвеститори одлуке доносе са циљем максимизирања корисности на крају једног периода, без обзира на то шта би могло да се деси у неком од

⁸⁰ Шошкић, Д. (2010). оп. цит., стр. 209.

⁸¹ Partington, G. (2013). Death Where is The Sting? A Response to Dempsey's Dispatching of the CAPM. *ABACUS*, 49(S1): 69-72.

⁸² Levy, H. (2010). оп. cit.

⁸³ Видети Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., & Goetzmann, W. N. (2014). оп. cit. p. 312; Francis, J. C. & Kim, D. (2013). оп. cit. p. 311.

наредних периода. Партингтон примећује да се, упркос томе, у емпиријским тестовима и за практичну примену модела најчешће користе подаци из више периода.⁸⁴

Често је оспоравана претпоставка CAPM модела о хомогеним очекивањима инвеститора. У стварности, инвеститори имају различита очекивања везана за ризик и стопе приноса сваке хартије од вредности.⁸⁵ Фернандез наглашава да због хетерогености очекивања везаних за стопу приноса тржишног портфолија, као и стопе приноса, волатилност и коваријансе хартија нема смисла говорити о агрегатном тржишном CAPM моделу, иако би на нивоу појединачног инвеститора модел могао функционисати.⁸⁶

Иако многи аутори критикују нереалност неких претпоставки CAPM модела, треба нагласити да се бројни други модели заснивају на нереалним претпоставкама, као и да су поједностављивања често неопходна да би се модел могао развити. Мулинс указује да истински тест модела не лежи само у оправданости његових претпоставки, већ и у корисности и валидности самог модела,⁸⁷ тј. чињеници колико добро модел објашњава и помаже нам да схватимо дешавања у реалном свету. Он наглашава да је CAPM модел успео да идентификује везу између систематског ризика и очекиване стопе приноса.

3.4.2. Емпиријске студије валидности CAPM модела

Резултати емпиријских студија које испитују валидност CAPM модела су контрадикторни. Тако су, рани тестови спроведени од стране Линтнера, Блека и осталих и Фаме и Макбета, који ће бити детаљније изложени у трећем поглављу рада, дали одређен степен подршке валидности CAPM модела.⁸⁸ Поред тога, делимичну подршку моделу је дало и истраживање Милера и Шолса.⁸⁹ Они су установили да између бете и просечних стопа приноса постоји позитивна и статистички значајна веза, како то теорија очекује, као и да бета може да објасни 19% варијација у просечним стопама приноса.

⁸⁴ Partington, G. (2013). op. cit.

⁸⁵ Инвеститори немају тренутно доступне, бесплатне информације, како то CAPM модел претпоставља. Услед тога, они не могу имати ни исту перцепцију стопа приноса, варијанси и коваријанси конкретног средства. Francis, J. C. & Kim, D. (2013). op. cit. p. 317.

⁸⁶ Fernandez, P. (2014). CAPM: An Absurd Model. *SSRN Working Paper No. 2505597*.

⁸⁷ Mullins, D. W., (1982). op. cit.

⁸⁸ Levy, H. (2012). *The Capital Asset Pricing Model in the 21st Century: Analytical, Empirical, and Behavioral Perspectives*. New York: Cambridge University Press, pp. 192-194; Black, F., Jensen, M., & Scholes, M. (1972). The Capital Asset Pricing Model: Some empirical tests. *Studies in the Theory of Capital Markets*. New York: Praeger Publishers; Fama, E. F., & MacBeth, J. (1973). Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests. *Journal of Political Economy*, 81(3): 607-636.

⁸⁹ Miller, M. H., & Scholes, M. (1972). Rates of Return in Relation to Risk: A Reexamination of Some Recent Studies. In: Jensen, M. (Ed.) *Studies in the Theory of Capital Markets*. New York: Praeger, pp. 47-78.

Поред тога, установили су да је резидуална варијанса, као једина варијабла која објашњава варијације у просечним стопама приноса, у стању да објасни 28% варијација. Са друге стране, када се варијације објашњавају и бетом и резидуалном варијансом, Милер и Шолс су показали да обе варијабле објашњавају 33% варијација, као и да је веза између просечне стопе приноса и независних варијабли позитивна и статистички значајна.

Значајан „ударац“ CAPM моделу су 1992. године задали Фама и Френч, који су испитивали однос између месечних стопа приноса акција, са једне, и бета коефицијента, величине предузећа (енг. *size, market capitalization*), Е/Р рација (енг. *earnings to price ratio*), леверица (енг. *leverage*) и В/М рација (енг. *book to market ratio*) са друге стране.⁹⁰ Истраживање су спровели на узорку обичних акција нефинансијских предузећа котираних на Њујоршкој (енг. *New York Stock Exchange*), Америчкој (енг. *American Stock Exchange*) и Наздак берзи (енг. *NASDAQ Stock Market*) у периоду од јула 1963. до децембра 1990. године. Резултати њиховог истраживања су показали да, када је бета једина варијабла која објашњава стопе приноса, између просечних стопа приноса и бете постоји позитивна, али не и статистички значајна веза. Такође, они су испитивали заједничку способност бете, величине, В/М рација, леверица и Е/Р рација да објасне варијације у просечним стопама приноса. Открили су да у посматраном периоду величина предузећа и В/М рацио представљају значајне индикаторе просечних стопа приноса, као и да су способни да обухвате варијације у овим стопама повезане са величином, В/М рациом, Е/Р рациом и леверицом.

Фама и Френч истичу да је у моделима који испитују истовремени утицај бете, величине и В/М рација на просечне стопе приноса, утицај бете негативан и није статистички значајан, утицај величине негативан и статистички значајан, а В/М рација позитиван и статистички значајан. Добијени резултати истраживања, стога, не подржавају основну претпоставку CAPM модела, која подразумева постојање позитивне везе између просечних стопа приноса и бете. Исто тако, резултати показују да бета не може да самостално објасни варијације у просечним приносима.

⁹⁰ Fama, E. F., & French, K. R. (1992). Cross-Section of Expected Returns. *Journal of Finance*, 47(2): 427-466; Fama, E. F., & French, K. R. (2004). The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence. *Journal of Economic Perspectives*, 18(3): 25-46.

Многи истраживачи су настојали да оповргну закључке Фаме и Френча. Тако су Амихуд и остали истраживали однос између стопа приноса и бета коефицијената акција котираних на Њујоршкој берзи у периоду од 1953. до 1990. године, уз коришћење статистичких тестова различитих у односу на студију Фаме и Френча.⁹¹ Ови аутори су доказали да у посматраном периоду разлике у бетама објашњавају разлике у стопама приноса. Још једно слично истраживање су спровели Чен и Лаконишок, који су, на основу стопа приноса акција у САД у периоду од 1926. до 1991. године, установили да постоји позитиван однос између бете и стопа приноса у свим периодима осим у периоду након 1982.⁹² Такође, закључили су да су бете користан показатељ ризика (енг. *guide to risk*) у екстремним тржишним условима. Котари и остали су, на узорку стопа приноса акција на Њујоршкој и Америчкој берзи у периоду од 1927. до 1990. године, показали да између просечних стопа приноса и бета коефицијената који су израчунати коришћењем годишњих података постоји снажнији позитиван однос него уколико су бете израчунате коришћењем месечних стопа приноса.⁹³ Поред тога, ови аутори тврде да су Фама и Френч преувеличали значајност односа између стопа приноса и В/М рација због тога што се узорак на основу кога су извели закључке састојао само од предузећа која су пословала током читавог анализираниог периода (тзв. пристрасност услед преживљавања).

Клер и остали су на узорку месечних додатних стопа приноса портфолија акција котираних на Лондонској берзи (енг. *London Stock Exchange*) у периоду од 1978. до 1993. године тестирали валидност САРМ модела.⁹⁴ Резултати су показали одређен степен подршке валидности САРМ модела, али су их Клер и остали узели са дозом опрезности услед нестабилности оцена параметара. Канеграти је тестирао валидност САРМ модела на месечним стопама приноса б секторских портфолија Миланске берзе (енг. *Milan Stock Exchange*) у периоду од јануара 1990. до фебруара 2005.⁹⁵ Резултати говоре у прилог валидности САРМ модела, јер показују да је регресиони одсечак сваког сектора једнак

⁹¹ Amihud, Y., Christensen, B., & Mendelson, H. (1992). Further Evidence on the Risk Return Relationship. *Stanford University Working Paper No. 1248*.

⁹² Chan, L. K. C., & Lakonishok, J. (1993). Are the Reports of Beta's Death Premature? *Journal of Portfolio Management*, 19(4): 51-62.

⁹³ Kothari, S. P., Shanken, J., & Sloan, R. G. (1995). Another Look at the Cross-Section of Expected Stock Returns. *Journal of Finance*, 50(1): 185-224.

⁹⁴ Clare, A. D., Smith, P. N., & Thomas, S. H. (1997). UK Stock Returns and Robust Tests of Mean Variance Efficiency. *Journal of Banking and Finance*, 21(5): 641-660.

⁹⁵ Canegrati, E. (2008). Testing the CAPM: Evidence from Italian Equity Markets. *MPRA Working Paper No. 10407*.

нули, као и да бете могу да обухвате варијације у додатним стопама приноса, како то теорија очекује.

Бројна истраживања указују да CAPM модел не може да на систематски начин објасни варијације у стопама приноса акција на основу бете као јединог фактора систематског ризика. Тако су Јаганатан и Ванг валидност CAPM модела испитивали на узорку стопа приноса акција свих нефинансијских предузећа котираних на Њујоршкој и Америчкој берзи у периоду од јула 1963. до децембра 1990. године.⁹⁶ Они су открили да веза између просечних стопа приноса и бете није статистички значајна ни позитивна, као и да се на основу бете може објаснити само 1,35% варијација у просечним стопама приноса. До сличних резултата су дошли Летау и Лудвигсон, који су испитивали способност CAPM модела да објасни варијације у просечним стопама приноса портфолија акција у САД.⁹⁷ Резултати студије су, између осталог, показали да бета није статистички значајна детерминанта просечних стопа приноса, као и да се само 1% варијација у просечним стопама приноса може објаснити бетом.

Флечер и Киханда су за тржиште Велике Британије у периоду од 1975. до 2001. године испитивали више модела за процену ризика и приноса и установили да CAPM модел има најлошије перформансе.⁹⁸ Кудоиколов и остали су показали да се на тржиштима Грчке, Италије, Пољске, Португала и Чешке Републике у периоду од 01.06.2009. до краја 2013. CAPM модел не може сматрати валидним.⁹⁹

Потребно је нагласити да су у свим до сада поменутих студијама, које су тестирале CAPM модел, коришћени *ex post* параметри, иако је CAPM модел формулисан на *ex ante* основама. У циљу утврђивања *ex ante* параметара и тестирања CAPM модела, неки аутори су спровели експерименталне студије, а први међу њима је био Леви.¹⁰⁰ Резултати експеримента су показали да између просечних стопа приноса и бета коефицијената средстава постоји позитивна и статистички значајна веза, као и да је CAPM модел

⁹⁶ Jagannathan, R., & Wang, Z. (1996). The Conditional CAPM and the Cross-Section of Expected Returns. *Journal of Finance*, 51(1): 3-53.

⁹⁷ Lettau, M., & Ludvigson, S. (2001). Resurrecting the (C)CAPM: A Cross-Sectional Test When Risk Premia are Time-Varying. *Journal of Political Economy*, 109(6): 1238-1287.

⁹⁸ Fletcher, J., & Kihanda, J. (2005). An Examination of Alternative CAPM-Based Models in UK Stock Returns. *Journal of Banking and Finance*, 29(12): 2995-3014.

⁹⁹ Khudoykulov, K., Allado'stov, R., & Khalikov, U. (2016). The Relationship between the Risk of the Asset and its Expected Rate of Return: A Case of Stock Exchange Market of Five European Countries. *International Journal of Modelling and Simulation*, 36(4): 107-119.

¹⁰⁰ Levy, H. (1997). Risk and Return: An Experimental Analysis. *International Economic Journal*, 38(1): 119-149; Levy, H. (2010). op. cit.

способан да на основу бете објасни 71,90% варијација у просечним стопама приноса. Сличан експеримент малог обима, у коме су инвеститори имали могућност да у више наврата улажу у два ризична и једно неризично средство, спровели су Босертс и Плот.¹⁰¹ Резултати њиховог експеримента говоре у прилог валидности CAPM модела, чак и у случајевима када је тржиште „плитко“ (енг. *thin*).¹⁰²

3.4.3. Тржишне аномалије

CAPM модел претпоставља да се варијације у стопама приноса акција могу објаснити фактором тржишног ризика. Бројни аутори, међутим, указују на то да, поред бете, карактеристике предузећа, као што су Р/Е рацио, величина предузећа, В/М рацио, као и други фактори, могу значајно допринети предвиђању стопа приноса акција. Обрасци понашања стопа приноса у односу на наведене факторе, који омогућавају да се, уз примену одређених стратегија улагања, конзистентно остварују натпросечне стопе приноса, а које су неконзистентне са хипотезом о ефикасности тржишта и CAPM моделом, се у литератури често називају тржишним аномалијама. У последњих 10 година, преко 300 фактора је тестирано у циљу објашњавања варијација у очекиваним стопама приноса.¹⁰³ Меклин и Понтиф су испитивали утицај 97 варијабли за које је претходно у литератури установљено да имају значајну способност предвиђања стопа приноса.¹⁰⁴ Грин и остали су на основу мултиваријантног тестирања установили да је, на тржишту САД, у периоду од 1980. до 2012. године, од 100 изабраних фактора који предвиђају стопе приноса, њих 24 статистички значајно.¹⁰⁵

Бројне аномалије су откривене методом истраживања података са циљем идентификовања карактеристичних образаца и односа (енг. *data mining*). Харви и остали сматрају да је, због интензивног коришћења ове методе, приликом утврђивања

¹⁰¹ Bossaerts, P., & Plott, C. (2002). The CAPM in Thin Experimental Financial Markets. *Journal of Economic, Dynamics & Control*, 26(7-8): 1093-1112.

¹⁰² Осим на развијеним тржиштима, бројна истраживања су тестирала валидност CAPM модела на тржиштима у развоју. Резултати ових студија ће бити детаљније изложени у четвртој глави рада.

¹⁰³ Harvey, C. R., Liu, Y., & Zhu, H. (2016). ...and the Cross-Section of Expected Returns. *Review of Financial Studies*, 29(1): 5-68.

¹⁰⁴ McLean, R. D., & Pontiff, J. (2016). Does Academic Research Destroy Stock Return Predictability? *Journal of Finance*, 71(1): 5-32.

¹⁰⁵ Green, J., Hand, J. R. M., & Zhang, X. F. (2014). The Remarkable Multidimensionality in the Cross-Section of Expected U.S. Stock Return. Available at https://jacobslevycenter.wharton.upenn.edu/wp-content/uploads/2014/05/Green_Updated_Paper.pdf (15.07.2018.). Грин и остали су на основу прегледа различитих студија документовали листу од 100 фактора које су користили у истраживању. Аутори су у раду поред назива фактора документовали, имена аутора и називе студија у којима су фактори претходно коришћени.

значајности различитих фактора модела за процену ризика и приноса, потребно уобичајене границе статистичке значајности заменити захтевнијим.¹⁰⁶ Они су мишљења да је већина историјски откривених статистички значајних фактора вероватно само „случајно“ значајна због коришћења неадекватних граница значајности. Са друге стране, неки аутори сматрају да аномалије постепено нестају. Меклин и Понтиф истичу да аномалије нестају након објављивања резултата емпиријских истраживања, што их је навело на закључак да инвеститори искоришћавају профитабилне аномалије, док су Кордиа и остали истакли да до постепеног смањења економске и статистичке значајности аномалија долази услед повећане ликвидност и активности трговања.¹⁰⁷

3.4.3.1. Ефекат величине

Банз је на узорку свих обичних акција котираних на Њујоршкој берзи у периоду од 1926. до 1975. године, закључио да поред бете, величина предузећа додатно доприноси предвиђању просечних стопа приноса.¹⁰⁸ Наиме, он је документовао ефекат величине, који подразумева да обичне акције малих предузећа доносе стопе приноса веће од стопа приноса великих предузећа, односно веће од оних који се очекују на основу њихове бете и CAPM модела. Банз није утврдио да ли је величина предузећа непосредно одговорна за ефекат величине или је апроксимација за један или више непознатих фактора корелисаних са величином.

Стол и Вели су потврдили инверзну везу између укупне тржишне вредности обичних акција и њихових стопа приноса.¹⁰⁹ Они, међутим, указују на то да би високи трансакциони трошкови трговања акцијама малих предузећа могли, барем делимично, представљати разлог због кога њихове акције остварују натпросечне стопе приноса. Са друге стране, Чан и остали истичу да су мала предузећа ризичнија од великих јер су осетљивија на привредна кретања и сматрају да се ефекат величине може обухватити вишефакторским моделом у коме додатни фактори представљају апроксимацију за

¹⁰⁶ Harvey, C. R., Liu, Y., & Zhu, H. (2016). op. cit.

¹⁰⁷ McLean, R. D., & Pontiff, J. (2016). op. cit.; Chordia, T., Subrahmanyam, A., & Tong, Q. (2014). Have Capital Market Anomalies Attenuated in the Recent Era of High Liquidity and Trading Activity. *Journal of Accounting and Economics*, 58(1): 41-58.

¹⁰⁸ Banz, R. W. (1981). The Relationship between Return and Market Value of Common Stocks. *Journal of Financial Economics*, 9(1): 3-18.

¹⁰⁹ Stoll, H. R., & Whaley, R. E. (1983). Transaction Costs and the Small Firm Effect. *Journal of Financial Economics*, 12(1): 57-79.

ризик повезан са величином предузећа.¹¹⁰ Слично Чану и осталима, Чан и Чен су истакли да су мала предузећа мање ефикасна, као и да имају већи степен задужености, што их чини ризичнијим од великих предузећа.¹¹¹ Амихуд је закључио да се ефекат величине може делимично објаснити чињеницом да су акције малих предузећа мање ликвидне и да, као такве, треба да инвеститору обезбеде премију за неликвидност.¹¹²

3.4.3.2. Ефекат P/E рација

Басу је, на узорку акција индустријских предузећа котираних на Њујоршкој берзи у периоду од септембра 1956. до августа 1971. године, проучавао однос између стопа приноса акција и њиховог P/E рација.¹¹³ Закључио је да портфолија акција са ниским P/E рацијом у просеку имају више стопе приноса од оних са високим P/E рацијом, као и да више стопе приноса портфолија са ниским P/E рацијом нису повезане са вишим нивоом систематског ризика. С тим у вези, Басу је закључио да се чини како P/E рацио представља апроксимацију неке додатне варијабле ризика, која није укључена у CAPM модел.

Рејнгенум је на узорку од 566 предузећа чије су акције биле котиране на Њујоршкој и Америчкој берзи у периоду од 1963. до 1977. године закључио да портфолија сортирана према величини или према E/P рацију имају просечне стопе приноса различите од оних које предвиђа CAPM модел.¹¹⁴ Он истиче да је то пре резултат погрешне спецификације CAPM модела, него неефикасности тржишта. Закључак заснива на чињеници да се одступања између просечних стопа приноса и предвиђања CAPM модела јављају током бар две године, што смањује вероватноћу да су стопе приноса резултат неефикасности тржишта. Резултати Рејнгенумове студије откривају ефекат величине и ефекат E/P рација када се свака варијабла сагледава појединачно. Чини се, међутим, да су обе аномалије везане за сет изостављених фактора, као и да су ови фактори ближе повезани са величином него E/P рацијом предузећа.

¹¹⁰ Chan, K. C., Chen, N., & Hsieh, D. A. (1985). An Exploratory Investigation of the Firm Size Effect. *Journal of Financial Economics*, 14(3): 451-471.

¹¹¹ Chan, K. C., & Chen, N. (1991). Structural and Return Characteristics of Small and Large Firms. *Journal of Finance*, 46(4): 1467-1484.

¹¹² Amihud, Y. (2002). Illiquidity and Stock Returns: Cross-Section and Time-Series Effects. *Journal of Financial Markets*, 5(1): 31-56.

¹¹³ Basu, S. (1977). Investment Performance of Common Stocks in Relation to Their Price-Earnings Ratio: a Test of the Efficient Market Hypothesis. *Journal of Finance*, 77(3): 663-682.

¹¹⁴ Reinganum, M. R. (1981). Misspecification of Capital Asset Pricing. Empirical Anomalies Based on Earnings' Yields and Market Values. *Journal of Financial Economics*, 9(1): 19-46.

Басу је преиспитивао резултате Рејнгенумове студије и закључио да акције са високим Е/Р рацијом у просеку имају више стопе приноса од оних са ниским Е/Р рацијом, чак и након укључивања величине предузећа као контролне варијабле у анализу.¹¹⁵ Са друге стране, пошто су акције подељене у портфолија према нивоу ризика и Е/Р рација ефекат величине је готово нестао, што је у супротности са резултатима Рејнгенума. Басу је, ипак, нагласио да ефекат Е/Р рација није у потпуности независан од величине предузећа, као и да обе варијабле вероватно представљају апроксимацију за неке факторе ризика који нису укључени у САРМ модел, а који детерминишу очекиване стопе приноса акција. Рол је указао да ефекат величине и ефекат Р/Е рација, настају због аутокорељације стопа приноса портфолија условљене нефреквентним трговањем акцијама малих предузећа.¹¹⁶

3.4.3.3. Јануарски ефекат

Висина стопа приноса, између осталог, може бити одређена даном у недељи, месецом у години, празником и слично. Од наведених календарских ефеката, најзначајнији је јануарски ефекат (енг. *January effect*), који је још 1942. приметио Вохтел.¹¹⁷ Овај ефекат подразумева да су стопе приноса обичних акција у просеку веће у јануару у односу на остале месеце у години.

Гултекин и Гултекин су испитивали стопе приноса акција на тржиштима 17 развијених земаља у периоду од јануара 1959. до децембра 1979. године и документовали постојање јануарског ефекта на тржишту Аустралије, Белгије, Канаде, Данске, Француске, Немачке, Италије, Јапана, Низоземске, Норвешке, Сингапура, Шпаније, Шведске, Швајцарске, Велике Британије и САД.¹¹⁸ Поред тога, Агравал и Тандон су у 14 од 18 испитиваних земаља за период од 1971. до 1987. потврдили постојање високих стопа приноса вредносно пондерисаних индекса акција у јануару.¹¹⁹ На Њујоршкој и Америчкој берзи у периоду од 1963. до 1979. године, Кеим је идентификовао јануарски ефекат, али и негативну повезаност натпросечних стопа приноса и величине предузећа

¹¹⁵ Basu, S. (1983). op. cit.

¹¹⁶ Roll, R. (1981). A Possible Explanation of the Small Firm Effect. *Journal of Finance*, 36(4): 879-888.

¹¹⁷ Wachtel, S. B. (1942). Certain Observations on Seasonal Movements in Stock Prices. *Journal of Business of the University of Chicago*, 15(2): 184-193.

¹¹⁸ Gultekin, M. N., & Gultekin, N. B. (1983). Stock Market Seasonality: International Evidence. *Journal of Financial Economics*, 12(4): 469-481

¹¹⁹ Agrawal, A., & Tandon, K. (1994). Anomalies or Illusions? Evidence from Stock Markets in Eighteen Countries. *Journal of International Money and Finance*, 13(1): 83-106.

која је најизраженија у јануару.¹²⁰ Он је открио да се готово 50% премије за величину предузећа реализује у јануару. Сличне резултате су добили Истердеј и остали.¹²¹ Они су открили да је у периоду од 1946. до 2007. године јануарски ефекат присутан на Њујоршкој, Америчкој и Наздак берзи, као и да акције малих предузећа имају више стопе приноса у јануару него у осталим месецима. Поред тога, они су установили да велике промене цена акција малих предузећа у јануару нису повезане са повећаним обимом промета у том месецу.

Тиник и Вест су установили да само у јануару постоји позитиван и статистички значајан однос између ризика и стопа приноса акција котираних у САД у периоду од јануара 1935. до децембра 1982. године, док тај однос није статистички значајан уколико се из узорка искључе подаци који се односе на јануар.¹²² Они су закључили да инвеститори који у дугом року држе ризичне акције могу очекивати да ће само у јануару бити награђени вишим стопама приноса за изложеност додатном ризику.

На основу резултата већине изложених студија може се закључити да је јануарски ефекат потенцијално значајна детерминанта очекиваних стопа приноса. Међутим Ли и остали истичу да CAPM модел није у стању да га добро обухвати.¹²³ Са друге стране, нека истраживања откривају да јануарски ефекат нестаје. Тако су, Џабаров и Зиџемба закључили да се календарски ефекат померио са јануара на децембар, док су Хе и Хе открили новембарски ефекат.¹²⁴

Кичоне је, на узорку месечних стопа приноса преузетих из CRSP базе података за период од 1983. до 2007. године, потврдио постојање јануарског ефекта, који је објаснио оптимистичним очекивањима инвеститора, односно „синдромом лажне наде“.¹²⁵ Агравал и Тандон су указали да се јануарски ефекат може објаснити на различите

¹²⁰ Keim, D. B. (1983). Size-Related anomalies and Stock Return Seasonality: Further Empirical Evidence. *Journal of Financial Economics*, 12(1): 13-32.

¹²¹ Easterday, K. E., Sen, P. K., & Stephan, J. A. (2009). The Persistence of the Small Firm/January Effect: Is it Consistent with Investors' and Arbitrage Efforts. *Quarterly Review of Economics and Finance*, 49(3): 1172-1193.

¹²² Tinic, S., & West, R. R. (1984). Risk and Return: January vs. the Rest of the Year. *Journal of Financial Economics*, 13(4): 561-574.

¹²³ Lee, C., Lee, A., Lee, J. (2010). *Handbook of Quantitative Finance and Risk Management, Volume 1*. New York: Springer, p. 109.

¹²⁴ Dzhaharov, C., & Ziemba, W. T. (2010). Do Seasonal Anomalies Still Work? *Journal of Portfolio Management*, 36(3): 93-104; He, L. T., & He, S. C. (2011). Has the November Effect Replaced the January Effect in Stock Markets? *Managerial and Decision Economics*, 32(7): 481-486.

¹²⁵ Ciccone, S. J. (2011). Investor Optimism, False Hopes and the January Effect. *Journal of Behavioral Finance*, 12(3): 158-168. CRSP је скраћени назив Центра за истраживање цена хартија од вредности (*Center for Research in Security Prices*).

начине. Они наводе да неки аутори сматрају да јануарски ефекат настаје јер акције малих предузећа у јануару имају више стопе приноса него у осталим месецима.¹²⁶ Други га објашњавају чињеницом да инвеститори на крају фискалне године продају акције на којима остварују губитак, како би смањили износ пореза који треба да плате (енг. *tax-loss selling effect*). Тако, након пада цена у децембру (узрокованог повећаном понудом), у јануару расту и тражња и цене акција. Трећа група аутора сматра да су високе стопе приноса ризичних хартија у јануару узроковане ребалансирањем портфолија које инвеститори врше на крају године.

3.4.3.4. Ефекат В/М рација и величине предузећа

Ослањајући се на резултате свог истраживања из 1992. године, Фама и Френч су студијом из 1993. године предложили коришћење трофакторског Фама Френч модела.¹²⁷ Наведени модел, поред премије за тржишни ризик CAPM модела укључује два додатна фактора - SMB и HML, који представљају апроксимације фактора ризика повезаних са величином (тржишном капитализацијом) и В/М рацијом. Фактор SMB (енг. *small minus big*) се добија као разлика стопа приноса портфолија акција малих и портфолија акција великих предузећа. Са друге стране, фактор HML (енг. *high minus low*) представља разлику стопа приноса портфолија акција са високим и портфолија акција предузећа са ниским В/М рацијом. Једначина трофакторског модела Фаме и Френча се може представити формулом (1.35):

$$r_i - r_f = a_i + b_i(r_m - r_f) + s_iSMB + h_iHML + \varepsilon_i \quad (1.35)$$

где је a_i константа модела, b_i , s_i и h_i су факторски регресиони коефицијенти, а ε_i резидуални принос или случајна грешка. За разлику од студије из 1992. која је користила методологију Фаме и Макбета, Фама и Френч су у студији из 1993. користили регресиону анализу временских серија. Открили су да модел представљен формулом (1.35) може да обухвати већину варијација у просечним стопама приносима.¹²⁸ Моделу

¹²⁶ Agrawal, A., & Tandon, K. (1994). op. cit.

¹²⁷ Fama, E. F., & French, K. R. (1992). op. cit.; Fama, E. F., & French, K. R. (1993). Common Risk Factors in the Returns on the Stocks and Bonds. *Journal of Financial Economics*, 33(1): 3-56. Студија се односи на временски период од јула 1963. до децембра 1991. године и заснива се на узорку који обухвата додатне стопе приноса 25 портфолија акција котираних на Њујоршкој, Америчкој и Наздак берзи, као и додатне стопе приноса два портфолија државних обвезница и пет портфолија корпоративних обвезница.

¹²⁸ Резултати истраживања су, међутим, показали да трофакторски модел није способан да објасни ефекат инерције. Видети Fama, E. F., & French, K. R. (1996). Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies. *Journal of Finance*, 51(1): 55-84.

се, међутим, замера неадекватна теоријска основа.¹²⁹ Наиме, за разлику од бете, SMB и HML као мере ризика, немају формалну теоријску основу, већ су у модел укључени на основу емпиријских доказа.¹³⁰

У последњих неколико деценија, бројне студије су идентификовале присуство ефекта величине и ефекта вредности. Тако су Анаерт и остали, за 15 европских земаља у периоду од 1974. до 2000. године, открили да је премија за величину значајна. Са друге стране, открили су да се премија вредности јавља само у одређеним периодима и да се може објаснити ефектом величине.¹³¹ Бејгела и остали, као и Дру и остали су потврдили постојање премија за величину и вредност на Лондонској, односно Шангајској берзи.¹³² Дру и остали су, осим тога, истакли да бета не може самостално да објасни варијације у просечним стопама приноса на тржишту капитала у Кини. Ровенхорст је резултате истраживања спроведених у развијеним земљама, потврдио у земљама у развоју.¹³³ Наиме, открио је да у земљама у развоју акције малих предузећа имају више стопе приноса од акција великих предузећа, као и да акције са високом вредношћу имају више стопе приноса од акција са ниском вредношћу В/М рација.

3.4.3.5. Ефекат инерције

Ефекат краткорочне инерције (енг. *short-term momentum effect*) подразумева да акције са високим прошлим стопама приноса по правилу остварују високе стопе приноса у средњорочном будућем периоду, и обрнуто. Први су га идентификовали Јегадиш и Титман.¹³⁴ Наиме, они су, на узорку дневних стопа приноса акција котираних на Њујоршкој и Америчкој берзи у периоду од 1965. до 1989. године, установили да инвеститори остварују значајан позитиван принос када купују акције историјских победника и продају акције историјских губитника уколико је период улагања од 2 до

¹²⁹ Fama, E. F., & French, K. R. (2003). The CAPM: Theory and Evidence. *SSRN Working Paper No. 440920*.

¹³⁰ Видети Ivanišević, M., & Todorović, M. (2012). *op. cit.*, p. 114.

¹³¹ Annaert, J., Van Holle, F., Crombez, J., & Spinel, B. (2002). Value and Size Effect: Now You See It, Now You Don't. *Ghent University Working Paper No. 2002/146*.

¹³² Drew, M. E., Naughton, T., & Veeraraghavan, M. (2003). Firm Size, Book-to-Market Equity and Security Returns: Evidence from the Shanghai Stock Exchange. *Australian Journal of Management*, 28(2): 119-139; Bagella, M., Becchetti, L., & Carpentieri, A. (2000). The First Shall be last: Size and Value Strategy Premia at the London Stock Exchange. *Journal of Banking and Finance*, 24(4): 893-919.

¹³³ Rouwenhorst, K. G. (1999). Local Return Factors and Turnover in Emerging Stock Markets. *Journal of Finance*, 54(4): 1439-1464.

¹³⁴ Jegadeesh, N., & Titman, S. (1993). Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implications for Stock Market Efficiency. *Journal of Finance*, 48(1): 65-91.

12 месеци.¹³⁵ Јегадиш и Титман су, између осталог, показали да инвеститори у просеку остваре 12,01 процентних поена додатне стопе приноса годишње када акције држе 6 месеци, уколико су уложили у оне акције које су оствариле највише стопе приноса у периоду који је тренутку улагања претходио шест месеци.

Ровенхорст је идентификовао ефекат инерције на узорку од 12 европских земаља у периоду од 1980. до 1995.¹³⁶ Резултати његовог истраживања су показали да је међународно диверсификован портфолио акција победника у односу на портфолио акција губитника остварио за око 1 процентни поен више текуће месечне стопе приноса. Чан и остали су на узорку берзанских индекса 23 земље у периоду од 01.01.1980. до 30.06.1995. године закључили да су приноси остварени стратегијом инерције статистички и економски значајни нарочито уколико је период улагања краћи од четири недеље.¹³⁷ Аснес и остали су испитивали стопе приноса портфолија акција, као и других класа средстава, сортираних по вредности и инерцији за тржишта САД, Велике Британије, континенталне Еврипе и Јапана.¹³⁸ Резултати њиховог истраживања су потврдили постојање премије за вредност и инерцију на посматраним тржиштима.

Неки аутори сматрају да је ефекат инерције резултат постепеног расипања приватних информација, али и систематских грешака инвеститора насталих приликом формирања очекивања о зарадама.¹³⁹ Систематске грешке настају услед тога што инвеститори неадекватно ажурирају и потцењују значај нових информација. Са друге стране, Кордија и Шивакумар су истакли да се профити остварени стратегијом инерције могу објаснити помоћу макроекономских варијабли повезаних са пословним циклусом.¹⁴⁰ Они указују да макроекономске варијабле могу да предвиде стопе приноса акција услед њихове способности да опишу варијације стопа приноса у времену, као и да профитаблиност

¹³⁵ Акције губитника су акције које су оствариле најниже, а акције победника су акције које су оствариле највише стопе приноса у периоду који је од 3 до 12 месеци претходио периоду улагања.

¹³⁶ Rouwenhorst, K. G. (1998). International Momentum Strategies. *Journal of Finance*, 53(1): 267-284.

¹³⁷ Chan, K., Nameed, A., & Tong, W. (2000). Profitability of Momentum Strategies in the International Equity Markets. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 35(2): 153-172. Стратегија инерције је стратегија улагања при којој инвеститор купује средства која су остварила високе стопе приноса и продаје средства која су остварила ниске стопе приноса током периода који је од 3 до 12 месеци претходио периоду улагања.

¹³⁸ Asness, C. S., Moskowitz, T. J., & Pedersen, L. H. (2013). Value and Momentum Everywhere. *Journal of Finance*, 68(3): 929-985.

¹³⁹ Doukas, J. A., & McKnight, P. J. (2005). European Momentum Strategies, Information Diffusion, and Investor Conservatism. *European Financial Management*, 11(3): 313-338.

¹⁴⁰ Chordia, T., & Shivakumar, L. (2002). Momentum, Business Cycle, and Time-Varying Expected Returns. *Journal of Finance*, 57(2): 985-1019.

стратегије инерције представља надокнаду инвеститорима за изложеност променљивости ризика у времену.

3.4.3.6. Ефекат дугорочног обрта приноса

Ефекат дугорочног обрта приноса (енг. *long term return reversal effect*) се идентификује када се портфолија сортирају према перформансама оствареним у дугом прошлом периоду, тако да портфолија са високим прошлим стопама приноса остварују ниске будуће стопе и обрнуто, односно долази до систематске инверзије цена акција. Први су га 1985. документовали Дебонд и Телер.¹⁴¹ Они су на узорку месечних стопа приноса обичних акција котираних на Њујоршкој берзи, у периоду од 1926. до 1982. године, показали да су акције историјских губитника оствариле значајно боље резултате у односу на акције историјских победника.¹⁴² Тако су, између осталог, показали да су 36 месеци након формирања портфолија, акције историјских губитника резултирале зарадом за око 25 процентних поена већом у односу на зараду акција историјских победника.

Дебонд и Телер су 1987. поновили истраживање на истом узорку и закључили да се овакав ефекат победника/губитника не може приписати променама ризика мереним бета коефицијентима САРМ модела. Они су мишљења да је ефекат дугорочног обрта приноса резултат предимензиониране реакције инвеститора на нове информације. Наиме, инвеститори су склони да приликом промене уверења дају превелик значај новим и премали значај старим информацијама. Копра и остали су на узорку месечних стопа приноса акција котираних на Њујоршкој берзи у периоду од 1926. до 1986. показали да, уколико се портфолија формирају на основу висине стопа приноса остварених у периоду од пет година пре тренутка улагања, историјски губитници остварују за од 5 до 10 процентних поена годишње боље резултате од историјских победника када је период улагања пет година.¹⁴³

Ефекат дугорочног обрта приноса су на тржиштима Велике Британије, Канаде, Јапана, Немачке, Италије и Француске открили Бајтас и Чакићи, на тржишту Бразила Дакошта,

¹⁴¹ De Bondt, W. F. M., & Thaler, R. (1985). Does Stock Market Overreact? *Journal of Finance*, 40(3): 793-805; De Bondt, W. F. M., & Thaler, R. H. (1987). Further Evidence on Investor Overreaction and Stock Market Seasonality. *Journal of Finance*, 42(3): 28-30.

¹⁴² Акције губитника су акције које су оствариле најниже, а акције победника су акције које су оствариле највише стопе приноса у периоду који је од једну до пет година претходио периоду улагања.

¹⁴³ Chopra, N., Lakonishok, J., & Ritter, J. R. (1992). Measuring abnormal Performance. Do Stocks Overreact? *Journal of Financial Economics*, 31(2): 235-268.

а на тржишту Јапана Чиао и Хеунг.¹⁴⁴ За разлику од Дебонда и Телера, Дакоште, те Чиаоа и Хеунга који сматрају да је ефекат дугорочног обрта приноса последица ирационалне реакције инвеститора на нове информације, Џорџ и Хванг су мишљења да је он пре последица рационалних очекивања инвеститора везаних за остваривање капиталних добитака.¹⁴⁵

3.4.3.7. Ефекат ликвидности

Амихуд и Менделсон су идентификовали ефекат ликвидности (енг. *liquidity effect*), који подразумева да мање ликвидне акције имају значајно веће стопе приноса у поређењу са ликвиднијим акцијама.¹⁴⁶ Анализом стопа приноса акција на Њујоршкој берзи у периоду од 1961. до 1980. године, Амихуд и Менделсон су испитивали утицај распона између куповне и продајне цене хартије на висину њених стопа приноса. Они су закључили да стање тржишне равнотеже има следеће карактеристике: а) просечне тржишне стопе приноса расту са порастом распона између куповних и продајних цена хартија, б) стопе приноса средстава, умањене за трошкове трговања, расту са повећањем распона, в) у хартије са већим распонем улажу инвеститори са дужим периодом инвестирања и г) стопе приноса хартија са већим распонем су мање осетљиве на промену висине распона. Амихуд и Менделсон су истакли да више стопе приноса које инвеститори захтевају на акције са већим распонем подстичу предузећа да повећају ликвидност својих акција и на тај начин смање опортунитетни трошак капитала. Хартије са већим распонем су мање ликвидне и инвеститори приликом улагања у њих захтевају додатну премију. За ефекат ликвидности је, дакле, карактеристично да се просечна стопа приноса хартије повећава са повећањем распона између њене купове и продајне цене.

Бренан и Субраманиам су, на узорку акција са Њујоршке берзе, идентификовали постојање статистички значајног односа између просечних стопа приноса и мера неликвидности, након извршених прилагођавања за факторе ризика Фаме и Френча.¹⁴⁷

¹⁴⁴ Baytas, A., & Cakici, N. (1999). Do Markets Overreact: International Evidence. *Journal of Banking and Finance*, 23(7):1121-1144; Da Costa, N. C. A. (1994). Overreaction in the Brazilian Stock Market. *Journal of Banking and Finance*, 18(4): 633-642; Chiao, C., & Heung, C. J. (2005). Overreaction Effects Independent of Risk and Characteristics: Evidence from the Japanese Stock Market. *Japan and the World Economy*, 17(4): 431-455.

¹⁴⁵ George, T. J., & Hwang, C. (2007). Long-Term Return Reversals: Overreaction or Taxes? *Journal of Finance*, 62(6): 2865-2896.

¹⁴⁶ Amihud, Y., & Mendelson, H. (1986). Asset Pricing and the Bid-Ask Spread. *Journal of Financial Economics*, 17(2): 223-249.

¹⁴⁷ Brennan, M. J., & Subrahmanyam, A. (1996). Market Microstructure and Asset Pricing: On the Compensation for Illiquidity in Stock Returns. *Journal of Financial Economics*, 41(3): 441-464.

Пастор и Стамбак сматрају да постоји повезаност између висине и осетљивости стопа приноса акција на промене у агрегатној ликвидности.¹⁴⁸ На основу података о стопама приноса и обиму промета (израженом у доларима) обичних акција котираних на Њујоршкој и Америчкој берзи у периоду од 1966. до 1999. године, они су открили да акције осетљиве на агрегатну ликвидност имају значајно веће очекиване стопе приноса, чак и када се узме у обзир изложеност факторима ризика везаним за тржишне приносе, величину, вредност и инерцију. Поред Пастора и Стамбака, премију за ризик ликвидности су, на Њујоршкој берзи открили Ачарија и Педерсен.¹⁴⁹ Ким и Петерсон су на узорку 54 портфолија акција испитивали улогу ликвидности у моделу за процену ризика и приноса, самостално и у комбинацији са факторима тржишта, величине, вредности и инерције.¹⁵⁰ Резултати њиховог истраживања су показали да је ликвидност, уз остала четири фактора, значајна за објашњавање варијација у стопама приноса.

Ефекат ликвидности је идентификован и ван тржишта САД. Тако су Харт и остали, на узорку акција из 32 земље у развоју у периоду од 1985. до 1999. године, закључили да стратегије засноване на ефектима инерције, вредности и корекције зарада¹⁵¹ генеришу значајне додатне стопе приноса, за разлику од стратегија заснованих на ефектима ликвидности, величине и дугорочног обрта приноса.¹⁵² Негативну повезаност ликвидности и стопа приноса акција на аустралијском тржишту капитала у периоду од 1990. до 1999. су документовали Чен и Фаф, док су Чанг и остали идентификовали постојање наведене везе на Токијској берзи у периоду од јануара 1975. до децембра 2004.¹⁵³

¹⁴⁸ Pastor, L., & Stambaugh, R. F. (2003). Liquidity Risk and Expected Stock Return. *Journal of Political Economy*, 111(3): 642-685. Агрегатна ликвидност је просечна вредност мера ликвидности појединачних акција.

¹⁴⁹ Acharya, V. V., & Pedersen, L. H. (2005). Asset Pricing with Liquidity Risk. *Journal of Financial Economics*, 77(2): 375-410.

¹⁵⁰ Keene, M. A., & Peterson, D. R. (2007). The Importance of Liquidity as a Factor in Asset Pricing. *Journal of Financial Research*, 30(1): 91-109.

¹⁵¹ Стратегија корекције зарада се базира на куповини акција чије су предвиђене зараде аналитичари кориговали навише, јер такве акције у кратком периоду често постижу боље резултате од тржишта у целини. Поред тога, ова стратегија захтева продају акција чије су предвиђене зараде аналитичари кориговали наниже, јер такве акције имају тенденцију да у кратком периоду остварују лошије резултате од тржишта у целини.

¹⁵² Van der Hart, J., Slagter, E., & Van Dijk, D. (2003). Stock Selection Strategies in Emerging Markets. *Journal of Empirical Finance*, 10(1-2): 105-132.

¹⁵³ Chan, H. W., & Faff, R. W. (2003). An Investigation into the Role of Liquidity in Asset Pricing: Australian Evidence. *Pacific-Basin Finance Journal*, 11(5): 555-572; Chang, Y. Y., Faff, R., & Hwang C. (2010). Liquidity and Stock Returns in Japan: New Evidence. *Pacific-Basin Finance Journal*, 18(1): 90-115.

3.4.4. Стабилност бете

SARМ модел је по дефиницији усмерен на будућност и заснован на *ex ante* очекиваним стопама приноса и бетама. Будући да постоје потешкоће у мерењу *ex ante* параметара, најчешће се користе њихове *ex post* вредности. Добро је познато да се, приликом тестирања SARМ модела на основу *ex post* података, историјске бете (бете утврђене на основу историјских података) могу користити за процену будућних бета само под претпоставком да је бета стабилна у времену.¹⁵⁴ Блум, међутим, истиче да ниједна економска варијабла, па ни бета, није константна.¹⁵⁵ Варијабилност бета у времену може бити узрокована променама макрофактора (нпр. инфлације, незапослености), променама у производном програму предузећа или његовој политици дивиденди итд.¹⁵⁶ У складу са изнетим, многе студије су презетовале доказе о варијабилности бета коефицијената појединачних акција и портфолија.

Блум је један од првих аутора који се бавио емпиријским изучавањем понашања бета у времену.¹⁵⁷ На узорку месечних стопа приноса обичних акција котираних на Њујоршкој берзи у периоду од јануара 1926. до јуна 1968. он је одредио бете портфолија различитих величина за шест узастопних седмогодишњих периода. Бета коефицијенти једног периода представљају пристрасну процену њихових будућних вредности, а утврђене вредности бете теже просечној вредности од један, при чему је ова тенденција израженија код портфолија нижег у односу на портфолија вишег ризика. Резултати корелационе анализе бета коефицијената два узастопна периода су указали да историјске бете (првог периода) имају релативно ограничену моћ предвиђања будућних бета.¹⁵⁸ Треба, међутим, истаћи да су се бете веома великих портфолија показале као бољи предиктори будућних бета у односу на бете индивидуалних акција.

Блум је предложио корекцију историјских бета коефицијената, будући да имају тенденцију да се у времену крећу према њиховој просечној вредности. Корекцију је извршио тако што је израчунао бете свих хартија одређеног периода (нпр. 1926-1933),

¹⁵⁴ Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., & Goetzmann, W. N. (2014). op. cit. p. 341; Zaimović, A. (2015). *Modeli vrednovanja finansijske imovine: Teorijski i empirijski aspekti*. Sarajevo: Ekonomski fakultet u Sarajevu, p. 102.

¹⁵⁵ Blume, M. E. (1971). On the Assessment of Risk. *Journal of Finance*, 26(1): 1-10.

¹⁵⁶ Zaimović, A. (2015). op. cit., p. 102.

¹⁵⁷ Blume, M. E. (1971). op. cit.

¹⁵⁸ Уколико се бете првог периода посматрају као процена будућег ризика, а бете другог периода као реализовани ризик, коефицијенти корелације се могу интерпретирати као тачност процене ризика приликом коришћења екстраполације историјских података.

као и бете хартија наредног периода (1933-1940). Након тога је спровео регресију у којој је бета ранијег периода (β_1) била независна, а бета каснијег периода (β_2) зависна променљива ($\beta_2 = a + b\beta_1$). Тако је за период од 1933. до 1940. добио $\beta_2 = 0,320 + 0,714\beta_1$, што му је омогућило да утврди кориговану вредности β_2 . Процес је поновио за сваки од два сукцесивна периода које је испитивао. Корекција вредности историјских бета је резултирала значајно тачнијим проценама њихових будућих вредности. Слично Блуму, Васицек је предложио коришћење Бајесових техника за прилагођавање вредности бета коефицијената појединачних акција, док су Клемкоски и Мартин показали да бете прилагођене Блумовим и Васицековима техникама резултирају тачнијим предвиђањима од некоригованих бета.¹⁵⁹

Леви је спровео истраживање слично Блумовом.¹⁶⁰ На узорку недељних стопа приноса 500 обичних акција котираних на Њујоршкој берзи у периоду од 30.12.1960. до 18.12.1970. године, Леви је открио да су бета коефицијенти стационарни за велика портфолија, мање стационарни за мала портфолија, док су непредвидиви за појединачне акције.¹⁶¹ Он је истакао да моћ предвиђања историјске бете расте са продужењем периода предвиђања, при чему је побољшање предвиђања веће када се користи 26-недељни уместо 13-недељног, него када се користи 52-недељни уместо 26-недељног периода предвиђања. Леви је, такође, потврдио да бете теже просечној вредности. Бесел је мишљења да стабилност бете зависи од дужине серије стопа приноса на основу које се бета утврђује, као и од величине бете.¹⁶² На узорку месечних стопа приноса 160 обичних акција котираних на Њујоршкој берзи у периоду од 1950. до 1967. године, он је закључио да су предвиђања најуспешнија када се за процену бете користи дужи период, као и када се предвиђање врши за акције са веома високом или ниском бетом.

Резултатима више истраживања је потврђено да бете хартија од вредности нису стабилне, као и да се њихово понашање најбоље може описати неким стохастичким параметарским моделом. Међутим, неки резултати указују на то да су варијације бете

¹⁵⁹ Vasicek, O. A. (1973). A Note on Using Cross-Sectional Information in Bayesian Estimation of Security Betas. *Journal of Finance*, 28(5): 1233-1239; Klemkosky, R. C., & Martin, J. D. (1975). The Adjustment of Beta Forecasts. *Journal of Finance*, 30(4): 1123-1128.

¹⁶⁰ Levy, R. (1971). On the Short-Term Stationarity of Beta Coefficients. *Financial Analysts Journal*, 27(6): 63-69.

¹⁶¹ Временска серија се сматра стационарном када њена просечна вредност и варијанса не варирају систематски у времену. Gujarati, D. N. (2004). *Basic Econometrics*. New York: McGraw-Hill Companies, p. 26. Бета је стационарна када је њена вредност константна у времену.

¹⁶² Baesel, J. B. (1974). On the Assessment of Risk: Some Further Considerations. *Journal of Finance*, 29(5): 1491-1494.

потпуно непредвидиве, а неки да постоји аутокорелација у времену. Тако су, Фабози и Францис, на узорку од 700 предузећа чије су месечне стопе приноса израчунате за период од децембра 1965. до децембра 1971. године, тестирали модел случајних коефицијената (енг. *random coefficients model*) и закључили да се бета коефицијенти многих акција пре крећу случајно у времену, него што су стабилни како то OLS регресиони модел показује.¹⁶³ Олсон и Розенберг су открили да се понашање бете може објаснити са два различита стохастичка фактора, тј. да бета има две компоненте – једну која конвергира ка стационарном просеку, што се моделира ауторегресионим процесом првог реда, као и серијски независну случајну компоненту.¹⁶⁴

Бос и Њуболд су на узорку месечних стопа приноса 464 акције котиране на Њујоршкој берзи у периоду од 1970. до 1979. показали да 58% акција има бете које варирају у времену.¹⁶⁵ Они су изложили доказе који потврђују да је понашање систематског ризика (бете) у тржишном моделу стохастично, али нису могли да донесу закључак да ли је бета аутокорелисана или потпуно случајна. Слично Олсону и Розенбергу, Колинс и остали су се заложили за коришћење модела који омогућује бети и случајно и ауторегресионо понашање.¹⁶⁶ Они су, за период од јула 1962. до децембра 1981. године, на узорку недељних стопа приноса 500 случајно изабраних предузећа чије су акције котиране на Њујоршкој и Америчкој берзи, као и 500 портфолија формираних на случајан начин, који садрже 10, 50 и 100 акција, установили да 65% акција приликом анализе десетогодишњих периода, односно 34% акција приликом анализе петогодишњих периода има бете које варирају у времену. Упркос чињеници да се укупно варирање бете смањује са повећањем величине портфолија, они су изложили доказе против модела са константним параметрима. Докази су много израженији на нивоу портфолија него на нивоу појединачних акција.

На узорку месечних стопа приноса акција котираних на Њујоршкој и Америчкој берзи у периоду од 1926. до 1990. године, Ким је испитивао нестационарност бете портфолија.¹⁶⁷

¹⁶³ Fabozzi, F. J., & Francis, J. K. (1978). Beta as a Random Coefficient. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 13(1): 101-116.

¹⁶⁴ Ohlson, J., & Rosenberg, B. (1982). Systematic Risk of the CRSP Equally-Weighted Common Stock Index: A History Estimated by Stochastic-Parameter Regression. *Journal of Business*, 55(1): 121-145.

¹⁶⁵ Bos, T., & Newbold, P. (1984). An Empirical Investigation of the Possibility of Stochastic Systematic Risk in the Market Model. *Journal of Business*, 57(1): 35-41.

¹⁶⁶ Collins, D. W., Ledolter, J., & Rayburn, J. (1987). Some Further Evidence on the Stochastic Properties of Systematic Risk. *Journal of Business*, 60(3): 425-448.

¹⁶⁷ Kim, D. (1993). The Extent of Nonstationarity of Beta. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 3(2): 241-254.

Закључио је да је интервал у коме је бета стационарна инверзан у односу на величину бете, да је просечна дужина тог интервала око 5 година, као и да је фреквенција промена бете позитивно повезана са стопама приноса тржишта. Такође је утврдио да су флукуације бета великих предузећа веће у односу на флукуације бета малих предузећа, као и да су флукуације бета предузећа са високим и ниским бетама релативно израженије у односу на флукуације бета предузећа са средњим бетама.

Мергнер и Була су, на узорку недељних података за период од 1987. до 2005. године, испитивали варијације у бетама.¹⁶⁸ За моделирање варијација користили су биваријантни *t*-GARCH (енг. *bivariate t-GARCH*), Калманов филтер (енг. *Kalman filter*), модел биваријантне стохастичке волатилности (енг. *bivariate stochastic volatility model*) и Марковљев модел промене режима (енг. *Markow switching model*). Закључили су да се процес случајног хода, заснован на употреби Каламановог филтера, показао као најбољи за предвиђање временских варијација у европским секторским бетама. Фаф и остали су на узорку месечних стопа приноса аустралијских обичних акција моделирали понашање бета коришћењем ауторегресионог процеса првог реда.¹⁶⁹ Резултати истраживања Фафа и осталих су показали да је у периоду од 1978. до 1982. било готово 12%, а у периоду од 1983. до 1987. око 13% акција са променљивим бетама. Они су закључили да је бета варијабилна у великом броју случајева.

Јао и Гао су анализирали узорак месечних стопа приноса 19 индекса индустријских акција са Аустралијске берзе за период од децембра 1979. до марта 2000. године. За моделирање стопа приноса користили стохастичне моделе простора стања (енг. *state-space models*), и то модел случајног хода (енг. *random walk model*), модел са случајним коефицијентима, ARMA (1,1) модел и модел са инверзијом просека (енг. *mean reverting model*).¹⁷⁰ Резултати истраживања су показали да индустријска портфолија немају стабилне бете и да су њихове варијације или случајне или засноване на моделу са инверзијом просека.

Различите студије су презентовале доказе о нестабилности бете и на тржиштима у развоју. Брукс и остали су, на узорку месечних стопа приноса акција котираних на берзи

¹⁶⁸ Mergner, S., & Bulla, J. (2008). Time-Variation Beta Risk of Pan-European Industry Portfolios: A Comparison of Alternative Modeling Techniques. *European Journal of Finance*, 14(8): 771-802.

¹⁶⁹ Faff, R. W., Lee, J. H. H., & Fry, T. R. L. (1992). Time Stationarity of Systematic Risk: Some Australian Evidence. *Journal of Business Finance and Accounting*, 19(2): 253-270.

¹⁷⁰ Yao, J., & Gao, J. (2004). Computer-Intensive Time-Varying Model Approach to the Systematic Risk of Australian Industrial Stock Returns. *Australian Journal of Management*, 29(1): 121-146.

у Куала Лумпуру (енг. *Kuala Lumpur Stock Exchange*) у периоду од 1986. до 1993. године, коришћењем модела са случајним коефицијентима, утврдили да се нестабилност бета индивидуалних акција јавља у око 20% случајева, што је у складу са резултатима сличних студија на развијеним тржиштима.¹⁷¹ Ниво ризика, мерен просечном вредношћу бете, се повећао у периоду од 1990. до 1993. године у односу на период од 1986. до 1989. године. Брукс и остали сматрају да је до пораста волатилности, бета коефицијената и њихове нестабилности дошло због процеса приватизације који је за резултат имао листирање државних предузећа. Поред тога, сугеришу да су цене акција најбољих предузећа оствариле значајан раст, што је, такође, резултирало порастом ризика. Поред малезијског тржишта капитала, Брукс и остали су испитивали нестабилност бете на Сингапурској берзи (енг. *Singapore Stock Exchange*) у периоду од 1986. до 1993. године, при чему су за моделирање бете користили модел са случајним коефицијентима.¹⁷² Открили су да око 40% акција има бету која варира у времену, односно око 20% ако се посебно анализирају два периода – од 1986. до 1989. и од 1990. до 1993.

Одабаси је испитивао стационарност бете 100 обичних акција котираних на Истамбулској берзи (енг. *Istambul Stock Exchange*) у периоду од 1992. до 1997.¹⁷³ Открио је да стационарност бете зависи од дужине периода за који се бета утврђује, као и да бета постаје стабилнија што је тај период дужи. Одабаси истиче да се стабилност бете повећава са повећањем величине портфолија, а процена бете следећег периода је поуздана за портфолија са пет или више акција. Абијев је истраживао варирање бета на узорку 20 турских индустријских портфолија у периоду од 2002. до 2013.¹⁷⁴ Препоручио је коришћење модела случајног хода утврђеног помоћу Калмановог филтера за описивање и предвиђање временских варијација у секторским бетама на турском тржишту капитала. Резултати његовог истраживања су показали да бете сектора нису стабилне.

¹⁷¹ Brooks, R. D., Faff, R. W., & Ariff, M. (1996). The Nature and Extent of Beta Instability in the Kuala Lumpur Stock Market. *Capital Market Review*, 4(2): 1-14.

¹⁷² Brooks, R. D., Faff, R. W., & Ariff, M. (1998). An Investigation into the Extent of Beta Instability in the Singapore Stock Market. *Pacific-Basin Finance Journal*, 6(1-2): 87-101.

¹⁷³ Odabasi, A. (2000). Evidence on the Stationarity of Beta Coefficients: The Case of Turkey. Available at <http://odabasi.boun.edu.tr/research/Beta-Work-2000.pdf> (15.07.2017.).

¹⁷⁴ Abiyev, V. (2015). Time-Varying Beta Risk and Its Modeling Techniques for Turkish Industry Portfolios. *Iktisat Isletme ve Finans*, 30(349): 09-34.

3.4.5. *Тржишни портфолио у теорији и пракси*

САРМ модел имплицира да је тржишни портфолио ефикасан, као и да су очекиване стопе приноса хартија (портфолија хартија) линеарно повезане са бетама. Кандел и Стамбак истичу да аутори често не сагледавају наведене претпоставке модела као одвојене, иако је могуће да једна од њих буде испуњена, а друга не.¹⁷⁵ Рол истиче да се једино може тестирати хипотеза ефикасности тржишног портфолија.¹⁷⁶ Наиме, у било ком узорку индивидуалних стопа приноса постоји бесконачан број ефикасних портфолија (који се налазе на граници ефикасности). Уколико су бете индивидуалних средства израчунате у односу на неки ефикасан портфолио, оне ће бити линеарно повезане са просечним појединачним стопама приноса средства у узорку. Будући да је тржишни портфолио превелик да би се њиме могло ефикасно управљати, обично се као његова апроксимација користи тржишни индекс, што има два недостатка. Портфолио који се користи као апроксимација (индекс) може бити ефикасан, чак и када стварни тржишни портфолио то није. Исто тако, он може бити неефикасан, при чему то не говори ништа о ефикасности стварног тржишног портфолија. Рол је закључио да се САРМ модел не може тестирати уколико се не користи стварни тржишни портфолио. При томе, тржишни портфолио треба да садржи сва средства на тржишту, укључујући људски капитал и средства којима се не тргује, а већина тржишних индекса садржи само обичне акције.

Рол и Рос су проширили Ролову аргументацију и истакли да су тестови САРМ модела веома осетљиви на избор индекса који представља апроксимацију тржишног портфолија.¹⁷⁷ Чак и уколико се користе индекси који су готово ефикасни, могуће је проценити значајно различите бете, односно могуће је да САРМ не буде валидан. Они истичу да су бете процењене генерализованом методом најмањих квадрата (енг. *generalized least squares – GLS*) увек позитивне уколико очекиване стопе приноса коришћеног индекса превазилазе очекиване стопе приноса портфолија са минималном

¹⁷⁵ Видети Kandel, S., & Stambaugh, R. F. (1995). Portfolio Inefficiency and the Cross-Section of Expected Returns. *Journal of Finance*, 50(1): 157-184. Проблем сложене хипотезе (енг. *joint hypothesis problem*) настаје услед тога што је тестирање ефикасности тржишта тешко или немогуће. Наиме, тестирање ефикасности тржишта захтева коришћење модела за процену ризика и приноса у циљу поређења очекиваних и реализованих стопа приноса. Екстремне вредности стопа приноса могу бити резултат неефикасности тржишта, коришћења неадекватног модела за процену ризика и приноса или и једног и другог.

¹⁷⁶ Roll, R. (1977). A Critique of the Capital Asset Theory Tests: on Past and Potential Testability of the Theory. *Journal of Financial Economics*, 4(2): 129-176.

¹⁷⁷ Roll, R., & Ross, S. A. (1994). On the Cross-Sectional Relation between Expected Returns and Betas. *Journal of Finance*, 49(1): 101-121.

варијансом (енг. *global minimum variance portfolio*). Оваква математичка метода за резултат има позитиван регресиони однос између просечних стопа приноса и бета коефицијената приликом употребе већине варијабли, које се могу користити за апроксимацију тржишног портфолија. Услед тога, добијени резултат говори веома мало о ефикасности апроксимативне варијабле.

Стамбак је тестирао CAPM модел коришћењем различитих апроксимација тржишног портфолија.¹⁷⁸ Наиме, он је користио неколико различитих тржишних индекса – од индекса који садржи само обичне акције до индекса који садржи и обвезнице, некретнине и трајна добра. Он је истакао да су закључци о валидности модела готово идентични без обзира на то који је индекс коришћен као апроксимација тржишног портфолија, због чега Ролов захтев да тржишни портфолио треба да укључи сва средства није од превеликог значаја.¹⁷⁹

3.4.6. Значај CAPM модела

На основу раније изнетих појединости, могу се идентификовати следеће предности CAPM модела: а) представља приказ теоријски изведеног односа између очекиване стопе приноса и бете, као мере систематског ризика, б) омогућава да се на једноставан начин процени очекивана стопа приноса, в) узима у обзир утицај систематског ризика, који је непредвидив и не може се избећи, г) претпоставља да инвеститори држе диверсификована портфолија, због чега се из анализе искључује утицај несистематског ризика, д) бољи је за утврђивање цене сопственог капитала у односу на моделе засноване на дисконтовању новчаних токова и њ) бољи је од WACC модела за одређивање дисконтне стопе различитих динамичких метода капиталног буџетирања.

Смит и Велш истичу да је, по њиховом мишљењу, CAPM још увек најзначајнији модел за процену ризика и приноса.¹⁸⁰ Они се не слажу са идејом да га треба одбацити, јер се није показао као валидан у свим ситуацијама, у корист неког алтернативног модела. Слично, Бенсон и Фаф истичу да је CAPM модел делимично неподесан (енг. *in part wrong*), јер као и сви други модели није увек у складу са реалношћу.¹⁸¹ Они истичу да,

¹⁷⁸ Stambaugh, R. (1982). On the Exclusion of Assets from Tests of the Two-Parameter Model: A Sensitivity Analysis. *Journal of Financial Economics*, 10(3): 237-268.

¹⁷⁹ Детаљнији преглед ове студије биће изложен у трећем делу рада у оквиру наслова 3.3 LM тест.

¹⁸⁰ Smith, T., & Walsh, K. (2013). Why the CAPM is Half-Right and Everything Else is Wrong. *ABACUS*, 49(S1): 73-78.

¹⁸¹ Benson, K., & Faff, R. (2013). *β*. *ABACUS*, 49(S1): 24-31.

иако је модел полутачан (енг. *in part right*), алтернативни модели су у потпуности погрешни, те закључују да је боље користити и полутачан него никакав модел. Партингтон сматра да CAPM модел вероватно не даје реалну слику стварности и указује да постоје потешкоће везане за тестирање његове валидности.¹⁸² Он, међутим, наглашава значај CAPM модела и истиче да је издржао тест времена, као и да је и данас најчешће коришћен за процену ризика и приноса у пракси и науци. Сматра да се владавина CAPM модела неће ускоро завршити, иако он није савршен.

Леви указује да је CAPM теоријски валидан, чак и уколико се пође од оквира бихевиоралних економиста и психолога и доведе у питање валидност парадигме очекиване корисности.¹⁸³ Поред тога, истиче да се емпиријска валидност CAPM модела не може одбацити у случајевима када се за његово тестирање користе *ex ante* уместо *ex post* стопа приноса. Слично Левију, Беркман наглашава да тестирање валидности модела за процену ризика и приноса коришћењем *ex ante* стопа приноса показује да је бета вреднован фактор ризика (јер промене бете линеарно утичу на промене очекиване стопе приноса), као и да су, у контролисаном окружењу експерименталних тржишта, средства вреднована у складу са CAPM моделом.¹⁸⁴ Поред тога, он истиче значај потраге за савршенијим моделом за процену ризика и приноса.

На основу свега што је до сада презентовано, не може се оспорити значај CAPM модела, као ни његов допринос разумевању односа између очекиваних стопа приноса и ризика. Важно је, међутим, истаћи да су недостаци и критике модела подстакли даља истраживања и развој софистициранијих модела за процену ризика и приноса, о чему ће бити речи у другом делу рада.

¹⁸² Partington, G. (2013). *op. cit.*

¹⁸³ Levy, H. (2010). *op. cit.*

¹⁸⁴ Berkman, H. (2013). The Capital Asset Pricing Model: A Revolutionary Idea in Finance! *ABACUS*, 49(S1): 32-35.

ДЕО II

ТЕОРИЈСКЕ МОДИФИКАЦИЈЕ САРМ МОДЕЛА

1. Основне модификације CAPM модела

Као одговор на критике и оспоравања CAPM модела, неки аутори су тежили да га унапреде. Прве модификације модела за процену ризика и приноса су развијене усклађивањем ригидних претпоставки на којима је CAPM модел заснован са условима који преовлађују у реалном економском окружењу. Елтон и остали истичу неколико предности коришћења модела заснованих на реалнијим претпоставкама.¹⁸⁵ Пре свега, они указују да CAPM модел можда може да опише стопе приноса средстава у стању тржишне равнотеже на макро, али не и на микро нивоу појединачног инвеститора. Мишљења су да би други модели можда могли боље да опишу варијације у стопама приноса средстава. Коначно, Елтон и остали замерају CAPM моделу што занемарује утицаје реалних фактора, као што су порези или трансакциони трошкови, и што не омогућава процену утицаја тих фактора на доношење одлука инвеститора и на висину стопа приноса у стању тржишне равнотеже.

1.1. CAPM модел са нултом бетом

Једна од претпоставки CAPM модела је да инвеститори могу узимати и давати новац на зајам по неризичној стопи приноса. Као што је већ наглашено, наведена претпоставка не одсликава реалност, што је условљено следећим чињеницама: а) инвеститори могу давати неограничену количину новца на зајам, али је количина новца коју могу узимати на зајам ограничена, б) стопе по којима инвеститори узимају новац на зајам су, по правилу, више од оних које добијају када новац дају на зајам, в) будући да је стопа инфлације неизвесна, реална каматна стопа није без ризика, чак и када је могуће узимати и давати новац на зајам по истој неризичној стопи.¹⁸⁶

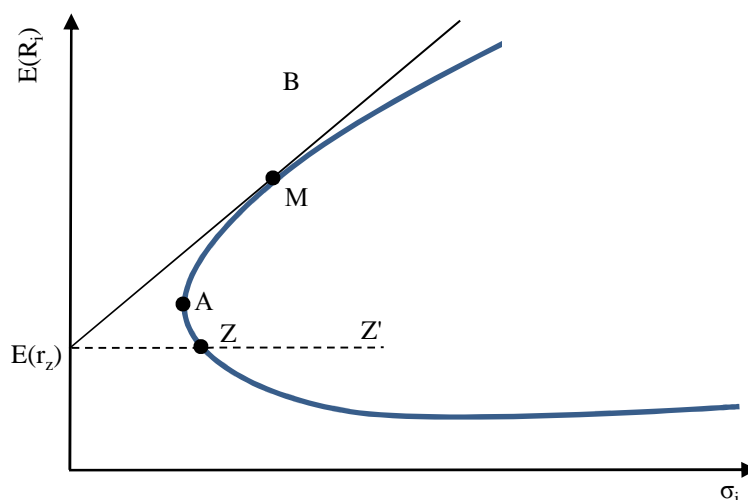
Приликом развоја модела за процену ризика и приноса, Блек је разматрао полазне претпоставке за два случаја.¹⁸⁷ Наиме, прво је претпоставио да неризично средство не постоји, као ни могућност узимања и давања новца на зајам по неризичној стопи. Поред тога, претпоставио је да инвеститори могу да заузму дугу или кратку позицију када је у питању било које ризично средство. У таквим условима, инвеститор се одлучује на улагање у неки од портфолија на граници ефикасности (крива *AMB* на слици 4). Избор

¹⁸⁵ Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., & Goetzmann, W. N. (2014). op. cit., p. 311.

¹⁸⁶ Levy, H. (2012). op. cit., p. 158.

¹⁸⁷ Black, F. (1972). Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing. *Journal of Business*, 45(3): 444-454.

врши према својим преференцијама, бирајући онај портфолио који се налази у тачки у којој његова највиша крива индиференције додирује границу ефикасности.



Слика 4: Портфолио са нултом бетом када неризично средство не постоји

Извор: Слика је адаптирана према Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., & Goetzmann, W. N. (2014). Modern Portfolio Theory and Investment Analysis. New York: John Wiley & Sons, Inc, p. 318.

Блек истиче да када инвеститор може улагати у ризична средства без ограничења, али не и у неризично средство, сваки ефикасни портфолио се може креирати као пондерисана комбинација тржишног портфолија M и њему одговарајућег портфолија са нултом бетом Z .¹⁸⁸ Портфолио Z тржишног портфолија M се утврђује у два корака. У првом кораку се до ординате повлачи тангента границе ефикасности која пролази кроз тачку M , а у другом хоризонтална линија од утврђеног одсечка на ординати до границе сета могућих улагања. Овај портфолио се налази у тачки пресека хоризонталне линије и границе сета могућих улагања (тачка Z на слици 4) и за њега је карактеристично да има минималну варијансу за дати ниво очекиване стопе приноса, односно најмању варијансу од свих портфолија са нултом бетом који леже на правцу ZZ' .

Елтон и остали указују да ће инвеститори који одлуче да држе портфолио између портфолија A и портфолија M (слика 4) формирати жељени портфолио комбиновањем улагања у портфолио M и њему одговарајући портфолио Z .¹⁸⁹ Са друге стране, они истичу да ће инвеститори који изврше улагање у портфолио десно од портфолија M

¹⁸⁸ Пондери представљају уделе уложених средстава инвеститора у портфолија M и Z . Величину пондера одређује инвеститор, а њихов укупан збир треба да буде једнак јединици.

¹⁸⁹ Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., & Goetzmann, W. N. (2014). op. cit. pp. 317.

формирати жељени портфолио кратком продајом портфолија Z и улагањем средстава у портфолио M .

Релаксацијом претпоставке о неризичном узимању и давању новца на зајам, Блек развија CAPM модел са нултом бетом (енг. *Zero-beta model*). У стању тржишне равнотеже, очекивана стопа приноса ризичне хартије i (или портфолија састављеног од ризичних хартија) ($E(r_i)$) се може Блековим моделом изразити на следећи начин:

$$E(r_i) = E(r_z) + \beta_i(E(r_m) - E(r_z)) \quad (2.1)$$

где су $E(r_z)$ очекивана стопа приноса портфолија Z .¹⁹⁰ Бета портфолија Z износи нула и може се утврдити као:

$$\beta_z = \frac{\text{cov}(r_z, r_m)}{\sigma_m^2} \quad (2.2)$$

где је $\text{cov}(r_z, r_m)$ коваријанса стопа приноса портфолија Z (r_z) и стопа приноса тржишног портфолија M (r_m).

Блек је, даље, разматрао услове у којима постоји неризично средство, као што су краткорочне државне хартије од вредности.¹⁹¹ Он је, међутим, претпоставио да инвеститори могу заузети кратку позицију у ризичном, али не и у неризичном средству.¹⁹² У таквим условима постоје две врсте ефикасних портфолија, и то: а) мање ризични, који представљају комбинацију портфолија T_L (портфолио T_L је ефикасан портфолио ризичних средстава, који настаје комбиновањем тржишног портфолија M и портфолија Z) и неризичног средства, и б) ризичнији, који настају комбиновањем портфолија M и Z . Очекивана стопа приноса портфолија Z мора бити већа од стопе приноса неризичног средства, јер се портфолио M на граници ефикасности налази десно од портфолија T_L (слика 5).

У наведеним условима, граница ефикасности је линеарна од тачке r_{fL} до тачке тангентности T_L , а затим прати кретање линије T_LMB (слика 5).¹⁹³ Инвеститор који се одлучи да држи портфолио на делу границе $r_{fL}T_L$ ће формирати жељени портфолио

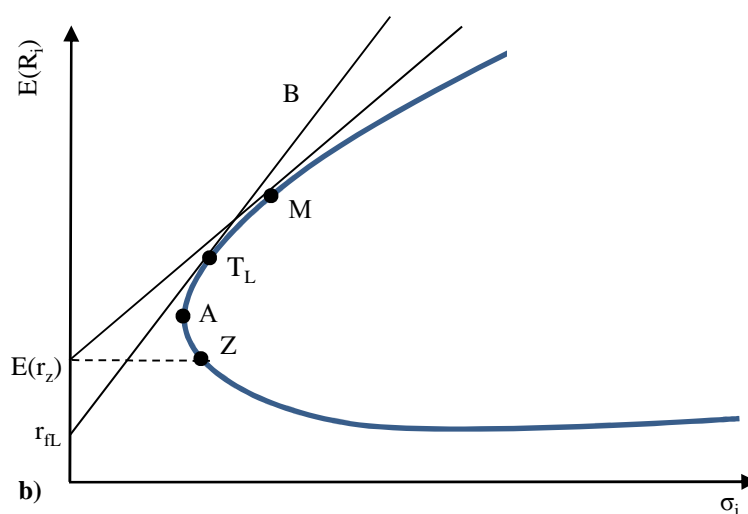
¹⁹⁰ Black, F. (1972). op. cit.

¹⁹¹ Ibid.

¹⁹² Другим речима, инвеститори могу да дају, али не и да узимају новац на зајам по неризичној стопи r_{fL} .

¹⁹³ Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., & Goetzmann, W. N. (2014). op. cit., p. 319.

комбиновањем неризичног средства и ризичног портфолија T_L . Уколико инвеститор одабере портфолио који се налази на сегменту границе ефикасности од тачке T_L до тачке M (слика 5), уложиће новац у неку комбинацију портфолија M и Z , док ће инвеститор који се одлучи за портфолио на делу границе ефикасности MB формирати портфолио кратком продајом портфолија Z и улагањем средстава у портфолио M .¹⁹⁴ Када постоји неризична стопа по којој инвеститори дају новац на зајам, очекивана стопа приноса хартије (портфолија) i је, као у случају непостојања неризичног средства, линеарна функција његове бете, а Блеков модел вреди за ризична портфолија на делу границе ефикасности $T_L B$ (слика 5).¹⁹⁵



Слика 5: Портфолио са нултом бетом када неризично средство постоји, али не постоји могућност позајмљивања по неризичној стопи

Извор: Слика је адаптирана према Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., & Goetzmann, W. N. (2014). *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. New York: John Wiley & Sons, Inc, p. 319.

Резултати студија које су тестирале Блеков модел су контрадикторни. Гибонс је применом LR (енг. *likelihood-ratio*) теста на подацима из CRSP базе података закључио да овај модел није валидан.¹⁹⁶ Као што је у претходном поглављу већ наглашено, Стамбак је истакао да се на америчком тржишту капитала одбацује валидност CAPM

¹⁹⁴ Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., & Goetzmann, W. N. (2014). op. cit., p. 320.

¹⁹⁵ Black, F. (1972). op. cit. У наредној тачки 1.2 ће бити изложен модел за процену ризика и приноса хартије (портфолија) у условима када постоји неризична стопа по којој се позајмице одобравају.

¹⁹⁶ Gibbons, M. R. (1982). Multivariate Tests of Financial Models. A New Approach. *Journal of Financial Economics*, 10(1): 3-27.

модела, али не и валидност Блекове верзије модела, када се истраживање заснива на узорку који обухвата обичне акције, обвезнице и преференцијалне акције.¹⁹⁷

Чоу је за тестирање CAPM модела са нултом бетом користио Волдов (енг. *Wald*), генерализовани метод момената (енг. *generalized method of moments – GMM*), као и LR тест.¹⁹⁸ Као апроксимацију тржишног портфолија користио је вредносно пондерисан CRSP индекс, а истраживање је спровео за период од јануара 1926. до децембра 1995. и од јануара 1965. до децембра 1994. Чоу је утврдио да се Блеков модел не може одбацити за портфолија формирана према фактору величине. Са друге стране, за портфолија акција индустријских предузећа Блеков модел је одбачен коришћењем LR теста, али не и Волдовог и GMM теста. Чоу је истакао да уколико се тестирање модела врши помоћу стопа приноса индустријских портфолија не може се донети закључак о ефикасности CRSP индекса, јер ниједан тест не показује боље перформансе у односу на други.

1.2. Непоклапање стопа на узете и дате позајмице

У реалном економском окружењу, стопе на узете и дате позајмице се разликују. Бренану се приписују заслуге за разматрање услова на тржишту капитала у којима постоји могућност неризичног давања и узимања позајмица, али по различитим стопама.¹⁹⁹ Наиме, стопа на узете позајмице (r_{fB}) је, по правилу, виша од стопе по којој се оне одобравају (r_{fL}). У таквим условима се граница ефикасности, односно CML, састоји из три сегмента.²⁰⁰ Са слике 6 а) се може видети да је први сегмент границе ефикасности представљен правом од тачке r_{fL} до тачке T_L , а на њему су портфолија инвеститора који улажу у ризични портфолио и неризичну активу. Други сегмент обухвата део границе сета могућих улагања од тачке T_L до тачке T_B и односи се на случајеве у којима инвеститори улажу само у ризична средства. Коначно, трећи сегмент границе ефикасности је представљен делом праве од тачке T_B навише и односи се на случајеве када инвеститори узимају позајмице по стопи r_{fB} и улажу сва средства у ризични портфолио.

¹⁹⁷ Stambaugh, R. F. (1982). op. cit.

¹⁹⁸ Chou, P. (2000). Alternative Tests of the Zero-Beta CAPM. *Journal of Financial Research*, 23(4): 469-493. Наведени тестови ће бити детаљније објашњени у трећем делу докторске дисертације под насловом 3. Мултиваријантни тестови.

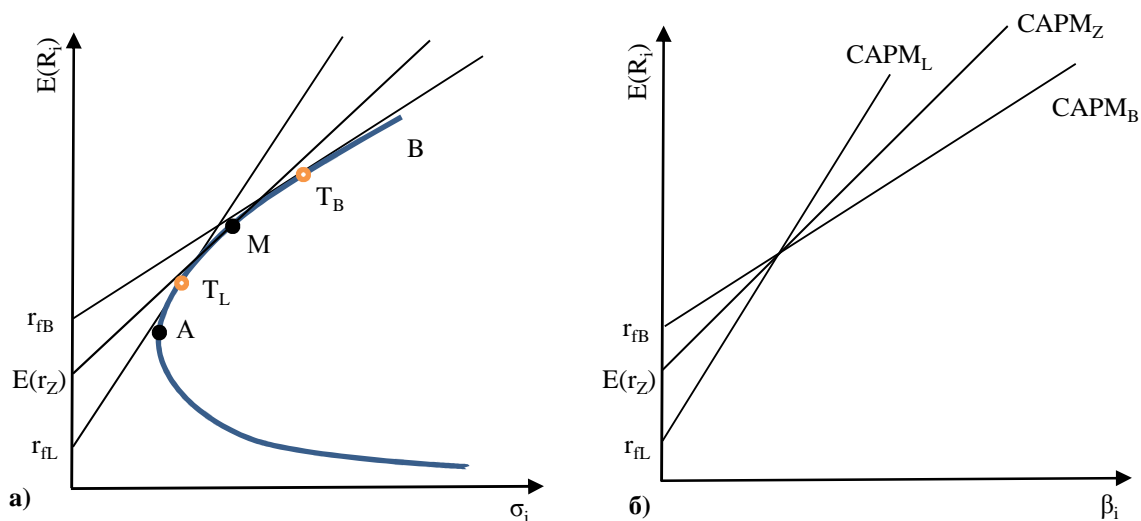
¹⁹⁹ Brennan, M. J. (1971). Capital Market Equilibrium with Divergent Borrowing and Lending Rates. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 6(5): 1197-1205.

²⁰⁰ Шошкић, Д. (2010). оп. цит., стр. 212.

Различите стопе неризичног давања и узимања позајмица су условиле развој више CAPM модела (слика 6 б)).²⁰¹ Уколико се инвеститор одлучи за држање ризичног портфолија и давање позајмица по неризичној стопи r_{fL} (позиција на граници ефикасности између тачака r_{fL} и T_L), његова очекивана стопа приноса ($E(r_i)$) се може приказати формулом (2.3):

$$E(r_i) = r_{fL} + \beta_{iT_L}(E(r_{T_L}) - r_{fL}) \quad (2.3)$$

при чему је $E(r_{T_L})$ очекивана стопа приноса портфолија T_L , а $\beta_{iT_L} = \frac{cov(r_i, r_{T_L})}{\sigma_{T_L}^2}$ бета коефицијент, где је $cov(r_i, r_{T_L})$ коваријанса стопа приноса портфолија i (r_i) и портфолија T_L (r_{T_L}), а $\sigma_{T_L}^2$ варијанса r_{T_L} .



Слика 6: а) Граница ефикасности и ефекат различитих стопа давања и узимања позајмица и б) CAPM модели у случају непоклапања стопа давања и узимања позајмица
 Извор: Слика а) је адаптирана према Francis, J. C. & Kim, D. (2013). *Modern Portfolio Theory*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc, p. 316. Слика б) је адаптирана према Шошкић, Д. (2010). *Хартије од вредности: Управљање портфолиом и инвестициони фондови*. Београд: Центар за издавачку делатност Економског факултета у Београду, стр. 213.

Са друге стране, уколико инвеститори узимају позајмице по стопи r_{fB} и улажу средства у ризични портфолио, односно уколико се нађу на трећем делу границе ефикасности (део праве од тачке T_B навише), $E(r_i)$ се може утврдити на следећи начин:

²⁰¹ Шошкић, Д. (2010). оп. цит., стр. 212-213.

$$E(r_i) = r_{fB} + \beta_{iTB}(E(r_{TB}) - r_{fB}) \quad (2.4)$$

где је $E(r_{TB})$ очекивана стопа приноса портфолија T_B , а $\beta_{iTB} = \frac{cov(r_i, r_{TB})}{\sigma_{TB}^2}$ бета коефицијент, $cov(r_i, r_{TB})$ коваријанса r_i и стопа приноса портфолија T_B (r_{TB}), а σ_{TB}^2 варијанса r_{TB} .

Са обзиром на то да су r_{fL} и r_{fB} различите и CAPM, односно SML линије ће бити различите. Тако се на слици б б) могу уочити CAPM_L и CAPM_B линије, које се разликују како по тачки сечења са ординатом, тако и по углу који са њом затварају.

Треба нагласити да ће тржишни портфолио M лежати на граници ефикасности (SML линији) између тачака T_L и T_B . Овај портфолио је ефикасан, јер представља понедерисани просек свих ефикасних портфолија од T_L до T_B . Будући да је M ефикасан, CAPM модел са нултом бетом вреди за сва ризична портфолија, која се налазе између T_L и T_B , те се веза између њихових очекиваних стопа приноса и ризика може приказати формулом (2.1).²⁰²

1.3. CAPM модел са укљученим ефектима пореза

У CAPM моделу су занемарени порези, што представља имплицитну претпоставку да су инвеститори индиферентни према томе да ли ће приходе остварити у облику капиталне добити или дивиденде, те сви држе исти ризични портфолио. У реалном свету, међутим, порези постоје, а капитална добит је, по правилу, опорезована по нижим стопама од дивиденди. Поред тога, у неким земљама, као што је то случај са САД, пореске стопе на остварени приход инвеститора се разликују у зависности од тога који ниво укупних прихода инвеститор остварује. Бренан је формулисао CAPM модел са укљученим ефектима пореза на дивиденду и капитални добитак, у складу са којим се очекивана стопа приноса средства може утврдити формулом (2.5):

$$E(r_i) = r_f + \beta_i((E(r_M) - r_f) - \tau(\delta_M - r_f)) + \tau(\delta_i - r_f) \quad (2.5)$$

где су δ_M дивидендна стопа тржишног портфолија, δ_i дивидендна стопа акције i , τ порески фактор који је функција пореских стопа и богатства инвеститора.²⁰³

²⁰² Видети Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., & Goetzmann, W. N. (2014). op. cit. pp. 322.

²⁰³ Brennan, M. (1970). Taxes, Market Valuation and Corporate Financial Policy. *National Tax Journal*, 23(4): 417-427. Порески фактор τ представља пондерисану средину пореских стопа инвеститора, при чему

Када је стандардни CAPM модел у питању, једина варијабла која утиче на очекивану стопу приноса је бета коефицијент хартије од вредности. У случајевима када су дивиденде у просеку опорезоване вишом пореском стопом од капиталних добитака (као што је то обично случај), τ фактор CAPM модела са укљученим ефектима пореза има позитивну вредност, а очекивана стопа приноса модела је растућа функција дивидендне стопе. Док је CAPM модел, у стању тржишне равнотеже, представљен дводимензионалном SML линијом, Бренанов модел се описује као тродимензионална равна, која је одређена висином очекиване стопе приноса, бета коефицијента и дивидендне стопе.

У свету у коме постоје порези, инвеститори ће изабрати оптимални портфолио на основу висине стопе приноса након опорезивања. Услед различитих пореских стопа, разликоваће се оптимална портфолија различитих инвеститора, као и сам положај и облик границе ефикасности након опорезивања.²⁰⁴ Сви инвеститори ће држати веома диверсификована портфолија слична тржишном портфолију, при чему ће бити склони да у портфолију држе оне акције за које остварују компаративну пореску предност. Инвеститори опорезовани по ниским пореским стопама или инвеститори који су ослобођени плаћања пореза обично држе акције које остварују високу дивидендну стопу, и обрнуто.²⁰⁵

У релевантној литератури је предмет истраживања био утицај пореза на очекиване стопе приноса и одлуке инвеститора. Тако су Лиценбергер и Рамасвами развили верзију CAPM модела након опорезивања која проширује Бренанов модел и узима у обзир прогресивне пореске шеме и ограничења приликом узимања зајма везана за богатство и приход.²⁰⁶ Резултати њиховог истраживања су показали да је на Њујоршкој берзи у периоду од 1936. до 1977. постојала јака позитивна веза између очекиване стопе приноса акција и дивидендне стопе. Са друге стране, студија Милера и Шолса је показала да у периоду од 1940. до 1978. године, након корекције краткорочних мера очекиваних дивидендних

пондери пореске стопе сваког инвеститора зависе од богатства које он улаже у ризичне хартије и његове цене јединице ризика изражене као рацио додатне стопе приноса и варијансе портфолија који држи. Видети Reilly, F. K. & Brown, K. C. (2012). op. cit., pp. 331-333.

²⁰⁴ Francis, J. C. & Kim, D. (2013). op. cit., p. 320.

²⁰⁵ Miller, M. H., & Modigliani, F. (1961). Dividend Policy, Growth, and the Valuation of Shares, *Journal of Business*, 34(4): 411-433; Allen, F., Bernardo, A. E., & Welch, I. (2000). A Theory of Dividends Based on Tax Clienteles. *Journal of Finance*, 55(6): 2499-2536; Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., & Goetzmann, W. N. (2014). op. cit., p. 323.

²⁰⁶ Litzemberger, R. H., & Ramaswamy, K. (1979). The Effect of Personal Taxes and Dividends on Capital Asset Prices. Theory and Empirical Evidence. *Journal of Financial Economics*, 7(2): 163-195.

стопа за утицај нежељених информација, веза стопа приноса акција и очекиване дивидендне стопе није била статистички значајна.²⁰⁷

Неки аутори су открили да смањење пореза на капиталну добит повећава тржишну вредност акција.²⁰⁸ Јин истиче да високи капитални губици охрабрују, док високи капитални добици обесхрабрују продају (понуду) акција.²⁰⁹ Исто тако, порески мотивисана продаја акција, које првенствено држе инвестори осетљиви на висину пореза, утиче на висину цена акција током периода у којима је дошло до најаве о високим зарадама. Наиме, Јин истиче да је притисак на цене већи у случајевима када су арбитражне силе слабије. Коначно, он закључује да порез на капиталну добит има значајну улогу у одлукама о продаји акција инвеститора осетљивих на висину пореза.

Сиалм је испитивао однос приноса на акције и њиховог укупног пореског оптерећења, који зависи не само од висине исплаћених дивиденди, већ и од висине пореских стопа на дивиденде и капиталну добит.²¹⁰ Он је указао да акције које исплаћују инвеститорима већи део укупног приноса у виду дивиденди имају веће пореско оптерећење него акције које не врше исплаћивање дивиденди. Резултати Сиалмове студије су показали да између натпросечних приноса пре опорезивања и ефективних пореских стопа постоји статистички и економски значајна веза, тј. акције које су изложене вишем пореском оптерећењу то настоје да надокнаде инвеститорима нудећи им више приносе пре опорезивања.

Поред Бренана, други аутори су предлагали различите верзије CAPM модела са укљученим ефектима пореза.²¹¹ Карактеристично је да се ови модели не користе често у пракси, вероватно услед своје комплексности и чињенице да је за њихову примену обично неопходно проценити додатне параметре.

²⁰⁷ Miller, M. H., & Scholes, M. S. (1982). Dividends and Taxes: Some Empirical Evidence. *Journal of Political Economy*, 90(6): 1118-1141.

²⁰⁸ Lang, M. H., & Shackelford, D. A. (2000). Capitalization of Capital Gains Taxes: Evidence from Stock Price Reactions to the 1997 Rate Reduction. *Journal of Public Economics*, 76(1): 69-85.

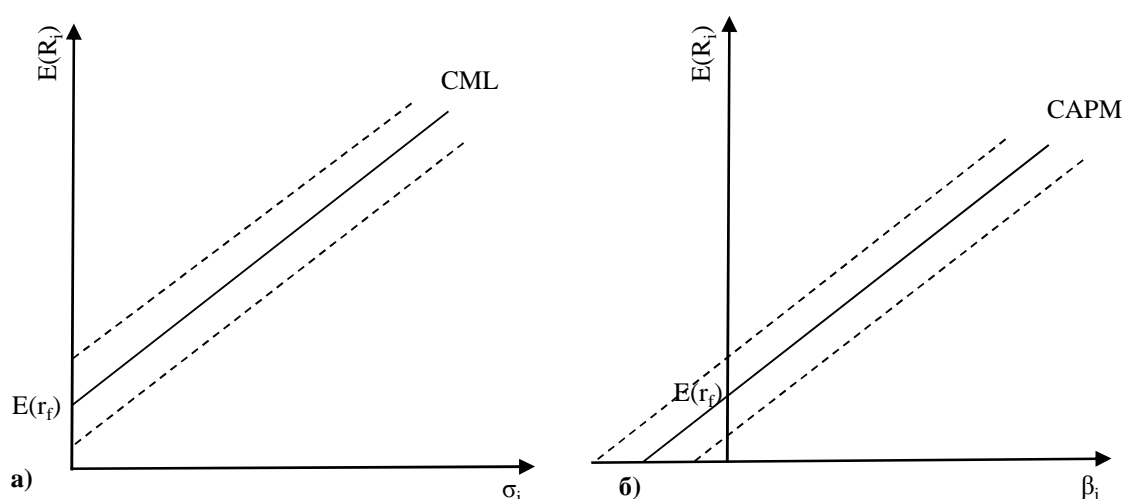
²⁰⁹ Jin, L. (2006). Capital Gains Tax Overhang and Price Pressure. *Journal of Finance*, 61(3): 1399-1431.

²¹⁰ Sialm, C. (2009). Tax Changes and Asset Pricing. *American Economic Review*, 99(4): 1356-1383.

²¹¹ Видети Officer, R. R. (1994). The Cost of Capital of a Company under an Imputation Tax System. *Accounting and Finance*, 34(1): 1-17; Lally, M., & Van Zijl, T. (2003). Capital Gains Tax and the Capital Asset Pricing Model. *Accounting and Finance*, 43(2): 187-210; Dempsey, M., & Partington, G. (2008). Cost of Capital Equations under the Australian Imputation Tax System. *Accounting and Finance*, 48(3): 439-460.

1.4. CAPM модел и трансакциони трошкови

Уколико се у CAPM модел укључе трансакциони трошкови, CML и CAPM неће бити представљени линијом већ распоном (слике 7 а) и б)).²¹² Између горње и доње границе распона за инвеститоре није профитабилно да купују и продају хартије од вредности и на тај начин генеришу промене њихових цена неопходне за постизање тржишне равнотеже, јер ће трансакциони трошкови бити већи од профита оствареног трговањем.²¹³ Са друге стране, трговање хартијама је профитабилно уколико инвеститор изврши улагање које има такав однос очекиване стопе приноса и ризика који ће му обезбедити позицију изнад горње или испод доње границе распона (слике 7 а) и б)). Трансакциони трошкови, дакле, дестимулишу процес арбитраже (трговање погрешно вреднованим средствима), тако да се на тржишту не може успоставити равнотежа описана CAPM моделом.



Слика 7: а) Трансакциони трошкови и CML и б) Трансакциони трошкови и CAPM

Извор: Сlike а) и б) су адаптиране према Francis, J. C. & Kim, D. (2013). *Modern Portfolio Theory*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc, p. 320, 321.

Амихуд и остали истичу да инвеститори захтевају компензацију за очекиване трошкове трговања, односно инвеститори који чешће тргују хартијама захтевају више стопе

²¹² Трансакциони трошкови се деле на трошкове трговања и опортунитетне трошкове времена. Трошкови трговања, између осталог, обухватају трошкове телефона, енергије за напајање рачунара, трошкове комуникација и анализе података. Са друге стране, опортунитетни трошкови времена се односе на трошкове времена неопходног за сакупљање информација и спровођења саме трговине. DeGennaro, R. P., & Robotti, C. (2007). Financial Market Frictions. *Economic Review*, 92(3): 1–16.

²¹³ Francis, J. C. & Kim, D. (2013). op. cit., p. 320.

приноса по периоду од инвеститора чија фреквенција трговања није висока.²¹⁴ У ликвидна средства, дакле, улажу инвеститори који често тргују, док у неликвидна улажу инвеститори са дугим периодом улагања.

Вајанос указује да због постојања трансакционих трошкова цена акције може да порасте.²¹⁵ Исто тако, он истиче да пораст трансакционих трошкова може да има мањи утицај на акције којима се чешће тргује, као и да је могуће да у случајевима када трансакциони трошкови опадну опадне и цена ликвидних, корелираних акција. Вајанос сматра да (за реалистичне вредности параметара) трансакциони трошкови имају мали утицај на цене (стопе приноса) средстава и велики утицај на остварен промет и стратегије трговања инвеститора.

Деђенаро и Роботи истичу да је напредак у комуникацијама и технологији руковања подацима смањено, не само трошкове трговања, већ и време неопходно за спровођење трговања.²¹⁶ Они додају да су наведени трендови вероватно више него довољни да ублаже утицај повећања опортунитетног трошка времена.

1.5. CAPM модел са хетерогеним очекивањима

CAPM модел полази од претпоставке хомогених очекивања, при чему се хомогена очекивања инвеститора односе на дужину периода улагања и истоветност перцепције различитих инвеститора о ризику и стопи приноса одређене хартије од вредности.²¹⁷ Иако CAPM модел претпоставља да сви инвеститори имају исте периоде улагања, вероватније је да се ти периоди разликују од инвеститора до инвеститора. Наиме, један инвеститор може држати хартију једну годину, а други један месец.

CAPM модел је, такође, заснован на претпоставци да сви инвеститори располажу свим информацијама, што није у складу са реалношћу. Будући да информације којима инвеститори располажу нису исте, они немају ни исту перцепцију и очекивања у погледу просечних стопа приноса и варијанси стопа приноса одређеног средства, као и коваријанси стопа приноса тог средства са стопама приноса других средстава. Увођењем претпоставке о хетерогеним очекивањима, сетови ефикасних портфолија инвеститора се

²¹⁴ Amihud, Y., Mendelson, H., & Pedersen, L. H. (2005). *Liquidity and Asset Prices*. Hanover: Now Publishers Inc., p. 14.

²¹⁵ Vayanos, D. (1998). Transaction Costs and Asset Prices: A Dynamic Equilibrium Model. *Review of Financial Studies*, 11(1): 1-58.

²¹⁶ DeGennaro, R. P., & Robotti, C. (2007). *op. cit.*

²¹⁷ Видети Francis, J. C. & Kim, D. (2013). *op. cit.*, 316.

разликују, услед чега они држе различита портфолија.²¹⁸ У случају када постоје велике разлике у очекивањима инвестора везане за стопе приноса и ризик хартија (портфолија), сваки инвеститор има јединствену CML и SML линију.²¹⁹ Комбиновањем ових линија свих инвеститора, CML и SML линије добијају изглед широког распона (траке). Ширина ових распона свих инвеститора је релативно мала у случају када инвеститори имају сличне информације и очекивања.

Линтнер је први претпоставку CAPM модела о хомогеним заменио претпоставком о хетерогеним очекивањима.²²⁰ Он је показао да сви инвеститори са хетерогеним очекивањима неће држати тржишни портфолио, односно да ће се удели појединачних ризичних хартија од вредности у оптималном портфолију инвеститора разликовати. Линтнер је извео равнотежну тржишну цену i -те акције са хетерогеним очекивањима (формула (2.6)), при чему је Θ_k дефинисао формулом (2.7):

$$P_{i0} = \left[\frac{\sum_k B_k P_{i1(k)}}{\sum_k B_k} - \gamma \frac{\sum_k A_k \Theta_k}{\sum_k A_k} \right] / (1 + r_f) \quad (2.6)$$

$$\Theta_k = N_{i(k)} \sigma_{i(k)}^2 + \sum_{j=1, j \neq i}^n N_{j(k)} \sigma_{ij(k)} \quad (2.7)$$

где су P_{i0} равнотежна цена i -те акције на почетку периода једнака за све инвеститоре, $P_{i1(k)}$ цена (вредност) i -те акције на крају периода одређена хетерогеним (субјективним) очекивањима k -тог инвеститора, A_k агрегатна додатна стопа приноса портфолија инвеститора k , B_k варијанса вредности портфолија инвеститора k на крају периода, γ цена јединице ризика која се добија као количник A_k и B_k , $\sigma_{i(k)}^2$ варијанса стопе приноса средства i инвеститора k , $\sigma_{ij(k)}$ коваријанса стопе приноса средства i и средства j инвеститора k , $N_{i(k)}$ број i -те акције коју поседује k -ти инвеститор, а $N_{j(k)}$ број j -те акције коју поседује k -ти инвеститор.²²¹ Линтнеров модел је критикован јер претпоставља да инвеститори приликом формирања и промене очекивања користе само сопствене информације, али не и информације садржане у тренутним ценама.²²²

²¹⁸ Levy, H. (2012). op. cit., p. 172.

²¹⁹ Шошкић, Д. (2010). оп. цит., стр. 213; Reilly, F. K. & Brown, K. C. (2012). op. cit., p. 228.

²²⁰ Lintner, J. (1969). The Aggregation of Investor's Diverse Judgments and Preferences in Purely Competitive Security Markets. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 4(4): 347-400.

²²¹ Levy, H. (2012). op. cit., pp. 173-175; Lintner, J. (1969). op. cit.

²²² Francis, J. C. & Kim, D. (2013). op. cit., 317.

Леви и остали су увели претпоставку хетерогених очекивања и презентовали доказе да су на тржишту са бесконачним бројем средстава, цене средстава идентичне ценама утврђеним CAPM моделом.²²³ Они су, такође, изнели доказе да, у случајевима када је број средстава на тржишту коначан и релативно велик, однос између ризика и стопа приноса и процењивање засновано на CAPM моделу готово перфектно важе. Са друге стране, у случајевима када је број средстава коначан (али не и релативно велик) цене средстава систематски одступају од процена заснованих на CAPM моделу.

1.6. CAPM модел и неутржива имовина

Иако CAPM модел претпоставља да инвеститори држе само утрживу имовину, у стварности они обично држе и неутрживу имовину. Примери неутрживе имовине су људски капитал, социјална примања и пензије.²²⁴ Људски капитал је имовина која обезбеђује приносе у облику плата, физички га је немогуће одвојити од конкретне особе и, услед тога, га је немогуће продати. Исто тако, особа не може продати новчани ток по основу социјалних примања или пензије. Постоје облици утрживе имовине који се сматрају фиксним делом портфолија, као што је то случај са кућом, уколико је инвеститор поседује.²²⁵ Инвеститор вероватно неће ни разматрати могућност да прода кућу у циљу формирања оптималног портфолија, што је делимично резултат високих трансакционих трошкова, а делимично утицаја немонетарних фактора.

Мајерс је формулисао екстензију CAPM модела узимањем у обзир утрживе и неутрживе имовине (формуле (2.8) и (2.9)):

$$E(r_i) = r_f + \frac{E(r_m) - r_f}{\sigma_m^2 + \frac{P_N}{P_m} \text{cov}(r_m, r_N)} [\text{cov}(r_i, r_{m+N}) + \frac{P_N}{P_m} \text{cov}(r_i, r_N)] \quad (2.8)$$

$$r_{m+N} = \frac{P_m}{P_{m+N}} r_m + \frac{P_N}{P_{m+N}} r_N, P_{m+N} = P_m + P_N \quad (2.9)$$

где су P_m укупна тржишна вредност свих утрживих средстава (тржишни портфолио), P_N укупна тржишна вредност свих неутрживих средстава на тржишту, P_{m+N} укупна тржишна вредност свих утрживих и неутрживих средстава, r_{m+N} стопа приноса утрживе

²²³ Levy, H., Levy, M., & Benita, G. (2006). Capital Asset Prices with Heterogeneous Beliefs. *Journal of Business*, 79(3): 1317-1353

²²⁴ Francis, J. C. & Kim, D. (2013). op. cit., p. 322.

²²⁵ Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., & Goetzmann, W. N. (2014). op. cit., p. 324.

и неутрживе имовине у једном периоду, а r_N стопа приноса неутрживе имовине у једном периоду.²²⁶ У Мајерсовом моделу, ризик било ког средства је функција коваријансе стопа приноса средства са стопама приноса тржишног портфолија, али и коваријансе стопа приноса средства са стопама приноса портфолија неутрживих средстава.

Фама и Шверт су показали да Мајерсов модел не обезбеђује бољи емпиријски опис односа између очекиване стопе приноса и ризика утрживих хартија од вредности у односу на једноставније моделе.²²⁷ Они су овај закључак засновали на чињеници да је веза између приноса на људски капитал и приноса на различита утржива средства слаба, те модел који укључује људски капитал води процени ризика утрживих средстава, која се значајно не разликује у односу на процену добијену једноставнијим моделима. Либерман је, такође, закључио да не треба користити модел за процену ризика и приноса са укљученим људским капиталом, јер је повезаност између стопа приноса различитих врста људског капитала и утрживих финансијских средстава веома слаба.²²⁸ Иако Фамина и Швертова и Либерманова студија имплицирају мали значај људског капитала за процену стопа приноса, друге студије указују да ризици везани за људски капитал и тржиште рада имају велики утицај на цене финансијских средстава.²²⁹ Једна од њих је студија Јаганатана и Ванга, чији ће условни CAPM модел са људским капиталом бити представљен у наставку докторске дисертације.

1.7. Интернационални CAPM модел

CAPM модел је развијен за услове једног, националног тржишта, које је у потпуности сегментирано и одвојено од остатка света. Баријере између земаља се, међутим, смањују и свет постаје све више интегрисан. С тим у вези је развијена екстензија CAPM модела применљива у међународном окружењу позната као интернационални CAPM модел (енг. *International CAPM - ICAPM*).

²²⁶ Mayers, D. (1972). Nonmarketable Assets and Capital Market Equilibrium under Uncertainty. In: Jensen, M. C. (Ed.) *Studies in the Theory of Capital Markets*. New York: Praeger, pp. 223-248; Francis, J. C. & Kim, D. (2013). op. cit., pp. 322-323; Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., & Goetzmann, W. N. (2014). op. cit. pp. 324. Елтон и остали указују да се вредност P_N може утврдити помоћу Мајерсове једначине (15).

²²⁷ Фама, Е. Ф., & Шверт, В. (1977). Human Capital and Capital Market Equilibrium. *Journal of Financial Economics*, 4(1): 95-125.

²²⁸ Liberman, J. (1980). Human Capital and the Financial Capital Market. *Journal of Business*, 53(2): 165-191.

²²⁹ Видети Jagannathan, R., & Wang, Z. (1996). op. cit.; Palacios-Huerta, I. (2003). The Robustness of the Conditional CAPM with Human Capital. *Journal of Financial Econometrics*, 1(2): 272-289.

Солник је развио једну од првих верзија ICAPM модела, која претпоставља да су тржишта перфектна, да је трговање средствима и валутама континуирано и да не постоје ограничења међународног кретања капитала, да инвеститори имају хомогена очекивања о флукуацијама девизног курса и дистрибуцији стопа приноса средстава (изражених у валути укупне активе) и да инвеститори троше само у својој земљи.²³⁰ Очекивана стопа приноса средства i , која се утврђује полазећи од варијабли у валути c ($E(r_i^c)$), у Солниковом моделу се може одредити на следећи начин:

$$E(r_i^c) = r_f^c + \gamma \text{cov}(r_i^c, r_m^c) + \sum_{k=1}^{l+1} \delta_k \text{cov}(r_i^c, v_k^c) \quad (2.10)$$

где су $\frac{1}{\gamma} = \sum_{k=1}^{l+1} \frac{w_k^c}{w^c} \frac{1}{\gamma_k}$, $\delta_k = \gamma \left(\frac{1}{\gamma_k} - 1 \right) \frac{w_k^c}{w^c}$, r_f^c неризична стопа приноса, r_m^c стопа приноса на светски тржишни портфолио, γ коефицијент међународне аверзије према ризику, γ_k коефицијент аверзије према ризику специфичан за земљу k , w^c укупна светска тржишна капитализација, w_k^c укупна тржишна капитализација земље k , δ_k цена ризика курса валуте земље k , а v_k^c промена цене валуте земље k у односу на референтну валуту c . За Солников модел је, дакле, специфично да очекивана стопа приноса конкретног средства зависи, како од коваријансе стопа приноса средства и светског тржишног портфолија, тако и од коваријансе стопа приноса средства и промене цене валуте конкретне земље у односу на референтну валуту.

Солников модел је послужио као основа за развој једнофакторског ICAPM модела Грауера и осталих.²³¹ За разлику од Солника, Грауер и остали су претпоставили да важи паритет куповне моћи (енг. *purchasing power parity*), односно да ће идентична добра имати исту цену без обзира на ком тржишту се продају. У складу са овим моделом, у коме се валутни ризик игнорише, очекивана номинална стопа приноса хартије од вредности i у земљи k ($E(r_{ik}^*)$) се може изразити на следећи начин:

$$E(r_{ik}^*) = r_{fk} + \beta_{ik}(E(r_w^*) - r_{fk}) \quad (2.11)$$

²³⁰ Solnik, B. (1974). An Equilibrium Model of the International Capital Market. *Journal of Economic Theory*, 8(4): 500-524.

²³¹ Grauer, F., Litzenberger, R., & Stehle, R. (1976). Sharing Rules and Equilibrium in an International Capital Market under Uncertainty. *Journal of Financial Economics*, 3(3): 233-256.

где је r_{fk} неризична стопа приноса утврђена помоћу валуте земље k , $E(r_w^*)$ очекивана стопа приноса глобалног, светског тржишног портфолија утврђена помоћу валуте земље k , β_{ik} светска бета средства i (утврђена помоћу валуте земље k), која се добија када се коваријанса стопа приноса хартије i и светског тржишног портфолија стандардизује варијансом стопа приноса светског тржишног портфолија.

Бројни аутори су истраживали различите верзије ICAPM модела са укљученим девизним ризиком. Тако су, Дима и Солник, условним приступом, који узима у обзир временске варијације премија ризика девизног курса, открили да инвеститори на међународном тржишту капитала узимају у обзир девизни ризик, као и да је постојала премија девизног ризика на тржиштима Немачке, Велике Британије, Јапана и САД у периоду од марта 1970. до децембра 1991.²³² За осам највећих тржишта капитала у периоду од 1970. до 1994. године, Десантис и Џерард су тестирали условну верзију ICAPM модела са параметрима који варирају у времену и указали да је за инвеститоре из САД очекивана добит од међународне диверсификације у просеку 2,11% годишње.²³³

Поред студија које су истраживале ICAPM модел са укљученим валутним ризиком, бројне су студије испитивале једнофакторски ICAPM модел Граугера и осталих. Тако је Штеле тестирао валидност једнофакторског ICAPM модела и националног CAPM (енг. *Domestic CAPM – DCAPM*) модела, коришћењем GMM метода, у циљу утврђивања начина вредновања акција на Њујоршкој берзи у периоду од 1956. до 1975.²³⁴ Резултати Штелеовог истраживања су дали слабу потпору једнофакторском ICAPM моделу. За канадско тржиште капитала, Јорион и Шварц су упоредили једнофакторски ICAPM и DCAPM модел и презентовали доказе да је DCAPM супериорнији у периоду од 1963. до 1982.²³⁵

2. CAPM модели засновани на ризику негативних одступања стопа приноса

Као што је у првом делу рада истакнуто, бројна истраживања су показала да класични, безусловни CAPM модел и бета као мера ризика не могу да објасне варијације у

²³² Dumas, B., & Solnik, B. (1995). The World Price of Covariance Risk. *Journal of Finance*, 50(2): 445-479.

²³³ De Santis, G., & Gerard, B. (1997). International Asset Pricing and Portfolio Diversification with Time-Varying Risk, *Journal of Finance*, 52(5): 1881-1912. Десантис и Џерард су условне параметре ICAPM модела који варирају у времену одредили помоћу GARCH процеса.

²³⁴ Stehle, R. (1977). An Empirical Test of the Alternative Hypotheses of National and International Pricing of Risky Assets. *Journal of Finance*, 32(2):493-502.

²³⁵ Jorion, P., & Schwartz, E. (1986). Integration vs Segmentation in the Canadian Stock Market. *Journal of Finance*, 41(3): 603-614.

просечним стопама приноса акција. У циљу превазилажења недостатака CAPM модела, развијени су модели са ефикаснијим мерама ризика у односу на класични бета коефицијент, а међу њима се истичу модели са мерама ризика негативних одступања стопа приноса (енг. *downside risk*). Ризик негативних одступања представља ризик да ће стварна стопа приноса хартије од вредности бити испод очекиване и везан је за неизвесност величине овог одступања. Реч је, дакле, о мери финансијског ризика која омогућава да се процени потенцијални губитак вредности улагања (хартије) на опадајућем тржишту. У наставку ће бити изложене најзначајније мере ризика негативних одступања стопа приноса, као и модели за процену ризика и приноса засновани на бети негативних одступања стопа приноса (енг. *downside beta*).

2.1. Концептуализација и мерење ризика негативних одступања стопа приноса

Основни недостатак традиционалних мера ризика - варијансе (σ^2) и стандардне девијације (σ) је што на исти начин вреднују негативна и позитивна одступања од просечне вредности, односно натпросечне и исподпросечне стопе приноса. По правилу, инвеститори настоје да умање и избегну само ризик исподпросечних стопа приноса, односно пре брину о вероватноћи да ће стопе приноса бити испод просека или одређене циљне вредности, него о укупном ризику. Другим речима, само је лева страна расподеле стопа приноса израз ризика, док њена десна страна садржи пожељне могућности улагања.²³⁶ Поред тога, добро је познато да је варијанса прикладна мера ризика једино када је испитивана расподела стопа приноса нормална.²³⁷

У циљу отклањања основних недостатка традиционалних мера ризика, развијене су мере ризика негативних одступања стопа приноса међу којима су најпознатије следеће: полуваријанса (енг. *semivariance* - *SV*), полудевијација (енг. *semideviation*), нижи парцијални моменти (енг. *lower partial moments* - *LPM*) и бета негативних одступања стопа приноса. Код избора одговарајуће мере ризика треба узети у обзир следеће: а) инвеститори процењују ризик имајући у виду негативна одступања стопа приноса, б) са

²³⁶ Grootveld, H., & Hallerback, W. (1999). Variance vs Downside Risk: Is There Really That Much Difference? *European Journal of Operational Research*, 114(2): 304-319.

²³⁷ Estrada, J. (2007). Mean-Semivariance Behavior: Downside Risk and Capital Asset Pricing. *International Review of Economics and Finance*, 16(2): 169-185.

повећањем вероватноће остварења губитака се повећава аверзија инвеститора према ризику и в) инвеститори су динамични.²³⁸

Марковиц је предложио употребу полуваријансе, дефинисане као збир квадрата одступања стопа приноса испод очекиване, односно просечне вредности.²³⁹ Коришћењем очекиваних вредности, полуваријанса конкретне хартије од вредности i се израчунава формулом (2.12), док се коришћењем историјских података утврђује формулом (2.13):

$$SV_i = E[\text{Min}(0, r_i - E(r_i))]^2 \quad (2.12)$$

$$SV_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [\text{Min}(0, r_i - \mu_i)]^2 \quad (2.13)$$

где су r_i стопа приноса хартије од вредности i , $E(r_i)$ очекивана стопа приноса хартије од вредности i , n укупан број историјских опсервација стопа приноса, а μ_i просечна вредност историјских стопа приноса хартије од вредности i .²⁴⁰ Полудевијација се израчунава као квадратни корен из SV .

Марковиц је спровео упоредну анализу σ^2 и SV . Он истиче да је σ^2 супериорна у погледу трошкова и једноставности примене, јер је потребно два до четири пута више времена да би се утврдио ефикасан сет портфолија коришћењем SV .²⁴¹ Додатна предност σ^2 лежи у чињеници да су инвеститори, по правили, упознати са традиционалним мерама ризика, али не и са SV . Са друге стране, трошак израчунавања SV је релативно мали у односу на остале трошкове истраживања везане за праћење и надгледање једног или више великих портфолија. Такође, анализа заснована на SV као резултат има супериорнија портфолија, јер σ^2 веома високе и веома ниске стопе приноса оцењује једнако непожељним, док се анализа заснована на SV фокусира само на смањење губитака.

²³⁸ Narwocki, D. N. (1999). A Brief History of Downside Risk Measures. *Journal of Investing*, 8(3): 9-17. Динамичност инвеститора подразумева да се аверзија инвеститора према ризику мења са променама њиховог укупног богатства, очекивања и периода улагања, те се промене у нивоу њихове аверзије морају континуирано пратити.

²³⁹ Markowitz, H. (1959). *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. London: John Wiley & Sons, Inc, pp. 188-201; Markowitz, H. (1991). Foundations of Portfolio Theory. *Journal of Finance*, 46(2): 469-477.

²⁴⁰ Полуваријансу је могуће рачунати не само у односу на очекивану, односно просечну вредност, већ и у односу на неку константу или циљну стопу приноса. Markowitz, H. (1991). op. cit.

²⁴¹ Markowitz, H. (1959). op. cit., pp. 193-194.

Када су расподеле стопа приноса симетричне или имају исти ниво асиметричности, анализе засноване на σ^2 и SV ће за резултатат имати исти сет ефикасних портфолија.²⁴² Са друге стране, у случају када се ниво асиметричности разликује, може се разликовати и сет ефикасних портфолија утврђених на основу σ^2 и SV . Марковиц наглашава да ће инвеститори, уколико се анализа заснива на SV , између портфолија са истом σ^2 и $E(r)$ одабрати портфолио са највишим степеном асиметричности удесно или најнижим степеном асиметричности улево.

Естрада је мишљења да је SV прихватљивија мера ризика од σ^2 , при чему је истакао следеће разлоге за то: а) инвеститори имају аверзију само према ризику смањења (енг. *downside*), док преферирају ризик повећања (енг. *upside*) стопа приноса, б) када је расподела стопа приноса асиметрична, SV је кориснија мера ризика од σ^2 , а исто је толико корисна када је расподела стопа приноса симетрична и в) SV обједињује информације друге две статистичке мере ризика, σ^2 и коефицијента асиметричности, па омогућује коришћење једнофакторског модела за утврђивање $E(r)$.²⁴³

LPM стопа приноса су мере ризика негативних одступања, чији се развој приписује Бава и Фишбурну.²⁴⁴ Могу се дефинисати као очекивање n -тог степена (реда) у погледу одступања стопа приноса испод циљне вредности која је унапред дефинисана и која зависи од преференција инвеститора.²⁴⁵ Параметар n представља апроксимацију степена аверзије инвеститора према ризику и одређује моменат расподеле стопе приноса. Повећањем реда n нижег парцијалног момента даје се већи значај екстремно ниским стопама приноса. Основна предност LPM мера ризика је што се фокусирају на чињеницу да инвеститори настоје избећи ризик, односно губитке, и што се приликом њиховог израчунавања не захтева постојање нормалних расподела стопа приноса.

У циљу обухватања сазнања о LPM мерама ризика, Бава и Фишбурн су развили $n - t$ модел. Када је случајна варијабла r_i континуирана модел се може представити формулом

²⁴² Markowitz, H. (1959). op. cit., p. 191.

²⁴³ Estrada, J. (2007). op. cit.

²⁴⁴ Bawa, V. S., (1975). Optimal Rules for Ordering Uncertain Prospects. *Journal of Financial Economics*, 2(1): 95-121; Fishburn, P. C. (1977). Mean-Risk Analysis with Risk Associated with Below-Target Returns. *American Economic Review*, 67(2): 116-126.

²⁴⁵ Klebaner, F., Landsman, Z., Markov, U., & You, J. (2017). Optimal Portfolios with Downside Risk. *Quantitative Finance*, 17(3): 315-325.

(2.14), док у случају коришћења дискретне варијабле r_i модел се може приказати као формула (2.15):

$$LPM_{n,t}(r_i) = \int_{-\infty}^t (t - r_i)^n dF(r_i), \quad n > 0 \quad (2.14)$$

$$LPM_{n,t}(r_i) = E(|\text{Min}(r_i - t, 0)|^n)^{1/n} = E(\text{max}(t - r_i, 0)^n)^{1/n}, \quad n > 0 \quad (2.15)$$

где су $F(r_i)$ кумулативна дистрибуција вероватноће стопа приноса r_i , t је одабрана циљна стопа приноса, која не мора да буде просечна вредност стопа приноса.²⁴⁶ За $n = t$ модел је карактеристично да разликује класе инвеститора. Тако је инвеститор неутралан према ризику када је $n = 1$. Са друге стране, уколико је $n < 1$ инвеститор је склон ризику, а када је $n > 1$ инвеститор показује аверзију према ризику.

Помоћу формуле (2.14), односно (2.15) је могуће формирати различите мере ризика негативних одступања стопа приноса дефинисањем вредности n и наметањем ограничења везаних за висину t . Када је $n = 1$ добија се мера ризика првог реда (LPM_1) позната под називом очекивано негативно одступање (енг. *shortfall expectation*), које се још назива циљно негативно одступање (енг. *target shortfall*), и које представља очекивано одступање стопа приноса испод циљне стопе приноса.²⁴⁷ За $n = 2$, LPM_2 постаје циљна полуваријанса (енг. *target semivariance*), која представља збир квадрата одступања стопа приноса испод циљне стопе приноса.²⁴⁸ Када је $n = 2$, а $t = \mu$, LPM_2 постаје еквивалентан класичној полуваријанси.²⁴⁹

2.2. Преглед најзначајнијих модела и истраживања

Полазећи од схватања да инвеститори процењују ризик имајући у виду само негативна одступања стопа приноса, у релевантној литератури су развијени модели за процену ризика и приноса који као меру ризика користе бету негативних одступања стопа

²⁴⁶ Alexander, C. (2008c). *Market Risk Analysis: Volume IV, Value-at-Risk Models*. Chichester: John Wiley and Sons, Ltd, p. 10.

²⁴⁷ Klebaner, F., Landsman, Z., Markov, U., & You, J. (2017). op. cit.

²⁴⁸ Полуваријанса се добија уколико се у формулама (2.14), односно (2.15), вредност параметра n постави на 2. Наведена мера ризика се назива још и варијанса негативног одступања (енг. *shortfall variance*) или нижа парцијална варијанса (енг. *lower partial variance*).

²⁴⁹ Када је $n = 3$, LPM_3 се назива полукоефицијент асиметрије (енг. *semiskewness*), а када је $n = 4$, LPM_4 је еквивалентан полукоефицијенту спљоштености (енг. *semicurtosis*). Видети Alexander, C. (2008c). op. cit., p. 11.

приноса. Ова бета је део бета коефицијента повезан са ризиком остваривања губитака. Сматра се да је супериорна у односу на класичну бету, а утврђује се помоћу стопа (додатних стопа) приноса хартије или портфолија хартија од вредности остварених оних дана (месеци) када су биле испод одређене циљне вредности.²⁵⁰

Неки аутори указују да модели за процену ризика и приноса засновани на бети негативних одступања имају боље перформансе од класичног CAPM модела и да су нарочито прикладни за тржишта у развоју.²⁵¹ Ови модели се често називају моделима очекиване стопе приноса и нижег парцијалног момента (енг. *mean-lower partial moment* – *MLPM*). Најпознатији међу њима су модели Бава и Линдберга, Харлоуа и Раоа и Естраде.²⁵²

2.2.1. Модел Бава и Линдберга

Бава и Линдберг истичу да у MLPM оквиру, када инвеститор има могућност да улаже у ризична и неризична средства, он бира онај портфолио који резултира минималном вредношћу LPM_n уз дефинисани ниво очекиване стопе приноса портфолија.²⁵³ При томе, Бава и Линдберг ризик дефинишу као одступање стопа приноса испод r_f ($t = r_f$). Овај критеријум представља основ метода за утврђивање прихватљивог сета портфолија изведеног на основу анализе стохастичке доминације (енг. *stochastic dominance*) без формулисања претпоставки о расподели стопа приноса, које је неопходно развити уколико се користи традиционални CAPM модел.

²⁵⁰ Chong, J. T., Jennings, W. P., & Phillips, G. M. (2013). Why Downside Beta is Better: An Educational Example. *American Journal of Business Education*, 6(3): 371-374.

²⁵¹ Qaiser, A., Usman, A., Shahid, M. S., & Syed, K. S. (2011). From Regular-Beta CAPM to Downside-Beta CAPM. *European Journal of Social Sciences*, 21(2): 189-203.

²⁵² Bawa, V. S. & Lindberg, E. B. (1977). Capital Market Equilibrium in a Mean-Lower Partial Moment Framework. *Journal of Financial Economics*, 5(2): 189-200; Harlow, W. V., & Rao, R. K. S. (1989). Asset Pricing in a Generalized Mean-Lower Partial Moment Framework: Theory and Evidence. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 24(3): 285-311; Estrada, J. (2002). Systematic Risk in Emerging Markets: the D-CAPM. *Emerging Markets Review*, 3(4): 365-379. Поред *MLPM* модела који као меру ризика користе бету негативних одступања стопа приноса, постоје и *MLPM* модели који користе друге мере ризика негативних одступања. Видети Estrada, J. (2000). The Cost of Equity in Emerging Markets: A Downside Risk Approach. *Emerging Markets Quarterly*, 4(3): 19-30; Estrada, J. (2002). op. cit.; Galagedera, D., & Brooks, R. (2007). Is Co-Skewness a Better Measure of Risk in the Downside than Downside Beta? Evidence in Emerging Market Data. *Journal of Multinational Financial Management*, 17(3): 214-230. Бава и Линдберг (али и други аутори о којима ће бити речи у наставку), приликом развоја модела за процену ризика и приноса и дефинисања бете негативних одступања стопа приноса полазе од LPM модела/мере ризика коју су дефинисали Фишбурн и Бава.

²⁵³ Bawa, V. S. & Lindberg, E. B. (1977). op. cit.

У циљу одређивања бете негативних одступања стопа приноса (β_{im}^{BL}) (формула (2.18)) у $MLPM$ оквиру, Бава и Линдберг су развили меру ризика под називом $CLPM_{n,r_f}(r_i, r_m)$ (енг. *colower partial moment*) n -тог реда стопа приноса хартије i (r_i) и тржишног портфолија (r_m) приказану формулом (2.16). Исто тако, детермисали су $LPM_{n,r_f}(r_m)$ формулом (2.17).

$$CLPM_{n,r_f}(r_i, r_m) = \int_{r_m=-\infty}^{r_f} \int_{r_i=-\infty}^{\infty} (r_f - r_m)^{n-1} (r_f - r_i) dF(r_m, r_i) \quad (2.16)$$

$$LPM_{n,r_f}(r_m) = \int_a^{r_f} (r_f - r_m)^n dF(r_m) \quad (2.17)$$

$$\beta_{im}^{BL} = \frac{CLPM_{n,r_f}(r_i, r_m)}{LPM_{n,r_f}(r_m)} \quad (2.18)$$

Утврђивање β_{im}^{BL} је, дакле, аналогно утврђивању класичне β_i (формула (1.16)). Разлика се своди на то што се приликом израчунавања β_{im}^{BL} уместо класичне $cov(r_i, r_m)$ користи $CLPM_{n,r_f}(r_i, r_m)$, а уместо класичне σ_m^2 се користи $LPM_{n,r_f}(r_m)$.

Бава и Линдберг наводе да у $MLPM$ оквиру тржишни портфолио M има позитиван ризик када постоји позитивна вероватноћа да ће његова стопа приноса бити испод r_f . Они истичу да хартија i повећава тржишни ризик портфолија M у случају да је $r_i < r_f$ и $r_m < r_f$. Када је $r_i > r_f$ и $r_m < r_f$ хартија i смањује тржишни ризик. Коначно, Бава и Линдберг указују да уколико је $r_m > r_f$ хартија i не доприноси тржишном ризику без обзира на то какав је однос између r_j и r_f .

У форми очекивања за $n = 2$ бета коефицијент Баве и Линдберга се утврђује као:²⁵⁴

$$\beta_{im}^{BL} = \frac{E[(r_i - r_f) \text{Min}(r_m - r_f, 0)]}{E[\text{Min}(r_m - r_f, 0)]^2} \quad (2.19)$$

²⁵⁴ Galagedera, D. (2007). An Alternative Perspective on the Relationship between Downside Beta and CAPM Beta. *Emerging Markets Review*, 8(1): 4-19.

Након формулисања β_{im}^{BL} , Бава и Линдберг су дефинисали следећи модел за процену ризика и приноса заснован на MLPМ оквиру:

$$E(r_i) = r_f + \beta_{im}^{BL}(E(r_m) - r_f) \quad (2.20)$$

Разлика између класичног CAPM модела и модела Баве и Линдберга произилази из чињенице да истакнути модели користе различите бета коефицијенте.

2.2.2. Модел Харлоуа и Раоа

Харлоу и Рао су приликом развоја модела за процену ризика и приноса у генерализованом MLPМ оквиру, у циљу обухватања различитих преференција инвеститора, претпоставили да ризик представља одступање стопа приноса испод унапред произвољно дефинисане циљне стопе (t). Наиме, они су мишљења да тржишни учесници перципирају ризик као негативно одступање од унапред дефинисаног циљног нивоа, али сматрају да је циљни ниво пре просечна стопа приноса тржишног портфолија него r_f како тврде Бава и Линдберг.

Приликом развоја генерализованог модела за процену ризика и приноса, Харлоу и Рао су формулисали генерализовани *CLPM* (енг. *generalized colower partial moment*) n -тог реда између r_i и r_m ($GCLPM_{n,t,r_f}(r_i, r_m)$), као и генерализовани *LPM* (енг. *generalized lower partial moment*) n -тог реда за r_m ($GLPM_{n,t,r_f}(r_m)$) (формуле (2.21) и (2.22)):

$$GCLPM_{n,t,r_f}(r_i, r_m) = \int_{r_i^{-\infty}}^t \int_{r_m^{-\infty}}^{\infty} (t - r_i)^{n-1} (r_f - r_m) dF(r_i, r_m) \quad (2.21)$$

$$GLPM_{n,t,r_f}(r_m) = \int_{r_m^{-\infty}}^t (t - r_m)^{n-1} (r_f - r_m) dF(r_m) \quad (2.22)$$

Полазећи од наведених формула, они су предложили коришћење бете негативних одступања стопа приноса (β_{im}^{HR}), која се може изразити формулом (2.23) када су случајне варијабле r_i и r_m континуиране:

$$\beta_{im}^{HR} = \frac{GCLPM_{n,t,r_f}(r_i, r_m)}{GLPM_{n,t,r_f}(r_m)} \quad (2.23)$$

Харлоу и Рао наглашавају да тржишни ризик постоји када је $GLPM_{n,t,r_f}(r_m) > 0$, односно када постоји позитивна вероватноћа да је $r_m < t$. Они указују да конкретна хартија i доприноси ризику тржишта када је $r_i < t$ и $r_m < t$. Са друге стране, хартија i доводи до смањења тржишног ризика уколико су $r_i > t$ и $r_m < t$. У случају када је $r_m > t$ хартија i не доприноси тржишном ризику, без обзира да ли је $r_i > t$ или је $r_i < t$.

Када је $n = 2$, бета Харлоуа и Раоа се може у форми очекивања изразити формулом (2.24).²⁵⁵

$$\beta_{im}^{HR} = \frac{E[(r_i - \mu_i) \text{Min}(r_m - \mu_m, 0)]}{E[\text{Min}(r_m - \mu_m, 0)]^2} \quad (2.24)$$

где је μ_i просечна стопа приноса хартије i , а μ_m просечна стопа приноса тржишног портфолија.

Генерализовани модел Харлоуа и Раоа (формула (2.25)) је веома сличан традиционалном CAPM моделу, а разлика се своди на разлику између њихових бета коефицијентата.²⁵⁶

$$E(r_i) = r_f + \beta_{im}^{HR} (E(r_m) - r_f) \quad (2.25)$$

Харлоу и Рао су тестирали модел који су предложили користећи месечне стопе приноса из CRSP базе и једнако пондерисани CRSP индекс у периоду од 1931. до 1980. Закључили су да се валидност њиховог модела не може одбацити за велики сет алтернативних циљних стопа приноса. Резултати су, међутим, одбацили валидност CAPM модела.

2.2.3. Естрадаин модел

Још један од аутора који је проучавао бету негативних одступања стопа приноса ради формулисања модела за процену ризика и приноса је Естрада.²⁵⁷ Он је у $LPM_{2,t}$ оквиру у циљу израчунавања бете негативних одступања одредио полуваријансу (енг. *semivariance* - Σ_m^2) и кополуаријансу (енг. *cosemivariance* - Σ_{im}) као:

$$\Sigma_m^2 = E(\text{Min}[(r_m - \mu_m), 0]^2) \quad (2.26)$$

²⁵⁵ Galagedera, D. (2007). op. cit.

²⁵⁶ Harlow, W. V., & Rao, R. K. S. (1989). op. cit.

²⁵⁷ Estrada, J. (2002). op. cit.

$$\Sigma_{im} = E(\text{Min}[(r_i - \mu_i), 0] \text{Min}[(r_m - \mu_m), 0]) \quad (2.27)$$

Естрада је препоручио коришћење бете негативних одступања, која се може утврдити на следећи начин:²⁵⁸

$$\beta_{im}^E = \frac{\Sigma_{im}}{\Sigma_m^2} = \frac{E(\text{Min}[(r_i - \mu_i), 0] \text{Min}[(r_m - \mu_m), 0])}{E(\text{Min}[(r_m - \mu_m), 0]^2)} \quad (2.28)$$

На основу представљене формуле се може видети да Естрада бета узима у обзир само негативно одступање стопа приноса средстава и тржишта. Галагедера указује да се β_{im}^E разликује од β_i САРМ модела само онда када је $(r_i - \mu_i) > 0$, а $(r_m - \mu_m) < 0$.²⁵⁹

Естрада је формулисао модел за процену ризика и приноса (енг. *Downside CAPM – DCAPM*) у којем је, уместо класичне бете, мера систематског ризика β_{im}^E :

$$E(r_i) = r_f + \beta_{im}^E (E(r_m) - r_f) \quad (2.29)$$

Он је показао да његов модел може да објасни варијације у стопама приноса тржишта у развоју, али и развијених земаља.²⁶⁰

2.2.4. Преглед истраживања

Алтернативне мере ризика негативних одступања стопа приноса, као и модели за процену ризика и приноса засновани на тим мерама су били предмет више емпиријских студија. Тако су Прајс и остали анализом месечних стопа приноса преузетих из CRSP базе података за шест седмогодишњих периода од 1927. до 1968. године открили

²⁵⁸ Estrada, J. (2002). op. cit., Estrada, J. (2007). op. cit. Приликом израчунавања бете негативних одступања стопа приноса Естрада у наведеним радовима као бенчмарк користи аритметичку средину конкретне акције, односно тржишног портфолија. Он, међутим, указује да се као бенчмарк може користити било која вредност. У раду из 2006. године Естрада даје пример израчунавања бете негативних одступања утврђене у односу на нулу и неризичну стопу приноса. Видети Estrada, J. (2006). Downside Risk in Practice. *Journal of Applied Corporate Finance*, 18(1): 117-125. Акбар и остали и Акбар, користећи Естрадину методологију, израчунавају бету негативних одступања у односу на неризичну стопу приноса. Видети Akbar, M., Rahman, A., & Mahmood, Z. (2012). The Myth of Downside Risk Based CAPM; Evidence from Pakistan. *Interdisciplinary Journal of Contemporary Research in Business*, 4(6): 860-869; Akbar, M. (2013). *A Comparative Empirical Investigation of the Validity of the Traditional CAPM, the Higher-Moment CAPM and the Downside Risk Based CAPM in the Emerging Equity Market of Pakistan*. PhD Thesis. Islamabad: Bahria University, p. 93.

²⁵⁹ Galagedera, D. (2005). Relationship between Downside Beta and CAPM Beta. *Research Gate Working Paper No. 22/228117*.

²⁶⁰ Будући да се Естрада у својим радовима бавио испитивањем применљивости модела који је предложио на тржиштима у развоју, резултати његових истраживања ће детаљније бити изложени у четвртм делу рада.

систематске разлике класичне бете и бете Баве и Линдберга када су расподеле стопа приноса логнормалне, односно када хартије од вредности имају натпросечни или исподпросечни систематски ризик.²⁶¹ Они су закључили да се не може са сигурношћу тврдити да је класична бета једнака бети утврђеној у CLPM/LPM оквиру, као ни да се класична бета може користити као мера систематског ризика. Коначно, Прајс и остали указују да је модел Баве и Линдберга значајна алтернатива CAPM модела за израчунавање очекиване стопе приноса.

У студији из 2002. године, Анг и остали су на узорку из CRSP базе података за период од 1964. до 1999. конструисали портфолија обичних акција сортирана према карактеристикама њихових дневних стопа приноса.²⁶² Они су, пратећи рад Баве и Линдберга, утврдили бете позитивних одступања, односно бете негативних одступања стопа приноса.²⁶³ Открили су да бете негативних одступања показују мали степен асиметричност, те су сугерисали коришћење условних корелација негативних одступања стопа приноса са тржиштем, које могу боље изразити асиметрични карактер ризика.²⁶⁴ Наиме, они су показали да акције са високом корелацијом негативних одступања стопа приноса имају високе очекиване стопе приноса. Такође, открили су да је након контроле класичних бета коефицијента, В/М ефекта и ефекта величине, очекивана стопа приноса портфолија са највишом корелацијом негативних стопа приноса виша за 6,55 процентних поена годишње од очекиване стопе приноса портфолија са најнижом корелацијом негативних стопа приноса.

На узорку дневних и месечних стопа приноса за тржиште капитала у САД и период од јула 1962. до децембра 2001. године, Анг и остали су у студији из 2006. године открили да акције са вишим ризиком негативних одступања стопа приноса имају више просечне стопе приноса, као и да премија за ризик негативних одступања стопа приноса износи

²⁶¹ Price, K., Price, B., & Nantell, T. J. (1982). Variance and Lower Partial Moment Measures of Systematic Risk: Some Analytical and Empirical Results. *Journal of Finance*, 37(3): 843-855.

²⁶² Ang, A., Chen, J., & Xing, Y. (2002). Downside Correlation and Expected Stock Returns. *SSRN Working Paper No. 282986*.

²⁶³ Бете позитивних одступања су одредили помоћу опсервација додатних стопа приноса из оних периода у којима је додатна стопа приноса тржишта била изнад њене просечне вредности. Са друге стране, бете негативних одступања су утврдили на основу додатних стопа приноса из оних периода у којима је додатна стопа приноса тржишта била испод њене просечне вредности.

²⁶⁴ Када се говори о условној корелацији потребно је разликовати корелацију негативних и позитивних одступања стопа приноса у односу на тржиште. Корелација негативних (позитивних) одступања стопа приноса у односу на тржиште представља корелацију утврђену за периоде у којима је додатна стопа приноса тришног портфолија испод (изнад) њене просечне вредности.

око шест процената на годишњем нивоу.²⁶⁵ Поред тога, нагласили су да историјска бета негативних одступања стопа приноса добро предвиђа будуће коварирање стопа приноса са кретањем негативних одступања стопа приноса тржишног портфолија, осим у случајевима када стопе приноса акције показују висок степен волатилности.

Педерсен и Хванг су за тржиште капитала Велике Британије, на узорку дневних, недељних и месечних стопа приноса индекса FTSE100, FTSE250 и индекса малих предузећа FTSE Смолкап (енг. *SmallCap*) у периоду од 01.08.1991. до 31.07.2001. године, упоредили успешност модела Баве и Линдберга, асиметричног модела Харлоуа и Раоа и традиционалног САПМ модела.²⁶⁶ Добијени резултати су показали да, за стопе приноса чија расподела одступа од нормалне, САПМ модел објашњава од 50% до 80% варијација у стопама приноса, а модел Баве и Линдберга додатних од 15% до 25% варијација. У само од 6% до 7% најекстремнијих случајева САПМ и модел Баве и Линдберга су одбачени у корист модела Харлоуа и Раоа.

На узорку месечних стопа приноса акција преузетих из CRSP базе података за период од 1926. до 2002. године, Пост и Ванвлиет су закључили да САПМ модел заснован на бети негативних одступања стопа приноса показује већу способност објашњавања варијација у стопама приноса акција у САД у поређењу са традиционалним САПМ моделом.²⁶⁷ Они су открили да су за акције са ниском бетом, бете негативних одступања стопа приноса значајно више у односу на традиционалне бете, док је код акција са високим бетама тај однос обрнут. Они су, такође, утврдили да је овај образац наручито изражен у периодима рецесије.

За акције котиране на Лондонској берзи у периоду од 1997. до 2002. године, као и за акције котиране на Париској берзи (енг. *Paris Stock Exchange*) у периоду од 1999. до 2004. године, Артаванис и остали су истраживали однос ризика и стопа приноса и упоредили успешност стандардне девијације и бете, као традиционалних мера ризика, и полудевијације и Естрадаине бете негативних одступања, као мера ризика негативних одступања.²⁶⁸ Они су утврдили да су у великом броју случајева мере ризика негативних

²⁶⁵ Ang, A., Chen, J., & Xing, Y. (2006). Downside Risk. *Review of Financial Studies*, 19(4): 1191-1239.

²⁶⁶ Pedersen, C. S., & Hwang, S. (2007). Does Downside Beta Matter in Asset Pricing? *Applied Financial Economics*, 17(12): 961-978.

²⁶⁷ Post, T., & van Vliet, P. (2004). Conditional Downside Risk and the CAPM. *SSNR Working Paper No. 797286*.

²⁶⁸ Artavanis, N., Diacogiannis, G., & Mylonakis, J. (2010). The D-CAPM: The Case of Great Britain and France. *International Journal of Economics and Finance*, 2(3): 25-38.

одступања стопа приноса једнако добре или боље у објашњавању варијација у просечним стопама приноса као традиционалне мере ризика.

3. Условни CAPM модел

Као основне разлоге за лоше перформансе традиционалног CAPM модела, Краусе истиче претпоставке о хоризонту улагања (један период), непроменљивим бета коефицијентима и премијама ризика.²⁶⁹ Релаксирањем ових претпоставки, развијен је условни CAPM модел чија је очекивана стопа приноса одређена информацијама доступним у одређеном тренутку и линеарно је повезана са условном бетом. Овај модел се заснива на идеји да аверзија према ризику и бета коефицијенти средстава варирају у времену, односно да се разликују у различитим економским условима.²⁷⁰ Аверзија према ризику инвеститора је, дакле, повезана са пословним циклусом, те различити фактори ризика имају различит значај у времену и доводе до захтева инвеститора за различитим нивоом премије за тржишни ризик.²⁷¹ Тако су очекиване стопе приноса, као и очекивана премија за тржишни ризик, виши у периодима рецесије, односно нижи у периодима експанзије.²⁷² Уколико предузеће припада цикличној привредној грани или је високо задужено, у условима рецесије, када су економски изгледи предузећа неизвесни, условне бете ће, такође, бити релативно високе, док ће се у условима експанзије ови односи вероватно обрнути.²⁷³

Условни CAPM модел се може приказати формулом (2.30), а очекиване условне бете ($\beta_{i,t-1}$) формулом (2.31):

$$E(r_{i,t}|\Omega_{t-1}) = y_{0,t-1} + y_{1,t-1}\beta_{i,t-1} \quad (2.30)$$

²⁶⁹ Krause, A. (2001). An Overview of Asset Pricing Models. Available at https://people.bath.ac.uk/mnsak/Research/Asset_pricing.pdf (15.07.2017.).

²⁷⁰ Према Vendrame, V. (2014). *Some Extensions of the Conditional CAPM*. PhD Thesis. Bristol: Faculty of Business and Law of the University of the West England, p.132.

²⁷¹ Према Vendrame, V. (2014). op. cit., pp. 106-107. Као и Вјендраме, Јаганатан и Ванг су истакли да се очекиване стопа приноса и бете средстава мењају у времену и зависе од природе информација доступних у одређеном тренутку. Vendrame, V. (2014). op. cit., p.132; Jagannathan, R., & Wang, Z. (1996). op. cit.

²⁷² Видети Fama, E. F., & French, K. (1989). Business Conditions and Expected Returns on Stocks and Bonds. *Journal of Financial Economics*, 25(1): 23-49; Cochrane, J. H. (2001). *Asset Pricing*. Princeton: Princeton University Press, p. 392; Cochrane, J. H. (2008). Financial Markets and the Real Economy. In: Mehra, R. (Ed.) *Handbook of the Equity Risk Premium*. Amsterdam: Elsevier, pp. 239, 244; Barinov, A., Xu, J., & Pottier, S. W. (in press). Estimating the Cost of Equity Capital for Insurance Firms with Multiperiod Asset Pricing Models. *Journal of Risk and Insurance*.

²⁷³ Видети Jagannathan, R., & Wang, Z. (1996). op. cit.; Krause, A. (2001). op. cit., p. 52; Barinov, A., Xu, J., & Pottier, S. W. (in press). op. cit.

$$\beta_{i,t-1} = \frac{\text{cov}(r_{i,t}, r_{m,t} | \Omega_{t-1})}{\sigma_{m,t}^2 | \Omega_{t-1}} \quad (2.31)$$

где су $E(r_{i,t} | \Omega_{t-1})$ очекивана стопа приноса средства i у периоду t условљена расположивим информацијама из претходног периода (Ω_{t-1}), $y_{0,t-1}$ условна стопа приноса портфолија са нултом бетом, $y_{1,t-1}$ условна премија за тржишни ризик, при чему су условне коваријанса и варијанса у периоду t условљене информацијама из периода $t - 1$.²⁷⁴

3.1. Преглед најзначајнијих модела и истраживања заснованих на коришћењу предиктивних варијабли

Будући да реалан свет није статичан, већ динамичан, и да су инвеститори заинтересовани за одређивање вредности бета коефицијената које ће преовлађавати током периода улагања у будућности, дошло је развоја различитих начина моделирања променљивих параметара условног CAPM модела. Један од њих се заснива на изражавању бете као линеарне функције предиктивних макроекономских, али и других варијабли које су у стању да обухвате променљивост аверзије према ризику инвеститора у времену, односно које су повезане са очекиваном премијом за тржишни ризик (имају моћ да предвиде тржишну стопу приноса). Макроекономске варијабле које се често користе за моделирање променљивих бета коефицијената су: каматне стопе на благајничке записе (енг. *Treasury bill rate or short term interest rate*), премије кредитног ризика (енг. *default spread or yield spread of low-grade and high grade corporate bonds*) и временске премије ризика (енг. *term spread or yield spread of long-term to short-term government bond*). Поред тога, за моделирање променљивих параметара условних модела се често користе и друге варијабле, као што су Е/Р и В/М рацио.

3.1.1. Модели Јаганатана и Ванга

С обзиром на то да се традиционалној бети замера што је обично окренута ка прошлости и статична, Јаганатан и Ванг су предложили коришћење условног CAPM модела са

²⁷⁴ Видети Jagannathan, R., & Wang, Z. (1996). op. cit.; Ferson, W. E. (2006). Conditional Asset Pricing. In: Lee, C. F., & Lee, A. C. (Ed.) *Encyclopedia of Finance*. New York: Springer, pp. 377-378.

бетама и премијом за тржишни ризик које варирају у времену.²⁷⁵ Један од условних модела који су развили се може представити формулом (2.32):

$$E(r_{i,t}) = c_0 + c_m \beta_i + c_{prem} \beta_i^{prem} \quad (2.32)$$

где су $E(r_{i,t})$ очекивана стопа приноса средства i у периоду t , $\beta_i = \frac{cov(r_{it}, r_{mt})}{\sigma_{im}^2}$ бета средства i , $\beta_i^{prem} = \frac{cov(r_{it}, r_{t-1}^{prem})}{\sigma_{r_{t-1}^{prem}}^2}$ бета прем која мери осетљивост β_i на промене у премији за тржишни ризик (r_{t-1}^{prem}), односно нестабилност β_i узроковану пословним циклусом, c_0 константа модела, а c_m и c_{prem} параметри модела, односно премије за ризик повезане са β_i и β_i^{prem} . Као апроксимацију r_{t-1}^{prem} Јаганатан и Ванг су користили разлику приноса ВАА и ААА ранжираних обвезница. Распон приноса обвезница су изабрали као предиктивну варијаблу, јер је осетљив на промене пословног циклуса, те се чини да може предвидети будуће пословне услове. Док традиционални САРМ модел инвеститору надокнађује само изложеност систематском ризику, условни модел Јаганатана и Ванга подразумева да ће очекиване стопе приноса средстава бити одређене систематским ризиком и предвидљивом компонентом промене систематског ризика средства узрокованом променама стања економије.

Будући да су традиционалне апроксимације тржишног портфолија непотпуне, јер не укључују људски капитал, Јаганатан и Ванг су предложили коришћење условног модела са људским капиталом (формула (2.33)):

$$E(r_{i,t}) = c_0 + c_m \beta_i + c_{prem} \beta_i^{prem} + c_{labor} \beta_i^{labor} \quad (2.33)$$

где су $\beta_i^{labor} = \frac{cov(r_{it}, r_t^{labor})}{\sigma_{r_t^{labor}}^2}$ бета коефицијент стопе раста бруто плата по глави становника који мери осетљивост стопа приноса хартије од вредности на промене у стопи раста бруто плата по глави становника (енг. *growth rate in per capita labor income* - r_{it}^{labor})²⁷⁶, а c_{labor} параметар модела, односно премија за ризик повезана са β_i^{labor} .

²⁷⁵ Jagannathan, R., & Wang, Z. (1996). op. cit. Иако условни САРМ модели који су Јаганатан и Ванг предложили спадају у ред вишефакторских модела, они ће бити представљен у оквиру излагања о условним моделима.

²⁷⁶ Бруто примања по запосленом обухватају разлику између укупних личних примања и примања по основу дивиденди.

Након постављања теоријске основе, Јаганатан и Ванг су на узорку акција нефинансијских предузећа формирали 100 портфолија акција, сортираних према величини (тржишној капитализацији) и бета коефицијентима појединачних средстава, и упоредили успешност статичког CAPM модела, условног CAPM модела и условног CAPM модела са укљученим фактором људског капитала. Моделе су упоредили коришћењем регресионе процедуре Фаме и Макбета и GMM метода. Резултати истраживања указују на то да статички CAPM модел није валидан. Јаганатан и Ванг, међутим, истичу да када се у модел укључи фактор величине, коефицијент детерминације модела износи 57,56%, при чему је очекивана вредност коефицијента величине негативна и статистички значајна. Резултати тестирања су показали да условни CAPM модел много боље објашњава варијације у просечним стопама приноса у односу на статички CAPM модел, али се хипотеза о његовој валидности одбацује уколико се користи GMM метод. Приликом тестирања условног CAPM модела са људским капиталом, резултати су показали да се хипотеза о валидност модела не може одбацити. Након што је модел проширен фактором величине, коефицијент детерминације регресије је порастао, али је сам фактор величине изгубио статистичку значајност, те су Јаганатан и Ванг закључили да се чини како фактор величине не треба укључити у модел.

3.1.2. Модел Летауа и Лудвигсона

Летау и Лудвигсон су спровели истраживање које је имало за циљ да утврди да ли су условна верзија CAPM модела и потрошачки CAPM (енг. *Consumption CAPM – CCAPM*) модел заједно способни да објасне варијације у просечним стопама приноса.²⁷⁷ Као условну варијаблу, која може да опише стање економије и да предвиди будуће стопе приноса, они су користили логаритам рација потрошње и богатства (енг. *consumption to wealth ratio - cay*).²⁷⁸ Условни, скалирани модел који су предложили Летау и Лудвигсон је приказан формулом (2.34):

$$E(r_{i,t+1}) = E(r_{0,t}) + \beta_{iz}\lambda_z + \beta_m\lambda_m + \beta_{mzi}\lambda_{mz} \quad (2.34)$$

²⁷⁷ Lettau, M., & Ludvigson, S. (2001). op. cit. Иако условни CAPM модел који су Летау и Лудвигсон предложили спада у ред вишефакторских модела, модел ће бити представљен у оквиру излагања о условним моделима.

²⁷⁸ Аутори мере богатство као пондерисану средину логаритма вредности средстава и логаритма дохотка од рада.

где је $E(r_{i,t+1})$ очекивана стопа приноса средства i за период од тренутка t до тренутка $t + 1$ (условљена информацијама расположивим у тренутку t), инструментална варијабла $z_t = c\hat{a}y_t$, $E(r_{0,t})$ очекивана стопа приноса портфолија са нултом бетом у тренутку t , β_{iz} , β_m и β_{mzi} су бете које су претходно израчунате помоћу вишеструке регресије стопа приноса портфолија на факторе $c\hat{a}y_t$, r_m и $c\hat{a}y_t r_m$, а λ_z , λ_m и λ_{mz} параметри модела, односно премије ризика повезане са одговарајућим факторима.

Летау и Лудвигсон су тестирали различите моделе помоћу кварталних стопа приноса 25 портфолија акција котираних на Њујоршкој, Америчкој и Наздак берзи у периоду од трећег квартала 1963. до трећег квартала 1998. године. Портфолија су формирали по угледу на Фаму и Френча.²⁷⁹ Резултати тестирања условног модела показују да компонента регресионог одсечка која варира у времену није на статистички значајном нивоу различита од нуле. Поред тога, резултати су показали да су премије ризика повезане са β_m и β_{mzi} заједно статистички значајне за објашњавање варијација у просечним стопама приноса. Условни модел Летауа и Лудвигсона (2.34) може да објасни 31% варијација у стопама приноса. Када се у условни модел уведе фактор раста људског капитала коефицијент детерминације достиже 75%.

3.1.3. Преглед осталих истраживања

Користећи методологију Јаганатана и Ванга и месечне приносе 49 портфолија, Дурак и остали су потврдили валидност условног CAPM модела на тржишту капитала Аустралије за период од марта 1982. до децембра 2001.²⁸⁰ Поред тога, Дурак и остали су, утврдили да укључивањем фактора људског капитала у модел тржишна бета нема значајну улогу у објашњавању варијација у стопама приноса портфолија. Такође, за разлику од Јаганатана и Ванга који истичу да је фактор величине резултат погрешно специфицираног тржишног ризика, Дурак и остали су пронашли доказе који потврђују значај фактора величине приликом процене стопа приноса. Иоанидис и остали су применили методологију Летауа и Лудвигсона на тржиштима капитала Аустралије,

²⁷⁹ Fama, E. F., & French, K. R. (1993). op. cit.

²⁸⁰ Durac, N., Durand, R. B., & Maller, R. A. (2004). A Best Choice among Asset Pricing Models? The Conditional Capital Asset Pricing Model in Australia. *Accounting and Finance*, 44(2): 139-162. Стопе приноса појединачних акција нефинансијских предузећа су преузете из Базе података цена акција и релативних цена (енг. *Share price and price relative database – SPPR*).

Канаде и Велике Британије.²⁸¹ Они су открили да је рацио потрошње и богатства заиста статистички значајан за предвиђање стопа приноса.

На значај променљивих тржишних премија ризика за предвиђање просечних стопа приноса указују Ферсон и Харви.²⁸² Они су, на узорку месечних стопа приноса на 18 националних тржишта у периоду од 1970. до 1989. године, истраживали предвидљивост стопа приноса акција, као и њихов однос са глобалним економским ризицима. Испитивали су једнофакторске и вишефакторске условне моделе за процену ризика и приноса код којих су очекиване стопе приноса одређене условним бетама специфичним за конкретну земљу и глобалном условном премијом за тржишни ризик. При томе, они су претпоставили да условне бете националних тржишта акција варирају у времену на основу локалних тржишних информационих варијабли, а условне премије за ризик зависе само од глобалних информационих варијабли. Резултати истраживања су показали да условни модели могу да објасне значајан део варијација у стопама приноса акција. Ферсон и Харви су, такође, проценили допринос променљивих бета и променљивих премија ризика предвиђању стопа приноса и установили да већи значај за предвиђање у односу на променљиве бете имају премије за ризик које варирају у времену.

Поред студија које потврђују валидности условних САРМ модела, постоје студије које их оспоравају. Тако су Левелен и Најџел спровели истраживање на узорку дневних, недељних и месечних стопа приноса портфолија сортираних према величини, В/М рацију и инерцији.²⁸³ Они истичу да би временске варијације бета и премија за тржишни ризик требало да буду веома велике да би условни САРМ модел могао да објасни аномалије стопа приноса, као што су ефекат вредности или ефекат краткорочне инерције. Предложили су коришћење новог теста за утврђивање валидности условног САРМ модела, који користи директне процене условних алфа и бета из регресија заснованих на кратким периодима, претпостављајући при томе да се алфе и бете не мењају у периодима за које се процењују. Левелен и Најџел су истакли да се на овај начин избегава потреба специфицирања условних информација, а резултати њиховог

²⁸¹ Ioannidis, C., Peel, D. A., & Matthews, K. P. G. (2006). Expected Stock Returns, Aggregate Consumption and Wealth: Some Further Empirical Evidence. *Journal of Macroeconomics*, 28(2): 439-445.

²⁸² Ferson, W. E., & Harvey, C. R. (1993). The Risk and Predictability of International Equity Returns. *Review of Financial Studies*, 6(3): 527-566.

²⁸³ Lewellen, J., & Nagel, S. (2006). The Conditional CAPM does not Explain Asset-Pricing Anomalies. *Journal of Financial Economics*, 82(2): 289-314.

истраживања су показали да условни CAPM модел има готово исто толико слабе перформансе као безусловни CAPM модел. Они су указали да добијени емпиријски резултати нису у складу са закључцима Јаганатана и Ванга, Летауа и Лудвигсона, али и других студија, које су потврдиле валидности условних CAPM модела.

3.2. Условни CAPM модел и променљива волатилност приноса

Линеарни регресиони модели полазе од претпоставке да је варијанса резидуала (случајне грешке) модела константна, односно хомоскедастична. За временске серије стопа приноса је, међутим, најчешће карактеристично да имају хетероскедастичну варијансу, тј. варијансу променљиву у времену.²⁸⁴ Исто тако, бројне временске серије стопа приноса показују особину груписања волатилности (енг. *volatility clustering*), односно тенденцију да су велике промене цена средстава праћене великим, а мале малим променама. Зато се, у циљу превазилажења недостатака традиционалних економетријских модела, за моделирање стопа приноса често користе модели условне хетероскедастичности.

Исто тако, у литератури се променљиви бета коефицијенти условног CAPM модела често утврђују помоћу мултиваријантних модела генерализоване ауторегресионе условне хетероскедастичности (енг. *multivariate generalized autoregressive conditional heteroskedasticity – M-GARCH*), који припадају класи модела ауторегресионе условне хетероскедастичности (енг. *autoregressive conditional heteroskedasticity – ARCH*), односно модела генерализоване ауторегресионе условне хетероскедастичности (енг. *generalized autoregressive conditional heteroskedasticity – GARCH*).²⁸⁵ Наиме, помоћу *M-GARCH* модела се, на једноставан начин, предвиђају условне коваријансе стопа приноса (додатних стопа приноса) средства и тржишног портфолија и условне варијансе стопа

²⁸⁴ Менделброт и Фама су указали да временске серије стопа приноса обично карактерише, поред дебелих репова њихових емпиријских расподела, варијанса променљива у времену и груписање волатилности. Видети Mandelbrot, B. B. (1963). The Variation of Certain Speculative Prices. *Journal of Business*, 36(4): 392–417; Fama, E. F. (1965). The Behavior of Stock Market Prices. *Journal of Business*, 38(1): 34-105; Brooks, C. (2014). *Introductory Econometric for Finance*. Cambridge: Cambridge University Press, pp. 386-387.

²⁸⁵ Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50(4): 987–1007; Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3): 307-327; Taylor, S. J. (1986). Forecasting the Volatility of Currency Exchange Rates. *International Journal of Forecasting*, 3(1): 159-170. Приступу утврђивања параметара условног CAPM модела који варирају у времену са променама предиктивних варијабли се често замера да није довољно робустан, због његове осетљивости на избор тих варијабли. Видети Vendrame, V. (2014). op. cit., p.108. Слично Lewellen, J., & Nagel, S. (2006). op. cit.

приноса (додатних стопа приноса) тржишног портфолија, што даље омогућава предвиђање условне бете променљиве у времену.²⁸⁶

3.2.1. Модели ауторегресионе условне хетероскедастичности

Енгл је формулисао први модел условне хетероскедастичности, односно предложио употребу серијски некорелисаних ARCH процеса, за које је карактеристично да имају средњу вредност резидуала једнаку нули, варијансу резидуала (условну варијансу) променљиву у времену и зависну од прошлих вредности, као и константну безусловну варијансу резидуала.²⁸⁷ Једначина условне просечне вредности зависне варијабле (γ_t) је представљена формулом (2.35), а једначина условне варијансе резидуала (h_t) формулом (2.36):

$$\gamma_t = c + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t | \Omega_t \sim (0, h_t) \quad (2.35)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (2.36)$$

где су c константа, α_0 и α_i параметри модела, ε_t резидуал или случајна грешка модела, а q ред ARCH процеса.²⁸⁸ Енглелов модел, дакле, претпоставља да условна варијанса зависи од q прошлих вредности квадрата резидуала. Предуслов коришћења модела је да резидуали буду стационарни, као и да оцењени параметри модела буду ненегативни.

ARCH(q) модел може да препозна и обухвати груписање волатилности и велики коефицијент спљоштености временске серије, међутим, са повећањем реда модела постаје све теже одредити његове параметре.²⁸⁹ У пракси се, услед тога, за утврђивање волатилности много чешће користи симетрични GARCH(p, q) у односу на ARCH(q) модел. У симетричном GARCH(p, q) моделу, једначина условне просечне вредности је дата формулом (2.35), а једначина условне варијансе формулом (2.37).

²⁸⁶ Видети Brooks, C. (2014). op. cit., p. 429; Bali, T. G., & Engle, R. F. (2010). Resurrecting Conditional CAPM with Dynamic Conditional Correlations. *SSRN Working Paper No. 1298633*; Bali, T. G., Engle, R. F., & Tang, Y. (2013). Dynamic Conditional Beta is Alive and Well in the Cross-Section of Daily Stock Returns. *Koc University-Tusiad Economic Research Forum Working Paper No. 1305*.

²⁸⁷ Engle, R. F. (1982). op. cit.

²⁸⁸ Код ARCH модела, једначина просечне вредности зависне варијабле може попримити облик који истраживач жели, а једини предуслов је да добро обухвата емпиријску серију.

²⁸⁹ Alexander, C. (2001). *Market Models: A Guide to Financial Data Analysis*. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd, p. 71; Поред наведеног недостатка, Цеј је дао шири преглед додатних слабости модела. Tsay, R. S. (2010). *Analysis of Financial Time Series*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc, p. 119.

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \gamma_j h_{t-j}, \alpha_i \geq 0, \gamma_j \geq 0 \quad (2.37)$$

Као код ARCH(q) модела, код GARCH(p, q) модела је предуслов његовог коришћења да резидуали буду стационарни, а оцењени параметри модела ненегативни. Поред тога, оцењени параметри треба да задовоље следећи услов: $\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \gamma_j < 1$. За GARCH(p, q) модел је карактеристично да условна варијанса зависи од q прошлих вредности квадрата резидуала и од p сопствених прошлих вредности. Када је $p = 0$ једначина (2.37) се своди на ARCH(q) модел.

У пракси се најчешће користи GARCH(1,1) модел, који укључује само једну прошлу вредност квадрата резидуала и једну прошлу условну варијансу (формула (2.38)).

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 h_{t-1} \quad (2.38)$$

Наведени модел је довољан да се успешно обухвати груписање волатилности временске серије и ретко се, у пракси и академској литератури, користе модели вишег реда.²⁹⁰

Опште је прихваћено мишљење да инвеститоре изложене вишем нивоу ризика треба наградити вишим нивоом приноса, те је рационално омогућити да стопа приноса буде одређена висином ризика. Управо на наведеним основама, Енгл и остали су развили модел познат под називом ARCH просечне вредности (енг. *ARCH in mean - ARCH-M*), чија једначина условне просечне вредности варијабле γ_t директно зависи од условне варијансе (формула (2.39)).²⁹¹

$$\gamma_t = c + \delta h_t + \varepsilon_t \quad (2.39)$$

Наведени модел је могуће проширити једначином условне волатилности (2.36), чиме се формира модел познат под називом GARCH просечне вредности (енг. *GARCH in-mean*).

Један од основних недостатака, до сада представљених, симетричних GARCH модела је тај што они подразумевају симетричан одговор волатилности на негативне и позитивне шокове.²⁹² Последњих деценија је, међутим, све израженији левериц ефекат, који

²⁹⁰ Видети Brooks, C. (2014). op. cit., p. 394.

²⁹¹ Engle, R. F., Lilien, D. M., & Robbins, R. P. (1987). Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH-M Model. *Econometrica*, 55(2): 391-407.

²⁹² Видети Brooks, C. (2014). op. cit., p. 404.

подразумева да негативни шокови изазвани смањењем цена акција повећавају волатилност више од позитивних шокова изазваних растом цена акција за исти износ.²⁹³ Симетрични GARCH модел не препознаје левериц ефекат, јер његова условна варијанса не зависи од предзнака шока, те се асиметричност не може укључити у модел. У циљу отклањања наведених недостатака симетричног GARCH модела, развијен је велик број његових асиметричних екстензија, као што су GJR (*Glosten, Jaganathan and Runkle*) модел и Нелсонов експоненцијални GARCH (енг. *exponential GARCH - EGARCH*) модел.²⁹⁴

3.2.2. Мултиваријантни модели генерализоване ауторегресионе условне хетероскедастичности

За финансијску институцију или инвеститора који држе већи број средстава, динамички однос стопа приноса средстава игра значајну улогу у процесу доношења одлука.²⁹⁵ У циљу моделирања променљивости условних варијанси и коваријанси средстава у времену, развијени су мултиваријантни GARCH модели.

Болоресев и остали су, уопштавањем униваријантног, симетричног GARCH модела, специфицирали мултиваријантни векторизовани (енг. *VECH*) GARCH модел (енг. *VECH-GARCH*), који се у општем облику може приказати формулама (2.40) и (2.41):

$$\gamma_t = \mu + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t | \Omega_t \sim (0, h_t) \quad (2.40)$$

$$vech(H_t) = c + \sum_{i=1}^q A_i vech(\varepsilon_{t-i} \varepsilon'_{t-i}) + \sum_{j=1}^p B_j vech(H_{t-j}) \quad (2.41)$$

где је γ_t N -димензионални вектор зависне варијабле, μ константа, $vech(\cdot)$ оператор који садржи елементе доње троугаоне матрице, H_t матрица условне варијансе, c вектор

²⁹³ Видети Alexander, C. (2001). op. cit., p. 79; Brooks, C. (2014). op. cit., p. 404. Негативни шокови могу довести до смањења цене акције што резултира повећањем рација дуга и сопственог капитала предузећа. Повећање задужености доводи до повећања ризика, као и будуће волатилности.

²⁹⁴ Glosten, L., Jagannathan, R., & Runkle, D. (1993). On the Relation between the Expected Value and the Volatility of Nominal Excess Return on Stocks. *Journal of Finance*, 48(5): 1779-1803; Nelson, D. B. (1991). Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach. *Econometrica*, 59(2): 347-370; Шири преглед екстензија GARCH модела је могуће пронаћи код читавог низа различитих аутора. Видети Bollerslev, T., Chou, R. Y., & Kroner, K. F. (1992). ARCH modeling in finance. *Journal of Econometrics* 52(1-2): 5-59; Alexander, C. (2001). op. cit., pp. 75-84; Bollerslev, T. (2008). Glossary to ARCH (GARCH). *SSRN Working Paper No. 1263250*; Tsay, R. S. (2010). op. cit., pp. 140-150; Brooks, C. (2014). op. cit., pp. 404-411.

²⁹⁵ Tsay, R. S. (2010). op. cit., p. 389.

константи димензије $\frac{N \times (N+1)}{2} \times 1$, A_i и B_i матрице параметара димензије $\frac{N \times (N+1)}{2} \times \frac{N \times (N+1)}{2}$.²⁹⁶ У биваријантном случају, када је број варијабли модела два ($N = 2$) и $p = q = 1$, матрица условних коваријанси се специфицира формулом (2.42), а VECN-GARCH модел формулом (2.43).²⁹⁷

$$H_t = \begin{bmatrix} h_{11,t} & h_{12,t} \\ h_{21,t} & h_{22,t} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

$$\begin{bmatrix} h_{11,t} \\ h_{21,t} \\ h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{21} \\ c_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 \\ \varepsilon_{2,t-1} \varepsilon_{1,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} \\ h_{21,t-1} \\ h_{22,t-1} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

У општем случају, модел има укупно $N \times (N + 1)/2 + (p + q) \times (N^4 + 2N^3 + N^2)/4$ параметара, који треба да се оцене, те израчунавање постаје комплексно у свим случајевима осим када је број варијабли (N) модела мали.²⁹⁸ Поред тога, матрица условних коваријанси (H_t) треба да буде позитивно дефинисана за свако t , како би се модел могао користити, што захтева увођење додатних ограничења везаних за матрице A_i и B_i .

У циљу смањења броја параметара које је потребно оценити, Болоресев и остали су предложили једноставнију верзију VECN модела, код које су A_i и B_i дијагоналне матрице, тако да сваки елемент H_t зависи само од својих прошлих вредности и производа одговарајућих шокова ($\varepsilon_{it} \varepsilon_{kt}$).²⁹⁹ Модел се често назива дијагонални VECN (енг. *diagonal VECN*) модел, има $(1 + p + q) \times (N^2 + N)/2$ параметара и у биваријантном облику, уз услов да је $p = q = 1$, се може представити на следећи начин:

$$\begin{bmatrix} h_{11,t} \\ h_{21,t} \\ h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{21} \\ c_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 \\ \varepsilon_{2,t-1} \varepsilon_{1,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} \\ h_{21,t-1} \\ h_{22,t-1} \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

²⁹⁶ Bollerslev, T., Engle, R. F., & Wooldridge, J. M. (1988). A Capital-Asset Pricing Model with Time-Varying Covariances. *Journal of Political Economy*, 96(1), 116–31.

²⁹⁷ Циљ истраживања одређује које две варијабле ће се наћи у моделу. Тако се као варијабле модела могу јавити стопе приноса индекса и девизни курс, стопе приноса акција и индекса и слично.

²⁹⁸ Bollerslev, T. (2008). op. cit.

²⁹⁹ Bollerslev, T., Engle, R. F., & Wooldridge, J. M. (1988). op. cit.

Енгл и Кронер су формулисали ВЕКК модел, који има увек позитивно дефинисану матрицу условних коваријанси и који се може представити на следећи начин:

$$H_t = CC' + \sum_{i=1}^q \sum_{k=1}^K A'_{ki} \varepsilon_{t-i} \varepsilon'_{t-i} A_{ki} + \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^K B'_{kj} H_{t-j} B_{kj} \quad (2.45)$$

где су C доња троугаона матрица константи, A_{ki} и B_{kj} матрице параметара димензија $N \times N$, а K граница суме која детерминише степен уопштености процеса.³⁰⁰

За $N = 2$ и $p = q = K = 1$, M-GARCH-ВЕКК модел може да буде представљен на следећи начин:

$$H_t = CC' + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 & \varepsilon_{1,t-1} \varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1} \varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}' \\ + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} & h_{12,t-1} \\ h_{21,t-1} & h_{22,t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}' \quad (2.46)$$

Број параметара модела које је неопходно оценити је могуће смањити наметањем ограничења, која зависе од циља истраживања. Тако се матрице A_{ki} и B_{kj} дефинишу као дијагоналне када не постоји потреба да се сагледају ефекти утицаја прве варијабле на другу и друге варијабле на прву. У случајевима када је неопходно утврдити утицај прве варијабле на другу, али не и утицај друге на прву, матрице A_{ki} и B_{kj} се могу формирати као доње или горње троугаоне матрице. Упркос наведеним ограничењима, са повећањем N број параметара модела постаје велик, а израчунавање комплексно.

Енгл и Кронер су формулисали дијагонални ВЕКК (енг. *diagonal BEKK*) модел како би се смањио број параметара који је потребно оценити у поређењу са ВЕКК моделом.³⁰¹

Наиме, дијагонални ВЕКК, као и VECN модел, садржи само дијагоналне елементе матрица A_i и B_i , док су остали елементи наведених матрица једнаки 0 (формула (2.47)). У биваријантном облику ($p = q = 1$) M-GARCH(1,1) дијагонални ВЕКК модел се може приказати следећом формулом:

³⁰⁰ Engle, R. F., & Kroner, K. F. (1995). Multivariate Simultaneous Generalized ARCH. *Econometric Theory*, 11(1): 122–150. Акроним ВЕКК долази од раније верзије рада Бабе (Baba), Енгла (Engle), Крафта (Kraft) и Кронера (Kroner), који се бавио мултиваријантним ARCH моделима.

³⁰¹ Engle, R. F., & Kroner, K. (1995). op. cit.

$$\begin{aligned}
H_t = CC' + & \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 & \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}\varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix}' \\
& + \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} & h_{12,t-1} \\ h_{21,t-1} & h_{22,t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{22} \end{bmatrix}'
\end{aligned} \tag{2.47}$$

У циљу даљег поједностављивања израчунавања се предлаже употреба модела условних варијанси и условних корелација. Тако је Болоресев специфицирао једноставни мултиваријантни корелациони модел, који је познат под називом мултиваријантни GARCH модел са константним условним корелацијама (енг. *constant conditional correlation – CCC*), док је Енгл предложио употребу мултиваријантног GARCH модела са динамичним условним корелацијама (енг. *dynamic conditional correlations – DCC*).³⁰²

3.2.3. Преглед истраживања

Соуфијан је за тржиште капитала Велике Британије у периоду од 1980. до 1997. испитала перформансе CAPM модела код кога су бете утврђене помоћу OLS и модела GARCH типа.³⁰³ Резултати су показали да примена модела GARCH типа и структурних ломова у првој фази регресионе анализе у две фазе за резултат има ниже оцене бета коефицијената, вишу премију за тржишни ризик и виши коефицијент детерминације у односу на OLS оцене, односно да доприноси побољшању модела. Поред тога, Соуфијан је показала да укључивање додатних економских фактора у модел за процену ризика и приноса резултира смањењем значаја бете тржишног портфолија.

Болоресев и остали су спровели емпиријско истраживање на узорку кварталних додатних стопа приноса тржишног портфолија који се састојао од благајничких записа, обвезница и акција котираних на Њујоршкој берзи.³⁰⁴ За формирање CAPM модела са коваријансама које варирају у времену су користили дијагонални VECM модел. Резултати њиховог истраживања су показали да су условне коваријансе варијабилне у времену и да су значајна детерминанта премије за тржишни ризик променљиве у времену, што значи да су бете и варијабилне и предвидљиве. Они су указали да

³⁰² Шире о наведеним моделима се може видети код Болоресева и Енгла. Bollerslev, T. (1990). Modelling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH Model. *Review of Economics and Statistics*, 72(3): 498-505; Engle, R. F. (2002). Dynamic Conditional Correlation - A Simple Class of Multivariate GARCH Models. *Journal of Business and Economic Statistics*, 20(3): 339-350.

³⁰³ Soufian, N. (2004). Applying GARCH for examinig CAPM and APT across Time. *Manchester Metropolitan University Business School Working Paper No. 02/04*.

³⁰⁴ Bollerslev, T., Engle, R. F., & Wooldridge, J. M. (1988). A Capital-Asset Pricing Model with Time-Varying Covariances. *Journal of Political Economy*, 96(1): 116–31.

приликом процењивања условних расподела стопа приноса, друге варијабле које укључују потрошњу и иновације треба да буду разматране у оквиру информационог сета инвеститора.

Чевапатракул је истраживао значај предвиђања условног резидуалног ризика за предвиђање промене стопа приноса MSCI берзанског индекса Велике Британије (енг. *MSCI Country Index*) и условног ризика земље, за период од јануара 1996. до октобра 2011. године.³⁰⁵ Он је правац промене стопа приноса индекса моделирао коришћењем бинарног логит модела, док је условни резидуални ризик и условни ризик земље одредио применом биваријантног M-GARCH-BEKK модела. Добијени резултати су указали да је условни резидуални ризик као предиктор супериорнији у односу на условни ризик земље. Налази истраживања су у супротности са претпоставкама CAPM модела и потврђују значај условног резидуалног ризика за доношење инвестиционих одлука и активно управљање портфолиом.

Хаснаоуи и Фатнаси су, на узорку дневних стопа приноса у периоду од 2002. до 2014. године, истраживали утицај Глобалне финансијске кризе у периоду од августа 2007. до фебруара 2009. године, на променљиве бете 10 индустријских сектора САД.³⁰⁶ Они су променљиве бета коефицијенте и условни CAPM модел формирали коришћењем биваријантног M-GARCH-BEKK модела. Резултати истраживања, након контроле глобалне и локалне волатилности, су потврдили да Глобална финансијска криза има различит утицај на испитиване секторе. Наиме, финансијска криза је довела до пораста просечног стематског ризика неких сектора и његовог пада код других сектора. Криза је највише утицала на бету сектора финансија, која је 24.08.2008. износила 2,62, док је пре периода кризе била приближно једнака јединици. Поред тога, Глобална финансијска криза је довела до пораста условних волатилности и, последично, до пораста променљиве бете свих сектора осим енергетског. Пораст бете се одразио на висину цене капитала и одлуке инвеститора о портфолио улагању.

За чешко тржиште капитала, Пошта је извршио оцену условног CAPM модела изграђеног помоћу мултиваријантног GARCH модела просечне вредности праћеног

³⁰⁵ Chevapatrakul, T. (2013). Return Sign Forecast Based on Conditional Risk: Evidence from the UK Stock Market Index. *Journal of Banking and Finance*, 37(7): 2342-2353.

³⁰⁶ Hasnaoui, H., & Fatnassi, I. (2014). Time-Varying Beta and the Subprime Financial Crisis: Evidence from U.S. Industrial Sectors. *Journal of Applied Business Research*, 30(5): 1465-1476.

ВЕКК моделом.³⁰⁷ Закључио је да су на овај начин добијене разумне оцене коефицијентата модела, бета коефицијената који варирају у времену и премија ризика. Резултати су показали да је у периоду турбуленција на финансијском тржишту (2008-2009) постојала повећана волатилност коваријанси између стопа приноса акција и индекса, што је резултирало порастом волатилности премија ризика. Поред тога, у периоду турбуленција, висина бета коефицијената се привремено променила, али промене нису биле систематске природе. Модели проширени вештачким варијаблама (енг. *dummy variable*) су показали да, иако је тржиште погодио значајан шок током периода од 2008. до 2009. године, не постоји довољно доказа о трајности овог утицаја.

Моделирање условних бета коефицијената применом мултиваријантног GARCH модела са CCC се показало као оправдано у многим апликацијама. Тако је Мергнер за утврђивање најприкладнијег модела за предвиђање временских варијација у бетама, користио читав низ различитих модела, па и мултиваријантни модел са CCC.³⁰⁸ За формирање условних бета коефицијената се, међутим, чешће користи мултиваријантни GARCH модел са DCC. Бали и остали су, за период од јула 1963. до децембра 2009. године, испитивали валидност статичког CAPM модела и условног CAPM модела на четири узорка, и то: а) акција које сачињавају S&P 500, б) 500 највећих акција, в) 1000 највећих акција и г) 500 најликвиднијих акција чије су дневне стопе приноса преузете из CRSP базе података.³⁰⁹ За утврђивање променљивих бета коефицијената условног модела користили су M-GARCH са DCC. Резултати истраживања валидности статичког CAPM модела нису дали доказе о постојању статистички значајне везе између бете и очекиваних стопа приноса. Добијени резултати истраживања су показали да тако формирана променљива бета може да објасни варијације у дневним стопама приноса акција. Наиме, регресије засноване на стопама приноса портфолија и стопама приноса акција предузећа су показале да између будућих стопа приноса појединачних акција и динамичких, условних бета коефицијената постоји позитиван и статистички значајан однос.

³⁰⁷ Pošta, V. (2012). Time-Varying Risk premium in the Czech Capital Market: Did the Market Experience a Structural Shock in 2008-2009? *Czech Journal of Economics and Finance*, 62(5):450-470.

³⁰⁸ Mergner, S. (2008). *Applications of Advanced Time Series Models to Analyze the Time-varying Relationship between Macroeconomics, Fundamentals and Pan-European Industry Portfolios*. PhD Thesis. Gottingen: Faculty of Economics and Business Administration of the Georg-August-Universität Gottingen, pp. 87-112.

³⁰⁹ Bali, T. G., Engle, R. F., & Tang, Y. (2013). op. cit.

3.3. Условни САРМ модел и Марковљев модел промене режима

Променљиве бета коефицијенте, као и премије за тржишни ризик условног САРМ модела, је могуће моделирати Марковљевим моделом промене режима.³¹⁰ Марковљев модел промене режима претпоставља да вредности параметара модела који генерише податке зависе од тога у ком се стању, односно режиму, налази скривена, случајна варијабла s_t , која прати Марковљев процес првог реда и за коју вреди следећа формула:

$$P(s_t = j | s_{t-1} = i) = p_{ij}(t) = p_{ij} \quad (2.48)$$

где су p_{ij} транзиционе или прелазне вероватноће, које представљају вероватноће преласка из стања i у тренутку $t - 1$ у стање j у тренутку t .³¹¹ Уколико постоји M могућих режима и уколико се систем налази у режиму m у тренутку t ($s_t = m$, за $m = 1, \dots, M$), матрицу прелазних вероватноћа могуће је приказати на следећи начин.³¹²

$$p(t) = \begin{bmatrix} p_{11}(t) & \cdots & p_{1M}(t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{M1}(t) & \cdots & p_{MM}(t) \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

У регресији заснованој на Марковљевом моделу промене режима, вредности регресионих коефицијената и грешке модела зависе од режима у коме се налази променљива s_t .

Марковљев модел промене режима се често користи за моделирање финансијских података под утицајем промене стања или режима. Александер истиче да берзе обично имају два режима пословања, један са високом волатилношћу који преовладава у периодима криза и турбуленција и други са нижом волатилношћу који преовладава

³¹⁰ Поред моделирања параметара условних модела помоћу предиктивних варијабли, M-GARCH модела и Марковљевог модела промене режима постоји и алтернативни приступ, који се заснива на употреби стохастичке волатилности (енг. *stochastic volatility*) и модела у простору стања процењеног Калмановим филтером. Приступи моделирања променљивих бета коефицијената, засновани на употреби Калмановог филтера, обухватају коришћење модела случајног хода, модела са инверзијом просека, модела са покретном инверзијом просека и генерализованог модела случајног хода. Шире видети у Mergner, S. (2008). *op. cit.*, pp. 97-109. Примери коришћења наведених техника за моделирање условног САРМ модела се могу пронаћи у различитим радовима. Видети Ang, A., & Chen, J. (2007). CAPM over the Long Run: 1926-2001. *Journal of Empirical Finance*, 14 (1): 1-40; Franzoni, F., & Adrian, T. (2008). Learning about Beta: Time-Varying Factor Loadings, Expected Returns, and the Conditional CAPM. *Federal Reserve Bank of New York Staff Reports No. 193*.

³¹¹ Hamilton, J. D. (1989). A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle. *Econometrica*, 57(2): 357-384. Формула је преузета из Quantitative Micro Software. (2013). *Eviews 8 User's Guide*. Irvine: IHS Global Inc., p. 392.

³¹² Ibid.

током уобичајених тржишних услова пословања.³¹³ Уколико се претпостави да постоје само два режима ($m = 1$ и $m = 2$), регресиони модел има следеће две спецификације параметара.³¹⁴

$$y_t = \begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 x_t + \varepsilon_{1t}, s_t = 1, \varepsilon_{1t} \approx N(0, \sigma_1^2) \\ \alpha_2 + \beta_2 x_t + \varepsilon_{2t}, s_t = 2, \varepsilon_{2t} \approx N(0, \sigma_2^2) \end{cases} \quad (2.50)$$

Матрицу транзиционих вероватноћа таквог модела могуће је приказати на следећи начин:

$$p = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

где су вероватноће дате следећим формулама:

$$P[s_t = 1 | s_{t-1} = 1] = p = p_{11} \quad (2.52)$$

$$P[s_t = 2 | s_{t-1} = 1] = 1 - p = p_{12} \quad (2.53)$$

$$P[s_t = 1 | s_{t-1} = 2] = 1 - q = p_{21} \quad (2.54)$$

$$P[s_t = 2 | s_{t-1} = 2] = q = p_{22} \quad (2.55)$$

Варијабле p и q представљају вероватноће првог, односно другог режима.³¹⁵

Хуанг је први применио Марковљев модел промене режима на подручје моделирања очекиваних стопа приноса.³¹⁶ Он је на стопе приноса акције предузећа Мајкрософт (енг. *Microsoft*), за период од априла 1986. до 1994. године, применио Марковљев модел и формулисао две вредности бета коефицијената - једну за периоде ниске и другу за периоде високе волатилности. Као резултат таквог приступа, добио је две спецификације параметара САРМ модела за које је доказао да представљају два различита стања. Поред тога, установио је да су подаци из режима ниске волатилности у складу са САРМ моделом, али и да то није случај са подацима из режима високе волатилности.

³¹³ Alexander, C. (2008b). *Market Risk Analysis: Volume II, Practical Financial Econometrics*. Chichester: John Wiley and Sons, Ltd, p. 302.

³¹⁴ Alexander, C. (2008b). op. cit., p. 327.

³¹⁵ Ibid.

³¹⁶ Huang, H. (2000). Tests of Regimes – Switching CAPM. *Applied Financial Economics*, 10(5): 573-578.

Предмет истраживања су, такође, били ефикасност класичног CAPM модела и CAPM модела са две спецификације параметара, једном за режим високе и другом за режим ниске волатилности. Тако је истраживање Коркмаза и осталих указало да CAPM модел са променом режима даје боље резултате од безусловног CAPM модела приликом моделирање односа ризика и стопа приноса 21 предузећа са делатношћу из домена експлоатације угља, чије су акције биле котиране у САД у периоду од јануара 2000. до јануара 2009.³¹⁷ Резултати две студије, Коркмаза и осталих и Чена и Хуанга су дали предност условном ICAPM моделу формираном на основу Марковљевог модела промене режима у односу на једнофакторски ICAPM модел.³¹⁸

Абдимомунов и Морли су истраживали варирање бета коефицијената портфолија помоћу Марковљевог модела у режиму високе и ниске волатилности.³¹⁹ Истраживање су спровели на узорку који се састојао од стопа приноса свих акција котираних на Њујоршкој, Америчкој и Наздак берзи у периоду од јула 1963. до децембра 2010. Открили су да CAPM модел са променом режима обезбеђује много боље предвиђање односа стопа приноса и ризика у поређењу са класичним, безусловним CAPM моделом, посебно у случајевима када је волатилност тржишта висока.

Неки истраживачи су применили GARCH и Марковљев модел промене режима за моделирање односа ризика и стопа приноса.³²⁰ Тако су Капиело и Фернли, на основу истраживања спроведеног за тржиште САД, Европе и Јапана у периоду од фебруара 1986. до децембра 1998. године, предложили да се за утврђивање премије за ризик користи ICAPM модел код кога се параметри одређују применом M-GARCH модела и код кога параметри варирају између режима на основу Марковљевог процеса.³²¹ Они су

³¹⁷ Korkmaz, T., Cevik, E., Birkan, E., & Ozatac, N. (2010a). Testing CAPM Using Markov Switching Model: the Case of Coal Firms. *Economic Research - Ekonomska istraživanja*, 23(2): 44-59.

³¹⁸ Chen, S., & Huang, N. (2007). Estimates of the ICAPM with Regime-Switching Betas: Evidence from Four Pacific Rim Economies. *Applied Financial Economics*, 17(4): 313-327; Korkmaz, T., Cevik, E., & Gurkan, S. (2010b). Testing of the International Capital Asset Pricing Model with Markov Switching Model in Emerging Markets. *Investment Management and Financial Innovations*, 7(1): 37-49.

³¹⁹ Abdymomunov, A., & Morley, J. (2011). Time Variation of CAPM Betas across Market Volatility Regimes. *Applied Financial Economics*, 21(19): 1463-1478.

³²⁰ Један од њих је Вјендраме. Он приликом формирања условног CAPM модела комбинује мултиваријантни DCC-GARCH модел са Марковљевим моделом са променом режима. Видети Vendrame, V. (2014). op. cit., pp. 147-151, 153-158. Више речи о Вјендрамовом моделу и методологији тестирања ће бити у трећем делу рада.

³²¹ Capiello, L., & Fearnley, T. (2000). International CAPM with Regime Switching GARCH Parameters. Available at <http://www.smartquant.com/references/CAPM/CAPM1.pdf> (15.07.2017.).

истакли да је предложени модел супериорнији и да има већу моћ предвиђања од безусловног ICAPM модела.

4. Вишефакторски модели

Основни разлог за развој вишефакторских модела је уверење да, поред бета коефицијента, постоје други фактори који условљавају корелацију стопа приноса хартија од вредности, односно њихово заједничко кретање.³²² У наставку рада ће бити представљени интертемпорални CAPM (енг. *Intertempral CAPM*) и Арбитражни модел процењивања (енг. *Arbitrage pricing model - APM*), као често коришћени вишефакторски модели.³²³ Исто тако, посебно ће, због њиховог значаја, бити речи о моделима са макроекономским варијаблама APM типа, међу којима се истиче модел Чена и осталих.³²⁴

4.1. Интертемпорални CAPM модел

Мертон је предложио коришћење интертемпоралног CAPM модела, изведеног на основу понашања произвољног броја инвеститора приликом избора портфолија.³²⁵ Наведени модел претпоставља да инвеститори настоје да максимизирају очекивану корисност потрошње током живота. За модел је карактеристично да допушта постојање променљивог сета инвестиционих могућности, као и варијабле стања (енг. *state variable*), као што је каматна стопа, која је довољна за описивање стохастичких варијација тог сета.

Приликом извођења модела, Мертон претпоставља да тржишта капитала задовољавају следеће претпоставке: а) одговорност свих средстава је ограничена, б) не постоје порези, трансакциони трошкови или ограничења везана за недељивост средстава, в) постоји велик број инвеститора и сваки од њих верује да по тржишној цени може купити или продати онолико средстава колико жели, г) тржиште капитала је увек у стању равнотеже, д) каматна стопа по којој се узима је једнака каматној стопи по којој се новац даје на зајам, њ) дозвољена је кратка продаја и е) трговина средствима се одвија непрекидно.³²⁶

³²² Burmeister, E., Roll, R., & Ross, S. A. (1994). op. cit., p. 33.

³²³ Merton, R. C. (1973). An Intertemporal Capital Asset Pricing Model. *Econometrica*, 41(5): 867–887; Ross, S. A. (1976). The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. *Journal of Economic Theory*, 13(3): 341–360.

³²⁴ Chen, N. F., Roll, R., & Ross, S. A. (1986). Economic Forces and the Stock Market. *Journal of Business*, 59(3): 383–403.

³²⁵ Merton, R. C. (1973). op. cit.

³²⁶ Merton, R. C. (1973). op. cit.

Он истиче да су за свако средство из сета инвестиционих могућности у сваком тренутку очекивана стопа приноса ($E(r)$) и варијанса (σ^2) дефинисане на следећи начин:

$$E(r) \equiv E[(P(t+h) - P(t))/P(t)]/h \quad (2.56)$$

$$\sigma^2 \equiv E_t[(P(t+h) - P(t))/P(t) - E(r)h]^2/h \quad (2.57)$$

где су $P(t)$ цена акције у тренутку t , h дужина основног периода, која је најчешће једнака једном периоду трговања, а E_t условни оператор очекивања. Када се h приближава нули, $E(r)$ се назива тренутна (енг. *instantaneous*) очекивана стопа приноса (стопа континуираног капиталисања), а σ^2 тренутна варијанса стопе приноса. Мертон је показао да се тренутна очекивана стопа приноса i -тог средства може утврдити следећом стохастичном диференцијалном једначином:

$$\frac{dP_i}{P_i} = E(r_i)dt + \sigma_i dz_i \quad (2.58)$$

где је z варијабла стања, а dz случајна варијабла са Гаусовом расподелом, која представља инкремент Брауновог кретања.

У условима када инвеститор k може улагати у n различитих ризичних средстава и у једно тренутно неризично средство и под претпоставком да су неризична стопа и сет инвестиционих могућности константни у времену, стопе приноса које се остварују у тржишној равнотежи се, према Мертону, могу приказати следећом једначином интертемпоралног CAPM модела:

$$E(r_i) - r_f = \beta_i(\alpha_m - r_f) \quad (2.59)$$

где су $\beta_i = cov(r_i, \alpha_m)/\sigma_m^2$, а α_m очекивана стопа приноса тржишног портфолија. Једначина (2.59) је аналогна тржишној линији хартије од вредности CAPM модела. Разлика између једначине (2.59) и CAPM модела се своди на то да Мертонова једначина користи тренутне стопе приноса уместо стопа приноса у дискретним временским интервалима.³²⁷ Поред тога, Мертон претпоставља да су расподеле стопа приноса логнормалне.

³²⁷ Видети Francis, J. C. & Kim, D. (2013). op. cit. p. 362.

Претпоставка о непроменљивости сета инвестиционих могућности, међутим, није конзистентна са чињеницама, јер је барем висину неризичне стопе, као дела сета инвестиционих могућности, могуће утврдити, при чему је јасно да се она стохастички мења у времену. Францис и Ким истичу да ће се инвеститор суочити са ризиком неповољних промена у сету инвестиционих могућности у условима у којима се неризична стопа мења стохастично у времену.³²⁸ Инвеститор ће, у том случају, држати портфолио који се састоји од тржишног портфолија, неризичног средства и средства (или портфолија) n , чије су стопе приноса перфектно негативно корелисане са стохастичном неризичном стопом приноса.³²⁹ Инвеститор може формирати портфолио од неризичног средства и тржишног портфолија, који ће се наћи на тренутној граници ефикасности, док му улагање у хартију (портфолио) n омогућује да се заштити (енг. *hedge*) од ризика изазваног неповољним интертемпоралним променама сета инвестиционих могућности, односно границе ефикасности.³³⁰ Мертон је, за такве услове, извео следећи равнотежни модел:

$$E(r_i) - r_f = \frac{\sigma_i[\rho_{im} - \rho_{in}\rho_{nm}]}{\sigma_m(1 - \rho_{nm}^2)}(\alpha_m - r_f) + \frac{\sigma_i[\rho_{in} - \rho_{im}\rho_{nm}]}{\sigma_n(1 - \rho_{nm}^2)}(\alpha_n - r_f) \quad (2.60)$$

при чему је ρ коефицијент корелације стопа приноса средстава чије су ознаке у индексу, а $i = 1, 2, \dots, n - 1$. Једначина (2.60) је природна генерализација тржишне линије хартије од вредности САРМ модела која указује на то да, у равнотежном стању, очекивана стопа приноса компензује изложеност инвеститора систематском ризику (премија за тржишни ризик) и ризику непожељних промена сета инвестиционих могућности (премија за склоност хедџингу ризика промене у будућим инвестиционим могућностима). На основу формуле (2.60) се може закључити да се, за разлику од класичног САРМ модела, очекивана стопа приноса на ризично средство код интертемпоралног САРМ модела разликује од неризичне стопе, чак и када хартија од вредности није изложена систематском ризику.

³²⁸ Ibid.

³²⁹ Пример средства n би била дугорочна обвезница.

³³⁰ Мертон је истакао да ће инвеститори платити премију другим инвеститорима за креирање средства n иако оно има бету једнаку нули. Видети Merton, R. C. (1973). op. cit.

Мертонов модел представља теоријску основу на којој се заснивају бројни мултифакторских модели. Фама је показао да се интертемпорални САРМ модел, који узима у обзир више извора неизвесности, може приказати следећом формулом:

$$E(r_i) - r_f = \beta_{im}[\alpha_m - r_f] + \sum_{k=1}^K \beta_{ik} [\alpha_k - r_f] \quad (2.61)$$

где су α_k стопе приноса портфолија који опонашају варијабле стања, односно стопе приноса портфолија који омогућавају инвеститору да се заштити од сета ризика којима је изложен, а β_{ik} нагиби регресија додатних стопа приноса хартије од вредности i и додатне стопе приноса портфолија који опонашају варијабле стања.³³¹ Модел подразумева да су инвеститори заинтересовани за хединг ризика специфичних варијабли стања будући да имају аверзију према ризику. Он вреднује K извора неизвесности (варијабли стања) од којих се штити креирањем K хединг портфолија. Модел, дакле, претпоставља да инвеститор улаже у неризично средство, тржишни портфолио и K хединг портфолија.

Бренан и остали су развили и оценили једноставни интертемпорални модел са инвестиционим могућностима које варирају у времену.³³² Они су претпоставили да је сет инвестиционих могућности у потпуности описан максималним Шарповим рациом и реалном каматном стопом.³³³ Као варијабле стања су користили очекивану инфлацију и стопу приноса на благајничке записе САД. Истраживање је спроведено за америчко тржиште капитала у периоду од 1952. до 2000. године, на узорку стопа приноса 25 портфолија сортираних према величини и В/М рацију и узорку 30 портфолија индустријских предузећа креираних по угледу на Фаму и Френча.³³⁴ Резултати истраживања су показали да постоји повезаност између утврђеног максималног Шарповог рација и премије за тржишни ризик. Поред тога, Бренан и остали су

³³¹ Fama, E. F. (1996). Multifactor Portfolio Efficiency and Multifactor Asset Pricing. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 31(4): 441-465.

³³² Brennan, M. J., Wang, A. W., & Xia, Y. (2004). Estimation and Test of a Simple Model of Intertemporal Capital Asset Pricing. *Journal of Finance*, 59(4): 1743-1775.

³³³ Шарпов рацио је однос додатног приноса и стандардне девијације портфолија. Показује висину очекиване стопе приноса изнад неризичне стопе по јединици преузетог укупног ризика.

³³⁴ Fama, E. F., & French, K. R. (1997). Industry Costs of Equity. *Journal of Financial Economics*, 43(2): 153-194.

установили да коришћене варијабле стања имају статистички значајну премију за ризик, што је у складу са теоријским очекивањима.

На америчком тржишту капитала, Гво и Вајтло су развили и оценили емпиријски модел, заснован на Мертоновом интертемпоралном CAPM моделу, који идентификује две компоненте очекиваних стопа приноса - компоненту тржишног ризика и компоненту која проистиче из жеље да се инвеститори заштите од промена у сету инвестиционих могућности.³³⁵ Резултати истраживања су показали да је однос између ризика и стопа приноса позитиван и статистички значајан, како то теорија и очекује. Гво и Вајтло су, међутим, истакли да су очекиване стопе приноса углавном резултат хедџинг компоненте.

Поред статичког и условног CAPM модела, Бали и остали су тестирали интертемпорални условни CAPM модел који су формирали укључивањем параметара који варирају у времену у Мертонов модел.³³⁶ Истакли су да је, уз коварирање стопа приноса конкретног средства и тржишног портфолија, неопходно узети у обзир коварирање стопа приноса средства са будућим инвестиционим могућностима. Поред тога, указали су да у оквирима интертемпоралног условног CAPM модела, инвеститори брину о вредности којом ће резултирати њихов портфолио на крају периода улагања, као и о могућностима потрошње и улагања које ће имати у будућности. Наиме, инвеститори преферирају ниску варијансу и високу очекивану стопу приноса, али воде рачуна и о коваријанси стопа приноса средства са варијаблама стања, које утичу на могућности улагања у будућности. Резултати истраживања су показали да између очекиване стопе приноса и условне бете постоји позитиван и статистички значајан однос и након контроле ефеката величине, В/М рација, инерције, дугорочног обрта приноса, ликвидности, систематске волатилности и преференције ка средствима са екстремним позитивним стопама приноса. Неки фактори ризика су (величина предузећа, прошле стопе приноса, систематска волатилност и екстремне позитивне стопе приноса), након контроле условних бета коефицијената постали снажни предиктори очекиваних стопа приноса, што говори о супериорним резултатима интертемпоралног условног CAPM модела у односу на статички и условни CAPM модел.

³³⁵ Guo, H., & Whitelaw, R. F. (2006). Uncovering the Risk-Return Relation in the Stock Market. *Journal of Finance*, 61(3): 1433-1463.

³³⁶ Bali, T. G., Engle, R. F., & Tang, Y. (2013). op. cit. Резултати истраживања Балија и осталих везани за статички и условни модел су изложени у оквиру другог дела рада под насловом 3.2.3 Преглед истраживања.

Хамами и Линдал су, за америчко тржиште капитала у периоду од јула 1963. до децембра 2007. на узорку месечних стопа приноса, открили да интертемпорални CAPM модел, који као факторе користи каматну стопу на благајничке записе, временску премију ризика, дивидендну стопу, додатну стопу приноса тржишта и раст банкарских кредита, може да објасни 94% варијација у просечним стопама приноса 25 портфолија Фаме и Френча.³³⁷ Истакли су да је раст банкарских кредита статистички значајан зато што може да предвиди варијабле пословног циклуса, као и будући раст дохотка запослених.

4.2. Арбитражни модел процењивања

Рос је развио алтернативни вишефакторски модел за процену стопа приноса, који је познат под називом АРМ или Арбитражна теорија процењивања (енг. *Arbitrage pricing theory – APT*).³³⁸ АРМ модел се заснива на три основне претпоставке, и то: а) на тржиштима капитала владају услови савршене конкуренције, б) инвеститори увек преферирају више извесног богатства у односу на мање извесног богатства и в) стохастички процес који генерише стопе приноса средстава може бити изражен као линеарна функција сета који се састоји од K фактора ризика (индекса), при чему се сав несистематски ризик отклања диверсификацијом.³³⁹

Росов модел је заснован на закону једне цене у складу са којим два средства, еквивалентна у свим економски релевантним аспектима, треба да имају исту тржишну цену.³⁴⁰ Процес арбитраже представља одговор на ситуацију у којој на тржишту постоје економски еквивалентна средства различитих цена. Куповином јефтине хартије од вредности средствима добијеним од продаје скупље хартије од вредности, инвеститор остварује неризични профит. Процес арбитраже траје све док не нестане могућност остваривања профита, односно док се не успостави стање тржишне равнотеже.

АРМ модел, као и CAPM модел, претпоставља да је одређено средство изложено систематском ризику и да се несистематски ризик може отклонити држањем адекватно

³³⁷ Hammami, Y., & Lindahl, A. (2014). An Intertemporal Capital Asset Pricing Model with Bank Credit Growth as a State Variable. *Journal of Banking and Finance*, 39(February): 14-28. Аутори су истакли да је премија ризика неизвршења обавеза од малог значаја, због чега је искључена из анализе.

³³⁸ Ross, S. A. (1976). *op. cit.*

³³⁹ Reilly, F. K. & Brown, K. C. (2012). *op. cit.*, p. 242. Претпоставке АРМ модела су мање рестриктивне у односу на претпоставке на којима се заснива CAPM модел. Наиме, за разлику од CAPM модела, за извођење АРМ модела претпоставке о нормалној дистрибуцији стопа приноса и/или квадратним функцијама корисности нису неопходне. Видети Francis, J. C. & Kim, D. (2013). *op. cit.* p. 371.

³⁴⁰ Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. (2014). *op. cit.*, p. 328.

диверсификованог портфолија. Основна разлика између два модела се своди на чињеницу да се систематски ризик одређеног средства у CAPM моделу обухвата бета коефицијентом средства, док у APM моделу постоји више извора, односно фактора, систематског ризика.

Претпоставља се да су стопе приноса сваког средства i (r_i) генерисане процесом приказаним формулом (2.62), као и да се та формула, у циљу развоја APM модела, приказује у терминима очекивања (формула (2.63)):

$$r_i = a_i + \beta_{i1}r_{p1} + \beta_{i2}r_{p2} + \dots + \beta_{ik}r_{pk} + \varepsilon_i, \quad k = 1, \dots, K \quad (2.62)$$

$$E(r_i) = a_i + \beta_{i1}E(r_{p1}) + \beta_{i2}E(r_{p2}) + \dots + \beta_{ik}E(r_{pk}) \quad (2.63)$$

где су a_i константа модела за средство i , β_{ik} је факторска бета k -тог фактора (енг. *factor beta*, *factor loading*) средства i , односно коефицијент који показује осетљивост стопа приноса средства i на промене у вредности фактора ризика k , r_{pk} стопа приноса на портфолио k -тог фактора³⁴¹, а ε_i је случајна грешка средства i са нултом просечном вредношћу и варијансом $\sigma_{\varepsilon_i}^2$, која представља несистематски ризик.³⁴² Варијабле једначине (2.62) задовољавају следеће услове: а) случајна грешка било које хартије је некорелисана са случајном грешком неке друге хартије или са било којим фактором ($E(\varepsilon_i\varepsilon_j) = 0$ за све i и j , при чему је $i \neq j$ и $E(\varepsilon_i r_{pk}) = 0$) и б) преовладава хомоскедастичност ($E(\varepsilon_{it}^2) = \sigma_{\varepsilon_i}^2$). Одузимањем једначине (2.62) од једначине (2.63) добија се формула за вишак приноса (2.64):

$$r_i = E(r_i) + \beta_{i1}f_1 + \beta_{i2}f_2 + \dots + \beta_{ik}f_k + \varepsilon_i \quad (2.64)$$

при чему је $f_k = r_{pk} - E(r_{pk})$ фактор ризика са просечном вредношћу нула. APM модел претпоставља да су стопе приноса средстава генерисане деловањем k независних фактора ризика.³⁴³ Модел, међутим, не специфицира број фактора, нити дефинише релевантне факторе. Често се као фактори користе: раст друштвеног бруто производа,

³⁴¹ Факторски портфолио је добро диверсификован портфолио са стопама приноса које прате промене у различитим изворима макроекономског ризика. Видети Francis, J. C. & Kim, D. (2013). op. cit. p. 383.

³⁴² Francis, J. C. & Kim, D. (2013). op. cit. p. 378.

³⁴³ Francis, J. C. & Kim, D. (2013). op. cit. p. 379.

стопа инфлације, промена каматне стопе, проценат запослених у укупној популацији, индекс извоза, али и берзански индекс као апроксимација тржишног портфолија.

Према Шарпу и осталима, основна логика АРМ модела се своди на чињеницу да хартије или портфолија хартија од вредности са једнаким факторским бетама треба да нуде исту очекивану стопу приноса.³⁴⁴ Уколико нуде различите стопе приноса, инвеститори ће искористити могућности процеса арбитраже све док не дође до њихове елиминације. Према АРМ моделу, дакле, инвеститори ће сагледати могућност формирања арбитражног портфолија³⁴⁵ у циљу повећања очекиване стопе приноса и то без повећања ризика.³⁴⁶ У општем случају, стопа приноса арбитражног портфолија, који се састоји од n средстава, се може изразити на следећи начин:

$$r_p = \sum_{i=1}^n w_i E(r_i) + \left(\sum_{i=1}^n w_i \beta_{i1} \right) f_{i1} + \dots + \left(\sum_{i=1}^n w_i \beta_{iK} \right) f_{iK} + \sum_{i=1}^n w_i \varepsilon_i \quad (2.65)$$

при чему је w_i удео средстава уложен у хартију од вредности i .³⁴⁷

Услед наведених особина арбитражног портфолија, једначина (2.65) се трансформише у једначину (2.66).³⁴⁸

$$r_p = E(r_p) + \left(\sum_{i=1}^n w_i \beta_{i1} \right) f_1 + \dots + \left(\sum_{i=1}^n w_i \beta_{iK} \right) f_K \quad (2.66)$$

Када постоји неризично средство, стопа приноса портфолија би требало да буде једнака неризичној стопи како би се отклониле могућности остваривања профита од

³⁴⁴ Sharpe, W., Alexander, G., & Bailey, J. (1999). op. cit., p. 284.

³⁴⁵ Видети Ross, S. A. (1976). op. cit.; Levy, H. (2012). op. cit., p. 181; Francis, J. C. & Kim, D. (2013). op. cit. pp. 379-383. За арбитражни портфолио је карактеристично да не захтева додатна улагања ($\sum_{i=1}^n w_i = 0$), да је добро диверсификован и услед тога готово без несистематског ризика ($\sum_{i=1}^n w_i \varepsilon_i \cong 0$), као и да су удели средстава у портфолију одабрани тако да он нема систематски ризик ($\beta_p = \sum_{i=1}^n w_i \beta_{iK} = 0$). Потребно је истаћи да је w_i ($i = 1, \dots, n$) удео конкретног улагања у хартију i , који резултира портфолијом са нултом бетом и нултим нето улагањима.

³⁴⁶ Sharpe, W., Alexander, G., & Bailey, J. (1999). op. cit., p. 284.

³⁴⁷ Francis, J. C. & Kim, D. (2013). op. cit. p. 382.

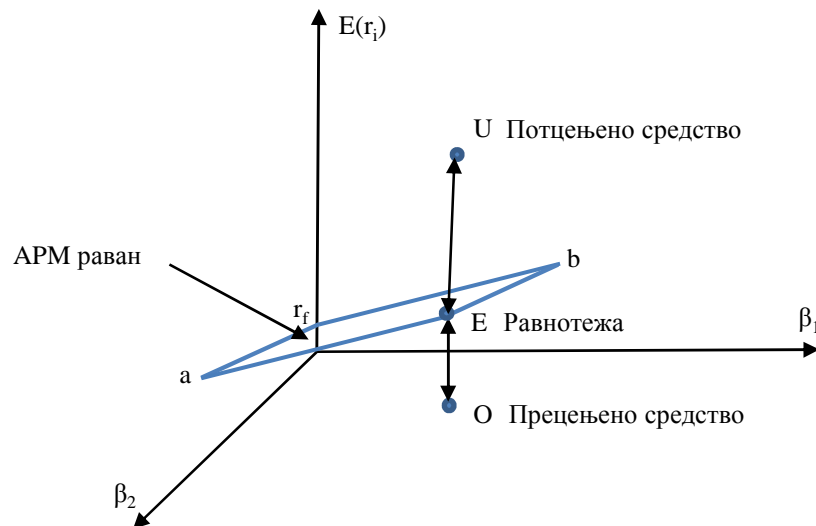
³⁴⁸ Francis, J. C. & Kim, D. (2013). op. cit. p. 383.

арбитраже.³⁴⁹ Тада се АРМ модел за одређивање равнотежне стопе приноса може представити формулом (2.67), а факторске бете формулом (2.68).³⁵⁰

$$E(r_i) = r_f + \lambda_1 \beta_{i1} + \lambda_2 \beta_{i2} + \dots + \lambda_K \beta_{iK} \quad (2.67)$$

$$\beta_{ik} = \frac{\text{cov}(r_i, r_{pk})}{\sigma_{r_{pk}}^2} \quad (2.68)$$

при чему је $\lambda_k = E(r_{pk}) - r_f$, $E(r_{pk})$ је очекивана додатна стопа приноса факторског портфолија чија је осетљивост на k -ти фактор једнака јединици, а на све остале факторе једнака нули ($\sum_{i=1}^n w_i \beta_{ik} = 1$, $\sum_{i=1}^n w_i \beta_{ih} = 0$, за $h = 1, \dots, k - 1, k + 1, \dots, K$), $\text{cov}(r_i, r_{pk})$ представља коваријансу стопа приноса средства i и k -тог фактора ризика, а $\sigma_{r_{pk}}^2$ варијансу k -тог фактора ризика.



Слика 8: АРМ раван за двофакторски модел

Извор: Слика је адаптирана према Francis, J. C. & Kim, D. (2013). *Modern Portfolio Theory*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc, p. 384.

За двофакторски арбитражни модел, слика 8 приказује АРМ раван ($r_f aEb$), односно АРМ једначину (формула (2.67)) у стању тржишне равнотеже. Свака хартија од вредности која не лежи на АРМ равни је погрешно вреднована и, услед тога, према арбитражној теорији

³⁴⁹ Уколико неризично средство не постоји, $E(r_p)$ је очекивана стопа приноса портфолија са нултом бетом. Уопштено говорећи, у стању тржишне равнотеже, на портфолио са нултом бетом се може очекивати неризична стопа приноса. Levy, H. (2012). op. cit., p. 181.

³⁵⁰ Francis, J. C. & Kim, D. (2013). op. cit. p. 383.

постоји могућност за формирање арбитражног портфолија. Хартије од вредности које се налазе изнад АРМ равни (хартија U) су потцењене. Наиме, хартија од вредности U има високу $E(r_i)$ у односу на њен систематски ризик, те ће тражња за овом хартијом расти, а понуда опадати. Са друге стране, све хартије које се нађу испод АРМ равни (хартија O) су прецењене, јер имају прениску $E(r_i)$ у односу на њихов систематски ризик. Услед тога, тражња инвеститора за оваквим хартијама ће опадати, а понуда расти.

Инвеститори ће формирати неризични арбитражни портфолио кратком продајом прецењене хартије O и за новчану противвредност ће купити потцењу хартију U , а овакво кретање понуде и тражње за хартијама од вредности O и U ће трајати док цене, а самим тим и $E(r_i)$, ових хартија од вредности не дођу у равнотежни ниво, односно док се не нађу на АРМ равни.³⁵¹

4.2.1. Фактори АРМ модела и преглед истраживања

Као што је већ наглашено, АРМ модел не прописује унапред колико и које факторе ризика треба узети у обзир. Иако не постоји теоријски водич који би омогућио одабир скупа адекватних фактора, постоје три приступа утврђивања АРМ модела, и то: а) применом статистичких техника као што су анализа основних компоненти (енг. *principal componente analysis*) и факторска анализа (енг. *factor analysis*), б) заменом фактора са K различитих добро диверсификованих портфолија и в) одређивањем K фактора коришћењем знања о економској теорији и финансијским тржиштима.³⁵²

Први од наведених приступа извлачи факторе из матрице варијанси и коваријанси стопа приноса применом статистичких техника и прикладан је за утврђивање њиховог броја. Недостатак овог приступа је што су одређени фактори линеарне комбинације више фундаментаљних економских сила и (чак и када би се ове линеарне комбинације могле економски интерпретирати) проблем лежи у томе што се мењају у времену.³⁵³ За други приступ је карактеристично да факторе представљају тзв. опонашајућа (енг. *mimicking*) портфолија за која се верује да омогућавају апроксимацију фактора ризика повезаног са конкретним атрибутом хартије³⁵⁴ Наиме, у случајевима када се у истраживању користи

³⁵¹ Шошкић, Д. (2010). оп. цит., стр. 234.

³⁵² Burmeister, E., Roll, R., & Ross, S. A. (1994). оп. cit., p. 7.

³⁵³ Ibid.

³⁵⁴ Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., & Goetzmann, W. N. (2014). оп. cit. p. 376. Видети Fama, E. F., & French, K. R. (1993). оп. cit.; Carhart, M. M., (1997). On Persistence in Mutual Fund Performance. *Journal of*

портфолио заснован на конкретној карактеристици хартије, као што је висина В/М рација, опонашајући портфолио се формира као разлика стопа приноса портфолија акција са високим и портфолија акција са ниским В/М рацијом. Овакав портфолио је у највећој мери ослобођен утицаја осталих фактора ризика на стопе приноса и фокусира се на варијације у стопама приноса насталим услед разлика у висини В/М рација.

Код трећег приступа утврђивања АРМ модела, фактори су унапред одређени полазећи од економске теорије и финансијских тржишта. Основна предност овог приступа је та што омогућује економску интерпретацију фактора ризика који детерминишу стопе приноса средстава. Исто тако, трећи приступ омогућује да се, поред коришћења стопа приноса, у моделу користе и додатне економске информације, што доводи до бољих статистичких процена. Елтон и Грубер сматрају да ће у будућности вероватно доминирати вишефакторски модели изграђени на основу унапред одређених фактора.³⁵⁵ Поред тога, верују да ће се статистички приступ користити у циљу добијања потврде да унапред одређени фактори обухватају све главне утицаје, као и да су значајни за објашњавање варијација у стопама приноса.

Статистички приступ и факторску анализу су користили Рол и Рос приликом емпиријског тестирања АРМ модела за период од 03.07.1962. до 31.12.1972. на узорку 42 портфолија формираних од по 30 алфаветски поређаних акција.³⁵⁶ Резултати истраживања су показали да постоји три или четири фактора који генеришу стопе приноса, тј. потврдили су да постоји више статистички значајних фактора, који објашњавају варијације у стопама приноса. Рол и Рос су установили и да варијансе хартија од вредности нису допринеле побољшању АРМ модела, што је у складу са теоријским очекивањима.

На узорку дневних стопа приноса преузетих из CRSP базе података за период од 01.01.1973. до 30.09.1980. године, Чо и остали су испитали резултате факторске анализе коришћене од стране Рола и Роса (за утврђивање броја фактора и вредности њихових коефицијената).³⁵⁷ Добијени резултати истраживања су показали да наведена процедура

Finance, 52(1): 57-82; Fama, E. F., & French, K. R. (2015). A Five-Factor Asset Pricing Model. *Journal of Financial Economics*, 116(1): 1-22.

³⁵⁵ Elton, E. J., & Gruber, M. J. (1997). Modern Portfolio Theory, 1950 to Date. *Journal of Banking & Finance*, 21(11-12): 1743-1759

³⁵⁶ Roll, R., & Ross, S. A. (1980). An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory. *Journal of Finance*, 35(5): 1073-1103.

³⁵⁷ Cho, D. C., Elton, E. J., & Gruber, M. J. (1984). On the Robustness of the Roll and Ross Arbitrage Pricing Theory. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 19(1): 1-10.

има тенденцију прецењивања броја фактора, као и да поред бета коефицијента постоје и додатни фактори који генеришу стопе приноса. Наиме, Чо и остали истичу да је обично потребно два, а повремено и три фактора да би се објасниле варијације у равнотежним стопама приноса. Добијени резултати, дакле, говоре у прилог валидности АРМ модела. Са друге стране, Дримес и остали су указали на недостатке студије Рола и Роса.³⁵⁸ Они нису успели да утврде број фактора који карактерише процес генерисања стопа приноса, јер је број откривених фактора варирао са бројем хартија од вредности у портфолију, који се користио у анализи. Тако су за портфолија од 15 хартија открили 2 карактеристична фактора, за портфолија од 30 хартија 3 фактора, за портфолија од 45 хартија 4 фактора, за портфолија од 60 хартија 6 фактора, а за портфолија од 90 хартија 9 фактора. Они су истакли да пораст броја фактора за већа портфолија није могуће објаснити на основу разлике између невреднованих и вреднованих фактора, будући да није могуће спровести тестове факторске анализе којима би се утврдило да ли је одређени фактор вреднован или не.³⁵⁹

Бинсток и Чен су, пратећи процедуру Рола и Роса, на узорку месечних стопа приноса 220 акција са тржишта капитала Велике Британије за период од децембра 1961. до децембра 1981. године, тестирали АРМ модел.³⁶⁰ Резултати истраживања су показали да се релативно велик део варијансе очекиваних стопа приноса може објаснити АРМ моделом, као и да на тржишту капитала Велике Британије постоји око 20 различитих фактора ризика. Исто тако, истакли су да се са сигурношћу не може тврдити да ли су сви фактори систематске природе.

За други приступ формирања фактора АРМ модела је карактеристично да факторе представља сет портфолија, који одражавају одређене карактеристике узорка хартија од вредности, односно предузећа, и који утичу на процес генерисања стопа приноса. Један од најчувенијих модела формираних овим приступом је трофакторски модел Фаме и Френча.³⁶¹ Будући да је у оквиру првог дела рада трофакторски модел већ презентован (формула (1.35)), овде ће бити представљен само петофакторски модел Фаме и Френча

³⁵⁸ Dhrymes, P. J., Friend, I., & Gultekin, N. B. (1984). A Critical Reexamination of the Empirical Evidence on the Arbitrage Pricing Theory. *Journal of Finance*, 39(2): 323-346.

³⁵⁹ Вреднован фактор је онај чија је премија ризика статистички значајна, док за невредноване факторе то није случај.

³⁶⁰ Beenstock, M., & Chan, K. F. (1986). Testing the Arbitrage Pricing Theory in the United Kingdom. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 48(2): 121-141.

³⁶¹ Fama, E. F., & French, K. R. (1993). op. cit.

(формула (2.69)), који су аутори предложили у настојању да унапреде перформансе трофакторског модела.³⁶²

$$r_i - r_f = a_i + b_i(r_m - r_f) + s_iSMB + h_iHML + m_iRMW + c_iCMA + \varepsilon_i \quad (2.69)$$

где су m_i и c_i факторске бете, RMW фактор профитабилности који се добија као разлика стопа приноса диверсификованих портфолија акција са високом и ниском профитабилношћу, а CMA фактор улагања, који представља разлику стопа приноса диверсификованих портфолија акција предузећа са конзервативним и агресивним улагањима.

Фама и Френч су, на узорку месечних стопа приноса свих акција котираних на Њујоршкој, Америчкој и Наздак берзи у периоду од јула 1963. до децембра 2013. године, закључили да петофакторски модел боље описује варијације у просечним стопама приноса од трофакторског модела. Они истичу да је основни недостатак петофакторског модела његова неспособност да објасни ниске просечне стопе приноса акција малих предузећа, чије се стопе приноса понашају идентично стопама приноса акција оних предузећа која имају значајан ниво улагања упркос ниском нивоу профитабилности. Такође су показали да, са укључивањем фактора улагања и профитабилности у модел, фактор вредности постаје сувишан за објашњавање варијација у просечним стопама приноса акција узорка.

Кархарт је предложио проширење трофакторског модела Фаме и Френча додатним фактором инерције:

$$r_i - r_f = a_i + b_i(r_m - r_f) + s_iSMB + h_iHML + p_iMOM + \varepsilon_i \quad (2.70)$$

где је p_i факторска бета, а MOM стопа приноса утврђена као разлика стопа приноса портфолија акција са највишим и најнижим једнако пондерисаним просечним једанаестомесечним стопама приноса са кашњењем (енг. *leg*) од једног месеца.³⁶³

Кархарт је истраживање спровео на узорку месечних стопа приноса фондова акција, преузетих од Микропал/Подаци инвестиционе компаније (енг. *Micropal/Investment Company Data – ICDI*) и других извора, за период од 1962. до 1993. На основу резултата истраживања је установио да САРМ модел није у стању да објасни варијације у стопама

³⁶² Fama, E. F., & French, K. R. (2015). op. cit.

³⁶³ Carhart, M. M., (1997). op. cit.

приноса, као и да је његов четворофакторски модел показао боље перформансе од трофакторског модела Фаме и Френча. Кархарт је показао да четворофакторски модел не може да објасни само изразито слабе перформансе отворених инвестиционих фондова (енг. *mutual funds*) са најнижим стопама приноса.

4.3. Факторски модели са макроекономским варијаблама

Чен и остали су идентификовали сет макроекономских фактора ризика, који утичу на стопе приноса хартија од вредности.³⁶⁴ Приликом избора фактора који би могли да буду извори систематског ризика средства, Чен и остали су пошли од резултата претходних емпиријских истраживања, а потом су тестирали процес генерисања стопа приноса дат формулом (2.71):

$$r = \alpha + \beta_{MP}MP + \beta_{DEI}DEI + \beta_{UI}UI + \beta_{UPR}UPR + \beta_{UTS}UTS + \varepsilon \quad (2.71)$$

где је α константа модела, β_{MP} , β_{DEI} , β_{UI} , β_{UPR} и β_{UTS} факторске бете, MP месечна промена индустријске производње у САД, DEI промена очекиване стопе инфлације мерена индексом потрошачких цена у САД, UI неочекивана инфлација која се добија као разлика реализоване стопе инфлације (мерене индексом потрошачких цена) и очекиване стопе инфлације, UPR премија ризика неизвршења обавеза, а UTS временска премија ризика³⁶⁵.

Чен и остали су за оцењивање модела користили месечне стопе приноса тржишта капитала САД за период од јануара 1953. до новембра 1983. На основу добијених резултата, Чен и остали су показали да су индустријска производња, премија ризика неизвршења обавеза и временска премија статистички значајне за објашњавање варијација очекиваних стопа приноса акција. Поред тога, установили су да и друге варијабле, као што су мере неочекиване инфлације и промене у очекиваној инфлацији током периода високе волатилности, имају утицај на стопе приноса акција, али је њихов утицај нешто слабији. Чен и остали истичу да ни тржишни портфолио, ни агрегатна потрошња не могу да на статистички значајном нивоу допринесу објашњавању варијација у стопама приноса акција, као и да ризик промене цене нафте није компензиран премијом на тржишту САД. Коначно, нагласили су да, иако тржишни

³⁶⁴ Chen, N. F., Roll, R., & Ross, S. A. (1986). *op. cit.*

³⁶⁵ UTS се добија као разлика стопе приноса дугорочних државних обвезница и стопе приноса благајничких записа.

индекс објашњава значајан део варијабилности стопа приноса акција, он има малу моћ објашњавања варијација у стопама приноса у поређењу са макроекономским варијаблама.

Бројни аутори су испитивали успешност модела Чена и осталих на различитим тржиштима, али су резултати њихових истраживања контрадикторни. Тако су Шанкен и Вајнстајн, у циљу преиспитавања односа стопа приноса и макроекономских фактора на тржишту капитала САД, поновили истраживање Чена и осталих за период од 1958. до 1983.³⁶⁶ За разлику од Чена и осталих, одредили су бета коефицијенте након формирања портфолија рангирањем акција према критеријуму величине предузећа. Такође, док су Чен и остали открили пет статистички значајних макроекономских фактора и тржишни индекс који није статистички значајан, Шанкен и Вајнстајн су открили да је поред тржишног индекса само фактор индустријске производње позитиван и статистички значајан за објашњавање варијација у стопама приноса на тржишту капитала САД.

Пун и Тејлор су истражили значај макроекономских варијабли Чена и осталих на тржишту капитала Велике Британије у периоду од 1965. до 1984.³⁶⁷ Открили су да макроекономски фактори, који су били статистички значајни у студији Чена и осталих, на статистички значајном нивоу не утичу на стопе приноса акција у Великој Британији. Закључили су да је могуће да неки други макроекономски фактори делују на стопе приноса акција у Великој Британији или да је методологија Чена и осталих неадекватна.

Бинсток и Чен су на узорку месечних стопа приноса портфолија за тржиште капитала Велике Британије у периоду од октобра 1977. до децембра 1983. године, показали да четири економске варијабле на статистички значајном нивоу доприносе објашњавању варијација у стопама приноса.³⁶⁸ Наиме, они су показали да каматне стопе, трошкови горива и материјала, понуда новца и инфлација могу да објасне 33% варијација у стопама приноса.

³⁶⁶ Shanken, J., & Weinstein, M. (2006). Economic Forces and the Stock Market Revised. *Journal of Empirical Finance*, 13(2): 129-144.

³⁶⁷ Poon, S., & Taylor, S. (1991). Macroeconomic Factors and the UK Stock Market. *Journal of Business and Accounting*, 18(5): 619-636.

³⁶⁸ Beenstock, M., & Chan, K. (1988). Economic Forces in the London Stock Market. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 50(1): 27-39.

Борисова је за тржиште Чешке, Мађарске, Пољске и Словачке, поред CAPM модела, тестирала четворофакторски модел са факторима тржишта, индустријске производње, инфлације и временске премије ризика.³⁶⁹ Резултати њеног истраживања су показали да само фактори индустријске производње и инфлације у Словачкој, односно фактор инфлације у Пољској, на статистички значајном нивоу доприносе објашњавању варијација у просечним стопама приноса. Борисова је након испитивања способности почетног четворофакторског модела и алтернативних факторских модела са макроекономским варијаблама да објасне варијације у просечним стопама приноса установила да је на тржишту Мађарске, Пољске и Словачке почетни четворофакторски модел супериорнији од алтернативних модела. Са друге стране, за тржиште Чешке модел са факторима тржишта, индустријске производње, извоза и понуде новца је објаснио највећи проценат варијација у стопама приноса. Борисова је закључила да су мултифакторски модели са макроекономским факторима прикладни за утврђивање цене уложеног капитала у Чешкој, Мађарској, Пољској и Словачкој.

Билсон и остали су тестирали вишефакторски модел са сетом глобалних и локалних фактора на узорку акција 20 тржишта у развоју у периоду од 1985. до 1997.³⁷⁰ Као апроксимацију глобалних фактора ризика су користили стопе приноса MSCI светског индекса (енг. *MSCI World Index*), док су као апроксимацију локалних фактора користили понуду новца, цене добара, реалну привредну активност и девизни курс. Открили су да су наведене локалне, макроекономске варијабле, поред глобалног фактора представљеног светским индексом, од значаја за објашњавање варијација у стопама приноса изабраних земаља. Истакли су да се након увођења ширег сета варијабли у истраживање моћ модела значајно повећава. Између додатних фактора чији су значај разматрали, истичу важност микроекономских варијабли - дивидендне стопе и Р/Е рација. Такође су указали на значај модела у коме су локални фактори најзначајнији за објашњавање варијација у стопама приноса на тржиштима у развоју. Поред тога, Билсон и остали су истраживали степен истоветности стопа приноса одабраних земаља у развоју. На основу извучених основних компоненти (енг. *principal componente*), установили су да стопе приноса земаља у развоју доиста имају сличну осетљивост на

³⁶⁹ Borys, M. (2011). Testing Multi-Factor Asset Pricing Models in the Visegrad Countries. *Czech Journal of Economics and Finance*, 61(2): 118-139.

³⁷⁰ Bilson, C., Brailsford, T., & Hooper, V. (2001). Selecting Macroeconomic Variables as Explanatory Factors of Emerging Stock Market Returns. *Pacific-Basin Finance Journal*, 9(4): 401-426.

одређене испитиване факторе. Истоветност стопа приноса је била посебно изражена на нивоу региона.

Азез и Јонезава су применом АРМ модела покушали да открију макроекономске факторе од значаја на јапанском тржишту капитала у периоду од 1973. до 1998.³⁷¹ Фокусирали су се на утврђивање евентуалних разлика у статистичкој значајности фактора током економског мехура (1980-1989) у односу на периоде пре и после мехура. Открили су четири фактора (понуда новца, инфлација, девизни курс и индустријска производња) са статистички значајним утицајем на стопе приноса у сваком од посматраних краћих периода. Истакли су да је, иако су број статистички значајних фактора и њихов предзнак релативно стабилни у три посматрана краћа периода, величина премије ризика фактора током периода економског мехура и након њега већа у односу на период пре мехура. Исто тако, Азез и Јонезава су утврдили да се током економског мехура варијансе макроекономских фактора нису повећале, због чега сматрају да би веће премије ризика током мехура требало да буду резултат повећаног ризика пуцања мехура.

³⁷¹ Azeez, A., & Yonezawa, Y. (2006). Macroeconomic Factors and the Empirical Content of the Arbitrage Pricing Theory in the Japanese Stock Market. *Japan and the World Economy*, 18(4): 568-591.

ДЕО III

МЕТОДОЛОГИЈА ТЕСТИРАЊА ВАЛИДНОСТИ МОДЕЛА ЗА ПРОЦЕНУ РИЗИКА И ПРИНОСА

1. Регресиона анализа временских серија

За тестирање валидности модела за процену ризика и приноса се често користи регресиона анализа временских серија (енг. *time-series regression*).³⁷² Тестирање валидности једнофакторског модела за процену стопа приноса у коме је фактор премија за тржишни ризик ($f_{it} = r_{mt} - r_{ft}$), као што је то случај код CAPM модела, помоћу регресионе анализе временских серија се спроводи у два корака. Први корак захтева процену параметара модела приказаног једначином (3.1), а други тестирање вредности коефицијента регресионог одсечка (α_i).³⁷³

$$r_{it} - r_{ft} = \alpha_i + \beta_i f_{it} + \varepsilon_{it}, t = 1, \dots, T, i = 1, \dots, N \quad (3.1)$$

Процена вредности параметара модела (3.1) се обично спроводи OLS методом. Нулта хипотеза да је регресиони одсечак једнак нули ($H_0: \alpha_i = 0$) се тестира стандардним t тестом. Сматра се да је модел валидан уколико је α_i једнака нули за сва средства, односно када све оцене $\hat{\alpha}_i$ нису статистички значајно различите од нуле.³⁷⁴ Вјендраме је указао да су оцењене вредности премија за ризик фактора модела једнаке просечној вредности коришћеног фактора, односно у случају CAPM модела просечној вредности премије за тржишни ризик ($E(\hat{f}_i) = \bar{f}_i = \overline{r_m - r_f}$).³⁷⁵

Будући да је процедура тестирања CAPM модела заснована на коришћењу регресионе анализе временских серија појединачних средства једноставна, али неефикасна, Блек и остали су дизајнирали методологију која омогућава коришћење агрегатних података великог броја хартија.³⁷⁶ Они су, наиме, груписали хартије у портфолија према висини бете средстава из претходног периода. Истраживање су спровели на узорку месечних стопа приноса акција котираних на Њујоршкој берзи у периоду од јануара 1926. до марта

³⁷² Бројни аутори су у својим истраживањима користили наведену методологију. Видети Fama, E. F., & French, K. R. (1993). op. cit.; Fama, E. F., & French, K. R. (1996). op. cit.; Carhart, M. M., (1997). op. cit.; Lewellen, J., Nagel, S., & Shanken, J. (2010). A Sceptical Appraisal of Asset Pricing Testis. *Journal of Financial Economics*, 96(2): 175-194; Fama, E. F., & French, K. R. (2015). op. cit.

³⁷³ Cochrane, J. H. (2001). op. cit., p. 230.

³⁷⁴ Ibid.

³⁷⁵ Vendrame, V. (2014). op. cit., p.135.

³⁷⁶ Black, F., Jensen, M., & Scholes, M. (1972). op. cit. Процедура тестирања је неефикасна јер користи информације везане за само једну хартију у условима када су доступни подаци за велик број различитих хартија. Када би оцене α_i биле независне и имале резидуале чија је расподела нормална, било би могуће упоредити фреквенције дистрибуција t вредности одсечака са теоријском расподелом. Неефикасност теста се јавља јер резидуали нису пресечно независни (енг. *cross-sectionally independent*) ($E(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{jt}) \neq 0$ за $i \neq j$). Видети Black, F., Jensen, M., & Scholes, M. (1972). op. cit.; Francis, J. C. & Kim, D. (2013). op. cit. p. 333. Black, F., Jensen, M., & Scholes, M. (1972). op. cit.

1966. године, при чему су потребне податке преузели из CRSP базе података. Акције су груписали у 10 једнако пондерисаних портфолија према висини бете, при чему су бете одредили за период од јануара 1926. до децембра 1930. Потом су утврдили месечне стопе приноса 10 формираних портфолија за преосталих 36 година анализе (јануар 1931. до марта 1966. године). Коначно, спровели су регресију временских серија и проценили параметре модела (3.2).

$$r_{pt} - r_{ft} = \alpha_p + \beta_p(r_{mt} - r_{ft}) + \varepsilon_{pt}, t = 1, \dots, T, p = 1, \dots, 10 \quad (3.2)$$

Регресиона анализа премија за ризик портфолија ($r_{pt} - r_{ft}$) у односу на премију за тржишни ризик ($r_{mt} - r_{ft}$) је показала да хартије са високом бетом имају статистички значајне и негативне, а хартије са ниском бетом статистички значајне и позитивне регресионе одсечке, што је супротно теоријским очекивањима. Поред тога, резултати су показали да је наведени ефекат постао израженији протоком времена.

У циљу тестирања стационарности резултата, Блек и остали су истраживање спровели за 4 краћа периода дужине 105 месеци. Добијени резултати су показали да вредности α_p нису стационарне у времену. Наиме, у првом краћем периоду, позитивне вредности α_p ризичних портфолија су указале да су њихове акције зарадиле више, док су негативне вредности α_p портфолија малог ризика показале да су акције зарадиле мање него што CAPM модел предвиђа. Када су преостала три краћа периода у питању, резултати су показали да су ризична портфолија зарадила мање, а портфолија ниског ризика више него што модел предвиђа, као и да су одступања зараде од износа предвиђеног моделом прогресивно расла у времену. На основу сакупљених доказа, Блек и остали су одбацили хипотезу да је регресиони одсечак једнак нули ($H_0: \alpha_p = 0$) и закључили да портфолија са високом бетом имају нижу, а портфолија са ниском бетом вишу стопу приноса од стопе предвиђене традиционалним CAPM моделом, те се модел не може сматрати валидним.

Вјендраме је показао да, када се на десну страну једначине (3.1) уз премију за тржишни ризик додају и други фактори ризика, модел се сматра валидним уколико регресиони коефицијенти додатних фактора нису статистички значајни.³⁷⁷

³⁷⁷ Vendrame, V. (2014). op. cit., p.136.

а) Тест Гибонса, Роса и Шенкена

Када се валидност модела за процену ризика и приноса оцењује на узорку N средстава, уместо спровођења N униваријантних, стандардних t тестова и анализе исто толико статистика теста, као код Блека и осталих, могуће је спровести заједничко тестирање једнакости регресионих одсецака свих средстава са нулом (формула (3.3)).

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_N = 0 \quad (3.3)$$

Приликом тестирања хипотезе (3.3), уз претпоставку да нема аутокорелације и хетероскедастичности, до χ^2 тест статистике (формула (3.4)) се долази дељењем вектора оцењених одсецака $\hat{\alpha} = [\hat{\alpha}_1 \hat{\alpha}_2 \dots \hat{\alpha}_N]'$ са њиховом матрицом варијанси и коваријанси:

$$T \left[1 + \left(\frac{E_T(f)}{\hat{\sigma}(f)} \right)^2 \right]^{-1} \hat{\alpha}' \hat{\Sigma}^{-1} \hat{\alpha} \sim \chi_N^2 \quad (3.4)$$

где су $E_T(f)$ просечна вредност појединачног фактора узорка, $\hat{\sigma}(f)$ стандардна девијација фактора узорка, $\hat{\Sigma} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t \varepsilon_t'$ оцењена матрица резидуалних коваријанси узорка ($\Sigma = E(\varepsilon_t \varepsilon_t')$), при чему је $\varepsilon_t = [\varepsilon_{1t} \varepsilon_{2t} \dots \varepsilon_{Nt}]'$, а T број опсервација временске серије.

Асимптотски валидан тест приказан формулом (3.4) ће одбацити валидност модела за процену стопа приноса уколико је приликом тестирања хипотезе приказане једначином (3.3) добијена вредност χ_N^2 статистике већа од критичне вредности.³⁷⁸ Приликом тестирања хипотезе о једнакости регресионих одсецака свих средстава са нулом, за мале узорке са F распоредом, користи се тест статистика Гибонса, Роса и Шенкена (GRS) приказана формулом (3.5).³⁷⁹

$$GRS = \frac{T - N - 1}{N} \left[1 + \left(\frac{E_T(f)}{\hat{\sigma}(f)} \right)^2 \right]^{-1} \hat{\alpha}' \hat{\Sigma}^{-1} \hat{\alpha} \sim F_{N, T-N-1} \quad (3.5)$$

³⁷⁸ Будући да је у општем случају број средстава (N) непознат, критична вредност теста се не може навести.

³⁷⁹ Gibbons, M. R., Ross, S. A., & Shanken, J. (1989). *op. cit.*; Видети Cochrane, J. H. (2001). *op. cit.*, p. 231.

³⁷⁹ Cochrane, J. H. (2001). *op. cit.*, p. 233.

Уколико је у модел за процену ризика и приноса укључен већи број фактора и под претпоставком да су случајне грешке независно и идентично нормално распоређене, тест статистика се детерминише формулом (3.6):

$$\frac{T - N - K}{N} [1 + E_T(f)' \hat{\Omega}^{-1} E_T(f)]^{-1} \hat{\alpha}' \hat{\Sigma}^{-1} \hat{\alpha} \sim F_{N, T-N-K} \quad (3.6)$$

при чему су $\hat{\Omega} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [f_t - E_T(f)][f_t - E_T(f)]'$, f_t вредност фактора у тренутку t , а K број фактора.³⁸⁰ Процедура Гибонса, Роса и Шенкена за тестирање валидности модела за процену ризика и приноса, дакле, захтева утврђивање оцена параметара модела, израчунавање вредности тест статистике и њено поређење са критичном вредношћу.³⁸¹

Вјендраме је истакао да презентована методологија за тестирање валидности модела за процену ризика и приноса има одређене недостатке услед којих је он дао предност коришћењу регресионе анализе у две фазе (енг. *two pass regression, cross-sectional regression*).³⁸² Он наводи следеће недостатке методологије: а) не може се применити приликом утврђивања одговарајуће премије за ризик када је неутржива имовина укључена у истраживање, б) тест може да одбаци модел чак и када за резултат има мале вредности регресионих одсечака уколико су вредности стандардних грешака мале, као и у случајевима када је мали број портфолија погрешно вреднован (услед претерано великих грешака процењивања), в) тест може да наведе на закључке различите у односу на закључке регресионе анализе у две фазе и г) тест може да одговори на питање који фактори објашњавају историјску варијабилност стопа приноса, али не и на најважније питање које гласи због чега различита портфолија обезбеђују различите стопе приноса.

2. Регресиона анализа у две фазе

Регресиона анализа у две фазе, као други тип методологија за утврђивање валидности модела за процену ризика и приноса, се спроводи у циљу утврђивања узрока разлика у варијацијама просечних стопа приноса различитих средстава. Добро је познато да очекиване стопе приноса средства треба да буду високе када средство има високу бету или значајну изложеност одређеном фактору са високом премијом за ризик.³⁸³ У случају

³⁸⁰ Cochrane, J. H. (2001). op. cit., p. 233.

³⁸¹ Gibbons, M. R., Ross, S. A., & Shanken, J. (1989). op. cit.

³⁸² Vendrame, V. (2014). op. cit., p.140.

³⁸³ Cochrane, J. H. (2001). op. cit., p. 235.

CAPM модела, регресиона анализа у две фазе испитује да ли су стопе приноса средстава линеарно повезане са њиховим бетама, а сама процедура захтева процењивање вредности параметара две регресије и тестирање добијених оцена. Помоћу прве регресије се процењују бета коефицијенти применом модела (3.1) и опсервација временских серија стопа приноса средстава. У другој регресији (једначина (3.7)), просечне додатне стопе приноса средстава у одређеном периоду t ($\bar{r}_i - \bar{r}_f$) представљају зависну, процењене бете из претходне фазе ($\hat{\beta}_i$) представљају независну варијаблу модела, а сама регресија резултира утврђивањем вредности регресионих коефицијената γ_0 и γ_1 .³⁸⁴

$$\bar{r}_i - \bar{r}_f = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{\beta}_i + \varepsilon_i, i = 1, \dots, N \quad (3.7)$$

Уколико се истраживање валидности CAPM модела спроводи на узорку додатних стопа приноса, модел се сматра валидним у случајевима када су испуњени следећи услови:

- γ_0 на статистички значајном нивоу није различит од нуле; Када је истраживање засновано на стопама приноса (а не на додатним стопама приноса), да би се модел сматрао валидним, неопходно је да коефицијент γ_0 на статистички значајном нивоу не буде различит од неризичне стопе приноса.
- γ_1 има позитивну вредност једнаку просечној премији за тржишни ризик ($\bar{r}_m - \bar{r}_f$) и
- бета је једина варијабла која објашњава варијације у стопама приноса ризичних средстава. Уколико су у регресиону једначину (3.7) укључени додатни фактори ризика, они нису у стању да објасне варијације у стопама приноса, односно њихови коефицијенти не би требало да буду статистички значајно различити од нуле.³⁸⁵

Потребно је истаћи да се приликом употребе регресионе анализе у две фазе јавља проблем погрешног мерења варијабле (енг. *errors-in-variable problem*). Проблем настаје услед тога што се у првој регресији анализе процењује бета, а потом се добијена процена, која може бити измерена са грешком, користи као независна варијабла у другој регресији методологије. Коришћење процењених бета коефицијената измерених са грешком доводи до непрецизности приликом одређивања премије за тржишни ризик применом

³⁸⁴ Francis, J. C. & Kim, D. (2013). op. cit. p. 335.

³⁸⁵ Francis, J. C. & Kim, D. (2013). op. cit. p. 336.

друге регресије. Уобичајена пракса решавања овог проблема је груписање акција у портфолије према одређеним критеријумима, као што су висина бета коефицијената хартија, величина предузећа или В/М рацио.

Францис и Ким истичу да се са смањењем броја портфолија који се тестира, односно повећањем броја хартија од вредности у портфолију, грешка у мерењу оцењених бета коефицијената смањује, а самим тим се смањује проблем варијабилности мерених са грешком.³⁸⁶ Они, међутим, истичу да се са смањењем броја портфолија услед губитка информација смањује и снага теста.

Анг и остали су упоредили ефикасност коришћења појединачних акција и портфолија акција приликом тестирања валидности модела за процену ризика и приноса применом регресионе анализе у две фазе.³⁸⁷ Установили су да прецизније процене бете, коришћењем портфолија, не води прецизнијем одређивању премије за тржишни ризик. Наиме, Анг и остали су показали да формирање портфолија резултира како смањењем дисперзије у бета коефицијентима, тако и губитком информација, што доводи до виших стандардних грешака приликом одређивања премије за тржишни ризик. Они су мишљења да приликом утврђивања валидности модела за процену ризика и приноса применом регресионе анализе у две фазе не постоји разлог због кога би акције требало груписати у портфолија, односно сматрају да би тестове требало спровести на узорку стопа приноса појединачних акција.

Бројне студије су користиле управо регресиону анализу у две фазе у циљу тестирања модела за процену ризика и приноса, а у наставку ће бити детаљније изложене методологије Линтнера, затим Блека, Џенсена и Шолса, као и Фаме и Макбета.³⁸⁸ Кан и остали истичу да је од развоја методологије Блека, Џенсена и Шолса, као и Фаме и Макбета, регресиона анализа у две фазе постала најпопуларнији приступ за оцењивање

³⁸⁶ Francis, J. C. & Kim, D. (2013). op. cit. p. 344.

³⁸⁷ Ang, A., Liu, J., & Schwarz, K. (2018). Using Stocks or Portfolios in Tests of Factor Models. Available at <http://finance.wharton.upenn.edu/~kschwarz/Portfolios.pdf> (01.08.2018.).

³⁸⁸ Levy, H. (2012). op. cit., pp. 192-194; Black, F., Jensen, M., & Scholes, M. (1972). op. cit.; Fama, E. F., & MacBeth, J. (1973). op. cit. Различите студије тестирају моделе за процену ризика и приноса помоћу регресионе анализе у две фазе. Видети Banz, R. W. (1981). op. cit.; Chen, N. F., Roll, R., & Ross, S. A. (1986). op. cit.; Amihud, Y., & Mendelson, H. (1986). op. cit.; Fama, E. F., & French, K. R. (1992). op. cit.; Lettau, M., & Ludvigson, S. (2001). op. cit.; Daniel, K., & Titman, S. (1997). Evidence on the Characteristics of Cross Sectional Variation in Stock Returns. *Journal of Finance*, 52(1): 1-33; Daniel, K., & Titman, S. (2006). Market Reactions to Tangible and Intangible Information. *Journal of Finance*, 61(4): 1605-1643; Lewellen, J., Nagel, S., & Shanken, J. (2010). op. cit.

и тестирање модела за процену ризика и приноса.³⁸⁹ Са друге стране, Гојал истиче да су два најчешће коришћена приступа за тестирање модела за процену ризика и приноса регресиона анализа временских серија и регресиона анализа у две фазе, као и да избор приступа тестирања често зависи од индивидуалних преференција истраживача.³⁹⁰

2.1. Линтнерова методологија

Линтнер је користио регресиону анализу у две фазе и податке о годишњим стопама приноса 301 америчке акције за период од 1954. до 1963.³⁹¹ Након што је одредио просечне стопе приноса (\bar{r}_i), као и бета коефицијенте и вредности варијансе резидуала ($S_{\varepsilon_i}^2$) појединачних акција применом прве (временске) регресије (формула (3.1)), Линтнер је у другом кораку спровео регресију приказану једначином (3.8):

$$\bar{r}_i = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{\beta}_i + \gamma_2 S_{\varepsilon_i}^2 + \varepsilon_i \quad (3.8)$$

где су γ_0 , γ_1 и γ_2 регресиони коефицијенти. Линтнер је у анализу укључио резидуалну варијансу јер је установио да она објашњава значајан део варијација просечних стопа приноса. Он је дошао до следећих процена:

$$\bar{r}_i = 0,108 + 0,063\beta_i + 0,237S_{\varepsilon_i}^2 \quad (3.9)$$

$$\begin{array}{cc} (0,009) & (0,035) \\ t = 6,9 & t = 7,8 \end{array}$$

при чему су вредности у заградама стандардне девијације процењених параметара, а вредности испод њих одговарајуће t статистике.

Добијени резултати су показали да коефицијент γ_0 , који представља процењену вредност неризичне стопе, износи 10,8%, док је историјска вредност неризичне стопе у посматраном периоду била много мања, што не говори у прилог валидности CAPM

³⁸⁹ Kan, R., Robotti, C., & Shanken, J. (2009). Pricing Model Performance and the Two-Pass Cross-Sectional Regression Methodology. *Federal Reserve Bank of Atlanta Working Paper 2009-11*; Kan, R., Robotti, C., & Shanken, J. (2013). Pricing Model Performance and the Two-Pass Cross-Sectional Regression Methodology. *Journal of Finance*, 68(6): 2617-2649.

³⁹⁰ Goyal, A. (2012). Empirical Cross-Sectional Asset Pricing: A Survey. *Financial Markets and Portfolio Management*, 26(1): 3-38. У циљу тестирања конзистентности добијених резултата, Гојал је препоручио коришћење оба приступа. У литератури се, међутим, релативно ретко сусрећу студије које за утврђивање валидности модела за процену ризика и приноса користе оба приступа истовремено. Једна од таквих је студија Левелина и осталих. Lewellen, J., Nagel, S., & Shanken, J. (2010). op. cit.

³⁹¹ Levy, H. (2012). op. cit., pp. 192-194.

модела. Поред тога, резултати су показали да између просечних стопа приноса и процењених вредности бета коефицијената постоји статистички значајан и позитиван однос, како то теорија и очекује. Иако резултати откривају да тржиште надокнађује изложеност систематском ризику, однос између просечних стопа приноса и бета коефицијената је хоризонталнији (равнији) него што се то очекује на основу CAPM модела. Процењена вредност премије за тржишни ризик је 6,3%, док је њена историјска вредност у посматраном периоду била 16,5%, што, такође, не говори у прилог валидности модела. Као што је већ истакнуто, коефицијенти додатних фактора ризика не би требало да буду статистички значајно различити од нуле да би се CAPM модел сматрао валидним, што није случај у Линтнеровој студији. Наиме, Линтнер је открио да је коефицијент γ_2 позитиван и статистички значајан, што говори да тржиште надокнађује инвеститору изложеност несистематском ризику, као и да његова премија ризика износи 23,7%.

2.2. Методологија Блека, Џенсена и Шолса

Поред регресионе анализе временских серија, Блек и остали су спровели регресиону анализу у две фазе.³⁹² Наиме, након процене месечних стопа приноса 10 портфолија за период од 35 година, који су формирано применом њихове процедуре (презентоване у оквиру тачке 1, они су, за период од јануара 1931. до децембра 1965. године, као и за 4 једнака краћа периода, спровели другу регресију приказану једначином (3.10).

$$\bar{r}_p - \bar{r}_f = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{\beta}_p + \varepsilon_p, p = 1, \dots, 10 \quad (3.10)$$

где је $\bar{r}_p - \bar{r}_f$ просечни додатни принос портфолија, $\hat{\beta}_p$ бета портфолија, а ε_p резидуални принос (случајна грешка) портфолија.

У табели 2 се може видети преглед резултата регресионе анализе у две фазе Блека и осталих, како за укупан период, тако и за посматране краће периоде.

³⁹² Black, F., Jensen, M., & Scholes, M. (1972). op. cit.; Francis, J. C. & Kim, D. (2013). op. cit. p. 336.

Табела 2: Резултати регресионе анализе у две фазе Блека, Џенсена и Шолса за укупан период и краће периоде истраживања

Период тестирања	$\hat{\gamma}_0$	$t(\hat{\gamma}_0)$	$\hat{\gamma}_1$	$\gamma_1 = \bar{R}_m$	$t(\gamma_1 - \hat{\gamma}_0)$
1/31-12/65	0,0036	6,5200	0,0108	0,0142	6,5300
1/31-9/39	-0,0080	-4,4500	0,0304	0,0220	-4,9100
10/39-6/48	0,0044	3,2000	0,0107	0,0149	3,2300
7/48-3/57	0,0078	7,4000	0,0033	0,0112	7,9800
4/57-12/65	0,0102	18,8900	-0,0012	0,0088	19,6100

Извор: Black, F., Jensen, M., & Scholes, M. (1972). The Capital Asset Pricing Model: Some empirical tests. Studies in the Theory of Capital Markets. New York: Praeger Publishers.

Напомена: $\hat{\gamma}_0$ је оцењена вредност регресионог одсечка, $\hat{\gamma}_1$ оцењена вредност коефицијента нагиба, $t()$ вредности t статистике, \bar{R}_m просечна месечна премија за тржишни ризик.*

Блек и остали су утврдили да између просечних стопа приноса и процењених бета коефицијената портфолија постоји линеаран и позитиван однос када је читав период истраживања у питању, као и у свим осим у последњем краћем периоду, што говори у прилог валидности САРМ модела. Вредности коефицијента γ_0 су биле статистички значајно различите од нуле, како у укупном периоду, тако и у краћим периодима, што није у складу са теоријским очекивањима. Поред тога, вредности коефицијента γ_1 су биле у свим посматраним временским интервалима статистички значајно различите од просечне историјске премије за тржишни ризик. Вредност коефицијента γ_1 је у првом потпериоду била већа, а у свим осталим периодима мања од просечне историјске премије за тржишни ризик.

2.3. Методологија Фама и Макбета

Фама и Макбет су тестирали однос између просечних месечних стопа приноса и ризика свих обичних акција котираних на Њујоршкој берзи у периоду од јануара 1926. до јуна 1968.³⁹³ Истраживање су спровели на узорку 20 портфолија и регресионе анализе у две фазе, а методологија коју су предложили се састоји од три корака. У првом кораку, Фама и Макбет су на узорку месечних стопа приноса, за тзв. период формирања портфолија (енг. *portfolio formation period*) од 1926. до 1929. године, помоћу временске регресије

³⁹³ Fama, E. F., & MacBeth, J. (1973). op. cit.

примењене на тржишни модел (формула (3.11)), проценили бета коефицијенте (β_i) и стандардну девијацију резидуала ($S(\eta_i)$) појединачних хартија од вредности.

$$r_{it} = a_i + \beta_i r_{mt} + \eta_{it} \quad (3.11)$$

Након тога, су рангирани хартије од вредности према висини процењених бета коефицијената и сврстали их у 20 портфолија.

У другом кораку су за период процене (енг. *estimation period*), који је обухватио наредних 5 година (1930-1934), формулом (3.11) поново проценили $\hat{\beta}_i$. Бете портфолија ($\hat{\beta}_{p,t-1}$) су утврдили као просечну пондерисану вредност добијених $\hat{\beta}_i$ хартија које су сачињавале конкретан портфолио. Поред $\hat{\beta}_{p,t-1}$, Фама и Макбет су у другом кораку одредили резидуалне стандардне девијације портфолија ($\bar{S}_{p,t-1}(\hat{\eta}_i)$), као просек вредности $S(\hat{\eta}_i)$, утврђених формулом (3.11) и подацима о стопама приноса из истог периода за који су израчунате $\hat{\beta}_i$ хартија. Трећи корак захтева процењивање вредности регресионих коефицијента једначине (3.12) за сваки месец периода тестирања (енг. *testing period*), који је обухватио наредне четири године (1935-1938):

$$r_{pt} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t}\hat{\beta}_{p,t-1} + \gamma_{2t}\hat{\beta}_{p,t-1}^2 + \gamma_{3t}\bar{S}_{p,t-1}(\hat{\eta}_i) + \varepsilon_{pt}, \quad p = 1, \dots, 20 \quad (3.12)$$

где су r_{pt} стопе приноса портфолија p за месец t , а $\hat{\beta}_{p,t-1}^2$ просечна вредност квадрата процењених $\hat{\beta}_i$ оцењених у другом кораку (период процене).³⁹⁴ Фама и Макбет су процедуру од три корака поновили укупно 9 пута за сукцесивне периоде.³⁹⁵ Затим су, у циљу оцене валидности CAPM модела, тестирали следеће хипотезе:

1. Линеарност: $\gamma_{2t} = 0$. Уколико је однос између стопа приноса и ризика линеаран, коефицијент γ_{2t} не би требао да буде статистички значајно различит од нуле.
2. Бета је једини значајан фактор ризика: $\gamma_{3t} = 0$. Када је бета једина значајна мера ризика, коефицијент γ_{3t} не би требало да буде статистички значајно различит од нуле.

³⁹⁴ Стопе приноса 20 портфолија (r_{pt}) за сваки месец периода тестирања су утврђене као просечна вредност стопа приноса појединачних хартија (r_{it}) које сачињавају конкретан портфолио.

³⁹⁵ Сви периоди формирања портфолија након првог су били дуги 7 година, тако је други обухватио период од 1927. до 1933. године, трећи од 1931. до 1937. године и тако редом. Подаци о стопама приноса из наредних пет година након сваког периода формирања портфолија (1934-1938, 1938-1942 итд.) су коришћени за процењивање вредности параметара формуле (3.11). Помоћу података из периода који обухвата 4 године након сваког периода процењивања (1939-1942, 1943-1946 итд.) је извршено процењивање коефицијената регресије (3.12).

3. Веза између стопа приноса и ризика је позитивна: $\gamma_{1t} > 0$. Инвеститори би требало да буду награђени за изложеност систематском ризику. Наиме, коефицијент γ_{1t} би требало да буде статистички значајно већи од нуле и једнак историјској вредности премије за тржишни ризик.
4. Шарп-Линтнерова (енг. *Sharpe-Lintner*) хипотеза: $\gamma_{0t} = r_{ft}$. Одсечак на у оси не би требало да буде статистички значајно различит од неризичне стопе приноса.

Фама и Макбет су хипотезе тестирали помоћу просечних вредности процењених регресионих коефицијената $\hat{\gamma}_{0t}$, $\hat{\gamma}_{1t}$, $\hat{\gamma}_{2t}$ и $\hat{\gamma}_{3t}$ и t теста (формула (3.13)), при чему су варијансе ($s^2(\bar{\hat{\gamma}}_j)$) и стандардне девијације ($s(\bar{\hat{\gamma}}_j)$) процењених коефицијената $\hat{\gamma}_{jt}$ утврдили формулама (3.14) и (3.15):³⁹⁶

$$t(\bar{\hat{\gamma}}_j) = \frac{\bar{\hat{\gamma}}_j}{s(\bar{\hat{\gamma}}_j)/\sqrt{T}}, j = 0,1,2,3 \quad (3.13)$$

$$s^2(\bar{\hat{\gamma}}_j) = \frac{1}{T(T-1)} \sum_{i=1}^T (\hat{\gamma}_{jt} - \bar{\hat{\gamma}}_j)^2 \quad (3.14)$$

$$s(\bar{\hat{\gamma}}_j) = \sqrt{s^2(\bar{\hat{\gamma}}_j)} \quad (3.15)$$

где су $\bar{\hat{\gamma}}_j$ просечне вредности оцењених регресионих коефицијената $\hat{\gamma}_{0t}$, $\hat{\gamma}_{1t}$, $\hat{\gamma}_{2t}$ и $\hat{\gamma}_{3t}$, а T број оцењених регресионих коефицијената $\hat{\gamma}_j$ помоћу којих се утврђује њихова просечна вредност.

Резултати истраживања су показали да за укупан период тестирања (јануар 1935. до јун 1968.) и два од три испитивана краћа периода, просечне вредности $\bar{\hat{\gamma}}_{2t}$ нису биле статистички значајно различите од нуле, што говори о линеарном односу између ризика и стопа приноса.³⁹⁷ Приликом тестирања друге хипотезе, утврђено је да се $\bar{\hat{\gamma}}_{3t}$ не може сматрати статистички значајно различитим од нуле у било ком посматраном периоду истраживања. Добијени резултати говоре у прилог чињеници да несистематски ризик није значајан приликом процењивања средстава.

³⁹⁶ Campbell, J. Y., Lo, A. W., & MacKinlay, A. C. (1996). *The Econometrics of Financial Markets*. New Jersey: Princeton University Press, p. 216. Fama, E. F., & MacBeth, J. (1973). op. cit.

³⁹⁷ Први краћи период тестирања обухвата интервал од 1935. до 1945. године, други од 1946. до 1955. године, а трећи од 1956. до јуна 1968. године.

Фама и Макбет су, између осталог, применом регресије из које су испустили независне варијабле $\hat{\beta}_{p,t-1}^2$ и $\bar{S}_{p,t-1}(\hat{\eta}_i)$, проценили вредности $\hat{\gamma}_{0t}$ и $\hat{\gamma}_{1t}$ и установили да су позитивне и статистички значајне како у читавом периоду истраживања, тако и у посматраним краћим периодима, осим у периоду од 1956. до 1960. Дакле, резултати су показали да, када се ризик мери са становишта портфолија, постоји позитиван однос између ризика и стопа приноса, што је у складу са теоријским очекивањима. Фама и Макбет су испитивали и да ли је $\overline{\hat{\gamma}_{0t} - r_f} = 0$, као и да ли вреди $\hat{\gamma}_{1t} = \overline{r_m - r_f}$, како то теорија захтева да би се CAPM модел сматрао валидним. Резултати су показали да је $\overline{\hat{\gamma}_{0t} - r_f}$ позитивна и статистички значајна како за читав период тестирања, тако и за један од посматраних краћих периода. Слично као Блек и остали и Фама и Макбет су установили да је вредност $\hat{\gamma}_{0t}$ већа од $\overline{r_f}$, због чега су закључили да добијени резултати не подржавају Шарп-Линтнерову хипотезу. Исто тако, резултати су показали да је просечна процењена вредност премије за тржишни ризик мања од њене просечне историјске вредности ($\hat{\gamma}_{1t} < \overline{r_m - r_f}$) у целом периоду истраживања и у посматраним краћим периодима, те се CAPM модел не може сматрати валидним.

3. Мултиваријантни тестови

Францис и Ким истичу да мултиваријантни тестови валидности модела за процену стопа приноса узимају у обзир интеракцију између стопа приноса средстава која се тестирају, као и да бете и премије за тржишни ризик обично процењују истовремено.³⁹⁸ Уместо стопа приноса индивидуалних средстава, мултиваријантни тестови користе стопе приноса портфолија, будући да се не могу спроводити када је број средстава који се тестира (N) велики релативно према дужини временске серије средстава (T).

Приликом коришћења метода максималне веродостојности (енг. *maximum likelihood*) потребно је изабрати сет параметара који чини опажене податке највероватнијим.³⁹⁹ Прецизније речено, када је дат сет параметара модела (θ) неопходно је утврдити вероватноћу опажања сета података ($x_t, t = 1, \dots, T$), док се избор параметара спроводи следећом формулом:

³⁹⁸ Видети Francis, J. C. & Kim, D. (2013). op. cit. p. 353.

³⁹⁹ Cochrane, J. H. (2001). op. cit., p. 268.

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\{\theta\}} f(x_t, \theta) \quad (3.16)$$

при чему је $\hat{\theta}$ вредност параметра оцењена методом максималне веродостојности, а $f(x_t, \theta)$ условна функција веродостојности, која представља вероватноћу расподеле опажања x_t .⁴⁰⁰ У логаритамском облику, функцију је могуће дефинисати следећом формулом.⁴⁰¹

$$L(\theta, x_t) = \log f(x_t, \theta) \quad (3.17)$$

Уз услов дат једначином (3.18), функција $f(x_t, \theta)$ има максималну вредност за $\hat{\theta}$:

$$\frac{\partial L}{\partial \theta}(\hat{\theta}, x_t) = 0 \quad (3.18)$$

при чему се вектор резултата (енг. *score*), који мери нагиб функције веродостојности за сваку могућу вредност параметара, дефинише као $s(\theta, x_t) = \frac{\partial L}{\partial \theta}(\theta, x_t)$.⁴⁰²

Фишерава информациона матрица (енг. *Fisher's information*) $I(\theta)$ се добија као очекивана вредност другог извода функције веродостојности (формула (3.19)) и мери колико је оптимална вредност функције већа у односу на њену вредност у другим тачкама.⁴⁰³

$$I(\theta) = -\frac{1}{T} \frac{\partial^2 L}{\partial \theta \partial \theta'} \quad (3.19)$$

На основу $I(\theta)$ могуће је израчунати варијансу $\hat{\theta}$ (формула (3.20)).⁴⁰⁴

$$V(\hat{\theta}) = I^{-1}(\theta)/T \quad (3.20)$$

Полазећи од метода максималне веродостојности, приликом тестирања најједноставнијег проблема претпоставља се да је x_t при нултој хипотези генерисан функцијом $f(x_t, \theta^0)$, а при алтернативној функцијом $f(x_t, \theta)$. Тестирање хипотеза

⁴⁰⁰ Ibid.

⁴⁰¹ Engle, R. F. (1984). Wald, Likelihood Ratio, and Lagrange Multiplier Tests in Econometrics. *Handbook of Econometrics, Vol. II*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers BC, p. 780; Cochrane, J. H. (2001). op. cit., p. 268.

⁴⁰² Engle, R. F. (1984). op. cit., p. 780.

⁴⁰³ Brooks, C. (2014). op. cit., p. 418. Формула (3.20) је преузета од Engle, R. F. (1984). op. cit., p. 780.

⁴⁰⁴ Ibid.

захтева испитивање степена до кога максимална вредност логаритма функције веродостојности опада након увођења ограничења нулте хипотезе, као и степен значајности овог смањења.⁴⁰⁵ У случајевима када уведена ограничења доведу до значајног смањења вредности функције, може се извести закључак да подаци не подржавају ограничења, због чега се нулта хипотеза одбацује.

Приликом утврђивања валидност класичног CAPM модела, потребно је методом максималне веродостојности оценити параметре тржишног модела заснованог на додатним приносима (модел без ограничења):

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{mt} + \varepsilon_{it}, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.21)$$

где су R_{it} вектор додатних стопа приноса акције или портфолија i димензије $N \times 1$, α_i и β_i вектори регресионих коефицијената димензије $N \times 1$, R_{mt} скаларна додатна стопа приноса тржишног портфолија у периоду t , а ε_{it} вектор случајних грешака димензије $N \times 1$, при чему су $E(\varepsilon_{it}) = 0$, $E(\varepsilon_{it}\varepsilon'_{it}) = \Sigma_{\varepsilon_i}$, $E(R_{mt}) = \bar{R}_m$, $E((R_{mt} - \bar{R}_m)^2) = \sigma_m^2$, $\text{cov}(R_{mt}, \varepsilon_{it}) = 0$, $E(R_{it}) = \bar{R}_i$.⁴⁰⁶

Сам процес утврђивања оцена параметара захтева детерминисање функције веродостојности $(L(\alpha, \beta, \Sigma))$ (формула (3.22)).⁴⁰⁷

$$L(\alpha, \beta, \Sigma) = \frac{NT}{2} \log(2\pi) - \frac{T}{2} \log |\Sigma| - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^T (R_t - \alpha - \beta R_{mt})' \Sigma^{-1} (R_t - \alpha - \beta R_{mt}) \quad (3.22)$$

Оцене параметара модела (формуле (3.23), (3.24) и (3.25)) максимизирају функцију $L(\alpha, \beta, \Sigma)$, а утврђују се решавањем једначина добијених одређивањем парцијалних извода $\frac{\partial L}{\partial \alpha}$, $\frac{\partial L}{\partial \beta}$ и $\frac{\partial L}{\partial \Sigma}$ функције $L(\alpha, \beta, \Sigma)$ и њиховим изједначавањем са нулом.⁴⁰⁸

$$\hat{\alpha}_i = \bar{R}_i - \hat{\beta}_i \bar{R}_m \quad (3.23)$$

⁴⁰⁵ Brooks, C. (2014). op. cit., p. 417.

⁴⁰⁶ Campbell, J. Y., Lo, A. W., & MacKinalay, A. C. (1996). op. cit., p.189. Модел (3.21) је идентичан Јансеновом моделу (1.20), само је, у циљу спровођења мултиваријантних тестова, изражен у векторском облику.

⁴⁰⁷ Campbell, J. Y., Lo, A. W., & MacKinalay, A. C. (1996). op. cit., p.190.

⁴⁰⁸ Campbell, J. Y., Lo, A. W., & MacKinalay, A. C. (1996). op. cit., p.191.

$$\hat{\beta}_i = \frac{\sum_{t=1}^T (R_{it} - \bar{R}_i)(R_{mt} - \bar{R}_m)}{\sum_{t=1}^T (R_{mt} - \bar{R}_m)^2} \quad (3.24)$$

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (R_{it} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_i R_{mt})(R_{it} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_i R_{mt})' \quad (3.25)$$

где су $\bar{R}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{it}$, $\bar{R}_m = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{mt}$, а $\hat{\Sigma}$ представља оцену матрице коваријанси резидуала.

Из претпоставке да су расподеле $R_{m1}, R_{m2}, \dots, R_{mT}$ нормалне и независно и идентично дистрибуиране произилазе условне расподеле оцена (формуле (3.26), (3.27) и (3.28)):

$$\hat{\alpha} \sim N\left(\alpha, \frac{1}{T} \left[1 + \frac{\bar{R}_m^2}{\hat{\sigma}_m^2}\right] \Sigma\right) \quad (3.26)$$

$$\hat{\beta} \sim N\left(\beta, \frac{1}{T} \left[\frac{1}{\hat{\sigma}_m^2}\right] \Sigma\right) \quad (3.27)$$

$$T\hat{\Sigma} \sim W_N(T - 2, \Sigma) \quad (3.28)$$

где су $\hat{\sigma}_m^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (R_{mt} - \bar{R}_m)^2$, $\text{cov}[\hat{\alpha}, \hat{\beta}'] = -\frac{1}{T} \left[\frac{\bar{R}_m}{\hat{\sigma}_m^2}\right] \Sigma$, а W_N представља ознаку за Вишартову (енг. *Wishart*) расподелу са $T - 2$ степени слободe.⁴⁰⁹

Сматра се да је САРМ модел валидан уколико су сви елементи вектора α_i једнаки нули, због чега се тестирају хипотезе приказане формулама (3.29) и (3.30).⁴¹⁰

$$H_0: \alpha_i = 0 \quad (3.29)$$

$$H_1: \alpha_i \neq 0 \quad (3.30)$$

⁴⁰⁹ Campbell, J. Y., Lo, A. W., & MacKinalay, A. C. (1996). op. cit., p. 192. Вишартова расподела је мултиваријантна генерализација χ^2 расподеле.

⁴¹⁰ Ibid. У случају када су сви елементи вектора α_i једнаки нули M је тангентни портфолио.

Три су стандардна мултиваријантна теста заснована на методу максималне веродостојности, којима се могу тестирати хипотезе, а то су: LR тест, Волдов тест и тест Лагранжовог мултипликатора (енг. *Lagrange multiplier - LM*).⁴¹¹

3.1. LR тест

Процедура LR теста захтева утврђивање оцена параметара модела при нултој и алтернативној хипотези, што резултира детерминацијом модела без ограничења, као и модела са наметнутим ограничењима. Следи утврђивање и максимизирање вредности функције веродостојности за оба модела.⁴¹² Добијене вредности се упоређују и утврђује се вредност LR тест статистике (формула (3.31)):

$$LR = -2(L^*(\theta^0, x_t) - L(\hat{\theta}, x_t)) \sim \chi_m^2 \quad (3.31)$$

где су $L(\hat{\theta}, x_t)$ и $L^*(\theta^0, x_t)$ функције веродостојности модела са и без ограничења, а m број ограничења.⁴¹³

Уколико је ограничење постављено нултом хипотезом ($H_0: \theta = \theta^0$) валидно, његово наметање не би требало да доведе до великог смањења вредности функције веродостојности. Тада су сетови оцена параметара модела са и без ограничења приближно једнаки, те нема основа за одбацивање нулте хипотезе. У супротном, нулта хипотеза се одбацује.

Да би се на основу LR теста утврдила валидност CAPM модела потребно је, поред оцена параметара модела без ограничења, одредити и оцене параметара модела са ограничењем (формуле (3.32) и (3.33)) решавањем парцијалних извода $\frac{\partial L}{\partial \beta}$ и $\frac{\partial L}{\partial \Sigma}$ уз ограничење да је вектор α из модела (3.21) једнак нули.⁴¹⁴

$$\hat{\beta}_i^* = \frac{\sum_{t=1}^T R_t R_{mt}}{\sum_{t=1}^T R_{mt}^2} \quad (3.32)$$

⁴¹¹ Статистике сва три теста су асимптотски еквивалентне и у случајевима када је нулта хипотеза истинита имају исту асимптотску дистрибуцију.

⁴¹² Ограничени модел је специјални случај модела без ограничења ($L_r \leq L_u$).

⁴¹³ Видети Engle, R. F. (1984). *op. cit.*, p. 780; Vogelsvang, B. (2005). *Econometrics: Theory and Application with Eviews*. Harlow: Pearson Education Ltd, p. 94; Brooks, C. (2014). *op. cit.*, p. 419.

⁴¹⁴ Формуле (3.32), (3.33), (3.34) и (3.35) су преузете од Campbell, J. Y., Lo, A. W., & MacKinalay, A. C. (1996). *op. cit.*, p.193.

$$\hat{\Sigma}^* = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (R_t - \hat{\beta}_i^* R_{mt})(R_t - \hat{\beta}_i^* R_{mt})' \quad (3.33)$$

Расподеле оцена параметара модела са ограничењем се могу приказати као:

$$\hat{\beta}_i^* \sim N \left(\beta_i, \frac{1}{T} \left[\frac{1}{\bar{R}_m^2 + \hat{\sigma}_m^2} \right] \Sigma \right) \quad (3.34)$$

$$T\hat{\Sigma}^* \sim W_N(T-1, \Sigma) \quad (3.35)$$

Нулта хипотеза (формула (3.29)) се тестира уз помоћ статистике LR теста (формула (3.36)), која има асимптотску χ_N^2 расподелу:

$$LR = 2LR_1 = T[\log |\hat{\Sigma}^*| - \log |\hat{\Sigma}|] \stackrel{\alpha}{\sim} \chi_N^2 \quad (3.36)$$

$$LR_1 = -\frac{T}{2}[\log |\hat{\Sigma}^*| - \log |\hat{\Sigma}|] \quad (3.37)$$

при чему је LR_1 рацио веродостојности (формула (3.37)), а $|\hat{\Sigma}^*|$ и $|\hat{\Sigma}|$ су детерминанте матрице коваријанси резидуала модела са и без ограничења.⁴¹⁵

Џобсон и Корки су кориговали LR тест уз помоћ Бартлетовог фактора корекције, а њихова прилагођена LR тест статистика (LR_{JK}) је приказана формулом (3.38) и има асимптотску χ_N^2 расподелу.⁴¹⁶

$$LR_{JK} = (T - \frac{N}{2} - 2)[\log |\hat{\Sigma}^*| - \log |\hat{\Sigma}|] \stackrel{\alpha}{\sim} \chi_N^2 \quad (3.38)$$

У случају када је вредност N релативно велика у односу на вредност T , LR_{JK} има значајно боље особине у односу на LR.

⁴¹⁵ Campbell, J. Y., Lo, A. W., & MacKinalay, A. C. (1996). op. cit., p.194.

⁴¹⁶ Jobson, J. & Korkie, B. (1982). Potential Performance and Tests of Portfolio Efficiency. *Journal of Financial Economics*, 10(4): 433-466; Bartlett, M. S. (1938). Further Aspects of the Theory of Multiple Regression. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 34(1): 33-47.

а) Гибонсова студија

Гибонс је први развио методологију тестирања валидности CAPM модела са нултом бетом засновану на мултиваријантном LR тесту.⁴¹⁷ Он је пошао од претпоставке да је тржишни модел са параметрима израженим у векторском облику (модел без ограничења) добро специфициран. Са друге стране, CAPM модел са нултом бетом подразумева постојање односа између очекиване стопе приноса и ризика свих средстава приказаног формулом (3.39), а његово тестирање захтева економетријску анализу тржишног модела:

$$E(r_{it}) = \gamma + \beta_i(E(r_{mt}) - \gamma) = (1 - \beta_i)\gamma + \beta_i E(r_{mt}) \quad (3.39)$$

при чему γ представља очекивану стопу приноса на портфолио са нултом бетом или било који портфолио чије су стопе приноса некорелисане са стопама приноса тржишног портфолија M .

Да би се CAPM модел са нултом бетом (формула (3.39)) могао сматрати валидним потребно је да одсечак тржишног модела (формула (1.13)) задовољава једначину (3.40).

$$\alpha_i = \gamma(1 - \beta_i) \text{ за све } i = 1, \dots, N \quad (3.40)$$

Гибонс је формулисао нулту (формула (3.41)) и алтернативну хипотезу (формула (3.42)), које је тестирао:

$$H_0: \alpha_i = \gamma(i_N - \beta_i) \quad (3.41)$$

$$H_1: \alpha_i \neq \gamma(i_N - \beta_i) \quad (3.42)$$

где је i_N вектор јединица димензије $N \times 1$.

Гибонс је истакао да се у случајевима када се H_0 одбацује CAPM модел не може сматрати валидним.

Гибонс је показао како се могу истовремено одредити β_i и γ , а услед тога и α_i , применом технике познате под називом наизглед неповезани регресиони модел (енг. *seemingly unrelated regression model*), која представља специјализовани мултиваријантни регресиони модел (енг. *multivariate regression model*). Исто тако, указао је да се

⁴¹⁷ Gibbons, M. (1982). op. cit.

применом ове технике могу утврдити два сета оцена α_i и β_i , и то један полазећи од нулте, а други полазећи од алтернативне хипотезе. Коначно, користио је LR тест (формула (3.36)) да би установио да ли су два сета оцењених параметара приближно једнака.⁴¹⁸

Гибонс је истраживање валидности CAPM модела са нултом бетом спровео на узорку месечних стопа приноса акција преузетих из CRSP базе података за период од 1926. до 1975. године, који је поделио на 10 петогодишњих непреклапајућих периода. Утврдио је $\hat{\beta}_i$ појединачних хартија од вредности за сваки петогодишњи период, након чега је хартије рангирао према њиховој вредности и сврстао их у 40 једнако пондерисаних портфолија. Резултати истраживања су показали да је у укупном периоду истраживања LR тест одбацио валидност CAPM модела са нултом бетом на нивоу значајности од 0,001. Исто тако, Гибонс је показао да је у 5 од 10 анализираних петогодишњих периода валидност модела одбачена на нивоу значајности од 0,05, а у још 2 на нивоу значајности од 0,10. Он је истакао да је метод који је предложио елиминисао могућност појављивања варијабли мерених са грешком, као и да је повећана прецизност процењених премија за ризик чак до 76%.

б) Џобсонова и Коркијева студија

Џобсон и Корки су користили месечне стопе приноса свих хартија из CRSP базе података за период од 1956. до 1975. године, при чему су, по угледу на Гибонса, анализу спровели за четири одабрана краћа периода.⁴¹⁹

Резултати истраживања су показали да су χ^2 и F статистике веродостојности адекватне за мале узорке месечних стопа приноса акција, при чему се F статистика показала као особито прикладна за мултиваријантне тестове финансијских модела. Валидност Блековог CAPM модела са нултом бетом је одбачена у само једном од четири посматрана краћа периода. Добијени резултати су у супротности са резултатима Гибонса, који је одбацио валидност модела у три од четири истраживана периода.⁴²⁰ Џобсон и Корки су мишљења да је снага Гибонсове процедуре прецењена превеликим коефицијентом

⁴¹⁸ Приликом тестирања валидности CAPM модела са нултом бетом расподела LR тест статистике при нулој хипотези има $N - 1$ степени слободе. Модел са нултом бетом губи један степен слободе у односу на класични CAPM модел услед чињенице да је очекивана стопа приноса портфолија са нултом бетом слободан параметар. Видети Campbell, J. Y., Lo, A. W., & MacKinalay, A. C. (1996). *op. cit.*, p. 199.

⁴¹⁹ Jobson, J. & Korkie, B. (1982). *op. cit.*; Gibbons, M. (1982). *op. cit.*; Први краћи период се протеже од 1956. до 1960. године, други од 1961. до 1965. године, трећи од 1966. до 1970. године, а четврти од 1971. до 1975. године.

⁴²⁰ Краћи периоди које су користили Џобсон и Корки су идентични са четири краћа периода на крају периода истраживања у Гибонсовој студији.

асиметричности χ^2 тест статистике, односно непоклапањем расподеле LR статистике са њеним теоријским вредностима, јер је N релативно велик у односу на T .⁴²¹ У циљу решавања наведеног проблема, Џобсон и Корки су користили прилагођену тест статистику LR_{JK} (формула (3.38)). Резултати су показали да се помоћу прилагођене статистике валидност CAPM модела са нултом бетом не може одбацити ни у једном посматраном краћем периоду.

3.2. Волдов тест

Као што је већ истакнуто, LR тест захтева утврђивање оцена параметара модела са и без ограничења, што може бити веома комплексан проблем. Наведени недостатак немају ни Волдов ни LM тест. Наиме, Волдов тест захтева утврђивање само оцена модела без ограничења, а његова статистика се може приказати формулом (3.43):⁴²²

$$W = T(\hat{\theta} - \theta^0)'I(\hat{\theta})(\hat{\theta} - \theta^0) \sim \chi_m^2 \quad (3.43)$$

Применом Волдовог теста, нулта хипотеза ($H_0: \theta = \theta^0$) се прихвата уколико је ограничење постављено хипотезом валидно, што је случај када бар приближна вредност вектора оцена параметра θ модела без ограничења задовољава постављену нулту хипотезу.⁴²³ У супротном ће одступање $\hat{\theta} - \theta^0$ од нуле бити веће него што се може објаснити варијабилношћу насталом узорковањем, те се хипотеза одбацује.

Када се, у циљу утврђивања валидности CAPM модела, хипотезе приказане формулама (3.29) и (3.30) тестирају применом Волдовог теста, његова статистика се утврђује формулом (3.44), док се статистика за мале узорке одређује формулом (3.45):

$$W_1 = \hat{\alpha}'[Var[\hat{\alpha}]]^{-1}\hat{\alpha} = T \left[1 + \frac{\hat{\mu}_m^2}{\hat{\sigma}_m^2} \right]^{-1} \hat{\alpha}'\Sigma^{-1}\hat{\alpha} \sim \chi_N^2 \quad (3.44)$$

$$GRS_1 = \frac{T - N - 1}{N} \left[1 + \frac{\hat{\mu}_m^2}{\hat{\sigma}_m^2} \right]^{-1} \hat{\alpha}'\hat{\Sigma}^{-1}\hat{\alpha} \sim F_{N, T-N-1} \quad (3.45)$$

⁴²¹ Код Гибонса је $N = 40$, а $T = 60$. Gibbons, M. (1982). op. cit.

⁴²² Engle, R. F. (1984). op. cit. p. 780.

⁴²³ Green, W. H. (2012). *Econometric Analysis*. New York: Pearson Education, Inc., pp. 527-528.

при чему је Σ је непознато, те се уместо њега користи његова оцена ($\hat{\Sigma}$).⁴²⁴

Будући да вреди једначина (3.46), формула (3.45) се може трансформисати што резултира тест статистиком приказаном формулом (3.47):

$$\hat{\alpha}'\hat{\Sigma}^{-1}\hat{\alpha} = \frac{\hat{\mu}_q^2}{\hat{\sigma}_q^2} - \frac{\hat{\mu}_m^2}{\hat{\sigma}_m^2} \quad (3.46)$$

$$GRS_2 = \frac{T - N - 1}{N} \left(\frac{\frac{\hat{\mu}_q^2}{\hat{\sigma}_q^2} - \frac{\hat{\mu}_m^2}{\hat{\sigma}_m^2}}{1 + \frac{\hat{\mu}_m^2}{\hat{\sigma}_m^2}} \right) \quad (3.47)$$

где је q *ex post* тангентни портфолио који садржи N средстава и тржишни портфолио M .⁴²⁵ Када је $GRS_2 = 0$, *ex post* тржишни портфолио једнак је тангентном портфолију.

Гибонс и остали су први, на узорку месечних података преузетих из CRSP базе података за акције котиране на Њујоршкој берзи у периоду од 1926. до 1982. године, тестирали ефикасност портфолија у циљу избора портфолија, као и броја средстава неопходних за утврђивање границе ефикасности.⁴²⁶ Применом униваријантних и мултиваријантних тестова, међу којима је био и Волдов тест, они су тестирали нулту хипотезу (3.29), која се обично користи приликом тестирања валидности модела за процену ризика и приноса. На основу добијених резултата, закључили су да мултиваријантни тестови могу резултирати бољим закључцима у односу на оне изведене униваријантним тестовима.

3.3. LM тест

LM тест подразумева само оцену параметара модела са ограничењем, што захтева максимизирање логаритма функције веродостојности при ограничењу постављеном нултом хипотезом ($H_0: \theta = \theta^0$). Вредност LM статистике (формула (3.48)) се добија помоћу првог ($s(\theta, x_t)$) и другог извода ($I(\theta)$) функције веродостојности.⁴²⁷

$$LM = s'(\theta^0, x_t)'I^{-1}(\theta^0)s(\theta^0, x_t)/T \sim \chi_m^2 \quad (3.48)$$

⁴²⁴ Campbell, J. Y., Lo, A. W., & MacKinalay, A. C. (1996). *op. cit.*, pp. 192-193. Формуле (3.45) и (3.46) су еквивалентне формулама (3.4) и (3.5), респективно. GRS је скраћеница за тест Гибонса, Роса и Шенкена.

⁴²⁵ Gibbons, M. R., Ross, S. A., & Shanken, J. (1989). *op. cit.*

⁴²⁶ *Ibid.*

⁴²⁷ Engle, R. F. (1984). *op. cit.*, p. 781.

У случају када су ограничења постављена нултом хипотезом валидна, њиховим увођењем неће доћи до значајне промене у максималној вредности функције веродостојности, односно изводи логаритма веродостојности одређени уз ограничење ће бити приближно једнаки нули.⁴²⁸

а) Стамбакова студија

Стамбак је спровео истраживање на узорку месечних стопа приноса 5 алтернативних сетова средстава, које је преузео из CRSP базе података за период од фебруара 1953. до децембра 1976.⁴²⁹ Он је истраживао осетљивост тестова CAPM модела на коришћење различитих тржишних индекса, који представљају апроксимацију тржишног портфолија. Само тестирање валидности модела је спровео користећи четири индекса, који су се састојали од различитих комбинација обичних акција, обвезница, некретнина и трајних добра. Приликом тестирања CAPM модела, применио је LM тест (формула (3.48)), као и претходно изложени LR тест (формула (3.36)). Истраживање је спровео како за укупан период посматрања, тако и за четири краћа периода.

Резултати истраживања су показали да се валидност CAPM модела одбацује приликом извођења закључка на основу најширег сета средстава (обичних акција, обвезница и преференцијалних акција). То није случај са валидношћу CAPM модела са нултом бетом. Коришћење других сетова средстава је резултирало другачијим закључцима везаним за валидност модела.

Стамбак је истакао да је приликом коришћења једнако пондерисаног индекса Њујоршке берзе, као апроксимације тржишног портфолија (као код Гибонса), валидност CAPM модела одбачена коришћењем LR теста, док то није био случај приликом коришћења LM теста.⁴³⁰ Стамбак је закључио да је разлика у резултатима последица разлике између коришћених тестова. Будући да је LM тест више у складу са својом граничном расподелом, чини се да је сигурније закључке извести коришћењем LM него LR теста.⁴³¹ Поред тога, Стамбак је истакао да LR тест веома често одбацује валидност нулте хипотезе када се број једначина тржишног модела повећава, што сугерише да се ниска p вредност LR теста барем делимично може објаснити бројем средстава.

⁴²⁸ Green, W. H. (2012). *op. cit.*, pp. 529-530.

⁴²⁹ Stambaugh, R. (1982). *op. cit.*

⁴³⁰ Видети Gibbons, M. (1982). *op. cit.*

⁴³¹ Francis, J. C. & Kim, D. (2013). *op. cit.* p. 355.

4. Метода стохастичког дисконтног фактора

У новије време је честа евалуација модела за процену ризика и приноса применом метода стохастичког дисконтног фактора (енг. *stochastic discount factor* – *SDF*). Господинов и Роботи истичу да „SDF приступ процењивања подразумева процену цена хартије од вредности дисконтовањем њених будућих исплата (енг. *payoff*) валидним SDF фактором, тако да је очекивана садашња вредност исплата једнака тренутној цени хартије.“⁴³² Дибвиг и Ингерсол су први развили SDF верзију CAPM модела, док је Ингерсол развио SDF верзију неколико других модела за процену ризика и приноса.⁴³³ Хансен и Синглтон су дали приказ процедуре одређивања и тестирања нелинеарних модела рационалних очекивања стохастичке форме.⁴³⁴

Било који модел за процену ризика и приноса подразумева следеће:

$$P_t = E_t[m_{t+1}x_{t+1}] = E_t[m_{t+1}(P_{t+1} + D_{t+1})] \quad (3.49)$$

где су P_t вектор цена N средстава у тренутку t , x_{t+1} вектор новчаних токова N средстава, D_{t+1} дивиденда, камата или други облик исплате добијен у тренутку $t + 1$, m_{t+1} је SDF, који зависи од података и параметара, а E_t условно очекивање уз дате јавно доступне информације у тренутку t .⁴³⁵

Обично се претпоставља да је m_{t+1} у једначини (3.49) позитивна, случајна варијабла, што имплицира услове у којима нема могућности арбитраже. Под претпоставком да су цене различите од нуле, дељењем формуле (3.49) са P_t се добија једначина (3.50), која представља једначину безусловног модела процењивања:

$$E_t[m_{t+1}r_{t+1} - 1_N] = 0_N \quad (3.50)$$

⁴³² Gospodinov, N., & Robotti, C. (2013). Asset Pricing Theories, Models, and Tests. In: Baker, K., & Filbeck, G. (Ed). *Portfolio Theory and Management*. New York: Oxford University Press, p. 3.

⁴³³ Dybvig, P. H., & Ingersoll, J. E. (1988). Mean Variance Theory in Complete Markets. *Journal of Business*, 55(2): 233-251; Ingersoll, J. (1987). *Theory of Financial Decision Making*. New Yersey: Rowman & Littlefield.

⁴³⁴ Hansen, L. P., & Singleton, K. J. (1982). Generalized Instrumental Variables Estimation of Nonlinear Rational Expectations Models. *Econometrica*, 50(5): 1269-1286.

⁴³⁵ Ferson, W. E. (2006). op. cit., p. 365; Gospodinov, N., & Robotti, C. (2013). op. cit., p. 4.

где су r_{t+1} вектор приноса N средстава, 1_N вектор N јединица, а 0_N вектор N нула.⁴³⁶ Ферсон и Јаганатан истичу да „постојање таквог m_{t+1} који задовољава једначину (3.50) подразумева да сва средства са истим исплатама имају исту цену (закон једне цене).“⁴³⁷

Декомпозицијом коваријансе помоћу формуле (3.51), једначина модела процењивања стопа приноса се, у случају постојања неризичног средства, може представити једначином (3.52):

$$1 = \text{cov}[m, r_i] + E[m]E[r_i] \quad (3.51)$$

$$E[r_i] = \frac{1}{E(m)} + \frac{\text{cov}(m, r_i)}{\sigma_m^2} \left[-\frac{\sigma_m^2}{E(m)} \right] = \gamma_0 + \beta_{im}\lambda_m \quad (3.52)$$

при чему је $\frac{1}{E(m)} = 1 + r_f = \gamma_0$, $\lambda_m = -\frac{\sigma_m^2}{E(m)}$ представља цену ризика, а $\beta_{i,m} = \frac{\text{cov}(m, r_i)}{\sigma_m^2}$ бета коефицијент који се добија као коефицијент регресионе једначине у којој је r_i зависна, а m независна променљива.⁴³⁸

У случајевима када се претпостави да се m (формула (3.53)) може апроксимирати линеарном функцијом од K фактора ризика, заменом m у једначину модела процењивања (3.52) се добија једначина (3.54):

$$m = \tilde{f}'\theta \quad (3.53)$$

$$E[r_i] = \gamma_0 + \gamma_1'\beta_i \quad (3.54)$$

где је $\tilde{f} = (1, f)'$ и служи као апроксимација за раст маргиналне корисности, β_i представља коефицијент регресионе једначине у којој је r_i зависна, а \tilde{f} независна променљива, γ_0 је стопа приноса средства са нултом бетом (енг. *zero-beta rate*), а γ_1

⁴³⁶ Ferson, W. E. (2006). op. cit., p. 365-366.

⁴³⁷ Ferson, W. E., & Jagannathan, R. (1996). Econometric Evaluation of Asset Pricing Models. *Federal Reserve Bank of Minneapolis Research Department Staff Report No. 206*.

⁴³⁸ Једначина (3.52) је преузета од Back, K. E. (2010). *Asset Pricing and Portfolio Choice Theory*. Oxford: Oxford University Press, p. 27. Једначина (3.53) је преузета од Gospodinov, N., & Robotti, C. (2013). op. cit., p. 6.

вектор премије ризика K фактора.⁴³⁹ За одређивање и тестирање модела за процену ризика и приноса који је презентован у SDF форми се користи GMM метод.⁴⁴⁰

а) Хансен-Јаганатанова раздаљина

Уколико се желе упоредити перформансе различитих модела за процену ризика и приноса неопходно је упоредити њихове случајне грешке настале приликом вредновања средства, односно потребно је утврдити разлику између тржишне цене и хипотетичке вредности додељене средству применом одређене SDF емпиријске спецификације.⁴⁴¹ Случајне грешке настале приликом вредновања N средстава је могуће у форми очекивања, односно приликом коришћења узорка историјских података приказати помоћу формула (3.55) и (3.56):

$$g(\theta) = E[m(1+r)] - 1_N = E[(1+r)\tilde{f}'\theta] - 1_N = D\theta - 1_N \quad (3.55)$$

$$g_T(\theta) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (1+r_t)\tilde{f}_t'\theta - 1_N \quad (3.56)$$

где је $D = E[(1+r)\tilde{f}']$, а $t = 1, 2, \dots, T$ број опсервација временских серија средстава и фактора који се тестирају.⁴⁴²

У случају да је модел исправно специфициран, оптимална GMM процена $\hat{\theta}$ (формула (3.57)) изједначава вредност матрице удела средстава портфолија (W_T) са V_T^{-1} ($W_T = V_T^{-1}$):

$$\hat{\theta} = (D_T V_T^{-1} D_T)^{-1} (D_T' V_T^{-1} 1_N) \quad (3.57)$$

при чему је $V_T = \text{var}[T^{-1/2} g_T(\theta)]$.⁴⁴³

⁴³⁹ Gospodinov, N., & Robotti, C. (2013). op. cit., p. 7.

⁴⁴⁰ Детаљан приказ GMM метода и његове примене на моделе дате у форми стохастичког дисконтног фактора су презентовали Cochrane, J. H. (2001). op. cit., pp. 189-227; Gospodinov, N., & Robotti, C. (2013). op. cit., pp. 7-9; Ferson, W. E., & Jagannathan, R. (1996). op. cit..

⁴⁴¹ Jagannathan, R., & Wang, Z. (1996). op. cit. Будући да није могуће утврдити SDF који исправно вреднује свако средство, истраживачи се у процесу вредновања средства ослањају на конкретне SDF спецификације.

⁴⁴² Gospodinov, N., & Robotti, C. (2013). op. cit., p. 7.

⁴⁴³ Видети Jagannathan, R., & Wang, Z. (1996). op. cit.; Gospodinov, N., & Robotti, C. (2013). op. cit., p. 8.

Исто тако, исправно специфициран модел има случајне грешке једнаке нули, док се постављена ограничења модела могу тестирати проценом тест статистике приказане формулом (3.58):⁴⁴⁴

$$J_1 = T g_T(\hat{\theta})' V_T^{-1} g_T(\hat{\theta}) \sim \chi_{N-K-1}^2 \quad (3.58)$$

Хансен и Јаганатан су развили меру познату под називом Хансен-Јаганатанова раздаљина (енг. *Hansen-Jagannathan distance*) ($\delta_T(\theta)$), која служи за поређење и избор модела за процену ризика и приноса заснованих на SDF спецификацији.⁴⁴⁵ Они су $\delta_T(\theta)$ и $\hat{\theta}$ дефинисали на следећи начин:

$$\delta_T(\theta) = \sqrt{g_T(\theta)' U_T^{-1} g_T(\theta)} \quad (3.59)$$

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta \in \Theta} \delta_T(\theta) = (D_T' U_T^{-1} D_T)^{-1} (D_T' U_T^{-1} \mathbf{1}_N) \quad (3.60)$$

где је $W = U^{-1}$, $U = E[(1+r)(1+r)']$ представља матрицу других момената бруто стопа приноса конкретног узорка U_T .⁴⁴⁶ Интерпретација $\delta_T(\theta)$ указује на то да она мери минималну раздаљину између сета валидних SDF-ова и предложеног SDF-а. Ова раздаљина представља максималну случајну грешку стопа приноса оног портфолија који има јединични други моменат.⁴⁴⁷ Тест Хансен Јаганатанове раздаљине ($T[\delta_T(\hat{\theta})]^2$), који служи за оцену исправности спецификације модела, се може приказати на следећи начин:

$$T[\delta_T(\hat{\theta})]^2 \xrightarrow{d} \sum_{j=1}^{N-K-1} \lambda_j v_j, \quad T \rightarrow \infty \quad (3.61)$$

где су v_1, \dots, v_{N-K} независне $\chi^2(1)$ случајне варијабле, а λ_j ненулта вредности матрице A приказане формулом (3.62).⁴⁴⁸

$$A = V^{1/2} U^{-1/2} [I_N - (U^{-1/2})' D (D' U^{-1} D)^{-1} D' U^{-1/2}] (U^{-1/2})' (V^{1/2})' \quad (3.62)$$

⁴⁴⁴ Gospodinov, N., & Robotti, C. (2013). op. cit., p. 8.

⁴⁴⁵ Hansen, L. P., & Jagannathan, R. (1997). Assessing Specification Errors in Stochastic Discount Factor Models. *Journal of Finance*, 55(2): 557-590; Jagannathan, R., & Wang, Z. (1996). op. cit.

⁴⁴⁶ Hansen, L. P., & Jagannathan, R. (1997). op. cit.; Jagannathan, R., & Wang, Z. (1996). op. cit.; Gospodinov, N., & Robotti, C. (2013). op. cit., p. 8.

⁴⁴⁷ Gospodinov, N., & Robotti, C. (2013). op. cit., p. 8.

⁴⁴⁸ Jagannathan, R., & Wang, Z. (1996). op. cit.; Gospodinov, N., & Robotti, C. (2013). op. cit., p. 9.

Модел је погрешно специфициран уколико је добијена вредност $T[\delta_T(\hat{\theta})]^2$ већа од критичне вредности χ^2 расподеле. У том случају је неопходно стандардне грешке $\hat{\theta}$ прилагодити за грешку у спецификацији модела.⁴⁴⁹

У новије време је релативно честа употреба GMM метода и $T[\delta_T(\hat{\theta})]^2$ теста за дијагнозу и селекцију модела за процену ризика и приноса заснованог на SDF спецификацији.⁴⁵⁰ Кан и Зоу су утврдили да је SDF метод много мање ефикасан у односу на традиционалне, регресионе методе процењивања параметра модела за процену стопа приноса.⁴⁵¹ Јаганатан и Ванг су, међутим, указали да је поређење Кана и Зоуа неадекватно из два разлога, и то: а) мере премије за ризик оба метода нису идентичне, чак и у случајевима када су једнаке за одређену вредност параметара и б) претпоставка да је одређени фактор могуће стандардизовати тако да има просечну вредност једнаку нули и варијансу једнаку јединици је једнака претпоставци да су просечне вредности и варијансе конкретних фактора или познате или унапред одређене од стране истраживача.⁴⁵² Јаганатан и Ванг су истакли да је за исправно поређење два метода неопходно укључити, како трансформацију између параметара премије ризика два метода, тако и информације о варијанси и просечној вредности фактора приликом оцене премије за тржишни ризик. Такође су нагласили да је, уколико се уваже наведени захтеви, SDF метод ефикасан колико и традиционалне, регресионе методе.

5. Тестирање валидности условног CAPM модела

У наставку рада ће бити детаљније приказане методологије Петенцила, Сундарме и Матура, као и Вјендрама за тестирање валидности условног CAPM модела.⁴⁵³

⁴⁴⁹ Gospodinov, N., Kan, R., & Robotti, C. (2011). Chi-Squared Tests for Evaluation and Comparison of Asset Pricing Models. *Federal Reserve Bank of Atlanta Working Paper* 2011-8.

⁴⁵⁰ Видети Jagannathan, R., & Wang, Z. (1996). op. cit.; Lettau, M., & Ludvigson, S. (2001). op. cit.; Hodrick, R. J., & Zhang, X. (2001). Evaluating the Specification Errors of Asset Pricing Models. *Journal of Financial Economics*, 62(2): 327-376; Gospodinov, N., Kan, R., & Robotti, C. (2011). op. cit.; Kim, D., Kim, T. S., & Min, B. K. (2011). Future Labor Income Growth and the Cross Section of Equity Returns. *Journal of Banking and Finance*, 35(1): 67-81; Lozano, M., & Rubio, G. (2011). Evaluating Alternative Methods for Testing Asset Pricing Models with Historical Data. *Journal of Empirical Finance*, 18(1): 136-146; Gospodinov, N., Kan, R., & Robotti, C. (2013). Chi-Square Tests for Evaluation and Comparison of Asset Pricing Models. *Journal of Econometrics*, 173(1): 108-125; Gospodinov, N., Kan, R., & Robotti, C. (2014). Misspecification-Robust Inference in Linear Asset-Pricing Models with Irrelevant Risk Factors. *Review of Financial Studies*, 27(1): 2139-2170.

⁴⁵¹ Kan, R., & Zhou, G. (1999). A Critique of the Stochastic Discount Factor Methodology. *Journal of Finance*, 54(4): 1221-1248.

⁴⁵² Jagannathan, R., & Wang, Z. (2002). Empirical Evaluation of Asset-Pricing Models: A Comparison of the SDF and Beta Methods. *Journal of Finance*, 57(5): 2337-2367.

⁴⁵³ Pettengill, G. N., Sundarm, S. & Mathur, I. (1995). The Conditional Relation between Beta and Returns. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 30(1): 101-120; Vendrame, V. (2014). op. cit., pp. 146-159.

5.1. Методологија Петенцила, Сундарме и Матура

Петенцил, Сундарм и Матур су развили један од најједноставнијих условних CAPM модела.⁴⁵⁴ У циљу тестирања његове валидности, они су поделили укупан период истраживања на опадајуће и растуће тржиште. Опадајуће тржиште обухвата месеце у којима је премија за тржишни ризик негативна, док растуће обухвата месеце у којима је премија за тржишни ризик позитивна. Да би се њихов условни модел могао сматрати валидним, потребно је да однос бете и просечних стопа приноса буде симетричан и негативан (позитиван) у периодима у којима је премија за тржишни ризик негативна (позитивна), као и да укупна премија за тржишни ризик буде позитивна, како би инвеститори били награђени за изложеност систематском ризику.

Приликом тестирања модела, Петенцил, Сундарм и Матур су користили модификовану Фама и Макбет процедуру, прикладну за утврђивање валидности условног CAPM модела који су предложили. Укупан период истраживања (1926-1990) су поделили на 11 краћих периода од којих је сваки дуг 15 година. Сваки од ових периода је подељен на три петогодишња периода за формирање портфолија, одређивање бета коефицијената и тестирање. У периоду формирања портфолија, Петенцил, Сундарм и Матур су на бази регресионе анализе временских серија одредили бета коефицијенте сваке хартије из узорка. Спроведена је временска регресија у којој је независна променљива стопа приноса хартије, а зависна стопа приноса тржишног портфолија. Према критеријуму висине бете, хартије су сврстане у 20 једнако пондерисаних портфолија. У периоду одређивања бета коефицијената портфолија утврђене су бете портфолија применом регресије у којој су стопе приноса портфолија представљале зависну, а стопе приноса тржишног портфолија независну променљиву.⁴⁵⁵ Систематски однос између добијених бета и стопа приноса портфолија је тестиран у трећем кораку, полазећи од условног модела приказаног формулом (3.63):

$$r_{it} = \hat{\gamma}_{0t} + \hat{\gamma}_{1t}\delta\beta_i + \hat{\gamma}_{2t}(1 - \delta)\beta_i + \varepsilon_t \quad (3.63)$$

где је $\delta = 1$ ако је $r_{mt} - r_{ft} > 0$ и $\delta = 0$ ако је $r_{mt} - r_{ft} < 0$, а $\hat{\gamma}_0$, $\hat{\gamma}_1$ и $\hat{\gamma}_2$ су оцене регресионих коефицијената.

⁴⁵⁴ Pettengill, G. N., Sundarm, S. & Mathur, I. (1995). op. cit.

⁴⁵⁵ Стопе приноса портфолија су одређене као једнако пондерисане стопе приноса свих хартија у конкретном портфолију.

Модел приказан једначином (3.63) је процењен за сваки месец t периода тестирања. Добијене оцене премије за тржишни ризик $\hat{\gamma}_1$ и $\hat{\gamma}_2$ су категорисане у два узорка у зависности од њиховог знака у конкретном месецу. Петенцил, Сундарм и Матур су очекивали да ће $\hat{\gamma}_1$ имати позитиван предзнак, јер се утврђује за периоде са позитивном премијом за тржишни ризик. Са друге стране, очекивали су да ће предзнак коефицијента $\hat{\gamma}_2$ бити негативан, будући да се утврђује за периоде у којима је премија за тржишни ризик негативна. Ове претпоставке су тестирали применом стандардног t теста. Сматра се да систематски, условни однос између бете и реализованих стопа приноса постоји уколико је $\bar{y}_1 > 0$ и $\bar{y}_2 < 0$.

У циљу процене симетричности премија ризика растућег и опадајућег тржишта, они су упоредили вредности $\hat{\gamma}_1$ и $\hat{\gamma}_2$. Будући да је очекивани предзнак премије $\hat{\gamma}_1$ позитиван, а $\hat{\gamma}_2$ негативан, предзнак $\hat{\gamma}_2$ је промењен, а његова просечна вредност је поново утврђена. Након наведених прилагођавања, применом t теста два узорка тестиране су хипотезе приказане формулама (3.64) и (3.65).

$$H_0: \bar{\gamma}_1 - \bar{\gamma}_2 = 0 \quad (3.64)$$

$$H_1: \bar{\gamma}_1 - \bar{\gamma}_2 \neq 0 \quad (3.65)$$

На узорку месечних стопа приноса акција котираних на Њујоршкој, Америчкој и Наздак берзи, Петенцил, Сундарм и Матур су испитали валидност модела који су предложили. Резултати истраживања су довели до закључка да је однос бете и стопа приноса статистички значајан, и то позитиван (негативан) у периодима када тржиште расте (опада), како у укупном периоду истраживања, тако и у краћим периодима и месецима. Петенцил, Сундарм и Матур су закључили да добијени резултати подржавају како валидност њиховог условног модела, тако и употребу бете као мере тржишног ризика.

Вјендраме је указао на недостатке представљене методологије тестирања условног модела.⁴⁵⁶ Наиме, он сматра да захтеви $\bar{y}_1 > 0$ и $\bar{y}_2 < 0$ имају ограничену економску утемељеност, јер су модели за процену ризика и приноса пре дати у терминима очекиваних или захтеваних, а не реализованих стопа приноса. Поред тога, висина просечне условне премије ризика у истраживању није узета у обзир.

⁴⁵⁶ Vendrame, V. (2014). op. cit., pp. 153-158.

5.2. Вјендрамова методологија

Вјендраме је развио методологију тестирања условног модела за процену ризика и приноса, која узима у обзир вероватноћу да ће се тржиште наћи у растућем, односно опадајућем стању.⁴⁵⁷ Приликом развоја теста, он је пошао од претпоставке да ће инвеститор, у случају одређене инвестиционе прилике, остварити принос $\hat{\gamma}_1\beta_i$ уколико је тржиште растуће, односно $\hat{\gamma}_2\beta_i$ уколико је тржиште опадајуће. Очекивану додатну стопу приноса је, у таквом случају, могуће приказати формулом (3.66):

$$E(R_t) = (p\hat{\gamma}_1 + (1 - p)\hat{\gamma}_2)\beta_i \quad (3.66)$$

где је p вероватноћа да ће принос бити генерисан на растућем тржишту, $(1 - p)$ вероватноћа да ће принос бити генерисан на опадајућем тржишту док су $\hat{\gamma}_1$ и $\hat{\gamma}_2$ оцене премије за тржишни ризик растућег, односно опадајућег тржишта.

Инвеститор ће предузети улагање само уколико очекује да ће премија за тржишни ризик бити позитивна (формула (3.67)), односно када очекује да ће добици бити већи од губитака.

$$p\hat{\gamma}_1 + (1 - p)\hat{\gamma}_2 > 0 \text{ за } \beta > 0 \quad (3.67)$$

Вјендраме је, приликом тестирања условног САРМ модела, претпоставио да се са сигурношћу не може знати у ком стању ће се наћи тржиште, те се стопе приноса могу приказати формулом (3.68), а очекиване стопе приноса формулом (3.69).

$$R_{it} = \hat{\gamma}_{0t} + (p_t\hat{\gamma}_1 + (1 - p_t)\hat{\gamma}_2)\beta_i + \varepsilon_{it} \quad (3.68)$$

$$E(R_{it}) = E(\hat{\gamma}_{0t}) + E(p_t\hat{\gamma}_1 + (1 - p_t)\hat{\gamma}_2)\beta_i \quad (3.69)$$

где је $\hat{\gamma}_0$ неризична стопа приноса или стопа приноса портфолија са нултом бетом.

Приликом утврђивања валидности условног САРМ модела, Вјендраме по угледу на Петенцила, Сундарма и Матура, полази од тестирања хипотезе која тврди да су премије ризика опадајућег и растућег тржишта симетричне (хипотеза (3.64)), односно да се на статистички значајном нивоу не разликују. Одбацавање хипотезе говори у прилог

⁴⁵⁷ Vendrame, V. (2014). op. cit., p.154.

валидности условног, док немогућност да се хипотеза одбаци говори у прилог валидности безусловног САРМ модела.

Поред тога, да би се условни САРМ модел сматрао валидним неопходно је да укупна просечна премија за ризик буде позитивна како би инвеститори били вољни да држе ризична средства. Услед тога, Вјендраме тестира следеће хипотезе:

$$H_0: E(\Gamma_t) = 0 \quad (3.70)$$

$$H_1: E(\Gamma_t) > 0 \quad (3.71)$$

где је $\bar{\Gamma}_t = p\hat{y}_1 + (1 - p_t)\hat{y}_2$. Треба нагласити да одбацивање нулте хипотезе говори у прилог валидности САРМ модела.

Два стања у којима се тржиште може наћи су конзистентна са једноставним Марковљевим процесом, а вероватноће преласка из једног стања у друго прате Марковљев ланац првог реда (формуле (3.72) и (3.73)):

$$P(s_{t-1} = 1 | s_t = 1) = p_{11} \quad (3.72)$$

$$P(s_{t-1} = 1 | s_t = 2) = p_{12} \quad (3.73)$$

где су p_{11} вероватноћа останка у стању 1, а p_{12} вероватноћа преласка из стања 1 у стање 2.

Приликом тестирања условног модела, Вјендраме је користио методологију која се састоји из три фазе. У првој фази су одређене вероватноће растућег и опадајућег тржишта применом Марковљевог модела промене режима на модел додатне стопе приноса тржишта (формула (3.74)):

$$R_{mt} = \begin{cases} \mu_{m1} + \sigma_{m1}\varepsilon_t, & \text{ако је } s_t = 1, \varepsilon_{t1} \approx N(0, \sigma_1^2) \\ \mu_{m2} + \sigma_{m2}\varepsilon_t, & \text{ако је } s_t = 2, \varepsilon_{t2} \approx N(0, \sigma_2^2) \end{cases} \quad (3.74)$$

где су μ_{ms_t} регресиони одсечак модела растућег/опاداјућег тржишта, σ_{ms_t} коефицијент модела растућег/опاداјућег тржишта, односно стандардна девијација растућег/опاداјућег тржишта, а ε_{ts_t} случајна грешка модела (при чему је $s_t = 1$ уколико растуће тржиште преовладава у тренутку t , док је $s_t = 2$ уколико опадајуће тржиште преовладава у тренутку t).

Условне бете су одређене у другој фази методологије на узорку месечних додатних стопа приноса и Енгеловог мултиваријантног GARCH модела са DCC.⁴⁵⁸ Будући да се на овакав начин може добити само једна оцена бета коефицијената за одређен тренутак, а да при томе постоје два режима модела, он је у трећој фази уместо методологије Фаме и Макбета применио панел линеарни регресиони модел, како би одредио две оцене премије за тржишни ризик, једну за растуће и једну за опадајуће тржиште.⁴⁵⁹ Панел регресиони модел приказан формулом (3.75) се примењује када су познати β_i и p_t , како би се добиле оцене регресионих параметара $\hat{\gamma}_1$ и $\hat{\gamma}_2$:

$$R_{it} = \gamma_0 + \gamma_{12}p_t\beta_i + \gamma_2\beta_i + \varepsilon_{it} \quad (3.75)$$

где је $\gamma_{12} = \gamma_1 - \gamma_2$.

Након одређивања $\hat{\gamma}_1$ и $\hat{\gamma}_2$, Вјендраме је израчунао $\bar{\Gamma}_t$ и тестирао хипотезу (3.70) применом стандардног t теста.

Вјендраме је за америчко тржиште капитала, између осталог, испитао валидност безусловног и условног CAPM модела на узорку месечних стопа приноса акција и портфолија акција за период од јула 1926. до децембра 2011. У истраживању је користио портфолија акција преузете са сајта Кенета Френча (енг. *Kenneth French*) и сортиране према величини или В/М рацију, као и према величини и В/М рацију. Податке о стопама приноса појединачних акција је преузео из CRSP базе података.

Резултати истраживања су показали да је традиционални, безусловни CAPM модел валидан у периоду од 1926. до 2011. године, осим када се истраживање заснива на стопама приноса портфолија сортираних према величини и В/М рацију. Резултати су показали да традиционални модел има значајне недостатке уколико се посматра период од 1980. до 2011. године, јер се њиме не могу објаснити аномалије величине и В/М рација. Вјендраме је показао да се, чак и у случају када се користе бете које варирају у времену и које су добијене из регресија са покретним временским оквирима и мултиваријантног GARCH модела са DCC, модел не може сматрати валидним.

Условни CAPM модел са бетама и премијама за тржишни ризик које варирају у времену се, међутим, показао бољим у односу на претходне моделе. Исто тако, показао је боље

⁴⁵⁸ Engle, R. F. (2002). op. cit.

⁴⁵⁹ Видети Brooks, C. (2014). op. cit., p. 504; Vendrame, V. (2014). op. cit., pp. 156-157.

результате у случајевима када се ризик одређује за цели период истраживања. Вјендраме је закључио да је неопходно да се користе и условне бете и условна премија за тржишни ризик како би се добили статистички значајни резултати који говоре у прилог валидности модела. Поред тога, применио је регресиону анализу у две фазе са кратким регресијама са покретним временским оквирима на појединачна средства, а резултати истраживања су показали да се тада добија позитивна и статистички значајна премија за тржишни ризик, што говори у прилог валидности CAPM модела.

ДЕО IV

ТЕСТИРАЊЕ ВАЛИДНОСТИ МОДЕЛА ЗА ПРОЦЕНУ РИЗИКА И ПРИНОСА НА ТРЖИШТУ КАПИТАЛА СРБИЈЕ

1. Преглед претходних истраживања на тржиштима капитала земаља у развоју

Галагедера истиче да се у земљама у развоју не може идентификовати стандардни, широко прихваћени модел за процену ризика и приноса.⁴⁶⁰ Тако су примену CAPM модела оспориле студије спроведне на узорцима акција котираних на тржиштима капитала у Венецуели⁴⁶¹, земљама Вишеградске групе (Чешка, Мађарска, Пољска и Словачка)⁴⁶², Русији⁴⁶³, Пакистану⁴⁶⁴ и у земаљама југоисточне Европе⁴⁶⁵. Галагедера у земљама у развоју даје предност коришћењу бета негативних одступања стопа приноса у односу на класичне бета коефицијенте.⁴⁶⁶

У раду из 2000. године, Естрада је, у циљу утврђивања најадекватнијег модела за процењивање цене сопственог капитала у 28 земаља у развоју у периоду од 1988. до 1998. године, упоредио ефикасност неколико модела за процену ризика и приноса са различитим мерама ризика.⁴⁶⁷ Поред класичног, линеарног CAPM модела, користио је модел који уместо бете користи меру ризика засновану на стандардној девијацији, као и модел са мером ризика заснованом на полудевијацији. Естрада је на посматраним тржиштима у развоју дао предност коришћењу модела за процену ризика и приноса са мером ризика заснованом на полудевијацији.⁴⁶⁸ У каснијим радовима, Естрада се заложио за употребу DCAPM модела. Тако је у радовима из 2002. и 2007. године, дао предност коришћењу овог модела у земљама у развоју, јер бета негативних одступања стопа приноса објашњава готово 55% варијација у стопама приноса.⁴⁶⁹ Естрада је

⁴⁶⁰ Galagedera, D. (2007). op. cit.

⁴⁶¹ Gonzales, M. F. (2001). CAPM Performance in the Caracas Stock Exchange from 1992 to 1998. *International Review of Financial Analysis*, 10(3): 333-341.

⁴⁶² Borys, M. (2011). op. cit.. Њено истраживање за тржиште Чешке Републике је обухватило период од фебруара 1994. до децембра 2007. године, за тржишта Пољске и Мађарске период од фебруара 1993. до децембра 2007. године и за тржиште Словачке период од фебруара 1996. до децембра 1997. године. Наведене земље чине земље Вишеградске групе (енг. *Visegrad countries*).

⁴⁶³ Telepova, T., & Shutova, E. (2011). A Higher Moment Downside Framework for Conditional and Unconditional CAM in the Russian Stock Market. *Eurasian Economic Review*, 1(2): 156-177.

⁴⁶⁴ Iqbal, J., Brooks, R., & Galagedera, D. U. A. (2010). Testing Conditional Asset Pricing Models: An Emerging Market Perspective. *Journal of International Money and Finance*, 29(5): 897-918.

⁴⁶⁵ Džaja, J., & Aljinović, Z. (2013). Testing CAPM on the Emerging Markets of the Central and Southeastern Europe. *Croatian Operational Research Review*, 4(1):164-175.

⁴⁶⁶ Galagedera, D. (2007). op. cit.

⁴⁶⁷ Estrada, J. (2000). op. cit.

⁴⁶⁸ Естрада је и у другим радовима препоручио коришћење наведеног модела за процену ризика и приноса на тржиштима у развоју. Видети Estrada, J. (2001). The Cost of Equity in Emerging Markets: A Downside Risk Approach (II). *Emerging Markets Quarterly*, 5(1): 63-72; Estrada, J. (2004). The Cost of Equity of Internet Stocks: A Downside Risk Approach. *European Journal of Finance*, 10 (4): 239-254.

⁴⁶⁹ Estrada, J. (2002). op. cit., Estrada, J. (2007). op. cit.

показао да су стопе приноса осетљивије на промене у вредности бета негативних одступања у односу на исте такве промене у вредности класичних бета коефицијената.

Акбар и остали су испитивали валидност Естрадиног DCAPM модела на тржишту капитала Пакистана у периоду од јула 2000. до јуна 2011. године, као и у краћим периодима.⁴⁷⁰ Добили су контрадикторне резултате, будући да је статистичка значајност вредности регресионог одсечка у другом кораку регресионе анализе у две фазе варирала за краће периоде истраживања. Исто тако, премија ризика бете негативних одступања је била позитивна, али не и статистички значајна за већину посматраних периода. Поред тога, Акбар је за тржиште капитала Пакистана у периоду од јула 2000. до јуна 2011. године испитао валидност и упоредио перформансе CAPM модела, DCAPM модела, модела за процену ризика и приноса са додатним факторима који укључују моменте вишег реда, као и условне варијанте ових модела формиране помоћу M-GARCH модела.⁴⁷¹ Будући да је добио контрадикторне резултате, закључио је да не постоји довољно доказа да потврди валидност неког од испитиваних модела, као и да је тржиште капитала Пакистана неефикасно.

Резултати емпиријских студија нису јединствени у погледу валидности и применљивости условног CAPM модела на тржиштима у развоју. Танг и Шум су испитивали однос између стопа приноса, бете, несистематског ризика, укупног ризика, коефицијента асиметрије и коефицијента спљоштености стопа приноса на узорку од 144 акције котиране на берзи у Сингапуру у периоду од априла 1986. до децембра 1998.⁴⁷² Закључили су да бета коефицијенти на статистички значајном нивоу доприносе објашњавању варијација у стопама приноса, као и да је однос између стопа приноса и бета коефицијената позитиван. Нагласили су, међутим, да бета коефицијенти могу да објасне свега 0,30% варијација у стопама приноса. Исто тако, Танг и Шум су показали да поред бета коефицијената и несистематски и укупан ризик доприносе предвиђању стопа приноса, али је њихов допринос објашњавању варијација релативно скроман. Поред безусловног CAPM модела, користили су условни CAPM модел Петецила, Сундарме и Матура. Показали су да је прилагођени коефицијент детерминације условног модела око 100 пута већи у односу на коефицијент безусловног модела, а однос

⁴⁷⁰ Akbar, M., Rahman, A., & Mahmood, Z. (2012). op. cit.

⁴⁷¹ Akbar, M. (2013). op. cit., pp. 95-143.

⁴⁷² Tang, G. Y. N., & Shum, W. C. (2004). The Risk-Return Relations in the Singapore Stock Market. *Pacific-Basin Finance Journal*, 12(2): 179-195.

између стопа приноса и бета коефицијената статистички значајан и позитиван (негативан) када је премија за тржишни ризик позитивна (негативна). Танг и Шум су истакли да се способност модела да објасни варијације стопа приноса додатно повећава када се у условни модел поред бета коефицијената укључе варијабе као што су несистематски ризик, укупан ризик или коефицијент спљоштености стопа приноса.

Танг и Шум су, такође, истраживали однос између ризика и стопа приноса на берзи у Хонг Конгу у периоду од 1986. до 1998.⁴⁷³ Резултати су открили да бета није на статистички значајном нивоу повезана са оствареним стопама приноса. Установили су да, када је безусловни модел у питању, несистематски ризик, коефицијент спљоштености и коефицијент асиметричности стопа приноса доприносе на статистички значајном нивоу предвиђању очекиваних стопа приноса. Са друге стране, резултати тестирања валидности условног CAPM модела су показали да је бета на статистички значајном нивоу позитивно (негативно) повезана са стопама приноса у оним периодима у којима је премија за тржишни ризик позитивна (негативна). Такође, додатни фактори ризика, као што су несистематски ризик, укупан ризик и коефицијент спљоштености стопа приноса су, уз бета коефицијенте, довели до побољшања перформанси условног CAPM модела. Коефицијент асиметричности је на статистички значајном нивоу допринео објашњавању варијација у стопама приноса условног модела, али је са њима био негативно (позитивно) повезан у периодима раста (опадања) тржишта. Танг и Шум су препоручили коришћење условног модела на берзи у Хонг Конгу, јер се приликом објашњавања варијација у стопама приноса показао супериорним у односу на безусловни модел.

Истраживање валидности безусловног CAPM модела и условног CAPM модела Петенцила, Сундарма и Матура на Истамбулској берзи у периоду од јануара 2003. до децембра 2011. су спровели Билгин и Басти.⁴⁷⁴ Они су показали да се у посматраном периоду CAPM модел не може сматрати валидним. Када је условни CAPM модел у питању, показали су да у одређеним краћим периодима постоји статистички значајан, условни однос између стопа приноса и ризика, али и да просечна укупна премија за тржишни ризик није позитивна, како то теорија захтева. Абдулах и остали су испитивали

⁴⁷³ Tang, G. Y. N., & Shum, W. C. (2006). Risk-Return Relationship in the Hong Kong Stock Market: Revisit. *Applied Financial Economics*, 16(14): 1047-1058.

⁴⁷⁴ Bilgin, R. & Basti, E. (2014). Further Evidence on the Validity of CAPM: the Istanbul Stock Exchange Application. *Engineering Economics*, 25(1): 5-12.

однос између стопа приноса и бета коефицијената на тржишту капитала у Кувајту у периоду од јуна 2001. до октобра 2009.⁴⁷⁵ Истакли су да постоје разлике између бете утврђене помоћу OLS и M-GARCH модела, што говори о извесном степену варијабилности бета коефицијената. Закључили су да резултати истраживања на Кувајтској берзи (енг. *Kuwait Stock Exchange*) не подржавају валидност класичног CAPM модела, али ни модела Петенцила, Сундарма и Матура са M-GARCH бетама.

Нието и остали су за Мексичко тржиште капитала у периоду од 2003. до 2009. упоредили перформансе променљивих бета коефицијената утврђених помоћу метода најмањих квадрата, M-GARCH BEKK, M-GARCH DCC метода и Калмановог филтера.⁴⁷⁶ Резултати истраживања су у моделима за процену ризика и приноса дали предност коришћењу оцена бета коефицијената утврђених помоћу Калмановог филтера, јер су биле у стању да боље обухвате однос између тржишног ризика и просечних стопа приноса у односу на OLS оцене и оцене засноване на GARCH моделима. Са друге стране, методе које су резултирале волатилнијим оценама бета коефицијената, међу којима је су и GARCH методе, су се показале прикладнијим приликом диверсификације и формирања портфолија са минималним ризиком.

Ју је испитао временске варијације и структурне промене бета коефицијената обичних акција листираних на Филипинској берзи (енг. *Philippine Stock Exchange*) у периоду од 1990. до 2000.⁴⁷⁷ Резултати Кусум (енг. *CUSUM*) теста нису показали присуство структурних промена бета коефицијената, док су резултати Чоу (енг. *Chou*) теста показали да висина бета коефицијената неких акција показује структурну промену од јула 1997. године (почетак Азијске кризе). Ју је предност дао Чоу тесту због његових предности у односу на Кусум тест.

Радови који су истраживали применљивост различитих модела за процену ризика и приноса на тржиштима капитала земаља бивше Југославије су релативно ретки. У раду Момчиловићеве и осталих је, за тржишта капитала Словеније, Хрватске и Србије у периоду од јануара 2005. до јануара 2015. године, упоређена успешност CAPM модела

⁴⁷⁵ Abdullah, K. A., Al-Jafari, M. K., Tai, H. A., & Ahmad, A. A. (2011). The Relationship between Risk and Return: An Empirical Study of Kuwait Stock Exchange. *International Research Journal of Finance and Economics*, 66(1): 22-28.

⁴⁷⁶ Nieto, B., Orbe, S., & Zarraga, A. (2014). Time-Varying Market Beta: Does the Estimation Methodology Matter? *SORT*, 38(1): 13-42.

⁴⁷⁷ Yu, J. (2003). Time Variation and Structural Change in Beta of Philippine Stocks. Available at http://cba.upd.edu.ph/docs/DP/0305_YU.pdf (15.07.2017.).

и модела за процену ризика и приноса у којима се као мера ризика користи бета негативних одступања стопа приноса, али и мере ризика засноване на стандардној девијацији и полудевијацији.⁴⁷⁸ Резултати спроведеног истраживања су дали предност коришћењу модела за процену ризика и приноса са фактором ризика заснованом на полудевијацији. Исто тако, студија је показала да бета негативних одступања стопа приноса на статистички значајном нивоу доприноси објашњавању варијација стопа приноса само на словеначком тржишту капитала.

Станчић и остали су испитивали применљивост безусловног и условног CAPM модела на Београдској берзи у периоду од 2010. до 2014. године.⁴⁷⁹ Установили су да модели нису адекватни за коришћење на српском тржишту капитала. Миновићева и Живковић су, за српско тржиште капитала у периоду од 2005. до 2009. године, упоредили успешност CAPM модела, Фама и Френч трофакторског модела, Лиуовог CAPM модела са фактором ликвидности (енг. *Liquidity CAPM – LCAPM*) и модела који комбинује факторе LCAPM и Фама Френч трофакторског модела.⁴⁸⁰ Резултати истраживања су показали да LCAPM модел боље објашњава варијације у стопама приноса у односу на стандардни CAPM модел и Фама Френч трофакторски модел. Миновићева и Живковић су истакли да би модел који комбинује факторе трофакторског и LCAPM модела могао побољшати процењивање средстава на Београдској берзи. Поред тога, они су упоредили успешност класичног CAPM модела и CAPM модела са фактором величине и ликвидности Херна и осталих на хрватском тржишту капитала у периоду од 2005. до 2009.⁴⁸¹ Резултати су показали да је CAPM модел са фактором величине и ликвидности адекватнији за употребу на хрватском тржишту капитала.

Фрук и Хуљак су, тестирањем валидности CAPM модела помоћу регресионе анализе у две фазе на хрватском тржишту капитала у периоду од септембра 1998. до августа 2003. године, закључили да између стопа приноса и бета коефицијената акција постоји

⁴⁷⁸ Momcilovic, M., Zivkov, D., & Vlaovic Begovic, S. (2017). The Downside Risk Approach to Cost of Equity Determination for Slovenian, Croatian and Serbian Capital Markets. *E & M Ekonomije A Management*, 20(3): 147-158.

⁴⁷⁹ Stančić, V., Petrović, E., & Radivojević, N. (2015). Conditional Relationship between Beta and Returns: A Case Study of the Belgrade Stock Exchange. *Teme*, 39(4): 1165-1182.

⁴⁸⁰ Minovic, J. & Zivkovic, B. (2012). The Impact of Liquidity and Size Premium on Equity Price Formation in Serbia. *Economic Annals*, 57(195), 43-78.

⁴⁸¹ Minovic, J. & Zivkovic, B. (2014). CAPM Augmented with Liquidity and Size Premium in the Croatian Stock Market. *Economic Research*, 27(1), 191-206; Hearn, B., Piesse, J. & Strange, R. (2010). Market Liquidity and Stock Size Premia in Emerging Financial Markets: The Implications for Foreign Investment. *International Business Review*, 19(5), 489-501.

позитивна, али несигнификантна веза.⁴⁸² Исто тако, показали су да низак коефицијент детерминације регресија из прве фазе примењене методологије указује да варијације у стопама приноса тржишног портфолија релативно слабо описују варијације у стопама приноса акција. Резултати другог корака регресионе анализе у две фазе су показали да је коефицијент регресионог одсечка на статистички значајном нивоу различит од нуле, док је коефицијент регресионог нагиба различит од стопе историјске премије за тржишни ризик, те се CAPM модел не може сматрати валидним. Фрук и Хуљак су истакли да се додавањем варијансе резидуала (као мере несистематског ризика) у модел значајно повећава коефицијент детерминације, што их је навело на закључак да несистематски ризик боље описује стопе приноса изнад неризичне стопе у односу на систематски ризик. Они су претпоставили да би узрок могао лежати у неликвидности хрватског тржишта капитала.

Шкрињарићева је испитивала однос између бете и стопа приноса 21 предузећа, чије су акције котиране на Загребачкој берзи у периоду од 2005. до 2013.⁴⁸³ Она је за доношење одлука о инвестирању на хрватском тржишту капитала препоручила употребу CAPM модела са променом режима, код кога параметри модела варирају између режима високе и ниске волатилности на основу Марковљевог модела. Наиме, Шкрињарићева је у свом истраживању показала да између бета коефицијената из различитих режима постоји статистички значајна разлика, те би традиционални CAPM модел могао довести до погрешних закључака.

Заимовићева је испитивала валидност CAPM модела на тржишту капитала Босне и Херцеговине у периоду од јануара 2005. до јануара 2010. године. Резултати су указали да је бета коефицијент вреднован, као и да је његова премија 'за ризик позитивна, како то теорија захтева.⁴⁸⁴ Исто тако, на основу резултата се може видети да је тачка у којој SML линија хартија од вредности пресеца ординату испод нивоа неризичне стопе приноса, што имплицира да би и други фактори могли бити од значаја приликом објашњавања варијација у стопама приноса акција или да тржиште није ефикасно. Поред тога, Заимовићева је у студији из 2015. године, између осталог, тестирала валидност

⁴⁸² Fruk, M. & Huljak, I. (2004). Testiranje Sharpe-Lintnerova modela na Zagrebačkoj burzi. *Financijska teorija i praksa*, 28(1): 77-91.

⁴⁸³ Škrinjarić, T. (2014). Testing for Regime-Switching CAPM on Zagreb Stock Exchange. *Croatian Operational Research Review*, 5(2): 119-133.

⁴⁸⁴ Zaimović, A. (2013). Testing the CAPM in Bosnia and Herzegovina with Continuously Compounded Returns. *South East European Journal of Economics and Business*, 8(1): 1-9.

SARМ модела на тржишту капитала Босне и Херцеговине за период од 2005. до 2009 и дошла до закључака као у претходно наведеној студији.⁴⁸⁵

2. Карактеристике тржишта капитала Србије

Београдска берза је акционарско друштво које организује српско тржиште капитала и обавља послове везане за функционисање регулисаног тржишта и мултилатералне трговачке платформе. Берза поред наведених може да обавља и додатне послове везане за: едукацију инвеститора, продају и лиценцирање тржишних података, промоцију и развој тржишта капитала и друге послове.⁴⁸⁶ Права, обавезе и одговорности берзе су утврђени Законом о тржишту капитала (Службени гласник РС, бр. 31/11, 112/15 и 108/16) и Законом о привредним друштвима (Службени гласник РС, бр. 36/2011, 99/2011, 83/2014 и 5/2015).

Тржиште Београдске берзе се састоји од регулисаног и МТП тржишта. Издавалац хартије од вредности подноси потребну документацију и захтев за укључивање на листинг регулисаног тржишта Комисији за листинг Београдске берзе у складу са Правилником о листингу и котацији хартија од вредности (04/2 бр. 3383-1/18 од 04.06.2018.). Комисија доноси решење о пријему хартије на неки од сегмената регулисаног тржишта детерминисан захтевом издаваоца. Сегменти регулисаног тржишта су Прајм листинг (енг. *Prime listing*), Стандард листинг (енг. *Standard listing*), Смарт листинг (енг. *Smart listing*) и Опен маркет (енг. *Open market*). Уколико хартија не испуњава услове укључивања на листинг или издавалац хартије приликом подношења захтева није дефинисао сегмент регулисаног тржишта на ком жели да се изврши листирање, хартија се укључује на Опен маркет. Када хартија не испуњава услове за укључење на Опен маркет или је искључена са Опен маркета, Директор берзе доноси решење на основу кога се она укључује на МТП тржиште.

На Београдској берзи се хартијама од вредности тргује методама преовлађујуће цене или континуираног трговања. Поред тога, могуће је блок трговање, као трансакција којом се не тргује ни на регулисаном, ни на МТП тржишту. Ова трансакција се договара ван берзанског састанка, на састанку једног купца и једног продавца.

⁴⁸⁵ Zaimović, A. (2015). op. cit.; pp. 180-182, 198-201.

⁴⁸⁶ Статут Београдске берзе а.д. Београд, 04/1 бр. 954-1/16, стр. 4.

Табела 3 даје приказ броја хартија од вредности листираних на Београдској берзи дана 09.03.2018.

Табела 3: Број хартија од вредности на Београдској берзи дана 09.03.2018.

Сегменти	Акције	Обвезнице
Регулисано тржиште	30	70
Прајм листинг	4	70
Стандард листинг	3	-
Опен маркет	23	-
МТП	597	2

Извор: Београдска берза. Подаци су доступни на www.belex.rs.

Марта 2018. се на Београдској берзи трговало акцијама и обвезницама емитованим од стране Републике Србије, Европске банке за обнову и развој, града Шапца и општине Стара Пазова. Највећим бројем акција се тргује на МТП тржишту, док се на регулисаном тржишту тргује са свега 30 акција. Са друге стране, већина обвезница је листирана на регулисаном тржишту. Према Закону о тржишту капитала на Београдској берзи постоји могућност трговања и другим врстама хартија од вредности, као што су дужничке хартије од вредности предузећа, финансијски деривати и други инструменти.

Табела 4 даје приказ основних годишњих статистика карактеристичних за пословање Београдске берзе у периоду од 2005. до 2017. године.

Табела 4: Годишње статистике Београдске берзе у периоду од 2005. до 2017.

Година	Промет (РСД)	Промена промета у односу на претходну годину (%)	Промет (ЕУР)	Број трансакција	Белекс15	Белекслајн
2005	48.350.670.609	-	581.464.086	173.545	1.060,21	1.954,35
2006	100.583.951.914	108,03	1.210.439.480	141.499	1.675,20	2.658,16
2007	164.990.865.957	64,03	2.059.769.522	301.210	2.318,37	3.830,84
2008	71.853.776.130	-56,45	882.454.957	119.001	565,18	1.198,34
2009	41.778.491.982	-41,86	441.976.426	77.215	663,77	1.311,84
2010	23.017.197.757	-44,91	222.475.934	725.550	651,78	1.282,66
2011	28.584.502.604	24,19	280.180.758	2.887.538	499,05	977,19
2012	24.988.496.333	-12,58	219.765.572	483.013	523,89	1.005,56
2013	30.164.364.465	20,71	267.006.644	344.109	557,97	1.104,92
2014	20.258.653.211	-32,84	173.518.701	238.023	667,02	1.344,82
2015	22.429.152.041	10,71	185.770.866	146.232	644,10	1.380,42
2016	44.574.000.173	98,73	361.994.482	87.893	717,37	1.569,43
2017	66.907.338.684	50,10	552.822.262	66.952	759,80	1.662,53

Извор: Београдска берза. Подаци су доступни на www.belex.rs.

На берзи је након почетне еуфорије и велике експанзије промета од 2005. до другог дела 2007. године дошло до значајног пада његове вредности у периоду који је следио. Пад промета је резултат великог смањења тражње, који је делимично последица преливања Глобалне финансијске кризе на српско тржиште капитала, а делимично рецесије у Србији.⁴⁸⁷ Тако је промет у 2008. години износио свега 43,55% промета оствареног 2007. године. Силазни тренд берзанског промета се наставио у 2009. и 2010. години. Поред тога, у анализираном периоду је дошло до значајног смањења цена хартија од вредности на берзи, на шта указује пад вредности индекса Белекслајн (енг. *Belexline*). Иако је у 2011. години дошло до одређеног пораста промета на Београдској берзи, пад вредности оба индекса је настављен, што заједно са порастом броја трансакција указује на пад цена хартија и неповерење јавности у опоравак берзе.

⁴⁸⁷ Према подацима Републичког завода за статистику у Србији је 2009. године је забележена стопа реалног пада бруто домаћег производа у односу на претходну годину од -3,1%, док је у 2010. остварен раст од свега 0,6%. Подаци су преузети од Републичког завода за статистику, Република Србија (www.stat.gov.rs).

У 2012. и 2014. години српска привреда се нашла у рецесији узрокованој, пре свега, природним непогодама.⁴⁸⁸ Само су мајске поплаве из 2014. године резултирале штетом и губицима у производњи који су процењени на око 1,5 милијарди евра, односно на око 4,70% бруто домаћег производа.⁴⁸⁹ Све то је имало негативно дејство на висину оствареног промета на Београдској берзи. Поред тога, у 2015. ниска ликвидност берзе је наступила услед неповерења глобалних инвеститора у тржишта Југоисточне Европе, као и негативног утицаја грчке кризе.⁴⁹⁰ Тек 2016. и 2017. године је дошло до значајнијег опоравка трговања на Београдској берзи, на шта указује пораст промета за 98,73%, односно 50,10%. У наведеним годинама је забележен значајнији пад броја трансакција, што заједно са порастом вредности индекса указује на раст цена хартија од вредности.

Табела 5 даје приказ учешћа страних инвеститора у промету на Београдској берзи.

Табела 5: Учешће страних инвеститора у промету на Београдској берзи у периоду од 2006. до 2017.

Година	Учешће страних инвеститора у промету (%)		
	FIS	FIB	FIT
2006	54,61	11,39	47,99
2007	42,04	14,39	39,25
2008	50,11	12,53	47,31
2009	51,90	12,53	47,31
2010	38,24	15,34	33,62
2011	45,38	15,34	33,63
2012	55,81	11,26	47,82
2013	72,28	25,04	69,66
2014	48,15	22,33	42,16
2015	39,39	50,17	41,95
2016	40,18	20,60	23,44
2017	38,08	3,73	7,97

Извор: Београдска берза. Подаци су доступни на www.belex.rs. FIS – учешће страних инвеститора у укупном промету акцијама, FIB - учешће страних инвеститора у укупном промету обвезницама, FIT - учешће страних инвеститора у укупном промету.

⁴⁸⁸ У 2012. години је остварена стопа реалног пада бруто домаћег производа од -1,0% , а у 2014. од -1,8%. Подаци су преузети од Републичког завода за статистику, Република Србија (www.stat.gov.rs).

⁴⁸⁹ Документ групе Светска банка (2015). Стратешки оквир за партнерство за Републику Србију за период од 2016. до 2020. фискалне године, Извештај бр. 100464-YF, стр. 4, <http://pubdocs.worldbank.org/en/733471446462343509/Serbia-CPF-srb-web.pdf> (02.07.2018.).

⁴⁹⁰ Београдска берза, www.belex.rs.

Из табеле се може видети да се учешће страних инвеститора у укупном промету на Београдској берзи кретало од готово 50% у 2006. до око 8% у 2017. години. У већини посматраних година, ово учешће је варијало између 30% и 50%. Изузетак, је била 2013. година, када се учешће попело на чак око 70%, док је оно у 2016. и 2017. години драстично смањено. У анализираном периоду, страни инвеститори су много више трговали акцијама него обвезницама, а њихово се учешће у укупном промету обвезницама у 2017. смањило на свега 3,73%.

Тржишна капитализација Београдске берзе у периоду од 2005. до 2017. је приказана у табели 6.

Табела 6: Тржишна капитализација Београдске берзе у периоду од 2005. до 2017.

Година	Тржишна капитализација (РСД)	Промена тржишне капитализације у односу на претходну годину (%)
2005	388.900.000.000	-
2006	809.020.645.353	108,03
2007	1.440.485.344.701	78,05
2008	916.594.847.270	-36,37
2009	932.332.706.604	1,72
2010	933.465.974.978	0,12
2011	817.461.701.758	-12,43
2012	776.195.053.684	-5,05
2013	772.744.177.012	-0,44
2014	796.635.425.521	3,09
2015	683.361.402.302	-14,22
2016	592.443.321.928	-13,30
2017	548.868.772.497	-7,36

Извор: Београдска берза. Подаци су доступни на www.belex.rs. Податак о тржишној капитализацији из 2005. године је преузет из Годишњег извештаја Београдске берзе за 2005. годину.

Тржишна капитализација Београдске берзе је, баш као и њен промет, имала високе стопе раста у периоду од 2005. до 2007. године, што је резултат пораста броја листираних акција и њихових цена. Број предузећа чије су акције листиране на берзи је у наведеном периоду драстично порастао, пре свега, због процеса приватизације којим су друштвена предузећа трансформисана у акционарска друштва. Након почетног пораста капитализације, уследио је њен пад од 36% у 2008. години настао због значајног смањења цена акција, односно преливања Глобалне финансијске кризе на српско тржиште капитала и губитка поверења инвеститора. У 2009. и 2010. години је

забележена стагнација тржишне капитализације, док је у каснијим годинама дошло до смањења броја листираних акција предузећа, а последично и вредности капитализације. Основни разлог оваквог тренда је изражен процес промене правне форме листираних предузећа. Наиме, велики број предузећа је делистирао акције са Београдске берзе пошто су преузета од стране већинског власника. Поред тога, број листираних акција, а самим тим и вредност тржишне капитализације, значајно су смањени због стечаја одређеног броја листираних предузећа. Услед тога је на крају 2017. године тржишна капитализација берзе била за око 38% нижа него на крају 2007. године.

Неки аутори су истакли да српско тржиште капитала спада у ред неразвијених и неликвидних тржишта. Резултати истраживања Живковића и Миновићеве су потврдили да српско тржиште капитала у периоду од 2005. до 2009. карактерише низак степен ликвидности, као и да су неликвидност и волатилност тржишта варирале у времену.⁴⁹¹ Слично, Милуновић и Миновићева су за период од 03.06.2005. до 03.10.2012. истраживали неликвидност 11 националних тржишта Балкана, међу којима је тржиште Србије.⁴⁹² Резултати студије су показали да српско тржиште капитала, поред босанског, спада у ред најнеликвиднијих.

Миновићева и Ерић су нагласили да је српско тржиште капитала уско и плитко, са кратком историјом трговања, те да га карактерише висока волатилност и честе и велике промене цена хартија.⁴⁹³ Они су показали да се не може одбацити хипотеза да је нестабилност волатилности стопа приноса на српском тржишту изазвана политичким питањима. Резултати истраживања указују да је у децембру 2009. Србија имала највиши ниво политичког ризика у региону источне Европе, али и да се у 2015. тај ниво нашао у оквиру просека земаља Балкана. Јакшићева и Пурићева су мишљења да Београдска берза по нивоу развијености заостаје за берзама јужне и источне Европе.⁴⁹⁴ Оне су истакле да су до ниског приноса на улагање и смањења промета на берзи довели фактори као што

⁴⁹¹ Živković, B., & Minović, J. (2010). Illiquidity of Frontier Financial Market: Case of Serbia. *Panoeconomicus*, 57(3): 349-367.

⁴⁹² Milunovich, G., & Minović, J. (2014). Local and Global Illiquidity Effects in the Balkans Frontier Markets. *Applied Economics*, 46(31): 3861–3873.

⁴⁹³ Minovic, J., & Eric, D. (2016). Impact of Political Risk on Frontier Capital Market. *Engineering Economics*, 27(2): 151–162.

⁴⁹⁴ Jakšić, M., & Purić, J. (2014). Uperedna analiza poslovanja Beogradske, Zagrebačke i Varšavske berze. *Bankarstvo*, 6: 89-95.

су „недостатак квалитетних финансијских инструмената, неадекватна институционална инфраструктура, политички и бројни други ризици.“⁴⁹⁵

Ракочевић истиче да је у Србији изражено неповерење становништва у тржиште капитала, али и банкарски сектор од кога ово тржиште умногоме зависи.⁴⁹⁶ Он је навео да је на српском тржишту капитала превише значајна улога државе и вантржишних фактора (нпр. инсајдерска трговина), те да је присутна нетранспарентност, низак ниво ликвидности и корпоративне културе листираних предузећа, као и мала понуда финансијске активе.

На основу изнетих података о пословању Београдске берзе, као и резултата спроведених истраживања може се закључити да постоји читав низ проблема који карактеришу српско тржиште капитала, а најзначајнији су:

- мали број и врста хартија којима се тргује, као и недостатак атрактивних хартија,
- релативно мали промет и тржишна капитализација берзе,
- висок степен неликвидности и волатилности, односно велике промене у нивоу цена хартија, као и кратка историја трговања,
- значајна улога државе, ниска транспарентност и доступност информација, инсајдерско трговање, те неповерење у тржиште капитала и банкарски сектор Србије,
- значајан утицај политичког ризика на кретање цена акција и
- неразвијено примарно тржиште акција.⁴⁹⁷

3. Методолошке основе емпиријског истраживања

Модел за процену ризика и приноса теже да опишу однос између ризика коме су инвеститори изложени приликом улагања и стопа приноса које захтевају као компензацију за изложеност ризику. Проблем избора адекватног модела је особито изражен, а самим тим и актуелан, када су у питању релативно слабо истражена тржишта

⁴⁹⁵ Ibid.

⁴⁹⁶ Ракочевић, Р. (2016). *Утицај светског тржишта капитала на тржиште капитала у Србији*. Докторска дисертација. Београд: Факултет политичких наука, Универзитет у Београду, стр. 90, 395.

⁴⁹⁷ После готово 80 година, на Београдској берзи је 2018. године извршена прва иницијална јавна понуда (енг. *initial public offering - IPO*) акција предузећа Финтел енергија а.д. Београд. (www.belex.rs) Даљи развој примарног тржишта капитала ће омогућити предузећима приступ додатним изворима финансирања, што ће допринети интензивнијем развоју српског тржишта капитала, порасту промета акцијама и другим тржишним материјалима. (Синиша Крнета, директор Београдске берзе а.д. Београд, <https://www.ekapija.com>).

капитала земаља у развоју. Сходно томе, предмет емпиријског истраживања докторске дисертације су различити модели за процену ризика и приноса на тржишту капитала Србије, а основни циљ докторске дисертације је да се изврши теоријско-методолошка и емпиријска анализа применљивости алтернативних модела за процену ризика и приноса на тржишту капитала Србије. Посебна пажња ће бити посвећена истраживању применљивости безусловног CAPM модела, модела за процену ризика и приноса са мерама ризика негативних одступања стопа приноса и условног CAPM модела, као и утицаја структурних ломова на применљивост ових модела на Београдској берзи.

3.1. Развој хипотеза

Основни и најчешће коришћен модел за процену ризика и приноса је CAPM модел, који је формулисан како би се објасниле разлике у висини премије за ризик различитих средстава или портфолија средстава. Наиме, CAPM модел доводи у везу очекиване стопе приноса са нивоом систематског ризика мереног бета коефицијентом средства/портфолија, при чему су високе очекиване стопе приноса повезане са високом бетом и обрнуто. Модел је често критикован, а резултати анализе његове валидности и применљивости су контрадикторни. Неки аутори су показали да CAPM модел често није валидан, што је нарочито карактеристично за тржишта у развоју.⁴⁹⁸ Поред тога, бројна истраживања су документовала да поред тржишног ризика постоје други фактори који на статистички значајном нивоу доприносе објашњавању варијабилности стопа приноса.⁴⁹⁹ Сходно изложеном, у докторској дисертацији ће предмет испитивања бити валидност и применљивост безусловног CAPM модела на тржишту капитала Србије. У том контексту је развијена прва хипотеза (X1) која гласи:

Хипотеза 1 (X1): Класични, безусловни CAPM модел са конвенционалним бета коефицијентима није погодан за процену ризика и приноса на тржишту капитала Србије.

⁴⁹⁸ Видети Fama, E. F., & French, K. R. (1992). op. cit.; Jagannathan, R., & Wang, Z. (1996). op.cit.; Lettau, M., & Ludvigson, S. (2001). op. cit.; Gonzales, M. F. (2001). op. cit.; Borys, M. (2011). op. cit.; Telepova, T., & Shutova, E. (2011). op. cit.; Iqbal, J., Brooks, R., & Galagedera, D. U. A. (2010). op. cit.; Džaja, J., & Aljinović, Z. (2013). op. cit.

⁴⁹⁹ Видети Banz, R. W. (1981). op. cit.; Basu, S. (1977). op. cit.; Fama, E. F., & French, K. R. (1992). op. cit.; Fama, E. F., & French, K. R. (1993). op. cit.; Jegadeesh, N., & Titman, S. (1993). op. cit.; De Bondt, W. F. M., & Thaler, R. (1985). op. cit.; Amihud, Y., & Mendelson, H. (1986). op. cit.

У овом раду ће се, по угледу на Заимовићеву, Борисову и Вјендрама за тестирање валидности безусловног CAPM модела користи модификована верзија стохастичке генерализације Фаме и Макбета (формула 4.1):

$$\tilde{r}_{it} = \tilde{\gamma}_{0t} + \tilde{\gamma}_{1t}\beta_i + \tilde{\varepsilon}_{it} \quad (4.1)$$

при чему су \tilde{r}_{it} стопа приноса акције i у тренутку t , β_i бета коефицијент акције i , односно њен систематски ризик, а $\tilde{\varepsilon}_{it}$ случајна грешка процене стопе приноса акције i у тренутку t .⁵⁰⁰

Полазећи од генерализације (4.1), неки аутори су у теоријским разматрањима и емпиријским истраживањима истакли предуслове који треба да буду испуњени како би се безусловни CAPM модел могао сматрати валидним.⁵⁰¹ Једна од претпоставки валидности модела захтева да вредност регресионог одсечка $\tilde{\gamma}_{0t}$ буде једнака нули ($\tilde{\gamma}_{0t} = 0$) уколико се истраживање заснива на додатним стопама приноса, односно да буде једнака неризичној стопи приноса ($\tilde{\gamma}_{0t} = r_f$) када се истраживање заснива на стопама приноса. Поред тога, да би се модел (4.1) сматрао валидним потребно је да вредност коефицијента $\tilde{\gamma}_{1t}$ буде позитивна и статистички значајна ($\tilde{\gamma}_{1t} > 0$). Неки аутори додају да би коефицијент $\tilde{\gamma}_{1t}$ требало да буде једнак просечној историској вредности премије за тржишни ризик.⁵⁰²

Закључак о прихватљивости хипотезе (X1) ће бити донет тестирањем допунских хипотеза формулисаних полазећи од претходно истакнутих предуслова валидности CAPM модела. Постављене допунске хипотезе гласе:

***Хипотеза 1.1 (X1.1):** Вредност коефицијента $\tilde{\gamma}_{0t}$ је једнака неризичној стопи приноса.*

⁵⁰⁰ Fama, E. F., & MacBeth, J. (1973). op. cit.; Borys, M. (2011). op. cit.; Vendrame, V. (2014). op. cit., p. 160; Zaimović, A. (2015). op. cit., p. 179.

⁵⁰¹ Видети Fama, E. F., & MacBeth, J. (1973). op. cit.; Cheung, Y., Wong, K. & Hoo, Y. (1993). The Pricing of Risky Assets in Two Emerging Asian Markets - Korea and Taiwan. *Applied Financial Economics*, 3(4): 315-324; Tang, G. Y. N., & Shum, W. C. (2003). The Conditional Relationship between Beta and Returns: Recent Evidence from International Stock Markets. *International Business Review*, 12(1): 109-126; Tang, G. Y. N., & Shum, W. C. (2004). op. cit.; Tang, G. Y. N., & Shum, W. C. (2006). op. cit.; Borys, M. (2011). op. cit.; Levy, H. (2012). op. cit., p. 192; Francis, J. C. & Kim, D. (2013). op. cit. p. 336; Akbar, M. (2013). op. cit., p. 87; Bilgin, R., & Basti, E. (2014). op. cit.; Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., & Goetzmann, W. N. (2014). op. cit., p. 342; Vendrame, V. (2014). op. cit., p. 180; Zaimović, A. (2015). op. cit., p. 179; Vendrame, V., Guermat, C., & Tucker, J. (2018). op. cit.

⁵⁰² Видети Fama, E. F., & MacBeth, J. (1973). op. cit.; Cheung, Y., Wong, K. & Hoo, Y. (1993). op. cit.; Tang, G. Y. N., & Shum, W. C. (2006). op. cit.; Vendrame, V. (2014). op. cit., p. 180.

Хипотеза 1.2 (X1.2): Вредност коефицијента $\tilde{\gamma}_{1t}$ је позитивна и статистички значајна.

Поред тога, успешност модела да опише варијације у стопама приноса ће показати висина прилагођеног коефицијента детерминације регресије.

Будући да су резултати бројних истраживања на многим тржиштима одбацили валидност CAPM модела, неки аутори се залажу за употребу његових модификација, које користе ефикасније мере ризика у односу на класични бета коефицијент. У том контексту се истичу модели за процену ризика и приноса са мерама ризика негативних одступања стопа приноса, као што су: бета негативних одступања стопа приноса, полудевијација и полуваријанса.⁵⁰³ Специфичне карактеристике чине тржишта у развоју значајно различитим у односу на тржишта развијених земаља, те је развој адекватног модела за процену ризика и приноса на њима додатно отежан. Галагедера наглашава да су се у земљама у развоју бете негативних одступања стопа приноса показале као прикладније за објашњавање варијација у стопама приноса од традиционалних бета коефицијената.⁵⁰⁴ Естрада за тржишта у развоју у раним радовима препоручује примену модела за процену ризика и приноса који уместо бета коефицијента користи меру ризика засновану на полудевијацији, док се у каснијим радовима залаже за коришћење DCAPM модела.⁵⁰⁵

Друга хипотеза је постављена како би се утврдила применљивости модела за процену ризика и приноса са мерама ризика негативних одступања стопа приноса, односно како би се упоредила њихова успешност са класичним, безусловним CAPM моделом на тржишту капитала Србије. Ова хипотеза гласи:

Хипотеза 2 (X2): Употреба мера ризика негативних одступања стопа приноса, уместо конвенционалних бета коефицијената, унапређује апликативност модела за процену ризика и приноса на тржишту капитала Србије.

По угледу на Естраду, Акбара и остале и Акбара, у дисертацији ће бити формулисани модели за процену ризика и приноса са бетом негативних одступања стопа приноса и

⁵⁰³ Hogan, W. & Warren, J. (1974). op. cit.; Bawa, V. & Lindenberg, E. (1977). op. cit.; Harlow, V. & Rao, R. (1989). op. cit.; Estrada, J. (2000). op. cit.; Estrada, J. (2002). op. cit.

⁵⁰⁴ Galagedera, D. (2007). op. cit.

⁵⁰⁵ Estrada, J. (2000). op. cit.; Estrada, J. (2002). op. cit.; Estrada, J. (2004). op. cit.; Estrada, J. (2007). op. cit.

мером ризика заснованом на полудевијацији. При тестирању ових модела ће се поћи од стохастичке генерализације (4.2):

$$\tilde{r}_{it} = \tilde{\lambda}_{0t} + \tilde{\lambda}_{1t}RM_i^D + \tilde{\varepsilon}_{it} \quad (4.2)$$

где је RM_i^D мера ризика негативних одступања стопа приноса акције i , односно њен ризик негативних одступања.⁵⁰⁶

Акбар и остали и Акбар су дефинисали предуслове валидности модела за процену ризика и приноса са бетом негативних одступања стопа приноса. Тако, као код безусловног CAPM модела, вредност регресионог одсечка $\tilde{\lambda}_{0t}$ модела (4.2) треба да буде једнака неризичној стопи ($\tilde{\lambda}_{0t} = r_f$), а вредност коефицијента $\tilde{\lambda}_{1t}$ модела (која представља компензацију инвеститорима за изложеност систематском ризику негативних одступања стопа приноса) позитивна и статистички значајна ($\tilde{\lambda}_{1t} > 0$). Аналогно се изводе услови валидности модела код кога се као RM_i^D користи мера ризика заснована на полудевијацији. Имајући то у виду, формулисане су додатне хипотезе које ће бити тестиране да би се извео закључак о валидности модела за процену ризика и приноса са мерама ризика негативних одступања.

Хипотеза 2.1 (X2.1): Вредност коефицијента $\tilde{\lambda}_{0t}$ је једнака неризичној стопи приноса.

Хипотеза 2.2 (X2.2): Вредност коефицијента $\tilde{\lambda}_{1t}$ је позитивна и статистички значајна.

Полазећи од резултата добијених тестирањем додатних хипотеза X2.1 и X2.2, процента варијација стопа приноса које је модел у стању да објасни помоћу мере ризика негативних одступања стопа приноса (висина прилагођеног коефицијента детерминације модела), као и резултата тестирања хипотезе X1, донеће се закључак о прихватљивости друге хипотезе (X2).

Краусе сматра да се CAPM модел показао неадекватним за примену на различитим тржиштима јер користи бете и премије ризика непроменљиве у времену и само један период као хоризонт улагања.⁵⁰⁷ Неки аутори су релаксирани ове претпоставке и развили

⁵⁰⁶ Estrada, J. (2000). op. cit.; Estrada, J. (2002). op. cit.; Estrada, J. (2004). op. cit.; Estrada, J. (2007). op. cit.; Akbar, M., Rahman, A., & Mahmood, Z. (2012). op. cit.; Akbar, M. (2013). op. cit., p. 93.

⁵⁰⁷ Krause, A. (2001). op. cit., pp. 47-51.

вишепериодне условне CAPM моделе, који укључују све доступне информације коришћењем променљивих бета коефицијената и премија за тржишни ризик.⁵⁰⁸ Јаганатан и Ванг и Летау и Лудвигсон истичу да условни CAPM модел показује значајно боље перформансе од безусловног CAPM модела. У новије време, велико интересовање влада за посебну класу условних модела, код којих бете варирају у времену на основу напредних M-GARCH модела. Поред тога, за изградњу условног односа између очекиваних стопа приноса и ризика се све чешће користи Марковљев модел промене режима.⁵⁰⁹ Имајући у виду све наведено, постављена је трећа хипотеза која гласи:

Хипотеза 3 (ХЗ): Условни CAPM модел са променљивим бетама и премијама тржишног ризика је погодан за коришћење на тржишту капитала Србије и супериорнији је у односу на класични, безусловни CAPM модел и CAPM модел са бетама негативних одступања стопа приноса.

У раду ће бити формиране две верзије условног модела - једна са бетама које варирају у времену и једна са бетама и премијама за тржишни ризик које варирају у времену. Полазећи од рада Ниетоа и осталих, биће формулисан условни CAPM модел са бетама које варирају у времену помоћу дијагоналног M-GARCH-BECK модела.⁵¹⁰ За тестирање овог модела ће се користити стохастичка генерализација (4.3):

$$\tilde{r}_{it} = \tilde{\phi}_{0t} + \tilde{\phi}_{1t}\beta_{it}^C + \tilde{\varepsilon}_{it} \quad (4.3)$$

где је β_i^C условна бета хартије од вредности i у тренутку t .

Акбар истиче предуслове које условни CAPM модел мора задовољити да би се сматрао валидним.⁵¹¹ Идентично као код претходних модела, потребно је да вредност регресионог одсечка $\tilde{\phi}_{0t}$ модела (4.3) буде једнака неризичној стопи приноса ($\tilde{\phi}_{0t} = r_f$), а вредност коефицијента $\tilde{\phi}_{1t}$ модела позитивна и статистички значајна ($\tilde{\phi}_{1t} > 0$). У складу са тим, дефинисане су додатне хипотезе које ће, заједно са висином прилагођеног

⁵⁰⁸ Неки од аутора који се залажу за коришћење условног CAPM модела су: Jagannathan, R. & Wang, Z. (1996). op. cit.; Lettau, M. & Ludvigson, S. (2001). op. cit.; Ang, A. & Chen, J. (2007). op. cit.

⁵⁰⁹ Аутори који су користили Марковљев модел промене режима приликом изградње условних модела за процену ризика и приноса су: Huang, H. (2000). op. cit.; Ang, A. & Bekaert, G. (2002). op. cit.; Chen, S. & Huang, N. (2007). op. cit.; Korkmaz, T., Cevik, E. & Gurkan, S. (2010a). op. cit.; Korkmaz, T., Cevik, E., Birkan, E. & Ozatac, N. (2010b). op. cit.; Vendrame, V. (2014). op. cit., pp. 153-159.

⁵¹⁰ Nieto, B., Orbe, S., & Zarraga, A. (2014). op. cit.

⁵¹¹ Akbar, M. (2013). op. cit., p. 89.

коэффициента детерминације модела и резултатима тестирања претходних хипотеза, омогућити извођење закључка о прихватљивости хипотезе (X3):

Хипотеза 3.1 (X3.1): Вредност коефицијента $\tilde{\phi}_{0t}$ је једнака неризичној стопи приноса.

Хипотеза 3.2 (X3.2): Вредност коефицијента $\tilde{\phi}_{1t}$ је позитивна и статистички значајна.

Приликом тестирања валидности условног CAPM модела са бетама и премијама за тржишни ризик које варирају у времену ће се поћи од следеће стохастичке генерализације:

$$\tilde{r}_{it} = \tilde{\omega}_{0t} + (p_t \tilde{\omega}_{1t} + (1 - p_t) \tilde{\omega}_{2t}) \beta_i + \tilde{\varepsilon}_{it} \quad (4.4)$$

при чему су p_t вероватноћа да ће стопа приноса бити генерисана на растућем тржишту у тренутку t , а $(1 - p_t)$ вероватноћа да ће стопа приноса бити генерисана на опадајућем тржишту у тренутку t .

У циљу развоја допунских хипотеза за тестирање валидности условног модела ће се кренути од већ представљених методологија тестирања условног CAPM модела Петенцила, Сундарма и Матура и Вјендрама.⁵¹² Да би се овакав модел сматрао валидним потребно је да премија за тржишни ризик опадајућег тржишта буде негативна и статистички значајна, а премија за тржишни ризик растућег тржишта позитивна и статистички значајна. Петенцил, Сундарм и Матур и Вјендраме су истакли да одбацавање хипотезе да премије за тржишни ризик опадајућег и растућег тржишта нису статистички значајно различите говори у прилог валидности условног CAPM модела ($H_0: \bar{\omega}_1 - \bar{\omega}_2 = 0, H_1: \bar{\omega}_1 - \bar{\omega}_2 \neq 0$). Поред тога, укупна пондерисана премија за тржишни ризик условног модела треба да буде позитивна како би инвеститорима била надокнађена изложеност систематском ризику ($H_0: E(\Gamma_t) = 0, H_1: E(\Gamma_t) > 0$, при чему је $\bar{\Gamma}_t = p \hat{\omega}_1 + (1 - p) \hat{\omega}_2$).

Полазећи од постављене генерализације (4.4) и наведених предуслова, формулисане су додатне хипотезе за тестирање валидности условног CAPM модела које гласе:

⁵¹² Pettengill, G. N., Sundarm, S. & Mathur, I. (1995). op. cit.; Vendrame, V. (2014). op. cit., pp. 216-222.

Хипотеза 3.3 (Х3.3): Вредност коефицијента $\tilde{\omega}_{от}$ је једнака неризичној стопи приноса.

Хипотеза 3.4 (Х3.4): Премија за тржишни ризик растућег и премија за тржишни ризик опадајућег тржишта су једнаке.

Хипотеза 3.5 (Х3.5): Укупна пондерисана премија за тржишни ризик је позитивна и статистички значајна.

Након доношења закључка о прихватању или одбацивању додатних хипотеза Х3.3, Х3.4 и Х3.5 ће бити изведен закључак о валидности условног модела и његовој применљивости на српском тржишту капитала. Коначан закључак о прихватљивости хипотезе Х3 ће бити формиран на основу резултата тестирања додатних хипотеза, висине прилагођеног коефицијента детерминације модела и резултата тестирања претходних хипотеза.

Присуство структурних ломова на тржишту капитала може да резултира извођењем погрешних закључака о применљивости модела за процену ризика и приноса. Услед тога је за тржиште капитала Босне и Херцеговине Заимовићева, приликом тестирања валидности CAPM модела, коришћењем методологије приказане од стране Гујаратија, испитала структурну стабилност бета коефицијената. Наиме, она је укључивањем вештачких променљивих у тржишни модел утврдила да Глобална финансијска криза није имала структурни утицај на њихову висину.⁵¹³ Помоћу исте методологије, Бунт и остали су истраживали утицај дерегулације на висину систематског и несистематског ризика банака у САД, док су Хак и Хани проучавали промену висине ризика банака након формирања Европске Монетарне Уније.⁵¹⁴

Ју је испитивао постојање структурних промена узрокованих азијском кризом у висини бета коефицијената на Филипинској берзи укључивањем вештачке променљиве у тржишни модел.⁵¹⁵ Соуфијан је за тржиште капитала Велике Британије укључила вештачке променљиве у прву фазу регресионе анализе у две фазе како би приликом оцене параметара условног CAPM модела узела у обзир утицај структурних ломова на висину бета коефицијената, односно премије за тржишни ризик и коефицијента

⁵¹³ Gujarati, D. N. (2004). op. cit., pp. 297-323; Zaimović, A. (2015). op. cit., pp. 176-178.

⁵¹⁴ Bundt, T., Cosimano, T., & Halloran, J. (1992). DIDMCA and Bank Market Risk: Theory and Evidence. *Journal of Banking and Finance*, 16(6): 1179-1193; Haq, M., & Heaney, R. (2009). European Bank Equity Risk: 1995-2006. *International Financial Markets, Institutions and Money*, 19(2): 274-288.

⁵¹⁵ Yu, J. (2003). op. cit.

детерминације.⁵¹⁶ Слично, Пошта је за чешко тржиште капитала у циљу утврђивања утицаја Глобалне финансијске кризе (2008-2009) на стабилност оцењених параметара и применљивост условног SARМ модела укључио две вештачке променљиве у модел (од којих једна утиче на стопе приноса акција, а друга на стопе приноса индекса).⁵¹⁷ Имајући у виду све наведено, формулисана је хипотеза Х4, која гласи:

***Хипотеза 4 (Х4):** Вишеструки структурни ломови су присутни на тржишту капитала Србије и њихово укључивање у моделе за процену ризика и приноса побољшава перформансе ових модела.*

Доношење закључка о прихватању или одбацивању хипотезе Х4 подразумева испитивање структурних ломова на тржишту капитала Србије. У случају постојања ломова, потребно је испитати перформансе (безусловног SARМ модела, SARМ модела са мерама ризика негативних одступања стопа приноса и условног SARМ модела) са укљученим у односу на моделе без укључених структурних ломова приликом описивања варијација у стопама приноса на тржишту капитала Србије. Услед тога су, у циљу доношења закључака о прихватању или одбацивању хипотезе Х4, формулисане додатне хипотезе:

***Хипотеза 4.1 (Х4.1):** На тржишту капитала Србије постоје структурни ломови.*

***Хипотеза 4.2 (Х4.2):** Укључивање вештачке варијабле у испитиване моделе за процену ризика и приноса доводи до пораста њихове способности да опишу варијације у стопама приноса.*

3.2. Дефинисање узорка и процена варијабли модела

Тестирање развијених хипотеза је спроведено на узорку од 31 акције котиране на Београдској берзи у периоду од децембра 2005. до априла 2016. године, као и у периоду од јула 2007. до априла 2016. године.⁵¹⁸ Услед чињенице да у децембру 2005. године

⁵¹⁶ Soufian, N. (2004). op. cit.

⁵¹⁷ Pošta, V. (2012). op. cit. Укључивање утицаја структурних ломова у M-GARCH моделе је често и приликом анализе односа између стопа приноса акција/индекса и девизног курса различитих тржишта у циљу одређивања најприкладнијег модела. Видети Живков, Д. (2016). Ефекти преливања финансијских шокова на тржишта акција и девизног курса у одабраним земљама у успону. Докторска дисертација. Суботица: Економски факултет у Суботици, Универзитет у Новом Саду, стр. 78-120, 165-207; Živkov, D., Njegić, J., & Mirović, V. (2016). Dynamics Nexus between Exchange Rate and Stock Prices in the Major East European Economies. *Prague Economic Papers*, 25(6): 686-705; Njegić, J., Živkov, D., & Janković, I. (2018). Interrelationship and Spillover Effect between Stock and Exchange Rate Markets in the Major Emerging Economies. *Prague Economic Papers*, 27(3): 270-292.

⁵¹⁸ Списак предузећа која сачињавају узорак је приказан у табели П1 у прилогу.

одређен број акција из узорка није био листиран на Београдској берзи, тестирање постављених хипотеза је извршено и за период од јула 2007. до априла 2016.⁵¹⁹ Подаци неопходни за спровођење истраживања су преузети са интернет страница Београдске берзе⁵²⁰ и Агенције за привредне регистре⁵²¹. Структура узорка је представљена табелом 7.

Табела 7: Структура узорка

Делатност предузећа	Удео (%)
Производна	67,74
Услужна	32,26
Величина предузећа	
Велика	70,97
Средња	25,80
Мала	3,23
Број година постојања	
0 – 10	0,00
10 – 20	22,58
20 – 30	29,03
30 – 40	3,23
40 – 50	9,68
Преко 50	35,48

Напомена: Структура узорка је утврђена на основу последње године периода истраживања.

Извор: Обрачун аутора.

Из табеле се може видети да готово 70% предузећа из узорка спада у ред производних предузећа.⁵²² Поред тога, готово две трећине предузећа припада категорији великих предузећа.⁵²³ Ниједно предузеће из узорка не постоји краће од 10 година, а чак 35% предузећа послује дуже од пола века. У узорку доминирају производна, велика предузећа са дугом традицијом пословања.

⁵¹⁹ Узорак у оба периода садржи исте акције.

⁵²⁰ www.belex.rs

⁵²¹ www.apr.gov.rs

⁵²² Видети класификацију делатности Републичког завода за статистику (www.stat.gov.rs). Предузећа чија делатност припада секторима А, В, С, D, Е, и F спадају у ред производних предузећа, док су услужна предузећа она чија делатност припада секторима G, H, O, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T и U.

⁵²³ Подаци о разврставању предузећа према величини су преузети од Агенције за привредне регистре. (www.apr.gov.rs) Једно предузеће из узорка је по последњем доступном финансијском извештају категорисано као мало, док према финансијским извештајима до 2015. године оно спада у ред великих предузећа.

Будући да је српско тржиште капитала релативно ново, мало, неразвијено и са израженим проблемом ниске ликвидности, у циљу смањења проблема нефреквентног трговања акцијама, ово истраживање је, у складу са препорукама Харвија и Дамодарана, засновано на месечним стопама приноса.⁵²⁴ Због некомплетности доступних података, приликом израчунавања месечних стопа приноса нису узимане у обзир исплаћене дивиденде. Месечне стопе приноса су генерисане помоћу формуле (4.5):

$$r_{it} = \ln\left(\frac{P_{it}}{P_{it-1}}\right) \times 100 \quad (4.5)$$

при чему су r_{it} логаритамска стопа приноса акције i за месец t , P_{it} цена акције i на затварању последњег радног дана у месецу t , P_{it-1} цена акције i на затварању последњег радног дана у месецу који претходи месецу t .

Приликом избора акција које сачињавају узорак прегледане су остварене стопе приноса акција којима се тргује на Београдској берзи у периоду истраживања. Критеријум селекције акција у узорак је био фреквенција трговања акцијама, чиме су у узорак укључене само најликвидније акције. Табела 8 приказује недостајуће опсервације стопа приноса акција из узорка у периоду истраживања, које су резултат нетрговања (нултих стопа приноса).

Табела 8: Недостајуће стопе приноса предузећа из узорка

Недостајуће стопе приноса	Фреквенција	Процент (%)	Кумулативно (%)
12/2005 – 04/2016			
0% - 10%	17	54,84	54,84
11% - 20%	7	22,58	77,42
21% - 30%	6	19,35	96,77
31% - 40%	1	3,23	100,00
07/2007 – 04/2016			
0% - 10%	16	51,61	51,61
11% - 20%	8	25,81	77,42
21% - 30%	7	22,58	100,00

Извор: Обрачун аутора.

⁵²⁴ Harvey, C. R. (1995). op. cit.; Damodaran, A. (2002). op. cit.

Анализом учесталости недостајућих опсервација је установљено да у оба посматрана периода више од половине акција има између 0% и 10% недостајућих стопа приноса. Исто тако, у оба периода мање од половине акција предузећа имају између 11% и 30% недостајућих стопа приноса. Само једна акција у узорку има 31% недостајућих стопа приноса у укупном периоду истраживања. На основу изложеног се може закључити да, иако Београдску берзу карактерише ниска ликвидност, њен утицај на резултате истраживања је умањен избором акција са релативно високом учесталошћу трговања, као и коришћењем месечних стопа приноса.

Котари и остали, као и Јаганатан и Ванг, указују да „пристрасност услед преживљавања“ (формирање узорка који садржи само акције предузећа која су опстала током периода истраживања) може довести до искривљених резултата. Услед тога, ово истраживање садржи и стопе приноса акција које су делистиране са берзе.

У овом истраживању, стопа приноса на државне обвезнице Републике Србије А2016 је коришћена као апроксимација неризичне стопе приноса. Као замена за тржишни портфолио, искоришћен је индекс Београдске берзе Белекслајн. Овај индекс је одабран као апроксимација тржишног портфолија јер се може сматрати високодиверсификованим.

3.3. Методологија истраживања

За испитивање нормалности расподеле испитиваних варијабли коришћен је Жарк-Бера (енг. *Jarque-Bera*) тест и анализа коефицијената спљоштености и асиметричности. Помоћу Љунг Боксовог (енг. *Ljung Box - LB(Q)*) теста је испитано присуство аутокорелације у резидуалима. За детекцију ауторегресионе условне хетероскедастичности резидуала употребљени су Љунг Боксов тест квадрата резидуала (енг. *Ljung Box - LB(Q²)*) и ARCH тест.⁵²⁵ Присуство јединичног корена у емпиријским серијама је оцењено помоћу проширеног Дики Фулер (енг. *Augmented Dickey-Fuller test - ADF*) теста.

По угледу на радове Заимовићеве и Естраде, за доношење закључака о прихватању или одбацивању прве хипотезе, односно допунских хипотеза (X1.1 и X1.2), коришћена је

⁵²⁵ Ljung, G. M. & Box, G. E. P. (1978). On a Measure of a Lack of Fit in Time Series Models. *Biometrika*, 65(2): 297–303; Engle, R. F. (1982). op. cit.

регресиона анализа у две фазе заснована на стопама приноса акција.⁵²⁶ У првој фази анализе су процењени бета коефицијенти акција из узорка OLS методом (формула (4.6)), а у другој је процењена регресија (4.7) у којој су зависне променљиве просечне стопе приноса акција остварене током периода истраживања (\bar{r}_i), а независне бета коефицијенти процењени у првој фази.

$$r_{it} = \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_i r_{mt} + \varepsilon_{it}, t = 1, \dots, T, i = 1, \dots, N \quad (4.6)$$

$$\bar{r}_i = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 \beta_i + \mu_i, i = 1, \dots, N \quad (4.7)$$

где је r_{it} стопа приноса хартије од вредности i у тренутку t , r_{mt} вредност стопе приноса тржишног портфолија у тренутку t , $\hat{\alpha}_i$ и $\hat{\beta}_i$ су регресиони коефицијенти модела (4.6), ε_{it} је резидуални принос или случајна грешка модела (4.6), T период посматрања, N број хартија од вредности у узорку, $\hat{\gamma}_0$ и $\hat{\gamma}_1$ су регресиони коефицијенти модела (4.7), а μ_i је резидуални принос или случајна грешка модела (4.7). Добијени коефицијенти $\hat{\gamma}_0$ и $\hat{\gamma}_1$ су тестирани помоћу t теста и изведен је закључак о прихватљивости допунских хипотеза (X1.1 и X1.2).

Поред тога, закључци о прихватљивости допунских хипотеза су, такође, донети применом модификоване методологије Фаме и Макбета, при чему су модификације извршене у складу са радом Вјендрама.⁵²⁷ Наиме, коришћена је регресиона анализа у две фазе заснована на стопама приноса акција. У првој фази су процењени бета коефицијенти акција путем регресије са покретним временским оквирима (формула (4.6)) засноване на периоду посматрања од 60 месеци. У другој фази је процењена регресија (4.7) код које независну променљиву представљају бете акција оцењене у претходној фази, а зависну просечне стопе приноса утврђене за исти период за који су оцењене бете. На овај начин је добијено 66 оцена регресионих коефицијената за укупан период истраживања, односно 47 оцена за период од јула 2007. до априла 2016. године. У складу са модификованом методологијом Фаме и Макбета, утврђене су просечне вредности коефицијената $\hat{\gamma}_0$ и $\hat{\gamma}_1$. У циљу тестирања постављених допунских хипотеза (X1.1 и X1.2) примењен је t тест (формула (3.13)), при чему су варијансе и стандардне девијације процењених коефицијената израчунате формулама (3.14) и (3.15).

⁵²⁶ Zaimović, A. (2015). op. cit., p. 179; cit ; Estrada, J. (2000). op. cit.; Estrada, J. (2002). op. cit.; Estrada, J. (2004). op. cit.; Estrada, J. (2007). op. cit.

⁵²⁷ Vendrame, V. (2014). op. cit., p. 160.

Методологија тестирања хипотезе X2, односно допунских хипотеза (X2.1 и X2.2), које омогућавају утврђивање применљивости модела за процену ризика и приноса са бетом негативних одступања стопа приноса и мером ризика заснованом на полудевијацији на српском тржишту капитала, је конзистентна са изложеном методологијом тестирања CAPM модела. По угледу на Естраду, коришћена је регресиона анализа у две фазе, при чему је у првој фази процењена бета негативних одступања стопа приноса ($\hat{\beta}_i^D$) помоћу формуле (4.8).⁵²⁸

$$y_{it}^D = \hat{\beta}_i^D x_{mt}^D + \varepsilon_{it}, t = 1, \dots, T, i = 1, \dots, N \quad (4.8)$$

где су $y_{it}^D = \min[r_{it} - B_i, 0]$, а $x_{mt}^D = \min[r_{mt} - B_i, 0]$, при чему су у раду као бенчмарк (B) коришћене:

- аритметичка средина стопа приноса конкретне акције i (μ_i), односно тржишног портфолија (μ_m) и
- медијана стопа приноса конкретне акције i (m_i), односно тржишног портфолија (m_m).⁵²⁹

У складу са истакнутим радовима Естраде, друга фаза анализе је спроведена помоћу регресије (4.9), код које зависну променљиву представљају просечне стопе приноса акција у периоду истраживања, а независну претходно оцењене бете негативних одступања стопа приноса.

$$\bar{r}_i = \hat{\lambda}_0 + \hat{\lambda}_1 \hat{\beta}_i^D + \mu_i, i = 1, \dots, N \quad (4.9)$$

Као и код CAPM модела, прихватљивост допунских хипотеза X2.1 и X2.2, је утврђена тестирањем коефицијената модела (4.9) помоћу t теста.

Прихватљивост допунских хипотеза је, такође, испитана применом модификоване методологије Фаме и Макбета, односно применом регресионе анализе у две фазе и регресије са покретним временским оквирима која је заснована на периоду од 60 месеци.⁵³⁰ У првој фази су процењене бете негативних одступања стопа приноса утврђене коришћењем одговарајућих варијабли за сваку временску серију приноса и

⁵²⁸ Estrada, J. (2000). op. cit.; Estrada, J. (2002). op. cit.; Estrada, J. (2007). op. cit.

⁵²⁹ Види Estrada, J. (2002). op. cit.; Estrada, J. (2007). op. cit.; Estrada, J. (2006). op. cit.; Akbar, M., Rahman, A., & Mahmood, Z. (2012). op. cit.; Akbar, M. (2013). op. cit., p. 93.

⁵³⁰ Слично Vendrame, V. (2014). op. cit., p. 160; Vendrame, V., Guermat, C., & Tucker, J. (2018). op. cit.; Akbar, M., Rahman, A., & Mahmood, Z. (2012). op. cit.; Akbar, M. (2013). op. cit., pp. 92-93.

период од 60 месеци (формула (4.8)). У другој фази су оцењени коефицијенти регресије (4.9), при чему је независна променљива регресије претходно одређена бета негативних одступања, а зависна просечна стопа приноса (истог периода за који је одређена бета). На овај начин је процењено 66 регресионих коефицијената за период од децембра 2005. године, односно 47 коефицијената за период од јула 2007. године до априла 2016. године. Поступак је настављен тако што су израчунате просечне вредности коефицијената $\hat{\lambda}_0$ и $\hat{\lambda}_1$. Допунске хипотезе (X2.1 и X2.2) су тестиране помоћу t теста приказаног у оквиру методологије Фаме и Макбета у трећем делу рада.

Поред модела са бетом негативних одступања стопа приноса, формиран је модел ризика и приноса са мером ризика заснованом на полудевијацији. Полудевијације стопа приноса акција (SD_i) и индекса (SD_m) су одређене као квадратни корен полуваријансе (формула (2.13)), како за укупан период истраживања, тако и за покретне временске оквири од 60 месеци. Друга фаза регресионе анализе је, по угледу на Естраду, спроведена помоћу регресије (4.10), код које су просечне стопе приноса акција зависна, а RM_i независна променљива:

$$\bar{r}_i = \hat{\lambda}_0 + \hat{\lambda}_1 RM_i + \varepsilon_i, i = 1, \dots, N \quad (4.10)$$

при чему је $RM_i = SD_i/SD_m$.⁵³¹

Процедура утврђивања прихватљивости хипотезе X2 је спроведена тестирањем коефицијената модела (4.10) помоћу t теста за укупан период истраживања, као и за покретне временске оквири засноване на периоду од 60 месеци. Поступак тестирања је идентичан као и код модела за процену ризика и приноса са бетом негативних одступања стопа приноса, само се у овом случају у моделу уместо бете негативних одступања као мера ризика користи варијабла RM_i .

Приликом доношења закључка о прихватљивости хипотезе X3, формиране су две верзије условног CAPM модела, и то једна са бетама, а друга са бетама и премијама за тржишни ризик које варирају у времену. Условни модел са променљивим бетама је развијен по угледу на Ниетоа и остале.⁵³² У циљу одређивања бета коефицијената акција одређен је дијагонални M-GARCH-BEKK (формула (2.47)). Параметри модела су

⁵³¹ Estrada, J. (2000). op. cit.

⁵³² Nieto, B., Orbe, S., & Zarraga, A. (2014). op. cit.; Слично Vendrame, V. (2014). op. cit., pp. 147-148.

оптимизовани помоћу Бернд Хал Хал Хаусман (енг. *Berndt – Hall – Hall - Hausman – BHHH*) технике, а робусне коваријансе и стандардне грешке су одређене QML (енг. *quasi maximum likelihood*) процедуром, која омогућава добијање асимптотски конзистентних оцена и у оним случајевима када коришћена расподела није нормална. Бета коефицијенти акције i су процењени за сваки месец t помоћу формуле:

$$\hat{\beta}_{it} = \frac{\hat{h}_{i12,t}}{\hat{h}_{i22,t}} \quad (4.11)$$

при чему је $\hat{h}_{i12,t}$ условна коваријанса стопе приноса акције i и индекса (тржишног портфолија), а $\hat{h}_{i22,t}$ условна варијанса стопе приноса индекса.

Пошто велики број временских серија испитиваних стопа приноса показује присуство аутокорелације у резидуалима, да би M-GARCH модел продуковао исправне резултате одређени су ARMA(p, q) модели сваке серије података са максималним бројем временских помака једнаким 2.⁵³³ Након утврђивања оптималног ARMA(p, q) модела (модел са минималном вредношћу AIC (енг. *Akaike information criterion*) критеријума), по препоруци Александер, формиране су временске серије резидуала оптималног ARMA(p, q) модела.⁵³⁴ Ове серије су коришћене као инпут дијагоналног M-GARCH-ВЕКК модела.

У другој фази су утврђени регресиони коефицијенти модела (4.12) у коме зависну променљиву представљају месечне стопе приноса, а независну претходно оцењени бета коефицијенти:

$$r_i = \hat{\phi}_0 + \hat{\phi}_1 \beta_{it}^c + \varepsilon_i, i = 1, \dots, N \quad (4.12)$$

Процедура је резултирала са 125 оцена регресионих параметара $\hat{\phi}_0$ и $\hat{\phi}_1$ за укупан период истраживања, односно 106 оцена за период од јула 2007. до априла 2016. Након тога су, у складу са модификованом методологијом Фаме и Макбета и радом Вјендрама, израчунате просечне вредности добијених оцена. Допунске хипотезе Х3.1 и Х3.2 су тестиране помоћу t теста који су предложили Фама и Макбет, како би се донео закључак

⁵³³ Број периода кашњења је одређен по угледу на Живков, Д. (2016). *op. cit.*, стр. 96.

⁵³⁴ Видети <http://www.carolalexander.org/phpBB/viewtopic.php?t=74>. Приликом уношења једначине просечне вредности дијагоналног M-GARCH-ВЕКК модела у Евјуз (Eview's) програм није било могуће унети МА чланове, те су коришћени резидуали оптималног ARMA(p, q) модела.

о прихватљивости хипотезе Х3 за условни CAPM модел са бетама варијабилним у времену.

Приликом тестирања условног CAPM модела са променљивим бетама и премијама за тржишни ризик, који је изграђен у складу са радом Вјендрама, на стопе приноса тржишног портфолија примењен је Марковљев процес (формула (3.74)).⁵³⁵ Претходно описаном методологијом заснованом на дијагоналном M-GARCH-BEKK моделу добијене су условне бете конкретне акције за тренутак t . С обзиром на то да је добијена само једна оцењена вредност бета коефицијента за одређен месец, а да при томе постоје два режима модела, по угледу на Вјендрама и Брукса, у другој фази методологије примењен је панел линеарни регресиони модел заснован на стопама приноса у циљу утврђивања тржишних премија ризика за растуће и опадајуће тржиште (формула (4.4)).⁵³⁶ Осим моделом са константним параметрима (енг. *pooled model*), према препоруци Вјендрама, коефицијенти су оцењени моделом са фиксним (енг. *fix effects model*) и моделом са стохастичким ефектима (енг. *random effects model*).⁵³⁷ Избор између модела са фиксним и стохастичким ефектима је извршен помоћу Хаусмановог (енг. *Hausman*) теста.⁵³⁸

Након одабира прикладног панел регресионог модела, утврђене су разлике премије за тржишни ризик растућег и опадајућег тржишта ($\omega_1 - \omega_2$) и просечна вредност укупне премије за тржишни ризик ($\bar{\Gamma}_t = p\hat{\omega}_1 + (1 - p_t)\hat{\omega}_2$). Постављене додатне хипотезе Х3.3, Х3.4 и Х3.5 су тестиране помоћу t теста.

Тестирање хипотезе Х4 захтева испитивање присуства структурних ломова на тржишту капитала Србије. Присуство структурних ломова на тржишту капитала Србије је утврђено помоћу Баи Перон (енг. *Bai-Perron*) L+1 у односу на L секвенцијалног теста, примењеног на варијаблу модела која представља апроксимацију тржишног портфолија

⁵³⁵ Vendrame, V. (2014). op. cit., p. 231; Vendrame, V., Guermat, C., & Tucker, J. (2018). op. cit.

⁵³⁶ Vendrame, V. (2014). op. cit.; p. 156-157; Vendrame, V., Guermat, C., & Tucker, J. (2018). op. cit.; Brooks, C. (2014). op. cit., p. 487. За разлику од Вјендрама који модел примењује на додатне стопе приноса, у овом истраживању су коришћене стопе приноса.

⁵³⁷ Vendrame, V. (2014). op. cit.; pp. 235-243. По угледу на Вјендрама, модел са фиксним и модел са стохастичким ефектима су утврђени тако што је ефектима омогућено да варирају преко појединачних средстава, али не и у времену.

⁵³⁸ Хаусманов тест је тест погрешне спецификације економетријских модела, који се заснива на идеји упоређивања два сета оцена (при чему је једна оцена конзистентна и при нултој и при алтернативној хипотези, док је друга конзистентна само при нултој хипотези). Уколико постоје велике резлике између два сета оцена, та разлика представља доказ у корист алтернативне хипотезе. Видети Quantitative Micro Software. (2013). op. cit., p. 199.

за укупан период истраживања и период од јула 2007. до априла 2016. године.⁵³⁹ У случајевима у којима је тест показао присуство структурног лома, у регресиону једначину прве фазе регресионе анализе у две фазе укључена је вештачка варијабла.

Регресије са вештачким варијаблама CAPM модела и модела са мерама ризика негативних одступања стопа приноса су приказане формулама (4.13) и (4.14), респективно:

$$r_{it} = \hat{\alpha}_{1i} + \hat{\alpha}_{2i}D_t + \hat{\beta}_{1i}r_{mt} + \hat{\beta}_{2i}D_tr_{mt} + \varepsilon_{it}, t = 1, \dots, T, i = 1, \dots, N \quad (4.13)$$

$$y_{it}^D = \hat{\beta}_{D1i}x_{mt}^D + \hat{\beta}_{D2i}D_tx_{mt}^D + \varepsilon_{it}, t = 1, \dots, T, i = 1, \dots, N \quad (4.14)$$

при чему вештачка варијабла D_t поприма вредност 0 од почетка временске серије до тренутка у коме се јавља структурни лом и вредност 1 након тог тренутка. На овај начин се утврђује да ли су коефицијент нагиба регресионог правца (бета коефицијент и бета коефицијент негативних одступања) оба модела, као и регресиони одсечак првог модела, на статистички значајном нивоу различити у два потпериода.⁵⁴⁰

У другој фази анализе утицаја структурних ломова на успешност CAPM модела (формула (4.7)) и модела за процену ризика и приноса са мерама ризика негативних одступања стопа приноса (формула (4.9), односно (4.10)) формирана је регресиона једначина првог потпериода у коме је $D_1 = 0$ и регресиона једначина другог потпериода у коме је $D_1 = 1$. Исто тако, спровођењем регресионе анализе за посматране потпериоде је установљена способност коришћених мера ризика да објасне варијације у стопама приноса. Побољшање перформанси модела је утврђено поређењем прилагођених коефицијената детерминације модела без и са укљученим структурним ломом.

⁵³⁹ Bai, J., & Perron, P. (2003). Computation and Analysis of Multiple Structural Change Models. *Journal of Applied Econometrics*, 18(1), 1–22. Методологија Баи Перона омогућује ендогено одређивање структурних ломова, што подразумева да тренутак лома не мора бити унапред познат. Процедура се заснива на минимизацији суме квадрата резидуала регресионог модела $y_t = X_t'\beta + Z_t'\delta_j + \varepsilon_t$, при чему су опсервације $T_j, T_j + 1, \dots, T_{j+1} - 1$, режими $j = 0, \dots, m$, X варијабле чији параметри не варирају између режима, а Z варијабле које имају коефицијенте специфичне за појединачни режим. $L+1$ у односу на L секвенцијалн приступ утврђује да ли појединачни додати лом највише смањује суму квадрата. Видети Quantitative Micro Software. (2013). op. cit., pp. 174-186.

⁵⁴⁰ Бета коефицијент и бета коефицијент негативних одступања стопа приноса за период од почетка конкретне временске серије до тренутка структурног лома се могу одредити помоћу регресионе једначине (4.6), односно једначине (4.8) (јер је $D_1 = 0$). Бета коефицијент и бета коефицијент негативних одступања стопа приноса за период од тренутка структурног лома до краја конкретне временске серије се може одредити као $\hat{\beta}_{12i} = \hat{\beta}_{1i} + \hat{\beta}_{2i}$, односно као $\hat{\beta}_{D12i} = \hat{\beta}_{D1i} + \hat{\beta}_{D2i}$. Видети Gujarati, D. N. (2004). op. cit., p. 308.

Када је условни CAPM модел у питању, вештачка променљива је укључена у једначине просечне вредности биваријантног дијагоналног M-GARCH-BEKK модела (формула (2.40)) акције и индекса:

$$\gamma_t = \mu_1 + \mu_2 D_t + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t | \Omega_t \sim (0, h_t) \quad (4.15)$$

За израчунавање условне варијансе је коришћена формула (2.47), а условних бета коефицијената формула (4.11). Након израчунавања параметара једначине (4.12), упоређени су прилагођени коефицијенти детерминације модела без и са вештачком променљивом у циљу утврђивања супериорнијег модела за примену на српском тржишту капитала.

Поред тога, код условног CAPM модела са променљивим бетама и премијама тржишног ризика, вештачке променљиве су укључене приликом процене бета коефицијената и у панел линеарни регресиони модел (формула (4.16)).

$$r_{it} = \gamma_{0t} + (p_t \omega_{1t} + (1 - p_t) \omega_{2t}) \beta_i + D_t + \varepsilon_{it} \quad (4.16)$$

Побољшање перформанси модела без и са укљученим структурним ломом је утврђено поређењем висине њихових прилагођених коефицијената детерминације.

4. Резултати истраживања и дискусија

Применом изложене методологије на стопе приноса акција из узорка процењени су и продискутовани резултати емпиријског истраживања. На почетку истраживања, извршена је анализа података, као и прелиминарна испитивања коришћених финансијских серија. У наставку рада су изложени резултати тестирања постављених хипотеза, односно применљивости коришћених модела за процену ризика и приноса на Београдској берзи.

4.1. Анализа података и прелиминарна испитивања

Резултати прелиминарног испитивања месечних стопа приноса акција из узорка, индекса Белекслајн и државних обвезница А2016 за период од децембра 2005. до априла 2016. године, као и за период од јула 2007. до априла 2016. године, су представљени у табелама 9 и 10.

Табела 9: Дескриптивна статистика месечних стопа приноса (дец. 2005. - април 2016.)

	Просечна вредност (%)	Минимум (%)	Максимум (%)	Стандардна девијација (%)	Коефицијент асиметрије	Коефицијент спљоштености	ЈВ тест
Белекс	-0,2981	-32,5046	24,9044	7,6417	-0,3979	6,4643	65,8053***
A2016	0,4230	-5,5338	5,5190	1,5251	-0,3730	5,5927	37,9101***
ТПР	-0,7211	-33,7115	25,6596	7,6810	-0,3030	6,4309	63,2202***
АИКВ	-0,3830	-66,0644	38,4084	13,6766	-1,1495	8,9828	213,9560***
ALFA	0,0546	-29,4800	24,6788	8,8035	-0,1301	4,9853	20,8800***
BIPB	-2,6883	-59,7837	43,9367	16,2685	-0,2416	4,5593	11,3266***
BMBI	1,1611	-27,6864	55,2912	10,9369	1,2187	7,9050	156,2503***
CCNB	-1,4886	-88,3016	60,6136	16,5955	-0,4146	9,5152	224,6606***
CYBN	-1,4253	-96,7584	117,0780	22,0773	0,8011	12,0765	399,9691***
DJMN	1,1980	-67,4874	104,2007	18,5633	1,1424	12,5219	499,4158***
DNOS	-1,1627	-41,7546	57,7362	14,8421	0,5144	5,1550	29,7003***
ENHL	0,1358	-47,2383	29,9717	11,6515	-0,5683	4,6610	21,0983***
FITO	-0,2301	-73,9191	43,7610	14,1102	-1,4681	11,8047	448,6610***
GFOM	-1,6618	-53,7143	96,2811	19,0806	1,1862	9,4377	219,6723***
GLOS	-1,3772	-63,5989	68,6503	20,1772	0,2677	4,9276	20,8455***
GMON	0,3186	-38,2137	60,6052	14,0185	0,8588	5,8385	50,4520***
IMLK	0,9868	-33,7344	34,4840	11,2633	0,1644	4,5282	12,7267***
IMPL	-0,2802	-44,9845	53,5251	13,7988	0,2367	4,9415	20,7994***
IRTL	-2,5842	-59,6566	65,9995	15,4583	0,9835	9,4357	201,9057***
JESV	1,2630	-47,0324	47,0004	12,3703	0,6644	7,0242	93,5427***
JMBN	-1,1293	-53,1355	44,1833	15,2810	-0,0451	4,2728	8,4793**
KMBN	-1,1768	-51,0826	44,5318	12,5655	0,2713	5,9977	44,8570***
KOPB	-1,5967	-61,9039	51,5387	14,0479	0,0147	6,9777	74,4990***
LSTA	-2,3191	-45,9532	41,3844	13,0042	-0,0971	5,0968	19,2148***
MTLC	-0,1823	-29,4965	30,8487	8,6532	0,0137	5,4270	30,6829***
PLNN	-0,4856	-49,2592	43,3752	11,7105	-0,7396	8,1210	126,6721***
PRGS	-2,7996	-43,0783	55,9616	17,5910	0,5659	3,9272	11,1483***
PUUE	-1,0680	-69,3147	80,4478	17,6539	0,2455	8,0288	132,9679***
SJPT	-0,9389	-49,3204	39,7335	13,2466	-0,2759	5,4398	32,5903***
TGAS	0,3445	-39,2793	46,9130	13,3117	0,0829	4,4983	11,8353***
TIGR	-2,4163	-51,8794	69,3147	14,6514	0,8395	8,2125	156,1928***
VDAV	-0,4613	-39,4238	54,6965	13,4291	0,7931	6,1472	64,6909***
VITL	-1,2636	-84,7298	98,7947	19,6456	0,9775	11,6946	397,0939***
VZAS	-0,0421	-54,8129	83,2323	15,4473	1,5721	11,2460	405,6327***

*Напомена: ЈВ - статистика Жарк-Бера теста, Белекс – стопе приноса индекса Белекслајн, А2016 – стопе приноса државне обвезнице Републике Србије А2016, ТПР – премија за тржишни ризик израчуната као разлика приноса индекса Белекслајн и обвезница А2016. Остали симболи из табеле се односе на акције из узорка. *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%. Извор: Обрачун аутора.*

Табела 10: Дескриптивна статистика месечних стопа приноса (јул 2007. - април 2016.)

	Просечна вредност (%)	Минимум (%)	Максимум (%)	Стандардна девијација (%)	Коефицијент асиметрије	Коефицијент спљоштености	ЈВ тест
Белекс	-1,1302	-32,5046	23,4170	7,3724	-0,7624	6,6894	70,3876***
A2016	0,4330	-4,4525	5,5190	1,3501	-0,0279	6,0227	40,3664***
ТПР	-1,5632	-33,7115	22,9067	7,2787	-0,7662	6,7722	73,2192***
АИКВ	-1,7118	-66,0644	34,3551	13,1215	-1,5703	10,2783	277,5292***
ALFA	0,0899	-29,4800	24,6788	9,1734	-0,1494	4,9087	16,4852***
BIPB	-2,6983	-59,7837	43,9367	15,6891	-0,1451	4,7773	13,2416***
BMBI	0,6952	-27,6864	55,2912	10,9306	1,2123	8,4381	156,5807***
CCNB	-2,7827	-88,3016	60,6136	17,1706	-0,3596	9,4201	184,3294***
CYBN	-2,0423	-96,7584	117,0780	22,4251	0,8688	12,2652	388,7779***
DJMN	-0,3050	-67,4874	104,2007	18,3872	1,2803	14,8648	650,7120***
DNOS	-2,5987	-41,7546	57,7362	14,7912	0,6104	5,7166	39,1775***
ENHL	-1,0335	-47,2383	23,2276	11,3717	-0,7949	4,8486	26,2561***
FITO	-0,7631	-73,9191	40,8493	13,9821	-2,0626	12,9469	512,1543***
GFOM	-2,2834	-53,7143	96,2811	18,9272	1,1866	9,9173	236,2106***
GLOS	-3,3732	-63,5989	68,6503	18,9532	0,0490	5,2478	22,3585***
GMON	-0,1417	-38,2137	34,9674	12,9635	0,2779	3,8213	4,3435
IMLK	0,6818	-33,7344	34,4840	10,6938	-0,2752	4,5908	12,51464***
IMPL	-0,6230	-38,3546	53,5251	12,3516	0,6042	5,9112	43,8816***
IRTL	-2,5944	-59,6566	65,9995	15,5314	0,9809	9,3510	195,1436***
JESV	-0,4484	-47,0324	31,8454	10,3045	-0,5179	7,2245	83,5604***
JMBN	-2,9901	-53,1355	44,1833	14,7028	-0,1289	4,7838	14,3470***
KMBN	-2,0570	-51,0826	37,1064	11,9636	-0,0116	5,8143	34,9828***
KOPB	-2,2267	-61,9039	51,5387	13,3727	-0,0829	8,2070	119,8696***
LSTA	-2,3191	-45,9532	41,3844	13,0042	-0,0971	5,0968	19,2148***
MTLC	-0,6474	-29,4965	30,8487	8,6531	0,0334	6,0020	39,8222***
PLNN	-0,4952	-49,2592	43,3752	11,7657	-0,7338	8,0438	121,8731***
PRGS	-3,8175	-43,0783	55,9616	17,7302	0,5902	4,0413	10,9429***
PUUE	-2,4727	-69,3147	80,4478	18,3854	0,3852	8,0134	113,6294***
SJPT	-1,6083	-49,3204	39,7335	12,7487	-0,4262	5,9774	42,3636***
TGAS	-0,7267	-39,2793	46,9130	13,2146	0,0646	4,9149	16,2688***
TIGR	-2,9322	-51,8794	69,3147	15,0531	0,8779	8,4753	146,0214***
VDAV	-1,5632	-33,7115	22,9067	7,2787	-0,7662	6,7722	73,2192***
VITL	-1,3403	-39,4238	54,6965	12,6681	0,6252	7,0170	78,1730***
VZAS	-2,1510	-84,7298	76,8439	16,1891	-0,1223	12,9693	439,2193***

*Напомена: ЈВ - статистика Жарк-Бера теста, Белекс – стопе приноса индекса Белекслајн, А2016 – стопе приноса државне обвезнице Републике Србије А2016, ТПР – премија за тржишни ризик израчуната као разлика приноса индекса Белекслајн и обвезница А2016. Остали симболи из табеле се односе на акције из узорка. *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%. Извор: Обрачун аутора.*

Просечне месечне стопе приноса индекса Белекслајн и премије за тржишни ризик су негативне за оба периода што указује на то да је тржиште Београдске берзе опадајуће. Опадајуће тржиште је израженије у периоду од јула 2007. године, пре свега, услед преливања негативних ефеката Глобалне финансијске кризе и чињенице да је у великом делу периода истраживања српска привреда била у рецесији. Негативне просечне месечне стопе приноса у укупном периоду истраживања су забележене за 74%, а у периоду од јула 2007. године за преко 90% акција из узорка. Иако студије Харвија и Бекерта и осталих откривају да тржишта у развоју карактеришу високе стопе приноса и висока волатилност, студија Бекерта и Харвија је показала да су се у земљама у развоју стопе приноса значајно смањиле након 1990-тих.⁵⁴¹ Резултати представљени табелама 9 и 10 су у складу са студијом Бекерта и Харвија, али и резултатима студија Живкова и Момчиловићеве и осталих, а резултати упућују на закључак да би се између стопа приноса и бета коефицијената акција приликом утврђивања валидности безусловног CAPM модела могла очекивати негативна веза, односно негативна вредност оцене премије за тржишни ризик.⁵⁴²

Резултати представљени у табели 9 наводе на закључак да би се приликом испитивања валидности условног CAPM модела са варијабилним бетама и премијама за тржишни ризик могло очекивати да ће методологија резултирати позитивном оценом премије за тржишни ризик растућег и негативном оценом премије за тржишни ризик опадајућег тржишта, као и да ће апсолутна вредност премије за тржишни ризик опадајућег тржишта бити већа од апсолутне вредности премије за тржишни ризик растућег тржишта.

Стандардна девијација (као општа мера ризика) месечних стопа приноса индекса Белекслајн и премије за тржишни ризик је релативно висока и нешто је виша од 7%, док за државне обвезнице А2016 износи свега 1,53%. Стандардне девијације месечних стопа приноса акција су високе и у просеку износе 14,64% у периоду од децембра 2005. године, односно 13,98% у периоду од јула 2007. године. Резултати указују на висок ниво варијација (ризика) у стопама приноса акција, што је у складу са резултатима

⁵⁴¹ Harvey, C. R. (1995). op. cit.; Bekaert, G., Erb, C., Harvey, C. R., & Viskanta, E. (1998). Distributional Characteristics of Emerging Market Returns and Asset Allocation. *Journal of Portfolio Management*, 24(2): 102-116; Bekaert, G., & Harvey, C. R. (2002). Research in Emerging Markets Finance: Looking to the future. *Emerging Markets Review*, 3(4): 429-448.

⁵⁴² Живков, Д. (2016). оп.цит., стр. 87; Momcilovic, M., Zivkov, D., & Vlaovic Begovic, S. (2017). op. cit.

претходних студија за тржишта у развоју.⁵⁴³ Поред тога, као што се према Марковицевој портфолио теорији очекује, стандардна девијација стопа приноса индекса је упола мања од стандардне девијације стопа приноса акција из узорка, што је вероватно резултат дејства коваријанси (корелација) између стопа приноса акција које сачињавају индекс. Релативно висок ниво ризика, међутим, није праћен високим стопама приноса, како то теорија очекује.

Коефицијенти асиметричности месечних стопа приноса индекса и државне обвезнице, као и премије за тржишни ризик показују да је распоред серија благо негативно асиметричан, односно да је више стопа приноса серија распоређено лево од просечне вредности. Коефицијенти асиметричности стопа приноса акција из узорка се крећу у распону од -1,47 до 1,57 у укупном периоду истраживања и од -2,06 до 1,28 у периоду од јула 2007. године.

Коефицијенти спљоштености месечних стопа приноса свих анализираних емпиријских серија варирају између 3,93 и 12,52 у периоду од децембра 2005. године, односно између 3,82 и 14,86 у периоду од јула 2007. године, и наводе на закључак да расподеле стопа приноса серија одступају од нормалне и имају дебеле репове (енг. *heavy tails*), због чега се екстремне вредности могу очекивати чешће него што би то био случај уколико би серије имале нормалну расподелу. Резултати Жарк-Бера теста потврђују да серије немају нормалне расподеле, што је у складу са бројним студијама које указују да стопе приноса, по правилу, нису нормално распоређене и што је нарочито карактеристично за тржишта капитала у развоју.⁵⁴⁴

Иако се примена класичне линеарне регресије заснива на претпоставци о нормалној расподели резидуала, нарушеност ове претпоставке скоро да нема никаквих негативних

⁵⁴³ Harvey, C. R. (1995). op. cit.; Bekaert, G., Erb, C., Harvey, C. R., & Viskanta, E. (1998). op. cit.; Bekaert, G., & Harvey, C. R. (2002). op. cit.; Живков, Д. (2016). оп. цит., стр. 87.; Momcilovic, M., Zivkov, D., & Vlaovic Begovic, S. (2017). op. cit.

⁵⁴⁴ Емпиријске расподеле стопа приноса су обично асиметричне и имају дебље крајеве у односу на нормалну расподелу. Видети CFA Institute (2014). op. cit., p. 231; Danielsson, J. (2011). op. cit., pp. 6, 14-15; Mandelbrot, B. B. (1963). op. cit.; Levy, H., & Duchin, R. (2004). Asset Return Distributions and the Investment Horizon. *Journal of Portfolio Management*, 30(3): 47-62; Adcoc, S. (2014). Mean-Variance-Skewness Efficient Surfaces, Stein's Lemma and the Multivariate Extended Skew-Student Distribution. *European Journal of Operational Research*, 234(2): 392-401; Adcoc, S., Eling, M., & Loperfido, N. (2015). Skewed Distributions in Finance and Actuarial Science: A Review. *European Journal of Finance*, 21(13-14):1253-1281. Бројне студије потврђују да расподеле стопа приноса на тржиштима у развоју одступају од нормалне. Видети Harvey, C. R. (1995). op. cit.; Bekaert, G., Erb, C., Harvey, C. R., & Viskanta, E. (1998). op. cit.; Bekaert, G., & Harvey, C. R. (2002). op. cit.; Barry, B. C., & Rodriguez, M. (2004). Risk and Return Characteristics of Property Indices in Emerging Markets. *Emerging Markets Review*, 5(2): 131-159; Bekaert, G., & Harvey, C. R. (2014). Emerging Equity Markets in a Globalizing World. *SSRN Working Paper No. 2344817*.

ефеката када узорак има више од 30 елемената.⁵⁴⁵ У овом истраживању су све регресије засноване на коришћењу узорака са више од 30 елемената, те нарушеност претпоставке о нормалној расподели резидуала не изазива значајније последице. Исто тако, приликом оцене параметара GARCH модела коришћени су ВННН алгоритам и QML метода одређивања робусних коваријанси и стандардних грешака.

Табеле 11 и 12 дају приказ резултата спроведених прелиминарних тестова примењених на временске серије у оба анализирана периода, и то проширеног Дики Фулер теста, Љунг Боксовог теста, Љунг Боксовог теста квадрата резидуала и ARCH теста.

⁵⁴⁵ Brooks, C. (2014). *op. cit.*, pp. 81, 210-211.

Табела 11: Резултати статистичких тестова месечних стопа приноса индекса Белекслајн и акција из узорка (децембар 2005. - април 2016.)

	ADF - t тест	LB(Q) – 20	LB(Q ²) - 20	ARCH - F тест
Белекслајн	-6,6035***	68,8690***	69,6260***	23,0256***
AIKB	-3,9717***	44,7880***	37,8140***	3,4180*
ALFA	-3,9153***	63,6490***	23,5560	1,0962
BIPB	-9,5666***	14,5640	16,6050	3,3969*
BMBI	-11,8547***	18,5560	15,7770	0,5228
CCNB	-10,9569***	30,0560*	7,5858	0,1689
CYBN	-9,1349***	12,6720	28,4680*	0,5202
DJMN	-9,6058***	13,2400	3,8928	0,0324
DNOS	-10,4779***	24,3530	20,3000	1,7341
ENHL	-7,6462***	59,9520***	32,7440**	2,3504
FITO	-11,3116***	16,2700	2,3456	0,2413
GFOM	-10,7240***	17,6210	13,8710	1,3202
GLOS	-9,6984***	16,0340	15,8130	2,5322
GMON	-10,0988***	17,2280	11,0870	0,3394
IMLK	-11,6438***	21,9290	18,7110	5,7649**
IMPL	-11,0149***	19,6440	6,9320	0,2914
IRTL	-11,0716***	30,2910*	15,9990	0,0189
JESV	-5,2797***	45,1560***	47,9820***	5,4306**
JMBN	-10,0883***	40,8580***	19,0870	0,9004
KMBN	-7,6177***	35,4660**	22,0640	1,0678
KOPB	-9,6941***	20,2020	27,1760	0,0309
LSTA	-9,3136***	13,7640	20,5390	0,5547
MTLC	-8,7290***	42,8440***	70,1270***	0,2638
PLNN	-11,6454***	14,2130	51,1140***	0,2369
PRGS	-10,6225***	12,3870	13,0380	24,4132***
PUUE	-10,1206***	16,3010	17,0710	0,0497
SJPT	-7,9281***	33,3850**	24,2680	1,7032
TGAS	-8,3798***	33,6090**	41,8070***	1,1481
TIGR	-9,7096***	18,9720	17,2230	0,0994
VDAV	-8,9408***	21,3820	13,5350	8,0938***
VITL	-8,6546***	37,6510**	23,6610	10,9964***
VZAS	-7,4350***	61,3140***	29,4700*	1,2878

*Напомена: ADF - t статистика проширеног Дики-Фулера теста, LB(Q) – Q статистика Љунг-Боксовог теста обичних резидуала за 20 временских помака, LB(Q²) - Q статистика Љунг Боксовог теста квадратних резидуала за 20 временских помака, ARCH – F статистика ARCH теста. *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%. Извор: Обрачун аутора.*

Табела 12: Резултати статистичких тестова месечних стопа приноса индекса Белекслајн и стопа приноса акција узорка (јул 2007. - април 2016.)

	ADF - t тест	LB(Q) – 20	LB(Q ²) - 20	ARCH - F тест
Белекслајн	-6,2950***	43,6990***	54,2290***	16,3382***
AIKB	-3,5013***	35,9760**	38,4740***	1,2338
ALFA	-6,8901***	61,7920***	24,0570	0,7674
BIPB	-9,0548***	17,1540	23,7840	5,4376**
BMBI	-11,4141***	22,7060	14,3120	0,5820
CCNB	-10,2899***	30,0930*	5,8993	0,1619
CYBN	-8,7737***	12,8000	25,0990	0,4606
DJMN	-9,0588***	13,2990	3,5243	0,0331
DNOS	-10,3100***	20,9780	22,0980	1,0812
ENHL	-7,4062***	26,4100	28,5530*	0,5684
FITO	-10,1280***	12,0870	2,0689	0,1512
GFOM	-10,6414***	19,4640	13,4840	1,5869
GLOS	-9,2693***	21,5480	16,0720	0,4253
GMON	-9,5322***	17,4380	27,3790	6,5204**
IMLK	-11,3959***	23,3280	17,2220	2,6280
IMPL	-9,8455***	14,2320	6,7876	0,4814
IRTL	-11,0179***	30,0170*	15,8680	0,0156
JESV	-6,3677***	36,0980**	69,3690***	3,5373*
JMBN	-10,4621***	46,4900***	22,9080	0,7384
KMBN	-7,3247***	34,8030**	25,0750	2,4271
KOPB	-10,7490***	39,1000***	22,5280	0,2880
LSTA	-9,3136***	13,7640	20,5390	0,5547
MTLC	-7,9915***	41,6050***	55,2300***	0,2807
PLNN	-11,6984***	14,1100	51,1580***	24,4871***
PRGS	-9,7206***	13,3640	12,5010	2,1429
PUUE	-10,0068***	13,0210	14,0490	0,0381
SJPT	-7,2833***	27,1610	15,5770	9,3626***
TGAS	-7,9360***	26,3490	42,3010***	0,8172
TIGR	-8,7602***	23,7980	15,8160	0,0074
VDAV	-8,7261***	14,1510	15,6420	0,0012
VITL	-9,1649***	14,6600	27,2140	1,4983
VZAS	-7,3122***	35,6620**	15,5460	0,0477

Напомена: ADF - t статистика проширеног Дики-Фулера теста, LB(Q) – Q статистика Љунг-Боксовог теста обичних резидуала за 20 временских помака, LB(Q²) - Q статистика Љунг Боксовог теста квадратних резидуала за 20 временских помака, ARCH – F статистика ARCH теста. *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%. Извор: Обрачун аутора.

У истраживању је за утврђивање стационарности (постојања јединичног корена) стопа приноса коришћен проширени Дики Фулер тест. Резултати су показали да су све испитиване серије стационарне, те се могу користити у регресионим и GARCH моделима.

Добијени резултати статистике Љунг Боксовог теста обичних резидуала указују да емпиријска серија индекса Белекслајн, као и велик број серија стопа приноса акција, имају изражену аутокорељацију. Присуство аутокорељације омогућава предвиђање вредности финансијске активе у будућем периоду, што није у складу са хипотезом о ефикасности тржишта (енг. *efficient market hypothesis* – *EMH*).⁵⁴⁶ Вероватан узрок неефикасности српског тржишта капитала је ниска ликвидност тржишта, висока волатилност цена, мали број хартија којима се тргује, као и мали промет. Утицај високе неликвидности тржишта је у овом истраживању ублажен коришћењем месечних стопа приноса хартија. У циљу отклањања ефеката аутокорељације на резултате истраживања, приликом израчунавања стандардне грешке и p вредности регресионих коефицијената, употребљен је Њуи Вестов метод. Поред тога, као инпут једначине средње вредности M-GARCH модела коришћени су резидуали ARMA(p, q) модела емпиријских серија.

Љунг Боксова статистика квадрираних резидуала омогућава детекцију ауторегресионе хетероскедастичности серија, а као допунски тест хетероскедастичности је коришћен ARCH тест. Резултати су показали да око једне четвртине емпиријских серија у оба испитивана периода показују присуство ауторегресионе хетероскедастичности. Евентуалан утицај ефеката хетероскедастичности на резултате спроведеног истраживања је отклоњен употребом Њуи Вестовог метода приликом одређивања стандардне грешке и p вредности регресионих коефицијената, односно Хубер Вајтовог (енг. *Huber-White*) метода код одређивања стандардне грешке и p вредности Марковљеве регресије.⁵⁴⁷ ARCH модели обично немају проблем присуства хетероскедастичности, будући да њихова једначина варијансе има најмање једну доцњу. Резултати корелационе анализе за период од децембра 2005. до априла 2016. су приказани у табели 13.

⁵⁴⁶ Видети Живков, Д. (2016). оп. цит., стр. 89.

⁵⁴⁷ Newey, W. K., & West, K. D. (1987). A Positive Semi-Definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation-Consistent Covariance Matrix. *Econometrica*, 55(3): 703–708; White, H. (1980). A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity. *Econometrica*, 48(4): 817-838.

Табела 13: Пирсонови коефицијенти корелације (децембар 2005. - април 2016.)

	r	β	β_{PV}^D	β_M^D	RM
r	1,0000				
β	0,0830	1,0000			
β_{PV}^D	-0,0677	0,8989***	1,0000		
β_M^D	-0,1783	0,8431***	0,9805***	1,0000	
RM	-0,4332**	0,4978***	0,6393***	0,6793***	1,0000

Напомена: *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%.

Извор: Обрачун аутора.

Корелациона анализа је показала да само између просечних стопа приноса и мере ризика засноване на полудевијацији постоји статистички значајна веза, као и да је та веза негативна. Све остале коришћене мере ризика (бета, бета негативних одступања стопа приноса утврђена у односу на просечну вредност и бета негативних одступања стопа приноса утврђена у односу на медијану) нису на статистички значајном нивоу повезане са просечним стопама приноса у укупном анализираном периоду. Може се очекивати, на бази добијених резултата, да ове мере ризика неће моћи да објасне варијације у просечним стопама приноса, односно да модели за процену ризика и приноса засновани на њима неће бити применљиви на Београдској берзи.

У табели 14 су представљени Пирсонови коефицијенти корелације између просечних стопа приноса и одабраних мера ризика у периоду од јула 2007. до априла 2016. године.

Табела 14: Пирсонови коефицијенти корелације (јул 2007. - април 2016.)

	r	β	β_{PV}^D	β_M^D	RM
r	1,0000				
β	-0,2180	1,0000			
β_{PV}^D	-0,3783**	0,8911***	1,0000		
β_M^D	-0,4131**	0,8591***	0,9847***	1,0000	
RM	-0,6323***	0,4401**	0,6024***	0,6567***	1,0000

Напомена: *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%.

Извор: Обрачун аутора.

Из табеле се може видети да између просечних стопа приноса и свих мера ризика негативних одступања постоји негативна и статистички значајна веза. На основу добијених резултата, може се очекивати да ће модели за процену ризика и приноса који

су засновани на мерама ризика негативних одступања стопа приноса моћи да објасне значајан део варијација стопа приноса акција на Београдској берзи.

4.2. Резултати тестирања валидности модела и дискусија

У наставку доктората су представљени резултати постављених регресионих модела. Поред тога, представљена је дискусија добијених резултата, као и оцена постављених хипотеза.

4.2.1. Резултати тестирања CAPM модела и дискусија

Тестирање прве хипотезе захтева утврђивање валидности класичног, безусловног CAPM модела, односно његове применљивости на тржишту капитала Србије. Просечна месечна стопа приноса обвезница старе девизне штедње Републике Србије A2016, која у истраживању служи као апроксимација неризичне стопе, је позитивна у оба анализирана периода и у првом износи 0,42%, а у другом 0,43%. Са друге стране, табела 15 показује да је вредност регресионог коефицијента $\hat{\gamma}_0$ -0,98% месечно у првом, односно -1,04% месечно у другом анализираном периоду. На основу изложених вредности се може закључити да константа није једнака неризичној стопи ни у једном анализираном периоду, што потврђују и резултати t теста (табела 16). Услед тога се додатна хипотеза X1.1 одбацује и изводи закључак да CAPM модел није валидан.

Табела 15: Резултати тестирања безусловног CAPM модела – друга фаза регресионе анализе у две фазе

Период	$\hat{\gamma}_0$	$\hat{\gamma}_1$	$Adj R^2$
12/2005 – 04/2016	-0,0098 (-2,6036 ^{**})	0,0024 (0,6831)	-0,0273
07/2007 – 04/2016	-0,0104 (-2,5401 ^{**})	-0,0064 (-1,6540)	0,0147

Напомена: У загради су наведене вредности t статистике. *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%. $Adj R^2$ је вредност прилагођеног коефицијента детерминације.

Извор: Обрачун аутора.

Табела 16: Резултати тестирања једнакости просечне неризичне стопе приноса и вредности регресионог одсечка безусловног CAPM модела

Период	$\hat{\gamma}_0 = \bar{r}_f$	$\hat{\gamma}_1 = \bar{r}_m - \bar{r}_f$
12/2005 – 04/2016	-3,7272 ^{***}	2,7286 ^{**}
07/2007 – 04/2016	-3,5974 ^{***}	2.3688 ^{**}

Напомена: *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%.

Извор: Обрачун аутора.

Из табеле 15 се може видети да у регресионој анализи у две фазе за оба анализирана периода оцењени коефицијенти уз бете нису статистички значајни, односно да премија за тржишни ризик за период од децембра 2005. до априла 2016. године износи 0,24% месечно, а за период од јула 2007. до априла 2016. године -0,64% месечно. Основна претпоставка CAPM модела је да акције са већим ризиком инвеститору доносе већу стопу приноса, односно да је премија позитивна. Добијени резултати показују да у оба анализирана периода систематски ризик није вреднован на статистички значајном нивоу. Треба, међутим, истаћи да, иако је вредност коефицијента $\hat{\gamma}_1$ у периоду од јула 2007. године негативна, у укупном периоду истраживања премија на бету је позитивна, како то теорија очекује. Будући да бета на статистички значајном нивоу не доприноси објашњавању просечних стопа приноса на српском тржишту капитала, допунска хипотеза Х1.2 се одбацује.

Просечна историјска премија за тржишни ризик у периоду од децембра 2005. године је -0.72% месечно, а у периоду од јула 2007. године -1,56% месечно, и нижа је од оцењене премије за тржишни ризик у оба анализирана периода. Табела 16 потврђује да између $\hat{\gamma}_1$ и просечне историјске премије за тржишни ризик постоји статистички значајна разлика, те добијени резултати указују на то да CAPM модела није валидан на српском тржишту капитала.

Из табеле 15 се види да је прилагођени коефицијент детерминације негативан, односно веома низак, што указује на то да бета коефицијенти не могу да објасне варијације у просечним стопама приноса акција, чиме је потврђен закључак да CAPM модел није прикладан за употребу на Београдској берзи.

Регресиона анализа у две фазе заснована на укупном анализираном периоду обезбеђује основу за сагледавање валидности CAPM модела. Основни недостатак јој је, међутим, што као инпут користи константну бету акција утврђену за период који се анализира. Додатни недостатак произилази из чињенице да се у овом истраживању анализирају периоди дуги око 10 година. У пракси се бете обично процењују за краће периоде (од 2 до 5 година), јер се карактеристике ризика предузећа мењају у времену.⁵⁴⁸ У циљу отклањања ових недостатака, у истраживању се користи и модификована Фама Макбет

⁵⁴⁸ Дамодаран, А. (2005). оп. цит., стр. 200.

методологија заснована на коришћењу регресије са покретним временским оквирима од 60 месеци у првој фази. Резултати методологије су приказани у табелама 17 и 18.

Табела 17: Резултати примене модификоване Фама Макбет методологије на просечне стопе приноса и бета коефицијенте акција утврђене за покретне временске оквири од 60 месеци

Период	$\hat{\gamma}_0$	$\hat{\gamma}_1$	Adj \bar{R}^2
12/2005 – 04/2016	-0,0126 (-6,1387 ^{***})	-0,0013 (-0,8334)	0,0040
07/2007 – 04/2016	-0,0093 (-3,3098 ^{***})	-0,0029 (-1,5397)	0,0072

*Напомена: У загради су наведене вредности t статистике. *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%. Adj \bar{R}^2 је вредност прилагођеног коефицијента детерминације.*

Извор: Обрачун аутора.

Табела 18: Резултати тестирања једнакости просечне неризичне стопе приноса и просечне вредности регресионог одсечка безусловног CAPM модела

Период тестирања	$\hat{\gamma}_0 = \bar{r}_f$	$\hat{\gamma}_1 = \bar{r}_m - \bar{r}_f$
12/2005 – 04/2016	-8,1998 ^{***}	3,8823 ^{***}
07/2007 – 04/2016	-4,8568 ^{***}	6,6766 ^{***}

*Напомена: *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%.*

Извор: Обрачун аутора.

Применом модификоване Фама Макбет методологије утврђено је да је у оба анализирана периода истраживања просечна вредност регресионог одсечка на статистички значајном нивоу различита од неризичне стопе (табела 18), те се допунска хипотеза X1.1 и овде одбацује. Овакви резултати представљају доказ да безусловни CAPM модел није валидан.

Из табеле 17 се види да ни применом модификоване Фама Макбет методологије није дошло до промене у статистичкој значајности бета коефицијената, што указује да систематски ризик није вреднован на Београдској берзи. Оцењена просечна премија за тржишни ризик износи -0,13% месечно за период од децембра 2005. до априла 2016. године и -0,29% месечно за период од јула 2007. до априла 2016. године. За разлику од резултата добијених применом претходне методологије, овде видимо да су обе оцењене просечне премије за тржишни ризик негативне, као и да се на статистички значајном нивоу разликују од просечне историјске премије за тржишни ризик (табела 18). Веза између просечних стопа приноса и бете није ни позитивна, ни статистички значајна у анализираним периодима, како то теорија очекује, те се допунска хипотеза X1.2

одбацује. Прилагођени коефицијент детерминације (табела 17) у периоду од децембра 2005. до априла 2016. године износи 0,40%, а у периоду од јула 2007. до априла 2016. године 0,72%, што указује да варијације бета коефицијената објашњавају веома мали проценат варијација у просечним стопама приноса акција.

Резултати ове студије су у складу са резултатима неких претходних истраживања. Када је допунска хипотеза Х1.1 у питању, резултати истраживања су конзистентни са резултатима студија Фаме и Макбета, Ченга и осталих, Фрука и Хуљка, Борисове (за све земље осим Пољске) и Заимовићеве.⁵⁴⁹ Са друге стране, када се говори о допунској хипотези Х1.2, студије Јаганатана и Ванга, Танга и Шума и Билгина и Бастија и Момчиловићеве и осталих (за укупан узорак) су резултирале негативним оценама премије за тржишни ризик, док су студије Ченга и осталих, Фрука и Хуљка и Борисове (за Чешку Републику и Пољску) показале да је ова оцена позитивна.⁵⁵⁰ Ниска или чак негативна вредност (прилагођеног) коефицијента детерминације, која говори о ниској способности бета коефицијената да објасне варијације у просечним стопама приноса, је забележена у неколико студија.⁵⁵¹

Из изложеног се види да је у оба анализирана периода истраживања оцењена вредност регресионог одсечка негативна, као и да је његова вредност различита од неризичне стопе. Добијени резултати указују да SML правац сече у осу ниже него што се то очекује на основу CAPM модела и да је, уколико се занемари систематски ризик, стопа приноса акција нижа од неризичне стопе. Овакво непоклапање може бити резултат неравнотеже на тржишту у посматраном периоду, односно чињенице да је тржиште прецењено. Исто тако, могуће је да поред бете додатни фактори на статистички значајном нивоу доприносе објашњавању варијација у просечним стопама приноса акција.

Негативна је, такође, вредност оцењене премије за тржишни ризик (осим за период од децембра 2005. до априла 2016. године у случају коришћења регресионе анализе у две фазе). Добијени резултати су последица израженог опадајућег тржишта на Београдској

⁵⁴⁹ Fama, E. F., & MacBeth, J. (1973). op. cit.; Cheung, Y., Wong, K. & Hoo, Y. (1993). op. cit.; Fruk, M. & Huljak, I. (2004). op. cit.; Borys, M. (2011). op. cit.; Zaimović, A. (2013). op. cit.; Zaimović, A. (2015). op. cit., pp. 180-181.

⁵⁵⁰ Jagannathan, R., & Wang, Z. (1996). op. cit.; Tang, G. Y. N., & Shum, W. C. (2003). op. cit.; Bilgin, R., & Basti, E. (2014). op. cit.; Cheung, Y., Wong, K. & Hoo, Y. (1993). op. cit.; Fruk, M. & Huljak, I. (2004). op. cit.; Borys, M. (2011). op. cit.; Momcilovic, M., Zivkov, D., & Vlaovic Begovic, S. (2017). op. cit.

⁵⁵¹ Jagannathan, R., & Wang, Z. (1996). op. cit.; Fruk, M. & Huljak, I. (2004). op. cit.; Tang, G. Y. N., & Shum, W. C. (2006). op. cit.; Borys, M. (2011). op. cit.; Momcilovic, M., Zivkov, D., & Vlaovic Begovic, S. (2017). op. cit.

берзи, насталог услед рецесије присутне у добром делу анализираног периода истраживања и преливања ефеката Глобалне финансијске кризе на српско тржиште. Пад цена акција је особито изражен у периоду од краја 2007. године до средине 2009. године, када су инвеститори масовно ликвидирали своје инвестиције.

Постоји неколико економских образложења мале способности систематског ризика да објасни варијације у просечним стопама приноса. Могуће је да тржишни портфолио (индекс Белекслајн) није ефикасан, како то CAPM модел имплицира. Рол и Рос наглашавају да чак и мале девијације тржишног портфолија од границе ефикасности могу резултирати одсуством корелације између стопа приноса и бета коефицијената акција.⁵⁵² Поред тога, као што је то у оквиру првог поглавља већ истакнуто, CAPM модел је заснован на нереалним претпоставкама. Тако постоји могућност да инвеститори не брину само о стопама приноса и варијанси стопа приноса, како то CAPM модел претпоставља, већ воде рачуна и о томе како стопе приноса варирају са личним дохотком и будућим могућностима улагања.⁵⁵³ У таквим условима, варијанса стопе приноса не може да обухвати све димензије ризика, а бета не може да опише укупан ризик средства, тако да модели за процену ризика и приноса са другим мерама ризика могу бити успешнији.

Даље, могуће је да CAPM модел није добро специфициран и да не садржи све релевантне променљиве.⁵⁵⁴ Модел може бити неадекватан за примену услед чињенице да се бете и аверзија инвеститора према ризику мењају у времену, односно да нису константни како то претпоставља класични, безусловни CAPM модел. Тако Естрада указује да стопе приноса и бете могу бити некорелисане уколико се користе њихове дугорочне просечне вредности, када се њихове стварне вредности значајно мењају у времену.⁵⁵⁵ Српско тржиште капитала спада у ред тржишта у развоју за која је карактеристично да нису у потпуности интегрисана у светско тржиште, услед чега је, према Естради, за њих бета неадекватна мера ризика.⁵⁵⁶ Даље, на тржишту је присутан мали број великих трговаца,

⁵⁵² Roll, R., & Ross, S. A. (1994). *op. cit.*

⁵⁵³ Fama, E. F., & French, K. R. (2004). *op. cit.*

⁵⁵⁴ Бројни аутори истичу различите факторе, који по њиховом мишљењу значајно доприносе објашњавању варијација у стопама приноса. Видети нпр. Basu, S. (1977). *op. cit.*; Banz, R. W. (1981). *op. cit.*; Reinganum, M. R. (1981). *op. cit.*; De Bondt, W. F. M., & Thaler, R. H. (1987). *op. cit.*; Fama, E. F., & French, K. R. (1992). *op. cit.*; Amihud, Y. (2002). *op. cit.*

⁵⁵⁵ Estrada, J. (2000). *op. cit.*

⁵⁵⁶ Harvey, C. R. (1995). *op. cit.*; Bekaert, G., & Harvey, C. R. (2014). *op. cit.*; Momcilovic, M., Zivkov, D., & Vlaovic Begovic, S. (2017). *op. cit.* Bekaert, G., & Harvey, C. R. (2014). *op. cit.*

што заједно са малим бројем атрактивних хартија и ниским прометом берзе лако доводи до манипулација у трговању и обесхрабрује слабо информисане инвеститоре.

Резултати добијени приликом тестирања допунских хипотеза X1.1 и X1.2 указују да безусловни CAPM модел није прикладан за коришћење на Београдској берзи, како то хипотеза X1 претпоставља. Сходно добијеним резултатима, прва хипотеза се не може одбацити.

4.2.2. Резултати тестирања модела за процену ризика и приноса са мерама ризика негативних одступања стопа приноса и дискусија

У наставку су изложени резултати испитивања применљивости модела за процену ризика и приноса са мерама ризика негативних одступања стопа приноса. Први од њих је CAPM модел са бетама негативних одступања стопа приноса утврђеним у односу на просечну вредност стопа приноса. Следе CAPM модел са бетама негативних одступања стопа приноса утврђеним у односу на медијану и модел за процену ризика и приноса са мером ризика заснованом на полудевијацију утврђеном у односу на просечну вредност.

4.2.2.1. CAPM модел са бетама негативних одступања стопа приноса утврђеним у односу на просечну вредност

У табели 19 су представљени резултати регресионе анализе у две фазе оба анализирана периода, која је коришћена приликом тестирања валидности CAPM модела са бетом негативних одступања стопа приноса утврђеном у односу на просечну вредност, а у табели 20 резултати тестирања допунске хипотезе X2.1.

Табела 19: Резултати тестирања CAPM модела са бетама негативних одступања стопа приноса утврђеним у односу на просечну вредност – друга фаза регресионе анализе у две фазе

Период	$\hat{\lambda}_0$	$\hat{\lambda}_1$	Adj R ²
12/2005 – 04/2016	-0,0050 (-0,9569)	-0,0026 (-0,5775)	-0,0297
07/2007 – 04/2016	-0,0010 (-0,1608)	-0,0148 (-2,7093**)	0,1136

*Напомена: У загради су наведене вредности t статистике. *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%. Adj R² је вредност прилагођеног коефицијента детерминације.*

Извор: Обрачун аутора.

Табела 20: Резултати тестирања једнакости просечне неризичне стопе приноса и вредности регресионог одсечка CAPM модела са бетама негативних одступања стопа приноса утврђеним у односу на просечну вредност

Период тестирања	$\hat{\lambda}_0 = \bar{r}_f$
12/2005 – 04/2016	-1,7694*
07/2007 – 04/2016	-0,8889

*Напомена: *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%.*

Извор: Обрачун аутора.

Из табеле 19 се види да су вредности регресионих одсечака негативне у оба анализирана периода. Сprovedени t тест (табела 20) показује да константа модела (4.9) није једнака неризичној стопи за период од децембра 2005. до априла 2016. године, док се једнакост константе и неризичне стопе не може одбацити у периоду од јула 2007. до априла 2016. године. Резултати за други период истраживања представљају доказ који говори у прилог валидности анализираниог CAPM модела.

Премија ризика за бету негативних одступања стопа приноса је негативна у оба анализирана периода (табела 19). У периоду од децембра 2005. до априла 2016. године бете негативних одступања стопа приноса на статистички значајном нивоу не доприносе објашњавању варијација у просечним стопама приноса. Са друге стране, њихов допринос објашњавању варијација у просечним стопама приноса у периоду од јула 2007. до априла 2016. је статистички значајан. Изложени резултати наводе на закључак да се допунске хипотезе 2.1 и 2.2 одбацују за први анализирани период и да испитивани модел има сличне резултате као класични CAPM модел.

За други анализирани период се хипотеза 2.1 не треба одбацити, али се хипотеза 2.2 одбацује, јер иако је веза између просечних стопа приноса акција и бета негативних одступања статистички значајна она није позитивна како то теорија захтева, што значи да тржиште инвеститорима не компензује изложеност систематском ризику негативних одступања. Модел је прикладнији за коришћење у односу на CAPM модел, што потврђује и вредност прилагођеног коефицијента детерминације, који у другом периоду износи 11,36%.

Као што је поменуто, примењена је и модификована Фама Макбет методологија, чији резултати су представљени у табелама 21 и 22.

Табела 21: Резултати примене модификоване Фама Макбет методологије на просечне стопе приноса и бете негативних одступања стопа приноса утврђене у односу на просечну вредност за покретне временске оквире од 60 месеци

Период тестирања	$\bar{\lambda}_0$	$\bar{\lambda}_1$	$Adj \bar{R}^2$
12/2005 – 04/2016	-0,0014 (-0,6327)	-0,0120 (-6,8310 ^{***})	0,0810
07/2007 – 04/2016	-0,0001 (-0,0241)	-0,0115 (-5,9390 ^{***})	0,0796

*Напомена: У загради су наведене вредности t статистике. *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%. $Adj \bar{R}^2$ је вредност прилагођеног коефицијента детерминације.*

Извор: Обрачун аутора.

Табела 22: Резултати тестирања једнакости просечне неризичне стопе приноса и просечне вредности регресионог одсечка CAPM модела са бетама негативних одступања стопа приноса утврђеним у односу на просечну вредност

Период тестирања	$\bar{\lambda}_0 = \bar{r}_f$
12/2005 – 04/2016	-2,5412 ^{**}
07/2007 – 04/2016	-1,9954 [*]

*Напомена: *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%.*

Извор: Обрачун аутора.

Примена модификоване Фама Макбет методологије резултира негативним просечним вредностима регресионог одсечка (табела 21), које се разликују од неризичне стопе у оба анализирана периода (табела 22), те се и овде допунска хипотеза Х2.1 одбацује. Из табеле 21 се види да је модификована Фама Макбет методологија резултирала негативним и статистички значајним просечним премијама за тржишни ризик на бету негативних одступања стопа приноса, те се и допунска хипотеза Х2.2 одбацује.

Прилагођени коефицијент детерминације (табела 21) у првом анализираном периоду износи 8,10%, а у другом 7,96% месечно. Бета негативних одступања стопа приноса у односу на просечну вредност има у првом периоду око 20, а у другом око 10 пута већу способност да објасни варијације у просечним стопама приноса од класичне бете.

Добијени резултати регресионе анализе у две фазе приликом тестирања CAPM модела са бетама негативних одступања стопа приноса утврђеним у односу на просечну вредност за период од децембра 2005. до априла 2016. године су у складу са резултатима студије Момчиловићеве и осталих, који су показали да модел са бетама негативних одступања стопа приноса утврђеним у односу на просечну вредности има (за укупан узорак) негативне оцењене вредности регресионог одсечка и премије за ризик на бету

негативних одступања, као и негативан прилагођени коефицијент детерминације.⁵⁵⁷ Поред тога, у наведеној студији веза између просечних стопа приноса и бете негативних одступања није статистички значајна, баш као и у овом истраживању.

Примена регресионе анализе у две фазе за период од јула 2007. до априла 2016. године, као и модификоване Фама Макбет методологије у оба анализирана периода, за резултат има статистички значајну премију ризика на бету негативних одступања, што је у складу са резултатима Естраде и Артавариса и осталих.⁵⁵⁸ Оцењена премија на бету негативних приноса је негативна као код Артавариса и осталих, али и Акбара и осталих и Акбара (у неким од анализираних периода).⁵⁵⁹ Поред тога, студије Акбара и осталих и Акбара су показале да је просечна вредност регресионог одсечка модела негативна и статистички значајна (за укупан период истраживања и већину анализираних краћих периода), што је случај и у овом истраживању.⁵⁶⁰ Вредност прилагођеног коефицијента детерминације се креће око 10%, што је нешто ниже у односу на резултате Артавариса и осталих и Естраде за земље у развоју, али је у складу са резултатима Акбара и осталих и Акбара.⁵⁶¹

На бази свих изнетих резултата овог истраживања се види да се у већини анализираних случајева одбацује допунска хипотеза о једнакости између вредности регресионог одсечка и неризичне стопе. То говори о постојању неравнотеже и неадекватног вредновања средства на Београдској берзи, као и постојању могућности да допунски фактори имају значај приликом објашњавања варијација у просечним стопама приноса.

Важно је истаћи да је бета негативних одступања стопа приноса утврђена у односу на просечну вредност статистички значајна за објашњавање стопа приноса у свим случајевима, осим приликом коришћења регресионе анализе у две фазе за период од децембра 2005. до априла 2016. године. Оцењена премија ризика на бету негативних одступања стопа приноса је, међутим, негативна, што говори да тржиште инвеститорима не надокнађује изложеност систематском ризику негативних одступања. Негативна вредност одсечка и премије за тржишни ризик је резултат преовлађујућег опадајућег тржишта на Београдској берзи узрокованог великим падом цена акција у неким

⁵⁵⁷ Momcilovic, M., Zivkov, D., & Vlaovic Begovic, S. (2017). op. cit.

⁵⁵⁸ Estrada, J. (2002). op. cit.; Estrada, J. (2007). op. cit.; Artavanis, N., Diacogiannis, G., & Mylonakis, J. (2010). op. cit.

⁵⁵⁹ Artavanis, N., Diacogiannis, G., & Mylonakis, J. (2010). op. cit.; Akbar, M., Rahman, A., & Mahmood, Z. (2012). op. cit.; Akbar, M. (2013). op. cit., pp. 123-128.

⁵⁶⁰ Akbar, M., Rahman, A., & Mahmood, Z. (2012). op. cit.; Akbar, M. (2013). op. cit., pp. 123-128.

⁵⁶¹ Estrada, J. (2002). op. cit.; Estrada, J. (2007). op. cit.; Artavanis, N., Diacogiannis, G., & Mylonakis, J. (2010). op. cit.; Akbar, M., Rahman, A., & Mahmood, Z. (2012). op. cit.; Akbar, M. (2013). op. cit., pp. 123-128.

деловима анализираних периода истраживања. Треба нагласити да је историја трговања на Београдској берзи дуга нешто више од 10 година, што је релативно кратак период. Може се претпоставити да ће у будућем периоду добици остварени на растућем тржишту превазићи губитке остварене на опадајућем тржишту, те ће и наведени регресиони параметри остварити позитивне вредности.

Иако се на основу добијених резултата, CAPM модел са бетама негативних одступања не може сматрати валидним, модел објашњава већи део варијација у просечним стопама приноса од традиционалног CAPM модел. Способност бете негативних одступања да објасни варијације у стопама приноса је, ипак, релативно ниска (максимално 11,36%), што поново упућује да модел не узима у обзир све релевантне факторе. Треба истаћи да су мере ризика негативних одступања прикладне за тржишта која имају високе коефицијенте асиметрије, што ипак није случај на српском тржишту капитала у анализираним периодима. Та чињеница представља могуће објашњење релативно ниског процента варијација у просечним стопама приноса које је бета негативних одступања стопа приноса у стању да објасни. Поред тога, могуће је да је бета негативних одступања променљива у времену и/или да се аверзија инвеститора према ризику мења у времену на Београдској берзи, што модел не узима у обзир. Исто тако, важно је имати на уму да српско тржиште капитала карактерише слаба развијеност, ликвидност, информациона ефикасност, те значајна волатилност и манипулативне праксе, што све може утицати на квалитет резултата и закључака.

4.2.2.2. CAPM модел са бетама негативних одступања стопа приноса утврђеним у односу на медијану

У наставку је анализирана применљивост CAPM модела са бетама негативних одступања стопа приноса утврђеним у односу на медијану на српском тржишту капитала. Резултати су приказани у табелама 23 и 24.

Табела 13: Резултати тестирања CAPM модела са бетама негативних одступања стопа приноса утврђеним у односу на медијану – друга фаза регресионе анализе у две фазе

Период тестирања	$\hat{\lambda}_0$	$\hat{\lambda}_1$	Adj R ²
12/2005 – 04/2016	-0,0007 (-0,13353)	-0,0070 (-1,6657)	-0,0016
07/2007 – 04/2016	0,0007 (0,1033)	-0,0167 (-2,8310 ^{***})	0,1420

*Напомена: У заградама су наведене вредности t статистике. *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%. Adj R² је вредност пилагођеног коефицијента детерминације.*

Извор: Обрачун аутора.

Табела 24: Резултати тестирања једнакости просечне неризичне стопе приноса и вредности регресионог одсечка CAPM модела са бетама негативних одступања стопа приноса утврђеним у односу на медијану

Период тестирања	$\hat{\lambda}_0 = \bar{r}_f$
12/2005 – 04/2016	-1,0095
07/2007 – 04/2016	-0,5894

Напомена: *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%.

Извор: Обрачун аутора.

Оцењена вредност регресионог одсечка заснована на регресионој анализи у две фазе је у првом анализираном периоду негативна, а у другом позитивна (табела 23). Резултати t теста показују да се не може одбацити једнакост између оцењене вредности регресионог одсечка и неризичне стопе приноса ни у једном посматраном периоду (табела 24). Нема довољно доказа да се хипотеза Х2.1 одбаци, што је у складу са теоријским очекивањима и говори у прилог валидности CAPM модела са бетом негативних одступања стопа приноса утврђеном у односу на медијану.

Из табеле 23 се види да је у првом анализираном периоду оцењена вредност премије за тржишни ризик на бету негативних одступања негативна, што наводи на закључак да тржиште не надокнађује инвеститорима изложеност систематском ризику негативних одступања стопа приноса. Бете негативних одступања стопа приноса утврђене у односу на медијану на статистички значајном нивоу не доприносе објашњавању варијација у просечним стопама приноса у првом анализираном периоду, а слаба моћ модела се види и из негативне вредности прилагођеног коефицијента детерминације. У другом анализираном периоду истраживања, оцењена вредност премије за тржишни ризик за изложеност инвеститора ризику бете негативних одступања стопа приноса је негативна и статистички значајна (табела 23). Статистичка значајност бете и вредност прилагођеног коефицијента детерминације од 14,20% указује да је модел значајно унапређен у односу на класични CAPM модел, као и да има нешто већу способност објашњавања варијација у просечним стопама приноса у односу на CAPM модел са бетама негативних одступања стопа приноса утврђеним у односу на просечну вредност.

Резултати примене модификоване Фама Макбет методологије су приказани у табелама 25 и 26.

Табела 25: Резултати примене модификоване Фама Макбет методологије на просечне стопе приноса и бете негативних одступања стопа приноса утврђене у односу на медијану за покретне временске оквири од 60 месеци

Период тестирања	$\bar{\lambda}_0$	$\bar{\lambda}_1$	Adj \bar{R}^2
12/2005 – 04/2016	0,0016 (0,8196)	-0,0153 (-9,8621 ^{***})	0,1127
07/2007 – 04/2016	0,0030 (1,3077)	-0,0150 (-7,9213 ^{***})	0,1173

*Напомена: У загради су наведене вредности t статистике. *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%. Adj \bar{R}^2 је вредност рилагођеног коефицијента детерминације.*

Извор: Обрачун аутора.

Табела 26: Резултати тестирања једнакости просечне неризичне стопе приноса и просечне вредности регресионог одсечка CAPM модела са бетама негативних одступања стопа приноса утврђеним у односу на медијану

Период тестирања	$\bar{\lambda}_0 = \bar{r}_f$
12/2005 – 04/2016	-1,3503
07/2007 – 04/2016	-0,5984

*Напомена: *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%.*

Извор: Обрачун аутора.

Примена модификоване Фама Макбет методологије је резултирала позитивним просечним вредностима регресионог одсечка у оба анализирана периода (табела 25). Табела 26 показује да се не може сматрати да постоји разлика између оцењене просечне вредности регресионог одсечка и неризичне стопе, те се допунска хипотеза Х2.1 не може одбацити. Добијени резултати представљају доказ који говори у прилог валидности модела.

Примена модификоване Фама Макбет методологије и овде, као и код претходно анализираниог модела за процену ризика и приноса, резултира негативним и статистички значајним оценама премије за тржишни ризик на бету негативних одступања стопа приноса. Способност CAPM модела са бетама негативних одступања стопа приноса утврђеним у односу на медијану да објасне варијације у просечним стопама приноса је нешто већа у односу на CAPM модела са бетама негативних одступања стопа приноса утврђеним у односу на просечну вредност, што потврђује вредност прилагођеног коефицијента детерминације (табела 25).

Добијени резултати указују да је модел адекватнији за примену на српском тржишту капитала у односу на претходна два анализирана модела за процену ризика и приноса.

Треба нагласити да се модел, ипак, не може сматрати валидним услед негативне премије за ризик на бету негативних одступања стопа приноса утврђене у односу на медијану. Негативна вредност премије ризика указује да тржиште инвеститорима не надокнађује изложеност ризику бете негативних одступања стопа приноса утврђене у односу на медијану и свакако је последица израженог опадајућег тржишта у великом делу периода истраживања и кратке историје трговања остварене на Београдској берзи.

Услед релативно ниске вредности прилагођеног коефицијента детерминације, може се закључити да модел не укључује све релевантне факторе. Поред тога, могуће је да је удео несистематског ризика у укупном ризику значајан, што би полудевијацију чинило прикладнијом мером ризика. Постоји могућност да је бета негативних одступања стопа приноса и/или аверзија инвеститора према ризику варијабилна у времену, а не константна како то модел претпоставља. Исто тако, иако је утицај ниске ликвидности берзанског трговања умањен коришћењем месечних стопа приноса, могуће је да се негативно одражава на исправност добијених резултата и изведених закључака. Поред тога, због својих карактеристика, српско тржиште капитала је вероватно неефикасно, што, такође, утиче на веродостојност добијених резултата.

4.2.2.3. Модел за процену ризика и приноса са мером ризика заснованом на полудевијацији утврђеном у односу на просечну вредност

У наставку је испитивања применљивости модела за процену ризика и приноса са мером ризика заснованом на полудевијацији одређеном у односу на просечну вредност.

Табела 27: Резултати тестирања модела за процену ризика и приноса са мером ризика заснованом на полудевијацији утврђеном у односу на просечну вредност - друга фаза регресионе анализе у две фазе

Период тестирања	$\hat{\lambda}_0$	$\hat{\lambda}_1$	Adj R ²
12/2005 – 04/2016	0,0171 (2,3767 ^{**})	-0,0143 (-3,5641 ^{***})	0,1597
07/2007 – 04/2016	0,0205 (2,1998 ^{**})	-0,0210 (-3,9359 ^{***})	0,3792

Напомена: У загради су наведене вредности *t* статистике. *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%. Adj R² је вредност прилагођеног коефицијента детерминације.

Извор: Обрачун аутора.

Табела 28: Резултати тестирања једнакости просечне неризичне стопе приноса и вредности регресионог одсечка модела за процену ризика и приноса са мером ризика заснованом на полудевијацији утврђеном у односу на просечну вредност

Период тестирања	$\hat{\lambda}_0 = \bar{r}_f$
12/2005 – 04/2016	1,7875*
07/2007 – 04/2016	1,7356*

Напомена: *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%.

Извор: Обрачун аутора.

Из табеле 27 се види да је оцењена вредност регресионог одсечка у оба испитивана периода позитивна, док је из табеле 28 уочљиво да између вредности регресионог одсечка и неризичне стопе постоји статистички значајна разлика на нивоу од 10%. Наиме, оцењене вредности су веће од просечне историјске вредности неризичне стопе, а добијени резултати воде одбацивању допунске хипотезе X2.1.

У оба анализирана периода однос између просечних стопа приноса и мере ризика засноване на полудевијацији је негативан и статистички значајан. Будући да су оцењене вредности коефицијента $\hat{\lambda}_1$ негативне, допунска хипотеза X2.2 се одбацује. Прилагођени коефицијенти детерминације оба анализирана периода имају вишу вредност у односу на све претходне моделе и указују на то да мера ризика заснована на полудевијацији има већу способност објашњавања варијација у просечним стопама приноса у односу на бете негативних одступања и класичне бета коефицијенте.

Резултати примене модификоване Фама Макбет методологије су приказани у табелама 29 и 30.

Табела 29: Резултати примене модификоване Фама Макбет методологије на просечне стопе приноса и меру ризика засновану на полудевијацији утврђену у односу на просечну вредност за покретне временске оквире од 60 месеци

Период тестирања	$\bar{\lambda}_0$	$\bar{\lambda}_1$	Adj \bar{R}^2
12/2005 – 04/2016	0,0178 (7,1652***)	-0,0174 (-16,6393***)	0,2919
07/2007 – 04/2016	0,0197 (7,7965***)	-0,0157 (-10,5428***)	0,3493

Напомена: У заградама су наведене вредности t статистике. *, ** и *** указују на статистичку значајност од 10%, 5% и 1%. Adj \bar{R}^2 је вредност прилагођеног коефицијента детерминације.

Извор: Обрачун аутора.

Табела 30: Резултати тестирања једнакости просечне неризичне стопе приноса и просечне вредности регресионог одсечка модела за процену ризика и приноса са мером ризика заснованом на полудевијацији утврђеном у односу на просечну вредност

Период тестирања	$\bar{\lambda}_0 = \bar{r}_f$
12/2005 – 04/2016	5,4647***
07/2007 – 04/2016	6,0851***

*Напомена: *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%.*

Извор: Обрачун аутора.

Применом модификоване Фама Макбет методологије добијене су позитивне просечне вредности регресионог одсечка $\bar{\lambda}_0$ (табела 29), које су на статистички значајном нивоу веће од неризичне стопе приноса (табела 30). Добијени резултати воде одбацивању допунске хипотезе Х2.1.

Из табеле 29 се види да је однос између просечних стопа приноса и мере ризика засноване на полудевијацији негативан и статистички значајан у оба анализирана периода. Негативна вредност коефицијента $\bar{\lambda}_1$ води одбацивању допунске хипотезе Х2.2 и валидности модела. Вредност прилагођеног коефицијета детерминације потврђује да овај модел за процену ризика и приноса има највећу способност објашњавања варијација у просечним стопама приноса на Београдској берзи од свих модела који су до сада анализирани (табела 29).

Добијени резултати статистички значајне, позитивне вредности регресионог одсечка и статистички значајне, негативне премије за ризик коришћене мере ризика су у складу са резултатима Момчиловићеве и осталих за укупан узорак и српско тржиште капитала.⁵⁶² Поред тога, највиша вредност прилагођеног коефицијента детерминације (37,92%) је нешто нижа у односу на вредности овог коефицијента за земље у развоју у Естрадаиним студијама (48%).⁵⁶³

Вредност регресионог одсечка која се статистички значајно разликује од неризичне стопе приноса указује да је тржиште у неравнотежи, као и да би и други фактори могли на статистички значајном нивоу да утичу на просечне стопе приноса у посматраним периодима. Статистички значајна, али негативна премија на коришћену меру ризика се јавља услед израженог опадајућег тржишта и кратке историје трговања на Београдској

⁵⁶² Momcilovic, M., Zivkov, D., & Vlaovic Begovic, S. (2017). op. cit.

⁵⁶³ Estrada, J. (2002). op. cit.; Estrada, J. (2007). op. cit.

берзи. Поред тога, модел користи константну вредност полудевијације, а могуће је да се ова мера ризика мења у времену. Српско тржиште капитала има ниску ликвидност, упитну ефикасност и низ других негативних карактеристика, што може довести до погрешних резултата и закључака.

Треба нагласити да бета и стандардна девијација дају једнак значај волатилности изнад и испод минимално прихватљиве стопе приноса (бенчмарка). Мере ризика негативних одступања стопа приноса су, међутим, интуитивно боље, јер инвеститори теже да се заштитите само од губитака, односно од остваривања стопа приноса испод минимално прихватљиве стопе приноса. Тако, полудевијација мери ризик смањења приноса који инвеститори желе да отклоне, али не и могућност повећања приноса као стандардна девијација. Када је расподела стопа приноса симетрична, полудевијација утврђена у односу на просечну вредност процењује ризик једнако добро као стандардна девијација, док у случају када расподела није симетрична (или када се користи бенчмарк различит од просечне вредности) полудевијација је боља мера ризика од стандардне девијације.⁵⁶⁴

Естрада је указао да је бета прикладна мера ризика за тржишта која су у потпуности интегрисана у светско тржиште капитала, док је укупни ризик прикладна мера ризика за тржишта која су сегментирана.⁵⁶⁵ Будући да добијени резултати указују да модел за процену ризика и приноса са мером ризика заснованом на полудевијацији има највећу способност описивања просечних стопа приноса од свих до сада анализираних модела, може се закључити да је на српском тржишту капитала несистематски ризик у укупном ризику висок и да тржиште није у потпуности интегрисано у светско тржиште.

Модел за процену ризика и приноса са мерама ризика негативних одступања су показали добре резултате на тржиштима у развоју за која је карактеристично да имају израженији ризик негативних одступања у односу на развијена тржишта, јер је на њима израженија и волатилност.⁵⁶⁶ На основу изнетих резултата се може закључити да употреба свих мера ризика негативних одступања стопа приноса, уместо конвенционалних бета коефицијената, унапређује способност модела за процену ризика и приноса да објасни варијације у просечним стопама приноса на Београдској берзи, те се хипотеза Х2 не може одбацити.

⁵⁶⁴ Estrada, J. (2006). *op. cit.*

⁵⁶⁵ Estrada, J. (2002). *op. cit.*; Estrada, J. (2007). *op. cit.*

⁵⁶⁶ Estrada, J. (2002). *op. cit.*; Estrada, J. (2007). *op. cit.*; Bekaert, G., & Harvey, C. R. (2014). *op. cit.*

4.2.3. Резултати тестирања условног CAPM модела и дискусија

У наставку доктората су представљени резултати применљивости условног CAPM модела са бетама које варирају у времену. Поред тога, изложени су резултати применљивости условног CAPM модела са бетама и премијама за тржишни ризик које варирају у времену.

4.2.3.1. Условни CAPM модел са бетама које варирају у времену

У табели 31 су представљени резултати примене модификоване Фама Макбет методологије која је коришћена приликом тестирања валидности условног CAPM модела са бетама које варирају у времену помоћу дијагоналног M-GARCH-BEKK модела за период од децембра 2005. до априла 2016. године, док табела 32 даје приказ резултата тестирања допунске хипотезе 3.1.

Табела 31: Резултати примене модификоване Фама Макбет методологије на стопе приноса и условне бета коефицијенте акција (децембар 2005. - април 2016.)

Период тестирања	$\bar{\phi}_0$	$\bar{\phi}_1$	Adj \bar{R}^2
12/2005 – 04/2016	-0,0083 (-1,0161)	0,0024 (0,4397)	0,0199

*Напомена: У загради су наведене вредности t статистике. *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%. Adj \bar{R}^2 је вредност прилагођеног коефицијента детерминације.*

Извор: Обрачун аутора.

Табела 32: Резултати тестирања једнакости просечне неризичне стопе приноса и просечне вредности регресионог одсечка условног CAPM модела (децембар 2005. - април 2016.)

Период тестирања	$\bar{\phi}_0 = \bar{r}_f$
12/2005 – 04/2016	-1,5322

*Напомена: *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%.*

Извор: Обрачун аутора.

Табела 31 приказује да је просечна вредност регресионог одсечка негативна и да није статистички значајна. Поред тога, његова вредност се на статистички значајном нивоу не разликује од неризичне стопе (табела 32), тако да допунску хипотезу Х3.1 не треба одбацити.

Из табеле 31 се види да је просечна вредност оцењене премије за тржишни ризик позитивна, али да није статистички значајна, како то модел претпоставља. Прилагођени коефицијент детерминације за период од децембра 2005. до априла 2016. године износи

1,99%, што говори да условни бета коефицијенти објашњавају свега 1,99% варијабилитета у стопама приноса.

Добијени резултати су у складу са резултатима Ниета и осталих, који су, користећи различите технике утврђивања условних бета коефицијената приликом тестирања условног САРМ модела, добили негативне оцене регресионог одсечка и позитивне оцене премије за тржишни ризик, које нису статистички значајне.⁵⁶⁷ Баш као у студији Акбара (за укупан период истраживања и неке од краћих анализираних периода), утврђена је негативна вредност регресионог одсечка, која није статистички значајна.⁵⁶⁸ Поред тога, Акбар (за неке од периода истраживања) и Вјендраме (за највећи број анализираних случајева) су утврдили позитивну, али не и статистички значајну оцењену вредност премије за тржишни ризик, што је случај у овом истраживању.⁵⁶⁹

У табели 33 су представљени резултати примене модификоване Фама Макбет методологије на стопе приноса и условне бета коефицијенте акција за период од јула 2007. до априла 2016. године, а у табели 34 резултати тестирања допунске хипотезе Х3.1.

Табела 33: Резултати примене модификоване Фама Макбет методологије на стопе приноса и условне бета коефицијенте акција (јул 2007. - април 2016.)

Период тестирања	$\hat{\phi}_0$	$\hat{\phi}_1$	Adj \bar{R}^2
07/2007 – 04/2016	-0,0162 (-2,0722 ^{**})	-0,0022 (-0,3155)	0,0386

*Напомена: У загради су наведене вредности t статистике. *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%. Adj \bar{R}^2 је вредност рилагођеног коефицијента детерминације.*

Извор: Обрачун аутора.

Табела 34: Резултати тестирања једнакости просечне неризичне стопе приноса и просечне вредности регресионог одсечка условног САРМ модела (јул 2007. - април 2016.)

Период тестирања	$\hat{\phi}_0 = \bar{r}_f$
07/2007 – 04/2016	-1,5192

*Напомена: *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%.*

Извор: Обрачун аутора.

Табела 33 открива да је у периоду од јула 2007. до априла 2016. године просечна вредност оцењеног регресионог одсечка негативна, а из табеле 34 се види да се та

⁵⁶⁷ Nieto, B., Orbe, S., & Zarraga, A. (2014). op. cit.

⁵⁶⁸ Akbar, M. (2013). op. cit., pp. 101-105.

⁵⁶⁹ Vendrame, V. (2014). op. cit., p. 198.

вредност на статистички значајном нивоу не разликује од неризичне стопе приноса, што је у складу са допунском хипотезом Х3.1.

Просечна вредност оцењене премије за тржишни ризик је у периоду од јула 2007. до априла 2016. године негативна и није статистички значајна (табела 33). Негативна вредност премије је резултат великог пада цена особито израженог од краја 2007. до средине 2009. године. Она говори да тржиште инвеститорима не надокнађује изложеност систематском ризику, те добијени резултати воде одбацивању допунске хипотезе Х3.2.

Добијени резултати истраживања су делимично у складу са резултатима Акбара.⁵⁷⁰ Он је, наиме, за краће анализиране периоде у којима је доминирала криза на тржишту капитала у Пакистану, добио негативне и статистички значајне оцене вредности одсечка, што је идентично резултатима овог истраживања. Такође, Акбар (за укупан анализирани период) и Вјендраме (за већину анализираних случајева у периоду од 1980. године) су добили негативне оцене премије за тржишни ризик, које нису статистички значајне, баш као у овом истраживању.⁵⁷¹

На основу анализе се може закључити да у оба испитивана периода не треба одбацивати допунску хипотезу о једнакости оцењене вредности регресионог одсечка и неризичне стопе, што јесте у складу са захтевима теорије. Оцењена вредност премије за тржишни ризик није статистички значајна у анализираним периодима, што указује да условна бета није у стању да обухвати варијације у стопама приноса и да није прикладна мера ризика на Београдској берзи. Поред тога, она је у првом периоду позитивна, али је у другом периоду, због великог пада цена присутног на Београдској берзи од краја 2007. до средине 2009. године, негативна. С обзиром на то да условна бета не може да обухвати варијације у стопама приноса, модел вероватно не садржи све релевантне факторе. Могуће је да примена дијагоналног M-GARCH-BEKK модела није прикладна за утврђивање условних бета коефицијената на Београдској берзи будући да је на њој изражен проблем неликвидности. Поред тога, дијагонални M-GARCH-BEKK се обично примењује на дневне или недељне стопе приноса, које се у овом истраживању нису могле користити управо због нефреквентног трговања акцијама на Београдској берзи.

⁵⁷⁰ Akbar, M. (2013). *op. cit.*, pp. 101-105.

⁵⁷¹ Vendrame, V. (2014). *op. cit.*, p. 198.

Поређећи резултате тестирања валидности усовног CAPM модела са резултатима тестирања безусловног CAPM модела се може закључити да условни CAPM модел има нешто боље карактеристике. Наиме, код условног CAPM модела се не може одбацити допунска хипотеза која тврди да између регресионог одсечка и неризичне стопе не постоји разлика, што није случај код традиционалног CAPM модела. Поред тога, условни CAPM модел објашњава нешто већи проценат варијација у стопама приноса за укупан период истраживања. Ипак, добијени резултати су у складу са закључцима Левелена и Најцела, који тврде да условни CAPM модел има готово једнако лоше резултате као безусловни CAPM модел, на шта указује и ниска вредност прилагођених коефицијента детерминације модела.⁵⁷²

Поређењем условног CAPM модела са моделима за процену ризика и приноса са мерама ризика негативних одступања стопа приноса се види да модели са мерама ризика негативних одступања објашњавају далеко већи проценат варијација у стопама приноса.

4.2.3.2. Условни CAPM модел са бетама и премијама за тржишни ризик које варирају у времену

Применом Марковљевог модела промене режима на једноставан модел приноса тржишта за период од децембра 2005. до априла 2016. године добијени су параметри модела за два режима, растућег и опадајућег тржишта, који су приказани у табели 35.

Табела 35: Параметри модела приноса тржишта утврђени помоћу Марковљевог модела промене режима (децембар 2005. - април 2016.)

Параметри модела	Вредности
μ_1	-0,0209 (-1,3031)
μ_2	0,0010 (1,4136)
σ_1	0,1087 (-13,2025 ^{***})
σ_2	0,0351 (-17,9396 ^{***})

Напомена: У загради су наведене вредности z статистике. *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%. Параметри су утврђени на основу Марковљевог модела промене режима. μ_1 - стопа приноса опадајућег тржишта, μ_2 - стопа приноса растућег тржишта, σ_1 - стандардна девијација опадајућег тржишта, σ_2 - стандардна девијација растућег тржишта.

Извор: Обрачун аутора.

⁵⁷² Lewellen, J., & Nagel, S. (2006). op. cit.

Растуће тржиште карактерише просечна месечна стопа приноса од 0,10%, док опадајуће тржиште има просечну месечну стопу приноса од -2,09%. Након отклањања ефеката хетероскедастичности Хубер Вајтовом методом, иако је апсолутна вредност просечне месечне стопе приноса опадајућег тржишта већа од стопе растућег тржишта, ниједна од њих није на статистички значајном нивоу различита од нуле. Из табеле 35 се види да опадајуће и растуће тржиште имају изражену волатилност, као и да је волатилност опадајућег тржишта значајно већа.

Матрица константних Марковљевих транзиционих вероватноћа за период од децембра 2005. до априла 2016. је приказана табелом 36.

Табела 36: Матрица константних Марковљевих транзиционих вероватноћа (децембар 2005. - април 2016.)

Параметри	Вредности
p_{11}	0,9394
p_{22}	0,9662
p_{12}	0,0606
p_{21}	0,0338

Напомена: Вероватноће су одређене помоћу Марковљевог модела промене режима примењеног на модел $r_{mt} = \mu_{ms_t} + \sigma_{ms_t} \eta_{s_t}$; p_{11} и p_{22} су вероватноће останка у стању опадајућег, односно растућег тржишта, респективно; p_{12} и p_{21} су вероватноће преласка из опадајућег у растуће и из растућег у опадајуће тржиште, респективно.

Извор: Обрачун аутора.

Из табеле се може видети да је у периоду тестирања, режим растућег тржишта вероватнији у односу на режим опадајућег тржишта, јер је растуће тржиште преовлађивало у већем броју месеци од опадајућег.

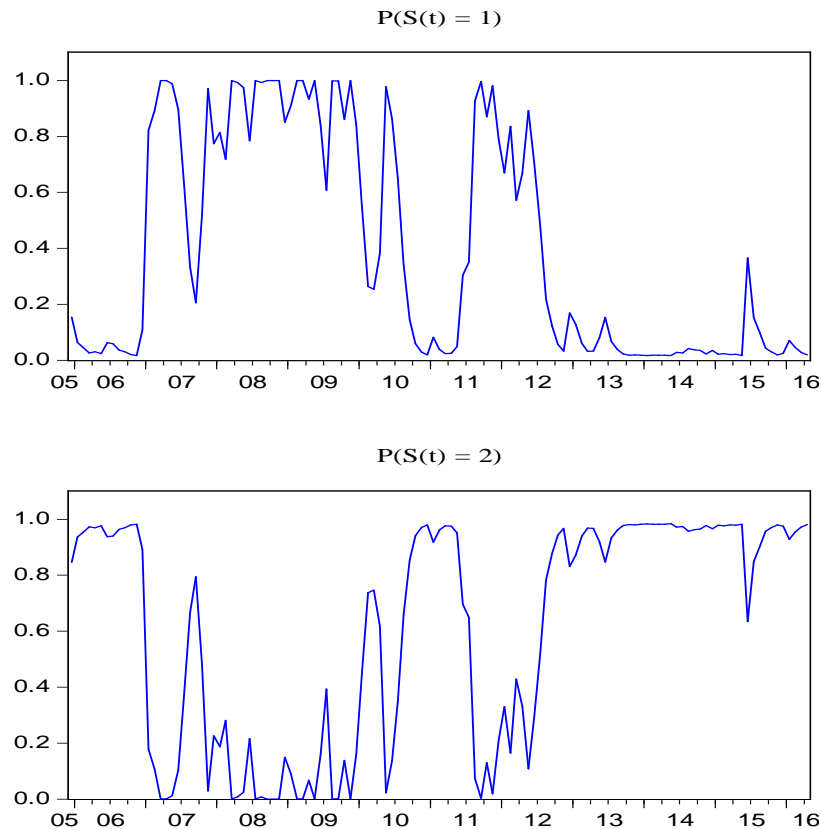
Слика 9 даје детаљан приказ филтрираних вероватноћа опадајућег и растућег тржишта у периоду од децембра 2005. до априла 2016. године. Са слике се види да је опадајуће тржиште доминирало од почетка 2007. године до трећег квартала 2010. године. Поред тога, опадајуће тржиште је било доминантно од другог квартала 2011. године до другог дела 2012. године, док је растуће тржиште преовлађивало у свим осталим деловима периода који се истражује.

Истраживањем тржишне стопе приноса су идентификована два режима, и то:

- режим растућег тржишта, који карактерише позитивна просечна стопа приноса тржишта и нижи ризик у односу на режим опадајућег тржишта,

- режим опадајућег тржишта са негативном просечном стопом приноса и значајно вишим степеном волатилности од растућег тржишта. Виша волатилност указује да се у опадајућем режиму могу чешће остварити високе апсолутне вредности просечне стопе приноса у односу на режим растућег тржишта.

Растуће тржиште је вероватније, али има мању апсолутну вредност стопе приноса од опадајућег тржишта, те се, на основу добијених резултата, не може утврдити да ли су укупни добици на растућем тржишту већи од укупних губитака на опадајућем тржишту.



Слика 9: Филтриране вероватноће опадајућег и растућег тржишта (децембар 2005. - април 2016.)

*Напомена: $P(S(t)=1)$ – вероватноћа опадајућег тржишта, $P(S(t)=2)$ – вероватноћа растућег тржишта.
Извор: Рад аутора.*

Приликом тестирања условног CAPM модела са варијабилним бетама и премијама за тржишни ризик коришћена је панел регресиона анализа, те су оцењени параметри панела са константним параметрима, као и панела са фиксним и са стохастичким ефектима. Резултати Хаусмановог теста су показали да је панел са стохастичким ефектима прикладнији од панела са фиксним ефектима, те су у табели 37 приказани његови оцењени параметри.

Табела 37: Резултати оцене параметара панела са стохастичким ефектима (децембар 2005. - април 2016.)

	Коефицијенти	<i>t</i> -статистика
$\hat{\omega}_0$	-0,0129	-1,9698**
$\hat{\omega}_1$	-0,0120	-0,9837
$\hat{\omega}_2$	0,0197	3,1847***
<i>Adj R</i> ²	0,0090	
F тест	16,9838***	
Хаусман χ^2	0,0921	

*Напомена: *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%. Adj R² - прилагођени коефицијент детерминације, Хаусман χ^2 – статистика Хаусмановог теста.*

Извор: Обрачун аутора.

Панел са константним параметрима има идентичне резултате као панел са стохастичким ефектима. Вредност F статистике је значајна, што наводи на закључак да је модел валидан. Модел објашњава веома мали проценат варијабилитета у стопама приноса (свега 0,9%), али му је способност објашњавања варијација у стопама приноса помоћу варијабилне бете већа у односу на CAPM модел са класичним, константним бета коефицијентима (0,4%).

Табела 37 приказује да је оцењена вредност регресионог одсечка негативна, висока и статистички значајна (-1,29%), док се из табеле 38 види да између регресионог одсечка и неризичне стопе постоји статистички значајна разлика, те се допунска хипотеза Х3.3 одбацује. Модел има негативну премију за тржишни ризик опадајућег тржишта (-1,20%), која није статистички значајна, као и позитивну, статистички значајну премију за тржишни ризик растућег тржишта (1,97%). Оцењени знакови тржишних премија ризика опадајућег и растућег тржишта су у складу са теоријским очекивањима. Премија за тржишни ризик опадајућег тржишта, међутим, није статистички значајна како то теорија очекује. Добијени резултат упућује на закључак да CAPM модел функционише само на растућем тржишту. Наиме, чини се да ризичније акције остварују веће стопе приноса на растућем тржишту, док све акције на опадајућем тржишту имају тенденцију да остварују негативне стопе приноса без обзира на висину њихове бете.

Резултати *t* теста (табела 38) указују да постоји статистички значајна разлика између премије за тржишни ризик опадајућег и растућег тржишта, те се хипотеза Х3.4 одбацује, што представља доказ који говори у прилог валидности условног CAPM модела.

Табела 38: Резултати тестирања допунских хипотеза условног CAPM модела са бетама и премијама за тржишни ризик које варирају у времену (децембар 2005. - април 2016.)

Хипотезе	Просечна вредност (t статистика)
$\hat{\omega}_0 = \bar{r}_f$	-0,0171 (-2,6176 ^{***})
$\hat{\omega}_1 - \hat{\omega}_2 = 0$	0,0317 (2,0737 ^{**})
$\bar{\Gamma}_t = p\hat{\omega}_1 + (1 - p_t)\hat{\omega}_2 = 0$	0,0072 (3,0921 ^{***})

Напомена: . *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%.

Извор: Обрачун аутора.

Резултати тестирања допунске хипотезе Х3.5 показују да је вредност $\bar{\Gamma}_t$ позитивна и статистички значајна, што, такође, подржава валидност условног CAPM модела. Ова вредност је позитивна јер, иако је апсолутна вредност премије за тржишни ризик растућег тржишта нижа од апсолутне вредности опадајућег тржишта, растуће тржиште је присутно већи број месеци у укупном периоду истраживања.

Резултати за укупан период истраживања су делимично у складу са резултатима Вјендрама, будући да оцењена вредност премије за тржишни ризик опадајућег тржишта није статистички значајна. У овом истраживању се, баш као и код Вјендрама, допунска хипотеза Х3.4 одбацује, а допунска хипотеза Х3.5 не одбацује.⁵⁷³

Испитивање валидности условног CAPM модела са варирајућим бетама и премијама за ризик за период од јула 2007. до априла 2016. је започето применом Марковљевог модела промене режима на једноставан модел приноса тржишта, чиме су добијени параметри модела за режим растућег и опадајућег тржишта, који су приказани у табели 39.

⁵⁷³ Vendrame, V. (2014). op. cit., p. 235-243.

Табела 39: Параметри модела приноса тржишта утврђени помоћу Марковљевог модела примене режима (јул 2007. - април 2016.)

Параметри модела	Вредности
μ_1	-0,0397 (-2,0561 ^{**})
μ_2	0,0069 (0,7112)
σ_1	0,1022 (-9,4871 ^{***})
σ_2	0,0359 (-11,3644 ^{***})

*Напомена: У загради су наведене вредности z статистике. *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%. Параметри су утврђени на основу Марковљевог модела промене режима. μ_1 - стопа приноса опадајућег тржишта, μ_2 - стопа приноса растућег тржишта, σ_1 - стандардна девијација опадајућег тржишта, σ_2 - стандардна девијација растућег тржишта.*

Извор: Обрачун аутора.

Из табеле се може видети да просечна месечна стопа приноса за растуће тржиште износи 0,69% и да није статистички значајна, док је за опадајуће тржиште ова стопа статистички значајна и износи -3,97%. Оба тржишта имају изражену волатилност, али је волатилност опадајућег тржишта значајно већа.

Иако је апсолутна вредност просечне стопе приноса опадајућег тржишта значајно већа од растућег, растуће тржиште је нешто вероватније јер је присутно у већем броју месеци од опадајућег тржишта у анализираном периоду, што се може сагледати из наредне табеле:

Табела 40: Матрица константних Марковљевих транзиционих вероватноћа (јул 2007. - април 2016.)

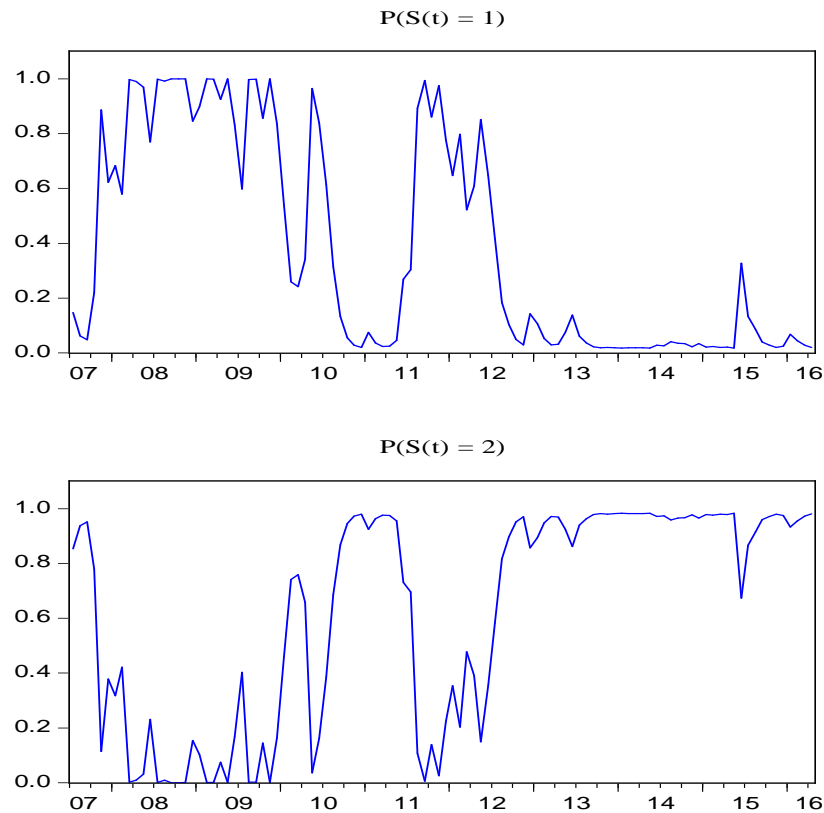
Параметри	Вредности
p_{11}	0,9372
p_{22}	0,9656
p_{12}	0,0628
p_{21}	0,0344

Напомена: Вероватноће су одређене помоћу Марковљевог модела промене режима примењеног на модел $r_{mt} = \mu_{ms_t} + \sigma_{ms_t}\eta_{s_t}$; p_{11} и p_{22} су вероватноће останка у стању опадајућег, односно растућег тржишта, респективно; p_{12} и p_{21} су вероватноће преласка из опадајућег у растуће и из растућег у опадајуће тржиште, респективно.

Извор: Обрачун аутора.

На слици 10 су представљене филтриране вероватноће опадајућег и растућег тржишта на Београдској берзи у периоду од јула 2007. до априла 2016. године. Опадајуће тржиште

је преовладавало од краја 2007. године до трећег квартала 2010. године, као и након првог квартала 2011. године, па све до другог дела 2012. године. У свим осталим деловима анализираног периода доминирало је растуће тржиште.



Слика 10: Филтриране вероватноће опадајућег и растућег тржишта (јул 2007. - април 2016.)

*Напомена: $P(S(t)=1)$ – вероватноћа опадајућег тржишта, $P(S(t)=2)$ – вероватноћа растућег тржишта.
Извор: Рад аутора.*

На основу изложеног, може се закључити да на српском тржишту капитала у периоду од јула 2007. до априла 2016. постоје два режима:

- режим растућег тржишта са позитивном просечном стопом приноса тржишта и нижом волатилношћу у односу на опадајуће тржиште и
- режим опадајућег тржишта са статистички значајном, негативном просечном стопом приноса тржишта и три пута израженијом волатилношћу у односу на растуће тржиште.

Треба нагласити да је само просечна стопа приноса режима опадајућег тржишта статистички значајна. Поред тога, апсолутна вредност просечне стопе приноса опадајућег тржишта је значајно већа од стопе приноса растућег тржишта, што значи да су губици остварени на опадајућем тржишту већи од добитака на растућем тржишту.

Упркос томе, режим растућег тржишта је нешто вероватнији у односу на режим опадајућег тржишта, јер је растуће тржиште преовлађивао у већем броју месеци анализираних периода.

Тестирање валидности условног CAPM модела са променљивим бетама и премијама за ризик у периоду од јула 2007. до априла 2016. резултирало је оценом параметара панела са константним параметрима, као и панела са фиксним и са стохастичким ефектима. Хаусманов тест је указао да је панел са стохастичким ефектима адекватнији за коришћење у односу на панел са фиксним ефектима. Сходно томе, у табели 41 су представљени резултати оцене параметара панела са стохастичким ефектима.

Табела 41: Резултати оцене параметара панела са стохастичким ефектима (јул 2007. - април 2016.)

	Коефицијенти	<i>t</i> -статистика
$\hat{\omega}_0$	-0,0171	-2,6878***
$\hat{\omega}_1$	-0,0366	-2,9284***
$\hat{\omega}_2$	0,0198	3,1289***
<i>Adj R</i> ²	0,0196	
F тест	33,7500***	
Хаусман χ^2	0,1200	

*Напомена: *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%. Adj R² - прилагођени коефицијент детерминације, Хаусман χ^2 – статистика Хаусмановог теста.*

Извор: Обрачун аутора.

Треба рећи да панели са константним параметрима и стохастичким ефектима дају идентичне резултате. Исто тако, табела показује да модел објашњава 1,96% варијабилитета стопа приноса у анализираним периоду. На бази добијеног резултата се види да је модел нешто успешнији у објашњавању варијација у стопама приноса у периоду од јула 2007. до априла 2016. године у односу на исти модел у периоду од децембра 2005. до априла 2016. године (0,9%), као и у односу на класични CAPM модел са константним бетама (0,72%).

Регресиони одсечак модела је негативан и статистички значајан (табела 41) и између њега и неризичне стопе постоји статистички значајна разлика (табела 42), што није у складу са теоријским очекивањима и води одбацивању допунске хипотезе Х3.3. Модел има негативну и статистички значајну премију за тржишни ризик опадајућег тржишта, као и позитивну и статистички значајну премију за тржишни ризик растућег тржишта

(табела 41), како то теорија очекује. То значи да ризичније акције (са већом бетом) остварују веће стопе приноса на растућем тржишту, али и веће губитке на опадајућем тржишту. Апсолутна вредност премије за тржишни ризик опадајућег тржишта (3,66%) је значајно већа од апсолутне вредности премије за тржишни ризик растућег тржишта (1,98%), што сугерише да су остварене стопе приноса на опадајућем тржишту биле ниске/негативне или је аверзија инвеститора на опадајућем тржишту висока.

У табели 42 су приказани резултати тестирања допунских хипотеза условног модела са бетама и премијама за тржишни ризик које варирају у времену за период од јула 2007. до априла 2016.

Табела 42: Резултати тестирања допунских хипотеза условног CAPM модела са бетама и премијама за тржишни ризик које варирају у времену (јул 2007. – април 2016.)

Хипотезе	Просечна вредност (t статистика)
$\hat{\omega}_0 = \bar{r}_f$	-0,0214 (-3,3702 ^{***})
$\hat{\omega}_1 - \hat{\omega}_2 = 0$	0,0564 (3,6093 ^{***})
$\bar{\Gamma}_t = p\hat{\omega}_1 + (1 - p_t)\hat{\omega}_2 = 0$	-0,0016 (-0,3590)

*Напомена: *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%.*

Извор: Обрачун аутора.

Резултати t теста, приказани у табели, наводе на закључак да између премије за тржишни ризик опадајућег и растућег тржишта постоји статистички значајна разлика, што води одбацивању допунске хипотезе Х3.4 и представља доказ у корист валидности условног CAPM модела. Из табеле 42 се види да је вредност $\bar{\Gamma}_t$ негативна, као и да није статистички значајна. Иако је број месеци у којима је доминирало растуће тржиште већи од броја месеци у којима је било изражено опадајуће тржиште, величина премије за тржишни ризик растућег тржишта није била довољно велика да би вредност $\bar{\Gamma}_t$ била позитивна и статистички значајна. Негативна вредност $\bar{\Gamma}_t$ показује да тржиште не надокнађује инвеститору изложеност систематском ризику. Све то води одбацивању допунске хипотезе Х3.5 и валидности условног модела на Београдској берзи у периоду од јула 2007. до априла 2016.

Треба истаћи да је, иако у анализираном случају условни CAPM модел нешто боље објашњава варијабилитет у стопама приноса (1,96%) у односу на класични CAPM модел (0,72%), вредност прилагођеног коефицијента детерминације још увек веома ниска.

Добијени резултати за период од јула 2007. до априла 2016. године су у складу са резултатима Вјендрама.⁵⁷⁴ Наиме, Вјендраме је добио статистички значајне оцене регресионог одсечка, премије за тржишни ризик растућег и опадајућег тржишта, при чему је премија растућег тржишта позитивна, а премија опадајућег тржишта негативна. Поред тога, Вјендраме, одбацује допунске хипотезе Х3.4 и Х3.5, што је случај и у овом истраживању.

Анализом свих добијених резултата се може утврдити да је оцењена вредност регресионог одсечка у оба анализирана периода висока, негативна и на статистички значајном нивоу различита од неризичне стопе приноса. Негативна вредност одсечка је последица економских превирања у Србији и глобално, која су довела до значајног опадања цена акција у неким деловима анализираних периода. Статистички значајна разлика вредности одсечка и неризичне стопе указује да су на Београдској берзи средстава конзистентно погрешно вреднована током анализираних периода. Поред тога, непоклапање одсечка и неризичне стопе указује да би, поред бете, додатни фактори могли бити од значаја приликом објашњавања варијација у стопама приноса, што потврђује и ниска вредност прилагођеног коефицијента детерминације.

У укупном периоду истраживања, оцењена вредност премије за тржишни ризик опадајућег тржишта није статистички значајна. Са друге стране, оцењена вредност премије за тржишни ризик растућег тржишта је статистички значајна, што би се можда могло објаснити чињеницом да је растуће тржиште преовлађивало у већем броју месеци испитиваног периода, те је и вероватноћа његовог појављивања већа. У другом анализираном периоду истраживања, упркос ниској вредности прилагођеног коефицијента детерминације, оцењене вредности премије за тржишни ризик растућег и опадајућег тржишта су статистички значајне.

Треба истаћи да ниска вредност коефицијента детерминације није увек повезана са лошим својствима оцењеног модела. На пример, у ситуацијама када се као улазни подаци користе стопе приноса акција, висока варијабилност њиховог кретања, велике осцилације око просека, из периода у период доводе до ниске оцењене вредности коефицијента детерминације, као што је то овде случај. У таквим условима, статистичка значајност независне варијабле не мора бити доведена у питање и још увек је могуће

⁵⁷⁴ Vendrame, V. (2014). op. cit., p. 241-243.

известити закључке о томе како је промена ове варијабле повезана са променама зависне варијабле. Проблем једино може настати ако се као циљ оцењеног модела постави предвиђање са одређеном дозом прецизности. Треба нагласити да би укључивање додатних варијабли у модел вероватно довело до побољшања његове способности објашњавања варијабилности у стопама приноса.

Важно је истаћи да, иако је укупна пондерисана премија за тржишни ризик ($\bar{\Gamma}_t$) позитивна у укупном анализираном периоду, она је негативна у периоду од јула 2007. до априла 2016. године, што указује на то да инвеститори нису награђени за изложеност систематском ризику.

Иако би се очекивало да условни CAPM модел са варијабилним бетама и премијама за тржишни ризик покаже боље резултате у односу на условни модел који има само варијабилне бете, добијени резултати не говоре у прилог томе. Наиме, условни модел са варирајућим бетама објашњава већи део варијација у стопама приноса. Овакав резултат је вероватно последица неспособности Марковљевог модела да на адекватан начин обухвати варијације у премијама за тржишни ризик.

Анализом свих добијених резултата може се закључити да, иако условни CAPM модел показује нешто боље резултате у односу на класични безусловни CAPM модел, он није погодан за коришћење на тржишту капитала Србије и не може се рећи да су његове карактеристике супериорније у односу на моделе са мерама ризика негативних одступања стопа приноса. Добијени резултати истраживања, дакле, доводе до одбацивања хипотезе Х3.

4.2.4. Резултати тестирања хипотезе о постојању структурних ломова на тржишту капитала Србије

Будући да анализирани периоди истраживања укључују период обележен Глобалном финансијском кризом, у докторату је коришћен Баи Перонов тест да би се утврдило евентуално постојање структурних ломова на Београдској берзи, односно да би се утврдило да ли је криза утицала на бета коефицијенте и њихову стабилност. Резултати примене Баи Пероновог теста на серије коришћене као апроксимација тржишног портфолија приликом утврђивања бета коефицијената различитих модела за процену ризика и приноса су представљени у табели 43.

Табела 43: Резултати тестирања Баи Пероновог теста

Варијабла	2005/12 – 2016/04	07/2007 – 04/2016
r_{mt}	-	07/2007 – 03/2009 04/2009 – 04/2016
x_{pvt}^D	-	-
x_{mt}^D	-	-

Напомена: $x_{pvt}^D = \min[r_{mt} - pv, 0]$, $x_{mt}^D = \min[r_{mt} - m, 0]$, pv просечна вредност стопе приноса индекса Белекслајн, m медијана стопе приноса индекса Белекслајн.

Извор: Обрачун аутора.

Из табеле се може видети да само Белекслајн индекс у периоду од јула 2007. до априла 2016. године има структурни лом, као и да тај лом дели анализирани период на два краћа периода: први од јула 2007. до марта 2009. године и други од априла 2009. до априла 2016. године.

4.2.4.1. CAPM модел са структурним ломом

У наставку рада су представљени резултати испитивања CAPM модела са укљученом вештачком варијаблом (структурним ломом), како би се утврдило да ли на тај начин долази до побољшања перформанси модела.⁵⁷⁵ С тим у вези је неопходно у првој фази регресионе анализе у две фазе оценити регресиони одсечак и коефицијент нагиба, као и диференцирани одсечак и нагиб. Тако се може утврдити да ли су на статистички значајном нивоу различите вредности само регресионог одсечка, само коефицијента нагиба регресионог правца или и одсечака и нагиба у посматраним периодима.

За четири акције из узорка вредност диференцираног регресионог одсечака (α_2 из формуле (4.16)) је статистички значајна, односно укључивањем вештачке варијабле у 12,90% случајева постоји разлика у вредности регресионог одсечка између регресије првог (јул 2007. – март 2009.) и другог (април 2009. – април 2016.) периода. Са друге стране, диференцирани коефицијент нагиба (β_2 из формуле (4.16)) је статистички значајан у девет од 31 случаја, што значи да у 29,03% случајева постоји разлика у висини бете првог и другог периода. Важно је нагласити да добијене резултате треба узети са

⁵⁷⁵ Вештачку варијаблу је било могуће укључити само у прву фазу регресионе анализе из две фазе, али не и приликом коришћења модификоване Фама Макбет методологије, јер је у неким од покретних прозора вредност вештачке варијабле једнака 1, па је матрица коваријанси сингуларна.

извесном дозом резерве, јер су у израчунавањима коришћене емпиријске серије које садрже свега 21 опсервацију у периоду од јула 2007. до марта 2009. године.

Резултати тестирања CAPM модела за периоде од јула 2007. до марта 2009. и од априла 2009. до априла 2016. су представљени у табелама 44 и 45:

Табела 44: Резултати тестирања безусловног CAPM модела са укљученим структурним ломовима – друга фаза регресионе анализе у две фазе

	$\hat{\gamma}_0$	$\hat{\gamma}_1$	Adj R ²
07/2007 – 03/2009	-0,0448 (-3,4758 ^{***})	-0,0391 (-3,5519 ^{***})	0,3200
04/2009 – 04/2016	-0,0050 (-2,2364 ^{**})	0,0070 (2,7614 ^{***})	0,0560

*Напомена: У загради су наведене вредности t статистике. *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%. Adj R² је вредност прилагођеног коефицијента детерминације.*

Извор: Обрачун аутора.

Табела 45: Резултати тестирања једнакости просечне неризичне стопе приноса и вредности регресионог одсечка безусловног CAPM модела са укљученим структурним ломовима

Период	$\hat{\gamma}_0 = \bar{r}_f$	$\hat{\gamma}_1 = \bar{r}_m - \bar{r}_f$
07/2007 – 03/2009	-3,6725 ^{***}	3,8682 ^{***}
04/2009 – 04/2016	-4,3768 ^{***}	2,4835 ^{**}

*Напомена: *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%.*

Извор: Обрачун аутора.

Оцењени регресиони одсечак у првом анализираном периоду је негативан и статистички значајан. Поред тога, одсечак се на статистички значајном нивоу разликује од просечне историјске вредности неризичне стопе (0,25%), што говори против валидности CAPM модела. Оцењена вредност премије за тржишни ризик је негативна и статистички значајна, а варијације у бетама могу да објасне 32% варијација у просечним стопама приноса првог периода. Оцењена вредност премије за тржишни ризик статистички значајна, али негативна. Поред тога, оцењена вредност премије ризика је статистички значајно различита од њене историјске вредности, што, такође, не подржава валидност модела.

Анализом резултата тестирања другог периода се може уочити да је оцењена вредност регресионог одсечка, такође, негативна и статистички значајна (-0,50% месечно). Поред тога, ова вредност се на статистички значајном нивоу разликује од просечне историјске неризичне стопе (0,48% месечно), што не подржава валидност CAPM модела. Оцењена

вредност премије за тржишни ризик је позитивна и статистички значајна, како то теорија очекује. Ова вредност се, међутим, статистички значајно разликује од просечне историјске вредности премије за тржишни ризик, што није у складу са захтевима теорије. У периоду од априла 2009. бета може да објасни 5,60% варијабилности у просечним стопама приноса.

Поредећи резултате добијене тестирањем CAPM модела без и са укљученим структурним ломом се види да се контролом периода у коме је био изражен утицај Глобалне финансијске кризе помоћу вештачких варијабли резултати модела побољшавају. Наиме, CAPM модел са укљученим структурним ломом бета коефицијентом објашњава значајно већи проценат варијабилитета у просечним стопама приноса у односу на класичан CAPM модел. Поред тога, оцењене вредности премије за тржишни ризик оба анализирана периода су статистички значајне. Због израженог опадајућег тржишта у првом периоду, премија за тржишни ризик је негативна, те акције са већом бетом (ризиком) остварују и веће губитке. Трговање на Београдској берзи у другом анализираном периоду показује знаке опоравка, те је оцењена вредност премије за тржишни ризик позитивна, што подразумева да акције са већом бетом остварују и веће добитке, баш како то CAPM претпоставља. Треба, међутим, нагласити да и након инкорпорације ефеката структурног лома у анализу, оцењена вредност регресионог одсечка сече SML правац испод неризичне стопе. То говори да на тржишту влада неравнотежа и/или модел није исправно специфициран и не укључује све релевантне факторе.

Као у овом истраживању, Ју је показао да инкорпорацијом вештачке варијабле у прву фазу регресионе анализе у две фазе приликом тестирања CAPM модела на тржишту капитала Филипина, у циљу укључивања ефектата Азијске кризе, долази до побољшања модела, јер доиста постоји структурна промена у вредности бета коефицијената анализираних средстава.⁵⁷⁶ Слично, Бунт и остали су укључивањем вештачких варијабли у тржишни модел показали да је увођење Акта о дерегулацији и монетарној контроли депозитних институција у САД довело до пораста систематског ризика банака.⁵⁷⁷

⁵⁷⁶ Yu, J. (2003). *op. cit.*

⁵⁷⁷ Bundt, T., Cosimano, T., & Halloran, J. (1992). *op. cit.*

4.2.4.2. Условни CAPM модел са структурним ломом

У наставку су приказани резултати тестирања условног CAPM модела са бетама које варирају у времену и структурним ломом укљученим у модел приликом израчунавања условних бета коефицијената. Вештачке варијабле су укључене у једначине средине M-GARCH модела, које се користе за израчунавање условних бета коефицијената. Вештачка варијабла је статистички значајна и утиче на стопе приноса акција у 21 од 31 случаја. Поред тога, вештачка варијабла утиче на стопе приноса индекса у 17 од 31 случаја.

Резултати примене модификоване Фама Макбет методологије (са укљученим структурним ломом) на стопе приноса и условне бета коефицијенте акција су приказани у табели 46, док су резултати тестирања једнакости просечне неризичне стопе приноса и просечне вредности регресионог одсечка условног CAPM модела са укљученим структурним ломом представљени у табели 47.

Табела 46: Резултати примене модификоване Фама Макбет методологије (са укљученим структурним ломом) на стопе приноса и условне бета коефицијенте акција

Период тестирања	$\bar{\phi}_0$	$\bar{\phi}_1$	Adj \bar{R}^2
07/2007 – 04/2016	-0,0126 (-1,9651 [*])	-0,0074 (-0,7943)	0,0413

Напомена: У заградама су наведене вредности t статистике. ^{*}, ^{**} и ^{***} указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%. Adj \bar{R}^2 је вредност прилагођеног коефицијента детерминације.

Извор: Обрачун аутора.

Табела 47: Резултати тестирања једнакости просечне неризичне стопе приноса и просечне вредности регресионог одсечка условног CAPM модела са укљученим структурним ломом

Период тестирања	$\bar{\phi}_0 = \bar{r}_f$
07/2007 – 04/2016	-2,6406 ^{***}

Напомена: ^{*}, ^{**} и ^{***} указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%.

Извор: Обрачун аутора.

Код условног модела са структурним ломом, оцењена вредност регресионог одсечка је негативна и статистички значајна (табела 46), баш као и код модела без укљученог структурног лома. Поред тога, ова вредност се на статистички значајном нивоу разликује од неризичне стопе (табела 47), што говори против валидности модела, и што није случај код условног CAPM модела без лома. Одступање оцењене вредности од историјске

вредности неризичне стопе је вероватно последица постојања неравнотеже на Београдској берзи и/или неадекватне спецификације модела.

Из табеле 46 се види да је код модела са структурним ломом, баш као и код модела без лома, оцењена вредност премије за тржишни ризик негативна и није статистички значајна, што не подржава валидност модела. Негативна вредност оцењене премије за тржишни ризик открива да тржиште не надокнађује инвеститорима изложеност систематском ризику. Условна бета модела са ломом објашњава 4,13% варијабилитета стопа приноса.

Добијени резултат наводи на закључак да модел без лома, као и модел са ломом, вероватно не укључује све релевантне факторе. Мора се, међутим, узети у обзир да добијени резултати и изведени закључци могу бити искривљени зато што Београдску берзу карактерише ниска ликвидност и нефреквентно трговање. Евентуално присуство ирационално формираних цена средстава, информационе неефикасности и манипулативних пракси, такође, доводи у питање исправност добијених резултата.

Резултати условног CAPM модела са укљученим структурним ломом, ипак, показују побољшање у односу на резултате добијене тестирањем условног модела без укључивања ефеката структурног лома. Наиме, модел са структурним ломом има мало већу способност да варијабилним бета коефицијентима објасни варијације у стопама приноса (4,13%) у односу на модел без укљученог лома (3,86%).

Пошта је за чешко тржиште капитала оценио условни CAPM модела код кога бете варирају у времену помоћу M-GARCH модела.⁵⁷⁸ У циљу обухватања утицаја тржишних турбуленција у периоду од 2008. до 2009. године он је у M-GARCH модел увео вештачке варијабле и установио да је вештачка варијабла која директно утиче на тржишне стопе приноса статистички значајна у 6 од 8 случајева, што је у складу са резултатима овог истраживања. Са друге стране, за разлику од резултата овог истраживања, вештачка варијабла која утиче на стопе приноса појединачних акција није статистички значајна ни у једном од случајева које је Пошта разматрао. Поред тога, Пошта је показао, уводећи вештачке променљиве, да је дошло до промене у висини бета коефицијената, као и у овом истраживању.

⁵⁷⁸ Pošta, V. (2012). op. cit.

Приликом тестирања условног CAPM модела структурни лом је укључен у процену условних бета коефицијената и условних премија за тржишни ризик. Панел регресионом анализом су оцењени параметри панела са константним параметрима, као и панела са стохастичким и фиксним ефектима. Хаусманов тест је показао да је панел са стохастичким ефектима прикладнији од панела са фиксним ефектима, услед чега су у табели 48 презентоване оцењене вредности његових параметара.⁵⁷⁹ Резултати тестирања допунских хипотеза условног CAPM модела са бетама и премијама за тржишни ризик које варирају у времену и укљученим структурним ломом су представљени у табели 49.

Табела 48: Резултати оцене параметара панела са стохастичким ефектима и структурним ломовима укљученим приликом израчунавања условних бета коефицијената и условних тржишних премија ризика (јул 2007. - април 2016.)

	Коефицијенти	<i>t</i> -статистика
$\hat{\omega}_0$	-0,0635	-4,8663***
$\hat{\omega}_1$	-0,0377	-2,7117***
$\hat{\omega}_2$	0,0065	1,0560
D_1	0,0669	4,5427***
<i>Adj R</i> ²	0,0599	
F тест	70,4742***	
Хаусман χ^2	0,0000	

Напомена: *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%. *Adj R*² - прилагођени коефицијент детерминације, Хаусман χ^2 – статистика Хаусмановог теста.

Извор: Обрачун аутора.

Табела 49: Резултати тестирања допунских хипотеза условног CAPM модела са бетама и премијама за тржишни ризик које варирају у времену и укљученим структурним ломом (јул 2007. - април 2016.)

Параметар	Просечна вредност (<i>t</i> статистика)
$\hat{\omega}_0 = \bar{r}_f$	0,0043 (-5,1982***)
$\hat{\omega}_1 - \hat{\omega}_2 = 0$	0,0442 (2,6224***)
$\bar{\Gamma}_t = p\hat{\omega}_1 + (1 - p_t)\hat{\omega}_2 = 0$	-0,0063 (-1,5702)

Напомена: *, ** и *** указују на статистичку значајност за 10%, 5% и 1%.

Извор: Обрачун аутора.

⁵⁷⁹ Панел са константним параметрима има исте вредности оцењених коефицијената као панел са стохастичким ефектима.

Оцењена вредност регресионог одсечка је негативна, статистички значајна (-6,35%) и значајно већа од оне у моделу без укључених структурних ломова. Поред тога, вредност регресионог одсечка се на статистички значајном нивоу разликује од просечне историјске неризичне стопе, баш као и код модела без укључених ломова.

Интересантно је да модел са укљученим структурним ломовима има негативну премију за тржишни ризик опадајућег тржишта и позитивну премију за тржишни ризик растућег тржишта, баш као што теорија очекује и баш као што је случај и код модела без укључених ломова. Код условног модела са укљученим ломовима је, међутим, само премија за тржишни ризик опадајућег тржишта статистички значајна, док су код модела без укључених ломова и премија опадајућег и растућег тржишта статистички значајне. Добијени резултати наводе на закључак да САРМ модел функционише на опадајућем тржишту, јер ризичније акције остварују и веће губитке. Са друге стране, не може се рећи да акције са већим систематским ризиком остварују веће стопе приноса на растућем тржишту.

Из табеле 48 се види да је апсолутна вредност премије за ризик опадајућег тржишта много већа од премије растућег тржишта. Поред тога, премије за ризик опадајућег тржишта модела са и без структурних ломова су сличне по вредности, док је оцењена вредност премије за тржишни ризик растућег тржишта значајно нижа код модела са укљученим ефектима структурних ломова. Важно је истаћи да је вештачка променљива укључена у панел регресиони модел, такође, статистички значајна. С обзиром на доминацију опадајућег тржишта у посматраном периоду, на основу добијених резултата се чини да Марковљев модел није био у стању да на адекватан начин обухвати варијације у премијама за тржишни ризик опадајућег и растућег тржишта, као и да су се тек укључивањем вештачке варијабле у панел регресионе моделе добили реалнији резултати.

Способност модела са структурним ломовима да објасни варијације у стопама приноса је већа у односу на модел без укључених структурних ломова (5,99% у односу на 1,96%), што говори о бољим перформансама модела са укљученим ломовима.

Резултати t теста (табела 49) показују да између вредности премије за тржишни ризик растућег и опадајућег тржишта постоји статистички значајна разлика, те се допунска хипотеза Х3.4 одбацује. Добијени резултат говори у прилог валидности условног модела са структурним ломовима и идентичан је резултату добијеном приликом тестирања

модела без ломова. Будући да је премија за тржишни ризик опадајућег тржишта значајно већа од премије за тржишни ризик растућег тржишта, укупна премија за тржишни ризик је негативна и није статистички значајна, што значи да тржиште не надокнађује инвеститорима изложеност систематском ризику. Резултат води одбацавању допунске хипотезе Х3.5 и идентичан је резултату добијеном тестирањем модела без ломова. Може се претпоставити, да је посматрани период исувише кратак и да ће у дужем периоду добици превазићи губитке од трговања на берзи, те ће укупна премија за тржишни ризик постати позитивна.

Иако се тестирањем валидности условног модела са и без укључених ломова не може извести коначан закључак о њиховој валидности на Београдској берзи, добијени резултати показују да модел са укљученим ломовима доиста има нешто боље перформансе у односу на модел без укључених ломова.

Добијени резултати тестирања модела са укљученим структурним ломом (безусловног CAPM модела, условног CAPM модела са варијабилним бетама и условног CAPM модела са варијабилним бетама и премијама за тржишни ризик) показују да ови модели имају нешто већу способност објашњавања варијација у стопама приноса у односу на моделе без лома. Сходно добијеним резултатима, хипотеза Х4 се не може одбацити.

5. Ограничења истраживања

Сprovedено истраживање има неколико ограничења. Прво ограничење се односи на величину коришћеног узорка. Наиме, узорак се састоји од релативно малог броја акција, јер се на Београдској берзи тргује малим бројем атрактивних и ликвидних хартија. У циљу добијања што је могуће кредибилнијих резултата, у овом истраживању узорак сачињавају само најликвидније акције котиране на берзи и истраживање је засновано на месечним стопама приноса. Даље, стопе приноса акција нису прилагођене за исплаћене дивиденде, јер наведени историјски подаци нису били доступни.

Период истраживања је релативно кратак, јер је историја трговања хартијама од вредности на Београдској берзи релативно кратка. Наиме, док се истраживања за развијена тржишта заснивају на периоду од готово 100 година, на српском тржишту капитала се интензивније тргује тек последњих 10-ак година, те се период истраживања у докторату протеже од децембра 2005. до априла 2016. године, односно од јула 2007. до априла 2016. године. Поред тога, за анализирани укупни период истраживања је карактеристично да је кратко растуће тржиште замењено интензивним опадајућим

тржиштем продубљеним Глобалном финансијском кризом, након кога је поново уследило умерено растуће тржиште. Интензивно опадајуће тржиште са великим падом цена хартија од вредности и израженом волатилношћу је довело до појаве екстремних, негативних стопа приноса и негативног коефицијента асиметричности емпиријских серија, те расподеле серија имају дебеле репове (висок коефицијент спљоштености) и распоред који одступа од нормалног. Просечне стопе приноса индекса су негативне, због интензитета пада цена у току опадајућег тржишта, а период истраживања није довољно дугачак да би се извели коначни закључци везани за избор оптималног модела за процену ризика и приноса на Београдској берзи.

Наредно ограничење је у вези са методологијом која је коришћена у истраживању. Наиме, услед релативно малог броја акција које сачињавају узорак, методологије засноване на креирању портфолија нису могле бити коришћене у истраживању. Даље, премија за тржишни ризик која варира у времену се заснива на претпоставци да у стварности постоје само два режима, опадајући и растући. Могуће је да би поред опадајућег и растућег режима, било прикладно увести у разматрање и режим стабилног тржишта. Поред тога, оцењене премије за тржишни ризик су добијене помоћу једноставног модела тржишног приноса, који има само регресиони одсечак. С обзиром на то да модел не укључује егзогене варијабле (као што су каматна стопа или друштвени бруто производ), могуће је да он није у стању да на адекватан начин опише стохастички процес генерисања тржишних стопа приноса.

Ово истраживање, као и већина сличних истраживања спроведених у свету, користи реализоване, а не очекиване стопе приноса, иако је CAPM модел дефинисан имајући у виду очекиване стопе. Ово може представљати озбиљан недостатак истраживања, јер између реализованих и очекиваних стопа приноса не мора да постоји никакав однос.

Полазећи од изложених ограничења, може се закључити да је формирана основа за спровођење будућих истраживања везаних за избор оптималног модела за процену ризика и приноса на тржишту капитала Србије, али и других земаља. Будућа истраживања би могла испитати прикладност Арбитражног модела процењивања, јер би економски и индустријски фактори могли бити од значаја за објашњавање варијација у стопама приносима на Београдској берзи. Исто тако, због ниске ликвидности карактеристичне за трговање на српском тржишту капитала, фактор ликвидности би могао бити значајан за објашњавање варијабилности стопа приноса.

У овом истраживању је за оцењивање параметара постављених регресионих модела коришћен метод најмањих квадрата. Будућа истраживања би могла користити друге методе оцене регресионих параметара, као што су *GLS* или *GMM* метод. Поред тога, природно би било проширити спроведену анализу и на друге земље у развоју, али и развијене земље, како би се утврдиле сличности и разлике између њихових тржишта капитала и оптималног модела за процену ризика и приноса.

ЗАКЉУЧАК

Тржиште капитала има значајну улогу у економском развоју сваке земље, јер усмерава домаћу штедњу и страни капитал у дугорочна улагања. За земље у развоју је обично карактеристично да су им тржишта капитала слабо развијена, што отежава финансирање будућег раста њихових привреда и унапређење конкурентности на глобалном нивоу. Специфичне карактеристике тржишта капитала у развоју, а посебно чињеница да обично нису у потпуности интегрисана у светско тржиште, су од значаја за утврђивање адекватног модела за процену ризика и приноса хартија од вредности. Овај рад је имао за циљ теоријско-методолошку и емпиријску анализу применљивости алтернативних модела за процену ризика и приноса на тржишту капитала Србије.

Један од првих и најчешће коришћених модела за процену ризика и приноса је *CAPM* модел. Овај релативно једноставан модел је формулисан у циљу објашњавања разлика у висини премије ризика различитих хартија од вредности. Наиме, *CAPM* модел повезује очекиване стопе приноса са систематским ризиком, мереним бета коефицијентом хартије. Модел имплицира да ће инвеститори очекивати више стопе приноса када су изложени вишем нивоу систематског ризика, и обрнуто. Током последњих пола века, модел је био предмет бројних оспоравања и критика, а резултати испитивања његове валидности су контрадикторни. Модел се, наиме, није показао валидним на многим тржиштима, што је нарочито чест случај на тржиштима у развоју.

Тестирањем класичног, безусловног *CAPM* модела помоћу регресионе анализе у две фазе и модификоване Фама Макбет методологије на узорку стопа приноса најликвиднијих акција Београдске берзе у периоду од децембра 2005. до априла 2016. године, односно од јула 2007. до априла 2016. године, установљено је да је константа у постављеним моделима негативна, статистички значајна и мања од неризичне стопе приноса. То значи да *SML* правац сече ординату испод неризичне стопе, што може да указује да други фактори попут фактора ликвидности, економских, индустријских и других фактора, такође, утичу на стопе приноса хартија од вредности и/или да је српско тржиште капитала у посматраном периоду било прецењено. Истраживањем је установљено да систематски ризик мерен бетом није вреднован на српском тржишту капитала, као и да процењена премија за тржишни ризик у већини испитиваних случајева није позитивна, како се то очекује. Мала способност систематског ризика да објасни варијације у просечним стопама приноса може бити последица неефикасности

тржишног портфолија, чињенице да инвеститори уз стопе приноса и њихове варијансе воде рачуна и о другим варијаблама, као што су лични доходак и будуће могућности улагања. Поред тога, могуће је да модел не садржи све релевантне факторе, да српско тржиште капитала није ефикасно, да бета није адекватна мера ризика, као и да се бете и/или аверзија инвеститора према ризику мењају у времену и нису константне како то CAPM модел претпоставља.

Узимајући у обзир све што је наведено може се закључити да традиционални модел није адекватан за примену на Београдској берзи, те се Хипотеза 1 - *Класични, безусловни CAPM модел са конвенционалним бета коефицијентима није погодан за процену ризика и приноса на тржишту капитала Србије* не може одбацити.

Нека истраживања указују да су се модели за процену ризика и приноса са мерама ризика негативних одступања стопа приноса показали прикладним за коришћење на тржиштима у развоју. Услед тога, у докторској тези је испитана применљивост CAPM модела са бетама негативних одступања стопа приноса утврђеним у односу на просечну вредност, CAPM модела са бетама негативних одступања стопа приноса утврђеним у односу на медијану, као и модела за процену ризика и приноса са мером ризика заснованом на полудевијацији. Резултати истраживања су показали да се, за разлику од CAPM модела са бетама негативних одступања стопа приноса утврђеним у односу на медијану, код модела са мером ризика заснованом на полудевијацији, као и у већини анализираних случајева код CAPM модела са бетом негативних одступања стопа приноса утврђеном у односу на просечну вредност, не може сматрати да постоји једнакост између регресионог одсечка и неризичне стопе. Добијени резултат је указао да модели можда не обухватају све значајне факторе ризика и/или је српско тржиште капитала у неравнотежи.

У анализираним периодима, оцењена премија за ризик испитиваних модела са мерама ризика негативних одступања је у готово свим случајевима била негативна и статистички значајна. Негативна премија је резултат израженог опадајућег тржишта присутног у великом делу анализираних периода и указује да се инвеститорима не надокнађује изложеност ризику негативних одступања. Може се претпоставити да је добијени резултат последица кратке историје трговања и да ће у будућности добици од трговања превазићи губитке, те ће и регресиони коефицијенти модела попримити позитивну вредност. Бете негативних одступања стопа приноса презентованих модела имају већу способност да објасне варијације у просечним стопама приноса у односу на

класичну бету. Ипак, вредност прилагођеног коефицијента детерминације модела са бетама негативних одступања је релативно ниска, што наводи на закључак да модели вероватно не укључују све релевантне факторе. Вредност прилагођеног коефицијента детерминације модела за процену ризика и приноса са мером ризика заснованом на полудевијацији је значајно виша него код свих претходно анализираних модела. Важно је указати да на квалитет резултата и закључака може утицати ниска ликвидност, информациона неефикасност, изражена волатилност и неразвијеност српског тржишта капитала. Поред тога, треба нагласити да постоји могућност да су коришћене мере ризика негативних одступања стопа приноса и аверзија инвеститора према ризику променљиви у времену, што модели не узимају у обзир.

Будући да модел за процену ризика и приноса са мером ризика заснованом на полудевијацији од свих претходно анализираних модела има највишу вредност прилагођеног коефицијента детерминације, може се закључити да је несистематски ризик значајна компонента укупног ризика на Београдској берзи. Исто тако, сви анализирани модели са мерама ризика негативних одступања објашњавају значајно већи проценат варијација у просечним стопама приноса од безусловног CAPM модела, те се Хипотеза 2 - *Употреба мера ризика негативних одступања стопа приноса, уместо конвенционалних бета коефицијената, унапређује апликативност модела за процену ризика и приноса на тржишту капитала Србије*, не може одбацити.

У новије време, велико интересовање влада за посебну класу условних модела за процену ризика и приноса, која је заснована на коришћењу променљивих бета коефицијената и премија за тржишни ризик, као и употреби напредних економетријских модела. У докторској тези је тестирана валидност условног CAPM модела са променљивим бетама и условног CAPM модела са променљивим бетама и премијама за тржишни ризик. Резултати тестирања условног CAPM модела са променљивим бетама су показали да, иако постоји једнакост између регресионог одсечка и неризичне стопе, условна бета није статистички значајна за објашњавање варијација стопа приноса анализираних периода. Може се закључити да модел вероватно не садржи све релевантне факторе ризика и/или да условна бета није адекватна мера ризика. Постоји могућност да дијагонални M-GARCH-BEKK модел заснован на месечним стопама приноса није прикладан за утврђивање условних бета коефицијената на српском тржишту капитала.

Резултати тестирања условног CAPM модела са променљивим бетама и премијама за тржишни ризик су показали да је оцењена вредност регресионог одсечка негативна и на статистички значајном нивоу различита од неризичне стопе приноса. Као и у претходним случајевима, изведен је закључак да је српско тржиште капитала вероватно било у неравнотежи. Поред тога, могуће је да модел не садржи све релевантне факторе ризика. Вредност прилагођеног коефицијента детерминације модела је ниска, што може бити последица високе варијабилности стопа приноса акција из узорка и/или чињенице да модел не садржи све значајне варијабле. Укупна пондерисана премија за тржишни ризик је позитивна и статистички значајна у периоду од децембра 2005. до априла 2016. године, што је вероватно последица чињенице да је растуће тржиште преовлађивало у већем броју месеци испитиваног периода. Са друге стране, у периоду од јула 2007. до априла 2016. укупна премија за тржишни ризик није ни позитивна, ни статистички значајна, те резултати нису робусни у времену и зависе од коришћеног узорка.

Иако је способност условних модела да објасне варијације у стопама приноса помоћу условних бета и премија ризика већа у односу на традиционални CAPM модел, она је значајно мања од модела за процену ризика и приноса са мерама ризика негативних одступања стопа приноса. Полазећи од резултата емпиријског истраживања, може се закључити да се Хипотеза 3 - *Условни CAPM модел са променљивим бетама и премијама тржишног ризика је погодан за коришћење на тржишту капитала Србије и супериорнији је у односу на класични, безусловни CAPM модел и CAPM модел са бетама негативних одступања стопа приноса*, одбацује.

Истраживањем је утврђено да индекс Белекслајн има структурни лом у периоду од јула 2007. до априла 2016. године, те је анализирани период подељен на два краћа периода (од јула 2007. до марта 2009. и од априла 2009. до априла 2016.). Укључивање вештачке варијабле (структурног лома) у прву фазу регресионе анализе у две фазе приликом тестирања модела је довело до пораста вредности њиховог прилагођеног коефицијента детерминације. У складу са добијеним резултатима, Хипотеза 4 - *Вишеструки структурни ломови су присутни на тржишту капитала Србије и њихово укључивање у моделе за процену ризика и приноса побољшава перформансе ових модела*, се, такође, не може одбацити.

Модели за процену ризика и приноса су по правилу формирано за развијена тржишта капитала и не узимају у обзир специфичности тржишта у развоју. За српско тржиште капитала, као и већину других тржишта у развоју, је карактеристично да је уско, плитко,

слабо ликвидно, високо волатилно, недовољно транспарентно, са израженом информационом асиметријом, делимично неинтегрисано у светско тржиште и извесно неефикасно. Управо те карактеристике тржишта су имале утицај на избор адекватног модела за предвиђање очекиване стопе приноса хартије на Београдској берзи. Наиме, истраживање је показало да мера ризика заснована на полудевијацији има већу способност описивања варијација од мера систематског ризика, јер је учешће несистематског у укупном ризику значајно. Будући да инвеститори настоје да се заштите од губитака, односно од одступања испод минимално прихватљиве стопе приноса, мере ризика негативних одступања стопа приноса су интуитивно боље, што су потврдили и добијени резултати. Од свих анализираних модела, модел за процену ризика и приноса са мером ризика заснованом на полудевијацији има највећу способност да објасни варијабилност стопа приноса хартија од вредности на Београдској берзи. Потребно је нагласити да испитивани модели са малом способношћу објашњавања варијација у стопама приноса на Београдској берзи вероватно не укључују све релевантне факторе ризика. Укључивање вештачких варијабли у моделе за процену ризика и приноса због присуства структурног лома је, доиста, унапредило применљивост испитиваних модела.

Сprovedено истраживање, међутим, има неколико објективних ограничења, која су највећим делом последица кратке историје трговања и неразвијености српског тржишта капитала. Наиме, узорак на бази кога је спроведено истраживање садржи релативно мали број акција. Уз то, коришћене стопе приноса нису прилагођене за исплаћене дивиденде, период истраживања је релативно кратак, а коришћене су историјске уместо реализованих стопа приноса. Поред тога, истраживање условног CAPM модела са бетама и премијама ризика које варирају у времену је засновано на релативно једноставном Марковљевом моделу тржишног приноса, а премија за тржишни ризик је варијала у времену између опадајућег и растућег режима.

Узимајући у обзир презентоване резултате и ограничења, може се закључити да би будућа истраживања избора оптималног модела за процену ризика и приноса на Београдској берзи могла испитати прикладност APM модела, као и модела који узима у обзир фактор ликвидности. Уместо метода најмањих квадрата, који је коришћен за оцену параметара регресионих модела, будућа истраживања би могла користити напредније статистичке методе. Исто тако, спроведену анализу би имало смисла проширити и на друге земље у развоју, али и развијене земље.

ЛИТЕРАТУРА

1. Abdullah, K. A., Al-Jafari, M. K., Tai, H. A., & Ahmad, A. A. (2011). The Relationship between Risk and Return: An Empirical Study of Kuwait Stock Exchange. *International Research Journal of Finance and Economics*, 66(1): 22-28.
2. Abdymomunov, A., & Morley, J. (2011). Time Variation of CAPM Betas across Market Volatility Regimes. *Applied Financial Economics*, 21(19): 1463-1478.
3. Abiyev, V. (2015). Time-Varying Beta Risk and Its Modeling Techniques for Turkish Industry Portfolios. *Iktisat Isletme ve Finans*, 30(349): 09-34.
4. Acharya, V. V., & Pedersen, L. H. (2005). Asset Pricing with Liquidity Risk. *Journal of Financial Economics*, 77(2): 375-410.
5. Adcoc, S. (2014). Mean-Variance-Skewness Efficient Surfaces, Stein's Lemma and the Multivariate Extended Skew-Student Distribution. *European Journal of Operational Research*, 234(2): 392-401.
6. Adcoc, S., Eling, M., & Loperfido, N. (2015). Skewed Distributions in Finance and Actuarial Science: A Review. *European Journal of Finance*, 21(13-14):1253-1281.
7. Agrawal, A., & Tandon, K. (1994). Anomalies or Illusions? Evidence from Stock Markets in Eighteen Countries. *Journal of International Money and Finance*, 13(1): 83–106.
8. Akbar, M. (2013). *A Comparative Empirical Investigation of the Validity of the Traditional CAPM, the Higher-Moment CAPM and the Downside Risk Based CAPM in the Emerging Equity Market of Pakistan*. PhD Thesis. Islamabad: Bahria University.
9. Akbar, M., Rahman, A., & Mahmood, Z. (2012). The Myth of Downside Risk Based CAPM; Evidence from Pakistan. *Interdisciplinary Journal of Contemporary Research in Business*, 4(6): 860-869.
10. Alexander, C. (2001). *Market Models: A Guide to Financial Data Analysis*. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd.
11. Alexander, C. (2008a). *Market Risk Analysis: Volume I, Quantitative Methods in Finance*. Chichester: John Wiley and Sons, Ltd.
12. Alexander, C. (2008b). *Market Risk Analysis: Volume II, Practical Financial Econometrics*. Chichester: John Wiley and Sons, Ltd.
13. Alexander, C. (2008c). *Market Risk Analysis: Volume IV, Value-at-Risk Models*. Chichester: John Wiley and Sons, Ltd.

14. Allen, F., Bernardo, A. E., & Welch, I. (2000). A Theory of Dividends Based on Tax Clienteles. *Journal of Finance*, 55(6): 2499-2536.
15. Amihud, Y. (2002). Illiquidity and Stock Returns: Cross-Section and Time-Series Effects. *Journal of Financial Markets*, 5(1): 31-56.
16. Amihud, Y., & Mendelson, H. (1986). Asset Pricing and the Bid-Ask Spread. *Journal of Financial Economics*, 17(2): 223-249.
17. Amihud, Y., Christensen, B., & Mendelson, H. (1992). Further Evidence on the Risk Return Relationship. *Stanford University Working Paper No. 1248*.
18. Amihud, Y., Mendelson, H., & Pedersen, L. H. (2005). *Liquidity and Asset Prices*. Hanover: Now Publishers Inc.
19. Ang, A., & Chen, J. (2007). CAPM over the Long Run: 1926-2001. *Journal of Empirical Finance*, 14 (1): 1-40.
20. Ang, A., Chen, J., & Xing, Y. (2002). Downside Correlation and Expected Stock Returns. *SSRN Working Paper No. 282986*.
21. Ang, A., Chen, J., & Xing, Y. (2006). Downside Risk. *Review of Financial Studies*, 19(4): 1191-1239.
22. Ang, A., Liu, J., & Schwarz, K. (2018). Using Stocks or Portfolios in Tests of Factor Models. Available at <http://finance.wharton.upenn.edu/~kschwarz/Portfolios.pdf> (01.08.2018.).
23. Annaert, J., Van Holle, F., Crombez, J., & Spinel, B. (2002). Value and Size Effect: Now You See It, Now You Don't. *Ghent University Working Paper No. 2002/146*.
24. Artavanis, N., Diacogiannis, G., & Mylonakis, J. (2010). The D-CAPM: The Case of Great Britain and France. *International Journal of Economics and Finance*, 2(3): 25-38.
25. Asness, C. S., Moskowitz, T. J., & Pedersen, L. H. (2013). Value and Momentum Everywhere. *Journal of Finance*, 68(3): 929-985.
26. Azeez, A., & Yonezawa, Y. (2006). Macroeconomic Factors and the Empirical Content of the Arbitrage Pricing Theory in the Japanese Stock Market. *Japan and the World Economy*, 18(4): 568-591.
27. Back, K. E. (2010). *Asset Pricing and Portfolio Choice Theory*. Oxford: Oxford University Press.
28. Baesel, J. B. (1974). On the Assessment of Risk: Some Further Considerations. *Journal of Finance*, 29(5): 1491-1494.

29. Bagella, M., Becchetti, L., & Carpentieri, A. (2000). The First Shall be last: Size and Value Strategy Premia at the London Stock Exchange. *Journal of Banking and Finance*, 24(4): 893-919.
30. Bai, J., & Perron, P. (2003). Computation and Analysis of Multiple Structural Change Models. *Journal of Applied Econometrics*, 18(1), 1–22.
31. Bali, T. G., & Engle, R. F. (2010). Resurrecting Conditional CAPM with Dynamic Conditional Correlations. *SSRN Working Paper No. 1298633*.
32. Bali, T. G., Engle, R. F., & Tang, Y. (2013). Dynamic Conditional Beta is Alive and Well in the Cross-Section of Daily Stock Returns. *Koc University-Tusiad Economic Research Forum Working Paper No. 1305*.
33. Banz, R. W. (1981). The Relationship between Return and Market Value of Common Stocks. *Journal of Financial Economics*, 9(1): 3-18.
34. Barinov, A., Xu, J., & Pottier, S. W. (*in press*). Estimating the Cost of Equity Capital for Insurance Firms with Multiperiod Asset Pricing Models. *Journal of Risk and Insurance*.
35. Barry, B. C., & Rodriguez, M. (2004). Risk and Return Characteristics of Property Indices in Emerging Markets. *Emerging Markets Review*, 5(2): 131-159.
36. Bartlett, M. S. (1938). Further Aspects of the Theory of Multiple Regression. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 34(1): 33-47.
37. Basu, S. (1977). Investment Performance of Common Stocks in Relation to Their Price-Earnings Ratio: a Test of the Efficient Market Hypothesis. *Journal of Finance*, 77(3): 663-682.
38. Bawa, V. S., (1975). Optimal Rules for Ordering Uncertain Prospects. *Journal of Financial Economics*, 2(1): 95-121.
39. Bawa, V. S. & Lindberg, E. B. (1977). Capital Market Equilibrium in a Mean-Lower Partial Moment Framework. *Journal of Financial Economics*, 5(2): 189-200.
40. Baytas, A., & Cakici, N. (1999). Do Markets Overreact: International Evidence. *Journal of Banking and Finance*, 23(7):1121-1144.
41. Beenstock, M, & Chan, K. F. (1986). Testing the Arbitrage Pricing Theory in the United Kingdom. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 48(2): 121-141.
42. Beenstock, M., & Chan, K. (1988). Economic Forces in the London Stock Market. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 50(1): 27-39.
43. Bekaert, G., Erb, C., Harvey, C. R., & Viskanta, E. (1998). Distributional Characteristics of Emerging Market Returns and Asset Allocation. *Journal of Portfolio Management*, 24(2): 102-116.

44. Bekaert, G., & Harvey, C. R. (2002). Research in Emerging Markets Finance: Looking to the future. *Emerging Markets Review*, 3(4): 429-448.
45. Bekaert, G., & Harvey, C. R. (2014). Emerging Equity Markets in a Globalizing World. *SSRN Working Paper No. 2344817*.
46. Bekhet, H. & Matar, Al. (2012). Risk-Adjusted Performance: A Two-Model Approach Application in Amman Stock Exchange. *International Journal of Business and Social Science*, 3(7): 34-45.
47. Benson, K., & Faff, R. (2013). β . *ABACUS*, 49(S1): 24-31.
48. Berk, J. & DeMarzo, P. (2011). *Corporate Finance*. Boston: Pearson Education, Inc.
49. Berkman, H. (2013). The Capital Asset Pricing Model: A Revolutionary Idea in Finance! *ABACUS*, 49(S1): 32-35.
50. Bilgin, R. & Basti, E. (2014). Further Evidence on the Validity of CAPM: the Istanbul Stock Exchange Application. *Engineering Economics*, 25(1): 5-12.
51. Bilson, C., Brailsford, T., & Hooper, V. (2001). Selecting Macroeconomic Variables as Explanatory Factors of Emerging Stock Market Returns. *Pacific-Basin Finance Journal*, 9(4): 401-426.
52. Black, F. (1972). Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing. *Journal of Business*, 45(3): 444-454.
53. Black, F., Jensen, M., & Scholes, M. (1972). The Capital Asset Pricing Model: Some empirical tests. *Studies in the Theory of Capital Markets*. New York: Praeger Publishers.
54. Blake, D. (2000). *Financial Market Analysis*. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd.
55. Blume, M. E. (1971). On the Assessment of Risk. *Journal of Finance*, 26(1): 1-10.
56. Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. (2014). *Investments*. New York: McGraw-Hill Education.
57. Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3): 307-327.
58. Bollerslev, T. (1990). Modelling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH Model. *Review of Economics and Statistics*, 72(3): 498-505.
59. Bollerslev, T. (2008). Glossary to ARCH (GARCH). *SSRN Working Paper No. 1263250*.
60. Bollerslev, T., Chou, R. Y, & Kroner, K. F. (1992). ARCH modeling in finance. *Journal of Econometrics* 52(1-2): 5-59.
61. Bollerslev, T., Engle, R. F., & Wooldridge, J. M. (1988). A Capital-Asset Pricing Model with Time-Varying Covariances. *Journal of Political Economy*, 96(1): 116-31.

62. Borys, M. (2011). Testing Multi-Factor Asset Pricing Models in the Visegrad Countries. *Czech Journal of Economics and Finance*, 61(2): 118-139.
63. Bos, T., & Newbold, P. (1984). An Empirical Investigation of the Possibility of Stochastic Systematic Risk in the Market Model. *Journal of Business*, 57(1): 35-41.
64. Bossaerts, P., & Plott, C. (2002). The CAPM in Thin Experimental Financial Markets. *Journal of Economic, Dynamics & Control*, 26(7-8): 1093-1112.
65. Brennan, M. (1970). Taxes, Market Valuation and Corporate Financial Policy. *National Tax Journal*, 23(4): 417-427.
66. Brennan, M. J. (1971). Capital Market Equilibrium with Divergent Borrowing and Lending Rates. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 6(5): 1197-1205.
67. Brennan, M. J., & Subrahmanyam, A. (1996). Market Microstructure and Asset Pricing: On the Compensation for Illiquidity in Stock Returns. *Journal of Financial Economics*, 41(3): 441-464.
68. Brennan, M. J., Wang, A. W., & Xia, Y. (2004). Estimation and Test of a Simple Model of Intertemporal Capital Asset Pricing. *Journal of Finance*, 59(4): 1743-1775.
69. Brooks, C. (2014). *Introductory Econometric for Finance*. Cambridge: Cambridge University Press.
70. Brooks, R. D., Faff, R. W., & Ariff, M. (1996). The Nature and Extent of Beta Instability in the Kuala Lumpur Stock Market. *Capital Market Review*, 4(2): 1-14.
71. Brooks, R. D., Faff, R. W., & Ariff, M. (1998). An Investigation into the Extent of Beta Instability in the Singapore Stock Market. *Pacific-Basin Finance Journal*, 6(1-2): 87-101.
72. Bruner, R. F., Eades, K. M., Harris, R. S. & Higgins, R. C. (1998). Best Practices in Estimating the Cost of Capital: Survey and Synthesis. *Financial Practice and Education*, 27(1): 13-28.
73. Bundt, T., Cosimano, T., & Halloran, J. (1992). DIDMCA and Bank Market Risk: Theory and Evidence. *Journal of Banking and Finance*, 16(6): 1179-1193.
74. Burmeister, E., Roll, R., Ross, S. A., Elton, E. J., Gruber, M., Grinold, R. & Khan, R. (1994). *A Practitioner's Guide to Factor Models*. Charlottesville: The Research Foundation of the Institute of Chartered Financial Analysts.
75. Campbell, J. Y., Lettau, M., Malkiel, B., & Xu, Y. (2001). Have Individual Stocks Become More Volatile? An Empirical Exploration of Idiosyncratic Risk. *Journal of Finance*, 56(1): 1-43.

76. Campbell, J. Y., Lo, A. W., & MacKinlay, A. C. (1996). *The Econometrics of Financial Markets*. New Jersey: Princeton University Press.
77. Campbell, J. Y., & Thompson, S. B. (2008). Predicting Excess Stock Returns Out of Sample: Can Anything Beat the Historical Average? *Review of Financial Studies*, 21(4): 1509–1531.
78. Canegrati, E. (2008). Testing the CAPM: Evidence from Italian Equity Markets. *MPRA Working Paper No. 10407*.
79. Capiello, L., & Fearnley, T. (2000). International CAPM with Regime Switching GARCH Parameters. Available at <http://www.smartquant.com/references/CAPM/CAPM1.pdf> (15.07.2017.).
80. Carhart, M. M., (1997). On Persistence in Mutual Fund Performance. *Journal of Finance*, 52(1): 57-82.
81. CFA Institute (2014). *Corporate Finance and Portfolio Management, Level I, Volume 4*. New Jersey: Wiley Global Finance.
82. Chan, H. W., & Faff, R. W. (2003). An Investigation into the Role of Liquidity in Asset Pricing: Australian Evidence. *Pacific-Basin Finance Journal*, 11(5): 555-572.
83. Chan, K. C., & Chen, N. (1991). Structural and Return Characteristics of Small and Large Firms. *Journal of Finance*, 46(4): 1467-1484.
84. Chan, K. C., Chen, N., & Hsieh, D. A. (1985). An Exploratory Investigation of the Firm Size Effect. *Journal of Financial Economics*, 14(3): 451-471.
85. Chan, K., Hameed, A., & Tong, W. (2000). Profitability of Momentum Strategies in the International Equity Markets. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 35(2): 153-172.
86. Chan, L. K. C., & Lakonishok, J. (1993). Are the Reports of Beta's Death Premature? *Journal of Portfolio Management*, 19(4): 51-62.
87. Chang, Y. Y., Faff, R., & Hwang C. (2010). Liquidity and Stock Returns in Japan: New Evidence. *Pacific-Basin Finance Journal*, 18(1): 90-115.
88. Chen, N. F., Roll, R., & Ross, S. A. (1986). Economic Forces and the Stock Market. *Journal of Business*, 59(3): 383-403.
89. Chen, S., & Huang, N. (2007). Estimates of the ICAPM with Regime-Switching Betas: Evidence from Four Pacific Rim Economies. *Applied Financial Economics*, 17(4): 313-327.
90. Cheung, Y., Wong, K. & Hoo, Y. (1993). The Pricing of Risky Assets in Two Emerging Asian Markets - Korea and Taiwan. *Applied Financial Economics*, 3(4): 315-324.

91. Chevapatrakul, T. (2013). Return Sign Forecast Based on Conditional Risk: Evidence from the UK Stock Market Index. *Journal of Banking and Finance*, 37(7): 2342-2353.
92. Chiao, C., & Heung, C. J. (2005). Overreaction Effects Independent of Risk and Characteristics: Evidence from the Japanese Stock Market. *Japan and the World Economy*, 17(4): 431-455.
93. Cho, D. C., Elton, E. J., & Gruber, M. J. (1984). On the Robustness of the Roll and Ross Arbitrage Pricing Theory. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 19(1): 1-10.
94. Chong, J. T., Jennings, W. P., & Phillips, G. M. (2013). Why Downside Beta is Better: An Educational Example. *American Journal of Business Education*: 6(3): 371-374.
95. Chopra, N., Lakonishok, J., & Ritter, J. R. (1992). Measuring abnormal Performance. Do Stocks Overreact? *Journal of Financial Economics*, 31(2): 235-268.
96. Chopra, V. K., & Ziemba, W. T. (1993). The Effects of Errors in Means, Variances, and Covariances on Optimal Portfolio Choice. *Journal of Portfolio Management*, 19(2): 6-11.
97. Chordia, T., & Shivakumar, L. (2002). Momentum, Business Cycle, and Time-Varying Expected Returns. *Journal of Finance*, 57(2): 985-1019.
98. Chordia, T., Subrahmanyam, A., & Tong, Q. (2014). Have Capital Market Anomalies Attenuated in the Recent Era of High Liquidity and Trading Activity. *Journal of Accounting and Economics*, 58(1): 41-58.
99. Chou, P. (2000). Alternative Tests of the Zero-Beta CAPM. *Journal of Financial Research*, 23(4): 469-493.
100. Ciccone, S. J. (2011). Investor Optimism, False Hopes and the January Effect. *Journal of Behavioral Finance*, 12(3): 158-168.
101. Clare, A. D., Smith, P. N., & Thomas, S. H. (1997). UK Stock Returns and Robust Tests of Mean Variance Efficiency. *Journal of Banking and Finance*, 21(5): 641-660.
102. Cochrane, J. H. (2001). *Asset Pricing*. Princeton: Princeton University Press.
103. Cochrane, J. H. (2008). Financial Markets and the Real Economy. In: Mehra, R. (Ed.) *Handbook of the Equity Risk Premium*. Amsterdam: Elsevier.
104. Cochrane, J. H. (2011). Presidential Address: Discount Rates. *Journal of Finance*, 66(4): 1047-1108.
105. Collins, D. W., Ledolter, J., & Rayburn, J. (1987). Some Further Evidence on the Stochastic Properties of Systematic Risk. *Journal of Business*, 60(3): 425-448.
106. Чупић, М. (2015). Управљање ризиком и вредност корпорације. Економски хоризонти, 17(3): 219-232.

107. Da Costa, N. C. A. (1994). Overreaction in the Brazilian Stock Market. *Journal of Banking and Finance*, 18(4): 633-642.
108. Damodaran, A. (2002). Estimating Risk Parameters. Damodaran Online. Available at <http://people.stern.nyu.edu/adamodar> (02.08.2015.).
109. Дамодаран, А. (2005). *Корпоративне финансије: теорија и пракса*. Подгорица: МОДУС.
110. Damodaran, A. (2011). *Applied Corporate Finance*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc.
111. Daniel, K., & Titman, S. (1997). Evidence on the Characteristics of Cross Sectional Variation in Stock Returns. *Journal of Finance*, 52(1): 1-33.
112. Daniel, K., & Titman, S. (2006). Market Reactions to Tangible and Intangible Information. *Journal of Finance*, 61(4): 1605-1643.
113. Danielsson, J. (2011). *Financial Risk Forecasting*. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd.
114. De Bondt, W. F. M., & Thaler, R. (1985). Does Stock Market Overreact? *Journal of Finance*, 40(3): 793-805.
115. De Bondt, W. F. M., & Thaler, R. H. (1987). Further Evidence on Investor Overreaction and Stock Market Seasonality. *Journal of Finance*, 42(3): 28-30.
116. DeGennaro, R. P., & Robotti, C. (2007). Financial Market Frictions. *Economic Review*, 92(3): 1-16.
117. DeMiguel, V. Garlappi, L., & Uppal, R. (2009). Optimal versus Naive Diversification: How Inefficient Is the 1/N Portfolio Strategy? *Review of Financial Studies*, 22(5): 1915-1953.
118. Dempsey, M., & Partington, G. (2008). Cost of Capital Equations under the Australian Imputation Tax System. *Accounting and Finance*, 48(3): 439-460.
119. De Santis, G., & Gerard, B. (1997). International Asset Pricing and Portfolio Diversification with Time-Varying Risk, *Journal of Finance*, 52(5): 1881-1912.
120. Dhrymes, P. J., Friend, I., & Gultekin, N. B. (1984). A Critical Reexamination of the Empirical Evidence on the Arbitrage Pricing Theory. *Journal of Finance*, 39(2): 323-346.
121. Doukas, J. A., & McKnight, P. J. (2005). European Momentum Strategies, Information Diffusion, and Investor Conservatism. *European Financial Management*, 11(3): 313-338.
122. Drew, M. E., Naughton, T., & Veeraraghavan, M. (2003). Firm Size, Book-to-Market Equity and Security Returns: Evidence from the Shanghai Stock Exchange. *Australian Journal of Management*, 28(2): 119-139.

123. Dumas, B., & Solnik, B. (1995). The World Price of Covariance Risk. *Journal of Finance*, 50(2): 445-479.
124. Durac, N., Durand, R. B., & Maller, R. A. (2004). A Best Choice among Asset Pricing Models? The Conditional Capital Asset Pricing Model in Australia. *Accounting and Finance*, 44(2): 139-162.
125. Dybvig, P. H., & Ingersoll, J. E. (1988). Mean Variance Theory in Complete Markets. *Journal of Business*, 55(2): 233-251.
126. Džaja, J., & Aljinović, Z. (2013). Testing CAPM on the Emerging Markets of the Central and Southeastern Europe. *Croatian Operational Research Review*, 4(1):164-175.
127. Dzhabarov, C., & Ziemba, W. T. (2010). Do Seasonal Anomalies Still Work? *Journal of Portfolio Management*, 36(3): 93-104.
128. Easterday, K. E., Sen, P. K., & Stephan, J. A. (2009). The Persistence of the Small Firm/January Effect: Is it Consistent with Investors' and Arbitrage Efforts. *Quarterly Review of Economics and Finance*, 49(3): 1172-1193.
129. Elton, E. J., & Gruber, M. J. (1973). Estimating the Dependence Structure of Share Prices – Implications for Portfolio Selection. *Journal of Finance*, 28(5): 1203-1232.
130. Elton, E. J., & Gruber, M. J. (1997). Modern Portfolio Theory, 1950 to Date. *Journal of Banking & Finance*, 21(11-12): 1743-1759.
131. Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., & Goetzmann, W. N. (2014). *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
132. Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50(4): 987–1007.
133. Engle, R. F. (1984). Wald, Likelihood Ratio, and Lagrange Multiplier Tests in Econometrics. *Handbook of Econometrics, Vol. II*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers BC.
134. Engle, R. F. (2002). Dynamic Conditional Correlation - A Simple Class of Multivariate GARCH Models. *Journal of Business and Economic Statistics*, 20(3): 339-350.
135. Engle, R. F., & Kroner, K. F. (1995). Multivariate Simultaneous Generalized ARCH. *Econometric Theory*, 11(1): 122–150.
136. Engle, R. F., Lilien, D. M., & Robbins, R. P. (1987). Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH-M Model. *Econometrica*, 55(2): 391-407.
137. Estrada, J. (2000). The Cost of Equity in Emerging Markets: A Downside Risk Approach. *Emerging Markets Quarterly*, 4(3): 19-30.

138. Estrada, J. (2001). The Cost of Equity in Emerging Markets: A Downside Risk Approach (II). *Emerging Markets Quarterly*, 5(1): 63-72.
139. Estrada, J. (2002). Systematic Risk in Emerging Markets: the D-CAPM. *Emerging Markets Review*, 3(4): 365–379.
140. Estrada, J. (2004). The Cost of Equity of Internet Stocks: A Downside Risk Approach. *European Journal of Finance*, 10 (4): 239–254.
141. Estrada, J. (2006). Downside Risk in Practice. *Journal of Applied Corporate Finance*, 18(1): 117-125.
142. Estrada, J. (2007). Mean-Semivariance Behavior: Downside Risk and Capital Asset Pricing. *International Review of Economics and Finance*, 16(2): 169–185.
143. Evans, J. L., & Archer, S. H. (1968). Diversification and the Reduction of Dispersion: An Empirical Analysis. *Journal of Finance*, 23(5): 761-767.
144. Fabozzi, F. J., & Francis, J. K. (1978). Beta as a Random Coefficient. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 13(1): 101-116.
145. Faff, R. W., Lee, J. H. H., & Fry, T. R. L. (1992). Time Stationarity of Systematic Risk: Some Australian Evidence. *Journal of Business Finance and Accounting*, 19(2): 253-270.
146. Fama, E. F. (1965). The Behavior of Stock Market Prices. *Journal of Business*, 38(1): 34-105.
147. Fama, E. F. (1996). Multifactor Portfolio Efficiency and Multifactor Asset Pricing. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 31(4): 441-465.
148. Fama, E. F., & French, K. (1989). Business Conditions and Expected Returns on Stocks and Bonds. *Journal of Financial Economics*, 25(1): 23-49.
149. Fama, E. F., & French, K. R. (1992). Cross-Section of Expected Returns. *Journal of Finance*, 47(2): 427-466.
150. Fama, E. F., & French, K. R. (1993). Common Risk Factors in the Returns on the Stocks and Bonds. *Journal of Financial Economics*, 33(1): 3-56.
151. Fama, E. F., & French, K. R. (1996). Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies. *Journal of Finance*, 51(1): 55-84.
152. Fama, E. F., & French, K. R. (1997). Industry Costs of Equity. *Journal of Financial Economics*, 43(2): 153-194.
153. Fama, E. F., & French, K. R. (2003). The CAPM: Theory and Evidence. *SSRN Working Paper No. 440920*.

154. Fama, E. F., & French, K. R. (2004). The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence. *Journal of Economic Perspectives*, 18(3): 25-46.
155. Fama, E. F., & French, K. R. (2015). A Five-Factor Asset Pricing Model. *Journal of Financial Economics*, 116(1): 1-22.
156. Fama, E. F., & MacBeth, J. (1973). Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests. *Journal of Political Economy*, 81(3): 607-636.
157. Fama, E. F., & Schwert, W. (1977). Human Capital and Capital Market Equilibrium. *Journal of Financial Economics*, 4(1): 95-125.
158. Fernandez, P. (2014). CAPM: An Absurd Model. *SSRN Working Paper No. 2505597*.
159. Ferson, W. E. (2006). Conditional Asset Pricing. In: Lee, C. F., & Lee, A. C. (Ed.) *Encyclopedia of Finance*. New York: Springer, pp. 377-378.
160. Ferson, W. E., & Harvey, C. R. (1993). The Risk and Predictability of International Equity Returns. *Review of Financial Studies*, 6(3): 527-566.
161. Ferson, W. E., & Jagannathan, R. (1996). Econometric Evaluation of Asset Pricing Models. *Federal Reserve Bank of Minneapolis Research Department Staff Report No. 206*.
162. Fishburn, P. C. (1977). Mean-Risk Analysis with Risk Associated with Below-Target Returns. *American Economic Review*, 67(2): 116-126.
163. Fisher, L., & Lorie, J. H. (1970). Some Studies of Variability of Returns on Investments in Common Stocks. *Journal of Business*, 43(2): 99-117.
164. Fletcher, J., & Kihanda, J. (2005). An Examination of Alternative CAPM-Based Models in UK Stock Returns. *Journal of Banking and Finance*, 29(12): 2995-3014.
165. Francis, J. C. & Kim, D. (2013). *Modern Portfolio Theory*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
166. Frankfurter, G., Phillips, H., & Seagle, J. (1976). Performance of the Sharpe Portfolio Selection Model: A Comparison. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 11(2): 195-204.
167. Franzoni, F., & Adrian, T. (2008). Learning about Beta: Time-Varying Factor Loadings, Expected Returns, and the Conditional CAPM. *Federal Reserve Bank of New York Staff Reports No. 193*.
168. Fruk, M. & Huljak, I. (2004). Testiranje Sharpe-Lintnerova modela na Zagrebačkoj burzi. *Financijska teorija i praksa*, 28(1): 77-91.
169. Galagedera, D. (2005). Relationship between Downside Beta and CAPM Beta. *Research Gate Working Paper No. 22/228117*.

170. Galagedera, D. (2007). An Alternative Perspective on the Relationship between Downside Beta and CAPM Beta. *Emerging Markets Review*, 8(1): 4-19.
171. Galagedera, D., & Brooks, R. (2007). Is Co-Skewness a Better Measure of Risk in the Downside than Downside Beta? Evidence in Emerging Market Data. *Journal of Multinational Financial Management*, 17(3): 214-230.
172. Gencay, R., Selcuk, F., & Whitcher, B. (2003). Systematic Risk and Timescales. *Quantitative Finance*, 3(2): 108-116.
173. George, T. J., & Hwang, C. (2007). Long-Term Return Reversals: Overreaction or Taxes? *Journal of Finance*, 62(6): 2865-2896.
174. Gibbons, M. R. (1982). Multivariate Tests of Financial Models. A New Approach. *Journal of Financial Economics*, 10(1): 3-27.
175. Glosten, L., Jagannathan, R., & Runkle, D. (1993). On the Relation between the Expected Value and the Volatility of Nominal Excess Return on Stocks. *Journal of Finance*, 48(5): 1779-1803.
176. Gonzales, M. F. (2001). CAPM Performance in the Caracas Stock Exchange from 1992 to 1998. *International Review of Financial Analysis*, 10(3): 333-341.
177. Gospodinov, N., Kan, R., & Robotti, C. (2011). Chi-Squared Tests for Evaluation and Comparison of Asset Pricing Models. *Federal Reserve Bank of Atlanta Working Paper* 2011-8.
178. Gospodinov, N., Kan, R., & Robotti, C. (2013). Chi-Square Tests for Evaluation and Comparison of Asset Pricing Models. *Journal of Econometrics*, 173(1): 108-125.
179. Gospodinov, N., Kan, R., & Robotti, C. (2014). Misspecification-Robust Inference in Linear Asset-Pricing Models with Irrelevant Risk Factors. *Review of Financial Studies*, 27(1): 2139-2170.
180. Gospodinov, N., & Robotti, C. (2013). Asset Pricing Theories, Models, and Tests. In: Baker, K, & Filbeck, G. (Ed). *Portfolio Theory and Management*. New York: Oxford University Press, pp. 1-37.
181. Goyal, A. (2012). Empirical Cross-Sectional Asset Pricing: A Survey. *Financial Markets and Portfolio Management*, 26(1): 3-38.
182. Graham, J. R., & Harvey, C. R. (2001). The Theory and Practice of Corporate Finance: Evidence from the Field. *Journal of Financial Economics*, 60(2-3): 187-243.
183. Grauer, F., Litzenberger, R., & Stehle, R. (1976). Sharing Rules and Equilibrium in an International Capital Market under Uncertainty. *Journal of Financial Economics*, 3(3): 233-256.

184. Green, J., Hand, J. R. M., & Zhang, X. F. (2014). The Remarkable Multidimensionality in the Cross-Section of Expected U.S. Stock Return. Available at https://jacobslevycenter.wharton.upenn.edu/wp-content/uploads/2014/05/Green_Updated_Paper.pdf (15.07.2018.)
185. Green, W. H. (2012). *Econometric Analysis*. New York: Pearson Education, Inc.
186. Grootveld, H., & Hallerback, W. (1999). Variance vs Downside Risk: Is There Really That Much Difference? *European Journal of Operational Research*, 114(2): 304-319.
187. Gujarati, D. N. (2004). *Basic Econometrics*. New York: McGraw-Hill Companies.
188. Gultekin, M. N., & Gultekin, N. B. (1983). Stock Market Seasonality: International Evidence. *Journal of Financial Economics*, 12(4): 469-481.
189. Guo, H., & Whitelaw, R. F. (2006). Uncovering the Risk-Return Relation in the Stock Market. *Journal of Finance*, 61(3): 1433-1463.
190. Hamilton, J. D. (1989). A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle. *Econometrica*, 57(2): 357-384.
191. Hammami, Y., & Lindahl, A. (2014). An Intertemporal Capital Asset Pricing Model with Bank Credit Growth as a State Variable. *Journal of Banking and Finance*, 39(February): 14-28.
192. Handa, P., Kothari, S. P., & Wasley, C. (1989). The Relation between the Return Interval and Betas. *Journal of Financial Economics*, 23(1): 79-100.
193. Hansen, L. P., & Jagannathan, R. (1997). Assessing Specification Errors in Stochastic Discount Factor Models. *Journal of Finance*, 55(2): 557-590.
194. Hansen, L. P., & Singleton, K. J. (1982). Generalized Instrumental Variables Estimation of Nonlinear Rational Expectations Models. *Econometrica*, 50(5): 1269-1286.
195. Haq, M., & Heaney, R. (2009). European Bank Equity Risk: 1995-2006. *International Financial Markets, Institutions and Money*, 19(2): 274-288.
196. Harlow, W. V., & Rao, R. K. S. (1989). Asset Pricing in a Generalized Mean-Lower Partial Moment Framework: Theory and Evidence. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 24(3): 285-311.
197. Harvey, C. R. (1995). Predictable Risk and Returns in Emerging Markets. *Review of Financial Studies*, 8(3): 773-816.
198. Harvey, C. R., Liu, Y., & Zhu, H. (2016). ...and the Cross-Section of Expected Returns. *Review of Financial Studies*, 29(1): 5-68.

199. Hasnaoui, H., & Fatnassi, I. (2014). Time-Varying Beta and the Subprime Financial Crisis: Evidence from U.S. Industrial Sectors. *Journal of Applied Business Research*, 30(5): 1465-1476.
200. Hawawini, G. (1983). Why Beta Shifts as the Return Interval Changes. *Financial Analysts Journal*, 39(3): 73-77.
201. He, L. T., & He, S. C. (2011). Has the November Effect Replaced the January Effect in Stock Markets? *Managerial and Decision Economics*, 32(7): 481-486.
202. Hearn, B., Piesse, J. & Strange, R. (2010). Market Liquidity and Stock Size Premia in Emerging Financial Markets: The Implications for Foreign Investment. *International Business Review*, 19(5), 489-501.
203. Higgins, R. (2012). *Analysis for financial management*. New York: McGraw-Hill International Edition.
204. Hodrick, R. J., & Zhang, X. (2001). Evaluating the Specification Errors of Asset Pricing Models. *Journal of Financial Economics*, 62(2): 327-376.
205. Holton, G. A. (2004). Defining Risk. *Financial Analyst Journal*, 60(6): 19-25.
206. Huang, H. (2000). Tests of Regimes – Switching CAPM. *Applied Financial Economics*, 10(5): 573-578.
207. Hull, J. C. (2012). *Risk Management and Financial Institutions*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
208. Ingersoll, J. (1987). *Theory of Financial Decision Making*. New Yersey: Rowman & Littlefield.
209. Ioannidis, C., Peel, D. A., & Matthews, K. P. G. (2006). Expected Stock Returns, Aggregate Consumption and Wealth: Some Further Empirical Evidence. *Journal of Macroeconomics*, 28(2): 439-445.
210. Iqbal, J., Brooks, R., & Galagedera, D. U. A. (2010). Testing Conditional Asset Pricing Models: An Emerging Market Perspective. *Journal of International Money and Finance*, 29(5): 897-918.
211. Иванишевић, М. (2011). *Пословне финансије*. Београд: Центар за издавачку делатност Економског факултета у Београду.
212. Ivanišević, M., & Todorović, M. (2012). Accounting-Based Measures of Risk. In: N. Janićijević (Ed). *The Role of Contemporary Management and Marketing Methods in Companies in Serbia within the Process of its Integration to the European Union*. Belgrade: Faculty of Economics, University of Belgrade, pp. 109-129.

213. Jagannathan, R., & Wang, Z. (1996). The Conditional CAPM and the Cross-Section of Expected Returns. *Journal of Finance*, 51(1): 3-53.
214. Jagannathan, R., & Wang, Z. (2002). Empirical Evaluation of Asset-Pricing Models: A Comparison of the SDF and Beta Methods. *Journal of Finance*, 57(5): 2337-2367.
215. Јакшић, М. (2012). Управљање ризицима портфолија хартија од вредности. *Економски хоризонти*, 14(3): 151-164.
216. Јакшић, М., & Лековић, М. (2012). Управљање инвестиционим ризиком применом савремене портфолио теорије. *Мегатренд ревија*, 12(1): 31-46.
217. Јакшић, М., & Пurić, Ј. (2014). Upporedna analiza poslovanja Beogradske, Zagrebačke i Varšavske berze. *Bankarstvo*, 6: 89-95.
218. Jensen, M. C. (1968). The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964. *Journal of Finance*, 23 (2): 389-416.
219. Jensen, M. C. (1969). Risk, the Pricing of Capital Assets, and the Evolution of Investment Portfolios. *Journal of Business*, 42(2): 167-247.
220. Jegadeesh, N., & Titman, S. (1993). Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implications for Stock Market Efficiency. *Journal of Finance*, 48(1): 65-91.
221. Jin, L. (2006). Capital Gains Tax Overhang and Price Pressure. *Journal of Finance*, 61(3): 1399-1431.
222. Jobson, J. & Korkie, B. (1982). Potential Performance and Tests of Portfolio Efficiency. *Journal of Financial Economics*, 10(4): 433-466.
223. Jorion, P., & Schwartz, E. (1986). Integration vs Segmentation in the Canadian Stock Market. *Journal of Finance*, 41(3): 603-614.
224. Kan, R., Robotti, C., & Shanken, J. (2009). Pricing Model Performance and the Two-Pass Cross-Sectional Regression Methodology. *Federal Reserve Bank of Atlanta Working Paper 2009-11*.
225. Kan, R., Robotti, C., & Shanken, J. (2013). Pricing Model Performance and the Two-Pass Cross-Sectional Regression Methodology. *Journal of Finance*, 68(6): 2617-2649.
226. Kan, R., & Zhou, G. (1999). A Critique of the Stochastic Discount Factor Methodology. *Journal of Finance*, 54(4): 1221-1248.
227. Kandel, S., & Stambaugh, R. F. (1995). Portfolio Inefficiency and the Cross-Section of Expected Returns. *Journal of Finance*, 50(1): 157-184.
228. Keene, M. A., & Peterson, D. R. (2007). The Importance of Liquidity as a Factor in Asset Pricing. *Journal of Financial Research*, 30(1): 91-109.

229. Keim, D. B. (1983). Size-Related anomalies and Stock Return Seasonality: Further Empirical Evidence. *Journal of Financial Economics*, 12(1): 13-32.
230. Keown, A. J., Martin, J. D., & Petty, J. W. (2011). *Foundations of Finance: The Logic and Practice of Financial Management*. Boston: Pearson Hall.
231. Khudoykulov, K., Allado'stov, R., & Khalikov, U. (2016). The Relationship between the Risk of the Asset and its Expected Rate of Return: A Case of Stock Exchange Market of Five European Countries. *International Journal of Modelling and Simulation*, 36(4): 107-119.
232. Kim, D. (1993). The Extent of Nonstationarity of Beta. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 3(2): 241-254.
233. Kim, T. S., & Min, B. K. (2011). Future Labor Income Growth and the Cross Section of Equity Returns. *Journal of Banking and Finance*, 35(1): 67-81.
234. King, B. (1966). Market and Industry Factors in Stock Price Behavior. *Journal of Business*, 39(2), Part 2:139-190.
235. Klebaner, F., Landsman, Z., Markov, U., & You, J. (2017). Optimal Portfolios with Downside Risk. *Quantitative Finance*, 17(3): 315-325.
236. Klemkosky, R. C., & Martin, J. D. (1975). The Adjustment of Beta Forecasts. *Journal of Finance*, 30(4): 1123-1128.
237. Kočović, J., Paunović, M., & Jovović, M. (2016). Determining the Discount Rate: The Case of Oil Industry in Serbia. *Ekonomika Preduzeća*, 64(5-6): 371-381.
238. Kolm, P. N., Tutuncu, R., & Fabozzi, F. J. (2014). 60 Years of Portfolio Optimization: Practical Challenges and Current Trends. *European Journal of Operational Research*, 234(2): 356-371.
239. Konno, H., & Yamazaki, H. (1991). Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and its Applications to Tokyo Stock Market. *Management Science*, 37(5): 519-531.
240. Korkmaz, T., Cevik, E., Birkan, E., & Ozatac, N. (2010a). Testing CAPM Using Markov Switching Model: the Case of Coal Firms. *Economic Research - Ekonomska istraživanja*, 23(2): 44-59.
241. Korkmaz, T., Cevik, E., & Gurkan, S. (2010b). Testing of the International Capital Asset Pricing Model with Markov Switching Model in Emerging Markets. *Investment Management and Financial Innovations*, 7(1): 37-49.
242. Kothari, S. P., Shanken, J., & Sloan, R. G. (1995). Another Look at the Cross-Section of Expected Stock Returns. *Journal of Finance*, 50(1): 185-224.

243. Krause, A. (2001). *An Overview of Asset Pricing Models*. Available at https://people.bath.ac.uk/mnsak/Research/Asset_pricing.pdf (15.07.2017.).
244. Lally, M., & Van Zijl, T. (2003). Capital Gains Tax and the Capital Asset Pricing Model. *Accounting and Finance*, 43(2): 187-210.
245. Lang, M. H., & Shackelford, D. A. (2000). Capitalization of Capital Gains Taxes: Evidence from Stock Price Reactions to the 1997 Rate Reduction. *Journal of Public Economics*, 76(1): 69-85.
246. Lasher, W. (2011). *Financial Management: A Practical Approach*. Independence: South-Western Cengage Learning.
247. Latković, M. (2001). *Nesinhrono trgovanje i proračun sistematskog rizika*. Zagreb: Univerzitet u Zagrebu.
248. Lee, C., Lee, A., Lee, J. (2010). *Handbook of Quantitative Finance and Risk Management, Volume 1*. New York: Springer.
249. Lettau, M., & Ludvigson, S. (2001). Resurrecting the (C)CAPM: A Cross-Sectional Test When Risk Premia are Time-Varying. *Journal of Political Economy*, 109(6): 1238-1287.
250. Levy, H. (1997). Risk and Return: An Experimental Analysis. *International Economic Journal*, 38(1): 119-149.
251. Levy, H. (2010). The CAPM is Alive and Well: A Review and Synthesis. *European Financial Management*, 16(1): 43-71.
252. Levy, H. (2012). *The Capital Asset Pricing Model in the 21st Century: Analytical, Empirical, and Behavioral Perspectives*. New York: Cambridge University Press.
253. Levy, H., & Duchin, R. (2004). Asset Return Distributions and the Investment Horizon. *Journal of Portfolio Management*, 30(3): 47-62.
254. Levy, H., Levy, M., & Benita, G. (2006). Capital Asset Prices with Heterogeneous Beliefs. *Journal of Business*, 79(3): 1317-1353.
255. Levy, R. (1971). On the Short-Term Stationarity of Beta Coefficients. *Financial Analysts Journal*, 27(6): 63-69.
256. Lewellen, J., & Nagel, S. (2006). The Conditional CAPM does not Explain Asset-Pricing Anomalies. *Journal of Financial Economics*, 82(2): 289-314.
257. Lewellen, J., Nagel, S., & Shanken, J. (2010). A Sceptical Appraisal of Asset Pricing Testis. *Journal of Financial Economics*, 96(2): 175-194.
258. Liberman, J. (1980). Human Capital and the Financial Capital Market. *Journal of Business*, 53(2): 165-191.

259. Lintner, J. (1965a). The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budget. *Review of Economics and Statistics*, 47(1): 13-37.
260. Lintner, J. (1965b). Security Prices, Risk and Maximal Gains from Diversification. *Journal of Finance*, 20(4): 587-615.
261. Lintner, J. (1969). The Aggregation of Investor's Diverse Judgments and Preferences in Purely Competitive Security Markets. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 4(4): 347-400.
262. Litzenberger, R. H., & Ramaswamy, K. (1979). The Effect of Personal Taxes and Dividends on Capital Asset Prices. Theory and Empirical Evidence. *Journal of Financial Economics*, 7(2): 163-195.
263. Ljung, G. M. & Box, G. E. P. (1978). On a Measure of a Lack of Fit in Time Series Models. *Biometrika*, 65(2): 297–303.
264. Lozano, M., & Rubio, G. (2011). Evaluating Alternative Methods for Testing Asset Pricing Models with Historical Data. *Journal of Empirical Finance*, 18(1): 136-146.
265. Mandelbrot, B. B. (1963). The Variation of Certain Speculative Prices. *Journal of Business*, 36(4): 392–417.
266. Mansini, R., Ogryczak, W., & Speranza, M. G. (2014). Twenty Years of Linear Programming Based Portfolio Optimization. *European Journal of Operational Research*, 234(2): 518-535.
267. Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *Journal of Finance*, 7(1): 77-91.
268. Markowitz, H. (1959). *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. London: John Wiley & Sons, Inc.
269. Markowitz, H. (1991). Foundations of Portfolio Theory. *Journal of Finance*, 46(2): 469-477.
270. Markowitz, H. (2014). Mean-Variance Approximations to Expected Utility. *European Journal of Operational Research*, 234(2): 346-355.
271. Masih, M., Alzahrani, M., & Al-Titi, O. (2010). Systematic Risk and Time Scales: New Evidence from and Application of Walvet Approach to the Emerging Gulf Stock Markets. *International Review of Financial Analysis*, 19(1): 10-18.
272. Mateev, M. (2004). CAPM Anomalies and the Efficiency of Stock Markets in Transition: Evidence form Bulgaria. *South-Eastern Europe Journal of Economics*, 2(1): 35-58.

273. Mayers, D. (1972). Nonmarketable Assets and Capital Market Equilibrium under Uncertainty. In: Jensen, M. C. (Ed.) *Studies in the Theory of Capital Markets*. New York: Praeger, pp. 223-248.
274. McLean, R. D., & Pontiff, J. (2016). Does Academic Research Destroy Stock Return Predictability? *Journal of Finance*, 71(1): 5-32.
275. Mergner, S. (2008). *Applications of Advanced Time Series Models to Analyze the Time-varying Relationship between Macroeconomics, Fundamentals and Pan-European Industry Portfolios*. PhD Thesis. Gottingen: Faculty of Economics and Business Administration of the Georg-August-Universitat Gottingen.
276. Mergner, S., & Bulla, J. (2008). Time-Variation Beta Risk of Pan-European Industry Portfolios: A Comparison of Alternative Modeling Techniques. *European Journal of Finance*, 14(8): 771-802.
277. Merton, R. C. (1973). An Intertemporal Capital Asset Pricing Model. *Econometrica*, 41(5): 867-887.
278. Miller, M. H., & Modigliani, F. (1961). Dividend Policy, Growth, and the Valuation of Shares, *Journal of Business*, 34(4): 411-433.
279. Miller, M. H., & Scholes, M. (1972). Rates of Return in Relation to Risk: A Reexamination of Some Recent Studies. In: Jensen, M. (Ed.) *Studies in the Theory of Capital Markets*. New York: Praeger, pp. 47-78.
280. Miller, M. H., & Scholes, M. S. (1982). Dividends and Taxes: Some Empirical Evidence. *Journal of Political Economy*, 90(6): 1118-1141.
281. Milunovich, G., & Minović, J. (2014). Local and Global Illiquidity Effects in the Balkans Frontier Markets. *Applied Economics*, 46(31): 3861-3873.
282. Minovic, J., & Eric, D. (2016). Impact of Political Risk on Frontier Capital Market. *Engineering Economics*, 27(2): 151-162.
283. Minovic, J. & Zivkovic, B. (2012). The Impact of Liquidity and Size Premium on Equity Price Formation in Serbia. *Economic Annals*, 57(195), 43-78.
284. Minovic, J. & Zivkovic, B. (2014). CAPM Augmented with Liquidity and Size Premium in the Croatian Stock Market. *Economic Research*, 27(1), 191-206.
285. Momcilovic, M., Zivkov, D., & Vlaovic Begovic, S. (2017). The Downside Risk Approach to Cost of Equity Determination for Slovenian, Croatian and Serbian Capital Markets. *E & M Ekonomie A Management*, 20(3): 147-158.
286. Mossin, J. (1966). Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica*, 34(4): 768-783.

287. Narwocki, D. N. (1999). A Brief History of Downside Risk Measures. *Journal of Investing*, 8(3): 9-17.
288. Nel, W. S. (2011). The Application of the Capital Asset Pricing Model (CAPM): A South African Perspective. *African Journal of Business Management*, 5(13): 5336-5347.
289. Nelson, D. B. (1991). Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach. *Econometrica*, 59(2): 347–370.
290. Newey, W. K., & West, K. D. (1987). A Positive Semi-Definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation-Consistent Covariance Matrix. *Econometrica*, 55(3): 703–708.
291. Nieto, B., Orbe, S., & Zarraga, A. (2014). Time-Varying Market Beta: Does the Estimation Methodology Matter? *SORT*, 38(1): 13-42.
292. Njegić, J., Živkov, D., & Janković, I. (2018). Interrelationship and Spillover Effect between Stock and Exchange Rate Markets in the Major Emerging Economies. *Prague Economic Papers*, 27(3): 270-292.
293. Odabasi, A. (2000). Evidence on the Stationarity of Beta Coefficients: The Case of Turkey. Available at <http://odabasi.boun.edu.tr/research/Beta-Work-2000.pdf> (15.07.2017.).
294. Officer, R. R. (1994). The Cost of Capital of a Company under an Imputation Tax System. *Accounting and Finance*, 34(1): 1-17.
295. Ohlson, J., & Rosenberg, B. (1982). Systematic Risk of the CRSP Equally-Weighted Common Stock Index: A History Estimated by Stochastic-Parameter Regression. *Journal of Business*, 55(1): 121-145.
296. Palacios-Huerta, I. (2003). The Robustness of the Conditional CAPM with Human Capital. *Journal of Financial Econometrics*, 1(2): 272-289.
297. Partington, G. (2013). Death Where is The Sting? A Response to Dempsey's Dispatching of the CAPM. *ABACUS*, 49(S1): 69-72.
298. Pastor, L., & Stambaugh, R. F. (2003). Liquidity Risk and Expected Stock Return. *Journal of Political Economy*, 111(3): 642-685.
299. Pedersen, C. S., & Hwang, S. (2007). Does Downside Beta Matter in Asset Pricing? *Applied Financial Economics*, 17(12): 961-978.
300. Pettengill, G. N., Sundarm, S. & Mathur, I. (1995). The Conditional Relation between Beta and Returns. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 30(1): 101-120.
301. Pogue, M. (2010). *Corporate Investment Decisions: Principles and Practices*. New York: Business Expert Press.

302. Poon, S., & Taylor, S. (1991). Macroeconomic Factors and the UK Stock Market. *Journal of Business and Accounting*, 18(5): 619-636.
303. Post, T., & van Vliet, P. (2004). Conditional Downside Risk and the CAPM. *SSNR Working Paper No. 797286*.
304. Pošta, V. (2012). Time-Varying Risk premium in the Czech Capital Market: Did the Market Experience a Structural Shock in 2008-2009? *Czech Journal of Economics and Finance*, 62(5):450-470.
305. Price, K., Price, B., & Nantell, T. J. (1982). Variance and Lower Partial Moment Measures of Systematic Risk: Some Analytical and Empirical Results. *Journal of Finance*, 37(3): 843-855.
306. Qaiser, A., Usman, A., Shahid, M. S., & Syed, K. S. (2011). From Regular-Beta CAPM to Downside-Beta CAPM. *European Journal of Social Sciences*, 21(2): 189-203.
307. Quantitative Micro Software. (2013). *Eviews 8 User's Guide*. Irvine: IHS Global Inc.
308. Ракочевић, Р. (2016). *Утицај светског тржишта капитала на тржиште капитала у Србији*. Докторска дисертација. Београд: Факултет политичких наука, Универзитет у Београду.
309. Reilly, F. K. & Brown, K. C. (2012). *Investment Analysis & Portfolio Management*. Mason: South-Western Cengage Learning.
310. Reinganum, M. R. (1981). Misspecification of Capital Asset Pricing. Empirical Anomalies Based on Earnings' Yields and Market Values. *Journal of Financial Economics*, 9(1): 19-46.
311. Roll, R. (1977). A Critique of the Capital Asset Theory Tests: on Past and Potential Testability of the Theory. *Journal of Financial Economics*, 4(2): 129-176.
312. Roll, R. (1981). A Possible Explanation of the Small Firm Effect. *Journal of Finance*, 36(4): 879-888.
313. Roll, R., & Ross, S. A. (1980). An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory. *Journal of Finance*, 35(5): 1073-1103.
314. Roll, R., & Ross, S. A. (1994). On the Cross-Sectional Relation between Expected Returns and Betas. *Journal of Finance*, 49(1): 101-121.
315. Ross, S. A. (1976). The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. *Journal of Economic Theory*, 13(3): 341-360.
316. Ross, S. A., Westerfield, R. W., Jaffe, J. F., & Jordan, B. D. (2011). *Core Principles and Applications of Corporate Finance*. New York: McGraw-Hill/Irwin.

317. Rouwenhorst, K. G. (1998). International Momentum Strategies. *Journal of Finance*, 53(1): 267-284.
318. Rouwenhorst, K. G. (1999). Local Return Factors and Turnover in Emerging Stock Markets. *Journal of Finance*, 54(4): 1439-1464.
319. Shanken, J., & Weinstein, M. (2006). Economic Forces and the Stock Market Revisited. *Journal of Empirical Finance*, 13(2): 129-144.
320. Sharpe, W. (1963). A Simplified Model for Portfolio Analysis. *Management Science*, 9(2): 277-293.
321. Sharpe, W. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Condition of Risk. *Journal of Finance*, 19(3): 425-442.
322. Sharpe, W. (1970). *Portfolio Theory and Capital Markets*. New York: McGraw-Hill.
323. Sharpe, W., Alexander, G., & Bailey, J. (1999). *Investments*. New Jersey: Prentice Hall, Inc.
324. Sharpio, A. C., & Balbirer, S. D. (2000). *Modern Corporate Finance: A Multidisciplinary Approach to Value Creation*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc.
325. Sialm, C. (2009). Tax Changes and Asset Pricing. *American Economic Review*, 99(4): 1356-1383.
326. Smith, T., & Walsh, K. (2013). Why the CAPM is Half-Right and Everything Else is Wrong. *ABACUS*, 49(S1): 73-78.
327. Solnik, B. (1974). An Equilibrium Model of the International Capital Market. *Journal of Economic Theory*, 8(4): 500-524.
328. Soufian, N. (2004). Applying GARCH for examinig CAPM and APT across Time. *Manchester Metropolitan University Business School Working Paper No. 02/04*.
329. Stambaugh, R. (1982). On the Exclusion of Assets from Tests of the Two-Parameter Model: A Sensitivity Analysis. *Journal of Financial Economics*, 10(3): 237-268.
330. Станчић, П. (2006). *Савремено управљање финансијама предузећа*. Крагујевац: Економски факултет Универзитета у Крагујевцу.
331. Stančić, V., Petrović, E., & Radivojević, N. (2015). Conditional Relationship between Beta and Returns: A Case Study of the Belgrade Stock Exchange. *Teme*, 39(4): 1165-1182.
332. Statman, M. (1987). How Many Stocks Make a Diversified Portfolio? *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 22(3): 353-363.
333. Stehle, R. (1977). An Empirical Test of the Alternative Hypotheses of National and International Pricing of Risky Assets. *Journal of Finance*, 32(2):493-502.

334. Stoll, H. R., & Whaley, R. E. (1983). Transaction Costs and the Small Firm Effect. *Journal of Financial Economics*, 12(1): 57-79.
335. Škrinjarić, T. (2014). Testing for Regime-Switching CAPM on Zagreb Stock Exchange. *Croatian Operational Research Review*, 5(2): 119-133.
336. Шошкић, Д. (2010). *Хартије од вредности: Управљање портфолиом и инвестициони фондови*. Београд: Центар за издавачку делатност Економског факултета у Београду.
337. Tang, G. Y. N., & Shum, W. C. (2003). The Conditional Relationship between Beta and Returns: Recent Evidence from International Stock Markets. *International Business Review*, 12(1): 109-126.
338. Tang, G. Y. N., & Shum, W. C. (2004). The Risk-Return Relations in the Singapore Stock Market. *Pacific-Basin Finance Journal*, 12(2): 179-195.
339. Tang, G. Y. N., & Shum, W. C. (2006). Risk-Return Relationship in the Hong Kong Stock Market: Revisit. *Applied Financial Economics*, 16(14): 1047-1058.
340. Taylor, S. J. (1986). Forecasting the Volatility of Currency Exchange Rates. *International Journal of Forecasting*, 3(1): 159-170.
341. Teall, J. (1999). *Financial Market Analytics*. London: Quorum Books.
342. Telepova, T., & Shutova, E. (2011). A Higher Moment Downside Framework for Conditional and Unconditional CAM in the Russian Stock Market. *Eurasian Economic Review*, 1(2): 156-177.
343. Tinic, S., & West, R. R. (1984). Risk and Return: January vs. the Rest of the Year. *Journal of Financial Economics*, 13(4): 561-574.
344. Treynor, J. L. (1962). Toward a Theory of Market Value of Risky Assets. Необјављен рад. Финална верзија рада објављена је у књизи Korajczyk, R. (1999). *Asset Pricing and Portfolio Performance*. London: Risk Books.
345. Tsay, R. S. (2010). *Analysis of Financial Time Series*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
346. Van der Hart, J., Slagter, E., & Van Dijk, D. (2003). Stock Selection Strategies in Emerging Markets. *Journal of Empirical Finance*, 10(1-2): 105-132.
347. Van Horne, C. J. (1995). *Financial Management and Policy*. New Jersey: Prentice-Hall International, Inc.
348. Van Horne, C. J. & Wachowicz, J. M. (2005). *Основи финансијског менаџмента*. Београд: Датастатус.

349. Vasicek, O. A. (1973). A Note on Using Cross-Sectional Information in Bayesian Estimation of Security Betas. *Journal of Finance*, 28(5): 1233-1239.
350. Vaughan, E., & Vaughan, T. (1995). *Osnovi osiguranja - Upravljanje rizicima*. Zagreb: Mate.
351. Vayanos, D. (1998). Transaction Costs and Asset Prices: A Dynamic Equilibrium Model. *Review of Financial Studies*, 11(1): 1-58.
352. Vendrame, V. (2014). *Some Extentions of the Conditional CAPM*. PhD Thesis. Bristol: Faculty of Business and Law of the University of the West England.
353. Vogelpang, B. (2005). *Econometrics: Theory and Application with Eviews*. Harlow: Pearson Education Ltd.
354. Wachtel, S. B. (1942). Certain Observations on Seasonal Movements in Stock Prices. *Journal of Business of the University of Chicago*, 15(2): 184-193.
355. Welch, I., & Goyal, A. (2008). A Comprehensive Look at the Empirical Performance of Equity Premium Prediction. *Review of Financial Studies*, 21(4): 1455-1508.
356. White, H. (1980). A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity. *Econometrica*, 48(4): 817-838.
357. Yao, J., & Gao, J. (2004). Computer-Intensive Time-Varying Model Approach to the Systematic Risk of Australian Industrial Stock Returns. *Australian Journal of Management*, 29(1): 121-146.
358. Yu, J. (2003). Time Variation and Structural Change in Beta of Philippine Stocks. Available at http://cba.upd.edu.ph/docs/DP/0305_YU.pdf (15.07.2017.).
359. Zaimović, A. (2013). Testing the CAPM in Bosnia and Herzegovina with Continuously Compounded Returns. *South East European Journal of Economics and Business*, 8(1): 1-9.
360. Zaimović, A. (2015). *Modeli vrednovanja finansijske imovine: Teorijski i empirijski aspekti*. Sarajevo: Ekonomski fakultet u Sarajevu.
361. Живков, Д. (2016). *Ефекти преливања финансијских шокова на тржишта акција и девизног курса у одабраним земљама у успону*. Докторска дисертација. Суботица: Економски факултет у Суботици, Универзитет у Новом Саду.
362. Živkov, D., Njegić, J., & Mirović, V. (2016). Dynamics Nexus between Exchange Rate and Stock Prices in the Major East European Economies. *Prague Economic Papers*, 25(6): 686-705.
363. Živković, B., & Minović, J. (2010). Illiquidity of Frontier Financial Market: Case of Serbia. *Panoeconomicus*, 57(3): 349-367.

364. Агенција за привредне регистре, www.apr.gov.rs.
365. Damodaran, A. Damodaran Online. <http://people.stern.nyu.edu/adamodar> (02.08.2015.).
366. Београдска берза, www.belex.rs.
367. Alexander, C. www.carolalexander.org/phpBB/viewtopic.php?t=74 (02.07.2018.).
368. Екапија, <https://www.ekapija.com>.
369. Оксфордски речник енглеског језика, <https://en.oxforddictionaries.com>.
370. Републички завод за статистику, www.stat.gov.rs.
371. Светска банка (2015). Стратешки оквир за партнерство за Републику Србију за период од 2016. до 2020. фискалне године, Извештај бр. 100464-YF. <http://pubdocs.worldbank.org/en/733471446462343509/Serbia-CPF-srb-web.pdf> (02.07.2018.).

ПРИЛОГ

Табела П1: Предузећа која сачињавају узорак

Назив предузећа	Симбол акције
АИК банка, Београд	AIK
Алфа плам, Врање	ALFA
БИП, Београд	BIPB
Бамби, Пожаревац	BMBI
Халкбанк, Београд	CCNB
КБМ банка, Крагујевац	CYBN
Дијамант, Зрењанин	DJMN
Дунав осигурање, Београд	DNOS
Енергопројект, Београд	ENHL
Галеника Фитофармација, Земун	FITO
Гоша ФОМ, Смедеревска Паланка	GFOM
Глобос Осигурање, Београд	GLOS
Гоша Монтажа, Велика Плана	GMON
Имлек, Београд	IMLK
Импол Севал, Севојно	IMPL
Ирител, Београд	IRTL
Јединство, Севојно	JESV
Јубмес банка, Београд	JMBN
Комерцијална банка, Београд	KMBN
Копаник, Београд	KOPB
Ласта, Београд	LSTA
Металац, Горњи Милановац	MTLC
Планинка, Куршумлија	PLNN
Прогрес у реструктурирању, Београд	PRGS
Путеви, Ужице	PUUE
Соја Протеин, Бечеј	SJPT
Месер Техногас, Београд	TGAS
Тигар, Пирот	TIGR
Вода Врњци, Врњачка Бања	VDAV
Витал, Врбас	VITL
Ветеринарски завод, Суботица	VZAS

ОБРАЗАЦ 1.

Изјава о ауторству

Потписани-а **Мирела Момчиловић**

Број уписа **2008/9**

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

**Теоријско-методолошки оквир анализе ризика и приноса на тржишту капитала
Србије**

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис аутора

У Крагујевцу, _____

ОБРАЗАЦ 2.

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутор **Мирела Момчиловић**

Број уписа **2008/9**

Студијски програм **Рачуноводство и пословне финансије**

Наслов рада **Теоријско-методолошки оквир анализе ризика и приноса на тржишту капитала Србије**

Ментор **Доцент др Милан Чупић**

Потписана **Мирела Момчиловић**

изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Крагујевцу**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Крагујевцу.

Потпис аутора

У Крагујевцу, _____

ОБРАЗАЦ 3.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Крагујевцу унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Теоријско-методолошки оквир анализе ризика и приноса на тржишту капитала Србије

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Крагујевцу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство
2. Ауторство - некомерцијално
3. Ауторство - некомерцијално - без прераде
4. Ауторство - некомерцијално - делити под истим условима
5. Ауторство - без прераде
6. Ауторство - делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, чији је кратак опис дат је на обрасцу број 4.).

Потпис аутора

У Крагујевцу, _____
