

АЛФА БК УНИВЕРЗИТЕТ

ФАКУЛТЕТ ЗА МАТЕМАТИКУ И РАЧУНАРСКЕ НАУКЕ



Алфа БК Универзитет

Докторска дисертација

**ПРЕДИКЦИЈА ФАКТОРА ЗА УНАПРЕЂЕЊЕ НАСТАВЕ
МАТЕМАТИКЕ СА АСПЕКТА УВОЂЕЊА ОБРАЗОВНОГ
СОФТВЕРА**

Ментор:

Проф. др Небојша Денић

Кандидат:

Снежана Гавриловић

бр. индекса 6905/2018

Београд, 2020. године

ALFA BK UNIVERSITY

FACULTY OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCES



Алфа БК Универзитет

PhD thesis

**PREDICTION OF FACTORS FOR IMPROVING THE TEACHING
OF MATHEMATICS FROM THE ASPECT OF INTRODUCING
EDUCATIONAL SOFTWARE**

Mentor:

Prof. Nebojša Denić, PhD

Candidate:

Snežana Gavrilović

6905/2018

Belgrade, 2020.



Алфа БК Универзитет

**ИЗЈАВА МЕНТОРА О ПРОЦЕНИ ОРИГИНАЛНОСТИ И
САГЛАСНОСТИ ЗА ПРЕДАЈУ
УРАЂЕНЕ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ**

Овим изјављујем да сам након прегледаног рукописа докторске дисертације сагласан да кандидат **Снежана Гавриловић** може да преда Служби за последипломске студије Универзитета урађену докторску дисертацију под називом:

Предикција фактора за унапређење наставе математике са аспекта увођења образовног софтвера,

ради организације њене оцене и одбране и да иста садржи оригиналан научни допринос који се састоји у предвиђању фактора за унапређење наставе математике применом Адаптивног неуро-фази интерференцијског система. Резултати и закључци ове докторске дисертације представљају својеврстан допринос методици наставе математике, коју је на овај начин могуће осавременити и модернизовати, а сам процес извођења наставе унапредити, олакшати наставницима планирање извођења часова а ученицима прилагодити наставне методе тако да се добију најбољи резултати. Практични допринос ове дисертације се огледа у чињеници да се резултати и открића у овом раду могу користити приликом креирања наставног плана и програма предмета математика, а и других наставних предмета без обзира на њихове специфичности.

У Београду,

09.07.2020. године

Dr. Zvezdana
(потпис ментора)

Комисија

за преглед, оцену и јавну одбрану докторске дисертације

1. **Проф. др Милена Петровић**, ванредни професор Природно-математичког факултета Универзитета у Приштини са привременим седиштем у Косовској Митровици, председник Комисије

(Област: Математика: Нумеричка математика, оптимизација)

2. **Проф. др Небојша Денић**, доцент Природно-математичког факултета Универзитета у Приштини са привременим седиштем у Косовској Митровици, ментор

(Област: Информациони системи и технологије)

3. **Проф. др Наташа Контрећ**, доцент Природно-математичког факултета Универзитета у Приштини са привременим седиштем у Косовској Митровици, члан

(Област: Математика: Операциона истраживања, организација, управљање)

Датум усмене одбране:

Захвалница

Посебно се захваљујем проф. др Небојши Денићу, особи са изузетним личним особинама, на драгоцену помоћ при избору теме, реализацији и интерпретацији добијених резултата, као и на корисним саветима приликом коначне израде ове докторске дисертације. Његова несебична подршка од почетка сарадње помогла ми је да превазиђем све препреке, које су се појавиле током докторских студија.

Захваљујем се проф. др Наташи Контрећ и проф. др Милени Петровић на предлозима, сугестијама, посвећености и позитивној енергији током израде докторске дисертације.

Бескрајно се захваљујем својој породици на безусловној помоћи, разумевању, стрпљењу и моралној подршци током свих година уложених у моје усавршавање. Синовима, Борћу и Марку, и супругу Драгану посвећујем ову докторску дисертацију.

Огромну захвалност дугујем својим родитељима и брату на свему што су учинили како би ми олакшали на реализацији овог пројекта, који представља врхунац моје досадашње каријере.

Искрену захвалност дугујем колегама Смиљани Игрутиновић и Горану Миодраговићу на пријатељској подршци и пруженој стручној помоћи. Велика је привилегија имати такве колеге уз себе.

Без мојих искрених пријатеља овај пут би био знатно тежи. Хвала им на стрпљењу, охрабрењу и свим заједничким инспиративним тренуцима.

ПРЕДИКЦИЈА ФАКТОРА ЗА УНАПРЕЂЕЊЕ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ СА АСПЕКТА УВОЂЕЊА ОБРАЗОВНОГ СОФТВЕРА

Резиме: Мотив за писање ове докторске дисертације настао је из дугогодишње наставне праксе и искуства самог аутора као наставника математике. Математика се показала као један од најкомпликованијих и најзахтевнијих наставних предмета са аспекта ученика. Стога се и ученици и наставници сусрећу са различитим проблемима у реализацији програма тог наставног предмета. Савладавање математичких садржаја је могуће само уз непрекидни ангажман ученика и континуитет у усвајању знања. Изостанак и најмањег дела градива у једној комплексној целини може имати несагледиве последице у даљем напретку и усвајању нових знања. Резултати које су наши ученици постигли на ПИСА и ТИМСС тестирању су поражавајући и алармирају на велики проблем и потребу да се у наставу математике уведу промене. Због специфичности математике као наставног предмета, превасходно је битно да се код ученика створи позитиван став према математици. Иновације у настави и спремност наставника на нове изазове представљају неопходне услове за успешнију реализацију самог наставног процеса. Брзи развој информационих технологија донео је многе методичко-дидактичке новине у настави математике, а једна од тих новина је и примена образовног софтвера у учењу математичких садржаја.

У овом раду су искоришћена достигнућа примењене математике у области меког рачунарства и употребом Адаптивног Неуро-фази Интерференцијског Система (АНФИС) су предвиђени фактори за унапређење наставе математике са аспекта увођења образовног софтвера у непосредни наставни процес. Резултати истраживања су показали да реализација наставе математике помоћу образовног софтвера доводи до унапређења низа фактора: достигнућа ученика, квалитета наставе, мотивације ученика, трајности знања и објективности оцењивања.

Кључне речи: настава математике, АНФИС, унапређење наставе математике, достигнућа ученика, мотивација ученика, квалитет наставе, трајност знања, објективност оцењивања, електронско учење, образовни софтвер

Научно поље: природно-математичке науке

Научна област: рачунарске науке

Уже научне области: примењена математика, неуро-фази логика, електронско учење, образовни софтвер, настава математике

УДК:

PREDICTION OF FACTORS FOR IMPROVING THE TEACHING OF MATHEMATICS FROM THE ASPECT OF INTRODUCING EDUCATIONAL SOFTWARE

Abstract: The motive for writing this doctoral thesis arose from many years of teaching practice and experience the author herself received as a mathematics teacher. Mathematics has proven to be one of the most complicated and challenging subjects in terms of students. Therefore, both students and teachers encounter different problems in the implementation of the curriculum of that subject. Mastering mathematical content is possible with continuous students' engagement and continuity in learning. The absence of even the smallest part of the material in a complex whole can have unprecedented consequences in the further progress and acquisition of new knowledge. The results our students have achieved in PISA and TIMSS testing are devastating and warn of the great problem and the need to bring about changes in teaching mathematics. Due to the specificity of mathematics as a subject, it is of paramount importance for students to create a positive attitude towards mathematics. Teaching innovations and the readiness of teachers to meet new challenges are prerequisites for successful implementation of the teaching process itself. The rapid development of information technology has brought many methodological and didactic innovations in the teaching of mathematics, and one of these innovations is the application of educational software in the teaching of mathematical content.

This paper employs the achievements of applied mathematics in the field of soft computing while the use of the Adaptive Neuro Fuzzy Interference System (ANFIS) provides factors for improving the teaching of mathematics in terms of introducing educational software into the immediate teaching process. The results of the research showed that the application of educational software in mathematics teaching leads to the improvement of a number of factors: student achievement, quality of teaching, student motivation, permanence of knowledge and fairness of assessment.

Keywords: mathematics teaching, ANFIS, improvement of teaching process in mathematics, student achievement, student motivation, quality of teaching, permanence of knowledge, fairness of assessment, e-learning, educational software

Scientific field: mathematical sciences

Scientific area: computer sciences

Narrow scientific field: applied mathematics, neuro fuzzy logic, e-learning, educational software, mathematics teaching

UDK:

САДРЖАЈ

1.	УВОД	1
2.	ТЕОРИЈСКЕ ПОСТАВКЕ ИСТРАЖИВАЊА	6
2.1.	Специфичности математике као наставног предмета	6
2.1.1.	Језик у настави математике	6
2.1.2.	Методичка анализа часа математике	8
2.1.3.	Дидактичка анализа садржаја предмета математика	10
2.1.4.	Стилови и стратегија учења математике	12
2.2.	Значај развоја математичког мишљења	14
2.2.1.	Појам мишљења са аспекта психологије и логики	14
2.2.2.	Пијажеова теорија о развоју мишљења код деце	16
2.2.3.	Математичко мишљење и његове карактеристике	18
2.3.	Став ученика према математици	20
2.3.1.	Преглед ранијих истраживања	20
2.3.2.	Разлози за позитиван став према математици	22
2.3.3.	Разлози за негативан став према математици	23
2.3.4.	Фактори утицаја на став ученика према математици	24
2.4.	Преглед статистичких анализа постигнућа ученика из математике	25
2.4.1.	Постигнућа ученика на ПИСА тестирању из математике	25
2.4.2.	Постигнућа ученика на ТИМСС тестирању из математике	30
2.4.3.	Постигнућа ученика на националним тестовима мале матуре из математике	36
2.5.	Проблеми у процесу извођења традиционалне наставе математике	40
2.5.1.	Проблеми у извођењу наставе математике са аспекта наставника	40
2.5.2.	Проблеми у извођењу наставе математике са аспекта ученика	42
2.6.	Глобални тренд дигитализације образовања	43
2.6.1.	Глобализација образовања	43
2.6.2.	Улога информативних технологија у образовању	46
2.6.3.	Процес информатизације образовних институција и дигитализација образовања	50
3.	ИЗАЗОВИ У ИЗВОЂЕЊУ САВРЕМЕНЕ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ	54
3.1.	Стратегија осавремењавања наставе математике	54
3.1.1.	Опремање школа наставним средствима и рачунарском опремом	54
3.1.2.	Професионални развој и стручно усавршавање наставног кадра	56
3.1.3.	Увођење иновација у наставу	58
3.2.	Спремност наставника за иновације у настави математике	61
3.2.1.	Дигиталне компетенције наставника математике у Србији	61
3.2.2.	Иновативни модели у настави	64
3.2.3.	Значај креативности наставника и ученика за иновације у настави математике	67

3.3.	Нови приступ индивидуализацији и визуализацији наставе математике	70
3.3.1.	Савремени облици индивидуализације наставе математике	70
3.3.2.	Предности индивидуализоване наставе математике	73
3.3.3.	Визуализација у настави математике – функција и врсте	74
3.3.4.	Могући начини и разлози визуализације наставе математике	77
4.	САВРЕМЕНЕ ОБРАЗОВНЕ ТЕХНОЛОГИЈЕ У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ	80
4.1.	Примена информационо комуникационих технологија у настави математике	80
4.1.1.	Значај примене рачунарске технологије у настави математике	80
4.1.2.	Дизајнирање наставе математике употребом ИКТ	83
4.1.3.	Предности и недостаци примене рачунара у настави математике	86
4.2.	Могућности инкорпорације електронског учења у наставу математике	89
4.2.1.	Појам и врсте електронског учења	89
4.2.2.	Електронско учење у настави математике	92
4.2.3.	Педагошке ИКТ компетенције наставника математике за инкорпорацију електронског учења у наставу	95
4.2.4.	Предности и недостаци примене електронског учења у настави математике	96
4.2.5.	Недоумице везане за електронско даљинско учење са аспекта потенцијалног корисника	99
5.	МЕТОДОЛОШКЕ ОСНОВЕ ИСТРАЖИВАЊА	105
5.1.	Предмет истраживања	105
5.2.	Циљ и задаци истраживања	106
5.3.	Полазне хипотезе	107
5.4.	Научне методе истраживања	108
5.5.	План истраживања	109
5.5.1.	Узорак истраживања	109
5.5.2.	Ток истраживања	109
6.	АСПЕКТИ УВОЂЕЊА ОБРАЗОВНИХ СОФТВЕРА У НАСТАВУ МАТЕМАТИКЕ	112
6.1.	Педагошко-психолошки аспекти	112
6.1.1.	Промена улоге наставника у наставном процесу	112
6.1.2.	Положај ученика у наставном процесу	113
6.1.3.	Савремена димензија учења	116
6.2.	Методичко-дидактички аспекти	118
6.2.1.	Дидактичка позадина – принципи активног учења	118
6.2.2.	Савремене методе и облици активне наставе математике	121
6.2.3.	Улога и значај интерактивних образовних технологија	126

7.	ПРОЦЕНА ИЗВОЂЕЊА НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ АНФИС МЕТОДОЛОГИЈОМ	130
7.1.	Адаптивна неуро-фази мрежа – анфис	130
7.1.1.	Неуронске мреже	130
7.1.2.	Врсте неуронских мрежа	132
7.1.3.	Фази скупови и фази правила	134
7.1.4.	Неуро-фази мреже	137
7.1.5.	АНФИС методологија	138
7.1.6.	Опис процеса обраде података	140
7.2.	Резултати истраживања постигнућа ученика	141
7.2.1.	Опис променљивих	141
7.2.2.	Приказ добијених резултата	142
7.3.	Резултати истраживања мотивације ученика и наставника	150
7.3.1.	Опис променљивих	150
7.3.2.	Приказ добијених резултата - мотивација ученика	151
7.3.3.	Приказ добијених резултата - мотивација наставника	160
7.4.	Резултати истраживања квалитета наставе	169
7.4.1.	Опис променљивих	169
7.4.2.	Приказ добијених резултата	170
7.5.	Резултати истраживања трајности знања	179
7.5.1.	Опис променљивих	179
7.5.2.	Приказ добијених резултата	180
7.6.	Резултати истраживања објективности оцењивања	188
7.6.1.	Опис променљивих	188
7.6.2.	Приказ добијених резултата	189
7.7.	Дискусија добијених резултата	198
7.7.1.	Дискусија добијених резултата – постигнућа ученика	198
7.7.2.	Дискусија добијених резултата – мотивација ученика и наставника	199
7.7.3.	Дискусија добијених резултата – квалитет наставе	201
7.7.4.	Дискусија добијених резултата – трајност знања	202
7.7.5.	Дискусија добијених резултата – објективност оцењивања	203
8.	ЕВАУЛАЦИЈА ПРИМЕНЕ ОБРАЗОВНОГ СОФТВЕРА У ПРЕДМЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ	205
8.1.	Карактеристике образовних софтвера за математику	205
8.1.1.	Појам и дефиниција образовног софтвера	205
8.1.2.	Карактеристике образовних софтвера	206
8.1.3.	Специфичности образовних софтвера за математику	207
8.1.4.	Врсте образовних софтвера за математику	209
8.2.	Приказ најчешће коришћених образовних софтвера за математику	210
8.2.1.	Преглед најпопуларнијих образовних софтвера за математику у свету	210

8.2.2.	Најчешће коришћени образовни софтвери за математику у Србији	213
8.3.	Анализа и опис образовног софтвера одабраног за потребе евауације истраживања	219
8.3.1.	Опис и графичко окружење образовног софтвера „МАТИШ“	219
8.3.2.	Модули образовног софтвера „МАТИШ“	221
8.3.3.	Карактеристике и предности образовног софтвера „МАТИШ“ са аспекта корисника	225
8.4.	Методологија и подаци	226
8.4.1.	Циљ и задатак истраживања	226
8.4.2.	Узорак и методе прикупљања података	226
8.4.3.	Опис прикупљених података	227
8.4.4.	Методе обраде података	228
8.5.	Резултати и дискусија	228
8.5.1.	Резултати статистичке обраде података	228
8.5.2.	Дискусија добијених резултата	232
9.	ЗАКЉУЧАК	234
10.	ЛИТЕРАТУРА	239
11.	ИНТЕРНЕТ СТРАНИЦЕ	252
12.	ПОПИС СЛИКА	253
13.	ПОПИС ТАБЕЛА	257

1. УВОД

При обучавању деце неопходно је тежити ка томе да се код њих постепено сједињује знање са умењем. Изгледа да је од свих наука једино математика способна да у потпуности задовољи овај захтев.

Имануел Кант

Математика као наука се развија током целе историје и наставља и дан данас да напредује и усавршава се. Као резултат многобројних научних истраживања о начину учења и примени математике, нове методе и активности су се константно додавале традиционалним приступима у изучавању математике како би ученици имали вештине и компетенције које су им потребне да успеју да превазиђу изазове које носи савремено друштво. Разни математички појмови, симболи и знаци, који чине језик математике, омогућавају нам да схватимо универзум и процесе који се у њему одвијају који би, иначе, могли бити безнадежно компликовани. Математички модели и односи су развијени и префињени током векова, а процес је толико динамичан и продуктиван у савременом друштву, чини се, више него у било ком тренутку у историји. Данас се математика користи у више области истраживања него икада раније, а постала је и незаобилазна у свакодневном животу.

Добро познавање математике постаје део опште научне писмености, па је, стога, важно за све ученике да разумеју да је математика проучавање модела и односа, да се упознају са неким од тих модела и односа, као и да науче да их користе у свакодневном животу. Нажалост, традиционално учење математика је све више ирелевантно у модерном свету, јер се концентрише на писмено израчунавање које се сада у пословању, индустрији и истраживању спроводи са калкулаторима и компјутерима. Ментална аритметика је сада много важнија од писаног израчунавања и ученици морају да развију способност да ментално процењују. Математика је та која мора да усмери ученике да мисле логично. (Duraku и други, 2013)

Да би учио математику, савременом ученику није довољан само уџбеник већ мора комбиновати и друга наставна средства, нове методе учења и активности које могу да подигну ниво самопоуздања и логичког размишљања. На овај начин они развијају основне математичке вештине као што су: решавање проблема, прикупљање података, вредновање података, мерење, итд. Што је више математика повезана са свакодневним животом, то ће више ученика схватити потребу за математиком у њиховом свету.

Међутим, настава математике у нашим школама се умногоме разликује од њене примене у реалним животним околностима. То може негативно да утиче на мотивацију ученика и њихову жељу и потребу да уче математику. Они често доживљавају математику само преко уџбеника и немају разумевања о њеном значају у њиховом животу. Ученици треба да схвате да је математика свуда око нас. Њима су потребна различита искуства да би могли да цене чињеницу да је математика заједничка људска активност и да је важна за нашу садашњост и нашу будућност.

Да би се стање у настави математике побољшало и да би резултати били бољи мора се променити сам однос ученика према математици. „Наиме, потребно је код ученика пробудити одређен интерес и развити одређене мисаоне операције које би омогућиле ученику општи приступ проблему, а не приступ искључиво везан за одговарајућу рутину или шаблон.“ (Mirčov, M., 2012) Репродукција наставних садржаја мора бити замењена применом усвојених знања.

Пред наставницима стоји велики задатак. Потребно је да код ученика пробуде љубав према математици и потребу за математиком. Наставник мора да:

- „укаже на дијапазон примене математике, да покаже ученицима у којим се наукама и сферама људске делатности примењује математика и то коришћењем примера из свакодневног живота; то може да побуди интересовање за математику код ученика, а нарочито ако се узимају примери из оних области за које ученици показују посебне склоности.
- покаже бенефите и примат математике у решавању реалних проблема; може се наћи велики број примера у којима се применом математике једноставније и успешније решавају одређене проблемске ситуације.
- укаже на улогу математике у процесу васпитања, у изградњи позитивних карактеристика личности; посебно се то може постићи конкретним указивањем на улогу математике у изградњи логички коректног начина мишљења, уочавања функционалних веза, способности комбиновања и представљања у првом реду способности просторног представљања, апстраховања, генерализовања итд.
- одабере поступке који мотивишу и могу да заинтересују ученика; математички поступци сами у себи садрже многе за ученике привлачне исходе, као што су у првом реду могућност рационализације, систематичности, тачности, прегледности итд.
- одабере садржаје који ће привући пажњу ученика и пробудити интересовање.“ (Mirčov, M., 2012)

И поред тога што постоји свест о томе колико је битна основна математичка писменост ипак постоји и проблем са којима се сусрећу бројни ученици у процесу усвајања математичких садржаја. Садржај наставе математике је сложен, многим ученицима често врло тежак, будући да разумевање тих садржаја захтева сложене мисаоне процесе, систематску усредсређеност и темељну заинтересованост. Математички садржаји су апстрактни, па је потребна одговарајућа методичка квалификованост да би се ученицима омогућило да их путем повезивања са реалном стварношћу темељно схвате и усвоје. Такође, математички садржаји су међусобно тесно повезани, па неразумевање једног дела градива доводи до тешкоћа у савладавању свих садржаја који се на њега надовезују. То захтева посебну бригу наставника да ученик не буде лишен ниједне карике ланца целовитих математичких знања. Математички начин размишљања треба усмерено развијати још од предшколског узраста, па током читавог школовања, јер постаје све неопходнији у свету који се обликује утицајем нових технологија .

У оквиру школског курикулума учење математике је јединствено због тога што је високо организовано, прогресивно и у изазовима. Једноставнији елементи морају бити успешно научени пре него што се пређе на друге. То је предмет где се уче делови, затим се делови додају једни другима и тако формирају целину. (Chinn, Ashcroft, 1998:4.)

У наставном предмету математика постоји јака веза између обрађених, текућих и наредних садржаја, па ученици који имају потешкоћа у учењу математике стичу утисак да су у неповољнијој ситуацији од оних који наилазе на проблеме у другим наставним предметима. (Frederickson, Cline, 2009, стр. 387-388)

Многе математичке речи су непознате све док их ученици не чују на часовима (нпр. хипотенуза, паралелограм), док се неке друге речи користе, збуњујући их, са различитим значењима у математици и обичном језику (нпр. средња вредност, производ, непаран). Синтакса у којој се изражавају математичке идеје је често сложенија него што су деца навикла у другим областима курикулума. (Shuard, Rothery, 1984)

Савремена настава математике у Србији је још увек усмерена на реализацију плана и програма предвиђеног курикулумом предмета, а многи наставници свој главни задатак виде у томе да ученици усвоје што више градива предвиђеног тим планом и програмом. Настава математике има своје циљеве. Циљ означава очекивано, замишљено будуће стање које желимо постићи одређеним активностима и садржајима да би ученици стекли основу за успешно настављање математичког образовања и самообразовања. „Основни циљ наставе математике, који се поставља пред сваког ученика, не сме бити пуко усвајање градива прописаног наставним планом и програмом и стицање знања која се темеље само на низу правила, формула и умећа решавања једноставних стандардних задатака“, (Kurnik, 2009), већ и откривање, праћење и усмеравање ученика са посебним склоностима и способностима за дубље разумевање математике. Сем тога, нужно је да та настава доприноси развијању ученичких менталних способности, формирању њиховог научног погледа на свет и свестраном развоју њихове личности. (Lee, Hollebrands, 2008)

Ученике је потребно научити примењивању математичких метода, (анализа, синтеза, аналогија, индукција, дедукција, генерализација, специјализација), без обзира на то да ли ће се неко од њих касније бавити озбиљније математиком. Ако, при томе, уважавамо индивидуалне потребе и математичке способности сваког ученика, можемо очекивати да ће настава математике испунити своје циљеве и бити успешна. Незнање и неуспеси које ученици показују након завршеног школовања последица су чињенице да се настава, углавном, изводи на нижем нивоу где се инсистира само на усвајању и репродукцији градива а развој стваралачког мишљења и стваралачке способности ученика је у другом плану. Разлог запостављености извођења наставе на вишем нивоу лежи у чињеници да су за њу потребне захтевније наставне методе засниване на хеуристичкој и проблемској настави, што захтева и додатне обуке наставника.

Улога ученика у традиционалној настави математике је да што подробније усвоји знања која му наставник презентује и да може да их прецизно репродукује. Наравно, наставници су увек инсистирали да та знања буду усвојена са разумевањем и са индивидуалним ангажовањем сваког ученика, што, ипак, не ставља ученика само у позицију објекта већ и субјекта наставног процеса. Али и ту наставу је и потребно и могуће учинити савременијом и ефикаснијом. Оно што карактерише иновативну, модерну, развијајућу наставу јесу услови у којима ученик постаје субјекат наставног процеса, а њена суштинска усмереност је ка развоју менталних, посебно мисаоних способности и целовите личности ученика. Ученик осећа потребу, способност и мотивацију за усавршавање и на тај начин ствара услове за свеобухватни саморазвој. У оваквој настави код ученика је присутна снажна мотивација, па „наставник у њој има улогу организатора успешне сарадње, консултанта и руководиоца сазнавалачког и развојног процеса.“ (Nadrljanski, Soleša, 2002)

Наставници математике морају наћи одговоре на многа питања: како наставу математике учинити занимљивом и привући пажњу ученика и на који начин што успешније пренети знања ученицима. Имајући у виду да живимо у веку интезивног развоја савремених информационих технологија и јаким масовним медија, наши ученици су дигитално описмењени још од малих ногу и изложени њиховом јаким утицају. Због тога је наставницима, који наставу реализују на класичан начин, тешко да придобију њихову пажњу. Савремено схватање учења преноси тежиште знања са уџбеника, или наставника као интерпретатора уџбеника, на употребу савремених информационих технологија: интернет, образовни софтвер, учење на мрежи... Разумевање наставних садржаја и њихова примена у пракси су фокус учења математике. Трансфер знања мора бити заснован на једној сложеној конструкцији односа у којој је наставник ментор, а ученици кроз тимски рад стварају своја образовна окружења за индивидуализовано учење. У данашње време, када смо окружени дигиталном телевизијом, компјутерима, интернетом, дигиталним фотоапаратима, мобилним телефонима и многим другим продукцијама информационих технологија, јасно је да процес извођења наставе математике мора доживљавати промене и прилагођавати се захтевима савременог друштва. Учење путем образовних софтвера, интернета и друштвених мрежа засновано је на индивидуализацији, партиципацији и демократизацији образовног процеса. Дигитални медији у настави омогућавају занимљивије представљање градива и мотивишу ученике у потрази за новим знањем. Употреба дигиталних материјала у настави подиже наставу на виши ниво, развија критичко мишљење, креативност и истраживачки дух код ученика и у значајној мери подстиче сарадњу између ученика и наставника. (Savić, Gavrilović, 2010)

У савременом извођењу наставног процеса информационе технологије представљају, у ужем смислу, незаобилазно наставно средство као подршка наставницима у традиционалном начину учења а, у ширем значењу, оне представљају нов методолошки приступ кроз различите начине реализације учења и подучавања. (Denić, Gavrilović, Kontrec, 2017) „Мултимедијално поучавање и учење пружа свим ученицима у разреду могућност за успешно савладавање градива.“ (Chiou, 2008).

„Рачунари ученицима нису страни, они су присутни у њиховом свакодневном животу, па на том плану није тешко усагласити њихов живот и рад у школи и ван школе. Тиме се значајно умањује заостајање школе иза друштва у целини у погледу коришћења модерне технологије.“ (Gavrilović, Denić, Miodragović, 2016)

Учење помоћу рачунара за ученике представља посебан облик учења. Ученици у настави математике теже да разумеју и овладају оним што за њих има посебан смисао и значење. Решавајући математичке задатке применом рачунара ученици утврђују стечена и усвајају нова знања и постају свесни нових искустава. Уз примену рачунара ученик има могућност да напредује по сопственој узлазној линији, сопственим темпом, задовољавајући при томе своје потребе и интересе. (Nikodinovska-Bančotovska, 2003)

Учење помоћу рачунара много више укључује ученике да активно учествују у процесу добијања информација што ствара реалне услове и основу за ефикасно и трајно примењивање усвојених математичких знања. То је веома важно пошто се зна да је темељна функција рачунара у настави математике управо у томе да се ангажује што више перцептивних способности ученика (визуелних, акустичких, аудиовизуелних и сл.) како би се осигурало квалитетније усвајање математичких представа и појмова. Процес стицања математичких знања применом рачунара, осим перцепција и представа стечених посматрањем, укључује и веома интензивне интелектуалне активности (апстрактно мишљење), о чему треба водити рачуна уколико желимо да примена рачунара у настави математике буде успешна. Радом на рачунару ученици усвајају одређене перцептивне податке, а њих је потребно трансформисати у одговарајуће појмовне садржаје – што се може обављати искључиво мисаоним путем. Приликом планирања коришћења рачунара у наставном процесу битно је уважити индивидуалне математичке, баш као и опште интелектуалне способности ученика.

Примена рачунара у основном образовању је процес који се спроводи у великом броју земаља без обзира на ниво развијености и економске стабилности. Ученици тиме стичу могућност да се што квалитетније образују, пратећи међународне стандарде, а у исто време припремају за тржиште рада које је све захтевније. Коришћење рачунара и различитих мултимедијалних садржаја ученицима може на једноставнији и занимљивији начин олакшати савладавање наставног градива предвиђеног за њихов узраст. Реализација наставе математике применом рачунара је захтевнија од класичне наставе, како у погледу обима опреме и потребног дидактичког софтвера, тако и у погледу финансијских средстава. Из тих разлога се код нас касни, тако да немају све основне школе могућност коришћења савремених технологија у настави у обиму који би задовољио глобалне стандарде. Посебно је значајно да се примена рачунара у систему образовања и креирање пратећег едукативног материјала одвија што брже, јер смо сви сведоци развоја технологије и њене примене, те је потребно омогућити свим ученицима да добију могућност стицања образовања које је у складу са светском праксом. Употреба рачунара и информационих технологија у наставној пракси је постала неопходност и потреба савременог образовања како би оно било у могућности да одговори свим захтевима који му се постављају у погледу квалитетнијег оспособљавања појединаца за успешан живот и развој.

2. ТЕОРИЈСКЕ ПОСТАВКЕ ИСТРАЖИВАЊА

Природа је огромна књига у којој је написана наука. Она је стално отворена пред нашим очима, али је човек не може разумети уколико претходно не научи језик и слова којим је написана. А написана је она језиком математике.

Рене Декарт

2.1. СПЕЦИФИЧНОСТИ МАТЕМАТИКЕ КАО НАСТАВНОГ ПРЕДМЕТА

2.1.1. Језик у настави математике

На успешност извођења наставе математике, као једног сложеног процеса, утичу многобројни фактори. „Неки од њих односе се на важна питања језика наставе математике. Језик наставе математике сложен је сам по себи, јер садржи две компоненте: говорни језик и математички језик. Математика се сусреће и користи у свим облицима живота и рада, и сасвим је оправдано тврдити да су математичка знања потребна сваком човеку. Језик савремене математике резултат је њеног дугог развоја. Математика проучава објекте чија су својства прецизно формулисана. Имајући у виду то да није све што се каже природним језиком прецизно, развој вештачког језика, симбола и формула био је највеће достигнуће науке, што је у великој мери одредило даљи развој математике и њеног језика.“ (Mitrović D., 2015) Математички језик користи се у многим наукама и свака наука, сходно својим потребама, захтева присуство математике као неизбежног чиниоца свог успеха. Предности квантитативног језика математике у поређењу с природним језиком су у томе што је такав језик врло кратак и прецизан. На пример, ако морамо да изразимо интензитет неког својства конвенционалним језиком, морамо да користимо неколико десетина придева, а ако то чинимо на језику математике онда изаберемо скалу за упоређивање или изаберемо мерну јединицу и тада се сви односи могу превести у прецизан квантитативни језик. Математика се не може разумети само формалним или неформалним језиком, већ је за разумевање исте потребно разумевање обе врсте језика и формалног и неформалног. (Barwell, 2013)

Математички језик обавља две врло важне функције:

- Прецизност у формулацији квантитативних закона појава које се проучавају: Прецизна формулација закона и научних теорија на математичком језику омогућава примену богатог математичког и логичког апарата приликом изношења њихових последица. Треба напоменути да постоји блиски однос између природног језика који описује квалитативне карактеристике и квантитативног математичког језика, и што боље познајемо квалитативне карактеристике појава, успешније можемо користити квантитативне математичке методе да их анализирамо. Математички језик је универзални језик посебно дизајниран за кратко и прецизно бележење различитих појава.
- Формирање алгоритамских шема и веза модела и реалног процеса: С једне стране, било која математичка шема или модел представља поједностављујућу

идеализацију предмета или феномена који се проучава, али с друге стране, поједностављење омогућава јасно и недвосмислено разумевање суштине објекта или појаве.

Математички језик, као и сваки други, посматра се са аспекта семантике и синтаксе. Семантика проучава знакове, математичке изразе и одређује значење сваког од математичких симбола. Математичка синтакса поставља правила употребе математичких знакова у изразима, једнакостима, неједнакости и другим задацима формираним математичким језиком. (Калинина, Ручкина, 2016)

Ученици често имају слабу представу или о првом или о другом аспекту математичког језика. То потврђују многе грешке које чине. Неправилно повезивање ових двају приступа проучавању математичког језика у традиционалној настави, често је узрок формалних знања ученика. Ако наставник математике негује само први приступ, ученици неће научити примењивати формални математички апарат, а то значи ни решавати проблеме помоћу тога апарата. Ако наставник математике негује само други приступ, ученици неће разумети смисао израза математичког језика и неће знати преводити проблеме који настају изван математике на математички језик. У настави математике важна су оба аспекта проучавања математичког језика. Први приступ треба остваривати на свим нивоима наставе математике, а други приступ спроводи се поступно и према потреби. (Kurnik,Z., 2006)

Неопходни услови за развој математичког језика укључују:

- нераздвојивост развоја говора од процеса развоја мишљења, комуникација говора и размишљања је двосмерна: мишљење не само да проналази израз у говору и формира се у њему, већ и регулише сам говорни процес (Гашева, Абричкина, 2014);
- приступ активном учењу;
- приступ учењу усредсређеном на ученике;
- владање математичким језиком и математичком симболиком, укључујући познавање појмова и симбола који се изучавају у датим математичким објектима и односима између њих, разумевања значења коришћених термина и симбола и вештине у раду са њима, свест о законима грађења и структуре изражавања језиком математике, примењујући правила конструисање математичких реченица у сопственом облику говорне активности.
- посебна активност наставника у креирању говорних ситуација, које захтевају укључивање ученика у комуникационе активности у процесу учења математике, путем система посебних вежби које иницирају процес формирања и развоја математичког говора;
- владање логичком компоненте математичке науке, која представља разумевање логичке структуре дефиниције концепта, алгоритам за решавање једначине, неједнакости, проблема, способност упоређивања објеката са наведеном особинама, истицање суштинских разлога за њихово упоређивање, способност

класификације концепата, разумевање логичке структуре теорема и суштина доказа, значај аргументације.

Математички језик је језик комуникације међу људима, стога је једно од средстава за развој математичког говора сама комуникација ученика са одраслима, посебно са наставником математике. Наставници морају имати високу математичку културу и компетентан математички говор, изграђен у складу са правилима језика. Ученике треба научити логичном, компетентном математичком говору, тражити прецизан изговор математичких појмова, способност давања примера и контра примера објеката који се проучавају. Научити математички језик није само питање учења нових речи, већ и нових значења и начина аргументације те спајања постојећих елемената у новим комбинацијама.

2.1.2. Методичка анализа часа математике

Методика наставе математике је научно-истраживачка област која се бави изучавањем процеса и појава идентификованим при учењу и подучавању математике и односи се на било који ниво образовања. Главна подручја њеног истраживања су: (Pinter и други, 1996)

- развој и имплементација курикулума наставног предмета математика,
- методе поучавања и учења математике,
- вредновање постигнућа учења

Методичка анализа наставног часа математике укључује све специфичности наставног предмета математика и обухвата припрему и реализацију часа: структуру часа, употребу математичког језика, методички прилаз обради наставног садржаја.

Обзиром да је „настава најорганизованији и најсистематичнији начин стицања знања па је, у дефиницији, наглашена њена планска организованост ради разлучивања од ненамерног и спорадичног учења тако честог у свакодневной људској активности, произлази и функција наставника да одабира и припрема наставне садржаје и да помаже ученицима да их лакше савладају и усвоје.“ (Vilotijević, 1999, стр. 85)

Методичка анализа часа математике не сме да буде формална ствар и мора да обезбеди систематично деловање. Добро припремљена и реализована настава има уграђене све механизме за праћење и вредновање и омогућава у сваком тренутку контролу над наставним процесом и корекцију у току извођења, уколико се уочи неки сегмент деловања чији је ефекат другачије био планиран.

Методичка анализа извођења часа математике садржи три компоненте. Прва компонента је структурално-методичка анализа и односи се на захтеве у различитим фазама реализације часа:

- Опште (односе се на све фазе часа): Наставник мора да користи правилну математичку терминологију тј. да се изражава математички коректно и користи терминологију у складу са старосним способностима ученика; наставник мора, заједно са ученицима, да изврши анализу свих задатака који су на часу урађени.

- Припремна фаза: У оквиру ове фазе морају се обновити математички садржаји који могу послужити као основа за схватање садржаја који се изучавају на текућем часу; морају се поновити најбитнији делови раније обрађених садржаја (ако је у питању час утврђивања); мора се створити ситуација која мотивише ученике да потраже одговор на тренутни проблем и разреше насталу ситуацију.
- Оперативна фаза: Наставник мора одабрати одговарајући методички поступак за реализацију садржаја наставе математике, обезбедити да ученици правилно схвате садржаје, инсистирати да ученици самостално долазе до појмова, закључака, правила, алгоритама; мора се извршити утврђивање обрађених садржаја; обим садржаја који се обрађује не сме бити ни превише обиман ни недовољно обиман; важно је извршити увежбавање ради стицања умења и навика водећи рачуна о томе да стечена знања буду проширена и продубљена; од посебног је значаја оспособити ученике да повезују утврђене садржаје са њима сродним садржајима у тематске целине; наставник мора обратити пажњу на то да ученици буду оспособљени да стечено знање примењују у пракси.
- Фаза верификације: У оквиру ове фазе се оцењује да ли су стечена знања проширена и продубљена, да ли су се ученици оспособили да повезују утврђене садржаје са њима сродним садржајима у целине, да ли су се ученици оспособили да стечено знање примењују у пракси.

Кроз методичку анализу извођења часа математике мора се извршити и процена дидактичко-методичке компоненте:

- Процена остварености образовно-васпитног циља: Циљеви и задаци часа морају бити остварени на шта наставник мора обратити пажњу и да предвиди шта би сметало, а шта помогло да се предвиђени циљ оствари, да буде сигуран да су истакнути задаци часа и да је то учињено правовремено, да су задаци часа ученицима јасни и у складу са садржајима који се обрађују.
- Примена сврсисходних наставних метода: Методе коришћене на часу морају бити у складу са квалитетом знања које ученици треба да стекну на часу и у складу са природом садржаја који се обрађују; наставне методе морају бити тако изабране да оне утичу на мисаоно ангажовање ученика и могу да обезбеде логички пут сазнања; важно је да наставник стручно комбинује наставне методе на часу.
- Коришћење одговарајућих наставних средстава: Наставна средства морају бити истакнута у право време, наставна средства морају развијати код ученика интересовање за садржаје који се изучавају, морају да утичу да ученици помоћу њих брже изграде математичке појмове, формирају судове, изведу закључке; избор наставних средстава мора се извршити тако да буде адекватан садржајима, прилагођен узрасту и прилагођен процесу сазнања.
- Употреба различитих облика организације наставног рада: Облици организације рада ученика (индивидуални, фронтални, групни, рад у пару,...) морају бити пажљиво одабрани у односу на наставни садржај и индивидуалне особине

ученика; пожељно је на часу користити облике рада са диференцираним захтевима.

Такође, када говоримо о методичкој анализи извођења часа математике не можемо заобићи ни њену педагошко-психолошку компоненту, која подразумева:

- Делатности наставника: Наставник треба да успостави контакт са ученицима, да ствара ситуације успеха, реализује идеје сарадње, успешно коригује поступке ученика; мора да води рачуна о способностима ученика, да сви ученици буду успешно укључени у рад, да буде успешно одржавана пажња, интересовање и учешће ученика, односно да ученици били мотивисани за рад; у току часа мора бити вршена контрола рада ученика и давана одговарајућа упутства за рад.
- Активности ученика: Ученици морају бити активни учесници у наставном процесу, врло је битно да психолошко ангажовање ученика било оптимално и да је на часу остварена интеракција са другим ученицима и наставником.

С обзиром да методичка анализа часа обухвата припремање и реализацију часа, то казује да ју је неопходно извршити припреми за сваки час, што наставници и раде, међутим, од изузетне је важности да се методичка анализа изврши и након реализације часа. На тај начин наставници омогућавају себи да побољшају и унапреде властити рад. Свеобухватна методичка анализа наставног часа оспособљава наставника да компетентно и објективно суди о свом раду, што није неважна предност јер смо сведоци екстерне процене рада и ученика и наставника.

2.1.3. Дидактичка анализа садржаја предмета математика

Школски садржаји наставног предмета математике, нажалост, често се схватају као нешто што је, већ годинама уназад, фиксно и није подложно променама. Сходно томе, наставницима једино преостаје да изграде сопствене вештине и методе у преношењу наставног садржаја како би ученици имали што боља постигнућа. Математички садржаји се могу јавити у једном од три вида: (Marjanović, 2010)

- историјском, кад их видимо у стању стварања
- научном, кад су структурно изложени и сређени на логички компактан начин,
- дидактичком, кад су транспоновани на начин што подеснији за оне који их уче

Дидактичко обликовање математичких наставних садржаја је један сложен и врло осетљив процес који непрестано траје, стално се мењајући и усавршавајући се. Тај процес је један интердисциплинарни подухват, а поред историје математике и математике као науке базира се на теоријама о учењу и на дугогодишњем наставном искуству. Што је ниво дидактичког обликовања виши, научно изложени садржаји су све више релевантни. Уколико се на тај начин презентују, математички садржаји добијају логичку оштрину и мање су подложни грешкама.

Ослоњена на три стуба, историју математике, математику као основну струку и когнитивну психологију, дидактичка анализа је разлагање садржаја већих наставних тема и њихово сагледавање у историјској ретроспективи, у повезаности са њиховом

интуитивном основом и, затим, њихово логичко сређивање и структурисање. Та анализа служи наставнику да садржаје усвоји на продубљенији начин и да са разумевањем прати њихово дидактичко обликовање јер без упућености у дидактичку анализу садржаја наставник математике није припремљен за квалитетно извођење наставе. (Marjanović, 2010)

Поред тога што математички садржаји на свим нивоима наставе морају бити дидактички обликовани, разрађени, уређени и повезани, поштујући одговарајуће степене апстрактности и одговарајуће начине мишљења, они морају поштовати и одређене дидактичке принципе.

Дидактички принципи наставе математике су:

- „Принцип примерености: Садржај овог принципа изражава се степеном тежине односно лакоће којима ученици усвајају математичко наставно градиво.
- Принцип очигледности: У настави математике означава све оне радње којима се апстрактни математички садржаји преводе у емпиријске- визуелне, акустичне, тактилне, са сврхом да ученици са што више чула перципирају предмете и појаве спољног света.
- Принцип личне активности ученика: Без личне активности ученика не могу се усвајати садржаји наставе математике. Активност ученика универзални је и перманентни услов учења; захтев за ученичком активношћу у настави трајно је актуелан.
- Принцип индивидуализације: Индивидуализација наставе математике је поступак којим се учење у настави прилагођава могућностима сваког ученика. Поступцима индивидуализације настава се обликује тако да се субјективним способностима сваког ученика постигне максимални васпитно-образовни резултат.
- Принцип поступности и систематичности: Принцип поступности и систематичности је условљен психолошком чињеницом да се градиво наставног предмета математика не може схватити и учити а да се претходно нису схватили и усвојили релевантни садржаји. У суштини принцип поступности конкретизован је правилима: од познатог ка непознатом, од лакшег ка тежем, од једноставног ка сложеном, од ближег ка даљем, од конкретног ка апстрактном.
- Принцип објективне стварности: Посебно је значајан у почетној настави математике према којем се основни математички појмови изводе из квантитативних односа објективне стварности. Овај принцип обезбеђује повезаност теоријских и практичних знања и усмерава на развој вештина, стваралачког мишљења, као и адекватан однос према процесу стицања знања.
- Принцип научне заснованости: предвиђа неопходност излагања наставне теорије на савременом нивоу науке, изражавајући научну одредбу наставе и одређујући идејну оријентацију наставног процеса.“ [1]

Дидактички принципи су обавезни и морају се примењивати у извођењу наставе свих наставних предмета како би се постигло јединство наставног процеса и образовање и васпитање у целини. Ипак је карактеристично да и поред свега систем

дидактичких принципа и правила која из њих произилазе не могу да покрију цео концепт наставе, сва њена обележја и специфичности, односе наставник-ученик, као ни многе педагошке, психолошке и социолошке аспекте процеса наставе. (Denić N., Petković D., 2019)

☒ Математичка знања и вештине често могу бити резултат истрајног вежбања, уигравања одређених процедура и репродукција наставног садржаја. Између таквог начина учења математике и знања и умења стечених са разумевањем постоји озбиљна разлика, прва нису а друга јесу отворена за даљи трансфер, прва су подложна бржем заборављању док друга постају део трајног знања субјекта који учи. Да не би дошло до игнорисања когнитивних процеса кроз које се знање синтетизује, дидактичка анализа садржаја предмета математика мора да поштује дидактичке принципе учења математике и да се базира на постулатима дидактике математичког образовања: [2]

- Први постулат: Водити ученика кроз континуиран низ адекватних активности које не скрећу ученика са развојног пута његове интелигенције.
- Други постулат: Допустити ученику слободу да сам изграђује појмове, да сам открива чињенице и правила, да сам решава проблем, да стваралачки ради.
- Трећи постулат: Математичко образовање је дужно да убрзава, да интензивира учеников ментални развој, да максимално скраћује и проширује спонтани развој интелигенције.

2.1.4. Стилони и стратегија учења математике

Учење је свесна, сврсисходна и намерна активност која обухвата способност за усвајање навика, информација, знања, вештина. То је сложен, непрекидни процес присутан у свим аспектима и старосним добима нашег живота. Учење је процес чији је резултат у релативно трајној промени понашања.

Због своје специфичности, учење математике се разликује од неких других наставних предмета. Настава математика је тако концепирана да се учење наставних садржаја пропагира кроз неколико важних функција:

- Настава математике тражи континуитет у усвајању садржаја
- Ученици морају да усвоје тражене математичке садржаје
- Ученици морају да знају да научене садржаје примењују у другим наукама и свакодневном животу
- Код ученика се мора оформити квалитетан мисаони процес

Сваки ученик има неки свој стил у учењу. Различите активности у току извођења наставе нису увек прихватљиве за све ученике. Сваки ученик је јединка за себе и има своје мотиве за учење али и способности за усвајање нових знања.

„Стил учења је устаљен и доминантан начин пријема, обраде и употребе информација у процесу учења, а најпрепознатљивији је у току организованог учења у настави; то је начин менталног представљања и обраде садржаја учења.“ (Bjekić, D., 2009)

Сваки стил учења се подједнако вреднује само на различите начине дефинише успех ученика и врши његову процену. Ниједан стил учења није бољи или лошији од другог. Будући да сваки стил има сличне распоне интелигенције, ученик не може бити означен или окривљен због тога што је у било ком од њих (Vilis, Hodson, 2005). Уколико му је понуђен, ученик ће сам изабрати стил који му одговара, што ће се позитивно одразити на његова постигнућа.

У зависности од тога на који начин ученик разуме, усваја и примењује математичка знања може се рећи да сваки ученик има своју јединствену математичку личност а, самим тим, и свој јединствен стил учења (Egerić, Đurić, 2011). Многи научници су се бавили стиливима учења математике.

Једна група научника је издвојила два стила:

- Алгебарски стил: ученици математичким садржајима прилазе методично, корак по корак, проблем сагледавају парцијално
- Геометријски стил: ученици математичким садржајима прилазе визуелно и проблем сагледавају у целости

Друга група научника је, пак, издвојила следеће стилове:

- Квантитативни стил: ученици математичком садржају прилазе поступно и на тај начин проналазе модел и формулу за решавање датог проблема; све док им је дати модел доступан они немају потребе тражити други за решавање сличног проблема
- Квалитативни стил: ученици у решавању математичког проблема траже или стварају сличне примере, те након њиховог решавања покушавају генерализовати решење основног задатка; у сваком задатку покушавају установити глобални модел.

Подела типова учења, која је највише прихваћена и која је најједноставнија, је она која подразумева три типа учења, а то су: [3]

- визуелни
- аудитивни
- тактилни

Визуелни стил учења карактерише оне ученике који најлакше уче градиво када су наставни садржаји представљени визуелно, помоћу текста или слика. У настави математике то се постиже: кредама у боји, цртањем слика, коришћењем цртежа и апликација како би ученици боље и трајније упамтили одређена својства и правила.

Аудитивни стил учења карактерише оне ученике који најлакше уче: слушањем предавања, учешћем у дискусијама, разменом идеја. У настави математике то се може остварити: употребом музике, уношењем риме у материјал који треба научити, употребом ритмичких инструмената, састављањем текста задатака сопственим речима, математичким причама, квизовима, дискусијом о математичком проблему, припремање усменог излагања наставног садржаја.

Тактилни стил учења карактерише учење кроз покрет, додир или конкретну радњу. Ученици истражују физички свет око себе. Ученици, са овим стилем учења, математички језик, рачунске операције лакше савладавају ако их повежу са покретом и уоче повезаност математичког језика и математичких односа. Они уче мерењем у простору, уче кроз разне покрете, драматизацијом, кроз кооперативне игре, разним слагалицама, кроз манипулисање тела.

Коришћењем и комбиновањем свих математичких стилова учења узимају се у обзир разлике и индивидуалне особине ученика унутар учионице и наставни садржај се презентује на различите начине, прилагођавајући се ученицима.

Да би учење математике дало одговарајуће резултате, осим стилова учења, мора постојати и одређена стратегија у учењу. Наставници морају схватити да се ученик некад и ученик сада умногоме разликују. Ученик некада је био пасивни прималац информација, репродуковао је знање а са разумевањем је учио, углавном, као активни појединац. За разлику од њега, ученик данас је активни учесник у процесу примања знања, учи и дели своје знање, активно сарађује са другим учесницима у наставном процесу.

Такође, постоји разлика и у подучавању наставом математике. Наставник некада је био стручан и, у већини случајева, једини извор информација, преносилац знања, извор одговора на сва питања, тај који усмерава цео процес учења. Данас је промењена његова улога и он је ментор, сарадник и онај који, компетентно и квалификовано, усмерава учење ученика и подстиче ученика да преузме одговорност за сопствено знање.

Улога наставника је да код сваког ученика унапреди његове, првенствено, урођене, а онда и стечене способности. Оне се подстичу истраживањем, избором, критичким мишљењем, креативношћу, ..., а гуше се једностраним приступима и тачним одговорима добијеним на длану (Lesar, Nikolaus, 2016).

2.2. ЗНАЧАЈ РАЗВОЈА МАТЕМАТИЧКОГ МИШЉЕЊА

2.2.1. Појам мишљења са аспекта психологије и логике

Самим појмом мишљења се, свака са свог научног поља, баве психологија и логика. Док психолози тврде да је мишљење: највиши облик свести као субјективног одраза објективне реалности; сваки процес или активност која није доминантно перцептивна а којом човек схвата неки објекат или неки аспект објекта или ситуације; ток представа који доводи до стварања појмова и њиховог повезивања у судове, закључке, итд., дотле савремена логика дефинише мишљење као субјективно стваралачко одражавање материјалне стварности, психе и друштва, то јест као процес сазнавања објективне истине који се одвија кроз доношење судова и закључивања, и основних закона истинитог мишљења.

У психолошкој литератури сусрећемо се са неколико различитих класификација мишљења. У односу на то да ли се мисли према врсти симбола који се користе, према вредности мисаоног процеса, према свести о појави о којој се промишља, према начину

решавања проблема и према представљању продукта мишљења, могу се издвојити следеће врсте мишљења:

- конкретно и апстрактно
- продуктивно и непродуктивно
- реалистичко и имагинативно
- критичко и стваралачко
- конвергентно и дивергентно
- индуктивно и дедуктивно
- дискурзивно и интуитивно

Конкретно мишљење обухвата мисаоне процесе у којима се користи конкретним елементима неке ситуације и усмерено је на решавање конкретних проблема

Апстрактно мишљење садржи елементе којима се решава проблем а који нису дати у опажајном пољу, а ни у облику конкретних представа, већ се као основна средства користе апстрактним појмовима, идејама и симболима.

Продуктивно мишљење је такво мишљење где појединац мишљењем долази до нових сазнања које су корисне и одговарају потребама средине у којој живи.

Непродуктивно мишљење је она мисаона делатност која нема неку практичну вредност ни за појединца, нити за заједницу у којој живи.

Реалистично мишљење је мисаони процес који се односи на решавање реалних животних проблема и у коме су елементи за решавање проблема јасно одређени у времену и простору и чије се особине морају узимати у обзир да би се проблем заиста решио. [Žiporađa, Lj., \(2012\)](#)

Имагинативно мишљење је мисаони процес у коме се принцип реалности потпуно занемарује. Засновано је на машти, релативно независно од логике, стварности и њених закона и под великим је утицајем наших потреба, жеља и афеката.

Критичко мишљење је посебан облик мишљења чији је резултат вредновање нечега што је било предмет или садржај мишљења. „Утемељено је на разуму и чињеницама, независно је од било ког ауторитета. Сваки мисаони процес садржи критичко мишљење. Када га не би било човек не би имао процену вредности неке идеје или хипотезе, нити би могао да врши издвајање битног од небитног.“ ([Žiporađa, Lj., 2012](#))

Стваралачко мишљење као продукт има оригинално дело чија је вредност призната у друштвеној заједници.

Конвергентно мишљење јесте мишљење које се заснива на строго логичном следу мисаоних операција из којих проистиче један једини могући исход или закључак.

Дивергентно мишљење подразумева продукцију идеја, флексибилност мишљења, откривање нових, што оригиналнијих и маштовитијих решења једног истог

проблема. Грана се у већи број различитих праваца, продукује велики број хипотетичких одговора, испробава више различитих решења како би се нашло најприкладније. Највише се користи у уметности.

Индуктивно мишљење полази од сазнања о појединачним случајевима а онда изводи закључке о општем знању („одоздо према горе“).

Дедуктивно мишљење је закључивање које из општег суда логички изводи неки други, појединачни суд („одозго према доле“).

Дискурзивно мишљење је јасно, логичко, појмовно мишљење, које је изведено поступним рационалним мисаоним операцијама.

Интуитивно мишљење је ирационално, непосредно сагледавање истине, засновано на оскудном узорку података и непосредном закључивању.

2.2.2. Пијажеова теорија о развоју мишљења код деце

Најпознатија теорија развоја мишљења код деце је Пијажеова теорија, и њен утицај на образовни процес деце у протеклим деценијама био је огроман. „Пијажеова теорија је, у суштини, биологистичка јер тврди да су основне когнитивне структуре, урођени обрасци, а њихов развој се састоји у прилагођавању ових структура захтевима средине кроз процесе асимилације и акомодације.“ [4]

Основне когнитивне структуре представљају шеме и операције. „Шеме су унутрашње представе извесних специфичних акција или понашања које су присутне већ на рођењу док су операције знатно сложенија унутрашња когнитивна правила, која се јављају касније током детињства.“ (Pijaže, Inhelder, 1990)

Асимилација представља напор да се изађе на крај са средином тако што ће се она прилагодити постојећим структурама организма, док акомодација представља напор да се понашање организма усклади са средином. Равнотежу између процеса асимилације и акомодације осигурава процес уравнотежавања, односно, тежња ка равнотежи, која представља, свеопшти биолошки принцип. (Pijaže, Inhelder, 1990)

Когнитивни развој детета, према Пијажеу, одвија се кроз следеће стадијуме: сензомоторни, преоперативни, стадијум конкретних операција, и стадијум формалних операција. Сваки од ових стадијума јавља се на различитом старосном добу и може варирати у извесној мери, зависно од интелигенције детета и чинилаца животне средине, али су редослед јављања стадијума и њихов садржај непроменљиви.

Сензомоторни стадијум (од рођења до 2. године): Једноставни и крути моторни обрасци које дете доноси на свет рођењем (рефлекс сисања, хватања) увежбавањем постају прецизнији, разноликији и сложенији. У овом периоду дете почиње да схвата да услед свог понашања може да утиче на окружење, и због тога понашање детета постаје намерно и са циљем. Оно почиње да разликује себе од околног света, да би крајем прве године увидело да околни предмети настављају да постоје и онда када се изгубе из видног поља (перманентност објекта). Развој говора утиче на оснаживање функције

симболизације и развијања унутрашњег менталног поимања објеката. (Pijaže, Inhelder, 1990)

Преоперативни стадијум (од 2. до 7. године): Развој говора омогућава представљање предмета симболима и речима. Мишљење детета је егоцентрично. Дете сагледава свет само из своје сопствене перспективе и има тешкоћа да препозна постојање са друге тачке гледишта осим сопствене. Анимизам је карактеристичан за мишљења детета у овом периоду. Дете, наиме, верује да су предмети око њега, целокупна жива и нежива природа, обдарени осећањима, мислима и жељама, баш као и људи. Оно исто тако верује да између догађаја постоји директан и неминован узрочно-последични однос, одређен временском и просторном близином тих догађаја. Мишљење је под јаким утицајем непосредног перцептивног искуства и дете не схвата да физичка својства предмета остају непромењена, без обзира на промену изгледа или просторног распореда. „Другим речима, дете још није овладао операцијом конзервације. Дете је у стању да врши класификацију предмета, али само на основу једног својства.“ (Pijaže, Inhelder, 1990)

Стадијум конкретних операција (од 7. до 12. године): Мишљење детета је логичније, мање егоцентрично и мање зависно од непосредних перцептивних искустава. Дете је способно да извршава одређене менталне радње, нпр. оно може да рачуна, да мисли о објектима, о класама тих објеката, као и о односима између класа. Значајна нова одлика мисаоног процеса у овом периоду јесте реверзибилност која омогућава да дете постепено овлада конзервацијом броја (6 година), запремине (7 година) и масе (8 година) што представља основ математичког мишљења. (Pijaže, Inhelder, 1990)

Стадијум формалних операција (од 12. године): Развија се апстрактно мишљење и дете постаје способно да мисли у апстрактним категоријама, односно, да »расуђује о мишљењу«, да доноси закључке на основу апстрактних претпоставки, да формулише опште законе и принципе, да разуме метафоре. (Pijaže, Inhelder, 1990)

Фактори, које наводи Пијаже, који утичу на прелаз из једног стадијума у развоју мишљења у други стадијум су (Pijaže, Inhelder, 1990):

- Сазревање: То је развојни процес који се одвија по унапред уређеном програму и повезан је са променама које се јављају у нервном систему. Оно подразумева да дете, док не достигне одређени степен сазревања, не може усвојити неке садржаје нити уочити односе између њих. Сазревање утиче на когнитивни развоја. Стадијуми развоја су, са аспекта редоследа, једнаки код сваког детета.
- Искуство: Стадијуми развоја, без обзира на то што им је редослед унапред дефинисан, не морају код сваког детета да се догоде у исто време и зависе од искуства детета.
- Социјално наслеђе: Иако има значајну улогу у когнитивном развоју оно није довољно, јер дете може разумети и усвојити поједине информације путем говора и образовања тек онда када је достигло одређени степен развоја.

- Фактор уравнотежења: Он је основни и најважнији. У процесу сазнавања појединац је активан и, ако се суочи са спољашњом ситуацијом која ремети његову равнотежу, он ће покушати да је поврати.

2.2.3. Математичко мишљење и његове карактеристике

Математичко мишљење је логичко мишљење, односно мишљење којим се изграђују математички појмови, врше операције над тим појмовима и откривају релације и зависности међу њима, односно, откривају се математичке истине. Мишљењем се формирају појмови и долази до објективних релација и зависности међу њима. Сходно томе, разликујемо три врсте математичког мишљења:

- Продуктивно: Ученик сам логички расуђује при чему открива, повазује и проналази. Продуктивно мишљење може бити конструктивно и аналитичко. Конструктивно мишљење је такво да ученик самостално, или уз малу помоћ наставника, изграђује одређене појмове, уочава структуре и проналази предвиђене чињенице. Углавном се користи у основно-школској математици. Аналитичко мишљење се уводи нешто касније и преовлађује у последњим годинама средњег образовања и касније. Оно представља ригорозно истраживање решења датог проблема и доказивање правилности и истинитости тог решења.
- Рецептивно: У процесу овог мишљења ученик само прима и усваја релације и законитости.
- Репродуктивно: Уколико ученик примењује своје знање или, пак, другима саопштава и преноси та знања, онда је његово мишљење репродуктивно.

Мисаоне операције које учествују у сазнајном процесу о појму, као и у логичком расуђивању и закључивању, а од изузетног су значаја за развој математичког мишљења јесу (Malinović, 1996):

- Анализа и синтеза: „Анализа је мисаоно рашчлањивање објеката (предмета, процеса, појава) на саставне одредбе (својства), а синтеза спајање појединих одредби у погодне целине. Примена ових операција показана је у случају изграђивања математичких појмова и решавања проблемских задатака.“ [5]
- Компарација: Компарација је мисаона операција којом се установљавају исте или различите одредбе објеката са циљем да се утврде сличности и разлике између тих објеката. Примењује се при: формирању математичких појмова, тврђења, извођења закључака и изради задатака.
- Идентификација и диференцијација: Идентификација је утврђивање једнаких, а диференцијација различитих одредби објеката. Имају улогу у формирању математичких појмова и у доказивању математичких тврђења користећи се уоченим логичким везама између појмова.
- Апстракција и генерализација: Апстракцијом се одстрањују нематематичка и небитна својства објеката и задржавају битна, а генерализацијом се идентификују објекти са задржаним својствима и та идентификација преноси и на објекте изван посматраног скупа објеката.

Карактеристике математичког мишљења можемо посматрати са неколико аспеката: садржаја и типа мишљења, опште методе сазнања и математичког истраживања, квалитета мишљења и, узимајући у обзир специфичности математике као науке, можемо издвојити следеће (Mirčov, M., 2012) :

- аксиоматско - главна одлика математике као науке је аксиоматичност и многе наставне области, поготово у основној школи, се темеље на аксиомама
- дедуктивно - сваки математички појам објашњава се помоћу основних или већ изведених појмова, а сваки математички став се доказује помоћу већ доказаних или помоћу основних ставова
- апстрактно - сви математички појмови су апстрактни и у грађењу тих појмова посебну улогу има апстракција као мисаона операција
- прецизно - у математици се подразумева прецизност и тачност свих закључака до којих се долази применом закона истинитог мишљења и логичког закључивања
- симболичко - за све математичке појмове, објекте, операције и релације се користе симболи што доводи до специфичног начина мишљења
- оригинално – овај начин мишљења доводи до нечег новог и односи се како на само решење проблема, тако и на поступак којим се долази до неких нових решења која претходно нису била позната
- флексибилно – способност промене већ познатог начина решавања проблема и прилагођавање промењеним условима и проналажење нових начина за решење проблема
- флуентно – заснива се на томе да се за један проблем нађе што више различитих решења
- редефинишуће – представља способност мисаоног процеса анализирања проблема и његову формулацију језичком формом која би омогућила лакше решавање на неки другачији начин
- елаборирајуће – представља способност да се идеје у решавању проблема развијају и допуњавају новим идејама које би систематски и постепено довеле до решења проблема
- стваралачко – способност да се за решавање неког проблема нађе најпогоднији начин користећи стечена знања.

Формирање и развој математичког мишљења је један од главних циљева наставе математике. Код ученика је потребно формирати опште поступке мишљења а не само начин мишљења у конкретној ситуацији. Оспособљеност ученика да самостално решавају математичке задатке и проблеме најбољи је показатељ стања математичког мишљења.

2.3. СТАВ УЧЕНИКА ПРЕМА МАТЕМАТИЦИ

2.3.1. Преглед ранијих истраживања

У последње време велики број истраживача се бави испитивањем ставова ученика према појединим наставним садржајима и како ти ставови утичу на њихова постигнућа. Ученик није само когнитивно него и социјално биће са сопственим уверењима и ставовима који утичу на његов развој. Учениково понашање и доношење одлуке, када се суочи са одређеним проблемом, више је ствар његовог става него знања (Nicolaidou, Philippou, 2003). Литература означава ставове као научене предиспозиције или тенденцију ученика да одговори позитивно или негативно на неки предмет, ситуацију, концепт или другу особу. Ти позитивни или негативни осећаји су понекад посебно отпорни на промене и доста су трајни, иако се под утицајем измењених околности и нових искустава могу мењати (Rubinstein, 1986). Ставови имају одлучујућу улогу у учењу математике, а позитивни ставови према математици представљају разлог зашто ученици уче математику. У зависности од тога да ли се ученику свиђа или не свиђа математика он ће да истраје у учењу или избегава математичке активности. Његов успех или неуспех у математици одразиће се на мишљење о томе да ли је математика потребна или не (Neale, 1969). Такво дефинисање ставова према математици је и данас признато (Ma, Kishor, 1997; Majeed, Darmawan, Lynch, 2013.; Zan, Di Martino, 2007.).

Почеци школовања су најзначајнији период у развоју ставова ученика према математици; у том периоду учитељи имају и могућност и одговорност да подстичу позитивне ставове и висока постигнућа ученика. Позитивна понашања према математици у раном ученичком узрасту су у тесној вези са каснијим позитивним ставовима према математици и добрим постигнућима. Потребно је сазнати што више о томе како се ставови формирају и мењају, како би се спречили евентуални неуспеси ученика (Asante, 2012).

Бројна истраживања показују да већина деце своје школовање започиње с позитивним ставовима према математици, али одрастањем ти ставови постају све мање позитивни, односно постају негативни у средњошколском узрасту (Ma, Kishor, 1997). Притисци које ученици осећају у суочавању с високо постављеним циљевима, често изнад њихових могућности, заједно са незанимљивим поучавањем и недовољно позитивним ставовима наставника, имају деструктиван утицај на њихове ставове према математици (Philippou i Christou, 1998).

Приликом истраживања ставова ученика у Финској утврђено је да и поред изузетно високих постигнућа ученици изражавају мање позитивне ставове према математици и школи у целини (Metsämuuronen, Tuohilampt, 2014). Код ученика у Јапану, Хонг Конгу, Кореји и Сингапуру превладава мишљење да су њихова постигнућа у математици последица марљивог и истрајног рада, а не њиховог позитивног става према математици. У овим земљама истраживања показују релативно негативне ставове према математици и мањак самопоуздања код ученика без обзира на одлична академска постигнућа (Leung, 2002).

У Хрватској је у последњих петнаест година спроведено неколико истраживања ставова ученика према математици. Код истраживања спроведених код ученика гимназија добијен је неутралан став (Arambašić и други, 2005); код испитаника предметне наставе добијен је благо позитиван став (Pavlin-Bernardić и други, 2009), а ученици почетне наставе математике су показали позитиван став (Pavlin-Bernardić и други, 2012).

У истраживању 1719 португалских ученика од петог до дванаестог разреда добијени су слични резултати. Наиме, млађи ученици показују позитивнији став од оних у завршним разредима, ученици са бољим постигнућима имају позитиван став, док нема неке разлике у ставу када је реч о полу ученика. (Mata, Monteiro, Peixoto, 2012).

У истраживању на узорку од 137 346 ученика 33 државе, укључујући и Србију, утврђено је позитиван став према математици повезан са постигнућима. На постигнућа утиче, према овом истраживању, самопоуздање ученика, корисност и допадљивост математике. Самопоуздање је примарно у вези са постигнућем за 31 државу; допадљивост математике је негативно повезана са постигнућем у математици за 30 држава, при чему корисност математике није повезана са постигнућем у математици за 21 државу (Kadijević, 2008).

У истраживању спроведеном у неколико основних школа у Хрватској добијени су следећи резултати: одлични ученици имају позитивније ставове од осталих, ученици који су укључени у додатну наставу се разликују у својим ставовима од осталих ученика. Најниже процене ставова према математици добијене су код ученика који остварују слабији школски успех. Дечаци имају позитивније ставове према математици од девојчица, а ученици разредне наставе имају позитивније ставове од ученика предметне наставе (Vidić, 2015).

Успех ученика из математике је повезан са њиховим личним ставовима према математици и због тога је врло важно за наставника да идентификује ставове сваког ученика, понаособ. Препознавање негативних, односно позитивних ставова обвезује наставнике да креирају продуктивну учионицу и мењају стратегије поучавања. Подршка наставника је неопходна за подстицање позитивног става према математици (Marchis, 2011; Sakiz и други, 2012). Утицај наставника на изградњу позитивног става према математици резултира и побољшањем математичких перформанси ученика. (Berends et al., 2012). Квалитетни мотивациони поступци наставника у великој мери су повезани са позитивним ставовима ученика о математици. Наиме, ученици имају позитивнији став о математици код оних наставника, који у свом раду пружају подршку ученицима, који истичу значај учења математике, који су креативни у настави математике, подстичу ученика да учи и негују висок степен интеракције на релацији наставник-ученик и ученик-ученик. (Mata, Monteiro & Peixoto, 2012).

2.3.2. Разлози за позитиван став према математици

Позитиван став према математици утиче на развој вештина и способности ученика за решавање математичких проблема, појмовно се може одредити као

својевољно ангажовање према математичким активностима, уз присутно уверење у успех при раду и уверење у корисност решавања математичких задатака, чак и оних који нису рутински (Ma, Kishor, 1997). Аутори (Nor Fadilah Tahar et al., 2010; Davadas, Lay, 2018) су испитивали разлоге који утичу да ученици изразе позитиван став према математици. На основу њиховог истраживања, прегледа друге литературе и сопственог искуства, могу се издвојити разлози таквог става према математици, онако како их ученици наводе:

- Радујем се часовима математике.
- Уживам у решавању математичких задатака.
- Брзо учим нове ствари из математике.
- Наставник ми каже да сам добар у математици.
- Лако је разумети мог наставника док предаје математику.
- Математика ме интересује.
- Имам савременог наставника, користи модерну технологију на часу.
- Мој наставник воли дисциплину и радну атмосферу.
- Уопште ми не би сметало да похађам више предмета из области математике.
- Лако радим математичке тестове.
- Обично се не бринем о својој способности да решавам математички проблем.
- Математика је веома вредан и неопходан предмет.
- Желим да развијем своје математичке вештине.
- Врло сам задовољан кад решим неки математички проблем.
- Математика помаже развоју ума и учи особу да мисли.
- Математика је важна у свакодневном животу.
- Математика је један од најважнијих предмета за људе који студирају.
- Средњошколска математика је од велике помоћи без обзира на то шта одлучим да студирам.
- Могу смислити много начина на које математику користим ван школе.
- Математика ме уопште не плаши.
- Имам велико самопоуздање кад је у питању математика.
- У стању сам да решавам проблеме математике без превеликих потешкоћа.
- Очекујем да ћу се добро снаћи у математици у било којем разреду.
- Лако учим математику.
- Уверен сам да бих могао да научим напредну математику.
- Обично уживам у учењу математике у школи.
- Волим да решавам нове проблеме из математике.
- Радије бих да радим задатак из математике него да пишем есеј.
- Заиста волим математику.
- Срећнији сам на часу математике него на било ком другом.
- Математика је веома занимљив предмет.
- Спреман сам да учим и више од предвиђених садржаја математике.
- Планирам да научим што боље математику током школовања.

- Свиђа ми се изазов математике.
- Мислим да је учење напредне математике корисно.
- Верујем да ми учење математике помаже у решавању проблема из других области.
- Пријатно се осећам док излажем своје властите идеје о томе како потражити решења за тежак математички проблем.
- Са лакоћом одговарам на питања из математике.
- Снажна математичка потпора могла би ми помоћи у професионалном животу.
- Верујем да сам добар у решавању математичких проблема.
- У мојој породици сви знају математику

2.3.3. Разлози за негативан став према математици

Негативан став праћен је одсуством позитивних уверења о коначном исходу, као и ставом да је ангажовање на решавању задатка у овој области безпредметно (Ma, Kishor, 1997). Користећи се истраживањима аутора (Nor Fadilah Tahar et al., 2010; Davadas, Lay, 2018), истраживањима других аутора и личног искуства, долази се до разлога које ученици наводе за негативан став према математици:

- Једноставно нисам добар у математици.
- Математика ми је тежа него било који други предмет.
- Математика ме збуњује.
- Математика је тешка.
- Наставник мисли да немам таленат за математику.
- Математика ме не интересује.
- Не волим математику.
- Мој наставник је монотон, увек исто предаје.
- Учење математике чини ме нервозним.
- Увек сам напет на часовима математике.
- Математика је досадна и монотона.
- Није ми занимљиво на часовима математике.
- Волео бих да избегнем коришћење математике на факултету.
- Скоро да не успавам да урадим математичке тестове.
- Стварно ми је много напорно за време математичких тестова.
- Нисам у стању да размишљам јасно кад радим математику.
- Математика је један од предмета који ме највише плаше.
- Због математике се осећам непријатно.
- Часови математике су ми увек напорни.
- Када чујем реч математика, изгубим вољу за учењем.
- Тешко ми је чак и размишљати о томе да морам да радим задатак из математике.
- Имам осећај несигурности приликом покушаја да учим математику.
- Плашим се да ће другови мислити да сам глуп ако ми не иде математика.
- У мојој породици су сви лоши математичари.

- На часу влада недисциплина па не чујем наставника.

2.3.4. Фактори утицаја на став ученика према математици

На основу многобројних истраживања, могу се предочити три групе фактора који утичу на став ученика према математици (Köğce et al., 2009, Tahar et al., 2010, Klein, 2004, Yilmaz et al. 2010):

- Прва група се односи на саме ученике и укључује њихова постигнућа из математике, математичку анксиозност, самоефикасност, унутрашњу мотивацију, искуства: Постигнућа ученика су блиско повезана, у оба смера, са ставом о математици. Ученици који постижу боље резултате у учењу математике обично имају позитивне ставове према том наставном предмету, док ученици са лошијим резултатима имају негативан став. А, такође, се може истаћи и то да ће ученици са позитивним ставом према математици показати постигнућа на вишем нивоу, док ће ученици са негативним ставом показати лошије резултате. Ученици који пате од математичке анксиозности губе самопоуздање, осећају нервозу, тензију и нелагодност кад треба да уче математику што се одражава на њихове негативне ставове према математици. Код ученика који су добри у математици, анксиозност пролази неопажено јер имају добре резултате. Међутим, они су под стресом и њихови резултати су дугорочно ограничени због тога. Наиме, ученици су способни да реше задатке, али се удаљавају од математике јер пате од анксиозности (Carey, 2019). Самоефикасност је кључни фактор у систему ученичких вредности. Она представља уверење ученика да, кроз одређену акцију, може да оствари неки исход и уверење да је он способан да ту акцију изведе. Самоефикасност у математици је један од фактора за формирање позитивног става према математици. Унутрашња мотивација ученика за савладавање наставних садржаја математике неминовно води ка позитивном ставу према њој. Искуство игра значајну улогу у формирању односа према математици. Ученици углавном не мењају своје ставове, без обзира да ли су они били позитивни или негативни.
- Друга група се односи на образовну институцију - наставнике, наставни садржај, подучавање: По неписаном правилу, ако наставник воли свој предмет, прилази му са усхићењем и ентузијазмом па ће то пренети и на ученике, и, обично, његови ученици имају позитиван став према математици. Наставни садржаји су за неке ученике тешки, апстрактни и неразумљиви, и њихово савладавање им представља проблем, што изазива негативан став према математици. Начин подучавања умногоме утиче на став према математици. Извођење наставе, изван оквира традиционалне математике, потпомогнуте савременим наставним средствима и техникама подучавање, изазива позитивне реакције код ученика, чак и оних који су имали изражене негативне ставове.
- Трећа група се односи на породицу и друштво и укључује ставове родитеља, њихов образовни статус, занимање, очекивање, вршњачки утицај: Родитељи имају велики утицај на опредељења своје деце. Ако се у оквирима породице математика сматра занимљивом, корисном и лепом науком онда ће се тај став

родитеља пренети и на дете. Такође се показало да ученици чији родитељи имају веће академско звање имају позитивнији однос ка математици. Наиме, таква деца расту у окружењу у коме се знање сматра неопходним за даљи лични и професионални развој, па и сама имају таква убеђења. Деца, чији родитељи имају занимања у којима се математика не користи директно, углавном сматрају да им математика није неопходна и имају негативан став према њој. Исто тако, негативан став према математици могу да изазову и превелика очекивања родитеља од своје деце. озбиљан утицај на став према математици могу имати вршњаци. Уколико је ученик окружен ученицима са позитивним ставом и он сам ће имати такав став. Исто важи и кад је у питању негативан став.

2.4. ПРЕГЛЕД СТАТИСТИЧКИХ АНАЛИЗА ПОСТИГНУЋА УЧЕНИКА ИЗ МАТЕМАТИКЕ

2.4.1. Постигнућа ученика на ПИСА тестирању из математике

Међународни програм процене ученичких постигнућа ПИСА (Programme for International Student Assessment) реализује се у Организацији за економску сарадњу и развој ОЕЦД-а (Organisation for Economic Co-operation and Development) од 1997. године и представља једно од највећих међународних истраживање у области образовања. Тестирања ученика организују се сваке три године а основни циљ је да се на основу добијених резултата омогући земљама учесницама да доносе нове стратегије и унапреде образовање.

Држава Србија учествује у ПИСА тестирању од 2003. године, с тим да је прескочена 2015. година. ПИСА оцењује петнаестогодишње ученике, односно ученике првог или другог разреда средње школе, из разлога што ова старосна граница представља и границу обавезног образовања у многим државама.

Тестовима и разним упитницима се проверавају (PISA Srbija, 2013):

- Постигнућа у три области: природне науке, математика, разумевање и тумачење текстова.
- Карактеристике ученика које су повезане са његовим постигнућем, а за чије је развијање и подржавање такође одговорна школа: нпр. мотивација за учење, стратегије учење, ефикасност у учењу, анксиозност везана за школско учење, стилови учења...
- Карактеристике атмосфере у којој се школовање одвија: однос наставника и ученика, дисциплина на часу, методе рада, подршка коју ученици добијају од наставника...
- Карактеристике учениковог окружења: социо-економски статус породице, однос родитеља према учењу и академским аспирацијама детета...
- Карактеристике школе: опрема, кадрови, простор...

Математичка писменост је капацитет појединца да идентификује и разуме улогу коју математика игра у савременом свету, да формулише, примени и интерпретира математику у различитим контекстима, да изведе добро засноване математичке процене коришћењем математичких концепата, процедура, чињеница и „алата” како би се одређен феномен описао, објаснио и предвидео, да се ангажује у математици тако да задовољи своје садашње и будуће потребе као конструктивног, заинтересованог и рефлексивног грађанина. (OECD, 1999)

Анализа математичке писмености, за потребе ПИСА тестирања, вршена је са три међусобно повезана аспекта: математичких концепата, математичких садржаја и математичких ситуација.

Математички процеси: Да би се решио неки математички захтев он се мора сагледати са оригиналне, проблемске ситуације и његовом решавању се мора приступити кроз формулацију, примену и интерпретацију математике. Компетенције које су потребне ученику у оваквом приступу решавања проблема, у оквиру ПИСА тестирања, разврстане су у три групе (PISA Srbija, 2013):

- **Формулисање:** Од ученика се тражи познавање чињеница и основних начина репрезентације података, препознавање једнакости и општих својстава објеката, примена основних алгоритама, формула и процедура, манипулација изразима који садрже симболе и формуле у познатој и стандардној форми.
- **Примена:** Подразумева решавање проблема који нису рутински, али су смештени у релативно познат контекст. Захтева се коришћење података из различитих извора, селектовање и интеграција података који су презентовани на различите начине, повезивање података са ситуацијама из реалног живота и примена једноставних стратегија решавања проблема.
- **Интерпретација:** Ове компетенције се појављују у задацима у којима се од ученика траже неки увиди и рефлексивност, као и креативност у идентификовању релевантних математичких концепата или повезивању релевантних знања да би се дошло до решења, као и развијање сложених представљања и генерализација резултата.

Математички садржаји: Разврстани су у следеће области: простор и облик; трансформације и релације; бројеви и мере; неизвесност. Ове области су изабране јер „покривају широк распон математичких феномена и концепата који се појављују у реалним ситуацијама и то оним ситуацијама са којима се ученици врло вероватно срећу изван школе“. (Neidorf et al, 2006). Садржаји који су заступљени у овим областима су (PISA Srbija, 2013):

- **Простор и облик:** Односи се на специјалне и геометријске појмове и односе. Од ученика се захтева уочавање сличности и разлика између фигура и елемената фигура, препознавање фигура у различитим репрезентацијама и различитим димензијама, разумевање својстава објеката и њихових релативних позиција.
- **Трансформације и релације:** Укључује математичке манифестације промена, као и функционалне односе и односе зависности међу варијаблама. Релације су

представљене у различитим записима као што су симболички, рачунски, графички, табеларни или геометријски. Превођење из једног у други облик репрезентације често је кључни захтев у овој тематској целини.

- Бројеви и мере: Инсистира се на разумевању релативне величине и коришћењу бројева да би се представиле измерене и мерљиве карактеристике реалних објеката. „Важан аспект разумевања бројева је нумеричко резоновање које укључује осећај за бројеве, разумевање односа броја и онога што је њим представљено, разумевање значења рачунских операција, извођење рачунских операција напамет и процењивање.“ (Павловић, Бауцал, 2009)
- Неизвесност: Ова област покрива вероватноћу као и статистичке феномене и односе, који имају све већи значај у савременом информатичком друштву.

Ситуације: Математичке ситуације, у оквиру ПИСА тестирања, можемо сврстати у четири категорије (PISA Srbija, 2013):

- Личне ситуације: Ставке из ове категорије се позивају на свакодневне активности које су типичне за ученике овог узраста.
- Образовне или професионалне ситуације: То су оне ситуације са којима се ученик среће у школи или ће се сретати на радном месту.
- Јавне ситуације: Од ученика се захтева да анализира неке аспекте локалног или ширег окружења.
- Ситуације из науке: Оне су, по правилу, апстрактније и могу да подразумевају разумевање неког технолошког процеса, теоријске ситуације или експлицитно математичког проблема и, углавном, припадају унутар-математичком контексту.

Опис постигнућа по нивоима на скали математичке писмености дата је у шест нивоа (PISA Srbija, 2010):

I ниво: „На првом нивоу ученици могу да одговоре на једноставна, јасно формулисана питања која се односе на познат контекст и у којима су дате све релевантне информације. У стању су да пронађу тражени податак и да изводе рутинске операције када су сви подаци дати, а упутства прецизно формулисана. Изводе активности које су очигледне и директно следе из датих података.“ (PISA Srbija, 2010)

II ниво: На овом нивоу ученици могу да препознају и интерпретирају захтеве у контекстима у којима се не тражи ништа више од директног закључивања. „Издавају податке који су релевантни из једног извора и користе један модел представљања података.“ (PISA Srbija, 2010) Ученици знају и умеју да користе основне шеме, формуле, процедуре и правила. Ученици закључују и прецизно представљају добијене резултате.

III ниво: На трећем нивоу ученици могу да примене јасно описане процедуре, укључујући и оне које подразумевају неколико корака у процесу доношења одлука. „Могу да изаберу и примене једноставне стратегије решавања проблема.“ (PISA Srbija, 2010)

Могу да интерпретирају податке које добијају из различитих извора и који су представљени на различите начине, као и да закључују директно на основу њих. „Могу да извештавају о резултатима, својим интерпретацијама и начинима закључивања.“ (PISA Србија, 2010)

IV ниво: На четвртм нивоу ученици успешно примењују експлицитне моделе у сложеним конкретним ситуацијама које могу да садрже извесна ограничења или да захтевају формулисање претпоставки. „Могу да врше избор и повезују податке дате на различите начине, укључујући и симболичке репрезентације, и директно их повезујући са различитим аспектима ситуација из реалног живота. Имају добро развијене вештине, флексибилни су у промишљању, и то успешно користе. Могу да изграде сопствено објашњење, да га формулишу и образложе користећи сопствене интерпретације, аргументе и активности.“ (PISA Србија, 2010)

V ниво: На петом нивоу ученици могу да развију и примене моделе за рад у сложеним ситуацијама, уочавајући ограничења и формулишући претпоставке. Ученици могу да изврше селекцију, компарацију и процену различитих стратегија за решавање проблема. Могу да развијају стратегије рада, користећи добро развијене способности резоновања, одговарајуће репрезентације, симболичке и формалне дескрипције, као и увиде у вези са ситуацијом. „Разматрају сопствене поступке, формулишу и образлажу интерпретације до којих су дошли.“ (PISA Србија, 2010)

VI ниво: На овом нивоу ученици могу да концептуализују, уопштавају и користе податке засноване на сопственом испитивању и моделовању сложених проблемских ситуација. „Могу да повезују информације из различитих извора и начина репрезентовања, као и да праве флексибилне преводе из једне форме у другу. Способни су за напредно математичко мишљење и резоновање.“ (PISA Србија, 2010)

Могу да примене увиде и разумевања до којих су дошли и да их комбинују са симболичким и формалним математичким операцијама и односима да би развили приступе и стратегије за решавање нових проблемских ситуација. Могу да формулишу и да са високом прецизношћу дискутују о поступцима које су применили, да критички разматрају налазе, интерпретације, аргументе, укључујући и разматрање њихове подобности за решавање комплексних проблемских ситуација.

Приказ резултата ПИСА истраживања 2003, 2006, 2009, 2012. и 2018. у области математичке писмености, у којима је учествовала Србија, налази се у табели 1. Постигнућа ученика представљена су у процентима тако да свако ко је постигао виши ниво урачунат је у том и у претходном нивоу. Дат је приказ за Србију и за просечну вредност свих држава заједно (ОЕЦД просек).

Табела 1. Постигнића по нивоима на ПИСА тестирању

		I ниво	II ниво	III ниво	IV ниво	V ниво	VI ниво
2003.	Србија	82.4	57.9	29.3	10.4	2.3	0.2
	ОЕЦД	91.8	78.6	57.5	33.8	14.7	4.1
2006.	Србија	80.4	57.4	30.6	11.9	2.8	0.4
	ОЕЦД	92.3	78.7	56.8	32.5	13.4	3.4
2009.	Србија	82.3	59.4	32.9	13	3.5	0.6
	ОЕЦД	91.9	77.9	55.9	31.6	12.7	3.1
2012.	Србија	84.5	61.1	34.6	15.1	4.6	1.1
	ОЕЦД	90.8	73.9	50.6	28.4	11.9	3.3
2018	Србија	83.4	59	34.5	15.2	4.5	1.2
	ОЕЦД	90.9	76	53.8	29.5	10.9	2.4
	број бодова	359-419	420-481	482-544	545-606	607-669	> 669

Видимо да су српски ученици знатно испод просечне вредности. Како расте ниво компетенција све је мањи однос постигнућа ученика Србије и ОЕЦД просека. Међутим, може се рећи да су српски ученици показали благо напредовање сваким наредним тестирањем. Оно што забрињава је то што више од 40% петнаестогодишњака нема функционална знања из математике. Висок ниво компетенција на V и VI нивоу, на задњем тестирању, где су ученици били бољи него на претходним тестовима, је показало мање од 5% ђака.

Број бодова који су српски ученици освојили је знатно испод ОЕЦД просека, што се види у табели 2. Најбољи просек су остварили на тестирању ПИСА 2012 и он износи 449 бодова, што је за 45 поена мање од ОЕЦД просека или, по грубој процени, за један ниво, а за 7 поена више него на претходном тестирању.

Табела 2. Просечан број бодова на ПИСА тестирању

година тестирања	2003	2006	2009	2012	2018
број бодова Србија	437	435	442	449	448
број бодова ОЕЦД	500	498	501	494	494

Број држава које учествују у ПИСА тестирању је у сталном порасту. Србија није учествовала на ПИСА тестирању 2015. године, када се тестирало 72 државе, а на тестирању 2018. године је било 78 држава, међу којима и Србија. Из табеле 3 се види да су српски ученици прилично лоше ранжирани.

Табела 3. Ранг Србије на ПИСА тестирањима

година тестирања	2003	2006	2009	2012	2018
број држава	41	57	62	65	78
ранг Србије	34	41	45	43	46

2.4.2. Постигнућа ученика на ТИМСС тестирању из математике

Истраживање ТИМСС (Trends in International Mathematics and Science Study) представља међународни пројекат који од 1995. године спроводи сваке четврте године TIMSS & PIRLS International Study Center. ТИМСС истраживање се бави испитивањем постигнућа ученика у области математике и природних наука. Постигнућа се испитују код ученика четвртог и осмог разреда основне школе, а државе учеснице у истраживању саме одлучују да ли ће реализовати истраживање у једном или у оба разреда, у једном ТИМСС циклусу.

У основи, циљ овог истраживања је да понуди одговоре на три питања (Mullis et al., 2013):

- Шта очекујемо да ученици знају? Код овог питања се врши упоредна анализа наставних садржаја предвиђених планом и програмом тј. курикулумом предмета. Свака земља учесница доставља податке за предмете који се испитују ТИМСС студијом.
- Ко и на који начин реализује наставу математике и природних наука? Ова питања се односе на примењени курикулум и описује карактеристике наставног особља и начин на који се настава реализује – наставне методе и садржаје на које се посебно ставља нагласак.
- Шта су ученици научили? Испитује се, не само познавање материје наставног градива из математике и природних наука, већ и став ученика према поменутиим предметима. На овај начин се контролише оствареност предвиђених наставних садржаја.

ТИМСС задаци испитују постигнуће у оквиру три когнитивна домена (Mullis et al., 2013):

- Знање: покрива познавање чињеница, концепата и процедура. У задацима, који проверавају знање, од ученика се захтева да се сети, препозна, израчуна, измери.

- Примена: подразумева способност ученика да примењују знање и разумевање концепата како би решили задати проблем, захтева одређивање, примену стратегија и генерисање одређених репрезентација.
- Резоновање: подразумева превазилажење рутинских проблема и сналажење у непознатим ситуацијама. Задацима из домена резоновања се захтева анализа, синтеза, евалуација, долажење до закључка, генерализација и објашњавање, тј. аргументовање.

У провери постигнућа из математике, ученика 4. и 8. разреда, заступљене су сличне области тј. слични наставни садржаји прилагођени узрасту испитаника. Процентуални удео когнитивних домена и математичких садржаја, при провери постигнућа ученика, дат је у табели 3. (Williams et al., 2009)

Табела 4. Заступљеност задатака по когнитивним доменима и доменима садржаја

математички садржаји - 4. разред		удео у процентима
бројеви		50%
геометријски облици и мере		35%
приказивање података		15%
математички садржаји - 8. разред		удео у процентима
бројеви		30%
алгебра		30%
геометрија		20%
обрада и приказивање података		20%
когнитивни домен		удео у процентима
	4. разред	8.разред
знање	40%	35%
примена	40%	40%
резоновање	20%	25%

У оквиру домена математичког садржаја код ученика 4. разреда, проверавају се (Williams et al., 2009) :

- Бројеви: Укључује разумевање вредности места, начина представљања бројева и односа између бројева. Ученици би требали да развију смисао за број и течност рачунања, разумеју значења операција и како се међусобно оне односе и бити у стању да користите бројеве и операције (додавање, одузимање, множење и дељење) за решавање проблема. Трпало би да буду упознати са различитим

бројем образаца, истражујући односе између бројева који су у обрасцу или се користе за његово добијање.

- Геометријски облици и мере: Домен геометријских облика и мера укључује својства геометријских фигура као што су дужина страница, величина углова, површина. Ученици би требали бити у стању да идентификују и анализирају својства и карактеристике линија, углова и разних геометријских фигура, укључујући дводимензионалне и тродимензионалне облике, и да дају објашњења заснована на геометријским односима. Овај домен укључује разумевање неформалних координатних система и коришћење просторне визуелизације вештине повезивања дводимензионалних и тродимензионалних репрезентација истог облика.
- Приказивање података: Укључује читање и интерпретацију приказа података. Овај домен укључује разумевање о томе како организовати прикупљене податке и како то приказати у графиконима и како ће ти графикони бити корисни у одговору на питања која су подстакла прикупљање података. Ученици би требали бити у могућности да упореде карактеристике података и изводе закључке на основу приказа података.

Постоје четири референтне вредности којима се описују постигнућа и математичке компетенције: напредна (изнад 625 поена), висока (изнад 550 поена), средња (изнад 475 поена) и ниска (изнад 400 поена).

Код ученика 4. разреда те референтне вредности подразумевају (Mullis et al., 2013):

- Ниска: „Код ученика постоји одређено основно знање из математике. Сабирају и одузимају природне бројеве, донекле разумеју множење једноцифрених бројева и мерење. Ученици могу да прочитају и доврше једноставан графикон и табелу.“ (Mullis et al., 2013)
- Средња: Код ученика постоји одређено основно знање из математике. Сабирају и одузимају природне бројеве, донекле разумеју множење једноцифрених бројева и мерење. Ученици могу да прочитају и доврше једноставан графикон и табелу.
- Висока: Ученици примењују знања како би решавали проблеме. „Решавају вербалне проблеме који укључују операције са природним бројевима, једноставне разломке, и бројеве са две децимале. Ученици имају знања о својствима геометријских облика и својствима углова који су мањи или већи од правог угла. Могу да интерпретирају податке из табела и графикона како би решавали математичке проблеме.“ (Mullis et al., 2013)
- Напредна: Ученици су у стању да примене знања и когнитивне операције у разноврсним и релативно сложеним ситуацијама и да објасне свој начин расуђивања. Решавају различите сложене вербалне проблеме који укључују скуп природних бројева са нулом. Ученици показују високо разумевање разломака и децималних бројева. „Примењују знање о дводимензионалним и тродимензионалним фигурама у различитим ситуацијама. Умеју да на основу

интерпретације и приказивања података реше проблем који се састоји од више корака.“ (Mullis et al., 2013)

На тестирању ученика 4. разреда Србија је учествовала 2011, 2015, 2019. године. Резултати из 2019. године још увек нису доступни, а из осталих година су приказани у табели 5, 6 и 7. (Mullis et al., 2012; Mullis et al., 2016)

Табела 5. Резултати постигнућа према референтним вредностима - 4. разред

		ниска	средња	висока	напредна
2011.	Србија	91%	72%	35%	8%
	ТИМСС	90%	69%	28%	4%
2015.	Србија	91%	72%	37%	10%
	ТИМСС	93%	75%	36%	6%
број бодова		400-474	475-549	550-624	>625

Табела 6. Просечан број бодова Србије на ТИМСС тестирању – 4. разред

година тестирања	2011	2015
број бодова Србија	516	518
број бодова ТИМСС	500	500

Табела 7. Ранг Србије по оствареним бодовима на ТИМСС тестирању – 4. разред

година тестирања	2011	2015
број држава	53	57
ранг Србије	18	27

Из приложеног се види да су српски ученици разредне наставе, по својим постигнућима, изнад ТИМСС просека.

У оквиру домена математичког садржаја код ученика 8. разреда, проверавају се (Mullis et al., 2008; Williams et al., 2009):

- Бројеви: Домен садржаја броја укључује разумевање бројева, начин представљања бројева, односе између бројева и бројевне системе. У осмом разреду ученици би требали да развију смисао за број и рачунску тачност, разумевање значења операција и како се оне односе једна према другој и могу да користе бројеве и операције у решавању проблема.
- Алгебра: Ученици би требало да имају знања и вештине за уочавање одређених функционалних односа, које могу употребити за моделирање и решавање проблема. Овај домен укључује препознавање и проширење образаца, користећи алгебарске симболи који представљају математичке ситуације, и развијање тачности у стварању еквивалентних израза и решавању линеарних једначина. Очекује се да ће студенти на овом нивоу користити и поједноставити алгебарске формуле, решити линеарне једначине, неједнакости, системе једначина који укључују две променљиве. Они би требали бити у стању да решавају проблеме из реалног света користећи алгебарске моделе и објаснити односе који укључују алгебарске концепте.
- Геометрија: Ученици осмог разреда требало би да буду у могућности да анализирају својства и карактеристике различитих дводимензионалних и тродимензионалних геометријских облика, укључујући дужине бочних страна и величине углова, да долазе до закључака заснованих на геометријским односима. Требало би да могу применити Питагорину теорему за решавање проблема. Фокус би требао бити на геометријским својствима и њиховим односима. Упоредо са уважавањем геометријских својстава и односа, ученици би требали бити компетентни у геометријском мерењу, користећи правилно мерне инструменте, прецизно процењујући, одабиром и употребом формула, површине и запремине. Домен геометрије укључује разумевање представе о координатама и користи вештине просторне визуелизације за кретање између дводимензионалних и тродимензионалних облика и њихових приказа. Ученици треба да буду у могућности да користе симетрије и примењују друге трансформације за анализу математичких проблема.
- Подаци и вероватноћа: Ученици би требало да поседују знање како да организују податке које су прикупили сами, или их је скупио неко други, и како приказати податке у табелама и графиконима који ће бити корисни при одговарању на питања шта је подстакло прикупљање података. Овај домен садржаја обухвата разумевање проблема у вези са погрешним тумачењем података.

Постигнућа којима се описују референтне вредности математичке компетенције 8. разреда су (Williams et al., 2009; Mullis et al., 2004):

- Ниска: Студенти имају основно знање о целим бројевима и основним графицима.
- Средња: Ученици могу применити основна математичка знања у различитим ситуацијама. Они могу да реше проблеме који укључују негативне бројеве, децималне бројеве, проценте и пропорције. Ученици поседују основно знање о

линеарном изразу и дводимензионалним облицима. Могу да читају и интерпретирају податке у графиконима и табелама. Имају основно знање о случајности.

- **Висока:** Ученици могу да примене своје разумевање и знање у разним релативно сложеним ситуацијама. Могу користити информације за решавање проблема који укључују различите врсте бројева и операција. Могу повезати разломке, децимале и проценти једне са другима. Ученици на овом нивоу показују основна процедурална знања који се односе на алгебарске изразе. Они могу да реше различите проблеме са угловима, укључујући оне који укључују троуглови, паралелне линије, правоугаоници и сличне фигуре. Ученици могу да интерпретирају податке у различитим графовима и решавају једноставне проблеме који укључују исходе и вероватноће.
- **Напредна:** Ученици могу да у разним текстуалним задацима примене линеарне једначине и праве генерализације. Они могу да реше различите проблеме са разломцима, пропорцијама и процентима и да објасне проблеме и изведу закључке. Ученици могу да користе своје знање геометријских фигура за решавање широког спектра проблема ове области. Они показују разумевање значења просека и могу да реше проблеме који укључују очекиване вредности.

На тестирању ученика 8. разреда Србија је учествовала 2003. и 2007. године. Резултати њихових постигнућа су приказани у табели 8, 9 и 10. (Williams et al., 2009; Mullis et al., 2004)

Табела 8. Резултати постигнућа према референтним вредностима – 8. разред

		ниска	средња	висока	напредна
2003.	Србија	80%	52%	21%	4%
	ТИМСС	74%	49%	23%	7%
2007.	Србија	83%	57%	24%	5%
	ТИМСС	75%	46%	15%	2%
број бодова		400-474	475-549	550-624	>625

Табела 9. Просечан број бодова Србије на ТИМСС тестирању – 8. разред

година тестирања	2003	2007
број бодова Србија	477	486
број бодова ТИМСС	467	500

Табела 10. Ранг Србије по оствареним бодовима на ТИМСС тестирању – 8.разред

година тестирања	2003	2007
број држава	47	49
ранг Србије	24	18

Српски ученици су на задњем тестирању били испод међународног просека. По броју освојених бодова су знатно лошији ученици 8. разреда у односу на ученике 4. разреда (Марушић-Јаблановић, 2017). То оставља простора за анализу и истраживање.

2.4.3. Постигнућа ученика на националним тестовима мале матуре из математике

Завршним испитом, односно малом матуrom, процењује се колико је ученик током осмогодишњег школовања овладао знањима и умењима из српског, односно матерњег језика, математике и природних и друштвених наука (биологија, географија, историја, физика и хемија). Завршни испит полажу сви ученици на крају осмог разреда.

Програм завршног испита одређен је компетенцијама које се очекују од ученика на крају основног образовања и васпитања. Тестови које ученици решавају на завршном испиту састоје се од питања и задатака којима се испитују компетенције сва три нивоа образовних стандарда. „Образовни стандарди су искази о темељним знањима, вештинама и умењима које ученици треба да стекну до одређеног нивоа у образовању. Стандарди артикулишу најважније захтеве школског учења и наставе и исказују их као исходе видљиве у понашању и расуђивању ученика. Преко стандарда се образовни циљеви и задаци преводе на много конкретнији језик који описује постигнућа ученика, стечена знања, вештине и умења. Основна карактеристика образовних стандарда је то што су дефинисани у терминима мерљивог понашања ученика.“ (Образовни стандарди, 2010) Тестови су засновани на наставним садржајима које су ученици учили и компетенцијама које су предвиђене образовним стандардима.

Постоје три нивоа вештина и умења постигнућа ученика дефинисана образовним стандардом (Образовни стандарди, 2010):

- „Основни: Подразумева темељна предметна знања и умења, то су функционална и трансферна знања и умења неопходна, како за сналажење у животу, тако и за наставак учења. Овде су смештена и она знања и умења која нису једноставна, али су тако темељна да заслужују посебан напор, који је потребан да би њима овладали готово сви ученици.
- Средњи: На овом нивоу се очекује од ученика да може да примени одређене једноставније математичке процедуре и процесе, познавање особина објеката у равни и простору, односа мерних јединица и стратегија за решавање проблема из свакодневног живота.

- Напредни: Знања и умења са овог нивоа су трансферна, пре свега за наставак школовања. Компетенције са напредног нивоа су по правилу и когнитивно сложеније од оних са базичног и средњег нивоа. То значи да се од ученика очекује да анализира, упоређује, разликује, критички суди, износи лични став, повезује различита знања, примењује их и сналази се и у новим и нестандартним ситуацијама.“

Наставни садржаји математике који се испитују задацима на завршном испиту садржи следеће области (Образовни стандарди, 2010):

- Бројеви и операције са њима
- Алгебра и функције
- Геометрија
- Мерење
- Обрада података

Компетенције ученика са аспекта наставног садржаја, на одређеном образовном нивоу, морају да задовоље следеће захтеве (Образовни стандарди, 2010):

Основни ниво:

- Бројеви и операције са њима: ученик уме да: прочита и запише различите врсте бројева (природне, целе, рационалне), преведе децимални запис броја у разломак и обратно, упореди по величини бројеве истог записа, помажући се сликом кад је то потребно, изврши једну основну рачунску операцију са бројевима истог записа, помажући се сликом кад је то потребно (у случају сабирања и одузимања разломака само са истим имениоцем), дели са остатком једноцифреним бројем и зна када је један број дељив другим, користи целе бројеве и једноставне изразе са њима помажући се визуелним представама.
- Алгебра и функције: ученик врши формалне операције које су редуциране и зависе од интерпретације; уме да: реши линеарне једначине у којима се непозната појављује само у једном члану, израчуна степен датог броја, зна основне операције са степенима, сабира, одузима и множи мономе, одреди вредност функције дате таблицом или формулом.
- Геометрија: ученик влада појмовима: дуж, полуправа, права, раван и угао (уочава њихове моделе у реалним ситуацијама и уме да их нацрта користећи прибор; разликује неке врсте углова и паралелне и нормалне праве), влада појмовима: троугао, четвороугао, квадрат и правоугаоник (уочава њихове моделе у реалним ситуацијама и уме да их нацрта користећи прибор; ученик разликује основне врсте троуглова, зна основне елементе троугла и уме да израчуна обим и површину троугла, квадрата и правоугаоника на основу елемената који непосредно фигуришу у датом задатку; уме да израчуна непознату страну правоуглог троугла примењујући Питагорину теорему), влада појмовима: круг, кружна линија (издваја њихове основне елементе, уочава њихове моделе у реалним ситуацијама и уме да их нацрта користећи прибор; уме да израчуна обим и површину круга датог полупречника), влада појмовима:

коцка и квадар (уочава њихове моделе у реалним ситуацијама, зна њихове основне елементе и рачуна њихову површину и запремину), влада појмовима: купа, ваљак и лопта (уочава њихове моделе у реалним ситуацијама, зна њихове основне елементе), интуитивно схвата појам подударних фигура (кретањем до поклапања).

- Мерење: ученик користи одговарајуће јединице за мерење дужине, површине, запремине, масе, времена и углова, претвори веће јединице дужине, масе и времена у мање, користи различите апоене новца, при мерењу одабере одговарајућу мерну јединицу; заокругљује величине исказане датом мером.
- Обрада података: ученик уме да: изражава положај објеката сврставајући их у врсте и колоне; одреди положај тачке у првом квадранту координатног система ако су дате координате и обратно, прочита и разуме податак са графикона, дијаграма или из табеле, и одреди минимум или максимум зависне величине, податке из табеле прикаже графиконом и обрнуто, одреди задати проценат неке величине.

Средњи ниво:

- Бројеви и операције са њима: ученик уме да: упореди по величини бројеве записане у различитим облицима, одреди супротан број, реципрочну вредност и апсолутну вредност броја; израчуна вредност једноставнијег израза са више рачунских операција различитог приоритета, укључујући ослобађање од заграда, са бројевима истог записа, примени основна правила дељивости са 2, 3, 5, 9 и декадним јединицама, бројеве и бројевне изразе у једноставним реалним ситуацијама.
- Алгебра и функције: ученик је рачунске процедуре довео до солидног степена увежбаности; уме да: реши линеарне једначине и системе линеарних једначина са две непознате, оперише са степенима и зна шта је квадратни корен, сабира и одузима полиноме, уме да помножи два бинома и да квадрира бином, уочи зависност међу променљивим, зна функцију $y=ax$ и графички интерпретира њена својства; везује за та својства појам директне пропорционалности и одређује непознати члан пропорције, користи једначине у једноставним текстуалним задацима
- Геометрија: ученик/ученица уме да: одреди суплементне и комплементне углове, упоредне и унакрсне углове; рачуна са њима ако су изражени у целим степенима, одреди однос углова и страница у троуглу, збир углова у троуглу и четвороуглу и да решава задатке користећи Питагорину теорему, користи формуле за обим и површину круга и кружног прстена, влада појмовима: призма и пирамида; рачуна њихову површину и запремину када су неопходни елементи непосредно дати у задатку, израчуна површину и запремину ваљка, купе и лопте када су неопходни елементи непосредно дати у задатку, уочи осносиметричне фигуре и да одреди осу симетрије; користи подударност и везује је са

карактеристичним својствима фигура (нпр. паралелност и једнакост страница паралелограма).

- Мерење: ученик уме да: пореди величине које су изражене различитим мерним јединицама за дужину и масу, претвори износ једне валуте у другу правилно постављајући одговарајућу пропорцију, дату величину искаже приближном вредношћу.
- Обрада података: ученик уме да: влада описом координатног система (одређује координате тачака, осно или централно симетричних итд), чита једноставне дијаграме и табеле и на основу њих обради податке по једном критеријуму (нпр. одреди аритметичку средину за дати скуп података; пореди вредности узорка са средњом вредношћу), обради прикупљене податке и представи их табеларно или графички; представља средњу вредност медијаном, примени процентни рачун у једноставним реалним ситуацијама (на пример, промена цене неког производа за дати проценат).

Напредни ниво:

- Бројеви и операције са њима: ученик уме да: одреди вредност сложенијег бројевног израза, оперише са појмом дељивости у проблемским ситуацијама, користи бројеве и бројевне изразе у реалним ситуацијама
- Алгебра и функције: ученик је постигао висок степен увежбаности извођења операција уз истицање својстава која се примењују; уме да: саставља и решава линеарне једначине и неједначине и системе линеарних једначина са две непознате, користи особине степена и квадратног корена, зна и примењује формуле за разлику квадрата и квадрат бинома; увежбано трансформише алгебарске изразе и своди их на најједноставнији облик, разликује директно и обрнуто пропорционалне величине и то изражава одговарајућим записом; зна линеарну функцију и графички интерпретира њена својства, користи једначине, неједначине и системе једначина решавајући и сложеније текстуалне задатке.
- Геометрија: ученик уме да: рачуна са угловима укључујући и претварање угаоних мера; закључује користећи особине паралелних и нормалних правих, укључујући углове на трансверзали, користи основна својства троугла, четвороугла, паралелограма и трапеза, рачуна њихове обиме и површине на основу елемената који нису обавезно непосредно дати у формулацији задатка; уме да их конструише, одреди централни и периферијски угао, рачуна површину исечка, као и дужину лука, израчуна површину и запремину призме и пирамиде, укључујући случајеве када неопходни елементи нису непосредно дати, израчуна површину и запремину ваљка, купе и лопте, укључујући случајеве када неопходни елементи нису непосредно дати, примени подударност и сличност троуглова, повезујући тако разна својства геометријских објеката.
- Мерење: ученик уме да: по потреби претвара јединице мере, рачунајући са њима, процени и заокружи дате податке и рачуна са таквим приближним вредностима; изражава оцену грешке

- Обрада података: ученик уме да: одреди положај (координате) тачака које задовољавају сложеније услове, тумачи дијаграме и табеле, прикупи и обради податке и сам састави дијаграм или табелу; црта график којим представља међузависност величина, примени процентни рачун у сложенијим ситуацијама

Тестови мале матуре се спроводе за ученике 8. разреда, на крају сваке школске године. На основу извештаја Завода за вредновање квалитета образовања и васпитања, у табели 11 је представљен просечан број бодова, од максималних 20, које су ученици остварили на тесту мале матуре из математике, у задњих шест година.

Табела 11. Просечан број бодова на тесту из математике - Мала матура

година тестирања	2013/14	2014/15	2015/16	2016/17	2017/18	2018/19
просечан број бодова	10.71	9.95	8.6	10.76	10.04	10.46

Дакле, може се рећи да су наши ученици, након завршеног осмогодишњег школовања, на средњем нивоу математичких компетенција. По нивоима постигнућа, на основу извештаја Завода за вредновање квалитета образовања и васпитања, може се закључити да мање од 10% ученика задовољава критеријуме напредног нивоа, око 40% средњег и преко 90% основног нивоа.

2.5. ПРОБЛЕМИ У ПРОЦЕСУ ИЗВОЂЕЊА ТРАДИЦИОНАЛНЕ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ

2.5.1. Проблеми у извођењу наставе математике са аспекта наставника

Обављати посао наставника математике у традиционалној школи је некада било знатно једноставније и лакше него што је то данас. Наставникова улога је била преношење знања и контрола и процена колико су та знања усвојена, постављале су се јасне границе у правилима понашања ученика унутар разреда којим је управљао наставник. Однос наставник – ученик се темељио на стручности наставника. У традиционалној школи наставник математике је био посредник између наставних садржаја и ученика. Он је био искључиви организатор и носилац васпитно-образовног процеса, а односи на релацији наставник-ученик били су засновани на хијерархијским разликама. (Lasić, K., 2015)

У традиционалној настави математике превладава фронтални облик рада са израженом предавачком функцијом наставника што осигурава довољну интеракцију са ученицима али не оставља довољно времена за самосталан рад ученика. Традиционална настава математике се реализује према унапред предвиђеном плану и програму. Задатак традиционалног наставника је да обезбеди да ученици усвоје што више градива предвиђеног планом и програмом. Наставно градиво у традиционалној школи излаже се прилагођено непостојећем просечном ученику. Тако се дешава да су једни ученици преоптерећени док су други недовољно активирани. Наставници су свесни проблема да

су на тај начин, више од осталих, запостављени најспособнији ученици. Заправо, њима се не посвећује довољно пажње и нису довољно оптерећени, па после извесног времена стичу утисак да за учење математике и не треба уложити велики напор, што доводи до губљења мотивације. Њихове математичке способности се неће развијати и надограђивати јер редовна настава не може у потпуности задовољити потребе оваквих ученика, који би уз одговарајући рад могли дати натпросечне резултате.

Настава која се изводи на овај начин је не захтева превише ангажмана наставника за њену припрему, врло је једноставна за реализацију и прилично је економична. „Настава је често, формализована, вербализована и недовољно очигледна што смањује трајност знања и повезивање теорије са реалним животом.“ (Mandić, 2003)

У традиционалној школи задатак наставника је да ученику даје готова решења, док је задатак ученика да та решења понови. Мотивације за учење су спољне (оцене, похвале, казне и сл.) па ученик ретко проверава да ли је нешто добро урадио или схватио. Главна карактеристика традиционалне наставе математике је доминирајућа улога наставника у наставном процесу.

У данашње време наставници математике који изводе наставу на традиционалан начин сусрећу се са разним проблемима. Тешко је организовати наставу која би максимално задовољила менталне способности ученика, ослањала се на њихова претходна знања, темпо и начин рада и уважавала специфичне врсте реакција које ученици испољавају у процесу наставе и мотивисала их за процес стицања знања (Dunđerović и други, 2009).

Будући да је рад наставника изложен јавности, потребна је максимална одговорност за све што ће рећи, за све што ће учинити и за оно како ће се понашати. Наставник увек има утицаја на ученике, било позитивно или негативно. Од наставника се тражи морална одговорност, беспрекорно понашање и у школи и на улици, пријатељски однос према колегама. Другим речима од наставника се тражи да буде интелектуалац, морално и психички стабилна личност, личност која има своја уверења и ставове. (Lasić, K., 2015)

Ауторитет наставника у неким школама се формира на основу његовог супериорног положаја као организатора васпитно – образовног процеса, привилегије да може на основу субјективног уверења дати оцену ученика, изрицати дисциплинске мере, давати похвале и награде. Због ових и других разлога, положај ученика у школама у знатној је мери зависан од наставника, његова делатност је до одређене мере ограничена, могућности за свестран развој делимично су спутане, учење у савременом друштву и допринос свом развоју нису добили адекватно место у свим облицима наставног и ваннаставног рада ((Dunđerović и други, 2009).

Проблеми на које наставник наилази у току извођења традиционалне наставе математике, која се базира на изради задатака, се огледају у томе да за задатак, који је наставник изабрао, ученици често нису заинтересовани, па његовом решавању приступају под одређеним психолошким притиском. То успорава наставни процес а и само разумевање материје. Због тога је избор задатка изузетно важан корак за успешну

наставу. Задатак мора бити примерен знању ученика јер ће тако привући пажњу ученика и он ће активно учествовати у његовом решавању. У уџбеницима већина задатака служи за илустрацију неких правила и формула, и као такви се брзо заборављају. Наставници који се превише ослањају на уџбенике, губе на креативност, а ученици су ускраћени за надоградњу свог математичког мишљења.

Често наставник математике даје инструкције ученику за решавање задатака и на тај начин не дозвољава ученику да испољи своју креативност у истраживању и решавању проблема, већ се држи стандардних метода.

Традиционализам у настави математике је суочен са многим проблемима изазваним снажним напретком савремене информатичке технологије, глобализацијом читавог образовног простора, светским струјањима кроз националне образовне системе, доступношћу нових информација. Мења се улога наставника. „Наставник губи неке своје функције које су доминирале у предавачкој настави, или се оне знатно смањују, јер их преузимају техничка средства, а добија нове“.(Вилотијевић, 2007)

„Применом савремене технологије из основа се мења организација наставе, улога наставника и позиција ученика.“ Ученик ће из позиције поучаваног, дакле пасивног чиниоца, постати субјекат учења, самостално ће учити и у школи и код куће и увек ће имати повратну информацију о томе колико је његово учење успешно. Наставник је ту да организује учење, да саветује и помаже, а учениково је да самостално стиче знања јер му их нико са стране не може поклонити. (Новковић-Цветковић, 2017)

Савремена настава математике се не може успешно изводити на традиционалан начин употребом информационе технологије. За успешно извођење савремене наставе математике потребно је користити нове наставне методе и наставне технике, потпомогнуте информационом технологијом.

2.5.2. Проблеми у извођењу наставе математике са аспекта ученика

Ученик је централна фигура наставе, због њега постоје сви други фактори наставе, и наставник, и наставни садржаји, и наставна технологија. Положај ученика у настави одређују(Банђур, 1983):

- видови и нивои ангажовања ученика у настави, њихова способност да самостално, креативно и одговорно учествују у припремању, планирању, реализацији и вредновању наставног рада и других васпитно-образовних делатности у школи;
- смер, јачина и врста мотивације (спољашње и унутрашње) ученика у настави;
- реални ниво развијености тимских и демократских односа поштовања, помоћи и сарадње ученика и наставника
- стање у колективу и педагошки однос ученика и наставника.

У традиционалној настави математике ученик има подређену улогу и његов пасиван положај кочи и зауставља његов развој. Сам процес усвајања знања

подразумева психичку активност засновану на способностима, потребама и мотивима. Активност ученика се не може остваривати изван његових потреба, мотива и интересовања, а самим тим и његов развој у погледу стварања богатије личности, продубљивања знања, јачања интелектуалних капацитета, оплемењивања афективне и когнитивне сфере личности. (Дмитровић, 2004)

У традиционалном начину извођења наставе математике постоје многобројне препреке које ометају ученике у мисији учења (Симеуновић, Спасојевић, 2005):

- програми упросечују ученике и не препознају њихове способности;
- преобимни наставни садржаји постављају високе захтеве ученицима и не дају им могућност да бирају;
- ученици су претежно у улози пасивног слушаоца;
- уз ретке изузетке, веома је скромна или никаква понуда ваннаставних активности у којима би ученици барем делимично пронашли занимљиве садржаје;
- недостаје развој аутодидактичких метода рада (учење учења)
- недовољно је индивидуализован приступ појединцу и његовим способностима;
- у већини случајева запостављен је рад са даровитим ученицима, а кад га школа и проводи, изостаје подршка других чинилаца;
- наставници не располажу успешним техникама развијања мотивације
- нереалне оцене које ученици добијају на крају школске године;
- ученици уче због оцене, а не ради стицања знања, јер немају представу чему оно служи.

2.6. ГЛОБАЛНИ ТРЕНД ДИГИТАЛИЗАЦИЈЕ ОБРАЗОВАЊА

2.6.1. Глобализација образовања

Глобализација се посматра као процес глобалне, економске, политичке и културне интеграције. Културну глобализацију карактерише конвергенција пословне и потрошачке културе између различитих земаља, раширена употреба страних језика (посебно енглеског) за међународну комуникацију, раст међународног туризма, раст употребе Интернета, који се претворио не само у универзално средство комуникације, већ и постаје све препознатљивији образовни алат и научна активност. Јасно је да образовање не може одступити од процеса универзалне интеграције, стандардизације и зближавања између различитих земаља света. Овде, реч "глобал" дефинише главни циљ образовног система да припреми висококвалификоване стручњаке за решавање глобалних проблема. Штавише, могу се разликовати два аспекта глобализације образовања.

С једне стране, економија и индустрија настоје се ујединити са образовањем како би интелектуалне ресурсе региона, земље или града претворили у факторе који доприносе постизању економског раста и другим друштвеним задацима.

С друге стране, интернационализација економског, друштвено-политичког, културног живота савременог света захтева размену не само робе и капитала, већ и

знања, а сада студенти и наставници између високошколских установа и земаља. Дакле, глобализација образовања постала је сасвим логична и законска компонента глобализације.

Горе наведени трендови покренули су стварање јединственог образовног простора у Европи, познатог као Болоњски процес. Овде је потребно обратити пажњу на чињеницу да не говоримо о јединственом европском систему високог образовања, већ о усклађивању развијених хетерогених система стварањем заједничких европских стандарда како би се олакшала интеракција и повећала мобилност у високом образовању. Дакле, глобализација образовања, која се огледа у стварању јединственог образовног простора, нема за циљ стварање супротности у постојећим образовним системима, већ координацију њихових поступака.

Неопходно је развијати нове концепте образовних процеса, формулисати нове педагошке методе које развијају потребу ученика за унапређењем знања током целог живота, као и разне практичне способности технолошке, политичке, социјалне, економске, културне и образовне природе. Развој глобализацијских процеса у области образовања указује на појаву образовних установа не само у високом образовању, већ и у основним и средњим школама.

Глобализација пружа велике могућности за колективно поседовање знања, технологије, друштвених вредности и норми понашања, као и за остваривање људског развоја на различитим нивоима, укључујући појединце, организације, друштвене групе и друштво у целини - у различитим земљама и културама.

Конкретно, предности глобализације обухватају:

- размену знања, вештина и интелектуалних ресурса широм света потребних за разноврстан развој на различитим нивоима;
- координиране акције и финансијску помоћ која омогућава складну интеракцију у процесу развоја земаља, заједница и појединаца;
- стварање вредности и повећање ефикасности путем горе поменуте светске размене знања, вештина, интелектуалних ресурса и међусобне подршке у испуњавању локалних потреба и обезбеђивању економског раста;
- стварање повољних услова за међународно разумевање, сарадњу, кохеренцију и признавање културних разлика између земаља и региона;
- развој вишеканалних контаката и интеракција, као и подстицање доприноса различитих култура развоју односа међу државама.

Међутим, упркос томе, део светске заједнице у последње време изражава све више страха од могућности негативног утицаја глобализације на развој појединих заједница и читавих нација. Створени су разни друштвени покрети који се супротстављају претњама глобализације, посебно у земљама у развоју. Према њиховом мишљењу, негативни ефекти глобализације могу се видети у облику различитих форми политичке, економске и културне колонизације, надмоћног утицаја развијених земаља

на земље у развоју, као и нагло растућег јаза између богатих и сиромашних региона у различитим деловима света.

Негативни потенцијални утицаји глобализације укључују:

- ширење технолошког јаза и „дигиталну баријеру“ између развијених и земаља у развоју који крше принцип једнаких могућности за фер дељење знања, вештина и интелектуалних ресурса на глобалном нивоу;
- Стварање легитимне могућности за малу групу развијених земаља да спроведе економску и политичку колонизацију других земаља;
- искориштавање локалних ресурса и уништавање аутохтоних култура земаља у развоју за добробит мале групе развијених земаља;
- растуће разлике и сукоби између региона и култура;
- утемељење доминантних култура и вредности у развијеним регионима, као и растућа размера културних позајмица региона у развоју из развијених.

„Школа представља први облик институционализације и професионализације васпитања и образовања као исконске људске потребе трасирања културе са старијих на млађе. „ (Мировић, 2010)

„Кључ успеха образовног система, требало би да се огледа у хуманизацији односа, повећању толеранције, интеркултуралности, иновативности, саморазумевању и самокритичности наставника. Снага образовног процеса је у његовој традицији, али и у флексибилности. Свет се мења и образовном процесу је потребна промена, а наставник треба да буде вођа промена.“ (Бубањ, 2007)

Промене у систему образовања доносе многе новине. Наставник се не појављује само у улози предавача и процењивача, већ све више постаје планер и организатор наставе, координатор и мотиватор, иноватор, ментор, истраживач, креативни сарадник, партнер у педагошкој интеракцији и стручњак за своју област. Критичко преиспитивање властите наставне праксе и упознавање са захтевима савремене наставе и учења испоставља се као основа за процену могућности примене нових сазнања у наставном раду. (Гвозденовић, 2010)

Глобализација захтева радикалну модернизацију система образовања. Под модернизацијом система образовања пре свега подразумевамо модернизацију средстава и помагала у наставном процесу, у виду увођења нове образовне технологије- компјутера, видео технике, као и обогаћивање наставног садржаја у складу са изазовима савремености и будућности; високу специјализацију образовних профила; учење на даљину; интернационализацију знања и глобализацију система образовања. (Митровић, 2013)

Брзи развој информационих технологија је водећи, а можда чак, и пресудни фактор глобализације образовања. Информационе технологије су се имплементирале у све нивое школства почев од предшколског, преко основног и средњег, па све до универзитетског образовања и, на крају, научно истраживачког рада.

Захваљујући њима, процес глобализације образовања је последњих деценија добио и нове облике. У глобализованом свету, све земље су упућене на неку врсту повезивања. Без развоја информационих технологија, које су по својој суштини и логици глобалне, јер их користе сви људи, не би се могао остварити процес глобализације образовања. Глобализација и нове технологије налазе се у међусобној повезаности и зависности.

2.6.2. Улога информационих технологија у образовању

С обзиром на екстремно динамичан и брз развој информационих технологија и њихову присутност у свим људским делатностима, у земљама развијеног света одавно су на сцени крупне промене у процесу образовања које имају за циљ да се што више искористе достигнућа савремених технологија. О важности информационих технологија у процесу образовања са аспекта једне државе најбоље говори податак да се многе владине институције у развијеним земљама непрекидно баве развојем стратегија перманентног увођења нових и побољшања постојећих информационих технологија. Изузетно је велики потенцијал образовања помоћу рачунара баш у области информатичког образовања, с обзиром на чињеницу да су информационе технологије у том случају и циљ и средство процеса образовања. Треба разликовати упрошћено тумачење примене рачунарских технологија у образовању као допунског средства у иначе класичном контексту обичне учионице или лабораторије, од образовања у коме су рачунари много интензивније интегрисани у све образовне процесе и свакодневне активности. Прва варијанта своди се на пуко приказивање одговарајућих наставних садржаја помоћу рачунара, видео бим-а и Интернета уместо коришћењем традиционалних наставних средстава, уобичајено повезивање рачунара са одређеним апаратима у лабораторијским условима ради контролисања процеса на лабораторијским вежбама, те вођење одговарајућих класичних база података о уписаним студентима, наставницима и предметима који се предају. У другом случају, постоји изузетно велики спектар напреднијег коришћења информационих технологија као неодвојиве компоненте савременог образовања – од презентирања садржаја применом специјализованог софтвера током извођења наставе или након тога, до учења одговарајућих садржаја индивидуално или у групи посредством одговарајућих хардверских и софтверских платформи, могућности индивидуалне провере знања, као и аутоматске помоћи ученицима у одсуству наставника.

Неки од најинтересантнијих сегмената напредних процеса образовања помоћу рачунара обухватају:

- организовање, структурирање и чување едукативних материјала у виду разних електронских записа; они обухватају и текстуалне и разне мултимедијалне материјале чија је превасходна намена да буду употребљени у циљу учења и подучавања;
- електронско администрирање наставног процеса у целини, укључујући креирање и спровођење наставних планова и програма, извођење наставе, евиденцију ученика и наставника, извођење провере знања, комуникацију

ученика и наставника, као и електронско креирање и вођење распореда свих наставних активности на нивоу једне образовне институције;

- електронске учионице, које се појављују у два вида: једном, у коме су ученици физички лоцирани на истом месту на коме постоје и одговарајући рачунарски ресурси, обично локална рачунарска мрежа уз добру везу са Интернетом и додатним хардвером и софтвером; и, другом, у коме се врши образовање на даљину, које посредством Интернета омогућује приступ наставним материјалима, одржавање предавања и провере знања за удаљене слушаоце, као и даљинско пружање помоћи у процесу учења;
- коришћење дигиталних библиотека у процесу образовања и њихово интегрисање у специјализовани едукативни софтвер;
- аутоматска електронска размена наставних материјала између сродних група и образовних институција, како у некој локалној средини, тако и на глобалном нивоу

Савременом технологијом интегришемо рачунар као ново наставно средство и помоћ у учењу новог садржаја како би се настава учинила мотивишућом, примеренијом, модернијом. На слици 1 приказана је пирамида примене облика савремене информационе технологије у образовању - од образовне презентације, коју израђују сами предавачи: наставници и професори, преко образовног софтвера, доста компликованијег за имплементацију, до најмодернијих система за учење на даљину онлајн учење и интерактивног учења и електронског учења и система предавања.



Слика 1. Облици примене савремених информационих технологија у образовању

Савременом технологијом интегришемо рачунар као ново наставно средство и помоћ у учењу новог садржаја како би се настава учинила мотивишућом, примеренијом, модернијом. На слици 1 приказана је пирамида примене облика савремене информационе технологије у образовању - од образовне презентације, коју израђују сами предавачи: наставници и професори, преко образовног софтвера, доста компликованијег за имплементацију, до најмодернијих система за учење на даљину онлајн учење и интерактивног учења и електронског учења и система предавања.

Улога мултимедије у образовању: Појам мултимедија везујемо за комбиновање визуелне и звучне информације најчешће у оквиру предефинисане рачунарске архитектуре, окружења, апликације и слично. Филм је у том смислу мултимедијалан, али рачунари отварају и додатне компоненте мултимедије, пре свега интерактивност, тј. могућност корисника да утиче на временску овисност визуалности и звучности мултимедијалне апликације. Досадашњи трендови показују да учење путем мултимедије ефикасније од просечног предавања и до тридесет процената јер се одржава концентрација корисника на високом нивоу. Мултимедијални приступи успешно се користе у процесу креативног стварања, доношења одлука и решавања проблема. За разлику од традиционалног приступа који се концентрише на меморисање, мултимедијални приступ промовише активно учешће у образовном процесу и резултира брзим порастом знања и активној примени истог у конкретним пословним активностима.

Улога едукативног софтвера у образовању: Едукативни софтвери су рачунарски програми који користе знање да би решили проблем, да помогну кориснику у доношењу ваљаних одлука и/или да омогуће људима да уче, или пак да сами могу прихватити нова знања. Према томе, основни појмови које се овде јављају су: знање, решавање проблема и учење. Знање је оно што нека индивидуа зна о некој специфичној области у датом тренутку. Скоро све што људи раде је на неки начин засновано на том знању које је меморисано у људским умовима. Према томе, процес решавања проблема је такође некаква процедура или рутина примене меморисаног знања у циљу решавања тог проблема.

Креирање материјала који се користи у едукативном софтверу, иницијално, је доста захтевније од креирања материјала потребног за класично извођење предавања. Међутим, једном када се формира основа, материјал се може брже и лакше ажурирати. Едукативни софтвери на експлицитан начин репрезентују разне стратегије и технике подучавања које дефинише аутор и омогућава њихову контролисану примену у циљу ефикаснијег усвајања садржаја које ученик треба да научи кроз коришћење система. Таквим приступом се омогућава савлађивање градива према појединачним особинама ученика, тј. сваки корисник може на себи прилагођен начин да савлада и усвоји предвиђено знање. Ово се назива персонализацијом процеса учења.

Важан део сваког едукативног софтвера, је интелигентни тутор или педагошки модул, који у себи садржи и детаљну дијагностичку рутину ученикових грешака, као и најфреквентнијих грешака и неразумевања које креатор система припрема за управљање током савлађивања предвиђеног градива. У суштини, интелигентни тутор

управља сесијом између корисника и система на основу уграђених стратегија подучавања, модела студента и дијагностичких рутина које прате сваку сесију.

Заинтересованост за овакав вид учења је велика, како код произвођача едукативних софтвера тако и код огромног броја људи који се професионално баве образовањем (наставници, предавачи, професори, инструктори, представници релевантних владиних институција), као и код професионалних педагога, психолога и осталих стручњака који раде са ученицима најразличитијих профила. Укратко говорећи, интелигентни образовни софтвер могуће је применити у процесу учења, али и развијати и усавршавати. Штавише, будући да су потенцијалне користи примене информационе технологије у контексту модернизације и реформе образовног система огромне, треба нагласити да су могућности које имамо у том смислу такве да је пре свега потребно спровести мобилизацију постојећих кадрова и техничких ресурса, без великих додатних улагања у неку опрему и инфраструктуру која би служила само тој технологији и ничему више.

Улога интернет технологија у образовању: Интернет технологије имају огромну улогу у сценаријима организовања и извођења наставних процеса и активности. Стога је неопходно нагласити да се изузетно важан сегмент образовања помоћу рачунара односи и на развој оног дела Интернет инфраструктуре који се односи на едукацију у најширем смислу речи: специјализовани језици и формати за представљање едукативних садржаја, специфични протоколи, Веб сервиси, итд.

Интернет је глобална светска рачунарска мрежа, да би се на њој могли снаћи помажу нам мрежни информацијски сервиси. Осим тога, мрежни информацијски сервиси омогућавају корисницима и институцијама да и сами објављују информације на мрежи. Из своје првобитне базе која је обухватала војне и истраживачке институције, проширио се на факултете, основне и средње школе.

Зашто је Интернет добро средство за учење? На Интернету се може наћи неограничен број информација на једноставан и јефтин начин. Коришћењем Интернета развија се воља за учењем нових предмета, нема присиле што омогућава ослобађање властитих скривених талената, жеља, ученици врло брзо увиђају да им развијена технолошка писменост и познавање комуникационих вештина омогућава лакше и брже сналажење на мрежи... Интернет нам помаже да младима укажемо на информације, на изворе информација, те да их на исти начин подучимо бржем и јефтинијем коришћењу вредних информација јер, признали ми то или не, на данашњем тржишту информације су највреднија роба. Персонални рачунари, мултимедијски софтвери, те Интернет, увелико обогаћују васпитно – образовну комуникацију, а, такође, омогућавају и знатније промене улоге и задатака наставника у савременој школи. Добро припремљено и стручно подупрето поучавање Интернетом може омогућити нове начине школовања и битно олакшати посао наставника.

Улога е-учења у образовању: Е-учење је добро решење, како за полазнике курсева, тако и за саме организаторе и има низ предности. Гледано са стране организатора, имају јаку тржишну оријентацију, односно способност стварања

профита, омогућава излазак Универзитета ван националних граница и уштеду просторних и кадровских капацитета, могућност да се диференцирају у односу на сродне образовне установе, те праћење трендова развијених земаља – успостављање високих стандарда и критеријума у едукацији који установу сврставају као конкурентне партнере у свету, а улога коју е-учење игра у повезивању људи, знања и информација је велика. Док су позитивни елементи са становишта полазника курсева следећи: смањење трошкова станарине и осталих трошкова везаних за боравак у месту одржавања студија, могућност избора школе ван физичких граница матичне земље, могућности да ради за време студирања независно од места одржавања студија, превазилажење немогућности да посећује традиционалну наставу услед неког од својих трајних или привремених физичких проблема, оштећења или болести, самоорганизовање времена за учење (висока мотивација, планирање времена и способност за анализу и синтезу садржаја који се учи) и др.

2.6.3. Процес информатизације образовних институција и дигитализација образовања

Информационе технологије и персонални рачунари представљају саставни део савременог друштва. Рачунари су, у данашње време, лако доступни и све генерације познају рад на њима. То је утицало на сам образовни процес и условило промене и разна унапређења у методици учења. „Осмишљеним коришћењем свих предности које доноси употреба информационах технологија у настави, наставни процес постаје динамичнији, садржајнији и занимљивији.“ (Toroman, Bajramović, 2013)

Овакав вид наставе, заједно са осталим савременим методама, омогућава развијање новог модела, такозване, активне наставе. Активна настава подразумева напуштање застарелих традиционалних метода које нису у стању да одговоре изазовима новог времена. Активна улога наставника, у непосредном извођењу наставног процеса, пребацује се на активну улогу ученика, као креатора сопственог образовања. Наставник преузима улогу ментора и координатора. Наравно, то не значи да треба укинути традиционалну наставу и увести нови систем наставе. Заправо, прихватање добрих аспеката старијих система и њихово интегрисање са новим системима и методама ствара једну квалитетну и сигурну базу знања за даљу квантитативну и квалитативну надоградњу, како појединца, тако и читавог друштва.

Када говоримо о савременом начину извођења наставе више не постављамо питање да ли треба примењивати информационе технологије, већ је главни задатак доћи до одговарајућих решења, како и на који начин применити нове технологије у контексту датих предметних области. Пре свега, да би се побољшао квалитет наставе, а учење постало ефикасније.

Предшколске установе: Рачунари и информационе технологије помажу деци предшколског узраста да своје физичко искуства са околином могу да преведу на језик рачунара и представе га визуелно помоћу разних симбола и знакова. Деца све више уче кроз истраживање, самостално, на креативан начин, стрпљиво и упорно. Рачунар им омогућава да се лакше социјализују, што је јако битно у овом периоду одрастања.

Учење је осмишљено разним дидактичким играма које се могу прилагодити индивидуалним способностима детета што код њих ствара осећај компетентности и додатно мотивише. Рад на рачунару развија префињену моторику код деце и координације руке и ока. Такође је важно напоменути да се на овај начин у рад много лакше могу укључити деца са посебним потребама. (Tomić, Duković, 2008)

Основне школе: Увођење информационих технологија у процес наставе и учења, у основним школама, на бази пажљиве анализе образовних циљева и стандарда, као и специфичних потреба ученика и наставника, значајно је повећало ефикасност учења и наставе, омогућило бољу дидактичку организацију појединих предмета, као и усвајање општих информационо комуникационих вештина. Информатичко описмењавање, у најширем значењу, посматрамо као континуирани процес, и када су у питању ученици и када су у питању наставници, што указује на неопходност сталног праћења нових технологија, иновирања знања и пракси, а затим и евалуирања ефеката примене истих, у циљу унапређења квалитета образовања. Треба имати у виду и веома важан аспект информатичке писмености који касније, у процесу започињања и напредовања у радној каријери, игра важну, а неретко и пресудну улогу.

Примена рачунара у основном образовању је процес који се спроводи у великом броју земаља без обзира на ниво развијености и економске стабилности. Ученици тиме стичу могућност да се што квалитетније образују, пратећи међународне стандарде, а у исто време припремају за тржиште рада које је све захтевније. Коришћењем рачунара се, управо, видео записима, симулацијама и сличним материјалима ученицима може на једноставан и занимљивији начин олакшати савладавање наставног градива предвиђеног за њихов узраст. Реализација наставе применом информационих технологија је захтевнија од класичне наставе, како у погледу обима опреме и потребног дидактичког софтвера, тако и у погледу финансијских средстава. Из тих разлога се код нас касни, тако да немају све основне школе могућност коришћења информационих технологија у настави у обиму који би задовољио глобалне стандарде. Од великог је значаја да се увођење информационих технологија у образовни систем и креирање пратећег едукативног материјала одвија што брже, јер смо сви сведоци развоја технологије и њене примене, те је потребно омогућити свим ученицима да добију могућност стицања образовања које је у складу са светском праксом.

Средње школе: Употреба информационих технологија у наставној пракси је постала неопходност и потреба савременог образовања како би оно било у могућности да одговори свим захтевима који му се постављају у погледу квалитетнијег оспособљавања појединаца за успешан живот и развој. Ово се посебно односи на организацију наставе у средњим школама, као и могућност примене савремених технологија у обради различитих наставних садржаја, јер су многа искуства показала изузетне позитивне ефекте.

У прилог ове констатације говори и позитивно мишљење ученика о примени иновативног начина рада. Изражена је потреба за корелацијом наставних јединица и повезивањем различитих наставних предмета како би се ученицима понудио целовитији поглед на одређене наставне садржаје. Обрада одређених наставних

јединица кроз различите предмете доприноси бољем увиђању и схватању испитиване проблематике и омогућава ученицима да сагледају проблем са различитих аспеката, што има значајне позитивне ефекте на њихово учење, схватање и разумевање одређене теме. Када се у такав начин рада укључи и савремена технологија и употреби у наставној пракси, успех, једноставно речено, не може да изостане, што потврђују и директни учесници, актери наставе, наставници и ученици, својим позитивним рефлексима и импресијама о оваквом начину рада.

Да би примена информационих технологија била потпуно у служби науке потребно је обезбедити три основна предуслова:

- довољан број компјутера, за ученике и наставнике, са доступним интернетом
- могућност развоја образовног софтвера
- ниво образовања наставног кадра, који је потребан за коришћење и примену информационих технологија, како би подучавање ученика било квалитетно

Ученици, којима су на располагању савремено опремљени кабинети, показују вољу да иду укорак са технолошким развојем. Компјутерска знања су потребна у свакој области рада. Технологија све више напредује и све се своди на примену рачунара.

Високо школство: Почетак двадесет првог века код нас карактерише транзиција, реструктурирање привреде и промена власничке структуре на доминантно приватно власништво. Промене у окружењу неминовно прате и промене у образовању. Те промене се највише огледају у високом школству. Инсистира се на повезаности између науке и праксе и тежи се ка образовању стручњака који могу да решавају теоријско-практичне проблеме. Поред тога, потенцира се перманентно оспособљавање за рад. Овакви захтеви се подударaju са развојем у области информационих технологија, где су промене неминовне и најизраженије. Од савременог факултетски образовног кадра данас се очекује да је у стању да прати технолошке промене и да примењује нове технологије за обављање својих основних професија. Перманентно образовање се односи како на дипломиране студенте, тако и на научне раднике.

У високом школству, и образовању уопште, неопходне су константне промене и унапређења како би дошло до побољшања квалитета свршених студената, повећања ефикасности у систему високог школства, скраћења времена студирања, „успостављања релевантности наставних програма у односу на националне потребе и захтева тржишта, омогућавања увођења мултидисциплинарних и интердисциплинарних програма који воде ка новим професијама проистеклим из развоја технологије“ (Стевановић, 2011), повећања компетенција студената са акцентом на примењене студије ради непосредног укључивања у радни процес. Међутим, ове промене неретко су биле вештачки стваране и наметане, а исходи прилично лоши. Да би ишли у корак са међународном заједницом, усагласили студијске програме, стандардизовали наставни процес и омогућили студентима проходност на другим, како државним тако и иностраним факултетима, данас се у Србији студирање изводи по принципима и правилима Болоњске декларације. Наравно, не треба се слепо држати свих промена већ

треба задржати све оне позитивне стране сопственог вишедеценијског искуства. (Turajlić, 2003)

Примена информационих технологија и информатизација образовања се највише види у високом школству. Готово у свим високошколским установама постоји могућност студирања на даљину и учења помоћу видео-конференцијских предавања, а примене разних софтвера као помагала у учењу су незаобилазне. Све ово води ка интеграцији високог образовања у интернационални систем образовања.

Често у разним анализама стручњака можемо чути да у Србији постоји потреба за око петнаест хиљада стручњака из области информационих технологија. Недостатак овог кадра као последицу има проблем дигитализације образовања, који представља стратешко опредељење и приоритет Србије. У циљу решавања датог проблема држава Србија је започела следеће активности:

- „настава информатике је обавезан предмет и учи се од петог разреда – као проблем се јавило то што око 30% школа нису биле спремне за увођење ове наставе
- програмом преквалификације – кроз пилот пројекат је преквалификовано око 1000 младих ИТ стручњака
- у школама се повећава број часова информатике за надарену децу – отварају се информатичка одељења у гимназијама
- у школама се уводе е-уџбеници и е-дневници – према подацима из септембра 2017. године, у 200 школа у Србији које имају техничке предуслове за то, почело се са реализацијом пилот пројекта е-Дневник, а то захтева и спровођење обимне обуке за све кориснике Сервиса. Данас је е-Дневник постао стандард у скоро свим школама. Осим тога, школске 2018/2019. године почело се са увођењем е-Лектира и дигиталних уџбеника, што је омогућено усвајањем новог Закона о уџбеницима.
- повећава се број места за студенате који се уписују на ИТ смерове, на факултетима и вишим школама – високошколским установама, које школују ИТ сектор, дозвољено је повећање броја студената и одобрено техничко опремање кабинета
- ради се на редизајнирању старих и стварању нових ИТ смерова – на овоме се инсистира код акредитовања наставног програма образовног смера“ [6]

3. ИЗАЗОВИ У ИЗВОЂЕЊУ САВРЕМЕНЕ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ

Математика је наука младих. Другачије не може ни бити. Бављење математиком представља такву гимнастику ума, да је за њу потребна сва гипкост и издржљивост младости.

Норберт Винер

3.1. СТРАТЕГИЈА ОСАВРЕМЕЊАВАЊА НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ

3.1.1. Опремање школа наставним средствима и рачунарском опремом

За наставна средства можемо рећи да су она посредник у разумевању, усвајању и интерпретацији наставног садржаја при учењу математике. Наставна средства су сви они предмети, модели, макете, цртежи, слике, рачунари, софтвери, мултимедија итд. који су намењени за потребе извођења што квалитетније наставе. Извођење савремене наставе математике захтева и употребу савремених наставних средстава.

Употребом савремених наставних средстава у математици остварује се више васпитно-образовних циљева кроз основне функције савремених наставних средстава: помоћу њих наставник, много једноставније, остварује принцип очигледности, врши се бржи и лакши пренос информација, лакше се подстиче на интвизирање учења и остварује се већа пажња и мисаона активност ученика при развијању умних и других способности и вештина, постиже се рационалнији и економичнији наставни процес и ствара се позитиван став према предмету.

Предности примене савремених наставних средстава за математику огледају се у следећим, већ провереним чињеницама (Метовић, 2010):

- омогућава се једноставније увиђање математичких појмова и догађаја;
- актери наставног процеса могу да испоље виши ниво креативности;
- наставник има могућност да адаптира наставу према индивидуалним потребама ученика;
- олакшава се процес модернизације и увођења иновација у наставу;
- ученици уче тако што увиђају, истражују и решавају проблеме
- подстичу ученике на активност и самосталност;
- омогућава виши степен чулног поимања математичких садржаја што ствара услове за успешније учење, дуже памћење, препознавање и примену наученог.

Међутим, многе школе у Србији још увек немају ни основну опремљеност савременим наставним средствима и рачунарима. Дигитални рачунарски кабинети постоје у свим школама, за потребе наставе информатике, али нису увек доступни за друге предмете. Неопходно је плански и на темељу анализа потреба, улагати у обезбеђивање опреме.

На основу истраживања о коришћењу информационих технологија у школама у Србији, у оквиру Стратегије развоја образовања у Србији до 2020. године, анализом

одговора различитих профила испитаника дошло се закључка да би пожељан стандард опремљености за потребе наставе представљао следећи ниво:

- „рачунар, пројектор и платно у свакој учионици (испитаници сматрају да би тренутну употребу ИКТ у настави са 20% заступљености подигао на 60-70%),
- стабилна интернет веза у целој школи,
- минимум један преносни рачунар за свако стручно веће,
- сразмерно величини школе и броју ученика, још један дигитални кабинет или учионица са умреженим рачунарима, слободан за коришћење на другим предметима осим информатике.“ (Цигурски и други, 2013)

Због специфичности математике, примена савремених наставних средства која би значајно утицала на унапређење у извођењу овог наставног предмета су:

Примена рачунара у настави: Рачунар спада у веома моћно наставно средство, које уз одговарајућу додатну опрему, као што су софтвер и прикључак на интернет, може да замени многа наставна средства. Разноврсност примене рачунара у настави математике довољно је обимна и може се реализовати од употребе најједноставнијих математичких едитора за штампање математичких садржаја до електронског учења. Наставници могу употребљавати готове наставне материјале, софтвере или мултимедијалне презентације а и могу самостално креирати мултимедијалне материјале, које ће након реализоване наставе постављати на Интернет тако да ученицима могу бити доступни у свако доба.

Примена паметне интерактивне табле у настави: Електронске интерактивне табле су нешто што се давно примењује, а наставу чини много интересантнијом. Интерактивна електронска табла је моћно наставно средство јер наставу чини очигледном и динамичном. Карактеристике ове табле су да између осталог омогућава приказ видео записа различитих формата и фотографија у великој резолуцији, примену великог броја едукативних софтвера, као и уређивање документа на лицу места применом различитих софтверских апликација. Омогућава тренутно снимање активности која је у току, осетљива је на додир и омогућава употребу дигиталног мастила.

Велику примену налази поред обавезних наставних предмета, и у изборним предметима и ваннаставним активностима. Електронске интерактивне табле су табле чији рад може бити контролисан прстом или оловком или било којим непровидним предметом. Омогућава предавачу да управља компјутером током презентације из непосредне близине испред табле и удаљеношћу од самог компјутера. Настава постаје привлачнија и упечатљивија, а да се не говори о томе како је доживљавају ученици при првом сусрету са њом, тј. какве позитивне реакције изазива код ученика на свим нивоима образовања. (Јелић, 2014)

Примена таблет рачунара у настави: Таблет рачунари постају све више наши главни сарадници у реализацији интерактивне наставе. Спадају у веома квалитетно наставно средство, које је заступљено тек у школама са већом технолошком опремљеношћу, али сваким даном долази до нових захтева за његово увођење у многим

школама. Таблет има могућност употребе више апликација. Наставници спроводе наставу уз помоћ корисних апликација као што су: Geogebra, MatLab, Graphmatica, Algebrus, WolframAlpha.

Мултимедијална учионица: Мултимедијалне учионице су опремљене различитим савременим наставним средствима као што су мултимедијални рачунар са пратећом опремом, рачунари са пратећом опремом за све ученике, БИМ пројектор, електронска табла SMART BOARD уз неопходну софтверску подршку. Од квалитета софтверских програма, које би требало да припремају тимови стручњака различитих профила (програмер, педагог, психолог, предметни наставник) зависи у којој мери ће бити искоришћен дидактички потенцијал најопремљенијих мултимедијалних учионица. Настава математике која се изводи у мултимедијалној учионици је индивидуализована, интерактивна и има повратну информацију.

3.1.2. Професионални развој и стручно усавшавање наставног кадра

За успешно остваривање улога у наставном процесу примереном садашњем и будућем времену наставник мора да има одговарајуће компетенције које треба да стекне током професионалног школовања међу којима су најважније (Ješić, 2010):

- Стручност: поуздано познавање струке и праћење развоја струке;
- Дидактичко-методичка култура: способност да се наставни садржаји дидактичко-методички тако трансформишу да их ученици могу схватити и прихватити, тј. усвојити знања и вредности које они собом носе;
- Познавање психофизичких одлика ученика: наставни процес треба да буде диференциран и индивидуализован тако да захтеви и стил рада буду прилагођени потребама и могућностима ученика;
- Социјалне вештине: уважавање личности ученика и спремност за партнерски и сараднички однос са ученицима, за успостављање интеракције и представљање идеја тако да ученик који не зна сазна и који не разуме схвати;
- Организаторске способности: смисао за организацију васпитно-образовног процеса, посебно сарадничке наставе и самосталног рада ученика, за јасно и логично структурирање наставног материјала;
- Поверење у ученика: подршка ученику, емпатија и алтруизам, прихватање ученика, подстицање за развој идентитета и аутономије;
- Занатске вештине: познавање наставне технологије под којом се подразумева не само овладаност савременим наставним методама и техникама него и вештина у припремању и организовању наставних материјала и коришћење модерне информационе технологије.

„Професионални развој наставника посматра се као процес развоја наставникове свесности о томе шта ради, зашто то ради и идентификовања начина, поступака и средстава помоћу којих може да унапреди свој рад, рад колектива и школе.“ (Bjekić, 1999).

Стручно усавршавање наставника реализује се кроз разне семинаре, конференције и научне скупове као једнократне активности док се дугорочни ефекти усавршавања очекују кроз примену наученог у наставној пракси. (Lieberman, 1996).

Разлике између професионалног развоја и стручног усавршавања наставника представљене су у табели 12 према Hargreaves, Fullan, (1992).

Табела 12. Разлике између професионалног развоја и стручног усавршавања

Професионални развој	Стручно усавршавање
континуитет не зависи од семинара	временски ограничено
не зависи од финансијских могућности	зависи од финансијских могућности
добровољна база	често је наметнуто
интерни процес	вођено потребама промена у образовном систему
резултат је лични напредак појединца	очекује се примена нових знања у пракси
у основи је индивидуалан процес	могуће је само у групама
одговорност је на појединцу	одговорност је на предавачима скупа

Осврћући се на претходно можемо закључити да професиони развој наставника представља: (Tančić, 2017):

- компликован, дуготрајан, целоживотни процес који има за циљ да унапреди квалитет наставе и побољша положај професије наставника у друштву
- непрекидно усавршавање постојећих као и усвајање нових вештина, знања и ставова који обезбеђују квалитетније обављање наставе, повећавање квалитета и резултата учења
- развој наставника усмерен на развој особе унутар њене професионалне улоге и укључује формално и неформално искуство
- стручно усавршавање наставника

„Десет принципа успешног професионалног развоја наставника који су повезани са унапређењем школе у целини:

- Појединци тешко могу напредовати у статичној школи.
- Школе се не могу мењати без промене онога што раде наставници
- Ако наставници професионално напредују само индивидуално, онда вероватно неће бити у стању да промене своју школу.
- Понекад, кад се школе мењају, наставници се не мењају заједно с њима.
- Организација која учи састоји се од појединаца који упоредо са извршавањем својих основних дужности имају могућност да уче.

- Професионални развој наставника је континуиран процес који почиње првим, а завршава се задњим даном њихове професионалне праксе. То је учење током читавог живота.
- Усвајање нових информација и успешно сучељавање с новим ситуацијама од централног је значаја за учење током читавог живота.
- Промене су процес, а не догађај.
- Сваки појединац је носилац промена.
- Теорије промена и теорије образовања потребне су једне другима.“ [7] према (Craft, 2007)

Наставницима математике је, сваке године, понуђен велики број семинара стручног усавршавања. Списак назива семинара, са комплетним описом семинара, издаје Завод за унапређивање васпитања и образовања Републике Србије. Теме су актуелне и прате промене које са собом носе савремена достигнућа педагошке науке и дидактичке теорије, техничко-технолошког напредка, а нарочито развој информационо-комуникационих и медијских технологија. Такође, постоји доста конференција и научних скупова на којима се наставници математике могу усавршити али и поделити своја искуства и добре наставне праксе са другима.

3.1.3. Увођење иновација у наставу

Увођење иновација је један од битних развојних аспеката наставног процеса. У наставу се морају уносити позитивне промене. Последњих година, посебно у периду транзиције, интензивирани су активности на увођењу иновација у наставни процес. Осим већих промена у систему образовања уводе се промене и у организацији наставе преко нових наставних средстава, савременијих облика наставног рада и иновираних наставних метода. Иновациони процес развојне промене уноси кроз три фазе:

- нове идеје, као резултат научних истраживања,
- увођење иновације у практичну употребу
- ширење иновација.

Интензивно се ради на иновирању целокупног васпитно-образовног, а посебно наставног рада. „Сврха образовне иновације је да помогне да образовање буде боље, да буде отворено, еластично, индивидуализовано, стваралачко, непрекидно.“ (Novković, Stanojević, 2018) Иновирањем наставног рада наставници подижу његов ниво квалитета, а самим тим и ниво укупног постигнућа сваког ученика. „Иновације су услов да школа не заостане иза друштвених и технолошких промена у стварности која се сваки дан интензивно мења.“ (Vilotijević, Mandić 2015).

Наставници су ти који треба да воде и креирају наставни процес и да у вођењу тог процеса користе савремене, иновативне наставне моделе, методе, облике и средства рада како би оспособили ученике да брже, квалитетније и на различите начине уче и истражују. Велика доступност информацијама наставника ставља у нову функцију, он више није једини извор знања, он је сада све мање предавач, а све више креатор образовно васпитних и истраживачких активности ученика. Ученици су данас у

ситуацији да се служе информационим технологијама и да уче на интерактиван начин истражујући проблеме на разне начине и из различитих извора сазнања. Знање које стичу ученици треба критички, креативно и мултимедијално да креирају и презентирају пред другима, и да са аргументима и разумевањем одбране истражено и откривено. Креативност и истраживачко и примењиво знање изграђују нови, истраживачки, стил учења и развоја личности који је велики искуствени потенцијал у даљем развоју.

Иновације су везане за промене у систему образовања и за дидактичко-методичке промене у наставном процесу.

Иновације у традиционалној настави вежу се искључиво за одређени час, блок час и школу и обухватају когнитивистички циљ учења. Ове иновације имају за циљ да појачају активност ученика у процесу учења. Везане су за класично когнитивистичко схватање појма учења, односно схватање учења у ужем смислу, а по тој дефиницији учење је свесна, намерна и циљу усмерена активност ради стицања знања и вештина, што се постиже вежбом и понављањем градива [Hajder, M., \(2012\)](#).

Иновације у савременом систему образовања имају целоживотну, развојну и истраживачку функцију. За разлику од иновација у традиционалној настави, ове иновације се не везују само за школски час, блок час или школу, оне се везују за истраживачко-развојне и сазнајне пројекте који се интерактивно истражују, користећи различите изворе сазнања [Hajder, M., \(2012\)](#).

Савремене иновације обухватају једну потпуно модерну дефиницију учења, по којој је учење релативно трајна и прогресивна промена понашања индивидуе која је резултат претходне активности индивидуе ([Radonjić, 2004: 18](#)).

Ако се иновације посматрају као дидактичко-методичке промене у наставном процесу, онда се може рећи да се оне огледају кроз ([Vilotijević, 2001](#)):

- иновације у припреми образовно-васпитног рада (развија циљева, програмирање рада школе, планирање и припремање наставе);
- организацијске иновације (артикулација часа, облици и врсте наставе, наставне методе);
- медијске иновације (наставна средства, аудитивни и аудивизуелни медији, дигитализација наставе);
- евалуацијско-докимолошке иновације (праћење и вредновање рада ученика и свих учесника у образовно-васпитном раду).

За наставника је веома битно да прати и прихвати иновације у наставном процесу. Осим тога, важно је и да непрестано, поред реализације наставних садржаја и циљева програма, узима активно учешће у развоју и унапређењу педагошке науке. „Наставник својим радом, односно, својим стилем рада мора да проналази иновације да би његов рад задовољио све аспирације и потребе данашњих ученика и савременог друштва.“ ([Sejtanic, 2011](#)) Карактеристике које красе иновативног наставника су:

- могућност изношења оригиналних идеја
- по природи је истраживач
- подозрив је у промишљању
- константно се образује и усавшава
- познаје и користи савремене методологије

Савремена, иновативна, настава базира се на принципима деловања и интегративности, а она тражи школу другачију од данашње, школу која ће бити место за стицање искуства, акционо деловање и доминацију учења над поучавањем. Тај концепт се према [Dryden, Vos, \(2001\)](#) може формулисати на следећи начин:

- данас је свако и наставник и ученик;
- за већину је учење најделотворније кад је забавно;
- адекватно окружење подстиче и усмерава ученике на самостално учење;
- наставник може направити чуда користећи интерактивне електронске комуникације;
- усвајање и памћење информација је знатно лакше ако су ученици активни учесници процеса учења;
- школе би морале да идентификују и да наставу базирају на индивидуалним стилевима учења ученика;
- на сваком кораку требало би користити стварни свет као своју учионицу, а да би се нешто научило, потребно је учити.

Оно што је некада било прогресивно и добро не мора тако остати заувек. Друштвене промене се темеље на знањима као најважнијем развојном потенцијалу. Оне су брзе, муњевите. Знања брзо настају и још брже застаревају. Шансу за развој, прогрес, имају само они који непрестано уче и стално иновирају своја знања ослобађујући се бајатих, неупотребљивих знања. Само друштво које учи уз помоћ знања може да се мења. Школа, која има обавезу да образује и васпитава мора да замени своју спору, застарелу, недовољно делотворну технологију педагошког рада и да своју делатност утемељи на новим информационим технологијама које могу одговорити на нове друштвено-економске и технолошке изазове. ([Новковић-Цветковић, 2017](#))

Конзерватизам и традиционализам наставника који се плаше да примене иновације у наставном процесу јесу главна препрека уласку информационе технологије у наставу и учење. Да би се пробиле те баријере, Завод за унапређивање образовања и васпитања Републике Србије нуди разне акредитоване програме за стручно усавршавање.

3.2. СПРЕМНОСТ НАСТАВНИКА ЗА ИНОВАЦИЈЕ У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

3.2.1. Дигиталне компетенције наставника математике у Србији

Дигитална писменост се посматра као базично знање јер, користећи се информационим технологијама, омогућава приступ највећем извору знања и података и баратање тим подацима, односно, омогућава претрагу, чување, слање, креирање, обраду и приказивање дигиталних информација, а самим тим значајно олакшава стицање свих других вештина.

Дигитална писменост је способност да се учинковито и критички користе и вреднују подаци употребом дигиталне технологије. То значи препознати и искористити моћ тих података, али и претње и слабости (Lapat i Šlezak, 2011).

Дигитална писменост представља основне ИКТ вештине и она је база за стицање дигиталних компетенција које су специфичније и везане за одређени контекст (ECDL Foundation, 2015). Поседовање дигиталних компетенција је најнижи ниво у развоју дигиталне писмености, која подразумева успешно коришћење дигиталних компетенција у различитим животним ситуацијама (Martin & Grudziecki, 2006).

Домен дигиталне писмености обухвата више међусобно испреплетаних писмености (Covello, 2010):

- Информациона писменост (проналажење и лоцирање извора информација, процена веродостојности извора, анализа и синтеза материјала, етичко и легално коришћење и цитирање извора, спецификовање тема и прецизно формулисање истраживачких питања);
- Рачунарска писменост (разумевање употребе рачунара и апликативних софтвера у практичне сврхе);
- Медијска писменост (низ комуникационих компетенција које укључују могућност приступа, анализу, евалуацију и размену информација различитих формата);
- Комуникациона писменост (ефикасна комуникација између појединаца, али и унутар група, уз коришћење интернета и других комуникационих оруђа);
- Визуелна писменост (способност „читања“, интерпретирања и разумевања информација презентованих у сликовном или графичком модалитету; трансформисање текстуалних информација у сликовни или графички модалитет чиме се олакшава комуникација);
- Технолошка писменост (рачунарске вештине и вештине коришћења рачунара за унапређење учења, продуктивности и постигнућа).

„Дигиталне компетенције наставника подразумевају поседовање скупа знања, вештина, ставова, способности и стратегија неопходних за квалитетно коришћење информационо-комуникационих технологија и дигиталних медија, а са циљем

промишљеног, флексибилног и безбедног унапређивања процеса наставе и учења и других активности у вези са наставничком професијом у онлајн и окружењу без примене интернета.“ [8] према (Ferrari, 2012).

Дигитална компетенција је способност наставника да користи дигиталне алате са добром педагошко-дидактичком информационо-комуникационом технологијом. То значи да наставник мора доносити одлуке о томе коју би врсту дигиталних алата требало користити у свакој наставној ситуацији, како их треба користити и зашто. (Krumsvik, 2007).

Употреба дигиталних технологија у реализацији наставног процеса је врло битна јер представља подршку наставнику у намери да мотивише ученике и да их активно укључи у само извођење наставног процес, да унапреди знања и вештине ученика, да их социјализује, да буде непрестано на вези са њима и да им помогне и након завршеног школовања при започињању њихове радне каријере.

„У многим европским земљама су усвојене стратегије у вези са дигиталним компетенцијама наставника и коришћењем дигиталних технологија у процесу наставе и учења, али подаци у вези са њиховим ефикасним коришћењем још увек су непотпуни“ (European Commission/EACEA/Eurydice, 2012). На пример, широм земаља Европске уније половина ученика не користи рачунаре за потребе наставе математике или природних наука, чак и онда када њихова доступност не представља изазов (European Commission, 2011). Подаци истраживања у оквиру Међународног програма процене ученичких постигнућа – ПИСА 2012 (OECD Program for International Student Assessment) указују да 72 процента петнаестогодишњака у ОЕЦД земљама извештавају о коришћењу рачунара у школи. У неким земљама мање од половине ученика известило је о њиховој употреби у школи (OECD, 2015). Да бисмо у потпуности искористили потенцијале дигиталних технологија, свака држава за себе се мора постарати да су њени наставници у првим редовима током припремања и увођења тих промена (OECD Press release, 2015). Међу наставницима постоји позитиван тренд када се говори о употреби рачунара у извођењу наставе (Korte, Hüsing, 2007).

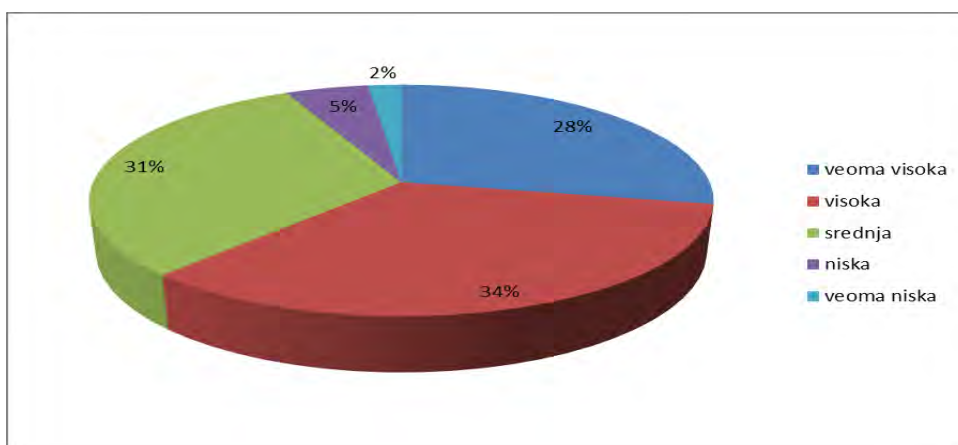
Неопходност поседовања дигиталних компетенција наставника, препознаје и Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије 2017. године и издаје Оквир дигиталних компетенција – Наставник за дигитално доба. Компетенције су распоређене у следеће области:

- „Претрага, приступ, чување и управљање информацијама
- Претрага, адаптација и креирање дигиталних садржаја за наставу и учење
- Управљање дигиталним садржајем за наставу и учење и његово дељење
- Управљање окружењем за учење
- Настава и учење
- Формативно и сумативно оцењивање, бележење, праћење и извештавање о напретку ученика
- Комуникација и сарадња у онлајн окружењу

- Етика и безбедност“ (Оквир дигиталних компетенција – Наставник за дигитално доба, 2017)

Да би наставници могли да развијају своје дигиталне вештине, пратећи савремене трендове, како би са успехом могли да имплементирају дигиталну информациону технологију у наставну праксу, морају имати константну подршку у томе. Поред тога, наставници се могу и морају самостално усавршавати користећи достигнућа савремених технологија, доступност великог броја информација и могућности интернета.

На основу резултата Истраживања о употреби ИКТ у школама у Србији, у оквиру Стратегије развоја образовања у Србији до 2020. године, представљених на слици 2, може се рећи да су наставници веома високо оценили своје дигиталне компетенције. Чак 62% испитаника сматра да има високе или веома високе дигиталне компетенције, 33% се изјаснило да има средње компетенције, док само 7% наставника мисли да су им дигиталне компетенције на ниском или веома ниском нивоу. Међутим, анкета је спроведена онлајн, што већ говори о томе да испитаници поседују неке дигиталне компетенције.



Слика 2. Самопроцена наставника о дигиталним компетенцијама (Извор: <http://slobodansoftverzaskole.org/konferencija/dokumenti/Istrazivanje-UPIS.pdf>)

Дигиталне компетенције наставника природних предмета, међу којима су и наставници математике, представљене су у табели 13. Може се рећи да су наставници математике релативно спремни за иновације у извођењу савремене наставе математике применом ИКТ јер 93.3% наставника се изјаснило да има средње, високе или веома високе дигиталне компетенције.

Табела 13. Самопроцена дигиталних компетенција наставника математике

дигиталне компетенције	самопроцена наставника математике
веома ниске	0%
ниске	6.7%
средње	31.5%
високе	34.8%
веома високе	27%

3.2.2. Иновативни модели у настави

Под утицајем информационих технологија школа више не може да остане на традиционалном начину рада у коме су наставник и уџбеник једини извор информација, где је наставник субјекат, а ученик објекат наставног процеса и пасиван прималац знања. Посао који је некада обављао само наставник, сада преузимају модерна наставна средства а ученику се приступа као субјекту наставног процеса у коме је он активни учесник.

Савремена школа мора ићи у корак са временом, и због тога је неопходно увести у наставу иновативне, модерне наставне моделе који су усмерени на квалитет васпитно-образовног рада, уз смислено коришћење постојећих наставних кадрова и техничких ресурса, расположивог времена и креативности ученика и наставника. (P. Mandiću, 1987)

Иновативним наставним моделима су се бавили многобројни аутори. На основу њихових истраживања, могу се издвојити следећи модели са краћим описом (Kukušin, 2004; Suzić, 2007, Vilotijeвић M. i N., 2008; Lazarev, 2008; Махмутов, 1995, Мандић, 1977, Ђорђевић V., 2007; Vilotijeвић M., Vilotijeвић N., 2007, Новковић-Цветковић, 2017, Lazarević, 2005; Stevanović M, 2003; Simić, 2015):

Индивидуализована настава: Иновативни модел у коме се захтеви прилагођавају сваком ученику у зависности од претходних знања, способности, темпу напредовања. Овај начин извођења наставе покреће унутрашње потенцијале ученика, даје допринос развоју креативног мишљења ученика, учи ученике како да уче, подстиче мотивацију и активира евентуалне способности сваког ученика индивидуално.

Програмирана настава: Иновативни модел у коме се садржаји деле у мање логичке целине знања. Сваки таква целина има уводну информацију, задатак, операцију и повратну информацију. Програмирана настава учи ученика како треба учити, мислити, закључивати и повезивати претходно научено градиво са следећим.

Самостално извођење експеримената програмираном наставом, ученик се као појединац и као део одељења, уводи у мали истраживачки рад, оспособљава се за самообразовање.

Интегративна настава: Иновативни модел у коме се знања из разних предмета и разних области интегришу и повезују у јединствену целину. Интегративно учење значи да се један проблем мора сагледати са свих страна и из разних углова. Мозак најбоље стиче и памти информације онда када се оне могу повезати у смислену мрежу значења.

Егземпларна настава: Иновативни модел у коме се садржајни задаци остварују према узору. Предности ове наставе огледају се у томе што садржаји са типичним сличностима могу успешно да се обраде. Тако се повећава ангажовање ученика и уштеђује наставно време. Ученицима се оставља могућност да самостално раде, да развијају и функционалну писменост, тј. служење књигом и другим изворима информација. Знатно утиче на развој неких мисаоних функција ученика: упоређивање, анализа, синтеза, груписање, класификација.

Хеуристичка настава: Иновативни модел који се темељи на проналазачком односу што води открићима. На основу онога што деца знају откривају нова знања. Иако хеуристичка настава не доводи ученике до потпуно самосталног рада, они су у великој мјери мисаоно активни, постоји непосредно комуникација наставника и ученика слободан разговор, дискусија, усмерена питања која воде ка открићу и до разумијевања садржаја

Модуларна настава: Иновативни модел наставе који се темељи на индивидуалним програмима учења. Програми садрже цео низ појмова, информација, методичких упуштава у постизању утврђених наставних циљева а учење се одвија кроз модуле.

Пројектна настава: Иновативни модел наставе који се остварује реализацијом пројеката тимским радом ученика. Пројектна настава је најсложенији облик практичног мисаоног и интензивног стицања знања, и то из целовитих делатности, односно из проблемских целина и области сазнања, представљања, трансфера и презентовања, употребе и примене конкретног знања

Интерактивна настава: Иновативни модел рада који се остварује интерактивно у малој групи или тандему. Интерактивно учење изазива промене, у начину размишљања и поступцима, које су резултат разних утицаја у друштвеној интеракцији. Реализација интерактивног учења у пракси подразумева примену другачијих поступака и метода у наставној пракси.

Проблемска настава: Иновативни модел рада који је заснован на самосталној истраживачкој активности ученика и тражењу нових решења, савладавањем одређеног проблема. Врло сложен ментални процес у коме учествују сви мисаони процеси у различитим комбинацијама те због тога ученици знање стичу на креативан начин. Истраживачко мисаони поступци садржани у овом моделу наставе су формулисање

проблема, рашчлањивање, формулисање хипотеза, састављање плана истраживања и закључивање.

Развијајућа настава: Иновативни модел рада у коме ученици трансформишући садржаје стварају нови производ – знање. Ученик је субјект сазнајне активности. Да би усвојио знање, ученик мора сам да дође до њега и открије га. У оваквом начину учења се подстиче развој мишљења, саморазвој, самообразовање и саморегулацију. Теоријско мишљење изнад емпиријским а мисаони процеса иде од општег ка појединачном. (Вилоотијевић, М., Вилоотијевић, Н., 2016)

Искуствена настава: Иновативни модел рада који се темељи на животном искуству ученика. Знање се стиче тако што га ученик осети, доживи, разуме и, као такво га, дугорочно чува у меморији и врло лако такво знање преточи у вредност.

Игролика настава: Иновативни модел рада у оквиру кога се стваралачки елементи ослањају на учење кроз забаву. Ученик учи тако што запажа основне особине појава, процеса и објеката из окружења. Карактерише га радозналост и заинтересованост.

Настава на даљину- дистанцна настава: Иновативни модел рада који се организује са просторно удаљеним ученицима са којима постоји електронска аудитивна или аудио-визуелна веза са једносмерном или двосмерном комуникацијом. Учење је засновано на размени информација између наставника и ученика или на самосталној продуктивној активности ученика коју он обавља употребом информационо комуникационих технологија.

Смисаоно вербална настава: Иновативни модел рада који се темељи на захтеву да грађа коју треба схватити буде у смисаоно-логичној повезаности појмова које ученик има у својој когнитивној структури. Учи се повезивањем за претходно наученим веома сличним наставним садржајем или, пак, проширивањем претходно научених садржаја тј. знања на сличне али у суштини нове садржаје

Компјутерско-информативна настава: Иновативни модел рада у којој ученик општи са компјутером, а преко компјутера са другим ученицима или наставницима. Учење се одвија у неколико облика: помоћу хипер медија, даљинско учење, учење на мрежи, учење у мултимедијалној учионици.

Претичућа настава: Иновативни модел рада који се заснива на савлађивању садржаја којим се предупредују или претичу тешкоће или грешке у процесу учења

Продуктивна настава: Иновативни модел рада који се заснива на образовним путевима који су уз помоћ наставника изабрали сами ученици. Ученици уче самостално, служе се текстовима, аудио визуелним материјалима, рачунарима. Настава се изводи обично у групном облику рада.

Личносно – усмерена настава: Иновативни модел рада у коме су ученик и наставник равноправни сарадници и где се сваком ученику индивидуално приступа.

Тимска настава: Иновативни модел рада који се темељи на заједничком стваралачком раду ученика и наставника и смењивања пленарног и групног рада на реализацији одређеног програмског садржаја. У тимској настави наставници ће заједно изабрати садржај, заједно планирати, правити флексибилан садржај, реализовати образовне, васпитне и функционалне задатке, пратити напредовање ученика, пружати међусобну помоћ.

Микро настава: Иновативни модел рада који се остварује у врло кратким наставним јединицама од 5 до 10 минута и у групи до 8 учесника. У микро-настави ученик има субјектну позицију и у првом је плану. У микро-настави заступљено је интегративно учење, присутна је емоционална стабилност, а заступљен је и социјално-психолошки аспект наставе (утицај групе). Ученик је у могућности да се осјећа сигурним, постаје свјестан својих могућности и вриједности, реалније утврђује ближе и даље циљеве које може реализовати. Атмосфера је слободна, сарадничка. Односи су демократски. Између наставника и ученика постоји интеракција и двосмерна комуникација.

“Да би иновативни модели наставе били прихваћени у наставној пракси, мора се успоставити одговарајући систем образовања наставника током студија на наставничким факултетима, али и њихово стручно усавршавање и професионални развој током рада. Оба наведена сегмента подразумевају њихово оспособљавање за коришћење савремене образовне технологије.” (Terzić, Miljanović, 2009).

3.2.3. Значај креативности наставника и ученика за иновације у настави математике

Реч креирати настала је из латинске речи *creare* што значи стварати односно производити ствари које раније нису постојале. (Bognar, 2010) Појам креативности подразумева оригиналност и откривање нечега новог, интересантног, решавање проблема на себи својствен конструктиван начин, уз нове идеје и замисли које воде ка нечему корисном или вредном.

Креативни процес се састоји од четири етапе које се могу произвољно реализовати без претходно утврђеног редоследа:

- „Припремање или олуја идеја: За вријеме ове етапе, особе примењују знање, вештине и разумевање материјала, објеката, проблема или њихове комбинације. Креативне особе баве се материјалима, објектима или проблемима на разигран или истраживачки начин. Бављење идејама може бити намерно или случајно.
- Инкубација: За вријеме ове етапе ум започиње формулисати и бавити се проблемом, често уз помоћ слика и асоцијација.
- Илуминација: Ово је евалуацијска фаза када особа изабере неке идеје и одбацује друге.
- Верификација: Сада особа тестира производ креативног мишљења процењујући његову корисност, довршеност и исправност.“ (Bognar, 2010)

Иновације у наставном процесу доносе много непредвиђених ситуација чија се вредност и ток не могу увек претпоставити. “Наставникова слобода у трагању за успешнијим образовно-васпитним садржајима, поступцима и укупним резултатима има дубоку хуману димензију, а и дидактичку вредност без које наставни рад у целини не би могао да се усавршава“ (Filipović.N.,1969). Креативни наставник, у иновативној настави, активно укључује све ученике у рад, што, као последицу, има развитак креативности, демократичности и иновативности.

„У процесу креативног рада наставника код кога доминира стил рада који дозвољава учешће ученика у одлучивању, припремању, реализацији и вредновању рада у наставним и ваннаставним активностима; омогућава ученицима да испоље своје способности. Његова улога према ученицима који посебно испољавају креативност је да их подстиче на што већу оригиналност, систематичност и иновативност у раду.“ (Sejtanic, 2011)

Наставу треба организовати тако да сваки ученик може представити своје идеје и поставити питања. Креативни час има своје етапе у развоју, он се организује, планира, реализује, подстиче, контролише и вреднује. Наставник би требало да вреднује сваку креативну идеју ученика, и да подстиче другачија мишљења и решења постављених задатака.

Креативан наставник мора да инспирише ученике. Он је оригиналан, стреми новим идејама и стално је у кораку са савременим светом.

Креативни ученици непрестано трагају за нечим савременијим. Константно проналазе нове, једноставније и корисније начине рада, што, напослетку, унапређује васпитно-образовни рад и води ка постизању бољег успеха ученика.

Креативност је веома важна и потребно ју је примењивати у школама, у оквиру часа и ваннаставних активности. Креативност помаже ученицима да боље запамте градиво и да га лакше примењују на часу. Традиционална настава спутава и гуши креативност и ученика и наставника. Њена ефикасност се мери у квантитету информација а не у квалитету усвојених информација и могућности примене тих информација.

Оскудне информације и знање нису довољне да би се стварало, за стваралачке способности је потребна баш креативност. Да би се продубила знања, запамтила на вишем нивоу, утврдила и пренела на другачији начин важан је другачији поглед на дате информације. Зато на свим пољима можемо вежбати у школи, она је основа свега и припрема нас најбоље за даље школовање и сналажење у свету. Школа је темељ за даље образовање сваког појединца, а на наставницима је да примене креативност и искористе своју машту да би ученицима дали најбољи пример, били добри узор и максимално искористили све погодности које нам нуди савремено информационо друштво.

Облик исказивања креативних способности ученика у настави математике манифестује се кроз (Андрић, 2016):

- Решавање проблема по аналогији (осетљивост за проблеме): За дати проблем ученик уочава неочигледну сличност са већ виђеним проблемима и истим методама решава дати проблем
- Решавање проблема на више различитих начина (флексибилност): Ученик показује способност да један математички проблем реши коришћењем две или више различитих идеја
- Нестандардно решавање познатих проблема (оригиналност): За већ виђени проблем за који наставник и литература препоручују познати поступак, ученик налази своје нестандартно решење
- Оригинално решавање непознатих проблема (оригиналност): Ученик успева да самостално реши проблем који до тада никада није видео, и то оригинално
- Логичко – комбинаторна способност (флуентност ума): Поједини проблеми не захтевају познавање математичких теорија, већ систематичност, добру логику и комбинаторни таленат
- Формулисање оригиналних проблема (оригиналност): Ученик на основу добре овладаности изучаваном проблематиком успева да формулише нове, занимљиве и оригиналне проблеме
- Инверзно решавање проблема (флуентност ума): Ученик креће од исхода проблема и његовом реконструкцијом корак по корак, враћа се на почетно, а тражено стање
- Оповргавање нетачних хипотеза (осетљивост за проблеме): Ученик лако проналази контра пример и на тај начин оповргава нетачно формулисану хипотезу
- Генерализација (осетљивост за проблеме): На основу неколико појединачних примера уочава се и доказује извесна математичка правилност или законитост
- Уочавање инваријантности (флуентност ума): Вештина да се у датом проблему уочи извесна непромењивост и на основу тога проблем реши
- Способност брзог утврђивања егзистенције решења проблема (флуентност ума): Често је неопходно брзо утврдити да ли дати проблем има или нема решења. Способност да се то осети, докаже ... указује на стваралаштво
- Конструкција математичког објекта који задовољава дате сложене услове (елаборација): Од ученика се очекује способност да одреди број, геометријску фигуру ... математички објекат који испуњава одређене и не баш једноставне услове
- Директна, али неочигледна примени математичких теорема, правила, тврђења ... (редефиниција): Јасно је да се ради о примени одређене теореме, али њена примена није тривијална, јер тражи одређена прилагођавања, трансформације ...
- Индиректна и нестандартна примени математичких теорема, правила, тврђења (редефиниција): Проблем не указује на примену одређене теореме, али се његовом трансформацијом препознаје суштина и тражи одговарајуће, а познато тврђење на које се треба позвати
- Способност да се добијени непознати проблем реши рашчлањавањем на више познатих проблема (елаборација): Анализом проблема он се своди на

једноставнији, а овај на још једноставнији ... све док се не дође до познатог проблема

- Самостално откривање непознатих, али математичкој науци познатих математичких тврђења, правила, теорема (оригиналност): Стваралаштвом се може сматрати све што ученику није било познато, а добијено је снагом сопственог ума.
- Примена математичких знања у нестандартним животним ситуацијама (редефиниција): У свакодневном животу понекад је неопходно нешто измерити, израчунати, проценити... применом стечених математичких знања. Шта и на који начин применити је ипак питање стваралачких способности.

Резултати ПИСА и ТИМСС истраживања ефеката наставе математике у Србији указују на ниску математичку писменост ученика у Србији и поприличан заостатак за европским просеком када је функционално математичко образовање у питању. Једна од могућности за превазилажење таквог стања свакако је развијање креативних особина ученика кроз наставу математике, а то је могуће кроз иновирану наставу коју воде креативни наставници.

3.3. НОВИ ПРИСТУП ИНДИВИДУАЛИЗАЦИЈИ И ВИЗУАЛИЗАЦИЈИ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ

3.3.1. Савремени облици индивидуализације наставе математике

Индивидуализација је „педагошки поступак који, на супрот фронталној настави, дозвољава сваком ученику у разреду да у једном временском периоду, више или мање дугом, обавља индивидуални рад који је сам одабрао или му га је одредио наставник, а који одговара његовим стварним могућностима.“ (Pieron, H.,1973)

“Индивидуализација наставе је дидактички принцип који обавезује школу и наставника да наставне садржаје, циљеве, методе, односе и помоћ у настави прилагођавају ученику, да откривају, уважавају и развијају научно признате разлике међу ученицима и да настоје да групно поучавање и учење што више индивидуализују и персонализују, да ученику омогуће релативно самостално и самоиницијативно учење, усклађено са друштвеним и општим задацима наставе, да подстичу сопствено стваралачко мишљење ученика и признају оригиналност његове личности, да потпомажу његове хобије, жеље и потребе иако оне немају општи значај.“ (Поткоњак, Шимлеша, 1989)

Индивидуализација наставе пролази кроз четири етапе (Вилотијевић, 2000):

- Етапа идентификовања нивоа и структуре знања и осталих индивидуалних особина ученика: Процена индивидуалних способности ученика може се извршити: иницијалним, текућим и завршним тестовима који служе као темељ на коме ће се дограђивати нова знања у зависности од усвојености претходних и на основу којих ће наставник формирати задатке.

- Припремна етапа: Обухвата избор облика индивидуализације и израду одговарајућих дидактичких материјала за рад са ученицима. У припремној етапи се врши припремање и планирање артикулације часа.
- Оперативна етапа: реализује се наставни час према унапред утврђеном плану артикулације часа, задаци које ученици индивидуално решавају одабрани су спрам њихових могућности.
- Верификативна етапа: Обухвата прикупљање и анализу података о постигнутим резултатима, то јест евалуацију изведене наставе.

Настава математике је, углавном, усмерена на усвајање што више градива предвиђених планом и програмом. Прилагођена је осредњем ученику, тако да су најбољи и најлошији запостављени. Овакав приступ извођењу наставе математике не води ка развијању математичких вештина и компетенција за опстанак у савременом друштву. Сваки ученик је индивидуа за себе и, најмање што може наставник да учини је да прилагоди наставу уважавајући интелектуалне и психолошке особине појединца. Морамо имати у виду и то да смо ми држава у транзицији, са критички подложним образовним системом, на, минималном задовољавајућем нивоу техничке опремљености школа, па нисмо у позицији да уводимо велике промене и искористимо све образовне бенефиције које нам нуде развијене информационе технологије. Из тог разлога, када се говори о индивидуализацији наставе математике, задржани су сви стари и додати неки нови, иновативни, модерни, а све чешће и потребни, облици, који могу да се изводе само уколико постоје одговарајући технички ресурси.

Могу се издвојити следећи облици индивидуализоване наставе математике:

Појединачна наставникова помоћ ученицима: Овај начин наставе се практикује за време часова утврђивања градива. Тада наставник сваком ученику, појединачно прилази и проверава како напредује са самосталном израдом задатака. Сви ученици раде исти задатак. Уколико има потребе, даје упутства и смернице како да дођу до решења или, пак, оним ученицима који су завршили са радом даје додатне задатке.

Индивидуално планирана настава: Остварује се тако што наставник јасно прецизира задатке за сваког ученика посебно – прецизно је одређено шта ученик мора да савлада да би задовољио одговарајући ниво знања. Задаци су груписани по степену напредовања, ученик сам планира свој рад а наставник контролише и усмерава.

Настава на три нивоа тежине: Ова настава се реализује тако што наставник припреми задатке на три нивоа тежине: основни, среди и напредни. Након тога формира групе ученика на основу своје процене о нивоу њиховог знања. Задаци морају бити тако осмишљени да је на сваком нивоу потребан одређени интелектуални напор за њихово решавање. Уколико ученик лагано ради задатке своје групе, треба га преместити у виши ниво, а, ако има потешкоћа приликом израде задатака, треба га вратити у нижи ниво. Наставник увек мора имати резервне задатке за ученике који успешно савладавају задатке напредног нивоа. Улога наставника је да прати рад ученика, подржава их и помаже им саветима у вези израде задатака.

Примена наставних листића у настави: Овај начин облика индивидуализације наставног рада се најчешће примењује. Организује се тако што се на наставном листићу зада задатак који ученици решавају на часу. Обично је на листићу један задатак са јасно назначеним нивоом тежине. Листић садржи и упутство за рад у коме су написани делови градива за које је листић везан, информацију о потребним изворима знања и неопходном материјалу за рад. Наставници, у пракси, обично задају свима исте задатке, с тим да ученици прво раде лакше, и како ко уради задатак добије тежи. Од нивоа знања и спретности ученика зависи до ког нивоа тежине задатака ће стићи. Задаци су сортирани по тежини и прилагођени могућностима и способностима ученика. Овакав рад на часу је делотворан и ученицима веома интересантан.

Индивидуализација наставе у групном облику наставног рада: Настава у оваквом облику рада се одвија у групама од три или више ученика које су пажљиво формиране тако да буду хомогене и уједначене по индивидуалним могућностима и способностима ученика. Групе могу радити исте или различите задатке. Задаци морају бити прилагођени групи и морају имати задатке различите тежине. Индивидуализација наставног рада се остварује унутар сваке групе јер сваки ученик има своју улогу у изради задатака. Овај облик се може применити и на рад у пару.

Програмирана настава: Реализује се тако што ученици добијају од наставника задатке које треба да реше. После сваког урађеног задатка ученик добија информацију од наставника у вези са тим да ли је успео или није, и зависно од тога наставник одлучује да ли ће му дати следећи задатак да решава или ће га вратити на поновно решавање оног задатка који није могао да уради. Овај облик наставе све ученике води до циља, само различитим темпом. Бољи ученици могу неке делове градива прескакати, уколико су им ти садржаји добро познати и нису им неопходни за решавање задатка, а слабији ученици се понекад морају вратити натраг да би попунили празнине у знању и савладали пропуштено, како би урадили актуелан задатак. Ученици су самостални и активно учествују у настави.

Индивидуализација наставе применом образовног софтвера: На овај начин се постиже максимална индивидуализација наставног рада. Сваки ученик има рачунар на коме је инсталиран образовни софтвер од кога добија информације, задатке, питања и повратне информације о резултату свог рада. На основу рада на решавању одређеног проблема, софтвер га усмерава на задатке различите тежине. Сваки ученик може напредовати и савладавати онај задатак који одговара његовим могућностима и способностима. Осим овога, рачунар омогућује и приступ локалној мрежи и интернету и бројним базама података што такође помаже у раду и учењу.

Индивидуализација наставе експертним системом: Примена вештачке интелигенције кроз експертне системе у настави, која код нас још увек није заживела у одговарајућој мери, довешће до великих промена у образовању. Довешће до промена у унутрашњој организацији школе. Ученици ће брзо и веома лако стицати нова знања, примењиваће их код решавања проблема и увек ће имати повратну информацију о томе шта су добро научили, а на шта треба додатно да обрате пажњу и још вежбају. Ученику ће бити омогућено да напредује према индивидуалним интелектуалним способностима

и личним компетенцијама. Експертни системи помажу брзом добијању, разумевању и примени специјализованих знања у одређеним областима наставних предмета. Ученик ће моћи да контактира са експертским системом од куће, из школе и са других места. У оваквом начину рада је изражен висок степен индивидуализације наставног рада. Вештачки експерти и експертни системи постају незаобилазан извор знања.

3.3.2. Предности индивидуализоване наставе математике

Индивидуалне разлике ученика у интелектуалним способностима при изучавању математичких садржаја су изражене знатно више него у другим предметима. То представља велики проблем и наставницима и ученицима. Наиме, ако се у математици уче основни елементарни садржаји и захтеви су на елементарном нивоу, онда су просечни и напредни ученици знатно оштећени јер нису морали да уложе никакав интелектуални напор за усвајање знања, па се ни развојни процес није десио а долази и до губитка мотива за усвајање нових сазнања. Ако је настава прилагођена просечном ученику, онда ће захтеви наставних садржаја бити преобимни за исподпросечне ученике а недовољно амбициозни за надпросечне што опет узрокује губитак мотива. И, на крају, настава прилагођена надпросечним ученицима изазива највеће проблеме. Даровитих ученика има мало, па ће већина ученика остати ускраћена за основна знања без којих не могу пратити наредне математичке садржаје, што, неминувано, води до краха мотивације и немогућности укључивања у процес учења.

Овај проблем наставе математике се може решити индивидуализованим облицима рада. Настава математике се може лако индивидуализовати, јер су ученици највише ангажовани на часовима утврђивања и вежбања задатака. Индивидуализована настава математике са собом носи многе позитивне аспекте наставе и неке од њених предности су:

- при представљању наставних садржаја креће се од интелектуалних и физичких способности сваког ученика;
- виши ниво искоришћења менталних капацитета ученика;
- оваквим начином извођења наставе развија се самосталност, самоиницијативност, истраживачко и креативно мишљење ученика, и јача се и афирмише његова личност;
- ученици уче сопственим темпом, према сопственим могућностима, у одељењу у коме влада радна атмосфера;
- ставови ученика према учењу и математици као наставном предмету су позитивни;
- ученици се оспособљавају за целоживотно образовање;
- побољшава се ефикасност целокупног наставног процеса;
- повећава се ефикасност учења у односу на ученика као индивидуу;
- подиже се ниво креативности наставника у процесу припреме и реализације наставних садржаја
- наставник се ослобађа од рутине у приступу настави;
- ученици су толерантнији и прихватају различитости;

- повећава се мотивисаност ученика, кроз повратне информације које добија од наставника;
- обезбеђују се повратне информације наставнику од ученика, неопходних за даље планирање и евалуацију дотадашњег рада.

3.3.3. Визуализација у настави математике – функција и врсте

Употреба визуализације у настави математике укорењена је у теорији знања и у складу је са методологијом математике. Конвенционално постоје три фазе спознаје:

- перцепција,
- репрезентација
- апстрактно мишљење.

Процес когниције такође се, условно, може поделити у две фазе:

- сензорне (перцепција и репрезентација)
- логичке (прелаз из репрезентације у концепт коришћењем генерализације и апстракције).

Сензорна фаза одговара првој и другој фази пута спознаје, а улога визуализације у овој фази је прилично важна. Визуализација се користи за стицање знања о спољним својствима математичких објеката, о односу објеката, о њиховој сличности и разлици. Улога визуализације у трећој фази спознаје је та што омогућава ученицима да увиде дубоке везе између својстава математичких објеката и да створе исправну слику.

Психолози су установили да је визуализација потребна да би се осигурале бројне дидактичке функције: да ученици прихватају задатак учења, да мотивишу ученика, да усмеравају ученика у процесу учења, да пружају ученику општу оријентацију за његове будуће активности.

У методологији наставе математике разликују се следеће функције визуелизације:

Когнитивна функција. Методолошки циљ спровођења ове функције је формирање когнитивне слике посматраног објекта. Овај процес постепено прелази из једноставног у сложен, док се мисао ученика усмерава на најкраће и најдоступније путеве до холистичке перцепције објекта. Улога ове функције је да ученицима пружи најједноставнији и најприступачнији начин разумевања материјала који се проучава.

Функција управљања активностима ученика. Током имплементације ове функције, средства и методе визуализације имају улогу да усмеравају ученика у процесу учења, да контролишу и откривају грешке које је ученик направио и помогну му у разјашњавања својстава која објект треба сачувати током одређених трансформација, да омогуће ученику да из сопственог искуства објашњава другима или себи суштину проучаване појаве или чињенице према конструисаном моделу.

Функција тумачења. Суштина ове функције је да се исти објект може изразити помоћу различитих знакова и модела. На пример, круг можемо дефинисати помоћу:

центра и полупречника, једначине кружнице за координатне осе, користећи слику или цртеж. У неким је случајевима згодније користити његов аналитички израз, у другим - геометријски модел. Испитивање сваког од ових модела, који под одређеним условима могу послужити као средство визуализације, је његова интерпретација. Што је објекат значајнији, пожељније је дати већи број интерпретација које откривају когнитивну слику из различитих углова.

Естетска функција. Естетика или лепота може бити формална - визуална и доступна чулима, или интелектуална – логичка и доступна само уму. На пример, у математичком доказу, логички и визуални делови морају бити пропорционални. Дакле, захваљујући једноставном визуелном моделу, суштина доказа постаје јасна, а логика појашњава само неке детаље доказа. За сваки математички садржај постоји могућност његове визуелизације, односно стварања његове визуалне слике. Формуле, задаци, графици функција, полигони итд. су предмети са естетским својствима по свом изгледу. из сопственог искуства објашњава другима или себи суштину проучаване појаве или чињенице према конструисаном моделу. Разни цртежи, слике, дијаграми, табеле су естетски предмети који одражавају логику процеса, дакле, продубљују знање, доприносе откривању унутрашње лепоте математике.

Функција обезбеђивања усмерене пажње. Улога ове функције је да визуализацијом наставног садржаја усмери пажњу ученика када је у питању памћење наставног материјала, понављање усвојеног садржаја, употребе примењене оријентације итд.

Психолошка функцију. Укључена је у процес учења помоћу визуализације наставног садржаја. Састоји се у чињеници да визуални материјал служи као спољна подршка унутрашњим радњама које ученик изводи под вођством наставника у процесу стицања знања.

Применом различитих функција визуализације могуће је допринети развоју најплоднијег мишљења ученика, јер његова пажња лако и правовремено прелази са визуалних помагала на информације о објекту и обрнуто, добијене уз њихову помоћ. Такво пребацивање минимизира одвлачење менталних напора ученика од предмета њихове активности.

Разумевање улоге и значаја сваке врсте визуализације у свакој фази учења неопходно је да би се развила оптимална методологија. Постоји неколико принципа према којима се класификују врсте визуализације. Овде ће бити представљена класификација врста визуализације према подели метода активности, одражавајући методе моделирања појединачног математичког знања или организованог скупа знања (Карпова, 1995).

Оперативна визуализација: Процес формирања модела у образовним активностима, заснован на подршци спољним акцијама. Оперативна визуализација укључује демонстрацијску визуализацију (употреба цртежа, дијаграма, табела, плаката, графикона, модела), употреба оперативне визуализације проширује број канала за пренос и пријем информација, убрзавајући и продубљујући перцепцију наставног

садржаја који се проучава. Употреба оперативне видљивости може послужити као мотивација за креативну активност ученика, омогућава да се виде процеси у динамици, помаже у успостављању интерпредметних комуникација, проширује поље практичне примене проучаних ставки.

Формална визуализација: Процес формирања модела у образовној делатности, заснован на структурним спољашњим радњама у процесу формирања спољашње структуре, структуре нотације, истицања или стављања текста на таблу или у уџбеник. Ова врста визуелизације укључује: употребу курзива, оквира, одломака, истицање појединих формула, наглашавање важних речи и реченица, обележавање значаја текста у маргинама разним знаковима, обележавање почетка и краја доказа, коришћење боје за истицање важних формула и елемената. Формална врста визуелизације доприноси бољој перцепцији, разумевању и памћењу садржаја.

Структурална визуализација: Процес формирања модела образовне активности, заснован на структурним спољашњим радњама у процесу формирања унутрашње структуре. Ова врста визуализације укључује поделу основног наставног садржаја, конструкцију модела заснованог на стабилним асоцијацијама које карактерише комплетност основних појмова, метода, теорема, приближавање проученог материјала препознавању објекта перцепције. Структурална визуализација се користи у процесу перцепције унутрашњих особина образовног садржаја и укључује: употребу референтних табела, употребу блок шема и логичку анализу теорема. Структурална визуализација подстиче менталну активност у процесу перцепције, подстиче логичко размишљање и наглашава осећај за суштину. На тај начин, у проучавању одређених математичких садржаја, побољшава перцепцију, узрокујући минималан напор чула осећаја.

Позадинска визуализација: Процес моделирања специфичних карактеристика датог организованог скупа знања, који има мотивацијску унакрсну природу, пружајући бољу перцепцију и асимилацију. Позадинску визуализацију карактерише трајање, неуједначеност, подржавање функција асоцијативно-рефлексне перцепције, ненаметљивост бочно примењених акција. Пример примене ове врсте визуализације подстиче разне технике усмеравања мишљења, истицање у први план најважнијих информација везаних за објекат који се изучава и примене разних мнемолошких ефеката. Постављање циља, унутрашња мотивација, спољна ненаметљива мотивација наставника за унутрашње радње ученика, адекватне постављеном циљу, су компоненте позадинске визуализације. Позадинска визуализација је од великог значаја у процесу обуке и образовања. Вешта употреба ове методе иницира појаву потребе ученика да науче, да самостално стичу знање и изазива емоционално задовољство (Колягин, 1975).

Дистрибутивна визуализација: Карактеришу је структурне екстерне акције у проучавању формираног модела у процесу учења. Ова врста укључује структурну поделу наставних садржаја, формирање основних дефиниција, представљање наставног садржаја и класификацију метода доказивања. Коришћење ове врсте визуализације омогућава стављање акцента на материјал који се проучава, чини га доступним за перцепцију и асимилацију, подстиче логично размишљање, анализирање, помаже

ученику да истакне главне и успостави везе између појмова који се проучавају, оспособљава сналажљивост у већој количини информација, подстиче критички став.

Визуализација континуитета: Карактеришу је јаке асоцијативне везе у оквиру садржаја који се учи, као и везе које повезују те садржаје са другим садржајима. То укључује уочавање међусобних веза, методе презентације, повезивање са претходним учењем, подржавајући мотивацијске задатке као и задатке истраживачког карактера.

3.3.4. Могући начини и разлози визуализације наставе математике

Визуализација у настави математике, коју карактерише висок степен апстракције, један је од вечитих проблема математичког образовања. Још давне 1957. године, Пјер Ван Хиел је први пут представио модел наставе геометрије заснован на развоју визуелног размишљања ученика. Популарност ове теме почела је још тада и још увек траје. Употреба различитих алата за визуализацију активира ученике, буди им пажњу и на тај начин помаже њиховом развоју, доприноси трајнијој асимилацији наставног садржаја и убрзава процес усвајања знања. Чињеница да је велика апстрактност својствена математици одређује и природу алата за визуелизацију и карактеристике њихове употребе.

Треба напоменути да је водећа врста перцепције информација визуална, што укључује и развој традиционално визуалних и иновативних алата и техника које омогућавају активирање чула вида у процесу учења. Познато је да до 90% информација особа добија кроз визуални канал перцепције. Визуализовани задаци омогућавају вам преношење информација о образовним могућностима, одређеним карактеристикама менталне активности ученика и на тај начин служе као средство за дијагностику образовних и лично значајних квалитета, а такође су једно од главних оруђа за примену визуалног приступа у настави математике. С тим у вези, улога визуалних модела приказивања наставних садржаја се повећава, што омогућава превазилажење тешкоћа повезаних са учењем, заснованом на апстрактном логичком размишљању.

Први важан аспект визуализације наставног садржаја је тај што визуалне слике редукују везе вербалног резоновања и могу да синтетичу слику већег „капацитета“, и на тај начин акумулирају већу количину знања – слика говори више од хиљаду речи.

Други важан аспект употребе визуалних наставних садржаја је одређивање оптималног односа визуалних слика и вербалних, симболичких информација.

Дакле, концептуално и визуално мишљење у пракси су у сталној интеракцији. Откривају различите стране проучаване концепције, процеса или феномена. Вербално-логичко размишљање нам даје прецизнији и уопштенији приказ стварности, али је тај приказ апстрактан. Заузврат, визуално размишљање помаже у организовању слика, чини их холистичким, генерализованим и комплетним, помаже у стварање нових визуалних форми који носе одређено семантичко оптерећење и чине значење видљивим (Далингер В. А., 1999).

Потребно је прећи са визуализације, као једног од помоћних средстава наставе математике, на потпуну употребу визуалног размишљања ученика у процесу

успостављања његовог математичког образовања. Визуелно-фигуративне компоненте мишљења играју врло важну улогу у људском животу, те је њихова употреба у учењу изузетно ефикасна.

Визуализација математичких садржаја, у процесу извођења наставе, омогућава нам решавање бројних педагошких проблема (Трухан И., Трухан Д., 2013):

- обезбеђивање ефикасности у учењу;
- интензивирање образовних и когнитивних активности;
- формирање и развој критичког и визуалног мишљења;
- визуална перцепција;
- фигуративна презентација знања и наставних активности;
- пренос знања и препознавање образаца;
- побољшава визуалну писменост и визуалну културу.

Користећи визуализацију у учионици, наставник помоћу потребне опреме може показати оно што не може показати у стварности. За ученике, способност визуелне перцепције математичког садржаја је велика предност. Визуализација математичких задатака доприноси развоју свести и сећања ученика, што ће бити неопходно током целог школовања. Користећи визуализацију у процесу извођења наставе, ученици су више заинтересовани и фокусирани на процес учења. Образовни процес је ефикасан, занимљив, и за наставнике и за ученике.

Наставници математике су одувек имали начин да визуализују наставне садржаје. Користили су цртеже, графике, постере, моделе геометријских тела. Развојем информационих технологија у помоћ су им прискочили рачунари, помоћу којих могу демонстрирати различите математичке моделе и визуализовати наставне садржаје, како би ученицима олакшали њихово усвајање, и на тај начин наставни процес учинили ефикасним.

Рачунар и рачунарска графика омогућава ученику да са много мање проблема савлада наставне садржаје. Рачунар се може користити у свим фазама процеса учења: наставник га користи приликом обраде нових наставних садржаја, код утврђивања и понављања, контролисања усвојених знања, а за ученика он обавља различите функције: наставник, радни алат, предмет учења, тим који сарађује.

Рачунар вам омогућава да створите услове за побољшање процеса учења визуелизацијом математичких слика. Постоји велики број софтверских алата који омогућавају визуализацију наставних садржаја, али су најбољи они који се базирају на интерактивном математичком моделу.

Коришћење интерактивних модела значајно убрзава процес објашњења наставног садржаја и побољшава његов квалитет. Сlike појава и концепти који су формиранли помоћу модела и анимација дуго се памте. Интерактивни модели се лако уклапају у лекцију и омогућавају наставнику да организује нове нетрадиционалне врсте наставног програма и ученикове активности.

У току рада са интерактивним моделима за визуализацију, можемо идентификовати следеће групе задатака (Батуева, 2010):

- Задаци са компјутерским запажањем - након што се објасни ново градиво или током објашњавања има смисла понудити ученицима неколико запажања. Рад са интерактивним моделом, током учења новог градива, омогућава наставнику да демонстрира ова запажања кроз пројекциону опрему.
- Експериментални истраживачки задаци - задаци за решавање код којих се одређене величине мењају одговарајућим параметрима променљивих и посматрају настале промене. Ученици ће са посебним ентузијазмом решавати такве проблеме. И поред привидне једноставности, такви задаци су врло корисни јер омогућавају ученицима да виде везу између рачунарске симулације и аналитичког решења задатака.
- Задаци са накнадном верификацијом рачунара - задаци који се прво морају решити без употребе рачунара, а онда на рачунару проверити добијени резултат.

Визуализовани задаци служе као средство за изградњу вештина визуелног претраживања. Визуелна претрага је процес генерисања нових слика, нових визуелних форми, које носе одређено визуелно-логичко оптерећење и чине визуалном вредност жељеног објекта или његовог својства. Полазиште таквог процеса је база готових визуалних слика познатих ученику, структура и елементи информација и визуализоване везе између њих.

4. САВРЕМЕНЕ ОБРАЗОВНЕ ТЕХНОЛОГИЈЕ У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Математика је сувише озбиљна и због тога не треба пропустити ни једну прилику да се учини занимљивом.

Блез Паскал

4.1. ПРИМЕНА ИНФОРМАЦИОНО КОМУНИКАЦИОНИХ ТЕХНОЛОГИЈА У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

4.1.1. Значај примене рачунарске технологије у настави математике

Опште је познато да је математика предмет који изискује највише времена, захтева константан, мукотрпан и истрајан самосталан рад ученика, штавише, веома специфична и разнолика. Повећањем менталног оптерећења из математике наилази се на проблем како одржати интересовање ученика за градиво које се проучава, за њихову активност током часа. Превазилажење овог проблема је могуће ако се рачунарска технологија активно користи на часовима.

Данас је увођење рачунарске технологије у образовни процес саставни део школског образовања. Употреба рачунарског софтвера на часовима математике омогућава наставнику не само да трансформише традиционалне облике учења, већ и да реши разноврсне проблеме: значајно повећава визуалност наставе, обезбеђује његову диференцијацију, олакшава контролу знања ученика, повећава интересовање за предмет, повећава когнитивне активности ученика, уважава индивидуалне способности ученика. (Садыкова, 2017)

Дакле, рачунарска технологија омогућава наставнику да:

- добије временску могућност за интензивнији процес учења;
- учини лекције занимљивим, разноврсним и визуалним;
- укључи све ученике у образовни процес;
- уведе ново градиво кроз рачунарску технологију;
- развија креативност и независност ученикове личности;

Поред директне употребе рачунарских програма у образовне сврхе, постоје могућности коришћења мулти-библиотека и интернета, које су у сваком тренутку доступне ученику. Наставу на рачунару карактерише, пре свега, интензитетом коришћења рачунара, који се може проценити процентом времена комуникације ученика са рачунаром у односу на целокупно време. Промена технологије стицања знања, на основу тако важних дидактичких својстава рачунара као што су индивидуализација и диференцијација образовног процеса уз одржавање његовог интегритета; доводи до радикалне промене улоге учитеља. Његова главна надлежност је улога асистента и стручног консултанта. „Популарни облици мултимедијалне наставе, као што је онлајн учење и настава уз помоћ рачунара, створили су много нових могућности у образовању. Они пружају нови начин презентовања садржаја и често

стављају ученика у центар наставног процеса, што делује мотивишуће на ученике и омогућава разноврсност у учењу“ (Sorden, 2005).

Рачунар практично решава проблем индивидуализације учења. Уобичајено је да се ученици, који спорије уче, ретко усуђују да наставнику поставе питања. Имајући рачунар као партнера у учењу, они могу више пута понављати лекције, прилагодити учење сопственом темпу и контролисати степен његове асимилације. Рачунар увелико проширује презентацију информација и чини је прихватљивом за ученика.

Рачунар утиче мотивационо на ученика у процесу учења. Усвајање знања повезано са великом количином дигиталних и других специфичних информација кроз активни дијалог са личним рачунаром је за ученика ефикасније и занимљивије од проучавања досадних страница уџбеника. Уз помоћ образовног софтвера, ученик може да симулира стварне процесе, што значи - видети узроке и последице, разумети њихово значење.

Рачунар је универзални алат, може се користити као калкулатор, симулатор, средство за праћење и оцењивање знања и алат за моделирање, а све остало је идеална електронска табла. Важан методолошки задатак, у смислу употребе рачунара, је учење решавања проблема, као и неких основних метода математичких операција, алгоритама. Рачунар на часовима математике, наставник може да користи у следећим начинима рада:

Демонстрацијски начин рада: Подразумева презентацију наставног садржаја а затим дискусију о ономе што је ученик видео и чуо. Овај начин рада један је од најчешћих данас. Да бисте га спровели, потребан је рачунар и пројектор. Информације се приказују на великом екрану и могу се користити у било којој фази часа. Као софтвер користе се материјали готових софтверских производа који садрже велику количину фотографија, видео записа, аудио информација, презентација на различите теме. Лекције ове врсте данас су једноставно незамењиве.

Индивидуални начин рада: Сви ученици истовремено раде на својим радним местима. За ученике је то тежак посао, јер су они навикли да се играју са рачунаром. Овај начин рада има за циљ да ученици усвоје одређена знања и примене их у решавању одређених проблема, па са тог аспекта се и приступа употреби рачунара. Проверу усвојеног знања врши рачунар. Тестирање је једна од врста контроле знања помоћу рачунара, која се у последње време све више укључује у живот модерне школе. Висока ефикасност супервизорских програма одређена је чињеницом да јачају повратне информације у систему наставник-ученик. Програми тестирања омогућавају наставнику да брзо процени резултат рада и тачно идентификујете теме у којима постоје недостаци у знању. Предности контроле тестирањем помоћу рачунара су: објективност процене, поузданост информација, поузданост резултата теста, способност разликовања, примена индивидуалног приступа учењу, упоредивост резултата за различите групе ученика.

Даљински начин рада: Ученици добијају појединачне задатке за самостални или практични рад. Посебну улогу код оваквог начина употребе рачунара у настави

математике имају алати за електронско учење, који су данас лако доступни и има их доста. Стога употреба алата за електронско учење у настави, наставнику омогућава (Садыкова, 2017):

- да рационалније користи време на објашњавању новог градива
- да представља математичке садржаје на визуалнији, разумљивији начин
- да утиче на различите системе перцепције ученика, подстичући на тај начин боље усвајање градива
- диференцирани приступ подучавању ученика са различитим нивоима спремности усвајања наставног садржаја
- редовну оперативну контролу учења ученика

Употреба рачунарских технологија у настави математике даје оно што уџбеник не може дати; рачунар на часовима је средство које омогућава ученицима да боље упознају себе, појединачне карактеристике њиховог учења, доприносећи развоју самосталности. Главни задатак коришћења рачунарске технологије је проширење интелектуалних способности човека, с једне стране, и способности употребе информација, добијених помоћу рачунара, с друге стране. А то је важно у нашем добу информатизације. Употреба рачунарске технологије мења циљеве и садржај наставног процеса: појављују се нове методе и организациони облици учења. Опције употребе рачунарске технологије у наставном процесу математике су (Пинаевская, 2012):

- **лекција са мултимедијалном подршком** - у учионици постоји један рачунар, наставник га користи, углавном, као „електронску таблу“ :демонстрације цртежа, флеш анимације, симулације, интерактивне шеме, презентацију наставног садржаја, видео предавања, анимациони модели;
- **лекције са употребом интерактивне табле** - рад са разним математичким програмима, омогућава не само коришћење визуелног илустративног и референтног материјала, скуп лабораторијских радова за учење и праћење, већ и мултимедијалне демонстрације интерактивних модела математичких објеката, изражених интерактивних анимација, проблематика са интерактивном детаљном анализом решења, вероватноће експерименталних експеримената, програмских модула.
- **лекција се одвија уз рачунарску подршку** - неколико рачунара (обично у рачунарском кабинету), сви студенти раде истовремено, или се измеђују радећи задатке, тестове и вежбање;
- **лекција интегрисана у рачунарску науку** одржава се у рачунарској учионици и заснива се на следећим задацима: прво, израдити едукативни материјал помоћу рачунара за креирање графикона, симулација, табела и дијаграма; друго, за проучавање способности различитих рачунарских програма;
- **рад са електронским уџбеником** (могуће и даљински) користећи посебне системе учења, где се традиционална настава из овог предмета замењује самосталним радом ученика са електронским информативним изворима.

Ово, генерално, подстиче разноликост креативне активности ученика, омогућава повећање количине информација и повећава интересовање за предмет. Суштина примене рачунара у настави лежи у осавремењивању, побољшању квалитета и унапређењу наставног процеса, као и његовој помоћи у процесу учења.

4.1.2. Дизајнирање наставе математике употребом ИКТ

Информациона и рачунарска технологија модерно је, ефикасно средство у рукама квалификованог стручњака. За наставника математике, ИКТ је алат за учење који обезбеђује ефикасност образовног процеса; алат знања који доприноси формирању природног научног погледа на свет, проширује нечије хоризонте, отвара нове могућности за побољшање образовне и когнитивне активности; средство за развој личности, способно да се прилагоди новим достигнућима научног и технолошког напретка.

Рачунарске технологије су нови додатни извори информација, нове врсте визуелних помагала, нови начин обраде информација, нови облици тестирања знања ученика. Потребно је користити технологије тако да помажу у решавању образовних, развојних проблема наставе математике. Употреба нових технологија у настави математике доприноси не само повећању интересовања деце за предмет, већ и развоју размишљања, формирању комуникацијских вештина за независни истраживачки рад. (Полат, 2005)

Настава математике има неколико карактеристичних особина које се морају узети у обзир приликом дизајнирања модерне наставе математике помоћу ИКТ-а:

- садржај који се учи темељи се на раније проученим и припрема основу за асимилацију нових знања;
- велика се пажње посвећује развоју логичког мишљења ученика, способности расуђивања и доказивања;
- математика служи као пратећи предмет за изучавање многих других дисциплина;
- теоријски материјал се препознаје и асимилира у процесу решавања задатака и проблема;

Наставник може користити ИКТ у различитим фазама предавања: провера домаћих задатака, организовање фронталног истраживања, припрема ученика за активну и свесну асимилацију новог материјала, објашњавање и увежбавање новог материјала, текућу и завршну контролу. Свака фаза предавања захтева активно проучавање. Осмишљавање и конструкција лекције може се извести по следећем алгоритму:

- Идентификација предмета употребе ИКТ-а: анализа садржаја предавања о могућности и сврсисходности коришћења информационе технологије у циљу оптимизације образовних активности; предвиђање резултата активности организованих путем информационе технологије.

- Избор материјала који омогућава решавање образовних проблема путем ИКТ-а: одабир наставног садржаја који се треба обрадити употребом ИКТ алата.
- Избор ИКТ алата који испуњавају циљеве: повезаност функционалних могућности алата информационе технологије са циљевима активности; утврђивање услова за коришћење алата информационе технологије.
- Развој методологије за коришћење ИКТ у процесу решавања проблема: утврђивање фаза решавања проблема путем информационе технологије; анализа резултата решавања образовних проблема путем информационе технологије.
- Побољшање традиционалних метода наставе коришћењем ИКТ-а: софтвер и хардвер који се користи на часовима представљају своје специфичности и доприносе унапређењу традиционалних метода наставе.

Употреба ИКТ-а у реализацији наставе математике може да се користити у различитим фазама предавања. Свака фаза школског часа захтева постављање одређених задатака које ће наставник тежити да реши (Шагалеева, 2008; Фокин, 2006):

Употреба ИКТ-а у фази асимилације нових знања и метода деловања:

- Дидактички задатак: осигурање перцепције, разумевања и примарног памћења знања и метода радњи, односа и односа у предмету проучавања.
- Показатељи стварног резултата решавања проблема: активне акције ученика са предметом проучавања, максимална употреба самосталности у стицању знања и савладавање метода акције.
- Активност наставника: употреба визуализације омогућава бољу перцепцију образовног материјала. Да би се постигла већа ефикасност у употреби ИКТ-а у овој фази, наставник не би требао користити само објашњење - илустративни метод у коме се наставни материјал дистрибуира на слајдовима. Захваљујући новим технологијама, можете да креирате сопствене моделе проблематичних ситуација и различитих процеса који доприносе разматрању односа и односа у предмету проучавања.

Употреба ИКТ-а у фази почетне провере разумевања:

- Дидактички задатак: успостављање исправности и свести о асимилацији новог образовног материјала, препознавање празнина и заблуда и њихово исправљање.
- Показатељи стварног резултата решавања проблема: асимилација суштине стечених знања и метода деловања на репродуктивном нивоу. Отклањање типичних грешака и заблуда међу ученицима.
- Активност наставника: употреба презентације како би се рационалније трошило време, повећала активност ученика и извршила иницијална провера разумевања. Уколико се спроводи тестирање наставник може развити пратећи сажетак - мини тест, који би требало се дистрибуира у штампаном облику.

Употреба ИКТ-а у фази утврђивања знања и метода деловања:

- Дидактички задатак: обезбеђивање асимилације нових знања и метода деловања на нивоу примене у промењеној ситуацији.

- Показатељи стварног резултата решавања проблема: самостално извршавање задатака који захтевају употребу знања у познатој и измењеној ситуацији.
- Активност наставника: да би утврдили знање и методе, ИКТ пружају наставнику читав низ могућности за креирање дидактичког материјала уз разликовање задатака, као и коришћење програма учења у свом предмету.

Употреба ИКТ-а у фази генерализације и систематизације знања:

- Дидактички задатак: формирање холистичког система водећих знања о теми.
- Показатељи стварног резултата решавања проблема: активна продуктивна активност ученика да укључи делове у целину, класификација и систематизација, да идентификује међупредметне односе.
- Активност наставника: ИКТ ће помоћи у креирању и систематизацији наставних листића - задатака, презентација за час - генерализације, такмичења, квизови, игре. Поред тога, могу се користити програми који симулирају различите процесе и системе.

Употреба ИКТ-а у фази контроле и самопровере знања:

- Дидактички задатак: идентификовање квалитета и нивоа савладавања знања и метода деловања, обезбеђивање њихове корекције.
- Показатељи стварног резултата решавања проблема: добијање поузданих информација о постизању планираних резултата од стране свих ученика.
- Активност наставника: по правилу, да би решио овај проблем, наставник помоћу ИКТ-а развија тест који користи у штампаном облику. Употреба таквог дидактичког материјала омогућава рад на грешкама и кориговању знања. Тестирање се може спровести и електронски. Предност електронског тестирања је брзина обраде резултата. Ако постоји мрежна администрација за тест окружење, може се креирати база података на основу резултата тестирања и праћења.

Употреба ИКТ-а у фази понављања лекције:

- Дидактички задатак: анализирати и оценити успех постизања циља и проценити изгледе за даљи рад.
- Показатељи стварног резултата решавања проблема: адекватност самопоштовања ученика и упоређивање са проценом учитеља. Ученици добијају информације о стварним исходима учења.
- Активност наставника: да би показали критеријуме за оцењивање рада на предавању и представили изгледе за наредни рад, могу користити презентацију. Ако се врши кумулативни систем оцењивања може се користити Excel за припрему табеле резултата са аутоматским оцењивањем за сваког ученика или групу.

Употреба ИКТ-а у фази информисања о домаћим задацима:

- Дидактички задатак: пружање разумевања сврхе, садржаја и метода испуњавања домаћих задатака.
- Показатељи стварног резултата решавања проблема: примена неопходних и довољних услова за успешан завршетак домаћих задатака од стране свих ученика у складу са тренутним нивоом
- Активност наставника: у овој фази наставник може користити презентацију, Excel табелу за вођење евиденције, и, уколико постоје услови, електронски контакт са ученицима у току њихове активности на изради домаћег задатка.

Ученици уживају у раду са рачунарима и електронским апликацијама, што је велики подстицај за развијање и одржавање интересовања за проучавање тако сложеног предмета као што је математика.

Данас постоје модерна техничка средства са колосалним ресурсима за учење који у основи утичу на организацију образовног процеса, повећавајући његове могућности. Нови технички, информациони, штампарски и аудио-визуелни медији постају саставни део образовног процеса, уводећи у њега специфичности у облику нераздвојивости метода и алата. Овај квалитет омогућава да се, у целини, разговара о новим образовним технологијама у математици, заснованим на коришћењу савремених информационих и рачунарских алата.

4.1.3. Предности и недостаци примене рачунара у настави математике

Рачунари су данас веома делотворна наставна средства тако да се читав процес наставе и учења математике њиховом применом, од почетка до краја, одвија уз њихову подршку која омогућава контролу, регулисање и управљање наставним процесом и учењем путем сталне повратне информације, која мотивише и представља базу у систему вредновања и објективног оцењивања рада ученика (Мандић, Мандић, 1997).

Употреба рачунарских технологија у учењу је један од најодрживијих праваца у развоју образовног процеса. Рачунари у процесу наставе математике могу се применити као део било ког школског програма. Употреба рачунарске технологије омогућава да се модификује наставни процес и унапреди самостално учење ученика. Употреба рачунарске технологије у васпитно-образовном процесу повећава заинтересованост ученика за учење и чини процес занимљивим и трајним. (Ушакова, 2016)

Употреба рачунара у извођењу наставе математике уноси много новина и има доста предности:

- Појавом рачунара се проблем индивидуализације учења на часовима математике, који је одувек био велики изазов за наставнике, врло лако решава. Сваки ученик добија могућност да учи онако како му највише одговара, према сопственим способностима пратећи свој ритам и ниво ангажовања. Колико ће бити успешан у стицању знања и вештина зависи од његовог претходно стеченог знања, које је у настави математике јако битно за усвајање нових наставних садржаја, од његове активности, упорности и интелектуалних предиспозиција. Донекле, то зависи и од техничких карактеристике опреме која се користи у

извођењу наставе и од квалитета образовних програмираних садржаја који се уче.

- Рачунар интензивира самосталан рад ученика. Уз помоћ рачунара ученици самостално усвајају нова знања а повратне информације о свом учењу, које добијају од рачунара, само их додатно мотивишу да марљиво и истрајно раде. Наиме, ученик ни у једном моменту није у дилеми да ли је наставне садржаје правилно схватио и да ли је задатак урадио тачно. Рачунар му, непристрасно, даје одговоре на ова питања и ученик добија одговарајуће инструкције о томе како да превазиђе постојећи проблем.
- Рачунарска технологија омогућава рад са задацима на различитим нивоима тежине, у зависности од индивидуалних способности ученика. На тај начин ће, осим квалитета, порастати и квантитет урађених задатака. Сваки ученик ће радити задатке примерене његовим могућностима и неће губити време на покушавање да уради задатак који није прилагођен његовим знањима и вештинама (што може да резултира губитком мотивације и одустајањем). Исту реакцију могу да изазову и превише лаки задаци.
- Појавом Интернета долази до ширење протока информација а наставник губи епитет јединог извора знања. Ученику постају доступни разни извори и базе знања који су, захваљујући Интернету, постали многоструки. Информације се могу преносити на разне мултимедијалне начине што наставни процес чини динамичним и интересантним.
- Сваки ученик решава задатке и учи стилем који му највише одговара. У процесу учења се код ученика активира више сазнајних чула. Применом разноликости облика рада, рачунар својим ресурсима има могућност да код ученика истовремено покрене више когнитивних активности чиме се стичу квалитетнија знања и вештине. Повећава се ниво мотивације што омогућава ученику да даље напредује.
- Ученици, генерално, воле да користе савремене технологије и сама помисао да ће учити математику на рачунару ствара позитивну атмосферу и емоционално задовољство ученика, тако да чак и ученици који заостају у учењу су вољни да раде на овај начин.
- Интегрисање редовног предавања са рачунаром омогућава наставнику да део свог посла пренесе на рачунар, истовремено чинећи процес учења занимљивијим, разноликим, интензивнијим. Рачунаром се може обавити много рутинских послова: писање дефиниција, теорема, задавања задатака, израчунавање, цртање шема и других важних делова градива, што оставља наставнику и ученику више времена за креативни рад, јер наставник не мора да понавља текст неколико пута (приказао га је) а ученик не мора да чека док наставник понови фрагмент који му је потребан.
- Употреба рачунарских тестова и дијагностичких система на часовима омогућиће наставнику да у кратком временском периоду стекне објективну слику нивоа асимилације наставног садржаја који су проучавали сви ученици и моћи ће да изврши одређене корекције, поновиће или допунити садржаје у зависности од

степену усвојености. Истовремено, могуће је одабрати ниво тежине задатка за одређеног ученика.

- За ученика је важно да одмах након теста (када ове информације још нису изгубиле на значају) добије објективни резултат који указује на грешке, што је немогуће, уколико се настава изводи на традиционалан начин. Уколико се настава реализује помоћу рачунара онда је могуће до ових података доћи у реалном времену. Не постоји могућност да се направи било каква грешка, свака оцена је објективна, фактор субјективног оцењивања не постоји јер је за рачунар сваки ученик апсолутно једнак.
- На часовима интегрисаним у рачунарске науке, ученици савладавају рачунарску писменост и уче да користе један од најмоћнијих савремених универзалних алата у раду са наставним садржајима из различитих предмета - рачунар, помоћу кога решавају једначине, формирају дијаграме, цртају графике функција, припремају текстове, цртеже за своје радове... (Архипова, 2014) Ово је прилика да ученици покажу своју креативност.

Упоредо са многобројним предностима, постоје и разни проблеми и недостаци у настави математике реализоване помоћу рачунарске технологије, како у припреми за реализацију часова, тако и током њиховог спровођења:

- И поред тога што је данас рачунар у кућној употреби доступан великој већини популације ипак постоје ученици и наставници који не поседују рачунар. Нажалост, за такве појединце ни у школама нису предвиђени рачунари које могу самоиницијативно да користе. Недоступност овог веома моћног наставног средства и сарадника у учењу не дозвољава им да испоље све своје квалитете.
- Припрема лекције из математике захтева, временски, значајан ангажман. Иако је, по многим, настава математике погодна за реализацију помоћу рачунара, ипак њено припремање захтева много више времена него што је за то предвиђено, па смо суочени са тиме да наставници, једноставно, не стижу да то квалитетно ураде. Наиме, у таквој ситуацији, лекција се прилагођава просечном ученику и ту се губи индивидуализација, мотивација, квалитет учења.
- Неадекватна рачунарска писменост наставника је велики недостатак наставе у којој се користи рачунар. Чак и највећи стручњак из области, уколико нема одговарајуће рачунарске компетенције, успориће процес учења а наставу ће учинити хаотичном, неповезаном и обесмислиће употребу рачунара у процесу стицања знања.
- Тешко је интегрисати рачунар у структуру учионице. Учионице, какве данас постоје у школама у Србији, су предвиђене за фронтални рад са ученицима и представљају препреку за квалитетну интеграцију рачунара, а самим тим и за унапређење наставе. Неопходно је другачије радно окружење, погодно за рад са рачунарима.
- На часовима који се реализују помоћи рачунара сваки ученик ради индивидуално и користи рачунар. Ученици са недовољном мотивацијом за рад, често имају обичај да користе рачунар у друге сврхе: претражују на Интернету,

играју игрице, слушају музику, баве се провером карактеристика рачунара итд. Наставник није увек у позицији да примети овакво понашање.

- Постоји могућност да, константном употребом рачунара на часовима, наставник пређе са развоја образовања на илустративне методе. Математика је такав предмет да захтева визуализацију у циљу што квалитетнијег учења али она је, у суштини, апстрактна и ослања се на теорију. Само она практична знања која су проистекла из теорије су примењива и трајна.
- С обзиром да, у току учења, ученик комуницира са рачунаром јавља се низ недостатака као што су: појава асоцијалног понашања код ученика због недовољне комуникације са наставником и другим ученицима, изостаје властити пример наставника као идола, при оцењивању се не уважавају психолошка стања ученика, васпитна компонента се губи а у први план се истиче образовна.

4.2. МОГУЋНОСТИ ИНКОРПОРАЦИЈЕ ЕЛЕКТРОНСКОГ УЧЕЊА У НАСТАВУ МАТЕМАТИКЕ

4.2.1. Појам и врсте електронског учења

Осим тога, што је електронско учење идеалан начин за образовање појединца ван наставне установе, у развијеном свету оно представља саставни део образовног процеса у образовном систему. Многи аутори су се бавили дефинисањем појма електронског учења. Све дефиниције електронског учења могу се поделити на две групе (Aničić, Barlovac, 2010):

- техничке дефиниције
- педагошке дефиниције

Са аспекта техничких дефиниција, електронско учење је било који облик учења, подучавања или образовања употребом рачунара, рачунарских мрежа и Интернет технологија. Према педагошким дефиницијама, електронско учење је интерактиван двосмеран процес између ученика и наставника, употребом електронских медија, где је акценат на процесу учења, а медији су помоћно наставно средство које комплетира тај процес.

Електронско учење омогућава (Čukanović-Karavidić, 2009; Nikolić, Gojgić, 2012):

- приступ свим наставним садржајима преко Интернета, уз редовну проверу знања у току учења и електронску комуникацију са другим полазницима и професорима
- примену информационих технологија у циљу учења
- учење које је омогућено Интернетом
- учење помоћу информација које су достављене применом ИКТ и других форми даљинског учења
- функционалан систем намењен учењу на даљину применом електронске комуникације
- комбинацију традиционалних метода учења са даљинским учењем

У електронском учењу се користе следеће преносиве врсте садржаја:

- Све врсте датотека (Word документи, Adobe Acrobat датотеке);
- Веб садржаји (HTML, Shockwave, JAVA ...);
- Континуални или стриминг медијуми (RealVideo, MP3 audio, NetShow);
- Ауторизовани наставни садржаји у виду тзв. извршних курсера (courseware).

Електронско учење се може користити као допуна класичном учењу али и као самосталан облик учења. Постоје различити софтвери за реализацију електронског учења у учионици где су истовремено присутни и наставник и ученици. Електронско учење у виду самосталног коришћења унапред припремљених наставних материјала на локацији ван учионице користи се и као допуна учењу које се реализује у учионици. Обједињује предности електронског учења и традиционалног образовања.

Такође, електронско учење можемо изводити и када су наставник и ученик на великој географској удаљености путем онлајн учења или коришћењем неког другог начина учења на даљину.

Данашњи облици електронског учења обухватају различите аспекте коришћења ИКТ-а у образовању. Са аспекта начина и интензитета коришћења ИКТ-а можемо разликовати следеће облике е-учења:

- класична настава (*face-to-face*) - настава се реализује у учионици уз употребу ИКТ-а искључиво за припремање наставног процеса, у току наставе се не користе ИКТ
- настава помоћу ИКТ-а (*ICT supported teaching and learning*) - настава се одвија у учионици уз употребу ИКТ-а у циљу унапређења класичне наставе
- хибридна настава (*hybrid/blended learning*) - комбинација наставе која се одвија у учионици и наставе на Интернету уз помоћ ИКТ-а
- онлајн настава (*fully on-line learning*) – настава на Интернету, организована на даљину, где се учесници наставе не срећу уживо

На слици 3 су представљени различити облици електронског учења, где се види да не постоји јасна граница између различитих облика, већ се они преклапају и надовезују.



Слика 3. Електронско учење

Електронско учење може да се одвија истовременим учешћем свих актера учења, и наставника и ученика, или, пак, не мора да захтева присуство наставника. У зависности од тога на који начин се реализује оно може бити:

Синхроно: омогућава интеракцију између ученика и наставника који морају бити повезани унутар мреже у исто време или укључују комуникацију путем Интернета у реалном времену ако су ученик и наставник географски дислоцирани. Процес учења разликује се само од места одржавања. Комуникациони алати су синхронизовани кроз чет, виртуелне учионице, електронске табле, аудио и видео конференције, размену порука.

Предности овог приступа су:

- могућност учешћа више ученика у истом тренутку
- могућност евидентирања и праћења наставе
- развијање тимског рада
- процес сталног надгледања и отклањања погрешака
- могућност глобалног повезивања
- једноставан начин комуницирања и прилагођавање курса одређеном полазнику.

Асинхроно: сами ученици диктирају свој темпо учења и не укључују присуство наставника. Ученици нису онлине истовремено, а информације су доступне кад год им је то потребно. Омогућава учесницима да гледају видео лекције и да се укључе у интеракцију путем форума за дискусије који пружају могућност јавне расправе, постављања питања, слања одговора и размене мишљења, разних блогова, викија, електронске поште (што је уједно и најједноставнији облик ове врсте интеракције) и огласних табли.

Предности оваквог приступа су:

- правовремена доступност информација
- неограничени број полазника
- јединственост садржаја.

Мешовито: подразумева да је наставни план учења изграђен из синхроних и асинхроних елемената, а употреба технологија електронског учења отвара нове педагошке могућности и повећава ефикасност учења.

Предности овог приступа се огледају у могућности да се:

- организује настава за децу која привремено не похађају школу због болести
- индивидуализује процес учења употребом Интернета
- превазиђу проблеме са којима се ученици суочавају у процесу учења, организовањем система консултација преко Интернета
- да се ученици припреме за тестирање

Употреба електронског учења умногоме помаже али не гарантује успех у учењу. Успех зависи од више фактора: мотивације ученика; мотивације наставника;

технолошког приступа који подразумева примену нових мултимедијалних, веб, мобилних, интелигентних, турских технологија; педагошког приступа који уводи и контролише инструкцијски дизајн е-учења кроз развој окружења и механизма за е-учење; и организационог приступа који је задужен за е-туторинг као процес, односно, води ученика кроз процес учења, обезбеђује сарадњу наставник-ученик у процесу учења и врши редован надзор рада ученика.

4.2.2. Електронско учење у настави математике

Настава математике у школама Србије је тако концепирана да је физичко присуство ученика неопходно па је неизводљиво коришћење само онлајн система за учење. Највиши степен он-лине учења у школама је могуће остварити кроз хибридно учење, односно, комбинацијом класичне наставе и наставе на мрежи употребом Интернета.

За реализацију наставе електронским даљинским учењем неопходно је изабрати одговарајуће медијуме. То је потребно урадити кроз сагледавање циљева и садржаја наставног рада, метода и облика наставног рада, физичких и интелектуалних особености ученика, техничких и дидактичких карактеристика медијума. Критеријуми за њихов избор могу бити:

- комплексност трансфера информација
- степен интеракције на релацији наставник-ученик и ученик-ученик,
- медијум мора да подстиче ученика да учи,
- развој свих врста интелигенције и постизање комплексног знања,
- могућност индивидуализације учења
- повратне информације о учењу ученика ,
- мотивација – почетна и за даљу употребу,
- поузданост у раду у техничким условима,
- процена – могућност провере ефикасности, квалитета и одрживости стеченог знања,
- улога наставника и ученика

Методолошки, систем учења на даљину из математике сматра се независним, отвореним системом који се развија, а који у комбинацији са информационом и образовним окружењем учења на даљину омогућава ученицима да постигну и нормативне и индивидуализоване циљеве у настави математике.

Примена учења на даљину у математици одражава специфичности активности ученика у савладавању математичких садржаја у учењу на даљину, што се огледа у потреби да се учење математике на даљину примењује у облику низа технолошких циклуса: припремног, образовног, завршног.

Припремни циклус осигурава успешно укључивање ученика у процес учења математике на даљину на основу: одређивања индивидуализованих циљева ученика на мрежи; обезбеђивање пријатног уласка ученика у тим за учење на мрежи и примене

поступка упознавања; дизајнирања индивидуалних путања за развој образовних математичких садржаја.

Образовни циклус одражава структуру образовне математичке активности. То укључује обавезну интеракцију између мрежног наставника и ученика и осигурава да ученици науче математички садржај у складу са општим и индивидуализованим циљевима и прате и дијагностикују, како би унапредили даљи ток учења.

Завршни циклус фокусиран је на проверу постигнутог нивоа усвојености система математичких знања и вештина.

Процес конструисања структуре методолошког система математике на даљину је: с једне стране, трансформација методолошког система традиционалне наставе математике, узимајући у обзир специфичности услова електронског учења, с друге стране, трансформација дидактичког система електронског учења, узимајући у обзир специфичности предмета: математика. Резултат овог процеса је модел методолошког система учења математике на даљину који обухвата три подсистема:

- Подсистем за учење
- Подсистем за контролу и дијагностику
- Подсистем методолошке подршке наставника

Подсистем за учење: Његови елементи су индивидуализовани циљеви учења, садржај, методе, алати, облици интеракције намењени за примену у процесу учења математике на мрежи (наставник мреже и ученик мреже)

Подсистем за контролу и дијагностику: Његови елементи су алати за праћење резултата и дијагностиковање процеса савладавања математичког садржаја, методе и облици контроле и дијагностике, који узимају у обзир специфичности процеса савладавања математичких садржаја од стране ученика у учењу на даљину.

Подсистем методолошке подршке наставника: Његови елементи су циљеви, садржај, средства, методе и облици организовања методолошке подршке наставника математике на мрежи, који нису развијени на основу формулисаних принципа за дизајн и функционисање система методолошке подршке.

Дакле, у условима онлајн учења математике, за које је карактеристичан недостатак директног контакта ученика и наставника, мења се и управљање активностима ученика у савладавању математичких садржаја. За разлику од традиционалне наставе, наставник мора да има средства да прати процес интеракције са материјалима за учење са удаљеног извора. С тим у вези, препоручљиво је да се систем контроле допуни дијагностичким системом образовне математичке активности ученика, који омогућава да се бележи интензитет и ефикасност ученика у процесу учења.

Електронско даљинско учење је врло модеран, доступан многим, згодан облик рада. Модеран - јер се заснива на коришћењу најновијих рачунарских и интернет технологија, иза којих се крије будућност образовања. Данас се у школама све више

користе технологије електронског учења. Организовање наставе електронским учењем је релевантно и има широки практични значај. Данас постоје многобројне виртуелне учионице, поготову за помоћ ученицима у учењу математике. Уколико је ученик био спречен да редовно похађа часове математике једноставно, може поћи у виртуелну школу и самостално проучити материјал који је пропуштен на часовима, тестирати своје знање током извођења тестног рада или задатка за утврђивање. Ако ученик воли математику и заинтересован је за учење на вишем нивоу, онда може проширити своје видике изводећи различите креативне задатке, користећи додатни материјал за часове. Поред тога, овај вид учења је погодан и за допуњавање знања ученика из математике кроз појединачне задатке за премошћивање недостатака у знању. Електронско учење у настави математике огледа се у могућности различитих начина представљања знања. У овом случају улога вештина своди се у већој мери на разумевање рада појединих алгоритама и на управљање менталним радом. У решавању математичког задатка важну улогу игра стварање плана његовог решења, проучавање својстава решења, изградња аналогичности и генерализација. Стога је врло битно осмислити наставу математике у виртуалној учионици уважавајући све методичке, дидактичке, педагошке и психолошке аспекте ове науке.

У наставку ће бити представљена структура часа учења у виртуалној учионици која је, по личној процени, најоптималнија и помаже ученику да добије све потребне информације из математике чак и без присуства наставника.

Упутство за учење лекције: Проучавање материјала лекције увек почиње са њим, пошто овај документ поставља циљеве лекције, објашњава шта треба написати у свеску, којим редоследом отворити ресурсе, које вежбе треба изводити усмено, а које писмено и тако даље.

Списак потребне литературе за учење лекције: Ово ће омогућити ученику или наставнику да брзо направе преглед лекције, процене величину датотеке и брзину њеног отварања на Интернету. Ако у настави постоји додатни материјал, онда је то прописано у овом делу. За проучавање није неопходан додатни материјал, али се препоручује за преглед.

Правила за увежбавање и утврђивање градива: Критеријуми за оцењивање су прописани у њима. Ово се може, и пожељно је, користити диференцираним приступом ученицима: градиво је подељено степеном тешкоће и ученик има право избора у зависности од тога који степен жели да оствари. У структури сваког часа постоји тест за проверу знања ученика. Ученик одмах добије повратну информацију. Наставник увек има прилику да види резултате теста, види које је грешке направио сваки ученик, колико је времена потрошио на задатак. Неки тестови могу да се раде више пута. Ако је ученик добио лошу оцену, он ради на грешкама и поново обавља тест. По правилу су резултати сваког наредног покушаја бољи.

Форум за постављање питања наставнику: Претпоставља се да ће ученик, радећи самостално, моћи да постави своја питања наставнику. То могу бити теоријска

питања или питања везана за решавање задатака. Поред тога, форум је средство комуникације између ученика на предавању.

4.2.3. Педагошке ИКТ компетенције наставника математике за инкорпорацију електронског учења у наставу

Професионални стандард наставника укључује захтеве за информатичком компетенцијом наставника. Компетентност наставника у области информационих и комуникационих технологија је вишеслојна и укључује општу ИКТ компетенцију, општу педагошку ИКТ компетенцију и предметно-педагошку ИКТ компетенцију.

Општа компетенција наставника за ИКТ укључује:

- основна информатичка знања о рачунарском хардверу и софтверу као алату у савременом информационом простору;
- способност коришћења хардвера и рачунарског софтвера за рад са текстуалним, нумеричким, графичким, аудио и видео информацијама;
- поседовање рачунарских вештина као средства за управљање информацијама, и то за рад са уређивачима текста, табелама, е-маилом, прегледачима и мултимедијалном опремом.

Општа педагошка компетенција наставника за ИКТ подразумева:

- познавање карактеристика протока информација у образовном простору;
- примена савремених информационих технологија, као и дигиталних образовних ресурса;
- коришћење савремене информационе и комуникационе технологије за прикупљање, обраду и анализу информација потребних за припрему и спровођење наставе;
- спровођење наставе засноване на достигнућима савремених информационих технологија;
- употреба савремених метода оцењивања у контексту информационих и комуникационих технологија - одржавање електронских облика документације, укључујући електронске часописе и електронске дневнике.
- коришћење вештина и софтвера за рад у рачунарским мрежама, креирање база података и коришћење Интернет ресурса за решавање опште образовних проблема.

Предметно-педагошка ИКТ компетенција укључује:

- познавање основа електронског учења и технологије учења на даљину, суштине и структуре образовно-информативног окружења образовне институције;
- способност анализе могућности модерне иновативне технологије за постизање образовних резултата,
- дизајнирање образовног процеса заснованог на методолошки исправном коришћењу електронских образовних ресурса;

- способност спровођења стручне процене ИКТ алата за потребе образовног процеса и перспективе његовог коришћења, узимајући у обзир предметне и педагошке проблеме који се решавају
- спремност за навигацију у савременом информационом простору и организовање информативне интеракције са свим учесницима у образовном процесу користећи телекомуникације.

Предметно-педагошка ИКТ компетенција наставника математике, с обзиром на специфичности математике као наставног предмета, укључује:

- формирање образовног информативног окружења које промовише развој математичких способности детета;
- формирање способности ученика за коришћење средстава информационих и комуникационих технологија у решавању задатака и примера;
- професионална употреба елемената информационог образовног окружења, узимајући у обзир могућности коришћења нових елемената таквог окружења, која не постоје у одређеној образовној институцији;
- коришћење извора информација у раду са ученицима, укључујући и ресурсе за учење на даљину, помажући ученику да уче и саморазвија се коришћење ових ресурса;
- коришћење извора информација, праћење и детекција нових открића математике и упознавање ученика са њима.
- развијања вештина коришћења информација

Нови образовни стандарди постављају нове захтеве за интелектуални развој ученика, посебно кроз учење математике. Једна од опција за ефикасно решавање овог проблема је употреба савремених информационих и комуникационих технологија. Онлине квизови, олимпијаде, такмичења постају све популарнији и тражени облици рада ученика, а учешће у њима доприноси формирању и развоју менталних способности, а нарочито у развоју критичког мишљења. Електронско онлајн учење постаје све популарније и један од најчешћих начина употребе ИКТ у образовне сврхе.

4.2.4. Предности и недостаци примене електронског учења у настави математике

„Употребом ИКТ у настави ученицима можемо омогућити активно учење, експериментисање с уређајима, програмима и медијима, учење игром, стварањем, истраживањем, учење на даљину помоћу видеоконференцијске опреме или онлине курсева, сарадњу с другим ученицима у дигиталним образовним заједницама те их научити како користити сигурна дигитална окружења.“ (Priručnik „E-učitelj – suvremena nastava uz pomoć tehnologije, 2016)

Као и сваки други начин учења тако је и електронско учење подложно критичкој процени. Многи аутори су се бавили предностима и недостацима електронског начина учења, сагледавајући разне аспекте његове употребе. Констатација је да не постоје прецизно формулисане и јединствене предности или недостаци електронског учења.

Рад на рачунару за једног ученика може представљати предност, а за другог недостатак. Предности електронског учења са аспекта ученика и наставника су:

- Учење индивидуалним темпом - брзину учења одређује сам ученик, у зависности од личних афинитета и потреба. Математички садржаји су комплексни, њихово савладавање захтева потпуну преданост учењу. Неки ученици ће наставне садржаје брже усвајати а неким треба више времена. Даљинско електронско учење им омогућава да уче према сопственим способностима.
- Слобода приступа и флексибилност - ученик може самостално да планира време, место, трајање наставе и редослед проучавања материјала, потпуно прилагођавајући целокупни процес учења његовим могућностима и потребама. Математика захтева добро испланиран процес учења. Ученик не може себе натерати да неки математички садржај научи уколико се није пре тога припремио за учење. Зато је важно да у процес учења ученик уђе потпуно спреман.
- Приступачност - независност од географског и привременог положаја ученика и образовне установе омогућава вам да се не ограничавате на образовне потребе.
- Мобилност - ефикасна примена повратних информација између наставника и ученика један је од основних захтева и основа за успех процеса учења. У математици је од изузетне важности повратна информација о учењу и да ученик зна да ли је на правом путу.
- Технолошка ефикасност - употреба најновијих достигнућа информационих и телекомуникационих технологија у образовном процесу. С обзиром да су математички садржаји често апстрактни визуализација у настави математике је корак ка успеху. ИКТ наставу математике чине очигледнијом разним софтверима за анимације и симулације.
- Релевантност и специфичност знања – не постоји вишак академског знања, стиче се одређени скуп знања и вештина. Даљинским учењем се наставни предмет учи кроз модуле. На часовима се учи искључиво оно што је важно за тај модул, нема расипања знања.
- Социјална једнакост - једнаке образовне могућности без обзира на место становања, здравствено стање, елитизам и материјалну сигурност ученика.
- Развој софтвера - добро осмишљени програми електронског учења, на којима раде тимови стручњака. Врло важна особина електронског учења је управо то што се софтвер за учење математике непрестано унапређује.
- Креативност - погодни услови за креативни израз ученика. Настава математике, можда више него свих осталих предмета, посебно потенцира креативност ученика и стваралачко изражавање. Електронско учење на даљину даје простор појединцима да се стваралачки остваре.
- Објективност оцењивања – употребом разних алата за оцењивање и дијагностику у процесу учења могу се поставити јасни критеријуми по којима се вреднује знање стечено од стране ученика. За учење математике је битна

свесност о стварном знању. Оцењивање ученика на мрежи, у систему, омогућава ученицима да у сваком тренутку имају податак о успешности свог рада.

- Интеракција – висок ниво интеракције на релацији наставник-ученик и ученик – ученик. У току учења, нарочито приликом израде задатака за вежбање, постоји интензивирана комуникација са наставником, али и са другим ученицима, у смисли давања идеја за решавање математичких проблема.
- Компетентно, квалитетно образовање - курсеви се креирају уз учешће читавог тима стручњака, што електронско учење чини зрелом и квалитетном обуком. За креирање наставних садржаја математике који се изучавају електронским учењем су одговорни стручњаци из области математике, педагогије, психологије, информатике...
- Могућност поделе садржаја електронског учења математике на модуле чине учење предмета флексибилнијим и поједностављују потрагу за потребним материјалима.
- Једноставнија организација предавања гостујућих професора (видеоконференција)
- Могућност да се иде у корак са временом - корисници електронских курсева: и наставници и студенти развијају своје вештине и знања у складу са најновијим савременим технологијама и стандардима, али и достигнућима из области математике, јер су стално на мрежи и све информације су им доступне.
- Учење на даљину омогућава целоживотно учење. Ово је важно за оне који професионално желе да се баве математиком. Могу непрестано трагати за онлајн курсевима из математичких области које их занимају.
- Ниже цене - у електронском даљинском учењу процес учења укључује само размену информација путем Интернета без трошкова ученика за куповину образовног материјала. Ово је многим ученицима јако битно јер су разни уджбеници из математике прилично скупи, поготову кад је у питању универзитетска математика.

Поред ових многобројних позитивних страна постоје очигледни недостаци у електронском учењу и учењу на даљину, који могу да умање његову ефикасност:

- Недостатак континуалне индивидуалне комуникације наставника и ученика. Односно, сви тренуци повезани са индивидуалним приступом и образовањем су искључени. А кад у близини нема особе која би могла емоционално обојити знање, то је значајан минус.
- Потреба за бројним индивидуалним психолошким стањима. За учење на даљину потребна је строга самодисциплина, а њен резултат директно зависи од самосталности и свести ученика. Настава математике није од оних школских предмета који инспиришу ученике на учење. Већина ученика има потешкоће у њеном савладавању и нема жељу за учењем математике.
- Потреба сталног приступа изворима информација. Потребна нам је добра техничка опрема: рачунар и приступ Интернету. Уколико рачунар или

доступност и проток Интернета нису задовољавајући онда изостаје успешно учење.

- По правилу, студенти осећају недостатак практичног учења. Конкретно, из математике, овде се мисли на, нпр. израду геометријских тела, разних теренских мерења, прикупљања података...
- Ограничен избор наставних садржаја - нажалост, не може се све изучити на даљину, у неким случајевима не можете без практичних вежби. Ово ограничење је понајмање везано за математику, јер су сви наставни садржаји математике погодни за обраду на рачунару.
- Не постоји електронски уџбеник који би одговарао свим полазницима и задовољи њихове потребе за различитим наставним материјалима из дате области. Увек постоје амбициозни ученици који би желели још нешто да науче. Зато постоји наставник на мрежи који им је увек доступан.
- Зависност од технологије – изостанак испоруке Интернета или нестанак електричне струје зауставља процес учења.
- Не постоји стална контрола ученика, која је моћан подстицај у процесу учења. Понекад се контрола постигнућа не спроводи често што се показује као недостатак учења на даљину јер, многи ученици математику уче због оцене и уколико изостане оцењивање, изостаће и мотив за учење.
- У образовању на даљину се испољавање знања у облику писменог испита, изостаје усмено испитивање. За неке се немогућност изражавања свог знања и у вербалном облику може претворити у камен спотицања. У настави математике ово и није неки недостатак јер су ученици у класичној школи навикнути на оцењивање путем тестирања и писмених вежби.
- Проблеми настали услед недовољног познавања технологије за примену електронског учења. Недовољно познавање технологије и процедура учења на даљину условиће успоравање процеса учења.

4.2.5. Недоумице везане за електронско даљинско учење са аспекта потенцијалног корисника

Као једини вид образовања, електронско даљинско учење, у Србији је омогућено на појединим факултетима, док се у школама може срести, кроз хибридную наставу, као допуна класичном учењу Међутим, и поред тога што електронско даљинско учење постаје све популарније ипак постоје многе недоумице код оних који се одлучују за овај начин учења. Неке од тих недоумица, детектоване у разговору са студентима, биће представљене и разрешене у наредном тексту.

Технологија електронског даљинског учења није поуздана?

Већина друштвено-финансијских институција предузећа и владиних агенција стагнале би када би се плашили увођења нових технологија. Суштина је да за успешно учење на даљину није потребан додатни софтвер. Све што је потребно је рачунар повезан на Интернет. Нема софистицираних алата и скупог софтвера. Са

техничког становишта, електронско учење је изузетно једноставан процес. Поготово с обзиром на чињеницу да већина људи има прилично поуздане рачунаре и сталан приступ Интернету.

Студенти су лишени могућности групне интеракције?

Последњих година ниво друштвене интеракције између људи је знатно опао. Многе платформе за електронско учење користе брзи раст друштвених мрежа попут Фејсбука и Твитера, пружајући људима могућност комуникације и интеракције, стварајући тако погодно окружење за заједничко учење. За разлику од класичних универзитета, где су ученици ограничени зидовима учионице, они који бирају облик образовања на даљину имају прилику да комуницирају са људима широм света.

Угрожава професорску професију?

Рачунари никада неће заменити људе. Они просто поједностављују процес учења, омогућавајући доступност до широке популације. Професија професора никако се не изједначава са системом електронског учења. Супротно томе, професори имају прилику доћи до већег броја студената и отворити локалне школе, преузевши већи удео на тржишту образовних услуга.

Студенти слабије уче, не осећајући професорску контролу над својим радом?

Ако студенти нису заинтересовани за стицање знања, њима је свеједно да ли ће професор да посматра његов рад или не. Иако електронско даљинско учење не подразумева да је студент био у одређено време на одређеном месту, у сваком моменту му је доступан професор на мрежи као и други студенти који могу да му пруже помоћ и подршку. Ако студент нема за циљ стицање знања и постизање успеха, наставни садржај или професор на то не могу да утичу. Електронско учење је својеврсни катализатор за доставу информација, и није одговорно за штетне навике ученика.

Наставни план је мање поуздан?

Студенти који прођу електронско учење похађају наставу по истом програму као и студенти традиционалних школа. Квалитет наставног програма директно је повезан са професором који га је саставио. Начин испоруке, у дигиталном облику, ни у ком случају не утиче на квалитет наставног садржаја.

Не постоји универзална јединица за мерење квалитета стеченог знања?

Током година, стручњаци покушавају да пронађу меру за процену стеченог знања. Тешко је одредити ниво стеченог знања са поузданом тачношћу, не само у области електронског учења, већ и традиционалним. Алати за мерење успеха курсева за е-учење се не разликују од оних који се користе у традиционалним учионицама.

Учење на даљину је пасивно?

Студенти у учионици су пасивнији од оних који одаберу течаж учења на даљину. У случају електронског учења студенти су више укључени у процес учења јер стално

имају потребу да комуницирају са професором. Да би дао тачан одговор наставнику у онлајн окружењу студенту је потребна много већа концентрација и пажња.

Студенти који студирају на даљину нису прави студенти?

Стварни свет је пун рачунара. По правилу, студенти електронских курсева су они који не могу замислити живот без дигиталних технологија. Због тога радије добијају образовање без напуштања рачунара. Студенти који се образују на даљину могу да комуницирају са људима из целог света и интегришу се у комплетан студентски живот.

Диплома о образовању стечена учењем на даљину није призната?

Пре извесног времена, то би још увек могло бити тачно, али трендови су непрестани. Све већи број послодаваца препознаје да би образовање на даљину могло да се такмичи са традиционалном институцијом. Многи студенти који су добили диплому на основу електронског учења технички су спретнији, мотивисанији и посвећенији самообразовању и самоусавршавању. Временом се појављује све више и више факултета који нуде, као опцију, и студирање на принципима даљинског учења. Традиционално образовање мораће да спроведе радикалне промене како би ишло у корак са временом.

Ученици су лишени ваннаставне активности?

Чињеница је да електронско учење оставља више времена за ваннаставне активности. Студент није дужан да троши време на пут до факултета и назад, већ може самостално да планира свој распоред. Ништа га не спречава да учествује у другим активностима које ће они који су "везани" за распоред морати одложити. Поред тога, полазници електронских курсева могу се повезати са пројектима који су осмишљени за традиционалну школу.

Теже је наћи посао?

Без сумње, комуникација је пресудна у процесу проналажења доброг посла. У овом случају су мање фаворизовани студенти на традиционалним универзитетима, који су принуђени да свакодневно похађају наставу, три, четири и више година заредом. Студент образовањем на даљину, може остати активни учесник на тржишту рада. У овом случају су образовање, учење и рад на мрежи три међусобно повезана и комплементарна процеса. Додатни бонус многим полазницима онлине курсевима је могућност комуникације са људима које никад не бисте, иначе, упознали. Студирајући на даљину, студент има прилику да комуницира са разним људима и може лакше да пронађе занимљив и добро плаћен посао.

Електронско учење је безлично?

Онлине предавања воде прави професори, којима можете да се обратите путем е-поште, чета или Скајпа. Електронско учење је у потпуности прилагодљиво. Ово је идеална опција за особе са инвалидитетом чије су животне околности такве да су везане за свој стан. Електронско учење је одлична прилика за интеракцију са спољним

светом за студенте стидљиве по природи. Лакше је унети питање у прозор за ћаскање него подићи руку у великој сали за предавања.

Студенти не схватају озбиљно учење на даљину?

Ово јесте проблем учења на даљину. Многи професори који предају онлине курсеве више су оптерећени валидацијом семинарских радова и израдом наставног плана и програма, јер могу радити и са хиљадама студената. Што је актуелније електронско даљинско учење, све је већа конкуренција међу професорима. То значи да ће професори морати уложити додатне напоре да би заинтересовали студента, и натерали га да одабере баш његов предмет.

Електронско учење бирају студенти који не желе да уче и нису способни да следе традиционални пут?

Традиционални факултетски курс носи са собом низ проблема, од којих важно место заузима финансијски. Студије на светски познатим универзитетима је прилично скупо задовољство. Не могу себи то да приуште сви талентовани и научно способни студенти. Електронско образовање није лагана опција за лење студенте. Оно је знатно економичније, а, уз сву флексибилност распореда, ученик је у потпуности укључен у процес учења.

Учење на даљину је, углавном, једнообразно?

Захваљујући савременој технологији, студенти могу стећи знање путем видео записа, бележака предавања, дијапозитива, текстова, групних дискусија или експериментирањем. Наставник и ученици нису ограничени на зидове учионице - свака особа има прилику да учи и напредује сходно својим личним карактеристикама и потребама.

Технологија за учење на даљину је прескупа?

Технологија наставе је углавном јефтинија од трошкова учења у традиционалној образовној установи. Цена софтвера, интернетске везе и рачунара само је део трошкова школовања на факултету.

Електронско учење омогућава ученицима да стекну комуникацијске вештине?

Интернет образовање учи студенте ефикасној комуникацији. Екран рачунара није препрека за постављање питања, дискусију, коментарисање и било коју интеракцију. Уосталом, све радње морају бити пажљиво осмишљене, јасно и концизно написане. Однос између студената и професора може бити интензивнији него код традиционалног начина рада. На крају крајева, социјални аспект је основа темеља софтвера.

Постоји превише искушења у радном окружењу који могу утицати на ефикасност електронског учења?

То је тачно, јер се курсеви електронског учења морају борити са Фејсбуком, Твитером, Јутјубом и милионима других забава на мрежи. Али, исто важи и за стварни

свет. Студенти би требали научити како правилно распоредити своје време, пратити своје навике и постављати приоритете. У традиционалној учионици на ученика практично не утичу искушења околине. Али, и такав студент је приморан да научи да се прилагођава потребама стварног живота са свим његовим ометајућим факторима.

Студенти курсева учења на даљину немају приступ изворима доступним студентима традиционалних образовних установа?

Интернет омогућава да сви информативни слојеви буду доступни. Знање се може прикупити с било ког места, из било ког извора. И то бесплатно. Сви су подједнако постављени. А оно што је раније било доступно само неким, данас, уз помоћ учења на даљину, свако може да добије. Стога је електронско учење толико популарно код студената.

Електронско даљинско учење је тренд који никада неће достићи ниво традиционалног образовања?

Цена традиционалног образовања је поприлично висока. Неки научници предвиђају да ћемо ускоро бити сведоци колапса традиционалног образовног система. По свом обиму, биће упоредив са колапсом на америчком тржишту некретнина, што је послужило као подстицај глобалној кризи. Реалност је да је традиционално образовање прескупо. Онлине образовање је за студенте исплативије. Читав научни свет је на ивици великих промена.

Универзитети се неће у потпуности пребацити на електронско учење, јер има много недостатака?

Универзитети не могу у потпуности да се пребаце на учење на даљину. Али то није зато што су његове методе нешто инфериорније од традиционалних. Постоје онлине курсеви које су осмислили најистакнутији и најбриљантнији умови на планети. Разлог је другачији. У систему традиционалног школства морало би много да се промени а многи нису спремни на те промене.

Електронско учење на даљину не пружа стварно животно искуство?

Електронско учење нема потребе да имитира стварно искуство живота јер се сам процес учења догађа у стварном животу. Студенти традиционалних универзитета су навикли да деле живот: у овом тренутку се учи, ово је посао, ово је породица... Е-учење омогућава да све ове фазе у стварном животу иду паралелно са процесом учења.

Учење на даљину је нешто мистериозно и непознато?

Многи студенти почињу са учењем на даљину. Наставни план, трошкови и могућност комуникације са људима из целог света разлог су зашто ће овај начин образовања постати најперспективнији у будућности. Промена је увек болна. Традиционалне институције одржавају монопол стотинама година. Академски сектор се увек споро развијао да би ишао у корак са технологијом.

Електронско учење није много јефтиније од традиционалног образовања због скривених трошкова?

Несумњиво постоје трошкови организовања онлине студирања. То су трошкови за софтвер, веб хостинг и време које проводе професори. Међутим, чак и уз све скривене трошкове, електронско учење је јефтиније од традиционалног.

Електронско учење подразумева трошење пуно времена иза монитора, што штетно делује на очи?

Сваке године технологија омогућава да се побољшава дизајн екрана, чинећи их сигурнијим и ергономичнијим. Нико не сумња да ће произвођачи и даље наставити да усавршавају своје производе како би умањили утицај зрачења на очи.

Не постоји начин да се процени квалитет електронског учења?

Исти аргумент односи се и на традиционално образовање. Да бисте одредили ниво знања у систему електронског учења, можете користити исте оцене као и за традиционално образовање. За образовање на даљину ништа није немогуће. Нема сумње да ће се развојем технологија развити и методе за потврђивање квалитета знања стеченог путем учења на даљину.

Електронско учење је досадно?

Ако је онлајн курс назван „досадан“, то је зато што је професор лоше испланирао наставни процес. Даљинска предавања су динамична и на њима студенти могу: разговарати с другим ученицима на исти начин као у редовној учионици, дизати руку, постављати питања, комуницирати са професором, користити Интернет за истраживање и презентације.

5. МЕТОДОЛОШКЕ ОСНОВЕ ИСТРАЖИВАЊА

Ми никада не постајемо математичари, чак и ако научимо напамет све туђе доказе, ако наш ум није оспособљен да самостално решава постављене проблеме.

Рене Декарт

5.1. ПРЕДМЕТ ИСТРАЖИВАЊА

Савремени систем образовања у светлу модернизације образовања приморан је да се фокусира на подучавање ученика нове генерације: независни, креативни, иницијативни. Савремени ученик мора имати системско размишљање, у компликованим нестандартним ситуацијама доносити праве нетривијалне одлуке, бити спреман за сталан саморазвој.

У процесу оспособљавања ученика главни акценат треба да се оријентише на развој његове личности и професионалне културе, што ће му омогућити да се брзо прилагоди новим условима у даљем школовању. Наравно, то захтева фундаменталне промене у организацији процеса наставе. Квалитетно образовање данас је средство социјалне заштите, гарант стабилности и самореализације особе у различитим животним фазама (Ситникова, 2014). Једна од најзначајнијих компоненти учења у школи је настава математике. Вишегодишње тражење решења за проблем побољшања квалитета наставе математике до сада није дало задовољавајуће резултате.

Информациона технологија се данас широко користи у настави различитих дисциплина. Према различитим истраживачима, математика као предмет проучавања може се у потпуности и на одговарајући начин компјутеризовати.

Употреба нових информационих технологија у настави математике помаже ученицима континуиран процес стицања самоспознаје кроз:

- визуалност коју ствара рачунар, са обзиром на апстракцију садржаја који се проучава;
- доступност формула и алгоритама за решавање математичких проблема;
- аутоматизација контроле и самоконтроле исхода учења, што омогућава сваком ученику понаособ објективне информације о својим постигнућима током предавања и контролу крајњег резултата савладавања знања;
- идентификовање и коришћење различитих метода решавања и објективизације резултата при извођењу математичких задатака;
- могућност примене развојних метода учења;
- идентификација креативних способности;
- формирање психолошке спремности за самоостварење.

Концепт математичког образовања укључује складну комбинацију интереса појединца и друштва у процесу стицања знања из математике. Лично оријентисано образовање је основа ове идеје и укључује увођење сваког ученика у математичку културу као део универзално значајне културе човечанства. У њему се, посебно, говори о значају формирања математичке компетенције у ИКТ окружењу и употреби ИКТ

алата, о новим могућностима које се отварају за припрему ученика било ког образовног нивоа, који користећи ИКТ алате могу да реше много шири спектар примењених проблема математике него, на пример, пре пола века (Трухачев, 2010)

Коришћењем информационог окружења осигурава се интеракција учесника у образовном процесу, постају доступни различити извори информација и разни софтверски алати. ИКТ су један од важнијих и незаобилазних фактора развоја математичког образовања у блиској будућности.

Рачунари су чврсто ушли у животни стил модерних ученика, па наставници имају јединствену прилику да користе ИКТ за подстицање когнитивне активности и, на тај начин, мотивишу ученике да уче.

ИКТ је општи концепт, али се успешно користи у стварном предметном, техничком, софтверском окружењу. ИКТ као алат употребљавају корисници са различитим нивоима компетенције: и програмери нових ИКТ-а и аматери. Врсте информација које корисници на различитим нивоима користе у различитим академским предметима су такође различите.

Информационе технологије традиционално се примењују уз помоћ хардвера и софтвера, а нове информационе технологије уз помоћ софтверског и хардверског алата и уређаја, савремених средстава и телекомуникационих система размене информација, аудио, видео опреме итд., пружајући операције прикупљања, складиштења, обраде и преноса информација.

Упркос чињеници да постоји пуно алата за информациону технологију, темпо појаве нових методолошких достигнућа у области електронских образовних алата није брз. Чињеница је да су за стварање таквих алата потребна додатна знања из многих области: педагогија, психологија, математика, рачунарска наука и друге, што смањује ниво коришћења реалних могућности информационих технологија у образовању (Бронникова, 2012).

Један од аспекта примене ИКТ у наставном процесу је увођење образовних софтвера. Међу софтверима постоје и они са плаћањем ресурса и слободно дистрибуирани на Интернету. Употреба образовних софтвера у настави математике може побољшати квалитет образовања, повећати ефикасност образовног процеса на основу његове индивидуализације, повећати мотивисаност ученика, применити перспективније наставне методе, формирати кључне образовне компетенције - главни исход образовне установе у вези са практичном оријентацијом модерног образовања.

Предмет истраживања ове докторске дисертације је процена извођења наставе математике са аспекта увођења образовног софтвера у наставни процес.

5.2. ЦИЉ И ЗАДАЦИ ИСТРАЖИВАЊА

Циљ истраживања је предикција фактора који би унапредили наставу математике са аспекта увођења образовног софтвера, као и процена перформанси наставе математике реализоване базирајући се на резултатима истраживања.

Коришћењем методе вештачке интелигенције, односно, Адаптивног Неуро-фази Интерференцијског Система (АНФИС) долази се до предикције фактора за унапређење наставе математике који утичу на перформансе ученика. Експерименталном провером се врши процена побољшања перформанси ученика виших разреда основне школе, кроз употребу образовног рачунарског софтвера у настави математике.

Задаци истраживања су:

- Применом АНФИС методе утврдити да ли учење помоћу образовног софтвера утиче на побољшање постигнућа ученика.
- Испитати да ли је мотивисаност ученика и наставника у настави математике повезана са употребом образовног софтвера. Испитивање обавити АНФИС методом.
- Проверити да ли ће се квалитет наставног процеса повећати ако се настава реализује помоћу образовног софтвера. АНФИС методу искористити у испитивању фактора утицаја на квалитет наставе.
- Установити применом АНФИС методе да ли учење математике помоћу образовног софтвера обезбеђује трајност усвојених знања.
- Користити АНФИС методу у процени објективности оцењивања ученика, уколико се оцењивање врши употребом образовних софтвера у настави математике.
- Проверити да ли ће експериментална група, у којој је настава математике реализована помоћу образовног софтвера, статистички постићи боље резултате од контролне групе у којој се настава реализовала на традиционалан начин.

5.3. ПОЛАЗНЕ ХИПОТЕЗЕ

Очекује се да ће АНФИС метода предвидети факторе унапређења наставе математике са аспекта употребе образовних софтвера, и да ће то потврдити евауација истраживања кроз експеримент. На основу циља и задатака истраживања хипотеза ове дисертације је операционализована у низ од неколико помоћних хипотеза:

Хипотеза 1: Постигнућа ученика, као битан фактор унапређења наставе математике, могу се побољшати увођењем образовног софтвера у наставни процес

Хипотеза 2: Увођење образовног софтвера у наставу математике мотивише и ученике и наставнике

Хипотеза 3: Квалитет наставе математике је могуће побољшати увођењем образовног софтвера у процес извођења наставе

Хипотеза 4: Трајност знања ученика из математике је повезана са употребом образовног софтвера

Хипотеза 5: Примена образовног софтвера у настави математике позитивно утиче на превазилажење проблема објективности оцењивања

Хипотеза 6: Претпоставља се да ће експериментална група, у којој је настава математике реализована помоћу образовног софтвера, постићи боље резултате од контролне групе у којој се настава реализовала на традиционалан начин

5.4. НАУЧНЕ МЕТОДЕ ИСТРАЖИВАЊА

У складу са предметом, циљем, задацима и постављеним хипотезама истраживања у току научно истраживачког рада користе се следеће опште научне методе истраживања:

- Метода анализе, синтезе и дедукције у циљу што квалитетнијег теоријског истраживања
- Компаративна метода са циљем утврђивања теоријских основа за креирање модела истраживања и поређења добијених резултата
- Статистичка метода

Анализа је ментална подела предмета или појаве на саставне делове, атрибуте, особине и својстава.

Синтеза је ментална комбинација појединачних елемената, делова и атрибута у јединствену целину.

Анализа и синтеза су нераскидиво повезане, само у свом јединству дају потпуну и свеобухватну спознају стварности. Анализа даје знање о појединим елементима, а синтеза, ослањајући се на резултате анализе, комбинујући те елементе, пружа знање о предмету у целини.

Метода дедукције представља систематско и доследно поступање при коме се примењују дедуктивни закључци, од општег према појединачном, са циљем да се открије или докаже истина.

Компаративна метода је поступак упоређивања истих или сродних појава у циљу утврђивања интензитета њихових сличности или разлика.

Статистичка метода се користи за прикупљање, приказивање, анализу и тумачење података и доношење статистичких закључака о узрочно-последичним везама између појава које се посматрају.

Из групе метода за прикупљање података користе се следеће методе:

- Експеримент у природним условима. Изводи се у експерименталној и контролној групи, прате се разлике које настају под утицајем експерименталног чиниоца.

- Анкета је метода прикупљања података помоћу које долазимо до ставова и мишљења испитаника. Анкете се обрађују и анализирају.

5.5. ПЛАН ИСТРАЖИВАЊА

5.5.1. Узорак истраживања

Истраживање везано за предикцију фактора за унапређење наставе математике спроведено је у основним и средњим школама у расинском округу. Подаци су прикупљани током три школске године на територији расинског округа у Републици Србији, који броји 38 основних и 13 средњих школа. Подаци су прикупљани као званични статистички подаци школа са полугодишта и краја школске године, као и анкетом спроведеном на случајном узорку ученика и наставника.

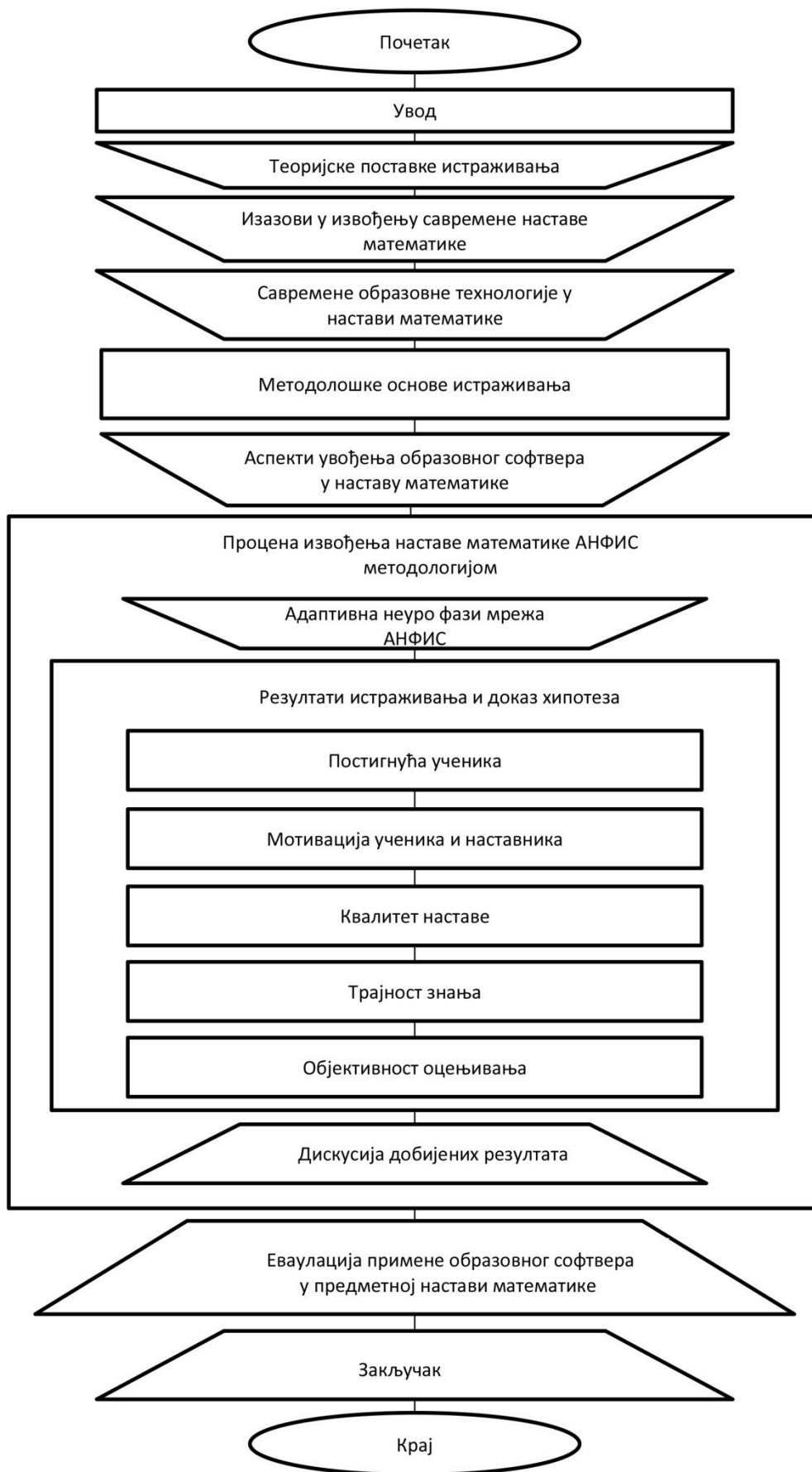
Евауација добијених резултата је обављена у пет основних школа расинског округа и траје задње две и почела је и трећу годину. У свакој школи је формирана експериментална и контролна група. У експерименталној групи настава је реализована помоћу образовног софтвера, а у контролној на традиционалан начин. Изабрани су ученици предметне наставе. Све три године се прате исти ученици. Ученици у том узрасту имају одређене информатичке компетенције неопходне за успешно коришћење образовног софтвера и могу успешно да решавају проблемске задатке, да анализирају и интерпретирају податке и да изводе закључке.

5.5.2. Ток истраживања

Докторска дисертација ће садржати следећа поглавља:

1. УВОД
2. ТЕОРИЈСКЕ ПОСТАВКЕ ИСТРАЖИВАЊА
3. ИЗАЗОВИ У ИЗВОЂЕЊУ САВРЕМЕНЕ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ
4. САВРЕМЕНЕ ОБРАЗОВНЕ ТЕХНОЛОГИЈЕ У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ
5. МЕТОДОЛОШКЕ ОСНОВЕ ИСТРАЖИВАЊА
6. АСПЕКТИ УВОЂЕЊА ОБРАЗОВНИХ СОФТВЕРА У НАСТАВУ МАТЕМАТИКЕ
7. ПРОЦЕНА ИЗВОЂЕЊА НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ АНФИС МЕТОДОЛОГИЈОМ
8. ЕВАУЛАЦИЈА ПРИМЕНЕ ОБРАЗОВНОГ СОФТВЕРА У ПРЕДМЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ
9. ЗАКЉУЧАК
10. ЛИТЕРАТУРА

Дијаграм тока истраживања ове докторске дисертације може се представити алгоритмом приказаним на слици 4.



Слика 4. Алгоритам истраживања

Истраживање ће се обавити кроз неколико етапа у оквиру којих ће се извршити:

- прикупљање и проучавање одговарајуће литературе и досадшњих истраживања;
- прикупљање података за потребе истраживања у виду статистичке документације и анкете
- обрада добијених података АНФИС методом;
- представљање резултата истраживања;

Евауација добијених резултата ће се обавити кроз следеће етапе:

- избор образовног софтвера;
- формирање експерименталних и контролних група;
- увођење експерименталног фактора –образовног софтвера;
- реализација наставних садржаја применом образовног софтвера у експерименталној групи и на традиционалан начин у контролној групи;
- прикупљање потребних података за евауацију кроз анализу статистичке документације и анкете;
- статистичка обрада података;
- представљање добијених резултата;

Задња етапа ће бити:

- извођење закључака.

За рад у контролним одељењима наставници су користили припреме које су у складу са уобичајеном традиционалном концепцијом наставног рада, а у експерименталним одељењима наставници су користили припреме за обраду наставних јединица помоћу образовног софтвера. У обе групе настава се реализовала по истом наставном плану и програму, стандардизованом и унапред предвиђеном. Настава у експерименталној групи је реализована као хибридни модел учења, у коме су неке наставне јединице реализоване на класичан начин, а неке помоћу образовног софтвера. Генерално, у експерименталној групи је око 60% часова реализовано коришћењем образовног софтвера. У контролној групи је процена постигнућа обављана уобичајено, кроз тестове које је оцењивао наставник, а у експерименталној су рађени тестови у оквиру програма за учење и њих је вредновао образовни софтвер.

6. АСПЕКТИ УВОЂЕЊА ОБРАЗОВНИХ СОФТВЕРА У НАСТАВУ МАТЕМАТИКЕ

Математика је кључ за целокупно људско знање.

Леонард Ојлер

6.1. ПЕДАГОШКО-ПСИХОЛОШКИ АСПЕКТИ

6.1.1. Промена улоге наставника у наставном процесу

Улога наставника у савременом наставном процесу битно се мења. Уз помоћ савремене технологије, Интернета и других модерних извора знања, ученици све више уче самостално, истражују, откривају, редукује се предавачка и поучавалачка улога наставника. Наставник више није једини извор знања.

Под утицајем тих промена, наставник је добио неколико нових функција у оквиру којих остварује следеће послове и задатке (Бранковић, Мандић, 2003):

- планера и програмера: врши избор, анализирање и распоређивање наставних садржаја, односно израђује годишње и тематске планове те планове за поједине наставне јединице; одређује обим и дубину наставних садржаја и прилагођава их могућностима ученика
- организатора и реализатора образовно-васпитног процеса: бира, припрема и примењује облике и методе наставног рада, као и наставна средства и техничка помагала за извођење образовног процеса
- водитеља, саветодавца и васпитача: организује, изводи, води и усмерава наставни процес
- дијагностичара и истраживача: прати, усмерава контролише токове и резултата наставног рада
- верификатора образовно-васпитног процеса: спроводи испитивање и врши оцењивање рада и успеха ученика

„Наставник није више само особа која држи часове већ је више личност која организује, подстиче, вреднује, примењује различите процесе и стилове учења и која уме да примени, ако је и када је потребно, одређене стратегије компензације.“ (Вилоотијевић 1999)

Савременим начином учења и подучавања наставник престаје бити ауторитет који управља процесом учења, одређујући циљеве, садржај, темпо и методе учења и постаје мотиватор и ментор учења који ученицима пружа подршку у учењу.

Савремени и модеран наставник математике, који је у тренду и прати актуелне промене у подучавању, има улогу да:

- подстиче и усмерава ученике тако што ће их постављањем питања наводити на размишљање и извођење сопствених закључака

- подстиче код ученика развој мишљења на вишем нивоу и критички однос према властитом знању, као и знању других
- брине о томе да сви ученици буду укључени у процес учења тако што их усмерава и подстиче на учење
- подстиче сарадничко и искуствено учење
- принципијалан је када су у питању правила рада и доследно их спроводи.

Своје наставне активности планира тако да сви ученици могу да прате наставу и активно учествују у њој, води рачуна о томе да у вредновању ученичких постигнућа нема пристрасности, демократизује наставни процес тако што даје могућност ученицима да доносе одлуке, у процесу поучавања користи концепт мултиперспективности и указује на разлику чињеница и њхових интерпретација, у свом раду се користи подацима релевантних и савремених истраживања о различитим наставним приступима, методама и материјалима који ученицима омогућавају једнак приступ учењу, планира и формира активности тако да контролише утицај информационих технологија на когнитивно искуство ученика.

Добар наставник математике, осим тога што прати савремене трендове, добро познаје струку и има вештине у преношењу знања, мора да поседује и неке личне особине (Mladenović, 2008):

- ученика сматра субјектом наставног процеса
- поштује демократичност на часу
- самокритичан је
- унапређује критички став код ученика
- прати савремене трендове у струци и друштву
- проблему приступа са научног гледишта
- религијска и политичка убеђења су његова приватна опредељења
- позитивног је става према људима, хуман је
- својом личношћу даје пример и модел понашања ученицима
- комуникативан је и толерантан
- вредан је, моралан и има осјећај одговорности
- тачан је и дисциплинован
- има смисла за педагогију, креативан је и ствара и такву атмосферу међу ученицима
- социјално и психички је здрава личност;
- својим ставовима и радом доприноси стваралачкој атмосфери у школи.

6.1.2. Положај ученика у наставном процесу

Настава са учеником у центру процеса је прилагођена потребама сваког ученика, почев од наставног садржаја, преко практичних вежби до процене постигнућа. Све активности су осмишљене у односу на исходе учења који су усклађени са циљевима и задацима учења. Уколико се реализује уз присуство информационих технологија, овај начин учења је веома флексибилан и може да се одвија, како на часу, тако и ван њега.

Ученик је тај који бира начин на који ће да учи а наставник му пружа прилику да учи и подучава га вештинама које су му неопходне да би успео у намери.

Исходи учења:

- Интердисциплинарне информације и знање
- Вештине мишљења вишег реда, нпр. решавање проблема
- Вештине обраде информација, нпр. сакупљање, организовање, интерпретација, преношење информација
- Вештине употребе знања, анализе знања, синтезе знања (стваралачког мишљења) и вредновања знања (критичког мишљења)

Циљеви и задаци:

- Ученици сарађују са наставницима како би одабрали који су циљеви и задаци учења на основу аутентичних проблема, предзнања, користи и искуства самих ученика.
- Наставник полази од циља учења и планира, не своју, већ активност ученика на часу.
- Садржај припреме наставе у суштини подразумева повезивање: циљ учења – активности ученика
- Наставник планира активности учења које обезбеђују остваривање предвиђеног циља

Наставна стратегија:

- Наставник сарађује са ученицима у циљу одређивања стратегије учења
- Прилагођена индивидуалном темпу и потребама ученика
- Ученик има непосредан приступ разним изворима знања и информација

Провера постигнућа:

- Подразумева праћење и вредновање исхода учења
- Праћење и вредновање процеса наставе и учења.
- Засновано на постигнућу користи се да процени способност ученика да примени знање
- Ученици раде са наставницима на дефинисању критеријума учинка
- Ученици развијају вештине самопроцене и вршњачке процене

Улога наставника:

- Наставник осигурава различита средства приступа информацијама и ситуације за учење
- Наставник се понаша као организатор, помаже ученицима да имају приступ и да обраде информацију
- Наставник планира и води процес учење
- Поред познавања садржаја наставник треба да познаје и методе учења.
- Наставник треба да зна које активности учења обезбеђују остваривање предвиђених исхода процеса учења

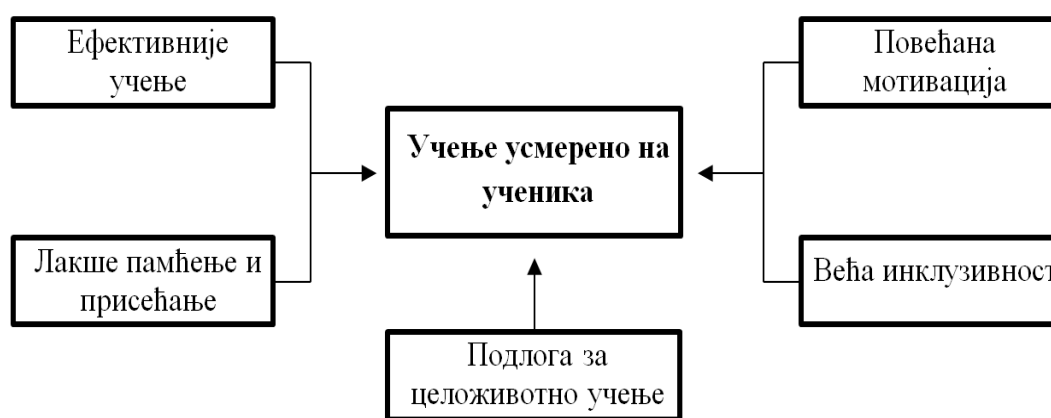
Улога ученика:

- Ученици преузимају одговорност за учење
- Активно траже знање
- Конструирају знање и значење

Окружење за учење:

- Ученици раде уз приступ многим ресурсима
- Ученици раде индивидуално, али и сарађују у малим групама

Тежња савремене школе је да изађе из оквира традиционалне наставе, где је ученик пасивни учесник у настави а наставник тај који је субјекат наставног процеса. Активна настава усмерена на ученика је добар начин да се отклоне недостаци класичног начина подучавања и има низ предности од којих су неке представљене на слици 5.



Слика 5. Предности учења усмереног на ученика

Учење усмерено на ученика је [\(Priručnik za učenje usmereno na učenika, 2018\)](#):

Ефективније учење: ако ученици активно учествују у стицању знања и примени нових идеја, уместо да их пасивно усвајају од наставника, онда ће они развити своје логичко размишљање. То практично значи да ће ученици бити свесни нивоа усвојености знања и вештина пре него што приступе наредном делу за учење.

Лакше памћење и присећање: самим тим што је у процесу стицања знања укључена логика биће ученику једноставније да запамти наставне садржаје, а и да их се присети када буде требало.

Повећана мотивација: обзиром да ученици активно учествују у креирању сопствених компетенција, свака повратна информација о њиховом раду, свака похвала, свака нова идеја је велики подстрекач за даљи рад.

Већа инклузивност: сваки ученик се посматра са својим индивидуалним карактеристикама: интелектуалним способностима и тилу учења. Уколико се настава диференцира тако да се прилагоди сваком ученику онда се повећава степен инклузивности наставе, која је код традиционалног начина учења прилагођена просечном ученику.

Подлога за целоживотно учење: „помагање ученицима да препознају како најбоље уче, кроз њихово укључивање у доношење одлука о томе како ће учити, које ће материјале користити, када ће учити и колико ће брзо напредовати и моћи да сами провере шта су и како научили, помоћи ће им да постану ефективнији у развоју вештина како се учи.“ (Priručnik za učenje usmereno na učenika, 2018)

6.1.3. Савремена димензија учења

Активно учење представља скуп педагошких акција и техника усмерених на организовање образовног процеса и стварање посебних услова за мотивисање ученика на самосталан, проактиван и креативан развој у процесу когнитивне активности са циљем да те активности побољшају или унапреде. Активности учења можемо сврстати у пет основних димензија, где свака димензија има два дијаметрално супротна пола (Ivić и други, 2001):

Смислено наспрам механичког учења: Ученици могу учити смислено, са разумевањем или пак механички, без разумевања. Механичко учење представља пуко усвајање садржаја напамет без било каквог степена разумевања, док учење са разумевањем подразумева да се усвајање нових знања базира на претходним знањима, да се проналазе везе и односи, да може да се врши превођење научених садржаја из једне у другу област, да могу усвојени садржаји да се тумаче. Активности учења на овој димензији се разврставају на основу одређеног степена усвојености знања са разумевањем. За наставне садржаје математике је врло битно да се усвоје са разумевањем. Наравно, постоје и у математици неки садржаји који се уче механички као што су дефиниције, аксиоме, неке формуле и обрасци,...

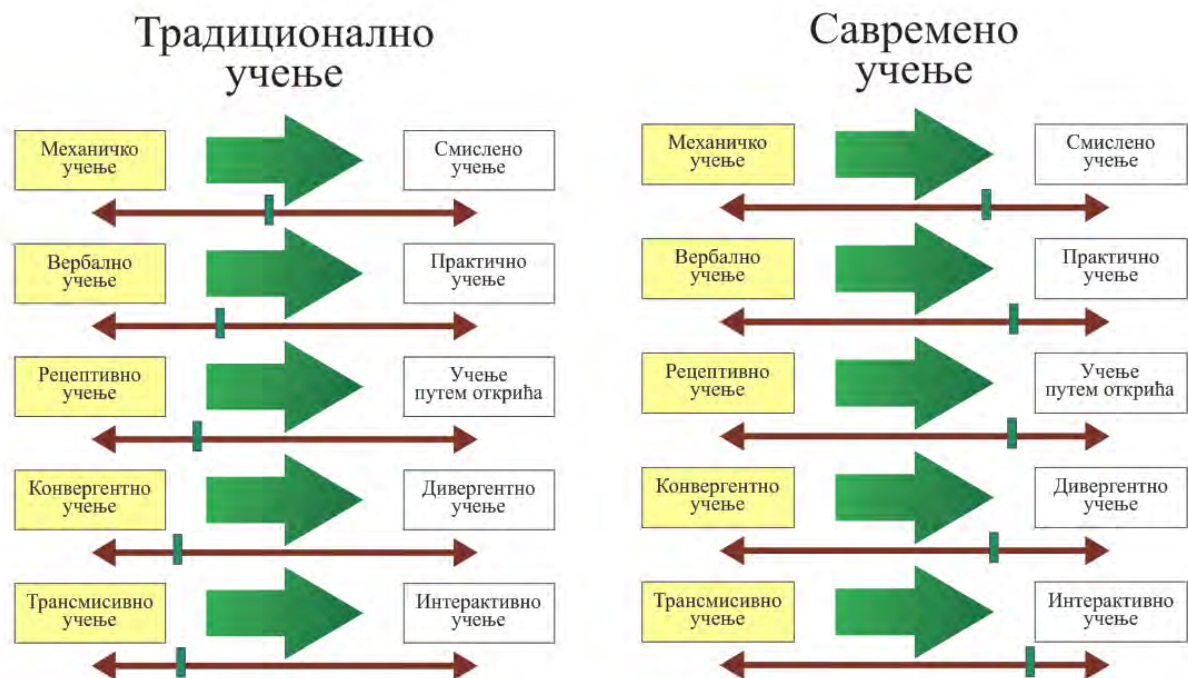
Практично наспрам вербалног учења: Практично учење представља учење процедура, односно, по којим правилима и на који начин доћи до решења неког проблема (коришћење компјутера, уређивање табеле, поступак анализе наставног садржаја,...), док вербално учење представља такозвано декларативно знање, односно учење садржаја који су представљени усмено или текстом (учење чињеница, података, догађаја,...). Док се вербално учење базира на памћењу дотле се практичним учењем уче вештине. У настави математике практично учење и стицање одређених вештина су неопходни за квалитетно применљиво знање.

Учења путем открића наспрам рецептивног: Рецептивно учење је такво учење где се наставни садржаји усвајају у финалном облику (наставници задају шта треба да се научи кроз предавање или у уџбенику, ученику је наставни садржај сажет, концепиран и подешен за усвајање), док је учење откривањем тако осмишљено да наставни садржаји нису унапред саопштени већ ученик мора сам да их открије (учење почиње задавањем проблема или постављањем питања). Главни циљ рецептивног учења је усвајање знања, а циљеви учења путем открића су на вишем нивоу јер поред усвајања знања стичемо и вештине како да то радимо, као и вештине за решавање проблема. Ово учење подстиче самосталност и самоиницијативност у процесу усвајања знања. Када су у питању наставни садржаји математике рецептивним учењем може се постићи основни ниво знања, а за више нивое неопходно је учење путем открића.

Дивергентно наспрам конвергентног учења: Основа конвергентног учења је учење по свим правилима логичког мишљења где се по тачно утврђеном редоследу радњи долази до тачног решења (решавање задатака по унапред познатом алгоритму). Дивергентно учење је стваралачко креативно учење. Основа овог учења је у продукту што више различитих, оригиналних и неочекиваних идеја ради откривања што више различитих начина за решавање неког проблема, гледање на проблем из различитих перспектива. Настава математике са својим садржајима је погодна за оба начина учења, јер и једно и друго учење су у опису математичког мишљења.

Интерактивно наспрам трансмисивног учења: Трансмисивно учење је блиско везано за флонтално традиционално извођење наставе где је наставник тај који презентује наставне садржаје а дужност ученика је да прати и научи. Комуникација је једносмерна, од наставника ка ученику. Нема повратне информације. Насупрот томе, интерактивно учење дозвољава двосмерну комуникацију и може да се одвија на више нивоа. Најнижи ниво је у току предавања наставника а највиши се огледа кроз групни рад. Знање које се размењује са другима боље се схвата, развијају се, поред стручних, и социјалне вештине (толерантност, аргументовани дијалог, солидарност). Интерактивно учење је од изузетне важности у настави математике, јер на овај начин ученик има благовремену повратну информацију о учинку и у сваком моменту зна да ли је на добром путу код, нпр. решавања неког задатка.

Однос различитих димензија учења у традиционалном начину извођења наставе математике и наставе организоване помоћу образовног софтвера може се видети са слике 6.



Слика 6. Димензије учења – ниво активности

У школи која је у стању да оствари задате циљеве и исходе учења очекује се значајно више учења са разумевањем, практичног учења, решавања проблема, дивергентних и интерактивних активности. Такве школе иду у корак са временом и често се зову савремене школе. У њима је заступљена методски разноврсна настава у којој наставник свесно мења различите методе учења и свакодневно примењује различите облике рада. Имајући све то у виду, може се рећи да постоје три димензије савременог учења:

Учење усмерено ка методама визуалног учења: С обзиром на окружење у коме живе данашњи ученици, може се рећи да се они доста разликују од својих родитеља и ранијих генерација. Савремене генерације ученика су окружене моћном информационо комуникационом технологијом и великом количином информација доступних на сваком кораку. Из тог разлога је визуална перцепција ученика данас изузетно изражена и они много лакше и брже уче наставне садржаје који су визуализовани. Стога је битно наставне садржаје представљати тако да могу да се уче опажањем а не само слушањем.

Учење усмерено на критичко размишљање и решавање проблема: И поред тога што ће увек постојати ученици који се фокусирају само на то да неке информације запамте, морамо бити свесни да они неће моћи увек да примене тако стечено знање. Младе је потребно едуковати тако да развијају своје критичко и стваралачко мишљење, да усвоје знања која ће моћи да примене у одговарајућим професионалним и животним ситуацијама а до информација, неопходних за примену тог знања, могу доћи на Интернету у неколико потеза.

Учење по критеријуму времена: Ученицима данашњице се, генерално, пласирају велике количине информација. То утиче на то да им после краћег времена опада концентрација. Убрзане когнитивне активности, услед обраде великих количина информација, замарају мозак и долази до губитка пажње. Стога је згодно предавања поделити у краће целине, а ученицима омогућити да усвоје знање онда када стекну услове за то. У тој намери доста помажу нови начини учења попут електронског учења и учења на даљину.

6.2. МЕТОДИЧКО-ДИДАКТИЧКИ АСПЕКТИ

6.2.1. Дидактичка позадина – принципи активног учења

Активно учење је таква организација и спровођење образовног процеса који је усмерен на свеобухватно подстицање образовних и когнитивних активности ученика кроз широку, по могућности темељну, употребу педагошких, дидактичких, организационих и управљачких акција (Кругликов, 1998).

Процес учења се може покренути и побољшањем облика и метода наставе, и побољшањем организације и управљања образовним процесом у целини. Принципи на којима почива организација образовног процеса активног типа су (Кругликов, 1998):

Индивидуализација: подразумева стварање таквог система учења који, узимајући у обзир индивидуалне карактеристике ученика, пружа могућности свима да

максимизирају откривање својих способности и да стекну образовање које одговара тим способностима. Индивидуализација учења може се спровести према:

- садржају, када ученик има прилику да прилагоди обим наставног материјала. Ово омогућава способнијим ученицима да дубље проуче предмет у образовне, научне или примењене сврхе.
- времену асимилације, које омогућава промену у одређеним границама регулације проучавања одређене количине образовног материјала у складу са темпераментом и способностима ученика.
- интензивирању образовне и когнитивне активности која се постиже повећањем нивоа образовне мотивације, што се са друге стране посматра у максималном могућем приближавању темпа, смера и других аспеката организације образовног процеса индивидуалним тежњама и могућностима ученика.

Флексибилност: омогућава оперативну промену фокуса за време процеса учења. Опције учења треба да се идентификују и промене већ у процесу учења, узимајући у обзир промене које се дешавају и у складу са развојем одређених интереса, неке наставне садржаје треба додати, а неке друге избацити из плана учења. Овај принцип се знатно више примењује у стручним школама и универзитетима где је могуће спровести циљану обуку за потребе друштвене заједнице. Ученику се прилагођава оријентација теоријске обуке, садржај и облици праксе.

Елективност: пружа ученику максималну могућу независност избора образовних путева, стицање на овој основи јединственог низа знања или неколико сродних специјалности које удовољавају индивидуалним склоностима ученика, специфичностима његове будуће професионалне активности или, једноставно, спознајним интересима.

Контекстуални приступ је подређеност садржаја и логике проучавања образовног материјала интересима будуће професионалне делатности, као резултат чега учење добија свесну, објективну, контекстуалну природу, доприносећи јачању когнитивног интереса и когнитивне активности.

Развој сарадње - практична свест о потреби преласка на принципе поверења, међусобне помоћи, међусобне одговорности ученика и наставног особља у процесу учења. Примена у пракси принципа педагогије сарадње. Пружање помоћи ученицима у организацији њихових образовних активности у комбинацији са очувањем захтевности за њеном ефикасношћу. Развијање поштовања, поверења у ученика, са пружањем могућности да он покаже независност, иницијативу и индивидуалну одговорност за резултат.

Употреба активних наставних метода у педагошкој пракси: решење проблема унапређења образовних активности, на овај или онај начин, основа је свих савремених педагошких теорија и технологија. Већина њих усмерена је на превазилажење таквих проблема школства који су већ дуго времена актуелни, као што су: потреба за развијањем мишљења, когнитивне активности и когнитивно

интересовање. Штавише, сви они као средства за постизање својих циљева користе одређене алате из састава метода активног учења.

Појава активних метода учења повезана је са жељом наставника да побољшају когнитивне активности ученика или да допринесу њиховом унапређењу. У образовном процесу, у експлицитном облику, манифестују се три врсте активности: мишљење, акција и дискусија. Имплицитни облик је емоционално-лична перцепција информација. У зависности од врсте активних метода учења које се користе на часовима, може се применити било која од њих или њихова комбинација. Овај приступ је у складу са експерименталним подацима, који показују да се током презентације материјала прикупи 20-30% информација, до 50% током самосталног рада са литературом, до 70% када се води дискусија, и уз лично учешће у активности до 90%. Методе се могу користити и као самостални педагошки развој и у комбинацији са традиционалним. Приступ системској употреби метода активног учења описани су у теорији активног учења.

Атрибути метода активног учења су (ЈГПУ, 2009):

Проблеми: Главни задатак у овом случају је упознати ученика са проблематичном ситуацијом, из које не може изаћи (донети одлуку или пронаћи одговор) са знањем које има, већ је приморан да активно ствара нова знања уз помоћ наставника и уз учешће других ученика, заснована на знању других и његовом професионалном искуству, логици и здравом разуму. Оптимална верзија проблемског задатка је проблем чије је решење двосмислено чак и за наставника.

Адекватност: образовних активности природи будућих практичних задатака и функција ученика. Ово се посебно односи на питања личне комуникације, званичних и службених односа. Захваљујући њеној примени, могуће је формирање емоционалне и личне перцепције ученика о радним активностима. Најпотпунији приступи примени ове карактеристике описани су у теорији контекстуалног учења. Стога се ова карактеристика тумачи као примена контекстуалног учења.

Колективно учење: Главно место у многим облицима извођења наставе коришћењем активних метода учења је колективна активност и облик дискусије. Ова карактеристика не негира индивидуализацију учења већ захтева његову разумну комбинацију и вешто коришћење. Бројни експерименти на развоју интелектуалних способности школске деце показали су да употреба колективних облика наставе има чак и већи утицај на њихов развој од фактора чисто интелектуалне природе.

Индивидуализација: Услов за организовање образовних и когнитивних активности, узимајући у обзир индивидуалне способности и способности ученика. Ова особина такође подразумева развој механизма самоконтроле, саморегулације и самоучења код ученика.

Студије проучаваних проблема и појава: Примена ове функције омогућава нам формирање почетних полазишта вештина неопходних за успешно самообразовање,

засновано на способности анализе, генерализације и креативности у кориштењу знања и искуства.

Непосредност, независност интеракције: ученика са образовним информацијама. У традиционалној настави, наставник (као и читав низ дидактичких алата које користи) игра улогу "филтера", преносећи образовне информације кроз себе. Када се обука интензивира, наставник прелази на ниво ученика и као асистент учествује у процесу њихове интеракције са наставним материјалом, у идеалном случају, учитељ постаје лидер њиховог самосталног рада, примењујући принципе педагогије сарадње.

Мотивација: Активност, као појединачна и колективна самостална и посебно организована образовна и когнитивна активност ученика, развија се и подржава систем мотивације. Мотиви које наставник искориштава уједно су: професионални интерес, креативна природа образовне и когнитивне активности, конкурентност, разиграна природа наставе, емоционална укљученост.

Дакле, свака од метода организовања образовних активности истовремено има не само информативни и едукативни, већ и мотивацијски утицај. У том смислу, можемо говорити о стимулативно-мотивацијској функцији било које наставне методе. Међутим, искуство наставника и науке акумулирало је велики арсенал метода које су посебно усмерене на формирање позитивних мотива за учење, подстицање когнитивних активности, истовремено доприносећи обогаћивању поучавања.

6.2.2. Савремене методе и облици активне наставе математике

Настанак и развој активних наставних метода резултат је нових задатака, који нису само давање знања ученицима, већ и обезбеђивање формирања и развоја когнитивних интереса и способности, креативног размишљања, вештина и самосталног менталног рада. У доба брзог раста информација, знање се мора непрестано ажурирати, што се може постићи углавном самообразовањем.

Когнитивна активност подразумева интелектуални и емоционални одговор на процес спознаје, ученикову жељу за учењем, испуњавање индивидуалних и општих задатака и заинтересованост за активности учитеља и ученика.

Когнитивна независност подразумева жељу и способност самосталног размишљања; способност за сналажење у новој ситуацији, проналажење сопственог приступа решавању проблема, жеља не само да разумете ситуацију учења, већ и начине да се то постигне; развити критички приступ просудбама других; независност властите процене.

Когнитивна активност и когнитивна независност су одлике које карактеришу интелектуалне способности човека да учи. Као и друге способности, развијају се у активности. Управо активне методе поучавања подстичу менталне и практичне активности које развијају тако важне интелектуалне квалитете ученика.

Када се користе активне методе поучавања, улога ученика се мења – из послушног "уређај за складиштење" претвара се у активног учесника образовног процеса. Ова нова улога и њене инхерентне карактеристике омогућавају стварање активне личности са свим потребним вештинама и квалитетима модерне успешне особе.

Карактеристике метода активног подучавања су (Студенова, 2010):

- присилна активација мишљења без обзира на жељу ученика
- ученик је дуготрајно укључен у образовни процес
- самостално креативно одлучивање, висок степен мотивације и независности
- стална интеракција ученика и наставника

Учење са коришћењем облика и метода активног учења решава низ проблема:

- развој професионалне компетенције
- формирање холистичког погледа на професију
- учење кроз колективне менталне активности и стицање искуства у социјалној интеракцији
- неговање одговорног става према учењу
- стицање искуства у иновацијама у контексту будуће професије

Активне методе се деле на методе симулације и несимулације.

Несимулацијске методе: проблемско учење, практичне вежбе, хеуристички разговор, едукативна дискусија, рад у лабораторији, метода истраживања, самосталан рад са програмом наставника (програмирано учење), самостални рад са књигом, вежбе, дидактичке игре - врста забавних игара (квизови, такмичења, укрштене речи итд.).

Карактеристична особина несимулацијских метода је недостатак модела процеса или активности која се проучава. Активација учења врши се директним и повратним информацијама између наставника и ученика.

Методе симулације: анализа специфичних ситуација, решавање ситуационих проблема, вежбе према упутствима (лабораторијски практични рад према упутствима), испуњавање појединачних задатака у процесу производне праксе; опонашање активности на симулатору, играње улога, пословна игра.

Методе симулације су најефикасније у савладавању градива, јер се у овом случају постиже значајно приближавање образовног процеса практичним активностима.

Образовна технологија је део савремене дидактике, који проучава регулаторну и процедуралну страну преноса знања које је човечанство нагомилало у оквиру образовног процеса. Са становишта образовних технологија, разликују се следеће методе и облици интеракције у настави математике (Плигин, 2006):

- Структурално- логичке методе и облици су фазна организација формулације дидактичких задатака. Логика структурирања може бити различита: од једноставне до сложене, од теоријске до практичне или обратно.
- Играњем се називају методе и облици у којима су образовни задаци садржани у садржају игре. У образовном процесу користе забавне, позоришне, пословне, играње улога, рачунарске игре.
- Методе и облици засновани на употреби рачунарске технологије релативно су нови, развијају се заједно са развојем технологије. Интеракција између наставника и ученика гради се коришћењем различитих програма обуке.
- Методе и облици дијалога повезани су са стварањем комуникативног окружења, ширењем простора сарадње на нивоу „наставник - ученик“, „ученик - ученик“, „наставник - аутор“, „ученик - аутор“ током формулисања и решавања образовних задатака
- Методе и облици тренинга су систем активности за израду одређених алгоритама за едукативно-когнитивне акције и методе за решавање типичних проблема током обуке (тестови и практичне вежбе).

Активни облици учења у настави математике:

Лабораторијски рад: самосталан рад студената, који се врши путем посматрања, поређења, мерних и рачунарских алата, састављања табела, цртања графова, проучавања математичких формула, цртежа, фигура, у циљу утврђивања нових математичких чињеница за студенте, а које су основа за теоријске закључке и генерализације и после тога добијао, по потреби, строг логички доказ (Зимановская, 2008).

Употреба лабораторијских радова у настави математике помоћи ће у постизању следећих циљева:

- Образовни: усвајање математичких знања, формирање практичних вештина, разумевање принципа деловања и вештина коришћења различитих инструмената за рачунање, мерење и цртање, унапређење знања и обуке ученика у самосталној примени овог знања, обука у решавању практичних проблема;
- Васпитни: формирање тачности и одговорности за њихове активности, интензивирање образовних активности истраживачког карактера;
- Когнитивни: развој запажања, способност постављања и тестирања хипотеза и претпоставки, побијање погрешних генерализација и процена, развој способности ученика за рад у тиму, као и интересовање за предмет који се проучава.

Лабораторијски рад омогућава нам потпуније и свесније разумевање математичких односа између количина; развијање графичких и рачунарских вештина; упознати се са алатима за мерење и рачунање и њиховом применом у пракси; успоставити блиске везе између различитих одељка курса математике и између различитих школских курсева.

Ученици сами обављају мерни (рачунарски) део посла. Интеракција са наставником се дешава:

- Пре почетка рада, када наставник даје упутства;
- Могуће у фази изградње хипотеза, када наставник може да постави водећа питања;
- Индиректна интеракција (кроз припремљене материјале за лабораторијске радове);
- У фази сумирања и контроле.

Дидактичке игре: су врста учења организоване у облику едукативних игара које имплементирају бројне принципе игре, активно учење и разликују се у присуству правила, фиксне структуре активности у играма и система оцењивања (Кругликов и други, 2006).

Најважнија својства игре укључују чињеницу да у игри и деца и одрасли делују онако како би и у најекстремнијим ситуацијама, на граници превазилажења тешкоћа. Штавише, такав висок ниво активности постижу готово увек добровољно, без присиле.

Учење помоћу дидактичких игара разликује се од других педагошких технологија по томе што је игра (Букатов, 2006):

- Познати и вољени облик активности за особу било које старости;
- Једно од најефикаснијих средстава за активирање, укључивање учесника у активности игре због значајне природе саме ситуације у игри и способности игре да изазове велики емоционални и физички напор. Игром се много лакше савладавају потешкоће, препреке, психолошке баријере;
- Мотивациона по својој природи. У вези са когнитивним активностима, она захтева и изазива код учесника иницијативу, упорност, креативност, машту, тежњу;
- Погодан начин да се реши пренос знања, вештина, способности;
- Вишенаменска, њен утицај на особу не може се ограничити на било који аспект, али се сви њени могући ефекти ажурирају истовремено.
- Углавном колективни, групни облик активности, који се заснива на такмичарском аспект. Међутим, не само да човек може да делује као ривал, већ и околности и сам играч може себи бити ривал (превазилазећи себе, свој резултат);
- Нивелатор вредности крајњег резултата. У играчкој активности учесника могу се уговорити различите врсте „награда“: материјалне, моралне (охрабрење, диплома, широка објава резултата), психолошке (самопотврђивање, потврда самопоштовања) и друге. Штавише, у групним активностима, она доживљава резултат кроз призму општег успеха, идентификујући успех групе, тима као сопственог;
- У процесу учења таква да је карактерише присуство јасно постављеног ситуационог циља и одговарајући педагошки емоционални и професионални резултат

Дидактичке игре широко се примењују у средњим и основним школама, јер се управо у адолесценцији формирају стална интересовања и склоности ка одређеном предмету. И управо у овом добу треба настојати да се ученицима открију сви атрактивни аспекти математике (Коваленко, 1990)

Играчке вежбе: су вежбе које помажу у ублажавању атмосфере, ублажавању умора и стреса, потичу ученике, прелазе из једне активности на другу, ажурирају знање и јачају вештине. Механизам активног и психолошки ефикасног одмора доминира у њима.

Играчке вежбе могу бити средство за:

- актуализација знања;
- развој једноставних вештина као што су, на пример, усмено бројање;
- развој интелигенције;
- говорни језик;
- размишљање изван оквира.

Како не би губио време на објашњавање правила, наставник може да има неколико игара у свом арсеналу - загревање и под истим обрасцима их испуњава различитим садржајима. Тада ће ученици знати правила сваке игре, а наставник ће само морати рећи који ће се облик и тема користити и ученици ће одмах бити спремни за рад.

Браинсторминг (бујица идеја): је широко коришћен начин стварања нових идеја за решавање научних и практичних проблема. Његова сврха је организација колективне менталне активности у потрази за иновативним начинима решавања проблема (Панфилова, 2005).

Коришћење метода браинсторминга у образовном процесу омогућава нам решавање следећих проблема:

- креативна асимилација наставног материјала од стране ученика;
- повезаност теоријског знања са праксом;
- активирање образовних и когнитивних активности ученика;
- формирање способности концентрације пажње и менталних напора на решавању актуелног проблема;
- формирање искуства колективног размишљања.

Проблем формулисан у настави техником браинсторминга треба да буде теоретски или практичан и да изазове активно учешће ученика. Општи захтев који се узима у обзир приликом избора проблема за браинсторминг јесте могућност многих двосмислених решења проблема, која се пред ученицима поставља као задатак учења.

У току проналаска, предложене идеје нису подложне критици: ученици треба да буду свесни да може бити много решења проблема. Након завршетка фазе проналаска идеја, врши се анализа датих предлога, а затим се детаљније испитују најуспешнија решења.

Рад на пројекту: Овај наставни облик се одржава уз претходну припрему или се све дешава током академског часа. Главни циљ је пружити ученику могућност да се осећа укљученим у неки замишљени важан посао. Ову методу тешко да можемо назвати илузијом, јер често на таквим часовима ученици заиста нуде веома неформална решења проблема. У школама у којима постоји креативна пристрасност, скоро цео програм је изграђен на часовима – пројектима.

Током рада на пројекту, задаци наставника су (Грибкова, 2018):

- оспособљавање ученика за планирање: јасно дефинисати циљ, описати главне кораке за постизање циља, одредити временски оквир њихове примене, распоредити одговорности међу члановима групе;
- формирање вештина ученика у прикупљању, анализи и обради информација: одабрати методе истраживања, одабрати потребне информације и правилно их користити, доносити закључке, израђивати извештаје;
- формирање вештина самодисциплине и самоконтроле ученика: преузимати одговорност, вршити посао на време у складу са утврђеним планом и распоредом, оценити резултате својих активности;
- формирање способности ученика да презентују резултате рада.

Активности студената за реализацију пројекта укључују следеће фазе (Грибкова, 2018):

- Изјава о проблему. Проблем у овом случају је чињеница да ученици нису свесни стварне примене математичких концепата.
- Постављање циљева и задатака пројекта. Циљ је добити визуелне материјале који демонстрирају употребу математичког садржаја.
- Планирање радова на пројекту. Избор начина за постизање циља. Главне фазе остварења циља су: проучавање различитих извора информација; избор теоријских информација; спровођење опажања, студија, анкета; колекција визуелних материјала; анализа и синтеза података.
- Имплементација пројекта. Спровођење свих планираних активности.
- Извештај о пројекту. Писани извештај садржи све информације о пројекту.

Свака од врста наставе која омогућава активно учење има одређене атрибуте, има своју сврху и рационални обим. При планирању треба имати у виду да је за употребу активних наставних метода потребно много времена. Стога се уз њих користе и традиционалне методе: обично предавање, објашњење, прича. Само њиховим комбиновањем (без неоправдане пристрасности у било ком правцу) може се постићи активација образовног процеса.

6.2.3. Улога и значај интерактивних образовних технологија

Интерактивно учење је посебан облик организације когнитивне активности која има специфичан, зацртан циљ - стварање конформних услова за учење, уз које ће сваки ученик бити свестан свог успеха и интелектуалне независности. Суштина је да се процес учења одвија у условима сталне, активне интеракције свих ученика.

Интерактивно учење (колективно, групно, сарадничко), подразумева да су и ученик и наставник равноправни субјекти у наставном процесу, схватају своје улоге и реагују у складу са тим. Образовни процес је организован тако да су практично сви ученици укључени у процес учења. Свака активност ученика у процесу усвајања наставног садржаја значи да свако даје лични допринос, кроз размену знања, идеја, начина рада.

Штавише, ово се дешава у атмосфери доброг расположења и обостране подршке, омогућава не само стицање нових знања, већ и развијање когнитивне активности, подижући је на више облике сарадње и колаборације.

Реализација интерактивног учења укључује интерактивну образовну технологију (интерактивне методе, интерактивне облике и интерактивна средства) за моделирање животних ситуација, коришћење игара улога, генерално решење проблема на основу анализе околности и одговарајућих ситуација. Оно ефикасно промовише формирање вештина и способности, развој вредности, стварање атмосфере сарадње, интеракције, што омогућава наставнику да постане прави вођа ученичког тима (Лапчик, 2013; Мандель, 2016).

У учењу интерактивним методама и облицима, човек настоји да употреби све органе чула: вид, слух, укус, додир, мирис, захваљујући чему се информације у мозгу кодирају на мултисензорни начин. У интерактивним технологијама процес учења и процес васпитања се посматра у нераскидивој целини. Суштина је направити комплетан личносни развој ученика. Главни нагласак је на ученику, који мора постати активни учесник који може самостално да решава нови проблеми, који ће, при томе, моћи да искористе неопходно знање. Ове методе доприносе развоју умећа и вештина у интелектуалној, емоционалној, социјалној и моралној сфери.

Код учења интерактивним облицима и методама је важно раније стечено искуство ученика, његова свест о том искуству, као и емоције које су га пратиле (Осипова, 2010).

Од посебне важности у интерактивним технологијама је положај наставника, који би требало да створи одговарајућу атмосферу у групи. Важна одлика је његова аутентичност, мора бити у могућности да покаже своја осећања и осећања уз очување емпатије (Кан-Калик, 2010).

У окружењу у којем се ученик осећа прихваћеним он нема страх да искаже своје мисли, охрабрен је да самостално размишља и, самом тим, постане креативнији. Будући да је у таквом окружењу, он спознаје осећања и мисли других, а у исто време изражава своје. Часови спроведени у таквој атмосфери, уче ученика дискусији и сарадњи у групи.

Правилно примењене интерактивне методе поучавања омогућавају ученицима да (Осипова, 2010):

- продубе интерес;
- усвоје, без потешкоћа, нова знања;

- развију сопствене мисли и идеје;
- да комуницирају;
- да расправљају и ослоне се на своје искуство.

Гледајући из перспективе оба учесника дидактичког процес (наставник и ученик), са аспекта употребе метода интерактивне наставе, може се закључити:

- наставник и ученик су партнери на часу;
- наставник и ученик преузимају нове улоге и нове задатке;
- један од најважнијих задатака савремене школе је припрема ученика за самосталан рад;
- у дидактичком процесу нема идеалних решења;
- методе усмерене на циљеве и садржаје наставе, али, пре свега, усклађене са потребама ученика и могућностима наставника

Употреба интерактивних облика и метода у савременој дидактици је, несумњиво, захтев времена, нужност која ће донети многоструке користи свакој страни дидактичког процеса. Улога и значај интерактивних наставних технологија је креирање многобројних вештина код ученика, које носе својом применом интерактивне методе и интерактивни облици учења. Неке од тих вештина су (Хеннер, 2012; Медведева, 2013):

- планирање, организовање и оцењивање сопственог учења;
- ефикасно разумевање у различитим ситуацијама, репрезентација сопственог гледиште, припрема за друштвени живот;
- ефикасна сарадња у тиму и рад у групи, изградња међуљудских односа, усвајање појединачне и групне одлуке;
- креативно решавање проблема;
- претраживање, наручивање и коришћење информација од разних извора, као и ефикасна употреба информационих технологија;
- практична примена знања;
- развој менталних способности, као и личних интереса;
- асимилација методике и технике решавања сукоба и социјални проблема кроз преговоре

Часови математике формиран на основу интерактивних технологија изазивају приметну заинтересованост ученика за наставне садржаје, пре свега због кршења познатих и устаљених захтева у традиционалној учионици, и могућности свих ученика да постану активни учесници у образовном процесу, а не у улози пасивног слушаоца.

Структура часа, базирана на коришћењу интерактивних метода, облика и алати за учење састоје се од следећих фаза:

- Мотивација: Приликом организовања ове фазе потребно је променити начине мотивације из једног занимања у друго.

- Постављање циља: Дељење циљева са ученицима омогућава усмеравање даљих активности. Наставник едукује ученике како да формулишу циљеве часа.
- Давање нових информација: Овај корак омогућава да наставници, на основу оног што ученици знају, и оног што им је непознато и неразумљиво, дају ученику потребне информације за решавање проблема.
- Интерактивни облици и методе: На пример, једна од популарнијих метода је рад у малим групама. Најбоља опција је имати ученике у свакој групи са различитим нивоима знања, што омогућава ученицима да се надопуњују и обогаћују се, међусобно, знањем..
- Образовни продукт: С обзиром на оно што ученици већ знају, на основу количине информација које им се пружају, треба да изведу закључке и изразе своје ставове.
- Рефлексија: У овој фази се очекује резиме ученичке активности. Овај корак омогућава ученицима да представе нова стечена знања и одредите у којим случајевима могу да их примењује.
- Процена: Сложеност ове фазе је у томе што оцењивање треба да подстакне ученике да раде даље. Стога се мора спровести врло пажљиво, по могућству уз самооцењивање.
- Домаћи задатак: Домаћи задаци код интерактивних технологија учења морају бити осмишљени тако да укључују креативно преиспитивање проученог наставног садржаја.

Интерактивно учење не замењује часове предавања, али доприноси бољој асимилацији наставних садржаја и, што је посебно важно, формира мишљења, ставове, вештине понашања. Пружа међусобно разумевање, интеракцију, обострано обогаћивање, високу мотивацију, снагу знања. Такође, креативност и машта, друштвеност, активна животна позиција, тимски дух, вредност индивидуалности, слобода изражавања, наглашавање активности, међусобно поштовање и демократија, су продукти интерактивне технологије учења.

7. ПРОЦЕНА ИЗВОЂЕЊА НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ АНФИС МЕТОДОЛОГИЈОМ

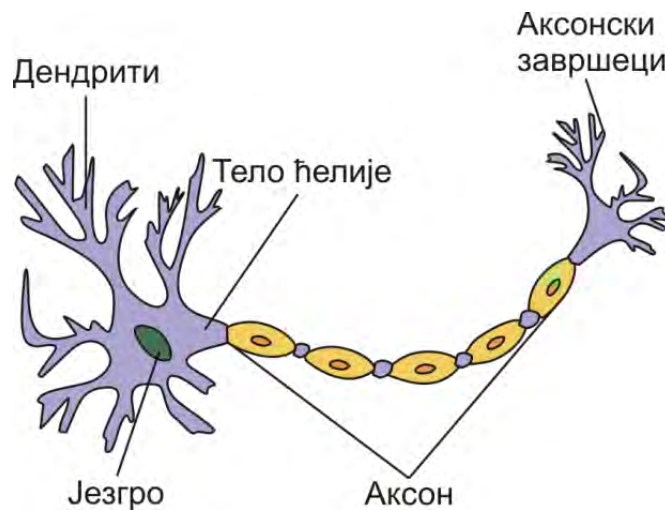
Машина може да реши готово све проблеме који јој се поставе, али не може да састави, да смисли ниједан. То чини математика.

Алберт Ајнштајн

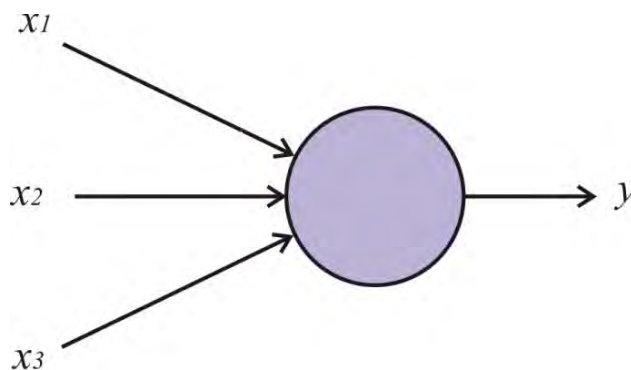
7.1. АДАПТИВНА НЕУРО-ФАЗИ МРЕЖА – АНФИС

7.1.1. Неуронске мреже

Вештачка неуронска мрежа представља покушај употребе колекције математичких модела за репродукцију опонашања људског мозга како би се створила вештачка интелигенција. Биолошки неурон се састоји од тела које има улазна влакна - дендрите и излазна влакна - аксон. Дендрит прима улазни податак, у телу неурона се он обрађује и преко аксона се преносе даље информације, добијене обрадом улазних података, до следећег неурона. У вештачкој неуронској мрежи тело неурон се моделира као логичка јединица са улазним гранама (у улози дендрита) и излазном граном (у улози аксона). За овај вештачки неурон често можемо у литератури срести назив *перцептрон*. На сликама 7 и 8 можемо видети сличност између неурона и перцептрона:



Слика 7. Неурон

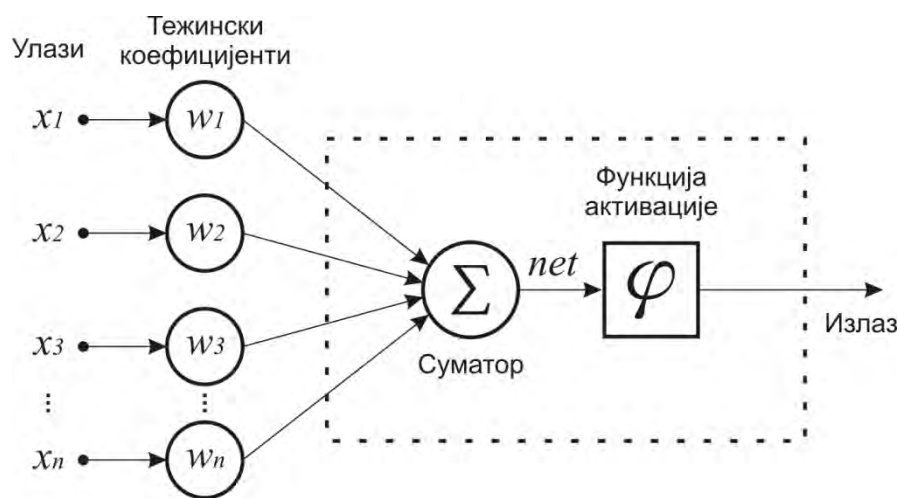


Слика 8. Перцептрон

Модел вештачког неурона је такав да он представља једноставни елемент процесирања улазних података извршавањем једноставне математичке функције. Састоји се од три нивоа:

- Улазни ниво: улазне јединице које прилагођавају сигнале за процесирање у мрежи
- Скривени ниво: скривене јединице мреже које обезбеђују нелинеарност мреже
- Излазни ниво: излазне јединице које кодирају излазне сигнале, анализирају их и придружују узорку

На слици 9 је представљен детаљни модел вештачког неурона:



Слика 9. Модел вештачког неурона

Сваки неурон, укључујући и вештачки, мора да има неке улазе кроз које прима сигнал. Улазни сигнали су обележени са x_1, x_2, \dots, x_n , где је n укупан број тих вредности. Сваки улазни сигнал има свој тежински коефицијент w_1, w_2, \dots, w_n . Сигнали примљени на улазима множе се с њиховим тежинским коефицијентом и то тако да се сигнал првог улаза x_1 множи са тежинским коефицијентом првог улаза w_1 и све тако до n -тог улаза. Сада се сви улазни сигнали и њихови тежински коефицијенти пребацују у суматор који једноставно сабира све улазне сигнале помножене са одговарајућим тежинским коефицијентима:

$$x_1w_1 + x_2w_2 + \dots + x_nw_n = \sum_{i=1}^n x_iw_i$$

$$net = \sum_{i=1}^n x_iw_i$$

Ова вредност се назива пондерирана сума. Улога суматора је очигледна - он агрегира све улазне сигнале (којих може бити много) у један једини број - пондерирани збир који карактерише сигнал који прима неурон у целини. Пондерирана сума може се још представити и као степен укупне ексцитације (надражаја) неурона.

Овако добијена пондерирана сума ништа не би значила као излазна величина. Њу неурон мора даље да обрађује и формира адекватан излазни сигнал. У ове сврхе се користи функција активације. Она претвара пондерирану суму у један број, што је, у ствари, излаз неурона (излаз неурона се означава променљивом *out*).

За различите врсте вештачких неурона користе се различите активацијске функције. У општем случају оне се представљају симболом:

$$\varphi(net)$$

Уколико вредност функције активације пређе праг активације θ онда се њена вредност мења на вредност 1, што значи да се неурон активирао а вредност излаза је:

$$out = \varphi(net - \theta)$$

Активацијске функције су најчешће нелинеарне, што вештачке неуронске мреже чини врло способним. Активациона функција може бити било која нелинеарна функција али се најчешће користе сигмоидне функције (логаритамска, аркустангенс или гаусова функција). Ове функције су zgodne када су циљане вредности ограничене.

Вредности тежинских коефицијената могу да се мењају и прилагођавају улазним и излазним сигнаlima како би грешка била што мања у односу на задате сигнале. Овај процес се назива учење (тренирање) неуронске мреже. „Подаци из тренинг скупа се периодично пропуштају кроз неуронску мрежу. Добијене вредности на излазу мреже се упоређују са очекиваним. Уколико постоји разлика између добијених и очекиваних података, праве се модификације на везама између неурона у циљу смањивања разлике тренутног и жељеног излаза. Улазно - излазни скуп се поново представља мрежи због даљих подешавања тежинских коефицијената, пошто у првих неколико корака мрежа обично даје погрешан резултат. После подешавања тежинских коефицијената за све улазно излазне шеме у тренинг скуп, мрежа научи да реагује на жељени начин.“ (Anđelković, 2006)

Постоје три различита приступа тренингу (обучавању) неуронских мрежа:

- Надгледано обучавање: приликом сваког пролаза кроз мрежу се пореде добијени резултати са очекиваним и врши корекција тежинских коефицијената све док резултати не буду задовољавајући.
- Делимично надгледано обучавање: мрежа учи самостално и повремено се врши контрола и процена добијених података све док они не буду довољно коректни.
- Ненадгледано обучавање: мрежа се самостално обучава кроз улазне податке које покушава да генерализује и установи одређене заједничке особине.

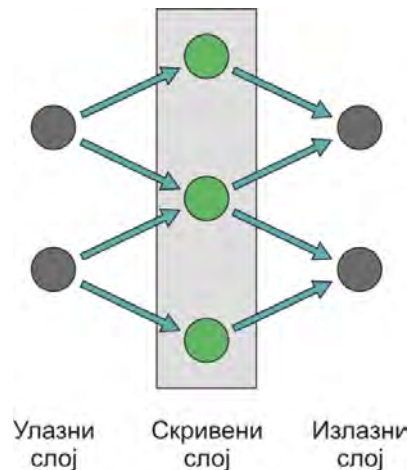
7.1.2. Врсте неуронских мрежа

Вештачке неуронске мреже састоје се од низа вештачких неурона. Поставља се логично питање - како позиционирати / повезати ове вештачке неуроне један са другим?

По правилу, у већини неуронских мрежа постоји такозвани улазни слој који обавља само један задатак - дистрибуцију улазних сигнала на друге неуроне. Неурони овог слоја не извршавају никакве калкулације.

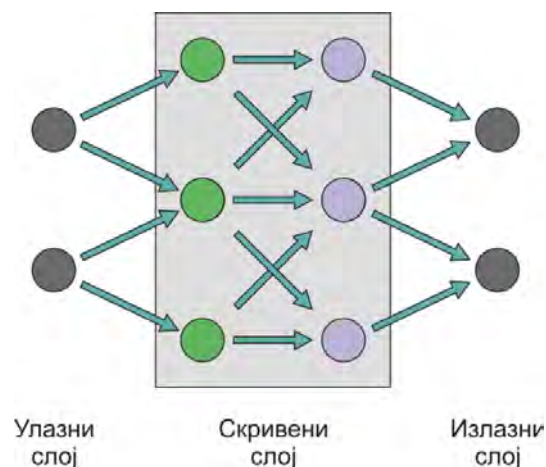
А онда почињу разлике и о односу на њих имамо различите врсте неуронских мрежа:

Једнослојна неуронска мрежа (*Single-layer neural network*) (слика 10) - мрежа у којој се сигнали са улазног слоја испоручују директно излазном слоју, који процесира сигнал и одмах даје излазни сигнал.



Слика 10. Једнослојна неуронска мрежа

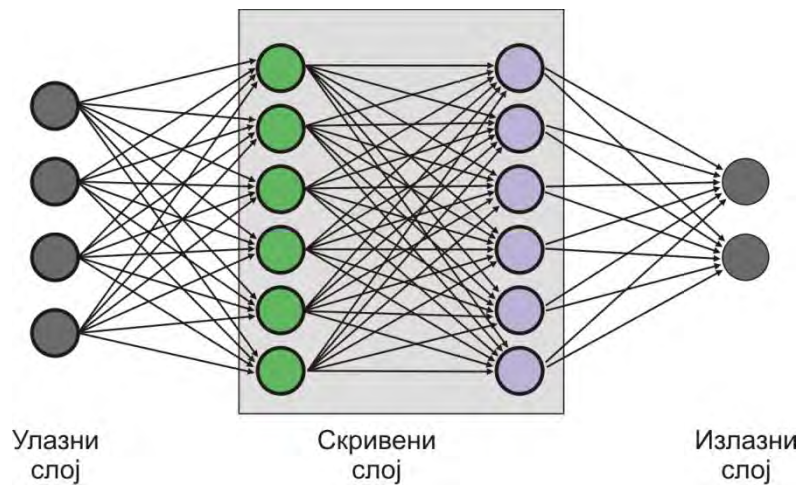
Вишеслојна неуронска мрежа (*Multilayer neural network*) (слика 11) - мрежа која садржи улазни слој, један или више скривених слојева и излазни слој. Излаз из неурона n -тог слоја је уједно и улаз у неурон $n-1$ -ог слоја.



Слика 11. Вишеслојна неуронска мрежа

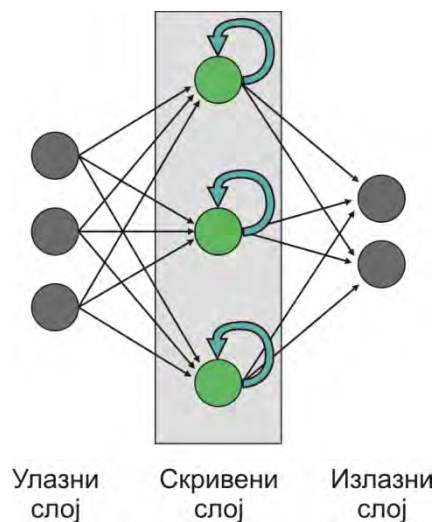
Директна дистрибутивна мрежа (*Feedforward neural network*) (слика 12) - неуронске мреже, у којима се сигнал простире строго од улазног слоја ка излазном слоју. У супротном смеру сигнал се не шири, тј. виши слојеви мреже не враћају сигнал у ниже слојеве. Излаз из једног неурона доводи се на улаз наредног неурона. Неурони улазног слоја могу имати само по један улаз а неурони излазног слоја су излази

неуронске мреже. Уколико је мрежа потпуно повезана онда излази једног неурона се воде на улаз у све остале неуроне.



Слика 12. Директна дистрибутивна мрежа

Повратне неуронске мреже (*Recurrent neural network*) (слика 13) - вештачке неуронске мреже у којима се излаз неурона може поново довести на његов улаз. У општијем случају, то значи да сигнал може да се шири од излаза до улаза. Способност сигнала да кружи мрежом отвара нове, невероватне могућности неуронских мрежа. Помоћу ових мрежа можете створити неуронске мреже које враћају или допуњавају сигнале. Другим речима, такве неуронске мреже имају својства краткотрајне меморије (као код људи). Повратне неуронске мреже имају знатно боље процесне способности него директне дистрибутивне мреже.



Слика 13. Повратне неуронске мреже

7.1.3. Фази скупови и фази правила

Математичка теорија фази скупова и фази логике представља генерализације класичне теорије скупова и класичне формалне логике. Ове концепте је први пут предложио амерички научник Лотфи Задех 1965. године. Главни разлог за појаву нове теорије било је присуство нејасног и приближног резоновања када човек описује

процесе, системе, објекте. Пре него што је фази приступ моделирању сложених система препознат широм света, прошло је више од деценије од настанка теорије фази скупова.

Класични (*crisp*) системи се карактеришу једном функцијом припадања, односно неки елемент или припада или не припада одређеном скупу. За разлику од њих, фази (*fuzzy*) системи се одликују могућношћу за дефинисање степена припадности сваког елемента, односно њихова специфичост је припадност са бесконачно пуно различитих функција припадности (Zadeh et. al., 1975).

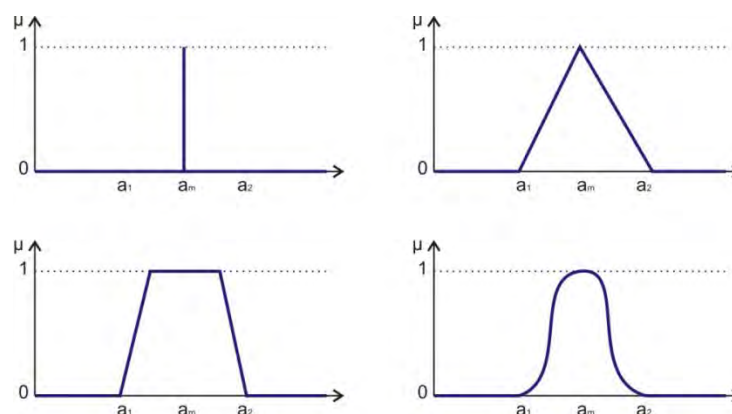
У класичној теорији система, функција припадности било ког елемента има вредност 1 или вредност 0 у зависности од тога да ли елемент припада или не припада скупу, респективно. Припадност било ког елемента x , означена са $\mu_A(x)$, у скупу A је прецизно одређена, елемент или припада или не припада скупу:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$

У фази скупу сваки елемент скупа припада том скупу у интервалу од 0 до 1, тј. сваки елемент $x \in X$, (X - референтни скуп), може делимично припадати скупу A , ($A \subset X$). У којој мери неки елемент припада скупу одређује функција припадности. Код фази скупова имамо више различитих функција припадности, што омогућава фази скуповима адаптивност у ситуацијама у којима се примењују. Функција припадности $\mu_A(x)$, постаје "расплинута", узима вредности које припадају интервалу $[0,1]$ и показује у ком степену неки елемент x припада скупу A . Што је степен припадности елемента скупа X већи, то елемент више одговара карактеристикама фази скупа A . Дакле, скуп A се може дефинисати на следећи начин:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X, 0 \leq \mu_A(x) \leq 1\}$$

Функција припадности (слика 14) може узимати дискретне или континуалне вредности. Ако узима континуалне вредности функција припадности може бити произвољна. И поред тога, ипак, постоје стандардни типови ових функција које се могу поделити у четири основне групе: праволинијске, троугаоне, трапезоидне и звонасте (Zadeh et. al., 1975).



Слика 14. Функције припадности

Фазе у процесу рада са фази скуповима (Prascevic, 2011):

Фазификација – представља пресликавање дискретних улазних сигнала како би могли да се добро и правилно протумаче и да се упореде са одговарајућим лингвистичким вредностима из базе правила: *crisp* сигнал се претвара у одговарајући *fuzzy* облик. Алгоритам за фазификацију садржи следеће кораке (Konjovic, Obradovic, 2004):

- Дефинисање имена и лингвистичких променљивих
- Одређивање нумеричког значења за опис сваког имена лингвистичких променљивих при чему се значењу придружује функција припадности
- Одређивање степена припадности за свако име
- Избор функције припадности

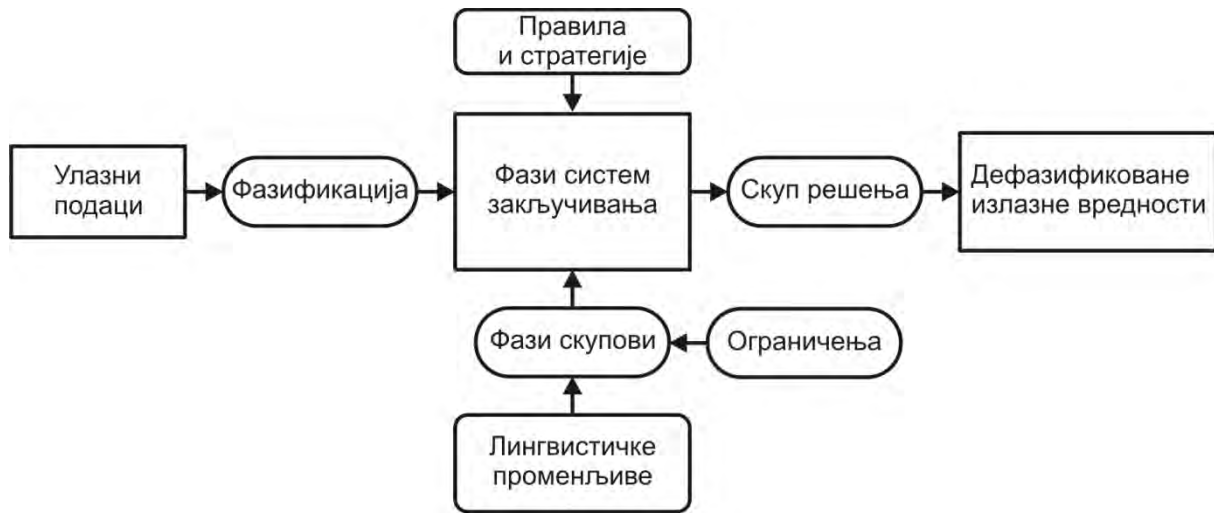
Доношење закључака – представља механизам за креирање и процену контролних правила који су релевантни за формирање везе између улазних фази величина и излазне фази величине и одлучивање какав ће бити управљачки систем, тј. улаз у процес. „У фази логици се користи правило *ако-онда* (*if A then B*) којем се врши пресликавање фази улазних променљивих у фази излазне променљиве. Користећи расположиву базу знања у процесу фази закључивања, генеришу се одговарајући закључци, односно, добија се решење постављеног проблема .“ (Anđelković, 2006)

Два основна типа фази система за закључивање су Мамдани и Сугено. У суштини су слични у приступу фазификацији улазних величина, а разликују се у излазној функцији припадности, која је код Сугено система линеарна или константа.

Дефазификација – представља трансформацију сигнала, из *fuzzy* облика у *crisp* облик, односно, добијање тачног излаза из фази система. Улазна величина овог процеса је фази скуп, а излазна величина је тачна вредност из фази скупа. Развијено је неколико метода дефазификације (Detyniecki, Yager, 2001):

- метода тежишта (COG - Centre of gravity),
- метода средње вредности максимума (MOM – Mean of maxima),
- метода максимума – лева висина (LMAX – Leftmost maximum),
- метода максимума – десна висина (RMAX – Rightmost maximum),
- метода раздвојеног простора (BOA – Bisector of area).

Алгоритам фази система закључивања представљен је на слици 15.



Слика 15. Фази систем закључивања

7.1.4. Неуро-фази мреже

Неуронске мреже и поред тога што имају изузетно добре резултате када је у питању рад са експерименталним подацима, имају и два недостатка:

- Могућности за различито представљање решења су мале
- Немају могућност да раде са непрецизним подацима

С друге стране, фази логика има могућност рада са непрецизним подацима али нема могућност самосталног учења, односно не може сама да ствара правила за обраду информација.

Неуро-фази мреже су модели вештачких неуронских мрежа које могу да обрађују фази информације. Процес закључивања се одвија кроз фазе:

- Идентификовање експерименталних података и њихово поређење са моделима из базе података
- Смањење броја променљивих
- Упоредивање фази и тачних информација о проучаваном проблему
- Инверзно идентификовање и дефазификација

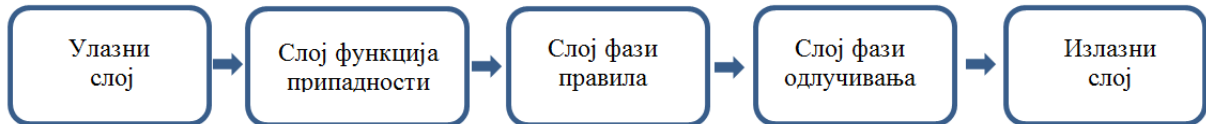
Постоји три врсте неуро-фази система (Andelković, 2006) :

- Конкурентни неуро-фази системи могу да се реализују тако што неуронска мрежа коригује излазне резултате или улазне податке фази система закључивања
- Кооперативни неуро-фази системи се реализују тако што неуронска мрежа подешава функцију припадности фази скупа, тежинске коефицијенте, параметре фази правила и тиме омогућава брзо прилагођавање фази система разматраном проблему.
- Хибридни неуро-фази системи се реализују тако што се ова неуронска мрежа описује фази параметарима и на тај начин добијамо једну адаптивну неуро-фази мрежу.

7.1.5. АНФИС методологија

Један од најкоришћенијих представника хибридних неуро-фази система је Адаптивни неуро-фази систем закључивања (Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System) – АНФИС. Наредна разматрања су наведена на основу прегледа следећих референци: (Sugeno, Kang, 1988; Takagi, Sugeno, 1985, Petković и други, 2016).

Структура адаптивне неуронске мреже АНФИС (слика 16) састављена је од пет слојева и одговара фази моделу Сугено.



Слика 16. Слојеви АНФИС мреже

База правила АНФИС структуре се састоји од фази **IF-THEN** правила. За опис ових правила користи се систем са два улаза и једним излазом:

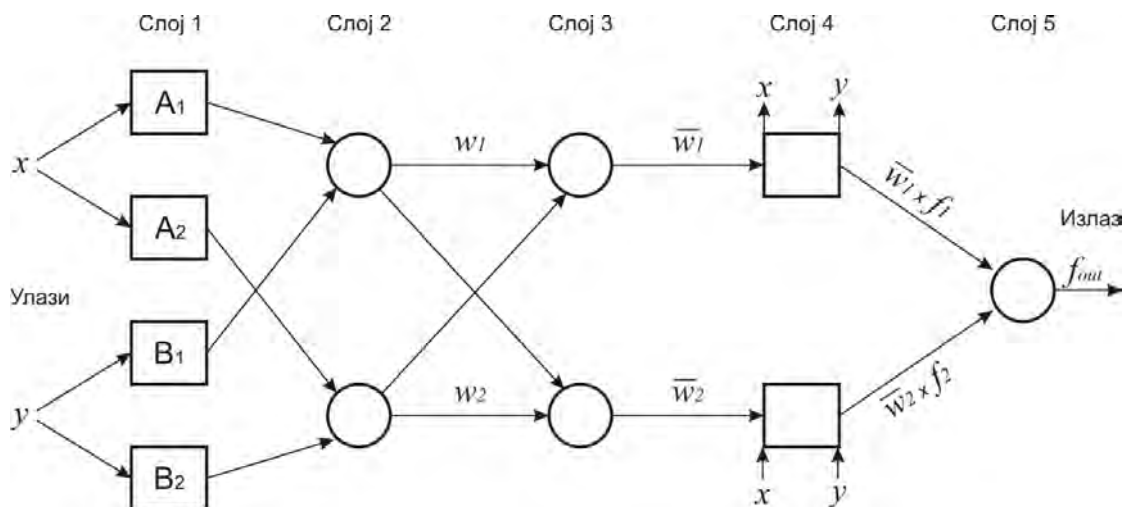
Правило 1: IF ((x is A₁) and (y is B₁)) THEN (z is f₁)

Правило 2: IF ((x is A₂) and (y is B₂)) THEN (z is f₂)

Где су:

- x, y – улазне величине,
- z – излазна величина
- A_i, B_i ($i=1,2$) – фази скупови (лингвистичке променљиве)
- f_i ($i=1,2$) – излази из система за закључивање.

Архитектура АНФИС-а је приказана на претходној слици. Адаптивни чворови су означени квадратима и представљају скупове параметара који су адаптивни у овим чворовима, док фиксни чворови, означени круговима, представљају скупове параметара који су фиксирани у систему.



Слика 17. АНФИС структура

Први слој прима улазне величине и претвара их у фази вредност према функцијама припадности. Чворови у овом слоју су описани са:

$$Q_{1,i} = \mu_{A_i}(x) \quad i = 1,2$$

$$Q_{1,i} = \mu_{B_i}(x) \quad i = 1,2$$

- где су: x, y – улазне величине; A_i, B_i ($i=1,2$) – фази скупови (лингвистичке променљиве); μ_{A_i}, μ_{B_i} – функције припадности

Постоји више врста функција припадности. У овом истраживању коришћена је звонаста функција припадности јер ова функција има највећу способност регресирања нелинеарних података. Функција припадности у облику звона је дефинисана на следећи начин:

$$\mu(x) = bell(x; a_i, b_i, c_i) = \frac{1}{1 + \left[\left(\frac{x - c_i}{a_i} \right)^2 \right]^{b_i}}$$

где је x улазна величина а a_i, b_i, c_i задати параметри.

Други слој умножава фази сигнале из првог слоја и по правилу даје снагу активације – w_i .

$$Q_{2,i} = w_i = \mu_{A_i}(x) * \mu_{B_i}(x) \quad i = 1,2$$

Трећи слој су слојеви правила где су сви сигнали из другог слоја нормализовани:

$$Q_{3,i} = \bar{w}_i = \frac{w_i}{\sum w_i} \quad i = 1,2$$

Четврти слој је адаптиван и даје закључак правила и сви сигнали се претварају у прецизне вредности.

$$Q_{4,i} = \bar{w}_i * f_i \quad i = 1,2$$

Функције f_1 и f_2 су функције из базе правила **IF – THEN**:

Правило 1: IF ((x is A_1) and (y is B_1)) THEN ($f_1 = p_1x + q_1y + r_1$)

Правило 2: IF ((x is A_2) and (y is B_2)) THEN ($f_2 = p_2x + q_2y + r_2$),

где су p_i, q_i, r_i ($i=1,2$) – параметри закључка правила (консеквентни параметри).

Пети слој је фиксни и у њему су се сумирали сви сигнали и приказали излазну фиксну вредност:

$$Q_{5,i} = f_{out} = \sum \bar{w}_i * f_i \quad i = 1,2$$

Коначан излаз се може представити и на следећи начин:

$$f_{out} = \bar{w}_1 * f_1 + \bar{w}_2 * f_2 = \frac{w_1}{w_1 + w_2} * f_1 + \frac{w_2}{w_1 + w_2} * f_2 =$$

$$= (\bar{w}_1 * x) * p_1 + (\bar{w}_1 * y) * q_1 + (\bar{w}_1)r_1 + (\bar{w}_2 * x) * p_2 + (\bar{w}_2 * y) * q_2 + (\bar{w}_2)r_2$$

Могућност формирања модела система фази закључивања помоћу неуронских мрежа користе се за израчунавање параметара функције припадности на основу доступних улазно-излазних података. Модел се дефинише на основу доступног знања о процесу који се разматра. У првом пролазу кроз алгоритам АНФИС мреже, сигнали иду унапред све до четвртог слоја где се, помоћу методе најмањих квадрата утврђују консеквентни параметри. Код повратног пролаза, стопе грешке се шире уназад, а параметри премисе се ажурирају падом градијента. Тренирања и тестирања АНФИС мреже обављено је у програмском пакету *Matlab*. Према сакупљеним улазно-излазним паровима података на основу експерименталних тестова, дата АНФИС мрежа би могла да одреди најутицајније параметре за одређени излазни параметар преко грешке предикције. У овој дисертацији као основни критеријум, да би се утврдила прецизност предикције, користи се грешка најмањих квадрата која се може представити једначином:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (P_i - Q_i)^2}{n}}$$

где су P_i и Q_i експериментални и прорачунати подаци, респективно, док је n број података.

7.1.6. Опис процеса обраде података

Обрада података у овом истраживању је извршена у програмском пакету *Matlab* употребом алата за неуро-фази логику. Пре почетка обраде података, односно, тренинга потребно је:

- Учитати скуп података који садржи улазне и излазну величину – овај скуп представља низ колона са нумеричким вредностима при чему се излазна величина налази у задњој колони
- Учитати почетну структуру модела – користиће се ФИС Сугено типа са једним излазом (АНФИС)
- Одабрати методу оптимизације за тренирање параметара функције припадности – користиће се хибридна метода која представља комбинацију методе најмањих квадрата и методе повратног ширења градијентног пада
- Одредити и унети број епоха и толеранцију грешке као излазни критеријум тренинга – тренинг се зауставља када се одради задати број епоха или када се задовољи циљ тренирања

По завршеном тренингу ФИС-а, врши се валидација коришћењем података за тест. Ови подаци се разликују од података који су коришћени за тренирање. Такође се извршава и обрада свих података збирно. Сви добијени резултати се графички представљају и доступни су у датотекама.

АНФИС мрежа се тренира за сваки улаз посебно како би била одређена:

- Средња вредност грешке - SV
- Средња девијација - SD
- Средња квадратна грешка - MSE
- Корен средње квадратне грешке – $RMSE$
- Коефицијент линеарне корелације - R

У циљу доказивања постављених хипотеза користиће се подаци добијени за вредност средње квадратне грешке - $RMSE$ и коефицијента линеарне корелације - R . Утицај сваког улаза на излаз може се одредити према $RMSE$ за сваки улаз. Улаз са најмањим $RMSE$ тренинга има највећи утицај или релевантност на излазу. Тестирање $RMSE$ -а коришћено је за праћење прекомерног уклапања између података у процесу тренинга и процесу тестирања. Коефицијент линеарне корелације представља степен линеарне зависности између вредности излазних променљивих добијених тренингом и излазних променљивих које се користе код тестирања. Дакле, коефицијент R представља поузданост модела. Може бити у распону од 0 – 1. Модел чији је коефицијент линеарне корелације већи од 0.8 се сматра поузданим.

Осим што се може утврдити утицај појединачних улаза на излаз, може се на исти начин утврдити и заједнички утицај више улаза на излазну вредност. У овом истраживању је формирано пет различитих АНФИС модела и за сваки модел су представљени резултати утицаја једне, две и три улазне величине на излазну.

7.2. РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА ПОСТИГНУЋА УЧЕНИКА

7.2.1. Опис променљивих

Учење математике је генерално врло тежак задатак за многе ученике. Циљ овог истраживања је проценити факторе који могу побољшати процес учења математике и побољшати постигнућа ученика. Просечна оцена математике на крају школске године, која се добија као аритметичка средина закључних оцена по одељењу, користи се као показатељ постигнућа ученика у току једне школске године. Овај индикатор представља поуздану вредност која зависи од много различитих независних променљивих од којих су неке представљене у овом истраживању. Ове променљиве су:

- Просечна оцена на иницијалном тесту- представља просечну оцену, по одељењу, улазног теста из математике који се обавља на почетку сваке школске године у свим разредима и исти је на нивоу целе државе по разреду
- Просечан број изостанака по ученику – представља, збирно, по одељењу, просечан број оправданих и неоправданих изостанака по ученику на крају школске године по разреду

- Број ученика мотивисаних за учење математике – представља проценат броја ученика, по одељењу, који су мотивисани да уче математику, усвајају нова знања и побољшају тренутно знање.
- Број ученика који учи за оцену – представља проценат броја ученика, по одељењу, који математику уче само да би добили што бољу оцену, односно, оцену којом би били задовољни директно или индиректно (због просека, родитеља, друштва...)
- Број ученика који самостално учи на традиционалан начин - проценат броја ученика, по одељењу, који појединачно, изван учионице, учи из литературе и књига или уз стручну помоћ, на класичан начин.
- Број ученика који самостално учи помоћу образовни софтвер - проценат броја ученика, по одељењу, који појединачно, изван учионице, учи користећи образовни софтвер или неку платформу за учење математике
- Број ученика који редовно похађа допунску или додатну наставу - проценат броја ученика, по одељењу, који је углавном усмерен на похађање допунских или додатних предавања предвиђених наставним планом и програмом, и који редовно посећују такве часове.

У табели 14 су приказани улазни параметри, са својом минималном и максималном вредношћу, и излазни параметар.

Табела 14. Улазни и излазни параметри – постигнућа ученика

УЛАЗИ И ИЗЛАЗ	ОПИС ПАРАМЕТАРА	min - max
Улаз 1	просечна оцена на иницијалном тесту	2.34 – 2.98
Улаз 2	број изостанака	2630 – 7156
Улаз 3	број ученика који су мотивисани да уче математику	0.27 – 0.46
Улаз 4	број ученика који уче за оцену	0.50 – 0.81
Улаз 5	број ученика који самостално уче на традиционалан начин	0.73 – 0.86
Улаз 6	број ученика који самостално уче помоћу образовног софтвера	0.08 – 0.24
Улаз 7	број ученика који редовно похађају допунску или додатну наставу	0.18 – 0.41
Излаз	просечна оцена на крају школске године	2.39 – 3.14

7.2.2. Приказ добијених резултата

У табели 15 су представљене средња вредност грешке, средња девијација, средња квадратна грешка и корен средње квадратне грешке за тренинг податке, тест

податке и све податке обједињено, као и коефицијент поузданости добијеног модела за улаз који има највећи утицај на излазну величину.

Табела 15. Утицај једног улаза на излаз – постигнућа ученика

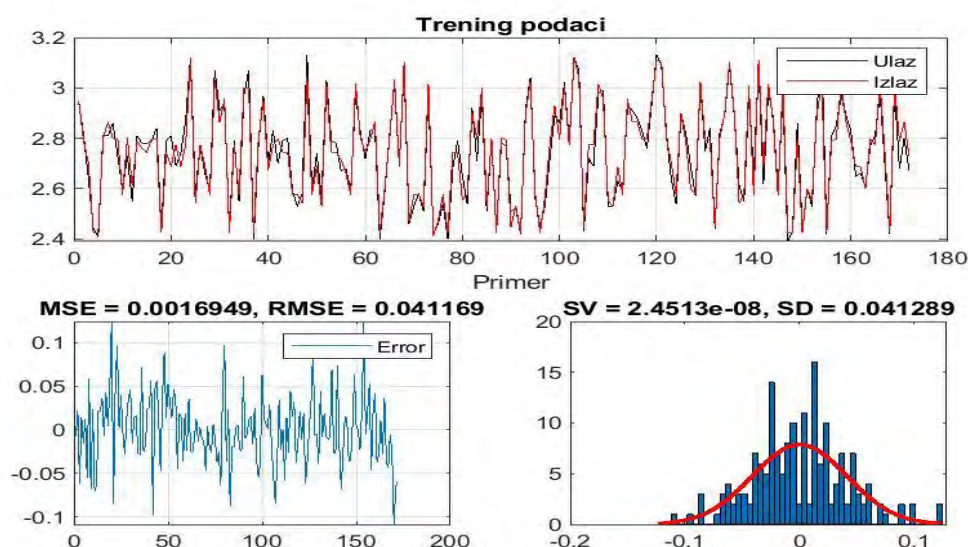
Улази	Улаз са најмањом грешком
један улаз	Ulaz br. 1
	TRENING - GRESKA
	SV = -0.000000 SD = 0.041289 MSE= 0.001695 RMSE= 0.041169
	TEST - GRESKA
	SV = -0.009535 SD = 0.044896 MSE= 0.002039 RMSE= 0.045160
	SVI PODACI - GRESKA
	SV = -0.001416 SD = 0.041866 MSE= 0.0017461 RMSE= 0.041786

Корелациони коефицијент –поузданост модела

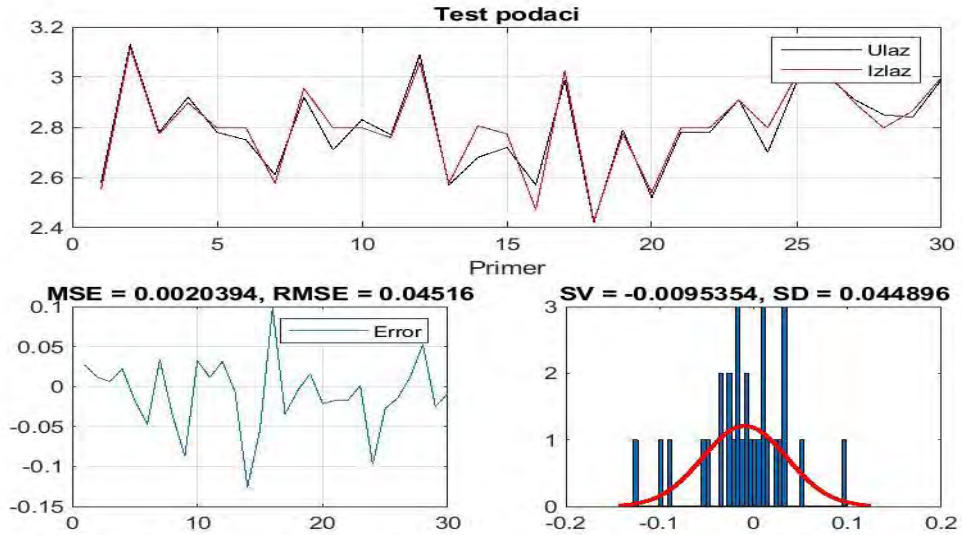
тренинг	R=0.97777
тест	R=0.9667
сви подаци	R=0.97645

Улаз 1 има најмању RMSE, што значи да просечна оцена на иницијалном тесту има највећи утицај на излазну величину, односно, на просечну оцену на крају школске године, која нам је мерило постигнућа ученика.

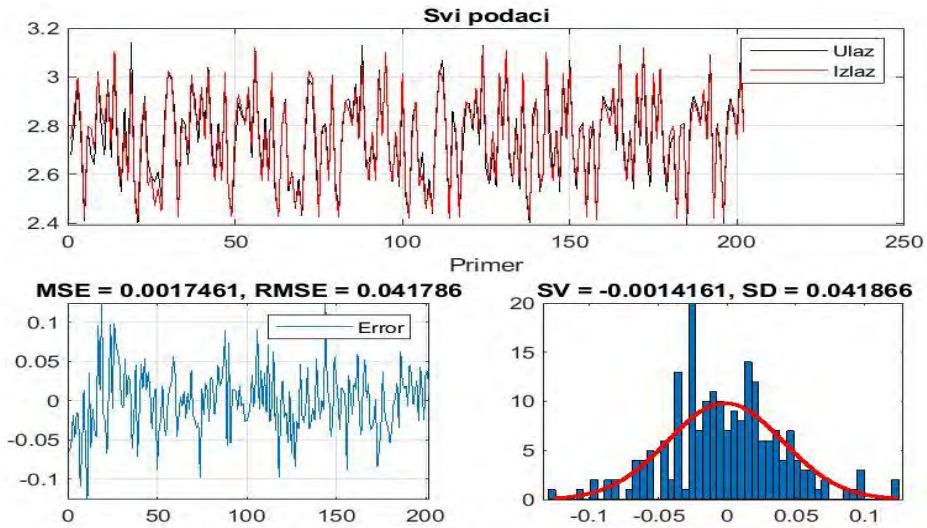
На сликама 18, 19 и 20 могу се видети сви подаци о грешкама у процесу тренинга, теста и обједињеног приказа који су добијени, у програмском пакету Матлаб, применом АНФИС методологије. Затим следи слика 21 на којој се види регресиона анализа и поузданост модела, и на крају имамо слику 22 графичке апроксимације улазних тренинг података са излазном АНФИС функцијом. Све приказане слике се односе на улаз 1 који има највећи утицај на излазну величину. Узорак за обраду се састоји од 202 податка, од којих је 172 искоришћено за тренинг мреже а 30 за тестирање.



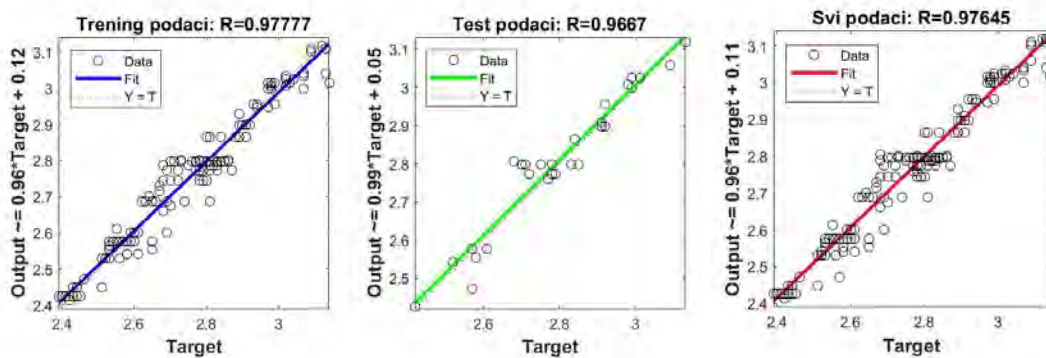
Слика 18. Тренинг АНФИС мреже – један улаз – постигнућа



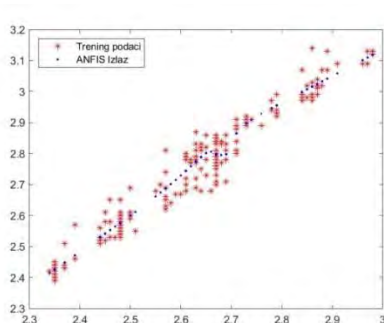
Слика 19. Тест АНФИС мреже – један улаз -постигнућа



Слика 20. Сви подаци АНФИС мреже – један улаз –постигнућа



Слика 21. Регресија тренинга, теста и свих података – један улаз – постигнућа



Слика 22. Графичка интерпретација тренинг података – један улаз – постигнућа

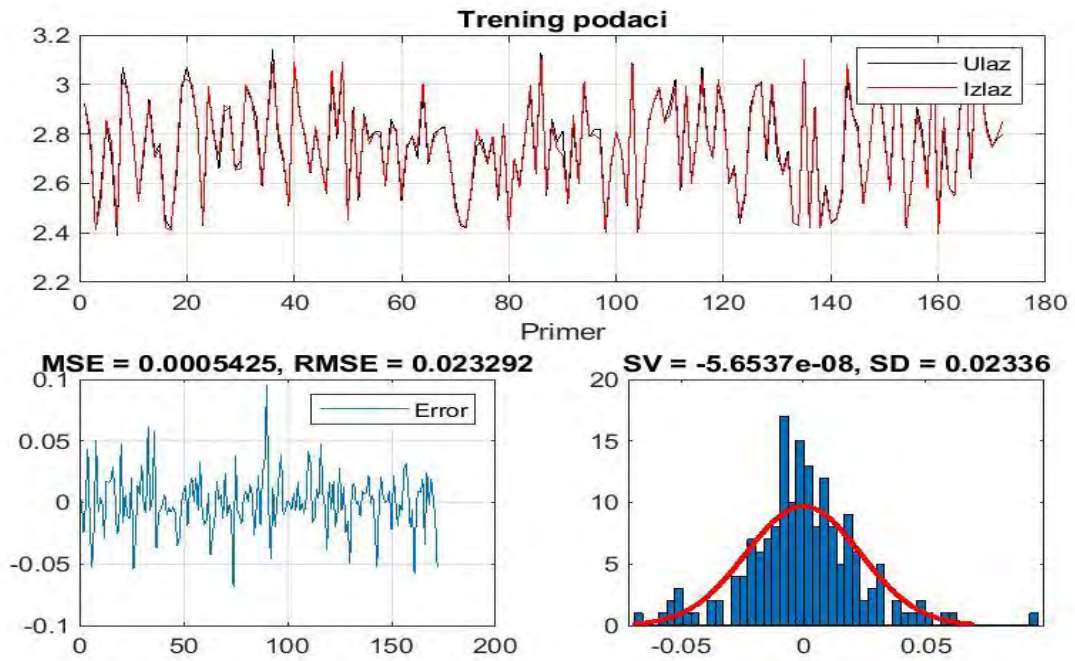
Осим појединачних утицаја улаза на излаз, извршена је и процена утицаја два здружена улаза на излаз. Добијено је да улаз 1 и улаз 6 у комбинацији имају најмањи RMSE, односно, највећи утицај на излазну величину, што значи да просечна оцена на иницијалном тесту и број ученика који самостално уче помоћу образовног софтвера, здружено, највише утичу на просечну оцену на крају школске године.

Вредности свих грешака тренинга, теста и обједињених података за два најутицајнија улаза здружено, улаз 1 и улаз 6, на излазну величину, као и коефицијент поузданости добијеног модела представљена су у табели 16:

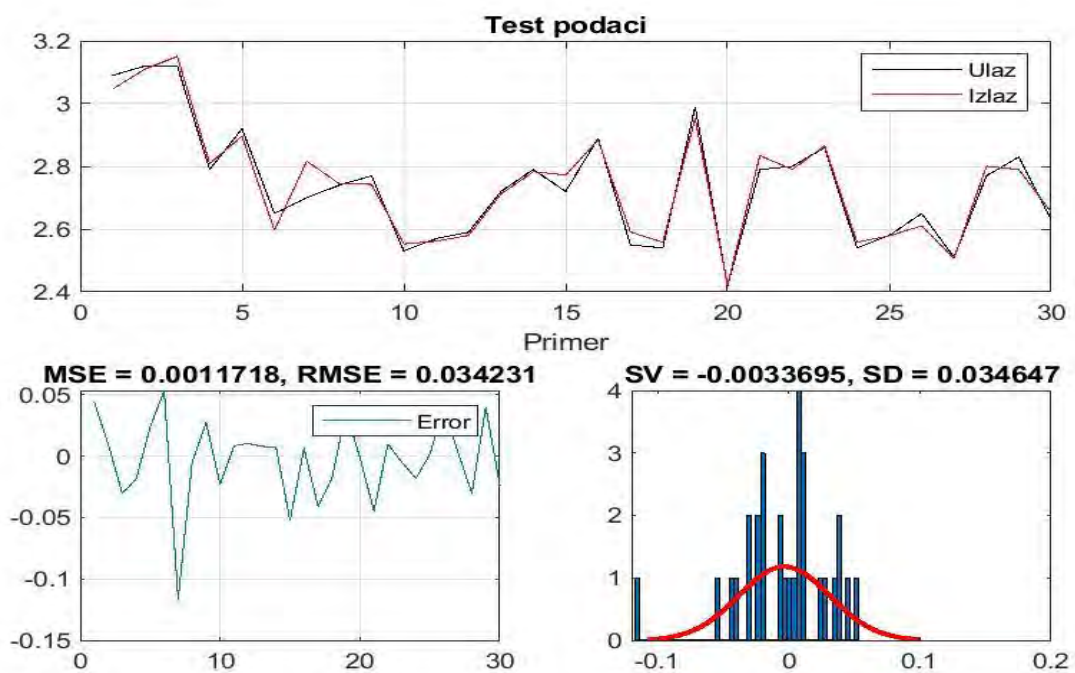
Табела 16. Утицај два улаза на излаз – постигнућа ученика

Улази	Улази са најмањом грешком
два улаза	Ulaz br. 1 - 6
	TRENING - GRESKA
	SV = -0.000000 SD = 0.023360 MSE= 0.000542 RMSE= 0.023292
	TEST - GRESKA
	SV = -0.003369 SD = 0.034647 MSE= 0.0011718 RMSE= 0.034231
	SVI PODACI - GRESKA
	SV = -0.000500 SD = 0.025276 MSE= 0.000636 RMSE= 0.025218
Корелациони коефицијент –поузданост модела	
тренинг	R=0.99222
тест	R=0.98222
сви подаци	R=0.99147

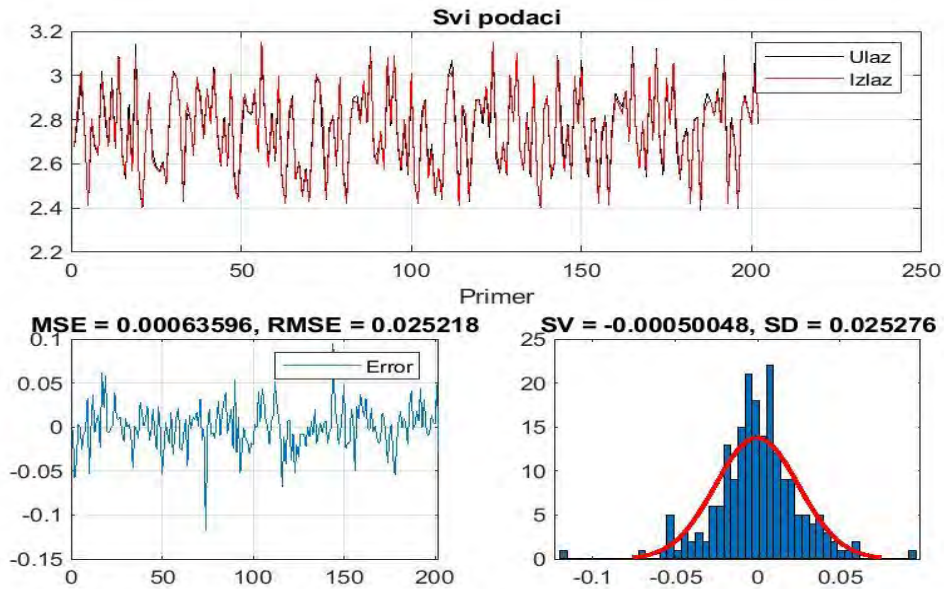
Слике 23, 24 и 25 представљају податке добијене у програму Матлаб и односе се на грешке приликом тренинга, теста и обраде свих података заједно; слика 26 се односи на поузданост модела дат кроз регресиону анализу тренинга, теста и обједињених података; а слика 27 на апроксимацију улазних података тренинга АНФИС излазном функцијом. Притом су разматрани утицаји по два здружена улаза на излаз, а приказани су само подаци за комбинацију оних улаза који имају највећи утицај на излазну променљиву, односно, улаза 1 и 6.



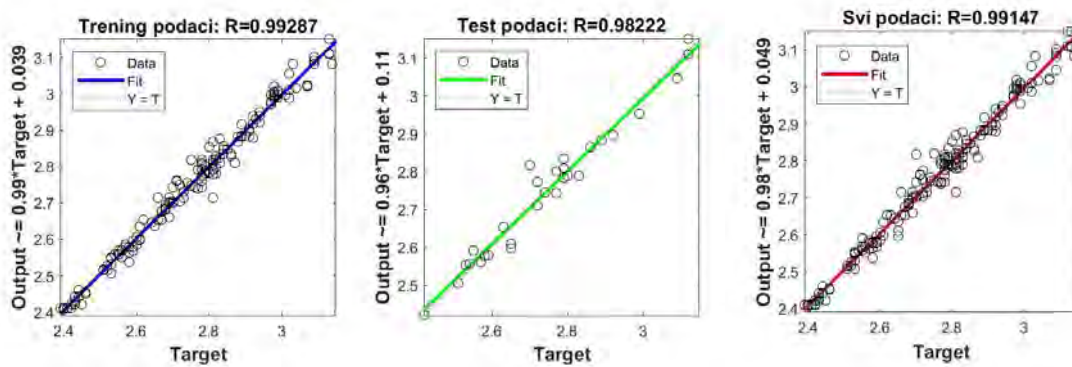
Слика 23. Тренинг АНФИС мреже – два улаза -постигнућа



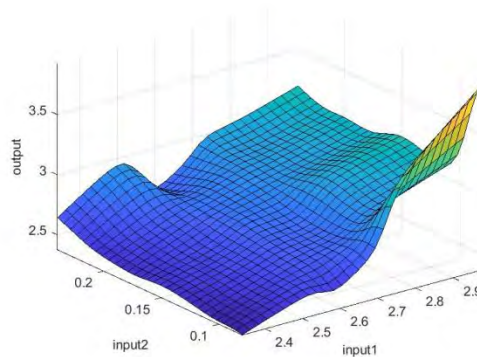
Слика 24. Тест АНФИС мреже –два улаза -постигнућа



Слика 25. Сви подаци АНФИС мреже – Матлаб – два улаза - постигнућа



Слика 26. Регресија тренинга, теста и свих података - два улаза - постигнућа



легенда: input1-ulaz1; input2-ulaz6; output-izlaz

Слика 27. Графичка интерпретација тренинг података– Матлаб - два улаза - постигнућа

На крају је приказан утицај три здружена дејства улазних променљивих на излазну величину. Улази 1,2 и 6 имају најмању RMSE, па је њихов заједнички утицај на излаз највећи, односно, просечна оцена на иницијалном тесту, број изостанака и број ученика који самостално уче помоћу образовног софтвера имају највећи утицај на просечну оцену на крају школске године.

Грешке тренинга, теста и свих података заједно при обради три најутицајније улазне величине на излаз, као и коефицијент поузданости добијеног модела су представљене у табели 17:

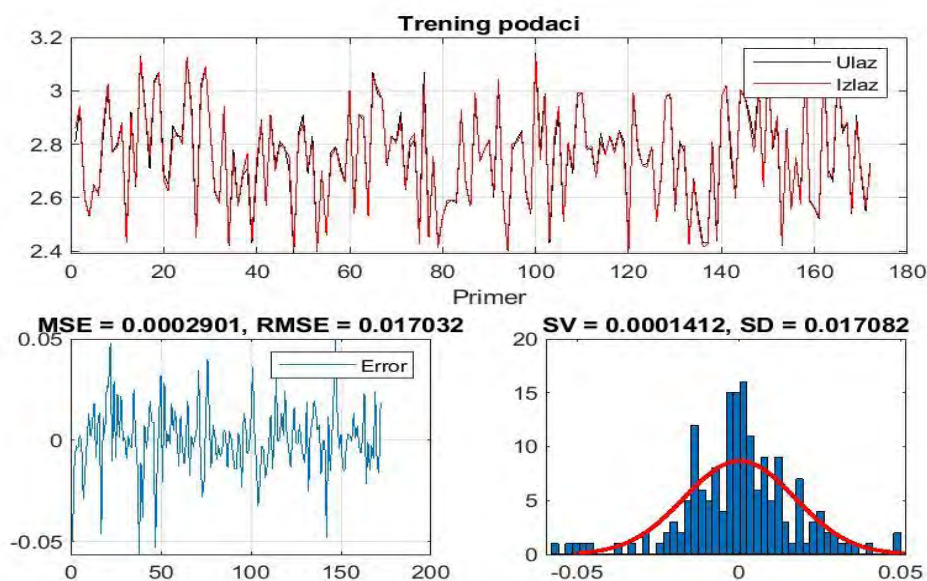
Табела 17. Утицај три улаза на излаз – постигнућа ученика

Улази	Улази са најмањом грешком
три улаза	Ulaz br. 1 - 2 - 6
	TRENING - GRESKA
	SV = 0.000141 SD = 0.017082 MSE= 0.0002901 RMSE= 0.017032
	TEST - GRESKA
	SV = -0.012047 SD = 0.17936 MSE= 0.031243 RMSE= 0.176760
	SVI PODACI - GRESKA
SV = -0.001668 SD = 0.070062 MSE= 0.004887 RMSE= 0.069908	

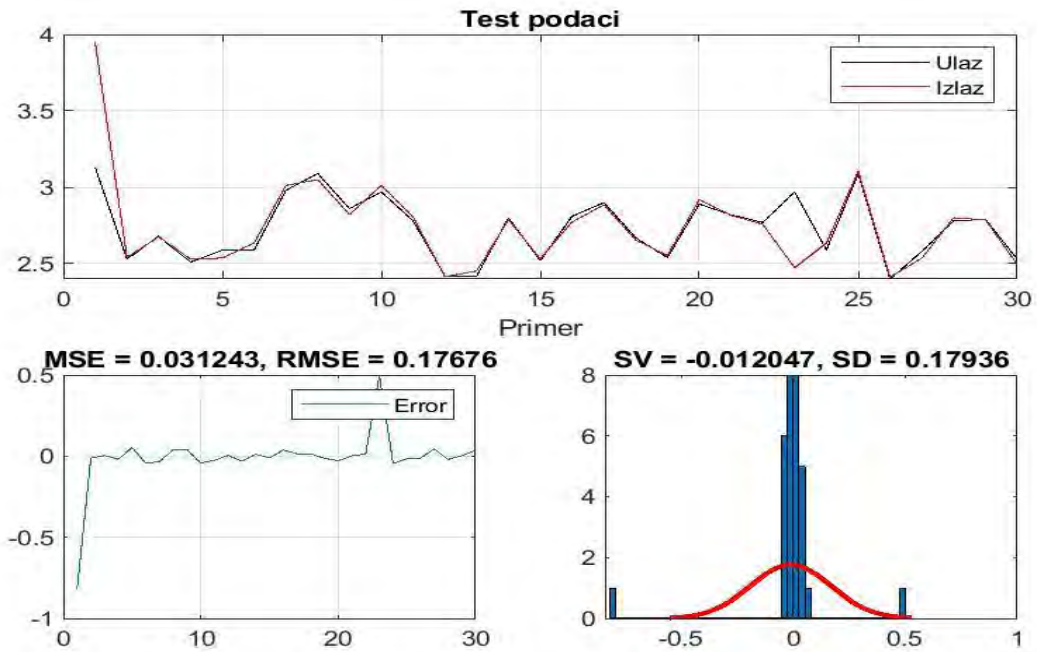
Корелациони коефицијент –поузданост модела

тренинг	R=0.996
тест	R=0.80971
сви подаци	R=0.94246

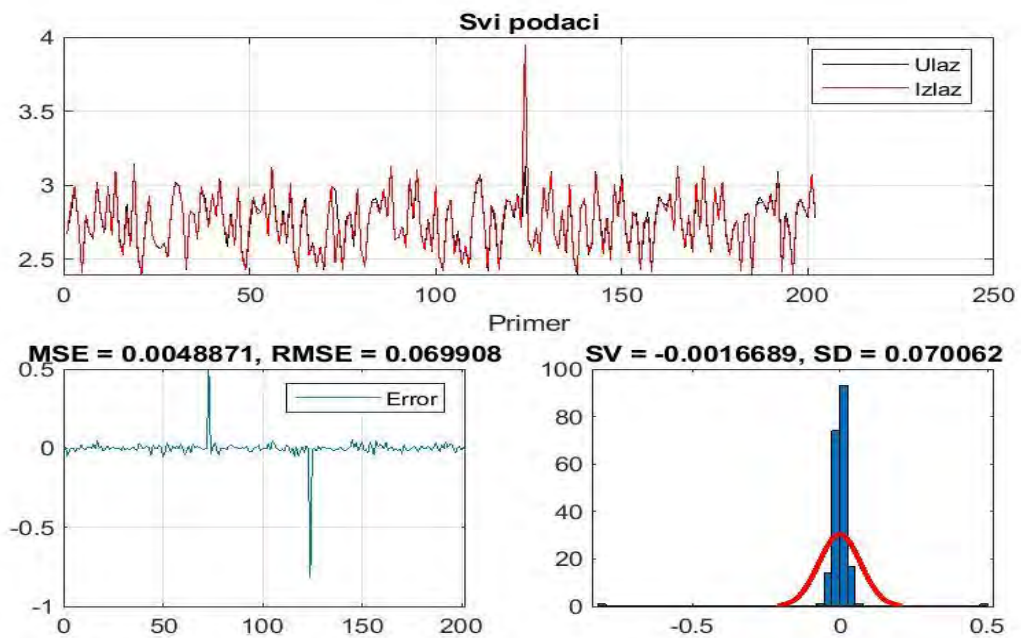
На сликама 28, 29 и 30 се виде сви подаци о грешкама и поузданости модела три најутицајнија улаза на излазну величину за све фазе обраде података – тренинга, теста и свих података. На сликама 31 и 32 приказана је графичка интерпретација регресије и апроксимације тренинга, теста и обједињених података три најутицајнија улаза на АНФИС излаз.



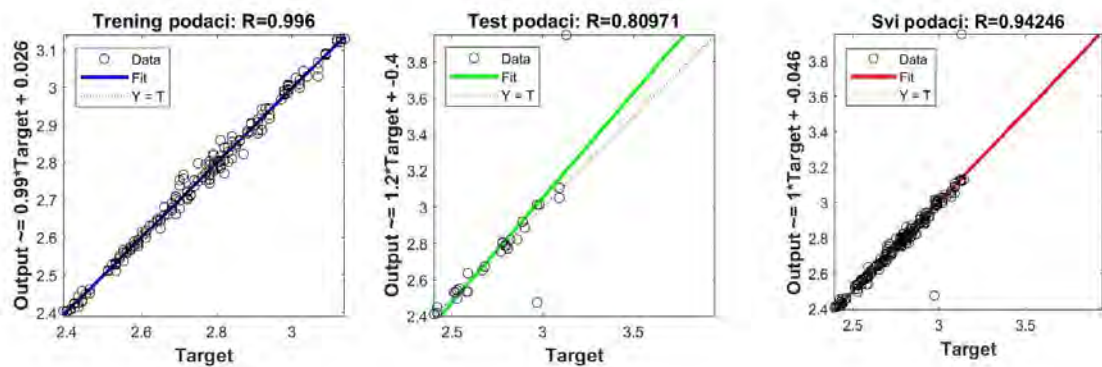
Слика 28. Тренинг АНФИС мреже – три улаза -постигнућа



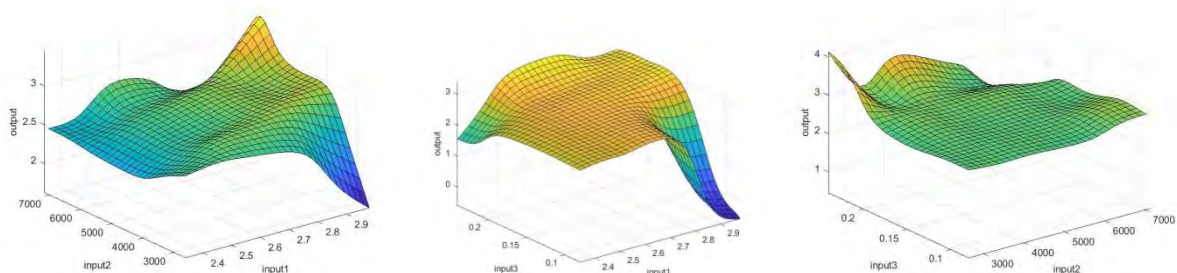
Слика 29. Тест АНФИС мреже – три улаза -постигнућа



Слика 30. Сви подаци АНФИС мреже – три улаза -постигнућа



Слика 31. Регресија тренинга, теста и свих података - три улаза - постигнућа



легенда: input1-улаз1; input2-улаз2; input3-улаз6; output-излаз

Слика 32. Графичка интерпретација тренинг података–Матлаб - три улаза – постигнућа

7.3. РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА МОТИВАЦИЈЕ УЧЕНИКА И НАСТАВНИКА

7.3.1. Опис променљивих

Нема успешног учења математике ни успешног поучавања уколико изостаје мотивација за ове процесе. У овом истраживању је извршена процена утицаја одређених улазних независних променљивих на излазну зависну променљиву која представља степен мотивације ученика и наставника. Скуп улазних променљивих је исти за обе излазне променљиве. Извршена је посебно анализа мотивације ученика и анализа мотивације наставника. Излазна променљива је број који представља степен мотивације ученика и наставника на скали од 1 – 5, и то тако што је најнижи степен мотивације 1, а највиши 5. Независне променљиве које утичу на излаз су:

- просечна оцена на иницијалном тесту – представља аритметичку средину оцене, по одељењу, на иницијалном тесту предвиђеном планом и програмом наставног предмета, који је исти за све школе на нивоу Србије
- број ученика којима је на настави занимљиво – представља процентуалну вредност, по одељењу, ученика којима је на часовима математике интересантно

- број ученика који уче за оцену – представља процентуалну вредност броја ученика којима је оцена главни разлог учења математике
- број наставника који на часу користи иновативне методе - представља процентуалну вредност броја наставника који часове математике реализују савременим наставним методама уз употребу ИКТ-а образовног софтвера, онлајн платформе за учење...
- број ученика који подржавају иновације у настави – представља процентуални број ученика којима је на часу математике интересно
- број ученика који воли математику - представља процентуалну вредност броја ученика који математику уче из љубави према овом наставном предмету
- број ученика који самостално уче ван наставног процеса - процентуална вредност броја ученика који воле да уче математику и ван наставног процеса и проводе време усвајајући нова знања

У табели 18 су приказани улазни параметри, са својом минималном и максималном вредношћу, и излазни параметри.

Табела 18. Улазни и излазни параметри – мотивација ученика и наставника

УЛАЗИ И ИЗЛАЗ	ОПИС ПАРАМЕТАРА	min - max
Улаз 1	просечна оцена на иницијалном тесту	2.25 - 3.05
Улаз 2	број ученика којима је на настави занимљиво	0.27 – 0.45
Улаз 3	број ученика који уче за оцену	0.73 -0.86
Улаз 4	број наставника који на часу користи иновативне методе	0.10 – 0.27
Улаз 5	број ученика којима је занимљиво на настави	0.50 – 0.81
Улаз 6	број ученика који воли математику	0.34 – 0.42
Улаз 7	број ученика који самостално уче ван наставног процеса	0.12 – 0.26
Излаз	<i>Степен мотивисаности ученика</i>	2.28 – 3.42
Излаз	<i>Степен мотивисаности наставника</i>	3.01 – 3.13

7.3.2. Приказ добијених резултата - мотивација ученика

У табели 19 су представљене средња вредност грешке, средња девијација, средња квадратна грешка и корен средње квадратне грешке за тренинг податке, тест

податке и све податке обједињено, као и коефицијент поузданости модела за улаз који има највећи утицај на излазну величину.

Табела 19. Утицај једног улаза на излаз – мотивација ученика

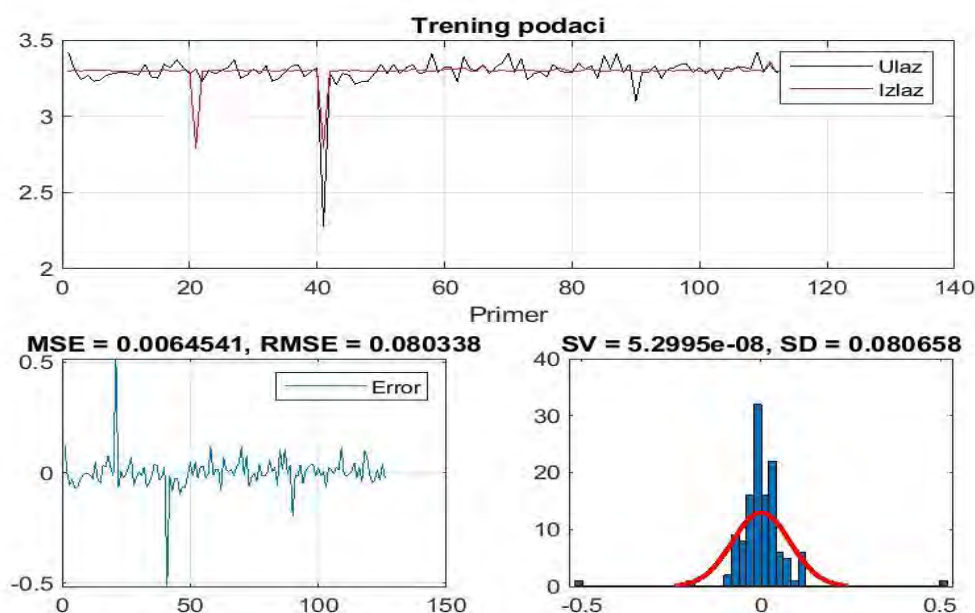
Улази	Улаз са најмањом грешком
један улаз	Улаз br. 1
	TRENING - GRESKA
	SV = 0.000000 SD = 0.080658 MSE= 0.006454 RMSE= 0.080338
	TEST - GRESKA
	SV = -0.023201 SD = 0.070971 MSE= 0.005346 RMSE= 0.073118
	SVI PODACI - GRESKA2
	SV = -0.0034487 SD = 0.0795 MSE= 0.0062894 RMSE= 0.079306

Корелациони коефицијент –поузданост модела

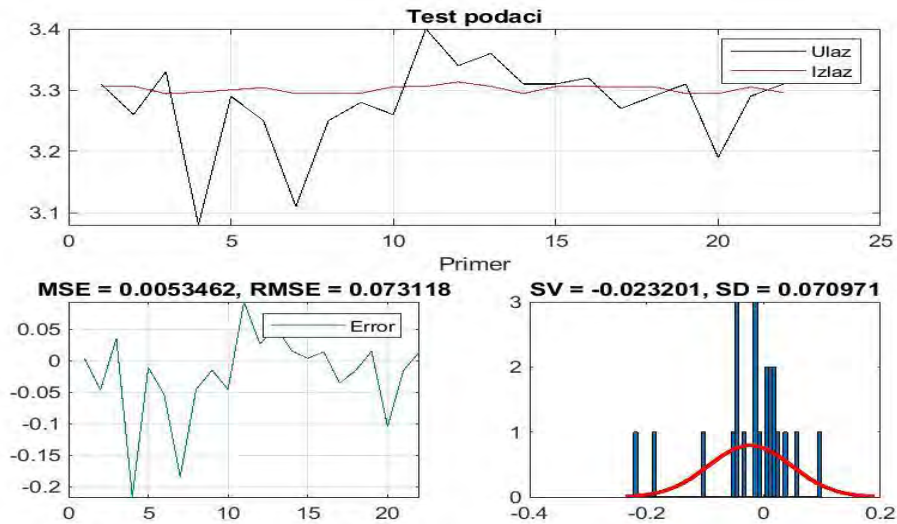
тренинг	R=0.62126
тест	R=0.43864
сви подаци	R=0.5961

Улаз 1 има најмању RMSE, што значи да просечна оцена на иницијалном тесту има највећи утицај на излазну величину, односно, на степен мотивисаности ученика да уче математику.

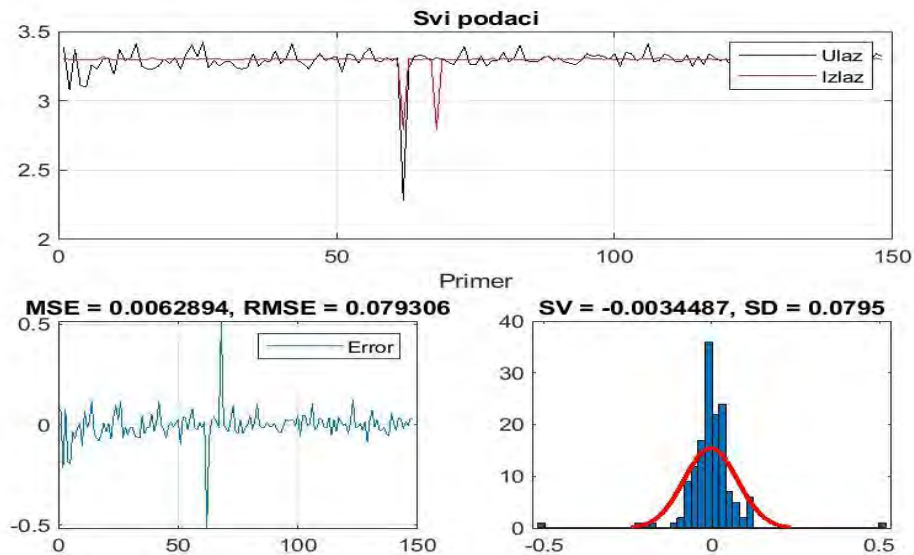
На сликама 33, 34 и 35 могу се видети сви подаци о грешкама у процесу тренинга, теста и обједињеног приказа који су добијени, у програмском пакету Матлаб, применом АНФИС методологије; слика 36 на којој се види регресиона анализа и поузданост модела, и на крају имамо слику 37 графичке апроксимације улазних података са излазном АНФИС функцијом. Све приказане слике се односе на улаз 1 који има највећи утицај на излазну величину. Узорак за обраду се састоји од 147 података, од којих је 125 искоришћено за тренинг мреже а 22 за тестирање.



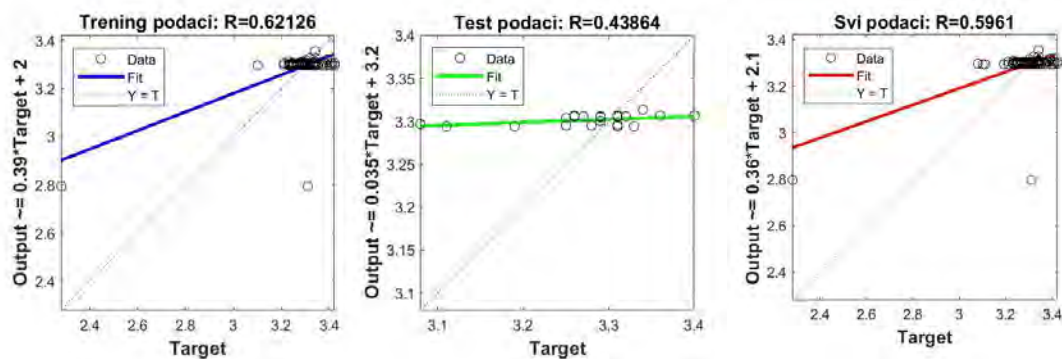
Слика 33. Тренинг АНФИС мреже – један улаз–мотивација ученика



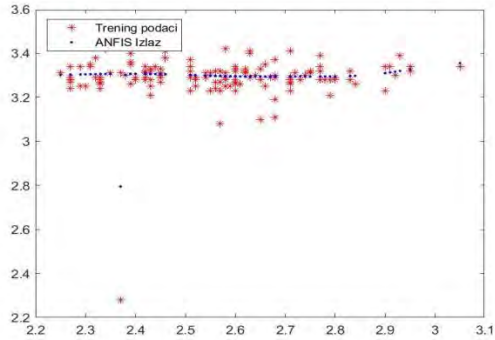
Слика 34. Тест АНФИС мреже –један улаз–мотивација ученика



Слика 35. Сви подаци АНФИС мреже –један улаз–мотивација ученика



Слика 36. Регресија тренинга, теста и свих података - један улаз – мотивација ученика



Слика 37. Графичка интерпретација тренинг података - један улаз – мотивација ученика

Осим појединачних утицаја улаза на излаз, извршена је и процена утицаја два здружена улаза на излаз. Добијено је да улаз 1 и улаз 3 у комбинацији имају најмањи RMSE, односно, највећи утицај на излазну величину, што значи да просечна оцена на иницијалном тесту и број ученика који учи за оцену, здружено, највише утиче на мотивацију ученика.

Вредности свих грешака тренинга, теста и обједињених података за два најутуцајнија улаза, улаз 1 и улаз 3, на излазну величину, као и коефицијент поузданости модела представљена су у табели 20:

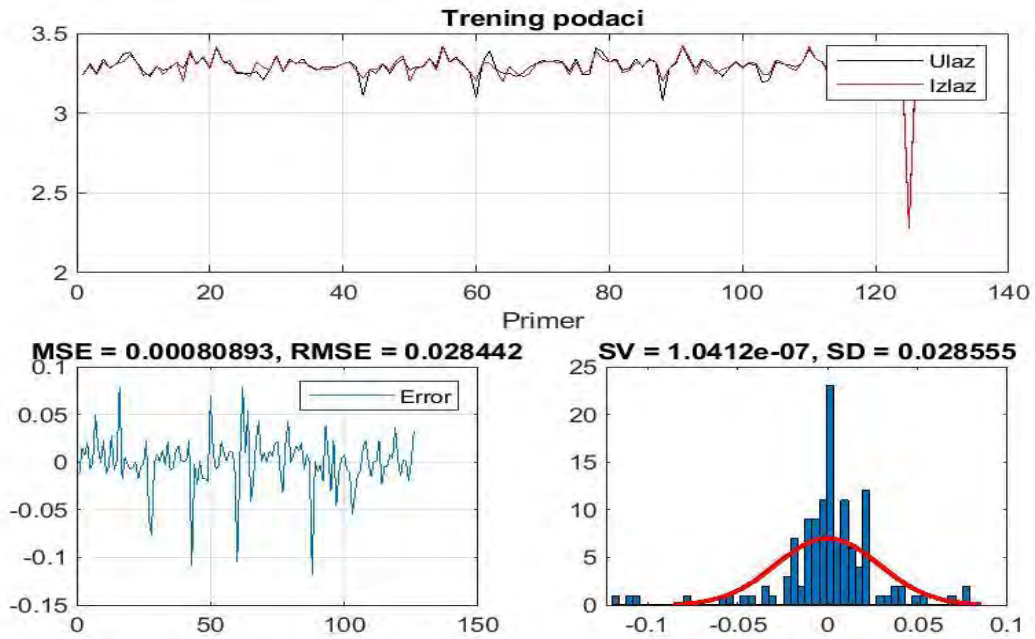
Табела 20. Утицај два улаза на излаз – мотивација ученика

Улази	Улаз са најмањом грешком
два улаза	Улаз br. 1 - 3
	TRENING - GRESKA
	SV = 0.000000 SD = 0.028555 MSE= 0.000809 RMSE= 0.028442
	TEST - GRESKA
	SV = 0.016767 SD = 0.042511 MSE= 0.002006 RMSE= 0.044790
	SVI PODACI - GRESKA
SV = 0.0024925 SD = 0.031422 MSE= 0.0009869 RMSE= 0.031415	

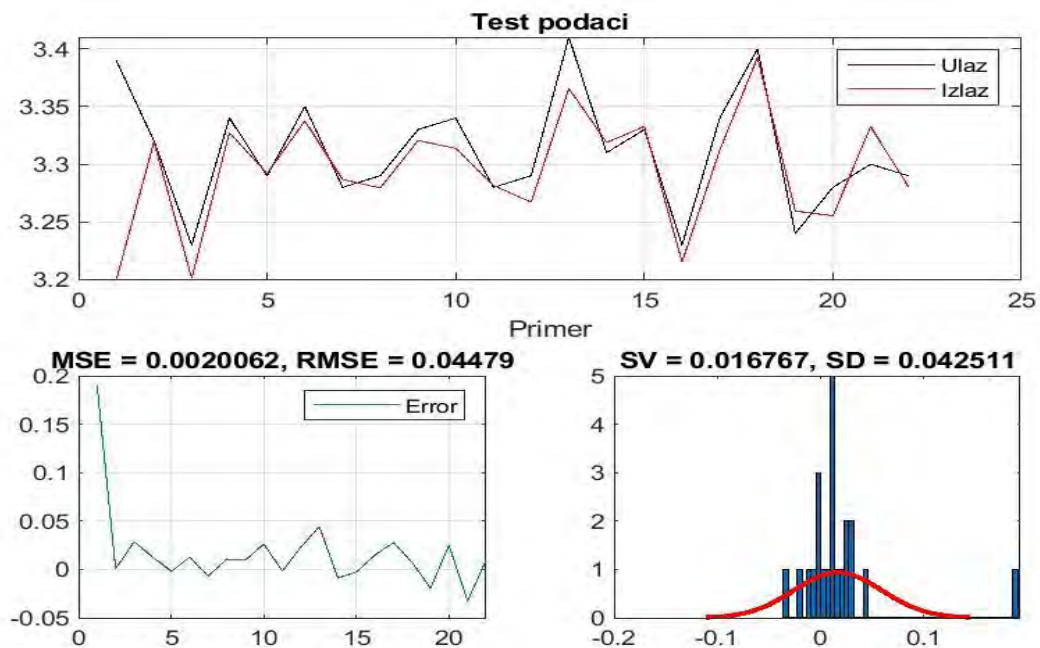
Корелациони коефицијент –поузданост модела

тренинг	R=0.9623
тест	R=0.63139
сви подаци	R=0.94837

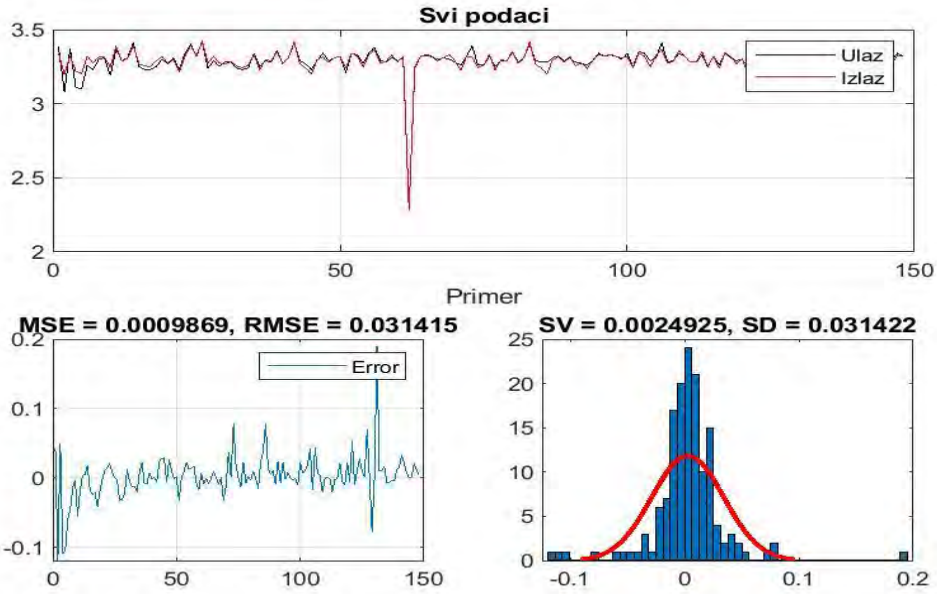
Слике 38, 39 и 40 представљају податке добијене у програму Матлаб и односе се на грешке приликом тренинга, теста и обраде свих података заједно; слика 41 се односи на поузданост модела дат кроз регресиону анализу тренинг, тест и обједињених података; а слика 42 на апроксимацију улазних података АНФИС излазом. Притом су разматрани утицаји по два здружена улаза на излаз, а приказани су само подаци за комбинацију оних улаза који имају највећи утицај на излазну променљиву, односно, улаза 1 и 3.



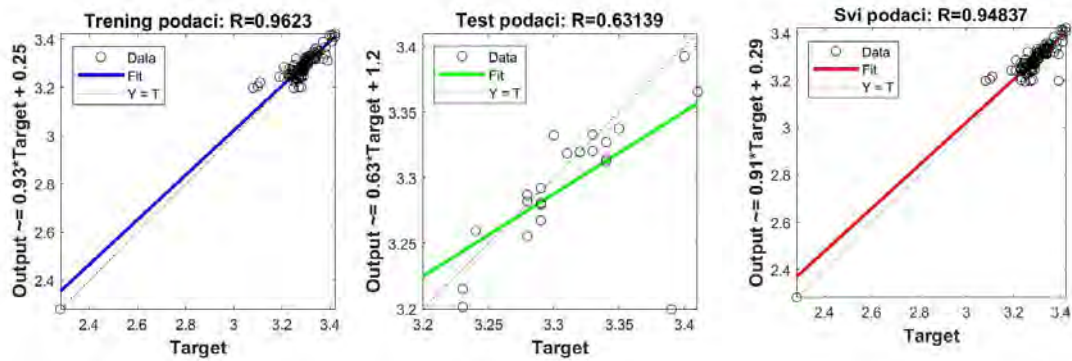
Слика 38. Тренинг АНФИС мреже – два улаза–мотивација ученика



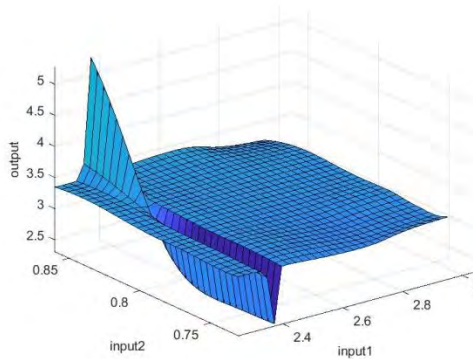
Слика 39. Тест АНФИС мреже – два улаза–мотивација ученика



Слика 40. Сви подаци АНФИС мреже –два улаза–мотивација ученика



Слика 41. Регресија тренинга, теста и свих података - два улаза – мотивација ученика



легенда: input1-ulaz1; input2-ulaz3; output-izlaz

Слика 42. Графичка интерпретација тренинг података - два улаза – мотивација ученика

Следи приказ утицаја три здружена дејства улазних променљивих на излазну величину. Улази 1, 3 и 4 имају најмању RMSE, па је њихов заједнички утицај на излаз највећи, односно, просечна оцена на иницијалном тесту, број ученика који учи за оцену и број наставника који на часу користи иновативне методе имају највећи утицај на мотивацију ученика.

Грешке тренинга, теста и свих података заједно при обради три најутицајније улазне величине на излаз, као и коефицијент поузданости модела су представљене у табели 21:

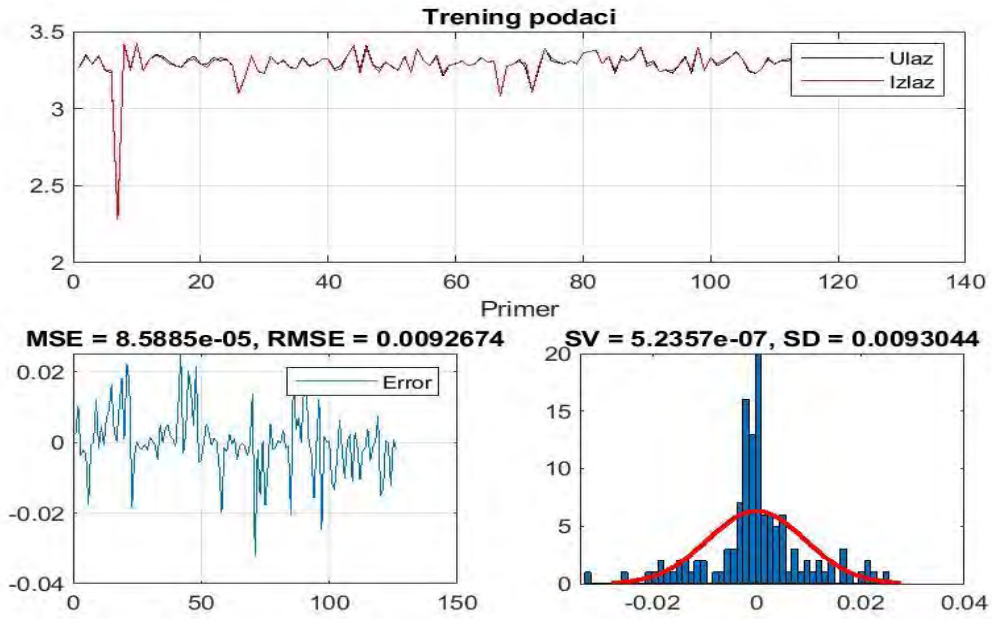
Табела 21. Утицај три улаза на излаз – мотивација ученика

Улази	Улаз са најмањом грешком
три улаза	Ulaz br. 1 - 3 - 4
	TRENING - GRESKA
	SV = 0.000001 SD = 0.009304 MSE= 0.000086 RMSE= 0.009267
	TEST - GRESKA
	SV = 0.004772 SD = 0.057131 MSE= 0.003138 RMSE= 0.056021
	SVI PODACI - GRESKA
	SV = 0.00070976 SD = 0.023298 MSE= 0.00053962 RMSE= 0.02323

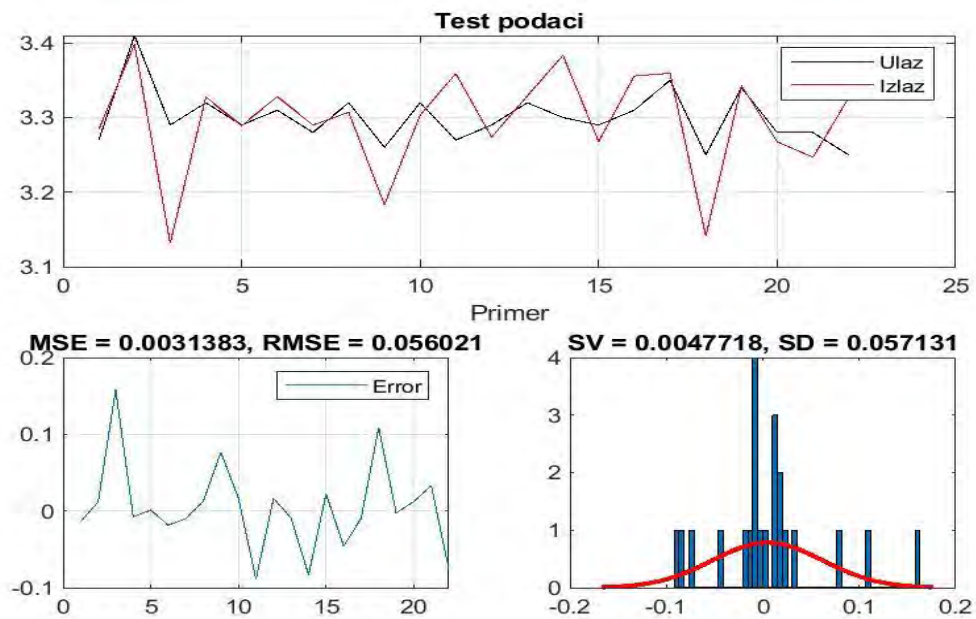
Корелациони коефицијент –поузданост модела

тренинг	R=0.99616
тест	R=0.59119
сви подаци	R=0.97309

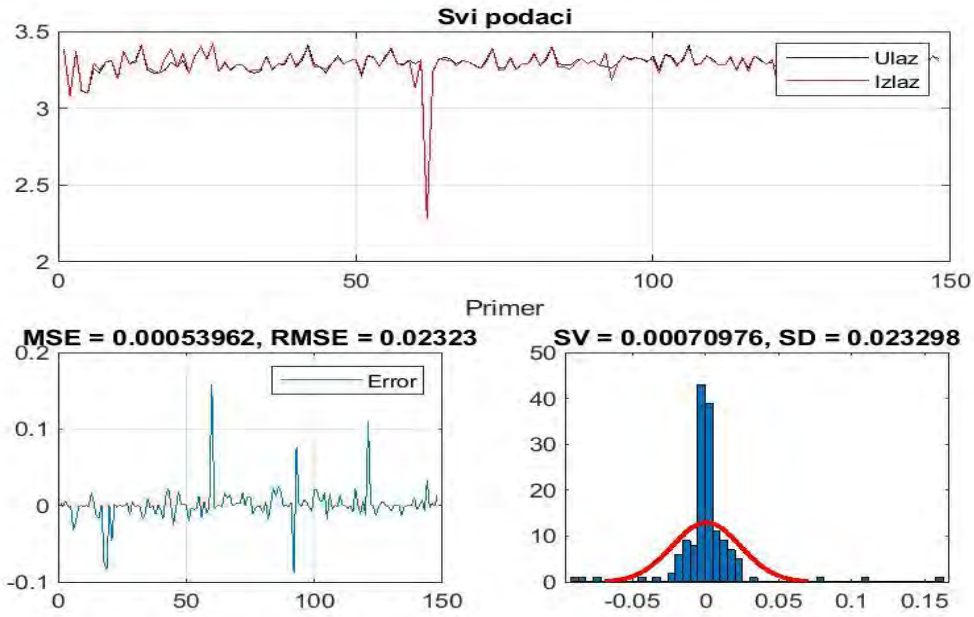
На сликама 43, 44 и 45 се виде сви подаци о грешкама, на слици 46 о поузданости модела три најутицајнија улаза на излазну величину за све фазе обраде података – тренинга, теста и свих података. На слици 47 приказана је и графичка интерпретација апроксимације тренинг података три најутицајнија улаза на АНФИС излаз.



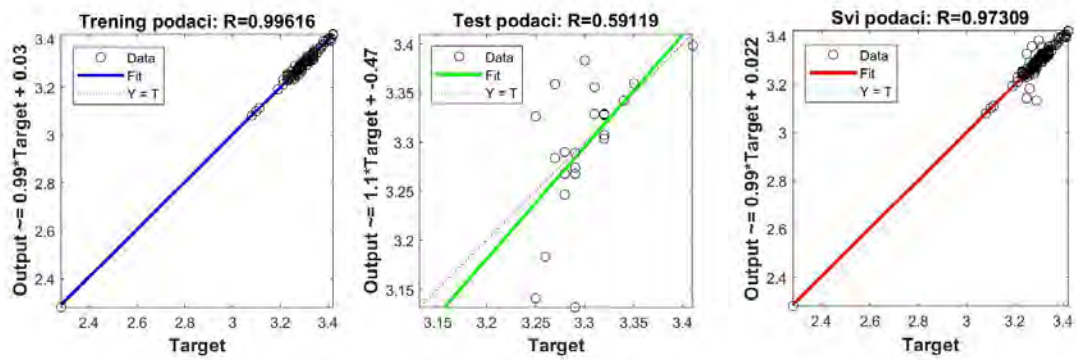
Слика 43. Тренинг АНФИС мреже – три улаза–мотивација ученика



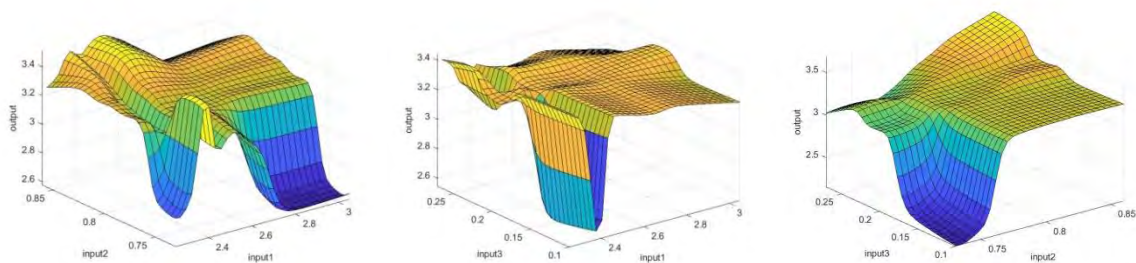
Слика 44. Тест АНФИС мреже – три улаза–мотивација ученика



Слика 45. Сви подаци АНФИС мреже – три улаза–мотивација ученика



Слика 46. Регресија тренинга, теста и свих података - три улаза – мотивација ученика



легенда: input1-ulaz1; input2-ulaz3; input3-ulaz4; output-izlaz

Слика 47. Графичка интерпретација тренинг података - три улаза – мотивација ученика

7.3.3. Приказ добијених резултата - мотивација наставника

У табели 22 представљене су средња вредност грешке, средња девијација, средња квадратна грешка и корен средње квадратне грешке за тренинг податке, тест податке и све податке обједињено, за улаз који има највећи утицај на излазну величину и коефицијент поузданости модела.

Табела 22. Утицај једног улаза на излаз – мотивација наставника

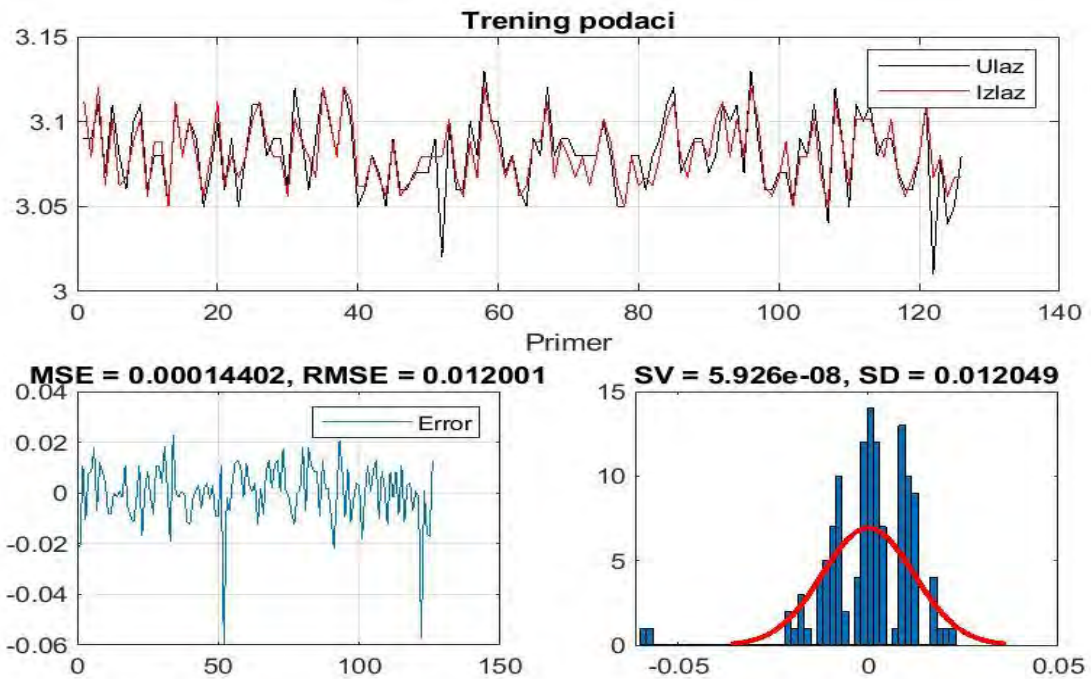
Улази	Улаз са најмањом грешком
један улаз	Ulaz br. 6
	TRENING - GRESKA
	SV = 0.000000 SD = 0.012049 MSE= 0.000144 RMSE= 0.012001
	TEST - GRESKA
	SV = -0.002150 SD = 0.013090 MSE= 0.000168 RMSE= 0.012969
	SVI PODACI - GRESKA
	SV = -0.0003196 SD = 0.012187 MSE= 0.00014761 RMSE= 0.01215

Корелациони коефицијент –поузданост модела

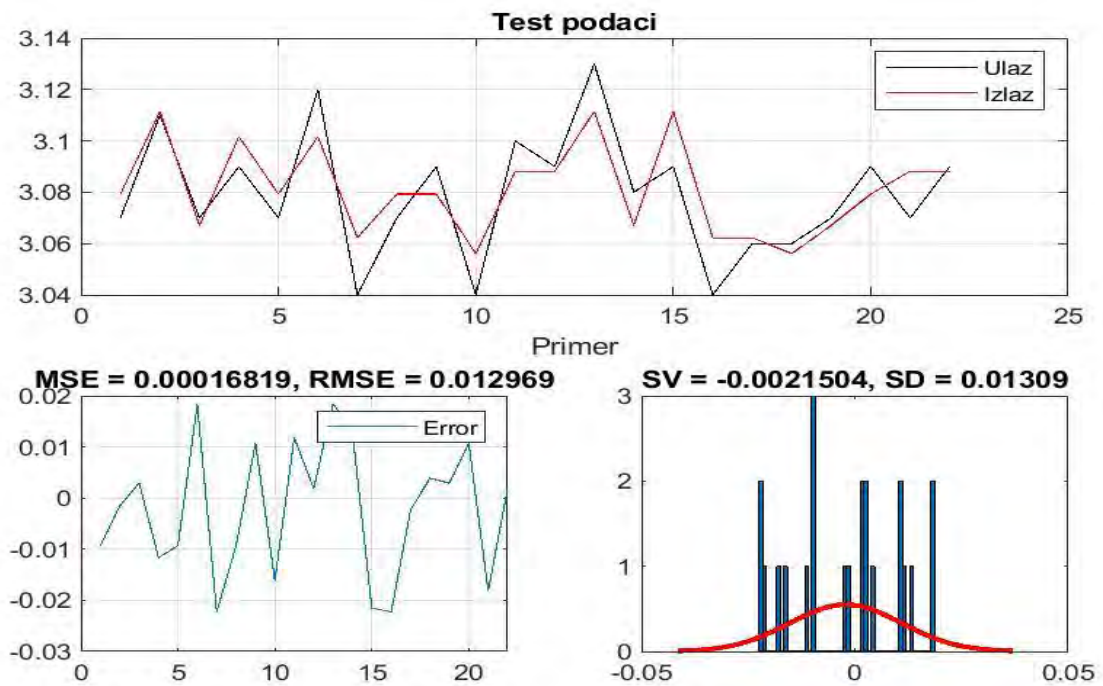
тренинг	R=0.84162
тест	R=0.8455
сви подаци	R=0.84096

Улаз 6 има најмању RMSE, што значи да број ученика који воли математику има највећи утицај на излазну величину, односно, на степен мотивисаности наставника да поучавају математику.

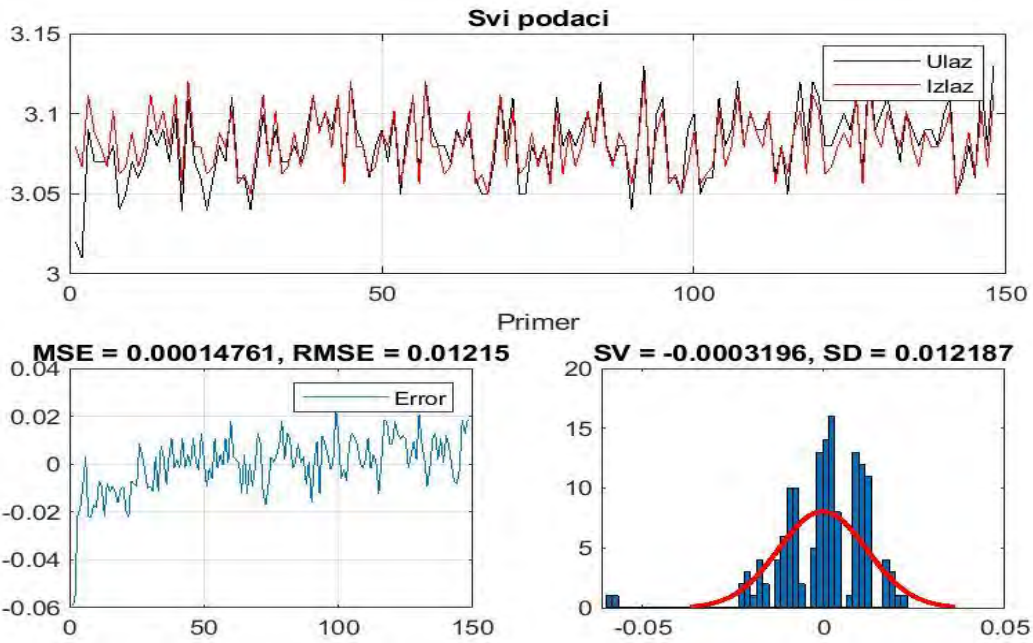
Слике 48, 49 и 50 представљају податке о грешкама у процесу тренинга, теста и обједињеног приказа који су добијени, у програмском пакету Матлаб, применом АНФИС методологије; на слици 51 се види регресиона анализа и поузданост модела, и на крају имамо слику 52 графичке апроксимације улазних тренинг података са излазном АНФИС функцијом. Све приказане слике се односе на улаз 6 који има највећи утицај на излазну величину. Узорак за обраду се састоји од 147 података, од којих је 125 искоришћено за тренинг мреже а 22 за тестирање.



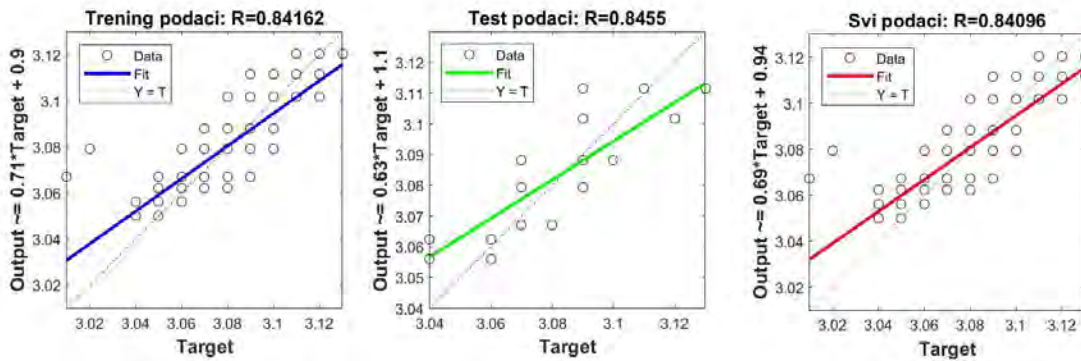
Слика 48. Тренинг АНФИС мреже – један улаз–мотивација наставника



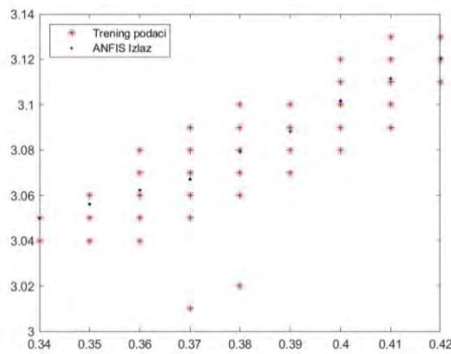
Слика 49. Тест АНФИС мреже – један улаз–мотивација наставника



Слика 50. Сви подаци АНФИС мреже –један улаз–мотивација наставника



Слика 51. Регресија тренинга, теста и свих података - један улаз – мотивација наставника



Слика 52. Графичка интерпретација тренинг података - један улаз – мотивација наставника

Два здружена најутицајнија улаза на излаз су улази 4 и 6, што значи да број наставника који на часу користи иновативне методе и број ученика који воли математику највише мотивише наставника у наставном процесу.

Вредности свих грешака тренинга, теста и обједињених података за два најутицајнија улаза на излазну величину и коефицијент поузданости модела представљена су у табели 23:

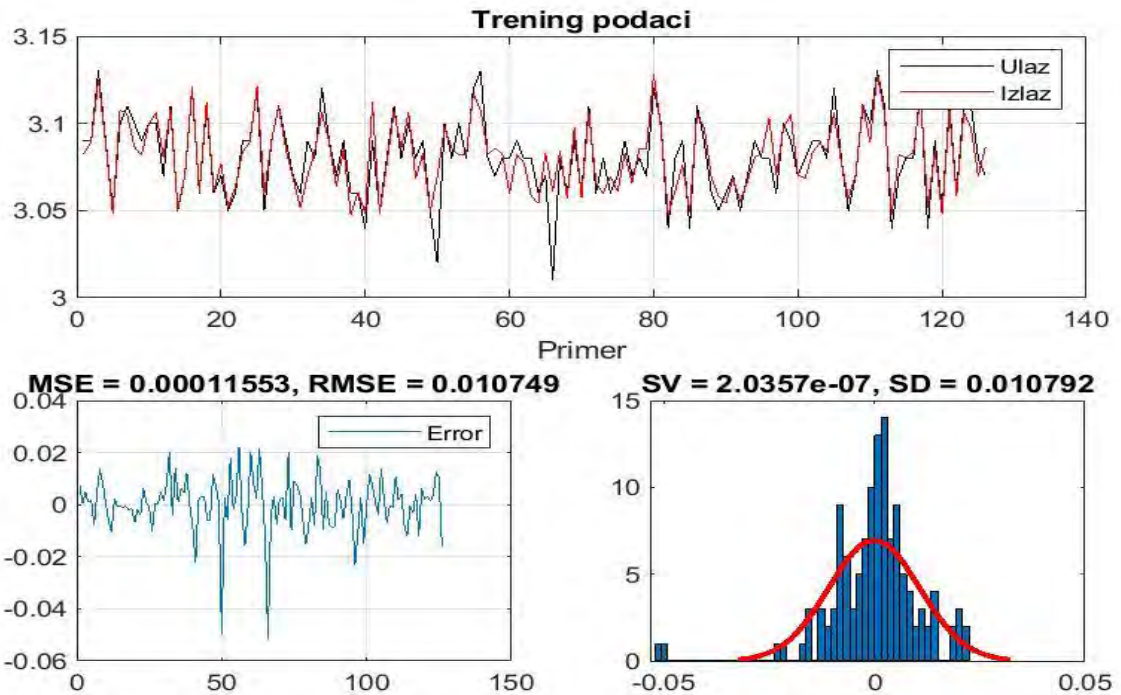
Табела 23. Утицај два улаза на излаз – мотивација наставника

Улази	Улаз са најмањом грешком
два улаза	Ulaz br. 4 - 6
	TRENING - GRESKA SV = 0.000000 SD = 0.010792 MSE= 0.000116 RMSE= 0.010749
	TEST - GRESKA SV = -0.000736 SD = 0.011734 MSE= 0.000132 RMSE= 0.011487
	SVI PODACI - GRESKA SV = -0.0001092 SD = 0.010898 MSE= 0.00011798 RMSE= 0.010862

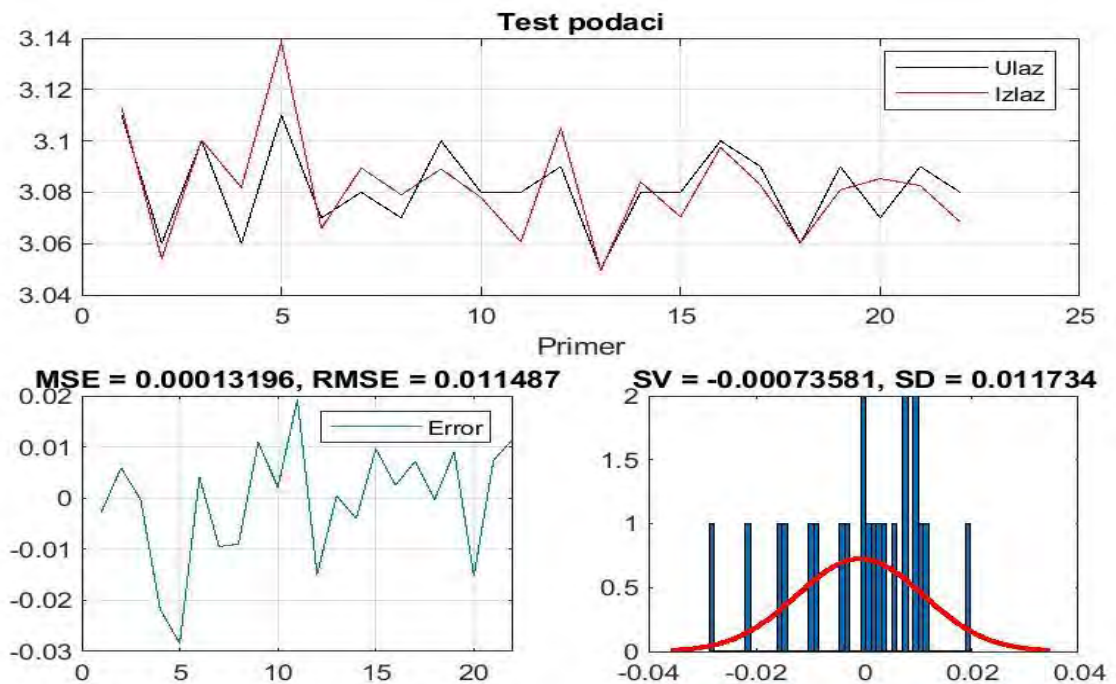
Корелациони коефицијент –поузданост модела

тренинг	R=0.88787
тест	R=0.81737
сви подаци	R=0.87597

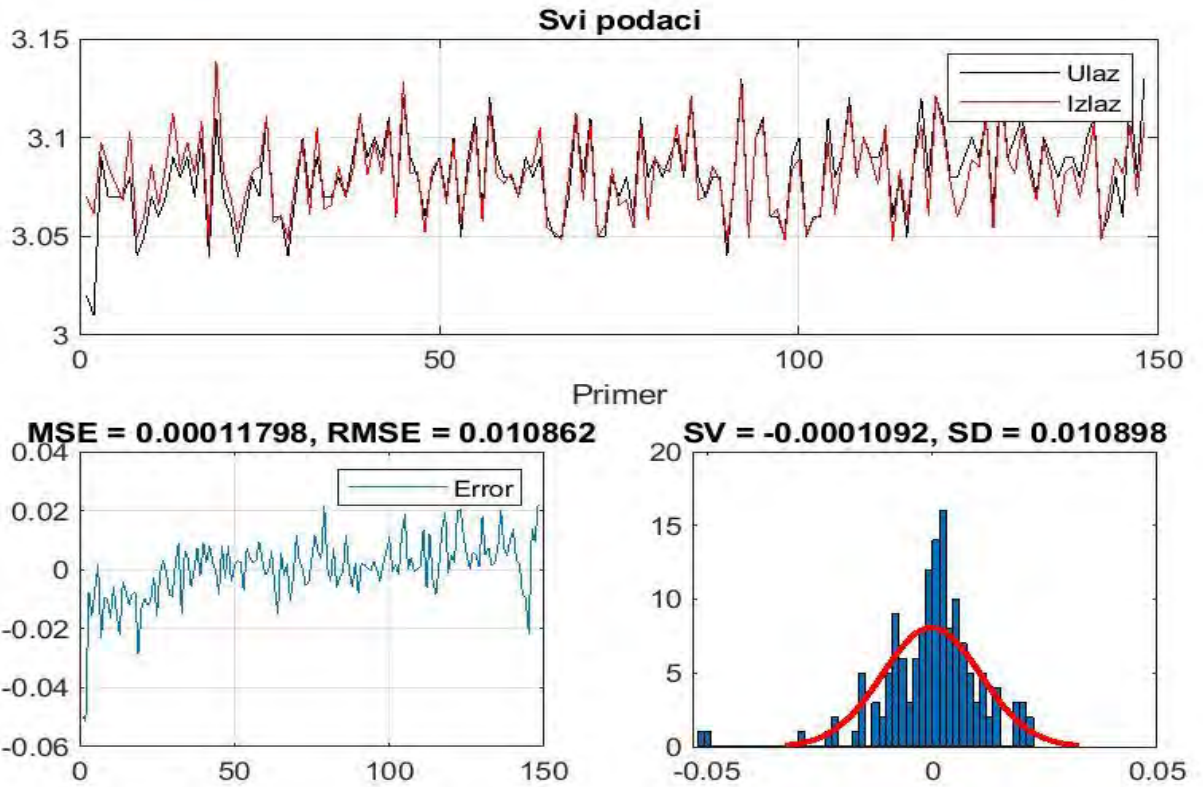
Слике 53, 54 и 55 представљају податке добијене у програму Матлаб и односе се на грешке приликом тренинга, теста и обраде свих података заједно; слика 56 на поузданост модела дат кроз регресиону анализу тренинг, тест и обједињених података; и слика 57 на апроксимацију улазних података тренинга са АНФИС излазом. Вршено је посматрање утицаја по два здружена улаза на излаз, а приказани су само подаци за комбинацију оних улаза који имају највећи утицај на излазну променљиву, односно, улаза 4 и 6.



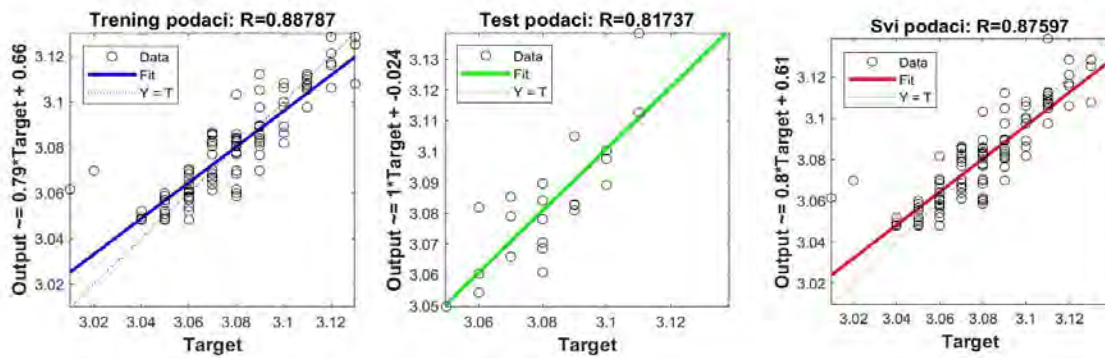
Слика 53. Тренинг АНФИС мреже – два улаза–мотивација наставника



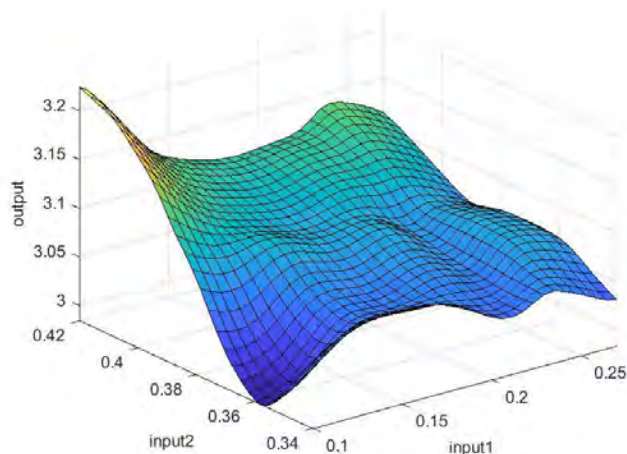
Слика 54. Тест АНФИС мреже – два улаза–мотивација наставника



Слика 55. Сви подаци АНФИС мреже –два улаза–мотивација наставника



Слика 56. Регресија тренинга, теста и свих података - два улаза – мотивација наставника



легенда: input1-ulaz4; input2-ulaz6; output-izlaz

Слика 57. Графичка интерпретација тренинг података - два улаза – мотивација наставника

Након обраде података за утицај три улаза здружено добијено је да улази 1, 5 и 6 имају најмању RMSE, па је њихов заједнички утицај на излаз највећи, односно, просечна оцена на иницијалном тесту, број ученика којима је занимљиво на настави и број ученика који воли математику имају највећи утицај на мотивацију наставника.

Грешке тренинга, теста и свих података заједно, као и коефицијент поузданости модела, при обради три најутуцајније улазне величине на излаз су представљене у табели 24:

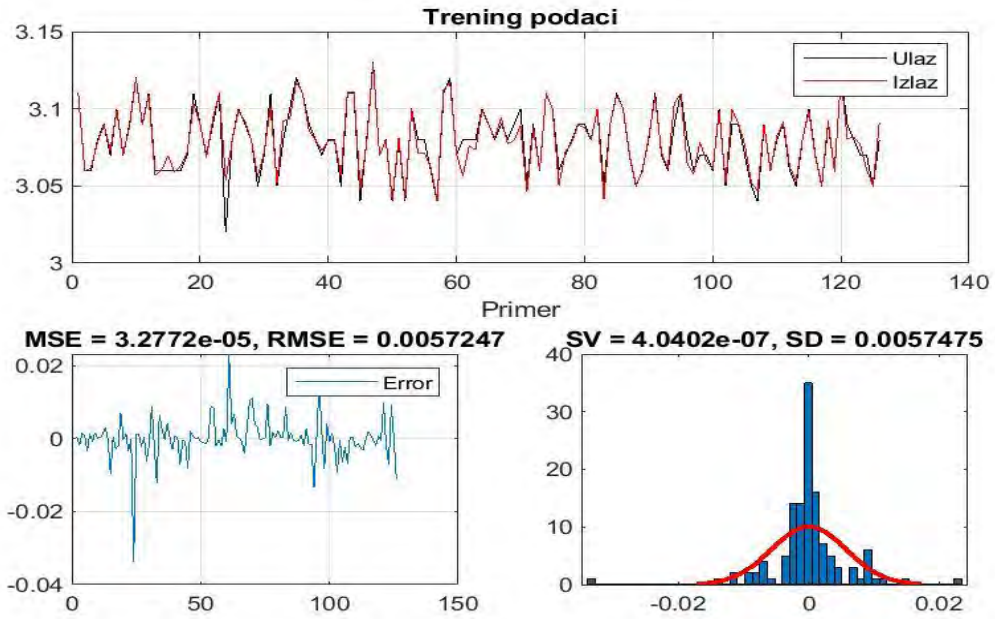
Табела 24. Утицај три улаза на излаз – мотивација наставника

Улази	Улаз са најмањом грешком
три улаза	Ulaz br. 1 - 5 - 6
	TRENING - GRESKA
	SV = 0.000000 SD = 0.005748 MSE= 0.000033 RMSE= 0.005725
	TEST - GRESKA
	SV = 0.002897 SD = 0.024291 MSE= 0.000572 RMSE= 0.023909
	SVI PODACI - GRESKA
	SV = 0.00043101 SD = 0.010651 MSE= 0.00011287 RMSE= 0.010624

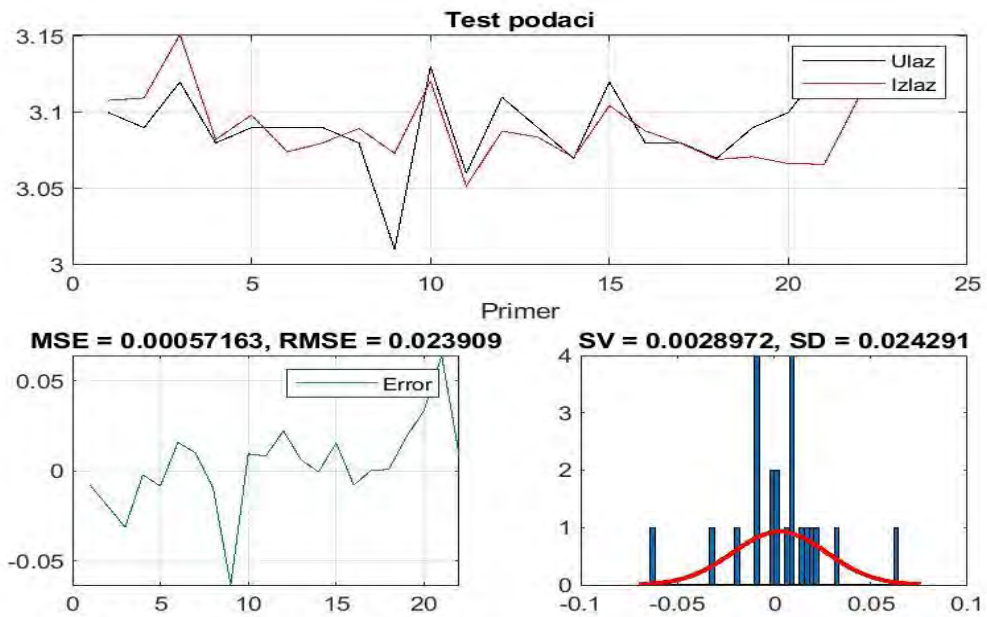
Корелациони коефицијент –поузданост модела

тренинг	R=0.96317
тест	R=0.52422
сви подаци	R=0.88216

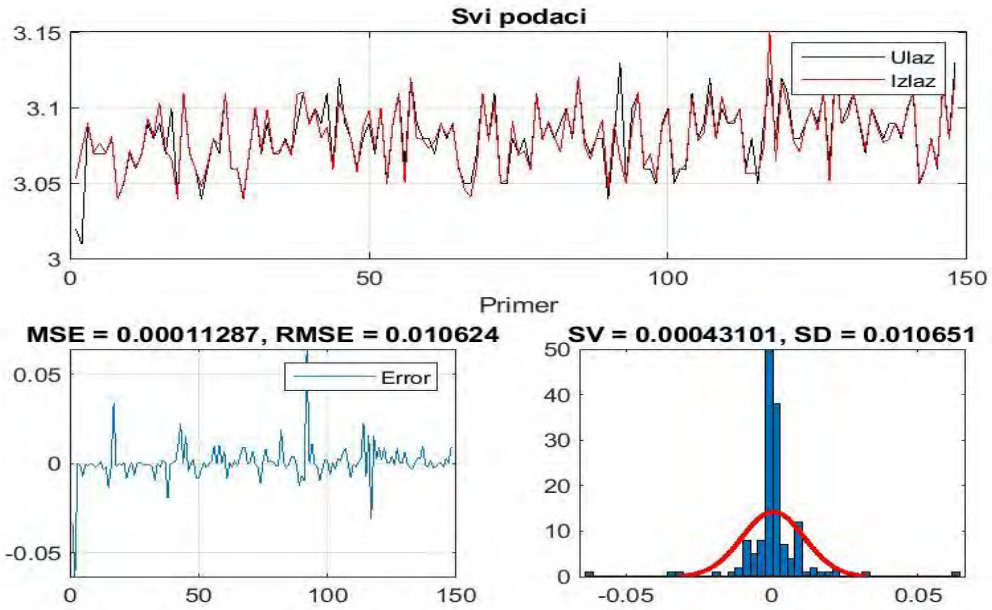
На сликама 58, 59 и 60 се виде сви подаци о грешкама, на слици 61 поузданости модела три најутуцајнија улаза на излазну величину за све фазе обраде података. На слици 62 је приказана графичка апроксимација тренинг података три најутуцајнија улаза помоћу АНФИС излаза.



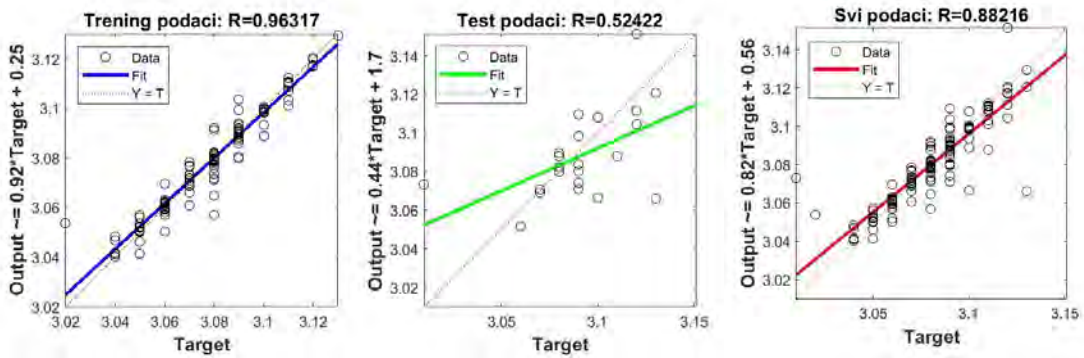
Слика 58. Тренинг АНФИС мреже – три улаза–мотивација наставника



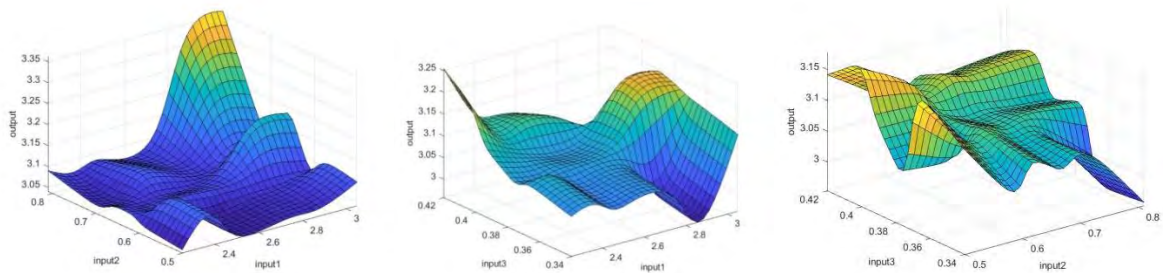
Слика 59. Тест АНФИС мреже – три улаза–мотивација наставника



Слика 60. Сви подаци АНФИС мреже – три улаза–мотивација наставника



Слика 61. Регресија тренинга, теста и свих података - три улаза – мотивација наставника



легенда: input1-ulaz1; input2-ulaz5; input3-ulaz6; output-izlaz

Слика 62. Графичка интерпретација тренинг података - три улаза – мотивација наставника

7.4. РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА КВАЛИТЕТА НАСТАВЕ

7.4.1. Опис променљивих

Када се говори о квалитету наставе математике, у овом раду, сматра се да је примарна излазна променљива просечна оцена на годишњем тесту из математике на крају једне школске године. Просечна оцена на годишњем тесту представља просечну оцену годишњег теста из математике који се обавља на крају сваке школске године у свим разредима и исти је на нивоу целе државе. Она представља зависну променљиву на коју утичу друге улазне променљиве приказане у овом истраживању. Те променљиве су:

- Просечна оцена на иницијалном тесту- представља просечну оцену улазног теста из математике који се обавља на почетку сваке школске године у свим разредима и исти је на нивоу целе државе по разреду
- Просечан број изостанака по ученику – представља, збирно, просечан број оправданих и неоправданих изостанака по ученику на крају школске године по разреду
- Број наставника који се свакодневно припрема за час – представља процентуални број наставника који свакодневно држе час по, унапред написаној, припреми која садржи опис свих делова часа
- Број наставника који час држе на традиционалан начин – представља, процентуално изражен, број наставника који час реализују тако што је наставник активни носилац наставног процеса
- Број ученика којима је на настави занимљиво – представља процентуални број ученика који су на настави заинтересовани и активно учествују у стицању знања
- Број наставника који се континуирано стручно усавршавају – представља процентуални број наставника који редовно посећују стручне семинаре, предвиђене и одобрене од стране Министарства просвете Републике Србије
- Број наставника који на часу користе ИКТ – представља, процентуално приказан, број наставника који за реализацију часа користе информационо комуникационе технологије и примењују нове наставне методе засноване на употреби ИКТ
- Број ученика који су, по сопственој процени, способни да самостално уче – представља, процентуално изражен, број ученика који, по самопроцени, могу самостално да надограђују своја знања користећи различите технике учења
- Број ученика које иновације у настави мотивишу – представља процентуални број ученика који, уношењем новина у наставу, добијају жељу за учењем и усвајањем нових знања
- Број ученика који самостално уче помоћу ИКТ и образовног софтвера- представља процентуални број ученика који самостално, ван наставног процеса, своје знање из математике проширују користећи неки од многобројних образовних софтвера и разне платформе за учење

У табели 25 су приказани улазни параметри, са својом минималном и максималном вредношћу, и излазни параметар.

Табела 25. Улазни и излазни параметри – квалитет наставе

УЛАЗИ И ИЗЛАЗ	ОПИС ПАРАМЕТАРА	min - max
Улаз 1	просечна оцена на иницијалном тесту	2.25 – 3.05
Улаз 2	просечан број изостанака по ученику	45.30 – 98.91
Улаз 3	број наставника који се свакодневно припрема за час	0.56 – 0.72
Улаз 4	број наставника који час држе на традиционалан начин	0.81 – 0.91
Улаз 5	број ученика којима је на настави занимљиво	0.12 – 0.26
Улаз 6	број наставника који се континуирано стручно усавршавају	0.19 – 0.37
Улаз 7	број наставника који на часу користе ИКТ	0.27 – 0.46
Улаз 8	број ученика који су, по сопственој процени, способни да самостално уче	0.50 – 0.81
Улаз 9	број ученика које иновације у настави мотивишу	0.73 – 0.86
Улаз 10	број ученика који самостално уче помоћу ИКТ и образовног софтвера	0.08 – 0.27
Излаз	просечна оцена на годишњем тесту	2.35 – 3.17

7.4.2. Приказ добијених резултата

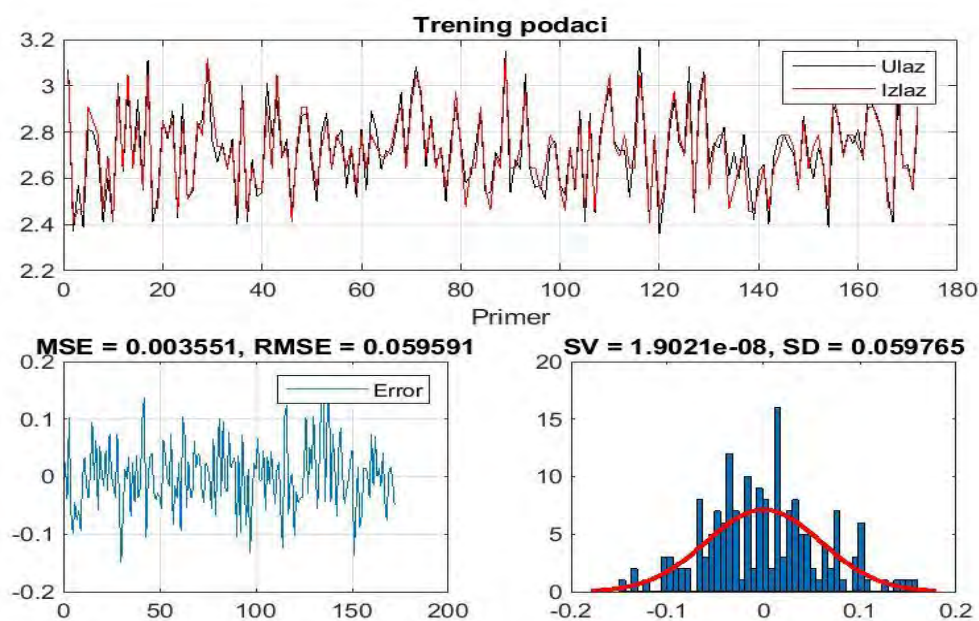
У табели 26 су представљене средња вредност грешке, средња девијација, средња квадратна грешка и корен средње квадратне грешке за тренинг податке, тест податке и све податке обједињено, за улаз који има највећи утицај на излазну величину, као и коефицијент поузданости модела.

Табела 26. Утицај једног улаза на излаз – квалитет наставе

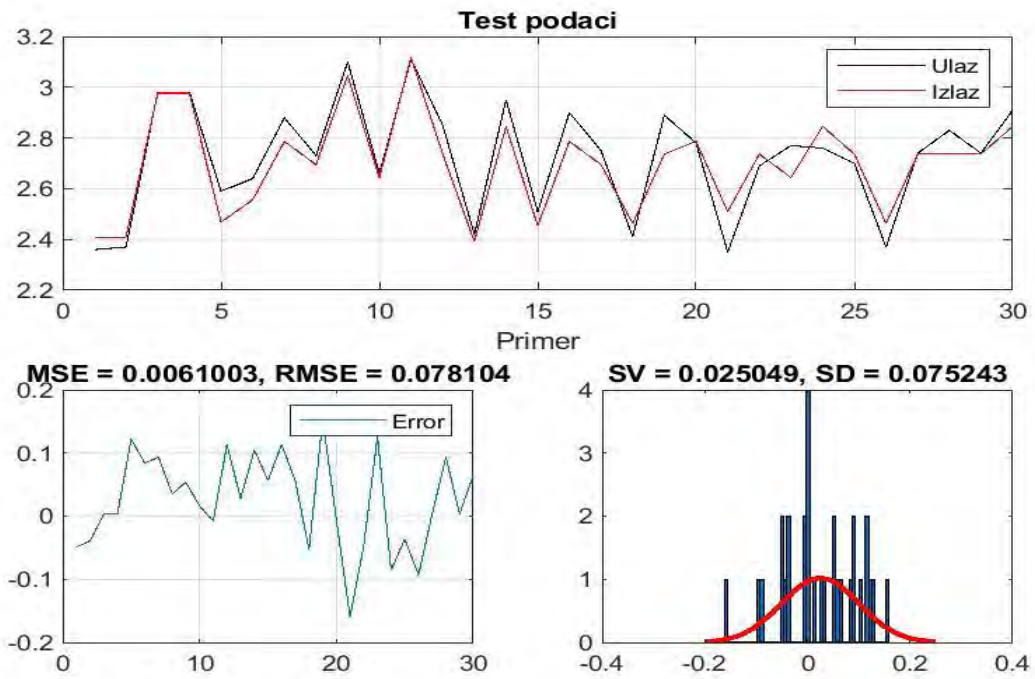
Улази	Улаз са најмањом грешком
један улаз	Ulaz br. 10
	TRENING - GRESKA
	SV = 0.000000 SD = 0.059765 MSE= 0.003551 RMSE= 0.059591
	TEST - GRESKA
	SV = 0.025049 SD = 0.075243 MSE= 0.006100 RMSE= 0.078104
	SVI PODACI - GRESKA
	SV = 0.003720 SD = 0.062732 MSE= 0.003229 RMSE= 0.062287
Корелациони коефицијент – поузданост модела	
тренинг	R=0.94485
тест	R=0.94225
сви подаци	R=0.9428

Улаз 10 има најмању RMSE, што значи да број ученика који самостално уче помоћу ИКТ и образовног софтвера има највећи утицај на просечна оцена на годишњем тесту, која представља мерило квалитета наставе.

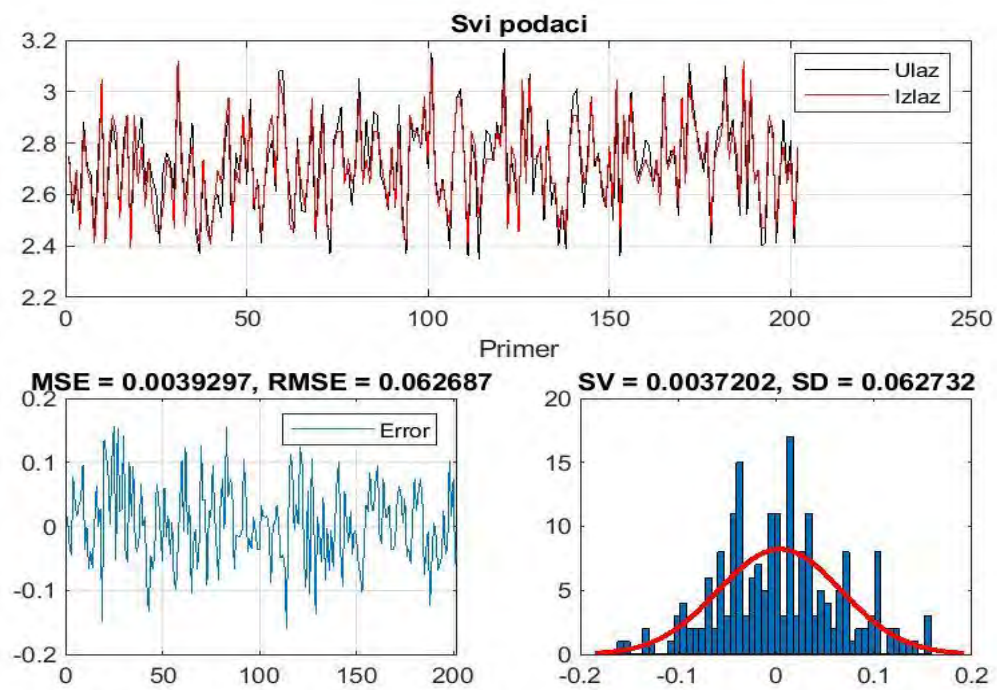
На сликама 63, 64 и 65 које следе могу се видети сви подаци о грешкама у процесу тренинга, теста и обједињеног приказа који су добијени, у програмском пакету Матлаб, применом АНФИС методологије. Затим следи слика 66 на којој се види регресиона анализа и поузданост модела, и на крају имамо слику 67 графичке апроксимације улазних тренинг података са излазном АНФИС функцијом. Све приказане слике се односе на улаз 10 који има највећи утицај на излазну величину. Узорак за обраду се састоји од 202 податка, од којих је 172 искоришћено за тренинг мреже а 30 за тестирање.



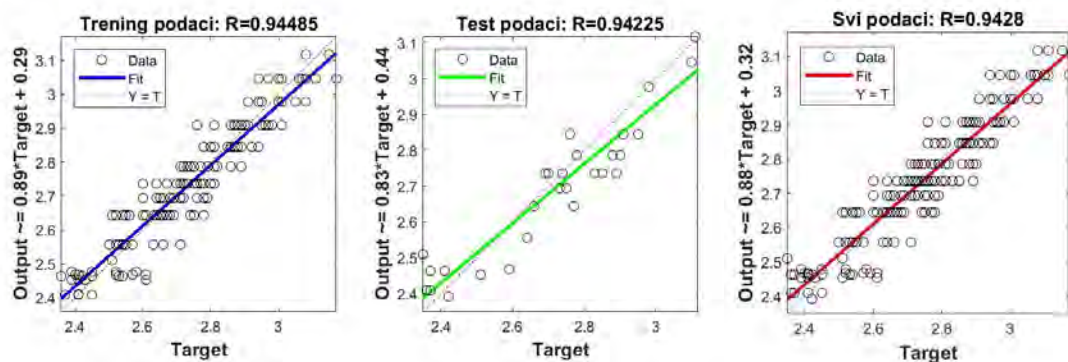
Слика 63. Тренинг АНФИС мреже – један улаз – квалитет наставе



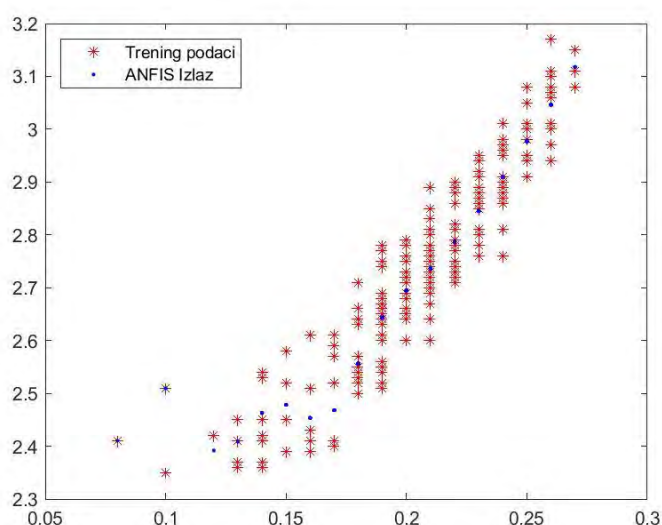
Слика 64. Тест АНФИС мреже – један улаз–квалитет наставе



Слика 65. Сви подаци АНФИС мреже - један улаз–квалитет наставе



Слика 66. Регресија тренинга, теста и свих података - један улаз–квалитет наставе



Слика 67. Графичка интерпретација тренинг података - један улаз–квалитет наставе

Осим појединачних утицаја улаза на излаз, извршена је и процена утицаја два здружена улаза на излаз. Добијено је да улаз 6 и улаз 10 у комбинацији имају најмањи RMSE, односно, највећи утицај на излазну величину, што значи да број наставника који се континуирано стручно усавршавају и број ученика који самостално уче помоћу ИКТ и образовног софтвера највише утиче на просечну оцену на годишњем тесту из математике.

Вредности свих грешака тренинга, теста и обједињених података за два најутуцајнија улаза, улаз 6 и улаз 10, на излазну величину и коефицијент поузданости модела представљена су у табели 27:

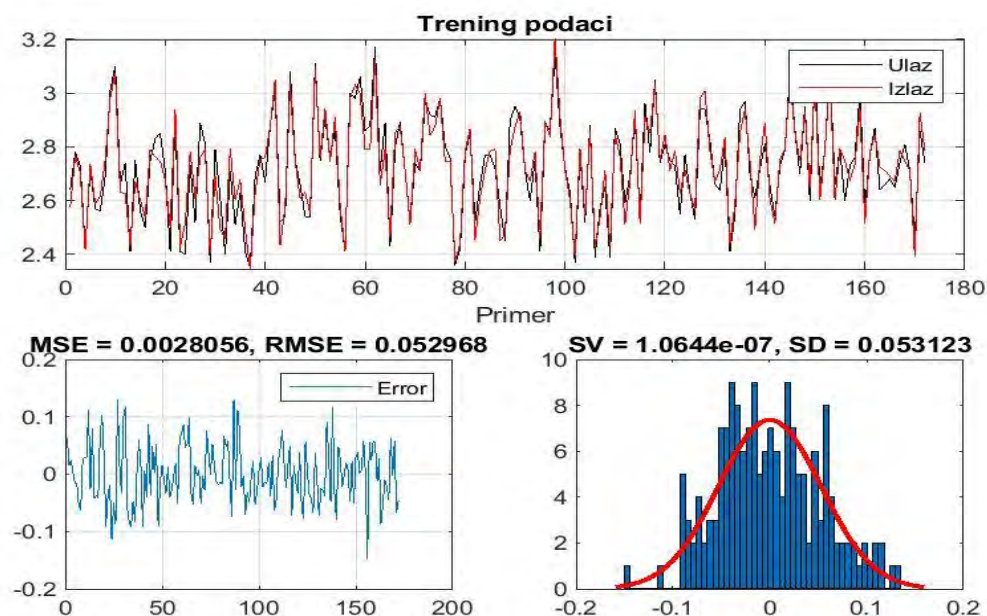
Табела 27. Утицај два улаза на излаз –квалитет наставе

Улази	Улази са најмањом грешком
два улаза	Ulaz br. 6 - 10
	TRENING - GRESKA
	SV = 0.000000 SD = 0.053123 MSE= 0.002806 RMSE= 0.052968
	TEST - GRESKA
	SV = 0.014883 SD = 0.067546 MSE= 0.004632 RMSE= 0.068058
	SVI PODACI - GRESKA
	SV = 0.002210 SD = 0.055563 MSE= 0.003076 RMSE= 0.055470

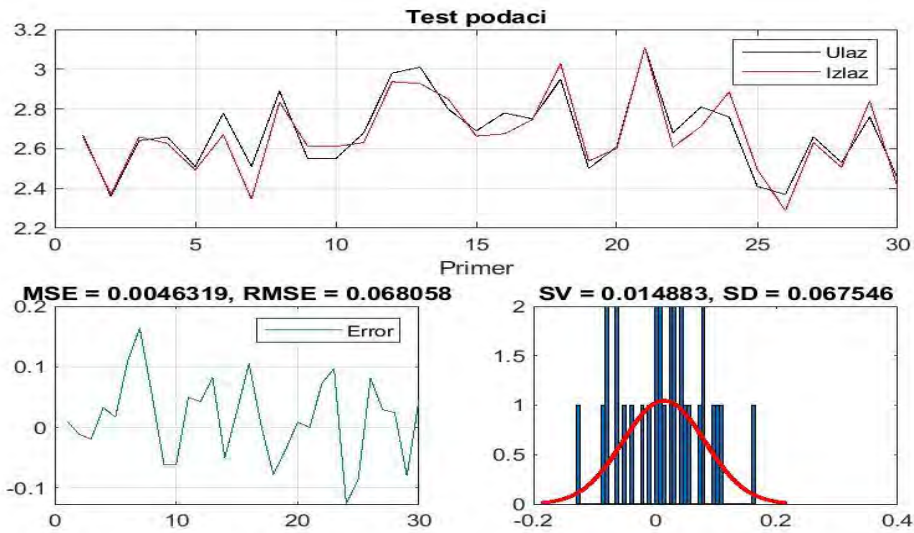
Корелациони коефицијент –поузданост модела

тренинг	R=0.95903
тест	R=0.94038
сви подаци	R=0.95557

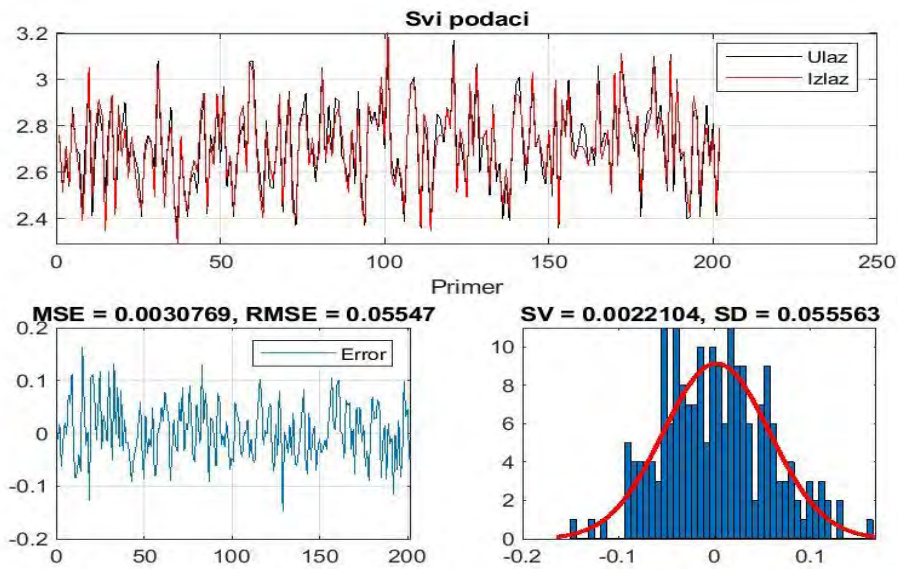
Слике 68, 69 и 70 представљају податке добијене у програму Матлаб и односе се на грешке приликом тренинга, теста и обраде свих података заједно; слика 71 се односи на поузданост модела дат кроз регресиону анализу тренинг, тест и обједињених података; а слика 72 на апроксимацију улазних података тренинга са АНФИС излазом. Вршено је посматрање утицаја по два здружена улаза на излаз, а приказани су само подаци за комбинацију оних улаза који имају највећи утицај на излазну променљиву, односно , улаза 6 и 10.



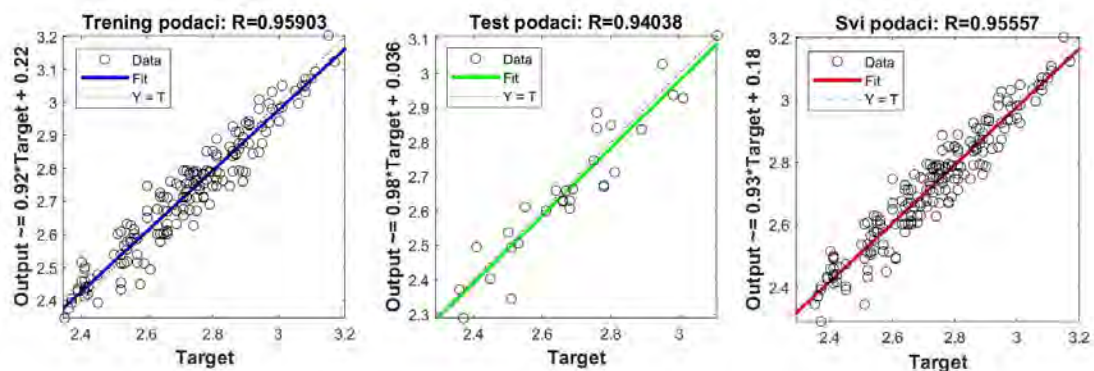
Слика 68. Тренинг АНФИС мреже – два улаза–квалитет наставе



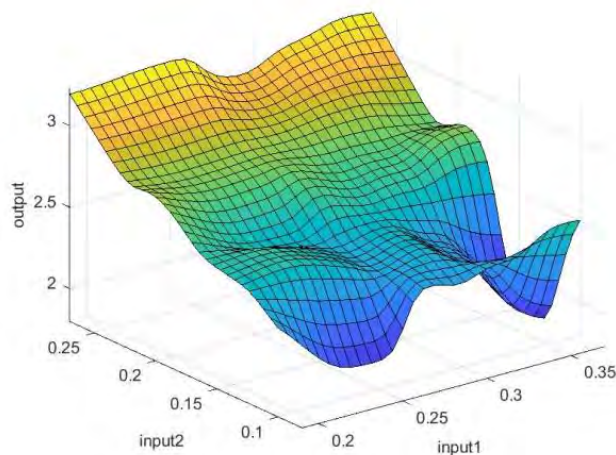
Слика 69. Тест АНФИС мреже –два улаза–квалитет наставе



Слика 70. Сви подаци АНФИС мреже –два улаза–квалитет наставе



Слика 71. Регресија тренинга, теста и свих података - два улаза



легенда: input1-ulaz6; input2-ulaz10; output-izlaz

Слика 72. Графичка интерпретација тренинг података - два улаза–
квалитет наставе

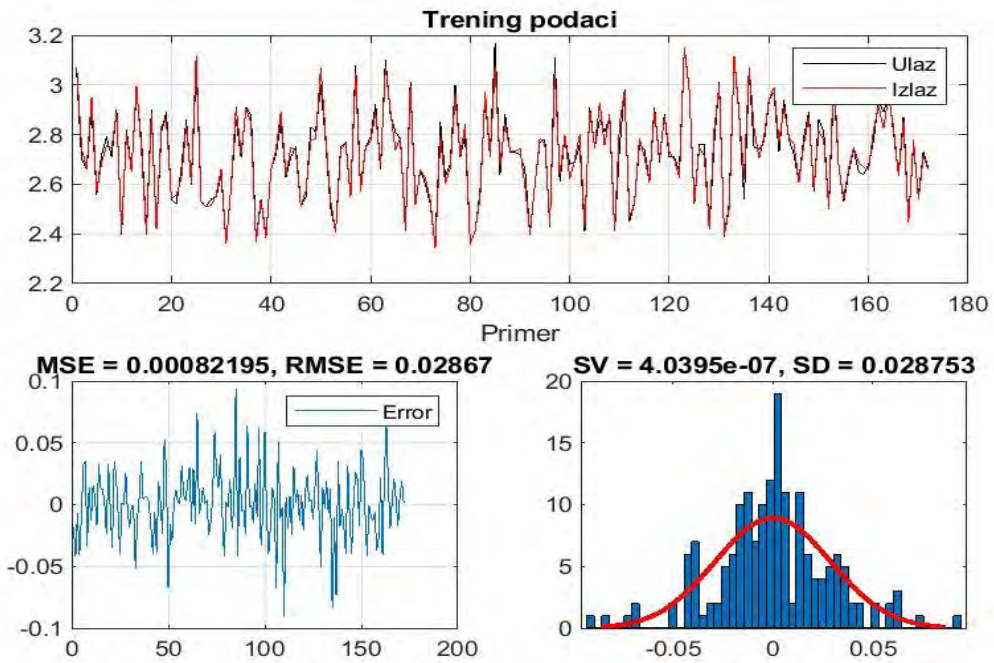
Након обраде података за утицај три улаза здружено добијено је да улази 7, 9 и 10 имају најмању RMSE, па је њихов заједнички утицај на излаз највећи, односно, број наставника који на часу користи ИКТ, број ученика које иновације у настави мотивишу и број ученика који самостално уче помоћу ИКТ и образовног софтвера имају највећи заједнички утицај на оцену на годишњем тесту.

Грешке тренинга, теста и свих података заједно при обради три најутуцајније улазне величине на излаз и коефицијент поузданости модела су представљене у табели 28:

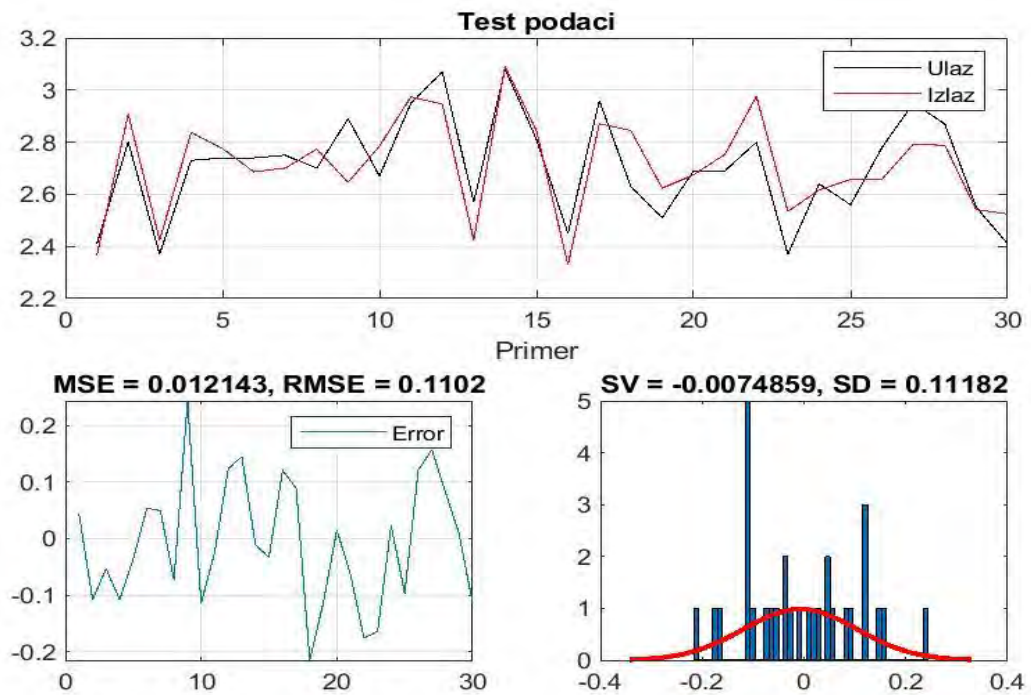
Табела 28. Утицај три улаза на излаз –квалитет наставе

Улази	Улази са најмањом грешком
три улаза	Ulaz br. 7 - 9 - 10
	TRENING - GRESKA
	SV = 0.000000 SD = 0.028753 MSE= 0.000822 RMSE= 0.028670
	TEST - GRESKA
	SV = -0.007486 SD = 0.111822 MSE= 0.012143 RMSE= 0.110197
	SVI PODACI - GRESKA
	SV = 0.001111 SD = 0.050146 MSE= 0.002503 RMSE= 0.050034
Корелациони коефицијент –поузданост модела	
тренинг	R=0.98809
тест	R=0.83394
сви подаци	R=0.96396

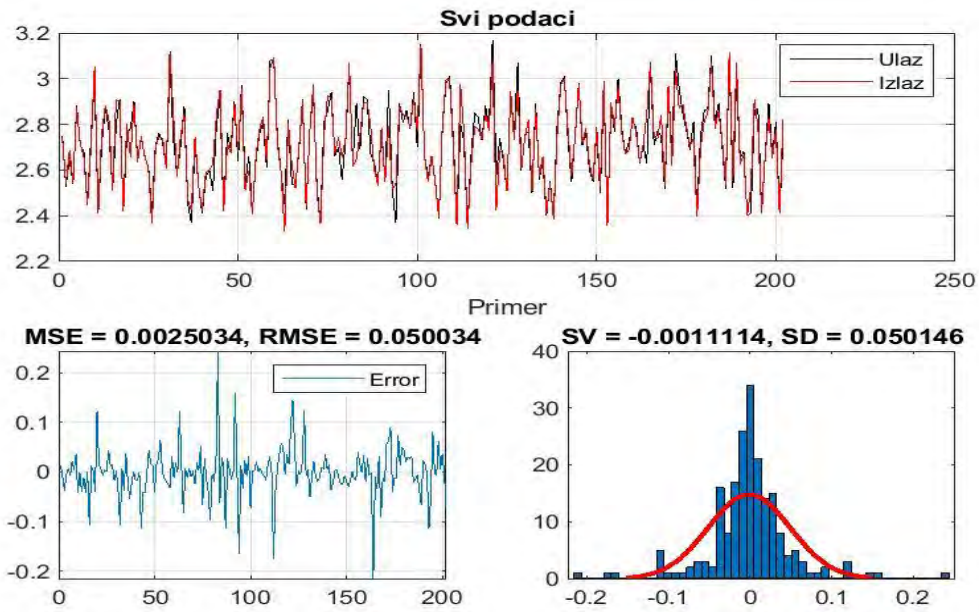
На сликама 73, 74 и 75 се виде сви подаци о грешкама и поузданости модела три најутуцајнија улаза на излазну величину за све фазе обраде података. На слици 76 је приказана регресиона анализа улазних података и поузданост модела. На слици 77 приказана је графичка апроксимација тренинг података три најутуцајнија улаза помоћу АНФИС излаза.



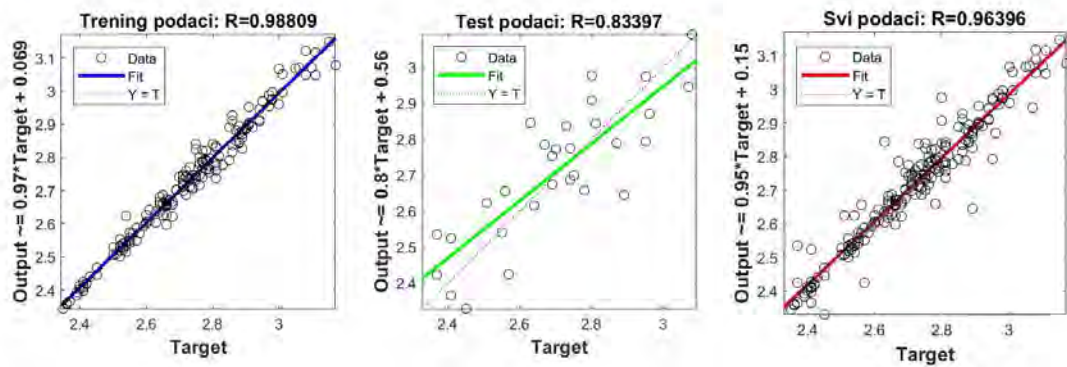
Слика 73. Тренинг АНФИС мреже – три улаза–квалитет наставе



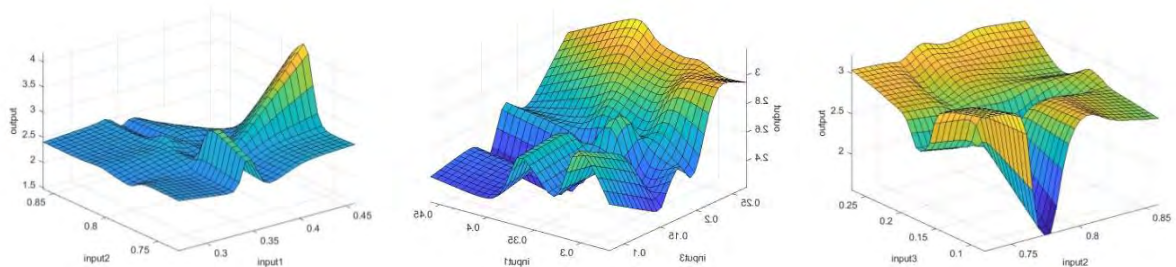
Слика 74. Тест АНФИС мреже – три улаза–квалитет наставе



Слика 75. Сви подаци АНФИС мреже – три улаза–квалитет наставе



Слика 76. Регресија тренинга, теста и свих података - три улаза–квалитет наставе



легида: input1-улаз7; input2-улаз9; input3-улаз10; output-излаз

Слика 77. Графичка интерпретација тренинг података - три улаза–квалитет наставе

7.5. РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА ТРАЈНОСТИ ЗНАЊА

7.5.1. Опис променљивих

Трајност знања је један од најбитнијих фактора унапређења наставе математике. Многи ученици и наставници су суочени са проблемом трајности знања. У овом истраживању су представљене неке од многобројних променљивих, које представљају независне улазне податке, и које утичу на зависну излазну променљиву. Ова зависна променљива, која мери трајност знања, представља однос између просечне оцене из математике на крају текуће и на крају претходне школске године. Независне променљиве су:

- Примењивост математике – представља аритметичку средину степена употребе математике у другим наставним предметима на скали од 1 – 5, по мишљењу ученика. Степен 1 значи да математика не може да се примени у осталим наставним предметима, а степен 5 да може да се примени у осталим наставним предметима.
- Број бодова на иницијалном тесту у текућој години – представља број бодова на тесту који се спроводи на почетку сваке школске године, предвиђен је планом и програмом и исти је на нивоу целе државе
- Степен употребе образовног софтвера у учењу – проценатна вредност која описује колико ученик појединачно, изван учионице, учи користећи образовни софтвер или неку платформу за учење математике
- Учење на класичан начин – проценатна вредност која описује колико ученик појединачно, изван учионице, учи из литературе и књига или уз стручну помоћ, на класичан начин
- Број бодова на годишњем тесту - представља број бодова на тесту који се спроводи на крају сваке школске године и предвиђен је планом и програмом наставног предмета
- Важност математике - представља процену ученика о важности математике на скали од 1 – 5., где 1 значи да није важна а 5 да је од велике важности.

У табели 29 су приказани улазни параметри, са својом минималном и максималном вредношћу, и излазни параметар.

Табела 29. Улазни и излазни параметри – трајност знања

УЛАЗИ И ИЗЛАЗ	ОПИС ПАРАМЕТАРА	min - max
Улаз 1	примењивост математике	1.75 – 5.00
Улаз 2	број бодова на иницијалном тесту у текућој години	32 - 88
Улаз 3	степен употребе образовног софтвера у учењу	0.27 – 0.99
Улаз 4	учење на класичан начин	0.73 – 0.86
Улаз 5	број бодова на годишњем тесту	40 – 91
Улаз 6	важност математике	1.64 – 5.00
Излаз	Однос просечне оцене у претходној и текућој години	0.89 – 1.17

7.5.2. Приказ добијених резултата

Средња вредност грешке, средња девијација, средња квадратна грешка и корен средње квадратне грешке за тренинг податке, тест податке и све податке обједињено, за улаз који има највећи утицај на излазну величину, као и коефицијент поузданости модела представљени су у табели 30:

Табела 30. Утицај једног улаза на излаз – трајност знања

Улази	Улаз са најмањом грешком
један улаз	ULAZ br. 3
	TRENING - GRESKA
	SV = 0.000000 SD = 0.009388 MSE= 0.000088 RMSE= 0.009363
	TEST - GRESKA
	SV = -0.002553 SD = 0.010828 MSE= 0.000120 RMSE= 0.010964
	SVI PODACI - GRESKA
	SV = -0.00037776 SD = 0.0096312 MSE= 0.000092 RMSE= 0.009617

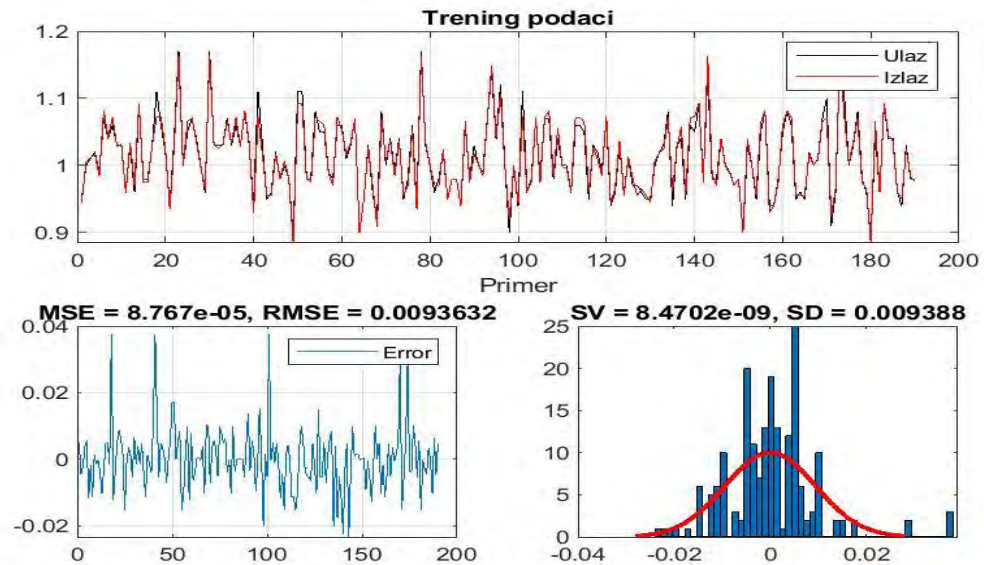
Корелациони коефицијент –поузданост модела

тренинг	R=0.98617
тест	R=0.98349
сви подаци	R=0.98538

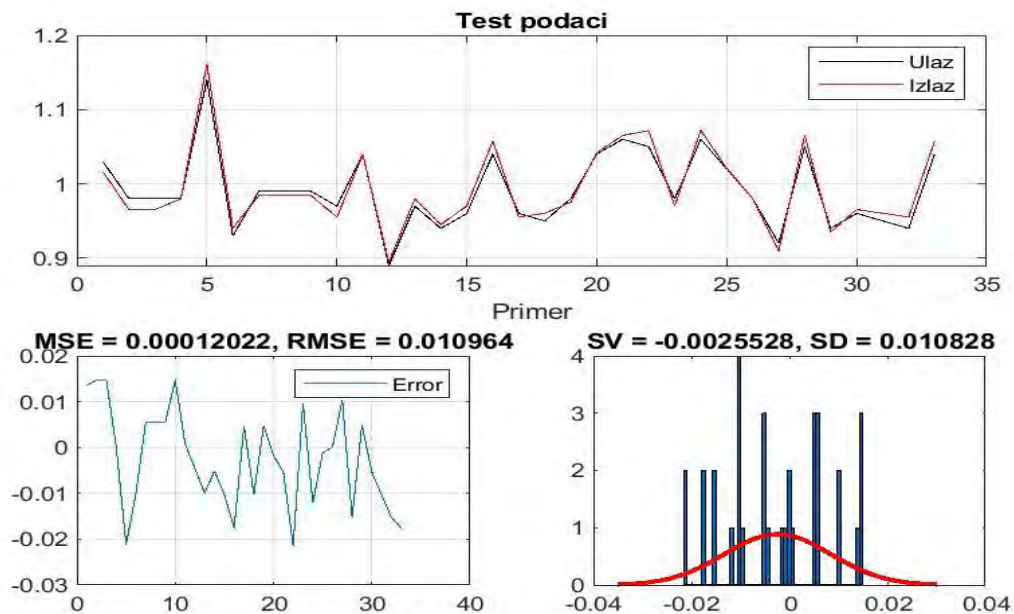
Улаз 3 има најмању RMSE, што значи да степен употребе образовног софтвера у учењу има највећи утицај на однос просечне оцене у претходној и текућој години, која представља мерило трајности знања.

На сликама 78, 79 и 80 могу се видети сви подаци о грешкама у процесу тренинга, теста и обједињеног приказа који су добијени, у програмском пакету Матлаб, применом АНФИС методологије. Затим следи слика 81 на којој се види регресиона

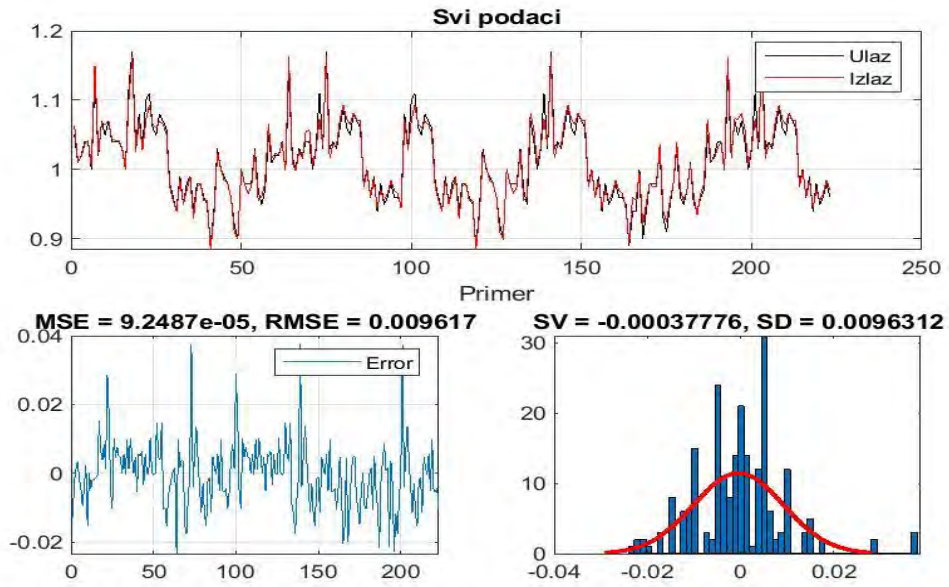
анализа и поузданост модела, и на крају имамо слику 82 графичке апроксимације улазних тренинг података са излазном АНФИС функцијом. Све приказане слике се односе на улаз 3 који има највећи утицај на излазну величину. Узорак за обраду се састоји од 223 податка, од којих је 190 искоришћено за тренинг мреже а 33 за тестирање.



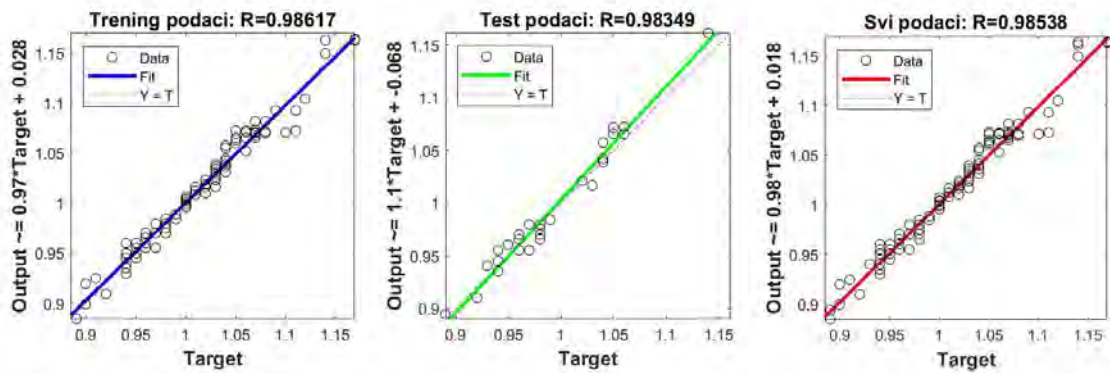
Слика 78. Тренинг АНФИС мреже – један улаз – трајност знања



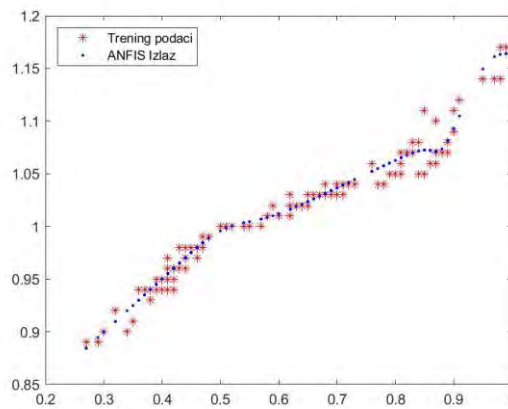
Слика 79. Тест АНФИС мреже – један улаз – трајност знања



Слика 80. Сви подаци АНФИС мреже - један улаз- трајност знања



Слика 81. Регресија тренинга, теста и свих података - један улаз- трајност знања



Слика 82. Графичка интерпретација тренинг података - један улаз- трајност знања

Осим појединачних утицаја улаза на излаз, извршена је и процена утицаја два комбинована улаза на излаз. Добијено је да улаз 1 и улаз 3 у комбинацији имају најмањи RMSE, односно, највећи утицај на излазну величину. Дакле, примењивост математике и степен употребе образовног софтвера у учењу највише утиче на однос просечне оцене у претходној и текућој школској години из математике.

Вредности свих грешака тренинга, теста и обједињених података за два најутуцајнија улаза, улаз 1 и улаз 3, на излазну величину и коефицијент поузданости модела представљена су у табели 31:

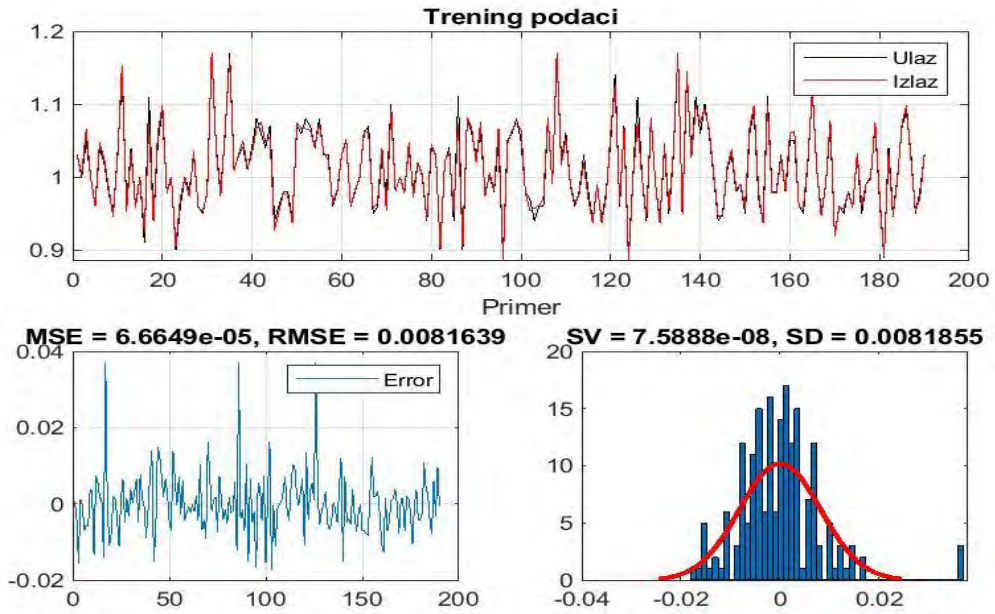
Табела 31. Утицај два улаза на излаз – трајност знања

Улази	Улази са најмањом грешком
два улаза	ULAZ br. 1 - 3
	TRENING - GRESKA
	SV = 0.000000 SD = 0.008185 MSE= 0.000067 RMSE= 0.008164
	TEST - GRESKA
	SV = -0.001339 SD = 0.006402 MSE= 0.000042 RMSE= 0.006445
	SVI PODACI - GRESKA
	SV=-0.00019812 SD= 0.0079484 MSE= 0.000062933 RMSE= 0.007933

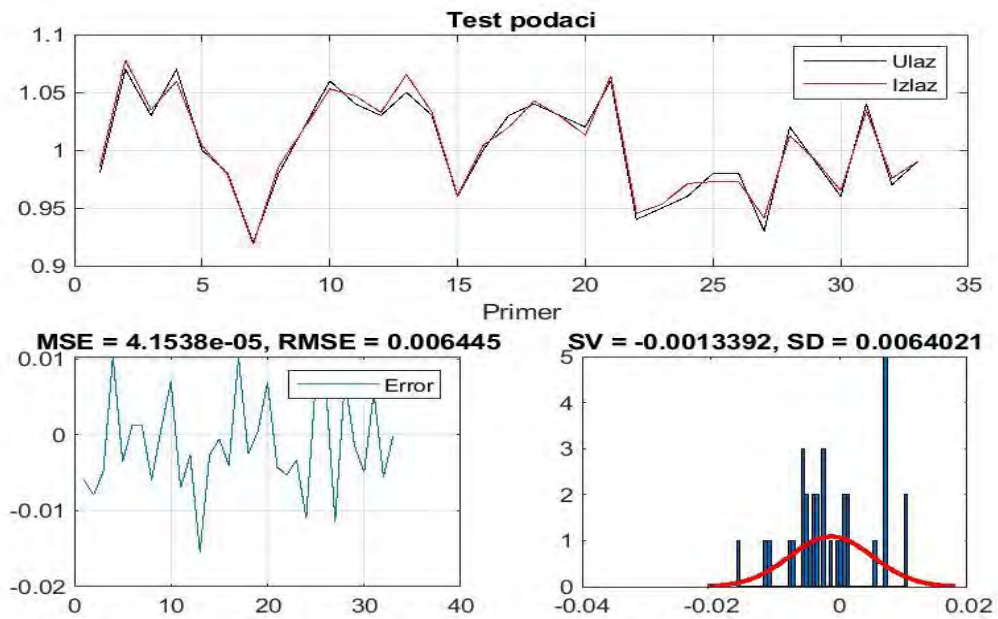
Корелациони коефицијент –поузданост модела

тренинг	R=0.9902
тест	R=0.98804
сви подаци	R=0.99002

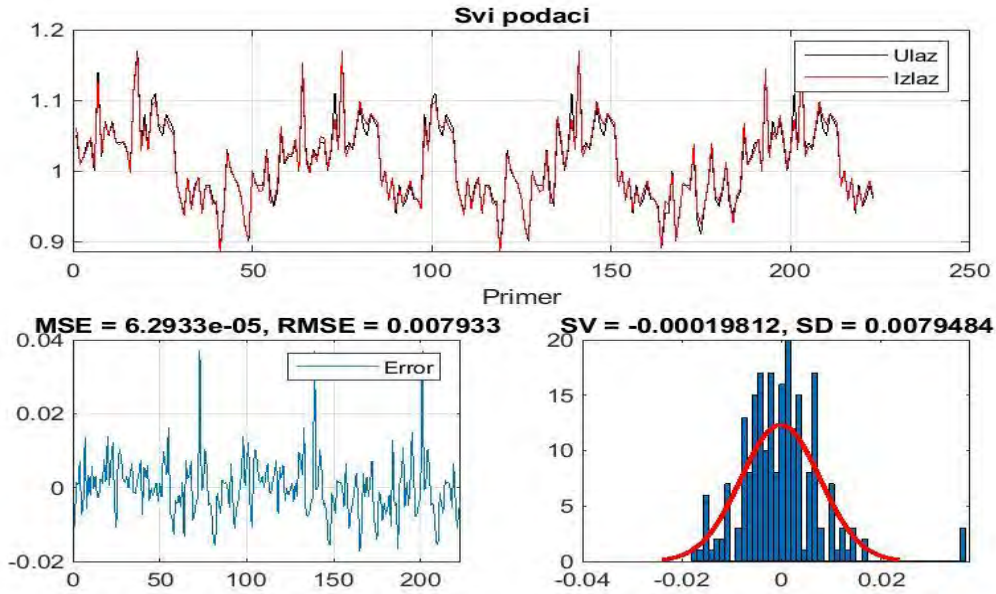
Слике 83, 84 и 85, које следе, представљају податке добијене у програму Матлаб и односе се на грешке приликом тренинга, теста и обраде свих података заједно; слика 86 на поузданост модела дат кроз регресиону анализу тренинг, тест и обједињених података; и слика 87 на апроксимацију улазних података тренинга са АНФИС излазом. Вршено је посматрање утицаја по два здружена улаза на излаз, а приказани су само подаци за комбинацију оних улаза који имају највећи утицај на излазну променљиву, односно, улаза 1 и 3.



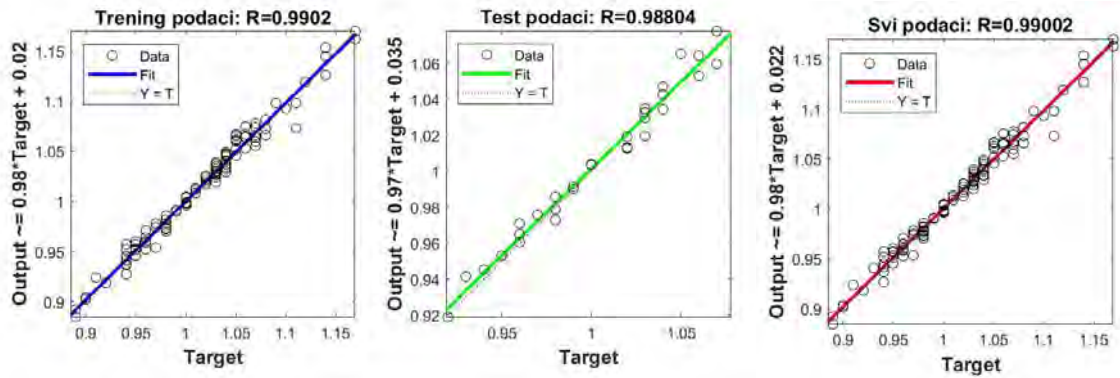
Слика 83. Тренинг АНФИС мреже – два улаза – трајност знања



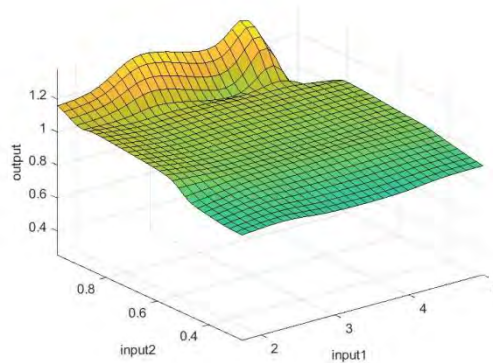
Слика 84. Тест АНФИС мреже – два улаза – трајност знања



Слика 85. Сви подаци АНФИС мреже –два улаза– трајност знања



Слика 86. Регресија тренинга, теста и свих података - два улаза - трајност знања



легенда: input1-ulaz1; input2-ulaz3; output-izlaz

Слика 87. Графичка интерпретација тренинг података - два улаза– трајност знања

Након обраде података за утицај три улаза здружено добијено је да улази 1, 3 и 6 имају најмању RMSE, па је њихов заједнички утицај на излаз највећи, односно, примењивост математике, степен употребе образовног софтвера у учењу и важност математике највише утиче на трајност знања описану помоћу односа просечне оцене у претходној и текућој школској години.

Грешке тренинга, теста и свих података заједно при обради три најутицајније улазне величине на излаз и коефицијент поузданости модела су представљене у табели 32:

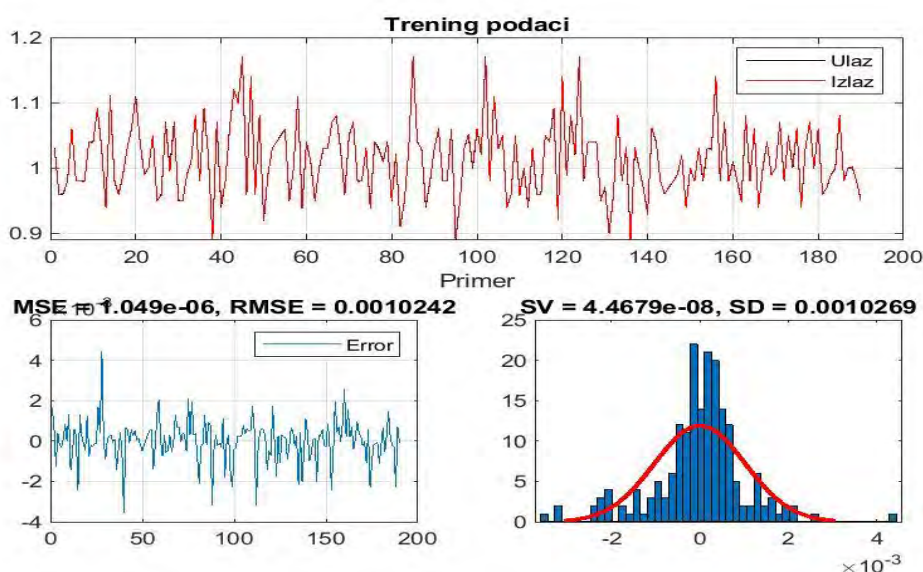
Табела 32. Утицај три улаза на излаз – трајност знања

Улази	Улази са најмањом грешком				
три улаза	УЛАЗ br.	1	-	3 - 6	
	TRENING - GRESKA				
	SV =	0.000000	SD =	0.001027	MSE= 0.000001 RMSE= 0.001024
	TEST - GRESKA				
	SV =	0.000800	SD =	0.002607	MSE= 0.000007 RMSE= 0.002689
	SVI PODACI - GRESKA				
	SV=	0.00011848	SD=	0.0013994	MSE= 0.00000196 RMSE= 0.0014013

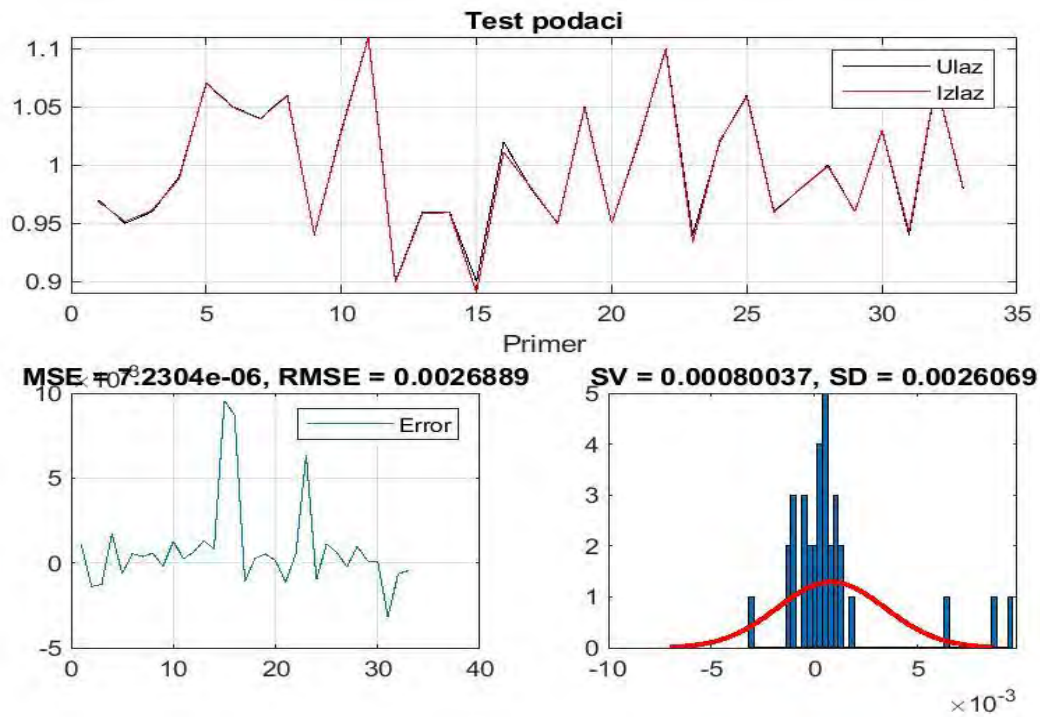
Корелациони коефицијент –поузданост модела

тренинг	R=0.99983
тест	R=0.99893
сви подаци	R=0.99969

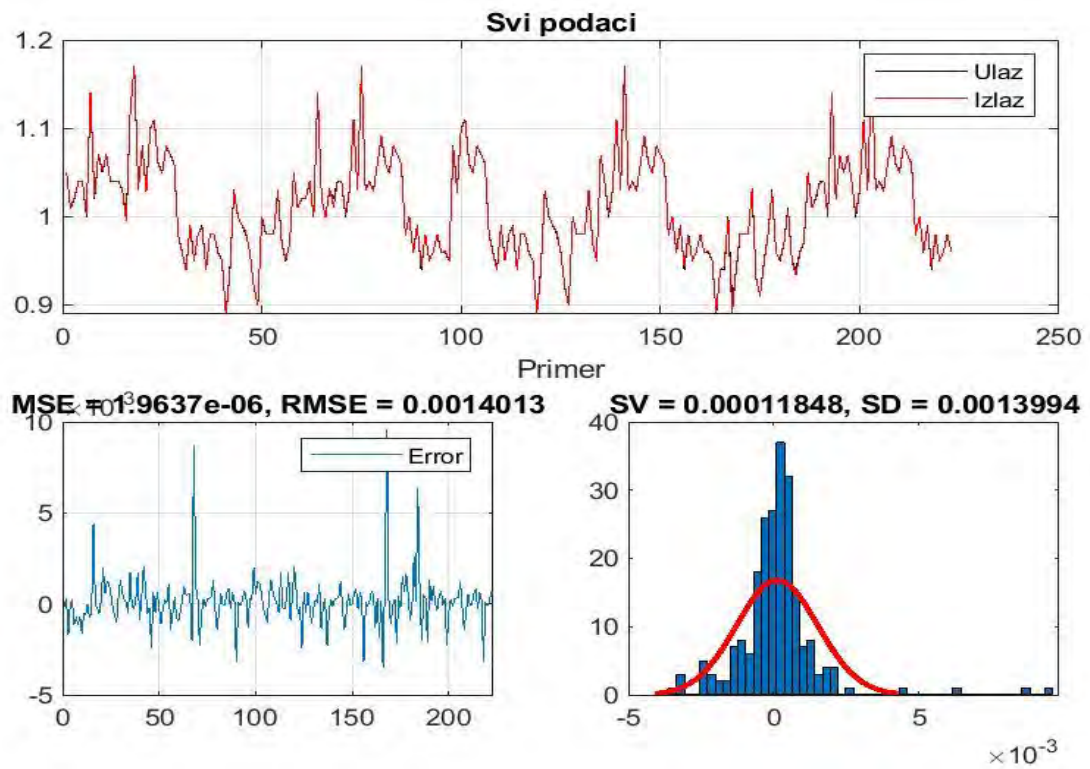
На сликама 88, 89 и 90 се виде сви подаци о грешкама и поузданости модела три најутицајнија улаза на излазну величину за све фазе обраде података. На слици 91 је представљена регресиона анализа улазних података и поузданост модела. Приказана је и графичка апроксимација тренинг података три најутицајнија улаза помоћу АНФИС излаза на слици 92.



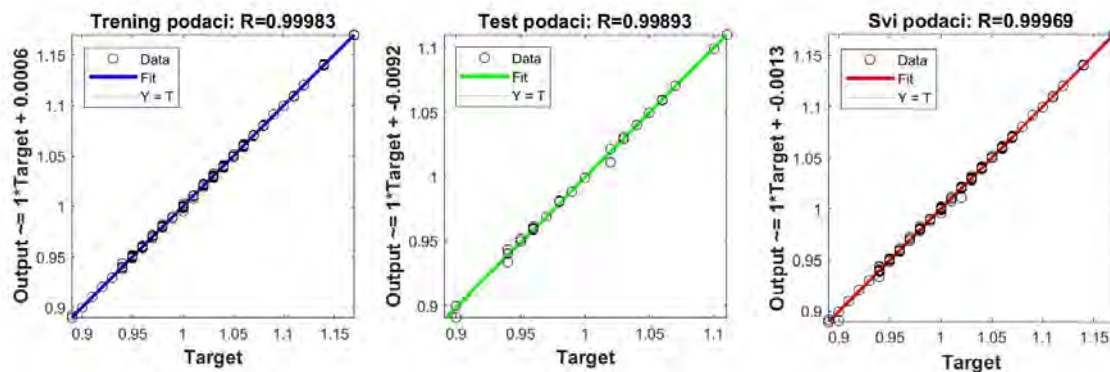
Слика 88. Тренинг АНФИС мреже – три улаза– трајност знања



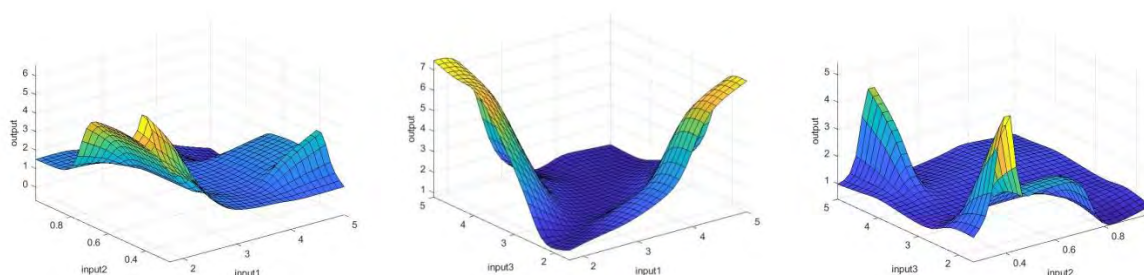
Слика 89. Тест АНФИС мреже –три улаза– трајност знања



Слика 90. Сви подаци АНФИС мреже –три улаза– трајност знања



Слика 91. Регресија тренинга, теста и свих података - три улаза – трајност знања



легенда: input1-улаз1; input2-улаз3; input3-улаз6; output-излаз

Слика 92. Графичка интерпретација тренинг података - три улаза – трајност знања

7.6. РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА ОБЈЕКТИВНОСТИ ОЦЕЊИВАЊА

7.6.1. Опис променљивих

Објективност оцењивања је битан фактор унапређења наставе математике. У овом истраживању излазна променљива је управо оцена објективности оцењивања, по мишљењу ученика. Ученици су на скали од 1-7 проценили да ли је њихова оцена објективна у односу на знање које поседују. Најмањи степен објективности процењен је оценом 1 а највећи степен објективности оценом 7. На ову излазну променљиву може да утиче много различитих, независних улазних величина. Неке од њих су проверене у овом истраживању:

- удео писаних провера у оцени – представља процентуалну вредност вредновања знања ученика из математике писаним проверама - тестовима
- удео образовног софтвера у оцењивању – ова величина показује у ком проценту је учествовао образовни софтвер у формирању оценом ученика
- оцена субјективности наставника – ову величину дефинишу ученици скалом од 1-7 тако што се оценом 1 оцењује наставник код кога је уочен велики субјективизам код оцењивања, док се оценом 7 оцењују наставници који нису субјективни

- ауторитет наставника – представља процену ауторитета наставника од стране ученика на скали од 1 – 7, где се оценом 1 оцењује наставник са најмањим ауторитетом а оценом 7 наставник са највећим ауторитетом
- објективност усменог оцењивања – на скали од 1 -7 ученици процењују колико је објективно усмено оцењивање, где се са 1 оцењује потпуно необјективно а са 7 потпуно објективно оцењивање
- објективност писменог оцењивања - на скали од 1-7 ученици процењују у којој мери је оцењивање путем писмених провера објективно

У табели 33 су приказани улазни параметри, са својом минималном и максималном вредношћу, и излазни параметар.

Табела 33. Улазни и излазни параметри – објективност оцењивања

УЛАЗИ И ИЗЛАЗ	ОПИС ПАРАМЕТАРА	min - max
Улаз 1	удео писмених провера у оцени	0.16 -0.86
Улаз 2	удео образовног софтвера у оцењивању	0.10 – 0.90
Улаз 3	оцена субјективности наставника	2 – 7
Улаз 4	ауторитет наставника	1 – 6
Улаз 5	објективност усменог оцењивања	2 – 7
Улаз 6	објективност писменог оцењивања	6 - 7
Излаз	<i>објективност оцењивања</i>	2 - 7

7.6.2. Приказ добијених резултата

Средња вредност грешке, средња девијација, средња квадратна грешка и корен средње квадратне грешке за тренинг податке, тест податке и све податке обједињено, за улаз који има највећи утицај на излазну величину и коефицијент поузданости модела представљени су у табели 34:

Табела 34. Утицај једног улаза на излаз – објективност оцене

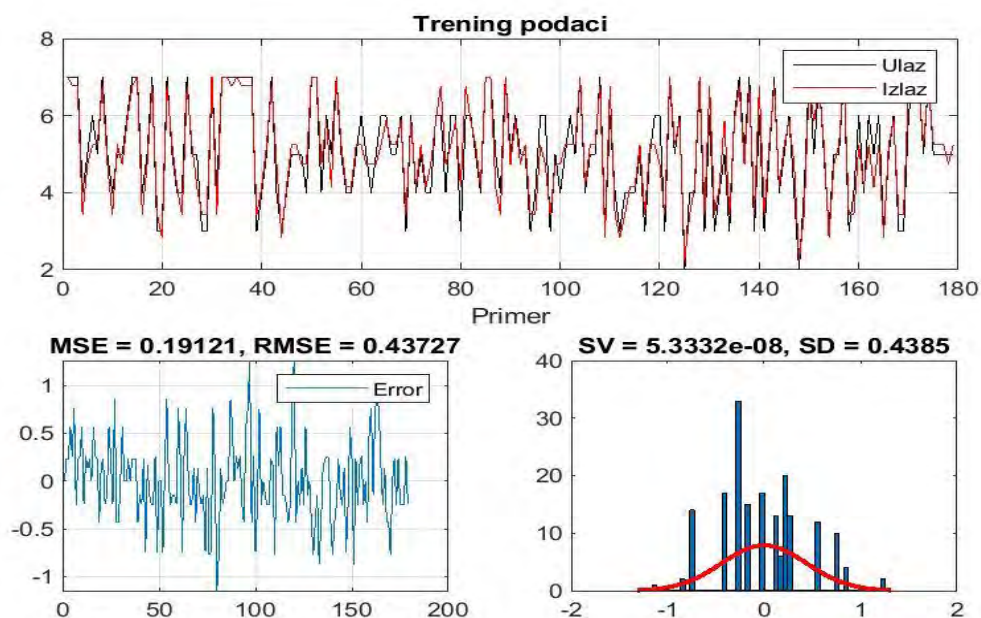
Улази	Улаз са најмањом грешком
један улаз	Ulaz br. 2
	TRENING - GRESKA
	SV = 0.000000 SD = 0.438497 MSE= 0.191206 RMSE= 0.437271
	TEST - GRESKA
	SV = 0.120901 SD = 0.440286 MSE= 0.202411 RMSE= 0.449901
	SVI PODACI - GRESKA
	SV = 0.018336 SD = 0.43987 MSE= 0.19291 RMSE= 0.43921

Корелациони коефицијент – поузданост модела

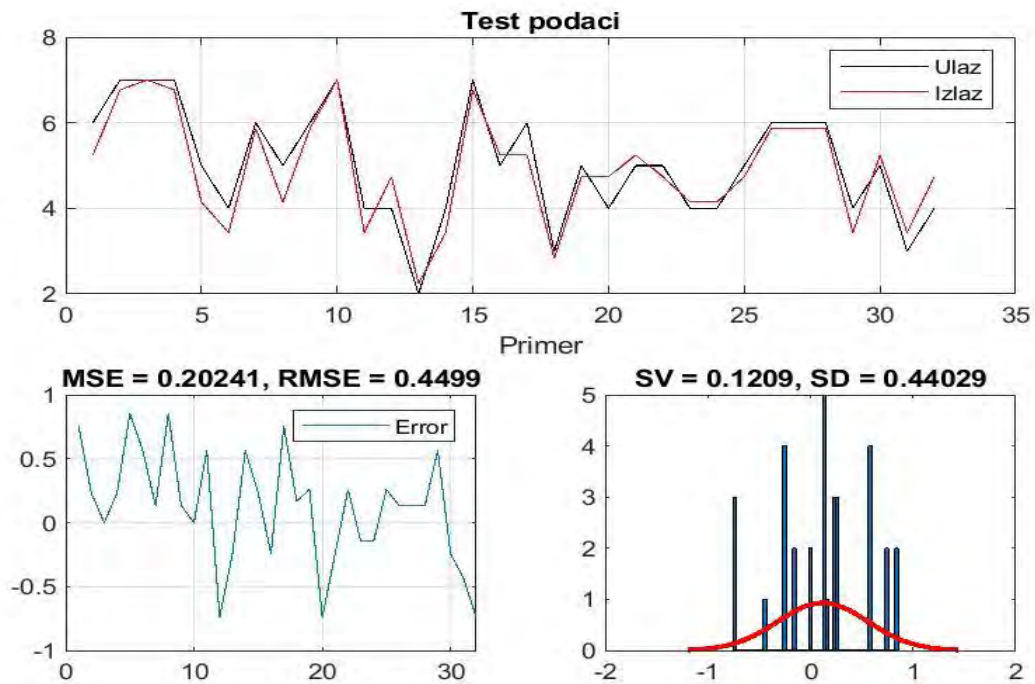
тренинг	R=0.94615
тест	R=0.9418
сви подаци	R=0.94498

Улаз 2 има најмању RMSE, што значи да удео образовног софтвера у оцењивању има највећи утицај на излазну величину тј. на објективност оцењивања.

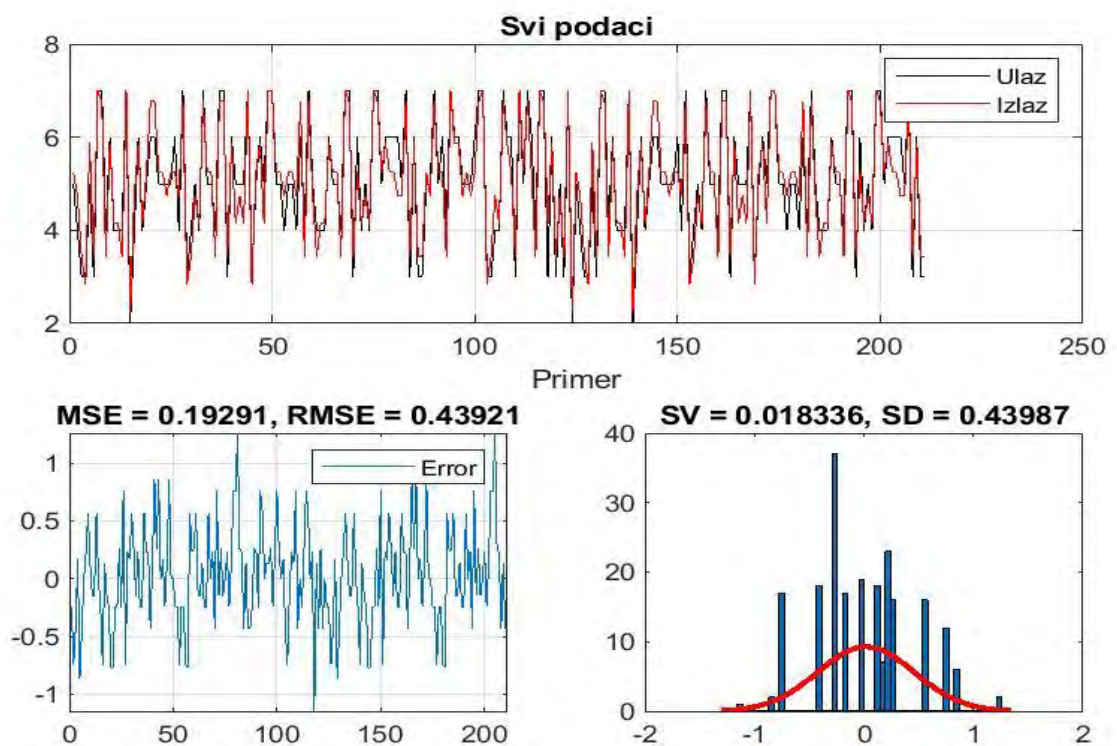
На сликама 93, 94 и 95 могу се видети сви подаци о грешкама у процесу тренинга, теста и обједињеног приказа који су добијени, у програмском пакету Матлаб, применом АНФИС методологије. Затим следи слика 96 на којој се види регресиона анализа и поузданост модела, и на крају имамо слику 97 графичке апроксимације улазних тренинг података са излазном АНФИС функцијом. Све приказане слике се односе на улаз 2 који има највећи утицај на излазну величину. Узорак за обраду се састоји од 211 податка, од којих је 179 искоришћено за тренинг мреже а 32 за тестирање.



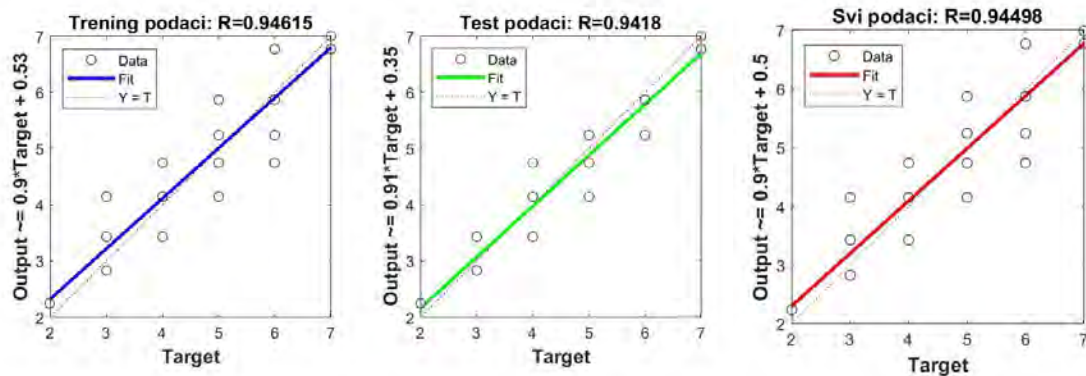
Слика 93. Тренинг АНФИС мреже – један улаз – објективност оцене



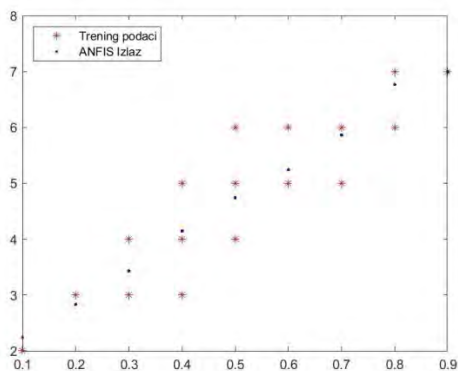
Слика 94. Тест АНФИС мреже –један улаз – објективност оцене



Слика 95. Сви подаци АНФИС мреже –један улаз – објективност оцене



Слика 96. Регресија тренинга, теста и свих података - један улаз—објективност оцене



Слика 97. Графичка интерпретација тренинг података један улаз—објективност оцене

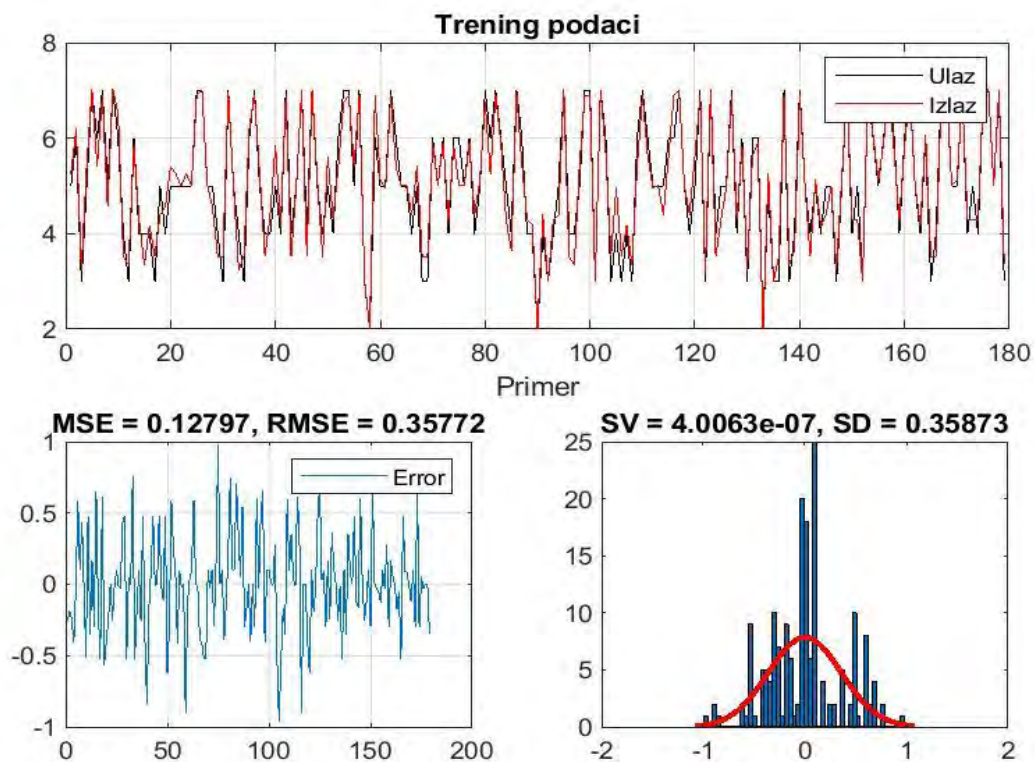
Вредности свих грешака тренинга, теста и обједињених података за два најутицајнија улаза, на излазну величину, као и коефицијент поузданости модела представљена су у табели 35:

Табела 35. Утицај два улаза на излаз - објективност оцене

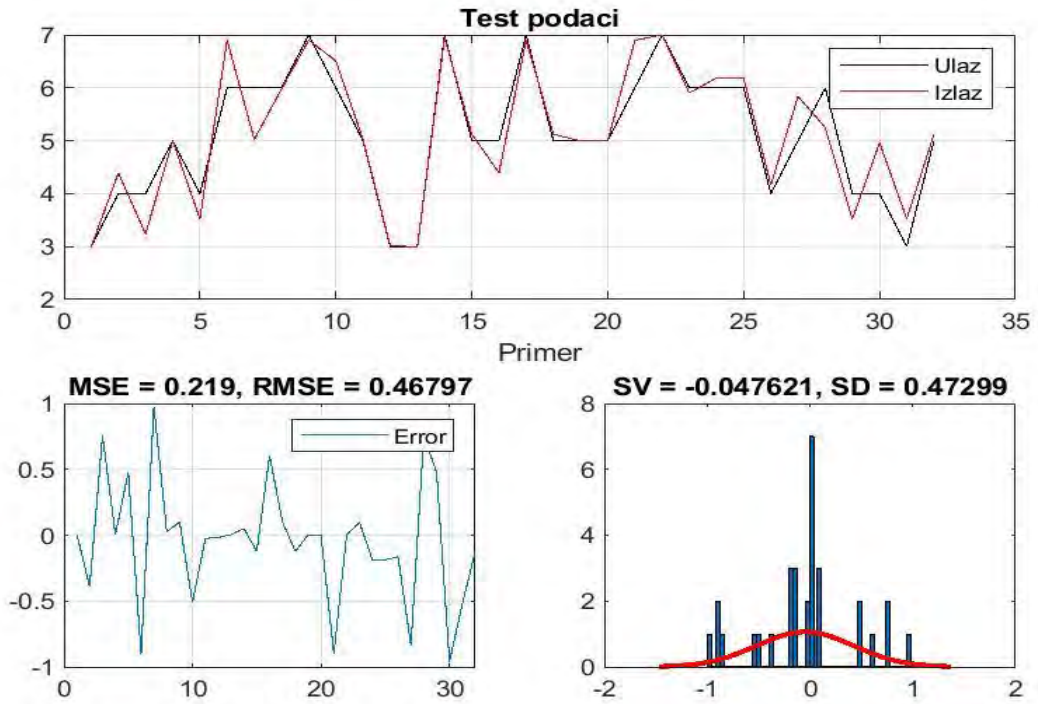
Улази	Улази са најмањом грешком
два улаза	Улаз br. 1 - 2
	TRENING - GRESKA
	SV = 0.000000 SD = 0.358726 MSE= 0.127966 RMSE= 0.357723
	TEST - GRESKA
	SV = -0.047621 SD = 0.472991 MSE= 0.218997 RMSE= 0.467971
	SVI PODACI - GRESKA
	SV = -0.0072219 SD = 0.37735 MSE= 0.14177 RMSE= 0.37653
Корелациони коефицијент –поузданост модела	
тренинг	R=0.96499
тест	R=0.93144
сви подаци	R=0.95994

Проценом утицаја два улаза на излаз добијено је да улаз 1 и улаз 2 у комбинацији имају најмањи RMSE, односно, највећи утицај на излазну величину. Дакле, удео писмених провера у оцени и удео образовног софтвера у оцењивању има највећи утицај здружено на објективност оцене из математике.

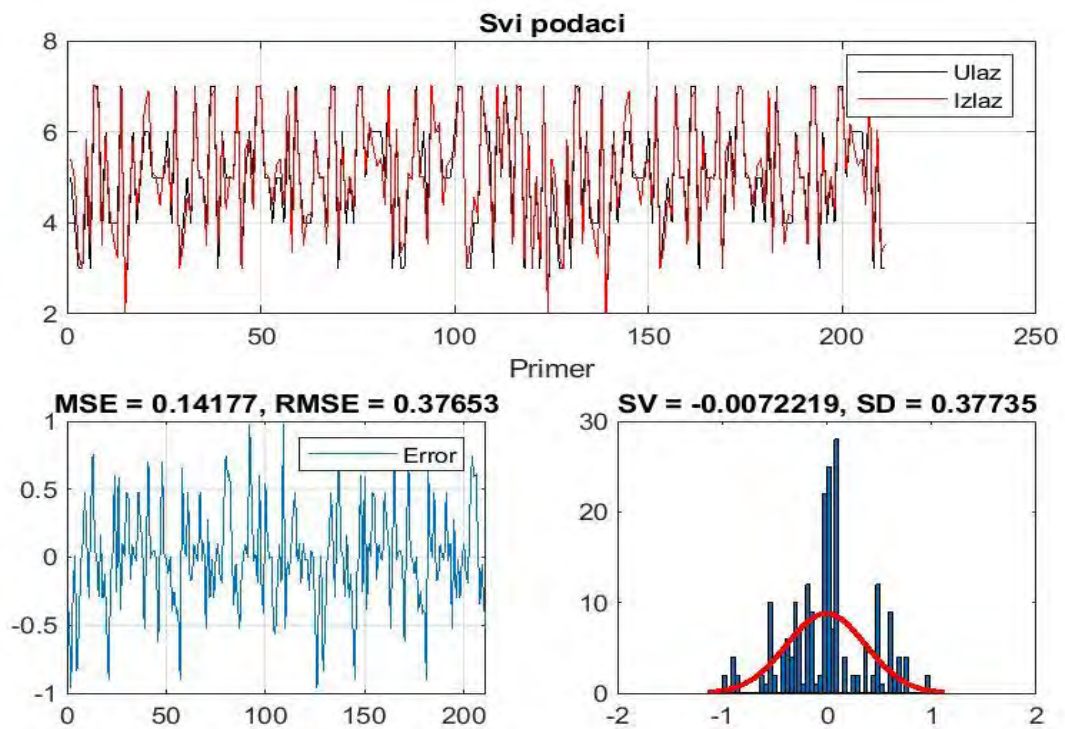
Слике 98, 99 и 100 представљају податке добијене у програму Матлаб и односе се на грешке приликом тренинга, теста и обраде свих података заједно; слика 101 се односи на поузданост модела дат кроз регресиону анализу тренинг, тест и обједињених података; и слика 102 на апроксимацију улазних података тренинга са АНФИС излазом. Вршено је посматрање утицаја по два здружена улаза на излаз, а приказани су само подаци за комбинацију оних улаза који имају највећи утицај на излазну променљиву, односно, улаза 1 и 2.



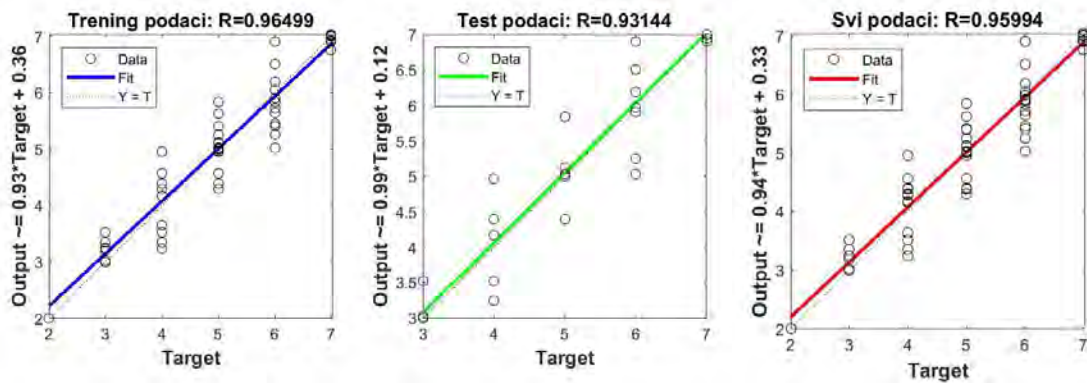
Слика 98. Тренинг АНФИС мреже – два улаза – објективност оцене



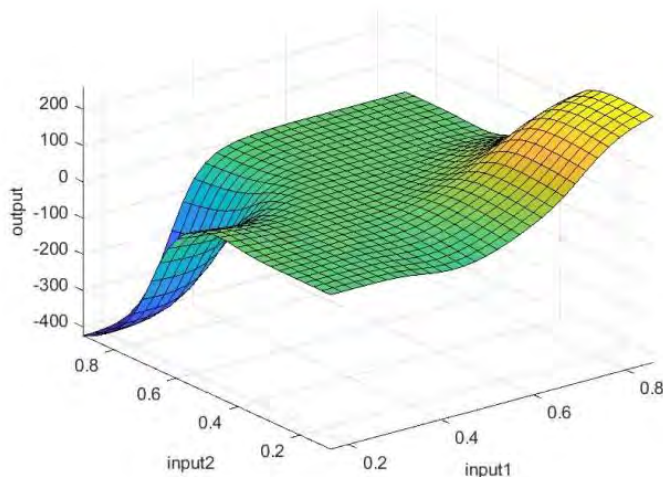
Слика 99. Тест АНФИС мреже – два улаза – објективност оцене



Слика 100. Сви подаци АНФИС мреже – два улаза – објективност оцене



Слика 101. Регресија тренинга, теста и свих података - два улаза – објективност оцене



легенда: input1-ulaz1; input2-ulaz2; output-izlaz

Слика 102. Графичка интерпретација тренинг података два улаза – објективност оцене

Коначно, након обраде података за утицај три улаза здружено добијено је да улази 1, 2 и 4 имају најмању RMSE, па је њихов заједнички утицај на излаз највећи, односно, удео писмених провера у оцени, удео образовног софтвера у оцењивању и ауторитет наставника имају, заједнички, највећи утицај на објективност оцене.

Све врсте грешки тренинга, теста и свих података заједно при обради три најутуцајније улазне величине на излаз и коефицијент поузданости модела су представљене у табели 36:

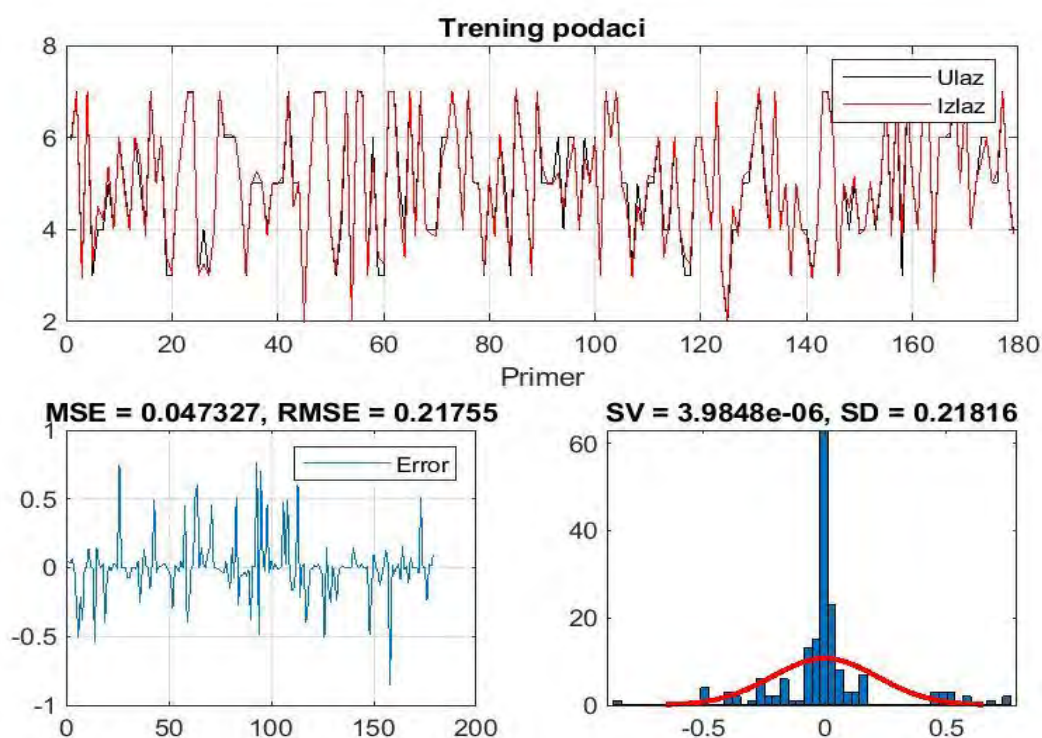
Табела 36. Утицај три улаза на излаз - објективност оцене

Улази	Улази са најмањом грешком
три улаза	Ulaz br. 1 - 2 - 4
	TRENING - GRESKA
	SV = 0.000004 SD = 0.218158 MSE= 0.047327 RMSE= 0.217547
	TEST - GRESKA
	SV = 0.124023 SD = 0.353095 MSE= 0.136162 RMSE= 0.369001
	SVI PODACI - GRESKA
	SV = 0.018813 SD = 0.24644 MSE= 0.060799 RMSE= 0.24658

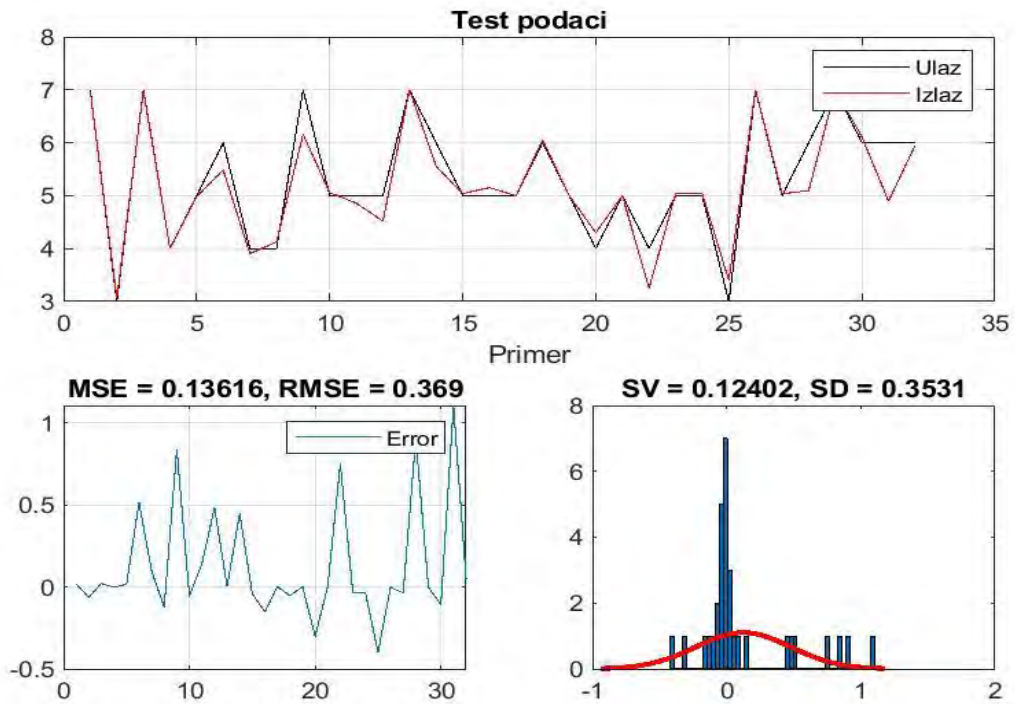
Корелациони коефицијент –поузданост модела

тренинг	R=0.98734
тест	R=0.95155
сви подаци	R=0.98307

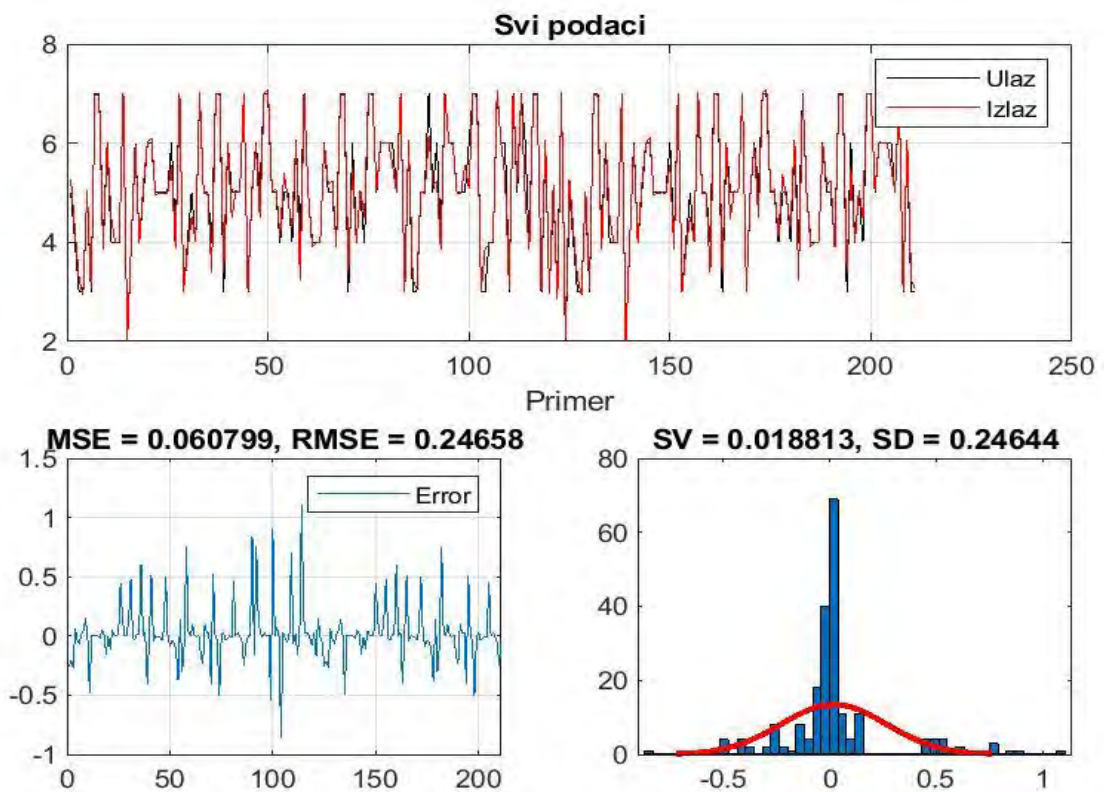
На сликама 103, 104 и 105 се виде сви подаци о грешкама и поузданости модела три најутицајнија улаза на излазну величину за све фазе обраде података. На слици 106 је представљена регресиона анализа и поузданост модела. Приказана је и графичка апроксимација тренинг података три најутицајнија улаза помоћу АНФИС излаза на слици 107.



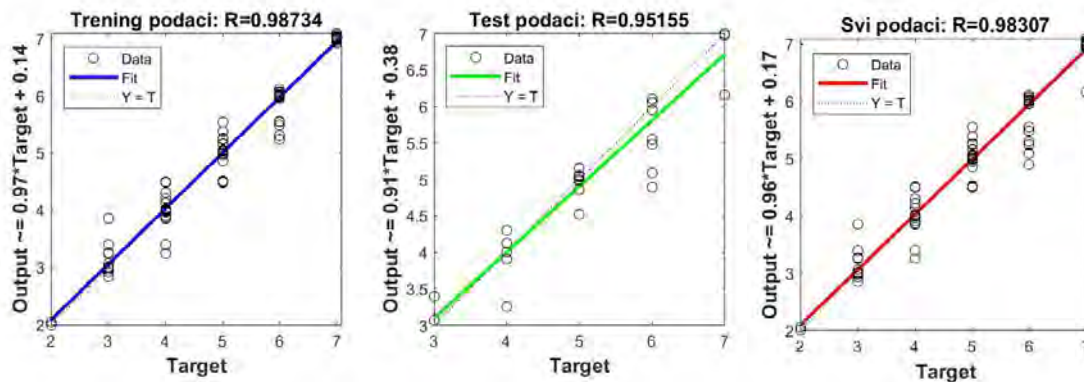
Слика 103. Тренинг АНФИС мреже – три улаза – објективност оцене



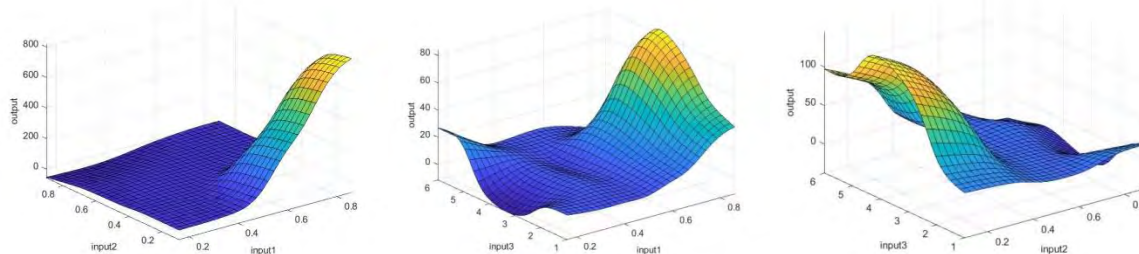
Слика 104. Тест АНФИС мреже – три улаза – објективност оцене



Слика 105. Сви подаци АНФИС мреже – три улаза – објективност оцене



Слика 106. Регресија тренинга, теста и свих података - три улаза—објективност оцене



легенда: input1-улаз1; input2-улаз2; input3-улаз4; output-излаз

Слика 107. Графичка интерпретација тренинг података - три улаза—објективност оцене

7.7. ДИСКУСИЈА ДОБИЈЕНИХ РЕЗУЛТАТА

7.7.1. Дискусија добијених резултата – постигнућа ученика

Постигнућа ученика могу се описати на различите начине. У овом истраживању су постигнућа ученика из математике представљена закључном оценом на крају школске године. Фактори, чији утицај на закључну оцену је посматран, су одабрани на основу личног искуства истраживача и представљени су у опису података. У истраживању се пошло од хипотезе да се постигнућа ученика могу побољшати увођењем образовног софтвера у наставу.

Истраживање је обављено коришћењем адаптивне методе неуро-фази логике – АНФИС и добијени су резултати који приказују највећи утицај на закључну оцену из математике и то:

- Једног фактора
- Два фактора у комбинацији
- Три фактора у комбинацији

Резултати истраживања, су показали да највећи утицај на закључну оцену ученика из математике има предзнање ученика које се огледа у оцени на иницијалном

тесту. Иницијални тест се спроводи сваке године у свим разредима на почетку школске године. Он је показатељ претходно усвојених знања којима ученик располаже. Уколико је предзнање ученика на вишем нивоу и закључна оцена на крају школске године ће бити боља. Ученици који су савладали све претходне математичке садржаје без већих проблема могу да их надограде, а ученици који су направили пропуст у некој области математике имаће проблем током целог школовања из те области. Разлог томе је то што су математички садржаји повезани и захтевају континуитет у њиховом усвајању.

При посматрању два фактора која највише утичу на крајњу оцену ученика, здруженим дејством, добијено је да су то оцена на иницијалном тесту и учење, ван наставног процеса, помоћу образовног софтвера. На постигнућа ученика, осим предзнања, има утицај и начин на који ученик учи самостално. Учење помоћу образовног софтвера је, генерално, ученицима занимљиво и они су у стању да проведу много више времена у учењу него што би то радили на класичан начин, користећи разне уџбенике и збирке задатака. На тај начин они, свесно или несвесно, попуњавају празнине у свом знању, што им омогућава да успеју да се активно укључе у наставу, а самим тим и да постигну боље резултате.

Комбинацијом три фактора највећи утицај на закључну оцену имају оцена на иницијалном тесту, учење помоћу образовног софтвера и број изостанака. Иако се пропусти у предзнању ученика могу надокнадити, ван наставног процеса, учењем помоћу образовног софтвера, ипак је од изузетне важности присуство на настави. Разна искуства и статистике наставника су показале да је одсуствовање са наставе математике, поготову лошијих или просечних ученика, резултирало лошијом оценом код провере знања. Без обзира на то да ли се настава реализује на традиционалан или модеран начин, ту је наставник који све недоумице разрешава брзо и ефикасно. Сваки ученик је индивидуа за себе, па се и процес учења и усвајања знања разликује од ученика до ученика а наставници су, поред стручњака из својих области, истовремено и педагози и психолози и могу да пруже велику помоћ и подршку при учењу.

Коначно, може се закључити, да поред предиспозиција ученика за учење математике, на закључну оцену, у смислу њеног побољшања, утиче и коришћење образовног софтвера, чиме се потврдила хипотеза од које се пошло у истраживању.

7.7.2. Дискусија добијених резултата – мотивација ученика и наставника

Мотивација је један од најважнијих фактора успешно реализованог наставног процеса. Сваки успешно реализован процес учења је могућ само ако је онај који учи и онај који поучава мотивисан за то што ради. У овом истраживању је извршена процена фактора који подстичу на унутрашњу мотивацију ученика и наставника, а која се у овом истраживању представља као самопроцена степена мотивисаности појашњена у опису података. Одабир тих фактора је извршен од стране самог истраживача. Обзиром да ученици и наставници истовремено учествују у наставном процесу посматрани су исти фактори утицаја. Резултати су добијени АНФИС методом на бази највећег утицаја:

- Једног фактора

- Два фактора
- Три фактора,

на степен мотивисаности ученика и наставника.

При истраживању се пошло од претпоставке да употреба образовног софтвера у настави математике мотивише и ученике и наставнике.

Резултати истраживања су показали да је фактор који највише мотивише ученике да уче математику њихово предзнање из математике. Квалитетно предзнање је добра основа за усвајање нових знања која проширују видике и подстичу потребу и жељу ученика за учењем. Математика је наставни предмет са којим многи ученици имају потешкоће које их демотивишу. Са друге стране, ученици којима математика није компликована, обично, воле да се баве математиком и увек имају мотив за учење.

Ако се посматрају два фактора која су у комбинацији најугицајнија на мотивацију ученика, резултати су показали да су то предзнање и учење математике за оцену. Уколико предзнање ученика и није на најбољем нивоу учење за оцену може ученика мотивисати да учи. Оцена је јак мотив учења, поготову за ученике основне школе. Ученици уче за оцену из разних разлога: због инсистирања родитеља, због друштва, да би могли да упишу жељену школу...Иако, по речима многих, треба учити за знање а не за оцену, ипак и учење за оцену води усвајању нових знања, и може се схватити као прихватљив мотив за учење математике.

Три најугицајнија фактора комбиновано у мотивисању ученика за учење математике су, по резултатима овог истраживања, предзнање, учење математике за оцену и употреба иновативних наставних метода. Многи огледни часови математике су показали да је употреба нових наставних метода попут индивидуализоване, програмиране, тимске, активне наставе и савремених наставних средстава као што су рачунари, образовни софтвер, мобилни телефон, подстрек и додатни извор мотивације ученика за учење математике и стицање знања. На таквим часовима неки ученици желе да доминирају а неки да буду део тима, што им омогућавају иновативне методе учења јер подржавају наставу прилагођену индивидуалним способностима ученика. Ученик је активан учесник и креатор сопственог стицања знања што га мотивише на учење.

Када је у питању наставник, резултати истраживања говоре да на наставника као мотивишући фактор највише утиче ученик који воли математику. По неком неписаном правилу, ученици који воле математику су и добри математичари, са високим нивоом знања, жељни за усвајањем нових садржаја. На тај начин мотивишу наставника да им пружи што више информација и са ентузијазмом изводи часове.

Два најугицајнија фактора здружено су ученик који воли математику и употреба иновативних наставних метода на часу. Осим ученика који воле математику, наставника мотивишу и иновативне методе којима организује извођење наставе. Циљ сваког наставника је да час који организује и води буде интересантан ученицима и да се што више ученика укључи у његово извођење. Иновативне наставне методе, о којима је

већ било речи, омогућавају наставнику остварење циља па је разумљиво да ће му то бити и додатни мотив за поучавање.

Ако се искомбинују три фактора, највећи заједнички утицај на мотивацију наставника имају предзнање ученика, ученици којима је на настави занимљиво и ученици који воле математику. Предзнање ученика, било да је у питању нижи или виши ниво знања, увек су фактор који мотивише наставника, поготову ако су у питању ученици којима је интересантно на настави и који воле математику. Уколико, приликом поучавања, ученик покаже интересовање за наставни садржај који наставник презентује онда ће сам наставник бити подстакнут да то уради тако да обе стране наставног процеса буду задовољне. На тај начин се, неретко, деси да ученик промени став према математици и у њој види свог савезника а не свог непријатеља. То је велики мотивациони фактор за наставника.

Употреба образовног софтвера може да мотивише и ученика и наставника, с тим да се код ученика јавља као трећи фактор утицаја, док се код наставника јавља као други фактор у здруженом утицају два фактора, али у здруженом утицају три фактора уопште не фигурише. Резултати, донекле, потврђују хипотезу, образовни софтвер има утицаја на мотивацију ученика и наставника, али у мањем обиму од очекиваног, па би најреалније било извести закључак да се хипотеза делимично потврдила.

7.7.3. Дискусија добијених резултата – квалитет наставе

Квалитет наставе је незаобилазан фактор извођења наставе математике. Атрибут којим је описан квалитет наставе, у овом истраживању, је оцена на годишњем тесту из математике. На годишњем тесту се проверава ниво усвојености наставног садржаја који је реализован у току једне школске године. Што је већи тај ниво то је настава квалитетније одрађена. Фактори који највише утичу на квалитет наставе математике добијени су као резултат обраде података АНФИС методологијом. Приказани су :

- Један
- Комбинација два
- Комбинација три

фактора са највећим утицајем на квалитет наставе.

У истраживању се пошло од хипотезе да је квалитет наставе математике могуће побољшати увођењем образовног софтвера у процес извођења наставе.

Најутуцајнији фактор на квалитет наставе је употреба образовног софтвера и ИКТ у самосталном учењу ученика. Учење помоћу образовног софтвера ствара другачију перцепцију наставних садржаја. Постоји доста визуализације наставних садржаја које омогућавају ученицима очигледније усвајање знања као и боље памћење и повезивање наставних садржаја. Образовни софтвер је прилагођен свим стилевима учења, па је стога и јасно због чега су резултати на годишњем тесту бољи код оних ученика који су у самосталном учењу користили образовни софтвер или неку платформу за учење математике.

Комбиновано, два најутицајнија фактора на квалитет наставе је употреба образовног софтвера у самосталном учењу математике и редовно стручно усавршавање наставника. На стручном усавршавању наставници се упознају са најновијим достигнућима, углавном, из методике наставе математике. Све више семинара, стручних скупова и конференције је посвећено иновативном начину приступа настави, новим наставним методама, новим наставним средствима. Данашњи ученик је рођен у ери експоненцијалног раста развоја и употребе ИКТ-а и много му је ближе учење помоћу рачунара него из уџбеника. Стога, стручно усавршен наставник и образовни софтвер као средство учења неминовно воде квалитетнијем наставном процесу.

Резултат истраживања је показао да су здружено три најутицајнија фактора, на квалитет наставе, самостално учење помоћу образовног софтвера, употреба ИКТ у непосредном наставном процесу и ученик кога мотивишу иновације у настави. Ова три фактора су тесно повезана и условљавају један други. Наиме, ученик кога мотивишу иновације ће предано прихватити часове у којима се користе ИКТ, активно ће учествовати на тим часовима и, сасвим сигурно може се тврдити, да ће и самостално у учењу користити образовни софтвер или неку платформу за учење. Овакво учење резултира већој посвећености и преданости у усвајању нових знања а, самим тим, бољим резултатима и квалитетнијем наставном процесу.

Напослетку, може се закључити да највећи утицај на квалитет наставе има употреба ИКТ и образовног софтвера у процесу учења математике па се може рећи да је у потпуности потврђена хипотеза истраживања.

7.7.4. Дискусија добијених резултата – трајност знања

Један од највећих проблем наставе математике је трајност усвојеног знања. Да би неко знање постало трајно није довољно само да се усвоје одређене процедуре већ се наставни садржаји морају разумети и ученик мора бити способан да та знања примењује у непознатим ситуацијама. Из тог разлога се сматра да је фактор трајности знања круцијалан фактор унапређења наставе математике. Као показатељ трајности знања изабран је однос између просечне оцене из математике на крају текуће и на крају претходне школске године. Фактори утицаја на трајност знања су одабрани на основу личног искуства. Процена фактора је дата АНФИС методологијом. Резултатима истраживања су представљени најутицајнији фактори на трајност знања, и то:

- Један најутицајнији фактор
- Два најутицајнија фактора здружено
- Три најутицајнија фактора здружено

Хипотеза која је тестирана гласи: Трајност знања ученика из математике је повезана са употребом образовног софтвера.

По резултатима истраживања је најутицајнији фактор на трајност знања степен употребе образовног софтвера ван учионице. Учење помоћу образовног софтвера активира много више чула него учење на традиционалан начин. Сва та чула омогућавају квалитетније усвајање наставних садржаја али и много брже и лакше

подсећање неких наставних садржаја који се дуго нису користили. Већина образовних софтвера има и разних допунских садржаја за развијање математичког мишљења.

Два најутицајнија фактора здружено на трајност знања су учење помоћу образовног софтвера, самостално, ван наставног процеса и примењивост математике у другим наставним предметима. Уколико ученик зна да користи математику и у другим наставним предметима и може да препозна проблеме који се могу решити неким математичким моделом, онда се може рећи да разуме садржаје предмета. То је неопходан услов за трајност знања. Многи образовни софтвери садрже задатке примењене математике.

Три најутицајнија фактора трајности знања су учење помоћу образовног софтвера, примењивост математике и важност математике. Математика има вишеструке важности у животу сваког човека. Она га учи да се прецизно и јасно изражава, да размишља по неколико корака унапред, да покуша да решава проблеме на свој начин, да буде упоран и никад не одустаје. Ученик који је свестан важности математике показује веће интересовање и улаже већи труд у процесу учења што резултира развијањем математичког мишљења на том степену да је може и применити у различитим животним ситуацијама.

Ово истраживање је потврдило у потпуности хипотезу јер фактор коришћења образовног софтвера у учењу математике фигурише на сва три степена процене најутицајнијих фактора на трајност знања.

7.7.5. Дискусија добијених резултата – објективност оцењивања

Објективност оцењивања је још један значајан фактор унапређења наставе. Оцена ученика зависи од ученика, наставног садржаја и наставника. Оцењивање не сме бити себи циљ и мора бити интегрисано у наставни процес. Да би оцењивање имало своју сврху мора бити објективно јер је оно повратна информација и ученику и наставнику о спремности за даље усвајање наставних садржаја. У овом делу истраживања су одређени фактори који највише утичу на објективност оцењивања која је измерена проценом самих ученика. Ученици су свесни својих правих знања и могу реално да процене да ли су и у којој мери објективно оцењени. Фактори утицаја на објективност су одређени од стране истраживача на основу личног искуства. Применом АНФИС методологије тестирана је полазна хипотеза у којој се претпоставља да примена образовног софтвера у настави математике позитивно утиче на превазилажење проблема објективности оцењивања. Издвојен је утицај:

- Једног фактора
- Два фактора са здруженим дејством
- Три фактора са здруженим дејством

Најутицајнији фактор на објективност оцене, по резултатима истраживања, је удео образовног софтвера у оцени ученика. Оцена која је добијена тако што је ученик, употребом образовног софтвера, проверавао своје знање је објективна и изведена строго по унапред дефинисаним критеријумима без одступања.

Два фактора која у комбинацији имају највећи утицај на објективност оцене су удео образовног софтвера у оцењивању и удео оцена на писаним проверама. Математика је наставни предмет који је врло лако вредновати писаним проверама. Задаци на таквим проверама су прилагођени свим нивоима, почев од основног до напредног, прописаним исходима наставног предмета за одређени наставни садржај. Оцењивање на овај начин је мало флексибилније у односу на оцењивање које врши образовни софтвер јер, обично, наставници вреднују и делове задатака који су тачно урађени, што оцену чини објективнијом.

Три најутуцајнија фактора на објективност оцене су удео образовног софтвера у оцењивању, удео оцене на писаним проверама и ауторитет наставника. Личност наставника има велики утицај на оцењивање. Ауторитативан наставник је принципијалан и доследан у свом целокупном стручно-педагошком раду, а самим тим и у оцењивању. Он увек пронађе прави начин провере знања који је усклађен са образовним циљем и који даје праве повратне информације и ученику и наставнику. Субјективизам и пристрасност нису епитети којима се може описати ауторитативан наставник. Ученици поштују такве наставнике и уважавају њихове процене знања.

Коначно, закључујемо да је потврђена хипотеза од које се пошло и да примена образовног софтвера позитивно утиче на објективност оцењивања.

8. ЕВАУЛАЦИЈА ПРИМЕНЕ ОБРАЗОВНОГ СОФТВЕРА У ПРЕДМЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Из математике се много штошта не задржи у памети, но ако си је једном савладао, онда ћеш се по потреби увек лако присетити заборављеног.

Михаил Василиевич Остроградски

8.1. КАРАКТЕРИСТИКЕ ОБРАЗОВНИХ СОФТВЕРА ЗА МАТЕМАТИКУ

8.1.1. Појам и дефиниција образовног софтвера

Рачунарски софтвер представља саставни део рачунарског система и може се описати као скуп програма помоћу којих корисник комуницира са рачунаром и издаје му инструкције и наредбе које је потребно извршити. Рачунарски софтвер се дели на:

- Апликативни (кориснички) софтвер – који рачунар користи за извршавање специјалних функција или за операције које не укључују основне операције рачунара. Постоји много врста апликативних софтвера, због великог спектра задатака које модеран рачунар може да изврши.
- Системски софтвер - направљен за директну комуникацију са хардвером, да би омогућио основне функције корисницима, као и другим софтверима, и да оспособи платформу за активне апликације.

Међу апликативним софтверима можемо, као посебну групацију, да издвојимо образовне рачунарске софтвере. Сам појам образовног софтвера везан је за различите називе које можемо срести у литератури. Тако наилазимо на називе као што су дидактички софтвер, учећи софтвер, наставни софтвер, образовни софтвер, едукативни софтвер.

Такође, можемо наићи и на различите дефиниције образовног рачунарског софтвера. Навешћемо неке од њих, које се тичу образовних софтвера, за примену у непосредном наставном процесу:

Под образовним рачунарским софтвером подразумевамо рачунарски софтвер којим се одражава нека наставна област, у којој се у мањој или већој мери реализује технологија њеног изучавања, која обезбеђује услове за остваривање различитих видова наставних делатности. (Солеша, 2002)

Образовни рачунарски софтвер представља информациону технологију која „обухвата програмске језике и алате, одређену организацију наставе и учења и садржи програме намењене одређеним корисницима – ученицима, наставницима, сарадницима.“ (Милошевић, 2007)

„Софтвер у области образовања представља интелектуалну технологију коју смо назвали образовни рачунарски софтвер, под којим подразумевамо програмске језике и алате, одређену организацију наставе и учења, која се базира на логици и педагогији.“ (Nadrjanski, 2000)

Образовни рачунарски софтвер представља „рачунарски програм специјално намењен садржају наставе, пројектован у циљу побољшања квалитета наставе и развијању индивидуалности учења.“ (Radosav, 2005)

„Под појмом образовни рачунарски софтвер подразумевају се како готови рачунарски програми, који се могу користити у настави“ (Buckleitner, 1999) тако и „програми који помажу и усмеравају индивидуалну фазу учења.“ (Ng Lee, 2005)

На основу анализе понуђених дефиниција образовни рачунарски софтвер можемо посматрати и као наставно средство подржано информационим технологијама намењено свим учесницима образовно-васпитног рада, с циљем ефикасног остваривања образовних делатности једног квалитетног наставног процеса.

8.1.2. Карактеристике образовних софтвера

Основни циљ образовног софтвера је да, на један својствен начин, омогући корисницима да дођу до нових сазнања. Да би исход једног таквог начина стицања знања био задовољавајући образовни софтвери морају имати следеће карактеристике:

- Функционалност – скуп атрибута који описују специфичне особине софтвера:
 - погодност
 - тачност
 - безбедност
 - повезаност
 - усаглашеност
 - усклађеност са наставним програмом
 - коректно вредновање одговора
- Поузданост - скуп атрибута који се односи на временске перформансе софтвера:
 - толерантност на грешке корисника
 - опорављивост
 - расположивост
- Употребљивост – скуп атрибута везаних за индивидуалну пороцену корисника о начину употребе:
 - једноставност употребе
 - оперативност
 - разумљивост
 - педагошко обликовање садржаја на одговарајућем нивоу корисника
 - погодност за учење
 - исправна извршивост: садржајно, рачунски, граматички
- Ефикасност- скуп атрибута софтвера који описују везу између перформанси софтвера и искоришћених ресурса:
 - понашање са ресурсима за имплементацију у учионицама
 - понашање у времену и у односу на друге облике наставе
- Одржавање – скуп атрибута који се односе на спецификацију и модификацију софтвера:
 - анализирање

- стабилност
 - изменљивост
 - тестирање
- Преносивост – скуп атрибута софтвера који омогућавају софтверу промену окружења:
 - погодност за инсталирање
 - прилагодљивост
 - саобразност
- Интерактивност – скуп атрибута софтвера који омогућава сталну комуникацију између софтвера и корисника:
 - интерактивни дијалог са корисником
 - препоруке кориснику
 - помоћ за корисника
 - мотивисање корисника
 - контролисано коришћење: брзина, смер напред/назад, гранања
- Адаптивност – скуп атрибута софтвера који омогућавају коришћење софтвера од стране различитих корисника:
 - прилагођен индивидуалним карактеристикама корисника: интелектуалним и моторичким способностима
- Ефекти и дизајн – скуп атрибута који се односи на аудио-визуелне ефекте софтвера:
 - са мултимедијалним ефектима: боја, звук, графика, анимације
 - одмерено обликовање - дизајнирање екрана
- Универзалност садржаја – софтвер мора да задовољава потребе свих корисника:
 - са аспекта пола, културе, расе итд.
- Документованост – скуп атрибута који се односи на базу података одређеног софтвера:
 - добро организована документација за наставника
 - подесна документација за корисника

8.1.3. Специфичности образовних софтвера за математику

Математика, сама по себи, подразумева рад на веома високом нивоу апстракције, што многим ученицима представља велики проблем у њеном савладавању. Увођењем образовног софтвера у наставу математике можемо доћи до решавања овог проблема, а да, при томе, не нарушимо главне циљеве наставе математике. Квалитетан образовни софтвер за математику код ученика мора да имплицира његову активну улогу у наставном процесу, жељу за усвајањем нових знања, мора да усмерава ученика и да га подстиче на рад. Образовни софтвер мора да обезбеди индивидуализацију наставе према личним способностима и јединственом темпу учења корисника.

Следећи распон принципа за обликовање наставног процеса математике требало би да буде од суштинског значаја за развој образовног софтвера (Полупан, 2014):

- принцип личних приоритета, односно оријентација на све учеснике у процесу учења;

- начело дијагностичког постављања циљева, омогућавајући вам дизајнирање процеса учења као предвидљиву, поуздану и циљану интеракцију субјеката у образовном процесу;
- принцип фаза, сугеришући редослед поступака;
- принцип саморазвоја, што значи дизајнирање учења као динамичног и флексибилног процеса;
- принцип продуктивности, који укључује добијање значајног резултата;
- принцип доследности, што подразумева разматрање процеса учења као интегрисаног система;
- принцип рефлексивности, који подразумева континуирано прилагођавање креираног пројекта на основу анализе потреба и способности субјеката у образовном процесу;
- принцип мултифакторијалности: приликом дизајнирања процеса учења потребно је узети у обзир све факторе који утичу на овај процес;
- принцип научне ваљаности, што значи да методологија науке или интеграција наука треба да буде основа за изградњу образовног софтвера;
- принцип перспективе: циљ, мисија и циљеви пројектованог образовног софтвера требало би да испуњавају савремене потребе развоја науке и технологије, а када се примене, обучавају стручњаке "за будућност".

Образовни софтвер за математику мора да садржи компоненте које садржи и класична настава (Savić, Gavrilović, 2010):

- фаза мотивације – то је веома битна и неопходна фаза која је предуслов успеха. Мотивација образовним софтвером је најчешће повезана са повратном информацијом, коју ученици добијају на интерактиван начин. Наиме, ученици у сваком моменту, путем интеракције са софтвером добијају информације о пројектовању и структури садржаја, који је подељен на мање целине и омогућава учење по индивидуалном темпу сваког ученика. Овакав начин рада има висок степен утицаја на мотивацију ученика, јер су резултати учења видљиви при свакој активности и сваком покушају стицања знања. Интерактивност ученика не ограничава се на хардвер или на софтвер, него се проширује на интеракцију, како са наставником, тако и са осталим ученицима. Такође, окружење у коме се учи, сам начин учења, који представља новину у реализацији часа, и савремена технологија, делују прилично стимулативно на ученике. Код оваквог начина учења, ученици врло често сами долазе до нових сазнања захваљујући својим активностима што им подиже морал и мотивише их на рад.
- фаза решавања проблема – да би се решио неки математички проблем потребно је кренути од разумевања задатка. Дobar образовни софтвер је концепиран тако да су задаци јасни и разумљиви кориснику да схвати шта треба бити исход решења. Након тога се, интеракцијом са образовним софтвером израђује план за решавање проблема и приступа реализацији тог плана. Баш као и класична настава, тако и образовни софтвер омогућава различите начине решавања неког

проблема. С обзиром да се може лако враћати на претходне кораке, може се извршити анализа актуелног решења и покушати са неким бољим решењем.

- фаза свесне примене- то је најсложенија и најтежа фаза. У овој фази ученици, самостално, уз помоћ образовног софтвера, изучавају градиво употребом информација, метода, концепата и теорија у новим ситуацијама. Образовни софтвер им омогућава решавање проблема употребом научених знања и вештина. Понављањем одређених радњи ученици увиђају правилности, могу лакше да организују и идентификују делове проблема и препознају скривена значења. Употребом старих идеја се развијају нове, врши се уопштавање на основу датих чињеница, повезивање знања из разних области и извођење закључака. Овде увиђамо паралелу са карактеристикама класичне наставе, као што су: примена знања, анализа и синтеза.
- фаза контроле учења- ову фазу можемо посматрати са два аспекта: кроз контролу наставног садржаја и кроз контролу постигнућа ученика. Образовни софтвер има прецизно дефинисан и одабран едукативни програм који треба да се реализује. Садржај је осмишљен кроз различите нивое, и оно што је од изузетне важности, не може се прећи на виши ниво док се не савлада претходни. На тај начин је обезбеђена прецизна контрола учења за сваког ученика, у сваком тренутку. У класичној настави ово није увек могуће. Што се тиче контроле постигнућа ученика, образовни софтвери је транспарентно врше, тако да ученик одмах добија повратну информацију о томе колико је успешан. Неки образовни софтвери воде и статистику о постигнућима својих корисника, који се огледају кроз многобројне параметре.
- фаза продубљивања и учвршћивања знања- да би настава математике била што квалитетнија образовни софтвер мора да подразумева низ поступака који имају за циљ да активирају креативне способности ученика. Образовни софтвер, као и класична настава, нуди поступак решавања проблема на више начина чиме се повећава спектар идеја ученика и продубљује се и учвршћује знање. Један исти проблем у математици углавном захтева више идеја и може се решити на различите начине. Образовни софтвер омогућава сагледавање и анализу реализације проблема на различите начине. Тиме се постиже методолошка разноврсност ученика и подстиче и развија истраживачки дух.

8.1.4. Врсте образовних софтвера за математику

Са аспекта начина на који се користе рачунари у образовању као полазишта за класификацију можемо издвојити три групе образовних софтвера (Taylor, 1992) :

Прву групу типова образовног софтвера чине програмски пакети у којима се рачунар користи као средство за подучавање (рачунар као учитељ). Програм који се примењује конструишу, тимским радом, стручњак из програмирања и наставник неке образовне области. Овај софтвер ради тако што се прво ученику представи наставни садржај а после тога се врши провера и оцена усвојености градива. У зависности од добијених резултата софтвер усмерава ученика на следећу фазу учења. Овакви програмски пакети садрже софтвере за: утврђивање стеченог знања, учење новог градива или за утврђивање претходно савладаног градива, моделовање реалности (симулације –нарочито развијене у области природних наука), тражење поступака и

метода којима би се решио неки сложени проблем и образовне игре (као фактор мотивације ученика за рад).

Другу групу типова образовног софтвера чине програмски пакети који омогућавају примену рачунара као корисничког средства за рад . Рачунар се може употребити за претрагу података, обраду текста, графичку обраду и примену разних апликативних програма.

Трећу групу типова образовног софтвера чине програмска решења која подразумевају највиши ниво интерактивности између корисника и рачунара. Рачунар се овде посматра као наставно средство које помаже кориснику да учи, како би он касније могао да учи друге. У питању је висок ниво интерактивног рада. Овој групи припадају софтвери за (Taylor, 1992):

- истраживање и развој: софтвери који подстичу развој мишљења и способности решавања проблема
- прилагођавање учења: адаптивни софтвери који имају могућност да се прилагоде индивидуалним разликама и способностима ученика
- тутобразовни софтверски програми: служе за учење и индивидуално образовање са различитим ученичким иницијативама које допуштају
- истраживање и изум: софтвери овог типа воде ученика, кроз истраживање, ка решавању неког проблема

8.2. ПРИКАЗ НАЈЧЕШЋЕ КОРИШЋЕНИХ ОБРАЗОВНИХ СОФТВЕРА ЗА МАТЕМАТИКУ

8.2.1. Преглед најпопуларнијих образовних софтвера за математику у свету

СК-12 има мноштво одличних наставних садржаја, дијаграма, мултимедија које наставници могу користити у учионици. Такође, наставници могу додати и свој сопствени садржај, креирајући Flexbooks за своје ученике. Може се обележити наставни садржај који ће бити касније искоришћен, а ученици могу да комуницирају са наставником преко е-поште или друштвених медија. Приступ СК-12 је могућ након креирања налога уносом адресе е-поште и лозинком. СК-12 је подељена на модуле Mathematics, Science, и More. Математика укључује наставне садржаје од аритметике до тригонометрије и статистике. У оквиру сваке наставне теме постоје кратке лекције у облику поглавља. Унутар ових тема може се бирати између низа модалитета: читати, вежбати, видео и још много тога.

Додатни садржаји укључују PLIX интерактиве који ученицима омогућавају преглед или манипулисање моделима како би одговорили на изазовна питања и најприкладнији су за вежбање након што ученици науче концепт. Занимљиве симулације препоручују се и ученицима основне школе и средњошколцима. СК-12 такође има наменске iOS, Android и Chrome апликације за учење и могућност за ученике да стварају групе за међусобно дељење садржаја. Ученици могу да науче различите наставне садржаје као и вештине учења. Материјал на сајту је добро организован и врло доступан. Презентација садржаја може бити, понекад, превише

напредна да би је ученици одговарајуће старости и нивоа могли разумети самостално, па је потребна помоћ наставника. СК-12 је прилагођен индивидуалним способностима и интересовањима ученика, а укључивање мултимедије, квизова и других алата може отворити врата онима који имају проблема у учионици. СК-12 је доступан на око 50 светских језика.

Khan Academy се највише користи за подучавање, вежбање и усвајање математичких садржаја и вештина усмерених на основни ниво. Наставни садржаји математике су организовани на нивоу разреда, а интерактивна мапа знања има директне везе са вежбама усмереним на стандарде за одређени ниво и вештину. Наставник једноставно проналази садржај који је релевантан за тему коју обрађује и дели ученицима наставне садржаје како би могли да прегледају и вежбају градиво. Користећи снажни аналитички и адаптивни програм веб локације, наставник може пратити напредак ученика и идентификовати оне који имају проблема у одређеним областима. Khan Academy, бесплатна веб локација која има за циљ промоцију самосталног подучавања, садржи хиљаде академских видео записа који су често претворени у управљане, адаптивне инструкције. Видео снимци су организовани по курсевима и темама, а покривају основношколске и средњошколске математичке теме. У интерфејсу за учење богата математичка вежбања играју централнију улогу, док видео снимци служе као комплементарна подршка.

Ученици никада нису ограничени на сајту; увек могу приступити било којем математичком садржају који их занима, укључујући било који туторијал или задатак по свом избору. Наставници могу да користе додате задатке да би водили и сугерисали, пружајући ученицима јаснији пут до релевантних вештина усмерених на заједнички циљ учења. Док наставници креирају часове и додају ученике, могу захтевати да ученици прихвате одређене задатке релевантне за њихов курс. Да би завршили процес учења, ученици морају савладати све вештине унутар курса и предузети низ спољашњих изазова усмерених на трајност знања. Ученици који имају проблем у савладавању садржаја могу да раде на допуни знања, паралелно са учењем било којег другог садржаја на нивоу разреда. Прилагодљиви алат веб локације препоручује ученицима садржаје за учење на основу њихове јединствене историје на сајту; а такође, ученик може да види и списак препорука свог наставника. Без обзира да ли ученици самостално истражују, уче користећи веб локацију у непосредном наставном процесу или је користе као извор за домаће задатке и припремне тестове, Khan Academy може бити врло користан додаток поучавању математике у учионици. Уопштено, учење математике је персонализованије - наставници могу помоћи ученицима да се усмере на оно што је најважније за њихово учење. Ученици такође могу да користе пратећу iPad апликацију која омогућава преузимања за ванмрежно учење. Збирка видео записа учења математичких садржаја је посебно драгоцену за наставнике који желе да примене Khan Академију у својим учионицама. Ови видео снимци илуструју различите начине на које су различити наставници и школе већ искористили ресурсе Khan Academy.

CanFigureIt Geometry Предавања теоретских садржаја геометрије понекад могу бити изазов, али CanFigureIt Geometry је пронашао начин да то учини забавним и привлачним. Наставници могу бирати одређене теме које ће доделити ученицима, које одговарају ономе што је покривено наставним планом или као подсетник концепата који подржавају оно што се учи. Ученици могу да приступе садржају преко 460 различитих доказа из геометрије како би увежбавали више различитих вештина. CanFigureIt Geometry је платформа за ученике да уче кроз геометријске доказе користећи упутства или самостално. CanFigureIt покрива пуно различитих врста геометријских доказа - од доказивања чињеница о правима до сложенијих доказа на троугловима, четвороугловима и круговима. Осим геометрије постоји и манипулатор алгебра који је посебно добар за изградњу вештина критичког размишљања и омогућава ученицима да се „играју околу“ са доказима самостално - често откривајући на путу како морају да пронађу неко решење. То је моћан алат који омогућава студентима да сами истражују како да докажу, уместо да гледају детаљна упутства. Контролна табла наставника омогућава наставницима да виде напредак ученика и по потреби додељују пратеће савете и упутства. Интерфејс компаније CanFigureIt Geometry је добро дизајниран и једноставан за навигацију (посебно у препорученом режиму преко целог екрана). Уопштено, CanFigureIt Geometry омогућава ученицима да активирају своје менталне мишиће и заиста истраже доказе на нов и узбудљив начин.

Desmos Наставници могу да користе Desmos да помогну ученицима да повежу математичке појмове са конкретним облицима и сликама из стварног света. Desmos је бесплатан графички и наставни алат за математику. Уз решавање једначина, доступне су и активности у учионицама које помажу ученицима да науче о разним математичким појмовима. На пример, ученици могу да задају своју функцију и виде какав ће се график појавити; а затим да , мењајући вредности, виде шта се догађа. Ученици такође могу директно да кликну на график да би пронашли координате тачака пресека, максимума и минимума. Desmos подстиче ученике да вежбају математичке вештине, као и да се играју са математиком како би изразили своју креативност. Ученици могу да унесу неограничен број математичких израза и одмах виде све што има доступно везано за те изразе. Са бесплатним Desmos налогом, ученици и наставници могу сачувати графиконе како би их касније поново прегледали. Desmos користи истраживачки приступ учењу математике. Ученици манипулишу различитим деловима једначине како би променили облик графика у настојању да испуне циљ. Подстиче се истрајност јер се деца могу прилагодити и покушати поново ако график није исправан. Desmos омогућава ученицима да сарађују једни са другима. Ученици могу постављати једни другима питања и испробати изазове које стварају њихови вршњаци. Неколико карактеристика чини Desmos погодном графичком опцијом за ученике са различитим математичким вештинама. Почетници имају користи од употребе конкретних вредности као замене за недефинисане променљиве. На овај начин ученици заправо могу гледати како се графикон помера и мења облик док мењају вредност променљивој. Карактеристика која се може свидети напреднијим корисницима је могућност да се формирају графикони користећи податке из табеле и неједнакости.

Табеле се могу унапред попунити изразима или их унети ручно, а ученицима се дозвољава да истовремено графицирају групе бројева.

Mathalicious је додатни ресурс одличан за учење математичких садржаја. Учешће наставника је неопходно, тако да је одличан за рад у непосредном наставном процесу, како појединачно, тако и у раду са паровима или групном облику рада. Непосредне лекције води наставник, корак по корак, али он се не укључује. Он даје детаљан преглед лекција, са пажњом на сценарије, временске захтеве и наставне садржаје. У настојању да побољша ставове ученика у основним и средњим школама о овом предмету, Mathalicious учи математику путем трендовских, отворених сценарија из стварног света. Приложени су материјали попут радних листова ученика, водича за наставнике и интерактивног водича за сваку наставну јединицу. Тимови стручњака из области осмишљавају часове и пружају подршку наставнике кроз прилагодљиве наставне садржаје и сценарије, пуно визуализације, подршке потенцијалним изазовима и пратећим питањима. Свака лекција је везана за више стандарда, са специфичностима која су дата директно уз стандард. На сајту се лекције могу претраживати по стандарду, теми или кључној речи. Лекције се такође организују од стране корисника на нивоу разреда. Свака лекција пружа прилику за размишљање и интеракцију са другим корисницима.

Virtual Nerd садржи квалитетне видео математичке уџбенике. Наставницима који желе да направе „flipped учионицу“ (користећи технологију да ученицима омогуће учење код куће, а затим да дођу на час ради интерактивног рада) имаће велику подршку у овим уџбеницима. Ученици могу једноставно да гледају лекције и воде белешке код куће, штедећи време у настави, да се усредсреде на примену концепата и радећи на кооперативним пројектима. Наставници могу да направе спискове наставних садржаја за понављање са туторијалима, задатке за вежбање са више избора и са проценама. Недостатак овог програма је то што је база задатака за процену ограничена и задаци се понављају. Virtual Nerd садржи туторијале за допуну учења на часовима математике основне и средње школе. На стотине туторијала доступно је за математику од шестог до осмог разреда, као и туторијали за учење алгебра и геометрије. Сваки дигитални уџбеник пружа видео запис наставника који предаје неку тему и пише на табли. У исто време, на десној страни се појављују дијаграм и детаљне белешке. Средњошколци у овом софтверу могу наћи пуно занимљивих туторијала који пружају ученику могућност прегледа кључних концепата у припреми за разне тестове. Водичи су организовани по темама. Концепти су усклађени са широким спектром уобичајених математичких стандарда.

8.2.2. Најчешће коришћени образовни софтвери за математику у Србији

Wolfram Mathematica је пакет за симболичко математичко рачунање. Програм је осмислио Стивен Волфрам, а на развоју програма ради Wolfram Research. Огроман број функција уграђен у програм, као и отворено окружење које омогућава да се допуни пакет сопственим додацима, чине могућности овог програма заиста неограниченим. Mathematica има велику брзину и готово неограничену тачност израчунавања, што омогућава рад и на веома моћним рачунарима и на, не баш јаким, личним рачунарима.

У основи језгра (кERNEL) програма постоји Веб сервер који омогућава приступ неограниченом броју корисника.

Поред тога што је програм усмерен на озбиљне математичке прорачуне, системи класа овог софтвера се лако уче и могу их користити како ученици основних и средњих школа, тако и наставници, професори, истраживачи. Mathematica показује велику брзину симболичких конверзија и нумеричких прорачуна. Посебно је погодна за обраду нумеричких података, за симболичка процесирања, као и за графичко приказивање података и функција. Основни концепт програма Mathematica је симболички рачун са објектима – бројеви, једначине, функције, низови, графика...У софтвер су уграђене, готово, све области математике: алгебра, анализа, дискретна математика, геометрија, линеарна алгебра, теорија бројева, нумеричка математика,...

Графичке могућности софтвера су огромне. У овом програму се може нацртати график функције једне променљиве, у равни, или график функције две променљиве у простору. Могуће је приказивање параметризованих површи, као и анимације разних графичких објеката. Овако добијени графици се чувају у облику елементарних објеката - линија и полигона, а проблеме везане за избор пројекције, визуалности и сенчења решава приликом цртања.

Дакле, пакет Mathematica пружа врло широк спектар могућности за сваког корисника који га употребљава за решавање својих математичких проблема из различитих области модерне природне науке.

Sketchpad је један од водећих светских софтвера за подучавање математике. Sketchpad је отворени математички алат и пружа ученицима на свим нивоима - од трећег разреда до факултета - опипљив, визуални начин за учење математике.

Ученици основне школе могу манипулисати динамичким моделима разломака, бројевним правима и геометријским облицима. Ученици средњих школа могу да изграде своју спремност за алгебру истражујући размеру и пропорцију, брзину промене и функционалне односе путем нумеричких, табеларних и графичких приказа; могу да користе Sketchpad да конструишу и трансформишу геометријске облике и функције - од линеарних до тригонометријских - промовишући дубоко разумевање. Sketchpad-ов отворени приступ омогућава ученику идеалне услове за развијање његове математичке креативности, сарадничког учења, помаже у истраживању, повећава ниво постигнућа

Наставници га могу користити свакодневно као демонстративни алат за илустрацију и визуализацију математичких идеја; за употребу самостално направљених математичких алата; индивидуализацију наставног часа; у рачунарској лабораторији или на лаптоп рачунарима за самосталан рад ученика. Sketchpad је оптимално средство за интерактивне табле.

Sketchpad је математички алат који је створио реалну шансу за модерним учењем математике, који захваљујући својим особинама омогућава ученицима такав приступ математичким садржајима који није могућ употребом традиционалних алата.

Овај програм је алат за боље учење и подучавање математике на свим нивоима школовања. Употребом Sketchpad-а долази до спуштања нивоа апстракције математичког појма који омогућава свим ученицима пуно једноставније, брже и боље откривање и усвајање математичких садржаја.

Cabri Geometry је програмски пакет који се може користити у проучавању Еуклидове геометрије, у истраживању векторске алгебре, тригонометрије; једначине основних геометријских облика (права, круг, елипса); код проучавања координатног система. Програмско окружење прилично једноставно и не захтева пуно времена да се савлада. Програм спроводи све оне операције за које су ученици користили лењир, оловку и шестар, али и многе друге операције. Праве, кругови, тачке, троуглови, вектори, конуси, итд. се лако креирају и мере помоћу алатних трака и падајућих менија. Облици се могу ротирати и њихов положај променити. Cabri Geometry омогућава да се прикаже геометријска локација тачке, координате објеката и пресека, да се креирају геометријски објекти користећи концепт бесконачности и користећи графичке алате за једначине алгебарских кривих. Cabri Geometry такође омогућава да се реализују различити прорачуни на претходно извршеним мерењима и да се резултате користе за добијање нових података.

База знања садржи теоријску грађу у облику хипертекста, цртеже, дијаграме, формуле, практичне информације о наставној теми, анимиране видео записе који приказују ток проучаваних појава и процеса, видео информације уз аудио пратњу.

Теоријски материјал је сажет, укључује основне чињеничне и референтне податке. Основни закони и концепти наведени су прецизно и јасно, што омогућава ученицима да буду заинтересовани за наставни садржај. База знања може се користити за проучавање и понављање основног теоријског наставног садржаја и за додатно проучавање теорије.

У модулу за моделирање приказани су феномени и процеси у динамици њиховог развоја. Ученик може створити услове за самосталну контролу лабораторијског експеримента и изградњу модела, табела и графикана.

Обрачунски модул програма омогућава аутоматизацију обраде лабораторијских података и на њиховој бази се формирају графикони, дијаграми, табеле.

Модул за контролу дизајниран је за контролу знања ученика. Питања и задаци се насумично бирају са листе, а према резултатима анкете, сваки ученик даје оцену.

Управљачки модул се може користити независно.

Још једна предност Cabri Geometry је обезбеђивање највећег степена слободе интеракције корисника са програмом. За контролу програма корисник може користити и миш и тастатуру, интерактивну таблу, скенер и пренос података путем Интернета.

Употреба пакета Cabri Geometry на часовима математике омогућава да се проучавање геометрије учини занимљивијим, као и да се развију нови приступи њеном учењу. Рад са динамичким сликама доприноси развоју вештина визуелизације,

формирању просторне маште, развоју способности уочавања њене тродимензионалне репрезентације у дводимензионалној слици стереометријског објекта.

GeoGebra је бесплатни програм, заснован на интерактивности, који пружа могућност креирања динамичких цртежа за употребу на различитим нивоима образовања укључујући геометрију, алгебру, табеле, графиконе, статистику и аритметику у једном пакету који се лако користи. Овај програм је креирао 2002. аустријски математичар Маркус Хоцхенвартер на језику Јава (ради на великом броју оперативних система), преведен на 45 језика, укључујући у потпуности подржавање српског језика. Овај програм је не само познат, већ је и веома популаран међу наставницима, о чему сведочи нарочито велики број образовних и методолошких достигнућа заснованих на овом програму, који се непрестано надопуњују отвореним колекцијама динамичких модела развијених на основу GeoGebre. Заједница корисника програма покрива 195 земаља света и непрестано се надопуњује обимном библиотеком готових модела на GeoGebra, коју свако може да користи.

Програмски интерфејс је једноставан и јасан. Графика, алгебра и табеле су међусобно повезане и потпуно динамичне. GeoGebra има много квалитета. Програм је намењен, пре свега, решавању проблема школског предмета геометрије: у њему могу да се креирају све врсте конструкција: тачака, вектора, сегмената, линија, графика елементарних функција (које се могу динамички мењати променом неких параметара укључених у једначину), одредити дужину сегмената, површина полигона итд. Поред тога, могу се унети координате тачака, једначине правих, кривих, тангенти - у пољу за унос помоћу одговарајуће команде.

GeoGebra, пре свега, служи за припрему модела визуелног учења: графици функција, геометријски цртежи, табеле, дијаграми... Пружа могућност проучавања математике, заснованој на активности, увођењем елемената експеримента и истраживања, у образовни процес. Повећава степен укључености ученика у математику, пружа могућност за постављање креативних задатака и организовање пројектног рада. Показује како се савремене технологије ефикасно користе за моделирање и визуелизацију математичких концепата. Спроводи се диференцирани приступ учењу. Образовни процес се оптимизује због рационалнијег коришћења времена у различитим фазама предавања. Емоционална напетост се смањује на предавању, како ниво разумевања образовног материјала расте.

У проучавању математике, употреба програмског пакета GeoGebra може да ефикасније утиче на развој когнитивног интересовања ученика захваљујући интерактивности алата, лакоћи конструкције цртежа и високом степену визуалности.

Сви ови закључци указују на ефикасност коришћења интерактивног динамичког окружења у настави математике, што га чини једним од важних педагошких алата. Као и сваком новом педагошком средству, потребно је времена да се савлада, преиспитају постојеће методе и одређена техничка основа.

MatLab је систем високих перформанси за аутоматизацију математичких калкулација, укључујући прорачуне, визуелизацију и програмирање у погодном

окружењу где су задаци и решења изражени у облику који је близак математичком. MatLab се може користити за:

- Математичке прорачуне;
- Израду алгоритама;
- Анализу података, истраживања и визуализацију;
- Научну и инжењерску графику;
- Развој интерфејса, укључујући креирање графичког интерфејса.

MatLab се развијао дуги низ година, орјентишући се према разним корисницима. У универзитетском окружењу он је стандардни алат за рад у различитим областима математике, машинства и науке.

MatLab игра важну улогу у специјализованим групама програма који се називају toolboxes. Они су веома важни за већину MatLab корисника јер омогућавају изучавање кроз примену специјализованих метода. Toolboxes је свеобухватна колекција MatLab функција (М-датотека) које омогућавају решавање приватне класе проблема, на пример, за обраду сигнала, управљачке системе, неуронске мреже, фази логику, таласе, моделирање итд.

MatLab систем се састоји од пет главних делова:

- MatLab језик: То је језик матрица и низова високог нивоа са контролом токова, функцијама, структурама података, улаз-излаз и карактеристикама објектно оријентисаног програмирања. Он омогућава креирање једноставне и сложене апликације.
- MatLab окружење: Ово је скуп алата и уређаја с којима корисник или MatLab програмер ради. То укључује алате за управљање променљивим у радном простору MatLab, унос и излаз података, као и стварање, контролу и уклањање погрешака М-датотека и MatLab апликација.
- Управљачка графика MatLab-а: Ово је графички систем MatLab-а, који укључује команде високог нивоа за визуелизацију дводимензионалних и тродимензионалних података, обраду слике, анимацију и илустровану графику. Такође укључује команде ниског нивоа које вам омогућавају да потпуно измените изглед графике, баш као и приликом креирања графичког корисничког интерфејса (GUI) за MatLab апликације.
- Библиотека математичких функција: Ово је обимна збирка рачунских алгоритама од елементарних функција, као што су сума, синус, косинус, сложена аритметика, до сложенијих, попут инверзије матрице, брзе Фуриерове трансформације...
- Софтверски интерфејс: Ово је библиотека која вам омогућава писање програма C и Fortran који комуницирају са MatLab-ом. Укључује садржаје за позивање програма из MatLab-а (динамичко повезивање), позивање MatLab-а као рачунарског алата и за читање и писање М - датотека.

Simulink, пратећи MatLab програм, интерактивни је систем за моделирање нелинеарних динамичких система. То је окружење које покреће миш и које вам омогућава да симулирате процес повлачењем и спуштањем блокова дијаграма на екран и манипулацијом њима. Simulink ради са линеарним, нелинеарним, континуираним, дискретним, вишедимензионалним системима.

MathCad је софтверски алат, окружење за извођење различитих математичких и техничких израчунавања на рачунару, опремљен графичким интерфејсом који се лако може научити и користити, а који кориснику пружа алат за рад са формулама, бројевима, графиконима и текстом. У окружењу MathCad доступно је више од стотину оператора и логичких функција за нумеричко и симболично решавање математичких проблема различите сложености.

MathCad омогућава стручњацима одређеног научног и техничког подручја да брзо савладају рад на рачунару из области математичког моделирања, не улазећи у појединости програмирања у традиционалним језицима (Fortran, C, Pascal, Basic, итд.).

Главне предности рада у окружењу MathCad пакета су следеће:

- Математички изрази у окружењу MathCad пишу се у њиховој општеприхваћеној нотацији: бројилац се пише изнад а именилац испод њега; у интегралу се границе интеграције такође налазе на својим уобичајеним местима. То га чини разумљивим не само рачунару, већ и кориснику.
- У окружењу MathCad процес креирања програма тече паралелно са његовим исправљањем грешке. Уносом новог израза у MathCad документ, корисник не само што може одмах да види шта је решење за одређене вредности променљивих, већ и да креира график или површину, брзи поглед који може тачно показати где лежи грешка ако је направљена приликом уношења формула или приликом креирања самог математичког модела.
- Прилично моћан математички апарат је интегрисан у пакет MathCad, који омогућава решавање проблема који настају без позивања спољних процедура.

Листа алата за рачунање који су доступни у окружењу MathCad је следећа:

- Решење алгебарских једначина и система (линеарних и нелинеарних);
- Решење обичних диференцијалних једначина и система (Кошијев проблем и гранични проблем);
- Решавање диференцијалних једначина са парцијалним изводима;
- Статистичка обрада података (интерполација, екстраполација, апроксимација и много више);
- Рад са векторима и матрицама (линеарна алгебра итд.);
- Тражење минимума и максимума функција.

Пакет MathCad допуњен је референтном књигом о основним математичким и физичко-хемијским формулама и константама које се могу аутоматски пренети у документ без страха да ће у њих ући са грешкама, које нажалост, нису ретке током ручног рада.

На MathCad пакет можете купити одређене електронске уџбенике из различитих дисциплина: статистика, термодинамика, теорија контроле, отпорност материјала итд. Пре решавања проблема, корисник може проучити електронски уџбеник и из њега пренети потребне фрагменте, појединачне формуле и константе у свој документ.

MathCad систем је опремљен алатима за анимацију, који омогућавају да се имплементирају креирани модели не само у статистику (бројеви, табеле, графикони), већ и у динамику (анимациони делови).

Средства симболичке математике интегрисана су у систем MathCad, што нам омогућава да задатке (фазу задатка) решавамо не само нумерички, већ и аналитички.

8.3. АНАЛИЗА И ОПИС ОБРАЗОВНОГ СОФТВЕРА ОДАБРАНОГ ЗА ПОТРЕБЕ ЕВАУЛАЦИЈЕ ИСТРАЖИВАЊА

8.3.1. Опис и графичко окружење образовног софтвера „МАТИШ“

Образовни софтвер „Матиш“ је намењен ученицима од трећег до осмог разреда основне школе са циљем да олакша ученицима да што ефикасније и потпуније усвајају наставне садржаје из математике. У питању су потпуно интерактивни мултимедијални програми који су смештени на шест CD дискова, где једном разреду одговара један диск. У трећем и четвртном разреду назив софтвера је „Интерактивна математика“, а у осталим разредима је „Интерактивни матиш“. Софтвер је осмишљен од стране издавачке куће „Kvark Media“, на српском језику је и прати званични наставни план и програм предмета математика, одговарајућег разреда (слика 108).



Слика 108. Образовни софтвер „Матиш“ (Извор: <http://www.kvarkmedia.co.rs/osnovnoskolska-matematika>)

Цео садржај је подељен по наставним областима, а свака наставна област на наставне јединице. Наставне јединице су обрађена помоћу анимираног, говорног и кратког текстуалног објашњења. Наставна јединица тј. лекција се може вежбати кроз

низ питања и задатака методологијом програмиране наставе. За проверу знања постоје тестови који нуде могућност добијања оцене за сваку област појединачно. Тест се може радити више пута јер је база питања и задатака обимна и не постоји бојазан од добијања истих питања. Овај софтвер уноси у учење математике и забавне елементе, кроз разне математичке игре и својеврсне тестове интелигенције, чиме свакако доприноси већој активности и додатној мотивацији ученика. Програм за сваки разред садржи око сто динамичких лекција, преко хиљаду задатака за увежбавање и процену знања, неколико математичких игара и више стотина интересантних логичких проблема.

Програм је осмишљен тако да води евиденцију о проученим и провежбаним наставним јединицама и чува резултате тестова и оцене, тако да ученик у сваком моменту има увид у ниво својих знања. Резултате које ученик оствари у „Математичким играма“ и у модулу „Кефало“ може послати издавачу. Најбољи у њиховом решавању ће добити занимљиве награде, што је додатни мотив за ученике.

Код креирања овог софтвера испоштовано је шест принципа за креирање мултимедијских порука (Karunović, 2012; Mayer, 2005):

- Мултимедијски принцип: поред речи се користе и слике
- Принцип просторног ограничења: одговарајуће речи и њима примерене слике су близу једне другима
- Принцип временске ограничености: слика иде истовремено са речима
- Принцип кохерентности: укључене су само битне речи, звуци и слике
- Принцип модалитета: анимацију прати говорни текст а не текст на екрану
- Принцип индивидуалних разлика: утицаји процеса обликовања су јачи на ученике слабијег знања, него на оне са већим знањем и на слободније ученике (екстравертне) за разлику од оних мање слободних (интровертних).

Кориснички интерфејс (слика 109) је јасно и прецизно формулисан и врло једноставан за манипулацију. На почетном екрану су приказане иконице свих модула. Кликом на иконицу одређеног модула отварају се даље могућности избора.

Кориснички интерфејс програма је прилагођен узрасту ученика и вођен је принципима дизајна: конзистентност, видљивост, једноставност, ефикасност, визуелни дизајн и стандардне контроле графичког корисничког интерфејса; као и функцијама ученика: перцепција (вид, слух), пажња, меморија, моторичке особине.



Слика 109. Интерактивна математика 3 – графичко окружење
(Извор: образовни софтвер „Матиш“ – PrintScreen- рачунар аутора)

Кориснички интерфејс образовног софтвера „МАТИШ“ карактерише велика употребљивост која говори о томе колико је програм једноставан и лак за коришћење. Описује се и мери са пет атрибута:

- Поузданост: Ученицима је веома једноставно да користе функције интерфејса и приликом првог коришћења софтвера.
- Ефикасност: Ученици, када једном науче функције употребе интерфејса, могу веома брзо да их користе.
- Меморабилност: Када ученици користе интерфејс после извесног времена некоришћења, не морају поново учити како се он користи.
- Грешке: Све грешке, које ученици праве, у коришћењу интерфејса се веома лако и брзо отклањају.
- Задовољство: Софтвер код ученика изазива естетско и симболичко задовољство својим бојама, облицима, понашањем интерфејса, иконицама и њиховим акцијама, субјективним осећајем лепоте.

8.3.2. Модули образовног софтвера „МАТИШ“

Образовни софтвер „МАТИШ“ се састоји од пет модула:

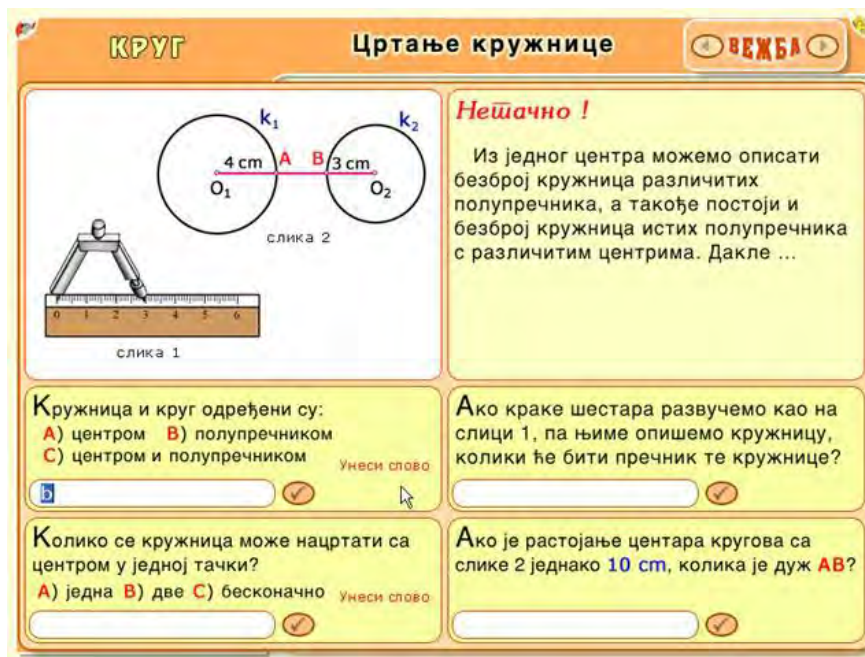
- Предавање
- Вежба
- Тест
- Математичке игре
- Кефало

ПРЕДАВАЊЕ (слика 110): Овај модул служи да подучава ученике новим садржајима, корак по корак кроз цели ток наставног процеса, и тако омогућава ученику да ради самостално. Циљ модула је да ученик може научити читаву тему без потребе да за другим додатним наставним садржајем и наставним средствима. Градиво се дели на наставне области, а наставне области на наставне јединице. Свака наставна јединица обрађена је коришћењем технике визуализације наставе, односно коришћењем разних анимација, ту је и аудио запис наратора који прати анимацију и наглашава све што је битно и, на крају имамо и текстуални запис свега претходног. Без обзира на динамичан ток лекције она се у сваком тренутку може стопирати и наставити, или вратити из почетка и поново одслушати колико год пута ученик то буде желео. У овом модулу, осим теоријских напомена, дефиниција, теорема, формула увек су представљени поступци решавања задатака дате наставне јединице.



Слика 110. Модул Предавање (Извор: образовни софтвер „Матииш“ – PrintScreen - рачунар аутора)

ВЕЖБА (слика 111): Овом делу програма може се приступити после сваке пређене лекције, а намењен је увежбавању пређеног градива кроз учење термина, дефиниција, чињеница, принципа и процедура решавања како лакших тако и тежих задатака. Омогућава ученицима да раде на задацима или да одговоре на питања и добију повратну информацију о исправности њихових одговора. Задаци крећу од основног нивоа, па преко средњег до напредног. Уколико је ученик тачно урадио задатак програм га о томе обавештава и прелази на следећи задатак. Уколико је дошло до грешке приликом израде задатка, програм најпре даје сугестије у виду теоретских појашњавања, формула, подпитања, а на крају и тачно решење постављеног проблема. Ученик може вежбати онолико примера колико жели, индивидуално, према својим способностима.



Слика 111. Модул Вежба (Извор: образовни софтвер „Матииш“ – PrintScreen - рачунар аутора)

ТЕСТ (слика 112): Овај модул програма пружа прилику за решавање задатака (кроз циљ), нуди низ активности или операција (кроз процес) и обезбеђује начин за обављање когнитивних операција за долажење до решења. Омогућава ученику да провери своје знање и добије информацију савладаности наставне области кроз објективну оцену. База података, која се састоји од питања и задатака за проверу знања, је довољно велика тако да се, не умањујући објективност оцењивања, може понављати више пута без бојазни да ће се поновити одређени задаци и питања. Програм памти све резултате и све оцене, које ученик може погледати онда када то жели.



Слика 112. Модул Тест (Извор: образовни софтвер „Матииш“ – PrintScreen - рачунар аутора)

МАТЕМАТИЧКЕ ИГРЕ (слика 113): У питању је двадесетак логичких игрица које су прилагођене различитим узрастима ученика. Мастермајнд, Хановска кула, Слагалица, Петнаестица, Ров, Воз на скретници и друге, су само неке од доступних игрица које посебно мотивишу ученика јер до решења долази кроз игру. У основи сваке игрице је нека математичка теорија као што је теорија графова, комбинаторика, логичко закључивање и друго. Игре нису много компликоване за решавање али је циљ решити их у најмањем броју потеза, што подстиче размишљање код ученика и примену разних математичких теорија, а на тај начин и до стицања нових знања. Коришћење овог модула обезбеђује да ученици задрже пажњу и мотивацију, а да притом учврсте усвојене наставне садржаје.



Слика 113. Модул Математичке игре (Извор: образовни софтвер „Матии“ – PrintScreen - рачунар аутора)

КЕФАЛО (слика 114): Овај део програма је осмишљен са циљем да забави ученика. Састоји се од више логичких проблема распоређених по различитим нивоима тежине. Ученици помоћу овог модула могу да процене своје интелектуалне способности и моћ логичког закључивања. За решавање ових задатака, обично је довољно знање елементарних математичких појмова јер се овим модулом не проверава ниво знања математичких садржаја већ ниво различитих облика интелигенције: логичко закључивање, вештина брзог рачунања, осећај мере, моћ запажања, комбинаторика, визуелно памћење...База података је опширна и нема много шанси да се неки тест понови.



Слика 114. Модул Кеفالo (Извор: образовни софтвер „Матиш“ – PrintScreen - рачунар аутора)

8.3.3. Карактеристике и предности образовног софтвера „МАТИШ“ са аспекта корисника

Образовни софтвер „МАТИШ“ је програм креиран посебно за подршку различитим нивоима образовања математике за ученике основне школе. Уважавајући индивидуалне особине ученика, као корисника тог софтвера, могу се издвојити следеће карактеристике програма:

- може се користити у било којој области математике, од трећег до осмог разреда, јер прати наставни план и програм
- користи разноврсне интерактивне алате
- интерактивни алати се могу прилагодити карактеристикама различитих типова ученика
- једноставан је за употребу јер га ученик може користити самостално, без надзора наставника
- наставни процес је конструктиван јер наводи ученика да сам анализира и сам доноси закључке

Постоји низ предности које овај образовни софтвер носи:

- приликом вежбања задатака, програм даје тренутну повратну информацију ученику и мотивише ученике да изнова изводи вежбе које би могле бити поприлично досадне на папиру
- ученик може учити својим темпом чиме је испоштован савремени приступ индивидуализацији наставе
- анимације су посебно погодне за брзо уочавање односа чиме је настава математике визуализована и прелази оквире апстрактности
- математичке игре имају велику вредност у развијању вештина и мотивисању ученика.

- модул „Кефало“ изопштрава математичке вештине и умеће а усвојено знање подиже на највиши ниво

8.4. МЕТОДОЛОГИЈА И ПОДАЦИ

8.4.1. Циљ и задатак истраживања

Циљ овог дела истраживања је да се утврди да ли ће примена образовног софтвера у настави математике унапредити наставу математике кроз факторе који су предвиђени АНФИС методом.

Сходно томе, задатак истраживања је:

- Утврдити да ли образовни софтвер за математику утиче на постигнућа ученика
- Проверити да ли образовни софтвер за математику мотивише ученике и наставнике
- Проверити да ли је настава математике квалитетнија ако се изводи помоћу образовног софтвера
- Испитати да ли је знање трајније ако се користи образовни софтвер у настави математике
- Проверити да ли је објективност у оцењивању већа ако се користи образовни софтвер

8.4.2. Узорак и методе прикупљања података

Имајући у виду циљ и задатак овог истраживања коришћена је метода експеримента са паралелним групама који се реализује у школским условима. Наиме, у питању су одељења истог разреда, као две паралелне групе, у којима је обављено истраживање методом експеримента. У оквиру овог модела истраживања испитује се више фактора која који утичу на реализацију наставе у оформљеним групама, и на основу добијених резултата се одређује ефикасност поступака који се примењују у њој.

Истраживање се обавља у пет основних школа на територији расинског округа. Процес истраживања започео је пре три године, односно школске 2016/17. године, код ученика предметне наставе, и то код ученика шестог разреда. Исте групе ученика праћене су три године. Посматрани ученици су школске 2018/19. године завршили осми разред. За потребе истраживања формиране су две групе ученика: експериментална и контролна. У свакој школи понаособ, у обе групе наставу изводи исти наставник а групе су формиране од два уједначена одељења по постигнућима у претходној школској години тј. у петом разреду.

Експерименталну групу чини пет одељења, што је укупно 124 ученика, а контролну групу чини пет одељења, односно 127 ученика. За време спровођења истраживања број ученика по групама се није мењао.

У експерименталној групи се спроводила хибридна настава, као један од начина електронског учења. Наиме, часови су извођени тако да је постојала комбинација традиционалне наставе и наставе помоћу образовног софтвера за математику. За

истраживање је одабран образовни софтвер „МАТИШ“, чије су карактеристике и опис већ наведени. Образовни софтвер „МАТИШ“ је имао око 60% временског удела приликом реализације свих области наставног садржаја.

У контролној групи настава се изводила на класичан, традиционалан начин уз повремено коришћење ИКТ, и то у виду презентације.

Прикупљање података је извршено путем посматрања, тестирања и помоћу анкете.

8.4.3. Опис прикупљених података

Подаци који се користи у овом истраживању представљају резултате тестирања, резултате статистичких анализа података и резултате анкете ученика и наставника:

- Просечна оцена у претходној школској години (пети разред, шести разред, седми разред) – представља аритметичку средину свих текућих оцена у претходној школској години. Највећа просечна оцена је 5.
- Број бодова на иницијалном тесту (шести разред, седми разред, осми разред) – представља бодове са иницијалног теста који се реализује по плану и програму наставног предмета, исти је за све ученике на нивоу државе и обухвата претходно учено градиво, закључно са петим, шестим или седмим разредом. Максимални број бодова на тесту је 100.
- Самопроцена мотивације ученика – представља процену самих ученика о степену мотивације за учење математике. Самопроцена се врши на скали од 1-10. Најнижи степен мотивације се оцењује оценом 1, а највиши оценом 10.
- Самопроцена мотивације наставника – односи се на самопроцену наставника о степену мотивисаности у извођењу наставе, врши се на скали од 1-10. Најнижи степен мотивације се оцењује оценом 1, а највиши оценом 10.
- Однос учења помоћу образовног софтвера и учења на традиционалан начин ван наставног процеса – овај број представља количник времена проведеног учећи помоћу образовног софтвера и времена учења на класичан традиционалан начин ван организованих школских часова. Учење ван наставног процеса подразумева самостално организовано учење кроз израду домаћих задатака и увежбавање градива.
- Број бодова на годишњем тесту (шести разред, седми разред, осми разред) – представља број освојених бодова на тесту који се спроводи на крају школске године и који је исти на нивоу целе државе а садржи задатке и наставне садржаје текућег школског разреда.
- Просечна оцена на крају школске године – представља аритметичку средину свих текућих оцена у актуелној школској години
- Број бодова на тесту мале матуре – представља број освојених поена на завршном тесту мале матуре из математике. Овај тест је обавезан за све ученике осмог разреда, спроводи се у исто време у свим основним школама. На тесту сви ученици имају исте задатке. Максималан број бодова је 20.

8.4.4. Методе обраде података

Подаци ће бити обрађени у програмском пакету Microsoft Excel а у дискусији и извођењу закључака овог дела истраживања, користиће се компаративна метода: поредиће се експериментална и контролна група.

8.5. РЕЗУЛТАТИ И ДИСКУСИЈА

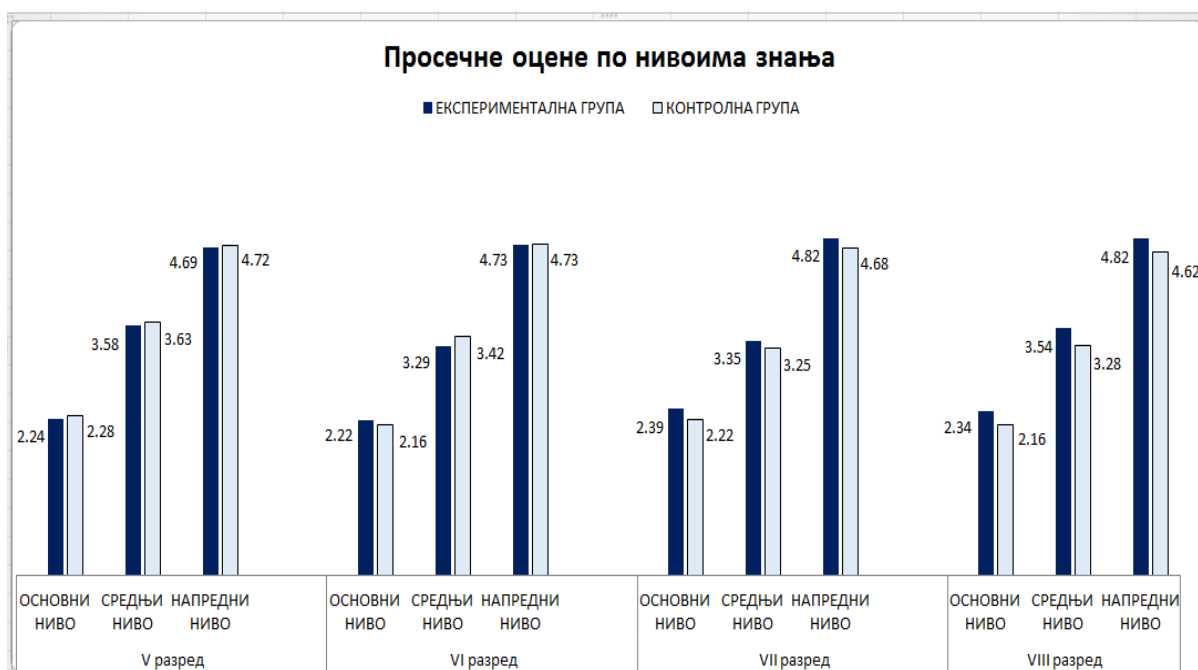
8.5.1. Резултати статистичке обраде података

Статистичком обрадом података добијене су просечне оцене по нивоима знања. Нивои знања у односу на просечну оцену су представљени табелом 37:

Табела 37. Нивои знања

нивои знања	основни ниво	средњи ниво	напредни ниво
опсег оцене	1 – 2.49	2.50 – 4.49	4.50 – 5

Упоредиване су просечне оцене по нивоима знања ученика експерименталне и контролне групе, у сва четири разреда основне школе. У петом и шестом разреду су добијени слични резултати за обе групе. У седмом разреду просечне оцене ученика експерименталне групе су мало веће, на основном нивоу се разликују за 0.17, на средњем за 0.10 а на напредном нивоу та разлика је 0.14. Када је у питању осми разред та разлика се повећава и на основном нивоу износи 0.18, на средњем је 0.26 а на напредном нивоу разлика износи 0.20. Просечне оцене обе групе по нивоима знања су представљене на слици 115:



Слика 115. Просечне оцене по нивоима знања (Извор: аутор)

Обрадом података је добијен и број ученика експеименталне и контролне групе који су задовољили одређени ниво знања. У петом разреду је тај број уједначен јер су тако изабране групе. У шестом разреду, у експерименталној групи, број ученика који је задовољио основни ниво смањио се за 18, док се број ученика који је задовољио средњи ниво је порастао за 17, а на напредном нивоу број се повећао за 2 ученика. У седмом разреду број ученика на основном нивоу се смањио за 1, на средњем повећао за 1 а на напредном остао непромењен. У осмом разреду, број ученика на основном нивоу се смањио за 3, на средњем повећао за 1 а на напредном повећао за 2 ученика.

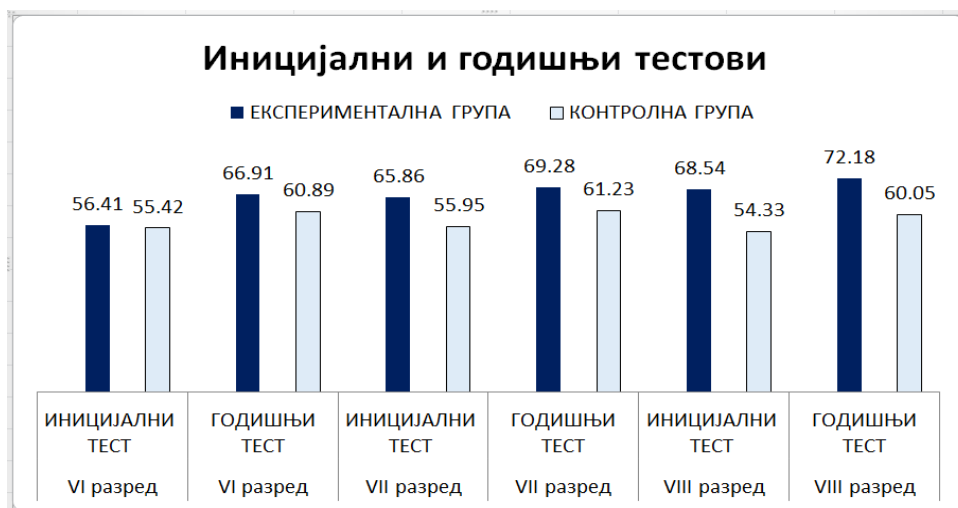
Што се тиче контролне групе, у шестом и седмом разреду нема неке значајније промене, док се у осмом разреду уочава блага промена и то тако што број ученика на основном нивоу се смањује за 4, на средњем расте за 4 а напредном нивоу остаје непромењен.

Упоредни приказ обе групе по нивоима и разредима може се видети на слици 116:



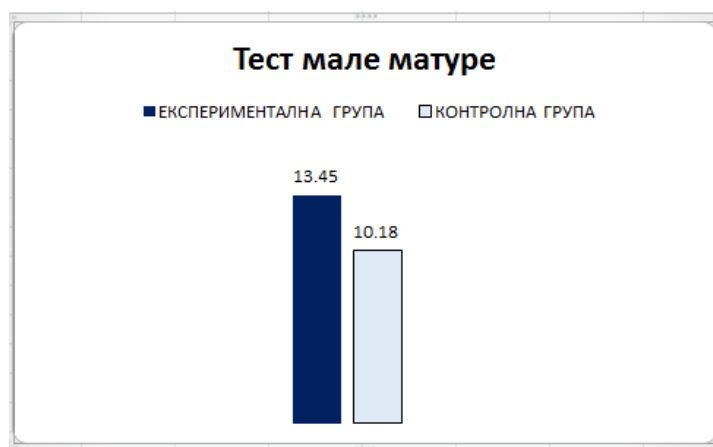
Слика 116. Број ученика по нивоима знања (Извор: аутор)

Ако се посматрају иницијални и годишњи тестови резултати показују да су у експерименталној групи просечни бодови на годишњем тесту и иницијалном тесту у наредном разреду, углавном, уједначени док код контролне групе постоји значајна разлика. При томе, ако се пореде експериментална и контролна група, резултати су показали да ученици који су учили математику помоћу образовног софтвера на обе врсте тестова су постигли боље резултате и то на годишњем тесту у распону од 6.02 – 12.13, а на иницијалном од 1.01 – 14.21. На слици 117 је представљен просечан број бодова на иницијалном и годишњем тесту за обе групе испитаника.



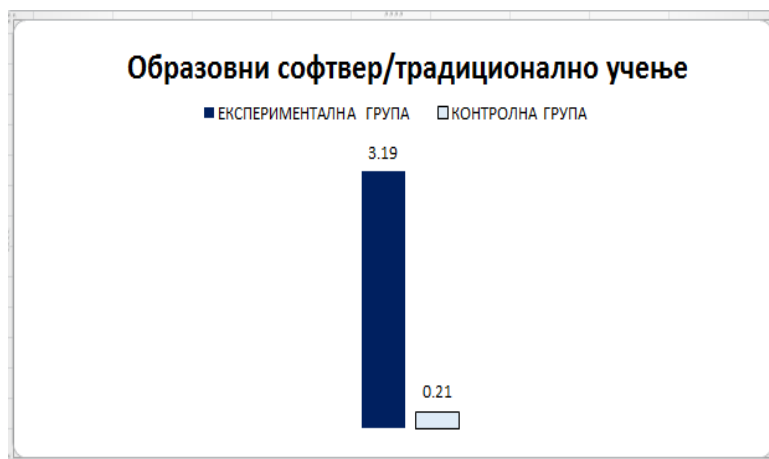
Слика 117. Просечан број бодова на иницијалном и годишњем тесту (Извор: аутор)

На тесту мале матуре (слика 118), где се проверава комплетно основношколско градиво, ученици експерименталне групе су остварили у просеку 13.45 бодова, и показали боље резултате од контролне групе. Просечан број бодова ове и контролне групе се разликује за 3.27. При томе, овај резултат је бољи од просека на нивоу целе државе који износи 10.46 бодова, за 2.99 бодова. Контролна група је постигла резултат на нивоу државног просека тј. 10.18 бодова.



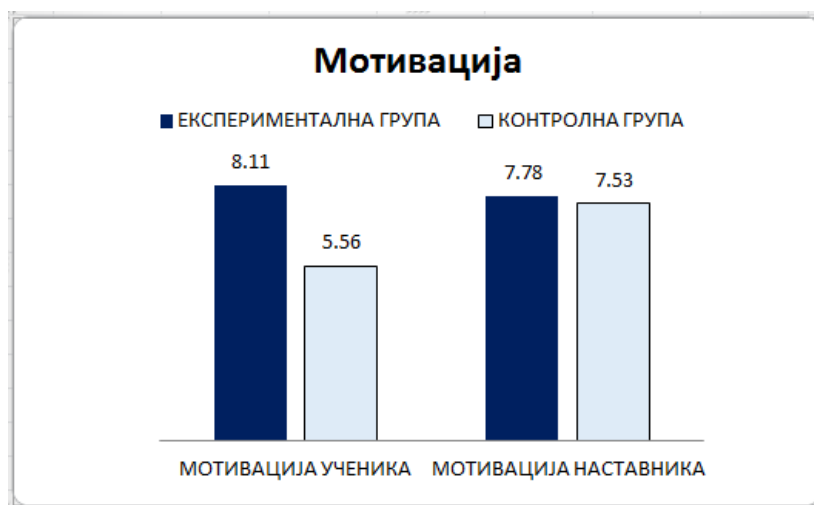
Слика 118. Просечан број бодова на тесту мале матуре (Извор: аутор)

Из анкете ученика добијен је однос између учења помоћу образовног софтвера и традиционалног учења, представљен на слици 119. Овај податак се односи на учење ван наставног процеса, при изради домаћих задатака и вежбању и утврђивању градива. Резултати су показали да су се ученици експерименталне групе у великој мери прилагодили учењу помоћу образовног софтвера, и три пута више времена проведу учећи на овај начин него на устаљени традиционални начин. Ученици контролне групе су остали при класичном начину учења.



Слика 119. Однос учења помоћу образовног софтвера и на традиционалан начин (Извор: аутор)

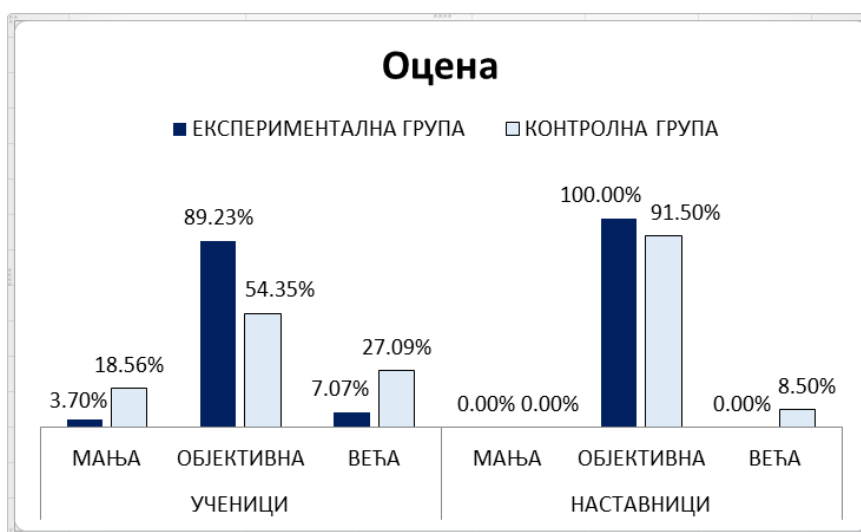
Када се говори о мотивацији ученика, ово истраживање је показало да су ученици експерименталне групе, на скали од 1 – 10, мотивисанији за учење математике од ученика контролне групе за 2.55 мерне јединице. Што се тиче наставника, резултати су показали да нема знатне разлике без обзира на који начин се изводи настава. На слици 120 видимо добијени резултат:



Слика 120. Мотивација ученика и наставника у наставном процесу (Извор: аутор)

Оцењивање ученика је врло битан фактор извођења наставе. У овом истраживању су прикупљени подаци на основу којих смо добили резултате који се тичу објективности оцењивања у обе групе испитаника, са становишта ученика и наставника. По мишљењу ученика експерименталне групе чак 89.23% ученика сматра да су објективно оцењени, 3.7% сматра да су лошије оцењени него што заслужују, док 7.07% сматра да су награђени код оцењивања. У контролној групи 54.35% ученика мисли да је реално оцењено, 18.56% да су оштећени приликом оцењивања а 27.09% ученика мисли да је добило већу оцену од реалног знања. По мишљењу наставника, ни

један ученик није добио мању оцену од објективног знања. Наставници сматрају да су сви ученици у експерименталној групи реално оцењени, док су мишљења да је 8.5% у контролној групи награђено оценом. Графички приказ резултата видимо на слици 121:



Слика 121. Објективност оцењивања (Извор: аутор)

8.5.2. Дискусија добијених резултата

Из добијених резултата види се да су постигнућа експерименталне групе боља од постигнућа контролне групе. То се види из тога да је у експерименталној групи број ученика који су остали на основном нивоу знатно мањи од броја ученика контролне групе, односно, ученици који су учили математику помоћу образовног софтвера су знатно напредовали и из групе ученика са основним нивоом знања чак њих 25 је успело да савлада градиво које их сврстава у средњи ниво, а 6 ученика из средњег нивоа је успело да се квалификује у групу ученика напредног нивоа знања. У контролној групи се број ученика по нивоима није толико мењао. На нивоу елементарних знања математике, на крају основног школовања, у контролној групи је остало 25.2% ученика, што је знатно више у односу на експерименталну групу где тај проценат износи 10.5%. На средњем нивоу знању у контролној групи имамо 55.9% а у експерименталној 65.3%, док је на напредном нивоу у контролној групи 18.9% а у експерименталној 24.2% ученика. Без обзира што су просечне оцене по нивоима готово уједначене (у благој предности експерименталне групе), на основу до сада предоченог, може се рећи да је коришћење образовног софтвера у настави математике допринело да ученици остваре боље резултате који се огледају кроз њихове просечне текуће оцене.

Иницијални и годишњи тестови су мерило квалитета наставног процеса. Наиме, уколико је годишњи тест претходног школског разреда уједначен са иницијалним тестом текућег разреда онда се може говорити о квалитетном наставном процесу. У овом истраживању се показало да ученици који су учили наставне садржаје уз помоћ образовног софтвера су показали изузетно уједначене резултате, са одступањем до 1 бода, на годишњим и иницијалним тестовима. У контролној групи су ученици показивали мало лошије резултате на иницијалним него на годишњим тестовима, са

одступањем до 7 бодова од укупно 100. Дакле, образовни софтвер у настави математике доприноси побољшању њеног квалитета.

При саопштавању резултата се могло уочити да су ученици експерименталне групе постигли боље резултате на државном тесту мале матуре. С обзиром да се на тесту мале матуре ради 20 задатака из свих области математике које су предвиђене наставним планом и програмом, можемо констатовати да је на овај начин извршена провера трајности усвојених знања. Па, имајући у виду представљене резултате, може се рећи да образовни софтвер помаже ученицима да трајније усвајају математичко градиво. Настава организована помоћу образовног софтвера омогућава визуализацију математичких садржаја и учење према индивидуалним способностима што утиче на комплетније учење, са разумевањем, па самим тим и трајније усвајање математичких концепата.

Што се тиче мотивације ученика за учење математике може се рећи да у основној школи она још увек постоји, на неком задовољавајућем нивоу. Такође се може уочити да су ученици који су учили математику помоћу образовног софтвера исказали виши степен мотивације, на скали од 1 – 10 разлика у степену мотивације између експерименталне и контролне групе је 2.55. Ученици у овом периоду свог школовања су прилично везани за рачунаре, па све што има везе са радом на рачунару им је интересантно и држи им пажњу. Одабран образовни софтвер намењен овом узрасту по свом концепту и модулима које садржи, о којима је већ било речи, подсећа на видео игру што је додатни мотив за учење.

Када се говори о наставницима, ту није уочена битна разлика. Наставници су подједнако мотивисани и кад држе час на традиционалан начин и кад им у томе помаже образовни софтвер. Треба још напоменути да су исти наставници изводили наставу на два различита начина, и у експерименталној и у контролној групи. Самим изјашњавањем да желе да учествују у експерименту изводи се закључак да се ради о наставницима који желе да уводе промене у наставни процес и да, пре свега, воле посао којим се баве и желе да га унапреде, па мотивација не може изостати.

Објективност оцењивања ученика је фактор који индиректно утиче на све претходне факторе који су посматрани. Очигледно је, на основу представљених резултата, да се и ученици и наставници слажу у томе да је објективност оцењивања у експерименталној групи на изузетно високом нивоу, по мишљењу наставника потпуна. У контролној групи се мишљења наставника и ученика не слажу. Док наставници сматрају да ни један ученик није оштећен приликом изрицања оцене, ученици мисле да је њих 18.56% добило мање оцене од заслужених. Такође, ученици сматрају да 27.09% ученика није заслужио оцену којом је оцењено. По мишљењу наставника постоји 8,5% ученика који су награђени оценом, и то из субјективних разлога које образовни софтвер не уважава приликом оцењивања.

9. ЗАКЉУЧАК

Прво, поседовање математичких знања људима пружа моћне методе проучавања и разумевања света око себе, као и истраживачке методе како теоријских тако и практичних проблема. Употреба математичког моделирања, дедуктивних метода и посебног математичког апарата спаја хуманистичке и природне науке.

Друго, математика проучава моделе стварних процеса и појава описаних математичким језиком. Особа која познаје математички језик способна је да продре дубље у суштину стварних процеса и да правилно усмери околну стварност. Суштинску улогу игра способност такве особе за исправне обраде информација, статистичких података и да из доступних статистичких материјала изведе поуздане закључке и прогнозе. Вредност стручњака са овим вештинама значајно расте.

Треће, математика је значајан део људске културе, битан колико и историја, филозофија, економија, право. Сва најбоља достигнућа људске мисли чине основу хуманитарног образовања неопходног за сваког стручњака XXI века. Стога је за будућег правника математика пре свега општа образовна дисциплина, као што је то закон за ученика као математичара или физичара.

Четврто, особа која формулише математичку изјаву, изводећи математички доказ, не ради са свакодневним, већ објективним говором, изграђеним према одређеним законима (сажетост, јасноћа, концизност, минимизирање, итд.). Управо су те особине толико потребне за формирање професионалног говора нпр. адвоката.

И, на крају, настава математике најадекватније одговара систему принципа теорије развијања учења: подучавање на прилично високом нивоу тешкоће, брз темпо учења, приоритет теорије, диференциран приступ ученицима и, што је најважније, свест о процесу учења. Проучавајући математику, човек је непрестано свестан свог развоја.

Главни задатак наставе математике је не само изучавање основа математичке науке као такве, већ општи интелектуални развој, тј. формирање код ученика, у процесу проучавања, дисциплине квалитета мишљења неопходних за потпуно функционисање и прилагођавање човека савременом друштву.

Математика је феномен светске културе, она одражава историју развоја људске мисли. Уништавајући математику, математичко образовање, уништавамо универзалну културу, уништавамо историју човечанства. Глобална информатизација не само да није смањила значај математичког образовања, већ је, напротив, поставила нове изазове у њему. Смањење нивоа математичког образовања и математичке културе друштва може претворити човека од господара рачунара у његовог слугу, па чак и роба. Стога се морају савремена достигнућа образовне технологије и математике, као науке, искористити у функцији унапређења математичког образовања.

У овом раду је истраживано како и да ли примена образовног софтвера у настави математике може да утиче на њено побољшање. Подаци су прикупљани на узорку који

може бити репрезентативан. На основу прикупљених података као фактори коју утичу на унапређење наставе математике изабрани су:

- Постигнућа ученика
- Мотивација ученика и наставника
- Квалитет наставе
- Трајност знања
- Објективност оцењивања

Доказивање опште хипотезе да АНФИС методологија може извршити предикцију фактора за унапређење наставе математике обављено је кроз пет операционализованих хипотеза, које су доказиване посебно, а верификација је урађена у поступку евалуације кроз шесту хипотезу. Тестиране су следеће хипотезе и, применом АНФИС методологије, изведени су закључци о једном, два и три најутицајнија фактора на факторе унапређења наставе математике:

Хипотеза 1: Постигнућа ученика, као битан фактор унапређења наставе математике, могу се побољшати увођењем образовног софтвера у наставни процес

Закључак: Предзнање је фактор који појединачно највише утиче на постигнућа ученика, ако гледамо комбинацију два фактора онда су то предзнање и учење математике помоћу образовног софтвера. Најутицајнија три фактора су предзнање, учење математике помоћу образовног софтвера и број изостанака. Закључује се да образовни софтвер може допринети побољшању постигнућа ученика, што потврђује прву хипотезу.

Хипотеза 2: Увођење образовног софтвера у наставу математике мотивише и ученике и наставнике

Закључак: Предзнање је фактор који највише утиче на мотивацију ученика. Здружено, два најутицајнија фактора су предзнање и учење за оцену; а, ако комбинујемо три фактора, највећи утицај имају предзнање, учење за оцену и употреба иновативних наставних метода и средстава (ИКТ, образовни софтвер, платформе за учење...). Закључује се да образовни софтвер може да утиче на додатну мотивацију ученика за учење математике.

Када је у питању мотивација наставника на њу највише утиче ученик који воли математику. Комбиновано, два најутицајнија фактора су ученици који воле математику и употреба иновативних метода и средстава на часу, док су три најутицајнија фактора на мотивисање наставника ученици који воле математику, ученици којима је на настави занимљиво и предзнање ученика. Може се закључити да се и наставници додатно мотивишу кроз употребу образовног софтвера.

Посматрајући факторе који утичу на мотивацију ученика и наставника може се закључити да примена образовног софтвера у настави мотивише и једне и друге, али тај фактор није доминантан и фигурише само кроз један степен утицаја.

Хипотеза 3: Квалитет наставе математике је могуће побољшати увођењем образовног

софтвера у процес извођења наставе

Закључак: Фактор који највише утиче на квалитет наставе је употреба образовног софтвера у учењу математике. Највећи заједнички утицај имају фактори: употреба образовног софтвера у учењу и редовно усавршавање наставника. Три фактора која заједнички највише утичу на квалитет наставе су учење помоћу образовног софтвера, употреба ИКТ у непосредном наставном процесу и ученик кога мотивишу иновације у настави. Дакле, у овом случају се хипотеза у потпуности потврдила и можемо закључити да употреба образовног софтвера у настави математике има доминантан утицај.

Хипотеза 4: Трајност знања ученика из математике је повезана са употребом образовног софтвера

Закључак: На трајност знања највише утиче употреба образовног софтвера у процесу учења. Ако комбинујемо два фактора највећи утицај имају учење помоћу образовног софтвера и примењивост математике у другим наставним предметима. Три најутуцајнија фактора су учење математике употребом образовног софтвера, примењивост математике и важност математике у смислу њених специфичности. Закључује се да, и када је у питању трајност знања, учење помоћу образовног софтвера има доминантан утицај па је потврђена и ова хипотеза.

Хипотеза 5: Примена образовног софтвера у настави математике позитивно утиче на превазилажење проблема објективности оцењивања

Закључак: Проблем објективности оцењивања може се превазићи коришћење образовног софтвера у настави тако што би се повећао удео образовног софтвера у оцењивању и управо је то и најутуцајнији фактор на објективност оцењивања. Два фактора која заједно највише утичу на објективну оцену су удео образовног софтвера и удео писаних провера у формирању оцене. Када се посматрају три најутуцајнија фактора онда су то удео образовног софтвера, удео писаних провера и ауторитет наставника. Дакле, и ова претпоставка је у потпуности потврђена.

Следеће хипотеза представља верификацију резултата добијених претходним истраживањима:

Хипотеза 6: Претпоставља се да ће експериментална група, у којој је настава математике реализована помоћу образовног софтвера, постићи боље резултате од контролне групе у којој се настава реализовала на традиционалан начин

Закључак: У овом делу истраживања извршена је евалуација резултата који су добијени АНФИС методологијом. Извршено је поређење експерименталне групе ученика, који су наставу слушали употребом образовног софтвера, и контролне групе, која је наставу слушала на традиционалан начин. На основу добијених резултата може се закључити да:

- Ученици који су користили образовни софтвер у настави остварили су боље просечне оцене, поправили су ниво знања и много мање ученика је остало на

основном нивоу знања. Овим су се потврдили резултати добијени АНФИС методологијом.

- Ученике који су наставу изводили помоћу образовног софтвера је тај начин рада мотивисао, док за наставника начин извођења наставе не утиче превише на степен мотивације. Евалуацијом резултата истраживања АНФИС методологијом показало се да, кад су у питању наставници, добијени су резултати који се не поклапају са претпоставкама; док су резултати везани за ученика сагласни са претпоставкама.
- Када је у питању квалитет наставе у групи ученика који су наставу слушали помоћу образовног софтвера годишњи тест претходног школског разреда је уједначен са иницијалним тестом текућег разреда, што сведочи о томе да је квалитет реализоване наставе на задовољавајућем нивоу. Дакле, евалуација је потврдила резултате добијене АНФИС методологијом.
- Трајност знања, која је проверена кроз завршни тест државне мале матуре, је у великој мери повезана са употребом образовног софтвера у настави јер су ученици експерименталне групе показали знатно боље резултате, па су се, и у овом случају, резултати евалуације поклопили са предвиђањем АНФИС методологије.
- Евалуација предвиђања АНФИС методологије везаних за објективност оцењивања је потврдила да се резултати поклапају. Наиме, ученици који су у настави користили образовни софтвер су се у великој већини (скоро 90%) изјаснили да су објективно оцењени, док у групи ученика који су наставу слушали на традиционалан начин њих скоро 50% сматра да нису објективно оцењени.

Из претходне анализе може се закључити да се АНФИС методологијом могу предвидети фактори за унапређење наставе математике са аспекта увођења образовног софтвера што је и потврдила евалуација добијених резултата кроз експеримент са паралелним групама.

Увођењем образовног софтвера у непосредни наставни процес, настава математике се може осавременили и модернизовати и на тај начин ићи у корак са технолошким достигнућима XXI века. Променама у извођењу наставе математике се имплицирају и неминовне промене у методици наставе математике. То ће захтевати и промену личности наставника и његове улоге у поучавању. Наставник ће ученика усмерити како треба да учи а не шта треба да научи. На тај начин ће ученици бити креатори сопственог стицања знања и мораће да преузму одговорност за своје образовање. Учење математике више неће бити нешто пред чим ће ученик да устукне, већ нешто са чиме ће се ухватити у коштац и извући максимум, свестан њене улоге у реалном и стваралачком окружењу.

У процесу спознаје стварности математика игра све већу улогу. Данас не постоји такво поље знања где се математички појмови и методе не би користили у једној или у

другој мери. Проблеми, чије се решавање раније сматрало немогућим, успешно се решавају коришћењем математике, чиме се проширују могућности научног сазнања. Савремена математика комбинује веома различита поља знања у јединствени систем. Овај процес синтезе наука, извршен услед математизације, огледа се у динамици концептуалног апарата. Да би се човечанство могло развијати, потребни су нам не само „најбољи умови“, већ и свеже идеје. А за то су потребни креативни млади људи неуобичајеног размишљања, широког погледа, флексибилног ума. Математика је та која нас тера да размишљамо, анализирамо, закључујемо и непрестано тренирамо мозак. За развој цивилизације неопходан је развој људске интелигенције.

Коначно, допринос овог рада је и то што се на овај начин, применом АНФИС методологије, могу предвидети фактори унапређења наставе са било ког аспекта и било ког наставног предмета, без обзира на његове специфичности. То може унапредити извођење наставе свих наставних предмета, олакшати наставницима планирање извођења часова а ученицима прилагодити наставне методе тако да се добију најбољи резултати. Такође, ово трасира пут новим истраживачима да креирају своје оригиналне идеје.

10. ЛИТЕРАТУРА

About TIMSS 2015 (2016). Amsterdam: IEA; Chestnut Hill, USA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.

Anđelković Boban, (2006), Istraživanje i razvoj novih metoda za proračun steznih sklopova primenom neuronskih mreža i fazi logike, doktorska disertacije, Mašinski fakultet Niš

Aničić, O., Barlovac, B. (2010). Učenje na daljinu e-obrazovanje. Čačak: Tehnički fakultet.

Arambašić, L., Vlahović-Štetić, V. i Severinac, A., (2005), Je li matematika bauk? Stavovi, uvjerenja i strah od matematike kod gimnazijalaca. Društvena istraživanja, 6(80), 10811102.

Asante, K. O., (2012), Secondary students' attitudes towards mathematics. An International Journal, 20(1), 121-133.

Berends, M., Goldring, E., Stein, M., & Cravens, X. (2012). Instructional conditions in charter schools and students' mathematics achievement gains. American Journal of Education, 116(3), 303–335.

Bjekić, D., (2009), Psihologija za nastavnike, Tehnički fakultet, Čačak

Bognar, B. (2010). Škola koja razvija kreativnost.

Buckleitner, W. (1999): The State of Children's Software Evaluation--Yesterday, Today and in the 21st Century. Information Technology in Childhood Education, 1(1), 211-220

Carey, E., Devine, A., Hill, F., Dowker, A., McLellan, R., & Szucs, D., (2019), Understanding Mathematics Anxiety: Investigating the experiences of UK primary and secondary school students. <https://doi.org/10.17863/CAM.37744>

Chinn, S. J. and J. R. Ashcroft (1998) Mathematics for Dyslexics: A Teaching Handbook. London : Whurr Publishing.

Chiou, C. (2008). The effect of concept mapping on students' learning achievements and interests. Innovations in Education & Teaching International, 45(4), pp. 375-387.

Covello, S. (2010). A Review of Digital Literacy Assessment Instruments. Syracuse University, School of Education

Craft A, T Cremin, P Burnard, K Chappell, (2007) Teacher stance in creative learning: A study of progression - Thinking Skills and Creativity, - Elsevier

Čukanović Karavidić Marija, Slavko Karavidić, Jovanka Bajčetić, (2009), Elektronsko obrazovanje e-learning škola biznisa Naučnostručni časopis UDC 37.018.43:004.738

Denić Nebojša, Snežana Gavrilović, Nataša Kontrec, (2017), Information and communications technologies in function of teaching process, University Thought, Publication in Natural Sciences, Vol.7 , No.2 ,pp.58-63, doi:10.5937/univtho7-15472

Denić, N., Petković, D., (2019), Metodika nastave informatike, Prirodno – matematički fakultet, Univerziteta u Prištini sa privremenim sedištem u Kosovskoj Mitrovici, ISBN 978-86-86-86847-05-8

Detyniecki M. and Yager R.: “Ranking fuzzy numbers using alpha-weighted valuations”, international journal of Uncertainty, fuzziness and knowledge-based systems, Vol. 8(5), pp. 573-592, 2001.

Dryden, G., Vos, J. (2001). Revolucija u učenju. Zagreb: Educa.

Dunderović, R., Radovanović, I., Levi, S. (2009) Upravljanje razredom – Psihološki i pedagoški aspekti upravljače funkcije nastavnika, Učiteljski fakultet, Beograd, 2009.

Duraku Nehat, Keith Prenton, Fatbardha Reka-Zogaj, Armend Shabani, Alida Thaqi, Jehona Xhaferi, (2013), Razvoj Veština 21 Veka u predmetu MATEMATIKE, Indesign

Đorđević Vesna, (2007), Inovativni modeli nastave (Integrativna nastava, Projektna nastava i Interaktivna nastava) „,Obrazovna tehnologija” 4/2007. UDK: 371.26

ECDL Foundation (2015). Computing and Digital Literacy: Call for a Holistic Approach. Retrieved from: http://ecdl.org/media/position_paper_-_computing_and_digital_literacy.pdf

Egerić, M. Đurić, M., (2011), Stilovi učenja u početnoj nastavi matematike, Fakultet pedagoških nauka Jagodina, 371.3::51-028.31

European Commission (2011), Key Data on Learning and Innovation through ICT at School in Europe 2011, Brussels: Eurydice

European Commission/EACEA/Eurydice (2012), European Survey on Language Competence – Final Report, Brussels: European Commission

Ferrari, A. (2012). Digital Competence in Practice : An Analysis of Frameworks. Seville: JRC-IPTS

Filipović, N. (1969) Stvaralaštvo u nastavi. Sarajevo: Zavod za izdavanje udžbenika

Frederickson, N. and Cline, T. (2009) Special Educational Needs, Inclusion and Diversity: A Textbook Second Edition Buckingham : Open University Press

Gavrilović, S., Denić, N., Miodragović, G., (2016), Obrazovni softveri u nastavi matematike, ITOP16, 1. Nacionalna konferencija sa međunarodnim učešćem, Fakultet Tehničkih nauka u Čačku, UDK: 004.4:51

Hajder, M., (2012): Psihološke karakteristike nastavnika i njihovi stavovi o uvođenju inovacija u nastavu – doktorska disertacija, Filozofski fakultet -Univerzitet u I. Sarajevu, I. Sarajevo.

Hargreaves, A., Fullan, M. (1992). Understanding Teacher Development. New York: Teachers College Press

Ivić, I., Pešikan, A., Antić, S. (2001). Aktivno učenje 2. Beograd: UNICEF

- Kadijević, Đ. (2008): TIMSS 2003: Relating dimensions of mathematics attitude to mathematics achievement, *Zbornik Instituta za pedagoška istraživanja*, 2, 327 – 346.
- Karuović Dijana, (2012), *Projektovanje obrazovnog softvera 2 - SKRIPTA – Zrenjanin*, 2012.
- Klein, M., (2004), The premise nad promise of inquiry based mathematics in pre-service teacher education: A poststructuralist analysis. *Asia-Pacific Journal of Teacher Education*, 32(1), 35-47.
- Köğce, D., Yildiz, C., Aydin, M. i Altındağ, R., (2009), Examining elementary school students' attitudes towards mathematics in terms of some variables. *Procedia*, 1(1), 291295.
- Konjovic Z. and Obradovic Gj.: “Fuzzy logika-radni materijal”, Fakultet tehnickih nauka, Univerzitet u Novom Sadu, Novi Sad, 2004.
- Korte, W. B. & Hüsing, T. (2007), Benchmarking access and use of ICT in European schools 2006: Results from head teacher and a classroom teacher surveys in 27 European countries, *eLearning Papers*, 2(1), pp. 1–6
- Kukušin, V.S. (2004) *Sovremennye pedagogičeskie tehnologii: načal. šk. posobie dlja učitelja*. Rostov na Donu: Feniks
- Kurnik Z., (2009), *Znanstveni okviri nastave matematike*, ISBN:978-953-197-501-8, Element, Hrvatska
- Kurnik, Z., (2006), *Jezik u nastavi matematike*, Miš, godina VII., br. 33
- Lapat, G., & Šlezak, H. (2011). Percepcija učenika Roma o važnosti obrazovanja, *Metodički obzori : časopis za odgojno-obrazovnu teoriju i praksu*, Vol. 6(2011)1 No. 11, 2011.
- Lasić, K., (2015), *Uloge nastavnika u tradicionalnoj i kvalitetnoj školi*, UDK 37.014.5[3] III .(2) 101-110.
- Lazarev, V.S., (2008), *Upravljenje inovacijami v škole, Učebnoe posobie*, Moskva, Centr pedagogičeskogo obrazovanija
- Lazarević Vesna, (2005) *INDIVIDUALIZOVANA NASTAVA, „Obrazovna tehnologija”* 2/2005. UDK: 371.3.311
- Lee H. i Hollebrands K., (2008). *Preparing to Teach Mathematics With Technology: An Integrated Approach to Developing Technological Pedagogical Content Knowledge*, *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education (CITE Journal)*, Vol. 8, br. 4
- Lesar, N., Nikolaus, V., (2016), *Strategije učenja i poučavanja u nastavi matematike*, Agencija za odgoj i obrazovanje, Zagreb, Republika Hrvatska
- Leung, F. K., (2002), Behind the high achievement od East Asian students. *Educational Research and Evaluation*, 8(1), 87-108.
- Lieberman, A. (1996). Practices that support teacher development: transforming conceptions of professional learning. In McLaughlin, M.W. and Oberman, I. (Eds), *Teacher Learning:*

New Policies, New Practices, (pp. 185–201). New York: Columbia University, Teachers College Press.

Ma, X. i Kishor, N., (1997), Assessing the Relationship Between Attitude Toward Mathematics and Achievement in Mathematics: A Meta-Analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 26-47.

Majeed, A. A., Darmawan, I. N. i Lynch, P., (2013), A Confirmatory Factor Analysis of Attitude Toward Mathematics Inventory (ATMI). *The mathematics Educator*, 15(1), 121-135.

Malinović, T., (1996), Matematičko rasuđivanje o pojmu u početnoj nastavi matematike, Vranje, Zbornik radova Učiteljskog fakulteta.

Mandić, D. (2003), Didaktičko-informatičke inovacije u obrazovanju. Beograd: Mediagraf.

Mandić, P. (1987). Inovacije u nastavi i njihov pedagoški smisao. Sarajevo: Svjetlost OOUR, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva.

Marjanović Milosav, (2010), Didaktička analiza predmetnih sadržaja kao jezgro kursa didaktike matematike

Martin, A., & Grudziecki, J. (2006). DigEuLit: Concepts and Tools for Digital Literacy Development. *Innovation in Teaching and Learning in Information and Computer Sciences*, 5(4), 249–267. doi:10.11120/ital.2006.05040249

Mata, Maria de Lourdes, Monteiro, Vera and Peixoto, Francisco (2012) , Attitudes towards Mathematics: Effects of Individual, Motivational, and Social Support Factors, *Child Development Research*

Mayer, R. E. (Ed.) (2005): *Cambridge Handbook of Multimedia Learning*, Cambridge University Press, New York.

Metsämuuronen, J. i Tuohilampi, L., (2014), Changes in Achievement in an Attitude toward mathematics of the Finnish Children from Grade 0 to 9 - A Longitudinal Study. *Journal of Educational and Developmental Psychology*, 4(2), 145-169.

Mirčov, M., (2012), Razvijanje sposobnosti logičkog rezonovanja kroz rešavanje matematičkih zadataka, Diplomski rad, Novi sad, Univerzitet u Novom Sadu- Prirodno-matematički fakultet departman za matematiku i informatiku

Mitrović D., (2015), Matematika i jezik, MBČ, Vol. 2, Broj 2

Mladenović, Miroslav B., (2008), Nastavnik matematike kao faktor u učenju i napredovanju učenika , *MAT-KOL (Banja Luka)* XIV(3) 9-12

Mullis Ina V.S., Michael O. Martin, Eugenio Gonzalez, Steven Chrostowski, *TIMSS 2003 International Mathematics Report. Findings From IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the Fourth and Eighth Grades, TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College. (2004)*

Mullis Ina V.S., Michael O. Martin, Pierre Foy, (2008) TIMSS 2007 International Mathematics Report: Findings from IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the Fourth and Eighth Grades, TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.

Mullis Ina V.S., Michael O. Martin, Pierre Foy, and Alka Arora. (2012) TIMSS 2011 International Results in Mathematics. TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.

Mullis Ina V.S., Michael O. Martin, Pierre Foy, Martin Hooper, (2016) TIMSS 2015 INTERNATIONAL RESULTS IN MATHEMATICS. TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.

Mullis, I. V. S. & Martin, M. O. (2013). TIMSS 2015 assessment frameworks. Chestnut Hill, USA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.

Nadrljanski Đ., Soleša D., (2002). Informatika u obrazovanju, Pedagoški fakultet Sombor

Nadrljanski, Đ. (2000): Obrazovni softver –hipermedijalni sistemi, Tehnički fakultet M. Pupin, Zrenjanin.

Neale, D. C., (1969), The role of attitudes in learning mathematics. The Arithmetic Teacher, 16(8), 631-640.

Ng Lee, Y., Kamariah, A.B., Samsilah, R., Wong, S.L. & Petri, Z.M.A.R. (2005):Predictors of self-regulated learning in Malaysian smart schools. International Education Journal, 6(3), 343-353

Nicolaidou, M. i Philippou, G., (2003), Attitudes towards mathematics, elf-efficacy and achievement in problem-solving. European Research in Mathematics Education III (str. 1-11). University of Cypros.

Nikodinovska-Bančotovska S., (2003). Priprema nastavnika za primenu savremene tehnologije u nastavi, Zbornik radova 3. Međunarodnog naučnog skupa Tehnologija, Informatika, Obrazovanje- za društvo učenja i znanja

Nikolić Marija, Gojgić Nataša, (2012), Razvoj i uloga e-learning-a u cilju osavremenjivanja nastavnog procesa TIO 4. Internacionalna Konferencija, Tehnički fakultet Čačak, 1–3. jun 2012. UDK: 37.018.43

Nor Fadilah Tahar, Zuriati Ismail, Nur Diana Zamani, Norshaieda Adnan (2010), Students' Attitude Toward Mathematics: The Use of Factor Analysis in Determining the Criteria, International Conference on Mathematics Education Research 2010, Procedia Social and Behavioral Sciences 8, 476–481

Novković Cvetković Biljana, Stanojević Dragana, (2018), INTEGRATING DIGITAL TECHNOLOGIES INTO TEACHING PROCESS, TEME,г. XLII, бр. 4,октобар–децембар 2018,срп. 1219–1233

OECD (1999). *Measuring Students Knowledge and Skills - A New Framework for assessment*, Paris

OECD (2015), *Students, Computers And Learning - Making The Connection*, Paris: OECD Publishing

OECD Press release: *New approach needed to deliver on technology's potential in schools* 15/09/2015

OECD Program for International Student Assessment

Pavlin-Bernardić, N., Ravić, S. i Borović, K., (2012), *Povezanost učeničkih stavova i uvjerenja prema matematici i kognitivnih sposobnosti s ocjenama iz matematike*. *Napredak*, 153(3-4), 315-326.

Pavlin-Bernardić, N., Vlahović-Štetić, V., Rovani, D. i Arambašić, L., (2009), *Stavovi, uvjerenja i strah od matematike kod učenika osnovne škole*. 19. Dani Ramira i Zorana Bujasa: Program i sažeci priopćenja (str. 82.). Zagreb: Školska knjiga.

Petković Dalibor, Milan Gocić, Shahaboddin Shamshirband, (2016), *Adaptive neuro-fuzzy computing technique for precipitation estimation*, *FACTA UNIVERSITATIS Series: Mechanical Engineering* Vol. 14, No 2, 2016, pp. 209 - 218

Philippou, N. G. i Christou, C., (1998), *The Effects of Preparatory Mathematics Program in Changing Prospective Teachers' attitudes towards Mathematics*. *Educational Studies in Mathematics*, 35, 189-206.

Pieron H. (1973). *Dizionario di psicologia*. Firenze: La Nuova Italia

Pijaže, Žan i Berbel Inhelder, (1990), *Psihologija deteta*, Sremski Karlovci: Izdavačka knjižarnica Zorana Stojanovića; Novi Sad Dobra vest, 170.

Pinter J., Petrović N., Sotirović V., Lipovac D., (1996), *Opšta metodika nastave matematike*, Izdavač: Učiteljski fakultet, Sombor

PISA Srbija, (2004), PISA 2003 u Srbiji, prvi rezultati

PISA Srbija, (2007), PISA 2006 u Srbiji, prvi rezultati

PISA Srbija, (2010), PISA 2009 u Srbiji, prvi rezultati

PISA Srbija, (2013), PISA 2012 u Srbiji, prvi rezultati

Prasevic Z.: "Fuzzy logika", *Predavanja doktorske studije*, Gradjevinski fakultet, Podgorica, Crna Gora, 2011

Priručnik „E-učitelj – suvremena nastava uz pomoć tehnologije, (2016), Zagreb

Priručnik za učenje usmjereno na učenika, (2018), CARDS Projekat Reforma tržišta rada i razvoj radne snage, Ugovor br. 06MON01 08 001

Radonjić, S., (2004): *Psihologija učenja*, Knjiga prva, Beograd, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva.

Radosav, D. (2005): *Obrazovni računarski softveri autorski sistemi*, Tehnički fakultet Mihajlo Pupin, Zrenjanin

Richard Barwell, (2013): *Formal and informal language in mathematics classroom interaction: a dialogic perspective*, Proceedings of 37th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), vol. 2, pp. 73-80.

Rubinstein, M. F., (1986), *Tools for thinking and problem solving*. New Jersey: Prentice Hall.

Savić A, Gavrilović J., (2010), *Savremene informacione tehnologije u matematičkom obrazovanju*, INFOTEH-JAHORINA Vol. 9, Ref. E-IV-13, p. 678-682, March 2010.

Savić A., Gavrilović J., (2010), *Savremene informacione tehnologije u matematičkom obrazovanju*, INFOTEH-JAHORINA Vol. 9, Ref. E-IV-13, p. 678-682.

Sejtanic, Semir. (2011). *Krativnost i inovativnost nastavnika i učenika u savremenoj školi*. NASA ŠKOLA-časopis za teoriju i praksu odgoja i obrazovanja. 57. 31-37.

Shamila Dewi Davadas, Yoon Fah Lay, (2018), *Factors Affecting Students' Attitude toward Mathematics: A Structural Equation Modeling Approach* EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14(1):517-529 DOI: 10.12973/ejmste/80356

Shuard, H., & Rothery, A. (Eds.). (1984b). *Children Reading Mathematics*. John Murray

Simić Kojo, (2015), *Osnove metodike nastave*, EVROPSKI UNIVERZITET BRČKO DISTRIKTA

Sorden, S. D. (2005). *A cognitive approach to instructional design for multimedia learning*. Information Science Journal, 8, 263-279.

Stevanović M, (2003). *Modeli kreativne nastave*, Tisak, Znanje d. d.

Stiglitz, Joseph E., (2002) *Globalization and Its Discontents*," Economic Notes, Banca Monte dei Paschi di Siena SpA, vol. 32(1)

Sugeno, M.; Kang, G.T.: *Structure identification of fuzzy model*, Fuzzy Sets Syst. 28 (1988) 15–33.

Suzić, N. (2007), *Primenjena pedagoška metodologija*, Banja Luka:XBS

Tahar, N. F., Ismail, Z., Zamani, N. D. i Adnan, N., (2010), *Students' Attitude Toward mathematics: The Use of Factor Analysis in Determining the Criteria*. Procedia-Social and Behavioral Sciences, 8, 476-481.

Takagi, T.; Sugeno, M.: *Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control*, IEEE Trans. Syst. Man. Cybern. 15 (1985) 116–132.

Tančić Nataša D., Vuković Lela B., Malčić Borka D.,(2017), *Profesionalni razvoj nastavnika kroz koncept horizontalnog učenja i nastavničkih foruma*, Journal of Department of Pedagogy, Faculty of Philosophy, Novi Sad, No. 26 / 2017 doi: 10.19090/zop.2017.26.109-121 UDC: 371.13/14

Taylor, (1992), A taxonomy of educational software, „Information Technologies and Basic Learning: Reading, Writing, Science and Mathematics

Terzić, J., Miljanović, T. (2009). Efikasnost primene multimedija u nastavi biologije u gimnaziji. *Nastava i vaspitanje* NV god. LVIII. Broj 1, Str. 1-164. Beograd: Pedagoško društvo Srbije.

Toroman Amel, Bajramović Esad, (2013) Improving teaching process by applying information-communication technologies, 8. Naučno-stručni skup sa međunarodnim učešćem "KVALITET 2013", Neum, B&H, 06. – 08. juni 2013.

Turajlić Srbijanka, (2003), Bolonjski proces u Srbiji, IX Skup TRENDOVI RAZVOJA: Bolonjski proces i tehnički fakulteti–Kopaonik, 03.-06. 03. 2003.

Vidić, T., (2015), Stavovi učenika osnovne škole prema matematici UDK: 316.644:51-053.5/.6 Izvorni znanstveni članak, Zagreb

Vilis, M., Hodson, K. V., (2005), Otkrijte svoj stil učenja, Finesa, Beograd,

Vilotijević M. i Vilotijević N., (2007), Inovacije u nastavi, Školska knjiga, Beograd

Vilotijević, M. (2001). Didaktika, Beograd i Zavod za udžbenike i nastavna sredstva.

Vilotijević, M., (1999), Didaktika 1, Beograd, Naučna knjiga i Učiteljski fakultet

Vilotijević, M., Vilotijević, N. (2008) Inovacije u nastavi. Vranje: Učiteljski fakultet

Williams Trevor, Leslie Jocelyn, Stephen Roey, David Kastberg, Summer Brenwald, (2009), TIMSS 2007: Mathematics and Science Achievement of U.S. Fourth- and Eighth-Grade Students in an International Context.

Yilmaz, C., Altun, S. A. i Ollkun, S., (2010), Factors affecting students' attitude towards math: ABC theory and its reflection on practice. *Procedia Social Science and Behavioral Sciences*, 2, 4502-4506.

Zadeh L., King-Su F., Tanaka K. and Shimura M, (1975).: "Fuzzy sets and their applications to cognitive and decision processes", Academic Press, Inc., United States of America, ISBN: 0-12-775260-9

Zan, R. i Di Martino, P., (2007), Attitude toward mathematics: Overcoming the positive/negative dichotomy. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 3, 157-168.

Žiporađa, Lj., (2012), Uvod u psihologiju, Čigoja štampa, Beograd,

Андрић, Војислав, (2016), О развијању креативности у настави математике, ДМС, Београд, 11. 02. 2016.

Архипова Нина Владимировна, (2014) За и против ИКТ на уроках математики, ВЪПУСК №52, АПРЕЛЬ 2014 ИНФОРМАТИЗАЦИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

Банђур, В., (1983), Законитости у промени положаја ученика у наставном процесу, Наша школа, бр. 7-8, Сарајево.

Батуева Надежда Пурбуевна, (2010), Визуализация обучения математике в основной школе, ИТО-Томск-2010 / Секция I :

Бјекић, Д. (1999). Професионални развој наставника, Ужице: Учительски факултет

Бранковић, Д., Мандић, Д. (2003): Методика информатичког образовања. Београд: Медиаграф, Бања Лука: Филозофски факултет у Бањој Луци.

Бронникова Л.М., (2012), Некоторые аспекты реализации федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования / Л.М. Бронникова, А.В. Овчаров, П.В. Скулов, Е.А. Хороходина // Фундаментальные исследования. 2012. № 11 (Ч. 5). - с. 214.

Бубањ, Р. (2007). Нови модели савремених образовних процеса, Филозофски факултет, Ниш

Букатов В. М. (2006). Групповая работа на уроке: режиссура школьной повседневности в невыдуманных рассказах, неожиданных советах и нескучных рекомендациях : метод.материал / В. М. Букатов, М. Ганькина. - М. : Чистые пруды,

Вилотијевић М. и Мандић Д. (2015). Управљање развојним променама у васпитно-образовним установама. Београд: Учительски факултет у Београду.

Вилотијевић, М. (1999): Дидактика 1, 2, и 3. Научна књига, Учительски факултет, Београд.

Вилотијевић, М. (2007). Дидактика III. Београд: Школска књига.

Вилотијевић, Младен (2000). Дидактика 1. Београд: Научна књига, Учительски факултет

Вилотијевић, Младен; Вилотијевић, Нада (2016). Модели развијајуће наставе. Београд, Краљице Наталије 43,,: УЧИТЕЉСКИ ФАКУЛТЕТ. стр. 7,8,9.

Гашева О.Е., Абричкина М.Е.,(2014) Развитие речи в процессе формирования математических представлений у детей дошкольного возраста // Международный студенческий научный вестник. - М.: 2014г.. - С. 58-61.

Гвозденовић, С. (2010). Улоге наставника у савременом образовању. Никшић

Грибкова Юлия Владимировна, Кашинцева Ольга Альбертовна, Сарычева Ирина Анатольевна, (2018), Метод проектов как средство повышения эффективности обучения математике в вузе,Текст научной статьи по специальности «Народное образование. Педагогика»

Далингер В. А., (1999), Формирование визуального мышления у учащихся в процессе обучения математике: Учебное пособие. — Омск: Изд-во ОмГП.

Дмитровић, П., (2004), Развијање комуникативних способности наставника и ученика. У: Комуникација и медији, Учительски факултет у Јагодини, Институт за педагошка истраживања у Београду, стр. 153-169.

Ђелић Јасмина, Јелена Недељковић, Ивана Николић, Јелена Петровић, (2014), Извештај о реализацији и резултатима завршног испита на крају основног образовања и васпитања у школској 2013/2014. години – главни налази, Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања.

Зимановская А.А. (2008).Проведение лабораторных и практических работ на уроках математики Журнал: Вестник КАСУ №1 -

Јелић Вера, (2014), Наставна средства у савременој настави, Факултет Техничких наука, Чачак

Јешић, Драган, (2010) Стицање компетенција за нове улоге наставника у савременој школи и школи будућности, Сварог 1/ 2010 Часопис за друштвене и природне науке, Прегледни чланак УДК 371.311.5

Калинина Г.П., Ручкина В.П.,(2016) Развитие математической речи в начальных классах // Специальное образование. - 2016. - №№1. - С.62-74.

Кан-Калик В. А., (2010), Педагогическое творчество / В. А. Кан-Калик, Н. Д. Никандров. – Москва: Педагогика, 2010. – 144 с

Карпова, Т. Н. (1995), Наглядное обучение математике – сочетание научности и доступности: психология, интуиция, опыт [Текст] / Т. Н. Карпова, Е. И. Смирнов // Непрерывное педагогическое образование. Вып. VIII. РГПУ; УМО ОППО; ЯГПУ. – Ярославль: ЯГПУ, 1995. – С. 48-54.

Коваленко В.Г. 1990.Дидактические игры на уроках математики: М.: Просвещение,

Колягин Ю. М. , Оганесян В. А. , Саннинский В. Я. , Луканкин Г. Л. , (1975), Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика, 1975. – 462 с.

Кругликов В. Н., Платонов Е. В., Шаронов Ю. А. (2006).Деловые игры и другие методы активизации познавательной деятельности. - СПб.: "Изд. П-2",

Кругликов, В.Н., (1998) Активное обучение в техническом вузе: теория, технология, практика, Воен. инженер.-техн. ун-т. - СПб. : ВИТУ

Лаврња, И., (1983), Положај ученика у одгојно-образовном процесу (групи). Издавачки центар, Ријека.

Лапчик, М. П., (2013), Подготовка педагогических кадров в условиях информатизации образования [Электронный ресурс]: учебное пособие: электронное издание / М. П. Лапчик. - Москва: Бином. Лаб. знаний, 2013. - 182 с.

Mirkovic Marina, (2012), Nastava usmjerena na učenika, Pogled kroz prozor-digitalni časopis

Мандель, Б. Р., (2016), Инновационные технологии педагогической деятельности [Текст]. - Москва; Берлин: Директ-Медиа, 2016.

Мандић, П., Мандић, Д. (1997): Образовна информациона технологија. Учитељски факултет Београд, Јагодинаи Ужице.

Мандић, П. (1977). Иновације у настави и њихов педагошки значај. Сарајево: Завод за издавање уџбеника.

Марушић-Јаблановић, Милица, , Николета, Гутвајн, Ивана Јакшић, (2017), TIMSS 2015 у Србији, Институт за педагошка истраживања, Београд

Махмутов, М. И., 1975, Проблемное обучение, Москва,

Медведева, О. С., (2013), Психолого-педагогические основы обучения математике [Электронный ресурс]: теория, методика, практика / О. С. Медведева. - 2-е изд., (эл.). - Москва: БИНОМ. Лаб. знаний, 2013. - 204 с.

Метовић Елдар, (2010), Утицај примене савремених наставних средстава на повећање ефикасности наставе у основној школи, Факултет техничких наука, Чачак

Милошевић, М. (2007). Примјена нових информационих технологија у процесу образовања. Педагошка стварност бр. 53/3-4, стр. 249–266.

Мировић, Д. (2010) Школа у социолошком кључу глобализације , "Нова школа" број VII.Бјељина. РС

Митровић, Љ. (2013). Увод у студије глобализације. Филозофски факултет. Косовска Митровица

Н.Поткоњак, П.Шимлеша, (1989), Педагошка енциклопедија, ЗУНС Београд, 1989

Николић Ивана, Јелена Недељковић, Јелена Петровић, (2015), Извештај о реализацији и резултатима завршног испита на крају основног образовања и васпитања у школској 2014/2015. години – главни налази, Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања.

Николић Ивана, Јелена Недељковић, Јелена Петровић, (2016), Извештај о реализацији и резултатима завршног испита на крају основног образовања и васпитања у школској 2015/2016. години – главни налази, Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања.

Николић Ивана, Јелена Недељковић, Јелена Петровић, (2017), Извештај о реализацији и резултатима завршног испита на крају основног образовања и васпитања у школској 2016/2017. години – главни налази, Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања.

Николић Ивана, Јелена Недељковић, Јелена Петровић, (2018), Извештај о реализацији и резултатима завршног испита на крају основног образовања и васпитања у школској 2017/2018. години – главни налази, Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања.

Новковић-Цветковић, Биљана, (2017), Иновативни модели рада у настави у функцији унапређивања наставног процеса, Годишњак Педагошког факултета у Врању, књига VIII, 1/2017

Образовни стандарди за крај обавезног образовања, (2010), Министарство просвете Републике Србије, Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања, Београд

Оквир дигиталних компетенција – Наставник за дигитално доба, (2017), Министарство просвете, науке и технолошког развоја, Београд

Осипова, Н. Н., (2010), Новые программы и учебники по математике для начальной школы [Текст]: учебно-методическое пособие для студентов факультета начального и специального образования / Осипова Н. Н., Пономарева Т. Х.; Пензенский гос. пед. ун-т им. В. Г. Белинского. - Пенза: Пензенский гос. пед. ун-т им. В. Г. Белинского, 2010. - 79 с.

Павловић, Бауцал, (2009), Математичка писменост PISA 2003 и PISA 2006, Београд

Панфилова А. П. (2005). Мозговые штурмы в коллективном принятии решений, -Спб.: Питер,

Пинаевская Т. А., (2012), Использование ИКТ-технологий на уроках математики [Текст] // Педагогическое мастерство: материалы II Междунар. науч. конф. (г. Москва, декабрь 2012 г.). — М.: Буки-Веди, 2012

Плигин А.А. (2006) .Развитие познавательных процессов в различных образовательных технологиях.- М: Генжер,

Полат, Е.С. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования [Текст]. – М. : Издательский центр Академия, 2005. – 272 с.

Полупан Ксения Леонидовна, (2014), Особенности и этапы проектирования образовательных программ в вузе (практический аспект), Вестник балтийского федерального университета им. И. Канта. Серия: филология, педагогика, психология Издательство: балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта (Калининград) ISSN: 2500-039x

Садыкова А.Р., (2017), Применение компьютеров к математике // Молодежный научный форум: Гуманитарные науки: Электр. бакалавр естественных наук ул. по мат. XLVI Средний. шпилька. Науч.-практ. конф. № 6 (45).

Симеуновић, В., Спасојевић, П., (2005), Савремене дидактичке теме: нацрт за савремену дидактичку концепцију и стратегију наставног рада у основној школи, Бијељина: Педагошки факултет.

Ситникова М.А., (2014), Исторические сведения по математике как средство развития компетенций / М.А. Ситникова // «Российская интеллигенция в условиях цивилизованных вызовов»: сборник статей Всерос. науч. конф., V Арсентьевские чтения, ЧГУ (РИНЦ), 2014. - с. 56.

Солеша, Д. (2002). Наставници у новом веку. Норма бр. 8/1-2, стр. 255–264.

Стевановић Ненад, (2011), Компаративна анализа наставних програма опште-образовних предмета – могућности и ограничења, НОВА СРПСКА ПОЛИТИЧКА МИСАО, Посебно Издање, vol. XIX (2011), no. 2

Студенова, Т. Ю. (2010), Психодидактика математики в начальной школе [Текст] : монографија / Студенова Т. Ю. - Москва : Крипто-логос,

Трухан И.А., Трухан Д.А., (2013), Визуализация учебной информации в обучении математике, ее значение и роль // Успехи современного естествознания. – 2013. – № 10. – С. 113-115;

Трухачев В.И., (2010), Совершенствование учебного процесса в вузе на основе информационных и коммуникационных технологий // «Университетская наука - региону»: сборник науч. трудов по материалам 74-й науч.-практ. конф. СтГАУ / ФГОУ ВПО Ставропол. гос. аграрный ун-т. Ставрополь: АГРУС, 2010. - с. 23.

Ушакова, В. А. (2016), Использование информационных технологий на уроках математики, Молодой ученый. №8. С. 1053-1055

Фокин, Ю.Г. Теория и технология обучения: деятельностный подход [Текст]. - М. : Издательский центр Академия, 2006. – 240 с.

Хеннер, Е. К., (2012) Формирование ИКТ-компетентности учащихся и преподавателей в системе непрерывного образования [Текст] / Е. К. Хеннер. - 2-е изд. (эл.). - Москва: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. – 188

Чановић, С, (1978), Дидактички системи и њихова примена у савременој настави, Зборник Института за педагошка истраживања, бр. 11, Београд.

Џигурски Север, Симић Сузана, Марковић Снежана, Шћепановић Данијела, (2013) Истраживање о употреби информационо-комуникационих технологија у школама у Србији, Београд

Шагалеева, Д.М. Приёмы для реализации дидактических задач средствами ИКТ [Текст] / Д.Шагалеева // ИКТ в образовании. -2008. -№18.- С. 20-21

ЯГПУ, (2009), Общая характеристика методов активного социально-психологического, Отдел образовательных информационных технологий

11. ИНТЕРНЕТ СТРАНИЦЕ

- [1] <http://matematikalevir.com/didakticki-principi-u-nastavi-matematike/> *приступљено 26.07.2019.*
- [2] http://www.matf.bg.ac.rs/p/files/43-MNMR7_didaktika.pdf *приступљено 23.06.2019.*
- [3] <https://zelenaucionica.com/faktori-uspesnog-ucenja/> *приступљено 01.08.2019.*
- [4] http://pspasojevic.blogspot.com/2011/08/blog-post_1692.html *приступљено 03.08.2019.*
- [5] <http://pspasojevic.blogspot.com/2011/04/atemat.html> *приступљено 03.08.2019.*
- [6] <https://www.netokracija.rs/digitalizacija-srbije-sta-je-uradjeno-144234> *приступљено 21.07.2019.*
- [7] <https://www.valentinkuleto.com/2016/04/profesionalni-razvoj-nastavnika-kljus-kvalitetne-nastavne-prakse/> *приступљено 24.07.2019.*
- [8] <https://digitalnaucionica.edu.rs/o-projektu> *приступљено 03.08.2019.*

12. ПОПИС СЛИКА

Слика 1.	Облици примене савремених информационих технологија у образовању	47
Слика 2.	Самопроцена наставника о дигиталним компетенцијама	63
Слика 3.	Електронско учење	90
Слика 4.	Алгоритам истраживања	110
Слика 5.	Предности учења усмереног на ученика	115
Слика 6.	Димензије учења – ниво активности	117
Слика 7.	Неурон	130
Слика 8.	Перцептрон	130
Слика 9.	Модел вештачког неурона	131
Слика 10.	Једнослојна неуронска мрежа	133
Слика 11.	Вишеслојна неуронска мрежа	133
Слика 12.	Директна дистрибутивна мрежа	134
Слика 13.	Повратне неуронске мреже	134
Слика 14.	Функције припадности	135
Слика 15.	Фази систем закључивања	137
Слика 16.	Слојеви АНФИС мреже	138
Слика 17.	АНФИС структура	138
Слика 18.	Тренинг АНФИС мреже – један улаз – постигнућа	143
Слика 19.	Тест АНФИС мреже – један улаз - постигнућа	144
Слика 20.	Сви подаци АНФИС мреже – један улаз – постигнућа	144
Слика 21.	Регресија тренинга, теста и свих података – један улаз – постигнућа	144
Слика 22.	Графичка интерпретација тренинг података – један улаз – постигнућа	145
Слика 23.	Тренинг АНФИС мреже – два улаза - постигнућа	146
Слика 24.	Тест АНФИС мреже – два улаза - постигнућа	146
Слика 25.	Сви подаци АНФИС мреже – Матлаб – два улаза - постигнућа	147
Слика 26.	Регресија тренинга, теста и свих података - два улаза - постигнућа	147
Слика 27.	Графичка интерпретација тренинг података– Матлаб - два улаза - постигнућа	147
Слика 28.	Тренинг АНФИС мреже – три улаза - постигнућа	148
Слика 29.	Тест АНФИС мреже – три улаза - постигнућа	149
Слика 30.	Сви подаци АНФИС мреже – три улаза - постигнућа	149
Слика 31.	Регресија тренинга, теста и свих података - три улаза - постигнућа	150
Слика 32.	Графичка интерпретација тренинг података– Матлаб - три улаза – постигнућа	150
Слика 33.	Тренинг АНФИС мреже – један улаз–мотивација ученика	152
Слика 34.	Тест АНФИС мреже –један улаз–мотивација ученика	153
Слика 35.	Сви подаци АНФИС мреже –један улаз–мотивација ученика	153
Слика 36.	Регресија тренинга, теста и свих података - један улаз –мотивација ученика	153
Слика 37.	Графичка интерпретација тренинг података - један улаз –мотивација ученика	154
Слика 38.	Тренинг АНФИС мреже – два улаза–мотивација ученика	155

Слика 39.	Тест АНФИС мреже –два улаза–мотивација ученика	155
Слика 40.	Сви подаци АНФИС мреже –два улаза–мотивација ученика	156
Слика 41.	Регресија тренинга, теста и свих података - два улаза –мотивација ученика	156
Слика 42.	Графичка интерпретација тренинг података - два улаза –мотивација ученика	156
Слика 43.	Тренинг АНФИС мреже – три улаза–мотивација ученика	158
Слика 44.	Тест АНФИС мреже – три улаза–мотивација ученика	158
Слика 45.	Сви подаци АНФИС мреже – три улаза–мотивација ученика	159
Слика 46.	Регресија тренинга, теста и свих података - три улаза –мотивација ученика	159
Слика 47.	Графичка интерпретација тренинг података - три улаза –мотивација ученика	159
Слика 48.	Тренинг АНФИС мреже – један улаз–мотивација наставника	161
Слика 49.	Тест АНФИС мреже –један улаз–мотивација наставника	161
Слика 50.	Сви подаци АНФИС мреже –један улаз–мотивација наставника	162
Слика 51.	Регресија тренинга, теста и свих података - један улаз –мотивација наставника	162
Слика 52.	Графичка интерпретација тренинг података - један улаз –мотивација наставника	162
Слика 53.	Тренинг АНФИС мреже – два улаза–мотивација наставника	164
Слика 54.	Тест АНФИС мреже –два улаза–мотивација наставника	164
Слика 55.	Сви подаци АНФИС мреже –два улаза–мотивација наставника	165
Слика 56.	Регресија тренинга, теста и свих података - два улаза –мотивација наставника	165
Слика 57.	Графичка интерпретација тренинг података - два улаза –мотивација наставника	166
Слика 58.	Тренинг АНФИС мреже – три улаза–мотивација наставника	167
Слика 59.	Тест АНФИС мреже – три улаза–мотивација наставника	167
Слика 60.	Сви подаци АНФИС мреже – три улаза–мотивација наставника	168
Слика 61.	Регресија тренинга, теста и свих података - три улаза –мотивација наставника	168
Слика 62.	Графичка интерпретација тренинг података - три улаза –мотивација наставника	168
Слика 63.	Тренинг АНФИС мреже – један улаз –квалитет наставе	171
Слика 64.	Тест АНФИС мреже – један улаз–квалитет наставе	172
Слика 65.	Сви подаци АНФИС мреже - један улаз–квалитет наставе	172
Слика 66.	Регресија тренинга, теста и свих података - један улаз–квалитет наставе	173
Слика 67.	Графичка интерпретација тренинг података - један улаз–квалитет наставе	173
Слика 68.	Тренинг АНФИС мреже – два улаза–квалитет наставе	174
Слика 69.	Тест АНФИС мреже –два улаза–квалитет наставе	175
Слика 70.	Сви подаци АНФИС мреже –два улаза–квалитет наставе	175
Слика 71.	Регресија тренинга, теста и свих података - два улаза	175

Слика 72.	Графичка интерпретација тренинг података - два улаза–квалитет наставе	176
Слика 73.	Тренинг АНФИС мреже – три улаза–квалитет наставе	177
Слика 74.	Тест АНФИС мреже –три улаза–квалитет наставе	177
Слика 75.	Сви подаци АНФИС мреже –три улаза–квалитет наставе	178
Слика 76.	Регресија тренинга, теста и свих података - три улаза–квалитет наставе	178
Слика 77.	Графичка интерпретација тренинг података - три улаза–квалитет наставе	178
Слика 78.	Тренинг АНФИС мреже – један улаз – трајност знања	181
Слика 79.	Тест АНФИС мреже – један улаз– трајност знања	181
Слика 80.	Сви подаци АНФИС мреже - један улаз– трајност знања	182
Слика 81.	Регресија тренинга, теста и свих података - један улаз– трајност знања	182
Слика 82.	Графичка интерпретација тренинг података - један улаз– трајност знања	182
Слика 83.	Тренинг АНФИС мреже – два улаза– трајност знања	184
Слика 84.	Тест АНФИС мреже –два улаза– трајност знања	184
Слика 85.	Сви подаци АНФИС мреже –два улаза– трајност знања	185
Слика 86.	Регресија тренинга, теста и свих података - два улаза - трајност знања	185
Слика 87.	Графичка интерпретација тренинг података - два улаза– трајност знања	185
Слика 88.	Тренинг АНФИС мреже – три улаза– трајност знања	186
Слика 89.	Тест АНФИС мреже –три улаза– трајност знања	187
Слика 90.	Сви подаци АНФИС мреже –три улаза– трајност знања	187
Слика 91.	Регресија тренинга, теста и свих података - три улаза– трајност знања	188
Слика 92.	Графичка интерпретација тренинг података - три улаза– трајност знања	188
Слика 93.	Тренинг АНФИС мреже – један улаз – објективност оцене	190
Слика 94.	Тест АНФИС мреже –један улаз – објективност оцене	191
Слика 95.	Сви подаци АНФИС мреже –један улаз – објективност оцене	191
Слика 96.	Регресија тренинга, теста и свих података - један улаз–објективност оцене	192
Слика 97.	Графичка интерпретација тренинг података један улаз– објективност оцене	192
Слика 98.	Тренинг АНФИС мреже – два улаза – објективност оцене	193
Слика 99.	Тест АНФИС мреже –два улаза – објективност оцене	194
Слика 100.	Сви подаци АНФИС мреже –два улаза – објективност оцене	194
Слика 101.	Регресија тренинга, теста и свих података - два улаза–објективност оцене	195
Слика 102.	Графичка интерпретација тренинг података два улаза– објективност оцене	195
Слика 103.	Тренинг АНФИС мреже – три улаза – објективност оцене	196
Слика 104.	Тест АНФИС мреже –три улаза – објективност оцене	197
Слика 105.	Сви подаци АНФИС мреже –три улаза – објективност оцене	197
Слика 106.	Регресија тренинга, теста и свих података - три улаза–објективност оцене	198
Слика 107.	Графичка интерпретација тренинг података - три улаза– објективност оцене	198

Слика 108.	Образовни софтвер „Матиш“(Извор: http://www.kvarkmedia.co.rs/osnovnoskolska-matematika)	219
Слика 109.	Интерактивна математика 3 – графичко окружење (Извор: образовни софтвер „Матиш“ – PrintScreen- рачунар аутора)	221
Слика 110.	Модул Предавање (Извор: образовни софтвер „Матиш“ – PrintScreen - рачунар аутора)	222
Слика 111.	Модул Вежба (Извор: образовни софтвер „Матиш“ – PrintScreen - рачунар аутора)	223
Слика 112.	Модул Тест (Извор: образовни софтвер „Матиш“- PrintScreen - рачунар аутора)	223
Слика 113.	Модул Математичке игре (Извор: образовни софтвер „Матиш“ – PrintScreen - рачунар аутора)	224
Слика 114.	Модул Кефало (Извор: образовни софтвер „Матиш“ – PrintScreen - рачунар аутора)	225
Слика 115.	Просечне оцене по нивоима знања (Извор: аутор)	228
Слика 116.	Број ученика по нивоима знања (Извор: аутор)	229
Слика 117.	Просечан број бодова на иницијалном и годишњем тесту (Извор: аутор)	230
Слика 118.	Просечан број бодова на тесту мале матуре (Извор: аутор)	230
Слика 119.	Однос учења помоћу образовног софтвера и на традиционалан начин (Извор: аутор)	231
Слика 120.	Мотивација ученика и наставника у наставном процесу (Извор: аутор)	231
Слика 121.	Објективност оцењивања (Извор: аутор)	232

13. ПОПИС ТАБЕЛА

Табела 1.	Постигнућа по нивоима на ПИСА тестирању	29
Табела 2.	Просечан број бодова на ПИСА тестирању	29
Табела 3.	Ранг Србије на ПИСА тестирањима	30
Табела 4.	Заступљеност задатака по когнитивним доменима и доменима садржаја	31
Табела 5.	Резултати постигнућа према референтним вредностима - 4. разред	33
Табела 6.	Просечан број бодова Србије на ТИМСС тестирању – 4. разред	33
Табела 7.	Ранг Србије по оствареним бодовима на ТИМСС тестирању – 4. разред	33
Табела 8.	Резултати постигнућа према референтним вредностима – 8. разред	35
Табела 9.	Просечан број бодова Србије на ТИМСС тестирању – 8. разред	35
Табела 10.	Ранг Србије по оствареним бодовима на ТИМСС тестирању – 8.разред	36
Табела 11.	Просечан број бодова на тесту из математике - Мала матура	40
Табела 12.	Разлике између професионалног развоја и стручног усавршавања	57
Табела 13.	Самопроцена дигиталних компетенција наставника математике	64
Табела 14.	Улазни и излазни параметри – постигнућа ученика	142
Табела 15.	Утицај једног улаза на излаз – постигнућа ученика	143
Табела 16.	Утицај два улаза на излаз – постигнућа ученика	145
Табела 17.	Утицај три улаза на излаз – постигнућа ученика	148
Табела 18.	Улазни и излазни параметри – мотивација ученика и наставника	151
Табела 19.	Утицај једног улаза на излаз – мотивација ученика	152
Табела 20.	Утицај два улаза на излаз – мотивација ученика	154
Табела 21.	Утицај три улаза на излаз – мотивација ученика	157
Табела 22.	Утицај једног улаза на излаз – мотивација наставника	160
Табела 23.	Утицај два улаза на излаз – мотивација наставника	163
Табела 24.	Утицај три улаза на излаз – мотивација наставника	166
Табела 25.	Улазни и излазни параметри – квалитет наставе	170
Табела 26.	Утицај једног улаза на излаз – квалитет наставе	171
Табела 27.	Утицај два улаза на излаз –квалитет наставе	174
Табела 28.	Утицај три улаза на излаз –квалитет наставе	176
Табела 29.	Улазни и излазни параметри – трајност знања	180
Табела 30.	Утицај једног улаза на излаз – трајност знања	180
Табела 31.	Утицај два улаза на излаз – трајност знања	183
Табела 32.	Утицај три улаза на излаз – трајност знања	186
Табела 33.	Улазни и излазни параметри – објективност оцењивања	189
Табела 34.	Утицај једног улаза на излаз – објективност оцене	190
Табела 35.	Утицај два улаза на излаз - објективност оцене	192
Табела 36.	Утицај три улаза на излаз - објективност оцене	196
Табела 37.	Нивои знања	228

БИОГРАФИЈА

Снежана Гавриловић рођена је 01.10.1971. године у Крушевцу. Основну школу „Јован Јовановић Змај“ завршила је у Стопањи, а средњу у Образовном центру „Прва Петолетка“ у Трстенику, подручје рада и смер: Математичко-техничка струка - Техничар за механику флуида. Математички факултет у Београду завршила је 1997. године на смеру Нумеричка математика и оптимизација. Стручни испит за професора математике положила је 2000. године.

Од школске 1997/98. до 2015/16. радила је у „Техничкој школи Трстеник“ из Трстеника, као наставник: математике, информатике и рачунарства, програмирања и објектног програмирања.

Од октобра 2015. године ради у Високој техничкој машинској школи струковних студија у Трстенику као сарадник у настави на Катедри за математику и механику и Катедри за информационе технологије. Држи вежбе из предмета: Математика, Техничка математика, Математичке методе за ИТ, Изабрана поглавља математике, Нумеричке методе моделирања, Рачунарство и програмирање, Увод у програмирање, Објектно програмирање, Алгоритми и Мултимедијалне технологије.

Кандидаткиња је учествовала на реализацији пројекта „Побољшане ефикасности политика запошљавања према угроженим групама“ Републике Србије, као предавач основне ИТ обуке по ЕЦДЛ стандарду.

Аутор је до сада објавила следеће радове из области теме дисертације:

1. Snežana Gavrilović, Nebojša Denić, Dalibor Petković, Nebojša V. Živić, Slađana Vujčić, *Statistical evaluation of mathematics lecture performances by soft computing approach*, March 2018, Computer Applications in Engineering Education, **M 22**
2. Vlastimir Nikolić, Dalibor Petković, Nebojša Denić, Miloš Milovančević, Snežana Gavrilović, *Appraisal and review of e-learning and ICT systems in teaching process*, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Volume 513, 1.January 2019, Pages 456-464, **M 21**
3. Nebojša Denić, Snežana Gavrilović, Nataša Kontrec, *Information and communications technologies in function of teaching process*, University Thought, Publication in Natural Sciences, Vol.7 , No.2, 2017, pp.58-63, doi:10.5937/univtho7-15472, **M 52**
4. Гавриловић, С., Денић, Н., Ерић Обућина, Ј., Миодраговић, Г., *Примена програмског пакета Матлаб у дигиталној обради сигнала брзом Фуријеовом трансформацијом*, ИМК-14 – Истраживање и развој у теškoј машиноградњи 22(2016)3, SR81-89 UDC 621 ISSN 0354-6829, **M 52**
5. Snežana Gavrilović, Pravdić Predrag, *Faktori uticaja na kvalitet znanja stečenog u neposrednom nastavnom procesu*, Kvalitet i izvrsnost, broj 11-12/2016, Beograd, ISSN: 0354-2408, **M 53**
6. Snežana Gavrilović, Nebojša Denić, „*Faktori kvaliteta izvođenja nastave*

- matematike sa aspekta primene obrazovnog softvera*“, Kvalitet i izvrsnost, 2019, Beograd, ISSN: 0354-2408, *rad prihvaćen za publikovanje*, **M 53**
7. Petrovic, V., Petrovic, H., Gavrilovic, S., *E –Learning using software moodle*, 9th conference DisCo reader, str. 298-305, 2014., ISBN 978-80-86302-45-4, **M 33**
 8. Rada Kučinar, Predrag Pravdić, Snežana Gavrilović, Ivana Terzić, *Softwares performances in education*, str. 129, University of East Sarajevo Faculty of Mechanical Engineering QUALITY FEST October 26th -28th, 2017. Jahorina, RS, B&H, ISBN 978-99976-719-1-2 COBISS.RS-ID 6852632, **M 33**
 9. Gavrilovic S., Denic N., Korac V., Petrovic V., *Application of e-learning tools in different ways of implementation*, International Conference «Mathematical and Information Technologies, MIT-2016», 2016 CEUR Workshop Proceeding, ISSN 1613-0073, Vol-1839, 52-60, **M 33**
 10. S. Gavrilović , P. Pravdić , G. Miodragović, „*Video Conference in Terms of Application of ICT in Education*“, Technics, Technology and Informatics in Education UDC: 621.39:37, 7th International Scientific Conference Technics and Informatics in Education Faculty of Technical Sciences, Čačak, Serbia, 25-27th May 2018, **M 33**
 11. Gavrilovic S., Denic N., Korac V., Petrovic V., *Application of video conference in education and possible ways of its implementation*, International Conference «Mathematical and Information Technologies, MIT-2016», 2016 , **M 34**
 12. Гавриловић, С., Денић, Н., Миодраговић, Г., *Образовни софтвери у настави математике*, ИТОП16, 1. Национална конференција са међународним учешћем, Факултет Техничких наука у Чачку, 2016 , UDK: 004.4:51, **M 63**
 13. Snežana Gavrilović, Pravdić Predrag, „*Primena preduzetničkog učenja u nastavi matematike i informatike*“, Informacione tehnologije, obrazovanje i preduzetništvo – ITOP 17, 08-09. april 2017., Čačak, Fakultet tehničkih nauka u Čačku, UDK: 37: [004+51], **M 63**
 14. Snežana Gavrilović, Maja Krstić, Nebojša Denić, Milena Petrović, Vesna Stevanović, *Doprinos unapređenju nastave matematike u strukovnim školama – studija slučaja*, Četvrta nacionalna konferencija sa međunarodnim učešćem Čačak, ITOP19, 6-7. april 2019., UDK: 377.36:[371.3::51], **M 63**



Алфа БК Универзитет

ИЗЈАВА О АУТОРСТВУ

1. Потписана **Снежана Гавриловић**

2. Број уписа **6905/2018**

3. Изјављујем да је докторска дисертација под насловом

Предикција фактора за унапређење наставе математике са аспекта увођења образовног софтвера

- Резултат сопственог истраживачког рада;
- Да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- Да су резултати коректно наведени и
- Да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица

У Београду

09.07.2020. године

Потпис докторанда

Снежана Гавриловић

АЛФА БК УНИВЕРЗИТЕТ, НОВИ БЕОГРАД, Палмира Таљотија 3, + 381011/2674-164,
www.alfa.edu.rs, info@alfa.edu.rs,
PIB:100421838



Алфа БК Универзитет

**ИЗЈАВА О ИСТОВЕТНОСТИ ШТАМПАНЕ И ЕЛЕКТРОНСКЕ ВЕРЗИЈЕ
ДОКТОРСКОГ РАДА**

Име и презиме: **Снежана Гавриловић**

Број уписа: **6905/2018**

Студијски програм: **Рачунарске науке – докторске студије**

Наслов рада:

**Предикција фактора за унапређење наставе математике са
аспекта увођења образовног софтвера**

Ментор: **Проф. др Небојша Денић**

Изјављујем

Да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање у репозиторијуму на сајту Алфа БК Универзитета

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање научног звања доктора наука као што су име и презиме, година и место рођења, подаци о стеченим стручним и академским звањима, датум одбране рада и други подаци у функцији транспарентности поступка стицања научног звања.

Ови лични подаци могу се објавити у публикацијама Алфа БК Универзитета и доставити Министарству просвете, науке и технолошког развоја, као и бити доступни сагласно Закону о слободном приступу и информацијама од јавног значаја.

У Београду,

09.07.2020. година

Потпис докторанта

Sнежана Gavrilovic'

АЛФА БК УНИВЕРЗИТЕТ, НОВИ БЕОГРАД, Палмира Таљотија 3, + 381011/2674-164,
www.alfa.edu.rs, info@alfa.edu.rs,
PIB:100421838

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Алфа Бк Универзитет да у Дигитални репозиторијум Универзитета унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Предикција фактора за унапређење наставе математике са аспекта увођења образовног софтвера

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предала сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета, достављену репозиторијуму Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучила.

1. Ауторство (CC BY)
2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)
3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци.
Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

У Београду,

09.07.2020. година

Потпис аутора

Suzana Gavrilovic

1. **Ауторство.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. **Ауторство – некомерцијално.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. **Ауторство – некомерцијално – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. **Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. **Ауторство – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. **Ауторство – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.