

UNIVERZITET U BEOGRADU

GRAĐEVINSKI FAKULTET

Vladan N. Ilić

ANALITIČKA METODA ZA KONTROLU
PROHODNOSTI I PRORAČUN
ELEMENATA SITUACIONOG PLANA
POVRŠINSKIH RASKRSNICA

doktorska disertacija

Beograd, 2019.

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

Vladan N. Ilić

ANALYTICAL METHOD FOR CRITICAL
VEHICLE SWEEP PATH TESTING AND
INTERSECTION LAYOUT ELEMENTS
CALCULATION

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2019

Mentor: dr Goran Mladenović, dipl. građ. inž.
Vanredni profesor
Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet

Članovi komisije: dr Dejan Gavran, dipl. građ. inž.
Vanredni profesor
Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet

dr Sanja Fric, dipl. građ. inž.
Docent
Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet

dr Vladan Tubić, dipl. saob. inž.
Redovni profesor
Univerzitet u Beogradu, Saobraćajni fakultet

dr Uglješa Bugarić, dipl. maš. inž.
Redovni profesor
Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet

Datum odbrane:

ZAHVALNOST

Posebnu zahvalnost upućujem V. prof. dr Dejanu Gavranu, na velikodušnoj pomoći, velikoj posvećenosti i ogromnoj podršci tokom celokupne izrade disertacije. Ne postoje dovoljno velike reči koje mogu iskazati moju iskrenu zahvalnost za sve ono što sam naučio od profesora Gavrana tokom celog mog inženjerskog obrazovanja.

Veliku zahvalnost želim da izrazim mentoru V. prof. Goranu Mladenoviću na angažovanju, brojnim korisnim sugestijama i pomoći u organizaciji eksperimenta, kao i razumevanju i strpljenju za sva moja pitanja.

Hvala mnogo i Doc. dr Sanji Fric na velikoj podršci u pripremi i sprovođenju eksperimentalnih istraživanja, kao i na brojnim konstruktivnim savetima tokom izrade disertacije. Zahvaljujem se profesorima Vladanu Tubiću i Uglješi Bugariću na predusretljivosti i uspešnoj saradnji. Hvala i profesoru Branislavu Bajatu na značajnoj stručnoj pomoći i savetima pri izboru adekvatne merne opreme, njenom testiranju i daljoj pripremi za izvođenje eksperimenta na terenu.

Ogromnu materijalnu pomoć u vidu neophodnih vozila za izođenje testnih vožnji pružile su kompanije Volvo Trucks Srbija i Kid Trans iz Beograda na čemu im se iskreno zahvaljujem, a naročito gospodinu Danijelu Rondiću. Veliku zahvalnost dugujem kompaniji Livona iz Beograda i njenim inženjerima Miroslavu Horgu i Ivanu Soskiću na ogromnom trudu koje su uložili u testiranje i postavljanje merne opreme na vozila i uspešno izvođenje svih merenja na terenu. Realizacija eksperimentalnih istraživanja ne bi bila moguća bez kompanije Nelt Co iz Beograda koja je ustupila svoje parkiralište za kamione kao testni poligon. Hvala gospodinu Mihailu Todoroviću i kompaniji SDT Group iz Beograda za tehničku podršku u vezi zglobnog autobusa Solaris. Hvala i gospodinu Aleksandru Alimpiću iz kompanije Ikarbus za korisne tehničke informacije i specifikacije solo autobusa Ikarbus.

Značajnu pomoć pri prikupljanu literature na engleskom i nemačkom jeziku pružile su mi kolege Branko Šavija i Ivan Isailović za šta sam im veoma zahvalan.

Srdačno se zahvaljujem kolegama Filipu Trpčevskom, Stefanu Vranjencu i Milošu Lukiću iz Kabineta za puteve i aerodrome Građevinskog fakulteta u Beogradu na svestranoj pomoći, velikoj podršci i razumevanju tokom izrade disertacije.

Na kraju, najveću zahvalnost upućujem svojoj porodici, a posebno mojoj sestri Jeleni, na bezrezervnoj podršci, maksimalnom razumevanju i veri u moj uspeh.

ANALITIČKA METODA ZA KONTROLU PROHODNOSTI I PRORAČUN ELEMENATA SITUACIONOG PLANA POVRŠINSKIH RASKRSNICA

Rezime:

Osnovni motiv za izradu ove disertacije je potreba za većim stepenom automatizacije procesa projektovanja situacionog plana površinskih raskrsnica kroz eliminaciju iterativnog procesa ponavljanja nekoliko serija simulacija kretanja merodavnog vozila prilikom analiza prohodnosti. Disertacija je podeljena na tri dela.

U prvom delu određene su realne trajektorije povlačenja vozila pomoću GNSS RTK kinematičke metode diferencijalnog pozicioniranja u realnom vremenu. Razvijena je originalna metodologija za precizno utvrđivanje niza položaja i orijentacija testnih vozila na osnovu GPS koordinata snimljenih tokom praćenja zadatih putanja na test poligonu. Predložena metodologija smanjuje greške pri snimanju trajektorija nastale usled zanemarivanja nivelacionih karakteristika kolovoza i nemogućnosti preciznog postavljanja GPS rovera u odnosu na zaobljene karoserije vozila.

U drugom delu, razvijeni su matematički modeli za proračun položaja vozila sa jednim, dva i tri sloga koja prate vodeće kružne putanje, kao i nov analitički postupak za proračun položaja vozila u kome se dostiže maksimalni offtracking, odnosno, maksimalno odstupanje centra poslednje osovine vozila od vodeće putanje. Utvrđeno je da su trajektorije povlačenja vozila sračunate pomoću matematičkih modela na "strani sigurnosti" u odnosu na trajektorije iz opšteprihvaćene Halter-ove simulacije, koje su istovremeno na "strani sigurnosti" u odnosu na realne trajektorije povlačenja dobijene na osnovu eksperimentalnih merenja.

U trećem delu, razvijen je softverski alat za pronalaženje optimalnih kombinacija geometrijskih parametara trocentričnih krivina koje najbolje aproksimiraju trajektorije povlačenja iz matematičkih modela. Najvažniji rezultat dobijen primenom razvijenog softverskog alata je nova geometrijska forma trocentrične krivine sa optimalnom kombinacijom geometrijskih parametara za aproksimaciju trajektorija povlačenja vozila.

Ključne reči: Analize prohodnosti vozila, offtracking, trajektorije povlačenja vozila, GPS prijemnik, Halter, matematički model, trocentrična krivina, softver

Naučna oblast: Građevinarstvo

Uža naučna oblast: Planiranje i projektovanje puteva i aerodroma, Planiranje i projektovanje gradskih saobraćajnica

UDK broj: 624:625.73(043.3)

ANALYTICAL METHOD FOR CRITICAL VEHICLE SWEEP PATH TESTING AND INTERSECTION LAYOUT ELEMENTS CALCULATION

Abstract:

The aim of this dissertation is to achieve a higher level of automation when developing crossroad plans. The immediate goal is to develop and improve methods for vehicle trajectories mathematical modeling, thus eliminating repetitive vehicle movement simulations.

In its first part, a new method of recording vehicles' trajectories by using a real-time kinematic differential positioning technique was developed and presented. It was revealed that the existing methods of vehicle tracking based on Global Positioning System (GPS) technology are prone to errors. Not taking into account realistic pavement morphology (grading characteristics) while converting the raw data and inaccurate positioning of GPS receivers on modern streamlined vehicle bodies have been the major sources of errors. New methods of converting recorded trajectories into real-world coordinates overcame these deficiencies.

In the second part, mathematical models for calculating the positions of one, two and three unit vehicles following circular steering paths were developed. In relation to existing mathematical models, accuracy has been improved and new methods for calculating maximum offtracking were developed. It was also demonstrated that all mathematically modeled vehicle movement trajectories were on the safe side in relation to the ones obtained from the widely accepted Halter's graphoanalytical method which were, in turn, on the safe side in relation to the experimentally recorded trajectories.

In the third part, software for automatic retrieval of optimal 3-centered compound curves, producing minimal offsets on the safe side from the mathematically modeled trajectories, was developed. Unlike sophisticated formulas underpinning the modeling of vehicles' trajectories, optimal 3-centered compound curves are simple shapes, well suited for an average crossroad designer.

Key words: Vehicle swept path analysis, offtracking, vehicle movement trajectories, GPS receiver, Halter, mathematical model, 3-centered compound curve, software

Scientific field: Civil Engineering

Scientific subfield: Planning and design of roads and airports, Planning and design of urban roads

UDK number: 624:625.73(043.3)

SADRŽAJ

1	Uvod.....	1
1.1	Predmet istraživanja.....	1
1.2	Cilj istraživanja.....	4
1.3	Polazne hipoteze i postavke.....	6
1.4	Struktura istraživačkog rada.....	8
2	Pregled literature i analiza dosadašnjih istraživanja.....	12
2.1	Uvod.....	12
2.2	Definicija kinematičkog modela vozila.....	12
2.3	Definicija fenomena offtracking-a pri skretanju vozila.....	18
2.3.1	Pojava offtracking-a pri malim brzinama.....	18
2.3.2	Pojava offtracking-a pri većim brzinama.....	21
2.3.3	Matematički modeli za proračun offtracking-a.....	22
2.3.3.1	Grafičke metode za konstrukciju graničnih trajektorija.....	25
2.3.3.2	Analitičke metode za proračun offtracking-a.....	28
2.3.3.3	Numeričke metode za proračun offtracking-a.....	39
2.3.4	ICAO matematički model za proračun offtracking-a.....	44
2.4	Analize prohodnosti merodavnog vozila.....	55
2.4.1	Pojam merodavnog vozila za projektovanje putne infrastrukture.....	56
2.4.2	Istorijski razvoj metoda za simulaciju kretanja vozila.....	61
2.4.3	Analiza najpopularnijih komercijalnih softverskih rešenja za simulaciju kretanja vozila u CAD okruženju.....	64
2.4.4	Geometrija vodeće putanje vozila pri izvođenju simulacije kretanja.....	69
2.4.5	Provera minimalne prohodnosti na površinskim raskrscima pomoću graničnih trajektorija dobijenih na osnovu simulacije kretanja vozila....	72
2.4.6	Geometrizacija ivičnih linija situacionog plana prema rezultatima analiza prohodnosti merodavnog vozila.....	74
2.5	Eksperimentalne metode za određivanje graničnih krivih prohodnosti.....	81
2.5.1	Klasične tahimetrijske metode.....	81
2.5.2	Određivanje graničnih trajektorija na osnovu video i foto snimaka.....	84
2.5.3	Određivanje položaja vozila pomoću GNSS tehnologije.....	89
2.6	Rezime.....	100

3	Eksperimentalna merenja graničnih trajektorija na zatvorenom poligonu.....	106
3.1	Planiranje i priprema eksperimenta	106
3.2	Izbor testnih vozila.....	107
3.3	Priprema i obeležavanje testnog poligona	112
3.4	GNSS merna oprema i njeno postavljanje na testna vozila	116
3.5	Sistem navođenja vozila duž označenih vodećih putanja i izvođenje testnih vožnji.....	119
3.6	Analiza rezultata eksperimenta	123
3.6.1	Metodologija preciznog utvrđivanja niza položaja i orijentacija vozila na osnovu GPS koordinata snimljenih tokom praćenja zadatih putanja - slučaj vozila sa jednom krutom bazom.....	126
3.6.2	Metodologija preciznog utvrđivanja niza položaja i orijentacija vozila na osnovu GPS koordinata snimljenih tokom praćenja zadatih putanja - slučaj dugačkih vozila sa više slogova	138
3.7	Unapređenje (povećanje) tačnosti praćenja vozila primenom predložene metodologije.....	148
3.8	Definisanje referentnih trajektorija testnih vozila za dalje analize.....	151
3.9	Zaključak rezultata eksperimenta	159
4	Razvoj matematičkog modela za proračun trajektorije povlačenja vozila.....	160
4.1	Osnovni ciljevi razvoja novog matematičkog modela za proračun trajektorije povlačenja vozila.....	160
4.2	Analiza primene koncepta ekvivalentne baze za proračun trajektorije povlačenja kombinovanih vozila	161
4.3	Proračun tačnog položaja sa maksimalnom vrednošću offtracking-a za vozilo sa jednom krutom bazom.....	167
4.3.1	Rešenje karakteristične jednačine za proračun maksimalnog offtracking-a primenom metode sečice	174
4.3.2	Rešavanje karakteristične jednačine za proračun maksimalnog offtracking-a pomoću specijalizovanih softvera	179
4.3.3	Regresiona analiza podataka dobijenih rešavanjem karakteristične jednačine za proračun maksimalnog offtracking-a za seriju različitih kombinacija radijusa, dužina krutih baza i skretnih uglova	182

4.4	Razvijeni matematički modeli za proračun trajektorije povlačenja vozila u kružnoj krivini.....	196
4.4.1	Proračun trajektorije povlačenja vozila sa jednom krutom bazom	199
4.4.2	Proračun trajektorije povlačenja kombinovanog vozila sa dva sloga ...	207
4.4.3	Proračun trajektorije povlačenja kombinovanog vozila sa tri sloga	246
4.5	Poređenje trajektorija povlačenja vozila iz matematičkog modela sa trajektorijama dobijenim simulacijom po metodi Halter-a.....	270
4.6	Zaključak o razvijenim matematičkim modelima za proračun trajektorije povlačenja vozila	276
5	Analiza podobnosti primene postojećih geometrijskih formi trocentrične krivine za aproksimaciju trajektorija povlačenja i predlog nove forme	277
5.1	Osnovne postavke za izradu algoritma softverskog alata	277
5.2	Formiranje matrice sa kombinacijama odnosa susednih radijusa i udela uglova u trocentričnoj krivini	278
5.3	Formiranje baza sa trajektorijama povlačenja izabranih vozila za različite vrednosti voženih radijusa i skretnih uglova	285
5.4	Algoritam za proračun optimalne kombinacije geometrijskih parametara trocentrične krivine za aproksimaciju trajektorije povlačenja vozila	288
5.5	Predlog modifikacije postojeće geometrijske forme trocentrične krivine - rezultati primene razvijenog softverskog alata.....	300
5.5.1	Geometrijske forme trocentričnih krivina za aproksimaciju trajektorija povlačenja solo autobusa	301
5.5.2	Geometrijske forme trocentričnih krivina za aproksimaciju trajektorija povlačenja tegljača sa poluprikolicom.....	306
5.5.3	Geometrijske forme trocentričnih krivina za aproksimaciju trajektorija povlačenja kamiona sa prikolicom	311
5.5.4	Geometrijske forme trocentričnih krivina za aproksimaciju trajektorija povlačenja svih izabranih vozila.....	316
5.6	Zaključci o izboru nove geometrijske forme trocentrične krivine.....	321
6	Zaključci i preporuke za dalja istraživanja	324
6.1	Zaključci	324
6.1.1	Zaključci o rezultatima izvedenih eksperimentalnih istraživanja	324

6.1.2 Zaključci o razvijenim matematičkim modelima za proračun trajektorija povlačenja vozila i izboru nove geometrijske forme trocentrične krivine	326
6.2 Preporuke za dalja istraživanja	332
7 Literatura	335
Prilozi	347
Prilog A	347
Prilog B	356
Prilog C	362
Prilog D	375
Prilog E	385
Prilog F	410
Prilog G	431
Prilog H	435
Biografija	447
Izjava o autorstvu	
Izjava o istovetnosti štampane i elektronske verzije doktorskog rada	
Izjava o korišćenju	

SPISAK SLIKA

2 Poglavlje

Slika 2.1 - Definisane trajektorije kretanja najisturenijih tačaka vozila za kinematički model I (izvor: Dragčević i ost. 2008)	14
Slika 2.2 - Definisane trajektorije kretanja najisturenijih tačaka vozila za kinematički model II (izvor: Dragčević i ost. 2008)	15
Slika 2.3 - Definisane trajektorije kretanja najisturenijih tačaka vozila za kinematički model III (izvor: Dragčević i ost. 2008).....	16
Slika 2.4 - Primeri kinematičkih modela tipa II za vozila sa jednim, dva i tri sloga	17
Slika 2.5 - Izražavanje veličine "Low-speed offtracking-a" preko: a) merenja radijalnog rastojanja; b) merenja širine krive prohodnosti (izvor: Harwood i ost. 2003)	19
Slika 2.6 - Promena veličine offtracking-a za "transient-state" i "stady-state" stanje	20
Slika 2.7 - High-speed offtracking - tegljač sa poluprikolicom (izvor: USDOT 2000).	21
Slika 2.8 - Izgled krive oblika traktrise kada se objekat nalazi u početnom položaju (4, 0).....	23
Slika 2.9 - Dva sukcesivna koraka pri izvođenju Halter-ovog postupka	25
Slika 2.10 - Odnos graničnih trajektorija vozila za Halter-ovu i Guhlmann-ovu metodu (izvor: Korlaet 1990a)	27
Slika 2.11 - Grafička reprezentacija steady-state offtracking stanja za dugačko kombinovano vozilo (izvor: Heald 1986)	29
Slika 2.12 - Prikaz konfiguracije kombinovanog vozila sa neophodnim dimenzijama za proračun konačne vrednosti offtracking-a OTss (izvor: Heald 1986)....	31
Slika 2.13 - Kombinovano vozilo sa tri sloga predstavljeno kao jedinično samostalno vozilo sa dužinom krute baze wb_e (izvor: Woodrooffe i ost. 1983).....	33
Slika 2.14 - Situacioni plan sa prikazom delova krivine u kojima se primenjuje neka od glavnih jednačina za proračun offtracking-a (izvor: Woodrooffe i ost. 1983).....	34

Slika 2.15 - Poređenje vrednosti offtracking-a sračunatih pomoću SAE metode sa ICAO matematičkim modelom i softverom za simulaciju kretanja GCM++ za jedinično vozilo	37
Slika 2.16 - Glavni izvori grešaka pri proračunu offtracking-a pomoću SAE metode ...	38
Slika 2.17 - Model kombinovanog vozila čiji položaj određuje sedam generalizovanih koordinata u odnosu na neki fiksni koordinatni sistem (izvor: Sayers 1991).....	41
Slika 2.18 - Prolazak aviona krute baze d kroz kružnu krivinu radijusa R : a) kružnu putanju prati kabina aviona S ; b) diferencijalna rotacija krute baze za ugao $d\theta_s$	45
Slika 2.19 - Kretanje aviona na izlasku iz kružne krivine kada bazna tačka krute baze prati izlaznu tangentu	50
Slika 2.20 - Poređenje Halter-ovog grafičkog postupka za simulaciju kretanja vozila i ICAO-ovog matematičkog modela.....	54
Slika 2.21 - Položaji krute baze aviona u momentu kada je dostignut maksimalni offtracking λ_{max} i maksimalni skretni ugao β_{max} se ne poklapaju.....	54
Slika 2.22 - Uslovi izvođenja manevra skretanja za izabrano merodavno vozilo - odnos spoljnih kontura vozila pri skretanju (izvor: Maletin i ost. 2010a) ..	57
Slika 2.23 - Merodavna vozila i uslovi izvođenja manevra skretanja u zavisnosti od funkcionalnih rangova presečnih pravaca (izvor: Maletin i ost. 2010a)	58
Slika 2.24 - Statičke karakteristike posebnih tipova merodavnih vozila za projektovanje deonica gradske putne mreže (izvor: Maletin i ost. 2010b)	58
Slika 2.25 - Statičke karakteristike merodavnih motornih vozila za vangradske i gradske puteve (izvor: Maletin i ost. 2010b).....	59
Slika 2.26 - Uputstvo za korišćenje šablona za kontrolu minimalne prohodnosti vozila sa demonstracijom njihove praktične primene (izvor: Leisch & Carrasco 2014).....	62
Slika 2.27 - Merenje rastojanja između graničnih trajektorija dobijenih pri manevru skretanja šlepera duž vodeće putanje oblika kružne i proste putne krivine ($R = A = 12.50$ m, skretni uglovi $\alpha = 90^\circ$ i $\alpha = 180^\circ$) (izvor: Ilić i ost. 2016)	66

Slika 2.28 - <i>Merenje rastojanja između graničnih trajektorija dobijenih pri manevru skretanja šlepera duž vodeće putanje oblika kružne i proste putne krivine ($R = A = 15.00\text{ m}$, skretni uglovi $\alpha = 90^\circ$ i $\alpha = 180^\circ$) (izvor: Ilić i ost. 2016)</i>	<i>67</i>
Slika 2.29 - <i>Brzina promene ugla zaokreta upravljačkih točkova tegljača i ugla artikulacije (preloma) između tegljača i poluprikolice pri kretanju šlepera po putanji oblika kružne i proste putne krivine (izvor: Ilić i ost. 2016)</i>	<i>71</i>
Slika 2.30 - <i>Domaće smernice - granični uslovi prohodnosti na pozicijama desnih i levih skretanja (izvor: Maletin i ost. 2010a)</i>	<i>73</i>
Slika 2.31 - <i>Predlog za situaciono rešenje četvorokrake površinske raskrsnice čiji ukrasni pravci zaklapaju ugao od 45° (izvor: Korlaet i ost. 2010)</i>	<i>74</i>
Slika 2.32 - <i>Geometrija trocentričnih krivina koje oblikuju vodeće linije za leva skretanja određuje udaljenost vrhova srednjih razdelnih ostrva od centra raskrsnice L_{ostrva}</i>	<i>76</i>
Slika 2.33 - <i>Uslovi primene različitih formi krivina za geometrizaciju ivičnih i vodećih linija saglasno funkcionalnom rangu presečnih pravaca (izvor: Maletin i ost. 2010a)</i>	<i>76</i>
Slika 2.34 - <i>Geometrijski elementi za konstrukciju standardnih tipova trocentričnih krivina za oblikovanje levih i desnih skretanja (izvor: Maletin 2009)</i>	<i>78</i>
Slika 2.35 - <i>Zavisnost centralnog radijusa (R_2) od najmanjeg poluprečnika okretanja izabranog merodavnog vozila (R_s) i skretnog ugla γ (izvor: Maletin i ost. 2010)</i>	<i>79</i>
Slika 2.36 - <i>Posledice pogrešnog izbora vrednosti centralnog poluprečnika R_2 trocentrične krivine na tačnost aproksimacije granične trajektorije</i>	<i>80</i>
Slika 2.37 - <i>Postavljanje rezervoara sa vodom na mestima najisturenijih tačaka na vozilu tokom izvođenja testnih vožnji (izvor: Glabsch i ost. 2012)</i>	<i>82</i>
Slika 2.38 - <i>Curenje boje iz rezervoara montiranog na prednjem desnom uglu autobusa i izgled poligona posle završetka testne vožnje (izvor: Bonz und Schmid 1980)</i>	<i>83</i>

Slika 2.39 - <i>Moguće kombinacije teških teretnih i priključnih vozila pri formiranju vučnih vozova na Nemačkim putevima (izvor: Lippold und Schemmel 2014)</i>	86
Slika 2.40 - <i>Dispozicija montiranja akcionih kamera na bočnim stranama karoserije vučnog voza sa prikazom obuhvata snimka (izvor: Lippold und Schemmel 2014)</i>	87
Slika 2.41 - <i>Lokacije "uskih grla" na situacionom planu površinske raskrsnice gde je ugrožena prohodnost za testirana vozila (izvor: Lippold und Schemmel 2014)</i>	88
Slika 2.42 - <i>Osnovni segmenti GPS sistema (izvor: GIS Resources 2018)</i>	90
Slika 2.43 - <i>Konstelacija satelita u GPS sistemu (izvor: Dana 1994)</i>	91
Slika 2.44 - <i>Kinematička metoda sa procesiranjem korekcija u realnom vremenu (RTK) (izvor: PennState 2018)</i>	92
Slika 2.45 - <i>Raspored permanentnih stanica AGROS mreže (izvor: AGROS 2018a)</i>	94
Slika 2.46 - <i>Položaj GPS rovera na kabini tegljača (levo), i izlazak šlepera iz kružnog toka posle skretanja pod uglom od 180° (desno) (izvor: Pecchini & Giuliani 2013)</i>	95
Slika 2.47 - <i>Izgled testnog poligona na aerodromu Hopsten (izvor: Friedrich i ost. 2013)</i>	96
Slika 2.48 - <i>Primena klasične tahimetrije za određivanje položaja GPS rovera u odnosu na karoserije pojedinačnih vozila (izvor: Friedrich i ost. 2013)</i>	97
Slika 2.49 - <i>Izvori grešaka GPS-a: a) jonosferski i troposferski uticaj; b) konfiguracija, odnosno, raspored satelita (izvor: Bajat & Ašanin 2015)</i> ...	99

3 Poglavlje

Slika 3.1 - <i>Osnovne dimenzije testnih vozila i položaji GPS rovera montiranih na njihovim karoserijama (izvor: Ilić i ost. 2018b)</i>	110
Slika 3.2 - <i>Lokacija testnog poligona u prigradskom naselju Dobanovci u okolini Beograda (izvor: https://www.google.com/maps/)</i>	112
Slika 3.3 - <i>Geometrija vodećih putanja na situacionom planu testnog poligona</i>	113

Slika 3.4 - Označavanje vodećih putanja pomoću specijalne crvene ili bele polietilenske trake kojom su spajane tačke prethodno obeležene na površini kolovoza poligona.....	114
Slika 3.5 - Nivelacioni plan površine kolovoza na testnom poligonu	115
Slika 3.6 - Montiranje Trimble rovera na prvo testno vozilo - šleper: a) postavljanje GPS rovera na vrh bočne krute stranice Schmitz poluprikolice; b) povezivanje 4 instalirana GPS rovera sa 4 prenosna računara smeštena na podu poluprikolice	117
Slika 3.7 - Postavljanje 3 GPS rovera na krov Solaris-ovog zglobnog autobusa i njihovo povezivanje sa prenosnim računarima smeštenim na podu autobusa.....	118
Slika 3.8 - Uprošćeni 3D prikaz elektronskih uređaja montiranih na Volvo FH 500 tegljač za njegovo precizno navođenje duž vodeće putanje (izvor: Ilić i ost. 2018b)	120
Slika 3.9 - Volvo FH 500 tegljač skreće pod uglom od 120° na testnom poligonu: a) tablet računar ispred vozača; b) akciona kamera visoke rezolucije; c) laserski pokazivač montiran na sredini prednjeg branika tegljača; d) zeleni laserski zrak	121
Slika 3.10 - Izgled fajla u Notepad editoru sa koordinatnim parovima snimljenih tačaka i njihovim vremenima za dva GNSS rovera postavljena na Volvo FH 500 tegljaču.....	123
Slika 3.11 - Koordinate snimljenih tačaka za sve izvedene manevre skretanja Volvo FH 500 tegljača unete u AutoCAD.....	125
Slika 3.12 - Problematika preciznog određivanja položaja GPS rovera montiranih na vrhu zaobljene kabine Volvo FH 500 tegljača (izvor: Ilić i ost. 2018b).....	126
Slika 3.13 - Uneti i povezani X, Y parovi koordinata primenom GPS2LINE komande u AutoCAD-u (GPSLINIJE za Volvo FH 500 tegljač) (izvor: Ilić i ost. 2018b).....	128
Slika 3.14 - Pomeranje GPSLINIJA od Volvo FH 500 tegljača u smeru rezultujućih gradjenata 3D trouglova površine kolovoza (izvor: Ilić i ost. 2018b).....	130

Slika 3.15 - <i>Podešavanje parametara MIDLINIJA (ugla γ i dužine d) tako da zeleni laserski zrak (bazna tačka testnog vozilo) precizno prati vodeću putanju</i>	131
Slika 3.16 - <i>Tačna kombinacija ugla γ i dužine d za modifikovane MIDLINIJE čiji prednji krajevi (bazne tačke Volvo FH 500 tegljača) stoje tačno iznad vodeće putanje</i>	133
Slika 3.17 - <i>Određivanje ugla α između MIDLINIJE i podužne ose Volvo FH 500 tegljača na kraju ulazne tangente - "AVGLIN" komanda (izvor: Ilić i ost. 2018b)</i>	134
Slika 3.18 - <i>Osnovna postavka analitičkog proračuna ugla α između MIDLINIJE i podužne ose Volvo FH 500 tegljača - "ALPHA" komanda (izvor: Ilić i ost. 2018b)</i>	137
Slika 3.19 - <i>Podešavanje parametara MIDLINIJA poluprikolice (ugla γ_s i dužine d_s) tako da vučni klin (bazna tačka poluprikolice) precizno prati trajektoriju sedla tegljača</i>	139
Slika 3.20 - <i>Određivanje ugla α_s između MIDLINIJE Schmitz SCS poluprikolice i njene podužne ose na kraju ulazne tangente - "AVGLIN" komanda (izvor: Ilić i ost. 2018b)</i>	140
Slika 3.21 - <i>Preklapanje blokova vozila preko GPSLINIJA sa "VEH2LINE" komandom: a) preklapanje blokova Volvo tegljača; b) preklapanje blokova Schmitz poluprikolice</i>	141
Slika 3.22 - <i>Pregled novorazvijene metodologije i AutoLISP komandi (rutina).....</i>	143
Slika 3.23 - <i>Razvoj nove "GPS2LINEBUS" rutine na osnovu postojeće "GPS2LINE" rutine za unos GPSLINIJA za drugi slog Solaris-ovog zglobnog autobusa</i>	145
Slika 3.24 - <i>Potpuno preklapanje MIDLINIJA i GPSLINIJA (crvene i svetlo plave linije) kod drugog sloga zglobnog autobusa na koji je bio postavljen jedan GPS rover</i>	148
Slika 3.25 - <i>Konačno sračunat položaj GPS rovera na karoserijama testnih vozila</i>	149
Slika 3.26 - <i>Poređenje trajektorija povlačenja šlepera (Volvo FH 500 tegljač + Schmitz SCS poluprikolica) dobijenih na osnovu: a) GPS merenja; b) Halter-ove simulacije</i>	153

Slika 3.27 - Dijagrami razlika vrednosti offtracking-a za sva testna vozila (Halter - GPS).....	155
Slika 3.28 - Konstrukcija zgloba na šasiji zglobnog autobusa Solaris Urbino 18.....	157
Slika 3.29 - 3D presek kroz konstrukciju sistema artikulacije na zglobnom autobusu Solaris Urbino 18 (izvor: Hübner 2018)	158

4 Poglavlje

Slika 4.1 - Dimenzije vozila koje pri proračunu offtracking-a po SAE metodi zamenjuje kombinovano vozilo: a) sa dva sloga (šleper); b) sa tri sloga (kamion sa prikolicom)	163
Slika 4.2 - Poređenje trajektorija povlačenja dobijenih na osnovu Halter-ove simulacije za tegljač sa poluprikolicom i odgovarajuće zamensko vozilo.....	165
Slika 4.3 - Poređenje trajektorija povlačenja dobijenih na osnovu Halter-ove simulacije za kamion sa dvoosovinskom prikolicom i odgovarajuće zamensko vozilo	166
Slika 4.4 - Pretpostavka o jednakosti uglova β_a i β_a' u položaju vozila kada je dostignuta maksimalna vrednost offtracking-a OT_{max}	169
Slika 4.5 - Grafici funkcija $f_1(t)$ i $f_2(t)$	174
Slika 4.6 - Grafička ilustracija primene metode sečice.....	176
Slika 4.7 - Grafik funkcije $f(t)$ na intervalu (0.000001, 0.251499)	177
Slika 4.8 - Interfejs računskog servisa Wolfram Alpha i ponuđeno rešenje jednačine za određivanje položaja vozila sa maksimalnim offtracking-om (Wolfram Research 2018).....	181
Slika 4.9 - Šematski prikaz formiranja dvostepenog (hijerarhijskog) nelinearnog regresionog modela za proračun maksimalnog offtracking-a jediničnog vozila	183
Slika 4.10 - Zavisnost odnosa $R/d(X)$ i parametra $m_{num}(m)$ određena za skretni ugao kružne krivine vodeće putanje od $\theta = 30^\circ$	188
Slika 4.11 - Zavisnost koeficijenta " a_θ " (uz X^2) polinomske regresije od skretnog ugla θ	191

Slika 4.12 - Zavisnost koeficijenta " b_0 " (uz X^1) polinomske regresije od skretnog ugla θ	191
Slika 4.13 - Zavisnost koeficijenta " c_0 " (uz X^0) polinomske regresije od skretnog ugla θ	192
Slika 4.14 - Redosled koraka pri proračunu položaja sa maksimalnim offtracking-om samostalnog vozila pomoću formiranog dvostepenog regresionog modela.....	193
Slika 4.15 - Uticaj veličine greške u "dužinskom smislu" prilikom određivanja rastojanja FOT_{max} na tačnost proračuna maksimalnog offtracking-a OT_{max} u "poprečnom smislu"	195
Slika 4.16 - Matematički model za proračun trajektorije povlačenja samostalnog vozila sa prikazom redosleda proračuna koordinata tačaka koje opisuju tu trajektoriju	199
Slika 4.17 - Određivanje položaja sa maksimalnim offtracking-om samostalnog vozila i koordinata najisturenije unutrašnje tačke na karoseriji Pot u tom položaju.....	202
Slika 4.18 - Proračun položaja vozila dok se ispravlja duž izlazne tangente i koordinata tačaka od $E1$ do $E6$ koje opisuju trajektoriju povlačenja u III segmentu modela	204
Slika 4.19 - Struktura podataka u izlaznom .txt fajlu dobijenom pomoću AutoLISP rutine za proračun trajektorije povlačenja solo autobusa u kružnoj krivini $R = 10.0$ m, $\gamma = 90^\circ$	205
Slika 4.20 - Osnovne dimenzije i usvojeni kinematički model izabranog kombinovanog vozila sa dva sloga (Volvo FH 500 tegljač sa Schmitz SCS poluprikolicom)	208
Slika 4.21 - Postupak za proračun trajektorije povlačenja kombinovanog vozila u I segmentu matematičkog modela kada bazna tačka tegljača S_{tk} prati kružni luk	211
Slika 4.22 - Redosled koraka za proračun "graničnog položaja" kombinovanog vozila (šlepera) i koordinata tačke KPE na trajektoriji povlačenja.....	218

Slika 4.23 - Redosled koraka za proračun položaja vozila, odnosno koordinata tačke E1, kada se bazna tačka tegljača nalazi na rastojanju od $F = 10.0$ m od kraja kružnog luka	222
Slika 4.24 - Primena koncepta ekvivalentne baze za kombinovano vozilo sa dva sloga.....	227
Slika 4.25 - Proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om zamenskog vozila.....	229
Slika 4.26 - Algoritam za proračun položaja u kome se dostiže maksimalni offtracking kombinovanog vozila i koordinata najisturenije unutrašnje tačke POT u tom položaju	230
Slika 4.27 - Promene veličina sračunatih razlika $FOT - F_{real}$ po skretnim uglovima γ za svaki od analiziranih radijusa R vodećih kružnih putanja.....	232
Slika 4.28 - Proračun maksimalnog offtracking-a OT_{max} kombinovanog vozila i koordinata tačke POT kada je odnos $FOT \leq Trailer_{tk}$ (I slučaj)	236
Slika 4.29 - Proračun maksimalnog offtracking-a OT_{max} kombinovanog vozila i koordinata tačke POT kada je odnos $FOT > Trailer_{tk}$ (II slučaj).....	237
Slika 4.30 - Redosled koraka u algoritmu za određivanje položaja zamenskog vozila koje se ispravlja duž izlazne tangente i proračun koordinata tačaka od E2 do E7	241
Slika 4.31 - Struktura podataka u izlaznom .txt fajlu dobijenom pomoću "SEMIPOINTS" AutoLISP rutine za proračun trajektorije povlačenja kombinovanog vozila sa dva sloga	244
Slika 4.32 - Dimenzije izabranog kombinovanog vozila sa tri sloga, njegovog kinematičkog modela i odgovarajućeg zamenskog vozila	247
Slika 4.33 - Određivanje položaja i proračun trajektorije povlačenja zamenskog vozila sa "fiktivno" produženom krutom bazom umesto kamiona sa prikolicom (I segment modela)	253
Slika 4.34 - Algoritam za proračun položaja zamenskog vozila, odnosno, koordinata tačaka K1, K2 i K3 za konstrukciju trajektorije povlačenja u I segmentu modela	256
Slika 4.35 - Algoritam za proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om zamenskog vozila, baziran na korekciji širine b , i koordinata najisturenije tačke POT u tom položaju.....	258

Slika 4.36 - Proračun položaja zamenskog vozila dok se ispravlja duž izlazne tangente i koordinata tačaka od E1 do E6 na trajektoriji povlačenja u III segmentu modela	260
Slika 4.37 - Uvođenje dodatnih korekcija u algoritmu za proračun položaja zamenskog vozila koje se ispravlja duž izlazne tangente i koordinata tačaka od E1 do E6.....	264
Slika 4.38 - Sistematizovan pregled uvedenih korekcija širine vozila b pri proračunu koordinata tačaka od E1 ($Fex_1 = 1.5 \cdot w_{be}$) do E5 ($Fex_5 = 3.5 \cdot w_{be}$).....	265
Slika 4.39 - Struktura podataka u .txt fajlu dobijenom primenom "TTRAILERPOINTS" AutoLISP rutine za proračun trajektorije povlačenja kombinovanog vozila sa tri sloga.....	268
Slika 4.40 - Poređenje vrednosti offtracking-a dobijenih iz matematičkog modela i Halter-ove simulacije kretanja za slučaj solo autobusa ($R = 12.5$ m, $\gamma = 90^\circ$)	272
Slika 4.41 - Dijagrami sa razlikama vrednosti offtracking-a sračunatih iz matematičkog modela i Halter-a u 11 karakterističnih preseka za solo autobus.....	273
Slika 4.42 - Dijagrami sa razlikama vrednosti offtracking-a sračunatih iz matematičkog modela i Halter-a u 13 karakterističnih preseka za tegljač sa poluprikolicom	274
Slika 4.43 - Dijagrami sa razlikama vrednosti offtracking-a sračunatih iz matematičkog modela i Halter-a u 11 karakterističnih preseka za kamion sa prikolicom.....	275

5 Poglavlje

Slika 5.1 - Šematski prikaz algoritma za kreiranje matrice sa kombinacijama odnosa geometrijskih parametara u trocentričnoj krivini.....	280
Slika 5.2 - Algoritam za traženje optimalne kombinacije geometrijskih parametara ($R1/R2$, $R2/R_{voz}$, $R3/R2$ i $xALFA:xBETA:xDELTA$) za konstrukciju trocentrične krivine	289

Slika 5.3 - <i>Formule primenjene u AutoLISP rutini "3R_OPTIMA" za računanje svih elemenata geometrije pri konstrukciji trocentrične krivine tipa "a"</i>	292
Slika 5.4 - <i>Poređenje optimalnih trocentričnih krivina konstruisanih na osnovu izvorne (originalne) i pomerene izlazne tangente</i>	294
Slika 5.5 - <i>Korekcija položaja presečne tačke tangenti trocentrične krivine T_{ii} zbog pomeranja izlazne tangente ka unutrašnjosti krivine za 0.25 m</i>	295
Slika 5.6 - <i>Kontrola pripadnosti tačaka iz trajektorija povlačenja kružnim isečcima ograničenim radijusima $R1$, $R2$ i $R3$ trocentrične krivine</i>	296
Slika 5.7 - <i>Primer proračuna optimalne kombinacije geometrijskih parametara za konstrukciju trocentrične krivine korišćenjem "3R_OPTIMA" AutoLISP rutine</i>	299
Slika 5.8 - <i>Dijagram sa optimalnim kombinacijama parametara trocentričnih krivina koje aproksimiraju trajektorije povlačenja solo autobusa kada je $R_{voz} = 10.0$ m</i>	302
Slika 5.9 - <i>Dijagram sa optimalnim kombinacijama parametara trocentričnih krivina koje aproksimiraju trajektorije povlačenja solo autobusa kada je $R_{voz} = 12.5$ m</i>	303
Slika 5.10 - <i>Dijagram sa optimalnim kombinacijama parametara trocentričnih krivina koje aproksimiraju trajektorije povlačenja solo autobusa kada je $R_{voz} = 15.0$ m</i>	303
Slika 5.11 - <i>Zbirni dijagram sa optimalnim odnosima susednih radijusa u trocentričnim krivinama koje aproksimiraju trajektorije povlačenja solo autobusa za sve R_{voz}</i>	304
Slika 5.12 - <i>Dijagram sa odnosima radijusa $R1/R_{voz}$, $R2/R_{voz}$ i $R3/R_{voz}$ u trocentričnim krivinama za aproksimaciju trajektorija povlačenja solo autobusa</i>	305
Slika 5.13 - <i>Dijagram sa optimalnim kombinacijama parametara trocentričnih krivina koje aproksimiraju trajektorije povlačenja tegljača sa poluprikolicom za $R_{voz} = 10.0$ m</i>	307

Slika 5.14 - <i>Dijagram sa optimalnim kombinacijama parametara trocentričnih krivina koje aproksimiraju trajektorije povlačenja tegljača sa poluprikolicom za $R_{voz} = 12.5$ m</i>	308
Slika 5.15 - <i>Dijagram sa optimalnim kombinacijama parametara trocentričnih krivina koje aproksimiraju trajektorije povlačenja tegljača sa poluprikolicom za $R_{voz} = 15.0$ m</i>	308
Slika 5.16 - <i>Zbirni dijagram sa optimalnim odnosima susednih radijusa u trocentričnim krivinama koje aproksimiraju trajektorije povlačenja tegljača sa poluprikolicom za sve R_{voz}</i>	309
Slika 5.17 - <i>Dijagram sa odnosima radijusa $R1/R_{voz}$, $R2/R_{voz}$ i $R3/R_{voz}$ u trocentričnim krivinama koje aproksimiraju trajektorije povlačenja tegljača sa poluprikolicom</i>	310
Slika 5.18 - <i>Dijagram sa optimalnim kombinacijama parametara trocentričnih krivina koje aproksimiraju trajektorije povlačenja kamiona sa prikolicom za $R_{voz} = 10.0$ m</i>	312
Slika 5.19 - <i>Dijagram sa optimalnim kombinacijama parametara trocentričnih krivina koje aproksimiraju trajektorije povlačenja kamiona sa prikolicom za $R_{voz} = 12.5$ m</i>	313
Slika 5.20 - <i>Dijagram sa optimalnim kombinacijama parametara trocentričnih krivina koje aproksimiraju trajektorije povlačenja kamiona sa prikolicom za $R_{voz} = 15.0$ m</i>	313
Slika 5.21 - <i>Zbirni dijagram sa optimalnim odnosima susednih radijusa u trocentričnim krivinama koje aproksimiraju trajektorije povlačenja kamiona sa prikolicom za sve R_{voz}</i>	314
Slika 5.22 - <i>Dijagram sa odnosima radijusa $R1/R_{voz}$, $R2/R_{voz}$ i $R3/R_{voz}$ u trocentričnim krivinama koje aproksimiraju trajektorije povlačenja kamiona sa prikolicom</i>	315

6 Poglavlje

Slika 6.1 - <i>Poređenje trajektorija povlačenja konstruisanih na osnovu tačaka snimljenih u eksperimentu, Halter-ove simulacije i tačaka sračunatih u matematičkom modelu</i>	326
--	-----

Slika 6.2 - Šematski pregled postignutih rezultata tokom izrade doktorske disertacije	328
Slika 6.3 - Nova (predložena) geometrijska forma trocentrične krivine sa optimalnom kombinacijom parametara za aproksimaciju trajektorija povlačenja testnih vozila.....	331
Prilog B	
Slika B.1 - Ključne karakteristike Trimble GNSS sistema (izvor: http://www.livona.rs)	357
Prilog D	
Slika D.1 - Redosled manevara skretanja tokom izvođenja testnih vožnji i obrade eksperimentalnih rezultata.....	376
Prilog E	
Slika E.1 - Šematski prikaz formiranja dvostepenog (hijerarhijskog) nelinearnog regresionog modela za proračun maksimalnog offtracking-a jediničnog vozila	386

SPISAK TABELA

2 Poglavlje

Tabela 2.1 - <i>Rastojanja u [m] između graničnih trajektorija izmerena u označenim presecima (izvor: Ilić i ost. 2016)</i>	68
---	----

3 Poglavlje

Tabela 3.1 - <i>Greške X, Y koordinata pri određivanju položaja testnih vozila kada nivelacione karakteristike površine kolovoza nisu uzete u obzir</i>	150
Tabela 3.2 - <i>Rezultati statističke analize razlika vrednosti offtracking-a između trajektorija povlačenja dobijenih na osnovu Halter-ove simulacije i GPS merenja</i>	156

4 Poglavlje

Tabela 4.1 - <i>Iterativni postupak proračuna nule funkcije $f(t)$ metodom sečice</i>	179
Tabela 4.2 - <i>Primer proračuna maksimalnog offtracking-a za određivanje korelacione zavisnosti između odnosa R/d (X) i parametra m_{num} (prvi stepen regresionog modela)</i>	187
Tabela 4.3 - <i>Koeficijenti polinomske regresije iz prvostepenog regresionog modela usvojeni posle ispitivanja korelacije m i R/d za analizirane skretne uglove θ</i>	190
Tabela 4.4 - <i>Uporedni prikaz rezultata proračuna položaja vozila sa maksimalnim offtracking-om dobijenih pomoću numeričke metode sečice i regresionog modela</i>	194
Tabela 4.5 - <i>Sračunate razlike između F_{OT} i merenog F_{real} za različite kombinacije radijusa R i skretnih uglova γ vodećih putanja</i>	231

5 Poglavlje

Tabela 5.1 - <i>Optimalne kombinacije geometrijskih parametara u trocentričnim krivinama koje najbolje aproksimiraju trajektorije povlačenja solo autobusa</i>	301
--	-----

Tabela 5.2 - <i>Optimalne kombinacije geometrijskih parametara u trocentričnim krivinama koje najbolje aproksimiraju trajektorije povlačenja tegljača sa poluprikolicom</i>	306
Tabela 5.3 - <i>Optimalne kombinacije geometrijskih parametara u trocentričnim krivinama koje najbolje aproksimiraju trajektorije povlačenja kamiona sa prikolicom</i>	311
Tabela 5.4 - <i>Optimalne kombinacije geometrijskih parametara trocentričnih krivina sračunate posebno za sve vožene radijuse R_{voz} i skretne uglove γ svih izabranih vozila</i>	317
Tabela 5.5 - <i>Optimalne kombinacije geometrijskih parametara trocentričnih krivina za aproksimaciju svih trajektorija povlačenja pojedinačnih izabranih vozila i svih vozila</i>	318
Tabela 5.6 - <i>Prosečne veličine odstupanja u [m] između kružnih lukova jedinstvene optimalne trocentrične krivine i trajektorija povlačenja svih izabranih vozila</i>	319
Tabela 5.7 - <i>Optimalne kombinacije geometrijskih parametara trocentričnih krivina za aproksimaciju trajektorija povlačenja izabranih vozila za skretne uglove $75^\circ \leq \gamma \leq 105^\circ$</i>	320

SKRAĆENICE

AASHO	- American Association of State Highway Officials, USA
AASHTO	- American Association of State Highway and Transportation Officials, USA
AGROS	- Aktivna geodetska referentna osnova Srbije
AIIT	- Italian Association for Traffic and Transport Engineering
AMSS	- Auto-moto savez Srbije
ASCE	- American Society of Civil Engineers, USA
BASt	- Bundesanstalt für Straßenwesen (Nemački savezni institut za puteve)
CADD	- Computer-Aided-Drafting and Design
CALTRANS	- California Department of Transportation, USA
CGRA	- Canadian Good Roads Association
DGPS	- Differential Global Positioning System
ESP	- Electronic Stability Program (Elektronska kontrola stabilnosti)
FGSV	- Forschungsgesellschaft für Straßen- und Verkehrswesen (Istraživačko društvo Nemačke za puteve i saobraćaj)
FHWA	- Federal Highway Administration, USA
FSV	- Forschungsgesellschaft Straße - Schiene - Verkehr (Istraživačko društvo Austrije za puteve, železnice i saobraćaj)
GCM++	- Gavran Civil Modeller
GLONASS (ГЛОНАСС)	- Глобальная навигационная спутниковая система (Globalni satelitski navigacioni sistem razvijen u SSSR-u i Rusiji)
GNSS	- Global Navigation Satellite System
GPRS	- General Packet Radio Service
GPS	- Global Positioning System
HRB	- Highway Research Board, USA
ICAO	- International Civil Aviation Organization
ITE	- Institute of Transportation Engineers, USA
LiDAR	- Light Detection and Ranging
MCG	- Machine Control & Guidance

NAVSTAR	- NAVigation Satellite Timing And Ranging
NCHRP	- National Cooperative Highway Research Program, USA
OSOW	- Oversized/overweight vehicles (vangabaritna, nestandardna vozila)
PPK	- Post-Processing Kinematic
RGZ	- Republički geodetski zavod, Srbija
RTCM	- Radio Technical Commission for Maritime Services, USA
RTK	- Real-Time Kinematic
SAE	- Society of Automotive Engineers, USA
SN	- Schweizer Norm (Švajcarska norma)
SUV	- Sport-utility Vehicle
TAC	- Transportation Association of Canada
TIN	- Triangulated Irregular Network
TOM	- Truck Offtracking Model
TRB	- Transportation Research Board, USA
UAS	- Unmanned Aircraft Systems
UMTRI	- University of Michigan Transportation Research Institute, USA
USDOT	- United States Department of Transportation, USA
VeTRA	- Vehicle Tracking for Roundabout Analysis
WHI	- Western Highway Institute, USA

OZNAKE KORIŠĆENE U DISERTACIJI

Oznaka	Značenje oznake	Jedinice
A	parametar kolotoide	(m)
a_{ci}	rastojanje od fiksne osovine ili centra osovinskog sloga do položaja kuke ili sedla na tegljaču	(m)
b	najveća širina izabranog merodavnog vozila	(m)
BASE	dužina krute baze samostalnog (vodećeg) vozila vozila na kinematičkom modelu	(m)
b_{cor}	privremeno korigovana širina vozila b	(m)
b_{excor}	korigovana širina zamenskog vozila	(m)
bOT	korigovana širina zamenskog vozila u položaju sa maksimalnim offtracking-om	(m)
b_R	širina autobusa sa retrovizorima	(m)
ca_i	rastojanje od kuke (konektora) do fiksne zadnje osovine	(m)
d_{dol}	dužina krute baze rude - dolly	(m)
d_i	dužine krutih baza pojedinačnih slogova kombinovanog vozila	(m)
dn	rastojanje između karakterističnih tačaka koje opisuju trajektorije povlačenja vozila i kružnih lukova trocentrične krivine	(m)
d_{strl}	dužina krute baze poluprikolice	(m)
d_{trk}	dužina krute baze tegljača	(m)
d_{trlr}	dužina krute baze šasije prikolice	(m)
E	rastojanje centra sedla za kačenje poluprikolice od centra zadnje osovine ili zadnjeg osovinskog sklopa tegljača	(m)
F	udaljenost bazne tačke krute baze samostalnog vozila od kraja kružnog luka	(m)
F_{ex}	rastojanje bazne tačke zamenskog vozila od kraja kružnog luka kada se vozilo ispravlja duž izlazne tangente	(m)
F_{kpe}	rastojanje bazne tačke tegljača od kraja kružnog luka u graničnom položaju	(m)

FOT	rastojanje bazne tačke tegljača od kraja kružnog luka u momentu kada je dostignut maksimalni offtracking	(m)
FOT _{max}	udaljenost bazne tačke krute baze samostalnog vozila od kraja kružnog luka u momentu kada je dostignut maksimalni offtracking	(m)
FOT _{wbe}	rastojanje bazne tačke krute baze zamenskog vozila od kraja kružnog luka u momentu kada je dostignut maksimalni offtracking	(m)
H _{GPS}	visinska razlika između centra GPS rovera postavljenog na testno vozilo i površine kolovoza testnog poligona	(m)
k	dužina koraka simulacije pri izvođenju Halter-ovog grafo-analitičkog postupka	(m)
minDI ²	minimalna vrednost sume kvadrata rastojanja između tačaka koje opisuju trajektorije povlačenja vozila i korespondentnih tačaka na kružnim lukovima trocentrične krivine	(m ²)
OT _{max}	maksimalna vrednost offtracking-a u prelaznom (transient-state) offtracking stanju	(m)
OT _{ss}	steady-state offtracking - konačna ili konstantna vrednost offtracking-a	(m)
R1	prvi radijus trocentrične krivine	(m)
R2	drugi (centralni) radijus trocentrične krivine	(m)
R3	treći radijus trocentrične krivine	(m)
R _s	najmanji poluprečnik okretanja izabranog merodavnog vozila	(m)
R _{voz}	radijus vodeće putanje oblika kružne krivine	(m)
T _g	dužina tangente	(m)
TRAILER	rastojanje bazne tačke krute baze samostalnog (vodećeg) vozila od centra kuke ili sedla za kačenje prikolice (poluprikolice)	(m)
Trailer _{trk}	rastojanje bazne tačke kamiona od centra kuke za kačenje prikolice	(m)
V	brzina kretanja vozila	(km/h)
W _{be}	dužina ekvivalentne baze (krute baze zamenskog vozila)	(m)
W _{bec}	korigovana dužina ekvivalentne krute baze zamenskog vozila	(m)

w_{bi}	dužine krutih baza pojedinačnih slogova kombinovanog vozila	(m)
w_{bt}	ukupna dužina kinematičkog modela izvornog kombinovanog vozila	(m)
X	odnos između radijusa vodeće putanje R i dužine krute baze samostalnog vozila	/
x_{ALFA}	udeo ugla α koji odgovara prvom radijusu trocentrične krivine u skretnom uglu γ	/
x_{BETA}	udeo ugla β koji odgovara drugom radijusu trocentrične krivine u skretnom uglu γ	/
x_{DELTA}	udeo ugla δ koji odgovara trećem radijusu trocentrične krivine u skretnom uglu γ	/
α	ugao koji odgovara kružnom luku prvog radijusa trocentrične krivine	(°)
β	ugao koji odgovara kružnom luku drugog radijusa trocentrične krivine	(°)
β_{10strl}	ugao artikulacije između osovina krutih baza tegljača i poluprikolice u položaju kada je bazna tačka tegljača udaljena 10.0 m od početka izlazne tangente	(°)
β_{10trk}	ugao između osovine krute baze tegljača i izlazne tangente kada je bazna tačka tegljača udaljena 10.0 m od početka izlazne tangente	(°)
β_d	ugao između osovine krute baze samostalnog vozila i izlazne tangente vodeće putanje u momentu kada je dostignuta maksimalna vrednost offtracking-a	(°)
$\beta_{ex_{wbe,i}}$	ugao između krute baze zamenskog vozila i izlazne tangente na izlasku iz krivine	(°)
$\beta_{kpe_{strl}}$	ugao artikulacije između osovina krutih baza tegljača i poluprikolice u graničnom položaju	(°)
$\beta_{kpe_{trk}}$	ugao između osovine krute baze tegljača i izlazne tangente u graničnom položaju	(°)
β_{max}	maksimalna vrednost trenutnog skretnog ugla između tangentne na kraj kružnog luka i osovine krute baze samostalnog vozila	(°)

$\beta_{\max_{\text{strl}}}$	maksimalni ugao artikulacije između osovina krutih baza tegljača i poluprikolice u trenutku kada bazna tačka tegljača dođe na kraj kružnog luka	(°)
$\beta_{\max_{\text{trk}}}$	maksimalni skretni ugao između osovine krute baze tegljača i tangente na kraj kružnog luka	(°)
$\beta_{\max_{\text{wbe}}}$	maksimalni trenutni skretni ugao između osovine krute baze zamenskog vozila i tangente na kraj kružnog luka	(°)
$\beta_{\text{OT}_{\text{strl}}}$	ugao artikulacije između osovina krutih baza tegljača i poluprikolice u položaju sa maksimalnim offtracking-om	(°)
$\beta_{\text{OT}_{\text{trk}}}$	ugao između osovine krute baze tegljača i izlazne tangente u položaju sa maksimalnim offtracking-om	(°)
$\beta_{\text{OT}_{\text{wbe}}}$	ugao između osovine krute baze zamenskog vozila i izlazne tangente u položaju sa maksimalnim offtracking-om	(°)
γ	skretni ugao vodeće kružne putanje	(°)
δ	ugao koji odgovara kružnom luku trećeg radijusa trocentrične krivine	(°)
ΔR_i	odmak kružnog luka od tangente	(m)
λ	odstupanje centra glavnog stajnog trapa aviona u odnosu na vodeću putanju	(m)

1 Uvod

1.1 Predmet istraživanja

Na površinskim raskrsnicama neminovno se formiraju određena mesta smanjene protočnosti i ugrožene bezbednosti. Ta mesta su, pre svega, zone presecanja suprotno usmerenih saobraćajnih struja (tzv. konfliktne tačke), dok se kod izlivanja ili ulivanja radi o saobraćajnim strujama istog usmerenja (tzv. kolizione tačke) (Maletin 2009). Glavni kriterijum za podelu površinskih raskrsnica je primena određenih tipova konfliktnih ili kolizionih tačaka u njihovoj prostornoj organizaciji. Prema tom kriterijumu, odnosno prema vrsti i zastupljenosti konfliktnih i/ili kolizionih tačaka, površinske raskrsnice se dele na: površinske raskrsnice sa presecanjem saobraćajnih struja vozila i površinske raskrsnice sa kružnim tokom saobraćaja.

Kod površinskih raskrsnica sa presecanjem saobraćajnih struja javljaju se konfliktne tačke (tj. presecanje), dok se kod raskrsnica sa kružnim tokom svi manevri vozila odvijaju kao ulivanje, izlivanje ili preplitanje (Maletin i ost. 2010a). Predmet istraživanja ove doktorske disertacije su trajektorije vozila u krivinama na površinskim raskrsnicama sa presecanjem saobraćajnih struja, gde se u prvom redu misli na trokake i četvorokake površinske raskrsnice.

Prilikom naglog skretanja vozila ili kretanja u krivinama malih radijusa ($R \leq 20.0$ m) može se jasno uočiti da zadnji točkovi vozila ne slede iste putanje kao i prednji točkovi. Kako vozilo dolazi do kraja krivine i počinje da se ispravlja primetno je da zadnji točkovi sve više "zadiru" ka unutrašnjosti krivine u odnosu na prednje. Ovo vidno zanošenje zadnjih točkova ka unutrašnjosti krivine u odnosu na prednje, pri manevrima skretanja, najčešće se definiše u literaturi na engleskom jeziku kao "Offtracking" fenomen. Poseban matematički problem je sračunavanje tačnog položaja vozila u kome se dostiže najveće odstupanje između graničnih trajektorija prednjih i zadnjih točkova vozila. Kod vozila sa više slogova ovaj problem je još složeniji, jer treba zapravo naći položaj vodećeg vozila u kojem se dostiže najveće rastojanje centra zadnje osovine (ili

centra osovinskog sklopa ako je npr. u pitanju poluprikolica sa više osovina) poslednjeg priključnog vozila od planirane putanje kretanja. U literaturi je ovaj problem poznat pod nazivom "Maximum Offtracking Problem".

Trajektorije točkova, odnosno krive tragova vozila koja izvode manevre desnih i levih skretanja na površinskim raskrsnicama, obrazuju krive minimalne prohodnosti koje su merodavne za određivanje graničnih položaja projektnih elemenata u situacionom planu površinske raskrsnice. Dominantan uticaj na komponovanje projektnih elemenata u situacionom planu i posledično na ukupnu površinu cele raskrsnice ima ispunjenje graničnih uslova prohodnosti na pozicijama levih skretanja. Upravo, oblik krivih minimalne prohodnosti za leva skretanja diktira položaje vrhova srednjih razdelnih ili kapljastih ostrva, od kojih dalje zavisi gde će se postaviti pešački prelazi, i kasnije u odnosu na njih definisati ostali elementi projektne geometrije situacionog plana raskrsnice.

Pored generalne analize fenomena "offtracking-a", prilikom prikupljanja referentne literature, poseban akcenat stavljen je na razmatranje karakteristika i nedostataka postojećih analitičkih modela koji su korišteni za proračun trajektorija vozila neophodnih za konstrukciju krivih minimalne prohodnosti na površinskim raskrsnicama. Takođe, postojeća komercijalna softverska rešenja testirana su na realnim primerima i upoređenja sa domaćim programskim paketom (Gavran 2013) za simulaciju kretanja vozila.

Veliki deo sprovedenih istraživanja u doktorskoj disertaciji vezan je za unapređenje postojećih i kreiranje novih analitičkih modela za proračun krivih tragova vozila koja izvode manevre levih i desnih skretanja na površinskim raskrsnicama. Izveden je novi analitički model u vidu originalnog rešenja za određivanje karakterističnog položaja samostalnog vozila, kao i složenog vozila sa više slogova, u kojem se dostiže najveća širina krive minimalne prohodnosti (Max. Offtracking). Kada se precizno odredi tačan položaj vrhova srednjih razdelnih ili kapljastih ostrva u situacionom planu raskrsnice, veoma lako se dalje definiše položaj pešačkih prelaza kao i svi ostali projektni elementi (trougaona ostrva, ivične linije manipulativnih traka za skretanje udesno, završetak

manipulativnih traka za skretanje ulevo, itd.). Posebno se naglašava da su predmetna istraživanja u doktorskoj disertaciji bila fokusirana na parametre krivih minimalne prohodnosti za vozila koja se kreću kroz proste kružne krivine radijusa manjih od 20.0 m, kakvi se u najvećem broju slučajeva sreću na standardnim površinskim raskrscima gradskih saobraćajnica.

Izvedeni postupak i metodologija proračuna primenjivi su za sve kategorije vozila koje se mogu očekivati na površinskim raskrscima, odnosno, rezultati proračuna zavise od osnovnih konstruktivnih karakteristika izabranog tipa vozila kao što su: dužina krute baze, broj i vrsta priključnih vozila i dužine njihovih krutih baza, maksimalni skretni ugao upravljačkog mehanizma vodećeg vozila, i položaj kuke za kačenje priključnih vozila u odnosu na vučno ili vodeće vozilo. Stoga, metodologija izbora merodavnog vozila za projektovanje površinskih raskrsnica nije bila predmet istraživanja ove doktorske disertacije.

Značajan deo doktorske disertacije predstavlja analiza primene koncepta trocentrične krivine za geometrijsko oblikovanje levih i desnih skretanja, odnosno, aproksimaciju krive tragova vozila u zavisnosti od funkcionalnog ranga raskrsnice. Tu je posebno razmatrana valjanost postojećih dijagrama za izbor centralnog radijusa R_2 u zavisnosti od skretnog ugla raskrsnice i najmanjeg spoljnog poluprečnika okretanja (R_s) izabranog vozila. Postojeći odnos između centralnog i susednih radijusa (2:1:3, ili 2.5:1:5.5) takođe je detaljno analiziran s aspekta najbolje aproksimacije krive tragova vozila, kako bi se omogućilo tačnije i racionalnije pozicioniranje vrhova srednjih razdelnih ostrva, ivičnjaka u desnim skretanjima i drugih elemenata situacionog plana raskrsnice.

Iako u svetu već postoje razvijena softverska rešenja za automatsko generisanje situacionog plana površinske raskrsnice (NEXUS - Transoft 2018a; MX ROAD - Bentley 2018; Civil 3D - Autodesk 2018a), gotova geometrijska rešenja situacionog plana koja generišu ovi softveri kreirana su isključivo na osnovu rezultata simulacije kretanja izabranih vozila. Premda je na ovaj način ostvaren vrlo bitan tehnološki napredak, i vreme za izradu situacionog plana površinske raskrsnice značajno smanjeno, izgled konačnog rešenja je najčešće takav da ne bi mogao proći iole ozbiljniju tehničku

reviziju po merilima kvaliteta za izradu projekata površinskih raskrsnica većine evropskih zemalja. Upravo zbog toga, motiv za izradu doktorske disertacije bio je da se ponude analitički utemeljene, i kasnije kroz eksperimentalno istraživanje, verifikovane relacije, kojima će pre svega biti stvorene osnove za ispunjenje evropskih standarda kvaliteta za izradu projektnog rešenja situacionog plana površinskih raskrsnica.

Dodatni motiv za izradu ove doktorske disertacije bila je potreba da se izborom elemenata projektne geometrije situacionog plana raskrsnice što više doprinese poboljšanju funkcionalnih karakteristika raskrsnice. Dobro je poznato da isuviše razmaknuti vrhovi naspramnih srednjih razdelnih ostrva u sledećem koraku projektne razrade dovode do velikog izduženja trougaonih ostrva, što na kraju rezultira dislociranim položajem i lošom povezanošću pešačkih prelaza. Loša građevinska rešenja imaju za posledicu poremećaj funkcionalnih karakteristika raskrsnice, u prvom redu povećanje konfliktne zone, produženje ulaznih i izlaznih vremena kao i produženje trajanja svecrvenog svetla, smanjenje kapaciteta raskrsnice i stvaranje tzv. uskih grla na gradskoj mreži. Ne treba zaboraviti da umanjenje funkcionalnih performansi projektnog rešenja u dobroj meri utiče i na pogoršanje bezbednosti odvijanja saobraćaja.

1.2 Cilj istraživanja

Prvi cilj istraživanja je eksperimentalno određivanje graničnih trajektorija za grupe merodavnih vozila pomoću merenja realnih trajektorija tih vozila na specijalno pripremljenom testnom poligonu. Eksperimentalno dobijene granične trajektorije se kasnije porede sa trajektorijama određenim primenom Halter-ovog grafo-analitičkog postupka (Halter 1932) za simulaciju kretanja iste grupe merodavnih vozila.

Drugi cilj je kreiranje jedinstvenog matematičkog modela za određivanje tačnog položaja vozila (ili kombinacije vozila) u kojem se dostiže maksimalna vrednost offtracking-a pri prolasku kroz krivine malih radijusa na površinskim raskrsnicama. U suštini glavni cilj istraživanja je izrada dovoljno tačnog analitičkog modela, a na osnovu njega i kompjuterskog programa na postojećoj CAD platformi, za automatsko iscrtavanje graničnih kriva tragova merodavnih za dimenzionisanje ostalih ključnih

geometrijskih elemenata situacionog plana raskrsnice. Osnovni motiv za izradu opisane CAD aplikacije jeste eliminisanje potrebe za korišćenjem dodatnih softverskih paketa za simulaciju kretanja referentnih vozila. Krajnji cilj istraživanja je u stvari razvoj nove i modifikacija postojeće geometrijske forme trocentrične krivine za aproksimaciju krivih tragova koja minimalno odstupa na "stranu sigurnosti" od graničnih trajektorija vozila, koje su analitički sračunate primenom prethodno razvijenog matematičkog modela.

Da bi se postigli svi zadati ciljevi, istraživanjem će biti obuhvaćeni sledeći zadaci:

- Detaljna analiza postojećih analitičkih modela za proračun maksimalne vrednosti offtracking-a i određivanje položaja gde se ta vrednost dostiže;
- Provera tačnosti i uporedna analiza komercijalnih softverskih paketa, baziranih na vodećoj CAD platformi (AutoDESK) za simulaciju kretanja vozila;
- Analiziranje dostupnih metoda i merne opreme za eksperimentalno merenje vrednosti offtracking-a sa odgovarajućim nivoom tačnosti (najveća dopuštena greška pri merenju X i Y koordinata prethodno označenih markera na vozilu mora biti manja od 5.00 cm);
- Definisane početnih ograničenja vezanih za izvođenje eksperimenta u smislu ravnosti platoa, nivoa trenja i vlažnosti kolovoza, kao i drugih uslova na konkretnoj lokaciji gde će se izvoditi eksperiment;
- Odabir vozila za koja će biti analizirane ključne tehničke specifikacije i utvrđene realne granične trajektorije kretanja i vrednosti offtracking-a;
- Sprovođenje eksperimenta na terenu;
- Analiziranje rezultata eksperimenta i poređenje eksperimentalno merenih krivih tragova sa krivama dobijenim simulacijom pomoću Halter-a;
- Razvoj originalnog matematičkog modela za proračun trajektorija kretanja vozila i proračun položaja vozila pri dostizanju maksimalne vrednosti offtracking-a;
- Razvoj kompjuterskog programa u AutoLISP-u za iscertavanje graničnih trajektorija vozila na bazi prethodno razvijenog matematičkog modela;
- Detaljna provera i ispitivanje da li odnosi susednih radijusa u trocentričnoj krivini (2:1:3, ili 2.5:1:5.5) predstavljaju zaista najpogodnije odnose susednih radijusa pri konstrukciji trocentrične krivine u smislu najmanjeg odstupanja

između unutrašnje granične trajektorije vozila i usvojene geometrije trocentrične krivine;

- Modifikacija postojeće i razvoj nove geometrijske forme trocentrične krivine koja treba minimalno da odstupa na "stranu sigurnosti" u odnosu na granične trajektorije vozila dobijene primenom prethodno razvijenog matematičkog modela za proračun trajektorija povlačenja.

1.3 Polazne hipoteze i postavke

Razvoj novog matematičkog modela za proračun trajektorija kretanja vozila najvećim delom biće oslonjen na već postojeći matematički model Međunarodne agencije za organizaciju civilnog vazdušnog saobraćaja ICAO (International Civil Aviation Organization). Pri projektovanju rulnih staza i drugih manevarskih površina za kretanje aviona na aerodromima, proširenje (fillet) rulne staze u krivini neophodno je izvesti zbog samih dimenzija aviona. Da bi se proširenje (fillet) pravilno projektovalo, ICAO propisuje poseban postupak proračuna kretanja aviona (ICAO 2005). Osim za proračun kretanja aviona, identične formule iz ICAO-ovog modela mogu se primeniti za proračun kretanja samostalnog vozila ako je njegova vodeća putanja oblika kružne krivine. Iz prethodnog istraživanja i velikog broja izvedenih simulacija poznato je da trajektorije vozila dobijene korišćenjem ICAO-ovog matematičkog modela idealno odgovaraju graničnim trajektorijama konstruisanim na bazi Halter-ovog grafičkog postupka, pod uslovom da je korak pri izvođenju Halter-ove simulacije bio dovoljno mali (≤ 1.0 m).

Organizacija i izvođenje eksperimenta sa realnim vozilima na testnom poligonu ima upravo za cilj da potvrdi opravdanost upotrebe ICAO-ovog modela kao polazne osnove budućeg matematičkog modela. Novorazvijeni matematički model za proračun trajektorije kretanja i određivanje položaja vozila sa maksimalnom vrednošću offtracking-a treba da pokaže da je moguće sa dovoljnom tačnošću aproksimirati graničnu trajektoriju vozila bez upotrebe softvera za simulaciju kretanja vozila. Da bi se budući matematički model što više pojednostavio za praktičnu primenu, a istovremeno zadržao i zadovoljavajući nivo tačnosti proračuna, uvedene su sledeće polazne hipoteze i postavke:

- Granične trajektorije vozila, dobijene eksperimentalnim merenjima sa terena, opisuju tačne trajektorije najisturenijih tačaka izabranih testnih vozila pri njihovom kretanju duž obeleženih putanja na testnom poligonu;
- Poređenje krivih tragova iz eksperimentalnih merenja i krivih dobijenih simulacijom na osnovu Halter-a za iste manevre kretanja vozila treba da pokaže da su krive tragova dobijene Halter-ovom simulacijom na "strani sigurnosti" u odnosu na krive izmerene u eksperimentu;
- Putanja kretanja vozila aproksimira se prostom kružnom krivinom smeštenom između tangentskih pravaca, odnosno, ulazne i izlazne tangente;
- Podužna osa vozila pre izvođenja manevra skretanja na testnom poligonu idealno je poravnata sa ulaznom tangentom, odnosno, početnim pravolinijskim odsekom putanje kretanja;
- Brzina kretanja izabranih merodavnih vozila pri izvođenju testnih vožnji treba biti ograničena (≤ 15.0 km/h), kako bi se eliminisao uticaj dinamike vozila;
- Dosad objavljeni relevantni radovi vezani za analitički proračun graničnih trajektorija vozila dokazali su da se u uslovima malih brzina pri kretanju vozila kroz površinske raskrsnice može zanemariti dinamika vozila, pa će stoga problem proračuna konkretne vrednosti offtrackinga-a biti rešen isključivo kao geometrijski i kinematički problem;
- Maksimalna vrednost offtracking-a dostiže se neposredno nakon što vozilo napusti kružni odsek putanje i počne da se ispravlja, tj. poravnava duž pravca izlazne tangente;
- Analitičko rešenje proračuna tačnog položaja u kojem se dostiže maksimalna vrednost offtracking-a samostalnog vozila može da se iskoristi i za dovoljno tačan proračun položaja maksimalnog offtracking-a kombinovanih vozila sastavljenih iz više slogova;
- Poređenjem graničnih trajektorija vozila sračunatih na osnovu novorazvijenog matematičkog modela i krivih tragova dobijenih iz simulacija kretanja pomoću Halter-a treba da se pokaže da su granične trajektorije iz matematičkog modela umereno na "strani sigurnosti" u odnosu na granične trajektorije iz simulacije;
- Geometrija unutrašnje granične trajektorije vozila ne mora nužno da se aproksimira tradicionalnom geometrijskom formom trocentrične krivine sa odnosom susednih radijusa 2:1:3, ili 2.5:1:5.5;

- Optimalna kombinacija susednih radijusa R_1 , R_2 , R_3 i veličina njima pripadajućih uglova α , β , δ u trocentričnoj krivini u prvom redu zavise od veličine radijusa i skretnog ugla krivine, kao i od dužine krute baze, odnosno, dimenzija merodavnog vozila koje će prolaziti kroz tu krivinu.

1.4 Struktura istraživačkog rada

Pored uvodnog dela na početku, doktorska disertacija se sastoji od poglavlja koja sadrže pregled literature, organizaciju i izvođenje eksperimenta na terenu sa analizom dobijenih rezultata, razvoj matematičkog modela, a zatim i softverskog alata za analizu podobnosti primene postojeće geometrijske forme trocentrične krivine, i na kraju zaključak.

U uvodnom poglavlju istaknut je značaj graničnih trajektorija vozila za pravilno oblikovanje geometrijskih elemenata situacionog plana površinskih raskrsnica. Pored definisanja predmeta istraživanja nabrojani su ključni ciljevi disertacije i navedene polazne hipoteze, a na kraju uvodnog poglavlja prikazana je i kompletna struktura rada. Radi jasnijeg uvida u sve planirane aktivnosti i korake tokom izrade disertacije, na posebnom crtežu na strani 9 prikazana je detaljna algoritamska struktura cele doktorske disertacije po fazama izrade.

Drugo poglavlje sa pregledom literature sadrži relevantna dosadašnja saznanja o pojavi fenomena "offtracking-a" pri skretanju vozila kao i o metodama za njegov proračun. Detaljno su analizirani svi parametri postojećih matematičkih modela za proračun offtracking-a kao i matematički aparat na kome su zasnovani ti modeli. Takođe, u pregledu literature, akcentat je stavljen na analize prohodnosti merodavnog vozila i primenu različitih metoda, uključujući i savremena softverska rešenja za simulaciju kretanja vozila. Analizirana je mogućnost primene tradicionalnih formi trocentrične krivine (2:1:3, 2.5:1:5.5) za aproksimaciju unutrašnjih graničnih trajektorija merodavnih vozila. Navedena su aktuelna istraživanja i terenske studije u kojima su predstavljene različite eksperimentalne metode za merenje vrednosti offtracking-a i određivanje graničnih krivih prohodnosti za teška teretna i druga dugačka vozila.

ALGORITAM IZRADJE DOKTORSKE DISERTACIJE

I EKSPERIMENTALNO ODREĐIVANJE TRAJEKTORIJE KRETANJA ZA GRUPE MERODAVNIH VOZILA

EKSPERIMENT

HALTER

Poređenje krivih tragova iz EKSPERIMENTA i HALTER-a

ZAKLJUČAK:
HALTER je na strani sigurnosti u odnosu na EKSPERIMENT

II RAZVOJ MATEMATIČKIH MODELA ZA PRORAČUN TRAJEKTORIJE POVLAČENJA VOZILA

HALTER

MATEMATIČKI MODELI

Ia

GRADSKI AUTOBUS

Iib

TEGLJAČ SA POLUPRIKOLICOM

Iic

KAMION SA PRIKOLICOM

Poređenje HALTER-a i matematičkog modela

ZAKLJUČAK:
MATEMATIČKI MODEL je na strani sigurnosti u odnosu na HALTER

BAZA SA TRAJEKTORIJAMA POVLAČENJA VOZILA ZA RAZLIČITE VOŽENE RADIJUSE I SKRETNE UGLOVE

Rvoz	gama	X1	Y1	X2	Y2	X3	Y3	X4	Y4	X5	Y5	X6	Y6	X7	Y7	X8	Y8	X9	Y9	X10	Y10	X11	Y11	X12	Y12	X13	Y13	
15.00	30.00	1.2750	-16.2092	1.2813	-13.6099	1.3517	-11.0787	1.5320	-8.6440	2.1479	-4.5476	3.2712	-0.4098	3.5797	0.4787	4.5625	3.1328	6.6098	7.5982	12.0178	11.1986	16.4036	13.6113	20.7674	17.1138	27.0920		
15.00	45.00	1.2750	-18.4032	1.3054	-14.5276	1.5320	-10.6380	2.0836	-7.4034	3.2258	-3.6326	4.7433	-0.4102	5.5224	0.9091	7.0401	3.2449	10.0554	7.0824	13.2966	10.8095	16.6640	14.4618	20.1028	18.0670	25.0939	23.2908	
15.00	60.00	1.2750	-20.8503	1.3517	-15.7197	1.8576	-10.9641	3.0445	-6.7175	4.7729	-3.3635	6.1778	-1.4057	7.9132	0.5037	9.9174	2.3901	13.7515	5.3707	17.8087	8.1680	21.9857	10.8467	26.2287	13.4526	32.3862	17.2259	
15.00	75.00	1.2750	-23.6999	1.4257	-17.3387	2.3554	-11.6199	4.3998	-6.7667	6.7344	-3.9419	7.8791	-2.8835	10.6306	-0.9491	13.0335	0.3541	17.4682	2.2892	22.0913	3.9721	26.8091	5.4972	31.5765	6.9273	38.4936	8.9944	
15.00	90.00	1.2750	-27.1900	1.5320	-19.6248	2.9977	-13.0396	6.2927	-7.9143	9.1240	-5.7375	9.9338	-5.2521	13.5674	-3.7797	16.2061	-3.1311	20.9711	-2.3699	25.8641	-1.9164	30.8122	-1.6495	35.7855	-1.4934	43.0000	-1.2750	
15.00	105.00	1.2750	-31.7384	1.6747	-22.9976	3.8221	-15.6637	8.5808	-10.6423	11.7870	-9.2194	12.2262	-9.0639	16.5367	-8.4174	19.2432	-8.4706	24.0364	-8.9380	28.8788	-9.7480	33.7275	-10.7602	38.5721	-11.8904	45.5982	-13.5380	
15.00	120.00	1.2750	-38.1708	1.8576	-28.2846	4.9427	-20.3745	11.1743	-15.8590	14.5891	-15.2682	14.6362	-15.2392	19.3630	-15.6774	21.9567	-16.4309	26.4667	-18.1008	30.9369	-20.1237	35.3603	-22.3490	39.7488	-24.6904	46.1112	-28.0946	
15.00	135.00	1.2750	-48.4032	2.0836	-37.4034	6.2570	-29.0925	13.9459	-25.5450	17.0369	-25.7503	17.3726	-25.8218	21.8715	-27.4211	24.1757	-28.8236	28.1044	-31.5888	31.9027	-34.6913	35.6023	-37.9811	39.2369	-41.3758	44.5040	-46.3072	
15.00	150.00	1.2750	-68.1708	2.3554	-56.0907	7.7490	-47.5781	16.7408	-45.4681	19.3302	-46.2852	19.9692	-46.5958	23.9020	-49.2843	25.7586	-51.2387	28.8437	-54.9168	31.7138	-58.8917	34.4386	-63.0241	37.0725	-67.2424	40.8862	-73.3670	

III RAZVOJ NOVE I MODIFIKACIJA POSTOJEĆE GEOMETRIJSKE FORME TROCENTRIČNE KRIVINE

Kombinacije odnosa geometrijskih parametara R1/R2, R2/Rvoz, R3/R2 i xAlfa, xBeta, xDelta

broj	R1/R2	R2/Rvoz	R3/R2	xAlfa	xBeta	xDelta
1.0	1.5000	0.4000	3.0000	0.8000	5.9000	0.8000
2.0	1.5000	0.4000	3.0000	0.8000	5.8000	0.9000
3.0	1.5000	0.4000	3.0000	0.8000	5.7000	1.0000
4.0	1.5000	0.4000	3.0000	0.8000	5.6000	1.1000
5.0	1.5000	0.4000	3.0000	0.8000	5.5000	1.2000
6.0	1.5000	0.4000	3.0000	0.8000	5.4000	1.3000
7.0	1.5000	0.4000	3.0000	0.8000	5.3000	1.4000
8.0	1.5000	0.4000	3.0000	0.8000	5.2000	1.5000
9.0	1.5000	0.4000	3.0000	0.9000	5.8000	0.8000
10.0	1.5000	0.4000	3.0000	0.9000	5.7000	0.9000
...
71805.0	4.0000	2.4000	11.0000	1.5000	4.8000	1.2000
71806.0	4.0000	2.4000	11.0000	1.5000	4.7000	1.3000
71807.0	4.0000	2.4000	11.0000	1.5000	4.6000	1.4000
71808.0	4.0000	2.4000	11.0000	1.5000	4.5000	1.5000

Bira se ona kombinacija odnosa radijusa R1/R2, R2/Rvoz, R3/R2 i uglova xAlfa, xBeta, xDelta koja ima najmanje kvadratno odstupanje u odnosu na trajektorije povlačenja sračunate iz matematičkih modela za analiziranu grupu vozila.

U trećem poglavlju opisana su eksperimentalna merenja graničnih trajektorija izabranih testnih vozila na specijalno pripremljenom poligonu. Osim pripreme samog eksperimenta, izbora tesnih vozila i obeležavanja testnog poligona, detaljno je prikazana korišćena GNSS (Global Navigation Satellite System) merna oprema. Objasnjeno je kako se pomenuta merna oprema postavljala na vozila, zatim tehnika navođenja vozila duž označenih putanja na poligonu i izvođenje konkretnih probnih vožnji. Pre analize mernih rezultata predstavljena je originalno razvijena metodologija za određivanje trajektorija vozila sa jednom krutom bazom i kombinovanih vozila na osnovu snimljenih GPS (Global Positioning System) koordinata. Na kraju ovog poglavlja analizirani su rezultati izvedenog eksperimenta i definisane su referentne trajektorije testnih vozila, kao osnova za testiranje novog matematičkog modela.

Razvoj novog matematičkog modela za proračun trajektorija kretanja vozila prikazan je u četvrtom poglavlju. Dat je detaljan osvrt na već dobro poznati ICAO matematički model za proračun položaja vazduhoplova (vozila). Predstavljeno je analitičko rešenje problema za proračun tačnog položaja sa maksimalnom vrednošću offtracking-a za vozilo sa jednom krutom bazom, na osnovu čega su dalje izvedeni svi matematički modeli za proračun trajektorija vozila u kružnoj krivini, i to redom za vozilo sa jednom krutom bazom, zatim za vozilo sa dva i tri sloga. Urađena je komparativna geometrijska analiza, odnosno, poređenje trajektorija vozila iz matematičkog modela i trajektorija dobijenih simulacijom po metodi Halter-a za sva testna vozila.

Kako bi se efikasno ispitala podobnost primene postojećih geometrijskih formi trocentrične krivine, sa odnosom susednih radijusa 2:1:3 i 2.5:1:5.5, za aproksimaciju krive tragova razvijen je poseban softverski alat i prezentovan u petom poglavlju. Na osnovu prethodno formiranih baza sa trajektorijama povlačenja izabranih merodavnih vozila, i generisanih matrica sa kombinacijama odnosa radijusa i uglova u trocentričnoj krivini, softver bira optimalnu kombinaciju radijusa $R1:R2:R3$ i uglova $\alpha:\beta:\delta$ trocentrične krivine koja ima najmanje kvadratno odstupanje na "strani sigurnosti" u odnosu na trajektorije vozila koje su ranije sračunate pomoću novorazvijenog matematičkog modela.

U šestom poglavlju navedeni su usvojeni zaključci i generalne preporuke za dalja istraživanja. Završna razmatranja obuhvataju zaključke u vezi testiranja novog matematičkog modela za proračun trajektorija povlačenja vozila, kao i zaključke o izboru optimalne geometrijske forme trocentrične krivine.

Na kraju, posle spiska korišćene literature, u prilogima su dati crteži sa dimenzijama svih testnih vozila, kao i osnovne specifikacije korištenog GNSS mernog sistema za određivanje položaja tih vozila na testnom poligonu. Osim dijagrama vezanih za obrađene rezultate eksperimentalnih merenja, priloženi su i dijagrami kreirani tokom razvoja matematičkog modela za proračun maksimalnog offtracking-a, odnosno, položaja karakterističnih tačaka koje opisuju trajektorije povlačenja testnih vozila. U posebnim prilogima prikazane su baze sa sračunatim trajektorijama povlačenja za sve analizirane manevre svakog od izabranih vozila. Prilikom obrade koordinata snimljenih pomoću GPS rovera na testnom poligonu, kao i pri razvoju matematičkog modela za proračun trajektorija povlačenja vozila i softverskog alata za pronalaženje optimalne kombinacije geometrijskih parametara trocentrične krivine, kreiran je veliki broj AutoLISP rutina čiji kodni zapisi su takođe dati u prilogima na kraju disertacije.

2 Pregled literature i analiza dosadašnjih istraživanja

2.1 Uvod

Najveći deo pregleda literature sadrži referentne radove koji se bave proučavanjem fenomena "Offtrackinga" i njegovom uticaju na oblikovanje geometrije situacionog plana površinskih raskrsnica. U suštini, matematički aparat na kome su bazirani analitički modeli za proračun offtracking-a određuje tačnost dobijenih graničnih trajektorija vozila. Nezaobilaznu fazu pri projektovanju površinskih raskrsnica čini analiza prohodnosti za usvojena merodavna vozila. Da bi se neophodne analize prohodnosti precizno izvršile, korištene su različite metode, počevši od šablona za kontrolu prohodnosti iz polovine prošlog veka do modernih metoda koje podrazumevaju kompjuterske programe za simulaciju kretanja vozila u CAD okruženju. Tačnost softverskih alata za simulaciju kretanja i iscrtavanje graničnih trajektorija vozila kontroliše se poređenjem sa trajektorijama dobijenim eksperimentalnim putem, odnosno, merenjem realnih vrednosti offtracking-a za istu grupu analiziranih vozila.

2.2 Definicija kinematičkog modela vozila

Prilikom analize trajektorija kretanja u krivinama malih radijusa ($R < 20.0$ m) usvajaju se određene pretpostavke, odnosno pojednostavljena, vezano za uticaj osobina upravljačkog mehanizma i ponašanje pneumatika vozila izloženih uticajima poprečnih sila. Za pravilno definisanje kinematičkog modela potrebno je dobro poznavanje kinematike kretanja izabranih vozila, kako uvođenje neophodnih pretpostavki i uprošćena ne bi negativno uticalo na tačnost rezultata dobijenih simulacijom kretanja vozila. U teoriji, kretanje vozila u kinematičkim modelima pojednostavljuje se i opisuje kao pomeranje krutog tela na ravni, a sve geometrijske relacije i horizontalni položaj vozila definisani su na osnovu trajektorija koje opisuju dve tačke na krutom telu. Pri tom, to telo (vozilo) posmatra se kao apsolutno kruto i nedeformabilno.

U krivinama malih radijusa, kakve se obično javljaju pri oblikovanju saobraćajnih površina na površinskim raskrsnicama, brzina vožnje je mala ($V \leq 15.0$ km/h) kao i vrednost centrifugalne sile, pa su i bočne sile koje uzrokuju proklizavanje takođe male. Zato se može usvojiti da su točkovi nedeformabilni, tj. kruto vezani za osovine, i da se slobodno rotiraju bez proklizavanja pneumatika.

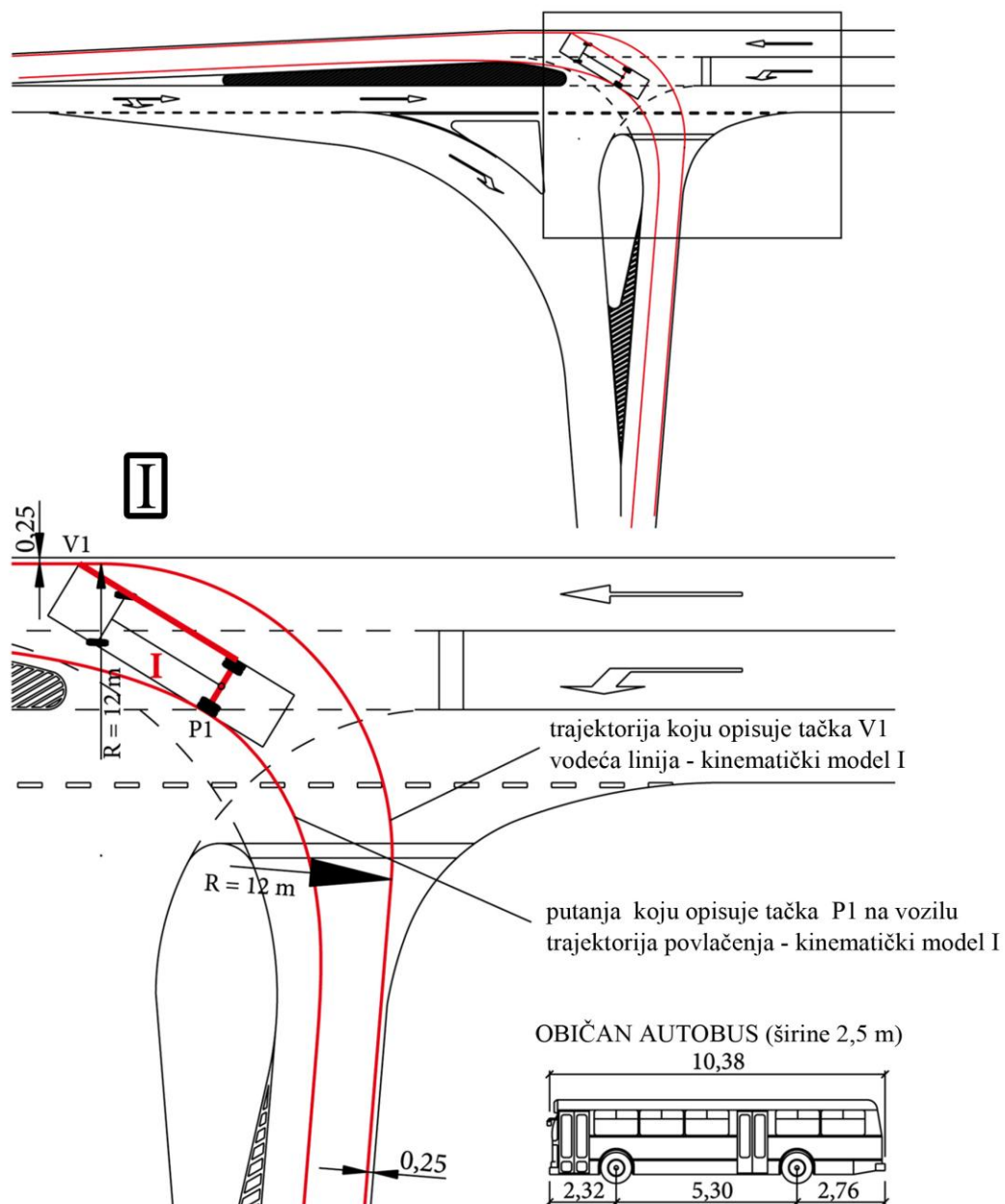
Da bi se mogao praktično primeniti racionalan matematički aparat za proračun graničnih trajektorija, neophodno je pri definisanju kinematičkih modela vozila uvesti sledeća uprošćenja i pretpostavke:

- proklizavanje između pneumatika i kolovoza se ne uzima u obzir;
- sve izvedene simulacije posmatraju se kao kretanje vozila po ravnom, suvom i čistom kolovozu;
- trenje u priključnim elementima za kačenje prikolice (kuke, poteznice) ili nekim drugim zglobnim vezama (zglobni autobusi) se zanemaruje;
- brzina kretanja vozila po pravilu je mala ($V \leq 15.0$ km/h) kako bi se uticaj centrifugalne sile sveo na minimum.
- vodeću liniju prati bazna tačka (datum point) kinematičkog modela, čiji položaj mora biti prethodno definisan u lokalnom koordinatnom sistemu vozila.

Pri analizi uticaja izbora kinematičkog modela na širinu površine koju obuhvataju krive minimalne prohodnosti vozila mogu se izdvojiti tri vrste kinematičkih modela:

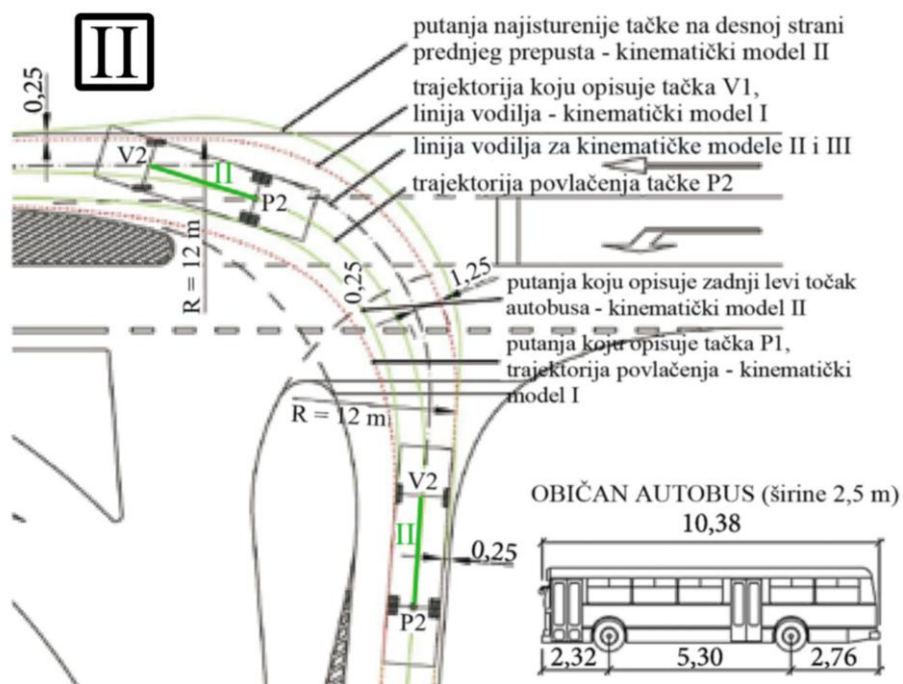
- Kinematički model I, kod kojeg vodeću liniju prati bazna tačka (tačka V1) definisana kao najisturenija spoljna tačka (leva ili desna) na prednjem braniku vozila, dok trajektoriju povlačenja opisuje najisturenija unutrašnja tačka sa bočne strane karoserije vozila pri izvođenju manevra (tačka P1 na slici 2.1);
- Kinematički model II, gde vodeću liniju prati bazna tačka V2 na sredini prednje osovine, a tačka P2, koja opisuje trajektoriju povlačenja, nalazi se na sredini zadnje osovine (slika 2.2);
- Kinematički model III, čija kruta baza prati liniju vodilju sa baznom tačkom V3 smeštenom na sredini prednjeg branika vozila, dok se tačka P3, čije pomeranje generiše trajektoriju povlačenja, nalazi na sredini zadnje osovine, isto kao kod kinematičkog modela II (slika 2.3).

Kinematički model I simulira ponašanje vozila u realnim saobraćajnim uslovima kada vozač najisturenijom tačkom sa desne strane prednjeg prepusta vozila prati postavljenu vodeću liniju pri levom skretanju, dok je granična unutrašnja trajektorija (trajektorija povlačenja) definisana putanjom zadnjeg levog najisturenijeg točka (slika 2.1). Za kinematički model I linija vodilja je oblikovana kao kružna krivina radijusa 12.0 m. Treba naglasiti da je izlazni pravac ove vodilje pomeren za zaštitno rastojanje od 0.25 m u odnosu na ivičnjak trotoara poprečne ulice (slika 2.1).



Slika 2.1 Definisane trajektorije kretanja najisturenijih tačaka vozila za kinematički model I (izvor: Dragčević i ost. 2008)

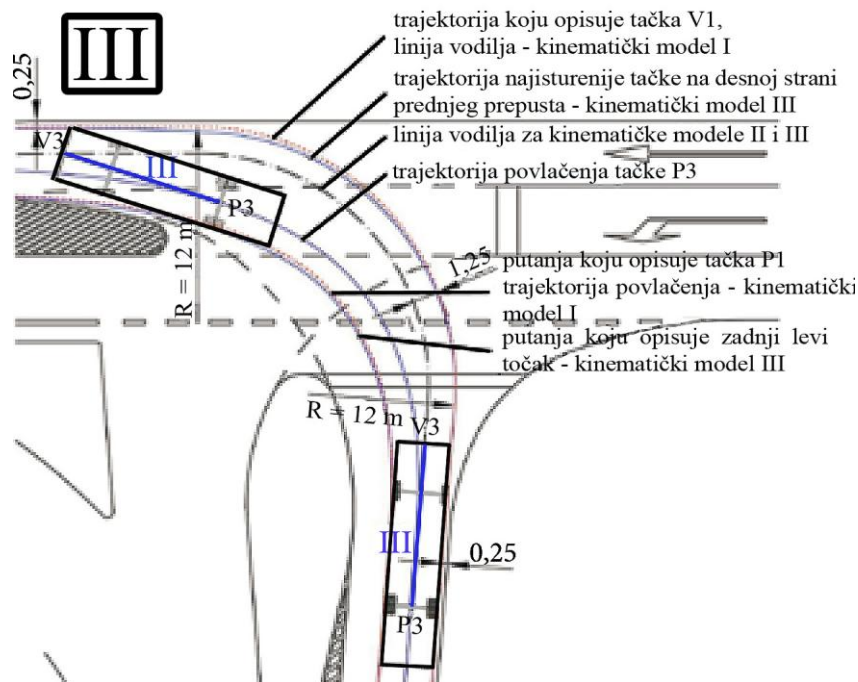
Dok neke metode za iscertavanje kriva prohodnosti koriste upravo ovaj kinematički model kretanja vozila (Dragčević i ost. 2008), većina drugih metoda, npr. austrijski standardi i smernice za projektovanje raskrsnica RVS 03.05.11 (FSV 2005) i RVS 03.05.12 (FSV 2007), kao i metode primenjene u specijalizovanim softverima za iscertavanje kriva tragova vozila (AutoTurn - Transoft 2018b; Vehicle Tracking - Autodesk 2018b; CARD/1 - 2018; RIB - Stratis 2018; Autopath - CGS Labs 2018; Gavran 2013), koriste kinematički model sa krutom bazom definisanom u podužnoj osovini vozila. U slučaju kada je kinematički model postavljen duž osovine vozila, tačka koja prati vodeću liniju V najčešće se nalazi na sredini prednje osovine, dok je tačka P koja opisuje trajektoriju povlačenja smeštena u sredini zadnje osovine, kao što je i prikazano na kinematičkom modelu II (slika 2.2).



Slika 2.2 Definisane trajektorije kretanja najisturenijih tačaka vozila za kinematički model II (izvor: Dragčević i ost. 2008)

Linija vodilja za kinematičke modele II i III takođe je oblikovana kao prosta kružna krivina sa ulaznim i izlaznim pravcem, odnosno, na način da je u stvari samo paralelno smaknuta za 1.25 m (polovina širine vozila) ka unutrašnjosti krivine u odnosu na liniju vodilju definisanu za kinematički model I (slike 2.2 i 2.3). Ovo paralelno pomeranje linije vodilje za kinematičke modele II i III zapravo omogućava međusobno poređenje tri različita kinematička modela za slučaj kretanja vozila duž putanje sastavljene samo

od proste kružne krivine i tangentskih pravaca. Jednostavnije rečeno, vozilo koje je predstavljeno kinematičkim modelom II prednjim desnim točkom prati liniju vodilju kinematičkog modela I, dok istu liniju vodilju u slučaju kinematičkog modela III prati najisturenija desna tačka na prednjem prepustu vozila. Iako prema nekim istraživanjima (Dragčević i ost. 2008) kinematički model I ima izvesne prednosti u odnosu na kinematičke modele II i III, njegova primena za kontrolu uslova prohodnosti prilikom projektovanja površinskih raskrsnica nije toliko zastupljena u praksi.

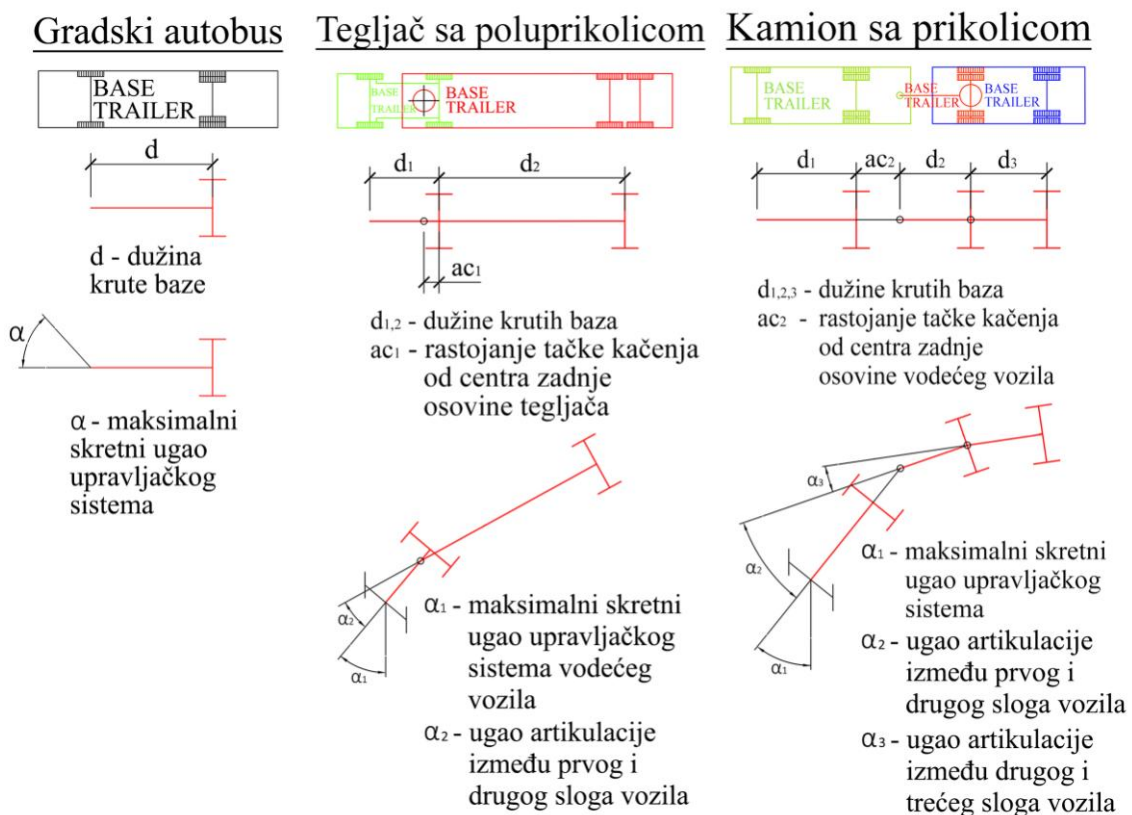


Slika 2.3 Definisane trajektorije kretanja najisturenijih tačaka vozila za kinematički model III (izvor: Dragčević i ost. 2008)

Trajektorije povlačenja dobijaju se primenom posebno razvijenih proračunskih metoda i offtracking modela na kojima se baziraju svi kompjuterski programi za simulaciju kretanja vozila. Linija vodilja, paralelno pomerena za polovinu širine vozila na spoljnu stranu (za kinematičke modele II i III), u geometrijskom smislu zapravo predstavlja trajektoriju najisturenije spoljne tačke na vozilu. Na oblikovanje elemenata u situacionom planu površinskih raskrsnica, kod sva tri tipa kinematičkih modela, dominantno utiče geometrija trajektorije najisturenije unutrašnje tačke vozila, odnosno, geometrija trajektorije povlačenja. Površina omeđena linijom paralelno iscrtanom liniji vodilji i trajektorijom povlačenja najisturenije unutrašnje tačke vozila u krivini predstavlja neophodan prostor, odnosno, širinu vozne trake za skretanje vozila. Tako

omeđen prostor mora biti oslobođen od svih fizičkih prepreka, uz obezbeđenje dodatnog zaštitnog rastojanja duž graničnih trajektorija najisturenijih tačaka vozila.

Pre izvođenja simulacija kretanja radi kontrole prohodnosti vozila za različite manevre skretanja, a sve u cilju preciznog oblikovanja elemenata u situacionom planu površinske raskrsnice, veoma je važno tačno definisati položaj krute baze na kinematičkom modelu vozila kao i referentnu baznu tačku kojom će usvojena kruta baza pratiti zadanu geometriju linije vodilje. Na slici 2.4 prikazani su primeri kinematičkih modela za tri različite kategorije dugačkih vozila: gradski autobus, kamion sa prikolicom i tegljač sa poluprikolicom. Na istoj slici iskotirane su dužine krutih baza vodećeg i priključnih vozila, kao i položaji kuka za kačenje. Za kinematičke modele tipa II i III, trajektorije koje opisuju kuke na vodećim vozilima predstavljaju ustvari vodeće putanje za bazne tačke priključnih vozila. Prikazani kinematički modeli na slici 2.4 odgovaraju kinematičkom modelu tipa II, kako je to prethodno definisano. Kod poluprikolica sa više osovina, dužina krute baze se meri od težišta zadnjeg osovinskog sloga do mesta kačenja za tegljač.



Slika 2.4 Primeri kinematičkih modela tipa II za vozila sa jednim, dva i tri sloga

2.3 Definicija fenomena offtracking-a pri skretanju vozila

Kad voz ili druga vozila koja se kreću po šinama prolaze kroz deonice pruge u krivini, zadnji točkovi uvek precizno prate putanje prednjih točkova. Za razliku od njih, kod drumskih vozila kao što su bicikli, automobili i kamioni, prilikom kretanja kroz krivine malih radijusa, zadnji točkovi ne prate putanje kretanja onih prednjih. Tokom skretanja drumskih vozila pri malim brzinama prednji točkovi nastoje da "vuku" zadnje točkove direktno prema njima, sekući na taj način unutrašnjost krivine. Ovo postepeno povlačenje i zanošenje zadnjih točkova ka unutrašnjosti krivine u odnosu na prednje pri manevrima skretanja, definiše se u literaturi na engleskom jeziku kao "Offtracking" fenomen. Intenzitet pojave ovog fenomena, odnosno veličina offtracking-a je mala za bicikle i automobile i obično se može zanemariti. Međutim, kod dugačkih vozila kao što su autobusi, kamioni i druga teška teretna vozila, veličine offtracking-a znatno su veće i predstavljaju značajan faktor pri projektovanju površinskih raskrsnica, parkinga, prilaznih puteva, rampi i drugih saobraćajnih površina.

U zavisnosti od brzine kretanja vozila mogu se javiti dva tipa offtracking-a:

- Pojava offtracking-a pri kretanju vozila malim brzinama ($V \leq 15.0$ km/h) (u literaturi se najčešće definiše kao "Low-speed offtracking");
- Pojava offtracking-a pri kretanju vozila većim brzinama ($V > 80.0$ km/h) ("High-speed offtracking").

2.3.1 Pojava offtracking-a pri malim brzinama

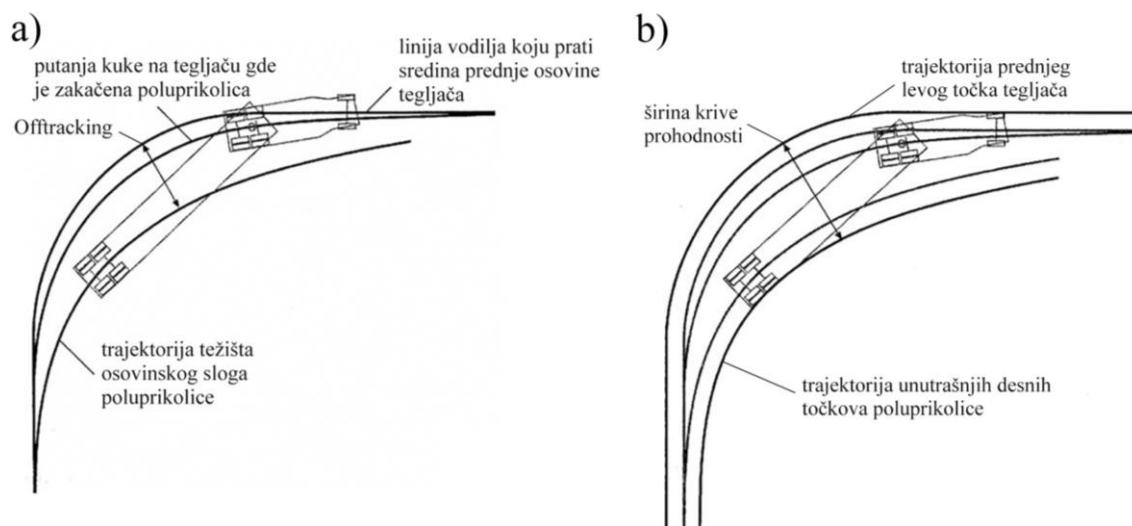
"Low-speed offtracking" nastaje pri manevrima skretanja dugačkih vozila ili kretanjem veoma malim brzinama kroz krivine manjeg radijusa. Pošto su brzine kretanja male, delovanje centrifugalne sile i bočnog proklizavanja svodi se na minimum, a raspodela težine, karakteristike ogibljena, kao i drugi vozno-dinamički parametri vozila imaju zanemarljiv uticaj na ukupnu veličinu offtracking-a. Konkretno vrednosti "Low-speed offtracking-a" mogu se izraziti na dva načina:

- kao radijalno rastojanje ili jednostavno offtracking između vodeće linije, odnosno putanje koju prati referentna bazna tačka na sredini prednje osovine

vodećeg vozila, i trajektorije središta zadnje osovine vozila ili težišta poslednjeg osovinskog sloga ako je u pitanju kombinovano vozilo sa poluprikolicom ili više prikolica (slika 2.5a);

- kao širina krive prohodnosti merena između graničnih trajektorija koje opisuju spoljašnji prednji točak tegljača i unutrašnji zadnji točak poluprikolice za vozilo sa slike 2.5b. Termin "kriva prohodnosti vozila" je mnogo više zastupljen u projektantskoj praksi, a u literaturi na engleskom jeziku za širinu krive prohodnosti se obično vezuje izraz "swept path width". Umesto "širine krive prohodnosti" često se koristi i termin "širina traga točkova vozila", da se izrazi rastojanje između graničnih trajektorija vozila.

Za konkretnu primenu u projektovanju površinskih raskrsnica fenomen "Low-speed offtracking-a" ima mnogo veći značaj nego "High-speed offtracking". Oblik krive prohodnosti u prvom redu zavisi od geometrije linije vodilje koju prati vozilo i konkretnog tipa i dimenzija tog vozila. Razumljivo je da će se pri skretanju vozila sa većim dužinama krutih baza javljati mnogo veće vrednosti offtracking-a, a samim tim i šire krive prohodnosti.

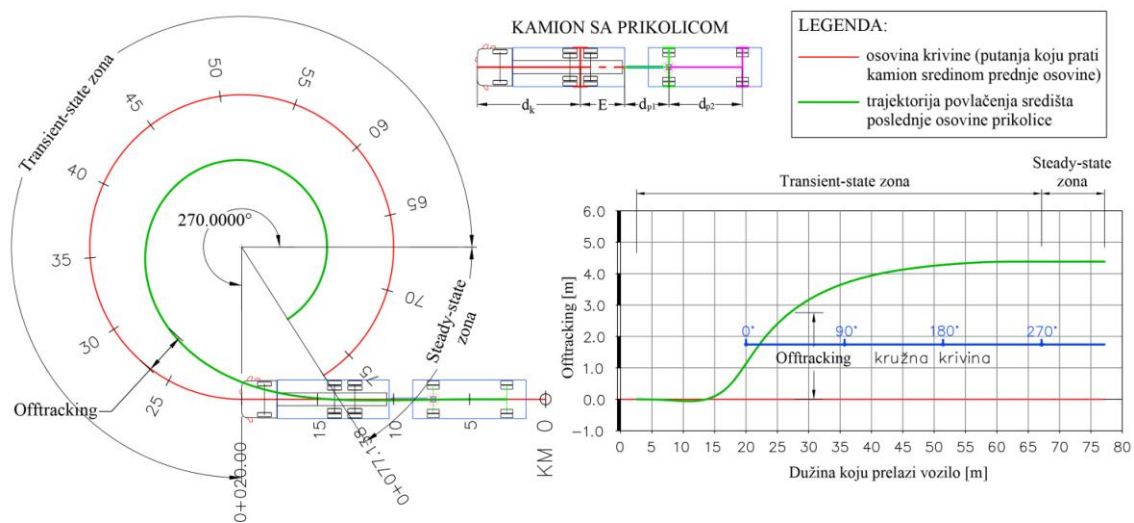


Slika 2.5 Izražavanje veličine "Low-speed offtracking-a" preko: a) merenja radijalnog rastojanja; b) merenja širine krive prohodnosti (izvor: Harwood i ost. 2003)

Vrednost offtracking-a se postepeno povećava kako vozilo nastavlja da skreće, odnosno, pomera se sve dalje prema kraju krivine. Ako vozilo nastavi da se kreće u dugačkoj krivini konstantnog radijusa, vrednost offtracking-a u jednom trenutku dostiže neku

konstantnu ili konačnu vrednost. Konstantna vrednost offtrackinga (OT_{ss}) može se postići jedino ako se vozilo kreće kroz dovoljno dugačku krivinu konstantnog radijusa koja ima skretni ugao veći od 270° . Ova konačna vrednost offtracking-a, kada se daljim kretanjem vozila po krivini konstantne zakrivljenosti ne može uvećati njegova veličina, obično se u literaturi naziva "steady-state offtracking".

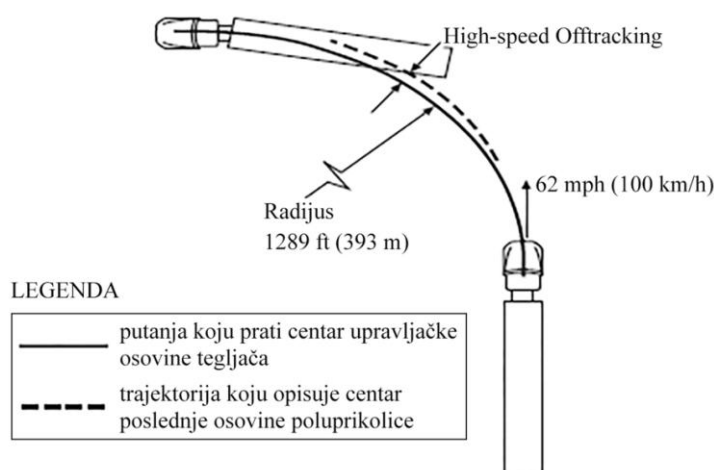
Sve dok vozilo ne dostigne konstantnu vrednost (steady-state offtracking) veličina offtracking-a postepeno raste pri kretanju vozila duž krivine konstantnog radijusa. Ovo postepeno razvijanje veličine offtracking-a od početne (nulte) do konstantne vrednosti definiše se kao prelazno offtracking stanje ili "transient-state offtracking". Putna geometrija na gradskim saobraćajnicama uglavnom se sastoji od kraćih krivina konstante zakrivljenosti, odnosno, kružnih krivina sa skretnim uglovima u rasponu od 60° do 120° . Shodno tome, za projektovanje površinskih raskrsnica i drugih saobraćajnih površina za drumska vozila mnogo je interesantnije kako se menjaju vrednosti offtracking-a na kružnim krivinama kraće dužine, odnosno, kako se menja veličina offtracking-a u aktivnom "transient-state" stanju. Na slici 2.6 prikazana je promena veličine offtracking-a za kamion sa prikolicom koji se kreće dugačkom kružnom krivinom, odnosno, pokazano je kako izgleda jedinstven dijagram za "transient-state" i "steady-state" offtracking. Sa dijagrama se vidi da, kada skretni ugao kružne krivine pređe 270° , veličina offtracking-a asimptotski teži nekoj konstantnoj vrednosti, odnosno, OT_{ss} (steady-state offtracking).



Slika 2.6 Promena veličine offtracking-a za "transient-state" i "steady-state" stanje.

2.3.2 Pojava offtracking-a pri većim brzinama

Kada se vozilo kreće kroz krivinu većom brzinom, zadnja osovina vozila, ili poslednje osovine prikolice ako je u pitanju kombinovano vozilo, teži da "pobegne" ka spoljnoj strani krivine. Ova tendencija pomeranja na spoljnu stranu krivine naziva se u literaturi "high-speed offtracking" (slika 2.7). U odnosu na fenomen low-speed offtracking-a, pojava offtracking-a pri većim brzinama deluje u suprotnom smeru, tako da ova dva fenomena deluju nasuprot jedan drugom. Pri nižim brzinama, prevlađuje uticaj low-speed offtracking-a, ali sa porastom brzine kretanja kroz krivine većeg radijusa taj uticaj se smanjuje. U jednom trenutku, pri dovoljno velikoj brzini, low-speed i high-speed offtracking se međusobno poništavaju, što rezultira stanjem koje se zove nulto offtracking stanje ili "net offtracking". Daljim povećavanjem brzine kretanja zadnji kraj vozila počinje polako da se zanositi na spoljašnju stranu, odnosno, porast veličine high-speed offtracking-a nadvlada vrednosti low-speed offtracking-a.



Slika 2.7 High-speed offtracking - tegljač sa poluprikolicom (izvor: USDOT 2000)

Model za proračun konačne ili apsolutne vrednosti high-speed offtracking-a inicijalno su razvili Bernard & Vanderploeg (1981). Njihov model kasnije su revidirali i dodatno objasnili Glauz & Harwood (1991). Ovaj model uključuje parametre za proračun konstantne vrednosti low-speed offtracking-a, i dodatni modul za proračun veličine high-speed offtracking-a koja najviše zavisi od brzine i predstavlja dodatak na već sračunate vrednosti offtracking-a. Upravo ta dodatna vrednost offtracking-a kao posledica povećanja brzine kretanja, proporcionalna je dužini krute baze vozila, a ne

kvadratu te dužine kao što je slučaj kod low-speed offtrackinga-a. S druge strane, vrednosti high-speed offtrackinga-a rastu proporcionalno sa kvadratom brzine, a smanjuju se sa povećanjem radijusa krivine.

Prema istraživanjima sprovedenim u SAD (USDOT 2000), fenomen high-speed offtrackinga-a najčešće se javlja pri kretanju dugačkih vozila brzinama preko 80.0 km/h (tegljači sa poluprikolicama, vučni vozovi), i to po pravilu u krivinama radijusa većih od 250.0 m. Čak i na velikim površinskim raskrscima pojava ove vrste offtrackinga-a izuzetno je retka, dok se na denivelisanim raskrscima sa komotnijom geometrijom rampi, kakve se obično grade u SAD i Kanadi, high-speed offtracking može javiti na dugačkim poludirektnim i direktnim rampama. Za projektovanje puteva i raskrsnica high-speed offtracking ima mnogo manji značaj u poređenju sa low-speed offtrackingom. Iz tog razloga detaljnija analiza proračunskih modela i metodologije za merenje high-speed offtrackinga-a nisu bili predmet istraživanja ove disertacije.

2.3.3 Matematički modeli za proračun offtrackinga-a

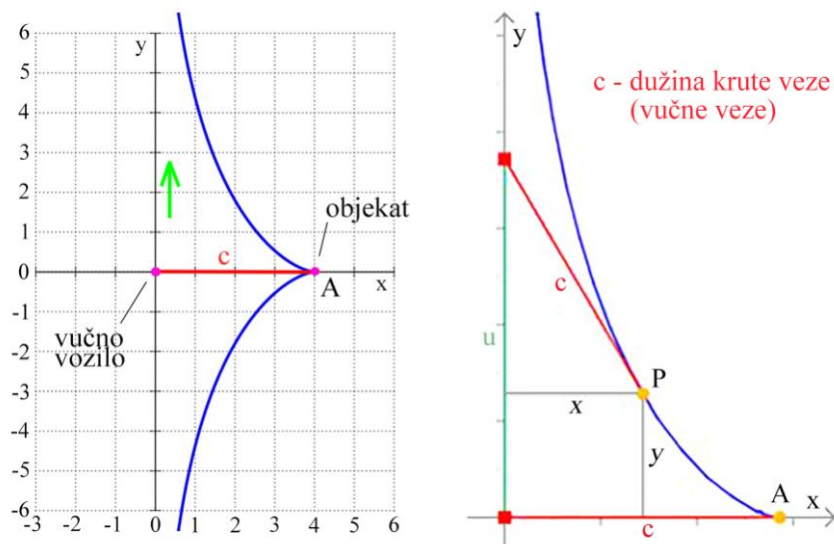
Pre razvoja matematičkog aparata koji je mogao obezbediti dovoljnu tačnost proračuna offtrackinga-a za inženjersku upotrebu, bilo je neophodno unaprediti i razviti opšte metode matematičke analize, pre svega one koje se odnose na diferencijalni i integralni račun, kao i numeričke metode za integraciju diferencijalnih jednačina. Najveći broj matematičkih modela koji su razvijeni za proračun offtracking - a, zasnovan je na tzv. "Bicycle Offtracking model-u", koji podrazumeva da su svi neupravljivi točkovi vozila kruto povezani za neupravljivačke osovine i predstavljeni kao jedan "ekvivalentni točak" smešten u težištu položaja realnih točkova.

Prvi radovi i istraživanja koji se mogu povezati sa problemom proračuna offtrackinga-a datiraju još od kraja 17. veka, kada je nemački filozof i matematičar Gottfried Wilhelm Leibniz na bazi vlastitih radova iz oblasti diferencijalnog i integralnog računa definisao opštu jednačinu "traktrise" 1693. god. Traktrisa (na engleskom tractrix) predstavlja krivu liniju duž koje se objekat pomera pod uticajem trenja na horizontalnoj ravni kada ga pomoću krute vučne veze vuče neko vučno vozilo, npr. traktor. Tačan oblik traktrise

može da se dobije samo kada se vučno vozilo pomera beskonačno malom brzinom pod pravim uglom u odnosu na liniju koja označava početni položaj između objekta i vučnog vozila.

Ako se pretpostavi da je početni položaj objekta u tački $(c, 0)$, odnosno u tački sa koordinatama $(4, 0)$ kako je i prikazano na slici 2.8, i ako je vučna tačka (vozilo) smeštena u koordinatnom početku, dužina krute veze ili vučne linije je 4 jedinice. Neka vučno vozilo počne da se pomera u pozitivnom smeru duž y ose. U svakom trenutku kruta vučna veza tangiraće traktrisu $y = y(x)$ koju opisuje objekat, tako da jednačina traktrise postaje u potpunosti određena sa pomeranjem vučnog vozila. Za tačku $P(x, y)$ važi sledeća relacija:

$$(u - y)^2 + x^2 = c^2 \quad (2.1)$$



Slika 2.8 Izgled krive oblika traktrise kada se objekat nalazi u početnom položaju $(4, 0)$

Dalje važi:

$$y' = \frac{u - y}{x} \quad (2.2)$$

Iz čega slede jednakosti:

$$(u - y)^2 = y'^2 \cdot x^2 \quad (2.3)$$

$$y'^2 \cdot x^2 = c^2 - x^2 \quad (2.4)$$

Dobija se diferencijalna jednačina:

$$y' = -\frac{\sqrt{c^2 - x^2}}{x} \quad (2.5)$$

Kada se ova jednačina integriraju:

$$y(x) = -\int_x^c \frac{\sqrt{c^2 - x^2}}{x} dx + C = \pm \left(c \ln \left(\frac{c + \sqrt{c^2 - x^2}}{x} \right) - \sqrt{c^2 - x^2} \right) + C \quad (2.6)$$

Za početni uslov: $y(c) = 0$ dalje sledi da je $C = 0$ i dobija se jednačina traktrise:

$$y(x) = c \ln \left(\frac{c + \sqrt{c^2 - x^2}}{x} \right) - \sqrt{c^2 - x^2} \quad (2.7)$$

Kao što se vidi sa slike 2.8 kriva traktrise ima dve grane, kada se objekat kreće prema pozitivnom, odnosno, negativnom smeru Y ose. Primena jednačine traktrise za proračun vrednosti offtracking-a ograničena je samo na vozila sa jednom krutom bazom, i to pod uslovom da vozilo skreće na pravac koji je upravan na početni položaj osovine vozila.

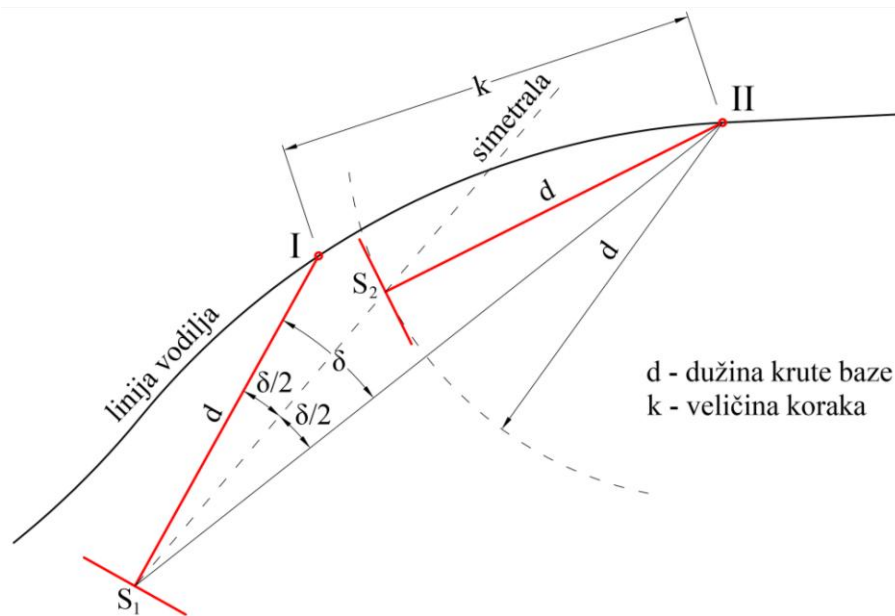
Već u prvim dekadama dvadesetog veka, sa naglim razvojem motorizacije i drumskog transporta, građevinski inženjeri počinju da shvataju negativan uticaj fenomena offtracking-a na ivičnjake i druge rubne elemente kolovoza na površinskim raskrsnicama. Transportne kompanije zahtevaju od proizvođača teških teretnih vozila sve duže kamione i prikolice većeg kapaciteta, dok s druge strane postojeća infrastruktura nije projektovana za saobraćaj sve gabaritnijih vozila. Sa ovim problemima najranije su se susreli nemački i francuski inženjeri zbog ubrzane obnove i izgradnje infrastrukture u Evropi posle Prvog svetskog rata.

Iako se najtačnije i najpouzdanije vrednosti offtracking-a mogu dobiti jedino iz eksperimentalnih merenja pri kretanju realnih vozila na testnom poligonu, mnogi inženjeri i istraživači, zbog složenosti i visoke cene izvođenja ovakvih eksperimenata, bili su primorani da počnu razvijati, pored grafičkih, analitičke i numeričke metode za proračun graničnih trajektorija vozila. Prvo su identifikovane one grafičke metode koje su se, prema iskustvima iz projektantske prakse, pokazale kao najpreciznije (Halter-ova i modifikovana Guhlmann-ova metoda), a zatim su na osnovu njih razvijene analitičke metode. Sa razvojem računara i povećanjem njihove dostupnosti, od kraja 80-ih godina

prošlog veka, stekli su se uslovi za brži razvoj numeričkih metoda i automatizaciju proračuna vrednosti offtracking-a.

2.3.3.1 Grafičke metode za konstrukciju graničnih trajektorija

Jednu od prvih grafičkih metoda za iscrtavanje graničnih krivih prohodnosti, koja se i danas primenjuje kao polazna osnova u savremenim softverima za simulaciju kretanja vozila (CARD/1 - 2018; Gavran 2013), predstavio je 1932. god. nemački inženjer Halter (Halter 1932). Osnovna prednost ove metode ogleda se u tome da ju je moguće koristiti nezavisno od geometrijskog oblika vodeće linije koju prati vozilo tokom izvođenja manevra skretanja. Na slici 2.9 dat je uprošćeni prikaz Halter-ove metode za dva sukcesivna koraka.



Slika 2.9 Dva sukcesivna koraka pri izvođenju Halter-ovog postupka

Osnovni koraci za primenu Halter-ovog postupka (slika 2.9) su sledeći:

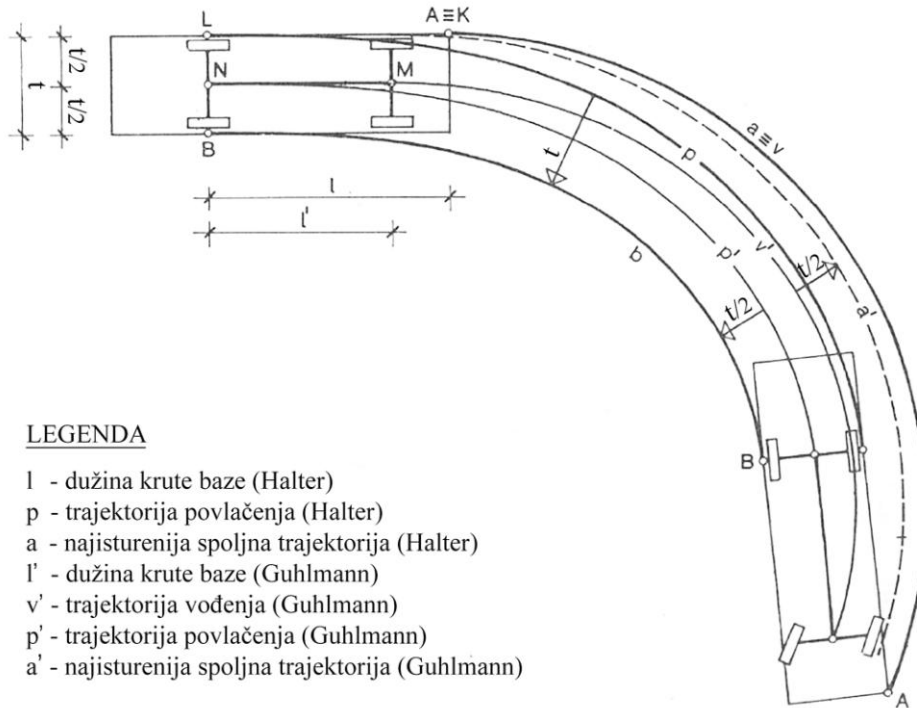
- prvo se, nakon prethodnog (tačka I), označi naredni položaj vozila u tački II, tako što se dužina koraka simulacije k odmeri od prethodnog položaja (tačka I) i šestarom nanese na liniju vodilju u smeru napredovanja simulacije;
- pomeranje središta zadnje osovine vozila u prethodnom položaju S_1 bilo je po vektoru usmerenom ka tački I;

- kada bazna tačka krute baze iz tačke I nastavi da prati liniju vodilju do narednog položaja u tački II, središte zadnje osovine vozila ima tendenciju da se pomera po vektoru usmerenom ka tački II;
- konstruišu se pomoćne duži koje imaju pravac vektora usmerenih ka tačkama I i II, tako što se središte zadnje osovine vozila u prethodnom položaju S_1 spaja sa tačkama I i II;
- nacrtane pomoćne duži, usmerene ka prethodnom (tačka I) i narednom (tačka II) položaju vozila, zaklapaju ugao δ ;
- središte zadnje osovine, pri prelasku vozila u novi položaj (tačka II), pomera se zapravo po vektoru čiji pravac u potpunosti prati simetralu ugla δ ;
- iz tačke S_1 konstruiše se simetrala ugla δ ;
- u tački II zabode se šestar i opiše kružnica sa radijusom jednakim dužini krute baze vozila d ;
- novi položaj središta zadnje osovine vozila, odnosno tačka S_2 , dobija se u preseku opisane kružnice radijusa d sa prethodno konstruisanom simetralom ugla δ ;
- linija koja spaja tačku II i presečnu tačku S_2 predstavlja krutu bazu vozila u novom položaju.

Na tačnost Halter-ovog postupka najviše utiče veličina koraka napredovanja k . Za uobičajenu inženjersku praksu veličina koraka k od 0.50 m će istovremeno zadovoljiti zahteve tačnosti određivanja položaja vozila i brzine ponavljanja postupka. Halter-ov postupak se može primeniti kako za samostalno vozilo, tako i za sve konfiguracije kombinovanih vozila. Takođe, isti postupak se može primeniti za definisanje položaja vozila koje se kreće unazad.

Pored Halter-ovog postupka, veoma često se koristila i Guhlmann-ova grafička metoda (Guhlmann 1959) za određivanje graničnih trajektorija vozila. Guhlmann-ova metoda koristi dužinu krute baze l' koja je manja za dužinu prednjeg prepusta vozila u odnosu na dužinu krute baze l kod Halter-a (slika 2.10). Najisturenija spoljašnja trajektorija a' kod Guhlmann-a dobija se kada se radijalno nanese polovina širine vozila $t/2$ od trajektorije vođenja v' na spoljnu stranu, dok se granična unutrašnja trajektorija b dobija

radijalnim nanošenjem širine $t/2$ od trajektorije povlačenja p' prema unutrašnjosti krivine. Upravo, ne uzimanje u obzir dužine prednjeg prepusta vozila pri konstrukciji granične spoljašnje trajektorije najviše utiče na tačnost Guhlmann-ove metode.



Slika 2.10 Odnos graničnih trajektorija vozila za Halter-ovu i Guhlmann-ovu metodu
(izvor: Korlaet 1990a)

U radu Korlaeta (1990a) analizirane su najzastupljenije grafičke metode (Halter, Guhlmann, Hauska, Tenner) za konstrukciju graničnih trajektorija prohodnosti. Širine između graničnih trajektorija, dobijene pomenutim metodama, kasnije su upoređene sa izmerenim širinama tragova točkova realnih vozila posle sprovedenog eksperimenta na testnom poligonu. Prema eksperimentalnim ispitivanjima i analizi rezultata iz ovog rada, prednost je data Halter-ovoj i Guhlmann-ovoj metodi kao najpouzdanijim za primenu u projektantskoj praksi. Isti autor (Korlaet 1990b) predstavio je novu metodu za numeričku interpretaciju Halter-ovog postupka koja eliminiše određene nedostatke i manjkavosti u njegovoj izvornoj grafičkoj verziji. Takođe, Korlaet je, poređenjem širina tragova točkova vozila, iz novog numeričkog modela sa realnim širinama između graničnih trajektorija iz eksperimenta, pokazao da se najmanje odstupanje između međusobno upoređenih širina postiže kada je odnos između dužine koraka k i dužine krute baze d vozila pri izvođenju Halter-ovog postupka jednak 0.25. Ako je ovaj odnos

manji od 0.25, širine krivih prohodnosti (swept path widths), konstruisanih Halter-ovim postupkom, biće veće od realnih širina, dok se za odnos veći od 0.25 dobijaju uže krive prohodnosti od realnih, odnosno, granične trajektorije vozila za slučaj kada je odnos $k/d > 0.25$ nisu na strani sigurnosti.

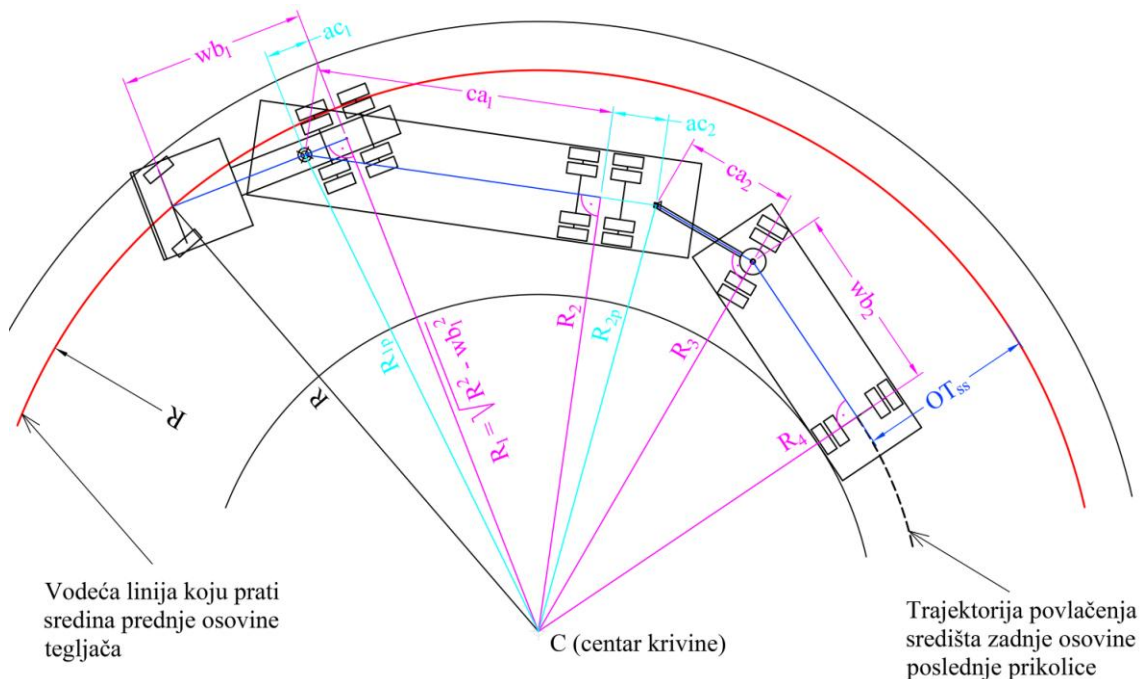
2.3.3.2 Analitičke metode za proračun offtracking-a

Zbog potrebe da se projektna dokumentacija, a samim tim i neophodna kontrola prohodnosti, završi u što kraćem roku, inženjeri su ubrzo uvideli ograničenja grafičkih metoda sa stanovišta efikasnosti celog procesa rada. Koncept, po kome je prvo bilo potrebno sprovesti ceo postupak grafičke konstrukcije sukcesivne promene položaja vozila da bi se dobile granične trajektorije (tj. simulacija kretanja) vozila, sve više se napušta, a umesto njega prednost se daje analitičkim metodama. Ustvari, cilj inženjera bio je da u zatvorenom analitičkom obliku dobiju pouzdane formule na osnovu kojih mogu kasnije odrediti tačan položaj vozila na različitim odsecima vodeće putanje.

Za razliku od Evrope, a pre svega Nemačke, gde su već tokom 60-tih godina prošlog veka razvijene prve numeričke metode za proračun offtracking-a, u SAD i Kanadi inženjeri su više težili ka razvoju jednostavnijih i praktičnijih analitičkih metoda. Posebno su razvijane analitičke metode za proračun offtracking-a kada se vozilo nalazilo u konačnom (steady-state) i prelaznom (transient-state) offtracking stanju. Zajedničko za ove metode je da su, često na uštrb tačnosti i primenjujući jednostavniji matematički aparat, omogućavale efikasan i brz proračun vrednosti offtracking-a za različite tipove i kombinacije vozila. U većini slučajeva vrednosti offtracking-a koje su pomoću njih sračunate bile su previše "na strani" sigurnosti, odnosno, dobijane su veće širine tragova točkova od realno potrebnih za nesmetano kretanja vozila u krivinama malih radijusa.

Najzastupljenija metoda proračuna konačne vrednosti offtracking-a, kada je vozilo dostiglo steady-state offtracking stanje, je Western Highway Institute formula ili kako se često naziva u literaturi "WHI Offtracking Formula" (WHI 1970). Detaljno objašnjenje ove analitičke metode sa uglednim primerima dao je u njegovom radu Heald

(1986). U potpoglavlju 2.3.1 već je pokazano da se konačna vrednost offtrackinga (OT_{ss}) može postići jedino u slučaju kada se vozilo kreće kroz dovoljno dugačku krivinu konstantnog radijusa koja ima skretni ugao veći od 270° . U geometrijskom smislu, konačna vrednost offtracking-a OT_{ss} dostignuta je kada se trenutni centri rotacije svih slogova (jedinica) kombinovanog vozila poklapaju, odnosno, kada se nalaze tačno u centru vodeće kružne putanje. Kao što se vidi na slici 2.11, u steady-state offtracking stanju produžeci svih fiksnih neupravljivih osovina vozila prolaze kroz centar kružne krivine, formirajući pravouglove trouglove sa krutim bazama korespondentnih slogova vozila. Hipotenuze tih pravouglavih trouglova zapravo predstavljaju radijuse vodećih kružnih putanja za pojedine slogove vozila, a pravi uglovi formiraju se između krutih baza i radijusa zakrivljenosti dobijenih trajektorija povlačenja središta fiksnih osovina svakog od pojedinačnih slogova vozila. Treba imati u vidu da je trajektorija povlačenja sedla tegljača istovremeno i vodeća putanja drugog sloga tj. poluprikolice. Analogno tome, trajektorija povlačenja kuke na poluprikolici istovremeno je vodeća putanja trećeg sloga, tj. rude za koju je dalje zakačen poslednji (četvrti) slog prikazanog kombinovnog vozila (slika 2.11).



Slika 2.11 Grafička reprezentacija steady-state offtracking stanja za dugačko kombinovano vozilo (izvor: Heald 1986)

Opšta forma WHI offtracking jednačine je:

$$OT_{ss} = R - \sqrt{R^2 - \sum L^2} \quad (2.8)$$

gde je:

R - radijus vodeće putanje oblika kružne krivine koju prati središte prednje osovine vodećeg vozila;

L - pojedinačna rastojanja između prelomnih tačaka (zglobovi, sedla tegljača, itd) koje omogućavaju manevre skretanja ili direktno utiču na okretnost vozila.

Na osnovu slike 2.11, jednostavnom primenom Pitagorine teoreme na setove formiranih pravouglanih trouglova, dobijaju se radijusi vodećih putanja svakog od slogova vozila:

$$R_1^2 = R^2 - wb_1^2 \quad (2.9)$$

$$R_{1p}^2 = R_1^2 + ac_1^2 = R^2 - wb_1^2 + ac_1^2 \quad (2.10)$$

$$R_2^2 = R_{1p}^2 - ca_1^2 = R^2 - wb_1^2 + ac_1^2 - ca_1^2 \quad (2.11)$$

$$R_{2p}^2 = R_2^2 + ac_2^2 = R^2 - wb_1^2 + ac_1^2 - ca_1^2 + ac_2^2 \quad (2.12)$$

$$R_3^2 = R_{2p}^2 - ca_2^2 = R^2 - wb_1^2 + ac_1^2 - ca_1^2 + ac_2^2 - ca_2^2 \quad (2.13)$$

$$R_4^2 = R_3^2 - wb_2^2 = R^2 - wb_1^2 + ac_1^2 - ca_1^2 + ac_2^2 - ca_2^2 - wb_2^2 \quad (2.14)$$

Pošto se konačna vrednost offtracking-a OT_{ss} može sračunati i kao:

$$OT_{ss} = R - R_4 \quad (2.15)$$

na kraju se dobija:

$$OT_{ss} = R - \sqrt{R^2 - wb_1^2 + ac_1^2 - ca_1^2 + ac_2^2 - ca_2^2 - wb_2^2} \quad (2.16)$$

$$OT_{ss} = R - \sqrt{R^2 - (wb_1^2 - ac_1^2 + ca_1^2 - ac_2^2 + ca_2^2 + wb_2^2)} \quad (2.17)$$

Pri proračunu sume kvadrata rastojanja $\sum L^2$ za kombinovano vozilo (slika 2.11) kvadrati rastojanja od fiksne osovine ili centra osovinskog sloga do položaja kuke ili sedla (ac_i^2 - axle to connectors) uvek se usvajaju kao negativne veličine, a kvadrati rastojanja od kuke (konektora) do fiksne zadnje osovine (ca_i^2 - connector to axle) kao pozitivne veličine. Za bilo koju konfiguraciju kombinovanog vozila broj rastojanja označenih sa ac_i mora biti jednak broju rastojanja ca_i . Tokom skretanja vozila i pri proračunu OT_{ss} , rastojanja ca_i ponašaju se identično, odnosno, imaju istu geometriju i kinematiku

kretanja kao dužine krutih baza wb_i . Rukovodeći se pomenutim pravilima i izvedenim jednačinama od (2.9) do (2.17), za kombinovano vozilo sa slike 2.11, čije dimenzije su detaljno iskotirane i na sledećoj slici 2.12, suma kvadrata rastojanja $\sum L^2$ može se odmah sračunati kao:

$$\sum L^2 = wb_1^2 - ac_1^2 + ca_1^2 - ac_2^2 + ca_2^2 + wb_2^2 \quad (2.18)$$

gde je:

wb_1 - dužina krute baze tegljača;

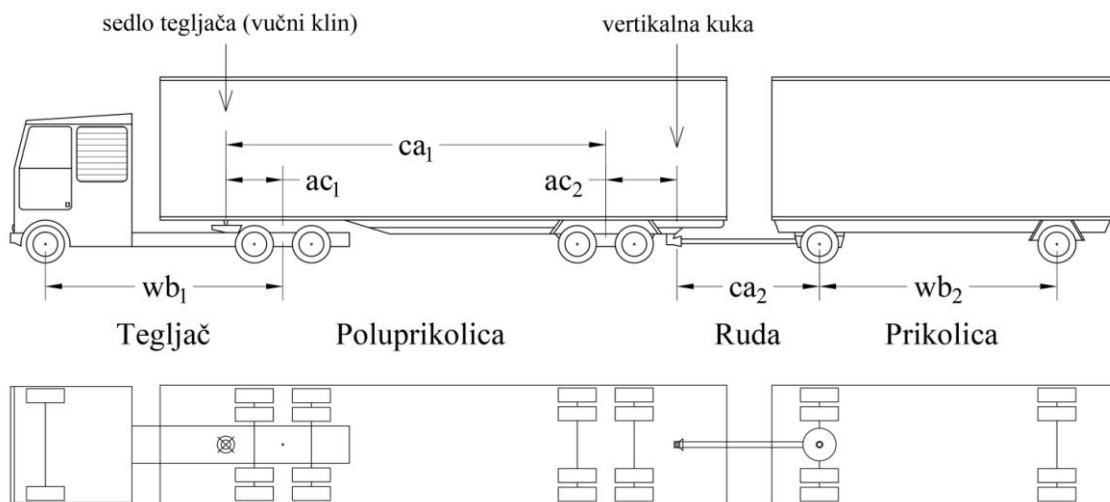
ac_1 - rastojanje sedla tegljača od zadnje osovine ili od centra osovinskog sloga (kvadrat ovog rastojanja uvek se usvaja kao negativna veličina pri proračunu OT_{ss} , bez obzira da li se sedlo nalazi ispred ili iza zadnje osovine tegljača);

ca_1 - rastojanje od vučnog klina (na engleskom: kingpin) do centra zadnjeg osovinskog sloga poluprikolice;

ac_2 - rastojanje između centra zadnjeg osovinskog sloga i kuke na poluprikolici;

ca_2 - dužina rude, tj. rastojanje od kuke na poluprikolici do centra prednje obrtne osovine poslednje prikolice;

wb_2 - dužina krute baze poslednje prikolice.



Slika 2.12 Prikaz konfiguracije kombinovanog vozila sa neophodnim dimenzijama za proračun konačne vrednosti offtracking-a OT_{ss} (izvor: Heald 1986)

Najveći nedostatak WHI offtracking formule je što se ne može koristiti za tačan proračun položaja vozila pre dostizanja konstantne vrednosti offtracking-a, odnosno

kada se vozilo nalazi u prelaznom (transient-state) offtracking stanju. Shodno tome, a imajući u vidu i da najveći broj manevara skretanja na površinskim raskrscima podrazumeva kretanje kroz kraće kružne krivine sa skretnim uglovima manjim od 180°, njena primena u realnoj projektantskoj praksi veoma je limitirana. Drugi nedostatak koji je Heald (1986) uočio jeste da WHI offtracking formula daje pogrešne vrednosti OT_{ss} ako je dužina krute baze bilo kojeg od slogova kombinovanog vozila (wb_i, ca_i) veća od radijusa kružne krivine kroz koju se to dugačko vozilo kreće.

Woodrooffe i ost. (1983) prvi su u njihovoj studiji predstavili zatvoreno analitičko rešenje za proračun offtracking-a u svakoj tački putanje kretanja vozila, uključujući i proračun karakterističnog položaja vozila u kojem se postiže maksimalna vrednost offtracking-a. Njihovo rešenje, koji se u literaturi zove još i "SAE offtracking metoda", podrazumevalo je da se putanja koju prati centar prednje upravljačke osovine vozila sastoji od ulazne tangente ili pravca, kružnog luka određenog radijusa i izlazne tangente. Drugim rečima, putanje kojima se kreću vozila su, u cilju pojednostavljenja proračuna, definisane kao proste kružne krivine sa ulaznim i izlaznim tangentnim pravcima.

Značajno je naglasiti da su Woodrooffe i ost. (1983) prvi put uveli koncept "ekvivalentne dužine krute baze wb_e " u cilju pojednostavljena proračuna offtracking-a za dugačka kombinovana vozila. Primenom ekvivalentne krute baze (slika 2.13) proračun vrednosti offtracking-a za složeno kombinovano vozilo svodi se na matematički mnogo jednostavniji proračun offtracking-a za samostalno, tj. jedinično vozilo. Sa slike 2.13 može se videti da će vozilo sa dužinom krute baze wb_e imati istu konačnu vrednost offtracking-a OT_{ss} u steady-state offtracking stanju kao i složeno kombinovano vozilo. Upravo koristeći ovo svojstvo izveden je matematički izraz za proračun dužine ekvivalentne baze:

$$wb_e = \sqrt{R^2 - (R - OT_{ss})^2} \quad (2.19)$$

$$R - OT_{ss} = \sqrt{R^2 - \left(\sum_{i=1}^n wb_i^2 \right) + \left(\sum_{i=1}^{n-1} d_i^2 \right)} \quad (2.20)$$

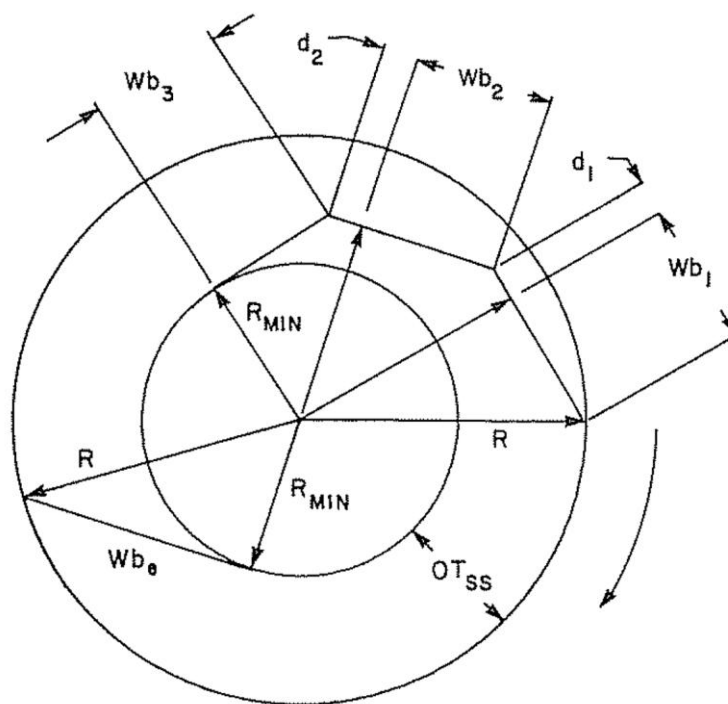
gde je:

- R - radijus vodeće putanje oblika kružne krivine;
- wb_e - dužina ekvivalentne baze;

- wb_i - dužine krutih baza pojedinačnih slogova kombinovanog vozila;
- d_i - dužine zadnjih prepusta na pojedinačnim slogovima vozila, merenih od centra zadnje osovine ili osovinskog sloga vozila do položaja kuke, odnosno, tačke kačenja sledeće prikolice (novog sloga vozila);
- OT_{ss} - konačna ili konstanta vrednost offtracking-a.

Kada se jednačina (2.20) uvrsti u prethodnu jednačinu (2.19), dobija se formula za proračun ekvivalentne baze wb_e u kojoj figurišu samo dimenzije svakog od slogova kombinovanog vozila:

$$wb_e = \sqrt{\sum_{i=1}^n wb_i^2 - \sum_{i=1}^{n-1} d_i^2} \quad (2.21)$$



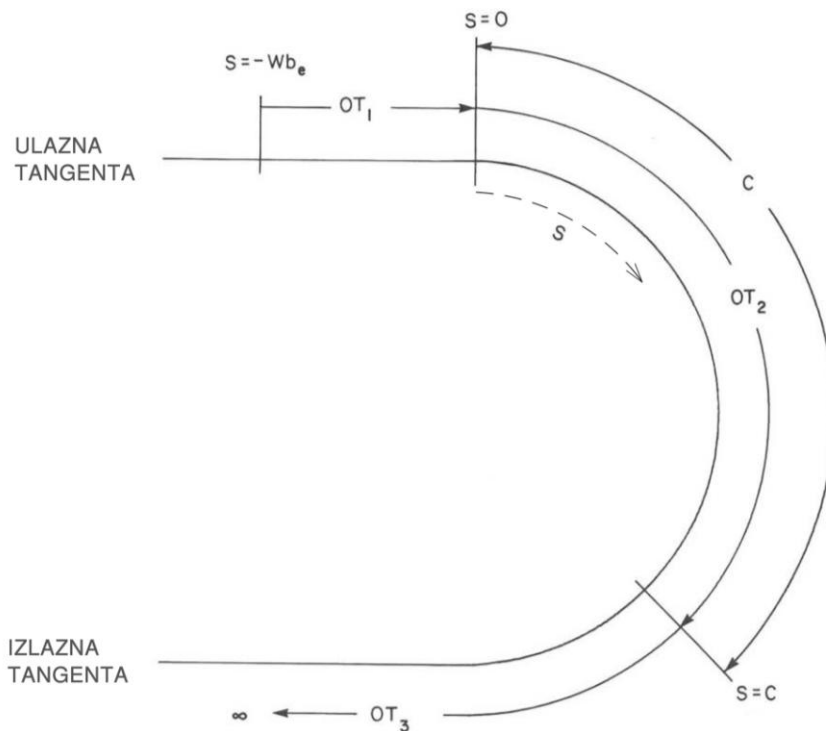
Slika 2.13 Kombinovano vozilo sa tri sloga predstavljeno kao jedinično samostalno vozilo sa dužinom krute baze wb_e (izvor: Woodrooffe i ost. 1983)

Dužina ekvivalentne baze ne zavisi od radijusa kružne krivine, već isključivo od dimenzija vozila. To svojstvo omogućilo je Woodrooffe i ost. (1983) da razviju zatvoreno analitičko rešenje za proračun offtracking-a jediničnog vozila dužine krute baze wb_e , koje ustvari reprezentuje neko kombinovano vozilo. U veoma opširnoj studiji, sa nizom praktičnih primera, oni su izveli jednačine koje se mogu direktno primeniti za

proračun offtracking-a kada se kombinovano vozilo, sastavljeno od proizvoljnog broja slogova, nalazi u prelaznom (transient-state) offtracking stanju. Zbog obimnosti navedene studije, ovde će biti navedene samo najvažnije jednačine za proračun offtracking-a, bez detaljnijeg objašnjenja postupka njihovog izvođenja.

Ključna promenljiva koja figuriše u ovim jednačinama je rastojanje S , bilo pravolinijsko ($-wb_e < S < 0$) ili lučno ($S > 0$), sredine zadnje fiksne osovine vozila od početka kružne krivine. Kao što se može videti sa slike 2.14, u početnom položaju vozila, kada se bazna tačka ekvivalentne krute baze nalazi tačno na početku kružne krivine, promenljiva S jednaka je negativnoj dužini ekvivalentne baze $-wb_e$. Sve dok sredina zadnje osovine vozila fizički ne pređe pravolinijski odsek na kraju ulazne tangente u dužini wb_e , promenljiva S ima negativnu vrednost. Upravo na tom odseku vodeće putanje, gde se promenljiva S meri po liniji, offtracking vozila računa se po formuli:

$$OT_1 = OT_{s_0} - \left(\frac{OT_{s_0}}{1 - \exp^{-1}} - \frac{OT_{s_0}}{1 - \exp^{-1}} \cdot \exp \frac{S}{wb_e} \right) \Bigg|_{s=-wb_e}^{s=0} \quad (2.22)$$



Slika 2.14 Situacioni plan sa prikazom delova krivine u kojima se primenjuje neka od glavnih jednačina za proračun offtracking-a (izvor: Woodrooffe i ost. 1983)

Na sledećem odseku vodeće putanje, promenljiva S meri se po luku sve do vrednosti $S = C$, za koju veličina offtracking-a dostiže maksimum OT_{max} u prelaznom (transient-state) offtracking stanju. Vrednosti offtracking-a OT_2 na drugom odseku (slike 2.14), gde se promenljiva S menja u rasponu $0 < S \leq C$, računaju se kao:

$$OT_2 = OT_{SS} - OT_{SS} \cdot \exp\left[\frac{(-S - Z)}{wb_e}\right] \Big|_{s=0}^{s=C} \quad (2.23)$$

Na poslednjem (trećem) odseku, promenljiva S uzima vrednosti u opsegu $C < S < \infty$, a meri se kao lučna dužina, iako je bazna tačka ekvivalentne krute baze već prešla na izlaznu tangentu. Ovakva "nelogičnost" prilikom definisanja ključnih parametara modela ima za posledicu "oštru" promenu veličine offtracking-a odmah posle dostizanja maksimalne vrednosti OT_{max} , što će kasnije u konkretnom primeru biti detaljnije objašnjeno. Vrednosti offtracking-a na trećem odseku računaju se kao:

$$OT_3 = OT_{max} \cdot \exp\left[\frac{(-S + C)}{wb_e}\right] \Big|_{s=C}^{s=\infty} \quad (2.24)$$

U prethodno navedenim glavnim jednačinama (2.22), (2.23) i (2.24) za proračun offtracking-a pri kretanju vozila duž tri različita odseka vodeće putanje, definisane su i sledeće pomoćne promenljive:

$$wb_T = \sum_{i=1}^n wb_i + \sum_{i=1}^{n-1} d_i \quad (2.25)$$

$$wb_e = \sqrt{\sum_{i=1}^n wb_i^2 - \sum_{i=1}^{n-1} d_i^2} \quad (2.26)$$

$$Z = 0.6 \cdot \frac{wb_T \cdot wb_e}{wb_T + wb_e} \quad (2.27)$$

$$OT_{SS} = R - \sqrt{R^2 - \left(\sum_{i=1}^n wb_i^2\right) + \sum_{i=1}^{n-1} d_i^2} \quad (2.28)$$

$$C = wb_e \cdot \ln\left[\left(wb_e^2 + 2R \cdot OT_{SS} - OT_{SS}^2\right) \cdot \frac{\exp(-1)}{2R \cdot OT_{SS}}\right] + R \cdot \theta_{max} \quad (2.29)$$

$$OT_{max} = OT_{SS} - OT_{SS} \cdot \exp\left[\frac{(-C - Z)}{wb_e}\right] \quad (2.30)$$

$$OT_{SO} = OT_{SS} - OT_{SS} \cdot \exp\left(\frac{-Z}{wb_e}\right) \quad (2.31)$$

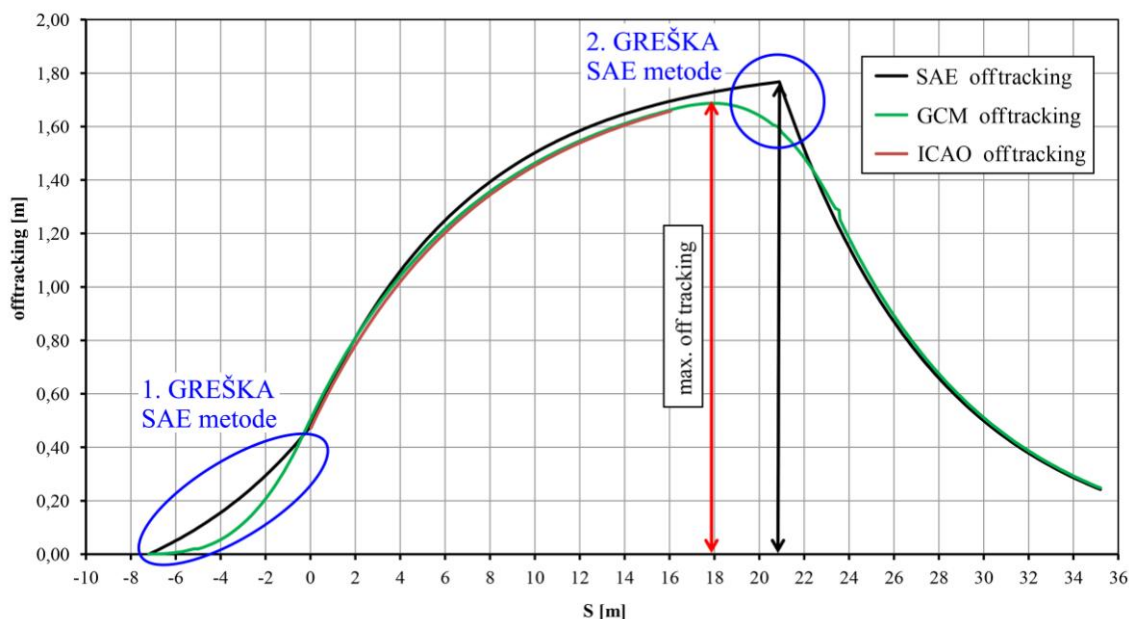
gde je:

- wb_t - zbir dužina krutih baza svih slogova vozila i rastojanja (dužina prepusta) d_i između fiksnih osovina i kuka za kačenje (zglobova);
- wb_e - dužina ekvivalentne baze;
- Z - konstanta koja zavisi od broja slogova (pojedinačnih jedinica) u kombinovanom vozilu i rasporeda osovina kod svakog od tih slogova;
- OT_{ss} - konačna ili konstanta vrednost offtracking-a (uvek je $OT_{ss} > OT_{max}$);
- C - rastojanje od početka kružne krivine do mesta gde je dostignuta maksimalna vrednost offtracking-a OT_{max} u prelaznom (transient-state) offtracking stanju ($OT = OT_{max}$ za $S = C$);
- OT_{max} - maksimalna vrednost offtracking-a u prelaznom offtracking stanju;
- OT_{so} - vrednost offtracking-a kada je rastojanje $S = 0$, odnosno, kada se centar zadnje osovine vozila nalazi direktno iznad početka kružne krivine.

Konstanta Z izvedena je kao empirijska veličina za širok raspon radijusa vodećih kružnih putanja i dužina krutih baza pojedinih tipova vozila (teglača, poluprikolica i prikolica), od kojih su formirani vučni vozovi za prevoz tereta na američkoj i kanadskoj putnoj mreži. Ako se uzme u obzir ova činjenica, primena SAE metode za proračun vrednosti offtracking-a za teška teretna vozila, koja po svojim dimenzijama značajnije odstupaju od iste kategorije vozila na američkim i kanadskim putevima, sa stanovišta pouzdanosti dobijenih rezultata, postaje diskutabilna.

Zbog važnosti SAE offtracking metode i njenog uticaja na dalji razvoj analitičkih modela za proračun offtracking-a, urađena je detaljna analiza tačnosti proračuna vrednosti offtracking-a pomoću ove metode, poredeći je sa ICAO-ovim matematičkim modelom (ICAO 2005) i softverom za simulaciju kretanja vozila GCM++ (Gavran 2013). Za razliku od krivih koje pokazuju vrednosti offtracking-a dobijene proračunom pomoću ICAO-ovog modela i iz simulacije kretanja u softveru GCM++ koje se gotovo idealno poklapaju, na krivoj koja prikazuje vrednosti offtracking-a dobijene primenom SAE metode javlja se oštar prelom na mestu gde je sračunat maksimalni offtracking OT_{max} (slika 2.15). Prema rezultatima sprovedene analize, tačnost s kojom je bio određen položaj vozila sa maksimalnom vrednošću offtracking-a po SAE metodi, iako

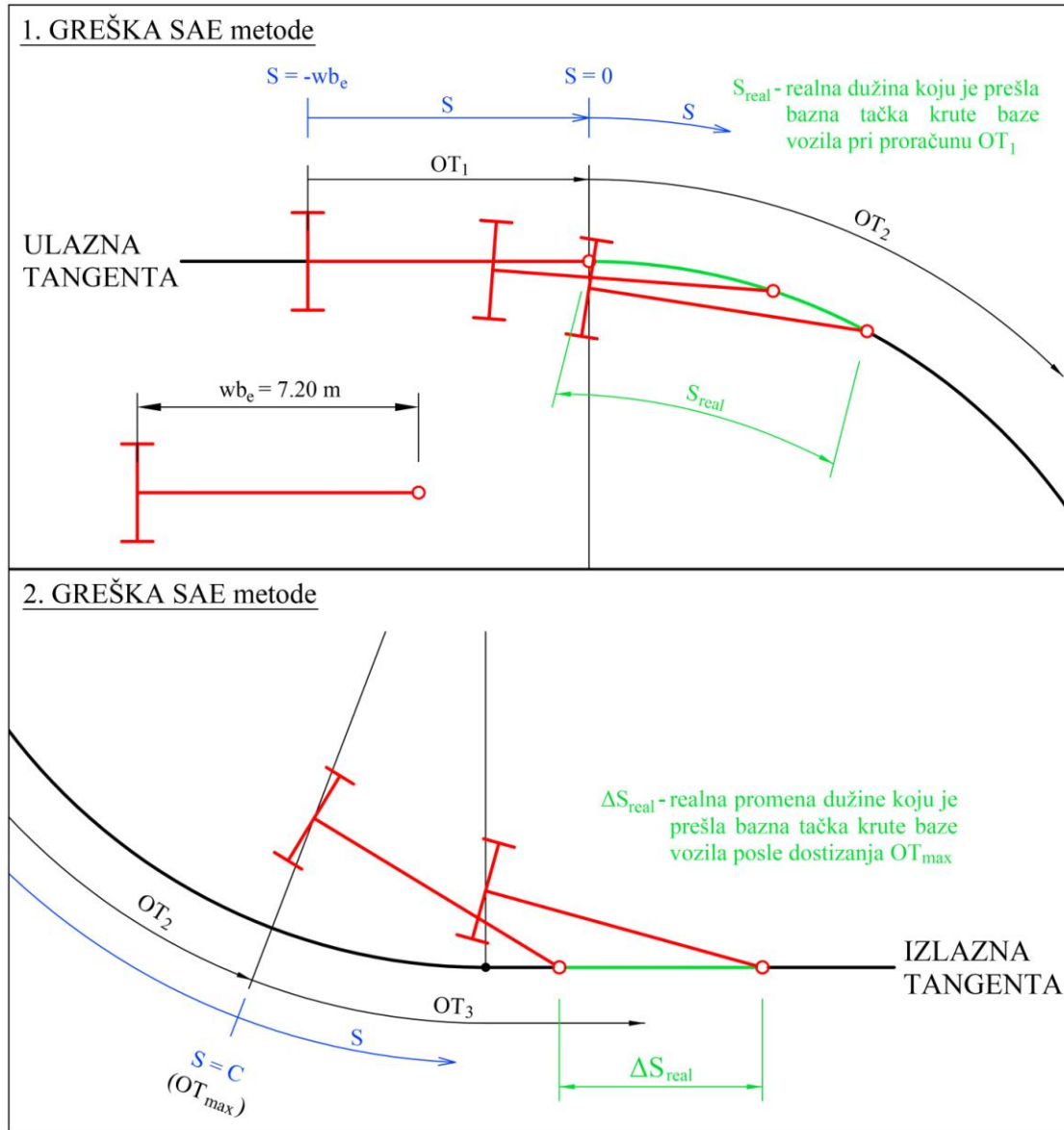
na strani sigurnosti, nije bila dovoljna za praktičnu inženjersku primenu u projektovanju raskrsnica. Posebno treba naglasiti da je analiza urađena koristeći običan kamion bez prikolice, tj. jedinično vozilo sa dužinom krute baze od 7.20 m koje je pratilo kružnu vodeću putanju radijusa $R = 15.0$ m. Još veće odstupanje od tačnog položaja u kojem se dostiže OT_{max} dobija se ako se na isti način, u slučaju nekog dugačkog kombinovanog vozila, uporedno testiraju navedene metode.



Slika 2.15 Poređenje vrednosti offtracking-a sračunatih pomoću SAE metode sa ICAO matematičkim modelom i softverom za simulaciju kretanja GCM++ za jedinično vozilo

Na prvom odseku vodeće putanje, pre početka kružne krivine, pri proračunu vrednosti OT_1 pomoću jednačine (2.22), javlja se značajno odstupanje između vrednosti offtracking-a sračunatih primenom ICAO-ovog modela (ICAO 2005), odnosno, softvera GCM++ (Gavran 2013) s jedne, i SAE offtracking metode s druge strane. Ovo odstupanje jasno se vidi i na dijagramu sa slike 15, gde je ono označeno kao "1. GREŠKA SAE metode". Kada vozilo krene iz početnog položaja, gde je njegova kruta baza bila idealno poravnata sa ulaznom tangentom, a bazna tačka smeštena tačno na početku kružne krivine, udaljenost centra zadnje osovine vozila (promenljiva S) odmerava se pravolinijski u odnosu na početak kružne krivine (slika 2.16). Realna dužina koju je kruta baza vozila prešla na ovom početnom odseku nije jednaka dužini ekvivalentne baze wb_e , već dužini kružnog luka koji bazna tačka krute baze opiše duž vodeće putanje, sve dok središte zadnje osovine vozila ne pređe na kružnu liniju.

Upravo ovo "nelogično" odmeravanje dužine S , na početnom odseku vodeće putanje, uzrokuje neslaganje prethodno međusobno upoređenih vrednosti offtracking-a, sve dok promenljiva S ne bude imala vrednost 0, odnosno, sve dok centar zadnje osovine ne dostigne početak kružnog luka, kao što se vidi i na dijagramu sa slike 15.



Slika 2.16 Glavni izvori grešaka pri proračunu offtracking-a pomoću SAE metode

Drugi tip greške SAE offtracking metode (2. GREŠKA SAE metode na slici 2.16) odnosi se na proračun položaja vozila u kome se dostiže maksimalni offtracking OT_{max} . Ne samo da je sračunata vrednost OT_{max} previše na "strani sigurnosti", nego se i položaj krute baze vozila u kojoj je dostignut OT_{max} situaciono ne poklapa sa sračunatom veličinom OT_{max} kod druge dve testirane metode. Na krivoj sa sračunatim veličinama

offtracking-a po SAE metodi (slika 15), posebno "upada" u oči nagla promena vrednosti offtracking-a posle dostizanja OT_{max} . Pojava naglog preloma u pomenutoj krivoj opet je nastala kao posledica "nelogičnog" odmeravanja dužine S nakon dostignute vrednosti OT_{max} . Prema uputstvima za proračun iz SAE metode, maksimalni offtracking OT_{max} dostiže se kada je promenljiva S jednaka lučnoj dužini C (slika 2.14), merenoj od početka kružne krivine. U položaju sa maksimalnim offtracking-om, bazna tačka krute baze već je došla na izlaznu tangentu koju dalje samo linijski prati, dok se kruta baza vozila u potpunosti ne poravna sa njom (slika 2.16). Međutim, u ovom slučaju, kako je to definisano u postupku za proračun offtracking-a po SAE metodi, promenljiva S se i dalje odmerava kao dužina kružnog luka od početka kružne krivine, sve dok središte zadnje osovine vozila ne pređe na izlaznu tangentu. Ovo očigledno "zanemarivanje" realne dužine koju bazna tačka krute baze vozila, posle dostizanja OT_{max} , pređe duž izlazne tangente, rezultuje oštrim prelomom krive sračunate prema SAE metodi odmah nakon što vrednost promenljive S prekorači lučnu dužinu C .

Egzaktnu analitičku metodu za proračun offtracking-a jediničnog vozila u prelaznom (transient-state) offtracking stanju samostalno je razvio Cenek (2003). Primena njegovog modela moguća je samo u slučaju kada je vodeća trajektorija sastavljena od kružnih lukova i tangentskih pravaca. U ovom modelu izvedene su konkretne jednačine za proračun položaja vozila koje se kreće prateći kružni luk kao vodilju, ili se iz nekog početnog položaja ispravlja duž pravolinijske trajektorije. Pored ograničenosti u vidu konfiguracije vozila i geometrije vodeće trajektorije, Cenek-ov model nije ponudio matematičko rešenje za određivanje položaja vozila u kojem se dostiže maksimalni offtracking OT_{max} . Iako relativno jednostavan za upotrebu, imajući u vidu sve nabrojane nedostatke, ovaj matematički model nije se pokazao kao pouzdana osnova za dalji razvoj ili moguću primenu u kompjuterskim programima za simulaciju kretanja vozila.

2.3.3.3 Numeričke metode za proračun offtracking-a

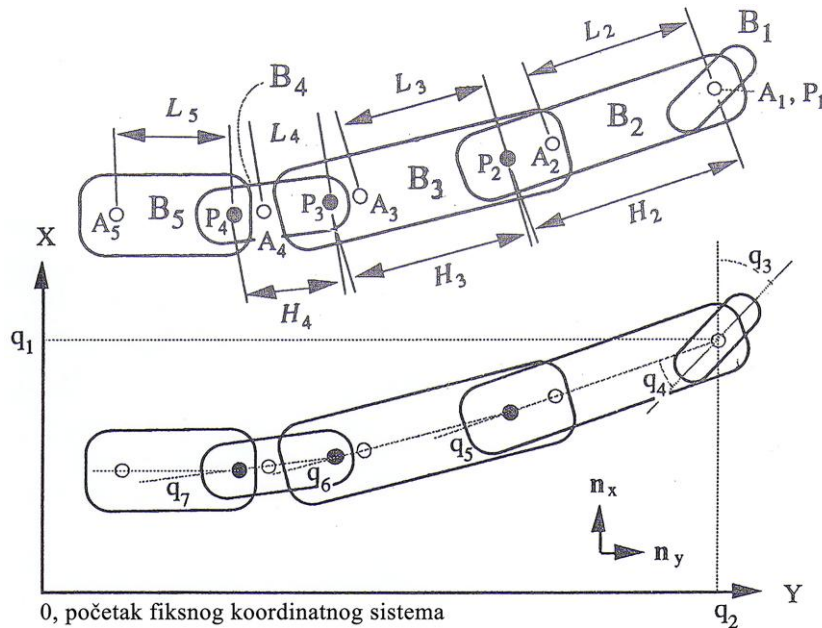
U osnovi, sve numeričke metode za proračun offtracking-a koriste složen matematički aparat. Kao ključna prednost većine ovih metoda ističe se mogućnost njihove primene za proračun položaja vozila koja se kreću duž vodećih putanja proizvoljnog oblika.

Numeričke metode koje su razvijene u Evropi (Gauss und Rautenstrauss 1956; Everling und Schoss 1966; Litzka 1970; Lentz und Buck 1989) tretirale su kretanje vozila kao niz diferencijalno malih pomaka. U suštini, navedene metode međusobno su se razlikovale po načinu na koji je taj diferencijalni pomak definisan, a trajektorije povlačenja po pravilu su računane rešavanjem sistema diferencijalnih jednačina prvog reda, odnosno, njihovom numeričkom integracijom. Do pojave modernih PC računara, ove metode mogle su ponuditi samo približna rešenja za određivanje maksimalne potrebne širine traga točkova vozila u funkciji veličine skretnog ugla. Povećanje njihove tačnosti zahtevalo je složeniji matematički pristup, odnosno, znatno viši nivo računarske kompleksnosti. Među navedenim numeričkim metodama najveću primenu u praksi, kroz dalji razvoj u formi kompjuterskih programa za simulaciju kretanja vozila, imala je metoda od Everling-a i Schoss-a (1966). Specifičnost ove metode je u tome što se prvo računaju koordinate osovine puta, odnosno linije vodilje, pa na osnovu njih dalje i sve koordinate graničnih trajektorija prohodnosti vozila. Međutim, ova metoda ima jedan bitan nedostatak, a to je nemogućnost proračuna graničnih trajektorija pri kretanju vozila unazad, što je detaljnije pojašnjeno u doktorskoj tezi Sobbote (Sobotta 2006).

Razvojem računarske tehnike početkom 1980-ih godina i njenom sve širom primenom u projektovanju puteva stvorile su se nove mogućnosti za bržu konstrukciju krivih minimalne prohodnosti i efikasniji proračun vrednosti offtracking-a. Veliki broj istraživanja iz ove oblasti urađen je na Saobraćajnom institutu Univerziteta u Mičigenu (University of Michigan Transportation Research Institute-UMTRI). Na ovom institutu u posebnoj studiji (Ervin & Guy 1986) razrađen je proračunski model za određivanje položaja vozila u kojem se dostiže najveća vrednost offtracking-a OT_{max} .

Među inženjerima i istraživačima sa navedenog instituta, najveći doprinos dao je Sayers, koji je razvio novu numeričku metodu (Sayers 1986) za konstrukciju krive minimalne prohodnosti i proračun offtracking-a za jedinično ili kombinovano vozilo bilo koje konfiguracije. Pored toga, nova Sayers-ova numerička metoda računala je vrednosti offtracking-a za proizvoljnu veličinu skretnog ugla i radijusa kružne putanje pri skretanju vozila. Takođe, njegov algoritam, prvobitno razvijen za proračun i iscrtavanje krive tragova izabranog vozila na drugoj generaciji PC računara u SAD

(Apple II computer) (Sayers 1990), kasnije je dodatno unapređen u kompjuterski program AUTOSIM, napisan u Fortran-u, za simulaciju kretanja vozila duž vodeće putanje proizvoljne geometrije (Sayers 1991). Algoritam na kome je zasnovan ovaj program za simulaciju podrazumevao je numeričko rešavanje većeg broja diferencijalnih jednačina, koje su preko sedam generalizovanih koordinata definisale položaj kombinovanog vozila u odnosu na neki fiksni koordinatni sistem (slika 2.17).



Slika 2.17 Model kombinovanog vozila čiji položaj određuje sedam generalizovanih koordinata u odnosu na neki fiksni koordinatni sistem (izvor: Sayers 1991)

Iako je razvijeni simulacioni program veoma tačno računao krivu minimalne prohodnosti, za precizno iscrtavanje te krive bilo je neophodno korišćenje Runge-Kutt algoritma drugog reda sa korakom od 0.05 m pri numeričkoj integraciji diferencijalnih jednačina, čijim rešavanjem se potom dobijalo sedam generalizovanih koordinata za određivanje položaja vozila u ravni. Značenje tih generalizovanih koordinata, koje su prikazane na slici 2.17, redom je:

- q_1 - translatorno pomeranje tačke A1 u smeru X ose (n_x) u odnosu na fiksni koordinatni početak;
- q_2 - translatorno pomeranje tačke A1 u smeru Y ose (n_y) u odnosu na fiksni koordinatni početak;
- q_3 - rotacija podužne ose prvog sloga B1 oko tačke A1 na vodećoj putanji;

- q_4 - rotacija podužne ose drugog sloga B2 u odnosu na podužnu osu prvog sloga B1;
- q_5 - rotacija podužne ose trećeg sloga B3 u odnosu na podužnu osu drugog sloga B2;
- q_6 - rotacija podužne ose četvrtog sloga B4 u odnosu na podužnu osu trećeg sloga B3;
- q_7 - rotacija podužne ose petog sloga B5 u odnosu na podužnu osu četvrtog sloga B4.

Generalizovane (translacijske) koordinate q_1 i q_2 izražavale su se u stopama [ft], a ostale od q_3 do q_7 , koje definišu uzajamne rotacije susednih slogova modela kombinovanog vozila, u radijanima [rad]. Numeričko rešavanje složenih diferencijalnih jednačina bila je najveća mana Sayers-ovog algoritma, zbog čega je čak i računarima sa veoma dobrim performansama tog vremena trebalo više od 20 minuta za kompletan proračun i iscertavanje krive minimalne prohodnosti.

Zbog većeg broja složenih jednačina, inženjeri nisu mogli praktično koristiti Sayers-ov model u skladu sa njihovim potrebama, i to uglavnom zbog matematičke postavke (koncepta) celog modela, koja se bazirala na proračunu kružnih putanja točkova pri diferencijalnom pomeranju vozila. Inženjerima su zapravo trebale praktične formule, odnosno, zatvoreno matematičko rešenje za efikasno određivanje položaja vozila koje prati zadanu putanju, a ne ceo matematički postupak (diferencijalni račun), koji bi se na kraju sveo na izvođenje simulacija kretanja vozila.

Novi model za proračun offtracking-a, koji su razvili Choi i ost. (2001), umesto kružnih trajektorija podrazumevao je da se točkovi vozila kreću po diferencijalno malim pravolinijskim putanjama tokom prolaska kroz horizontalnu krivinu. Uvođenjem ovih pojednostavljena, višestruko se smanjuje potrebno kompjutersko vreme i maksimalno koristi kapacitet novog modela za brz proračun položaja vozila u prelaznom offtracking stanju. Na osnovu rezultata proračuna uprošćenog matematičkog modela isti autori razvili su i testirali program za simulaciju kretanja kombinovanih vozila proizvoljne konfiguracije. Njihov kompjuterski program, koristeći tehnike animacije, prikazivao je

položaj vozila na monitoru računara sa mogućnošću naknadne grafičke obrade kroz štampanje rezultata simulacije.

Wang i Linnett (1995) razvili su poseban numerički model kretanja samostalnog vozila ili kombinovanog vozila različite konfiguracije koristeći diferencijalne jednačine prvog reda. Njihov model potvrđuje tačnost WHI offtracking formule (WHI 1970) i daje zatvoreno analitičko rešenje za slučaj kretanja samostalnog vozila (bez prikolice), pod uslovom da je putanja koju prati vozilo kružna krivina ili prava linija (izlazna tangenta). Međutim, u slučaju kamiona sa poluprikolicom ili vučnog voza, tačan položaj priključnih vozila može se odrediti samo numeričkim rešavanjem diferencijalnih jednačina prvog reda, pojedinačno za svako od priključnih vozila. Diferencijalne jednačine izvedene su pod pretpostavkama da se vozilo kreće veoma malim brzinama i da je njegovo proklizavanje usled dejstva poprečnih sila zanemarljivo, što je ustvari omogućilo da se ceo postupak proračuna vrednosti offtracking-a može tretirati kao kinematički problem. Prince i Dubois (2009) matematički su još jednom potvrdili ove pretpostavke i dokazali da trajektorije povlačenja zadnjih točkova vozila ne zavise od brzine kretanja ako točkovi testnog vozila ne proklizavaju. Njihov rad nedvosmisleno pokazuje da se projektovanje situacionog plana površinske raskrsnice može posmatrati samo kao geometrijski problem, eliminišući dinamiku vozila kao dodatnu komponentu pri analizama i konstrukciji krivih minimalne prohodnosti.

Na Građevinskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu krajem devedestih godina prošlog veka razvijena je nova numerička metoda (Dragčević 1999; Korlaet & Dragčević 1999) za proračun graničnih trajektorija složenih kombinovanih vozila. Kretanje vozila u ravni posmatrano je kao geometrijski problem, a položaj vozila definisan je preko sistema diferencijalnih jednačina. Pema ovoj metodi vozilo se, prateći liniju vođenja proizvoljnog oblika, pomera sa korakom s koji predstavlja nezavisnu promenjivu koja se diferencijalno menja. Ovakav pristup pri opisivanju diferencijalnog pomeranja vozila pokazao se jednostavnijim u odnosu na numeričke modele (Sayers 1991) koji su kretanje vozila opisivali sistemima diferencijalnih jednačina u kojima je kao nezavisna promenljiva figurisalo vreme t . Uvođenjem koraka s kao diferencijalno promenljive smanjuje se broj diferencijalnih jednačina u sistemu, zato što početni uslovi nisu

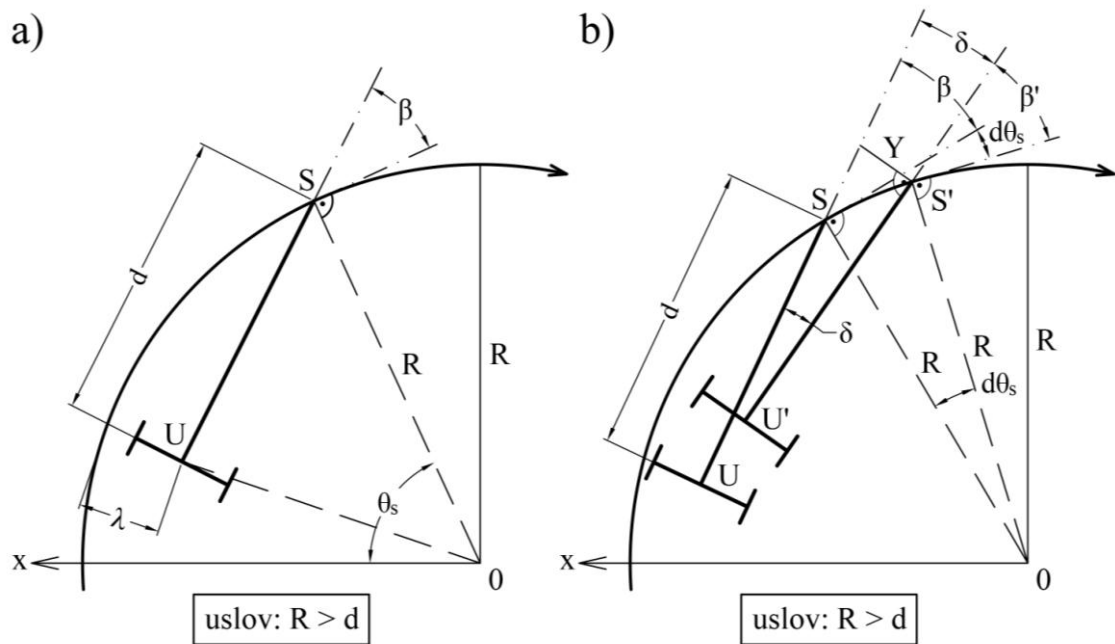
definisani diferencijalnim nego linearnim jednačinama. Tačnost ovog numeričkog postupka dokazana je poređenjem sa eksperimentalno dobijenim graničnim trajektorijama vozila. Naime, posle izvođenja eksperimenta u vidu realnih vožnji tegljača sa poluprikolicom na testnom poligonu, dobijene trajektorije povlačenja vrlo malo su odstupale od onih koje su sračunate numeričkim putem (Dragčević und Korlaet 2003). Ovakvim poređenjem dokazan je visok nivo pouzdanosti ove numeričke metode koja se može uspešno primeniti za proračun trajektorije povlačenja bilo koje tačke na složenom kombinovanom vozilu, i to za slučaj proizvoljne geometrije vodeće putanje.

2.3.4 ICAO matematički model za proračun offtracking-a

Analize prohodnosti vozila predstavljaju nezaobilaznu fazu projektne razrade ne samo pri projektovanju raskrsnica za drumska vozila, već i pri geometrijskom oblikovanju proširenja rulnih staza aerodroma u krivini, ili njihovom ukrštanju. Zbog toga zahtevi minimalne prohodnosti moraju biti strogo zadovoljeni i prilikom projektovanja sistema rulnih i poletno sletnih staza na aerodromima. Da bi se pomenuti zahtevi ispunili, ICAO je, kroz donošenje međunarodnih propisa za projektovanje proširenja rulnih staza (na engleskom: Fillet design) (ICAO 2005), definisao pravila, odnosno, postupak za proračun položaja aviona pri kretanju duž vodeće kružne putanje određenog radijusa. Poređenjem sa drugim metodama za određivanje graničnih trajektorija (Halter 1932), tačnost ovog modela više puta je dokazana, pa se može usvojiti kao opšte prihvaćen koncept za analitički proračun položaja samostalnog vozila (aviona) tokom prolaska kroz kružnu krivinu. Pošto za avion "ne može da se zakači prikolica", glavni nedostatak ovog proračuna jeste što može odrediti tačan položaj samo jediničnog vozila, odnosno jedne krute baze, prilikom kretanja duž kružne putanje i izlazne tangente. Prema načinu izvođenja matematičkih izraza za definisanje položaja aviona (vozila), ICAO matematički model može se jasno podeliti na dva odvojena segmenta ili sub-modela:

- prvi koji se bavi proračunom položaja vozila (aviona) kada ono, krećući se iz početnog položaja u kojem je osovina vozila idealno poravnata sa ulaznom tangentom, baznom (početnom) tačkom krute baze prati kružni luk (slika 2.18);
- drugi kada bazna tačka krute baze vozila (aviona) prati pravu liniju u vidu izlazne tangente na kraju proste kružne krivine (slika 2.19).

Na slici 2.18a prikazana je kruta baza dužine d koja ustvari predstavlja avion dok prolazi kružnom krivinom radijusa R . Kružnu putanju prati kabina aviona S čija je uglovna koordinata označena sa θ_s . Trenutni skretni ugao između podužne ose aviona i tangente na luk u tački je β , a pomak centra glavnog stajnog trapa aviona u odnosu na kružnu putanju (vodeću trajektoriju) je λ . U matematičkom smislu, rastojanje λ u suštini predstavlja vrednost offtracking-a koji se postiže kada početak krute baze (bazna tačka) pređe dužinu kružnog luka koja odgovara uglovnoj koordinati θ_s . Kada je bazna tačka krute baze, tj. kabina aviona, bila na početku kružne krivine, osovina aviona je morala biti idealno poravnata sa ulaznom tangentom.



Slika 2.18 Prolazak aviona krute baze d kroz kružnu krivinu radijusa R : a) kružnu putanju prati kabina aviona S ; b) diferencijalna rotacija krute baze za ugao $d\theta_s$

Pošto se trenutni centar rotacije aviona pri prolasku kroz kružnu krivinu nalazi na pravou koja prolazi centrom glavnog stajnog trapa U , a upravna je na podužnu osu aviona, to će se pri diferencijalnoj rotaciji centar glavnog stajnog trapa pomeriti duž ose aviona u novi položaj U' (slika 2.18b). Kako se pravac tangente na kružni luk između dva uzastopna položaja kabine promenio za $d\theta_s$, a pravac osovine aviona za δ , diferencijalna promena trenutnog skretnog ugla β će biti:

$$\beta' + \delta = \beta + d\theta_s \quad (2.32)$$

$$d\beta = \beta' - \beta = d\theta_s - \delta \quad (2.33)$$

Kada $d\theta_s \rightarrow 0$ tada važi:

$$Y = d \cdot \tan \delta \quad (2.34)$$

ili

$$Y = R \cdot d\theta_s \cdot \sin \beta \quad (2.35)$$

Ako se jednačine (2.34) i (2.35) izjednače dobija se:

$$\delta \approx \tan \delta = \frac{R \cdot d\theta_s \cdot \sin \beta}{d} \quad (2.36)$$

Jednačina (2.36) može dalje da se uvrsti u prethodnu jednačinu (2.33), iz čega sledi:

$$d\beta = d\theta_s - \frac{R \cdot d\theta_s \cdot \sin \beta}{d} = \left(1 - \frac{R \cdot \sin \beta}{d}\right) \cdot d\theta_s \quad (2.37)$$

$$d\beta = \frac{d - R \cdot \sin \beta}{d} \cdot d\theta_s \quad (2.38)$$

Tako se dolazi do ključne diferencijalne jednačine:

$$d\theta_s = \frac{d}{d - R \cdot \sin \beta} \cdot d\beta \quad (2.39)$$

Desna strana jednačine (2.39) može da se подели sa d , pa se posle integracije dobija:

$$\int_{\theta_0}^{\theta_s} d\theta_s = \int_{\beta_0}^{\beta} \frac{1}{1 - (R/d) \cdot \sin \beta} d\beta \quad (2.40)$$

Poštujući uslov da je $R > d$ uvode se oznake:

$$X = \frac{R}{d} \quad (2.41)$$

$$K = \sqrt{X^2 - 1} \quad (2.42)$$

pa integral iz jednačine (2.40) poprima oblik:

$$\int_{\theta_0}^{\theta_s} d\theta = \int_{\beta_0}^{\beta} \frac{1}{1 - X \sin \beta} d\beta \quad (2.43)$$

Da bi se rešio ovaj određeni integral uvodi se smena:

$$\tan(\beta/2) = t \quad (2.44)$$

Prema pravilima za rešavanje određenih integrala uvedena smena mora dalje da se diferencira kao:

$$(\tan(\beta/2))' \cdot \frac{1}{2} d\beta = dt \quad (2.45)$$

$$\frac{1}{\cos^2(\beta/2)} \cdot \frac{1}{2} d\beta = \frac{1}{\frac{1+\cos\beta}{2}} \cdot \frac{1}{2} d\beta = \frac{d\beta}{1+\cos\beta} = dt \quad (2.46)$$

Sada se, imajući na umu prethodnu smenu, mogu iskoristiti poznate trigonometrijske formule za izražavanje dvostrukog ugla preko tangensa polougla:

$$\sin\beta = \frac{2 \cdot \tan(\beta/2)}{1 + \tan^2(\beta/2)} = \frac{2 \cdot t}{1 + t^2} \quad (2.47)$$

$$\cos\beta = \frac{1 - \tan^2(\beta/2)}{1 + \tan^2(\beta/2)} = \frac{1 - t^2}{1 + t^2} \quad (2.48)$$

Koristeći jednakost (2.48), diferencirana smena (2.46) svodi se na oblik:

$$\frac{d\beta}{1 + \frac{1-t^2}{1+t^2}} = \frac{d\beta}{\frac{1+t^2+1-t^2}{1+t^2}} = \frac{1+t^2}{2} d\beta = dt \quad (2.49)$$

$$d\beta = \frac{2 \cdot dt}{1+t^2} \quad (2.50)$$

S obzirom da se izraz (2.42) može napisati i kao $K^2 = X^2 - 1$, kada se jednačina (2.47) i jednakost (2.50) kojom je definisana diferencirana smena $d\beta$ uvrste u izraz (2.43), određeni integral postaje:

$$\int_{\theta_0}^{\theta_s} d\theta = \int_{\beta_0}^{\beta} \frac{1}{1 - X \cdot \frac{2 \cdot t}{1+t^2}} \cdot \frac{2 \cdot dt}{1+t^2} = \int_{\beta_0}^{\beta} \frac{1+t^2}{1+t^2 - 2 \cdot X \cdot t} \cdot \frac{2 \cdot dt}{1+t^2} \quad (2.51)$$

$$\int_{\theta_0}^{\theta_s} d\theta = \int_{\beta_0}^{\beta} \frac{2 \cdot dt}{t^2 - 2 \cdot X \cdot t + X^2 - X^2 + 1} = \int_{\beta_0}^{\beta} \frac{2 \cdot dt}{(t - X)^2 - (X^2 - 1)} \quad (2.52)$$

$$\int_{\theta_0}^{\theta_s} d\theta = \int_{\beta_0}^{\beta} \frac{2 \cdot dt}{(t - X)^2 - K^2} \quad (2.53)$$

Upotrebom jednostavne transformacije:

$$\frac{1}{a^2 - b^2} = \frac{1}{2b} \cdot \left[\frac{1}{a-b} - \frac{1}{a+b} \right] \quad (2.54)$$

dobijeni integral (2.53) dalje se rešava kao:

$$\int_{\theta_0}^{\theta_s} d\theta = \frac{1}{2K} \cdot \int_{\beta_0}^{\beta} \left[\frac{1}{(t-X)-K} - \frac{1}{(t-X)+K} \right] \cdot 2 \cdot dt \quad (2.55)$$

$$\int_{\theta_0}^{\theta_s} d\theta = \frac{1}{K} \cdot \int_{\beta_0}^{\beta} \frac{dt}{(t-X)-K} - \frac{1}{K} \int_{\beta_0}^{\beta} \frac{dt}{(t-X)+K} \quad (2.56)$$

$$\theta \Big|_{\theta_0}^{\theta_s} = \frac{1}{K} \cdot \ln[(t-X)-K] \Big|_{\beta_0}^{\beta} - \frac{1}{K} \cdot \ln[(t-X)+K] \Big|_{\beta_0}^{\beta} = \frac{1}{K} \cdot \ln \frac{(t-X)-K}{(t-X)+K} \Big|_{\beta_0}^{\beta} \quad (2.57)$$

$$\theta \Big|_{\theta_0}^{\theta_s} = \frac{1}{K} \cdot \ln \frac{(t-X)-K}{(t-X)+K} \Big|_{t_0}^t \quad (2.58)$$

Na osnovu graničnih uslova $\theta_0 = 0$, $\beta_0 = 0$ (tj. $t_0 = \tan(\beta_0/2) = 0$ zbog uvođenja smene), koji važe na početku krivine, dobija se:

$$\theta_s = \frac{1}{K} \cdot \left[\ln \frac{(t-X)-K}{(t-X)+K} - \ln \frac{0-X-K}{0-X+K} \right] = \frac{1}{K} \cdot \ln \left[\frac{t-(K+X)}{t+(K-X)} \cdot \frac{K+X}{K-X} \right] \quad (2.59)$$

$$\theta_s = \frac{1}{K} \cdot \ln \left[\frac{t \cdot (K-X) - (K+X) \cdot (K-X)}{-(t \cdot (K+X) + (K-X) \cdot (K+X))} \right] \quad (2.60)$$

$$\theta_s = \frac{1}{K} \cdot \ln \left[\frac{t \cdot (K-X) - (K^2 - X^2)}{-(t \cdot (K+X) + (K^2 - X^2))} \right] \quad (2.61)$$

Iz izraza (2.42) može se usvojiti da je:

$$K^2 - X^2 = -1 \quad (2.62)$$

pa se vraćanjem ove vrednosti u jednačinu (2.61) dalje dobija:

$$\theta_s = \frac{1}{K} \cdot \ln \left[\frac{1 + (K-X) \cdot t}{1 - (K+X) \cdot t} \right] \quad (2.63)$$

Poslednja jednačina se stepenuje sa Eulerovim brojem e kako bi se izračunala nepoznata t , a kasnije vratila i uvedena smena, tj. $t = \tan(\beta/2)$.

$$e^{K\theta_s} = \frac{1 + (K-X) \cdot t}{1 - (K+X) \cdot t} \quad (2.64)$$

$$1 + (K-X) \cdot t = e^{K\theta_s} - e^{K\theta_s} \cdot (K+X) \cdot t \quad (2.65)$$

$$1 - e^{K\theta_s} = t \cdot (X - K - X \cdot e^{K\theta_s} - K \cdot e^{K\theta_s}) \quad (2.66)$$

$$t = \tan(\beta/2) = \frac{1 - e^{K\theta_s}}{X - K - X \cdot e^{K\theta_s} - K \cdot e^{K\theta_s}} \quad (2.67)$$

Poslednja jednačina (2.67) ujedno je i najvažnija za prvi segment ICAO-ovog matematičkog modela, jer se iz nje računa trenutni skretni ugao β između podužne ose aviona i tangente na luk u zavisnosti od uglovne koordinate položaja kabine aviona θ_s nad kružnom putanjom. Sve uglovne veličine u jednačini (2.67) izražavaju se u radijanima, dok su oznake X i K bezdimenzionalne, jer zavise samo od dužine krute baze d i radijusa R . Kada kabina aviona (ili bazna tačka krute baze vozila) dođe na kraj kružne putanje neposredno pre početka izlazne tangente, trenutni skretni ugao u tom položaju dostiže maksimalnu vrednost, odnosno β_{max} .

Iz trougla UOS (slika 2.18a), na osnovu kosinusne teoreme, dobija se izraz za proračun odstupanja centra glavnog stajnog trapa λ u odnosu na vodeću trajektoriju, odnosno, dobija se vrednost offtracking-a pri pomeranju bazne tačke krute baze duž kružne putanje. Vrednost odstupanja λ zavisi od uglovne koordinate kabine aviona θ_s , odnosno, direktno od veličine trenutnog skretnog ugla β . Sa slike 2.18a lako se zapaža da je:

$$\lambda = R - \overline{UO} \quad (2.68)$$

Znajući da je ugao $\sphericalangle USO = 180^\circ - 90^\circ - \beta = 90^\circ - \beta$, i za poznate dužine krute baze d i radijusa R , primenom kosinusne teoreme prvo se sračuna dužina \overline{UO} :

$$\overline{UO}^2 = d^2 + R^2 - 2 \cdot d \cdot R \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) \quad (2.69)$$

Pošto u prvom kvadrantu, za trigonometrijsku funkciju \cos važi poznata relacija $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \sin \beta$, dalje se može napisati:

$$\overline{UO}^2 = d^2 + R^2 - 2 \cdot d \cdot R \cdot \sin \beta \quad (2.70)$$

Kada se jednačina (2.70) uvrsti u izraz (2.68) dobija se:

$$\lambda = R - \sqrt{d^2 + R^2 - 2 \cdot d \cdot R \cdot \sin \beta} \quad (2.71)$$

Obe strane jednačine (2.71) mogu se zatim podeliti sa d :

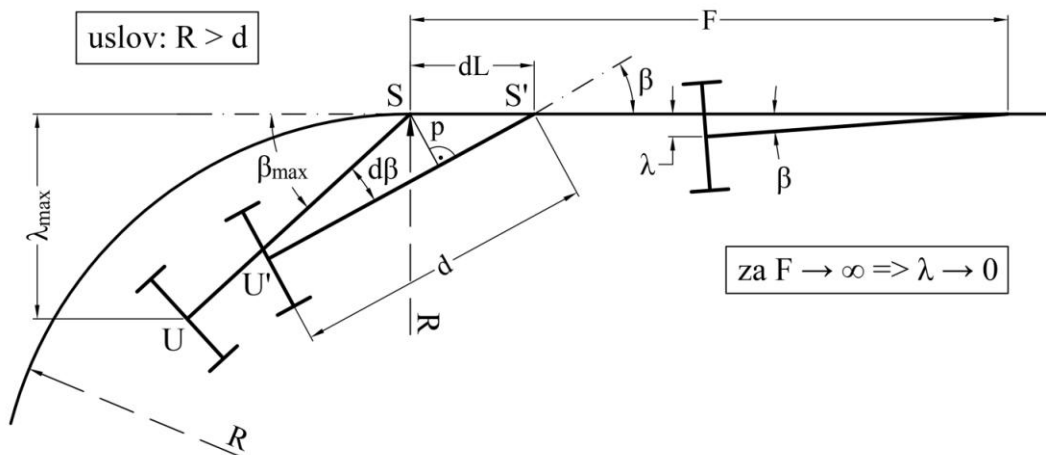
$$\frac{\lambda}{d} = \frac{R}{d} - \sqrt{\frac{d^2}{d^2} + \frac{R^2}{d^2} - \frac{2 \cdot d \cdot R}{d^2} \cdot \sin \beta} \quad (2.72)$$

Ako se uzme u obzir izraz (2.41), prethodna jednačina svodi se na:

$$\frac{\lambda}{d} = X - \sqrt{1 + X^2 - 2 \cdot X \cdot \sin \beta} \quad (2.73)$$

$$\lambda = d \cdot \left(X - \sqrt{1 + X^2 - 2 \cdot X \cdot \sin \beta} \right) \quad (2.74)$$

Pomoćna skica za drugi segment ICAO-ovog matematičkog modela prikazana je na slici 2.19. U momentu kada kabina aviona dođe tačno iznad izlazne tačke krivine, avion počinje da se poravnava sa izlaznom tangentom, a bazna tačka krute baze nastavlja da se pomera duž izlaznog pravca, pri čemu se odstupanje λ i trenutni skretni ugao β postepeno smanjuju.



Slika 2.19 Kretanje aviona na izlasku iz kružne krivine kada bazna tačka krute baze prati izlaznu tangentu

Na osnovu situacije na slici 2.19 i diferencijalne promene pravca krute baze pri pomeranju duž izlazne tangente postavlja se jednačina:

$$p = d \cdot d\beta \quad (2.75)$$

Diferencijalni pomak duž izlazne tangente dL računa se kao:

$$dL = \frac{p}{\sin \beta} \quad (2.76)$$

Kada se jednačina (2.75) uvrsti u prethodni izraz dobija se diferencijalna jednačina:

$$dL = \frac{d \cdot d\beta}{\sin \beta} \quad (2.77)$$

$$\frac{dL}{d} = \frac{d\beta}{\sin \beta} \quad (2.78)$$

Prostom integracijom poslednja jednačina svodi se na:

$$\int_0^F \frac{dL}{d} = \int_{\beta}^{\beta_{max}} \frac{d\beta}{\sin \beta} \quad (2.79)$$

Integral sa desne strane jednačine (2.79) rešava se pomoću sledećih transformacija:

$$\int \frac{d\beta}{\sin \beta} = \int \frac{d\beta}{\sqrt{1 - \cos^2 \beta}} = \int \frac{d\beta}{\sqrt{(1 - \cos \beta) \cdot (1 + \cos \beta)}} \quad (2.80)$$

$$\int \frac{d\beta}{\sin \beta} = \int \frac{d\beta}{\sqrt{(1 - \cos \beta) \cdot (1 + \cos \beta)^2}} = \int \frac{d\beta}{(1 + \cos \beta) \cdot \sqrt{1 - \cos \beta}} \quad (2.81)$$

Za dalje uprošćenje integrala mogu se iskoristiti trigonometrijske formule polouglova:

$$\tan\left(\frac{\beta}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \beta}{1 + \cos \beta}} \quad (2.82)$$

$$2 \cos^2\left(\frac{\beta}{2}\right) = 1 + \cos \beta \quad (2.83)$$

čijim uvođenjem u jednačinu (2.81) integral postaje:

$$\int \frac{d\beta}{\sin \beta} = \int \frac{d\beta}{\tan\left(\frac{\beta}{2}\right) \cdot 2 \cdot \cos^2\left(\frac{\beta}{2}\right)} \quad (2.84)$$

Da bi se do kraja rešio ovaj integral, kao i u prethodnom slučaju, može da se uvede smena $\tan\left(\frac{\beta}{2}\right) = t$, koja se potom diferencira kao:

$$dt = \left(\tan\left(\frac{\beta}{2}\right)\right)' \cdot \frac{1}{2} d\beta = \frac{1}{\cos^2\left(\frac{\beta}{2}\right)} \cdot \frac{1}{2} d\beta = \frac{d\beta}{2 \cdot \cos^2\left(\frac{\beta}{2}\right)} \quad (2.85)$$

Na kraju, posle uvođenja smene i zamene njenog izvoda, dobija se:

$$\int \frac{d\beta}{\sin \beta} = \int \frac{\frac{d\beta}{2 \cdot \cos^2\left(\frac{\beta}{2}\right)}}{\tan\left(\frac{\beta}{2}\right)} = \int \frac{dt}{t} \quad (2.86)$$

Vraćanjem granica integracije definisanim u jednačini (2.79) konačno se dobija izraz:

$$\frac{1}{d} \int_0^F dL = \int_{\beta}^{\beta_{max}} \frac{dt}{t} \quad (2.87)$$

$$\frac{1}{d} \cdot L \Big|_0^F = \ln(t) \Big|_{\beta}^{\beta_{max}} \quad (2.88)$$

$$\frac{1}{d} \cdot (F - 0) = \ln\left(\tan\left(\frac{\beta}{2}\right)\right) \Big|_{\beta}^{\beta_{max}} = \ln\left(\tan\left(\frac{\beta_{max}}{2}\right)\right) - \ln\left(\tan\left(\frac{\beta}{2}\right)\right) \quad (2.89)$$

$$\boxed{\ln\left(\tan\left(\frac{\beta}{2}\right)\right) = \ln\left(\tan\left(\frac{\beta_{max}}{2}\right)\right) - \frac{F}{d}} \quad (2.90)$$

Jednačina (2.90) najvažnija je za drugi segment ICAO-ovog matematičkog modela. U njoj je definisano kako se, u zavisnosti od trenutnog skretnog ugla β_{max} na izlaznoj tački kružnog luka, može sračunati trenutni skretni ugao β u momentu kada se kabina aviona nalazi na odstojanju F od ove izlazne tačke. Takođe, jednačina (2.90) se jednostavnom transformacijom može svesti na oblik:

$$\ln\left[\frac{\tan\left(\frac{\beta}{2}\right)}{\tan\left(\frac{\beta_{max}}{2}\right)}\right] = -\frac{F}{d} \quad (2.91)$$

Posle stepenovanja sa Eulerovim brojem e dobija se direktna formula za sračunavanje trenutnog skretnog ugla β u funkciji od prethodno sračunate vrednosti β_{max} i zadate dužine F :

$$\frac{\tan\left(\frac{\beta}{2}\right)}{\tan\left(\frac{\beta_{max}}{2}\right)} = e^{\left(-\frac{F}{d}\right)} \quad (2.92)$$

$$\tan\left(\frac{\beta}{2}\right) = \tan\left(\frac{\beta_{max}}{2}\right) \cdot e^{\left(\frac{-F}{d}\right)} \quad (2.93)$$

$$\beta = 2 \cdot \arctan\left(\tan\left(\frac{\beta_{max}}{2}\right) \cdot e^{\left(\frac{-F}{d}\right)}\right) \quad (2.94)$$

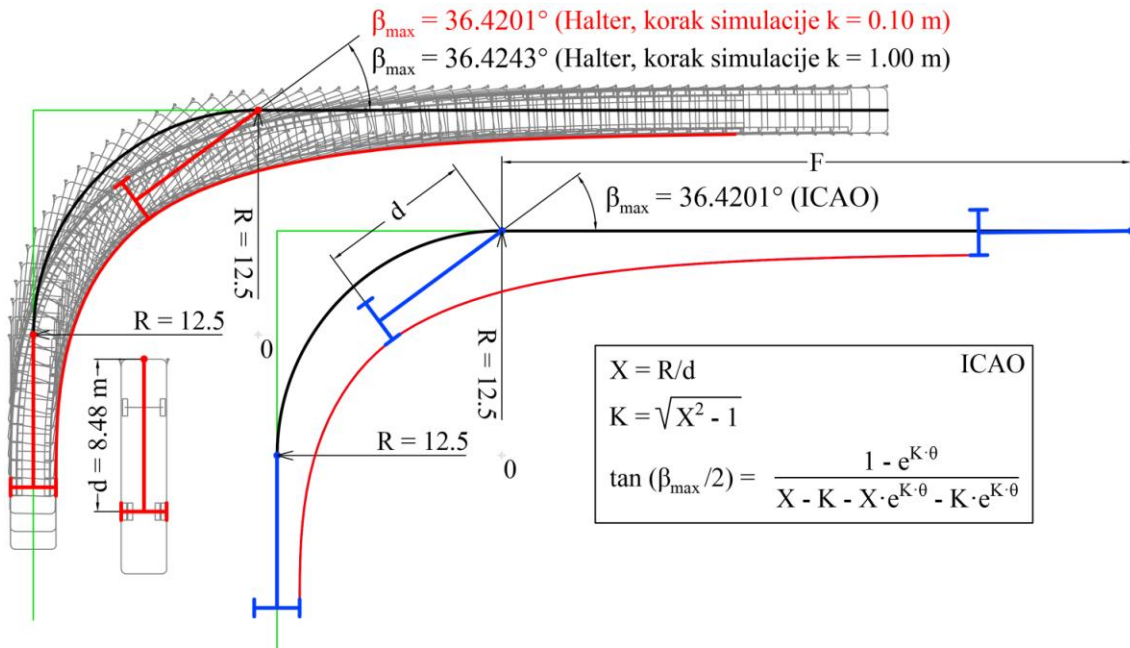
Sa slike 2.19 je očigledno da se odstojanje λ centra glavnog stajnog trapa od izlazne tangente, tj. offtracking, s obzirom na jednačinu (2.94), može jednostavno sračunati kao:

$$\lambda = d \cdot \sin \beta \quad (2.95)$$

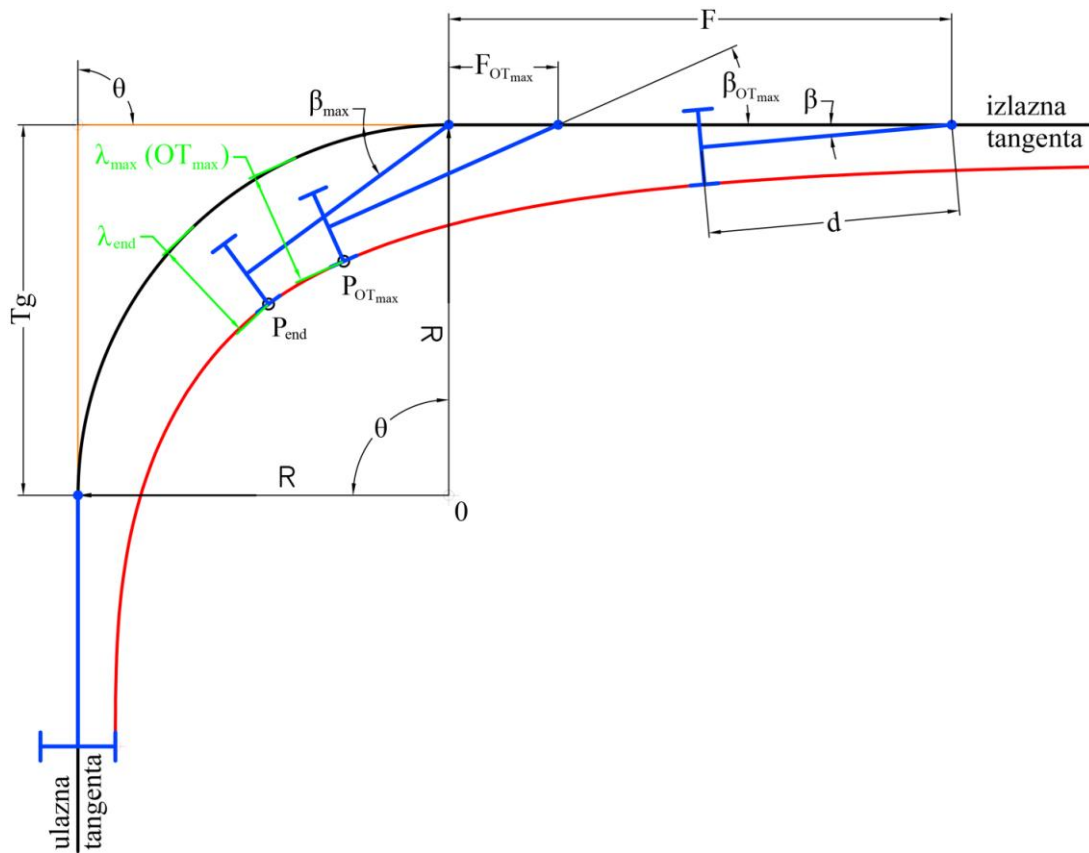
$$\lambda = d \cdot \sin\left[2 \cdot \arctan\left(\tan\left(\frac{\beta_{max}}{2}\right) \cdot e^{\left(\frac{-F}{d}\right)}\right)\right] \quad (2.96)$$

Zbog važnosti ICAO-ovog modela, u prethodnom delu teksta ovog poglavlja, detaljno je izložen ceo postupak izvođenja ključnih jednačina za njegovu praktičnu primenu. U suštini, celi ICAO-ov matematički postupak za proračun položaja vozila (aviona), pri prolasku kroz kružnu krivinu, svodi se na primenu pet jednačina označenih kao (2.67), (2.74), (2.90), (2.94) i (2.96), koje su posebno uokvirene u prethodnom delu teksta.

Tačnost ICAO-ovog matematičkog modela za proračun offtracking-a testirana je poređenjem sa softverom za simulaciju kretanja vozila GCM++ (Gavran 2013). Pošto je modul za simulaciju kretanja u okviru pomenutog softvera zasnovan na Halter-ovom grafičkom postupku (Halter 1932), tačnost ICAO-ovog modela zapravo je testirana poređenjem sa Halter-ovom metodom. Poređenje je izvršeno za samostalno vozilu u vidu autobusa dužine krute baze $d = 8.48$ m, koji se kretao kroz prostu kružnu krivinu radijusa $R = 12.50$ m (slika 2.20). Za baznu tačku kojom kruta baza sledi vodeću liniju pri izvođenju simulacije kretanja u softveru GCM++ izabrana je sredina prednjeg branika autobusa. Posle izvedene simulacije kretanja i proračuna položaja vozila pomoću ICAO-ovog modela iscrtane su i upoređenje granične trajektorije zadnjeg unutrašnjeg točka autobusa iz obe metode. Kao što se vidi sa slike 2.20, dobijene granične trajektorije skoro se u potpunosti preklapaju, iako je granična trajektorija dobijena Halter-ovim postupkom blago na strani sigurnosti za 2.0 do 3.0 cm.



Slika 2.20 Poređenje Halter-ovog grafičkog postupka za simulaciju kretanja vozila i ICAO-ovog matematičkog modela



Slika 2.21 Položaji krute baze aviona u momentu kada je dostignut maksimalni offtracking λ_{\max} i maksimalni skretni ugao β_{\max} se ne poklapaju

Važno je napomenuti da je pri korišćenju softvera GCM++ za korak simulacije usvojen 1.0 m, što je manje od četvrtine dužine krute baze, tj. $0.25 \cdot 8.48 \text{ m} = 2.12 \text{ m}$, kako je to ranije preporučeno prilikom analize pouzdanosti Halter-ovog postupka u radu Korlaeta (1990b). Na slici 2.20, takođe se vidi da se maksimalne vrednosti trenutnih skretnih uglova β_{max} iz obe metode veoma malo međusobno razlikuju. Ako se za korak simulacije u softveru GCM++ usvoji 0.10 m, ova razlika između maksimalnih vrednosti trenutnih skretnih uglova β_{max} praktično ne postoji, što je dodatna potvrda visoke preciznosti i pouzdanosti ICAO-ovog matematičkog modela.

Nedostatak ICAO-ovog matematičkog modela jeste i što ne nudi analitičko rešenje za proračun položaja vozila u kome se dostiže maksimalni offtracking OT_{max} , odnosno, maksimalno odstojanje centra glavnog stajnog trapa aviona od vodeće putanje λ_{max} . Na slici 2.21, gde je na osnovu ICAO-ovog matematičkog modela sračunata i iscrtana granična trajektorija unutrašnjeg točka samostalnog vozila, može se jasno videti da se položaji krute baze vozila u momentu kada je dostignut maksimalni offtracking λ_{max} i maksimalni trenutni skretni ugao λ_{end} ne poklapaju. Na izlaznoj tački kružne krivine, gde je najveća vrednost trenutnog skretnog ugla β_{max} , ne dostiže se i maksimalna vrednost offtracking-a λ_{max} (OT_{max}), već se ta vrednost dostiže tek kada bazna tačka krute baze (ili kabina aviona), pomerajući se duž izlazne tangente, u jednom trenutku dostigne udaljenost $F_{OT_{max}}$ od kraja kružnog luka. Upravo zbog ove "slabosti" ICAO-ovog modela neophodno ga je unaprediti kroz razvoj novog matematičkog aparata za proračun tačnog položaja sa maksimalnim offtracking-om.

2.4 Analize prohodnosti merodavnog vozila

Provera prohodnosti merodavnog vozila predstavlja nezaobilaznu fazu prilikom definisanja, odnosno, izbora elemenata geometrije ivičnih i vodećih linija na situacionim planovima površinskih raskrsnica, kako na gradskoj, tako i na vangradskoj mreži saobraćajnica. Krive minimalne prohodnosti merodavnog vozila pri maloj brzini kretanja ($V \leq 15 \text{ km/h}$) predstavljaju granične trajektorije preko kojih ne sme da "prelazi" ni jednim svojim delom bilo koji od usvojenih geometrijskih elemenata situacionog plana raskrsnice.

Kod površinskih raskrsnica sa presecanjem saobraćajnih struja provera minimalne prohodnosti vozila podrazumeva:

- definisanje graničnih trajektorija merodavnog vozila na poziciji svih levih i desnih skretanja (primarna gradska putna mreža);
- kod raskrsnica sa smanjenim programom (izliv/uliv) definisanje graničnih trajektorija samo kod desnih skretanja (primarna i/ili sekundarna putna mreža).

Prvi korak u analizama prohodnosti jeste izbor merodavnog vozila za koje se moraju obezbediti normalni uslovi za sve manevre skretanja (levo i desno) u površinskoj raskrsnici. Za vozila koja su većih dimenzija od merodavnih moraju se takođe proveriti uslovi minimalne prohodnosti (Maletin i ost. 2010a), i, prema potrebi, obezbediti dodatni elementi preko kojih takva vozila mogu povremeno preći (npr. dodatne popločane površine, prelazni kolovoz itd.). Kao po pravilu, pogrešan izbor merodavnog vozila i površno izvedene kontrole prohodnosti na kraju uvek rezultiraju disfunkcionalnim i nebezbednim rešenjem raskrsnice.

2.4.1 Pojam merodavnog vozila za projektovanje putne infrastrukture

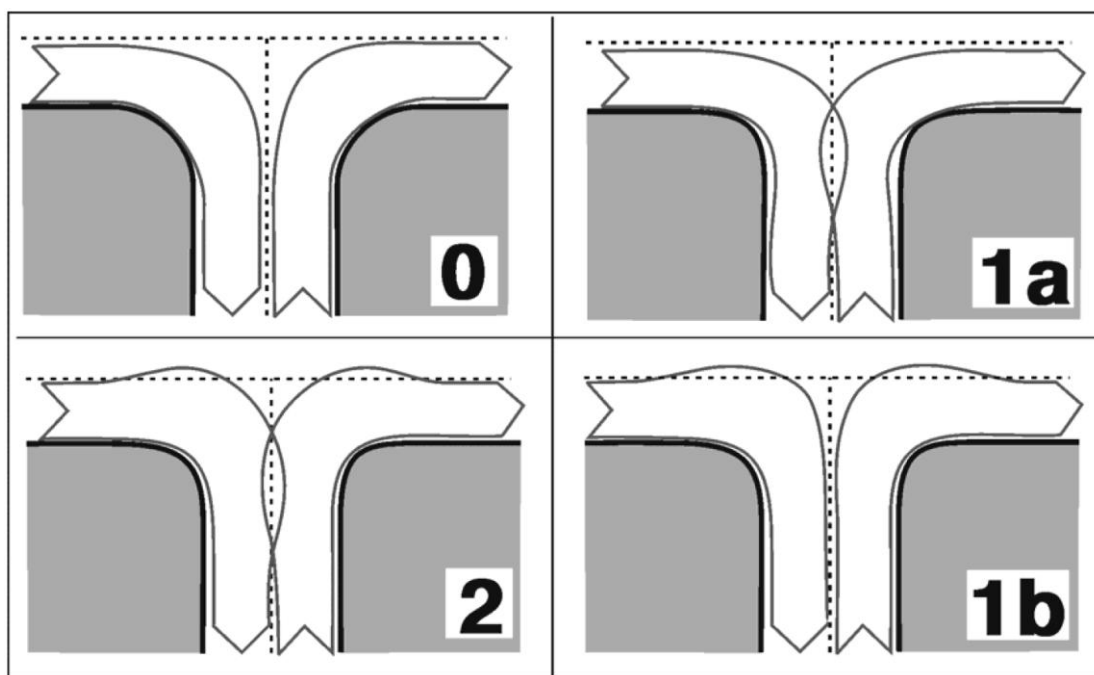
Tip i vrstu merodavnog vozila najbliže određuje funkcionalni rang saobraćajnice kao i učestalost pojave tog tipa vozila u vršnom času. Za merodavno vozilo bira se najveće vozilo sa najskromnijim mogućnostima manevra za koje postoji verovatnoća da će se najčešće kretati kroz površinske raskrsnice. Pored izbora merodavnog vozila, za preciznu i pouzdanu kontrolu prohodnosti neophodno je istovremeno definisati mogućnosti, odnosno, uslove izvođenja manevra za izabrano merodavno vozilo.

Prema domaćim smernicama za projektovanje gradskih saobraćajnica (Maletin i ost. 2010a), uslovi izvođenja manevra u zavisnosti od odnosa spoljnih kontura (graničnih trajektorija) vozila pri skretanju svrstavaju se u jedan od sledeća 4 tipa (slika 2.22):

- spoljna kontura vozila koje izvodi manevre skretanja (desno ili levo) ne ulazi u prostor susednih vozila ili manipulativnih traka (**tip 0**);
- spoljna kontura ulazi u susednu voznu ili manipulativnu traku na pravcu ka kome vozilo izvodi manevar skretanja (**tip 1a**);




- spoljna kontura vozila ulazi u susednu voznu ili manipulativnu traku na pravcu iz koga vozilo izvodi manevar skretanja (**tip 1b**);
- spoljna kontura ulazi u susedne vozne ili manipulativne trake na oba pravca koje vozilo prati pri izvođenju manevra skretanja (**tip 2**)

Funkcionalni rang saobraćajnice i/ili učestalost pojave izabranog merodavnog vozila (tj. struktura saobraćajnog toka) najviše utiču na izbor uslova izvođenja manevra skretanja. Preporučena merodavna vozila u domaćim smernicama za projektovanje gradskih saobraćajnica (Maletin i ost. 2010a), kao i uslovi izvođenja manevra skretanja na površinskim raskrsnicama za različite funkcionalne rangove presečnih pravaca, prikazani su na slici 2.23.



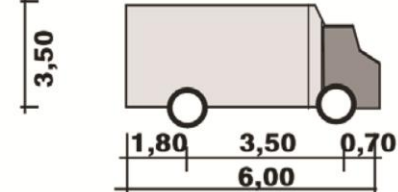
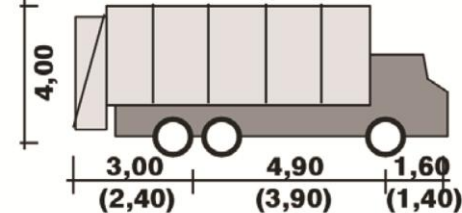
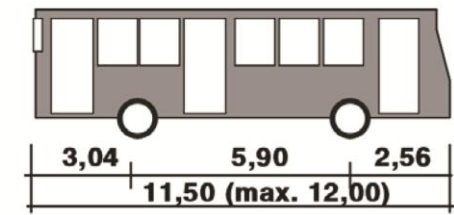
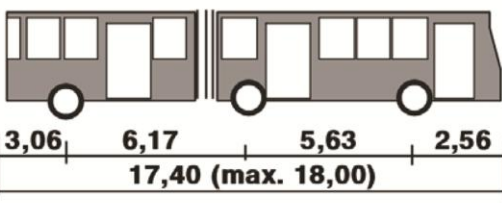
Slika 2.22 Uslovi izvođenja manevra skretanja za izabrano merodavno vozilo - odnos spoljnih kontura vozila pri skretanju (izvor: Maletin i ost. 2010a)

Na najvećem broju raskrsnica na primarnoj gradskoj putnoj mreži potrebno je obezbediti optimalne uslove izvođenja manevra skretanja (**tip 0**) za vozila javnog gradskog prevoza (**BUSl** ili **BUSlzg**), što podrazumeva i trolejbuse (ako postoje). S druge strane, prohodnost za teška teretna vozila (**AV**, **VV**) treba obezbediti na onim raskrsnicama gde je frekvencija, odnosno učestalost njihove pojave, srazmerna njihovom učešću u saobraćajnom toku.

	GLAVNA GRADSKA MAGISTRALA GGM	GRADSKA MAGISTRALA GM	SABIRNA ULICA SU	PRISTUPNA ULICA PU
GLAVNA GRADSKA MAGISTRALA GGM	BUSI, BUSIzg 0 AV, VV 0	BUSI, BUSIzg 0 AV, VV 0(1b)	BUSI, BUSIzg 0 AV, VV 1b	-
GRADSKA MAGISTRALA GM		BUSI, BUSIzg 0 AV, VV 1b	BUSI, BUSIzg 0 AV, VV 1b	BUSI 1b (1a) KV3 1b (1a) KV2 0 (1b)
SABIRNA ULICA SU	 AV, VV		BUSI, BUSIzg 1b KV3 1b KV2 - 0	KV3 1b (1a) (2) KV2 1b (1a)
PRISTUPNA ULICA PU	 	BUSIzg, BUSI KV3, KV2		KV3 2 KV2 1b (1a) (2)

() moguća primena kod oštrijih prostornih ograničenja i/ili rekonstrukcije

Slika 2.23 Merodavna vozila i uslovi izvođenja manevra skretanja u zavisnosti od funkcionalnih rangova presečnih pravaca (izvor: Maletin i ost. 2010a)

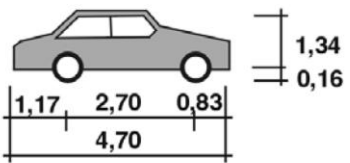
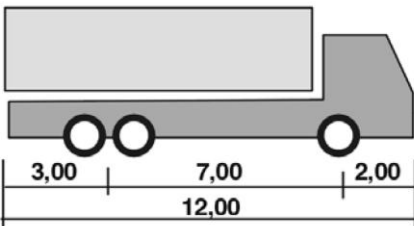
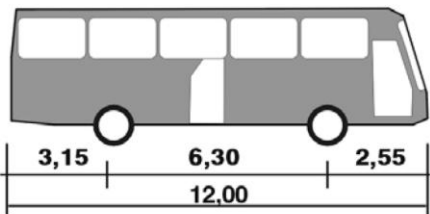
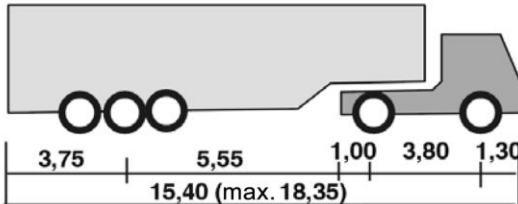
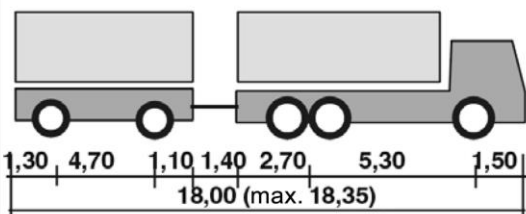
dostavno vozilo DV		broj osovinu: 2 dužina: 8,00 (7,00) širina: 2,20 m visina: 3,50 m $R_s = 6,10 (7,00) m$
komunalno vozilo KV3 (KV2)		broj osovinu: 3 (2) dužina: 9,50 (7,70) širina: 2,50 m visina: 4,00 m broj osovinu: 3 $R_s = 9,80 (10,00) m$ broj osovinu: 2 $R_s = 7,80 (8,00) m$
autobus linijski BUS I		broj osovinu: 2 dužina: 11,50 m širina: 2,50 m visina*: 3,50 m $R_s = 11,00 (11,00) m$ napomena: * za dvospratni BUS 4,20 m. * kod trolejbusa dodatno za trolni vod
autobus linijski zglobni BUS Izg		broj osovinu: 3 dužina: 17,40 m širina: 2,50 m visina*: 3,50 m $R_s = \leq 12,00 (12,00) m$ napomena: * za dvospratni BUS 4,00 m. * kod trolejbusa dodatno za trolni vod

napomena:

- za linijske autobuse (trolejbus) širina bez spoljnih ogledala, sa spoljnim ogledalom maksimalno dozvoljena širina 3,10 m.

Slika 2.24 Statičke karakteristike posebnih tipova merodavnih vozila za projektovanje deonice gradske putne mreže (izvor: Maletin i ost. 2010b)

Za merodavno komunalno vozilo **KV3 (KV2)** neophodno je garantovati prohodnost za sve manevre skretanja na svim raskrscima primarne i lokalne gradske putne mreže. Osnovne dimenzije i karakteristike preporučenih merodavnih vozila za kontrolu prohodnosti sa slike 2.23 detaljnije su navedene u tabelama na slikama 2.24 i 2.25.

putničko vozilo PA		dužina: 4,70 m. širina: 1,75 m. visina: 1,50 m. R_s = 5,80 (6,00) m. <i>Napomena:</i> - Rs kod parking površina
teretno vozilo TV		broj osovina: 3 dužina: 12,00 m. širina: 2,50 m. visina: 4,00 m. R_s = 9,60 (10,00) m. <i>napomena:</i> - podaci za vozilo najveće dozvoljene dužine TV
autobus (međugradski) BUS		broj osovina: 2 dužina: 12,00 m širina: 2,50 m visina: 3,40 m R_s = 11,50 (12,00) m. <i>napomena:</i> - za dvospratni BUS visina 4,00 m.
autovoz AV		broj osovina: 2+3 dužina: 15,40 m. širina: 2,50 m. visina: 4,00 m. R_s = 6,65 (7,00) m. <i>napomena:</i> - Rs kod manevrisanja vozila
vučni voz VV		broj osovina: 3 + 2 dužina: 18,00 m. širina: 2,50 m. visina: 4,00 m. R_s = 10,50 (11,00) m.

napomena:

- za kategorije TV, BUS, AV i VV širina bez spoljnih ogledala
- za kategorije TV, AV i VV hladnjače i prevoz kontejnera širina maks. 2,60 m.
- zaokružene vrednosti za Rs u ()

Slika 2.25 Statičke karakteristike merodavnih motornih vozila za vangradske i gradske puteve (izvor: Maletin i ost. 2010b)

Treba naglasiti da odluka o primeni merodavnog komunalnog vozila (**KV3** ili **KV2**) zavisi od karakteristika voznog parka komunalnih organizacija na nivou grada,

uzimajući pritom u obzir i dimenzije vozila vatrogasnih službi. Kao apsolutni imperativ, za vatrogasna vozila neophodno je uvek obezbediti i garantovati uslove minimalne prohodnosti pri najlošijim uslovima manevra (**tip 2**) na celoj primarnoj i lokalnoj gradskoj putnoj mreži.

Pored domaćih smernica za projektovanje gradskih saobraćajnica (Maletin i ost. 2010a i 2010b), postoji i "Pravilnik o podeli motornih i priključnih vozila i tehničkim uslovima u saobraćaju" koji određuje maksimalne dimenzije i mase svih kategorija vozila koja se mogu kretati na putnoj mreži Srbije. Prema navedenom pravilniku (Sl. glasnik RS 2017), sva vozila koja se kreću putevima Srbije mogu se svrstati u jednu od 9 vrsta označenih slovima:

- L (mopedi, motocikli, tricikli i četvorocikli);
- M (vozila za prevoz lica);
- N (teretna vozila);
- O (priključna vozila);
- T i C (traktori);
- R i S (priključna vozila za traktore);
- K (ostala vozila);
- podvrsta G (ova vozila su zapravo vozila vrste M i N osposobljena za kretanje van puta, odnosno, namenjena za terensku upotrebu).

Sva drumska vozila koja se kreću na putnoj mreži evropskih zemalja moraju imati dimenzije i tehničke karakteristike u skladu sa direktivom Evropske unije 2015/719 (European Parliament 2015). Ova direktiva precizno utvrđuje najveće dopuštene dimenzije i mase za drumska vozila koja saobraćaju u međunarodnom transportu na putnoj mreži unutar granica Evropske unije.

Pored pomenute krovne direktive Evropske unije, skoro sve evropske zemlje imaju posebno formirane nacionalne standarde koji određuju maksimalne dimenzije merodavnih vozila za projektovanje putne infrastrukture. Prilikom definisanja dimenzija merodavnih vozila, domaći standardi i smernice za projektovanje gradskih saobraćajnica i vangradskih puteva (Maletin i ost. 2010a i 2010b; JP Putevi Srbije

2011), najvećim delom su se oslanjali na referentne Nemačke standarde iz istih oblasti putne infrastrukture (FGSV 1993, 2001, 2006, und 2012).

U projektantskoj praksi SAD-a i u velikom broju drugih zemalja širom sveta, kao referentni standardi koriste se AASHTO (American Association of State Highway and Transportation Officials) Green Book (2011) propisi za projektovanje puteva. U ovim propisima definisane su dimenzije za 19 tipova merodavnih vozila, razvrstanih u 4 različite klase: putnički automobili, autobusi, kamioni i vozila za rekreaciju (kamperi, automobili sa kamp prikolicama, terenska vozila /SUV-Sport Utility Vehicle/ sa prikolicama za prevoz čamaca, itd.)

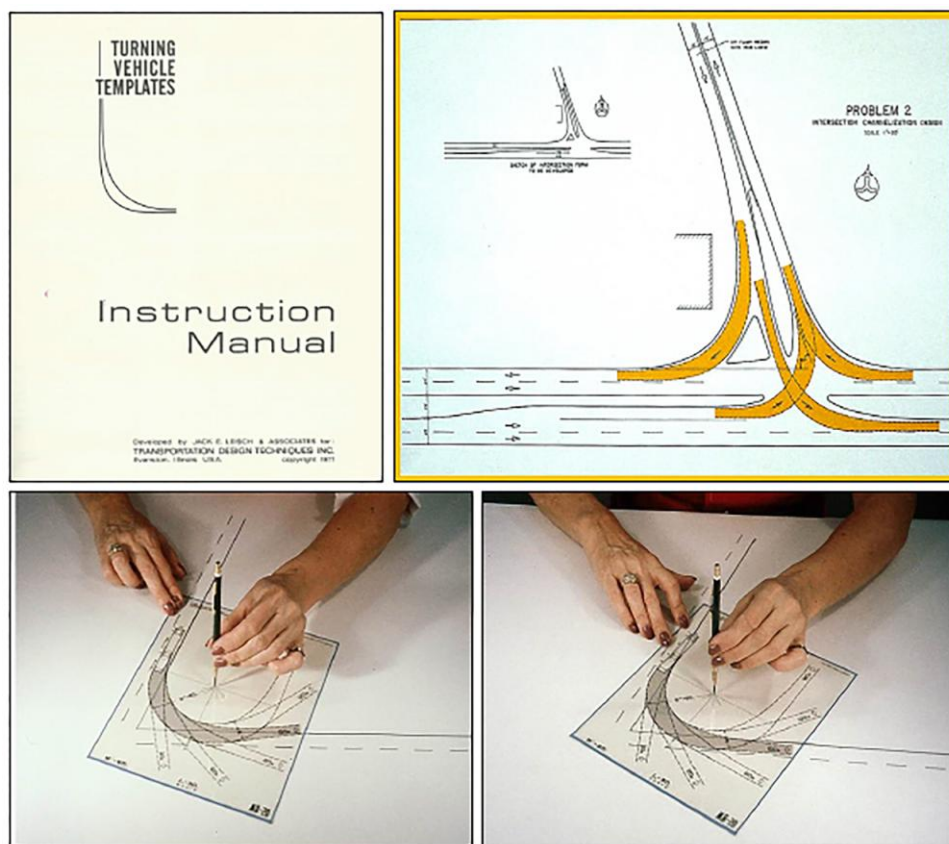
2.4.2 Istorijski razvoj metoda za simulaciju kretanja vozila

Još od sredine 1930-ih građevinski inženjeri - projektanti puteva uočili su da se prilikom projektovanja raskrsnica moraju uzeti u obzir dimenzije realnih vozila u saobraćaju i njihove karakteristike, kako bi tačno definisali i uskladili sve elemente situacionog plana raskrsnice. Prvi zvanični dokumenti i standardi za projektovanje koji uzimaju u obzir krive tragova vozila kao jedan od graničnih parametara za projektovanje raskrsnica datiraju još iz 1940. god. (AASHO 1940).

Razvojem saobraćaja i automobilske industrije menjale su se i karakteristike osnovnih tipova vozila na putevima. Generalno, zbog potrebe privrede za vozilima većeg kapaciteta i gabarita, konstruisala su se sve duža i šira vozila, počevši od putničkih automobila, autobusa i kamiona do drugih teških teretnih vozila, što je iziskivalo i prilagođavanje standarda za projektovanje i uopšte čitave putne infrastrukture novonastalim zahtevima.

Od kraja 1950-ih pojavljuje se čitav niz pravilnika i propisa za projektovanje puteva u SAD i Kanadi u kojima su prikazane krive minimalne prohodnosti za 5 najčešćih kategorija vozila i za skretne uglove od 90° i 180° (AASHO 1954; CGRA 1967). Međutim, nigde u pomenutim propisima nije preciznije objašnjeno kako su zapravo konstruisane pomenute krive minimalne prohodnosti.

Već u narednoj fazi razvoja, od sredine 1970-ih, za kontrolu graničnih uslova prohodnosti na površinskim raskrsnicama počinju da se koriste šabloni za konstrukciju krivih minimalne prohodnosti (slika 2.26). Velike lične zasluge za razvoj ovog koncepta ima američki inženjer Jack E. Leisch (Leisch i ost. 1977 and 1987), koji je kao profesor, glavni inženjer i nosilac većeg broja rukovodećih funkcija u različitim institucijama za planiranje i projektovanje putne mreže u SAD (Federal Highway Administration-FHWA, Highway Research Board-HRB (sada Transportation Research Board-TRB)), odigrao ključnu ulogu u kreiranju i inženjerskoj primeni navedenog koncepta.



Slika 2.26 Uputstvo za korišćenje šablona za kontrolu minimalne prohodnosti vozila sa demonstracijom njihove praktične primene (izvor: Leisch & Carrasco 2014)

Naglim razvojem saobraćajne mreže u većini velikih gradova u razvijenim zemljama sveta tokom 1960-ih i 1970-ih godina 20. veka, inženjeri su veoma brzo uočili ograničenja vezana za primenu raznih vrsta šablona za konstrukciju minimalnih krivih prohodnosti za različite vrste vozila. Veliki nedostatak primene pomenute tehnike ogleda se pre svega u sporosti kontrole graničnih uslova prohodnosti i nemogućnosti preciznog određivanja mesta gde se dostiže najveće rastojanje između trajektorija

spoljašnjeg prednjeg i najjisturenijeg (unutrašnjeg) zadnjeg točka izabranog vozila. Drugim rečima, inženjeri nisu imali ni sredstva ni analitički aparat koji bi im omogućio da precizno sračunaju tačan položaj vozila u kome se dostiže maksimalna vrednost offtracking-a OT_{max} .

Kontrola minimalne prohodnosti vozila i proračun offtracking-a prilikom projektovanja površinskih raskrsnica posebno su detaljno razmatrani u zemljama poput Kanade, Australije i SAD, gde se tradicionalno najveći deo transporta robe i tereta odvija drumskim saobraćajem, odnosno, teškim teretnim vozilima i vučnim vozovima. Zato se i najveći broj ranih verzija kompjuterskih programa za proračun i isertavanje krivih tragova na PC računarima, kao što su Truck Offtracking Model (TOM) (CALTRANS 1985), VEHICLE/PATH (Department of Transport and Main Roads 1988) i PathTracker (Garlick i ost. 1993), prvi put razvio i počeo intenzivnije primenjivati u praksi upravo u pomenutim zemljama.

Početakom 1990-ih, tačnije od 1991. do 1993. god., dolazi do naglog razvoja kompjuterski podržanog projektovanja (Computer-Aided-Drafting and Design /CADD/), kojeg istovremeno prate intenzivna poboljšanja performansi hardverskih komponenti PC računara, u prvom redu procesorskih jedinica i grafičkih kartica. Već posle 1995. god. postaje evidentno da će u budućnosti projektovanje saobraćajne infrastrukture najvećim delom biti oslonjeno na kompjuterske programe koji koriste AutoCAD ili Microstation platformu. U tom periodu nastala su i tri najpopularnija softvera za simulaciju kretanja vozila i kontrolu prohodnosti (AutoTRACK, AutoPATH i AutoTurn), koja su mogla biti instalirana na platformi PC računara.

U poslednjoj deceniji primetna je jasna tendencija da se projektovanje površinskih raskrsnica što više automatizuje i po mogućnosti parametrizuje, kako bi se što brže došlo do zadovoljavajućeg projektnog (geometrijskog) rešenja situacionog plana. Najveću automatizaciju i razvoj novog koncepta "parametarskog projektovanja" raskrsnice trenutno nude softverska rešenja NEXUS (Transoft 2018a), MX ROAD (Bentley 2018) i AutoCAD Civil 3D (Autodesk 2018a), takođe zasnovana na AutoCAD platformi.

2.4.3 Analiza najpopularnijih komercijalnih softverskih rešenja za simulaciju kretanja vozila u CAD okruženju

Ogroman napredak kompjuterske tehnike i opšteprihvaćena CADD platforma kao osnova za modeliranje svih objekata putne infrastrukture doveli su do razvoja i masovne upotrebe većeg broja specijalizovanih softvera za simulaciju kretanja vozila. Generalno, svi softverski paketi koji su testirani u ovom poglavlju sadrže unapred usvojena pojednostavljena realnih kinematičkih modela kretanja vozila, jer bez njih ne bi bilo moguće kreirati iole primenjive matematičke modele koji čine osnovu pomenutih softverskih rešenja. Ova pojednostavljena se u prvom redu odnose na eliminisanje uticaja trenja između pneumatika i kolovoza, odnosno, eliminiše se potencijalno klizanje ili zanošenje vozila usled proklizavanja točkova. Drugo uprošćenje odnosi se na činjenicu da se deformacije pneumatika vozila ne uzimaju u obzir, a sva vozila za koja se izvode simulacije kretanja, osim sopstvene težine, ne nose nikakvo opterećenje.

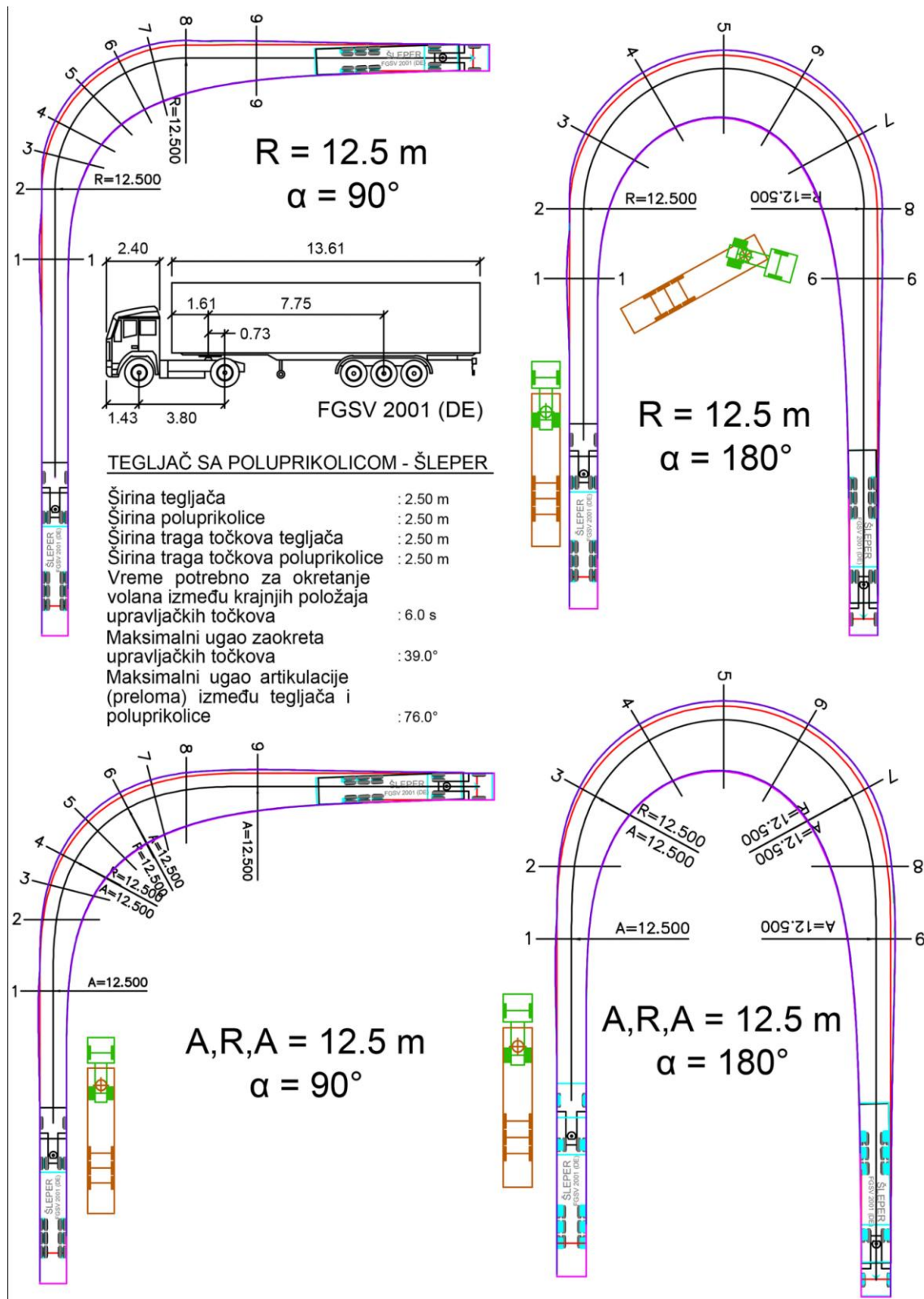
U konkretnom primeru testirana su 4 najzastupljenija komercijalna softverska rešenja za simulaciju kretanja vozila koja se trenutno koriste na teritoriji Jugoistočne Europe i to: AutoTurn (Transoft 2018b), Vehicle Tracking (Autodesk 2018b), Autopath PRO (CGS Labs 2018), i Gavran Civil Modeller-GCM++ (Gavran 2013). Kao ogledno vozilo izabran je tegljač sa poluprikolicom, odnosno, šleper iz nemačkih standarda za merodavna vozila pri projektovanju puteva (FGSV 2001). Sve dimenzije kamiona, uključujući i maksimalne vrednosti ugla zaokreta i vremena potrebnog za okretanje (motanje) volana između graničnih položaja upravljačkih točkova, navedene su na slikama 2.27 i 2.28.

Za izabrano vozilo iscertane su granične krive prohodnosti za 8 različitih konfiguracija geometrije vodeće putanje. Izabran je kinematički model II (poglavlje 2.2) tako da je kruta baza postavljena po osovini vozila, a zadatu putanju kretanja prati sredina prednje osovine tegljača. Prvo je simulirano kretanje šlepera duž prostih kružnih krivina radijusa $R = 12.50$ m sa skretnim uglovima od 90° i 180° između tangentnih pravaca (slika 2.27). Potom su za iste oblike vodećih putanja kretanja između kružnih lukova i tangentnih pravaca ubačene prelaznice, odnosno, konstruisane su proste putne krivine sa

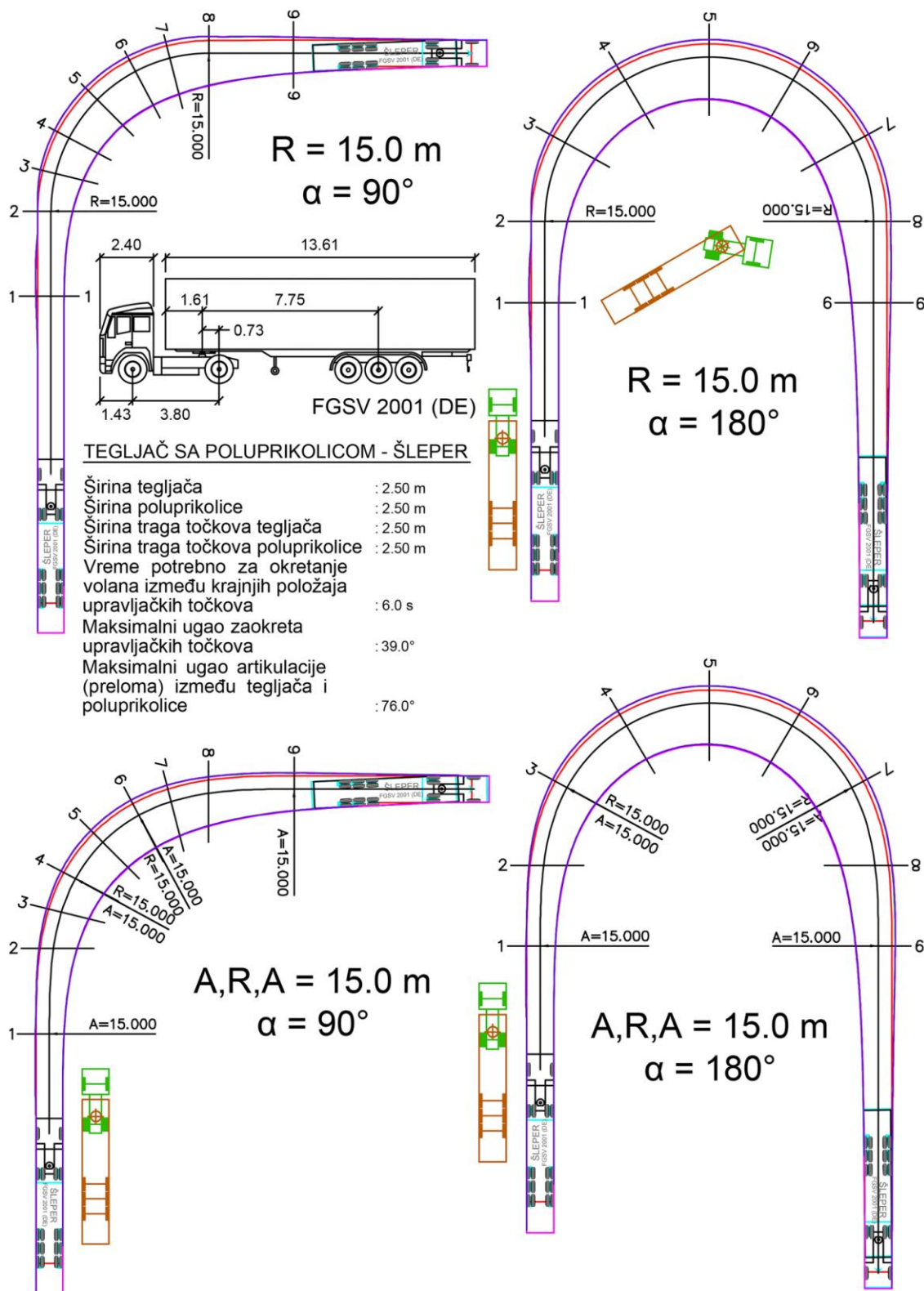
odnosom susednih elemenata $A:R:A = 1:1:1$. Na identičan način definisane su i vodeće putanje za kružne i proste putne krivine radijusa $R = 15.00$ m za iste vrednosti skretnih uglova (slika 2.28). Potrebne širine saobraćajne trake za bezbedan manevar vozila, odnosno, rastojanja između graničnih trajektorija merena su na svakom od 9 poprečnih preseka postavljenih upravno na iscrtane vodeće putanje (slike 2.27 i 2.28).

Merenja su obavljena redom za sve izvedene simulacije kretanja, posebno za svaki od testiranih softvera i za sve konfiguracije elemenata geometrije vodećih putanja. Rezultati merenja sortirani su po poprečnim presecima i prikazani u tabeli 2.1. Detaljnijom analizom rezultata merenja u prikazanoj tabeli može se videti da se najveća odstupanja u rastojanjima između graničnih trajektorija javljaju na mestu poprečnih preseka 6 i 7 (reda veličine od 88.00 mm do 96.00 mm), kada vozilo počinje da se ispravlja posle izlaska iz kružne krivine, odnosno, na mestu gde se završava druga prelazna krivina i počinje izlazni pravac. Maksimalne razlike u rastojanjima između graničnih trajektorija izmerene su pri manevrima skretanja za 180° za vodeće putanje oblikovane bilo pomoću kružne ili proste putne krivine radijusa $R = 12.50$ m. Za veće vrednosti radijusa $R = 15.00$ m ove razlike se očekivano smanjuju.

Analizom svih merenih vrednosti u tabeli 2.1, može se zapaziti da se najuža rastojanja između graničnih trajektorija dobijaju posle simulacije kretanja šlepera sa softverskim paketom GCM++, a zatim, redom, sa Vehicle Tracking-om, AutoTurn-om i Autopath-om. Evidentno je, posle poređenja izmerenih dužina po presecima, da se rastojanja između graničnih krivih veoma malo razlikuju za različita softverska rešenja, reda veličine maksimalno do 10.0 cm, što ne predstavlja veliko odstupanje, ako se ima u vidu da duž svih graničnih trajektorija treba obezbediti dodatna zaštitna rastojanja od min 25.0 cm (Maletin i ost. 2010a). Važno je napomenuti da je prilikom simulacije kretanja sa softverom GCM++ usvojen korak simulacije od 0.25 m, dok je u ostalim testiranim softverima brzina vožnje kamiona usvojena kao 10.00 km/h. Kada su po istim putanjama ponovo izvedene simulacije sa većom brzinom kretanja vozila u softverima AutoTurn, Vehicle Tracking i Autopath izmerene su nešto manje širine tragova točkova izabranog šlepera. U korisničkim uputstvima pomenutih softvera nije jasno objašnjeno na koji način brzina simulacije utiče na geometriju graničnih trajektorija.



Slika 2.27 Merenje rastojanja između graničnih trajektorija dobijenih pri manevru skretanja šlepera duž vodeće putanje oblika kružne i proste putne krivine ($R = A = 12.50$ m, skretni uglovi $\alpha = 90^\circ$ i $\alpha = 180^\circ$) (izvor: Ilić i ost. 2016)



Slika 2.28 Merenje rastojanja između graničnih trajektorija dobijenih pri manevru skretanja šlepera duž vodeće putanje oblika kružne i proste putne krivine ($R = A = 15.00$ m, skretni uglovi $\alpha = 90^\circ$ i $\alpha = 180^\circ$) (izvor: Ilić i ost. 2016)

Tabela 2.1 Rastojanja u [m] između graničnih trajektorija izmerena u označenim presecima (izvor: Ilić i ost. 2016)

Preseci	Naziv testiranog softvera	Elementi geometrije linije vodilje koju prati referentna tačka krute baze							
		R = 12.5 $\theta = 90^\circ$	A,R,A = 12.5 $\theta = 90^\circ$	R = 12.5 $\theta = 180^\circ$	A,R,A = 12.5 $\theta = 180^\circ$	R = 15.0 $\theta = 90^\circ$	A,R,A = 15.0 $\theta = 90^\circ$	R = 15.0 $\theta = 180^\circ$	A,R,A = 15.0 $\theta = 180^\circ$
1	AutoTurn	2.765	2.782	2.799	2.783	2.679	2.693	2.701	2.692
	Veh. Trac.	2.788	2.799	2.810	2.797	2.688	2.705	2.710	2.706
	Autopath	2.772	2.783	2.792	2.783	2.675	2.691	2.700	2.691
	GCM	2.786	2.796	2.809	2.797	2.686	2.705	2.710	2.705
2	AutoTurn	3.534	3.827	3.534	3.691	3.333	3.617	3.334	3.497
	Veh. Trac.	3.511	3.806	3.514	3.673	3.321	3.597	3.321	3.486
	Autopath	3.551	3.847	3.545	3.709	3.339	3.628	3.342	3.511
	GCM	3.512	3.804	3.512	3.673	3.316	3.598	3.316	3.485
3	AutoTurn	4.431	4.386	5.015	4.867	4.179	4.101	4.705	4.559
	Veh. Trac.	4.411	4.362	4.993	4.846	4.156	4.087	4.687	4.539
	Autopath	4.456	4.417	5.052	4.899	4.190	4.125	4.739	4.590
	GCM	4.406	4.360	4.989	4.841	4.154	4.083	4.686	4.537
4	AutoTurn	4.990	4.873	5.701	5.637	4.682	4.571	5.240	5.193
	Veh. Trac.	4.959	4.848	5.665	5.609	4.663	4.547	5.211	5.162
	Autopath	5.007	4.905	5.734	5.674	4.705	4.600	5.260	5.219
	GCM	4.956	4.847	5.663	5.603	4.659	4.544	5.209	5.159
5	AutoTurn	5.436	5.291	6.025	5.996	5.057	4.949	5.447	5.434
	Veh. Trac.	5.411	5.265	5.995	5.959	5.029	4.925	5.416	5.398
	Autopath	5.457	5.317	6.070	6.026	5.086	4.979	5.490	5.461
	GCM	5.407	5.263	5.986	5.958	5.026	4.922	5.416	5.396
6	AutoTurn	5.614	5.422	6.204	6.178	5.232	5.059	5.543	5.539
	Veh. Trac.	5.593	5.388	6.155	6.134	5.203	5.027	5.506	5.495
	Autopath	5.649	5.445	6.249	6.226	5.254	5.088	5.571	5.564
	GCM	5.591	5.386	6.153	6.130	5.202	5.025	5.502	5.493
7	AutoTurn	5.516	5.302	6.179	6.026	5.142	4.929	5.555	5.422
	Veh. Trac.	5.487	5.272	6.151	5.992	5.118	4.893	5.510	5.382
	Autopath	5.542	5.325	6.225	6.077	5.160	4.954	5.581	5.458
	GCM	5.482	5.269	6.144	5.989	5.112	4.892	5.511	5.380
8	AutoTurn	5.071	5.031	5.390	5.268	4.676	4.637	4.819	4.706
	Veh. Trac.	5.045	5.001	5.360	5.230	4.651	4.606	4.796	4.683
	Autopath	5.091	5.057	5.419	5.300	4.697	4.655	4.845	4.747
	GCM	5.041	4.999	5.356	5.230	4.650	4.604	4.794	4.683
9	AutoTurn	3.741	3.868	3.978	4.041	3.432	3.546	3.554	3.651
	Veh. Trac.	3.746	3.861	3.996	4.052	3.426	3.560	3.565	3.642
	Autopath	3.784	3.903	4.041	4.099	3.457	3.595	3.603	3.683
	GCM	3.745	3.861	3.993	4.049	3.425	3.559	3.565	3.642

Interesantno je uvideti da se na presecima na početku i kraju krivina (preseci broj 1,2,9 na slikama 2.27 i 2.28), pri simulaciji vožnje duž vodećih putanja bez prelaznih krivina za skretne uglove od 90° , dobijaju manja rastojanja između graničnih trajektorija nego za simulaciju duž vodećih putanja sa prelaznicama. Na pomenutim presecima su širine tragova točkova (na engleskom: swept path widths) za simulacije duž vodećih putanja sa prelaznicama do 30.0 cm veće u odnosu na simulacije duž vodećih putanja bez prelaznica, kako za krivinu sa $R = 12.50$ m tako i za $R = 15.0$ m.

Na presecima 4,5,6 u srednjem delu krivine situacija je obrnuta, tj. izmerene širine tragova točkova vozila za simulacije duž vodećih putanja bez prelaznica veće su nego izmerene širine za simulacije duž vodećih putanja sa prelaznicama. Za skretne uglove od 180° i veće vrednosti radijusa $R = 15.0$ m razlike između izmerenih širina tragova točkova vozila po presecima u sredinama krivina se smanjuju.

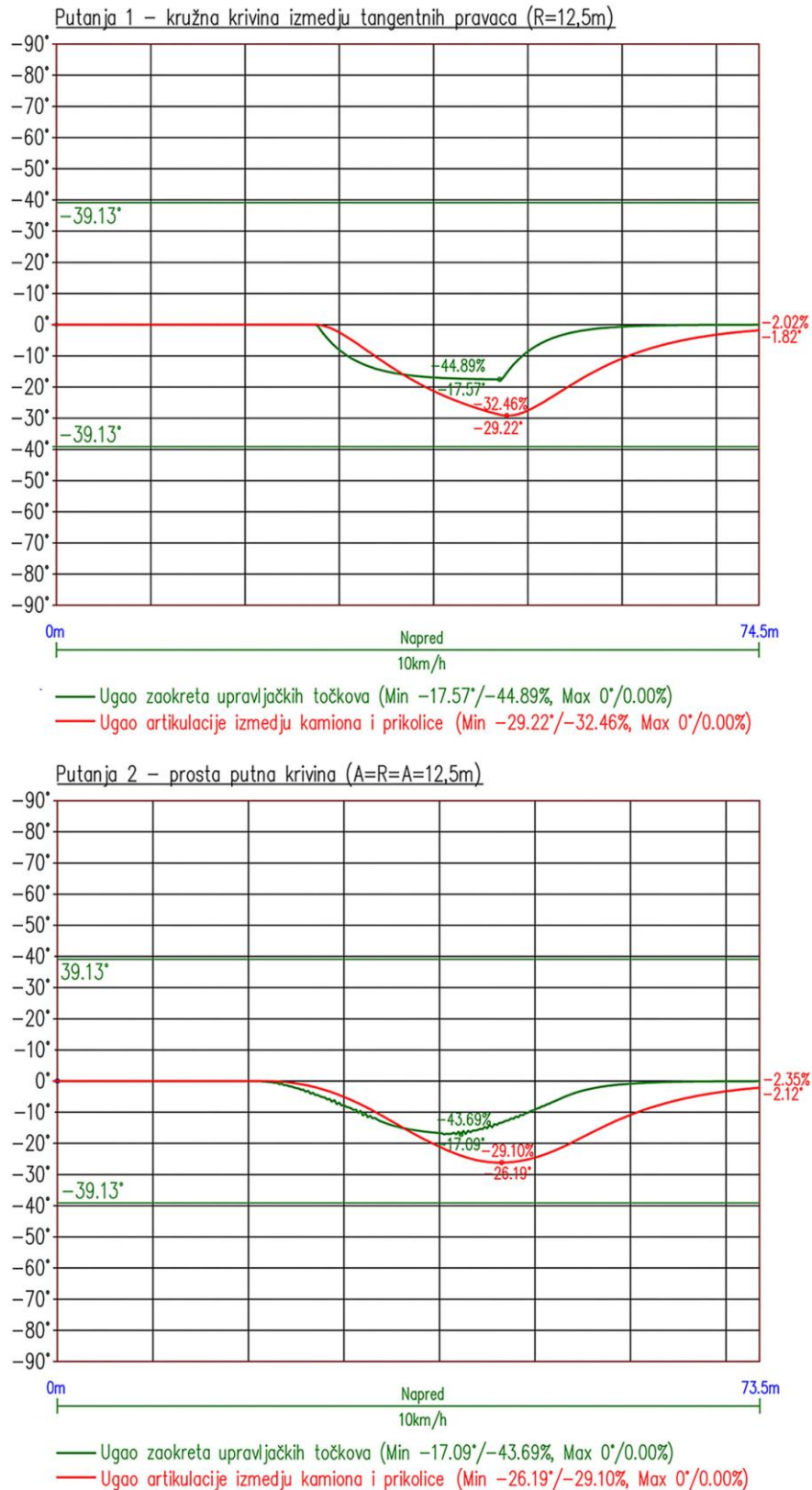
Ubacivanje prelaznih krivina oblika klotoide između kružnih krivina i tangentnih pravaca pri formiranju vodeće putanje nije značajnije uticalo na maksimalna rastojanja između graničnih trajektorija, odnosno, na maksimalne veličine offtracking-a. Kao što je već rečeno najveća razlika rastojanja između graničnih trajektorija za simulacije pri kretanju duž vodećih putanja sa i bez prelaznica iznosi do 0.30 m, dok su vrednosti ΔR_1 i ΔR_2 za vodeće putanje sa konfiguracijom elemenata geometrije $A,R,A = 12.5$ m i $A,R,A = 15.0$ m redom 0,53 m i 0,63 m. To zapravo znači da su maksimalne razlike širina tragova točkova za simulacije sa i bez prelaznica manje od veličine odmaka kružnice ΔR potrebnog da bi se "ubacile" prelazne krivine odgovarajućeg parametra A .

2.4.4 Geometrija vodeće putanje vozila pri izvođenju simulacije kretanja

U najvećem broju slučajeva u realnom saobraćaju putanja vozila pri izvođenju manevra skretanja na površinskim raskrsnicama je potpuno proizvoljna. Kako bi se realna situacija u najvećoj meri "idealizovala" i mogla racionalno matematički opisati, u inženjerskoj praksi obično se pretpostavlja da vozilo prilikom skretanja na raskrsnici prati vodeću putanju oblika kružne krivine određenog radijusa R ili proste putne krivine sa prelaznicama oblika klotoide ($A-R-A$).

Grafičke metode za proračun offtracking-a i simulaciju kretanja vozila (Halter 1932; Guhlmann 1959) nemaju nikakva ograničenja u pogledu geometrije vodeće putanje pri konstrukciji graničnih krivih prohodnosti vozila, pa ni softveri za simulaciju kretanja bazirani na tim metodama (Gavran 2013, CARD/1 2018) nemaju takvu vrstu "tehnološkog" ograničenja u njihovoj primeni. Ogromno povećanje performansi hardverskih komponenti PC računara omogućilo je da softverska rešenja koja koriste matematički složene numeričke metode za proračun offtracking-a i simulaciju kretanja vozila (AutoTurn - Transoft 2018b; Vehicle Tracking - Autodesk 2018b; Autopath - CGS Labs 2018) mogu brzo iscrtati granične krive prohodnosti za proizvoljno definisanu vodeću putanju vozila. Međutim, još uvek nije osmišljen niti zvanično publikovan ni jedan matematički model (ili softverski alat) za proračun offtracking-a vozila koje prati proizvoljnu vodeću putanju, a da ne pripada grupi numeričkih ili grafičkih metoda za određivanje položaja, odnosno, simulaciju kretanja vozila.

Poređenje rastojanja između graničnih trajektorija, za slučaj kada se vozilo kreće duž vodeće putanje oblika kružne i proste putne krivine u prethodnom poglavlju, pokazalo je da ubacivanje prelaznih krivina između tangentskih pravaca i kružne krivine bitno ne utiče na maksimalnu veličinu offtracking-a, ako se uzmu u obzir dimenzije kružnog odmaka ΔR od tangentskih pravaca. Tačne vrednosti offtracking-a za vozila koja se kreću po vodećoj putanji oblika *A-R-A* moguće je odrediti jedino primenom numeričkih ili grafičkih metoda, odnosno, na osnovu simulacije kretanja vozila. S obzirom da je maksimalna veličina offtracking-a OT_{max} kada se vozilo kreće po putanji oblika *A-R-A* manja u odnosu na veličinu OT_{max} kada je vodeća putanja oblikovana kružnicom istog radijusa, postavlja se pitanje da li je uopšte "matematički racionalno" koristiti prelaznice za geometrizaciju vodeće putanje, ako sračunata maksimalna vrednost OT_{max} za ovako oblikovane vodeće putanje nije na "strani sigurnosti". Međutim, kako je testiranjem realnih vozila na poligonu (Dragčević i ost. 2008) pokazano, upravljački mehanizam na kamionima, autobusima i drugim dugačkim vozilima teško može da prati vodeću putanju oblika kružne krivine bez značajnog odstupanja bazne tačke krute baze vozila od zadate putanje, naročito na mestu gde počinje kružna krivina. Ovaj defekat upravljačkog mehanizma na velikim vozilima posebno dolazi do izražaja za skretne uglove veće od 180° i brzine kretanja veće od 20 km/h.



Slika 2.29 Brzina promene ugla zaokreta upravljačkih točkova tegljača i ugla artikulacije (preloma) između tegljača i poluprikolice pri kretanju šlepera po putanji oblika kružne i proste putne krivine (izvor: Ilić i ost. 2016)

Ubacivanjem prelaznih krivina oblika klotoide u rasponu veličina $R \leq A \leq 1.2R$ između tangentnih pravaca i kružnog luka, odstupanja koja se javljaju između realne trajektorije bazne tačke vozila i vodeće putanje obeležene na testnom poligonu značajno se smanjuju. To jasno pokazuje, da proste putne krivine A - R - A mnogo bolje aproksimiraju realne putanje koje prate vozila prilikom skretanja na površinskim raskrsnicama.

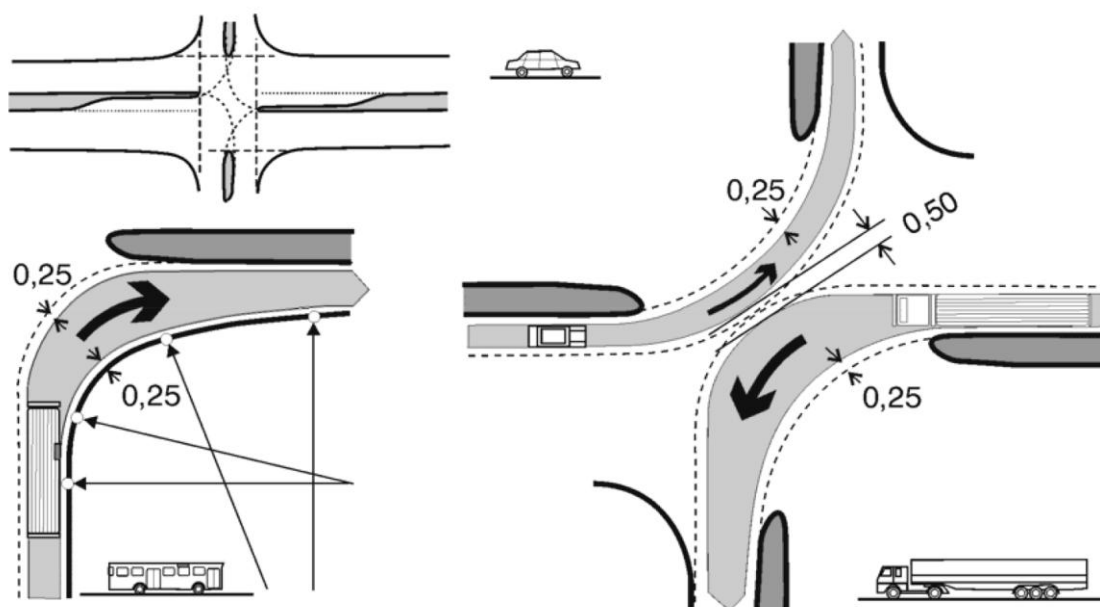
Upotreba prelaznih krivina za oblikovanje vodeće putanje najviše utiče na intenzitet promene ugla zaokreta upravljačkih točkova vozila pri izvođenju manevra skretanja. Korišćenjem softvera Vehicle Tracking-a (Autodesk 2018b), za identično vozilo (tegljač sa poluprikolicom) kao u prethodnom poglavlju, na slici 2.29 iscrtan je dijagram brzine promene ugla zaokreta upravljačkih točkova tegljača i ugla artikulacije između tegljača i njegove poluprikolice pri kretanju po putanji oblika kružne ($R = 12.5$ m) i proste putne krivine ($A = R = A = 12.5$ m). Na dijagramu se odmah primećuje da se brzina promene ugla zaokreta upravljačkih točkova mnogo blaže menja kada se tegljač kreće duž vodeće putanje oblika proste putne krivine sa prelaznicama. Takođe, brzina promene ugla artikulacije između podužnih osovina tegljača i poluprikolice je ravnomernija pri kretanju po vodećoj liniji sa prelaznim krivinama.

Do sličnih zaključaka došli su i inženjeri Cheng i Huang (2011) posle izvođenja eksperimenta na realnom poligonu i merenja ugaone brzine okretanja volana tegljača sa poluprikolicom pri kretanju duž vodećih putanja oblika kružne i proste putne krivine. Na osnovu njihovog rada i dijagrama sa slike 2.29, može se sa sigurnošću tvrditi da primena prelaznica ublažava brzinu promene ugla zaokreta upravljačkih točkova šlepera. Posledično, to vozačima omogućava lakše manevrisanje na početku i na kraju proste putne krivine, u odnosu na vođenje istog vozila duž vodeće putanje oblika obične kružne krivine.

2.4.5 Provera minimalne prohodnosti na površinskim raskrsnicama pomoću graničnih trajektorija dobijenih na osnovu simulacije kretanja vozila

Da bi se svi elementi situacionog plana pravilno oblikovali, neophodno je da budu zadovoljeni granični uslovi prohodnosti na svim pozicijama levih i desnih skretanja na

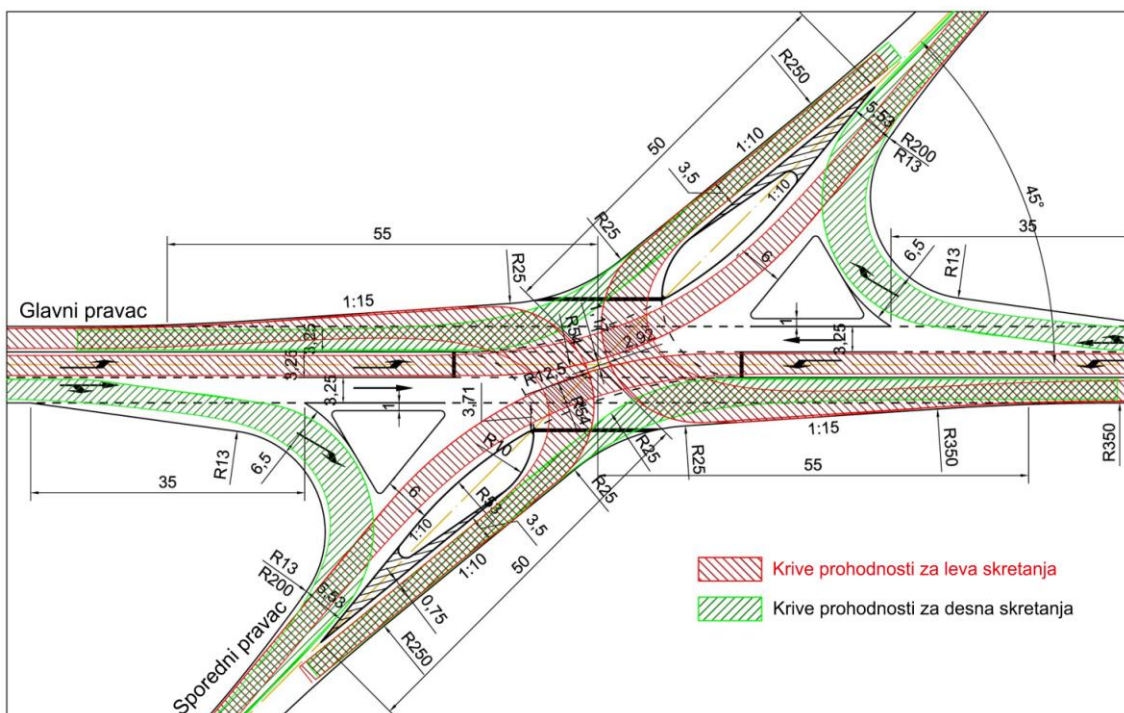
raskrsnici. Granični uslovi za kontrolu prohodnosti na četvorokrakoj površinskoj raskrsnici sa presecanjem saobraćajnih struja iz domaćih smernica (Maletin i ost. 2010a) prikazani su na slici 2.30. Najveći izazov predstavljaju raskrsnice kod kojih se ukrasni pravci seku pod uglovima koji izlaze van "standardnog opsega" od 70° do 110° . U takvim slučajevima najčešće se menja geometrija osovine sporednog ukrasnog pravca (tj. pravca sa nižim funkcionalnim rangom ili manjim saobraćajnim opterećenjem). Nasuprot ovakvoj praksi, Korlaet i ost. (2010) su, na osnovu rezultata kontrole prohodnosti merodavnih vozila pri levim i desnim skretanjima, ponudili geometrijsko rešenje situacionog plana površinske četvorokrake raskrsnice za slučaj kada se ukrasni pravci seku pod ostrim uglovima u intervalu od 45° do 70° . Iako je ponuđeno rešenje zadovoljilo sve kriterijume granične prohodnosti, dobijeni oblik i položaj trougaonih ostrva ne nudi dovoljno mogućnosti za racionalno postavljanje pešačkih prelaza i organizovanje pešačkih tokova na glavnom ukrasnom pravcu (slika 2.31).



Slika 2.30 Domaće smernice - granični uslovi prohodnosti na pozicijama desnih i levih skretanja (izvor: Maletin i ost. 2010a)

Da bi se ispunili granični zahtevi prohodnosti na poziciji desnih skretanja, (slika 2.30), duž obe granične trajektorije (konturne krive najjisturenijih tačaka vozila), moraju se obezbediti zaštitne širine od 0.25 m. S druge strane, na poziciji levih skretanja dovoljno je obezbediti istovremeno izvođenje manevra za putnički automobil i teško teretno vozilo, pod uslovom da spoljne granične trajektorije tih vozila budu međusobno

udaljene minimum 0.50 m (slika 2.30). Duž spoljnih i unutrašnjih graničnih trajektorija kod levih skretanja takođe je potrebno obezbediti minimalnu zaštitnu širinu od 0.25 m. Kada je veće učešće teških teretnih vozila i autobusa u saobraćajnim tokovima koji skreću levo, ili ako je verovatnoća pojave istovremenog skretanja tih kategorija vozila velika, u tom slučaju kontrola minimalne prohodnosti vrši se za istovremeno skretanje dva teretna vozila ili dva autobusa pod uslovom da zaštitno odstojanje spoljnih graničnih trajektorija ispunjava uslove date na slici 2.30. Ako su u javnom gradskom prevozu zastupljeni i trolejbusi, sve što je prethodno rečeno za provere prohodnosti prilikom skretanja autobusa, važi i za trolejbuse.



Slika 2.31 Predlog za situaciono rešenje četvorokrake površinske raskrsnice čiji ukrasni pravci zaklapaju ugao od 45° (izvor: Korlaet i ost. 2010)

2.4.6 Geometrization ivičnih linija situacionog plana prema rezultatima analiza prohodnosti merodavnog vozila

Inženjeri su veoma rano uočili da se unutrašnja kontura krive minimalne prohodnosti može aproksimirati pomoću složene geometrijske forme, najčešće sastavljene od niza kružnih krivina. Originalno rešenje za ovaj problem prvo su ponudili nemački inženjeri Krenz i Osterloh (1964), koji su krivu tragova najisturenijeg (unutrašnjeg) zadnjeg

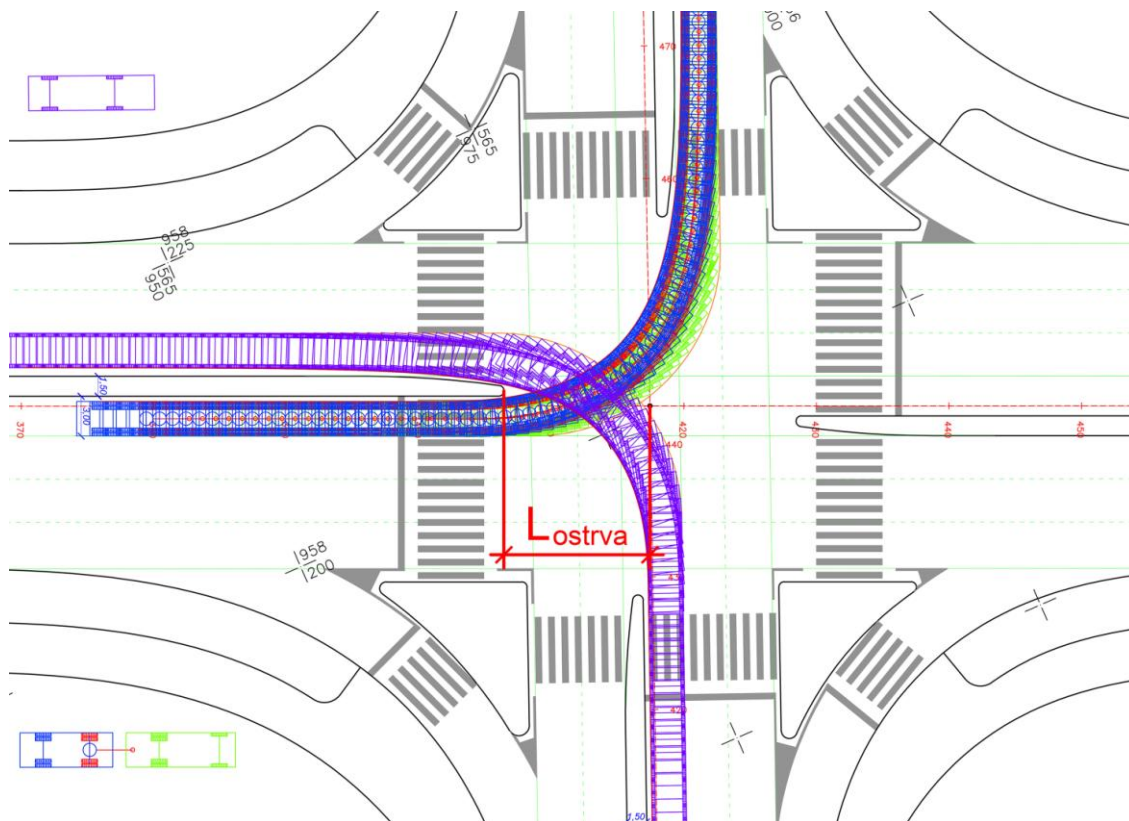
točka vozila aproksimirali složenom geometrijskom formom u vidu trocentrične krivine ($R1:R2:R3$). Već od kraja 1970-ih, ovo rešenje postalo je opšteprihvaćeno i uvršteno u standarde za projektovanje puteva većine evropskih zemalja, za razliku od projektantske prakse SAD-a, Australije i Kanade. Zbog relativno jednostavnih formula, kojima se definišu elementi trocentrične krivine (Osterloch 1991), ona se i danas najčešće primenjuje za aproksimaciju krive tragova najisturenijih unutrašnjih točkova vozila pri manevrima levih i desnih skretanja na površinskim raskrsnicama.

Ivične linije, oblikovane pomoću trocentrične krivine, definišu putanju desnih skretanja. Kod levih skretanja trocentričnim krivinama oblikuju se vodeće linije za usmeravanje vozila koje se fizički ne izvode u vidu ivičnjaka, nego samo obeležavaju na kolovoznoj površini raskrsnice. Završeci ovih vodećih linija za usmeravanje vozila dalje oblikuju krajeve ostrva za razdvajanje, odnosno, kanalisanje saobraćajnih tokova (vrhovi srednjih razdelnih ili kapljastih ostrva). Upravo, od geometrije trocentričnih krivina po kojima su obeležene vodeće linije levih skretanja, zavise položaji, odnosno, udaljenost vrhova srednjih razdelnih ostrva od tačke preseka ukrasnih pravaca, tj. centra raskrsnice (slika 2.32). Prema položaju vrhova srednjih razdelnih (kapljastih) ostrva postavljaju se pešački prelazi i u odnosu na njih definiše geometrija trougaonih ostrva.

Kod značajnijih površinskih raskrsnica na primarnoj gradskoj putnoj mreži primenjuju se standardni tipovi trocentričnih krivina sa različitim odnosima poluprečnika $R1$, $R2$ i $R3$ (2:1:3 ili 2.5:1:5.5). Za raskrsnice na putnim pravcima nižeg funkcionalnog ranga, kao što su sabirne i/ili pristupne ulice na lokalnoj mreži, za aproksimaciju graničnih trajektorija pri manevrima skretanja, umesto trocentričnih, mogu se primeniti i čiste kružne krivine. Domaće smernice za projektovanje površinskih raskrsnica (Maletin i ost. 2010a), u zavisnosti od funkcionalnog ranga presečnih pravaca, definišu uslove primene različitih geometrijskih formi trocentrične i običnih kružnih krivina za geometrizaciju ivičnih i vodećih linija (slika 2.33).

Najčešće se u zavisnosti od funkcionalnog ranga presečnih pravaca primenjuju dva tipa trocentričnih krivina za aproksimaciju graničnih trajektorija vozila (slika 2.34). Trocentrične krivine sa odnosom poluprečnika 2.5:1:5.5 (tip "a"), primenjuju se na

raskrscinama presečnih pravaca najvišeg ranga, jer treba da aproksimiraju granične trajektorije vozila najvećih dimenzija (običan ili zglobni autobus, teško teretno vozilo sa prikolicom ili poluprikolicom).



Slika 2.32 Geometrija trocentričnih krivina koje oblikuju vodeće linije za leva skretanja određuje udaljenost vrhova srednjih razdelnih ostrva od centra raskrsnice L_{ostrva}

	GLAVNA GRADSKA MAGISTRALA GGM	GRADSKA MAGISTRALA GM	SABIRNA ULICA SU	PRISTUPNA ULICA PU
GLAVNA GRADSKA MAGISTRALA GGM	R1:R2:R3 2.5:1:5.5	R1:R2:R3 2 : 1 : 3 (R1:R2:R3) (2.5:1:5.5)	R1:R2:R3 ^(a) 2 : 1 : 3	-
GRADSKA MAGISTRALA GM		R1:R2:R3 2 : 1 : 3	R1:R2:R3 2 : 1 : 3 (R = R2)	R1:R2:R3 ^(a) 2 : 1 : 3
SABIRNA ULICA SU			R1:R2:R3 2 : 1 : 3 (R = R2)	R = R2 (R1:R2:R3) (2 : 1 : 3)
PRISTUPNA ULICA PU				R = R2

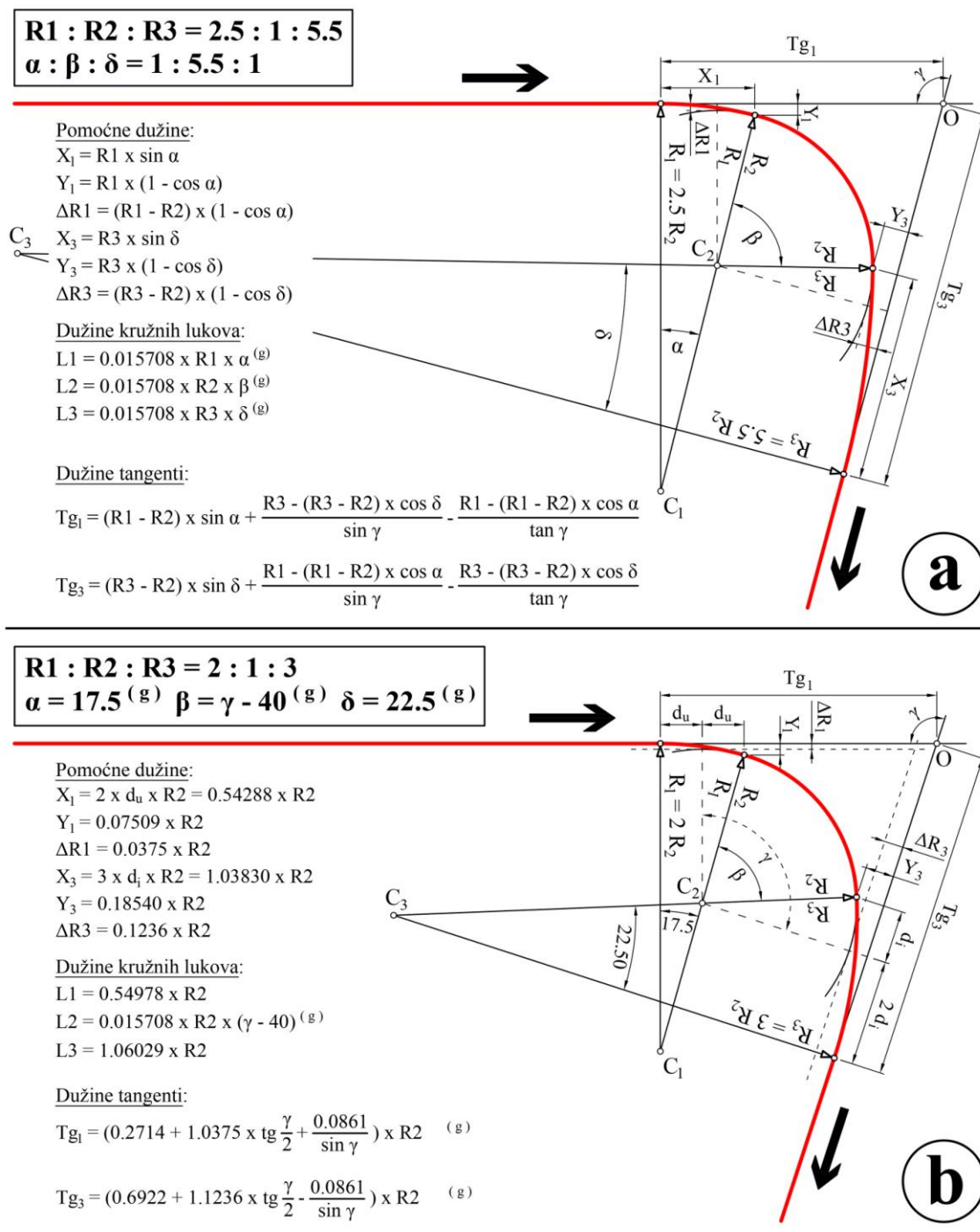
() moguća primena (a) primenjuje se i za smanjeni program veza - izliv/uliv

Slika 2.33 Uslovi primene različitih formi krivina za geometrizaciju ivičnih i vodećih linija saglasno funkcionalnom rangu presečnih pravaca (izvor: Maletin i ost. 2010a)

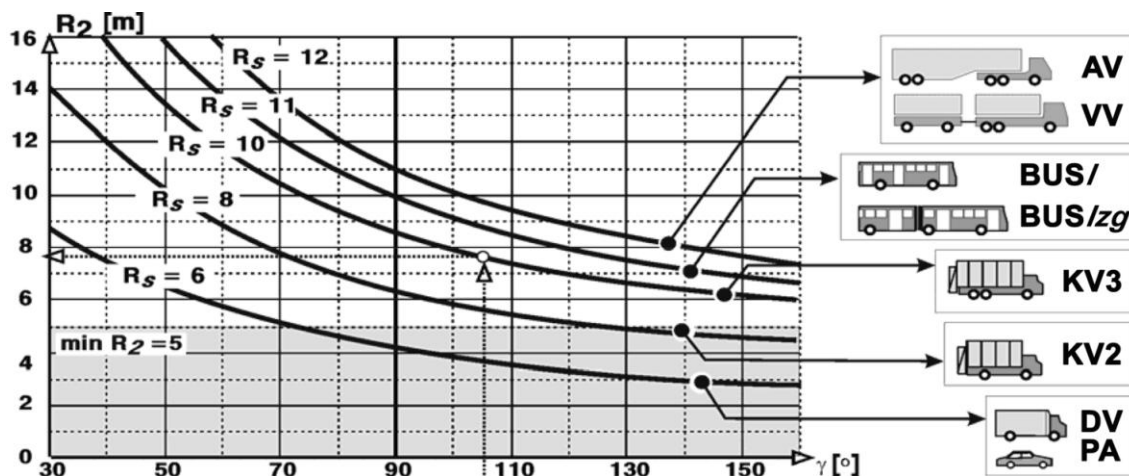
Na površinskim raskrscima nižeg ranga, gde se kao merodavno vozilo usvaja teško teretno ili komunalno (vatrogasno) vozilo, bolju aproksimaciju graničnih trajektorija omogućava trocentrična krivina sa odnosom poluprečnika 2:1:3 (tip "b"). Primena trocentričnih krivina oba tipa opravdana je sve do vrednosti srednjeg poluprečnika od $\max R_2 = 25.0$ m (Maletin i ost. 2010a), dok se za veće vrednosti od ove geometrija ivičnih linija oblikuje pomoću standardnih prostih putnih krivina sa preporučenim odnosom susednih elemenata $A_1:R:A_2 = 1:1:1$. Vrednost srednjeg poluprečnika R_2 trocentrične krivine, kao što je prikazano na slici 2.35, zavisi od najmanjeg poluprečnika okretanja (R_S) izabranog merodavnog vozila i skretnog ugla kojeg formiraju tangente ivičnih linija paralelne presečnim pravcima.

Međutim, oba tipa trocentričnih krivina, sa preporučenim odnosima susednih poluprečnika od 2.5:1:5.5 ili 2:1:3, ne mogu sa istim nivoom preciznosti da aproksimiraju granične trajektorije različitih merodavnih vozila za sve skretne uglove i razne veličine radijusa vodećih putanja. Na slici 2.36 dat je primer apoksimacije unutrašnje granične trajektorije autobusa koji skreće desno pod uglom od 90° . Prilikom simulacije, autobus sredinom prednjeg branika prati vodeću putanju (kinematički model III - poglavlje 2.2), oblikovanu pomoću kružne krivine i pratećih tangentskih pravaca. Poluprečnik vodeće putanje izabran je tako da odgovara najmanjem poluprečniku okretanja (R_S) merodavnog vozila, umanjenom za polovinu ukupne širine autobusa zajedno sa retrovizorima. Jednostavnije rečeno, pri desnom skretanju, autobus najisturenijim spoljašnjim delom levog retrovizora prati najmanji poluprečnik okretanja $R_S = 11.0$ m koji je preporučen prema dijagramu sa slike 2.35. Rezultujuća trajektorija povlačenja zadnjeg desnog točka (unutrašnja granična trajektorija autobusa) aproksimira se trocentričnim krivinama sa odnosom susednih poluprečnika 2.5:1:5.5, ili 2:1:3, pri čemu je vrednost centralnog poluprečnika $R_2 = 10.0$ m izabrana prema krivama sa dijagrama na slici 2.35 za skretni ugao od 90° i minimalni poluprečnik okretanja $R_S = 11.0$ m. U ovom primeru, pri konstrukciji trocentričnih krivina, njihove tangente paralelno su pomerene ka unutrašnjosti krivine za 0.25 m u odnosu na polovinu širine autobusa ($b = 1.26$ m), koliko iznosi i preporučena veličina zaštitnog odstojanja duž graničnih krivih (Maletin i ost. 2010a). Sa slike 2.36 odmah se uočava da trocentrične krivine oba tipa uveliko "prelaze" preko granične trajektorije autobusa "na stranu

nesigurnosti", na pojedinim delovima i više od 1.00 m. To jasno pokazuje da trocentrične krivine sa predloženom vrednošću centralnog poluprečnika $R_2 = 10.00$ m u skladu sa dijagramom na slici 2.35, i preporučenim odnosima susednih poluprečnika 2.5:1:5.5 i 2:1:3, ne mogu tačno aproksimirati trajektoriju povlačenja autobusa.

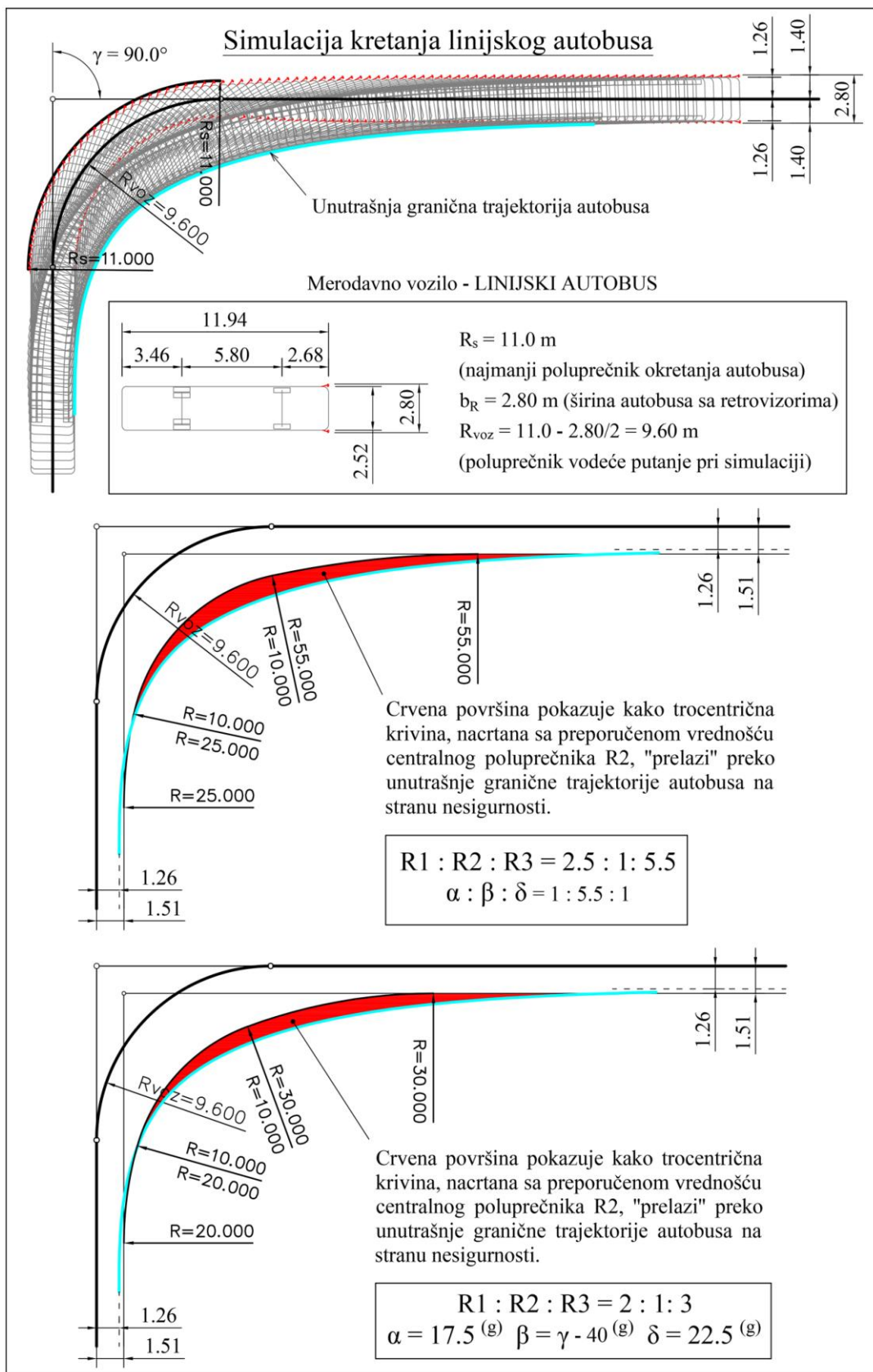


Slika 2.34 Geometrijski elementi za konstrukciju standardnih tipova trocentričnih krivina za oblikovanje levih i desnih skretanja (izvor: Maletin 2009)



Slika 2.35 Zavisnost centralnog radijusa (R_2) od najmanjeg poluprečnika okretanja izabranog merodavnog vozila (R_s) i skretnog ugla γ (izvor: Maletin i ost. 2010)

Važno je istaći da je trocentrična krivina u svom izvornom obliku i sa tradicionalnim odnosima susednih poluprečnika (2.5:1:5.5 i 2:1:3) namenjena pre svega za oblikovanje građevinskih (ivičnih) linija na pozicijama desnih skretanja u raskrsnicama, a ne za aproksimaciju graničnih trajektorija vozila. Na primeru sa slike 2.36, zapravo je pokazano da krive za izbor centralnog poluprečnika R_2 , definisane u domaćim smernicama (Maletin i ost. 2010a), ne mogu da se usvoje kao apsolutno pouzdane u slučaju kada se tradicionalna geometrijska forma trocentrične krivine primenjuje za aproksimaciju graničnih trajektorija. Vrednosti poluprečnika trocentričnih krivina R_1 i R_3 , sračunate na osnovu ovako dobijenih centralnih poluprečnika R_2 , ne mogu sa zadovoljavajućim nivoom tačnosti "na strani sigurnosti" da aproksimiraju granične trajektorije. Shodno tome, kako bi se trocentrična krivina mogla primeniti za tačnu aproksimaciju graničnih trajektorija, neophodno je osmisliti nove dijagrame kojima će biti definisana zavisnost između tipa merodavnog vozila i skretnog ugla manevra s jedne, i veličine centralnog poluprečnika R_2 trocentrične krivine s druge strane. Takođe, treba preispitati da li tradicionalni odnosi susednih poluprečnika (2.5:1:5.5; 2:1:3) i njima odgovarajućih uglova ($\alpha:\beta:\delta$) u trocentričnoj krivini zaista predstavljaju optimalan izbor, odnosno, najbolju geometrijsku formu za aproksimaciju graničnih trajektorija vozila za sva manevre skretanja na površinskim raskrsnicama. Ovo je naročito značajno sa stanovišta geometrije trocentričnih krivina za aproksimaciju unutrašnjih graničnih trajektorija na pozicijama levih skretanja, od čije tačnosti najvećim delom dalje zavisi geometrijsko oblikovanje ključnih elemenata situacionog plana raskrsnice.



Slika 2.36 Posledice pogrešnog izbora vrednosti centralnog poluprečnika R2 trocentrične krivine na tačnost aproksimacije granične trajektorije

2.5 Eksperimentalne metode za određivanje graničnih krivih prohodnosti

Verifikacija valjanosti i pouzdanosti bilo kojeg softverskog rešenja za simulaciju kretanja vozila ogleda se isključivo u međusobnom poređenju realno snimljenih krivih prohodnosti tokom kretanja vozila na posebno pripremljenom poligonu sa krivama dobijenim simulacijom na računaru. Iako su ovakvi eksperimenti po pravilu skupi i zahtevaju opsežnu pripremu, jedino oni mogu dati validnu ocenu tačnosti nekog softvera i matematičkog modela koji je u njemu primenjen. Generalno posmatrano, postoje dva različita tehnološka pristupa za precizno merenje prostora obuhvaćenog graničnim trajektorijama vozila pri izvođenju realnih manevara:

- tehnologije ili sistemi koji koriste vozila opremljena specijalnim uređajima za detektovanje njihovog položaja (GNSS merni sistemi);
- sistemi koji ne zahtevaju nikakve unapred instalirane instrumente u vozilu (klasične tahimetrijske i metode bazirane na obradi video i foto snimaka).

2.5.1 Klasične tahimetrijske metode

U skladu sa istorijskim razvojem merne tehnike i instrumenata, za određivanje položaja graničnih trajektorija vozila, prvo su počele da se primenjuju tahimetrijske (klasične) metode. Sa razvojem optičkih uređaja, a naročito sa uvođenjem elektronike i računarske tehnike, klasične geodetske instrumente, poput teodolita i nivelira, uspešno su tokom 1990-tih zamenile totalne stanice i drugi još efikasniji merni instrumenti.

Kod klasičnih metoda, prilikom izvođenja eksperimentalnih vožnji, na testna vozila privremeno se ugrađuju mali rezervoari sa vodom ili drugom tečnošću. Rezervoari se obično postavljaju na mestima najisturenijih tačaka na karoseriji vozila, kako bi tečnost koja izlazi iz njih što realnije opisala granične trajektorije (slika 2.37). Pre izvođenja eksperimenta na testnom poligonu obeležavaju se vodeće linije koje moraju da prate, u zavisnosti od usvojenog kinematičkog modela, bazne tačke svih testnih vozila. Na početku izvođenja manevara odvrnu se slavine ili ventili na rezervoarima i pusti se da tečnost polako curi direktno na suhu površinu kolovoza poligona. Zatim se, primenom

standardnih tahimetrijskih geodetskih metoda, u odnosu na prethodno definisane i georeferencirane (fiksne) tačke, brzo snime sve koordinate duž mokrog traga koji je nastao curenjem tečnosti pri kretanju vozila. Često se zbog tačnosti i pouzdanosti rezultata merenja duž planirane putanje kretanja vozila razvije, odnosno, obeleži poseban poligonski vlak sa vidno markiranim tačkama na kolovozu.

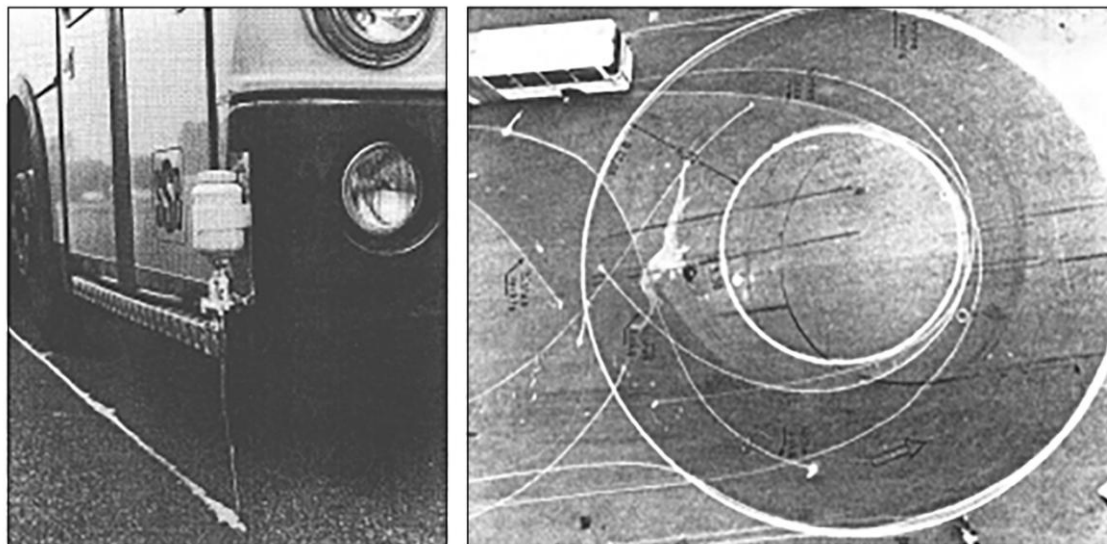


Slika 2.37 Postavljanje rezervoara sa vodom na mestima najisturenijih tačaka na vozilu tokom izvođenja testnih vožnji (izvor: Glabsch i ost. 2012)

Umesto vode, čiji trag se relativno brzo osuši i postaje nevidljiv na kolovozu, u rezervoare se često sipaju i različite vrste boje, a najčešće bela ili žuta (slika 2.38). Međutim, kao i kod rezervoara sa vodom, problem nastaje ako je potrebno istovremeno označiti granične trajektorije dve ili više najisturenijih tačaka na vozilu. U takvom slučaju preporučuje se sipanje različitih vrsta boja u rezervoare na različitim delovima vozila. Još jedan problem predstavlja "broj ponavljanja" testnih vožnji pri ovakvoj postavci eksperimenta, jer dok se prethodni tragovi od boje dobro ne očiste sa površine kolovoza, nema smisla ponavljati već izvedeni manevar sa istim testnim vozilom. Iako primena nekoliko vrsta različitih boja ima nesumnjive prednosti u odnosu na korišćenje rezervoara sa vodom, treba imati na umu da testni poligon posle završetka eksperimenta treba vratiti u prvobitno stanje. Shodno tome, primenjene boje moraju biti takvog sastava da se mogu lako očistiti ili brzo oprati sa površine kolovoza na poligonu.

Bez obzira na vrstu tečnosti koja je sipana u rezervoare na vozilu, merenje tragova na kolovoznoj površini zahteva angažovanje većeg broja geodetskih stručnjaka uz pažljivu koordinaciju njihovog rada. Greška pri merenjima i obradi rezultata je reda veličine do ± 1.00 cm (Ilić i ost. 2018a). Zbog ograničenih mogućnosti za ponavljanje testnih vožnji, pre svega za vozila opremljena rezervoarima u koje je sipana boja (slika 2.38),

neposredno pre odvrtanja ventila za ispuštanje tečnosti i početka planiranog eksperimenta, testni vozači moraju obaviti po nekoliko serija probnih vožnji duž obeleženih vodećih putanja. Zapravo na ovaj način, vozači trebaju uvežbati sve manevre skretanja za koje će kasnije biti merene granične trajektorije izabranog testnog vozila.



Slika 2.38 Curenje boje iz rezervoara montiranog na prednjem desnom uglu autobusa i izgled poligona posle završetka testne vožnje (izvor: Bonz und Schmid 1980)

Iako su postignuta tačnost i pouzdanost rezultata merenja visoki, klasične tahimetrijske metode zahtevaju veliko fizičko angažovanje svih učesnika eksperimenta. Samim tim, uzimajući u obzir obim terenskog posla, teško je postići visoku detaljnost merenja u smislu broja, odnosno razmaka, snimljenih tačaka duž markiranih tragova vozila na površini testnog poligona. Takođe, potreban je dodatni rad da bi se snimljeni rezultati u digitalnom obliku "prebacili" u formate fajlova (dwg, dxf, txt) pogodne za dalju obradu u nekom softveru za projektovanje puteva koji radi u AutoCAD okruženju.

Premda se koristi relativno jednostavna geodetska merna tehnika, bez ikakvih dodatnih uređaja montiranih na vozilu, zbog većeg angažovanja ljudstva i količine utrošenih radnih sati, posledično i ukupna cena izvođenja ovakvog eksperimenta je visoka. Imajući u vidu sve navedeno, klasične tahimetrijske metode se sve ređe koriste za eksperimentalno određivanje graničnih trajektorija vozila, osim u slučajevima kada se kombinuju sa nekim savremenijim metodama merenja (GNSS, fotogrametrija, 3D lasersko skeniranje i video tehnika).

2.5.2 Određivanje graničnih trajektorija na osnovu video i foto snimaka

Još od 60-tih godina 19. veka i razvoja prvih fotoaparata, inženjeri su uvideli veliki potencijal fotografije kao medija za lakše snimanje i prikupljanje raznovrsnih podataka sa terena. Upotreba fotografije naročito dolazi do izražaja za vreme Prvog svetskog rata i pripreme namenskih karata za vojno-taktičke i odbrambene svrhe. Tada započinje i razvoj fotogrametrije kao posebne oblasti geodezije za prikupljanje podataka i izradu karata na osnovu fotografskih snimaka. Sa razvojem avijacije i kamera veće rezolucije, primat preuzima aerosnimanje, da bi se posle Drugog svetskog rata, opet kao posledica napretka vojne tehnike, intenzivno razvila aerofotogrametrija. Idući u korak sa stepenom razvoja prateće tehnologije, instrumenti za restituciju materijala iz fotogrametrijskih snimaka u početku su bili analogni, da bi kasnije sa razvojem PC računara, primat preuzela analitička, i na kraju digitalna fotogrametrija. Danas, novi softverski alati u digitalnoj fotogrametriji omogućavaju da se snimljeni sadržaj digitalnih fotografija automatizovanim postupkom restitucije prevedu u vektorski i/ili rasterski digitalni format pogodan za dalju obradu.

U protekloj deceniji, kada je digitalna fotografija postala opšteprihvaćena u svakodnevnom životu, na tržištu je plasiran veći broj softvera koji na osnovu amaterskih fotografija, snimljenih običnim fotoaparatom, mogu generisati 3D model nekog objekta ili prostorne celine. Štaviše, ako je na snimljenim fotografijama prisutan dovoljan broj georeferenciranih tačaka, kreirani modeli objekata lako se kalibrišu i referenciraju prema koordinatama poznatih tačaka. Na taj način dobijaju se relativno precizni 3D modeli snimljenih objekata georeferencirani u realnom koordinatnom sistemu. Sa povećanjem kvaliteta (rezolucije) snimljenih fotografija, raste i tačnost generisanih 3D modela. Pomenuti softveri mogu se uspešno primeniti za rekonstrukciju 3D položaja vozila na osnovu sukcesivno snimljenih fotografija ako su snimcima obuhvaćene i georeferencirane tačke. Pre snimanja na najisturenijim delovima karoserije testnog vozila postavljaju se jarko obojeni markeri kao vizuelne determinante, da bi se što lakše, prateći položaje markera, modelirale granične trajektorije vozila u 3D prostoru. Mussone i ost. (2013) razvili su i testirali novi softver VeTRA-Vehicle Tracking for Roundabout Analysis za procesiranje sukcesivno snimljenih fotografija sa terena, kako

bi rekonstruisali putanje kretanja vozila, odnosno njihove trajektorije, pri prolasku kroz kružne raskrsnice.

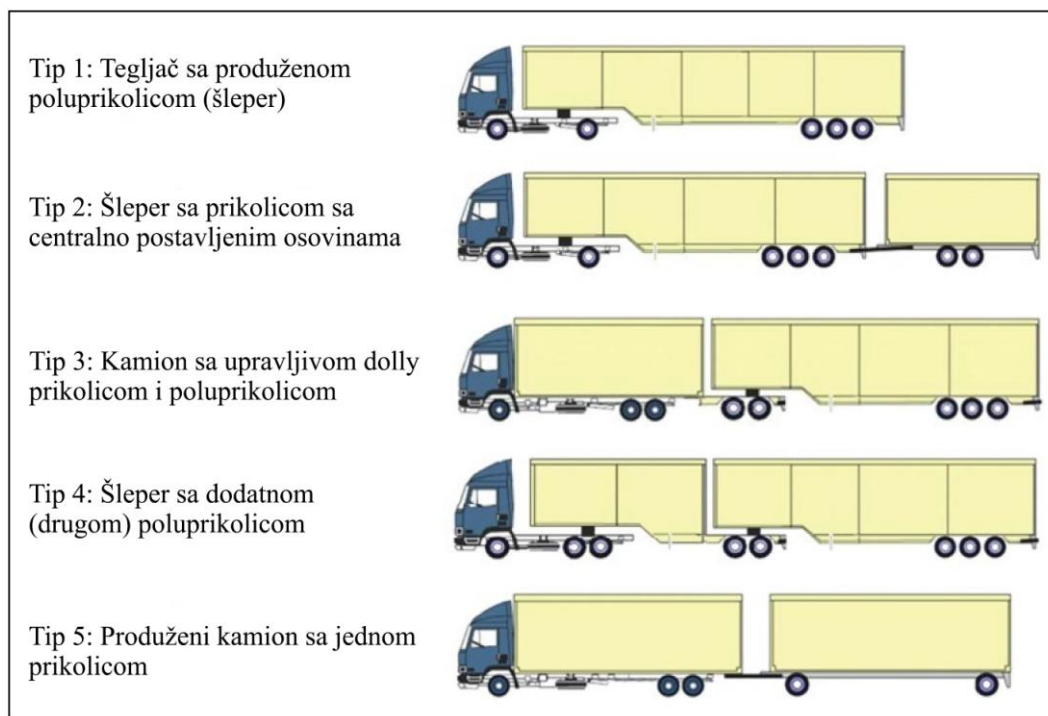
Rekonstrukcija položaja vozila u raskrsnici moguća je na osnovu snimaka sa stacionarnih kamera postavljenih na nekoj uzvišenoj koti u neposrednoj blizini raskrsnice, ili na osnovu snimaka sa pokretnih kamera montiranih na nekom vozilu. U doktorskoj disertaciji Barth-a (2010) razvijena je nova metodologija za detekciju položaja vozila koje se kreće kroz raskrsnicu pomoću snimaka iz drugog pokretnog vozila. Praćenjem odabranih 3D tačaka na površini karoserije posmatranog vozila, osim njegovog tačnog položaja i oblika, dobijeni su i precizni podaci o brzini i ubrzanju tog vozila. Značaj ove disertacije ogleda se posebno u tome što je u njoj dat bogat pregled literature i brojnih istraživanja vezanih za određivanje položaja trajektorija vozila u 3D prostoru na osnovu fotografija i video snimaka.

Cheng i Huang (2011) izveli su obiman eksperiment i odredili realne granične trajektorije autobusa i tegljača sa poluprikolicom, koristeći video kamere prosečnih performansi. Na testnom poligonu prvo su klasičnim geodetskim (tahimetrijskim) metodama označili geometriju vodećih putanja za oba testna vozila. Zatim su na svakih metar rastojanja duž obeleženih putanja nacrtali pomoćne linije upravne na te putanje. Sve pomoćne linije posle su ručno graduirali sa centimetarskom podelom. Tokom kretanja vozila malom brzinom duž obeleženih putanja, video kamerama snimali su kako točkovi vozila prelaze preko pomoćnih linija. Na osnovu snimljenog materijala i graduiranih skala na svakoj od pomoćnih linija, naknadno su odredili tačno rastojanje između spoljašnjih i unutrašnjih graničnih trajektorija testnih vozila. Takođe, posebna kamera postavljena je u kabini vozila iznad upravljača, tako da je paralelno snimano okretanje upravljača pri izvođenju zadatih manevara. Pri svakom polasku vozila iz mesta i prelasku preko neke od detaljnih tačaka duž vodećih putanja (početak i kraj kružne krivine, početak i kraj prelaznice, kraj izlazne tangente, itd.) korišćeni su zvučni signali, odnosno, pištaljke da bi se koordinisale aktivnosti svih učesnika eksperimenta. Pored toga, snimci sa video kamera uperenih prema točkovima vozila tokom testnih vožnji i snimak kamere iznad upravljača sinhronizovani su vođenjem precizne evidencije o vremenu kada je svaki od manevara skretanja izveden. Na kraju

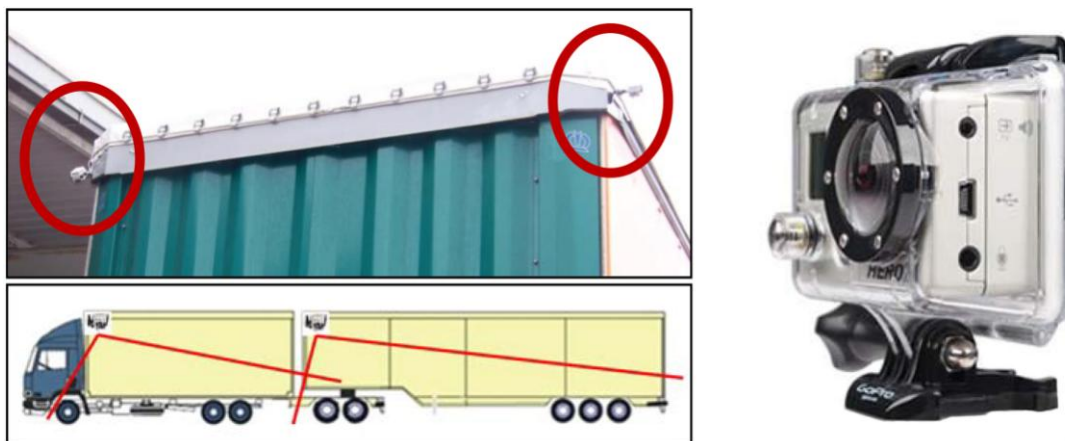
eksperimenta, granične trajektorije vozila dobijene iz video snimaka upoređene su sa graničnim trajektorijama sračunatim primenom novog matematičkog modela kojeg su prethodno razvili autori. Premda je opisani eksperiment zahtevao opsežne pripreme i angažovanje većeg broja učesnika, primenom jednostavne merne tehnike i komercijalnih video kamera, dobijena su precizna i pouzdana merenja.

Lippold i Schemmel (2014) su na veoma praktičan način koristili video tehnologiju i fotogrametriju kako bi ustanovili realne trajektorije kretanja dugačkih teretnih vozila na površinskim raskrsnicama na putnoj mreži Nemačke. U njihovom eksperimentu analizirane su granične trajektorije za pet tipova (kombinacija) dugačkih teških teretnih vozila (vučnih vozova), čija ukupna dužina ne prelazi 25.25m (slika 2.39).

Tokom testnih vožnji na najvišim bočnim delovima karoserija vučnih vozova montirane su akcione kamere. Ugao snimanja podešen je tako da snimkom budu stalno pokriveni svi točkovi vozila (slika 2.40). Sve kamere sinhronizovano su snimale putanje točkova, a snimci su kasnije obrađeni u specijalnim softverima za restituciju video snimaka i fotografija.



Slika 2.39 *Moguće kombinacije teških teretnih i priključnih vozila pri formiranju vučnih vozova na Nemačkim putevima (izvor: Lippold und Schemmel 2014)*



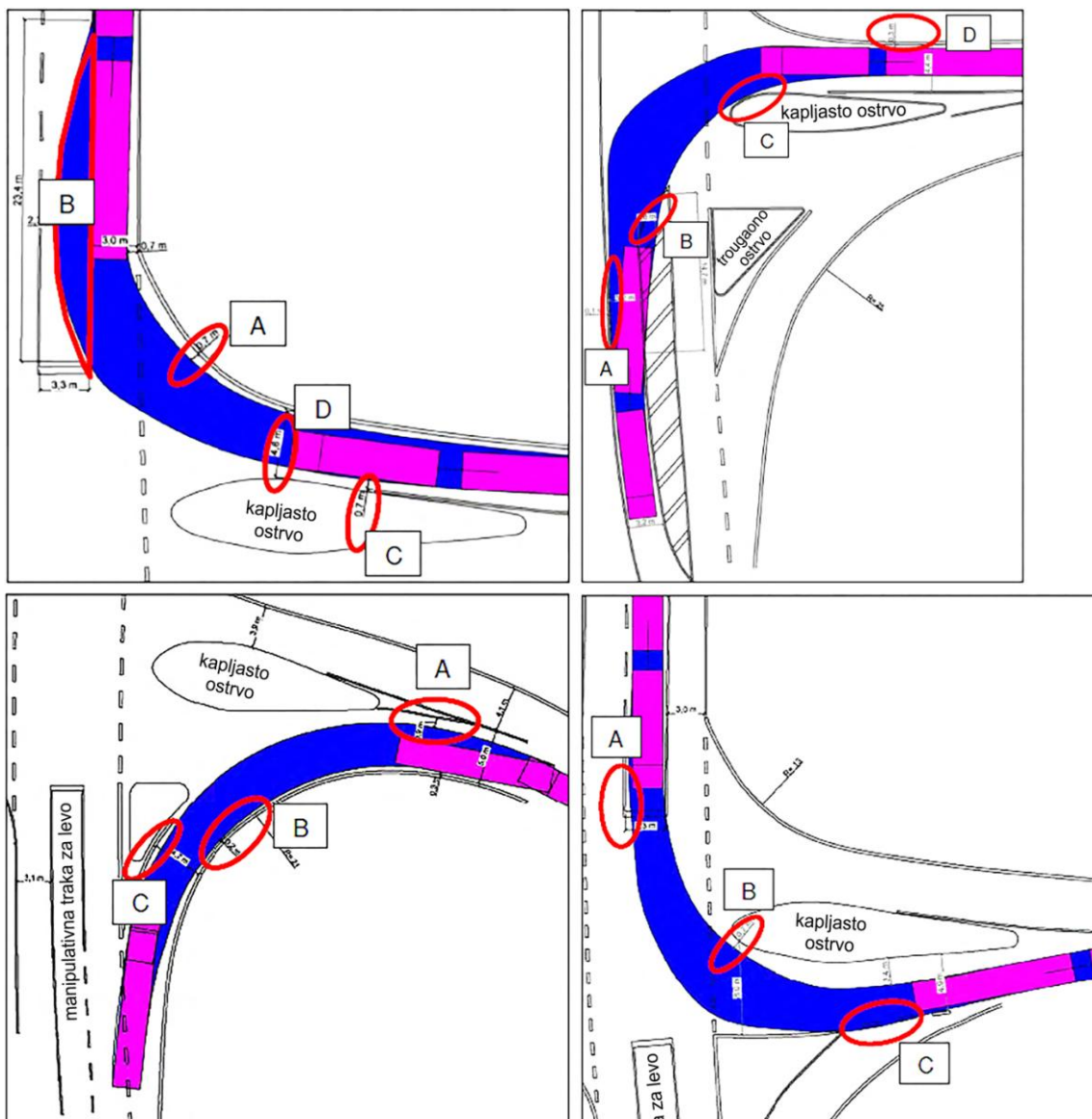
Slika 2.40 Dispozicija montiranja akcionih kamera na bočnim stranama karoserije vučnog voza sa prikazom obuhvata snimka (izvor: Lippold und Schemmel 2014)

Pored snimljenog video materijala, za precizno određivanje graničnih trajektorija autori su koristili i laserski skener koji je snimao koordinate tačaka duž ivica vučnih vozova u lokalnom koordinatnom sistemu. Sve snimljene tačke posle su "uvezene" u CAD softver. Na osnovu njih definisane su trajektorije najisturenijih tačaka testnih vozila i označen prostor omeđen graničnim trajektorijama tokom izvođenja različitih manevara. S obzirom da su testne vožnje izvedene na realnoj putnoj mreži, bez remećenja ostalih učesnika u saobraćaju, rezultati eksperimenta pokazali su stvarnu kompatibilnost geometrije postojećih površinskih raskrsnica sa manevrima modernih dugačkih vučnih vozova. Poseban akcenat pri kontroli minimalne prohodnosti bio je na identifikaciji "uskih grla" na situacionim planovima površinskih raskrsnica. Označena su sva mesta na kojima je potencijalno ugrožena prohodnost za testirane tipove vozila (slika 2.41).

Poslednjih godina sve učestalija je primena dronova (PhotoModeler Technologies 2018), opremljenih sa kamerama i fotoaparatom, koji lete neposredno iznad testnog poligona snimajući sve manevre koje izvode testna vozila. Pošto su u dronovima najčešće ugrađeni i GPS odašiljači, njihov položaj je poznat, pa preciznost merenja, odnosno tačnost realno snimljenih graničnih trajektorija, najviše zavisi od kvaliteta snimljenih fotografija ili video zapisa.

S obzirom da se najveći broj eksperimenata za merenje graničnih trajektorija vozila organizuje na specijalno pripremljenim poligonima na otvorenom prostoru, na kvalitet

snimljenih fotografija dodatno utiču i klimatski parametri kao što su vetar, osunčanost, pojava magle, veće oblačnosti ili kiše. Iako već postoje razvijeni softverski alati koji mogu da "poprave" kvalitet snimljenih fotografija, granične trajektorije, dobijene na osnovu ovako popravljenih snimaka, odstupaju od realnih za više od 10.00 cm (Ilić i ost. 2018a). Dosadašnji eksperimenti na terenu potvrdili su da se najpouzdaniji rezultati dobijaju kombinovanjem video i foto tehnike sa drugim savremenim metodama snimanja kao što su GNSS tehnologije i LiDAR (na engleskom: Light Detection and Ranging) 3D lasersko skeniranje.



Slika 2.41 Lokacije "uskih grla" na situacionom planu površinske raskrsnice gde je ugrožena prohodnost za testirana vozila (izvor: Lippold und Schemmel 2014)

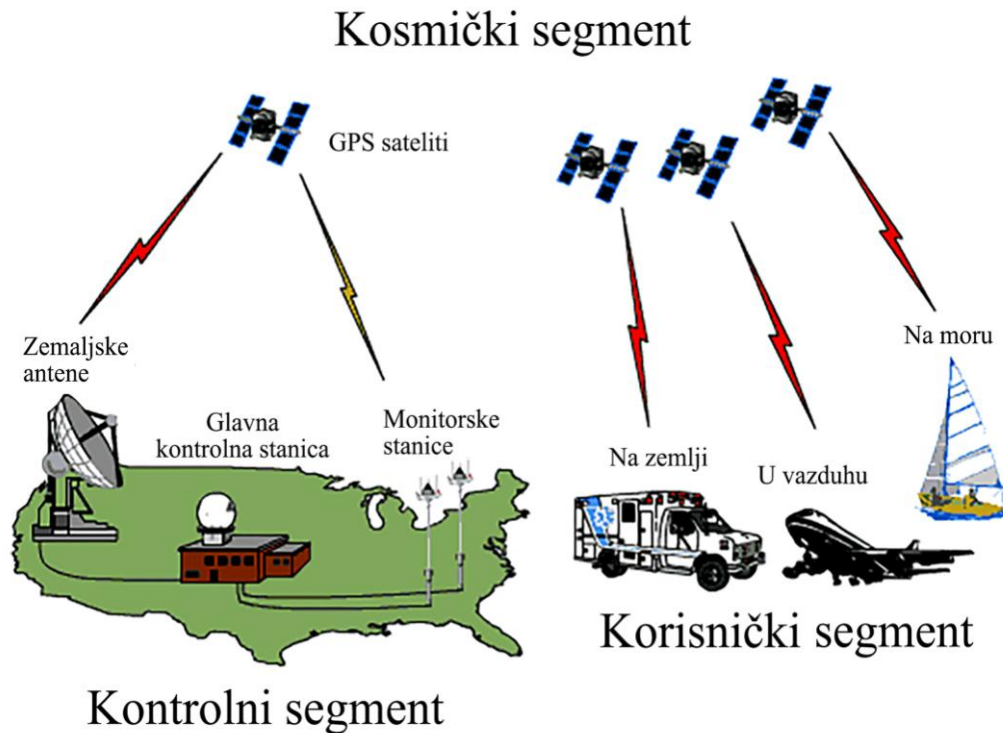
2.5.3 Određivanje položaja vozila pomoću GNSS tehnologije

Globalni navigacioni satelitski sistemi (GNSS) predstavljaju trenutno tehnološki najrazvijenije sisteme za određivanje tačnog položaja, odnosno, realnih koordinata vozila ili nekog njegovog dela, bilo u lokalnom ili u državnom koordinatnom sistemu. Skraćenica GNSS predstavlja zapravo "zajedničko ime" za sve globalne navigacione sisteme kao što su: NAVSTAR-a (na engleskom: NAVigation Satellite Timing And Ranging), GLONASS (na ruskom: ГЛОНАСС), Galileo, Compass, itd. S obzirom da je prvi put zvanično lansiran 1978. god. od strane Ministarstva odbrane SAD-a, GPS kao naslednik ili drugo ime za NAVSTAR, danas je najčešće korišćen sistem za navigaciju u svetu. Takođe, GPS je prvi sistem koji je dostigao puni operativni kapacitet 1995. god., i pored ruskog GLONASS-a, jedini za sada obezbeđuje pokrivenost cele površine Zemlje. Za razliku od GPS-a i GLONASS-a, Galileo sistem koji razvijaju zemlje Evropske unije, usled brojnih tehničkih problema, neće biti u potpunosti operativan još nekoliko godina, a kineski Compass sve do 2020. god. (Jeffrey 2010). Od svih nabrojanih sistema, zahvaljujući "ranoj otvorenosti" prema civilnim korisnicima (već od 1994. god.), GPS ima vodeću komercijalnu ulogu na tržištu. Stoga će ukratko biti opisane najvažnije karakteristike ovog navigacionog sistema.

Na slici 2.42 prikazani su osnovni segmenti GPS sistema. Kosmički segment čine 24 operativna satelita ravnomerno raspoređena u odnosu na zemlju. Sateliti se kreću u 6 orbitalnih ravni (po 4 satelita u svakoj) poluprečnika 26560.00 km, koje zaklapaju ugao od 55° u odnosu na ekvatorijalnu ravan (slika 2.43). Ovakva konstelacija i ovako projektovane orbite satelita omogućavaju da se u bilo kom trenutku i na bilo kojoj tački na Zemlji mogu primiti signali sa 4 satelita.¹

Kontrolni segment obuhvata pet zemaljskih stanica raspoređenih tako da je glavna smeštena u vazduhoplovnoj bazi Schriever (ranije Falcon) u Kolorado Springsu, a ostale četiri se nalaze na ostrvima u okeanima (Hawaii, Ascension Islands, Diego Garcia i Kwajalein) u zoni ekvatorijalnog pojasa (Bajat & Ašanin 2015). U korisnički segment sistema spadaju razni prijemnici, bilo kao zasebni instrumenti, ili kao delovi drugih mernih instrumenata ili digitalnih uređaja različite namene.

¹ Tekst u prethodnom paragrafu preuzet je od autora: Bajat & Ašanin 2015



Slika 2.42 Osnovni segmenti GPS sistema (izvor: GIS Resources 2018)

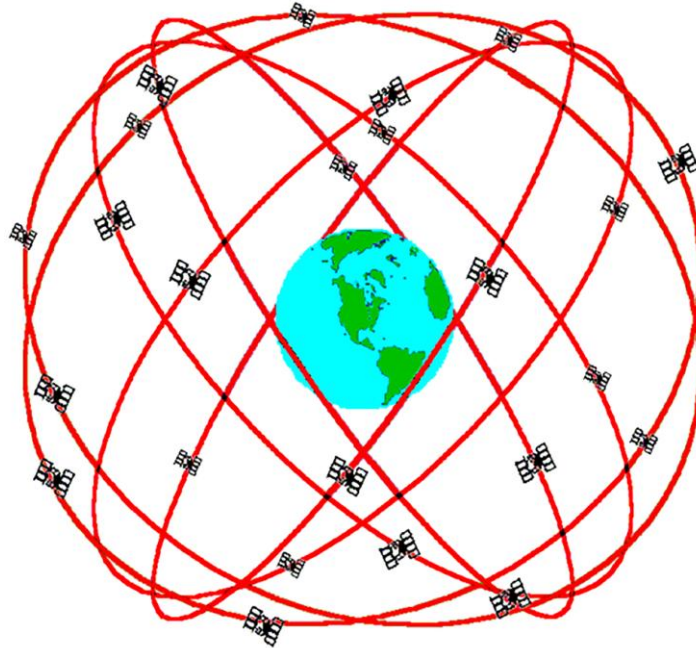
Određivanje položaja pomoću GPS-a bazira se na trilateraciji GPS satelita, odnosno na metodi prostornog lučnog preseka. Sa četiri GPS satelita mere se vremena potrebna da elektromagnetni signali sa satelita dospeju do prijemnika na Zemlji. Koordinate satelita kao referentnih tačaka unapred su poznate. Od presudne važnosti za tačnost izmerenih dužina je sinhronizacija časovnika na satelitima i na prijemniku. Jednoznačno pozicioniranje tačke na mestu prijemnika obavlja se rešavanjem prostornog lučnog preseka za tu tačku tako što se izmere dužine od prijemnika (tačke) do tri GPS satelita. Usled grešaka pri sinhronizaciji časovnika na satelitima i prijemniku na Zemlji, meri se i nepoznata dužina od prijemnika do četvrtog satelita kako bi se korigovale ove greške.

Za pozicioniranje tačaka na Zemlji primenom GPS tehnologije koriste se dve metode:

- metoda apsolutnog pozicioniranja;
- metoda relativnog (diferencijalnog) pozicioniranja (DGPS).

Za razliku od apsolutnog pozicioniranja gde se koristi jedan prijemnik, kod diferencijalnog pozicioniranja potrebna su dva prijemnika za simultano registrovanje signala sa satelita. U inženjerskim disciplinama, kao i za potrebe različitih

eksperimentalnih istraživanja na otvorenom prostoru, mnogo češće se primenjuje diferencijalno pozicioniranje, jer omogućava veću tačnost pozicioniranja. Kod ove metode jedan prijemnik lociran je na tački sa poznatim koordinatama (bazna stanica), dok se drugi prijemnik (rover) postavlja na tačku čiju je poziciju potrebno odrediti. Na ovaj način se, korelacijom merenja između dva prijemnika, u značajnoj meri redukuje uticaj sistematskih grešaka (Bajat & Ašanin 2015).



GPS nominalna konstelacija satelita
24 satelita u 6 orbitalnih ravni
4 satelita u svakoj ravni
sateliti se kreću na 20200 km iznad zemlje
55 stepeni - ugao inklinacije prema ekvatorijalnoj ravni

Slika 2.43 Konstelacija satelita u GPS sistemu (izvor: Dana 1994)

U navigaciji se za određivanje položaja vozila koristi metoda apsolutnog pozicioniranja sa tačnošću reda veličine nekoliko metara. S druge strane, određivanje položaja vozila u cilju definisanja njegovih graničnih trajektorija obavlja se pomoću kinematičke tehnike merenja, zasnovane na diferencijalnom pozicioniranju. Kod ove tehnike (metode), prijemnik (rover) se montira na vozilo u pokretu, dok je bazna stanica postavljena na nekoj fiksnoj tački sa ranije određenim koordinatama. Pri upotrebi kinematičke metode razlikuju se dva režima rada:

- sa naknadnim procesiranjem korekcija sa bazne stanice (na engleskom: Post-Processing Kinematic-PPK);

- sa procesiranjem korekcija u realnom vremenu (na engleskom: Real-Time Kinematic-RTK), gde se sve korekcije sa bazne stanice očitavaju tokom rada na terenu, pod uslovom da postoji radio veza ili neka druga "wireless" konekcija između prijemnika.

U RTK režimu rada kinematičke metode, prijemnici (bazna stanica i rover) moraju istovremeno "hvatati" signal sa najmanje pet satelita (Ilić i ost. 2018a). Opravdanje za "angažovanje" povećanog broja satelita leži u potrebi da se uvek ima u "rezervi" najmanje jedan, kako bi sa apsolutnom sigurnošću u svakom trenutku postojala triliteracija GPS satelita. Na poznatoj tački, gde je postavljena bazna stanica, nalazi se i radio antena povezana sa tom stanicom. Preko te antene radio predajnik šalje ispravke korekcija prema pokretnom roveru (slika 2.44). Rastojanja između bazne stanice i rovera obično su reda veličine od 10.00 do 20.00 km, što je značajno kraće u odnosu na efektivan opseg diferencijalnog GPS pozicioniranja.

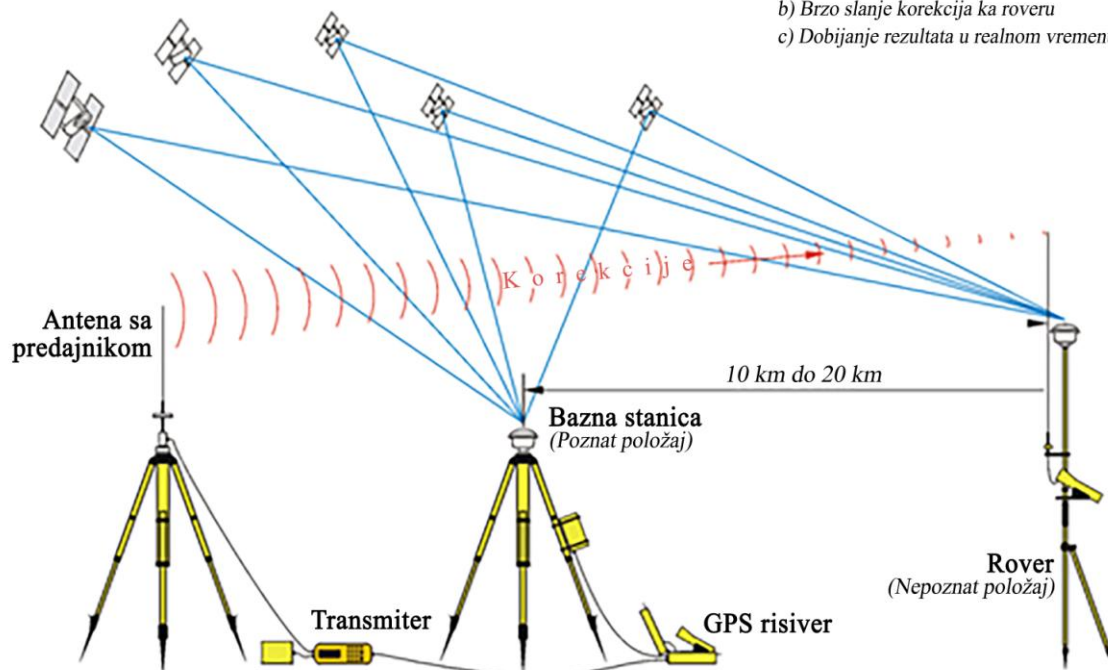
Kinematička metoda u realnom vremenu (RTK)

Tačnost pozicioniranja +/-2.0 cm

***Ista konstelacija satelita**
(Bazna stanica - rover/ili roveri)

***Carrier Phase**
(Prati se minimum 5 satelita istovremeno)

***Radio veza**
a) Više informacija
b) Brzo slanje korekcija ka roveru
c) Dobijanje rezultata u realnom vremenu



Slika 2.44 Kinematička metoda sa procesiranjem korekcija u realnom vremenu (RTK)

(izvor: PennState 2018)

Primenom "state-of-the-art" tehnologije pri izradi GNSS prijemnika, a posebno pri izradi mobilnih GNSS antena (Leica 2018; Trimble 2018a), RTK metoda za horizontalno pozicioniranje u realnim uslovima može obezbediti centimetarsku tačnost reda veličine ± 2.0 cm (Ilić i ost. 2018a). Imajući u vidu brzinu određivanja položaja vozila i postignuti nivo tačnosti, RTK metoda nametnula se kao skoro idealna merna tehnika za snimanje trajektorija vozila koja se kreću malim brzinama.

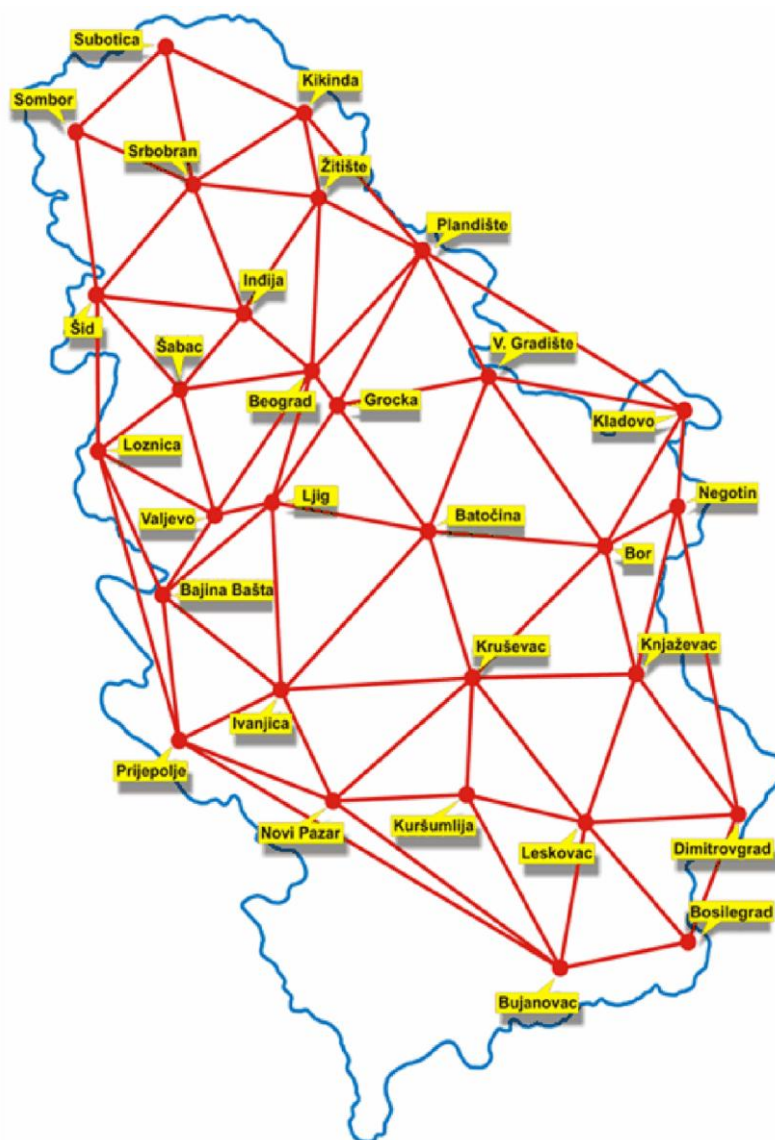
Kao četvrti segment GNSS-a (GPS-a), u mnogim zemljama sveta razvijene su posebne nacionalne mreže permanentnih stanica (prijemnika), koje zamenjuju potrebu za postavljanjem baznih stanica. Razvijanjem ovakvih mreža znatno se olakšava diferencijalno pozicioniranje pri izvođenju različitih geodetskih i drugih inženjerskih radova. Korišćenjem mreže permanentnih stanica, tačno RTK pozicioniranje unutar prostora pokrivenog tom mrežom može se obaviti pomoću samo jednog prijemnika.²

Mreža permanentnih stanica na teritoriji Srbije naziva se Aktivna geodetska referentna osnova Srbije (AGROS). Ova mreža je u funkciji od 2005. god, a njome upravlja i održava je Republički geodetski zavod iz dva kontrolna centra. Ukupno 29 permanentnih stanica raspoređeno je na teritoriji Republike Srbije (slika 2.45) na prosečnom međusobnom rastojanju od 70.00 km (Bajat & Ašanin 2015).

AGROS mreža takođe pruža korisnicima u Srbiji servis kinematičkog pozicioniranja u realnom vremenu (RTK). Prenos podataka između permanentnih stanica i prijemnika (rovera) obavlja se putem mobilnog GPRS interneta. Ovaj servis može se koristiti za potrebe geodetskog premera, u inženjerskoj geodeziji, katastru, hidrografiji, aerofotogrametriji, kao i za održavanje državne granice. Tačnost koja se postiže u realnom vremenu je od 1.00 cm do 3.00 cm (AGROS 2018b). Generalna ideja RTK servisa je da simulira komunikaciju na relaciji baza - rover. Najčešće se koristi internacionalni RTCM 2.3 standardni protokol za razmenu podataka u realnom vremenu. Pri tome korisnik ne šalje RTCM podatke kontrolnom centru, već obavlja direktnu komunikaciju sa permanentnom stanicom. Korisnik na terenu, pri izboru ovog servisa i povezivanjem sa kontrolnim centrom putem GPRS-a, automatski ostvaruje

² Tekst u prethodnom paragrafu preuzet je od autora: Bajat & Ašanin 2015

konekciju sa najbližom permanentnom stanicom. Izbor najbliže permanentne stanice obavlja centralna softverska jedinica.



Slika 2.45 Raspored permanentnih stanica AGROS mreže (izvor: AGROS 2018a)

Pecchini i Giuliani (2013) snimali su položaj tegljača sa poluprikolicom (šlepera) koji se kretao kroz kružnu raskrnicu. Za određivanje položaja šlepera koristili su diferencijalno pozicioniranje, odnosno, PPK kinematičku metodu sa naknadnom obradom korekcija sa bazne GPS stanice. U njihovom eksperimentu, po dva GPS rovera bila su montirana na tegljač i poluprikolicu da bi se dobile trajektorije najjisturenijih tačaka na karoseriji šlepera (slika 2.46). Posle procesiranja snimljenih GPS koordinata dobijene su realne trajektorije šlepera. Zatim je za iste realno izvedene manevre

simulirano kretanje šlepera pomoću AutoTurn softvera (Transoft 2018b). Granične trajektorije dobijene simulacijom upoređene su sa realnim trajektorijama snimljenim na terenu, kako bi se verifikovala pouzdanost korišćenog AutoTurn softvera. U ovoj eksperimentalnoj studiji nivo preciznosti bio je ograničen na 10.00 cm.

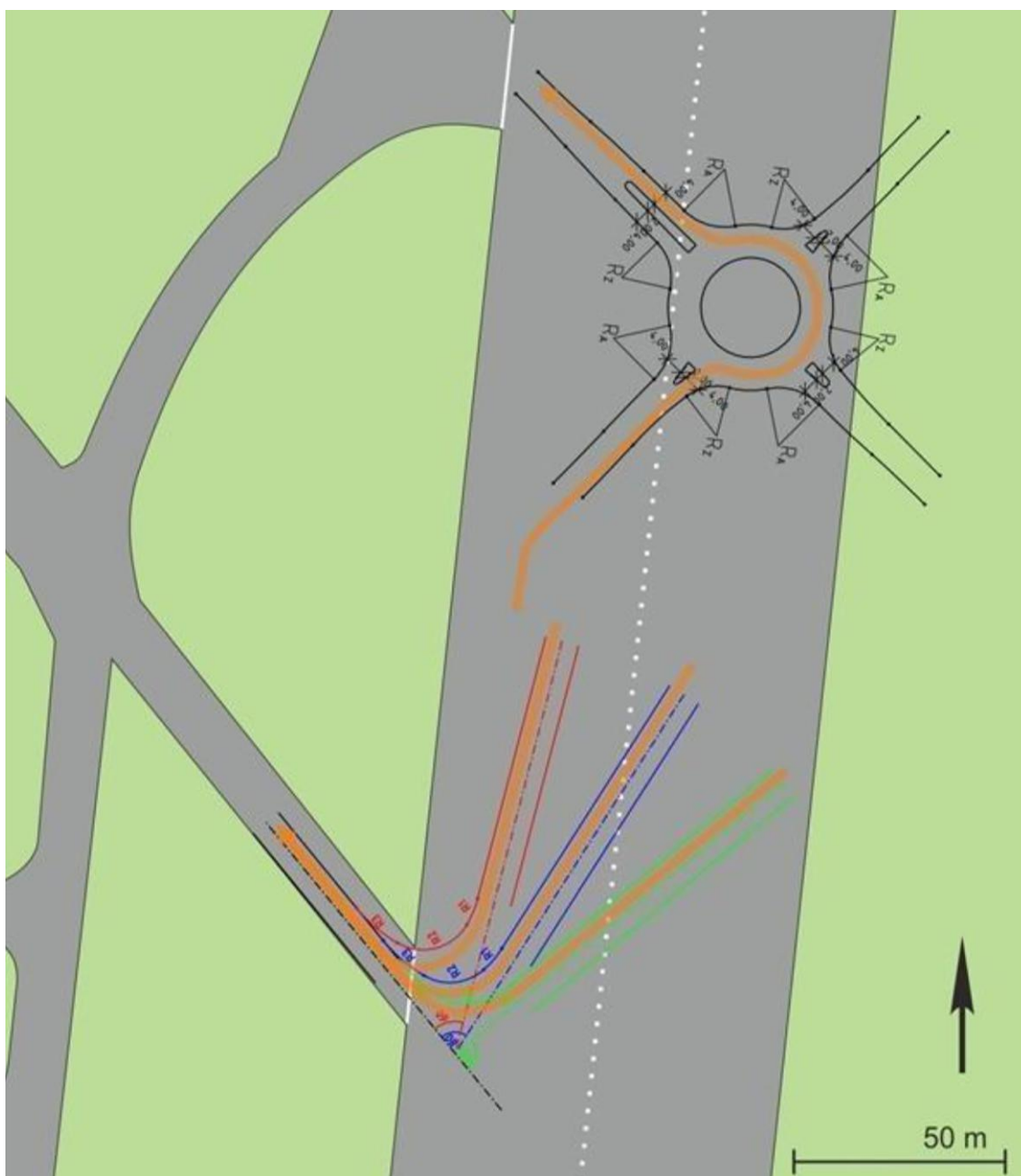


Slika 2.46 Položaj GPS rovera na kabini tegljača (levo), i izlazak šlepera iz kružnog toka posle skretanja pod uglom od 180° (desno) (izvor: Pecchini & Giuliani 2013)

Pošto se vozila na koja su montirani GPS roveri kreću malim brzinama ($V \leq 20$ km/h), i učestalost, odnosno, frekvencija očitavanja GPS koordinata mora da bude veća u odnosu na uobičajenu primenu kinematičke metode za brzo pozicioniranje neke statične tačke ili objekta. Takođe, frekvencija očitavanja GPS koordinata u direktnoj je vezi sa "gustinom", odnosno, međusobnim rastojanjem snimljenih tačaka na terenu iz kojih se kasnije trebaju rekonstruisati granične trajektorije povlačenja testnih vozila. Na osnovu ranije sprovedenih eksperimentalnih istraživanja (Glabsch i ost. 2012; Sun i ost. 2017a; Sun i ost. 2017b), preporučuje se da frekvencija očitavanja GPS koordinata na prijemnicima, montiranim na testnim vozilima, bude podešena na 10 Hz. To praktično znači da, ako se testno vozilo kreće brzinom od 10 km/h pri izvođenju planiranog manevra, na svakih 0.10 m pređenog puta dobija se jedno očitavanje trenutnog položaja vozila, tj. koordinate GPS rovera.

Za kombinovana vozila sastavljena od više slogova, na svako pojedinačno vozilo (slog) mora da se postavi dovoljan broj GPS rovera da bi se mogao precizno definisati položaj

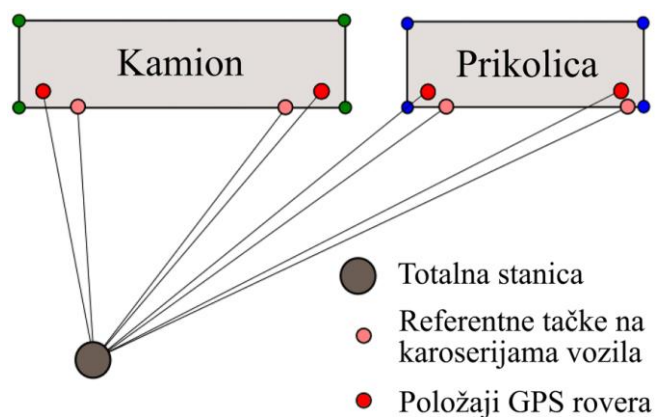
vozila (Ilić i ost. 2018a). Ako se svaki slog vozila posmatra kao apsolutno kruto i nedeformabilno telo, dovoljno je postaviti po dva GPS rovera na karoseriju da bi položaj vozila bio jednoznačno određen u horizontalnoj projekciji. Izuzetak od ovog pravila čine pomoćni osovinski sklopovi kao što su podvosci sa sedlom za vuču poluprikolice (na engleskom: dolly), zatim obrtne osovine sa rudom i drugi podsklopovi prikolica i različitih nadogradnji koji su zglobnom (obrotnom) vezom zakačeni za vučno vozilo. Za precizno pozicioniranje ovakvih vozila dovoljno je montirati po jedan GPS rover na njih.



Slika 2.47 Izgled testnog poligona na aerodromu Hopsten (izvor: Friedrich i ost. 2013)

Značajnu eksperimentalnu studiju za određivanje graničnih trajektorija teških teretnih vozila primenom najnovije GPS tehnologije i kinematičke metode pozicioniranja sa dve bazne stanice izveli su Friedrich i ost. (2013). U ovom eksperimentu, izabrana testna vozila (šleper dužine 16.50 m i kamion sa prikolicom dužine 18.75 m) vožena su kroz improvizovanu samostalnu traku za skretanje pod uglom od 60.0, 80.0 i 100.0 grad, i kroz kružnu raskrnicu spoljašnjeg prečnika 40.0 m i širine kružnog kolovoza od 6.0 m. Elementi situacionog plana četvorokrake kružne raskrsnice, kao i ivična geometrija samostalne trake, precizno su obeleženi na poletno-sletnoj stazi i na rapid-exitu bivšeg vojnog aerodroma "Hopsten", lociranog u blizini grada Rajn (na nemačkom: Rheine) na severozapadu Nemačke (slika 2.47). Za merenje trajektorija testnih vozila autori studije izabrali su pomenuti "airside" vojnog aerodroma, pre svega zbog njegove betonske kolovozne površine sa malim podužnim i poprečnim nagibom, jer su uvideli uticaj nivelacionog plana kolovoza testnog poligona na tačnost izvedenih merenja. S obzirom da su GPS roveri, zbog potrebe da stalno "hvataju" signal sa satelita, morali biti postavljeni na vrhove karoserija testnih vozila, čak i najmanji poprečni nagib prouzrokuje odstupanje normalne projekcije rovera na površinu kolovoza od njegove vertikalne projekcije. Ipak, autori ovog istraživanja nisu preduzeli nikakve konkretne mere da otklone uticaj nivelacije kolovoza na tačnost merenja.

Pre početka probnih vožnji, položaj GPS rovera u odnosu na referentne tačke na karoseriji testnih vozila određen je klasičnim tahimetrijskim merenjem pomoću totalne stanice (slika 2.48). Na ovaj način definisan je položaj GPS rovera u lokalnom koordinatnom sistemu svakog od zasebnih slogova testiranih kombinovanih vozila.



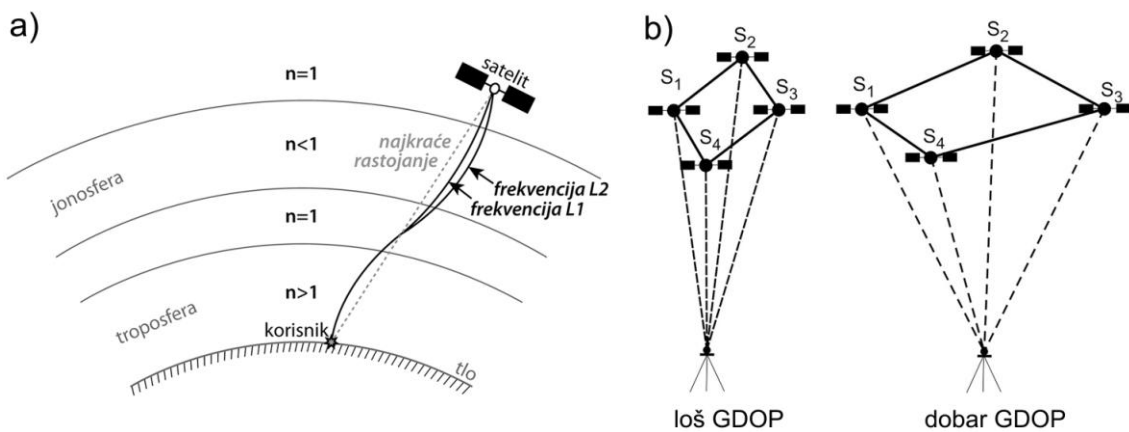
Slika 2.48 *Primena klasične tahimetrije za određivanje položaja GPS rovera u odnosu na karoserije pojedinačnih vozila (izvor: Friedrich i ost. 2013)*

Kako bi proverila tačnost krivih prohodnosti dobijenih korišćenjem njihovog AutoTurn softvera (Transoft 2018b), softverska kompanija "Transoft Solutions" je tokom poslednje decenije, koristeći modernu GNSS tehnologiju, organizovala i izvela niz testova na terenu sa realnim vozilima. U sprovedenim testovima, naročita pažnja posvećena je dugačkim vozilima nestandardne konfiguracije za prevoz specijalnih tereta kao što su turbine vetrogeneratora. Za ovaj tip vozila u engleskoj literaturi često se vezuje termin "oversized/overweight vehicles - OSOW". Za određivanje položaja "OSOW" vozila korišćena je RTK kinematička metoda, pri čemu su GPS roveri bili postavljeni na krovu tegljača, kao i iznad prednjih i zadnjih osovina specijalnih prikolica za prevoz vetrogeneratora (Frost 2014). Autelitano i ost. (2017) pokazali su da provera minimalne prohodnosti specijalnih vozila za prevoz vetrogeneratora ima ključnu ulogu za planiranje ruta za kretanje takve vrste vozila, što je veoma aktuelna tema u Evropi. Flores i ost. (2015) takođe su koristili RTK metodu i GPS rovere da dobiju granične trajektorije "OSOW" vozila za prevoz vetrogeneratora na specijalnom poligonu. Kasnije su granične trajektorije sa tog poligona uporedili sa trajektorijama dobijenim simulacijom istih manevara kretanja u AutoTurn softveru (Transoft 2018b). Ustanovili su da je jedan od glavnih uzroka neslaganja između graničnih trajektorija dobijenih eksperimentalnim putem i simulacijom u potencijalno netačno određenim položajima GPS rovera u odnosu na karoseriju testiranog "OSOW" vozila.

Kao posledica "nesigurnosti rada" celokupnog GPS navigacionog sistema, prilikom određivanja koordinata GPS rovera mogu se javiti različite greške. Prema analiziranoj literaturi (Ogle i ost. 2002; Bajat & Ašanin 2015), izvori grešaka pri radu GPS mogu se grupisati kao:

- greške časovnika, odnosno, razlika između vremena izmerenih na časovnicima u satelitima i u GPS prijemnicima na Zemlji. Obično su časovnici ugrađeni u GPS prijemnike na Zemlji niže klase kvaliteta u odnosu na one koje se nalaze na satelitima;
- jonosfersko i troposfersko kašnjenje, odnosno, kašnjenje GPS signala prilikom prolaska kroz jonosferski (od 50.0 km do 1000.0 km iznad Zemlje) i troposferski (do 80.0 km iznad Zemlje) pojas. Za rešavanje ovog problema koriste se prijemnici sa dve različite frekvencije L1 i L2 (slika 2.49a);

- višestruka refleksija ili interferencija osnovnog signala sa reflektovanim signalima sa susjednih objekata ili sa nekih glatkih površina. Najčešće su u pitanju zgrade sa staklenim ili aluminijumskim "Alubond" fasadama;
- loša geometrija satelita u smislu nepovoljnog rasporeda satelita koji ne može obezbediti dobar prostorni presek (trilateraciju) signala emitovanih ka GPS prijemniku na Zemlji. Ovaj problem najčešće se opisuje skraćenicom DOP, ili na engleskom jeziku "Dillution of Precision - DOP" (slika 2.49b).



Slika 2.49 Izvori grešaka GPS-a: a) jonosferski i troposferski uticaj; b) konfiguracija, odnosno, raspored satelita (izvor: Bajat & Ašanin 2015)

Veliki nedostatak i prepreka za masovniju upotrebu GPS tehnologije, odnosno RTK metode, za merenje graničnih trajektorija vozila je veoma visoka cena GPS opreme i instrumenata. Jedan savremeni GPS prijemnik, koji ima mogućnost podešavanja frekvencije očitavanja izmerenih GPS koordinata, sa pratećim softverom košta u proseku 9000 eura pa naviše. Imajući u vidu broj potrebnih prijemnika za jednoznačno definisanje položaja karoserije testnog vozila (najmanje dva po jednom vozilu), kao i potrebu za angažovanjem dodatne bazne stanice, ukupna cena izvođenja realnih testova sa dugačkim kombinovanim vozilima može dostići i nekoliko desetina hiljada eura.

Poseban problem predstavlja precizno određivanje položaja GPS rovera u odnosu na karoseriju testnog vozila. S obzirom da danas većina modernih tegljača i drugih teških teretnih vozila ima zaobljene aerodinamične karoserije, nije lako precizno definisati položaj GPS rovera u lokalnom koordinatnom sistemu takvih vozila. Tačno pozicioniranje GPS rovera u odnosu na karoseriju vozila moguće je postavljanjem

rovera na specijalno izrađene nosače, ili laserskim merenjem svih dimenzija karoserije vozila pre eksperimenta u posebno akreditovanim laboratorijama za ispitivanje vozila. Neki autori (Pecchini & Giuliani 2013) su položaj GPS rovera, postavljenih na vrh kabine modernog tegljača, određivali merenjem relativnih rastojanja u odnosu na glavčine točkova prednje i zadnje osovine tegljača. Iako je ovakav postupak metodološki ispravan, imajući u vidu činjenicu da je kabina tegljača elastično oslonjena na njegovu šasiju, postavlja se pitanje da li su izmerena rastojanja dovoljno tačna ako se uzme u obzir blago naginjanje kabine tegljača u odnosu na šasiju prilikom skretanja ili izvođenja nekog drugog manevra.

2.6 Rezime

Definisanje merodavnih vozila i analiza minimalne prohodnosti predstavljaju najvažnije ulazne podatke za projektovanje geometrije situacionih planova površinskih raskrsnica. Razvojem moderne kompjuterske tehnologije i softvera, težište rada projekatana pomera se ka što većoj automatizaciji celog procesa projektovanja, pa samim tim i ka automatskom generisanju "gotovih" situacionih planova sa svim geometrijskim elementima raskrsnice.

Za izabrano merodavno vozilo potrebno je prvo usvojiti odgovarajući kinematički model. U posebnom poglavlju 2.2 detaljno su opisana i međusobno upoređena tri tipa kinematičkih modela koji se koriste u analizama prohodnosti vozila. Pre izvođenja bilo kakvih analiza prohodnosti mora se tačno definisati položaj krute baze na kinematičkom modelu merodavnog vozila, kao i bazna (referentna) tačka kojom će ta usvojena kruta baza pratiti zadatu vodeću putanju na kolovozu.

Pri skretanju vozila malim brzinama zadnji točkovi vozila ne prate putanje kretanja prednjih, nego se sve više zanoše ka unutrašnjosti krivine kako se vozilo približava kraju krivine. Ovo postepeno zanošenje zadnjih točkova ka unutrašnjosti krivine objašnjava se kroz pojavu fenomena "Offtracking-a", koji se najočiglednije ispoljava prilikom skretanja autobusa, kamiona, i drugih dugačkih teretnih vozila. Za oblikovanje elemenata ivične geometrije na površinskim raskrscama, parkinzima, prilaznim

putevima i drugim saobraćajnim površinama dominantan uticaj ima fenomen "Low-speed offtracking-a", odnosno, pojava offtracking-a pri kretanju malim brzinama. Konstantnu vrednost offtracking-a ili "steady-state offtracking" vozilo dostiže ako je skretni ugao krivine na vodećoj putanji veći ili jednak od 270° , a sve dok ne dostigne tu konstantnu vrednost vozilo se nalazi u prelaznom ili "transient-state offtracking" stanju. Kada kombinovano vozilo, sastavljeno iz više slogova, dostigne konstantnu vrednost offtracking-a, trenutni centri rotacije svih njegovih slogova poklapaju se u jednoj tački, odnosno, u tački koja se nalazi u centru vodeće kružne putanje.

Na osnovu dubinske analize većeg broja poznatih matematičkih modela za proračun offtracking-a izvedeni su sledeći zaključci:

- Tačan proračun veličine offtracking-a u prelaznom "transient-state" offtracking stanju, za vozila koja se kreću po vodećoj putanji proizvoljnog oblika, moguć je samo primenom numeričkih (Gauss und Rautenstrauss 1956; Everling und Schoss 1966; Litzka 1970; Lentz und Buck 1989; Sayers 1991; Wang & Linnett 1995; Dragčević 1999; Korlaet & Dragčević 1999; Choi i ost. 2001) ili grafičkih (Halter 1932; Guhlmann 1959) metoda;
- Za proračun konstantne ili "konačne" vrednosti offtracking-a OT_{ss} može se sa velikom pouzdanošću koristiti "WHI Offtracking Formula" (WHI 1970);
- Kako bi se osiguralo da granične trajektorije vozila pri izvođenju Halter-ovog postupka budu na "strani sigurnosti", veličinu koraka napredovanja k treba usvojiti tako da bude manja ili jednaka od jedne četvrtine dužine krute baze vozila d (Korlaeta 1990a; Korlaet 1990b);
- Ako je vodeća putanja sastavljena samo od prostih kružnih krivina smeštenih između tangentskih pravaca, za proračun veličine offtracking-a u prelaznom "transient-state" offtracking stanju mogu se koristiti svi analizirani matematički modeli;
- SAE offtracking metoda (Woodrooffe i ost. 1983) ne može obezbediti dovoljno tačan proračun položaja vozila sa maksimalnom vrednošću offtracking-a OT_{max} , kada se vozilo nalazi u prelaznom "transient-state" offtracking stanju;
- ICAO matematički model (ICAO 2005) za proračun offtracking-a može se usvojiti kao apsolutno pouzdan, s obzirom da se trajektorije povlačenja iz ovog

modela skoro idealno poklapaju sa trajektorijama povlačenja iz Halter-ovog grafičkog postupka. Međutim, ICAO-ov model može se primeniti samo za jedno (samostalno vozilo), i kada je vodeća putanja oblikovana sa prostim kružnim krivinama i pripadajućim tangentnim pravcima;

- Glavni nedostatak ICAO-ovog matematičkog modela jeste što ne nudi analitičko rešenje za proračun položaja vozila u kome se dostiže maksimalni offtracking, jer se na izlaznoj tački kružne krivine, gde je najveća vrednost trenutnog skretnog ugla između podužne ose vozila i tangente na luk (β_{max}), ne dostiže i maksimalna vrednost offtracking-a (OT_{max}).
- Nijedan od analiziranih matematičkih modela, za slučaj kada je vodeća putanja sastavljena samo od kružnih krivina i tangentnih pravaca, ne nudi zatvoreno analitičko rešenje za tačan proračun položaja vozila sa maksimalnom vrednošću offtracking-a OT_{max} u aktivnom "transient-state" offtracking stanju.

Pri kontrolama prohodnosti na površinskim raskrsnicama sa presecanjem saobraćajnih struja, izbor merodavnog vozila i uslovi izvođenja manevra skretanja uslovljeni su pre svega funkcionalnim rangovima presečnih pravaca. U domaćoj projektantskoj praksi još uvek formalno ne postoji zvanična zakonska regulativa za izbor merodavnih vozila za projektovanje površinskih raskrsnica, već se projektanti uglavnom pozivaju na smernice (Maletin i ost. 2010b), i na "Pravilnik o podeli motornih i priključnih vozila i tehničkim uslovima u saobraćaju" (Sl. glasnik RS 2017). Za sve putne deonice na teritoriji Srbije, koje predstavljaju deo Evropske putne mreže i koridora, postoje zvanične direktive Evropske unije koje regulišu dimenzije i tehničke karakteristike merodavnih drumskih vozila (European Parliament 2015).

Na osnovu iskustava iz realnog saobraćaja pri prolasku kroz površinsku raskrsnicu, poznato je da putanja vozila pri izvođenju manevra skretanja u većini slučajeva ima potpuno proizvoljnu geometriju. Međutim, zbog potrebe da se ceo postupak kontrole prohodnosti na racionalan način matematički definiše, obično se pretpostavlja da vozilo prilikom skretanja na raskrsnici prati vodeću putanju oblika kružne krivine određenog radijusa R ili proste putne krivine sa prelaznicama oblika klotoide ($A-R-A$). Prilikom ispitivanja uticaja geometrije vodeće putanje vozila na veličinu offtracking-a došlo se do sledećih zaključaka:

- Upotreba prelaznih krivina oblika klotoide prilikom oblikovanja geometrije vodećih putanja ne utiče bitno na maksimalnu veličinu offtracking-a, ako se uzmu u obzir dimenzije odmaka kruga ΔR od tangentnih pravaca;
- Primenom prelaznica ublažava se brzina promene ugla zaokreta upravljačkih točkova vozila, što omogućava vozačima lakše manevrisanje na početku i na kraju proste putne krivine, u odnosu na vodeće putanje sastavljene samo od kružnih krivina i tangentnih pravaca;
- Pošto je offtracking za vozila koja se kreću po vodećoj putanji oblika $A-R-A$ moguće tačno sračunati isključivo primenom numeričkih ili grafičkih metoda, sa racionalne inženjerske tačke gledišta postavlja se pitanje, zašto koristiti složeniji matematički aparat ako dobijena zbirna vrednost offtracking-a (uključujući i ΔR) nije na "strani sigurnosti" u odnosu na veličinu OT_{max} dobijenu pri kretanju vozila duž vodeće putanje prostog kružnog oblika.

Na četvorokrakoj površinskoj raskrsnici, ispunjenje graničnih uslova prohodnosti na pozicijama za leva skretanja dominantno utiče na rastojanje vrhova srednjih razdelnih i kapljastih ostrva, odnosno, posredno na dimenzije i položaj svih drugih elemenata situacionog plana. Za aproksimaciju krive tragova najisturenijih unutrašnjih točkova vozila pri manevrima levih i desnih skretanja primenjuje se geometrijska forma trocentrične krivine. Međutim, u svom izvornom obliku i sa tradicionalnim odnosima susednih poluprečnika (2.5:1:5.5 i 2:1:3), trocentrična krivina pre svega je namenjena za oblikovanje građevinskih (ivičnih) linija na pozicijama desnih skretanja u raskrsnicama, a ne za aproksimaciju graničnih trajektorija vozila. Takođe, oba poznata tipa trocentričnih krivina sa preporučenim odnosima susednih poluprečnika od 2.5:1:5.5, ili 2:1:3, ne mogu sa istim nivoom preciznosti da aproksimiraju granične trajektorije različitih merodavnih vozila za sve skretne uglove i razne veličine radijusa vodećih putanja prilikom izvođenja simulacije kretanja. Na konkretnom primeru, na bazi simulacije kretanja linijskog autobusa, ustanovljeno je da:

- Krive za izbor centralnog poluprečnika trocentrične krivine $R2$, definisane u domaćim smernicama (Maletin i ost. 2010a), ne mogu da se usvoje kao apsolutno pouzdane u slučaju kada se tradicionalna geometrijska forma trocentrične krivine primenjuje za aproksimaciju graničnih trajektorija vozila;

- Vrednosti poluprečnika $R1$ i $R3$, sračunate na osnovu preporučenih veličina centralnog poluprečnika $R2$ iz domaćih smernica (Maletin i ost. 2010a), ne mogu sa zadovoljavajućim nivoom tačnosti na "strani sigurnosti" da aproksimiraju granične trajektorije testnog vozila;
- Treba osmisliti nove dijagrame kojima će biti tačnije definisana zavisnost između tipa merodavnog vozila i skretnog ugla manevra s jedne, i veličine centralnog poluprečnika $R2$ trocentrične krivine s druge strane;
- Treba preispitati i da li tradicionalni odnosi susednih poluprečnika (2.5:1:5.5; 2:1:3) i njima odgovarajućih uglova ($\alpha:\beta:\delta$) zaista predstavljaju optimalan izbor, odnosno, najbolju geometrijsku formu trocentrične krivine u slučaju kada se ona primenjuje za aproksimaciju graničnih trajektorija vozila za sve manevre skretanja na površinskim raskrsnicama.

Da bi projektanti puteva bili sigurni u pouzdanost komercijalnih softverskih alata za proveru prohodnosti vozila, proizvođači pomenutih softvera moraju potvrditi, odnosno, verifikovati tačnost njihovih proizvoda. Verifikacija valjanosti i pouzdanosti bilo kojeg softverskog rešenja za simulaciju kretanja vozila ogleda se isključivo u međusobnom poređenju realno snimljenih trajektorija vozila na testnom poligonu sa trajektorijama dobijenim simulacijom na računaru posle primene navedenog softvera. Detaljnom analizom prethodno objavljenih eksperimentalnih istraživanja za merenje, odnosno, određivanje graničnih trajektorija vozila, zaključeno je da:

- Klasične tahimetrijske metode, pored visoke tačnosti i pouzdanosti merenja zahtevaju veliko fizičko angažovanje svih učesnika eksperimenta. Samim tim, uzimajući u obzir obim terenskog posla, primenom ovih metoda teško je postići visoku detaljnost (gustinu) merenja, zbog čega se sve ređe koriste;
- Primena video i foto tehnike za određivanje graničnih trajektorija vozila daje najbolje rezultate ako se video i foto snimci kombinuju sa drugim savremenim metodama snimanja kao što su GNSS tehnologije i LiDAR (Light Detection and Ranging) 3D lasersko skeniranje;
- GPS kinematička metoda pozicioniranja sa procesiranjem korekcija sa bazne stanice u realnom vremenu (Real-Time Kinematic-RTK), uzimajući u obzir postignuti nivo tačnosti i brzinu određivanja položaja vozila, predstavlja skoro idealnu metodu za određivanje graničnih trajektorija vozila;

- Da bi se dobile dovoljno "gusto" snimljene tačke, iz kojih se posle precizno mogu rekonstruisati granične trajektorije testnih vozila, frekvencija očitavanja koordinata na GPS prijemnicima montiranim na testnim vozilima, treba da bude podešena na 10 Hz;
- Za merenje graničnih trajektorija dugačkih kombinovanih vozila sastavljenih iz više slogova, na svako pojedinačno vozilo (slog) mora se postaviti dovoljan broj GPS rovera da bi se mogao precizno definisati položaj čitavog vozila;
- U svim prethodno analiziranim eksperimentima, gde je primenjena moderna GPS tehnologija pozicioniranja, nije uzeta u obzir specifična morfologija, odnosno, nivelacione karakteristike kolovozne površine na testnom poligonu (**GREŠKA I**);
- Položaji GPS rovera, montiranih na testna vozila, najčešće su bili određeni samo jednostavnim merenjem relativnih rastojanja rovera od "ivica" kabine vozila ili glavčina pojedinih točkova. Imajući u vidu da su karoserije modernih teretnih vozila i autobusa aerodinamički zaobljene, ovakvu vrstu merenja praktično je nemoguće precizno izvesti, što kasnije po pravilu prouzrokuje dodatne greške pri definisanju tačnog položaja vozila (**GREŠKA II**).

Tačno merenje graničnih trajektorija na terenu u realnim uslovima, za vozila različite konfiguracije, od velikog je interesa za sve kompanije koje se bave razvojem softvera za projektovanje puteva i raskrsnica. Ovim kompanijama zapravo su potrebne pouzdane i efikasne metode kako bi testirale tačnost njihovih novorazvijenih softverskih rešenja za kontrolu prohodnosti vozila.

3 Eksperimentalna merenja graničnih trajektorija na zatvorenom poligonu

3.1 Planiranje i priprema eksperimenta

U okviru prethodno definisanih ciljeva istraživanja predviđena su eksperimentalna merenja graničnih trajektorija izabranih testnih vozila na zatvorenom specijalno pripremljenom poligonu. Osnovni motiv za pripremu i sprovođenje eksperimenta bio je da se pomoću najmodernije GPS tehnologije odrede koordinate najjisturenijih tačaka vozila pri izvođenju zadatih manevara skretanja i na osnovu njih generišu realne granične trajektorije vozila. Zatim su tako dobijene trajektorije upoređene sa graničnim trajektorijama konstruisanim pomoću Halter-ovog grafičkog postupka (Halter 1932) za iste manvere skretanja u AutoCAD okruženju. U suštini, poređenje trajektorija dobijenih na osnovu GPS merenja i Halter-ovog postupka za neka izabrana vozila imalo je za cilj da dokaže da su trajektorije vozila iz Halter-ove metode, kao referentnog grafoanalitičkog postupka za sve tipove vozila, zaista na "strani sigurnosti" u odnosu na trajektorije dobijene iz GPS merenja na testnom poligonu. Stoga, ključni motiv za izvođenje eksperimenta jeste potvrda "referentnosti" Halter-ovog postupka kao pouzdane osnove za testiranje novog matematičkog modela.

Da bi se planirani eksperiment mogao uspešno obaviti, definisani su sledeći početni uslovi (ograničenja):

- Eksperiment se organizuje u kontrolisanim uslovima na zatvorenom poligonu bez uticaja drugih vozila kao što je to slučaj u realnom saobraćaju;
- Kolovoz na izabranom testnom poligonu je vrlo dobrog kvaliteta, bez rupa i drugih oštećenja koja mogu uticati na stabilnost ili upravljivost, a stanje habajućeg asfaltnog sloja je takvo da garantuje visok nivo trenja u kontaktu sa pneumaticima testnih vozila;
- U nivelacionom pogledu kolovozna površina ima male podužne i poprečne nagibe, reda veličine 0.5 - 2.0 %;

- Sva testna vozila se kreću duž istih vodećih putanja koje su prethodno obeležene na površini kolovoza;
- U geometrijskom smislu, vodeće putanje su oblikovane kao kružne krivine različitih skretnih uglova sa pripadajućim tangentnim pravcima;
- Sve testne vožnje izvode se za vreme dnevne svetlosti po suvom i čistom kolovozu uz neophodno odsustvo vetra;
- Proklizavanje između pneumatika vozila i kolovoza ne uzima se u obzir;
- Kod kombinovanih testnih vozila, trenje u priključnim elementima za kačenje prikolice (kuke, sedla, poteznice), ili u nekim drugim zglobnim vezama (zglobni autobusi), zanemaruje se;
- Brzina kretanja svih testnih vozila je strogo kontrolisana i ograničena na maksimum 15.0 km/h, kako bi se uticaj centrifugalne sile sveo na minimum;
- Testnim vozilima upravljaju profesionalni iskusni vozači;
- Tokom izvođenja eksperimenta, osim vozača, dva geodetska inženjera i montirane opreme, testna vozila nisu bila opterećena nikakvim drugim teretom.

Sve testne vožnje izvedene su tokom dva uzastopna dana 7. i 8. maja 2016. god. u sličnim klimatskim (atmosferskim) uslovima, sa srednjom temperaturom vazduha od 18.7 °C. Dan pre izvođenja eksperimenta, kolovozna površina na testnom poligonu temeljno je očišćena i precizno je obeležena geometrija vodećih putanja svih planiranih manevara skretanja. Pre instalacije i postavljanja na testna vozila, GPS oprema bila je montirana na putnički automobil marke Opel Astra 1.7 CDTI i testirana u realnim uslovima pri kretanju pomenutog automobila malim brzinama. Na sam dan izvođenja eksperimenta prethodno testirana GPS oprema, kao i prateći uređaji za napanje te opreme, doneseni su na testni poligon i montirani na pojedinačna testna vozila.

3.2 Izbor testnih vozila

Za izvođenje eksperimenta na testnom poligonu izabrane su 4 vrste dugačkih teških vozila, koja reprezentuju najučestalija teška teretna i vozila javnog gradskog prevoza na srpskim putevima. Prilikom izbora testnih (merodavnih) vozila poštovani su sledeći standardi, propisi i smernice:

- Domaće smernice za projektovanje gradskih saobraćajnica (Maletin i ost. 2010a i 2010b);
- Srpski propisi za projektovanje vangradskih puteva (JP Putevi Srbije 2011);
- "Pravilnik o podeli motornih i priključnih vozila i tehničkim uslovima u saobraćaju" koji određuje maksimalne dimenzije i mase svih kategorija vozila na putnoj mreži Srbije (Sl. glasnik RS 2017);
- EU direktiva 2015/719 (European Parliament 2015) koja propisuje maksimalne dimenzije i dopuštene mase za drumska vozila na putnoj mreži zemalja Evropske unije.

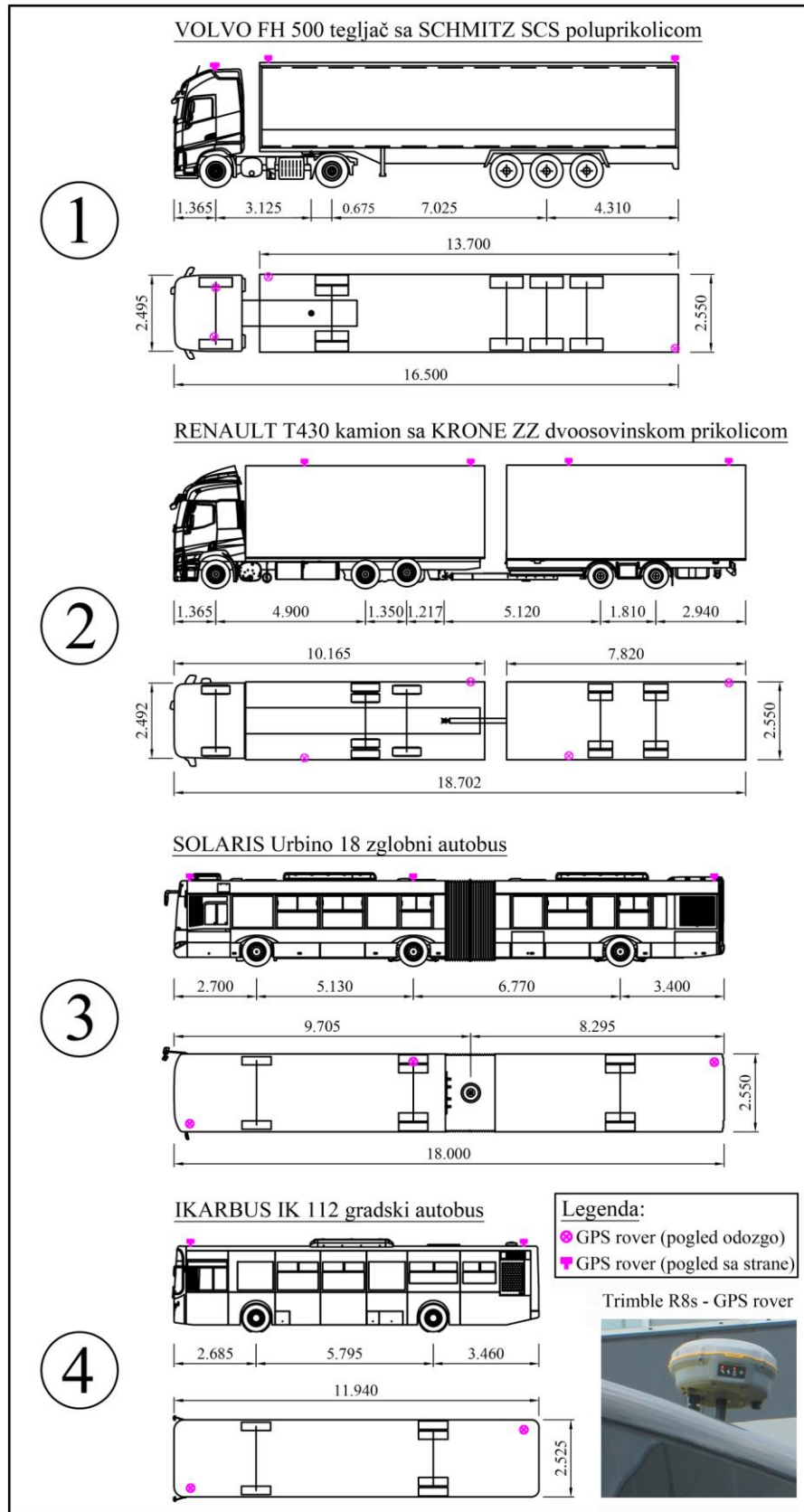
Kako bi se što detaljnije analizirale dimenzije kamiona sa prikolicama, šlepera i drugih teških teretnih vozila koja saobraćaju na srpskim putevima, korišćena je i baza Automoto saveza Srbije (AMSS) sa podacima o registrovanim teškim teretnim vozilima u Srbiji za 2015. god. (AMSS 2015). Ova elektronska baza bila je jedina dostupna u momentu kada je vršen izbor testnih vozila pre početka eksperimenta. Na osnovu analize podataka iz nje, odnosno, dimenzija i međuosovinskih rastojanja teških teretnih vozila u voznim parkovima privrednih organizacija koje su članice udruženja "Međunarodni transport" prevoznika robe u međunarodnom i drumskom saobraćaju Srbije, zaključeno je sledeće:

- 89.54 % registrovanih teretnih vozila u konfiguraciji tegljač + poluprikolica (šleper) ima ukupnu dužinu manju ili jednaku od 16.50 m, pri čemu tegljač ima samo jednu pogonsku i upravljačku osovinu, a poluprikolica tri fiksne osovine;
- 84.43 % registrovanih teretnih vozila u konfiguraciji kamion + klasična prikolica ima ukupnu dužinu manju od 18.75m, pri čemu vučni kamion ima samo jednu pogonsku i upravljačku osovinu, a dvoosovinska prikolica prednju obrtnu osovinu sa rudom (na engleskom: dolly) i jednu zadnju fiksnu osovinu;
- 92.16 % registrovanih teretnih vozila u konfiguraciji kamion + dvoosovinska prikolica sa centralno postavljenim osovinama ima ukupnu dužinu manju ili jednaku od 18.75 m, pri čemu vučni kamion ima samo jednu pogonsku i upravljačku osovinu, a obe centralno postavljene (tandem) osovine na prikolici su fiksne. Ovakav tip prikolice odgovara konfiguraciji Krone ZZ prikolice koja je korišćena u eksperimentu.

Od svih teških teretnih vozila iz baze u konfiguraciji kamion + prikolica 45.29 % čine kamioni koji vuku klasične prikolice sa jednom zadnjom fiksnom i jednom prednjom obrtnom osovinom (rudom), dok 42.65 % otpada na kamione koji vuku dvoosovinske prikolice sa centralno postavljenim (tandem) osovinama koje su neupravljive. U poslednjoj deceniji na tržištu teških teretnih i priključnih vozila u Srbiji primetna je tendencija porasta prodaje prikolica sa centralno postavljenim osovinama. Stoga je izbor prikolice sa ovakvom konfiguracijom osovinama za izvođenje testnih vožnji opravdan.

Prvo izabrano vozilo je šleper ukupne dužine 16.50 m, sastavljen od Volvo FH 500 tegljača i Schmitz poluprikolice dužine 13.70 m sa tri fiksne osovine (slika 3.1). Volvo FH 500 tegljač ima jednu prednju upravljivu osovinu i jednu zadnju fiksnu pogonsku osovinu. Drugo izabrano teško teretno vozilo je klasični kamion Renault T430 u troosovinskoj konfiguraciji, koji je vukao Krone ZZ dvoosovinsku prikolicu sa centralno postavljenim fiksnim osovinama (slika 3.1). Kod ovog tipa kamiona, samo prednja, odnosno, prva osovina je upravljiva, dok su zadnje dve osovine fiksne. Pritom je druga osovina jedina pogonska, dok je treća pomoćna osovina koja se aktivira samo u slučaju kada je kamion natovaren. Treća osovina je i za vreme trajanja eksperimenta bila podignuta, tako da se cela karoserija Renault T430 kamiona oslanjala samo na prvu i drugu osovinu. Volvo FH 500 tegljač sa Schmitz poluprikolicom i Renault T430 kamion sa KRONE ZZ dvoosovinskom (tandem) prikolicom izabrani su kao reprezentativna (merodavna) teška teretna vozila koja najčešće saobraćaju na vangradskoj putnoj mreži u Srbiji.

S druge strane, zglobni i obični (jednodelni, solo) linijski autobus su dva najčešće zastupljena tipa vozila javnog prevoza na gradskoj putnoj mreži u gradovima Srbije. Upravo zbog toga, kao treće testno vozilo izabran je zglobni autobus Solaris URBINO 18, a kao četvrto, tipični gradski (linijski) autobus domaće proizvodnje Ikarbus IK 112 (slika 3.1). Izabrani zglobni autobus je ukupne dužine 18.00 m i ima tri osovine, pri čemu je jedino prednja osovina ona upravljačka, dok su druga i treća fiksne. Takođe, od sve tri osovine samo treća osovina je pogonska. Ikarbus IK 112 kao jedino vozilo na testu koje ne pripada grupi kombinovanih vozila ima dve osovine, od kojih je ona prednja upravljačka, a zadnja fiksna i pogonska.



Slika 3.1 Osnovne dimenzije testnih vozila i položaji GPS rovera montiranih na njihovim karoserijama (izvor: Ilić i ost. 2018b)

Osnovne dimenzije testnih vozila označene su na slici 3.1, dok su detaljni tehnički crteži istih vozila, preuzeti od njihovih proizvođača, prikazani u prilogu A na kraju disertacije (Volvo FH 500 tegljač sa Schmitz SCS poluprikolicom u prilogu A-1, Renault T430 kamion sa Krone ZZ dvoosovinskom prikolicom u prilogu A-2, Solaris Urbino 18 zglobni autobus u prilogu A-3 i Ikarbus IK 112 gradski solo autobus u prilogu A-4). Na slici 3.1 prikazan je takođe i položaj GPS rovera montiranih na karoserije testnih vozila. Svi GPS roveri morali su biti postavljeni na najvišim tačkama karoserija izabranih vozila, kako bi sve vreme trajanja eksperimenta mogli da "prime signal" sa najmanje 5 satelita. Zbog preciznosti merenja, kao i zbog opasnosti od trajnog oštećenja u slučaju pada, GPS roveri morali su biti čvrsto pričvršćeni za karoserije testnih vozila.

Dva GPS rovera postavljena su na vrh kabine Volvo FH 500 tegljača i još dva na vrhove bočnih krutih stranica nadogradnje Schmitz poluprikolice. Kod Renault T430 kamiona dva GPS rovera pričvršćena su za bočne profile krute platforme na vrhu sandučaste nadogradnje sa ceradom i stranicama, a druga dva za noseće aluminijumske profile, takođe na vrhu sandučaste nadogradnje Krone ZZ prikolice.

Položaj krutog nedeformabilnog tela u ravni definisan je sa dve tačke. Tako je i položaj nedeformabilnog kamiona određen u ravni sa dve poznate tačke, odnosno, sa dva GPS rovera postavljena na njegovoj karoseriji. S druge strane, položaj nedeformabilne prikolice, koja nema prednju obrtnu osovinu, određen je takođe s dve tačke, od kojih je prva tačka već poznata i predstavlja tačku kačenja (veznu tačku) prikolice za kamion, dok su koordinate druge tačke nepoznate. Zato je za tačno određivanje položaja ovakve prikolice dovoljno na njenu karoseriju postaviti samo jedan GPS rover. Po istom principu, pošto prvi i drugi deo (slog) karoserije Solaris-ovog zglobnog autobusa povezuje specijalni hidraulični sistem artikulacije, nije bilo potrebe da se montiraju 4 GPS rovera za tačno određivanje položaja ovakvog tipa vozila. Stoga su dva GPS rovera montirana na vrh karoserije prvog, a samo jedan rover na vrh karoserije drugog sloga zglobnog autobusa. Za tačno određivanje položaja Ikarbus-ovog IK 112 solo gradskog autobusa dovoljno je bilo postaviti 2 GPS rovera na vrh njegove karoserije. U donjem desnom uglu slike 3.1 prikazano je kako izgleda jedan GPS rover postavljen na vrhu karoserije zglobnog autobusa.

3.3 Priprema i obeležavanje testnog poligona

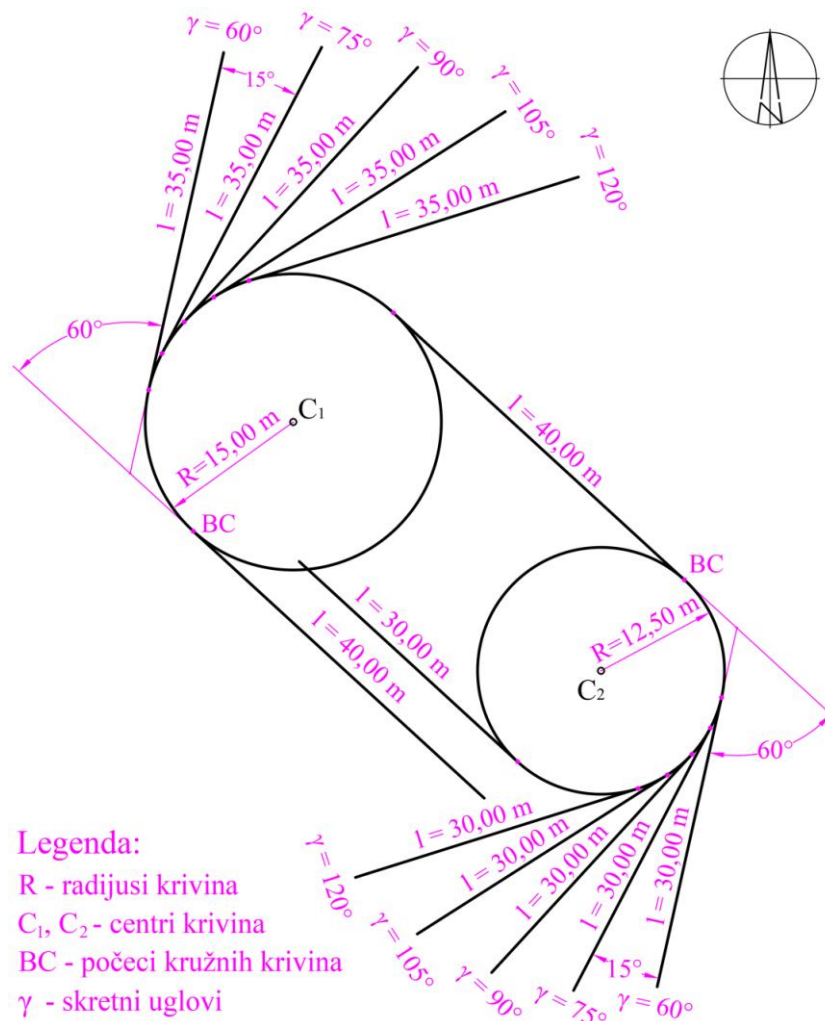
Planirani terenski eksperiment izveden je na velikom parkiralištu za kamione u okviru zatvorenog kompleksa internacionalne distributivne kompanije "Nelt" u prigradskom naselju Dobanovci (slika 3.2), na oko 20 km udaljenosti od centra Beograda. Raspoloživi prostor na parkingu za izvođenje testnih vožnji bio je 120.00 m dugačak i



Slika 3.2 Lokacija testnog poligona u prigradskom naselju Dobanovci u okolini Beograda (izvor: <https://www.google.com/maps/>)

80.00 m širok sa kolovoznim zastorom od asfalt-betona u veoma dobrom stanju, bez rupa i površinskih oštećenja. Površina kolovoza dela parkinga rezervisanog za potrebe eksperimenta detaljno je očišćena dan pre početka testiranja. Za vreme izvođenja planiranih testnih vožnji površina kolovoza bila je suva i nije bilo opasnosti od proklizavanja pneumatika testnih vozila usled smanjenja angažovanog trenja.

Geometrija vodećih putanja, koje su pratile sva testna vozila, sastojala je iz dve kružne krivine radijusa 12.50 m i 15.00 m. Za obe pomenute krivine konstruisano je po 6 izlaznih tangenti koje su u kombinaciji sa po jednom ulaznom tangentom za svaku krivinu formirale ukupno 12 kružnih krivina, po 6 krivina radijusa 12.50 m i 15.00 m, sa rasponom skretnih uglova od 60° do 180° kao što je prikazano na slici 3.3. Pored toga, planom eksperimenta bilo je predviđeno i da sva testna vozila odvezu pun krug, tj. 360° .



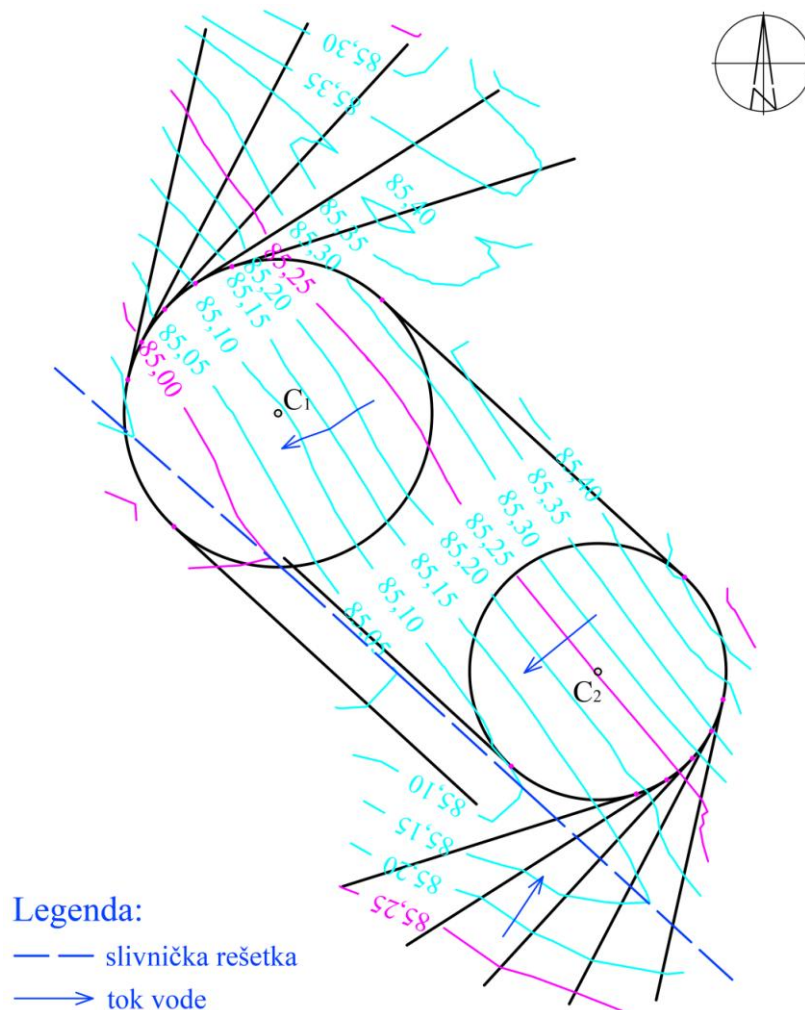
Slika 3.3 Geometrija vodećih putanja na situacionom planu testnog poligona

To, u stvari, znači da je svako testno vozilo ukupno izvelo po 14 manevara skretanja za obe kružne putanje.



Slika 3.4 Označavanje vodećih putanja pomoću specijalne crvene ili bele polietilenske trake kojom su spajane tačke prethodno obeležene na površini kolovoza poligona

Pri obeležavanju testnog poligona prvo su na njegovom kolovozu nanese glavne tačke geometrije vodećih putanja, kao što su počeci kružnih krivina (obeleženi sa BC na slici 3.3), krajevi kružnih krivina (počeci izlaznih tangenti) i radijusi. Za obeležavanje ovih tačaka korišćeni su totalna stanica i elektronski teodolit. Da bi se precizno definisali svi ostali elementi u situacionom planu, na svakih 1.0 m dužine, označene su i dodatne (interpolovane) tačke duž kružnih i tangentnih elemenata geometrije vodećih putanja. Na kraju, sve obeležene tačke povezane su specijalnom crvenom ili belom polietilenskom trakom sa pojačanom snagom lepljenja (slika 3.4). Pre upotrebe za obeležavanje vodećih putanja na testnom poligonu, adheziona svojstva i otpornost na kidanje pomenute trake testirana su lepljenjem probnih uzoraka te trake na parkingu iza Građevinskog fakulteta u Beogradu. Kao pomoćno sredstvo za vizuelnu orijentaciju vozača i bolju kontrolu izvedenih manevara skretanja pored krajeva izlaznih tangenti postavljani su saobraćajni čunjevi.



Slika 3.5 Nivelacioni plan površine kolovoza na testnom poligonu

Takođe, nakon završetka testnih vožnji, snimljene su visinske kote tačaka na površini kolovoza testnog poligona i "unesene" u AutoCAD. Koristeći softver GCM++ (Gavran 2013), od unesenih tačaka formiran je TIN (Triangulated Irregular Network) model površine kolovoza u 3D, po kome su zatim iscrtane izohipse sa ekvidistancijom 0.05 m (slika 3.5). Pored izohipsi, na nivelacionom planu kolovoza testnog poligona prikazan je i položaj slivničke rešetke prema kojoj teče voda sa susednih kolovoznih površina.

3.4 GNSS merna oprema i njeno postavljanje na testna vozila

Za određivanje GPS koordinata korišćena je kinematička metoda diferencijalnog pozicioniranja sa procesiranjem korekcija u realnom vremenu ili RTK metoda, odnosno, korišćen je domaći AGROS servis kinematičkog pozicioniranja u realnom vremenu (AGROS 2018b). Već je ranije u okviru potpoglavlja 2.5.3 detaljno objašnjeno kako u osnovi funkcioniše RTK metoda i AGROS servis kinematičkog pozicioniranja na teritoriji koju pokriva mreža permanentnih stanica AGROS mreže u Srbiji.

Na karoserijama vozila montirani su univerzalni konfigurabilni Trimble R8s (Trimble 2018a) GNSS prijemnici poslednje generacije, sa dva integrisana "Maxwell 6" čipa i 440 GNSS kanala za precizno praćenje satelita. Ovi GPS roveri zatim su kablovima povezani za prenosne (notebook) računare na kojima su prethodno instalirani Trimble Access Field (Trimble 2018b) i Trimble Business Center (Trimble 2018c) softveri za prikupljanje, proveru i obradu GPS podataka. Detaljne specifikacije Trimble R8s rovera date su u prilogu B na kraju disertacije.

Da bi se na osnovu snimljenih GPS koordinata mogle dobiti kontinualne trajektorije najisturenijih tačaka vozila, položaj vozila u pokretu morao je biti gotovo neprekidno određivan. Zato je interval snimanja GPS koordinata bio 0.1 s, odnosno, frekvencija snimanja na GPS roverima podešena je na 10 Hz, kao što je preporučeno u već objavljenim eksperimentalnim istraživanjima (Glabsch i ost. 2012; Sun i ost. 2017a; Sun i ost. 2017b). Nivo preciznosti ovog GNSS mernog sistema sa naknadnom obradom prikupljenih GPS podataka je između 8.00 mm i 15.00 mm za pozicioniranje u horizontalnoj ravni (X, Y koordinate državnog sistema).

Podaci sa instaliranih Trimble rovera dalje su preko kablova slati do uređaja za prikupljanje podataka, odnosno, do prenosnih računara koji su bili smešteni unutar testnih vozila i kretali se zajedno s njima tokom testiranja (slike 3.6 i 3.7).



Slika 3.6 Montiranje Trimble rovera na prvo testno vozilo - šleper: a) postavljanje GPS rovera na vrh bočne krute stranice Schmitz poluprikolice; b) povezivanje 4 instalirana GPS rovera sa 4 prenosna računara smeštena na podu poluprikolice

Za svaki Trimble R8s rover bio je vezan po jedan prenosni računar za skladištenje snimljenih GPS koordinata. Ukupno 4 Trimble rovera zajedno sa 4 prenosna računara korišćeni su za sve testne vožnje. Stoga, odmah po završetku testiranja za jedno testno vozilo, svi roveri i prenosni računari skidani su sa tog i montirani na vozilo koje će biti sledeće testirano. Na slici 3.6 prikazano je postavljanje GPS rovera na Volvo FH 500 tegljač i Schmitz SCS poluprikolicu. Dva GPS rovera postavljena na Schmitz poluprikolici, i dva GPS rovera na vrhu kabine Volvo FH 500 tegljača, povezana su kablovima sa 4 prenosna računara koji su bili smešteni na podu poluprikolice tokom testiranja (slika 3.6b).



Slika 3.7 Postavljanje 3 GPS rovera na krov Solaris-ovog zglobnog autobusa i njihovo povezivanje sa prenosnim računarima smeštenim na podu autobusa

Baterije na prenosnim računarima u testnim vozilima dopunjavane su strujom preko sinusnih pretvarača napona, koji su bili priključeni na klasične automobilske akumulatore napona 12 V. Postavljanje GPS rovera na krov Solaris-ovog zglobnog autobusa i njihovo povezivanje sa prenosnim računarima prikazano je na slici 3.7.

Pri postavljanju GPS rovera strogo se vodilo računa da se oni uvek montiraju na čvrste i nedeformabilne delove karoserija testnih vozila. Zato je njihov položaj dodatno osiguravan primenom različitih građevinskih stega ili vakuumskih držača. Najveći izazov predstavljalo je montiranje GPS rovera na zakrivljeni krov Volvo FH 500 tegljača i Schmitz SCS poluprikolicu. S druge strane, zbog ravnog krova i manje radne visine, postavljanje Trimble rovera na zglobni i obični (solo) gradski autobus bilo je mnogo jednostavnije.

Primena opisanog GNSS mernog sistema zahtevala je da u svakom trenutku tokom testiranja svaki od 4 instalirana GPS rovera ima dostupan signal sa najmanje 5 satelita. Takođe, na testnom poligonu i neposredno u njegovoj okolini morale su da se uklone glatke reflektujuće površine kako ne bi došlo do pojave višestruke refleksije GPS signala i drugih grešaka u radu GPS mernog sistema.

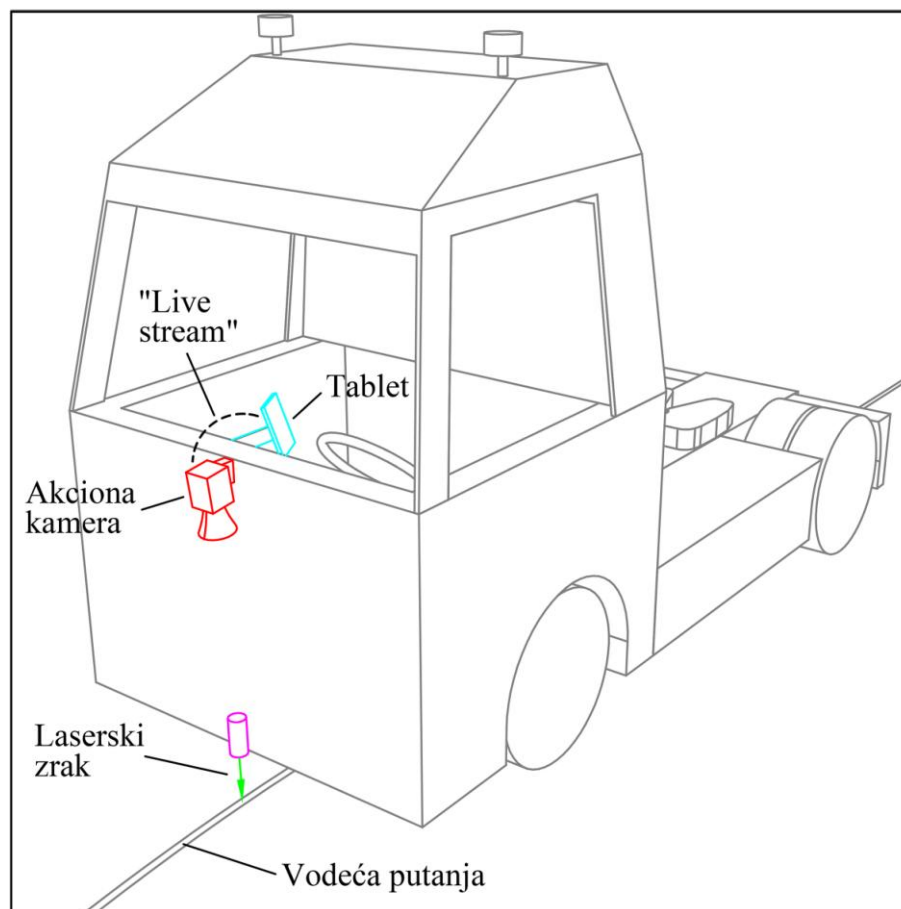
3.5 Sistem navođenja vozila duž označenih vodećih putanja i izvođenje testnih vožnji

Eksperiment je osmišljen tako da izabrano testno vozilo prati označenu vodeću putanju na površini kolovoza poligona unapred definisanom baznom tačkom na karoseriji vozila. Za sva testna vozila bazna tačka usvojena je kao najisturenija centralna tačka na prednjem delu vozila, odnosno, to je najisturenija tačka na prednjem braniku koja istovremeno leži na podužnoj osi vozila. Drugim rečima, u geometrijskom smislu, položaji krutih baza i baznih tačaka na svim testnim vozilima odgovaraju kinematičkom modelu tipa III, čije su karakteristike prethodno detaljno opisane u okviru poglavlja 2.2.

Da bi se vozilo moglo precizno navoditi duž obeleženih vodećih putanja, na sredini prednjeg branika tog vozila montiran je laserski pokazivač velike snage, a odmah iznad

njega i akciona kamera. Kamera je bila usmerena ka emitovanom laserskom zraku i prenosila video zapis u realnom vremenu ("Live stream"), preko "Wi-Fi" konekcije, do tablet računara zakačenog sa unutrašnje strane vetrobranskog stakla i okrenutog prema vozaču (slika 3.8). Testnim vozilima upravljali su iskusni vozači tako što su navodili zeleni laserski zrak (slika 3.9d), emitovan iz laserskog pokazivača (slika 3.9c), da tačno prati vodeće putanje gledajući samo u video snimak sa akcione kamere (slika 3.9b), koji se "uživo" prenosio na tablet računar montiran u kabini vozila (slika 3.9a).

Za pričvršćivanje akcione kamere za karoseriju i kačenje tablet računara za vetrobransko staklo vozila korišćeni su specijalni vakuumski držači. Za precizno montiranje laserskog pokazivača na sredini prednjeg branika vozila napravljeni su posebni čelični nosači. Na tim nosačima ugrađeni su "leptir" vijci za fino podešavanje ose laserskog pokazivača, odnosno, njeno dovođenje u "idealnu vertikalnu", što je kontrolisano na terenu pomoću geodetske okrugle libele (vaser-vage).



Slika 3.8 Uprošćeni 3D prikaz elektronskih uređaja montiranih na Volvo FH 500 tegljač za njegovo precizno navođenje duž vodeće putanje (izvor: Ilić i ost. 2018b)

Kako bi se ispitala mogućnost primene opisane tehnike za precizno navođenje vozila na testnom poligonu, laserki pokazivač, akciona kamera i tablet računar zajedno su testirani na putničkom automobilu marke Renault Thalia 1.4 dve nedelje pre izvođenja eksperimenta. Tada je ustanovljeno da se zeleni laserski zrak u odnosu na plavi zrak mnogo jasnije vidi na video snimku emitovanom na tablet računaru ispred vozača. Takođe, zbog intenzivnog zagrevanja rotirajuće glave na laserskom pokazivaču, zaključeno je da je potrebno nabaviti više istih laserskih pokazivača koji će se menjati u intervalu od oko pola sata tokom izvođenja testnih vožnji. Tokom testiranja, za dopunjavanje baterija na akcionoj kameri i tablet računaru korišćene su eksterne baterije (na engleskom: power bank) većeg kapaciteta, dok su za napajanje laserskih pokazivača služile klasične litijum-jonske baterije koje su se periodično dopunjavale.



Slika 3.9 Volvo FH 500 tegljač skreće pod uglom od 120° na testnom poligonu:

a) tablet računar ispred vozača; b) akciona kamera visoke rezolucije; c) laserski pokazivač montiran na sredini prednjeg branika tegljača; d) zeleni laserski zrak

Svako testno vozilo dva puta je izvelo svaki od ukupno 14 manevara skretanja planiranih eksperimentom. Brzina vozila bila je ograničena na 10.00 km/h i strogo kontrolisana tokom testnih vožnji pomoću elektronskog sistema za održavanje brzine u vozilima (tempomata), tako da vozači nisu morali da vode računa o održavanju konstantne brzine i mogli su se koncentrisati samo na precizno navođenje vozila.

Prvog dana eksperimenta, 7. maja 2016. god., GPS roveri bili su prvo postavljeni na Volvo FH 500 tegljač i Schmitz SCS poluprikolicu, pa onda na Renault T430 kamion i Krone ZZ prikolicu. Posle završetka testnih vožnji ovih teških teretnih vozila, GPS oprema postavljena je na Ikarbus-ov solo gradski autobus. Drugog dana eksperimenta obavljena su preostala testiranja, odnosno, samo testne vožnje Solaris-ovog zglobnog autobusa. Isti vozač upravljao je šleperom i kamionom sa prikolicom, dok su različiti vozači vozili zglobni i solo autobus. Svi angažovani vozači duže od 3 godine upravljali su istim tipom vozila koja su korišćena u eksperimentu. Sva testna vozila, osim Ikarbusovog solo autobusa, bila su mlađa od 3 godine i u veoma dobrom tehničkom stanju, bez ikakvih nedostataka koji bi mogli uticati na rezultate eksperimenta.

Pre početka konkretnog merenja GPS koordinata za svaki od planiranih manevara skretanja, vozači su izveli dve probne vožnje "za zagrevanje" duž obeleženih vodećih putanja. Posle završetka jedne serije testnih vožnji za određeno vozilo, vozači su imali jednočasovnu pauzu za vreme koje je merna oprema montirana na sledeće testno vozilo. Na početku kružnih odseka vodećih putanja testna vozila su se privremeno zaustavljala i kontrolisano je poravnanje njihove podužne osovine sa pravcem ulazne tangente. Da bi se ova provera lakše obavila, na sredini zadnjeg branika poslednjih slogova testnih vozila, uključujući i priključna vozila, lepljena je pomoćna traka u crvenoj boji kao vizuelni orijentir. Tokom eksperimenta, osim navedene merne i elektronske opreme, vozača i inženjera geodezije, zaduženog za kontrolu GPS merenja, testna vozila nisu nosila nikakvo drugo opterećenje.

Svaki Trimble rover u proseku je registrovao oko 55000 GPS koordinata tokom izvođenja testnih vožnji samo za jedno testno vozilo. Imajući u vidu broj montiranih GPS rovera, broj testnih vozila kao i izvedeni broj testiranja, snimljen je ogroman broj podataka o položaju GPS rovera, odnosno, testnih vozila. Upravo zbog kasnije analize rezultata eksperimenta, odnosno, sortiranja velikog broja snimljenih koordinata, beležena su sva vremena početaka i krajeva testnih vožnji za svako testno vozilo. Usled problema sa komunikacijom između Trimble GNSS rovera i najbližih permanentnih stanica AGROS mreže, testne vožnje za Renault T430 kamion sa Krone ZZ prikolicom, duž vodećih putanja sa kružnicom radijusa $R = 12.50$ m, još jednom su ponovljene.

3.6 Analiza rezultata eksperimenta

Za sve izvedene testne vožnje i za sva testna vozila ukupno je snimljeno više od 700000 pari GPS koordinata koje su po završetku eksperimenta, primenom softvera Trimble Business Center (Trimble 2018c), transformisane iz satelitskog (WGS84) u državni (Gauss-Krueger) koordinatni sistem Srbije. Transformisane koordinate zatim su kao X,Y koordinatni parovi, odnosno kao "POINT" entiteti, uneti u AutoCAD. Uz svaku unetu tačku, kao dodatni atribut, vezano je vreme u kojem je ta tačka snimljena na terenu, pri čemu su sva očitana vremena merena u odnosu na početnu (nultu) časovnu zonu, odnosno, "Griničko" vreme.

Zbog velikog broja snimljenih tačaka i kasnije lakše analize podataka, koordinatni parovi uneti su posebno za svako testno vozilo u AutoCAD. Pošto su na svakom testnom vozilu, izuzev drugog dela Solaris-ovog zglobnog autobusa, bila montirana po dva Trimble GNSS rovera, u AutoCAD su unošene koordinate za dva koordinatna para (X, Y), kao i tačna vremena u kojem su pomenute koordinate snimljene. Na slici 3.10 prikazan je izgled fajla u "Notepad" editoru, odnosno, format podataka u vidu koordinatnih parova snimljenih tačaka sa pratećim vremenima za dva Trimble rovera koja su bila montirana na kabini Volvo FH 500 tegljača, dok se na sledećoj slici 3.11 vidi kako izgledaju ove koordinate kada se unesu u AutoCAD.

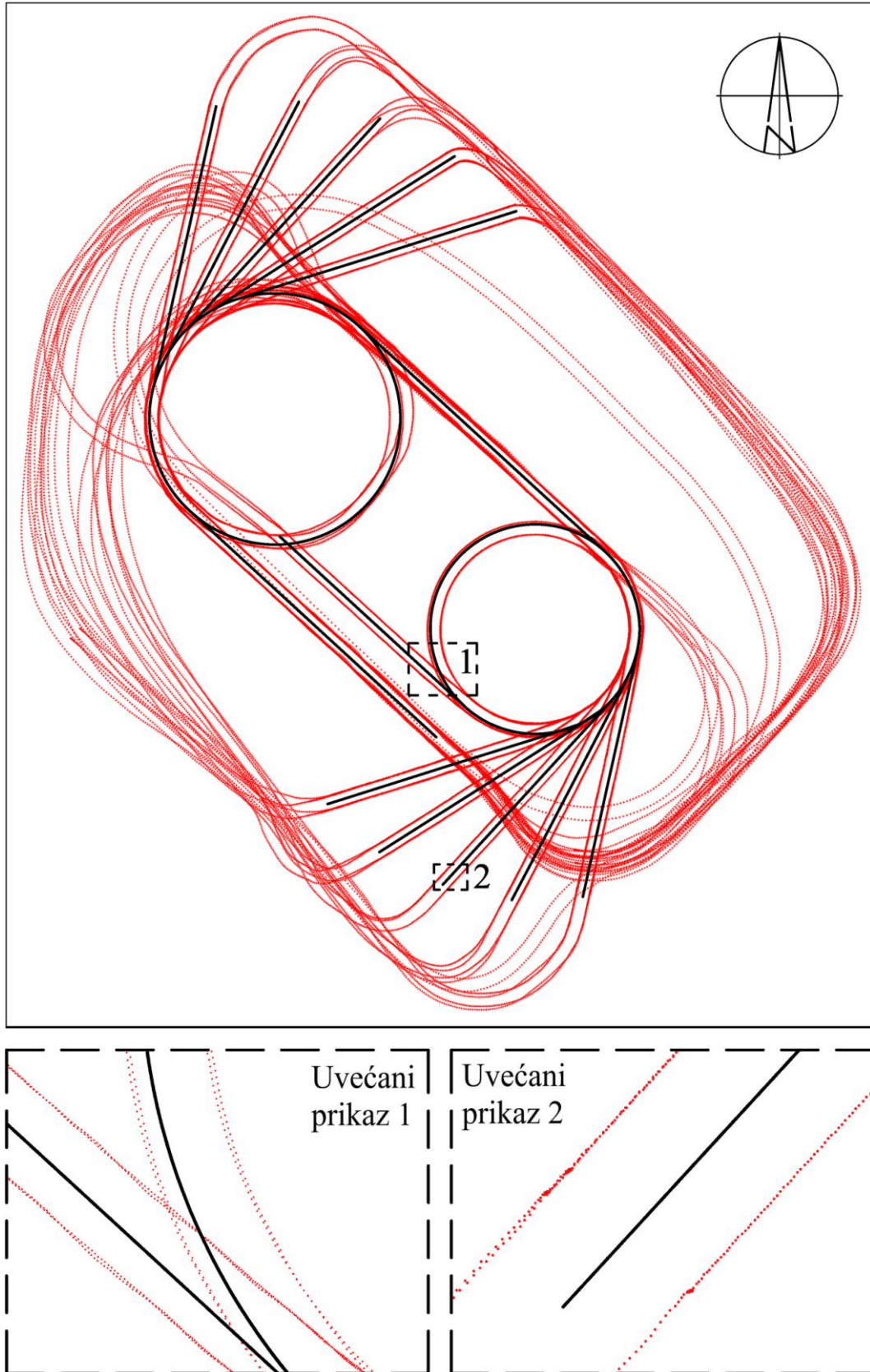
TEGLJAC				
	Tegljac_Levo		Tegljac_Desno	
Vreme	Easting(X)	Northing(Y)	Easting(X)	Northing(Y)
94513.20	7440076.512	4963093.437	7440075.317	4963092.369
94513.30	7440076.551	4963093.383	7440075.348	4963092.319
94513.40	7440076.589	4963093.332	7440075.384	4963092.266
94513.50	7440076.625	4963093.277	7440075.417	4963092.219
94513.60	7440076.662	4963093.228	7440075.448	4963092.172
94513.70	7440076.697	4963093.179	7440075.481	4963092.120
94513.80	7440076.728	4963093.123	7440075.509	4963092.074
94513.90	7440076.758	4963093.070	7440075.538	4963092.028
94514.00	7440076.787	4963093.018	7440075.561	4963091.982
94514.10	7440076.813	4963092.963	7440075.583	4963091.932

Slika 3.10 Izgled fajla u Notepad editoru sa koordinatnim parovima snimljenih tačaka i njihovim vremenima za dva GNSS rovera postavljena na Volvo FH 500 tegljaču

Vreme snimanja tačaka (prva kolona na slici 3.10) prikazano je u decimalnom formatu. Za prvi koordinatni par tačaka sa slike 3.10 to zapravo znači da su GPS koordinate sa dva Trimble rovera snimljene tačno u 9 h 45 min i 13.20 s po Griničkom, odnosno, u 10 h 45 min i 13.20 s po srednjoevropskom vremenu, koje važi za teritoriju Srbije. Pošto je frekvencija snimanja na GNSS roverima bila podešena na 10 Hz, sledeći koordinatni par tačaka registrovan je 0.10 s kasnije, odnosno u 10 h 45 min i 13.30 s. Da bi se koordinatni parovi tačaka mogli nesmetano uneti u AutoCAD, neophodno je bilo prethodno "rotirati" koordinatne ose, zato što su u državnom koordinatnom sistemu Srbije sa "Easting" označene Y, odnosno, sa "Northing" X koordinate snimljenih tačaka.

Sledeći korak u analizi rezultata bio je da se "prečiste" snimljeni podaci, odnosno, izbrišu sve one "nekorisne" koordinate tačaka, snimljene u periodu kada je bazna tačka testnih vozila već napustila obeleženu vodeću putanju, tj. kada je planirani manevar skretanja završen. Trajektorije vozila u vremenskim intervalima kada ona ne prate zadate vodeće putanje tokom testiranja nisu od interesa za dalje analize, pa stoga nije potrebno znati ni položaje vozila u tim trenucima. Zato su sve koordinate tačaka, snimljene tokom pomoćnih (trening) vožnji i pripremnih manevara takođe obrisane.

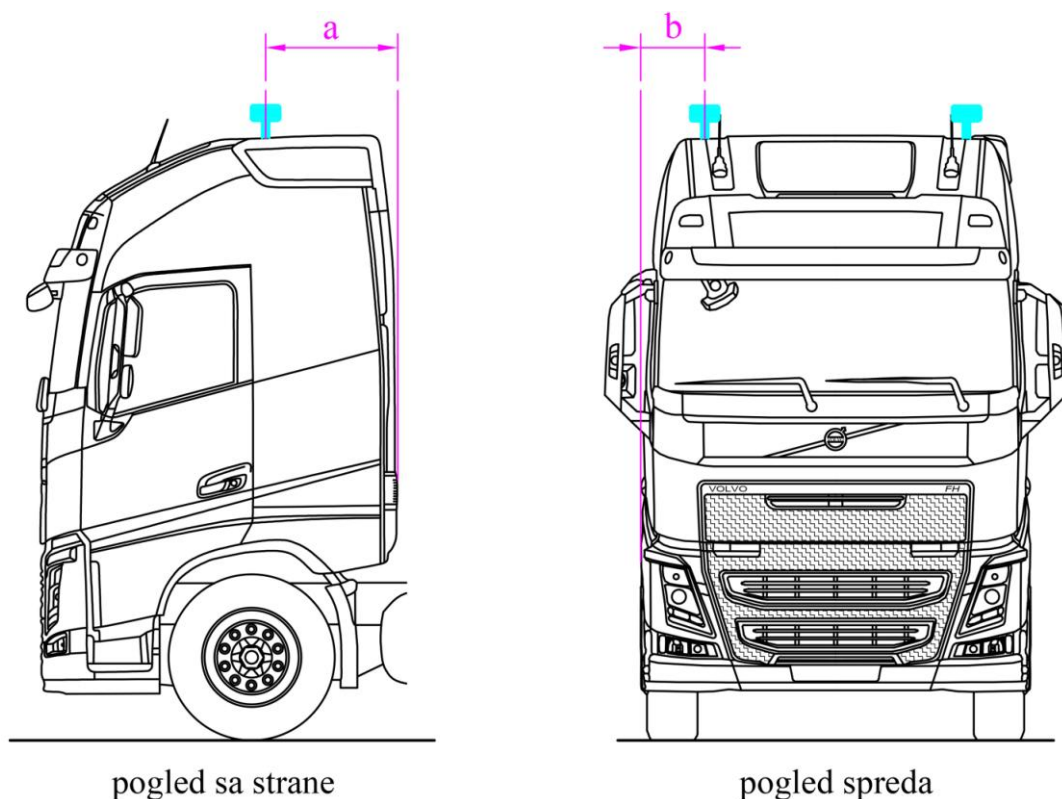
Prvo "grubo" brisanje suvišnih tačaka obavljeno je ukrštanjem podataka o vremenima kada su GPS koordinate snimljene na terenu sa podacima o vremenima početaka i krajeva testnih vožnji iz ranije vođene evidencije za svako testno vozilo. Kasnije u AutoCAD-u, listajući podatke o vremenima snimanja unetih tačaka kroz njihove attribute, obavljeno je dodatno "fino" brisanje suvišnih tačaka za svaki izvedeni manevar skretanja. Isti postupak ponovljen je za sva analizirana vozila. Na taj način, za svako testno vozilo i za svaki izvedeni manevar skretanja, formirani su posebni Notepad fajlovi sa "korisnim" koordinatama tačaka, odnosno, koordinatnim parovima i njima odgovarajućim vremenima snimanja, koji su posle korišćeni za dalje analize. Olakšavajuća okolnost za efikasnije uklanjanje nekorisnih koordinata bila je činjenica da su se sva testna vozila tokom testiranja privremeno zaustavljala na početku kružnih krivina i na krajevima izlaznih tangenti. Upravo na tim delovima vodećih putanja snimljene tačke koncentrisale su se na malom prostoru, što se moglo lako uočiti i po grupisanju tačaka u AutoCAD-u tačno na tim mestima.



Slika 3.11 Koordinate snimljenih tačaka za sve izvedene manevre skretanja Volvo FH 500 tegljača unete u AutoCAD

3.6.1 Metodologija preciznog utvrđivanja niza položaja i orijentacija vozila na osnovu GPS koordinata snimljenih tokom praćenja zadatih putanja - slučaj vozila sa jednom krutom bazom

Odmah po montiranju GNSS rovera javio se problem kako odrediti njihov tačan položaj u odnosu na karoserije testnih vozila. Ovaj problem već je ranije identifikovan kao značajan izvor grešaka pri analizi prethodnih terenskih eksperimenata u kojima su korišćeni GPS roveri za određivanje graničnih trajektorija vozila (**GREŠKA II** u poglavlju 2.6). Kao što je pokazano na slici 3.12, zbog zaobljenog (aerodinamičkog) oblika kabine Volvo FH 500 tegljača, tačna rastojanja između postavljenih GPS rovera i zaobljenih ivica te kabine praktično je nemoguće odrediti u terenskim uslovima, posebno u horizontalnoj projekciji. Precizno određivanje položaja GPS rovera u odnosu na karoseriju vozila moguće je samo u specijalnim visoko-tehnološkim centrima za ispitivanje vozila. Stoga, čak i položaji GPS rovera u koordinatnom sistemu vozila morali su kasnije da se sračunaju u birou, upoređujući trajektorije tih rovera sa geometrijom zadatih vodećih putanja.



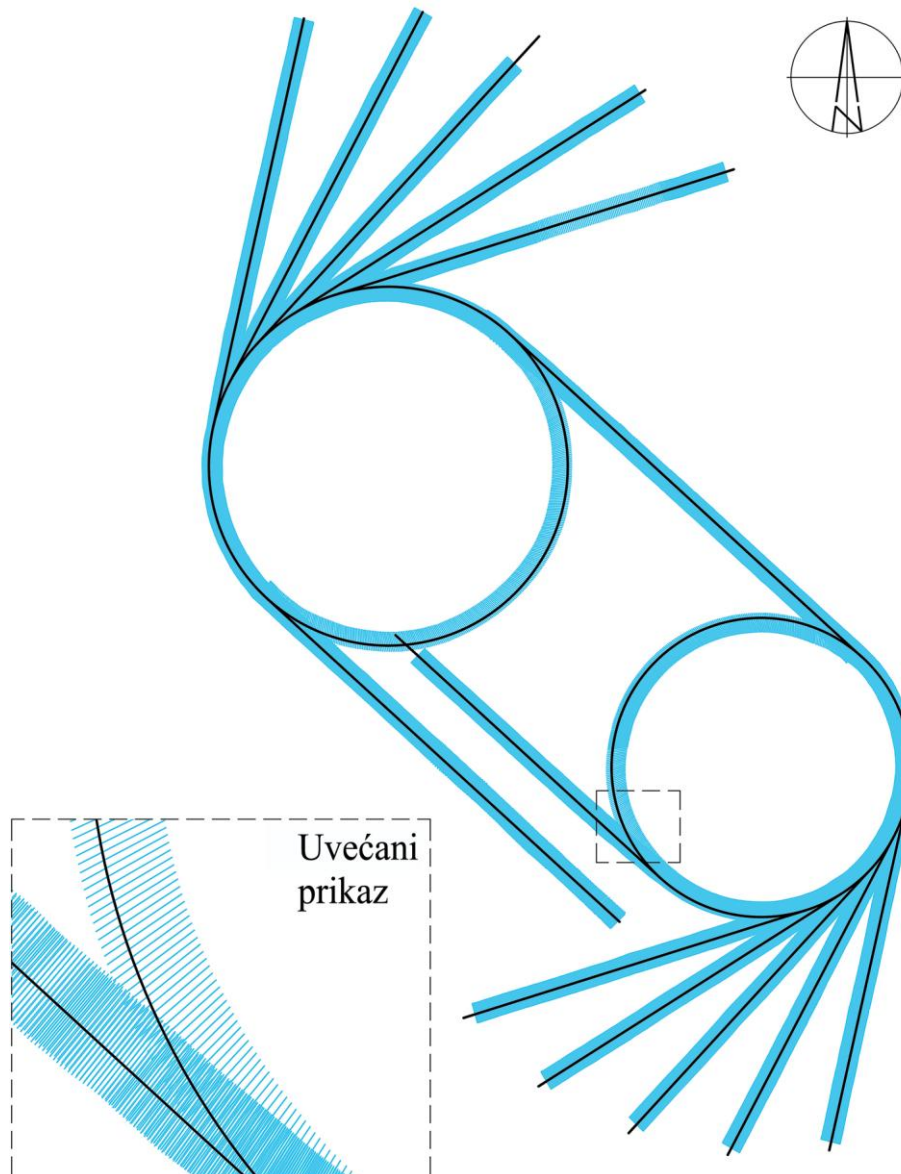
Slika 3.12 Problematika preciznog određivanja položaja GPS rovera montiranih na vrhu zaobljene kabine Volvo FH 500 tegljača (izvor: Ilić i ost. 2018b)

Posle brisanja "nekorisnih" koordinata, za svako testno vozilo, osim za drugi slog Solaris-ovog zglobnog autobusa na koji je bio montiran samo jedan GPS rover, formirani su gotovi setovi podataka sastavljeni od dva X, Y koordinatna para (po jedan koordinatni par za svaki GPS rover). Uz svaki koordinatni par sačuvano je tačno vreme snimanja GPS koordinata na terenu, da bi se u birou na osnovu tog vremena transformacijom dobile Gauss-ove X, Y koordinate za taj koordinatni par. Ovako "prečišćeni" podaci sa X, Y koordinatnim parovima, snimljenim u intervalima 0.1 s, sačuvani su kao zasebni .txt fajlovi. Nakon toga, jednostavna softverska rutina nazvana GPS2LINE napisana je u programskom jeziku AutoLISP-u (Gavran i ost. 1996; Autodesk 2012) i primenjena za dalju obradu svakog od prethodno sačuvanih .txt fajlova. GPS2LINE komanda uzima X, Y koordinatne parove koji odgovaraju određenom položaju vozila u svakoj desetini sekunde (0.1 s), unosi ih u AutoCAD i povezuje ih linijama (entitetima) nazvanim GPSSLINJE (GPSSLINES). Na slici 3.13 pokazano je kako izgledaju GPSSLINJE, dobijene iz setova podataka (.txt fajlova) generisanih za Volvo FH 500 tegljač, kada se nacrtaju u AutoCAD-u.

Ista GPS2LINE rutina korišćena je kasnije za iscertavanje GPSSLINIJA i za ostala testna vozila, uključujući i prvi slog Solaris-ovog zglobnog autobusa. Kompletan zapis AutoLISP programskog koda za ovu rutinu dat je u prilogu C-1 na kraju disertacije.

Nivelacioni plan sa slike 3.5 jasno pokazuje da površina kolovoza na testnom poligonu nije idealno ravna (horizontalna). Da bi se ispunili minimalni zahtevi gravitacionog oticanja vode, kolovoz na testnom poligonu morao je biti projektovan, odnosno, izveden sa malim podužnim i poprečnim nagibima. Osim toga, kako bi se osigurao stabilan prijem signala sa GPS navigacionih satelita koji opslužuju Trimble GNSS sistem, GPS roveri morali su biti postavljeni na vrhovima karoserija testnih vozila. Dok su vodeće putanje bile obeležene tačno na površini kolovoza, montirani GPS roveri kretali su se visoko iznad kolovoza testnog poligona. Tako su se na primer, u slučaju Volvo FH 500 tegljača, dva Trimble R8s rovera kretala 3.82 m iznad površine kolovoza. Ova visinska razlika između položaja GPS rovera i vodećih putanja na kolovozu imala je određeni uticaj na tačnost merenja GPS koordinata, što je već ranije prepoznato kao dodatni izvor mernih grešaka u prethodno izvedenim eksperimentima gde je primenjena moderna

GPS tehnologija pozicioniranja (**GREŠKA I** u poglavlju 2.6). U suštini, položaji GPS rovera morali su normalno da se projektuju na površinu kolovoza poligona. Ovo je urađeno razvojem nove AutoLISP rutine nazvane LIN2TRI, koja uzima prethodno generisane GPSLINIJE, projektuje njihove krajeve vertikalno na 3D trouglove površine kolovoza, a zatim pomera uzbrdno te projektovane krajeve u smeru rezultujućih gradjenata 3D trouglova kolovoza (slika 3.14).



Slika 3.13 Uneti i povezani X, Y parovi koordinata primenom GPS2LINE komande u AutoCAD-u (GPSLINIJE za Volvo FH 500 tegljač) (izvor: Ilić i ost. 2018b)

Ako dva 3D trougla ispod dva GPS rovera pripadaju dvema različitim ravnima Π_1 i Π_2 , definisanim sledećim opštim jednačinama:

$$\Pi_1 = a_1 \cdot x + b_1 \cdot y + c_1 \cdot z + d_1 \quad (3.1)$$

$$\Pi_2 = a_2 \cdot x + b_2 \cdot y + c_2 \cdot z + d_2 \quad (3.2)$$

krajevi GPSLINIJA projektovani su na ravni (Π_1 i Π_2) sa različitim vektorima gradijenata \vec{v}_1 i \vec{v}_2 . Prvi zadatak po startovanju LIN2TRI komande bio je da se odrede 3D trouglovi TIN modela kolovoza kojima u plan projekciji pripadaju vertikalne projekcije centara GPS rovera, predstavljenih tačkama G_{1h} i G_{2h} . Kako bi se ustanovila pripadnost tačaka G_{1h} i G_{2h} 3D trouglovima "kandidatima", odnosno, potencijalnim "vlasnicima" tih tačaka, primenjena je jednostavna metoda. Prvo je horizontalna projekcija tačke G_{1h} (ili G_{2h}) spojena sa horizontalnim projekcijama temena 3D trougla "kandidata", formirajući tri parcijalna trougla. Nakon toga sračunate su površine tih parcijalnih trouglova, a njihov zbir upoređen sa površinom 3D trougla "kandidata". Prostom logikom, ako projektovana tačka (G_{1h} ili G_{2h}) pripada 3D trouglu "kandidatu", ukupan zbir površina parcijalnih trouglova tačno je jednak površini 3D trougla "kandidata". U suprotnom, kao što se vidi na skici u gornjem desnom uglu slike 3.14, ako je zbir površina parcijalnih trouglova veći od izvorne površine 3D trougla "kandidata", projektovana tačka sigurno ne pripada tom 3D trouglu "kandidatu".

Kada su identifikovani svi 3D trouglovi koji su zaista "vlasnici" projektovanih tačaka G_{1h} i G_{2h} , te tačke su zatim pomerene duž odgovarajućih vektora gradijenata \vec{v}_1 i \vec{v}_2 do njihovih novih pozicija označenih tačkama G_1 i G_2 respektivno. Zapravo, tačke G_1 i G_2 predstavljaju normalne (ne vertikalne) projekcije centara odgovarajućih GPS rovera na ravni Π_1 i Π_2 . Ako je ugao između vektora normale ravni Π_1 i vertikalne linije koja počinje u tački GPS_1 definisan kao θ_1 (slika 3.14), X_1 i Y_1 koordinate pomerene tačke G_1 sračunate su po formulama:

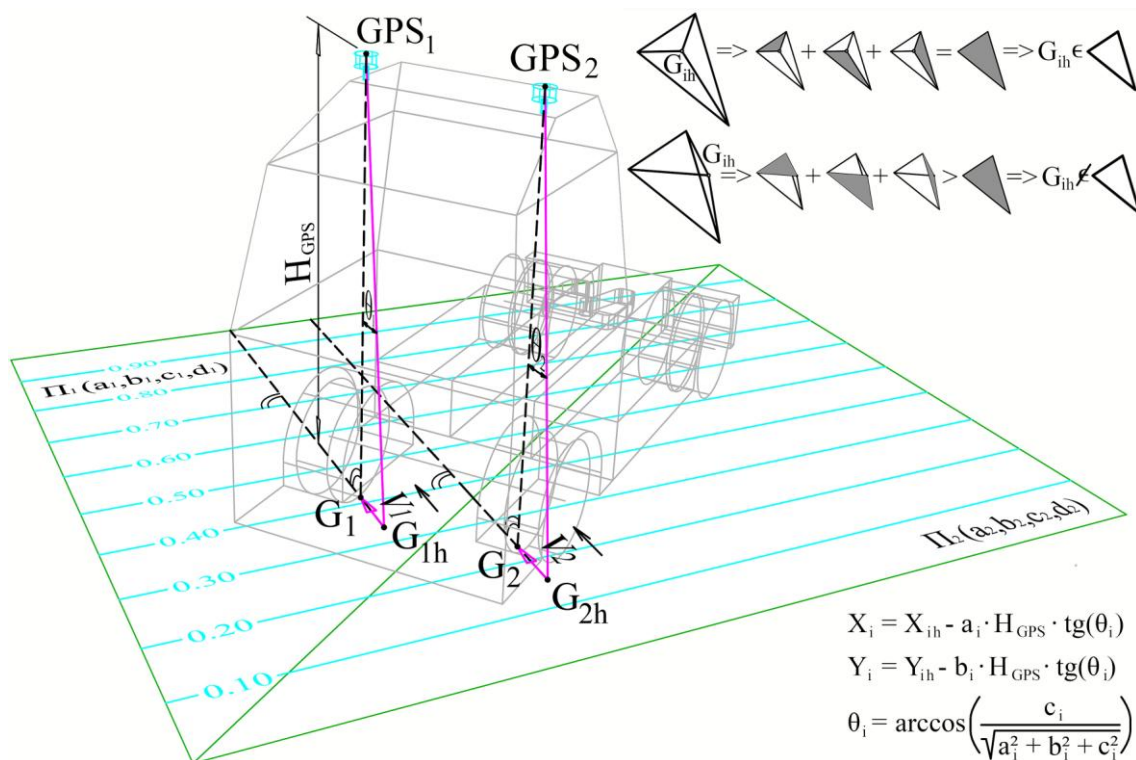
$$X_1 = X_{1h} - a_1 \cdot H_{GPS} \cdot \tan(\theta_1) \quad (3.3)$$

$$Y_1 = Y_{1h} - b_1 \cdot H_{GPS} \cdot \tan(\theta_1) \quad (3.4)$$

gde H_{GPS} predstavlja visinsku razliku između tačke GPS_1 u centru GPS rovera i površine kolovoza. Ugao θ_1 lako je sračunat na osnovu parametara implicitnih jednačina ravni (jednačine 3.1 i 3.2), koristeći jednostavnu analitičku formulu:

$$\theta_1 = \arccos \left(\frac{c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}} \right) \quad (3.5)$$

Na isti način izračunate su i koordinate X_2 i Y_2 za tačku G_2 . Nakon primene LIN2TRI komande, sve unete GPSLINIJE pomerene su u skladu sa pravcima i smerovima vektora gradijenata odgovarajućih 3D trouglova, koji su predstavljali 3D model površine kolovoza testnog poligona. Programski kod za LIN2TRI rutinu takođe je dat u prilogu C-2 na kraju disertacije. Važno je napomenuti da su pre primene LIN2TRI komande svi 3D trouglovi površine kolovoza morali biti okrenuti prema gore, odnosno, orijentisani na gornju stranu, po pravilu desne ruke. Za pravilnu preorijentaciju ovih trouglova (ili 3D face-ova) na gore korišćena je gotova komanda "TRILOOKUP" iz modula STL softverskog paketa GCM++ (Gavran 2013).

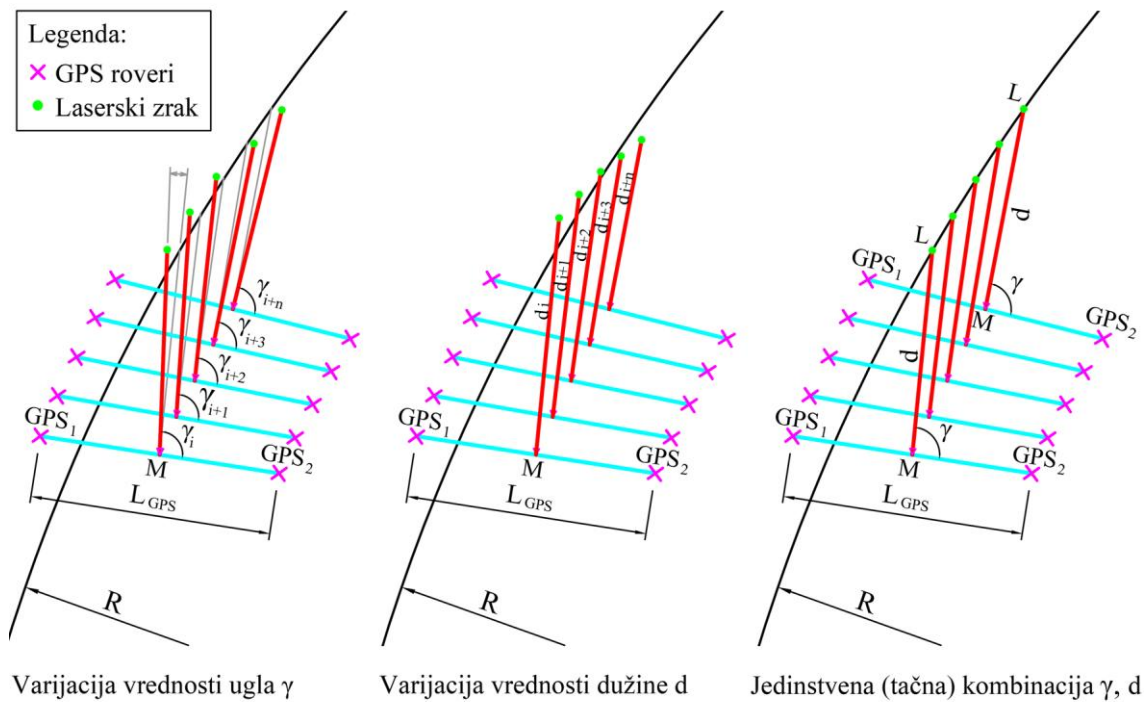


Slika 3.14 Pomeranje GPSLINIJA od Volvo FH 500 tegljača u smeru rezultujućih gradijenata 3D trouglova površine kolovoza (izvor: Ilić i ost. 2018b)

Kada je završeno pomeranje svih GPSLINIJA korišćenjem komande LIN2TRI, položaji GPS rovera prostorno više nisu bili u nivou vrhova karoserija testnih vozila, već su "svedeni" na nivo površine kolovoza. Ipak, precizan položaj GPS rovera u

koordinatnom sistemu svakog od testnih vozila još uvek nije bilo moguće odrediti. Međutim, za sva testna vozila jedna činjenica bila je neupitna: za svaku nacrtanu GPSLINIJU, odnosno, u svakom položaju vozila, najisturenija centralna tačka na prednjem delu vozila (bazna tačka) ležala je tačno iznad vodećih putanja obeleženih na površini kolovoza.

Upravo na bazi ove činjenice razvijena je i nova AutoLISP rutina pod nazivom "MIDLIN". Ova komanda (rutina) crta linije (MIDLINJE) dužine d_i sa počecima u središtima GPSLINIJA, a koje istovremeno zaklapaju uglove γ_i prema tim istim GPSLINIJAMA (slika 3.15). U geometrijskom smislu, MIDLINJE spajaju tačke koje leže na sredini rastojanja između dva GPS rovera sa odgovarajućim baznim tačkama vozila (sredinama prednjih branika) u različitim položajima tokom kretanja duž vodećih putanja.



Slika 3.15 Podešavanje parametara MIDLINIJA (ugla γ i dužine d) tako da zeleni laserski zrak (bazna tačka testnog vozila) precizno prati vodeću putanju

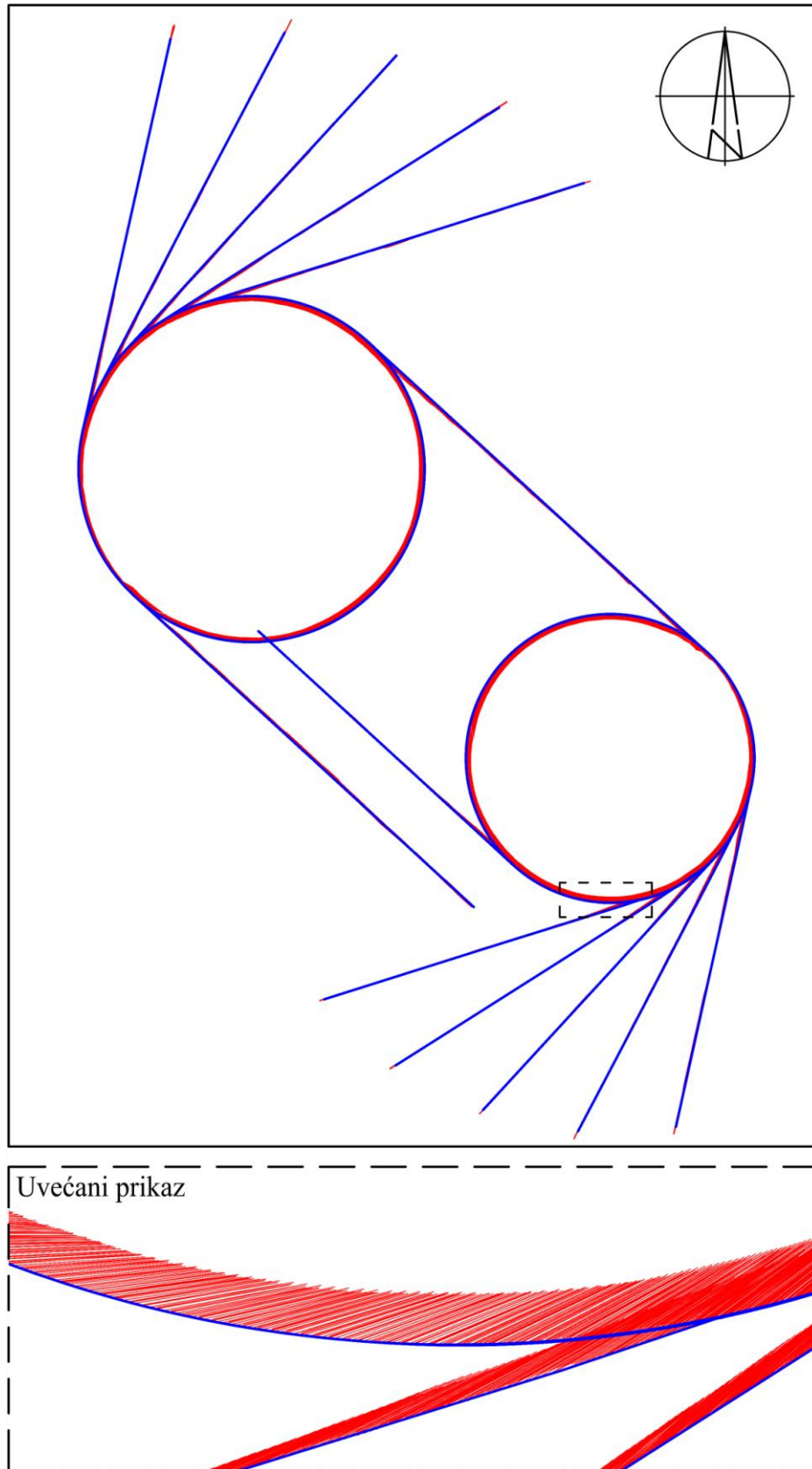
Sledeća programaska rutina koja je kreirana bila je LINMOD komanda koja odjednom kolektivno modifikuje sve selektovane MIDLINIJE, menjajući njihovu dužinu d i ugao γ koji zaklapaju sa odgovarajućim GPSLINIJAMA. Primenjujući LINMOD komandu,

više puta uzastopno na različitim setovima selektovanih MIDLINIJA, dužina d i ugao γ podešavani su tako da se prednji kraj svake MIDLINIJE nadnese tačno nad vodeću putanju. Tako je metodom probanja, iz niza pokušaja, prednji kraj svake MIDLINIJE, koji predstavlja u stvari laserski zrak, doveden u pravilan položaj, odnosno, tačno iznad obeležene vodeće putanje na kolovozu. Konačan izgled modifikovanih MIDLINIJA za Volvo FH 500 tegljač, posle određivanja optimalne kombinacije njihove dužine d i ugla γ u odnosu na odgovarajuće GPSLINIJE od istog vozila, prikazan je na slici 3.16.

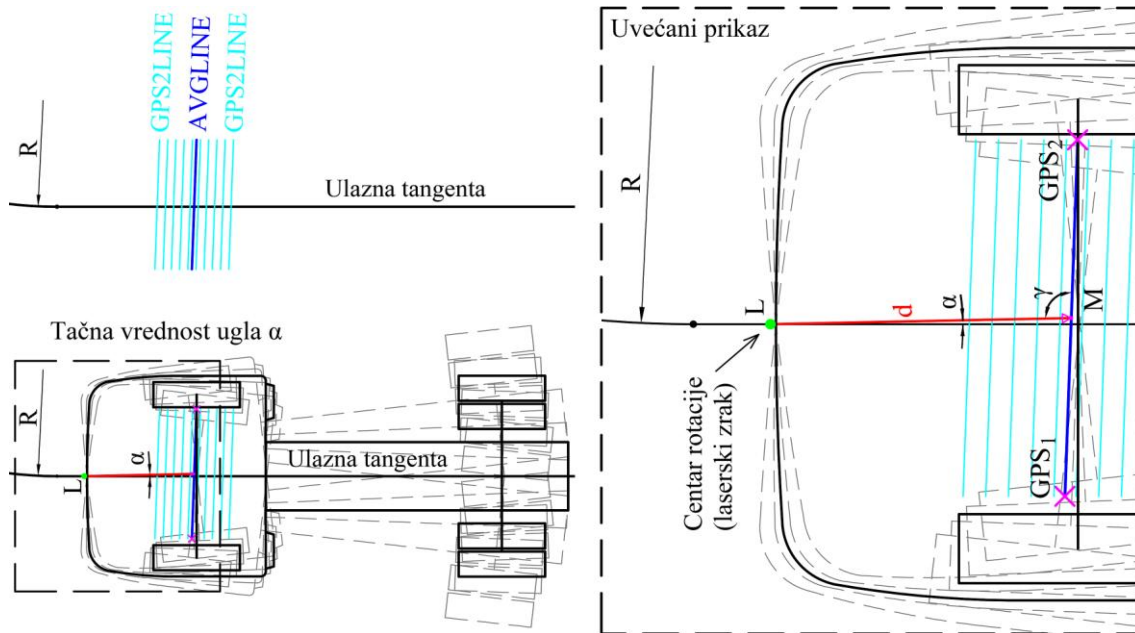
Do sada je utvrđeno na kom rastojanju d i pod kojim uglom γ najisturenija centralna tačka na prednjem kraju vozila (bazna tačka) leži u odnosu na središte linije koja povezuje dva GPS rovera za konkretno testno vozilo. Međutim, kao što je pokazano na donjem levom delu slike 3.17, postoji beskonačan broj položaja dva GPS rovera na karoseriji tegljača koji zadovoljavaju egzaktno određene vrednosti dužine d i ugla γ . Ako se na primer zamisli da se tegljač slobodno može rotirati oko njegove bazne tačke; tada postoji samo jedan specifičan ugao α između MIDLINIJE i podužne ose tog tegljača koji konačno definiše položaj GPS rovera u koordinatnom sistemu vozila.

Kako bi se konačno rešio ovaj problem, analiziran je niz sukcesivnih položaja tegljača neposredno pre kružnih odseka vodećih putanja, odnosno, na krajevima ulaznih tangenti. Kao što je ranije pomenuto, sva testna vozila zaustavljena su na krajevima ulaznih tangenti i kontrolisano je njihovo podužno poravnanje pre izvođenja manevra. Tada se uvidelo da se podužna osa tegljača, kao i ostalih testnih vozila, uvek poklapala sa posmatranom ulaznom tangentom.

Upravo na nizu susednih GPSLINIJA, lociranih na krajevima ulaznih tangenti, primenjena je novorazvijena "AVGLIN" rutina. Ova komanda uzima selektovane GPSLINIJE i generiše njihovu "prosečnu" liniju (AVGLINIJU), koja ima prosečan azimut i leži tačno u težištu svih selektovanih GPSLINIJA. Znajući ugao između AVGLINIJE (linija koja povezuje dva GPS rovera) i podužne ose tegljača (koja se poklapa sa ulaznom tangentom) s jedne, i ugao γ između AVGLINIJE (kao predstavnice GPSLINIJA) i MIDLINIJE s druge strane, određen je ugao α između MIDLINIJE i podužne ose tegljača.



Slika 3.16 Tačna kombinacija ugla γ i dužine d za modifikovane MIDLINIJE čiji prednji krajevi (bazne tačke Volvo FH 500 tegljača) stoje tačno iznad vodeće putanje



Slika 3.17 Određivanje ugla α između MIDLINIJE i podužne ose Volvo FH 500 tegljača na kraju ulazne tangente - "AVGLIN" komanda (izvor: Ilić i ost. 2018b)

Poslednji korak bilo je umetanje uzastopnih blokova tegljača preko GPSLINIJA u AutoCAD-u. Pri formiranju ovog bloka tačka umetanja definisana je u središtu GPSLINIJE, a celo vozilo blago je zarotirano za ugao α u odnosu na prednju kraj MIDLINIJE, koji predstavlja baznu tačku na kinematičkom modelu vozila. Blok vozila trebalo je da ispuni sledeće zahteve:

- najisturenija centralna tačka na prednjem delu bloka morala je da se poklopi sa prednjim krajem MIDLINIJE, odnosno, baznom tačkom kinematičkog modela vozila;
- blok vozila, odnosno, njegova podužna osa rotirana je za ugao α oko bazne tačke u odnosu na MIDLINIJU;
- središte GPSLINIJE formalno je izabrano kao tačka umetanja bloka (opravdanost ovakvog izbora tačke umetanja detaljnije je objašnjena u sledećem potpoglavlju **3.6.2**)

Prilikom definisanja blokova za ostala testna vozila u AutoCAD-u morali su biti ispunjeni svi prethodno navedeni zahtevi za blok Volvo FH 500 tegljača. Konačno, na kraju je napisana posebna "VEH2LINE" rutina koja služi samo za ubacivanje blokova testnih vozila. Ova komanda uzima izabrani blok testnog vozila i preklapa ga preko svih

GPSLINIJA ranije nacrtanih za isto to vozilo u AutoCAD-u. Kompletan zapis AutoLISP-ovih kodova za prethodno opisane novorazvijene komande dat je u prilogu C na kraju disertacije po sledećem redu: MIDLIN u prilogu C-3, LINMOD u prilogu C-4, AVGLIN u prilogu C-5 i VEH2LINE u prilogu C-6.

Razvijena je i alternativna metoda za određivanje ugla α između MIDLINIJE i podužne ose tegljača. Nova komanda "ALPHA" računa ugao α na osnovu položaja i pravaca dve susedne MIDLINIJE (dva uzastopna položaja vozila). Program koji radi u pozadini ALPHA rutine zasnovan je na činjenici da je tačka P , na rastojanju BASE od bazne tačke koje je u stvari jednako dužini krute baze tegljača sa slike 3.18, uvek usmerena ka vodećoj tački L . Dok se vodeća tačka (ili najisturenija prednja centralna tačka - bazna tačka) pomera iz položaja L_i u položaj L_{i+1} za korak napredovanja k , tačka povlačenja P (koja se nalazi na udaljenosti jednako dužini krute baze BASE iza vodeće tačke L) usmerena je ka sredini koraka k . Važno je istaknuti da tegljaču prikazanom na slici 3.18 odgovara kinematički model III (poglavlje 2.2), pa se u tom slučaju tačka povlačenja P nalazi u središtu zadnje fiksne osovine vozila, a njen položaj razlikuje od položaja kuke na kamionu ili položaja sedla na tegljaču. Samim tim, i trajektorija povlačenja ove tačke P razlikuje se od trajektorije povlačenja koju opisuje npr. kuka na Renault T430 kamionu ili priključno sedlo na Volvo FH 500 tegljaču. Kao posledica toga, prednji kraj rude prikolice, odnosno vučni klin (kingpin) poluprikolice, ne prate u ovom slučaju trajektoriju povlačenja tačke P , već trajektorije povlačenja kuke kamiona, odnosno centra sedla tegljača.

Korišćenjem jednostavnih geometrijskih zakonitosti, oštri uglovi φ_1 , φ_2 , β_1 i β_2 sa slike 3.18, sračunati su kao:

$$\varphi_1 = 180^\circ - \eta - \alpha \quad (3.6)$$

$$\beta_1 = 180^\circ - (\xi + \alpha + \delta) \quad (3.7)$$

$$\beta_2 = 180^\circ - \beta_1 \quad (3.8)$$

$$\beta_2 = \xi + \alpha + \delta \quad (3.9)$$

$$\varphi_2 = 180^\circ - \varphi_1 - \beta_2 = 180^\circ - 180^\circ + \eta + \alpha - \xi - \alpha - \delta \quad (3.10)$$

$$\varphi_2 = \eta - \xi - \delta \quad (3.11)$$

gde je:

- φ_1 - oštar ugao između podužne ose tegljača u $i + 1$ položaju vozila i tangente vodeće putanje;
- φ_2 - oštar ugao između podužne ose tegljača u $i + 1$ položaju vozila i isprekidane linije koja spaja tačku povlačenja P_i u i - tom položaju vozila sa sredinom koraka napredovanja k ;
- β_1, β_2 - uglovi između tangente vodeće putanje i isprekidane linije koja spaja tačku povlačenja P_i u i - tom položaju vozila sa sredinom koraka k ;
- α - oštar ugao između podužne ose tegljača i MIDLINIJA koji je identičan za dva uzastopna položaja vozila;
- δ - oštar ugao između podužne ose tegljača u i - tom položaju vozila i isprekidane linije koja spaja tačku povlačenja P_i u istom položaju vozila sa sredinom koraka k ;
- η - ugao između tangente vodeće putanje i MIDLINIJE u $i + 1$ položaju vozila;
- ζ - ugao između tangente vodeće putanje i MIDLINIJE u i - tom položaju vozila.

Primenom sinusne teoreme na dva karakteristična trougla iz dva uzastopna položaja vozila, označena sa i i $i + 1$ na slici 3.18, dobija se sistem od dve jednačine:

$$\frac{k/2}{\sin \varphi_2} = \frac{BASE}{\sin \beta_2} \quad (3.12)$$

$$\frac{k/2}{\sin \delta} = \frac{BASE}{\sin \beta_1} \quad (3.13)$$

Imajući u vidu da je $\beta_1 = 180^\circ - \beta_2$, i da je $\sin \beta_1 = \sin(180^\circ - \beta_2) = \sin \beta_2$, jedino realno rešenje sistema jednačina (3.12) i (3.13) je:

$$\frac{BASE}{\sin \beta_2} = \frac{BASE}{\sin \beta_1} = \frac{k/2}{\sin \delta} \quad (3.14)$$

$$\frac{k/2}{\sin \delta} = \frac{k/2}{\sin \varphi_2} \quad (3.15)$$

$$\sin \beta_2 = BASE \cdot \frac{\sin \delta}{k/2} \quad (3.16)$$

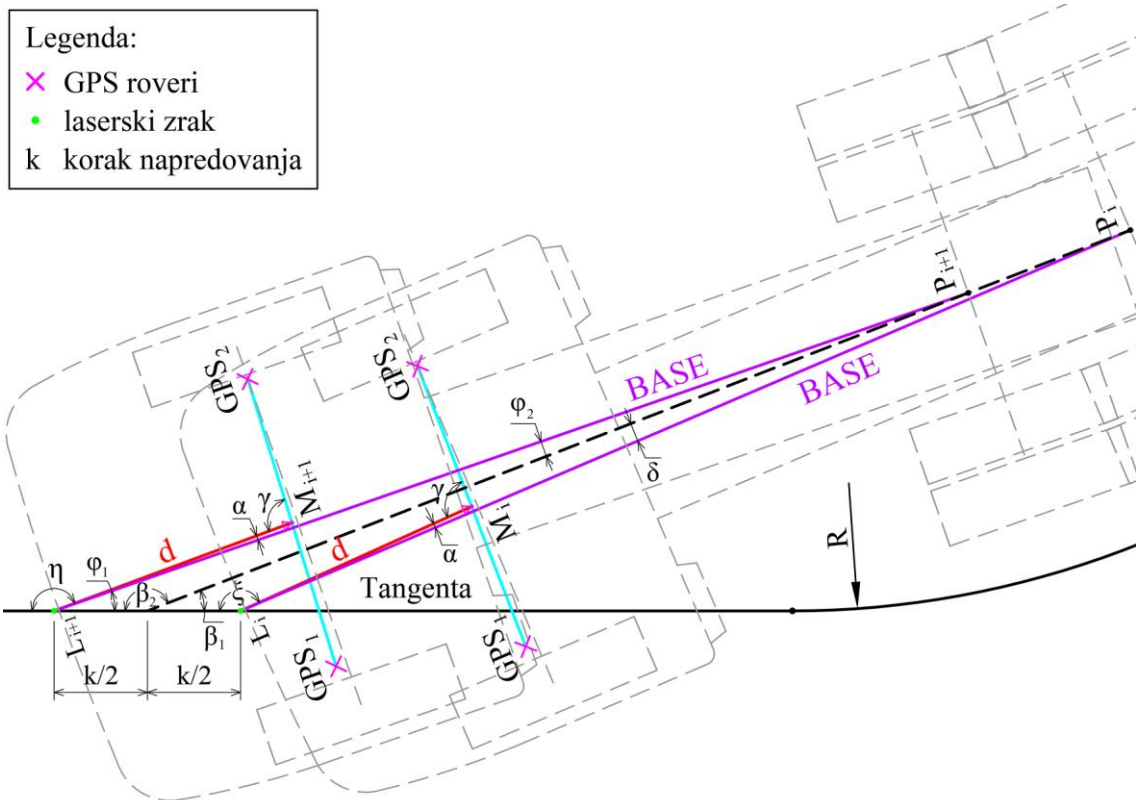
$$\beta_2 = \arcsin\left(\text{BASE} \cdot \frac{\sin \delta}{k/2}\right) \quad (3.17)$$

$$\sin \varphi_2 = \sin \delta \quad (3.18)$$

Ugao α sračunat je onda iz jednačina (3.9) i (3.17) kao:

$$\alpha = \beta_2 - \xi - \delta \quad (3.19)$$

$$\alpha = \arcsin\left(\text{BASE} \cdot \frac{\sin \delta}{k/2}\right) - \xi - \delta \quad (3.20)$$



Slika 3.18 Osnovna postavka analitičkog proračuna ugla α između MIDLINIJE i podužne ose Volvo FH 500 tegljača - "ALPHA" komanda (izvor: Ilić i ost. 2018b)

Ugao α generalno ima male vrednosti koje se kreću u intervalu od 0.5° do 1.4° za sva testna vozila. Testiranjem ALPHA rutine na više odseka vodeće putanje i za druga testna vozila došlo se do zaključka da primena ove komande na previše bliskim susednim položajima vozila, kod kojih su MIDLINIJE međusobno udaljene manje od 0.20 m, daje pogrešne, odnosno, isuviše velike vrednosti ugla α . Iz tog razloga, prihvaćen je metod određivanja ugla α merenjem ugla između ulazne tangente i

podužne osovine vozila poravnatog sa tom ulaznom tangentom. AutoLISP-ov kod za ALPHA rutinu prikazan je u prilogu C-7 na kraju disertacije.

Prethodno razvijena metodologija za određivanje trajektorija vozila na osnovu snimljenih GPS koordinata, prezentovana na primeru Volvo FH 500 tegljača, može se na identičan način primeniti za bilo koje drugo samostalno vozilo sa jednom krutom bazom (automobil, kamion, autobus itd.), ako su na to vozilo bila postavljena dva GPS rovera. Shodno tome, i granične trajektorije za Renault-ov T430 kamion, prvi slog Solaris-ovog URBINO 18 zglobnog autobusa i za Ikarbus-ov IK 112 gradski solo autobus određene su na isti način kao kod Volvo FH 500 tegljača.

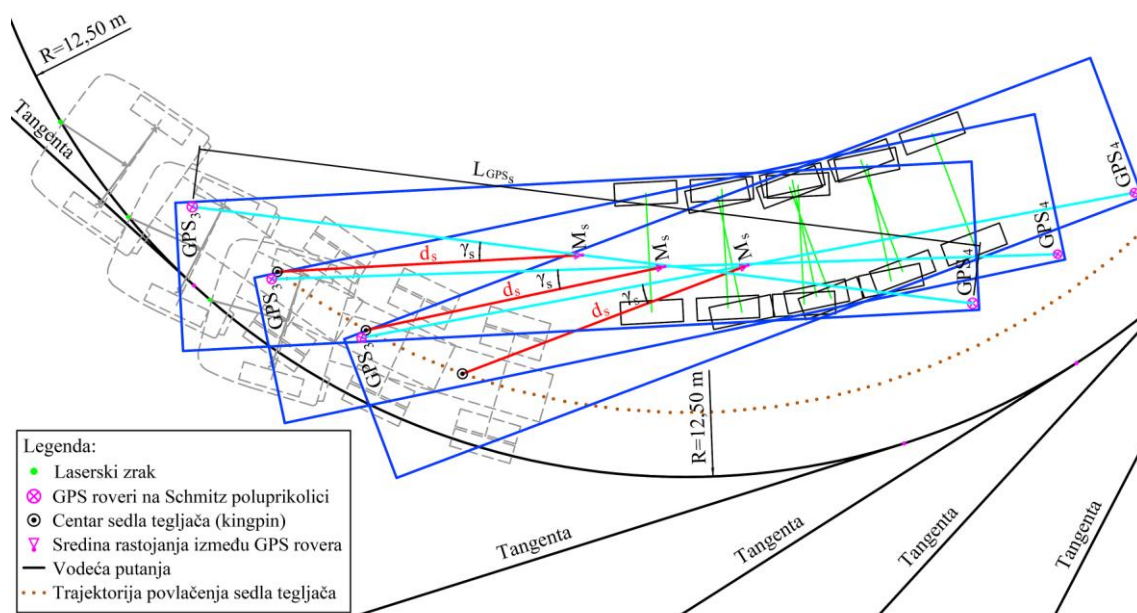
3.6.2 Metodologija preciznog utvrđivanja niza položaja i orijentacija vozila na osnovu GPS koordinata snimljenih tokom praćenja zadatih putanja - slučaj dugačkih vozila sa više slogova

Identične metode i AutoLISP rutine, korišćenje za određivanje trajektorija samostalnog vozila (npr. Volvo FH 500 tegljača), mogu se ponovo primeniti za definisanje položaja, odnosno, graničnih trajektorija raznih priključnih vozila (prikolica i poluprikolica), pod uslovom da su na njihovim karoserijama prilikom merenja bila montirana najmanje dva GPS rovera. Za razliku od vodećeg vučnog vozila (tegljača), čija je bazna tačka, locirana na sredini prednjeg branika, pratila vodeću putanju obeleženu na kolovozu, poluprikolica svojom baznom tačkom, odnosno, vučnim klinom (na engleskom: "kingpin") prati trajektoriju povlačenja kuke (priključnog sedla) tegljača. Slika 3.19 pokazuje kako Schmitz poluprikolica prati Volvo FH 500 tegljač. Takođe, na istoj slici se vidi i kako se primenom "LINMOD" komande, vrednosti parametara γ_s i d_s za MIDLINIJE poluprikolice modifikuju, tako da prednji krajevi ovih MIDLINIJA "prinudno" prate trajektoriju priključnog sedla, tj. priključne tačke (na engleskom: "fifth wheel") tegljača.

Ista AutoLISP rutina "AVGLIN", kao u slučaju Volvo tegljača, korišćena je za određivanje ugla α_s između MIDLINIJE poluprikolice i njene podužne ose (slika 3.20). AVGLIN komanda primenjena je na niz GPSLINIJA koje se nalaze neposredno ispred

početaka kružnih odseka vodećih putanja, odnosno, na krajevima ulaznih tangenti, gde je podužna osa poluprikolice bila poravnata upravo sa tim tangentama. Tako je, znajući ugao između GPSLINIJE i ulazne tangente (podužne ose poluprikolice) s jedne, i ugao γ_s između GPSLINIJE i MIDLINIJE poluprikolice s druge strane, određen ugao α_s između MIDLINIJE i podužne ose poluprikolice.

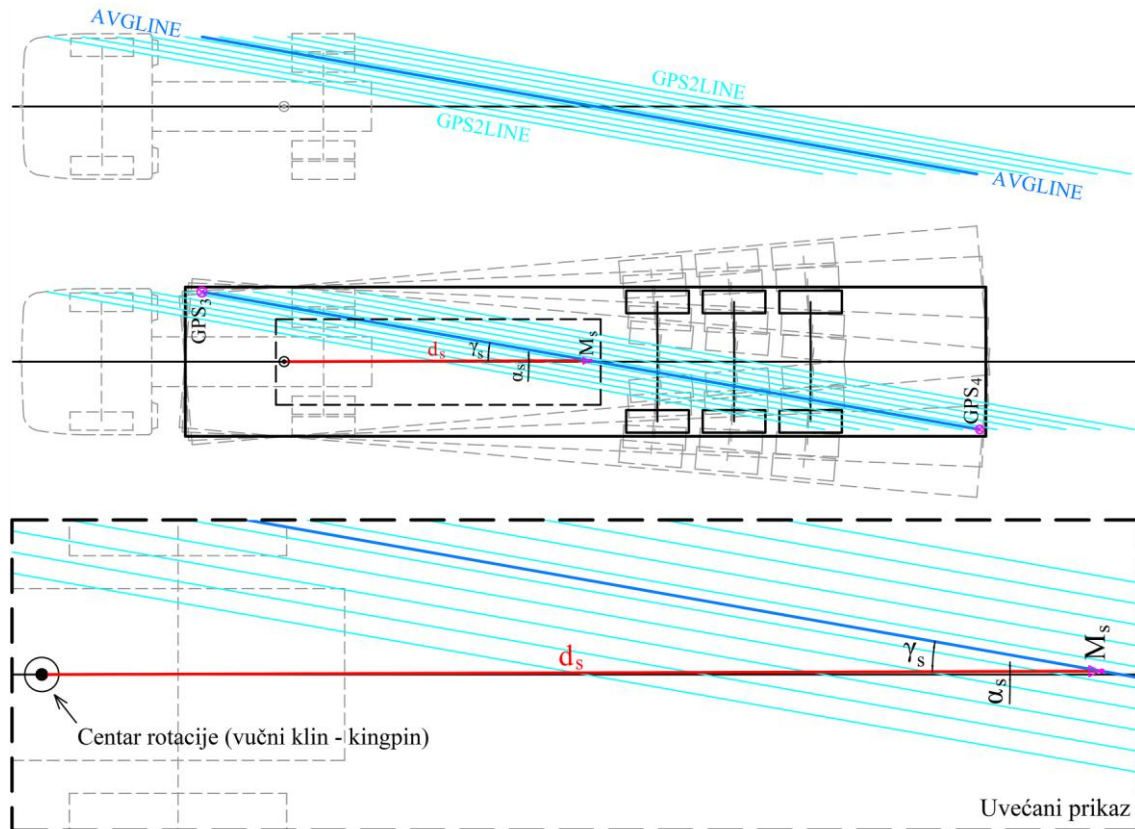
Posle određivanja tačnog položaja GPS rovera na karoseriji poluprikolice nacrtan je njen AutoCAD blok, tako da se položaj vučnog klina poklapa sa prednjim krajem MIDLINIJE, a ceo blok zarotiran je za ugao α_s u odnosu na MIDLINIJU poluprikolice. Kao i u slučaju Volvo tegljača, tačka umetanja bloka Schmitz poluprikolice postavljena je u središte njenih GPSLINIJA. Na kraju su blokovi poluprikolice automatski preklapljeni preko GPSLINIJA poluprikolice koristeći "VEH2LINE" komandu (slika 3.21b), baš kao što su blokovi tegljača prethodno preklapljeni preko GPSLINIJA tegljača (slika 3.21a).



Slika 3.19 Podešavanje parametara MIDLINIJA poluprikolice (ugla γ_s i dužine d_s) tako da vučni klin (bazna tačka poluprikolice) precizno prati trajektoriju sedla tegljača

Pri analizama prohodnosti, savremene metode simulacije kretanja u AutoCAD okruženju najčešće koriste blokove vozila sa tačkama umetanja postavljenim u baznim tačkama kinematičkih modela vozila. Kod ovih modela, bazne tačke obično su definisane kao središte prednje osovine ili prednjeg branika vozila (prednji kraj

MIDLINIJE kod izabranih testnih vozila). Međutim, u slučaju Schmitz poluprikolice, pri definisanju njenog bloka, bilo je od izuzetnog značaja tačku umetanja postaviti u središte GPSLINIJE, zbog moguće pojave deformacija usled "elastičnosti" konstrukcije nadogradnje poluprikolice.

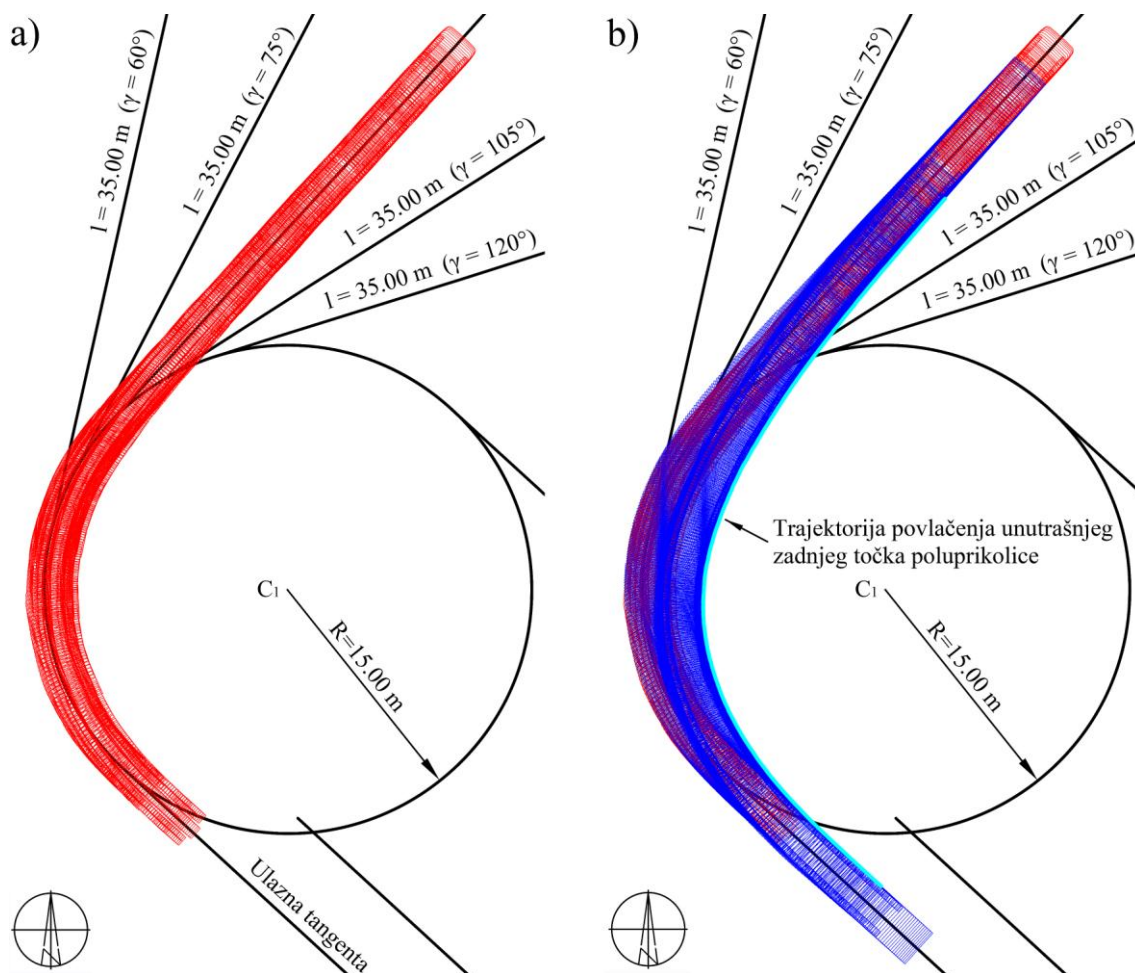


Slika 3.20 Određivanje ugla α_s između MIDLINIJE Schmitz SCS poluprikolice i njene podužne ose na kraju ulazne tangente - "AVGLIN" komanda (izvor: Ilić i ost. 2018b)

Da bi se precizno registrovala pojava i veličina ovih deformacija ključnu ulogu ima pravilno pozicioniranje GPS rovera na karoserijama tegljača i poluprikolice. Naime, kod Volvo FH 500 tegljača GPS roveri su postavljeni približno upravno na podužnu osu tegljača. Nasuprot tome, kod Schmitz SCS poluprikolice GPS roveri su postavljeni po dijagonali. Dovoljnim podužnim i poprečnim rastojanjima GPS rovera, odnosno registrovanjem promena ovih rastojanja, moguće je približno utvrditi deformaciju elastične nadogradnje poluprikolice (promena dužina GPSLINIJA). Kao potvrda racionalnosti ovakvog pristupa pri postavljanju GPS rovera, uočeno je da su sve GPSLINIJE kod Volvo FH 500 tegljača (mnoštvo linija ubačenih u AutoCAD, koje

povezuju parove snimljenih koordinata tačaka u intervalu od 0.10 s) imale gotovo identičnu dužinu.

Za razliku od karoserije tegljača, odnosno njegove kabine, sandučasta nadogradnja poluprikolice mnogo je "elastičnija". Dok prelazi preko neravne površine kolovoza sa različitim poprečnim i podužnim nagibima, vrh nadogradnje poluprikolice blago se deformiše, odnosno, uvrće, isteže i skuplja. Nasuprot GPSLINIJAMA od Volvo FH 500 tegljača koje su bile jednake dužine od 1.61 m, dužine GPSLINIJA Schmitz poluprikolice (dužine označene sa L_{GPS} na slici 3.19) varirale su u intervalu od 13.47 m do 13.51 m. Da bi se ovaj izvor grešaka umanjio ili potpuno otklonio, najracionalnije je bilo tačku umetanja bloka Schmitz poluprikolice postaviti u središte GPSLINIJE, umesto u jedan od njenih krajeva ili prednji kraj MIDLINIJE.


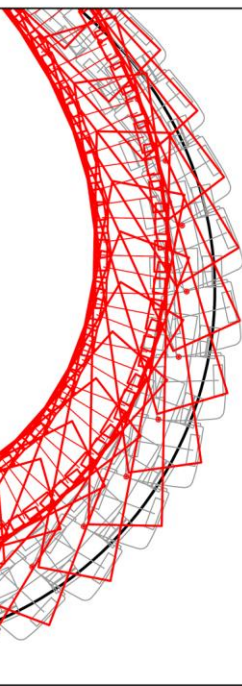


Slika 3.21 Preklapanje blokova vozila preko GPSLINIJA sa "VEH2LINE" komandom:
 a) preklapanje blokova Volvo tegljača; b) preklapanje blokova Schmitz poluprikolice

Ista metodologija, primenjena za određivanje položaja GPS rovera na Schmitz poluprikolici zakačenoj direktno na tegljač, može se redom ponovo primeniti za bilo koje dodatno priključno vozilo, zakačeno na prikolicu (ili poluprikolicu) koju već vuče vodeće (vučno) vozilo, pod uslovom da su na to priključno vozilo bila postavljena dva GPS rovera (slika 3.22). Prema tome, metodologija koja je razvijena i predstavljena u ovoj doktorskoj disertaciji, može se koristiti za određivanje tačnog položaja, odnosno, trajektorija kombinovanih vozila proizvoljne konfiguracije, sastavljenih od vučnog i različitog broja priključnih vozila.

Prethodno predstavljena metodologija ne može se u celosti primeniti ako je na priključno vozilo bio postavljen samo jedan GPS rover prilikom merenja GPS koordinata, kao što je to bio slučaj kod drugog sloga Solaris-ovog zglobnog autobusa. Naime, opisana metodologija uspešno je primenjena za tačno određivanje položaja dva GPS rovera na prvom delu karoserije Solaris-ovog zglobnog autobusa, dok je za drugi slog bilo potrebno modifikovati originalno razvijenu "GPS2LINE" rutinu.

Pošto je površina kolovoza testnog poligona bila prilično ravna, zglobni autobus se prilikom testnih vožnji nije mnogo savijao ("ugibao") u vertikalnoj ravni. Zbog toga, "rotiranje" drugog sloga zglobnog autobusa oko horizontalne ose u centru vertikalnog zgloba nije uzimano u obzir prilikom određivanja tačnog položaja GPS₃ rovera na njegovoj karoseriji. Otežavajuća okolnost bila je i što vertikalni i horizontalni zglob, zbog same konstrukcije sistema artikulacije, nisu imali isti situacioni položaj u koordinatnom sistemu vozila. To se najjasnije može videti na tehničkom crtežu sa detaljnim dimenzijama zglobnog autobusa (strana br. 257 u prilogu A-3 na kraju disertacije). Uzimanje u obzir mogućnosti istovremenog uzajamnog pomeranja (rotiranja) oba sloga karoserije zglobnog autobusa, i u horizontalnoj i vertikalnoj ravni, bilo bi isuviše matematički komplikovano za rekonstrukciju tačnog položaja GPS rovera, i neracionalno sa stanovišta veoma malog doprinosa ukupnom povećanju tačnosti celog postupka. Upravo zato, a imajući u vidu i veoma mala pomeranja slogova zglobnog autobusa u vertikalnoj ravni tokom realnih eksperimentalnih vožnji, razmatrano je samo rotiranje oba sloga zglobnog autobusa oko centra horizontalnog zgloba, odnosno, oko njegove vertikalne ose.

<p>ODREĐIVANJE TRAJEKTORIJA TEGLJAČA (KAMIONA)</p> <p>GPS2LINE - parovi GPS koordinata, koji odgovaraju određenom položaju <u>tegljača</u>, uvezeni su u AutoCAD i povezani linijama (GPSLINIJE).</p> <p>LIN2TRI - linije koje povezuju parove GPS koordinata (GPSLINIJE) projektovane su na 3D trouglove površine kolovoza, a njihovi krajevi zatim pomereni duž vektora gradjenata koji odgovaraju tačno onim 3D trouglovima lociranim ispod projektovanih GPSLINIJA.</p> <p>MIDLIN - generiše linije (MIDLINIJE) koje povezuju središta GPSLINIJA sa "očekivanim" lokacijama <u>baznih tačaka tegljača</u> iznad obeleženih vodećih putanja na površini kolovoza.</p> <p>LINMOD - podešava parametre MIDLINIJA (dužinu d i ugao γ između MIDLINIJE i njoj odgovarajuće GPSLINIJE), tako da prednji kraj MIDLINIJE precizno prati putanju <u>bazne tačke tegljača</u> (vodeću putanju).</p> <p>AVGLIN - > ALPHA - za poznat položaj <u>tegljača</u> (poravnat sa ulaznom tangentom) određuje ugao α između MIDLINIJE i podužne ose <u>tegljača</u>. Kreira blok <u>tegljača</u>, zarotiran oko njegove <u>bazne tačke</u> za ugao α u odnosu na MIDLINIJU.</p> <p>VEH2LINE - preklapa blokove <u>tegljača</u> preko GPSLINIJA.</p>	
<p>ODREĐIVANJE TRAJEKTORIJA POLUPRIKOLICE (PRIKOLICE)</p> <p>GPS2LINE - parovi GPS koordinata, koji odgovaraju određenom položaju <u>poluprikolice</u>, uvezeni su u AutoCAD i povezani linijama (GPSLINIJE).</p> <p>LIN2TRI - linije koje povezuju parove GPS koordinata (GPSLINIJE) projektovane su na 3D trouglove od površine kolovoza, a njihovi krajevi zatim pomereni duž vektora gradjenata koji odgovaraju tačno onim 3D trouglovima lociranim ispod projektovanih GPSLINIJA.</p> <p>MIDLIN - generiše linije (MIDLINIJE) koje povezuju središta GPSLINIJA sa "očekivanim" položajima <u>priključne kuke (sedla) tegljača</u>.</p> <p>LINMOD - podešava parametre MIDLINIJA (dužinu d i ugao γ između MIDLINIJE i njoj odgovarajuće GPSLINIJE), tako da prednji kraj MIDLINIJE precizno prati trajektoriju <u>priključne kuke (sedla) tegljača</u>.</p> <p>AVGLIN - > ALPHA - za poznat položaj <u>poluprikolice</u> (poravnat sa ulaznom tangentom) određuje ugao α između MIDLINIJE i podužne ose <u>poluprikolice</u>. Kreira blok <u>poluprikolice</u>, zarotiran oko centra <u>priključne kuke</u>, odnosno vučnog klina (kingpin-a), za ugao α u odnosu na MIDLINIJU.</p> <p>VEH2LINE - preklapa blokove <u>poluprikolice</u> preko njenih GPSLINIJA.</p>	
<p>ODREĐIVANJE TRAJEKTORIJA DODATNIH PRIKLJUČNIH VOZILA</p> <p>Ponavlja se ista procedura kao za poluprikolicu, osim što priključna kuka poluprikolice analogno menja vučnu kuku (sedlo) tegljača (kamiona).</p> <p style="text-align: center;">⋮</p>	

Slika 3.22 Pregled novorazvijene metodologije i AutoLISP komandi (rutina)

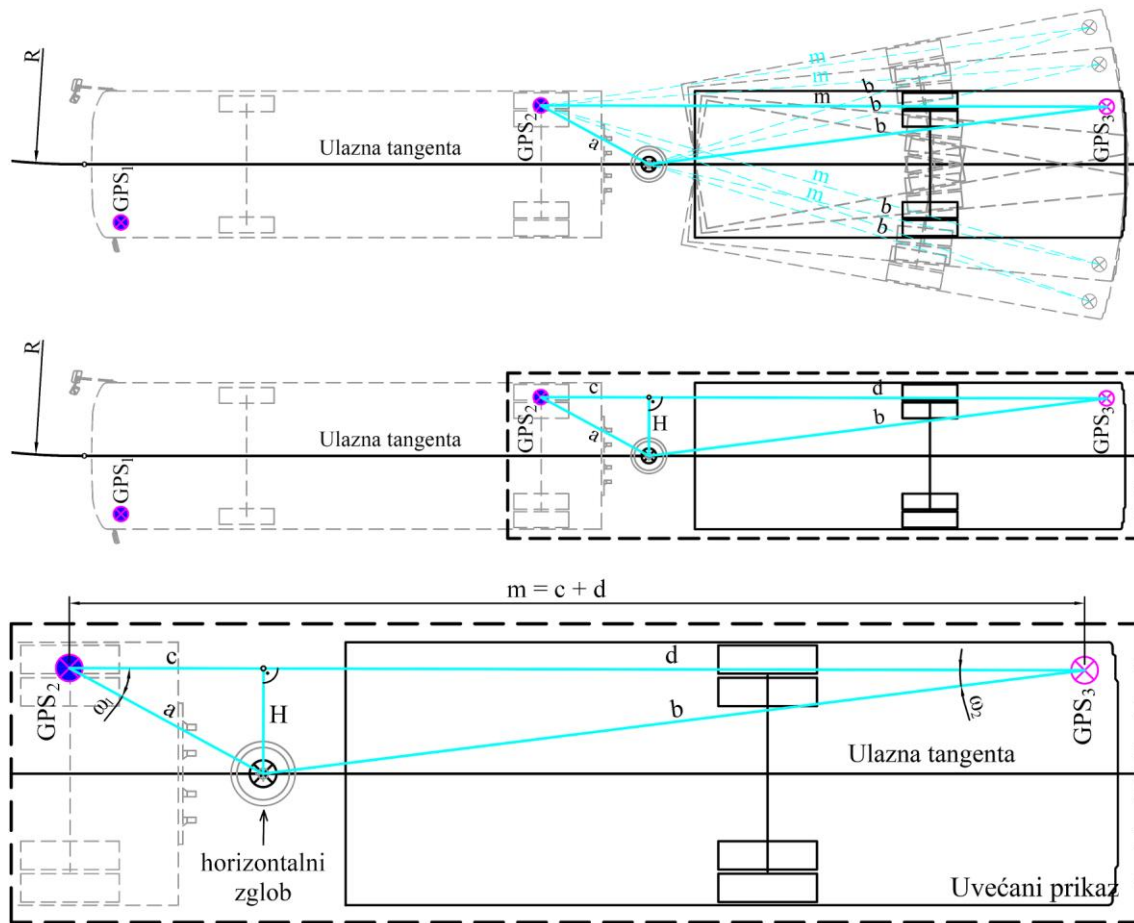
Zbog lakšeg ulaska putnika, prilikom stajanja na autobuskim stajalištima, Solaris-ov zglobni autobus dodatno se spušta za nekih 60.00 mm regulacijom visine karoserije,

odnosno, ispuštanjem vazduha iz vazdušnih jastuka u pneumatskom sistemu oslanjanja. Pošto se za vreme testnih vožnji zglobni autobus svaki put zaustavljao na krajevima ulaznih i izlaznih tangenti vodećih putanja, ovakva regulacija visine karoserije imala bi uticaj na tačnost merenja GPS koordinata. Da bi se ovaj potencijalni uzrok grešaka eliminisao, na početku Solaris-ovih testnih vožnji isključena je automatska regulacija visine njegove šasije, odnosno sve vreme testiranja, karoserija zglobnog autobusa bila je jednako udaljena od površine kolovoza.

Prethodno kreirana "GPS2LINE" rutina bila je zasnovana na pretpostavci da su se karoserije testnih vozila ponašale kao kruta tela, odnosno da je rastojanje između dva GPS rovera montirana na njima bilo fiksno tokom testiranja (već je ranije u ovom poglavlju detaljno objašnjeno da ova pretpostavka nije apsolutno tačna u slučaju Schmitz poluprikolice). Nasuprot tome, u slučaju Solaris-ovog zglobnog autobusa, drugi i treći GPS rover bili su postavljeni na dva različita sloga vozila koja su se rotirala oko horizontalnog zgloba, pa su se i rastojanja između ova dva GPS rovera menjala tokom izvođenja različitih manevara skretanja. Međutim, kao što se na slici 3.23 vidi, horizontalna rastojanja između drugog, odnosno, trećeg GPS rovera i horizontalnog zgloba (dužine a i b na slici 3.23) uvek su konstantna, bez obzira na ugao artikulacije zglobnog sistema autobusa. Upravo ova činjenica iskorišćena je kao osnova za razvoj nove AutoLISP rutine nazvane "GPS2LINEBUS" za iscrtavanje novih GPSSLINIJA preko kojih će kasnije biti preklopljeni blokovi za drugi slog zglobnog autobusa (prikolice) u AutoCAD-u. Nova rutina predstavlja u stvari modifikovanu verziju postojeće "GPS2LINE" rutine, koja je korišćena za konstrukciju GPSSLINIJA za prvi slog Solaris-ovog zglobnog autobusa.

Pošto su primenom prethodno razvijenih AutoLISP komandi tačni položaji GPS rovera na prvom slogu zglobnog autobusa već bili poznati, horizontalno rastojanje a drugog GPS rovera (GPS₂ na slici 3.23) od centra horizontalnog zgloba bilo je jednostavno odrediti. Naime, ovo rastojanje je nakon označavanja tačne pozicije GPS rovera na AutoCAD-ovom bloku prvog sloga zglobnog autobusa samo izmereno kao 2.1420 m. Za određivanje dužine b ($b = 8.0339$ m na slici 3.23) od trećeg GPS rovera nepoznatog položaja (GPS₃) do horizontalnog zgloba, iskorišćeno je to što je na kraju

ulaznih tangenti (pre početka kružnih odseka vodećih putanja) podužna osa zglobnog autobusa bila gotovo idealno poravnata sa ulaznom tangentom.



Kada je zglobni autobus skoro idealno poravnat sa ulaznom tangentom: $a = 2.1420$ m i $b = 8.0339$ m

Legenda:

- ⊗ - poznat položaj GPS rovera na karoseriji I segmenta Solaris-ovog zglobnog autobusa
- ⊗ - nepoznat položaj GPS rovera na karoseriji II segmenta Solaris-ovog zglobnog autobusa
- a - fiksno horizontalno rastojanje između GPS₂ rovera i horizontalnog zgloba
- b - fiksno horizontalno rastojanje između GPS₃ rovera i horizontalnog zgloba
- m - promenljiva dužina linije koja spaja GPS₂ i GPS₃ rovere
- H - najkraće rastojanje između horizontalnog zgloba i linije dužine m koja spaja GPS₂ i GPS₃
- c, d - pomoćne dužine ($m = c + d$)
- ω_1, ω_2 - pomoćni uglovi

Slika 3.23 Razvoj nove "GPS2LINEBUS" rutine na osnovu postojeće "GPS2LINE" rutine za unos GPSLINIJA za drugi slog Solaris-ovog zglobnog autobusa

U takvim položajima zglobnog autobusa, na osnovu snimljenih GPS koordinata, određeno je rastojanje m između GPS₂ i GPS₃ rovera po dobro poznatoj formuli:

$$m = \sqrt{(X_{GPS_3} - X_{GPS_2})^2 + (Y_{GPS_3} - Y_{GPS_2})^2} \quad (3.21)$$

gde su :

X_{GPS_2} i Y_{GPS_2} - X i Y koordinate drugog GPS rovera (GPS_2) na prvom slogu zglobnog autobusa koji je bio poravnat sa ulaznim tangentama;

X_{GPS_3} i Y_{GPS_3} - X i Y koordinate trećeg GPS rovera (GPS_3) na drugom slogu zglobnog autobusa koji je bio poravnat sa ulaznim tangentama.

Ranije je određen tačan položaj prvog sloga zglobnog autobusa na kraju ulaznih tangenti, pa su i koordinate centra horizontalnog zgloba na tim delovima vodeće putanje već bile poznate. Upravo, na osnovu poznatih koordinata centra horizontalnog zgloba i GPS_3 rovera na kraju ulaznih tangenti, nepoznata dužina b sračunata je kao:

$$b = \sqrt{(X_{GPS_3} - X_{zglob})^2 + (Y_{GPS_3} - Y_{zglob})^2} \quad (3.22)$$

gde su :

X_{zglob} i Y_{zglob} - X i Y koordinate centra horizontalnog zgloba na zglobnom autobusu koji je bio poravnat sa ulaznim tangentama.

Važno je napomenuti da je dužina b zapravo određena kao prosečna vrednost svih onih dužina b sračunatih za sve izvedene manevre kada se Solaris-ov zglobni autobus privremeno zaustavlja na krajevima ulaznih tangenti. Konačno, kada su uzeti u obzir svi položaji Solaris-ovog zglobnog autobusa, pri kojima je njegova podužna osa bila poravnata sa ulaznim tangentama, sračunato je da dužina b u proseku iznosi 8.0339 m. Posle proračuna dužine b bilo je poznato na kom rastojanju od centra horizontalnog zgloba se GPS_3 rover nalazi, ali ne i njegov tačan položaj u koordinatnom sistemu drugog sloga zglobnog autobusa.

GPSLINIJE za drugi slog zglobnog autobusa počinju u centru horizontalnog zgloba i završavaju se u centru GPS_3 rovera, odnosno, praktično imaju dužinu jednaku prethodno određenoj dužini b . Međutim, da bi se GPSLINIJE mogle nacrtati u AutoCAD-u na osnovu poznatih parova koordinata tačaka, snimljenih pomoću GPS_2 i GPS_3 rovera u svakom od intervala dužine 0.10 s, prvo treba odrediti po kom principu se menja vrednost ugla ω_2 između tih GPSLINIJA i linija promenljive dužine m . Na osnovu dva karakteristična pravougla trougla, označena svetlo plavom bojom na

slici 3.23, i koristeći proste geometrijske relacije, određena je zavisnost ugla ω_2 od prethodno sračunatih dužina a , b i m kao:

$$c = m - d \quad (3.23)$$

$$H^2 = a^2 - c^2 \quad (3.24)$$

$$H = \sqrt{a^2 - c^2} \quad (3.25)$$

$$d^2 = b^2 - H^2 = b^2 - a^2 + c^2 = b^2 - a^2 + (m - d)^2 \quad (3.26)$$

$$d^2 = b^2 - a^2 + m^2 - 2md + d^2 \quad (3.27)$$

$$d = \frac{b^2 + m^2 - a^2}{2m} \quad (3.28)$$

$$\omega_2 = \arctan\left(\frac{H}{d}\right) \quad (3.29)$$

Takođe, vrlo jednostavno se dolazi i do izraza za proračun ugla ω_1 :

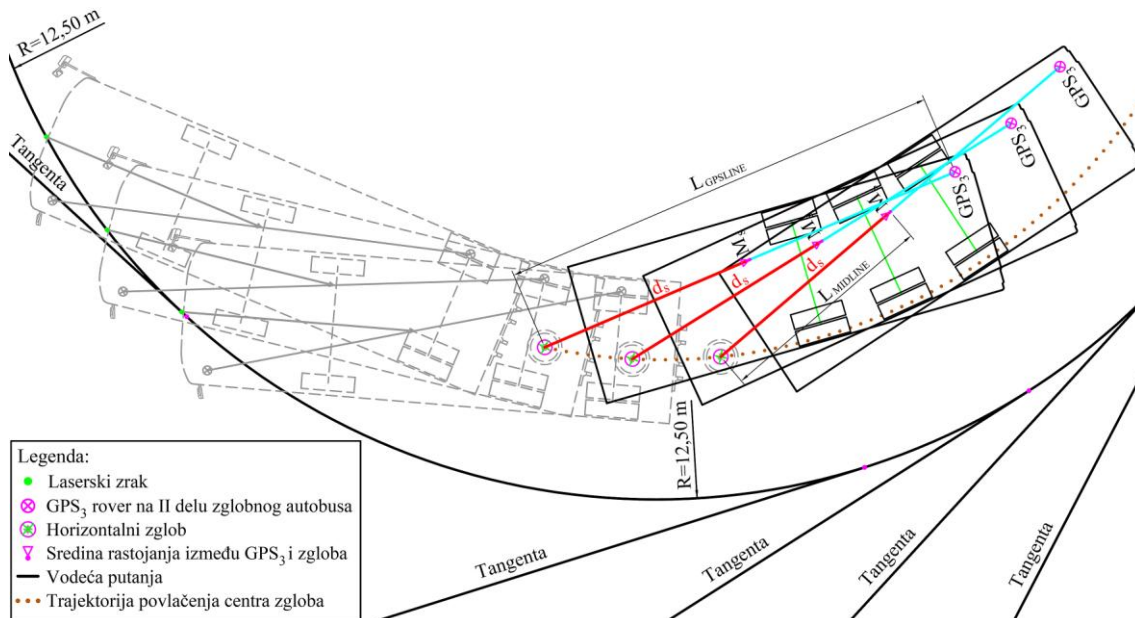
$$c = m - \frac{b^2 + m^2 - a^2}{2m} = \frac{2 \cdot m^2 - b^2 - m^2 + a^2}{2m} \quad (3.30)$$

$$c = \frac{a^2 - b^2 + m^2}{2m} \quad (3.31)$$

$$\omega_1 = \arctan\left(\frac{H}{c}\right) \quad (3.32)$$

Modifikovana GPS2LINEBUS rutina prvo uzima parove koordinata (X , Y) snimljenih pomoću GPS₂ i GPS₃ rovera, potom računa dužine m , d , c , H kao i ugao ω_2 , i na kraju crta GPSLINIJE u AutoCAD-u kao linije koje spajaju centar horizontalnog zgloba Solaris-ovog autobusa sa centrom GPS₃ rovera. MIDLINIJE kod drugog sloga zglobnog autobusa spajaju središte GPSLINIJA sa centrom horizontalnog zgloba. Pošto GPSLINIJE takođe spajaju centar horizontalnog zgloba sa centrom GPS₃ rovera, sa slike 3.24 lako se uočava da se u ovom slučaju GPSLINIJE i MIDLINIJE međusobno preklapaju. Zbog toga nije bilo potrebno da se konstruišu MIDLINIJE niti da se modifikuju vrednosti njihovih parametara γ_s i d_s . Drugim rečima, za određivanje tačnog položaja GPS₃ rovera na krovu drugog sloga Solaris-ovog zglobnog autobusa nije bilo potrebe da se uopšte koriste MIDLIN i LINMOD rutine. Prema tome, posle unošenja GPSLINIJA za drugi slog zglobnog autobusa u AutoCAD, samo su primenjene, bez

dotatnih modifikacija, prethodno razvijene LINE2TRI, AVGLIN i VEH2LINE AutoLISP rutine. LINE2TRI popravlja koordinatnu grešku proisteklu iz rezultujućih nagiba kolovoza, AVGLIN utvrđuje ugao za koji se blok prikolice (drugi slog zglobnog autobusa) svojom podužnom osom rotira oko zgloba i, konačno, komanda VEH2LINE umeće blokove prikolice preko odgovarajućih GPSLINIJA.

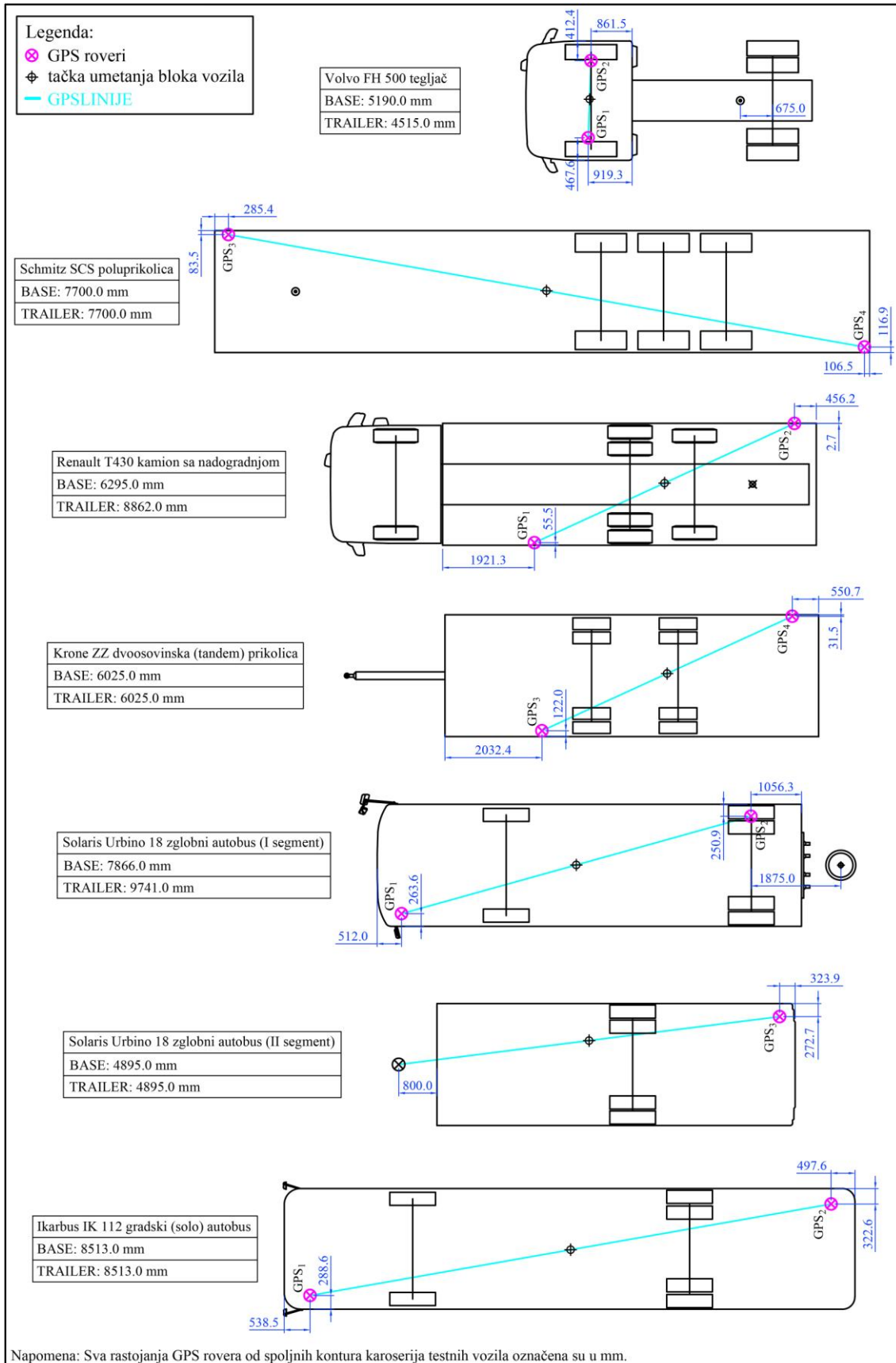


Slika 3.24 Potpuno preklapanje MIDLINIJA i GPSLINIJA (crvene i svetlo plave linije) kod drugog sloga zglobnog autobusa na koji je bio postavljen jedan GPS rover

Ovde je opet važno napomenuti da je pre upotrebe VEH2LINE komande formiran AutoCAD-ov blok drugog sloga zglobnog autobusa, sa tačkom umetanja postavljenom u središte GPSLINIJE. Takođe, kodni zapis GPS2LINEBUS rutine u AutoLISP-u prikazan je u prilogu C-8 na kraju disertacije.

3.7 Unapređenje (povećanje) tačnosti praćenja vozila primenom predložene metodologije

Kao prvi konkretan rezultat implementacije pokazane metodologije određen je tačan položaj GPS rovera na karoserijama testnih vozila, odnosno u koordinatnom sistemu svakog od tih vozila. Na slici 3.25 prikazani su formirani AutoCAD blokovi sa označenim konačnim položajem GPS rovera u odnosu na spoljašnje konture karoserija svih testnih vozila.



Slika 3.25 Konačno sračunat položaj GPS rovera na karoserijama testnih vozila

Ako se ne uzmu u obzir realne morfološke (nivelacione) karakteristike površine kolovoza na testnom poligonu, greška horizontalnog pozicioniranja pri određivanju GPS koordinata u opštem slučaju može dostići 30.0 - 40.0 mm za nagib površine kolovoza od 1.0 %, pa sve do 60.0 - 80.0 mm za kolovoze sa rezultujućim nagibom reda veličine 2 %. Tabela 3.1 pokazuje prosečne veličine grešaka X , Y koordinata pri određivanju položaja testnih vozila u slučaju kada nisu uzete u obzir nivelacione karakteristike površine kolovoza. Iz ove tabele odmah se vidi da, što je GPS rover postavljen na veću visinu, i što je rezultujući nagib kolovoza na testnom poligonu veći, greška pri horizontalnom pozicioniranju će biti sve veća.

Tabela 3.1 Greške X , Y koordinata pri određivanju položaja testnih vozila kada nivelacione karakteristike površine kolovoza nisu uzete u obzir

Tip vozila	H_{GPS} [m] ¹	Prosečan nagib površine kolovoza na testnom poligonu [%] ²	Greške pri određivanju X , Y koordinata u horizontalnoj projekciji u [mm]
Volvo FH 500 (tegljač)	3.82	1.67	63.79
Schmitz SCS (poluprikolica)	4.13	1.73	71.45
Renault T430 (kamion)	4.30	1.71	73.53
Krone ZZ (dvoosovinska prikolica)	4.18	1.71	71.48
Solaris URBINO 18 (zglobni autobus)	3.05	1.68	51.24
IKARBUS IK 112 (gradski solo autobus)	2.96	1.70	50.32

¹ H_{GPS} - predstavlja visinsku razliku između centra GPS rovera postavljenog na testno vozilo i površine kolovoza.

²Prosečan nagib površine kolovoza sračunat je na osnovu vektora gradjenata 3D trouglova koji predstavljaju površinu kolovoza obuhvaćenu krivama tragova točkova testnih vozila. Pošto su sva testna vozila pratila iste vodeće putanje, krive tragova točkova ovih vozila obuhvataju skoro istu grupu 3D trouglova na površini kolovoza testnog poligona.

Predstavljena metodologija otklanja i greške nastale usled nemogućnosti preciznog postavljanja GPS rovera na zaobljene karoserije modernih kamiona. Ona zapravo omogućava da GPS roveri budu samo otprilike (približno) postavljeni na karoserije

vozila pri izvođenju testnih vožnji na terenu., dok se tačni položaji GPS rovera proračunavaju u birou iz kinematičkih odnosa njihovih X , Y koordinata sa poznatom geometrijom vodećih putanja. Kao posledica ovakvog pristupa, tačnost pozicioniranja testnih vozila dodatno je povećana, a obim terenskog posla smanjen na račun razvoja i primene jednostavnih softverskih alata, odnosno, AutoLISP rutina.

Najznačajnija poboljšanja novorazvijene metodologije u poređenju sa prethodno izvedenim eksperimentalnim GPS merenjima realnih trajektorija vozila su:

- precizno i pouzdano određivanje položaja GPS rovera približno montiranih na zaobljenim (aerodinamičnim) karoserijama modernih kamiona i autobusa;
- smanjeni troškovi za pripremu eksperimenta, jer više nema potrebe za izradom specijalnih alata u vidu raznih nosača i držača za postavljanje GPS rovera, odnosno, njihovo precizno pozicioniranje u odnosu na stranice kabine, vetrobransko staklo, glavčine osovina ili neke druge delove karoserije vozila;
- uzimajući u obzir nivelacione karakteristike površine kolovoza na testnom poligonu, greške u horizontalnoj projekciji (X , Y koordinate GPS rovera) smanjene su za više od 50.0 mm za svako testno vozilo, što se vidi i u poslednjoj koloni tabele 3.1.

Kao možda i najvažniji doprinos, smanjeno je ukupno radno angažovanje inženjera na terenu i vreme potrebno za pripremu budućih eksperimenata, pošto se tačne pozicije GPS rovera na karoserijama testnih vozila računaju tek kasnije u birou, korelacijom položaja GPS rovera prema vodećim putanjama. Takođe, ova metodologija može biti od velike koristi za sve kompanije i inženjere koji se bave razvojem softverskih alata za simulaciju kretanja vozila u CAD okruženju, zato što njenom primenom efikasno mogu proveriti realnu tačnost i pouzdanost njihovih proizvoda.

3.8 Definisane referentnih trajektorija testnih vozila za dalje analize

Sada, kada su konačni položaji GPS rovera na testnim vozilima poznati, za svaki manevar skretanja ponovo su unesene GPSLINIJE na koje su posle preklopljeni blokovi testnih vozila. Na svakom od blokova zatim je označena najisturenija unutrašnja tačka

karoserije vozila pri izvođenju manevra. Sve te najjisturenije tačke, u svakom položaju bloka vozila, određenom u intervalu od 0.1 s, spojene su linijama koje zajedno čine u geometrijskom smislu dugačku izlomljenu liniju u AutoCAD-u (na engleskom: polyline entitet). Upravo ta izlomljena linija predstavlja unutrašnju graničnu trajektoriju vozila pri izvođenju datog manevra¹.

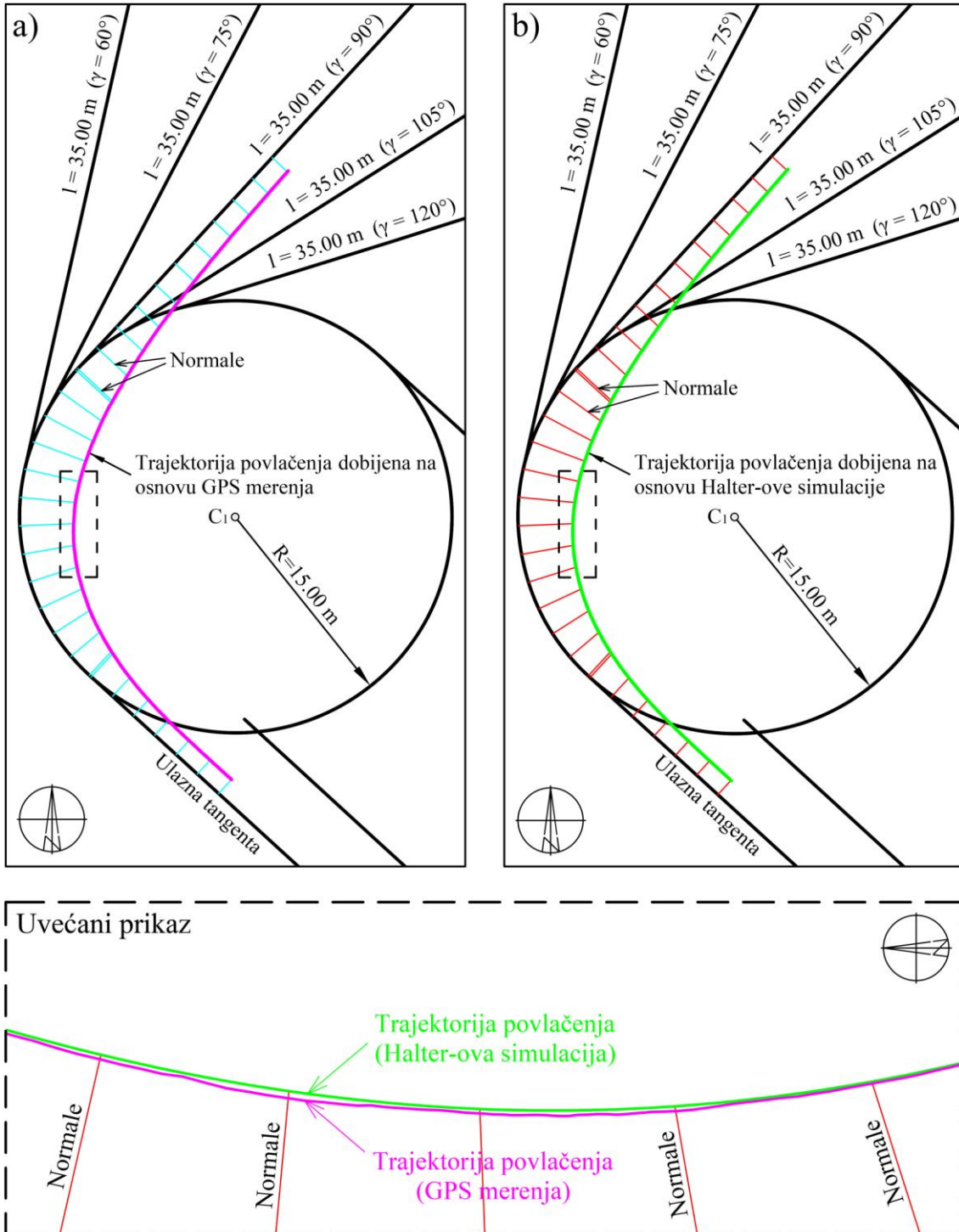
Za sve unesene blokove vozila po planiranim manevrima skretanja, granične trajektorije vozila nacrtane su pomoću komande "GCMDRIVEPATH" iz softverskog paketa GCM++ (Gavran 2013). Posle toga su za iste manevre skretanja i duž istih vodećih putanja izvedene simulacije kretanja koristeći identične blokove vozila i Halter-ov grafički postupak sa korakom simulacije od 0.20 m. Za izvođenje Halter-ovih simulacija korišćen je takođe softver GCM++ (Gavran 2013), kao i za iscertavanje graničnih trajektorija na osnovu položaja blokova vozila dobijenih iz simulacije kretanja (ponovo je primenjena komanda "GCMDRIVEPATH"). Na kraju su za svako testno vozilo i za svaki manevar skretanja međusobno upoređene trajektorije kretanja dobijene iz GPS merenja na terenu i Halter-ove simulacije.

Da bi se dobili pouzdaniji podaci o međusobnom odnosu trajektorija kretanja, generisanih na osnovu GPS merenja i Halter-ove simulacije, međusobno su upoređene njihove vrednosti offtracking-a. To je izvedeno tako što su na svakih 2.0 m dužine od početka analiziranih trajektorija kretanja povučene normale na vodeće putanje. Pored toga, dodatne normale na vodeće putanje povučene su i na karakterističnim tačkama kao što su počeci i krajevi kružnih odseka, odnosno, tangentne tačke. Dužine ovih normala, u stvari, predstavljaju karakteristične vrednosti offtracking-a koje treba međusobno uporediti.

Na slici 3.26 prikazano je kako izgledaju iscertane normale u AutoCAD-u za slučaj kada Volvo tegljač, koji vuče Schmitz poluprikolicu, skreće pod uglom od 90° duž kružne krivine radijusa $R = 15.0$ m. Svetlo plavom bojom označene su normale iscertane za trajektorije povlačenja dobijene na osnovu GPS merenja (slika 3.26a), dok su crvenom označene normale za trajektorije povlačenja iz Halter-ove simulacije (slika 3.26b).

¹ Ovako iscertana unutrašnja granična trajektorija u geometrijskom smislu identična je trajektoriji povlačenja koja odgovara kinematičkom modelu tipa III testnog vozila (poglavlje 2.2).

Pošto su dužine vodećih putanja koje testna vozila prelaze pri GPS merenjima i Halter-ovoj simulaciji potpuno iste, i iscrtane normale međusobno se preklapaju, odnosno, imaju identičnu početnu tačku i direkcioni ugao, a razlikuje im se samo krajna tačka.

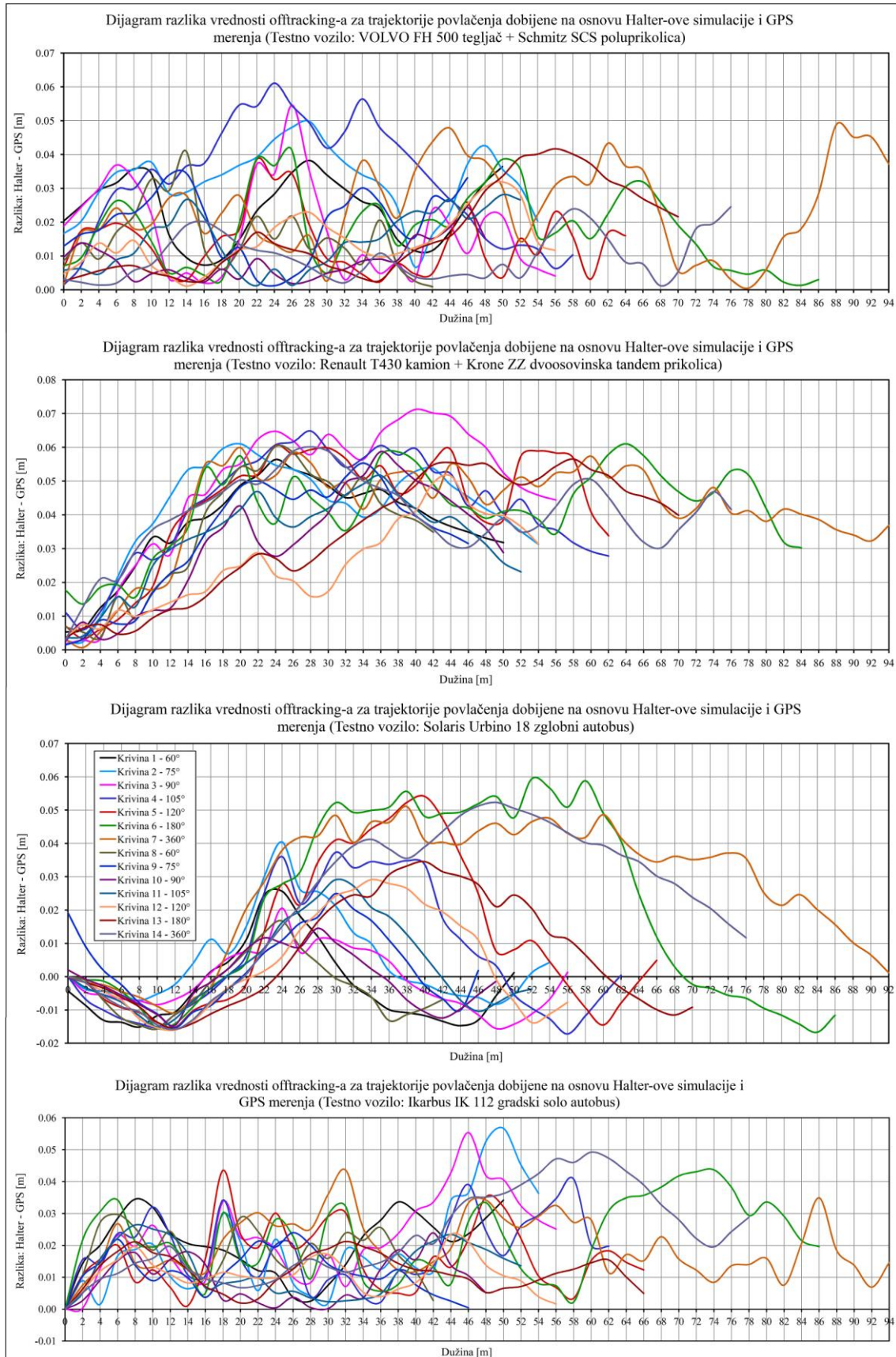


Slika 3.26 Poređenje trajektorija povlačenja šlepera (Volvo FH 500 tegljač + Schmitz SCS poluprikolica) dobijenih na osnovu: a) GPS merenja; b) Halter-ove simulacije

Suština poređenja trajektorija povlačenja dobijenih iz GPS merenja i Halter-ove simulacije jeste da se utvrdi koje trajektorije su na "strani sigurnosti", odnosno, koje imaju veće vrednosti offtracking-a. Da bi se ovo poređenje efikasno izvelo, napisana je nova AutoLISP rutina pod imenom "LINSORT", koja uzima sve izabrane (selektovane) normale, i formira od njihovih dužina listu po istom redosledu kako su normale prvobitno nacrtane u AutoCAD-u. Novoformirana lista sa dužinama normala zatim se skladišti u *.txt* fajl pogodan za dalju obradu. Kodni zapis "LINSORT" rutine dat je u prilogu C-9 na kraju disertacije.

Kako se normale za trajektorije povlačenja iz GPS merenja i Halter-ove simulacije međusobno preklapaju, za svaki manevar skretanja bilo je neophodno dva puta uzastopno primeniti komandu "LINSORT", pod uslovom da su normale za dve različite trajektorije povlačenja iscrtane u različitim slojevima (na engleskom: "layers"). Tako su za svaki manevar skretanja generisana po dva *.txt* fajla sa dužinama normala. Generisani fajlovi sa podacima posle su jednostavno uneseni u Excel, gde su dužine normala predstavljene kao nizovi realnih brojeva. Konačno, za svako testno vozilo i za svaki manevar skretanja sračunata je u Excel-u razlika dužina normala, odnosno, razlika vrednosti offtracking-a za trajektorije povlačenja dobijene na osnovu GPS merenja i Halter-ove simulacije. Tako dobijene razlike vrednosti offtracking-a, sračunate na svakih 2.0 m dužine vodećih putanja, prikazane su u formi dijagrama za 14 manevara skretanja koliko je svako testno vozilo izvelo tokom testiranja.

Ukupno su nacrtana 4 dijagrama (za svako testno vozilo po jedan), sa po 14 krivih koje predstavljaju razlike vrednosti offtracking-a, odnosno, dužina iscrtanih normala za svaki od izvedenih manevara skretanja. Razlike dužina normala, kao i prateći dijagrami za sva testna vozila i manevre skretanja, prikazani su detaljno u prilogu D na kraju disertacije (za Volvo FH 500 tegljač sa Schmitz SCS poluprikolicom u prilogu D-1, za Renault T430 kamion sa Krone ZZ dvoosovinskom prikolicom u prilogu D-2, za Solaris Urbino 18 zglobni autobus u prilogu D-3 i za Ikarbus IK 112 gradski solo autobus u prilogu D-4). Na slici 3.27 identični dijagrami prikazani su u sitnijoj razmeri, kako bi se na jednom mestu praktično sagledalo kako se menjaju razlike vrednosti offtracking-a (Halter - GPS) za sva testna vozila.



Slika 3.27 Dijagrami razlika vrednosti offtracking-a za sva testna vozila (Halter - GPS)

Statističkom analizom eksperimentalnih rezultata prikazanih u prilogu D, odnosno, razlika vrednosti offtracking-a između trajektorija povlačenja dobijenih na osnovu GPS merenja i Halter-ove simulacije (tabela 3.2), došlo se do sledećih zaključaka:

- za sva testna vozila, srednje vrednosti offtracking-a za trajektorije povlačenja dobijene Halter-ovom simulacijom, veće su od srednjih vrednosti offtracking-a dobijenih eksperimentalnim putem iz GPS merenja, odnosno, trajektorije povlačenja iz Halter-ove simulacije su na "strani sigurnosti";
- srednja vrednost razlika offtracking-a između Halter-ove simulacije i GPS merenja najveća je za trajektorije povlačenja drugog testnog vozila (Renault T430 kamion + Krone ZZ dvoosovinska prikolica), a najmanja za trajektorije povlačenja od zglobnog autobusa (Solaris Urbino 18);
- standardna devijacija razlika vrednosti offtracking-a najveća je za trajektorije povlačenja zglobnog autobusa (Solaris Urbino 18), a najmanja za trajektorije od gradskog autobusa (Ikarbus IK 112);
- varijansa razlika vrednosti offtracking-a najveća je za trajektorije povlačenja zglobnog autobusa, a najmanja za trajektorije od gradskog autobusa.

Tabela 3.2 Rezultati statističke analize razlika vrednosti offtracking-a između trajektorija povlačenja dobijenih na osnovu Halter-ove simulacije i GPS merenja

Statistički pokazatelji za sve sračunate razlike vrednosti offtracking-a (Halter - GPS)			
Testna vozila	Srednja vrednost [mm]	Varijansa [mm]	Standardna devijacija [mm]
Volvo FH 500 + Schmitz SCS	18.72	0.17	12.85
Renault T430 + Krone ZZ	38.22	0.28	16.59
Solaris Urbino 18	9.44	0.40	20.07
Ikarbus IK 112	17.34	0.12	11.12

Poređenjem dijagrama koji prikazuju razlike vrednosti offtracking-a za testna vozila iz priloga D može se uočiti da su kod svih testnih vozila, osim kod Solaris-ovog zglobnog autobusa, razlike vrednosti offtracking-a veće od nule duž svih odseka vodećih putanja. Međutim, kod Solaris-ovog zglobnog autobusa, na početnim i krajnjim odsecima

vodećih putanja ove razlike su negativne, odnosno, vrednosti offtracking-a za trajektorije povlačenja dobijene GPS merenjem veće su za 0.015 - 0.020 m u odnosu na one dobijene Halter-ovom simulacijom. Drugim rečima, kod zglobnog autobusa na početnim i krajnjim odsecima vodećih putanja, trajektorije povlačenja generisane iz Halter-ovih simulacija, nisu na strani "sigurnosti". Ipak, posmatrajući ukupni prosek na svim odsecima vodećih putanja, odnosno, srednju vrednost razlika offtracking-a između Halter-ove simulacije i GPS merenja, dobija se pozitivna vrednost.

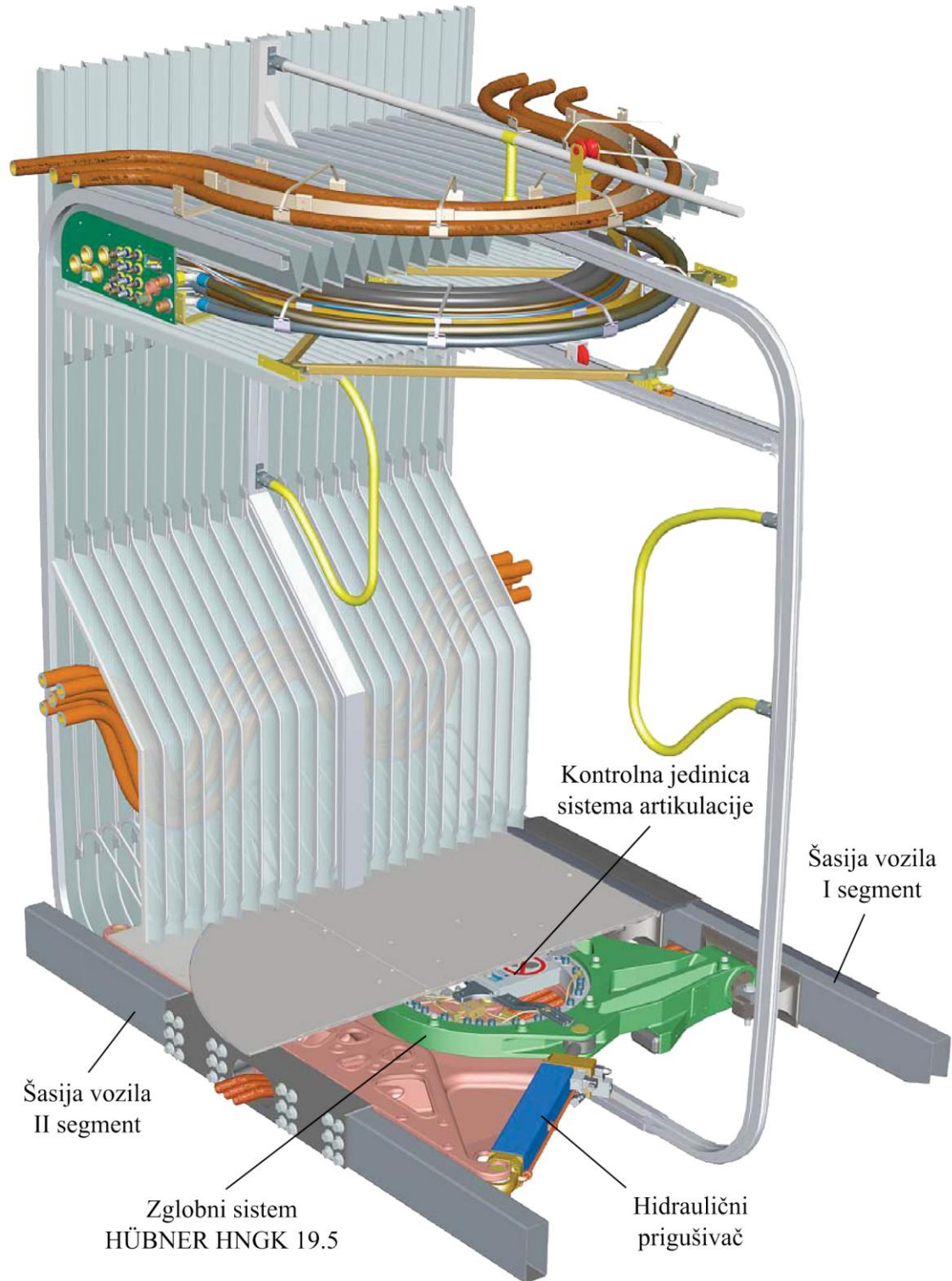
Uzrok veće "devijacije" razlika vrednosti offtracking-a duž pojedinih odseka vodećih putanja kod Solaris-ovog zglobnog autobusa, može se opravdati pre svega veoma složenom konstrukcijom sistema artikulacije kod ovakve vrste vozila. Na slici 3.28 prikazan je zglob sistema Hübner HNGK 19.5 sa hidrauličnim prigušivačima (damperima), koji čini sastavni deo konstrukcije sistema artikulacije Solaris-ovog zglobnog autobusa. Zglob je fotografisan na zglobnom autobusu koji se u tom trenutku nalazio u servisnoj radionici na remontu, a koji je po svojim tehničkim karakteristikama u potpunosti identičan kao i Solaris-ov zglobni autobus korišćen u eksperimentu.



Slika 3.28 Konstrukcija zgloba na šasiji zglobnog autobusa Solaris Urbino 18

Radom zglobnog sistema upravlja elektronska kontrolna jedinica smeštena neposredno iznad centra horizontalnog zgloba (slika 3.29), koja zapravo kontroliše rad hidrauličnih prigušivača. Ovaj elektro-hidraulični sistem reaguje na komande upravljača tako što

menja ugao artikulacije između prvog i drugog segmenta šasije zglobnog autobusa. Takođe, zadatak hidrauličnih prigušivača je da stabilizuju oba segmenta šasije zglobnog autobusa i kada autobus ne skreće, odnosno, kada vozi samo pravo.



Slika 3.29 3D presek kroz konstrukciju sistema artikulacije na zglobnom autobusu Solaris Urbino 18 (izvor: Hübner 2018)

Kontrolna jedinica sistema artikulacije pod stalnim je "nadzorom" centralnog kompjutera koji registruje komande vozača i prenosi ih dalje na upravljački sistem, kao i na druge savremene sisteme koji kontrolišu kretanje vozila, u prvom redu elektronski sistem stabilnosti (na engleskom: ESP - Electronic Stability Program). Zbog bezbednosti vožnje, ESP sistem na Solaris-ovom zglobnom autobusu nije moguće u potpunosti isključiti bez odlaska vozila u specijalizovani servisni centar i reprogramiranja centralnog kompjutera. Pošto je to bilo tehnički nemoguće izvesti na testnom poligonu, sve vreme testiranja ESP sistem bio je uključen. Upravo zbog toga, veće vrednosti offtracking-a za trajektorije povlačenja dobijene iz GPS merenja mogu se pripisati previše "nervoznom" reagovanju ESP sistema svaki put kada bi vozilo kočilo ili se zaustavljalo. U tim trenucima, elektronska kontrolna jedinica sistema artikulacije je pod uticajem ESP sistema reagovala sa izvesnom zadržkom, odnosno, hidraulični prigušivači koji pokreću horizontalni zglob nešto kasnije su aktivirani. Po programu eksperimenta, sva testna vozila uvek su se zaustavljala na krajevima ulaznih i izlaznih tangenti vodećih putanja, pa je i očekivano što su se upravo na tim mestima pojavile nešto veće vrednosti offtracking-a za realno snimljene položaje zglobnog autobusa, odnosno, za trajektorije povlačenja iz GPS merenja.

3.9 Zaključak rezultata eksperimenta

Imajući u vidu sve analizirane rezultate eksperimenta, kao referentne trajektorije testnih vozila, za dalje analize usvojene su trajektorije povlačenja dobijene na osnovu Halter-ove simulacije. Ove trajektorije korišćene su kasnije za sve uporedne analize u AutoCAD-u prilikom razvoja i testiranja matematičkog modela za proračun trajektorija povlačenja vozila. Ovde je važno još jednom istaknuti da su sve simulacije kretanja testnih vozila primenom Halter-ovog postupka izvedene sa korakom simulacije od 0.20 m. Ako se usvoji veća dužina koraka simulacije ($k \geq 1.0$ m), rastojanja između graničnih trajektorija vozila, odnosno, širine tragova točkova neznatno se smanjuju. U tom slučaju, vrednosti offtracking-a dobijene iz Halter-ove simulacije bi na većem broju odseka vodećih putanja bile manje od onih dobijenih iz GPS merenja.

4 Razvoj matematičkog modela za proračun trajektorije povlačenja vozila

4.1 Osnovni ciljevi razvoja novog matematičkog modela za proračun trajektorije povlačenja vozila

Da bi se trajektorije povlačenja vozila uopšte mogle racionalno matematički definisati, prvo je neophodno odrediti tačan položaj vozila u odnosu na geometriju vodeće kružne putanje na svim njenim elementima. Kod samostalnog vozila sa jednom krutom bazom zadatu vodeću putanju po pravilu prati bazna tačka te krute baze. Tokom manevra skretanja menja se trenutni skretni ugao između osovine krute baze vozila i tangente na kružni luk u tački gde se trenutno nalazi bazna tačka dok prati kružni luk, odnosno, između osovine krute baze i izlazne tangente kada bazna tačka vozila sledi tu izlaznu tangentu. Jednostavnije rečeno, za tačno definisanje položaja samostalnog vozila neophodno je znati dva geometrijska parametra: položaj bazne tačke vozila duž vodeće putanje, kao i skretni ugao između osovine krute baze i odgovarajuće tangente, u zavisnosti od odseka vodeće putanje kojeg prati pomenuta bazna tačka.

Kod kombinovanih vozila (bilo sa dva ili više slogova) problem se posledično dodatno usložnjava zato što je, pored položaja vodećeg vozila, potrebno odrediti i položaje priključnih vozila. Za definisanje položaja vodećeg vozila, kao i u slučaju samostalnog vozila, potrebno je znati dva parametra (lokaciju bazne tačke i skretni ugao), dok se za određivanje tačnog položaja priključnog vozila mora sračunati ugao artikulacije (preloma) između osovina krutih baza vodećeg i priključnog vozila. Sa poznatim položajem vodećeg vozila određena je i lokacija zgloba, odnosno, kuke za koju se kači priključno vozilo. Za svako sledeće priključno vozilo neophodno je samo sračunati ugao artikulacije između osovina njegove i krute baze njemu prethodnog priključnog vozila. Tek kada su poznati položaj bazne tačke i skretni ugao vodećeg vozila, kao i odgovarajući uglovi artikulacije priključnih vozila, moguće je u potpunosti definisati položaj svih slogova kombinovanog vozila u odnosu na vodeću putanju.

U ovom poglavljuju će kao dodatak razvijenim matematičkim modelima za određivanje položaja bazne tačke i skretnih uglova samostalnog (vodećeg), odnosno uglova artikulacije priključnih vozila, biti prikazani i alati za proračun koordinata tačaka koje opisuju trajektorije povlačenja samostalnog i kombinovanih vozila sa dva i tri sloga.

4.2 Analiza primene koncepta ekvivalentne baze za proračun trajektorije povlačenja kombinovanih vozila

Uvođenjem koncepta "ekvivalentne baze", Woodrooffe i ost. (1983) pokušali su da proračun vrednosti offtracking-a za složeno kombinovano vozilo svedu na matematički mnogo jednostavniji proračun offtracking-a za samostalno, tj. jedinično vozilo. Ceo matematički postupak za proračun ekvivalentne baze već je detaljno opisan u okviru potpoglavlja **2.3.3.2**.

Prema analiziranoj literaturi (Dragčević i ost. 2008), postoji veoma mali broj studija i konkretnih istraživanja u kojima je analizirana primenljivost koncepta "ekvivalentne krute baze" za konstrukciju trajektorija povlačenja. Upravo je to bio glavni motiv da se u okviru ovog poglavlja detaljnije ispita validnost i testira tačnost koncepta ekvivalentne baze u poređenju sa referentnim trajektorijama povlačenja kombinovanih vozila dobijenim primenom Halter-ovog postupka. Zapravo, osnovni cilj bio je da se utvrdi da li je na svim odsecima vodeće putanje trajektorija povlačenja, konstruisana pomoću ekvivalentne krute baze zamenskog vozila, umereno na "strani sigurnosti" u odnosu na trajektoriju povlačenja dobijenu na osnovu Halter-ove simulacije kretanja izvornog kombinovanog vozila.

Za dve najčešće zastupljene konfiguracije teških teretnih vozila koja saobraćaju na putnoj mreži Srbije (tegljač sa poluprikolicom i kamion sa običnom dvoosovinskom prikolicom), primenom Halter-ovog postupka, iscrtane su trajektorije povlačenja. Zatim su te trajektorije upoređene sa trajektorijama povlačenja dobijenim takođe na osnovu Halter-ove simulacije kretanja zamenskih vozila duž istih vodećih putanja. Kinematički model III usvojen je za oba posmatrana kombinovana vozila, pa su i dužine njihovih krutih baza i trajektorije povlačenja definisane u skladu sa ovim tipom kinematičkog

modela (poglavljje 2.2). Maksimalne širine zamenskih vozila iste su kao i maksimalne širine izabranih kombinovanih vozila. Dužine krutih baza zamenskih vozila jednake su dužinama ekvivalentnih baza, sračunatih primenom jednačina iz SAE metode (Woodrooffe i ost. 1983) za svako od kombinovanih vozila. Za oba zamenska vozila takođe je usvojen kinematički model III (poglavljje 2.2).

Na slici 4.1 prikazana su izabrana kombinovana vozila i njima odgovarajuća zamenska vozila sa dužinama krutih baza jednakim prethodno sračunatim dužinama ekvivalentnih baza. Prvo izabrano vozilo je isto kao i prvo testno vozilo, odnosno, šleper u konfiguraciji Volvo FH 500 tegljač na koji je zakačena Schmitz SCS poluprikolica. Drugo izabrano vozilo je kamion sa klasičnom dvoosovinskom prikolicom koja ima prednju obrtnu osovinu sa rudom (na engleskom: "dolly"). Pošto kombinovano vozilo ovakve konfiguracije nije korišćeno za testne vožnje u eksperimentu, njegove osnovne dimenzije usvojene su iz nemačkih standarda za merodavna vozila pri projektovanju puteva (FGSV 2001). Oba zamenska vozila u stvari predstavljaju samostalna vozila sa dužinama krutih baza jednakim sračunatim ekvivalentnim bazama.

Na osnovu poznatih dimenzija izabranih vozila sa slike 4.1, i primenom prethodno izvedene jednačine (2.21) za proračun ekvivalentne baze iz potpoglavlja 2.3.3.2:

$$w_{be} = \sqrt{\sum_{i=1}^n wb_i^2 - \sum_{i=1}^{n-1} d_i^2} \quad (2.21)$$

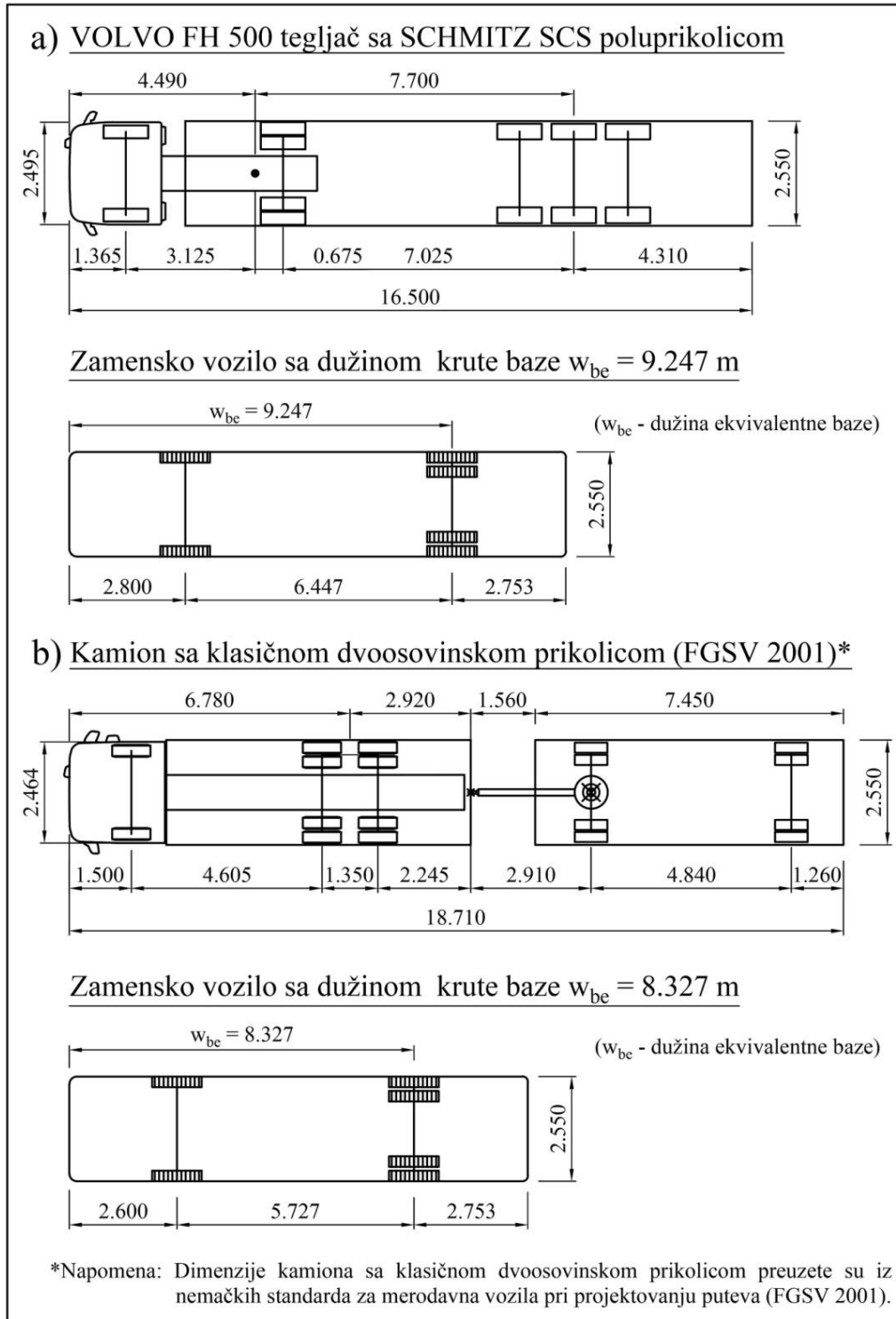
sračunata je dužina ekvivalentne krute baze za prvo izabrano kombinovano vozilo:

$$w_{be1} = \sqrt{(4.490 + 0.675)^2 + 7.700^2 - 0.675^2} = 9.247 \text{ m} \quad (4.1)$$

Primenjujući istu jednačinu i za drugo kombinovano vozilo, dobija se da je dužina ekvivalentne baze:

$$w_{be2} = \sqrt{6.780^2 + 2.910^2 + 4.840^2 - 2.920^2} = 8.327 \text{ m} \quad (4.2)$$

Sada, kada su poznate dužine krutih baza zamenskih vozila, primenom Halter-ovog postupka, odnosno, simulacijom kretanja kombinovanih i njima odgovarajućih zamenskih vozila duž iste vodeće putanje, iscertane su trajektorije povlačenja za ova vozila u softveru GCM++ (Gavran 2013).

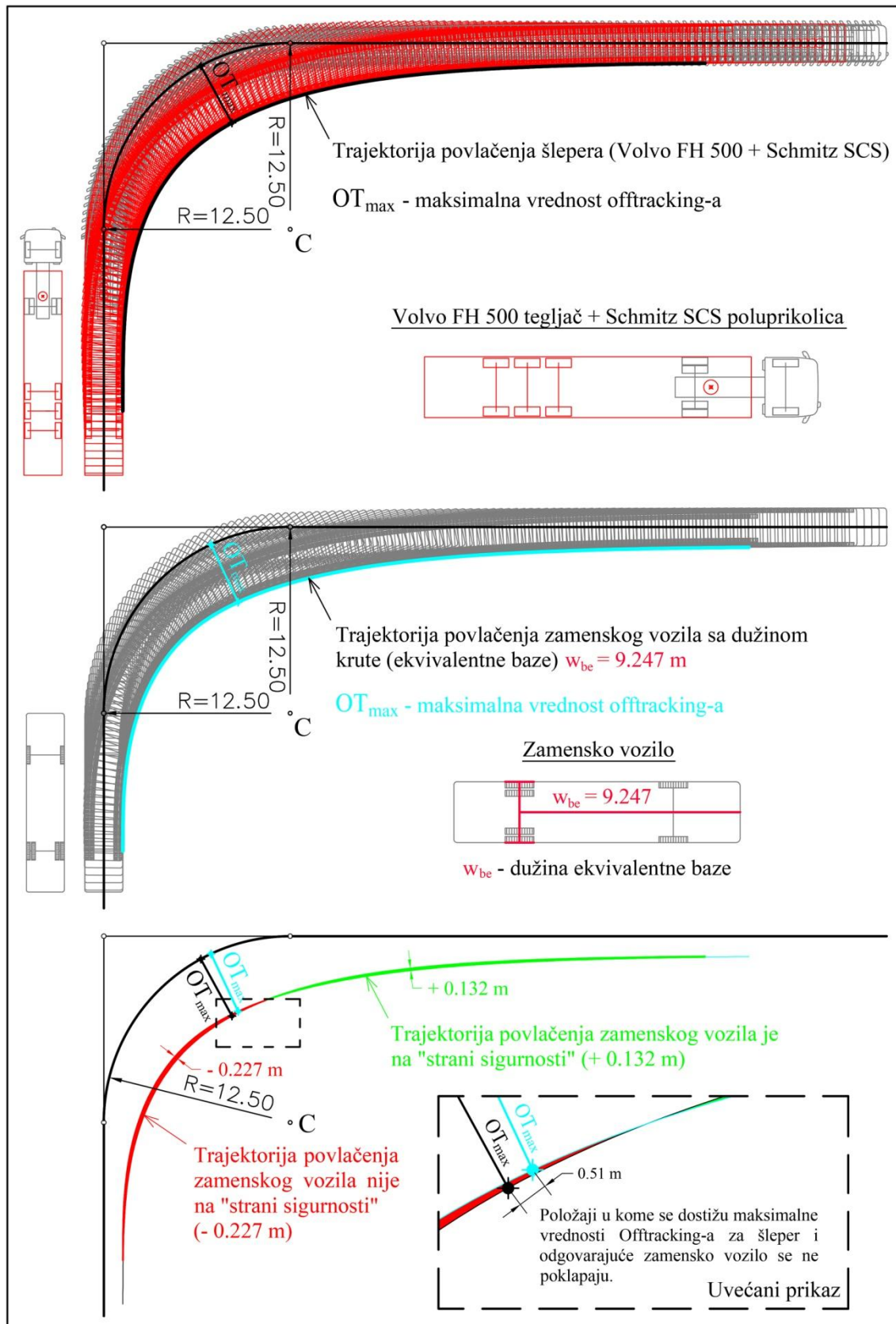


Slika 4.1 Dimenzije vozila koje pri proračunu offtracking-a po SAE metodi zamenjuje kombinovano vozilo: a) sa dva sloga (šleper); b) sa tri sloga (kamion sa prikolicom)

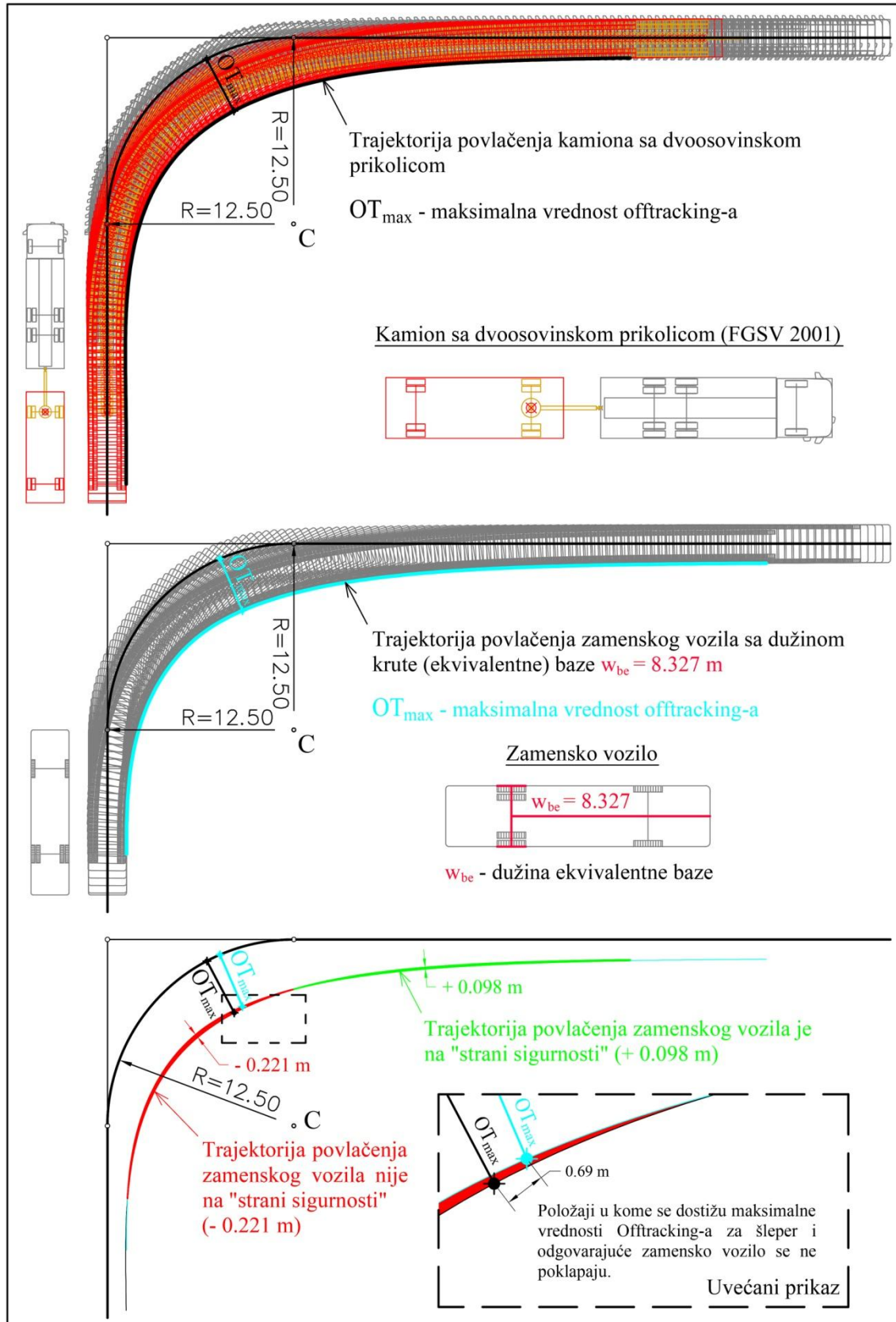
Na osnovu međusobnog poređenja trajektorija povlačenja od dugačkih kombinovanih i njihovih zamenskih vozila, prikazanih na slikama 4.2 i 4.3, zaključeno je sledeće:

- Trajektorije povlačenja kombinovanih i odgovarajućih zamenskih vozila u oba slučaja (šleper i kamion sa prikolicom) ne poklapaju se idealno;
- Sve dok se vozila kreću duž kružnog odseka vodeće putanje i počnu da se ispravljaju duž izlazne tangente, nakon dostizanja položaja sa maksimalnom vrednošću offtracking-a (OT_{max}), trajektorije povlačenja zamenskih vozila nisu na "strani sigurnosti" u odnosu na trajektorije povlačenja kombinovanih vozila;
- Nakon što bazne tačke zamenskih vozila, mereno od kraja kružnog luka, pređu rastojanje približno jednako dužini tih vozila i dalje nastave da prate izlaznu tangentu sve do kraja vodeće putanje, trajektorije povlačenja zamenskih prelaze na "stranu sigurnosti" u odnosu na trajektorije povlačenja kombinovanih vozila;
- Kod kombinovnog vozila sastavljenog od tri sloga (kamion sa prikolicom), odstupanja između trajektorija povlačenja kombinovanog i zamenskog vozila (slika 4.3) manja su nego između trajektorija povlačenja za kombinovano vozilo sa dva sloga (šleper) i njemu odgovarajuće zamensko vozilo (slika 4.2);
- Što se kombinovano vozilo sastoji od više slogova (jedinica) približno jednake dužine, to će i odstupanja između trajektorija povlačenja tog kombinovanog i njemu odgovarajućeg zamenskog vozila biti manja;
- Kombinovano vozilo, bilo sa dva ili tri sloga, dostiže maksimalnu vrednost offtracking-a (OT_{max}) u situaciono različitom položaju u odnosu na njemu odgovarajuće zamensko vozilo.

Navedeni zaključci jasno pokazuju da pri upotrebi Halter-ovog postupka za simulaciju kretanja, trajektorije povlačenja zamenskih vozila samo delimično odgovaraju realnim trajektorijama povlačenja kombinovanih vozila koje u stvari menjaju. Zato je koncept ekvivalentne baze, kao osnovu za dalji razvoj matematičkog modela za proračun trajektorija povlačenja vozila, racionalno primeniti samo na onim odsecima vodeće putanje gde je trajektorija povlačenja zamenskog na "strani sigurnosti" u odnosu na trajektoriju povlačenja izvornog kombinovanog vozila. U skladu sa tim i na osnovu prethodnih zaključaka, primena koncepta ekvivalentne baze za proračun trajektorije povlačenja dugačkog kombinovanog vozila opravdana je u slučajevima kada se to kombinovano vozilo ispravlja duž izlazne tangente vodeće putanje, i to nakon dostizanja maksimalne vrednosti offtracking-a OT_{max} .



Slika 4.2 Poređenje trajektorija povlačenja dobijenih na osnovu Halter-ove simulacije za tegljač sa poluprikolicom i odgovarajuće zamensko vozilo



Slika 4.3 Poređenje trajektorija povlačenja dobijenih na osnovu Halter-ove simulacije za kamion sa dvoosovinskom prikolicom i odgovarajuće zamensko vozilo

4.3 Proračun tačnog položaja sa maksimalnom vrednošću offtracking-a za vozilo sa jednom krutom bazom

U potpoglavlju 2.3.4, detaljno je analizirana primena ICAO-ovog matematičkog modela za proračun offtracking-a centra zadnjeg stajnog trapa aviona. Tu je posebno naglašeno da se sve izvedene formule u ICAO-ovom modelu za proračun offtracking-a krute baze aviona mogu na identičan način primeniti i za proračun offtracking-a jediničnog (samostalnog) vozila. Za razliku od krute baze aviona gde je bazna tačka situaciono bila smeštena tačno u centru pilotske kabine, na krutoj bazi samostalnog vozila bazna tačka definisana je kao najjisturenija tačka na sredini prednjeg branika (kinematički model III).

U istom poglavlju, takođe je pokazano da se položaji krute baze aviona (samostalnog vozila) u momentu kada je dostignut maksimalni offtracking OT_{max} i maksimalni trenutni skretni ugao β_{max} ne poklapaju. Naime, na izlaznoj tački kružne krivine, gde je najveća vrednost trenutnog skretnog ugla, ne dostiže se i maksimalna vrednost offtracking-a OT_{max} , već se ta vrednost dostiže tek kada bazna tačka krute baze vozila, pomerajući se duž izlazne tangente, u jednom trenutku dostigne udaljenost FOT_{max} od kraja kružnog luka. Stoga, ključni zadatak jeste izvesti tačne analitičke obrasce za proračun dužine FOT_{max} i trenutnog skretnog ugla β_d između podužne ose krute baze vozila i izlazne tangente u položaju kada je dostignut maksimalni offtracking OT_{max} .

Pošto je u suštini potrebno odrediti dve nepoznate veličine (FOT_{max} i β_d), po elementarnoj matematičkoj logici, neophodno je formirati sistem od dve jednačine sa dve nepoznate. Prva jednačina već je izvedena u potpoglavlju 2.3.4 kao najvažnija jednačina za drugi segment ICAO-ovog matematičkog modela.

$$\ln\left(\tan\left(\frac{\beta}{2}\right)\right) = \ln\left(\tan\left(\frac{\beta_{max}}{2}\right)\right) - \frac{F}{d} \quad (2.90)$$

Ova jednačina definiše kako se, u zavisnosti od maksimalnog trenutnog skretnog ugla β_{max} na izlaznoj tački kružnog luka, može sračunati trenutni skretni ugao β u momentu kada se bazna tačka vozila (kabina aviona) nađe na odstojanju F od ove izlazne tačke. U transformisanom obliku jednačina (2.90) svedena je na:

$$\ln \left[\frac{\tan\left(\frac{\beta}{2}\right)}{\tan\left(\frac{\beta_{max}}{2}\right)} \right] = -\frac{F}{d} \quad (2.91)$$

Daljom transformacijom, prethodna jednačina može se napisati u pogodnijem obliku:

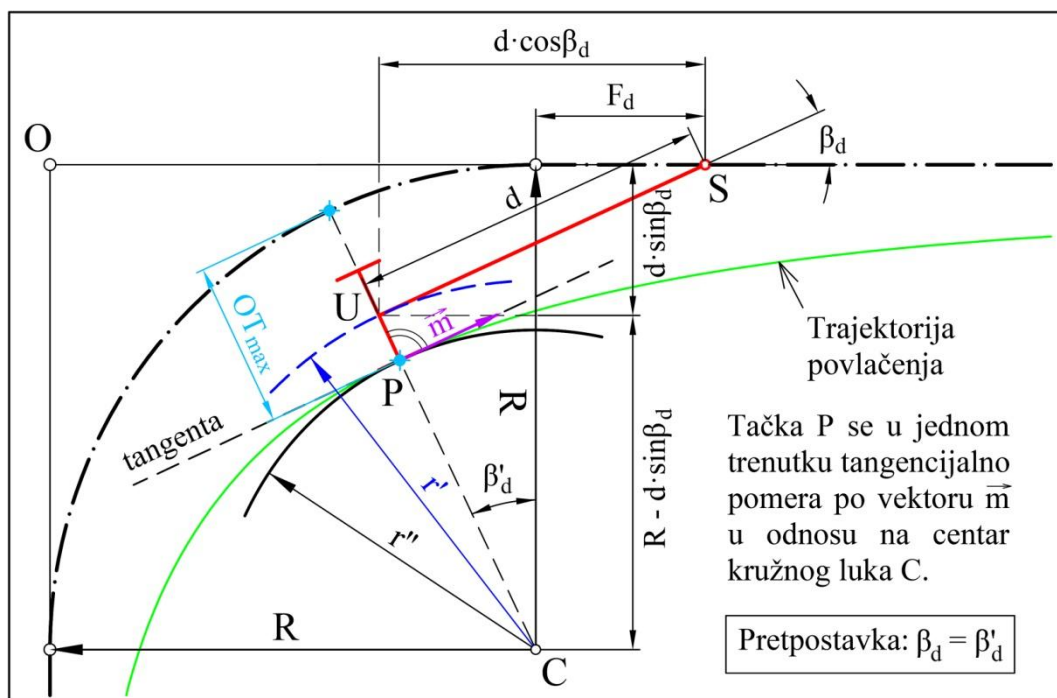
$$F = d \cdot \ln \left[\frac{\tan\left(\frac{\beta_{max}}{2}\right)}{\tan\left(\frac{\beta}{2}\right)} \right] \quad (4.3)$$

Pošto jednačina (4.3) važi u opštem slučaju, odnosno, za sve karakteristične položaje kada bazna tačka vozila počne da prati izlaznu tangentu, za drugu jednačinu sistema bilo je neophodno pronaći još neku pouzdanu funkcionalnu zavisnost između dužine F i ugla β , koja bi važila samo u položaju sa maksimalnim offtracking-om.

Tražena funkcionalna zavisnost prvi put je u eksplicitnom obliku navedena u radu D. Gavrana pod nazivom: "Refined taxiway fillet design procedure", koji se trenutno nalazi u završnoj pripremi za publikovanje. Naime, u ovom radu nakon detaljne analize ICAO standarda (ICAO 2005), dokazano je da postoji samo jedan položaj samostalnog vozila (aviona) u kome se dostiže maksimalna vrednost offtracking-a, i to tek onda kada bazna tačka krute baze S napusti kružni luk, a vozilo počne postepeno da se ispravlja duž izlazne tangente.

U navedenom radu posebno je naglašeno da se isključivo i samo u položaju sa maksimalnim offtracking-om centar zadnje fiksne osovine samostalnog vozila U (ili centar zadnjeg stajnog trapa aviona) "tangentno" pomera duž vektora \vec{m} u odnosu na centar kružne krivine C (slika 4.4). Neposredno pre i posle nego što bazna tačka krute baze S, pomerajući se duž izlazne tangente, dostigne udaljenost F_d od kraja kružnog luka, centar zadnje fiksne osovine U udaljeniji je od centra C. Ali samo u jednom trenutku kada bazna tačka S pređe tačno dužinu F_d , centar fiksne osovine U najbliži je centru C vodeće kružne putanje (a istovremeno i najudaljeniji od iste te

kružne putanje). Analogno, samo u ovom položaju centar unutrašnjeg zadnjeg točka P vozila u krivini pomera se "tangentno" po vektoru \vec{m} u odnosu na centar kružne krivine C, a kružni luk sa centrom u tački C i poluprečnikom $r'' = \overline{CP}$ ne seče ni jednim svojim delom trajektoriju povlačenja. Takođe, samo u tom istom položaju vektor pomeraja \vec{m} upravan je u odnosu na pravu koja prolazi kroz centar zadnje osovine U i kružne krivine C, odnosno, paralelan je sa podužnom osom samostalnog vozila (aviona). U svim drugim položajima (slučajevima) vektor pomeraja tačke P nije paralelan podužnoj osi vozila, a kružni lukovi konstruisani sa centrom u tački C i poluprečnikom $r'' = \overline{CP}$ uvek seku trajektoriju povlačenja. Jedino pod uslovom da se centar zadnje osovine U "tangentno" pomera u odnosu na centar krivine C, može se pretpostaviti da je ugao β_d , koji zaklapa podužna osa krute baze vozila sa izlaznom tangentom, jednak uglu β'_d između potega iz centra C ka zadnjoj osovini (slika 4.4).



Slika 4.4 Pretpostavka o jednakosti uglova β_d i β'_d u položaju vozila kada je dostignuta maksimalna vrednost offtracking-a OT_{max} ¹

U tom položaju, udaljenost bazne tačke vozila od početka izlazne tangente, koja je označena sa F_d na slici 4.4, predstavlja zapravo nepoznatu dužinu FOT_{max} za koju se

¹ Slika je preuzeta iz rada pod nazivom: "Refined taxiway fillet design procedure" autora D. Gavrana. Predmetni rad trenutno se nalazi u završnoj pripremi za publikovanje.

izvodi konkretan analitički obrazac. Iako je ova pretpostavka dokazana na osnovu izvedenih simulacija kretanja aviona primenom Halter-ovog postupka, ona se analogno može primeniti za sve krute baze samostalnih vozila. Jedini uslov jeste da dužina krutih baza tih samostalnih vozila (aviona) bude manja od radijusa kružne krivine vodeće putanje, odnosno, treba da važi nejednakost $R > d$, kao što je to bio slučaj kod ICAO-ovog matematičkog modela (ICAO 2005).

Zbog pojednostavljena daljeg izvođenja analitičkih izraza usvaja se sledeća notacija:

$$\beta_d = \beta'_d = \beta \quad (4.4)$$

$$F = F_d = FOT_{\max} \quad (4.5)$$

Sa slike 4.4, koristeći jednostavne geometrijske odnose i prethodne identitete (4.4) i (4.5), postavlja se jednakost:

$$d \cdot \cos \beta - F = (R - d \cdot \sin \beta) \cdot \operatorname{tg} \beta \quad (4.6)$$

Iz jednakosti (4.6) dužina F dalje se može izraziti kao:

$$F = d \cdot \cos \beta - (R - d \cdot \sin \beta) \cdot \operatorname{tg} \beta \quad (4.7)$$

Pošto se nepoznati ugao β kreće u intervalu $0 < \beta < \beta_{\max}$, a β_{\max} je uvek manje od 90° , cela jednačina (4.7) može se pomnožiti sa $\cos \beta$, jer je $\cos \beta > 0$ za $0 < \beta < 90^\circ$:

$$F \cdot \cos \beta = d \cdot \cos^2 \beta - R \cdot \sin \beta + d \cdot \sin \beta \cdot \sin \beta \quad (4.8)$$

$$F \cdot \cos \beta = d \cdot (\cos^2 \beta + \sin^2 \beta) - R \cdot \sin \beta \quad (4.9)$$

Iz osnova trigonometrije poznato je da $\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$, pa se konačno dobija druga potrebna jednačina sistema kao:

$$\boxed{F = \frac{d - R \cdot \sin \beta}{\cos \beta}} \quad (4.10)$$

Jednačine (4.3) i (4.10) fomiraju traženi sistem od 2 jednačine sa 2 nepoznate (dužina F i ugao β) koje je potrebno odrediti. Ovaj sistem najlakše je rešiti ako se desne strane obe jednačine sistema izjednače:

$$\frac{d - R \cdot \sin \beta}{\cos \beta} = d \cdot \ln \left[\frac{\tan \left(\frac{\beta_{max}}{2} \right)}{\tan \left(\frac{\beta}{2} \right)} \right] \quad (4.11)$$

Obe strane novoformirane jednakosti mogu se podeliti sa dužinom krute baze d :

$$d \cdot \frac{1 - \frac{R}{d} \cdot \sin \beta}{\cos \beta} = d \cdot \ln \left[\frac{\tan \left(\frac{\beta_{max}}{2} \right)}{\tan \left(\frac{\beta}{2} \right)} \right] \quad (4.12)$$

$$\frac{1}{\cos \beta} - \frac{R}{d} \cdot \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \ln \left[\frac{\tan \left(\frac{\beta_{max}}{2} \right)}{\tan \left(\frac{\beta}{2} \right)} \right] \quad (4.13)$$

Analitički izraz za sračunavanje maksimalne vrednosti trenutnog skretnog ugla β_{max} već je poznat iz ICAO-ovog modela, odnosno, potpoglavlja **2.3.4** kao jednačina (2.67):

$$\tan \left(\frac{\beta_{max}}{2} \right) = \frac{1 - e^{K\theta_s}}{X - K - X \cdot e^{K\theta_s} - K \cdot e^{K\theta_s}} \quad (2.67)$$

S obzirom da je $X = R/d$ i $K = \sqrt{X^2 - 1}$, vrednost ugla β_{max} direktno zavisi od radijusa R kružne krivine vodeće putanje, dužine krute baze d i skretnog ugla θ_s , koji svi redom predstavljaju konstantne veličine. Analogno tome, i ugao β_{max} predstavlja konstantnu vrednost. Stoga, u cilju lakšeg rešavanja jednačine (4.13), uvedena je konstanta c :

$$c = \tan \left(\frac{\beta_{max}}{2} \right) \quad (4.14)$$

Sa istim ciljem, koriste se i trigonometrijske formule dvostrukog ugla izražene pomoću tangensa polovine ugla:

$$\cos \beta = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\beta}{2} \right)}{1 + \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\beta}{2} \right)} \quad (4.15)$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\beta}{2} \right)}{1 - \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\beta}{2} \right)} \quad (4.16)$$

čijom primenom jednakost (4.13) dobija oblik:

$$\frac{1}{1 - \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\beta}{2} \right)} - \frac{R}{d} \cdot \operatorname{tg} \beta = \ln \left[\frac{c}{\tan \left(\frac{\beta}{2} \right)} \right] \quad (4.17)$$

$$\frac{1 + \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\beta}{2} \right)}{1 - \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\beta}{2} \right)} - \frac{R}{d} \cdot \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\beta}{2} \right)}{1 - \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\beta}{2} \right)} = \ln \left[\frac{c}{\tan \left(\frac{\beta}{2} \right)} \right] \quad (4.18)$$

Konačno, uvođenjem smene $t = \operatorname{tg} \left(\frac{\beta}{2} \right)$ jednačina (4.18) transformiše se u:

$$\frac{1+t^2}{1-t^2} - \frac{R}{d} \cdot \frac{2 \cdot t}{1-t^2} = \ln \left(\frac{c}{t} \right) \quad (4.19)$$

$$\boxed{\ln \left(\frac{c}{t} \right) = \frac{1 - 2 \cdot \frac{R}{d} \cdot t + t^2}{1 - t^2}} \quad (4.20)$$

Izvedena jednačina (4.20) predstavlja najvažniju jednačinu za proračun ugla $\beta(\beta_d)$, odnosno, dužine F , koje je neophodno sračunati da bi se tačno odredio položaj vozila sa maksimalnim offtracking-om OT_{\max} . Poslednja jednačina tačna je samo uz uslov $R/d > 1$, i ona spada u grupu transcendentnih jednačina koje se ne mogu rešiti klasičnim postupcima matematičke analize za rešavanje običnih jednačina sa prirodnim logaritmima. Jedina nepoznata veličina u jednačini je promenljiva t , odnosno ugao $\beta(\beta_d)$ između izlazne tangente i podužne ose krute baze vozila. Pošto se vrednost trenutnog skretnog ugla β kreće u intervalu $0 < \beta < \beta_{\max}$, onda se i vrednost promenljive t , s obzirom na prethodno uvedenu smenu, kreće u opsegu:

$$0 < t < \operatorname{tg} \left(\frac{\beta_{\max}}{2} \right) \quad (4.21)$$

Ako se uzme u obzir jednakost (4.14), prethodni izraz se može napisati kao:

$$0 < t < c \quad (4.22)$$

Kako je već navedeno da je β_{max} uvek manje od 90° , a $\operatorname{tg}\left(\frac{90^\circ}{2}\right) = 1$, konačno se dobija:

$$\boxed{0 < t < 1} \quad (4.23)$$

Promenljiva t se zbog jednostavnosti formula ovde primenjuje bez sufiksa. U sledećim potpoglavljima 4.4.2 i 4.4.3 koja se bave proračunom kretanja kombinovanih vozila sa dva i tri sloga, zbog velikog broja novih proračunskih parametara, svi parametri položajno vezani za tačku maksimalnog offtracking-a (tačka POT na trajektoriji povlačenja), u sufiksu će dobiti sekvencu "OT" (videti tabelu na strani 198).

Da bi se lakše sagledalo koja su potencijalna rešenja jednačine (4.20), ona je predstavljena pomoću dve odvojene funkcije:

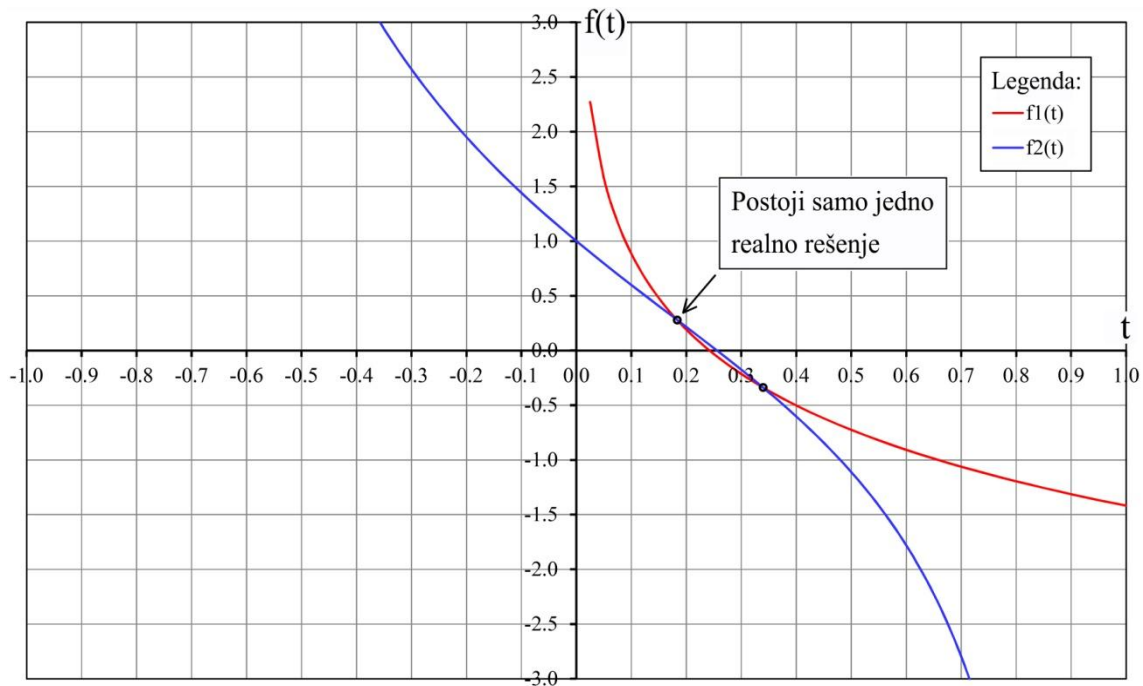
$$f_1(t) = \ln\left(\frac{c}{t}\right) \quad (4.24)$$

$$f_2(t) = \frac{1 - 2 \cdot \frac{R}{d} \cdot t + t^2}{1 - t^2} \quad (4.25)$$

Na slici 4.5 prikazani su grafici funkcija $f_1(t)$ i $f_2(t)$ koji se međusobno presecaju na dva mesta. Upravo u tim presecima grafika traže se nepoznata rešenja (ili rešenje) jednačine (4.20). Od dva moguća rešenja uvek je jedno realno i ono obično ispunjava sve uslove i ograničenja, dok je drugo iracionalno. Pošto je promenljiva t uvek manja od c , njihov količnik c/t uvek će biti veći od 1.0.

Poznavajući matematička svojstva funkcije prirodnog logaritma $\ln(x)$, čija je vrednost jednaka 0 kada je $x = 1$ ($e^0 = 1$), logično se zaključuje da će za svako $x > 1.0$ funkcija $\ln(x)$ biti pozitivna. Analogno tome, ako je količnik c/t stalno veći od 1.0, onda će i funkcija $f_1(t) = \ln\left(\frac{c}{t}\right)$ uvek biti pozitivna. U skladu s ovom tvrdnjom, tačno rešenje jednačine (4.20) nalazi se u preseku pozitivne "grane" grafika funkcije $f_1(t)$ sa

grafikom funkcije $f_2(t)$, što je dodatno istaknuto na slici 4.5. Drugo potencijalno rešenje ne ispunjava postavljeni uslov $0 < t < c$, pa se kao takvo odbacuje.



Slika 4.5 Grafici funkcija $f_1(t)$ i $f_2(t)$

Primenom standardnih matematičkih postupaka transcendentna jednačina (4.20) ne može eksplicitno da se reši, već samo približno nekom od sledećih metoda:

- Numeričkim metodama kao što su metoda sečice i Njutnova metoda;
- Pretvaranjem funkcije $f_1(t) = \ln\left(\frac{c}{t}\right)$ u Maclaurin-ov red oblika $\ln\left(1 + \left(\frac{c}{t} - 1\right)\right)$;
- Primenom specijalizovanih softverskih paketa za rešavanje matematičkih problema kao što su MATLAB (MathWorks 2018) i Wolfram Mathematica (Wolfram Research 2018).

4.3.1 Rešenje karakteristične jednačine za proračun maksimalnog offtracking-a primenom metode sečice

Metoda sečice veoma često se koristi kao numerička metoda za rešavanje nelinearnih jednačina kod različitih matematičkih problema u tehnici i inženjerstvu. Pomoću ove metode relativno brzo može da se pronade nula neke funkcije $f(x)$ na intervalu (a,b) ,

odnosno, tačna vrednost promenljive x za koju je $f(x) = 0$. Da bi metoda sečice mogla da se primeni, prvo treba naći interval (a, b) na kome je funkcija $f(x)$ neprekidna i monotona uz uslov:

$$f(a) \cdot f(b) < 0 \quad (4.26)$$

Zbog smanjenja potrebnog broja iteracija za postizanje rešenja zadovoljavajuće tačnosti, poželjno je da interval (a, b) bude što je moguće manji. Proizvoljno se biraju tačke x_{n-1} i x_n iz intervala (a, b) . Često se usvaja da je $x_{n-1} = a$ i $x_n = b$, ili vrednosti koje su tek nešto veće od a u slučaju x_{n-1} , odnosno, tek nešto manje od b u slučaju x_n . Na primer, ako je $a = 0.00$ i $b = 1.00$, u zavisnosti od nivoa tačnosti ε koji se zahteva, za x_{n-1} može se usvojiti $x_{n-1} = 0.01$, odnosno za $x_n = 0.99$. Za računanje vrednosti promenljive x_n u sledećoj iteraciji, tj. x_{n+1} koristi se formula:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_{n-1} - x_n}{f(x_{n-1}) - f(x_n)} \cdot f(x_n) \quad (4.27)$$

Niz tačaka $x_1, x_2, \dots, x_{n+1}, \dots$ konvergira ka rešenju x^* , $f(x^*) = 0$. Grafička ilustracija primene metode sečice data je na slici 4.6. Ocena dozvoljene greške numeričkog proračuna dobija se iz nejednakosti:

$$|x_{n+1} - x^*| \leq \frac{M_1 - m_1}{m_1} \cdot |x_{n+1} - x_n| \quad (4.28)$$

gde je:

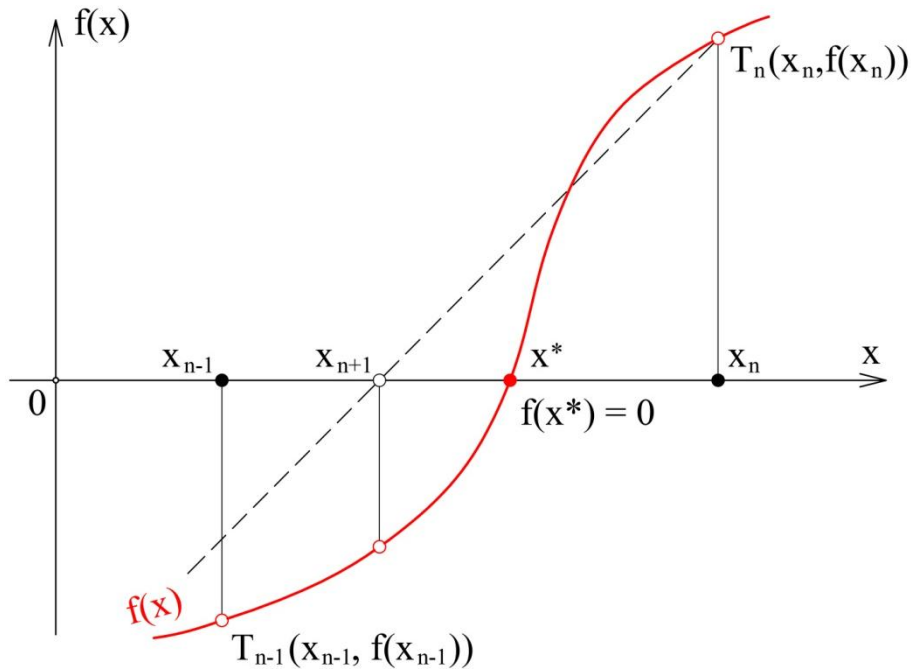
$$M_1 = \max_{[a,b]} |f'(x)| \quad (4.29)$$

$$m_1 = \min_{[a,b]} |f'(x)| \quad (4.30)$$

Kriterijum zaustavljanja iterativnog proračuna definisan je preko nejednakosti:

$$|x_n - x_{n-1}| \leq \frac{m_1}{M_1 - m_1} \cdot \varepsilon = r \quad (4.31)$$

gde r predstavlja prag zaustavljanja ili graničnu razliku dva uzastopna člana niza.



Slika 4.6 Grafička ilustracija primene metode sečice

Da bi metoda sečice mogla da se primeni za rešavanje karakteristične jednačine (4.20) za proračun maksimalnog offtracking-a, ta jednačina mora da se izrazi u funkcionalnoj formi, odnosno kao funkcija $f(t)$:

$$f(t) = \ln\left(\frac{c}{t}\right) - \frac{1 - 2 \cdot \frac{R}{d} \cdot t + t^2}{1 - t^2} \quad (4.32)$$

Kada se pomoću metode sečice nađe nula funkcije $f(t)$, odnosno, takva vrednost t^* za koju je $f(t^*) = 0$, dobija se ujedno i rešenje jednačine (4.20).

Na konkretnom primeru biće pokazano kako se metoda sečice primenjuje za rešavanje jednačine (4.20), odnosno, za određivanje promenljive t , a preko nje i za određivanje dužine $F(F_d)$ i ugla $\beta(\beta_d)$ koji podužna osa krute baze vozila zaklapa sa izlaznom tangentom u položaju sa maksimalnim offtracking-om. Neka jedinično vozilo dužine krute baze $d = 5.00$ m skreće pod uglom od $\theta = 90^\circ$ (1.5708 rad), prateći vodeću putanju oblika kružne krivine radijusa $R = 10.00$ m. Položaj i dužina krute baze vozila odgovaraju kinematičkom modelu III (poglavlje 2.2). Prvo se određuje vrednost ugla

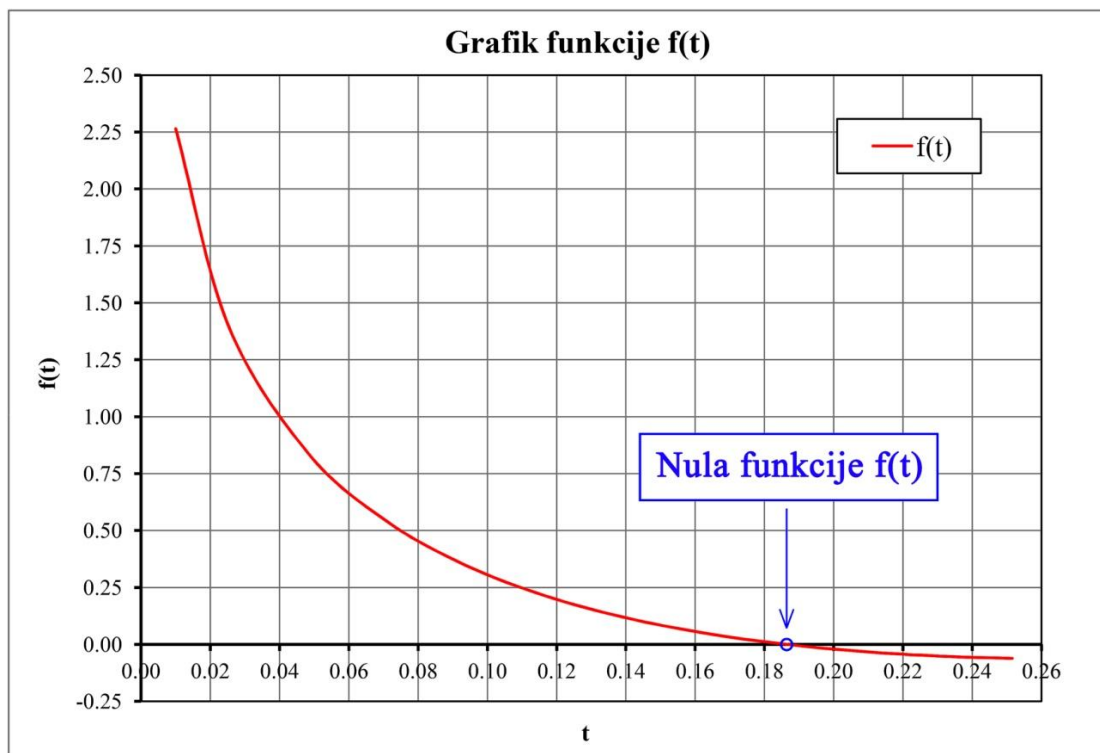
β_{max} , odnosno konstante c , kako bi se definisao interval (a,b) u kome se traži nula funkcije $f(t)$. Redom se računaju sledeće vrednosti:

$$X = \frac{R}{d} = \frac{10.00}{5.00} = 2.00 \quad (4.33)$$

$$K = \sqrt{X^2 - 1} = 1.732051 \quad (4.34)$$

$$c = \tan\left(\frac{\beta_{max}}{2}\right) = \frac{1 - e^{K\theta}}{X - K - X \cdot e^{K\theta} - K \cdot e^{K\theta}} = 0.251499 \quad (4.35)$$

Pošto se vrednost promenljive t kreće u rasponu $0 < t < c = 0.251499$, interval (a,b) se može definisati kao $(0.000001, 0.251499)$. Grafik funkcije $f(t)$, iscrtan za različite vrednosti promenljive t iz prethodno definisanog intervala $(0.000001, 0.251499)$, prikazan je na slici 4.7.



Slika 4.7 Grafik funkcije $f(t)$ na intervalu $(0.000001, 0.251499)$

Sa grafika funkcije na slici 4.7 odmah se vidi da je na intervalu $(0.000001, 0.251499)$ funkcija $f(t)$ neprekidna, monotona i da je ispunjena nejednakost (4.26), tj. važi:

$$f(a) \cdot f(b) = f(0.000001) \cdot f(0.251499) = -0.698936 < 0 \quad (4.36)$$

Kako bi se započeo iterativni proračun, treba usvojiti vrednosti t_{n-1} i t_n koje pripadaju intervalu (0.000001,0.251499). Neka je $t_{n-1} = 0.010000$ i $t_n = 0.251499$. Za te vrednosti promenljive t , primenom formule (4.32), dobija se da je $f(t_{n-1}) = 2.264658$ i $f(t_n) = -0.061121$ respektivno.

Za sledeći korak iterativnog postupka, odnosno, proračun vrednosti t_{n+1} koristi se formula (4.27):

$$t_{n+1} = t_n - \frac{t_{n-1} - t_n}{f(t_{n-1}) - f(t_n)} \cdot f(t_n) \quad (4.37)$$

$$t_{n+1} = 0.251499 - \frac{0.01 - 0.251499}{2.264658 - (-0.061121)} \cdot (-0.061121) = 0.245153 \quad (4.38)$$

Kada je sračunata vrednost t_{n+1} , ponovo se koristi formula (4.32) i dobija se da je:

$$f(t_{n+1}) = -0.059014 \quad (4.39)$$

Ako se tačnost iterativnog postupka ograniči na $\varepsilon = 10^{-6}$, proračun se dalje ponavlja sve dok se ne zadovolji postavljeni kriterijum tačnosti. U novoj iteraciji (trećoj po redu), ponovo se koristi formula (4.27) da se sračuna sledeća vrednost promenljive t , tj. t_{n+2} :

$$t_{n+2} = t_{n+1} - \frac{t_n - t_{n+1}}{f(t_n) - f(t_{n+1})} \cdot f(t_{n+1}) \quad (4.40)$$

Ceo iterativni postupak proračuna nule funkcije $f(t)$, sve do postizanja zahtevane tačnosti, prikazan je u tabeli 4.1 iz koje se vidi da je zadovoljavajuće rešenje postignuto u 11. iteraciji, odnosno, $t_0 = t_{n+10} = 0.186395$. Ovo rešenje poklapa se i sa nulom funkcije $f(t)$ na grafiku prikazanom na slici 4.7, odnosno, sa mestom gde funkcija $f(t)$ seče horizontalnu osu.

Sada, kada je određena nula funkcije $f(t)$, poznato je i rešenje jednačine (4.20), pa se konačno može vratiti uvedena smena i sračunati ugao β (β_d) i dužina F (F_d) kao:

$$t = \operatorname{tg} \left(\frac{\beta}{2} \right) \Rightarrow \beta = 2 \cdot \operatorname{arctg}(t) = 2 \cdot \operatorname{arctg}(0.186395) = 0.3685 \operatorname{rad} = 21.1170^\circ \quad (4.41)$$

$$F = \frac{d - R \cdot \sin \beta}{\cos \beta} = \frac{5.00 - 10.00 \cdot \sin(21.1170^\circ)}{\cos(21.1170^\circ)} = 1.4979 \text{ m} \quad (4.42)$$

Iako metoda sečice daje rezultate visoke tačnosti pri rešavanju jednačine (4.20) za proračun maksimalnog offtracking-a, sa inženjerskog gledišta njena primena nije praktična, jer zahteva iterativan proračun. Pored toga što je broj iteracija do postizanja zadovoljavajućeg rešenja relativno mali, u praksi je inženjerima korisnije da imaju zatvorenu analitičku formulu koja daje dovoljno tačno rešenje jednačine (4.20).

Tabela 4.1 Iterativni postupak proračuna nule funkcije $f(t)$ metodom sečice

br. iteracije	t	vrednost promenljive t	f(t)	vrednost funkcije f(t)
0	t_{n-1}	0.010000	$f(t_{n-1})$	2.264658
1	t_n	0.251499	$f(t_n)$	-0.061121
2	t_{n+1}	0.245153	$f(t_{n+1})$	-0.059014
3	t_{n+2}	0.067466	$f(t_{n+2})$	0.577768
4	t_{n+3}	0.228685	$f(t_{n+3})$	-0.050054
5	t_{n+4}	0.215832	$f(t_{n+4})$	-0.039270
6	t_{n+5}	0.169025	$f(t_{n+5})$	0.034557
7	t_{n+6}	0.190934	$f(t_{n+6})$	-0.007527
8	t_{n+7}	0.187016	$f(t_{n+7})$	-0.001064
9	t_{n+8}	0.186371	$f(t_{n+8})$	0.000042
10	t_{n+9}	0.186395	$f(t_{n+9})$	0.000000
11	t_{n+10}	0.186395	$f(t_{n+10})$	0.000000

4.3.2 Rešavanje karakteristične jednačine za proračun maksimalnog offtracking-a pomoću specijalizovanih softvera

Napredak računarske tehnike doneo je skoro neograničene mogućnosti za rešavanje različitih matematičkih problema primenom specijalno razvijenih softverskih paketa koji sadrže hiljade algoritamskih struktura i pokrivaju sve dosada poznate oblasti matematike, uključujući statistiku i verovatnoću. Sada je moguće celu jednačinu za koju se traži rešenje samo prepisati u korisnički interfejs softvera, napisati dodatne uslove i ograničenja za promenljive, posle čega će softver sam da sračuna sva moguća rešenja za tu jednačinu. U tehničkim naukama, za potrebe istraživačkog rada i različitih vrsta

proračuna u svim inženjerskim disciplinama, dva najzastupljenija softverska paketa su MATLAB (MathWorks 2018) i Wolfram Mathematica (Wolfram Research 2018). Osim za numeričke proračune, Matlab se često koristi i kao programski jezik četvrte generacije, koji omogućava stvaranje grafičkog korisničkog interfejsa i lako povezivanje sa programima pisanim u drugim jezicima kao što su C, C++, C#, Java, Fortran i Python.


Zbog jednostavne upotrebe, ovde će biti prikazana primena softvera Wolfram Mathematica (Wolfram Research 2018) za rešavanje istog primera kao u prethodnom potpoglavlju 4.3.1. Dakle, za jedinično vozilo dužine krute baze $d = 5.00$ m, koje skreće pod uglom od $\theta = 90^\circ$ (1.5708 rad), prateći vodeću putanju oblika kružne krivine radijusa $R = 10.00$ m, potrebno je sračunati položaj vozila u kome se dostiže maksimalni offtracking. Da bi se neophodni podaci za rešavanje ovog matematičkog problema pravilno uneli u softver Wolfram Mathematica, odnosno, u računski servis otvorenog pristupa Wolfram Alpha (Wolfram Research 2018), u čijoj pozadini zapravo radi ranije pomenuti softver, jednačina (4.20) mora da se napiše u obliku:

$$\left\{ \ln(c/t) = (1 - 2 * (R/d) * t + t^2) / (1 - t^2), 0 < t < c \right\} \quad (4.43)$$

Pri unosu jednačine u interfejs softvera definišu se i sva ograničenja koja važe za promenljivu t . U ovom slučaju, to ograničenje već je definisano u prethodnom potpoglavlju kao $0 < t < c$. Takođe, vrednost konstante c ista je kao u poslednjem primeru, odnosno $c = 0.251499$. Na kraju, kada se vrednosti za R , d i konstantu c unesu u izraz (4.43), dobija se:

$$\left\{ \ln(0.251499/t) = (1 - 2 * (10.00/5.00) * t + t^2) / (1 - t^2), 0 < t < 0.251499 \right\} \quad (4.44)$$

U poslednjem koraku, pripremljena jednačina (4.44) jednostavno se iskopira u interfejs Wolfram Alpha računskog servisa, aktivira se proračun i posle samo prepisu dobijena rešenja (rešenje). Na slici 4.8, prikazano je kako izgleda Wolfram Alpha interfejs sa unetim izrazom (4.44), zatim alternativne forme istog izraza koje su takođe mogle biti unete kao ulazni podaci pri proračunu, kao i ponudeno rešenje koje zadovoljava postavljena ograničenja.



$$\{\ln(0.251499/t) = (1-2*(10.0/5.00)*t+t^2)/(1-t^2), 0 < t < 0.251499\}$$

Input interpretation:

$$\left\{ \log\left(\frac{0.251499}{t}\right) = \frac{1 - 2 \times \frac{10}{5} t + t^2}{1 - t^2}, 0 < t < 0.251499 \right\}$$

[Open code](#)
log(x) is the natural logarithm

Alternate forms:

$$\left\{ \log\left(\frac{0.251499}{t}\right) = \frac{3}{t+1} - 1 + \frac{1}{t-1}, 0 < t < 0.251499 \right\}$$

$$\left\{ \log\left(\frac{0.251499}{t}\right) = -\frac{(t-3.73205)(t-0.267949)}{(t-1)(t+1)}, 0 < t < 0.251499 \right\}$$

$$\left\{ t^2 \left(\log\left(\frac{1}{t}\right) - 0.380316 \right) - 4t - \log\left(\frac{1}{t}\right) = -2.38032 \wedge t \neq -1 \wedge t \neq 1, \right. \\ \left. t < 0.251499 \wedge t > 0 \right\}$$

$e_1 \wedge e_2 \wedge \dots$ is the logical AND function

Alternate form assuming t is positive:

$$\left\{ \frac{(0.380316 t + 4) t - 2.38032}{t^2 - 1} + \log(t) = 0, t < 0.251499 \right\}$$

Expanded form:

$$\left\{ \log\left(\frac{0.251499}{t}\right) = \frac{t^2}{1-t^2} - \frac{4t}{1-t^2} + \frac{1}{1-t^2}, 0 < t < 0.251499 \right\}$$

Alternate form assuming t>0:

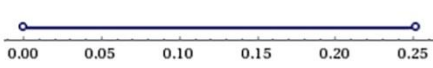
$$\left\{ \frac{0.380316 t^2 + 4 t - 2.38032}{t^2 - 1} + \log(t) = 0, 0 < t < 0.251499 \right\}$$

Solution:

 $t \approx 0.186395$

Rešenje

Number line:



$$\log\left(\frac{0.251499}{t}\right) = \frac{t^2 - 4t + 1}{1-t^2}$$

$$- 0 < t < 0.251499$$

[Download page](#) POWERED BY THE WOLFRAM LANGUAGE

Slika 4.8 Interfejs računskog servisa Wolfram Alpha i ponuđeno rešenje jednačine za određivanje položaja vozila sa maksimalnim offtracking-om (Wolfram Research 2018)

Sa slike 4.8 može se videti da je Wolfram Alpha sračunao samo jedno realno rešenje koje ispunjava postavljeno ograničenje $0 < t < c$. Dobijena vrednost za nepoznatu t identična je onoj koja je prethodno sračunata primenom numeričke metode sečice u potpoglavlju 4.3.1, tj. $t = 0.186395$. Samim tim, i ugao β (β_d) i dužina $F(F_d)$ imaju iste vrednosti kao one koje su već sračunate u prethodnom potpoglavlju.

Praktično, isti izraz za proračun promenljive t može se koristiti neograničen broj puta, menjajući samo vrednosti konstante c i odnos R/d u interfejsu Wolfram Alpha servisa. Drugim rečima, vrednost promenljive t , imajući u obzir prethodno sračunatu konstantu c , zavisi samo od odnosa radijusa kružne krivine vodeće putanje i dužine krute baze vozila, odnosno, od parametra $X = R/d$. S obzirom da konstanta c , pored vrednosti R i d , takođe zavisi i od skretnog ugla kružne putanje θ , logična je pretpostavka da između nepoznate promenljive t i unapred zadatih parametara (R, d, θ) postoji realna korelacija (zavisnost) koja se može analitički definisati.

4.3.3 Regresiona analiza podataka dobijenih rešavanjem karakteristične jednačine za proračun maksimalnog offtracking-a za seriju različitih kombinacija radijusa, dužina krutih baza i skretnih uglova

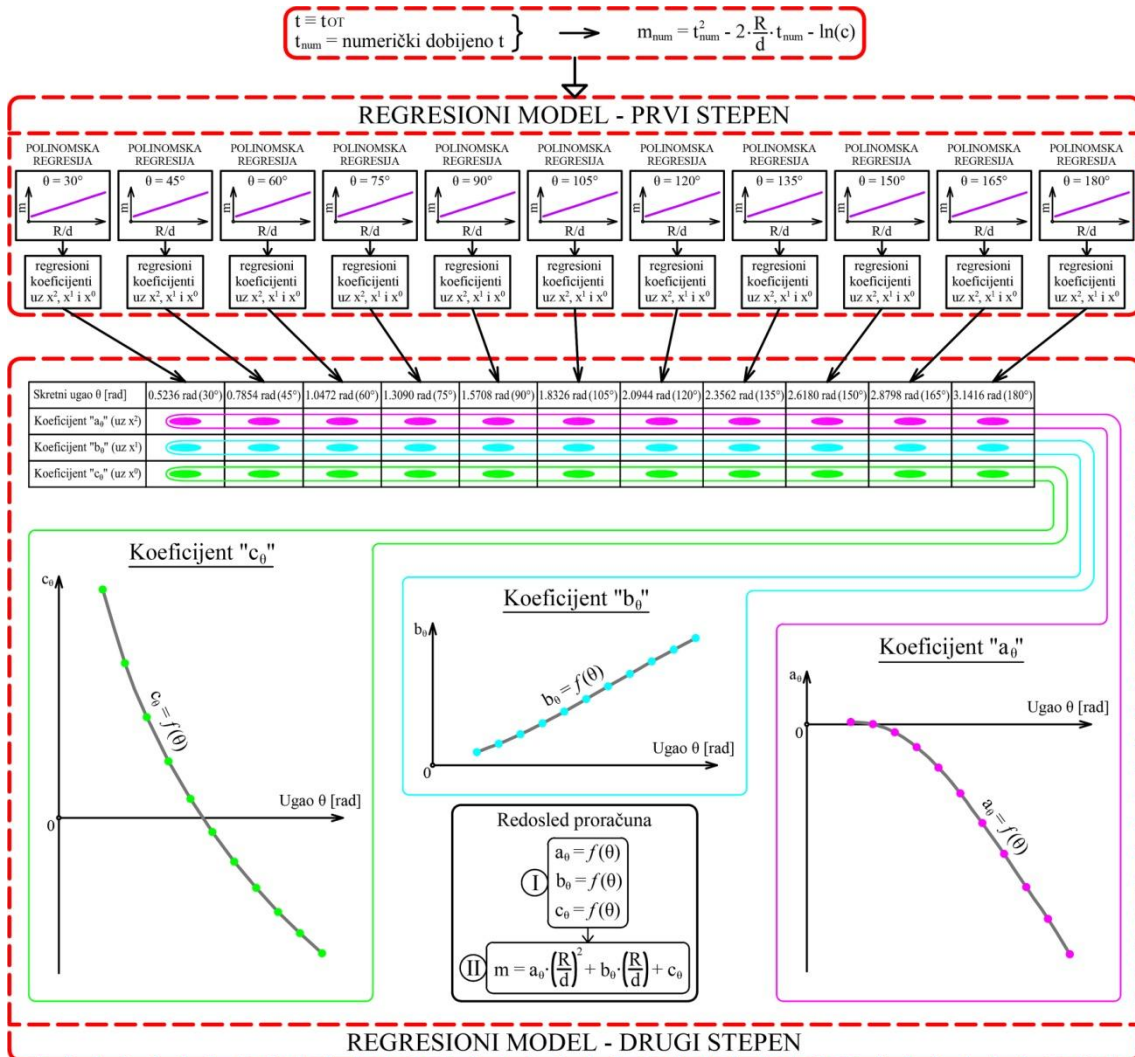
Kako bi se ispitalo da li zaista postoji neka korelacija između vrednosti nezavisno promenljive t i ulaznih parametara, kao što su radijus kružne krivine vodeće putanje R , dužina krute baze samostalnog vozila d i skretni ugao θ , kreiran je dvostepeni (hijerarhijski) nelinearni regresioni model na osnovu podataka dobijenih rešavanjem velikog broja jednačina (4.20) za seriju različitih ulaznih parametara. Šematski prikaz formiranja oba stepena regresione zavisnosti i njihova međusobna (hijerarhijska) veza prikazani su na slici 4.9.

Pre razvoja i testiranja dvostepenog regresionog modela, jednačina (4.20) trebalo je, po mogućnosti, da se što više uprosti, a da se istovremeno ne umanjí njena tačnost. Posle rešavanja velikog broja jednačina (4.20) (ukupno 429) pomoću računskog servisa Wolfram Alpha za različite kombinacije radijusa, dužina krutih baza jediničnog vozila i skretnih uglova, došlo se do zaključka da je u najvećem broju slučajeva (preko 85%)

sračunata vrednost promenljive t relativno mala, odnosno, manja od 0.30. U suštini, to znači da se desna strana jednačine (4.20) može napisati kao:

$$\frac{1 - 2 \cdot \frac{R}{d} \cdot t + t^2}{1 - t^2} \approx 1 - 2 \cdot \frac{R}{d} \cdot t + t^2 \quad (4.45)$$

jer za male vrednosti promenljive t , izraz u imeniocu teži 1, odnosno $1 - t^2 \rightarrow 1$.



Slika 4.9 Šematski prikaz formiranja dvostepenog (hijerarhijskog) nelinearnog regresionog modela za proračun maksimalnog offtracking-a jediničnog vozila

Uvođenjem ovog pojednostavljena jednačina (4.20) dobija oblik:

$$\ln\left(\frac{c}{t}\right) = \frac{1 - 2 \cdot \frac{R}{d} \cdot t + t^2}{1 - t^2} \approx 1 - 2 \cdot \frac{R}{d} \cdot t + t^2 \quad (4.46)$$

Daljom transformacijom jednakosti (4.46) dobija se:

$$1 - 2 \cdot \frac{R}{d} \cdot t + t^2 = \ln(c) - \ln(t) \quad (4.47)$$

$$t^2 - 2 \cdot \frac{R}{d} \cdot t - \ln(c) + \ln(t) + 1 = 0 \quad (4.48)$$

$$t^2 - 2 \cdot \frac{R}{d} \cdot t - (\ln(c) - \ln(t) - 1) = 0 \quad (4.49)$$

Uvodi se smena $m = -\ln(t) - 1$, pa jednakost (4.49) postaje:

$$t^2 - 2 \cdot \frac{R}{d} \cdot t - (\ln(c) + m) = 0 \quad (4.50)$$

Za poznatu vrednost promenljive t , novouvedena promenljiva m može se sračunati kao:

$$m = t^2 - 2 \cdot \frac{R}{d} \cdot t - \ln(c) \quad (4.51)$$

Jednačina (4.50) dalje se rešava kao kvadratna jednačina po nepoznatoj promenljivoj t :

$$t_{1,2} = \frac{2 \cdot \frac{R}{d} \pm \sqrt{4 \cdot \left(\frac{R}{d}\right)^2 + 4 \cdot (\ln(c) + m)}}{2} \quad (4.52)$$

$$t_{1,2} = \frac{2 \cdot \frac{R}{d} \pm 2 \cdot \sqrt{\left(\frac{R}{d}\right)^2 + (\ln(c) + m)}}{2} \quad (4.53)$$

$$t_{1,2} = \frac{R}{d} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{d}\right)^2 + (\ln(c) + m)} \quad (4.54)$$

Pošto je $X = R/d$, poslednja jednačina može se napisati kao:

$$t_{1,2} = X \pm \sqrt{X^2 + (\ln(c) + m)} \quad (4.55)$$

pa se konačno mogu izvojiti dva moguća rešenja kvadratne jednačine:

$$t_1 = X + \sqrt{X^2 + (\ln(c) + m)} \quad (4.56)$$

$$t_2 = X - \sqrt{X^2 + (\ln(c) + m)} \quad (4.57)$$

U potpoglavlju **2.3.4**, pri izvođenju ključnih jednačina ICAO-ovog modela, posebno je naglašeno da izraz (2.67) za proračun maksimalne vrednosti trenutnog skretnog ugla

β_{\max} daje tačne rezultate samo u slučaju kada je $R > d$, odnosno, kada važi $X = R/d > 1$. Ako se ovo ograničenje primeni na prvo potencijalno rešenje kvadratne jednačine (4.50), odnosno na jednakost (4.56), lako se zaključuje da će t_1 uvek biti veće od 1. Imajući to u vidu, kao i ranije definisanu nejednakost (4.23), po kojoj vrednost promenljive t mora biti u intervalu $0 < t < 1$, jasno je da se prvo rešenje kvadratne jednačine t_1 mora odbaciti. Na kraju se usvaja da je:

$$t = t_2 = X - \sqrt{X^2 + (\ln(c) + m)} \quad (4.58)$$

Iz poslednje jednačine jasno se vidi da je promenljivu t moguće sračunati ako je poznat odnos R/d , odnosno X , konstanta c i parametar m . Već je rečeno da vrednost konstante c takođe zavisi od odnosa R/d i veličine skretnog ugla kružne krivine θ , tako da vrednost promenljive t , a posredno i parametra m , zavise samo od tri unapred poznate veličine R , d i θ . Pošto je promenljivu t moguće tačno izračunati jedino numeričkim putem ili primenom specijalizovanih softvera (Wolfram Alpha), nameće se pitanje da li je moguće pronaći neku zavisnost između parametra m i odnosa R/d za prethodno sračunatu vrednost promenljive t .

Upravo to je bio i osnovni motiv za izradu dvostepenog regresionog modela, kako bi se prvo pronašla neka korelaciona zavisnost između parametra m i odnosa R/d za konkretan skretni ugao θ u prvoj fazi, a onda u drugoj fazi konačno došlo do korelacione zavisnosti između parametra m i odnosa R/d koja bi važila za bilo koji skretni ugao. Kada se odredi pouzdana regresiona veza između parametra m i odnosa R/d za proizvoljnu veličinu skretnog ugla, posle se lako na osnovu jednačine (4.58) sračuna vrednost promenljive t sa dovoljnom tačnošću za dalju inženjersku primenu.

Da bi se stvorio dovoljno veliki uzorak ili set ulaznih podataka za kreiranje pouzdanog regresionog modela, trebalo je usvojiti što je moguće veći opseg različitih kombinacija odnosa R/d za svaki analizirani skretni ugao θ . Kako je u uvodnom poglavlju 1.1 već precizirano da je predmet istraživanja doktorske disertacije proračun offtracking-a za vozila koja se kreću krivinama malih radijusa ($R < 20.0$ m), uz poštovanje uslova da je $R > d$, zaključeno je da je dovoljno analizirati kretanje samostalnih vozila čije se

teorijske dužine krutih baza nalaze u rasponu od 5.0 m do 19.8 m. Drugim rečima usvojeno je da se odnos R/d kreće u intervalu od 1.01 - 4.00, što u najvećoj meri pokriva realan raspon dužina krutih baza samostalnih vozila koja mogu da se kreću kružnim krivinama radijusa $R < 20.0$ m. U cilju pojednostavljena proračuna i lakšeg sagledavanja svih faza izrade regresionog modela, usvojeno je da se sva testirana samostalna vozila kreću u kružnoj krivini radijusa $R = 10.0$ m, pri čemu je raspon odnosa R/d ostao isti, tj. $1.01 < R/d < 4.00$.

Primer proračuna ulaznih podataka za potrebe izrade prvog stepena regresionog modela dat je u tabeli 4.2, iz koje se vidi da su dužine krutih baza samostalnih vozila d postepeno povećavane sa korakom od 0.20 m u intervalu od 2.50 do 9.90 m. U prikazanom primeru kompletan proračun maksimalnog offtracking-a za jedinična (samostalna) vozila sa dužinama krutih baza u rasponu 2.50 - 9.90 m urađen je za skretni ugao od 30° . Zbog obima proračuna, tj. velikog broja kolona za različite dužine krutih baza jediničnih vozila, tabela 4.2 prikazana je u skraćenom obliku.

Za proračun ugla β_{max} i konstante c u tabeli 4.2 korišćene su već izvedene formule definisane u jednačinama (2.67) i (4.14), dok su tačne vrednosti promenljive t (t_{num}), u momentu dostizanja maksimalnog offtracking-a OT_{max} , sračunate numeričkim putem primenom računskog servisa Wolfram Alpha pojedinačno za svaku kombinaciju odnosa R/d i skretni ugao $\theta = 30^\circ$. Vrednost parametra m (m_{num}) određena je na osnovu formule (4.51), dok je ugao β_d između izlazne tangente i krute baze vozila u položaju sa maksimalnim offtracking-om lako izračunat vraćanjem uvedene smene $tg(\beta_d/2) = t_{num}$. U poslednjoj vrsti tabele 4.2, kao jedan vid kontrole, određena je vrednost funkcije $f(t)$ u tački t_{num} , tj. za prethodno sračunatu promenljivu t_{num} , po formuli:

$$f(t) = f(t_{num}) = \ln\left(\frac{c}{t_{num}}\right) - \frac{1 - 2 \cdot \frac{R}{d} \cdot t_{num} + t_{num}^2}{1 - t_{num}^2} \quad (4.59)$$

Kao što je već prethodno objašnjeno u potpoglavlju **4.3.1**, funkcija $f(t)$ ima nulu funkcije tačno za onu vrednost promenljive t , odnosno ugla β_d , za koju se dostiže maksimalni offtracking. Kako su sve sračunate vrednosti funkcije $f(t)$ u poslednjoj

vrsti tabele 4.2 jednake 0, to nedvosmisleno potvrđuje tačnost prethodno određene promenljive t za svaku kombinaciju odnosa R/d . Ovako jednostavno sprovedenom kontrolom stvorena je pouzdana osnova za dalje ispitivanje korelacione zavisnosti parametra m i odnosa R/d .

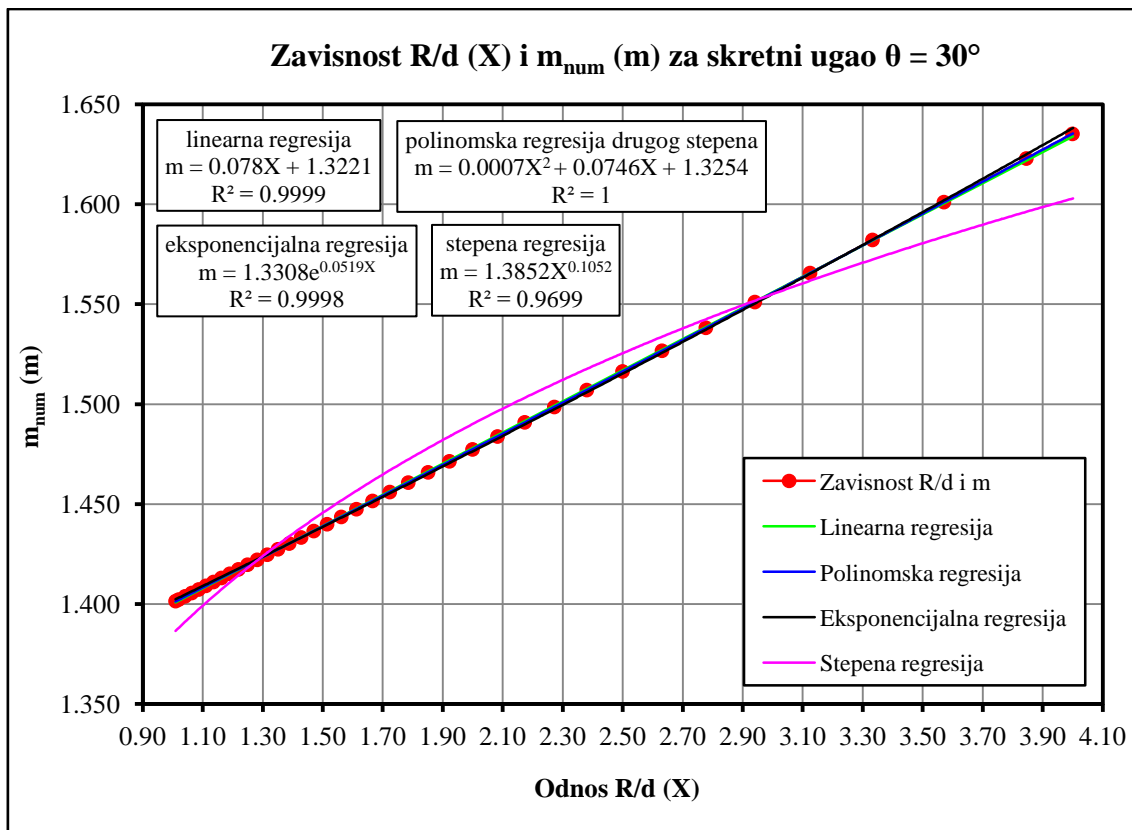
Tabela 4.2 Primer proračuna maksimalnog offtracking-a za određivanje korelacione zavisnosti između odnosa R/d (X) i parametra m_{num} (prvi stepen regresionog modela)

Proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om za jedinična vozila sa dužinama krutih baza u rasponu od 2.50 - 9.90 m, a koja prate vodeću putanju oblika kružne krivine ($R = 10.00$ m i $\theta = 30^\circ$)								
R	10.0000	10.0000	10.0000			10.0000	10.0000	10.0000
d	2.5000	2.6000	2.8000			9.6000	9.8000	9.9000
R/d	4.0000	3.8462	3.5714			1.0417	1.0204	1.0101
θ [°]	30.0000	30.0000	30.0000			30.0000	30.0000	30.0000
θ [rad]	0.5236	0.5236	0.5236			0.5236	0.5236	0.5236
X	4.0000	3.8462	3.5714			1.0417	1.0204	1.0101
K	3.8730	3.7139	3.4286			0.2917	0.2031	0.1425
$e^{K\theta}$	7.5980	6.9907	6.0207			1.1650	1.1122	1.0775
$\tan(\beta_{\text{max}}/2)$	0.1105	0.1136	0.1195			0.2054	0.2065	0.2070
β_{max} [rad]	0.2202	0.2263	0.2379	...		0.4051	0.4072	0.4082
β_{max} [°]	12.6151	12.9663	13.6330			23.2130	23.3300	23.3869
c	0.11053	0.11364	0.11953			0.20539	0.20645	0.20697
$\ln[c]$	-2.2024	-2.1747	-2.1242			-1.5828	-1.5777	-1.5752
t_{num}	0.071541	0.072424	0.073996			0.089765	0.089903	0.089972
m_{num}	1.635220	1.622882	1.601085			1.403896	1.402291	1.401510
β_d [rad]	0.1428	0.1446	0.1477			0.1790	0.1793	0.1795
β_d [°]	8.1840	8.2847	8.4639			10.2588	10.2745	10.2823
$f(t_{\text{num}})$	0.0000	0.0000	0.0000			0.0000	0.0000	0.0000

Isti tabelarni proračun kao za skretni ugao $\theta = 30^\circ$ ponovljen je posle za sve skretne uglove $\theta \leq 180^\circ$ sa korakom proračuna od 15° . Posmatrajući u celini, sračunati su položaji vozila sa maksimalnim offtracking-om za sve kombinacije odnosa R/d u intervalu $1.01 < R/d < 4.00$ pri 11 različitih skretnih uglova kružne vodeće putanje (30° , 45° , 60° , 75° , 90° , 105° , 120° , 135° , 150° , 165° i 180°). Kompletan tabelarni proračun za sve navedene skretne uglove i sve analizirane odnose R/d , koji je neophodan za izradu prve faze (stepena) regresionog modela (slika 4.9), prikazan je kroz pojedinačne tabele za svaki skretni ugao θ u prilogu E na kraju disertacije.

U sledećem koraku nacrtan je grafik koji pokazuje zavisnost između parametra m (m_{num}) i različitih odnosa R/d (X) za skretni ugao $\theta = 30^\circ$. Ta zavisnost obeležena je crvenom linijom sa vidno istaknutim okruglim crvenim markerima na grafiku funkcije $m = f(R/d)$ na slici 4.10. Da bi se što preciznije ustanovila regresiona zavisnost, odnosno, pronašla odgovarajuća regresiona kriva koja prolazi kroz skup tačaka sa koordinatama m i R/d , povučene su četiri različite regresione krive i to sledećim redom: linearna, polinomska, eksponencijalna i stepena regresija (slika 4.10).

U matematičkom smislu, cilj izvođenja regresione analize jeste da se pronađe kriva koja prolazi kroz zadati skup tačaka (u ovom slučaju to su tačke predstavljene okruglim crvenim markerima, odnosno, parovima vrednosti m i R/d), uz minimiziranje sume kvadrata odstupanja zadatih tačaka od predložene krive. Sa slike 4.10 vidi se da, prema vrednostima koeficijenta korelacije (određivanja) R^2 , sve četiri regresione krive veoma dobro opisuju ulazne zadate podatke. Međutim, polinomska regresija drugog stepena za koju je dobijen koeficijent korelacije $R^2 = 1$ predstavlja najtačniju regresionu krivu.



Slika 4.10 Zavisnost odnosa R/d (X) i parametra m_{num} (m) određena za skretni ugao kružne krivine vodeće putanje od $\theta = 30^\circ$

Po ugledu na regresionu analizu koja je urađena za skretni ugao $\theta = 30^\circ$, isti tip regresionih krivih korišćen je posle za ispitivanje regresione zavisnosti između parametra m i odnosa R/d za sve ostale analizirane skretne uglove. Grafici funkcija $m = f(R/d)$ sa pratećim regresionim krivama za svih 11 analiziranih skretnih uglova prikazani su u prilogu E na kraju disertacije. Radi što bolje preglednosti celog postupka, posle svake tabele sa sračunatim ulaznim podacima (β_{max} , c , t_{num} , m_{num} , β_d) paralelno su prikazani i odgovarajući grafici funkcija $m = f(R/d)$. Za poslednja tri analizirana skretna ugla (150° , 165° i 180°) nisu pronađene odgovarajuće regresione krive eksponencijalnog i stepenog tipa. Uzimajući u obzir dobijene koeficijente korelacije R^2 za sve posmatrane zavisnosti R/d i m kod svih skretnih uglova, zaključeno je da polinomska regresija drugog stepena najbolje opisuje zadate podatke, odnosno, ovaj tip regresione krive usvojen je kao optimalan za sve skretne uglove u prvostepenom regresionom modelu (slika 4.9).

Kao što se vidi na šematskom prikazu sa slike 4.9, koeficijenti uz nezavisno promenljive različitog stepena polinomske regresije predstavljaju ulazne podatke za izradu drugostepenog regresionog modela. U ovom regresionom modelu traži se korelaciona zavisnost između veličine skretnog ugla θ i prethodno dobijenih koeficijenata uz nezavisno promenljive različitog stepena (X^2 , X^1 i X^0) polinomske regresije iz prvostepenog regresionog modela. Ako je opšti oblik polinomske regresije u prvostepenom regresionom modelu definisan izrazom:

$$m = a_\theta \cdot X^2 + b_\theta \cdot X^1 + c_\theta \cdot X^0 \quad (4.60)$$

gde m predstavlja zavisnu, a X nezavisnu promenljivu, potrebno je ispitati da li postoji korelacija između koeficijenata polinomske regresije $a_\theta, b_\theta, c_\theta$ s jedne, i veličine skretnog ugla θ s druge strane.

U tabeli 4.3 prikazani su koeficijenti polinomske regresije dobijeni iz prvostepenog regresionog modela. Zapravo, ovi koeficijenti samo su prepisani iz polinomskih regresionih jednačina sa grafika funkcija $m = f(R/d)$ za 11 različitih skretnih uglova. Za koeficijente uz tri različita stepena nezavisno promenljive X (X^2 , X^1 i X^0)

iscrtana su tri različita grafika za ispitivanje korelacije (zavisnosti) između polinomskih koeficijenata $(a_\theta, b_\theta, c_\theta)$ i skretnog ugla θ , izraženog u radijanima. Tako je na slici 4.11 prikazana zavisnost koeficijenta a_θ od ugla θ , na slici 4.12 zavisnost koeficijenta $b_\theta = f(\theta)$ i na slici 4.13 zavisnost $c_\theta = f(\theta)$.

Za sve ispitivane zavisnosti $a_\theta = f(\theta)$, $b_\theta = f(\theta)$ i $c_\theta = f(\theta)$ testirana su samo dva tipa regresionih krivih: linearna i polinomska regresija. Iako obe testirane regresione krive odlično opisuju zadate podatke, kao i u slučaju prvostepenog regresionog modela, zbog nešto većeg koeficijenta korelacije R^2 , prednost je ipak data polinomskim regresionim krivama za sve tri testirane zavisnosti. Drugim rečima, to znači da su usvojene sledeće regresione krive koje najbolje opisuju korelacionu zavisnost između koeficijenata polinomske regresije prvostepenog regresionog modela $(a_\theta, b_\theta, c_\theta)$ i skretnih uglova θ :

$$a_\theta = 0.0026 \cdot \theta^3 - 0.0215 \cdot \theta^2 + 0.0234 \cdot \theta - 0.0061 \quad (4.61)$$

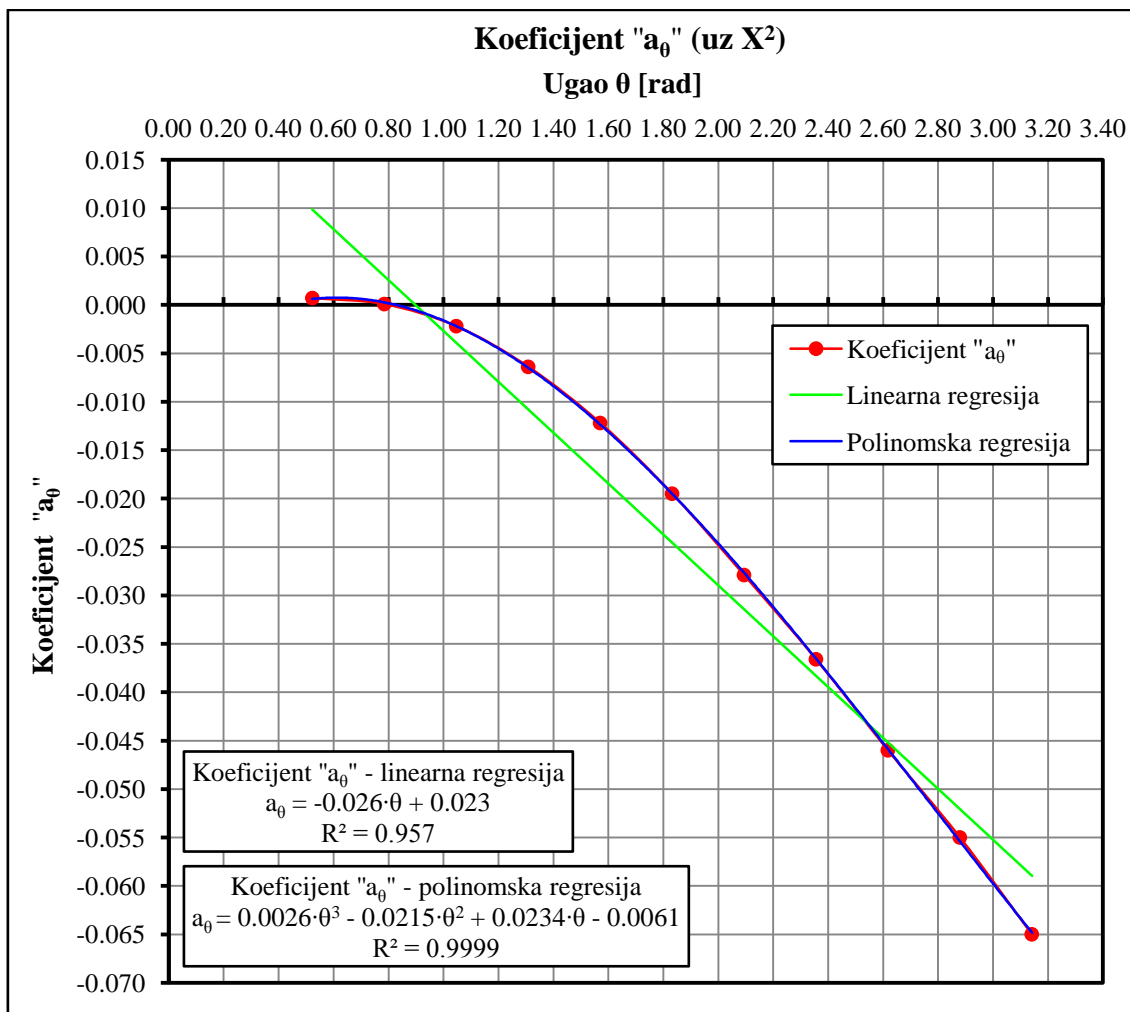
$$b_\theta = -0.0140 \cdot \theta^3 + 0.0930 \cdot \theta^2 + 0.0750 \cdot \theta + 0.0110 \quad (4.62)$$

$$c_\theta = 0.0393 \cdot \theta^4 - 0.3640 \cdot \theta^3 + 1.3466 \cdot \theta^2 - 2.9069 \cdot \theta + 2.5234 \quad (4.63)$$

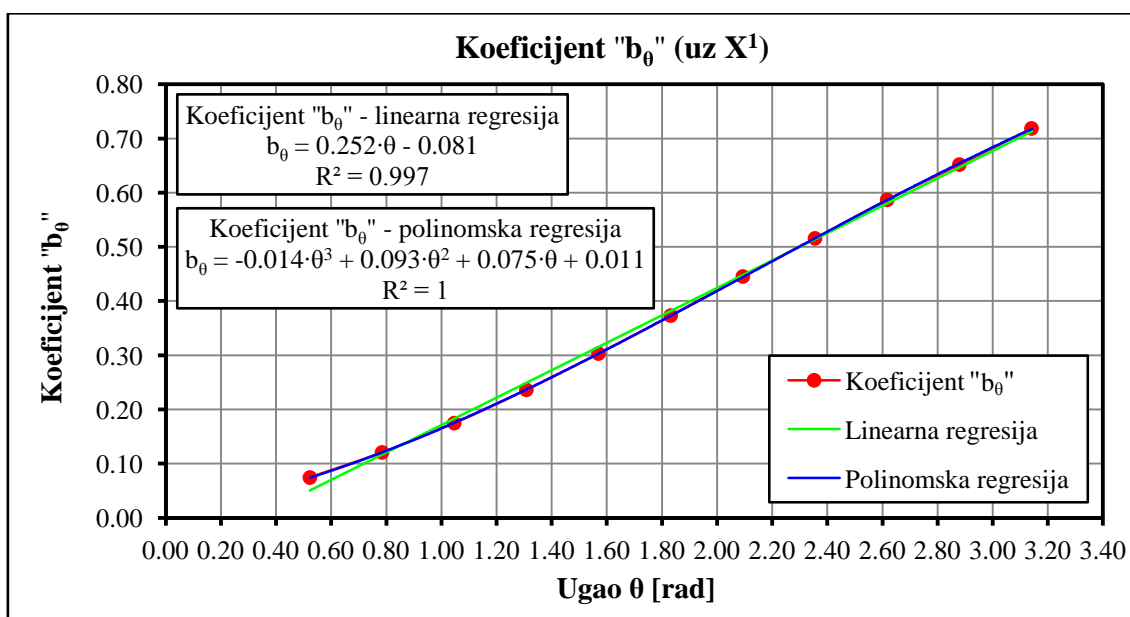
Tabela 4.3 Koeficijenti polinomske regresije iz prvostepenog regresionog modela usvojeni posle ispitivanja korelacije m i R/d za analizirane skretne uglove θ

Ugao θ [°]	30.00	45.00	60.00	75.00	90.00	105.00	120.00	135.00	150.00	165.00	180.00
Ugao θ [rad]	0.5236	0.7854	1.0472	1.3090	1.5708	1.8326	2.0944	2.3562	2.6180	2.8798	3.1416
Koeficijent "a _θ " (uz X^2)	0.0007	0.00008	-0.0022	-0.0064	-0.0122	-0.0195	-0.0279	-0.0366	-0.0460	-0.0550	-0.0650
Koeficijent "b _θ " (uz X^1)	0.0746	0.1209	0.1750	0.2365	0.3033	0.3734	0.4455	0.5158	0.5870	0.6520	0.7187
Koeficijent "c _θ " (uz X^0)	1.3254	0.9004	0.5860	0.3302	0.1119	-0.0798	-0.2511	-0.4037	-0.5430	-0.6660	-0.7821

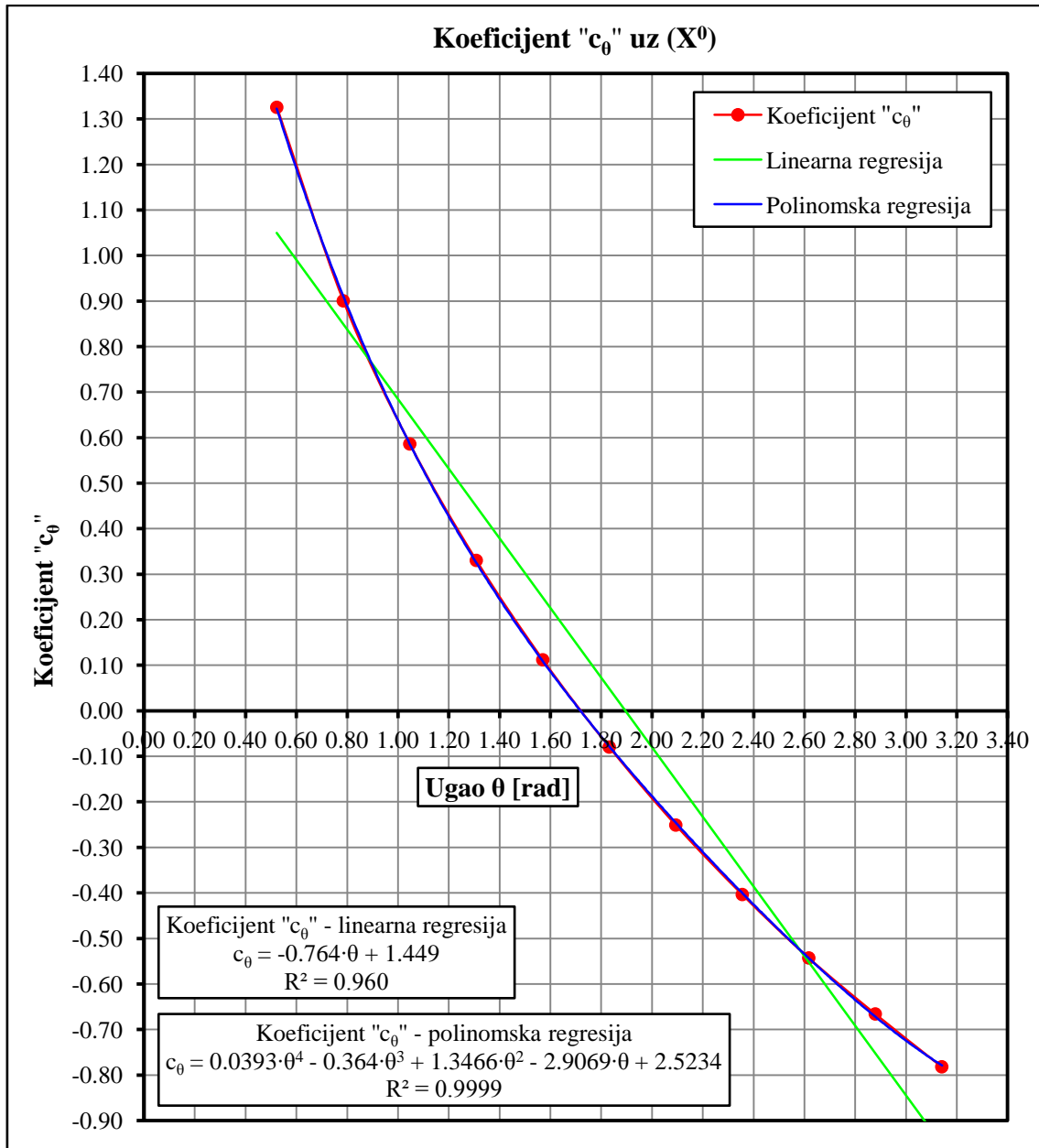
Konačno, sa definisanim regresionim jednačinama za proračun koeficijenata polinomske regresije a_θ, b_θ i c_θ u funkciji veličine skretnog ugla θ , formira se u celosti dvostepeni regresioni model sa slike 4.9. Kada se sračunaju koeficijenti a_θ, b_θ i c_θ , posle se jednostavno vraćanjem jedan korak unazad, odnosno, primenom jednakosti (4.60) iz prvostepenog regresionog modela, lako izračuna vrednost parametra m :



Slika 4.11 Zavisnost koeficijenta "a₀" (uz X²) polinomske regresije od skretnog ugla θ



Slika 4.12 Zavisnost koeficijenta "b₀" (uz X¹) polinomske regresije od skretnog ugla θ

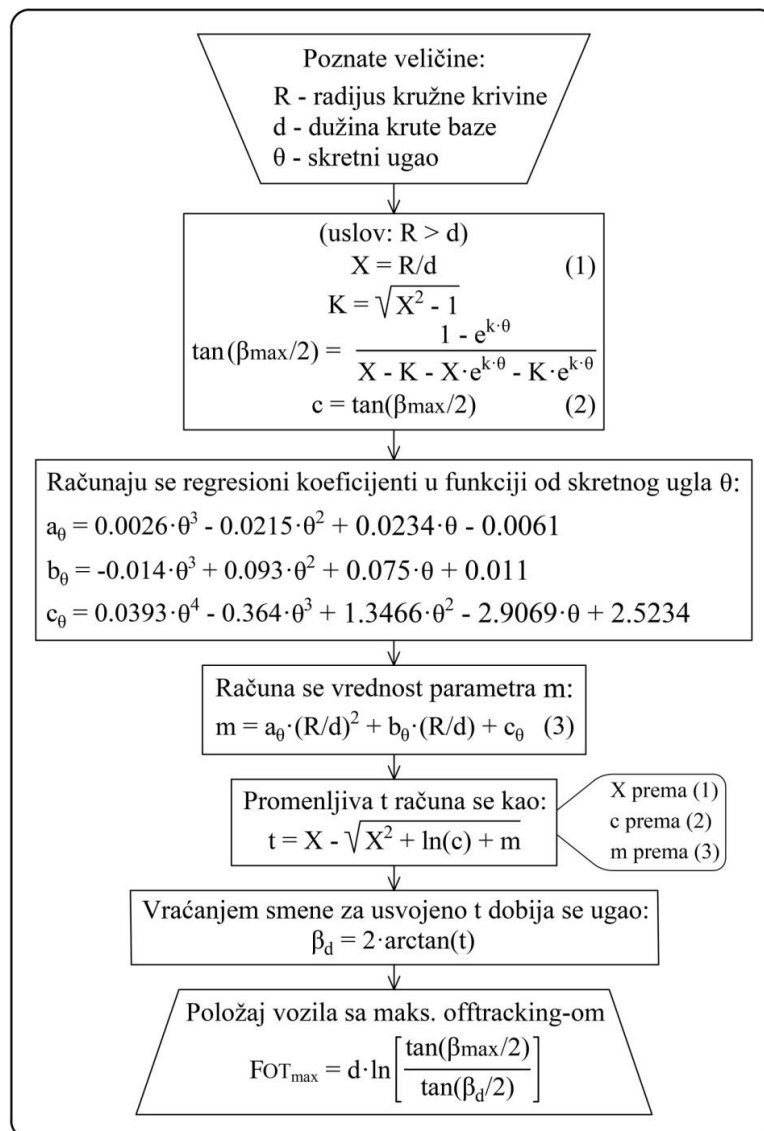


Slika 4.13 Zavisnost koeficijenta "c_θ" (uz X⁰) polinomske regresije od skretnog ugla θ

$$m = a_\theta \cdot X^2 + b_\theta \cdot X + c_\theta = a_\theta \cdot \left(\frac{R}{d}\right)^2 + b_\theta \cdot \left(\frac{R}{d}\right) + c_\theta \quad (4.64)$$

Takođe, idući još jedan korak unazad, posle proračuna parametra m , primenom formule (4.58), naposljetku se dobija i tražena vrednost promenljive t , a onda iz nje, vraćanjem uvedene smene $\text{tg}(\beta_d/2) = t$, i položaj jediničnog vozila sa maksimalnim offtracking-om.

Zbog lakše primene kreiranog regresionog modela u narednim koracima razvoja matematičkog modela za proračun trajektorija povlačenja vozila, na slici 4.14 dat je sažeti prikaz, odnosno, redosled koraka koje treba izvesti da bi se na osnovu tri unapred poznate veličine R , d i θ sračunao maksimalni offtracking. Kada se dvostepeni regresioni model primeni za proračun maksimalnog offtracking-a na istom primeru kao u prethodnim potpoglavljima 4.3.1 i 4.3.2 ($R = 10.0$ m, $d = 5.0$ m i $\theta = 90^\circ$), dobiju se veoma slični rezultati.



Slika 4.14 Redosled koraka pri proračunu položaja sa maksimalnim offtracking-om samostalnog vozila pomoću formiranog dvostepenog regresionog modela

Pošto specijalizovani računski servisi i softveri (Wolfram Mathematica, MATLAB) rade po istom principu kao i numeričke metode za rešavanje transcendentnih jednačina,

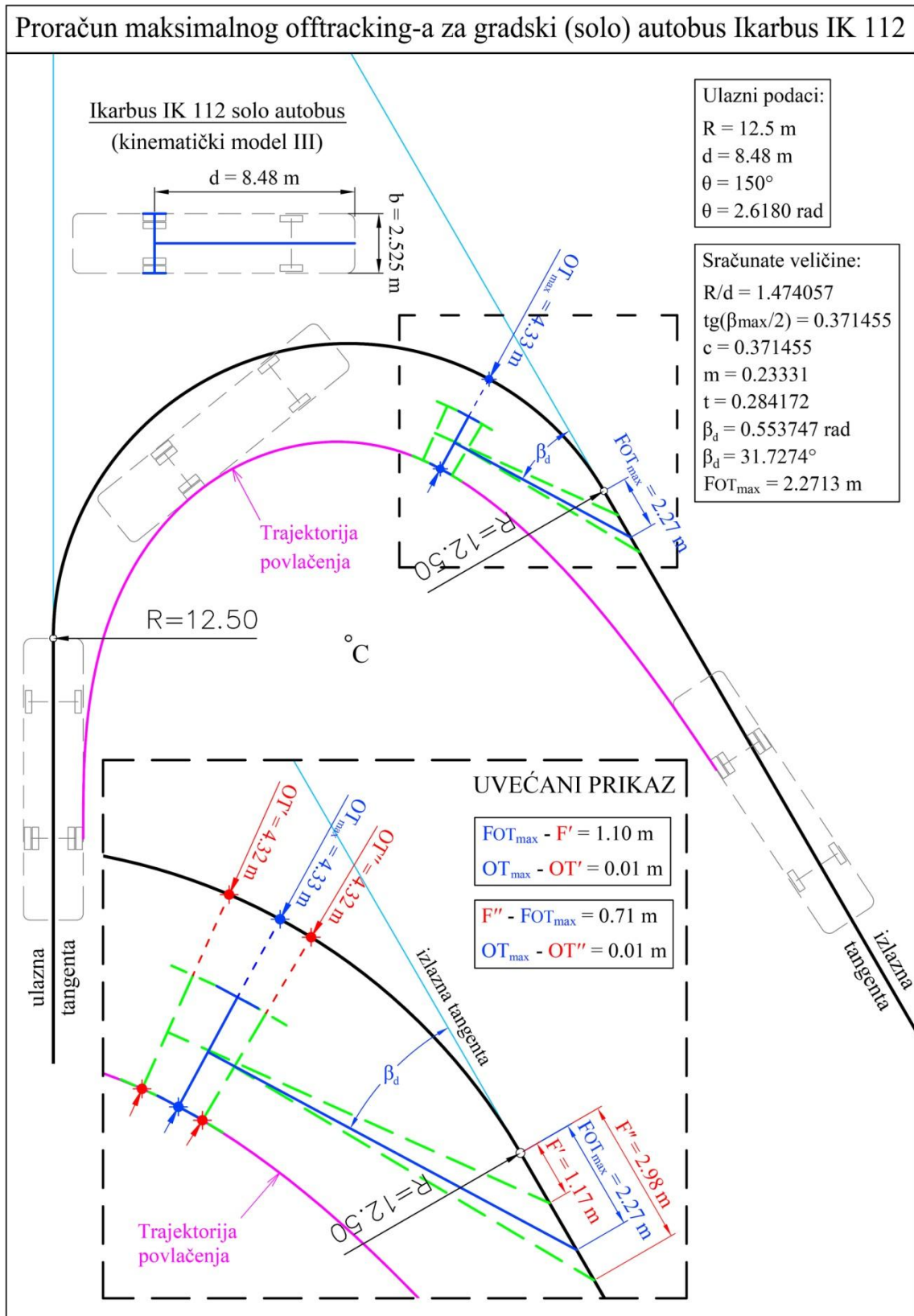
dobijeni rezultati proračuna maksimalnog offtracking-a iz obe ove metode su identični. Prema tome, racionalno je porediti samo rezultate proračuna maksimalnog offtracking-a za numeričku metodu i dvostepeni regresioni model, što je i prikazano u tabeli 4.4.

Iz tabele 4.4 lako se uočava da su razlike između sračunatih veličina za obe upoređene metode veoma male. To se posebno odnosi na veličinu trenutnog skretnog ugla β_d , koji osovina krute baze vozila zaklapa sa izlaznom tangentom u položaju sa maksimalnim offtracking-om, i na rastojanje FOT_{max} bazne tačke vozila od kraja kružnog odseka vodeće putanje u momentu dostizanja OT_{max} . Štaviše, razlika između rastojanja FOT_{max} sračunatih primenom upoređenih metoda iznosi samo 0.017539 m, tj. manje od 2.00 cm.

Tabela 4.4 Uporedni prikaz rezultata proračuna položaja vozila sa maksimalnim offtracking-om dobijenih pomoću numeričke metode sečice i regresionog modela

Korišćene metode:		Metoda sečice	Regresioni model
Ulazni podaci	R [m]	10.00	10.00
	d [m]	5.00	5.00
	θ [°]	90.00	90.00
	θ [rad]	1.570796	1.570796
Sračunate veličine	R/d	2.000000	2.000000
	$\text{tg}(\beta_{max}/2)$	0.251499	0.251499
	c	0.251499	0.251499
	m	0.669479	0.667102
	t	0.186395	0.187050
	β_d [rad]	0.368561	0.369827
	β_d [°]	21.116963	21.189526
	FOT_{max} [m]	1.497854	1.480315

Da bi se dodatno potvrdila pouzdanost regresionog modela, on je testiran za seriju kombinacija odnosa R/d u intervalu $1.01 < R/d < 4.00$ i različitih skretnih uglova θ u opsegu $30^\circ < \theta < 180^\circ$. Testiranje je izvedeno tako što su rastojanja FOT_{max} , sračunata primenom regresionog modela, upoređena sa istim tim rastojanjima dobijenim na osnovu tačno izračunatih vrednosti promenljive t numeričkim putem.



Slika 4.15 Uticaj veličine greške u "dužinskom smislu" prilikom određivanja rastojanja FOT_{max} na tačnost proračuna maksimalnog offtracking-a OT_{max} u "poprečnom smislu"

Maksimalne razlike između ovako upoređenih rastojanja FOT_{\max} iznose do 0.08 m i dobijaju se za skretne uglove $\theta > 140^\circ$, i odnose R/d u intervalu $1.01 < R/d < 2.00$. Iako 8.00 cm neslaganja između upoređenih vrednosti FOT_{\max} u prvi mah deluje kao ozbiljna greška, odnosno, nedostatak tačnosti kreiranog regresionog modela, treba imati na umu da se radi o grešci određivanja položaja bazne tačke vozila u "dužinskom smislu". Nasuprot tome, uočena greška u "poprečnom smislu" je, sa aspekta tačnosti određivanja maksimalnog offtracking-a, daleko manja i iznosi najviše do 0.50 cm.

Kako bi se što prostije objasnio manji značaj grešaka u "dužinskom smislu" pri određivanju rastojanja FOT_{\max} na ukupnu tačnost proračuna maksimalnog offtracking-a, prikazana je jedna od situacija sa "nepovoljnom" kombinacijom ulaznih veličina (R , d i θ) na slici 4.15. Na primeru proračuna maksimalnog offtracking-a primenom regresionog modela za solo autobus Ikarbus IK 112, koji skreće pod uglom $\theta = 150^\circ$ prateći vodeću putanju oblika kružnog luka radijusa $R = 12.5$ m, vidi se da se veličina offtracking-a veoma malo menja, čak i kada se bazna tačka krute baze vozila pomeri za više od 1.00 m duž izlazne tangente u odnosu na tačan položaj bazne tačke kada je dostignut maksimalni offtracking (dužine OT' , OT'' i OT_{\max} na slici 4.15). Pošto je u navedenom primeru korišten kinematički model tipa III za solo autobus, bazna tačka krute baze smeštena je u najjisturenijoj tački na sredini prednjeg branika Ikarbus-ovog autobusa. Iz prikazanog primera jasno se vidi da maksimalna greška od 0.08 m prilikom određivanja rastojanja FOT_{\max} pomoću razvijenog dvostepenog regresionog modela, sa stanovišta praktične inženjerske primene, ima zanemarljiv uticaj na ukupnu tačnost proračuna položaja sa maksimalnim offtracking-om samostalnog vozila.

4.4 Razvijeni matematički modeli za proračun trajektorije povlačenja vozila u kružnoj krivini

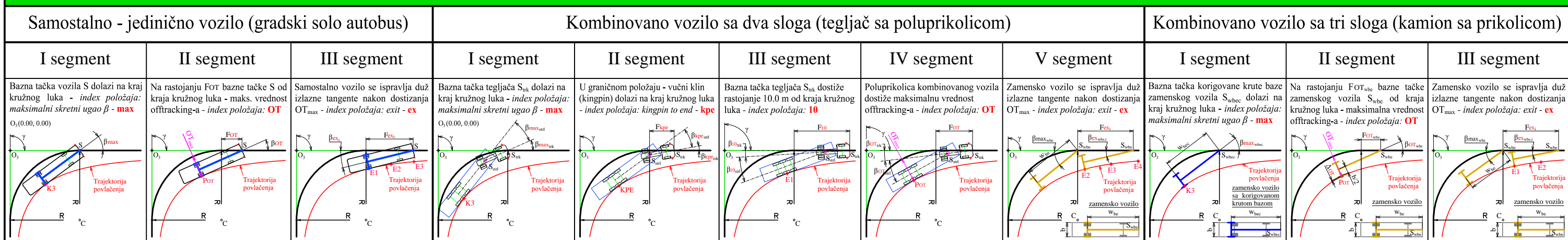
U posebnim potpoglavljima biće prikazani novorazvijeni matematički modeli za proračun trajektorija povlačenja vozila sa jednim, dva i tri sloga. Proračun trajektorija povlačenja dugačkih kombinovanih vozila (vučnih vozova) sa više od tri sloga neće biti detaljnije razmatran, s obzirom na malu verovatnoću pojave takve vrste vozila na

površinskim raskrscima gradske putne mreže u gradovima Srbije. Čak i na vangradskoj putnoj mreži Srbije, učestalost pojave dugačkih kombinovanih vozila sa više od tri sloga je mala da bi se trajektorijama tih vozila posvetila veća pažnja.

Prilikom formiranja matematičkih modela za sve tri vrste analiziranih vozila (sa jednim, dva i tri sloga) korišćene su već dobro poznate formule iz ICAO-ovog matematičkog modela za proračun offtracking-a samostalnog vozila koje se kreće duž vodeće putanje oblika kružne krivine, odnosno, duž izlazne tangente. Takođe, prethodno kreirani dvostepeni regresioni model za proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om samostalnog vozila, korišćen je kao osnova za dalji razvoj dovoljno tačnog analitičkog postupka za određivanje položaja sa maksimalnim offtracking-om kombinovanog vozila, sastavljenog od dva, odnosno, tri sloga. Pri proračunu trajektorija povlačenja kombinovanih vozila, primenjen je i koncept ekvivalentne baze na onim odsecima vodeće putanje gde je to, sa stanovišta tačnosti proračuna, bilo opravdano.

Zbog velikog broja parametara koji opisuju položaj analiziranih vozila tokom njihovog kretanja duž različitih elemenata vodeće putanje, izvršena je sistematizacija indeksa (sufiksa) uz dužinske i uglovne veličine koje definišu karakteristične položaje vozila u posebnim segmentima matematičkih modela za proračun trajektorija povlačenja. Na istim odsecima vodećih putanja usvojeni su identični indeksi uz dužinske i uglovne veličine kojima je opisan karakterističan položaj sva tri navedena tipa vozila. Usvojeni indeksi za sve segmente razvijenih matematičkih modela svih analiziranih tipova vozila prikazani su u specijalno pripremljenoj tabeli na strani 198. Kao što se vidi u priloženoj tabeli, sistematizacija je izvršena tako da usvojeni indeksi prvo označavaju tačan položaj vozila duž vodeće putanje, pa tek onda vrstu vozila ili konkretan slog kombinovanog vozila u izvedenom manevru. Uz sve oznake koje se odnose na zamenska vozila stavljena je zvezdica, bez obzira da li se radi o zamenskim vozilima koja menjaju kombinovano vozilo sa dva ili tri sloga. U tabeli su različitom bojom posebno naglašene oznake koje se odnose na glavne i sporedne međurezultate proračuna položaja vozila. Ključni (rezultujući) parametri, kojima je jednoznačno definisan položaj vozila, izdvojeni su u posebnu vrstu tabele i detaljnije opisani. Pored usvojenih skraćenica u indeksima položaja vozila, u okviru iste tabele objašnjene su i oznake skraćenica za analizirane tipove kombinovanih i zamenskih vozila.

Polazna proračunska šema sa oznakama karakterističnih skretnih uglova, uglova artikulacije i dužina u različitim položajima analiziranih vozila duž vodeće putanje



Medurezultati proračuna (dužinske veličine)

$F = 0$	FOT	Fex_i	$F = 0$	$Fkpe$	$F10$	FOT	Fex_i^*	$F = 0^*$	FOT_{wbe}^*	Fex_i^*
			R_{end} R_{BASE} R_{kp} $R_{d,kp}$ b_{cor}	$kkpe_{hor}$ $kkpe_{ver}$ $Fkpe_{kp}$	$k10_{hor}$ $k10_{ver}$ $F10_{kp}$	FOT_{wbe}^* FOT_{trk} kOT_{hor} kOT_{ver} FOT_{kp}		w_{bec}^* $b_{max_{cor}}^*$	ΔOT^*	$b_{ex_{cor-1}}^*$ $b_{ex_{cor-2}}^*$ $b_{ex_{cor-3}}^*$ $b_{ex_{cor-4}}^*$ $b_{ex_{cor-5}}^*$

Medurezultati proračuna (uglovne veličine)

β_{max}	β_{OT}	β_{ex_i}	$\beta_{max_{trk}}$ $\beta_{max_{strl}}$ $\beta_{max_{wbe}}^*$	$\beta_{kpe_{trk}}$ $\beta_{kpe_{strl}}$	$\beta_{10_{trk}}$ $\beta_{10_{strl}}$	$\beta_{OT_{trk}}$ $\beta_{OT_{strl}}$ $\beta_{OT_{wbe}}^*$	$\beta_{ex_{wbe,i}}^*$	$\beta_{max_{wbec}}^*$	$\beta_{OT_{wbe}}^*$	$\beta_{ex_{wbe,i}}^*$
			ϵ $\beta_{max_{strl-0}}$ θ_{trk} θ_{strl}	δ_{kpe} $\delta_{kpe_{s,1}}$ $\delta_{kpe_{s,2}}$	δ_{10} $\delta_{10_{s,1}}$ $\delta_{10_{s,2}}$	δ_{OT} $\delta_{OT_{s,1}}$ $\delta_{OT_{s,2}}$				

Rezultujući parametri kojima je jednoznačno definisan položaj vozila duž vodeće kružne putanje

$F = 0$ β_{max}	FOT β_{OT}	Fex_i β_{ex_i}	$F = 0$ $\beta_{max_{trk}}$ $\beta_{max_{strl}}$	$Fkpe$ $\beta_{kpe_{trk}}$ $\beta_{kpe_{strl}}$	$F10$ $\beta_{10_{trk}}$ $\beta_{10_{strl}}$	FOT $\beta_{OT_{trk}}$ $\beta_{OT_{strl}}$	Fex_i^* $\beta_{ex_{wbe,i}}^*$	$F = 0^*$ $\beta_{max_{wbec}}^*$	FOT_{wbe}^* $\beta_{OT_{wbe}}^*$	Fex_i^* $\beta_{ex_{wbe,i}}^*$
$F = 0$ - bazna tačka vozila S je došla na kraj kružnog luka (početak izlazne tangente) β_{max} - ugao između osovine krute baze samostalnog vozila i tangente na kraj kružnog luka	FOT - rastojanje bazne tačke samostalnog vozila S od kraja kružnog luka u položaju sa maksimalnim offtracking-om β_{OT} - ugao između osovine krute baze samostalnog vozila i izlazne tangente u položaju sa maksimalnim offtracking-om	Fex_i - rastojanje bazne tačke S od kraja kružnog luka dok se samostalno vozilo ispravlja duž izlazne tangente β_{ex_i} - ugao između osovine krute baze i izlazne tangente dok se samostalno vozilo ispravlja duž izlazne tangente <i>Napomena: indeks i se odnosi na više uzastopnih položaja pri kretanju samostalnog vozila duž izlazne tangente (E1, E2, ..., E6).</i>	$F = 0$ - bazna tačka tegljača S_{trk} je došla na kraj kružnog luka (početak izlazne tangente) $\beta_{max_{trk}}$ - ugao između osovine krute baze tegljača i tangente na kraj kružnog luka $\beta_{max_{strl}}$ - ugao artikulacije između osovine krutih baza tegljača i poluprikolice kada je bazna tačka tegljača S_{trk} došla na kraj kružnog luka	$Fkpe$ - rastojanje bazne tačke tegljača S_{trk} od kraja kružnog luka u graničnom položaju $\beta_{kpe_{trk}}$ - ugao između osovine krute baze tegljača i izlazne tangente u graničnom položaju $\beta_{kpe_{strl}}$ - ugao artikulacije između osovine krutih baza tegljača i poluprikolice u graničnom položaju	$F10$ - bazna tačka tegljača S_{trk} udaljena je tačno 10.0 m od kraja kružnog luka $\beta_{10_{trk}}$ - ugao između osovine krute baze tegljača i izlazne tangente u položaju 10 $\beta_{10_{strl}}$ - ugao artikulacije između osovine krutih baza tegljača i poluprikolice u položaju 10	FOT - rastojanje bazne tačke vodećeg vozila od kraja kružnog luka u položaju sa maksimalnim offtracking-om $\beta_{OT_{trk}}$ - ugao između osovine krute baze tegljača i izlazne tangente u položaju sa maksimalnim offtracking-om $\beta_{OT_{strl}}$ - ugao artikulacije između osovine krutih baza tegljača i poluprikolice u položaju sa maksimalnim offtracking-om	Fex_i^* - rastojanje bazne tačke zamenskog vozila S_{wbe} od kraja kružnog luka dok se ono ispravlja duž izlazne tangente $\beta_{ex_{wbe,i}}^*$ - ugao između osovine krute baze zamenskog vozila i izlazne tangente dok se ono ispravlja duž izlazne tangente <i>Napomena: indeks i se odnosi na više uzastopnih položaja pri kretanju zamenskog vozila duž izlazne tangente (E2, E3, ..., E7).</i>	$F = 0^*$ - bazna tačka S_{wbec} zamenskog vozila sa korigovanim krutom bazom došla je na kraj kružnog luka (početak izlazne tangente) $\beta_{max_{wbec}}^*$ - ugao između osovine korigovane krute baze zamenskog vozila i tangente na kraj kružnog luka	FOT_{wbe}^* - rastojanje bazne tačke zamenskog vozila od kraja kružnog luka u položaju sa maksimalnim offtracking-om $\beta_{OT_{wbe}}^*$ - ugao između osovine krute baze zamenskog vozila i izlazne tangente u položaju sa maksimalnim offtracking-om	Fex_i^* - rastojanje bazne tačke zamenskog vozila S_{wbe} od kraja kružnog luka dok se ono ispravlja duž izlazne tangente $\beta_{ex_{wbe,i}}^*$ - ugao između osovine krute baze zamenskog vozila i izlazne tangente dok se ono ispravlja duž izlazne tangente <i>Napomena: indeks i se odnosi na više uzastopnih položaja pri kretanju zamenskog vozila duž izlazne tangente (E1, E2, ..., E6).</i>

Indeksi položaja vozila

max	maximum steering angle (maksimalni skretni ugao se dostiže kada bazna tačka krute baze analiziranog vozila dođe na kraj kružnog luka)
kpe	kingpin to end (granični položaj - vučni klin ili kingpin poluprikolice dolazi na kraj kružnog luka)
10	bazna tačka tegljača S_{trk} prilikom ispravljanja kombinovanog vozila duž izlazne tangente dostiže rastojanje od 10.0 m od kraja kružnog luka
OT	maximum offtracking (položaj u kome se dostiže maksimalni offtracking bilo samostalnog, zamenskog ili kombinovanog vozila)
ex	exit - izlazak iz krivine (samostalno, kombinovano ili zamensko vozilo se ispravlja duž izlazne tangente)

Oznake skraćenica vozila

trk	truck (tegljač - vučno vozilo)
strl	semitrailer (poluprikolica)
kp	kingpin (vučni klin poluprikolice)
w _{wbe}	wheel base equivalent (dužina ekvivalentne krute baze zamenskog vozila)
w _{wbec}	wheel base equivalent corrected (korigovana dužina ekvivalentne krute baze zamenskog vozila)

Legenda

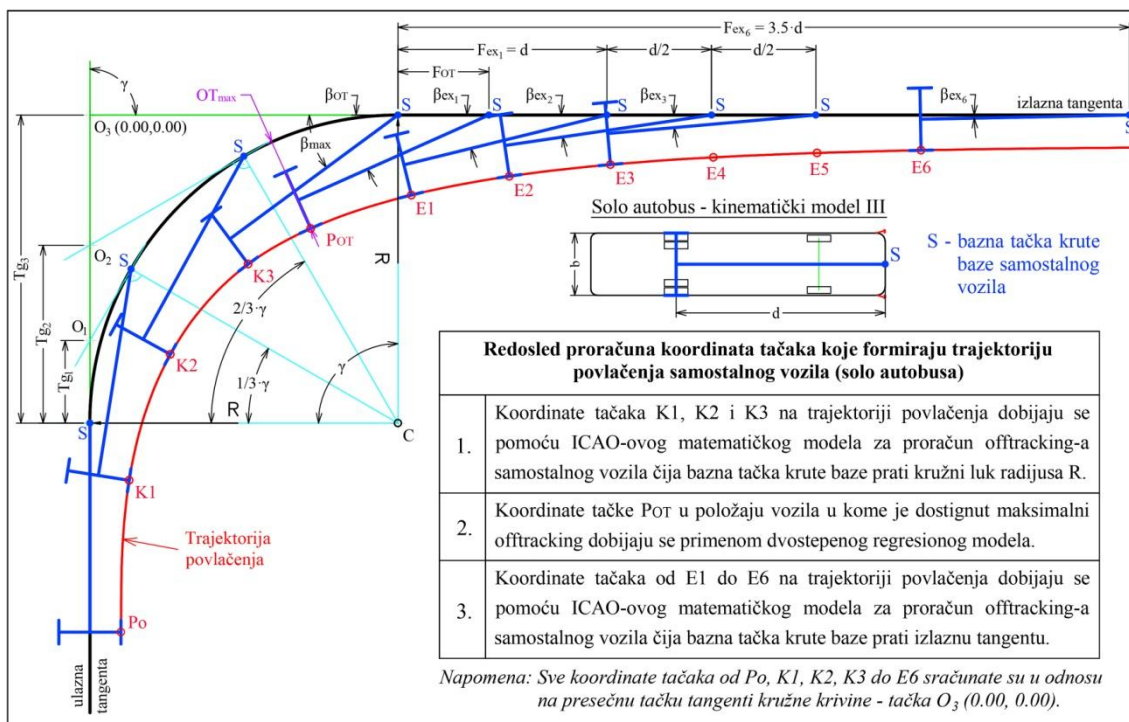
	glavni medurezultati proračuna
	sporedni medurezultati proračuna

*Uglovne i dužinske veličine koje se odnose na zamensko vozilo sa korigovanim i nekorigovanim dužinom krute baze.

Posebna napomena: Značenje korišćenih dužinskih i uglovnih veličina u sporednim rezultatima proračuna detaljnije je objašnjeno u potpoglavlju 4.4.2 i 4.4.3 disertacije.

4.4.1 Proračun trajektorije povlačenja vozila sa jednom krutom bazom

Pre formiranja matematičkog modela za proračun trajektorije povlačenja vozila sa jednom krutom bazom, sve ključne jednačine u strukturi ovog modela već su izvedene. Na slici 4.16 dat je šematski prikaz matematičkog modela sa redosledom proračuna koordinata tačaka koje opisuju trajektoriju povlačenja samostalnog vozila.



Slika 4.16 Matematički model za proračun trajektorije povlačenja samostalnog vozila sa prikazom redosleda proračuna koordinata tačaka koje opisuju tu trajektoriju

Kao tipični primer samostalnog vozila izabran je solo autobus po ugledu na gradski autobus Ikarbus IK 112 korišćen za testne vožnje u izvedenom eksperimentu. Kruta baza autobusa poklapa se sa njegovom podužnom osovinom tako da odgovara kinematičkom modelu III (poglavlje 2.2). Shodno tome, bazna tačka na krutoj bazi vozila definisana je tačno u središtu prednjeg branika karoserije autobusa, odnosno, na početku krute baze. U suštini, matematički model za proračun trajektorije povlačenja samostalnog vozila može se podeliti na 3 *segmenta* (slika 4.16):

- *I segment* odnosi se na proračun koordinata najisturenijih unutrašnjih tačaka karoserije vozila K1, K2 i K3 pri manevru skretanja, kada bazna tačka krute baze vozila prati kružni luk radijusa R;

- *II segment* odnosi se na proračun najjisturenije unutrašnje tačke karoserije vozila POT u položaju u kome je dostignut maksimalni offtracking;
- U *III segmentu* računaju se koordinate tačaka od E1 do E6 koje opisuje karoserija samostalnog vozila kada počne da se ispravlja duž izlazne tangente nakon dostizanja maksimalnog offtracking-a, odnosno, kada bazna tačka krute baze prati izlaznu tangentu.

U početnom položaju kruta baza vozila idealno je poravnata sa ulaznom tangentom, a njena bazna tačka leži tačno na početku kružnog odseka vodeće putanje. Kada vozilo počne manevar skretanja, bazna tačka krute baze vozila počinje da prati kružni luk sve do njegovog kraja, odnosno, do početka izlazne tangente. Upravo pri pomeranju bazne tačke krute baze duž kružnog luka, najjisturenija tačka na karoseriji vozila sa unutrašnje strane krivine (centar zadnjeg desnog točka vozila u primeru sa slike 4.16), opisuje trajektoriju povlačenja u *I segmentu* matematičkog modela. Već je rečeno da se trajektorija povlačenja vozila na ovom odseku vodeće putanje može sračunati primenom ključnih jednačina iz ICAO-ovog matematičkog modela (potpoglavlje 2.3.4), pa se tako za ulazne podatke R , d i γ dobija:

$$X = \frac{R}{d} \quad (2.41)$$

$$K = \sqrt{X^2 - 1} \quad (2.42)$$

$$\tan\left(\frac{\beta_{max}}{2}\right) = \frac{1 - e^{K\gamma}}{X - K - X \cdot e^{K\gamma} - K \cdot e^{K\gamma}} \quad (2.67)$$

Međutim, kako se za sračunati maksimalni trenutni skretni ugao β_{max} , dobija samo jedan položaj krute baze kada je njena bazna tačka tačno na kraju kružnog luka, najjisturenija tačka karoserije vozila K3, sračunata na osnovu ovog položaja, ne može dovoljno detaljno da opiše trajektoriju povlačenja vozila na kružnom odseku vodeće putanje. Zbog toga se preporučuje da se pre položaja krute baze vozila na kraju kružnog luka, definisanog na osnovu prethodno sračunatog ugla β_{max} , odrede još neki dodatni položaji krute baze pri kretanju vozila na kružnom odseku vodeće putanje. Najprostiji način da se to izvede i dobiju dodatne tačke za konstrukciju trajektorije povlačenja, jeste da se početni skretni ugao γ podeli na tri dela. Zatim se za nove vrednosti tako

sračunatih skretnih uglova γ_1 i γ_2 ponovo odrede maksimalni trenutni skretni uglovi $\beta_{max,1}$ i $\beta_{max,2}$ krute baze vozila na krajevima pomoćnih (skraćениh) dužina kružnih lukova:

$$\gamma_1 = (1/3) \cdot \gamma \quad (4.65)$$

$$\tan\left(\frac{\beta_{max1}}{2}\right) = \frac{1 - e^{K\gamma_1}}{X - K - X \cdot e^{K\gamma_1} - K \cdot e^{K\gamma_1}} \quad (4.66)$$

$$\gamma_2 = (2/3) \cdot \gamma \quad (4.67)$$

$$\tan\left(\frac{\beta_{max2}}{2}\right) = \frac{1 - e^{K\gamma_2}}{X - K - X \cdot e^{K\gamma_2} - K \cdot e^{K\gamma_2}} \quad (4.68)$$

U matematičkom modelu, uz poznate skretne uglove i položaje baznih tačaka krutih baza u odnosu na elemente vodeće putanje, lako se računaju koordinate tačaka koje opisuju trajektoriju povlačenja vozila. Sve koordinate ovih tačaka sračunate su u odnosu na koordinatni početak smešten u presečnoj tački tangenti kružne krivine, odnosno, u temenu krivine koje se nalazi u tački O_3 (0.00, 0.00) (slika 4.16). S tim u vezi, pre računanja koordinata tačaka K1 i K2 za prethodno sračunate vrednosti uglova $\beta_{max,1}$ i $\beta_{max,2}$, potrebno je odrediti koordinate novih pomerenih temena krivina O_1 i O_2 sa skraćenim dužinama kružnih lukova. Imajući u vidu da, u geometrijskom smislu, oba pomereni temena ovih skraćenih kružnih krivina O_1 i O_2 (slika 4.16) leže na pravcu ulazne tangente izvorne krivine, njihov položaj jednostavno se računa samo na osnovu vrednosti tangenti kružnih krivina sračunatih za skretne uglove γ , γ_1 i γ_2 :

$$Tg = R \cdot tg(\gamma/2) \quad (4.69)$$

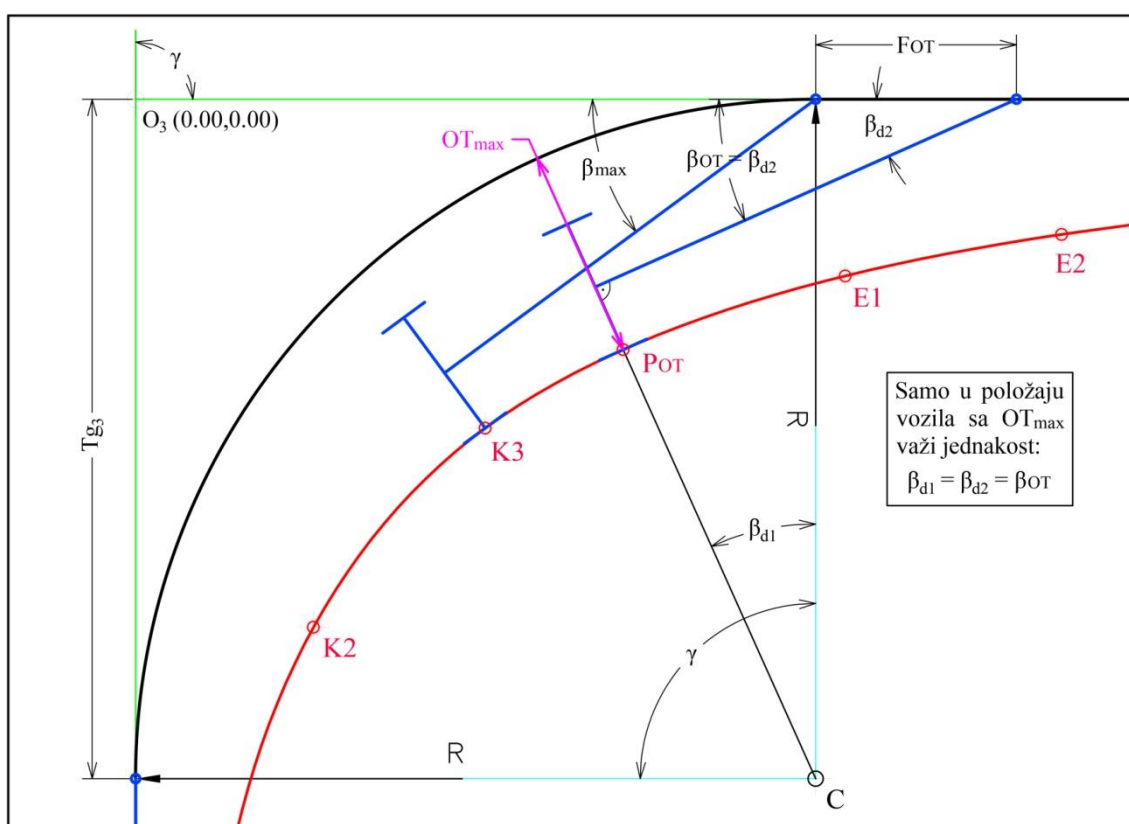
$$Tg_1 = R \cdot tg(\gamma_1/2) \quad (4.70)$$

$$Tg_2 = R \cdot tg(\gamma_2/2) \quad (4.71)$$

Na kraju, u odnosu na sračunate koordinate pomerenih temena O_1 i O_2 , određene su i koordinate tačaka K1 i K2 u koordinatnom sistemu sa početkom u tački O_3 . Koordinate tačke Po u početnom položaju vozila, kada je kruta baza bila poravnata sa ulaznom tangentom, računaju se samo na osnovu već poznatih dužina tangente Tg_3 , krute baze vozila d i njegove širine b (slika 4.16). Sa svim sračunatim koordinatama tačaka Po , K1,

K2 i K3, trajektorija povlačenja vozila u *I segmentu* matematičkog modela može se dovoljno detaljno opisati.

U *II segmentu* matematičkog modela određuje se tačan položaj vozila sa maksimalnim offtracking-om, odnosno, koordinate najisturenije unutrašnje tačke na karoseriji vozila P_{OT} u tom položaju (slika 4.17). Za proračun ugla β_{OT} i dužine F_{OT} koristi se dvostepeni regresioni model, integrisan u poseban algoritam za proračun maksimalnog offtracking-a samostalnog vozila (slika 4.14). Treba istaći da su koordinate tačke P_{OT} takođe sračunate u odnosu na koordinatni početak u tački O_3 .



Slika 4.17 Određivanje položaja sa maksimalnim offtracking-om samostalnog vozila i koordinata najisturenije unutrašnje tačke na karoseriji P_{OT} u tom položaju

Bazna tačka krute baze vozila u položaju sa maksimalnim offtracking-om već je "napustila" kružni odsek vodeće putanje i "prešla" na izlaznu tangentu. Kao što je već pokazano, posle dostizanja maksimalne vrednosti, offtracking se postepeno smanjuje kako bazna tačka krute baze nastavlja da se kreće duž izlazne tangente. Upravo, u *III segmentu* matematičkog modela računaju se koordinate tačaka od E1 do E6 koje opisuju

trajektoriju povlačenja karoserije vozila dok se ona poravnava sa izlaznom tangentom nakon dostizanja maksimalnog offtracking-a.

Kako bi se dobio dovoljan broj tačaka za konstrukciju trajektorije povlačenja vozila na *III segmentu*, usvojeno je da se, počevši od položaja u kome je bazna tačka krute baze bila na rastojanju d od kraja kružnog luka, na svakih $d/2$ dužine, računa položaj vozila sve dok bazna tačka ne dostigne udaljenost od $3.5 \cdot d$ od početka izlazne tangente (slika 4.18). Empirijskim putem, nakon poređenja sa trajektorijama povlačenja istog vozila konstruisanim pomoću Halter-ove simulacije, ustanovljeno je da se od trenutka kada bazna tačka krute baze dostigne udaljenost $F = 3.5 \cdot d$ od kraja kružnog luka, osovina vozila prilično dobro poravnava sa izlaznom tangentom, tj. veličina offtracking-a pada skoro na nultu vrednost. Potom se za unapred zadata rastojanja Fex_i u intervalu $d < Fex_i < 3.5 \cdot d$ računaju odgovarajući trenutni skretni uglovi $\beta ex_1, \beta ex_2, \dots, \beta ex_6$ između osovine krute baze vozila i izlazne tangente. Jednačina za proračun navedenih skretnih uglova već je izvedena u drugom segmentu ICAO-ovog matematičkog modela:

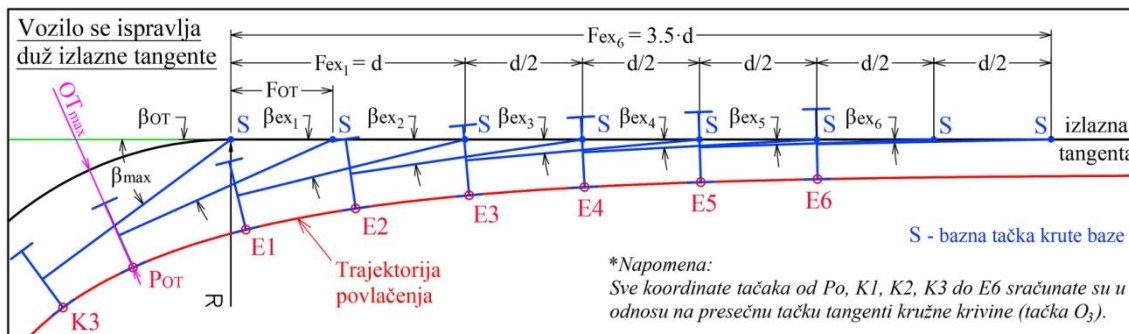
$$\beta = 2 \cdot \arctan \left(\tan \left(\frac{\beta max}{2} \right) \cdot e^{\left(-\frac{F}{d} \right)} \right) \quad (2.94)$$

Budući da su rastojanja Fex_i bazne tačke krute baze od kraja kružnog luka unapred zadata kao $Fex_1 = d, Fex_2 = 1.5 \cdot d, Fex_3 = 2.0 \cdot d, \dots, Fex_6 = 3.5 \cdot d$, njima odgovarajući skretni uglovi $\beta ex_1, \beta ex_2, \dots, \beta ex_6$, koristeći jednačinu (2.94), računaju se kao:

$$\beta ex_1 = 2 \cdot \arctan \left(\tan \left(\frac{\beta max}{2} \right) \cdot e^{\left(-\frac{Fex_1}{d} \right)} \right) \quad (4.72)$$

•
•
•

$$\beta ex_6 = 2 \cdot \arctan \left(\tan \left(\frac{\beta max}{2} \right) \cdot e^{\left(-\frac{Fex_6}{d} \right)} \right) \quad (4.73)$$



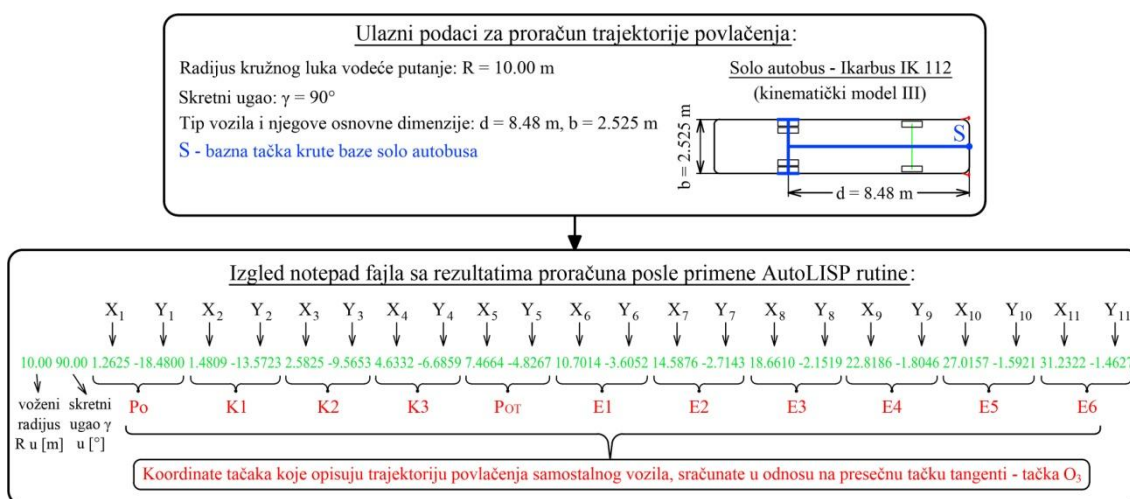
Slika 4.18 Proračun položaja vozila dok se ispravlja duž izlazne tangente i koordinata tačaka od $E1$ do $E6$ koje opisuju trajektoriju povlačenja u III segmentu modela

Na osnovu poznate dužine tangente kružne krivine Tg_3 , unapred zadatih rastojanja $F_{ex_1}, F_{ex_2}, \dots, F_{ex_6}$, i za njih sračunatih trenutnih skretnih uglova $\beta_{ex_1}, \beta_{ex_2}, \dots, \beta_{ex_6}$, konačno se dobijaju sve koordinate tačaka od $E1$ do $E6$ u koordinatnom sistemu sa početkom u tački O_3 (0.00, 0.00). Na ovaj način, nakon prethodno određenih koordinata tačaka P_o , $K1$, $K2$, $K3$ i P_{OT} , kompletira se u celosti skup tačaka koje opisuju trajektoriju povlačenja samostalnog vozila sa proizvoljnom dužinom krute baze.

Prethodno izloženi postupak za proračun koordinata tačaka koje opisuju trajektoriju povlačenja samostalnog vozila za sva tri segmenta matematičkog modela, razvijen je u formi AutoLISP rutine. Kao rezultat rada ove rutine, na osnovu ulaznih podataka koji se odnose na radijus kružne krivine R , dužinu krute baze vozila d , najveću širinu karoserije vozila b , i skretni ugao γ izražen u $[\circ]$, dobija se lista koja sadrži unete ulazne podatke i sračunate (x,y) parove koordinata svih 11 tačaka trajektorije povlačenja vozila. Kodni zapis AutoLISP komande dat je u prilogu F1 na kraju disertacije. Na slici 4.19 prikazano je kako izgleda izlazni fajl sa rezultatima proračuna, odnosno, lista sa sračunatim koordinatama tačaka za trajektoriju Ikarbus-ovog IK 112 autobusa koji skreće pod uglom od $\gamma = 90^\circ$, prateći sredinom prednjeg branika vodeću putanju oblika kružne krivine radijusa $R = 10.0$ m. Sve koordinate tačaka koje opisuju trajektoriju povlačenja Ikarbus-ovog autobusa sračunate su u standardnom AutoCAD-ovom X, Y koordinatnom sistemu sa koordinatnim početkom u tački (0.00, 0.00).

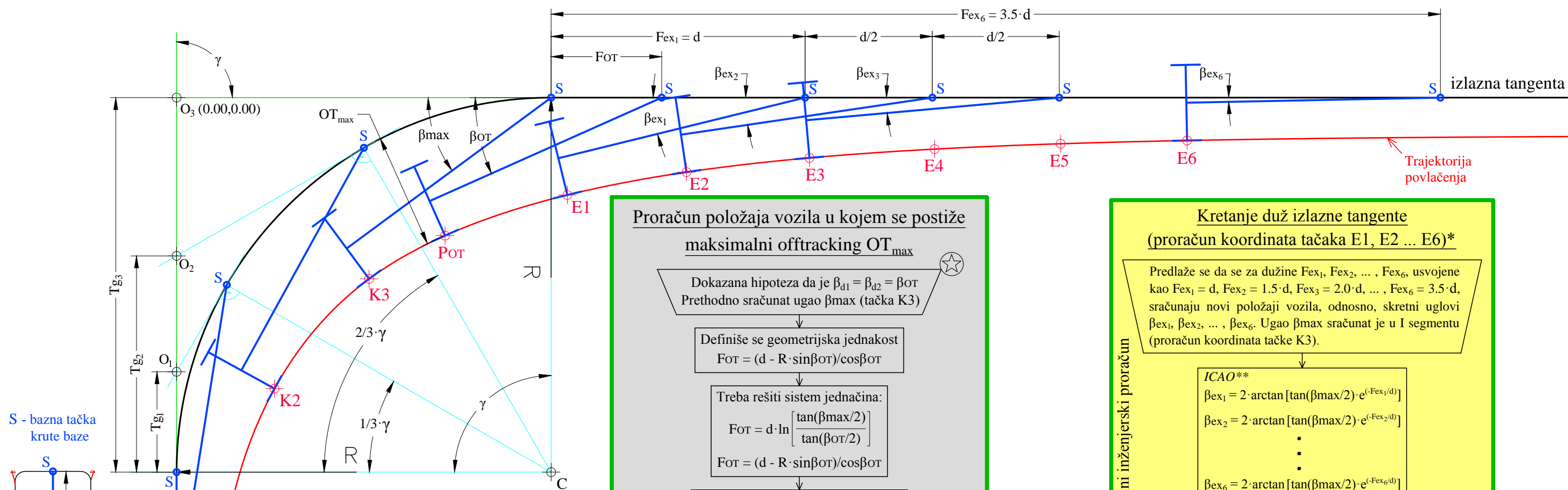
Zbog potreba kasnijeg razvoja i testiranja optimalne forme trocentrične krivine za aproksimaciju trajektorija povlačenja vozila (u završnom delu disertacije), računaju se

koordinate skupa tačaka koje opisuju trajektorije povlačenja samostalnog vozila za seriju različitih kombinacija radijusa i skretnih uglova kružne vodeće putanje. Tako su izračunate trajektorije povlačenja Ikarbus-ovog autobusa za 27 različitih kombinacija geometrije vodeće putanje: 3 radijusa kružne krivine ($R = 10.0$ m, 12.5 m i 15.0 m); i 9 skretnih uglova ($\gamma = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ, 105^\circ, 120^\circ, 135^\circ$ i 150°). Posle su ovako dobijene trajektorije povlačenja, za svaku analiziranu kombinaciju radijusa i skretnih uglova, snimljene kao zasebne liste sa realnim brojevima u izlaznom (notepad) .txt fajlu. Zapravo, u tom izlaznom fajlu, sračunata trajektorija povlačenja za svaki izvedeni manevar predstavlja jednu listu. Prvi član liste je radijus kružne krivine R izražen u [m], drugi član je skretni ugao γ u [$^\circ$], dok preostali članovi liste odgovaraju x i y koordinatama 11 karakterističnih tačaka koje opisuju trajektoriju povlačenja samostalnog vozila, odnosno, Ikarbus-ovog IK 112 solo autobusa (slika 4.19). Sadržaj celog izlaznog fajla sa svim sračunatim trajektorijama povlačenja za sve analizirane manevre skretanja Ikarbus-ovog autobusa prikazan je u prilogu G1 na kraju disertacije.



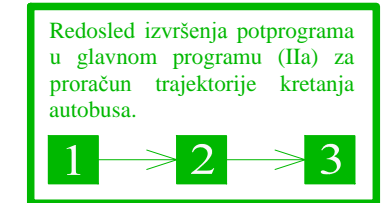
Slika 4.19 Struktura podataka u izlaznom .txt fajlu dobijenom pomoću AutoLISP rutine za proračun trajektorije povlačenja solo autobusa u kružnoj krivini $R = 10.0$ m, $\gamma = 90^\circ$

Na posebnom crtežu na strani 206, sva tri prezentovana segmenta matematičkog modela za proračun trajektorije povlačenja samostalnog vozila prikazana su kao jedan integrisani proračunski algoritam. Upravo na osnovu ovog algoritma, razvijena je i prethodno pomenuta AutoLISP rutina za proračun trajektorija povlačenja samostalnih vozila proizvoljnih dimenzija, koja izvode manevre skretanja u krivinama malih radijusa ($R < 20.0$ m) pri različitim vrednostima skretnih uglova.



S - bazna tačka krute baze

*Napomena:
Sve koordinate tačaka od Po, K1, K2, K3 do E6 sračunane su u odnosu na presečnu tačku tangenti kružne krivine (tačka O3).



Kretanje po kružnom luku (proračun koordinata tačaka K1, K2 i K3)*

Poznate veličine:
R - radius kružne krivine
d - dužina krute baze
gamma - skretni ugao

$$\theta = (\gamma \cdot \pi) / 180^\circ$$

ICAO**
 $X = R/d$
 $K = \sqrt{X^2 - 1}$
 $\tan(\beta_{max}/2) = \frac{1 - e^{k \cdot \theta}}{X - K - X \cdot e^{k \cdot \theta} - K \cdot e^{k \cdot \theta}}$

koordinate tačke K3*

$\theta = 0; \theta < \gamma$

ICAO**
 $\theta = \theta + \frac{1}{3} \cdot \gamma$
 $\tan(\beta_{max}/2) = \frac{1 - e^{k \cdot \theta}}{X - K - X \cdot e^{k \cdot \theta} - K \cdot e^{k \cdot \theta}}$

koordinate tačke Ki* ; i ≤ 2

END

Praktični inženjerski proračun

Proračun položaja vozila u kojem se postiže maksimalni offtracking OT_max

Dokazana hipoteza da je $\beta_{d1} = \beta_{d2} = \beta_{OT}$
Prethodno sračunat ugao β_{max} (tačka K3)

Definiše se geometrijska jednakost
 $F_{OT} = (d - R \cdot \sin \beta_{OT}) / \cos \beta_{OT}$

Treba rešiti sistem jednačina:
 $F_{OT} = d \cdot \ln \left[\frac{\tan(\beta_{max}/2)}{\tan(\beta_{OT}/2)} \right]$
 $F_{OT} = (d - R \cdot \sin \beta_{OT}) / \cos \beta_{OT}$

Uvodi se smena:
 $t = \tan(\beta_{OT}/2)$
 (t ≡ t_{OT}, t_{num} = numerički dobijeno t)
 $c = \tan(\beta_{max}/2)$

Dobija se transcendentna jednačina
 $\ln(c/t) = \frac{1 - 2 \cdot (R/d) \cdot t + t^2}{1 - t^2}$

Jednačina se svodi na kvadratni oblik
 $t^2 - 2 \cdot (R/d) \cdot t - (\ln(c) + m) = 0$

Teorijska (matematička) osnova

U zavisnosti od R, d i theta, m se računa kao
 $m = a_0 \cdot (R/d)^2 + b_0 \cdot (R/d) + c_0$
 gde se koeficijenti a₀, b₀ i c₀ računaju u funkciji od ugla theta kao:
 $a_0 = 0.0026 \cdot \theta^3 - 0.0215 \cdot \theta^2 + 0.0234 \cdot \theta - 0.0061$
 $b_0 = -0.014 \cdot \theta^3 + 0.093 \cdot \theta^2 + 0.075 \cdot \theta + 0.011$
 $c_0 = 0.0393 \cdot \theta^4 - 0.364 \cdot \theta^3 + 1.3466 \cdot \theta^2 - 2.9069 \cdot \theta + 2.5234$

Za poznato m rešava se jednačina po t:
 $t^2 - 2 \cdot (R/d) \cdot t - (\ln(c) + m) = 0$

Jedino realno rešenje prethodne jednačine je:
 $t = X - \sqrt{X^2 + \ln(\tan(\beta_{max}/2)) + m}$

Vraćanjem smene za usvojeno t dobija se ugao:
 $\beta_{OT} = 2 \cdot \arctan(t)$

koordinate tačke POT*

Praktični inženjerski proračun

Kretanje duž izlazne tangente (proračun koordinata tačaka E1, E2 ... E6)*

Predlaže se da se za dužine Fex₁, Fex₂, ..., Fex₆, usvojene kao Fex₁ = d, Fex₂ = 1.5·d, Fex₃ = 2.0·d, ..., Fex₆ = 3.5·d, sračunaju novi položaji vozila, odnosno skretni uglovi beta_{x1}, beta_{x2}, ..., beta_{x6}. Ugao beta_{max} sračunat je u 1 segmentu (proračun koordinata tačke K3).

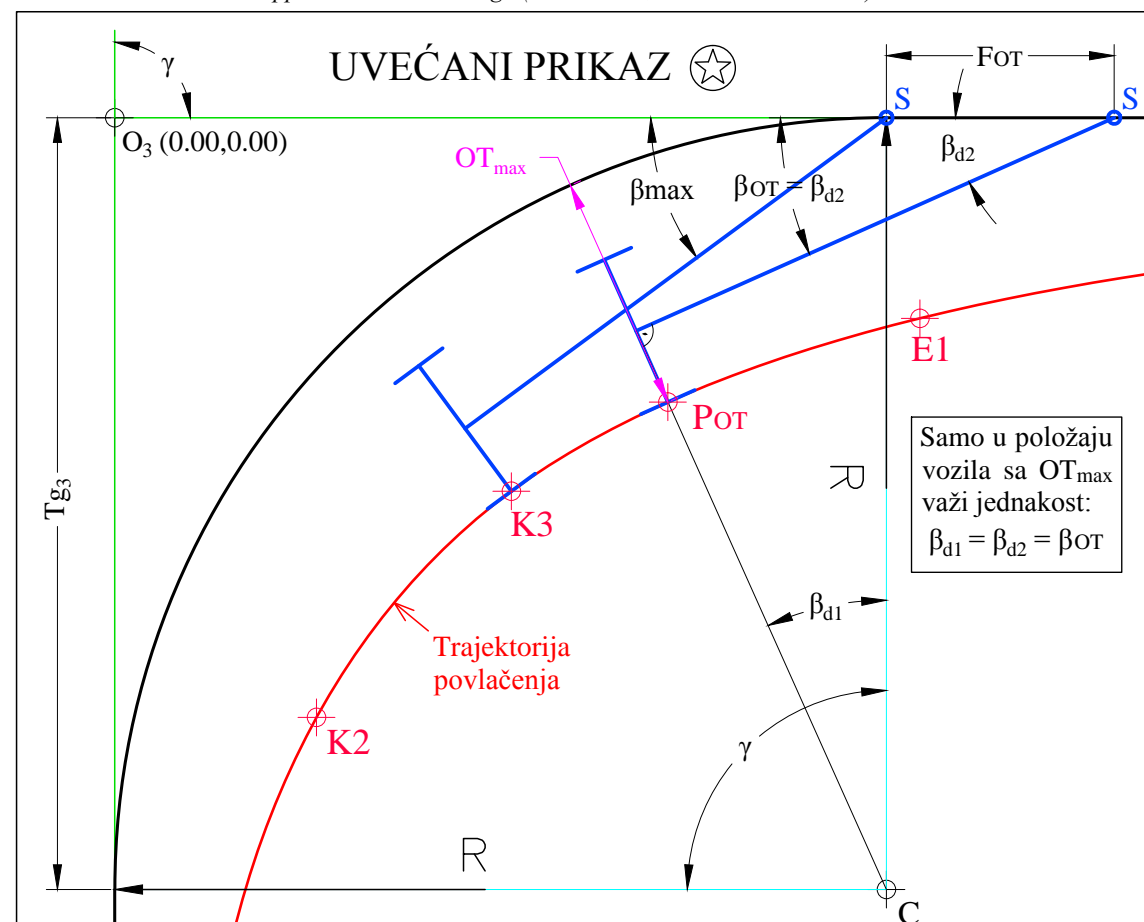
Praktični inženjerski proračun

ICAO**
 $\beta_{x1} = 2 \cdot \arctan[\tan(\beta_{max}/2) \cdot e^{-F_{ex1}/d}]$
 $\beta_{x2} = 2 \cdot \arctan[\tan(\beta_{max}/2) \cdot e^{-F_{ex2}/d}]$
 ...
 $\beta_{x6} = 2 \cdot \arctan[\tan(\beta_{max}/2) \cdot e^{-F_{ex6}/d}]$

koordinate tačaka E1*, E2*, ..., E6*

3

**ICAO - International Civil Aviation Organization: Aerodrome Design Manual (Part 2: Taxiways, Aprons and Holding Bays) Appendix 1 - Fillet design (uslov: R > d, d - dužina krute baze)



4.4.2 Proračun trajektorije povlačenja kombinovanog vozila sa dva sloga

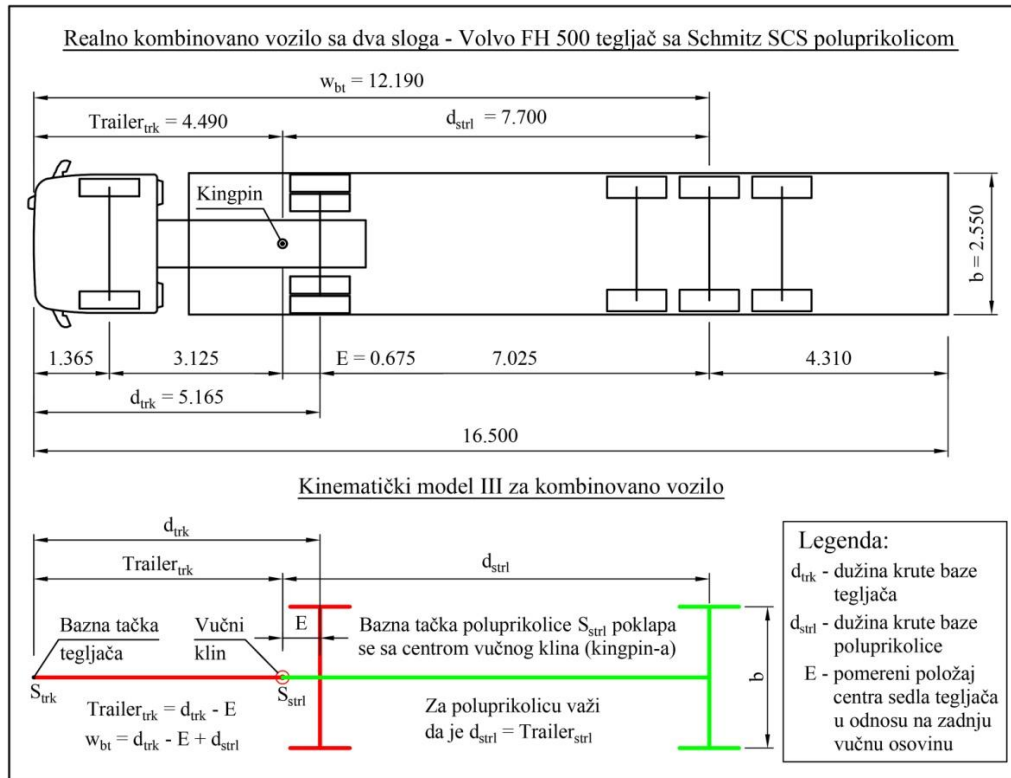
Pri kretanju kombinovanog vozila sastavljenog od dva sloga (tegljač sa poluprikolicom) duž zadate kružne putanje, položaj vodećeg vozila (tegljača) računa se po istom principu kao kod samostalnog vozila. Sve matematičke formule koje su prikazane u prethodnom potpoglavlju 4.4.1 mogu se na identičan način primeniti za određivanje položaja tegljača u odnosu na različite elemente vodeće putanje.

Za razliku od matematičkog modela za proračun trajektorije povlačenja samostalnog vozila, gde su sve ključne matematičke formule već bile izvedene u prethodnim poglavljima, kod formiranja matematičkog modela za proračun trajektorija povlačenja kombinovanih vozila sa dva (ili tri) sloga, postojeće formule poslužiće samo kao osnova za izvođenje novih. Pošto je matematički aparat za proračun položaja vodećeg vozila (tegljača) već ranije izveden, poznat je i položaj kuke (sedla) na tegljaču za koji se kači vučni klin poluprikolice (na engleskom: "kingpin"). Sa poznatim položajem kingpin-a, koji ujedno predstavlja i baznu tačku poluprikolice, za precizno definisanje položaja drugog sloga kombinovanog vozila potrebno je sračunati ugao zaokreta, odnosno ugao artikulacije, između podužnih osa tegljača i poluprikolice.

Kao merodavno kombinovano vozilo sa dva sloga, prema čijoj konfiguraciji i dimenzijama će biti testiran novi matematički model za proračun trajektorije povlačenja, izabran je Volvo FH 500 tegljač sa Schmitz SCS poluprikolicom. Isti tip vozila korišćen je kao testno vozilo u izvedenom eksperimentu. Kod Volvo FH 500 tegljača, kruta baza vozila poklapa se sa njegovom podužnom osovinom, a bazna tačka smeštena je tačno na sredini prednjeg branika tegljača po ugledu na kinematički model III (poglavljje 2.2). Po istom principu, kod Schmitz poluprikolice kruta baza smeštena je u osovini vozila, a bazna tačka u centru vučnog klina (kingpin-a). Dimenzije izabranog kombinovanog vozila sa njegovim kinematičkim modelom i pratećim oznakama, prikazani su na slici 4.20.

Prilikom izvođenja različitih manevara skretanja, najistureniji deo kombinovanog vozila ka centru kružne krivine jeste njegov poslednji slog, odnosno, u ovom slučaju Schmitz

SCS poluprikolica. Zapravo, u zavisnosti od zakrivljenosti krivine, najistureniji deo na karoseriji poluprikolice jeste glavčina levog ili desnog točka na srednjoj osovini u troosovinskom sklopu poluprikolice (slika 4.20).



Slika 4.20 Osnovne dimenzije i usvojeni kinematički model izabranog kombinovanog vozila sa dva sloga (Volvo FH 500 tegljač sa Schmitz SCS poluprikolicom)

Novorazvijeni matematički model za proračun trajektorije povlačenja kombinovanog vozila sa dva sloga sastoji se od pet *segmenta* (delova):

- *I segment* odnosi se na proračun položaja kombinovanog vozila, definisanog pomoću skretnog ugla vodećeg vozila (tegljača) β_{trk} i ugla artikulacije β_{strl} između tegljača i poluprikolice, kada bazna tačka tegljača S_{trk} prati kružni luk radijusa R (slika 4.21). Kada bazna tačka tegljača S_{trk} dođe na kraj kružnog luka, dostižu se maksimalne vrednosti pomenutih uglova $\beta_{max_{trk}}$ i $\beta_{max_{strl}}$. Upravo zbog toga je u polaznoj proračunskoj šemi (posebno izdvojena tabela na strani 198) korišćena skraćenica "max" uz oznake koje opisuju položaj kombinovanog vozila na kraju kružnog luka. Iz poznatih vrednosti uglova $\beta_{max_{trk}}$ i $\beta_{max_{strl}}$ lako se potom izračunaju koordinate najisturenije

- unutrašnje tačke karoserije poluprikolice K3. Kasnije će biti pokazano da je za tačnu konstrukciju trajektorije povlačenja poluprikolice na kružnom odseku vodeće putanje neophodno progustiti tačke koje opisuju tu trajektoriju, zbog čega će se naknadno sračunati koordinate dodatnih tačaka K1 i K2 (slika 4.21);
- *II segment* odnosi se na proračun graničnog položaja kombinovanog vozila, kada bazna tačka poluprikolice S_{str1} (kingpin) dođe na kraj kružnog luka, odnosno, iznad linije upravne na početak izlazne tangente. Indeks položaja kombinovanog vozila definisan je pomoću skraćenice "*kpe*" (na engleskom: "kingpin to end"), dok su skretni ugao tegljača i ugao artikulacije između tegljača i poluprikolice označeni redom kao $\beta_{kpe_{trk}}$ i $\beta_{kpe_{str1}}$. Na osnovu prethodno određenog položaja bazne tačke tegljača S_{trk} , koja se nalazi na rastojanju F_{kpe} od kraja kružnog luka, i sračunatih vrednosti uglova $\beta_{kpe_{trk}}$ i $\beta_{kpe_{str1}}$, dobijaju se koordinate najisturenije unutrašnje tačke poluprikolice KPE u graničnom položaju;
 - U *III segmentu* računa se položaj kombinovanog vozila kada bazna tačka tegljača S_{trk} dostigne udaljenost $F = w_{be}$ od kraja kružnog luka. U poglavlju 4.2 (slika 4.2) već je pokazano da, čim bazna tačka zamenskog vozila pređe rastojanje $F \geq w_{be}$ od kraja kružnog luka, trajektorija povlačenja tog vozila sigurno prelazi na "stranu sigurnosti" u odnosu na trajektoriju povlačenja izvornog kombinovanog vozila sa dva sloga (Volvo FH 500 tegljač sa Schmitz SCS poluprikolicom). Rukovodeći se ovim zaključkom, a imajući u vidu i da je dužina ekvivalentne baze zamenskog vozila za izabrano kombinovano vozilo jednaka $w_{be} = 9.247$ m, usvojeno je da je bazna tačka tegljača S_{trk} udaljena tačno $F_{10} = 10.0$ m od kraja kružnog luka, što ispunjava prethodno navedeni uslov da je $F \geq w_{be}$. U skladu s tim, indeks položaja izabranog (standardnog) kombinovanog vozila označen je sa "*10*" u polaznoj proračunskoj šemi (tabela na strani 198). Pored usvojenog rastojanja F_{10} bazne tačke tegljača S_{trk} od kraja kružnog luka, za precizno definisanje položaja oba sloga kombinovanog vozila, potrebno je sračunati vrednosti karakterističnih uglova $\beta_{10_{trk}}$ i $\beta_{10_{str1}}$. Tek kada se odrede sve prethodno navedene veličine F_{10} , $\beta_{10_{trk}}$ i $\beta_{10_{str1}}$,

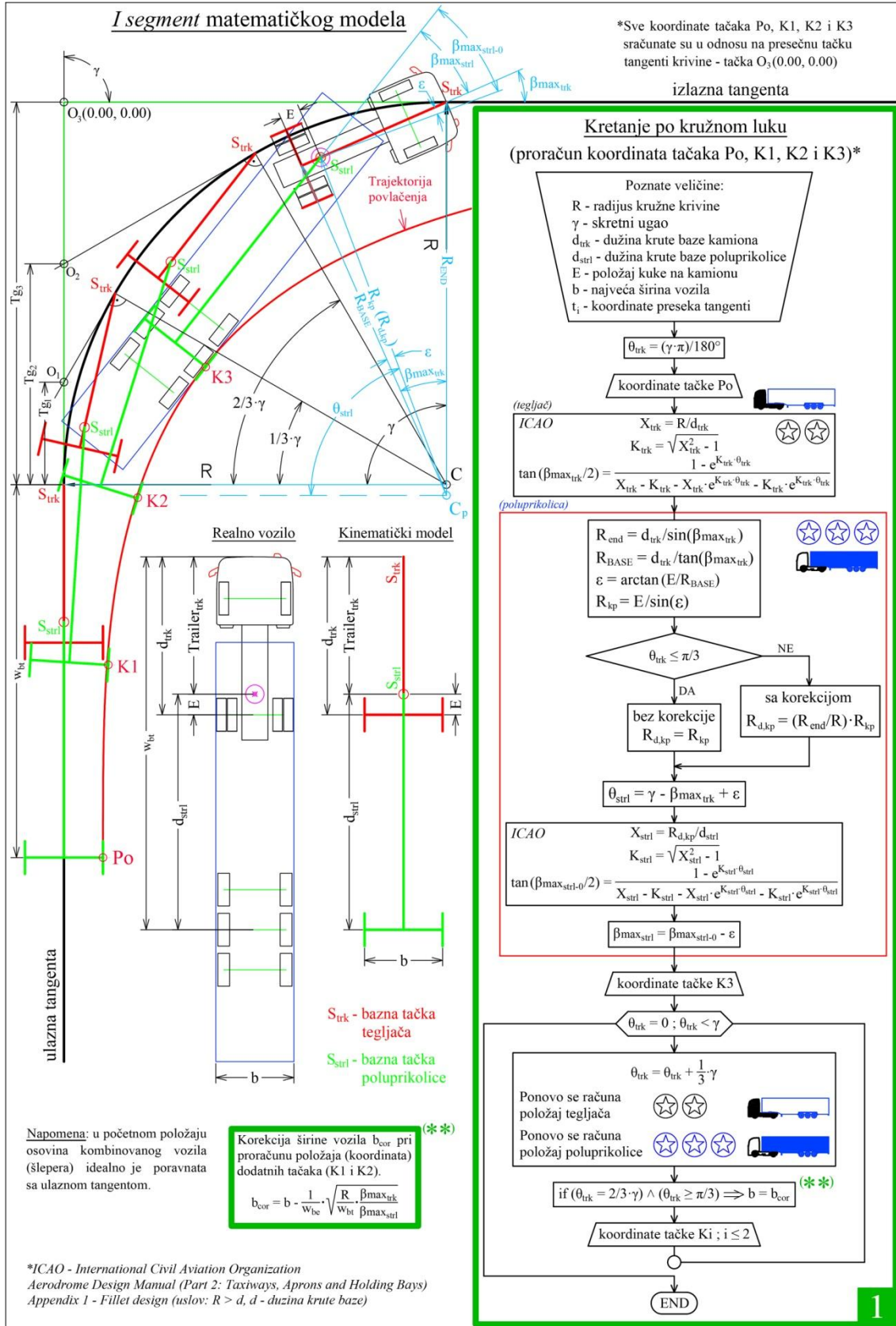
moгу se izračunati koordinate najjisturenije tačke poluprikolice E1 u momentu kada je bazna tačka tegljača S_{trk} na rastojanju 10.0 m od kraja kružnog luka.

- *IV segment* odnosi se na proračun položaja kombinovanog vozila u kome se dostiže maksimalni offtracking OT_{max} . Prvo se određuje rastojanje FOT bazne tačke tegljača S_{trk} od kraja kružnog luka, pa onda ugao $\beta_{OT_{\text{trk}}}$ između krute baze tegljača i izlazne tangente, odnosno, ugao artikulacije $\beta_{OT_{\text{strl}}}$ između osovina krutih baza tegljača i poluprikolice. Potom se na osnovu tako dobijenih uglova sračunaju koordinate najjisturenije unutrašnje tačke poluprikolice POT u položaju sa maksimalnim offtracking-om;
- U poslednjem *V segmentu*, umesto kombinovanog, određuje se položaj njegovog zamenskog vozila. Za unapred zadata rastojanja Fex_i bazne tačke zamenskog vozila S_{wbe} od kraja kružnog luka, računaju se odgovarajući uglovi $\beta_{ex_{\text{wbe},i}}$ između krute baze zamenskog vozila i izlazne tangente. Nakon toga vrlo jednostavno se određuju koordinate tačaka od E2 do E7 koje opisuju trajektoriju povlačenja šlepera dok se postepeno ispravlja duž izlazne tangente.

Na početku manevra, kada se sredina prednjeg branika tegljača nalazi tačno iznad početka kružnog luka, osovina kombinovanog vozila idealno je poravnata sa ulaznom tangentom. Na osnovu toga i već poznatih dimenzija izabranog kombinovanog vozila $(d_{\text{trk}}, d_{\text{strl}}, Trailer_{\text{trk}}, b)$, vrlo lako se dobiju koordinate početne tačke trajektorije povlačenja Po.

U *I segmentu* matematičkog modela (slika 4.21) bazna tačka krute baze tegljača S_{trk} , posle polaska iz početnog položaja, nastavlja da prati kružni luk sve do njegovog kraja. Dok tako bazna tačka krute baze tegljača S_{trk} sledi kružni luk, najjisturenija unutrašnja tačka na karoseriji poluprikolice (unutrašnji točak na srednjoj osovini troosovinskog sklopa poluprikolice) opisuje trajektoriju povlačenja.

Položaj tegljača kao samostalnog vozila, u momentu kada njegova bazna tačka S_{trk} dođe tačno iznad kraja kružnog luka, može lako da se sračuna koristeći poznate jednačine (2.41), (2.42) i (2.67) iz ICAO-ovog matematičkog modela (potpoglavlje 2.3.4).



Slika 4.21 Postupak za proračun trajektorije povlačenja kombinovanog vozila u I segmentu matematičkog modela kada bazna tačka tegljača S_{trk} prati kružni luk

Tako se za ulazne podatke u vidu radijusa kružne krivine R , skretnog ugla γ i dužine krute baze tegljača d_{trk} dobija maksimalna vrednost trenutnog skretnog ugla tegljača $\beta_{\text{max}_{\text{trk}}}$ na kraju kružnog luka:

$$X_{\text{trk}} = \frac{R}{d_{\text{trk}}} \quad (4.74)$$

$$K_{\text{trk}} = \sqrt{X_{\text{trk}}^2 - 1} \quad (4.75)$$

$$\theta_{\text{trk}} = (\gamma \cdot \pi) / 180^\circ \quad (4.76)$$

$$\tan\left(\frac{\beta_{\text{max}_{\text{trk}}}}{2}\right) = \frac{1 - e^{K_{\text{trk}} \cdot \theta_{\text{trk}}}}{X_{\text{trk}} - K_{\text{trk}} - X_{\text{trk}} \cdot e^{K_{\text{trk}} \cdot \theta_{\text{trk}}} - K_{\text{trk}} \cdot e^{K_{\text{trk}} \cdot \theta_{\text{trk}}}} \quad (4.77)$$

Međutim, mnogo veći problem predstavlja kako izračunati tačan položaj poluprikolice, odnosno, ugao artikulacije $\beta_{\text{max}_{\text{strl}}}$ (slika 4.21) između osovina krute baze tegljača i krute baze poluprikolice. Ovde treba imati u vidu da se bazna tačka krute baze poluprikolice S_{strl} , smeštena u centru kingpin-a, ne kreće po kružnom luku istog radijusa kao i bazna tačka krute baze tegljača S_{trk} . Drugim rečima, bazne tačke krutih baza tegljača i poluprikolice ne prate iste vodeće putanje. Zbog toga je potrebno izvesti nove analitičke obrasce za proračun ugla artikulacije $\beta_{\text{max}_{\text{strl}}}$ u trenutku kada bazna tačka krute baze tegljača S_{trk} dođe tačno na kraj kružnog luka.

Da bi se sračunao radijus kružnog luka kojeg prati bazna tačka poluprikolice S_{strl} , mora prvo da se odredi trenutni centar rotacije tegljača (tačka C_p na slici 4.21). Već je ranije u potpoglavlju 2.3.3.2 objašnjeno da se trenutni centri rotacije svih posebnih slogova (delova) kombinovanog vozila međusobno poklapaju, odnosno, nalaze tačno u centru vodeće kružne putanje samo u steady-state offtracking stanju kada je dostignuta konačna vrednost offtracking-a OT_{ss} . Takođe, utvrđeno je da se konačna vrednost offtracking-a OT_{ss} dostiže samo kada bazna tačka vozila prati dovoljno dugačku kružnu krivinu sa skretnim uglom većim od 270° .

Imajući u vidu prethodno navedene činjenice, jasno je zašto se u većini "uobičajenih" manevara skretanja za skretne uglove u rasponu $30^\circ < \gamma < 180^\circ$, trenutni centri rotacije

svih slogova kombinovanog vozila ne poklapaju sa centrom kružne krivine. Kao posledica toga, i u primeru sa slike 4.21 trenutni centar rotacije tegljača ne poklapa se sa centrom kružnog luka u tački C, već se nalazi u drugoj tački C_p. U stvari, trenutni centar rotacije tegljača je centar kružne krivine koju sledi bazna tačka poluprikolice S_{strl}, odnosno, centar njenog vučnog klina (kingpin-a). Koristeći jednostavne geometrijske zakonitosti, dolazi se do izraza za proračun radijusa kružne krivine R_{kp} koju prati centar kingpin-a:

$$R_{\text{end}} = \frac{d_{\text{trk}}}{\sin \beta \max_{\text{trk}}} \quad (4.78)$$

$$R_{\text{BASE}} = \frac{d_{\text{trk}}}{\text{tg} \beta \max_{\text{trk}}} \quad (4.79)$$

$$\varepsilon = \text{arctg} \left(\frac{E}{R_{\text{BASE}}} \right) \quad (4.80)$$

$$R_{\text{kp}} = \frac{E}{\sin \varepsilon} \quad (4.81)$$

Međutim, poređenjem sa realnim pređenim radijusom kingpin-a poluprikolice, dobijenim primenom Halter-ove metode, došlo se do zaključka da radijus R_{kp} u nekim slučajevima ipak treba korigovati. Tako se nakon poređenja sračunatih radijusa R_{kp} na osnovu formule (4.81) sa radijusima kingpin-a iz Halter-ove simulacije, za seriju različitih vrednosti skretnih uglova vodeće putanje u intervalu od 30° do 180°, jasno uočilo da se mogu izdvojiti dva karakteristična slučaja proračuna R_{kp} :

- Prvi slučaj kada je skretni ugao γ izražen u [rad] veći od $\pi/3$, odnosno, $\theta_{\text{trk}} > \pi/3$, realni radijus koji sledi kingpin poluprikolice R_{d,kp} računa se kao:

$$R_{\text{d,kp}} = \frac{R_{\text{end}}}{R} \cdot R_{\text{kp}} \quad (4.82)$$

- Drugi slučaj važi za sve ostale skretne uglove, tj. kada je $\theta_{\text{trk}} \leq \pi/3$, i tada se prvobitno sračunata vrednost radijusa R_{kp} ne menja, odnosno, R_{d,kp} = R_{kp}.

Sa slike 4.21 može se zapaziti da je skretni ugao θ_{strl} koji odgovara pređenom rastojanju bazne tačke poluprikolice S_{strl} po kružnom luku radijusa R_{d,kp}, manji od skretnog ugla γ

koji odgovara dužini kružnog luka radijusa R po kome se kretala bazna tačka tegljača S_{trk} . Na osnovu precizno označenih lučnih rastojanja koja su prešle bazne tačke krutih baza tegljača i poluprikolice, i pomerenog položaja centra sedla tegljača u odnosu na njegovu zadnju osovinu za dužinu E , prostim sabiranjem i oduzimanjem uglovnih veličina sa slike 4.21, dobija se da je skretni ugao θ_{str1} jednak:

$$\theta_{\text{str1}} = \gamma - \beta \max_{\text{trk}} + \varepsilon \quad (4.83)$$

Za poznatu vrednost skretnog ugla θ_{str1} bazne tačke poluprikolice, koristeći formule iz ICAO-ovog matematičkog modela, može se sračunati maksimalni trenutni ugao zaokreta $\beta \max_{\text{str1-0}}$ osovine krute baze poluprikolice u odnosu na pravu koja prolazi kroz kingpin i upravna je na liniju koja spaja centar kružnog luka C_p sa centrom kingpin-a (slika 4.21). Tako se u momentu kada je bazna tačka tegljača S_{trk} došla tačno na kraj kružnog luka dobija da je ugao $\beta \max_{\text{str1-0}}$:

$$X_{\text{str1}} = \frac{R_{\text{d,kp}}}{d_{\text{str1}}} \quad (4.84)$$

$$K_{\text{str1}} = \sqrt{X_{\text{str1}}^2 - 1} \quad (4.85)$$

$$\tan\left(\frac{\beta \max_{\text{str1-0}}}{2}\right) = \frac{1 - e^{K_{\text{str1}} \cdot \theta_{\text{str1}}}}{X_{\text{str1}} - K_{\text{str1}} - X_{\text{str1}} \cdot e^{K_{\text{str1}} \cdot \theta_{\text{str1}}} - K_{\text{str1}} \cdot e^{K_{\text{str1}} \cdot \theta_{\text{str1}}}} \quad (4.86)$$

Ovde treba posebno istaći da, za razliku od skretnog ugla $\beta \max_{\text{trk}}$, koji se meri između podužne ose tegljača i izlazne tangente, $\beta \max_{\text{str1}}$ predstavlja ugao artikulacije između podužnih osovina krutih baza tegljača i poluprikolice u trenutku kada bazna tačka tegljača S_{trk} dođe na kraj kružnog luka. Tek, kada se sračuna ugao artikulacije poluprikolice $\beta \max_{\text{str1}}$, položaj oba sloga kombinovanog vozila na kraju kružnog odseka vodeće putanje u potpunosti je određen.

S obzirom da je kuka za kačenje, odnosno, centar priključnog sedla na šasiji tegljača pomeren unapred za dužinu E u odnosu na centar zadnje osovine, da bi se precizno odredio ugao artikulacije $\beta \max_{\text{str1}}$, od prethodno sračunatog maksimalnog ugla zaokreta krute baze poluprikolice $\beta \max_{\text{str1-0}}$ treba oduzeti ugao ε . Na taj način se konačno

dobija da je maksimalni ugao artikulacije $\beta_{max_{str1}}$ između osovina krutih baza tegljača i poluprikolice jednak:

$$\beta_{max_{str1}} = \beta_{max_{str1-0}} - \varepsilon \quad (4.87)$$

Da je kojim slučajem centar sedla tegljača bio pomeren unazad za dužinu E u odnosu na centar zadnje osovine (ili težište zadnjeg osovinskog sklopa), ugao artikulacije $\beta_{max_{str1}}$ bi se računao tako što bi se na vrednost maksimalnog ugla zaokreta $\beta_{max_{str1-0}}$ samo dodao ugao ε . Sada, kada je određena maksimalna vrednost trenutnog skretnog ugla tegljača $\beta_{max_{trk}}$ i ugla artikulacije $\beta_{max_{str1}}$ između osovina krutih baza tegljača i poluprikolice, tačan položaj celog kombinovanog vozila na kraju kružnog luka jednoznačno je definisan, a onda na osnovu tako utvrđenog položaja, sračunate su i koordinate najisturenije unutrašnje tačke poluprikolice K3.

Kao što je to bio slučaj i kod samostalnog vozila, za preciznu konstrukciju trajektorije povlačenja kombinovanog vozila (šlepera) u *I segmentu* matematičkog modela, neophodno je sračunati koordinate dodatnih tačaka K1 i K2. Proračun koordinata ovih tačaka u suštini je isti kao u prethodno opisanom postupku za određivanje koordinata tačke K3 (slika 4.21). Menjaju se samo vrednosti skretnih uglova kružnih krivina koje prati bazna tačka tegljača S_{trk} . Tako se za proračun koordinata tačaka K1 i K2, njima korespondentni skretni uglovi θ_{trk1} i θ_{trk2} računaju kao:

$$\theta_{trk1} = \frac{1}{3} \cdot \gamma \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \quad (4.88)$$

$$\theta_{trk2} = \frac{2}{3} \cdot \gamma \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \quad (4.89)$$

Sve koordinate tačaka koje opisuju trajektoriju povlačenja računaju se u odnosu na koordinatni početak smešten u temenu krivine, tj. u tački O_3 (0.00, 0.00). S tim u vezi, da bi se koordinate dodatnih tačaka K1 i K2 mogle izračunati u odnosu na tačku O_3 , neophodno je prvo da se odrede koordinate pomerenih temena krivina O_1 i O_2 , kojima odgovaraju skraćene dužine kružnih lukova za skretne uglove θ_{trk1} i θ_{trk2} respektivno. Kako oba ova pomerena temena O_1 i O_2 leže na pravcu ulazne tangente izvorne kružne

krivine (slika 4.21), njihov položaj lako se određuje na osnovu dužina tangenti kružnih krivina sračunatih za skretne uglove θ , θ_{trk1} i θ_{trk2} pomoću standardne formule:

$$Tg = R \cdot tg(\theta/2) \quad (4.90)$$

Za skretne uglove θ_{trk1} i θ_{trk2} , celi prethodno opisan postupak proračuna koordinata tačke K3, ponovo se izvodi. Tako se opet prvo računaju maksimalne vrednosti trenutnih skretnih uglova tegljača $\beta_{\text{max}_{\text{trk}}}$ na krajevima skraćenih kružnih lukova, a onda i njima odgovarajući uglovi artikulacije $\beta_{\text{max}_{\text{str1}}}$ između osovina krutih baza tegljača i poluprikolice. Tek kada se izračunaju svi uglovi $\beta_{\text{max}_{\text{trk}}}$ i $\beta_{\text{max}_{\text{str1}}}$ na krajevima skraćenih kružnih lukova, mogu se odrediti i koordinate tačaka K1 i K2.

Zbog tačnosti celog postupka, kod proračuna položaja vozila iz kojeg su naknadno sračunate koordinate tačke K2 preporučeno je da se izvrši još jedna dodatna korekcija. Poređenjem trajektorija povlačenja iz matematičkog modela i Halter-ove simulacije na kružnom odseku vodeće putanje, uočeno je da su za neke skretne uglove najisturenije unutrašnje tačke na karoseriji poluprikolice otišle previše na "stranu sigurnosti" u odnosu na trajektoriju povlačenja konstruisanu pomoću Halter-ove metode.

Naime, ustanovljeno je da, u slučajevima kada skretni ugao θ_{trk2} za skraćenu dužinu kružnog luka pri proračunu koordinata tačke K2 ima vrednost $\theta_{\text{trk2}} \geq \pi/3$, treba privremeno "veštački" smanjiti širinu vozila b , kako tačka K2 ne bi bila previše na "strani sigurnosti" u odnosu na realnu trajektoriju povlačenja. Međutim, do primetnog odstupanja tačke K2 na "stranu sigurnosti" nije došlo zbog širine vozila b , već usled pomeranja centra zadnje fiksne osovine kinematičkog modela poluprikolice ka unutrašnjosti krivine. Prostije rečeno, pomera se centar zadnje fiksne osovine poluprikolice na "stranu sigurnosti", što praktično nema veze sa širinom vozila b .

Do pomeranja centra fiksne osovine na "stranu sigurnosti" došlo je ili zbog različitih dužina krutih baza pojedinih slogova kombinovanog vozila $(d_{\text{trk}}, d_{\text{str1}})$, ili zbog skretnog ugla γ , ili zbog radijusa kružne krivine R , ali sigurno nije zbog širine vozila b .

S druge strane, ako bi se korekcija širine b izrazila kao procenat od dužine krute baze nekog od slogova kombinovanog vozila ili veličine radijusa R , dobili bi se jako mali procenti (reda veličine 1.0 - 2.0 %), čija primena se najčešće izbegava u inženjerskoj putarskoj praksi. Iako uzrok uočenog odstupanja na "stranu sigurnosti" sigurno nije u širini vozila b , predloženo je da se ona privremeno koriguje samo pri određivanju položaja poluprikolice za proračun koordinata tačke K2 po sledećoj empirijskoj formuli:

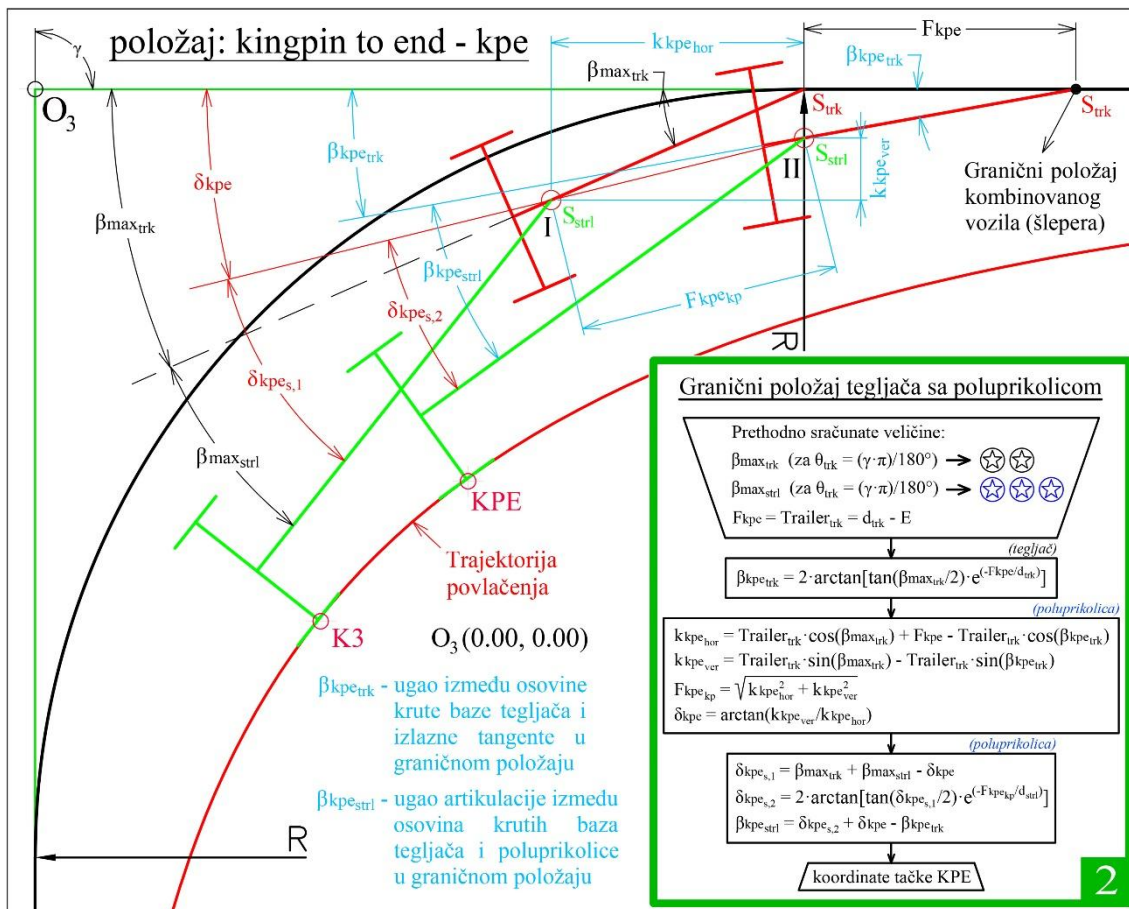
$$b_{\text{cor}} = b - \frac{1}{w_{\text{be}}} \cdot \sqrt{\frac{R}{w_{\text{bt}}} \cdot \frac{\beta_{\text{max}_{\text{trk}}}}{\beta_{\text{max}_{\text{str1}}}}} \quad (4.91)$$

gde je:

- b - najveća širina vozila u [m];
- b_{cor} - privremeno korigovana (virtuelno smanjena) širina vozila b pri određivanju položaja poluprikolice za proračun koordinata tačke K2;
- w_{be} - dužina ekvivalentne krute baze zamenskog vozila;
- w_{bt} - ukupna dužina kinematičkog modela izvornog kombinovanog vozila sa dva sloga (tegljač sa poluprikolicom);
- R - radijus kružnog luka vodeće putanje koju prati bazna tačka tegljača S_{trk} ;
- $\beta_{\text{max}_{\text{trk}}}$ - maksimalni skretni ugao između osovine krute baze tegljača i tangente na kraj kružnog luka;
- $\beta_{\text{max}_{\text{str1}}}$ - maksimalni ugao artikulacije između osovina krutih baza tegljača i poluprikolice kada je bazna tačka tegljača S_{trk} na kraju kružnog luka.

Detaljan algoritam sa svim koracima proračuna položaja oba sloga kombinovanog vozila, odnosno, koordinata tačaka K1, K2 i K3 za konstrukciju trajektorije povlačenja u *I segmentu* ovog matematičkog modela prikazan je na slici 4.21.

U *II segmentu* matematičkog modela računa se "granični položaj" kombinovanog vozila, kada bazna tačka poluprikolice S_{str1} (kingpin) dođe na kraj kružnog luka. Prvo se odredi položaj bazne tačke tegljača S_{trk} koja se nalazi na rastojanju $Fkpe$ od kraja kružnog luka u trenutku kada centar kingpin-a dođe tačno iznad linije upravne na početak izlazne tangente. Zatim se računa ugao $\beta_{kpe_{\text{trk}}}$ između osovine krute baze tegljača i izlazne tangente u "graničnom položaju", kao i ugao artikulacije $\beta_{kpe_{\text{str1}}}$ između osovina krutih baza tegljača i poluprikolice (slika 4.22).



Slika 4.22 Redosled koraka za proračun "graničnog položaja" kombinovanog vozila (šlepera) i koordinata tačke KPE na trajektoriji povlačenja

Sve uglovne i dužinske veličine koje opisuju "granični položaj" kombinovanog vozila imaju indekse "kpe", koji zapravo predstavljaju skraćenicu od engleskog izraza "kingpin to end", a što dalje jasno asocira na položaj kingpin-a na kraju kružnog luka (tabela sa indeksima položaja vozila na strani 198). Na osnovu sračunate dužine F_{kpe} i uglovnih veličina $\beta_{kpe_{trk}}$ i $\beta_{kpe_{strl}}$, lako se dobijaju koordinate najisturenije unutrašnje tačke poluprikolice KPE u "graničnom položaju".

Kao što se vidi u algoritmu na slici 4.22, ulazni podaci za proračun "graničnog položaja" kombinovanog vozila, odnosno karakteristični uglovi $\beta_{max_{trk}}$ i $\beta_{max_{strl}}$, već su sračunati u I segmentu ovog matematičkog modela. Tegljač sa poluprikolicom dostiže "granični položaj" u trenutku kada bazna tačka krute baze tegljača S_{trk} pređe rastojanje F_{kpe} od početka izlazne tangente, odnosno, kada se centar kingpin-a poluprikolice

(S_{strl}) nađe tačno iznad normale na kraj kružnog luka. Dužina $Fkpe$ može se sa zadovoljavajućom tačnošću sračunati kao:

$$Fkpe \approx Trailer_{trk} = d_{trk} - E \quad (4.92)$$

Ugao βkpe_{trk} između osovine krute baze tegljača i izlazne tangente u "graničnom položaju" dobija se koristeći poznatu formulu iz ICAO-ovog matematičkog modela za slučaj kada bazna tačka samostalnog vozila prati izlaznu tangentu:

$$\beta = 2 \cdot \arctan \left(\tan \left(\frac{\beta max}{2} \right) \cdot e^{\left(\frac{-F}{d} \right)} \right) \quad (2.94)$$

U konkretnom slučaju, kada se u jednačinu (2.94) uvrste već sračunate veličine iz položaja kada je bazna tačka tegljača S_{trk} bila na kraju kružnog luka, dobija se izraz za proračun ugla βkpe_{trk} u obliku:

$$\beta kpe_{trk} = 2 \cdot \arctan \left(\tan \left(\frac{\beta max_{trk}}{2} \right) \cdot e^{\left(\frac{-Fkpe}{d_{trk}} \right)} \right) \quad (4.93)$$

Da bi se izračunao ugao artikulacije između osovina krutih baza tegljača i poluprikolice u "graničnom položaju" βkpe_{strl} , prvo je potrebno odrediti dužinu $Fkpe_{kp}$ koju pređe bazna tačka poluprikolice S_{strl} (kingpin) prilikom pomeranja kombinovanog vozila, odnosno, bazne tačke tegljača S_{trk} sa kraja kružnog luka u granični položaj. Dužina $Fkpe_{kp}$ označena je na slici 4.22 kao rastojanje koje prelazi kingpin poluprikolice pri pomeranju iz tačke I u tačku II. Na osnovu prethodno sračunatih uglova βmax_{trk} i βkpe_{trk} moguće je odrediti položaj kingpin-a poluprikolice u tačkama I i II pomoću sledećih jednačina:

$$kkpe_{hor} = Fkpe + Trailer_{trk} \cdot \cos(\beta max_{trk}) - Trailer_{trk} \cdot \cos(\beta kpe_{trk}) \quad (4.94)$$

$$kkpe_{ver} = Trailer_{trk} \cdot \sin(\beta max_{trk}) - Trailer_{trk} \cdot \sin(\beta kpe_{trk}) \quad (4.95)$$

Dužina $Fkpe_{kp}$ se posle iz Pitagorine teoreme jednostavno izračuna kao:

$$Fkpe_{kp} = \sqrt{kkpe_{hor}^2 + kkpe_{ver}^2} \quad (4.96)$$

Od značaja za dalje izvođenje formule za proračun ugla βkpe_{str1} jeste i da se odredi veličina ugla δkpe između prave koja prolazi kroz tačke I i II i izlazne tangente. Kao što se vidi sa slike 4.22, ugao δkpe u geometrijskom smislu odgovara manjem oštrom uglu u pravouglom trouglu čije su katete jednake dužinama $kkpe_{hor}$ i $kkpe_{ver}$, pa se na osnovu toga dobija da je:

$$\delta kpe = \arctan\left(\frac{kkpe_{ver}}{kkpe_{hor}}\right) \quad (4.97)$$

Analizirajući samo pomeranje poluprikolice, odnosno njenog kingpin-a (S_{str1}), iz tačke I u tačku II duž prave koja prolazi kroz ove tačke, može se zaključiti da se poluprikolica tokom ovog manevra ponaša identično kao i samostalno vozilo koje se ispravlja duž nekog pravca (izlazne tangente). Stoga, u posmatranom manevru za proračun ugla $\delta kpe_{s,2}$ između krute baze poluprikolice i prave koja prolazi kroz tačke I i II u momentu kada je kingpin (S_{str1}) u tački II, može se primeniti ICAO-ova formula (2.94) kojom se definiše položaj samostalnog vozila koje se ispravlja duž izlazne tangente. Naravno, da bi se ova formula mogla primeniti, neophodno je prethodno odrediti ugao $\delta kpe_{s,1}$ između osovine krute baze poluprikolice i prave koja prolazi kroz tačke I i II na početku manevra, odnosno, kada se bazna tačka poluprikolice S_{str1} nalazi u tački I.

Posmatrajući prethodno sračunate uglove (βmax_{trk} , βmax_{str1} i δkpe) koji su obeleženi na slici 4.22, a čiji se kraci mogu paralelno preneti tako da sva njihova temena budu u tački I, izvodi se jednačina za proračun ugla $\delta kpe_{s,1}$:

$$\delta kpe_{s,1} = \beta max_{trk} + \beta max_{str1} - \delta kpe \quad (4.98)$$

Sada, kada je određen ugao $\delta kpe_{s,1}$, primenom ICAO-ove formule (2.94) dobija se:

$$\delta kpe_{s,2} = 2 \cdot \arctan\left(\tan\left(\frac{\delta kpe_{s,1}}{2}\right) \cdot e^{\left(-\frac{Fkpe_{kp}}{d_{str1}}\right)}\right) \quad (4.99)$$

Na kraju, ponovo analizirajući geometriju uglova $\delta kpe_{s,2}$, δkpe i βkpe_{trk} na slici 4.22, čiji kraci se mogu paralelno preneti tako da sva njihova temena budu u tački II, izračunava se tražena vrednost ugla artikulacije βkpe_{strl} kao:

$$\beta kpe_{strl} = \delta kpe_{s,2} + \delta kpe - \beta kpe_{trk} \quad (4.100)$$

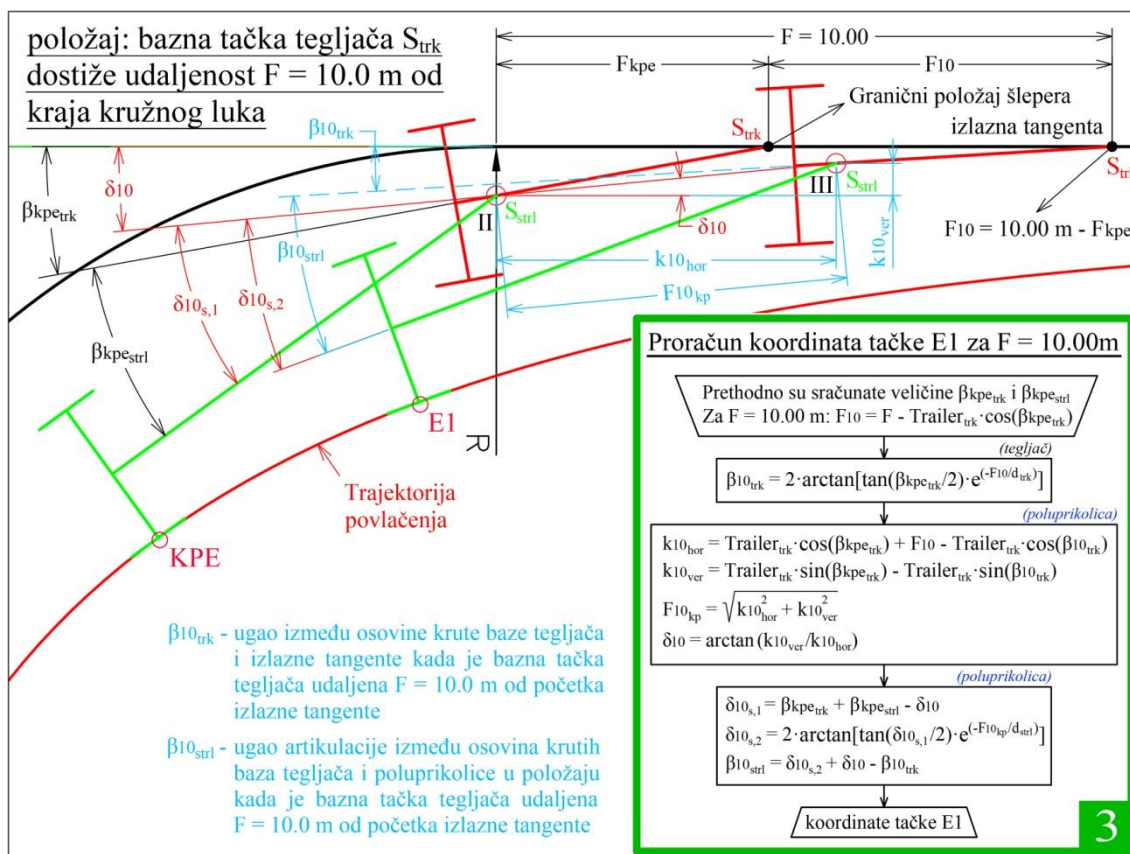
Konačno, kada je određen ugao βkpe_{trk} između osovine krute baze tegljača i izlazne tangente i ugao artikulacije βkpe_{strl} između osovina krutih baza tegljača i poluprikolice u "graničnom položaju", može se potpuno definisati geometrija oba sloga kombinovanog vozila u tom položaju, kao i precizno izračunati koordinate tačke KPE.

U *III segmentu* matematičkog modela određuje se položaj kombinovanog vozila u trenutku kada je bazna tačka tegljača na udaljenosti $F = w_{be}$ od početka izlazne tangente (slika 4.23). Već je rečeno u poglavlju **4.2** (slika 4.2) da čim bazna tačka zamenskog vozila pređe rastojanje $F \geq w_{be}$ od kraja kružnog luka, trajektorija povlačenja tog vozila prelazi na "stranu sigurnosti" u odnosu na trajektoriju povlačenja izvornog kombinovanog vozila sa dva sloga. Zato je udaljenost F bazne tačke tegljača S_{trk} od kraja kružnog luka empirijski usvojena kao $F_{10} = 10.0 m$, tako da odgovara samo izabranom kombinovanom vozilu (Volvo FH 500 tegljač sa Schmitz SCS poluprikolicom). Pošto je dužina ekvivalentne baze zamenskog vozila koje odgovara izabranom tegljaču sa poluprikolicom $w_{be} = 9.247 m$ (slika 4.2 iz poglavlja **4.2**), prethodno navedeni uslov da je $F \geq w_{be}$ u potpunosti je ispunjen. Kako bi se u budućnosti pokrili svi slučajevi za široki spektar kombinovanih vozila sa dva sloga različitih dužina (tegljači koji vuku poluprikolice za prevoz specijalnih tereta kao što su npr. elise vetrogeneratora - na engleskom: "wind blade trailer"), predlaže se da se pri proračunu položaja kombinovanog vozila u ovom *segmentu* matematičkog modela, rastojanje bazne tačke vodećeg vozila od kraja kružnog luka odmah usvoji kao $F = w_{be}$.

Za preciznu konstrukciju trajektorije povlačenja neophodno je sračunati koordinate tačaka koje opisuju tu trajektoriju na dovoljno "bliskom" rastojanju, odnosno, sa odgovarajućom gustinom. Upravo zbog toga, a i zbog ukupne dužine šlepera od

16.50 m, poredeći trajektoriju povlačenja tegljača sa poluprikolicom iz matematičkog modela sa trajektorijom iz Halter-ove simulacije, empirijski je utvrđeno da treba sračunati položaj poluprikolice baš u momentu kada bazna tačka tegljača S_{trk} dostigne rastojanje $F = 10.0\text{ m}$ od kraja kružnog luka. Osim veće geometrijske tačnosti, računanjem dodatne tačke za konstrukciju trajektorije na predloženom rastojanju ($F = 10.0$), dobijeni oblik sračunate trajektorije je takav da veoma malo odstupa od realne trajektorije povlačenja.

S obzirom da je pozicija bazne tačke tegljača S_{trk} već definisana ($F_{10} = 10.0\text{ m}$), ostaje da se sračuna ugao $\beta_{10_{trk}}$ između osovine krute baze tegljača i izlazne tangente, kao i ugao artikulacije $\beta_{10_{strl}}$ između osovina krutih baza tegljača i poluprikolice. Sve uglovne i dužinske veličine koje opisuju položaj kombinovanog vozila kada je bazna tačka tegljača S_{trk} udaljena 10.0 m od kraja kružnog luka nose indekse sa oznakom "10" (tabela sa indeksima položaja vozila na strani 198).



Slika 4.23 Redosled koraka za proračun položaja vozila, odnosno koordinata tačke E1, kada se bazna tačka tegljača nalazi na rastojanju od $F = 10.0\text{ m}$ od kraja kružnog luka

Čim se odrede uglovi $\beta 10_{\text{trk}}$ i $\beta 10_{\text{strl}}$ odmah se mogu izračunati i koordinate najisturenije unutrašnje tačke poluprikolice E1 u datom položaju. Sama struktura *III segmenta* matematičkog modela veoma podseća na već prezentovani *II segment* modela, gde se kombinovano vozilo nalazilo u "graničnom položaju". Pored skice sa svim označenim uglovnim i dužinskim veličinama, na slici 4.23 prikazan je i algoritam za određivanje položaja kombinovanog vozila, odnosno proračun koordinata tačke E1 u momentu kada bazna tačka tegljača S_{trk} dostigne dužinu od $F10 = 10.0$ m, mereno od kraja kružnog luka.

Prethodno definisan "granični položaj" kombinovanog vozila ovde zapravo igra ulogu početnog položaja u manevru, kao što je to bio slučaj sa istim kombinovanim vozilom kada se bazna tačka tegljača S_{trk} nalazila na kraju kružnog luka u *II segmentu* matematičkog modela. Ceo algoritam proračuna u suštini je isti kao u *II segmentu* matematičkog modela, samo se menjaju uglovne veličine koje odgovaraju početnom položaju u manevru (tačka II), odnosno, koriste se već sračunati uglovi βkpe_{trk} i βkpe_{strl} koji odgovaraju "graničnom položaju" kombinovanog vozila. Stoga, na osnovu prethodno sračunatih uglovnih veličina (βkpe_{trk} , βkpe_{strl}), može se odrediti rastojanje $F10$ koje prelazi bazna tačka tegljača S_{trk} pomerajući se duž izlazne tangente iz "graničnog položaja" do tačke udaljene 10.0 m od kraja kružnog luka:

$$F10 = 10.0 - \text{Trailer}_{\text{trk}} \cdot \cos(\beta kpe_{\text{trk}}) \quad (4.101)$$

Ugao $\beta 10_{\text{trk}}$ između osovine krute baze tegljača i izlazne tangente u položaju kada je bazna tačka tegljača S_{trk} udaljena $F = 10.0$ m od kraja kružnog luka, dobija se pomoću ICAO-ove formule (2.94), koristeći već sračunatu vrednost ugla βkpe_{trk} :

$$\beta 10_{\text{trk}} = 2 \cdot \arctan \left(\tan \left(\frac{\beta kpe_{\text{trk}}}{2} \right) \cdot e^{\left(-\frac{F10}{d_{\text{trk}}} \right)} \right) \quad (4.102)$$

U sledećem koraku treba izračunati rastojanje $F10_{\text{kp}}$ koje prelazi bazna tačka poluprikolice S_{strl} (kingpin) pri pomeranju iz tačke II u tačku III, prateći pravu liniju koja prolazi kroz ove tačke (slika 4.23). Iz prethodno sračunatih uglova βkpe_{trk} i $\beta 10_{\text{trk}}$

određuju se rastojanja $k10_{hor}$ i $k10_{ver}$ koja definišu položaj kingpin-a poluprikolice u tačkama II i III na osnovu sledećih izraza:

$$k10_{hor} = F10 + Trailer_{trk} \cdot \cos(\beta kpe_{trk}) - Trailer_{trk} \cdot \cos(\beta 10_{trk}) \quad (4.103)$$

$$k10_{ver} = Trailer_{trk} \cdot \sin(\beta kpe_{trk}) - Trailer_{trk} \cdot \sin(\beta 10_{trk}) \quad (4.104)$$

Dužina $F10_{kp}$ opet se lako dobija iz Pitagorine teoreme kao:

$$F10_{kp} = \sqrt{k10_{hor}^2 + k10_{ver}^2} \quad (4.105)$$

Da bi se odredio ugao artikulacije $\beta 10_{strl}$ između osovina krutih baza tegljača i poluprikolice u momentu kada je bazna tačka tegljača S_{trk} na udaljenosti $F = 10.0$ m od kraja kružnog luka, mora se izračunati ugao $\delta 10$ između prave koja prolazi kroz tačke II i III i izlazne tangente. Po analogiji sa proračunom u *II segmentu* ovog matematičkog modela, i ovde se ugao $\delta 10$ izračunava kao manji oštar ugao u pravouglom trouglu čije katete predstavljaju dužine $k10_{hor}$ i $k10_{ver}$. U skladu s tim i na osnovu slike 4.23 sledi:

$$\delta 10 = \arctan\left(\frac{k10_{ver}}{k10_{hor}}\right) \quad (4.106)$$

Isto kao što je to bio slučaj sa proračunom ugla $\delta kpe_{s,2}$ u *II segmentu* matematičkog modela, i ovde se za određivanje ugla $\delta 10_{s,2}$ između osovine krute baze poluprikolice i prave koja prolazi kroz tačke II i III, u momentu kada se kingpin poluprikolice nalazi u tački III, koristi standardna ICAO-ova formula (2.94). Podrazumeva se da je potrebno prethodno sračunati ugao $\delta 10_{s,1}$ između osovine krute baze poluprikolice i prave određene tačkama II i III, kada se kingpin poluprikolice (S_{strl}) nalazi u tački II na početku ovog manevra.

Ako se ponovo pogledaju prethodno sračunati uglovi (βkpe_{trk} , βkpe_{strl} i $\delta 10$) obeleženi na slici 4.23, a čiji kraci se mogu paralelno preneti tako da sva njihova temena budu smeštena u tački II, može se napisati da je:

$$\delta 10_{s,1} = \beta kpe_{trk} + \beta kpe_{strl} - \delta 10 \quad (4.107)$$

gde je $\delta 10_{s,1}$ ugao između osovine krute baze poluprikolice i prave koja prolazi kroz tačke II i III u momentu kada se bazna tačka S_{str1} (kingpin) poluprikolice nalazi u tački II na početku manevra.

Nakon proračuna dužine $F10_{kp}$ i ugla $\delta 10_{s,1}$, ponovnom primenom ICAO-ove formule (2.94) dobija se:

$$\delta 10_{s,2} = 2 \cdot \arctan \left(\tan \left(\frac{\delta 10_{s,1}}{2} \right) \cdot e^{\left(-\frac{F10_{kp}}{d_{str1}} \right)} \right) \quad (4.108)$$

gde $\delta 10_{s,2}$ predstavlja ugao između osovine krute baze poluprikolice i prave koja prolazi kroz tačke II i III u trenutku kada se bazna tačka poluprikolice S_{str1} nađe u tački III na kraju manevra.

Konačno, ako se kraci svih prethodno sračunatih uglova $\delta 10_{s,2}$, $\delta 10$ i $\beta 10_{trk}$ paralelno prenesu tako da sva njihova temena budu u tački III, ugao artikulacije $\beta 10_{str1}$ između osovine krutih baza tegljača i poluprikolice u trenutku kada je bazna tačka tegljača S_{trk} udaljena 10.0 m od početka izlazne tangente izračunava se kao:

$$\beta 10_{str1} = \delta 10_{s,2} + \delta 10 - \beta 10_{trk} \quad (4.109)$$

Sa prethodno sračunatim vrednostima uglova $\beta 10_{trk}$ i $\beta 10_{str1}$, položaj oba sloga kombinovanog vozila, u momentu kada je bazna tačka tegljača S_{trk} dostigla rastojanje $F = 10.0$ m (ili $F = w_{be}$ za druga kombinovana vozila sa dva sloga) od kraja kružnog luka, precizno je definisan. Kao rezultat toga, određene su i koordinate najjisturenije unutrašnje tačke poluprikolice E1 u ovom položaju u odnosu na koordinatni početak u temenu krivine, tj. u tački O_3 (0.00, 0.00).

U IV segmentu matematičkog modela predstavljen je novi metod za proračun položaja u kome se dostiže maksimalni offtracking kombinovanog vozila, odnosno, koordinata najjisturenije unutrašnje tačke poluprikolice POT u istom položaju. Kao osnova za razvoj ovog metoda poslužio je koncept ekvivalentne baze (Woodrooffe i ost. 1983) i

prethodno razvijeni algoritam na bazi dvostepenog regresionog modela za proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om samostalnog vozila (slika 4.14).

Osnovna ideja je da se prvo sračuna položaj sa maksimalnim offtracking-om zamenskog (samostalnog) vozila, sa dužinom krute baze jednakom ekvivalentnoj bazi kombinovanog vozila, pa da se u drugoj fazi na osnovu rezultata tog proračuna odredi "dovoljno" tačan položaj sa maksimalnim offtracking-om kombinovanog vozila. Ključni parametar koji je potrebno odrediti je rastojanje FOT bazne tačke tegljača S_{trk} od kraja kružnog luka u položaju sa maksimalnim offtracking-om. Da bi se sa zadovoljavajućom tačnošću sračunalo rastojanje FOT sprovodi se sledeća procedura u tri koraka:

- 1) Prvo se izvorno kombinovano vozilo (šleper) menja sa odgovarajućim zamenskim vozilom sa dužinom krute baze jednakom ekvivalentnoj bazi w_{be} ;
- 2) Potom se korišćenjem ranije razvijenog algoritma sa dvostepenim regresionim modelom (slika 4.14) odredi položaj sa maksimalnim offtracking-om zamenskog vozila, odnosno, rastojanje FOT_{wbe} bazne tačke zamenskog vozila S_{wbe} od kraja kružnog luka u tom položaju;
- 3) U poslednjem koraku, na bazi prethodno sračunatog rastojanja FOT_{wbe} , primenom modifikovane empirijske formule, određuje se udaljenost FOT bazne tačke tegljača S_{trk} od kraja kružnog luka u položaju sa maksimalnim offtracking-om.

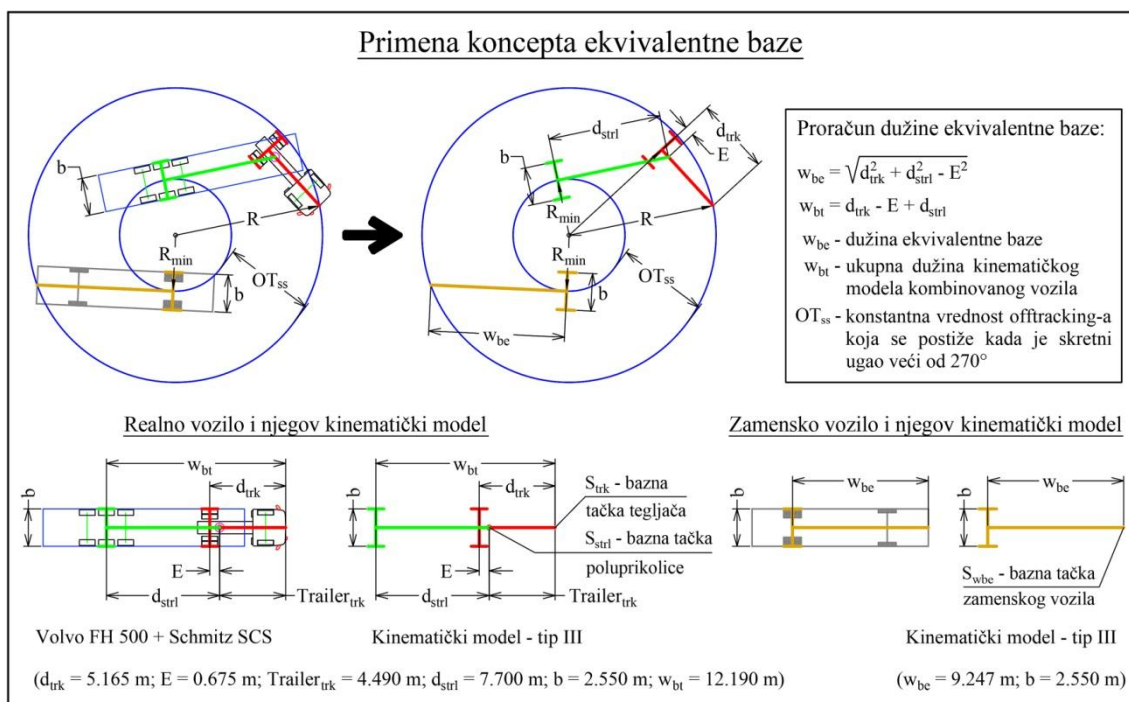
Kada je sračunato rastojanje FOT dalje se računaju uglovne veličine βOT_{trk} i βOT_{strl} koje precizno definišu položaj oba sloga kombinovanog vozila i redom predstavljaju:

βOT_{trk} - ugao između osovine krute baze tegljača i izlazne tangente u položaju sa maksimalnim offtracking-om;

βOT_{strl} - ugao artikulacije između osovina krutih baza tegljača i poluprikolice u položaju sa maksimalnim offtracking-om.

Na kraju, kada su poznati svi parametri (FOT , βOT_{trk} i βOT_{strl}) koji opisuju položaj kombinovanog vozila, lako se izračunaju koordinate najjisturenije unutrašnje tačke poluprikolice POT u položaju sa maksimalnim offtracking-om.

Osnovne prednosti i mane primene koncepta ekvivalentne krute baze za proračun trajektorije povlačenja dugačkih kombinovanih vozila već su detaljno analizirane u okviru poglavlja 4.2, pa će se ovde koristiti samo rezultati tih analiza. Štaviše, isti tip kombinovanog vozila (Volvo FH 500 tegljač na koji je zakačena Schmitz SCS poluprikolica) korišćen je za analize u poglavlju 4.2 (slika 4.1) i razvoj matematičkog modela za proračun trajektorije povlačenja u ovom potpoglavlju (slika 4.20). Na slici 4.24 prikazana je skica sa postupkom proračuna dužine ekvivalentne krute baze.



Slika 4.24 Primena koncepta ekvivalentne baze za kombinovano vozilo sa dva sloga

Dužina ekvivalentne krute baze zamenskog vozila za šleper sa slike 4.24 već je izračunata u poglavlju 4.2 prema jednačini (2.21) i iznosi:

$$w_{be} = \sqrt{\sum_{i=1}^n w b_i^2 - \sum_{i=1}^{n-1} d_i^2} = \sqrt{d_{trk}^2 + d_{strl}^2 - E^2} = 9.247 \text{ m} \quad (2.21)$$

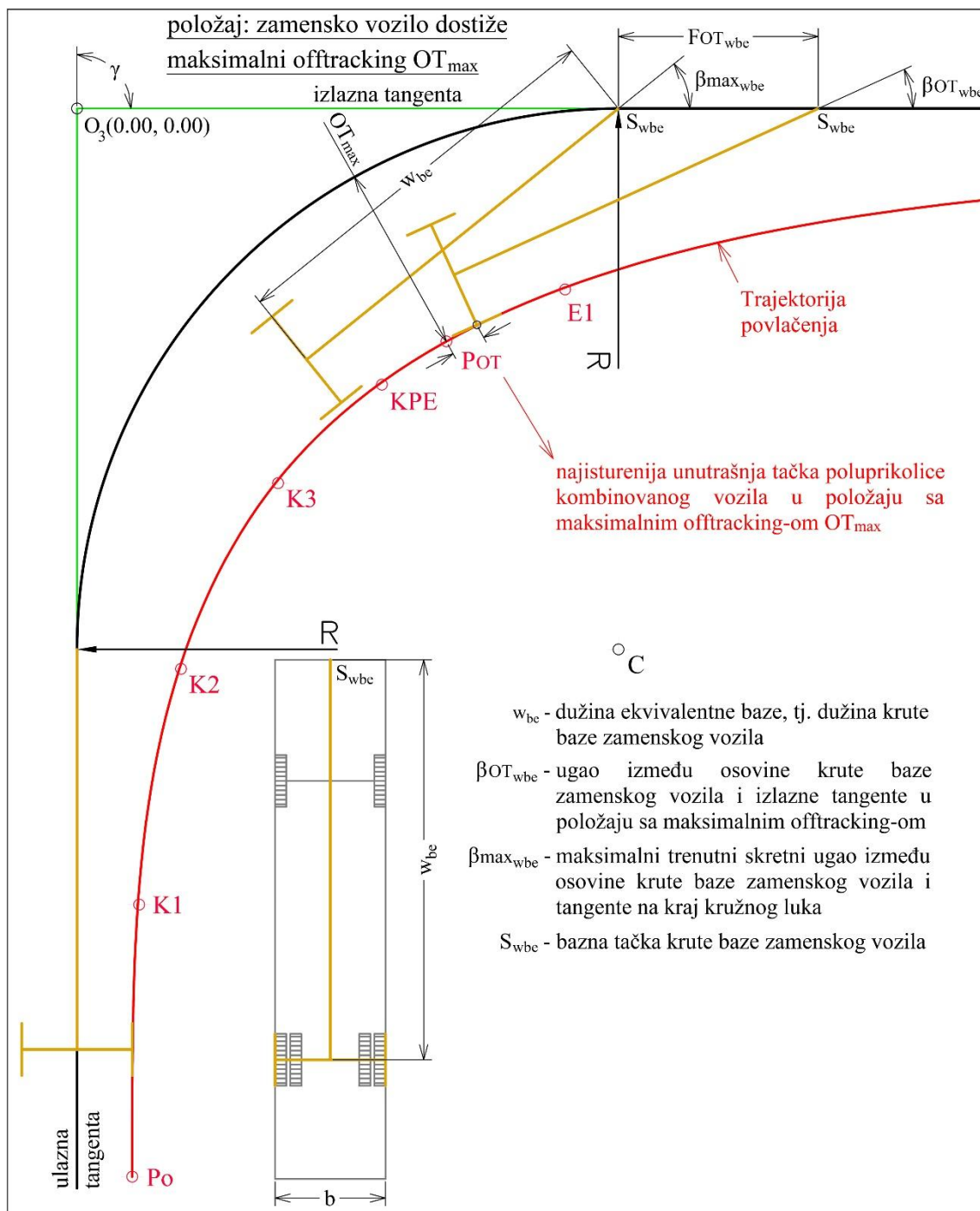
Zamensko vozilo fizički može da predstavlja običan (singl) autobus ili bilo koje samostalno vozilo čija je dužina krute baze jednaka prethodno sračunatoj dužini ekvivalentne baze, a širina identična maksimalnoj širini izvornog kombinovanog vozila. Shodno tome, kao što se i vidi sa slike 4.24, zamensko vozilo koje odgovara analiziranom kombinovanom vozilu nacrtano je kao gradski solo autobus sa dužinom

krute baze od $w_{be} = 9.247$ m i širinom $b = 2.55$ m. Kruta baza zamenskog vozila poklapa se sa njegovom podužnom osovinom, dok je bazna tačka S_{wbe} definisana kao najisturenija tačka na sredini prednjeg branika, što u potpunosti odgovara kinematičkom modelu tipa III samostalnog vozila (poglavlje 2.2).

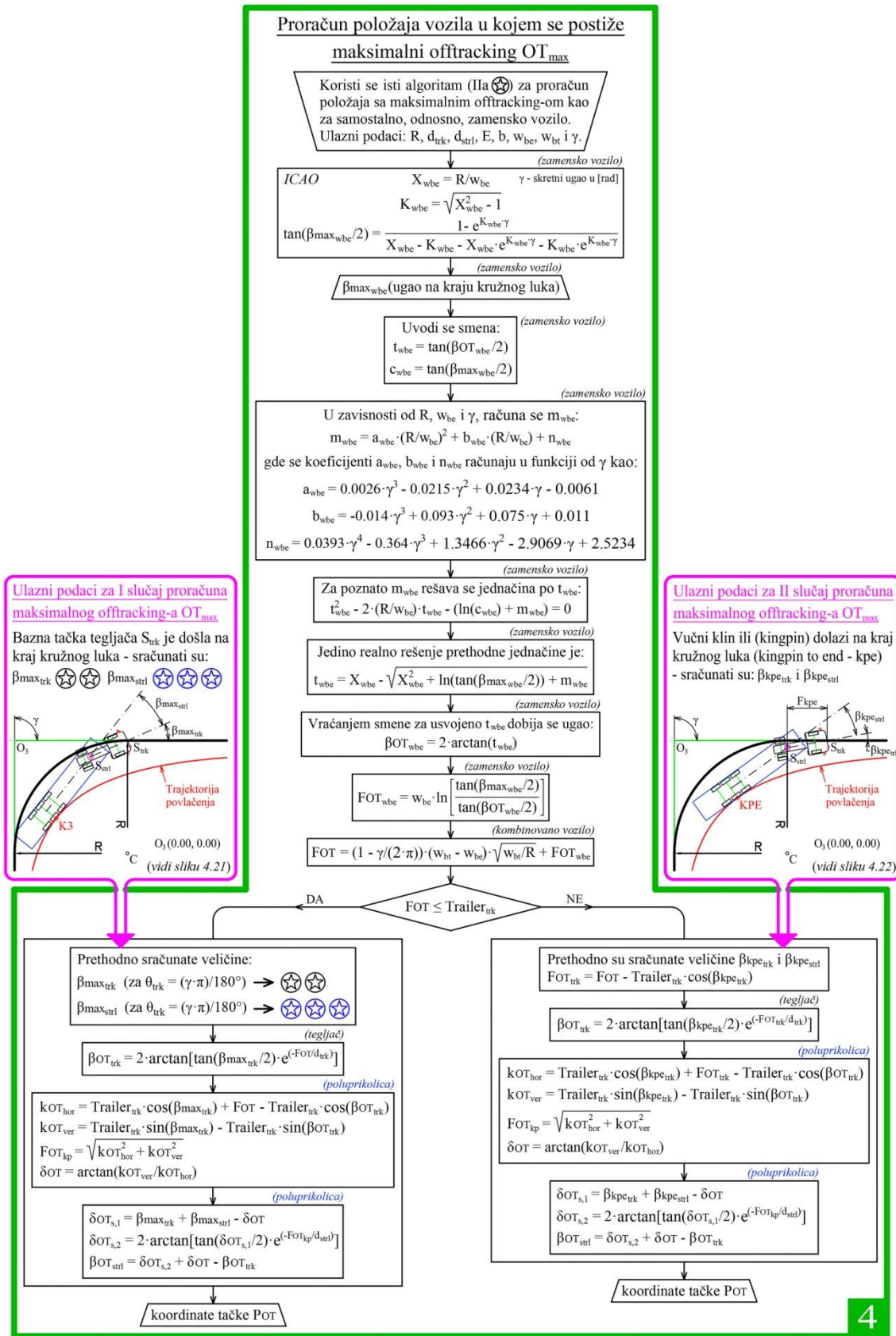
Položaj sa maksimalnim offtracking-om zamenskog vozila računa se pomoću algoritma za proračun maksimalnog offtracking-a samostalnog vozila, baziranog na dvostepenom regresionom modelu (slika 4.14). Kao ulazni podaci unose se radijus krivine R u [m], dužina krute baze zamenskog vozila w_{be} u [m] i skretni ugao γ u [°] (slika 4.25). Ceo algoritam za *IV segment* matematičkog modela, koji se odnosi na proračun položaja u kome se dostiže maksimalni offtracking tegljača sa poluprikolicom, dat je na slici 4.26.

Kao rezultat primene algoritma za proračun maksimalnog offtracking-a samostalnog vozila dobija se ugao $\beta_{OT_{wbe}}$ između osovine krute baze zamenskog vozila i izlazne tangente, kao i rastojanje FOT_{wbe} bazne tačke zamenskog vozila S_{wbe} od kraja kružnog luka u momentu kada je dostignut maksimalni offtracking OT_{max} (slika 4.25). Međutim, kao što je to već pokazano u poglavlju 4.2, položaji u kojima se dostižu maksimalne vrednosti offtracking-a za kombinovano (šleper) i odgovarajuće zamensko vozilo situaciono se ne poklapaju (slike 4.2 i 4.25). Stoga je potrebno izvesti novi analitički obrazac za proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om kombinovanog vozila koji bi iskoristio već gotove rezultate proračuna maksimalnog offtracking-a zamenskog (samostalnog) vozila. Prostije rečeno, treba naći pouzdanu analitičku vezu u zatvorenom obliku između rezultata proračuna maksimalnog offtracking-a samostalnog (zamenskog) vozila ($\beta_{OT_{wbe}}$, FOT_{wbe}), i parametara ($\beta_{OT_{trk}}$, $\beta_{OT_{strl}}$ i FOT) koji definišu geometriju oba sloga kombinovanog vozila u položaju u kome se dostiže maksimalni offtracking. Još su Woodrooffe i ost. (1983), prilikom izvođenja empirijske formule za proračun konstante Z u njihovom analitičkom modelu (potpoglavlje 2.3.3.3), pokazali da postoji jaka zavisnost između položaja sa maksimalnim offtracking-om kombinovanog i njemu odgovarajućeg zamenskog vozila. Pored radijusa R i skretnog ugla γ kružne vodeće putanje, parametri koji definišu "oblik" ove zavisnosti su dužina krute baze zamenskog vozila w_{be} i ukupna dužina kinematičkog modela izvornog

kombinovanog vozila w_{bt} . Oslanjajući se na rezultate istraživanja Woodrooffe-a i ost. (1983), izvedena je nova empirijska formula za proračun udaljenosti FOT bazne tačke tegljača S_{trk} od kraja kružnog luka u zavisnosti od rastojanja FOT_{wbe} bazne tačke zamenskog vozila S_{wbe} od početka izlazne tangente u položaju sa maksimalnim offtracking-om.



Slika 4.25 Proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om zamenskog vozila



Slika 4.26 Algoritam za proračun položaja u kome se dostiže maksimalni offtracking kombinovanog vozila i koordinata najisturenije unutrašnje tačke POT u tom položaju

Posle nekoliko modifikacija, usvojena je empirijska formula u sledećem obliku:

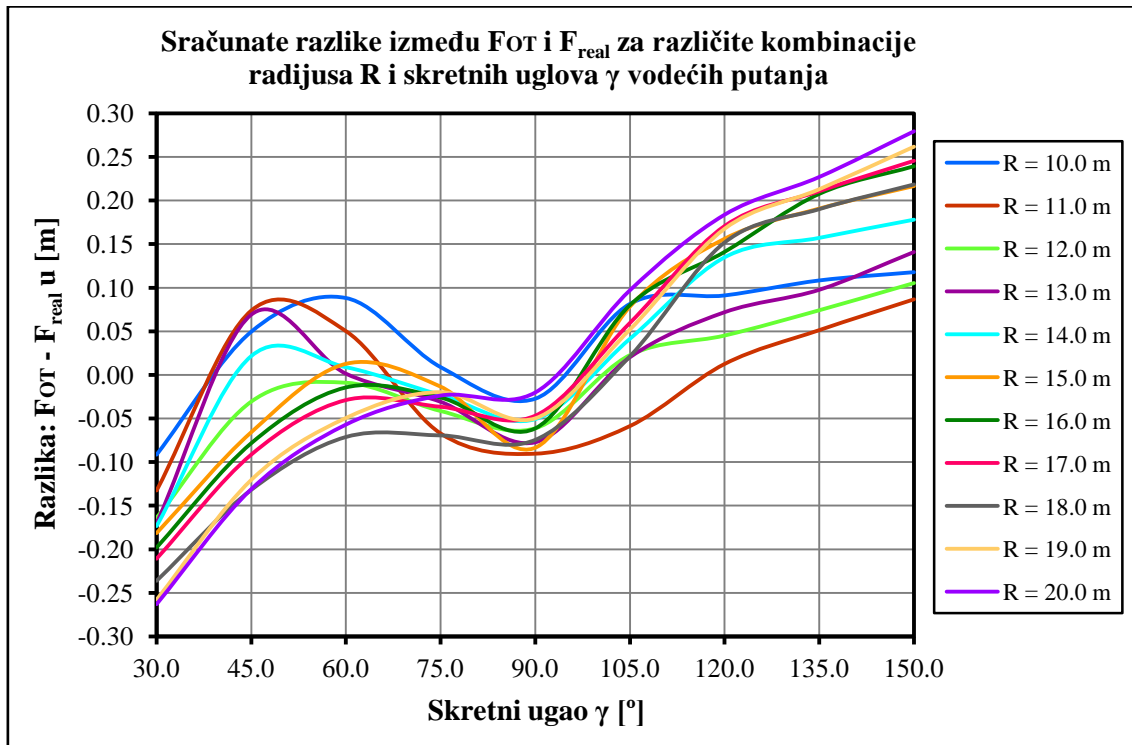
$$FOT = \left(1 - \frac{\gamma}{2 \cdot \pi}\right) \cdot (w_{bt} - w_{be}) \cdot \sqrt{\frac{w_{bt}}{R}} + FOT_{wbe} \quad (4.110)$$

Tačnost ove empirijske formule testirana je za 99 različitih kombinacija radijusa i skretnih uglova vodećih putanja kružnog oblika. Tako su za vodeće putanje radijusa R u intervalu od $R = 10.0$ m do $R = 20.0$ m sa korakom od 1.0 m, i skretne uglove γ u rasponu $30^\circ < \gamma < 150^\circ$ sa korakom od 15° , sračunate prvo sve dužine FOT_{wbe} za zamensko vozilo, pa onda na osnovu njih koristeći formulu (4.110) i odgovarajuće vrednosti FOT . Zatim su za iste kombinacije radijusa i skretnih uglova vodećih putanja, primenom Halter-ovog postupka, izvedene simulacije kretanja kombinovanog vozila, odnosno, iscrtane trajektorije povlačenja najisturenijih unutrašnjih tačaka poluprikolice u softveru GCM++ (Gavran 2013). Na osnovu tako dobijenih trajektorija povlačenja, merenjem veličina offtracking-a na crtežima u AutoCAD-u, određeni su realni položaji sa maksimalnim offtracking-om kombinovanog vozila. U svakom od tako određenih položaja izmerene su dužine F_{real} koje predstavljaju realno rastojanje bazne tačke krute baze tegljača S_{trk} od kraja kružnog luka u trenutku kada je dostignut maksimalni offtracking. Naposljetku, za svaku od analiziranih kombinacija radijusa i skretnih uglova, izračunata je razlika između empirijski dobijenih FOT i realno izmerenih F_{real} vrednosti, a sve tako dobijene razlike prikazane su u tabeli 4.5.

Tabela 4.5 Sračunate razlike između FOT i merenog F_{real} za različite kombinacije radijusa R i skretnih uglova γ vodećih putanja

Ugao γ [°]	R = 10.0 [m]	R = 11.0 [m]	R = 12.0 [m]	R = 13.0 [m]	R = 14.0 [m]	R = 15.0 [m]	R = 16.0 [m]	R = 17.0 [m]	R = 18.0 [m]	R = 19.0 [m]	R = 20.0 [m]
30.0	-0.0916	-0.1326	-0.1637	-0.1699	-0.1732	-0.1814	-0.1978	-0.2108	-0.2361	-0.2577	-0.2631
45.0	0.0496	0.0737	-0.0306	0.0691	0.0217	-0.0657	-0.0782	-0.0914	-0.1318	-0.1203	-0.1311
60.0	0.0882	0.0501	-0.0090	0.0014	0.0089	0.0127	-0.0143	-0.0289	-0.0712	-0.0493	-0.0570
75.0	0.0089	-0.0672	-0.0414	-0.0308	-0.0229	-0.0135	-0.0259	-0.0366	-0.0694	-0.0197	-0.0237
90.0	-0.0273	-0.0904	-0.0612	-0.0772	-0.0506	-0.0835	-0.0612	-0.0468	-0.0745	-0.0497	-0.0201
105.0	0.0815	-0.0587	0.0227	0.0203	0.0415	0.0783	0.0802	0.0596	0.0214	0.0522	0.0972
120.0	0.0912	0.0125	0.0451	0.0719	0.1349	0.1561	0.1412	0.1707	0.1519	0.1678	0.1839
135.0	0.1084	0.0513	0.0741	0.0976	0.1572	0.1907	0.2077	0.2106	0.1901	0.2131	0.2272
150.0	0.1179	0.0866	0.1053	0.1409	0.1781	0.2165	0.2394	0.2455	0.2184	0.2619	0.2796

Kako bi se jasnije predstavile razlike $FOT - F_{real}$ iz prethodne tabele, nacrtana je serija grafika na slici 4.27, koji prikazuju promenu ovih razlika $FOT - F_{real}$ po vrednostima skretnih uglova γ za svaki od analiziranih radijusa vodećih kružnih putanja. Odmah se zapaža da se sve sračunate razlike nalaze u intervalu $-0.2631 \text{ m} < FOT - F_{real} < 0.2796 \text{ m}$.



Slika 4.27 Promene veličina sračunatih razlika $FOT - F_{real}$ po skretnim uglovima γ za svaki od analiziranih radijusa R vodećih kružnih putanja

Sa slike 4.27 može se takođe videti da se najveće razlike između FOT i F_{real} dobijaju za skretne uglove γ manje od 60° i veće od 120° , kao i za radijuse vodećih putanja R veće od 15.0 m. Međutim, ključan podatak je da su maksimalne razlike FOT i F_{real} po apsolutnoj vrednosti manje od 0.30 m. Naime, već je u primeru sa slike 4.15 iz potpoglavlja 4.3.3 pokazano da greške veličine 1.00 m u "dužinskom smislu", pri određivanju udaljenosti bazne tačke krute baze samostalnog vozila od kraja kružnog luka, bitno ne utiču na ukupnu tačnost proračuna maksimalnog offtracking-a. Stoga, znajući da su sračunate maksimalne razlike FOT i F_{real} po apsolutnoj vrednosti mnogo manje od 1.00 m, može se zaključiti da uočene greške u "dužinskom smislu" sigurno ne utiču na tačnost određivanja položaja sa maksimalnim offtracking-om.

Mnogo značajniji podatak je da je greška u "poprečnom smislu" usled razlike vrednosti FOT i merenog F_{real} mnogo manja i iznosi maksimalno 1.00 cm. To zapravo znači da, sa stanovišta inženjerske primene za proračun maksimalnog offtracking-a, izvedena empirijska formula (4.110) ima sasvim zadovoljavajuću tačnost, dovoljnu za određivanje ostalih geometrijskih parametara (βOT_{trk} , βOT_{strl}) koji definišu položaj sa maksimalnim offtracking-om oba sloga kombinovanog vozila.

Nakon što je testirana i potvrđena pouzdanost empirijske formule (4.110), može se sa dovoljnom tačnošću sračunati dužina FOT , odnosno, udaljenost bazne tačke krute baze tegljača S_{trk} od kraja kružnog luka u momentu kada je dostignuta maksimalna vrednost offtracking-a. Ipak, tačan položaj kombinovanog vozila u položaju sa maksimalnim offtracking-om još uvek nije u potpunosti definisan dok se ne sračunaju uglovne veličine βOT_{trk} i βOT_{strl} .

Za dalji proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om (OT_{max}) kombinovanog vozila, u zavisnosti od odnosa dužina FOT i $Trailer_{trk}$, razlikuju se dva slučaja proračuna uglova βOT_{trk} i βOT_{strl} :

- Prvi slučaj kada je $FOT \leq Trailer_{trk}$ - ulazni parametri za proračun (βmax_{trk} i βmax_{strl}) dobijeni su u *I segmentu* ovog matematičkog modela (slika 4.21). U prvom slučaju proračuna OT_{max} kao početni uzima se onaj položaj kombinovanog vozila kada je bazna tačka krute baze tegljača S_{trk} došla tačno na kraj kružnog luka (slika 4.21). Matematička osnova za prvi slučaj proračuna OT_{max} ista je kao u algoritmu za određivanje "graničnog položaja" kombinovanog vozila (*II segment* matematičkog modela - proračun koordinata tačke KPE, slika 4.22);
- Drugi slučaj kada je $FOT > Trailer_{trk}$ - ulazni parametri za proračun ($Fkpe$, βkpe_{trk} i βkpe_{strl}) dobijeni su u *II segmentu* ovog matematičkog modela (slika 4.22). U drugom slučaju proračuna OT_{max} kao početni uzima se onaj položaj tegljača sa poluprikolicom kada je bazna tačka krute baze poluprikolice S_{strl} (kingpin) došla na kraj kružnog luka, odnosno, tačno iznad linije upravne

na početak izlazne tangente (slika 4.22). Matematička osnova za drugi slučaj proračuna OT_{max} ista je kao u algoritmu za određivanje položaja kombinovanog vozila kada je bazna tačka tegljača S_{trk} bila na udaljenosti $F = 10.0$ m od kraja kružnog luka (*III segment* matematičkog modela - proračun koordinata tačke E1, slika 4.23).

Posebno se ističe da su, radi bolje preglednosti celog postupka proračuna u *IV segmentu* matematičkog modela, ulazni parametri za oba slučaja proračuna maksimalnog offtracking-a vidno istaknuti u posebnim "vinjetama" u okviru algoritma na slici 4.26.

Dodatno je analiziran i slučaj kada se "granični položaj" kombinovanog vozila ne uzima u obzir, odnosno, kada se maksimalni offtracking OT_{max} računa kao da je početni položaj tegljača sa poluprikolicom, čak i kada je $FOT > Trailer_{trk}$, uvek bio u momentu kada bazna tačka tegljača S_{trk} dođe na kraj kružnog luka (prvi slučaj proračuna OT_{max}). Ustanovljeno je da su tako sračunate maksimalne vrednosti offtracking-a veće za 0.30 m - 0.50 m u odnosu na realne vrednosti OT_{max} dobijene iz Halter-ove simulacije. To zapravo znači da se ne uzimanjem u obzir "graničnog položaja" kombinovanog vozila pri proračunu OT_{max} dobijaju trajektorije koje su previše na "strani sigurnosti", odnosno, koje su pomerene za 0.30 m - 0.50 m ka unutrašnjosti krivine u odnosu na realne trajektorije povlačenja.

U prvom slučaju dužina FOT kreće se u intervalu $0 < FOT \leq Trailer_{trk}$. Poseban slučaj kada je $FOT = Trailer_{trk}$, odnosno $FOT = Fkpe$, predstavlja u stvari "granični položaj" kombinovanog vozila (momenat kada bazna tačka poluprikolice S_{strl} , tj. kingpin, dođe tačno na kraj kružnog luka - odgovarajući indeks položaja je KPE, ili na engleskom: "kingpin to end"). Proračun "graničnog položaja" tegljača sa poluprikolicom već je ranije detaljno objašnjen u okviru *II segmenta* matematičkog modela. Sve formule iz algoritma za proračun "graničnog položaja kombinovanog vozila" sa slike 4.22 mogu se ponovo primeniti u istom obliku za određivanje nepoznatih uglova $\beta_{OT_{trk}}$ i $\beta_{OT_{strl}}$ kada je $FOT \leq Trailer_{trk}$. Štaviše menjaju se samo indeksi položaja u formulama, a ceo algoritam je isti kao u *II segmentu* matematičkog modela (slika 4.26). Tako se po

ugledu na pomenuti algoritam ugao βOT_{trk} između osovine krute baze tegljača i izlazne tangente u položaju sa maksimalnim offtracking-om računa kao:

$$\beta OT_{\text{trk}} = 2 \cdot \arctan \left(\tan \left(\frac{\beta max_{\text{trk}}}{2} \right) \cdot e^{\left(-\frac{FOT}{d_{\text{trk}}} \right)} \right) \quad (4.111)$$

Dalji tok proračuna prati algoritam prikazan na slici 4.26, pa se računaju sledeće pomoćne dužine i uglovi:

$$kOT_{\text{hor}} = FOT + Trailer_{\text{trk}} \cdot \cos(\beta max_{\text{trk}}) - Trailer_{\text{trk}} \cdot \cos(\beta OT_{\text{trk}}) \quad (4.112)$$

$$kOT_{\text{ver}} = Trailer_{\text{trk}} \cdot \sin(\beta max_{\text{trk}}) - Trailer_{\text{trk}} \cdot \sin(\beta OT_{\text{trk}}) \quad (4.113)$$

$$FOT_{\text{kp}} = \sqrt{kOT_{\text{hor}}^2 + kOT_{\text{ver}}^2} \quad (4.114)$$

$$\delta OT = \arctan \left(\frac{kOT_{\text{ver}}}{kOT_{\text{hor}}} \right) \quad (4.115)$$

$$\delta OT_{s,1} = \beta max_{\text{trk}} + \beta max_{\text{strl}} - \delta OT \quad (4.116)$$

$$\delta OT_{s,2} = 2 \cdot \arctan \left(\tan \left(\frac{\delta OT_{s,1}}{2} \right) \cdot e^{\left(-\frac{FOT_{\text{kp}}}{d_{\text{strl}}} \right)} \right) \quad (4.117)$$

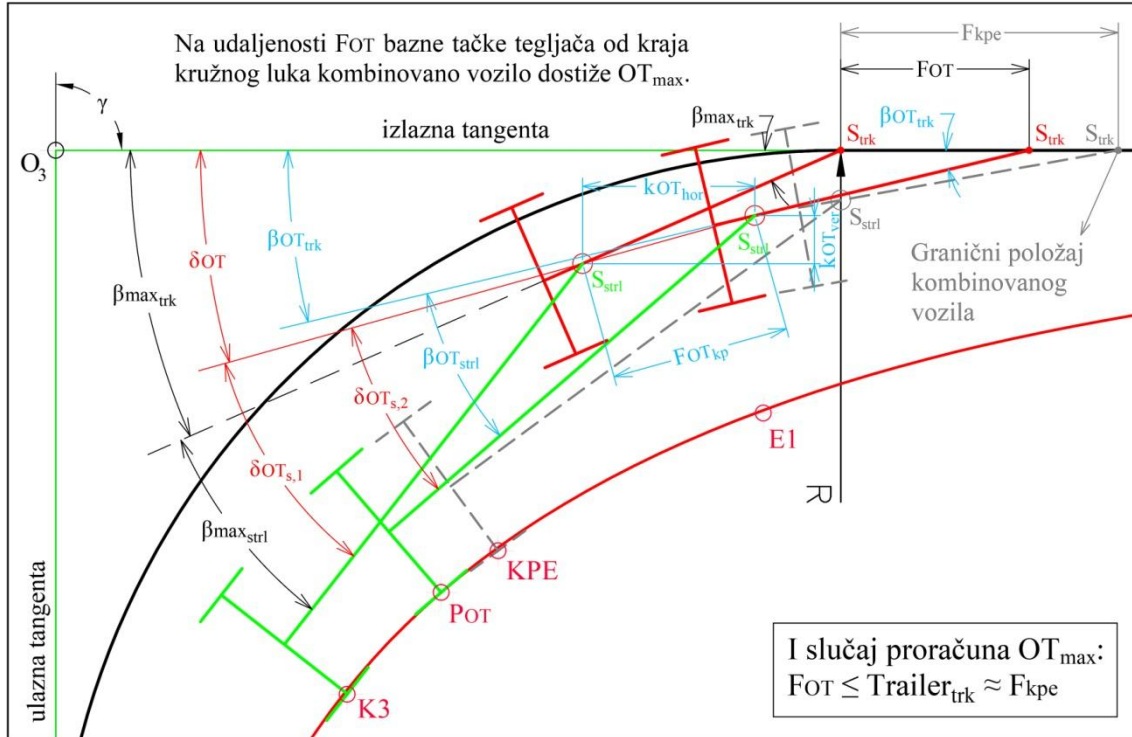
Kada se analizira geometrija sračunatih uglova $\delta OT_{s,2}$, δOT i βOT_{trk} na slici 4.28, po analogiji sa slikom 4.22, lako se vidi da je ugao artikulacije βOT_{strl} između osovine krutih baza tegljača i poluprikolice u položaju sa maksimalnim offtracking-om jednak:

$$\beta OT_{\text{strl}} = \delta OT_{s,2} + \delta OT - \beta OT_{\text{trk}} \quad (4.118)$$

S druge strane, kada je $FOT > Trailer_{\text{trk}}$ postupak proračuna uglova βOT_{trk} i βOT_{strl} isti je kao u algoritmu za proračun položaja kombinovanog vozila, odnosno koordinata tačke E1, u III segmentu matematičkog modela, kada je bazna tačka tegljača S_{trk} bila na rastojanju $F = 10.0$ m od kraja kružnog luka. To znači da, u slučaju kada je $FOT > Trailer_{\text{trk}}$, "početni položaj" kombinovanog vozila predstavlja zapravo njegov "granični položaj" za koji su već sračunati svi geometrijski parametri u II segmentu matematičkog modela (F_{kpe} , βkpe_{trk} i βkpe_{strl}). Stoga, primenjujući iste formule kao u

algoritmu iz III segmenta modela (slika 4.23), prvo se računa rastojanje FOT_{trk} koje je prešla bazna tačka tegljača S_{trk} duž izlazne tangente nakon dostizanja "graničnog položaja":

$$FOT_{trk} = FOT - Trailer_{trk} \cdot \cos(\beta_{kpe_{trk}}) \quad (4.119)$$



Slika 4.28 Proračun maksimalnog offtracking-a OT_{max} kombinovanog vozila i koordinata tačke POT kada je odnos $FOT \leq Trailer_{trk}$ (I slučaj)

Zatim se ugao $\beta_{OT_{trk}}$ između osovine krute baze tegljača i izlazne tangente u položaju sa maksimalnim offtracking-om dobija kao:

$$\beta_{OT_{trk}} = 2 \cdot \arctan \left(\tan \left(\frac{\beta_{kpe_{trk}}}{2} \right) \cdot e^{\left(-\frac{FOT_{trk}}{d_{trk}} \right)} \right) \quad (4.120)$$

Za dalji proračun pomoćnih uglova i dužina primenjuju se iste formule kao u prvom slučaju, pa proračun samo prati naredne korake u algoritmu sa slike 4.26, iz čega sledi:

$$kOT_{hor} = FOT_{trk} + Trailer_{trk} \cdot \cos(\beta_{kpe_{trk}}) - Trailer_{trk} \cdot \cos(\beta_{OT_{trk}}) \quad (4.121)$$

$$kOT_{ver} = Trailer_{trk} \cdot \sin(\beta_{kpe_{trk}}) - Trailer_{trk} \cdot \sin(\beta_{OT_{trk}}) \quad (4.122)$$

$$FOT_{kp} = \sqrt{kOT_{hor}^2 + kOT_{ver}^2} \quad (4.114)$$

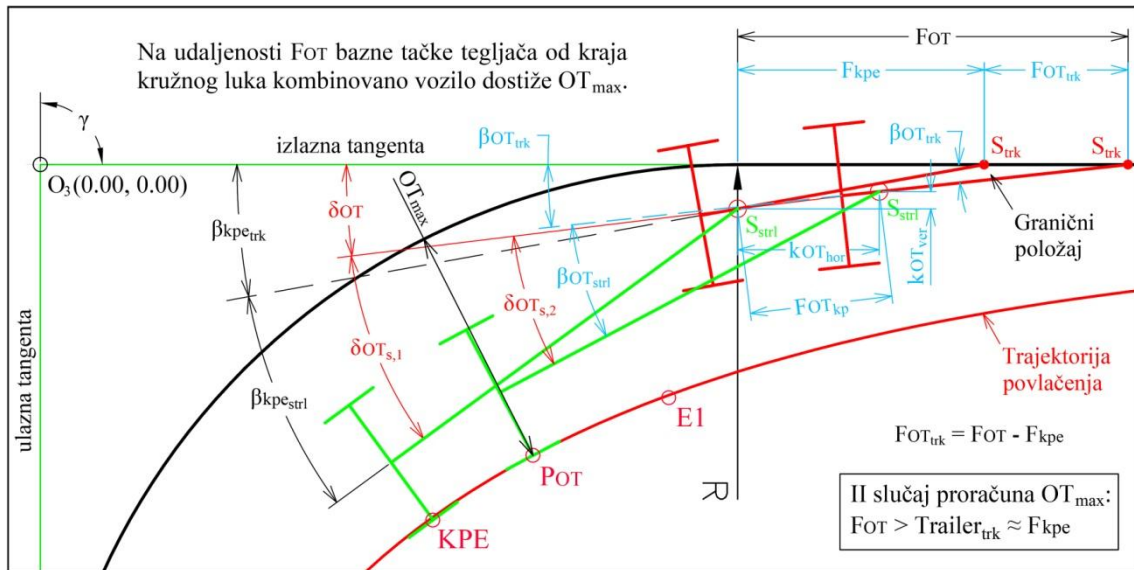
$$\delta OT = \arctan \left(\frac{kOT_{ver}}{kOT_{hor}} \right) \quad (4.115)$$

$$\delta OT_{s,1} = \beta kpe_{trk} + \beta kpe_{strl} - \delta OT \quad (4.123)$$

$$\delta OT_{s,2} = 2 \cdot \arctan \left(\tan \left(\frac{\delta OT_{s,1}}{2} \right) \cdot e^{\left(-\frac{FOT_{kp}}{d_{strl}} \right)} \right) \quad (4.117)$$

Prethodno sračunate dužine i pomoćni uglovi prikazani su na slici 4.29, koja je praktično ista kao i slika 4.23, samo se razlikuje udaljenost bazne tačke krute baze tegljača S_{trk} od njenog "graničnog položaja" (FOT_{trk} umesto $F10$). Shodno tome, ugao artikulacije βOT_{strl} između osovina krutih baza tegljača i poluprikolice računa se po istoj formuli kao u prethodnom slučaju:

$$\beta OT_{strl} = \delta OT_{s,2} + \delta OT - \beta OT_{trk} \quad (4.118)$$



Slika 4.29 Proračun maksimalnog offtracking-a OT_{max} kombinovanog vozila i koordinata tačke POT kada je odnos $FOT > Trailer_{trk}$ (II slučaj)

Naposletku, kada su konačno određene vrednosti uglova βOT_{trk} i βOT_{strl} na osnovu već sračunate dužine FOT u oba slučaja, položaj oba sloga kombinovanog vozila u trenutku kada je dostignut maksimalni offtracking OT_{max} jednoznačno je definisan.

To dalje omogućava da se brzo sračunaju i tačne koordinate najisturenije unutrašnje tačke poluprikolice POT u položaju sa maksimalnim offtracking-om. Kao i u *II* i *III* segmentu matematičkog modela (tačke KPE i E1), koordinate tačke POT određene su u odnosu na koordinatni početak smešten u temenu krivine, tj. u tački O_3 (0.00, 0.00).

U *V* segmentu matematičkog modela određuje se položaj kombinovanog vozila dok se postepeno ispravlja duž izlazne tangente, nakon dostizanja maksimalnog offtracking-a. Takođe, u ovom segmentu modela računaju se i koordinate tačaka od E2 do E7 koje opisuju trajektoriju povlačenja kombinovanog vozila kada se ono poravnava sa izlaznom tangentom.

U suštini, proračun za ovaj segment oslanja se na istu ideju koja je već korišćena u *III* segmentu matematičkog modela za proračun trajektorije povlačenja samostalnih vozila pri kretanju duž izlazne tangente. To praktično znači da za niz unapred zadatih rastojanja F bazne tačke krute baze tegljača S_{trk} od kraja kružnog luka treba sračunati tačan položaj oba sloga kombinovanog vozila. Iako je matematički aparat za takav proračun već razvijen u *III* segmentu ovog matematičkog modela prilikom određivanja koordinata tačke E1 za precizniju konstrukciju trajektorije povlačenja šlepera (slika 4.23), isti postupak (algoritam) neće se ponovo koristiti i u ovom segmentu modela. Umesto njega, primeniće se mnogo jednostavniji algoritam zasnovan na konceptu "ekvivalentne baze".

Upoređivanjem položaja zamenskog vozila sračunatih primenom ICAO-ove formule (2.94) dok se to vozilo ispravljalno duž izlazne tangente, i položaja kombinovanog vozila dobijenih primenom algoritma razvijenog u *III* segmentu ovog matematičkog modela (slika 4.23), došlo se do zaključka da je trajektorija povlačenja dobijena na osnovu matematičkog aparata iz *III* segmenta modela previše na "strani sigurnosti". Naime, koordinate tačaka E2 do E6, koje su sračunate pomoću algoritma iz *III* segmenta (slika 4.23), pomerene su za više od 0.10 - 0.15 m ka unutrašnjosti krivine u odnosu na koordinate istih tačaka dobijene primenom standardne ICAO-ove formule (2.94) za proračun trajektorije povlačenja odgovarajućeg zamenskog vozila, dok je sama simulirana trajektorija zamenskog vozila na "strani sigurnosti". Stoga, zbog

verodostojnije konstrukcije trajektorije, koja treba što manje da odstupa od one realne trajektorije povlačenja kombinovanog vozila, usvojeno je da se koordinate tačaka E2 do E6 računaju samo pomoću algoritma zasnovanog na konceptu ekvivalentne baze.

U poglavlju 4.2 već je pokazano da kada bazna tačka zamenskog vozila S_{wbe} pređe rastojanje od kraja kružnog luka približno jednako dužini ekvivalentne baze tog vozila i dalje nastavi da se kreće duž izlazne tangente sve do kraja vodeće putanje, trajektorija povlačenja zamenskog vozila prelazi na "stranu sigurnosti" u odnosu na trajektoriju povlačenja izvornog kombinovanog vozila. Oslanjajući se na ovaj zaključak, primenjen je već poznati ICAO-ov postupak za određivanje položaja krute baze samostalnog vozila koje se ispravlja duž izlazne tangente. Zapravo, u *V segmentu* matematičkog modela trajektorija povlačenja kombinovanog vozila koje se kreće duž izlazne tangente računa se na osnovu položaja krute baze odgovarajućeg zamenskog vozila, čija bazna tačka S_{wbe} takođe prati izlaznu tangentu. Na osnovu prethodno određenih položaja krute baze zamenskog vozila, veoma jednostavno se računaju koordinate tačaka E2 do E6 koje opisuju trajektoriju povlačenja zamenskog (samostalnog) vozila. Počevši od rastojanja $F = w_{be}$ bazne tačke krute baze S_{wbe} od kraja kružnog luka, pa na svakih sledećih $0.5 \cdot w_{be}$ dužine, odnosno $0.5 \cdot w_{be} \approx 5.0$ m, sve do vrednosti $F = 3.5 \cdot w_{be}$ ($3.5 \cdot w_{be} \approx 30.0$ m), računa se položaj zamenskog vozila koristeći standardnu ICAO-ovu formulu (2.94) za proračun trenutnog skretnog ugla između osovine krute baze samostalnog vozila i izlazne tangente:

$$\beta = 2 \cdot \arctan \left(\tan \left(\frac{\beta_{max}}{2} \right) \cdot e^{\left(\frac{-F}{d} \right)} \right) \quad (2.94)$$

Iako se preporučuje da se kao početno rastojanje u proračunu usvoji dužina $F = w_{be}$, samo za izabrano kombinovano vozilo (Volvo FH 500 tegljač sa Schmitz SCS poluprikolicom) usvojeno je da to rastojanje bude jednako $F = 10.0$ m. Rukovodeći se dokazanom činjenicom da, čim bazna tačka zamenskog vozila S_{wbe} pređe rastojanje $F \geq w_{be}$ od kraja kružnog luka, trajektorija povlačenja tog vozila prelazi na "stranu sigurnosti" u odnosu na trajektoriju povlačenja izvornog kombinovanog vozila sa dva sloga, ovaj postupak u potpunosti je opravdan. Naime, udaljenost $F = 10.0$ m bazne

tačke zamenskog vozila S_{wbe} od kraja kružnog luka empirijski je usvojena tako da odgovara samo izabranom (standardnom) tegljaču sa poluprikolicom, zato što je dužina ekvivalentne baze njemu odgovarajućeg zamenskog vozila $w_{be} = 9.247$ m (slika 4.2 iz poglavlja 4.2), što ispunjava prethodno navedeni uslov da je $F \geq w_{be}$. Za sva druga kombinovana vozila sa dva sloga različitih dužina krutih baza, predlaže se da u prvoj iteraciji proračuna položaja kombinovanog vozila u *V segmentu* matematičkog modela, udaljenost bazne tačke S_{wbe} krute baze njemu odgovarajućeg zamenskog vozila od kraja kružnog luka bude tačno $F = w_{be}$.

U nastavku proračuna, za unapred zadata rastojanja bazne tačke krute baze zamenskog vozila S_{wbe} od kraja kružnog luka označena redom kao $Fex_2 = 10.0$ m (w_{be}), $Fex_3 = 15.0$ m ($1.5 \cdot w_{be}$), ..., $Fex_6 = 30.0$ m ($3.5 \cdot w_{be}$) (slika 4.30), primenom poznate ICAO-ove formule (2.94), dobijaju se sledeći skretni uglovi respektivno:

$$\beta ex_{wbe,2} = 2 \cdot \arctan \left(\tan \left(\frac{\beta max_{wbe}}{2} \right) \cdot e^{\left(\frac{-Fex_2}{w_{be}} \right)} \right) \quad (4.124)$$

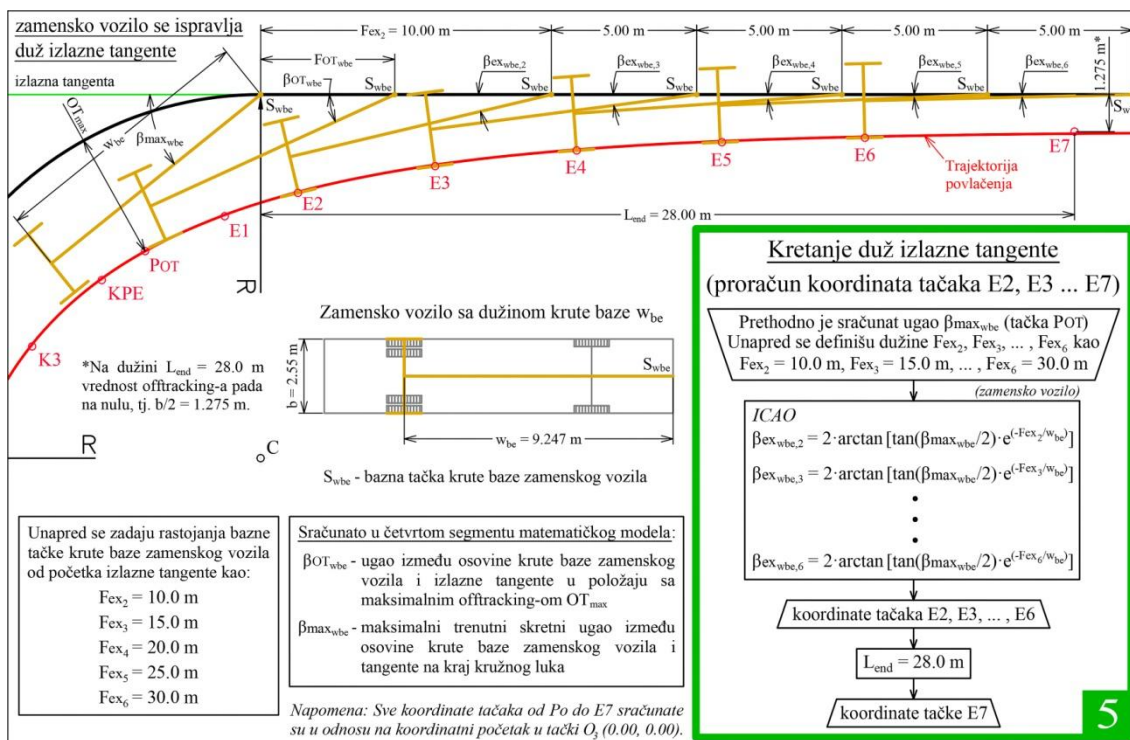
•
•
•

$$\beta ex_{wbe,6} = 2 \cdot \arctan \left(\tan \left(\frac{\beta max_{wbe}}{2} \right) \cdot e^{\left(\frac{-Fex_6}{w_{be}} \right)} \right) \quad (4.125)$$

Maksimalna vrednost trenutnog skretnog ugla βmax_{wbe} , između osovine krute baze zamenskog vozila i tangente na kraj kružnog luka, sračunata je u *IV segmentu* matematičkog modela prilikom određivanja koordinata tačke POT. Praktično, ista formula (jednačina 4.124) ponavlja se u ciklusu, samo što se menjaju dužine Fex_i kao što se vidi u algoritmu na slici 4.30.

Poseban slučaj predstavlja tačka E7, zato što se njene koordinate ne računaju po istim principu kao koordinate prethodnih tačaka E2 do E6. Zapravo, položaj tačke E7 usvojen je tako da se ona nalazi tačno na rastojanju $L_{end} = 28.0$ m od kraja kružnog luka, a

istovremeno je bočno pomerena za 1.275 m upravno od izlazne tangente ka unutrašnjosti krivine (slika 4.30). Pošto se konstrukcija trajektorije povlačenja završava upravo sa tačkom E7, a dužina od 1.275 m predstavlja polovinu širine kombinovanog vozila ($b = 2.55$ m), može se zaključiti da položaj ove tačke u stvari odgovara situaciji kada vrednost offtracking-a na 28.0 m udaljenosti od kraja kružnog luka padne na minimalnu vrednost ($OT \approx 0.00$ m), pa nema više potrebe za njegovim proračunom.



Slika 4.30 Redosled koraka u algoritmu za određivanje položaja zamenskog vozila koje se ispravlja duž izlazne tangente i proračun koordinata tačaka od E2 do E7

Prethodna istraživanja Cenek-a (2003) pokazala su da kada najisturenija unutrašnja tačka kombinovanog vozila sa dva sloga pređe rastojanje od kraja kružnog luka dvostruko veće od ukupne dužine kinematičkog modela tog vozila, vrednosti offtracking-a rapidno opadaju i brzo se približavaju nuli. Prostije rečeno, to znači da kada najisturenija unutrašnja tačka poluprikolice dostigne rastojanje $F_{ex} \geq 2 \cdot w_{bt}$, mereno od kraja kružnog luka, osovine krutih baza oba sloga kombinovanog vozila su već prilično dobro poravnate sa izlaznom tangentom, odnosno, realna veličina offtracking-a u tom momentu postaje jednaka nuli. U konkretnom slučaju za Volvo FH 500 tegljač sa Schmitz SCS poluprikolicom, udaljenost tačke E7 od kraja kružnog luka

($L_{\text{end}} = 28.0$ m) empirijski je usvojena uzevši u obzir ukupnu dužinu kinematičkog modela izabranog kombinovanog vozila w_{bt} od 12.190 m. Za ostala kombinovana vozila sa dva sloga može se usvojiti da poslednja sračunata tačka pri konstrukciji trajektorije povlačenja treba da bude na udaljenosti $Fex = 2 \cdot w_{\text{bt}}$ od kraja kružnog luka.

Po pravilu, prilikom manevra skretanja, najisturenija unutrašnja tačka na karoseriji kombinovanog vozila uvek se nalazi na unutrašnjem točku zadnje fiksne osovine od poslednjeg sloga tog kombinovanog vozila. Shodno tome, i rukovodeći se rezultatima Cenek-ovih (2003) istraživanja, usvojen je postupak proračuna koordinata tačke E7, jer se za izabrano kombinovano vozilo dobija da je $2 \cdot w_{\text{bt}} = 24.380 \text{ m} < L_{\text{end}} = 28.00 \text{ m}$. Treba napraviti jasnu razliku između ukupne dužine kombinovanog vozila i njegovog kinematičkog modela. Gotovo uvek je ukupna dužina kinematičkog modela kombinovanog vozila manja od njegove realne ukupne dužine. Sa slika 4.20 i 4.24 može se videti da ta razlika u slučaju testiranog Volvo FH 500 tegljača sa Schmitz SCS poluprikolicom iznosi $16.50 \text{ m} - w_{\text{bt}} = 16.50 \text{ m} - 12.190 \text{ m} = 4.31 \text{ m}$.

Iako je trajektorija povlačenja u *V segmentu* matematičkog modela dobijena primenom koncepta ekvivalentne baze, odnosno, na osnovu proračuna položaja zamenskog vozila, ovde nije primenjen isti kriterijum za proračun koordinata poslednje tačke u matematičkom modelu kao što je to bio slučaj sa koordinatama tačke E6 kod trajektorije povlačenja samostalnog vozila (slika 4.18). Dok je kod proračuna trajektorije povlačenja samostalnog vozila usvojeno da se tačka E6 nalazi na rastojanju $F = 3.5 \cdot d$ od kraja kružnog luka, kod kombinovanog vozila sa dva sloga tačka E7, kao poslednja tačka u matematičkom modelu za konstrukciju trajektorije povlačenja, udaljena je tačno 28.0 m od početka izlazne tangente. Pored toga, dužina krute baze zamenskog vozila ($w_{\text{be}} = 9.247 \text{ m}$) veća je od dužine krute baze testiranog samostalnog vozila (Ikarbus IK 112 solo autobus - $d = 8.48 \text{ m}$). Različit pristup pri proračunu poslednje tačke za konstrukciju trajektorije povlačenja opravdava pre svega razlika u ukupnoj dužini kinematičkih modela samostalnog i kombinovanog vozila. Iz tog razloga je, prilikom formiranja matematičkog modela za konstrukciju trajektorije povlačenja kombinovanog vozila sa dva sloga, ipak usvojeno da se položaj poslednje tačke u modelu izračuna u skladu sa prethodno navedenom preporukom iz rezultata istraživanja Cenek-a (2003).

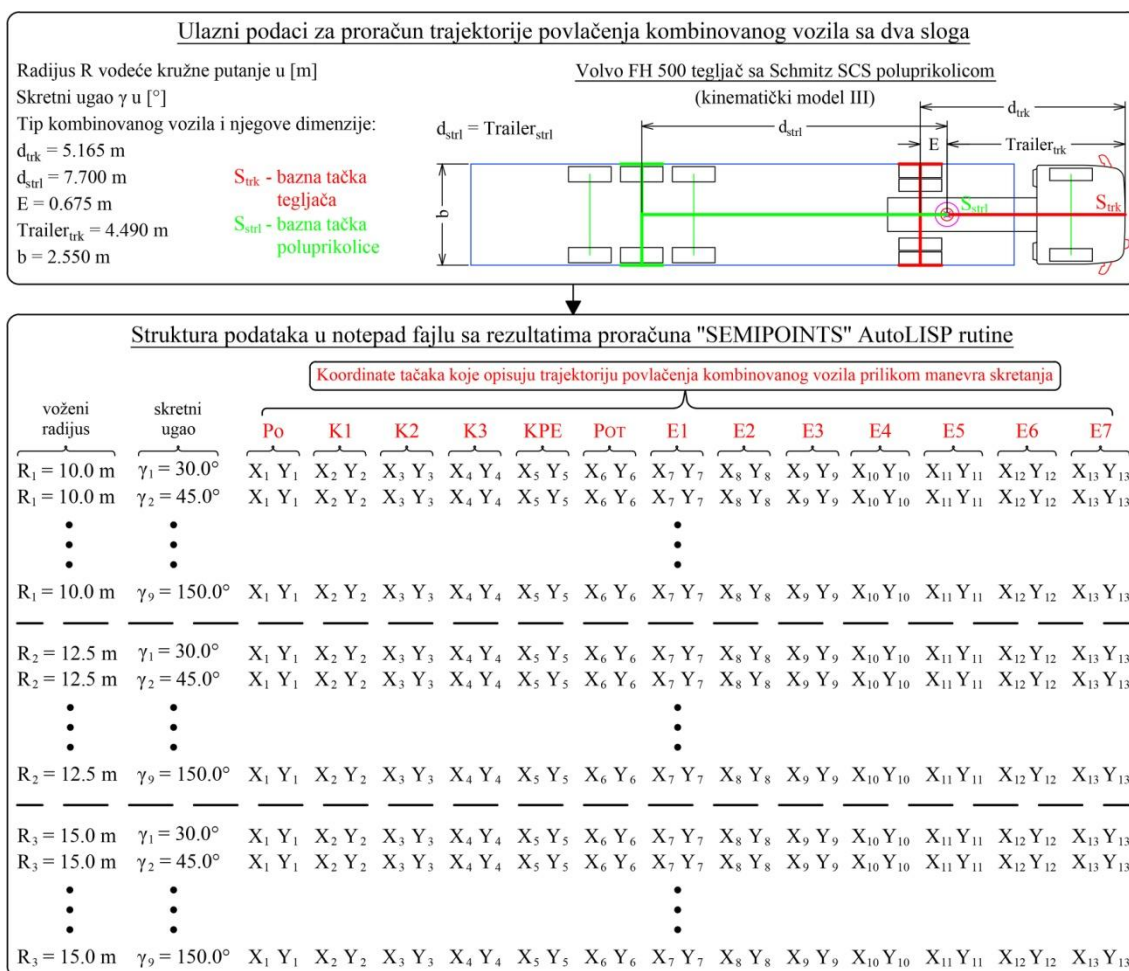
Konačno se na osnovu poznate dužine tangente kružne krivine Tg_3 , unapred zadatih rastojanja $Fex_2, Fex_3, \dots, Fex_6$ i za njih sračunatih trenutnih skretnih uglova $\beta_{ex_{wbe,2}}, \beta_{ex_{wbe,3}}, \dots, \beta_{ex_{wbe,6}}$, kao i empirijski određenog položaja tačke E7, dobijaju sve koordinate tačaka od E2 do E7 u koordinatnom sistemu sa početkom u tački $O_3(0.00, 0.00)$. Time se, nakon već određenih koordinata tačaka Po, K1, K2, K3, KPE, POT i E1 iz prethodna četiri *segmenta* modela, kompletira u potpunosti skup tačaka koje opisuju trajektoriju povlačenja izabranog kombinovanog vozila sa dva sloga (Volvo FH 500 tegljač sa Schmitz SCS poluprikolicom).

Svih pet prethodno prezentovanih *segmenta* matematičkog modela integrisano je u jedinstveni računski algoritam za proračun koordinata tačaka koje opisuju trajektoriju povlačenja tegljača sa poluprikolicom. Na bazi tog jedinstvenog algoritma napisana je AutoLISP rutina pod nazivom "SEMIPOINTS", koja odjednom računa koordinate svih 13 tačaka za konstrukciju trajektorija povlačenja. Kodni zapis ove AutoLISP rutine prikazan je u prilogu F2 na kraju disertacije. Pored ulaznih podataka koji se odnose na dimenzije kinematičkih modela tegljača i poluprikolice (d_{trk}, d_{strl}, E i b), za proračun trajektorije povlačenja korišćenjem "SEMIPOINTS" rutine potrebno je uneti radijus kružne krivine R u [m] i skretni ugao γ u [°]. Takođe, traži se i da se izabere neka tačka u kojoj će biti smešteno teme krivine (t_i - presečna tačka tangenti), ili ako se to ne uradi, po "default-u" će teme krivine biti smešteno u koordinatnom početku.

Po završetku proračuna u AutoCAD-u "SEMIPOINTS" rutina izbacuje .txt fajl sa sračunatim podacima u formi listi decimalnih brojeva koje sadrže ukupno 15 članova. Prvi i drugi član tih listi predstavljaju uneti radijus R , odnosno, skretni ugao γ vodeće putanje, dok se ostali članovi odnose na sračunate (x,y) parove koordinata svih 13 tačaka koje opisuju trajektoriju povlačenja. Kao i u slučaju samostalnog vozila (Ikarbus IK 112 solo autobus) iz potpoglavlja 4.4.1, i ovde su trajektorije povlačenja izabranog kombinovanog vozila izračunate za 27 različitih kombinacija geometrije vodeće putanje: 3 radijusa kružne krivine ($R = 10.0$ m, 12.5 m i 15.0 m); i 9 skretnih uglova ($\gamma = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ, 105^\circ, 120^\circ, 135^\circ$ i 150°). Za svaku od ovih kombinacija radijusa i skretnih uglova, ista AutoLISP rutina generisala je po jednu listu sa 15

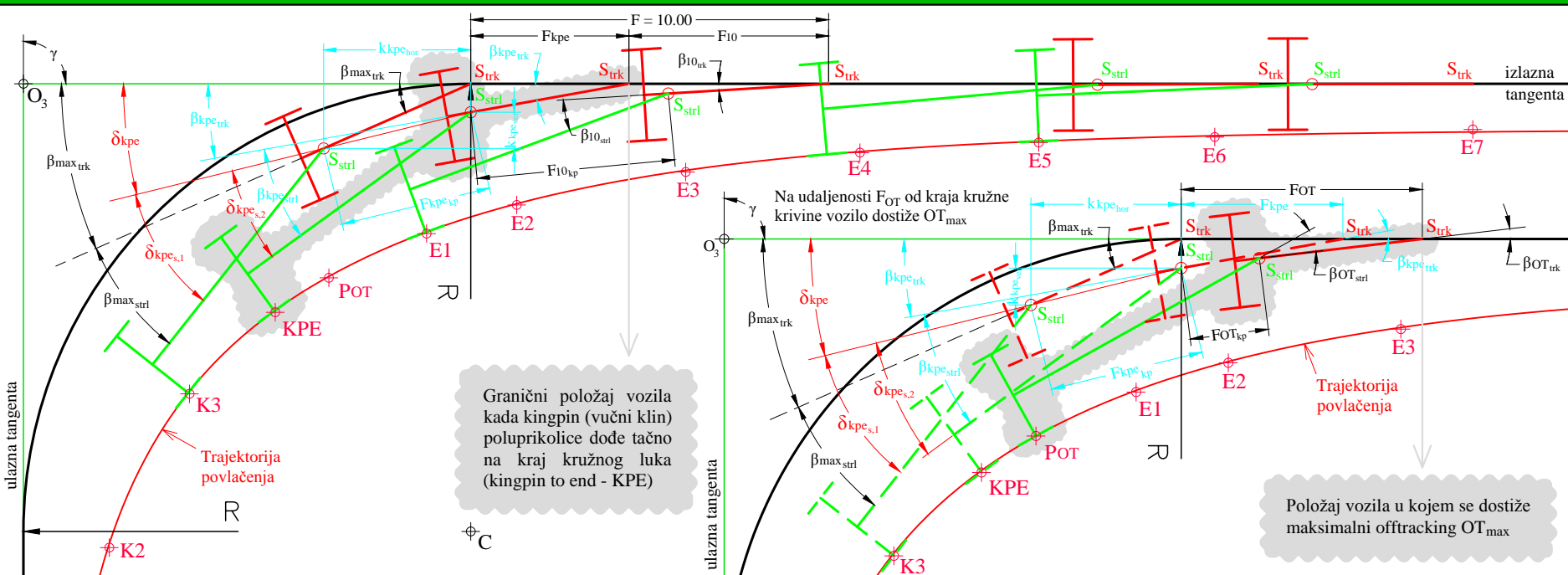
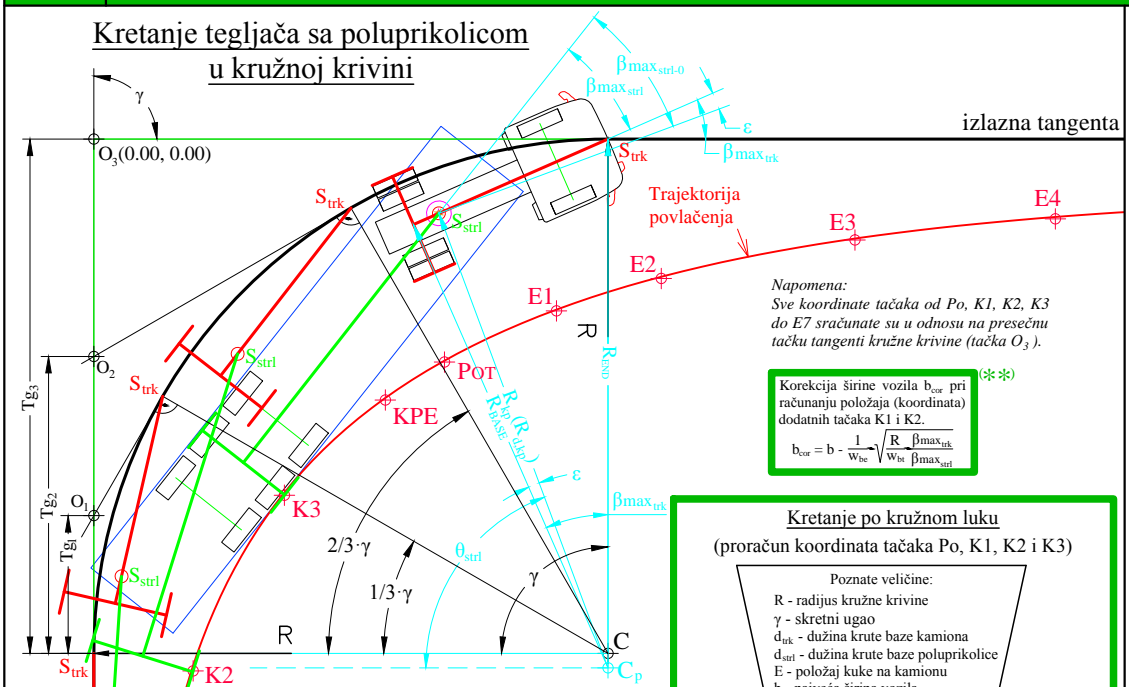
članova i redom ih snimila u izlaznom .txt fajlu. Na slici 4.31 predstavljen je u skraćenoj formi format sračunatih podataka u izlaznom fajlu, a njegov kompletan sadržaj sa svim sračunatim trajektorijama povlačenja prikazan je u prilogu G2.

Jedinstveni računski algoritam u koji je integrisano svih pet *segmentata* matematičkog modela za proračun trajektorije povlačenja tegljača sa poluprikolicom, prikazan je na posebnom crtežu na strani 245. Zapravo, "SEMIPOINTS" rutina napisana je poštujući redosled (hijerarhiju) algoritama kreiranih u pojedinačnim *segmentima* integrisanog računskog modela i može se koristiti za sve radijuse vodećih kružnih putanja u rasponu $10.0 \text{ m} < R \leq 20.0 \text{ m}$ i skretne uglove $\gamma \leq 150^\circ$. Takođe, ova rutina može se koristiti samo pod uslovom da je dužina krutih baza oba sloga kombinovanog vozila uvek manja od radijusa R vodeće kružne putanje.



Slika 4.31 Struktura podataka u izlaznom .txt fajlu dobijenom pomoću "SEMIPOINTS" AutoLISP rutine za proračun trajektorije povlačenja kombinovanog vozila sa dva sloga

II_b MATEMATIČKI MODEL ZA TRAJEKTORIJU POVLAČENJA TEGLJAČA SA POLUPRIKOLICOM



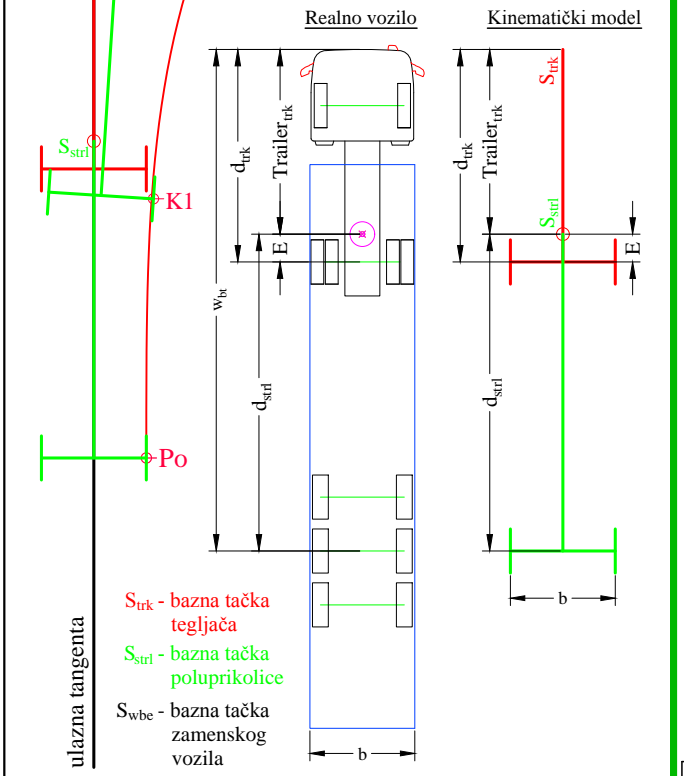
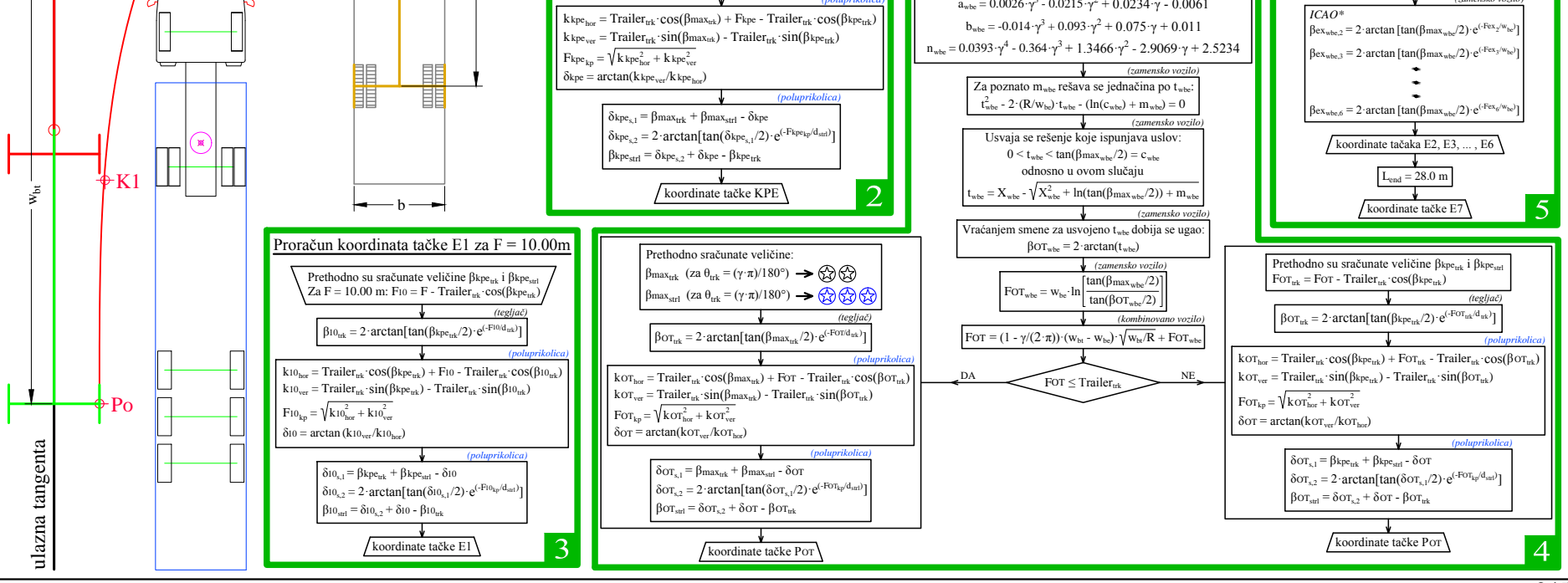
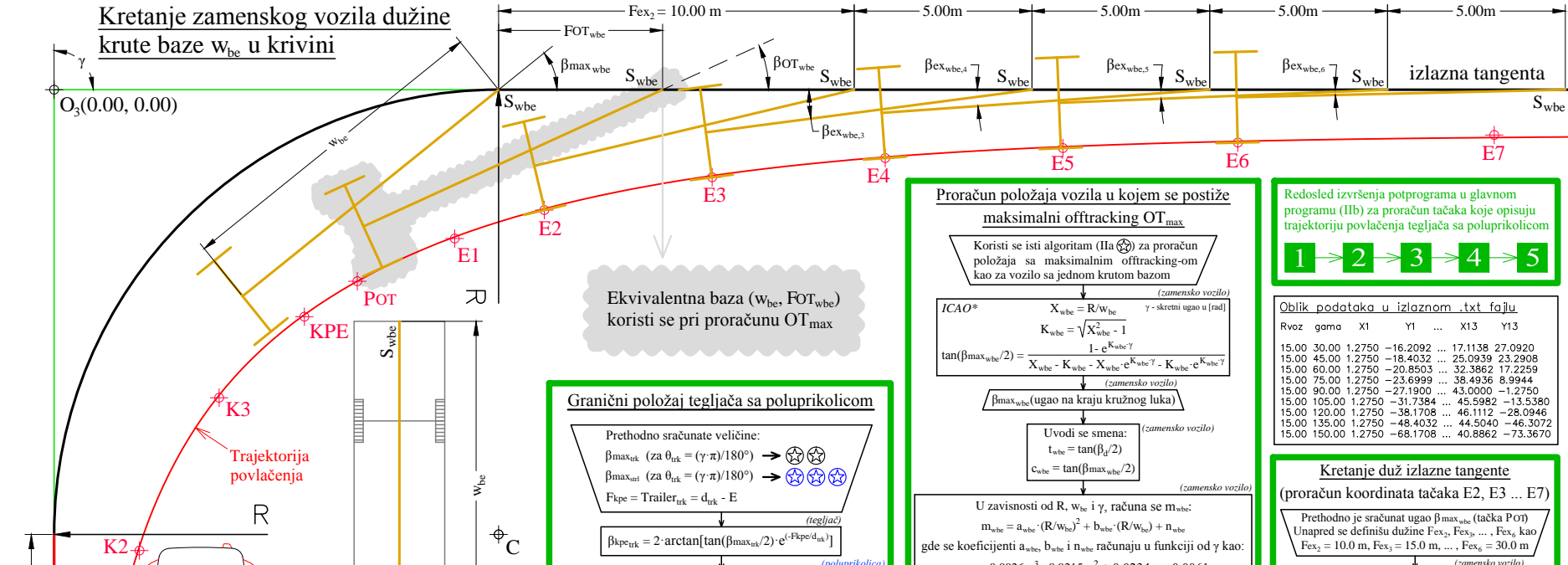
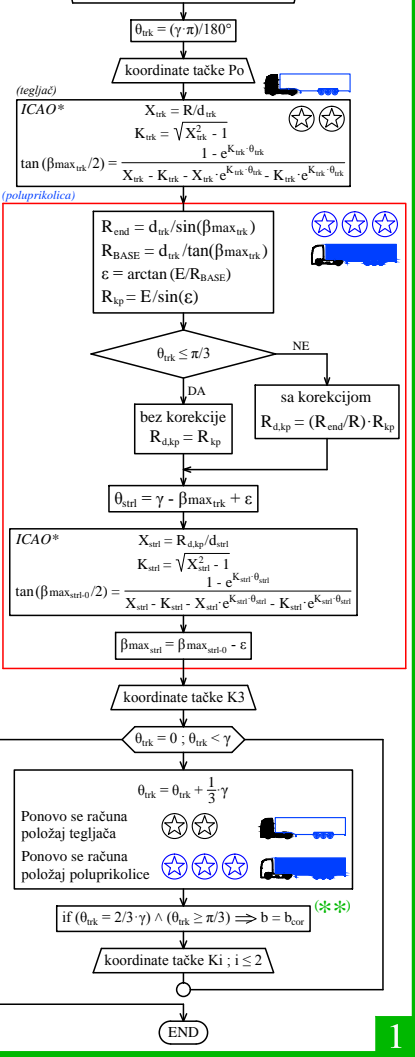
Napomena:
Sve koordinate tačka od Po, K1, K2, K3 do E7 sračunate su u odnosu na presečnu tačku tangenti kružne krivine (tačka O₃).

Korekcija širine vozila b_{kor} pri računanju položaja (koordinata) dodatnih tačka K1 i K2.

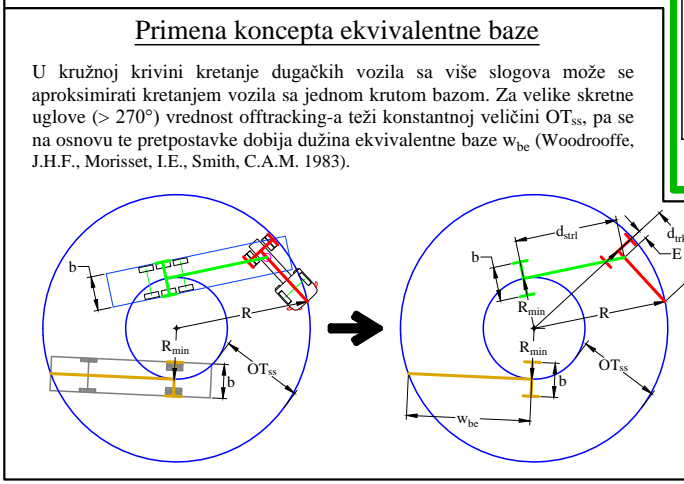
$$b_{kor} = b - \frac{1}{W_{be}} \sqrt{\frac{R}{W_{be}}} \frac{\beta_{max_{strl}}}{\beta_{max_{strl}}}$$

Kretanje po kružnom luku (proračun koordinata tačka Po, K1, K2 i K3)

Poznate veličine:
R - radijus kružne krivine
γ - skretni ugao
d_{tk} - dužina krute baze kamiona
d_{strl} - dužina krute baze poluprikolice
E - položaj kuke na kamionu
b - najveća širina vozila
t_i - koordinate preseka tangenti



*ICAO - International Civil Aviation Organization: Aerodrome Design Manual (Part 2: Taxiways, Aprons and Holding Bays), Appendix 1 - Fillet design (uslov: R > d, d - dužina krute baze)

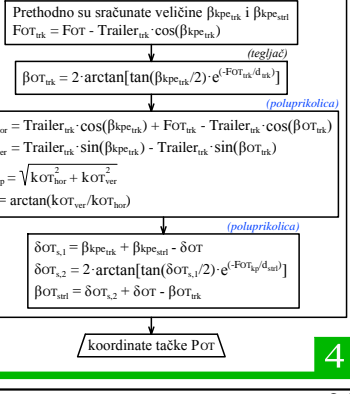
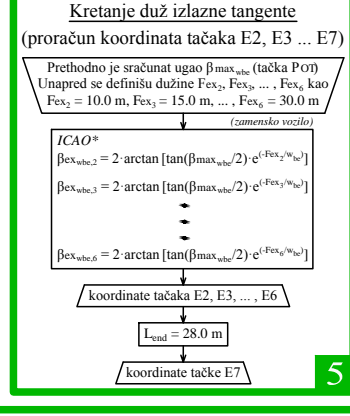


Redosled izvršenja potprograma u glavnom programu (IIb) za proračun tačka koje opisuju trajektoriju povlačenja tegljača sa poluprikolicom

1 → 2 → 3 → 4 → 5

Oblik podataka u izlaznom .txt fajlu

Rvoz	gamma	X1	Y1	...	X13	Y13
15.00	30.00	1.2750	-16.2092	...	17.1138	27.0920
15.00	45.00	1.2750	-18.4032	...	25.0939	23.2908
15.00	60.00	1.2750	-20.8503	...	32.3862	17.2259
15.00	75.00	1.2750	-23.6999	...	38.4936	8.9944
15.00	90.00	1.2750	-27.1900	...	43.0000	-1.2750
15.00	105.00	1.2750	-31.7384	...	45.5982	-13.5380
15.00	120.00	1.2750	-38.1708	...	46.1112	-28.0946
15.00	135.00	1.2750	-48.4032	...	44.5040	-46.3072
15.00	150.00	1.2750	-68.1708	...	40.8862	-73.3670



4.4.3 Proračun trajektorije povlačenja kombinovanog vozila sa tri sloga

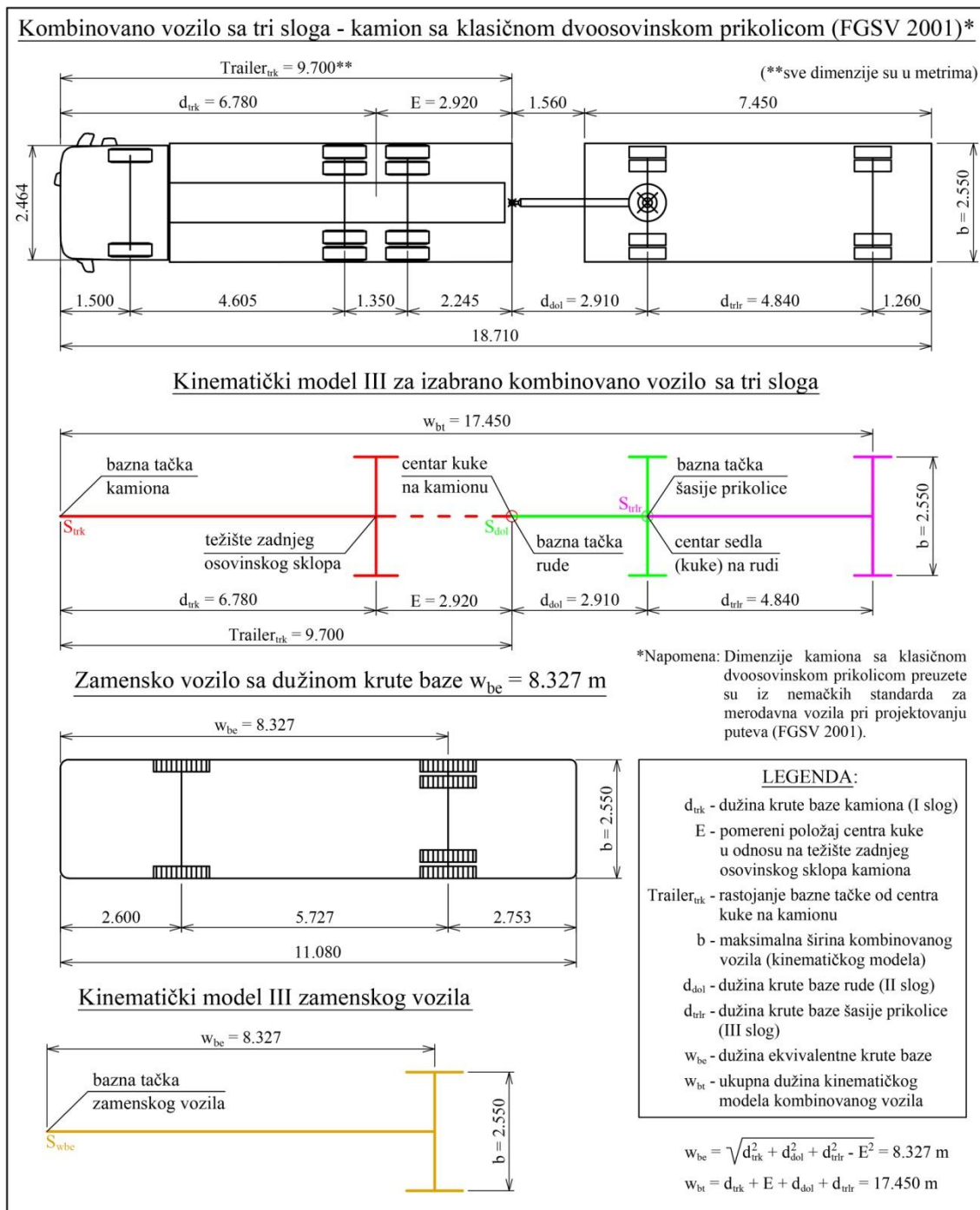
Drugu grupu najzastupljenijih dugačkih vozila na putnoj mreži Srbije predstavljaju kombinovana vozila sa tri sloga. To su najčešće teška teretna vozila, kao što su dvoosovinski ili troosovinski kamioni, koji vuku klasične dvoosovinske prikolice sa prednjom obrtnom osovinom za koju je fiksno vezana ruda (na engleskom: "dolly"). Prvi slog kombinovanog vozila odnosi se na vodeće ili vučno vozilo, tj. kamion, drugi slog predstavlja ruda zajedno sa prednjom obrtnom osovinom čiji točkovi nisu upravljivi već kruto vezani za tu osovinu ("dolly"), dok treći slog čini preostala kruta konstrukcija šasije prikolice sa zadnjom fiksnom osovinom.

U poglavlju 4.2 već je naglašeno da kombinovano vozilo ovakve konfiguracije nije korišćeno kao testno vozilo u izvedenom eksperimentu. Stoga je kao merodavno vozilo za razvoj i testiranje novog matematičkog modela za proračun trajektorije povlačenja kombinovanog vozila sa tri sloga usvojen troosovinski kamion na koji je zakačena klasična dvoosovinska prikolica iz nemačkih standarda za merodavna vozila pri projektovanju puteva (FGSV 2001). Treba naglasiti da se sve dimenzije ovako izabranog kombinovanog vozila u potpunosti poklapaju sa maksimalnim dopuštenim dimenzijama za ovu vrstu kombinovanih vozila iz domaće zakonske regulative (JP Putevi Srbije 2011; Sl. glasnik RS 2017). Identično kombinovano vozilo sa tri sloga usvojeno je i prilikom analize primene koncepta ekvivalentne baze za proračun trajektorije povlačenja kombinovanih vozila (poglavlje 4.2).

Pomoću Halter-ove metode iscertane su trajektorije povlačenja izabranog kombinovanog vozila i upoređene sa trajektorijama povlačenja merodavnog kombinovanog vozila sa tri sloga iz domaćih standarda (JP Putevi Srbije 2011; Sl. glasnik RS 2017), na osnovu čega je dalje zaključeno da se upoređene trajektorije veoma malo razlikuju. Na ovaj način je potvrđeno da je izabrano kombinovano vozila sa tri sloga iz nemačkih standarda (FGSV 2001) u potpunosti adekvatno za testiranja matematičkog modela.

Kao i u slučaju kombinovanog vozila sa dva sloga, za izabrani kamion sa prikolicom usvojen je kinematički model III (poglavlje 2.2). U skladu s tim, krute baze svakog od slogova kombinovanog vozila poklapaju se sa njihovim podužnim osovinama, a bazna

tačka krute baze vodećeg vozila S_{trk} definisana je kao najisturenija tačka u središtu prednjeg branika kamiona. Sve dimenzije datog kamiona i prateće prikolice, zajedno sa njihovim kinematičkim modelima, prikazane su na slici 4.32. Na istoj slici date su i dimenzije kinematičkog modela odgovarajućeg zamenskog vozila sa dužinom krute baze jednako ekvivalentnoj bazi $w_{be} = 8.327$ m, koja je već sračunata u poglavlju 4.2.



Slika 4.32 Dimenzije izabranog kombinovanog vozila sa tri sloga, njegovog kinematičkog modela i odgovarajućeg zamenskog vozila

Za precizno definisanje položaja kombinovanog vozila sa tri sloga, koje prati zadatu vodeću kružnu putanju, potrebno je sračunati sledeća četiri geometrijska parametra:

- za vodeće vozilo (kamion) dva parametra - položaj bazne tačke S_{trk} njegove krute baze duž vodeće putanje, kao i ugao između osovine krute baze i tangente na kružni luk ili izlazne tangente u zavisnosti od odseka vodeće putanje kojeg prati bazna tačka S_{trk} pri izvođenju manevra;
- za drugi slog (rudu prikolice) samo ugao artikulacije između osovina krutih baza kamiona i rude (zato što je položaj kuke na kamionu već definisan u prethodnom koraku);
- za treći slog (šasiju prikolice), takođe, samo ugao artikulacije između osovina krutih baza rude i prikolice, s obzirom da je centar priključnog sedla za koji se kači vučni klin (vreteno) prikolice već poznat iz prethodnog koraka.

U suštini, kada se odredi položaj krute baze vodećeg vozila (kamiona) duž vodeće putanje, za definisanje položaja ostala dva sloga (rude i prikolice) potrebno je samo sračunati odgovarajuće uglove artikulacije između osovina krutih baza susednih slogova kombinovanog vozila. Imajući u vidu da je za tačnu konstrukciju trajektorije povlačenja potrebno znati sva četiri pomenuta parametra geometrije kombinovanog vozila u svakoj tački vodeće putanje, broj nepoznatih koje treba sračunati značajno je veći u odnosu na prethodno razvijeni matematički model za proračun trajektorije povlačenja kombinovanog vozila sa dva sloga. Iz tog razloga, u cilju što većeg pojednostavljena matematičkog modela za proračun trajektorije povlačenja kombinovanog vozila sa tri sloga, a istovremeno ne gubeći na tačnosti proračuna, skoro ceo model zasnovan je na primeni koncepta ekvivalentne baze. Na taj način, broj nepoznatih geometrijskih parametara radikalno je smanjen, pošto je tačan položaj zamenskog vozila moguće odrediti ako je poznata lokacija bazne tačke S_{wbe} njegove krute baze i ugao između osovine krute baze i odgovarajuće tangente. Punu primenu koncepta ekvivalentne baze opravdava i to što je u poglavlju 4.2 pokazano da, što se kombinovano vozilo sastoji od više slogova, koncept ekvivalentne krute baze postaje sve tačniji, odnosno, trajektorija povlačenja zamenskog vozila sve manje odstupa od trajektorije povlačenja izvornog kombinovanog vozila.

Treći slog, odnosno, šasija prikolice je najjistureniji deo kombinovanog vozila tokom skretanja kroz krivinu. U stvari, najjisturenija tačka prikolice pri izvođenju manevra je glavčina unutrašnjeg točka na zadnjoj fiksnoj osovini. Analogno tome, najjisturenija tačka kod zamenskog vozila, koja opisuje trajektoriju povlačenja, takođe je glavčina unutrašnjeg točka na zadnjoj osovini. Upravo je i cilj razvoja novog matematičkog modela da se nađu pouzdane analitičke formule za proračun koordinata glavčine unutrašnjeg zadnjeg točka zamenskog vozila dok ono prati zadatu vodeću putanju.

U novom matematičkom modelu za proračun trajektorije povlačenja kombinovanog vozila sa tri sloga (kamion sa prikolicom) mogu se izdvojiti tri segmenta:

- *I segment* odnosi se na proračun položaja zamenskog vozila kada bazna tačka njegove krute baze S_{wbe} prati kružni luk radijusa R . Iz tako sračunatih položaja zatim se dobijaju koordinate najjisturenijih unutrašnjih tačaka karoserije zamenskog vozila $K1$, $K2$ i $K3$ na kružnom odseku vodeće putanje;
- U *II segmentu* računa se položaj zamenskog vozila u kome se dostiže maksimalna vrednost offtracking-a OT_{max} , kao i koordinate najjisturenije unutrašnje tačke karoserije vozila POT u tom položaju;
- U *III segmentu* određuju se položaji zamenskog vozila dok se postepeno ispravlja duž izlazne tangente nakon dostizanja maksimalnog offtracking-a, odnosno, koordinate tačaka od $E1$ do $E6$ koje opisuju trajektoriju povlačenja dok bazna tačka krute baze zamenskog vozila S_{wbe} prati izlaznu tangentu.

Kinematički model kombinovanog vozila sa tri sloga koristi se samo za određivanje koordinata tačke Po na početku trajektorije povlačenja, u položaju kada se bazna tačka krute baze kamiona S_{trk} nađe tačno iznad početka kružne krivine, a podužna osovina kinematičkog modela bude idealno poravnata sa ulaznom tangentom. Tako se na osnovu poznate dužine tangente kružne krivine Tg_3 i osnovnih dimenzija kamiona sa prikolicom $(d_{trk}, E, d_{dol}, d_{tr}, b)$ veoma prosto odrede koordinate tačke Po .

Za razliku od ranije predstavljenog matematičkog modela za proračun trajektorije povlačenja kombinovanog vozila sa dva sloga, kod kombinovanih vozila sa tri sloga, već u *I segmentu* matematičkog modela odmah se počinje sa primenom koncepta

ekvivalentne baze. Međutim, u poglavlju 4.2 već je pokazano da trajektorija povlačenja zamenskog vozila, kada njegova bazna tačka S_{wbe} prati kružni luk, nije na "strani sigurnosti" u odnosu na trajektoriju povlačenja izvornog kombinovanog vozila (slika 4.3). Tu se odmah javlja problem prevazilaženja "nedostatka" vrednosti offtracking-a najisturenijeg dela zamenskog vozila u poprečnom smislu, kako bi njegova trajektorija povlačenja prešla na "stranu sigurnosti" u odnosu na trajektoriju povlačenja kamiona sa prikolicom.

Inicijalna ideja za rešavanje ovog problema prezentovana je u švajcarskim propisima za proširenje kolovoza u krivini SN 640 105b (VSS 2003), gde je predloženo da se usvoji veća dužina krute baze zamenskog vozila od one koja je jednaka dužini ekvivalentne krute baze, sračunate za izvorno kombinovano vozilo. Posledica primene ove ideje je da na prvom delu vodeće putanje, dok bazna tačka S_{wbec} prati kružni luk, trajektorija povlačenja zamenskog vozila sa povećanom dužinom krute baze zaista prelazi na "stranu sigurnosti" u odnosu na trajektoriju povlačenja odgovarajućeg kombinovanog vozila. Međutim, na drugom delu vodeće putanje, kada bazna tačka krute baze S_{wbec} prati izlaznu tangentu, trajektorija povlačenja zamenskog vozila previše odstupa na "stranu sigurnosti" ka unutrašnjosti krivine, u poređenju sa realnom trajektorijom povlačenja kamiona sa prikolicom. S obzirom da su veličine odstupanja između ovako upoređenih trajektorija veće od 0.30 m, primena zamenskog vozila sa produženom krutom bazom za proračun trajektorije povlačenja duž cele dužine vodeće putanje, sa aspekta postignute tačnosti, nije u potpunosti opravdana.

Rukovodeći se idejom o privremenom "fiktivnom" produženju krute baze zamenskog vozila dok njegova bazna tačka S_{wbec} prati kružni luk, razvijen je matematički aparat za proračun trajektorije povlačenja u *I segmentu* ovog matematičkog modela. Ali za razliku od postupka primenjenog u švajcarskim propisima (VSS 2003), zamensko vozilo sa "fiktivno" produženom krutom bazom koristi se samo na prvom odseku vodeće putanje, odnosno, sve do momenta dok bazna tačka zamenskog vozila S_{wbec} ne dođe do kraja kružnog luka. Čim bazna tačka S_{wbec} počne da se kreće duž izlazne tangente, za dalji proračun koordinata tačaka koje opisuju trajektoriju povlačenja koristi se isključivo zamensko vozilo sa dužinom krute baze jednakoj ekvivalentnoj bazi w_{be} . Korekcija

dužine ekvivalentne baze w_{be} pri kretanju bazne tačke zamenskog vozila S_{wbec} duž kružnog luka izvodi se po sledećoj empirijskoj formuli:

$$w_{bec} = w_{be} + \frac{d_{trlr}}{d_{trk}} \cdot \frac{\pi}{\gamma} \cdot \frac{w_{bt} - (d_{dol} + d_{trlr})}{R} \quad (4.126)$$

gde je:

- w_{bec} - korigovana (privremeno povećana) dužina ekvivalentne krute baze zamenskog vozila u [m];
- w_{be} - dužina ekvivalentne krute baze zamenskog vozila u [m];
- w_{bt} - ukupna dužina kinematičkog modela u [m] izvornog kombinovanog vozila sa tri sloga (troosovinski kamion sa dvoosovinskom prikolicom);
- R - radijus kružnog luka u [m] vodeće putanje koju prati bazna tačka S_{wbec} zamenskog vozila sa korigovanom dužinom krute baze;
- d_{trk} - dužina krute baze vodećeg vozila (kamiona) u [m] - I slog;
- d_{dol} - dužina krute baze rude ("dolly") u [m] - II slog;
- d_{trlr} - dužina krute baze šasije prikolice u [m] - III slog;
- γ - skretni ugao vodeće kružne putanje u [rad].

Empirijska formula (4.126) izvedena je po ugledu na analitičke relacije definisane u švajcarskim propisima (VSS 2003), i testirana je za različite kombinacije radijusa i skretnih uglova vodećih putanja u intervalima $10.0 \text{ m} \leq R \leq 20.0 \text{ m}$ i $30^\circ \leq \gamma \leq 150^\circ$. Prilikom testiranja dobijeno je da je maksimalno odstupanje na "stranu sigurnosti" trajektorije povlačenja zamenskog vozila sa produženom krutom bazom u odnosu na trajektoriju povlačenja izvornog kombinovanog vozila manje od 0.05 m. Maksimalna odstupanja izmerena su u položajima kada bazna tačka zamenskog vozila sa "fiktivno" produženom krutom bazom S_{wbec} dođe tačno iznad kraja kružnog luka. Na slici 4.33 prikazano je kako se u *I segmentu* matematičkog modela proračun trajektorije povlačenja kombinovanog vozila sa tri sloga zapravo svodi na proračun trajektorije povlačenja zamenskog vozila sa "fiktivno" produženom krutom bazom.

Matematički aparat za proračun koordinata tačaka K1, K2 i K3 koje opisuju trajektoriju povlačenja na kružnom odseku vodeće putanje, isti je kao aparat primenjen kod

samostalnog i kombinovanog vozila sa dva sloga, odnosno, podrazumeva primenu poznatih jednačina (2.41), (2.42) i (2.67) iz ICAO-ovog matematičkog modela. Shodno tome, iz prethodno sračunate korigovane dužine ekvivalentne krute baze zamenskog vozila w_{bec} , radijusa R i skretnog ugla γ vodeće kružne putanje, dobija se maksimalni trenutni skretni ugao $\beta_{max_{wbec}}$ između tangente na kraj kružnog luka i osovine korigovane krute baze zamenskog vozila:

$$X_{wbec} = \frac{R}{w_{bec}} \quad (4.127)$$

$$K_{wbec} = \sqrt{X_{wbec}^2 - 1} \quad (4.128)$$

$$\theta = (\gamma \cdot \pi) / 180^\circ \quad (4.129)$$

$$\tan\left(\frac{\beta_{max_{wbec}}}{2}\right) = \frac{1 - e^{K_{wbec} \cdot \theta}}{X_{wbec} - K_{wbec} - X_{wbec} \cdot e^{K_{wbec} \cdot \theta} - K_{wbec} \cdot e^{K_{wbec} \cdot \theta}} \quad (4.130)$$

Iz poslednje jednačine (4.130) dobijaju se samo koordinate tačke K3 u položaju kada je bazna tačka krute baze zamenskog vozila S_{wbec} bila tačno na kraju kružnog luka. Da bi se sračunale koordinate tačaka K1 i K2 za preciznu konstrukciju trajektorije povlačenja, koristi se isti postupak kao u *I segmentu* matematičkog modela za proračun trajektorije povlačenja samostalnog vozila (potpoglavlje 4.4.1). To znači da se skretni ugao γ deli na tri dela iz kojih se posle računaju dva nova pomoćna skretna ugla θ_1 i θ_2 , i njima odgovarajuće dužine tangenti Tg_1 i Tg_2 za skraćene dužine kružnih lukova:

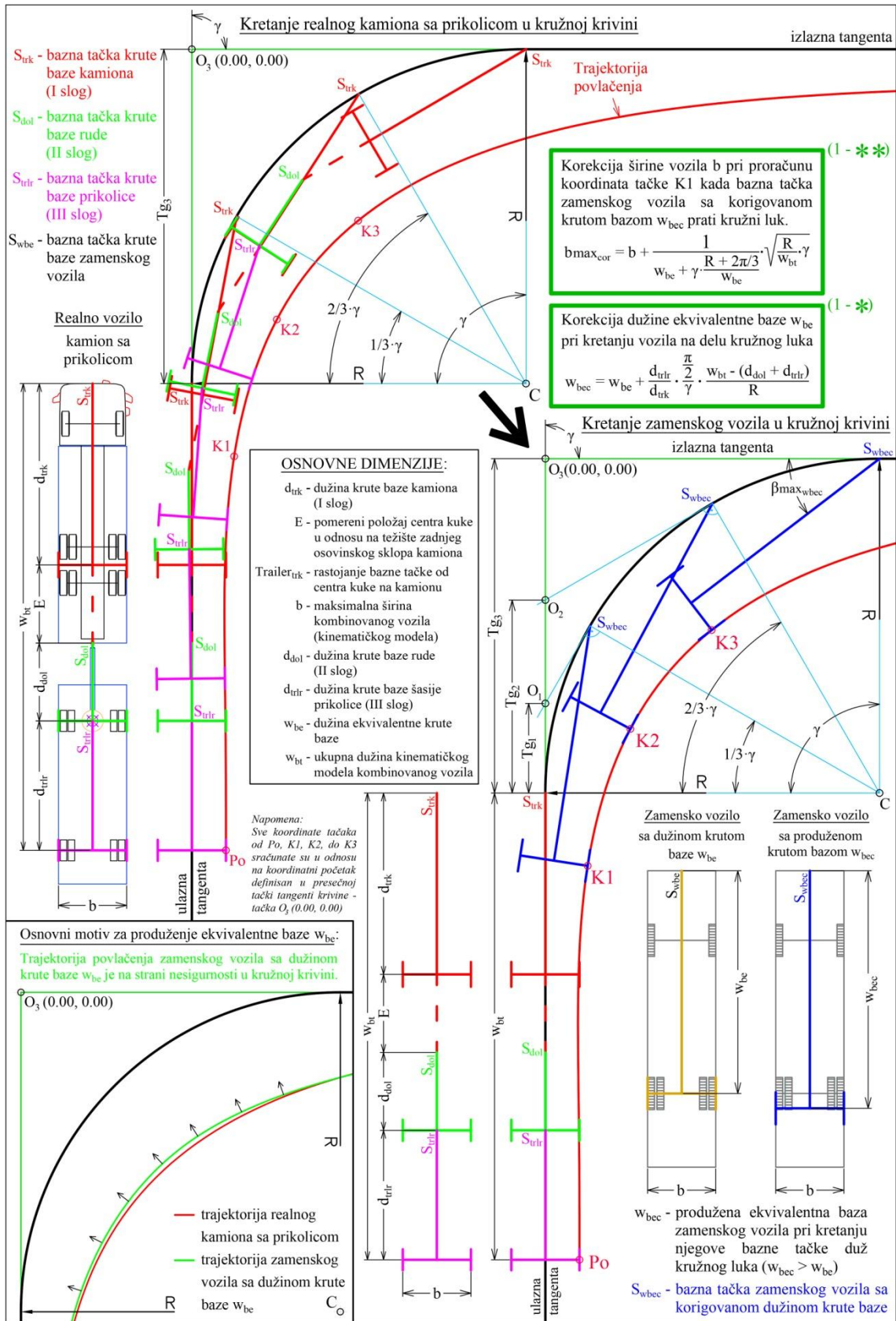
$$\theta_1 = \frac{1}{3} \cdot \gamma \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \quad (4.131)$$

$$\theta_2 = \frac{2}{3} \cdot \gamma \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \quad (4.132)$$

$$Tg_1 = R \cdot \tan\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \quad (4.133)$$

$$Tg_2 = R \cdot \tan\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \quad (4.134)$$

Na osnovu ovako dobijenih tangenti računaju se koordinate pomerenih temena krivina O_1 i O_2 sa skraćenim dužinama kružnih lukova. Sa slike 4.34, na kojoj je prikazan



Slika 4.33 Određivanje položaja i proračun trajektorije povlačenja zamenskog vozila sa "fiktivno" produženom krutom bazom umesto kamiona sa prikolicom (I segment modela)

kompletan algoritam za *I segment* matematičkog modela, vidi se da se pri određivanju koordinata tačaka K1 i K2 ponavlja identičan postupak kao za proračun koordinata tačke K3, samo se menjaju veličine skretnih uglova. Kao i u prethodno razvijenim matematičkim modelima, sve koordinate tačaka K1, K2 i K3 sračunate se u odnosu na koordinatni početak smešten u tački $O_3(0.00, 0.00)$ ili temenu kružne krivine.

Kod proračuna koordinata tačke K1 treba izvršiti dodatnu korekciju kako bi se dobio povoljan oblik trajektorije povlačenja. Naime, u slučajevima kada je skretni ugao θ_1 za skraćenu dužinu kružnog luka, pri proračunu koordinata tačke K1, veći ili jednak od $\pi/2$, treba privremeno korigovati, odnosno, povećati širinu vozila b (slika 4.34), kako tačka K1 ne bi bila na "strani nesigurnosti" u poređenju sa realnom trajektorijom povlačenja kamiona sa prikolicom. U slučaju izabranog (standardnog) vozila, to znači virtuelno proširenje njegove širine sa 2.55 m na 2.65 m. Korekcija širine b pri proračunu položaja zamenskog vozila sa korigovanom krutom bazom w_{bec} , na bazi kojeg se posle računaju koordinate tačke K1, izvodi se prema sledećoj empirijskoj formuli:

$$b_{max_{cor}} = b + \frac{1}{w_{be} + \gamma \cdot \frac{R + 2\pi/3}{w_{be}}} \cdot \sqrt{\frac{R}{w_{bt}}} \cdot \gamma \quad (4.135)$$

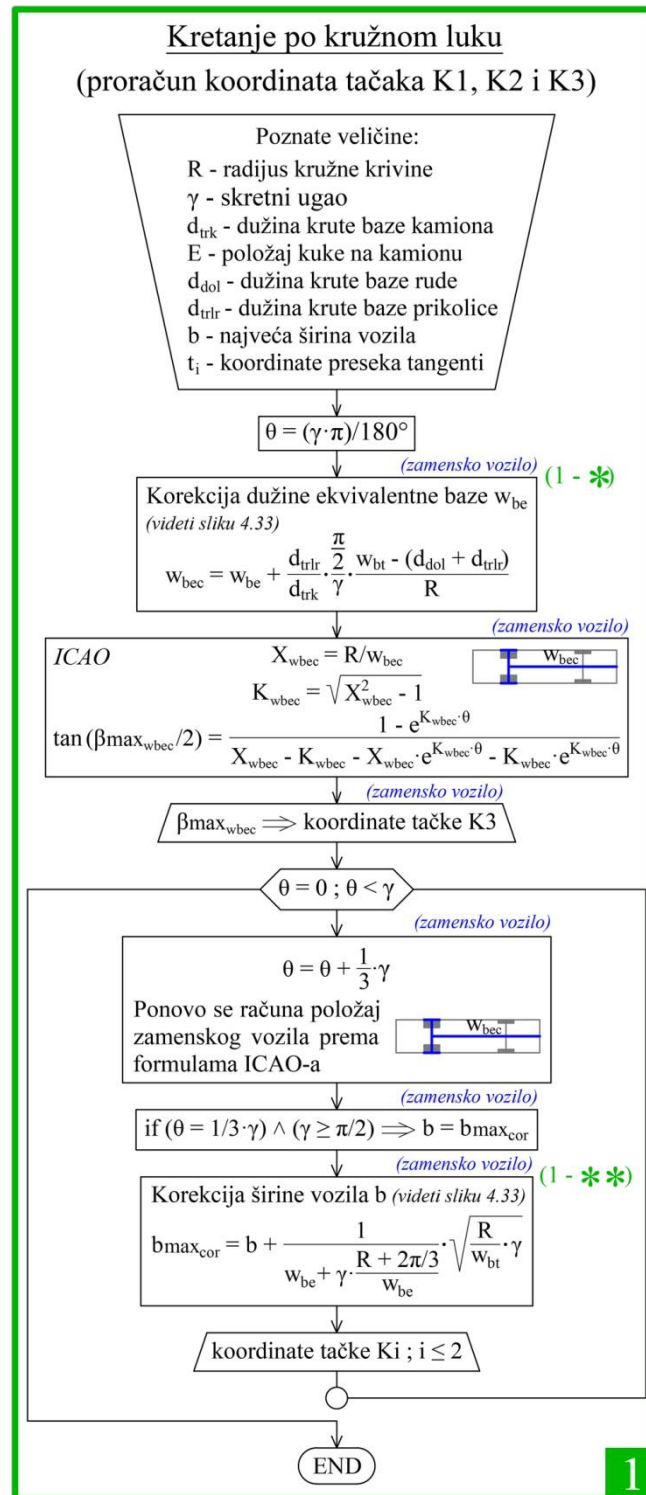
gde je:

- b - izvorna širina vozila u [m] (za standardno vozilo $b = 2.55$ m);
- $b_{max_{cor}}$ - privremeno korigovana (povećana) širina b u [m] pri određivanju položaja zamenskog vozila za proračun koordinata tačke K1;
- w_{be} - dužina ekvivalentne krute baze zamenskog vozila u [m];
- w_{bt} - ukupna dužina kinematičkog modela u [m] izvornog kombinovanog vozila sa tri sloga (troosovinski kamion sa dvoosovinskom prikolicom);
- R - radijus kružnog luka u [m] vodeće putanje koju prati bazna tačka S_{wbec} zamenskog vozila sa korigovanom dužinom krute baze w_{bec} ;
- γ - skretni ugao vodeće kružne putanje u [rad].

Iako se koristi za proračun položaja zamenskog vozila sa korigovanom krutom bazom w_{bec} , u prethodno prikazanoj formuli (4.135) za korekciju širine b figuriše samo "originalna" dužina ekvivalentne baze w_{be} , ali ne i njena korigovana vrednost w_{bec} .

Empirijska formula (4.135) za proračun korigovane širine $b_{max_{cor}}$ izvedena je na osnovu dimenzija standardnih kritičnih vozila sa normiranom širinom. U suštini, ovde se radi o virtuelnom "proširivanju" vozila sa ciljem smanjenja neumerenog odstupanja na "stranu nesigurnosti". Logično se postavlja pitanje, da li to znači da se i kombinovano vozilo koje je šire od npr. 2.75 m treba suziti na korigovanu širinu $b_{max_{cor}}$. Svakako da ne, jer korekcija je uvedena za standardno vozilo, što znači da vozilo veće širine od standardne ($b = 2.55$ m) ne treba sužavati. Preciznije rečeno, i kombinovano vozilo koje je šire od standardnog treba proporcionalno proširiti prema empirijskoj formuli (4.135). Takođe, ovde treba posebno istaći da uočeno odstupanje ne proističe od širine kombinovanog vozila b , jer zapravo je centar zadnje fiksne osovine "pobegao" na "stranu nesigurnosti", što ne zavisi od realne širine vozila. Za standardno vozilo neophodna korekcija širine se kreće ili u zoni od 1.00 % dužine krute baze d , ili u zoni od 0.50 % vrednosti radijusa krivine R , ili u okviru 5.00 % od realne širine vozila b . Iako se pouzdano zna da širina b sigurno nije uzrok odstupanja na "stranu nesigurnosti", virtuelna korekcija širine predstavljala je najpogodniji način da se položaj tačke K1 sračuna tako da ta tačka uvek bude na "strani sigurnosti" u odnosu na realnu trajektoriju povlačenja kamiona sa prikolicom, dobijenu primenom Halter-ove metode.

U *II segmentu* matematičkog modela računa se precizan položaj sa maksimalnim offtracking-om zamenskog vozila, odnosno, koordinate najisturenije unutrašnje tačke POT u tom položaju. Za određivanje položaja u kome se dostiže maksimalni offtracking zamenskog vozila koristi se isti algoritam kao kod samostalnog vozila (slika 4.14), razvijen na osnovu dvostepenog regresionog modela. Ceo proračun u *II segmentu* matematičkog modela obavlja se koristeći zamensko vozilo sa dužinom krute baze jednakom prvobitno sračunatoj ekvivalentnoj bazi w_{be} (slika 4.35). Zbog toga mora ponovo da se izračuna ugao $\beta_{max_{wbe}}$ između osovine krute baze zamenskog vozila i tangente na kraj kružnog luka. Na kraju proračuna dobija se ugao $\beta_{OT_{wbe}}$ između izlazne tangente i krute baze zamenskog vozila, kao i rastojanje FOT_{wbe} bazne tačke S_{wbe} od kraja kružnog luka u položaju sa maksimalnim offtracking-om. Ipak, ovako određena maksimalna vrednost offtracking-a zamenskog vozila ne poklapa se sa realnom maksimalnom vrednošću offtracking-a kombinovanog vozila sa tri sloga.



Slika 4.34 Algoritam za proračun položaja zamenskog vozila, odnosno, koordinata tačaka K1, K2 i K3 za konstrukciju trajektorije povlačenja u I segmentu modela

U poglavlju 4.2 već je pokazano da isto kombinovano vozilo (kamion sa prikolicom) dostiže maksimalnu vrednost offtracking-a (OT_{max}) u situaciono različitom položaju u

odnosu na odgovarajuće zamensko vozilo (slika 4.3). Najveći problem predstavlja greška u "poprečnom smislu", zato što je maksimalna vrednost offtracking-a sračunata za zamensko vozilo, manja u odnosu na realnu maksimalnu vrednost offtracking-a izvornog kombinovanog vozila (slika 4.35). Kako bi se ova greška najefikasnije otklonila, predloženo je da se u momentu kada se dostigne maksimalni offtracking OT_{max} , "privremeno" koriguje širina b zamenskog vozila po empirijskoj formuli:

$$\Delta OT = \frac{b}{w_{be} + R} \cdot \sqrt{\frac{\gamma}{R} \cdot \left(4\pi - \frac{R}{w_{be}} \cdot \gamma \right)} \quad (4.136)$$

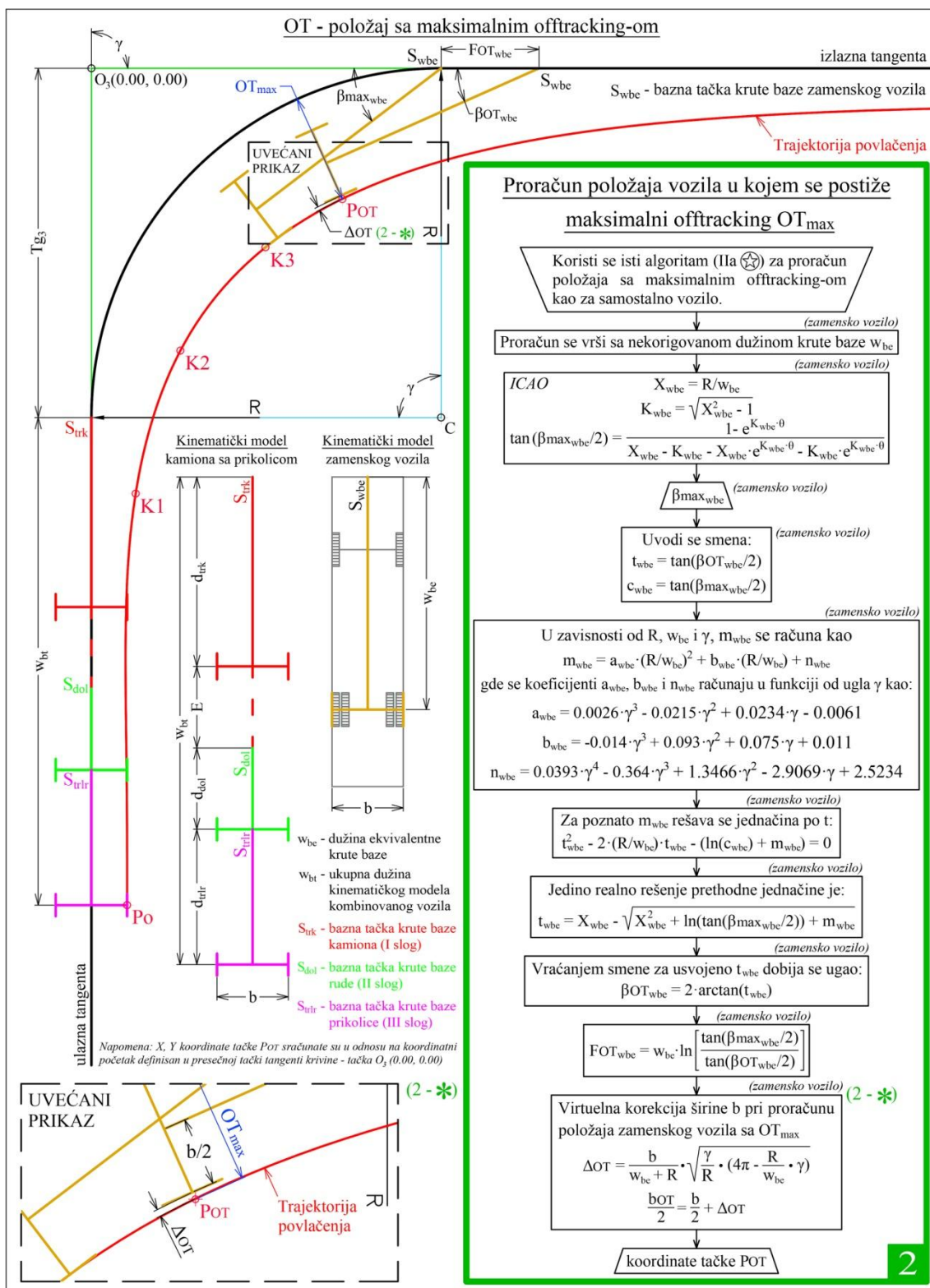
Privremeno povećana širina zamenskog vozila, odnosno, njena polovina dobija se kao:

$$bOT = b + 2 \cdot \Delta OT \quad (4.137)$$

$$\frac{bOT}{2} = \frac{b}{2} + \Delta OT \quad (4.138)$$

Formula (4.136) osmišljena je po ugledu na slične empirijske formule koje su već izveli Woodrooffe i ost. (1983) pri formiranju obrazaca za proračun OT_{max} . Konačan oblik empirijske formule (4.136) usvojen je na osnovu 99 prethodno izvednih simulacija kretanja kombinovanog i zamenskog vozila za različite kombinacije radijusa R i skretnih uglova γ vodećih putanja u rasponu $10.0 \text{ m} \leq R \leq 20.0 \text{ m}$ i $30^\circ \leq \gamma \leq 150^\circ$. Za svaku od 99 analiziranih kombinacija radijusa i skretnih uglova, primenom Halterovog postupka, iscrtane su trajektorije povlačenja kombinovanog i zamenskog vozila u softveru GCM++ (Gavran 2013). Upoređivanjem dobijenih trajektorija povlačenja, izmerene su poprečne razlike između maksimalnih vrednosti offtracking-a kamiona sa prikolicom i odgovarajućeg zamenskog vozila. Analizom tako dobijenih poprečnih razlika maksimalnih veličina offtracking-a, posle nekoliko serija proba, ustanovljeno je da empirijska formula (4.136) adekvatno pokriva razliku između maksimalnih vrednosti offtracking-a kombinovanog i zamenskog vozila. Drugim rečima, privremenim povećanjem originalne širine zamenskog vozila b , korišćenjem izvedene formule (4.136), najisturenija unutrašnja tačka tog vozila POT u položaju sa maksimalnim offtracking-om ostaje na "strani sigurnosti" u odnosu na trajektoriju povlačenja izvornog kombinovanog vozila. Time je obezbeđeno da, iako se situaciono razlikuju položaji u kojima se dostižu maksimalne vrednosti offtracking-a kombinovanog i njemu

odgovarajućeg zamenskog vozila (slika 4.3), maksimalna veličina offtracking-a zamenskog vozila u "poprečnom smislu" uvek bude na "strani sigurnosti".



Slika 4.35 Algoritam za proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om zamenskog vozila, baziran na korekciji širine b, i koordinata najisturenije tačke POT u tom položaju

Posle proračuna korigovane širine zamenskog vozila bOT vrlo lako se dobijaju i koordinate najjisturenije tačke POT , koje su kao i koordinate prethodnih tačaka (Po , $K1$, $K2$ i $K3$), sračunate u odnosu na koordinatni početak, tj. tačku O_3 (0.00, 0.00). U geometrijskom smislu značajna uloga tačke POT je da "fino" popuni nedostajući deo konture trajektorije povlačenja. Na taj način dodatno se koriguje (popravlja) sam oblik sračunate trajektorije, odnosno, smanjuje njeno odstupanje u odnosu na realnu trajektoriju povlačenja kamiona sa prikolicom dobijenu iz Halterove simulacije.

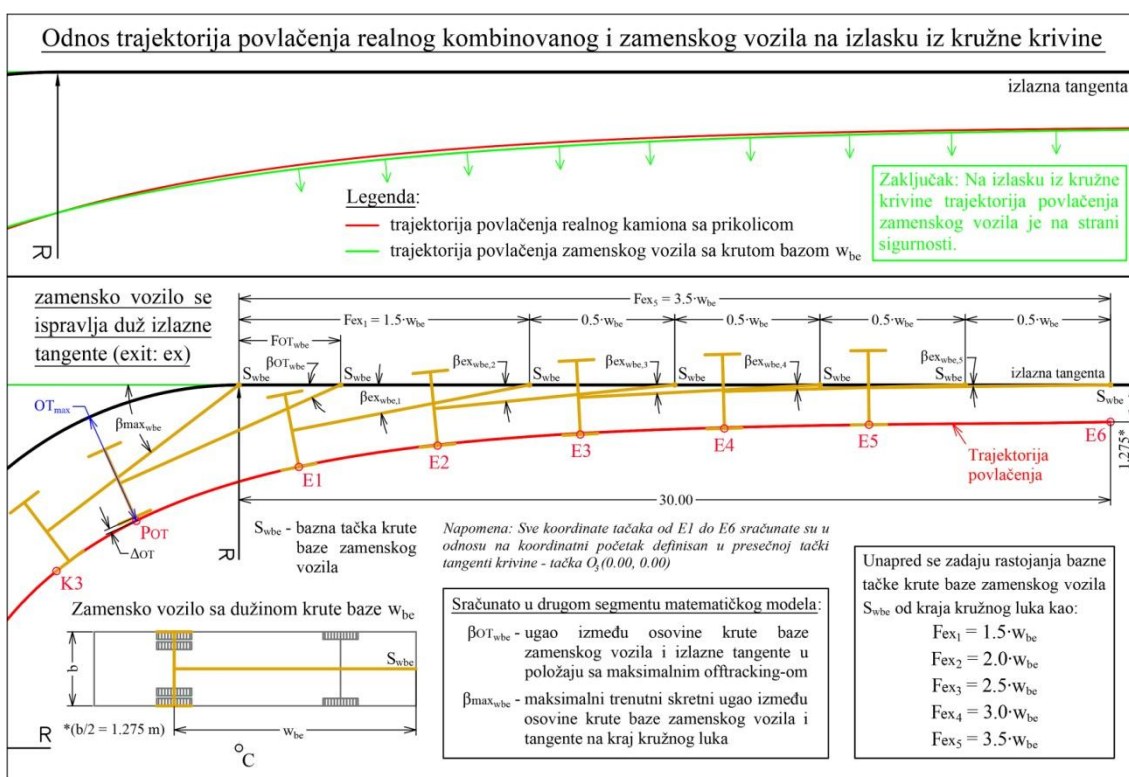
U *III segmentu* matematičkog modela računaju se položaji zamenskog vozila kada se ono, posle dostizanja maksimalnog offtracking-a OT_{max} , ispravlja duž izlazne tangente, odnosno, računaju se koordinate tačaka od $E1$ do $E6$ koje opisuju trajektoriju povlačenja na poslednjem odseku vodeće putanje. Nakon što pređe dužinu FOT_{wbe} od kraja kružnog luka, bazna tačka krute baze zamenskog vozila S_{wbe} dalje samo nastavlja da prati izlaznu tangentu sve dok se osovina kinematičkog modela vozila u potpunosti ne poravna sa njom.

Isto kao i u *II segmentu* ovog matematičkog modela, ceo proračun obavlja se pomoću zamenskog vozila sa dužinom krute baze koja je jednaka ekvivalentnoj bazi w_{be} . Ovde se ponovo ukazuje na važnost zaključka iz poglavlja 4.2 (slika 4.3), gde je pokazano da kada bazna tačka zamenskog vozila S_{wbe} , prateći izlaznu tangentu, pređe rastojanje od kraja kružnog luka približno jednako dužini ekvivalentne baze w_{be} , trajektorija povlačenja tog zamenskog vozila prelazi tada na "stranu sigurnosti" u odnosu na trajektoriju povlačenja izvornog kombinovanog vozila.

Algoritam za proračun koordinata tačaka od $E1$ do $E5$ skoro je identičan algoritmu u *V segmentu* matematičkog modela za proračun trajektorije povlačenja kombinovanog vozila sa dva sloga. Kao što je za proračun trajektorije povlačenja pri kretanju tegljača sa poluprikolicom duž izlazne tangente korišćeno zamensko vozilo, tako se po istom principu za proračun trajektorije povlačenja kombinovanog vozila sa tri sloga, na poslednjem odseku vodeće putanje, takođe koristi odgovarajuće zamensko vozilo. U oba slučaja, i u *V segmentu* matematičkog modela za proračun trajektorije povlačenja tegljača sa poluprikolicom, i u *III segmentu* modela za proračun trajektorije povlačenja

kamiona sa prikolicom, matematička osnova algoritma proračuna je ista, odnosno, svodi se na primenu ICAO-ove formule (2.94). To zapravo znači da se za unapred zadata rastojanja Fex_i bazne tačke zamenskog vozila S_{wbe} od kraja kružnog luka u intervalu $1.5 \cdot w_{be} < Fex_i < 3.5 \cdot w_{be}$, sa korakom od $0.5 \cdot w_{be}$ (slika 4.36), trebaju sračunati trenutni skretni uglovi između osovine krute baze zamenskog (samostalnog) vozila i izlazne tangente pomoću poznate ICAO-ove formule:

$$\beta = 2 \cdot \arctan \left(\tan \left(\frac{\beta_{max}}{2} \right) \cdot e^{\left(-\frac{F}{d} \right)} \right) \quad (2.94)$$



Slika 4.36 Proračun položaja zamenskog vozila dok se ispravlja duž izlazne tangente i koordinata tačaka od E1 do E6 na trajektoriji povlačenja u III segmentu modela

Pošto je za izabrani kamion sa prikolicom dužina krute baze njemu odgovarajućeg zamenskog vozila $w_{be} = 8.327 \text{ m}$ (slika 4.32), položaji tog zamenskog vozila dok se ispravlja duž izlazne tangente računaju se u sledećem opsegu rastojanja njegove bazne tačke S_{wbe} od kraja kružnog luka:

$$1.5 \cdot 8.327 \text{ m} < Fex_i < 3.5 \cdot 8.327 \text{ m} \quad (4.139)$$

S obzirom da je $1.5 \cdot 8.327 \text{ m} = 12.49 \text{ m}$, odnosno $3.5 \cdot 8.327 \text{ m} = 29.14 \text{ m}$, prethodni interval može se slobodno zaokružiti na:

$$12.5 \text{ m} < Fex_i < 30.0 \text{ m} \quad (4.140)$$

Već je poznato iz poglavlja 4.2 (slika 4.3) da čim bazna tačka zamenskog vozila S_{wbe} pređe rastojanje $Fex \geq w_{be}$ od kraja kružnog luka, trajektorija povlačenja tog vozila sigurno prelazi na "stranu sigurnosti" u odnosu na trajektoriju povlačenja izvornog kombinovanog vozila sa tri sloga. Na osnovu ovog zaključka, za standardni kamion sa prikolicom, kao početno rastojanje u prvoj iteraciji pri proračunu koordinata tačke E1 može se usvojiti $Fex_1 = 10.0 \text{ m}$ ($10.0 \text{ m} > w_{be} = 8.327 \text{ m}$), pa izraz (4.140) dobija oblik:

$$10.0 \text{ m} < Fex_i < 30.0 \text{ m} \quad (4.141)$$

Opet se mora naglasiti da je početno rastojanje od $Fex_1 = 10.0 \text{ m}$ empirijski usvojeno tako da odgovara samo zamenskom vozilu standardnog kombinovanog vozila (kamion sa prikolicom). Za druga nestandardna kombinovana vozila sa tri sloga, shodno prethodno navedenim zaključcima iz poglavlja 4.2 ($Fex \geq w_{be}$), preporučuje se da se kao početno rastojanje Fex_1 u prvoj iteraciji proračuna trajektorije povlačenja u III segmentu ovog matematičkog modela, usvoji $Fex_1 = w_{be}$. Nakon definisanja početnog rastojanja Fex_1 , na svakih sledećih $0.5 \cdot w_{be}$ dužine (slika 4.36), odnosno za udaljenosti $Fex_1 = 1.5 \cdot w_{be}, Fex_2 = 2.0 \cdot w_{be}, \dots, Fex_5 = 3.5 \cdot w_{be}$ bazne tačke zamenskog vozila S_{wbe} od kraja kružnog luka, pomoću ICAO-ove formule (2.94), redom se računaju odgovarajući trenutni skretni uglovi $\beta_{ex_{wbe,1}}, \beta_{ex_{wbe,2}}, \dots, \beta_{ex_{wbe,5}}$ između osovine krute baze zamenskog vozila i izlazne tangente:

$$\beta_{ex_{wbe,1}} = 2 \cdot \arctan \left(\tan \left(\frac{\beta_{max_{wbe}}}{2} \right) \cdot e^{\left(-\frac{Fex_1}{w_{be}} \right)} \right) \quad (4.142)$$

•
•
•

$$\beta_{ex_{wbe,5}} = 2 \cdot \arctan \left(\tan \left(\frac{\beta_{max_{wbe}}}{2} \right) \cdot e^{\left(-\frac{Fex_5}{w_{be}} \right)} \right) \quad (4.143)$$

Zapravo, ista formula samo se iterativno ponavlja za različite udaljenosti Fex_i bazne tačke krute baze zamenskog vozila S_{wbe} od kraja kružnog luka. Ipak, prilikom testiranja tačnosti ovog algoritma za različite kombinacije radijusa R i skretnih uglova γ vodećih putanja, uočeno je da treba izvršiti dodatne korekcije proračuna za različite slučajeve, kako bi trajektorija povlačenja zamenskog što manje odstupala od realne trajektorije povlačenja izvornog kombinovanog vozila. Tako je, na primer, za sve skretne uglove $\gamma \leq \pi/2$, pri proračunu koordinata tačke E1 ($Fex_1 = 1.5 \cdot w_{be}$), u slučajevima kada je radijus vodeće putanje $R < 12.50$ m, potrebno "privremeno" povećati širinu b zamenskog vozila prema empirijskoj formuli.

$$bex_{cor-4} = b + \frac{d_{trlr}}{100 \cdot d_{dol}} \cdot \left(\frac{w_{be}}{E} + \pi \right) \quad (4.144)$$

U svim ostalim slučajevima, prema algoritmu na slici 4.37, kada nije ispunjen jedan od prethodno pomenutih uslova, širina zamenskog vozila koriguje se prema sledećim empirijski izvedenim formulama:

$$bex_{cor-1} = b - \frac{d_{trlr}}{100 \cdot d_{dol}} \cdot \left(\frac{d_{trk}}{E} + \pi \right) \quad (4.145)$$

$$bex_{cor-2} = b - \frac{d_{trlr}}{100 \cdot d_{dol}} \cdot \left(\frac{d_{trk}}{E} - \frac{w_{be}}{w_{bt}} \right) \quad (4.146)$$

$$bex_{cor-3} = b + \frac{d_{trlr}}{100 \cdot d_{dol}} \cdot \pi \quad (4.147)$$

Pored toga, širinu b zamenskog vozila neophodno je privremeno "virtuelno" smanjiti i pri proračunu koordinata tačaka E1, E2 i E3 (za $Fex_i \leq 2.5 \cdot w_{be}$), u slučajevima kada su radijusi vodećih putanja $R < 12.50$ m i skretni uglovi $\gamma > 2 \cdot \pi/3$, koristeći formulu:

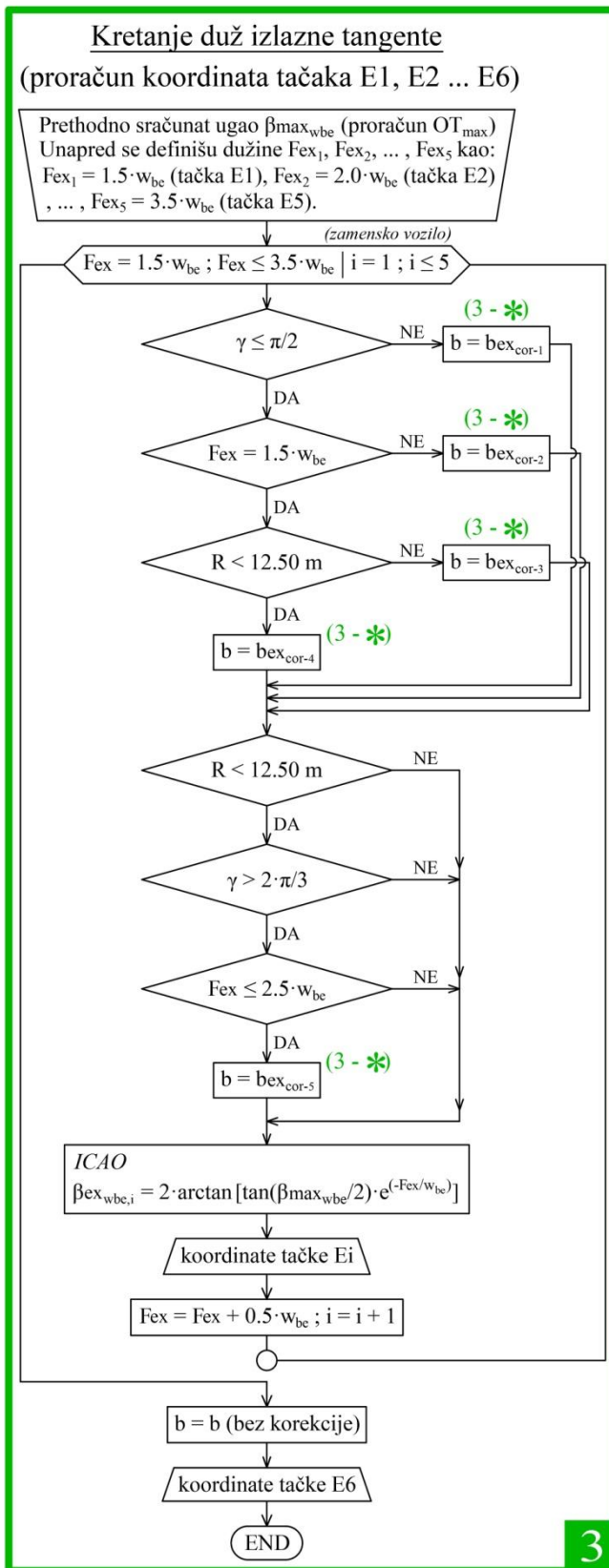
$$bex_{cor-5} = b - \frac{d_{trlr}}{100 \cdot d_{dol}} \cdot \left(\frac{w_{bt}}{E} + \pi \right) \quad (4.148)$$

Izvođenjem navedenih korekcija prikazanih na slici 4.37, položaji tačaka od E1 do E5 izračunati su tako da se one nalaze na minimalnom odstojanju na "strani sigurnosti" od realne trajektorije povlačenja kamiona sa prikolicom. Sve prethodno prikazane

empirijske formule (4.144, 4.145, 4.146, 4.147 i 4.148) za korekciju širine b testirane su na kinematičkom modelu zamenskog vozila koje odgovara standardnom kombinovanom vozilu sa tri sloga, odnosno, kamionu sa prikolicom iz nemačkih standarda za merodavna vozila pri projektovanju puteva (FGSV 2001).

Kako bi se algoritam sa slike 4.37 što više uprostio i prilagodio praktičnoj primeni, urađena je sistematizacija uvedenih korekcija širine vozila b pri proračunu koordinata tačaka od E1 ($Fex_1 = 1.5 \cdot w_{be}$) do E5 ($Fex_5 = 3.5 \cdot w_{be}$), i predstavljena u posebnoj blok šemi na slici 4.38. Zbog bolje preglednosti, prikazana blok šema napravljena je tako da se za svaku pojedinačnu tačku od E1 do E5 odmah može utvrditi, u zavisnosti od vrednosti skretnog ugla γ i radijusa R vodeće kružne putanje, koju je od prethodno navedenih korekcija širine zamenskog vozila ($bex_{cor-1}, bex_{cor-2}, \dots, bex_{cor-5}$) potrebno izvesti u konkretnom slučaju.

Kao i kod korekcije širine vozila b pri proračunu koordinata tačke K1 u *I segmentu* ovog matematičkog modela, uzrok odstupanja najisturenije unutrašnje tačke na karoseriji zamenskog vozila u odnosu na realnu trajektoriju povlačenja sigurno nije u širini b . Pravi uzrok odstupanja zapravo je u pomerenom položaju centra zadnje fiksne osovine zamenskog vozila u odnosu na realan položaj, odnosno, na trajektoriju povlačenja centra zadnje fiksne osovine poslednjeg sloga izvornog kombinovanog vozila. Ako je potrebno privremeno "smanjiti" širinu standardnog vozila, to znači da u slučaju kombinovanog vozila koje je uže od standardnog, širinu njegovog zamenskog vozila treba proporcionalno "suziti". U suprotnom slučaju, ako je potrebno privremeno "proširiti" standardno vozilo, a analizirano kombinovano vozilo je šire od standardnog, onda širinu njemu odgovarajućeg zamenskog vozila treba proporcionalno "proširiti". Iako širina b testiranog kombinovanog vozila nije uzrok odstupanja, korekcija širine njemu odgovarajućeg zamenskog vozila, bila je analitički najprostije rešenje da se proračun u *III segmentu* modela jednostavno modifikuje, tako da trajektorija zamenskog vozila ostane uvek na "strani sigurnosti" u odnosu na realnu trajektoriju povlačenja izvornog kombinovanog vozila. Sve prikazane korekcije širine b služe zapravo da se smanji odstupanje između sračunate trajektorije povlačenja iz matematičkog modela i realne trajektorije povlačenja pri kretanju kombinovanog vozila duž izlazne tangente.



Posebni slučajevi korekcije širine vozila b u trećem segmentu matematičkog modela za različite vrednosti skretnih uglova γ , radijusa krivine R i unapred zadatih rastojanja F_{ex} :

$$b_{ex_{cor-1}} = b - \frac{d_{trir}}{100 \cdot d_{dol}} \cdot \left(\frac{d_{trk}}{E} + \pi \right) \quad \left[\begin{array}{l} \text{korekcija} \\ 3.5 \% \text{ od } b \end{array} \right]$$

$$b_{ex_{cor-2}} = b - \frac{d_{trir}}{100 \cdot d_{dol}} \cdot \left(\frac{d_{trk}}{E} - \frac{w_{be}}{w_{bt}} \right) \quad \left[\begin{array}{l} \text{korekcija} \\ 2.0 \% \text{ od } b \end{array} \right]$$

$$b_{ex_{cor-3}} = b + \frac{d_{trir}}{100 \cdot d_{dol}} \cdot \pi \quad \left[\begin{array}{l} \text{korekcija} \\ 2.0 \% \text{ od } b \end{array} \right]$$

$$b_{ex_{cor-4}} = b + \frac{d_{trir}}{100 \cdot d_{dol}} \cdot \left(\frac{w_{be}}{E} + \pi \right) \quad \left[\begin{array}{l} \text{korekcija} \\ 4.0 \% \text{ od } b \end{array} \right]$$

$$b_{ex_{cor-5}} = b - \frac{d_{trir}}{100 \cdot d_{dol}} \cdot \left(\frac{w_{bt}}{E} + \pi \right) \quad \left[\begin{array}{l} \text{korekcija} \\ 6.0 \% \text{ od } b \end{array} \right]$$

*Dodatni komentari:

- Tačnost svih gore prikazanih empirijskih formula za korekciju širine vozila b , testirana je na kinematičkom modelu zamenskog vozila koje odgovara standardnom (kritičnom) kamionu sa prikolicom iz nemačkih standarda za merodavna vozila pri projektovanju puteva (FGSV 2001).
- Pravi uzrok odstupanja najisturenije unutrašnje tačke na karoseriji vozila u odnosu na realnu trajektoriju povlačenja kamiona sa prikolicom nije u širini b , već u "dislociranom" položaju centra zadnje fiksne osovine zamenskog vozila.
- Ako je potrebno privremeno "smanjiti" širinu standardnog vozila, to znači da pri proračunu trajektorije povlačenja kombinovanog vozila koje je uže od standardnog, širinu njegovog zamenskog vozila treba proporcionalno "suziti". U suprotnom slučaju, ako je potrebno privremeno "povećati" širinu standardnog vozila, a analizirano kombinovano vozilo je šire od standardnog, onda po analogiji, širinu njemu odgovarajućeg zamenskog vozila treba proporcionalno "proširiti".
- Iako širina b kombinovanog vozila nije uzrok odstupanja, privremena korekcija te širine na odgovarajućem zamenskom vozilu, predstavlja najprostije rešenje da se položi karakterističnih tačaka od E1 do E5, koje opisuju trajektoriju povlačenja, izračunaju tako da pomenute tačke uvek budu na "strani sigurnosti" u odnosu na trajektoriju povlačenja izvornog kombinovanog vozila dobijenu primenom Halter-ove simulacije.

Slika 4.37 Uvođenje dodatnih korekcija u algoritmu za proračun položaja zamenskog vozila koje se ispravlja duž izlazne tangente i koordinata tačaka od E1 do E6

U praktičnom pogledu, izvođenjem korekcija bex_{cor-1}, bex_{cor-2} do bex_{cor-5} za različite kombinacije vrednosti radijusa R i skretnih uglova γ vodećih kružnih putanja, smanjuje se odstupanje između sračunate i realne trajektorije povlačenja na poslednjem odseku vodeće putanje u rasponu od 0.05 m do 0.20 m (to odstupanje prelazilo je i na stranu nesigurnosti do 0.10 m). Pored smanjenja odstupanja od realne trajektorije povlačenja, poseban doprinos uvedenih korekcija je što je na celoj dužini izlazne tangente obezbeđeno da trajektorija povlačenja zamenskog vozila uvek bude na strani sigurnosti u odnosu na realnu trajektoriju povlačenja izvornog kombinovanog vozila.

Šematski prikaz proračuna korekcije širine vozila b pri proračunu koordinata tačaka od E1 do E5 u III segmentu matematičkog modela

Tačka E1

$Fex_1 = 1.5 \cdot w_{be}$	$\gamma \leq \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2} < \gamma \leq \frac{2 \cdot \pi}{3}$	$\gamma > \frac{2 \cdot \pi}{3}$
$R < 12.50$ m	bex_{cor-4}	bex_{cor-1}	bex_{cor-5}
$R \geq 12.50$ m	bex_{cor-3}	bex_{cor-1}	bex_{cor-1}

Tačke E2 i E3

$Fex_2 = 2.0 \cdot w_{be}$ $Fex_3 = 2.5 \cdot w_{be}$	$\gamma \leq \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2} < \gamma \leq \frac{2 \cdot \pi}{3}$	$\gamma > \frac{2 \cdot \pi}{3}$
$R < 12.50$ m	bex_{cor-2}	bex_{cor-1}	bex_{cor-5}
$R \geq 12.50$ m	bex_{cor-2}	bex_{cor-1}	bex_{cor-1}

Tačke E4 i E5

$Fex_4 = 3.0 \cdot w_{be}$ $Fex_5 = 3.5 \cdot w_{be}$	$\gamma \leq \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2} < \gamma \leq \frac{2 \cdot \pi}{3}$	$\gamma > \frac{2 \cdot \pi}{3}$
$R < 12.50$ m	bex_{cor-2}	bex_{cor-1}	bex_{cor-1}
$R \geq 12.50$ m	bex_{cor-2}	bex_{cor-1}	bex_{cor-1}

Slika 4.38 Sistematizovan pregled uvedenih korekcija širine vozila b pri proračunu koordinata tačaka od E1 ($Fex_1 = 1.5 \cdot w_{be}$) do E5 ($Fex_5 = 3.5 \cdot w_{be}$)

Koordinate tačke E6 sračunate su po drugom postupku u odnosu na koordinate tačaka od E1 do E5. U stvari, po analogiji sa tačkom E7 u V segmentu matematičkog modela za proračun trajektorije povlačenja tegljača sa poluprikolicom, položaj tačke E6 jednoznačno je definisan tako da je ona udaljena tačno 30.0 m od kraja kružnog luka, odnosno, 1.275 m poprečno od izlazne tangente (slika 4.36). Kako je širina zamenskog vozila $b = 2.55$ m, to znači da je tačka E6 udaljena tačno polovinu širine b od izlazne

tangente i da se njome završava konstrukcija trajektorije povlačenja, pa su samim tim i veličine offtracking-a u toj tački približno jednake nuli ($OT \approx 0.00$ m).

Međutim za razliku od *V segmenta* matematičkog modela za proračun trajektorije povlačenja tegljača sa poluprikolicom, gde je poslednja tačka u matematičkom modelu E7 definisana u skladu sa preporukama Cenek-a (2003), položaj poslednje tačke E6 u ovom matematičkom modelu određen je na drugi način. Naime, primenjujući isti princip kao u *III segmentu* matematičkog modela za konstrukciju trajektorije povlačenja samostalnih vozila, gde je poslednja tačka E6 koja opisuje trajektoriju postavljena na rastojanju $Fex_6 = 3.5 \cdot d$ od kraja kružnog luka, izjednačavanjem parametara d i w_{be} , dobija se:

$$Fex_6 = 3.5 \cdot w_{be} = 3.5 \cdot 8.327 \text{ m} = 29.1445 \text{ m} < 30.0 \text{ m} \quad (4.149)$$

Pošto je za konkretno zamensko vozilo, koje odgovara standardnom kamionu sa prikolicom, sračunato rastojanje $Fex_6 = 3.5 \cdot w_{be} < 30.0$ m, može se zaključiti da je opravdano usvojeno da se poslednja tačka E6 za konstrukciju trajektorije povlačenja u ovom matematičkom modelu nalazi tačno na 30.0 m udaljenosti od kraja kružnog luka. Time se još jednom potvrđuje da je u *III segmentima* oba matematička modela za proračun trajektorije povlačenja samostalnog, odnosno kombinovanog vozila sa tri sloga, primenjen isti matematički aparat za određivanje položaja samostalnog, odnosno odgovarajućeg zamenskog vozila.

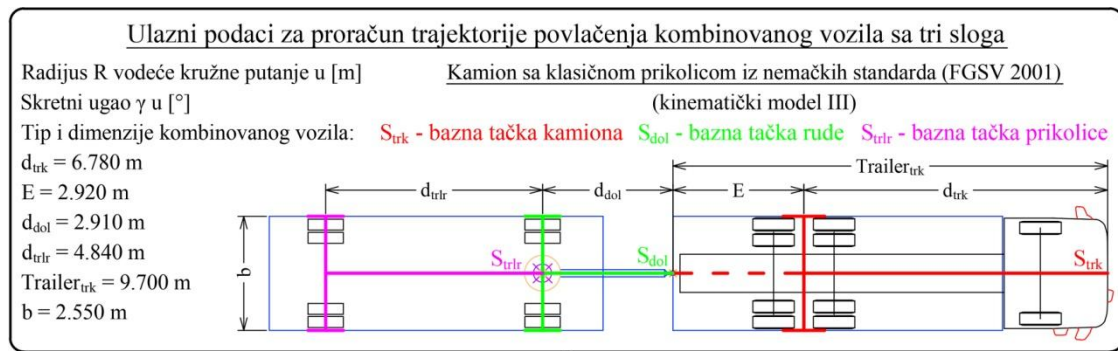
S obzirom da je dužina tangente kružne krivine Tg_3 već poznata, za unapred zadata rastojanja $Fex_1, Fex_2, \dots, Fex_5$ bazne tačke zamenskog vozila S_{wbe} i za njih sračunate trenutne skretne uglove $\beta_{ex_{wbe,1}}, \beta_{ex_{wbe,2}}, \dots, \beta_{ex_{wbe,5}}$, kao i za jednoznačno definisan položaj tačke E6, konačno se dobijaju sve koordinate tačaka od E1 do E6 u koordinatnom sistemu sa početkom u tački O_3 (0.00, 0.00). Pošto su prethodno već određene koordinate tačaka $Po, K1, K2, K3,$ i POT , zajedno sa poslednje sračunatim tačkama od E1 do E6, u celosti se popunjava skup tačaka koje opisuju trajektoriju povlačenja izabranog kombinovanog vozila sa tri sloga (kamion sa klasičnom dvoosovinskom prikolicom).

U narednoj fazi, sva tri prethodno razvijena *segmenta* matematičkog modela integrisana su u jedinstveni računski algoritam za proračun koordinata svih tačaka na osnovu kojih se konstruiše trajektorija povlačenja kamiona sa prikolicom. Upravo na bazi ovog integrisanog računskog algoritma kreirana je i AutoLISP komanda pod nazivom "TTRAILERPOINTS". Posle unošenja ulaznih podataka, ova rutina odmah računa koordinate svih 11 tačaka (od Po do E6) koje opisuju trajektoriju povlačenja kombinovanog vozila, a njen kodni zapis dat je u prilogu F3 na kraju disertacije.

Osnovi ulazni podaci za pokretanje "TTRAILERPOINTS" rutine u suštini su isti kao i za prethodno razvijene AutoLISP komande za proračun trajektorija povlačenja samostalnog i kombinovanog vozila sa dva sloga. Tako je, osim ključnih dimenzija kinematičkih modela izabranog kamiona i prikolice (d_{trk} , E , d_{dol} , d_{trr} i b), potrebno uneti vrednosti radijusa kružne krivine R u [m] i skretnog ugla γ u [°]. Presečna tačka tangenti, odnosno teme kružne krivine vodeće putanje, po "default-u" se postavlja u koordinatni početak (0.00, 0.00) AutoCAD-ovog X, Y koordinatnog sistema.

Kao rezultat proračuna, "TTRAILERPOINTS" rutina generiše *.txt* fajl sa sračunatim podacima u obliku listi decimalnih brojeva od kojih svaka ima po 13 članova. Prvi i drugi članovi ovih listi predstavljaju ulazne podatke, odnosno, radijus R i skretni ugao γ vodeće putanje koji su uneti prilikom pozivanja "TTRAILERPOINTS" rutine u AutoCAD-u. Preostali članovi listi zapravo su sračunati (x,y) koordinatni parovi od 11 karakterističnih tačaka (od Po do E6) koje opisuju trajektoriju povlačenja (slika 4.39). Analogno prethodno sračunatim trajektorijama povlačenja za solo autobus i tegljač sa poluprikolicom, i ovde su izračunate trajektorije povlačenja kamiona sa prikolicom za 27 kombinacija geometrije vodeće putanje: 3 radijusa kružnog luka ($R = 10.0$ m, 12.5 m i 15.0 m); i 9 skretnih uglova ($\gamma = 30^\circ$, 45° , 60° , 75° , 90° , 105° , 120° , 135° i 150°). Za svaku od analiziranih kombinacija navedenih radijusa i skretnih uglova, "TTRAILERPOINTS" rutina generisala je po jednu listu od 13 članova u vidu decimalnih brojeva. Zatim su sve generisane liste, istim redosledom po kome su prethodno sračunate, snimljene u izlazni *.txt* fajl. Struktura snimljenih podataka u tom *.txt* fajlu prikazana je na slici 4.39, a njegov kompletan sadržaj koji obuhvata sve sračunate trajektorije povlačenja dat je u prilogu G3 na kraju disertacije.

Na posebno izdvojenom crtežu na strani 269 prikazan je jedinstveni računski algoritam u kojem su integrisana sva tri segmenta matematičkog modela za proračun trajektorije povlačenja kamiona sa prikolicom duž cele dužine vodeće putanje. Prilikom pisanja "TTRAILERPOINTS" rutine poštovan je isti redosled algoritama za proračun koordinata pojedinačnih tačaka kao u integrisanom računskom algoritmu. "TTRAILERPOINTS" rutina može se koristiti za proračun trajektorija povlačenja svih kombinovanih vozila sa tri sloga ako su radijusi vodećih kružnih putanja $R \leq 20.0$ m i skretni uglovi $\gamma \leq 150^\circ$. Da bi se dobili dovoljno tačni i pouzdani rezultati proračuna, dodatni uslov je da dužine krutih baza pojedinačnih slogova izabranog kombinovanog vozila budu manje od radijusa R vodeće kružne putanje.



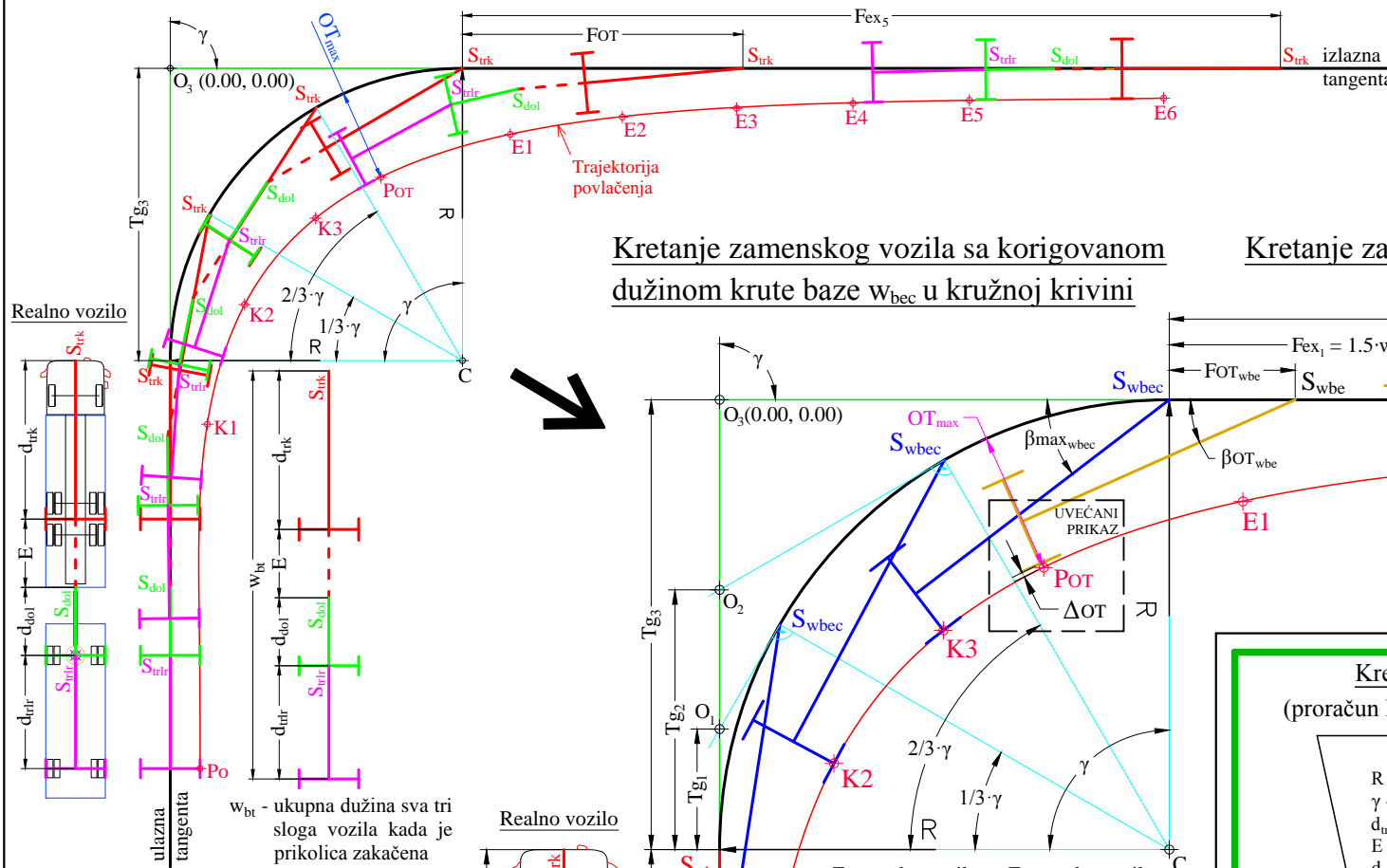
Struktura podataka u notepad fajlu sa rezultatima proračuna "TTRAILERPOINTS" AutoLISP rutine

Koordinate tačaka koje opisuju trajektoriju povlačenja kombinovanog vozila sa tri sloga

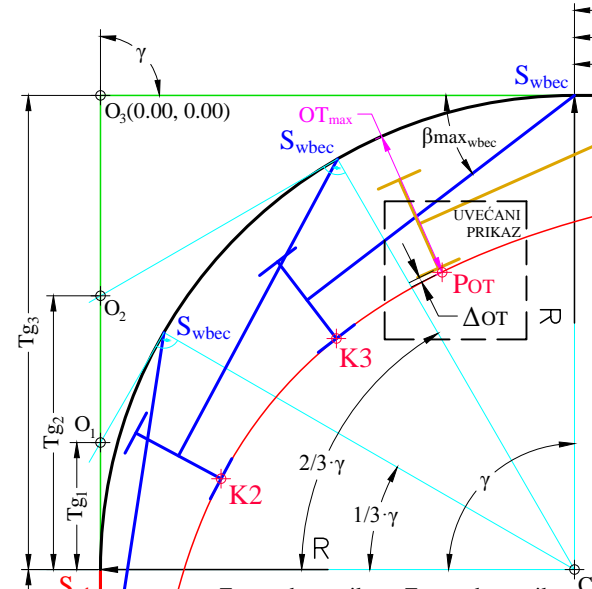
voženi radijus	skretni ugao	Po	K1	K2	K3	Pot	E1	E2	E3	E4	E5	E6
$R_1 = 10.0$ m	$\gamma_1 = 30.0^\circ$	$X_1 Y_1$	$X_2 Y_2$	$X_3 Y_3$	$X_4 Y_4$	$X_5 Y_5$	$X_6 Y_6$	$X_7 Y_7$	$X_8 Y_8$	$X_9 Y_9$	$X_{10} Y_{10}$	$X_{11} Y_{11}$
$R_1 = 10.0$ m	$\gamma_2 = 45.0^\circ$	$X_1 Y_1$	$X_2 Y_2$	$X_3 Y_3$	$X_4 Y_4$	$X_5 Y_5$	$X_6 Y_6$	$X_7 Y_7$	$X_8 Y_8$	$X_9 Y_9$	$X_{10} Y_{10}$	$X_{11} Y_{11}$
⋮	⋮											
$R_1 = 10.0$ m	$\gamma_9 = 150.0^\circ$	$X_1 Y_1$	$X_2 Y_2$	$X_3 Y_3$	$X_4 Y_4$	$X_5 Y_5$	$X_6 Y_6$	$X_7 Y_7$	$X_8 Y_8$	$X_9 Y_9$	$X_{10} Y_{10}$	$X_{11} Y_{11}$
$R_2 = 12.5$ m	$\gamma_1 = 30.0^\circ$	$X_1 Y_1$	$X_2 Y_2$	$X_3 Y_3$	$X_4 Y_4$	$X_5 Y_5$	$X_6 Y_6$	$X_7 Y_7$	$X_8 Y_8$	$X_9 Y_9$	$X_{10} Y_{10}$	$X_{11} Y_{11}$
$R_2 = 12.5$ m	$\gamma_2 = 45.0^\circ$	$X_1 Y_1$	$X_2 Y_2$	$X_3 Y_3$	$X_4 Y_4$	$X_5 Y_5$	$X_6 Y_6$	$X_7 Y_7$	$X_8 Y_8$	$X_9 Y_9$	$X_{10} Y_{10}$	$X_{11} Y_{11}$
⋮	⋮											
$R_2 = 12.5$ m	$\gamma_9 = 150.0^\circ$	$X_1 Y_1$	$X_2 Y_2$	$X_3 Y_3$	$X_4 Y_4$	$X_5 Y_5$	$X_6 Y_6$	$X_7 Y_7$	$X_8 Y_8$	$X_9 Y_9$	$X_{10} Y_{10}$	$X_{11} Y_{11}$
$R_3 = 15.0$ m	$\gamma_1 = 30.0^\circ$	$X_1 Y_1$	$X_2 Y_2$	$X_3 Y_3$	$X_4 Y_4$	$X_5 Y_5$	$X_6 Y_6$	$X_7 Y_7$	$X_8 Y_8$	$X_9 Y_9$	$X_{10} Y_{10}$	$X_{11} Y_{11}$
$R_3 = 15.0$ m	$\gamma_2 = 45.0^\circ$	$X_1 Y_1$	$X_2 Y_2$	$X_3 Y_3$	$X_4 Y_4$	$X_5 Y_5$	$X_6 Y_6$	$X_7 Y_7$	$X_8 Y_8$	$X_9 Y_9$	$X_{10} Y_{10}$	$X_{11} Y_{11}$
⋮	⋮											
$R_3 = 15.0$ m	$\gamma_9 = 150.0^\circ$	$X_1 Y_1$	$X_2 Y_2$	$X_3 Y_3$	$X_4 Y_4$	$X_5 Y_5$	$X_6 Y_6$	$X_7 Y_7$	$X_8 Y_8$	$X_9 Y_9$	$X_{10} Y_{10}$	$X_{11} Y_{11}$

Slika 4.39 Struktura podataka u .txt fajlu dobijenom primenom "TTRAILERPOINTS" AutoLISP rutine za proračun trajektorije povlačenja kombinovanog vozila sa tri sloga

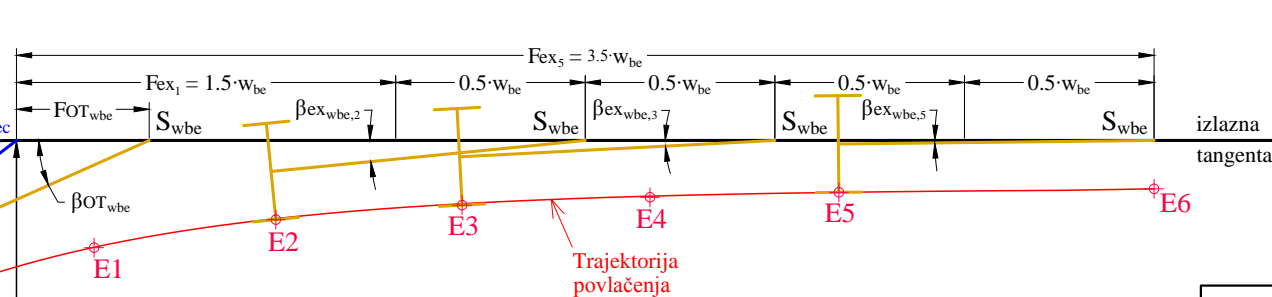
Kretanje realnog kamiona sa prikolicom u kružnoj krivini



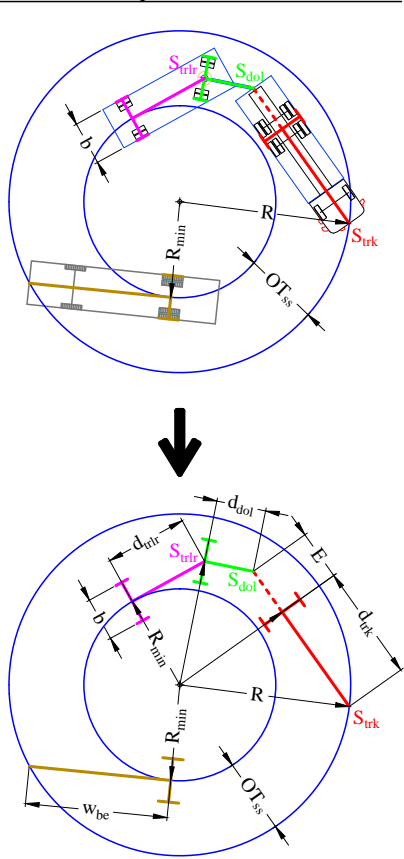
Kretanje zamenskog vozila sa korigovanom dužinom krute baze w_bec u kružnoj krivini



Kretanje zamenskog vozila sa dužinom krute baze w_be duž izlazne tangente



Primena koncepta ekvivalentne baze



$$w_{be} = \sqrt{d_{trk}^2 + d_{dol}^2 + d_{trr}^2 - E^2}$$

$$w_{bt} = d_{trk} + E + d_{dol} + d_{trr}$$

OT_{ss} - Konstantna vrednost offtracking-a (steady-state) koja se postiže kada je skretni ugao veći od 270°

Redosled izvršenja potprograma (segmenata modela) u glavnom programu (IIc) za proračun trajektorije povlačenja kamiona sa prikolicom.



Posebni slučajevi korekcije širine vozila b u trećem segmentu matematičkog modela za različite vrednosti skretnih uglova γ, radijusa krivine R i unapred zadatih rastojanja Fex:

$$b_{ex_{cor-1}} = b - \frac{d_{trr}}{100 \cdot d_{dol}} \cdot \left(\frac{d_{trk}}{E} + \pi \right) \quad \left[\begin{array}{l} \text{korekcija} \\ 3.5 \% \text{ od } b \end{array} \right]$$

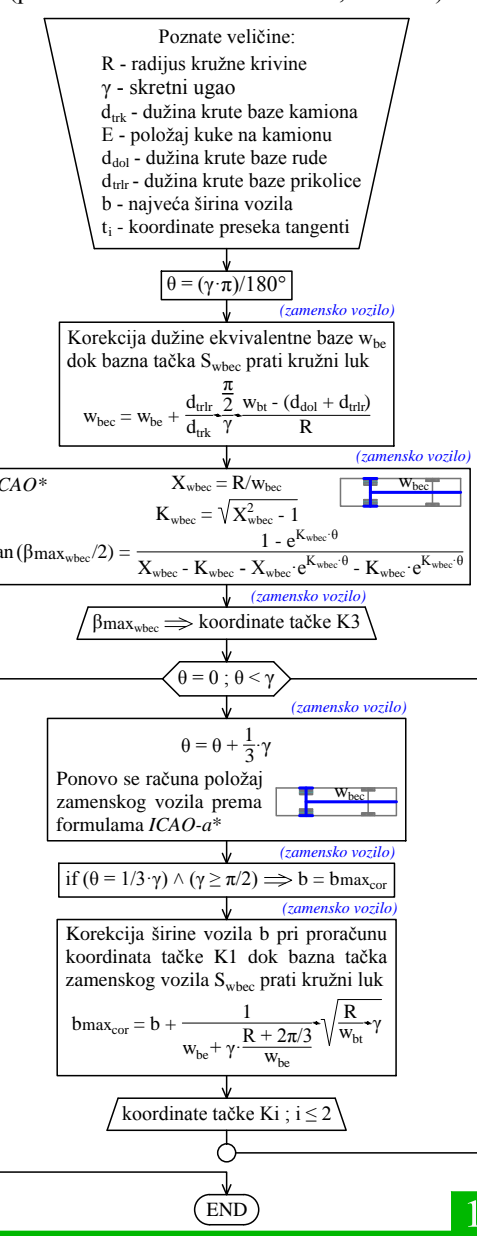
$$b_{ex_{cor-2}} = b - \frac{d_{trr}}{100 \cdot d_{dol}} \cdot \left(\frac{d_{trk}}{E} - \frac{w_{be}}{w_{bt}} \right) \quad \left[\begin{array}{l} \text{korekcija} \\ 2.0 \% \text{ od } b \end{array} \right]$$

$$b_{ex_{cor-3}} = b + \frac{d_{trr}}{100 \cdot d_{dol}} \cdot \pi \quad \left[\begin{array}{l} \text{korekcija} \\ 2.0 \% \text{ od } b \end{array} \right]$$

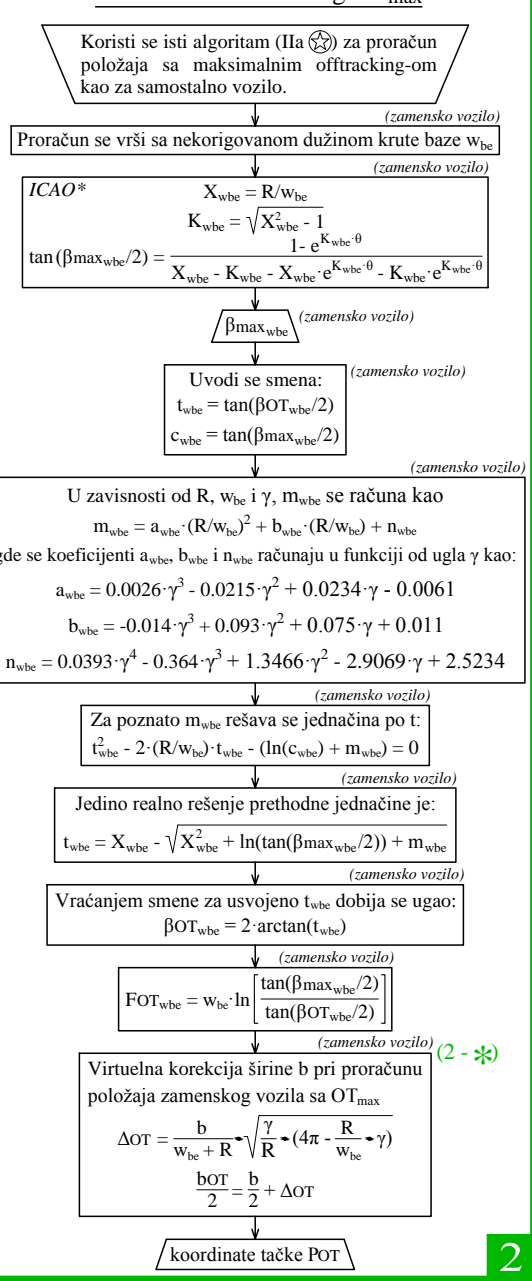
$$b_{ex_{cor-4}} = b + \frac{d_{trr}}{100 \cdot d_{dol}} \cdot \left(\frac{w_{be}}{E} + \pi \right) \quad \left[\begin{array}{l} \text{korekcija} \\ 4.0 \% \text{ od } b \end{array} \right]$$

$$b_{ex_{cor-5}} = b - \frac{d_{trr}}{100 \cdot d_{dol}} \cdot \left(\frac{w_{bt}}{E} + \pi \right) \quad \left[\begin{array}{l} \text{korekcija} \\ 6.0 \% \text{ od } b \end{array} \right]$$

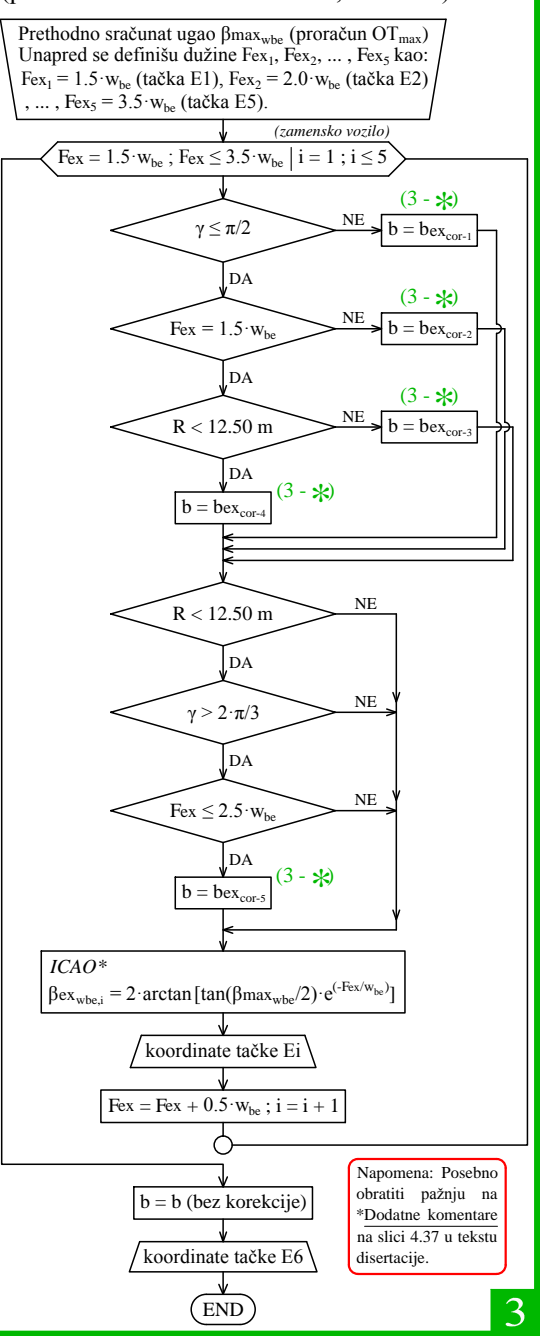
Kretanje po kružnom luku (proračun koordinata tačaka K1, K2 i K3)



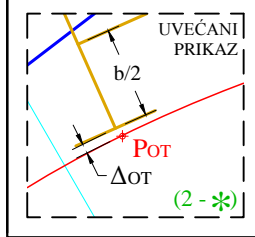
Proračun položaja vozila u kojem se postiže maksimalni offtracking OT_{max}



Kretanje duž izlazne tangente (proračun koordinata tačaka E1, E2 ... E6)



S_{trk} - bazna tačka krute baze kamiona (I slog kombinovanog vozila)
 S_{dol} - bazna tačka krute baze rude sa obrtnim postoljem (II slog kombinovanog vozila)
 S_{trr} - bazna tačka krute baze prikolice (III slog kombinovanog vozila)
 Napomena: Sve koordinate tačaka od Po, K1, K2, K3, do E6 sračunate su u odnosu na koordinatni početak definisan u presečnoj tački tangenti krivine - tačka O₃(0.00, 0.00)
 *ICAO - International Civil Aviation Organization
 Aerodrome Design Manual (Part 2: Taxiways, Aprons and Holding Bays)
 Appendix 1 - Fillet design (uslov: R > d, d - dužina krute baze)



Šematski prikaz proračuna korekcije širine vozila b pri proračunu koordinata tačaka od E1 do E5 u III segmentu matematičkog modela (3-*)

Tačka E1

Fex ₁ = 1.5 · w _{be}	γ ≤ π/2	π/2 < γ ≤ 2π/3	γ > 2π/3
R < 12.50 m	b _{ex_{cor-4}}	b _{ex_{cor-1}}	b _{ex_{cor-5}}
R ≥ 12.50 m	b _{ex_{cor-3}}	b _{ex_{cor-1}}	b _{ex_{cor-1}}

Tačke E2 i E3

Fex ₂ = 2.0 · w _{be} Fex ₃ = 2.5 · w _{be}	γ ≤ π/2	π/2 < γ ≤ 2π/3	γ > 2π/3
R < 12.50 m	b _{ex_{cor-2}}	b _{ex_{cor-1}}	b _{ex_{cor-5}}
R ≥ 12.50 m	b _{ex_{cor-2}}	b _{ex_{cor-1}}	b _{ex_{cor-1}}

Tačke E4 i E5

Fex ₄ = 3.0 · w _{be} Fex ₅ = 3.5 · w _{be}	γ ≤ π/2	π/2 < γ ≤ 2π/3	γ > 2π/3
R < 12.50 m	b _{ex_{cor-2}}	b _{ex_{cor-1}}	b _{ex_{cor-1}}
R ≥ 12.50 m	b _{ex_{cor-2}}	b _{ex_{cor-1}}	b _{ex_{cor-1}}

Napomena: Posebno obratiti pažnju na *Dodatne komentare na slici 4.37 u tekstu disertacije.

4.5 Poređenje trajektorija povlačenja vozila iz matematičkog modela sa trajektorijama dobijenim simulacijom po metodi Halter-a

Kako bi se ocenila pouzdanost i tačnost razvijenih matematičkih modela izvršeno je poređenje trajektorija povlačenja dobijenih primenom ovih modela sa trajektorijama povlačenja konstruisanim na osnovu Halter-ove simulacije kretanja vozila. Poređenje navedenih trajektorija povlačenja izvedeno je za 27 različitih kombinacija geometrije vodeće putanje: 3 radijusa kružnog luka ($R = 10.0$ m, 12.5 m i 15.0 m); i 9 skretnih uglova ($\gamma = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ, 105^\circ, 120^\circ, 135^\circ$ i 150°). Za svaku od ovih 27 kombinacija navedenih radijusa i skretnih uglova, vrednosti offtracking-a sračunate primenom matematičkog modela oduzete su od vrednosti offtracking-a dobijenih na osnovu trajektorija povlačenja iz Halter-ove simulacije kretanja u istim karakterističnim presecima.

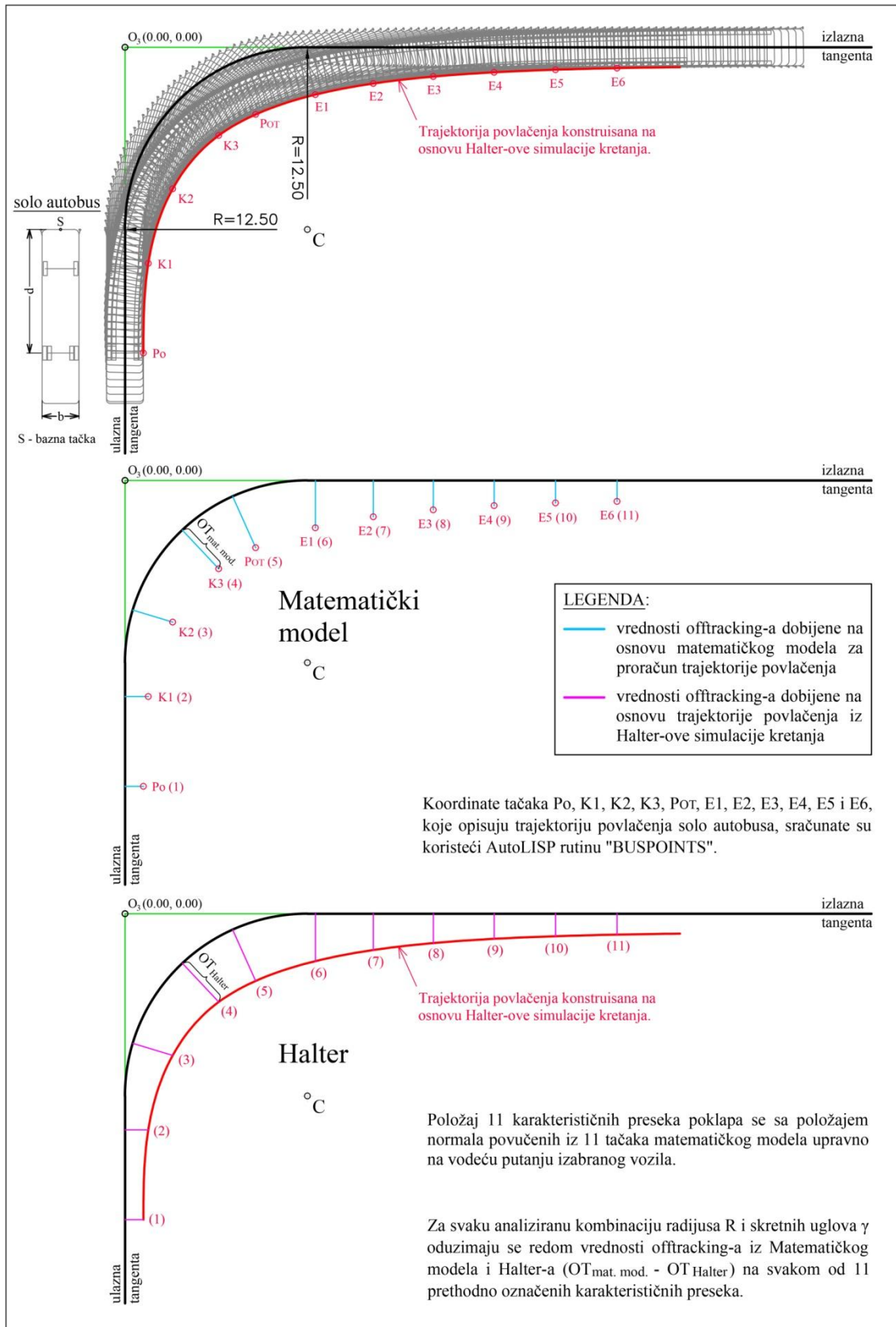
U poglavlju 3.9 već je pokazano da su trajektorije povlačenja, konstruisane na osnovu Halter-ove simulacije, na "strani sigurnosti" u odnosu na trajektorije povlačenja realnih vozila dobijene eksperimentalnim merenjem na terenu. Upravo zbog toga su trajektorije povlačenja iz Halter-ove simulacije usvojene kao referentne trajektorije za sve uporedne analize u AutoCAD-u prilikom razvoja i testiranja tačnosti matematičkih modela za proračun trajektorija povlačenja različitih tipova vozila sa jednim, dva ili tri sloga.

Na slici 4.40 prikazano je međusobno poređenje vrednosti offtracking-a (trajektorija povlačenja) dobijenih iz matematičkog modela i Halter-ove simulacije za slučaj solo autobusa koji prati vodeću putanju radijusa $R = 12.50$ m i skretnog ugla $\gamma = 90^\circ$. Položaji poprečnih preseka u kojima su upoređene vrednosti offtracking-a poklapaju se sa položajima karakterističnih tačaka koje opisuju trajektoriju povlačenja iz matematičkog modela. Pošto je kod solo autobusa ukupno 11 tačaka korišteno za konstrukciju trajektorije povlačenja, analizira se i 11 karakterističnih preseka. U stvari, iz karakterističnih tačaka sračunatih u matematičkom modelu povlače se normale na vodeću putanju izabranog vozila, posle čega se duž tih istih normala odmeravaju vrednosti offtracking-a između trajektorije povlačenja iz Halter-ove simulacije i vodeće putanje. Zatim se, redom za svaki od tako označenih preseka, oduzimaju vrednosti

offtracking-a iz matematičkog modela i Halter-a, odnosno, $OT_{\text{mat.mod.}} - OT_{\text{Halter}}$ kako je i navedeno na slici 4.40. Naposljetku se tako sračunata razlike vrednosti offtracking-a, za izabrani tip vozila i za svaku od 27 analiziranih kombinacija radijusa i skretnih uglova vodećih putanja, prikazuju u vidu dijagrama na kojima se svakom od karakterističnih preseka dodeljuje odgovarajuća razlika vrednosti offtracking-a.

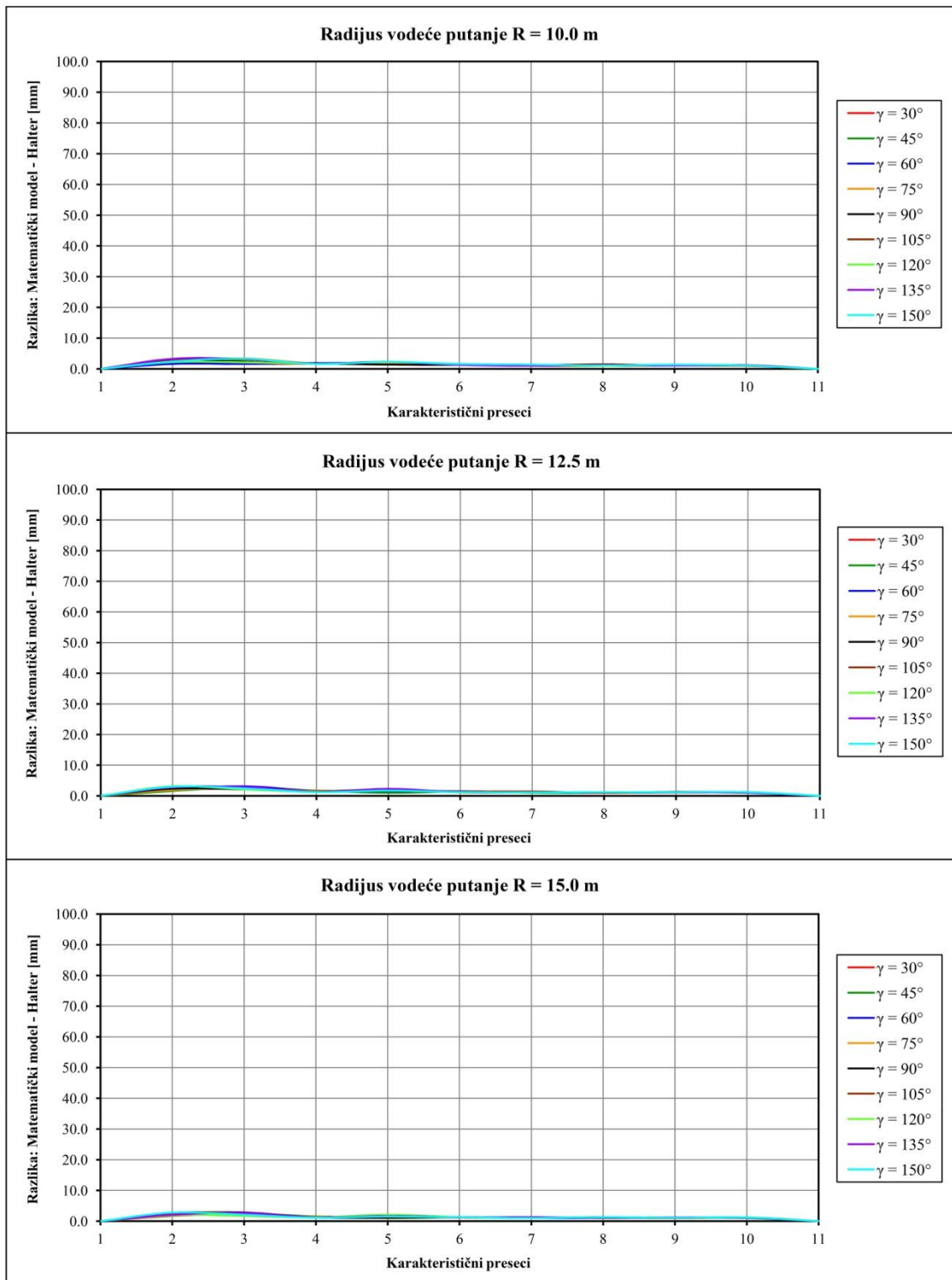
Na slikama 4.41, 4.42 i 4.43 redom su prikazani dijagrami sa razlikama vrednosti offtracking-a sračunatih iz matematičkog modela i Halter-a u karakterističnim presecima za solo autobus, tegljač sa poluprikolicom i kamion sa prikolicom. Poređenjem ovih dijagrama dolazi se do sledećih zaključaka:

- Razlika između vrednosti offtracking-a sračunatih na osnovu matematičkog modela i Halter-ove simulacije uvek je pozitivna za sva tri analizirana tipa vozila, odnosno, trajektorija povlačenja iz matematičkog modela uvek je na "strani sigurnosti" u odnosu na trajektoriju povlačenja iz Halter-ove simulacije;
- Kod solo autobusa (samostalnog vozila) trajektorija povlačenja iz matematičkog modela veoma malo odstupa od trajektorije povlačenja iz Halter-ove simulacije, a razlike između vrednosti offtracking-a u svim karakterističnim presecima su manje od 5 mm;
- Za kombinovana vozila sa dva (tegljač sa poluprikolicom) i tri sloga (kamion sa prikolicom), trajektorije povlačenja iz matematičkog modela odstupaju na "stranu sigurnosti" za manje od 100 mm u odnosu na trajektorije povlačenja iz Halter-ove simulacije;
- Najveće razlike između vrednosti offtracking-a dobijenih iz matematičkog modela i Halter-ove simulacije kod kombinovanih vozila javljaju se na presecima koji se nalaze na kružnim odsecima vodeće putanje, kao i na presecima neposredno posle položaja u kojima se dostiže maksimalni offtracking (preseci koji prolaze kroz karakteristične tačke E1, E2 i E3);
- Imajući u vidu da je već dokazano da su trajektorije povlačenja iz Halter-ove simulacije na "strani sigurnosti" u odnosu na trajektorije realnih vozila dobijene obradom eksperimentalnih merenja (poglavlje 3.9), svi razvijeni matematički modeli sa zadovoljavajućom tačnošću aproksimiraju realne trajektorije povlačenja za izabrana testna vozila.



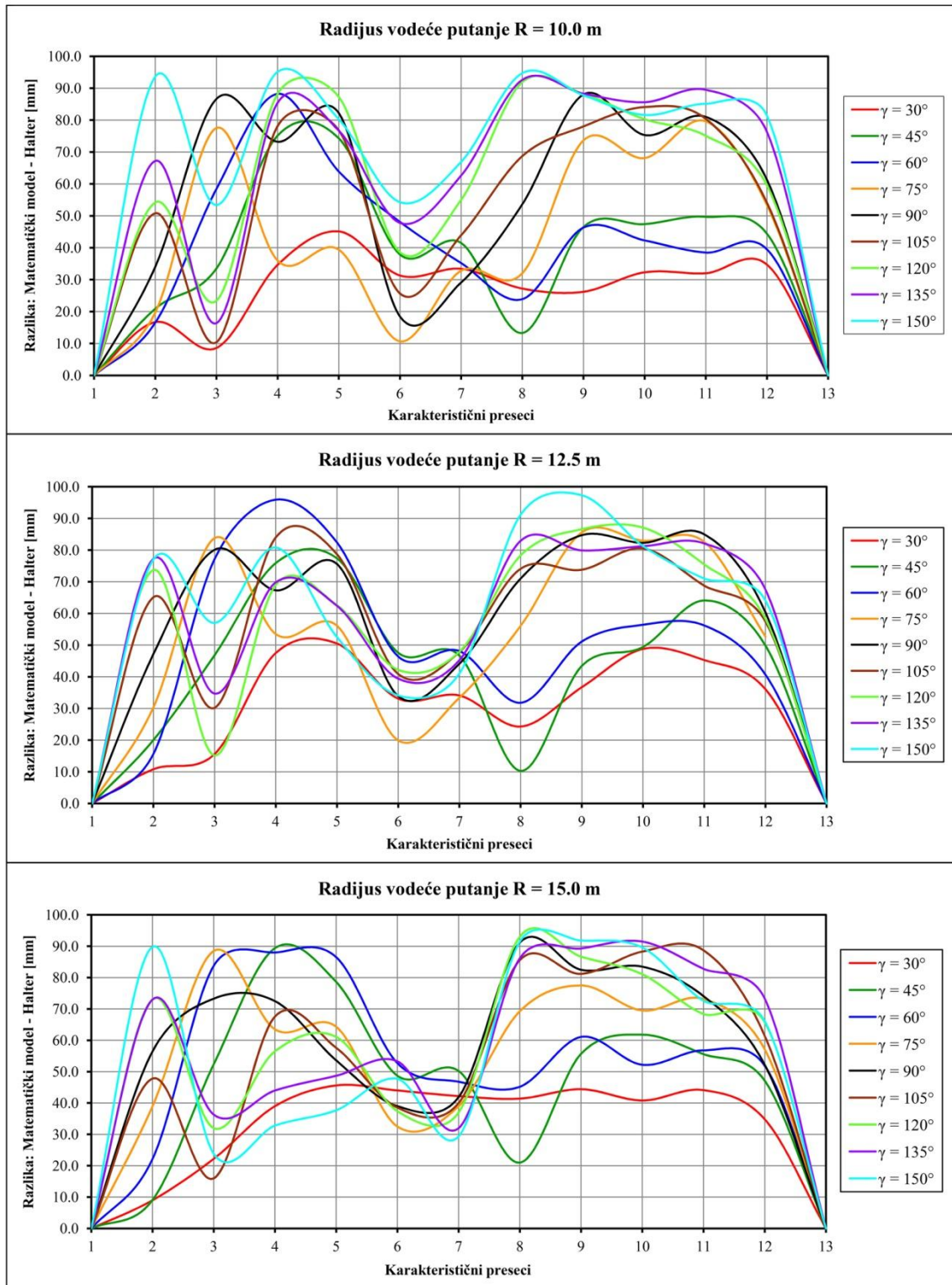
Slika 4.40 Poređenje vrednosti offtracking-a dobijenih iz matematičkog modela i Halter-ove simulacije kretanja za slučaj solo autobusa ($R = 12.5\text{ m}$, $\gamma = 90^{\circ}$)

Razlike vrednosti offtracking-a između matematičkog modela za proračun trajektorije povlačenja i Halter-ove simulacije na karakterističnim presecima (gradski solo autobus)



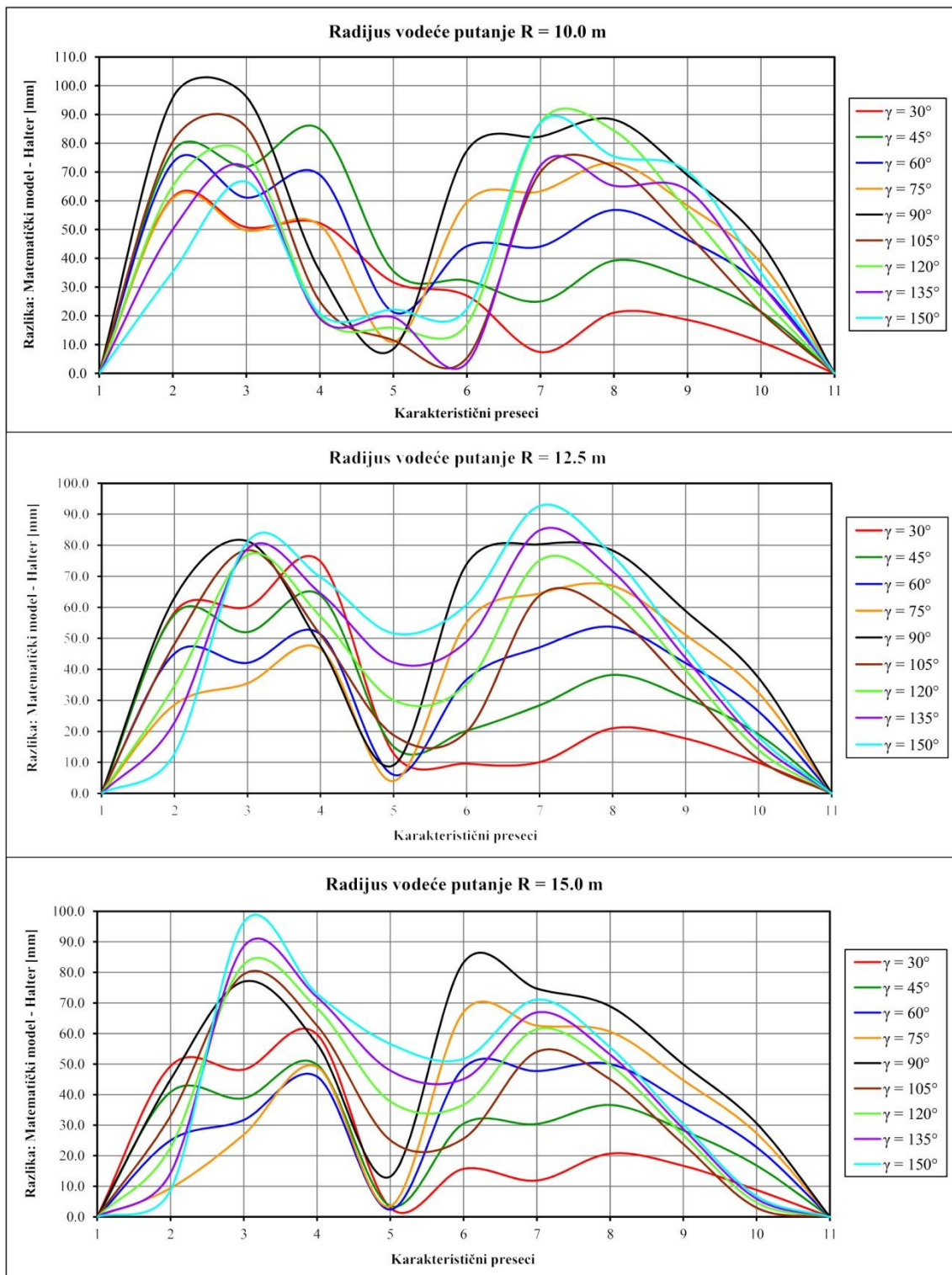
Slika 4.41 Dijagrami sa razlikama vrednosti offtracking-a sračunatih iz matematičkog modela i Halter-a u 11 karakterističnih preseka za solo autobus

Razlike vrednosti offtracking-a između matematičkog modela za proračun trajektorije povlačenja i Halter-ove simulacije na karakterističnim presecima (tegljač sa poluprikolicom)



Slika 4.42 Dijagrami sa razlikama vrednosti offtracking-a sračunatih iz matematičkog modela i Halter-a u 13 karakterističnih preseka za tegljač sa poluprikolicom

Razlike vrednosti offtracking-a između matematičkog modela za proračun trajektorije povlačenja i Halter-ove simulacije na karakterističnim presecima (kamion sa prikolicom)



Slika 4.43 Dijagrami sa razlikama vrednosti offtracking-a sračunatih iz matematičkog modela i Halter-a u 11 karakterističnih preseka za kamion sa prikolicom

4.6 Zaključak o razvijenim matematičkim modelima za proračun trajektorije povlačenja vozila

Na osnovu analize dijagrama sa razlikama vrednosti offtracking-a, odnosno, međusobnog poređenja trajektorija povlačenja iz matematičkog modela i Halter-ove simulacije kretanja, potvrđeno je da su trajektorije povlačenja iz matematičkog modela uvek na "strani sigurnosti" u odnosu na trajektorije dobijene Halter-ovom simulacijom. U suštini, ako se ponovo razmotre zaključni rezultati eksperimentalnih merenja realnih trajektorija povlačenja navedeni u poglavlju 3.9, to znači da su trajektorije povlačenja iz matematičkog modela na "strani sigurnosti" u odnosu na trajektorije iz Halter-ove simulacije, koje su istovremeno na "strani sigurnosti" u odnosu na realne trajektorije povlačenja dobijene iz eksperimentalnih merenja na poligonu. Stoga se, posmatrajući u celosti do sada dobijene rezultate, za dalje testiranje, odnosno, traženje optimalne kombinacije parametara za modifikaciju postojeće geometrijske forme trocentrične krivine, koriste trajektorije povlačenja dobijene pomoću razvijenih matematičkih modela za samostalno i kombinovana vozila sa dva i tri sloga.

Važno je napomenuti da se novi matematički modeli za proračun trajektorija povlačenja mogu koristiti kada su radijusi vodećih kružnih putanja $R \leq 20.0$ m, a skretni uglovi ograničeni u rasponu $30^\circ \leq \gamma \leq 150^\circ$. Pošto su svi predstavljeni matematički modeli razvijeni na osnovu ICAO-ovih formula za proračun položaja samostalnog vozila (aviona), dodatni uslov je i da sve dužine krutih baza pojedinačnih slogova izabranih kombinovanih vozila moraju biti manje od radijusa R vodeće kružne putanje.

5 Analiza podobnosti primene postojećih geometrijskih formi trocentrične krivine za aproksimaciju trajektorija povlačenja i predlog nove forme

5.1 Osnovne postavke za izradu algoritma softverskog alata

U potpoglavlju 2.4.6 već je analizirana podobnost primene postojećih geometrijskih formi trocentrične krivine za aproksimaciju graničnih trajektorija vozila, gde je na praktičnom primeru (slika 2.36) pokazano da trocentrične krivine sa preporučenim odnosom susednih radijusa $R1:R2:R3 = 2.5:1:5.5$, ili $R1:R2:R3 = 2:1:3$, prelaze preko realne trajektorije povlačenja izabranog vozila (autobusa) na "stranu nesigurnosti". Osim odnosa susednih radijusa, dodatni problem je i pronalaženje adekvatnog odnosa susednih uglova α , β i δ , koji bi u kombinaciji sa njima odgovarajućim radijusima $R1$, $R2$ i $R3$, rezultovali optimalnom kombinacijom geometrijskih parametara za konstrukciju trocentrične krivine koja minimalno odstupa na "stranu sigurnosti" od trajektorija povlačenja izabranih vozila.

U četvrtom poglavlju disertacije razvijeni su matematički modeli za proračun položaja vozila sa jednim, dva ili tri sloga duž svih odseka vodeće kružne putanje. Na osnovu sračunatih položaja vozila dalje se računaju koordinate tačaka koje opisuju trajektorije povlačenja najisturenijih tačaka na karoseriji vozila prilikom izvođenja manevra. Zapravo, osnovni cilj ove analize je da se kreira što jednostavniji algoritam za pronalaženje optimalne kombinacije geometrijskih parametara za konstrukciju trocentrične krivine koja će minimalno odstupati na "stranu sigurnosti" u odnosu na tačke koje opisuju sračunate trajektorije povlačenja. U suštini, potrebno je pronaći takav odnos susednih radijusa $R1:R2:R3$ i uglova α , β i δ u trocentričnoj krivini, za koji će suma kvadrata najkraćih rastojanja između svih tačaka koje opisuju trajektorije povlačenja vozila i korespondentnih tačaka trocentrične krivine sa usvojenom kombinacijom parametara biti minimalna.

Da bi se postavljeni cilj ispunio, pored trajektorija povlačenja izabranih tipova vozila sračunatih za različite vrednosti radijusa i skretnih uglova vodećih kružnih putanja, treba formirati i odgovarajuću bazu (matricu) sa kombinacijama odnosa poluprečnika $R1:R2:R3$ i uglova $\alpha:\beta:\delta$ u trocentričnoj krivini. Krajnji rezultat rada, odnosno izlaz na kraju algoritma razvijenog softverskog alata, predstavlja tačan broj kombinacije sa odnosima susednih radijusa i uglova u trocentričnoj krivini, za koju ta krivina minimalno odstupa na "stranu sigurnosti" od analiziranih trajektorija povlačenja vozila.

5.2 Formiranje matrice sa kombinacijama odnosa susednih radijusa i udela uglova u trocentričnoj krivini

Pošto je već pokazano (potpoglavlje 2.4.6) da standardne trocentrične krivine sa odnosom susednih radijusa $R1:R2:R3 = 2.5:1:5.5$ (tip "a" na slici 2.34), odnosno $R1:R2:R3 = 2:1:3$ (tip "b" na slici 2.34), ne mogu precizno da aproksimiraju trajektorije povlačenja vozila (slika 2.36), potrebno je ispitati da li trocentrične krivine sa nekim drugim odnosima radijusa $R1:R2:R3$ i odgovarajućih uglova $\alpha:\beta:\delta$ manje odstupaju od trajektorija povlačenja sračunatih primenom razvijenih matematičkih modela. To se najlakše može postići kroz poseban algoritam (program) u kojem bi se automatski kreirao veliki broj kombinacija sa različitim odnosima susednih radijusa $R1:R2:R3$ i uglova $\alpha:\beta:\delta$. U svakoj od ponuđenih kombinacija geometrijskih parametara, paralelno sa promenom odnosa susednih radijusa $R1$, $R2$ i $R3$, treba omogućiti i promenu njima odgovarajućih susednih uglova α , β i δ .

Broj ponuđenih kombinacija različitih odnosa geometrijskih parametara neophodnih za konstrukciju trocentrične krivine zavisi od granica intervala u kojima se kreću odnosi susednih radijusa i uglova, kao i od veličine koraka sa kojim se ti odnosi menjaju. Na posebno izdvojenom crtežu na strani 279 prikazana je algoritamska struktura razvijenog programa za formiranje matrice sa kombinacijama različitih odnosa radijusa i uglova u trocentričnoj krivini, dok je na praktičnom primeru na slici 5.1 pokazano kako taj program zapravo radi. Pri razvoju algoritma usvojeno je da se odnosi susednih parametara menjaju po ugledu na geometrijsku formu trocentrične krivine sa odnosom susednih radijusa $R1:R2:R3 = 2.5:1:5.5$ i uglova $\alpha:\beta:\delta = 1:5.5:1$ (tip "a" na slici 2.34).

KREIRANJE MATRICE SA KOMBINACIJAMA ODNOSA PARAMETARA U 3R KRIVINI

PRIMER MATRICE SA KOMBINACIJAMA RADIJUSA I UGLOVA

Granice intervala u kojima se kreću odnosi geometrijskih parametara za konstrukciju trocentrične krivine:

$xR2min = 0.4000$
 $xR2max = 2.4000$
 $xR1min = 1.5000$
 $xR1max = 4.0000$
 $xR3min = 3.0000$
 $xR3max = 11.0000$
 $xALFAlow = 0.8000$
 $xALFAupper = 1.5000$
 $xDELTA_{low} = 0.8000$
 $xDELTA_{upper} = 1.5000$

broj	R1/R2	R2/Rvoz	R3/R2	xALFA	xBETA	xDELTA
1.0	1.5000	0.4000	3.0000	0.8000	5.9000	0.8000
2.0	1.5000	0.4000	3.0000	0.8000	5.8000	0.9000
3.0	1.5000	0.4000	3.0000	0.8000	5.7000	1.0000
4.0	1.5000	0.4000	3.0000	0.8000	5.6000	1.1000
5.0	1.5000	0.4000	3.0000	0.8000	5.5000	1.2000
6.0	1.5000	0.4000	3.0000	0.8000	5.4000	1.3000
7.0	1.5000	0.4000	3.0000	0.8000	5.3000	1.4000
8.0	1.5000	0.4000	3.0000	0.8000	5.2000	1.5000
9.0	1.5000	0.4000	3.0000	0.9000	5.8000	0.8000
...
71800.0	4.0000	2.4000	11.0000	1.4000	4.6000	1.5000
71801.0	4.0000	2.4000	11.0000	1.5000	5.2000	0.8000
71802.0	4.0000	2.4000	11.0000	1.5000	5.1000	0.9000
71803.0	4.0000	2.4000	11.0000	1.5000	5.0000	1.0000
71804.0	4.0000	2.4000	11.0000	1.5000	4.9000	1.1000
71805.0	4.0000	2.4000	11.0000	1.5000	4.8000	1.2000
71806.0	4.0000	2.4000	11.0000	1.5000	4.7000	1.3000
71807.0	4.0000	2.4000	11.0000	1.5000	4.6000	1.4000
71808.0	4.0000	2.4000	11.0000	1.5000	4.5000	1.5000

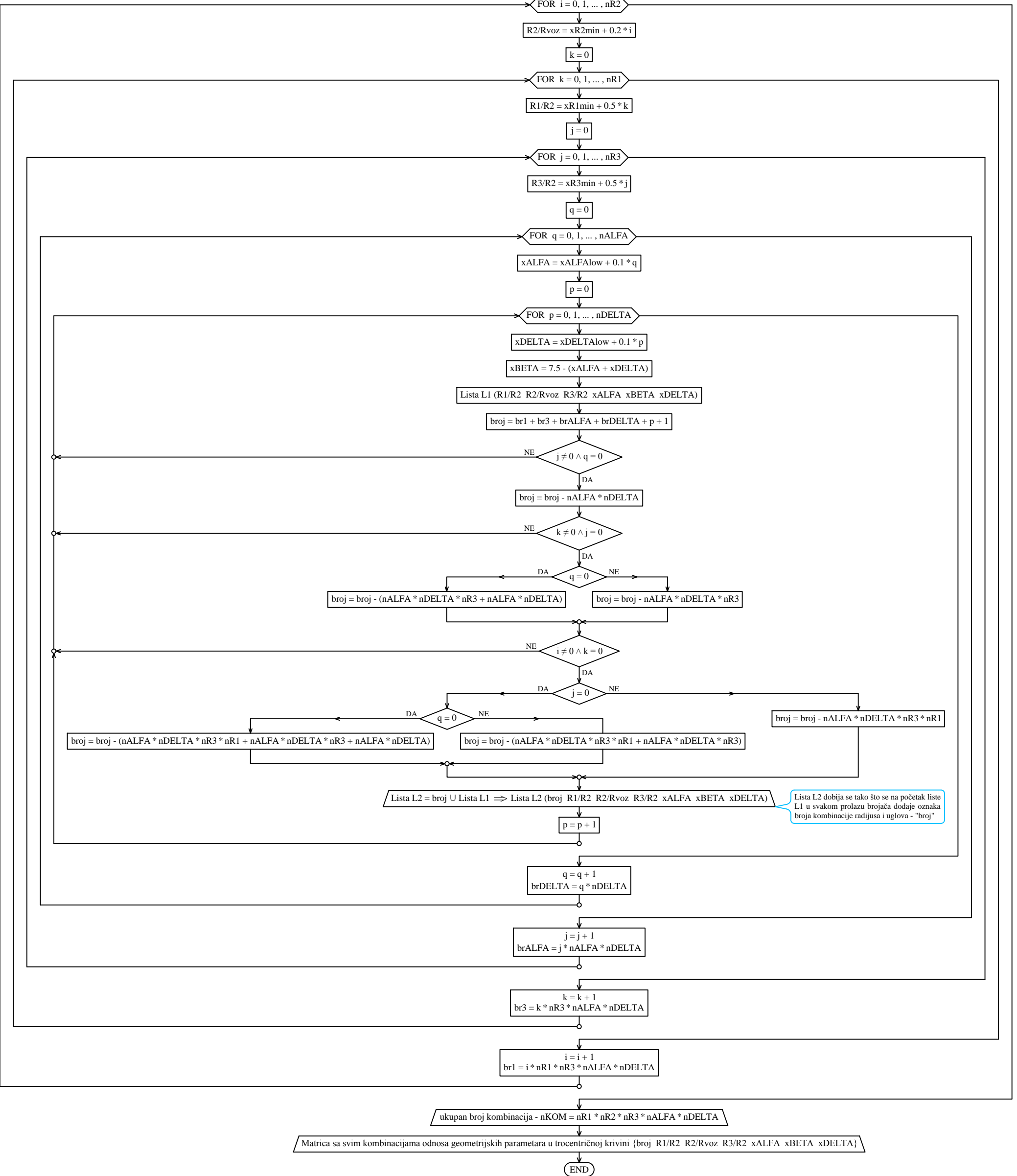
Ukupno: nKOM = 71808 kombinacija

Unos granica intervala u kojima se kreću odnosi geometrijskih parametara potrebnih za konstrukciju trocentrične (3R) krivine:

$$\begin{aligned}
 &xR2min < R2/Rvoz < xR2max \\
 &xR1min < R1/R2 < xR1max \\
 &xR3min < R3/R2 < xR3max \\
 &xALFAlow < xALFA < xALFAupper \\
 &xDELTA_{low} < xDELTA < xDELTAupper
 \end{aligned}$$

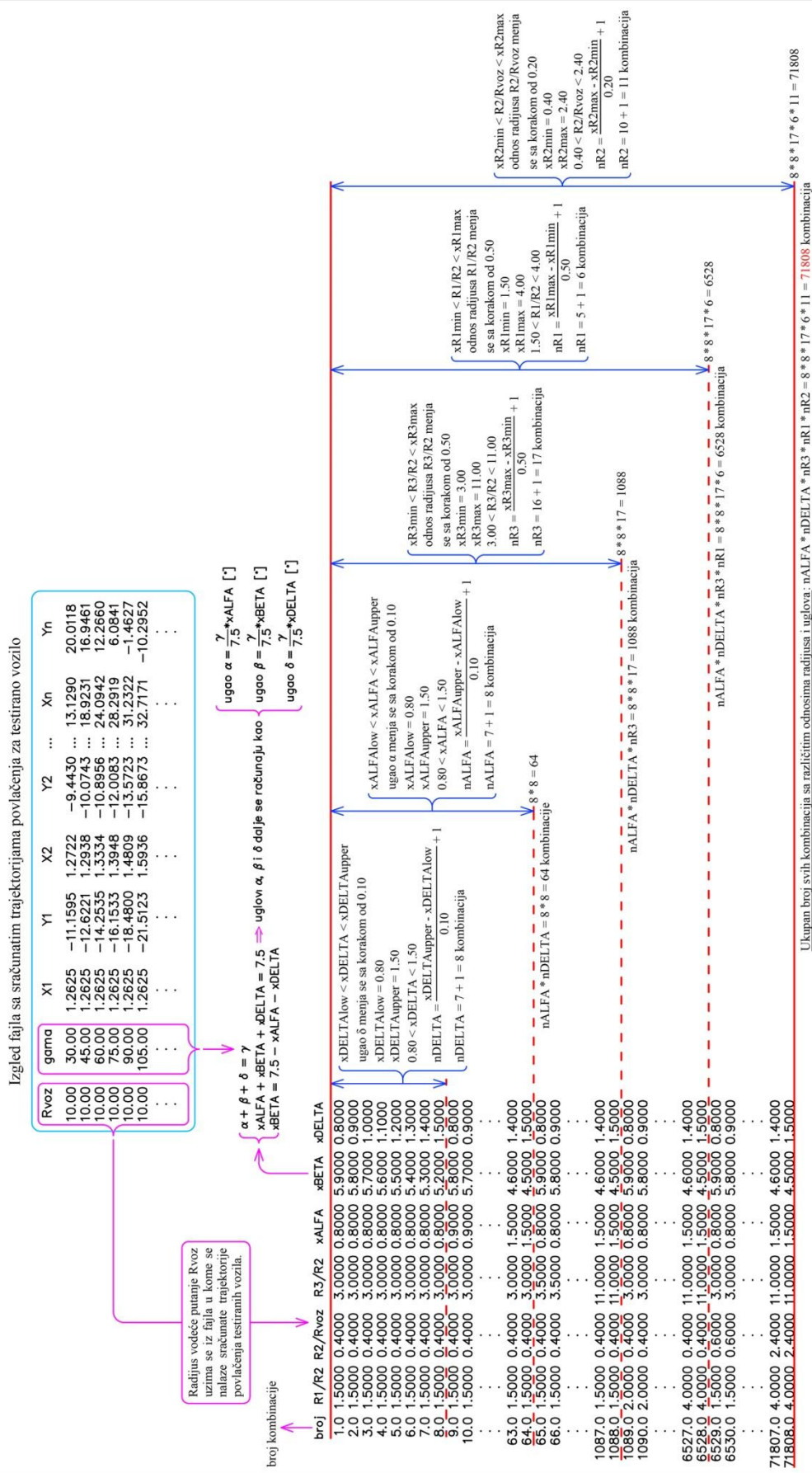
$$\begin{aligned}
 nR2 &= (xR2max - xR2min) / 0.2 + 1 \quad (0.2 - \text{korak sa kojim se menja odnos } R2/Rvoz) \\
 nR1 &= (xR1max - xR1min) / 0.5 + 1 \quad (0.5 - \text{korak sa kojim se menja odnos } R1/R2) \\
 nR3 &= (xR3max - xR3min) / 0.5 + 1 \quad (0.5 - \text{korak sa kojim se menja odnos } R3/R2) \\
 nALFA &= (xALFAupper - xALFAlow) / 0.1 + 1 \quad (0.1 - \text{korak sa kojim se menja ugao } \alpha) \\
 nDELTA &= (xDELTAupper - xDELTA_{low}) / 0.1 + 1 \quad (0.1 - \text{korak sa kojim se menja ugao } \delta)
 \end{aligned}$$

Svi inicijalni brojači se postavljaju na 0
 broj (broj kombinacije) = 0
 $i = 0$
 $br1 = 0$ $br3 = 0$ $brALFA = 0$ $brDELTA = 0$



Lista L2 dobija se tako što se na početak liste L1 u svakom prolazu brojača dodaje oznaka broja kombinacije radijusa i uglova - "broj"

FORMIRANJE MATRICE SA KOMBINACIJAMA ODNOSA RADIJUSA I UGLOVA U TROCENTRIČNOJ KRIVINI



Slika 5.1 Šematski prikaz algoritma za kreiranje matrice sa kombinacijama odnosa geometrijskih parametara u trocentričnoj krivini

Na primeru sa slike 5.1 jasno se vidi da su intervali u kojima se kreću odnosi susednih radijusa $R1:R2:R3$ i uglova $\alpha:\beta:\delta$ definisani u sledećim granicama:

$$xR2min = 0.40 < R2 / Rvoz < xR2max = 2.40 \quad (5.1)$$

$$xR1min = 1.50 < R1 / R2 < xR1max = 4.00 \quad (5.2)$$

$$xR3min = 3.00 < R3 / R2 < xR3max = 11.00 \quad (5.3)$$

$$xALFAlow = 0.80 < xALFA < xALFAupper = 1.50 \quad (5.4)$$

$$xDELTA_{low} = 0.80 < xDELTA < xDELTA_{upper} = 1.50 \quad (5.5)$$

gde $xR2min$, $xR1min$, $xR3min$, $xALFAlow$ i $xDELTA_{low}$ predstavljaju donje granice, a $xR2max$, $xR1max$, $xR3max$, $xALFAupper$ i $xDELTA_{upper}$ gornje granice intervala za vrednosti odnosa susednih radijusa i uglova u trocentričnoj krivini tipa "a". Navedene granice intervala za odnose susednih radijusa $R1/R2$, $R2/Rvoz$ i $R3/R2$ definisane su u skladu sa odnosima koje su preporučili Dragčević i ost. (2005) prilikom analiziranja različitih geometrijskih formi za oblikovanje trocentrične krivine. S druge strane, granične vrednosti intervala za udele uglova $xALFA$ i $xDELTA$ usvojene su prema rezultatima istraživanja i preporukama švajcarskog inženjera Spacek-a (2008).

Vrednosti voženog radijusa $Rvoz$ u [m] vodeće kružne putanje koju prati izabrano vozilo uzimaju se iz matrice, odnosno *.txt* fajla, sa sračunatim trajektorijama povlačenja testiranih vozila (slika 5.1). Pošto je za izabrani tip trocentrične krivine (tip "a" na slici 2.34), zbir udele susednih uglova α , β i δ u trocentričnoj krivini jednak:

$$xALFA + xBETA + xDELTA = 7.50 \quad (5.6)$$

$$\alpha + \beta + \delta = \gamma \quad (5.7)$$

u svakoj od generisanih kombinacija odnosa radijusa i uglova, udeo $xBETA$ ugla β u ukupnoj sumi uglova jednostavno se izračunava kao:

$$xBETA = 7.50 - xALFA - xDELTA \quad (5.8)$$

Kao i u slučaju voženog radijusa $Rvoz$, vrednosti skretnog ugla γ u [°] takođe se uzimaju iz iste matrice sa sračunatim trajektorijama povlačenja vozila (slika 5.1). Za poznate vrednosti skretnog ugla γ i sve udele susednih uglova $xALFA$, $xBETA$ i $xDELTA$ lako se računaju stvarne veličine nepoznatih uglova α , β i δ u trocentričnoj krivini:

$$\alpha = \frac{\gamma}{7.5} \cdot xALFA \quad (5.9)$$

$$\beta = \frac{\gamma}{7.5} \cdot xBETA \quad (5.10)$$

$$\delta = \frac{\gamma}{7.5} \cdot xDELTA \quad (5.11)$$

Pored granica intervala u kojima se krecu odnosi susednih radijusa i udeli uglova, definiše se i veličina koraka sa kojim se ti odnosi, tj. udeli, menjaju. Upravo od veličine ovih koraka zavisi i broj mogućih kombinacija geometrijskih parametara za konstrukciju trocentrične krivine. U primeru sa slike 5.1, kao i u prethodno prikazanom algoritamskom rešenju, vidi se da su veličine navedenih koraka usvojene kao:

- 0.2 - korak sa kojim se menja odnos radijusa $R2/Rvoz$;
- 0.5 - korak sa kojim se menja odnos radijusa $R1/R2$;
- 0.5 - korak sa kojim se menja odnos radijusa $R3/R2$;
- 0.1 - korak sa kojim se menja udeo ugla α ($xALFA$) u skretnom uglu γ ;
- 0.1 - korak sa kojim se menja udeo ugla δ ($xDELTA$) u skretnom uglu γ .

Algoritam za kreiranje kombinacija odnosa radijusa i udela uglova, prikazan na strani 279, osmišljen je tako da se prvo kroz posebne cikluse "vrte" kombinacije sa udelima uglova $xDELTA$ i $xALFA$. U konkretnom slučaju, odnosno za primer sa slike 5.1, to znači da se za zadate granice intervala u kojima se menjaju udeli $xDELTA$ može promeniti sledeći broj kombinacija:

$$n_{DELTA} = \frac{xDELTA_{upper} - xDELTA_{low}}{0.10} + 1 = \frac{1.50 - 0.80}{0.10} + 1 = 8 \text{ kombinacija} \quad (5.12)$$

Pri računanju broja kombinacija uvek treba uračunati i početnu vrednost, tj. donju granicu intervala vrednosti za udele susednih uglova ili odnose radijusa. Zato se u prethodnom izrazu, kada se uračuna i početna vrednost udela $xDELTA = 0.80$, dobija zapravo da je ukupan broj kombinacija za promenu udela ugla $xDELTA$ jednak 8. Istovremeno, dok se postepeno menjaju udeli $xDELTA$ za 0.10, svi drugi udeli ugla α ($xALFA$), kao i odnosi $R3/R2$, $R1/R2$ i $R2/Rvoz$ ostaju isti, sve dok udeo $xDELTA$ ne dostigne vrednost 1.50. Tada se, nakon promene 8 kombinacija za $xDELTA$, udeo

$xALFA$ poveća za 0.10, tj. na 0.90, a udeli $xDELTA$ ponovo "obrću" u ciklusu i menjaju od 0.80 do 1.50 (slika 5.1), dok odnosi radijusa $R3/R2$, $R1/R2$ i $R2/Rvoz$ ostaju fiksni.

Po istoj analogiji, broj kombinacija za promenu udela $xALFA$ računa se kao:

$$nALFA = \frac{xALFA_{upper} - xALFA_{low}}{0.10} + 1 = \frac{1.50 - 0.80}{0.10} + 1 = 8 \text{ kombinacija} \quad (5.13)$$

Sa uračunatom početnom vrednošću 0.80 kao u prethodnom slučaju, broj kombinacija sa različitim vrednostima udela $xALFA$ takođe iznosi 8. S obzirom da se za svaku promenu udela $xALFA$ za 0.10, udeli uglova $xDELTA$ menjaju 8 puta u rasponu od 0.80 do 1.50, ukupan broj kombinacija različitih udela uglova $xALFA$ i $xDELTA$ jednak je:

$$nDELTA \cdot nALFA = 8 \cdot 8 = 64 \text{ kombinacije} \quad (5.14)$$

Važno je ponovo napomenuti da se udeo ugla β ($xBETA$) menja u zavisnosti od udela $xALFA$ i $xDELTA$ prema formuli (5.8), kao što se i vidi u kombinacijama geometrijskih parametara u primeru sa slike 5.1. Ako se na istoj slici analiziraju sve 64 kombinacije udela uglova $xALFA$ i $xDELTA$, lako se može zaključiti da se udeli $xBETA$ kreću u sledećem intervalu:

$$4.50 < xBETA < 5.90 \quad (5.15)$$

Za sve vreme dok su se menjali udeli uglova $xALFA$, $xBETA$ i $xDELTA$, odnosno tokom formiranja prve 64 kombinacije, odnosi radijusa $R3/R2$, $R1/R2$ i $R2/Rvoz$ bili su fiksni. U narednom ciklusu menja se odnos radijusa $R3/R2$ sa korakom od 0.50, a s obzirom na granice intervala definisane u izrazu (5.3), broj kombinacija ovih odnosa jednak je:

$$nR3 = \frac{xR3_{max} - xR3_{min}}{0.50} + 1 = \frac{11.00 - 3.00}{0.50} + 1 = 17 \text{ kombinacija} \quad (5.16)$$

Kada se izređaju sve kombinacije sa različitim odnosima radijusa $R3/R2$ i udelima uglova $xALFA$, $xBETA$ i $xDELTA$ dobija se:

$$nDELTA \cdot nALFA \cdot nR3 = 8 \cdot 8 \cdot 17 = 1088 \text{ kombinacija} \quad (5.17)$$

Po istom principu, u sledećem ciklusu, za prethodno definisane granice intervala (izraz 5.2) i korak promene odnosa radijusa $R1/R2$ od 0.50, sračunat je broj kombinacija:

$$nR1 = \frac{xR1max - xR1min}{0.50} + 1 = \frac{4.00 - 1.50}{0.50} + 1 = 6 \text{ kombinacija} \quad (5.18)$$

U prvih 1088 kombinacija odnosa radijusa $R3/R2$ i udela uglova $xALFA$, $xBETA$ i $xDELTA$, odnos radijusa $R1/R2$ bio je fiksiran na donjoj granici intervala, tj. na 1.50 (slika 5.1). Završetkom ovog ciklusa, ukupan broj kombinacija različitih odnosa radijusa $R1/R2$, $R3/R2$ i udela uglova $xALFA$, $xBETA$ i $xDELTA$ dostiže:

$$nDELTA \cdot nALFA \cdot nR3 \cdot nR1 = 8 \cdot 8 \cdot 17 \cdot 6 = 6528 \text{ kombinacija} \quad (5.19)$$

U poslednjem ciklusu menjaju se odnosi radijusa $R2/Rvoz$ sa korakom od 0.20. Manji korak pri promeni odnosa radijusa $R2/Rvoz$ nego pri promeni odnosa $R1/R2$ i $R3/R2$ usvojen je zbog toga što je kroz niz proba i testiranja ustanovljeno da korak pri promeni odnosa radijusa $R2/Rvoz$ mnogo više utiče na oblik trocentrične krivine od veličine koraka koji definiše promenu odnosa druga dva para radijusa ($R1/R2$ i $R3/R2$). Iz tog razloga, a sve u cilju kako bi se pronašla optimalna kombinacija geometrijskih parametara za koju trocentrična krivina minimalno odstupa od sračunatih trajektorija povlačenja, usvojeno je da se odnosi radijusa $R2/Rvoz$ menjaju sa korakom 0.20, za razliku od koraka 0.50 koji je definisan pri promeni odnosa radijusa $R1/R2$ i $R3/R2$. S obzirom na prethodno usvojene granice intervala promene odnosa radijusa $R2/Rvoz$ u izrazu (5.1), dobija se sledeći broj kombinacija:

$$nR2 = \frac{xR2max - xR2min}{0.20} + 1 = \frac{2.40 - 0.40}{0.20} + 1 = 11 \text{ kombinacija} \quad (5.20)$$

Tokom formiranja prvih 6528 kombinacija odnos radijusa $R2/Rvoz$ bio je fiksiran na donjoj granici intervala, odnosno $R2/Rvoz = 0.40$ (slika 5.1). Naposljetku, kada se završi i poslednji ciklus, odnosno, formiraju sve potencijalne kombinacije odnosa radijusa $R2/Rvoz$, $R1/R2$, $R3/R2$ i udela uglova $xALFA$, $xBETA$ i $xDELTA$ u okviru prethodno definisanih granica intervala njihovih vrednosti (5.1, 5.2, 5.3, 5.4 i 5.5), dobija se da je ukupan broj svih kombinacija parametara jednak:

$$nDELTA \cdot nALFA \cdot nR3 \cdot nR1 \cdot nR2 = 8 \cdot 8 \cdot 17 \cdot 6 \cdot 11 = 71808 \text{ kombinacija} \quad (5.21)$$

Kada se detaljnije analizira struktura samog algoritma sa 279. strane vidi se da je još na početku, prilikom formiranja ciklusa za promenu udela uglova $xDELTA$, kreirana

lista "L1" u kojoj su po sledećem redu smešteni svi odnosi radijusa i udela uglova: L1 ($R1/R2$ $R2/R_{voz}$ $R3/R2$ $xALFA$ $xBETA$ $xDELTA$). U narednom koraku, lista "L2" generiše se tako što se na početak liste "L1" samo doda "broj" kombinacije odnosa radijusa i udela uglova u trocentričnoj krivini, pa na kraju lista L2 redom sadrži sledeće elemente: L2 (*broj* $R1/R2$ $R2/R_{voz}$ $R3/R2$ $xALFA$ $xBETA$ $xDELTA$). Prolazom kroz sve cikluse različitog nivoa formirano je ukupno 71808 listi "L2" i snimljeno u *.txt* fajl pod nazivom "matrica_3R_odnosi_parametara". Zapravo, u slučaju primera sa slike 5.1, broj formiranih listi "L2" jednak je broju svih kombinacija odnosa geometrijskih parametara u trocentričnoj krivini. Izgled kreiranog *.txt* fajla "matrica_3R_odnosi_parametara" prikazan je delimično u delovima na slici 5.1, kao i na crtežu strukture razvijenog algoritma na strani 279. Prateći strukturu tog algoritma napisana je i AutoLISP rutina za automatsko formiranje matrice (*.txt* fajla) sa svim kombinacijama odnosa geometrijskih parametara u trocentričnoj krivini. Kodni zapis ove rutine dat je u prilogu H1 na kraju disertacije.

Zamenom granica intervala u kojima se kreću odnosi susednih radijusa i udela uglova, odnosno promenom veličine koraka sa kojim se ti odnosi i udeli menjaju u AutoLISP rutini, praktično je moguće automatski formirati matricu sa neograničenim brojem kombinacija odnosa geometrijskih parametara za konstrukciju trocentrične krivine. Međutim, ipak treba imati u vidu da će, bez obzira na visoke performanse procesorskih jedinica ugrađenih u savremene računare, stvaranje matrice sa ogromnim brojem kombinacija odnosa susednih radijusa i udela uglova, povećati ukupno vreme proračuna, odnosno, usporiti pronalaženje optimalne kombinacije geometrijskih parametara.

5.3 Formiranje baza sa trajektorijama povlačenja izabranih vozila za različite vrednosti voženih radijusa i skretnih uglova

Matematički modeli za proračun položaja izabranih vozila sa jednim, dva ili tri sloga duž svih odseka vodećih kružnih putanja, razvijeni su i detaljno opisani u četvrtom poglavlju disertacije. Kada je određen položaj vozila u odnosu na elemente geometrije vodećih putanja, sračunate su i koordinate karakterističnih tačaka koje opisuju trajektorije povlačenja najisturenijih unutrašnjih delova karoserija izabranih vozila.

Pošto je već u potpoglavljima 4.4.1, 4.4.2 i 4.4.3 detaljno objašnjeno kako su kreirani matematički modeli za proračun položaja vozila sa jednim, dva i tri sloga respektivno, ovde će se još jednom ponovo prikazati samo izlazni rezultati proračuna iz matematičkih modela u formi *txt* fajlova sa sračunatim trajektorijama povlačenja.

Na posebno izdvojenom crtežu na strani 287 prikazan je izgled i struktura *txt* fajlova sa sračunatim trajektorijama povlačenja za sledeća tri izabrana vozila:

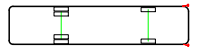
- samostalno vozilo - Ikarbus IK 112 solo autobus;
- kombinovano vozilo sa dva sloga - Volvo FH 500 tegljač sa Schmitz SCS poluprikolicom;
- kombinovano vozilo sa tri sloga - kamion sa klasičnom dvoosovinskom prikolicom iz nemačkih standarda za merodavna vozila (FGSV 2001).

Za svaki od matematičkih modela za proračun položaja izabranih vozila napisana je AutoLISP rutina za generisanje *txt* fajlova sa sračunatim trajektorijama povlačenja u formi listi decimalnih brojeva koje sadrže ukupno 13 članova u slučaju solo autobusa i kamiona sa prikolicom, odnosno, 15 članova u slučaju tegljača sa poluprikolicom. S obzirom da prve i druge članove lista sa trajektorijama povlačenja svih izabranih vozila uvek predstavljaju zadati radijusi R , odnosno, skretni uglovi γ vodećih kružnih putanja, trajektorije povlačenja kod solo autobusa i kamiona sa prikolicom opisuje preostalih 11, a kod tegljača sa poluprikolicom preostalih 13 članova generisanih lista. Zapravo, ti preostali članovi lista predstavljaju sračunate (x,y) parove koordinata karakterističnih tačaka na osnovu kojih se konstruišu trajektorije povlačenja.

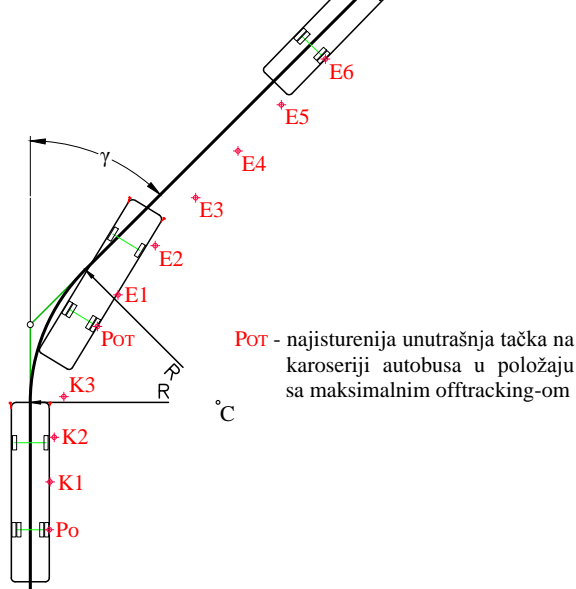
Kao što se vidi sa crteža na strani 287, trajektorije povlačenja svih izabranih vozila izračunate su za 27 različitih kombinacija geometrije osovine vodeće putanje: 3 radijusa kružne krivine ($R = 10.0$ m, 12.5 m i 15.0 m) i 9 skretnih uglova ($\gamma = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ, 105^\circ, 120^\circ, 135^\circ$ i 150°). Jednostavnije rečeno, trajektorije povlačenja sračunate za svaku od analiziranih kombinacija radijusa i skretnih uglova vodećih putanja, predstavljaju zasebne liste sa realnim brojevima koje su, po istom redosledu kako su izvorno generisane, kasnije snimljene u odgovarajuće izlazne *txt* fajlove za svako od testiranih vozila.

TRAJEKTORIJE POVLAČENJA VOZILA SRAČUNATE IZ MATEMATIČKIH MODELA

Testirano vozilo - solo autobus



R - voženi radijus u [m]
 γ - skretni ugao u [°]



Pot - najisturenija unutrašnja tačka na karoseriji autobusa u položaju sa maksimalnim offtracking-om

Tačke koje opisuju trajektoriju povlačenja
 Po K1 K2 K3 Pot E1 E2 E3 E4 E5 E6

Struktura podataka u notepad fajlu sa rezultatima proračuna "BUSPOINTS" AutoLISP rutine

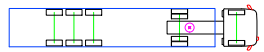
Koordinate tačaka koje opisuju trajektoriju povlačenja samostalnog vozila

voženi radijus	skretni ugao	Po	K1	K2	K3	Pot	E1	E2	E3	E4	E5	E6
R ₁ = 10.0 m	$\gamma_1 = 30.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁
R ₁ = 10.0 m	$\gamma_2 = 45.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
R ₁ = 10.0 m	$\gamma_9 = 150.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁

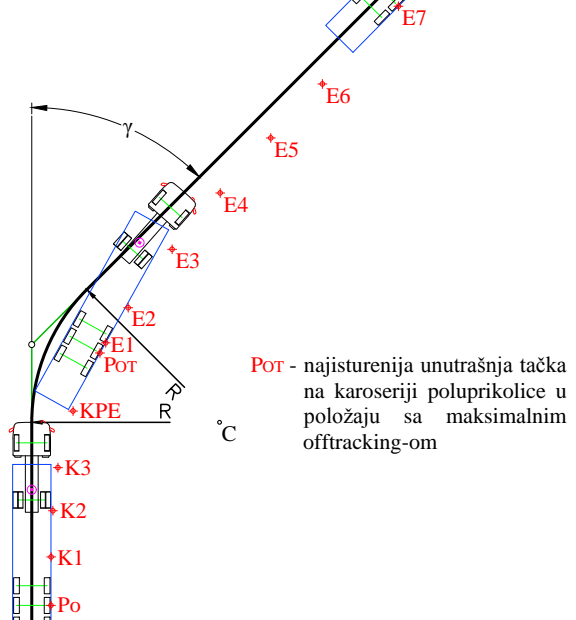
R ₂ = 12.5 m	$\gamma_1 = 30.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁
R ₂ = 12.5 m	$\gamma_2 = 45.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
R ₂ = 12.5 m	$\gamma_9 = 150.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁

R ₃ = 15.0 m	$\gamma_1 = 30.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁
R ₃ = 15.0 m	$\gamma_2 = 45.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
R ₃ = 15.0 m	$\gamma_9 = 150.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁

Testirano vozilo - tegljač sa poluprikolicom



R - voženi radijus u [m]
 γ - skretni ugao u [°]



Pot - najisturenija unutrašnja tačka na karoseriji poluprikolice u položaju sa maksimalnim offtracking-om

Tačke koje opisuju trajektoriju povlačenja
 Po K1 K2 K3 KPE Pot E1 E2 E3 E4 E5 E6 E7

Struktura podataka u notepad fajlu sa rezultatima proračuna "SEMPIPOINTS" AutoLISP rutine

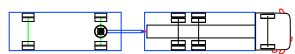
Koordinate tačaka koje opisuju trajektoriju povlačenja kombinovanog vozila sa dva sloga

voženi radijus	skretni ugao	Po	K1	K2	K3	KPE	Pot	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7
R ₁ = 10.0 m	$\gamma_1 = 30.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁	X ₁₂ Y ₁₂	X ₁₃ Y ₁₃
R ₁ = 10.0 m	$\gamma_2 = 45.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁	X ₁₂ Y ₁₂	X ₁₃ Y ₁₃
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
R ₁ = 10.0 m	$\gamma_9 = 150.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁	X ₁₂ Y ₁₂	X ₁₃ Y ₁₃

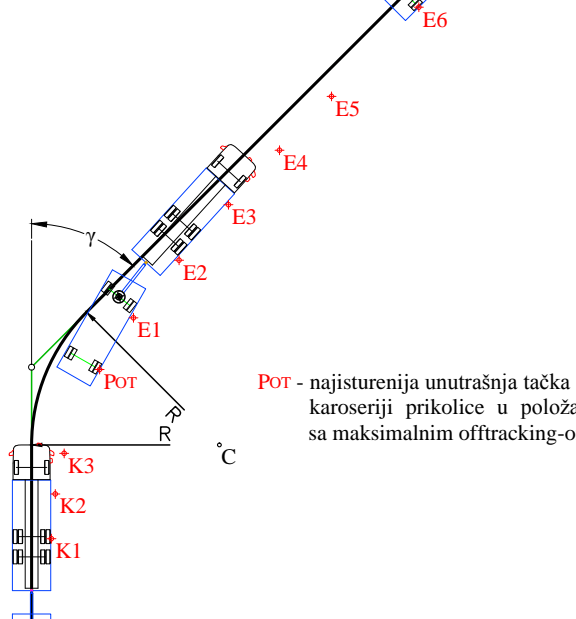
R ₂ = 12.5 m	$\gamma_1 = 30.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁	X ₁₂ Y ₁₂	X ₁₃ Y ₁₃
R ₂ = 12.5 m	$\gamma_2 = 45.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁	X ₁₂ Y ₁₂	X ₁₃ Y ₁₃
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
R ₂ = 12.5 m	$\gamma_9 = 150.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁	X ₁₂ Y ₁₂	X ₁₃ Y ₁₃

R ₃ = 15.0 m	$\gamma_1 = 30.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁	X ₁₂ Y ₁₂	X ₁₃ Y ₁₃
R ₃ = 15.0 m	$\gamma_2 = 45.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁	X ₁₂ Y ₁₂	X ₁₃ Y ₁₃
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
R ₃ = 15.0 m	$\gamma_9 = 150.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁	X ₁₂ Y ₁₂	X ₁₃ Y ₁₃

Testirano vozilo - kamion sa prikolicom



R - voženi radijus u [m]
 γ - skretni ugao u [°]



Pot - najisturenija unutrašnja tačka na karoseriji prikolice u položaju sa maksimalnim offtracking-om

Tačke koje opisuju trajektoriju povlačenja
 Po K1 K2 K3 Pot E1 E2 E3 E4 E5 E6

Struktura podataka u notepad fajlu sa rezultatima proračuna "TRAILERPOINTS" AutoLISP rutine

Koordinate tačaka koje opisuju trajektoriju povlačenja kombinovanog vozila sa tri sloga

voženi radijus	skretni ugao	Po	K1	K2	K3	Pot	E1	E2	E3	E4	E5	E6
R ₁ = 10.0 m	$\gamma_1 = 30.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁
R ₁ = 10.0 m	$\gamma_2 = 45.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
R ₁ = 10.0 m	$\gamma_9 = 150.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁

R ₂ = 12.5 m	$\gamma_1 = 30.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁
R ₂ = 12.5 m	$\gamma_2 = 45.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
R ₂ = 12.5 m	$\gamma_9 = 150.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁

R ₃ = 15.0 m	$\gamma_1 = 30.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁
R ₃ = 15.0 m	$\gamma_2 = 45.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
R ₃ = 15.0 m	$\gamma_9 = 150.0^\circ$	X ₁ Y ₁	X ₂ Y ₂	X ₃ Y ₃	X ₄ Y ₄	X ₅ Y ₅	X ₆ Y ₆	X ₇ Y ₇	X ₈ Y ₈	X ₉ Y ₉	X ₁₀ Y ₁₀	X ₁₁ Y ₁₁

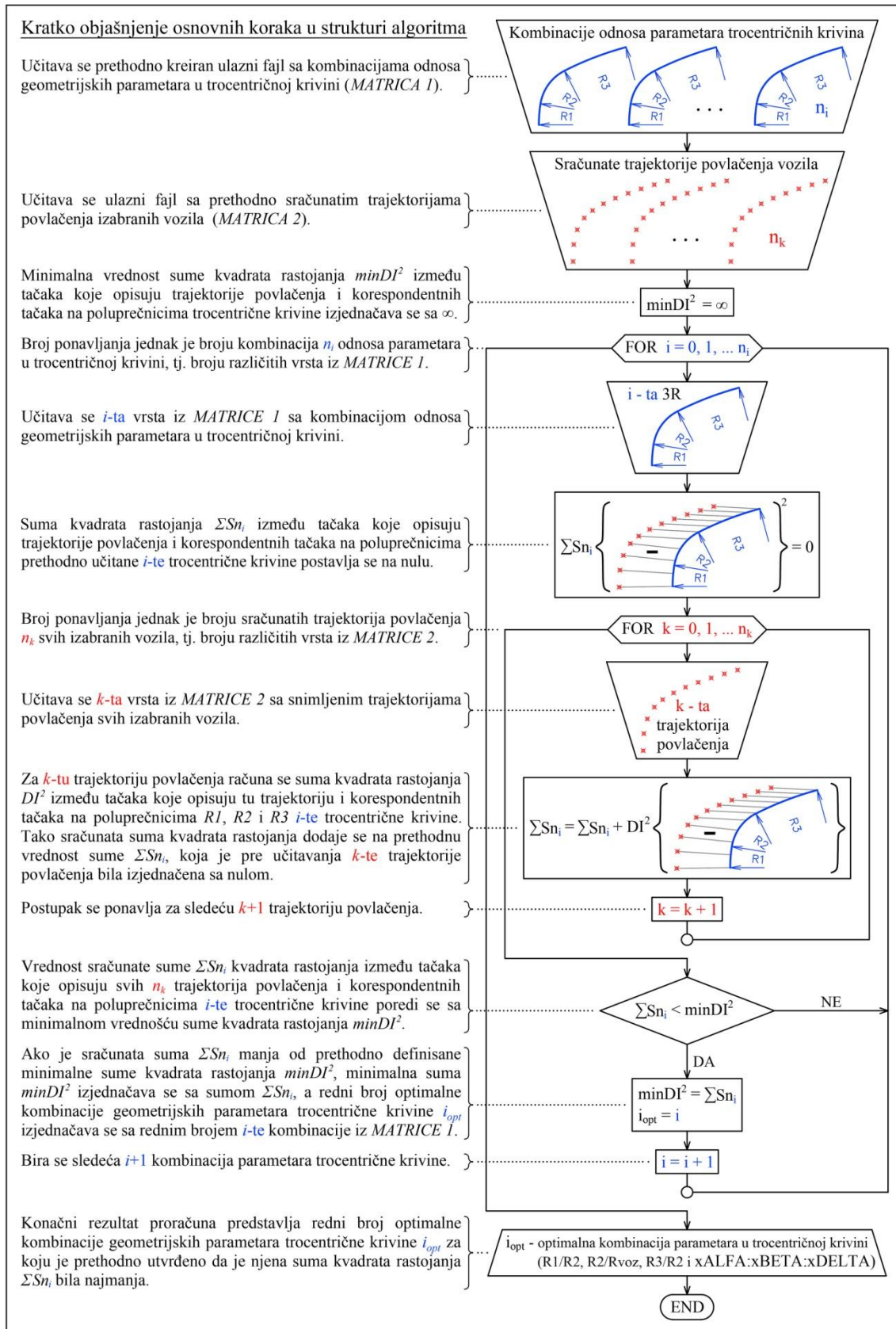
Formiranje baza (matrica) sa trajektorijama povlačenja nije ništa drugo nego automatsko generisanje *.txt* fajlova sa listama koordinata karakterističnih tačaka koje opisuju te trajektorije, i koje su sračunate pomoću razvijenih AutoLISP rutina za određivanje položaja izabranih vozila na različitim odsecima vodećih putanja. Upravo će u narednoj fazi ovako generisane baze sa trajektorijama povlačenja izabranih vozila služiti kao ulazni podaci pri razvoju algoritma za pronalaženje optimalne kombinacije parametara u trocentričnoj krivini, koja treba minimalno da odstupa na "stranu sigurnosti" od trajektorija povlačenja učitanih iz prethodno formiranih baza.

5.4 Algoritam za proračun optimalne kombinacije geometrijskih parametara trocentrične krivine za aproksimaciju trajektorije povlačenja vozila

U prethodnim poglavljima **5.2** i **5.3** pokazano je kako su kreirane ulazne veličine, odnosno, ulazni *.txt* fajlovi" sa podacima neophodnim za izvođenje analize i pronalaženje optimalne kombinacije odnosa geometrijskih parametara pri konstrukciji trocentrične krivine. Tako je u poglavlju **5.2** razvijen poseban algoritam za automatsko kreiranje različitih kombinacija odnosa radijusa $R1/R2$, $R2/R_{voz}$, $R3/R2$ i udela uglova α (*xALFA*), β (*xBETA*), δ (*xDELTA*) u trocentričnoj krivini. Potom su u narednom poglavlju **5.3** ukratko ponovljeni najvažniji rezultati razvoja matematičkih modela za određivanje položaja izabranih vozila, odnosno, objašnjeno je kako su u potpoglavljima **4.4.1**, **4.4.2** i **4.4.3** formirane baze sa trajektorijama povlačenja testnih vozila sa jednim, dva i tri sloga za različite vrednosti voženih radijusa i skretnih uglova.

Osnovi zadatak razvoja softverskog alata je da se osmisli što jednostavniji algoritam za efikasno pronalaženje optimalne kombinacije geometrijskih parametara za konstrukciju trocentrične krivine, koja će minimalno da odstupa na "stranu sigurnosti" u odnosu na tačke koje opisuju prethodno sračunate trajektorije povlačenja izabranih vozila. Struktura algoritma za traženje optimalne kombinacije odnosa geometrijskih parametara ($R1/R2$, $R2/R_{voz}$, $R3/R2$ i *xALFA:xBETA:xDELTA*), na osnovu koje se konstruiše modifikovana forma trocentrične krivine, prikazana je u skraćenom obliku sa pratećim objašnjenjem osnovnih koraka na slici 5.2.

5 Analiza podobnosti primene postojećih geometrijskih formi trocentrične krivine za aproksimaciju trajektorija povlačenja i predlog nove forme



Slika 5.2 Algoritam za traženje optimalne kombinacije geometrijskih parametara (R1/R2, R2/Rvoz, R3/R2 i xALFA:xBETA:xDELTA) za konstrukciju trocentrične krivine

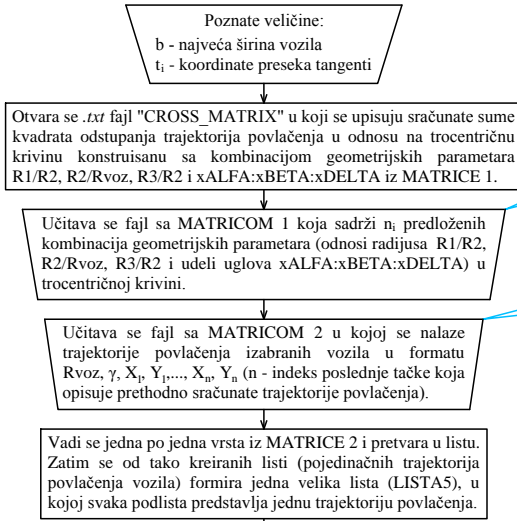
Iz prikazanog algoritma vidi se da je trocentrična krivina sa optimalnom kombinacijom geometrijskih parametara u stvari ona trocentrična krivina za koju je ukupna suma kvadrata najkraćih rastojanja između tačaka koje opisuju trajektorije povlačenja i korespondentnih tačaka na poluprečnicima $R1$, $R2$ i $R3$ te krivine najmanja moguća. Kao konačan rezultat algoritam izbacuje redni broj i_{opt} optimalne kombinacije parametara trocentrične krivine, na osnovu kojeg se posle u *MATRICI 1* jednostavno pronade odgovarajuća vrsta sa istim rednim brojem i traženim optimalnim odnosima susednih radijusa ($R1/R2$, $R2/Rvoz$, $R3/R2$) i udela uglova ($xALFA:xBETA:xDELTA$).

Detaljna (kompletna) struktura algoritma za traženje optimalne kombinacije geometrijskih parametara trocentrične krivine prikazana je na samostalno izdvojenom crtežu na strani 291, a njen kodni zapis u obliku AUTOLISP rutine pod nazivom "3R_OPTIMA" dat je u prilogu H2 na kraju disertacije. Ranije prikazan algoritam na slici 5.2 predstavlja zapravo uprošćenu verziju kompletne strukture algoritma sa crteža na strani 291.

Za svaku učitano kombinaciju odnosa radijusa i udela uglova u trocentričnoj krivini ($R1/R2$, $R2/Rvoz$, $R3/R2$ i $xALFA:xBETA:xDELTA$) iz *MATRICE 1* i trajektoriju povlačenja iz *MATRICE 2*, računaju se svi elementi neophodni za konstrukciju trocentrične krivine. Ti geometrijski elementi dobijaju se pomoću formula za proračun trocentrične krivine tipa "a" (slika 2.34 iz potpoglavlja 2.4.6). Radi lakšeg praćenja objašnjenja za druge delove proračuna u strukturi algoritma, sve korištene oznake i formule za računanje elemenata geometrije trocentrične krivine tipa "a", ponovo su prikazane na slici 5.3.

Posle prve faze testiranja tačnosti rada algoritma, odnosno AutoLISP rutine "3R_OPTIMA", uočeno je da se kao optimalne dobijaju samo one kombinacije geometrijskih parametara kod kojih su odnosi između radijusa $R3/R2$ veoma veliki i iznose preko $R3/R2 > 12$. Iz putarske prakse poznato je da konstrukcija i primena trocentričnih krivina kod kojih je radijus $R3$ značajno veći od radijusa $R2$, obično ima za posledicu proširenje kolovozne površine čiju spoljnu ivicu oblikuje upravo radijus $R3$, kao i potencijalno produženje pešačkih prelaza.

TRAŽENJE OPTIMALNE KOMBINACIJE PARAMETARA TROCENTRIČNE KRIVINE



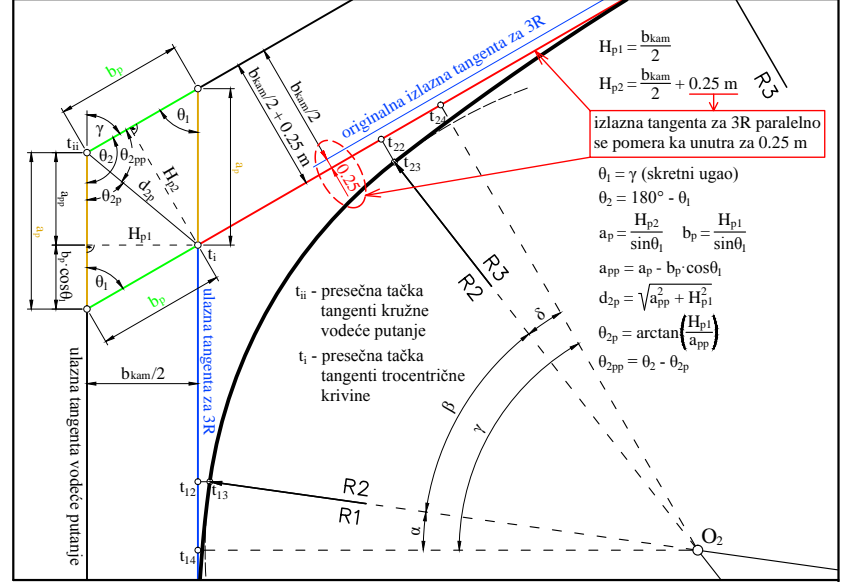
MATRICA 1

broj	R1/R2	R2/Rvoz	R3/R2	xAlfa	xBeta	xDelta
1.0	1.5000	0.5000	3.0000	0.8000	5.9000	0.8000
2.0	1.5000	0.5000	3.0000	0.8000	5.8000	0.9000
3.0	1.5000	0.5000	3.0000	0.8000	5.7000	1.0000
4.0	1.5000	0.5000	3.0000	0.8000	5.6000	1.1000
5.0	1.5000	0.5000	3.0000	0.8000	5.5000	1.2000
6.0	1.5000	0.5000	3.0000	0.8000	5.4000	1.3000

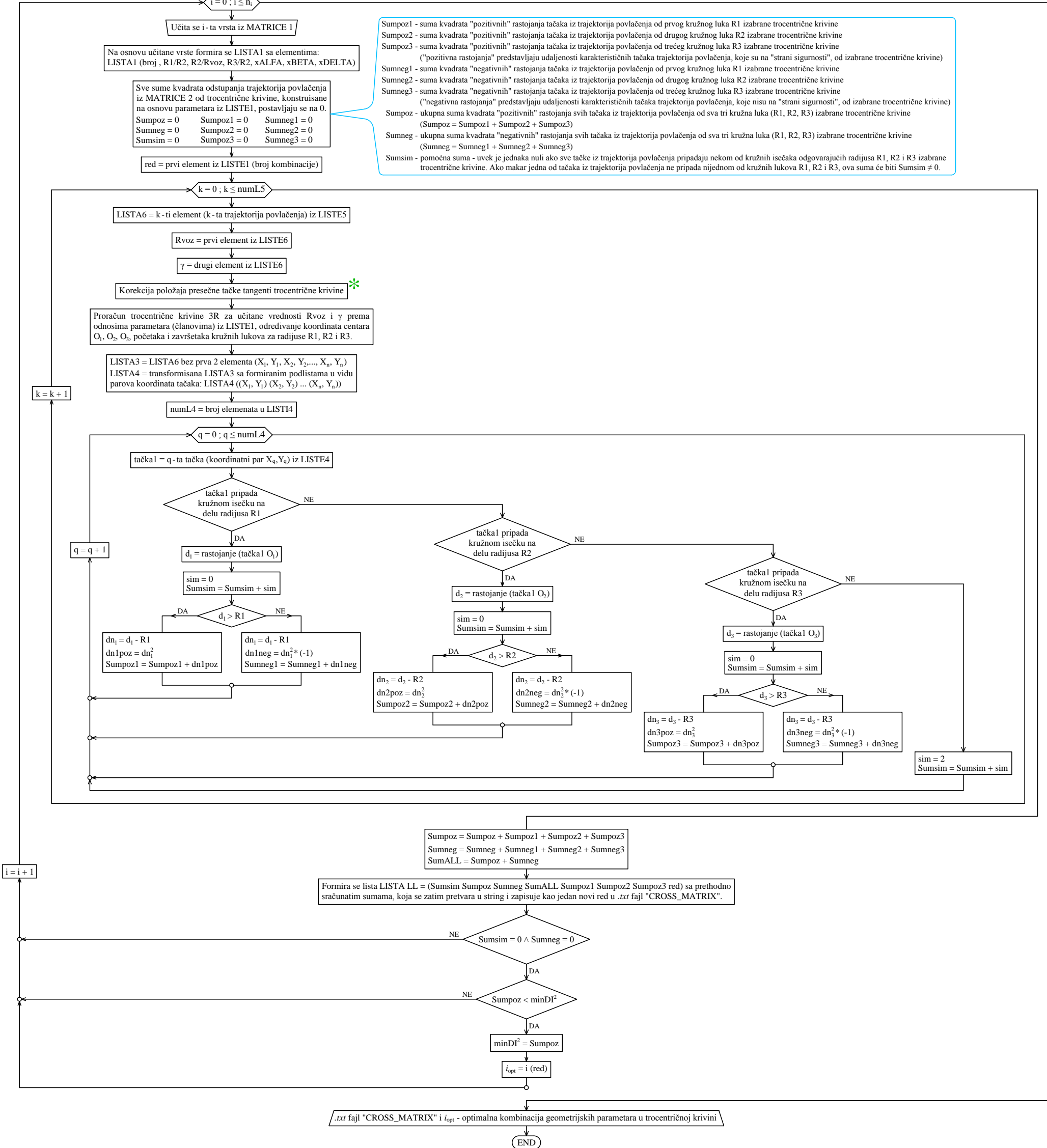
MATRICA 2

Rvoz	gamma	X1	Y1	X2	Y2	...	Xn	Yn
10.00	30.00	1.2625	-11.1595	1.2722	-9.4430	...	13.1290	20.0118
10.00	45.00	1.2625	-12.6221	1.2938	-10.0743	...	18.9231	16.9461
10.00	60.00	1.2625	-14.2535	1.3354	-10.8956	...	24.0942	12.2650
10.00	75.00	1.2625	-16.1533	1.3948	-12.0083	...	28.2919	6.0841
10.00	90.00	1.2625	-18.4800	1.4809	-13.5723	...	31.2322	-1.4627
10.00	105.00	1.2625	-21.5123	1.5936	-15.8673	...	32.7171	-10.2952

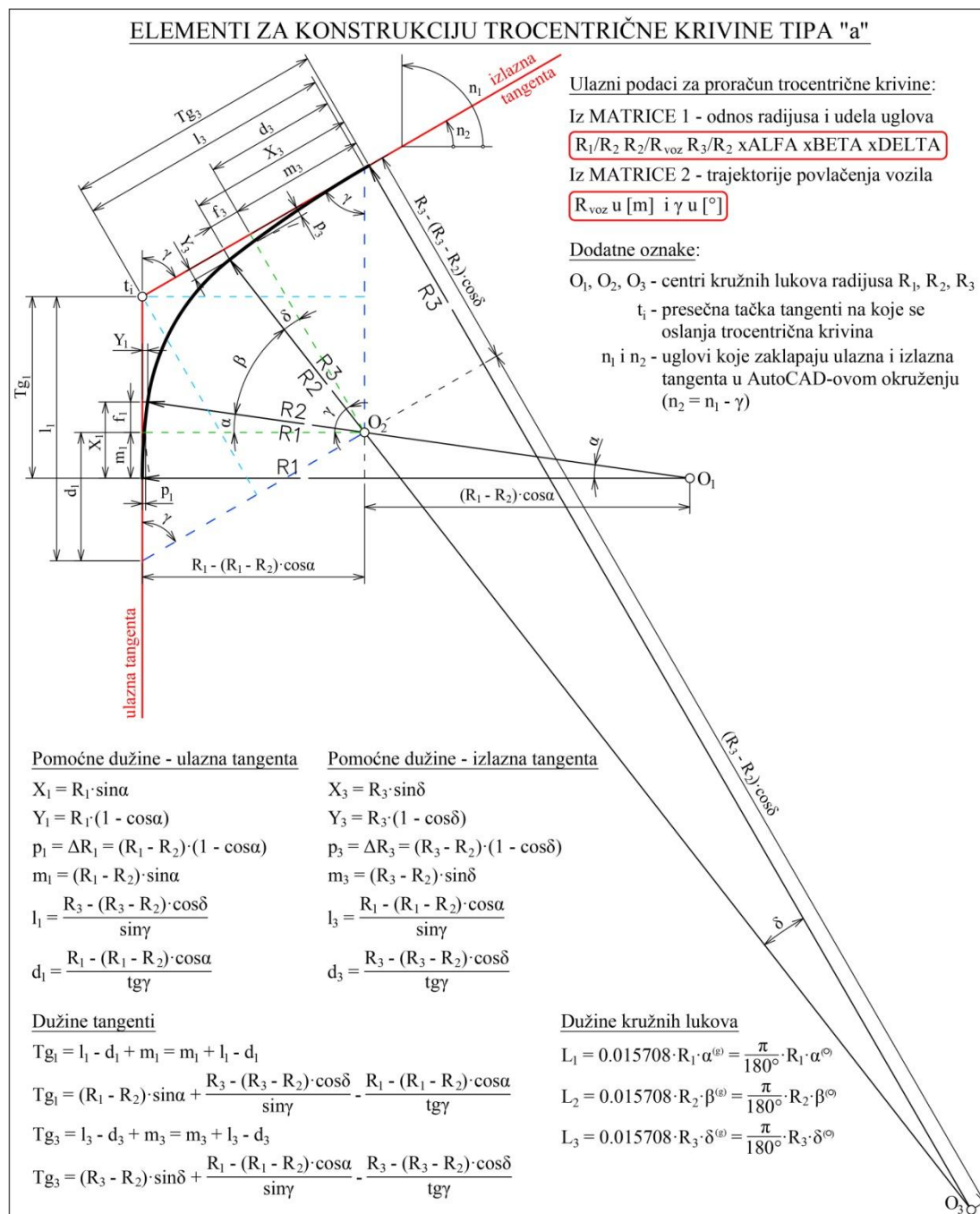
Korekcija položaja presečne tačke tangenti trocentrične krivine*



- Sumpoz1 - suma kvadrata "pozitivnih" rastojanja tačaka iz trajektorija povlačenja od prvog kružnog luka R1 izabrane trocentrične krivine
- Sumpoz2 - suma kvadrata "pozitivnih" rastojanja tačaka iz trajektorija povlačenja od drugog kružnog luka R2 izabrane trocentrične krivine
- Sumpoz3 - suma kvadrata "pozitivnih" rastojanja tačaka iz trajektorija povlačenja od trećeg kružnog luka R3 izabrane trocentrične krivine ("pozitivna rastojanja" predstavljaju udaljenosti karakterističnih tačaka trajektorija povlačenja, koje su na "strani sigurnosti", od izabrane trocentrične krivine)
- Sumneg1 - suma kvadrata "negativnih" rastojanja tačaka iz trajektorija povlačenja od prvog kružnog luka R1 izabrane trocentrične krivine
- Sumneg2 - suma kvadrata "negativnih" rastojanja tačaka iz trajektorija povlačenja od drugog kružnog luka R2 izabrane trocentrične krivine
- Sumneg3 - suma kvadrata "negativnih" rastojanja tačaka iz trajektorija povlačenja od trećeg kružnog luka R3 izabrane trocentrične krivine ("negativna rastojanja" predstavljaju udaljenosti karakterističnih tačaka trajektorija povlačenja, koje nisu na "strani sigurnosti", od izabrane trocentrične krivine)
- Sumpoz - ukupna suma kvadrata "pozitivnih" rastojanja svih tačaka iz trajektorija povlačenja od sva tri kružna luka (R1, R2, R3) izabrane trocentrične krivine (Sumpoz = Sumpoz1 + Sumpoz2 + Sumpoz3)
- Sumneg - ukupna suma kvadrata "negativnih" rastojanja svih tačaka iz trajektorija povlačenja od sva tri kružna luka (R1, R2, R3) izabrane trocentrične krivine (Sumneg = Sumneg1 + Sumneg2 + Sumneg3)
- Sumsim - pomoćna suma - uvek je jednaka nuli ako sve tačke iz trajektorija povlačenja pripadaju nekom od kružnih isečaka odgovarajućih radijusa R1, R2 i R3 izabrane trocentrične krivine. Ako makar jedna od tačaka iz trajektorija povlačenja ne pripada nijednom od kružnih lukova R1, R2 i R3, ova suma će biti Sumsim ≠ 0.



5 Analiza podobnosti primene postojećih geometrijskih formi trocentrične krivine za aproksimaciju trajektorija povlačenja i predlog nove forme



Slika 5.3 Formule primenjene u AutoLISP rutini "3R_OPTIMA" za računanje svih elemenata geometrije pri konstrukciji trocentrične krivine tipa "a"

Na slici 5.4 prikazane su dve varijante geometrije trocentričnih krivina konstruisanih na minimalnom rastojanju na "strani sigurnosti" u odnosu na trajektoriju povlačenja solo autobusa koji skreće pod uglom $\gamma = 90^\circ$, prateći vodeću putanja radijusa $R = 12.50$ m. U prvoj varijanti trocentrična krivina sa optimalnom kombinacijom geometrijskih parametara, dobijenom pomoću "3R_OPTIMA" AutoLISP rutine, oslanja se na tangente

koje su udaljene tačno polovinu širine autobusa $b/2$ od tangenti između kojih je iscrtana vodeća kružna putanja. Kao što se vidi na slici 5.4, u optimalnoj kombinaciji geometrijskih parametara u ovoj varijanti, radijus $R3$ znatno je veći od radijusa $R2$, odnosno, odnos radijusa $R3/R2$ iznosi 14, što za negativnu posledicu ima proširenje kolovozne površine i produženje pešačkih prelaza.

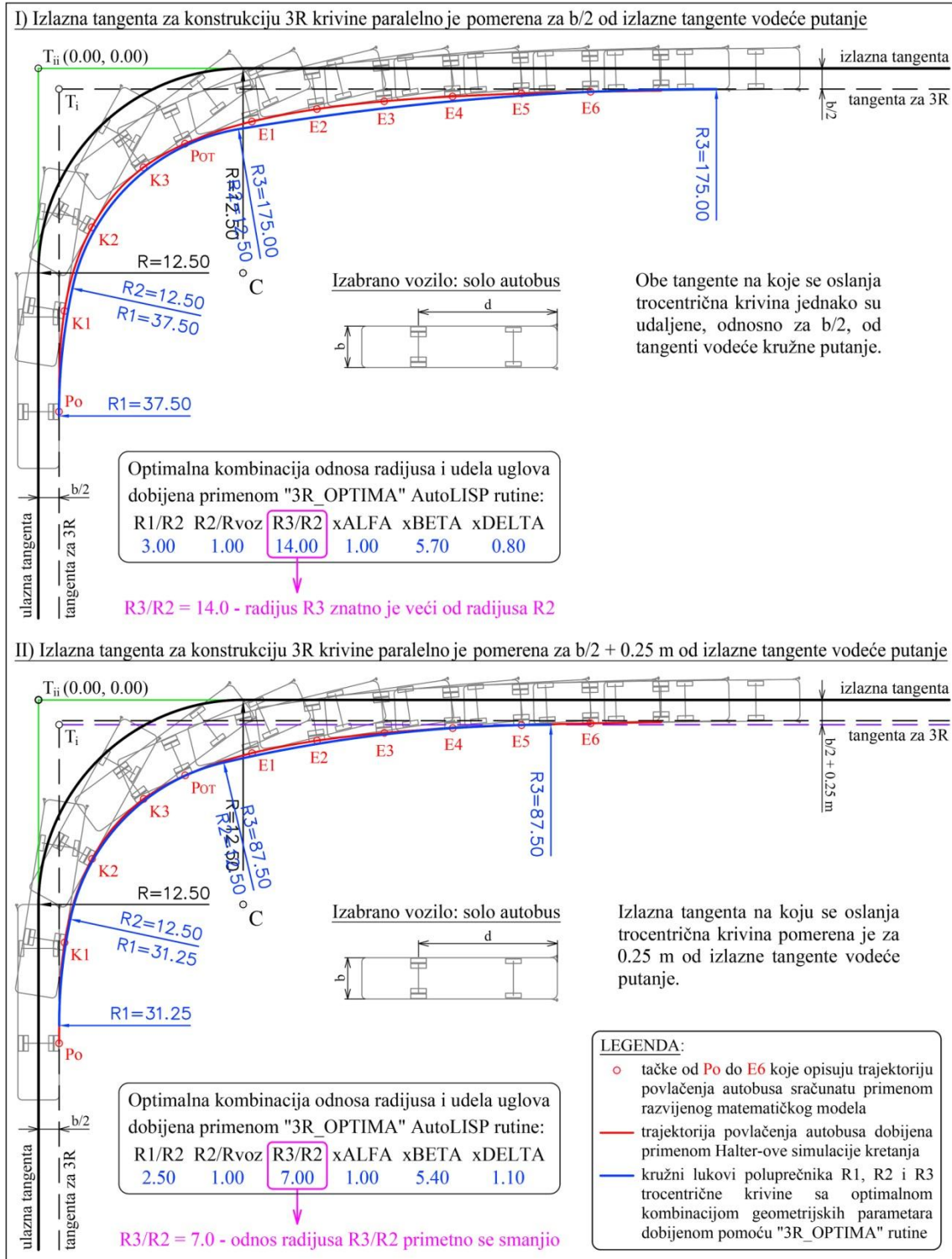
Na izlasku iz krivine dok se vozilo ispravlja, trajektorija povlačenja autobusa mnogo sporije, gotovo "asimptotski", prilazi izlaznoj tangenti trocentrične krivine nego što je to slučaj na početku manevra sa ulaznom tangentom, kada bazna tačka vozila prati kružni luk. Upravo zbog takvog oblika trajektorije povlačenja, poslednje tačke E4, E5 i E6 koje opisuju tu trajektoriju su na veoma bliskom rastojanju od izlazne tangente trocentrične krivine, ako je ta izlazna tangenta udaljena tačno $b/2$ od osovine vodeće putanje. Da bi u ovoj varijanti konstruisana trocentrična krivina ostala na minimalnom rastojanju na "strani sigurnosti" u odnosu na sve tačke koje opisuju trajektoriju povlačenja autobusa, radijus $R3$ mora da bude mnogo veći od radijusa $R2$.

Kod druge varijante, kada se izlazna tangenta trocentrične krivine paralelno pomeri za 0.25 m ka centru krivine (prema unutrašnjosti krivine), dobija se optimalna kombinacija geometrijskih parametara za konstrukciju trocentrične krivine u kojoj je odnos radijusa $R3/R2$ značajno smanjen na vrednost $R3/R2 = 7$. Pomeranjem izlazne tangente ka centru krivine (ka unutrašnjosti krivine) umnogome se u geometrijskom smislu olakšava aproksimacija završnog dela trajektorije povlačenja za sve tipove izabranih vozila, bilo sa jednim, dva ili tri sloga. Pored toga što se ovim pomeranjem dobija mnogo racionalniji odnos između susednih radijusa $R3$ i $R2$, takođe se dodatno smanjuje i rastojanje između kružnog luka radijusa $R3$ trocentrične krivine i poslednjih tačaka koje opisuju trajektoriju povlačenja (slika 5.4). Zbog toga je usvojeno da se u svim narednim proračunima za traženje optimalne kombinacije geometrijskih parametara u trocentričnoj krivini, izlazna tangenta na koju se oslanja ta trocentrična krivina pomeri za 0.25 m ka centru krivine. U skladu sa ovom odlukom, korigovan je i algoritam na strani 291, odnosno "3R_OPTIMA" AutoLISP rutina.

Rastojanje od 0.25 m za koje se pomera izlazna tangenta trocentrične krivine određeno je empirijski, probanjem, tako da najbolje odgovara trajektorijama povlačenja izabranih

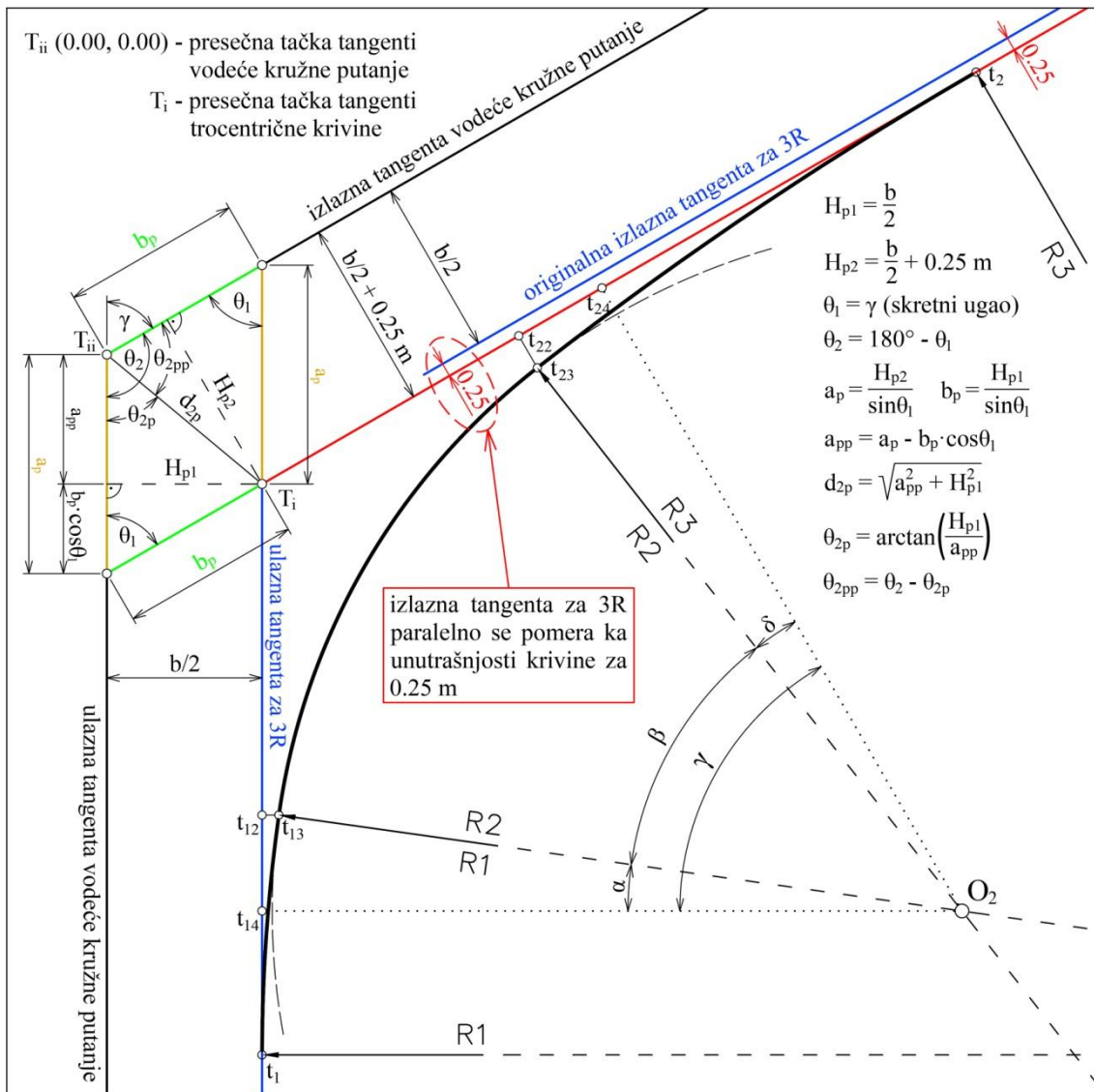
5 Analiza podobnosti primene postojećih geometrijskih formi trocentrične krivine za aproksimaciju trajektorija povlačenja i predlog nove forme

vozila standardne širine od 2.55 m. Za standardna (merodavna) vozila ovo rastojanje zapravo iznosi oko 10.0 % od njihove normirane širine, dok su za nestandardna vozila potrebna dalja testiranja i analize za preciznije definisanje veličine ovog rastojanja.



Slika 5.4 Poređenje optimalnih trocentričnih krivina konstruisanih na osnovu izvorne (originalne) i pomerene izlazne tangente

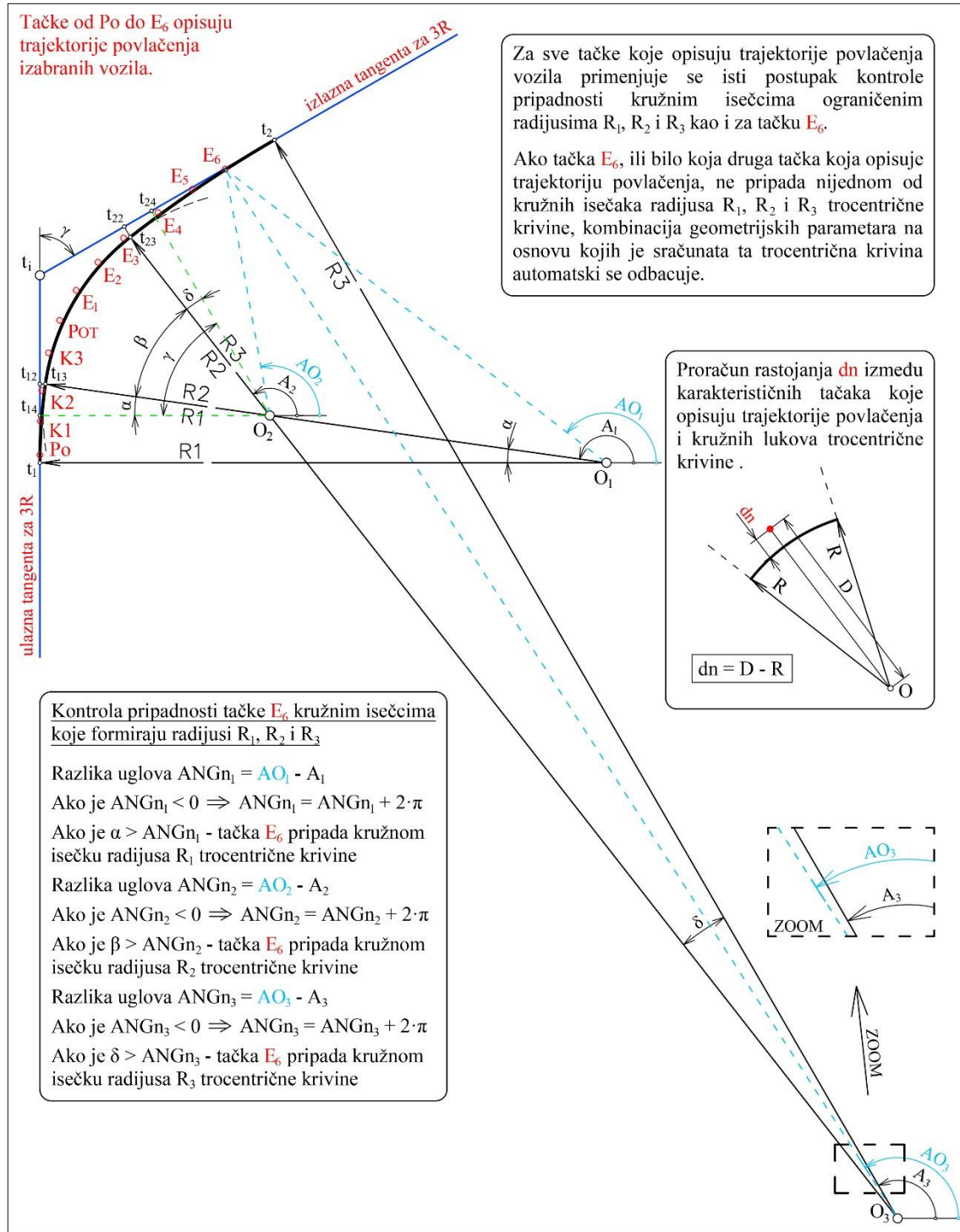
Zbog pomeranja izlazne tangente trocentrične krivine ka unutrašnjosti krivine, mora da se koriguje i položaj presečne tačke tangenti (temena) trocentrične krivine T_{ii} u odnosu na presečnu tačku tangenti vodeće kružne putanje T_i (0.00, 0.00). Jednostavan matematički postupak sa izvedenim formulama za korekciju položaja temena trocentrične krivine T_{ii} prikazan je na slici 5.5. Posmatrajući istu sliku lako se zaključuje da se korigovani položaj temena trocentrične krivine T_{ii} veoma prosto sračuna ako se prethodno odrede karakteristični ugao θ_{2p} (θ_{2pp}) i rastojanje d_{2p} između tačaka T_{ii} i T_i , gde su X i Y koordinate presečne tačke T_i već ranije definisane kao (0.00, 0.00). Daljim udaljavanjem izlazne tangente trocentrične krivine od izlazne tangente vodeće kružne putanje, odnos radijusa $R3/R2$ nastavio bi da se smanjuje.



Slika 5.5 Korekcija položaja presečne tačke tangenti trocentrične krivine T_{ii} zbog pomeranja izlazne tangente ka unutrašnjosti krivine za 0.25 m

5 Analiza podobnosti primene postojećih geometrijskih formi trocentrične krivine za aproksimaciju trajektorija povlačenja i predlog nove forme

Važan deo u strukturi algoritma predstavlja i proračun, odnosno, "geometrijska" kontrola da li neka tačka koja opisuje trajektoriju povlačenja izabranog vozila pripada kružnim isečcima ograničenim radijusima R_1 , R_2 i R_3 trocentrične krivine konstruisane za izabranu kombinaciju geometrijskih parametara (slika 5.6).



Slika 5.6 Kontrola pripadnosti tačaka iz trajektorija povlačenja kružnim isečcima ograničenim radijusima R_1 , R_2 i R_3 trocentrične krivine

Postupak provere pripadnosti tačaka iz trajektorija povlačenja kružnim isečcima ograničenim radijusima trocentrične krivine, svodi se na jednostavnu kontrolu razlike između uglova koje formiraju navedene tačke sa centrima radijusa O_1 , O_2 , O_3 i uglova α , β , δ koji redom odgovaraju kružnim isečcima radijusa $R1$, $R2$ i $R3$. AutoLISP rutina "3R_OPTIMA" napisana je tako da proverava redom da li tačke iz trajektorije povlačenja pripadaju prvom, drugom ili trećem kružnom isečku ograničenom kružnim lukom radijusa $R1$, ili $R2$, ili $R3$, kao što je i prikazano na slici 5.6. Ako bilo koja tačka koja opisuje analiziranu trajektoriju povlačenja ne pripada nijednom od kružnih isečaka ograničenim radijusima trocentrične krivine, program automatski odbacuje kao nepovoljnu onu kombinaciju geometrijskih parametara na osnovu kojih je sračunata ta trocentrična krivina. Na taj način, odmah se izbacuju sve kombinacije geometrijskih parametara za koje sračunate trocentrične krivine ne mogu adekvatno da "aproksimiraju" generisane trajektorije povlačenja izabranih vozila. Drugim rečima, za tako izdvojene kombinacije parametara dalje se ne računaju sume kvadrata rastojanja $\sum S_n$ između tačaka iz trajektorija povlačenja i korespondentnih tačaka na kružnim lukovima trocentrične krivine.

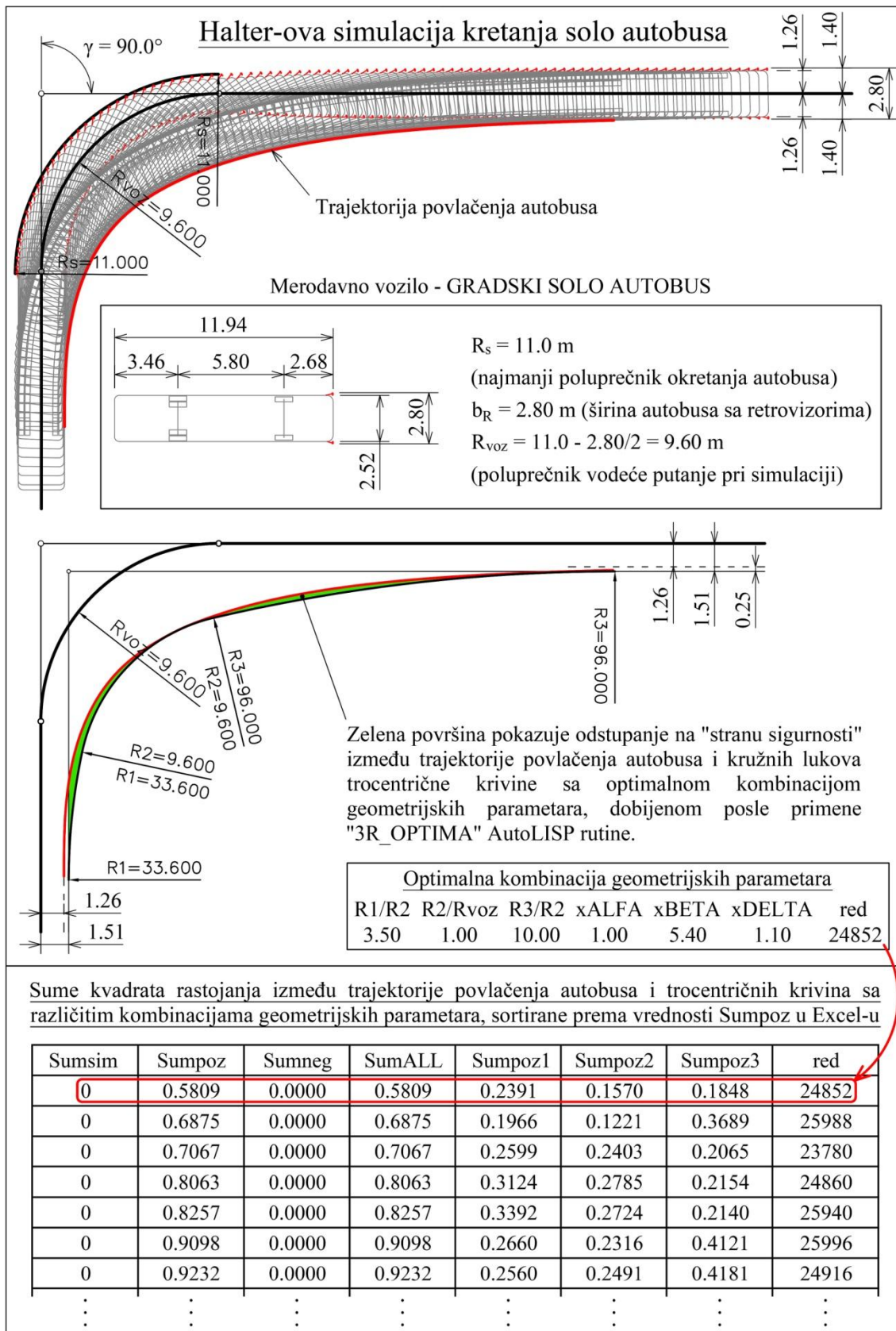
Kada je precizno utvrđeno koje tačke iz trajektorija povlačenja pripadaju kružnim isečcima ograničenim radijusima trocentrične krivine, pristupa se proračunu kvadrata najkraćih rastojanja između tih tačaka i kružnih lukova iste trocentrične krivine. Ako se tačke iz trajektorija povlačenja nalaze na "strani sigurnosti" sa spoljašnje strane kružnih lukova trocentrične krivine, sračunate sume kvadrata rastojanja ($Sumpoz1$, $Sumpoz2$, $Sumpoz3$, $Sumpoz$) su pozitivne (slika 5.6). U suprotnom, ako se tačke iz trajektorija povlačenja nalaze sa unutrašnje strane kružnih lukova trocentrične krivine, sume kvadrata rastojanja ($Sumneg1$, $Sumneg2$, $Sumneg3$, $Sumneg$) računaju se kao negativne. Kao što se može videti u algoritmu na strani 291, brojevi u oznakama sračunatih suma kvadrata rastojanja odgovaraju respektivno radijusima $R1$, $R2$ i $R3$ trocentričnih krivina, za koje je prethodno kontrolisano da li njihovim isečcima pripadaju tačke iz trajektorija povlačenja vozila. Od svih sračunatih suma kvadrata rastojanja (bilo pozitivnih ili negativnih) za svaku od n_i analiziranih kombinacija geometrijskih parametara u trocentričnoj krivini, formira se lista "LL" koja se posle zapisuje kao jedna vrsta (red) u .txt fajl "CROSS_MATRIX". Svi podaci koji su snimljeni u ovaj .txt fajl mogu se naknadno lako učitati kao realni brojevi u Microsoft Office Excel i sortirati prema

različitim kriterijumima pomoću standardnih Excel-ovih alata. Krajnji rezultati proračuna "3R_OPTIMA" rutine su upravo .txt fajl "CROSS_MATRIX" sa sračunatim sumama kvadrata rastojanja $\sum S_n$ za sve kombinacije geometrijskih parametara i redni broj optimalne kombinacije parametara i_{opt} , za koju sračunata trocentrična krivina najmanje odstupa na "stranu sigurnosti" od tačaka iz trajektorija povlačenja.

Princip rada "3R_OPTIMA" rutine pokazan je na istom primeru kao na slici 2.36 u potpoglavlju 2.4.6, kako bi se mogla uporediti trocentrična krivina, iscrtana sa preporučenim vrednostima centralnog poluprečnika R_2 (slika 2.36), sa trocentričnom krivinom konstruisanom na osnovu optimalne kombinacije geometrijskih parametara. Izabrano vozilo je gradski solo autobus koji pri desnom skretanju pod uglom od 90° , najisturenijim spoljašnjim delom levog retrovizora, prati najmanji poluprečnik okretanja $R_S = 11.0$ m preporučen prema dijagramu sa slike 2.35 (potpoglavlje 2.4.6). Na slici 5.7, gde je prikazana trocentrična krivina sa optimalnom kombinacijom geometrijskih parametara dobijenom pomoću "3R_OPTIMA" rutine, odmah se vidi da postoji mnogo manje odstupanje između trajektorije povlačenja autobusa i kružnih lukova tako sračunate trocentrične krivine. Za razliku od trocentričnih krivina konstruisanih sa preporučenim vrednostima centralnog poluprečnika R_2 na slici 2.36, trocentrična krivina sa optimalnom kombinacijom parametara (slika 5.7) uopšte ne prelazi preko trajektorije povlačenja autobusa na "stranu nesigurnosti", već skoro idealno "aproksimira" tu trajektoriju sa minimalnim odstupanjem na "strani sigurnosti".

U donjem delu slike 5.7 vidi se isečak iz .txt fajla "CROSS_MATRIX" sa sortiranim sumama kvadrata rastojanja između tačaka koje opisuju trajektoriju povlačenja autobusa i korespondentnih tačaka na kružnim lukovima trocentričnih krivina, sračunatih za sve kombinacije geometrijskih parametara. Zapravo, izvorno generisan .txt fajl "CROSS_MATRIX" prvo je učitao u Excel, da bi zatim sve vrste sa različitim kombinacijama geometrijskih parametara za konstrukciju trocentričnih krivina bile sortirane prema rastućim vrednostima ukupne sume kvadrata pozitivnih rastojanja *Sumpoz*. Kao što je već označeno na posebnom crtežu strukture algoritma na strani 291, *Sumpoz* predstavlja ukupnu sumu kvadrata "pozitivnih rastojanja" svih tačaka iz trajektorije povlačenja vozila od sva tri kružna luka (R_1 , R_2 i R_3) trocentričnih krivina sa analiziranim kombinacijama parametara.

5 Analiza podobnosti primene postojećih geometrijskih formi trocentrične krivine za aproksimaciju trajektorija povlačenja i predlog nove forme



Slika 5.7 Primer proračuna optimalne kombinacije geometrijskih parametara za konstrukciju trocentrične krivine korišćenjem "3R_OPTIMA" AutoLISP rutine

Naravno, pod "pozitivnim rastojanjima" podrazumevaju se najkraće udaljenosti karakterističnih tačaka iz trajektorije povlačenja autobusa od korespondentnih tačaka na kružnim lukovima samo onih trocentričnih krivina koje su na "strani sigurnosti" u odnosu na tu trajektoriju. Takođe, izbačene su sve one kombinacije geometrijskih parametara trocentričnih krivina čijim isečcima kružnih lukova ne pripada neka od tačaka koje opisuju trajektorije povlačenja autobusa. Zbog toga su, za ovako sortirane kombinacije geometrijskih parametara trocentričnih krivina, sume *Sumsim* uvek jednake nuli. Pošto su sve kombinacije parametara sortirane samo za one trocentrične krivine koje su na "strani sigurnosti" u odnosu na trajektoriju povlačenja autobusa, i sve sume kvadrata negativnih rastojanja *Sumneg* takođe su jednake nuli (slika 5.7). Na kraju, kada se u Excel-u sortiraju preostale kombinacije parametara trocentričnih krivina prema rastućim vrednostima sume kvadrata "pozitivnih rastojanja" *Sumpoz*, dobijena optimalna kombinacija parametara trocentričnih krivina zaista je identična onoj prethodno sračunatoj primenom "3R_OPTIMA" AutoLISP rutine. Time se dodatno potvrđuje tačnost i pouzdanost rezultata proračuna dobijenih korištenjem "3R_OPTIMA" rutine, odnosno, valjanost izbora optimalne kombinacije geometrijskih parametara za konstrukciju trocentrične krivine.

5.5 Predlog modifikacije postojeće geometrijske forme trocentrične krivine - rezultati primene razvijenog softverskog alata

U ovom poglavlju biće prikazani rezultati primene razvijenog softverskog alata, odnosno "3R_OPTIMA" AutoLISP rutine, za određivanje optimalnih kombinacija geometrijskih parametara u trocentričnim krivinama koje najbolje aproksimiraju trajektorije povlačenja izabranih vozila. Prvo su određene kombinacije geometrijskih parametara trocentričnih krivina koje najmanje odstupaju na "stranu sigurnosti" od trajektorija povlačenja svakog od izabranih vozila (solo autobus, tegljač sa poluprikolicom i kamion sa prikolicom) za različite radijuse i skretne uglove vodećih kružnih putanja. Potom su sračunate optimalne kombinacije geometrijskih parametara trocentričnih krivina koje najbolje aproksimiraju sve trajektorije povlačenja pojedinačnih tipova vozila, kao i optimalna kombinacija parametara "jedinствене" trocentrične krivine za aproksimaciju svih trajektorija povlačenja od svih vozila.

5.5.1 Geometrijske forme trocentričnih krivina za aproksimaciju trajektorija povlačenja solo autobusa

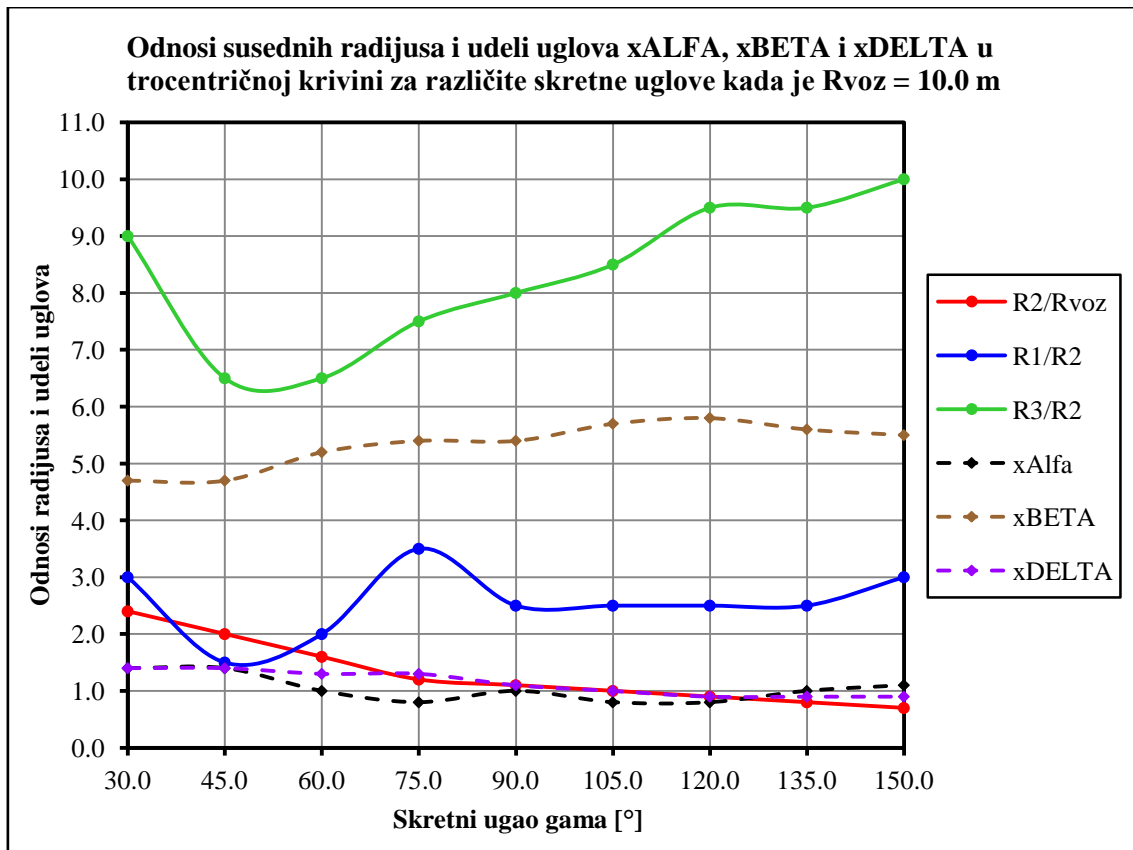
Optimalne kombinacije geometrijskih parametara trocentričnih krivina sračunate pomoću "3R_OPTIMA" rutine, koje najbolje aproksimiraju trajektorije povlačenja solo autobusa za različite radijuse i skretne uglove vodećih putanja, prikazane su u tabeli 5.1.

Tabela 5.1 Optimalne kombinacije geometrijskih parametara u trocentričnim krivinama koje najbolje aproksimiraju trajektorije povlačenja solo autobusa

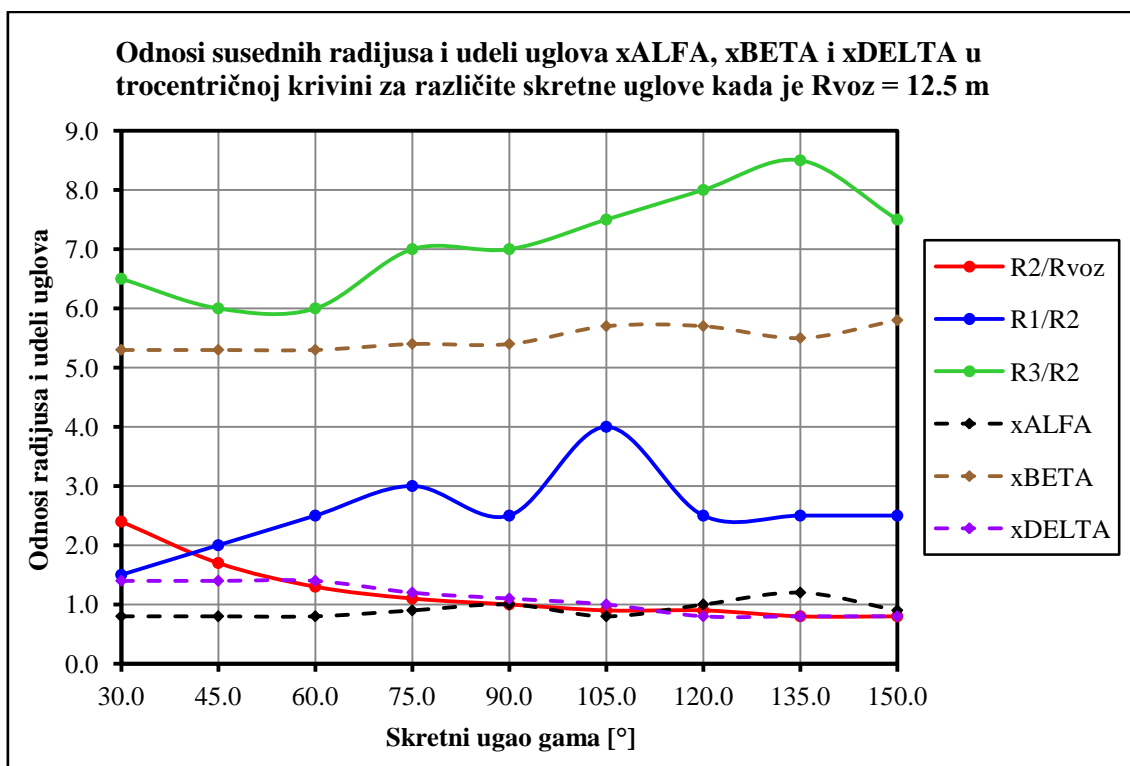
Rvoz [m]	gama [°]	R1 [m]	R2 [m]	R3 [m]	R1/R2	R2/Rvoz	R3/R2	xALFA	xBETA	xDELTA	R1/Rvoz	R3/Rvoz
10.00	30.00	72.000	24.000	216.000	3.00	2.40	9.00	1.40	4.70	1.40	7.20	21.60
10.00	45.00	30.000	20.000	130.000	1.50	2.00	6.50	1.40	4.70	1.40	3.00	13.00
10.00	60.00	32.000	16.000	104.000	2.00	1.60	6.50	1.00	5.20	1.30	3.20	10.40
10.00	75.00	42.000	12.000	90.000	3.50	1.20	7.50	0.80	5.40	1.30	4.20	9.00
10.00	90.00	27.500	11.000	88.000	2.50	1.10	8.00	1.00	5.40	1.10	2.75	8.80
10.00	105.00	25.000	10.000	85.000	2.50	1.00	8.50	0.80	5.70	1.00	2.50	8.50
10.00	120.00	22.500	9.000	85.500	2.50	0.90	9.50	0.80	5.80	0.90	2.25	8.55
10.00	135.00	20.000	8.000	76.000	2.50	0.80	9.50	1.00	5.60	0.90	2.00	7.60
10.00	150.00	21.000	7.000	70.000	3.00	0.70	10.00	1.10	5.50	0.90	2.10	7.00
12.50	30.00	45.000	30.000	195.000	1.50	2.40	6.50	0.80	5.30	1.40	3.60	15.60
12.50	45.00	42.500	21.250	127.500	2.00	1.70	6.00	0.80	5.30	1.40	3.40	10.20
12.50	60.00	40.625	16.250	97.500	2.50	1.30	6.00	0.80	5.30	1.40	3.25	7.80
12.50	75.00	41.250	13.750	96.250	3.00	1.10	7.00	0.90	5.40	1.20	3.30	7.70
12.50	90.00	31.250	12.500	87.500	2.50	1.00	7.00	1.00	5.40	1.10	2.50	7.00
12.50	105.00	45.000	11.250	84.375	4.00	0.90	7.50	0.80	5.70	1.00	3.60	6.75
12.50	120.00	28.125	11.250	90.000	2.50	0.90	8.00	1.00	5.70	0.80	2.25	7.20
12.50	135.00	25.000	10.000	85.000	2.50	0.80	8.50	1.20	5.50	0.80	2.00	6.80
12.50	150.00	25.000	10.000	75.000	2.50	0.80	7.50	0.90	5.80	0.80	2.00	6.00
15.00	30.00	99.000	33.000	165.000	3.00	2.20	5.00	0.80	5.30	1.40	6.60	11.00
15.00	45.00	56.250	22.500	123.750	2.50	1.50	5.50	0.80	5.30	1.40	3.75	8.25
15.00	60.00	39.000	19.500	107.250	2.00	1.30	5.50	0.80	5.50	1.20	2.60	7.15
15.00	75.00	41.250	16.500	99.000	2.50	1.10	6.00	0.80	5.60	1.10	2.75	6.60
15.00	90.00	37.500	15.000	105.000	2.50	1.00	7.00	1.00	5.60	0.90	2.50	7.00
15.00	105.00	40.500	13.500	94.500	3.00	0.90	7.00	0.90	5.70	0.90	2.70	6.30
15.00	120.00	33.750	13.500	87.750	2.50	0.90	6.50	0.90	5.80	0.80	2.25	5.85
15.00	135.00	36.000	12.000	84.000	3.00	0.80	7.00	1.10	5.60	0.80	2.40	5.60
15.00	150.00	30.000	12.000	78.000	2.50	0.80	6.50	1.00	5.70	0.80	2.00	5.20

Na osnovu sračunatih optimalnih kombinacija parametara trocentričnih krivina za aproksimaciju trajektorija povlačenja solo autobusa, na slikama 5.8, 5.9 i 5.10 redom su iscrtani dijagrami koji prikazuju promenu odnosa susednih radijusa i udela uglova u trocentričnim krivinama pojedinačno za sve analizirane radijuse vodećih kružnih putanja ($R_{voz} = 10.0 \text{ m}$, 12.5 m i 15.0 m). Korišćene su posebne krive kako bi se jasno prikazale promene odnosa radijusa ($R1/R2$, $R2/R_{voz}$ i $R3/R2$) i udela uglova ($xALFA$, $xBETA$ i $xDELTA$) u optimalnim kombinacijama parametara trocentričnih krivina na celom intervalu promene vrednosti skretnih uglova ($\gamma = 30.0^\circ - 150.0^\circ$).

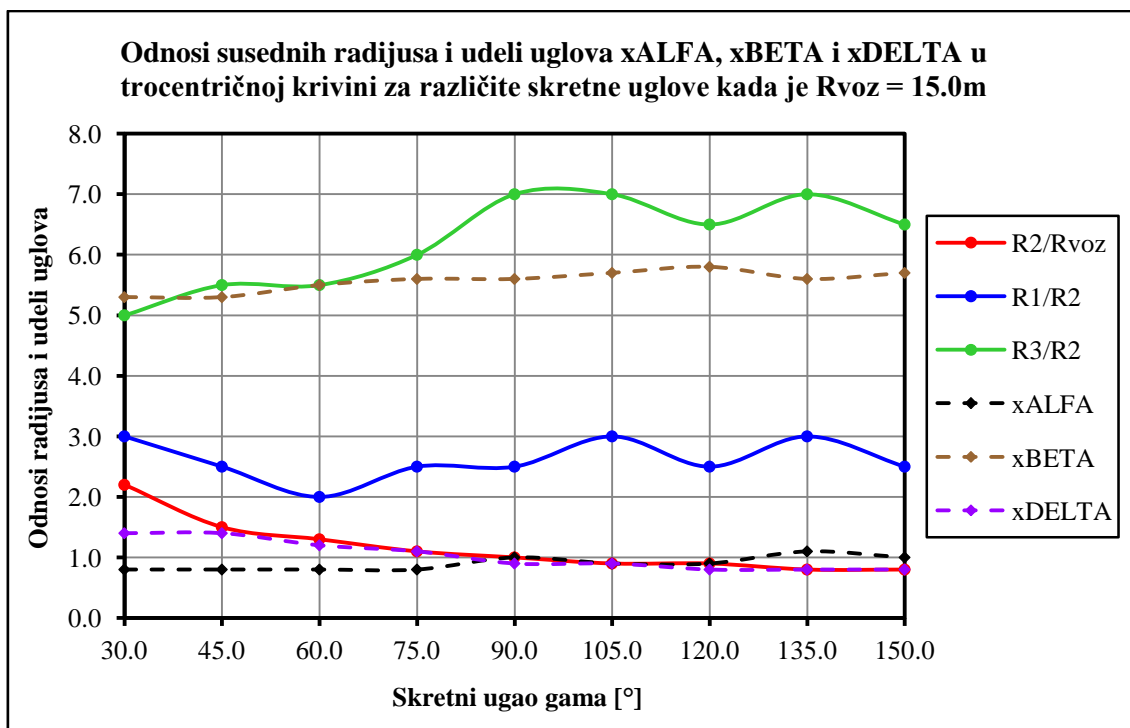
Kao što se može videti sa sva tri dijagrama (slike 5.8, 5.9 i 5.10), odnosi susednih radijusa $R1/R2$ i $R3/R2$ više "osciliraju" sa promenom vrednosti skretnih uglova u poređenju sa odnosima radijusa $R2/R_{voz}$. Kod promene udela susednih uglova $xALFA$, $xBETA$ i $xDELTA$ situacija je drugačija. Naime, udeli uglova $xALFA$ i $xDELTA$ ravnomernije se menjaju u poređenju sa udelima uglova $xBETA$ na posmatranom intervalu vrednosti skretnih uglova γ .



Slika 5.8 Dijagram sa optimalnim kombinacijama parametara trocentričnih krivina koje aproksimiraju trajektorije povlačenja solo autobusa kada je $R_{voz} = 10.0 \text{ m}$

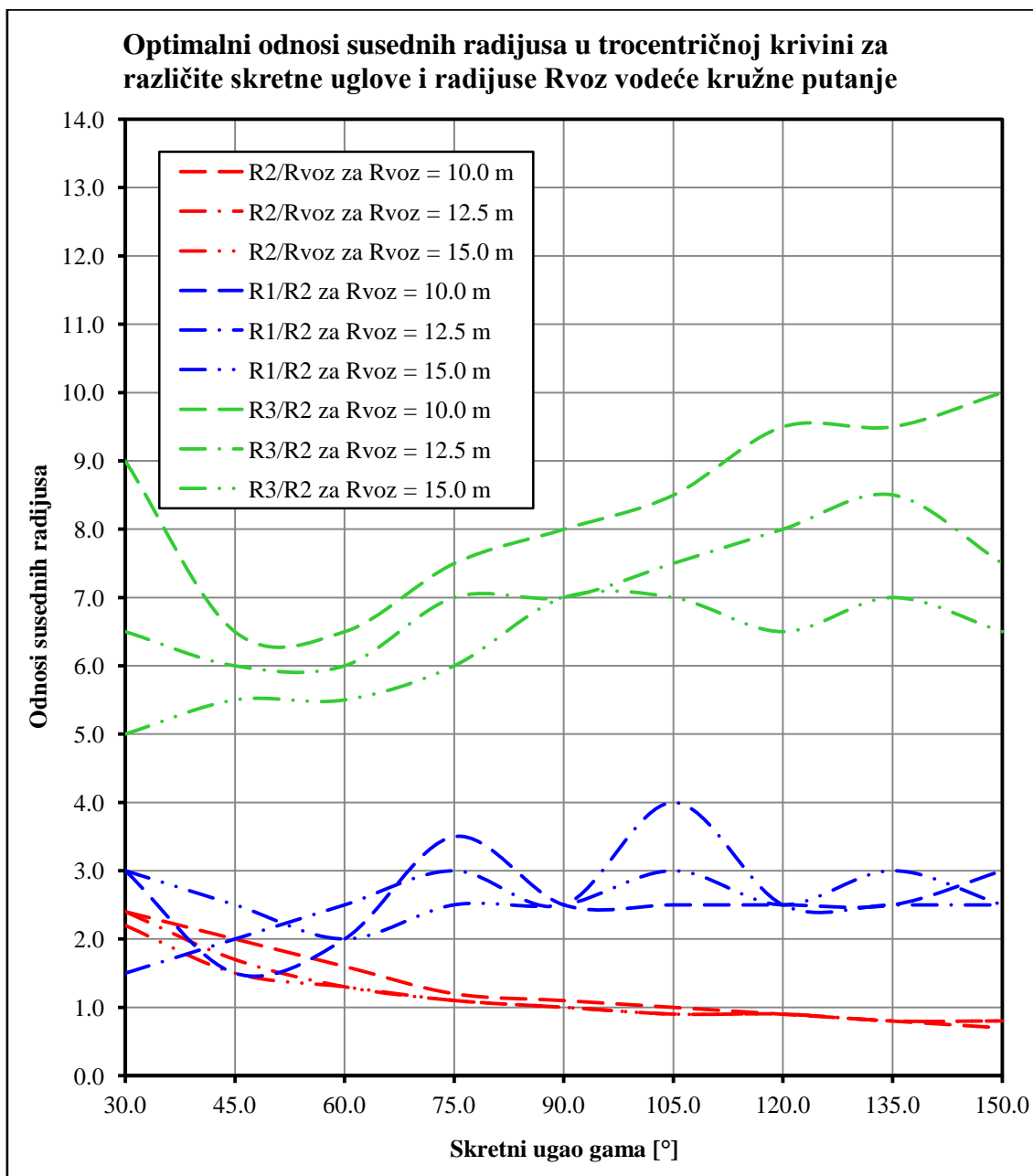


Slika 5.9 Dijagram sa optimalnim kombinacijama parametara trocentričnih krivina koje aproksimiraju trajektorije povlačenja solo autobusa kada je $R_{voz} = 12.5$ m



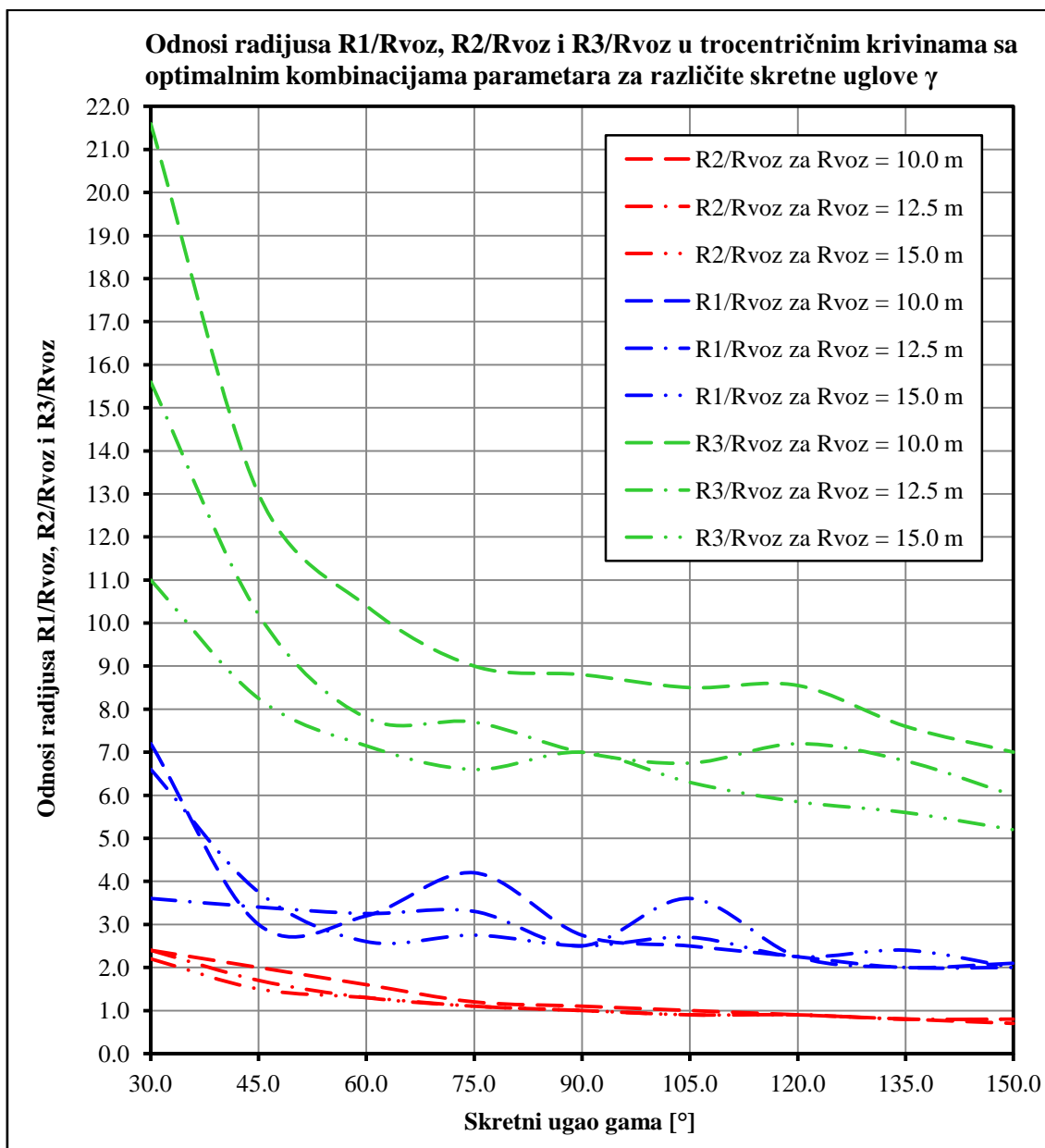
Slika 5.10 Dijagram sa optimalnim kombinacijama parametara trocentričnih krivina koje aproksimiraju trajektorije povlačenja solo autobusa kada je $R_{voz} = 15.0$ m

U cilju jasnijeg sagledavanja odnosa susednih radijusa za sve vožene radijuse vodećih kružnih putanja solo autobusa ($R_{voz} = 10.0$ m, 12.5 m i 15.0 m), na izdvojenom (sumarnom) dijagramu na slici 5.11 prikazana je samo promena odnosa radijusa $R1/R2$, $R2/R_{voz}$ i $R3/R2$ za sve vrednosti skretnih uglova γ . Tu se lako uočava da se, za razliku od odnosa susednih radijusa $R1/R2$ i $R3/R2$, optimalni odnosi radijusa $R2/R_{voz}$ za sve analizirane vrednosti R_{voz} menjaju po krivama veoma sličnog oblika, odnosno, slične funkcionalne zavisnosti.



Slika 5.11 Zbirni dijagram sa optimalnim odnosima susednih radijusa u trocentričnim krivinama koje aproksimiraju trajektorije povlačenja solo autobusa za sve R_{voz}

U posebnim sivo obojenim kolonama na kraju tabele 5.1 izračunati su odnosi radijusa $R1$ i $R3$ iz trocentričnih krivina sa optimalnim kombinacijama parametara i radijusa R_{voz} vodećih kružnih putanja solo autobusa. Zatim su tako sračunati odnosi radijusa $R1/R_{voz}$, $R2/R_{voz}$ i $R3/R_{voz}$ prikazani u vidu zbirnog dijagrama na slici 5.12.



Slika 5.12 Dijagram sa odnosima radijusa $R1/R_{voz}$, $R2/R_{voz}$ i $R3/R_{voz}$ u trocentričnim krivinama za aproksimaciju trajektorija povlačenja solo autobusa

Na dijagramu sa slike 5.12 takođe se vidi da se odnosi optimalnih radijusa $R2/R_{voz}$, za razliku od odnosa $R1/R_{voz}$ i $R3/R_{voz}$, menjaju po sličnoj zakonitosti za sve vožene radijuse R_{voz} solo autobusa, a naročito za skretne uglove γ veće od 75° .

5.5.2 Geometrijske forme trocentričnih krivina za aproksimaciju trajektorija povlačenja tegljača sa poluprikolicom

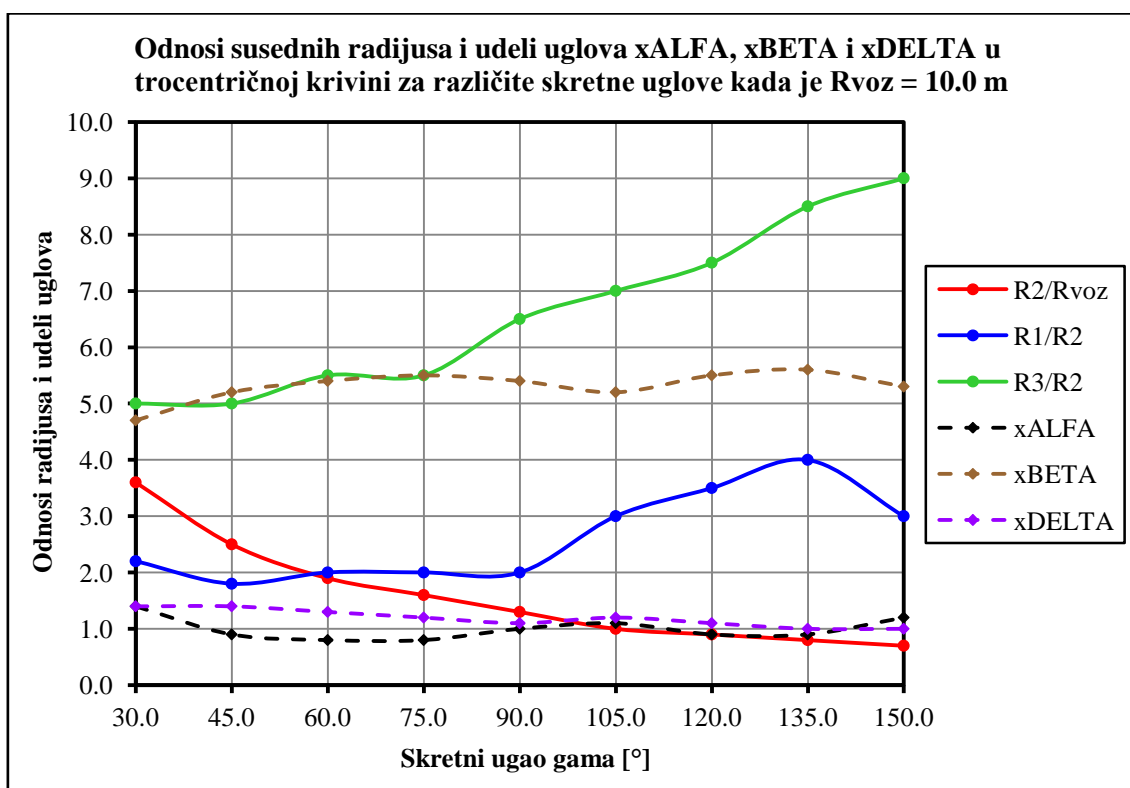
Optimalne kombinacije geometrijskih parametara trocentričnih krivina, koje najmanje odstupaju na "stranu sigurnosti" od trajektorija povlačenja tegljača sa poluprikolicom za različite radijuse i skretne uglove vodećih putanja, prikazane su u tabeli 5.2.

Tabela 5.2 Optimalne kombinacije geometrijskih parametara u trocentričnim krivinama koje najbolje aproksimiraju trajektorije povlačenja tegljača sa poluprikolicom

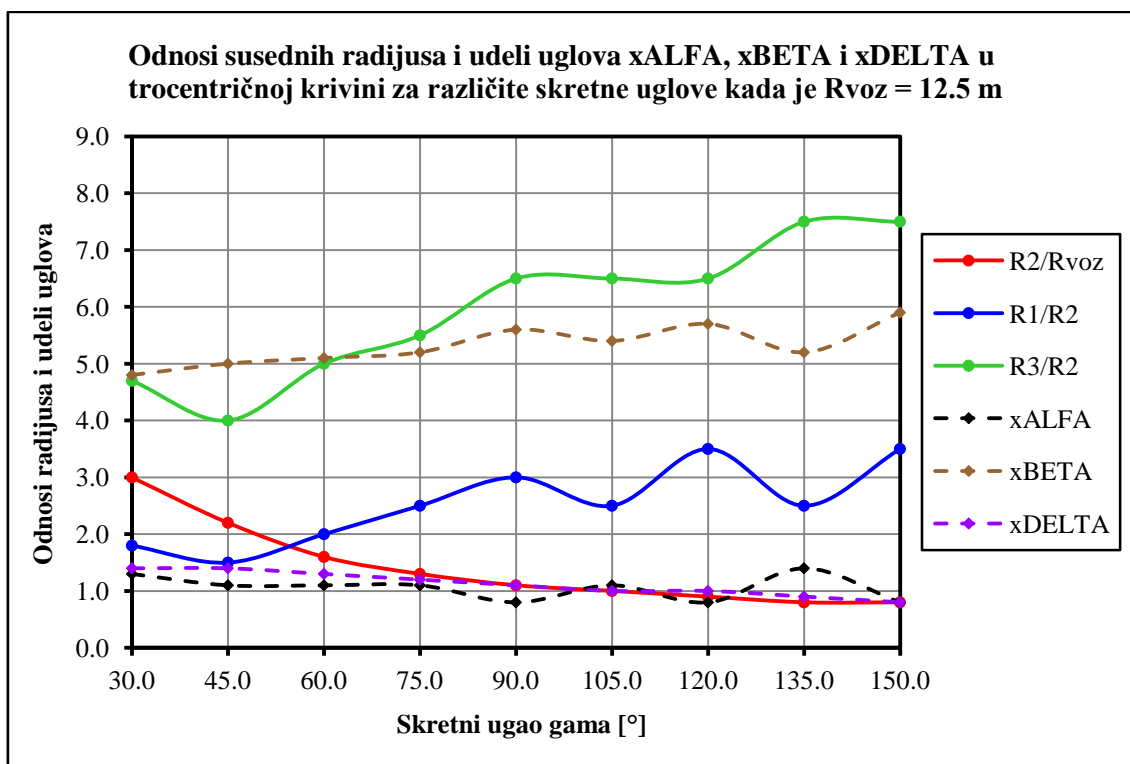
Rvoz [m]	gama [°]	R1 [m]	R2 [m]	R3 [m]	R1/R2	R2/Rvoz	R3/R2	xALFA	xBETA	xDELTA	R1/Rvoz	R3/Rvoz
10.00	30.00	79.200	36.000	180.000	2.20	3.60	5.00	1.40	4.70	1.40	7.92	18.00
10.00	45.00	45.000	25.000	125.000	1.80	2.50	5.00	0.90	5.20	1.40	4.50	12.50
10.00	60.00	38.000	19.000	104.500	2.00	1.90	5.50	0.80	5.40	1.30	3.80	10.45
10.00	75.00	32.000	16.000	88.000	2.00	1.60	5.50	0.80	5.50	1.20	3.20	8.80
10.00	90.00	26.000	13.000	84.500	2.00	1.30	6.50	1.00	5.40	1.10	2.60	8.45
10.00	105.00	30.000	10.000	70.000	3.00	1.00	7.00	1.10	5.20	1.20	3.00	7.00
10.00	120.00	31.500	9.000	67.500	3.50	0.90	7.50	0.90	5.50	1.10	3.15	6.75
10.00	135.00	32.000	8.000	68.000	4.00	0.80	8.50	0.90	5.60	1.00	3.20	6.80
10.00	150.00	21.000	7.000	63.000	3.00	0.70	9.00	1.20	5.30	1.00	2.10	6.30
12.50	30.00	67.500	37.500	176.250	1.80	3.00	4.70	1.30	4.80	1.40	5.40	14.10
12.50	45.00	41.250	27.500	110.000	1.50	2.20	4.00	1.10	5.00	1.40	3.30	8.80
12.50	60.00	40.000	20.000	100.000	2.00	1.60	5.00	1.10	5.10	1.30	3.20	8.00
12.50	75.00	40.625	16.250	89.375	2.50	1.30	5.50	1.10	5.20	1.20	3.25	7.15
12.50	90.00	41.250	13.750	89.375	3.00	1.10	6.50	0.80	5.60	1.10	3.30	7.15
12.50	105.00	31.250	12.500	81.250	2.50	1.00	6.50	1.10	5.40	1.00	2.50	6.50
12.50	120.00	39.375	11.250	73.125	3.50	0.90	6.50	0.80	5.70	1.00	3.15	5.85
12.50	135.00	25.000	10.000	75.000	2.50	0.80	7.50	1.40	5.20	0.90	2.00	6.00
12.50	150.00	35.000	10.000	75.000	3.50	0.80	7.50	0.80	5.90	0.80	2.80	6.00
15.00	30.00	90.000	36.000	198.000	2.50	2.40	5.50	0.80	5.30	1.40	6.00	13.20
15.00	45.00	67.500	27.000	121.500	2.50	1.80	4.50	0.80	5.30	1.40	4.50	8.10
15.00	60.00	56.250	22.500	101.250	2.50	1.50	4.50	0.80	5.50	1.20	3.75	6.75
15.00	75.00	45.000	18.000	99.000	2.50	1.20	5.50	1.00	5.40	1.10	3.00	6.60
15.00	90.00	41.250	16.500	90.750	2.50	1.10	5.50	0.80	5.70	1.00	2.75	6.05
15.00	105.00	45.000	15.000	105.000	3.00	1.00	7.00	0.80	5.90	0.80	3.00	7.00
15.00	120.00	47.250	13.500	94.500	3.50	0.90	7.00	0.80	5.90	0.80	3.15	6.30
15.00	135.00	33.750	13.500	74.250	2.50	0.90	5.50	0.80	5.90	0.80	2.25	4.95
15.00	150.00	30.000	12.000	72.000	2.50	0.80	6.00	1.20	5.50	0.80	2.00	4.80

Na osnovu optimalnih kombinacija parametara trocentričnih krivina za aproksimaciju trajektorija povlačenja tegljača sa poluprikolicom sračunatih u tabeli 5.2, na slikama 5.13, 5.14 i 5.15 redom su iscrtani dijagrami koji prikazuju promenu odnosa susednih radijusa i udela uglova u trocentričnim krivinama. Zapravo, po jedan ovakav dijagram iscrtan je za svaki od radijusa vodećih kružnih putanja ($R_{voz} = 10.0 \text{ m}$, 12.5 m i 15.0 m). Kao i u prethodnom slučaju kod solo autobusa, prikazane su promene odnosa radijusa ($R1/R2$, $R2/R_{voz}$ i $R3/R2$) i udela uglova ($xALFA$, $xBETA$ i $xDELTA$) iz trocentričnih krivina sa optimalnim kombinacijama parametara za sve analizirane skretne uglove vodećih kružnih putanja ($\gamma = 30.0^\circ - 150.0^\circ$).

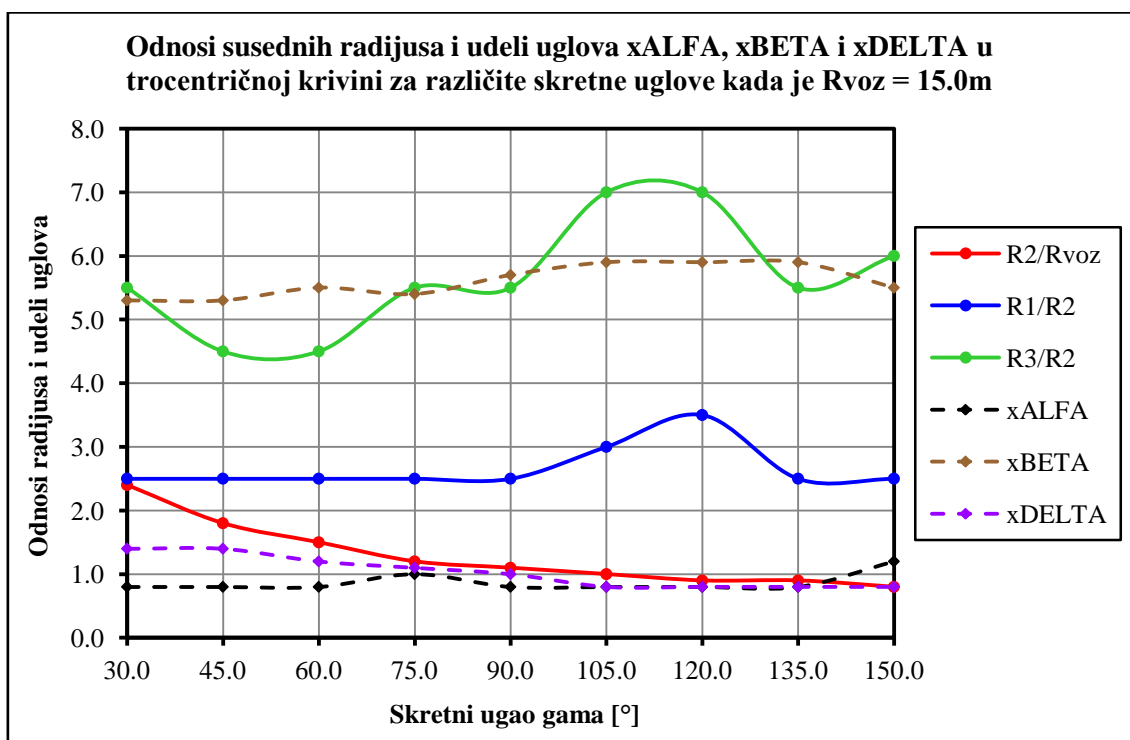
Posmatrajući istovremeno sva tri dijagrama (slike 5.13, 5.14 i 5.15), može se zapaziti da se odnosi radijusa $R2/R_{voz}$ menjaju po skoro ustaljenom obrascu (kontinualnim krivama) na celom intervalu promene vrednosti skretnih uglova γ , za razliku od odnosa susednih radijusa $R1/R2$ i $R3/R2$. Jasno se može uočiti tendencija da se sa porastom vrednosti skretnih uglova γ za različite vožene radijuse R_{voz} , odnosi radijusa $R2/R_{voz}$ u trocentričnim krivinama sa optimalnim kombinacijama parametara postepeno smanjuju.



Slika 5.13 Dijagram sa optimalnim kombinacijama parametara trocentričnih krivina koje aproksimiraju trajektorije povlačenja tegljača sa poluprikolicom za $R_{voz} = 10.0 \text{ m}$



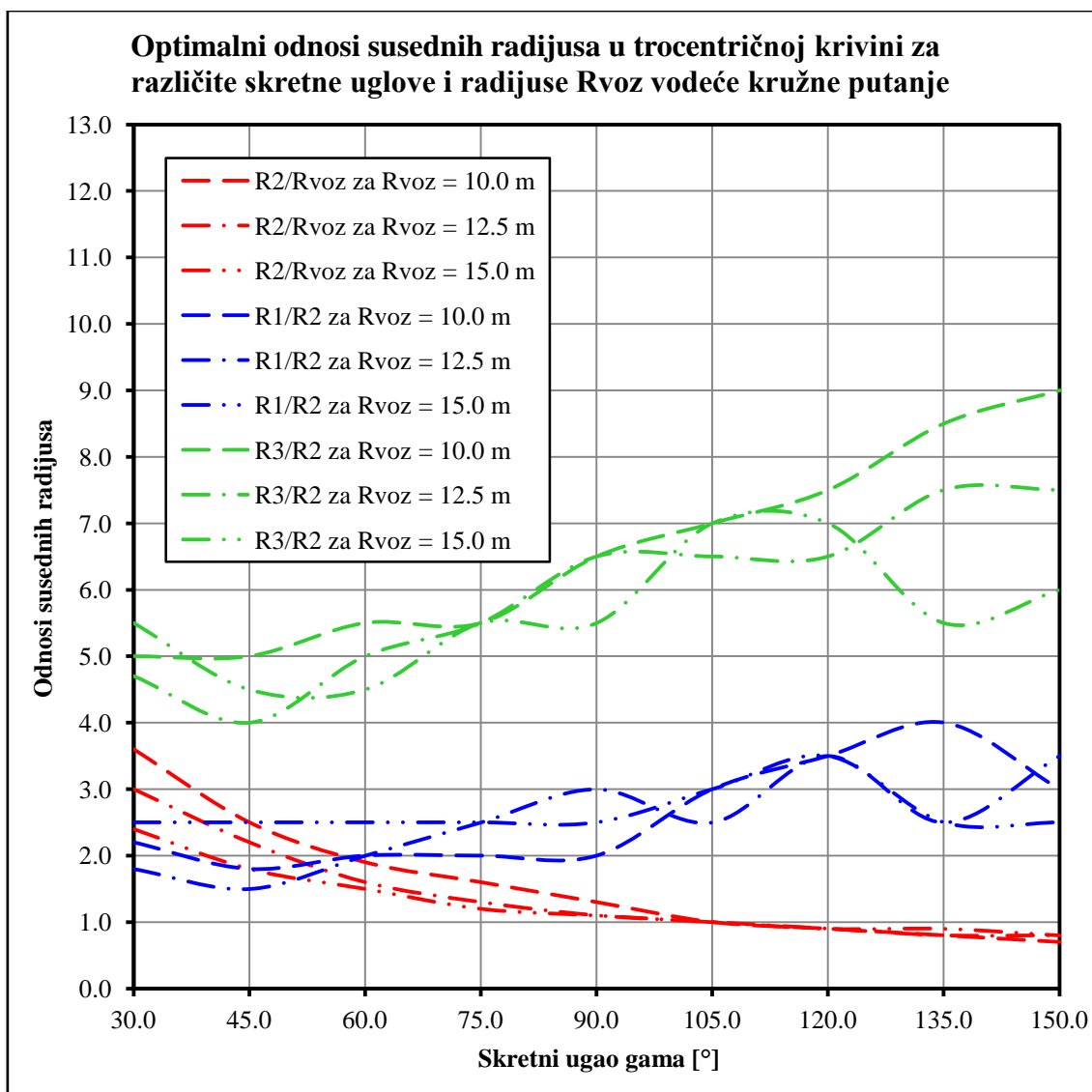
Slika 5.14 Dijagram sa optimalnim kombinacijama parametara trocentričnih krivina koje aproksimiraju trajektorije povlačenja tegljača sa poluprikolicom za $R_{voz} = 12.5$ m



Slika 5.15 Dijagram sa optimalnim kombinacijama parametara trocentričnih krivina koje aproksimiraju trajektorije povlačenja tegljača sa poluprikolicom za $R_{voz} = 15.0$ m

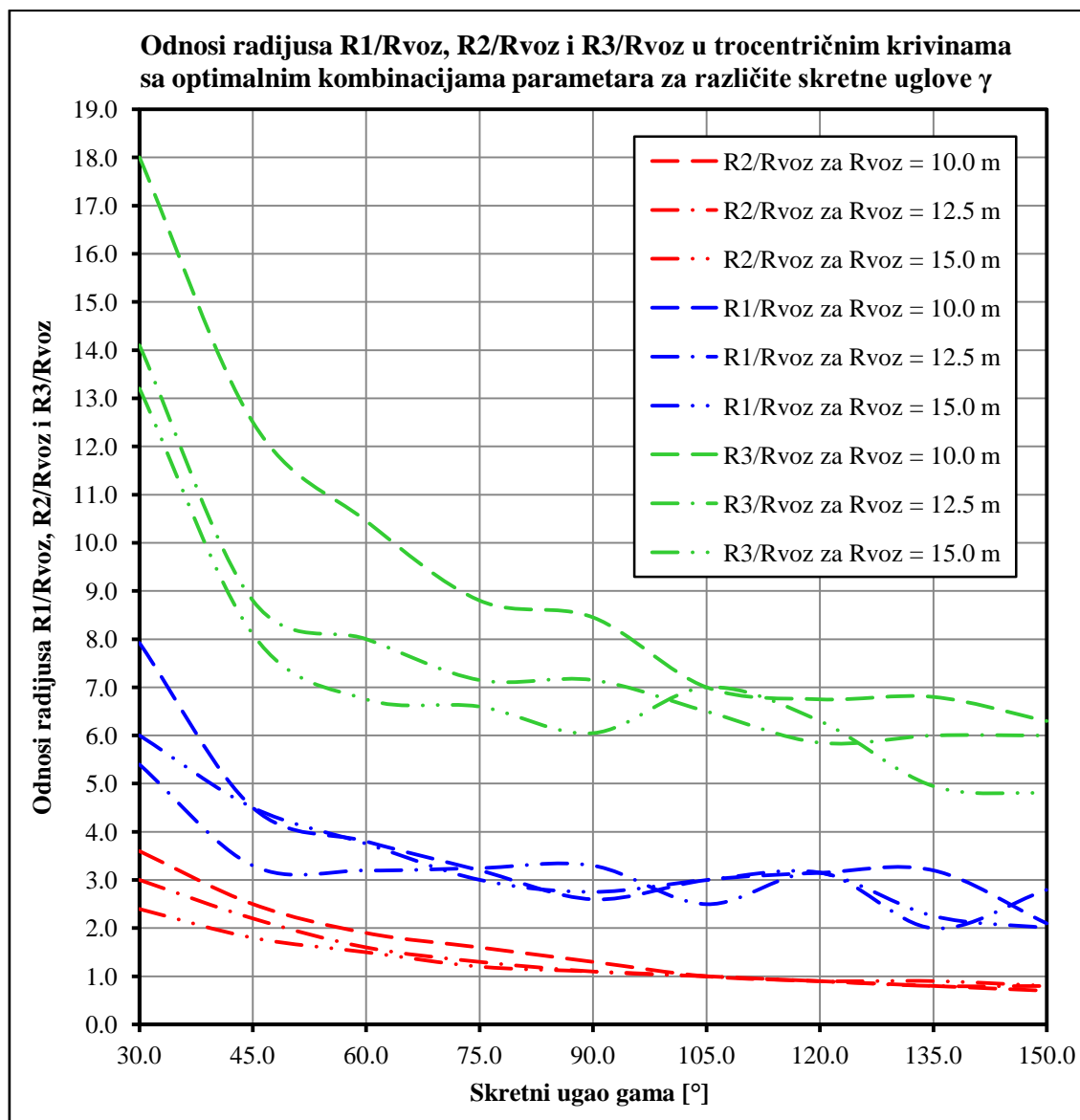
S druge strane, kod promene udela susednih uglova $xALFA$, $xBETA$ i $xDELTA$ na posmatranom intervalu vrednosti skretne uglova, ne može se izdvojiti neka logična zakonomernost ili tendencija.

Na posebnom (sumarnom) dijagramu (slika 5.16) istovremeno je prikazana promena odnosa radijusa $R1/R2$, $R2/R_{voz}$ i $R3/R2$ za sve vožene radijuse R_{voz} ($R_{voz} = 10.0$ m, 12.5 m i 15.0 m) i skretne uglove γ ($\gamma = 30.0^\circ, 45.0^\circ, \dots, 150.0^\circ$) vodećih kružnih putanja tegljača sa poluprikolicom. Sa ovog dijagrama odmah se vidi da se za skretne uglove veće od 105.0° odnosi radijusa $R2/R_{voz}$ menjaju po krivama gotovo istog oblika, bez obzira na veličinu voženog radijusa R_{voz} .



Slika 5.16 Zbirni dijagram sa optimalnim odnosima susednih radijusa u trocentričnim krivinama koje aproksimiraju trajektorije povlačenja tegljača sa poluprikolicom za sve R_{voz}

Na kraju tabele 5.2 u poslednjim (sivim) kolonama, izračunati su odnosi radijusa $R1$ i $R3$ iz trocentričnih krivina sa optimalnim kombinacijama parametara i radijusa $Rvoz$ vodećih kružnih putanja tegljača sa poluprikolicom. Posle su svi sračunati odnosi radijusa $R1/Rvoz$, $R2/Rvoz$ i $R3/Rvoz$ iscrtani u vidu zbirnog dijagrama na slici 5.17.



Slika 5.17 Dijagram sa odnosima radijusa $R1/Rvoz$, $R2/Rvoz$ i $R3/Rvoz$ u trocentričnim krivinama koje aproksimiraju trajektorije povlačenja tegljača sa poluprikolicom

Slično kao na dijagramu za solo autobus (slika 5.12), i na dijagramu sa slike 5.17 očigledno je da se odnosi radijusa $R2/Rvoz$ iz trocentričnih krivina, koje najbolje aproksimiraju trajektorije povlačenja tegljača sa poluprikolicom, menjaju po skoro istoj zakonitosti za sve vožene radijuse $Rvoz$ i skretne uglove γ veće od 105.0° .

5.5.3 Geometrijske forme trocentričnih krivina za aproksimaciju trajektorija povlačenja kamiona sa prikolicom

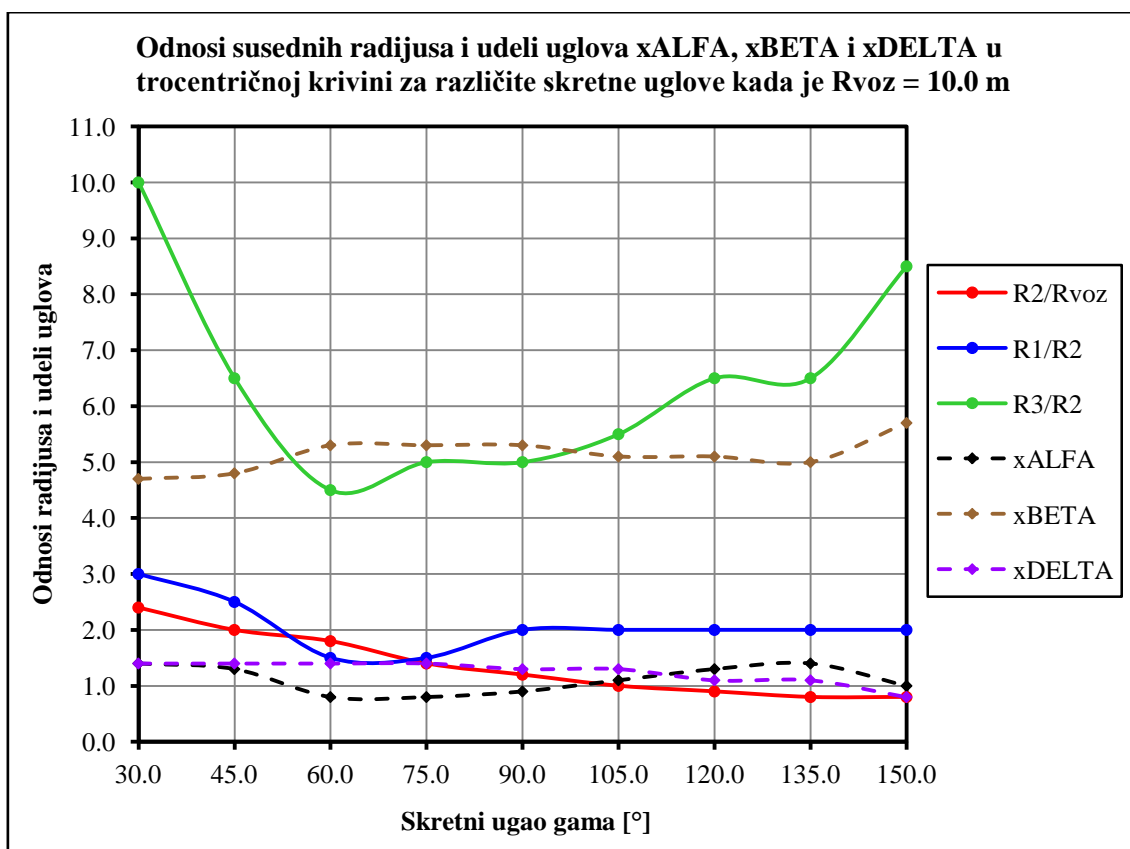
U tabeli 5.3 prikazane su optimalne kombinacije parametara trocentričnih krivina, sračunate pomoću "3R_OPTIMA" rutine, koje najbolje aproksimiraju trajektorije povlačenja kamiona sa prikolicom za različite radijuse i skretne uglove vodećih putanja.

Tabela 5.3 Optimalne kombinacije geometrijskih parametara u trocentričnim krivinama koje najbolje aproksimiraju trajektorije povlačenja kamiona sa prikolicom

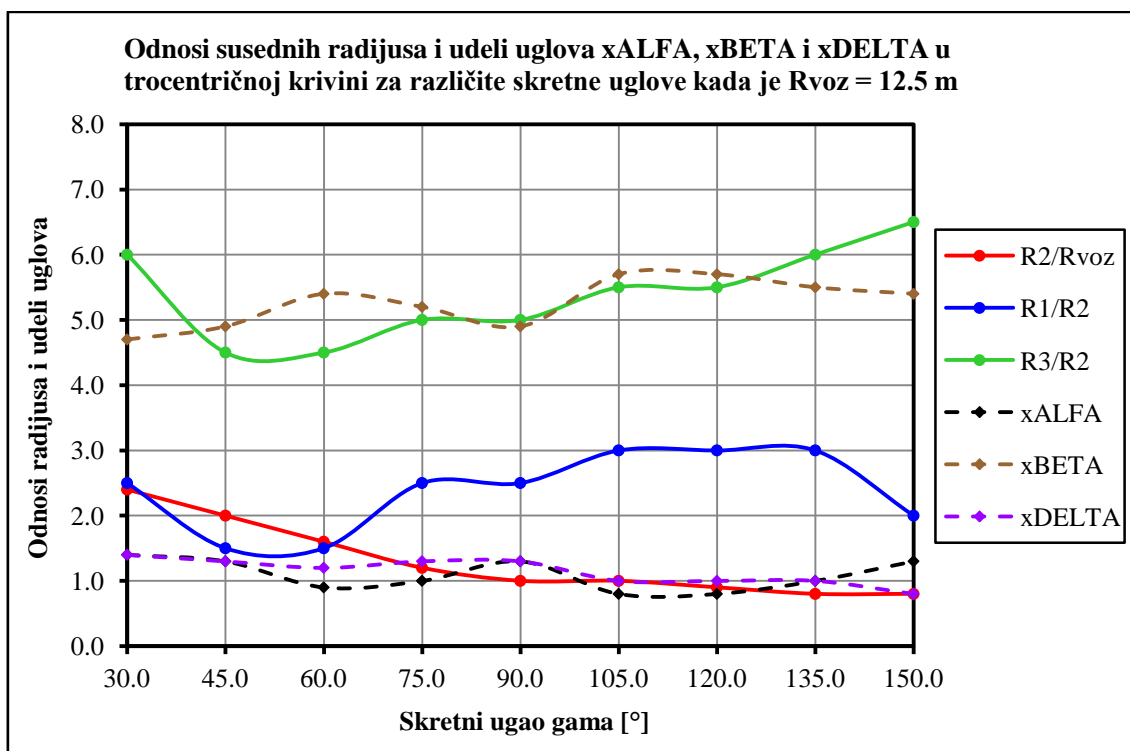
Rvoz [m]	gama [°]	R1 [m]	R2 [m]	R3 [m]	R1/R2	R2/Rvoz	R3/R2	xALFA	xBETA	xDELTA	R1/Rvoz	R3/Rvoz
10.00	30.00	72.000	24.000	240.000	3.00	2.40	10.00	1.40	4.70	1.40	7.20	24.00
10.00	45.00	50.000	20.000	130.000	2.50	2.00	6.50	1.30	4.80	1.40	5.00	13.00
10.00	60.00	27.000	18.000	81.000	1.50	1.80	4.50	0.80	5.30	1.40	2.70	8.10
10.00	75.00	21.000	14.000	70.000	1.50	1.40	5.00	0.80	5.30	1.40	2.10	7.00
10.00	90.00	24.000	12.000	60.000	2.00	1.20	5.00	0.90	5.30	1.30	2.40	6.00
10.00	105.00	20.000	10.000	55.000	2.00	1.00	5.50	1.10	5.10	1.30	2.00	5.50
10.00	120.00	18.000	9.000	58.500	2.00	0.90	6.50	1.30	5.10	1.10	1.80	5.85
10.00	135.00	16.000	8.000	52.000	2.00	0.80	6.50	1.40	5.00	1.10	1.60	5.20
10.00	150.00	16.000	8.000	68.000	2.00	0.80	8.50	1.00	5.70	0.80	1.60	6.80
12.50	30.00	75.000	30.000	180.000	2.50	2.40	6.00	1.40	4.70	1.40	6.00	14.40
12.50	45.00	37.500	25.000	112.500	1.50	2.00	4.50	1.30	4.90	1.30	3.00	9.00
12.50	60.00	30.000	20.000	90.000	1.50	1.60	4.50	0.90	5.40	1.20	2.40	7.20
12.50	75.00	37.500	15.000	75.000	2.50	1.20	5.00	1.00	5.20	1.30	3.00	6.00
12.50	90.00	31.250	12.500	62.500	2.50	1.00	5.00	1.30	4.90	1.30	2.50	5.00
12.50	105.00	37.500	12.500	68.750	3.00	1.00	5.50	0.80	5.70	1.00	3.00	5.50
12.50	120.00	33.750	11.250	61.875	3.00	0.90	5.50	0.80	5.70	1.00	2.70	4.95
12.50	135.00	30.000	10.000	60.000	3.00	0.80	6.00	1.00	5.50	1.00	2.40	4.80
12.50	150.00	20.000	10.000	65.000	2.00	0.80	6.50	1.30	5.40	0.80	1.60	5.20
15.00	30.00	54.000	36.000	144.000	1.50	2.40	4.00	0.80	5.30	1.40	3.60	9.60
15.00	45.00	38.250	25.500	102.000	1.50	1.70	4.00	1.40	4.70	1.40	2.55	6.80
15.00	60.00	31.500	21.000	94.500	1.50	1.40	4.50	0.90	5.40	1.20	2.10	6.30
15.00	75.00	33.000	16.500	74.250	2.00	1.10	4.50	1.20	5.00	1.30	2.20	4.95
15.00	90.00	30.000	15.000	75.000	2.00	1.00	5.00	1.30	5.10	1.10	2.00	5.00
15.00	105.00	33.750	13.500	67.500	2.50	0.90	5.00	1.10	5.30	1.10	2.25	4.50
15.00	120.00	40.500	13.500	67.500	3.00	0.90	5.00	0.80	5.80	0.90	2.70	4.50
15.00	135.00	30.000	12.000	54.000	2.50	0.80	4.50	1.20	5.20	1.10	2.00	3.60
15.00	150.00	30.000	12.000	66.000	2.50	0.80	5.50	1.20	5.50	0.80	2.00	4.40

Na osnovu optimalnih kombinacija parametara trocentričnih krivina sračunatih u tabeli 5.3, na slikama 5.18, 5.19 i 5.20 redom su iscrtani dijagrami koji prikazuju promenu odnosa susednih radijusa i udela uglova u trocentričnim krivinama, posebno za svaki od analiziranih radijusa vodećih kružnih putanja ($R_{voz} = 10.0$ m, 12.5 m i 15.0m). Isto kao kod solo autobusa i tegljača sa poluprikolicom, pomoću zasebnih krivih prikazane su promene svih odnosa radijusa ($R1/R2$, $R2/R_{voz}$ i $R3/R2$) i udela uglova ($xALFA$, $xBETA$ i $xDELTA$) u trocentričnim krivinama sa optimalnim kombinacijama parametara na celom opsegu analiziranih skretnih uglova ($\gamma = 30.0^\circ - 150.0^\circ$).

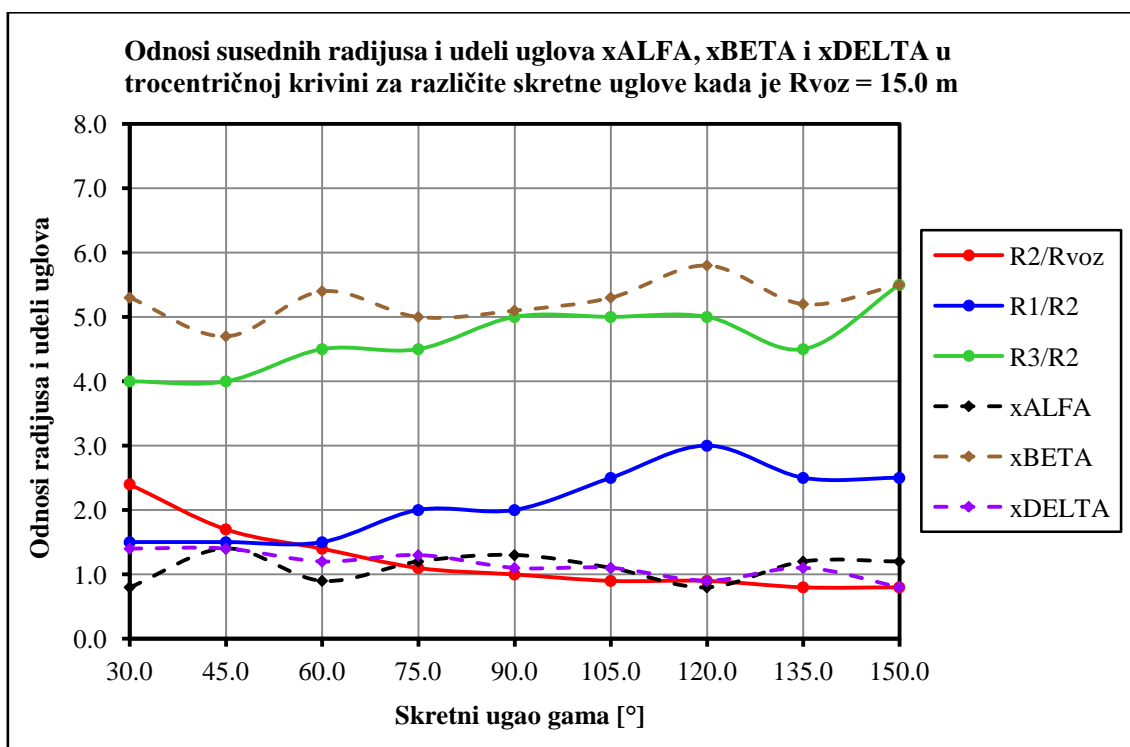
Ako se istovremeno posmatraju sva tri dijagrama (slike 5.18, 5.19 i 5.20) može se zaključiti da se odnosi radijusa $R2/R_{voz}$, za razliku od odnosa $R1/R2$ i $R3/R2$, ravnomerno menjaju, tj. opadaju po krivama kontinualnog oblika za sve analizirane vrednosti skretnih uglova γ . Jednostavnije rečeno, sa porastom vrednosti skretnih uglova γ za sve vožene radijuse R_{voz} , odnosi radijusa $R2/R_{voz}$ u trocentričnim krivinama sa optimalnim kombinacijama parametara postepeno se smanjuju.



Slika 5.18 Dijagram sa optimalnim kombinacijama parametara trocentričnih krivina koje aproksimiraju trajektorije povlačenja kamiona sa prikolicom za $R_{voz} = 10.0$ m



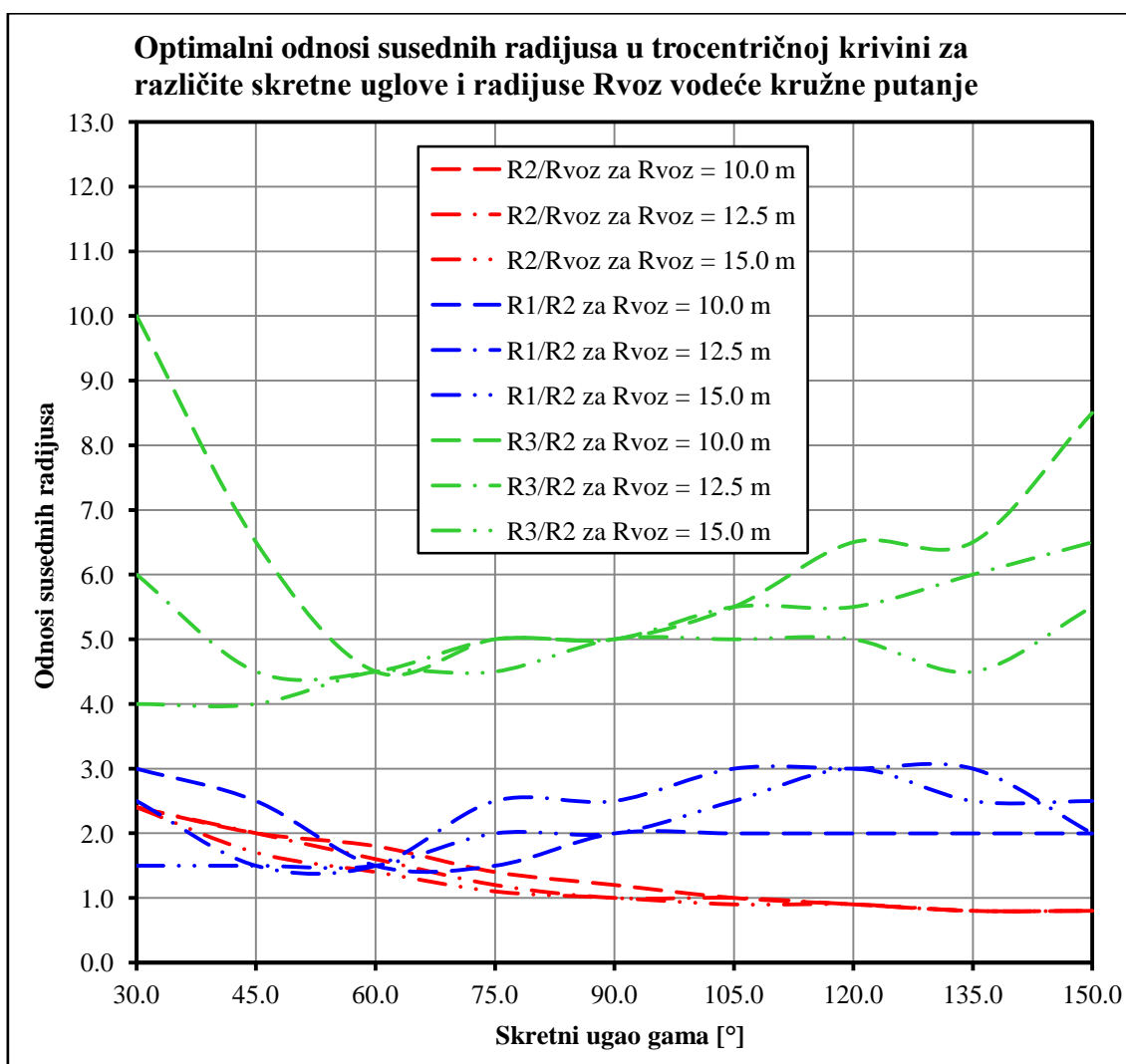
Slika 5.19 Dijagram sa optimalnim kombinacijama parametara trocentričnih krivina koje aproksimiraju trajektorije povlačenja kamiona sa prikolicom za $R_{voz} = 12.5$ m



Slika 5.20 Dijagram sa optimalnim kombinacijama parametara trocentričnih krivina koje aproksimiraju trajektorije povlačenja kamiona sa prikolicom za $R_{voz} = 15.0$ m

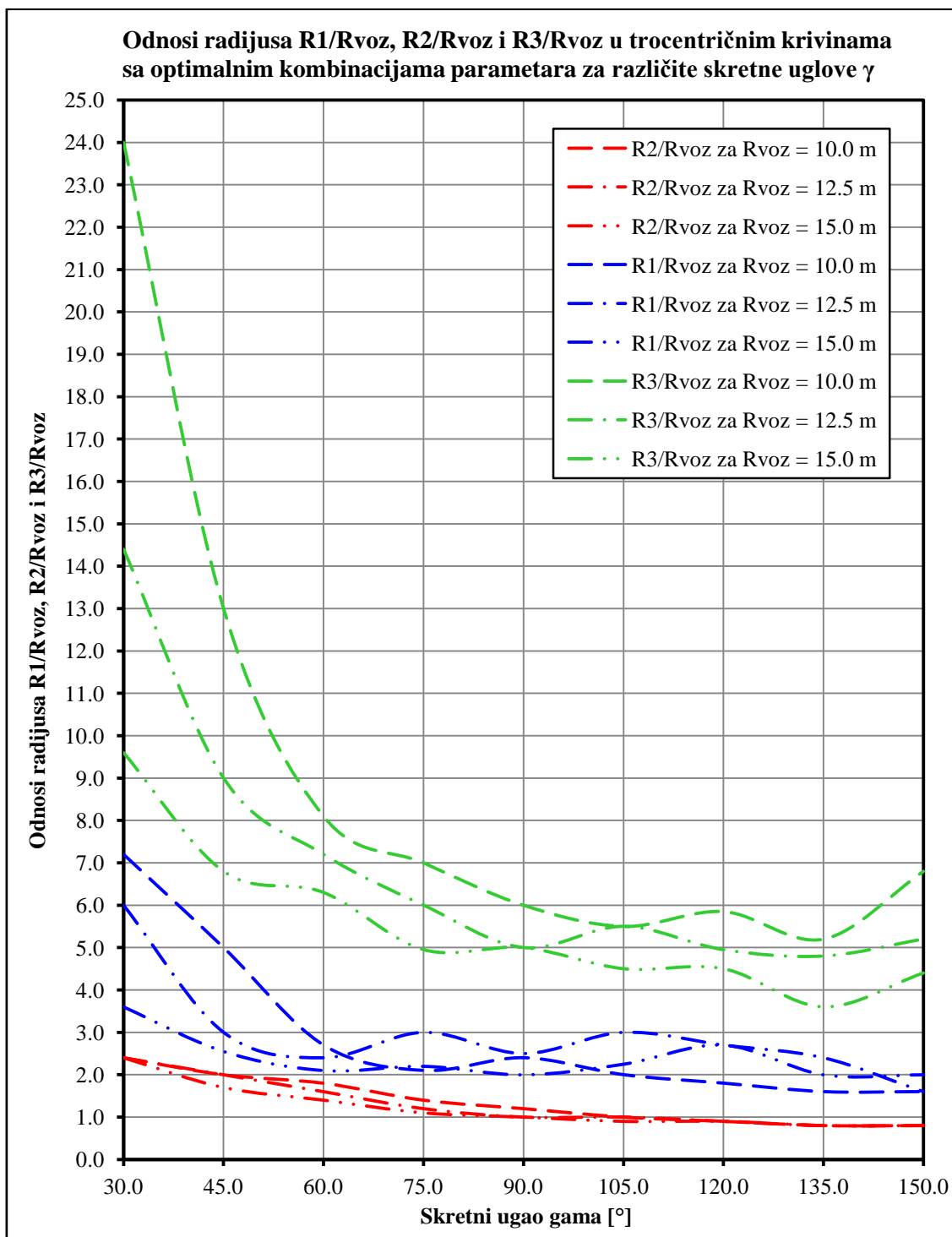
Kada se odvojeno posmatraju samo udeli susednih uglova $xALFA$, $xBETA$ i $xDELTA$ na celom intervalu vrednosti skretne uglova kod sva tri prethodna dijagrama, ne mogu se doneti konkretni zaključci o nekoj zakonomernosti (trendu) njihove promene.

Radi uporednog sagledavanja odnosa susednih radijusa za sve vožene radijuse R_{voz} ($R_{voz} = 10.0$ m, 12.5 m i 15.0 m) i skretne uglove γ ($\gamma = 30.0^\circ - 150.0^\circ$) vodećih kružnih putanja kamiona sa prikolicom, na izdvojenom sumarnom dijagramu (slika 5.21) prikazane su samo krive sa promenom odnosa radijusa $R1/R2$, $R2/R_{voz}$ i $R3/R2$. Slično kao kod tegljača sa poluprikolicom (slika 5.16), sa dijagrama na slici 5.21 takođe se vidi da se za skretne uglove veće od 105.0° odnosi radijusa $R2/R_{voz}$ menjaju po krivama gotovo istog oblika, bez obzira na veličinu voženog radijusa R_{voz} .



Slika 5.21 Zbirni dijagram sa optimalnim odnosima susednih radijusa u trocentričnim krivinama koje aproksimiraju trajektorije povlačenja kamiona sa prikolicom za sve R_{voz}

U poslednjim kolonama na kraju tabele 5.3 izračunati su odnosi radijusa $R1$ i $R3$ iz trocentričnih krivina sa optimalnim kombinacijama parametara i radijusa R_{voz} vodećih putanja kamiona sa prikolicom. Krive sa odnosima radijusa $R1/R_{voz}$, $R2/R_{voz}$ i $R3/R_{voz}$, za sve analizirane vrednosti R_{voz} i γ , prikazane su na zbirnom dijagramu na slici 5.22.



Slika 5.22 Dijagram sa odnosima radijusa $R1/R_{voz}$, $R2/R_{voz}$ i $R3/R_{voz}$ u trocentričnim krivinama koje aproksimiraju trajektorije povlačenja kamiona sa prikolicom

Analogno istom tipu dijagrama za tegljač sa poluprikolicom (slika 5.17), i sa dijagrama na slici 5.22 za kamion sa prikolicom takođe se vidi da se odnosi radijusa $R2/R_{voz}$ u trocentričnim krivinama sa optimalnim kombinacijama parametara, menjaju po krivama istog oblika za sve vožene radijuse R_{voz} i skretne uglove γ veće od 105.0° .

5.5.4 Geometrijske forme trocentričnih krivina za aproksimaciju trajektorija povlačenja svih izabranih vozila

Trajektorije povlačenja iz *.txt* fajlova, prethodno generisanih za svako od izabranih vozila ("BUS_points.txt" za solo autobus, "SEMITRAILER_points.txt" za tegljač sa poluprikolicom i "TRUCK_TRAILER_points.txt" za kamion sa prikolicom - prilog G na kraju disertacije), grupisane su po izvedenim manevrima za različite vožene radijuse R_{voz} i skretne uglove γ vodećih putanja. Ukupno je kreirano 27 novih *.txt* fajlova sa trajektorijama povlačenja svih izabranih vozila za 27 različitih kombinacija geometrije vodeće putanje: 3 radijusa ($R_{voz} = 10.0$ m, 12.5 m i 15.0 m) i 9 skretnih uglova ($\gamma = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ, 105^\circ, 120^\circ, 135^\circ$ i 150°) vodećih kružnih putanja. Za svaki od tako kreiranih *.txt* fajlova sa po tri trajektorije povlačenja od sva tri izabrana vozila, sračunata je jedna trocentrična krivina sa optimalnom kombinacijom parametara, koja ima najmanju sumu $Sumpoz$ kvadrata "pozitivnih" rastojanja tačaka iz grupisanih trajektorija povlačenja od korespondentnih tačaka na kružnim lukovima trocentrične krivine. Ovako određene optimalne kombinacije geometrijskih parametara trocentričnih krivina, koje aproksimiraju trajektorije povlačenja svih izabranih vozila za sve vožene radijuse R_{voz} i skretne uglove γ vodećih putanja, prikazane su u tabeli 5.4. Uopredno analizirajući sve sračunate optimalne kombinacije parametara iz tabele 5.4, može se zaključiti da na odnos susednih radijusa i udela uglova u trocentričnim krivinama sa optimalnim kombinacijama parametara mnogo više utiče vrednost skretnog ugla γ nego veličina voženog radijusa R_{voz} . Najviše se razlikuju optimalne kombinacije parametara trocentričnih krivina za skretne uglove γ manje od 90.0° .

U tabeli 5.5 sračunate su trocentrične krivine sa optimalnim kombinacijama parametara za sve trajektorije povlačenja od svih izvedenih manevara posebno za svako od izabranih vozila. Na kraju, sve trajektorije povlačenja od svih izabranih vozila grupisane su u jedan *.txt* fajl, i za njih je sračunata jedinstvena optimalna trocentrična krivina.

Tabela 5.4 Optimalne kombinacije geometrijskih parametara trocentričnih krivina sračunate posebno za sve vožene radijuse R_{voz} i skretne uglove γ za trajektorije povlačenja od sva tri izabrana vozila

Optimalne kombinacije odnosa geometrijskih parametara u trocentričnoj krivini za sve vožene radijuse R_{voz} i skretne uglove γ za trajektorije povlačenja od sva tri izabrana vozila						
Rvoz = 10.0 m						
gama [°]	R1/R2	R2/Rvoz	R3/R2	xALFA	xBETA	xDELTA
30	3.50	2.40	10.00	1.50	4.50	1.50
45	2.00	2.40	5.00	0.80	5.20	1.50
60	2.50	1.80	5.00	0.80	5.20	1.50
75	3.50	1.40	6.50	0.80	5.40	1.30
90	2.50	1.20	6.00	1.00	5.20	1.30
105	3.50	1.00	6.50	0.80	5.40	1.30
120	3.00	0.80	6.50	1.30	4.80	1.40
135	3.00	0.80	8.50	1.10	5.40	1.00
150	4.00	0.60	10.00	1.40	5.00	1.10
Rvoz = 12.5 m						
gama [°]	R1/R2	R2/Rvoz	R3/R2	xALFA	xBETA	xDELTA
30	3.00	2.40	7.00	1.10	4.90	1.50
45	1.50	2.20	4.50	1.00	5.20	1.30
60	2.50	1.60	4.50	0.80	5.30	1.40
75	3.50	1.20	5.50	0.80	5.30	1.40
90	2.50	1.00	7.00	1.30	5.00	1.20
105	3.00	1.00	8.00	0.80	5.80	0.90
120	2.50	0.80	6.50	1.40	4.90	1.20
135	3.00	0.80	7.50	1.20	5.40	0.90
150	3.50	0.80	7.50	0.80	5.90	0.80
Rvoz = 15.0 m						
gama [°]	R1/R2	R2/Rvoz	R3/R2	xALFA	xBETA	xDELTA
30	2.00	2.40	5.00	0.80	5.20	1.50
45	2.00	1.80	4.00	0.90	5.10	1.50
60	2.50	1.40	5.50	0.80	5.50	1.20
75	2.50	1.20	5.50	0.90	5.50	1.10
90	4.00	1.00	6.00	0.80	5.60	1.10
105	2.00	1.00	7.00	1.10	5.60	0.80
120	3.50	0.80	6.50	1.20	5.30	1.00
135	2.50	0.80	5.50	1.30	5.20	1.00
150	2.50	0.80	6.00	1.20	5.50	0.80

Tabela 5.5 Optimalne kombinacije geometrijskih parametara trocentričnih krivina za aproksimaciju svih trajektorija povlačenja pojedinačnih izabranih vozila i svih vozila

Optimalne kombinacije geometrijskih parametara trocentrične krivine za sve trajektorije povlačenja za						Optimalna (jedinствена) kombinacija geometrijskih parametara u trocentričnoj krivini za sve trajektorije povlačenja od sva tri tipa izabranih vozila					
solo autobus						3.50	2.40	10.00	1.50	4.50	1.50
R1/R2	R2/Rvoz	R3/R2	xALFA	xBETA	xDELTA						
3.50	2.00	11.00	1.20	4.80	1.50						
tegljač sa poluprikolicom											
R1/R2	R2/Rvoz	R3/R2	xALFA	xBETA	xDELTA						
3.50	2.40	10.00	1.50	4.50	1.50						
kamion sa prikolicom											
R1/R2	R2/Rvoz	R3/R2	xALFA	xBETA	xDELTA						
4.00	2.20	10.50	1.00	5.00	1.50						

Ovde se još jednom ističe da je za izabrani tip geometrijske konstrukcije trocentrične krivine, zbir udela susednih uglova α , β i δ u trocentričnoj krivini jednak:

$$xALFA + xBETA + xDELTA = 7.50 \quad (5.6)$$

$$\alpha + \beta + \delta = \gamma \quad (5.7)$$

Prilikom kreiranja različitih kombinacija odnosa radijusa i udela uglova u trocentričnim krivinama (*MATRICA 1*), udeli uglova $xALFA$ i $xDELTA$ menjali su se sa određenim unapred zadatim korakom (slika 5.1), dok se udeo $xBETA$ ugla β u ukupnoj sumi uglova jednostavno računao kao:

$$xBETA = 7.50 - xALFA - xDELTA \quad (5.8)$$

Posmatrajući sračunate optimalne kombinacije parametara trocentričnih krivina, prikazane u tabeli 5.5, posebno se ističe jedan interesantan detalj. Naime, jedinstvena (optimalna) kombinacija geometrijskih parametara trocentrične krivine za aproksimaciju svih trajektorija povlačenja od svih izabranih vozila potpuno je ista kao optimalna kombinacija parametara u trocentričnoj krivini za aproksimaciju svih trajektorija povlačenja tegljača sa poluprikolicom.

Logično objašnjenje za ovakav rezultat jeste činjenica da je rastojanje između trajektorije povlačenja najisturenije unutrašnje tačke na karoseriji vozila i vodeće

putanje, pri izvođenju različitih manevara skretanja, najveće kod tegljača sa poluprikolicom u poređenju sa druga dva izabrana vozila. Jednostavnije rečeno, vrednosti offtracking-a nastale pri kretanju tegljača sa poluprikolicom veće su u poređenju sa vrednostima offtracking-a za izabrani solo autobus i kamion sa prikolicom koji prate identične vodeće putanje. Samim tim, i granične trajektorije povlačenja tegljača sa poluprikolicom pomerene su više ka unutrašnjosti krivine u odnosu na granične trajektorije ostala dva vozila.

Pošto je softversko rešenje, odnosno AutoLISP rutina "3R_OPTIMA", osmišljeno tako da kao optimalnu pronalazi samo onu kombinaciju parametara trocentrične krivine koja se uvek nalazi sa unutrašnje strane u odnosu na graničnu trajektoriju povlačenja vozila, to znači da će rezultat proračuna po pravilu biti ona trocentrična krivina koja najbolje aproksimira trajektorije povlačenja vozila sa najvećim vrednostima offtracking-a. Tako na primer, ako se isti proračun ponovi za sve trajektorije povlačenja od solo autobusa i kamiona sa prikolicom, kao krajnji rezultat dobija se ista ona trocentrična krivina sa optimalnom kombinacijom parametara koja najbolje odgovara samo trajektorijama povlačenja kamiona sa prikolicom, jer su njegove vrednosti offtracking-a veće od onih za solo autobus.

Tabela 5.6 Prosečne veličine odstupanja u [m] između kružnih lukova jedinstvene optimalne trocentrične krivine i trajektorija povlačenja svih izabranih vozila

		Skretni ugao gama vodeće kružne putanje								
		30.0 [°]	45.0 [°]	60.0 [°]	75.0 [°]	90.0 [°]	105.0 [°]	120.0 [°]	135.0 [°]	150.0 [°]
Voženi radijus R_{voz}	10.0 [m]	0.04	0.06	0.10	0.15	0.21	0.29	0.37	0.45	0.52
	12.5 [m]	0.05	0.09	0.13	0.17	0.25	0.33	0.40	0.49	0.57
	15.0 [m]	0.06	0.10	0.15	0.21	0.29	0.37	0.45	0.53	0.61

U tabli 5.6 prikazane se prosečne veličine odstupanja, odnosno najkraća rastojanja, između kružnih lukova jedinstvene trocentrične krivine sa optimalnim kombinacijama parametara iz tabele 5.5 i trajektorija povlačenja svih izabranih vozila za sve analizirane kombinacije voženih radijusa R_{voz} i skretnih uglova γ vodećih kružnih putanja. Sračunate veličine odstupanja predstavljaju zapravo aritmetičke sredine svih najkraćih

rastojanja između kružnih lukova jedinstvene optimalne trocentrične krivine i trajektorija povlačenja izabranih vozila u karakterističnim presecima, u kojima su prethodno izračunate koordinate tačaka koje opisuju upravo te trajektorije.

Kako bi se praktično demonstrirao uticaj veličine skretnog ugla na izbor optimalne kombinacije parametara trocentričnih krivina, ponovo je izvršen isti proračun kao u tabeli 5.5, jedino što su ovog puta uzete u obzir samo trajektorije povlačenja izabranih vozila dobijene za skretne uglove vodećih putanja u rasponu $75.0^\circ \leq \gamma \leq 105.0^\circ$. Rezultati ponovljenog proračuna, odnosno dobijene optimalne kombinacije parametara trocentričnih krivina za aproksimaciju odabranih trajektorija povlačenja pojedinačnih, kao i svih vozila zajedno, dati su u tabeli 5.7. Prostom upoređivanjem optimalnih kombinacija parametara trocentričnih krivina iz tabela 5.5 i 5.7 lako se vidi da se sračunati optimalni odnosi radijusa $R2/R_{voz}$ i $R3/R2$ veoma razlikuju. U tabeli 5.7 takođe se može primetiti da je, isto kao i u tabeli 5.5, optimalna kombinacija parametara jedinstvene trocentrične krivine za aproksimaciju trajektorija povlačenja svih izabranih vozila identična optimalnoj kombinaciji koja je sračunata samo za trajektorije povlačenja tegljača sa poluprikolicom. Time se još jednom potvrđuje da se kao rezultat, odnosno, optimalna kombinacija parametara trocentrične krivine uvek dobija ona kombinacija koja odgovara trajektorijama povlačenja testnih vozila sa najvećim vrednostima offtracking-a.

Tabela 5.7 Optimalne kombinacije geometrijskih parametara trocentričnih krivina za aproksimaciju trajektorija povlačenja izabranih vozila za skretne uglove $75^\circ \leq \gamma \leq 105^\circ$

Optimalne kombinacije geometrijskih parametara u trocentričnoj krivini za trajektorije povlačenja koje odgovaraju skretnim uglovima od 75° do 105° za:						Optimalna (jedinstvena) kombinacija geometrijskih parametara u trocentričnoj krivini za trajektorije povlačenja koje odgovaraju skretnim uglovima od 75° do 105° za sva tri tipa izabranih vozila					
solo autobus											
R1/R2	R2/R _{voz}	R3/R2	xALFA	xBETA	xDELTA	R1/R2	R2/R _{voz}	R3/R2	xALFA	xBETA	xDELTA
3.50	1.00	9.00	1.20	4.90	1.40						
tegljač sa poluprikolicom											
R1/R2	R2/R _{voz}	R3/R2	xALFA	xBETA	xDELTA						
3.50	1.40	6.50	0.80	5.40	1.30	3.50	1.40	6.50	0.80	5.40	1.30
kamion sa prikolicom											
R1/R2	R2/R _{voz}	R3/R2	xALFA	xBETA	xDELTA						
1.50	1.40	5.50	1.20	5.00	1.30						

Odnosi radijusa $R1:R2:R3$ i udela uglova $xALFA:xBETA:xDELTA$ u trocentričnim krivinama sa optimalnim kombinacijama parametara za aproksimaciju trajektorija povlačenja svih vozila iz tabela 5.5 i 5.7, ne poklapaju se sa tradicionalnim odnosima susednih radijusa (2.5:1:5.5 ili 2:1:3) i udela uglova ($1:5.5:1$ ili $17.5^{(g)}:\gamma-40^{(g)}:22.5^{(g)}$) u trocentričnim krivinama definisanim u domaćim smernicama (Maletin i ost. 2010a). Ovaj zaključak ipak treba uzeti sa rezervom, zato što je trocentrična krivina u svom izvornom obliku i sa tradicionalnim odnosima susednih poluprečnika (2.5:1:5.5 i 2:1:3) namenjena pre svega za oblikovanje građevinskih (ivičnih) linija na pozicijama desnih skretanja u površinskim raskrsnicama, a ne za aproksimaciju graničnih trajektorija povlačenja vozila. Takođe, ovde je još jednom pokazano da krive za izbor centralnog radijusa $R2$ (slika 2.35, potpoglavlje 2.4.6), definisane u domaćim smernicama (Maletin i ost. 2010a), ne mogu da se usvoje kao apsolutno pouzdane u slučaju kada se tradicionalna geometrijska forma trocentrične krivine primenjuje za aproksimaciju trajektorija povlačenja vozila.

Vrlo je važno naglasiti da su u domaćim smernicama (Maletin i ost. 2010a), preporuke za izbor centralnog radijusa $R2$ date za trocentrične krivine konstruisane između tangenti koje su paralelno pomerene tačno za polovinu širine vozila $b/2$ ka centru krivine u odnosu na tangente vodeće putanje. Stoga, u domaćim smernicama (Maletin i ost. 2010a) nije, kao u analizi sprovedenoj u ovoj disertaciji, izlazna tangenta trocentrične krivine paralelno pomerena za 0.25 m ka centru krivine u odnosu na izvornu tangentu.

5.6 Zaključci o izboru nove geometrijske forme trocentrične krivine

Primenom razvijenog softverskog alata, odnosno "3R_OPTIMA" AutoLISP rutine, za proračun optimalnih kombinacija geometrijskih parametara trocentričnih krivina za aproksimaciju graničnih trajektorija povlačenja vozila došlo se do sledećih zaključaka:

- Na odnos susednih radijusa i udela uglova u trocentričnim krivinama sa optimalnim kombinacijama parametara mnogo više utiču vrednosti skretnih uglova γ od veličine voženih radijusa R_{voz} vodećih kružnih putanja;
- Ako se traži optimalna kombinacija parametara u trocentričnoj krivini za aproksimaciju trajektorija povlačenja više različitih tipova vozila koja se kreću

duž istih vodećih putanja, rezultat proračuna uvek će biti ona kombinacija parametara trocentrične krivine koja najmanje odstupa na "stranu sigurnosti" od trajektorija povlačenja vozila sa najvećim vrednostima offtracking-a;

- Za sva izabrana (testna) vozila odnosi radijusa $R2/R_{voz}$ u trocentričnim krivinama sa optimalnim kombinacijama parametara ravnomereno se menjaju po krivama kontinualnog oblika, za razliku od odnosa radijusa $R1/R2$ i $R3/R2$;
- Odnosi susednih radijusa i udela uglova u trocentričnim krivinama sa optimalnim kombinacijama parametara za aproksimaciju trajektorija povlačenja svih vozila, znatno odstupaju od tradicionalnih geometrijskih formi trocentričnih krivina definisanih u domaćim smernicama (Maletin i ost. 2010a);
- Postojeći dijagram sa krivama za izbor centralnog radijusa $R2$ iz domaćih smernica (Maletin i ost. 2010a) nije adekvatan za konstrukciju trocentričnih krivina koje trebaju precizno aproksimirati trajektorije povlačenja izabranih vozila (solo autobus, tegljač sa poluprikolicom i kamion sa prikolicom). Pri tome je važno napomenuti da u domaćim smernicama izlazna tangenta za konstrukciju trocentrične krivine nije bila paralelno pomerena za 0.25 m ka centru krivine, kao što je to bio slučaj u analizi prikazanoj u ovoj disertaciji;
- Razvijeni softverski alat može se iskoristiti za izradu novih dijagrama za izbor centralnog radijusa $R2$ trocentrične krivine u zavisnosti od najmanjeg poluprečnika okretanja (R_s) izabranog vozila i skretnog ugla γ vodeće putanje.

Proračun optimalnih kombinacija trocentričnih krivina za aproksimaciju trajektorija povlačenja merodavnih vozila predstavlja značajan korak pri definisanju zatvorenog geometrijskog rešenja situacionog plana površinskih raskrsnica sa presecanjem saobraćajnih struja. Ovo se naročito odnosi na trocentrične krivine koje trebaju aproksimirati trajektorije povlačenja vozila na pozicijama levih skretanja, jer od njihove geometrije dalje zavise položaji vrhova srednjih razdelnih ostrva, a posredno i ostala ivična geometrija za oblikovanje situacionog plana raskrsnice. Što je manje odstupanje između trajektorija povlačenja merodavnih vozila na pozicijama levih skretanja i trocentričnih krivina sa optimalnim kombinacijama parametara za aproksimaciju tih trajektorija, to će i geometrija vrhova srednjih razdelnih ostrva u situacionom planu raskrsnice biti preciznije određena.

Imajući u vidu ranije kreirane matematičke modele za proračun trajektorija povlačenja vozila u četvrtom poglavlju disertacije, dodatna prednost razvijenog softverskog alata ogleda se u eliminisanju potrebe za izvođenjem većeg broja simulacija kretanja vozila prilikom definisanja geometrije vrhova srednjih razdelnih ostrva. Time se, uz automatsko generisanje trajektorija povlačenja i ukidanje iterativnog procesa ponavljanja nekoliko serija simulacija kretanja izabranih vozila, ceo postupak kontrole prohodnosti vozila pojednostavljuje i ubrzava.

6 Zaključci i preporuke za dalja istraživanja

6.1 Zaključci

Izbor merodavnog vozila i kontrola minimalne prohodnosti za izabrano vozilo predstavljaju najvažnije ulazne podatke za projektovanje geometrije situacionih planova površinskih raskrsnica. Kao posledica ubrzanog razvoja velikog broja softvera za projektovanje saobraćajne infrastrukture i usled potrebe za što bržom izradom projektnih rešenja, težište rada projekatnata pomera se ka što većoj automatizaciji celog procesa projektovanja, pa samim tim i ka automatskom generisanju svih geometrijskih elemenata u situacionom planu raskrsnice.

Upravo je potreba za što većom automatizacijom procesa projektovanja bila jedan od osnovnih motiva za izradu ove doktorske disertacije, odnosno, bila je to težnja da se eliminiše iterativni proces ponavljanja nekoliko serija simulacija kretanja izabranog vozila prilikom analiza prohodnosti, neophodnih za oblikovanje ivične geometrije raskrsnice. Prema generalnoj strukturi disertacije jasno se izdvajaju tri posebne celine:

- Eksperimentalno određivanje graničnih trajektorija povlačenja za izabrana (testna) vozila;
- Razvoj i testiranje matematičkih modela za proračun trajektorija povlačenja izabranih vozila;
- Razvoj nove i modifikacija postojeće geometrijske forme trocentrične krivine.

U nastavku su za svaku od navedenih celina, u skladu sa obrađenom problematikom u njima, izdvojeni posebni zaključci o postignutim rezultatima pri izradi disertacije.

6.1.1 Zaključci o rezultatima izvedenih eksperimentalnih istraživanja

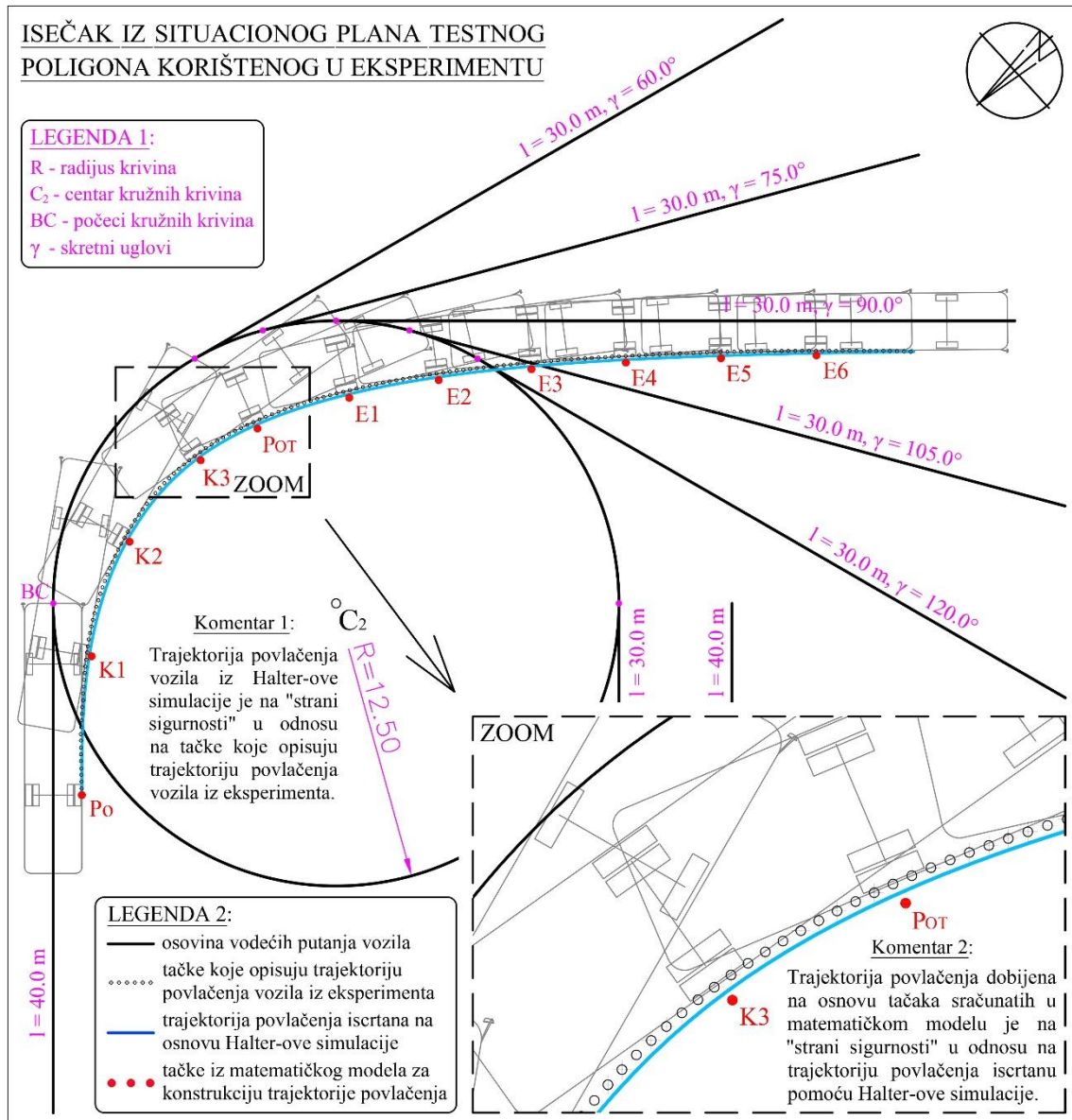
Za eksperimentalno merenje graničnih krivih prohodnosti ili trajektorija povlačenja vozila korišćena je GPS kinematička metoda diferencijalnog pozicioniranja sa

procesiranjem korekcija sa bazne stanice u realnom vremenu (RTK metoda), odnosno, korišćen je domaći AGROS servis kinematičkog pozicioniranja (AGROS 2018b). Kao testna vozila izabrani su redom: VOLVO FH 500 tegljač sa SCHMITZ SCS poluprikolicom, RENAULT T430 kamion sa KRONE ZZ dvoosovinskom prikolicom, SOLARIS Urbino 18 zglobni autobus i IKARBUS IK 112 gradski solo autobus.

Da bi se uopšte mogli valjano analizirati rezultati izvedenog eksperimenta, prvo je razvijena originalna metodologija za precizno utvrđivanje niza položaja i orijentacija testnih vozila na osnovu GPS koordinata snimljenih tokom praćenja zadatih putanja na obeleženom poligonu. Ova metodologija posebno je razvijena za slučajeve vozila sa jednom krutom bazom i dugačkih vozila sa više slogova. Najveći doprinos nove metodologije u poređenju sa prethodno izvedenim eksperimentalnim merenjima trajektorija povlačenja vozila pomoću modernih GNSS mernih sistema, ogleda se u eliminisanju dve **GREŠKE** koje značajno utiču na tačnost određivanja položaja vozila:

- Prva **GREŠKA** odnosi se na zanemarivanje uticaja specifične morfologije, odnosno, realnih nivelacionih karakteristika kolovozne površine na testnim poligonima u prethodnim eksperimentima;
- Druga **GREŠKA** odnosi se na neprecizno (netačno) određivanje položaja GPS rovera u odnosu na aerodinamički oblikovane karoserije modernih teretnih vozila i autobusa koji su izabrani kao testna vozila.

Poređenjem trajektorija povlačenja dobijenih na osnovu rezultata eksperimentalnih merenja i opšteprihvaćene Halter-ove simulacije kretanja za iste manevre testnih vozila, ustanovljeno je da se trajektorije povlačenja po Halter-ovoj simulaciji nalaze na "strani sigurnosti", odnosno sa unutrašnje strane ka centru krivine, u odnosu na trajektorije dobijene iz eksperimentalnih merenja (slika 6.1). Zato su trajektorije povlačenja po Halter-ovoj simulaciji usvojene kao referentne trajektorije za sve uporedne analize prilikom razvoja i testiranja matematičkih modela za proračun trajektorija povlačenja izabranih vozila sa jednim, dva i tri sloga. Važno je istaći da su sve simulacije kretanja testnih vozila primenom Halter-ovog postupka izvedene sa korakom simulacije $k = 0.20$ m i da se za buduće eksperimente ove vrste preporučuje da veličina koraka simulacije k ne bude veća od 1.0 m.



Slika 6.1 Poređenje trajektorija povlačenja konstruisanih na osnovu tačaka snimljenih u eksperimentu, Halter-ove simulacije i tačaka sračunatih u matematičkom modelu

6.1.2 Zaključci o razvijenim matematičkim modelima za proračun trajektorija povlačenja vozila i izboru nove geometrijske forme trocentrične krivine


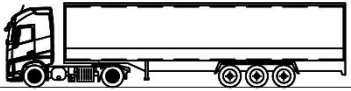

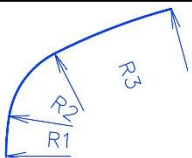
Glavnu osnovu za razvoj matematičkih modela za određivanje položaja vozila različitih konfiguracija, koja prate vodeće kružne putanje, predstavljao je dobro poznati ICAO-ov matematički model (ICAO 2005) za proračun položaja aviona (samostalnog vozila) prilikom kretanja duž rulne staze u kružnoj krivini. ICAO-ov matematički model je

dodatno unapređen tako što je razvijen nov analitički postupak za proračun položaja samostalnog vozila u kome se dostiže maksimalni offtracking (OT_{\max}). Zatim je analitičko rešenje proračuna tačnog položaja u kojem se dostiže maksimalna vrednost offtracking-a samostalnog vozila dalje iskorišćeno za dovoljno tačan proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om kombinovanih vozila sa dva, odnosno, tri sloga.

Na osnovu međusobnog poređenja trajektorija povlačenja iz matematičkog modela i Halter-ove simulacije kretanja, potvrđeno je da su trajektorije povlačenja iz matematičkog modela uvek na "strani sigurnosti" u odnosu na trajektorije dobijene Halter-ovom simulacijom. Ako se ponovo analiziraju rezultati eksperimentalnih merenja realnih trajektorija povlačenja prikazani na slici 6.1, generalno se može zaključiti da su trajektorije povlačenja iz matematičkog modela na "strani sigurnosti" u odnosu na trajektorije iz Halter-ove simulacije, koje su istovremeno na "strani sigurnosti" u odnosu na realne trajektorije povlačenja dobijene merenjem položaja izabranih vozila na testnom poligonu.

Na slici 6.2 dat je šematski prikaz najvažnijih unapređenja i postignutih rezultata tokom izrade doktorske disertacije, koji se u prvom redu odnose na razvoj matematičkih modela za proračun trajektorija povlačenja vozila i predlog nove geometrijske forme trocentrične krivine. Tu se jasno vidi da je za sva izabrana vozila, a naročito za tegljač sa poluprikolicom i kamion sa prikolicom, znatno poboljšana tačnost proračuna položaja u kome se dostiže maksimalni offtracking. Međutim, za razliku od proračuna položaja sa maksimalnim offtracking-om kod samostalnog, odnosno vodećeg vozila, koji je praktično spreman za primenu u regulativi za projektovanje raskrsnica, isti proračun kod kombinovanih vozila sa dva i tri sloga doveden je na nivo programabilnog postupka. To znači da su izvedene sve formule pomoću kojih se sa visokom tačnošću može odrediti položaj svih slogova kombinovanog vozila kada je dostignut OT_{\max} , međutim ceo proračun je obiman, ima više od 10 koraka (iteracija) i nije pogodan za primenu najširem krugu inženjera projekatata prosečnog nivoa tehnološke opremljenosti. Drugim rečima, proračun tačnog položaja sa maksimalnim offtracking-om za izabrana kombinovana vozila doveden je do veoma visokog nivoa tačnosti, ali je njegova praktična primena ipak ograničena na nivo kompjuterskog programa, zbog većeg broja formula i različitih parametara koji se koriste u proračunu.

Primena koncepta ekvivalentne baze za proračun položaja tačaka koje opisuju trajektorije povlačenja kombinovanog vozila sa tri sloga dodatno je unapređena, posebno sa aspekta tačnosti. Ovde treba naglasiti da su izvedene nove formule za korekciju dužine ekvivalentne baze pri proračunu položaja zamenskog vozila na kružnom odseku vodeće putanje. Puna opravdanost primene koncepta ekvivalentne baze dokazana je upravo na primeru kombinovanog vozila sa tri sloga, gde je pokazano da, što se kombinovano vozilo sastoji od više slogova, koncept ekvivalentne baze postaje sve tačniji, odnosno, trajektorija povlačenja zamenskog vozila sve manje odstupa od trajektorije povlačenja izvornog kombinovanog vozila.

MATEMATIČKI MODELI ZA PRORAČUN TRAJEKTORIJA POVLAČENJA					
IZABRANI TIPOVI TESTNIH VOZILA	OSNOVNI KRITERIJUMI ZA VERIFIKACIJU REZULTATA	TAČNOST		PRIMENJIVOST	
		pre	posle	pre	posle
<u>Gradski solo autobus (jedan slog)</u> 	određivanje položaja vodećeg vozila u odnosu na zadatu putanju			R	R
	određivanje položaja priključnog vozila u odnosu na vodeće vozilo				
	proračun položaja vozila u kome se dostiže maksimalni offtracking			O	R
<u>Tegljač sa poluprikolicom (dva sloga)</u> 	određivanje položaja vodećeg vozila u odnosu na zadatu putanju			R	R
	određivanje položaja priključnog vozila u odnosu na vodeće vozilo			P	P
	proračun položaja vozila u kome se dostiže maksimalni offtracking			O	P
<u>Kamion sa prikolicom (tri sloga)</u> 	proračun offtracking-a pomoću koncepta ekvivalentne baze			P	P
	proračun offtracking-a primenom korigovane ekvivalentne baze			O	P
	proračun položaja vozila u kome se dostiže maksimalni offtracking			O	P
PREDLOG NOVE GEOMETRIJSKE FORME TROCENTRIČNE KRIVINE					
NOVA GEOMETRIJSKA FORMA TROCENTRIČNE KRIVINE	OSNOVNI KRITERIJUMI ZA VERIFIKACIJU REZULTATA	TAČNOST		PRIMENJIVOST	
		pre	posle	pre	posle
	odstupanja između tačaka koje opisuju trajektorije povlačenja vozila i korespondentnih tačaka na kružnim lukovima trocentrične krivine sa optimalnom kombinacijom parametara			R	R

LEGENDA:

- nije uopšte postojalo pre izrade disertacije
- već je postojalo (razvijeno) na određenom nivou
- razvijeno do višeg nivoa tačnosti
- ne postoji niti je propisano u zvaničnoj regulativi
- primenjivo u formi programabilnog postupka
- spremno za primenu u regulativi

Slika 6.2 Šematski pregled postignutih rezultata tokom izrade doktorske disertacije

Posebno se naglašava da se razvijeni matematički modeli za proračun trajektorija povlačenja vozila mogu koristiti kada su radijusi vodećih kružnih putanja $R \leq 20.0$ m, a skretni uglovi ograničeni u rasponu $30.0^\circ \leq \gamma \leq 150.0^\circ$. S obzirom da su svi predstavljeni matematički modeli razvijeni na osnovu ICAO-ovih formula za određivanje položaja samostalnog vozila (aviona), dodatno ograničenje za primenu ovih matematičkih modela je da sve dužine krutih baza pojedinačnih slogova izabranih kombinovanih vozila moraju biti manje od radijusa R vodeće kružne putanje.

U narednom koraku, trajektorije povlačenja vozila sračunate primenom razvijenih matematičkih modela poslužile su kao osnova za razvoj softverskog alata za traženje optimalnih kombinacija geometrijskih parametara trocentričnih krivina koje najmanje odstupaju na "stranu sigurnosti" od navedenih trajektorija. Osnovni kriterijum za pronalaženje optimalne kombinacije parametara jeste odstupanje između tačaka koje opisuju trajektorije povlačenja vozila i korespondentnih tačaka na kružnim lukovima trocentrične krivine sa izabranom kombinacijom parametara (slika 6.2).

Primenom razvijenog softverskog alata za proračun optimalnih kombinacija geometrijskih parametara trocentričnih krivina za aproksimaciju graničnih trajektorija povlačenja vozila došlo se do sledećih zaključaka:

- Na odnos susednih radijusa i udela uglova u trocentričnim krivinama sa optimalnim kombinacijama parametara mnogo više utiču vrednosti skretnih uglova γ od veličine voženih radijusa R_{voz} vodećih kružnih putanja;
- Ako se traži optimalna kombinacija parametara u trocentričnoj krivini za aproksimaciju trajektorija povlačenja više različitih tipova vozila koja se kreću duž istih vodećih putanja, rezultat proračuna uvek će biti kombinacija parametara trocentrične krivine sa najmanjim odstupanjem na "stranu sigurnosti" koja se odnosi na vozilo sa najvećim vrednostima offtracking-a (merodavna je trocentrična krivina za najveće vozilo);
- Odnosi susednih radijusa i udela uglova u trocentričnim krivinama sa optimalnim kombinacijama parametara za aproksimaciju trajektorija povlačenja svih vozila znatno odstupaju od tradicionalnih geometrijskih formi trocentričnih krivina definisanih u domaćim smernicama (Maletin i ost. 2010a);

- Razvijeni softverski alat može se iskoristiti za izradu novih dijagrama za izbor centralnog radijusa R_2 trocentrične krivine u zavisnosti od najmanjeg poluprečnika okretanja (R_s) izabranog vozila i skretnog ugla γ vodeće putanje.

Trocentrična krivina u svom izvornom obliku i sa tradicionalnim odnosima susednih radijusa (2.5:1:5.5 i 2:1:3) namenjena je pre svega za oblikovanje građevinskih (ivičnih) linija na pozicijama desnih skretanja u površinskim raskrscima, odnosno za modeliranje unutrašnje ivice saobraćajne trake u krivini. U suštini, to znači da trocentrična krivina, po originalnom konceptu i sa propisanim odnosom susednih radijusa i uglova, nije namenjena za aproksimaciju unutrašnje granične trajektorije (trajektorije povlačenja) koju opisuje najisturenija unutrašnja tačka na karoseriji vozila pri manevru skretanja.

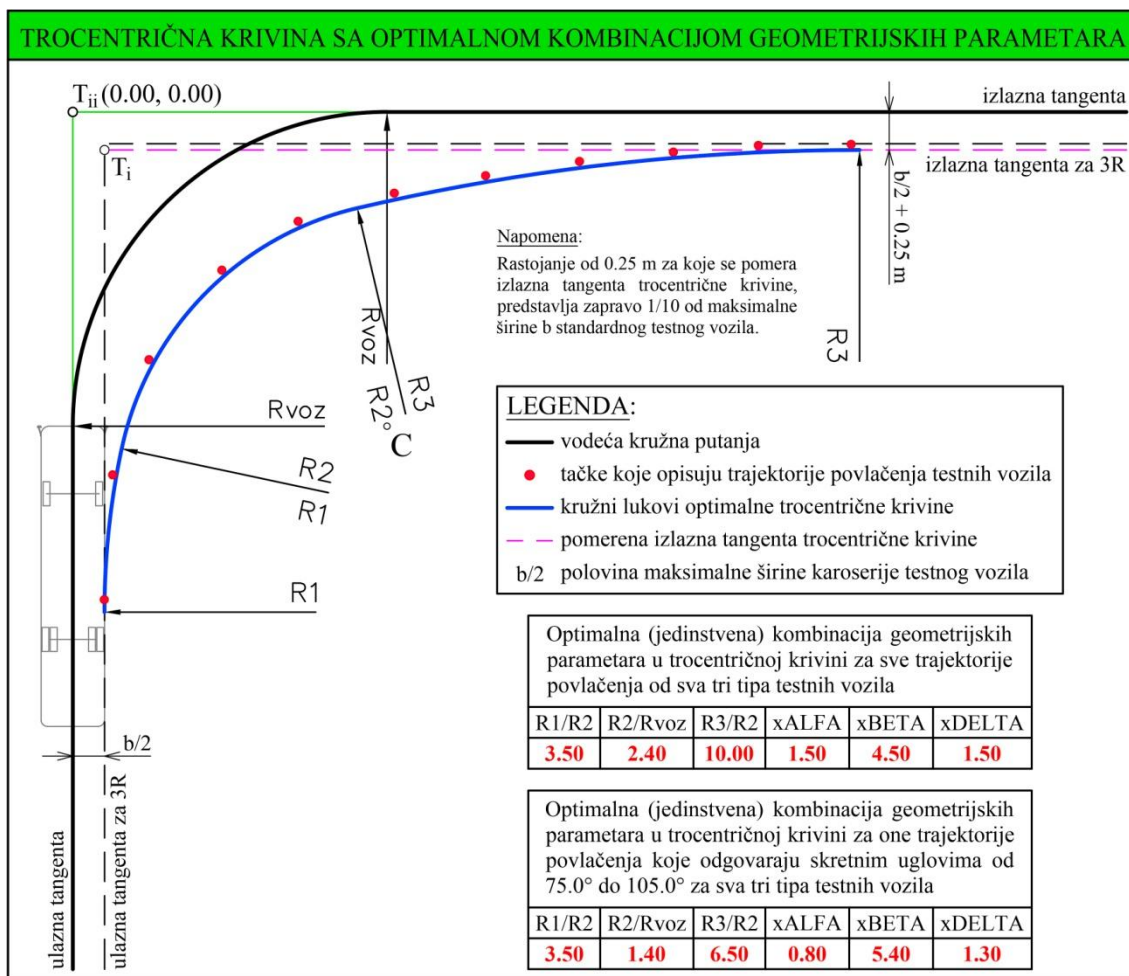
Osnovna ideja je bila da se krivinski oblik koji se tradicionalno koristio za matematičko modeliranje unutrašnje ivice saobraćajne trake u skretanju u novoj formi sada upotrebi za matematičko modeliranje trajektorije unutrašnjeg zadnjeg točka vozila u skretanju. Zaključeno je da se taj krivinski oblik, odnosno, trocentrična krivina sa vrlo specifičnim odnosima susednih radijusa i uglova može primeniti sa visokom tačnošću, ali pod uslovom da se izlazna tangenta tako koncipirane trocentrične krivine pomeri za 0.25 m ka unutra, tj. ka centru krivine. Pretpostavka je da rastojanje od 0.25 m, za koje se pomera izlazna tangenta, predstavlja 10 % od normirane širine standardnog vozila ($b = 2.55$ m). Najvažniji rezultat dobijen primenom razvijenog softverskog alata, a ujedno i jedan od najznačajnijih doprinosa doktorske disertacije, predstavlja nova geometrijska forma trocentrične krivine sa optimalnom kombinacijom geometrijskih parametara za aproksimaciju trajektorija povlačenja testnih vozila prikazana na slici 6.3.

Zbog velikog uticaja veličine skretnog ugla vodeće putanje na odnos susednih radijusa i udela uglova u trocentričnoj krivini, na slici 6.3 date su dve optimalne kombinacije parametara trocentričnih krivina:

- Prva optimalna kombinacija parametara odnosi se na trocentričnu krivinu koja najbolje aproksimira sve trajektorije povlačenja od sva tri tipa testnih vozila;
- Druga optimalna kombinacija parametara odgovara trocentričnoj krivini koja najbolje aproksimira samo one trajektorije povlačenja koje odgovaraju

skretnim uglovima u intervalu $75.0^\circ \leq \gamma \leq 105.0^\circ$ za analizirane manevre skretanja sva tri tipa testnih vozila.

Kao što je opšte poznato, u postojećoj regulativi, kako domaćoj tako i stranoj, veoma su precizno definisani svi parametri za proračun geometrije trocentrične krivine sa tradicionalnim odnosom susednih radijusa (2.5:1:5.5 ili 2:1:3) (slika 6.2). Pošto je u svom izvornom obliku trocentrična krivina namenjena pre svega za oblikovanje građevinskih (ivičnih) linija na pozicijama desnih skretanja u površinskim raskrsnicama, ključna prednost nove geometrijske forme ogleda se u tome što omogućava potpuno novi vid primene trocentrične krivine za preciznu aproksimaciju trajektorija povlačenja vozila. Ovaj novi vid primene trocentrične krivine i njena nova geometrijska forma, predloženi ovom disertacijom, znatno unapređuju tačnost aproksimacije trajektorija povlačenja vozila.



Slika 6.3 Nova (predložena) geometrijska forma trocentrične krivine sa optimalnom kombinacijom parametara za aproksimaciju trajektorija povlačenja testnih vozila

6.2 Preporuke za dalja istraživanja

Savremeni trendovi i razvoj moderne kompjuterske tehnologije nameću potrebu za što većom automatizacijom procesa projektovanja svih tipova površinskih raskrsnica. Aktuelni razvoj softvera za projektovanje puteva najvećim delom podrazumeva primenu različitih postupaka (algoritama) za simulaciju kretanja vozila, a sve radi provere prohodnosti za merodavna vozila na raskrsnicama. Trenutno u svetu već postoje razvijena softverska rešenja za automatsko generisanje situacionih planova površinskih raskrsnica. Isto tako, gotovi crteži situacionih planova koje automatski generišu aktuelni softveri kreirani su isključivo na osnovu rezultata simulacije kretanja izabranih vozila.

Dosad se projektovanje situacionog plana površinske raskrsnice obično svodilo na iterativni proces. To je podrazumevalo da se prvo usvoji program raskrsnice, a onda se na njemu izvedu višestruke simulacije za razne manevre skretanja, odnosno saobraćajne struje, na osnovu čega se posle kreira analitika građevinskog rešenja raskrsnice, čime bi projekat trebalo da se završi. Međutim, tu nije bio kraj projekta, zato što se razrađeno geometrijsko rešenje situacionog plana raskrsnice opet kontroliše "puštanjem" višestrukih simulacija, što očigledno predstavlja iterativni proces.

Novim pristupom potpuno se menja metodologija izrade situacionog plana raskrsnice. Prvo se polazi od zatvorenog analitički definisanog programa raskrsnice i preko njega se aplicira analitika kretanja izabranih vozila, takođe kao zatvoreno rešenje. U poslednjem koraku se na osnovu prethodno analitički definisanih parametara prohodnosti vozila, aplicira zatvoreno analitičko rešenje za proračun građevinskih linija, čime se projekat situacionog plana raskrsnice konačno završava. Dakle, nema više iteracija i novih izmena projektnog rešenja situacionog plana, što je zapravo bila i glavna ideja.

Upravo je eliminisanje iterativnog procesa prilikom izrade situacionog plana ključni motiv za primenu drugačijeg pristupa za razvoj softverskih rešenja, koja bi mogla automatski kreirati gotove situacione planove površinskih raskrsnica višeg standarda kvaliteta u geometrijskom i tehnološkom pogledu. Jedini način da se dođe do takvog nivoa kvaliteta jeste razvoj kompjuterskih programa zasnovanih na potpuno zatvorenom

analitičkom rešenju, u kojem su međusobno analitički definisani odnosi svih elemenata geometrije situacionog plana raskrsnice.

Važan korak ka definisanju potpuno zatvorenog analitičkog rešenja situacionog plana površinskih raskrsnica sa presecanjem saobraćajnih struja predstavlja proračun optimalnih kombinacija parametara trocentričnih krivina za aproksimaciju trajektorija povlačenja merodavnih vozila. Ovo se posebno odnosi na trocentrične krivine koje aproksimiraju trajektorije povlačenja vozila na pozicijama levih skretanja, jer od njihove geometrije dalje zavise položaji vrhova srednjih razdelnih (kapljastih) ostrva, a posredno i ostala geometrija za oblikovanje situacionog plana. U narednim fazama izrade novog softverskog rešenja za automatsko i analitički utemeljeno projektovanje situacionog plana, trebaju se, u zavisnosti of funkcionalnih rangova ukrasnih pravaca, definisati svi međusobni odnosi između različitih elemenata geometrije raskrsnice, krećući se od njenog centra na spoljnu stranu. Tu se u prvom redu misli na položaj pešačkih prelaza i trougaonih ostrva u odnosu na vrhove srednjih razdelnih/kapljastih ostrva, zatim na odnos ivičnih linija za manipulativne trake za desna skretanja prema trougaonim ostrvima itd.

Optimalne kombinacije parametara trocentričnih krivina za aproksimaciju trajektorija povlačenja vozila računate su pod pretpostavkom da su izlazne tangente trocentričnih krivina paralelno pomerene za 0.25 m ka centru krivine u odnosu na izvorne izlazne tangente. Rastojanje od 0.25 m utvrđeno je empirijski, probanjem, tako da odgovara trajektorijama povlačenja standardnih vozila, normirane širine ($b = 2.55$ m). Iako je utvrđeno da za standardna vozila ovo rastojanje iznosi oko 10.0 % njihove normirane širine, za nestandardna vozila (većih ili manjih širina) potrebno je uraditi nova testiranja i analize kako bi se preciznije odredila zakonitost po kojoj se menja ovo rastojanje. Nedavno su publikovana istraživanja u kojima autori (Stančerić i ost. 2017) predlažu da se izlazna tangenta trocentrične krivine ne pomera paralelno u odnosu na izvornu izlaznu tangentu, već da divergira u odnosu na tu tangentu sa 15.0 %, sekući se sa njom u nekoj tački na izlasku iz krivine. Iako se ovakvim pristupom dobija povoljniji odnos $R3/R2$ između susednih radijusa trocentrične krivine, potrebno je ispitati koliko je izlazna tangenta trocentrične krivine, koja divergira u odnosu na izvornu tangentu,

kompatibilna sa parametarski definisanim modelom površinske raskrsnice u planu, pogotovo kada bi takav model u budućnosti bio dinamički. Dinamički model je onaj koji se automatski modifikuje pri interaktivnom pomeranju nosača geometrije raskrsnice, kao što su, na primer, tangente glavnih ukrasnih pravaca.

U budućnosti, veliki izazov predstavljaće razvoj softverskog rešenja za parametarsko projektovanje površinskih raskrsnica, zasnovanog na analitički zatvorenom proračunu svih geometrijskih elemenata situacionog plana, a koje bi istovremeno omogućilo da model tako projektovane površinske raskrsnice u planu ima dinamička svojstva. Razvoj jednog takvog softverskog rešenja bio bi nesumnjivo veliki tehnološki iskorak ka daljoj automatizaciji procesa projektovanja površinske raskrsnice u 3D prostoru, odnosno ka automatskoj izradi nivelacionog plana raskrsnice.

7 Literatura

- AASHTO, 2011. A Policy on Geometric Design of Highways and Streets - 6th edition. American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, D.C.
- AASHO, 1940. A Policy on Highway Types. American Association of State Highway Officials, Washington, D.C.
- AASHO, 1954. A Policy on Geometric Design of Rural Highways. American Association of State Highway Officials, Washington, D.C.
- AGROS, 2018a. Dispozicija permanentnih stanica AGROS mreže na teritoriji Srbije, Aktivna Geodetska Referentna Osnova Srbije, Republički geodetski zavod (RGZ), Beograd, <http://agros.rgz.gov.rs/agros/download.php> (pristupljeno 27.02.2018.).
- AGROS, 2018b. Servisi Kontrolnog centra AGROS GNSS mreže, RTK servis, Aktivna Geodetska Referentna Osnova Srbije, Republički geodetski zavod (RGZ), Beograd, <http://agros.rgz.gov.rs/agros/servisi.php> (pristupljeno 27.02.2018.).
- AMSS, 2015. Elektronska baza sa dimenzijama, osovinskim rastojanjima, i najvećim dopuštenim masama teških teretnih vozila registrovanim u Srbiji u 2015. god., Auto-moto savez Srbije (AMSS), Beograd.
- Autelitano, F., Garilli, E. & Giuliani, F., 2017. Road route planning for transporting wind turbines in Europe. Proceedings of the International Congress on Transport Infrastructure and Systems - TIS Roma 2017, Rome, Italy, 10-12 April 2017. CRC Press/Balkema Taylor & Francis Group, Italian Association for Traffic & Transport Engineering - AIIT and Transportation Research Board (TRB), Washington D.C., pp. 301-308.
- AUTODESK, 2012. AutoCAD 2013, AutoLISP Developer's Guide, San Rafael, CA., USA, http://docs.autodesk.com/ACDMAC/2013/ENU/PDFs/acdmac_2013_auto_lisp_developers_guide.pdf (pristupljeno 11.03.2018.).

- AUTODESK, 2018a. AutoCAD Civil 3D. Civil Engineering Design and Documentation Software, User's Manual, San Rafael, CA., USA, <http://www.autodesk.com/products/autocad-civil-3d/> (pristupljeno 08.01.2018.).
- AUTODESK, 2018b. Vehicle Tracking. Integrated Swept Path Analysis Software, Product Brochure, San Rafael, CA., USA, <http://www.autodesk.com/products/vehicle-tracking/overview> (pristupljeno 15.01.2018.).
- Bajat, B., Ašanin, S., 2015. Primena geodezije u saobraćajnicama. Akademska misao, ISBN 978-86-7466-577-0, Beograd, Srbija.
- Barth, A., 2010. Vehicle Tracking and Motion Estimation Based on Stereo Vision Sequences, Doctoral Dissertation, Landwirtschaftliche Fakultät, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn.
- Bentley, 2018. OpenRoads MXROAD, Transportation and Civil Design Software, User's Manual, Exton, PA., USA, <https://www.bentley.com/en/products/product-line/civil-design-software/mxroad-suite> (pristupljeno 08.01.2018.).
- Bernard, J. E. & Vanderploeg, M., 1981. Static and Dynamic Offtracking of Articulated Vehicles, SAE Technical Paper No. 800151, Society of Automotive Engineers, pp. 1-8.
- Bonz, M. und Schmid, C. H., 1980. Untersuchung des Flächenbedarfs von Bussen in der Kurvenfahrt an Haltestellen, Straßenverkehrstechnik, Nr. 6, S. 197-201.
- CALTRANS, 1985. Truck Offtracking Model (TOM), Program Documentation and User's Guide, Division of Transportation Planning, California Department of Transportation - CALTRANS, USA.
- CARD/1, 2018. Swept Turning Path, Swept Turning Path Calculation Software, Product Brochure, Hamburg, Germany, <http://www.card-1.com/en/product/card1-tours/swept-turning-path/> (pristupljeno 15.01.2018.).
- Cenek, P., 2003. Vehicle Kinematics and Microsimulation Models, Journal of Information, Control and Management Systems, Vol. 1, pp. 7-14.
- CGRA, 1967. Design Standard for Canadian Roads. Canadian Good Roads Association - CGRA (now Transportation Association of Canada - TAC), Ottawa, Ontario,

Canada.

CGS Labs, 2018. Autopath PRO, Swept path analysis and vehicle turning simulation software, Product Brochure, CGS Labs d.o.o., Ljubljana, Slovenia, <http://www.cgsplus.com/Software/Plateia.aspx> (pristupljeno 16.01.2018.).

Cheng, J. F. & Huang, H. C., 2011. Effects of Roadway Geometric Features on Low-Speed Turning Maneuvers of Large Vehicles. *International Journal of Pavement Research and Technology*, 4(6), pp. 373-383.

Choi, J., Lee, S., Baek, J., Kang, W., 2001. Offtracking Model on Horizontal Curve Sections. *Proceedings of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*, 3(1), pp. 341-353.

Dana, P. H., 1994. Global Positioning System Overview, Department of Geography, University of Texas at Austin, <https://www.colorado.edu/geography/gcraft/notes/gps/gps.html> (pristupljeno 25.02.2018.).

Department of Transport and Main Roads, 1988. VEHICLE/PATH, Operating procedures, Users Instructions and Installation Guide, Queensland Government, Australia.

Dragčević, V., 1999. Numerički model gibanja cestovnih vozila, Doktorska disertacija, Građevinski fakultet, Sveučilište u Zagrebu.

Dragčević, V. und Korlaet, Ž., 2003. Neues Fahr-simulationsverfahren von zusammengesetzten Fahrzeugen, *Strasse und Verkehr*, Nr. 7-8, S. 31-34.

Dragčević, V., Korlaet, Ž., Rukavina, T., Lakušić, S., 2005. Three - leg Intersection at - Grade - The Right Edge Forming Test. *Proceedings of the 3rd International Symposium on Highway Geometric Design*, Compendium of papers, Chicago, Illinois, 29 June - 1 July 2005. Transportation Research Board (TRB), Washington D.C., CD-ROM, 16 p.

Dragčević, V., Korlaet, Ž. & Stančerić, I., 2008. Methods for Setting Road Vehicle Movement Trajectories. *Baltic Journal of Road and Bridge Engineering*, 3(2), pp. 57-64.

Ervin, R. D. & Guy, Y., 1986. The Influence of Weights and Dimensions on the

Stability and Control of Heavy Duty Trucks in Canada, Final Report, Vol. 3, Appendices C-F, The University of Michigan Transportation Research Institute - UMTRI, Ann Arbor, Michigan, USA.

European Parliament, 2015. Directive (EU) 2015/719 of the European Parliament and of the Council of 29 April 2015 amending Council Directive 96/53/EC laying down for certain road vehicles circulating within the Community the maximum authorised dimensions in national and international traffic and the maximum authorised weights in international traffic, <http://data.europa.eu/eli/dir/2015/719/oj> (pristupljeno 28.01.2018.).

Everling, W. und Schoss, W., 1966. Die elektronische Berechnung von Fahrbahnverbreiterungen nach der Schleppkurve, *Brücke und Straße*, H. 6, S. 245-248.

FGSV, 1993. Richtlinien für die Anlage von Straßen, Plangleiche Knotenpunkte (RAS-K-1), Forschungsgesellschaft für Straßen- und Verkehrswesen (FGSV), Köln, Deutschland. <http://www.fgsv-verlag.de/catalog/> (pristupljeno 24.12.2017.).

FGSV, 2001. Bemessungsfahrzeuge und Schleppkurven zur Überprüfung der Befahrbarkeit von Verkehrsflächen, Forschungsgesellschaft für Straßen- und Verkehrswesen (FGSV), Köln, Deutschland, http://www.fgsv-verlag.de/catalog/product_info.php?cPath=21_40&products_id=412 (pristupljeno 24.12.2017.).

FGSV, 2006. Richtlinien für die Anlage von Stadtstraßen (RASt 06), Forschungsgesellschaft für Straßen- und Verkehrswesen (FGSV), Köln, Deutschland, http://www.fgsv-verlag.de/catalog/product_info.php?cPath=21_40&products_id=2325 (pristupljeno 24.12.2017.).

FGSV, 2012. Richtlinien für die Anlage von Landstraßen (RAL 12), Forschungsgesellschaft für Straßen- und Verkehrswesen (FGSV), Köln, Deutschland, http://www.fgsv-verlag.de/catalog/product_info.php?cPath=21_40&products_id=3206 (pristupljeno 25.12.2017.).

Flores, J., Chan, S. & Homola, D., 2015. A Field Test and Computer Simulation Study on the Wind Blade Trailer. Proceedings of the 5th International Symposium on Highway Geometric Design, Compendium of papers, Vancouver, Canada, 22-24

- June 2015. Transportation Research Board (TRB), Washington D.C., CD-ROM, 17p.
- Friedrich, B., Hoffmann, S., Axer, S., Niemeier, W., Tengen, D., Adams, C., Santel, G., 2013. Überprüfung der Befahrbarkeit innerörtlicher Knotenpunkte mit Fahrzeugen des Schwerlastverkehrs. Forschungsprojekt FE 77.0501/2010, Schlussbericht im Auftrag des Bundesministers für Verkehr, Bau und Stadtentwicklung, Bundesanstalt für Straßenwesen (BASt), Institut für Verkehr und Stadtbauwesen, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, Technische Universität Braunschweig und SHP Ingenieure GbR Hannover, Deutschland, <https://www.bast.de/BASt/2017/DE/Verkehrstechnik/Fachthemen/v1-lang-lkw/Berichte/770501.html> (pristupljeno 27.01.2018.).
- Frost, M., 2014. Improving the Modeling of OSOW Movements through Field Test Studies, Presented at Rapid City - 2014th Joint Western/Midwestern ITE District Annual Meeting, Session 1D - Oversized Trucks in Roundabouts, 29 June - 1 July 2014. Institute of Transportation Engineers (ITE), South Dakota, USA, https://www.westernite.org/annualmeetings/14_Rapid_City/Presentations/1D-Frost.pdf (pristupljeno 27.02.2018)
- FSV, 2005. RVS 03.05.11 - Richtlinien und Vorschriften für den Straßenbau, Straßenplanung: Knoten - Planungsgrundsätze, Österreichische Forschungsgesellschaft Straße - Schiene - Verkehr (FSV), Wien, Österreich, <http://www.fsv.at/shop/produktdetail.aspx/> (pristupljeno 22.01.2018.).
- FSV, 2007. RVS 03.05.12 - Richtlinien und Vorschriften für den Straßenbau, Straßenplanung: Knoten, Plangleiche Knoten - Kreuzungen, T-Kreuzungen, Österreichische Forschungsgesellschaft Straße - Schiene - Verkehr (FSV), Wien, Österreich, <http://www.fsv.at/shop/produktdetail.aspx/> (pristupljeno 22.01.2018.).
- Garlick, G. S., Kanga, D. N. & Miller, G. G., 1993. Vehicle Offtracking: A Globally Stable Solution. ITE Journal, 63(3), pp. 17-21.
- Gauss, F. und Rautenstrauss, W., 1956. Die Fahrbahnbreite für den Schwerlastverkehr. VDI-Zeitschrift, Bd. 98, S. 1849-1952.
- Gavran, D., 2013. User Manual - GCM++. Gavran Civil Modeller, Belgrade, Serbia,

- <http://www.gcm-gavran.com/gavran-gcm-preview.htm> (pristupljeno 22.10.2017.).
- Gavran, D., Vukosav, D., Bulović, N., 1996. Uvod u AutoLISP. III jugoslovenski simpozijum o primeni CAD tehnologija - "CAD Forum '96", "Vojvodina PRO-ING '46" dd, Novi Sad, Srbija, 18. i 19. april 1996., str. 324-344.
- GIS Resources, 2018. Fundamentals of GPS Signal and Data, A Knowledge Archive, http://www.gisresources.com/fundamentals-of-gps-signal-and-data_2/ (pristupljeno 24.01.2018).
- Glabsch, J., Heunecke, O., Schuhbäck, S., Wirth., W., 2012. Swept path determination by means of PDGNSS. Proceedings of the 3rd International Conference on Machine Control & Guidance - MCG, Stuttgart, Germany, 27 - 29 March 2012, <http://www.uni-stuttgart.de/ingeo/mcg2012/proceedings.htm> (pristupljeno 20.02.2018.).
- Glauz, W. D. & Harwood, D. W., 1991. Superelevation and Body Roll Effects on Offtracking of Large Trucks, Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, No. 1303, pp. 1-10.
- Guhlmann, E., 1959. Die Anwendung der Schleppkurve bei der Projektierung von Straßen, Straßentechnik, 7. Jg., Nr. 9, S. 100-103.
- Halter, G., 1932. Die Ausgestaltung scharfer Bogen in Landstraßen, Verkehrstechnik, Nr. 23, S. 667-670.
- Harwood, D. W., Torbic, D. J., Richard, K. R., Glauz, W. D., Elefteriadou, L., 2003. National Cooperative Highway Research Program - NCHRP Report 505: Review of Truck Characteristics as Factors in Roadway Design. Transportation Research Board. Washington, D.C., USA.
- Heald, L. K., 1986. Use of the WHI Offtracking Formula, Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, No. 1052, pp. 45-53.
- Hübner, 2018. Articulation systems for articulated buses, HÜBNER GmbH & Co. KG, Kassel, Germany, <http://www.hubner-group.com/en/Articulation+Systems.html> (pristupljeno 15.03.2018.).
- ICAO, 2005. Aerodrome Design Manual - Part 2: Taxiways, Aprons and Holding Bays,

4th edition, International Civil Aviation Organization, Montreal, Canada.

Ilić, V., Gavran, D., Fric, S., Trpčevski, F., Vranjevac, S., 2016. Kritička analiza postojećih metoda simulacije kretanja vozila pri projektovanju površinskih raskrsnica. Drugi Srpski kongres o putevima, Srpsko društvo za puteve "Via-Vita" i JP Putevi Srbije, Beograd, Srbija, 9. i 10. jun 2016., str. 76-87, ISBN 978-86-88541-06-0.

Ilić, V., Gavran, D., Fric, S., Trpčevski, F., Vranjevac, S., 2018a. Eksperimentalne metode za određivanje graničnih krivih prohodnosti vozila. Drugi Srpski kongres o putevima, Srpsko društvo za puteve "Via-Vita" i JP Putevi Srbije, Beograd, Srbija, 14. i 15. jun 2018., str. 134-145, ISBN 978-86-88541-10-7.

Ilić, V., Gavran, D., Fric, S., Trpčevski, F., Vranjevac, S., 2018b. Vehicle swept path analysis based on GPS data, Canadian Journal of Civil Engineering, 45(10), pp. 827-839, <https://doi.org/10.1139/cjce-2017-0245> (pristupljeno 21.10.2018.).

Jeffrey, C., 2010. An Introduction to GNSS: GPS, GLONASS, Galileo and other Global Navigation Satellite Systems. First Edition, NovAtel Inc., ISBN 978-0-9813754-0-3, Calgary, Alberta, Canada.

JP Putevi Srbije, 2011. Pravilnik o uslovima koje sa aspekta bezbednosti saobraćaja moraju da ispunjavaju putni objekti i drugi elementi javnog puta, Javno preduzeće Putevi Srbije, Beograd, http://www.putevi-srbije.rs/images/pdf/regulativa/Pravilnik_o_uslovima_koje_sa_aspekta_bezbednosti_saobracaja_moraju_da_ispunjavaju_putni_objekti.pdf (pristupljeno 11.02.2018.).

Korlaet, Ž., 1990a. Optimizacija postupka određivanja horizontalne prohodnosti vozila, Građevinar - časopis Hrvatskog saveza građevinskih inženjera, 42(1), str. 1-15

Korlaet, Ž., 1990b. Kriteriji numeričke interpretacije Halterova postupka, Građevinar - časopis Hrvatskog saveza građevinskih inženjera, 42(8), str. 343-345.

Korlaet, Ž., Dragčević, V., 1999. Trajektorija povlačenja u kinematičkom modelu složenog vozila, Građevinar - časopis Hrvatskog saveza građevinskih inženjera, 51 (1999) 12, str. 793-797.

Korlaet, Ž., Dragčević, V. & Stančerić, I., 2010. Designing Criteria of Acute Angle Four-Leg Intersection at Grade. Proceedings of the 4th International Symposium

on Highway Geometric Design, Compendium of papers, Valencia, Spain, 2-5 June 2010. Polytechnic University of Valencia and Transportation Research Board (TRB), Washington D.C., CD-ROM, 15p.

Krenz, A. und Osterloch, H., 1964. Die Bordsteinführung an Straßenkreuzungen und Knotenpunkten - Taschenbuch für Entwurf und Absteckung. Bauverlag GmbH, ISBN 3 7625 0033 9, Wiesbaden und Berlin, Deutschland.

Leica, 2018. Leica Viva GS16 - Self Learning GNSS Smart Antenna, Leica Geosystems AG, Part of the Hexagon AB Geosystems, Heerbrugg, Switzerland, <https://leica-geosystems.com/products/gnss-systems/smart-antennas/leica-viva-gs16> (pristupljeno 26.02.2018.).

Leisch, E. J., et al., 1977. Turning Vehicle Templates: A Transportation Design Aid. Institute of Transportation Engineers - ITE. Washington D.C., USA.

Leisch, E. J., et al., 1987. Turning Vehicle Templates: A Transportation Design Aid, Metric. Institute of Transportation Engineers - ITE. Washington D.C., USA.

Leisch, J. P., & Carrasco, M., 2014. Design Vehicles: From Turning Templates to Smart Systems. Proceedings of the 2014 Transportation Association of Canada (TAC) Conference & Exhibition - Transportation: Past, Present, Future, vol. 1., pp. 405-424, Montreal, Canada, <http://www.tac-atc.ca/en/conference/papers/design-vehicles-turning-templates-smart-systems> (pristupljeno 12.02.2018.).

Lentz, D. und Buck, M., 1989. Fahrgeometrische Grundlagen beim Entwurf von Anlagen für den ruhenden Verkehr: Veröffentlichungen aus dem Institut für Straßen- und Verkehrswesen, Stuttgart, Heft 4, S. 79-97.

Lippold, C. und Schemmel, A., 2014. Befahrbarkeit plangleicher Knotenpunkte mit Lang-Lkw. Forschungsprojekt FE 09.0284/2013/CRB, Schlussbericht im Auftrag des Bundesministeriums für Verkehr und digitale Infrastruktur, Bundesanstalt für Straßenwesen (BASt), Lehrstuhl für Gestaltung von Straßenverkehrsanlagen, Institut für Verkehrsanlagen, Technische Universität Dresden, Deutschland, <http://www.bast.de/DE/Verkehrstechnik/...lang-lkw/.../890284.pdf> (pristupljeno 9.12.2017.).

Litzka, J., 1970. Die Ausbildung von Kehren: Grundlagen beim Entwurf von Anlagen

für den ruhenden Verkehr, Dissertation, Universität für Bodenkultur Wien.

Maletin, M., 2009. Gradske saobraćajnice. Drugo izdanje. Orion art, ISBN 978-86-83305-39-1, Beograd, Srbija.

Maletin, M., Anđus, V., Katanić, J., 2010a. Tehnička uputstva za projektovanje površinskih raskrsnica (PGS-PR/07), Građevinski centar, ISBN 978-86-88509-02-2, Beograd, Srbija.

Maletin, M., Anđus, V., Katanić, J., 2010b. Tehnička uputstva za planiranje i projektovanje gradske putne mreže (PGS-M/06), Građevinski centar, ISBN 978-86-88509-00-8, Beograd, Srbija.

MathWorks, 2018. MATLAB - a multi-paradigm numerical computing environment and proprietary programming language, MathWorks, Natick, MA, USA, https://www.mathworks.com/products/matlab.html?s_tid=hp_products_matlab (pristupljeno 17.03.2018.).

Mussone, L., Matteucci, M., Bassani, M., Rizzi, D., 2011. An innovative method for the analysis of vehicle movements in roundabouts based on image processing, Journal of Advanced Transportation, 47(6), pp. 581-594.

Ogle, J., Guensler, R., Bachman, W., Koutsak, M., Wolf, J., 2002. Accuracy of Global Positioning System for Determining Driver Performance Parameters. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, No. 1818, pp. 12-24.

Osterloh, H., 1991. Straßenplanung mit Klothoiden und Schleppkurven: Einrechnung von Trasse und Gradiente. Bauverlag GmbH, ISBN 3 7625 2858 6, Wiesbaden und Berlin, Deutschland.

Pecchini, D. & Giuliani, F., 2013. Experimental Test of an Articulated Lorry Swept Path, ASCE Journal of Transportation Engineering, 139(12), pp. 1174-1183.

PennState, 2018. GPS and GNSS for Geospatial Professionals, Department of Geography, College of Earth and Mineral Sciences, The Pennsylvania State University, University Park, PA, <https://www.e-education.psu.edu/geog862/node/1845> (pristupljeno 27.02.2018.).

- PhotoModeler Technologies, 2018. PhotoModeler for Unmanned Aircraft Systems - PhotoModeler UAS, PhotoModeler Technologies - Eos Systems Inc., Vancouver, BC, Canada, <http://www.photomodeler.com/applications/UAS/default.html> (pristupljeno 20.02.2018.).
- Prince, G. E. & Dubois, S. P., 2009. Mathematical Models for Motion of the Rear Ends of Vehicles, *Mathematical and Computer Modelling*, 49(9-10), pp. 2049-2060.
- RIB-STRATIS, 2018. Design Alignment Module. Road Planning, Design of Intersections, Tractrix calculation, Product Brochure, RIB Software SE, Stuttgart, Germany, <https://www.rib-software.com/en/main/rib-solutions/rib-stratis/design-alignment.html> (pristupljeno 16.01.2018.).
- Sayers, M. W., 1986. Vehicle Offtracking Models, *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, No. 1052, pp. 53 - 62.
- Sayers, M. W., 1990. Symbolic Computer Methods to Automatically Formulate Vehicle Simulation Codes, Doctoral Dissertation, The University of Michigan Transportation Research Institute, MI.
- Sayers, M. W., 1991. Exact Equations for Tractrix Curves Associated with Vehicle Offtracking. *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, 20(3), pp. 297-308.
- Sl. glasnik RS, 2017. Pravilnik o podeli motornih i priključnih vozila i tehničkim uslovima za vozila u saobraćaju na putevima, Službeni glasnik Republike Srbije br. 40/2012, 102/2012, 19/2013, 41/2013, 102/2014, 41/2015, 78/2015, 111/2015, 14/2016, 108/2016, 7/2017-ispr. i 63/2017.
- Sobotta, R., 2006. Überprüfung von Entwurfparametern für Kreisverkehre mit empirisch ermittelten Schleppkurven, Dissertation, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen, Universität der Bundeswehr München.
- Spacek, P., 2008. Entwurf von Strassen - Grundzüge. Institut für Verkehrsplanung und Transportsysteme, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, Schweiz.
- Stančerić, I., Korlaet, Ž. & Dragčević, V., 2017. New design procedure for four-leg channelized intersections, *Građevinar*, 69(4), pp. 257-266. <https://doi.org/10.14256/JCE.1927.2016> (pristupljeno dana 20.12.2018.).

- Sun, Q., Odolinski, R., Xia, J., Foster, J., Falkmer, T., Lee, H., 2017a. Validating the efficacy of GPS tracking vehicle movement for driving behaviour assessment. *Travel Behaviour and Society*, Elsevier, 6(2017), pp. 32-43, <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2214367X15300120> (pristupljeno dana 20.01.2018).
- Sun, Q., Xia, J., Foster, J., Falkmer, T., Lee, H., 2017b. Pursuing Precise Vehicle Movement Trajectory in Urban Residential Area Using Multi-GNSS RTK Tracking. *Transportation Research Procedia*, Elsevier, 25(2017), pp. 2356-2372, <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352146517305628> (pristupljeno dana 20.01.2018).
- Transoft Solutions, 2018a. NEXUS, Product Brochure, Richmond, BC., Canada, <http://www.transoftsolutions.com/emea/road-design/nexus-junction-design/> (pristupljeno 10.01.2018.).
- Transoft Solutions, 2018b. AutoTurn 10.2, Product Brochure, Richmond, British Columbia, Canada, <http://www.transoftsolutions.com/vehicle-swept-path/autoturn-select/autoturn/> (pristupljeno 16.01.2018.).
- Trimble, 2018a. Trimble R8s GNSS receiver, Integrated GNSS System, Trimble Inc., Sunnyvale, California, <https://geospatial.trimble.com/products-and-solutions/r8s> (pristupljeno 26.02.2018.).
- Trimble, 2018b. Trimble Access Software, Version 2017.11, Trimble Inc., Sunnyvale, California, <https://geospatial.trimble.com/products-and-solutions/trimble-access> (pristupljeno 24.03.2018.).
- Trimble, 2018c. Trimble Business Center - office software for surveyors, Version 4.00, Trimble Inc., Sunnyvale, California, <https://geospatial.trimble.com/products-and-solutions/trimble-business-center> (pristupljeno 24.03.2018.).
- USDOT, 2000. Comprehensive Truck Size and Weight Study, Issues and Background, Publication Number: FHWA-PL-00-029, Vol 2., The U.S. Department of Transportation's, Federal Highway Administration, Washington, D.C., <https://www.fhwa.dot.gov/reports/tswstudy/> (pristupljeno 26.12.2017.).
- VSS, 2003. Verbreiterung der Fahrbahn in Kurven, Schweizer Norm (SN) 640 105b,

Schweizerischer Verband der Strassen- und Verkehrsfachleute (VSS), Zürich, Schweiz, http://www.vss.ch/topnavigation/search/?tx_solr%5Bfilter%5D%5B0%5D=facet_172_stringM%3AAktiv (pristupljeno 14.05.2018.).

Wang, Y. & Linnett, J. A., 1995. Vehicle Kinematics and Its Application to Highway Design, ASCE Journal of Transportation Engineering, 121(1), pp. 63-74.

WHI, 1970. Offtracking Characteristics of Trucks and Truck Combinations, Research Committee Report, No. 3, Western Highway Institute, San Bruno, CA., USA.

Wolfram Research, 2018. Wolfram Mathematica (WolframAlpha) - state of the art technical computing system, The Wolfram Centre, Oxfordshire, United Kingdom, <http://www.wolfram.com/mathematica/?source=nav> (pristupljeno 17.03.2018.).

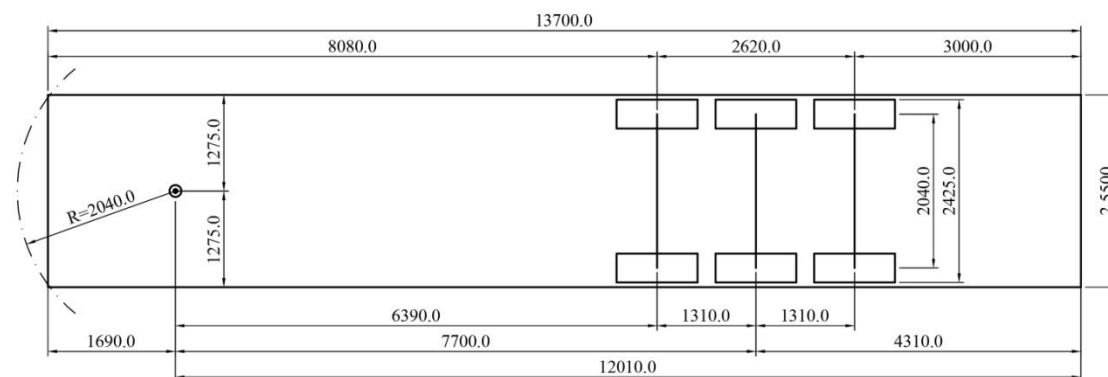
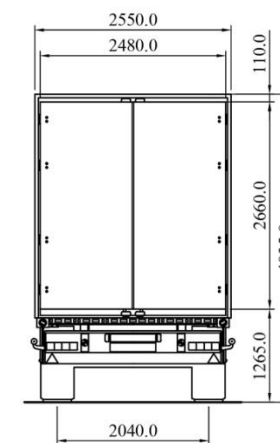
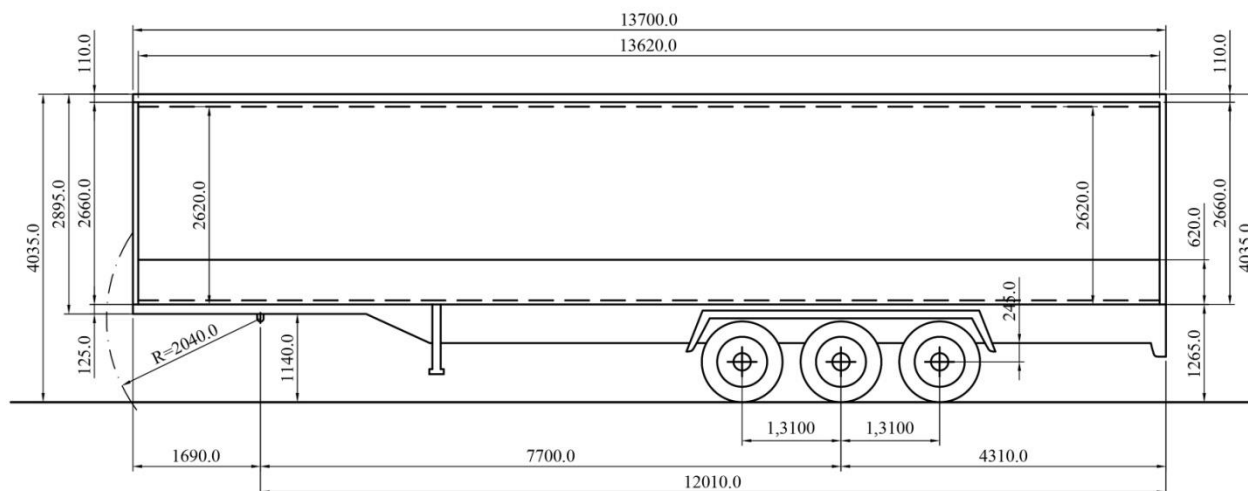
Woodrooffe, J. H. F., Morisset, L. E. & Smith, C. A. M., 1983. A Generalized Mathematical Solution for Transient Offtracking of Single Vehicles and Truck Combinations, Report No. 22878. Division of Mechanical Engineering, National Research Council of Canada, University of Ottawa, Ontario.

PRILOG A

Tehnički crteži sa detaljnim dimenzijama izabranih testnih vozila

Poluprikolica Schmitz SCS

RAZMERA 1:100

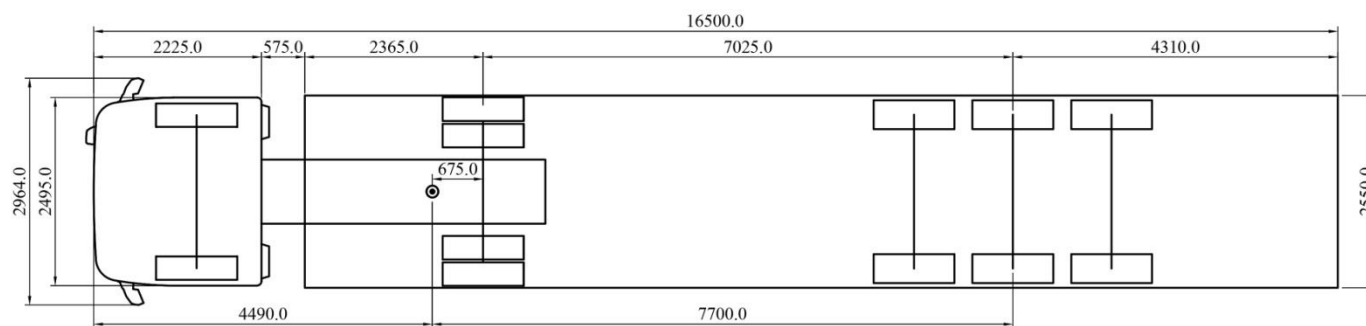
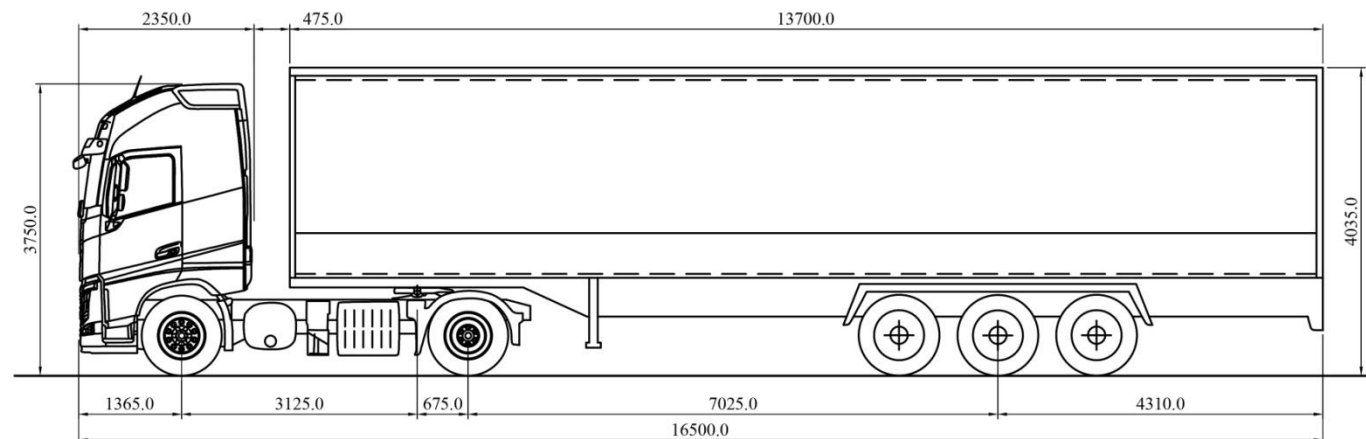


Za kinematički model III
BASE: 7700.0 mm
TRAILER: 7700.0 mm

Napomena: sve dimenzije su izražene u [mm].

Tegljač Volvo FH 500 sa Schmitz SCS poluprikolicom

RAZMERA 1:100

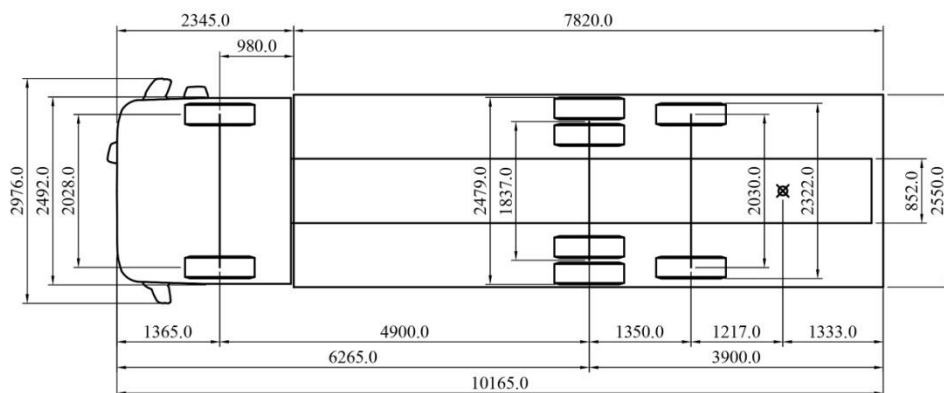
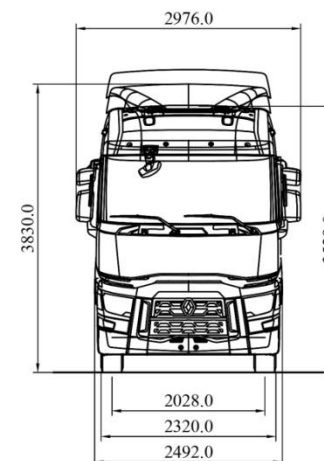
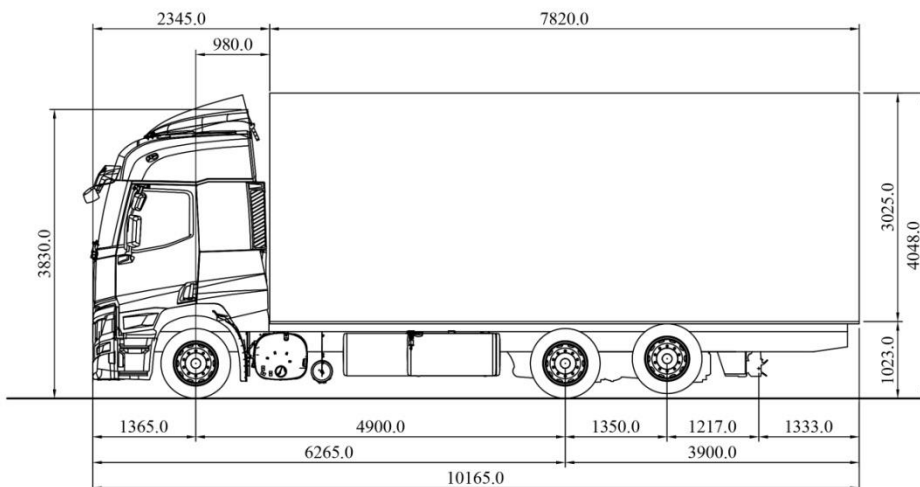


	Za kinematički model III	
	Tegljač Volvo FH 500	Poluprikolica Schmitz SCS
BASE	5190.0 mm	7700.0 mm
TRAILER	4515.0 mm	7700.0 mm

Napomena: sve dimenzije su izražene u [mm].

Kamion Renault T430 sa nadogradnjom

RAZMERA 1:100

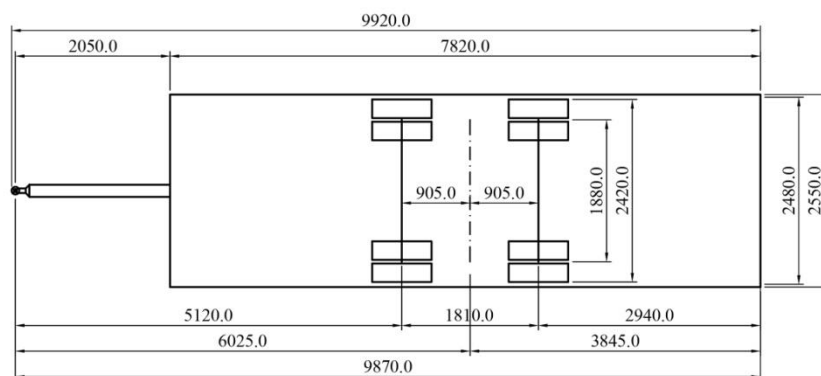
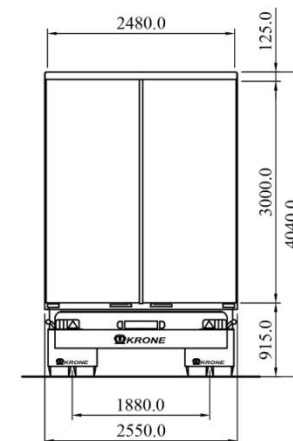
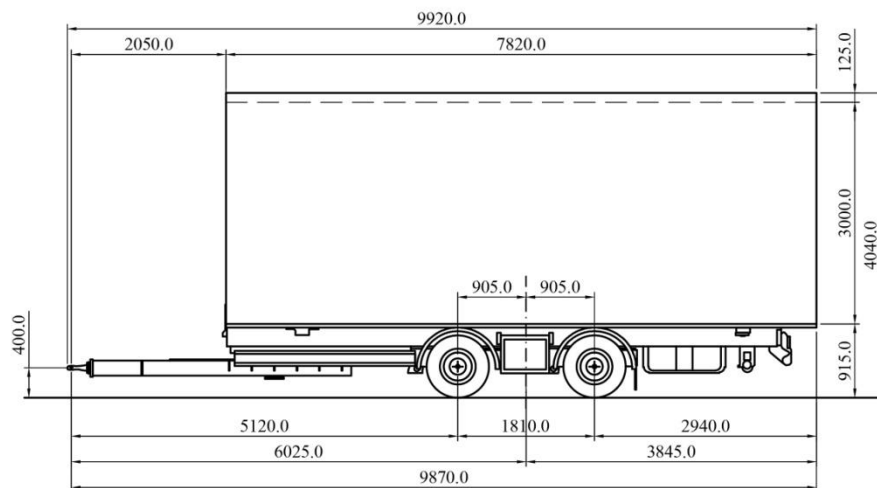


Za kinematički model III
BASE: 1365.0 mm + 4900.0 mm + 30.0 mm* = 6295.0 mm
TRAILER: 6295.0 mm + 1350.0 mm + 1217.0 mm = 8862.0 mm

*Udaljenost osovine laserskog zraka od najisturenije tačke na sredini prednjeg branika Renault kamiona.

Napomena: sve dimenzije su izražene u [mm].

Krone ZZ dvoosovinska prikolica sa centralno postavljenim tandem osovinama

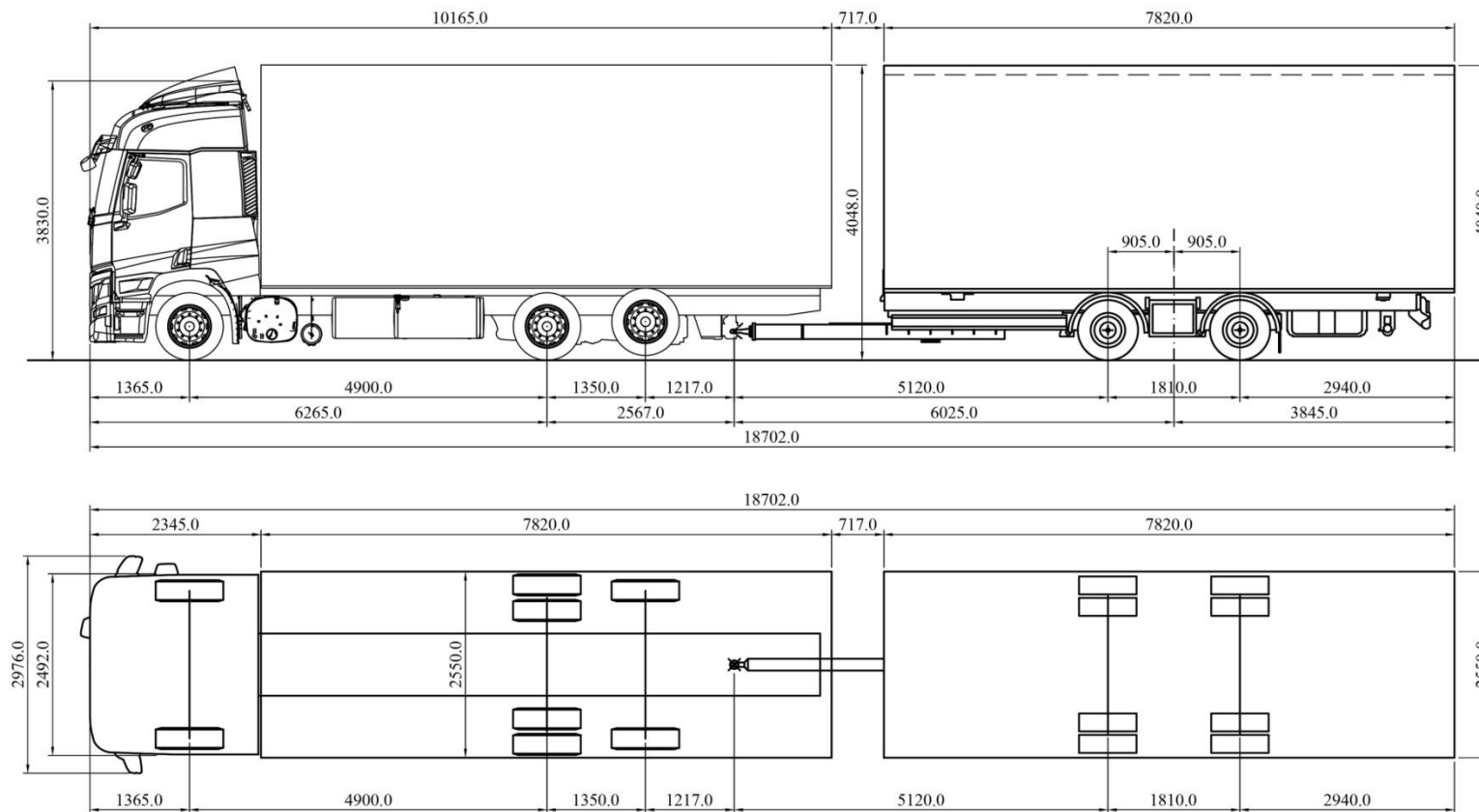


Za kinematički model III
BASE: 6025.0 mm
TRAILER: 6025.0 mm

Napomena: sve dimenzije su izražene u [mm].

Kamion Renault T430 sa Krone ZZ dvoosovinskom tandem prikolicom

RAZMERA 1:100

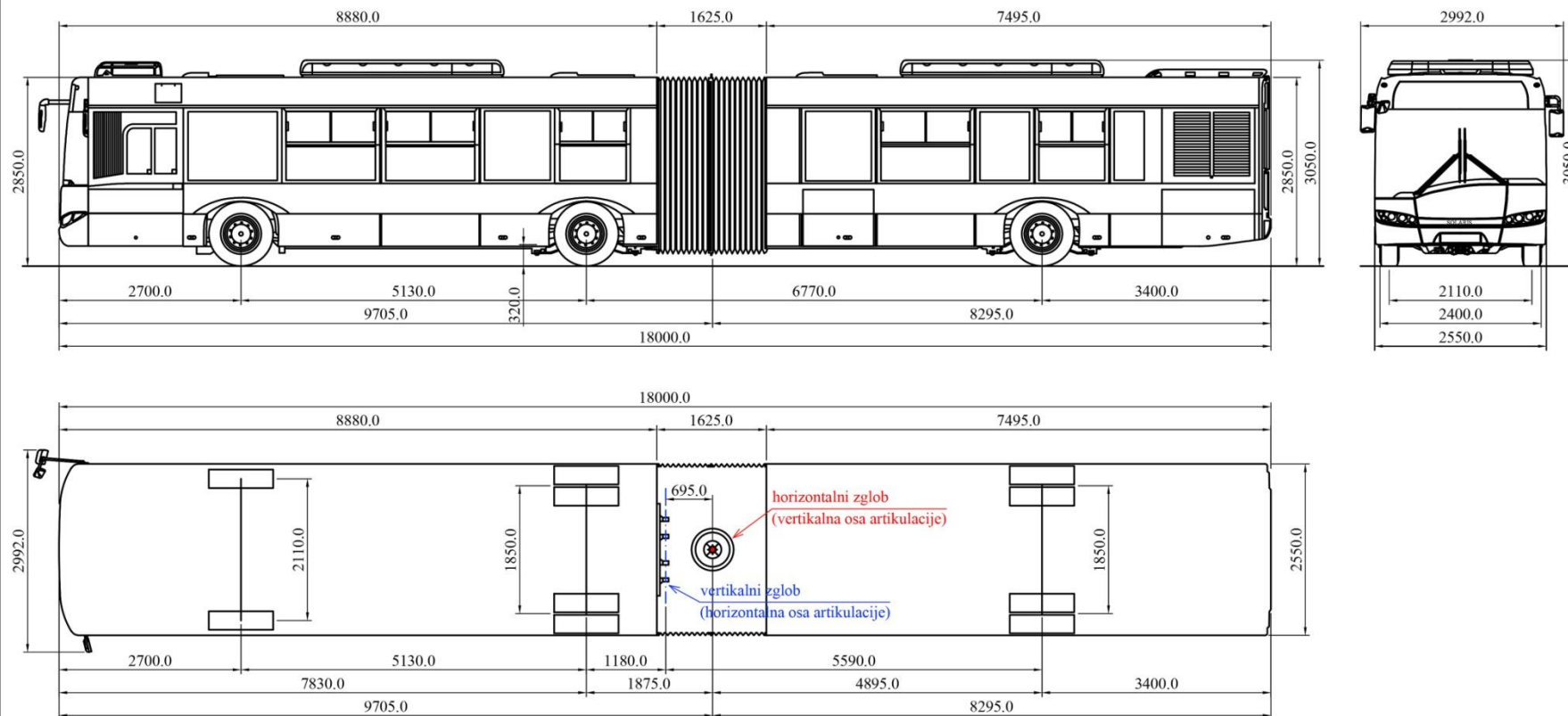


Za kinematički model III		
	Kamion Renault T430	Prikolica Krone ZZ
BASE	6295.0 mm	6025.0 mm
TRAILER	8862.0 mm	6025.0 mm

Napomena: sve dimenzije su izražene u [mm].

Zglobni autobus Solaris Urbino 18

RAZMERA 1:100



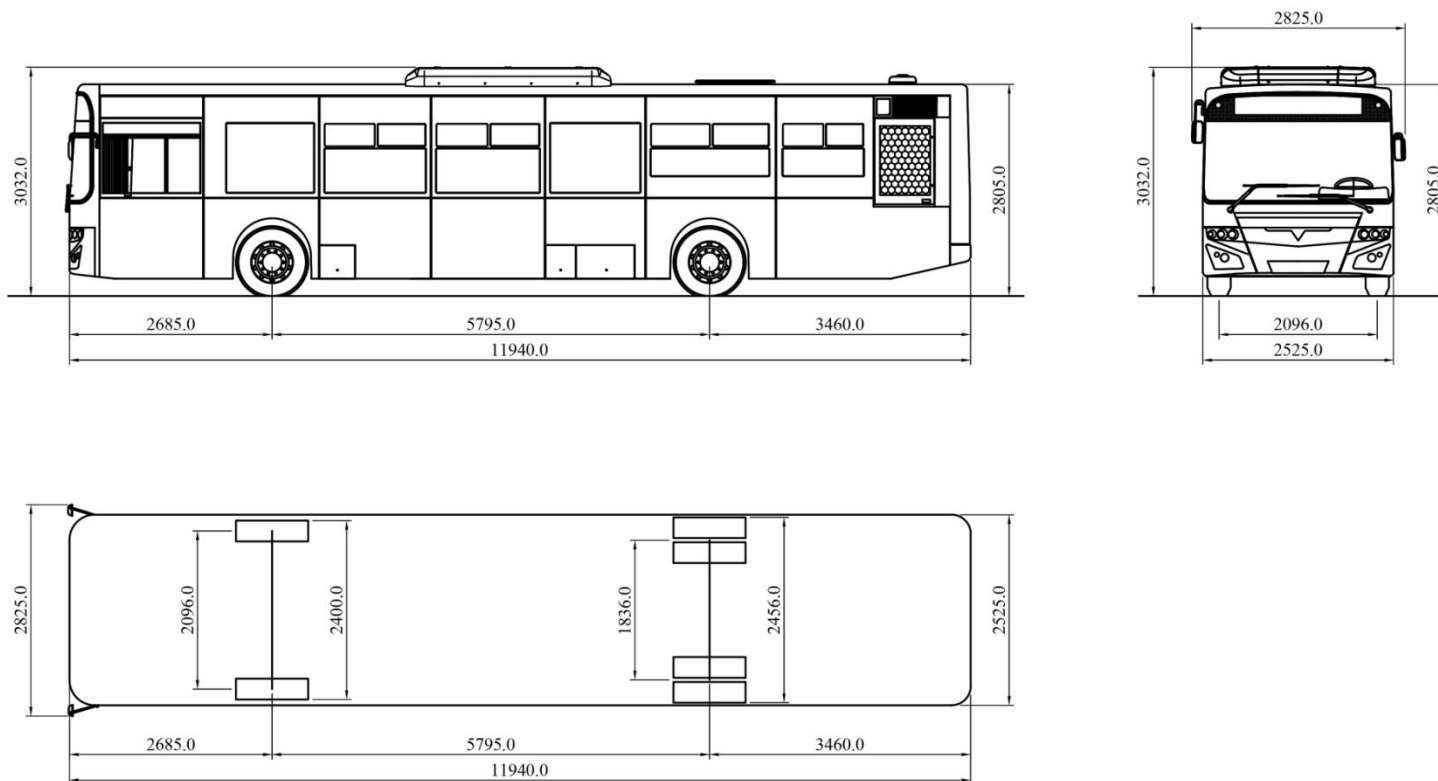
Za kinematički model III		
	I segment zglobnog autobusa	II segment zglobnog autobusa
BASE	2700.0 mm + 5130.0 mm + 36.0 mm* = 7866.0 mm	4895.0 mm
TRAILER	7866.0 mm + 1875.0 mm = 9741.0 mm	4895.0 mm

*Udaljenost osovine laserskog zraka od najisturenije tačke na sredini prednjeg branika Solaris-ovog zglobnog autobusa.

Napomena: sve dimenzije su izražene u [mm].

Gradski (solo) autobus Ikarbus IK 112

RAZMERA 1:100



Za kinematički model III
BASE: 2685.0 mm + 5795.0 mm + 33.0 mm* = 8513.0 mm
TRAILER: 8513.0 mm

*Udaljenost osovine laserskog zraka od najisturenije tačke na sredini prednjeg branika Ikarbus-ovog autobusa.

Napomena: sve dimenzije su izražene u [mm].

PRILOG B

Specifikacije Trimble R8s GNSS sistema

SPECIFIKACIJA

Trimble R8s GNSS sistem

Ključne osobine

Univerzalan **konfigurabilan** prijemnik **promenljivih** opcija prema budućim potrebama

Dostupan u konfiguracijama za **naknadnu obradu**, samo **baza**, samo **rover** ili **baza i rover**

Napredno praćenje satelita **tehnologijom Trimble 360**

Uključuje **Trimble Maxwell 6 čip** sa 440 kanala

Jednostavna integracija sa Trimble S totalnim stanicama i V10 Imaging roverom

Intuitivni softveri **Trimble Access** za teren i **Trimble Business Center** za naknadnu obradu



Slika B.1 Ključne karakteristike Trimble GNSS sistema (izvor: <http://www.livona.rs>)¹

¹ Sve tehničke specifikacije za Trimble R8s GNSS rover preuzete su od ovlašćenog Trimble distributera za Srbiju kompanije LIVONA d.o.o iz Beograda, <http://www.livona.rs>

UNIVERZALAN PRIJEMNIK KONFIGURISAN ZA DANAS, PROMENLJIV ZA SUTRA

Preko 30 godina Trimble je postavljao standarde u tehnologiji pozicioniranja i nastavlja da podiže letvicu. Umesto pre-konfigurisanog sistema, Trimble® R8s pruža vam osobine i prednosti koje želite, sve u jednom fleksibilnom i prilagodljivom sistemu. Nikada nije bilo lakše izgraditi sistem po meri vašeg projekta.

Trimble R8s lako se integriše sa Trimble S totalnim stanicama i inovativnim Trimble V10 Imaging Roverom. Kreirajte kompletno rešenje kombinovanjem prijemnika Trimble R8s, Trimble kontrolera sa terenskim softverom Trimble Access™ i softvera za naknadnu obradu Trimble Business Center.

Konfigurirate i prilagodite sa lakoćom

Sa Trimble R8s veoma je lako i jednostavno izgraditi prijemnik baš po meri posla. Izaberite konfiguraciju koja najbolje odgovara vašim potrebama, bila to naknadna obrada, baza, rover ili kombinacija baza i rover. Pošto ste konfigurisali vaš prijemnik, pojedine opcije mogu se dodati kasnije i tako proširiti funkcionalnost prijemnika.

Trimble R8s pruža najviši nivo prilagođavanja. Kako se menjaju vaši zahtevi, tako se adaptira i Trimble R8s. Jednostavno dodajte funkcionalnost onda kada vam je to potrebno.

Tehnologija Trimble 360

Svaki Trimble R8s sadrži moćnu tehnologiju Trimble 360 koja podržava signale iz svih postojećih i planiranih satelitskih i korekcionih sistema. Zahvaljujući prijemu dodatnih satelitskih signala, tehnologija Trimble 360 može povećati domete vašeg GNSS rovera i na prostorima gde je signal bio nedostupan zbog umerene vegetacije ili drugih prepreka.

Trimble R8s sadrži dva integrisana čipa Maxwell™ 6 sa 440 kanala i može da prati sve satelitske sisteme, uključujući: GPS, GLONASS, Galileo, BeiDou i QZSS. Zajedno sa Trimbleovim komunikacionim protokolom CMRx, koji obezbeđuje kompresiju korekcionih poruka bez presedana, dobijate najpouzdanije performanse pozicioniranja u investiciji koja ostaje produktivna i u budućnosti.

Komunikacione opcije i daljinski pristup preko Web interfejsa

Trimble R8s GNSS prijemnik sadrži više opcija za komunikaciju, uključujući integrisan UHF radio modem ili 3G celularni modem.

Ekskluzivan Trimble Web korisnički interfejs eliminiše potrebu za putovanjem zbog rutinskog obilaska baznog prijemnika. Jednostavno proverite status prijemnika i konfigurirate ga iz vaše kancelarije. Čak možete preuzeti sirove GNSS podatke za naknadnu obradu, sve to primenom Web interfejsa i daljinskim pristupom.

Kompletno rešenje

Kreirajte rešenje bez premca kombinovanjem prijemnika Trimble R8s i moćnih Trimble kontrolera opremljenih terenskim softverom Trimble Access.

Terenski softver Trimble Access nudi brojne funkcije i mogućnosti za olakšanje svakodnevnog posla. Dodatni moduli sa posebnim procedurama za puteve, oskultacije, rudnike i tunele, vode vaše ekipe kroz standardne tipove projekata, omogućujući brži i lakši rad. Geodetske organizacije mogu implementirati i svoje specifične procedure, proširenjem softvera programiranjem sa Trimble Access Software Development Kit (SDK).

Kada se vratite u kancelariju softver Trimble Business Center omogućuje vam pouzdanu proveru, obradu i izravnjanje vaših podataka. Bez obzira koja Trimble rešenja koristite na terenu, softver Trimble Business Center obezbediće najbolje izlazne rezultate.

Trimble mobilna aplikacija – Novi način za brzo prikupljanje sirovih GNSS podataka

Trimble DL aplikacija za Android omogućuje jednostavan i lak način za prikupljanje sirovih statičkih GNSS podataka za naknadnu obradu, bez potrebe za korišćenjem Trimble kontrolera i terenskog softvera Trimble Access. Ova besplatna aplikacija dostupna je na Google Play Store i radi na telefonima i tabletima sa operativnim sistemom Android.

OPŠTE SPECIFIKACIJE¹**Merenja**

- Napredni Trimble Maxwell 6 Custom Survey GNSS čip sa 440 kanala
- Osigurano praćenje novih signala u budućnosti, zahvaljujući tehnologiji Trimble 360
- Visoko precizni višestruki korelator za merenja GNSS pseudorastojanja
- Nefiltrirani i neizmenjeni podaci merenja pseudorastojanja, zanemarljivog šuma i greške višestruke refleksije, nekorelisani u vremenskom domenu, velikog dinamičkog opsega
- Fazna GNSS merenja veoma niskog šuma, preciznosti <1 mm na opsegu od 1 Hz
- Odnos signal šum prikazan u dB-Hz
- Dokazana tehnologija za praćenje niskih satelita
- Simultano praćenje sledećih satelitskih signala:
 - GPS: L1C/A, L1C, L2C, L2E, L5
 - GLONASS: L1C/A, L1P, L2C/A, L2P, L3
 - SBAS: L1C/A, L5 (za SBAS satelite koji podržavaju L5)
 - Galileo: E1, E5A, E5B
 - BeiDou (COMPASS): B1, B2
- SBAS: QZSS, WAAS, EGNOS, GAGAN
- Učestalost pozicioniranja: 1 Hz, 2 Hz, 5 Hz, 10 Hz, and 20 Hz

TAČNOST²**Kodno diferencijalno pozicioniranje**

Horizontalno	0.25 m + 1 ppm RMS
Vertikalno	0.50 m + 1 ppm RMS
SBAS diferencijalno pozicioniranje ³	tipično <5 m 3DRMS

Statička GNSS merenja

Visoko precizna statička GNSS merenja

Horizontalno	3 mm + 0.1 ppm RMS
Vertikalno	3.5 mm + 0.4 ppm RMS

Statika i brza statika

Horizontalno	3 mm + 0.5 ppm RMS
Vertikalno	5 mm + 0.5 ppm RMS

Kinematička merenja sa naknadnom obradom (PPK)

Horizontalno	8 mm + 1 ppm RMS
Vertikalno	15 mm + 1 ppm RMS

Kinematička merenja u realnom vremenu**ZA IZVEDENA MERENJA NA TERENU**

Jedna baza <30 km

Horizontalno	8 mm + 1 ppm RMS
Vertikalno	15 mm + 1 ppm RMS

RTK merenja u VRS mrežama⁴

Horizontalno	8 mm + 0.5 ppm RMS
Vertikalno	15 mm + 0.5 ppm RMS

Vreme inicijalizacije⁵ tipično <8 sekundiPouzdanost inicijalizacije⁵ tipično >99.9%

1 Bazirano na konfiguraciji Trimble R8s GNSS prijemnika.

2 Preciznost i pouzdanost mogu biti predmet anomalija kao što su višestruka refleksija, fizičke prepreke, raspored satelita i atmosferski uslovi. Prikazane specifikacije preporučuju upotrebu stabilnih nosača na otvorenom prostoru u okruženju bez elektromagnetnih smetnji i višestrukih refleksija, sa optimalnim rasporedom GNSS satelita, uz primenu preporučenih metoda merenja za postizanje zahtevane tačnosti. Vektori duži od 30 km zahtevaju precizne efemeride. Vreme opažanja može biti do 24h za visoko preciznu statičku metodu.

3 Zavisi od performansi sistema SBAS.

4 Mrežne RTK PPM vrednosti odnose se na najbližu fizičku baznu stanicu.

5 Podložno uticaju atmosferskih uslova, višestruke refleksije, prepreka i rasporeda satelita. Pouzdanost inicijalizacije se konstantno proverava da bi se obezbedio najviši kvalitet.

HARDVER

Fizičke specifikacije

Dimenzije	19 cm x 10.4 cm, uključujući konektore
Težina	1.52 kg sa internom baterijom, internim radiom i antenom 3.81 kg kompletan RTK rover (gornje opcije, plus štap i kontroler)
Radna Temperatura ⁶	-40 °C to +65 °C
Skladišna Temperatura	-40 °C to +75 °C
Vlažnost	100%, kondenzacija
Ingress Protection	IP67 otporan na prašinu i privremeno potopiv do dubine od 1 m
Šok i vibracija	Testiran i zadovoljava sledeće standarde: Šok Isključen: Projektovan da izdrži pad na beton sa štapa visine 2 m. Uključen: do 40 G, 10 msec, uzastopno
Vibracija	MIL-STD-810F, FIG.514.5C-1

ELEKTRIČNE SPECIFIKACIJE

- Ulaz za spoljno napajanje od 11 do 24 V DC sa zaštitom od prenapona na portu 1 (7-pin Lemo)
- Punjiva, izmenjiva Litijum-Jon pametna baterija od 7.4 V, 2.8 Ah
- Potrošnja je <3.2 W u RTK režimu sa internim radiom i uključenom Bluetooth[®] vezom⁷
- Autonomija rada sa internom baterijom⁸:
 - 450 MHz samo prijem 5.0 sati
 - 450 MHz prijem/predaja (0.5 W) 2.5 sata
 - Opcioni interni mobilni modem 4.0 sata

KOMUNIKACIJA I MEMORISANJE PODATAKA

- Serijska veza: Trožilna veza (7-pin Lemo) na portu 1; Puni RS-232 (Dsub 9 pin) na portu 2
- Radio Modem¹: potpuno integrisan, zaptiven primopredajnik sa frekventnim opsegom od 403 MHz do 473 MHz, sa podrškom za Trimble, Pacific Crest, i SATEL radio protokole:
 - Snaga emitovanja: 0.5 W
 - Domet: 3–5 km tipično / 10 km optimalno⁹
- Celularni modem¹: potpuno integrisan i zaptiven interni GSM/GPRS/EDGE/UMTS/HSPA+
- modem. CSD (Circuit-Switched Data) i PSD (Packet-Switched Data) podržano. Globalna operativnost:
 - Penta-Band UMTS/HSPA+ (850/800, 900, 1900, i 2100 MHz)
 - Quad-Band GSM/CSD & GPRS/EDGE (850, 900, 1800, i 1900 MHz)
- Bluetooth: potpuno integrisan i zaptiven 2.4 GHz komunikacioni port (Bluetooth)¹⁰
- Spoljni komunikacioni uređaji za korekcije podržani na serijskom ili Bluetooth portu
- Memorisanje podataka: 56 MB interne memorije, 960 sati sirovih opažanja (oko. 1.4 MB/ dnevno), sa epohom od 15 sec i praćenjem prosečno 14 satelita

Formati podataka

- CMR+, CMRx, RTCM 2.1, RTCM 2.3, RTCM 3.0, RTCM 3.1 ulaz/izlaz
- 23 NMEA izlaza, GSO, RT17 i RT27 izlazi, podržava BINEX i smoothed carrier

WebUI - Web korisnički interfejs

- Omogućuje jednostavno konfigurisanje, upravljanje, pregled statusa i prenos podataka
- Dostupan preko serijske i Bluetooth veze

Podržani Trimble Kontroleri¹

- Trimble TSC3, Trimble Slate, Trimble CU, Trimble Tablet Robusni PC

⁶ Prijemnik će raditi uobičajeno do -40 °C. Interne baterije do -20 °C, opciono interni celularni modem do -40 °C.

⁷ Praćenje GPS, GLONASS i SBAS satelita.

⁸ Zavisi od temperature i brzine bežičnog prenosa podataka. Kada se koristi interni radio kao predajnik, preporučuje se korišćenje spoljne baterije od 6Ah ili bolje. Naznačena autonomija rada sa internom baterijom sa mogućnošću prijema mobilnog signala u GSM CSD (Circuit-Switched Data) ili GPRS PSD (Packet-Switched Data) režimu.

⁹ Zavisi od terena i radnih uslova.

¹⁰ Bluetooth dozvole zavise od zakonskih regulativa u svakoj državi posebno.

SERTIFIKATI

FCC Part 15 (Class B device), Part 15.247 i Part 90; ICES-003, RSS-210 i RSS-119; CE Mark; C-Tick; Bluetooth EPL

Specifikacije su predmet promene bez prethodne najave.



© 2015, Trimble Navigation Limited. Sva prava su zadržana. Trimble naziv i logo sa globusom i trouglom su žigovi Trimble Navigation Limited registrovani u SAD i drugim državama. Access, Maxwell, WEB UI i VRS su žigovi Trimble Navigation Limited. Bluetooth naziv i logo su vlasništvo Bluetooth SIG, Inc i upotreba od strane Trimble Navigation Limited je licencirana. Android i Google Play su žigovi Google Inc. Sve ostali žigovi u posedu su odgovarajućih vlasnika.
PN 022516-130-SRB (04/15)

Ovlašćeni distributer:

LIVONA d.o.o

Bežanijskih ilegalaca 8

Novi Beograd, Srbija

011 30-15-884

011 31-72-513

011 71-81-277 (Poljoprivreda)

011 31-83-498 (Faks)

Web: www.livona.rs

E-mail: info@livona.rs



PRILOG C

AutoLISP rutine za određivanje tačnog položaja GPS rovera
na testnim vozilima i obradu rezultata eksperimenta

GPS2LINE rutina

```
(defun C:GPS2LINE ()
  (setq osp (getvar "OSMODE"))
  (command "_UNDO" "_BE")
  (setvar "OSMODE" 0)
  (setq name (getfiled "GPS TXT file" "" "txt" 2)) ;bira se .txt fajl sa parovima koordinata X, Y
  (setq fhand (open name "r"))
  (repeat 5 (read-line fhand)) ;prvih 5 redova se preskače u .txt fajlu
  (while (setq str (read-line fhand))
    (setq lista (ads_s2lf str))
    (setq x1 (nth 1 lista) ;X koordinata od prvog GPS rovera
          y1 (nth 2 lista) ;Y koordinata od prvog GPS rovera
          x2 (nth 3 lista) ;X koordinata od drugog GPS rovera
          y2 (nth 4 lista) ;Y koordinata od drugog GPS rovera
    )
    (command "_LINE" (list x1 y1) (list x2 y2) "") ;crti GPSLINIJE
  )
  (close fhand)
  (setvar "OSMODE" osp)
  (command "_UNDO" "_E")
  (princ)
)
```

LIN2TRI rutina

```

(defun C:LIN2TRI (/ setx entt layp layt ptlst trilst i ent enl lenp
  lent ptl tp j cod t1 t2 t3 t4 a b c d tp2 olderr osp sxx)
  (setq sxx (ssadd))
  (setq olderr *error* *error* setperr)
  (command "_UNDO" "_BE")
  (setq osp (getvar "OSMODE"))
  (setvar "OSMODE" 0)
  (princ "\nSelect LINEs and triangles:")
  (setq setx (ssget)
    entt (car (entsel "\nLayer pattern for triangles:")) ;bira se layer za trouglove TIN-a
  )
  (redraw entt 3)
  (setq layp (car (entsel "\nLayer pattern for LINEs:")) ;bira se layer iscrtanih GPSLINIJA
    layt (cdr (assoc 8 (entget entt)))
    layp (cdr (assoc 8 (entget layp)))
    ptlst () trilst () i 0
  )
  (setq gphs (getreal "\nGPS height [m]:")) ;unosu se visina GPS rovera u m
  (princ (strcat "\nTriangle's layer " layt " / LINE's layer " layp))
  (repeat (sslength setx)
    (setq ent (ssname setx i) enl (entget ent))
    (if (= (cdr (assoc 0 enl)) "3DFACE")
      (if (= (cdr (assoc 8 enl)) layt)
        (setq trilst (append trilst (list ent)))
      )
    )
    (if (= (cdr (assoc 0 enl)) "LINE")
      (if (= (cdr (assoc 8 enl)) layp)
        (setq ptlst (append ptlst (list ent)))
      )
    )
    (setq i (1+ i))
  )
  (setq setx nil i 0 lenp (length ptlst) lent (length trilst))

```

```

(repeat lenp
  (setq ptl (entget (nth i ptlst)) tp (cdr (assoc 10 ptl)) j 0 cod "T")
  (while (and (< j lent) cod)
    (setq enl (entget (nth j trilst))
      t1 (cdr (assoc 10 enl)) t2 (cdr (assoc 11 enl))
      t3 (cdr (assoc 12 enl)) t4 (cdr (assoc 13 enl))
    )
    (if (equal t3 t4 0.0001)
      (progn
        (abc t1 t2 t3)
        (setq tp2 (list (car tp) (cadr tp) (+ (caddr tp) 1)))
        (trilip a b c d tp tp2)
        (if (and (/= c 0.) (inplan trin t1 t2 t3))
          (progn
            (setq ;;
              cod nil
            )
            (setq gama (abs (/ c (sqrt (+ (expt a 2) (expt b 2) (expt c 2)))))
              gama (acos gama)
              gr (abs (* 100 (/ (sin gama) (cos gama))))
              dl (/ (* gpsh gr) 100.)
            )
            (setq tsex (list (+ (car tp) (* -1.0 a dl)) (+ (cadr tp) (* -1.0 b dl))))
            (setq dirx (angle tp tsex))
            (setq tse (polar tp dirx dl))
            (setq ptl (subst (append (list 10) tse) (assoc 10 ptl) ptl))
              (entmod ptl)
            )
          )
        )
      )
    (setq j (1+ j))
  )
  (setq ptl (entget (nth i ptlst)) tp (cdr (assoc 11 ptl)) j 0 cod "T")
  (while (and (< j lent) cod)
    (setq enl (entget (nth j trilst))

```

```

    t1 (cdr (assoc 10 enl)) t2 (cdr (assoc 11 enl))
    t3 (cdr (assoc 12 enl)) t4 (cdr (assoc 13 enl))
  )
  (if (equal t3 t4 0.0001)
    (progn
      (abc t1 t2 t3)
      (setq tp2 (list (car tp) (cadr tp) (+ (caddr tp) 1)))
      (trilip a b c d tp tp2)
      (if (and (/= c 0.) (inplan trin t1 t2 t3))
        (progn
          (setq ;;
            cod nil
          )
        )
      )
      (setq gama (abs (/ c (sqrt (+ (expt a 2) (expt b 2) (expt c 2)))))
        gama (acos gama)
        gr (abs (* 100 (/ (sin gama) (cos gama))))
        dl (/ (* gpsh gr) 100.)
      )
      (setq tsex (list (+ (car tp) (* -1.0 a dl)) (+ (cadr tp) (* -1.0 b dl))))
      (setq dirx (angle tp tsex))
      (setq tse (polar tp dirx dl))
      (setq ptl (subst (append (list 11) tse) (assoc 11 ptl) ptl))
      (entmod ptl)
    )
  )
  )
  )
  )
  (setq j (1+ j))
  )
  (setq i (1+ i))
  )
  (redraw entt)
  (setvar "OSMODE" osp)
  (command "_UNDO" "_E")
  (setq *error* olderr)
  (princ)
  )

```

MIDLIN rutina

```

(defun C:MIDLIN ()
  (setq ss (ssget (list (cons 0 "LINE"))))           ;selektuju se GPSLINIJE
  (setq ii 0)
  (setq angn (getreal "\nDaj ugao:"))             ;unosi se ugao  $\gamma$  MIDLINIJA
  (setq dn (getreal "\nDaj duzinu:"))             ;unosi se dužina d MIDLINIJA
  (setq osp (getvar "OSMODE"))
  (setvar "OSMODE" 0)
  (command "_UNDO" "_BE")
  (while (setq en (ssname ss ii))
    (setq enl (entget en)
      t1 (cdr (assoc 10 enl))                       ;početak GPSLINIJE
      t2 (cdr (assoc 11 enl))                       ;završetak GPSLINIJE
      ang (angle t1 t2)
      d (distance t1 t2)
      tm (polar t1 ang (/ d 2.))                   ;početak MIDLINIJE u središtu GPSLINIJE
    )
    (command "_LINE" tm (polar tm (+ ang (/ pi 2.) (/ (* angn pi) 180.)) dn) "")
    (setq en (entlast))
    (setq obj (vlax-ename->vla-object en))
    (vlax-ldata-put obj "VLAD" (list ang))
    (setq ii (1+ ii))
  )
  (setvar "OSMODE" osp)
  (command "_UNDO" "_E")
  (setq ss nil)                                     ;uništava se izabrani (selection) set
  (princ)
)

```


LINMOD rutina

```

(defun C:LINMOD ()
  (setq ss (ssget (list (cons 0 "LINE"))))           ;selektuju se MIDLINIJE
  (setq ii 0)
  (setq angn (getreal "\nDaj novi ugao:"))         ;unos se novi ugao  $\gamma$ 
  (setq dn (getreal "\nDaj novu dužinu:"))         ;unos se nova dužina  $d$ 
  (command "_UNDO" "_BE")
  (while (setq en (ssname ss ii))
    (setq enl (entget en)
      obj (vlax-ename->vla-object en)
      t1 (cdr (assoc 10 enl))                       ;početak MIDLINIJE
      vld (vlax-ldata-get obj "VLAD"))
    )
  (if vld
    (progn
      (setq ang (car vld))
      (setq t2 (polar t1 (+ ang (/ pi 2.) (/ (* angn pi) 180.)) dn))
      (setq enl (subst (cons 11 t2) (assoc 11 enl) enl))
      (entmod enl)
    )
  )
  (setq ii (1+ ii))
  )
  (command "_UNDO" "_E")
  (setq ss nil)                                     ;uništava se izabrani (selection) set
  (princ)
  )

```

AVGLIN rutina

```

(defun C:AVGLIN ()
  (setq osp (getvar "OSMODE"))
  (setvar "OSMODE" 0)
  (setq ss (ssget (list (cons 0 "LINE")))) ;selektuju se uzastopne GPSLINIJE
  (setq ii 0 sumx1 0 sumy1 0 sumx2 0 sumy2 0)
  (while (setq en (ssname ss ii))
    (setq enl (entget en))
      t1 (cdr (assoc 10 enl))
      x1 (car t1) y1 (cadr t1) ;X, Y koordinate početka jedne GPSLINIJE
      t2 (cdr (assoc 11 enl))
      x2 (car t2) y2 (cadr t2) ;X, Y koordinate kraja jedne GPSLINIJE
      sumx1 (+ sumx1 x1) ;suma svih X koordinata početaka GPSLINIJA
      sumy1 (+ sumy1 y1) ;suma svih Y koordinata početaka GPSLINIJA
      sumx2 (+ sumx2 x2) ;suma svih X koordinata krajeva GPSLINIJA
      sumy2 (+ sumy2 y2) ;suma svih Y koordinata krajeva GPSLINIJA
    )
    (setq ii (1+ ii))
  )
  (setq ss nil)
  (setq x1 (/ sumx1 ii) ;X koordinata početka AVGLINIJE
        y1 (/ sumy1 ii) ;Y koordinata početka AVGLINIJE
        x2 (/ sumx2 ii) ;X koordinata kraja AVGLINIJE
        y2 (/ sumy2 ii) ;Y koordinata kraja AVGLINIJE
  )
  (command "_LINE" (list x1 y1) (list x2 y2) "")
  (setvar "OSMODE" osp)
  (princ)
)

```

VEH2LINE rutina

```
(defun C:VEH2LINE ()
  (command "_UNDO" "_BE")
  (princ "\nOdaberi LINE entitete:")
  (setq ss (ssget (list (cons 0 "LINE"))) ii 0) ;selektuju se GPSLINIJE
  (setq name (getfiled "Odaberi DWG-Block vozila" "" "dwg" 2)) ;bira se blok vozila
  (while (setq en (ssname ss ii))
    (setq enlst (entget en))
      t1 (cdr (assoc 10 enlst)) ;početna tačka GPSLINIJE
      t2 (cdr (assoc 11 enlst)) ;krajnja tačka GPSLINIJE
    )
    (setq ti (polar t1 (angle t1 t2) (/ (distance t1 t2) 2.))) ;tačka umetanja bloka je
    (command "_INSERT" name ti 1 1 t2) ;je sredina GPSLINIJE
    (setq ii (1+ ii))
  )
  (command "_UNDO" "_E")
  (princ)
)
```

ALPHA rutina

```

(defun C:ALPHA ()
  (setq t1 (getpoint "\nZadnja vodeca:")           ;bira se prednji kraj MIDLINIJE u i-tom položaju
        t2 (getpoint "\nPrednja vodeca:")         ;bira se prednji kraj MIDLINIJE u i+1 položaju
        t1z (getpoint "\nZadnja back:")          ;bira se zadnji kraj MIDLINIJE u i-tom položaju
        t2z (getpoint "\nPrednja back:")         ;bira se zadnji kraj MIDLINIJE u i+1 položaju
        base (getreal "\nKruta baza")           ;unos se dužina krute baze vozila
        k (/ (distance t1 t2) 2.)               ;polovina koraka napredovanja k
  )
  (setq ang (angle t1 t2)
        ang1 (angle t1 t1z)
        ang2 (angle t2 t2z)
        da (- ang1 ang) da (/ da 2.) da (/ (sin da) (cos da))
        ksi (* 2 (atan da))
        da (- ang2 ang) da (/ da 2.) da (/ (sin da) (cos da))
        eta (* 2 (atan da))
  )
  (setq ksid (* (/ ksi pi) 180))                ;ugao  $\zeta$  u stepenima
        etad (* (/ eta pi) 180))              ;ugao  $\eta$  u stepenima
  (setq ksi (abs ksi)
        eta (abs eta))
  )
  (princ "\n1")
  (setq w (- eta ksi)
        tt (- (sqrt (1+ (expt (ctangens (/ w 2.)) 2))) (ctangens (/ w 2.)))
        delta (* 2 (atan tt))                  ;ugao  $\delta$ 
        gama2 (- eta ksi delta)
        xx (/ (* base (sin gama2)) k)
        yy (acos (sqrt (- 1 (* xx xx))))
        yy (- pi yy)
        alpha (- yy ksi delta)                 ;ugao  $\alpha$  između MIDLINIJE i podužne ose vozila
  )
  (princ "\nKsi")(princ ksid)
  (princ "\nEta")(princ etad)
  (princ "\nAlpha")(princ (/ (* 180 alpha) pi))

```

(princ)

)

(defun ctangens (x)

;definiše funkciju cotangensa ugla

(/ (cos x)(sin x))

)

GPS2LINEBUS rutina

```

(defun C:GPS2LINEBUS ()
  (setq osp (getvar "OSMODE"))
  (command "_UNDO" "_BE")
  (setvar "OSMODE" 0)
  (setq name (getfiled "GPS TXT file" "" "txt" 2)) ;parovi koordinata sa GPS2 i GPS3 rovera
  (setq a 2.1420)
  (setq b 8.0339)
  (setq fhand (open name "r"))
  (repeat 5 (read-line fhand)) ;prvih 5 redova u ulaznom .txt fajlu se preskače
  (while (setq str (read-line fhand)) ;svaki učitani red iz .txt fajla pamti kao string
    (setq lista (ads_s2lf str)) ;pretvara string u listu
    (setq x1 (nth 1 lista) ;X koordinata snimljena pomoću GPS2 rovera
          y1 (nth 2 lista) ;Y koordinata snimljena pomoću GPS2 rovera
          x2 (nth 3 lista) ;X koordinata snimljena pomoću GPS3 rovera
          y2 (nth 4 lista) ;Y koordinata snimljena pomoću GPS3 rovera
          m (distance (list x1 y1) (list x2 y2)) ;rastojanje između GPS2 i GPS3 rovera
    )
    (setq d (/ (- (+ (* b b) (* m m)) (* a a)) (* 2 m)) ;dužina d
          c (/ (+ (- (* a a) (* b b)) (* m m)) (* 2 m)) ;dužina c
          h (sqrt (- (expt a 2) (expt c 2))) ;visina h
    )
    (setq omega1 (atan (/ h c)) ;ugao ω1 u [rad]
          omega2 (atan (/ h d)) ;ugao ω2 u [rad]
    )
    (tt (polar (list x2 y2) (+ (angle (list x2 y2) (list x1 y1)) omega2) b) ;horizontalni zglob
    )
    (command "_LINE" tt (list x2 y2) "") ;GPSLINIJA spaja horizontalni zglob i GPS3 rover
  )
  (close fhand)
  (setvar "OSMODE" osp)
  (command "_UNDO" "_E")
  (princ)
)

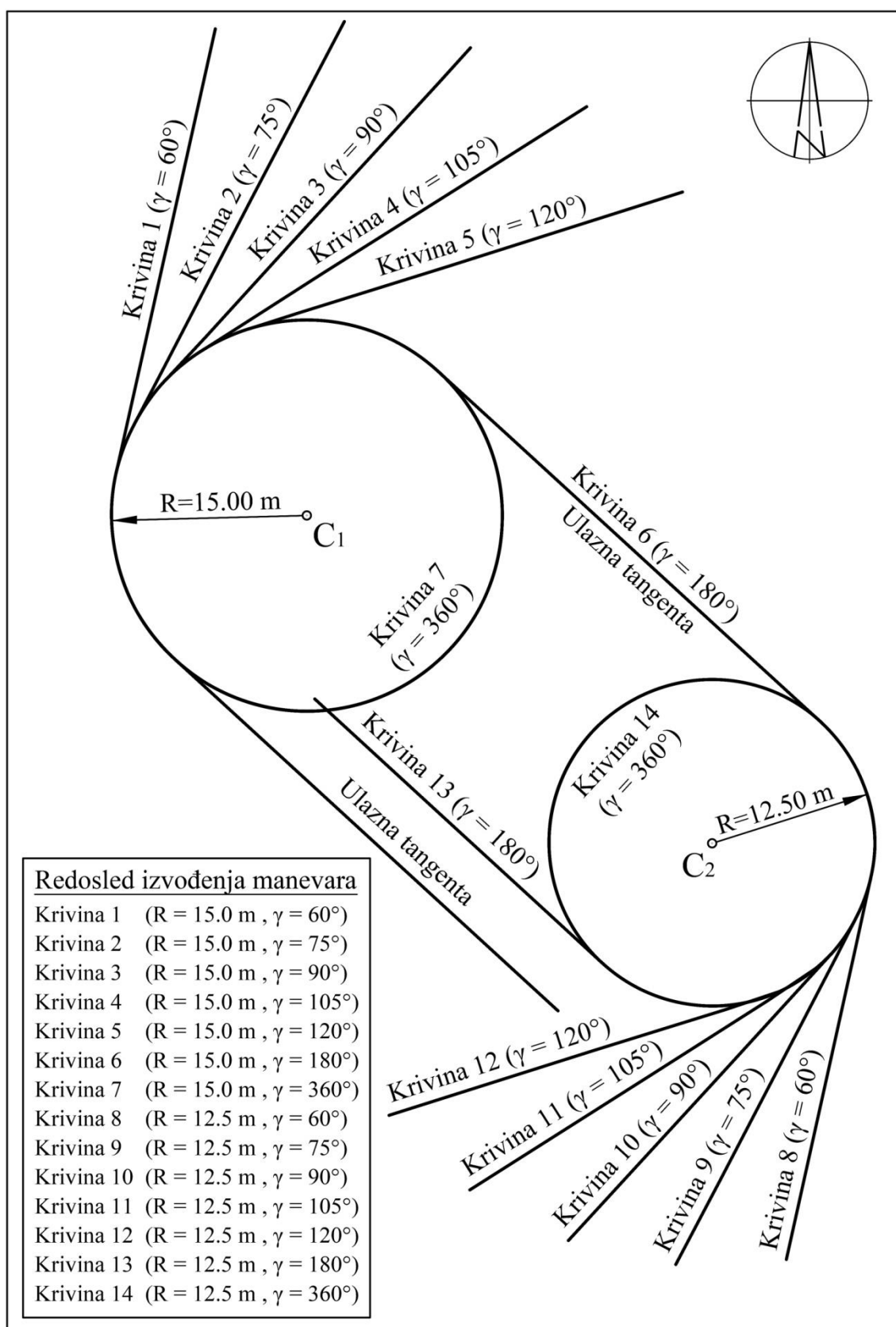
```

LINSORT rutina

```
(defun C:LINSORT ()
  (setq ss (ssget (list (cons 0 "LINE")))) ii 0 slen (sslenth ss) linlst () ;selektuje se skup linija
  (repeat slen ;broj ponavljanja odgovara broju linija
    (setq en (ssname ss ii) ;u selektovanom setu
      enlst (entget en)
      t1 (cdr (assoc 10 enlst)) ;početna tačka linije po redosledu crtanja
      t2 (cdr (assoc 11 enlst)) ;krajnja tačka linije po redosledu crtanja
      l (distance t1 t2) ;dužina jedne linije (normale) iz selektovanog seta
      linlst (cons l linlst) ;puni se lista sa dužinama linija
      ii (1+ ii)
    )
  )
  (setq fname (getfiled "LINE File" "" "lin" 1)) ;otvara se fajl sa ekstenzijom .lin
  (setq fhand (open fname "w")) ;u otvoreni fajl upisiju se podaci
  (foreach memx linlst ;svaki član liste je dužina jedne linije iz izabranog seta
    (write-line (rtos memx 2 4) fhand) ;dužina linija se zapisuje kao realni broj sa 4 decimale
  )
  (close fhand) ;zatvara se otvoreni fajl
  (princ)
)
```

PRILOG D

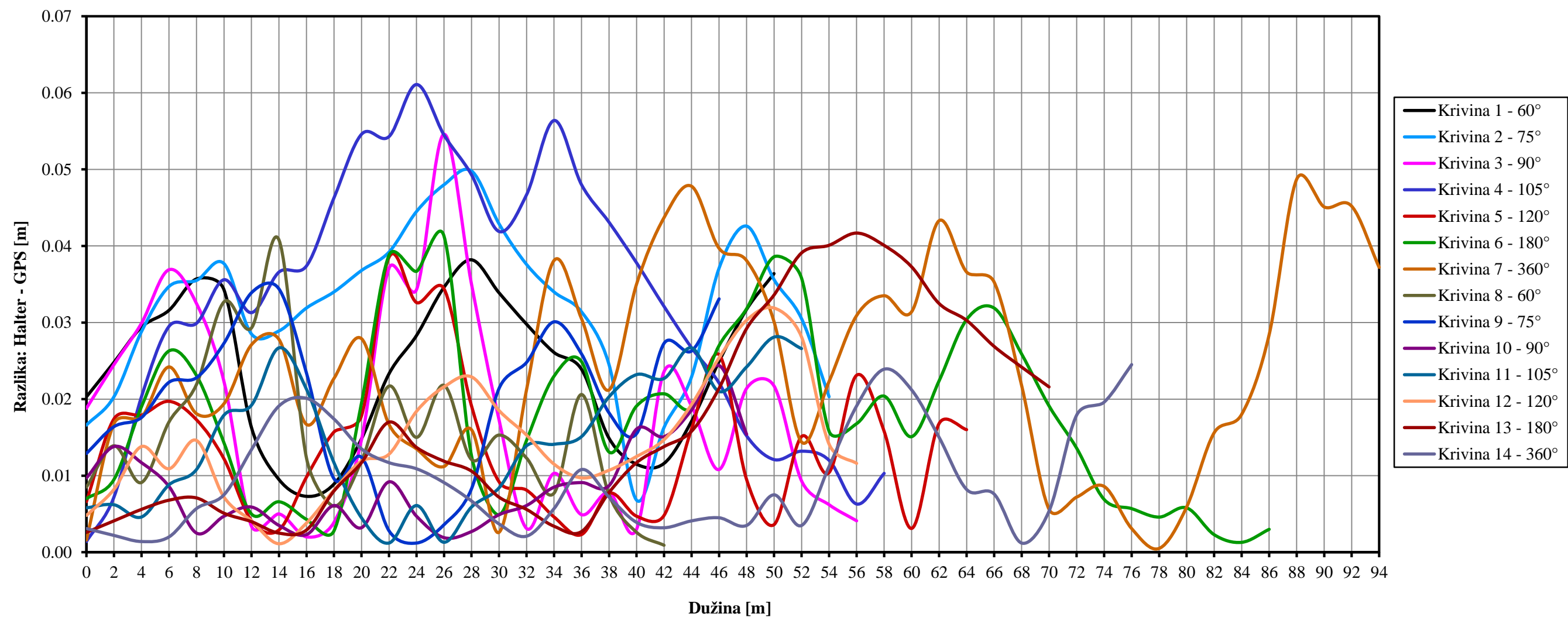
Razlika vrednosti offtracking-a dobijenih na osnovu GPS merenja i Halter-
ove simulacije za svako testno vozilo i sve izvedene manevre skretanja
(tabele sa podacima i djagrami)



Slika D.1 Redosled manevara skretanja tokom izvođenja testnih vožnji i obrade eksperimentalnih rezultata

Testno vozilo: Tegljač sa poluprikolicom (Volvo FH 500 + Schmitz SCS)														
Stacionaža vodeće putanje u [m]	Razlika HALTER - GPS u [m] za testne vožnje duž vodećih putanja radijusa R = 15.00 m							Razlika HALTER - GPS u [m] za testne vožnje duž vodećih putanja radijusa R = 12.50 m						
	Krivina 1	Krivina 2	Krivina 3	Krivina 4	Krivina 5	Krivina 6	Krivina 7	Krivina 8	Krivina 9	Krivina 10	Krivina 11	Krivina 12	Krivina 13	Krivina 14
0.00	0.0203	0.0166	0.0188	0.0014	0.0066	0.0070	0.0016	0.0085	0.0129	0.0097	0.0058	0.0048	0.0026	0.0031
2.00	0.0248	0.0203	0.0245	0.0072	0.0174	0.0095	0.0168	0.0139	0.0164	0.0138	0.0062	0.0082	0.0041	0.0022
4.00	0.0294	0.0288	0.0299	0.0203	0.0179	0.0190	0.0176	0.0091	0.0176	0.0117	0.0046	0.0138	0.0056	0.0014
6.00	0.0316	0.0347	0.0369	0.0295	0.0197	0.0263	0.0242	0.0170	0.0222	0.0086	0.0088	0.0109	0.0068	0.0020
8.00	0.0357	0.0355	0.0325	0.0299	0.0173	0.0231	0.0181	0.0219	0.0228	0.0025	0.0108	0.0146	0.0071	0.0057
10.00	0.0343	0.0377	0.0223	0.0356	0.0122	0.0143	0.0194	0.0327	0.0273	0.0047	0.0179	0.0072	0.0051	0.0075
12.00	0.0163	0.0285	0.0034	0.0313	0.0041	0.0050	0.0271	0.0293	0.0339	0.0059	0.0192	0.0041	0.0040	0.0134
14.00	0.0095	0.0289	0.0050	0.0366	0.0029	0.0066	0.0278	0.0408	0.0344	0.0035	0.0267	0.0011	0.0025	0.0191
16.00	0.0073	0.0319	0.0020	0.0374	0.0098	0.0043	0.0167	0.0123	0.0234	0.0023	0.0213	0.0038	0.0029	0.0201
18.00	0.0089	0.0340	0.0039	0.0463	0.0157	0.0028	0.0227	0.0060	0.0096	0.0061	0.0117	0.0081	0.0080	0.0174
20.00	0.0148	0.0368	0.0147	0.0546	0.0178	0.0195	0.0279	0.0119	0.0124	0.0032	0.0045	0.0119	0.0117	0.0135
22.00	0.0233	0.0392	0.0371	0.0543	0.0385	0.0388	0.0167	0.0217	0.0028	0.0092	0.0012	0.0128	0.0170	0.0117
24.00	0.0283	0.0445	0.0343	0.0611	0.0326	0.0367	0.0135	0.0150	0.0012	0.0047	0.0061	0.0184	0.0137	0.0109
26.00	0.0346	0.0480	0.0546	0.0545	0.0344	0.0413	0.0112	0.0218	0.0036	0.0019	0.0013	0.0216	0.0119	0.0091
28.00	0.0382	0.0498	0.0350	0.0493	0.0191	0.0126	0.0160	0.0121	0.0083	0.0027	0.0059	0.0229	0.0106	0.0067
30.00	0.0339	0.0429	0.0173	0.0419	0.0092	0.0049	0.0026	0.0153	0.0214	0.0049	0.0084	0.0185	0.0072	0.0037
32.00	0.0298	0.0376	0.0031	0.0467	0.0081	0.0146	0.0212	0.0123	0.0248	0.0061	0.0139	0.0153	0.0056	0.0021
34.00	0.0261	0.0340	0.0103	0.0564	0.0046	0.0230	0.0381	0.0077	0.0301	0.0085	0.0141	0.0115	0.0034	0.0057
36.00	0.0239	0.0314	0.0049	0.0480	0.0023	0.0249	0.0305	0.0206	0.0259	0.0091	0.0151	0.0097	0.0027	0.0108
38.00	0.0149	0.0245	0.0078	0.0431	0.0077	0.0131	0.0212	0.0075	0.0182	0.0087	0.0203	0.0107	0.0078	0.0072
40.00	0.0115	0.0068	0.0030	0.0378	0.0047	0.0191	0.0350	0.0026	0.0155	0.0161	0.0232	0.0125	0.0117	0.0039
42.00	0.0116	0.0163	0.0236	0.0321	0.0048	0.0207	0.0437	0.0009	0.0273	0.0151	0.0227	0.0147	0.0138	0.0032
44.00	0.0171	0.0229	0.0191	0.0267	0.0161	0.0188	0.0478		0.0263	0.0186	0.0267	0.0193	0.0158	0.0041
46.00	0.0249	0.0371	0.0108	0.0221	0.0258	0.0270	0.0397		0.0331	0.0244	0.0210	0.0254	0.0214	0.0045
48.00	0.0317	0.0426	0.0214	0.0152	0.0095	0.0318	0.0381			0.0154	0.0242	0.0303	0.0292	0.0035
50.00	0.0364	0.0356	0.0217	0.0121	0.0036	0.0386	0.0301				0.0281	0.0319	0.0336	0.0075
52.00		0.0305	0.0093	0.0132	0.0151	0.0358	0.0144				0.0266	0.0281	0.0391	0.0035
54.00		0.0203	0.0062	0.0120	0.0104	0.0158	0.0223					0.0141	0.0401	0.0112
56.00			0.0041	0.0063	0.0231	0.0168	0.0309					0.0116	0.0417	0.0191
58.00				0.0103	0.0158	0.0204	0.0335						0.0401	0.0239
60.00					0.0031	0.0151	0.0314						0.0373	0.0212
62.00					0.0168	0.0224	0.0433						0.0325	0.0150
64.00					0.0160	0.0304	0.0366						0.0303	0.0082
66.00						0.0319	0.0353						0.0269	0.0076
68.00						0.0259	0.0218						0.0242	0.0012
70.00						0.0191	0.0056						0.0216	0.0054
72.00						0.0136	0.0072							0.0179
74.00						0.0069	0.0086							0.0196
76.00						0.0057	0.0031							0.0245
78.00						0.0046	0.0005							
80.00						0.0058	0.0059							
82.00						0.0023	0.0156							
84.00						0.0013	0.0180							
86.00						0.0030	0.0284							
88.00							0.0487							
90.00							0.0451							
92.00							0.0452							
94.00							0.0372							

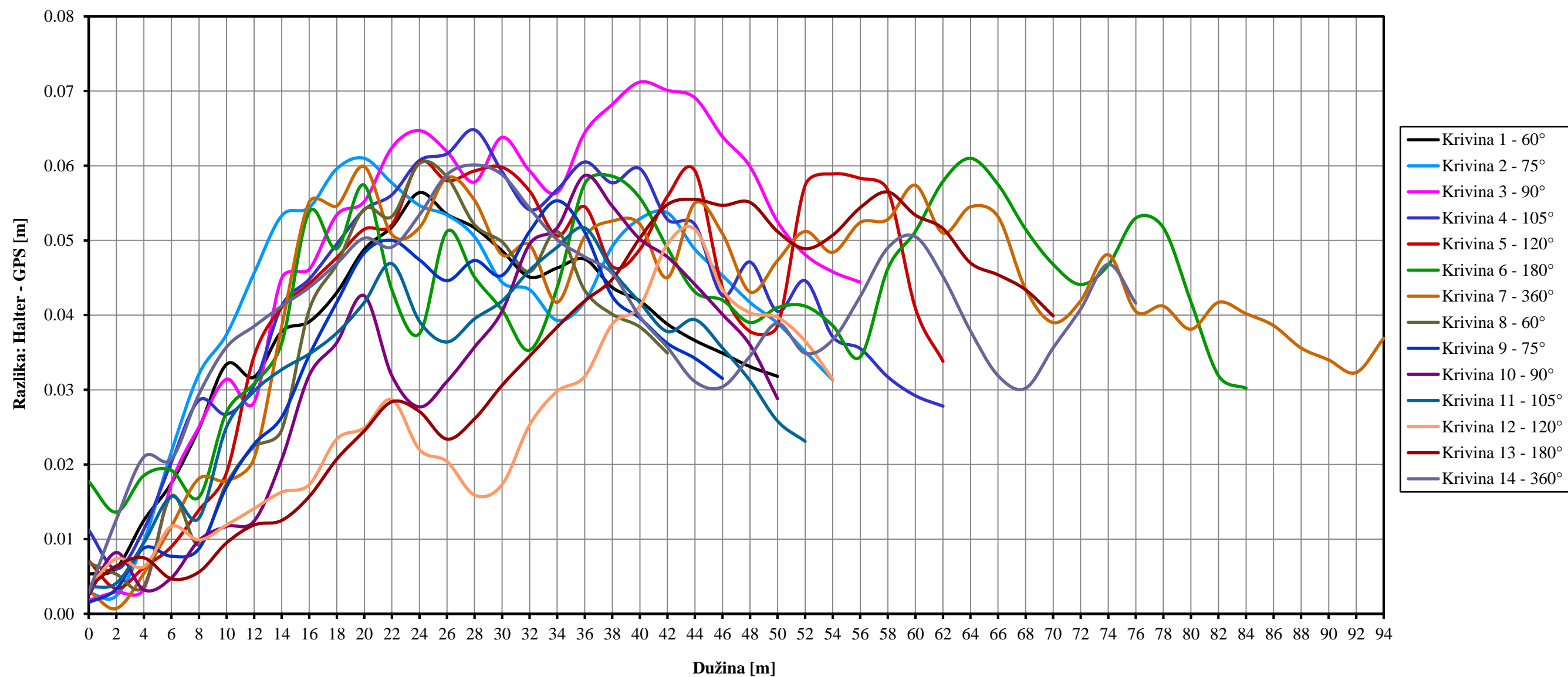
Dijagram razlika vrednosti offtracking-a za trajektorije povlačenja dobijene na osnovu Halter-ove simulacije i GPS merenja
(Testno vozilo: VOLVO FH 500 tegljač + Schmitz SCS poluprikolica)



Statistički pokazatelji za sve sračunate razlike vrednosti offtracking-a (Halter - GPS)	
Srednja vrednost u [m]	0.0187
Varijansa u [m]	0.0002
Standardna devijacija u [m]	0.0128

Testno vozilo: Kamion sa dvoosovinskom tandem prikolicom (Renault T430 + Krone ZZ)														
Stacionaža vodeće putanje u [m]	Razlika HALTER - GPS u [m] za testne vožnje duž vodećih putanja radijusa R = 15.00 m							Razlika HALTER - GPS u [m] za testne vožnje duž vodećih putanja radijusa R = 12.50 m						
	Krivina 1	Krivina 2	Krivina 3	Krivina 4	Krivina 5	Krivina 6	Krivina 7	Krivina 8	Krivina 9	Krivina 10	Krivina 11	Krivina 12	Krivina 13	Krivina 14
0.00	0.0053	0.0028	0.0018	0.0112	0.0071	0.0177	0.0031	0.0068	0.0015	0.0025	0.0036	0.0035	0.0036	0.0029
2.00	0.0061	0.0024	0.0029	0.0060	0.0034	0.0136	0.0007	0.0053	0.0033	0.0082	0.0041	0.0074	0.0064	0.0126
4.00	0.0125	0.0097	0.0033	0.0113	0.0062	0.0185	0.0054	0.0037	0.0088	0.0032	0.0095	0.0063	0.0075	0.0210
6.00	0.0175	0.0217	0.0174	0.0203	0.0090	0.0192	0.0117	0.0158	0.0077	0.0048	0.0157	0.0117	0.0047	0.0207
8.00	0.0248	0.0321	0.0250	0.0286	0.0139	0.0156	0.0181	0.0092	0.0087	0.0098	0.0128	0.0099	0.0056	0.0294
10.00	0.0334	0.0374	0.0314	0.0267	0.0189	0.0270	0.0178	0.0174	0.0170	0.0117	0.0250	0.0119	0.0095	0.0357
12.00	0.0317	0.0456	0.0283	0.0306	0.0345	0.0308	0.0208	0.0224	0.0227	0.0124	0.0298	0.0141	0.0119	0.0385
14.00	0.0378	0.0533	0.0449	0.0412	0.0410	0.0362	0.0384	0.0246	0.0263	0.0206	0.0327	0.0163	0.0125	0.0412
16.00	0.0391	0.0544	0.0461	0.0448	0.0442	0.0538	0.0551	0.0407	0.0346	0.0319	0.0348	0.0173	0.0157	0.0437
18.00	0.0430	0.0596	0.0534	0.0495	0.0477	0.0489	0.0546	0.0468	0.0417	0.0363	0.0376	0.0234	0.0207	0.0469
20.00	0.0488	0.0610	0.0552	0.0541	0.0515	0.0574	0.0599	0.0542	0.0483	0.0426	0.0417	0.0249	0.0245	0.0503
22.00	0.0518	0.0577	0.0624	0.0561	0.0521	0.0434	0.0508	0.0532	0.0500	0.0319	0.0469	0.0287	0.0284	0.0491
24.00	0.0564	0.0547	0.0647	0.0607	0.0605	0.0375	0.0517	0.0603	0.0474	0.0277	0.0392	0.0220	0.0271	0.0534
26.00	0.0535	0.0534	0.0619	0.0616	0.0580	0.0512	0.0584	0.0585	0.0446	0.0311	0.0364	0.0204	0.0234	0.0588
28.00	0.0517	0.0505	0.0578	0.0648	0.0593	0.0451	0.0554	0.0521	0.0473	0.0357	0.0395	0.0159	0.0261	0.0601
30.00	0.0486	0.0444	0.0638	0.0592	0.0598	0.0407	0.0481	0.0498	0.0453	0.0405	0.0419	0.0173	0.0306	0.0588
32.00	0.0451	0.0434	0.0593	0.0541	0.0566	0.0353	0.0494	0.0458	0.0512	0.0495	0.0460	0.0253	0.0345	0.0543
34.00	0.0463	0.0393	0.0564	0.0568	0.0506	0.0437	0.0417	0.0512	0.0553	0.0517	0.0491	0.0298	0.0384	0.0501
36.00	0.0475	0.0418	0.0644	0.0605	0.0545	0.0576	0.0505	0.0433	0.0511	0.0587	0.0517	0.0318	0.0419	0.0478
38.00	0.0437	0.0492	0.0682	0.0577	0.0465	0.0586	0.0526	0.0401	0.0425	0.0546	0.0460	0.0388	0.0448	0.0456
40.00	0.0419	0.0529	0.0712	0.0596	0.0488	0.0557	0.0522	0.0384	0.0396	0.0502	0.0417	0.0412	0.0503	0.0398
42.00	0.0388	0.0537	0.0701	0.0528	0.0559	0.0490	0.0450	0.0349	0.0362	0.0478	0.0378	0.0495	0.0548	0.0357
44.00	0.0366	0.0488	0.0691	0.0521	0.0593	0.0431	0.0550		0.0342	0.0441	0.0394	0.0515	0.0555	0.0311
46.00	0.0349	0.0453	0.0639	0.0426	0.0436	0.0420	0.0509		0.0315	0.0401	0.0356	0.0434	0.0547	0.0304
48.00	0.0331	0.0417	0.0599	0.0471	0.0378	0.0390	0.0431			0.0360	0.0312	0.0403	0.0551	0.0345
50.00	0.0318	0.0389	0.0525	0.0405	0.0386	0.0410	0.0473			0.0288	0.0258	0.0397	0.0512	0.0389
52.00		0.0351	0.0481	0.0446	0.0574	0.0412	0.0512				0.0231	0.0365	0.0489	0.0349
54.00		0.0313	0.0458	0.0371	0.0589	0.0386	0.0484					0.0314	0.0507	0.0367
56.00			0.0444	0.0355	0.0583	0.0344	0.0524						0.0544	0.0425
58.00				0.0317	0.0567	0.0462	0.0528						0.0565	0.0490
60.00				0.0292	0.0409	0.0512	0.0574						0.0534	0.0505
62.00				0.0278	0.0338	0.0579	0.0510						0.0516	0.0452
64.00						0.0610	0.0545						0.0470	0.0379
66.00						0.0575	0.0532						0.0454	0.0319
68.00						0.0515	0.0435						0.0434	0.0302
70.00						0.0468	0.0390						0.0399	0.0356
72.00						0.0441	0.0419							0.0408
74.00						0.0467	0.0481							0.0468
76.00						0.0530	0.0405							0.0416
78.00						0.0517	0.0412							
80.00						0.0418	0.0381							
82.00						0.0319	0.0417							
84.00						0.0302	0.0402							
86.00							0.0386							
88.00							0.0356							
90.00							0.0340							
92.00							0.0323							
94.00							0.0369							

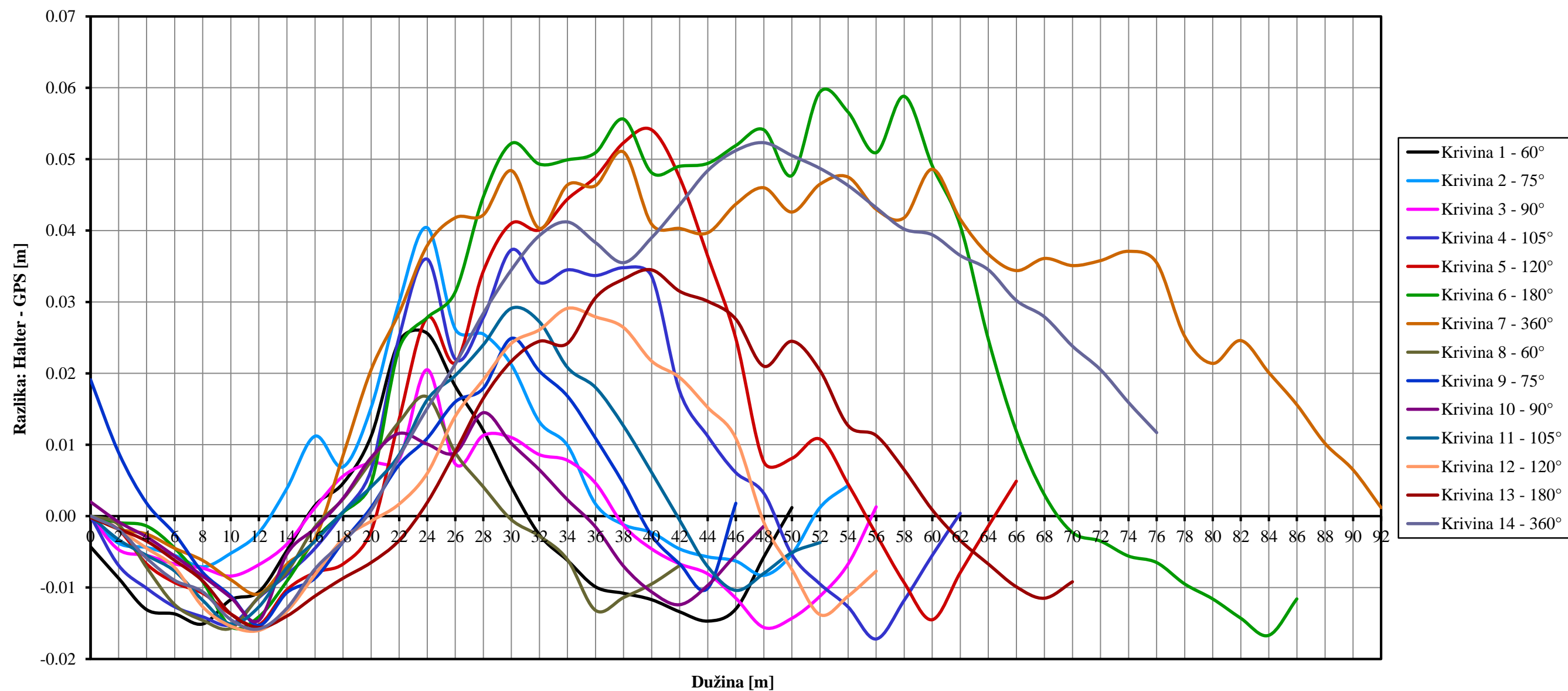
Dijagram razlika vrednosti offtracking-a za trajektorije povlačenja dobijene na osnovu Halter-ove simulacije i GPS merenja
(Testno vozilo: Renault T430 kamion + Krone ZZ dvoosovinska tandem prikolica)



Statistički pokazatelji za sve sračunate razlike vrednosti offtracking-a (Halter - GPS)	
Srednja vrednost u [m]	0.0382
Varijansa u [m]	0.0003
Standardna devijacija u [m]	0.0166

Testno vozilo: Zglobni autobus (Solaris Urbino 18)														
Stacionaža vodeće putanje u [m]	Razlika HALTER - GPS u [m] za testne vožnje duž vodećih putanja radijusa R = 15.00 m							Razlika HALTER - GPS u [m] za testne vožnje duž vodećih putanja radijusa R = 12.50 m						
	Krivina 1	Krivina 2	Krivina 3	Krivina 4	Krivina 5	Krivina 6	Krivina 7	Krivina 8	Krivina 9	Krivina 10	Krivina 11	Krivina 12	Krivina 13	Krivina 14
0.00	-0.0043	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0191	0.0020	0.0000	0.0000	-0.0002	0.0000
2.00	-0.0087	-0.0038	-0.0047	-0.0069	-0.0019	-0.0009	-0.0018	-0.0012	0.0089	-0.0008	-0.0033	-0.0019	-0.0018	-0.0019
4.00	-0.0131	-0.0044	-0.0055	-0.0101	-0.0067	-0.0014	-0.0025	-0.0072	0.0018	-0.0029	-0.0055	-0.0045	-0.0035	-0.0059
6.00	-0.0137	-0.0055	-0.0067	-0.0127	-0.0093	-0.0045	-0.0045	-0.0124	-0.0025	-0.0056	-0.0077	-0.0072	-0.0062	-0.0090
8.00	-0.0151	-0.0071	-0.0073	-0.0141	-0.0108	-0.0092	-0.0062	-0.0146	-0.0079	-0.0084	-0.0118	-0.0127	-0.0091	-0.0106
10.00	-0.0117	-0.0052	-0.0084	-0.0152	-0.0137	-0.0155	-0.0089	-0.0157	-0.0112	-0.0114	-0.0151	-0.0154	-0.0137	-0.0145
12.00	-0.0106	-0.0023	-0.0068	-0.0114	-0.0152	-0.0141	-0.0109	-0.0113	-0.0153	-0.0146	-0.0127	-0.0160	-0.0156	-0.0158
14.00	-0.0048	0.0039	-0.0039	-0.0082	-0.0103	-0.0091	-0.0067	-0.0078	-0.0107	-0.0053	-0.0072	-0.0133	-0.0140	-0.0129
16.00	0.0015	0.0112	0.0012	-0.0045	-0.0079	-0.0033	-0.0031	-0.0015	-0.0087	-0.0017	-0.0035	-0.0082	-0.0112	-0.0074
18.00	0.0046	0.0069	0.0056	0.0005	-0.0067	0.0005	0.0085	0.0024	-0.0036	0.0025	0.0006	-0.0032	-0.0087	-0.0036
20.00	0.0112	0.0152	0.0075	0.0065	-0.0021	0.0046	0.0205	0.0077	0.0012	0.0082	0.0041	-0.0007	-0.0065	0.0008
22.00	0.0245	0.0300	0.0080	0.0251	0.0136	0.0235	0.0285	0.0132	0.0072	0.0116	0.0086	0.0017	-0.0034	0.0083
24.00	0.0256	0.0404	0.0205	0.0360	0.0278	0.0278	0.0379	0.0167	0.0109	0.0101	0.0163	0.0060	0.0019	0.0151
26.00	0.0182	0.0262	0.0073	0.0220	0.0215	0.0314	0.0418	0.0089	0.0160	0.0089	0.0197	0.0140	0.0090	0.0213
28.00	0.0120	0.0255	0.0113	0.0278	0.0343	0.0447	0.0422	0.0041	0.0179	0.0145	0.0240	0.0191	0.0165	0.0284
30.00	0.0041	0.0212	0.0110	0.0373	0.0410	0.0522	0.0484	-0.0005	0.0249	0.0102	0.0291	0.0242	0.0217	0.0345
32.00	-0.0026	0.0132	0.0086	0.0327	0.0401	0.0493	0.0403	-0.0028	0.0203	0.0065	0.0272	0.0261	0.0245	0.0393
34.00	-0.0062	0.0099	0.0078	0.0345	0.0444	0.0499	0.0464	-0.0061	0.0168	0.0023	0.0208	0.0291	0.0242	0.0412
36.00	-0.0099	0.0017	0.0046	0.0337	0.0475	0.0509	0.0463	-0.0132	0.0109	-0.0015	0.0180	0.0279	0.0306	0.0383
38.00	-0.0108	-0.0012	-0.0013	0.0348	0.0523	0.0556	0.0510	-0.0114	0.0045	-0.0070	0.0126	0.0264	0.0332	0.0355
40.00	-0.0117	-0.0023	-0.0046	0.0336	0.0541	0.0481	0.0409	-0.0095	-0.0027	-0.0106	0.0061	0.0217	0.0345	0.0390
42.00	-0.0134	-0.0046	-0.0067	0.0175	0.0474	0.0490	0.0403	-0.0069	-0.0067	-0.0124	-0.0006	0.0194	0.0315	0.0436
44.00	-0.0147	-0.0057	-0.0081	0.0112	0.0364	0.0494	0.0397		-0.0101	-0.0097	-0.0071	0.0152	0.0301	0.0484
46.00	-0.0130	-0.0063	-0.0115	0.0061	0.0249	0.0519	0.0437		0.0018	-0.0054	-0.0104	0.0109	0.0276	0.0512
48.00	-0.0057	-0.0083	-0.0156	0.0032	0.0076	0.0541	0.0460			-0.0014	-0.0080	-0.0009	0.0210	0.0523
50.00	0.0012	-0.0053	-0.0143	-0.0054	0.0081	0.0477	0.0426				-0.0051	-0.0075	0.0245	0.0505
52.00		0.0012	-0.0112	-0.0095	0.0108	0.0594	0.0465				-0.0037	-0.0138	0.0204	0.0487
54.00		0.0043	-0.0067	-0.0127	0.0045	0.0566	0.0475					-0.0112	0.0127	0.0463
56.00			0.0013	-0.0172	-0.0025	0.0509	0.0430					-0.0077	0.0113	0.0432
58.00				-0.0118	-0.0093	0.0588	0.0418						0.0065	0.0402
60.00				-0.0055	-0.0145	0.0491	0.0486						0.0009	0.0394
62.00				0.0004	-0.0079	0.0407	0.0416						-0.0034	0.0365
64.00					-0.0014	0.0248	0.0367						-0.0067	0.0345
66.00					0.0049	0.0119	0.0344						-0.0099	0.0302
68.00						0.0030	0.0361						-0.0115	0.0279
70.00						-0.0023	0.0351						-0.0092	0.0238
72.00						-0.0035	0.0358							0.0205
74.00						-0.0056	0.0371							0.0159
76.00						-0.0065	0.0355							0.0117
78.00						-0.0095	0.0252							
80.00						-0.0116	0.0214							
82.00						-0.0143	0.0246							
84.00						-0.0167	0.0201							
86.00						-0.0116	0.0156							
88.00							0.0102							
90.00							0.0065							
92.00							0.0012							

**Dijagram razlika vrednosti offtracking-a za trajektorije povlačenja dobijene na osnovu Halter-ove simulacije i GPS merenja
(Testno vozilo: Solaris Urbino 18 zglobni autobus)**

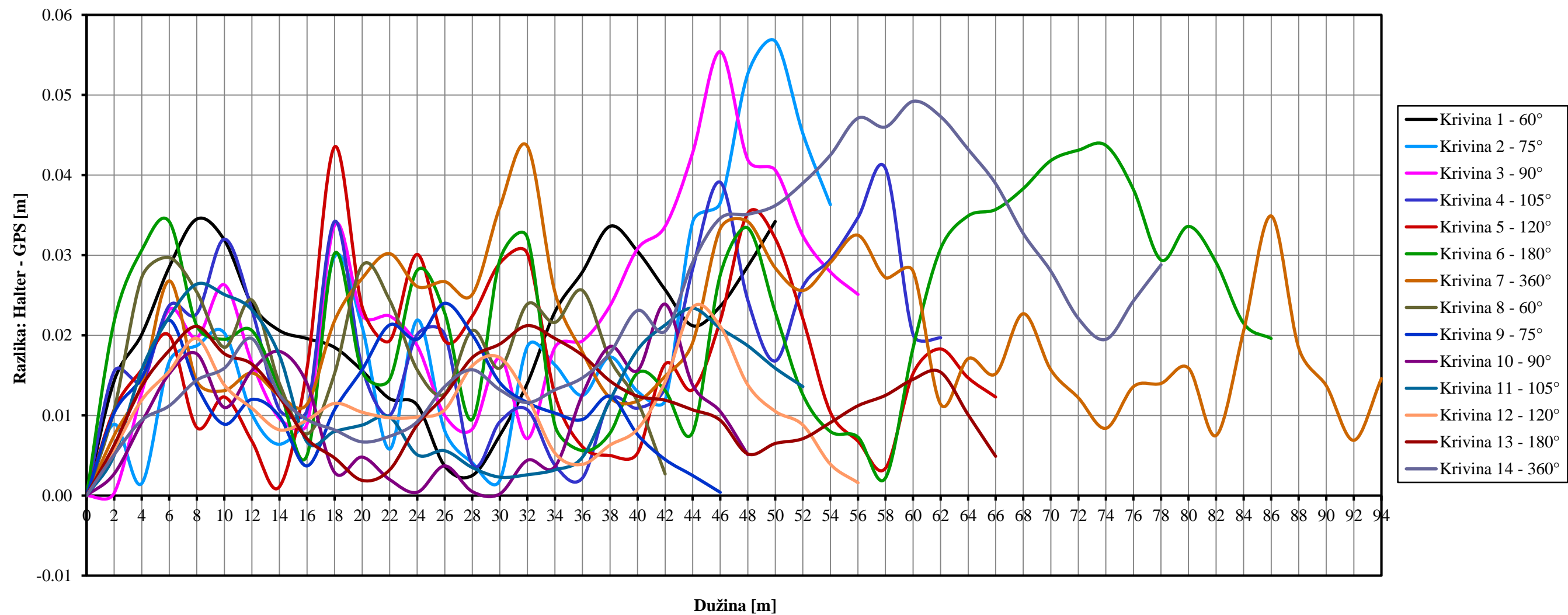


Statistički pokazatelji za sve sračunate razlike vrednosti offtracking-a (Halter - GPS)	
Srednja vrednost u [m]	0.0094
Varijansa u [m]	0.0004
Standardna devijacija u [m]	0.0201

Testno vozilo: Gradski solo autobus (Ikarbus IK 112)														
Stacionaža vodeće putanje u [m]	Razlika HALTER - GPS u [m] za testne vožnje duž vodećih putanja radijusa R = 15.00 m							Razlika HALTER - GPS u [m] za testne vožnje duž vodećih putanja radijusa R = 12.50 m						
	Krivina 1	Krivina 2	Krivina 3	Krivina 4	Krivina 5	Krivina 6	Krivina 7	Krivina 8	Krivina 9	Krivina 10	Krivina 11	Krivina 12	Krivina 13	Krivina 14
0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2.00	0.0143	0.0089	0.0003	0.0155	0.0107	0.0217	0.0075	0.0107	0.0103	0.0027	0.0050	0.0058	0.0063	0.0051
4.00	0.0201	0.0015	0.0128	0.0142	0.0157	0.0306	0.0139	0.0272	0.0147	0.0091	0.0157	0.0119	0.0136	0.0094
6.00	0.0285	0.0167	0.0232	0.0237	0.0200	0.0342	0.0268	0.0297	0.0219	0.0152	0.0223	0.0155	0.0181	0.0112
8.00	0.0345	0.0187	0.0197	0.0227	0.0085	0.0212	0.0143	0.0254	0.0137	0.0177	0.0264	0.0196	0.0211	0.0144
10.00	0.0319	0.0203	0.0263	0.0320	0.0123	0.0195	0.0131	0.0185	0.0089	0.0110	0.0251	0.0138	0.0177	0.0159
12.00	0.0239	0.0102	0.0166	0.0232	0.0068	0.0206	0.0153	0.0244	0.0120	0.0156	0.0232	0.0109	0.0164	0.0196
14.00	0.0206	0.0064	0.0096	0.0107	0.0011	0.0133	0.0125	0.0140	0.0099	0.0180	0.0175	0.0082	0.0123	0.0126
16.00	0.0196	0.0102	0.0089	0.0106	0.0158	0.0050	0.0114	0.0077	0.0037	0.0140	0.0067	0.0094	0.0071	0.0095
18.00	0.0185	0.0298	0.0337	0.0342	0.0435	0.0302	0.0218	0.0152	0.0107	0.0029	0.0080	0.0115	0.0047	0.0082
20.00	0.0156	0.0211	0.0225	0.0160	0.0236	0.0155	0.0271	0.0287	0.0157	0.0048	0.0088	0.0104	0.0019	0.0067
22.00	0.0121	0.0058	0.0224	0.0100	0.0193	0.0145	0.0302	0.0244	0.0213	0.0020	0.0098	0.0097	0.0032	0.0074
24.00	0.0113	0.0219	0.0187	0.0201	0.0301	0.0281	0.0261	0.0157	0.0195	0.0004	0.0051	0.0098	0.0088	0.0092
26.00	0.0037	0.0081	0.0100	0.0201	0.0193	0.0228	0.0267	0.0127	0.0240	0.0037	0.0056	0.0107	0.0125	0.0136
28.00	0.0025	0.0041	0.0083	0.0039	0.0224	0.0095	0.0251	0.0206	0.0201	0.0005	0.0035	0.0162	0.0172	0.0157
30.00	0.0075	0.0019	0.0172	0.0092	0.0290	0.0294	0.0360	0.0159	0.0141	0.0002	0.0023	0.0172	0.0189	0.0132
32.00	0.0140	0.0186	0.0071	0.0107	0.0302	0.0322	0.0436	0.0239	0.0116	0.0044	0.0026	0.0123	0.0212	0.0116
34.00	0.0229	0.0163	0.0185	0.0038	0.0126	0.0088	0.0254	0.0216	0.0103	0.0036	0.0032	0.0053	0.0196	0.0132
36.00	0.0279	0.0125	0.0193	0.0022	0.0061	0.0056	0.0179	0.0256	0.0095	0.0126	0.0048	0.0039	0.0175	0.0147
38.00	0.0336	0.0173	0.0237	0.0119	0.0050	0.0078	0.0122	0.0170	0.0124	0.0186	0.0119	0.0063	0.0143	0.0178
40.00	0.0305	0.0130	0.0308	0.0109	0.0053	0.0153	0.0118	0.0117	0.0076	0.0156	0.0182	0.0083	0.0124	0.0231
42.00	0.0257	0.0119	0.0336	0.0135	0.0164	0.0131	0.0149	0.0027	0.0045	0.0239	0.0213	0.0142	0.0119	0.0205
44.00	0.0212	0.0341	0.0428	0.0283	0.0132	0.0079	0.0191		0.0025	0.0138	0.0234	0.0235	0.0107	0.0291
46.00	0.0236	0.0365	0.0554	0.0391	0.0218	0.0275	0.0333		0.0004	0.0105	0.0209	0.0211	0.0094	0.0346
48.00	0.0286	0.0526	0.0419	0.0244	0.0352	0.0334	0.0342			0.0051	0.0187	0.0138	0.0052	0.0351
50.00	0.0342	0.0567	0.0406	0.0168	0.0321	0.0229	0.0284				0.0159	0.0105	0.0065	0.0362
52.00		0.0452	0.0324	0.0261	0.0221	0.0126	0.0256				0.0136	0.0088	0.0071	0.0390
54.00		0.0363	0.0279	0.0295	0.0104	0.0080	0.0291					0.0039	0.0091	0.0425
56.00			0.0251	0.0347	0.0068	0.0073	0.0325					0.0016	0.0112	0.0471
58.00				0.0408	0.0034	0.0022	0.0272						0.0125	0.0460
60.00				0.0201	0.0152	0.0184	0.0280						0.0145	0.0492
62.00				0.0197	0.0183	0.0308	0.0114						0.0154	0.0473
64.00					0.0147	0.0349	0.0171						0.0101	0.0432
66.00					0.0123	0.0357	0.0152						0.0049	0.0389
68.00						0.0383	0.0227							0.0327
70.00						0.0418	0.0157							0.0280
72.00						0.0431	0.0122							0.0221
74.00						0.0437	0.0084							0.0195
76.00						0.0382	0.0136							0.0243
78.00						0.0294	0.0140							0.0288
80.00						0.0336	0.0159							
82.00						0.0291	0.0075							
84.00						0.0215	0.0206							
86.00						0.0196	0.0349							
88.00							0.0184							
90.00							0.0137							
92.00							0.0069							
94.00							0.0146							

Dijagram razlika vrednosti offtracking-a za trajektorije povlačenja dobijene na osnovu Halter-ove simulacije i GPS merenja

(Testno vozilo: Ikarbus IK 112 gradski solo autobus)



Statistički pokazatelji za sve sračunate razlike
vrednosti offtracking-a (Halter - GPS)

Srednja vrednost u [m] 0.0173

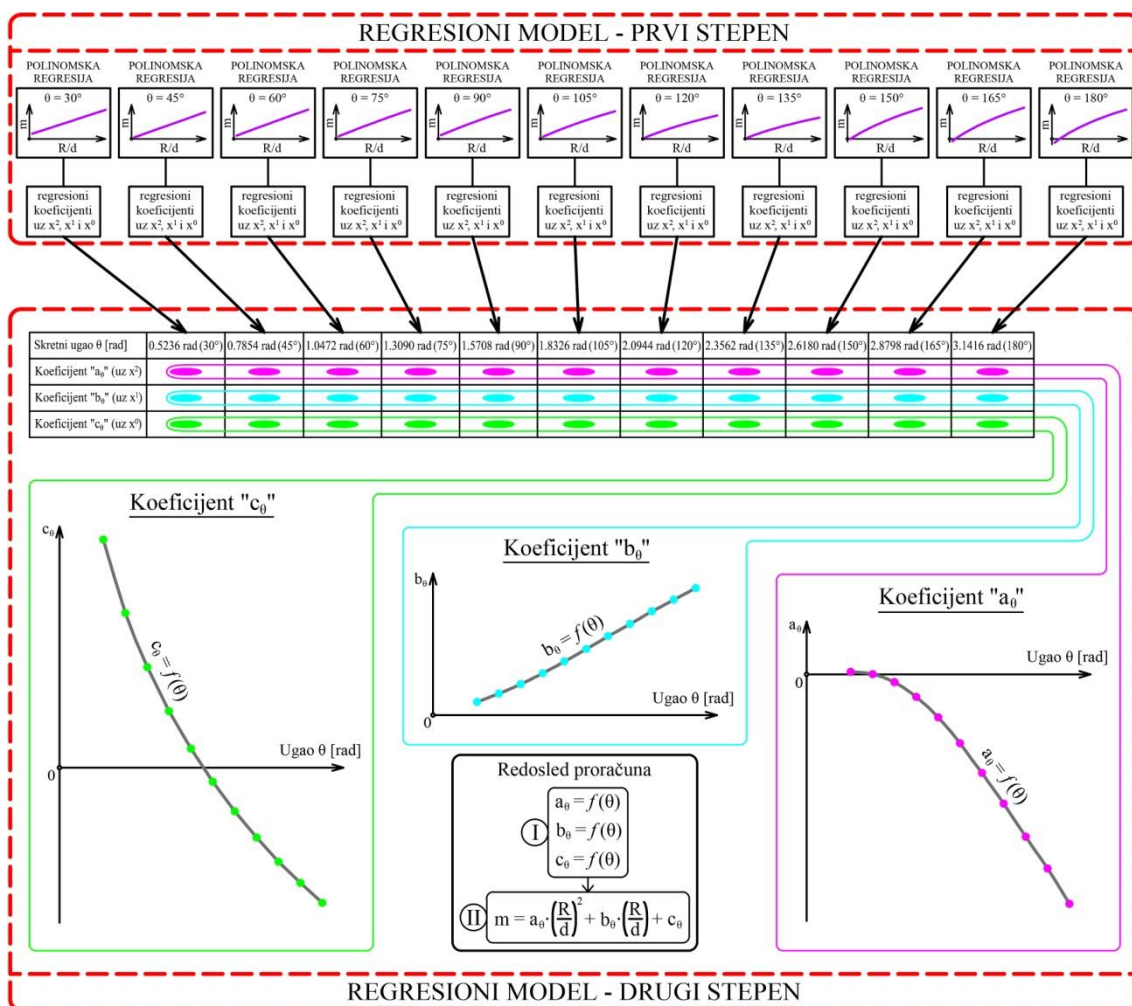
Varijansa u [m] 0.0001

Standardna devijacija u [m] 0.0111

PRILOG E

Regresiona analiza podataka dobijenih na osnovu numeričkog proračuna maksimalnog offtracking-a za seriju kombinacija odnosa R/d u intervalu $1.01 < R/d < 4.00$ i različitih skretnih uglova θ u opsegu $30^\circ < \theta < 180^\circ$.

(Prvostepeni regresioni model)



Slika E.1 Šematski prikaz formiranja dvostepenog (hijerarhijskog) nelinearnog regresionog modela za proračun maksimalnog offtracking-a jediničnog vozila

Za tabelarni proračun pri formiranju prvostepenog regresionog modela korišćene su sledeće formule definisane u prethodnim poglavljima doktorske disertacije:

$$X = \frac{R}{d} \tag{2.41}$$

$$K = \sqrt{X^2 - 1} \tag{2.42}$$

$$\tan\left(\frac{\beta_{max}}{2}\right) = \frac{1 - e^{K\theta}}{X - K - X \cdot e^{K\theta} - K \cdot e^{K\theta}} \tag{2.67}$$

$$c = \tan\left(\frac{\beta_{max}}{2}\right) \tag{4.14}$$

$$\ln\left(\frac{c}{t_{\text{num}}}\right) = \frac{1 - 2 \cdot \frac{R}{d} \cdot t_{\text{num}} + t_{\text{num}}^2}{1 - t_{\text{num}}^2} \quad (4.20)$$

Prilikom unosa u interfejs računskog servisa Wolfram Alpha korišćen je izraz:

$$\left\{ \ln(c/t_{\text{num}}) = (1 - 2 * (R/d) * t_{\text{num}} + t_{\text{num}}^2) / (1 - t_{\text{num}}^2), 0 < t_{\text{num}} < c \right\} \quad (4.43)$$

$$m_{\text{num}} = t_{\text{num}}^2 - 2 \cdot \frac{R}{d} \cdot t_{\text{num}} - \ln(c) \quad (4.51)$$

$$\beta_d = 2 \cdot \arctg(t_{\text{num}}) \quad (4.41)$$

$$f(t_{\text{num}}) = \ln\left(\frac{c}{t_{\text{num}}}\right) - \frac{1 - 2 \cdot \frac{R}{d} \cdot t_{\text{num}} + t_{\text{num}}^2}{1 - t_{\text{num}}^2} \quad (4.59)$$

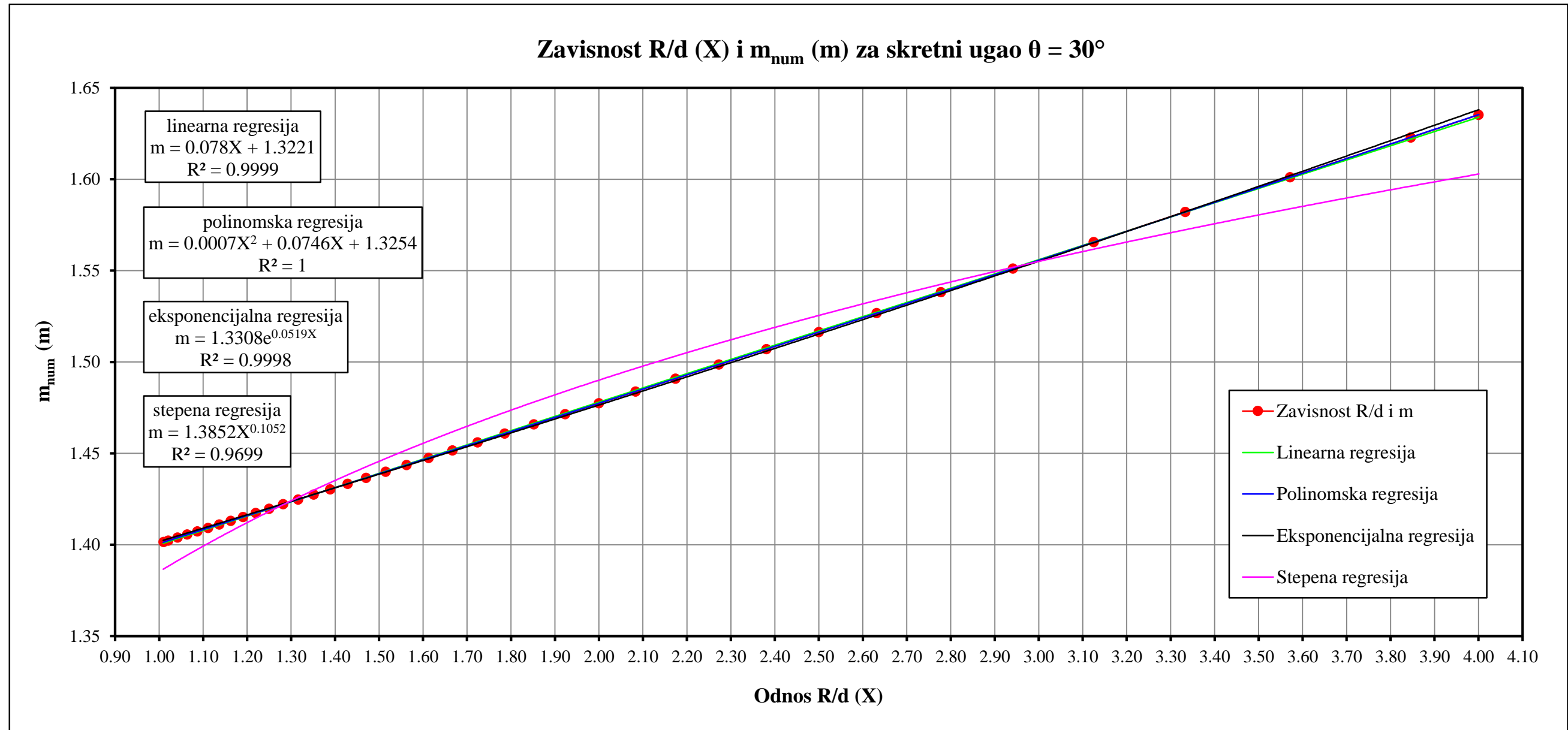
gde su:

- R - radijus vodeće putanje oblika kružne krivine;
- d - dužina krute baze samostalnog jediničnog vozila koje odgovara kinematičkom modelu III (poglavlje 2.2);
- X, K - pomoćne promenljive definisane pri izvođenju ključnih jednačina ICAO-ovog matematičkog modela (ICAO 2005) za proračun vrednosti offtracking-a (potpoglavlje 2.3.4);
- β_{max} - maksimalna vrednost trenutnog skretnog ugla između osovine krute baze vozila i tangente na kraj kružnog luka;
- t_{num} - rešenje karakteristične jednačine (4.20) za određivanje tačnog položaja vozila sa maksimalnim offtracking-om, sračunato numeričkim putem, pomoću otvorenog računskog servisa Wolfram Alpha (Wolfram Research 2018) za prethodno unesene ulazne podatke R , d i c ;
- m_{num} - pomoćni parametar i zavisno promenljiva u prvostepenom regresionom modelu pri ispitivanju korelacione zavisnosti $m = f(R/d)$;
- β_d - skretni ugao između osovine krute baze vozila i izlazne tangente u položaju u kome je dostignut maksimalni offtracking.

Prilog E - I

Proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om za jedinična vozila sa dužinama krutih baza u rasponu od 2.50 - 6.20 m, a koja prate vodeću putanju oblika kružne krivine ($R = 10.00$ m i $\theta = 30^\circ$)																				
R	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	
d	2.5000	2.6000	2.8000	3.0000	3.2000	3.4000	3.6000	3.8000	4.0000	4.2000	4.4000	4.6000	4.8000	5.0000	5.2000	5.4000	5.6000	5.8000	6.0000	6.2000
R/d	4.0000	3.8462	3.5714	3.3333	3.1250	2.9412	2.7778	2.6316	2.5000	2.3810	2.2727	2.1739	2.0833	2.0000	1.9231	1.8519	1.7857	1.7241	1.6667	1.6129
θ [°]	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000
θ [rad]	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236
X	4.0000	3.8462	3.5714	3.3333	3.1250	2.9412	2.7778	2.6316	2.5000	2.3810	2.2727	2.1739	2.0833	2.0000	1.9231	1.8519	1.7857	1.7241	1.6667	1.6129
K	3.8730	3.7139	3.4286	3.1798	2.9607	2.7660	2.5915	2.4342	2.2913	2.1608	2.0409	1.9303	1.8276	1.7321	1.6426	1.5586	1.4795	1.4045	1.3333	1.2655
$e^{K\theta}$	7.5980	6.9907	6.0207	5.2853	4.7125	4.2557	3.8842	3.5770	3.3192	3.0999	2.9113	2.7475	2.6037	2.4766	2.3633	2.2617	2.1698	2.0863	2.0100	1.9398
$\tan(\beta_{\max}/2)$	0.1105	0.1136	0.1195	0.1250	0.1302	0.1350	0.1395	0.1438	0.1478	0.1515	0.1551	0.1584	0.1615	0.1645	0.1674	0.1700	0.1726	0.1750	0.1773	0.1795
β_{\max} [rad]	0.2202	0.2263	0.2379	0.2488	0.2589	0.2684	0.2773	0.2856	0.2934	0.3008	0.3077	0.3142	0.3203	0.3261	0.3316	0.3368	0.3418	0.3465	0.3509	0.3552
β_{\max} [°]	12.6151	12.9663	13.6330	14.2550	14.8360	15.3792	15.8876	16.3642	16.8116	17.2321	17.6280	18.0011	18.3532	18.6861	19.0011	19.2996	19.5828	19.8519	20.1077	20.3513
c	0.11053	0.11364	0.11953	0.12504	0.13020	0.13502	0.13954	0.14378	0.14777	0.15152	0.15506	0.15839	0.16155	0.16453	0.16735	0.17003	0.17258	0.17499	0.17730	0.17949
$\ln[c]$	-2.2024	-2.1747	-2.1242	-2.0791	-2.0387	-2.0023	-1.9694	-1.9394	-1.9121	-1.8870	-1.8640	-1.8427	-1.8230	-1.8047	-1.7877	-1.7718	-1.7569	-1.7430	-1.7299	-1.7176
t_{num}	0.071541	0.072424	0.073996	0.075390	0.076635	0.077735	0.078726	0.079618	0.080432	0.081169	0.081849	0.082464	0.083041	0.083567	0.084052	0.084506	0.084933	0.085322	0.085697	0.086041
m_{num}	1.635220	1.622882	1.601085	1.582171	1.565612	1.551106	1.538228	1.526742	1.516402	1.507089	1.498616	1.490932	1.483858	1.477392	1.471440	1.465925	1.460799	1.456067	1.451621	1.447491
β_d [rad]	0.1428	0.1446	0.1477	0.1505	0.1530	0.1552	0.1571	0.1589	0.1605	0.1620	0.1633	0.1646	0.1657	0.1667	0.1677	0.1686	0.1695	0.1702	0.1710	0.1717
β_d [°]	8.1840	8.2847	8.4639	8.6227	8.7646	8.8899	9.0028	9.1044	9.1970	9.2810	9.3583	9.4283	9.4940	9.5538	9.6091	9.6608	9.7093	9.7536	9.7962	9.8354
$f(t_{\text{num}})$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om za jedinična vozila sa dužinama krutih baza u rasponu od 6.40 - 9.90 m, a koja prate vodeću putanju oblika kružne krivine ($R = 10.00$ m i $\theta = 30^\circ$)																				
R	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	
d	6.4000	6.6000	6.8000	7.0000	7.2000	7.4000	7.6000	7.8000	8.0000	8.2000	8.4000	8.6000	8.8000	9.0000	9.2000	9.4000	9.6000	9.8000	9.9000	
R/d	1.5625	1.5152	1.4706	1.4286	1.3889	1.3514	1.3158	1.2821	1.2500	1.2195	1.1905	1.1628	1.1364	1.1111	1.0870	1.0638	1.0417	1.0204	1.0101	
θ [°]	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000	30.0000
θ [rad]	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236	0.5236
X	1.5625	1.5152	1.4706	1.4286	1.3889	1.3514	1.3158	1.2821	1.2500	1.2195	1.1905	1.1628	1.1364	1.1111	1.0870	1.0638	1.0417	1.0204	1.0101	1.0101
K	1.2006	1.1383	1.0783	1.0202	0.9639	0.9089	0.8552	0.8023	0.7500	0.6980	0.6459	0.5934	0.5397	0.4843	0.4260	0.3630	0.2917	0.2031	0.1425	0.1425
$e^{K\theta}$	1.8750	1.8148	1.7587	1.7060	1.6564	1.6095	1.5648	1.5221	1.4810	1.4412	1.4024	1.3644	1.3266	1.2886	1.2499	1.2093	1.1650	1.1122	1.0775	1.0775
$\tan(\beta_{\max}/2)$	0.1816	0.1836	0.1855	0.1873	0.1891	0.1907	0.1923	0.1939	0.1954	0.1968	0.1982	0.1995	0.2007	0.2020	0.2031	0.2043	0.2054	0.2065	0.2070	0.2070
β_{\max} [rad]	0.3592	0.3631	0.3668	0.3703	0.3737	0.3769	0.3800	0.3830	0.3859	0.3886	0.3912	0.3938	0.3962	0.3986	0.4008	0.4030	0.4051	0.4072	0.4082	0.4082
β_{\max} [°]	20.5834	20.8048	21.0163	21.2185	21.4119	21.5971	21.7747	21.9450	22.1085	22.2656	22.4166	22.5619	22.7018	22.8366	22.9666	23.0920	23.2130	23.3300	23.3869	23.3869
c	0.18158	0.18358	0.18549	0.18731	0.18906	0.19073	0.19234	0.19388	0.19536	0.19679	0.19816	0.19947	0.20074	0.20197	0.20315	0.20429	0.20539	0.20645	0.20697	0.20697
$\ln[c]$	-1.7061	-1.6951	-1.6848	-1.6750	-1.6657	-1.6569	-1.6485	-1.6405	-1.6329	-1.6256	-1.6187	-1.6121	-1.6057	-1.5996	-1.5938	-1.5882	-1.5828	-1.5777	-1.5752	-1.5752
t_{num}	0.086365	0.086673	0.086963	0.087232	0.087492	0.087733	0.087967	0.088187	0.088396	0.088599	0.088789	0.088966	0.089140	0.089309	0.089467	0.089619	0.089765	0.089903	0.089972	0.089972
m_{num}	1.443621	1.439981	1.436563	1.433354	1.430315	1.427454	1.424733	1.422162	1.419721	1.417392	1.415183	1.413088	1.411081	1.409158	1.407327	1.405574	1.403896	1.402291	1.401510	1.401510
β_d [rad]	0.1723	0.1729	0.1735	0.1740	0.1745	0.1750	0.1755	0.1759	0.1763	0.1767	0.1771	0.1775	0.1778	0.1781	0.1785	0.1788	0.1790	0.1793	0.1795	0.1795
β_d [°]	9.8722	9.9073	9.9402	9.9709	10.0003	10.0278	10.0544	10.0794	10.1031	10.1262	10.1479	10.1680	10.1877	10.2069	10.2249	10.2423	10.2588	10.2745	10.2823	10.2823
$f(t_{\text{num}})$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000



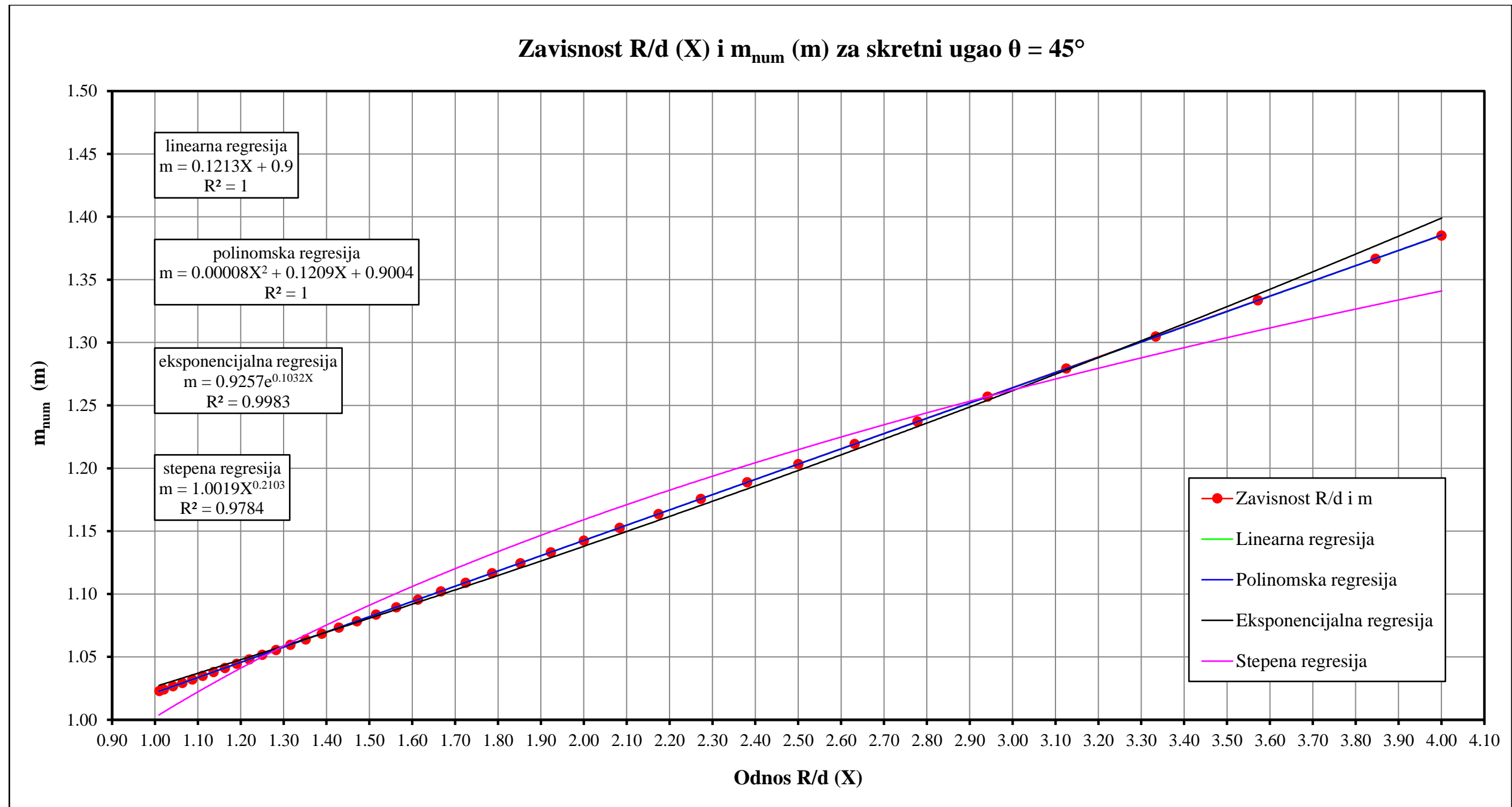
Ulazni podaci za drugi stepen regresione zavisnosti
(koeficijenti polinomske regresije za $\theta = 30^\circ$)

X^2	X^1	X^0
0.0007	0.0746	1.3254

Prilog E - 2

Proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om za jedinična vozila sa dužinama krutih baza u rasponu od 2.50 - 6.20 m, a koja prate vodeću putanju oblika kružne krivine ($R = 10.00$ m i $\theta = 45^\circ$)																				
R	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	
d	2.5000	2.6000	2.8000	3.0000	3.2000	3.4000	3.6000	3.8000	4.0000	4.2000	4.4000	4.6000	4.8000	5.0000	5.2000	5.4000	5.6000	5.8000	6.0000	6.2000
R/d	4.0000	3.8462	3.5714	3.3333	3.1250	2.9412	2.7778	2.6316	2.5000	2.3810	2.2727	2.1739	2.0833	2.0000	1.9231	1.8519	1.7857	1.7241	1.6667	1.6129
θ [°]	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000
θ [rad]	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854
X	4.0000	3.8462	3.5714	3.3333	3.1250	2.9412	2.7778	2.6316	2.5000	2.3810	2.2727	2.1739	2.0833	2.0000	1.9231	1.8519	1.7857	1.7241	1.6667	1.6129
K	3.8730	3.7139	3.4286	3.1798	2.9607	2.7660	2.5915	2.4342	2.2913	2.1608	2.0409	1.9303	1.8276	1.7321	1.6426	1.5586	1.4795	1.4045	1.3333	1.2655
$e^{K\theta}$	20.9436	18.4834	14.7729	12.1509	10.2299	8.7791	7.6552	6.7652	6.0471	5.4579	4.9675	4.5541	4.2014	3.8976	3.6332	3.4013	3.1962	3.0135	2.8497	2.7018
$\tan(\beta_{\max}/2)$	0.1210	0.1252	0.1334	0.1412	0.1486	0.1558	0.1627	0.1692	0.1755	0.1815	0.1872	0.1927	0.1979	0.2029	0.2078	0.2124	0.2168	0.2211	0.2251	0.2291
β_{\max} [rad]	0.2409	0.2492	0.2652	0.2805	0.2951	0.3091	0.3225	0.3352	0.3474	0.3590	0.3701	0.3807	0.3908	0.4004	0.4097	0.4185	0.4270	0.4351	0.4429	0.4504
β_{\max} [°]	13.8036	14.2767	15.1935	16.0712	16.9102	17.7116	18.4767	19.2069	19.9038	20.5689	21.2039	21.8104	22.3898	22.9436	23.4732	23.9800	24.4653	24.9302	25.3759	25.8034
c	0.12105	0.12524	0.13337	0.14117	0.14865	0.15581	0.16265	0.16920	0.17546	0.18145	0.18718	0.19266	0.19791	0.20294	0.20776	0.21237	0.21680	0.22106	0.22514	0.22906
$\ln[c]$	-2.1116	-2.0775	-2.0146	-1.9578	-1.9062	-1.8591	-1.8161	-1.7767	-1.7403	-1.7068	-1.6757	-1.6468	-1.6199	-1.5948	-1.5714	-1.5494	-1.5288	-1.5093	-1.4910	-1.4738
t_{num}	0.091877	0.093565	0.096662	0.099437	0.101946	0.104210	0.106247	0.108112	0.109810	0.111370	0.112803	0.114121	0.115345	0.116482	0.117539	0.118514	0.119432	0.120299	0.121103	0.121857
m_{num}	1.385017	1.366575	1.333523	1.304733	1.279393	1.257006	1.237172	1.219355	1.203344	1.188840	1.175665	1.163655	1.152631	1.142487	1.133131	1.124509	1.116482	1.108988	1.102029	1.095527
β_d [rad]	0.1832	0.1866	0.1927	0.1982	0.2032	0.2077	0.2117	0.2154	0.2187	0.2218	0.2247	0.2273	0.2297	0.2319	0.2340	0.2359	0.2377	0.2394	0.2410	0.2425
β_d [°]	10.4988	10.6906	11.0423	11.3573	11.6419	11.8986	12.1295	12.3408	12.5331	12.7097	12.8719	13.0210	13.1594	13.2880	13.4075	13.5177	13.6214	13.7193	13.8101	13.8953
$f(t_{\text{num}})$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om za jedinična vozila sa dužinama krutih baza u rasponu od 6.40 - 9.90 m, a koja prate vodeću putanju oblika kružne krivine ($R = 10.00$ m i $\theta = 45^\circ$)																				
R	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	
d	6.4000	6.6000	6.8000	7.0000	7.2000	7.4000	7.6000	7.8000	8.0000	8.2000	8.4000	8.6000	8.8000	9.0000	9.2000	9.4000	9.6000	9.8000	9.9000	
R/d	1.5625	1.5152	1.4706	1.4286	1.3889	1.3514	1.3158	1.2821	1.2500	1.2195	1.1905	1.1628	1.1364	1.1111	1.0870	1.0638	1.0417	1.0204	1.0101	
θ [°]	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000	45.0000
θ [rad]	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854	0.7854
X	1.5625	1.5152	1.4706	1.4286	1.3889	1.3514	1.3158	1.2821	1.2500	1.2195	1.1905	1.1628	1.1364	1.1111	1.0870	1.0638	1.0417	1.0204	1.0101	1.0101
K	1.2006	1.1383	1.0783	1.0202	0.9639	0.9089	0.8552	0.8023	0.7500	0.6980	0.6459	0.5934	0.5397	0.4843	0.4260	0.3630	0.2917	0.2031	0.1425	0.1425
$e^{K\theta}$	2.5675	2.4449	2.3323	2.2284	2.1319	2.0419	1.9575	1.8778	1.8023	1.7302	1.6608	1.5937	1.5279	1.4628	1.3974	1.3298	1.2574	1.1729	1.1184	1.1184
$\tan(\beta_{\max}/2)$	0.2328	0.2365	0.2400	0.2433	0.2466	0.2497	0.2527	0.2556	0.2584	0.2611	0.2638	0.2663	0.2688	0.2711	0.2734	0.2757	0.2778	0.2799	0.2810	0.2810
β_{\max} [rad]	0.4575	0.4644	0.4710	0.4774	0.4835	0.4894	0.4950	0.5005	0.5058	0.5109	0.5158	0.5205	0.5251	0.5295	0.5338	0.5380	0.5420	0.5459	0.5478	0.5478
β_{\max} [°]	26.2137	26.6078	26.9865	27.3506	27.7010	28.0384	28.3633	28.6766	28.9786	29.2701	29.5515	29.8234	30.0861	30.3402	30.5859	30.8238	31.0542	31.2774	31.3864	31.3864
c	0.23283	0.23646	0.23995	0.24332	0.24656	0.24968	0.25270	0.25561	0.25842	0.26113	0.26376	0.26630	0.26875	0.27113	0.27344	0.27567	0.27783	0.27993	0.28096	0.28096
$\ln[c]$	-1.4574	-1.4420	-1.4273	-1.4134	-1.4002	-1.3876	-1.3756	-1.3641	-1.3532	-1.3427	-1.3327	-1.3231	-1.3140	-1.3051	-1.2967	-1.2886	-1.2807	-1.2732	-1.2695	-1.2695
t_{num}	0.122569	0.123243	0.123876	0.124482	0.125050	0.125586	0.126103	0.126591	0.127055	0.127494	0.127920	0.128325	0.128707	0.129077	0.129435	0.129773	0.130097	0.130410	0.130565	0.130565
m_{num}	1.089428	1.083695	1.078312	1.073221	1.068432	1.063910	1.059610	1.055541	1.051679	1.048015	1.044511	1.041176	1.038005	1.034967	1.032056	1.029280	1.026621	1.024069	1.022826	1.022826
β_d [rad]	0.2439	0.2452	0.2465	0.2477	0.2488	0.2499	0.2509	0.2518	0.2528	0.2536	0.2545	0.2553	0.2560	0.2567	0.2574	0.2581	0.2587	0.2594	0.2597	0.2597
β_d [°]	13.9757	14.0518	14.1232	14.1916	14.2557	14.3161	14.3745	14.4295	14.4818	14.5313	14.5794	14.6250	14.6681	14.7098	14.7502	14.7882	14.8248	14.8600	14.8775	14.8775
$f(t_{\text{num}})$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000



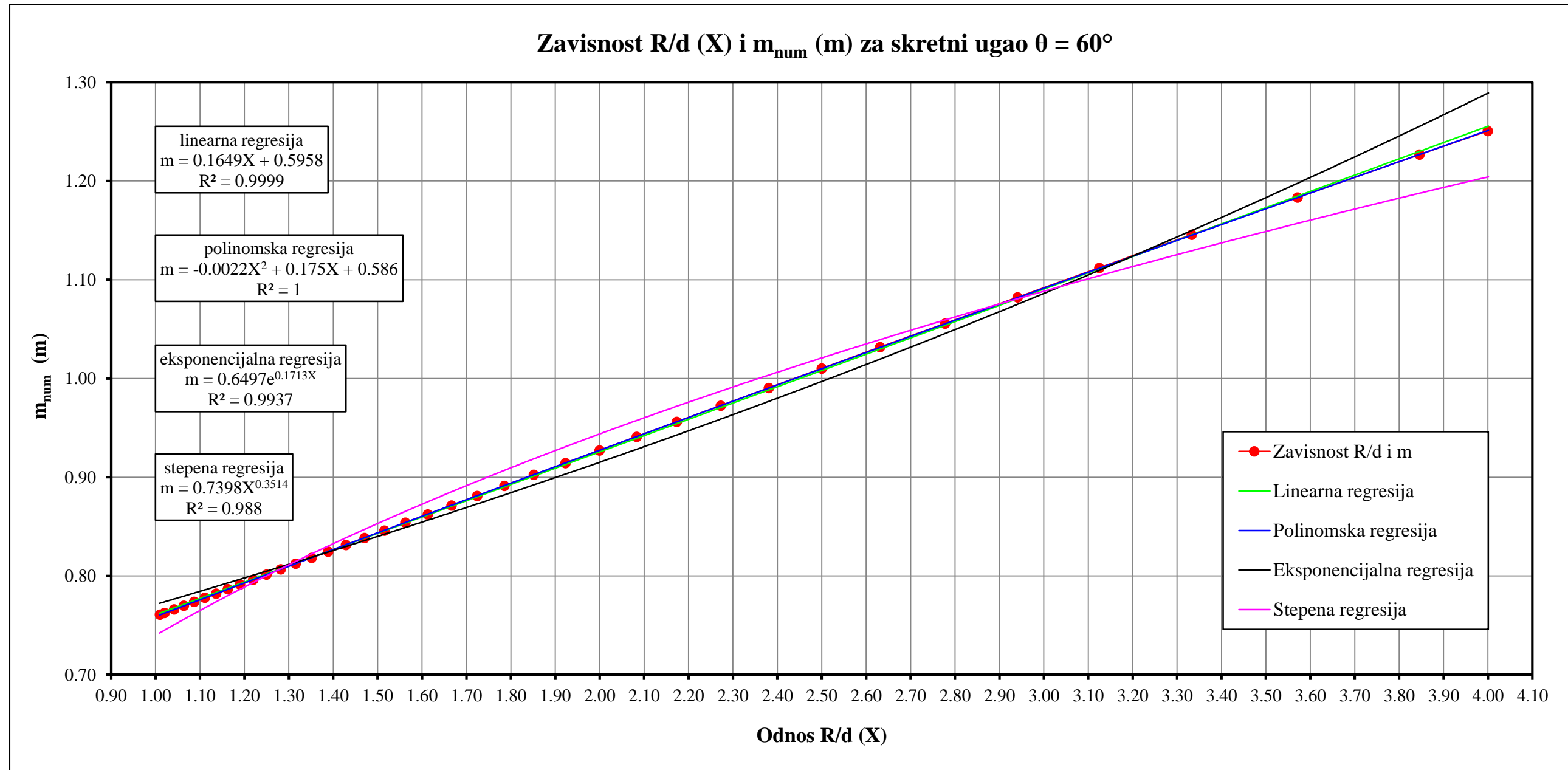
Ulazni podaci za drugi stepen regresione zavisnosti
 (koeficijenti polinomske regresije za $\theta = 45^\circ$)

X^2	X^1	X^0
0.00008	0.1209	0.9004

Prilog E - 3

Proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om za jedinična vozila sa dužinama krutih baza u rasponu od 2.50 - 6.20 m, a koja prate vodeću putanju oblika kružne krivine ($R = 10.00$ m i $\theta = 60^\circ$)																				
R	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	
d	2.5000	2.6000	2.8000	3.0000	3.2000	3.4000	3.6000	3.8000	4.0000	4.2000	4.4000	4.6000	4.8000	5.0000	5.2000	5.4000	5.6000	5.8000	6.0000	6.2000
R/d	4.0000	3.8462	3.5714	3.3333	3.1250	2.9412	2.7778	2.6316	2.5000	2.3810	2.2727	2.1739	2.0833	2.0000	1.9231	1.8519	1.7857	1.7241	1.6667	1.6129
θ [°]	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000
θ [rad]	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472
X	4.0000	3.8462	3.5714	3.3333	3.1250	2.9412	2.7778	2.6316	2.5000	2.3810	2.2727	2.1739	2.0833	2.0000	1.9231	1.8519	1.7857	1.7241	1.6667	1.6129
K	3.8730	3.7139	3.4286	3.1798	2.9607	2.7660	2.5915	2.4342	2.2913	2.1608	2.0409	1.9303	1.8276	1.7321	1.6426	1.5586	1.4795	1.4045	1.3333	1.2655
$e^{K\theta}$	57.7301	48.8701	36.2483	27.9349	22.2072	18.1107	15.0872	12.7951	11.0169	9.6095	8.4759	7.5486	6.7795	6.1337	5.5854	5.1151	4.7081	4.3527	4.0401	3.7630
$\tan(\beta_{max}/2)$	0.1249	0.1296	0.1390	0.1482	0.1571	0.1658	0.1743	0.1825	0.1905	0.1983	0.2058	0.2131	0.2201	0.2269	0.2335	0.2399	0.2461	0.2521	0.2579	0.2635
β_{max} [rad]	0.2484	0.2578	0.2762	0.2942	0.3117	0.3287	0.3451	0.3611	0.3765	0.3915	0.4059	0.4198	0.4333	0.4463	0.4588	0.4709	0.4826	0.4939	0.5048	0.5154
β_{max} [°]	14.2333	14.7704	15.8262	16.8558	17.8577	18.8308	19.7746	20.6888	21.5735	22.4290	23.2557	24.0543	24.8255	25.5702	26.2891	26.9831	27.6532	28.3002	28.9251	29.5286
c	0.12485	0.12961	0.13899	0.14816	0.15711	0.16583	0.17430	0.18253	0.19052	0.19827	0.20578	0.21305	0.22010	0.22692	0.23353	0.23992	0.24612	0.25211	0.25792	0.26355
$\ln[c]$	-2.0806	-2.0432	-1.9733	-1.9094	-1.8508	-1.7968	-1.7470	-1.7008	-1.6580	-1.6181	-1.5810	-1.5462	-1.5137	-1.4832	-1.4545	-1.4274	-1.4020	-1.3779	-1.3551	-1.3335
t_{num}	0.105132	0.107640	0.112374	0.116612	0.120522	0.124104	0.127362	0.130362	0.133132	0.135692	0.138059	0.140246	0.142294	0.144192	0.145974	0.147629	0.149196	0.150652	0.152032	0.153335
m_{num}	1.250628	1.226779	1.183279	1.145615	1.112061	1.082197	1.055632	1.031709	1.010058	0.990395	0.972481	0.956123	0.941039	0.927178	0.914329	0.902458	0.891370	0.881086	0.871446	0.862413
β_d [rad]	0.2095	0.2145	0.2238	0.2322	0.2399	0.2469	0.2534	0.2593	0.2647	0.2697	0.2744	0.2787	0.2827	0.2864	0.2899	0.2931	0.2962	0.2991	0.3018	0.3043
β_d [°]	12.0031	12.2873	12.8233	13.3027	13.7445	14.1489	14.5165	14.8546	15.1666	15.4548	15.7210	15.9669	16.1970	16.4101	16.6101	16.7957	16.9714	17.1346	17.2892	17.4351
$f(t_{num})$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om za jedinična vozila sa dužinama krutih baza u rasponu od 6.40 - 9.90 m, a koja prate vodeću putanju oblika kružne krivine ($R = 10.00$ m i $\theta = 60^\circ$)																				
R	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000
d	6.4000	6.6000	6.8000	7.0000	7.2000	7.4000	7.6000	7.8000	8.0000	8.2000	8.4000	8.6000	8.8000	9.0000	9.2000	9.4000	9.6000	9.8000	9.9000	
R/d	1.5625	1.5152	1.4706	1.4286	1.3889	1.3514	1.3158	1.2821	1.2500	1.2195	1.1905	1.1628	1.1364	1.1111	1.0870	1.0638	1.0417	1.0204	1.0101	
θ [°]	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000	60.0000
θ [rad]	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472	1.0472
X	1.5625	1.5152	1.4706	1.4286	1.3889	1.3514	1.3158	1.2821	1.2500	1.2195	1.1905	1.1628	1.1364	1.1111	1.0870	1.0638	1.0417	1.0204	1.0101	
K	1.2006	1.1383	1.0783	1.0202	0.9639	0.9089	0.8552	0.8023	0.7500	0.6980	0.6459	0.5934	0.5397	0.4843	0.4260	0.3630	0.2917	0.2031	0.1425	
$e^{K\theta}$	3.5157	3.2937	3.0930	2.9106	2.7438	2.5904	2.4486	2.3167	2.1933	2.0770	1.9668	1.8615	1.7598	1.6606	1.5622	1.4624	1.3572	1.2369	1.1609	
$\tan(\beta_{max}/2)$	0.2690	0.2743	0.2794	0.2844	0.2892	0.2938	0.2984	0.3028	0.3070	0.3112	0.3152	0.3191	0.3229	0.3266	0.3302	0.3337	0.3371	0.3404	0.3421	
β_{max} [rad]	0.5255	0.5354	0.5449	0.5541	0.5630	0.5716	0.5799	0.5880	0.5958	0.6033	0.6107	0.6178	0.6247	0.6314	0.6379	0.6442	0.6503	0.6562	0.6592	
β_{max} [°]	30.1118	30.6753	31.2200	31.7468	32.2563	32.7493	33.2264	33.6884	34.1358	34.5693	34.9895	35.3969	35.7920	36.1753	36.5474	36.9086	37.2594	37.6003	37.7671	
c	0.26899	0.27428	0.27939	0.28436	0.28917	0.29384	0.29836	0.30276	0.30703	0.31117	0.31520	0.31911	0.32291	0.32661	0.33021	0.33371	0.33711	0.34043	0.34206	
$\ln[c]$	-1.3131	-1.2936	-1.2751	-1.2575	-1.2407	-1.2247	-1.2094	-1.1948	-1.1808	-1.1674	-1.1546	-1.1422	-1.1304	-1.1190	-1.1080	-1.0975	-1.0873	-1.0775	-1.0728	
t_{num}	0.154551	0.155718	0.156807	0.157854	0.158838	0.159778	0.160663	0.161516	0.162329	0.163099	0.163841	0.164547	0.165221	0.165872	0.166497	0.167094	0.167664	0.168219	0.168491	
m_{num}	0.853978	0.845998	0.838525	0.831436	0.824762	0.818433	0.812456	0.806760	0.801347	0.796209	0.791300	0.786625	0.782165	0.777891	0.773801	0.769888	0.766144	0.762538	0.760786	
β_d [rad]	0.3067	0.3090	0.3111	0.3131	0.3150	0.3169	0.3186	0.3203	0.3219	0.3234	0.3248	0.3262	0.3275	0.3288	0.3300	0.3311	0.3322	0.3333	0.3338	
β_d [°]	17.5712	17.7018	17.8236	17.9407	18.0507	18.1557	18.2546	18.3499	18.4407	18.5266	18.6095	18.6882	18.7634	18.8360	18.9057	18.9723	19.0358	19.0977	19.1280	
$f(t_{num})$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000



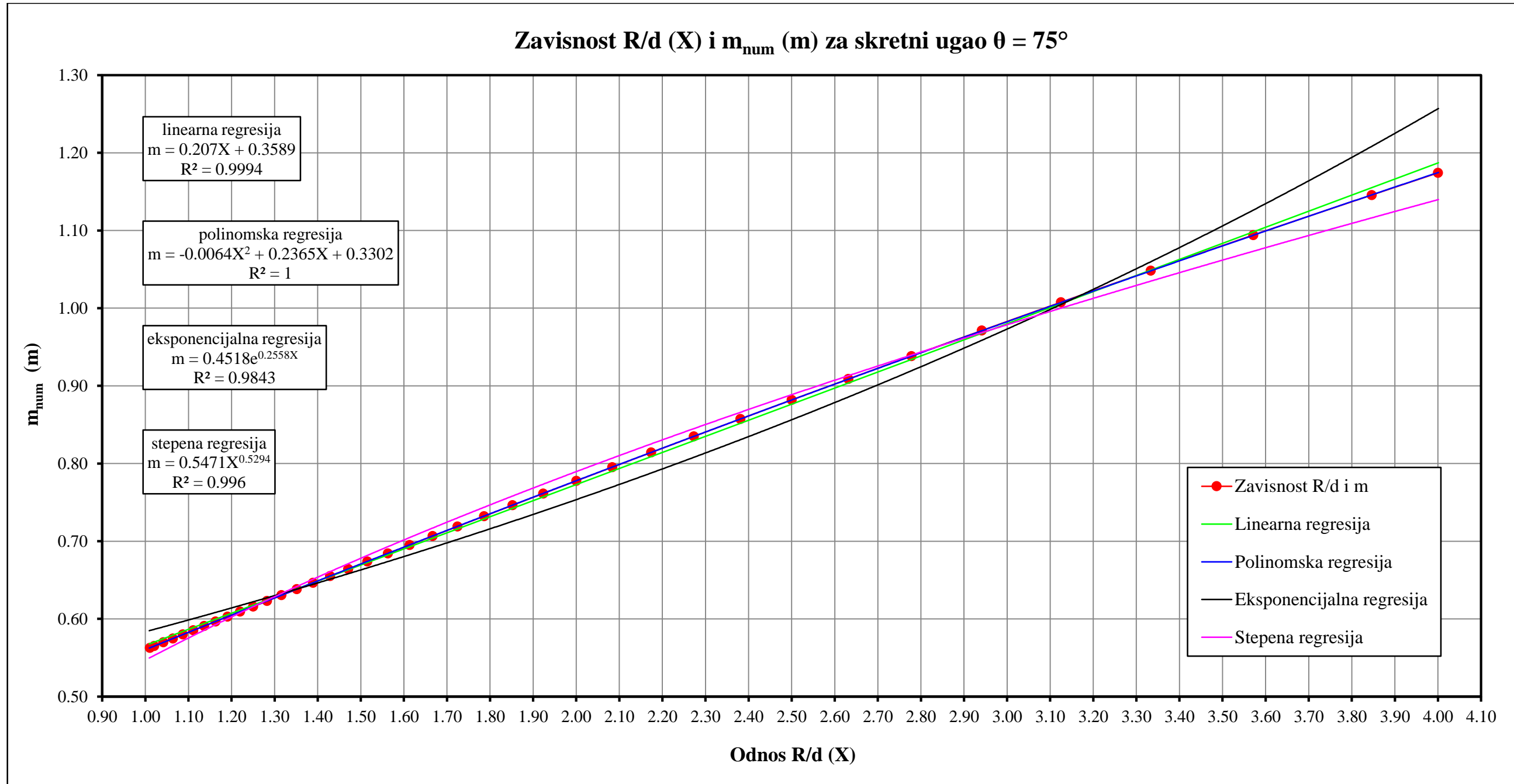
Ulazni podaci za drugi stepen regresione zavisnosti
 (koeficijenti polinomske regresije za $\theta = 60^\circ$)

X^2	X^1	X^0
-0.0022	0.1750	0.5860

Prilog E - 4

Proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om za jedinična vozila sa dužinama krutih baza u rasponu od 2.50 - 6.20 m, a koja prate vodeću putanju oblika kružne krivine ($R = 10.00$ m i $\theta = 75^\circ$)																				
R	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	
d	2.5000	2.6000	2.8000	3.0000	3.2000	3.4000	3.6000	3.8000	4.0000	4.2000	4.4000	4.6000	4.8000	5.0000	5.2000	5.4000	5.6000	5.8000	6.0000	6.2000
R/d	4.0000	3.8462	3.5714	3.3333	3.1250	2.9412	2.7778	2.6316	2.5000	2.3810	2.2727	2.1739	2.0833	2.0000	1.9231	1.8519	1.7857	1.7241	1.6667	1.6129
θ [°]	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000
θ [rad]	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090
X	4.0000	3.8462	3.5714	3.3333	3.1250	2.9412	2.7778	2.6316	2.5000	2.3810	2.2727	2.1739	2.0833	2.0000	1.9231	1.8519	1.7857	1.7241	1.6667	1.6129
K	3.8730	3.7139	3.4286	3.1798	2.9607	2.7660	2.5915	2.4342	2.2913	2.1608	2.0409	1.9303	1.8276	1.7321	1.6426	1.5586	1.4795	1.4045	1.3333	1.2655
$e^{K\theta}$	159.1303	129.2123	88.9424	64.2219	48.2078	37.3611	29.7346	24.1994	20.0713	16.9191	14.4622	12.5122	10.9395	9.6528	8.5865	7.6926	6.9351	6.2871	5.7278	5.2410
$\tan(\beta_{max}/2)$	0.1262	0.1313	0.1413	0.1512	0.1610	0.1707	0.1802	0.1896	0.1987	0.2078	0.2166	0.2252	0.2337	0.2420	0.2501	0.2580	0.2657	0.2732	0.2806	0.2878
β_{max} [rad]	0.2511	0.2610	0.2807	0.3001	0.3193	0.3381	0.3566	0.3747	0.3924	0.4097	0.4266	0.4431	0.4592	0.4749	0.4901	0.5049	0.5194	0.5334	0.5471	0.5604
β_{max} [°]	14.3889	14.9568	16.0834	17.1961	18.2925	19.3707	20.4291	21.4664	22.4815	23.4739	24.4428	25.3880	26.3094	27.2070	28.0810	28.9315	29.7589	30.5636	31.3462	32.1069
c	0.12623	0.13127	0.14128	0.15120	0.16100	0.17067	0.18019	0.18955	0.19874	0.20776	0.21660	0.22525	0.23371	0.24199	0.25008	0.25798	0.26570	0.27323	0.28058	0.28776
$\ln[c]$	-2.0696	-2.0305	-1.9570	-1.8891	-1.8263	-1.7680	-1.7137	-1.6631	-1.6157	-1.5714	-1.5297	-1.4905	-1.4537	-1.4189	-1.3860	-1.3549	-1.3254	-1.2974	-1.2709	-1.2456
t_{num}	0.113554	0.116819	0.122918	0.128611	0.133866	0.138748	0.143266	0.147458	0.151353	0.154995	0.158393	0.161557	0.164511	0.167294	0.169903	0.172351	0.174663	0.176834	0.178883	0.180831
m_{num}	1.174102	1.145548	1.094111	1.048281	1.007597	0.971112	0.938345	0.908742	0.881876	0.857313	0.834830	0.814224	0.795258	0.777668	0.761374	0.746242	0.732115	0.718946	0.706618	0.695018
β_d [rad]	0.2261	0.2326	0.2446	0.2558	0.2661	0.2757	0.2846	0.2928	0.3004	0.3075	0.3142	0.3203	0.3261	0.3315	0.3366	0.3413	0.3458	0.3500	0.3540	0.3578
β_d [°]	12.9568	13.3261	14.0151	14.6573	15.2493	15.7985	16.3061	16.7765	17.2131	17.6209	18.0010	18.3545	18.6842	18.9946	19.2853	19.5578	19.8150	20.0563	20.2839	20.5002
$f(t_{num})$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om za jedinična vozila sa dužinama krutih baza u rasponu od 6.40 - 9.90 m, a koja prate vodeću putanju oblika kružne krivine ($R = 10.00$ m i $\theta = 75^\circ$)																				
R	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000
d	6.4000	6.6000	6.8000	7.0000	7.2000	7.4000	7.6000	7.8000	8.0000	8.2000	8.4000	8.6000	8.8000	9.0000	9.2000	9.4000	9.6000	9.8000	9.9000	
R/d	1.5625	1.5152	1.4706	1.4286	1.3889	1.3514	1.3158	1.2821	1.2500	1.2195	1.1905	1.1628	1.1364	1.1111	1.0870	1.0638	1.0417	1.0204	1.0101	
θ [°]	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000	75.0000
θ [rad]	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090	1.3090
X	1.5625	1.5152	1.4706	1.4286	1.3889	1.3514	1.3158	1.2821	1.2500	1.2195	1.1905	1.1628	1.1364	1.1111	1.0870	1.0638	1.0417	1.0204	1.0101	
K	1.2006	1.1383	1.0783	1.0202	0.9639	0.9089	0.8552	0.8023	0.7500	0.6980	0.6459	0.5934	0.5397	0.4843	0.4260	0.3630	0.2917	0.2031	0.1425	
$e^{K\theta}$	4.8142	4.4371	4.1018	3.8017	3.5314	3.2864	3.0630	2.8582	2.6691	2.4935	2.3292	2.1743	2.0269	1.8851	1.7465	1.6082	1.4649	1.3045	1.2051	
$\tan(\beta_{max}/2)$	0.2948	0.3016	0.3083	0.3148	0.3211	0.3273	0.3333	0.3392	0.3450	0.3506	0.3561	0.3614	0.3667	0.3718	0.3768	0.3816	0.3864	0.3910	0.3933	
β_{max} [rad]	0.5733	0.5858	0.5980	0.6099	0.6214	0.6326	0.6435	0.6541	0.6644	0.6744	0.6842	0.6937	0.7029	0.7119	0.7206	0.7291	0.7374	0.7455	0.7495	
β_{max} [°]	32.8465	33.5654	34.2642	34.9435	35.6039	36.2459	36.8701	37.4770	38.0673	38.6415	39.2000	39.7435	40.2724	40.7873	41.2885	41.7766	42.2519	42.7150	42.9421	
c	0.29476	0.30159	0.30825	0.31476	0.32110	0.32729	0.33333	0.33923	0.34498	0.35060	0.35608	0.36144	0.36666	0.37177	0.37676	0.38163	0.38639	0.39104	0.39333	
$\ln[c]$	-1.2216	-1.1987	-1.1768	-1.1560	-1.1360	-1.1169	-1.0986	-1.0811	-1.0643	-1.0481	-1.0326	-1.0177	-1.0033	-0.9895	-0.9762	-0.9633	-0.9509	-0.9389	-0.9331	
t_{num}	0.182666	0.184406	0.186054	0.187632	0.189121	0.190544	0.191900	0.193199	0.194433	0.195620	0.196750	0.197841	0.198875	0.199877	0.200839	0.201759	0.202645	0.203497	0.203914	
m_{num}	0.684140	0.673892	0.664231	0.655069	0.646427	0.638222	0.630433	0.623019	0.615977	0.609251	0.602846	0.596712	0.590869	0.585259	0.579885	0.574740	0.569800	0.565055	0.562748	
β_d [rad]	0.3613	0.3647	0.3679	0.3710	0.3738	0.3766	0.3792	0.3817	0.3841	0.3864	0.3885	0.3906	0.3926	0.3946	0.3964	0.3982	0.3999	0.4015	0.4023	
β_d [°]	20.7037	20.8966	21.0792	21.2539	21.4187	21.5761	21.7260	21.8695	22.0058	22.1369	22.2615	22.3819	22.4959	22.6063	22.7123	22.8136	22.9112	23.0049	23.0508	
$f(t_{num})$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	



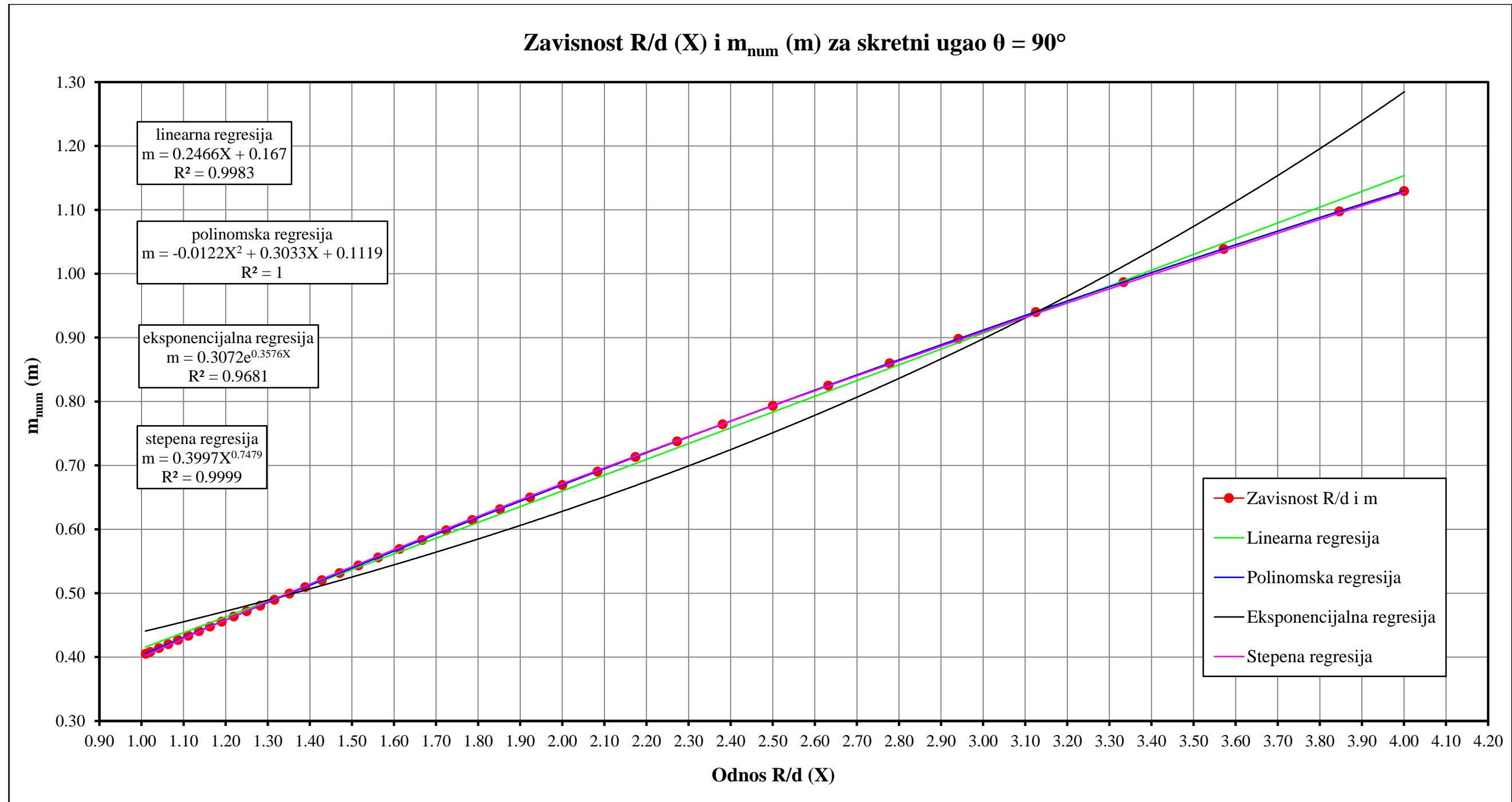
Ulazni podaci za drugi stepen regresione zavisnosti
 (koeficijenti polinomske regresije za $\theta = 75^\circ$)

X^2	X^1	X^0
-0.0064	0.2365	0.3302

Prilog E - 5

Proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om za jedinična vozila sa dužinama krutih baza u rasponu od 2.50 - 6.20 m, a koja prate vodeću putanju oblika kružne krivine ($R = 10.00$ m i $\theta = 90^\circ$)																				
R	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	
d	2.5000	2.6000	2.8000	3.0000	3.2000	3.4000	3.6000	3.8000	4.0000	4.2000	4.4000	4.6000	4.8000	5.0000	5.2000	5.4000	5.6000	5.8000	6.0000	6.2000
R/d	4.0000	3.8462	3.5714	3.3333	3.1250	2.9412	2.7778	2.6316	2.5000	2.3810	2.2727	2.1739	2.0833	2.0000	1.9231	1.8519	1.7857	1.7241	1.6667	1.6129
θ [°]	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000
θ [rad]	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708
X	4.0000	3.8462	3.5714	3.3333	3.1250	2.9412	2.7778	2.6316	2.5000	2.3810	2.2727	2.1739	2.0833	2.0000	1.9231	1.8519	1.7857	1.7241	1.6667	1.6129
K	3.8730	3.7139	3.4286	3.1798	2.9607	2.7660	2.5915	2.4342	2.2913	2.1608	2.0409	1.9303	1.8276	1.7321	1.6426	1.5586	1.4795	1.4045	1.3333	1.2655
$e^{K\theta}$	438.6352	341.6367	218.2383	147.6455	104.6504	77.0732	58.6022	45.7684	36.5670	29.7888	24.6763	20.7396	17.6521	15.1909	13.2002	11.5687	10.2156	9.0812	8.1205	7.2996
$\tan(\beta_{\max}/2)$	0.1267	0.1319	0.1422	0.1525	0.1628	0.1730	0.1832	0.1933	0.2032	0.2131	0.2229	0.2326	0.2421	0.2515	0.2608	0.2699	0.2788	0.2877	0.2963	0.3049
β_{\max} [rad]	0.2521	0.2623	0.2825	0.3027	0.3228	0.3426	0.3623	0.3818	0.4010	0.4200	0.4387	0.4570	0.4751	0.4928	0.5102	0.5272	0.5439	0.5602	0.5762	0.5918
β_{\max} [°]	14.4454	15.0272	16.1882	17.3439	18.4924	19.6317	20.7600	21.8758	22.9774	24.0635	25.1332	26.1853	27.2191	28.2341	29.2297	30.2056	31.1616	32.0975	33.0133	33.9091
c	0.12673	0.13189	0.14222	0.15252	0.16279	0.17301	0.18317	0.19326	0.20325	0.21314	0.22291	0.23257	0.24210	0.25150	0.26076	0.26987	0.27884	0.28767	0.29634	0.30486
$\ln[c]$	-2.0657	-2.0258	-1.9504	-1.8805	-1.8153	-1.7544	-1.6973	-1.6437	-1.5933	-1.5458	-1.5010	-1.4586	-1.4184	-1.3803	-1.3442	-1.3098	-1.2771	-1.2460	-1.2162	-1.1879
t_{num}	0.118786	0.122583	0.129991	0.136832	0.143291	0.149351	0.155058	0.160445	0.165459	0.170175	0.174583	0.178760	0.182687	0.186395	0.189894	0.193183	0.196304	0.199272	0.202067	0.204719
m_{num}	1.129505	1.097836	1.038800	0.986966	0.940246	0.898148	0.859929	0.825038	0.793417	0.764426	0.737889	0.713293	0.690574	0.669479	0.649863	0.631630	0.614554	0.598519	0.583523	0.569417
β_d [rad]	0.2365	0.2439	0.2585	0.2720	0.2846	0.2965	0.3077	0.3182	0.3279	0.3371	0.3457	0.3538	0.3614	0.3686	0.3753	0.3817	0.3877	0.3934	0.3988	0.4039
β_d [°]	13.5484	13.9772	14.8128	15.5830	16.3089	16.9888	17.6280	18.2303	18.7900	19.3156	19.8061	20.2703	20.7061	21.1170	21.5042	21.8678	22.2123	22.5396	22.8475	23.1393
$f(t_{\text{num}})$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om za jedinična vozila sa dužinama krutih baza u rasponu od 6.40 - 9.90 m, a koja prate vodeću putanju oblika kružne krivine ($R = 10.00$ m i $\theta = 90^\circ$)																				
R	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	
d	6.4000	6.6000	6.8000	7.0000	7.2000	7.4000	7.6000	7.8000	8.0000	8.2000	8.4000	8.6000	8.8000	9.0000	9.2000	9.4000	9.6000	9.8000	9.9000	
R/d	1.5625	1.5152	1.4706	1.4286	1.3889	1.3514	1.3158	1.2821	1.2500	1.2195	1.1905	1.1628	1.1364	1.1111	1.0870	1.0638	1.0417	1.0204	1.0101	
θ [°]	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000	90.0000
θ [rad]	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708	1.5708
X	1.5625	1.5152	1.4706	1.4286	1.3889	1.3514	1.3158	1.2821	1.2500	1.2195	1.1905	1.1628	1.1364	1.1111	1.0870	1.0638	1.0417	1.0204	1.0101	
K	1.2006	1.1383	1.0783	1.0202	0.9639	0.9089	0.8552	0.8023	0.7500	0.6980	0.6459	0.5934	0.5397	0.4843	0.4260	0.3630	0.2917	0.2031	0.1425	
$e^{K\theta}$	6.5921	5.9775	5.4397	4.9656	4.5449	4.1693	3.8316	3.5262	3.2482	2.9934	2.7584	2.5397	2.3346	2.1399	1.9526	1.7685	1.5811	1.3757	1.2509	
$\tan(\beta_{\max}/2)$	0.3132	0.3215	0.3295	0.3375	0.3452	0.3529	0.3604	0.3677	0.3749	0.3820	0.3889	0.3957	0.4024	0.4090	0.4154	0.4217	0.4279	0.4339	0.4369	
β_{\max} [rad]	0.6071	0.6221	0.6367	0.6509	0.6649	0.6785	0.6918	0.7047	0.7174	0.7298	0.7419	0.7537	0.7652	0.7764	0.7874	0.7981	0.8086	0.8189	0.8239	
β_{\max} [°]	34.7850	35.6411	36.4777	37.2951	38.0935	38.8733	39.6348	40.3784	41.1045	41.8135	42.5057	43.1816	43.8416	44.4860	45.1154	45.7300	46.3303	46.9167	47.2047	
c	0.31324	0.32146	0.32954	0.33746	0.34524	0.35287	0.36037	0.36771	0.37492	0.38200	0.38894	0.39574	0.40242	0.40897	0.41539	0.42170	0.42788	0.43395	0.43694	
$\ln[c]$	-1.1608	-1.1349	-1.1101	-1.0863	-1.0635	-1.0416	-1.0206	-1.0004	-0.9810	-0.9623	-0.9443	-0.9270	-0.9103	-0.8941	-0.8785	-0.8635	-0.8489	-0.8348	-0.8280	
t_{num}	0.207253	0.209648	0.211941	0.214110	0.216188	0.218165	0.220070	0.221872	0.223607	0.225275	0.226870	0.228393	0.229864	0.231275	0.232628	0.233940	0.235194	0.236409	0.236998	
m_{num}	0.556083	0.543535	0.531636	0.520405	0.509729	0.499603	0.489936	0.480773	0.472013	0.463639	0.455644	0.448009	0.440681	0.433661	0.426931	0.420452	0.414239	0.408253	0.405347	
β_d [rad]	0.4087	0.4133	0.4177	0.4219	0.4258	0.4296	0.4332	0.4367	0.4400	0.4432	0.4462	0.4491	0.4519	0.4546	0.4571	0.4596	0.4620	0.4643	0.4654	
β_d [°]	23.4179	23.6809	23.9325	24.1703	24.3978	24.6142	24.8225	25.0194	25.2088	25.3908	25.5646	25.7306	25.8907	26.0443	26.1914	26.3340	26.4702	26.6021	26.6660	
$f(t_{\text{num}})$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	



Ulazni podaci za drugi stepen regresione zavisnosti
(koeficijenti polinomske regresije za $\theta = 90^\circ$)

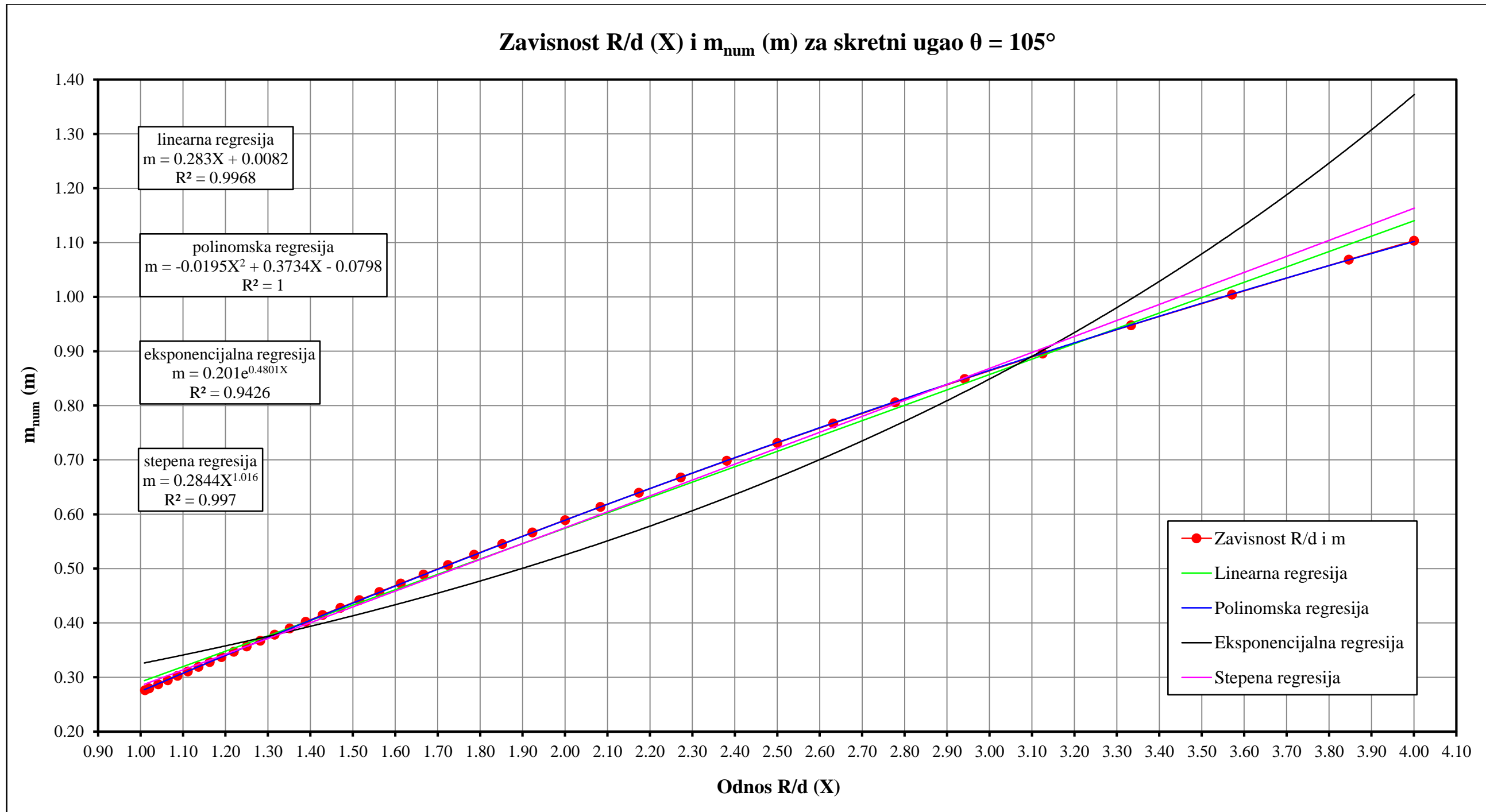
X^2	X^1	X^0
-0.0122	0.3033	0.1119

Prilog E - 6

Proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om za jedinična vozila sa dužinama krutih baza u rasponu od 2.50 - 6.20 m, a koja prate vodeću putanju oblika kružne krivine ($R = 10.00$ m i $\theta = 105^\circ$)																				
R	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	
d	2.5000	2.6000	2.8000	3.0000	3.2000	3.4000	3.6000	3.8000	4.0000	4.2000	4.4000	4.6000	4.8000	5.0000	5.2000	5.4000	5.6000	5.8000	6.0000	6.2000
R/d	4.0000	3.8462	3.5714	3.3333	3.1250	2.9412	2.7778	2.6316	2.5000	2.3810	2.2727	2.1739	2.0833	2.0000	1.9231	1.8519	1.7857	1.7241	1.6667	1.6129
θ [°]	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000
θ [rad]	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326
X	4.0000	3.8462	3.5714	3.3333	3.1250	2.9412	2.7778	2.6316	2.5000	2.3810	2.2727	2.1739	2.0833	2.0000	1.9231	1.8519	1.7857	1.7241	1.6667	1.6129
K	3.8730	3.7139	3.4286	3.1798	2.9607	2.7660	2.5915	2.4342	2.2913	2.1608	2.0409	1.9303	1.8276	1.7321	1.6426	1.5586	1.4795	1.4045	1.3333	1.2655
$e^{K\theta}$	1209.0772	903.2860	535.4917	339.4352	227.1769	158.9963	115.4958	86.5618	66.6200	52.4479	42.1044	34.3769	28.4836	23.9065	20.2929	17.3980	15.0479	13.1169	11.5128	10.1668
$\tan(\beta_{\max}/2)$	0.1269	0.1321	0.1426	0.1531	0.1636	0.1742	0.1847	0.1952	0.2057	0.2162	0.2266	0.2370	0.2473	0.2575	0.2677	0.2777	0.2877	0.2976	0.3073	0.3170
β_{\max} [rad]	0.2525	0.2627	0.2833	0.3038	0.3244	0.3448	0.3653	0.3856	0.4058	0.4258	0.4457	0.4654	0.4848	0.5041	0.5231	0.5418	0.5603	0.5785	0.5964	0.6140
β_{\max} [°]	14.4659	15.0539	16.2309	17.4082	18.5844	19.7581	20.9277	22.0918	23.2487	24.3972	25.5359	26.6636	27.7791	28.8815	29.9698	31.0434	32.1015	33.1436	34.1692	35.1781
c	0.12691	0.13213	0.14260	0.15309	0.16362	0.17415	0.18469	0.19521	0.20571	0.21618	0.22661	0.23698	0.24728	0.25751	0.26767	0.27773	0.28770	0.29758	0.30735	0.31701
$\ln[c]$	-2.0643	-2.0240	-1.9477	-1.8767	-1.8102	-1.7478	-1.6891	-1.6337	-1.5813	-1.5316	-1.4845	-1.4398	-1.3972	-1.3567	-1.3180	-1.2811	-1.2458	-1.2121	-1.1798	-1.1488
t_{num}	0.121957	0.126281	0.134603	0.142349	0.149926	0.156994	0.163776	0.170142	0.176193	0.181945	0.187412	0.192569	0.197437	0.202064	0.206484	0.210647	0.214612	0.218403	0.221996	0.225413
m_{num}	1.103469	1.068518	1.004409	0.947971	0.895671	0.848986	0.806051	0.767136	0.731348	0.698332	0.667790	0.639623	0.613555	0.589254	0.566479	0.545296	0.525410	0.506669	0.489076	0.472500
β_d [rad]	0.2427	0.2512	0.2676	0.2828	0.2976	0.3114	0.3247	0.3371	0.3488	0.3600	0.3705	0.3805	0.3899	0.3988	0.4072	0.4152	0.4228	0.4301	0.4369	0.4434
β_d [°]	13.9066	14.3945	15.3322	16.2031	17.0532	17.8445	18.6022	19.3119	19.9851	20.6238	21.2296	21.7999	22.3373	22.8472	23.3334	23.7906	24.2253	24.6402	25.0329	25.4058
$f(t_{\text{num}})$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om za jedinična vozila sa dužinama krutih baza u rasponu od 6.40 - 9.90 m, a koja prate vodeću putanju oblika kružne krivine ($R = 10.00$ m i $\theta = 105^\circ$)																				
R	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	
d	6.4000	6.6000	6.8000	7.0000	7.2000	7.4000	7.6000	7.8000	8.0000	8.2000	8.4000	8.6000	8.8000	9.0000	9.2000	9.4000	9.6000	9.8000	9.9000	
R/d	1.5625	1.5152	1.4706	1.4286	1.3889	1.3514	1.3158	1.2821	1.2500	1.2195	1.1905	1.1628	1.1364	1.1111	1.0870	1.0638	1.0417	1.0204	1.0101	
θ [°]	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000	105.0000
θ [rad]	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326	1.8326
X	1.5625	1.5152	1.4706	1.4286	1.3889	1.3514	1.3158	1.2821	1.2500	1.2195	1.1905	1.1628	1.1364	1.1111	1.0870	1.0638	1.0417	1.0204	1.0101	
K	1.2006	1.1383	1.0783	1.0202	0.9639	0.9089	0.8552	0.8023	0.7500	0.6980	0.6459	0.5934	0.5397	0.4843	0.4260	0.3630	0.2917	0.2031	0.1425	
$e^{K\theta}$	9.0267	8.0527	7.2138	6.4858	5.8495	5.2894	4.7930	4.3504	3.9529	3.5936	3.2666	2.9665	2.6889	2.4292	2.1830	1.9448	1.7066	1.4508	1.2984	
$\tan(\beta_{\max}/2)$	0.3266	0.3360	0.3453	0.3545	0.3636	0.3726	0.3814	0.3901	0.3987	0.4072	0.4156	0.4238	0.4319	0.4399	0.4478	0.4556	0.4632	0.4707	0.4745	
β_{\max} [rad]	0.6313	0.6483	0.6650	0.6814	0.6975	0.7133	0.7288	0.7439	0.7588	0.7734	0.7877	0.8017	0.8154	0.8289	0.8420	0.8549	0.8676	0.8799	0.8860	
β_{\max} [°]	36.1698	37.1443	38.1013	39.0409	39.9629	40.8674	41.7545	42.6244	43.4771	44.3128	45.1318	45.9343	46.7204	47.4906	48.2449	48.9838	49.7075	50.4164	50.7653	
c	0.32656	0.33600	0.34532	0.35452	0.36360	0.37257	0.38141	0.39013	0.39873	0.40721	0.41556	0.42380	0.43191	0.43991	0.44779	0.45556	0.46320	0.47074	0.47446	
$\ln[c]$	-1.1191	-1.0907	-1.0633	-1.0370	-1.0117	-0.9873	-0.9639	-0.9413	-0.9195	-0.8984	-0.8781	-0.8585	-0.8395	-0.8212	-0.8034	-0.7862	-0.7696	-0.7535	-0.7456	
t_{num}	0.228673	0.231789	0.234759	0.237593	0.240304	0.242912	0.245398	0.247784	0.250074	0.252274	0.254378	0.256412	0.258358	0.260239	0.262050	0.263801	0.265477	0.267106	0.267893	
m_{num}	0.456833	0.441991	0.427937	0.414604	0.401927	0.389827	0.378321	0.367332	0.356828	0.346778	0.337170	0.327939	0.319099	0.310595	0.302422	0.294549	0.286988	0.279684	0.276139	
β_d [rad]	0.4496	0.4555	0.4612	0.4665	0.4717	0.4766	0.4813	0.4858	0.4901	0.4942	0.4982	0.5020	0.5057	0.5092	0.5126	0.5159	0.5190	0.5220	0.5235	
β_d [°]	25.7611	26.1002	26.4229	26.7305	27.0244	27.3068	27.5756	27.8334	28.0805	28.3176	28.5442	28.7630	28.9721	29.1741	29.3684	29.5560	29.7355	29.9098	29.9940	
$f(t_{\text{num}})$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	

Zavisnost R/d (X) i m_{num} (m) za skretni ugao $\theta = 105^\circ$



Ulazni podaci za drugi stepen regresione zavisnosti
(koeficijenti polinomske regresije za $\theta = 105^\circ$)

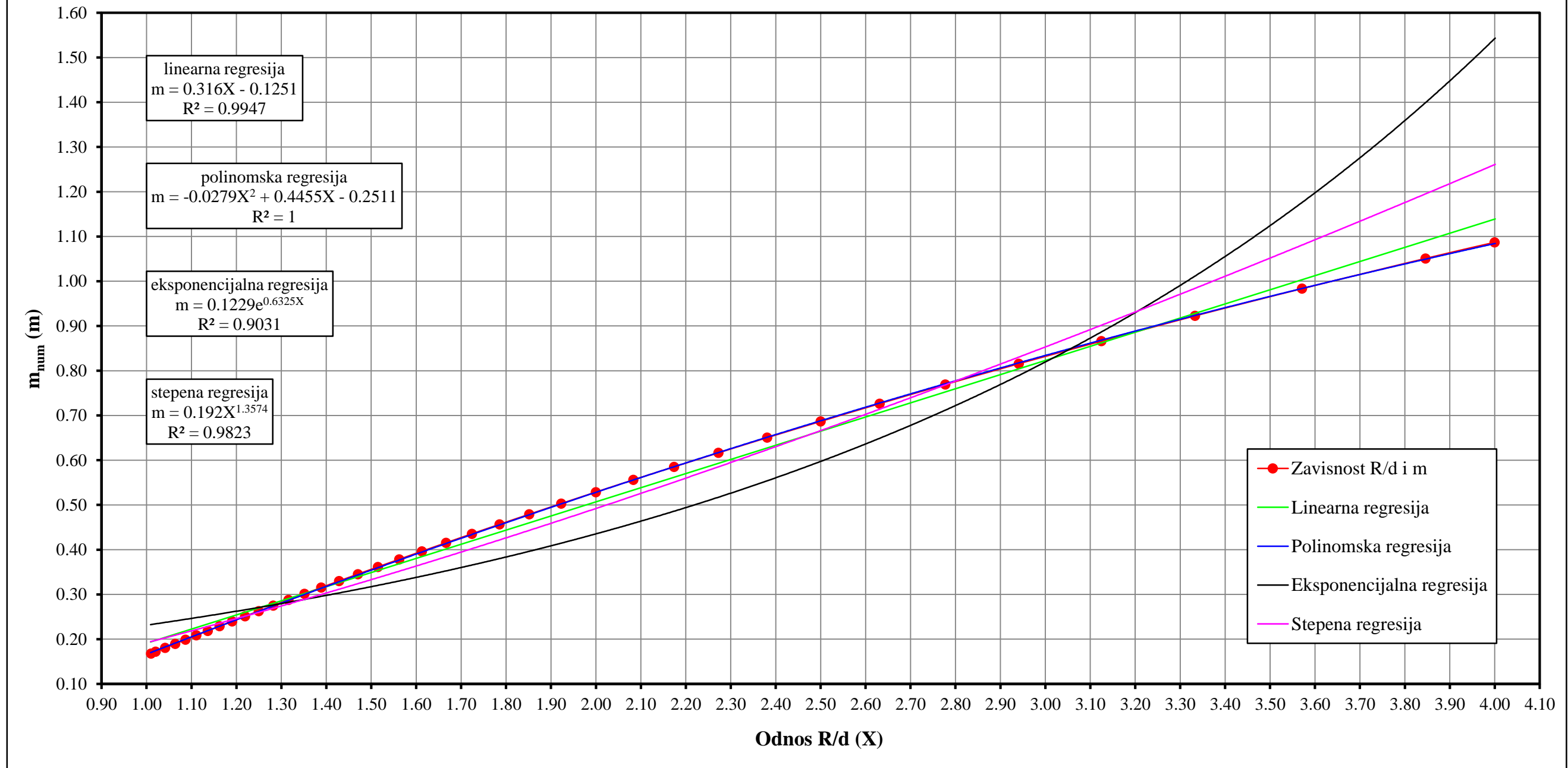
X^2	X^1	X^0
-0.0195	0.3734	-0.0798

Prilog E - 7

Proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om za jedinična vozila sa dužinama krutih baza u rasponu od 2.50 - 6.20 m, a koja prate vodeću putanju oblika kružne krivine ($R = 10.00$ m i $\theta = 120^\circ$)																				
R	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	
d	2.5000	2.6000	2.8000	3.0000	3.2000	3.4000	3.6000	3.8000	4.0000	4.2000	4.4000	4.6000	4.8000	5.0000	5.2000	5.4000	5.6000	5.8000	6.0000	6.2000
R/d	4.0000	3.8462	3.5714	3.3333	3.1250	2.9412	2.7778	2.6316	2.5000	2.3810	2.2727	2.1739	2.0833	2.0000	1.9231	1.8519	1.7857	1.7241	1.6667	1.6129
θ [°]	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000
θ [rad]	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944
X	4.0000	3.8462	3.5714	3.3333	3.1250	2.9412	2.7778	2.6316	2.5000	2.3810	2.2727	2.1739	2.0833	2.0000	1.9231	1.8519	1.7857	1.7241	1.6667	1.6129
K	3.8730	3.7139	3.4286	3.1798	2.9607	2.7660	2.5915	2.4342	2.2913	2.1608	2.0409	1.9303	1.8276	1.7321	1.6426	1.5586	1.4795	1.4045	1.3333	1.2655
$e^{K\theta}$	3332.7643	2388.2845	1313.9369	780.3574	493.1598	327.9979	227.6243	163.7145	121.3722	92.3430	71.8413	56.9813	45.9616	37.6224	31.1967	26.1646	22.1659	18.9462	16.3222	14.1601
$\tan(\beta_{\max}/2)$	0.1270	0.1322	0.1428	0.1533	0.1640	0.1747	0.1855	0.1962	0.2071	0.2179	0.2288	0.2396	0.2505	0.2613	0.2721	0.2829	0.2937	0.3044	0.3151	0.3257
β_{\max} [rad]	0.2526	0.2629	0.2836	0.3043	0.3251	0.3459	0.3667	0.3876	0.4084	0.4291	0.4498	0.4704	0.4909	0.5112	0.5314	0.5515	0.5713	0.5910	0.6104	0.6297
β_{\max} [°]	14.4733	15.0639	16.2482	17.4361	18.6267	19.8193	21.0127	22.2058	23.3975	24.5864	25.7714	26.9512	28.1247	29.2907	30.4482	31.5963	32.7339	33.8603	34.9747	36.0764
c	0.12698	0.13222	0.14275	0.15334	0.16400	0.17470	0.18545	0.19624	0.20707	0.21791	0.22877	0.23963	0.25048	0.26133	0.27215	0.28294	0.29369	0.30440	0.31506	0.32566
$\ln[c]$	-2.0637	-2.0233	-1.9467	-1.8751	-1.8079	-1.7447	-1.6850	-1.6284	-1.5747	-1.5237	-1.4750	-1.4287	-1.3844	-1.3420	-1.3014	-1.2625	-1.2252	-1.1894	-1.1550	-1.1219
t_{num}	0.124036	0.128573	0.137497	0.146067	0.154507	0.162406	0.170033	0.177346	0.184405	0.191060	0.197457	0.203539	0.209321	0.214895	0.220182	0.225228	0.230038	0.234646	0.239051	0.243256
m_{num}	1.086829	1.050795	0.983440	0.922628	0.866117	0.815723	0.769234	0.726443	0.686694	0.650364	0.616507	0.585143	0.556005	0.528587	0.503043	0.479084	0.456587	0.435354	0.415314	0.396386
β_d [rad]	0.2468	0.2557	0.2733	0.2901	0.3066	0.3220	0.3368	0.3510	0.3647	0.3776	0.3899	0.4016	0.4127	0.4234	0.4334	0.4431	0.4522	0.4610	0.4693	0.4772
β_d [°]	14.1413	14.6530	15.6578	16.6205	17.5663	18.4493	19.2998	20.1132	20.8965	21.6331	22.3395	23.0095	23.6450	24.2563	24.8347	25.3856	25.9097	26.4107	26.8886	27.3440
$f(t_{\text{num}})$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om za jedinična vozila sa dužinama krutih baza u rasponu od 6.40 - 9.90 m, a koja prate vodeću putanju oblika kružne krivine ($R = 10.00$ m i $\theta = 120^\circ$)																				
R	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	
d	6.4000	6.6000	6.8000	7.0000	7.2000	7.4000	7.6000	7.8000	8.0000	8.2000	8.4000	8.6000	8.8000	9.0000	9.2000	9.4000	9.6000	9.8000	9.9000	
R/d	1.5625	1.5152	1.4706	1.4286	1.3889	1.3514	1.3158	1.2821	1.2500	1.2195	1.1905	1.1628	1.1364	1.1111	1.0870	1.0638	1.0417	1.0204	1.0101	
θ [°]	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000	120.0000
θ [rad]	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944	2.0944
X	1.5625	1.5152	1.4706	1.4286	1.3889	1.3514	1.3158	1.2821	1.2500	1.2195	1.1905	1.1628	1.1364	1.1111	1.0870	1.0638	1.0417	1.0204	1.0101	1.0101
K	1.2006	1.1383	1.0783	1.0202	0.9639	0.9089	0.8552	0.8023	0.7500	0.6980	0.6459	0.5934	0.5397	0.4843	0.4260	0.3630	0.2917	0.2031	0.1425	0.1425
$e^{K\theta}$	12.3604	10.8483	9.5667	8.4715	7.5284	6.7104	5.9957	5.3671	4.8105	4.3141	3.8684	3.4651	3.0970	2.7576	2.4405	2.1386	1.8420	1.5300	1.3477	1.3477
$\tan(\beta_{\max}/2)$	0.3362	0.3467	0.3571	0.3674	0.3776	0.3878	0.3979	0.4079	0.4178	0.4276	0.4373	0.4469	0.4564	0.4659	0.4752	0.4844	0.4936	0.5026	0.5071	0.5071
β_{\max} [rad]	0.6487	0.6674	0.6859	0.7042	0.7222	0.7399	0.7574	0.7745	0.7915	0.8081	0.8245	0.8406	0.8564	0.8719	0.8872	0.9022	0.9170	0.9314	0.9386	0.9386
β_{\max} [°]	37.1650	38.2397	39.3002	40.3462	41.3772	42.3930	43.3934	44.3783	45.3476	46.3011	47.2390	48.1610	49.0674	49.9582	50.8335	51.6933	52.5379	53.3674	53.7766	53.7766
c	0.33620	0.34667	0.35707	0.36739	0.37764	0.38780	0.39788	0.40787	0.41777	0.42758	0.43729	0.44691	0.45644	0.46586	0.47519	0.48442	0.49356	0.50259	0.50707	0.50707
$\ln[c]$	-1.0901	-1.0594	-1.0298	-1.0013	-0.9738	-0.9473	-0.9216	-0.8968	-0.8728	-0.8496	-0.8271	-0.8054	-0.7843	-0.7639	-0.7440	-0.7248	-0.7061	-0.6880	-0.6791	-0.6791
t_{num}	0.247283	0.251133	0.254824	0.258354	0.261755	0.265008	0.268140	0.271146	0.274036	0.276819	0.279491	0.282070	0.284563	0.286952	0.289265	0.291497	0.293661	0.295741	0.296757	0.296757
m_{num}	0.378448	0.361443	0.345277	0.329910	0.315231	0.301247	0.287868	0.275076	0.262826	0.251075	0.239810	0.228977	0.218546	0.208532	0.198871	0.189558	0.180560	0.171887	0.167658	0.167658
β_d [rad]	0.4848	0.4921	0.4990	0.5057	0.5120	0.5181	0.5240	0.5296	0.5349	0.5401	0.5451	0.5499	0.5545	0.5589	0.5632	0.5673	0.5713	0.5751	0.5770	0.5770
β_d [°]	27.7793	28.1946	28.5922	28.9717	29.3367	29.6853	30.0204	30.3415	30.6498	30.9462	31.2304	31.5043	31.7688	32.0219	32.2666	32.5025	32.7309	32.9502	33.0572	33.0572
$f(t_{\text{num}})$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Zavisnost R/d (X) i m_{num} (m) za skretni ugao $\theta = 120^\circ$

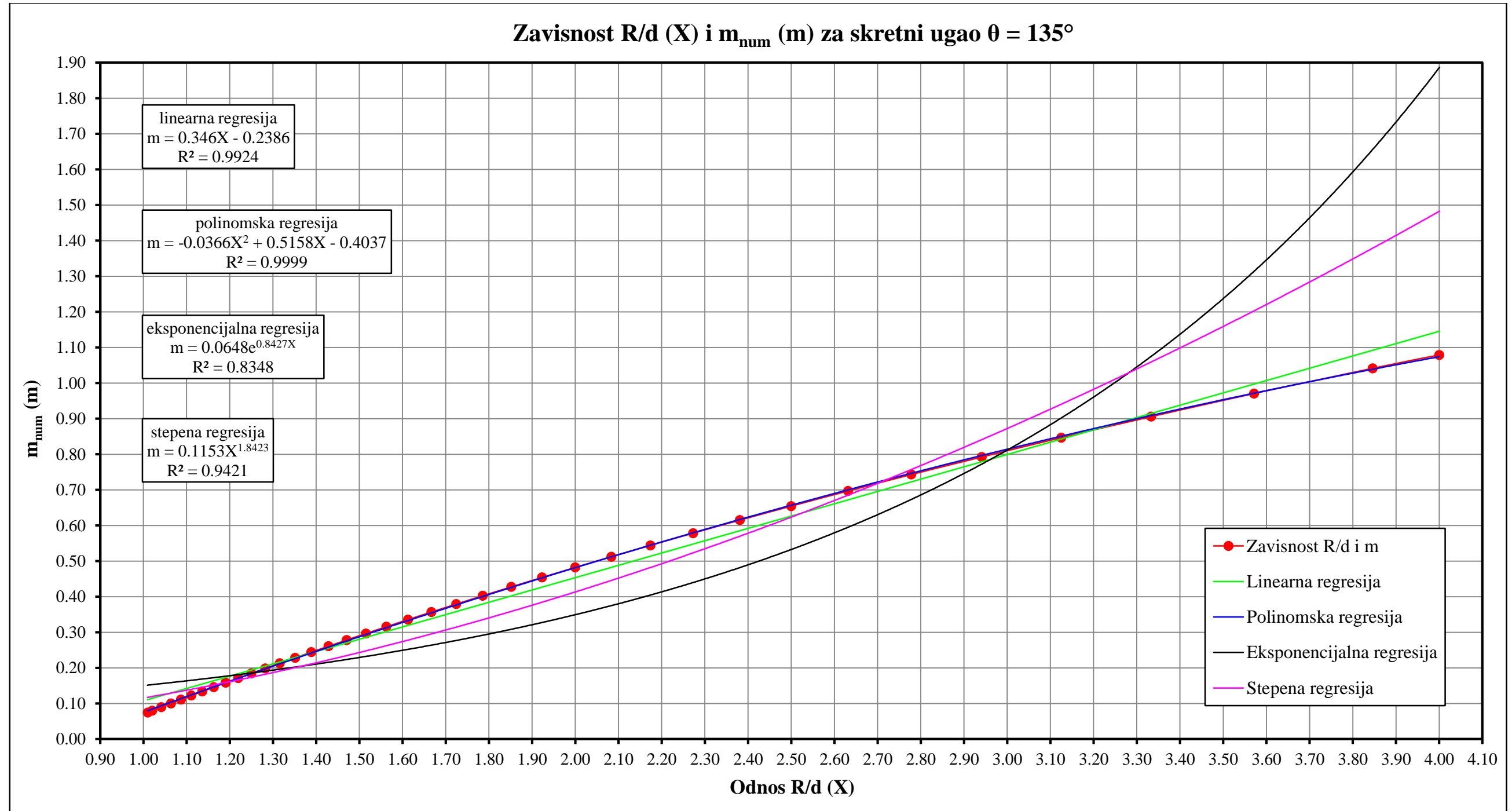


Ulazni podaci za drugi stepen regresione zavisnosti
 (koeficijenti polinomske regresije za $\theta = 120^\circ$)

X^2	X^1	X^0
-0.0279	0.4455	-0.2511

Proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om za jedinična vozila sa dužinama krutih baza u rasponu od 2.50 - 6.20 m, a koja prate vodeću putanju oblika kružne krivine ($R = 10.00$ m i $\theta = 135^\circ$)																				
R	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	
d	2.5000	2.6000	2.8000	3.0000	3.2000	3.4000	3.6000	3.8000	4.0000	4.2000	4.4000	4.6000	4.8000	5.0000	5.2000	5.4000	5.6000	5.8000	6.0000	6.2000
R/d	4.0000	3.8462	3.5714	3.3333	3.1250	2.9412	2.7778	2.6316	2.5000	2.3810	2.2727	2.1739	2.0833	2.0000	1.9231	1.8519	1.7857	1.7241	1.6667	1.6129
θ [°]	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000
θ [rad]	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562
X	4.0000	3.8462	3.5714	3.3333	3.1250	2.9412	2.7778	2.6316	2.5000	2.3810	2.2727	2.1739	2.0833	2.0000	1.9231	1.8519	1.7857	1.7241	1.6667	1.6129
K	3.8730	3.7139	3.4286	3.1798	2.9607	2.7660	2.5915	2.4342	2.2913	2.1608	2.0409	1.9303	1.8276	1.7321	1.6426	1.5586	1.4795	1.4045	1.3333	1.2655
$e^{K\theta}$	9186.6077	6314.6141	3224.0097	1794.0322	1070.5603	676.6357	448.6121	309.6336	221.1232	162.5846	122.5804	94.4494	74.1642	59.2075	47.9592	39.3484	32.6510	27.3660	23.1407	19.7220
$\tan(\beta_{\max}/2)$	0.1270	0.1323	0.1428	0.1535	0.1642	0.1750	0.1858	0.1968	0.2078	0.2189	0.2300	0.2412	0.2525	0.2637	0.2751	0.2864	0.2977	0.3091	0.3205	0.3318
β_{\max} [rad]	0.2527	0.2630	0.2837	0.3045	0.3254	0.3464	0.3675	0.3886	0.4098	0.4310	0.4522	0.4734	0.4946	0.5157	0.5368	0.5578	0.5788	0.5996	0.6203	0.6408
β_{\max} [°]	14.4760	15.0677	16.2553	17.4482	18.6463	19.8490	21.0558	22.2661	23.4790	24.6937	25.9091	27.1243	28.3382	29.5499	30.7581	31.9620	33.1606	34.3529	35.5379	36.7149
c	0.12700	0.13225	0.14281	0.15345	0.16417	0.17497	0.18584	0.19679	0.20781	0.21889	0.23003	0.24123	0.25247	0.26374	0.27505	0.28639	0.29774	0.30910	0.32047	0.33183
$\ln[c]$	-2.0635	-2.0230	-1.9462	-1.8744	-1.8068	-1.7432	-1.6829	-1.6256	-1.5711	-1.5192	-1.4695	-1.4220	-1.3765	-1.3328	-1.2908	-1.2504	-1.2115	-1.1741	-1.1380	-1.1031
t_{num}	0.125003	0.129784	0.139288	0.148565	0.157563	0.166285	0.174604	0.182728	0.190554	0.198044	0.205261	0.212244	0.218910	0.225265	0.231408	0.237322	0.242967	0.248383	0.253600	0.258586
m_{num}	1.079146	1.041537	0.970701	0.906003	0.846905	0.792654	0.743318	0.697275	0.654676	0.615333	0.578660	0.544267	0.512277	0.482463	0.454311	0.427763	0.402833	0.379288	0.356954	0.335846
β_d [rad]	0.2487	0.2581	0.2768	0.2950	0.3126	0.3296	0.3457	0.3615	0.3766	0.3910	0.4049	0.4183	0.4310	0.4431	0.4548	0.4660	0.4767	0.4869	0.4967	0.5061
β_d [°]	14.2504	14.7895	15.8592	16.9007	17.9082	18.8821	19.8085	20.7106	21.5772	22.4043	23.1990	23.9657	24.6957	25.3897	26.0587	26.7011	27.3127	27.8980	28.4604	28.9966
$f(t_{\text{num}})$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om za jedinična vozila sa dužinama krutih baza u rasponu od 6.40 - 9.90 m, a koja prate vodeću putanju oblika kružne krivine ($R = 10.00$ m i $\theta = 135^\circ$)																				
R	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	
d	6.4000	6.6000	6.8000	7.0000	7.2000	7.4000	7.6000	7.8000	8.0000	8.2000	8.4000	8.6000	8.8000	9.0000	9.2000	9.4000	9.6000	9.8000	9.9000	
R/d	1.5625	1.5152	1.4706	1.4286	1.3889	1.3514	1.3158	1.2821	1.2500	1.2195	1.1905	1.1628	1.1364	1.1111	1.0870	1.0638	1.0417	1.0204	1.0101	
θ [°]	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000	135.0000
θ [rad]	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562	2.3562
X	1.5625	1.5152	1.4706	1.4286	1.3889	1.3514	1.3158	1.2821	1.2500	1.2195	1.1905	1.1628	1.1364	1.1111	1.0870	1.0638	1.0417	1.0204	1.0101	1.0101
K	1.2006	1.1383	1.0783	1.0202	0.9639	0.9089	0.8552	0.8023	0.7500	0.6980	0.6459	0.5934	0.5397	0.4843	0.4260	0.3630	0.2917	0.2031	0.1425	0.1425
$e^{K\theta}$	16.9254	14.6145	12.6870	11.0651	9.6893	8.5131	7.5002	6.6216	5.8541	5.1791	4.5812	4.0474	3.5671	3.1304	2.7285	2.3518	1.9882	1.6136	1.3990	1.3990
$\tan(\beta_{\max}/2)$	0.3432	0.3545	0.3658	0.3771	0.3884	0.3996	0.4108	0.4220	0.4331	0.4441	0.4551	0.4661	0.4770	0.4878	0.4985	0.5092	0.5198	0.5304	0.5357	0.5357
β_{\max} [rad]	0.6612	0.6814	0.7014	0.7213	0.7410	0.7604	0.7796	0.7986	0.8174	0.8359	0.8542	0.8723	0.8901	0.9076	0.9249	0.9420	0.9588	0.9753	0.9835	0.9835
β_{\max} [°]	37.8831	39.0417	40.1900	41.3275	42.4535	43.5675	44.6691	45.7579	46.8334	47.8955	48.9438	49.9781	50.9983	52.0042	52.9957	53.9727	54.9351	55.8831	56.3516	56.3516
c	0.34319	0.35453	0.36585	0.37715	0.38841	0.39964	0.41083	0.42198	0.43308	0.44414	0.45513	0.46608	0.47696	0.48778	0.49853	0.50923	0.51985	0.53040	0.53565	0.53565
$\ln[c]$	-1.0695	-1.0370	-1.0055	-0.9751	-0.9457	-0.9172	-0.8896	-0.8628	-0.8368	-0.8116	-0.7872	-0.7634	-0.7403	-0.7179	-0.6961	-0.6749	-0.6542	-0.6341	-0.6243	-0.6243
t_{num}	0.263398	0.268006	0.272435	0.276704	0.280792	0.284736	0.288531	0.292193	0.295717	0.299130	0.302400	0.305579	0.308634	0.311588	0.314437	0.317210	0.319880	0.322464	0.323727	0.323727
m_{num}	0.315739	0.296655	0.278474	0.261106	0.244556	0.228703	0.213523	0.198954	0.184977	0.171517	0.158609	0.146137	0.134142	0.122564	0.111394	0.100572	0.090126	0.080015	0.075077	0.075077
β_d [rad]	0.5151	0.5237	0.5320	0.5399	0.5475	0.5548	0.5618	0.5686	0.5750	0.5813	0.5873	0.5931	0.5987	0.6041	0.6093	0.6143	0.6192	0.6239	0.6262	0.6262
β_d [°]	29.5129	30.0061	30.4791	30.9340	31.3686	31.7871	32.1890	32.5760	32.9477	33.3070	33.6506	33.9841	34.3040	34.6128	34.9102	35.1991	35.4769	35.7453	35.8763	35.8763
$f(t_{\text{num}})$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000



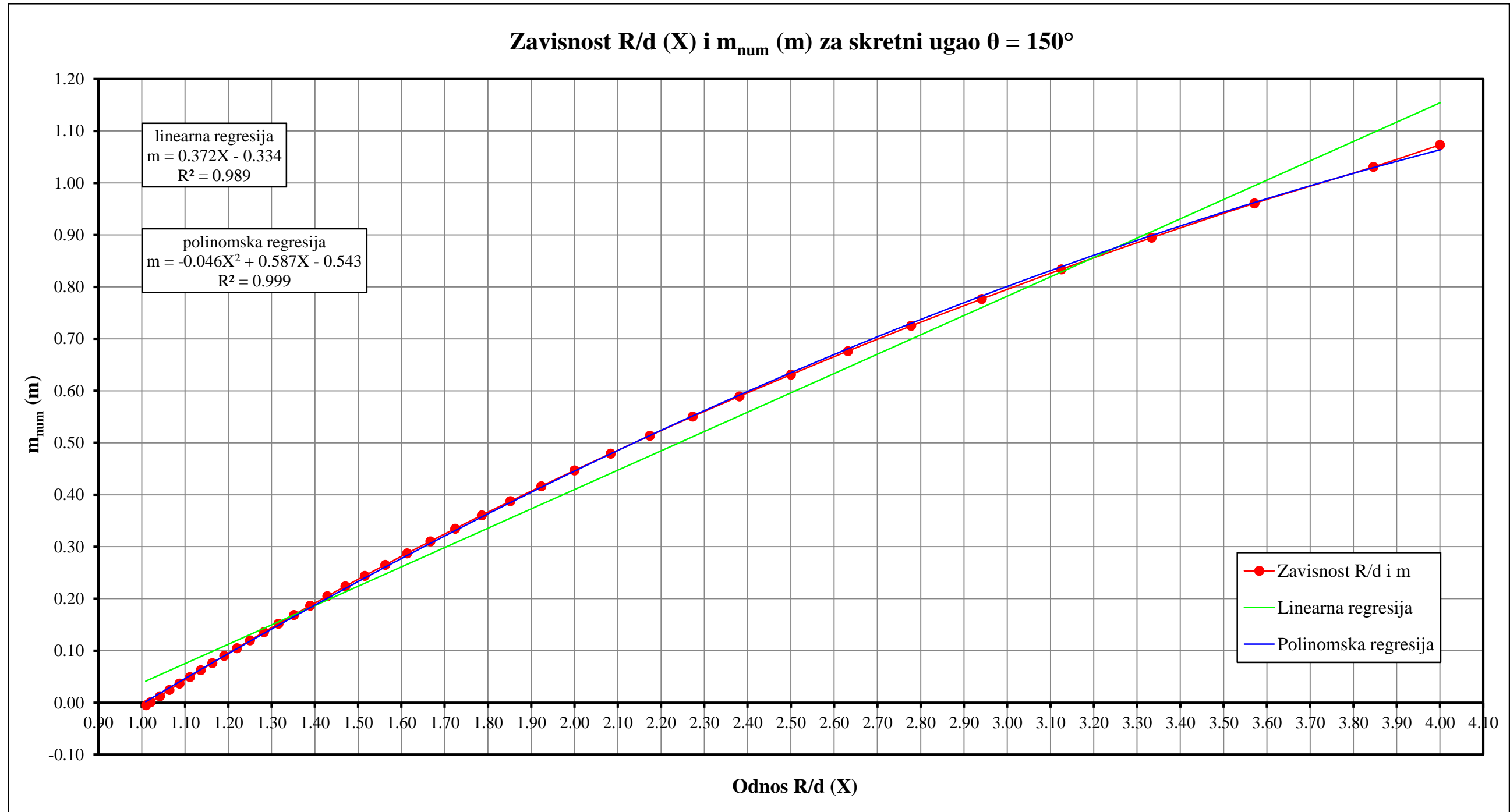
Ulazni podaci za drugi stepen regresione zavisnosti
(koeficijenti polinomske regresije za $\theta = 135^\circ$)

X^2	X^1	X^0
-0.0366	0.5158	-0.4037

Prilog E - 9

Proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om za jedinična vozila sa dužinama krutih baza u rasponu od 2.50 - 6.20 m, a koja prate vodeću putanju oblika kružne krivine ($R = 10.00$ m i $\theta = 150^\circ$)																				
R	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	
d	2.5000	2.6000	2.8000	3.0000	3.2000	3.4000	3.6000	3.8000	4.0000	4.2000	4.4000	4.6000	4.8000	5.0000	5.2000	5.4000	5.6000	5.8000	6.0000	6.2000
R/d	4.0000	3.8462	3.5714	3.3333	3.1250	2.9412	2.7778	2.6316	2.5000	2.3810	2.2727	2.1739	2.0833	2.0000	1.9231	1.8519	1.7857	1.7241	1.6667	1.6129
θ [°]	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000
θ [rad]	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180
X	4.0000	3.8462	3.5714	3.3333	3.1250	2.9412	2.7778	2.6316	2.5000	2.3810	2.2727	2.1739	2.0833	2.0000	1.9231	1.8519	1.7857	1.7241	1.6667	1.6129
K	3.8730	3.7139	3.4286	3.1798	2.9607	2.7660	2.5915	2.4342	2.2913	2.1608	2.0409	1.9303	1.8276	1.7321	1.6426	1.5586	1.4795	1.4045	1.3333	1.2655
$e^{K\theta}$	25322.4514	16695.8131	7910.7590	4124.4583	2323.9919	1395.8501	884.1446	585.6107	402.8553	286.2561	209.1547	156.5546	119.6723	93.1768	73.7284	59.1755	48.0958	39.5277	32.8075	27.4684
$\tan(\beta_{max}/2)$	0.1270	0.1323	0.1428	0.1535	0.1643	0.1751	0.1860	0.1971	0.2082	0.2194	0.2308	0.2422	0.2537	0.2653	0.2769	0.2887	0.3005	0.3123	0.3243	0.3362
β_{max} [rad]	0.2527	0.2630	0.2838	0.3046	0.3256	0.3467	0.3679	0.3892	0.4106	0.4320	0.4536	0.4752	0.4969	0.5186	0.5403	0.5621	0.5838	0.6055	0.6271	0.6487
β_{max} [°]	14.4770	15.0692	16.2582	17.4535	18.6552	19.8633	21.0777	22.2979	23.5238	24.7546	25.9898	27.2286	28.4704	29.7142	30.9592	32.2045	33.4491	34.6922	35.9328	37.1700
c	0.12701	0.13227	0.14284	0.15350	0.16425	0.17510	0.18604	0.19708	0.20822	0.21945	0.23077	0.24219	0.25369	0.26528	0.27694	0.28868	0.30048	0.31235	0.32427	0.33625
$\ln[c]$	-2.0635	-2.0229	-1.9460	-1.8741	-1.8064	-1.7424	-1.6818	-1.6241	-1.5692	-1.5166	-1.4663	-1.4180	-1.3716	-1.3270	-1.2840	-1.2424	-1.2024	-1.1636	-1.1262	-1.0899
t_{num}	0.125741	0.131199	0.140699	0.150309	0.159684	0.169011	0.177935	0.186685	0.195221	0.203420	0.211332	0.219076	0.226500	0.233717	0.240630	0.247335	0.253762	0.259992	0.265969	0.271761
m_{num}	1.073359	1.030925	0.960837	0.894590	0.833831	0.776794	0.724925	0.676444	0.631183	0.589350	0.550377	0.513523	0.479184	0.446733	0.416353	0.387565	0.360472	0.334709	0.310351	0.287118
β_d [rad]	0.2502	0.2609	0.2796	0.2984	0.3167	0.3349	0.3522	0.3691	0.3856	0.4014	0.4165	0.4313	0.4455	0.4592	0.4723	0.4849	0.4970	0.5087	0.5199	0.5307
β_d [°]	14.3336	14.9489	16.0178	17.0962	18.1452	19.1859	20.1787	21.1491	22.0928	22.9964	23.8657	24.7138	25.5243	26.3097	27.0597	27.7849	28.4779	29.1476	29.7882	30.4072
$f(t_{num})$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om za jedinična vozila sa dužinama krutih baza u rasponu od 6.40 - 9.90 m, a koja prate vodeću putanju oblika kružne krivine ($R = 10.00$ m i $\theta = 150^\circ$)																				
R	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	
d	6.4000	6.6000	6.8000	7.0000	7.2000	7.4000	7.6000	7.8000	8.0000	8.2000	8.4000	8.6000	8.8000	9.0000	9.2000	9.4000	9.6000	9.8000	9.9000	
R/d	1.5625	1.5152	1.4706	1.4286	1.3889	1.3514	1.3158	1.2821	1.2500	1.2195	1.1905	1.1628	1.1364	1.1111	1.0870	1.0638	1.0417	1.0204	1.0101	
θ [°]	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000	150.0000
θ [rad]	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180	2.6180
X	1.5625	1.5152	1.4706	1.4286	1.3889	1.3514	1.3158	1.2821	1.2500	1.2195	1.1905	1.1628	1.1364	1.1111	1.0870	1.0638	1.0417	1.0204	1.0101	
K	1.2006	1.1383	1.0783	1.0202	0.9639	0.9089	0.8552	0.8023	0.7500	0.6980	0.6459	0.5934	0.5397	0.4843	0.4260	0.3630	0.2917	0.2031	0.1425	
$e^{K\theta}$	23.1762	19.6881	16.8249	14.4528	12.4704	10.8002	9.3821	8.1692	7.1242	6.2175	5.4252	4.7276	4.1084	3.5536	3.0504	2.5862	2.1459	1.7017	1.4521	
$\tan(\beta_{max}/2)$	0.3483	0.3603	0.3724	0.3845	0.3967	0.4089	0.4211	0.4332	0.4454	0.4576	0.4698	0.4820	0.4942	0.5064	0.5185	0.5307	0.5428	0.5549	0.5609	
β_{max} [rad]	0.6703	0.6917	0.7130	0.7342	0.7553	0.7763	0.7970	0.8177	0.8381	0.8584	0.8785	0.8984	0.9180	0.9375	0.9567	0.9758	0.9946	1.0131	1.0223	
β_{max} [°]	38.4031	39.6310	40.8530	42.0684	43.2764	44.4763	45.6674	46.8492	48.0210	49.1824	50.3328	51.4719	52.5992	53.7144	54.8172	55.9072	56.9843	58.0482	58.5752	
c	0.34827	0.36033	0.37242	0.38455	0.39670	0.40887	0.42105	0.43325	0.44545	0.45765	0.46985	0.48204	0.49422	0.50639	0.51854	0.53067	0.54278	0.55486	0.56089	
$\ln[c]$	-1.0548	-1.0207	-0.9877	-0.9557	-0.9246	-0.8944	-0.8650	-0.8364	-0.8087	-0.7817	-0.7553	-0.7297	-0.7048	-0.6804	-0.6567	-0.6336	-0.6111	-0.5890	-0.5782	
t_{num}	0.277325	0.282689	0.287850	0.292854	0.297671	0.302321	0.306801	0.311147	0.315336	0.319382	0.323298	0.327082	0.330744	0.334294	0.337729	0.341057	0.344287	0.347414	0.348943	
m_{num}	0.265055	0.244021	0.223963	0.204721	0.186321	0.168674	0.151751	0.135445	0.119771	0.104676	0.090110	0.076054	0.062471	0.049325	0.036604	0.024280	0.012323	0.000729	-0.004942	
β_d [rad]	0.5411	0.5510	0.5605	0.5698	0.5786	0.5872	0.5954	0.6033	0.6109	0.6183	0.6254	0.6322	0.6388	0.6452	0.6514	0.6574	0.6632	0.6687	0.6715	
β_d [°]	31.0000	31.5700	32.1169	32.6458	33.1535	33.6423	34.1121	34.5667	35.0039	35.4251	35.8318	36.2240	36.6026	36.9689	37.3226	37.6646	37.9958	38.3159	38.4722	
$f(t_{num})$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	



Ulazni podaci za drugi stepen regresione zavisnosti
(koeficijenti polinomske regresije za $\theta = 150^\circ$)

X^2	X^1	X^0
-0.0460	0.5870	-0.5430

Prilog E - 10

Proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om za jedinična vozila sa dužinama krutih baza u rasponu od 2.50 - 6.20 m, a koja prate vodeću putanju oblika kružne krivine ($R = 10.00$ m i $\theta = 165^\circ$)																				
R	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	
d	2.5000	2.6000	2.8000	3.0000	3.2000	3.4000	3.6000	3.8000	4.0000	4.2000	4.4000	4.6000	4.8000	5.0000	5.2000	5.4000	5.6000	5.8000	6.0000	6.2000
R/d	4.0000	3.8462	3.5714	3.3333	3.1250	2.9412	2.7778	2.6316	2.5000	2.3810	2.2727	2.1739	2.0833	2.0000	1.9231	1.8519	1.7857	1.7241	1.6667	1.6129
$\theta [^\circ]$	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000
θ [rad]	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798
X	4.0000	3.8462	3.5714	3.3333	3.1250	2.9412	2.7778	2.6316	2.5000	2.3810	2.2727	2.1739	2.0833	2.0000	1.9231	1.8519	1.7857	1.7241	1.6667	1.6129
K	3.8730	3.7139	3.4286	3.1798	2.9607	2.7660	2.5915	2.4342	2.2913	2.1608	2.0409	1.9303	1.8276	1.7321	1.6426	1.5586	1.4795	1.4045	1.3333	1.2655
$e^{K\theta}$	69800.1445	44143.6594	19410.6451	9482.0798	5044.9641	2879.5370	1742.5114	1107.5666	733.9459	503.9997	356.8736	259.4971	193.1048	146.6353	113.3440	88.9930	70.8463	57.0942	46.5127	38.2575
$\tan(\beta_{\max}/2)$	0.1270	0.1323	0.1428	0.1535	0.1643	0.1752	0.1861	0.1972	0.2084	0.2198	0.2312	0.2428	0.2545	0.2663	0.2782	0.2902	0.3023	0.3146	0.3269	0.3394
β_{\max} [rad]	0.2527	0.2630	0.2838	0.3047	0.3257	0.3468	0.3681	0.3895	0.4110	0.4327	0.4544	0.4763	0.4983	0.5204	0.5426	0.5649	0.5872	0.6096	0.6320	0.6544
β_{\max} [°]	14.4773	15.0697	16.2594	17.4558	18.6594	19.8703	21.0888	22.3148	23.5483	24.7891	26.0370	27.2915	28.5522	29.8185	31.0898	32.3653	33.6444	34.9263	36.2101	37.4951
c	0.12701	0.13227	0.14285	0.15352	0.16429	0.17516	0.18614	0.19723	0.20844	0.21976	0.23121	0.24277	0.25445	0.26625	0.27817	0.29020	0.30234	0.31459	0.32695	0.33941
$\ln[c]$	-2.0635	-2.0229	-1.9460	-1.8739	-1.8061	-1.7421	-1.6813	-1.6234	-1.5681	-1.5152	-1.4644	-1.4156	-1.3686	-1.3233	-1.2795	-1.2372	-1.1962	-1.1565	-1.1180	-1.0806
t_{num}	0.125741	0.131199	0.141462	0.151380	0.161271	0.170829	0.180296	0.189518	0.198636	0.207404	0.216108	0.224452	0.232577	0.240482	0.248174	0.255596	0.262777	0.269738	0.276497	0.283027
m_{num}	1.073334	1.030888	0.955529	0.887639	0.824196	0.766360	0.712116	0.661825	0.614380	0.570575	0.528829	0.490137	0.453662	0.419215	0.386604	0.355868	0.326764	0.299108	0.272749	0.247672
β_d [rad]	0.2502	0.2609	0.2811	0.3005	0.3198	0.3384	0.3568	0.3746	0.3922	0.4090	0.4257	0.4416	0.4570	0.4720	0.4865	0.5005	0.5139	0.5269	0.5395	0.5516
β_d [°]	14.3336	14.9489	16.1035	17.2162	18.3225	19.3884	20.4408	21.4626	22.4695	23.4345	24.3891	25.3010	26.1858	27.0437	27.8755	28.6752	29.4463	30.1912	30.9119	31.6059
$f(t_{\text{num}})$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om za jedinična vozila sa dužinama krutih baza u rasponu od 6.40 - 9.90 m, a koja prate vodeću putanju oblika kružne krivine ($R = 10.00$ m i $\theta = 165^\circ$)																				
R	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000
d	6.4000	6.6000	6.8000	7.0000	7.2000	7.4000	7.6000	7.8000	8.0000	8.2000	8.4000	8.6000	8.8000	9.0000	9.2000	9.4000	9.6000	9.8000	9.9000	
R/d	1.5625	1.5152	1.4706	1.4286	1.3889	1.3514	1.3158	1.2821	1.2500	1.2195	1.1905	1.1628	1.1364	1.1111	1.0870	1.0638	1.0417	1.0204	1.0101	
$\theta [^\circ]$	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000	165.0000
θ [rad]	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798	2.8798
X	1.5625	1.5152	1.4706	1.4286	1.3889	1.3514	1.3158	1.2821	1.2500	1.2195	1.1905	1.1628	1.1364	1.1111	1.0870	1.0638	1.0417	1.0204	1.0101	
K	1.2006	1.1383	1.0783	1.0202	0.9639	0.9089	0.8552	0.8023	0.7500	0.6980	0.6459	0.5934	0.5397	0.4843	0.4260	0.3630	0.2917	0.2031	0.1425	
$e^{K\theta}$	31.7356	26.5231	22.3125	18.8776	16.0498	13.7018	11.7363	10.0785	8.6698	7.4641	6.4248	5.5222	4.7320	4.0340	3.4103	2.8440	2.3162	1.7946	1.5073	
$\tan(\beta_{\max}/2)$	0.3520	0.3646	0.3774	0.3902	0.4031	0.4161	0.4291	0.4423	0.4555	0.4687	0.4820	0.4954	0.5088	0.5223	0.5358	0.5493	0.5629	0.5765	0.5833	
β_{\max} [rad]	0.6768	0.6993	0.7217	0.7440	0.7663	0.7886	0.8107	0.8328	0.8548	0.8766	0.8983	0.9199	0.9413	0.9626	0.9837	1.0046	1.0254	1.0459	1.0561	
β_{\max} [°]	38.7803	40.0651	41.3485	42.6297	43.9078	45.1822	46.4520	47.7165	48.9749	50.2267	51.4710	52.7074	53.9352	55.1539	56.3629	57.5618	58.7502	59.9276	60.5121	
c	0.35196	0.36461	0.37735	0.39018	0.40309	0.41608	0.42914	0.44227	0.45546	0.46872	0.48203	0.49540	0.50881	0.52227	0.53578	0.54932	0.56290	0.57651	0.58332	
$\ln[c]$	-1.0442	-1.0089	-0.9746	-0.9411	-0.9086	-0.8769	-0.8460	-0.8158	-0.7864	-0.7578	-0.7297	-0.7024	-0.6757	-0.6496	-0.6240	-0.5991	-0.5747	-0.5508	-0.5390	
t_{num}	0.289317	0.295426	0.301336	0.307067	0.312607	0.317975	0.323164	0.328189	0.333048	0.337771	0.342336	0.346772	0.351060	0.355226	0.359279	0.363202	0.367017	0.370720	0.372526	
m_{num}	0.223818	0.200963	0.179091	0.158098	0.137964	0.118600	0.099981	0.082038	0.064744	0.048012	0.031855	0.016199	0.001054	-0.013644	-0.027925	-0.041782	-0.055261	-0.068372	-0.074790	
β_d [rad]	0.5633	0.5745	0.5854	0.5959	0.6060	0.6157	0.6251	0.6342	0.6430	0.6515	0.6597	0.6676	0.6752	0.6826	0.6898	0.6968	0.7035	0.7100	0.7132	
β_d [°]	32.2721	32.9170	33.5389	34.1400	34.7192	35.2787	35.8179	36.3385	36.8405	37.3270	37.7958	38.2502	38.6883	39.1127	39.5246	39.9222	40.3080	40.6815	40.8633	
$f(t_{\text{num}})$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	

Zavisnost R/d (X) i m_{num} (m) za skretni ugao $\theta = 165^\circ$

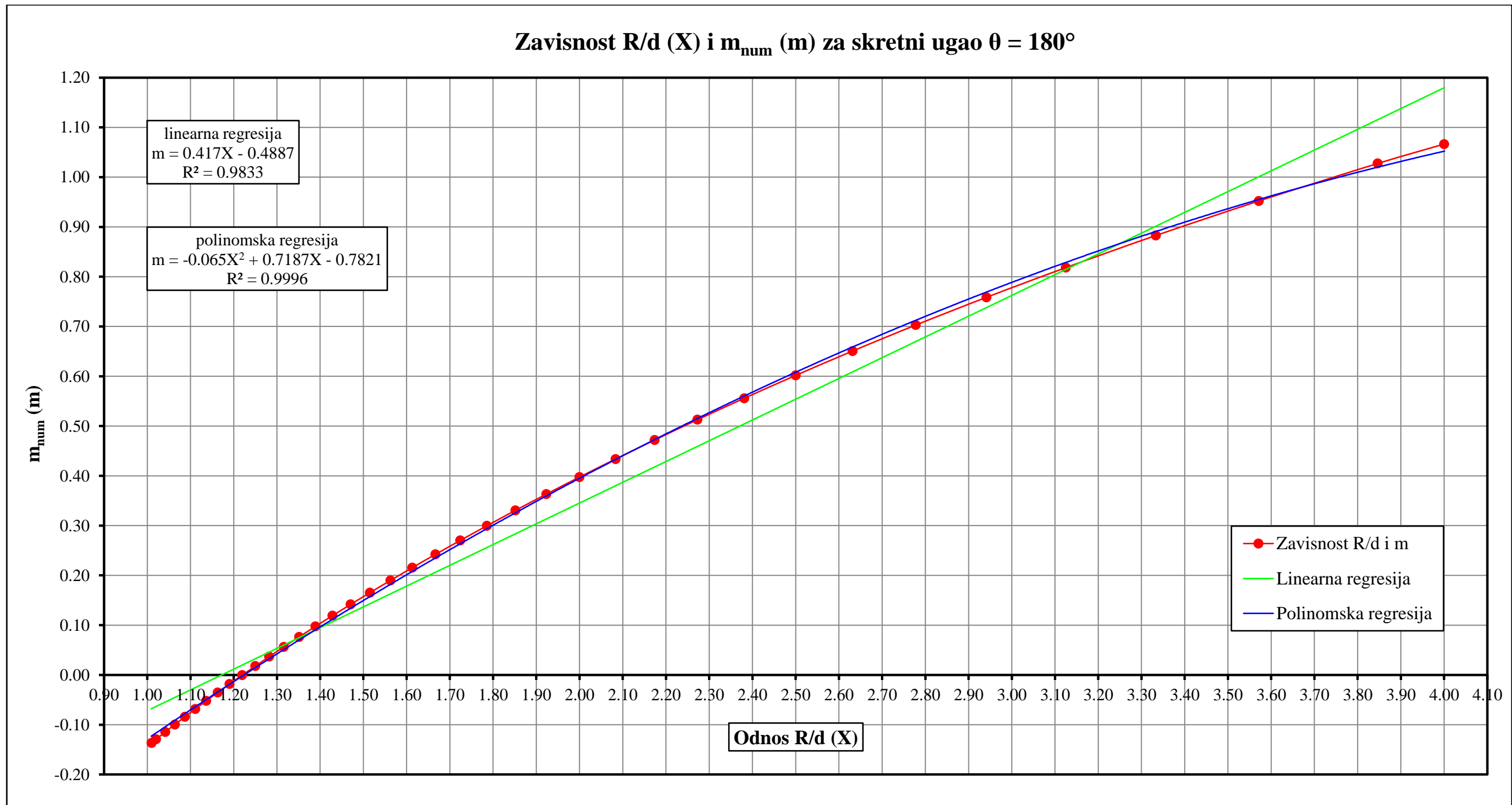


Ulazni podaci za drugi stepen regresione zavisnosti (koeficijenti polinomske regresije za $\theta = 165^\circ$)		
X^2	X^1	X^0
-0.0550	0.6520	-0.6660

Proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om za jedinična vozila sa dužinama krutih baza u rasponu od 2.50 - 6.20 m, a koja prate vodeću putanju oblika kružne krivine ($R = 10.00$ m i $\theta = 180^\circ$)																				
R	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	
d	2.5000	2.6000	2.8000	3.0000	3.2000	3.4000	3.6000	3.8000	4.0000	4.2000	4.4000	4.6000	4.8000	5.0000	5.2000	5.4000	5.6000	5.8000	6.0000	6.2000
R/d	4.0000	3.8462	3.5714	3.3333	3.1250	2.9412	2.7778	2.6316	2.5000	2.3810	2.2727	2.1739	2.0833	2.0000	1.9231	1.8519	1.7857	1.7241	1.6667	1.6129
$\theta [^\circ]$	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000
θ [rad]	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416
X	4.0000	3.8462	3.5714	3.3333	3.1250	2.9412	2.7778	2.6316	2.5000	2.3810	2.2727	2.1739	2.0833	2.0000	1.9231	1.8519	1.7857	1.7241	1.6667	1.6129
K	3.8730	3.7139	3.4286	3.1798	2.9607	2.7660	2.5915	2.4342	2.2913	2.1608	2.0409	1.9303	1.8276	1.7321	1.6426	1.5586	1.4795	1.4045	1.3333	1.2655
$e^{K\theta}$	192400.8101	116715.6490	47627.9385	21799.1871	10951.7000	5940.2750	3434.2187	2094.7431	1337.1464	887.3721	608.9213	430.1293	311.5964	230.7646	174.2457	133.8351	104.3586	82.4673	65.9430	53.2844
$\tan(\beta_{\max}/2)$	0.1270	0.1323	0.1429	0.1535	0.1643	0.1752	0.1862	0.1973	0.2086	0.2199	0.2315	0.2431	0.2549	0.2669	0.2790	0.2912	0.3036	0.3161	0.3288	0.3417
β_{\max} [rad]	0.2527	0.2630	0.2838	0.3047	0.3257	0.3469	0.3682	0.3896	0.4112	0.4330	0.4549	0.4770	0.4992	0.5216	0.5441	0.5667	0.5895	0.6124	0.6354	0.6585
β_{\max} [°]	14.4774	15.0699	16.2599	17.4568	18.6613	19.8737	21.0944	22.3237	23.5618	24.8088	26.0647	27.3295	28.6029	29.8847	31.1746	32.4721	33.7767	35.0879	36.4051	37.7276
c	0.127016	0.132273	0.142854	0.153529	0.164306	0.175191	0.186191	0.197313	0.208563	0.219945	0.231463	0.243122	0.254924	0.266871	0.278966	0.291209	0.303601	0.316143	0.328833	0.341670
$\ln[c]$	-2.0634	-2.0229	-1.9459	-1.8739	-1.8060	-1.7419	-1.6810	-1.6230	-1.5675	-1.5144	-1.4633	-1.4142	-1.3668	-1.3210	-1.2767	-1.2337	-1.1920	-1.1516	-1.1122	-1.0739
t_{num}	0.126616	0.131646	0.141930	0.152108	0.162227	0.172180	0.181995	0.191684	0.201229	0.210582	0.219731	0.228693	0.237441	0.245971	0.254292	0.262392	0.270275	0.277947	0.285400	0.292637
m_{num}	1.066546	1.027553	0.952289	0.882949	0.818426	0.758703	0.703020	0.650841	0.601863	0.555953	0.512840	0.472177	0.433832	0.397607	0.363284	0.330741	0.299820	0.270378	0.242327	0.215555
β_d [rad]	0.2519	0.2618	0.2820	0.3019	0.3217	0.3410	0.3600	0.3788	0.3972	0.4151	0.4326	0.4497	0.4662	0.4824	0.4980	0.5132	0.5279	0.5422	0.5560	0.5694
β_d [°]	14.4323	14.9993	16.1561	17.2977	18.4293	19.5388	20.6293	21.7021	22.7552	23.7834	24.7854	25.7632	26.7140	27.6375	28.5349	29.4050	30.2485	31.0662	31.8575	32.6229
$f(t_{\text{num}})$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Proračun položaja sa maksimalnim offtracking-om za jedinična vozila sa dužinama krutih baza u rasponu od 6.40 - 9.90 m, a koja prate vodeću putanju oblika kružne krivine ($R = 10.00$ m i $\theta = 180^\circ$)																				
R	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	
d	6.4000	6.6000	6.8000	7.0000	7.2000	7.4000	7.6000	7.8000	8.0000	8.2000	8.4000	8.6000	8.8000	9.0000	9.2000	9.4000	9.6000	9.8000	9.9000	
R/d	1.5625	1.5152	1.4706	1.4286	1.3889	1.3514	1.3158	1.2821	1.2500	1.2195	1.1905	1.1628	1.1364	1.1111	1.0870	1.0638	1.0417	1.0204	1.0101	
$\theta [^\circ]$	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000	180.0000
θ [rad]	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416	3.1416
X	1.5625	1.5152	1.4706	1.4286	1.3889	1.3514	1.3158	1.2821	1.2500	1.2195	1.1905	1.1628	1.1364	1.1111	1.0870	1.0638	1.0417	1.0204	1.0101	
K	1.2006	1.1383	1.0783	1.0202	0.9639	0.9089	0.8552	0.8023	0.7500	0.6980	0.6459	0.5934	0.5397	0.4843	0.4260	0.3630	0.2917	0.2031	0.1425	
$e^{K\theta}$	43.4561	35.7309	29.5899	24.6571	20.6566	17.3828	14.6812	12.4341	10.5507	8.9607	7.6085	6.4502	5.4502	4.5793	3.8126	3.1275	2.5000	1.8926	1.5646	
$\tan(\beta_{\max}/2)$	0.3547	0.3678	0.3811	0.3945	0.4080	0.4217	0.4355	0.4495	0.4636	0.4778	0.4922	0.5066	0.5212	0.5359	0.5507	0.5656	0.5806	0.5958	0.6034	
β_{\max} [rad]	0.6816	0.7049	0.7281	0.7515	0.7748	0.7982	0.8215	0.8449	0.8682	0.8915	0.9147	0.9378	0.9609	0.9839	1.0068	1.0295	1.0521	1.0746	1.0858	
β_{\max} [°]	39.0546	40.3855	41.7195	43.0558	44.3937	45.7323	47.0708	48.4084	49.7444	51.0779	52.4083	53.7347	55.0564	56.3727	57.6830	58.9866	60.2829	61.5713	62.2123	
c	0.354655	0.367785	0.381058	0.394473	0.408028	0.421720	0.435547	0.449506	0.463595	0.477811	0.492151	0.506612	0.521193	0.535889	0.550699	0.565619	0.580647	0.595780	0.603385	
$\ln[c]$	-1.0366	-1.0003	-0.9648	-0.9302	-0.8964	-0.8634	-0.8312	-0.7996	-0.7687	-0.7385	-0.7090	-0.6800	-0.6516	-0.6238	-0.5966	-0.5698	-0.5436	-0.5179	-0.5052	
t_{num}	0.299673	0.306504	0.313134	0.319572	0.325824	0.331892	0.337784	0.343504	0.349060	0.354455	0.359696	0.364787	0.369737	0.374546	0.379224	0.383773	0.388198	0.392505	0.394615	
m_{num}	0.189936	0.165402	0.141873	0.119267	0.097514	0.076560	0.056345	0.036822	0.017937	-0.000345	-0.018067	-0.035263	-0.051970	-0.068211	-0.084021	-0.099422	-0.114435	-0.129086	-0.136281	
β_d [rad]	0.5823	0.5948	0.6069	0.6186	0.6300	0.6409	0.6515	0.6618	0.6717	0.6813	0.6906	0.6996	0.7083	0.7167	0.7249	0.7329	0.7406	0.7481	0.7517	
β_d [°]	33.3641	34.0810	34.7742	35.4448	36.0937	36.7212	37.3283	37.9156	38.4841	39.0343	39.5669	40.0826	40.5824	41.0665	41.5359	41.9909	42.4322	42.8605	43.0699	
$f(t_{\text{num}})$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	

Zavisnost R/d (X) i m_{num} (m) za skretni ugao $\theta = 180^\circ$



Ulazni podaci za drugi stepen regresione zavisnosti
 (koeficijenti polinomske regresije za $\theta = 180^\circ$)

X^2	X^1	X^0
-0.0650	0.7187	-0.7821

PRILOG F

AutoLISP rutine za matematički proračun trajektorije povlačenja vozila

(Prilog F - 1: AutoLISP rutina za proračun trajektorije povlačenja samostalnog vozila)

(Prilog F - 2: AutoLISP rutina za proračun trajektorije povlačenja vozila sa dva sloga)

(Prilog F - 3: AutoLISP rutina za proračun trajektorije povlačenja vozila sa tri sloga)

AutoLISP rutina "BUSPOINTS" za proračun trajektorije povlačenja samostalnog vozila

```

(setvar "CMDECHO" 0)
(defun C:BUSPOINTS (/ q numgama numRvoz ti n1 n2 dn dnn dnnn TG t1 t2 X K eKQ tbetaola Bmax)
  (setq Rvozlis (list 10.0 12.5 15.0)) ;lista sa radijusima kružnih krivina vodećih putanja
  (setq Gamalis (list 30.0 45.0 60.0 75.0 90.0 105.0 120.0 135.0 150.0)) ;lista sa skretnim uglovima
  (setq q 0)
  (setq numRvoz (length Rvozlis)) ;izabrana su 3 različita radijusa R vodeće putanje
  (setq numGama (length Gamalis)) ;izabrano je 9 različitih skretnih uglova  $\gamma$ 
  (setq fwrite (open "BUS_points.txt" "w")) ;otvara se fajl "BUS_points.txt" za upis koordinata sračunatih tačaka
  (setq d 8.4800) ;dužina krute baze u metrima (Ikarbus IK 112 - solo autobus)
  (setq b 2.5250) ;širina vozila u metrima (Ikarbus IK 112 - solo autobus)
  (setq ti (list 0.0 0.0 0.0)) ;teme krivine ili presečna tačka tangenti
  (setq n1 (/ pi 2.))
  (repeat numRvoz ;ponavlja se 3 puta za 3 različita radijusa
    (setq Rvoz (nth q Rvozlis))
    (setq p 0)
    (repeat numGama ;ponavlja se 9 puta za 9 različitih skretnih uglova
      (setq gama (nth p Gamalis))
      (setq gama (/ (* gama pi) 180.)) ;skretni ugao se izražava u radijanima
      (setq n2 (- n1 gama))
      (setq dn (- n1 n2))
      (setq dnn (/ (sin (/ dn 2.)) (cos (/ dn 2.))))
      dnnn (abs (* 2 (atan dnn)))
    )
    (setq TG (* Rvoz (/ (sin (/ dn 2.)) (cos (/ dn 2.))))
    t1 (polar ti (- n1 pi) (abs TG))
    t2 (polar ti n2 (abs TG))
  )
  (setq tpoc (polar ti (- n1 pi) (+ (abs TG) d))
    Po (polar tpoc (- n1 (/ pi 2.)) (/ b 2.)) ;koordinate tačke Po

```

```

)
(setq X (/ Rvoz d)
  K (sqrt (- (expt X 2) 1))
  eKQ (exp (* K gama))
  tbetapol (/ (- 1 eKQ) (- (- (- X K) (* X eKQ)) (* K eKQ)))
  Bmax (* 2 (atan tbetapol))
)
(setq rmid (polar t2 (+ (- n2 pi) Bmax) d))
(setq K3 (polar rmid (- (angle rmid t2) (/ pi 2.)) (/ b 2.)))
(setq gama1 (/ gama 3.)
  gama2 (* (/ gama 3.) 2)
)
(setq n22 (- n1 gama1)
  dn1 (- n1 n22)
  dnn1 (/ (sin (/ dn1 2.)) (cos (/ dn1 2.)))
  dnnn1 (abs (* 2 (atan dnn1)))
)
(setq TG1 (* Rvoz (/ (sin (/ dn1 2.)) (cos (/ dn1 2.))))
  tbase1 (polar ti (- n1 pi) (- (abs TG) (abs TG1)))
  t22 (polar tbase1 n22 (abs TG1))
  eKQ1 (exp (* K gama1))
  tbetapol1 (/ (- 1 eKQ1) (- (- (- X K) (* X eKQ1)) (* K eKQ1)))
  Bmax1 (* 2 (atan tbetapol1))
  rmid1 (polar t22 (+ (- n22 pi) Bmax1) d)
  K1 (polar rmid1 (- (angle rmid1 t22) (/ pi 2.)) (/ b 2.))
)
(setq n23 (- n1 gama2)
  dn2 (- n1 n23)
  dnn2 (/ (sin (/ dn2 2.)) (cos (/ dn2 2.)))
  dnnn2 (abs (* 2 (atan dnn2)))
)
(setq TG11 (* Rvoz (/ (sin (/ dn2 2.)) (cos (/ dn2 2.))))

```

;tangens od ugla β_{\max} polovina

;ugao β_{\max} između osovine krute baze vozila i tangente na kraj kružnog luka

;koordinata tačke K3

;jedna trećina od skretnog ugla γ

;dve trećine od skretnog ugla γ

;koordinata pomerenog temena krivine O_1 skraćenog kružnog luka ($1/3\gamma$)*

;koordinata tačke K1

```

tbase2 (polar ti (- n1 pi) (- (abs TG) (abs TG11)))
  t23 (polar tbase2 n23 (abs TG11))
  eKQ2 (exp (* K gama2))
tbetapol2 (/ (- 1 eKQ2) (- (- X K) (* X eKQ2)) (* K eKQ2)))
Bmax2 (* 2 (atan tbetapol2))
rmid2 (polar t23 (+ (- n23 pi) Bmax2) d)
  K2 (polar rmid2 (- (angle rmid2 t23) (/ pi 2.)) (/ b 2.))
)
(setq ateta (- (+ (- (* 0.0026 (expt gama 3)) (* 0.0215 (expt gama 2))) (* 0.0234 gama)) 0.0061)
  bteta (+ (+ (+ (* -0.014 (expt gama 3)) (* 0.093 (expt gama 2))) (* 0.075 gama)) 0.011)
  cteta (+ (- (+ (- (* 0.0393 (expt gama 4)) (* 0.364 (expt gama 3))) (* 1.3466 (expt gama 2))) (* 2.9069 gama)) 2.5234)
  m (+ (+ (* ateta (expt X 2)) (* bteta X)) cteta)
  tnum (- X (sqrt (+ (+ (expt X 2) (log tbetapol)) m)))
)
(setq BOT (* 2 (atan tnum))
  FOT (* d (log (/ tbetapol tnum)))
  t2FOT (polar ti n2 (+ (abs TG) FOT))
  rmidOT (polar t2FOT (+ (- n2 pi) BOT) d)
  POT (polar rmidOT (- (angle rmidOT t2FOT) (/ pi 2.)) (/ b 2.))
)
(setq Lista1 (list Po K1 K2 K3 POT))
(setq Lista2 Lista1)
(setq Flow d
  Fuper (* 4 d)
  numf (/ (- Fuper Flow) (/ d 2.))
)
(setq i 0)
(repeat (fix numf)
  (setq Fex (+ (* i (/ d 2.)) d)
    faz1 (* tbetapol (exp (* -1 (/ Fex d))))
    Bex (* 2 (atan faz1))

```

;koordinate pomerenog temena krivine O_2 skraćenog kružnog luka ($2/3*\gamma$)

;koordinate tačke K2

;širina vozila je označena sa b, zato se koristi druga oznaka

;ugao β_{OT} između krute baze vozila i izlazne tangente u položaju sa OT_{max} ;rastojanje bazne tačke krute baze od kraja kružnog luka u položaju sa OT_{max} ;koordinate tačke Pot na trajektoriji povlačenja u položaju sa OT_{max}

;lista sa podlistama koje čine koordinate tačaka Po, K1, K2, K3 i Pot

;proračun se ponavlja 6 puta za koordinate tačaka od E1 do E6

;ugao β_{ex_i} između krute baze vozila i izlazne tangente za različite dužine Fex_i

```

    t2f (polar ti n2 (+ (abs TG) Fex))
    rmidf (polar t2f (+ (- n2 pi) Bex) d)
    Ei (polar rmidf (- (angle rmidf t2f) (/ pi 2.)) (/ b 2.))
    Lista3 (list Ei)
  )
  (setq Lista2 (append Lista2 Lista3))
  (setq i (+ i 1))
  )
  (setq numl (length Lista2))
  (setq j 0)
  (setq strRvoz (rtos Rvoz 2 2))
  (setq gamadeg (/ (* gama 180) pi))
  (setq strgama (rtos gamadeg 2 2))
  (setq str1 (strcat strRvoz " " strgama))
  (repeat numl
    (setq ele (nth j Lista2))
    xkor (rtos (nth 0 ele) 2 4)
    ykor (rtos (nth 1 ele) 2 4)
  )
  (setq str1 (strcat str1 " " xkor " " ykor))
  (setq j (+ j 1))
  )
  (write-line str1 fwrite)
  (setq p (+ 1 p))
  )
  (setq q (+ 1 q))
  )
  (command "_UNDO" "_E")
  (close fwrite)
  (princ)
  )

```

;u svakom sledećem prolazu dobijaju se redom koordinate tačaka od E1 do E6

;u svakom prolazu na Listu2 dodaje se po jedna podlista sa novom tačkom Ei

;dužina Liste2 jednaka je ukupnom broju sračunatih tačaka, odnosno, 11

;konvertuje se izabrani radijus R u string kao decimalan broj sa 2 decimale

;skretni ugao se pretvara u [°]

;konvertuje se skretni ugao γ u string kao decimalan broj sa 2 decimale

;vezuju se stringovi od radijusa R i skretnog ugla γ u jedan string str1

;ponavlja se 11 puta, tj. za svaku od 11 podlista sa tačkama Po, K1,..., E6

;vadi se jedna po jedna podlista iz Liste2, a to su redom tačke od Po do E6

;prvi član izabrane podliste (X koordinata dotične tačke) pretvara se u string

;drugi član izabrane podliste (Y koordinata dotične tačke) pretvara se u string

;na izvorni string str1 u svakom prolazu dodaju se X i Y koordinate tačaka

;za svako R i γ , prethodni string zapisuje se kao jedan novi red u .txt fajlu

;za isto R proračun se ponovo ponavlja za novi skretni ugao iz liste Gamalis

;bira se novi radijus R iz liste Rvozlis za koji se ponovo ponavlja ceo proračun

;zatvara se .txt fajl "BUS_points.txt"

AutoLISP rutina "SEMIPOINTS" za proračun trajektorije povlačenja kombinovanog vozila sa dva sloga

```

(setvar "CMDECHO" 0)
(defun C:SEMIPOINTS (/ gama Rvoz n1 n2 dn dnn dnnn TG t1 t2 Xk)
  (setvar "OSMODE" 0)
  (setq Rvozlis (list 10.0 12.5 15.0))
  (setq Gamalis (list 30.0 45.0 60.0 75.0 90.0 105.0 120.0 135.0 150.0))
  (setq p 0)
  (setq numRvoz (length Rvozlis))
  (setq numGama (length Gamalis))
  (setq fwrite (open "SEMITRAILER_points.txt" "w"))
  (setq dtrk 5.1650)
  (setq Etrk 0.6750)
  (setq Trailertrk 4.4900)
  (setq dstrl 7.7000)
  (setq Trailerstrl 7.7000)
  (setq bp 2.5500)
  (setq wbe (sqrt (- (+ (expt dtrk 2) (expt dstrl 2)) (expt Etrk 2))))
  (setq wbt (- (+ dtrk dstrl) Etrk))
  (setq ti (list 0.0 0.0 0.0))
  (setq n1 (/ pi 2.))
  (repeat numRvoz
    (setq Rvoz (nth p Rvozlis))
    (setq h 0)
    (repeat numGama
      (setq gama (nth h Gamalis))
      (setq gama (/ (* gama pi) 180.))
      (setq n2 (- n1 gama))
      (setq dn (- n1 n2))
      (setq dnn (/ (sin (/ dn 2.)) (cos (/ dn 2.))))
      dnnn (abs (* 2 (atan dnn)))
    )
  )
  ;lista radijusa R vodećih kružnih putanja
  ;lista sa izabranim skretnim uglovima  $\gamma$  vodećih kružnih putanja
  ;3 izabrana radijusa - dužina liste Rvozlis
  ;9 izabranih skretnih uglova - dužina liste Gamalis
  ;otvara se .txt fajl u koji će se upisivati sračunate koordinate tačaka
  ;dužina krute baze Volvo FH 500 tegljača
  ;kuka je pomerenjena u odnosu na centar zadnje osovine Volvo FH 500 tegljača
  ;dužina krute baze Schmitz SCS poluprikolice
  ;širina Schmitz SCS poluprikolice i maksimalna širina celog šlepera
  ;dužina ekvivalentne krute baze zamenskog vozila  $w_{be}$ 
  ;ukupna dužina kinematičkog modela kombinovanog vozila (šlepera)  $w_{bt}$ 
  ;teme krivine je u koordinatnom početku - tačka  $O_3$ 
  ;ponavlja se 3 puta - dužina liste Rvozlis
  ;ponavlja se 9 puta - dužina liste Gamalis
  ;skretni ugao  $\gamma$  se pretvara u [rad]

```



```

)
(setq TG (* Rvoz (/ (sin (/ dn 2.)) (cos (/ dn 2.))))
  t1 (polar ti (- n1 pi) (abs TG))
  t2 (polar ti n2 (abs TG))
)
(setq tpoc (polar ti (- n1 pi) (+ (abs TG) Trailertrk Trailerstrl))
  Po (polar tpoc (- n1 (/ pi 2.)) (/ bp 2.))
)
)
(setq Xtrk (/ Rvoz dtrk)
  Ktrk (sqrt (- (expt Xtrk 2) 1))
  eKkQ (exp (* Ktrk gama))
  tBetapolk (/ (- 1 eKkQ) (- (- Xtrk Ktrk) (* Xtrk eKkQ)) (* Ktrk eKkQ)))
  Bmaxtrk (* 2 (atan tBetapolk))
)
)
(setq Rend (/ dtrk (sin Bmaxtrk))
  Rbase (/ dtrk (/ (sin Bmaxtrk) (cos Bmaxtrk)))
  epsilon (atan (/ Etrk Rbase))
  Rkp (/ Etrk (sin epsilon))
)
)
(if (<= gama (/ pi 3.))
  (setq Rdkp Rkp)
  (setq Rdkp (* (/ Rend Rvoz) Rkp))
)
)
(setq Qstrl (+ (- gama Bmaxtrk) epsilon)
  Xstrl (/ Rdkp dstrl)
  Kstrl (sqrt (- (expt Xstrl 2) 1))
  eKpQp (exp (* Kstrl Qstrl))
  tBetapolp (/ (- 1 eKpQp) (- (- Xstrl Kstrl) (* Xstrl eKpQp)) (* Kstrl eKpQp)))
  Bmaxstrlo (* 2 (atan tBetapolp))
  Bmaxstrl (- Bmaxstrlo epsilon)
)
)
(setq rmidt (polar t2 (+ (- n2 pi) Bmaxtrk) Trailertrk))

```

;koordinate tačke Po

;maksimalna vrednost trenutnog skretnog ugla tegljača $\beta_{max_{trk}}$ na kraju luka;korekcija radijusa R_{kp} kojeg prati bazna tačka poluprikolice - kingpin;ugao artikulacije $\beta_{max_{strl}}$ između osovina krutih baza tegljača i poluprikolice

;kada je bazna tačka tegljača na kraju kružnog luka

```

(setq rmidp (polar rmidt (+ (+ (- n2 pi) Bmaxtrk) Bmaxstrl) Trailerstrl))
(setq K3 (polar rmidp (- (angle rmidp rmidt) (/ pi 2.)) (/ bp 2.)))
(setq gama1 (/ gama 3.)
      gama2 (* (/ gama 3.) 2.)
)
(setq listagama (list gama1 gama2))
(setq Lista4 (list K3))
(setq Lista2 (list 0))
(setq w 0)
(repeat 2
  (setq gama11 (nth w listagama))
  (setq n22 (- n1 gama11)
        dn1 (- n1 n22)
        dnn1 (/ (sin (/ dn1 2.)) (cos (/ dn1 2.)))
        dnnn1 (abs (* 2 (atan dnn1)))
  )
  (setq TG1 (* Rvoz (/ (sin (/ dn1 2.)) (cos (/ dn1 2.))))
        tbase1 (polar ti (- n1 pi) (- (abs TG) (abs TG1)))
        t22 (polar tbase1 n22 (abs TG1))
  )
  (setq eKkQ1 (exp (* Ktrk gama11))
        tBetapolk1 (/ (- 1 eKkQ1) (- (- Xtrk Ktrk) (* Xtrk eKkQ1)) (* Ktrk eKkQ1)))
        Bmaxtrk1 (* 2 (atan tBetapolk1))
  )
  (setq Rend1 (/ dtrk (sin Bmaxtrk1))
        Rbase1 (/ dtrk (/ (sin Bmaxtrk1) (cos Bmaxtrk1)))
        epsilon1 (atan (/ Etrk Rbase1))
        Rkp1 (/ Etrk (sin epsilon1))
  )
  (if (<= gama11 (/ pi 3.))
    (setq Rdkp1 Rkp1)
  )
)

```

;koordinate tačke K3

;jedna trećina od ugla γ

;dve trećine od ugla γ

;lista sa jednom podlistom u kojoj se nalaze koordinate tačke K3

;ponavlja se dva puta kako bi se sračunale koordinate tačaka K1 i K2

;koordinate pomerenog temena krivine O1(O2) sa skraćenim kružnim lukom

;maks. vrednost trenutnog skretnog ugla tegljača $\beta_{max_{trk1}}$ - na kraju

;skraćenog luka

;korekcija radijusa kojeg prati bazna tačka poluprikolice - kingpin (kp)

```

(setq Rdkp1 (* (/ Rend1 Rvoz) Rkp1))
)
(setq Qstrl1 (+ (- gama11 Bmaxtrk1) epsilon1)
  Xstrl1 (/ Rdkp1 dstrl)
  Kstrl1 (sqrt (- (expt Xstrl1 2) 1))
  eKpQp1 (exp (* Kstrl1 Qstrl1))
  tBetapolp1 (/ (- 1 eKpQp1) (- (- Xstrl1 Kstrl1) (* Xstrl1 eKpQp1)) (* Kstrl1 eKpQp1)))
Bmaxstrlo1 (* 2 (atan tBetapolp1))
Bmaxstrl1 (- Bmaxstrlo1 epsilon1)
)
;ugao artikulacije  $\beta_{maxstrl1}$  između osovina krutih baza tegljača i poluprikolice
;kada je bazna tačka tegljača na kraju skraćenog luka
(if (= w 1)
  (if (>= gama11 (/ pi 3.))
    (setq bp (- bp (* (/ 1 wbe) (sqrt (* (/ R wbt) (/ Bmaxtrk1 Bmaxstrl1))))))
    (setq bp 2.55)
  )
)
;korekcija maksimalne širine vozila  $b_p$  ( $b_p = b_{cor}$ )
(setq rmidt1 (polar t22 (+ (- n22 pi) Bmaxtrk1) Trailertrk)
  rmidp1 (polar rmidt1 (+ (+ (- n22 pi) Bmaxtrk1) Bmaxstrl1) Trailerstrl)
  K1 (polar rmidp1 (- (angle rmidp1 rmidt1) (/ pi 2.)) (/ bp 2.))
  Lista1 (list K1)
)
;koordinate tačke K1 u prvom prolazu i tačke K2 u drugom prolazu
(setq Lista2 (append Lista2 Lista1))
;Lista2 ((0.00,0.00) K1 K2) posle drugog prolaza
(setq w (+ 1 w))
)
(setq bp 2.55)
(setq Lista2 (append Lista2 Lista4))
(setq Lista2 (cdr Lista2))
(setq Lista3 (cons Po Lista2))
;lista sa sračunatim koordinatama tačaka Po, K1, K2 i K3
(setq Fkpe Trailertrk
  Bkpetrk (* 2 (atan (* tBetapolk (exp (* -1 (/ Fkpe dtrk))))))
)
;ugao  $\beta_{kpe_{trk}}$  između krute baze tegljača i izlazne tangente - granični položaj
(setq kkpehor (- (+ (* Trailertrk (cos Bmaxtrk)) Fkpe) (* Trailertrk (cos Bkpetrk))))

```

```

kkpever (- (* Trailertrk (sin Bmaxtrk)) (* Trailertrk (sin Bkpetrk)))
Fkpekp (sqrt (+ (expt kkpehor 2) (expt kkpever 2)))
deltakpe (atan (/ kkpever kkpehor))
)
(setq deltapes1 (- (+ Bmaxtrk Bmaxstrl) deltakpe)
deltapes2 (* 2 (atan (* (/ (sin (/ deltapes1 2.)) (cos (/ deltapes1 2.))) (exp (* -1 (/ Fkpekp dstrl))))))
Bkpestrl (- (+ deltapes2 deltakpe) Bkpetrk)
)
(setq tFkpe (polar ti n2 (+ (abs TG) Fkpe))
rmidtg (polar tFkpe (+ (- n2 pi) Bkpetrk) Trailertrk)
rmidpg (polar rmidtg (+ (+ (- n2 pi) Bkpetrk) Bkpestrl) Trailerstrl)
KPE (polar rmidpg (- (angle rmidpg rmidtg) (/ pi 2.)) (/ bp 2.))
Listapg (list KPE)
)
(setq F 10.0
F10 (- F (* Trailertrk (cos Bkpetrk)))
B10trk (* 2 (atan (* (/ (sin (/ Bkpetrk 2.)) (cos (/ Bkpetrk 2.))) (exp (* -1 (/ F10 dtrk))))))
k10hor (- (+ (* Trailertrk (cos Bkpetrk)) F10) (* Trailertrk (cos B10trk)))
k10ver (- (* Trailertrk (sin Bkpetrk)) (* Trailertrk (sin B10trk)))
F10kp (sqrt (+ (expt k10hor 2) (expt k10ver 2)))
delta10 (atan (/ k10ver k10hor))
delt10s1 (- (+ Bkpetrk Bkpestrl) delta10)
delt10s2 (* 2 (atan (* (/ (sin (/ delt10s1 2.)) (cos (/ delt10s1 2.))) (exp (* -1 (/ F10kp dstrl))))))
B10strl (- (+ delt10s2 delta10) B10trk)
)
(setq t2F10 (polar ti n2 (+ (abs TG) (* Trailertrk (cos Bkpetrk)) F10))
rmidtf1 (polar t2F10 (+ (- n2 pi) B10trk) Trailertrk)
rmidpf1 (polar rmidtf1 (+ (+ (- n2 pi) B10trk) B10strl) Trailerstrl)
E1 (polar rmidpf1 (- (angle rmidpf1 rmidtf1) (/ pi 2.)) (/ bp 2.))
Listapf1 (list E1)
)

```

*;ugao artikulacije $\beta_{kpe_{strl}}$ između osovina krutih baza tegljača i poluprikolice
;u graničnom položaju*

*;koordinate tačke KPE u graničnom položaju kombinovanog vozila kada se
;kingpin poluprikolice nalazi na kraju kružnog luka (kingpin to end - KPE)*

;ugao $\beta_{10_{trk}}$ između krute baze tegljača i izlazne tangente kada je $F = 10.0$ m

;ugao artikulacije $\beta_{10_{strl}}$ između tegljača i poluprikolice kada je $F = 10.0$ m

;koordinate tačke E1

```

(setq Xwbe (/ Rvoz wbe)
  Kwbe (sqrt (- (expt Xwbe 2) 1))
  eKQwbe (exp (* Kwbe gama))
  tBpolwbe (/ (- 1 eKQwbe) (- (- Xwbe Kwbe) (* Xwbe eKQwbe)) (* Kwbe eKQwbe)))
  Bmaxwbe (* 2 (atan tBpolwbe))
)
;maks. trenutni skretni ugao zamenskog vozila  $\beta_{max_{wbe}}$  na kraju kružnog luka

(setq awbe (- (+ (- (* 0.0026 (expt gama 3)) (* 0.0215 (expt gama 2))) (* 0.0234 gama)) 0.0061)
  bwbe (+ (+ (+ (* -0.014 (expt gama 3)) (* 0.093 (expt gama 2))) (* 0.075 gama)) 0.011)
  nwbe (+ (- (+ (- (* 0.0393 (expt gama 4)) (* 0.364 (expt gama 3))) (* 1.3466 (expt gama 2))) (* 2.9069 gama)) 2.5234)
  mwbe (+ (+ (* awbe (expt Xwbe 2)) (* bwbe Xwbe)) nwbe)
  twbe (- Xwbe (sqrt (+ (+ (expt Xwbe 2) (log tBpolwbe)) mwbe))))
)
;širina kombinovanog vozila označena je sa bp, zato se koristi bwbe!

(setq BOTwbe (* 2 (atan twbe))
  FOTwbe (* wbe (log (/ tBpolwbe twbe)))
)
;ugao  $\beta_{OT_{wbe}}$  između krute baze zamenskog vozila i izlazne tangente
;rastojanje bazne tačke krute baze zamenskog vozila od početka izlazne
;tangente u položaju sa maksimalnim offtracking-om (OT)
;empirijska formula za proračun rastojanja FOT bazne tačke tegljača od kraja
;kružnog luka u položaju sa maksimalnim offtracking-om
;prvi slučaj proračuna položaja sa maksimalnim offtracking-om
;ugao  $\beta_{OT_{trk}}$  između osovine krute baze tegljača i izlazne tangente u položaju
;sa maksimalnim offtracking-om (OT) (prvi slučaj)

(setq FOT (+ (* (* (- 1 (/ gama (* 2. pi))) (- wbt wbe)) (sqrt (/ wbt Rvoz))) FOTwbe)
  (if (<= FOT Trailertrk)
    (progn
      (setq BOTtrk (* 2 (atan (* tBetapolk (exp (* -1 (/ FOT dtrk))))))
      )
      (setq kOThor (- (+ (* Trailertrk (cos Bmaxtrk)) FOT) (* Trailertrk (cos BOTtrk)))
        kOTver (- (* Trailertrk (sin Bmaxtrk)) (* Trailertrk (sin BOTtrk)))
        FOTkp (sqrt (+ (expt kOThor 2) (expt kOTver 2)))
        deltaOT (atan (/ kOTver kOThor))
      )
      (setq deltaOTs1 (- (+ Bmaxtrk Bmaxstrl) deltaOT)
        deltaOTs2 (* 2 (atan (* (/ (sin (/ deltaOTs1 2.)) (cos (/ deltaOTs1 2.))) (exp (* -1 (/ FOTkp dstrl))))))
        BOTstrl (- (+ deltaOTs2 deltaOT) BOTtrk)
      )
      (setq tFOT (polar ti n2 (+ (abs TG) FOT))
        rmidtf (polar tFOT (+ (- n2 pi) BOTtrk) Trailertrk)
        rmidpf (polar rmidtf (+ (+ (- n2 pi) BOTtrk) BOTstrl) Trailerstrl)
      )
    )
  )

```

```

    POT (polar rmidpf (- (angle rmidpf rmidtf) (/ pi 2.)) (/ bp 2.))
  Listapf (POT)
)
)
(progn
  (setq FOTtrk (- FOT (* Trailertrk (cos Bkpetrk)))
    BOTtrk (* 2 (atan (* (/ (sin (/ Bkpetrk 2.)) (cos (/ Bkpetrk 2.))) (exp (* -1 (/ FOTtrk dtrk))))))
    kOThor (- (+ (* Trailertrk (cos Bkpetrk)) FOTtrk) (* Trailertrk (cos BOTtrk)))
    kOTver (- (* Trailertrk (sin Bkpetrk)) (* Trailertrk (sin BOTtrk)))
    FOTkp (sqrt (+ (expt kOThor 2) (expt kOTver 2)))
    deltaOT (atan (/ kOTver kOThor))
    deltaOTs1 (- (+ Bkpetrk Bkpestrl) deltaOT)
    deltaOTs2 (* 2 (atan (* (/ (sin (/ deltaOTs1 2.)) (cos (/ deltaOTs1 2.))) (exp (* -1 (/ FOTkp dstrl))))))
    BOTstrl (- (+ deltaOTs2 deltaOT) BOTtrk)
  )
  (setq tFOT (polar ti n2 (+ (abs TG) (* Trailertrk (cos Bkpetrk)) FOTtrk))
    rmidtf (polar tFOT (+ (- n2 pi) BOTtrk) Trailertrk)
    rmidpf (polar rmidtf (+ (+ (- n2 pi) BOTtrk) BOTstrl) Trailerstrl)
    POT (polar rmidpf (- (angle rmidpf rmidtf) (/ pi 2.)) (/ bp 2.))
  Listapf (list POT)
)
)
)
(if (< (car POT) (car KPE))
  (progn
    (setq Lista5 (append Lista3 Listapf))
    (setq Lista5 (append Lista5 Listapg))
    (setq Lista6 (append Lista5 Listapf1))
  )
  (progn
    (setq Lista5 (append Lista3 Listapg))

```

;koordinate tačke POT (prvi slučaj proračuna maks. offtracking-a)

;drugi slučaj proračuna položaja sa maksimalnim offtracking-om (OT)

;određivanje udaljenosti bazne tačke tegljača od graničnog položaja - FOT_{trk}

;ugao $\beta_{OT_{trk}}$ između osovine krute baze tegljača i izlazne tangente u položaju

;sa maksimalnim offtracking-om (drugi slučaj)

;ugao artikulacije $\beta_{OT_{strl}}$ između osovina krutih baza tegljača i poluprikolice

;u položaju sa maksimalnim offtracking-om (drugi slučaj)

;koordinate tačke POT (drugi slučaj proračuna maks. offtracking-a)

;ispituje se kako situaciono međusobno stoje tačke POT i KPE

;ako je ispunjen prethodni uslov tačke se situaciono ređaju tako što

;na listu sa tačkama Po, K1, K2 i K3 prvo se dodaje tačka POT

;pa onda tačka KPE

;i na kraju tačka E1

;u suprotnom

;na listu sa tačkama Po, K1, K2 i K3 prvo se dodaje tačka KPE

```

(if (< (car POT) (car E1))
  (progn
    (setq Lista6 (append Lista5 Listapf))
    (setq Lista6 (append Lista6 Listapf1))
  )
  (progn
    (setq Lista5 (append Lista5 Listapf1))
    (setq Lista6 (append Lista5 Listapf))
  )
  )
  )
  )
  )
  )
  (setq Lista7 Lista6)
  (setq Flowwbe 10.0
    Fuperwbe 35.0
    numfwbe (/ (- Fuperwbe Flowwbe) 5.)
  )
  (setq j 0)
  (repeat (fix numfwbe)
    (setq Fex (+ (* j 5.) Flowwbe)
      faz1 (* tBpolwbe (exp (* -1 (/ Fex wbe))))
      Bexwbei (* 2 (atan faz1))
      t2fwbe (polar ti n2 (+ (abs TG) Fex))
      rmidfwbe (polar t2fwbe (+ (- n2 pi) Bexwbei) wbe)
      Ei (polar rmidfwbe (- (angle rmidfwbe t2fwbe) (/ pi 2.)) (/ bp 2.))
      Lista8 (list Ei)
    )
    (setq Lista7 (append Lista7 Lista8))
    (setq j (+ j 1))
  )
  (setq Lend 28.0
    Tend (polar ti n2 (+ (abs TG) Lend))

```

;zatim se ispituje kako situaciono međusobno stoje tačke POT i E1
 ;ako je ispunjen prethodni uslov tačke se situaciono ređaju tako što
 ;na listu sa tačkama Po, K1, K2, K3 i KPE prvo se dodaje tačka POT
 ;pa onda tačka E1

;u suprotnom
 ;na listu sa tačkama Po, K1, K2, K3 i KPE prvo se dodaje tačka E1
 ;pa onda tačka POT

;počinje proračun koordinata tačaka od E2 do E6

;proračun se ponavlja 5 puta
 ;dužine Fex_i se menjaju u intervalu od 10.0 m do 30.0 m sa korakom od 5.0 m

;ugao β_{exwbei} između osovine krute baze zamenskog vozila i izlazne tangente

;računaju se koordinate tačaka od E2 do E6 u svakom od ponavljanja

;na Listu7 u svakom ponavljanju dodaju se nove koordinate tačaka E2 do E6

;na rastojanju L_{end} od kraja kružnog luka offtracking se smanjuje na nulu

```

E7 (polar Tend (- n2 (/ pi 2.)) (/ bp 2.))
Listend (list E7)
)
(setq Lista7 (append Lista7 Listend))
(setq numl (length Lista7))
(setq q 0)
(setq strRvoz (rtos Rvoz 2 2))
(setq gamadeg (/ (* gama 180) pi))
(setq strgama (rtos gamadeg 2 2))
(setq str1 (strcat strRvoz "strgama))
(repeat (fix numl)
  (setq ele (nth q Lista7)
    xkor (rtos (nth 0 ele) 2 4)
    ykor (rtos (nth 1 ele) 2 4)
  )
  (setq str1 (strcat str1 "xkor" "ykor))
  (setq q (+ q 1))
)
(write-line str1 fwrite)
(setq h (+ h 1))
)
(setq p (+ 1 p))
)
(command "_UNDO" "_E")
(close fwrite)
(princ)
)

```

;koordinate tačke E7

;na Listu7 sa prethodno sračunatim koordinatama tačaka dodaje se i tačka E7

;konvertuje se izabrani radijus R u string kao decimalan broj sa 2 decimale

;skretni ugao γ se pretvara u [°]

;konvertuje se skretni ugao γ u string kao decimalan broj sa 2 decimale

;vezuju se stringovi od radijusa R i skretnog ugla γ u jedan string - str1

;vadi se jedna po jedna podlista iz Liste7, odnosno, sračunate tačke Po do E7

;prvi član podliste (X koordinata dotične tačke) pretvara se u string

;drugi član podliste (Y koordinata dotične tačke) pretvara se u string

;na izvorni string str1 u svakom ponavljanju dodaju se X i Y koordinate tačaka

;za svako R i γ novoformirani string zapisuje se kao jedan novi red u .txt fajlu

;za isto R proračun se ponovo ponavlja za sledeći skretni ugao iz liste Gamalis

;bira se sledeći radijus R iz liste Rvozlis za koji se opet ponavlja ceo proračun

;za sve skretne uglove iz liste Gamalis

;zatvara se .txt fajl "SEMITRAILER_points.txt"

AutoLISP rutina "TTRAILERPOINTS" za proračun trajektorije povlačenja kombinovanog vozila sa tri sloga

```

(setvar "CMDECHO" 0)
(defun C:TTRAILERPOINTS (/ gama Rvoz ti n1 n2 dn dnn dnnn TG t1 t2 Xwbec Kwbec eKQ tbetaola Bmaxwbec)
  (setvar "OSMODE" 0)
  (setq Rvozlis (list 10.0 12.5 15.0))
  (setq Gamalis (list 30.0 45.0 60.0 75.0 90.0 105.0 120.0 135.0 150.0))
  (setq q 0)
  (setq numRvoz (length Rvozlis))
  (setq numGama (length Gamalis))
  (setq fwrite (open "TRUCK_TRAILER_points.txt" "w"))
  (setq dtrk 6.7800)
  (setq wbe 8.326806)
  (setq wbt 17.4500)
  (setq b 2.550)
  (setq ddol 2.9100)
  (setq dtrlr 4.8400)
  (setq ti (list 0.0 0.0 0.0))
  (setq n1 (/ pi 2.))
  (repeat numRvoz
    (setq Rvoz (nth q Rvozlis))
    (setq p 0)
    (repeat numGama
      (setq gama (nth p Gamalis))
      (setq gama (/ (* gama pi) 180.))
      (setq n2 (- n1 gama))
      (setq dn (- n1 n2))
      (setq dnn (/ (sin (/ dn 2.)) (cos (/ dn 2.))))
      dnnn (abs (* 2 (atan dnn)))
    )
    (setq TG (* Rvoz (/ (sin (/ dn 2.)) (cos (/ dn 2.))))
    t1 (polar ti (- n1 pi) (abs TG))

```

;lista radijusa R vodećih kružnih putanja

;lista sa izabranim skretnim uglovima γ vodećih kružnih putanja

;3 izabrana radijusa - dužina liste Rvozlis

;9 izabranih skretnih uglova - dužina liste Gamalis

;otvara se .txt fajl u koji će se upisivati sračunate koordinate tačaka

;dužina krute baze kamiona (FGSV 2001) - I slog

;dužina ekvivalentne krute baze zamenskog vozila w_{be}

;ukupna dužina kinematičkog modela kamiona sa prikolicom w_{bt}

;širina kamiona sa prikolicom

;dužina krute baze rude (FGSV 2001) - II slog

;dužina krute baze šasije prikolice (FGSV 2001) - III slog

;teme krivine je u koordinatnom početku - tačka O3

;ponavlja se 3 puta - dužina liste Rvozlis

;vadi se jedan po jedan radijus iz liste Rvozlis

;ponavlja se 9 puta - dužina liste Gamalis

;vadi se jedan po jedan skretni ugao iz liste Gamalis

;pretvara se skretni ugao u [rad]

;računa se dužina tangente Tg_3 za skretni ugao γ

```

    t2 (polar ti n2 (abs TG))
  )
  (setq tpoc (polar ti (- n1 pi) (+ (abs TG) wbt))
    Po (polar tpoc (- n1 (/ pi 2.)) (/ b 2.))
  )
  (setq wbec (+ wbe (* (* (/ dtrlr dtrk) (/ (/ pi 2.) gama)) (/ (- wbt (+ ddol dtrlr)) Rvoz))))
  (if (> wbec Rvoz)
    (setq wbec (* 0.99 Rvoz))
  )
  (setq Xwbec (/ Rvoz wbec)
    Kwbec (sqrt (- (expt Xwbec 2) 1))
    eKQ (exp (* Kwbec gama))
    tbetapol (/ (- 1 eKQ) (- (- Xwbec Kwbec) (* Xwbec eKQ)) (* Kwbec eKQ))
    Bmaxwbec (* 2 (atan tbetapol))
  )
  (setq rmid (polar t2 (+ (- n2 pi) Bmaxwbec) wbec))
  (setq K3 (polar rmid (- (angle rmid t2) (/ pi 2.)) (/ b 2.)))
  (setq gama1 (/ gama 3.)
    gama2 (* (/ gama 3.) 2)
  )
  (setq listagama (list gama1 gama2))
  (setq Lista4 (list K3))
  (setq Lista2 (list 0))
  (setq i 0)
  (repeat 2
    (setq gama1 1 (nth i listagama))
    (setq n22 (- n1 gama1)
      dn1 (- n1 n22)
      dnn1 (/ (sin (/ dn1 2.)) (cos (/ dn1 2.)))
      dnnn1 (abs (* 2 (atan dnn1)))
    )
  )

```

;koordinate tačke Po

;korekcija dužine ekvivalentne baze pri kretanju bazne tačke po kružnom luku
;mora biti ispunjen uslov $w_{bec} < R$ (iz ICAO-a)

;tangens polovine ugla $\beta_{max_{wbec}}$
;maksimalni trenutni skretni ugao $\beta_{max_{wbec}}$ između krute baze zamenskog
;vozila korigovane dužine i tangente na kraj kružnog luka

;koordinate tačke K3
;jedna trećina od skretnog ugla γ
;dve trećine od skretnog ugla γ

;lista sa skretnim uglovima $(1/3 \cdot \gamma \ 2/3 \cdot \gamma)$

```

(setq TG1 (* Rvoz (/ (sin (/ dn1 2.)) (cos (/ dn1 2.))))
  O1 (polar ti (- n1 pi) (- (abs TG) (abs TG1)))
  t22 (polar O1 n22 (abs TG1))
)
(setq eKQ1 (exp (* Kwbec gama11))
  tbetapolk1 (/ (- 1 eKQ1) (- (- Xwbec Kwbec) (* Xwbec eKQ1)) (* Kwbec eKQ1)))
Bmaxwbec1 (* 2 (atan tbetapolk1))
)
(if (= i 0)
  (if (>= gama (/ pi 2.))
    (setq bmaxcor (+ b (* (/ 1 (+ wbe (* gama (/ (+ Rvoz (/ (* 2 pi) 3)) wbe)))) (sqrt (* (/ Rvoz wbt) gama))))))
    (setq bmaxcor 2.55)
  )
)
(setq rmid1 (polar t22 (+ (- n22 pi) Bmaxwbec1) wbec)
  K1 (polar rmid1 (- (angle rmid1 t22) (/ pi 2.)) (/ bmaxcor 2.))
  Lista1 (list K1)
)
(setq Lista2 (append Lista2 Lista1))
(setq i (+ 1 i))
)
(setq Lista2 (append Lista2 Lista4))
(setq Lista2 (cdr Lista2))
(setq Lista3 (cons Po Lista2))
(if (> wbe Rvoz)
  (setq wbe (* 0.99 Rvoz))
)
(setq Xwbe (/ Rvoz wbe)
  Kwbe (sqrt (- (expt Xwbe 2) 1))
  eKQe (exp (* Kwbe gama))
  tbetapole (/ (- 1 eKQe) (- (- Xwbe Kwbe) (* Xwbe eKQe)) (* Kwbe eKQe)))
Bmaxwbe (* 2 (atan tbetapole))

```

*;računa se tangenta Tg_1 u prvom i tangenta Tg_2 u drugom prolazu
;koordinate pomerenog temena skraćene krivine O_1 , odnosno, O_2*

;ugao $\beta_{max_{wbec,1}}$ za skraćenu dužinu kružnog luka za prvo i drugo ponavljanje

*;korekcija (virtuelno povećane) širine zamenskog vozila sa 2.55 m na 2.65 m
;u suprotnom širina zamenskog vozila ostaje 2.55 m*

;koordinate tačke $K1$ u prvom, odnosno, tačke $K2$ u drugom ponavljanju

;lista sa koordinatama tačaka 0 , $K1$ i $K2$ posle drugog ponavljanja

;lista sa koordinatama tačaka 0 , $K1$, $K2$ i $K3$

;lista sa koordinatama tačaka $K1$, $K2$ i $K3$

;lista sa koordinatama tačaka Po , $K1$, $K2$ i $K3$

;mora biti ispunjen uslov da je $Rvoz > w_{be}$ (iz ICAO-a)

;tangens polovine ugla $\beta_{max_{wbe}}$

;maksimalni trenutni skretni ugao $\beta_{max_{wbe}}$ između krute baze zamenskog

```

)
(setq awbe (- (+ (- (* 0.0026 (expt gama 3)) (* 0.0215 (expt gama 2))) (* 0.0234 gama)) 0.0061)
  bwbe (+ (+ (+ (* -0.014 (expt gama 3)) (* 0.093 (expt gama 2))) (* 0.075 gama)) 0.011)
  nwbe (+ (- (+ (- (* 0.0393 (expt gama 4)) (* 0.364 (expt gama 3))) (* 1.3466 (expt gama 2))) (* 2.9069 gama)) 2.5234)
  mwbe (+ (+ (* awbe (expt Xwbe 2)) (* bwbe Xwbe)) nwbe)
  twbe (- Xwbe (sqrt (+ (+ (expt Xwbe 2) (log tbetapole)) mwbe)))
)
(setq deltaOT (* (/ b (+ wbe Rvoz)) (sqrt (* (/ gama Rvoz) (- (* pi 4) (* (/ Rvoz wbe) gama))))))
(setq bOTpola (+ (/ b 2.) deltaOT))
(setq BOTwbe (* 2 (atan twbe))
  FOTwbe (* wbe (log (/ tbetapole twbe)))
  t2FOT (polar ti n2 (+ (abs TG) FOTwbe))
  rmidOT (polar t2FOT (+ (- n2 pi) BOTwbe) wbe)
  POT (polar rmidOT (- (angle rmidOT t2FOT) (/ pi 2.)) bOTpola)
  Lista5 (list POT)
)
(setq Lista3 (append Lista3 Lista5))
(setq Lista7 Lista3)
(setq Flowex 10.0
  Fuperex 35.0
  numfwbe (/ (- Fuperex Flowex) 5.)
)
(setq j 0)
(repeat (fix numfwbe)
  (if (<= gama (/ pi 2.))
    (if (< j 1)
      (if (< Rvoz 12.5)
        (progn
          (setq bexcor4 (+ b (* (/ dtrlr (* 100 ddol)) (+ (/ wbe E) pi))))
          (setq b bexcor4)
        )
      )
    )
  )
)

```

;vozila nekorigovane dužine w_{be} i tangente na kraj kružnog luka;širina vozila označena je sa b , pa je zato uvedena druga oznaka $bwbe$;korekcija širine zamenskog vozila b pri proračunu maksimalnog offtracking-a;ugao između krute baze zamenskog vozila i izlazne tangente u položaju OT_{max}

;udaljenost bazne tačke zamenskog vozila od kraja kružnog luka u položaju sa

;maksimalnim offtracking-om OT_{max} ;koordinate centra zadnje fiksne osovine u položaju sa OT_{max}

;koordinate tačke POT u položaju sa maksimalnim offtracking-om

;lista sa koordinatama tačaka Po , $K1$, $K2$, $K3$ i POT ;ponavlja se 5 puta ($35.0 - 10.0 = 25.0 / 5$);korekcija širine b zamenskog vozila; $b_{excor-4}$;povećanje širine b sa 2.55 m na 2.65 m (za standardno vozilo)

(progn	
(setq bexcor3 (+ b (* (/ dtrlr (* 100 ddol)) pi)))	<i>;u suprotnom</i>
(setq b bexcor3)	<i>;bex_{cor-3}</i>
)	<i>;širina b povećava se sa 2.55 m na 2.60 m (za standardno vozilo)</i>
)	
(progn	<i>;u suprotnom</i>
(setq bexcor2 (- b (* (/ dtrlr (* 100 ddol)) (- (/ dtrk E) (/ wbe wbt))))	<i>;bex_{cor-2}</i>
(setq b bexcor2)	<i>;širina b smanjuje se sa 2.55 m na 2.52 m (za standardno vozilo)</i>
)	
)	
(progn	<i>;u suprotnom</i>
(setq bexcor1 (- b (* (/ dtrlr (* 100 ddol)) (+ (/ dtrk E) pi))))	<i>;bex_{cor-1}</i>
(setq b bexcor1)	<i>;širina b smanjuje se sa 2.55 m na 2.46 m (za standardno vozilo)</i>
)	
)	
(if (< Rvoz 12.5)	
(if (> gama (/ (* pi 2.) 3))	
(if (<= j 2)	
(progn	<i>;korekcija širine b zamenskog vozila</i>
(setq bexcor5 (- b (* (/ dtrlr (* 100 ddol)) (+ (/ wbt E) pi))))	<i>;bex_{cor-5}</i>
(setq b bexcor5)	<i>;širina b smanjuje se sa 2.55 m na 2.40 m (za standardno vozilo)</i>
)	
)	
)	
)	
(setq Fex (+ (* j 5.) Flowex)	
faz1 (* tbetapole (exp (* -1 (/ Fex wbe))))	
Bexwbe (* 2 (atan faz1))	<i>;uglovi od $\beta_{ex_{wbe,1}}$ do $\beta_{ex_{wbe,5}}$ između krute baze zamenskog vozila i izlazne</i>
t2fex (polar ti n2 (+ (abs TG) Fex))	<i>;tangente</i>
rmidfex (polar t2fex (+ (- n2 pi) Bexwbe) wbe)	<i>;koordinate centra zadnje fiksne osovine kada se zamensko vozilo ispravlja</i>
Ei (polar rmidfex (- (angle rmidfex t2fex) (/ pi 2.)) (/ b 2.))	<i>;koordinate tačaka od E1 do E5 računaju se u svakom novom prolazu</i>
Lista6 (list Ei)	

```

)
(setq Lista7 (append Lista7 Lista6))
(setq j (+ j 1))
)
(setq b 2.55)
(setq Lend 30.0
  Tend (polar ti n2 (+ (abs TG) Lend))
  E6 (polar Tend (- n2 (/ pi 2.)) (/ b 2.))
  Listend (list E6))
)
(setq Lista7 (append Lista7 Listend))
(setq numl (length Lista7))
(setq k 0)
(setq strRvoz (rtos Rvoz 2 2))
(setq gamadeg (/ (* gama 180) pi))
(setq strgama (rtos gamadeg 2 2))
(setq str1 (strcat strRvoz " "strgama))
(repeat (fix numl)
  (setq ele (nth k Lista7)
    xkor (rtos (nth 0 ele) 2 4)
    ykor (rtos (nth 1 ele) 2 4))
  )
  (setq str1 (strcat str1 " "xkor" "ykor))
  (setq k (+ k 1))
  )
  (write-line str1 fwrite)
  (setq p (+ 1 p))
  )
  (setq q (+ 1 q))
  )
(command "_UNDO" "_E")

```

;na Listu7 dodaju se u svakom novom ponavljanju koordinate tačaka E1 do E5

;na rastojanju L_{end} od kraja kružnog luka vrednost offtracking-a pada na nulu

;koordinate tačke E6

;lista sa svih 11 sračunatih koordinata tačaka od Po do E6

;dužina Liste7 - 11 članova, tj. podlista sa koordinatama tačaka od Po do E6

;konvertuje se izabrani radijus R u string kao decimalan broj sa 2 decimale

;skretni ugao γ pretvara se u stepene

;konvertuje se skretni ugao γ u string kao decimalan broj sa 2 decimale

;vezuju se stringovi od radijusa R i skretnog ugla γ u jedan string - str1

;ponavlja se 11 puta za svaku od sračunatih tačaka

;vadi se jedna po jedna podlista iz Liste7, odnosno, sračunate tačke Po do E6

;prvi član podliste (X koordinata dotične tačke) pretvara se u string

;drugi član podliste (Y koordinata dotične tačke) pretvara se u string

;na izvorni string str1 u svakom ponavljanju dodaju se X i Y koordinate tačaka

;bira se sledeća podlista, odnosno, (X,Y) koordinatni par od sledeće tačke

;za svako R i γ novoformirani string zapisuje se kao jedan novi red u .txt fajlu

;za isto R proračun se ponovo ponavlja za sledeći skretni ugao iz liste Gamalis

;bira se sledeći radijus R iz liste Rvozlis za koji se opet ponavlja ceo proračun

(close fwrite)

(princ)

)

;zatvara se .txt fajl "TRUCK_TRAILER_points.txt"

PRILOG G

Koordinate tačaka koje opisuju trajektorije povlačenja vozila sračunate pomoću AutoLISP rutina iz Priloga F za 27 različitih manevara skretanja

Različite kombinacije radijusa i skretnih uglova vodećih kružnih putanja:

$$R = 10.0 \text{ m}, 12.5 \text{ m i } 15.0 \text{ m}$$

$$\gamma = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ, 105^\circ, 120^\circ, 135^\circ \text{ i } 150^\circ$$

(Prilog G - 1: Trajektorije povlačenja samostalnog vozila)

(Prilog G - 2: Trajektorije povlačenja kombinovanog vozila sa dva sloga)

(Prilog G - 3: Trajektorije povlačenja kombinovanog vozila sa tri sloga)

Trajektorije povlačenja samostalnog vozila (Ikarbus IK 112 - gradski solo autobus)

(sadržaj izlaznog .txt fajla: BUS_points.txt)

R [m]	γ [°]	Poc		K1		K2		K3		Pmax,off		E1		E2		E3		E4		E5		E6	
		X ₁	Y ₁	X ₂	Y ₂	X ₃	Y ₃	X ₄	Y ₄	X ₅	Y ₅	X ₆	Y ₆	X ₇	Y ₇	X ₈	Y ₈	X ₉	Y ₉	X ₁₀	Y ₁₀	X ₁₁	Y ₁₁
10.00	30.00	1.2625	-11.1595	1.2722	-9.4430	1.3334	-7.8016	1.4809	-6.2518	2.9872	-0.3795	3.6262	1.3165	5.2712	5.1140	7.1062	8.8756	9.0548	12.6067	11.0715	16.3164	13.1290	20.0118
10.00	45.00	1.2625	-12.6221	1.2938	-10.0743	1.4809	-7.7144	1.9033	-5.5830	4.2161	-0.4414	5.2471	1.1808	7.6665	4.4813	10.3241	7.6848	13.1202	10.8154	15.9976	13.8966	18.9231	16.9461
10.00	60.00	1.2625	-14.2535	1.3334	-10.8956	1.7341	-7.8977	2.5825	-5.3388	5.1690	-1.5293	7.0375	0.3928	10.1201	3.0222	13.4562	5.4785	16.9333	7.8117	20.4906	10.0644	24.0942	12.2660
10.00	75.00	1.2625	-16.1533	1.3948	-12.0083	2.1013	-8.4592	3.5045	-5.6453	6.2456	-2.9068	8.8917	-1.1544	12.4763	0.6580	16.2968	2.2165	20.2394	3.6025	24.2474	4.8778	28.2919	6.0841
10.00	90.00	1.2625	-18.4800	1.4809	-13.5723	2.5825	-9.5653	4.6332	-6.6859	7.4664	-4.8267	10.7014	-3.6052	14.5876	-2.7143	18.6610	-2.1519	22.8186	-1.8046	27.0157	-1.5921	31.2322	-1.4627
10.00	105.00	1.2625	-21.5123	1.5936	-15.8673	3.1721	-11.5025	5.9181	-8.7595	8.7454	-7.6761	12.3630	-7.2019	16.3237	-7.2852	20.3968	-7.7561	24.5011	-8.4720	28.6103	-9.3380	32.7171	-10.2952
10.00	120.00	1.2625	-25.8005	1.7341	-19.4447	3.8600	-14.8286	7.2993	-12.4291	9.9827	-12.0383	13.7829	-12.4373	17.5802	-13.4890	21.3949	-14.9649	25.1779	-16.6987	28.9261	-18.5868	32.6475	-20.5672
10.00	135.00	1.2625	-32.6221	1.9033	-25.5830	4.6332	-20.8281	8.7116	-18.9745	11.1102	-19.1681	14.8836	-20.5118	18.2841	-22.4661	21.5954	-24.8529	24.8079	-27.4917	27.9447	-30.2767	31.0301	-33.1476
10.00	150.00	1.2625	-45.8005	2.1013	-38.1064	5.4760	-33.3299	10.0875	-32.2095	12.1058	-32.8536	15.6074	-35.1568	18.3989	-37.8900	20.9918	-41.0333	23.4207	-44.4030	25.7357	-47.8990	27.9767	-51.4671
12.50	30.00	1.2625	-11.8294	1.2774	-9.6830	1.3710	-7.6253	1.5950	-5.6725	3.0984	-0.1115	3.8796	1.9161	5.5573	5.7088	7.4118	9.4656	9.3721	13.1932	11.3957	16.9005	13.4575	20.5944
12.50	45.00	1.2625	-13.6577	1.3106	-10.4701	1.5950	-7.5008	2.2350	-4.7929	4.4643	-0.1183	5.8381	1.9817	8.3159	5.2616	11.0073	8.4484	13.8232	11.5674	16.7123	14.6412	19.6448	17.6860
12.50	60.00	1.2625	-15.6969	1.3710	-11.4928	1.9786	-7.7032	3.2679	-4.4297	5.7264	-1.0772	8.1046	1.2627	11.2665	3.8437	14.6464	6.2641	18.1483	8.5734	21.7198	10.8107	25.3318	13.0027
12.50	75.00	1.2625	-18.0716	1.4645	-12.8773	2.5354	-8.3695	4.6806	-4.7625	7.2188	-2.4694	10.5538	-0.4086	14.2275	1.3175	18.0937	2.8157	22.0605	4.1625	26.0819	5.4133	30.1340	6.6044
12.50	90.00	1.2625	-20.9800	1.5950	-14.8231	3.2679	-9.7128	6.4249	-6.0496	8.9580	-4.6071	13.0458	-3.2485	17.0152	-2.4869	21.1257	-2.0109	25.3005	-1.7182	29.5059	-1.5395	33.7267	-1.4307
12.50	105.00	1.2625	-24.7703	1.7657	-17.6798	4.1698	-12.0981	8.4246	-8.6950	10.8545	-7.9678	15.4345	-7.5919	19.4550	-7.8467	23.5457	-8.4274	27.6535	-9.2109	31.7621	-10.1180	35.8677	-11.1001
12.50	120.00	1.2625	-30.1306	1.9786	-22.1369	5.2284	-16.2314	10.5817	-13.4296	12.7910	-13.3021	17.5772	-14.0800	21.3937	-15.3381	25.1969	-16.9405	28.9643	-18.7501	32.7000	-20.6835	36.4126	-22.6910
12.50	135.00	1.2625	-38.6577	2.2350	-29.7929	6.4249	-23.7273	12.7820	-21.8722	14.6629	-22.2132	19.3440	-24.2293	22.7093	-26.4115	25.9730	-28.9315	29.1474	-31.6475	32.2578	-34.4777	35.3260	-37.3753
12.50	150.00	1.2625	-55.1306	2.5354	-45.4286	7.7354	-39.3810	14.9031	-38.7976	16.3946	-39.4629	20.6265	-42.7089	23.3196	-45.6735	25.8256	-48.9445	28.1929	-52.3851	30.4674	-55.9215	32.6827	-59.5129
15.00	30.00	1.2625	-12.4992	1.2837	-9.9227	1.4157	-7.4472	1.7289	-5.0881	3.2150	0.1600	4.1408	2.5146	5.8480	6.3024	7.7202	10.0547	9.6910	13.7791	11.7210	17.4842	13.7866	21.1768
15.00	45.00	1.2625	-14.6932	1.3306	-10.8651	1.7289	-7.2821	2.6195	-3.9946	4.7519	0.2486	6.4490	2.7755	8.9768	6.0361	11.6973	9.2081	14.5302	12.3169	17.4293	15.3841	20.3679	18.4248
15.00	60.00	1.2625	-17.1403	1.4157	-12.0882	2.2631	-7.5009	4.0534	-3.5200	6.3487	-0.5929	9.2060	2.1112	12.4319	4.6494	15.8474	7.0391	19.3695	9.3283	22.9526	11.5528	26.5715	13.7369
15.00	75.00	1.2625	-19.9899	1.5466	-13.7429	3.0368	-8.2725	6.0113	-3.9078	8.3016	-2.0127	12.2617	0.2909	16.0024	1.9449	19.9032	3.3941	23.8886	4.7095	27.9204	5.9407	31.9783	7.1198
15.00	90.00	1.2625	-23.4800	1.7289	-16.0689	4.0534	-9.8598	8.4209	-5.4973	10.6180	-4.3978	15.4380	-2.9717	19.4643	-2.3126	23.6005	-1.9034	27.7873	-1.6524	31.9987	-1.4994	36.2227	-1.4063
15.00	105.00	1.2625	-28.0284	1.9669	-19.4857	5.3039	-12.7095	11.1666	-8.7975	13.1903	-8.3285	18.5417	-8.1001	22.5964	-8.4836	26.6963	-9.1451	30.8053	-9.9780	34.9130	-10.9152	39.0174	-11.9154
15.00	120.00	1.2625	-34.4608	2.2631	-24.8214	6.7692	-17.6779	14.0987	-14.7001	15.8649	-14.7251	21.3779	-15.8774	25.1956	-17.2820	28.9861	-18.9730	32.7409	-20.8355	36.4671	-22.8006	40.1734	-24.8271
15.00	135.00	1.2625	-44.6932	2.6195	-33.9946	8.4209	-26.7105	17.0453	-25.1500	18.4842	-25.5322	23.7648	-28.1288	27.0919	-30.4637	30.3181	-33.0724	33.4648	-35.8399	36.5567	-38.7004	39.6130	-41.6160
15.00	150.00	1.2625	-64.4608	3.0368	-52.7433	10.2227	-45.5687	19.8251	-45.8668	20.9097	-46.4703	25.5473	-50.4543	28.1603	-53.5647	30.6042	-56.9161	32.9292	-60.4019	35.1766	-63.9641	37.3748	-67.5707

Trajektorije povlačenja kombinovanog vozila sa dva sloga (Volvo FH 500 tegljač sa Schmitz SCS poluprikolicom)

(sadržaj izlaznog .txt fajla: SEMITRAILER_points.txt)

R [m]	γ [°]	Poc		K1		K2		K3		Gr		Pmax,off		E1		E2		E3		E4		E5		E6		E7	
		X ₁	Y ₁	X ₂	Y ₂	X ₃	Y ₃	X ₄	Y ₄	X ₅	Y ₅	X ₆	Y ₆	X ₇	Y ₇	X ₈	Y ₈	X ₉	Y ₉	X ₁₀	Y ₁₀	X ₁₁	Y ₁₁	X ₁₂	Y ₁₂	X ₁₃	Y ₁₃
10.00	30.00	1.2750	-14.8695	1.2771	-13.1370	1.2960	-11.4522	1.3526	-9.8350	1.8132	-5.7481	3.0991	-0.7204	3.1927	-0.4391	4.0526	1.9275	5.9932	6.4229	8.1875	10.8675	10.5161	15.2545	12.9243	19.6173	16.4439	25.9317
10.00	45.00	1.2750	-16.3321	1.2833	-13.7493	1.3520	-11.2994	1.5497	-9.0460	2.3872	-5.2830	4.4036	-0.7065	4.4553	-0.6126	5.8324	1.6464	8.6873	5.5637	11.8520	9.3319	15.1892	13.0017	18.6259	16.6186	23.6709	21.7866
10.00	60.00	1.2750	-17.9635	1.2960	-14.5453	1.4676	-11.3935	1.9327	-8.5890	3.1744	-5.2467	5.3270	-1.9491	5.8829	-1.2787	7.7325	0.6749	11.3698	3.8062	15.3422	6.6882	19.4863	9.4048	23.7181	12.0230	29.9116	15.7184
10.00	75.00	1.2750	-19.8633	1.3181	-15.6272	1.6547	-11.8546	2.4942	-8.7039	4.1277	-5.7991	6.2730	-3.5083	7.4513	-2.5484	9.6435	-1.0768	13.8944	1.1053	18.4318	2.9146	23.1235	4.4993	27.8679	5.9468	34.8090	7.9276
10.00	90.00	1.2750	-22.1900	1.3521	-17.1532	1.9295	-12.8291	3.2632	-9.4470	5.2409	-7.0550	7.3290	-5.5355	9.0351	-4.6558	11.4541	-3.7387	16.0653	-2.6434	20.8985	-2.0172	25.8326	-1.6718	30.7969	-1.4857	38.0050	-1.3586
10.00	105.00	1.2750	-25.2223	1.4014	-19.4070	2.2830	-14.6399	4.2000	-11.1714	6.4464	-9.3300	8.4150	-8.4319	10.5337	-7.8641	13.0497	-7.5404	17.7625	-7.5935	22.5966	-8.1948	27.4286	-9.1090	32.2838	-10.2034	39.2805	-11.9375
10.00	120.00	1.2750	-29.5105	1.4674	-22.9421	2.7279	-17.7980	5.2770	-14.4300	7.6933	-13.1706	9.4329	-12.7804	11.8796	-12.6780	14.3684	-12.9569	18.8935	-14.1562	23.4230	-15.9558	27.8695	-18.0764	32.2585	-20.3696	38.5644	-23.8458
10.00	135.00	1.2750	-36.3321	1.5517	-29.0271	3.2610	-23.5918	6.4285	-20.5238	8.9113	-19.8468	10.3358	-19.8332	12.9884	-20.3185	15.3154	-21.1803	19.3938	-23.4578	23.3105	-26.3367	27.0624	-29.5198	30.7167	-32.8671	35.8922	-37.8336
10.00	150.00	1.2750	-49.5105	1.6561	-41.4987	2.4518	-38.4569	3.8706	-35.8638	7.6390	-33.2559	11.1070	-33.3733	13.8306	-34.5441	15.8395	-35.9195	19.2213	-39.1407	22.2612	-42.8968	25.0743	-46.9362	27.7375	-51.1009	31.4649	-57.2507
12.50	30.00	1.2750	-15.5394	1.2786	-13.3735	1.3102	-11.2643	1.4059	-9.2400	1.9464	-5.1436	3.2005	-0.4602	3.3175	-0.1131	4.3031	2.5317	6.2822	7.0210	8.4949	11.4534	10.8361	15.8377	13.2528	20.2021	16.8150	26.4939
12.50	45.00	1.2750	-17.3677	1.2888	-14.1383	1.4055	-11.0626	1.7435	-8.1944	2.7497	-4.4255	4.5396	-0.5583	4.9266	0.1181	6.4174	2.4560	9.3416	6.3469	12.5430	10.0940	15.9073	13.7588	19.3445	17.3577	24.4054	22.5295
12.50	60.00	1.2750	-19.4069	1.3103	-15.1315	1.5986	-11.1745	2.3761	-7.6266	3.8905	-4.2604	5.6845	-1.6934	6.8591	-0.3450	8.7882	1.5581	12.5253	4.6315	16.5584	7.4787	20.7237	10.1667	24.9657	12.7686	31.1662	16.4528
12.50	75.00	1.2750	-21.7816	1.3480	-16.4801	1.9186	-11.7113	3.3277	-7.7016	5.3404	-4.8143	6.9905	-3.2132	8.9887	-1.7048	11.2983	-0.3048	15.6593	1.7673	20.2523	3.5071	24.9679	5.0500	29.7170	6.4724	36.6513	8.4331
12.50	90.00	1.2750	-24.6900	1.4059	-18.3888	2.3705	-12.9273	4.6124	-8.6189	7.0664	-6.3048	8.5156	-5.3884	11.2481	-4.1433	13.7941	-3.3455	18.4935	-2.4186	23.3717	-1.8929	28.3174	-1.6050	33.2897	-1.4501	40.5016	-1.3444
12.50	105.00	1.2750	-28.4803	1.4887	-21.1932	2.9672	-15.1480	6.1955	-10.7929	9.0047	-9.1278	10.1754	-8.7061	13.4942	-8.0328	16.1346	-7.8824	20.9102	-8.1584	25.7511	-8.8876	30.5931	-9.8743	35.4423	-11.0058	42.4388	-12.7664
12.50	120.00	1.2750	-33.8406	1.5993	-25.6021	3.7193	-19.0604	8.0089	-14.9693	11.0270	-14.0211	11.8621	-13.9174	15.5973	-14.0388	18.1833	-14.5461	22.7235	-16.0133	27.2139	-17.9523	31.6397	-20.1498	36.0359	-22.4949	42.3248	-25.9947
12.50	135.00	1.2750	-42.3677	1.7413	-33.2062	4.6094	-26.2990	9.9687	-22.7804	13.0621	-22.5758	13.5158	-22.6239	17.4533	-23.7081	19.8148	-24.8415	23.8327	-27.4134	27.6716	-30.4352	31.3841	-33.7000	35.0110	-37.0862	40.1745	-42.0858
12.50	150.00	1.2750	-58.8406	1.9195	-48.7624	3.1897	-45.0309	5.6374	-41.6468	11.9900	-39.0220	15.0590	-39.5864	18.9280	-41.7338	20.9211	-43.4219	24.1400	-46.9213	27.0726	-50.8241	29.8114	-54.9242	32.4445	-59.1376	36.1503	-65.3195
15.00	30.00	1.2750	-16.2092	1.2806	-13.6098	1.3288	-11.0747	1.4755	-8.6379	2.0958	-4.5344	3.2391	-0.3970	3.5469	0.4949	4.5616	3.1332	6.5767	7.6193	8.8101	12.0481	11.1619	16.4286	13.5813	20.7851	17.1465	27.0739
15.00	45.00	1.2750	-18.4032	1.2961	-14.5277	1.4757	-10.8271	1.9835	-7.3775	3.1452	-3.6046	4.6995	-0.3874	5.4783	0.9354	7.0209	3.2546	10.0040	7.1201	13.2422	10.8547	16.6140	14.4981	20.0629	18.0936	25.1320	23.2631
15.00	60.00	1.2750	-20.8503	1.3287	-15.7178	1.7699	-10.9429	2.9290	-6.6674	4.6893	-3.3071	6.1286	-1.3708	7.8739	0.5465	9.8892	2.4250	13.6955	5.4370	17.7582	8.2417	21.9474	10.9113	26.1977	13.5002	32.4141	17.1815
15.00	75.00	1.2750	-23.6999	1.3869	-17.3316	2.2480	-11.5803	4.3503	-6.7276	6.6852	-3.9001	7.8563	-2.8578	10.6082	-0.9175	13.0033	0.4152	17.4366	2.3914	22.0687	4.0749	26.7810	5.5786	31.5611	6.9898	38.5091	8.9402
15.00	90.00	1.2750	-27.1900	1.4755	-19.6160	2.9283	-13.0058	6.2420	-7.8629	9.0863	-5.6776	9.9159	-5.2161	13.5551	-3.7402	16.1888	-3.0433	20.9532	-2.2475	25.8563	-1.7995	30.8004	-1.5553	35.7834	-1.4235	43.0035	-1.3338
15.00	105.00	1.2750	-31.7384	1.6007	-22.9879	3.8176	-15.6605	8.5436	-10.5860	11.7663	-9.1542	12.2164	-9.0255	16.5343	-8.3776	19.2495	-8.3629	24.0564	-8.8018	28.9040	-9.6236	33.7478	-10.6610	38.5850	-11.8167	45.5862	-13.5974
15.00	120.00	1.2750	-38.1708	1.7698	-28.2636	4.9275	-20.3647	11.1587	-15.8047	14.5848	-15.2063	14.6962	-15.2015	19.3742	-15.6426	21.9879	-16.3115	26.5291	-17.9656	31.0052	-20.0073	35.4166	-22.2586	39.8003	-24.6303	46.0835	-28.1497
15.00	135.00	1.2750	-48.4032	1.9848	-37.3715	6.2402	-29.0763	9.4966	-26.7181	13.9393	-25.5013	17.3860	-25.7677	21.8871	-27.3918	24.2577	-28.7145	28.2063	-31.4682	32.0046	-34.5936	35.6871	-37.9095	39.2931	-41.3189	44.4562	-46.3477
15.00	150.00	1.2750	-68.1708	2.2458	-56.0587	4.3711	-51.1660	9.1955	-46.6407	14.4658	-45.2454	20.0005	-46.5578	23.9221	-49.2635	25.8688	-51.1430	28.9817	-54.8265	31.8361	-58.8137	34.5345	-62.9643	37.1439	-67.2025	40.8293	-73.3944

Trajektorije povlačenja kombinovanog vozila sa tri sloga (Kamion sa klasičnom dvoosovinskom prikolicom iz nemačkih standarda FGSV 2001)

(sadržaj izlaznog .txt fajla: TRUCK_TRAILER_points.txt)

R [m]	γ [°]	Poc		K1		K2		K3		Pmax,off		E1		E2		E3		E4		E5		E6	
		X ₁	Y ₁	X ₂	Y ₂	X ₃	Y ₃	X ₄	Y ₄	X ₅	Y ₅	X ₆	Y ₆	X ₇	Y ₇	X ₈	Y ₈	X ₉	Y ₉	X ₁₀	Y ₁₀	X ₁₁	Y ₁₁
10.00	30.00	1.2750	-20.1295	1.2834	-10.8604	1.3367	-9.2141	1.4661	-7.6605	3.0781	-0.4019	4.2784	2.8051	6.2852	7.2861	8.5501	11.6949	10.9221	16.0711	13.3522	20.4274	17.4439	27.6638
10.00	45.00	1.2750	-21.5921	1.3026	-11.3016	1.4693	-8.9363	1.8471	-6.8062	4.3007	-0.4982	6.1833	2.4818	9.1444	6.3494	12.4022	10.0622	15.7883	13.6996	19.2427	17.2924	25.0437	23.2406
10.00	60.00	1.2750	-23.2235	1.3399	-11.7764	1.7089	-8.7764	2.4899	-6.2257	5.2537	-1.5936	8.2211	1.4441	11.9872	4.4804	16.0482	7.2670	20.2363	9.9296	24.4903	12.5204	31.6183	16.7826
10.00	75.00	1.2750	-25.1233	1.3987	-12.6816	2.0618	-9.1347	3.3745	-6.3321	6.3224	-2.9838	10.2676	-0.4062	14.6291	1.6200	19.2452	3.3028	23.9663	4.8150	28.7391	6.2301	36.7196	8.5190
10.00	90.00	1.2750	-27.4500	1.5317	-14.1140	2.5744	-10.1272	4.4666	-7.2356	7.5263	-4.9176	12.1994	-3.2002	16.9008	-2.3077	21.7816	-1.8389	26.7277	-1.5786	31.7016	-1.4350	40.0000	-1.2750
10.00	105.00	1.2750	-30.4823	1.6414	-16.3131	3.1472	-11.9747	5.7178	-9.2036	8.7830	-7.7771	13.9034	-7.0678	18.6617	-7.4306	23.4964	-8.2088	28.3423	-9.2197	33.1849	-10.3587	41.2360	-12.3691
10.00	120.00	1.2750	-34.7705	1.7790	-19.8199	3.8181	-15.2344	7.0706	-12.7838	9.9968	-12.1434	15.3010	-12.6746	19.8026	-14.2086	24.2754	-16.1854	28.6982	-18.4020	33.0835	-20.7479	40.3433	-24.7644
10.00	135.00	1.2750	-41.5921	1.9451	-25.9042	4.5744	-21.1817	8.4618	-19.2487	11.1027	-19.2717	16.3060	-21.0809	20.2691	-23.6915	24.0882	-26.7400	27.7731	-30.0383	31.4053	-33.4337	37.3827	-39.1858
10.00	150.00	1.2750	-54.7705	2.1401	-38.3854	5.4009	-33.6403	9.8259	-32.4088	12.0791	-32.9514	16.8417	-36.0530	20.0089	-39.5719	22.9199	-43.4909	25.6324	-47.6236	28.2661	-51.8397	32.5561	-58.9388
12.50	30.00	1.2750	-20.7994	1.2878	-11.1885	1.3690	-9.1250	1.5649	-7.1685	3.1668	-0.1264	4.5244	3.4122	6.5845	7.8776	8.8656	12.2818	11.2464	16.6552	13.6813	21.0097	17.7789	28.2439
12.50	45.00	1.2750	-22.6277	1.3187	-11.4210	1.5792	-8.4477	2.1679	-5.7415	4.5268	-0.1568	6.7823	3.2875	9.8169	7.1184	13.1024	10.8158	16.5032	14.4439	19.9655	18.0314	25.7759	23.9728
12.50	60.00	1.2750	-24.6669	1.3765	-12.1667	1.9480	-8.3764	3.1629	-5.1070	5.7896	-1.1181	9.3110	2.3097	13.1639	5.2775	17.2598	8.0318	21.4659	10.6755	25.7293	13.2555	32.8683	17.5043
12.50	75.00	1.2750	-27.0416	1.4671	-13.3855	2.4901	-8.8802	4.5403	-5.2734	7.2788	-2.5170	11.9632	0.3196	16.4126	2.2378	21.0633	3.8677	25.8012	5.3496	30.5824	6.7476	38.5725	9.0155
12.50	90.00	1.2750	-29.9500	1.6444	-15.2290	3.2529	-10.1388	6.2547	-6.4413	9.0100	-4.6636	14.5810	-2.8837	19.3551	-2.1408	24.2614	-1.7459	29.2180	-1.5273	34.1967	-1.4068	42.5000	-1.2750
12.50	105.00	1.2750	-33.7403	1.8120	-18.0101	4.1390	-12.4518	8.2325	-8.9915	10.8960	-8.0325	17.0100	-7.5450	21.8070	-8.0700	26.6488	-8.9400	31.4942	-10.0016	36.3352	-11.1683	44.3830	-13.2124
12.50	120.00	1.2750	-39.1006	2.0220	-22.4117	5.1827	-16.5304	10.3773	-13.6450	12.8215	-13.3732	19.1104	-14.4249	23.6095	-16.1487	28.0639	-18.2287	32.4715	-20.5009	36.8469	-22.8769	44.0933	-26.9295
12.50	135.00	1.2750	-47.6277	2.2755	-30.0255	6.3656	-23.9822	12.5759	-22.0169	14.6828	-22.2898	20.7385	-24.9461	24.6438	-27.7581	28.4125	-30.9110	32.0847	-34.2417	35.6978	-37.6666	41.6505	-43.4536
12.50	150.00	1.2750	-64.1006	2.5732	-45.6283	7.6644	-39.5989	14.7056	-38.8814	16.4033	-39.5442	21.7927	-43.7530	24.8444	-47.4684	27.6737	-51.4836	30.3617	-55.6484	32.9669	-59.8902	37.2211	-67.0189
15.00	30.00	1.2750	-21.4692	1.2938	-11.1514	1.4114	-8.6709	1.6928	-6.3092	3.2685	0.1509	4.7997	4.0082	6.8872	8.4683	9.1830	12.8682	11.5718	17.2388	14.0110	21.5919	18.1138	28.8240
15.00	45.00	1.2750	-23.6632	1.3380	-11.6318	1.7097	-8.0459	2.5448	-4.7593	4.8005	0.2237	7.4176	4.0720	10.4979	7.8828	13.8071	11.5667	17.2205	15.1866	20.6897	18.7694	26.5082	24.7050
15.00	60.00	1.2750	-26.1103	1.4203	-12.6243	2.2288	-8.0369	3.9424	-4.0553	6.4000	-0.6164	10.4442	3.1372	14.3542	6.0620	18.4784	8.7893	22.6990	11.4172	26.9702	13.9883	34.1183	18.2259
15.00	75.00	1.2750	-28.9599	1.5484	-14.1413	2.9886	-8.6725	5.8706	-4.2985	8.3544	-2.0393	13.7051	0.9831	18.2120	2.8310	22.8891	4.4185	27.6399	5.8762	32.4278	7.2608	40.4255	9.5120
15.00	90.00	1.2750	-32.4500	1.7773	-16.3847	4.0359	-10.1945	8.2598	-5.7820	10.6702	-4.4313	17.0028	-2.6590	21.8227	-2.0137	26.7467	-1.6754	31.7110	-1.4883	36.6931	-1.3854	45.0000	-1.2750
15.00	105.00	1.2750	-36.9984	2.0124	-19.7394	5.2729	-12.9834	10.9958	-8.9979	13.2403	-8.3708	20.1376	-8.1198	24.9559	-8.7647	29.8006	-9.7018	34.6450	-10.8002	39.4846	-11.9871	47.5301	-14.0556
15.00	120.00	1.2750	-43.4308	2.3060	-25.0297	6.7267	-17.9052	13.9292	-14.8313	15.9116	-14.7778	22.9146	-16.2999	27.4032	-18.1568	31.8420	-20.3087	36.2381	-22.6197	40.6064	-25.0167	47.8433	-29.0946
15.00	135.00	1.2750	-53.6632	2.6600	-34.1685	8.3692	-26.9004	16.8868	-25.2248	18.5259	-25.5965	25.1418	-28.9282	29.0000	-31.8752	32.7328	-35.0984	36.3825	-38.4662	39.9823	-41.9109	45.9182	-47.7214
15.00	150.00	1.2750	-73.4308	3.0751	-52.8906	10.1642	-45.7274	19.6851	-45.8976	20.9433	-46.5474	26.6730	-51.5787	29.6404	-55.4191	32.4141	-59.4962	35.0691	-63.6926	37.6555	-67.9510	41.8862	-75.0990

PRILOG H

AutoLISP rutine

(Prilog H - 1: AutoLISP rutina za kreiranje matrice sa kombinacijama odnosa parametara u trocentričnoj krivini)

(Prilog H - 2: AutoLISP rutina za traženje optimalne kombinacije parametara trocentrične krivine)

AutoLISP rutina "MATRICA ODNOSI RADIJUSA UGLOVA" za kreiranje matrice sa kombinacijama odnosa radijusa i uglova u trocentričnoj krivini

```
(defun C:COMBINE (/ xR2min xR2max nR2 xR1min xR1max nR1 xR3min xR3max nR3 xALFAlow xALFAupper)
```

```
(setq xR2min 0.4
```

```
  xR2max 2.4
```

```
    nR2 (+ (fix (/ (- xR2max xR2min) 0.2)) 1)
```

```
  xR1min 1.5
```

```
  xR1max 4.0
```

```
    nR1 (+ (fix (/ (- xR1max xR1min) 0.5)) 1)
```

```
  xR3min 3.0
```

```
  xR3max 11
```

```
    nR3 (+ (fix (/ (- xR3max xR3min) 0.5)) 1)
```

```
  xALFAlow 0.80
```

```
  xALFAupper 1.50
```

```
    nALFA (+ (fix (/ (- xALFAupper xALFAlow) 0.10)) 1)
```

```
  xDELTAlow 0.80
```

```
  xDELTAupper 1.50
```

```
    nDELTA (+ (fix (/ (- xDELTAupper xDELTAlow) 0.10)) 1)
```

```
)
```

```
(setq broj 0)
```

```
(setq i 0)
```

```
(setq br1 0)
```

```
(setq br3 0)
```

```
(setq brALFA 0)
```

```
(setq brDELTA 0)
```

```
(setq fw (open "matrica_3R_odnosi_parametara.txt" "w"))
```

```
(repeat nR2
```

```
  (setq R2 (+ xR2min (* 0.2 i)))
```

```
  (setq k 0)
```

```
  (repeat nR1
```

```
    (setq R1 (+ xR1min (* k 0.5)))
```

```
    (setq j 0)
```

```
;donja granica intervala za odnose radijusa R2/Rvoz
```

```
;gornja granica intervala za odnose radijusa R2/Rvoz
```

```
;broj kombinacija različitih odnosa radijusa R2/Rvoz
```

```
;donja granica intervala za odnose radijusa R1/R2
```

```
;gornja granica intervala za odnose radijusa R1/R2
```

```
;broj kombinacija različitih odnosa radijusa R1/R2
```

```
;donja granica intervala za odnose radijusa R3/R2
```

```
;gornja granica intervala za odnose radijusa R3/R2
```

```
;broj kombinacija različitih odnosa radijusa R3/R2
```

```
;donja granica opsega za udeo ugla  $\alpha$  (xALFA) u ukupnom skretnom uglu  $\gamma$  (7.5)
```

```
;gornja granica opsega za udeo ugla  $\alpha$  (xALFA) u ukupnom skretnom uglu  $\gamma$  (7.5)
```

```
;broj kombinacija različitih udela xALFA koji predstavljaju ugao  $\alpha$ 
```

```
;donja granica opsega za udeo ugla  $\delta$  (xDELTA) u ukupnom skretnom uglu  $\gamma$  (7.5)
```

```
;gornja granica opsega za udeo ugla  $\delta$  (xDELTA) u ukupnom skretnom uglu  $\gamma$  (7.5)
```

```
;broj kombinacija različitih udela xDELTA koji predstavljaju ugao  $\delta$ 
```

```
;brojač za redni "broj" kombinacije odnosa svih parametara se postavlja na nulu
```

```
;brojač kombinacija različitih odnosa radijusa R2/Rvoz se postavlja na nulu
```

```
;trenutni broj kombinacija sa odnosima radijusa R1/R2 se postavlja na nulu
```

```
;trenutni broj kombinacija sa odnosima radijusa R3/R2 se postavlja na nulu
```

```
;trenutni broj kombinacija sa različitim udelima xALFA se postavlja na nulu
```

```
;trenutni broj kombinacija sa različitim udelima xDELTA se postavlja na nulu
```

```
;otvara se .txt fajl u koji se upisuju generisane kombinacije odnosa parametara
```

```
;otvara se ciklus u kome se menjaju odnosi radijusa R2/Rvoz
```

```
;odnos radijusa R2/Rvoz se menja, tj. postepeno povećava, sa korakom od 0.20
```

```
;brojač kombinacija različitih odnosa radijusa R1/R2 se postavlja na nulu
```

```
;otvara se ciklus u kome se menjaju odnosi radijusa R1/R2
```

```
;odnos radijusa R1/R2 se menja, tj. postepeno povećava, sa korakom od 0.50
```

```
;brojač kombinacija različitih odnosa radijusa R3/R2 se postavlja na nulu
```

```

(repeat nR3
  (setq R3 (+ xR3min (* j 0.5)))
  (setq q 0)
  (repeat nALFA
    (setq xALFA (+ xALFAlow (* q 0.1)))
    (setq p 0)
    (repeat nDELTA
      (setq xDELTA (+ xDELTAlow (* p 0.1)))
      (setq xBETA (- 7.5 (+ xDELTA xALFA)))
      (setq L1 (list R1 R2 R3 xALFA xBETA xDELTA))
      (setq broj (+ br1 (+ br3 (+ brALFA (+ brDELTA (+ 1 p))))))
      (if (/= j 0)
        (if (= q 0)
          (setq broj (- broj (* nALFA nDELTA))))
        )
      )
      (if (/= k 0)
        (if (= j 0)
          (if (= q 0)
            (setq broj (- broj (+ (* (* nALFA nDELTA) nR3) (* nALFA nDELTA))))
            (setq broj (- broj (* (* nALFA nDELTA) nR3)))
          )
        )
      )
      (if (/= i 0)
        (if (= k 0)
          (if (= j 0)
            (if (= q 0)
              (setq broj (- broj (+ (+ (* (* (* nALFA nDELTA) nR3) nR1) (* (* nALFA nDELTA) nR3)) (* nALFA nDELTA))))
              (setq broj (- broj (+ (* (* (* nALFA nDELTA) nR3) nR1) (* (* nALFA nDELTA) nR3))))
            )
          )
        )
      )
      (setq broj (- broj (* (* (* nALFA nDELTA) nR3) nR1)))
    )
  )
)

```

;otvara se ciklus u kome se menjaju odnosi radijusa $R3/R2$
 ;odnos radijusa $R3/R2$ se menja, tj. postepeno povećava, sa korakom od 0.50
 ;brojač kombinacija sa različitim udelima ugla α ($xALFA$) se postavlja na nulu
 ;otvara se ciklus u kome se menjaju udeli ugla $xALFA$ u ukupnom skretnom uglu
 ;udeo ugla α ($xALFA$) se menja, tj. postepeno povećava, sa korakom od 0.10
 ;brojač kombinacija sa različitim udelima ugla δ ($xDELTA$) se postavlja na nulu
 ;otvara se ciklus u kome se menjaju udeli ugla $xDELTA$ u ukupnom skretnom uglu
 ;udeo ugla δ ($xDELTA$) se menja, tj. postepeno povećava, sa korakom od 0.10
 ;udeo ugla β ($xBETA$) - od ukupnog skretnog ugla oduzmu se $xALFA$ i $xDELTA$
 ;formira se lista $L1$ ($R1/R2$ $R2/Rvož$ $R3/R2$ $xALFA$ $xBETA$ $xDELTA$)
 ;redni broj formirane kombinacije svih odnosa radijusa i uglova

```

)
)
)
(setq L2 (cons broj L1))
(setq str1 (rtos (nth 0 L2) 2 1))
(setq str2 (rtos (nth 1 L2) 2 4))
(setq str3 (rtos (nth 2 L2) 2 4))
(setq str4 (rtos (nth 3 L2) 2 4))
(setq str5 (rtos (nth 4 L2) 2 4))
(setq str6 (rtos (nth 5 L2) 2 4))
(setq str7 (rtos (nth 6 L2) 2 4))
(setq strsum (strcat str1 " "str2" "str3" "str4" "str5" "str6" "str7))
(write-line strsum fw)
(setq p (+ 1 p))
)
(setq q (+ 1 q))
(setq brDELTA (* q nDELTA))
)
(setq j (+ 1 j))
(setq brALFA (* j (* nALFA nDELTA)))
)
(setq k (+ 1 k))
(setq br3 (* k (* (* nR3 nALFA) nDELTA)))
)
(setq i (+ 1 i))
(setq br1 (* i (* (* (* nR1 nR3) nALFA) nDELTA)))
)
(setq nkom (* (* (* (* nR1 nR2) nR3) nALFA) nDELTA))
(close fw)
(princ "\nBroj kombinacija: ")
(princ nkom)
(princ)
)

```

;formira se lista L2 (broj R1/R2 R2/Rvoz R3/R2 xALFA xBETA xDELTA)
;prvi element liste L2 (broj) pretvara se u string , dec. format sa 1 decimalom
;drugi element liste L2 (R1/R2) pretvara se u string, dec. format sa 4 decimale
;treći element liste L2 (R2/Rvoz) pretvara se u string, dec. format sa 4 decimale
;četvrti element liste L2 (R3/R2) pretvara se u string, dec. format sa 4 decimale
;peti element liste L2 (xALFA) pretvara se u string, dec. format sa 4 decimale
;šesti element liste L2 (xBETA) pretvara se u string, dec. format sa 4 decimale
;sedmi element liste L2 (xDELTA) pretvara se u string, dec. format sa 4 decimale
;svih 7 prethodno formiranih stringova vezuje se u jedan veliki string
;vezani string upisuje se u otvoreni fajl "matrica_3R_odnosi_parametara.txt"
;brojač kombinacija sa različitim udelima ugla δ (xDELTA) se povećava za 1
;zatvara se ciklus u kome se menjaju udeli ugla δ (xDELTA)
;brojač kombinacija sa različitim udelima ugla α (xALFA) se povećava za 1
;trenutni broj kombinacija sa udelima xDELTA
;zatvara se ciklus u kome se menjaju udeli ugla α (xALFA)
;brojač kombinacija sa različitim odnosima radijusa R3/R2 se povećava za 1
;trenutni broj kombinacija sa udelima xALFA i xDELTA
;zatvara se ciklus u kome se menjaju odnosi radijusa R3/R2
;brojač kombinacija sa različitim odnosima radijusa R1/R2 se povećava za 1
;trenutni broj kombinacija sa odnosima R3/R2 i udelima xALFA i xDELTA
;zatvara se ciklus u kome se menjaju odnosi radijusa R1/R2
;brojač kombinacija sa različitim odnosima radijusa R2/Rvoz se povećava za 1
;trenutni broj kombinacija sa odnosima R1/R2, R3/R2,i udelima xALFA i xDELTA
;zatvara se ciklus u kome se menjaju odnosi radijusa R2/Rvoz
;ukupan broj svih kombinacija sa različitim odnosima radijusa i uglova
;zatvara se .txt fajl "matrica_3R_odnosi_parametara.txt"

;na ekranu se ispisuje ukupan broj kombinacija sa odnosima radijusa i uglova

AutoLISP rutina "3R_OPTIMA" za proračun optimalne kombinacije odnosa susednih radijusa i udela uglova u trocentričnoj krivini

```

(setvar "CMDECHO" 0)
(defun C:CROSSALL ()
  (setq tii (list 0.0 0.0 0.0))
  (setq bkam 2.55) ;najveća širina kamiona, autobusa, prikolice ili poluprikolice
  (setq n1 (/ pi 2.))
  (setq fwrite (open "CROSS_MATRIX.txt" "w")) ;otvara se fajl "CROSS_MATRIX.txt" u koji se upisuju sume kvadrata najkraćih rastojanja svih tačaka iz trajektorija
  (setq name1 (getfiled "MATRIX R1,R2,R3 ANG1,ANG2,ANG3 TXT file" "" "txt" 2)) ;povlačenja od kružnih lukova radijusa R1,R2, R3 trocentričnih krivina za analizirane kombinacije parametara
  (setq name2 (getfiled "MATRIX Rs,GAMA,X1,Y1,X2,Y2 TXT file" "" "txt" 2))
  (setq fhand1 (open name1 "r")) ;otvara se fajl sa MATRICOM 1 koja sadrži kombinacije odnosa radijusa i udela uglova u trocentričnoj krivini
  (setq fhand2 (open name2 "r")) ;otvara se fajl sa MATRICOM 2 koja sadrži prethodno sračunate trajektorije povlačenja vozila
  (setq lista5 (list 0))
  (while (setq str2 (read-line fhand2)) ;učitava se jedan po jedan red iz MATRICE 2 koja sadrži trajektorije povlačenja vozila
    (setq lista2 (ads_s2lf str2)) ;trajektorija povlačenja, prethodno učitana kao string, pretvara se u listu sastavljenu od realnih brojeva
    (setq lista5 (append lista5 (list lista2))) ;formira se jedna velika lista iz prethodno generisanih podlista koje predstavljaju trajektorije povlačenja
  )
  (setq lista5 (cdr lista5)) ;skida se prvi član iz liste 5, odnosno 0
  (setq minDIkva 1000000000000000000) ;minimalna suma kvadrata rastojanja tačaka iz trajektorija povlačenja od radijusa trocentrične krivine postavlja se na ∞
  (while (setq str1 (read-line fhand1)) ;učitava se u vidu stringa jedan po jedan red sa kombinacijama geometrijskih parametara iz MATRICE 1
    (setq Sumneg 0
      Sumpoz 0
    ) ;ukupna suma kvadrata "negativnih" rastojanja tačaka iz trajektorija povlačenja od kružnih lukova R1, R2 i R3
    ;ukupna suma kvadrata "pozitivnih" rastojanja tačaka iz trajektorija povlačenja od kružnih lukova R1, R2 i R3
    ;Sumpoz = Sumpoz1 + Sumpoz2 + Sumpoz3 i Sumneg = Sumneg1 + Sumneg2 + Sumneg3
    (setq Sumpoz1 0 ;suma kvadrata "pozitivnih" rastojanja tačaka iz trajektorija povlačenja od kružnog luka R1 trocentrične krivine
      Sumpoz2 0 ;suma kvadrata "pozitivnih" rastojanja tačaka iz trajektorija povlačenja od kružnog luka R2 trocentrične krivine
      Sumpoz3 0 ;suma kvadrata "pozitivnih" rastojanja tačaka iz trajektorija povlačenja od kružnog luka R3 trocentrične krivine
      Sumneg1 0 ;suma kvadrata "negativnih" rastojanja tačaka iz trajektorija povlačenja od kružnog luka R1 trocentrične krivine
      Sumneg2 0 ;suma kvadrata "negativnih" rastojanja tačaka iz trajektorija povlačenja od kružnog luka R2 trocentrične krivine
      Sumneg3 0 ;suma kvadrata "negativnih" rastojanja tačaka iz trajektorija povlačenja od kružnog luka R3 trocentrične krivine
      Sumsim 0 ;pomoćna suma koja je uvek jednaka nuli ako sve tačke iz učitanih trajektorija povlačenja pripadaju nekom od
    ) ;kružnih isečaka ograničenim radijusima R1, R2 i R3 izabrane trocentrične krivine
  )

```


(setq lista1 (ads_s2lf str1))	<i>;prethodno učitani string sa kombinacijama parametara iz MATRICE 1 pretvara se u listu od realnih brojeva</i>
(setq red (nth 0 lista1))	<i>;prvi član liste 1 predstavlja redni broj kombinacije geometrijskih parametara trocentrične krivine iz MATRICE 1</i>
(setq numL5 (length lista5))	<i>;dužina liste 5, odnosno, broj podlista u listi 5 sa učitanim trajektorijama povlačenja vozila</i>
(setq k 0)	<i>;brojač podlista, odnosno trajektorija povlačenja iz MATRICE 2, postavlja se na 0</i>
(repeat numL5	<i>;ponavlja se onoliko puta koliko ima podlisti u listi 5, odnosno, za svaku vrstu (trajektoriju povlačenja) iz MATRICE 2</i>
(setq lista6 (nth k lista5))	<i>;lista 6 definiše se kao k-ti element iz liste 5, odnosno, kao k-ta podlista koja predstavlja trajektoriju povlačenja</i>
(setq Rvoz (nth 0 lista6)	<i>;prvi element iz liste 6, odnosno k-te podliste, je radijus vodeće putanje Rvoz</i>
gama (nth 1 lista6)	<i>;drugi element iz liste 6 je skretni ugao γ vodeće kružne putanje</i>
gama (/ (* gama pi) 180.)	<i>;skretni ugao γ pretvara se u rad</i>
)	
(setq n2 (- n1 gama))	
(setq dn (- n1 n2))	
(setq dnn (/ (sin (/ dn 2.)) (cos (/ dn 2.))))	<i>;tangens polovine razlike uglova</i>
dnnn (abs (* 2 (atan dnn)))	
)	
(setq Hp1 (/ bkam 2.))	<i>;ulazna tangenta za konstrukciju trocentrične krivine</i>
(setq Hp2 (+ (/ bkam 2.) 0.25))	<i>;izlazna tangenta za konstrukciju trocentrične krivine pomera se paralelno za 0.25 m ka unutrašnjosti krivine</i>
(setq teta1 gama)	<i>;ugao θ_1 u karakterističnom paralelogramu</i>
(setq teta2 (- pi gama))	<i>;ugao θ_2 u karakterističnom paralelogramu</i>
(setq ap (/ Hp2 (sin teta1))	<i>;prva stranica karakterističnog paralelograma a_p</i>
bp (/ Hp1 (sin teta1))	<i>;druga stranica karakterističnog paralelograma b_p</i>
)	
(setq app (- ap (* bp (cos teta1))))	
(setq d2p (sqrt (+ (expt app 2) (expt Hp1 2))))	<i>;dijagonala karakterističnog paralelograma</i>
(setq teta2p (atan (/ Hp1 app)))	<i>;ugao θ_{2p}</i>
(setq teta2pp (- teta2 teta2p))	<i>;ugao θ_{2pp}</i>
(setq ti (polar tii (- n2 teta2pp) (abs d2p)))	<i>;koordinate pomerenog temena trocentrične krivine t_i</i>
(setq R2 (* (nth 2 lista1) Rvoz)	<i>;treći član liste 1 je odnos između radijusa R2 trocentrične krivine i radijusa vodeće kružne putanje Rvoz</i>
R1 (* (nth 1 lista1) R2)	<i>;drugi član liste 1 je odnos između susednih radijusa R1 i R2 u analiziranoj kombinaciji parametara iz MATRICE 1</i>
R3 (* (nth 3 lista1) R2)	<i>;četvrti član liste 1 je odnos između susednih radijusa R3 i R2 u analiziranoj kombinaciji parametara iz MATRICE 1</i>
nalfa (nth 4 lista1)	<i>;peti član liste 1 je udeo ugla α (xALFA) u odnosu na ukupnu sumu uglova od 7.5 u trocentričnoj krivini</i>
nbeta (nth 5 lista1)	<i>;šesti član liste 1 je udeo ugla β (xBETA) u odnosu na ukupnu sumu uglova od 7.5 u trocentričnoj krivini</i>

```

ndelta (nth 6 lista1)
ngama (+ nalfa (+ nbeta ndelta))
)
(setq alfa (* (/ dnnn ngama) nalfa)
      beta (* (/ dnnn ngama) nbeta)
      delta (* (/ dnnn ngama) ndelta)
)
(setq X1 (* R1 (sin alfa))
      f1 (* R2 (sin alfa))
      Y1 (* R1 (- 1 (cos alfa)))
      m1 (- X1 f1)
      p1 (* (- R1 R2) (- 1 (cos alfa)))
      l1 (/ (- R3 (* (- R3 R2) (cos delta))) (sin dnnn))
      d1 (/ (- R1 (* (- R1 R2) (cos alfa))) (/ (sin dnnn) (cos dnnn)))
      TG1 (+ m1 (- l1 d1))
)
(setq X3 (* R3 (sin delta))
      f3 (* R2 (sin delta))
      Y3 (* R3 (- 1 (cos delta)))
      m3 (- X3 f3)
      p3 (* (- R3 R2) (- 1 (cos delta)))
      l3 (/ (- R1 (* (- R1 R2) (cos alfa))) (sin dnnn))
      d3 (/ (- R3 (* (- R3 R2) (cos delta))) (/ (sin dnnn) (cos dnnn)))
      TG3 (+ m3 (- l3 d3))
)
(setq t1 (polar ti (- n1 pi) (abs TG1))
      t12 (polar ti (- n1 pi) (- (abs TG1) (abs X1)))
      t14 (polar ti (- n1 pi) (- (abs TG1) (abs m1)))
      t2 (polar ti n2 (abs TG3))
      t22 (polar ti n2 (- (abs TG3) (abs X3)))
      t24 (polar ti n2 (- (abs TG3) (abs m3)))

```

*;sedmi član liste 1 je udeo ugla δ (xDELTA) u odnosu na ukupnu sumu uglova od 7.5 u trocentričnoj krivini
;ukupna suma uglova u trocentričnoj krivini je jednaka skretnom uglu γ , tj. 7.5*

*;ugao α trocentrične krivine
;ugao β trocentrične krivine
;ugao δ trocentrične krivine*

;prva tangenta trocentrične krivine

;druga tangenta trocentrične krivine

;koordinate tačke t1 na početku kružnog luka radijusa R1 trocentrične krivine

;koordinate tačke t2 na kraju kružnog luka radijusa R3 trocentrične krivine

```

)
(setq znak -1)
(setq t13 (polar t12 (+ n1 (* znak (/ pi 2.))) (abs Y1))      ;koordinata tačke t13 na kontaktu susednih radijusa R1 i R2 trocentrične krivine
      t23 (polar t22 (+ n2 (* znak (/ pi 2.))) (abs Y3))      ;koordinata tačke t23 na kontaktu susednih radijusa R2 i R3 trocentrične krivine
)
(setq O1 (polar t1 (+ n1 (* znak (/ pi 2.))) R1)              ;koordinata centra O1 kružnog luka radijusa R1 trocentrične krivine
      O3 (polar t2 (+ n2 (* znak (/ pi 2.))) R3)              ;koordinata centra O3 kružnog luka radijusa R3 trocentrične krivine
      O2 (polar t14 (+ n1 (* znak (/ pi 2.))) (+ R2 (abs p1))) ;koordinata centra O2 kružnog luka radijusa R2 trocentrične krivine
)
(setq A1 (angle O1 t13)
      A2 (angle O2 t23)
      A3 (angle O3 t2)
)
(setq lista3 (cddr Lista6))      ;lista bez prva dva člana liste 6 (Rvoz i  $\gamma$ ) - sve X i Y koordinate tačaka za k-tu trajektoriju povlačenja
(setq numL3 (length Lista3))      ;dužina liste 3, tj. (paran) broj svih pojedinačnih X i Y koordinata tačaka iz izabrane trajektorije povlačenja
(setq lista4 (list 0))
(setq j 0)
(repeat (fix (/ numL3 2.))
  (setq Xkor (nth (* j 2) lista3))      ;ponavlja se tačno za polovinu broja elemenata u listi 3, zbog formiranja koordinatnih parova (X, Y)
  (setq Ykor (nth (+ (* j 2) 1) lista3)) ;neparan član liste 3 predstavlja X koordinatu tačaka koje opisuju izabranu trajektoriju povlačenja
  (setq lista7 (list Xkor Ykor 0.00))   ;paran član liste 3 predstavlja Y koordinatu tačaka koje opisuju izabranu trajektoriju povlačenja
  (setq lista4 (append lista4 (list lista7))) ;formira se podlista sa koordinatnim parom (X,Y) i trećom koordinatom Z koja je uvek jednaka 0
  (setq j (+ 1 j)) ;u svakom ponavljanju dodaje se jedna nova podlista sa koordinatnim parom (X,Y,Z)
)
(setq lista4 (cdr lista4))      ;prvi član liste 4, odnosno 0, izbacuje se iz liste 4
(setq numL4 (length lista4))      ;dužina liste 4, odnosno, broj podlista sa (X,Y,Z) koordinatnim parovima tačaka iz trajektorija povlačenja
(setq q 0)      ;brojač tačaka iz trajektorija povlačenja postavlja se na nulu
(repeat numL4
  (setq tacka1 (nth q lista4))      ;ponavlja se onoliko puta koliko ima parova koordinata (X,Y,Z), odnosno, tačaka u k-toj trajektoriji povlačenja
  (setq AO1 (angle O1 tacka1))      ;tacka1 je q-ta tačka iz k-te trajektorije povlačenja
  (setq AOn1 (/ (- AO1 A1) 2.))      ;ugao AO1 između centra O1 prvog radijusa R1 trocentrične krivine i tačke1
  (setq AOTn1 (/ (sin AOn1) (cos AOn1))) ;polovina razlike između ugla AO1 i ugla A1 koji odgovara završetku prvog radijusa R1 trocentrične krivine (tačka t13)
  ;tangens polovine razlike uglova AO1 i A1
)

```



```

(setq strr1 (rtos (nth 0 LL) 2 4))
(setq strr2 (rtos (nth 1 LL) 2 4))
(setq strr3 (rtos (nth 2 LL) 2 4))
(setq strr4 (rtos (nth 3 LL) 2 4))
(setq strr5 (rtos (nth 4 LL) 2 4))
(setq strr6 (rtos (nth 5 LL) 2 4))
(setq strr7 (rtos (nth 6 LL) 2 4))
(setq strr8 (rtos (nth 7 LL) 2 1))
(setq strsum (strcat strr1 " " strr2 " " strr3 " " strr4 " " strr5 " " strr6 " " strr7 " " strr8))
(write-line strsum fwrite)
(if (= Sumsim 0)
  (if (= Sumneg 0)
    (if (< Sumpoz minDIkva)
      (progn
        (setq minDIkva Sumpoz)
        (setq iopt red)
      )
    )
  )
)
(princ "\nminDIkva: ")
(princ minDIkva)
(princ)
(princ "\niopt: ")
(princ iopt)
(princ)
(close fhand2)
(close fhand1)
(close fwrite)
(command "_UNDO" "_E")
(princ)
)

```

```

;prvi član liste LL (Sumsim) pretvara se u string kao decimalan broj sa 4 decimale
;drugi član liste LL (Sumpoz) pretvara se u string kao decimalan broj sa 4 decimale
;treći član liste LL (Sumneg) pretvara se u string kao decimalan broj sa 4 decimale
;četvrti član liste LL (SumALL) pretvara se u string kao decimalan broj sa 4 decimale
;peti član liste LL (Sumpoz1) pretvara se u string kao decimalan broj sa 4 decimale
;šesti član liste LL (Sumpoz2) pretvara se u string kao decimalan broj sa 4 decimale
;sedmi član liste LL (Sumpoz3) pretvara se u string kao decimalan broj sa 4 decimale
;osmi član liste LL (red) pretvara se u string kao decimalan broj sa 1 decimalom
;u zbirni string "strsum" vezuju se svi prethodno kreirani stringovi od "strr1" do "strr8"
;zbirni string "strsum" zapisuje se u izlazni fajl "CROSS_MATRIX.txt"
;odbacuju se kombinacije parametara za koje tačke iz trajektorija povlačenja ne pripadaju kružnim isečcima 3R krivine
;uzimaju se samo one kombinacije parametara za koje su trocentrične krivine na "strani sigurnosti" u odnosu na
;trajektorije povlačenja vozila, odnosno, za koje su sračunate sume kvadrata "negativnih" rastojanja Sumneg = 0

;traži se broj kombinacije parametara za koju se dobija najmanja suma kvadrata "pozitivnih" rastojanja "Sumpoz" tačaka
;iz trajektorija povlačenja od kružnih lukova trocentrične krivine sračunate na osnovu parametara iz te kombinacije

;završava se proračun za sve kombinacije geometrijskih parametara trocentričnih krivina iz MATRICE 1
;izbacuje se na ekranu vrednost najmanje sume kvadrata "pozitivnih" rastojanja tačaka iz trajektorija povlačenja od
;kružnih lukova radijusa R1, R2 i R3 trocentrične krivine, konstruisane na osnovu optimalne kombinacije parametara

;izbacuje se na ekranu redni broj optimalne kombinacije geometrijskih parametara za konstrukciju trocentrične
;krivine koja minimalno odstupa na "stranu sigurnosti" od tačaka koje opisuju trajektorije povlačenja vozila

;zatvara se .txt fajl sa MATRICOM 2 koja sadrži snimljene trajektorije povlačenja vozila
;zatvara se .txt fajl sa MATRICOM 1 koja sadrži sve kombinacije odnosa radijusa i udela uglova u trocentričnoj krivini
;zatvara se fajl "CROSS_MATRIX.txt" u koji su upisane sume kvadrata rastojanja između tačaka iz trajektorija
;povlačenja i kružnih lukova trocentrične krivine sračunate za analizirane kombinacije geometrijskih parametara

```

BIOGRAFIJA

Vladan Ilić, mast. inž. građ. rođen je 23. jula 1986. godine u Banjaluci, u Bosni i Hercegovini. U Banjaluci je kao đak generacije završio osnovnu školu "Vuk Stefanović Karadžić" i srednju Građevinsku tehničku školu.

Osnovne studije na Građevinskom fakultetu Univerziteta u Beogradu, na Odseku za puteve, železnice i aerodrome, završio je 29.06.2009. godine sa prosečnom ocenom 9.65. Na istom odseku Građevinskog fakulteta 19.11.2010. godine završio je i master studije sa prosečnom ocenom 10.00. Za postignuti uspeh i vrhunske akademske rezultate na osnovnim i master studijama dodeljeno mu je više studentskih stipendija i priznanja od javnih institucija, od čega se posebno ističe nagrada za studenta generacije 2005/2010 Građevinskog fakulteta. Doktorske studije na Građevinskom fakultetu Univerziteta u Beogradu, na Odseku za puteve, železnice i aerodrome, upisao je 2010. godine i položio sve ispite sa prosečnom ocenom 9.75.

Od 4.02.2011. godine, izabran je u zvanje asistenta - studenta doktorskih studija za uže naučne oblasti Planiranje i projektovanje puteva i aerodroma i Planiranje i projektovanje gradskih saobraćajnica, na Katedri za puteve, železnice i aerodrome Građevinskog fakulteta u Beogradu. Na osnovnim i master akademskim studijama držao je vežbe iz putarskih predmeta i pomagao studentima pri izradi završnih diplomskih radova. Posle isteka prvog izbornog perioda, u isto zvanje ponovo je izabran 6.02.2014. godine. Od 23.02.2017. godine izabran je u zvanje istraživač - saradnik.

Do sada je kao autor i koautor objavio 37 radova iz uže oblasti planiranja i projektovanja puteva, aerodroma, gradskih saobraćajnica i simulacije saobraćajnih tokova u referentnim međunarodnim i domaćim časopisima, kao i na domaćim i međunarodnim skupovima. Od aprila 2011. godine angažovan je na naučnom projektu Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Srbije pod nazivom "Planiranje i upravljanje saobraćajem i komunikacijama primenom metoda računarske inteligencije". Član je Instituta za saobraćajnice i geotehniku Građevinskog fakulteta u Beogradu.

Govori i piše engleski i nemački jezik. Pored poznavanja opštih softverskih aplikacija, za naučni i stručni rad svakodnevno koristi kompleksne softverske pakete za planiranje i projektovanje saobraćajne infrastrukture i inženjersko programiranje. Vladan Ilić nije oženjen i živi u Beogradu.

Изјава о ауторству

Име и презиме аутора Владан Илић

Број индекса 904/2010

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Аналитичка метода за контролу проходности и прорачун елемената ситуационог

плана површинских раскрсница

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио/ла интелектуалну својину других лица.

Потпис аутора

У Београду, 14.05.2019.

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора Владан Илић

Број индекса 904/2010

Студијски програм Грађевинарство

Наслов рада Аналитичка метода за контролу проходности и прорачун
елемената ситуационог плана површинских раскрсница

Ментор В. проф. др Горан Младеновић

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла ради похрањена у **Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис аутора

У Београду, 14.05.2019.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Аналитичка метода за контролу проходности и прорачун елемената

ситуационог плана површинских раскрсница

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство (CC BY)
2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)
3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци.
Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

Потпис аутора

У Београду, 14.05.2019.

1. **Ауторство.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. **Ауторство – некомерцијално.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. **Ауторство – некомерцијално – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. **Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. **Ауторство – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. **Ауторство – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.