

Наставно-научном већу
Математичког факултета
Универзитета у Београду

Извештај о докторској дисертацији „Процене градијената функција и норми оператора у теорији хармонијских функција“ кандидата Петра Мелентијевића

На седници Наставно научног већа одржаној 21. марта 2018. године одређени смо за чланове комисије за писање извештаја о докторској дисертацији под насловом Процене градијената функција и норми оператора у теорији хармонијских функција кандидата Петра Мелентијевића. Након што је кандидат предао рукопис, комисија је исти прегледала, те подноси наставно научног већу следећи извештај.

1. Биографија кандидата

Кандидат Петар Мелентијевић је рођен 9. 5. 1989. године у Ужицу. Основну и средњу школу је завршио у Бајиној Башти, учествовао је на свим средњошколским такмичењима из математика на савезном, односно државном нивоу. Основне и мастер студије је завршио на Математичком факултету, смер Теоријска математика и примене, са просечним оценама 9.33 и 10 респективно. Током студија је освајао награде на међународним такмичењима студената из математике. На Математичком факултету је држао вежбе из предмета Анализа 1 и Анализа 2 као и из Геометријске теорије функција и Одабраних поглавља реалне анализе. Затим, држао је вежбе из предмета Математика 1, 2, 3 и 4 на Физичком факултету.

До сада има објављене следеће научне радове:

- P. Melentijevic, Invariant gradient in refinements of Schwarz lemma and Harnack inequalities, Ann. Acad. Sci. Fenn. Math. 48 (2018), 391-399. M21, IF 0.941
- Danko Jocić¹, Djordje Krtinić¹, Milan Lazarević¹, Petar Melentijevic¹, Stefan Miloshević¹, Refinements of inequalities related to Landau-Grüss inequalities for elementary operators acting on ideals associated to p-modified unitarily invariant norms, COMPLEX ANALYSIS AND OPERATOR THEORY, (2018), vol. 12 br. 1, str. 195-205 Print ISSN: 1661-8254, Online ISSN: 1661-8262, M22, dostupno na <https://link.springer.com/article/10.1007/s11785-016-0622-8>. IF 0.799

Први рад се односи на садржај дисертације. Сви следећи радови се односе на тему дисертације, први је прихваћен за штампу а остали су на рецензији.

- P. Melentijevic, Norm of the Bergman projection onto the Bloch space with \mathcal{M} -invariant gradient norm, Ann. Acad. Sci. Fenn. Math. M21

- P. Melentijevic, Sharp gradient estimates for L^2 - weighted Bergman and Hardy spaces in Siegel-upper half space,
- P. Melentijevic, On the Bloch-type seminorms of the weighted Berezin transform,
- P. Melentijevic, Cauchy and Bergman projections, sharp gradient estimates and certain operator norm equalities

2. Предмет докторске дисертације

Основни предмет ове докторске дисертације су процене градијената хармонијских и аналитичких функција облика Tf , где је T неки од класичних оператора који се јављају у хармонијској анализи, на пример Бергманова пројекција, а f припада неком функционалном простору. У раду су разматране процене у тачки, као и глобалне процене - рецимо процене Блохове норме. Нагласак је на добијању најбољих константи у свим разматраним случајевима. Разматран је и проблем контрактивности позитивних хармонијских функција у односу на хиперболичку метрику, у дисертацији је показано да та својства битно зависе од области дефинисаности таквих функција. У дисертацији су разматрани фундаментални оператори: Рисова пројекција, Бергманова пројекција и Березинова трансформација. Процене градијента су вршена у различитим ситуацијама: обичан градијент, комплексан градијент (аналитички и коаналитички) и инваријантан градијент. Затим, разматране су процене у тачки као и процене у норми, најчешће у норми типа Блоха.

3. Садржај дисертације

Дисертација садржи 118 страна, садржај, списак од 85 референце и главни део који је подељен у 5 глава.

Прва глава садржи преглед појмова и резултата који су неопходни за даљи рад.

Друга глава је посвећена Шварцовой леми. Приказан је низ резултата, како у равни тако и у вишедимензионом случају, посебно резултати Калаја о проценама градијената ограничених аналитичких функција у јединичној лопти. Аутор је побољшао те резултате доказавши процене инваријантног градијента, одакле непосредно следе раније познате процене за обичан градијент. Поред тога, друга глава садржи ауторов резултат о контрактивности ограничене аналитичке функција на јединичној лопти у односу на Бергманове метрику. Дата је и тачна процена градијента ограничене плурихармонијске функције на јединичној лопти. Ова глава се завршава разматрањем позитивних хармонијских функција, наиме питањем контрактивности таквих функција у односу на хиперболичку метрику. Аутор је дао нов доказ резултата Марковића по којем то својство контрактивности важи у случају горње полуравни а потом је показао да се оно не преноси на димензије веће од два.

У трећој глави се разматра Березинова трансформација. Добијена је тачна процена Блохове норме (у аналитичкој као и антианалитичкој форми) Березинове трансформације функције из L^∞ , при томе се разматра Березинова трансформација B_α са параметром (што укључује класичан случај $\alpha = 0$).

У четвртој глави се изучава Бергманова пројекција на јединичној лопти у \mathbb{C}^n . У овој тези су први пут дате процене у тачки комплексног градијента Бергманове пројекције функције из $L^p(\mathbb{B}^n)$. Штавише, процене су најбоље могуће и добијене су за фамилију P_α Бергманових пројекција (такозване тежинске Бергманове пројекције). У овој глави је аутор изложио своје аналогне резултате за Коахијеву пројекцију. Посебно је технички

захтеван резултат који даје тачне процене у случају Бергманове пројекције али са проценама инваријантног градијента, чиме се ова глава завршава.

У петој глави се излаже заједнички резултат аутора тезе са М. Марковићем који решава хипотезу Hollenbeck - Verbitsky (у случају $0 < s \leq 2$) о процени L^p норме $(|Pf|^s + |Qf|^s)^{1/s}$ преко $\|f\|_p$, где P означава Рисову пројекцију а $Q = I - P$.

4. Закључак и предлог

Предмет докторске дисертације Петра Мелентијевића је актуелна област која има дугу исорију, први резултати су се појавили у оквиру комплексне анализе још у деветнаестом веку. Резултати приказани у дисертацији су оригинални и нетривијални. Свако налажење тачне норме неког од класичних оператора који се јављају у хармонијској анализи и теорији хармонијских и аналитичких функција је запажен резултат, а у овој дисертацији се налази мноштво таквих резултата.

Стога предлажемо Наставно научно већу Математичког факултета да усвоји извештај комисије о докторској дисертацији кандидата Петра Мелентијевића и одреди комисију за усмену одбрану.

У Београду, 12. октобра, 2018. године,

КОМИСИЈА:

др Милош Арсеновић, (ментор) редовни професор

др Данко Јоцић, редовни професор

др Оливера Мухић, редовни професор