

27.12.2017

05 960/14 - -

Институт је сагласан.
Снежана Илић-Тријевић

Наставно-научном већу Природно-математичког факултета и Већу за природно-математичке науке Универзитета у Крагујевцу

На седници Наставно-научног већа Природно-математичког факултета у Крагујевцу одржаној 8.11.2017. године (број одлуке 820/XI-1) и на седници Већа за природно-математичке науке Универзитета у Крагујевцу одржаној 13.12.2017. године (број одлуке IV-01-1124/15) одређени смо за чланове Комисије за оцену и одбрану докторске дисертације **мр Душана Ђукића „Унутрашњост скраћених усредњених гаусовских квадратура и оцена грешке Гаус-Кронродових квадратура“**. Мр Душан Ђукић је поднео рукопис своје докторске дисертације Наставно-научном већу Природно-математичког факултета на оцену. Чланови Комисије су детаљно прегледали рукопис, проценили научни квалитет дисертације и указали кандидату на потребне корекције. Кандидат је усвојио све предлоге Комисије и уградио их у финалну верзију дисертације, чиме су се стекли сви услови да Комисија поднесе следећи извештај.

Извештај о оцени докторске дисертације „Унутрашњост скраћених усредњених гаусовских квадратура и оцена грешке Гаус-Кронродових квадратура“ мр Душана Ђукића

1. Значај и допринос докторске дисертације са становишта актуелног стања у Нумеричкој анализи, посебно Нумеричкој интеграцији

Докторска дисертација **„Унутрашњост скраћених усредњених гаусовских квадратура и оцена грешке Гаус-Кронродових квадратура“** припада научној области Математика, односно ужој научној области Нумеричка анализа. Посебан део Нумеричке анализе је Нумеричка интеграција у којој су обављена истраживања и добијени резултати објављени у овој докторској дисертацији. Формуле за приближна израчунавања одређених интеграла су квадратурне формуле, а међу њима оне најефикасније, са максимално могућим степеном тачности су Гаусове квадратурне формуле или квадратуре. У последња два века оне се интензивно истражују. 1969. године је објављен метод за њихову ефикасну и нумерички стабилну конструкцију у раду Голуба и Велша (Mathematics of Computation). За практичну оцену грешке Гаусових квадратурних формула показало се да су од посебног значаја формуле које је увео шездесетих година прошлог века руски инжењер и математичар Кронрод, касније назване Гаус-Кронродовим квадратурним формулама. Овим формулама посвећена су многа истраживања у последњих 50-60 година. За те формуле које имају позитивне тежинске коефицијенте и реалне чворове конструисане су стабилне нумеричке процедуре, тако да је од посебног значаја питање егзистенције позитивних Гаус-Кронродових квадратура. Још раније је показано да у случају неограничених интервала и класичних тежинских функција такве формуле не постоје. У последње време је неегзистенција доказана и у случајевима

интервала коначне дужине од стране аустријског математичара Персторфера и његових сарадника. Тако се јавила потреба за конструкцијом алтернатива Гаус-Кронродових квадратурних формула. Једна таква алтернатива је предложена у виду усредњених квадратурних формула Гаусовог типа, које су уведене у радовима Лорија и Спалевића објављеним у часопису *Mathematics of Computation*. Посебно су од интереса са становишта једноставне нумеричке конструкције усредњене квадратуре које је увео Спалевић (*Mathematics of Computation*, 2007), јер захтевају готово исти нумерички напор за конструкцију као и стандардне Гаусове квадратурне формуле. Мр Душан Ђукић је у својој дисертацији обавио испитивање скраћених усредњених гаусовских квадратурних формула, њихово коришћење за практичну оцену грешке стандардних Гаусових квадратура. Како је примена ових (као и других) квадратурних формула немогућа у случају не мале класе подинтегралних функција које нису дефинисане ван интервала интеграције ако квадратурна формула има чворова који не припадају интервалу интеграције, значајно питање којим се у дисертацији бавио мр Душан Ђукић је питање унутрашњости (интерналности) скраћених усредњених гаусовских квадратура. Истраживање је базирано како на класичним знањима математике, тако и на савременим методама Теорије апроксимација, Нумеричке анализе, Нумеричке интеграције, посебно Теорије усредњених квадратура која се развија у последњем периоду. У једном сегменту свог истраживања и рада мр Душан Ђукић је добио оцене грешака у Гаус-Кронродовим квадратурама са Бернштајн-Сегеовим тежинским функцијама када је интегранд функција аналитичка унутар области која је ограничена конфокалним елипсама, док је одговарајућа проблематика када је интегранд функција аналитичка на круговима решена раније у раду грчког математичара Нотариса који је објављен у часопису *Numerische Mathematik*, 2006. године. У овој дисертацији су добијене ефикасне оцене грешке Гаусових квадратурних формула за широку класу мера коришћењем скраћених гаусовских квадратурних формула, и ефикасне оцене грешке Гаус-Кронродових квадратура.

На основу увида у научне резултате истраживања изнетих у докторској дисертацији мр Душана Ђукића, Комисија је закључила да ова докторска дисертација представља значајан допринос у области Нумеричке анализе, специјално Нумеричке интеграције.

2. Оцена да је урађена докторска дисертација резултат оригиналног научног рада кандидата у области Нумеричке анализе

На основу увида у постојећа истраживања и научне доприносе из области Нумеричке анализе, посебно Нумеричке интеграције, Комисија сматра да је докторска дисертација мр Душана Ђукића оригинално научно дело чија тема није била предмет досадашњих истраживања. То је потврђено објављеним радовима у врхунским међународним часописима са SCI листе, на основу резултата до којих је мр Душан Ђукић дошао у дисертацији.

3. Преглед остварених резултата кандидата у области Математике, специјално Нумеричке анализе

Мр Душан Ђукић до сада има објављена или прихваћена за штампу 4 рада са SCI листе, три категорије M21 и један категорије M22, те један рад у националном часопису категорије M51, три саопштења на скуповима међународног значаја штампана у изводу M34, што укупно чини 8 библиографских јединица.

Библиографија мр Душана Ђукића:

Научни радови објављени у научним часописима међународног значаја (M20):

- [1] **D.Lj. Djukić**, L. Reichel, M.M. Spalević, Truncated generalized averaged Gauss quadrature rules, *J. Comput. App. Math.* 308 (2016) 408-418. ISSN: 0377-0427; IF(2016)=1.357; M21
- [2] **D.Lj. Djukić**, A.V. Pejčev, M.M. Spalević, The error bounds of Gauss-Kronrod quadrature formulae for weight functions of Bernstein-Szegő type, *Numer. Algor.*, прихваћено за штампу. DOI: 10.1007/s11075-017-0351-8. ISSN: 1017-1398; IF(2015)=1.366; M21
- [3] **D.Lj. Djukić**, L. Reichel, M.M. Spalević, J. Tomanović, Internality of generalized averaged Gauss rules and their truncations for Bernstein-Szegő weights, *Electron. Trans. Numer. Anal. (ETNA)* 45 (2016) 405-419. ISSN: 1068-9613; IF(2016)=0.925; M22
- [4] **D.Lj. Djukić**, Z. Kadelburg, S. Radenović, Fixed points of Geraghty-Type mappings in various generalized metric spaces, *Abstract Appl. Anal.* Vol. 2011 (2011), Article ID 561245, 13 pgs. ISSN: 1085-3375; IF(2011)=1.318; M21a

Научни радови објављени у научним часописима националног значаја (M50):

- [1] **D.Lj. Djukić**, Lj. Paunović, S. Radenović, Convergence of iterates with errors of uniformly quasi-Lipshizian mappings in cone metric spaces, *Krag. J. Math.* ISSN: 1450-9628; M51

Саопштења на међународним скуповима штампана у изводу (M34):

- [1] **D.Lj. Djukić**, L. Reichel, M.M. Spalević, Generalized averaged Gaussian quadratures with modified matrices, *Mathematical Conference of Republic of Srpska, Pale, Bosnia and Herzegovina*, May 21-22, 2016
- [2] **D.Lj. Djukić**, A.V. Pejčev, M.M. Spalević, The error bounds of Gauss-Kronrod quadrature formulae with Bernstein-Szegő weight functions, *Mathematical Conference of Republic of Srpska, Pale, Bosnia and Herzegovina*, May 21-22, 2016
- [3] **D.Lj. Djukić**, L. Reichel, M.M. Spalević, Internality of generalized averaged Gaussian quadratures, *Approximation and Computation – Theory and Applications (Acta 2017)*, November 30 – December 2, 2017, Beograd (Serbia)

4. Оцена о испуњености обима и квалитета у односу на пријављену тему

Планирани обим истраживачког рада, циљеви, методолошки приступ у остваривању истраживања, који су прецизирани у оквиру поступка предлагања теме докторске дисертације, су реализовани.

5. Научни резултати докторске дисертације

Мр Душан Ђукић има на основи резултата докторске дисертације објављена или прихваћена за штампу 2 рада са SCI листе, оба категорије M21, и три саопштења на скуповима међународног значаја штампана у изводу M34, што укупно чини 5 библиографских јединица.

Научни радови објављени у научним часописима међународног значаја (M20):

- [1] **D.Lj. Djukić**, L. Reichel, M.M. Spalević, Truncated generalized averaged Gauss quadrature rules, J. Comput. App. Math. 308 (2016) 408-418. ISSN: 0377-0427; IF(2016)=1.357; M21
- [2] **D.Lj. Djukić**, A.V. Pejčev, M.M. Spalević, The error bounds of Gauss-Kronrod quadrature formulae for weight functions of Bernstein-Szegő type, Numer. Algor., прихваћено за штампу. DOI: 10.1007/s11075-017-0351-8. ISSN: 1017-1398; IF(2015)=1.366; M21

Саопштења на међународним скуповима штампана у изводу (M34):

- [1] **D.Lj. Djukić**, L. Reichel, M.M. Spalević, Generalized averaged Gaussian quadratures with modified matrices, Mathematical Conference of Republic of Srpska, Pale, Bosnia and Herzegovina, May 21-22, 2016
- [2] **D.Lj. Djukić**, A.V. Pejčev, M.M. Spalević, The error bounds of Gauss-Kronrod quadrature formulae with Bernstein-Szegő weight functions, Mathematical Conference of Republic of Srpska, Pale, Bosnia and Herzegovina, May 21-22, 2016
- [3] **D.Lj. Djukić**, L. Reichel, M.M. Spalević, Internality of generalized averaged Gaussian quadratures, Approximation and Computation – Theory and Applications (Acta 2017), November 30 – December 2, 2017, Beograd (Serbia)

6. Применљивост и корисност резултата у теорији и пракси

Гаусовске квадратурне формуле, које су истраживане у овој дисертацији, служе за апроксимацију одређених интеграла. Међу свим квадратурама оне су најефектније, тј. имају највећи могући степен тачности. Интензивно се испитују више од 200 година. Често је од интереса оценити остатак у њима. У ту сврху користе се Гаус-Кронродове квадратуре, назване квадратурама 20. века, те генерализоване усредњене квадратурне формуле и њихове скраћене варијанте. Широка је палета области, како у науци, тако и у другим гранама људског стваралаштва, где се користе гаусовске квадратурне формуле. У овој су дисертацији анализирани методе за оцену остатка у гаусовским квадратурним формулама типа Гаус-Кронрод, генерализованих усредњених гаусовских формула, те њихових скраћених варијанти. Истраживања су веома актуелна, како са разних аспеката математике (математичке анализе, алгебре, функционалне анализе, теорије мере, теорије апроксимација, комплексне анализе и др.), тако и са разних аспеката израчунавања (програмирања, научног израчунавања, и др.). Осим за оцену грешке у Гаусовим квадратурним формулама, генерализоване усредњене квадратурне формуле су од значаја што са незнатно више нумеричког напора могу да послуже за тачнија израчунавања од самих Гаусових формула. Налазе примену у апроксимацији матричних функција и функционала, анализи електронских мрежа, квантној хромодинамици и статистици, као и у решавању линеарних дискретних слабо-условљених проблема. У једном недавно објављеном чланку (*Linear Algebra and its Applications* (2016) 502, 299-326) ове су формуле искоришћене за испитивање особина како индиректних електронских мрежа (Email, Autobahn, Yeast, Power, Internet, Collab., Facebook, и др.), тако и директних (Airlines, Celegans, Air500, Twitter, Wikipedia, Slashdot, Vfem, и др.). У раду који ће ускоро бити објављен (видети тренутну верзију на: <https://arxiv.org/pdf/1611.02348v3.pdf>), шест научника са Беркли универзитета (САД) користи ове формуле за убрзавање конвергенције Ланчшовог алгорита за апроксимацију оптичког апсорпционог спектра.

7. Начин презентовања резултата научној јавности

Текст дисертације је написан на укупно 86 страна и садржи 11 табела и 4 слике. Резултати до којих је кандидат дошао представљени су у докторској дисертацији јасно и прецизно. Дисертација је подељена на увод и три главе: у првој глави су приказане теоријске основе, а у преостале две су описани оригинални резултати кандидата. Текст садржи списак литературе у коме је цитирано 49 библиографских јединица. Саставни делови дисертације су и биографија кандидата и насловне стране научних радова у којима су резултати дисертације објављени. Научни резултати докторске дисертације презентовани су до сада преко саопштења на 3 међународне конференције, а објављени у 2 рада штампана у научним часописима међународног значаја.

ЗАКЉУЧАК

Поднети рукопис докторске дисертације мр Душана Ђукића под насловом: **„Унутрашњост скраћених усредњених гаусовских квадратура и оцена грешке Гаус-Кронродових квадратура“** представља оригинални научни рад из области нумеричке анализе урађен под менторством проф. др Миодрага Спалевића. Приказани резултати у дисертацији добијени у испитивању интерналности усредњених Гаусовских квадратурних формула и њихових скраћених варијанти, као и у анализи остатка и конструкцији ефективних граница грешке у Гаус-Кронродовим квадратурним формулама за аналитичке интегранде, актуелни су, савремени и од користи у многим гранама науке, и чине основу за будућа истраживања у овој области нумеричке интеграције.

Квалитет научних резултата ове докторске дисертације верификован је њиховим публикавањем, прихватањем за штампу, у виду 2 научна рада и 3 саопштења на међународним конференцијама. Резултати дисертације објављени су у 2 чланка категорије М21 и презентовани на 3 конференције категорије М34.

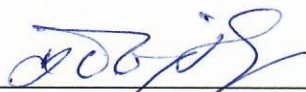
Сходно наведеном, мишљења смо да су испуњени сви научни, стручни и административни услови за прихватање наведене докторске дисертације као оригиналног научног рада. У том смислу предлажемо Наставно-научном већу Природно-математичког факултета и Већу за природно-математичке науке Универзитета у Крагујевцу да мр Душану Ђукићу одобри јавну одбрану докторске дисертације под наведеним насловом.

У Крагујевцу и Београду

К о м и с и ј а:



Др Марија Станић, редовни професор, **председник комисије**
Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу
Ужа научна област: Математичка анализа са применама




Др Дејан Бојовић, ванредни професор
Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу
Ужа научна област: Математичка анализа са применама



Др Бранислав Поповић, ванредни професор
Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу
Ужа научна област: Методика, историја и филозофија математике



Др Татјана Томовић, доцент
Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу
Ужа научна област: Математичка анализа са применама



Др Александар Пејчев, доцент
Машински факултет, Универзитет у Београду
Ужа научна област: Математика и рачунарство

