



UNIVERZITET U NOVOM SADU  
FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA U  
NOVOM SADU



**Nikola Vojnović**

**PRORAČUN TOKOVA SNAGA  
NEURAVNOTEŽENIH MREŽA SA  
ENERGETSKIM RESURSIMA PRIKLJU-  
ČENIM NA MREŽU PREKO UREĐAJA  
ENERGETSKE ELEKTRONIKE**

DOKTORSKA DISERTACIJA

Novi Sad, 2018.

Mentori:  
Prof. dr Vladimir Strezoski  
Prof. dr Rade Doroslovački



Редни број, <b>РБР:</b>	
Идентификациони број, <b>ИБР:</b>	
Тип документације, <b>ТД:</b>	Монографска публикација
Тип записа, <b>ТЗ:</b>	Штампана грађа
Врста рада, <b>ВР:</b>	Докторска дисертација
Аутор, <b>АУ:</b>	Никола Војновић
Ментор, <b>МН:</b>	Проф. др Владимир Стрезоски, проф. др Раде Дорословачки
Наслов рада, <b>НР:</b>	Прорачун токова снага неуравнотежених мрежа са енергетским ресурсима прикљученим на мрежу преко уређаја енергетске електронике
Језик публикације, <b>ЈП:</b>	Српски
Језик извода, <b>ЈИ:</b>	Српски/Енглески
Земља публикавања, <b>ЗП:</b>	Србија
Уже географско подручје, <b>УГП:</b>	Војводина
Година, <b>ГО:</b>	2018.
Издавач, <b>ИЗ:</b>	Ауторски репринт
Место и адреса, <b>МА:</b>	Нови Сад, Трг Доситеја Обрадовића 6, Факултет техничких наука
Физички опис рада, <b>ФО:</b> (поглавља/страна/ цитата/табела/слика/графика/прилога)	10 поглавља/ 138 страна/ 86 цитата/ 20 табела/ 54 слике/ 2 прилога
Научна област, <b>НО:</b>	Електротехничко и рачунарско инжењерство
Научна дисциплина, <b>НД:</b>	Електроенергетика
Предметна одредница/Кључне речи, <b>ПО:</b>	Активне дистрибутивне мреже, енергетски ресурси који су преко уређаја енергетске електронике прикључени на мрежу, класификација чворова, несиметрични токови снага, принцип инспекције, преносне мреже, типови чворова
<b>УДК</b>	
Чува се, <b>ЧУ:</b>	Библиотека Факултета техничких наука, Универзитет у Новом Саду
Важна напомена, <b>ВН:</b>	
Извод, <b>ИЗ:</b>	У дисертацији је обрађен проблем прорачуна несиметричних токова снага неуравнотежених преносних и активних дистрибутивних мрежа великих димензија, нарочито оних са енергетским ресурсима заснованим на уређајима енергетске електронике. При томе је дат доказ да традиционална класификација чворова није довољна да се прецизно моделују и решавају несиметрични токови снага наведених мрежа. Затим је предложена нова класификација чворова са одговарајућим методима токова снага. Тиме је омогућена врло прецизна формулација и прорачун модела несиметричних токова снага наведених мрежа. Та прецизност метода токова снага је резултат тога што су новом класификацијом чворова обухваћене све практично примењене управљачке стратегије традиционалних наизменичних машина, а нарочито енергетских ресурса који су засновани на енергетској електроници.
Датум прихватања теме, <b>ДП:</b>	02.01.2018.
Датум одбране, <b>ДО:</b>	
Чланови комисије, <b>КО:</b>	Председник: Др Драган Поповић
	Члан: Др Зоран Стојановић
	Члан: Др Борис Думнић
	Члан: Др Предраг Видовић
	Члан, ментор: Др Раде Дорословачки
	Члан, ментор: Др Владимир Стрезоски

Accession number, <b>ANO</b> :														
Identification number, <b>INO</b> :														
Document type, <b>DT</b> :	Monograph publication													
Type of record, <b>TR</b> :	Textual printed material													
Contents code, <b>CC</b> :	Phd thesis													
Author, <b>AU</b> :	Nikola Vojnović													
Mentor, <b>MN</b> :	Prof. Dr. Vladimir Strezoski, prof. Dr. Rade Doroslovački													
Title, <b>TI</b> :	Unbalanced power flow of large-scale networks with electronically interfaced energy resources													
Language of text, <b>LT</b> :	Serbian													
Language of abstract, <b>LA</b> :	Serbian/English													
Country of publication, <b>CP</b> :	Serbia													
Locality of publication, <b>LP</b> :	Vojvodina													
Publication year, <b>PY</b> :	2018.													
Publisher, <b>PB</b> :	Author's reprint													
Publication place, <b>PP</b> :	Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 6, Faculty of technical sciences													
Physical description, <b>PD</b> : (chapters/pages/ref./tables/pictures/graphs/appendixes)	10 chapters/ 138 pages/ 86 references/ 20 tables/ 54 pictures/ 2 appendices													
Scientific field, <b>SF</b> :	Electrical and computer engineering													
Scientific discipline, <b>SD</b> :	Power systems													
Subject/Key words, <b>S/KW</b> :	Active distribution networks, electronically interfaced energy resources, bus classification, unbalanced power flow, bus type inspection principle, transmission networks, bus types													
<b>UC</b>														
Holding data, <b>HD</b> :	Library of Faculty of technical sciences, University of Novi Sad													
Note, <b>N</b> :														
Abstract, <b>AB</b> :	This thesis deals with power flow calculations of unbalanced large scale transmission networks and active distributive networks, especially ones with electronically interfaced resources. The proof that the traditional bus classification is not sufficient for precise modeling and calculation of power flow of these networks is given first. Then, a new bus classification and corresponding very precise power flow model and calculation of aforementioned networks are proposed. This precision of power flow calculation is the result of encompassing of all control strategies of modern energy resources by the new bus classification.													
Accepted by the Scientific Board on, <b>ASB</b> :	02.01.2018.													
Defended on, <b>DE</b> :														
Defended Board, <b>DB</b> :	<table border="1"> <tr> <td>President:</td> <td>Dr. Dragan Popović</td> <td rowspan="6" style="text-align: center; vertical-align: middle;">Menthor's sign</td> </tr> <tr> <td>Member:</td> <td>Dr. Zoran Stojanović</td> </tr> <tr> <td>Member:</td> <td>Dr. Boris Dumnić</td> </tr> <tr> <td>Member:</td> <td>Dr. Predrag Vidović</td> </tr> <tr> <td>Member, Mentor:</td> <td>Dr. Rade Doroslovački</td> </tr> <tr> <td>Member, Mentor:</td> <td>Dr. Vladimir Strezoski</td> </tr> </table>	President:	Dr. Dragan Popović	Menthor's sign	Member:	Dr. Zoran Stojanović	Member:	Dr. Boris Dumnić	Member:	Dr. Predrag Vidović	Member, Mentor:	Dr. Rade Doroslovački	Member, Mentor:	Dr. Vladimir Strezoski
President:	Dr. Dragan Popović	Menthor's sign												
Member:	Dr. Zoran Stojanović													
Member:	Dr. Boris Dumnić													
Member:	Dr. Predrag Vidović													
Member, Mentor:	Dr. Rade Doroslovački													
Member, Mentor:	Dr. Vladimir Strezoski													

Obrazac **Q2.HA.06-05**- Izdanje 1

# SADRŽAJ

<b>AKRONIMI</b>	<b>vii</b>
<b>1 UVOD</b>	<b>1</b>
<b>2 LINEARNI I NELINEARNI SISTEMI ALGEBARSKIH JEDNAČINA</b>	<b>9</b>
<b>2.1 LINEARNI SISTEMI ALGEBARSKIH JEDNAČINA</b>	<b>9</b>
2.1.1 Gausov metod eliminacije	9
2.1.2 LU faktorizacija – implicitna inverzija matrica	10
<b>2.2 NELINEARNI SISTEMI ALGEBARSKIH JEDNAČINA</b>	<b>12</b>
2.2.1 Njutnov metod	13
2.2.2 Modifikovani Njutnovi metodi	17
2.2.2.1 Fiksni Njutnov metod	17
2.2.2.2 Metod aproksimiranog jakobijana	19
2.2.3 Opšti iterativni metod	21
2.2.4 Gaus-Zajdelovo poboljšanje opšteg iterativnog metoda	22
<b>3 MATEMATIČKI MODELI ELEKTROENERGETSKIH KOLA</b>	<b>25</b>
<b>3.1 DIREKTNA PRIMENA KIRHOFOVIH ZAKONA</b>	<b>25</b>
<b>3.2 METOD NEZAVISNIH NAPONA ČVOROVA</b>	<b>32</b>
<b>3.3 METOD NEZAVISNIH KONTURNIH STRUJA</b>	<b>35</b>
<b>4 TRADICIONALNI POSTUPCI ZA PRORAČUN TOKOVA SNAGA</b>	<b>41</b>
<b>4.1 TRADICIONALNA KLASIFIKACIJA ČVOROVA ELEKTROENERGETSKIH MREŽA</b>	<b>41</b>
<b>4.2 TRADICIONALNI PRORAČUNI SIMETRIČNIH TOKOVA SNAGA</b>	<b>42</b>
<b>4.2.1 Postupak zasnovan na direktnoj primeni Kirhofovih zakona</b>	<b>42</b>
4.2.1.1 Tretman petlji	47
4.2.1.2 Tretman čvorova tipa PV	47
4.2.1.3 Simultani tretman petlji i čvorova tipa PV	48
<b>4.2.2 Postupci zasnovani na metodu nezavisnih napona čvorova</b>	<b>50</b>
4.2.2.1 Postupak zasnovan na generičkom Njutn-Rafsonovom metodu – NRTS	50
4.2.2.2 Postupak zasnovan na metodu konstantnog jakobijana izračunatog u prvoj iteraciji – KJTS	55
4.2.2.3 Brzi raspregnuti metod – BRTS	57
<b>4.2.3 Postupak zasnovan na metodu konturnih struja</b>	<b>58</b>
<b>4.3 TRADICIONALNI PRORAČUNI NESIMETRIČNIH TOKOVA SNAGA</b>	<b>65</b>
<b>4.3.1 Proračun zasnovan na direktnoj primeni Kirhofovih zakona</b>	<b>65</b>
<b>4.3.2 Proračuni zasnovani na metodu nezavisnih napona čvorova</b>	<b>68</b>
4.3.2.1 Proračuni u faznom domenu	68
4.3.2.2 Proračun u domenu simetričnih komponenti	72
<b>5 ENERGETSKI RESURSI</b>	<b>77</b>
<b>5.1 TRADICIONALNE AC MAŠINE</b>	<b>77</b>
<b>5.1.1 Nesimetrični režimi sinhronih mašina</b>	<b>77</b>

5.1.2 Nesimetrični režimi asinhronih mašina	78
<b>5.2 ENERGETSKI RESURSI KOJI SU NA MREŽU PRIKLJUČENI PREKO UREĐAJA ENERGETSKE ELEKTRONIKE</b>	<b>79</b>
5.2.1 Fotonaponske elektrane	80
5.2.2 Vetrolektrane	82
5.2.3 Mikro-turbine	84
5.2.4 Gorivne ćelije	85
5.2.5 Motori s unutrašnjim sagorevanjem	86
5.2.6 Distribuirana skladišta	88
5.2.6.1 Baterije akumulatora	88
5.2.6.2 Zamajci	90
<b>6 NESIMETRIČNI TOKOVI SNAGA SAVREMENIH NEURAVNOTEŽENIH MREŽA VELIKIH DIMENZIJA</b>	<b>93</b>
6.1 UPRAVLJAČKE STRATEGIJE ENERGETSKIH RESURSA	93
6.2 NOVA KLASIFIKACIJA ČVOROVA	97
6.3 MODEL I PRORAČUNI NESIMETRIČNIH TOKOVA SNAGA	101
<b>7 VERIFIKACIJA RAZVIJENIH METODA ZA PRORAČUN TOKOVA SNAGA I DISKUSIJA REZULTATA NUMERIČKIH EKSPERIMENATA</b>	<b>109</b>
7.1 VERIFIKACIJA PREDLOŽENE KLASIFIKACIJE ČVOROVA I RAZVIJENIH METODA ZA PRORAČUN NESIMETRIČNIH TOKOVA SNAGA ZASNOVANIH NA ČVOROVIMA	109
7.1.1 Mala mreža	109
7.1.2 Mreže velikih dimenzija	114
7.2 POREĐENJE PERFORMANSI POSTUPAKA ZA PRORAČUN TOKOVA SNAGA ZASNOVANIH NA ČVOROVIMA I POSTUPAKA ZASNOVANIH NA GRANAMA	116
7.3 DEMONSTRACIJA UTICAJA PETLJI NA PRORAČUNE TOKOVA SNAGA PROCEDURAMA ORIJENTISANIM NA GRANE	123
<b>8 ZAKLJUČAK</b>	<b>125</b>
<b>9 PRILOZI</b>	<b>127</b>
9.1 OPŠTI MODEL INDUKTIVNO I KAPACITIVNO SPREGNUTIH REDNIH ELEMENATA U FAZNOM DOMENU	127
9.2 MODEL TROFAZNOG VODA U DOMENU SIMETRIČNIH KOMPONENTI	128
<b>10 LITERATURA</b>	<b>133</b>

## AKRONIMI

AC	(Električna energija) naizmjeničnog napona i struje – Alternating current
BRTS	Brzi raspregnuti metod za proračun tokova snaga – Fast decoupled power flow (FDPF)
BFS	Back/forward sweep (BFS)
DC	(Električna energija) jednosmernog napona i struje – Direct current
DER	Distribuirani energetske resurs – Distributed energy resource (DER)
DG	Distribuirani generator – Distributed generator (DG)
DMVD	Distributivne mreže velikih dimenzija
DMS	Distributivni menadžment sistem – Distribution management system
DNAM	Asinhrona mašina dvostrukog napajanja – Doubly fed induction machine (DFIM)
DS	Distribuirano skladište (energije) – Distributed (energy) storage (DS)
EMS	Energetski (prenosni) menadžment sistem – Energy management system
ER	Energetski resurs
EREE	Energetski resurs zasnovan na energetskej elektronici – Electronically interfaced energy resource (EIER)
GDM	Generalizovana distributivna mreža
KJTS	Metod za proračun tokova snaga zasnovan na konstantnom jakobijanu izračunatom u prvoj iteraciji (fiksni Njutnov metod) – Constant Jacobian power flow (CJPF)
MPPT	Maximum power point tracking
NRTS	Metod za proračun tokova snaga primenom generičkog Njutn-Rafsonovog metoda – Generic Newton-Raphson power flow (GNRPF)
PMVD	Prenosne mreže velikih dimenzija
SSKN	(Postupak) sumiranja struja i korekcija napona
USSKN	Unapređeni (postupak) sumiranja struja i korekcija napona
VSC	Naponski kontrolisan pretvarač – Voltage-source converter





# 1 UVOD

Dva najvažnija problema u analizi elektroenergetskih mreža (sistema) jesu ustaljeni tokovi snaga i kvazi-ustaljeni režimi s kvarovima (kratkim spojevima i prekidima faza). Ova disertacija se odnosi na „on-line“ proračune (ustaljenih) tokova snaga prenosnih i distributivnih mreža velikih dimenzija (PMVD i DMVD, respektivno). Izbor i proračun ustaljenog režima kojim će se realizovati bilans zadatih aktivnih i reaktivnih snaga potrošača, s jedne strane, i raspoložive proizvodnje generatora priključenih na mrežu s druge strane, osnovni su ciljevi proračuna tokova snaga. Tim proračunom potrebno je odrediti stanje mreže. To stanje obično čine kompleksni naponi svih čvorova mreže. Stanje mreže se određuje opisom aktivnih i reaktivnih snaga svih potrošača, kao i upravljačkim strategijama automatskih regulatora naizmjeničnih (AC) mašina. Osnovne upravljačke strategije kod tradicionalnih sinhronih mašina jesu regulacija njihovih aktivnih snaga (turbinski regulatori generatora u elektranama), kao i napona ili reaktivnih snaga (regulatori pobude sinhronih mašina). Regulacija napona ili reaktivnih snaga tradicionalnih asinhronih mašina nije moguća. Odnosno, one su isključivi potrošači reaktivne snage. Posle proračuna stanja elektroenergetskih mreža, nije teško izračunati bilo koje veličine režima mreža koje su od interesa.

Uobičajeni proračuni elektroenergetskih mreža, pa i problemi tokova snaga, sastoje se od sledeće četiri komponente:

- 1) Matematički model mreže;
- 2) Matematički metod za proračun modela mreže. U tom proračunu obično se izračunava stanje mreže. Kako je već rečeno, najčešće su to naponi čvorova mreže;
- 3) Utvrđivanje procedure, odnosno algoritma za proračun stanja mreže i rekonstrukciju svih veličina režima mreže koje su od interesa;
- 4) Računarski program za prethodni proračun.

Komponente 1 i 2 čine teorijsku – suštinsku zasnovanost treće komponente – procedure, tj. algoritma za proračun modela i rekonstrukciju režima mreže.

Tri najvažnija matematička modela elektroenergetskih mreža zasnovana su na [1, 2]:

- 1) Direktnoj primeni Kirhofovih zakona – deo 3.1;
- 2) Metodu nezavisnih napona čvorova – deo 3.2;
- 3) Metodu nezavisnih konturnih struja – deo 3.3.

Metodi nezavisnih napona čvorova i nezavisnih konturnih struja jesu sinteze Kirhofovih zakona.

S obzirom da su proračuni tokova snaga elektroenergetskih mreža nelinearni problemi, tri najvažnija matematička (numerička) iterativna metoda za proračun modela tokova snaga jesu [3]:

- 1) Generički Njutn-Rafsonov metod – paragraf 2.2.1, kao i njegove izvedene forme – modifikovani Njutnovi metodi – paragraf 2.2.2;
- 2) Opšti iterativni metod (Jakobijev metod) – paragraf 2.2.3;
- 3) Gaus-Zajdelovo poboljšanje opšteg iterativnog metoda (Gaus-Zajdelov metod) – paragraf 2.2.4.

Drugi i treći metod se radikalno razlikuju od prvog – Njutn-Rafsonovog metoda. Potrebno je istaći da se u okviru generičkog Njutn-Rafsonovog metoda koristi i Gausov

metod eliminacija za rešavanje sistema linearnih jednačina – deo 2.1, a kod njegovih pojednostavljenih varijanti LU faktorizacija, odnosno implicitna inverzija matrice – paragraf 2.1.2.

Dakle, elektroenergetske mreže mogu da se modeluju koristeći se bar sa tri navedena metoda – 1) direktna primena Kirhofovih zakona, 2) metod nezavisnih napona čvorova i 3) metod nezavisnih konturnih struja. Matematički model tokova snaga elektroenergetskih mreža, koji je napisan primenom bilo kog od ta tri navedena metoda, nelinearan je problem. Tu nelinearnost unose generatori i potrošači kada se modeluju snagama. Taj problem može da se rešava bar sa tri navedena matematička (numerička) iterativna metoda: a) Njutn-Rafsonov metod, b) Jakobijev i c) Gaus-Zajdelov metod – tabela 1.1.

Tabela 1.1 – Raspoloživi matematički modeli mreža i matematički metodi za proračun tokova snaga

<b>VRSTE MREŽA</b>	<b>Prenosne mreže</b>		<b>Distributivne mreže</b>
<b>RASPOLOŽIVI MATEMATIČKI MODELI MREŽA</b>	1) Direktna primena Kirhofovih zakona	2) Metod nezavisnih napona čvorova	3) Metod nezavisnih konturnih struja
<b>RASPOLOŽIVI MATEMATIČKI METODI</b>	a) Njutn-Rafsonov metod i njegove varijante	b) Jakobijev metod	c) Gaus-Zajdelov metod

Za proračune tokova snaga prenosnih mreža koristi se nelinearna forma metoda nezavisnih napona čvorova kao matematički model mreže i Njutn-Rafsonov matematički metod i njegove varijante za rešenje modela (polja 2 i a tabele 1.1). Za proračune tokova snaga tradicionalnih pasivnih distributivnih mreža najčešće se koristi direktna primena Kirhofovih zakona kao matematički model i Gaus-Zajdelov matematički metod za rešenje modela (polja 1 i c tabele 1.1).

U disertaciji su od osnovnog interesa: 1) nesimetrični tokovi snaga prenosnih i distributivnih mreža modelovani metodom nezavisnih napona čvorova prevedenog u nelinearnu formu, koji se rešavaju Njutn-Rafsonovim matematičkim metodom i 2) simetrični tokovi snaga slaboupetljanih aktivnih distributivnih mreža modelovani direktnom primenom Kirhofovih zakona, koji se rešavaju Gaus-Zajdelovim matematičkim metodom. Ovo je urađeno s ciljem da se otvori put za precizne proračune tokova snaga savremenih prenosnih i distributivnih mreža, kao i da se utre put za definitivno utvrđivanje performansi tih metoda, odnosno da se definitivno utvrde metodi za proračun savremenih mreža velikih dimenzija.

Tradicionalni model simetričnih (pofaznih) tokova snaga (uravnoteženih) mreža utvrđen je pre pet decenija [4-6]. Model je zasnovan na metodu nezavisnih napona čvorova prevedenog u nelinearnu formu. Generički Njutn-Rafsonov metod (NRTS) [4-6], brzi raspregnuti metod (BRTS) [7] i metod koji koristi konstantni jakobijan izračunat u prvoj iteraciji proračuna tokova snaga – fiksni Njutnov metod (KJTS) [8] razvijeni su za proračune tokova snaga prenosnih mreža koje sadrže tradicionalne AC mašine i potrošače. Ti metodi u svakoj iteraciji zahtevaju rešavanje sistema linearnih jednačina. U metodu KJTS matrica jakobijana se izračuna u prvoj iteraciji i faktoriše (LU faktorizacija – implicitna inverzija), a zatim se ista koristi u svim iteracijama [9, 10]. U metodu BRTS, pre nego što se krene u iterativni postupak, dve matrice (koje su dobijene aproksimacijom

matrice jakobijana i čije su dimenzije dva puta manje od originalne matrice) zahtevaju samo jednu LU faktorizaciju i kao takve se koriste u svim iteracijama. Tradicionalni modeli tokova snaga u [6-8] zasnovani su na *principu inspekcije*. Generalna forma ovog principa je data u glavi 4. Sve pomenute procedure u [6-8] imaju zajedničku, vrlo značaju osnovu. To je matrica admitansi mreže i zbog toga su ove procedure orijentisane na čvorove. Najveća efikasnost metoda koji se koriste za proračun tokova snaga prenosnih mreža se postiže primenom tehnike retkih matrica za rešavanje linearizovanih modela tokova snaga i optimalne numeracije čvorova mreža [10].

Napred pomenuti metodi zasnovani su na tradicionalnoj (standardizovanoj) klasifikaciji čvorova –  $\theta V$  (balansni čvor), PQ i PV. Ova tri tipa čvora [operativni modovi energetske resursa (ER)] bila su dovoljna da se precizno modeluju potrošači i upravljačke strategije tradicionalnih AC mašina u simetričnim režimima tradicionalnih mreža.

Procedure *čišćenja u napred / u nazad* (BFS) koje su zasnovane na direktnoj primeni Kirhofovih zakona orijentisane su na grane. One su se razvile za potrebe proračuna tokova snaga slaboupetljanih prenosnih i aktivnih distributivnih mreža [11-14] i to iz sledećih razloga: 1) distributivne mreže su velikih dimenzija, 2) mali su im odnosi reaktansi i rezistansi ( $X/R$ ) njihovih sekcija, 3) sadrže sekcije s nultim parametrima i 4) veoma im je česta promena topologije. Istraživanja proračuna lestvičastih kola dovela su do razvoja procedura BFS za pofazni proračun tokova snaga trofaznih slaboupetljanih distributivnih mreža u simetričnim režimima (direktnog redosleda). Ove procedure su razvijene u sledeće tri osnovne varijante: 1) sumiranje struja i korekcije napona [11], 2) sumiranje snaga i korekcija napona [12] i 3) sumiranje admitansi/struja i korekcije napona [13]<sup>1</sup>. Sve tri varijante imaju zajedničku, vrlo značajnu osnovu. To je numeracija i memorisanje (grana i čvorova) radialnih mreža koristeći se principom slojeva („layers“), a ne matrice admitansi kao u slučaju prenosnih mreža. Ove procedure su takođe zasnovane na tradicionalnoj klasifikaciji čvorova  $\theta V$ , PQ i PV.

Proračuni tokova snaga slaboupetljanih mreža s distribuiranim generatorima (DG) – aktivnih distributivnih mreža, redukovane su na proračune tokova snaga radialnih pasivnih mreža uvođenjem *čvorova prekida* („break points“) i *procedura kompenzacije za petlje i DG koji su tipa PV* [12]. U osnovi procedura kompenzacije za petlje i DG tipa PV leži generalizovana Tevenen-Nortonova teorema. DG tipa PQ tretiraju se kao potrošači s „negativnom“ potrošnjom [12].

Istovremeno s postavkom i rešenjem problema simetričnih tokova snaga, postavljen je i rešen problem trofaznih nesimetričnih tokova snaga [15-25]. Za detaljne i precizne analize, nužno je tretirati i neuravnoteženosti mreža, koje su posledica: 1) primene neuravnoteženih vodova (vodovi s golim provodnicima koji nisu transponovani), 2) elektromagnetnog i elektrostatičkog sprežanja paralelnih vodova s golim provodnicima, 3) neuravnoteženih transformatora, 4) jednofaznih isključenja trofaznih elemenata, 5) nesimetričnih ili jednofaznih opterećenja (električna vuča, elektrolučne peći) itd. Te neuravnoteženosti izazivaju nesimetrične trofazne režime elektroenergetskih mreža. Takvi režimi prouzrokuju posledice na elementima mreža u vidu pregrevanja rotora AC

---

<sup>1</sup> Za sve tri varijante – sumiranje struja i korekcije napona, sumiranje snaga i korekcije napona, kao i sumiranje admitansi/struja i korekcije napona – za sada će se koristiti engleski akronim BFS. To će se činiti sve do izlaganja postupaka koji se obrađuje u ovoj disertaciji.

mašina (inverzna komponenta), neželjenog delovanja relejne zaštite, povećanja gubitaka aktivne snage, povećanje padova napona itd. Pored toga, pri izgradnji neuravnoteženih vodova za vrlo visoke napone, posebno kada se planira njihovo postavljanje na istoj trasi, nužno je analizirati uticaj različitih rasporeda faznih provodnika na glavi stuba. Cilj je da se nađe raspored pri kom će posledice nesimetrije koju će takvi vodovi unositi u režimima mreža biti minimalne. Za kvalitativnu i kvantitativnu analizu tih posledica potrebno je najpre rešiti problem nesimetričnih tokova snaga. Svi metodi za proračun tokova snaga prenosnih mreža integrisani su u energetske (prenosne) menadžment sisteme (EMS) kojima se vode prenosne mreže.

Procedure BFS za proračun tokova snaga distributivnih mreža u simetričnim režimima proširene su za proračun tokova snaga u nesimetričnim režimima [26, 27]. Ove procedure se primenjuju za on-line proračune (ne)uravnoteženih mreža i integrisane su u distributivnim menadžment sistemima (DMS) kojima se vode distributivne mreže [28].

Za formulaciju nesimetričnih tokova snaga prenosnih mreža, da bi se opisale upravljačke strategije tradicionalnih AC mašina u nesimetričnim režimima, u referenci [29] su uvedena tri nova trofazna tipa čvora –  $(\theta V)_{\Sigma}$ ,  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}$  i  $P_{\Sigma}V$  (subskript  $\Sigma$  asocira na trofazne veličine). Kada je u [29] uvedena nova klasifikacija čvorova, model (ne)simetričnih tokova snaga se mogao direktno formulisati primenom principa inspekcije.

U poslednje dve decenije, intenzivnim razvojem snažnih komponenti energetske elektronike, priroda PMVD i DMVD drastično je promenjena [30-39]. U PMVD promene su uglavnom prouzrokovane masovnom upotrebom ER sa elektronskim interfejsima prema mreži (EREE) – vetro i solarne elektrane (obnovljivi izvori). Takođe, u DMVD promene su uglavnom prouzrokovane distribuiranim ER (DER), naročito obnovljivih. DER su DG, distribuirana skladišta (DS) i dvosmerne DG-DS jedinice. Osim tradicionalnih AC mašina, DER sadrže i EREE. Oni mogu biti zasnovani na vetro i drugim tipovima turbina, fotonaponskim panelima, zatim baterijama, zamajcima, vozilima na električni pogon itd. ER mogu biti povezani na mrežu i preko asinhronih mašina dvostrukog napajanja DNAM i AC mašina zasnovanih na permanentnim magnetima. Stoga, distributivne mreže su se transformisale od pasivnih u aktivne.

Kako EREE imaju široki opseg upravljačkih strategija u nesimetričnim režimima, upravljanje i nadgledanje savremenih PMVD i naročito DMVD postalo je znatno kompleksnije nego u slučaju tradicionalnih PMVD i DMVD.

Postoji vrlo veliki broj referenci koje se bave sa EREE, npr. [30-39]. Pošto su metodi za proračun nesimetričnih tokova snaga savremenih PMVD i DMVD glavna tema ove disertacije, u tekstu koji sledi razmatraju se samo reference koje se bave metodima tokova snaga u kojima su integrisane upravljačke strategije EREE. U referencama [40-43] obrađuju se modeli EREE koji su zasnovani na naponski kontrolisanim pretvaračima („VSC“). Ovi modeli su namenjeni za modelovanje tokova snaga aktivnih neuravnoteženih distributivnih mreža. Sve predložene upravljačke strategije EREE su pokrivene samo sa dva tipa čvorova (dva operativna moda EREE) – PQ i PV. Kontrola reaktivnih snaga/napona, ovim tipovima čvorova su pridružene i kontrole inverznih i nultih komponenti struja. U referencama [40-43] deo modela tokova snaga direktnog redosleda je nelinearan i rešava se koristeći se tradicionalnim – pofaznim NRTS koji je orijentisan na čvorove, a za rešavanje inverznog i nultog linearnog dela modela koristi se

implicitna inverzija (LU faktorizacija) matrica tih modela. Model tokova snaga je potvrđen sa dva tipa proračuna na trofaznim mrežama koje se sastoje od 6 do 34 čvora. To je urađeno 1) u kompleksnom domenu koristeći se softverskim paketom MATLAB i 2) koristeći se softverskim paketima PSCAD i EMTDC u vremenskom domenu [44]. Referenca [45] opisuje upravljačke strategije kao i reference [40-43], ali koristeći se detaljnijim modelima DNAM u operativnim modovima PQ i PV, uzimajući u obzir različite brzine rotora DNAM. Tokovi snaga u [45] su rešeni koristeći se softverskim paketom MODELICA [46]. Za potvrdu modela korišćena je mreža CIGRE koja se sastoji od 6 čvorova. Referenca [47] u skladu s referencom [40] predlaže dve varijante čvorova tipa PV za modelovanje nesimetričnih tokova snaga neuravnoteženih distributivnih mreža. Naponi DER se održavaju da budu simetrični u prvoj varijanti, a struje u drugoj. Za razliku od [40], model tokova snaga u [47] je orijentisan na grane i rešava se primenom procedure BFS. Model tokova snaga je potvrđen na mrežama IEEE 4 i IEEE 128 [48]. Referenca [49] predstavlja model nesimetričnih tokova snaga mreže s fiksiranom brzinom asinhronih generatora (vetro parkovi) u operativnom modu PQ. Za modelovanje asinhronih generatora koriste se tradicionalna pogonska kola direktnog i inverznog redosleda asinhronih mašina smatrajući klizanje i fazne napone nepoznatim veličinama. Modeli tokova snaga su zasnovani na granama i potvrđeni su na mreži IEEE 34. Referenca [50] nudi detaljne modele DNAM u operativnim modovima PQ i PV. Ovi modeli razmatraju nepoznate gubitke u bakru i pretvaraču preko koga je DNAM priključen na mrežu. Model tokova snaga, uključujući i model DNAM, orijentisan je na čvorove i rešava se primenom Njutn-Rafsonovog metoda. Metod je potvrđen na mreži IEEE 123 [48]. U referenci [51] razmatraju se modeli tokova snaga generalizovanih distributivnih mreža (GDM) koje sadrže EREE. Upravljačke strategije EREE su modelovane samo sa dva tipa čvorova: 1) PV i 2) PQ ili PQ(V). Asinhrono mašine su modelovane čvorom tipa PQ(V) [injektirana reaktivna snaga zavisi od napona terminalnog čvora (čvora u kojem je mašina priključena na mrežu) i admitanse magnećenja mašine]. Referenca [52] predstavlja ustaljene modele DER koji imaju interfejs prema mreži preko strujno kontrolisanih VSC. U istoj referenci razmotrena je i zavisnost izlaza DER od njegove upravljačke strategije, izlaznog filtera, kao i lokacija naponskih i strujnih senzora. Model tokova snaga je orijentisan na grane, pa je korišćena procedura BFS. Rezultati su potvrđeni u vremenskom domenu koristeći se softverskim paketom PSCAD na mreži IEEE 13 [48] i mreži koja se sastoji od samo jednog čvora (!).

Reference [53-55] uvode raspodeljeni balansni čvor za mikromreže s dominantnim učešćem EREE u ostrvskom režimu rada. Ovi čvorovi su uvedeni da bi se kompenzovao nedostatak balansnog čvora u mikromrežama. Pošto balansni čvor postoji uvek u PMVD i DMVD, ovi čvorovi nisu od interesa za ovu disertaciju.

Uticaj generatora koji koriste obnovljive izvore na prenosne mreže se razmatraju u referencama [56, 57]. Međutim, upravljačke strategije EREE koji su priključeni na prenosne mreže su manje zastupljene u literaturi.

Iz prethodnog izlaganja može se zaključiti da su svi metodi tokova snaga koji su opisani u literaturi potvrđeni na malim mrežama koristeći se detaljnim modelima EREE. Takvi modeli nisu odgovarajući za on-line proračune tokova snaga PMVD i DMVD. Potreba za proširivanjem tradicionalne klasifikacije čvorova za modelovanje tokova snaga DMVD koje sadrže EREE diskutovana je u [58].

Nedostatak standardizacije tipova čvorova koji precizno opisuju upravljačke strategije tradicionalnih AC mašina a naročito EREE, kao i nedostatak odgovarajućih modela i metoda za on-line proračune tokova snaga savremenih neuravnoteženih PMVD i DMVD bila je glavna motivacija za istraživanja izložena u ovoj disertaciji. Saglasno s tom motivacijom, osnovni ciljevi istraživanja u ovoj disertaciji bili su sledeći:

- 1) Dokazati da tradicionalna klasifikacija čvorova ( $\theta V$ , PQ i PV) nije dovoljna da se precizno modeluju i rešavaju nesimetrični tokovi snaga neuravnoteženih savremenih PMVD i DMVD s tradicionalnim AC mašinama, a naročito sa EREE;
- 2) Proširiti tradicionalnu klasifikaciju čvorova sa odgovarajućim tipovima čvorova kojima se opisuju upravljačke strategije tradicionalnih AC mašina i EREE u nesimetričnim režimima;
- 3) Razviti nov matematički model tokova snaga i zasnovati ga na novim tipovima čvorova, kao i na generalizaciji tradicionalnog principa inspekcije;
- 4) Novi matematički model tokova snaga razviti u domenu simetričnih komponenti (metodi za rešavanje modela tokova snaga PMVD i DMVD su se pokazali znatno efikasniji u tom domenu [29, 59, 60]);
- 5) Na osnovu nove klasifikacije čvorova razviti odgovarajući nov matematički metod za proračun nesimetričnih tokova snaga PMVD i DMVD;
- 6) Novim metodom tokova snaga omogućiti preciznu formulaciju i on-line proračun nesimetričnih tokova snaga PMVD i DMVD koje sadrže tradicionalne AC mašine i EREE;
- 7) Za proračun dela modela tokova snaga koji se odnosi na direktni redosled, koristiti tradicionalni NRTS i tako preneti robusnost tog metoda na novi metod;
- 8) Razviti softver za verifikaciju predložene nove klasifikacije čvorova i novog metoda za proračun nesimetričnih tokova snaga;
- 9) Primenom razvijenog softvera pokazati da se razvijeni metod za proračun nesimetričnih tokova snaga može primeniti za on-line proračune PMVD i DMVD;
- 10) Zbog sve većeg broja čvorova tipa PV, pa tako i dvostranog napajanja potrošača, kao i zbog petlji koje se pojavljuju u DMVD, unaprediti metod za proračun tokova snaga slaboupetljanih aktivnih DMVD saglasno s postupkom sumiranja struja i korekcija napona koji je zasnovan na granama. Ovaj metod razviti samo za simetrične tokove snaga da bi se otvorio put za razvoj metoda za proračun istih mreža u nesimetričnim režimima;
- 11) Predložiti nov standard za klasifikaciju čvorova savremenih neuravnoteženih PMVD i DMVD.

Glavni doprinosi ove disertacije su u potpunoj saglasnosti s prethodno navedenim njenim ciljevima.

Rad je organizovan u deset glava. Posle Uvoda (glava 1), u glavi 2 su prikazani matematički metodi za rešavanje sistema linearnih i nelinearnih jednačina. U glavi 3 obrađeni su standardni matematički modeli kojima se modeluju elektroenergetska kola. U glavi 4 postavljen je problem tokova snaga. Zatim, posle formulacije tradicionalnog modela (simetričnih) tokova snaga koristeći se principom inspekcije, obrađeni su tradicionalni metodi za proračun simetričnih tokova snaga distributivnih i prenosnih mreža. Metod za proračun simetričnih tokova snaga slaboupetljanih aktivnih DMVD (koje sadrže čvorove tipa PV) saglasno s postupkom sumiranja struja i korekcija napona koji je zasnovan na granama (SSKN), unapređen je simultanom kompenzacijom za

čvorove prekida petlji i generatorske čvorove tipa PV (USSKN). Posle postavke problema simetričnih, postavljen je problem nesimetričnih tokova snaga i obrađeni su metodi za njihov proračun u faznom domenu i u domenu simetričnih komponenti. U glavi 5 su obrađeni tradicionalni ER kao i EREE. U istoj glavi razmatrani su različiti načini priključenja EREE na mrežu.

U glavi 6 je dat dokaz da tradicionalna klasifikacija čvorova ( $\theta V$ , PQ i PV) nije dovoljna za preciznu formulaciju trofaznog modela nesimetričnih tokova snaga neuravnoteženih savremenih PMVD i DMVD i uvedena je nova klasifikacija čvorova. Zatim, razvijen je model nesimetričnih tokova snaga PMVD i DMVD koji je saglasan s predloženom novom klasifikacijom čvorova koristeći se principom inspekcije. Na kraju su razvijena dva metoda za proračun nesimetričnih tokova snaga PMVD i DMVD koji su u ovoj disertaciji nazvani NRTS (već pomenuti proračun tokova snaga zasnovana na generičkom Njutn-Rafsonovom metodu) i KJTS.

U glavi 7, u prvoj klasi proračuna, novi tipovi čvorova i razvijeni metodi tokova snaga su numerički potvrđeni na maloj IEEE 13 mreži. U drugoj klasi proračuna novi tipovi čvorova i metodi su potvrđeni i na PMVD i DMVD sa 1000 do 10000 trofaznih čvorova. Time je pokazano da se razvijeni metodi mogu primeniti za on-line proračune tokova snaga tih mreža. Treća klasa proračuna se odnosila na poređenje performansi metoda za proračun simetričnih tokova snaga DMVD, zasnovanih na čvorovima i na granama (NRTS, KJTS i USSKN). Time je otvoren put za razvoj metoda zasnovanih na granama za proračun DMVD u nesimetričnim režimima. U zadnjoj klasi proračuna na primeru male mreže pokazan je uticaj petlji na broj iteracija procedura orijentisanih na grane.

U glavi 8 su data zaključna razmatranja gde su navedeni postignuti ciljevi koji su navedeni u Uvodu. Pored toga, u Zaključku su dati i predlozi za dalja istraživanja. U glavi 9 su dati prilozi koji su važni za materiju koja se obrađuje, ali su izdvojeni da se ne bi opterećivao osnovni deo disertacije. Na kraju, glava 10 sadrži literaturu koja je korišćena za pisanje disertacije.





## 2 LINEARNI I NELINEARNI SISTEMI ALGEBARSKIH JEDNAČINA

U ovoj glavi su prvo obrađeni metodi za rešavanje sistema linearnih jednačina – deo 2.1, a zatim metodi za rešavanje sistema nelinearnih jednačina – deo 2.2. Generički Njutn-Rafsonov metod kao i njegove varijante za rešavanje sistema nelinearnih jednačina dati su u paragrafima 2.2.1 i 2.2.2, respektivno. Metodi za rešavanje sistema linearnih jednačina koriste se kako u generičkom Njutn-Rafsonovom metodu tako i njegovim varijantama. Jakobijev i Gaus-Zajdelov metod su dati u paragrafima 2.2.3 i 2.2.4, respektivno. Svi navedeni metodi za rešavanje sistema nelinearnih jednačina i njihove varijante koriste se za proračun tokova snaga elektroenergetskih mreža.

### 2.1 LINEARNI SISTEMI ALGEBARSKIH JEDNAČINA

U ovom delu ukratko je opisan Gausov metod eliminacije za rešavanje sistema linearnih jednačina – paragraf 2.1.1. Primena dekompozicije matrice na donju i gornju trougaonu matricu (LU faktorizacija) za rešavanje sistema linearnih jednačina data je u paragrafu 2.1.2.

#### 2.1.1 Gausov metod eliminacije

U ovoj disertaciji Gausov metod eliminacije će se zvati Gausova eliminacija. Razmatra se određen sistem linearnih jednačina [2]:

$$\begin{aligned} b_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n, \\ b_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n, \\ b_3 &= a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3n}x_n, \\ &\vdots \\ b_n &= a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots + a_{nn}x_n. \end{aligned} \tag{2.1.1.1}$$

Gausova eliminacija sastoji se od eliminacija nepoznatih veličina iz jednačina u osnovnoj formi sistema (2.1.1.1). Zbog toga se nad sistemom (2.1.1.1) vrši  $n-1$  transformacija sve dok se sistem ne dovede u gornju trougaonu formu. Iz te forme mogu se izračunati vrednosti nepoznatih veličina [2].

$$\begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ \vdots \\ g_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \dots & u_{1n} \\ & u_{22} & u_{23} & \dots & u_{2n} \\ & & u_{33} & \dots & u_{3n} \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & u_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \tag{2.1.1.2}$$

odnosno:

$$\mathbf{g} = \mathbf{UX}. \tag{2.1.1.3}$$

Značenja vektora  $\mathbf{g}$  i matrice  $\mathbf{U}$  su očigledna na osnovu poređenja matricnih relacija (2.1.1.2) i (2.1.1.3).

Sistem jednačina (2.1.1.2) je ekvivalentan osnovnom sistemu linearnih jednačina (2.1.1.1). Postupak transformacije sistema (2.1.1.1) u oblik (2.1.1.2) naziva se *korakom na dole* Gausove eliminacije. Oblik (2.1.1.2) ima *gornju trougaonu formu*. Rešenje sistema (2.1.1.2), odnosno rešenje osnovnog sistema linearnih jednačina (2.1.1.1), odvija se u sledećim koracima – *korak na gore* Gausove eliminacije:

$$\begin{aligned}
 \text{Korak 1} \quad & x_n = \frac{g_n}{u_{nn}}, \\
 \text{Korak 2} \quad & x_{n-1} = \frac{g_{n-1}}{u_{n-1,n-1}} - \frac{u_{n-1,n}}{u_{n-1,n-1}} x_n, \\
 & \vdots \\
 \text{Korak } n-2 \quad & x_3 = \frac{g_3}{u_{33}} - \frac{u_{34}}{u_{33}} x_4 - \dots - \frac{u_{3n}}{u_{33}} x_n, \\
 \text{Korak } n-1 \quad & x_2 = \frac{g_2}{u_{22}} - \frac{u_{23}}{u_{22}} x_3 - \frac{u_{24}}{u_{22}} x_4 - \dots - \frac{u_{2n}}{u_{22}} x_n, \\
 \text{Korak } n \quad & x_1 = \frac{g_1}{u_{11}} - \frac{u_{12}}{u_{11}} x_2 - \frac{u_{13}}{u_{11}} x_3 - \frac{u_{14}}{u_{11}} x_4 - \dots - \frac{u_{1n}}{u_{11}} x_n.
 \end{aligned} \tag{2.1.1.4}$$

## 2.1.2 LU faktorizacija – implicitna inverzija matrica

Izlaganja u ovom paragrafu u potpunoj su saglasnosti s literaturom [3]. Sistem linearnih jednačina (2.1.1.1) se može zapisati u sledećoj matricnoj formi:

$$\mathbf{AX} = \mathbf{b}, \tag{2.1.2.1}$$

pri čemu je  $\mathbf{A}$  regularna matrica dimenzije  $n \times n$ , dok su vektori  $\mathbf{X}$  i  $\mathbf{b}$  dimenzija  $n \times 1$ .

Matrica  $\mathbf{A}$  se može razložiti na faktor matrice  $\mathbf{L}$  i  $\mathbf{U}$  pri čemu se sistemu linearnih jednačina (2.1.2.1) može dati sledeća forma:

$$\mathbf{LUX} = \mathbf{b}, \tag{2.1.2.2}$$

gde su faktor matrice  $\mathbf{L}$  i  $\mathbf{U}$ :

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n1} & l_{n2} & l_{n3} & \dots & 1 \end{bmatrix}, \tag{2.1.2.3}$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ 0 & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ 0 & 0 & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & u_{nn} \end{bmatrix}. \quad (2.1.2.4)$$

Postupak dobijanja faktor matrica je opisan u [3].

Vektor  $\mathbf{X}$  se može izračunati u dva koraka. U prvom koraku se rešava sistem jednačina:

$$\mathbf{Lg} = \mathbf{b}, \quad (2.1.2.5)$$

po nepoznatom vektoru  $\mathbf{g}$ . Ovaj korak predstavlja zamenu u napred pošto je matrica sistema jednačina  $\mathbf{L}$  donja trougaona. Za ovaj postupak se koriste sledeći izrazi:

$$g_i = b_i - \sum_{j=1}^{i-1} l_{ij} g_j, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.1.2.6)$$

Elementi vektora  $\mathbf{g}$  dobijaju se sledećim redosledom:  $g_1, g_2, \dots, g_n$ . U narednom koraku, na osnovu prethodno izračunatog vektora  $\mathbf{g}$  dolazi se do željenog vektora nepoznatih veličina  $\mathbf{X}$ :

$$\mathbf{UX} = \mathbf{g}, \quad (2.1.2.7)$$

postupkom zamene u nazad pošto je  $\mathbf{U}$  gornja trougaona matrica. Za ovaj postupak se koriste sledeći izrazi:

$$x_n = \frac{1}{u_{nn}} g_n, \quad (2.1.2.8)$$

$$x_i = \frac{1}{u_{ii}} \left( g_i - \sum_{j=i+1}^n u_{ij} x_j \right), \quad i = n-1, \dots, 1.$$

Elementi vektora  $\mathbf{X}$  dobijaju se sledećim redosledom:  $x_n, x_{n-1}, \dots, x_1$ .

Razlog primene LU faktorizacije je sledeći [3]: kada su poznate faktor matrice  $\mathbf{L}$  i  $\mathbf{U}$ , rešenje po nepoznatom vektoru  $\mathbf{X}$  dobija se na osnovu samo jedne zamene u napred i jedne zamene u nazad. Ovakvo rešavanje je po broju aritmetičkih operacija ekvivalentno Gausovoj eliminaciji, ako se rešava sistem jednačina  $\mathbf{AX} = \mathbf{b}$ . Međutim, pri primeni u oblasti elektroenergetskih mreža veoma je čest slučaj da se menja samo vektor slobodnih članova  $\mathbf{b}$ , a da je matrica  $\mathbf{A}$  nepromenljiva – konstantna. U tom slučaju matrica  $\mathbf{A}$  se samo jednom faktoriše na faktor matrice  $\mathbf{L}$  i  $\mathbf{U}$ . Stalno izračunavanje tih faktor matrica bi zahtevalo oko 95 % vremena celokupnog postupka rešavanja sistema jednačina. Rešenja se dobijaju samo jednom zamenom u napred i jednom zamenom u nazad. Na ovaj način se postupak rešavanja sistema jednačina višestruko ubrzava.

## 2.2 NELINEARNI SISTEMI ALGEBARSKIH JEDNAČINA

Broj metoda za direktno rešavanje (sistema) nelinearnih jednačina praktično je beznačajan. Primer iz tog malog broja metoda jeste analitički postupak za rešavanje kvadratnih jednačina. Nelinearne jednačine se uglavnom rešavaju iterativnim metodima. Ti metodi se zasnivaju na korekcijama tekućih (raspoloživih) aproksimacija radi dobijanja korigovanih – „boljih“ aproksimacija njihovih rešenja (ako metodi *konvergiraju*). Procedura za izračunavanje jedne korekcije i sama korekcija naziva se *iteracijom*. Iterativnim metodima se ne izračunavaju rešenja jednačina, već se sa aproksimacijama rešenja, ako ti metodi konvergiraju, prilazi rešenjima po želji blizu.

Dat je sistem koji se sastoji od  $n$  nelinearnih jednačina:

$$\begin{aligned} b_1 &= g_1(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n), \\ b_2 &= g_2(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n), \\ &\vdots \\ b_n &= g_n(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n), \end{aligned} \tag{2.2.1}$$

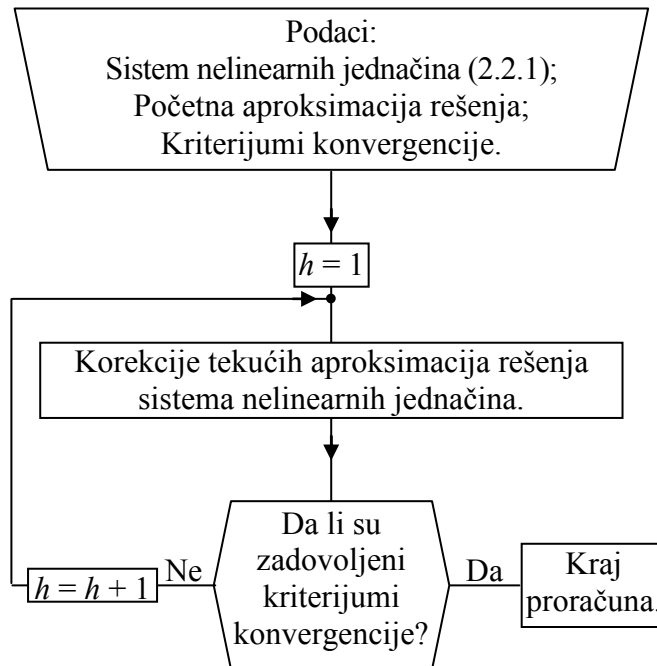
gde su  $g_k(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ ,  $k=1, \dots, n$  poznate skalarne funkcije od nepoznatih veličina  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , a sa  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$  označeni su slobodni članovi sistema nelinearnih jednačina.

Za dobijanje rešenja sistema nelinearnih jednačina (2.2.1) najvažnije je raspolagati s „dobrom“ početnom aproksimacijom rešenja  $(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ . Dalja strategija se zasniva na iterativnom približavanju rešenja iz aproksimacije u aproksimaciju, a da se pretpostavlja da će metod konvergirati jer je konvergenciju teško unapred garantovati. Iterativna procedura se sprovodi sve do zadovoljenja sledećih kriterijuma konvergencije (ako se to uspe):

- 1) Promene nepoznatih veličina  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  u dve uzastopne iteracije manje su od zadate tolerancije  $|x_k^{h+1} - x_k^h| < \varepsilon_x$ ,  $k=1, \dots, n$ ,  $h=1, 2, 3, \dots$ ;
- 2) Razlike između vrednosti funkcija u tekućoj aproksimaciji rešenja i poznatih veličina (slobodnih članova) manje su od zadate tolerancije  $|g_k(x_k^{h+1}) - b_k| < \varepsilon_g$ ,  $k=1, \dots, n$ .

Često se za zaustavljane iterativnog postupka proverava samo jedan od navedena dva kriterijuma.

Blok dijagram globalne procedure – algoritma za rešavanje sistema nelinearnih jednačina (2.2.1) prikazan je na slici 2.2.1.



Slika 2.2.1 – Blok dijagram globalne procedure za rešavanje sistema nelinearnih jednačina

U ovoj glavi opisani su Njutnov metod i opšti iterativni metod kao i njihove varijante za rešavanje sistema nelinearnih jednačina. Stoga, prvo su prikazani Njutnov metod i modifikovani Njutnovi metodi, a zatim opšti iterativni metod i Gaus-Zajdelovo poboljšanje opšteg iterativnog metoda (Gaus-Zajdelov metod). Kao što je rečeno u preambuli glave 2, navedeni metodi su potrebni za proračun tokova snaga elektroenergetskih mreža.

### 2.2.1 Njutnov metod

U preambuli dela 2.2 obrađena je ideja iterativnog rešavanja sistema nelinearnih jednačina. Ona je opisana generalnim algoritmom koji je prikazan na slici 2.2.1. U ovom paragrafu se obrađuje prvi od iterativnih metoda za rešavanje sistema nelinearnih jednačina – Njutnov metod. Ovaj iterativni metod biće prikazan na dva načina – grafički i analitički.

Sistemu jednačina (2.2.1) može se dati sledeća sažetija forma:

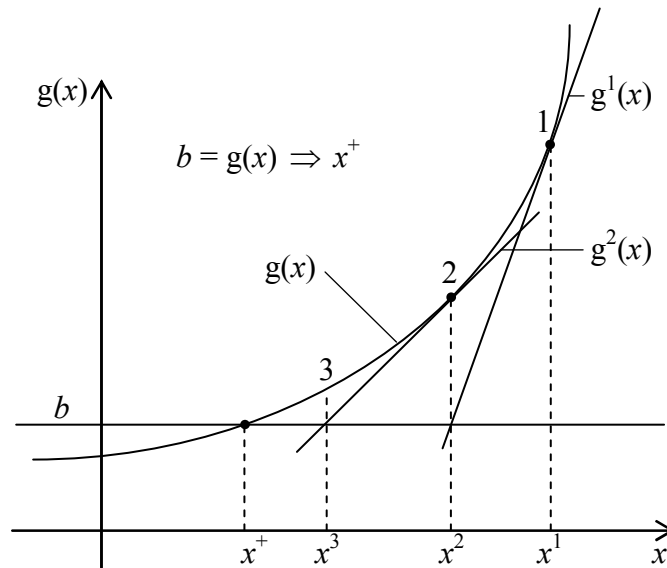
$$b_k = g_k(\mathbf{X}), k = 1, \dots, n, \quad (2.2.1.1)$$

pri čemu je uveden vektor-kolona nepoznatih veličina  $\mathbf{X}$ :

$$\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T, \quad (2.2.1.2)$$

(T je znak za transpoziciju matrice/vektora).

Grafička interpretacija Njutnovog metoda (Njutn-Rafsonovog metoda) za rešavanje jedne nelinearne jednačine [ $k = 1$  za relaciju (2.2.1.1)] data je na slici 2.2.1.1.



Slika 2.2.1.1 – Grafička interpretacija Njutn-Rafsonovog metoda

Taj metod se sastoji od sledećih koraka:

- 1) Pretpostavi se rešenje jednačine, npr. u tački apscise  $x^1$ . To je *početna (prva) aproksimacija* rešenja ili *početno pogađanje* rešenja jednačine;
- 2) U tački s koordinatama  $[x^1, g(x^1)]$  povuče se tangenta na funkciju  $g(x)$ . Ta tangenta predstavlja linearnu aproksimaciju funkcije  $g(x)$ . Ona je označena sa  $g^1(x)$ ;
- 3) Rešenjem linearne jednačine  $b = g^1(x)$ , umesto nelinearne jednačine (2.2.1.1), dobija se  $x^2$  – druga aproksimacija rešenja jednačine (2.2.1.1) (superskript 2 označava redni broj aproksimacije rešenja);
- 4) Ponavljanjem postupka iz koraka 2, ustanovljavanjem linearne aproksimacije  $g^2(x)$  funkcije  $g(x)$ , pa rešavanjem odgovarajuće linearne jednačine  $b = g^2(x)$ , dobija se treća aproksimacija rešenja  $x^3$  itd;
- 5) Postupak se zaustavlja kada se zadovolje kriterijumi konvergencije (ako metod konvergira).

Sada se može prići analitičkoj interpretaciji Njutnovog metoda primenjenog na sistem nelinearnih jednačina. Neka se raspolože  $h$ -tom aproksimacijom rešenja  $\mathbf{X}^h = [x_1^h, x_2^h, \dots, x_n^h]^T$  sistema jednačina (2.2.1.1). Njutnov metod se zasniva na tome da se svaka funkcija  $g_k(\mathbf{X})$ ,  $k = 1, \dots, n$  razvije u Tejlorov red u okolini tekuće aproksimacije rešenja  $\mathbf{X}^h = [x_1^h, x_2^h, \dots, x_n^h]^T$ . Te funkcije se aproksimiraju samo s članovima kojima se izražavaju njihove vrednosti i njihovi prvi parcijalni izvodi. Time se dobijaju linearne aproksimacije nelinearnih funkcija  $g_k(\mathbf{X})$ ,  $k = 1, \dots, n$ , u okolini tekuće aproksimacije rešenja nelinearnih jednačina (2.2.1.1),  $\mathbf{X}^h = [x_1^h, x_2^h, \dots, x_n^h]^T$ .

U  $h$ -toj aproksimaciji Njutnov metod zasniva se na utvrđivanju sledećeg sistema linearnih jednačina koji predstavlja aproksimaciju rešavanja sistema nelinearnih jednačina:

$$b_k = g_k(x_1^h, x_2^h, \dots, x_n^h) + \frac{1}{1!} \sum_{i=1}^n \frac{\partial g_k(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i} \Big|_{\substack{x_j=x_j^h \\ j=1,2,\dots,n}} (x_i^{h+1} - x_i^h), \quad (2.2.1.3)$$

$$k = 1, 2, \dots, n.$$

Potrebno je naglasiti da su veličine  $x_i^h$ ,  $k = 1, \dots, n$ , poznate, a nepoznate veličine jesu  $x_i^{h+1}$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ . Sistem (2.2.1.3) može se zapisati na sledeći način:

$$\Delta b_k^h = \sum_{i=1}^n \frac{\partial g_k(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i} \Big|_{\substack{x_j=x_j^h \\ j=1,2,\dots,n}} \Delta x_i^h, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (2.2.1.4)$$

pri čemu su:

$$\begin{aligned} \Delta b_k^h &= b_k - g_k(x_1^h, x_2^h, \dots, x_n^h), \quad k = 1, 2, \dots, n, \\ \Delta x_i^h &= x_i^{h+1} - x_i^h, \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (2.2.1.5)$$

Neka se uvedu oznake:

$$a_{ki}^h = \frac{\partial g_k(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i} \Big|_{\substack{x_j=x_j^h \\ j=1,2,\dots,n}}, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.2.1.6)$$

Tada se sistemu linearnih jednačina (2.2.1.4) može dati sledeća matricna forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta b_1^h \\ \Delta b_2^h \\ \vdots \\ \Delta b_n^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}^h & a_{12}^h & \cdots & a_{1n}^h \\ a_{21}^h & a_{22}^h & \cdots & a_{2n}^h \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}^h & a_{n2}^h & \cdots & a_{nn}^h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^h \\ \Delta x_2^h \\ \vdots \\ \Delta x_n^h \end{bmatrix}, \quad (2.2.1.7)$$

odnosno sažetije:

$$\Delta \mathbf{b}^h = \mathbf{J}(\mathbf{X}^h) \Delta \mathbf{X}^h. \quad (2.2.1.8)$$

U ovom matricnom sistemu su korišćene sledeće oznake za vektore-kolone:

$$\Delta \mathbf{b}^h = [\Delta b_1^h \ \Delta b_2^h \ \dots \ \Delta b_n^h]^T, \quad \Delta \mathbf{X}^h = [\Delta x_1^h \ \Delta x_2^h \ \dots \ \Delta x_n^h]^T. \quad (2.2.1.9)$$

Matrica parcijalnih izvoda funkcija  $g_k(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ , po nepoznatim veličinama  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , izračunatim za  $h$ -tu aproksimaciju rešenja (2.2.1.3) glasi:

$$\mathbf{J}(\mathbf{X}^h) = \begin{bmatrix} a_{11}^h & a_{12}^h & \cdots & a_{1n}^h \\ a_{21}^h & a_{22}^h & \cdots & a_{2n}^h \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}^h & a_{n2}^h & \cdots & a_{nm}^h \end{bmatrix}. \quad (2.2.1.10)$$

Ona predstavlja jakobijan funkcija s desnih strana sistema nelinearnih jednačina (2.2.1.1) izračunat za  $h$ -tu – tekuću aproksimaciju njegovog rešenja  $\mathbf{X}^h$ .

Sistem linearnih jednačina (2.2.1.4), odnosno (2.2.1.7) ili (2.2.1.8), treba rešiti po vektoru nepoznatih korekcija tekuće aproksimacije rešenja  $\Delta\mathbf{X}^h$ . To rešenje jednoznačno egzistira ako je jakobijan izračunat za tekuću aproksimaciju rešenja regularna matrica. Ovaj uslov je analogan nenultom izvodu u slučaju jedne jednačine. Korišćenjem korekcija nepoznatih veličina  $\Delta\mathbf{X}^h$ , na osnovu tekuće aproksimacije rešenja  $\mathbf{X}^h$ , izračunava se bolja aproksimacija  $\mathbf{X}^{h+1}$ :

$$\mathbf{X}^{h+1} = \mathbf{X}^h + \Delta\mathbf{X}^h, \quad (2.2.1.11)$$

odnosno:

$$x_i^{h+1} = x_i^h + \Delta x_i^h, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.2.1.12)$$

Za rešavanje sistema linearnih jednačina (2.2.1.4), odnosno (2.2.1.7) ili (2.2.1.8), na raspolaganju je Gausova eliminacija – paragraf 2.1.1.

Opisani postupak predstavlja jednu iteraciju Njutnovog (iterativnog) metoda za rešavanje sistema nelinearnih jednačina. Postupak se ponavlja, ali sada za novu aproksimaciju rešenja, sve do zadovoljenja sledećih kriterijuma konvergencije (ako metod konvergira):

$$\begin{aligned} |x_k^{h+1} - x_k^h| \leq \varepsilon_x \quad \wedge \quad |b_k - \mathbf{g}_k(x_1^{h+1}, x_2^{h+1}, \dots, x_n^{h+1})| \leq \varepsilon_g, \\ k = 1, 2, \dots, n, \quad h = 1, 2, 3, \dots, \end{aligned} \quad (2.2.1.13)$$

odnosno:

$$|\Delta x_k^h| \leq \varepsilon_x \quad \wedge \quad |\Delta b_k^h| \leq \varepsilon_g, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad h = 1, 2, 3, \dots \quad (2.2.1.14)$$

Sa  $\varepsilon_x$  i  $\varepsilon_g$  označeni su po želji izabrani kriterijumi konvergencije. Posle zaustavljanja proračuna,  $h + 1$ -va aproksimacija rešenja se usvaja za rešenje razmatranog sistema jednačina. Kvalitet (tačnost) tog rešenja utoliko je veći, ukoliko su kriterijumi stroži (manji brojevi  $\varepsilon_x$  i  $\varepsilon_g$ ). Često se za zaustavljane iterativnog metoda proverava samo jedan od navedena dva kriterijuma.

Iterativni proračun primenom Njutnovog metoda za rešavanje sistema nelinearnih jednačina određen je izrazom (2.2.1.7). Iz njega se vidi da je u svakoj iteraciji potrebno:



- 1) Izračunati vrednosti funkcija za tekuću aproksimaciju rešenja  $g_k(x_1^h, x_2^h, \dots, x_n^h)$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ , kao i razlike  $\Delta b_k^h$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ , (2.2.1.5);
- 2) Izračunati jakobijan  $\mathbf{J}(\mathbf{X}^h)$  (2.2.1.10) u tekućoj aproksimaciji rešenja  $\mathbf{X}^h$ ;
- 3) Rešiti sistem linearnih jednačina (2.2.1.7), odnosno (2.2.1.8), da bi se izračunale korekcije tekuće aproksimacije rešenja  $\Delta \mathbf{X}^h$ ;
- 4) Izračunati bolju aproksimaciju rešenja  $\mathbf{X}^{h+1}$  (2.2.1.11) od prethodne  $\mathbf{X}^h$ .
- 5) Testirati uslove konvergencije i ukoliko su zadovoljeni, zaustaviti se. U suprotnom, povećati indeks iteracije  $h \leftarrow h+1$ .

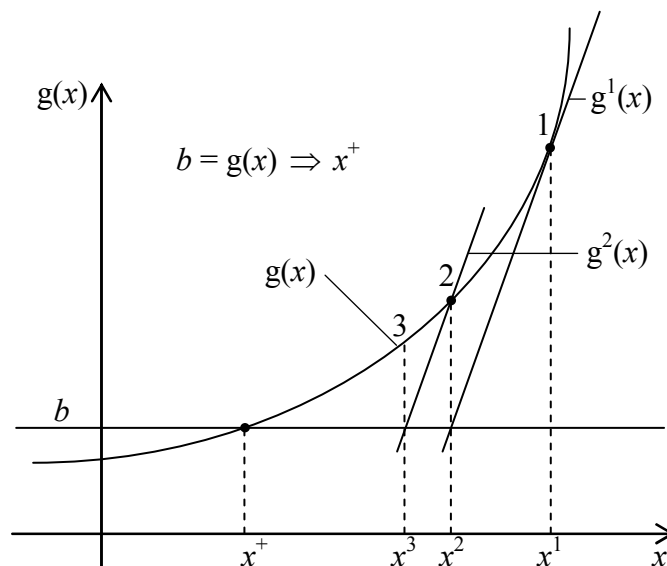
## 2.2.2 Modifikovani Njutnovi metodi

Iako se Njutnov metod u najvećem broju slučajeva odlikuje dobrom konvergencijom, radi brojnih matematičkih operacija, njegova primena je otežana kada su u pitanju on-line proračuni tokova snaga elektroenergetskih mreža s velikim brojem čvorova. Ovi nedostaci su podsticali istraživače da iznalaze nove, efikasnije metode i postupke u pogledu brzine, ali sa sačuvanim kriterijumima konvergencije.

U ovom paragrafu obrađeni su: 1) Fiksni Njutnov metod (metod koji koristi konstantan jakobijan izračunat u prvoj iteraciji) – tačka 2.2.2.1 i 2) metod koji koristi aproksimaciju matrice jakobijana u svakoj iteraciji – tačka 2.2.2.2. U ovoj disertaciji drugi metod će se zvati *metod aproksimiranog jakobijana*. On je obrađen s obzirom da je vrlo značajan u obradama modela tokova snaga prenosnih mreža.

### 2.2.2.1 Fiksni Njutnov metod

Grafička interpretacija fiksnog Njutnovog metoda (Njutn-Rafsonovog metoda) za rešavanje jedne nelinearne jednačine [ $k = 1$  za relaciju (2.2.1.1)] data je na slici 2.2.2.1.1.



Slika 2.2.2.1.1 – Grafička interpretacija fiksnog Njutnovog metoda

Osnovna ideja ove varijante je da se funkcija  $g(x)$  linearizuje u svakoj iteraciji sa vrednošću prvog izvoda iz prve iteracije – vrednošću prvog izvoda u početnoj

aproksimaciji rešenja  $x^1$ . Presek prave  $g^1(x)$  [koja predstavlja linearizovanu funkciju  $y = g(x)$  u tekućoj aproksimaciji  $x^1$ ] i prave  $y = b$  predstavlja novu aproksimaciju rešenja  $x^2$ . Iterativni proračun se nastavlja sa dobijenom vrednošću prvog izvoda u prvoj iteraciji. On se koristi u svakoj narednoj iteraciji rešavanja nelinearne jednačine.

Dakle, ova varijanta Njutnovog metoda se sastoji od sledećih koraka:

- 1) Pretpostavi se rešenje jednačine, npr. u tački apscise  $x^1$ ;
- 2) U tački s koordinatama  $[x^1, g(x^1)]$  povuče se tangenta na funkciju  $g(x)$ . Ona je označena sa  $g^1(x)$ ;
- 3) Rešenjem linearne jednačine  $b = g^1(x)$ , umesto nelinearne jednačine (2.2.1.1), dobija se  $x^2$  – druga aproksimacija rešenja jednačine (2.2.1.1);
- 4) Ponavljanjem postupka iz koraka 2, ustanovljavanjem linearne aproksimacije  $g^2(x)$  funkcije  $g(x)$ , gde vrednost prvog izvoda te funkcije po nepoznatoj veličini ostaje ista – jednaka onoj iz prve iteracije. Zatim, rešavanjem odgovarajuće linearne jednačine  $b = g^2(x)$ , dobija se treća aproksimacija rešenja  $x^3$  itd;
- 5) Postupak se zaustavlja kada se zadovolje kriterijumi konvergencije (ako metod konvergira).

Ako se ova ideja prenese na sistem nelinearnih jednačina (višedimenzionalni problem), tada se ona manifestuje u konstantnoj matrici jakobijana u uzastopnim iteracijama  $\mathbf{J}(\mathbf{X}^h) = \mathbf{J}(\mathbf{X}^1)$ ,  $h = 1, 2, 3, \dots$ . Fiksni Njutnov metod se sprovodi primenom sledećih relacija u svakoj iteraciji:

$$\Delta \mathbf{b}^h = \mathbf{J}(\mathbf{X}^1) \Delta \mathbf{X}^h, \quad (2.2.2.1.1)$$

$$\mathbf{X}^{h+1} = \mathbf{X}^h + \Delta \mathbf{X}^h, \quad h = 1, 2, 3, \dots \quad (2.2.2.1.2)$$

Pri čemu su  $\Delta \mathbf{b}^h$  i  $\Delta \mathbf{X}^h$  opisani relacijom (2.2.1.5).

Ova varijanta modifikovanog Njutnovog metoda se sastoji od sledećih koraka:

- 1) U početnoj aproksimaciji rešenja izračunati jakobijan  $\mathbf{J}(\mathbf{X}^h) = \mathbf{J}(\mathbf{X}^1)$  i izvršiti trougaonu LU faktorizaciju matrice  $\mathbf{J}(\mathbf{X}^1)$  (paragraf 2.1.2);
- 2) U tekućoj iteraciji izračunati vrednosti funkcija za tekuću aproksimaciju rešenja  $\mathbf{g}_k(x_1^h, x_2^h, \dots, x_n^h)$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ , kao i razlike  $\Delta b_k^h$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ , (2.2.1.5);
- 3) Rešiti sistem linearnih jednačina (2.2.2.1.1) da bi se izračunale korekcije tekuće aproksimacije rešenja  $\Delta \mathbf{X}^h$  (paragraf 2.1.2);
- 4) Izračunati bolju aproksimaciju rešenja  $\mathbf{X}^{h+1}$  (2.2.2.1.2) od prethodne  $\mathbf{X}^h$ ;
- 5) Testirati uslove konvergencije i ukoliko su zadovoljeni, zaustaviti se. U suprotnom, povećati indeks iteracije  $h \leftarrow h+1$ .

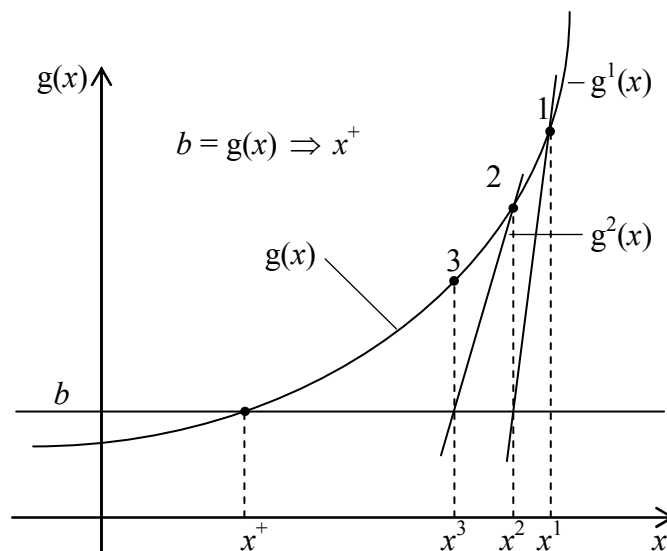
Kada su elektroenergetske mreže slabo opterećene, glavna prednost ove varijante Njutnovog metoda u odnosu na osnovni metod je brzina proračuna po iteraciji. Naime, matrica jakobijana  $\mathbf{J}(\mathbf{X}^1)$  izračunava se i faktoriše samo u prvoj iteraciji (paragraf 2.1.2). U svakoj narednoj iteraciji, tekuća aproksimacija korekcije rešenja  $\Delta \mathbf{X}^h$  se izračunava samo na osnovu veoma efikasne zamene u napred/u nazad faktorisane matrice jakobijana. Na ovaj način se postiže značajna ušteda računarskog vremena naročito kad su problemi velikih dimenzija. Ako su mreže nešto više opterećene, ovaj metod se koristi u

kombinaciji s Njutnovim metodom. Takođe, i u ovom slučaju se postiže ušteda računarskog vremena. Za jako opterećene elektroenergetske mreže ovaj metod najčešće divergira i mora se preći na upotrebu Njutnovog metoda.

### 2.2.2.2 Metod aproksimiranog jakobijana

Metod aproksimiranog jakobijana je najšire prihvaćen kada su u pitanju tokovi snaga prenosnih mreža [7, 19]. Kao i u slučaju metoda koji koristi konstantan jakobijan izračunat u prvoj iteraciji, ako su mreže nešto više opterećene, metod aproksimiranog jakobijana koristi se u kombinaciji s generičkim Njutn-Rafsonovim metodom. Ovom kombinacijom se takođe postiže ušteda računarskog vremena. Za jako opterećene elektroenergetske mreže ovaj metod najčešće divergira i mora se preći na primenu Njutnovog metoda.

Grafička interpretacija ovog metoda za rešavanje jedne nelinearne jednačine [ $k = 1$  za relaciju (2.2.1.1)], data je na slici 2.2.2.2.1.



Slika 2.2.2.2.1 – Grafička interpretacija metoda aproksimiranog jakobijana

Metod aproksimiranog jakobijana se sastoji od sledećih koraka:

- 1) Pretpostavi se rešenje jednačine, npr. u tački apscise  $x^1$ ;
- 2) U tački s koordinatama  $[x^1, g(x^1)]$  povuče se prava koja je približna tangenta na funkciju  $g(x)$ . Ona je označena sa  $g^1(x)$  i to je linearna aproksimacija funkcije  $g(x)$  koja sadrži vrednost aproksimiranog prvog izvoda te funkcije po nepoznatoj veličini; Za primenu ovog metoda potrebno je da se aproksimirani izvod funkcije u prvoj aproksimaciji rešenja izračunava znatno brže od samog izvoda;
- 3) Rešenjem linearne jednačine  $b = g^1(x)$ , umesto nelinearne jednačine (2.2.1.1), dobija se  $x^2$  – druga aproksimacija rešenja jednačine (2.2.1.1);
- 4) Ponavljanjem postupka iz koraka 2, ustanovljavanjem linearne aproksimacije  $g^2(x)$  funkcije  $g(x)$ , gde se ponovo vrednost aproksimiranog prvog izvoda te funkcije po nepoznatoj veličini u drugoj aproksimaciji rešenja izračunava znatno brže od samog izvoda. Zatim, rešavanjem odgovarajuće linearne jednačine  $b = g^2(x)$ , dobija se treća aproksimacija rešenja  $x^3$  itd;

- 5) Postupak se zaustavlja kada se zadovolje kriterijumi konvergencije (ako metod konvergira).

Ako se ova ideja prenese na sistem nelinearnih jednačina (višedimenzionalni problem), tada se ona manifestuje u matrici koja predstavlja aproksimaciju matrice jakobijana koja se dobija u svakoj iteraciji  $\mathbf{J}(\mathbf{X}^h) \approx \mathbf{K}(\mathbf{X}^h)$ ,  $h = 1, 2, 3, \dots$ . Vrednosti aproksimiranih izvoda funkcija u  $h$ -toj aproksimaciji rešenja izračunava se znatno brže od samih izvoda. Metod aproksimiranog jakobijana se sprovodi primenom sledećih relacija u svakoj iteraciji:

$$\Delta \mathbf{b}^h = \mathbf{K}(\mathbf{X}^h) \Delta \mathbf{X}^h, \quad (2.2.2.2.1)$$

$$\mathbf{X}^{h+1} = \mathbf{X}^h + \Delta \mathbf{X}^h, \quad h = 1, 2, 3, \dots \quad (2.2.2.2.2)$$

Pri čemu su  $\Delta \mathbf{b}^h$  i  $\Delta \mathbf{X}^h$  opisani relacijom (2.2.1.5).

Ova varijanta modifikovanog Njutnovog metoda se sastoji od sledećih koraka:

- 1) Izračunati vrednosti funkcija za tekuću aproksimaciju rešenja  $g_k(x_1^h, x_2^h, \dots, x_n^h)$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ , kao i razlike  $\Delta b_k^h$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ , (2.2.1.5);
- 2) Izračunati matricu koja predstavlja aproksimaciju matrice jakobijana  $\mathbf{K}(\mathbf{X}^h)$  (2.2.1.10) u tekućoj aproksimaciji rešenja  $\mathbf{X}^h$ ;
- 3) Rešiti sistem linearnih jednačina (2.2.2.2.1) da bi se izračunale korekcije tekuće aproksimacije rešenja  $\Delta \mathbf{X}^h$ ;
- 4) Izračunati bolju aproksimaciju rešenja  $\mathbf{X}^{h+1}$  (2.2.2.2.2) od prethodne  $\mathbf{X}^h$ .
- 5) Testirati uslove konvergencije i ukoliko su zadovoljeni, zaustaviti se. U suprotnom, povećati indeks iteracije  $h \leftarrow h+1$ .

Prednost metoda aproksimiranog jakobijana u odnosu na Njutnov metod je ušteda u vremenu proračuna elemenata matrice  $\mathbf{K}(\mathbf{X}^h)$  u odnosu na elemente matrice  $\mathbf{J}(\mathbf{X}^h)$ . Ušteda se postiže na taj način u kom su pojednostavljeni izrazi – parcijalni izvodi funkcija  $g_k(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ , po nepoznatim veličinama  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , izračunatim za  $h$ -tu aproksimaciju rešenja. Prednost metoda aproksimiranog jakobijana u odnosu na metod koji koristi konstantan jakobijan izračunat u prvoj iteraciji je smanjena verovatnoća divergencije metoda.

U toku  $h$ -tih aproksimacija rešenja određenih klasa sistema nelinearnih jednačina, relaciji (2.2.2.2.1) se može dati sledeća forma:

$$\Delta \mathbf{b}^h = \text{dijag } \mathbf{X}^h \mathbf{B} \Delta \mathbf{X}^h, \quad (2.2.2.2.3)$$

gde matrica  $\mathbf{B}$  označava matricu konstantnih vrednosti i  $\text{dijag } \mathbf{X}^h$  označava dijagonalnu matricu  $h$ -tih aproksimacija rešenja sistema nelinearnih jednačina. Pošto je matrica  $\text{dijag } \mathbf{X}^h$  dijagonalna, invertovanje matrice je jednostavno (inverzna matrica je dijagonalna i njeni dijagonalni elementi su jednaki korespondentnim recipročnim vrednostima dijagonalnih elemenata matrice  $\text{dijag } \mathbf{X}^h$ ). Relaciji (2.2.2.2.3) se može dati sledeća forma:

$$\left[ \text{dijag } \mathbf{X}^h \right]^{-1} \Delta \mathbf{b}^h = \Delta \mathbf{c}^h = \mathbf{B} \Delta \mathbf{X}^h. \quad (2.2.2.2.4)$$

Definitivna varijanta modifikovanog Njutnovog metoda za rešavanje određenih klasa sistema nelinearnih jednačina se sastoji od sledećih koraka:

- 1) U početnoj aproksimaciji rešenja izračunati matricu  $\mathbf{B}$  i izvršiti trougaonu LU faktorizaciju matrice (paragraf 2.1.2);
- 2) U tekućoj iteraciji izračunati vrednosti funkcija za tekuću aproksimaciju rešenja  $\mathbf{g}_k(x_1^h, x_2^h, \dots, x_n^h)$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ , kao i razlike  $\Delta b_k^h$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ , (2.2.1.5). Zatim, izračunati količnik  $\Delta b_k^h / x_k^h$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ , dobijajući vrednosti levih strana relacije (2.2.2.2.4) –  $\Delta c_k^h$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ ;
- 3) Rešiti sistem linearnih jednačina (2.2.2.2.4) da bi se izračunale korekcije tekuće aproksimacije rešenja  $\Delta \mathbf{X}^h$  (paragraf 2.1.2);
- 4) Izračunati bolju aproksimaciju rešenja  $\mathbf{X}^{h+1}$  (2.2.2.2.2) od prethodne  $\mathbf{X}^h$ ;
- 5) Testirati uslove konvergencije i ukoliko su zadovoljeni, zaustaviti se. U suprotnom, povećati indeks iteracije  $h \leftarrow h+1$ .

Dakle, prednost definitivne varijante ovog modifikovanog Njutnovog metoda je brzina konvergencije u odnosu na Njutnov metod kao i smanjena verovatnoća divergencije u odnosu na fiksni Njutnov metod.

### 2.2.3 Opšti iterativni metod

U ovoj disertaciji opšti iterativni metod se naziva Jakobijev metod. Razmatra se sistem od  $n$  nelinearnih jednačina:

$$\begin{aligned} b_1 &= \mathbf{g}_1(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n), \\ b_2 &= \mathbf{g}_2(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n), \\ &\vdots \\ b_n &= \mathbf{g}_n(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n). \end{aligned} \quad (2.2.3.1)$$

Sistem treba da se reši po isto toliko nepoznatih veličina  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , pri čemu su veličine  $b_1, b_2, \dots, b_n$  poznate. Sa  $\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \dots, \mathbf{g}_n$  označene su nelinearne funkcije nezavisno-promenljivih veličina  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , poznatih analitičkih oblika.

Ako se sistemu jednačina (2.2.3.1) da sledeći ekvivalentan oblik:

$$\begin{aligned} x_1 &= \Phi_1(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n), \\ x_2 &= \Phi_2(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n), \\ &\vdots \\ x_n &= \Phi_n(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n), \end{aligned} \quad (2.2.3.2)$$

onda Jakobijev metod za rešavanje sistema nelinearnih jednačina glasi: ako se raspolože  $h$ -tom aproksimacijom rešenja:

$$x_1^h, x_2^h, \dots, x_n^h, \quad (2.2.3.3)$$

onda se korigovana  $(h+1)$ -va aproksimacija rešenja izračunava koristeći se relacijama:

$$\begin{aligned} x_1^{h+1} &= \Phi_1(x_1^h, x_2^h, x_3^h, \dots, x_n^h), \\ x_2^{h+1} &= \Phi_2(x_1^h, x_2^h, x_3^h, \dots, x_n^h), \\ &\vdots \\ x_n^{h+1} &= \Phi_n(x_1^h, x_2^h, x_3^h, \dots, x_n^h). \end{aligned} \quad (2.2.3.4)$$

Postupak započinje zadavanjem početne aproksimacije rešenja ( $h=1$ ). Ako konvergira, postupak se zaustavlja kada je: 1) razlika između dve uzastopne aproksimacije svake nepoznate veličine dovoljno mala i 2) razlika između vrednosti svake poznate veličine  $b$  i vrednosti odgovarajuće funkcije u tekućoj aproksimaciji rešenja  $g(x_1^{h+1}, x_2^{h+1}, \dots, x_n^{h+1})$  dovoljno mala:

$$\left| x_k^{h+1} - x_k^h \right| \leq \varepsilon_x \wedge \left| b_k - g_k(x_1^{h+1}, x_2^{h+1}, \dots, x_n^{h+1}) \right| \leq \varepsilon_g, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (2.2.3.5)$$

Sa  $\varepsilon_x$  i  $\varepsilon_g$  označeni su po želji izabrani kriterijumi konvergencije. Posle zaustavljanja proračuna,  $(h+1)$ -va aproksimacija rešenja se proglašava rešenjem razmatranog sistema nelinearnih jednačina. Kvalitet (tačnost) tog rešenja utoliko je veći, ukoliko su kriterijumi konvergencije stroži.

Dakle, proračun se zaustavlja kada se zadovolje kriterijumi (2.2.3.5) i kaže se da je metod konvergirao. U slučaju da se iz aproksimacija rešenja ide u naredne tako što se apsolutne vrednosti izraza s levih strana relacija (2.2.3.5) povećavaju, onda metod divergira.

## 2.2.4 Gaus-Zajdelovo poboljšanje opšteg iterativnog metoda

Ako se ponovo razmatra sistem jednačina (2.2.3.1) kojem je dat oblik (2.2.3.2), onda Gaus-Zajdelov (iterativni) metod za rešavanje sistema nelinearnih jednačina glasi: ako se raspolaže  $h$ -tom aproksimacijom rešenja:

$$x_1^h, x_2^h, \dots, x_n^h, \quad (2.2.4.1)$$

onda se korigovana  $(h+1)$ -va aproksimacija rešenja izračunava koristeći se sledećim izrazima:

$$\begin{aligned} x_1^{h+1} &= \Phi_1(x_1^h, x_2^h, x_3^h, \dots, x_{n-1}^h, x_n^h), \\ x_2^{h+1} &= \Phi_2(x_1^{h+1}, x_2^h, x_3^h, \dots, x_{n-1}^h, x_n^h), \\ &\vdots \\ x_n^{h+1} &= \Phi_n(x_1^{h+1}, x_2^{h+1}, x_3^{h+1}, \dots, x_{n-1}^{h+1}, x_n^h). \end{aligned} \quad (2.2.4.2)$$

Kao što se vidi iz relacija (2.2.4.2) i (2.2.3.4), povećan kvalitet Gaus-Zajdelovog metoda u odnosu na Jakobijev metod jeste u tome da se u primeni Gaus-Zajdelovog metoda, u trenutku izračunavanja  $(h+1)$ -ve aproksimacije rešenja jedne nepoznate veličine, koriste aktuelne („najsvežije“) aproksimacije nepoznatih veličina. Gaus-Zajdelov metod se zaustavlja na isti način kao i Jakobijev metod – zadovoljenjem kriterijuma (2.2.3.5).

Na osnovu ovih izlaganja očigledno je da kada se Gaus-Zajdelov metod primenjuje za rešavanje jedne jednačine, tada se on svodi na Jakobijev metod.





### 3 MATEMATIČKI MODELI ELEKTROENERGETSKIH KOLA

U ovoj glavi obrađena su tri matematička modela elektroenergetskih kola kojima se modeluju naizmenične elektroenergetske mreže u prostoperiodičnim režimima. Prvi matematički model je zasnovan na direktnoj primeni Kirhofovih zakona – deo 3.1. Drugi i treći matematički model predstavljaju izvedene forme Kirhofovih zakona, a to su metod nezavisnih napona čvorova – deo 3.2 i metod nezavisnih konturnih struja – deo 3.3.

#### 3.1 DIREKTNA PRIMENA KIRHOFOVIH ZAKONA

Koristeći se strujnim i naponskim Kirhofovom zakonom, može da se napiše dovoljan broj relacija (jednačina) za modelovanje i rešavanje kola [1, 2, 61]. Stoga, najprirodniji put za rešavanje kola (mada ne uvek najkraći i najefikasniji), jeste direktna primena ta dva zakona. U ovom delu razmotrena su jednostavna kola da bi se demonstrirala sistematska i direktna primena tih zakona. Primeri su orijentisani prema distributivnim mrežama. Brojevi grana (ukupan broj jednostavnih i složenih, odnosno rednih grana i otoka) i čvorova razmatranih kola označeni su sa  $n_g$  i  $n_c$ , respektivno. Za sve čvorove osim za čvor nultog potencijala, pišu se relacije saglasne sa strujnim Kirhofovom zakonom i njih ima  $n_c - 1$ . Zatim se utvrđuje broj nezavisnih kontura kola  $n_{kon} = n_g - n_c + 1$  i za svaku od njih se piše po jedna relacija saglasna s naponskim Kirhofovom zakonom. Time se dobija sistem od  $n_{kon} + n_c - 1$  relacija. Naponi grana biće obeležavani malim slovima ( $\hat{u}$ ), a naponi čvorova velikim ( $\hat{U}$ ).

Razmatra se kolo sa 5 grana ( $n_g = 5$ ) i 3 čvora ( $n_c = 3$ ) prikazano na slici 3.1.1. Grane kola se sastoje isključivo od idealnih naponskih generatora i impedansi. Dakle, sve grane su linearne. Pet grana kola sa slike 3.1.1 jesu: složena grana 1 – naponski generator ( $\hat{E}_1, \hat{z}_1$ ), kojeg čini redna veza idealnog naponskog generatora  $\hat{E}_1$  i impedanse  $\hat{z}_1$ , kao i jednostavne impedantne grane: grana 2 –  $\hat{z}_2$ , grana 3 –  $\hat{z}_3$ , grana 4 –  $\hat{z}_4$  i grana 5 –  $\hat{z}_5$ . Čvorovi kola su označeni punim kružićima. Oni su numerisani sa 1, 2 i 3. Čvor 1 je izabran da bude čvor *referentnog (nultog) potencijala* – zemlja.

U kolu nema elektromagnetskih i kapacitivnih sprega, niti idealnih transformatora. Matematički model kola saglasan s Kirhofovom zakonima, formuliše se na sledeći način [1, 2]:

$$-\hat{I}_5 + \hat{I}_3 + \hat{I}_4 = 0 \text{ (čvor 2),} \quad (3.1.1a)$$

$$\hat{I}_1 + \hat{I}_2 - \hat{I}_3 - \hat{I}_4 = 0 \text{ (čvor 3),} \quad (3.1.1b)$$

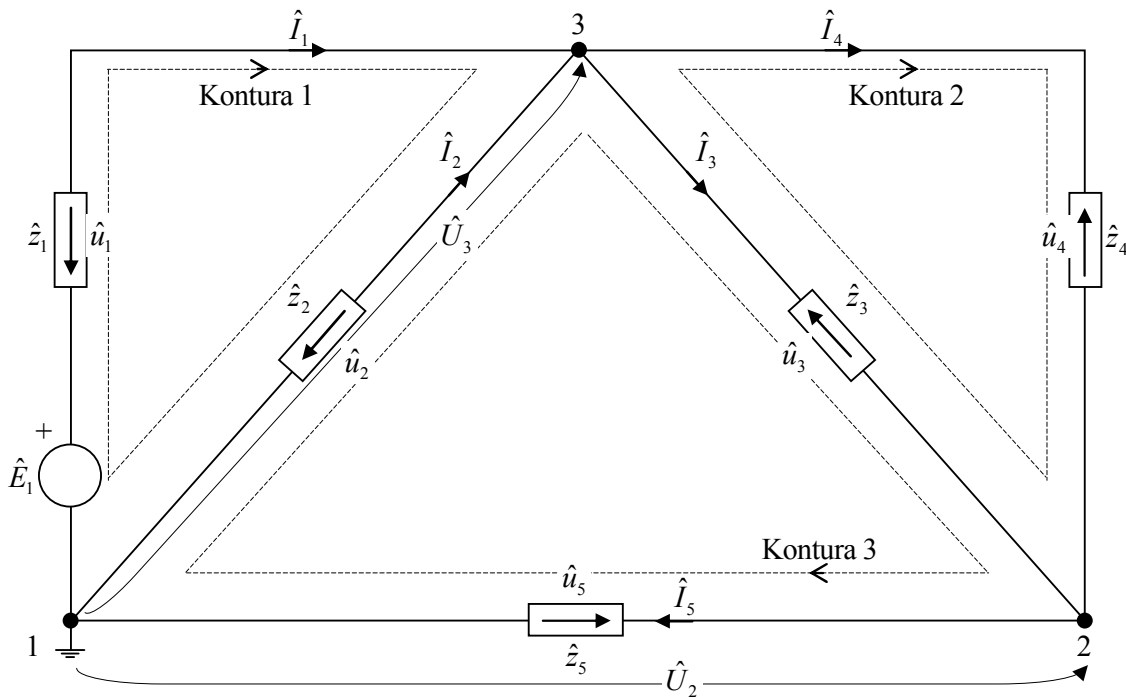
$$\hat{E}_1 - \hat{z}_1 \hat{I}_1 + \hat{z}_2 \hat{I}_2 = 0 \text{ (kontura 1),} \quad (3.1.1c)$$

$$-\hat{z}_4 \hat{I}_4 + \hat{z}_3 \hat{I}_3 = 0 \text{ (kontura 2),} \quad (3.1.1d)$$

$$-\hat{z}_5 \hat{I}_5 - \hat{z}_2 \hat{I}_2 - \hat{z}_3 \hat{I}_3 = 0 \text{ (kontura 3).} \quad (3.1.1e)$$

Matematički model (3.1.1) sastoji se od pet linearnih relacija. Dakle, model je linearan. On sadrži šest veličina: pet struja grana  $\hat{I}_1, \hat{I}_2, \hat{I}_3, \hat{I}_4, \hat{I}_5$  i napon jedinog idealnog naponskog generatora  $\hat{E}_1$ . Broj veličina je veći od broja relacija modela s obzirom da nije opisana (specificirana, zadata) eksitacija kola. S obzirom da je broj

nepoznatih veličina veći od broja relacija za jedan, eksitacija kola sastoji se samo od jedne, bilo koje od veličina modela. U slučaju razmatranog kola, jedini element koji može da izazove (nenulti) režim jeste napon idealnog naponskog generatora  $\hat{E}_1$ . Ako se on utvrdi (specificira) kao eksitacija, na raspolaganju je pet simultanih jednačina modela kola (3.1.1), koje, za poznate parametre – pet impedansi  $\hat{z}_1, \hat{z}_2, \hat{z}_3, \hat{z}_4$  i  $\hat{z}_5$ , mogu da se reše po pet struja grana  $\hat{I}_1, \hat{I}_2, \hat{I}_3, \hat{I}_4$  i  $\hat{I}_5$ . Posle proračuna struja grana, veličine režima kola, koje su od osnovnog interesa, jesu naponi svih čvorova kola u odnosu na čvor referentnog potencijala. To su naponi čvorova 2 i 3 ( $\hat{U}_2$  i  $\hat{U}_3$ ). Jedna varijanta za njihovo izračunavanje sastoji se od korišćenja sledeće dve relacije:



Slika 3.1.1 – Razmatrano kolo

$$\hat{U}_2 = -\hat{z}_2 \hat{I}_2 - \hat{z}_3 \hat{I}_3, \quad (3.1.2a)$$

$$\hat{U}_3 = -\hat{z}_2 \hat{I}_2. \quad (3.1.2b)$$

Ove dve relacije (jednačine) raspregnute su od sistema simultanih jednačina (3.1.1) i mogu da se reše direktno po naponima čvorova 2 i 3, pošto se izračunaju struje kola.

Na slici 3.1.2 predstavljeno je novo kolo. Ono se od kola sa slike 3.1.1 razlikuje po tome što se umesto impedanse  $\hat{z}_5$ , u grani između čvorova 1 i 2, nalazi potrošač/generator P/G specificirane kompleksne snage. Dakle, u tom kolu se pojavljuje nelinearna grana. Njegova kompleksna snaga iznosi  $\hat{S}_5 = \hat{U}_5 \hat{I}_5 = P_5 - jQ_5$  [2]. Kada bi bio u pitanju potrošač, aktivna snaga  $P_5$  bi bila pozitivna saglasno s referentnim smerom za kompleksnu snagu  $\hat{S}_5$  sa slike 3.1.2 (prema potrošaču). Reaktivna snaga potrošača  $Q_5$  je uobičajeno pozitivna, opet saglasno s referentnim smerom za kompleksnu snagu  $\hat{S}_5$ . Kada bi bio u pitanju generator, aktivna snaga  $P_5$  bila bi negativna saglasno s referentnim

smerom za kompleksnu snagu  $\hat{S}_5$  sa slike 3.1.2 (prema potrošaču). Referentni smerovi napona, struje i snage grane 5 usaglašeni su prema potrošaču/generatoru.

Matematički model kola sa slike 3.1.2 sastoji se od  $n_c - 1 + n_{kon} = 5$  relacija saglasnih s Kirhofovima zakonima:

$$-\hat{I}_5 + \hat{I}_3 + \hat{I}_4 = 0 \text{ (čvor 2),} \quad (3.1.3a)$$

$$\hat{I}_1 + \hat{I}_2 - \hat{I}_3 - \hat{I}_4 = 0 \text{ (čvor 3),} \quad (3.1.3b)$$

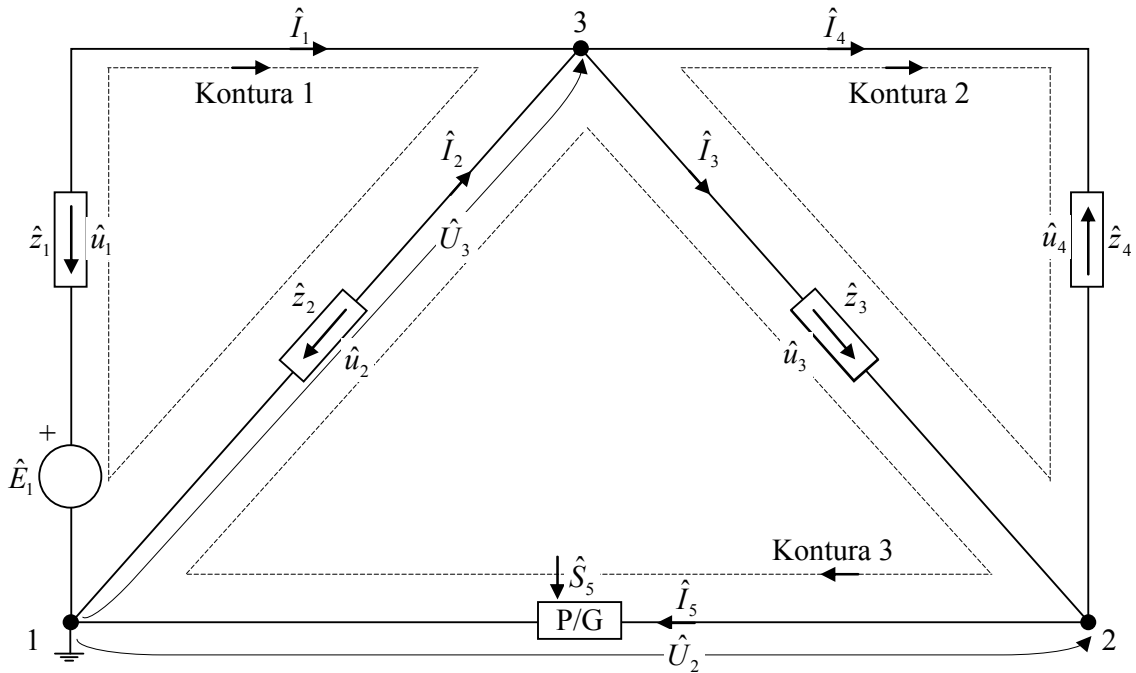
$$\hat{E}_1 - \hat{z}_1 \hat{I}_1 + \hat{z}_2 \hat{I}_2 = 0 \text{ (kontura 1),} \quad (3.1.3c)$$

$$-\hat{z}_4 \hat{I}_4 + \hat{z}_3 \hat{I}_3 = 0 \text{ (kontura 2),} \quad (3.1.3d)$$

$$-\hat{U}_2 - \hat{z}_2 \hat{I}_2 - \hat{z}_3 \hat{I}_3 = 0 \text{ (kontura 3),} \quad (3.1.3e)$$

s tim što treba da se uvaži činjenica da su kompleksni napon  $\hat{U}_2$  i struja  $\hat{I}_5$  grane s potrošačem/generatorom P/G povezani s njegovom kompleksnom snagom potrošnje/proizvodnje relacijom:

$$\hat{I}_5 = \frac{\hat{S}_5}{\hat{U}_2^*}. \quad (3.1.3f)$$



Slika 3.1.2 – Kolo sa slike 3.1.1 sa zamenjenom impedansom  $\hat{z}_5$  potrošačem/generatorom sa istaknutom kompleksnom snagom  $\hat{S}_5$

Matematički model (3.1.3) sastoji se od šest relacija i sadrži osam veličina: pet struja grana  $\hat{I}_1, \hat{I}_2, \hat{I}_3, \hat{I}_4, \hat{I}_5$ , napon jedinog idealnog naponskog generatora  $\hat{E}_1$ , napon grane s potrošačem/generatorom  $\hat{U}_2$  i kompleksnu snagu potrošača/generatora  $\hat{S}_5$ . Sa aspekta elektroenergetskih mreža, prirodno je da se elektromotorna sila idealnog naponskog

generatora i kompleksna snaga potrošača/generatora utvrde kao eksitacija kola, a struje grana (i ostale veličine) kao odziv kola. Za specificiranu (poznatu) eksitaciju kola ( $\hat{E}_1$  i  $\hat{S}_5$ ), na raspolaganju je šest jednačina modela kola (3.1.3) koje, za poznate parametre – četiri impedanse  $\hat{z}_1$ ,  $\hat{z}_2$ ,  $\hat{z}_3$  i  $\hat{z}_4$ , mogu da se reše po pet struja grana i po naponu grane s potrošačem/generatorom P/G.

Matematički model (3.1.3) može da se restrukturira na sledeći način [relacija (3.1.3f) je uvrštena u relaciju (3.1.3a)]:

$$-\frac{\hat{S}_5}{\hat{U}_2} + \hat{I}_3 + \hat{I}_4 = 0 \text{ (čvor 2),} \quad (3.1.4a)$$

$$\hat{I}_1 + \hat{I}_2 - \hat{I}_3 - \hat{I}_4 = 0 \text{ (čvor 3),} \quad (3.1.4b)$$

$$\hat{E}_1 - \hat{z}_1 \hat{I}_1 + \hat{z}_2 \hat{I}_2 = 0 \text{ (kontura 1),} \quad (3.1.4c)$$

$$-\hat{z}_4 \hat{I}_4 + \hat{z}_3 \hat{I}_3 = 0 \text{ (kontura 2).} \quad (3.1.4d)$$

$$-\hat{U}_2 - \hat{z}_2 \hat{I}_2 - \hat{z}_3 \hat{I}_3 = 0 \text{ (kontura 3).} \quad (3.1.4e)$$

Sada se model kola sastoji od pet relacija s pet nepoznatih veličina: četiri nepoznate struje grana:  $\hat{I}_1$ ,  $\hat{I}_2$ ,  $\hat{I}_3$  i  $\hat{I}_4$ , kao i napon grane s potrošačem  $\hat{U}_2$ . Iz tih pet jednačina mogu da se izračunaju četiri struje grana  $\hat{I}_1$ ,  $\hat{I}_2$ ,  $\hat{I}_3$  i  $\hat{I}_4$ , kao i napon grane s potrošačem  $\hat{U}_2$ . Struja  $\hat{I}_5$  je direktno izražena relacijom (3.1.3f), preko poznate snage  $\hat{S}_5$  i izračunatog napona  $\hat{U}_2$ . Time su izračunate struje svih grana. Napon čvora 3 može da se izračuna koristeći se raspregnutom relacijom:

$$\hat{U}_3 = -\hat{z}_2 \hat{I}_2. \quad (3.1.5)$$

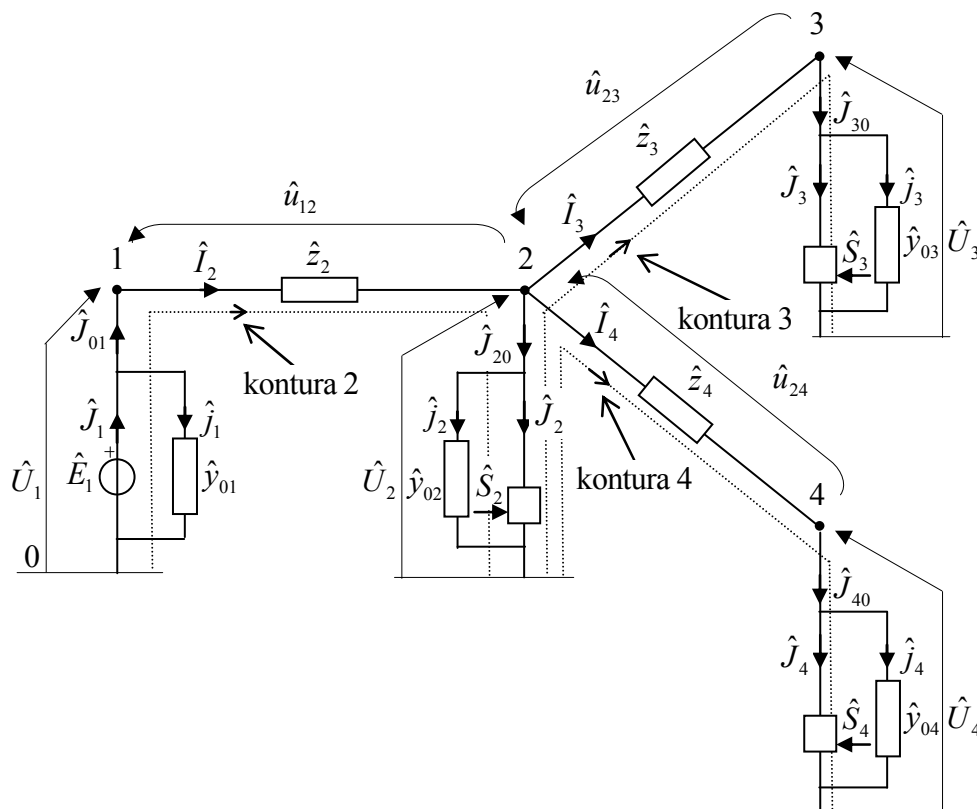
Ključna razlika modela ovog kola (sa specificiranom kompleksnom snagom potrošača) u odnosu na model prethodnog kola – slika 3.1.1 (sa impedantnom granom umesto generatora/potrošača), jeste u tome da ovaj model nije linearan. Kako je već rečeno, grana sa specificiranom snagom, a ne impedansom ili idealnim generatorom, unosi nelinearnost u model kola. Tako, za rešenje nelinearnog modela (3.1.4) potrebno je da se koriste metodi za rešavanje sistema nelinearnih jednačina.

Na osnovu dosadašnjih razmatranja u tekstu koji sledi obradiće se modelovanje i proračun lestvičastih kola direktnom primenom Kirhofovih zakona [1, 2, 61]. Na tom postupku se zasniva tradicionalni proračun radijalnih distributivnih mreža. U ovoj disertaciji se pojmovi *električno kolo* (*kolo* u tekstu koji sledi), *čvor* i *grana* smatraju poznatim. Čvorovi su krajevi grana. Granama su povezani čvorovi. Čvorovi i grane čine kolo. Na osnovu tih pojmova, u ovom radu se definišu: 1) *staza*, 2) *kontura*, 3) *nezavisna kontura* i *nezavisna grana*, 4) *redna grana* i *otoka*, 5) *složene grane* 6) *petlja*, 7) *kolo s petljama* 8) *lestvičasto kolo* i 9) *radijalna mreža*:

- 1) Staza kola jeste skup grana s njihovim čvorovima, kojima su povezana dva čvora kola, ako se na svaki čvor, „krećući“ se stazom, nailazi samo po jednom. Dva čvora koja su povezana stazom jesu početak i kraj staze, zavisno od smera kretanja duž nje.

- Dve staze su različite ako je njihov presek prazan skup (ako nemaju ni jednu zajedničku granu niti jedan zajednički čvor);
- 2) Konturu kola čine dve različite staze koje imaju međusobno iste početke i iste krajeve za odgovarajuće smerove kretanja duž njih;
  - 3) Nezavisnom konturom se naziva kontura kola koja ima bar jednu granu koja ne pripada drugim konturama kola. Grane konture koje ne pripadaju drugim konturama nazivaju se nezavisnim granama;
  - 4) Grana čiji ni jedan čvor nije čvor referentnog potencijala naziva se redna grana. Grana čiji samo jedan čvor jeste čvor referentnog potencijala naziva se otočnom granom;
  - 5) Složene grane se sastoje od redno i paralelno povezanih jednostavnih grana, ali tako da su struje na oba kraja svake složene grane iste;
  - 6) Kontura koja ne sadrži ni jednu otoku naziva se petlja. Dakle, petlje su specijalan slučaj kontura;
  - 7) Kolo u kojem ima petlji naziva se kolo s petljama;
  - 8) Kolo s konturama među kojima nema petlji naziva se lestvičasto kolo;
  - 9) Radijalna je mreža ona čije je ekvivalentno kolo lestvičasto.

Razmatra se lestvičasto kolo prikazano na slici 3.1.3. Ono ima pet čvorova,  $n_{\xi} = 5$ : čvor referentnog potencijala 0 (prikazan je višestruko – četiri puta, bez pridružene oznake za zemlju) i čvorovi 1, 2, 3 i 4. Njihovi naponi u odnosu na čvor referentnog potencijala označeni su sa  $\hat{U}_i, i = 1, 2, 3, 4$  (u subskriptu imaju jedan indeks).



Slika 3.1.3 – Razmatrano lestvičasto kolo

Razmatrano kolo ima sedam grana,  $n_g = 7$ :

- 1) Složena otoka (1-0), koju čine paralelna veza idealnog naponskog generatora s naponom  $\hat{U}_1$  i admitansa  $\hat{y}_{01}$ ;
- 2) Jednostavna redna grana (1-2), koju čini impedansa  $\hat{z}_2$ ;
- 3) Složena otoka (2-0), koju čine paralelna veza potrošača/generatora sa snagom  $\hat{S}_2$  i admitansa  $\hat{y}_{02}$ ;
- 4) Jednostavna redna grana (2-3), koju čini impedansa  $\hat{z}_3$ ;
- 5) Složena otoka (3-0), koju čine paralelna veza potrošača/generatora sa snagom  $\hat{S}_3$  i admitansa  $\hat{y}_{03}$ ;
- 6) Jednostavna redna grana (2-4), koju čini impedansa  $\hat{z}_4$ ;
- 7) Složena otoka (4-0), koju čine paralelna veza potrošača/generatora sa snagom  $\hat{S}_4$  i admitansa  $\hat{y}_{04}$ .

Saglasno s Kirhofovima zakonima matematički model kola sa slike 3.1.3 može da se napiše na sledeći način:

$$\hat{I}_4 = \frac{\hat{S}_4}{\hat{U}_4} + \hat{U}_4 \hat{y}_{04} \quad (\text{čvor 4}), \quad (3.1.6a)$$

$$\hat{I}_3 = \frac{\hat{S}_3}{\hat{U}_3} + \hat{U}_3 \hat{y}_{03} \quad (\text{čvor 3}), \quad (3.1.6b)$$

$$\hat{I}_2 = \frac{\hat{S}_2}{\hat{U}_2} + \hat{U}_2 \hat{y}_{02} + \hat{I}_3 + \hat{I}_4 \quad (\text{čvor 2}), \quad (3.1.6c)$$

$$\hat{U}_2 = \hat{E}_1 - \hat{z}_2 \hat{I}_2 \quad (\text{kontura 2}), \quad (3.1.6d)$$

$$\hat{U}_3 = \hat{U}_2 - \hat{z}_3 \hat{I}_3 \quad (\text{kontura 3}), \quad (3.1.6e)$$

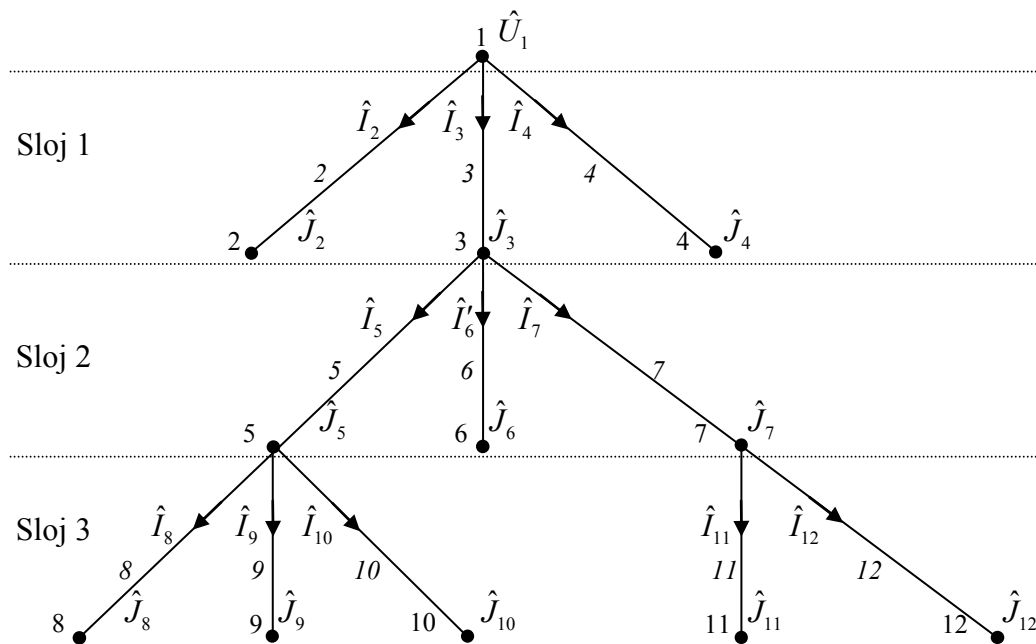
$$\hat{U}_4 = \hat{U}_2 - \hat{z}_4 \hat{I}_4 \quad (\text{kontura 4}). \quad (3.1.6f)$$

Prve tri relacije nisu linearne, a druge tri jesu. Dakle, sistem (3.1.6) jeste generalno nelinearan, pa treba da se rešava metodima za rešavanje nelinearnih simultanih jednačina (npr. Gaus-Zajdelovim metodom – paragraf 2.2.4). Posle rešenja sistema (3.1.6), raspolože se vrednostima sledećih veličina:  $\hat{I}_2$ ,  $\hat{I}_3$  i  $\hat{I}_4$ ,  $\hat{U}_2$ ,  $\hat{U}_3$ ,  $\hat{U}_4$ , kao i sa eksitacijom kola:  $\hat{E}_1$ ,  $\hat{S}_2$ ,  $\hat{S}_3$  i  $\hat{S}_4$  (unapred specificirane četiri veličine).

Zbog raspregnute jednačine napisane prema strujnom Kirhofovom zakonu za čvor 1, lestvičasto kolo prikazuje se kolom koje nema drugih otoka u prvom čvoru, osim priključenog idealnog naponskog generatora.

Na osnovu prethodnog izlaganja, postupak za proračun opisane specijalne klase lestvičastih kola može da se generalizuje. Neka se razmatra lestvičasto kolo sa  $n$  čvorova (bez čvora referentnog potencijala) i  $(n-1)$  rednom granom, koje je prikazano na slici 3.1.4 ( $n=12$ ). Prikaz kola je pojednostavljen u odnosu na kolo sa slike 3.1.3. Čvor referentnog potencijala nije istaknut. On je trinaesti čvor. Čvorovi su označeni kružićima. U čvoru 1 priključen je idealni naponski generator sa specificiranim naponom  $\hat{U}_1$  (to je

čvor koji je isti s čvorom 1 kola sa slike 3.1.3. U ostalim čvorovima su priključeni potrošači ili generatori sa specificiranim snagama potrošnje odnosno proizvodnje  $\hat{S}_k$ ,  $k = 2, 3, \dots, n$  (to su čvorovi koji su isti sa čvorovima 2, 3 i 4 kola sa slike 3.1.3. U svakom je čvoru priključena otočna admitansa  $\hat{y}_{0k}$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots, n$ . Te admitanse nisu prikazane na slici 3.1.4. Redna grana koja prethodi čvoru ima redni broj jednak rednom broju čvora. Redne grane su označene linijama i numerisane italicom. Njih ima  $n-1$ . Svaka od njih se sastoji od impedanse. Indeks impedanse jednak je indeksu redne grane:  $\hat{z}_k$ ,  $k = 2, 3, \dots, n$ . Numeracija mreže izvršena je po *slojevima*. Prvi sloj čine redne grane koje se napajaju direktno sa čvora 1. Njihovi indeksi počinju sa 2 i povećavaju se za jedan, do iscrpljivanja svih rednih grana prvog sloja. Drugi sloj čine redne grane koje se napajaju sa rednih grana prvog sloja. Oni se numerišu od najvećeg indeksa prvog sloja, uvećanog za jedan itd. Treći sloj čine redne grane koje se napajaju sa rednih grana drugog sloja itd. Svaka redna grana ima dva čvora – *prvi* i *drugi čvor*. Prvi čvor je „bliži“ čvoru 1 od drugog. Za rednu granu  $k$ , ta dva čvora su numerisana sa  $k$  (dalji od čvora 1) i  $K$  (bliži čvoru 1). Drugi čvor redne grane jednako je numerisan kao i redna grana.



Slika 3.1.4 – Radijalno kolo

Matematički model i postupak za proračun i rekonstrukciju režima razmatranog kola sastoji se od sledećih koraka:

- 1) Utvrđivanje relacija bilansa struja u svim čvorovima kola (osim prvog), koje su saglasne sa strujnim Kirhofovim zakonom:

$$\hat{I}_k = \frac{\hat{S}_k}{\hat{U}_k^*} + \hat{U}_k \hat{y}_{0k} + \sum_{j=\alpha_k} \hat{I}_j, \quad k = n, n-1, \dots, 3, 2. \quad (3.1.7)$$

Sa  $\alpha_k$  je označen skup indeksa rednih grana koje se napajaju sa redne grane  $k$  – npr, za čvor 3 sa slike 3.1.4:  $\alpha_3 = \{5, 6, 7\}$ . Skupovi  $\alpha_k$  koji se odnose na

čvorove s kojih se ne napajaju druge redne grane su prazni skupovi ( $\alpha_2 = \alpha_4 = \alpha_6 = \alpha_8 = \alpha_9 = \alpha_{10} = \alpha_{11} = \alpha_{12} = \emptyset$ );

- 2) Utvrđivanje relacija prema naponskom Kirhofovom zakonu za konture koje sadrže jednu nezavisnu rednu granu:

$$\hat{U}_k = \hat{U}_K - \hat{z}_k \hat{I}_k, \quad k = 2, 3, \dots, n. \quad (3.1.8)$$

Kompleksnih relacija (3.1.7) i (3.1.8) ima  $2n-2$ . One su algebarske, kompleksne, simultane i nelinearne. Taj sistem jednačina treba da se reši po isto toliko nepoznatih (kompleksnih) veličina –  $(2n-2)$ :  $\hat{I}_k$  i  $\hat{U}_k$ ,  $k = 2, 3, \dots, n$  (napon čvora 1 je poznat). Osnovne nepoznate veličine tog kola jesu naponi čvorova – stanje kola. Zbog nelinearnosti njegovog modela – (3.1.7) i (3.1.8), za njegovo rešavanje mora da se koristi neki od matematičkih (numeričkih) metoda za rešavanje sistema nelinearnih jednačina;

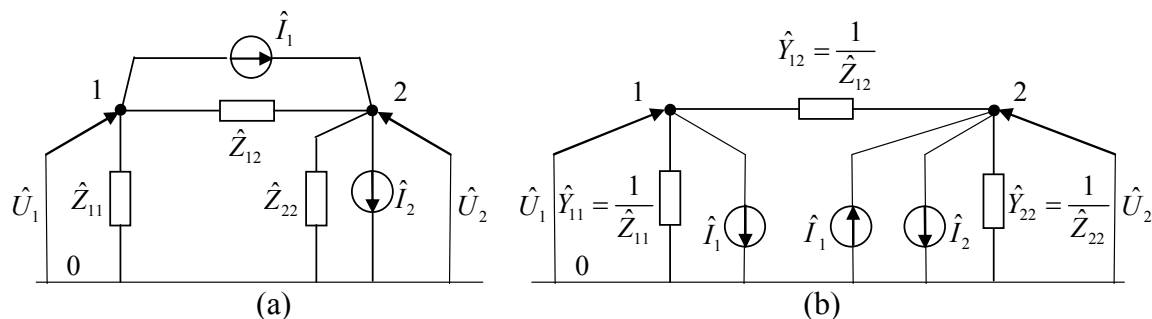
- 3) Rekonstrukcija svih veličina koje su od interesa.

Ovim izlaganjima utvrđen je značajan deo teorijske platforme za modelovanje i proračun distributivnih mreža. Ono što još nedostaje, jeste Tevenen-Nortonova relacija koju koriste procedure za kompenzaciju petlji i čvorova tipa PV. Ona se odnosi na mreže s petljama i izlaže se u glavi 4.

### 3.2 METOD NEZAVISNIH NAPONA ČVOROVA

U ovom delu izlaganja počinju s metodom nezavisnih potencijala čvorova kola bez spregnutih elemenata i idealnih transformatora (metod nezavisnih napona u tekstu koji sledi) [1, 2, 61].

Razmatra se kolo sa 5 grana ( $n_g = 5$ ) i 3 čvora ( $n_c = 3$ ), koje je prikazano na slici 3.2.1a. Grane kola se sastoje isključivo od idealnih strujnih generatora i impedansi. Dakle, sve grane su linearne. Pet grana kola sa slike 3.2.1a jesu: 1) jednostavne grane sa impedansama: 0-1 –  $\hat{Z}_{11}$ , 0-2 –  $\hat{Z}_{22}$  i 1-2 –  $\hat{Z}_{12}$  i 2) idealni strujni generatori struja  $\hat{I}_1$  i  $\hat{I}_2$  koji su priključeni između čvorova 0-1 i 1-2, respektivno. Kolu sa slike 3.2.1a može da se da ekvivalentna forma prikazana na slici 3.2.1b. Na takvom kolu se utvrđuju tri fundamentalne osobine matrice admitansi.



Slika 3.2.1 – Kolo za demonstraciju metoda nezavisnih napona čvorova s numerisanim čvorovima, utvrđenim (razvučenim) čvorom nultog potencijala 0 i utvrđenim naponima ostalih čvorova (a) i njeno ekvivalentno kolo (b)



Matematički model kola saglasan s metodom nezavisnih napona čvorova u opštem slučaju se formuliše na sledeći način:

- 1) Svi naponski generatori treba da se transformišu u strujne [1, 2, 61] (u razmatranom kolu nema takvih generatora, već su svi generatori strujni). Pored toga, uz definisane napone, potrebno je da se definišu i injektirane struje svih čvorova (osim čvora nultog potencijala). Pod *injektiranom strujom* čvora podrazumeva se suma struja svih strujnih generatora koji se stiču u čvor. Pri tome struje koje utiču u čvor uzimaju se sa znakom plus, a one koje ističu iz njega sa znakom minus. Za kolo sa slike 3.2.1b injektirane struje čvorova 1 i 2 su  $\hat{J}_1 = -\hat{I}_1$  i  $\hat{J}_2 = \hat{I}_1 - \hat{I}_2$ , respektivno;
- 2) Model kola sa  $n$  čvorova [čvor nultog potencijala je  $n+1$ -vi čvor:  $n = (n_\zeta - 1)$ ] napisan saglasno s metodom nezavisnih napona čvorova glasi:

$$\begin{bmatrix} \hat{J}_1 \\ \hat{J}_2 \\ \vdots \\ \hat{J}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{y}_{11} & \hat{y}_{12} & \cdots & \hat{y}_{1n} \\ \hat{y}_{21} & \hat{y}_{22} & \cdots & \hat{y}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{y}_{n1} & \hat{y}_{n2} & \cdots & \hat{y}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \\ \vdots \\ \hat{U}_n \end{bmatrix}, \quad (3.2.1)$$

odnosno:

$$\hat{\mathbf{J}} = \hat{\mathbf{Y}}_{\text{BUS}} \hat{\mathbf{U}}. \quad (3.2.2)$$

Vektori injektiranih struja  $\hat{\mathbf{J}}$  i napona čvorova  $\hat{\mathbf{U}}$  imaju dimenziju broja čvorova kola  $(n_\zeta - 1) \times 1$ , odnosno  $n \times 1$ . Kvadratna matrica admitansi  $\hat{\mathbf{Y}}_{\text{BUS}}$  ima dimenziju  $(n_\zeta - 1) \times (n_\zeta - 1)$ , odnosno  $n \times n$ . Broj vrsta u vektorima  $\hat{\mathbf{J}}$ ,  $\hat{\mathbf{U}}$  kao i broj vrsta i kolona u matrici admitansi  $\hat{\mathbf{Y}}_{\text{BUS}}$  jednak je ukupnom broju čvorova kola umanjenoj za jedan zbog čvora nultog potencijala 0;

- 3) Ako se sve paralelne grane zamene ekvivalentnim granama (sa sumarnim admitansama), elementi matrice admitansi kola sa  $n_\zeta$  čvorova, bez spregnutih elemenata, definišu su na sledeći način:
  - dijagonalni elementi jednaki su sumama admitansi svih (ekvivalentnih) grana koje se stiču u korespondentne čvorove – suma admitansi (ekvivalentnih) rednih grana incidentnih tom čvoru i njegove (ekvivalentne) otočne grane,
  - vandijagonalni elementi jednaki su admitansama korespondentnih rednih (ekvivalentnih) grana (onih između čvorova koji odgovaraju indeksima vandijagonalnih elemenata) s promenjenim znakom:

$$\hat{y}_{ii} = \sum_{j=1}^{n_\zeta-1} \hat{Y}_{ij}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n_\zeta - 1, \quad (3.2.3a)$$

$$\hat{y}_{ij} = \hat{y}_{ji} = -\hat{Y}_{ij}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n_\zeta - 1, j = 1, 2, 3, \dots, n_\zeta - 1, j \neq i, \quad (3.2.3b)$$

gde je sa  $\hat{Y}_{ii}$  označena admitansa otočne (ekvivalentne) grane priključene u čvoru  $i$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, n_{\xi} - 1$ , a sa  $\hat{Y}_{ij}$  admitansa redne (ekvivalentne) grane priključene između čvorova  $i$  i  $j$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, n_{\xi} - 1, j = 1, 2, 3, \dots, n_{\xi} - 1, j \neq i$ .

Model (3.2.2) može da se napiše i u razvijenoj formi:

$$\hat{J}_k = \sum_{i=1}^{n_{\xi}-1} \hat{y}_{ki} \hat{U}_i, \quad k = 1, 2, \dots, n_{\xi} - 1, \quad (3.2.4)$$

iz koje je očigledno da metod nezavisnih napona predstavlja već rečenu sintezu oba Kirhofova zakona. Naime:

- 1) S leve strane relacije (3.2.4) nalazi se suma struja strujnih generatora koji se stiču u čvor  $k$ ;
- 2) Ako se uzmu u obzir relacije (3.2.3), kojima se definišu elementi matrice admitansi, onda se s desne strane relacija (3.2.4) nalazi suma struja koje granama, incidentnim čvoru  $k$ , otiču iz tog čvora u kolo:

$$\sum_{i=1}^{n_{\xi}-1} \hat{y}_{ki} \hat{U}_i = \hat{y}_{kk} \hat{U}_k + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{n_{\xi}-1} \hat{y}_{ki} \hat{U}_i = \hat{Y}_{kk} \hat{U}_k + \hat{Y}_{ki} (\hat{U}_k - \hat{U}_i), \quad k = 1, 2, \dots, n_{\xi} - 1, \quad (3.2.5)$$

gde je u relaciji (3.2.5) sa  $\hat{Y}_{kk}$  označena otočna admitansa čvora  $k$ , a sa  $\hat{Y}_{ki}$  – admitansa grane  $(k-i)$ ,  $k = 1, 2, \dots, n_{\xi} - 1$ .

Dakle, svaka od relacija metoda nezavisnih napona (3.2.4) predstavlja *bilans struja* odgovarajućeg čvora (prvi Kirhofov zakon). Odnosno, matrični proizvod  $\hat{\mathbf{Y}}_{\text{BUS}} \hat{\mathbf{U}}$  s desne strane relacije (3.2.2), predstavlja vektor struja koje iz čvorova kola otiču sopstvenim otopnim granama u čvor nultog potencijala i rednim granama u ostale čvorove kola.

Za kolo sa slike 3.2.1b admitantna forma metoda nezavisnih napona glasi:

$$\begin{bmatrix} -\hat{I}_1 \\ \hat{I}_1 - \hat{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{11} + \hat{Y}_{12} & -\hat{Y}_{12} \\ -\hat{Y}_{12} & \hat{Y}_{22} + \hat{Y}_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \end{bmatrix}. \quad (3.2.6)$$

Kada je u pitanju AC kolo bez spregnutih elemenata, tada matrica admitansi  $\hat{\mathbf{Y}}_{\text{BUS}}$  ima sledeće tri osobine utvrđene kod kola bez spregnutih grana i idealnih transformatora:

- 1) trivijalno se generiše,
- 2) simetrična je,
- 3) retka je (za ekvivalentna kola elektroenergetskih mreža velikih dimenzija).

Ove osobine čine admitantnu formu metoda nezavisnih napona vrlo atraktivnom za modelovanje elektroenergetskih kola bez spregnutih elemenata.

### 3.3 METOD NEZAVISNIH KONTURNIH STRUJA

Kao i metod nezavisnih napona čvorova, metod nezavisnih konturnih struja predstavlja sintezu dva Kirhofova zakona za modelovanje i proračun kola [1, 2, 61].

Razmatra se kolo sa 5 grana ( $n_g = 5$ ) i 3 čvora ( $n_c = 3$ ), koje je prikazano je na slici 3.1.1. Kako je rečeno u delu 3.1, grane kola se sastoje isključivo od idealnih naponskih generatora i impedansi. Dakle, sve grane su linearne.

Matematički model kola saglasan s metodom nezavisnih konturnih struja u opštem slučaju se formuliše na sledeći način:

- 1) Utvrđuje se  $n_{kon} = n_g - n_c + 1$  nezavisnih kontura kola (konture 1, 2 i 3 na slici 3.1.1,  $n_{kon} = 3$ ). Nezavisne grane i konture kola sa slike 3.1.1 jesu: grana ( $\hat{E}_1, \hat{z}_1$ ) konture 1 sa strujom  $\hat{I}_1$ , grana  $\hat{z}_4$  konture 2 sa strujom  $\hat{I}_4$  i grana  $\hat{z}_5$  konture 3 sa strujom  $\hat{I}_5$ . Nezavisne konture su označene isprekidanim zatvorenim linijama. Referentni smerovi kontura se biraju po želji (strelice kontura);
- 2) Struje nezavisnih grana se definišu kao *konturne struje* odgovarajućih kontura  $\hat{I}_{kon i}$ ,  $i=1, 2, 3, \dots, n_{kon}$ ; za kolo sa slike 3.1.1 to su:  $\hat{I}_{kon1} = \hat{I}_1$ ,  $\hat{I}_{kon2} = \hat{I}_4$  i  $\hat{I}_{kon3} = \hat{I}_5$ ; kada bi referentni smer struje  $\hat{I}_1$  bio suprotan od usvojenog na slici 3.1.1, tada bi bilo  $\hat{I}_{kon1} = -\hat{I}_1$ ; isto važi za sve konturne struje;
- 3) Utvrđivanje suma napona idealnih naponskih generatora kontura  $\hat{U}_{\Sigma i}$ ,  $i=1, 2, 3, \dots, n_{kon}$ ; te sume se utvrđuju tako što se napon svakog idealnog naponskog generatora čiji je referentni smer saglasan s referentnim smerom konture uzima sa znakom plus, a u suprotnom slučaju sa znakom minus;
- 4) Na osnovu uvedenih veličina, model kola, napisan saglasno s metodom nezavisnih struja, glasi:

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_{\Sigma 1} \\ \hat{U}_{\Sigma 2} \\ \vdots \\ \hat{U}_{\Sigma n_{kon}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Z}_{11} & \hat{Z}_{12} & \cdots & \hat{Z}_{1n_{kon}} \\ \hat{Z}_{21} & \hat{Z}_{22} & \cdots & \hat{Z}_{2n_{kon}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{Z}_{n_{kon}1} & \hat{Z}_{n_{kon}2} & \cdots & \hat{Z}_{n_{kon}n_{kon}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_{kon1} \\ \hat{I}_{kon2} \\ \vdots \\ \hat{I}_{kon n_{kon}} \end{bmatrix}, \quad (3.3.1)$$

odnosno:

$$\hat{U}_{\Sigma kon} = \hat{Z}_{kon} \hat{I}_{kon}, \quad (3.3.2)$$

pri čemu je sa  $\hat{U}_{\Sigma kon}$  označen vektor suma napona idealnih naponskih generatora kontura, sa  $\hat{I}_{kon}$  vektor konturnih struja, a sa  $\hat{Z}_{kon}$  matrica impedansi kontura. Dakle, dimenzija modela jednaka je broju nezavisnih kontura;

- 5) Matrica impedansi kontura (za mrežu bez elektromagnetskih sprega i idealnih transformatora) generiše se trivijalno i simetrična je:

- Njen dijagonalni element  $\hat{Z}_{ii}$  jednak je sumi impedansi na koje se nailazi duž  $i$ -te konture;
  - Njen vandijagonalni element  $\hat{Z}_{ij}$  jednak je sumi impedansi koje su zajedničke za  $i$ -tu i  $j$ -tu konturu; ako su smerovi kontura na zajedničkim impedansama saglasni, onda je znak sume plus, a u suprotnom slučaju minus;
- 6) Ako se za poznate sume napona idealnih naponskih generatora kontura, matematički model (3.3.2) reši po nepoznatim konturnim strujama, onda struje grana se izračunavaju na sledeći način:
- Struje nezavisnih grana, po definiciji, jednake su konturnim strujama;
  - Struja svake grane koja nije nezavisna, već pripada više kontura, jednaka je sumi konturnih struja kontura kojima ta grana pripada; prilikom sumiranja konturnih struja, sa znakom plus se uzimaju one čiji su referentni smerovi saglasni s referentnim smerom struje grane, a u suprotnom slučaju sa znakom minus.

Matematički model kola koje je prikazano na slici 3.1.1, napisan saglasno s metodom nezavisnih konturnih struja, glasi:

$$\begin{bmatrix} \hat{E}_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{z}_1 + \hat{z}_2 & 0 & -\hat{z}_2 \\ 0 & \hat{z}_3 + \hat{z}_4 & -\hat{z}_3 \\ -\hat{z}_2 & -\hat{z}_3 & \hat{z}_2 + \hat{z}_3 + \hat{z}_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_{kon1} \\ \hat{I}_{kon2} \\ \hat{I}_{kon3} \end{bmatrix}. \quad (3.3.3)$$

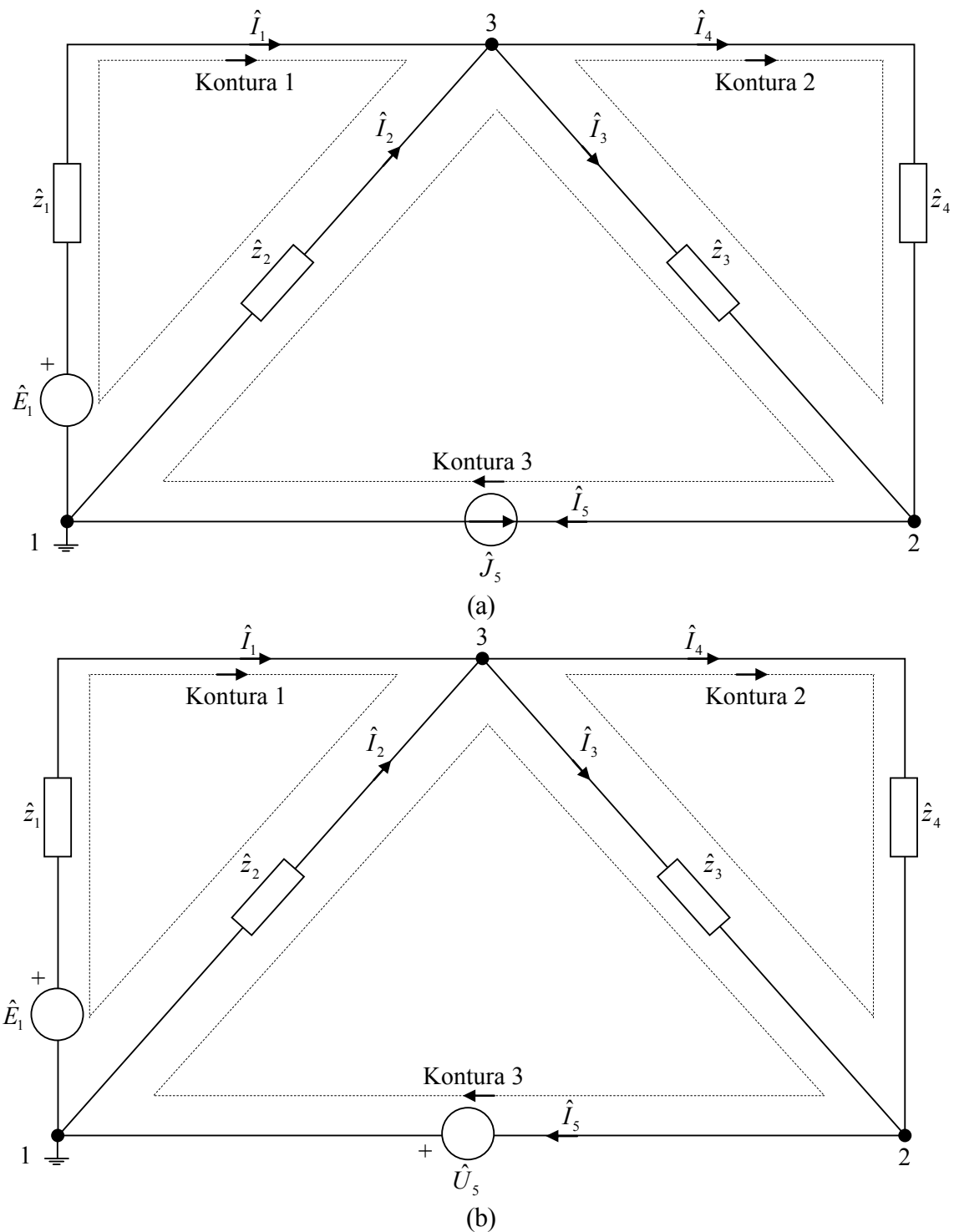
Ako se sistem linearnih jednačina (3.3.3), za poznat napon  $\hat{E}_1$ , reši po konturnim strujama  $\hat{I}_{kon1}$ ,  $\hat{I}_{kon2}$  i  $\hat{I}_{kon3}$ , struje grana iznose:

$$\hat{I}_1 = \hat{I}_{kon1}, \hat{I}_2 = -\hat{I}_{kon1} + \hat{I}_{kon3}, \hat{I}_3 = -\hat{I}_{kon2} + \hat{I}_{kon3}, \hat{I}_4 = \hat{I}_{kon2}, \hat{I}_5 = \hat{I}_{kon3}. \quad (3.3.4)$$

Neka se čvor 1 izabere za čvor referentnog (nultog) potencijala. Tada, naponi čvorova 2 i 3 (u odnosu na čvor 1) iznose:

$$\hat{U}_2 = \hat{z}_5 \hat{I}_5, \hat{U}_3 = -\hat{z}_2 \hat{I}_2. \quad (3.3.5)$$

Kolo sa slike 3.1.1 nad kojim je utvrđen model kola (mreže) saglasan s metodom nezavisnih konturnih struja nije sadržao idealne strujne generatore. Neka se sada razmatra drugo kolo koje je u odnosu na kolo sa slike 3.1.1 različito po tome što se umesto impedanse  $\hat{z}_5$ , između čvorova 1 i 2 nalazi idealan strujni generator sa strujom  $\hat{J}_5$  i referentnim smerom prema slici 3.3.1a. Referentni smer struje idealnog strujnog generatora suprotan je referentnom smeru konture 3 i referentnom smeru struje grane  $\hat{I}_5$ .



Slika 3.3.1 – Kolo sa slike 3.1.1, sa zamenjenom impedansom  $\hat{z}_5$  idealnim strujnim generatorom  $\hat{J}_5$  (a) i njegova ekvivalentna forma (b)

Na kolo sa slike 3.3.1a se ne može direktno primeniti metod nezavisnih konturnih struja. Ono mora da se pripremi tako što se, primenom principa supstitucije [1, 2], idealni strujni generator zameni idealnim naponskim generatorom. Tim generatorom treba da se obezbedi struja  $\hat{I}_5 = -\hat{J}_5$  u grani (1-2). Situacija je prikazana na slici 3.3.1.b. Pošto je u pitanju nezavisna grana konture 3, struja te grane direktno je određena konturnom

strujom konture 3. S druge strane, struja te grane određena je strujom idealnog strujnog generatora, odakle sledi:

$$\hat{I}_{\text{kon}3} = -\hat{J}_5 (= \hat{I}_5). \quad (3.3.6)$$

Matematički model kola sa slike 3.3.1b, koje je ekvivalentno razmatranom kolu sa slike 3.3.1a, napisan saglasno s metodom nezavisnih konturnih struja, glasi:

$$\begin{bmatrix} \hat{E}_1 \\ 0 \\ \hat{U}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{z}_1 + \hat{z}_2 & 0 & -\hat{z}_2 \\ 0 & \hat{z}_3 & -\hat{z}_3 \\ -\hat{z}_2 & -\hat{z}_3 & \hat{z}_2 + \hat{z}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_{\text{kon}1} \\ \hat{I}_{\text{kon}2} \\ -\hat{J}_5 \end{bmatrix}. \quad (3.3.7)$$

Ako se poznaje napon idealnog naponskog generatora  $\hat{E}_1$  i struja idealnog strujnog generatora  $\hat{J}_5$  i ako se želi da se kolo reši, matricna relacija (3.3.7) može da se parcioniše na sledeći način:

$$\begin{bmatrix} \hat{E}_1 \\ 0 \\ \hat{U}_5 \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{cc|c} \hat{z}_1 + \hat{z}_2 & 0 & -\hat{z}_2 \\ 0 & \hat{z}_3 & -\hat{z}_3 \\ \hline -\hat{z}_2 & -\hat{z}_3 & \hat{z}_2 + \hat{z}_3 \end{array} \right] \begin{bmatrix} \hat{I}_{\text{kon}1} \\ \hat{I}_{\text{kon}2} \\ -\hat{J}_5 \end{bmatrix}, \quad (3.3.8)$$

odnosno da se raspregne na dva dela:

$$\begin{bmatrix} \hat{E}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{z}_1 + \hat{z}_2 & 0 \\ 0 & \hat{z}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_{\text{kon}1} \\ \hat{I}_{\text{kon}2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\hat{z}_2 \\ -\hat{z}_3 \end{bmatrix} [-\hat{J}_5], \quad (3.3.9a)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\hat{z}_2 & -\hat{z}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_{\text{kon}1} \\ \hat{I}_{\text{kon}2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{z}_2 + \hat{z}_3 \end{bmatrix} [-\hat{J}_5]. \quad (3.3.9b)$$

Sistem dve simultane linearne jednačine (3.3.9a) potrebno je da se reši po dve nepoznate konturne struje  $\hat{I}_{\text{kon}1}$  i  $\hat{I}_{\text{kon}2}$ . Kada se one poznaju, napon idealnog strujnog generatora  $\hat{U}_5$ , kojim se obezbeđuje zadata struja idealnog strujnog generatora  $\hat{J}_5$ , može direktno da se izračuna koristeći se relacijom (3.3.9b). Pošto je struja treće konture  $\hat{I}_{\text{kon}3}$  poznata ( $\hat{I}_{\text{kon}3} = \hat{J}_5$ ), a topologija kola i izabrane konture su jednake sa onima kod kola sa slike 3.3.1a, struje grana mogu da se izračunaju koristeći se relacijama (3.3.4). Tada naponi čvorova 2 i 3, u odnosu na čvor 1 iznose:

$$\hat{U}_2 = -\hat{U}_5, \quad \hat{U}_3 = -\hat{z}_2 \hat{I}_2. \quad (3.4.10)$$

Na osnovu ovih razmatranja može da se zaključi da ako se nezavisna grana konture kola sastoji od idealnog strujnog generatora s poznatom strujom, onda:

- 1) Konturna struja konture sa idealnim strujnim generatorom u nezavisnoj grani određena je strujom tog generatora;

- 2) Koristeći se principom supstitucije, ta grana može da se supstituiše (zameni) idealnim naponskim generatorom nepoznatog napona, koji je ekvivalentan idealnom strujnom generatoru u smislu da se njime obezbeđuje struja te nezavisne grane konture, koja je određena strujom idealnog strujnog generatora;
- 3) Relacija koja odgovara toj konturi (3.3.9b) može da se izdvoji iz modela nezavisnih konturnih struja. Dakle, redukovani i modifikovani model kola (3.3.9a) – sistem simultanih linearnih jednačina – rešava se po jednoj nepoznatoj konturnoj struji manje;
- 4) Izdvojena relacija (3.3.9b) može da se direktno reši po nepoznatom naponu idealnog strujnog generatora, dakle, po nepoznatom naponu nezavisne grane sa idealnim strujnim generatorom.





## 4 TRADICIONALNI POSTUPCI ZA PRORAČUN TOKOVA SNAGA

Problem stacionarnih tokova snaga, ili jednostavnije problem tokova snaga, u suštini se odnosi na bilans električne energije u elektroenergetskim mrežama – prenosno-proizvodnih i distributivno-potrošačkih mreža. Naime, pod tim problemom se podrazumeva sledeće: kako opteretiti izvore u jednoj (poznatoj) mreži (elektrane u prenosno-proizvodnoj mreži, odnosno napojne transformatorske stanice i distribuirane generatore u distributivnoj mreži), kada je poznata potrošnja svih potrošača [napojni transformatori u (sub)prenosnoj mreži, odnosno distributivne transformatorske stanice i individualni potrošači u distributivnoj mreži].

### 4.1 TRADICIONALNA KLASIFIKACIJA ČVOROVA ELEKTROENERGETSKIH MREŽA

Tradicionalni proračuni tokova snaga su utvrđeni pre pet decenija. Njihovi modeli su bili orijentisani na čvorove [6]. Oni su bili pofazni pošto su se razmatrali samo simetrični režimi (direktnog redosleda) trofaznih mreža. Pre nego što se napravi pregled literature koja se bavi temom ove disertacije, ukratko će se razmotriti formulacija tradicionalnih modela tokova snaga koristeći se *principom inspekcije*. Pored toga formuliše se stanje mreže. Ono se sastoji od faznih napona svih čvorova mreže u odnosu na referentni potencijal – zemlju, kako u tradicionalnim tako i u modelima nesimetričnih tokova snaga koji se razmatraju u disertaciji. Oni su označeni njihovim kompleksnim predstavnicima  $\hat{U}$ , odnosno parovima njihovih (realnih) modula i uglova  $U$  i  $\theta$ . Raspoložuci stanjem (naponima svih čvorova) moguće je rekonstruisati sve ostale veličine razmatranog režima mreže. Veličine stanja mreže su sadržane u *vektoru stanja mreže*. Kada je realan, ovaj vektor se sastoji od  $N$  uglova i  $N$  modula (faznih) napona  $N$  čvorova mreže:

$$\mathbf{X}_s^T = [\theta_k, k \in \{1, \dots, n\}; U_k, k \in \{1, \dots, n\}]; \quad (4.1.1)$$

T označava transpoziciju matrice/vektora.

Tradicionalni modeli tokova snaga se zasnivaju na principu inspekcije i konstituisani su sa tri tipa jednofaznih čvorova –  $\theta V$  (balansni čvor), PQ i PV – Tabela 4.1.1.

Tabela 4.1.1 – Tradicionalni – jednofazni tipovi čvorova

Tip čvora	$\theta V$	PQ	PV
Poznate veličine	$\theta, U$	$P, Q$	$P, U$
Nepoznate veličine stanja	/	$\theta, U$	$\theta$

Uglovi i naponi čvorova (faze a) kao i injektirane aktivne i reaktivne snage čvorova obeležene su sa  $\theta$ ,  $U$ ,  $P$  i  $Q$ , respektivno. Zbog simetrije režima trofazne mreže, trofazne veličine mogu se razmatrati pofazno tj. mogu biti predstavljene bilo kojom faznom veličinom. U drugoj vrsti tabele 4.1.1 su veličine koje su specificirane za određeni tip čvora. Kada je čvor balansni, specificirane veličine su ugao i modul napona. Te dve poznate veličine pripadaju vektoru stanja. Potrošački čvorovi sa specificiranim aktivnim i reaktivnim snagama su tipa PQ. Generatorski čvorovi, u zavisnosti od upravljačkih strategija, mogu biti tipa PQ kada se njima kontrolišu aktivne i reaktivne snage ili tipa PV kada se njima kontrolišu aktivne snage i moduli napona. U trećoj vrsti tabele 4.1.1

prikazane su nepoznate veličine koje predstavljaju elemente vektora stanja  $\mathbf{X}_s$ .

## 4.2 TRADICIONALNI PRORAČUNI SIMETRIČNIH TOKOVA SNAGA

U ovom delu prvo su opisani standardni postupci za proračun simetričnih tokova snaga, a zatim postupci za proračun nesimetričnih tokova snaga prenosnih i distributivnih mreža koji se sreću u literaturi, a to su:

- 1) Postupak zasnovan na direktnoj primeni Kirhofovih zakona – paragraf 4.2.1;
- 2) Postupci zasnovani na metodu nezavisnih napona čvorova – paragraf 4.2.2;
- 3) Postupak zasnovan na metodu nezavisnih konturnih struja – paragraf 4.2.3.

Prvi postupak se zasniva na principu slojeva i direktnoj primeni Kirhofovih zakona. Drugi i treći postupak se zasnivaju na tehnici retkih matrica primenjenoj u Gausovoj eliminaciji (faktorizaciji) za rešavanje sistema linearnih jednačina i matrici admitansi mreže [62].

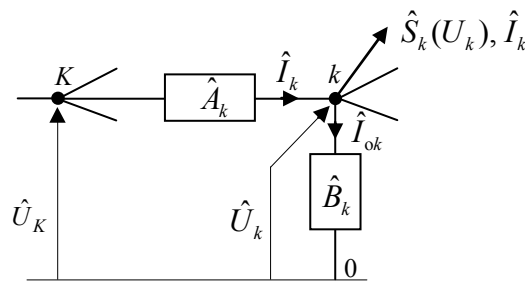
### 4.2.1 Postupak zasnovan na direktnoj primeni Kirhofovih zakona

U ovom paragrafu je prikazan postupak za proračun simetričnih tokova snaga (direktnog redosleda) trofaznih (uravnoteženih) radijalnih mreža, zasnovan na procedurama BFS [11-13]. On je orijentisan na grane. Poseban akcenat je stavljen na njegovoj matematičkoj zasnovanosti. To je urađeno s ciljem da se na toj matematičkoj zasnovanosti, opisani postupak generalizuje za proračune (ne)simetričnih režima trofaznih (ne)uravnoteženih aktivnih distributivnih mreža. Pored toga, posebno je obrađen postupak kompenzacije za simultani tretman petlji i čvorova tipa PV.

Razmatra se radijalna mreža, koja se sastoji od  $n$  trofaznih čvorova (bez čvora nultog potencijala – zemlje 0) i  $n-1$  trofazne grane,  $n \geq 2$ . Model mreže je pofazan (jednofazan), saglasan s pogonskim kolom mreže za simetričan režim direktnog redosleda. Normalizovano pogonsko kolo mreže može da se konstituiše koristeći se isključivo jednofaznim *segmentima*  $\Gamma$  prikazanim na slici 4.2.1.1 [61, 63]. Svaki segment je asociran jednoj sekciji voda ili transformatoru. Sa  $K$  i  $k$  su označeni indeksi čvorova na početku i kraju razmatranog segmenta. S obzirom na radijalnost mreže, čvor  $K$  je ujedno i kraj segmenta  $\Gamma$  *prethodnika* („predecessor“) s kojeg se napaja razmatrani segment, ili je to koren mreže. Čvor  $K$  može da bude početak i za više drugih segmenata  $\Gamma$  koji se napajaju preko istog prethodnika. Čvor  $k$  je ujedno i početak jednog ili više segmenata  $\Gamma$  – *sledbenika* („successors“) koji se napajaju preko razmatranog segmenta i/ili je u njemu priključen potrošač s faznom kompleksnom snagom  $\hat{S}_k(U_k) = P_k(U_k) - jQ_k(U_k)$  za definiciju  $\hat{S}(U) = \hat{U}^* \hat{I}$  (ta snaga može da bude konstantna ili zavisna od napona). Struje potrošača označene su sa  $\hat{I}_k$ . Usled radijalnosti mreže, svaki segment  $i$  reprezenti njegovih rednih i otočnih parametara indeksirani su istim indeksom čvora na njegovom kraju  $k$ .

Sa  $\hat{A}_k$  je označen impedantni reprezent rednog parametra – *redna grana segmenta*  $\Gamma_k$  –  $\hat{A}_k = \hat{Z}_k$ . Kada je u pitanju sekcija voda, onda je to njegova redna impedansa – redna pogonska impedansa za simetričan režim direktnog redosleda. Kada je u pitanju transformator, onda je to njegova impedansa kratkog spoja, pri čemu su idealni

transformatori eliminisani primenom sistema relativnih vrednosti [64] i sistema relativnih uglova [65]. Struja redne grane označena je sa  $\hat{I}_k$ .

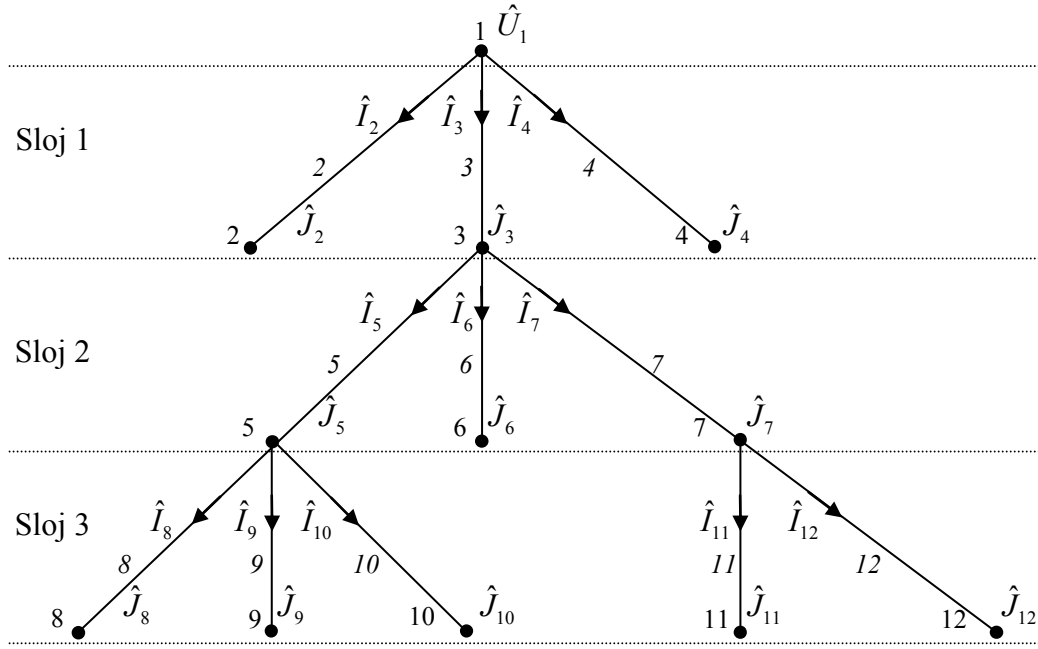


Slika 4.2.1.1 – Pogonsko kolo segmenta  $\Gamma_k$  trofazne distributivne mreže

Sa  $\hat{B}_k$  je označen admitantni reprezent otočnog parametra – *otočna grana segmenta*  $\Gamma_k$  –  $\hat{B}_k = \hat{Y}_{ok}$ . On predstavlja sumu: 1) admitantnog reprezentata otočnog parametra kraja sekcije ili transformatora (admitansa magnećenja) kojem je segment  $\Gamma_k$  asociran, 2) otočnih parametara na počecima sekcija ili transformatora (admitansi magnećenja) koji se napajaju preko razmatrane sekcije ili transformatora (ako ih ima) i 3) reprezentata otočnih elemenata direktno priključenih u čvoru  $k$  (npr. baterija kondenzatora). Opet je reč o pogonskim parametrima za simetričan režim direktnog redosleda. Sa  $\hat{I}_{ok}$  je označena struja otočne grane segmenta  $\Gamma_k$ . Dakle, reprezent otočnih parametara na početku sekcije ili transformatora kojoj ili kojem je asociran segment  $\Gamma_k$ , asociran je otočnoj grani segmenta  $\Gamma_K$  – prethodnika razmatranog segmenta  $\Gamma_k$ . Ako je čvor  $K$  koren mreže (dakle, razmatrani segment  $\Gamma_k$  nema prethodnika), onda otočni parametar koji odgovara čvoru  $K$  sekcije ili transformatora, kojoj ili kojem je razmatrani segment  $\Gamma_k$  asociran, ne utiče na proračun tokova snaga, pa se ni ne razmatra. Režim u tom (otočnom) parametru računa se trivijalno, na osnovu poznatog napona korena.

Prvo se razmatra radijalna mreža bez čvorova tipa PV (petlje i čvorovi tipa PV biće obrađeni kasnije). Problem tokova snaga predstavlja proračun vektora stanja – napona čvorova mreže (odnosno, kompletnog režima) distributivne mreže, na bazi poznatog napona korena mreže (balansnog čvora) i specifikiranih injektiranih snaga u svim ostalim čvorovima mreže (čvorovi tipa PQ). Osnovu proračuna tokova snaga radijalne mreže čini numeracija mreže po slojevima. Primer takve numeracije dat je na mreži s dvanaest čvorova, koja je prikazana na slici 4.2.1.2 [61, 63]. Prave linije između čvorova odnose se na napred opisane segmente  $\Gamma$ . Oni, zajedno s čvorovima mreže, numerisani su na sledeći način:

- 1) Prvi čvor je balansni. Drugi čvor i ostali čvorovi (ako ih ima), koji se  $\Gamma$  segmentima direktno napajaju s korena (čvorovi 2, 3 i 4), pripadaju prvom sloju, a poslednji –  $n$ -ti čvor (ovde dvanaesti), s čvorovima koji se direktno napajaju  $\Gamma$  segmentima sa čvorova prethodnog sloja (ovde drugog), pripadaju poslednjem sloju (ovde trećem);
- 2) Svaki čvor koji nije koren, napaja se preko jedinstvenog segmenta  $\Gamma$  istog indeksa, koji je asociran odgovarajućoj sekciji voda ili transformatoru (nema segmenta  $\Gamma$  s kojeg se napaja koren).



Slika 4.2.1.2 – Primer numeracije radijalne mreže sa dvanaest čvorova

Model razmatrane radijalne mreže koji je izveden primenom Kirhofovih zakona (glava 3), sastoji se od  $2n - 2$  nelinearne kompleksne jednačine:

$$\hat{I}_k = \frac{\hat{S}_k(U_k)}{\hat{U}_k^*} + \hat{Y}_{ok} \hat{U}_k + \sum_{j \in \alpha_k} \hat{I}_j, \quad k = n, n-1, \dots, 3, 2, \quad (4.2.1a)$$

$$\hat{U}_k = \hat{U}_K - \hat{Z}_k \hat{I}_k, \quad k = 2, 3, \dots, n. \quad (4.2.1b)$$

Relacije (4.2.1) treba da se reše po nepoznatim naponima čvorova mreže osim poznatog napona korena –  $\hat{U}_k$ ,  $k = 2, 3, \dots, n$ , kao i po nepoznatim strujama svih rednih grana mreže  $\hat{I}_k$ ,  $k = 2, 3, \dots, n$ .

Matematički model nije linearan pošto je predstavljen u terminima napona i snaga, a ne u terminima napona i struja (uz to, i snage mogu da zavise od napona). Forma modela tog kola je upravo takva da na nju može direktno da se primeni Jakobijev ili Gaus-Zajdelov metod za rešavanje sistema nelinearnih jednačina (Glava 2). Iteracija  $h$  Gaus-Zajdelovog metoda, u kojoj se izračunavaju  $h+1$ -ve aproksimacije struja rednih grana i naponi čvorova, glasi:

$$\hat{I}_k^{h+1} = \frac{\hat{S}_k(U_k^h)}{\hat{U}_k^{*h}} + \hat{Y}_{ok} \hat{U}_k^h + \sum_{j \in \alpha_k} \hat{I}_j^{h+1}, \quad k = n, n-1, \dots, 3, 2, \quad (4.2.2a)$$

$$\hat{U}_k^{h+1} = \hat{U}_K^{h+1} - \hat{Z}_k \hat{I}_k^{h+1}, \quad k = 2, 3, \dots, n. \quad (4.2.2b)$$

(Za  $K = 1$ , u pitanju je balansni čvor sa specificiranim naponom, pa superskript  $h+1$  nije potreban.)

S obzirom na kretanje indeksa  $k$ , očigledno je da svaka od relacija (4.2.2a), npr.  $k$ -ta, ima značenje: korigovana ( $h+1$ -va) vrednost struje redne grane  $k$ -tog segmenta  $\Gamma$  ( $\hat{I}_k^{h+1}$ )

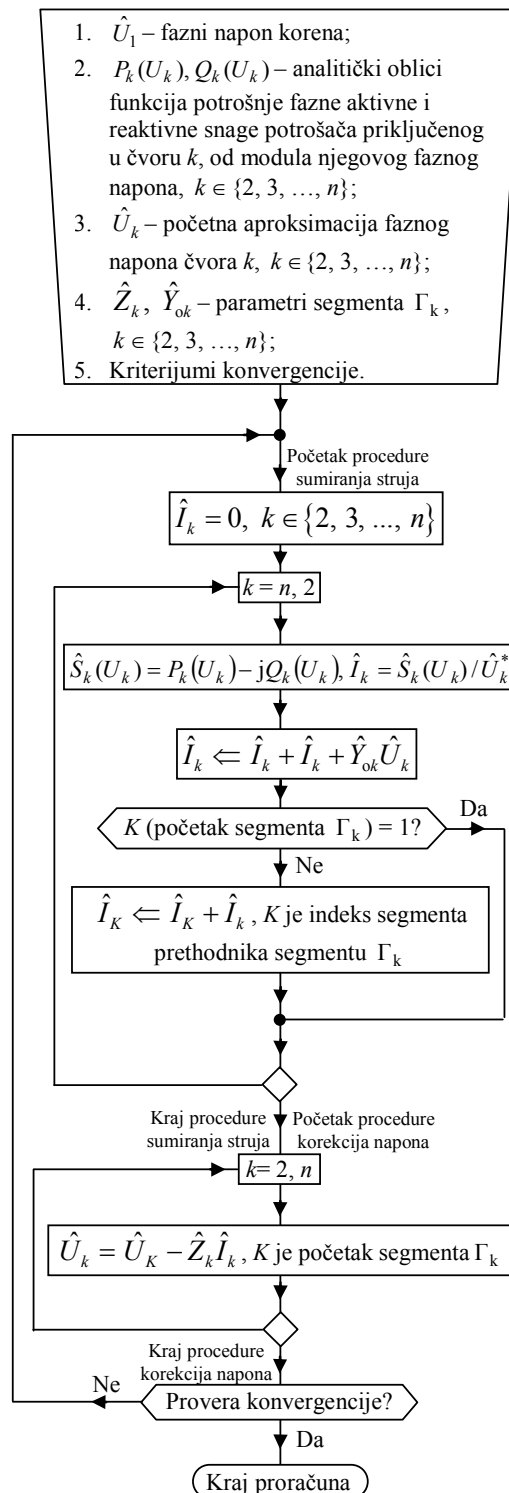
jednaka je zbiru  $h$ -te aproksimacije struje potrošača koji se direktno napaja s tog segmenta  $[\hat{S}_k(U_k^h)/\hat{U}_k^{*h}]$ ,  $h$ -te aproksimacije struje otočne grane tog segmenta  $(\hat{Y}_{ok}\hat{U}_k^h)$  i sumi već izračunatih struja rednih grana segmenata koji se napajaju sa  $k$ -tog segmenta  $\Gamma$  ( $\sum_{j \in \alpha_k} \hat{I}_j^{h+1}$ ). Poslednje struje su izračunate pre  $k$ -te, istim relacijama (4.2.2a), u okviru iste iteracije, s obzirom na specijalno kretanje indeksa  $k$  i izabranu numeraciju segmenata  $\Gamma$ , odnosno čvorova i grana radijalne mreže. Očigledno je da su struje rednih grana segmenata  $\Gamma$  poslednjeg sloja i segmenata sa kojih se ne napajaju drugi segmenti, jednake samo zbirovima struja njihovih potrošača i njihovih otočnih grana za poslednju aproksimaciju napona drugih čvorova tih segmenata. Te relacije predstavljaju primenu prvog Kirhofovog zakona na čvorove grana razmatrane mreže. Ova procedura, koja je određena relacijama (4.2.2a), očigledno je da nije ništa drugo do *procedura sumiranja struja* iz standardnih postupaka za proračun simetričnih tokova snaga trofaznih radijalnih mreža [11].

S obzirom na specijalno kretanje indeksa  $k$ , očigledno je da svaka od relacija (4.2.2b), npr.  $k$ -ta, ima značenje: korigovana ( $h+1$ -va) vrednost napona drugog čvora  $k$ -tog segmenta  $\Gamma$  ( $\hat{U}_k^{h+1}$ ), jednaka je razlici ( $h+1$ -ve) aproksimacije napona prvog čvora tog segmenta ( $\hat{U}_K^{h+1}$ ) i ( $h+1$ -ve) aproksimacije pada napona na rednoj grani tog segmenta ( $\hat{Z}_k \hat{I}_k^{h+1}$ ). Korigovana vrednost napona prvog čvora  $k$ -tog segmenta  $\Gamma$  ( $\hat{U}_K^{h+1}$ ) izračunata je pre korekcije napona drugog čvora tog segmenta, korišćenjem istih relacija (4.2.2b), u okviru iste iteracije, s obzirom na izabrano kretanje indeksa  $k$  i izabranu numeraciju segmenata  $\Gamma$ , odnosno čvorova i grana radijalne mreže. Prvi čvor prvog segmenta  $\Gamma$  i svih segmenata  $\Gamma$  koji se direktno napajaju sa korena mreže, jeste sam koren mreže (balansni čvor), sa specificiranim (poznatim) naponom. Te relacije predstavljaju primenu drugog Kirhofovog zakona na redne grane razmatrane mreže. Ova procedura, koja je određena korišćenjem relacija (4.2.2b), očigledno je da nije ništa drugo do *procedura korekcija napona* iz standardnih postupaka za proračun simetričnih tokova snaga trofaznih radijalnih mreža [11].

Na slici 4.2.1.3 dat je blok dijagram postupka za proračun simetričnih tokova snaga radijalnih distributivnih mreža [66].

Procedura BFS za proračun simetričnih tokova snaga radijalnih DMVD u ovoj disertaciji je preuzeta iz referenci [61, 63, 66,]. To je procedura sumiranja struja i korekcija napona (SSKN). U njoj, za razliku od procedure prikazane u referenci [11], eliminisana je unutrašnja iterativna procedura za proračun kompenzacionih struja. Ona je svedena samo na jednu iteraciju. Ta ideja za tretman petlji je preneti iz reference [12]. Zbog toga, ovakav način tretiranja petlji značajno smanjuje vreme proračuna tokova snaga slaboupetljanih DMVD primenom SSKN.

Čvorovi tipa PV se u referenci [11] tretiraju raspregnutim postupcima. To izaziva problem divergencije procedure. U referencama [61, 66] procedura BFS slaboupetljanih mreža su značajno ubrzane jer su se petlje i čvorovi tipa PV tretiraju spregnutim postupkom. Taj postupak je zasnovan na originalnoj Tevenenovoj matrici mreže viđenoj iz čvorova prekida petlji (uključeni i čvorovi tipa PV).

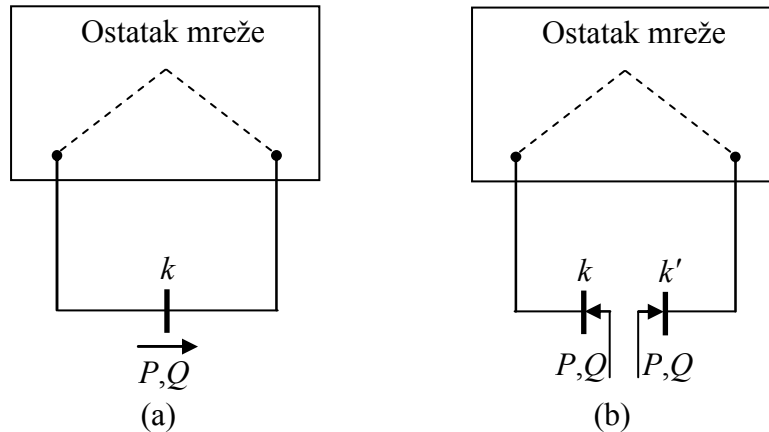


Slika 4.2.1.3 – Blok dijagram postupka za proračun simetričnih tokova snaga radialnih distributivnih mreža

Za razliku od procedura predloženih u [61, 66], u ovoj disertaciji procedura SSKN je modifikovana tako što se originalna Tevenenova matrica zamenjena aproksimativnom realnom matricom osetljivosti za simultani tretman petlji i čvorova tipa PV, u potpunoj saglasnosti sa procedurom predloženoj u referenci [12]. Takva procedura za proračun tokova snaga aktivnih DMDV sa čvorovima tipa PV, u ovoj disertaciji se naziva unapređen SSKN (USSKN).

#### 4.2.1.1 Tretman petlji

Čvorovi prekida petlji se uvode u slaboupetljanim mrežama radi njihove radijalizacije, pa primene Tevenenove teoreme radi izračunavanja kompenzacionih snaga/struja. Kompenzacione snage/struje se koriste za izjednačavanje stanja radijalizovane mreže sa stanjem slaboupetljane mreže iz koje je ona dobijena. Lokacija gde će se petlja prekinuti se bira da bude u čvoru, tako da se čvor deli na dva čvora: originalni i novogenerisani čvor (slika 4.2.1.1.1).

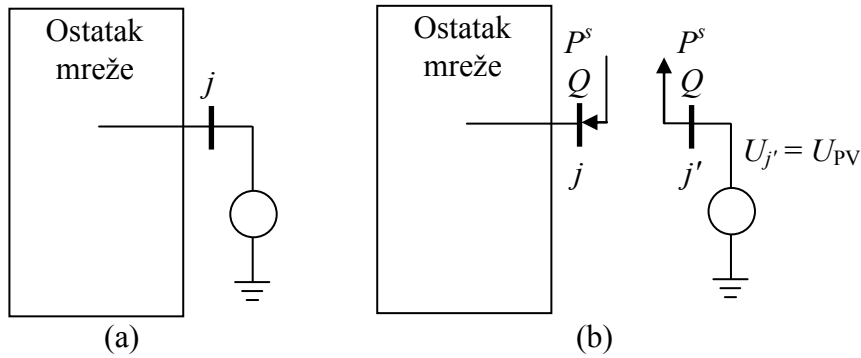


Slika 4.2.1.1.1 – Slaboupetljana mreža pre nego što je petlja prekinuta (a);  
posle prekida petlje (b)

Čvorovi prekida petlji se isto tretiraju kao u [61, 63, 66], s tim da su korekcije modula  $\Delta U = U_k - U_{k'}$  i uglova  $\Delta\theta = \theta_k - \theta_{k'}$  napona Tevenenovih elektromotornih sila viđenih iz čvorova prekida petlji veličine koje se asociraju tim čvorovima. Sa  $P$  i  $Q$  su označene injektirane kompenzacione aktivne i reaktivne snage čvorova prekida petlji.

#### 4.2.1.2 Tretman čvorova tipa PV

U referencama [12, 14] čvor tipa PV se smatra specijalnim tipom petlje – *petlja tipa PV*. S obzirom da su u čvorovima tipa PV poznata injektirana aktivna snaga  $P$  i poznat modul napona  $U$ , čvorovi ovog tipa mogu se tretirati kao specijalni tipovi čvorova prekida petlji. Lokacija gde će se petlja prekinuti mora da bude u tom čvoru. Na slici 4.2.1.2.1 prikazan je novogenerisani čvor  $j'$  koji sa originalnim čvorom čine čvorove prekida ovog tipa petlje. U novogenerisanom čvoru  $j'$  poznat je modul napona koji je jednak specificiranom modulu napona originalnog čvora tipa PV. Pošto je aktivna snaga  $P$  čvora tipa PV specificirana, specificirane su i injektirane aktivne snage u čvorovima prekida petlji tipa PV. Injektirane reaktivne snage u čvorovima prekida petlji tipa PV su nepoznate veličine (za razliku od čvorova prekida petlji gde su nepoznate veličine kompenzaciona injektirana aktivna i reaktivna snaga). Sa ovakvim pristupom tretiranja čvorova tipa PV, nepoznate su razlike modula Tevenenovih elektromotornih sila ( $\Delta U = U_j - U_{PV}$ ) i korekcije injektiranih kompenzacionih reaktivnih snaga ( $\Delta Q$ ) originalnog i novogenerisanog čvora.



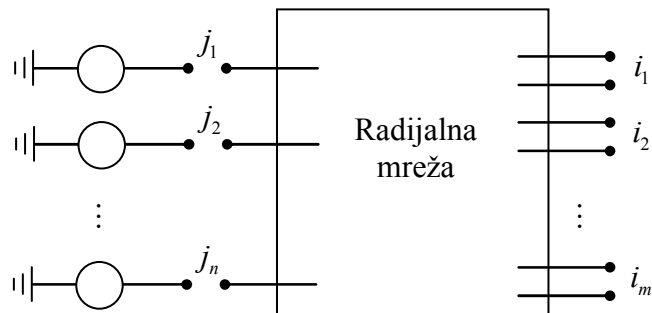
Slika 4.2.1.2.1 – Mreža sa PV čvorovima pre nego što je petlja tipa PV prekinuta (a); posle prekida petlje (b)

#### 4.2.1.3 Simultani tretman petlji i čvorova tipa PV

U slaboupetljanoj mreži koja sadrži čvorove tipa PV petlje se prve prekidaju. Numeracija mreže izvršena je po slojevima (deo 3.1), istovremeno se memorišu originalni i novogenerisani čvorovi prekida petlji i čvorovi tipa PV.

#### Matrica osetljivosti slaboupetljane mreže sa čvorovima tipa PV

Razmatra se mreža koja sadrži  $m$  petlji i  $n$  čvorova tipa PV. Ona je prikazana na slici 4.2.1.3.1. Izlaganja koja slede u potpunosti su saglasnosti s referencom [12].



Slika 4.2.1.3.1 – Slaboupetljana mreža s čvorovima prekida petlji (uključeni čvorovi prekida petlji tipa PV)

Čvorovi prekida petlji (uključeni čvorovi prekida petlji tipa PV) čine deo kola od interesa. Ostatak mreže (radijalna linearizovana mreža) se zamenjuje Tevenenovim ekvivalentom. (Linearna) Tevenenova relacija između veličina čvorova prekida petlji, uvažavajući Tevenenov ekvivalent ostatka mreže koji nije od interesa, glasi:

$$\hat{\mathbf{Z}}\hat{\mathbf{I}} = \hat{\mathbf{U}}. \quad (4.2.1.3.1)$$

gde su sa  $\hat{\mathbf{U}}$  i  $\hat{\mathbf{I}}$  označeni vektori kolona Tevenenovih elektromotornih sila i kompenzacionih struja čvorova prekida petlji dimenzija  $(m+n) \times 1$ , a sa  $\hat{\mathbf{Z}}$  je označena Tevenenova matrica impedansi dimenzije  $(m+n) \times (m+n)$ . Pošto je relacija (4.2.1.3.1) linearna, ona važi za korekcije Tevenenovih elektromotornih sila i kompenzacionih struja čvorova prekida petlji:



$$\hat{\mathbf{Z}}\Delta\hat{\mathbf{I}} = \Delta\hat{\mathbf{U}}. \quad (4.2.1.3.2)$$

Pošto su u domenu relativnih vrednosti svi moduli napona čvorova bliski jedinici (u domenu relativnih vrednosti – r.j.) i razlike uglova male, važe sledeće relacije [12]:

$$\Delta\hat{S}_k = \Delta\hat{I}_k, \quad k=1, 2, \dots, n+m, \quad (4.2.1.3.3)$$

$$\hat{\mathbf{Z}}\Delta\hat{\mathbf{S}} = \Delta\hat{\mathbf{U}}. \quad (4.2.1.3.4)$$

Ako se kompleksne veličine relacije (4.2.1.3.4) izraze preko realnih i imaginarnih delova:

$$\hat{\mathbf{Z}} = \mathbf{R} + \mathbf{j}\mathbf{X}, \quad (4.2.1.3.5)$$

$$\Delta\hat{\mathbf{S}} = \Delta\mathbf{P} - \mathbf{j}\Delta\mathbf{Q}, \quad (4.2.1.3.6)$$

pa ako se uvažuje sledeće aproksimacije:

$$\Delta\hat{U}_k = \Delta U_k e^{j\Delta\theta_k} \cong \Delta U_k + \mathbf{j}\Delta\theta_k, \quad k=1, 2, \dots, n+m, \quad (4.2.1.3.7)$$

relaciji (4.2.1.3.4) se može dati sledeći oblik:

$$\Delta\hat{\mathbf{U}} = \Delta\mathbf{U} + \mathbf{j}\Delta\mathbf{\theta} = (\mathbf{R} + \mathbf{j}\mathbf{X})(\Delta\mathbf{P} - \mathbf{j}\Delta\mathbf{Q}). \quad (4.2.1.3.8)$$

Iz kompleksne relacije (4.2.1.3.8) mogu se izvesti dve realne relacije – razlike modula i uglova napona čvorova petlji (uključene i petlje tipa PV) [12]:

$$\Delta\mathbf{U} = \mathbf{R}\Delta\mathbf{P} + \mathbf{X}\Delta\mathbf{Q}, \quad (4.2.1.3.9)$$

$$\Delta\mathbf{\theta} = -\mathbf{R}\Delta\mathbf{Q} + \mathbf{X}\Delta\mathbf{P}, \quad (4.2.1.3.10)$$

odnosno:

$$\begin{bmatrix} \Delta\mathbf{U} \\ \Delta\mathbf{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{R} \\ -\mathbf{R} & \mathbf{X} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{Q} \\ \Delta\mathbf{P} \end{bmatrix}. \quad (4.2.1.3.11)$$

Razlike uglova napona čvorova prekida petlji tipa PV se usvajaju nulama. Iz toga sledi da se iz relacija (4.2.1.3.10) mogu eliminisati relacije koje odgovaraju razlikama uglova napona čvorova prekida petlji tipa PV. Odnosno, dimenzije subvektora-kolona  $\Delta\mathbf{P}$  i  $\Delta\mathbf{\theta}$  su  $m \times 1$ . U referenci [12] se uvode sledeća pravila za izračunavanje elemenata submatrice  $\mathbf{X}$  i  $\mathbf{R}$ : Dijagonalni elementi submatrice  $\mathbf{X}$  i  $\mathbf{R}$  su reaktanse i rezistanse rednih grana koje spajaju čvorove prekida petlji i čvorove tipa PV s korenom; Vandijagonalni elementi submatrice su sume reaktansi i rezistansi zajedničkih grana dve konture petlji (uključene i petlje tipa PV). Ako su konture različitih referentnih smerova, uzima se predznak minus.

Relacija (4.2.1.3.11) se može zapisati i na sledeći način:

$$\begin{bmatrix} \Delta\mathbf{U} \\ \Delta\mathbf{\theta} \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{Q} \\ \Delta\mathbf{P} \end{bmatrix}, \quad (4.2.1.3.12)$$

gde je sa  $\mathbf{M}$  označena matrica osetljivosti dimenzije  $(2m + n) \times (2m + n)$ . Sa  $\Delta \mathbf{U}$  označen je subvektor-kolona korekcija modula Tevenenovih elektromotornih sila dimenzije  $(m + n) \times 1$ . Sa  $\Delta \boldsymbol{\theta}$  je označen subvektor-kolona korekcija uglova Tevenenovih elektromotornih sila dimenzije  $m \times 1$  (isključene su razlike uglova koje se odnose na petlje tipa PV).

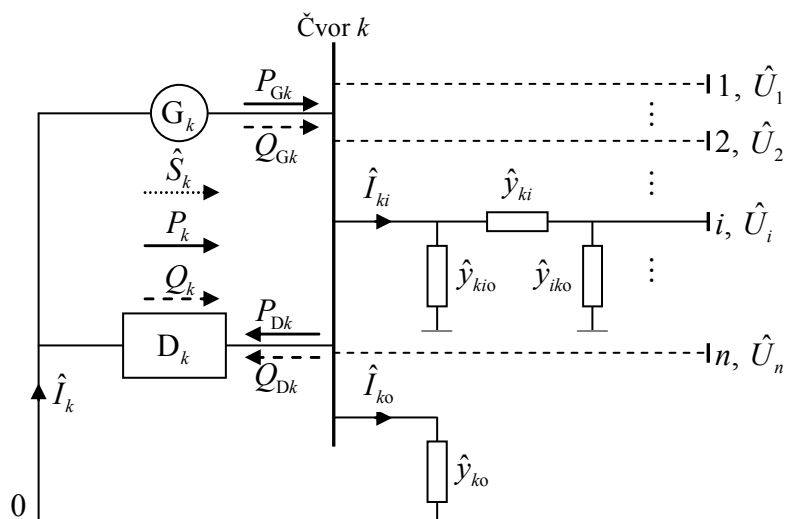
Osnovne razlike ovog tretmana petlji (uključene petlje tipa PV) u odnosu na tretman u referenci [11] glase: 1) Koriste se realne veličine  $(P, Q, U, \theta)$  umesto kompleksnih  $(\hat{I}, \hat{U})$  i 2) čvorovi tipa PV se smatraju čvorovima prekida petlji, za razliku od [11] gde se svaki čvor tipa PV tretira posebno bez zajedničkog spreznjanja što izaziva problem divergencije postupka.

#### 4.2.2 Postupci zasnovani na metodu nezavisnih napona čvorova

U ovom delu su obrađeni tradicionalni postupci za proračun simetričnih tokova snaga (direktnog redosleda) trofaznih (uravnoteženih) mreža, zasnovani na metodu nezavisnih napona čvorova [1, 2]. Oni su orijentisani na čvorove. Postupak zasnovan na generičkom Njutn-Rafsonovom postupku – NRTS je dat u paragrafu 4.2.2.1. Kod ovog postupka poseban akcenat je stavljen na njegovoj matematičkoj zasnovanosti. To je urađeno s ciljem da se na toj matematičkoj zasnovanosti, opisani postupak iskoristi za izvođenje dva standardna postupka za proračun simetričnih tokova snaga: 1) Postupak zasnovan na metodu konstantnog jakobijana izračunatog u prvoj iteraciji – KJTS (tačka 4.2.2.2) i 2) brzi raspregnuti metod – BRTS (tačka 4.2.2.3). Izloženi tradicionalni postupci za proračun simetričnih tokova snaga generalizuju se za proračune nesimetričnih režima trofaznih (ne)uravnoteženih distributivnih mreža.

##### 4.2.2.1 Postupak zasnovan na generičkom Njutn-Rafsonovom metodu – NRTS

Razmatra se složena, trofazna, uravnotežena elektroenergetska mreža, u stacionarnom simetričnom režimu (direktnog redosleda) čije je pogonsko kolo (direktnog redosleda) prikazano na slici 4.2.2.1.1 [2]. Pošto je mreža tretirana u domenu simetričnih komponenti, u tom kolu nema elektromagnetski i kapacitivno spregnutih grana. Pored toga, pošto su primenjeni sistemi relativnih vrednosti [64] i relativnih uglova [65], u tom kolu nema ni idealnih transformatora realnih niti kompleksnih odnosa transformacije. Pogonska kola (direktnog redosleda) svih rednih elemenata koji su priključeni između dva čvora u mreži predstavljani su  $\Pi$  kolima koje čine admitanse rednih i otočnih grana. Redni element kojim su povezani čvorovi  $k$  i  $i$  (slika 4.2.2.1.1) predstavljen je  $\Pi$  kolom kojeg čine admitansa redne grane  $\hat{y}_{ki}$  i admitanse otočnih grana  $\hat{y}_{kio}$  i  $\hat{y}_{iko}$ , respektivno. Ako je redni element vod, admitanse otočnih grana su međusobno jednake. Kada su u pitanju transformatori, to nije slučaj. Fazne aktivne i reaktivne snage proizvodnje generatora i potrošnje potrošača koji su priključeni u čvoru  $k$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$  označene su sa  $P_{Gk}$ ,  $Q_{Gk}$  i  $P_{Dk}$ ,  $Q_{Dk}$ , respektivno. Razlika faznih kompleksnih snaga generatora i potrošača koji su priključeni u čvoru  $k$  čine injektiranu kompleksnu snagu čvora  $k$ . Kompleksna snaga čvora  $k$  označena je na slici 4.2.2.1.1 sa  $\hat{S}_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ . Njen realni deo i imaginarni deo s promenjenim predznakom jesu injektirana aktivna i reaktivna snaga tog čvora. One su na slici 4.2.2.1.1 označene sa  $P_k$  i  $Q_k$ , respektivno.



Slika 4.2.2.1.1 – Opšte pojednostavljeno pogonsko kolo elektroenergetske mreže [2]

Matematički model kola sa slike 4.2.2.1.1, napisan saglasno sa metodom nezavisnih napona čvorova, koji ima nelinearnu formu, glasi [2]:

$$P_k - jQ_k = \hat{U}_k^* \sum_{i=1}^n \hat{Y}_{ki} \hat{U}_i . \quad (4.2.2.1.1)$$

Izjednačavanjem korespondentnih realnih i imaginarnih delova levih i desnih strana, relacije 4.2.2.1.1, svaka od njih može se napisati pomoću dve realne relacije:

$$P_k = \text{Re} \left\{ \hat{U}_k^* \sum_{i=1}^n \hat{Y}_{ki} \hat{U}_i \right\}, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (4.2.2.1.2a)$$

$$Q_k = -\text{Im} \left\{ \hat{U}_k^* \sum_{i=1}^n \hat{Y}_{ki} \hat{U}_i \right\}, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (4.2.2.1.2b)$$

Relacija (4.2.2.1.2a) predstavlja relaciju bilansa aktivnih snaga, a relacija (4.2.2.1.2b) relaciju bilansa reaktivnih snaga čvorova razmatrane elektroenergetske mreže [2]. Leve strane relacija čine injektirane snage čvorova, a desne strane odgovarajuće snage koje iz tih čvorova granama otiču u mrežu.

Model (4.2.2.1.1) se sastoji od  $n$  kompleksnih relacija, odnosno  $2n$  realnih relacija (4.2.2.1.2a) i (4.2.2.1.2b). Model (4.2.2.1.1) je nelinearan jer su proizvodnje i potrošnje u elektroenergetskim mrežama opisane preko snaga, a ne preko struja. Nelinearni opis elektroenergetske mreže predstavljen je skupom realnih relacija između injektiranih aktivnih i reaktivnih snaga s jedne strane, i modula i uglova napona čvorova elektroenergetskih mreža (4.2.2.1.2a) i (4.2.2.1.2b), s druge strane.

Ako se razmatranoj elektroenergetskoj mreži sa  $n$  čvorova asociraju skupovi:

$$\alpha_{PQ} = \{\text{indeksi svih čvorova tipa PQ}\}, \quad (4.2.2.1.3a)$$

$$\alpha_{PV} = \{\text{indeksi svih čvorova tipa PV}\}, \quad (4.2.2.1.3b)$$

i ako je balansni čvor indeksiran jedinicom, tada za skupove  $\alpha_{PQ}$  i  $\alpha_{PV}$  važe relacije:

$$\alpha_{PQ} \cup \alpha_{PV} = \{2, 3, 4, \dots, n\} \wedge \alpha_{PQ} \cap \alpha_{PV} = \emptyset. \quad (4.2.2.1.4)$$

Sada, nepoznati deo vektora stanja može da se iskaže vektorom nepoznatih veličina sa  $(2n - 2 - p)$  komponenti (gde je sa  $p$  označen broj čvorova tipa PV):

$$\mathbf{X} = [\theta_k, k \in \{2, \dots, n\}; U_k, k \in \alpha_{PQ} \cup \alpha_{PV}]^T. \quad (4.2.2.1.5)$$

Dakle, komponente vektora  $\mathbf{X}$  (4.2.2.1.5), u tradicionalnom problemu tokova snaga, dobijaju se iz vektora stanja elektroenergetske mreže  $\mathbf{X}_s$  (4.1.1) potiskivanjem modula i ugla napona balansnog čvora i potiskivanjem svih modula napona (poznatih veličina) čvorova tipa PV.

Na osnovu prethodnih izlaganja može se formulisati tradicionalni model tokova snaga:

### Trivijalni deo

$$\theta_1 = \theta_1^0, \quad (4.2.2.1.6a)$$

$$U_1 = U_1^0, \quad (4.2.2.1.6b)$$

$$U_k = U_k^0, k \in \alpha_{PV}. \quad (4.2.2.1.6c)$$

### Dominantni deo

$$P_k = g'_k(X), k \in \alpha_{PQ} \cup \alpha_{PV}, \quad (4.2.2.1.7a)$$

$$Q_k = g''_k(X), k \in \alpha_{PQ}. \quad (4.2.2.1.7b)$$

pri čemu su sa  $\theta_1^0$  i  $U_1^0$  označeni unapred specificirani ugao i modul napona balansnog čvora, a sa  $U_k^0$  označen unapred specificiran modul napona čvora  $k$ ,  $k \in \alpha_{PV}$ .

Princip inspekcije modela tradicionalnih tokova snaga sada se može detaljno formulisati:

1. Poznate veličine (ugao i modul napona) balansnog čvora su eliminisane iz vektora veličina stanja (4.1.1). Takođe, dve bilansne relacije koje se odnose na balansni čvor su isključene iz skupa  $2n$  relacija (4.2.2.1.2);
2. Nepoznati uglovi i moduli napona svih čvorova tipa PQ su sačuvani u vektoru (4.1.1). Takođe, obe bilansne relacije koje se odnose na čvorove ovog tipa su sačuvane u skupu  $2n$  relacija (4.2.2.1.2);
3. Nepoznati uglovi napona svih čvorova tipa PV su sačuvani u vektoru (4.1.1). Odnosno, samo relacije bilansa aktivnih snaga čvorova ovog tipa su sačuvane u skupu  $2n$  relacija (4.2.2.1.2).

Koristeći se ovim principom, formira se tradicionalni model tokova snaga (4.2.2.1.7) i vektor nepoznatih veličina stanja (4.2.2.1.5) tako što se vrši inspekcija tipova svih čvorova mreže.

Pošto je sa  $p$  označen broj elemenata skupa  $\alpha_{pv}$ , trivijalni deo tradicionalnog modela tokova snaga čini  $(2 + p)$  relacija (4.2.2.1.6a), (4.2.2.1.6b) i (4.2.2.1.6c). Dominantni deo ovog modela čini  $(2n - 2 - p)$  relacija:  $(n - 1)$  realna relacija bilansa aktivnih snaga (4.2.2.1.7a) svih čvorova osim balansnog i  $(n - 1 - p)$  relacija bilansa reaktivnih snaga (4.2.2.1.7b) svih čvorova osim balansnog i  $p$  čvorova tipa PV. U tim relacijama figuriše isto toliko realnih nepoznatih veličina sažetih u vektoru  $\mathbf{X}$  (4.2.2.1.5).

Postavka i tretman tradicionalnog problema tokova snaga u svrhu rekonstrukcije određenog (specificiranog, izabranog) stacionarnog režima elektroenergetske mreže, sastoji se od sledećih sedam koraka, svrstanih u tri grupe saglasne sa tri komponente problema tokova snaga:

### 1. Postavka problema i formulacija modela tokova snaga

- 1) Određivanje stacionarnog režima koji se želi obrađivati:
  - Na osnovu poznatih (zadatih) aktivnih snaga svih potrošača i generatora, specificiraju se injektirane aktivne snage svih čvorova mreže, osim balansnog. Dakle, specificiraju se aktivne snage svih čvorova tipa PQ i PV;
  - Specifikacija injektiranih reaktivnih snaga svih čvorova tipa PQ;
  - Specifikacija modula napona balansnog čvora i čvorova tipa PV;
  - Specifikacija ugla i modula napona balansnog čvora;
  - Formulacija modela tokova snaga [(4.2.2.1.6a), (4.2.2.1.6b), (4.2.2.1.6c), (4.2.2.1.7a) i (4.2.2.1.7b)].

### 2. Rešenje dominantnog dela modela tokova snaga

- 2) Rešenje sistema  $(2n - 2 - p)$  simultanih, nelinearnih, algebarskih, realnih jednačina (4.2.2.1.7a) i (4.2.2.1.7b), po vektoru nepoznatih veličina  $\mathbf{X}$  (4.2.2.1.5), tj. proračun svih nepoznatih elemenata vektora stanja.

### 3. Rekonstrukcija celokupnog režima

- 3) Proračun nepoznate injektirane aktivne i reaktivne snage balansnog čvora, koristeći se sada izračunatim komponentama vektora nepoznatih veličina (vektora stanja):

$$P_1 = g'_1(X) = \operatorname{Re} \left\{ \hat{U}_1^* \sum_{i=1}^n \hat{Y}_i \hat{U}_i \right\} = \operatorname{Re} \left\{ U_1 e^{-j\theta_1} \sum_{i=1}^n \hat{Y}_i U_i e^{j\theta_i} \right\}, \quad (4.2.2.1.8a)$$

$$Q_1 = g''_1(X) = -\operatorname{Im} \left\{ \hat{U}_1^* \sum_{i=1}^n \hat{Y}_i \hat{U}_i \right\} = -\operatorname{Im} \left\{ U_1 e^{-j\theta_1} \sum_{i=1}^n \hat{Y}_i U_i e^{j\theta_i} \right\}. \quad (4.2.2.1.8b)$$

Proračun nepoznatih injektiranih reaktivnih snaga svih čvorova tipa PV:

$$Q_k = \mathbf{g}_k''(X) = -\text{Im} \left\{ \hat{U}_k^* \sum_{i=1}^n \hat{Y}_{ki} \hat{U}_i \right\} = -\text{Im} \left\{ U_k e^{-j\theta_k} \sum_{i=1}^n \hat{Y}_{ki} U_i e^{j\theta_i} \right\}, \quad k \in \alpha_{\text{PV}}. \quad (4.2.2.1.9)$$

Zatim sledi proračun aktivne i reaktivne snage gubitaka elektroenergetske mreže, proračun tokova snaga svih grana, modula struja i preostalih veličina koji su od interesa.

Za rešavanje sistema nelinearnih jednačina (4.2.2.1.7), kada su u pitanju modeli tokova snaga elektroenergetskih prenosnih mreža, prvo je primenjen generički Njutm-Rafsonov iterativni metod (paragraf 2.2.2) [6].

Sledeći linearizovani model nelinearnog modela (4.2.2.1.7a) i (4.2.2.1.7b) simultano se rešava u svakoj iteraciji generičkog Njutm-Rafsonovog iterativnog metoda:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2^h \\ \Delta Q_2^h \\ \Delta P_3^h \\ \Delta Q_3^h \\ \vdots \\ \Delta P_k^h \\ / \\ \vdots \\ \Delta P_n^h \\ \Delta Q_n^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22}^h & N_{22}^h & H_{23}^h & N_{23}^h & \cdots & H_{2k}^h & / & \cdots & H_{2n}^h & N_{2n}^h \\ J_{22}^h & L_{22}^h & J_{23}^h & L_{23}^h & \cdots & J_{2k}^h & / & \cdots & J_{2n}^h & L_{2n}^h \\ H_{32}^h & N_{32}^h & H_{33}^h & N_{33}^h & \cdots & H_{3k}^h & / & \cdots & H_{3n}^h & N_{3n}^h \\ J_{32}^h & L_{32}^h & J_{33}^h & L_{33}^h & \cdots & J_{3k}^h & / & \cdots & J_{3n}^h & L_{3n}^h \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ H_{k2}^h & N_{k2}^h & H_{k3}^h & N_{k3}^h & \cdots & H_{kk}^h & / & \cdots & H_{kn}^h & N_{kn}^h \\ / & / & / & / & \cdots & / & / & \cdots & / & / \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ H_{n2}^h & N_{n2}^h & H_{n3}^h & N_{n3}^h & \cdots & H_{nk}^h & / & \cdots & H_{nn}^h & N_{nn}^h \\ J_{n2}^h & L_{n2}^h & J_{n3}^h & L_{n3}^h & \cdots & J_{nk}^h & / & \cdots & J_{nn}^h & L_{nn}^h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_2^h \\ \Delta U_2^h \\ \Delta \theta_3^h \\ \Delta U_3^h \\ \vdots \\ \Delta \theta_k^h \\ / \\ \vdots \\ \Delta \theta_n^h \\ \Delta U_n^h \end{bmatrix}, \quad (4.2.2.1.10)$$

gde su korišćene oznake:

$$\Delta P_k^h = P_k - \mathbf{g}_k'(\theta_i^h, i \in \{2, \dots, n\}; U_i^h, i \in \alpha_{\text{PQ}}), \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.2.2.1.11a)$$

$$\Delta Q_k^h = Q_k - \mathbf{g}_k''(\theta_i^h, i \in \{2, \dots, n\}; U_i^h, i \in \alpha_{\text{PQ}}), \quad k \in \alpha_{\text{PQ}}, \quad (4.2.2.1.11b)$$

$$\Delta \theta_k^h = \theta_k^{h+1} - \theta_k^h, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.2.2.1.11c)$$

$$\Delta U_k^h = U_k^{h+1} - U_k^h, \quad k \in \alpha_{\text{PQ}}, \quad (4.2.2.1.11d)$$

i oznake za vrednosti koje su dobijene uvrštavajući tekuće ( $h$ -te) aproksimacije nepoznatih veličina stanja u funkcije koje su parcijalni izvodi funkcija  $\mathbf{g}'(\mathbf{X})$  i  $\mathbf{g}''(\mathbf{X})$ :

$$H_{ki}^h = \left. \frac{\partial \mathbf{g}'_k(\mathbf{X})}{\partial \theta_i} \right|_{\substack{\theta_j = \theta_j^h, j \in \alpha_{\text{PQ}} \cup \alpha_{\text{PV}}; \\ U_j = U_j^h, j \in \alpha_{\text{PQ}}}}, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad i = 2, 3, \dots, n, \quad (4.2.2.1.12a)$$

$$N_{ki}^h = \left. \frac{\partial \mathbf{g}'_k(\mathbf{X})}{\partial U_i} \right|_{\substack{\theta_j = \theta_j^h, j \in \alpha_{\text{PQ}} \cup \alpha_{\text{PV}}; \\ U_j = U_j^h, j \in \alpha_{\text{PQ}}}}, \quad k = 2, 3, \dots, n, \quad i \in \alpha_{\text{PQ}}, \quad (4.2.2.1.12b)$$

$$J_{ki}^h = \frac{\partial g_k''(\mathbf{X})}{\partial \theta_i} \bigg|_{\substack{\theta_j = \theta_j^h, j \in \alpha_{PQ} \cup \alpha_{PV}; \\ U_j = U_j^h, j \in \alpha_{PQ};}}, \quad k \in \alpha_{PQ}, \quad i = 2, 3, \dots, n, \quad (4.2.2.1.12c)$$

$$L_{ki}^h = \frac{\partial g_k''(\mathbf{X})}{\partial U_i} \bigg|_{\substack{\theta_j = \theta_j^h, j \in \alpha_{PQ} \cup \alpha_{PV}; \\ U_j = U_j^h, j \in \alpha_{PQ};}}, \quad k \in \alpha_{PQ}, \quad i \in \alpha_{PQ}. \quad (4.2.2.1.12d)$$

Relaciji (4.2.2.1.10) može se dati sledeća sažetija forma:

$$\Delta \mathbf{S}_{2n-2-p,1}^h = \mathbf{J}_{2n-2-p,2n-2-p}^h \Delta \mathbf{X}_{2n-2-p,1}^h. \quad (4.2.2.1.13)$$

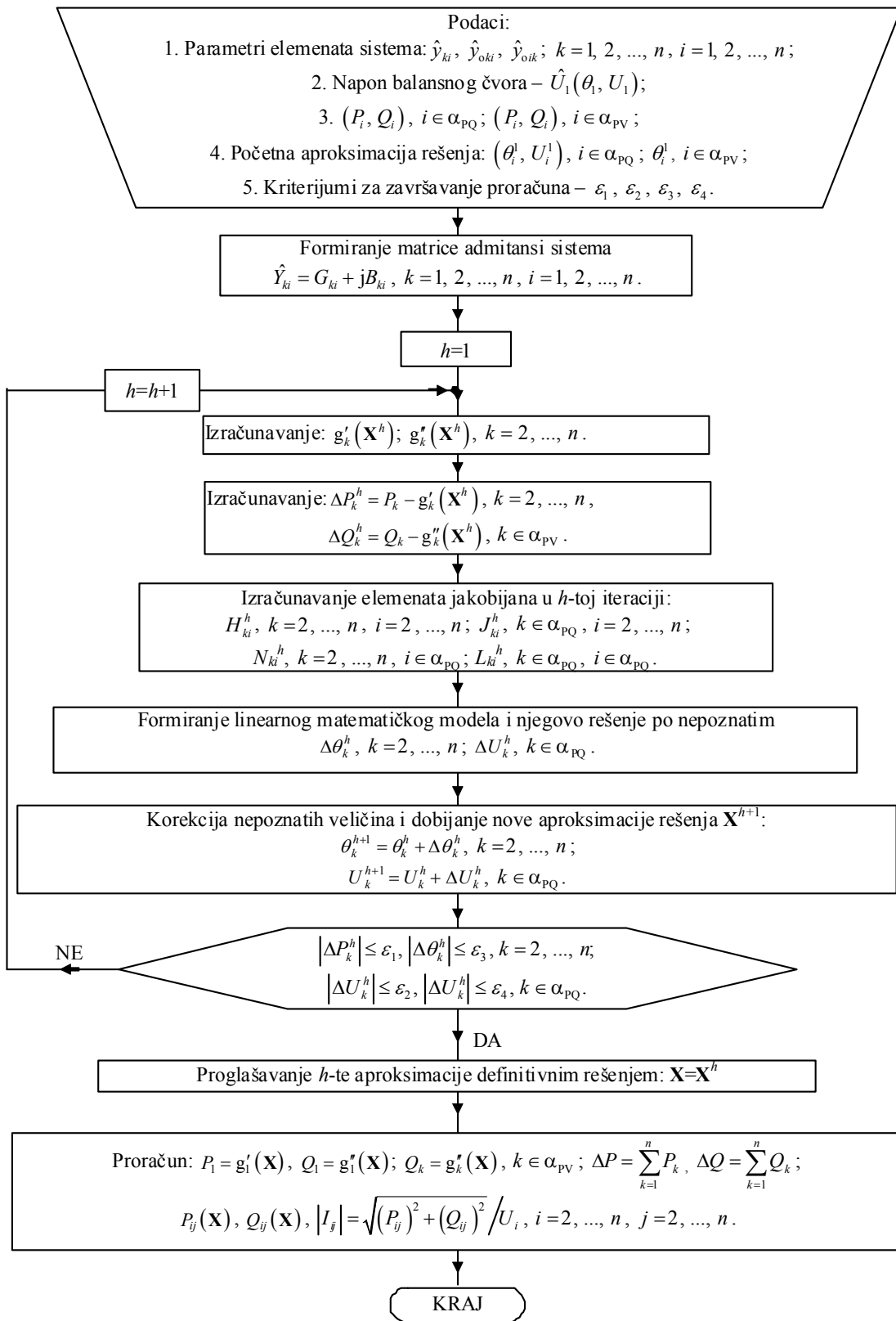
Vektor  $\Delta \mathbf{S}_{2n-2-p,1}^h$  se naziva *vektorom odstupanja injektiranih snaga* u tekućoj ( $h$ -toj) iteraciji. Taj vektor se sastoji od elemenata koji su jednaki odstupanjima (razlikama) zadatih aktivnih odnosno reaktivnih injektiranih snaga čvorova mreže i odgovarajućih snaga koje granama otiču iz razmatranih čvorova u mrežu, izračunatih za tekuće vrednosti vektora stanja mreže [relacije (4.2.2.1.11a) i (4.2.2.1.11b)]. Vektor  $\Delta \mathbf{X}_{2n-2-p,1}^h$  se naziva *vektorom korekcija nepoznatih veličina* u tekućoj ( $h$ -toj) iteraciji rešenja. Ovaj vektor se sastoji od elemenata kojima treba korigovati tekuće aproksimacije uglova i modula napona radi dobijanja narednih – boljih aproksimacija tih veličina [relacije (4.2.2.1.11c) i (4.2.2.1.11d)]. Matrica  $\mathbf{J}_{2n-2-p,2n-2-p}^h$  u sistemu linearnih jednačina (4.2.2.1.13), odnosno (4.2.2.1.10), jeste matrica jakobijana sistema nelinearnih jednačina (4.2.2.1.2a) i (4.2.2.1.2b) izračunata u tekućoj ( $h$ -toj) iteraciji.

Matričnom relacijom (4.2.2.1.10), na primeru  $i$ -tog čvora, prikazan je tretman čvorova tipa PV u linearizovanom modelu. Naime, ako je  $i$ -ti čvor tipa PV, onda u tom sistemu nema druge od para jednačina 4.2.2.1.2, niti druge od para nepoznatih veličina korespondentnih tom čvoru, tj. iz tog sistema jednačina potisnute su linearizovana jednačina za bilans reaktivnih snaga  $i$ -tog čvora i odgovarajuća korekcija (sada poznatog) modula napona  $i$ -tog čvora. Potisnuti deo modela označen je kosim crtama u relaciji (4.2.2.1.10).

Na slici 4.2.2.1.2 [2] dat je blok dijagram tradicionalne procedure za proračun simetričnih tokova snaga.

#### 4.2.2.2 Postupak zasnovan na metodu konstantnog jakobijana izračunatog u prvoj iteraciji – KJTS

Kada su elektroenergetske mreže slabo opterećene, jedna od standardnih tehnika za ubrzanje metoda NRTS je da se koristi metod konstantnog jakobijana izračunatog u prvoj iteraciji (tačka 2.2.2.1) – KJTS. Kako je naglašeno u paragrafu 2.2.2.1, ako su mreže nešto više opterećene, ovaj metod se koristi u kombinaciji sa NRTS. Za jako opterećene elektroenergetske mreže ovaj metod najčešće divergira i mora se preći na upotrebu NRTS.



Slika 4.2.2.1.2 – Blok dijagram za obradu tradicionalnog problema tokova snaga



#### 4.2.2.3 Brzi raspregnuti metod – BRTS

U skladu sa literaturom [7] izložiće se BRTS kao jedan od metoda aproksimiranog jakobijana (paragraf 2.2.2.2). Za potrebe izlaganja razmatra se mreža sa slike 4.2.2.1.1 koja sadrži  $n$  čvorova.

Razmatra se relacija (4.2.2.1.10) zapisana u sledećem obliku:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}^h \\ \Delta \mathbf{Q}^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^h & \mathbf{N}^h \\ \mathbf{J}^h & \mathbf{L}^h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta}^h \\ (\Delta \mathbf{U}/\mathbf{U})^h \end{bmatrix}, \quad (4.2.2.3.1)$$

gde su sa  $\Delta \mathbf{P}^h$  i  $\Delta \mathbf{Q}^h$  označeni subvektori čiji su elementi prikazani u relacijama (4.2.2.1.11a) i (4.2.2.1.11b) respektivno. Sa  $\mathbf{H}^h$ ,  $\mathbf{N}^h$ ,  $\mathbf{J}^h$ ,  $\mathbf{L}^h$  su označene submatrice matrice jakobijana čiji su elementi izračunati u tekućoj aproksimaciji rešenja. Elementi submatrica  $\mathbf{H}^h$ ,  $\mathbf{N}^h$ ,  $\mathbf{J}^h$ ,  $\mathbf{L}^h$  se računaju slično kao u slučaju NRTS (4.2.2.1.12). Pošto sekcije u prenosnim mrežama imaju male odnose  $R/X$ , elementi u submatricama  $\mathbf{N}^h$  i  $\mathbf{J}^h$  se mogu zanemariti (P $\theta$  i QV sprege su međusobno slabo zavisne [2]):

$$\Delta \mathbf{P}^h = \mathbf{H}^h \Delta \boldsymbol{\theta}^h, \quad (4.2.2.3.2a)$$

$$\Delta \mathbf{Q}^h = \mathbf{L}^h (\Delta \mathbf{U}/\mathbf{U})^h. \quad (4.2.2.3.2b)$$

Analitički izrazi elemenata (funkcija) submatrica jakobijana  $\mathbf{H}^h$  i  $\mathbf{L}^h$  glase:

$$H_{ki} = L_{ki} = U_k U_i (G_{ki} \sin \theta_{ki} - B_{ki} \cos \theta_{ki}), \quad \theta_{ki} = \theta_k - \theta_i, \quad k \neq i, \quad (4.2.2.3.3a)$$

$$H_{kk} = -g_k''(\mathbf{X}) - B_{kk} U_k^2, \quad (4.2.2.3.3b)$$

$$L_{kk} = g_k''(\mathbf{X}) - B_{kk} U_k^2. \quad (4.2.2.3.3c)$$

Ako se uvedu sledeće aproksimacije u analitičkim izrazima elemenata matrice jakobijana (4.2.2.3.3):

$$\cos \theta_{ki} \approx 1, \quad (4.2.2.3.4a)$$

$$G_{ki} \sin \theta_{ki} \ll B_{ki}, \quad (4.2.2.3.4b)$$

$$g_k''(\mathbf{X}) \ll B_{kk} U_k^2, \quad (4.2.2.3.4c)$$

i ako se aproksimacije (4.2.2.3.4a), (4.2.2.3.4b) i (4.2.2.3.4c) uvažavaju u relacijama (4.2.2.3.3a), (4.2.2.3.3b) i (4.2.2.3.3c), dobijaju se sledeći analitički izrazi elemenata (funkcija) matrice aproksimiranog jakobijana:

$$H_{ki} = L_{ki} = -U_k U_i B_{ki}, \quad k \neq i, \quad (4.2.2.3.5a)$$

$$H_{kk} = -B_{kk} U_k^2, \quad (4.2.2.3.5b)$$

$$L_{kk} = -B_{kk} U_k^2. \quad (4.2.2.3.5c)$$

U normalnim uslovima pogona prenosnih elektroenergetskih mreža moduli napona čvorova su međusobno bliski i kreću se oko 1 [r.j] (pošto su primenjeni sistemi relativnih

vrednosti [64] i relativnih uglova [65]). Uvažavajući ovu činjenicu relacija (4.2.2.3.5a) može se pojednostaviti:

$$H_{ki} = L_{ki} = -B_{ki}U_k^2, \quad k \neq i. \quad (4.2.2.3.6)$$

Uvažavajući relacije (4.2.2.3.5b), (4.2.2.3.5c) i (4.2.2.3.6) u kojima su uvrštene tekuće aproksimacije uglova i modula napona čvorova dobijaju se sledeće dve relacije:

$$\Delta \mathbf{P}^h = \mathbf{U}^h \mathbf{B}' \mathbf{U}^h \Delta \boldsymbol{\theta}^h, \quad (4.2.2.3.7a)$$

$$\Delta \mathbf{Q}^h = \mathbf{U}^h \mathbf{B}'' \mathbf{U}^h (\Delta \mathbf{U}/\mathbf{U})^h. \quad (4.2.2.3.7b)$$

Matrica  $\mathbf{U}^h$  predstavlja dijagonalnu matricu tekućih aproksimacija modula napona čvorova. Matrice  $\mathbf{B}'$  i  $\mathbf{B}''$  se dobijaju isključivo iz imaginarnih delova elemenata matrice admitansi kola mreže s promenjenim znakovima. Matrice  $\mathbf{B}'$  i  $\mathbf{B}''$  su simetrične. Njihove dimenzije iznose  $(n-1) \times (n-1)$  i  $(n-1-p) \times (n-1-p)$ , respektivno, gde  $p$  označava broj čvorova tipa PV.

Pošto je matrica  $\mathbf{U}^h$  dijagonalna, invertovanje te matrice u relacijama (4.2.2.3.7) koje se nalaze s levih strana matrica  $\mathbf{B}'$  i  $\mathbf{B}''$  je jednostavno. Uvažavajući činjenicu da tokovi aktivnih snaga u prenosnim mrežama ne zavise od promene modula napona čvorova, relacija (4.2.2.3.7a) se može pojednostaviti tako što se matrica  $\mathbf{U}^h$  s desne strane matrice  $\mathbf{B}'$  usvaja dijagonalnom matricom čiji su elementi na glavnoj dijagonali jedinice. Uvažavajući prethodne dve činjenice dobijaju se sledeće dve (definitivne) relacije:

$$(\Delta \mathbf{P}/\mathbf{U})^h = \mathbf{B}' \Delta \boldsymbol{\theta}^h, \quad (4.2.2.3.8a)$$

$$(\Delta \mathbf{Q}/\mathbf{U})^h = \mathbf{B}'' \Delta \mathbf{U}^h, \quad (4.2.2.3.8b)$$

gde su sa  $(\Delta \mathbf{P}/\mathbf{U})^h$ ,  $(\Delta \mathbf{Q}/\mathbf{U})^h$  označene subvektori čiji su elementi jednaki količnicima tekućih aproksimacija odstupanja aktivnih/reaktivnih snaga i modula napona čvorova.

Pored pojednostavljenog proračuna matrice jakobijana, prednost BRTS je i mogućnost paralelnog procesiranja, odnosno paralelne obrade (proračuna) relacija (4.2.2.3.8a) i (4.2.2.3.8b).

#### 4.2.3 Postupak zasnovan na metodu konturnih struja

Ovaj proračun se izlaže saglasno s literaturom [67]. Razmatra se radijalna distributivna mreža sa  $n$  trofaznih čvorova i  $m$  trofaznih sekcija. Koren mreže (trofazni čvor sekundarnih sabirnica napojne transformatorske stanice) predstavlja balansni čvor. Proračun se zasniva na dve izvedene matrice i strujama potrošača. Prva matrica predstavlja vezu između struja potrošača i struja rednih grana, a druga matrica predstavlja vezu između struja rednih grana i napona čvorova. Postupak će biti obrađen na primeru uravnotežene radijalne distributivne mreže sa 6 čvorova [63] u simetričnom režimu (direktnog redosleda). Njeno pogonsko kolo direktnog redosleda je prikazano na slici 4.2.3.1. Čvorovi su označeni brojevima normalom, a sekcije italikom. Čvor 1 je koren mreže s poznatim kompleksnim naponom.

Oznake na slici 4.2.3.1 imaju sledeća značenja:

$\hat{U}_1$  – poznat fazor napona korena mreže;

$\hat{B}_i$  – struja grane  $i$ ,  $i = 1, 3, \dots, 5$ ;

$\hat{I}_i$  – struja potrošača i otočnih admitansi priključenih u čvoru  $i$ ,  $i = 2, 3, \dots, 6$ , koja se računa na sledeći način:

$$\hat{I}_i = \frac{\hat{S}_i}{\hat{U}_i^*} + \hat{Y}_{oi} \hat{U}_i = \frac{P_i - jQ_i}{\hat{U}_i^*} + \hat{Y}_{oi} \hat{U}_i, \quad i = 2, 3, \dots, 6, \quad (4.2.3.1)$$

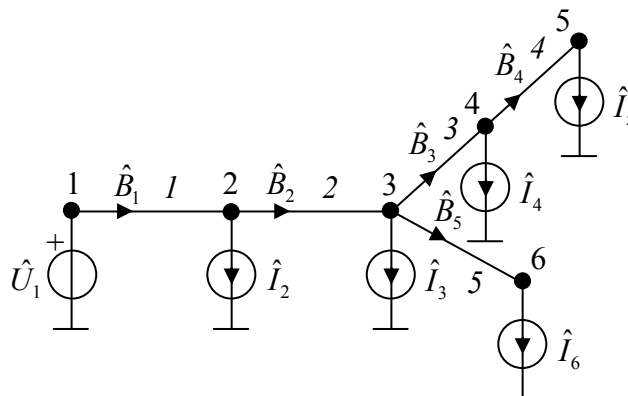
pri čemu su:

$\hat{S}_i$  – kompleksna snaga potrošnje potrošača priključenog u čvoru  $i$ ,  $i = 2, 3, \dots, 6$ ;

$P_i$  – aktivna snaga potrošnje potrošača priključenog u čvoru  $i$ ,  $i = 2, 3, \dots, 6$ ;

$Q_i$  – reaktivna snaga potrošnje potrošača priključenog u čvoru  $i$ ,  $i = 2, 3, \dots, 6$ ;

$\hat{Y}_{oi}$  – Suma otočnih admitansi bližih čvoru  $i$ , sekcija koje se napajaju sa čvora  $i$ .



Slika 4.2.3.1 – Radijalna mreža sa 6 čvorova [63]

Idealnim strujnim generatorom u čvoru  $i$  ( $i = 2, 3, \dots, 6$ ) na slici 4.2.3.1 supstituiše se zbir struje potrošnje čvora  $i$  i struja otočnih admitansi bližih čvoru  $i$ , koje se napajaju sa čvora  $i$ . Na osnovu slike 4.2.3.1, veze struja rednih grana i struja strujnih generatora mogu se zapisati na sledeći način:

$$\hat{B}_1 = \hat{I}_2 + \hat{I}_3 + \hat{I}_4 + \hat{I}_5 + \hat{I}_6, \quad (4.2.3.2a)$$

$$\hat{B}_2 = \hat{I}_3 + \hat{I}_4 + \hat{I}_5 + \hat{I}_6, \quad (4.2.3.2b)$$

$$\hat{B}_3 = \hat{I}_4 + \hat{I}_5, \quad (4.2.3.2c)$$

$$\hat{B}_4 = \hat{I}_5, \quad (4.2.3.2d)$$

$$\hat{B}_5 = \hat{I}_6, \quad (4.2.3.2e)$$

ili u matricnoj formi:

$$\begin{bmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \\ \hat{B}_3 \\ \hat{B}_4 \\ \hat{B}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_2 \\ \hat{I}_3 \\ \hat{I}_4 \\ \hat{I}_5 \\ \hat{I}_6 \end{bmatrix}, \quad (4.2.3.3)$$

odnosno u sažetoj formi:

$$\hat{\mathbf{B}} = \mathbf{BIBC} \times \hat{\mathbf{I}}. \quad (4.2.3.4)$$

Na osnovu poređenja relacija (4.2.3.3) i (4.2.3.4) jasne su oznake u relaciji (4.2.3.4). Matrica **BIBC** („bus-injection to branch-current“) predstavlja vezu između struja potrošnji i struja rednih grana. Matrica je gornja trougaona matrica čiji elementi imaju vrednosti 0 ili 1.

Na osnovu slike 4.2.3.1 naponi čvorova mogu se odrediti na sledeći način (napon čvora 1 je poznat):

$$\hat{U}_2 = \hat{U}_1 - \hat{Z}_{12} \hat{B}_1, \quad (4.2.3.5a)$$

$$\hat{U}_3 = \hat{U}_2 - \hat{Z}_{13} \hat{B}_2, \quad (4.2.3.5b)$$

$$\hat{U}_4 = \hat{U}_3 - \hat{Z}_{34} \hat{B}_3, \quad (4.2.3.5c)$$

$$\hat{U}_5 = \hat{U}_4 - \hat{Z}_{45} \hat{B}_4, \quad (4.2.3.5d)$$

$$\hat{U}_6 = \hat{U}_3 - \hat{Z}_{36} \hat{B}_5, \quad (4.2.3.5e)$$

pri čemu su:  $\hat{U}_i$  napon čvora  $i$ ,  $i = 2, 3, \dots, 6$ , a  $\hat{Z}_{ij}$  impedansa sekcije između čvorova  $i$  i  $j$ ,  $i = 2, 3, \dots, 6$ ,  $j = 2, 3, \dots, 6$ ,  $i \neq j$ .

Ako se relacija (4.2.3.5a) uvrsti u relaciju (4.2.3.5b), zatim relacija (4.2.3.5b) u relacije (4.2.3.5c) i (4.2.3.5e) i zatim relacija (4.2.3.5c) u relaciju (4.2.3.5d), relacije (4.2.3.5) mogu da se napišu na sledeći način:

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_1 \\ \hat{U}_1 \\ \hat{U}_1 \\ \hat{U}_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{U}_2 \\ \hat{U}_3 \\ \hat{U}_4 \\ \hat{U}_5 \\ \hat{U}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Z}_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{Z}_{12} & \hat{Z}_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \hat{Z}_{12} & \hat{Z}_{23} & \hat{Z}_{34} & 0 & 0 \\ \hat{Z}_{12} & \hat{Z}_{23} & \hat{Z}_{34} & \hat{Z}_{45} & 0 \\ \hat{Z}_{12} & \hat{Z}_{23} & 0 & 0 & \hat{Z}_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \\ \hat{B}_3 \\ \hat{B}_4 \\ \hat{B}_5 \end{bmatrix}, \quad (4.2.3.6)$$

odnosno u sažetoj formi:

$$\Delta \hat{\mathbf{U}} = \mathbf{BCBV} \times \hat{\mathbf{B}}. \quad (4.2.3.7)$$

Na osnovu poređenja relacija (4.2.3.6) i (4.2.3.7) jasne su oznake u relaciji (4.2.3.7). Kompleksna matrica **BCBV** („*branch-current to bus-voltage*“) predstavlja vezu između struja rednih grana i napona čvorova.

Algoritmi za formiranje matrice **BIBC** i **BCBV** za jednofazna kola glase:

**Algoritam za formiranje matrice BIBC:**

- 1) Za distributivnu mrežu sa  $m$  sekcija i  $n$  čvorova dimenzija matrice **BIBC** je  $m \times (n-1)$ ;
- 2) Postaviti brojač sekcija  $i$  na 1;
- 3) Vrsta koja odgovara  $i$ -toj sekciji popunjava se jedinicama na pozicijama koje odgovaraju čvorovima koji se napajaju direktno ili indirektno preko sekcije  $i$ . Na ostalim pozicijama nalaze se nule;
- 4) Ponavljati korak 3 dok se ne iscrpe sve sekcije.

**Algoritam za formiranje matrice BCBV:**

- 1) Za distributivnu mrežu sa  $m$  sekcija i  $n$  čvorova dimenzija matrice **BCBV** je  $(n-1) \times m$ ;
- 2) Postaviti brojač sekcija  $i$  na 1;
- 3) Kolona koja odgovara  $i$ -toj sekciji popunjava se impedansama sekcija na pozicijama koje odgovaraju čvorovima koji se napajaju direktno ili indirektno preko sekcije  $i$ . Na ostalim pozicijama nalaze se nule;
- 4) Ponavljati korak 3 dok se ne iscrpe sve sekcije.

Ako se relacija (4.2.3.4) uvrsti u relaciju (4.2.3.7) dobija se sledeća relacija:

$$\Delta \hat{U} = \mathbf{BCBV} \times \mathbf{BIBC} \times \hat{\mathbf{I}} = \mathbf{DLF} \times \hat{\mathbf{I}}. \quad (4.2.3.8)$$

Množenjem matrica **BCBV** i **BIBC** dobija se jedna kompleksna matrica **DLF** („*distribution load flow*“) i ona se koristi tokom proračuna tokova snaga.

**Algoritam postupka zasnovanog na metodu konturnih struja**

- 1) Formiranje matrice **BIBC** dimenzije  $m \times (n-1)$ ;
- 2) Formiranje matrice **BCBV** dimenzije  $(n-1) \times m$ ;
- 3) Formiranje matrice **DLF** dimenzije  $(n-1) \times (n-1)$ ;
- 4) Inicijalna dodela vrednosti napona svim čvorovima, koje su jednake vrednostima napona korena mreže (početna aproksimacija napona);
- 5) Početak iterativnog procesa:  $h = 1$ ;
- 6) Proračun struja potrošnje i otočnih admitansi priključenih u čvorovima primenom sledećih relacija:

$$\hat{I}_i^h = \frac{P_i - jQ_i}{(\hat{U}_i^h)^*} + \hat{Y}_{oi} \hat{U}_i^h, \quad i = 2, 3, \dots, n, \quad (4.2.3.9a)$$

pri čemu su:

$h$  – Indeks tekuće iteracije;

$\hat{Y}_{oi}$  – Suma otočnih admitansi bližih čvoru  $i$ , sekcija koje se napajaju sa čvora  $i$ .

- 7) Proračun promena napona od korena do preostalih čvorova mreže primenom sledeće relacije:

$$\Delta \hat{U}^{h+1} = \mathbf{DLF} \times \hat{\mathbf{I}}^h; \quad (4.2.3.9b)$$

- 8) Proračun napona čvorova mreže primenom sledeće relacije:

$$\hat{U}^{h+1} = \mathbf{1}_{vj} \times \hat{U}_{\text{korena}} - \Delta \hat{U}^{h+1}, \quad (4.2.3.9c)$$

pri čemu su:

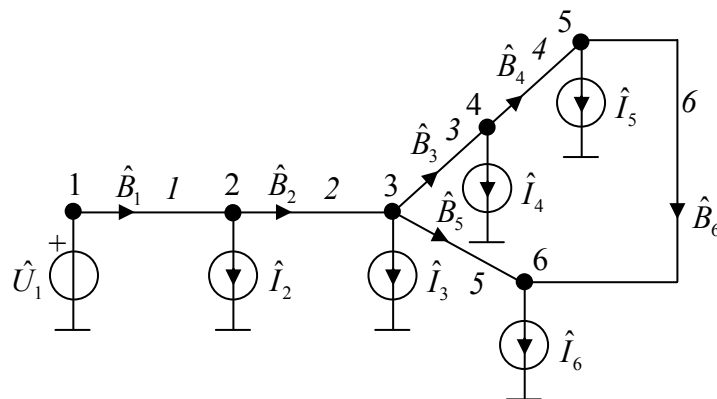
$\mathbf{1}_{vj}$  – vektor-kolona čiji su svi elementi jednaki jedinici, dimenzije  $(n-1) \times 1$ ;

$\hat{U}_{\text{korena}}$  – Napon korena mreže;

- 9) Provera konvergencije;

- 10) Ako je postupak konvergirao – proračun svih režimskih veličina od interesa, a ako nije – povećanje indeksa tekuće iteracije  $h$  za jedan i povratak na korak 6.

Ako je distributivna mreža slaboupetljana potrebno je modifikovati matrice **BIBC** i **BCBV**. Modifikacija ovih matrica može da se obradi na primeru mreže sa 6 čvorova i jednom petljom [63] (slika 4.2.3.2).



Slika 4.2.3.2 – Mreža sa 6 čvorova i jednom petljom [63]

Oznake na slici 4.2.3.2 imaju isto značenje kao oznake na slici 4.2.3.1.

Zbog sekcije 6 idealni strujni generatori  $\hat{I}_5$  i  $\hat{I}_6$  moraju da se modifikuju. Zbog toga, relacija (4.2.3.3) može da se napiše na sledeći način:

$$\begin{bmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \\ \hat{B}_3 \\ \hat{B}_4 \\ \hat{B}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_2 \\ \hat{I}_3 \\ \hat{I}_4 \\ \hat{I}_5 + \hat{B}_6 \\ \hat{I}_6 - \hat{B}_6 \end{bmatrix}, \quad (4.2.3.10)$$

odnosno:

$$\begin{bmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \\ \hat{B}_3 \\ \hat{B}_4 \\ \hat{B}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_2 \\ \hat{I}_3 \\ \hat{I}_4 \\ \hat{I}_5 \\ \hat{I}_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{B}_6 \\ -\hat{B}_6 \end{bmatrix}, \quad (4.2.3.11)$$

odnosno:

$$\begin{bmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \\ \hat{B}_3 \\ \hat{B}_4 \\ \hat{B}_5 \\ \hat{B}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_2 \\ \hat{I}_3 \\ \hat{I}_4 \\ \hat{I}_5 \\ \hat{I}_6 \\ \hat{B}_6 \end{bmatrix}. \quad (4.2.3.12)$$

Relacija (4.4.12) može da se napiše u sažetom obliku na sledeći način:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{B}} \\ \hat{\mathbf{B}}_{\text{novi}} \end{bmatrix} = \mathbf{BIBC} \times \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{I}} \\ \hat{\mathbf{B}}_{\text{novi}} \end{bmatrix}. \quad (4.2.3.13)$$

Kada postoji petlja modifikuje se korak 3 algoritma za formiranje matrice **BIBC**, koja će imati jednu vrstu i jednu kolonu više. One odgovaraju sekciji koja formira petlju: Ako se sekcija  $k$  nalazi između čvorova  $i$  i  $j$  (sekcija  $k$  formira petlju), potrebno je u koloni koja odgovara sekciji  $k$  sabrati korespondentne elemente kolone koji odgovaraju čvoru  $i$  (kolona 4 odgovara čvoru 5) i oduzeti korespondentne elemente kolone koji odgovaraju čvoru  $j$  (kolona 5 odgovara čvoru 6). Na poziciji  $(k, k)$  staviti jedinicu.

Takođe je potrebno modifikovati i matricu **BCBV**. Za petlju na slici 4.2.3.2 može da se napiše drugi Kirhofov zakon:

$$\hat{Z}_{34} \hat{B}_3 + \hat{Z}_{45} \hat{B}_4 + \hat{Z}_{56} \hat{B}_6 - \hat{Z}_{36} \hat{B}_5 = 0. \quad (4.2.3.14)$$

Ako se relacija (4.2.3.14) uvrsti u relaciju (4.2.3.6) dobija se:

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_1 \\ \hat{U}_1 \\ \hat{U}_1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{U}_2 \\ \hat{U}_3 \\ \hat{U}_4 \\ \hat{U}_5 \\ \hat{U}_6 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Z}_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{Z}_{12} & \hat{Z}_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{Z}_{12} & \hat{Z}_{23} & \hat{Z}_{34} & 0 & 0 & 0 \\ \hat{Z}_{12} & \hat{Z}_{23} & \hat{Z}_{34} & \hat{Z}_{45} & 0 & 0 \\ \hat{Z}_{12} & \hat{Z}_{23} & 0 & 0 & \hat{Z}_{36} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{Z}_{34} & \hat{Z}_{45} & -\hat{Z}_{36} & \hat{Z}_{56} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \\ \hat{B}_3 \\ \hat{B}_4 \\ \hat{B}_5 \\ \hat{B}_6 \end{bmatrix}, \quad (4.2.3.15)$$

Relacija (4.2.3.15) može da se napiše u sažetom, matričnom obliku na sledeći način ili u sažetoj formi:

$$\begin{bmatrix} \Delta \hat{U} \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{BCBV} \times \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{B}} \\ \hat{\mathbf{B}}_{\text{novi}} \end{bmatrix}. \quad (4.2.3.16)$$

Korak 3 u algoritmu za formiranje matrice **BCBV** modifikuje se na sledeći način (matrica **BCBV** će imati jednu vrstu i jednu kolonu više koje odgovaraju sekciji koja formira petlju): U novoj vrsti na pozicijama koje odgovaraju sekcijama koje formiraju petlju nalaze se njene impedanse s takvim predznacima da kada se pomnože sa odgovarajućim strujama sekcija čine relacije koje odgovaraju drugom Kirhofovom zakonu – relacija (4.2.3.14).

Ako se relacije (4.2.3.13) i (4.2.3.16) uvrste u relaciju (4.2.3.8) dobija se:

$$\begin{bmatrix} \Delta \hat{U} \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{BCBV} \times \mathbf{BIBC} \times \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{I}} \\ \hat{\mathbf{B}}_{\text{novi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{M}^T \\ \mathbf{M} & \mathbf{N} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{I}} \\ \hat{\mathbf{B}}_{\text{novi}} \end{bmatrix}. \quad (4.2.3.17)$$

Na osnovu matričnih proizvoda iza prvog i drugog znaka jednakosti, jasne su oznake u prvoj matrici iza drugog znaka jednakosti.

Ako se primeni Kronova redukcija [68] na relaciju (4.2.3.17) dobija se:

$$\Delta \hat{U} = [\mathbf{A} - \mathbf{M}^T \mathbf{N}^{-1} \mathbf{M}] \times \hat{\mathbf{I}}, \quad (4.2.3.18)$$

odnosno:

$$\Delta \hat{U} = \mathbf{DLF} \times \hat{\mathbf{I}}. \quad (4.2.3.19)$$

Ako se uporede relacije (4.2.3.8) i relacija (4.2.3.19) može se primetiti da one imaju isti oblik. Odnosno, algoritam za proračun tokova snaga slaboupetljanih distributivnih mreža se svodi na već opisan algoritam za proračun tokova snaga radijalnih distributivnih mreža.

Nedostaci ovog algoritma su:

- 1) Formiranje dve matrice **BIBC** i **BCBV** koje mogu da budu velikih dimenzija i nakon njihovog formiranja potrebno ih je pomnožiti, što je za mreže velikih dimenzija vrlo zahtevno;



- 2) Njihovim množenjem dobija se matrica **DLF** koja se u svakoj iteraciji množi s vektorom struja, što je za mreže velikih dimenzija vrlo zahtevno;
- 3) Postupak je originalno razvijen samo za mreže sa sekcijama (vodova), bez transformatora;
- 4) Jednostavnost formiranja matrice **BCBV** narušavaju međusobno spregnute grane [69].

### 4.3 TRADICIONALNI PRORAČUNI NESIMETRIČNIH TOKOVA SNAGA

U ovom delu prvo su obrađene generalizovane procedure BFS – paragraf 4.3.1. One su zasnovane na direktnoj primeni Kirhofovih zakona. Generalizovane procedure BFS su orijentisane na grane. Za razliku od njih, u paragrafu 4.3.2 dati su postupci koji su orijentisani na čvorove (postupci zasnovani na metodu nezavisnih napona čvorova). U tački 4.3.2.1 dati su metodi za rešavanje problema tokova snaga u faznom domenu, a u tački 4.3.2.2 dati su metodi za rešavanje problema tokova snaga u domenu simetričnih komponenti.

#### 4.3.1 Proračun zasnovan na direktnoj primeni Kirhofovih zakona

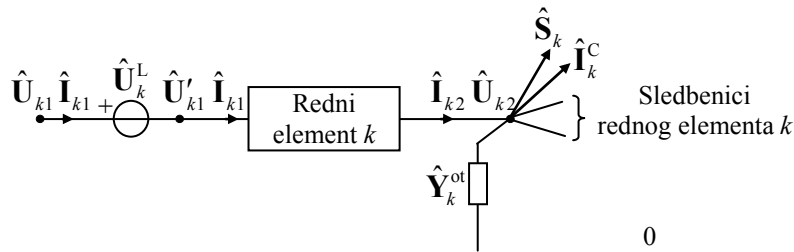
Izlaganja u ovom delu daju se saglasno s literaturom [28, 63]. Razmatra se radijalna, (ne)uravnotežena distributivna mreža. Čvorovi su numerisani po slojevima. Prvi čvor je koren mreže – balansni čvor, sa specificiranim (ne)simetričnim trofaznim naponom. Režim mreže načelno nije simetričan. Tu nesimetriju načelno izazivaju nesimetrični naponi korena, različite snage potrošnje po fazama, neuravnoteženi trofazni elementi (sekcije vodova i transformatori) i mreža koja se sastoji od elemenata s različitim brojem faza (miksovana mreža) – GDM. Metod tokova snaga je obrađen u faznom domenu.

Generalizovana procedura BFS za proračun tokova snaga GDM opisana je koristeći se šematskim predstavljanjem mreže rednim i otočnim elementima. (Ne)uravnoteženi redni element  $k$  prikazan je na slici 4.3.1.1,  $k = 1, 2, \dots, n$  ( $n$  predstavlja broj rednih elemenata mreže) [63]. Prvi i drugi čvor rednog elementa imaju isti broj faza  $n_k$ . Njihovi vektori faznih napona označeni su sa  $\hat{\mathbf{U}}_{k1}$  i  $\hat{\mathbf{U}}_{k2}$ , respektivno. Vektori struja na početku (čvor  $k1$ ) i kraju rednog elementa (čvor  $k2$ ) označeni su sa  $\hat{\mathbf{I}}_{k1}$  i  $\hat{\mathbf{I}}_{k2}$ . Kompleksna snaga potrošača (generatora) priključenog na kraju rednog elementa (u čvoru  $k2$ ) predstavljena je vektorom faznih kompleksnih snaga  $\hat{\mathbf{S}}_k$ ; (ne)uravnotežen otočni element (baterija kondenzatora ili prigušnica), koji je priključen u drugom čvoru rednog elementa  $k$  (u čvoru  $k2$ ), modelovan je matricom admitansi označenom sa  $\hat{\mathbf{Y}}_k^{\text{ot}}$ . Rednim elementom se napajaju njegovi redni elementi sledbenici sa otočnim elementima na njihovim drugim krajevima (ako postoje). Generalno, opisani redni element je spregnut s drugim rednim elementima.

Prvi Kirhofov zakon za drugi čvor rednog elementa  $k$  glasi:

$$\hat{\mathbf{I}}_{k2} = \hat{\mathbf{S}}_k / (\hat{\mathbf{U}}_{k2})^* + \hat{\mathbf{Y}}_k^{\text{ot}} \hat{\mathbf{U}}_{k2} + \hat{\mathbf{I}}_k^{\text{C}} + \sum_{i \in \beta_k} \hat{\mathbf{I}}_{i1}, \quad (4.3.1.1)$$

gde " $\hat{\mathbf{S}}_k / (\hat{\mathbf{U}}_{k2})^*$ " simbolički predstavlja vektor količnika faznih snaga potrošnje (proizvodnje) i odgovarajućih faznih napona (\* označava konjugaciju kompleksnog broja). Struja  $\hat{\mathbf{I}}_k^C$  je rezultat kapacitivne sprege odgovarajućih spregnutih rednih elemenata [63]. Skup  $\beta_k$  sadrži indekse rednih elemenata sledbenika rednog elementa  $k$ . Struje na počecima tih rednih elemenata označene su s  $\hat{\mathbf{I}}_{i1}$ ,  $i \in \beta_k$ . One nisu eksplicitno predstavljene u relaciji (4.3.1.1). Umesto njih, eksplicitno su predstavljene struje  $\hat{\mathbf{I}}_{i1}$ . Ove struje su izvedene iz struja koje nisu podvučene ( $\hat{\mathbf{I}}_{i1}$ ) na sledeći način: 1) u slučaju kada  $i$ -ti sledbenik rednog elementa  $k$  ima isti broj faza kao redni element  $k$ , tada je  $\hat{\mathbf{I}}_{i1} = \hat{\mathbf{I}}_{i1}$  i 2) u slučaju kada  $i$ -ti sledbenik rednog elementa  $k$  ima manji broj faza od rednog elementa  $k$ , vektor struja prvog kraja sledbenika  $\hat{\mathbf{I}}_{i1}$ , pre sumiranja, mora se formalno proširiti s nulama za nedostajuće faze.



Slika 4.3.1.1 – Redni element  $k$  i otočni elementi u njegovom drugom čvoru

Struje  $\hat{\mathbf{I}}_{k1}$  mogu da se izraze preko struja  $\hat{\mathbf{I}}_{k2}$  i napona  $\hat{\mathbf{U}}_{k2}$ . Naponi  $\hat{\mathbf{U}}_{k2}$  mogu da se izraze preko napona  $\hat{\mathbf{U}}'_{k1}$  i struja  $\hat{\mathbf{I}}_{k1}$  koristeći sledeće relacije:

$$\hat{\mathbf{I}}_{k1} = \hat{\mathbf{C}}_k^I \hat{\mathbf{I}}_{k2} + \hat{\mathbf{Y}}_k^U \hat{\mathbf{U}}_{k2}, \quad (4.3.1.2a)$$

$$\hat{\mathbf{U}}_{k2} = \hat{\mathbf{C}}_k^U \hat{\mathbf{U}}'_{k1} + \hat{\mathbf{Y}}_k^I \hat{\mathbf{I}}_{k1}, \quad (4.3.1.2b)$$

pri čemu su:

$$\hat{\mathbf{C}}_k^I = -\hat{\mathbf{Y}}_{k11} \hat{\mathbf{Y}}_{k21}^{-1}, \quad \hat{\mathbf{Y}}_k^U = \hat{\mathbf{Y}}_{k12} - \hat{\mathbf{Y}}_{k11} \hat{\mathbf{Y}}_{k21}^{-1} \hat{\mathbf{Y}}_{k22}, \quad (4.3.1.3a)$$

$$\hat{\mathbf{U}}'_{k1} = \hat{\mathbf{U}}_{k1} - \hat{\mathbf{U}}_k^L, \quad (\text{slika 4.3.1.1}). \quad (4.3.1.3b)$$

Submatrice  $\hat{\mathbf{Y}}_{k11}$ ,  $\hat{\mathbf{Y}}_{k21}$  i  $\hat{\mathbf{Y}}_{k22}$  su regularne osim u slučaju transformatora čiji su namotaji povezani u trougao i/ili izolovanu zvezdu. Napon  $\hat{\mathbf{U}}_k^L$  predstavlja indukovane napone usled sprega različitih rednih elemenata (paralelnih sekcija) [63].

Uzimajući u obzir da su naponi korena  $\hat{\mathbf{U}}_{\text{koren}}$  specificirani i da se raspolože  $h$ -tom aproksimacijom faznih napona u drugim čvorovima rednih elemenata  $(\hat{\mathbf{U}}_{k2})^h$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ , na osnovu slike 4.3.1.1, koristeći logiku standardne procedure SSKN (paragraf 4.2.1), generalizovana procedura BFS glasi:

## Procedura sumiranja struja

Proračun  $(h+1)$ -vih aproksimacija struja na kraju rednog elementa  $k$  (4.3.1.1) i struja na njenom početku (4.3.1.2a):

$$\left(\hat{\mathbf{I}}_{k2}\right)^{h+1} = \hat{\mathbf{S}}_k / \left(\hat{\mathbf{U}}_{k2}\right)^* + \hat{\mathbf{Y}}_k^{\text{ot}} \left(\hat{\mathbf{U}}_{k2}\right)^h + \left(\hat{\mathbf{I}}_k^{\text{C}}\right)^h + \sum_{i \in \beta_l} \left(\hat{\mathbf{I}}_{i1}\right)^{h+1}, \quad (4.3.1.4a)$$

$$k = n, n-1, \dots, 1,$$

$$\left(\hat{\mathbf{I}}_{k2}\right)^{h+1} = \text{diag}[\hat{Y}_a, \hat{Y}_b, \hat{Y}_c] \left(\hat{\mathbf{U}}_{k2}\right)^h, \quad k = n, n-1, \dots, 1, \quad (4.3.1.4b)$$

$$\left(\hat{\mathbf{I}}_{k1}\right)^{h+1} = \hat{\mathbf{C}}_k^1 \left(\hat{\mathbf{I}}_{k2}\right)^{h+1} + \hat{\mathbf{Y}}_k^{\text{U}} \left(\hat{\mathbf{U}}_{k2}\right)^h, \quad k = n, n-1, \dots, 1, \quad (4.3.1.4c)$$

$$\left(\hat{\mathbf{I}}_{k1}\right)^{h+1} = \hat{\mathbf{Y}}_{k11} \left(\hat{\mathbf{U}}_{k1}\right)^h + \hat{\mathbf{Y}}_{k12} \left(\hat{\mathbf{U}}_{k2}\right)^h, \quad k = n, n-1, \dots, 1, \quad (4.3.1.4d)$$

pri čemu su struje  $\hat{\mathbf{I}}_k^{\text{C}}$  rezultat kapacitivnih sprega razmatranog rednog elementa s drugim rednim elementima, ako te sprege postoje (prilog u delu 9.1).

Zbog singularnosti matrica modela transformatora čiji namotaji obe strane nisu povezani u uzemljenu zvezdu potrebno je da se koriste četiri različite varijante relacija (4.3.1.4), i to u zavisnosti od tipa rednog elementa. Relacije (4.3.1.4a i b) se koriste za proračun struja na kraju, a relacije (4.3.1.4c i d) za proračun struja na početku rednog elementa. Relacija (4.3.1.4b) se koristi u slučaju transformatora čije sprege nisu ni  $Y_{NY_n}$  niti  $Dy_n$  i koriste se kao potrošački transformatori – oni nemaju sledbenike. Ako ovi transformatori nisu potrošački, onda se uz njih priključuje i transformator za uzemljenje, pa se nulta komponenta struje zatvara kroz njega. U tom slučaju i svim ostalim slučajevima rednih elemenata, koristi se relacija (4.3.1.4a). Relacija (4.3.1.4c) koristi se za sekcije i transformatore sprega  $Y_{NY_n}$ , a za sve ostale sprege transformatora umesto nje koristi se relacija (4.3.1.4d). Više o tome može se pogledati u referenci [63].

## Procedura korekcija napona

Proračun  $(h+1)$ -ve aproksimacije napona drugog čvora rednog elementa  $k$ , koristeći relacije (4.3.1.2b) i (4.3.1.3b), glasi:

$$\left(\hat{\mathbf{U}}_{k2}\right)^{h+1} = \hat{\mathbf{C}}_k^{\text{U}} \left[ \left(\hat{\mathbf{U}}_{k1}\right)^{h+1} - \left(\hat{\mathbf{U}}_k^{\text{L}}\right)^{h+1} \right] + \hat{\mathbf{Y}}_k^{\text{I}} \left(\hat{\mathbf{I}}_{k1}\right)^{h+1}, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (4.3.1.5a)$$

$$\left(\hat{\mathbf{U}}_{k2}\right)^{h+1} = \hat{\mathbf{Y}}_{k22}^{-1} \left(\hat{\mathbf{I}}_{k2}\right)^h - \hat{\mathbf{Y}}_{k22}^{-1} \hat{\mathbf{Y}}_{k21} \left(\hat{\mathbf{U}}_{k1}\right)^{h+1}, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (4.3.1.5b)$$

$$\left(\hat{\mathbf{U}}_{k2}\right)^{h+1} = \hat{\mathbf{E}} \left(\hat{\mathbf{U}}_{k1}\right)^{h+1} + \hat{\mathbf{F}} \left(\hat{\mathbf{I}}_{k2}\right)^h \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (4.3.1.5c)$$

Proračun desnih strana relacija (4.3.1.4) i (4.3.1.5) radi se uvek koristeći aktuelne aproksimacije nepoznatih veličina. Ovo se, takođe, odnosi i na indukovane napone  $\left(\hat{\mathbf{U}}_k^{\text{L}}\right)^{h+1}$ , koristeći relaciju (9.1.3) – prilog u delu 9.1 za aktuelne aproksimacije struja rednih elemenata. Kada je prvi čvor  $k1$  rednog elementa  $k$  koren u relaciji (4.3.1.5), onda je  $\left(\hat{\mathbf{U}}_{k1}\right)^{h+1} = \hat{\mathbf{U}}_{\text{koren}}$ . U ostalim slučajevima, elementi vektora  $\left(\hat{\mathbf{U}}_{k1}\right)^{h+1}$  sastoje se od faznih napona drugog čvora (drugih čvorova) prethodnika rednog elementa  $k$ .

## Algoritam generalizovane procedure BFS

- 1) Inicijalna dodela vrednosti napona svim čvorovima, koje su jednake vrednostima napona korena mreže (početna aproksimacija napona);
- 2) Početak iterativnog procesa:  $h = 1$  ;
- 3) Anuliranje struja na početku i kraju svih rednih elemenata;
- 4) Postavljanje brojača rednih elemenata na  $k = n$  ;
- 5) Proračun struja na kraju rednog elementa  $k$  – relacija (4.3.1.4a) ili (4.3.1.4.b);
- 6) Proračun struja na početku rednog elementa  $k$  – relacija (4.3.1.4c) ili (4.3.1.4.d);
- 7) Ako je brojač rednih elemenata  $k = 1$ , preći na sledeći korak, u suprotnom smanjiti brojač rednih elemenata  $k$  za jedan i vratiti se na korak 5;
- 8) Proračunati napon na kraju rednog elementa  $k$  – relacija (4.3.1.5);
- 9) Ako je brojač rednih elemenata  $k = n$ , preći na sledeći korak, u suprotnom povećati brojač rednih elemenata  $k$  za jedan i vratiti se na korak 8;
- 10) Provera konvergencije;
- 11) Ako je postupak konvergirao, proračun svih režimskih veličina od interesa, pa kraj iterativnog postupka, a ako nije – povećanje indeksa tekuće iteracije  $h$  za jedan i povratak na korak 3.

U ovoj glavi nisu posebno naglašeni: 1) petlje; 2) generatori tipa PV; 3) čvorovi faznih diskontinuiteta; 4) tretman lokalne automatike. Više o tome može se pogledati u referenci [63].

### 4.3.2 Proračuni zasnovani na metodu nezavisnih napona čvorova

Od 1968. godine, pa do danas, utvrđeno je više metoda za rešavanje problema nesimetričnih tokova snaga. Njihov dominantan deo je u faznom domenu, a samo mali broj u domenu simetričnih komponenti. Pri analizi nesimetričnih ustaljenih režima, svaki trofazni čvor tretira se preko tri jednofazna čvora, i to za svaku fazu a, b, c u faznom domenu, ili za svaki simetričan režim d, i, o u domenu simetričnih komponenti. U tekstu koji sledi, pod pojmom čvora podrazumevaće se čvor jedne faze, ili čvor pogonskog kola jednog simetričnog režima. Osnovni cilj rešenja problema nesimetričnih tokova snaga je proračun modula i uglova faznih napona svih trofaznih čvorova.

#### 4.3.2.1 Proračuni u faznom domenu

Još 1968. godine, u referenci [25] detaljno su opisana trofazna ekvivalentna kola i matematički modeli elemenata elektroenergetskih mreža u faznom domenu. Modeli kola elektroenergetskih mreža su zasnovani na metodu nezavisnih napona čvorova, pa je tako otvoren put za dalja istraživanja vezana za problem nesimetričnih tokova snaga. Kasnije, 1974. godine, u [16] predložen je nelinearan model nesimetričnih tokova snaga i prikazan je efikasan način za njegovo rešenje primenom metoda NRTS. U toj referenci u modelu su naponi trofaznih čvorova prikazani preko svojih realnih i imaginarnih delova. Isto tako, nakon dve godine, u referenci [17] na jednom primeru elektroenergetske mreže demonstrirana je primena metoda NRTS za rešavanje nelinearnog modela nesimetričnih tokova snaga. Za razliku od modela prikazanog u [16], u referenci [17] je izveden model gde su naponi trofaznih čvorova prikazani u eksponencijalnom obliku. Analogno sa metodom BRTS za rešenje simetričnih tokova snaga [7] i uzimajući model iz [17], po prvi put se prikazuje primena metoda BRTS za rešenje problema nesimetričnih tokova snaga u faznom domenu [19, 20]. Bez uvođenja nekih posebnih novina, u referenci [22] (1980. godine) dati su modeli elemenata sa neuravnoteženostima različitih vrsta. Hibridni

metod nesimetričnih tokova snaga je prikazan u [21] (1990. godine). Metod se sastoji od različitih načina tretiranja posebnog sistema jednačina za generatorske čvorove primenjujući implicitni  $Y_{BUS}$  postupak i posebnog sistema jednačina za ostale čvorove primenjujući implicitni  $Z_{BUS}$  postupak. Hronološki, kao poslednji metod nesimetričnih tokova snaga u faznom domenu je prezentovan 1993. godine u [18]. U toj referenci se modeli elemenata elektroenergetske mreže dobijaju pomoću programa „*Electromagnetic Transients Program*“ (EMTP) [70], a sistem nelinearnih jednačina se rešava metodom NRTS.

Prednosti i nedostaci kao i zajedničke osobine, ili razlike nabrojanih metoda nesimetričnih tokova snaga, rezultat su: 1) različitog modelovanja elemenata elektroenergetskih mreža, 2) tipova čvorova mreža i načina rešavanja, 3) izbora početne aproksimacije rešenja, 4) primenjenih kriterijuma konvergencije itd.

Osnovni problem pri rešavanju nesimetričnih tokova snaga jeste određivanje vektora stanja mreže – modula i uglova faznih napona svih čvorova, odnosno proračun tri kompleksne ili šest realnih veličina za svaki trofazni čvor. Za taj proračun se koriste relacije bilansa snaga čvorova mreže. Svakom trofaznom čvoru asocira se šest kompleksnih ili dvanaest realnih veličina: tri para aktivne i reaktivne fazne snage i tri para modula i uglova faznih napona.

U opštem slučaju, čvorovi su klasifikovani kao interni generatorski, terminalni (eksterni) generatorski, balansni kao specijalni slučaj generatorskog čvora i potrošački čvorovi [29, 71]. Za balansni čvor može se uzeti interni [18-20], ili terminalni generatorski čvor [16, 17, 21]. Za ove čvorove, neke od asociranih veličina (ili neka njihova kombinacija) unapred su specificirane, čime se diktira određen ustaljeni režim elektroenergetske mreže.

U referenci [20] uvedene su oznake za elemente vektora koji su subvektori trofaznih veličina ( $3 \times 1$ ) i matrica čiji su elementi submatrice dimenzija  $3 \times 3$ . Razmatra se elektroenergetska mreža, čije kolo sadrži  $n$  trofaznih čvorova:

$$n = n_b + n_g, \quad (4.3.2.1.1)$$

gde su:

- 1)  $n$  – ukupan broj trofaznih čvorova u kolu (interni i terminalni generatorski čvorovi, kao i potrošački čvorovi);
- 2)  $n_b$  – broj trofaznih terminalnih generatorskih i potrošačkih čvorova;
- 3)  $n_g$  – ukupan broj internih generatorskih čvorova mreže.

Subskripti  $i$  i  $j$  služe za označavanje trofaznih čvorova kola na sledeći način:

- 1)  $i = 1, \dots, n_b$  – indeksi svih terminalnih generatorskih i potrošačkih trofaznih čvorova,
- 2)  $i = n_b + 1, \dots, n_b + n_g - 1$  – indeksi internih generatorskih trofaznih čvorova,
- 3)  $i = n_b + n_g$  – interni – balansni trofazni čvor.

Superskripti  $p$  i  $m$  označavaju tri faze trofaznog čvora ( $p, m = a, b, c$ ). U relacijama modela tokova snaga pojavljuju se i sledeće oznake u subskriptima:

- 1) Oznaka za regulator napona – reg;
- 2) Oznaka za interne generatorske čvorove – int;
- 3) Oznaka za generator – gen.

Da bi režim elektroenergetske mreže bio određen, potrebno je poznavati stanje mreže. Stanje mreže čini skup sledećih veličina:

- 1) Modul napona i ugao internog balansnog generatorskog čvora  $U_{int_j}$  i  $\theta_{int_j}$ , gde je  $j = n_b + n_g$  (napon internog čvora je izabran da bude referentna veličina s obzirom na module i uglove napona);
- 2) Moduli i uglovi napona internih generatorskih čvorova ostalih generatora  $U_{int_j}$  i  $\theta_{int_j}$ ,  $j = n_b + 1, \dots, n_b + n_g - 1$ ;
- 3) Tri modula i uglova napona terminalnih generatorskih i potrošačkih čvorova  $U_{int_i}^p$  i  $\theta_{int_i}^p$   $i = 1, \dots, n_b$ ,  $p = a, b, c$ .

U internim generatorskim čvorovima pridružene su samo dve veličine pošto su naponi tih čvorova simetrični (sinhrona mašina se konstruiše da bude uravnotežena). Zbog toga, nema potrebe eksplicitno čuvati napone ostale dve faze internih generatorskih čvorova. Međutim, naponi sve tri faze tih čvorova su potrebni za relacije bilansa aktivnih i reaktivnih snaga trofaznih čvorova.

Relacije koje se rešavaju po nepoznatim veličinama stanja su izvedene iz sledećih specificiranih operativnih uslova:

- 1) Poznate su fazne injektirane aktivne i reaktivne snage svih generatorskih terminalnih i potrošačkih čvorova;
- 2) Specificirane upravljačke strategije (poznate funkcije upravljanja) naponskih regulatora;
- 3) Ukupne proizvodnje trofaznih snaga sinhronih generatora osim onog koji je priključen u balansnom čvoru.

Posle numeracije čvorova, mreža može da se modeluje saglasno s metodom nezavisnih napona čvorova u faznom domenu:

$$\hat{\mathbf{I}}_{abc} = \hat{\mathbf{Y}}_{abc} \hat{\mathbf{U}}_{abc}. \quad (4.3.2.1.2)$$

gde su sa  $\hat{\mathbf{I}}_{abc}$ ,  $\hat{\mathbf{U}}_{abc}$  označeni vektori kompleksnih injektiranih faznih struja i napona čvorova faza a, b i c, respektivno. Sa  $\hat{\mathbf{Y}}_{abc}$  je označena matrica admitansi kola u faznom domenu.

U metodima koji su izloženi u [16-20], model mreže se sastoji od sledećih relacija:

- 1) nelinearne realne jednačine bilansa aktivnih i reaktivnih snaga svih generatorskih terminalnih i potrošačkih trofaznih čvorova (čvor  $i$ ):

$$\left(P_i^p\right)^{\text{spec}} = U_i^p \sum_{k=1}^n \sum_{m=a, b, c} U_k^m (G_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \sin \theta_{ik}^{pm}), \quad (4.3.2.1.3a)$$

$$\left(Q_i^p\right)^{\text{spec}} = U_i^p \sum_{k=1}^n \sum_{m=a, b, c} U_k^m (G_{ik}^{pm} \sin \theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm}), \quad p = a, b, c; \quad (4.3.2.1.3b)$$

2) za svaki generator  $j$ :

$$U_k^{\text{spec}} = f(U_k^a, U_k^b, U_k^c), \quad (4.3.2.1.3c)$$

gde je sa  $k$  označen terminalni čvor  $j$ -tog generatora;

3) za svaki generator  $j$ , osim balansnog generatora ( $j \neq n_b + n_g$ ):

$$(P_{\text{gen}}^{\text{spec}})_j = \sum_{p=1}^3 U_{\text{int } j}^p \sum_{k=1}^n \sum_{m=a, b, c} U_k^m (G_{ik}^{pm} \cos \theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \sin \theta_{ik}^{pm}), \quad (4.3.2.1.3d)$$

gde je sa  $P_{\text{gen}}^{\text{spec}}$  označena trofazna snaga internog generatorskog čvora.

Model se sastoji od  $6n_b + 2n_g - 1$  relacija koje treba da se reše po nepoznatim uglovima i modulima napona terminalnih i internih generatorskih čvorova (osim ugla internog generatorskog balansnog čvora), kao i potrošačkih trofaznih čvorova.

Relacije (4.3.2.1.3a) i (4.3.2.1.3b) koje su napisane za potrošačke čvorove, na osnovu poznatih specificiranih i proračunatih injektiranih aktivnih i reaktivnih snaga, formira se šest jednačina po svakom čvoru. Za terminalne generatorske čvorove specificira se ukupna trofazna injektirana aktivna snaga i funkcija naponskog regulatora [16, 17, 21], odnosno mogu se napisati samo dve relacije (4.3.2.1.3a) i (4.3.2.1.3c). Preostale jednačine dobijaju se iz uslova koji važe za veličine u odgovarajućim internim generatorskim čvorovima [16, 21]. Ukoliko se specificira trofazna injektirana aktivna snaga internog generatorskog čvora [18-20], zbog simetrije direktnog redosleda elektromotornih sila, dovoljne su samo te dve jednačine za proračun dve nepoznate veličine: modul elektromotorne sile  $E_{\text{int}}$  i ugao  $\theta_{\text{int}}$ . U ovom slučaju terminalni generatorski čvor tretira se kao potrošački.

Balansni čvor tretiran je na nekoliko načina. U [16, 17, 21] ovaj čvor je terminalni generatorski čvor sa specificiranim modulom i uglom napona jedne faze. Jednačine koje su karakteristične za njega ne deklupluju se iz sistema jednačina, kao što je to slučaj u modelu simetričnih tokova snaga. Ovaj čvor se tretira isto kao i ostali terminalni generatorski čvorovi, s tom razlikom što će u sistemu jednačina, umesto relacija (4.3.2.1.3a) i (4.3.2.1.3c), stajati specificirane vrednosti modula i uglova napona. U matrici koeficijenata će se samo na dijagonalnoj poziciji koja odgovara ovom čvoru, pojaviti nenulta jedinična submatrica. U [18-20] kao balansni čvor usvaja se interni balansni generatorski čvor.

Sistemi nelinearnih jednačina (model mreže) su rešavani primenom generičkog Njutn-Rafsonovog metoda. U svakoj iteraciji njegove primene pojavljuju se sistemi linearnih realnih jednačina kojima su predstavljene razlike između specificiranih i veličina određenih tipova čvorova proračunatih u tekućoj iteraciji.

Broj i forma relacija bilansa aktivnih i reaktivnih snaga napisanih za sve čvorove zavisi od tipova čvorova. Opšte prihvaćena skraćena forma prikazivanja sistema jednačina glasi [20]:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta P_{\text{gen}} \\ \Delta Q \\ \Delta U_{\text{reg}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{E} & \mathbf{I} & \mathbf{M} \\ \mathbf{B} & \mathbf{F} & \mathbf{J} & \mathbf{N} \\ \mathbf{C} & \mathbf{G} & \mathbf{K} & \mathbf{P} \\ \mathbf{D} & \mathbf{H} & \mathbf{L} & \mathbf{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta \theta_{\text{int}} \\ \Delta U/U \\ \Delta U_{\text{int}}/U_{\text{int}} \end{bmatrix}, \quad (4.3.2.1.4)$$

gde su sa  $\Delta P$ ,  $\Delta P_{\text{gen}}$ ,  $\Delta Q$ ,  $\Delta U_{\text{reg}}$  označeni subvektori razlika specificiranih i proračunatih veličina, a sa  $\Delta \theta$ ,  $\Delta \theta_{\text{int}}$ ,  $\Delta U/U$ ,  $\Delta U_{\text{int}}/U_{\text{int}}$  vektori korekcija nepoznatih veličina. Sa  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{J}$ ,  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{G}$ ,  $\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{R}$  označene su submatrice matrice jakobijana sistema jednačina (4.3.2.1.4).

Od opšteg oblika relacije (4.3.2.1.4) odstupa jedino metod prikazan u [19, 20]. U tom metodu, koristeći se svojstvima jakih P $\theta$  i QV, kao i slabih PV i Q $\theta$  sprega, autori u skladu sa [2] vrše raspredanje sistema jednačina (4.3.2.1.4) na dva nezavisna sistema:

$$\begin{bmatrix} \Delta P/U \\ \Delta P_{\text{gen}}/U_{\text{int}} \end{bmatrix} = \mathbf{B}' \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta \theta_{\text{int}} \end{bmatrix}, \quad (4.3.2.1.5a)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta Q/U \\ \Delta U_{\text{reg}} \end{bmatrix} = \mathbf{B}'' \begin{bmatrix} \Delta U \\ \Delta U_{\text{int}} \end{bmatrix}, \quad (4.3.2.1.5b)$$

To je primena BRTS (tačka 4.2.2.3) za proračun trofaznih tokova snaga u faznom domenu. Sa  $\Delta P$  i  $\Delta Q$  su označeni vektori razlika specificiranih i izračunatih aktivnih i reaktivnih faznih snaga, respektivno. Sa  $\mathbf{B}'$  i  $\mathbf{B}''$  su označene kvadratne matrice koeficijenata dobijenih iz matrice admitansi kola mreže  $\hat{\mathbf{Y}}_{\text{abc}}$ . Sa  $\Delta \theta$ ,  $\Delta \theta_{\text{int}}$ ,  $\Delta U$  i  $\Delta U_{\text{int}}$  su označeni subvektori nepoznatih korekcija uglova i modula faznih napona internih, terminalnih generatorskih i potrošačkih trofaznih čvorova. Za razliku od metoda prikazanih u [16-18], gde se matrica jakobijana proračunava u svakoj iteraciji, u [19, 20] matrice  $\mathbf{B}'$  i  $\mathbf{B}''$  matrice su konstantnih vrednosti. Sistemi jednačina (4.3.2.1.5a) i (4.3.2.1.5b) se rešavaju primenom Gausove eliminacije.

#### 4.3.2.2 Proračun u domenu simetričnih komponenti

U prvom predloženom metodu za proračun nesimetričnih tokova snaga u domenu simetričnih komponenti [15], čvorovi su klasifikovani na: interne i terminalne generatorske čvorove, balansni čvor i čvorove u kojima istovremeno postoji potrošnja i proizvodnja određene snage kao i otočne admitanse. Za referentni (balansni) čvor, usvaja se interni generatorski čvor. U terminalnim generatorskim čvorovima postoji regulacija napona (održava se specificirana vrednost simetrične komponente modula napona direktnog redosleda). U tim čvorovima, umesto regulacije napona, može se vršiti regulacija trofazne injektirane reaktivne snage.

Autori metoda za proračun nesimetričnih tokova snaga prikazanih u [23, 24] čvorove elektroenergetske mreže koji su predstavljeni u domenu simetričnih komponenti, klasifikuju i imenuju skoro identično kao i čvorove definisane u metodima za proračun simetričnih tokova snaga. Za referentni čvor napona direktnog redosleda usvojen je jedan generatorski terminalni čvor sa specificiranim modulom  $(U^d)^{\text{spec}}$  i uglom napona



$(\theta^d)^{\text{spec}}$ . Generatorski terminalni čvorovi u elektroenergetskoj mreži su najčešće tretirani kao čvorovi tipa PV, odnosno specificirani su im moduli simetričnih komponenti napona direktnog redosleda  $(U_k^d)^{\text{spec}}$ , trofazne injektirane aktivne snage  $(P_{\Sigma k})^{\text{spec}}$ , kao i tehničke granice trofaznih injektiranih reaktivnih snaga  $(Q_{\Sigma k})^{\text{max}}$  i  $(Q_{\Sigma k})^{\text{min}}$ . Potrošački čvorovi tretirani su kao čvorovi tipa PQ i za njih se specificiraju fazne aktivne snage  $(P_{ka})^{\text{spec}}$ ,  $(P_{kb})^{\text{spec}}$  i  $(P_{kc})^{\text{spec}}$ , kao i fazne reaktivne snage  $(Q_{ka})^{\text{spec}}$ ,  $(Q_{kb})^{\text{spec}}$  i  $(Q_{kc})^{\text{spec}}$ .

U referenci [16] autori značajno unapređuju model i proceduru proračuna nesimetričnih tokova snaga uvodeći nove tipove čvorova. O ovim tipovima čvorova biće više reči u glavi 6.

Najjednostavnija varijanta procedure za proračun nesimetričnih tokova snaga je ona koja je zasnovana neposredno na metodu nezavisnih napona čvorova u domenu simetričnih komponenti [23]:

$$\hat{\mathbf{I}}^{\text{dio}} = \hat{\mathbf{Y}}^{\text{dio}} \hat{\mathbf{U}}^{\text{dio}}, \quad (4.3.2.2.1)$$

gde je sa  $\hat{\mathbf{Y}}^{\text{dio}}$  označena matrica admitansi kola elektroenergetske mreže, koju čine dijagonalne i/ili pune submatrice dimenzija  $(3 \times 3)$ . Sa  $\hat{\mathbf{U}}^{\text{dio}}$  je označen vektor napona, a sa  $\hat{\mathbf{I}}^{\text{dio}}$  vektor injektiranih struja čvorova pogonskih kola sva tri redosleda. Njih čine subvektori dimenzija  $(3 \times 1)$ . U relaciji (4.3.2.2.1) nepoznati su elementi vektora  $\hat{\mathbf{I}}^{\text{dio}}$  (simetrične komponente injektiranih struja čvorova) i elementi vektora  $\hat{\mathbf{U}}^{\text{dio}}$  (simetrične komponente napona čvorova). U svakoj iteraciji ove varijante metoda vrši se proračun: 1) elemenata vektora  $\hat{\mathbf{I}}^{\text{dio}}$  koristeći se specificiranim injektiranim faznim aktivnim i reaktivnim snagama i proračunatih napona iz prethodne iteracije (prevedenih u fazni domen) odgovarajućih čvorova, 2) kada se proračunaju elementi vektora  $\hat{\mathbf{I}}^{\text{dio}}$ , relacija (4.3.2.2.1) se rešava direktno po korigovanim aproksimacijama nepoznatih simetričnih komponenti napona sva tri redosleda –  $\hat{\mathbf{U}}^{\text{dio}}$ .

Raspregnuti kompenzacioni metod [23, 24, 29] izveden je iz prethodno opisanog metoda. U ovom metodu vrši se „rasprezanje pogonskih“ kola sva tri redosleda (deo 9.2) tako što se sprege unutar neuravnoteženih vodova s golim provodnicima (kojih ima malo u mreži) kompenzuju injektiranjem kompenzacionih struja čvorova u kojima su ti vodovi priključeni. Rasprezanjem pogonskih kola sva tri redosleda, matrica admitansi kola elektroenergetske mreže  $\hat{\mathbf{Y}}^{\text{dio}}$  će imati samo dijagonalne submatrice dimenzija  $(3 \times 3)$ . U vektoru injektiranih struja  $\hat{\mathbf{I}}^{\text{dio}}$  uvažene su kompenzacione struje opisanih čvorova. Primenom raspregnutog kompenzacionog metoda, relacija (4.3.2.2.1) može da se zapiše u vidu tri nezavisne relacije (pogonska kola sva tri redosleda su pojedinačno – raspregnuto modelovana metodom nezavisnih napona čvorova):

$$\hat{\mathbf{I}}^d = \hat{\mathbf{Y}}^d \hat{\mathbf{U}}^d, \quad (4.3.2.2.2a)$$

$$\hat{\mathbf{I}}^i = \hat{\mathbf{Y}}^i \hat{\mathbf{U}}^i, \quad (4.3.2.2.2b)$$

$$\hat{\mathbf{I}}^o = \hat{\mathbf{Y}}^o \hat{\mathbf{U}}^o. \quad (4.3.2.2.2c)$$

Sa  $\hat{Y}^d$ ,  $\hat{Y}^i$  i  $\hat{Y}^o$  označene su matrice admitansi u domenu simetričnih komponenti, sa  $\hat{U}^d$ ,  $\hat{U}^i$  i  $\hat{U}^o$  vektori nepoznatih simetričnih komponenti napona, a sa  $\hat{I}^d$ ,  $\hat{I}^i$  i  $\hat{I}^o$  vektori nepoznatih simetričnih komponenti injektiranih struja (sa uvažanim kompenzacionim strujama) u pogonskim kolima direktnog, inverznog i nultog redosleda, respektivno. U svakoj iteraciji ove varijante metoda vrši se proračun: 1) Elementa vektora  $\hat{I}^d$ ,  $\hat{I}^i$  i  $\hat{I}^o$  koristeći se specificiranim injektiranim aktivnim i reaktivnim faznim snagama i proračunatih napona iz prethodne iteracije u domenu simetričnih komponenti odgovarajućih čvorova. Tim vektorima su obuhvaćene i simetrične komponente kompenzacionih injektiranih struja čvorova između kojih su priključeni neuravnoteženi vodovi; 2) Kada se proračunaju elementi vektora  $\hat{I}^d$ ,  $\hat{I}^i$  i  $\hat{I}^o$ , relacije (4.3.2.2.2) se rešavaju po korigovanim aproksimacijama nepoznatih simetričnih komponenti napona sva tri redosleda –  $\hat{U}^d$ ,  $\hat{U}^i$  i  $\hat{U}^o$  (pri čemu se svaki sistem rešava nezavisno jedan od drugog). Nakon svake iteracije ovog metoda proračunavaju se nove kompenzacione struje koje su uvažene u vektorima simetričnih komponenti injektiranih struja sva tri redosleda. Time su implicitno obuhvaćene sprege u mreži.

Rasprezanje pogonskih kola direktnog, inverznog i nultog redosleda neuravnoteženih vodova (i elektroenergetske mreže), pored injektiranih kompenzacionih struja, može se izvršiti i injektiranim kompenzacionim snagama u odgovarajućim krajevima tih vodova. S druge strane, u terminalnim generatorskim čvorovima koji su tipa PV, trofazne injektirane aktivne snage i simetrične komponente direktnog redosleda modula napona održavaju se na specificiranim vrednostima. Saglasno tome, u referencama [16, 24] razvijen je metod za proračun nesimetričnih tokova snaga u kojem se sistem nelinearnih jednačina bilansa snaga čvorova pogonskog kola direktnog redosleda rešava generičkim Njutn-Rafsonovom metodom. Modeli pogonskih kola režima inverznog i nultog redosleda su linearni kao u (4.3.2.2.2b) i (4.3.2.2.2c). Na prethodno opisan način dobija se matematički model i razvijena hibridna (delimično nelinearna i delimično linearna) forma metoda [24, 29]:

$$\Delta \mathbf{S}^d = \mathbf{J}^d \Delta \mathbf{X}^d, \quad (4.3.2.2.3a)$$

$$\hat{I}^i = \hat{Y}^i \hat{U}^i, \quad (4.3.2.2.3b)$$

$$\hat{I}^o = \hat{Y}^o \hat{U}^o. \quad (4.3.2.2.3c)$$

Sa  $\mathbf{J}^d$  je označena matrica jakobijana dela modela tokova snaga koji se odnosi na pogonsko kolo direktnog redosleda. Ova matrica je identična s matricom jakobijana koja se dobija pri rešavanju nelinearnog problema simetričnih tokova snaga [6]. Sa  $\Delta \mathbf{X}^d$  označeni su nepoznate korekcije uglova i modula simetričnih komponenti napona direktnog redosleda. Vektor razlika specificiranih injektiranih snaga i proračunatih snaga režima direktnog redosleda označen je sa  $\Delta \mathbf{S}^d$ . U tom vektoru su sadržane i kompenzacione injektirane snage čvorova između kojih su priključeni neuravnoteženi vodovi. Sistem jednačina (4.3.2.2.3a) koji predstavlja matematički model kola direktnog redosleda ekvivalentan je s matematičkim modelom (sistemom jednačina) simetričnih tokova snaga, kada bi se u drugom eksplicirali i terminalni generatorski čvorovi. Sistemi linearnih jednačina (4.3.2.2.3b) i (4.3.2.2.3c) koji se odnose na simetrične režime inverznog i nultog redosleda, identični su sa onima u kojima se primenjuje raspregnuti kompenzacioni metod – relacije (4.3.2.2.2b) i (4.3.2.2.2c). Relacije (4.3.2.2.3b) i (4.3.2.2.3c) mogu da se zamene novim u kojima se umesto napona i injektiranih struja

simetričnih režima inverznog i nultog redosleda, računaju odgovarajuće korekcije  $\Delta\hat{U}^i$ ,  $\Delta\hat{U}^o$  i  $\Delta\hat{I}^i$ ,  $\Delta\hat{I}^o$ , odnosno:

$$\Delta\hat{I}^i = \hat{Y}^i \Delta\hat{U}^i, \quad (4.3.2.2.4a)$$

$$\Delta\hat{I}^o = \hat{Y}^o \Delta\hat{U}^o. \quad (4.3.2.2.4b)$$

U poslednjem metodu koji je opisan u [24, 29], za rešavanje sistema jednačina (4.3.2.2.3a) iskorišćen je BRTS (tačka 4.2.2.3). Primenom tog postupka sistem jednačina (4.3.2.2.3a) se razdvaja na dva nezavisna podsistema realnih jednačina. Iz jednog podsistema proračunavaju se nepoznate korekcije uglova  $\Delta\theta^d$ , a iz drugog nepoznate korekcije modula napona  $\Delta U^d$  simetričnog režima direktnog redosleda. Dakle, matematički model hibridnog metoda u kojem je iskorišćen BRTS glasi:

$$\Delta P^d / U^d = B'^d \Delta\theta^d, \quad (4.3.2.2.5a)$$

$$\Delta Q^d / U^d = B''^d \Delta U^d, \quad (4.3.2.2.5b)$$

$$\Delta\hat{I}^i = \hat{Y}^i \Delta\hat{U}^i, \quad (4.3.2.2.5c)$$

$$\Delta\hat{I}^o = \hat{Y}^o \Delta\hat{U}^o. \quad (4.3.2.2.5d)$$

U ovim relacijama matrice  $B'^d$  i  $B''^d$  su konstantne i vrlo slične odgovarajućim matricama za proračun simetričnih tokova snaga primenom BRTS. Razlika je u tome što ove matrice sadrže i parametre koji odgovaraju blok transformatorima (u standardnom matematičkom modelu za proračun simetričnih tokova snaga, blok transformatori se ne ekspliciraju, već su sintetizovani sa odgovarajućim generatorima). Sa  $\Delta P^d$  i  $\Delta Q^d$  označeni su vektori razlika između specificiranih i proračunatih aktivnih i reaktivnih snaga čvorova pogonskih kola direktnog redosleda, sa uvaženim odgovarajućim kompenzacionim snagama.

Generatori i transformatori se u elektroenergetskim mrežama izvode kao uravnoteženi elementi. Većina vodova se smatraju uravnoteženim elementima. Primenom domena simetričnih komponenti pogonska kola sva tri redosleda ovih elemenata su raspregnuta. Kod neuravnoteženih vodova kojih u mreži ima veoma malo, pogonska kola sva tri redosleda se rasprežu kompenzacionim metodom. Zbog toga, kao prednost izloženih metoda u domenu simetričnih komponenti, može se istaći postupak međusobnog raspredanja modela sva tri redosleda i mogućnost paralelnog procesiranja, odnosno njihove paralelne obrade (proračuna).



## 5 ENERGETSKI RESURSI

U ovoj glavi se razmatraju ER koji se danas koriste u prenosnim i distributivnim mrežama. ER mogu biti tradicionalni kao što su sinhroni i asinhroni mašine koje su direktno priključene na mrežu. Tradicionalni ER koriste se u hidroelektranama, termoelektranama i nuklearnim elektranama. Priroda prenosnih i distributivnih mreža se drastično promenila u poslednje dve decenije. Ubrzanim razvojem energetske elektronike omogućen je snažan razvoj sistema koji koriste ER koji su na mrežu priključeni preko uređaja energetske elektronike – EREE. Takvi ER se koriste u vetroelektranama i fotonaponskim sistemima koji su priključeni na prenosne i distributivne mreže, kao i u distributivnim mrežama, kada su zasnovani na motorima sa unutrašnjim sagorevanjem, zamajcima, gorivnim ćelijama itd.

### 5.1 TRADICIONALNE AC MAŠINE

Sinhroni mašine se koriste kao generatori, kompenzatori reaktivne snage i elektromotori. One se izrađuju kao uravnoteženi elementi, ali im se nesimetrični režimi rada nameću iz mreža na koje su priključene. U slučajevima nesimetričnih režima tih mašina, mogu se javiti sledeći problemi: nejednako zagrevanje statorskih namotaja, povećani gubici u rotoru i vibracije rotora. Slična je situacija i s tradicionalnim asinhronim mašinama. Zbog ovakvih problema neophodno je imati precizan proračun tokova snaga da se ne bi prevazišli unapred propisani uslovi rada ovih ER.

#### 5.1.1 Nesimetrični režimi sinhronih mašina

U tekstu koji sledi obrazloženi su osnovni – prethodno navedeni negativni efekti nesimetričnih režima sinhronih mašina [70, 72, 73].

#### Zagrevanje statorskih namotaja

Pri nesimetričnim opterećenjima, struje u pojedinim fazama statorskih namotaja sinhronih mašina su različite. Odatle proizlazi da su gubici, a time i zagrevanje tih namotaja različiti. Pošto temperatura najopterećenije faze mašine ne sme preći određenu vrednost (koja zavisi od klase izolacije), sledi da je opterećenje sinhroni mašine ograničeno opterećenjem upravo te faze iako ostale dve faze nisu nominalno opterećene. Odnosno, pošto je temperatura zagrevanja srazmerna jačini struje faze, u nesimetričnom režimu sinhroni mašine vrednost struje u najopterećenijoj fazi ne sme prevazići nominalnu vrednost struje. Zbog toga, u nesimetričnom režimu sinhroni mašina proizvodi manju snagu od nominalne. Odnosno, veća nesimetrija opterećenja faza prouzrokuje veću razliku između aktualne i nominalne snage mašine.

#### Gubici u rotoru

Kada je režim sinhroni mašine nesimetričan, simetrične struje inverznog redosleda stvaraju obrtno magnetno polje statora koje se obrće suprotno od polja koje generišu simetrične struje direktnog redosleda. Dakle, obrtno polje koje nastaje usled simetričnih struja inverznog redosleda kreće se dvostruko većom brzinom u odnosu na rotor. Zbog toga se u feromagnetnim delovima, prigušnom i rotorskom namotaju mašine indukuju elektromotorne sile dvostruko većih učestalosti i odgovarajućih modula. Pod dejstvom tih elektromotornih sila uspostavljaju se struje u pojedinim delovima rotora koje stvaraju

dodatno zagrevanje rotora. Kada je nesimetrija režima sinhrona mašine izrazita, zagrevanje rotora može prevazići tolerantne vrednosti. Gubici, pa time i zagrevanje rotora, zavise od njegove konstrukcije. Kod cilindričnih rotora, koji predstavljaju puno feromagnetno telo, ima značajnih gubitaka zbog obrtnog magnetnog polja inverznih struja, pa je zato i zagrevanje ovog tipa rotora veće nego kod rotora sa istaknutim polovima, koji ima bolje uslove hlađenja. Ako se sa  $\Delta P_{nr}^d$  označe gubici u pobudnom namotaju cilindričnog rotora, kod nominalnog simetričnog opterećenja mašine direktnog redosleda, a sa  $\Delta P_{nr}^i$  gubici u istom rotoru usled obrtnog magnetnog polja prouzrokovanog inverznim strujama istih modula, tada je odnos tih gubitaka:  $\Delta P_{nr}^d / \Delta P_{nr}^i = (16 \div 18)$  [72]. Postoje preporuke prema kojima se dopuštena nesimetrija ograničava dopuštenom razlikom faznih struja. Kod turbogeneratora dopuštena nesimetrija je 10%, a kod hidrogeneratora 20% od nominalne struje, pri čemu struja u najopterećenijoj fazi ne sme preći nominalnu vrednost [72, 73].

Problem pregrevanja rotora je posebno izražen kod sinhronih kompenzatora koji se koriste za kompenzaciju reaktivne snage kod elektrolučnih peći. Kod takvih sistema struje inverznog redosleda dostižu vrlo velike vrednosti.

### **Vibracije rotora**

Kod nesimetričnog opterećenja mašine, momenat koji se dobija zbog uzajamnog dejstva između pobudnog polja rotora i obrtnog magnetnog polja statora prouzrokovanog strujama inverznog redosleda može izazvati značajne vibracije i šumove. Pošto se ova magnetna polja, jedno u odnosu na drugo okreću dvostrukom sinhronom brzinom, sledi da se dobijeni momenat menja s dvostrukom učestalošću. Kod generatora sa istaknutim polovima javljaju se veći momenti s promenljivim znakom u odnosu na one koji se javljaju kod cilindričnih rotora, odnosno osetljiviji su na ovu pojavu. Amplitude vibracija su proporcionalne odnosu modula inverzne  $I^i$  i nominalne struje  $I_n$ . Ako je odnos  $I^i / I_n = 0,15$ , amplituda vibracija dvostruko je veća u odnosu na amplitudu kod simetričnog opterećenja [73]. Ovakav momenat s promenljivim znakom i dvostruke učestalosti, tj. njegove odgovarajuće sile, prouzrokuju vibracije mašine zbog kojih dolazi do slabljenja presovanja statorskog paketa i zamaranja materijala i zavarenih delova.

Zadržavanje vibracija i šuma u dopuštenim granicama još je jedno ograničenje vezano za nesimetrično opterećenje sinhronih mašina.

### **5.1.2 Nesimetrični režimi asinhronih mašina**

Priključivanje tradicionalnih asinhronih mašina na nesimetrične napone vodi ka promeni njihovih radnih karakteristika, što u nekim slučajevima može onemogućiti njihov normalan rad.

Obično ove mašine nemaju izvedene neutralne priključke, pa nisu povezane za neutralne provodnike/zemlju. Zato se kod njihovog priključivanja na mreže u nesimetričnim režimima u njima uspostavljaju režimi koji čine naponi i struje samo sa simetričnim komponentama direktnog i inverznog redosleda (nema simetričnih komponenti nultog redosleda). Priroda pojava zagrevanja rotora i vibracije sinhronih

mašina, u opštem slučaju je ista i kod asinhronih mašina. U praksi je pokazano da se zagrevanje mašine može povećati za 12,5%, pri nesimetriji od 2,5% [21].

Ako se mehanički momenat usled simetričnih napona direktnog redosleda označi sa  $M^d$ , a momenat usled napona inverznog redosleda sa  $M^i$ , onda će ukupni momenat mašine biti:  $M = M^d - M^i$ . Znači da će ukupni mehanički momenat mašine u nesimetričnom režimu biti manji od onoga koji bi se uspostavio kada bi mašina bila priključena na mrežu u simetričnom režimu (direktnog redosleda). To je posledica delovanja momenta  $M^i$  u suprotnom smeru od smera okretanja rotora.

## 5.2 ENERGETSKI RESURSI KOJI SU NA MREŽU PRIKLJUČENI PREKO UREĐAJA ENERGETSKE ELEKTRONIKE

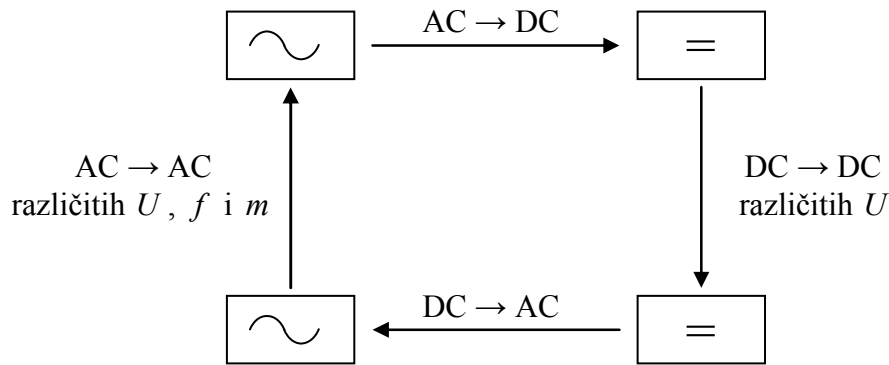
U ovom delu se razmatraju EREE. Oni su relativno nove tehnologije koje su našle značajnu industrijsku primenu. Kako je rečeno u Uvodu, EREE se na mrežu priključuju preko uređaja energetske elektronike. EREE su sve prisutniji u elektroenergetskim mrežama, kako u prenosnim, tako i u distributivnim, pa i u okviru samih potrošača („iza“ njihovih brojila preko kojih potrošači preuzimaju električnu energiju iz distributivne mreže). Oni u razvijenim zemljama već značajno utiču na realizacije njihovih elektroenergetskih bilansa. To se očekuje i kod nas u budućnosti. Primena novih tehnologija ER ne ograničava se samo na DG zasnovanim na fotonaponskim sistemima, vetroparkovima, mikro-turbinama, gorivnim ćelijama i motorima s unutrašnjim sagorevanjem, na energiji talasa itd. (Reverzibilne hidroelektrane spadaju u tradicionalne ER.) Nove tehnologije se primenjuju i na DS [30]. Među njima su najznačajniji sistemi zasnovani na baterijama i zamajcima.

Uređaji energetske elektronike čine skup pretvarača koji se zasnivaju na elektronskim elementima – poluprovodničkim komponentama velikih snaga. Uređaji energetske elektronike služe kao interfejsi ER prema mreži. Zadatak takvih uređaja je da vrše unutrašnju transformaciju električne energije jednog kvaliteta (napona  $U_u$ , učestalosti  $f_u$  i broja faza  $m_u$ ) u električnu energiju drugog kvaliteta (napona  $U_i$ , učestalosti  $f_i$  i broja faza  $m_i$ ). Učestalosti  $f_u$  i  $f_i$  mogu biti nule, odnosno ulazni ili izlazni naponi mogu biti jednosmerni.

Pretvaranje energije AC/DC napona i struje može biti:

- 1) AC → AC;
- 2) AC → DC;
- 3) DC → AC;
- 4) DC → DC.

Na slici 5.2.1 su navedeni tipovi uređaja energetske elektronike [74]. Oni su načelno prikazani i u tabeli 5.2.1.

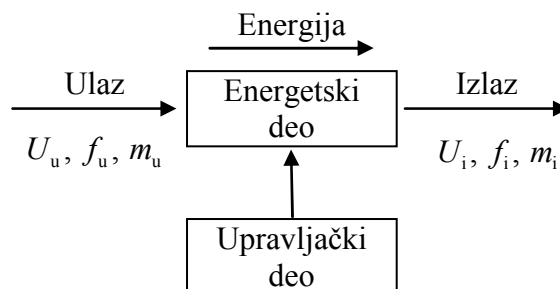


Slika 5.2.1 – Osnovne mogućnosti unutrašnje transformacije električne energije uređaja energetske elektronike

Tabela 5.2.1 – Tipovi uređaja energetske elektronike

	Ulaz		Izlaz
<b>Invertori</b>	DC	→	AC
<b>Ispravljači</b>	AC	→	DC
<b>Pretvarači AC-AC</b>	AC	→	AC
<b>Pretvarači DC-DC</b>	DC	→	DC

Nezavisno o kojem tipu uređaja energetske elektronike se radi, u sklopu uređaja uvek postoji energetska deo koji obuhvata snažne poluprovodničke komponente i upravljački deo pomoću koje se realizuje upravljačka šema uređaja. Generalna šema sklopa pretvarača energetske elektronike data je na slici 5.2.2 [74].



Slika 5.2.2 – Sklop pretvarača energetske elektronike

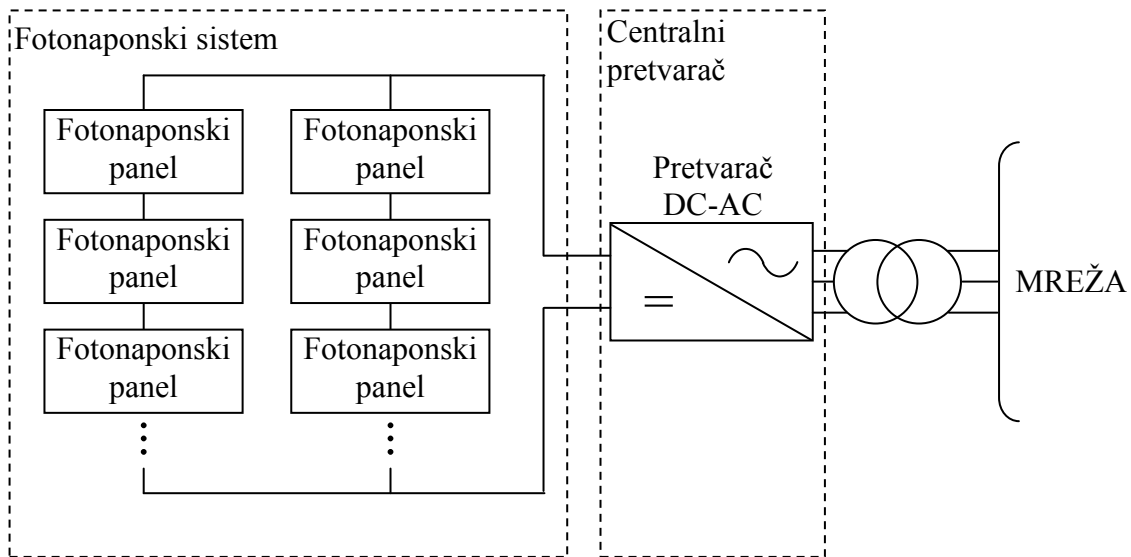
Poluprovodnički (prekidački) elementi, koji su sastavni deo uređaja energetske elektronike, mogu biti istog ili različitog tipa. Oni su međusobno povezani na takav način da obrazuju konfiguraciju koja omogućava realizaciju željenog tipa konverzije. Upravljački deo uređaja energetske elektronike obezbeđuje potrebne signale kojima se upravlja stanjima pojedinih elektronskih komponenti. Moguća stanja svake komponente su stanje provođenja struje i stanje u kojem komponenta ne provodi struju. Da bi se komponenta prevela iz jednog stanja u drugo stanje potreban je odgovarajući upravljački impuls. Impulsi se dovode u odgovarajućim trenucima na pojedine komponente radi realizacije željenog tipa pretvaranja električne energije.

### 5.2.1 Fotonaponske elektrane

Tehnologija na kojoj su zasnovane fotonaponske elektrane sastoji se od konverzije sunčeve – solarne energije u električnu energiju uz pomoć fotonaponskih ćelija. Fotonaponska ćelija se sastoji od poluprovodničkih materijala (kao što je kristalni



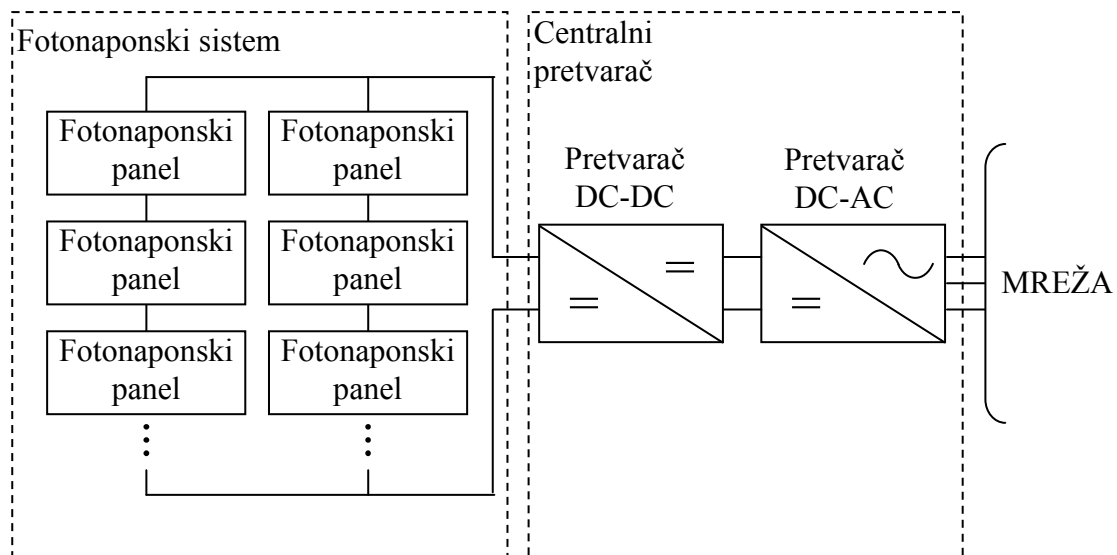
silicijum) koji apsorbuju sunčevu svetlost i vrše konverziju u električnu energiju kroz proces koji je poznat kao *fotonaponski efekat*. Pošto je stepen iskoristivosti fotonaponskih ćelija između 15% i 20%, da bi se proizvela odgovarajuća količina električne energije fotonaponski paneli moraju biti velikih dimenzija (snaga). Jedan fotonaponski panel se uglavnom sastoji od 36 do 72 ćelije u zavisnosti od toga koji se napon i struja žele postići na izlazu panela [33]. Površina panela u zavisnosti od proizvođača može biti od 0,5–1 m<sup>2</sup>. Načelna šema fotonaponskih elektrana prikazana je na slici 5.2.1.1.



Slika 5.2.1.1 – Fotonaponske elektrane

Fotonaponskim sistemima, koji su sastavni delovi fotonaponskih elektrana, proizvodi se električna energija DC napona i struje. Vrednost napona zavisi od konfiguracije i količine panela u elektranama. Za povezivanje fotonaponskih elektrana na mrežu potreban je pretvarač DC-AC kojim se jednosmerni napon transformiše u AC napon tako da odgovara naponu mreže (slika 5.2.1.1). Pretvarač je sastavni deo elektrana. Fotonaponske elektrane su, pored centralnog pretvarača, povezane na mrežu i preko trofaznog transformatora. Pretvaračem DC-AC kontrolišu se izlazni napon i izlazna struja ovih ER.

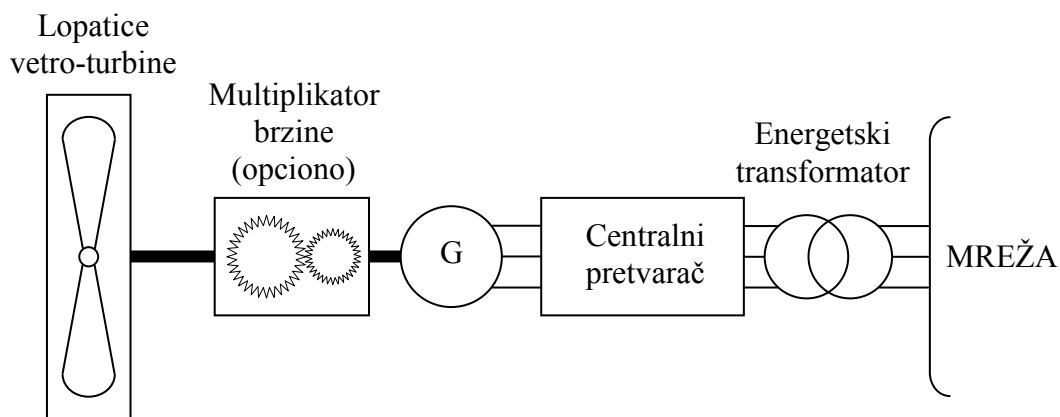
U fotonaponskim elektranama novijeg datuma primenjuje se specijalni upravljački algoritam poznat kao „*maximum power point tracking*“ – MPPT. Algoritam je razvijen da bi se omogućila maksimalna izlazna snaga za date uslove određene primarnim izvorom energije. Upravljački algoritam MPPT i povećanje napona na izlazu nizova fotonaponskih panela (tzv. stringova) vrši se pretvaračem DC-DC. Ovo rešenje prikazano je na slici 5.2.1.2. Prednosti konfiguracije fotonaponskih elektrana koje su prikazane na slici 5.2.1.2 su sledeće: 1) Sa pretvaračem DC-DC, unutar kojeg je ugrađen visokofrekventni transformator, implementiran je algoritam MPPT i 2) podiže se vrednost DC napona na ulazu DC-AC pretvarača („voltage boost“). Ovo je najčešća konfiguracija u današnjim fotonaponskim elektranama.



Slika 5.2.1.2 – Novija konfiguracija fotonaponskih elektrana

## 5.2.2 Vetroelektrane

Vetroelektrane pretvaraju kinetičku energiju vetra u mehaničku koja se zatim generatorima pretvara u električnu energiju. Načelna šema vetroelektrana je data na slici 5.2.2.1. Glavne komponente vetroelektrana jesu: Lopatice, multiplikator brzine („gear box“), generator, energetska transformator (u najvećem broju slučajeva) i uređaj energetske elektronike. Lopaticama se preuzima kinetička energija vetra koja se zatim generatorom pretvara u električnu energiju. U posljednje dve decenije tehnologija koja se koristi pri izgradnji vetrogeneratora je toliko napredovala da su ER ovog tipa danas u rangu s tradicionalnim resursima (termoelektrane, hidroelektrane itd.). U Evropi je trenutno instalirano blizu 100 [GW] vetrogeneratora, a planira se da do kraja ove decenije bude instalirano i do 240 [GW] [75].



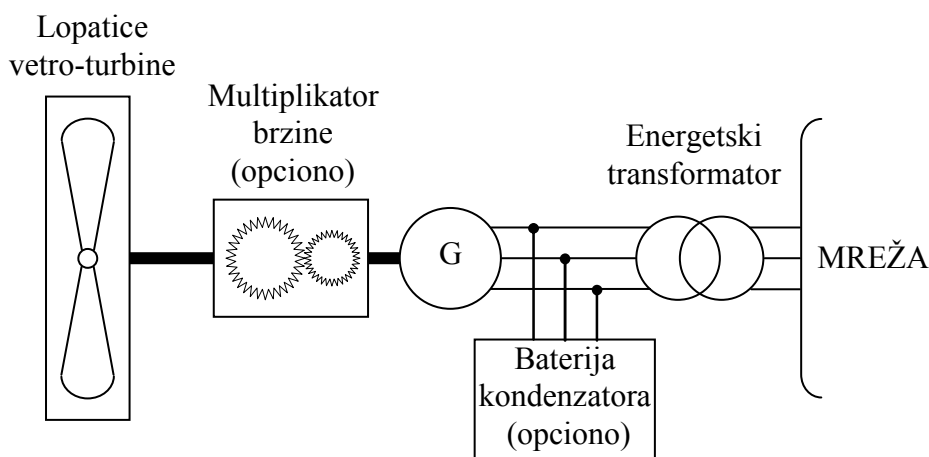
Slika 5.2.2.1 – Načelni prikaz vetroelektrana

Prema načinu povezivanja generatora na mrežu, vetroelektrane se mogu podeliti u tri kategorije:

- 1) Vetroelektrane u kojima su generatori direktno priključeni na mrežu;
- 2) Vetroelektrane u kojima su generatori priključeni na mrežu delimično preko uređaja energetske elektronike;

- 3) Vetroelektrane u kojima su generatori priključeni na mrežu potpuno preko uređaja energetske elektronike.

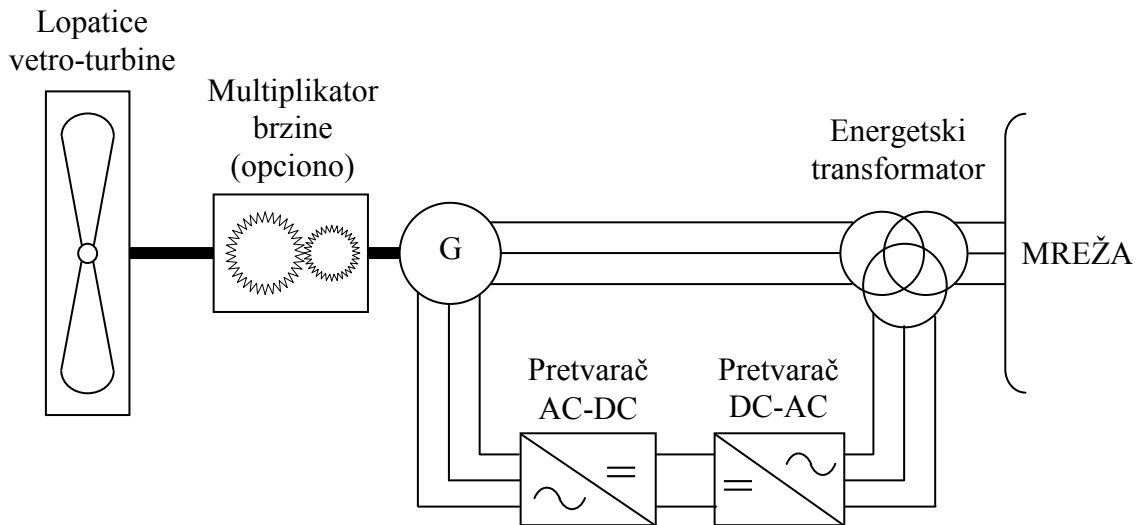
U prvoj kategoriji vetroelektrana (slika 5.2.2.2), najčešće se koriste kavezni asinhroni generatori. Vetro-turbine okreću rotore kaveznih asinhronih generatora koji su direktno priključeni na mrežu (bez uređaja energetske elektronike). Vetro-turbine koje koriste vetroelektrane ovog tipa moraju se okretati praktično konstantnom brzinom (dozvoljeno odstupanje od 1–2%), a brzina okretanja rotora generatora kontroliše se lopaticama vetro-turbina [33]. Pošto asinhroni generatori troše reaktivnu snagu, ona se mora obezbediti ili iz mreže ili iz priključenih baterija kondenzatora (Q) na mestu priključenja generatora na mrežu.



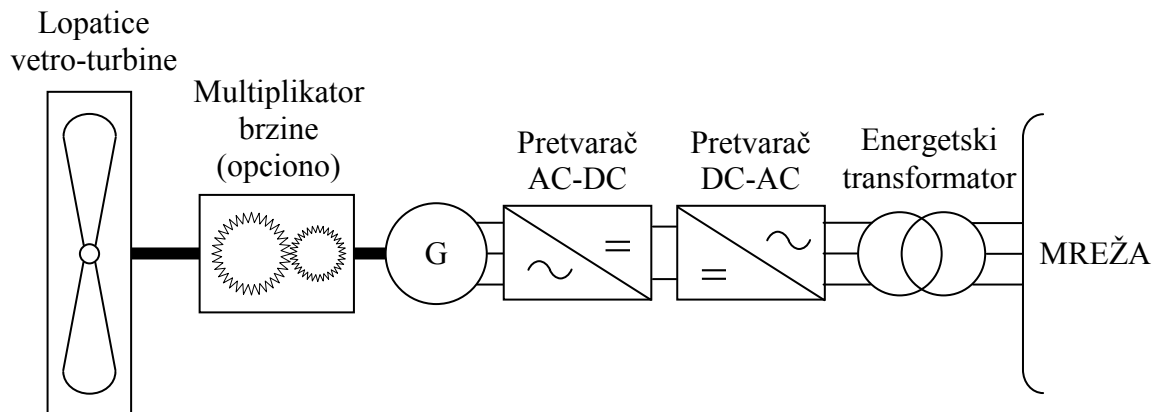
Slika 5.2.2.2 – Vetroelektrane u kojima se koriste kavezni asinhroni generatori

Druga kategorija vetroelektrana koristi DNAM – slika 5.2.2.3. Stator ovog tipa mašina (generatora) direktno je priključen na mrežu dok je rotor priključen preko uređaja energetske elektronike. Sa uređajem energetske elektronike, koji je preko kliznih prstenova spojen s rotorom DNAM, kontroliše se struja rotorskih namotaja. Ovakva konfiguracija vetroelektrana omogućava da se koriste vetro-turbine koje nemaju konstantnu brzinu okretanja. Još jedna prednost upotrebe DNAM u vetroelektranama je ta što se može proizvoditi/apsorbovati reaktivna snaga i što je veći stepen iskoristivosti. Sa pretvaračem na strani rotora može se kontrolisati momenat i/ili aktivna/reaktivna snaga, a sa pretvaračem sa strane mreže može se kontrolisati napon jednosmernog međukola i reaktivna snaga na strani mreže [75]. Ovakvo rešenje je nešto skuplje od prethodnog, ali ovakav sistem ima sledeće prednosti: 1) štiti mehaničke komponente vetro-turbine, 2) kompenzuje/proizvodi reaktivnu energiju i 3) može se koristiti u širem opsegu brzine vetra tj. može se imati promenljiva brzina obrtaja koja tipično iznosi oko 30% nominalne brzine. Navedene prednosti dozvoljavaju da se veličina statora DNAM smanji za 25% sa energetskom elektronikom koja nadoknađuje razliku energije sa energijom iz rotora. [31, 33].

U trećoj kategoriji vetroelektrana (slika 5.2.2.4) upotrebljavaju se tradicionalni sinhroni generatori ili sinhroni generatori sa stalnim magnetima. U ovoj kategoriji vetroelektrana, energija vetro-turbina se pretvara u električnu energiju čiji se napon i učestalost mogu menjati u zavisnosti od brzine vetra. U ovom slučaju koriste se pretvarači AC-DC i DC-AC koji su prikazani na slici 5.2.2.4. Ovakva konfiguracija dozvoljava upravljanje brzinom vetro-turbine u celokupnom opsegu brzine vetra za koje je predviđen njen rad.



Slika 5.2.2.3 – Vetroelektrane u kojima se koriste DNAM



Slika 5.2.2.4 – Vetroelektrane u kojima se koriste tradicionalni sinhroni generatori (uključeni i oni sa stalnim magnetima)

### 5.2.3 Mikro-turbine

Mikro-turbine su vrste turbina malih dimenzija sa unutrašnjim sagorevanjem relativno malih snaga (između 30 [kW] i 500 [kW]). One se mogu koristiti za proizvodnju toplotne i električne energije. U sistemima koji koriste mikro-turbine mogu se koristiti različiti tipovi goriva kao što su prirodni gas, benzin, dizel, kerozin, nafta, alkohol, propan i metan. Većina komercijalnih sistema koristi gas [32]. Mikro-turbinama se pogone sinhroni/asinhroni generatori pri velikim brzinama. Za ostale konfiguracije pogledati referencu [31]

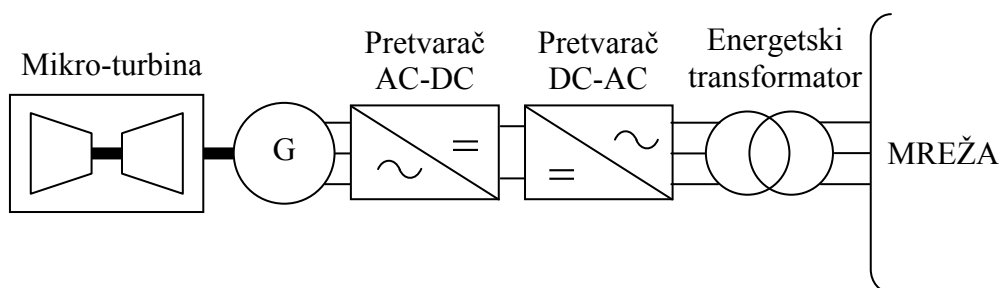
Konstrukcija vratila definiše glavnu karakteristiku mikro-turbina i utiče na izbor energetskih pretvarača koji će se koristiti za konstrukciju uređaja energetske elektronike. Takođe, konstrukcija vratila definiše i koja će se upravljačka šema primenjivati.

Postoje dva tipa konstrukcije vratila: kruto („single shaft“) i razdvojeno sa reduktorom brzine („slip shaft“) [32].

Kruto vratilo koristi se za velike brzine. Kompresor i turbina su montirani na istom vratilu i generator se okreće brzinama od 90000–120000 obrtaja u minuti. Generator može biti sinhrona ili asinhrona mašina [35].

Dizajn razdvojenog vratila sa reduktorom brzine dozvoljava da se turbina montira na odvojenom vratilu, odnosno ona pokreće tradicionalni generator pomoću reduktora brzine [32]. Ovakav sistem koristi dvopolni sinhroni generator okrećući rotor brzinom od 3000 obrtaja u minuti. Uprkos tvrdnjama proizvođača ovakvih sistema koji koriste mikro-turbine ovog tipa da nije potreban nikakav uređaj energetske elektronike, u praksi se ipak zahteva ugradnja opreme za sinhronizaciju generatora sa mrežom.

Najčešća konfiguracija ER zasnovanih na mikro-turbinama koja se koristi za priključenje na mrežu prikazana je na slici 5.2.3.1 [35]. Osnovna funkcija uređaja energetske elektronike je da se transformiše napon visoke učestalosti u napon mrežne učestalosti. Napon visoke učestalosti generatora se mora pretvoriti u DC napon preko pretvarača AC-DC. Zatim se pretvaračem DC-AC jednosmerni napon pretvara u trofazni prostoperiodični napon učestalosti 50 [Hz].



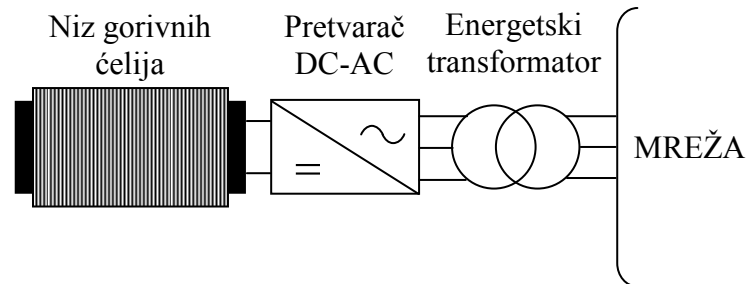
Slika 5.2.3.1 – Najčešća konfiguracija ER zasnovanih na mikro-turbinama

#### 5.2.4 Gorivne ćelije

Gorivne ćelije su galvanski elementi kojima se vrši konverzija hemijske u električnu energiju. Za razliku od prethodno opisanih sistema, u sistemima koji su zasnovani na gorivnim ćelijama ne postoji elektromehanička konverzija energije. Step en iskoristivosti gorivnih ćelija može dostići i 60%. Nus proizvod gorivnih ćelija je topla voda koja se dalje može iskoristiti za kogeneraciju. Zbog ove osobine, step en iskoristivosti može dostići i 80% [33]. Najveća prednost ovih ER je što nemaju isparenja i ne izazivaju efekat staklene bašte. Takođe, prednost je i velika gustina energije od 200 [Wh/litar], što je 10 puta više nego kod baterija.

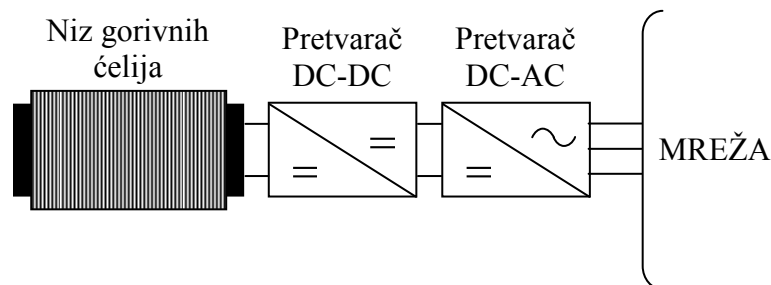
Postoji nekoliko kategorija gorivnih ćelija u zavisnosti od hemijskog sastava elektrolita. Najčešće se koriste takozvane „proton exchange membrane fuel cells“ gorivne ćelije. To su ćelije koje sadrže membrane kojima se obezbeđuje protok protona, a sprečava protok elektrona. Gorivne ćelije ovog tipa koriste hidrogen i kiseonik kao gorivo. Pošto jedna gorivna ćelija proizvodi napon od oko 0,7 [V] uobičajeno je da se u sistemu vezuju redno više ćelija, formirajući tako niz. Time se postiže veći izlazni napon ovog primarnog resursa. Ovaj tip gorivnih ćelija postaje sve popularniji kao primarni izvor ER u distribuciji zbog niske temperature rada, velike gustine energije, a naročito zbog robusne i jednostavne strukture.

Na slici 5.2.4.1 prikazana je najjednostavnija konfiguracija sistema zasnovanih na gorivnim ćelijama. Energija generisana gorivnim ćelijama jednosmernog je napona i struje. Zbog toga, ovi ER su veoma slični resursima zasnovanim na fotonaponskim panelima. Primarni izvor napajanja se sastoji od niza gorivnih ćelija koji su priključeni na mrežu preko pretvarača DC-AC. Glavni nedostatak ove konfiguracije je upotreba energetskog transformatora koji čini ovaj sistem veoma velikim i skupim.



Slika 5.2.4.1 – Najjednostavnija konfiguracija sistema zasnovanih na gorivnim ćelijama

Da bi se prevazišli nedostaci prethodne konfiguracije (energetski transformator), proizvođači ovih sistema su počeli da ugrađuju pretvarač DC-DC između niza gorivnih ćelija i invertora (slika 5.2.4.2). Pretvarač DC-DC ima dve uloge. Prva je izolacija DC strane pretvarača DC-AC, a druga je generisanje dovoljnog jednosmernog napona na ulazu pretvarača DC-AC, čime se omogućuje pretvaraču DC-AC da obezbedi zadovoljavajući modul napona na njegovom priključku na mrežu [36].



Slika 5.2.4.2 – Naprednija konfiguracija sistema zasnovanih na gorivnim ćelijama

## 5.2.5 Motori s unutrašnjim sagorevanjem

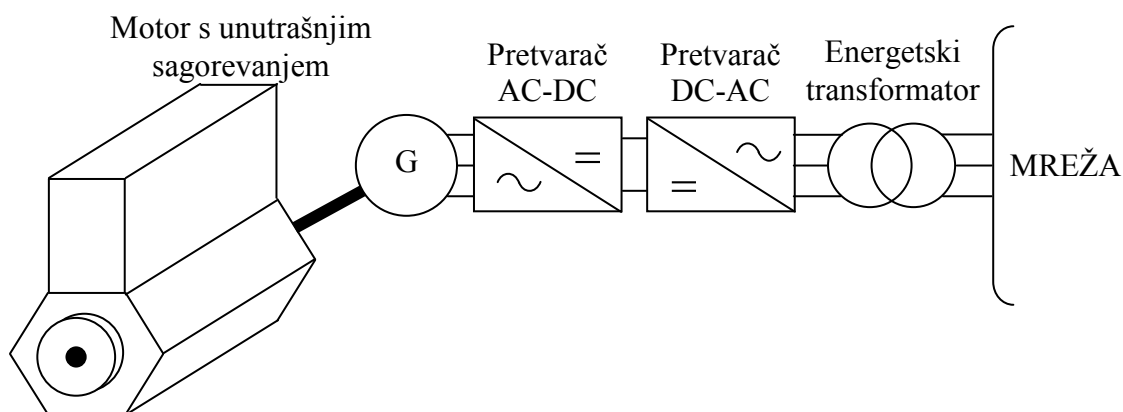
Motori s unutrašnjim sagorevanjem koriste tečna ili gasovita goriva i tako vrše konverziju hemijske u mehaničku energiju koja se dobija pokretanjem klipova u motoru. Klipovi pokreću vratilo generatora koji vrše konverziju mehaničke u električnu energiju.

Gorivo koje koriste motori s unutrašnjim sagorevanjem može biti 1) prirodni gas, propan ili benzin – oto/benzinski motori („spark ignition engines“), 2) dizel – motori sa turbinama („compression engines“), u kojima se koristi dizel kao gorivo [32]. Mala početna ulaganja, velika pouzdanost i lako pokretanje su glavne prednosti sistema koji koriste motore s unutrašnjim sagorevanjem. Zagađivanje okoline i buka su najveći

nedostaci ovih motora. Zagađenje okoline je značajno ublaženo poslednje decenije uvođenjem izduvnih katalizatora i efikasnijim procesom sagorevanja goriva u cilindrima motora. Motori s unutrašnjim sagorevanjem se najviše koriste za snabdevanje električnom i toplotnom energijom komercijalnih i industrijskih potrošača do 10 [MW].

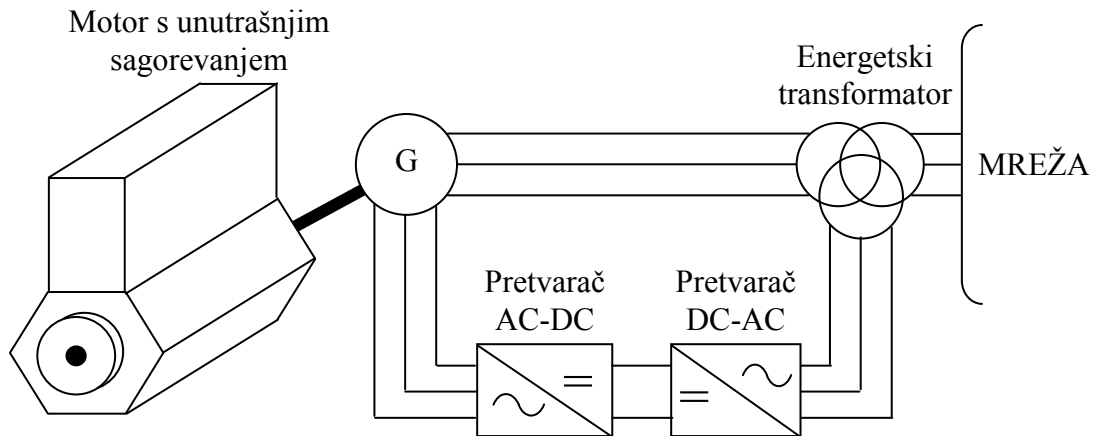
Prvi ovakvi sistemi koji su se pojavili na tržištu koriste sinhronne ili asinhronne generatore koji su direktno priključeni na mrežu. Brzina tih generatora mora biti konstantna da bi se zadovoljila učestalost mreže od 50 [Hz]. Zbog toga nije moguće iskoristiti pun opseg promene brzine motora. Ovo je glavni razlog upotrebe uređaja energetske elektronike za povezivanje na mrežu u takvim sistemima. Konfiguracija koja podrazumeva upotrebu energetske elektronike omogućuje pun opseg brzine motora i mnogo bolju iskoristivost goriva. Takođe, pruža se mogućnost promene brzine motora s promenom potrošnje potrošača čime se optimizuje istovremeno efikasnost motora i generatora.

Konfiguracija sistema koji koriste motore s unutrašnjim sagorevanjem promenljivih brzina i asinhronne/sinhronne generatore prikazana je na slici 5.2.5.1. Oni su na mrežu priključeni preko uređaja energetske elektronike. Generatorom se vrši konverzija mehaničke energije motora u električnu energiju promenljivog napona i promenljive učestalosti koji zavise od brzine motora. Pretvaračima AC-DC i DC-AC transformišu se napon i učestalost da budu pogodni za isporuku energije mreži.



Slika 5.2.5.1 – Konfiguracija sistema koji koriste motore s unutrašnjim sagorevanjem i sinhronne/asinhronne generatore

Na slici 5.2.5.2 prikazana je konfiguracija sistema koji koriste motore s unutrašnjim sagorevanjem i DNAM. Ovo rešenje je slično rešenju sa slike 5.2.2.3 – paragraf 5.2.2. Rotor mašine je povezan na mrežu preko uređaja energetske elektronike. Prednost ove konfiguracije je veća efikasnost DNAM i motora s unutrašnjim sagorevanjem. Takođe, ovom konfiguracijom se omogućava da statorski namotaji DNAM budu dimenzionisani da proizvode snagu koja je 25% ispod nominalne vrednosti jer se isporuka energije vrši i iz rotorskih i iz statorskih namotaja [37].



Slika 5.2.5.2 – Konfiguracija sistema koji koriste motore s unutrašnjim sagorevanjem i DNAM

## 5.2.6 Distribuirana skladišta

Većina ER koja su zasnovana na obnovljivim izvorima energije, kao što su vetar i sunce, intermitentnog su pogona. Sistemi koji su zasnovani na ovim primarnim resursima nisu upravljivi u smislu proizvodnje energije u skladu s promenom potrošnje potrošača („non-dispatchable“). To je bio glavni razlog zašto su se počeli intenzivno razvijati DS. Njima se može postići veća upravljivost sistema koji su intermitentnog pogona. Tako se dobijaju hibridni sistemi. Međutim, DS mogu da se koriste i zasebno. U toku perioda smanjene potrošnje potrošača, višak energije koja se proizvodi tradicionalnim elektranama i sistemima koji su zasnovani na obnovljivim izvorima energije može se skladištiti u DS. Po potrebi, uskladištena energija se može koristiti da bi se pokrio deo potrošnje potrošača. Postoji veliki broj različitih sistema za skladištenje energije koji se nalaze još u fazi razvoja, npr. ultrabaterije [76] i superkondenzatori [77]. Oni se ne razmatraju u ovoj disertaciji. Pored tradicionalnih reverzibilnih elektrana, najrasprostranjeniji su sistemi koji koriste baterije akumulatora i zamajce. Poslednje dve vrste DS obrađene su u tekstu koji sledi.

### 5.2.6.1 Baterije akumulatora

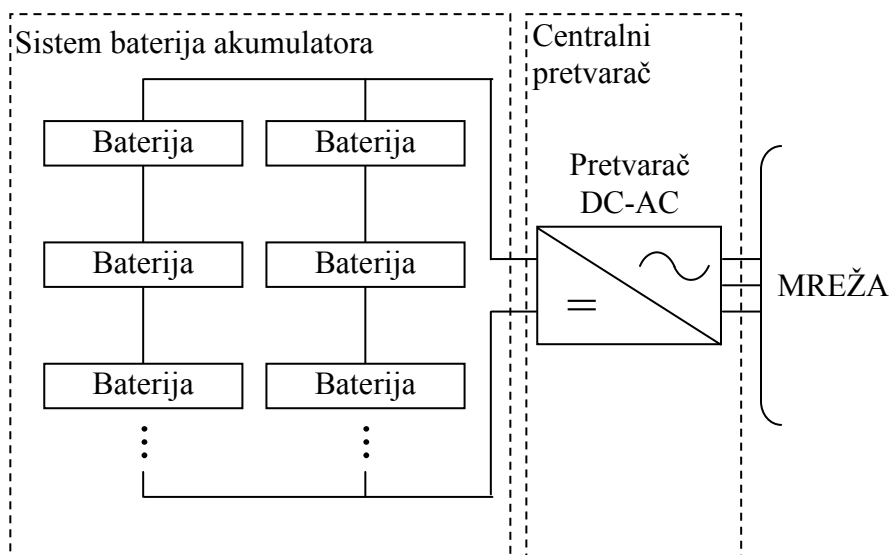
DS koja su zasnovana na baterijama akumulatora pretežno koriste olovne baterije za skladištenje energije. Olovne baterije imaju bogatu komercijalnu istoriju. One se koriste u svim područjima industrijskih sistema uključujući telekomunikacije, rezervna i pomoćna skladišta energije u elektranama, tradicionalnim i električnim vozilima... Zbog prihvatljive cene i pristupačnosti, olovne baterije su logičan izbor primarnog resursa skladištenja energije. Uprkos široko poznatim nedostacima ovih baterija, kao što su kratak vek trajanja, potreba za čestim održavanjem i opasnost od zagađenja okoline [38], popularnost im je velika uprkos niske specifične energije (Wh/kg) i specifične snage (W/kg).

Olovne baterije akumulatora se sastoje od elektroda – olovo, koje su potopljene u elektrolit – sumporna kiselina [smesa sulfatne kiseline (35%) pomešane s vodom]. Ova konfiguracija omogućuje proizvodnju elektrona koji stvaraju struju kroz spoljašnje kolo. Olovna baterija, po ćeliji može proizvesti napon od 2,14 [V], odnosno 12,6–12,8 [V] po dvanestovoltnoj bateriji kada su ćelije potpuno napunjene.



Na koju god tehnologiju da su zasnovane, baterije proizvode energiju DC napona koja se mora pretvoriti u energiju AC napona koristeći se pretvaračem DC-AC. Individualne ćelije baterija akumulatora spojene su na red ili u paralelu kako bi se dobila odgovarajuća vrednost jednosmernog napona i struje. Za razliku od sistema zasnovanih na fotonaponskim panelima, ovi sistemi moraju biti dvosmerni (DG-DS). Odnosno, kada se baterije akumulatora ponašaju kao skladište energije one se pune i uzimaju energiju iz mreže (potrošači). Kada se baterije akumulatora ponašaju kao izvori energije (generatori), oni se prazne u mrežu.

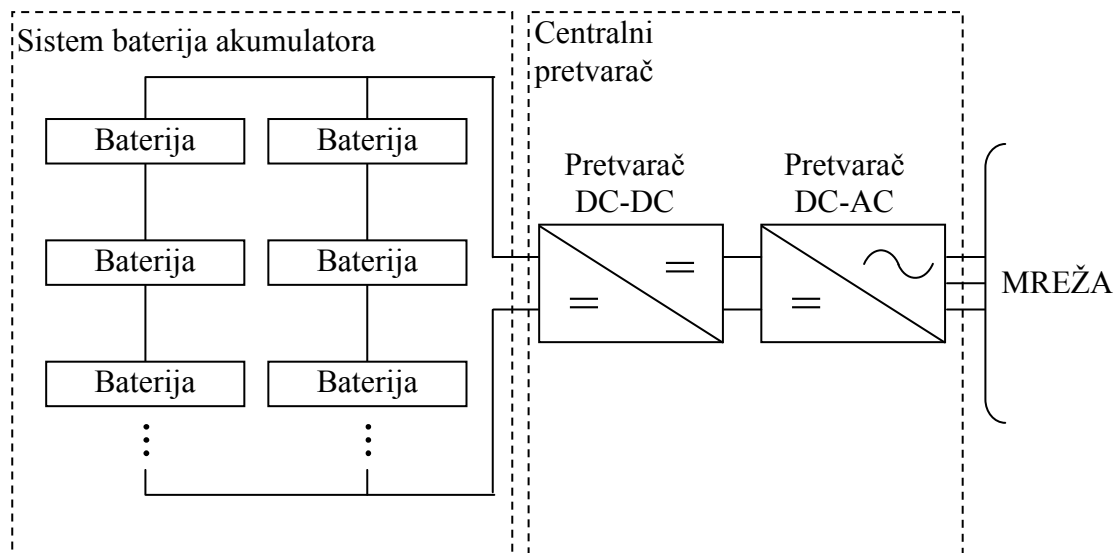
Najjednostavnija konfiguracija ovih DG-DS je prikazana na slici 5.2.6.1.1. Ona se sastoji od sistema baterija akumulatora povezanih na centralni pretvarač DC-AC. Ako je potrebno da se ovi DG-DS povežu na mrežu odgovarajućeg naponskog nivoa, onda se u ovakvim sistemima moraju inkorporirati energetske transformatori što sisteme čine glomaznim i skupim.



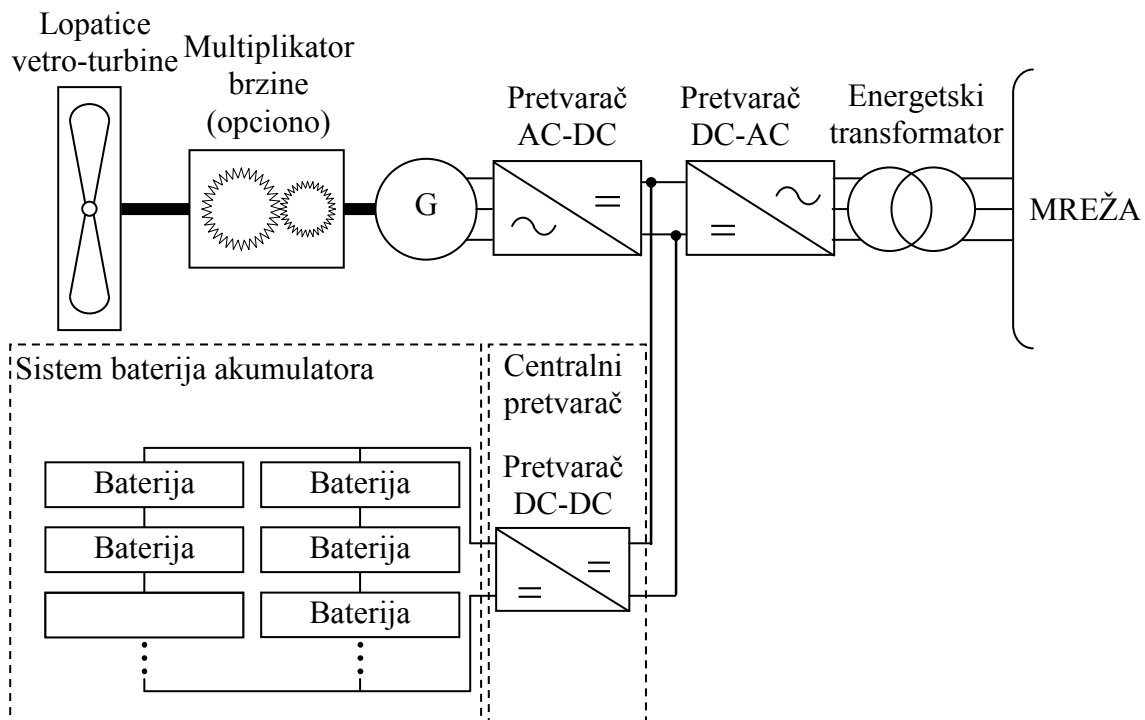
Slika 5.2.6.1.1 – Najjednostavnija konfiguracija DG-DS zasnovanih na baterijama akumulatora

Mnogo češća konfiguracija DG-DS zasnovanih na baterijama akumulatora je s dodatim pretvaračem DC-DC (slika 5.2.6.1.2). Pretvarač DC-DC se nalazi između sistema baterija i centralnog pretvarača DC-AC. Njegova glavna uloga jeste ta da proizvede dovoljno visok napon na ulazu pretvarača DC-AC koji generiše AC napon pogodan za isporuku energije mreži.

DG-DS koji su zasnovani na baterijama akumulatora mogu da se integrišu u sisteme koji koriste intermitentne izvore (npr. fotonaponski sistemi ili vetroelektrane) formirajući tako hibridne sisteme. U hibridnim sistemima baterije akumulatora mogu ublažiti promenljivost pogona generatora, fluktuacije u mreži izazvane promenljivom potrošnjom, obezbediti ostrvski rad mreže itd. Na slici 5.2.6.1.3 prikazana je konfiguracija hibridnih sistema koja čini vetroelektrane integrisane sa sistemom baterija akumulatora.



Slika 5.2.6.1.2 – Konfiguracija DG-DS zasnovanih na baterijama akumulatora koji koriste pretvarač DC-DC



Slika 5.2.6.1.3 – Konfiguracija hibridnih sistema koja čini vetroelektrane i sistem baterija akumulatora

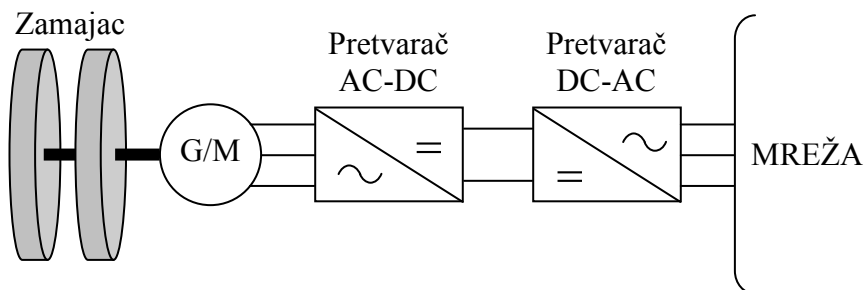
### 5.2.6.2 Zamajci

DS zasnovana na zamajcima postaju sve popularnija zbog svoje jednostavne konstrukcije i efikasnog čuvanja kinetičke energije u rotacionoj masi. Konverzija kinetičke energije u električnu energiju vrši se elektromehaničkim mašinama. Svi sistemi koji koriste zamajce rade na istom principu: kada postoji višak generisane električne energije u odnosu na potrošnju, razlika se skladišti u zamajcima koje pokreće motor (M). Kada postoji manjak generisane energije, zamajci pokreću istu mašinu koja se u tom slučaju nalazi u generatorskom režimu rada – generator (G).

Osnovni zahtev DS zasnovanih na zamajcima je da se opadajuće brzine zamajaca tokom pražnjenja i rastuće brzine tokom punjenja usaglase s učestalosti elektroenergetske mreže [32]. Da bi se učestalost usaglasila s mrežom, pored elektromehaničkih mašina, koriste se dva metoda: primena mehaničkih kvačila i uređaji energetske elektronike.

Dakle, kao i kod sistema zasnovanih na baterijama akumulatora, zamajci se koriste kao skladišta i kao generatori električne energije. Ovakvi sistemi se mogu svrstati u dve kategorije. Prva vrsta zamajaca se zasniva na prvobitnoj tehnologiji njihove izrade s čeličnim rotorom i konvencionalnim ležištem. Ova vrsta zamajaca se koristi za male brzine (6000 obrtaja u minuti). Druga vrsta zamajaca se zasniva na novijoj tehnologiji izrade koja omogućava dostizanje velikih brzina (i do 100000 obrtaja u minuti). Novija tehnologija za izradu zamajaca upotrebljava kompozitne materijale. Ova vrsta zamajaca efikasnije skladišti energiju i imaju veću gustinu energije od čeličnih. Takođe, za noviji tip zamajaca razvijene su i nove vrste ležajeva – magnetni ležajevi. Sa upotrebom magnetnih ležajeva, trenje se maksimalno smanjuje. Ova vrsta zamajaca se intenzivno razvija u poslednje vreme [31, 34].

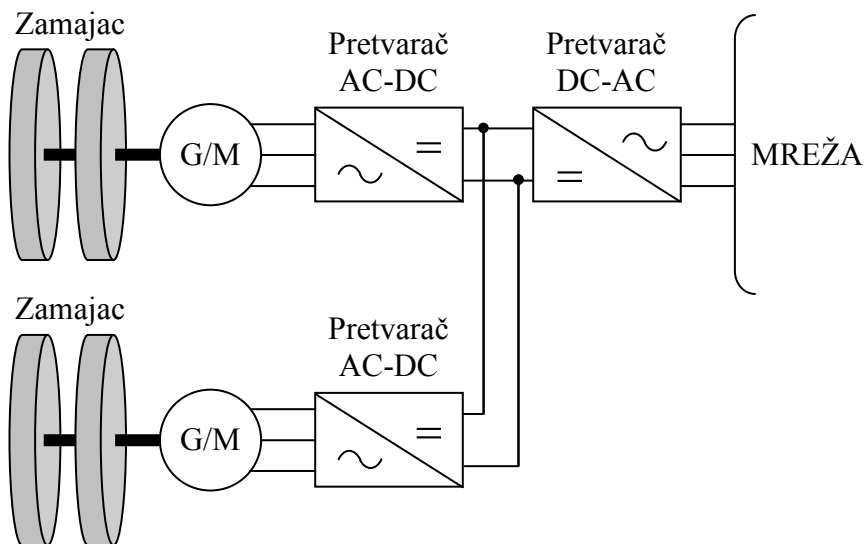
Najčešća konfiguracija sistema zasnovanih na zamajcima prikazana je na slici 5.2.6.2.1 [39]. Napon promenljive učestalosti proizveden generatorom koji je pogonjen zamajcem pretvara se pretvaračem AC-DC u DC napon. Zatim, pretvaračem DC-AC jednosmerni napon se pretvara u AC napon mrežne učestalosti. Tokom zaletanja zamajca, pretvarač sa strane mreže ima ulogu ispravljača, a pretvarač sa strane generatora ima ulogu invertora. Tokom pražnjenja oba pretvarača zamenjuju ulogu, pa se generisana energija iz zamjca isporučuje mreži (slika 5.2.6.2.1).



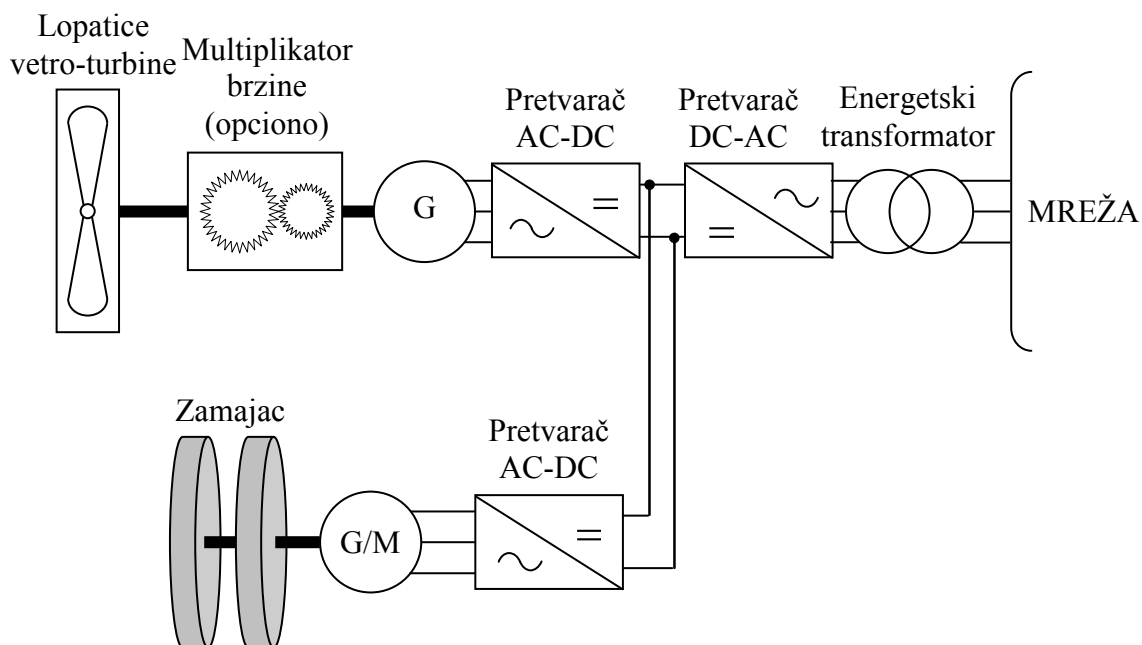
Slika 5.2.6.2.1 – Najčešća konfiguracija sistema zasnovanih na zamajcima

Prethodna konfiguracija se može iskoristiti za sisteme koji koriste više zamajaca (slika 5.2.6.2.2). Ovakvi sistemi imaju veći kapacitet skladištenja energije.

Sistemi zasnovani na zamajcima mogu da se iskoriste i za hibridne pogone slično hibridnim sistemima koji koriste baterije akumulatora – paragraf 5.2.6.1. Na slici 5.2.6.2.3 prikazana je konfiguracija hibridnih sistema koji koriste zamajce i vetrogeneratore. Sistem zamajaca je priključen u čvor DC napona sistema vetrogeneratora koristeći dvosmerni pretvarač AC-DC.



Slika 5.2.6.2.2 – Konfiguracija sistema koji koriste više zamajaca



Slika 5.2.6.2.3 – Konfiguracija hibridnih sistema koji integrišu vetroelektrane i zamajce

Sistem zamajaca može se upotrebiti i sa sistemom baterija akumulatora čime se smanjuje njihov ciklus pražnjenja, a samim tim produžava vek trajanja baterija akumulatora.

## 6 NESIMETRIČNI TOKOVI SNAGA SAVREMENIH NEURAVNOTEŽENIH MREŽA VELIKIH DIMENZIJA

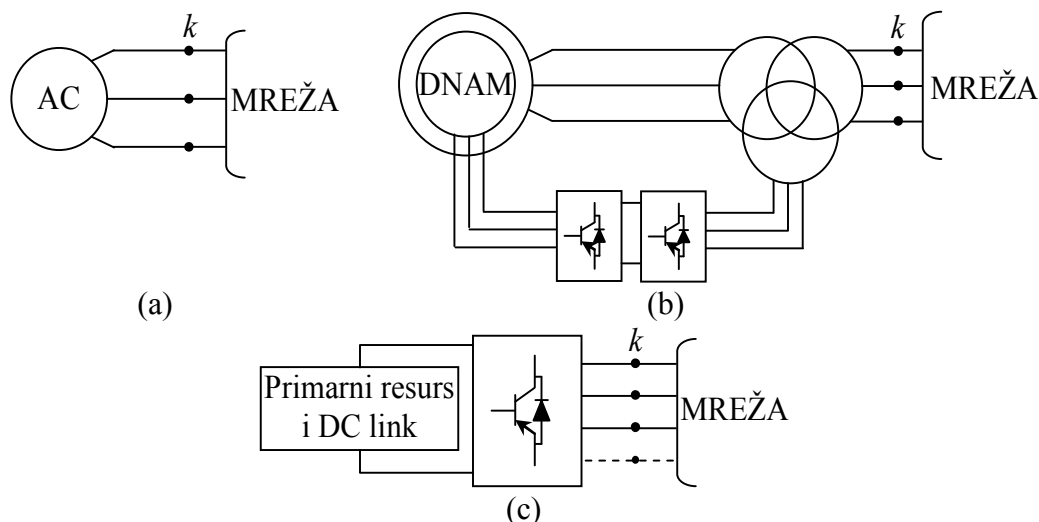
U ovoj glavi obrađene su upravljačke strategije tradicionalnih ER (AC mašina) i novih EREE (resursa koji su delimično i potpuno zasnovani na uređajima energetske elektronike) u nesimetričnim režimima – deo 6.1. To je urađeno da bi se precizno modelovali i rešavali nesimetrični tokovi snaga neuravnoteženih savremenih PMVD i DMVD s takvim ER. Nova klasifikacija čvorova predložena je u delu 6.2, a razvijeni modeli i procedure proračuna nesimetričnih tokova snaga dati su u delu 6.3. Izložena materija je u potpunoj saglasnosti sa referencom [78].

### 6.1 UPRAVLJAČKE STRATEGIJE ENERGETSKIH RESURSA

U zavisnosti od načina kako su priključeni na mrežu (glava 5), ER se generalno mogu podeliti na tri tipa (slika 6.1.1):

- 1) ER koji su direktno priključeni na mrežu – tradicionalni AC generatori i motori, kao i tradicionalni potrošači (tradicionalni ER). Oni se na više naponske nivoe priključuju preko energetskih transformatora (koji su deo mreže), a na distributivnu mrežu mogu biti priključeni bez transformatora;
- 2) ER koji su delimično priključeni preko uređaja energetske elektronike na mrežu – npr. DNAM koje su pogonjene vetro-turbinama (generatori), ili motori.
- 3) ER koji su potpuno priključeni na mrežu preko uređaja energetske elektronike – EREE: npr. fotonaponske elektrane, sinhronne mašine koje su pogonjene vetro-turbinama (priključene na mrežu potpuno preko uređaja energetske elektronike), zatim DG-DS (koji mogu biti u generatorskom ili potrošačkom modu) kao što su električna vozila, gorivne ćelije, zamajci, kondenzatorske baterije itd.

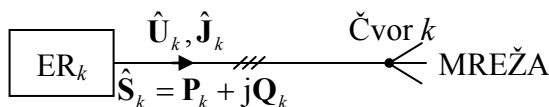
U ovoj disertaciji drugi i treći tip ER pripadaju EREE.



Slika 6.1.1 – Tri načina priključenja ER na mrežu u čvoru  $k$ : direktno priključeni na mrežu (a), delimično priključeni na mrežu preko uređaja energetske elektronike (b) i potpuno priključeni na mrežu preko uređaja energetske elektronike

Na slici 6.1.2 prikazan je  $ER_k$  koji je priključen u čvoru  $k$  trofazne neuravnotežene mreže. Vektori  $\hat{U}_k$ ,  $\hat{J}_k$ ,  $\mathbf{P}_k$  i  $\mathbf{Q}_k$  ( $\hat{S}_k$ ), dimenzija  $3 \times 1$ , sadrže fazne napone, injektirane

struje, aktivne, reaktivne (kompleksne) snage trofaznog čvora  $k$ . Sve fazne veličine koje su sadržane u prethodno opisanim vektorima date su u tabeli 6.1.1 kao osnovne i izvedene veličine.



Slika 6.1.2 – Trofazni  $ER_k$  priključen u trofaznom čvoru  $k$

Tabela 6.1.1 – Fazne veličine pridružene trofaznom  $ER_k$

<b>Osnovne veličine</b>	$P_{ka}, Q_{ka}, U_{ka}, \theta_{ka}, P_{kb}, Q_{kb}, U_{kb}, \theta_{kb}, P_{kc}, Q_{kc}, U_{kc}, \theta_{kc};$
<b>Izvedene veličine</b>	$\hat{J}_{ka} = (P_{ka} - jQ_{ka}) / (U_{ka} e^{-j\theta_{ka}}), \hat{J}_{kb} = (P_{kb} - jQ_{kb}) / (U_{kb} e^{-j\theta_{kb}}),$ $\hat{J}_{kc} = (P_{kc} - jQ_{kc}) / (U_{kc} e^{-j\theta_{kc}}).$

Za prelaz iz faznog domena u domen simetričnih komponenti i obrnuto, u ovoj disertaciji koriste se sledeće matrice transformacije [2]:

$$\hat{\mathbf{A}} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \hat{a} & \hat{a}^2 \\ 1 & \hat{a}^2 & \hat{a} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{A}}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \hat{a}^2 & \hat{a} & 1 \\ \hat{a} & \hat{a}^2 & 1 \end{bmatrix}, \hat{a} = e^{j2\pi/3}. \quad (6.1.1)$$

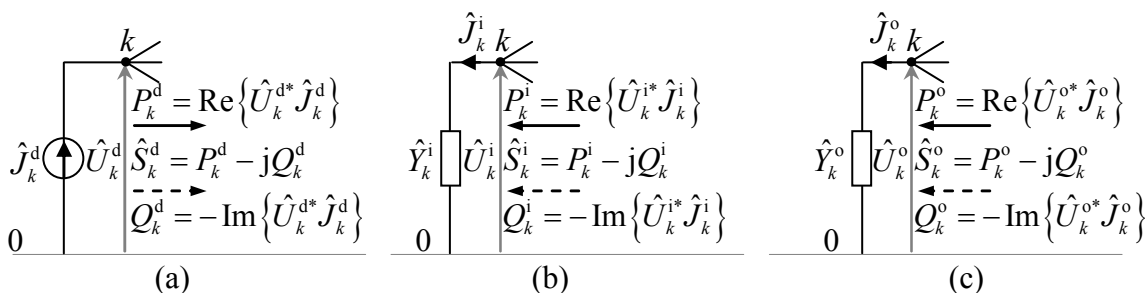
Dakle, u svim izlaganjima koje slede, koristiće se sledeće transformacije:

$$\begin{aligned} [\hat{X}^d \ \hat{X}^i \ \hat{X}^o]^T &= \hat{\mathbf{A}} [\hat{X}_a \ \hat{X}_b \ \hat{X}_c]^T, \\ [\hat{X}_a \ \hat{X}_b \ \hat{X}_c]^T &= \hat{\mathbf{A}}^{-1} [\hat{X}^d \ \hat{X}^i \ \hat{X}^o]^T, \\ \hat{X} &\in \{\hat{U}, \hat{J}\}. \end{aligned} \quad (6.1.2)$$

Takođe, za dalja izlaganja, uvode se *injektirane snage u domenu simetričnih komponenti*. One se definišu na sledeći način:

$$\begin{aligned} \hat{S}_k^s &= P_k^s - jQ_k^s = \hat{U}_k^{s*} \hat{J}_k^s = \text{Re}\{\hat{U}_k^{s*} \hat{J}_k^s\} + j \text{Im}\{\hat{U}_k^{s*} \hat{J}_k^s\}, \\ s &= d, i, o, \quad * - \text{označava konjugaciju kompleksnog broja.} \end{aligned} \quad (6.1.3)$$

Pogonska kola  $ER_k$  sva tri redosleda prikazana su na slici 6.1.3.



Slika 6.1.3 – Pogonska kola razmatranog trofaznog  $ER_k$  direktnog (a), inverznog (b) i nultog redosleda (c)

U skladu s relacijom (6.1.3) i referentnim smerovima veličina koje su prikazane na slici 6.1.3, trofazne snage  $ER_k$  mogu se izraziti u domenu simetričnih komponenti na sledeći način:

$$\begin{aligned}
 \hat{S}_{k\Sigma} &= P_{k\Sigma} - jQ_{k\Sigma} = 3(\hat{S}_k^d - \hat{S}_k^i - \hat{S}_k^o) = 3(\hat{U}_k^{d*} \hat{J}_k^d - \hat{U}_k^{i*} \hat{J}_k^i - \hat{U}_k^{o*} \hat{J}_k^o) \\
 &= 3 \left[ \left( \operatorname{Re} \{ \hat{U}_k^{d*} \hat{J}_k^d \} + j \operatorname{Im} \{ \hat{U}_k^{d*} \hat{J}_k^d \} \right) \right. \\
 &\quad \left. - \left( \operatorname{Re} \{ \hat{U}_k^{i*} \hat{J}_k^i \} + j \operatorname{Im} \{ \hat{U}_k^{i*} \hat{J}_k^i \} \right) \right. \\
 &\quad \left. - \left( \operatorname{Re} \{ \hat{U}_k^{o*} \hat{J}_k^o \} + j \operatorname{Im} \{ \hat{U}_k^{o*} \hat{J}_k^o \} \right) \right].
 \end{aligned} \tag{6.1.4}$$

Ako se iskoriste definicije (6.1.3), iz relacije (6.1.4) mogu se izvesti sledeće dve relacije:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{3} P_{k\Sigma} &= P_k^d - \operatorname{Re} \{ \hat{U}_k^{i*} \hat{J}_k^i \} - \operatorname{Re} \{ \hat{U}_k^{o*} \hat{J}_k^o \}, \\
 \frac{1}{3} Q_{k\Sigma} &= Q_k^d - \operatorname{Im} \{ \hat{U}_k^{i*} \hat{J}_k^i \} - \operatorname{Im} \{ \hat{U}_k^{o*} \hat{J}_k^o \},
 \end{aligned} \tag{6.1.5}$$

gde su sa  $P_{k\Sigma}$  i  $Q_{k\Sigma}$  označene trofazne injektirane snage čvorova.

Koristeći se relacijama (6.1.4) i (6.1.5), osnovne i izvedene veličine koje su pridružene  $ER_k$  (tabela 6.1.1), mogu se prikazati u domenu simetričnih komponenti – tabela 6.1.2.

Tabela 6.1.2 – Veličine u domenu simetričnih komponenti pridružene trofaznom  $ER_k$

<b>Osnovne veličine</b>	$P_k^d, Q_k^d, U_k^d, \theta_k^d, P_k^i, Q_k^i, U_k^i, \theta_k^i, P_k^o, Q_k^o, U_k^o, \theta_k^o$ ;
<b>Izvedene veličine</b>	$\hat{J}_k^d = (P_k^d - jQ_k^d) / (U_k^d e^{-j\theta_k^d}), \hat{J}_k^i = (P_k^i - jQ_k^i) / (U_k^i e^{-j\theta_k^i}),$ $\hat{J}_k^o = (P_k^o - jQ_k^o) / (U_k^o e^{-j\theta_k^o}).$

ER mogu imati široku lepezu upravljačkih strategija u nesimetričnim režimima neuravnoteženih distributivnih i prenosnih mreža. Neuravnoteženosti prouzrokuju netransponovani vodovi s golim provodnicima, jednofazni otcepi („laterals“), jednofazni i dvofazni, kao i neuravnoteženi trofazni potrošači, jednofazni EREE itd.

### Tradicionalne AC mašine

Tradicionalne AC mašine su reverzibilne. One mogu biti generatori ili motori (sinhroni kompenzatori su motori u praznom hodu). Kod reverzibilnih elektrana, one mogu biti povremeno u generatorskom, a povremeno u motornom pogonu. Njihove upravljačke strategije su sledeće:

- 1) Kod sinhronih mašina kontrolišu (specificiraju) se trofazna aktivna snaga  $P_{k\Sigma}$  i modul direktne komponente napona  $U_k^d$  ili trofazna reaktivna snaga  $Q_{k\Sigma}$ . U zavisnosti od toga da li je sinhrona mašina generator, kompenzator ili motor,

specificirana trofazna aktivna snaga može biti:  $P_{k\Sigma} > 0$ ,  $P_{k\Sigma} = 0$ ,  $P_{k\Sigma} < 0$ , respektivno. U svakom od ta tri slučaja, specificirana trofazna reaktivna snaga može biti:  $Q_{k\Sigma} > 0 \vee Q_{k\Sigma} = 0 \vee Q_{k\Sigma} < 0$ ;

- 2) Kod asinhronih mašina kontroliše (specificira) se trofazna aktivna snaga  $P_{k\Sigma}$ . Trofazna aktivna snaga može biti pozitivna ako je asinhrona mašina generator ili negativna ako je ona motor. Trofazna reaktivna snaga  $Q_{k\Sigma}$  je negativna. Ona zavisi od (poznate) impedanse magnećenja i napona na njenim priključcima na mrežu.

Namotaji AC mašina obično su povezani u trougao ili izolovanu zvezdu. Zbog toga, korespondentne admitanse  $\hat{Y}_k^o$  sa slike 6.1.3c jednake su nuli u većini slučajeva.

Na osnovu prethodno rečenog jasno je da tradicionalna klasifikacija čvorova ( $\theta V$ , PQ, i PV) nije dovoljna da bi se modelovali tokovi snaga neuravnoteženih mreža. Naime, ER sa specificiranim trofaznim snagama (a ne faznim!), ne mogu se modelovati tradicionalnim jednofaznim čvorovima tipa PQ i PV. Slična je situacija i sa trofaznim balansnim čvorom. Zbog toga, u [29] su uzete u obzir upravljačke strategije tradicionalnih AC mašina u nesimetričnim režimima i uvedeni novi (trofazni) tipovi čvorova: 1)  $(\theta V)_\Sigma$  (trofazni balansni čvor), 2)  $P_\Sigma Q_\Sigma$  i 3)  $P_\Sigma V$ . Subskript  $\Sigma$  ukazuje na trofazne veličine. Kod balansnog čvora tipa  $(\theta V)_\Sigma$  kontrolišu se modul i ugao direktne komponente napona. Kod čvora tipa  $P_\Sigma Q_\Sigma$ , kontrolišu se trofazna aktivna i reaktivna snaga. Trofazna aktivna snaga i modul direktne komponente napona kontrolišu se kod čvora tipa  $P_\Sigma V$ . Modeli uvedeni u [29] značajno su poboljšali preciznost tradicionalnih modela tokova snaga i procedure njegovog rešavanja sa stanovišta modelovanja tradicionalnih AC mašina u neuravnoteženim mrežama.

### **EREE (uključeni DNAM)**

Kada se uzmu u obzir EREE, prethodna klasifikacija čvorova mora se dalje proširiti zato što samo delimično pokriva upravljačke strategije ER koji su na mrežu priključeni preko uređaja energetske elektronike. Postoji više upravljačkih strategija ovih resursa nego tradicionalnih AC mašina [79]. EREE su priključeni na mrežu preko VSC (glava 5). Ako je VSC strujno kontrolisan, na izlazu EREE se mogu kontrolisati trofazna aktivna i reaktivna snaga. Ako je VSC naponski kontrolisan, na izlazu EREE se mogu kontrolisati trofazna aktivna snaga i direktna komponenta napona ili trofazna reaktivna snaga [82-84]. Postoje dve konfiguracije VSC. Trofazni VSC se izvode sa ili bez neutralnog provodnika [40]. Kada su trofazni VSC izvedeni bez neutralnog provodnika, ne može se uspostaviti nulta komponenta struje na pretvaraču, odnosno admitansa  $\hat{Y}_k^o$  sa slike 6.1.3 jednaka je nuli. Kada EREE ne kontroliše inverznu komponentu struje, tada je admitansa  $\hat{Y}_k^i$  sa slike 6.1.3 različita od nule. Kada se inverzna i nulta komponenta struje eliminišu, tada EREE injektira simetrične struje u mrežu koja se nalazi u nesimetričnom režimu [31, 80, 81]. Takođe, EREE mogu održavati simetrične napone u nesimetričnom režimu mreže [81].

Kontrola inverzne komponente struje na specificiranu vrednost na izlazu EREE potrebna je za detekciju autonomnih pogona („autonomous modes“) ovih resursa ako se mreža sastoji od jednog čvora u kom su priključeni EREE i lokalna potrošnja ili za detekciju autonomnog – izolovanog pogona mikromreže (koja sadrži više čvorova i EREE priključenih u različitim čvorovima) [82-84]. U ovoj disertaciji ovakve situacije se neće razmatrati već će se EREE nalaziti u neautonomnim pogonima („grid-connected modes“). Zato, kada se može kontrolisati inverzna komponenta struje na izlazu EREE tada će se ta



komponenta struje isključivo eliminisati.

Sve upravljačke strategije ER koje su sakupljene iz referenci [29, 30-43, 45-60] date su u tabeli 6.1.3.

Tabela 6.1.3 – Upravljačke strategije ER

Tradicionalne AC mašine i EREE					
Stanje ER		Ako ER kontroliše trofaznu reaktivnu snagu	$Q_{k\Sigma} > 0$	Ako ER kontroliše modul direktne simetrične komponente napona	$U_k^d$
Generator	$P_{k\Sigma} > 0$				
Kompenzator	$P_{k\Sigma} = 0$				
Motor	$P_{k\Sigma} < 0$				
Dodatne upravljačke strategije EREE					
Kontroliše se da naponi budu simetrični, ili da se anulira inverzna komponenta struje na priključku EREE na mrežu koja se nalazi u nesimetričnom režimu.					

Na osnovu prethodnog izlaganja, očigledno je da tradicionalna klasifikacija čvorova ( $\theta V$ , PQ, i PV), uz čvorove tipa ( $\theta V$ ) $_{\Sigma}$ ,  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}$  i  $P_{\Sigma}V$  [29], još uvek nije dovoljna da se precizno formulišu i proračunavaju nesimetrični tokovi snaga savremenih PMVD i DMVD.

## 6.2 NOVA KLASIFIKACIJA ČVOROVA

Glavni cilj proračuna tokova snaga je izračunavanje veličina stanja mreže. Kada se razmatra uravnotežena mreža sa  $N$  trofaznih čvorova u simetričnom režimu, veličine stanja čine  $N$  kompleksnih faznih napona. Tradicionalni metodi tokova snaga koji su zasnovani na tradicionalnoj klasifikaciji čvorova ( $\theta V$ , PQ, i PV), dovoljni su za proračun simetričnih režima savremenih distributivnih i prenosnih mreža.

Kada se razmatra nesimetričan režim trofazne neuravnotežene mreže koja ima  $N$  trofaznih čvorova, veličine stanja čine  $3N$  kompleksnih faznih napona. U predloženom metodu za proračun tokova snaga u domenu simetričnih komponenti, skup veličina stanja opisan je sa sledeća tri vektora stanja: 1) vektor  $\mathbf{X}_S^d$  koji se sastoji od  $2N$  realnih veličina stanja direktnog redosleda i 2) dva vektora  $\hat{\mathbf{X}}_S^i$  i  $\hat{\mathbf{X}}_S^o$ , svaki sa po  $N$  kompleksnih veličina stanja koje odgovaraju inverznom i nultom redosledu:

$$\mathbf{X}_S^d = [\theta_k^d, U_k^d, k \in \{1, \dots, N\}]^T, \quad (6.2.1a)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_S^i = [\hat{U}_k^i, k \in \{1, \dots, N\}]^T, \quad (6.2.1b)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_S^o = [\hat{U}_k^o, k \in \{1, \dots, N\}]^T. \quad (6.2.1c)$$

Tipovi čvorova koji su uvedeni u ovoj glavi direktan su rezultat sistematskog pregleda upravljačkih strategija tradicionalnih mašina i naročito EREE, koji su zastupljeni u literaturi. Kao što je rečeno u prethodnom delu, tradicionalna – pofazna klasifikacija čvorova ( $\theta V$ , PQ, i PV) kojima su obuhvaćene upravljačke strategije ER u

simetričnim režimima, u referenci [29] je proširena sa tri nova tipa trofaznih čvorova –  $(\theta V)_\Sigma$ ,  $P_\Sigma Q_\Sigma$ , i  $P_\Sigma V$ .

**$(\theta V)_\Sigma$  – Prva varijanta balansnog čvora** – U prenosnim mrežama, balansni čvor je čvor u kome je priključen trofazni generator. U distributivnim mrežama balansni čvor je čvor snabdevanja distributivne mreže koja se napaja sa (sub)prenosne mreže (koren distributivne mreže). (Sub)prenosne mreže s kojih se napajaju distributivne mreže često se zamenjuju njihovim Tevenenovim ekvivalentima koji imaju istu formu kao modeli AC mašina – slika 6.1.3. Za ovaj tip čvora specificirani su modul i ugao direktne komponente napona. Pošto je ovaj tip čvora detaljno razmatran i potvrđen u [29], u ovoj disertaciji razmatraće se druga varijanta balansnog čvora koja je data kasnije u ovoj glavi.

Upravljačke strategije tradicionalnih trofaznih AC mašina i EREE mogu biti modelovane sa sledeća dva tipa čvora [29]:

**$P_\Sigma Q_\Sigma$**  – Sa ovim tipom čvora modeluju se ER koji imaju sledeću upravljačku strategiju: u čvoru u kom je priključen ER kontrolišu se injektirana trofazna aktivna i reaktivna snaga. Nepoznate veličine stanja ovog tipa čvora su tri simetrične komponente napona. Direktna komponenta napona je izražena uglom i modulom, a druge dve simetrične komponente su izražene u kompleksnoj formi.

**$P_\Sigma V$**  – Sa ovim tipom čvora modeluju se ER koji imaju sledeću upravljačku strategiju: u čvoru u kom je priključen ER kontrolišu se injektirana trofazna aktivna snaga i modul direktne komponente napona. Nepoznate veličine stanja su ugao direktne komponente napona, kao i inverzne i nulte komponente napona koje su izražene u kompleksnoj formi.

Specificirane (poznate) veličine režima i nepoznate veličine stanja kod ovih tipova čvorova prikazane su u tabeli 6.2.1.

Tabela 6.2.1 – Novi trofazni tipovi čvorova

Tip čvora	Specificirane veličine režima	Nepoznate veličine stanja
$(\theta V)_\Sigma$	$\theta^d, U^d$	$\hat{U}^i, \hat{U}^o$
$P_\Sigma Q_\Sigma$	$P_\Sigma, Q_\Sigma$	$\theta^d, U^d, \hat{U}^i, \hat{U}^o$
$P_\Sigma V$	$P_\Sigma, U^d$	$\theta^d, \hat{U}^i, \hat{U}^o$
$P_\Sigma Q_\Sigma V_{sim}$	$^+ P_\Sigma, Q_\Sigma, \hat{U}^i, \hat{U}^o$	$\theta^d, U^d$
$P_\Sigma V_{sim}$	$^+ P_\Sigma, U^d, \hat{U}^i, \hat{U}^o$	$\theta^d$
$P_\Sigma Q_\Sigma I$	$^{++} P_\Sigma, Q_\Sigma, \hat{I}^i$	$\theta^d, U^d, \hat{U}^i, \hat{U}^o$
$P_\Sigma VI$	$^{++} P_\Sigma, U^d, \hat{I}^i$	$\theta^d, \hat{U}^i, \hat{U}^o$

$^+ \hat{U}^i = \hat{U}^o = 0$  nužno;  $^{++} \hat{I}^i = 0$  u ovoj disertaciji.

U tekstu koji sledi obrađuju se tipovi čvorova koji se, pored tradicionalnih  $(\theta V, PQ, PV)$  i prethodno opisana tri trofazna tipa čvora [29], uvode u ovoj disertaciji.

Mogućnost da se održavaju simetrični naponi trofaznog čvora u kom je priključen EREE u nesimetričnom režimu mreže, naročito je važna upravljačka strategija. Za

potrebe modelovanja ovih upravljačkih strategija EREE, u ovoj disertaciji se uvode dva nova trofazna tipa čvora –  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}V_{sim}$  i  $P_{\Sigma}V_{sim}$ .

$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}V_{sim}$  – Upravljačka strategija koja se predstavlja ovim tipom čvora izvedena je iz upravljačke strategije koja je pridružena čvoru tipa  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}$  s dodatnom kontrolom (direktne) simetrije napona bez kontrole njihovih modula. Moduli inverzne i nulte komponente napona nužno su jednake nuli. Dakle, oni su specificirane veličine. Kompleksna direktna komponenta napona je nepoznata veličina stanja. Kao što je rečeno, ona je izražena uglom i modulom.

$P_{\Sigma}V_{sim}$  – Upravljačka strategija koja se predstavlja ovim tipom čvora izvedena je iz upravljačke strategije koja je pridružena čvoru tipa  $P_{\Sigma}V$  s dodatnom kontrolom (direktne) simetrije napona. Kao kod prethodnog čvora, moduli inverzne i nulte komponente napona nužno su jednake nuli. Ugao direktne komponente napona je nepoznata veličina stanja.

Specificirane (poznate) veličine režima i nepoznate veličine stanja kod ovih tipova čvorova prikazane su u tabeli 6.2.1.

Mogućnost da se kontrolišu inverzne komponente struja EREE u nesimetričnom režimu mreže sledeća je veoma važna upravljačka strategija. Za modelovanje upravljačkih strategija ovih tipova EREE, u ovoj disertaciji uvode se dodatna dva tipa trofaznih čvorova –  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}I$  i  $P_{\Sigma}VI$ . Samo EREE mogu biti priključeni u ova dva tipa čvora.

$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}I$  – Upravljačka strategija koja se predstavlja ovim tipom čvora izvedena je iz upravljačke strategije koja je pridružena čvoru tipa  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}$  s dodatnom kontrolom inverzne komponente struje. Nepoznate veličine stanja su iste kao i kod čvora tipa  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}$ .

$P_{\Sigma}VI$  – Upravljačka strategija koja se predstavlja ovim tipom čvora izvedena je iz upravljačke strategije koja je pridružena čvoru tipa  $P_{\Sigma}V$  s dodatnom kontrolom inverzne komponente struje. Nepoznate veličine stanja su iste kao i kod čvora tipa  $P_{\Sigma}V$ .

Specificirane (poznate) veličine režima i nepoznate veličine stanja kod ovih tipova čvorova prikazane su u tabeli 6.2.1.

Skupovi indeksa prethodno opisanih tipova čvorova (izuzev balansnog čvora) označeni su sa  $\alpha_{P_{\Sigma}Q_{\Sigma}}$ ,  $\alpha_{P_{\Sigma}V}$ ,  $\alpha_{P_{\Sigma}Q_{\Sigma}V_{sim}}$ ,  $\alpha_{P_{\Sigma}V_{sim}}$ ,  $\alpha_{P_{\Sigma}Q_{\Sigma}I}$  i  $\alpha_{P_{\Sigma}VI}$ . Brojevi elemenata tih skupova označeni su sa  $N_{P_{\Sigma}Q_{\Sigma}}$ ,  $N_{P_{\Sigma}V}$ ,  $N_{P_{\Sigma}Q_{\Sigma}V_{sim}}$ ,  $N_{P_{\Sigma}V_{sim}}$ ,  $N_{P_{\Sigma}Q_{\Sigma}I}$  i  $N_{P_{\Sigma}VI}$ , respektivno.

Novom klasifikacijom čvorova obuhvaćena su i tri tradicionalna tipa čvora ( $\theta V$ ,  $PQ$ , i  $PV$ ) iz sledećih razloga:

- 1) Tradicionalni čvorovi su dovoljni za modelovanje i proračun simetričnih tokova snaga sa tradicionalnim mašinama i EREE. Ovakvi režimi su specijalan slučaj nesimetričnih režima;
- 2) Izvor snabdevanja – balansni čvor slabe trofazne neuravnotežene distributivne mreže koja se napaja sa „jake“ (sub)prenosne mreže (mreža beskonačne snage) može se sastojati od tri pofazna balansna čvora. Takav trofazni tip balansnog čvora je označen sa  $3\theta V$ . Ovaj tip trofaznog čvora je drugi tip balansnog čvora koji je najavljen ranije u ovoj disertaciji;

- 3) Višefazni čvorovi distributivnih mreža mogu se sastojati od tradicionalnih pofaznih tipova čvorova. Oni su iskorišćeni da bi se modelovali trofazni čvorovi koji se sastoje od tri nezavisna fazna potrošača/generatora koji su direktno priključeni na mrežu. Ovaj tip čvora je označen sa 3PQ. Kada je trofazni čvor tipa 3PQ specificirane su fazne aktivne i reaktivne snage ( $P_a, Q_a, P_b, Q_b, P_c, Q_c$ ), a tri simetrične komponente napona su nepoznate veličine stanja. Skup indeksa trofaznih čvorova tipa 3PQ označen je sa  $\alpha_{3PQ}$ . Broj elemenata ovog skupa je označen sa  $N_{3PQ}$ . Tipovi trofaznih čvorova koji se sastoje od faznih PQ, PV i  $\theta V$  čvorova su samo teoretski slučajevi i oni se neće razmatrati u ovoj disertaciji.

Definitivno, nova klasifikacija čvorova koja je predložena u ovoj disertaciji, koja je nužna za preciznu formulaciju modela tokova snaga i odgovarajućeg proračuna savremenih trofaznih PMVD i DMVD, sastoji se od dvanaest tipova čvorova. To su: 1)  $\theta V$  – balansni čvor, 2) PQ, i 3) PV; sedam trofaznih čvorova (tabela 6.2.1): 4)  $(\theta V)_\Sigma$  – prva varijanta trofaznog balansnog čvora, 5)  $P_\Sigma Q_\Sigma$ , 6)  $P_\Sigma V$ , 7)  $P_\Sigma Q_\Sigma V_{sim}$ , 8)  $P_\Sigma V_{sim}$ , 9)  $P_\Sigma Q_\Sigma I$ , i 10)  $P_\Sigma VI$ ; kao i dva tipa trofaznih čvorova izvedenih iz tradicionalnih tipova čvorova: 11) 3 $\theta V$  – druga varijanta balansnog čvora i 12) 3PQ.

Nova klasifikacija čvorova data je u tabeli 6.2.2 i tumači se na sledeći način:

- 1) Kada je (uravnotežena) mreža u simetričnom režimu, koriste se prva tri tipa čvorova (tradicionalna klasifikacija). Odnosno, redovi grupisani pod jedan;
- 2) Kada se mreža nalazi u nesimetričnom režimu i ne sadrži EREE koji imaju nove upravljačke strategije, koriste se tipovi čvorova u redovima koji su grupisani pod dva i četiri;
- 3) Kada se mreža nalazi u nesimetričnom režimu i sadrži EREE koji imaju nove upravljačke strategije, koriste se tipovi čvorova u redovima koji su grupisani pod dva, tri i četiri.

Tabela 6.2.2 – Nova klasifikacija čvorova

		Tip čvora	Specificirane veličine	Nepoznate veličine stanja
I	Simetričan režim mreže	$\theta V$	$\theta, U$	/
		PQ	$P, Q$	$\theta, U$
		PV	$P, U$	$\theta$
II	Nesimetričan režim mreže bez novih upravljačkih strategija EREE	$(\theta V)_\Sigma$	$\theta^d, U^d$	$\hat{U}^i, \hat{U}^o$
		$P_\Sigma Q_\Sigma$	$P_\Sigma, Q_\Sigma$	$\theta^d, U^d, \hat{U}^i, \hat{U}^o$
		$P_\Sigma V$	$P_\Sigma, U^d$	$\theta^d, \hat{U}^i, \hat{U}^o$
III	Nesimetričan režim mreže s novim upravljačkim strategijama EREE	$P_\Sigma Q_\Sigma V_{sim}$	$^+ P_\Sigma, Q_\Sigma, \hat{U}^i, \hat{U}^o$	$\theta^d, U^d$
		$P_\Sigma V_{sim}$	$^+ P_\Sigma, U^d, \hat{U}^i, \hat{U}^o$	$\theta^d$
		$P_\Sigma Q_\Sigma I$	$^{++} P_\Sigma, Q_\Sigma, \hat{I}^i$	$\theta^d, U^d, \hat{U}^i, \hat{U}^o$
		$P_\Sigma VI$	$^{++} P_\Sigma, U^d, \hat{I}^i$	$\theta^d, \hat{U}^i, \hat{U}^o$
IV	Čvorovi izvedeni iz tradicionalnih tipova čvorova	3 $\theta V$	$\theta_{ka}, U_{ka}, \theta_{kb}, U_{kb}, \theta_{kc}, U_{kc}$	/
		3PQ	$P_{ka}, Q_{ka}, P_{kb}, Q_{kb}, P_{kc}, Q_{kc}$	$\theta^d, U^d, \hat{U}^i, \hat{U}^o$

$^+ \hat{U}^i = \hat{U}^o = 0$  nužno;  $^{++} \hat{I}^i = 0$  u ovoj disertaciji.

Balansni čvor, u zavisnosti od toga da li su savremene distributivne ili prenosne mreže može da se modeluje kao tip čvora  $(\theta V)_\Sigma$  ili  $3\theta V$ .

U ovoj disertaciji korišćen je balansni čvor tipa  $3\theta V$  s obzirom da je balansni čvor tipa  $(\theta V)_\Sigma$  verifikovan u [29].

### 6.3 MODEL I PRORAČUNI NESIMETRIČNIH TOKOVA SNAGA

Razmatra se neuravnotežena mreža koja se sastoji od  $N$  trofaznih čvorova. Balansni čvor je indeksiran jedinicom. Ostatak od  $(N-1)$  čvorova su klasifikovani u skupove  $\alpha_{P_\Sigma Q_\Sigma}$ ,  $\alpha_{P_\Sigma V}$ ,  $\alpha_{P_\Sigma Q_\Sigma V_{sim}}$ ,  $\alpha_{P_\Sigma V_{sim}}$ ,  $\alpha_{P_\Sigma Q_\Sigma I}$ ,  $\alpha_{P_\Sigma VI}$  i  $\alpha_{3PQ}$  (deo 6.2). Tada važe sledeće dve relacije:

$$1 + N_{P_\Sigma Q_\Sigma} + N_{P_\Sigma V} + N_{P_\Sigma Q_\Sigma V_{sim}} + N_{P_\Sigma V_{sim}} + N_{P_\Sigma Q_\Sigma I} + N_{P_\Sigma VI} + N_{3PQ} = N, \quad (6.3.1a)$$

$$\alpha_{N_{P_\Sigma Q_\Sigma}} \cup \alpha_{N_{P_\Sigma V}} \cup \alpha_{N_{P_\Sigma Q_\Sigma V_{sim}}} \cup \alpha_{N_{P_\Sigma V_{sim}}} \cup \alpha_{N_{P_\Sigma Q_\Sigma I}} \cup \alpha_{N_{P_\Sigma VI}} \cup \alpha_{N_{3PQ}} = \{2, 3, \dots, N\}. \quad (6.3.1b)$$

Pošto se izvrši klasifikacija svih trofaznih čvorova mreže, mogu se odrediti sledeći vektori nepoznatih veličina stanja koristeći se *generalizovanim principom inspekcije* (on je izveden iz osnovnog principa inspekcije korišćenog kod tradicionalne klasifikacije čvorova primenjene u simetričnim tokovima snaga – paragraf 4.2.2):

$$\mathbf{X}^d = \left[ \theta_k^d, k \in \{2, \dots, N\}; U_k^d, k \in \alpha_{P_\Sigma Q_\Sigma} \cup \alpha_{P_\Sigma Q_\Sigma V_{sim}} \cup \alpha_{P_\Sigma Q_\Sigma I} \cup \alpha_{3PQ} \right]^T, \quad (6.3.2a)$$

$$\hat{\mathbf{X}}^i = \left[ \hat{U}_k^i, k \in \{2, \dots, N\} \text{ i } k \notin \alpha_{P_\Sigma Q_\Sigma V_{sim}} \cup \alpha_{P_\Sigma V_{sim}} \right]^T, \quad (6.3.2b)$$

$$\hat{\mathbf{X}}^o = \left[ \hat{U}_k^o, k \in \{2, \dots, N\} \text{ i } k \notin \alpha_{P_\Sigma Q_\Sigma V_{sim}} \cup \alpha_{P_\Sigma V_{sim}} \right]^T. \quad (6.3.2c)$$

Vektori  $\mathbf{X}^d$ ,  $\hat{\mathbf{X}}^i$  i  $\hat{\mathbf{X}}^o$  su nepoznati delovi korespondentnih vektora stanja 6.2.1. Tri vektora nepoznatih veličina stanja (6.3.2) sadrže  $(N - 1 + N_{P_\Sigma Q_\Sigma} + N_{P_\Sigma Q_\Sigma V_{sim}} + N_{P_\Sigma Q_\Sigma I} + N_{3PQ})$  realnih i  $2(N - 1 - N_{P_\Sigma Q_\Sigma V_{sim}} - N_{P_\Sigma V_{sim}})$  kompleksnih nepoznatih veličina stanja. Zbog toga, model tokova snaga neuravnotežene mreže mora da ima isti broj relacija – jednačina, da bi se model mogao rešiti po nepoznatim veličinama stanja.

Model nesimetričnih tokova snaga PMVD i DMVD u ovoj disertaciji je orijentisan na čvorove iz sledećih razloga:

- 1) Nova klasifikacija čvorova se takvim modelom može jednostavno potvrditi jer se inherentno uzimaju u obzir petlje i čvorovi u kojima se kontrolišu moduli napona. Za razliku od tog modela, u procedurama BFS (metodi orijentisani na grane), petlje i čvorovi s kontrolisanim naponima se tretiraju na poseban način (Tevenenovim ekvivalentom);
- 2) Metodi koji su orijentisani na grane nisu efikasni kada se uzima u obzir veliki broj petlji u prenosnim mrežama.

Sa stanovišta kontrole inverzne komponente struje EREE, razmatra se samo njeno anuliranje jer se mikro mreže ne razmatraju u ovoj disertaciji. Model tokova snaga je razvijen u domenu simetričnih komponenti. Modeli neuravnoteženih vodova u domenu simetričnih komponenti (npr. netransponovani vodovi s golim provodnicima) mogu se obraditi na način koji je dat u [29] – prilog u delu 9.2.

Model koji je razvijen u ovoj disertaciji formulisan je koristeći se generalizovanim principom inspekcije:

$$P_k^d = \operatorname{Re} \left\{ \hat{U}_k^{d*} \sum_{l=1}^N \hat{y}_{kl}^d \hat{U}_l^d \right\} = \mathbf{g}'_k(\mathbf{X}^d), \quad k \in \{2, \dots, N\}; \quad (6.3.3a)$$

$$Q_k^d = -\operatorname{Im} \left\{ \hat{U}_k^{d*} \sum_{l=1}^N \hat{y}_{kl}^d \hat{U}_l^d \right\} = \mathbf{g}''_k(\mathbf{X}^d), \quad k \in \alpha_{P_2 Q_2} \cup \alpha_{P_2 Q_2 V_{\text{sim}}} \cup \alpha_{P_2 Q_2 I} \cup \alpha_{3PQ};$$

$$-\hat{J}_k^i - \hat{y}_{k1}^i \hat{U}_1^i = \sum_{l=2}^N \hat{y}_{kl}^i \hat{U}_l^i, \quad k \in \{2, \dots, N\} \text{ i } k \notin \alpha_{P_2 Q_2 V_{\text{sim}}} \cup \alpha_{P_2 V_{\text{sim}}}; \quad (6.3.3b)$$

$$-\hat{J}_k^o - \hat{y}_{k1}^o \hat{U}_1^o = \sum_{l=2}^N \hat{y}_{kl}^o \hat{U}_l^o, \quad k \in \{2, \dots, N\} \text{ i } k \notin \alpha_{P_2 Q_2 V_{\text{sim}}} \cup \alpha_{P_2 V_{\text{sim}}}. \quad (6.3.3c)$$

Model (6.3.3) se sastoji od  $(N-1 + N_{P_2 Q_2} + N_{P_2 Q_2 V_{\text{sim}}} + N_{P_2 Q_2 I} + N_{3PQ})$  nelinearnih realnih jednačina (6.3.3a) i  $2(N-1 - N_{P_2 Q_2 V_{\text{sim}}} - N_{P_2 V_{\text{sim}}})$  kompleksnih linearnih jednačina (6.3.3b) i (6.3.3c). Injektirane aktivne i reaktivne snage čvora  $k$  u kolu direktnog redosleda označene su sa  $P_k^d$  i  $Q_k^d$  (slika 6.1.3). Inverzna i nulta komponenta injektiranih kompleksnih struja čvora  $k$  označene su sa  $-\hat{J}_k^i$  i  $-\hat{J}_k^o$  (slika 6.1.3). Element pogonske matrice admitansi mreže direktnog, inverznog i nultog redosleda na poziciji  $(k, l)$ , označen je sa  $\hat{y}_{kl}^s$ ,  $s = d, i, o$ . Matrice admitansi kola izvedene su ne uzimajući obzir admitanse  $\hat{Y}_k^i$  i  $\hat{Y}_k^o$  ER $_k$  prikazanih na slici 6.1.3.

Relacije (6.3.3) treba da se reše po tri vektora nepoznatih veličina stanja koji sadrže  $(N-1 + N_{P_2 Q_2} + N_{P_2 Q_2 V_{\text{sim}}} + N_{P_2 Q_2 I} + N_{3PQ})$  realnih veličina direktnog redosleda (6.3.2a) kao i  $2(N-1 - N_{P_2 Q_2 V_{\text{sim}}} - N_{P_2 V_{\text{sim}}})$  kompleksnih veličina inverznog i nultog redosleda (6.3.2b) i (6.3.2c). Pošto se model (6.3.3) reši, izračunata su sva tri vektora veličina stanja (6.2.1) neuravnoteženih distributivnih i prenosnih mreža.

U skladu sa smerovima veličina (slika 6.1.3) i relacijama (6.1.1)–(6.1.5), leve strane modela (6.3.3) mogu se izraziti na sledeći način:

$$P_k^d = \frac{1}{3} P_{k\Sigma} + \operatorname{Re} \left\{ \hat{U}_k^{i*} \hat{J}_k^i \right\} + \operatorname{Re} \left\{ \hat{U}_k^{o*} \hat{J}_k^o \right\}, \quad k \in \{2, \dots, N\}; \quad (6.3.4a)$$

$$Q_k^d = \frac{1}{3} Q_{k\Sigma} + \operatorname{Im} \left\{ \hat{U}_k^{i*} \hat{J}_k^i \right\} + \operatorname{Im} \left\{ \hat{U}_k^{o*} \hat{J}_k^o \right\}, \quad k \in \alpha_{P_2 Q_2} \cup \alpha_{P_2 Q_2 V_{\text{sym}}} \cup \alpha_{P_2 Q_2 I} \cup \alpha_{3PQ};$$

$$\hat{J}_k^i = \begin{cases} \hat{Y}_k^i \hat{U}_k^i, & k \in \alpha_{P_2 Q_2} \cup \alpha_{P_2 V} \cup \alpha_{P_2 Q_2 I} \cup \alpha_{P_2 VI}, \\ \frac{1}{3} \left( \frac{P_{ka} - jQ_{ka}}{\hat{U}_{ka}^*} + \hat{a}^2 \frac{P_{kb} - jQ_{kb}}{\hat{U}_{kb}^*} + \hat{a} \frac{P_{kc} - jQ_{kc}}{\hat{U}_{kc}^*} \right), & k \in \alpha_{3PQ}, \end{cases} \quad (6.3.4b)$$

$$\text{gde je: } \hat{Y}_k^i \begin{cases} \neq 0, & k \in \alpha_{P_2 Q_2} \cup \alpha_{P_2 V}, \\ = 0, & k \in \alpha_{P_2 Q_2 I} \cup \alpha_{P_2 VI}; \end{cases}$$

$$\hat{J}_k^o = \begin{cases} \hat{Y}_k^o \hat{U}_k^o, & k \in \alpha_{P_2 Q_\Sigma} \cup \alpha_{P_2 V} \cup \alpha_{P_2 Q_\Sigma I} \cup \alpha_{P_2 VI}, \\ \frac{1}{3} \left( \frac{P_{ka} - jQ_{ka}}{\hat{U}_{ka}^*} + \frac{P_{kb} - jQ_{kb}}{\hat{U}_{kb}^*} + \frac{P_{kc} - jQ_{kc}}{\hat{U}_{kc}^*} \right), & k \in \alpha_{3PQ}. \end{cases} \quad (6.3.4c)$$

Pošto je deo (realnog) modela (6.3.3a) pogonskog kola direktnog redosleda nelinearan, sistemi jednačina (6.3.3) moraju se rešavati iterativno. Da bi se rešio sistem jednačina (6.3.3), koristi se robusan iterativni metod NRTS. Linearni, kompleksni inverzni i nulti deo modela (6.3.3b) i (6.3.3c) se rešavaju koristeći se implicitnom inverzijom (faktorizacijom) korespondentnih matrica admitansi kola u svakoj iteraciji. U ovoj disertaciji, iako je ustanovljeno da je deo modela (6.3.3a) nelinearan, a delovi (6.3.3b) i (6.3.3c) linearni, metod koji je upotrebljen za rešenje celokupnog modela (6.3.3) će se nazivati NRTS.

Radi lakšeg zapisa relacija koje slede, uvodi se sledeći skup:

$$\beta = \alpha_{P_2 Q_\Sigma} \cup \alpha_{P_2 Q_\Sigma V_{sym}} \cup \alpha_{P_2 Q_\Sigma I} \cup \alpha_{3PQ}. \quad (6.3.5)$$

Za raspoložive  $h$ -te aproksimacije nepoznatih veličina stanja  $[(\mathbf{X}^d)^h, (\hat{\mathbf{X}}^i)^h, i (\hat{\mathbf{X}}^o)^h]$ , sledeća tri (retka) sistema linearnih jednačina se rešavaju u  $h$ -toj iteraciji:

1) Relacija (6.3.3a) u  $h$ -toj iteraciji čini sledeći sistem linearnih jednačina:

$$(\Delta P_k^d)^h = \sum_{i=2}^N \left[ \frac{\partial \mathbf{g}'_k(\mathbf{X}^d)}{\partial \theta_i} \Big|_{\substack{\theta_j^d = (\theta_j^d)^h \\ j=2,3,\dots,N \\ U_l^d = (U_l^d)^h \\ l \in \beta}} (\Delta \theta_i^d)^h + \frac{\partial \mathbf{g}'_k(\mathbf{X}^d)}{\partial U_i} \Big|_{\substack{\theta_j^d = (\theta_j^d)^h \\ j=2,3,\dots,N \\ U_l^d = (U_l^d)^h \\ l \in \beta}} (\Delta U_i^d)^h \right], \quad (6.3.6a)$$

$$k \in \{2, \dots, N\},$$

$$(\Delta Q_k^d)^h = \sum_{i=2}^N \left[ \frac{\partial \mathbf{g}''_k(\mathbf{X}^d)}{\partial \theta_i} \Big|_{\substack{\theta_j^d = (\theta_j^d)^h \\ j=2,3,\dots,N \\ U_l^d = (U_l^d)^h \\ l \in \beta}} (\Delta \theta_i^d)^h + \frac{\partial \mathbf{g}''_k(\mathbf{X}^d)}{\partial U_i} \Big|_{\substack{\theta_j^d = (\theta_j^d)^h \\ j=2,3,\dots,N \\ U_l^d = (U_l^d)^h \\ l \in \beta}} (\Delta U_i^d)^h \right], \quad (6.3.6b)$$

$$k \in \beta.$$

U jednačinama (6.3.6) su korišćene sledeće oznake:

$$(\Delta P_k^d)^h = (P_k^d)^h - \mathbf{g}'_k \left( (\theta_i^d)^h, i \in \{2, \dots, N\}; (U_i^d)^h, i \in \beta \right), \quad (6.3.7a)$$

$$(\Delta Q_k^d)^h = (Q_k^d)^h - \mathbf{g}''_k \left( (\theta_i^d)^h, i \in \{2, \dots, N\}; (U_i^d)^h, i \in \beta \right), \quad (6.3.7b)$$

gde su  $(P_k^d)^h$  i  $(Q_k^d)^h$ :

$$(P_k^d)^h = \frac{1}{3}P_{k\Sigma} + \operatorname{Re}\left\{\left(\hat{U}_k^{i*}\right)^h \left(\hat{J}_k^i\right)^h\right\} + \operatorname{Re}\left\{\left(\hat{U}_k^{o*}\right)^h \left(\hat{J}_k^o\right)^h\right\}, \quad i = 2, 3, \dots, N, \quad (6.3.7c)$$

$$(Q_k^d)^h = \frac{1}{3}Q_{k\Sigma} + \operatorname{Im}\left\{\left(\hat{U}_k^{i*}\right)^h \left(\hat{J}_k^i\right)^h\right\} + \operatorname{Im}\left\{\left(\hat{U}_k^{o*}\right)^h \left(\hat{J}_k^o\right)^h\right\}, \quad i \in \beta. \quad (6.3.7d)$$

Zatim sledi proračun odstupanja  $h$ -tih aproksimacija rešenja nepoznatog dela veličina direktnog redosleda, odnosno rešenje sistema jednačina (6.3.6):

$$(\Delta\theta_i^d)^h = (\theta_i^d)^{h+1} - (\theta_i^d)^h, \quad i = 2, 3, \dots, N, \quad (6.3.7e)$$

$$(\Delta U_i^d)^h = (U_i^d)^{h+1} - (U_i^d)^h, \quad i \in \beta. \quad (6.3.7f)$$

Neka se uvedu sledeće oznake za vrednosti parcijalnih izvoda funkcija  $\mathbf{g}'_k(\mathbf{X}^d)$  i  $\mathbf{g}''_k(\mathbf{X}^d)$  koji su izračunati za  $h$ -tu aproksimaciju rešenja – elementi matrice jakobijana:

$$(H_{ki}^d)^h = \frac{\partial \mathbf{g}'_k(\mathbf{X}^d)}{\partial \theta_i} \bigg|_{\substack{\theta_j^d = (\theta_j^d)^h \\ j=2,3,\dots,N \\ U_l^d = (U_l^d)^h \\ l \in \beta}}, \quad k = 2, 3, \dots, N, \quad i = 2, 3, \dots, N, \quad (6.3.8a)$$

$$(N_{ki}^d)^h = \frac{\partial \mathbf{g}'_k(\mathbf{X}^d)}{\partial U_i} \bigg|_{\substack{\theta_j^d = (\theta_j^d)^h \\ j=2,3,\dots,N \\ U_l^d = (U_l^d)^h \\ l \in \beta}}, \quad k = 2, 3, \dots, N, \quad i \in \beta, \quad (6.3.8b)$$

$$(J_{ki}^d)^h = \frac{\partial \mathbf{g}''_k(\mathbf{X}^d)}{\partial \theta_i} \bigg|_{\substack{\theta_j^d = (\theta_j^d)^h \\ j=2,3,\dots,N \\ U_l^d = (U_l^d)^h \\ l \in \beta}}, \quad k \in \beta, \quad i = 2, 3, \dots, N, \quad (6.3.8c)$$

$$(L_{ki}^d)^h = \frac{\partial \mathbf{g}''_k(\mathbf{X}^d)}{\partial U_i} \bigg|_{\substack{\theta_j^d = (\theta_j^d)^h \\ j=2,3,\dots,N \\ U_l^d = (U_l^d)^h \\ l \in \beta}}, \quad k \in \beta, \quad i \in \beta. \quad (6.3.8d)$$

Tada se sistemu linearnih jednačina (6.3.6) može dati sledeća matrična forma:



$$\begin{bmatrix} (\Delta P_2^d)^h \\ (\Delta Q_2^d)^h \\ (\Delta P_3^d)^h \\ (\Delta Q_3^d)^h \\ \vdots \\ (\Delta P_k^d)^h \\ / \\ \vdots \\ (\Delta P_N^d)^h \\ (\Delta Q_N^d)^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (H_{22}^d)^h & (N_{22}^d)^h & (H_{23}^d)^h & (N_{23}^d)^h & \cdots & (H_{2k}^d)^h & / & \cdots & (H_{2N}^d)^h & (N_{2N}^d)^h \\ (J_{22}^d)^h & (L_{22}^d)^h & (J_{23}^d)^h & (L_{23}^d)^h & \cdots & (J_{2k}^d)^h & / & \cdots & (J_{2N}^d)^h & (L_{2N}^d)^h \\ (H_{32}^d)^h & (N_{32}^d)^h & (H_{33}^d)^h & (N_{33}^d)^h & \cdots & (H_{3k}^d)^h & / & \cdots & (H_{3N}^d)^h & (N_{3N}^d)^h \\ (J_{32}^d)^h & (L_{32}^d)^h & (J_{33}^d)^h & (L_{33}^d)^h & \cdots & (J_{3k}^d)^h & / & \cdots & (J_{3N}^d)^h & (L_{3N}^d)^h \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ (H_{k2}^d)^h & (N_{k2}^d)^h & (H_{k3}^d)^h & (N_{k3}^d)^h & \cdots & (H_{kk}^d)^h & / & \cdots & (H_{kN}^d)^h & (N_{kN}^d)^h \\ / & / & / & / & \cdots & / & / & \cdots & / & / \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ (H_{N2}^d)^h & (N_{N2}^d)^h & (H_{N3}^d)^h & (N_{N3}^d)^h & \cdots & (H_{Nk}^d)^h & / & \cdots & (H_{NN}^d)^h & (N_{NN}^d)^h \\ (J_{N2}^d)^h & (L_{N2}^d)^h & (J_{N3}^d)^h & (L_{N3}^d)^h & \cdots & (J_{Nk}^d)^h & / & \cdots & (J_{NN}^d)^h & (L_{NN}^d)^h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\Delta \theta_2^d)^h \\ (\Delta U_2^d)^h \\ (\Delta \theta_3^d)^h \\ (\Delta U_3^d)^h \\ \vdots \\ (\Delta \theta_k^d)^h \\ / \\ \vdots \\ (\Delta \theta_N^d)^h \\ (\Delta U_N^d)^h \end{bmatrix} \quad (6.3.9)$$

Ako  $k$ -ti čvor pripada tipovima čvorova:  $P_{\Sigma}V$ ,  $P_{\Sigma}V_{sim}$  i  $P_{\Sigma}VI$ , onda u sistemu linearnih jednačina (6.3.9) nema ni druge od para jednačina, niti druge od para nepoznatih veličina koje odgovaraju tom čvoru. Potisnuti deo modela označen je kosim crticama u relaciji (6.3.9).

2) Relacije (6.3.3b) i (6.3.3c) u  $h$ -toj iteraciji čine sledeće sisteme linearnih jednačina:

$$-(\hat{J}_k^i)^h - \hat{y}_{kl}^i (\hat{U}_1^i)^h = \sum_{l=2}^N \hat{y}_{kl}^i (\hat{U}_l^i)^{h+1}, \quad k \in \{2, \dots, N\} \wedge k \notin \{\alpha_{P_{\Sigma}Q_{\Sigma}V_{sim}} \cup \alpha_{P_{\Sigma}V_{sim}}\}, \quad (6.3.10a)$$

$$-(\hat{J}_k^o)^h - \hat{y}_{kl}^o (\hat{U}_1^o)^h = \sum_{l=2}^N \hat{y}_{kl}^o (\hat{U}_l^o)^{h+1}, \quad k \in \{2, \dots, N\} \wedge k \notin \{\alpha_{P_{\Sigma}Q_{\Sigma}V_{sim}} \cup \alpha_{P_{\Sigma}V_{sim}}\}, \quad (6.3.10b)$$

gde su  $(\hat{J}_k^i)^h$ ,  $k \in \{2, \dots, N\}$ ,  $k \notin \{\alpha_{P_{\Sigma}Q_{\Sigma}V_{sim}} \cup \alpha_{P_{\Sigma}V_{sim}}\}$  i  $(\hat{J}_k^o)^h$ ,  $k \in \{2, \dots, N\}$ ,  $k \notin \{\alpha_{P_{\Sigma}Q_{\Sigma}V_{sim}} \cup \alpha_{P_{\Sigma}V_{sim}}\}$   $h$ -te aproksimacije injektiranih struja  $ER_k$  inverznog i nultog redosleda respektivno. U zavisnosti od tipova čvorova, one su definisane sledećim relacijama:

$$(\hat{J}_k^i)^h = \begin{cases} \hat{Y}_k^i (\hat{U}_k^i)^h, & k \in \alpha_{P_{\Sigma}Q_{\Sigma}} \cup \alpha_{P_{\Sigma}V} \cup \alpha_{P_{\Sigma}Q_{\Sigma}I} \cup \alpha_{P_{\Sigma}VI}, \\ \frac{1}{3} \left( \frac{P_{ka} - jQ_{ka}}{(\hat{U}_{ka}^h)^*} + \hat{a}^2 \frac{P_{kb} - jQ_{kb}}{(\hat{U}_{kb}^h)^*} + \hat{a} \frac{P_{kc} - jQ_{kc}}{(\hat{U}_{kc}^h)^*} \right), & k \in \alpha_{3PQ}, \end{cases} \quad (6.3.11a)$$

$$\text{gde je: } \hat{Y}_k^i = \begin{cases} \neq 0, & k \in \alpha_{P_{\Sigma}Q_{\Sigma}} \cup \alpha_{P_{\Sigma}V}, \\ = 0, & k \in \alpha_{P_{\Sigma}Q_{\Sigma}I} \cup \alpha_{P_{\Sigma}VI}; \end{cases}$$

$$(\hat{J}_k^o)^h = \begin{cases} \hat{Y}_k^o (\hat{U}_k^o)^h, & k \in \alpha_{P_{\Sigma}Q_{\Sigma}} \cup \alpha_{P_{\Sigma}V} \cup \alpha_{P_{\Sigma}Q_{\Sigma}I} \cup \alpha_{P_{\Sigma}VI}, \\ \frac{1}{3} \left( \frac{P_{ka} - jQ_{ka}}{(\hat{U}_{ka}^h)^*} + \frac{P_{kb} - jQ_{kb}}{(\hat{U}_{kb}^h)^*} + \frac{P_{kc} - jQ_{kc}}{(\hat{U}_{kc}^h)^*} \right), & k \in \alpha_{3PQ}. \end{cases} \quad (6.3.11b)$$

Procedura za proračun nepoznatog dela vektora veličina stanja direktnog, inverznog i nultog redosleda može se zapisati sažetije. Za raspoložive  $h$ -te aproksimacije nepoznatih veličina stanja  $[(\mathbf{X}^d)^h, (\hat{\mathbf{X}}^i)^h \text{ i } (\hat{\mathbf{X}}^o)^h]$ , rešavaju se sledeća tri (retka) sistema linearnih jednačina u  $h$ -toj iteraciji:

$$(\Delta \mathbf{S}^d)^h = \mathbf{JAC}^h (\Delta \mathbf{X}^d)^h, \text{ dimenzija: } N-1 + N_{P_2 Q_\Sigma} + N_{P_2 Q_\Sigma I} + N_{P_2 Q_\Sigma V_{sim}} + N_{3PQ}, \quad (6.3.12a)$$

$$(\hat{\mathbf{J}}^i)^h = \hat{\mathbf{Y}}^i (\hat{\mathbf{X}}^i)^{h+1}, \text{ dimenzija: } N-1 - N_{P_2 Q_\Sigma V_{sim}} - N_{P_2 V_{sim}}, \quad (6.3.12b)$$

$$(\hat{\mathbf{J}}^o)^h = \hat{\mathbf{Y}}^o (\hat{\mathbf{X}}^o)^{h+1}, \text{ dimenzija: } N-1 - N_{P_2 Q_\Sigma V_{sim}} - N_{P_2 V_{sim}}. \quad (6.3.12c)$$

Komponente vektora  $(\Delta \mathbf{S}^d)^h$  dobijaju se kao razlike desnih strana relacija (6.3.4a) i (6.3.3a) za raspoložive  $h$ -te aproksimacije nepoznatih veličina stanja  $(\mathbf{X}^d)^h, (\hat{\mathbf{X}}^i)^h$  i  $(\hat{\mathbf{X}}^o)^h$ .  $\mathbf{JAC}^h$  je matrica jakobijana nelinearnih funkcija (6.3.3a) izračunata za raspoložive  $h$ -te aproksimacije nepoznatih veličina stanja direktnog redosleda. Za proračun elemenata jakobijana koriste se tradicionalne definicije (6.3.8) [1]. Sistem realnih jednačina (6.3.3a) rešava se po  $h$ -tim korekcijama  $(\Delta \mathbf{X}^d)^h$  koje se koriste za korigovanje nepoznatih veličina stanja direktnog redosleda (6.3.2a):

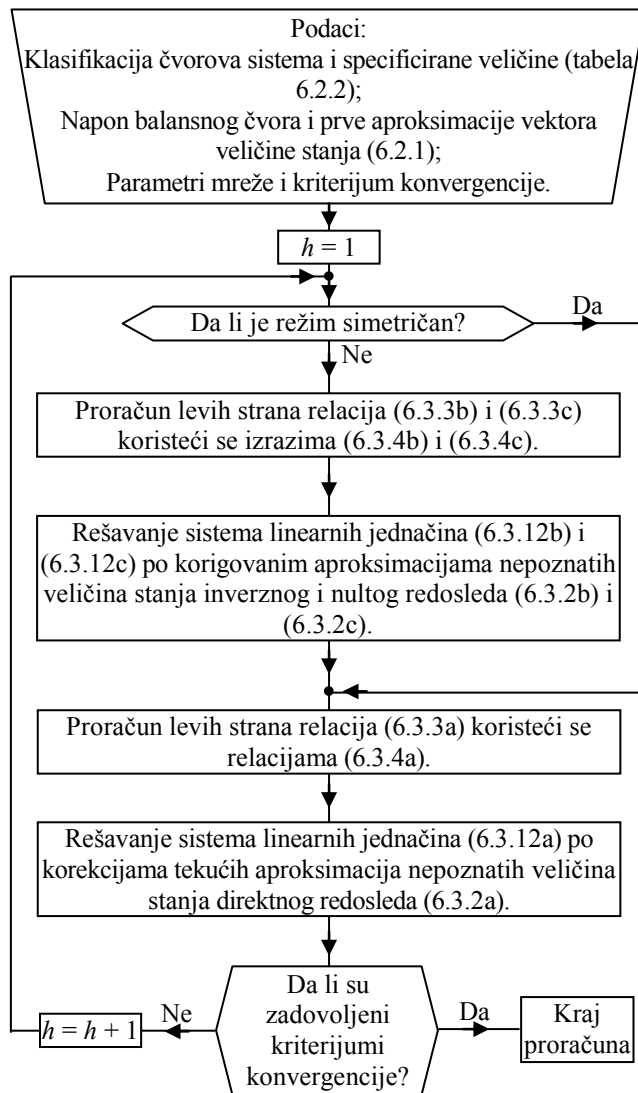
$$(\mathbf{X}^d)^{h+1} = (\mathbf{X}^d)^h + (\Delta \mathbf{X}^d)^h. \quad (6.3.13)$$

Elementi vektora  $(\hat{\mathbf{J}}^i)^h$  i  $(\hat{\mathbf{J}}^o)^h$  dobijaju se koristeći se relacijama (6.3.4b) i (6.3.4c) za raspoložive aproksimacije nepoznatih napona.  $\hat{\mathbf{Y}}^i$  i  $\hat{\mathbf{Y}}^o$  su matrice admitansi kola direktnog i inverznog redosleda. Sistemi linearnih jednačina (6.3.12b) i (6.3.12c) rešavaju se po korigovanim aproksimacijama nepoznatih veličina stanja inverznog i nultog redosleda  $(\hat{\mathbf{X}}^i)^{h+1}$  i  $(\hat{\mathbf{X}}^o)^{h+1}$ . Procedura proračuna završava se kada se zadovolje kriterijumi konvergencije sa specificiranim  $\varepsilon_1$  i  $\varepsilon_2$ :

$$(\Delta \theta_k^d)^h < \varepsilon_1, \quad k = 2, 3, \dots, N; \quad (6.3.14a)$$

$$(\Delta U_k^d)^h < \varepsilon_2, \quad k \in \alpha_{P_2 Q_\Sigma} \cup \alpha_{P_2 Q_\Sigma V_{sim}} \cup \alpha_{P_2 Q_\Sigma I} \cup \alpha_{3PQ}. \quad (6.3.14b)$$

Blok dijagram kompletne procedure – NRTS prikazan je na slici 6.3.1. Kada se za rešenje nelinearnog dela modela (6.3.3a) koristi KJTS, u ovoj disertaciji će se taj metod nazivati KJTS.



Slika 6.3.1 – Blok dijagram predložene procedure za proračun nesimetričnih tokova snaga (NRTS i KJTS)



## **7 VERIFIKACIJA RAZVIJENIH METODA ZA PRORAČUN TOKOVA SNAGA I DISKUSIJA REZULTATA NUMERIČKIH EKSPERIMENTATA**

Osnovni cilj disertacije je bio da se uvede nova klasifikacija čvorova i da se razviju odgovarajući metodi za proračun tokova snaga obe vrste mreža – PMVD i DMVD. Razvijena su dva metoda – NRTS i KJTS. Oni su zasnovani na čvorovima. Tim metodima mogu se proračunavati i prenosne i distributivne mreže. Njima su inherentno obuhvaćene petlje i čvorovi s kontrolisanim naponima – čvorovi tipa PV,  $P_{\Sigma}V$ ,  $P_{\Sigma}V_{sim}$  i  $P_{\Sigma}VI$ , pa se verifikacija nove klasifikacije čvorova može izvršiti direktno i vrlo jednostavno. S postupcima zasnovanim na grane, to ne bi bilo niti direktno, niti tako jednostavno.

Ova glava se sastoji od dva dela. U prvom delu – 7.1 analizirani su rezultati proračuna tokova snaga aktivnih (slaboupetljanih) distributivnih i (upetljanih) prenosnih mreža. Oni su dobijeni korišćenjem razvijenih metoda NRTS i KJTS. Metod BRTS nije razvijan na osnovu nove klasifikacije čvorova pošto nije upotrebljiv za distributivne mreže s malim odnosima  $X/R$  njihovih rednih grana. U drugom delu – 7.2 upoređene su efikasnosti metoda za proračun tokova snaga zasnovanih na čvorovima i onih na granama. To je urađeno sa sledeća tri cilja: 1) da se verifikuje USSKN za proračun aktivnih slaboupetljanih distributivnih mreža koji je zasnovan na granama, 2) da se otvori prostor za razvoj metoda za proračun tokova snaga zasnovan na granama sa svim tipovima čvorova koji su obrađeni u disertaciji i 3) da se otvori prostor za nova istraživanja usmerena ka davanju odgovora na sledeće pitanje: koje metode koristiti u proračunima tokova snaga aktivnih distributivnih mreža – one koji su zasnovani na granama ili one koji su zasnovani na čvorove?

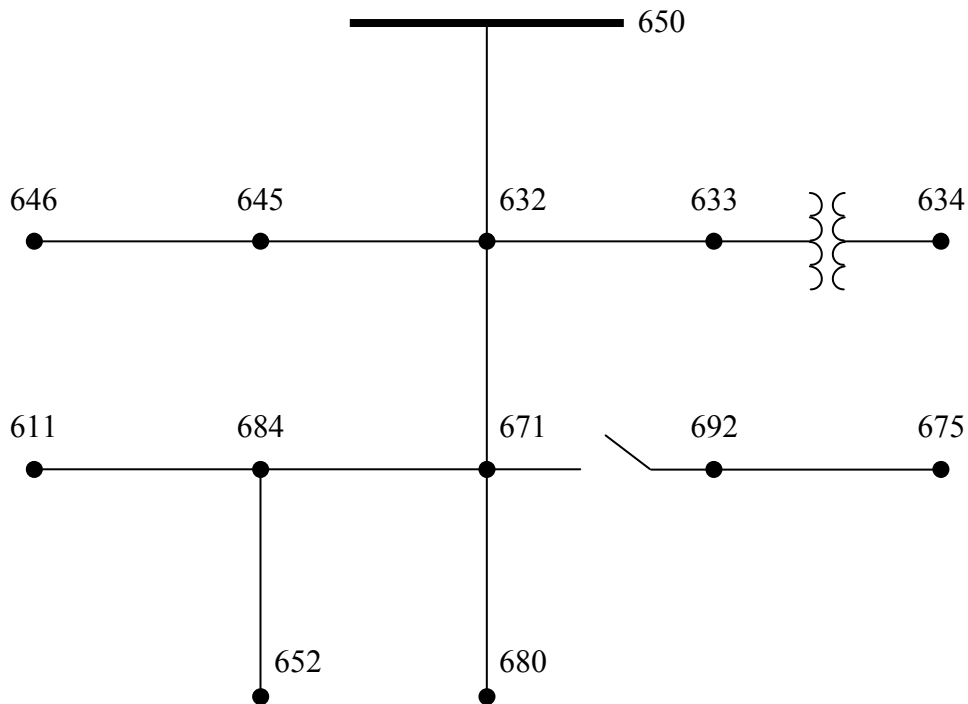
### **7.1 VERIFIKACIJA PREDLOŽENE KLASIFIKACIJE ČVOROVA I RAZVIJENIH METODA ZA PRORAČUN NESIMETRIČNIH TOKOVA SNAGA ZASNOVANIH NA ČVOROVIMA**

Predloženi model i proračuni tokova snaga savremenih prenosnih i distributivnih mreža koji su zasnovani na novoj klasifikaciji čvorova potvrđeni su softverom koji je razvijen i napisan u programskom jeziku FORTRAN 2013. Od gotovih softverskih paketa korišćeni su jedino oni za rešavanje sistema linearnih jednačina s retkim matricama – softverki paket MKL PARDISO. Ovaj paket dolazi sa Intelovim kompajlerom programskog jezika FORTRAN 2013. On pruža gotove funkcije za rešavanje sistema linearnih jednačina s retkim matricama, koje su optimizovane kako vremenski, tako i memorijski.

U ovom delu su prikazani rezultati dobijeni primenom razvijenog softvera na primeru „male mreže“ (paragraf 7.1.1), kao i rezultati na primerima DMVD i PMVD (paragraf 7.1.2).

#### **7.1.1 Mala mreža**

Za prvu klasu proračuna tokova snaga korišćena je mreža IEEE 13 [48]. Mreža je prikazana na slici 7.1.1.1



Slika 7.1.1.1 – Mala mreža – IEEE 13

Čvor 650 je balansni, dok su ostali čvorovi potrošački. Ova mreža je modifikovana za potrebe verifikacije nove klasifikacije čvorova i proračuna tokova snaga na sledeći način:

- 1) Sve dvofazne i jednofazne sekcije zamenjene su trofaznim. Dužine originalnih sekcija su sačuvane, ali parametri su uzeti od neuravnotežene trofazne sekcije 632-633.
- 2) Sve sekcije su zamenjene uravnoteženim tako što su vandijagonalni elementi njihovih matričnih reprezentata u domenu simetričnih komponenti zamenjeni nulama.
- 3) Prekidač koji se nalazi između čvorova 671 i 692 zamenjen je modifikovanom sekcijom 692-675.
- 4) Odnos transformacije regulatora napona fiksiran je na jedinicu.
- 5) Potrošački čvorovi 645, 646, 634, 692, 611 i 652 promenjeni su u generatorske. Njihove injektirane snage jednake su injektiranim snagama potrošača sa obrnutim smerom. Nominalne snage tako dobijenih generatora jednake su njihovim prividnim snagama ( $S_{nom} = \sqrt{P^2 + Q^2}$ ). Nominalni naponi generatora priključenih u čvorovima 645, 646, 692, 611 i 652 jednaki su 4,16 [kV], a nominalni napon generatora priključenog u čvoru 634 jednak je 0,480 [kV]. Inverzne i nulte admitanse generatora imaju sledeće vrednosti:  $Y^i = 25\%$  i  $Y^0 = 0\%$ . U tabeli 7.1.1.1 dati su izabrani slučajevi tokova snaga koji će se razmatrati. Zbog nulte vrednosti admitanse nultog redosleda svih generatora, injektirane struje nultog redosleda jednake su nulama u svim razmatranim situacijama.

Tabela 7.1.1.1 – Tipovi čvorova za razmatrane slučajeve.

Slučaj	Tipovi čvorova												
	650	632	645	633	646	634	671	684	692	611	675	680	652
1	θV	PQ	PQ	PQ	PQ	PQ	PQ	PQ	PQ	PQ	PQ	PQ	PQ
2	3θV	3PQ	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}$	3PQ	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}$	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}$	3PQ	3PQ	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}$	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}$	3PQ	3PQ	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}$
3	3θV	3PQ	$P_{\Sigma}V$	3PQ	$P_{\Sigma}V$	$P_{\Sigma}V$	3PQ	3PQ	$P_{\Sigma}V$	$P_{\Sigma}V$	3PQ	3PQ	$P_{\Sigma}V$
4	3θV	3PQ	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}V_{sim}$	3PQ	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}V_{sim}$	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}V_{sim}$	3PQ	3PQ	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}V_{sim}$	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}V_{sim}$	3PQ	3PQ	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}V_{sim}$
5	3θV	3PQ	$P_{\Sigma}V_{sim}$	3PQ	$P_{\Sigma}V_{sim}$	$P_{\Sigma}V_{sim}$	3PQ	3PQ	$P_{\Sigma}V_{sim}$	$P_{\Sigma}V_{sim}$	3PQ	3PQ	$P_{\Sigma}V_{sim}$
6	3θV	3PQ	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}I$	3PQ	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}I$	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}I$	3PQ	3PQ	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}I$	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}I$	3PQ	3PQ	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}I$
7	3θV	3PQ	$P_{\Sigma}VI$	3PQ	$P_{\Sigma}VI$	$P_{\Sigma}VI$	3PQ	3PQ	$P_{\Sigma}VI$	$P_{\Sigma}VI$	3PQ	3PQ	$P_{\Sigma}VI$
8	3θV	3PQ	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}I$	3PQ	$P_{\Sigma}V_{sim}$	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}$	3PQ	3PQ	$P_{\Sigma}V$	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}V_{sim}$	3PQ	3PQ	$P_{\Sigma}VI$
9	Tipovi čvorova iz slučaja 8 su sačuvani. Parovi čvorova (675-680), (632-684) i (633-671) međusobno su kratkospojeni, pa su tako generisane petlje u mreži.												

### Slučaj 1

Režim trofazne mreže je simetričan (direktnog redosleda). Ovaj slučaj se odnosi na tradicionalni (pofazni) proračun tokova snaga. Modul faznog napona balansnog čvora (jednofazni čvor tipa θV) jednak je 4,16 [kV], a ugao je jednak 0°. Fazne aktivne i reaktivne snage svih potrošačkih čvorova specificirane su i jednake trećinama suma snaga odgovarajućih trofaznih, dvofaznih i jednofaznih originalnih čvorova. Aktivne i reaktivne snage svih generatora (priključenih u čvorovima 645, 646, 634, 692, 611 i 652) specificirane su na trećine snaga odgovarajućih originalnih čvorova. Zbog toga su svi čvorovi (osim balansnog čvora) predstavljeni tradicionalnim čvorovima tipa PQ. Izračunati moduli generatorskih faznih napona [kV] i struja [A] dati su u tabeli 7.1.1.2.

Tabela 7.1.1.2 – Slučaj 1

Čvor	$U_a$ [kV]	$I_a$ [A]	$U_b$ [kV]	$I_b$ [A]	$U_c$ [kV]	$I_c$ [A]
645	4,113	29,62	4,113	29,62	4,113	29,62
646	4,116	37,20	4,116	37,20	4,116	37,20
634	0,485	587,79	0,485	587,79	0,485	587,79
692	3,965	33,11	3,965	33,11	3,965	33,11
611	3,983	27,23	3,983	27,23	3,983	27,23
652	3,986	22,34	3,986	22,34	3,986	22,34

### Slučaj 2

Režim trofazne mreže je nesimetričan. Nesimetrija je prouzrokovana sledećim promenama simetričnog režima u slučaju 1: 1) nesimetrični naponi faza a, b i c balansnog čvora (trofazni čvor tipa 3θV) jednaki su: 4,16 [kV] i 0°, 4,00 [kV] i -110°, 3,84 [kV] i +130°, respektivno i 2) aktivne i reaktivne snage faza a trofaznih potrošačkih čvorova su povećane za 20%, snage faza b su sačuvane, a potrošnje faza c su smanjene za 20%. Pošto snage potrošača nisu jednako raspodeljene po fazama, potrošački čvorovi ne mogu biti prikazani tradicionalnim čvorovima tipa PQ nego novouvedenim čvorovima tipa 3PQ. Trofazne aktivne i reaktivne snage svih generatora održavaju se da budu jednake trofaznim snagama iz slučaja 1, ali te snage u ovom slučaju nisu jednako raspodeljene po fazama. Zbog toga, svi generatorski čvorovi moraju biti predstavljeni čvorovima tipa  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}$ . Rezultati su dati u tabeli 7.1.1.3.

Tabela 7.1.1.3 – Slučajevi 2 i 3

Čvor	$U_a$ [kV]	$I_a$ [A]	$U_b$ [kV]	$I_b$ [A]	$U_c$ [kV]	$I_c$ [A]
645	4,024	34,26	3,982	33,44	3,839	25,76
646	4,027	43,53	3,986	41,35	3,842	32,50
634	0,477	672,54	0,471	668,46	0,452	512,91
692	3,778	38,22	3,850	37,38	3,753	29,18
611	3,807	32,24	3,868	29,58	3,765	24,33
652	3,809	26,09	3,871	24,79	3,768	19,76

### Slučaj 3

Ovaj slučaj izveden je iz slučaja 2 sa sledećim modifikacijama: umesto da se generatorima kontrolišu njihove trofazne reaktivne snage, kontrolišu se moduli direktnih komponenti napona svih generatora tako da budu jednaki odgovarajućim modulima koji su izračunati u slučaju 2. Zbog toga, svi generatorski čvorovi moraju biti predstavljeni čvorovima tipa  $P_{\Sigma}V$ . Rezultati su isti kao i u slučaju 2 (tabela 7.1.1.3). Ovaj slučaj potvrđuje validnost modela čvorova tipa  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}$  i  $P_{\Sigma}V$ .

### Slučaj 4

Ovaj slučaj je takođe izveden iz slučaja 2 sa sledećim modifikacijama: pored kontrole trofaznih aktivnih i reaktivnih snaga, naponi na priključku generatora kontrolišu se da budu simetrični (direktnog redosleda), ali bez specificiranih njihovih modula. Zbog toga, svi generatorski čvorovi moraju biti predstavljeni čvorovima tipa  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}V_{sim}$ . Ova upravljačka strategija može se realizovati isključivo sa EREE. Rezultati proračuna su dati u tabeli 7.1.1.4.

Tabela 7.1.1.4 – Slučajevi 4 i 5

Čvor	$U_a$ [kV]	$I_a$ [A]	$U_b$ [kV]	$I_b$ [A]	$U_c$ [kV]	$I_c$ [A]
645	3,936	346,53	3,936	180,76	3,936	209,42
646	3,939	38,87	3,939	38,87	3,939	38,87
634	0,465	634,52	0,465	652,77	0,465	748,37
692	3,781	96,33	3,781	47,26	3,781	40,29
611	3,800	55,64	3,800	34,43	3,800	12,29
652	3,803	31,70	3,803	25,81	3,803	15,89

### Slučaj 5

Ovaj slučaj je izveden iz slučaja 4 sa sledećim modifikacijama: umesto da se generatorima kontrolišu njihove trofazne reaktivne snage, kontrolišu se naponi svih generatora tako da budu simetrični (direktnog redosleda), sa specificiranim njihovim modulima izračunatim u slučaju 4. Zbog toga, svi generatorski čvorovi moraju biti predstavljeni čvorovima tipa  $P_{\Sigma}V_{sim}$ . Ova upravljačka strategija može se realizovati isključivo sa EREE. Rezultati proračuna su isti kao i u slučaju 4 (tabela 7.1.1.4). Ovaj slučaj potvrđuje validnost modela čvorova tipa  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}V_{sim}$  i  $P_{\Sigma}V_{sim}$ .



## Slučaj 6

Ovaj slučaj je isto izveden iz slučaja 2 ali sa sledećim modifikacijama: pored kontrole trofaznih aktivnih i reaktivnih snaga u generatorskim čvorovima, kontrolišu se inverzne komponente struja tako da budu jednake nuli. Pošto su pogonske admitanse  $\hat{Y}_k^o$  (6.1.3c) EREE jednake nuli, generatori injektiraju simetrične struje iako se mreža nalazi u nesimetričnom režimu. Zbog toga, svi generatorski čvorovi moraju biti predstavljeni čvorovima tipa  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}I$  ( $\hat{I}^i = 0, \hat{I}^o = 0$ ). Rezultati proračuna su dati u tabeli 7.1.1.5.

Tabela 7.1.1.5 – Slučajevi 6 i 7

Čvor	$U_a$ [kV]	$I_a$ [A]	$U_b$ [kV]	$I_b$ [A]	$U_c$ [kV]	$I_c$ [A]
645	4,018	30,95	3,965	30,95	3,866	30,95
646	4,020	38,87	3,968	38,87	3,869	38,87
634	0,475	613,06	0,469	613,06	0,457	613,06
692	3,766	34,72	3,826	34,72	3,791	34,72
611	3,795	28,54	3,844	28,54	3,803	28,54
652	3,798	23,41	3,847	23,41	3,806	23,41

## Slučaj 7

Ovaj slučaj izveden je iz slučaja 6 sa sledećim modifikacijama: umesto kontrole trofaznih reaktivnih snaga u generatorskim čvorovima, kontrolišu se moduli direktnih komponenti napona svih generatora da budu jednaki vrednostima izračunatim u slučaju 6. Zbog toga, svi generatorski čvorovi moraju biti predstavljeni čvorovima tipa  $P_{\Sigma}VI$  ( $\hat{I}^i = 0, \hat{I}^o = 0$ ). Rezultati proračuna su isti kao i u slučaju 6 (tabela 7.1.1.5). Ovaj slučaj potvrđuje validnost modela čvorova tipa  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}I$  i  $P_{\Sigma}VI$ .

## Slučaj 8

U ovom slučaju različite upravljačke strategije iz prethodnih slučajeva dodeljene su različitim generatorskim čvorovima: 645 (slučaj 6), 646 (slučaj 5), 634 (slučaj 2), 692 (slučaj 3), 611 (slučaj 4) i 652 (slučaj 7). Zbog toga, generatorski čvorovi moraju biti predstavljeni čvorovima tipa  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}I$ ,  $P_{\Sigma}V_{sim}$ ,  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}$ ,  $P_{\Sigma}V$ ,  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}V_{sim}$ , i  $P_{\Sigma}VI$ , respektivno. Rezultati proračuna su dati u tabeli 7.1.1.6. Naponi čvorova 646 (čvor tipa  $P_{\Sigma}V_{sim}$ ) i 611 (čvor tipa  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}V_{sim}$ ) simetrični su, kao što su simetrične i struje generatorskih čvorova 645 (čvor tipa  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}I$ ) i 652 (čvor tipa  $P_{\Sigma}VI$ ).

Tabela 7.1.1.6 – Slučaj 8

Čvor	$U_a$ [kV]	$I_a$ [A]	$U_b$ [kV]	$I_b$ [A]	$U_c$ [kV]	$I_c$ [A]
645	3,948	30,95	3,937	30,95	3,923	30,95
646	3,939	330,06	3,939	167,26	3,939	185,31
634	0,469	626,35	0,466	626,76	0,461	587,17
692	3,763	35,12	3,789	34,82	3,789	34,24
611	3,800	142,07	3,800	59,16	3,800	78,82
652	3,798	23,41	3,806	23,41	3,805	23,41

## Slučaj 9

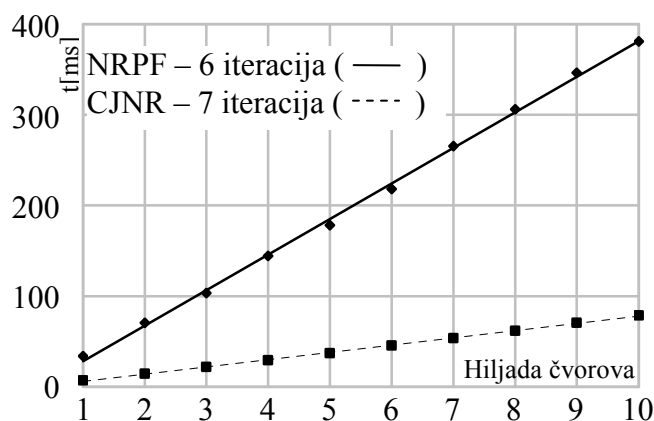
Ovaj slučaj izveden je iz slučaja 8 sa sledećim modifikacijama: kratkospajanjem parova čvorova (675-680), (632-684) i (633-671) mreža postaje upetljana. Rezultati proračuna su dati u tabeli 7.1.1.7. Kao i u prethodnom slučaju, naponi čvorova 646 (čvor tipa  $P_{\Sigma}V_{sim}$ ) i 611 (čvor tipa  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}V_{sim}$ ) simetrični su kao što su simetrične i struje generatorskih čvorova 645 (čvor tipa  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}I$ ) i 652 (čvor tipa  $P_{\Sigma}VI$ ).

Tabela 7.1.1.7 – Slučaj 9

Čvor	$U_a$ [kV]	$I_a$ [A]	$U_b$ [kV]	$I_b$ [A]	$U_c$ [kV]	$I_c$ [A]
645	3,945	30,90	3,943	30,90	3,938	30,90
646	3,945	154,14	3,945	83,81	3,945	73,48
634	0,464	622,42	0,464	619,96	0,463	602,90
692	3,916	33,94	3,924	33,78	3,914	32,81
611	3,935	376,82	3,935	177,27	3,935	232,44
652	3,946	22,61	3,941	22,61	3,927	22,61

### 7.1.2 Mreže velikih dimenzija

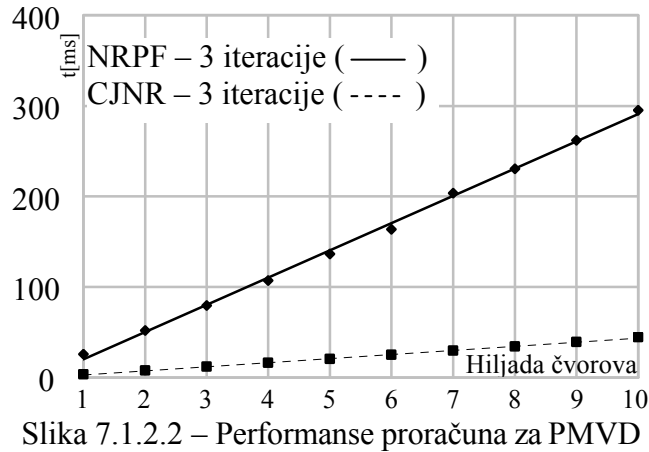
Druga klasa numeričkih testova odnosi se na proračun tokova snaga slaboupetljanih DMVD s brojem trofaznih čvorova  $N$  od 1000–10000. Generatori svih tipova koji su dati u tabeli 6.2.2 (deo 6.2) priključeni su u 20% od ukupnih brojeva čvorova mreža. Oni pokrivaju 25% potrošnje potrošača mreža. U svim ostalim čvorovima mreža priključeni su neuravnoteženi potrošači tipa 3PQ. Svaka mreža sastoji se od  $1,05 \times N$  grana (5% petlji). Kriterijumi konvergencije (6.3.14) – deo 6.3 za korekciju napona i uglova prilično su strogi i iznose  $10^{-6}$  r.j. Nelinearni deo modela tokova snaga se rešava koristeći se NRTS i KJTS. Početne aproksimacije napona i uglova napona čvorova jednake su faznim naponima balansnog čvora („flat start“). Performanse proračuna razvijenih metoda tokova snaga prikazane su na slici 7.1.2.1 (Intel Core i3-2120 CPU 3.3 GHz, 8 GB RAM).



Slika 7.1.2.1 – Performanse proračuna za slaboupetljane DMVD

Treća klasa numeričkih testova odnosi se na proračun tokova snaga upetljanih PMVD s brojem trofaznih čvorova  $N$  koji se takođe menja od 1000–10000 čvorova. Generatori svih tipova koji su dati u tabeli 6.2.2 (deo 6.2) priključeni su u 20% od ukupnog broja čvorova mreže. U svim ostalim čvorovima mreže priključeni su neuravnoteženi potrošači tipa 3PQ. Svaka mreža sastoji se od  $1,60 \times N$  grana (60% petlji).

Kriterijumi konvergencije (6.3.14) – deo 6.3 za korekciju napona i uglova ponovo iznosi  $10^{-6}$  r.j. Početne aproksimacije napona i uglova čvorova jednake su faznim naponima balansnog čvora (flat start). Performanse proračuna razvijenih metoda tokova snaga prikazane su na slici 7.1.2.2.



Slika 7.1.2.2 – Performanse proračuna za PMVD

Na osnovu brojnih numeričkih testova zaključeno je da performanse proračuna razvijenih metoda tokova snaga ne zavise od odnosa  $X/R$  rednih parametara grana sve dok je zadovoljen uslov da je  $\sqrt{R^2 + X^2}$  konstantan. Ovo je u potpunoj saglasnosti sa rezultatima prikazanim u [28], gde se koristi procedura BFS.

Na osnovu rezultata koji su prikazani u ovom delu mogu se izvesti sledeći zaključci vezani za proračun tokova snaga neuravnoteženih PMVD i DMVD:

- 1) Iz slučajeva 2–5 (mala mreža), očigledno je da se tradicionalna pofazna klasifikacija čvorova ne može primeniti za preciznu formulaciju nesimetričnih režima trofaznih PMVD i DMVD, čak i ako mreže sadrže samo tradicionalne AC mašine;
- 2) Da bi se AC mašine tretirale na pravi način u modelu, tradicionalni tipovi čvorova moraju se proširiti sa sledećim trofaznim tipovima čvorova:  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}$ ,  $P_{\Sigma}V$ , 3PQ (slučajevi 2 i 3) i dva tipa balansnog čvora –  $3\theta V$  i  $(\theta V)_{\Sigma}$ ;
- 3) Da bi se EREE tretirali na pravi način u modelu, prethodna klasifikacija čvorova mora se proširiti sa sledećim trofaznim tipovima čvorova:  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}V_{sim}$ ,  $P_{\Sigma}V_{sim}$ ,  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}I$ , i  $P_{\Sigma}VI$  (slučajevi 4, 5, i 6, 7, mala mreža);
- 4) Sa slika 7.1.2.1 i 7.1.2.2 može se zaključiti da vreme koje je potrebno za proračun tokova snaga PMVD i DMVD raste linearno s povećanjem broja grana, bez obzira na činjenicu da li je mreža radijalna ili (slabo)upetljana. Ova činjenica je rezultat primene tehnike retkih matrica za rešavanje sistema linearnih jednačina u svakoj iteraciji korišćenja NRTS i KJTS;
- 5) Veoma malo vreme proračuna tokova snaga razvijenim metodima (slike 7.1.2.1 i 7.1.2.2), koji je zasnovan na novoj klasifikaciji čvorova, dokazuje da se razvijeni metodi mogu vrlo uspešno primeniti za on-line proračune unutar EMS i DMS kojima se vode mreže velikih dimenzija.

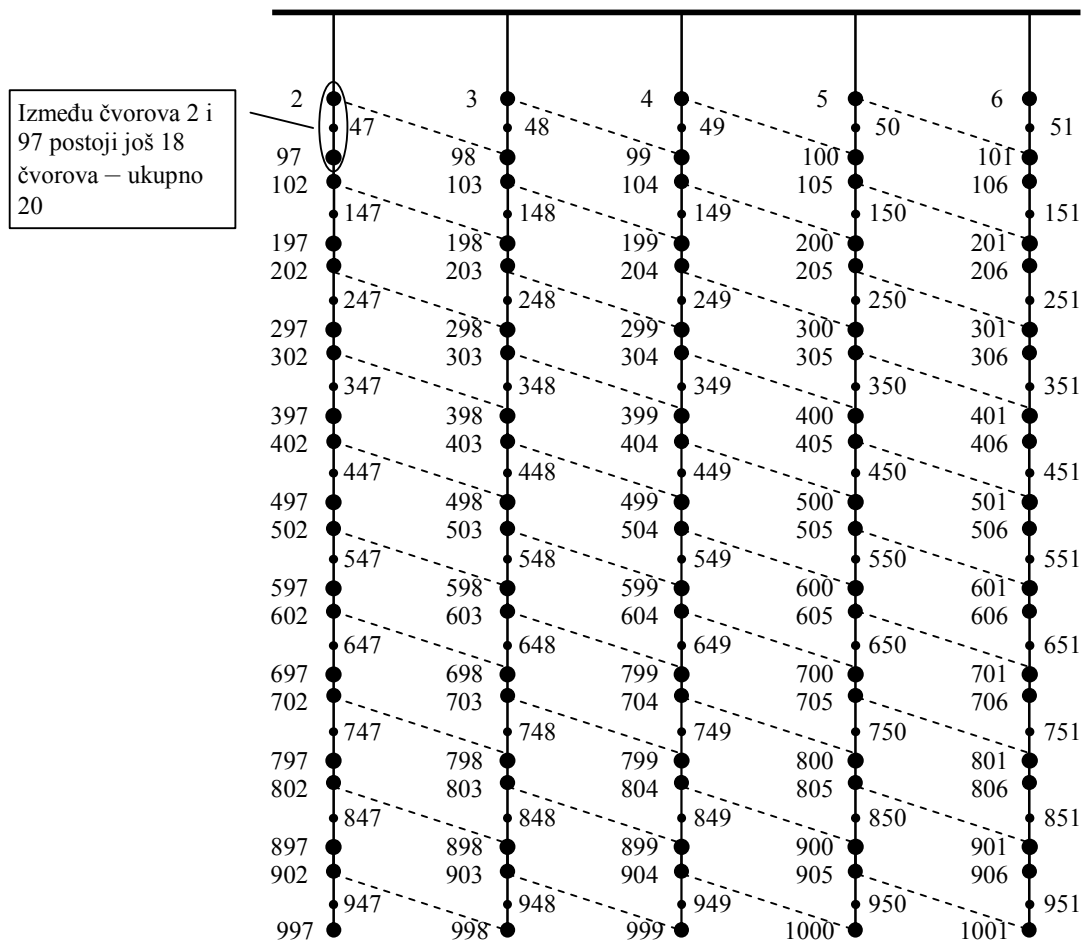
## **7.2 POREĐENJE PERFORMANSI POSTUPAKA ZA PRORAČUN TOKOVA SNAGA ZASNOVANIH NA ČVOROVIMA I POSTUPAKA ZASNOVANIH NA GRANAMA**

Za razliku od prenosnih mreža koje su upetljane, distributivne mreže su radijalne ili slaboupetljane. Pojavom DER, distributivne mreže postaju aktivne, odnosno unutar njih samih se pokrivaju delovi njihovih potrošnji (odnosno celokupne potrošnje mikromreža u izolovanom pogonu, ali one nisu predmet ove disertacije).

Osnovni cilj ove disertacije bio je da se utvrdi nova klasifikacija čvorova PMVD i DMVD i verifikuje primenom metoda za proračun tokova snaga zasnovanog na čvorovima. Pored toga, želeo se otvoriti put za definitivni izbor metoda za proračun tokova snaga DMVD: metodi zasnovani na čvorovima ili oni zasnovani na granama. Zato će se poređenje tih metoda uraditi numerički samo za simetrične režime DMVD. U glavi 3 je dat pregled metoda kojima se kola modeluju, a u glavi 4 je dat pregled procedura za proračun simetričnih tokova snaga. Prvo će se koristiti dve procedure koje su orijentisane na čvorove. To su procedure zasnovane na generičkom Njutn-Rafsonovom iterativnom postupku (paragraf 2.2.1) – NRTS i procedura zasnovana na fiksnom Njutnovom metodu (paragraf 2.2.2.1) – KJTS. Sa njima će biti upoređena i procedura koja je razvijena u ovoj disertaciji. To je unapređena procedura sumiranja struja i korekcija napona (USSKN – procedura orijentisana na grane) u kojoj je integrisan postupak za simultani tretman petlji i čvorova tipa PV (tačka 4.2.1.3). Ovo je urađeno s ciljem da se otvori put za ispitivanje performansi metoda zasnovanih na čvorovima (detaljno urađenih u disertaciji) i onih zasnovanih na granama za proračun slaboupetljanih aktivnih DMVD.

Razmatra se radijalna srednjenaponska (distributivna) mreža 20 [kV]. Mreža se sastoji od 5 izvoda („fidera“) koji se napajaju sa istog korena (slika 7.2.1). Na svakom izvodu, nalazi se po 200 čvorova (mreža ima ukupno 1001 čvorova). Mreža je uravnotežena i nalazi se u simetričnom režimu. Procenat petlji se povećava od 0–24% od ukupnog broja sekcija, a broj čvorova tipa PV od 0–20% od ukupnog broja čvorova mreže. Petlje su formirane tako što su insertovani „linkovi“ (povezne sekcije) između čvorova dva susedna izvoda. Oni su prikazani isprekidanim linijama na slici 7.2.1. Mreža s te slike ima 4% linkova (isprekidanih linija) u odnosu na ukupan broj sekcija kada je mreža radijalna (mreža bez linkova). To znači da mreža ima 4% petlji. U toj mreži je priključeno 5% čvorova tipa PV, koji su prikazani manjim kružićima. Na slici 7.2.2 data je ista mreža ali sa 8% petlji i istim brojem procenata čvorova tipa PV. Iz opisane mreže, izvodi se mreža sa 5001 i 10001 čvorova koje su dobijene „preslikavanjem“ originalne mreže pet i deset puta, respektivno.

Dakle, za proračun tokova snaga svih mreža, koristiće se: 1) postupak zasnovan na direktnoj primeni Kirhofovih zakona – USSKN (paragraf 4.2.1), pri čemu se čvorovi prekida petlji uvek biraju na jednom od krajeva insertovanih linkova; 2) postupak zasnovan na metodu nezavisnih napona, odnosno njegove dve varijante – NRTS i KJTS. Brojevi iteracija procedura USSKN, NRTS i KJTS u zavisnosti od procenata petlji i čvorova tipa PV za sve tri mreže koje sadrže 1001, 5001 i 10001 čvorova, respektivno dati su u tabeli 7.2.1. Za sve tri mreže, broj iteracija je isti (druga i treća mreža su dobijene preslikavanjem originalne mreže).



Slika 7.2.1 – Mreža sa 1001 čvorova, 4% petlji i 5% čvorova tipa PV

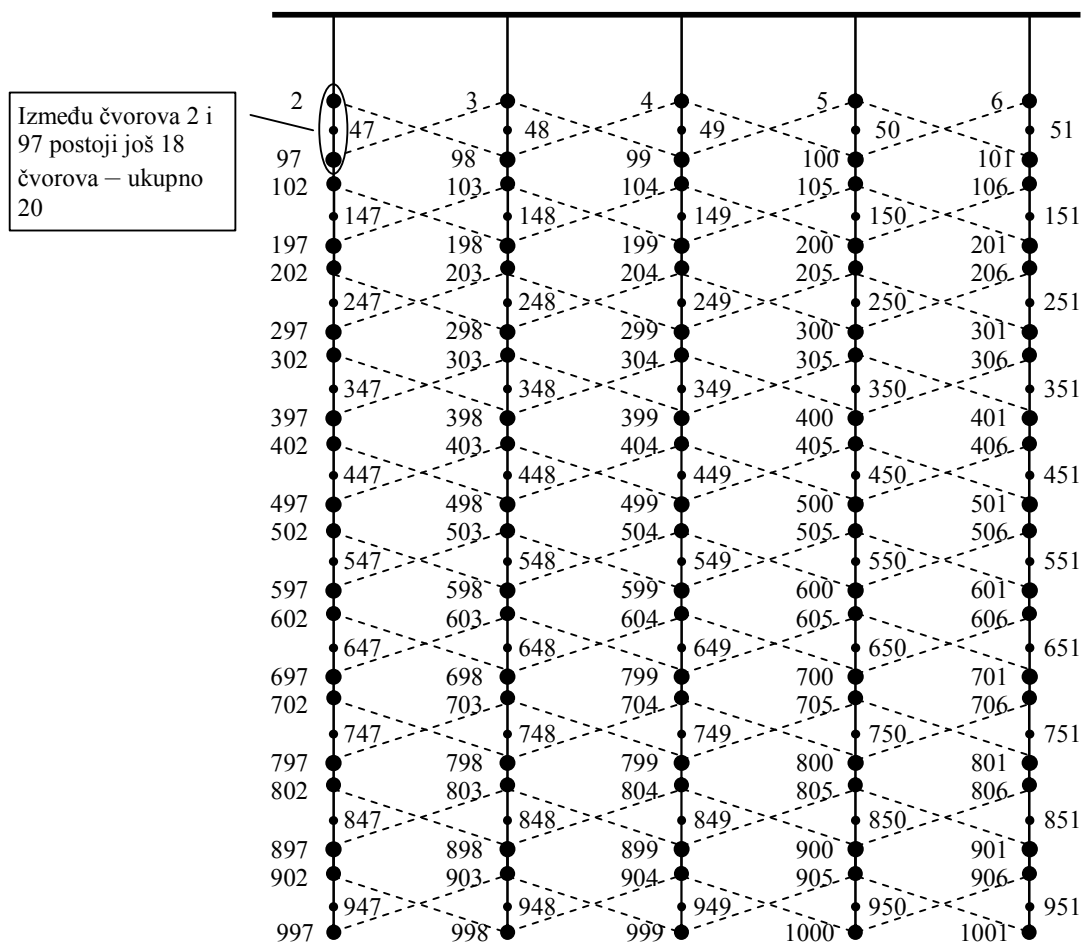
Na osnovu rezultata prikazanih u tabeli 7.2.1 može se zaključiti sledeće:

- 1) Za radijalne mreže (0% petlji), mali broj čvorova tipa PV (do 5%) prilično utiče na povećanje broja iteracija kod primene oba metoda – USSKN i NRTS (za pedeset procenata raste kod USSKN, a udvostručuje se kod NRTS). Posle toga se broj iteracija praktično ne menja s porastom broja čvorova tipa PV.
- 2) Prilikom prelaska mreže u slabopetljanu, sa 4% petlji, broj iteracija USSKN ekscesno raste i opada s porastom broja čvorova tipa PV, u odnosu na drastičan inicijalni rast. Broj iteracija NRTS, u odnosu na radijalnu mrežu, praktično se ne menja. Tumačenje ekscesnog porasta broja iteracija primene USSKN na mrežu s malim brojem petlji (4%) tumači se na sledeći način: kada bi se linkovima povezivali čvorovi istih napona u radijalnoj mreži, tada se broj iteracija proračuna slabopetljane mreže primenom USSKN, u odnosu na radijalnu mrežu, ne bi promenio (deo 7.3). U primeru koji se razmatra (4% petlji) učinjeno je upravo suprotno – linkovi su birani „tendenciozno“ s ciljem da se njima povezuju čvorovi prilično različitih napona, što izaziva velike kompenzacione struje, pa tako i veliki broj iteracija (početne vrednosti kompenzacionih struja se uvek biraju da budu jednake nuli). Time se dokazuje da „nespretno“ izabrani čvorovi prekida petlji slabopetljane mreže može da dovede do radikalnog porasta broja iteracija USSKN. U delu 7.3 to je dokazano

na maloj mreži bez petlji i sa jednom petljom kada se broj iteracija značajno povećava, kao i sa dve petlje kada se broj iteracija smanjuje.

- 3) Kada se mreža upetlja na nivou 8% (slika 7.2.2) do 24% petlji, broj iteracija se ustali i čak ne zavisi od broja čvorova tipa PV (0–20%). To važi za oba metoda – USSKN i NRTS. Ta činjenica se tumači na sledeći način: povećavanjem broja petlji i čvorova tipa PV kojima se održavaju naponi na vrednostima napona korena, naponi mreža se jako približavaju naponu korena (flat start-u).
- 4) U radijalnoj mreži (0% petlji) i slaboupetljanoj mreži sa 4% petlji, KJTS praktično uvek divergira. To je rezultat činjenice da su naponi čvorova mreže „jako“ različiti od napona korena (flat start-a). Posle toga i taj metod se ustali na dvostrukom broju iteracija u odnosu na NRTS, odnosno na neznatno manjem broju iteracija u odnosu na USSKN.

Vremena proračuna mreža čiji su rezultati dati u tabeli 7.2.1, prikazana su u tabelama 7.2.2, 7.2.3 i 7.2.4. Mala vremena proračuna, reda stotinak milisekundi za mreže od 5000 do 10000 čvorova, govore o tome da se razvijeni metodi mogu primeniti u on-line proračunima tokova snaga neuravnoteženih DMVD.



Slika 7.2.2 – Mreža sa 1001 čvorova, 8% petlji i 5% čvorova tipa PV

Tabela 7.2.1 – Broj iteracija u zavisnosti od procenata petlji i čvorova tipa PV za mreže koje sadrže 1001, 5001 i 10001 čvorova (prazne ćelije u tabeli ukazuju na to da KJTS divergira)

Procenat petlji	Procenat čvorova tipa PV	Broj iteracija		
		USSKN	NRTS	KJTS
0%	0%	7	4	9
	5%	11	9	
	10%	11	10	
	15%	11	10	
	20%	10	10	
4%	0%	29	4	12
	5%	27	8	
	10%	23	9	
	15%	20	9	
	20%	17	9	
8%	0%	8	3	6
	5%	8	4	7
	10%	8	4	6
	15%	8	4	6
	20%	7	4	6
12%	0%	8	3	6
	5%	8	4	7
	10%	8	4	6
	15%	8	4	6
	20%	7	4	6
16%	0%	8	3	6
	5%	8	4	7
	10%	8	4	6
	15%	8	4	6
	20%	7	4	6
20%	0%	8	3	6
	5%	8	4	7
	10%	8	4	6
	15%	8	4	6
	20%	7	4	6
24%	0%	8	3	6
	5%	8	4	7
	10%	8	4	6
	15%	8	4	6
	20%	7	4	6

Tabela 7.2.2 – Vremena proračuna u zavisnosti od procenata petlji i čvorova tipa PV za mreže koje sadrže 1001čvorova (prazne ćelije u tabeli ukazuju na to da KJTS divergira)

Procenat petlji	Procenat čvorova tipa PV	Vreme [ms]		
		USSKN	NRTS	KJTS
0%	0%	0,489	16,593	5,996
	5%	1,893	37,861	
	10%	2,018	42,359	
	15%	2,226	42,302	
	20%	2,267	39,411	
4%	0%	7,233	19,105	6,380
	5%	6,146	40,565	
	10%	6,599	44,278	
	15%	6,661	44,528	
	20%	6,770	42,567	
8%	0%	2,454	15,647	5,860
	5%	2,922	21,518	6,287
	10%	3,999	21,060	6,162
	15%	4,642	20,790	6,178
	20%	3,864	19,594	5,814
12%	0%	2,948	16,801	6,266
	5%	3,401	23,229	6,750
	10%	4,092	22,677	6,620
	15%	4,035	22,079	6,547
	20%	3,760	21,216	6,266
16%	0%	3,630	17,493	6,537
	5%	4,118	24,669	7,030
	10%	4,352	23,400	6,734
	15%	5,013	23,837	6,984
	20%	4,826	22,339	6,516
20%	0%	4,524	18,247	6,796
	5%	4,722	25,069	7,296
	10%	4,930	24,903	7,192
	15%	6,011	24,269	7,082
	20%	5,621	23,785	6,930
24%	0%	5,491	18,705	6,906
	5%	6,016	26,676	7,670
	10%	6,167	25,049	7,228
	15%	7,119	24,934	7,280
	20%	7,004	24,118	7,025



Tabela 7.2.3 – Vremena proračuna u zavisnosti od procenata petlji i čvorova tipa PV za mreže koje sadrže 5001čvorova (prazne ćelije u tabeli ukazuju na to da KJTS divergira)

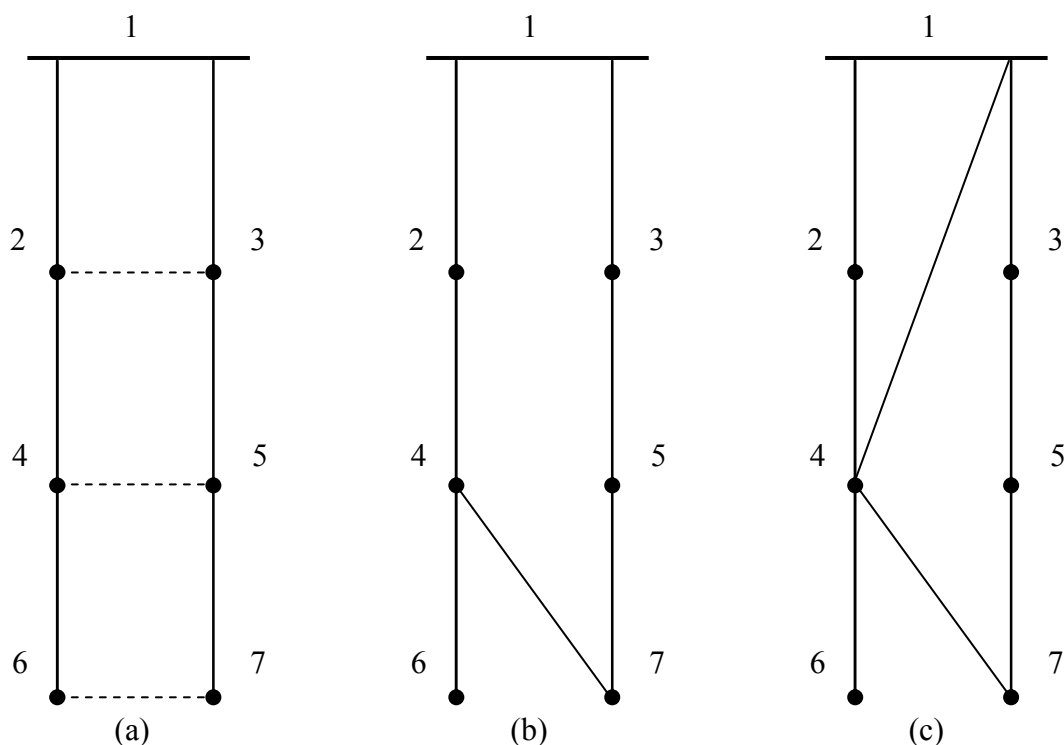
Procenat petlji	Procenat čvorova tipa PV	Vreme [ms]		
		USSKN	NRTS	KJTS
0%	0%	2,584	93,460	32,609
	5%	9,271	213,518	
	10%	10,702	229,897	
	15%	11,794	230,205	
	20%	11,934	220,492	
4%	0%	29,469	108,479	35,209
	5%	30,847	216,176	
	10%	32,095	239,096	
	15%	33,410	241,755	
	20%	34,097	225,91	
8%	0%	11,497	88,005	32,703
	5%	13,842	117,048	34,389
	10%	15,923	114,968	34,419
	15%	19,121	117,256	35,714
	20%	18,819	109,367	33,816
12%	0%	15,330	91,905	34,346
	5%	17,847	123,277	36,026
	10%	20,696	122,346	36,379
	15%	23,561	122,320	36,717
	20%	25,851	114,318	35,235
16%	0%	21,206	97,610	35,724
	5%	22,807	127,468	37,154
	10%	24,456	123,416	36,941
	15%	28,413	125,700	37,591
	20%	27,264	118,400	36,442
20%	0%	24,503	99,768	37,087
	5%	26,884	133,64	39,042
	10%	30,633	131,332	38,761
	15%	32,531	132,986	39,489
	20%	31,835	131,535	38,199
24%	0%	29,011	103,449	38,017
	5%	32,511	139,210	40,352
	10%	35,074	135,294	39,770
	15%	39,780	135,378	40,399
	20%	36,868	128,846	38,979

Tabela 7.2.4 – Vremena proračuna u zavisnosti od procenata petlji i čvorova tipa PV za mreže koje sadrže 10001čvorova (prazne ćelije u tabeli ukazuju na to da KJTS divergira)

Procenat petlji	Procenat čvorova tipa PV	Vreme [ms]		
		USSKN	NRTS	KJTS
0%	0%	8,014	204,767	70,668
	5%	31,684	467,301	
	10%	31,216	507,159	
	15%	33,837	500,514	
	20%	33,213	483,400	
4%	0%	86,393	233,065	75,48
	5%	102,914	468,767	
	10%	91,058	516,956	
	15%	103,117	516,644	
	20%	102,571	492,729	
8%	0%	32,448	188,449	69,951
	5%	36,598	253,330	75,473
	10%	41,917	248,681	76,206
	15%	49,515	262,050	79,342
	20%	48,485	268,899	76,393
12%	0%	41,637	197,638	72,977
	5%	47,362	269,086	78,937
	10%	53,867	261,676	79,576
	15%	67,860	265,654	82,852
	20%	57,549	249,804	80,606
16%	0%	52,058	26,467	76,378
	5%	59,639	274,468	81,448
	10%	68,110	267,760	81,370
	15%	73,118	270,178	83,929
	20%	70,138	258,665	82,696
20%	0%	66,113	214,798	79,342
	5%	72,197	287,947	85,051
	10%	80,216	281,067	84,974
	15%	94,812	284,281	87,704
	20%	85,286	272,253	86,066
24%	0%	79,295	221,475	81,885
	5%	87,735	293,375	86,487
	10%	99,716	291,628	87,875
	15%	107,173	297,104	91,307
	20%	97,969	280,100	88,343

### 7.3 DEMONSTRACIJA UTICAJA PETLJI NA PRORAČUNE TOKOVA SNAGA PROCEDURAMA ORIJENTISANIM NA GRANE

Na slici 7.3.1 prikazana je mala radijalna distributivna mreža (bez uvaženih linkova prikazanim isprekidanim linijama). Mreža se sastoji od dva izvoda napajana sa istog čvora 1 – korena. Deonice 1-2, 1-3, 2-4, 3-5 su dužine 1 [km], a deonice 4-6, 5-7 su dužine 2 [km]. Potrošači su priključeni u čvorovima 6 i 7. Njihove snage su međusobno iste i iznose 18 [MW] i 9 [MVar]. Dakle, oba izvoda su međusobno ista, pa i korespondentni režimi su međusobno isti (npr. naponi parova čvorova 2-3, 4-5 i 6-7 međusobno su jednaki).



Slika 7.3.1 – Mala radijalna distributivna mreža sa mogućim petljama (linkovima 2-3, 4-5 i 6-7 izvučenim isprekidanim linijama) (a), sa jednom petljom (link 4-7 izvučen punom linijom) (b) i sa dve petlje (linkovi 1-4 i 4-7 izvučeni punim linijama) (c)

Za radijalnu mrežu sa slike 7.3.1 broj iteracija proračuna je dat u tabeli 7.3.1. To je 8. Proračun je vršen primenom postupka USSKN. Ako se doda samo jedan link, bilo koja dva ili sva tri linka (isprekidane linije na slici 7.3.1a), rezultati proračuna tokova snaga i broj iteracija (8) ne menjaju se. To je rezultat međusobne jednakosti napona čvorova koji se povezuju tim linkovima. Dakle, u takvim situacijama, proračunom tokova snaga dobijaju se isti rezultati u istom broju iteracija, nezavisno od broja linkova kojima se povezuju čvorovi istih napona. Ako se na osnovnu radijalnu mrežu sa slike 7.3.1a (bez linkova izvučenim isprekidanim linijama), doda link 4-7 dužine 0,06 [km] – slika 7.3.1b, broj iteracija poraste na 12 (za 50%). Kada se pored linka 4-7 doda i link između čvorova 1 i 4 dužine 0,06 [km], broj iteracija se prepolovi u odnosu na mrežu s jednim linkom, odnosno padne sa 8 (za osnovnu radijalnu mrežu) na 6.

Tabela 7.3.1 – Broj iteracija za proračun male mreže primenom USSKN u zavisnosti od broja petlji

	<b>Struktura male mreže</b>	<b>Broj iteracija</b>
<b>1</b>	Radialna mreža, mreža sa jednom petljom, sa dve petlje i sa tri petlje (kombinacije linkova 2-3, 4-5 i 6-7)	8
<b>2</b>	Jedna petlja (link 4-7)	12
<b>3</b>	Dve petlje (linkovi 1-4 i 4-7)	6

Na osnovu dosadašnjih izlaganja, naročito onih u ovom delu, očigledno je da se ne može prihvatiti načelan stav da se brojevi iteracija proračuna tokova snaga orijentisanih na grane povećavaju s brojevima petlji. Dalje, vrlo je teško utvrditi kvantitativnu definiciju slaboupetljane distributivne mreže.

## 8 ZAKLJUČAK

U ovoj disertaciji su obrađeni proračuni nesimetričnih tokova snaga neuravnoteženih PMVD i aktivnih DMVD. Pri tome su postignuti sledeći ciljevi koji su postavljeni u Uvodu:

- 1) Dat je dokaz da tradicionalna klasifikacija čvorova nije dovoljna da se precizno modeluju i reše nesimetrični tokovi snaga neuravnoteženih savremenih PMVD i aktivnih DMVD s tradicionalnim AC mašinama, a naročito sa EREE;
- 2) Zbog toga je u ovoj disertaciji tradicionalna klasifikacija čvorova radikalno proširena sa tri na dvanaest tipova. Nova klasifikacija čvorova sastoji se od tri tradicionalna tipa čvorova: 1)  $\theta V$  – balansni čvor, 2) PQ, 3) PV; sedam trofaznih tipova čvorova: 4)  $(\theta V)_{\Sigma}$  – prva varijanta trofaznog balansnog čvora, 5)  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}$ , 6)  $P_{\Sigma}V$ , 7)  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}V_{sim}$ , 8)  $P_{\Sigma}V_{sim}$ , 9)  $P_{\Sigma}Q_{\Sigma}I$ , 10)  $P_{\Sigma}VI$ ; takođe i dva trofazna tipa koja su izvedena iz tradicionalnih tipova čvorova: 11)  $3\theta V$  – druga varijanta trofaznog balansnog čvora i 12) tip čvora 3PQ;
- 3) Novi matematički model tokova snaga, iako prilično složen, utvrđuje se vrlo jednostavno koristeći se principom inspekcije koji je u ovoj disertaciji generalizovan na osnovu tog principa primenjenog kod tradicionalnih modela tokova snaga;
- 4) Novi matematički model tokova snaga razvijen je u domenu simetričnih komponenti;
- 5) Na osnovu nove klasifikacije čvorova, razvijeni su odgovarajući novi matematički metodi za proračun nesimetričnih tokova snaga PMVD i aktivnih DMVD. Odgovarajući model mreže je zasnovan na čvorovima (na metodu nezavisnih napona čvorova). Predložene su dve varijante za rešenje matematičkog modela u delu koji se odnosi na simetriju direktnog redosleda. To su NRTS i KJTS. To je urađeno zbog toga što se tim metodima mogu proračunavati tokovi snaga kako PMVD tako i DMVD. BRTS nije korišćen pošto nije upotrebljiv za proračun tokova snaga distributivnih mreža;
- 6) Novom klasifikacijom čvorova i odgovarajućim metodom tokova snaga omogućena je vrlo precizna formulacija i on-line proračun modela nesimetričnih tokova snaga PMVD i DMVD koje sadrže tradicionalne AC mašine, a naročito EREE. Ta preciznost metoda tokova snaga je rezultat toga što su novom klasifikacijom čvorova obuhvaćene sve praktično primenjene upravljačke strategije tradicionalnih AC mašina, a naročito EREE u nesimetričnim režimima;
- 7) Pošto je za proračun dela modela tokova snaga koji se odnosi na direktni redosled, korišćen tradicionalni Njutn-Rafsonov metod robusnost predloženog metoda je direktno preneti iz tradicionalnog NRTS primenjenog za proračun simetričnih tokova snaga;
- 8) Predložena nova klasifikacija čvorova i odgovarajući metod za proračun nesimetričnih tokova snaga verifikovani su softverom koji je razvijen koristeći se programskim jezikom FORTRAN 2013;
- 9) Pošto je vreme potrebno za proračun tokova snaga predloženim metodom veoma malo, on se može uspešno primeniti za on-line proračune kako PMVD, tako i aktivnih DMVD;
- 10) Za proračun tokova snaga slaboupetljenih savremenih aktivnih DMVD predloženo je unapređenje SSKN koji su zasnovani na granama – USSKN. To unapređenje je učinjeno imajući u vidu sve veći broj EREE u aktivnim DMVD, čiji se naponi i struje mogu kontrolisati. Ono je verifikovano samo za simetrične

tokove snaga DMVD. Time je otvoren put ka analizi performansi i izboru definitivnog metoda za proračun slaboupetljanih aktivnih DMVD;

- 11) Predložena nova klasifikacija čvorova predstavlja vrlo kvalitetnu osnovu za standardizaciju tipova čvorova metoda tokova snaga savremenih neuravnoteženih PMVD i DMVD, kao što je tradicionalna klasifikacija čvorova ( $\theta V$ , PQ i PV) standardizovana za tradicionalne metode proračuna simetričnih tokova snaga uravnoteženih PMVD i DMVD.

Iz rezultata istraživanja predstavljenih u ovoj disertaciji mogu se utvrditi dalja istraživanja u sledećim pravcima:

- 1) Primena BRTS za rešavanje dela razvijenog modela tokova snaga savremenih neuravnoteženih PMVD, koji se odnosi na direktni redosled. Istražiti optimalnu kombinovanu primenu NRTS, KJTS i BRTS prilikom rešavanja tog dela razvijenog modela savremenih neuravnoteženih PMVD koje su jako opterećene;
- 2) Razvoj metoda za proračun nesimetričnih tokova snaga savremenih neuravnoteženih aktivnih DMVD zasnovanih na granama, koristeći se novom klasifikacijom čvorova;
- 3) Razvoj procedura za proračun nesimetričnih tokova snaga savremenih neuravnoteženih višefaznih (miksovanih) DMVD u domenu simetričnih komponenti i uporediti ga sa odgovarajućim metodima u faznom domenu.

## 9 PRILOZI

U ovoj glavi obrađeni su opšti model rednih elemenata – deo 9.1 i model trofaznog voda u domenu simetričnih komponenti – deo 9.2. Na osnovu tih modela izveden je model mreže u nesimetričnom režimu koji sadrži vodove koji su međusobno induktivno i kapacitivno spregnuti, kao i neuravnoteženih (netransponovanih) vodova s golim provodnicima.

### 9.1 OPŠTI MODEL INDUKTIVNO I KAPACITIVNO SPREGNUTIH REDNIH ELEMENATA U FAZNOM DOMENU

Model bilo kog (ne)uravnoteženog  $n$ -faznog rednog elementa  $k$ , koji nije induktivno i kapacitivno spregnut s drugim elementima, čini sledećih  $2n$  relacija u vidu metoda nezavisnih napona čvorova [63]:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{J}}_{k1} \\ \hat{\mathbf{J}}_{k2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Y}}_{k11} & \hat{\mathbf{Y}}_{k12} \\ \hat{\mathbf{Y}}_{k21} & \hat{\mathbf{Y}}_{k22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{U}}_{k1} \\ \hat{\mathbf{U}}_{k2} \end{bmatrix}. \quad (9.1.1)$$

Ovoj relaciji se može dati sledeća razvijenija forma:

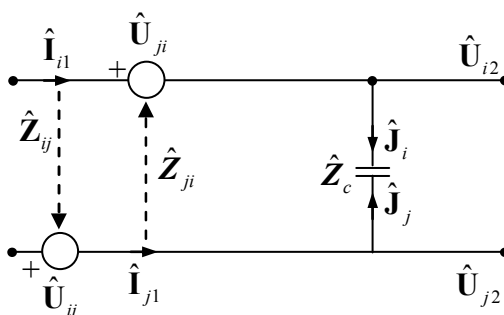
$$\hat{\mathbf{J}}_{k1} = \hat{\mathbf{Y}}_{k11} \hat{\mathbf{U}}_{k1} + \hat{\mathbf{Y}}_{k12} \hat{\mathbf{U}}_{k2}, \quad (9.1.2a)$$

$$\hat{\mathbf{J}}_{k2} = \hat{\mathbf{Y}}_{k21} \hat{\mathbf{U}}_{k1} + \hat{\mathbf{Y}}_{k22} \hat{\mathbf{U}}_{k2}, \quad (9.1.2b)$$

pri čemu su korišćene sledeće oznake:

- 1)  $\hat{\mathbf{J}}_{k1}$ ,  $\hat{\mathbf{J}}_{k2}$  – subvektori injektiranih faznih struja čvorova  $k1$  i  $k2$  rednog elementa  $k$ ;
- 2)  $\hat{\mathbf{U}}_{k1}$ ,  $\hat{\mathbf{U}}_{k2}$  – subvektori faznih napona čvorova  $k1$  i  $k2$  rednog elementa  $k$ ;
- 3)  $\hat{\mathbf{Y}}_{k11}$ ,  $\hat{\mathbf{Y}}_{k12}$ ,  $\hat{\mathbf{Y}}_{k21}$  i  $\hat{\mathbf{Y}}_{k22}$  – submatrice matrice admitansi elementa  $k$  dimenzija  $(n \times n)$  u faznom domenu. Matrica admitansi elementa  $k$  je simetrična [ $(\hat{\mathbf{Y}}_{k21})^T = \hat{\mathbf{Y}}_{k12}$ ].

Načelna šema dva međusobno spregnuta elementa  $i$  i  $j$  su prikazana na slici 9.1.1. Na slici su naglašene samo induktivne i kapacitivne sprege.



Slika 9.1.1 – Načelna šema dva međusobno spregnuta elementa

Iz formalnih razloga, induktivna sprega je prikazana na početku elementa, a kapacitivna na kraju elementa, pri čemu su korišćene sledeće oznake:

- 1)  $\hat{\mathbf{I}}_{i1}$ ,  $\hat{\mathbf{I}}_{j1}$  – vektori faznih struja na počecima elemenata  $i$  i  $j$ ;

- 2)  $\hat{\mathbf{U}}_{i2}, \hat{\mathbf{U}}_{j2}$  – vektori faznih napona na krajevima elemenata  $i$  i  $j$ ;  
 3)  $\hat{\mathbf{J}}_i, \hat{\mathbf{J}}_j$  – vektori faznih kapacitivnih struja.

Dimenzije ovih vektora su određene brojem faza odgovarajućih elemenata  $n_i$  i  $n_j$ .

Relacije kojima su opisani indukovani naponi elemenata koji predstavljaju induktivnu spregu glase (slika 9.1.1):

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{U}}_{ij} &= \hat{\mathbf{Z}}_{ij} \hat{\mathbf{I}}_{i1}, \\ \hat{\mathbf{U}}_{ji} &= \hat{\mathbf{Z}}_{ji} \hat{\mathbf{I}}_{j1}, \\ \hat{\mathbf{Z}}_{ji} &= \hat{\mathbf{Z}}_{ij}^T.\end{aligned}\tag{9.1.3}$$

Dimenzije matrica impedansi  $\hat{\mathbf{Z}}_{ij}$  i  $\hat{\mathbf{Z}}_{ji}$  koje opisuju induktivnu spregu su dimenzija  $n_i \times n_j$  i  $n_j \times n_i$ , respektivno. Ako se promeni smer struja  $\hat{\mathbf{I}}_{i1}$  ( $\hat{\mathbf{I}}_{j1}$ ), onda će se znak napona  $\hat{\mathbf{U}}_{ij}$  ( $\hat{\mathbf{U}}_{ji}$ ) takođe promeniti.

Relacije kojima se opisuju kapacitivne sprege glase:

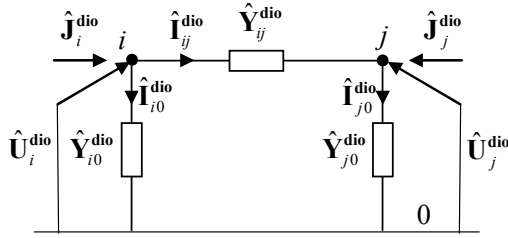
$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{J}}_i \\ \hat{\mathbf{J}}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Y}}_{ii} & \hat{\mathbf{Y}}_{ij} \\ \hat{\mathbf{Y}}_{ji} & \hat{\mathbf{Y}}_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{U}}_{i2} \\ \hat{\mathbf{U}}_{j2} \end{bmatrix}, (\hat{\mathbf{Y}}_{ji} = \hat{\mathbf{Y}}_{ij}^T).\tag{9.1.4}$$

Submatrice  $\hat{\mathbf{Y}}_{ii}, \hat{\mathbf{Y}}_{ij}, \hat{\mathbf{Y}}_{ji}$  i  $\hat{\mathbf{Y}}_{jj}$  su dimenzija  $n_i \times n_i, n_i \times n_j, n_j \times n_i$  i  $n_j \times n_j$ , respektivno.

## 9.2 MODEL TROFAZNOG VODA U DOMENU SIMETRIČNIH KOMPONENTI

Sekcije trofaznih vodova, u domenu simetričnih komponenti, modeluju se pogonskim  $\Pi$  kolima. Načelna šema trofaznog voda koji je priključen između čvorova  $i$  i  $j$  prikazana je na slici 9.2.1. Sa  $\hat{\mathbf{Y}}_{ij}^{\text{dio}}, \hat{\mathbf{Y}}_{i0}^{\text{dio}}$  i  $\hat{\mathbf{Y}}_{j0}^{\text{dio}}$  označeni su matricni reprezentanti rednih i otočnih parametara voda. Matricni reprezentanti otočnih parametara na oba kraja voda međusobno su jednaki ( $\hat{\mathbf{Y}}_{i0}^{\text{dio}} = \hat{\mathbf{Y}}_{j0}^{\text{dio}}$ ). Vektori  $\hat{\mathbf{U}}_i^{\text{dio}}, \hat{\mathbf{U}}_j^{\text{dio}}$  označavaju simetrične komponente napona direktnog, inverznog i nultog redosleda čvorova  $i$  i  $j$ ; vektori  $\hat{\mathbf{I}}_{ij}^{\text{dio}}, \hat{\mathbf{I}}_{i0}^{\text{dio}}, \hat{\mathbf{I}}_{j0}^{\text{dio}}$  označavaju simetrične komponente struja direktnog, inverznog i nultog redosleda redne grane i otočnih grana, respektivno; vektori  $\hat{\mathbf{J}}_i^{\text{dio}}$  i  $\hat{\mathbf{J}}_j^{\text{dio}}$  označavaju simetrične komponente injektiranih struja čvorova  $i$  i  $j$  sva tri redosleda. Ako je trofazni vod uravnotežen (transponovan), matricni reprezentanti rednih i otočnih parametara voda su dijagonalne matrice. Model takvog voda se može predstaviti sa tri raspregnuta pogonska kola direktnog, inverznog i nultog redosleda. U slučaju neuravnoteženog voda, model je složeniji i sastoji se iz tri međusobno induktivno i kapacitivno spregnuta pogonska  $\Pi$  kola direktnog, inverznog i nultog redosleda.





Slika 9.2.1 – Načelna šema trofaznog voda između čvorova  $i$  i  $j$

U neuravnoteženom vodu u domenu simetričnih komponenti, na režim pogonskog kola bilo kog redosleda utiču režimi kola preostala dva pogonska kola. Ovi uticaji se modeluju – supstituišu (kompenzuju) injektiranim strujama na krajevima razmatranih pogonskih  $\Pi$  kola. Injektirane struje su utoliko veće, ukoliko su sprege unutar neuravnoteženog voda u domenu simetričnih komponenti jače. Ako se međusobni uticaji režima pogonskih kola sva tri redosleda, umesto admitansama (kojima su modelovane induktivne i kapacitivne sprege), modeluju injektiranim strujama na krajevima pogonskih  $\Pi$  kola, neuravnoteženi vod se može prikazati sa tri međusobno raspregnuta pogonska  $\Pi$  kola sva tri redosleda. Ove injektirane struje nazivaju su *kompenzacione struje*, zato što se njihovim injektiranjem na krajevima pogonskih  $\Pi$  kola jednog redosleda, kompenzuju uticaji ostala dva pogonska kola.

Takav model netransponovanog voda u domenu simetričnih komponenti naziva se raspregnuti – kompenzacioni model. Izrazi za proračunavanje kompenzacionih struja dobijaju se polazeći iz standardnog modela koji je napisan saglasno s Kirhofovim zakonima u admitantnim – matičnim formama:

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_{ij}^d \\ \hat{I}_{ij}^i \\ \hat{I}_{ij}^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{ij}^{dd} & \hat{Y}_{ij}^{id} & \hat{Y}_{ij}^{od} \\ \hat{Y}_{ij}^{di} & \hat{Y}_{ij}^{ii} & \hat{Y}_{ij}^{oi} \\ \hat{Y}_{ij}^{do} & \hat{Y}_{ij}^{io} & \hat{Y}_{ij}^{oo} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_i^d - \hat{U}_j^d \\ \hat{U}_i^i - \hat{U}_j^i \\ \hat{U}_i^o - \hat{U}_j^o \end{bmatrix}, \quad (9.2.1a)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_{i0}^d \\ \hat{I}_{i0}^i \\ \hat{I}_{i0}^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{i0}^{dd} & \hat{Y}_{i0}^{id} & \hat{Y}_{i0}^{od} \\ \hat{Y}_{i0}^{di} & \hat{Y}_{i0}^{ii} & \hat{Y}_{i0}^{oi} \\ \hat{Y}_{i0}^{do} & \hat{Y}_{i0}^{io} & \hat{Y}_{i0}^{oo} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_i^d \\ \hat{U}_i^i \\ \hat{U}_i^o \end{bmatrix}, \quad (9.2.1b)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_{j0}^d \\ \hat{I}_{j0}^i \\ \hat{I}_{j0}^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{j0}^{dd} & \hat{Y}_{j0}^{id} & \hat{Y}_{j0}^{od} \\ \hat{Y}_{j0}^{di} & \hat{Y}_{j0}^{ii} & \hat{Y}_{j0}^{oi} \\ \hat{Y}_{j0}^{do} & \hat{Y}_{j0}^{io} & \hat{Y}_{j0}^{oo} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_j^d \\ \hat{U}_j^i \\ \hat{U}_j^o \end{bmatrix}. \quad (9.2.1c)$$

Relacije (9.2.1a) mogu da se zapišu na sledeći način:

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_{ij}^d \\ \hat{I}_{ij}^i \\ \hat{I}_{ij}^o \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta \hat{I}_{ij}^d \\ \Delta \hat{I}_{ij}^i \\ \Delta \hat{I}_{ij}^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{ij}^{dd} & 0 & 0 \\ 0 & \hat{Y}_{ij}^{ii} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{Y}_{ij}^{oo} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_i^d - \hat{U}_j^d \\ \hat{U}_i^i - \hat{U}_j^i \\ \hat{U}_i^o - \hat{U}_j^o \end{bmatrix}, \quad (9.2.2)$$

gde su sa  $\Delta\hat{I}_{ij}^d$ ,  $\Delta\hat{I}_{ij}^i$  i  $\Delta\hat{I}_{ij}^o$  označene kompenzacione struje (rednih grana) kojima se modeluju induktivne sprege unutar rednih grana neuravnoteženog voda i one se izražavaju sledećim relacijama:

$$\begin{aligned}\Delta\hat{I}_{ij}^d &= \hat{Y}_{ij}^{id} (\hat{U}_i^i - \hat{U}_j^i) + \hat{Y}_{ij}^{od} (\hat{U}_i^o - \hat{U}_j^o), \\ \Delta\hat{I}_{ij}^i &= \hat{Y}_{ij}^{di} (\hat{U}_i^d - \hat{U}_j^d) + \hat{Y}_{ij}^{oi} (\hat{U}_i^o - \hat{U}_j^o), \\ \Delta\hat{I}_{ij}^o &= \hat{Y}_{ij}^{do} (\hat{U}_i^d - \hat{U}_j^d) + \hat{Y}_{ij}^{io} (\hat{U}_i^i - \hat{U}_j^i).\end{aligned}\quad (9.2.3)$$

Slično, relacije (9.2.1b) i (9.2.1c) mogu da se zapišu na sledeći način:

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_{i0}^d \\ \hat{I}_{i0}^i \\ \hat{I}_{i0}^o \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta\hat{I}_{i0}^d \\ \Delta\hat{I}_{i0}^i \\ \Delta\hat{I}_{i0}^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{i0}^{dd} & 0 & 0 \\ 0 & \hat{Y}_{i0}^{ii} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{Y}_{i0}^{oo} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_i^d \\ \hat{U}_i^i \\ \hat{U}_i^o \end{bmatrix}, \quad (9.2.4a)$$

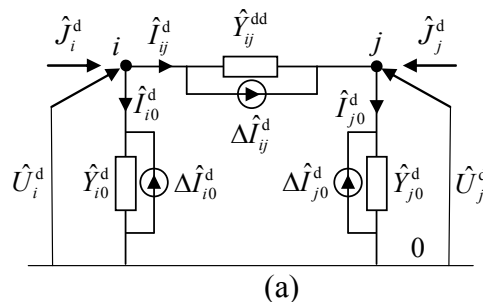
$$\begin{bmatrix} \hat{I}_{j0}^d \\ \hat{I}_{j0}^i \\ \hat{I}_{j0}^o \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta\hat{I}_{j0}^d \\ \Delta\hat{I}_{j0}^i \\ \Delta\hat{I}_{j0}^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{j0}^{dd} & 0 & 0 \\ 0 & \hat{Y}_{j0}^{ii} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{Y}_{j0}^{oo} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_j^d \\ \hat{U}_j^i \\ \hat{U}_j^o \end{bmatrix}, \quad (9.2.4b)$$

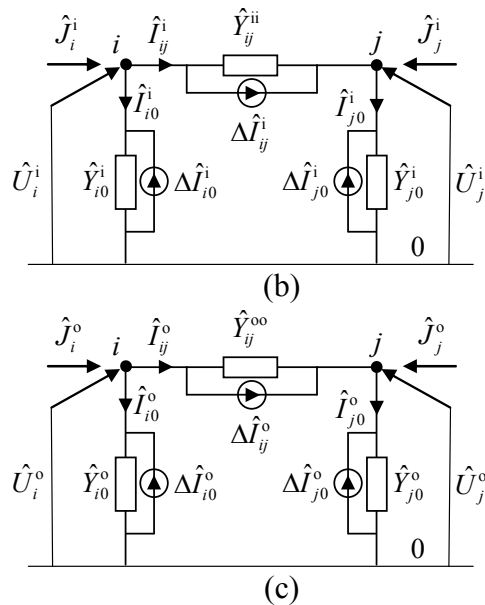
gde su sa  $\Delta\hat{I}_{i0}^d$ ,  $\Delta\hat{I}_{i0}^i$ ,  $\Delta\hat{I}_{i0}^o$ ,  $\Delta\hat{I}_{j0}^d$ ,  $\Delta\hat{I}_{j0}^i$  i  $\Delta\hat{I}_{j0}^o$  označene kompenzacione struje kojima se modeluju kapacitivne sprege unutar otočnih grana neuravnoteženog voda i one se izražavaju sledećim relacijama:

$$\begin{aligned}\Delta\hat{I}_{i0}^d &= \hat{Y}_{i0}^{id} \hat{U}_i^i + \hat{Y}_{i0}^{od} \hat{U}_i^o, \\ \Delta\hat{I}_{i0}^i &= \hat{Y}_{i0}^{di} \hat{U}_i^d + \hat{Y}_{i0}^{oi} \hat{U}_i^o,\end{aligned}\quad (9.2.5a)$$

$$\begin{aligned}\Delta\hat{I}_{i0}^o &= \hat{Y}_{i0}^{do} \hat{U}_i^d + \hat{Y}_{i0}^{io} \hat{U}_i^i, \\ \Delta\hat{I}_{j0}^d &= \hat{Y}_{j0}^{id} \hat{U}_j^i + \hat{Y}_{j0}^{od} \hat{U}_j^o, \\ \Delta\hat{I}_{j0}^i &= \hat{Y}_{j0}^{di} \hat{U}_j^d + \hat{Y}_{j0}^{oi} \hat{U}_j^o, \\ \Delta\hat{I}_{j0}^o &= \hat{Y}_{j0}^{do} \hat{U}_j^d + \hat{Y}_{j0}^{io} \hat{U}_j^i.\end{aligned}\quad (9.2.5b)$$

Uvažavanjem međusobnog uticaja režima pogonskih kola sva tri redosleda preko kompenzacionih struja rednih i otočnih grana [relacije (9.2.3) i (9.2.5), respektivno], sekcija neuravnoteženog voda može se modelovati sa tri pogonska  $\Pi$  kola – slika 9.2.2.



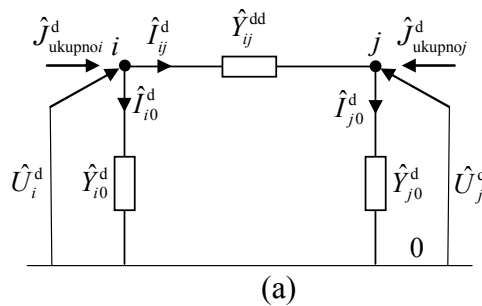


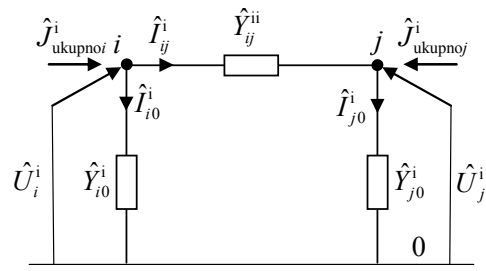
Slika 9.2.2 – Pogonska  $\Pi$  kola trofaznog neuravnoteženog voda direktnog (a), inverznog (b) i nultog redosleda (c)

Konačni model sa „eliminisanim“ spregama unutar neuravnoteženog voda, odnosno, tri pogonska kola direktnog, inverznog i nultog redosleda sa injektiranim kompenzacionim strujama na krajevima voda prikazana su na slici 9.2.3. Pri čemu su sa vektorima  $\hat{J}_{\text{ukupnoi}}^{\circ}$  i  $\hat{J}_{\text{ukupnoj}}^{\circ}$  označene injektirane struje čvorova  $i$  i  $j$  sa uvažanim induktivnim i kapacitivnim spregama unutar netransponovanog voda u domenu simetričnih komponenti:

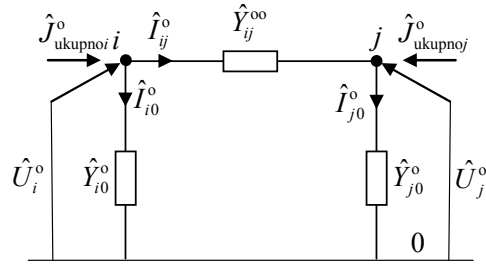
$$\begin{aligned} \hat{J}_{\text{ukupnoi}}^{\text{d}} &= \hat{J}_i^{\text{d}} - \Delta \hat{I}_{ij}^{\text{d}} + \Delta \hat{I}_{i0}^{\text{d}}, \\ \hat{J}_{\text{ukupnoi}}^{\text{i}} &= \hat{J}_i^{\text{i}} - \Delta \hat{I}_{ij}^{\text{i}} + \Delta \hat{I}_{i0}^{\text{i}}, \end{aligned} \quad (9.2.6a)$$

$$\begin{aligned} \hat{J}_{\text{ukupnoi}}^{\text{o}} &= \hat{J}_i^{\text{o}} - \Delta \hat{I}_{ij}^{\text{o}} + \Delta \hat{I}_{i0}^{\text{o}}, \\ \hat{J}_{\text{ukupnoj}}^{\text{d}} &= \hat{J}_j^{\text{d}} + \Delta \hat{I}_{ij}^{\text{d}} + \Delta \hat{I}_{j0}^{\text{d}}, \\ \hat{J}_{\text{ukupnoj}}^{\text{i}} &= \hat{J}_j^{\text{i}} + \Delta \hat{I}_{ij}^{\text{i}} + \Delta \hat{I}_{j0}^{\text{i}}, \\ \hat{J}_{\text{ukupnoj}}^{\text{o}} &= \hat{J}_j^{\text{o}} + \Delta \hat{I}_{ij}^{\text{o}} + \Delta \hat{I}_{j0}^{\text{o}}. \end{aligned} \quad (9.2.6b)$$





(b)



(c)

Slika 9.2.3 – Konačni oblik pogonskih  $\Pi$  kola trofaznog neuravnoteženog voda direktnog (a), inverznog (b) i nultog redosleda (c)

## 10 LITERATURA

- [1] Popović B. Osnovi elektrotehnike 1 i 2. Srbija, Beograd, Nauka, 1998.
- [2] Strezoski VC. Osnovni proračuni elektroenergetskih sistema, Tom I i II. FTN izdavaštvo, Srbija, Novi Sad, 2017.
- [3] Levi V, Bekut D. Primena računarskih metoda u elektroenergetici. Stylos, Srbija, Novi Sad, 1997.
- [4] Ness JV, Griffin JH. Elimination Methods for Load-Flow Studies. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems 1961; 80(3): 299–302. DOI: 10.1109/AIEEPAS.1961.4501030.
- [5] Stagg GW, El-Abiad AH. Computer Methods in Power System Analysis. McGraw-Hill, 1968.
- [6] Tinney WF, Hart CE. Power Flow Solution by Newton's Method. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems 1967; 11: 1449–1460. DOI:10.1109/TPAS.1967.291823.
- [7] Stott B, Alsac O. Fast Decoupled Load Flow. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems 1974; 3: 859–869. DOI: 10.1109/TPAS.1974.293985.
- [8] Seng CK, Tien TL, Nanda J, Masri S. Load Flow Analysis Using Improved Newton-Raphson Method. Applied Mechanics and Materials 2015; 793: 494–499. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.793.494.
- [9] Stojaković Z, Herceg D. Numeričke metode linearne algebre. Građevinska knjiga, Srbija, Beograd, 1988.
- [10] Tinney WF, Walker JW. Direct Solutions of Sparse Network Equations by Optimally Ordered Triangular Factorization. Proceeding of the IEEE 1967; 55(11): 1801–1809. DOI: 10.1109/PROC.1967.6011.
- [11] Shirmohammadi D, Hong HW, Semlyen A, Luo GX. A Compensation-Based Power Flow Method for Weakly Meshed Distribution and Transmission Networks. IEEE Transactions on Power Systems 1988; 2: 753–762. DOI: 10.1109/59.192932.
- [12] Luo GX, Semlyen A. Efficient Load Flow for Large Weakly Meshed Networks. IEEE Transactions on Power Systems 1990; 4: 1309–1316. DOI: 10.1109/59.99382.
- [13] Rajicic D, Taleski R. Two Novel Methods for Radial and Weakly Meshed Network Analysis. Electric Power Systems Research 1998; 2: 79–87. DOI: 10.1016/S0378-7796(98)00067-4.
- [14] Popović D, Bekut D, Treskanica V. Specijalizovani DMS algoritmi. DMS Group, Srbija, Novi Sad, 2004.
- [15] Abiad AHEI, Tarsi DC. Load Flow Solution of Untransposed EHV networks. PICA, Pittsburgh, USA, 1967; 377–384.
- [16] Wasley RG, Shlash MA. Newton-Raphson algorithm for 3-phase load flow. PROC. IEE 1974; 121(7): 630–638. DOI: 10.1049/piee.1974.0145.
- [17] Birt KA, Graffy JJ, McDonald JD, Abiad AHEI. Three Phase Load Flow Program. IEEE Trans. on PAS 1976; 95(1): 59–64. DOI: 10.1109/T-PAS.1976.32077.
- [18] Allemong JJ, Bennon RJ, Selent PW. Multiphase Power Flow Solutions Using EMTP and Newtons Method. IEEE Trans. on PS 1993; 8(4): 1455–1462. DOI:

10.1109/59.260945.

- [19] J. Arrillaga, B. J. Harker: Fast-decoupled three-phase load flow; Proceedings of the Institution of Electrical Engineers 1978; 125(8): 734–740. DOI: 10.1049/piee.1978.0175.
- [20] Arrillaga J, Arnold CP, Harker BJ. Computer Modelling of Electrical Power Systems, John Wiley & Sons Ltd 1983.
- [21] Chen BK, Chen MS, Shoults RR, Liang CC. Hybrid three phase load flow. IEE Proceedings 1990; 137(3): 177–185. DOI: 10.1049/ip-c.1990.0025.
- [22] Laughton MA, Saleh AOM. Unified phase-coordinate load-flow and fault analysis of polyphase networks. International Journal of Electrical Power and Energy Systems 1980; 2(4): 181–192. DOI: [https://doi.org/10.1016/0142-0615\(80\)90029-0](https://doi.org/10.1016/0142-0615(80)90029-0).
- [23] Zhang XP, Chen H. Asymmetrical three-phase load-flow study based on symmetrical component theory. IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution 1994; 141(3): 248–252. DOI: 10.1049/ip-gtd:19949944.
- [24] Zhang XP. Fast Three Phase Load Flow Methods. IEEE Transactions on Power Systems 1996; 11(3): 1547–1554. DOI: 10.1109/59.535696.
- [25] Laughton MA. Analysis of unbalanced polyphase networks by the method of phase co-ordinates, Part 1. System representation in phase frame of reference Proceedings of the Institution of Electrical Engineers 1968; 115(8): 1163–1172. DOI: 10.1049/piee.1968.0206.
- [26] Cheng CS, Shirmohammadi D. A Three-Phase Power Flow Method for Real-Time Distribution System Analysis. IEEE Transactions on Power Systems 1995; 10(2): 671–679. DOI: 10.1109/59.387902.
- [27] Khushalani S, Solanki JM, Schulz NN. Development of Three-Phase Unbalanced Power Flow Using PV and PQ Models for Distributed Generation and Study of the Impact of DG Models, IEEE Transactions on Power Systems 2007; 22(3) 1019–1025. DOI: 10.1109/TPWRS.2007.901476.
- [28] Strezoski VC, Vidovic PM. Power Flow for General Mixed Distribution Networks. International Transactions on Electrical Energy Systems 2015; 10: 2455–2471. DOI: 10.1002/etep.1974.
- [29] Strezoski VC, Trpezanovski LD. Three-Phase Asymmetrical Load-Flow. International Journal of Electrical Power & Energy Systems 2000; 7: 511–520. DOI: 10.1016/S0142-0615(00)00012-0.
- [30] California Energy Commission. Distributed generation strategic plan. Publication no. P700-02-002; 2002. p. 42.
- [31] Kramer W, Chakraborty S, Kroposki B, Thomas H. Advanced power electronic interfaces for distributed energy systems. Part 1. Systems and topologies. National Renewable Energy Laboratory. Report TP-581-42672; March 2008. p. 132.
- [32] Farret FA, Simoes MG. Integration of alternative sources of energy. Wiley-IEEE Press; 2006978-0-471-71232-9.
- [33] Blaabjerg F, Chen Z, Kjaer SB. Power electronics as efficient interface in dispersed power generation systems. IEEE Transactions on Power Electronics 2004; 19(5): 1184–94 DOI: 10.1109/TPEL.2004.833453.

- [34] Carrasco JM, Franquelo LG, Bialasiewicz JT, Galvan E, PortilloGuisado RC, Prats MAM, et al. Power-electronic systems for the grid integration of renewable energy sources: a survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 2006; 53(4): 1002–16. DOI: 10.1109/TIE.2006.878356.
- [35] Staunton RH, Ozpineci B. Microturbine power conversion technology review. Oak Ridge National Laboratory, Report ORNL/TM-2003/74; 2003. p. 40.
- [36] Cheng KWE, Sutanto D, Ho YL, Law KK. Exploring the power conditioning system for fuel cell. *IEEE Power Electronics Specialists Conference IEEEPESC*. 2001; p. 2197-202.
- [37] Kawabata Y, Morine Y, Oka T, Ejiogu EC, Kawabata T. New stand-alone power generating system using wound-rotor induction machine. *IEEE Conference on Power Electronics and Drive Systems IEEE-PEDS*. 2001; p. 335–41.
- [38] EPRI-DOE handbook of energy storage for transmission and distribution applications, 2003.
- [39] Lazarewicz ML, Rojas A. Grid frequency regulation by recycling electrical energy in flywheels. *Proceedings of IEEE Power Engineering Society General Meeting* 2004; p. 2038–42.
- [40] Kamh MZ, Iravani R. Unbalanced Model and Power-Flow Analysis of Microgrids and Active Distribution Systems. *IEEE Transactions on Power Delivery* 2010; 4 :2851–2858. DOI: 10.1109/TPWRD.2010.2042825.
- [41] Kamh MZ, Iravani R. Unified Three-Phase Power-Flow Analysis Model for Electronically Coupled Distributed Energy Resources. *IEEE Transactions on Power Delivery* 2011; 2: 899–909. DOI: 10.1109/TPWRD.2010.2094627.
- [42] Kamh MZ, Iravani R. *Active Distribution Networks: Modeling and Real-Time Power Management*. USA: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG;2011.
- [43] Kamh MZ, Iravani R. Steady-State Model and Power-Flow Analysis of Single-Phase Electronically Coupled Distributed Resources. *IEEE Transactions on Power Delivery* 2012; 1: 131–139. DOI: 10.1109/TPWRD.2011.2172640.
- [44] <https://hvdc.ca/pscad/>.
- [45] Ju Y, Ge F, Wu W, Lin Y, Wang J. Three-Phase Steady-State Model of Doubly Fed Induction Generator Considering Various Rotor Speeds. *IEEE Access* 2016; 4: 9479–9488. DOI: 10.1109/ACCESS.2016.2646683.
- [46] H. Elmqvist and S. E. Mattsson, “Modelica—The Next Generation Modeling Language An International Design Effort,” in *Proceedings of the 1st World Congress on System Simulation (WCSS'97)*, 1997.
- [47] Ju Y, Wu W, Zhang B, Sun H. An Extension of FBS Three-Phase Power Flow for Handling PV Nodes in Active Distribution Networks. *IEEE Transactions on Smart Grid* 2014; 5: 1547–1555. DOI: 10.1109/TSG.2014.2310459.
- [48] <https://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders/>.
- [49] Akher MA, Mahmoud K. Unbalanced Distribution Power-Flow Model and Analysis of Wind Turbine Generating Systems. *International Transactions on Electrical Energy Systems* 2013; 5: 689–700. DOI: 10.1002/etep.1634.
- [50] Datta T, Sinha AK, Bajpai P. Three-phase steady state model for unbalanced

- operation of grid-connected wind generation unit. India Conference (INDICON) 2016; DOI: 10.1109/INDICON.2016.7839157.
- [51] Zhao TQ, Chiang HD, Koyanagi K. Convergence Analysis of Implicit Z-Bus Power Flow Method for General Distribution Networks with Distributed Generators. IET Generation, Transmission & Distribution 2016; 10: 412–420. DOI: 10.1049/iet-gtd.2015.0679.
- [52] Hwang PI, Jang G, Moon SL, Ahn SJ. Three-Phase Steady-State Models for a Distributed Generator Interfaced Via a Current-Controlled Voltage-Source Converter. IEEE Transactions on Smart Grid 2016; 3: 1694–1702. DOI: 10.1109/TSG.2015.2428273.
- [53] Kamh MZ, Iravani R. A Sequence Frame-Based Distributed Slack Bus Model for Energy Management of Active Distribution Networks. IEEE Transactions on Smart Grid 2012; 2: 828–836. DOI: 10.1109/TSG.2012.2188915.
- [54] Abdelaziz MMA, Farag HE, El-Saadany EF, Mohamed YARI. A Novel and Generalized Three-Phase Power Flow algorithm for Islanded Microgrids Using a Newton Trust Region Method. IEEE Transactions on Power Systems 2013; 28: 190–201. DOI: 10.1109/TPWRS.2012.2195785.
- [55] Mumtaz F, Syed MH, Hosani MA, Zeineldin HH. Mumtaz F, Syed MH, Hosani MA, Zeineldin HH. A Novel Approach to Solve Power Flow for Islanded Microgrids Using Modified Newton Raphson With Droop Control of DG. IEEE Transactions on Sustainable Energy 2016; 7: 493–503. DOI: 10.1109/TSTE.2015.2502482.
- [56] Eftekharijad S, Vittal V, Heydt GT, Keel B, Loehr J. Impact of Increased Penetration of Photovoltaic Generation on Power Systems. IEEE Transactions on Power Systems 2013; 2: 893–901. DOI: 10.1109/TPWRS.2012.2216294.
- [57] Tamimi B, Cañizares C, Bhattacharya K. System Stability Impact of Large-Scale and Distributed Solar Photovoltaic Generation: The Case of Ontario, Canada. IEEE Transactions on Sustainable Energy 2013; 3: 680–688. DOI: 10.1109/TSTE.2012.2235151
- [58] Strezoski L, Strezoski V, Prica M, Loparo KA. The Need for Advanced Modeling and Calculation of Basic EMS and DMS Applications for Electronically Coupled Energy Resources. IEEE Power and Energy Conference in Illinois (PECI) 2017; accepted for publication.
- [59] Dzafic I, Neisius HT, Gilles M, Henselmeyer S, Landerberger V. Three-phase power flow in distribution networks using Fortescue transformation. IEEE Transactions on Power Systems 2012; 28: 1027–1034. DOI: 10.1109/TPWRS.2012.2213278.
- [60] Dzafic I, Pal BC, Gilles M, Henselmeyer S. Generalized  $\pi$  Fortescue Equivalent Admittance Matrix Approach to Power Flow Solution. IEEE Transactions on Power Systems 2013; 29: 193–202. DOI: 10.1109/TPWRS.2013.2279755.
- [61] Strezoski RV. Teorijska zasnovanost proračuna simetričnih tokova snaga trofaznih radialnih distributivnih mreža. Fakultet tehničkih nauka, Srbija, Novi Sad, 2011.
- [62] Тьюарсон Р. Разреженные матрицы. Мир, СССР, Москва, 1977.
- [63] Predrag PM. Proračuni tokova snaga neuravnoteženih distributivnih mreža. Fakultet tehničkih nauka, Srbija, Novi Sad, 2015.
- [64] Strezoski VC. New Scaling Concept in Power System Analysis. IEE Proceedings -



- Generation, Transmission and Distribution 1996; 143(5): 399–406. DOI: 10.1049/ip-gtd:19960420.
- [65] Strezoski VC. Advanced symmetrical components method. IET Generation, Transmission & Distribution 2011; 5(8): 833–841. DOI: 10.1049/iet-gtd.2010.0370.
- [66] Predrag PM. Nesimetrični tokovi snaga distributivnih mreža, Srbija, Novi Sad, 2008.
- [67] Teng JH. A Direct Approach for Distribution System Load Flow Solutions. IEEE Transactions on Power Delivery 2003; 18(3): 882–887. DOI: 10.1109/TPWRD.2003.813818.
- [68] G. Kron. Tensorial Analysis of Integrated Transmission Systems Part I. The Six Basic Reference Frames. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers 1951; 70: 1239–1248. DOI: 10.1109/T-AIEE.1951.5060553.
- [69] Smolleck HA, Shoults RR. A Straightforward Method for Incorporating Mutually-Coupled Circuits Into the Bus Admittance Matrix Using the Concept of Artificial Branches. IEEE Transactions on Power Systems 1990; 5(2): 486–491. DOI: 10.1109/59.54557.
- [70] H.W.Dommel. Electromagnetic Transients Program Reference Manual (EMTP Theory Book). Bonneville Power Administration, Portland, USA, August 1986.
- [71] Trpenazovski Lj. Proračun nesimetričnih tokova snaga elektroenergetskih sistema. Fakultet tehničkih nauka, Srbija, Novi Sad 2000.
- [72] Dinov VR. Nesimetrični režimi i prehodni procesi v električeskite mašini. Državno izdatelstvo “Tehnika”, Sofija 1974.
- [73] Angelov AM, Dimitrov DA. Električeski mašini (čast prva). Državno izdatelstvo “Tehnika”, Sofija 1976.
- [74] Levi E, Vučković V, Strezoski V. Osnovi Elektroenergetike – Elektroenergetski pretvarači. FTN Izdavaštvo, Srbija, Novi Sad, 2013.
- [75] Katić V, Dumnić B, Milićević D, Grabić S, Čorba Z, Katić N. Moderne Tehnologije Vetrogeneratora. CIRED, Srbija, Vrnjaska Banja, 2012.
- [76] <http://ultrabattery.com/>.
- [77] <http://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/7551236/>.
- [78] Strezoski VC, Vojnović NV, Vidović PM. New bus classification and unbalanced power flow of large-scale networks with electronically interfaced energy resources. International transactions on electrical energy systems 2017; 28: e2502. DOI: <https://doi.org/10.1002/etep.2502>.
- [79] Chakraborty S, Kramer B, Kroposki B. A Review of Power Electronics Interfaces for Distributed Energy Systems Towards Achieving Low-Cost Modular Design. Renewable and Sustainable Energy Reviews 2009; 3: 2323–2335. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2009.05.005>.
- [80] Teodorescu R, Liserre M, Rodriguez P. Grid Converters for Photovoltaic and Wind Power Systems, John Wiley-IEEE Press 2011.
- [81] Ivanovic ZR, Adzic EM, Vekic MS, Grabic SU, Celanovic NL, Katic VA, et al HIL Evaluation of Power Flow Control Strategies for Energy Storage Connected to Smart Grid Under Unbalanced Conditions. IEEE Transactions on Power Electronics 2012; 27: 4699–4710. DOI: 10.1109/TPEL.2012.2184772.

- [82] Nikkhajoei H, Iravani R. Steady-State Model and Power Flow Analysis of Electronically-Coupled Distributed Resource Units. IEEE Transactions on Power Delivery 2007; 22(1): 721–728. DOI: 10.1109/TPWRD.2006.881604.
- [83] Gao F, Iravani R. A Control Strategy for a Distributed Generation Unit in Grid-Connected and Autonomous Modes of Operation. IEEE Transactions on Power Delivery 2008; 23(2): 850–859. DOI: 10.1109/TPWRD.2007.915950.
- [84] Karimi H, Yazdani A, Iravani R. Negative-Sequence Current Injection for Fast Islanding Detection of a Distributed Resource Unit. IEEE Transactions on Power Electronics 2008; 23(1): 298–307. DOI: 10.1109/TPEL.2007.911774.
- [85] Strezoski LV. Proračun kompleksnih kratkih spojeva distributivnih neuravnoteženih mreža sa distribuiranim energetska resursima.
- [86] Strezoski V, Popović D. Proračuni stacionarnih režima elektroenergetskih sistema. Fakultet tehničkih nauka, Srbija, Novi Sad 2008.