

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ

Милош Д. Марковић

**СИНТЕЗА ТАКТИЧКИХ РАКЕТА
ЗЕМЉА-ВАЗДУХ ПРОТИВ ЦИЉЕВА
ВЕЛИКИХ БРЗИНА**

Докторска дисертација

Београд, 2018.

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

Miloš D. Marković

**SYNTHESIS OF TACTICAL SURFACE TO
AIR MISSILES AGAINST HIGH SPEED
TARGETS**

Doctoral disertation

Belgrade, 2018.

Ментор докторске дисертације:

Др Момчило Милиновић, редовни професор,
Универзитет у Београду, Машински факултет

Чланови комисије за одбрану докторске дисертације:

Др Момчило Милиновић, редовни професор,
Универзитет у Београду, Машински факултет

Др Слободан Јарамаз, редовни професор у пензији,
Универзитет у Београду, Машински факултет

Др Дејан Мицковић, редовни професор,
Универзитет у Београду, Машински факултет

Др Предраг Елек, редовни професор,
Универзитет у Београду, Машински факултет

Др Дарко Васиљевић, виши научни сарадник,
Институт за физику, Београд

Датум одбране: _____.

Синтеза тактичких ракета земља-ваздух против циљева великих брзина

Резиме

У раду је представљен интегрални приступ истраживању параметара пројектовања ракета са аспекта усаглашавања ограничења проистеклих из задатака механике при посебним условима гађања балистичких циљева који намећу различите конструктивне компромисе. Гађање циља анализирано је за најсложенији поступак граничне одбране од балистичког циља на који се делује директним поготком ракетом. На основу тога утврђени су критеријуми за оцену утицајних параметара ракете захтеване тј. њене идеалне граничне способности. Оцењени су захтевано нормално убрзање, промашај и управљачка енергија за сваку од граничних мисија. На основу утврђених критеријума, дат је даљи посебан поступак аеродинамичког пројектовања који се манифестује кроз одабир геометријских и аеродинамичких перформанси као и одговарајућих концепта управљања за потребе захтеваног максималног нормалног убрзања у условима граничних мисија лета. Такође је извршена синтеза аутопилота за потребе вертикалног лансирања ракете за потребе хибридног управљања као синтезе система за управљање вектором потиска и аеродинамичких извршних органа. Посебно је извршена процена перформанси погонске групе ради интеграције укупног кретања и оцене утицаја аксијалног убрзања у току почетне фазе након вертикалног лансирања. Детаљно су представљени резултати утицајних параметара на динамичке карактеристике при вертикалном лансирању ракете у активној фази лета. Изведен је математички модел могуће употребе бојеве главе за директни погодак експлозивно формираним пројектилом дејством на циљ у терминалној фази. Такође је представљен посебан приступ пројектовања и примене експлозивно формираних пројектила интегрисаног на корисни терет ракете на бази нове усвојене аналитичке и нумеричке методе ради оцене ефикасности на циљу дејством кинетичке енергије.

Кључне речи: пројектовање вођених ракета, аеродинамика, вођење и управљање, експлозивно формирано пројектили, нелинеарна симулација, ракетни погон, динамика лета

Научна област: Машинство

Ужа научна област: Војно машинство - Системи наоружања, Ракетни системи

УДК број: 623.463.027 : 623.463.54 : 623.465(043.3)

Synthesis of tactical surface to air missiles against high speed targets

Abstract

An integral approach has been presented on the research of missile design parameters from the aspect of harmonizing the limitations arising from the tasks of mechanics under the special conditions of hitting ballistic targets that impose various constructive compromises. Shooting target was analyzed for the most complex procedure of defense against ballistic targets. Basis on previous, it was establish criteria for require missile impact parameters and its ideal limit capabilities. The required normal acceleration, miss distance and control effort for each of the threshold missions are estimated. Based on the established criteria, a further aerodynamic design procedure is given, which is manifested through the selection of body geometric and aerodynamic performances, as well as appropriate control concepts for the requirements of the required maximum normal acceleration in the conditions of threshold flight missions. The synthesis of the autopilot of the vertical launch of the missile was performed, as well as the determination performances of the selected type of thrust vector control system and aerodynamiaics for the purpose of hybrid control analysis. In particular, the propulsion performance assessment was carried out to integrate total flight and impact assessment of axial acceleration during the initial phase after vertical launch. The results of the influence parameters on the dynamic characteristics of the vertical launch of the missile in the active phase for hybrid control are presented. A mathematical model of possible use of a warhead for direct hit by an explosive-formed projectile was performed. Design approach and application of explosively-formed projectiles is presented as a potential useful warhead based on the adopted analytical and numerical methods.

Key words: missile design, aerodynamics, guidance and control, explosively formed projectile, nonlinear simulation, propulsion, flight dynamics

Scientific discipline: Mechanical engineering

Scientific subdiscipline: Military engineering - Weapon systems, Missile systems

UDK number: 623.463.027 : 623.463.54 : 623.465(043.3)

Садржај

1	Увод	1
1.1	Општа разматрања тактично техничких потреба гађања циљева великих брзина	1
1.2	Концептуално пројектовање ракета земља-ваздух против циљева великих брзина	4
1.3	Полазне хипотезе	8
1.4	Преглед досадашњих истраживања	9
2	Одређивање захтеваних карактеристика ракете	15
2.1	Карактеристике циљева великих брзина (балистички циљеви)	15
2.2	Карактеристике праћења циља	21
2.3	Резултати нелинеарне нумеричке симулације	26
2.3.1	Претпоставке за симулацију сценарија	26
2.4	Критеријуми за оцену утицајних параметара на могућности приступа балистичком циљу ракетом са земље у 2-Д директном моделу гађања	30
2.4.1	Анализа захвата циља на висини од 15 km	32
2.4.2	Анализа захвата циља на висини од 10 km	37
2.5	Предлози	41
2.6	Закључци анализе за реализацију успешног гађања балистичког циља кратког домета	42
3	Аеродинамичко пројектовање	44
3.1	Увод	44
3.2	Избор аеродинамичке концепције	46
3.3	Одређивање димензија и облика тела ракете	49
3.4	Одређивање аеродинамичких карактеристика	50
3.5	Избор димензија аеродинамичких површина ракете	54
3.5.1	Анализа најчешће коришћених аеродинамичких концепција код ракета земља-ваздух	55

3.5.2	Избор димензија и оптималног положаја аеродинамичких по- вршина крила и стабилизатора	61
3.6	Параметри управљања ракетом	64
3.7	Усвајање оптималне конфигурације ракете и анализа резултата	67
4	Динамика ракете високоманеварских способности	70
4.1	Једначине поремећеног кретања за синтезу аутопилота	70
4.1.1	Аеродинамичке силе, моменти и сила тежине	71
4.1.2	Силе и моменти управљања дефинисани погонском групом ракете	73
4.1.3	Силе и моменти дефинисани УВП-ом помоћу крилаца у млаз- нику	74
4.1.4	Начин управљања моментима дефинисаним бочним импул- сним силама независно од главне погонске групе	74
4.2	Динамика нападног угла и угла клизања	75
4.3	Једначине поремећеног кретања за синтезу аутопилота пропињања	77
5	Перформансе ракете у току вертикалног лансирања	81
5.1	Увод	81
5.2	Аутопилот почетне фазе вертикалног лансирања ракете	85
5.3	Гасодинамичке перформансе система за управљање вектором потис- ка типа крилаца у излазном делу млазника	87
5.3.1	Одређивање коефицијента нормалне силе и коефицијента си- ле отпора крилаца у млазу	87
6	Избор оптималних параметара погонске групе за кретање ракете при вертикалном лансирању	90
6.1	Перформансе ракетног мотора за усвојену ракету и синтеза масеног модела погона и димензија	90
6.2	Одређивање карактеристика импулса, профила потиска и време рада за задате услове	96
7	Резултати нумеричке симулације активне фазе лета при верти- калном лансирању ракете	100
7.1	Утицај максималне вредности отклона крилаца у излазном делу млаз- ника на динамичке карактеристике ракете	103
7.2	Утицај максималне вредности угаоне брзине пропињања на динамич- ке карактеристике ракете	105

7.3	Утицај аксијалног убрзања ракете у бустер фази на динамичке карактеристике ракете	109
7.4	Закључци	113
8	Пројектовање и примена експлозивно формираних пројектила као потенцијални корисни терет	116
8.1	Увод	116
8.2	Експлозивно формирано пројектили	118
8.3	Гађање балистичких циљева ЕФП пројектилом	119
8.3.1	Модел сусрета ракете и циља и главни параметри	119
8.3.2	Математички модел одређивања критичних услова лансирања ЕФП пројектила	120
8.4	Одређивање почетне брзине ЕФП пројектила аналитичким моделом и програмским решењем	125
8.4.1	Провера резултата почетне брзине добијених аналитичком методом	130
8.5	Нумерички приступ интегралног пројектовања ЕФП бојеве главе	133
8.5.1	Анализа перформанси ЕФП бојеве главе на бази Лагранж солвера са акцентом на утицај кошуљице на процес формирања	134
8.6	Анализа перформанси ЕФП бојеве главе на бази Ојлер солвера са акцентом на разматрање појаве температура као последица пластичних деформација	138
8.6.1	Утицај температуре пластичних деформација током процеса формирања пројектила	138
8.6.2	Анализа резултата симулације	143
8.7	Закључци	150
9	Закључци	151
A		163
A.1	Програмска решења за израчунавање перформанси ЕФП бојеве главе	163
A.1.1	3Д визуелизација ЕФП бојеве главе и провера креираних функција (<i>Geom3DEFP</i>)	163
A.1.2	Програм за одређивање i -те елементарне запремине (<i>VolEFP</i>)	167
A.1.3	Програм за израчунавање основних перформанси ЕФП бојеве главе (<i>CompEFP</i>)	179

Списак слика

2.1	Кинематски модел кретања балистичког циља у терминалној фази .	17
2.2	Геометрија сусрета ракете и циља у равни	21
2.3	Алгоритам програма за нелинеарну симулацију	27
2.4	Алгоритам подпрограма “rates” за нелинеарну симулацију	28
2.5	Карактеристичне путање вертикалног лансирања ракете и балистичког циља за испитане граничне случајеве ($7km$ и $20km$)	29
2.6	Кинематске граничне вредности ракете у функцији почетног положаја циља по домету R_{tx} за различите вредности угла γ_t уласка циља у терминалну фазу; а) максимално нормално убрзање ракете, б) промашај и в) управљачка енергија; Почетни услови $V_{t0} = 1300$ m/s, $R_{tz0} = 15$ km, $\beta = 14147.1$, $\bar{V}_m = 600$ m/s и $\gamma_m = 90^\circ$	33
2.7	Кинематске граничне вредности ракете у функцији почетног положаја циља по домету R_{tx} за различите вредности угла γ_t уласка циља у атмосферу; а) максимално нормално убрзање ракете, б) промашај и в) управљачка енергија; Почетни услови $V_{t0} = 1300$ m/s, $R_{tz0} = 15$ km, $\beta = 14147.1$, $\bar{V}_m = 800$ m/s и $\gamma_m = 90^\circ$	35
2.8	Кинематске граничне вредности ракете у функцији почетног положаја циља по домету R_{tx} за различите вредности угла γ_t уласка циља у атмосферу; а) максимално нормално убрзање ракете, б) промашај и в) управљачка енергија; Почетни услови $V_{t0} = 1300$ m/s, $R_{tz0} = 10$ km, $\beta = 14147.1$, $\bar{V}_m = 600$ m/s и $\gamma_m = 90^\circ$	38
2.9	Кинематске граничне вредности ракете у функцији почетног положаја циља по домету R_{tx} за различите вредности угла γ_t уласка циља у атмосферу; а) максимално нормално убрзање ракете, б) промашај и в) управљачка енергија; Почетни услови $V_{t0} = 1300$ m/s, $R_{tz0} = 10$ km, $\beta = 14147.1$, $\bar{V}_m = 800$ m/s и $\gamma_m = 90^\circ$	39

3.1	Аеродинамички и хибридни начин управљања; Аеродинамичке концепције: а) нормална аеродинамичка шема, б) управљање задњим стабилизаторима, в) управљање канарима (патка шема) и г) хибридни начин управљања	47
3.2	Облик тела ракете за Махове бројеве $M < 6$, тело ракете подељено у две секције, носни и цилиндрични део	50
3.3	Облик тела ракете за Махове бројеве $M \in [6,7]$, тело ракете подељено у три секције, носни, конусни и цилиндрични део	50
3.4	Облик тела ракете за Махове бројеве $M > 7$ [56], тело ракете подељено у две секције, носни и конусни део	50
3.5	Коефицијент нормалне аеродинамичке силе тела за два разматрана случаја; а) Прорачун за вредност Маховог броја 3 и б) Прорачун за вредност Маховог броја 4.	53
3.6	Силе узгона које делују на разматрану аеродинамичку концепцију ракете типа “патка” када је $\alpha \neq 0$; Тело ракете је подељено у три целине означено бројевима 1) носни део ракете са цилиндричним телом, 2) предње аеродинамичке површине (канари) и 3) задње аеродинамичке површине (стабилизатори).	56
3.7	Геометрија аеродинамичке површине - крила	63
3.8	Аеродинамичка концепција нормална шема са задњим управљачким површинама	65
3.9	Аеродинамичка варијанта 1 за вредност Маховог броја 4, максимална вредност нападног угла $\alpha_{max} = 13^\circ$ и максимална вредност отклона $\delta_{max} = -6.3^\circ$; Геометријски параметри управљачких површина: $S_t = 0.0583 m^2$, $b_t = 0.341 m$, $c_{rt} = 0.228 m$, $c_{tt} = 0.114 m$	68
3.10	Аеродинамичка варијанта 2 за вредност Маховог броја 4, максимална вредност нападног угла $\alpha_{max} = 13^\circ$ и максимална вредност отклона $\delta_{max} = -6.3^\circ$; Геометријски параметри управљачких површина: $S_t = 0.058 m^2$, $b_t = 0.341 m$, $c_{rt} = 0.341 m$, $c_{tt} = 0.114 m$	68
3.11	Аеродинамичка варијанта 3 за вредност Маховог броја 4, максимална вредност нападног угла $\alpha_{max} = 13^\circ$ и максимална вредност отклона $\delta_{max} = -6.3^\circ$; Геометријски параметри управљачких површина: $S_t = 0.058 m^2$, $b_t = 0.483 m$, $c_{rt} = 0.161 m$, $c_{tt} = 0.08 m$	69
3.12	Аеродинамичка варијанта 4 за вредност Маховог броја 4, максимална вредност нападног угла $\alpha_{max} = 13^\circ$ и максимална вредност отклона $\delta_{max} = -6.3^\circ$; Геометријски параметри управљачких површина: $S_t = 0.0583 m^2$, $b_t = 0.33 m$, $c_{rt} = 0.259 m$, $c_{tt} = 0.0942 m$	69

4.1	Хипотетичка ракета са представљеним координатним системима у којима је представљено деловање сила и момената као и компоненте брзина	71
5.1	Блок дијаграм линеаризованог система управљања ракетом у фази вертикалног лансирања - вертикална раван	82
5.2	Дејство сила при отклону крилца уроњених у излазном делу млазника	88
6.1	Профили потиска за исту вредност оствареног тоталног импулса одабраних и коришћених у поглављу 7	98
6.2	Хипотетичка ракета земља-ваздух са представљеним распоредом подсклопова; 1-радарска глава за самонавођење, 2-рачунар вођења, 3-близински упалаљач, 4-бојева глава, 5-ракетни мотор, 6-4х актуатор, 7-4х редуктор, 8-4х крилце у млазнику, 9-аутопилот и 10-батерија.	99
7.1	Алгоритам програма за нелинеарну симулацију одређивања перформанси ракете у току вертикалног лансирања	101
7.2	Кретање ракете са три степена слободe у вертикалној равни са хибридни-ним управљањем	102
7.3	Динамичке карактеристике ракете за различите максималне вредности отклона крилаца у излазном делу млазника δ_{uwp}^{max} ; Почетни услови: $\theta_0 = 90^\circ$, $\dot{\theta}^{max} = 4.363(1/s)$, $a_x = 30(g)$, $z_0 = 10(m)$; а) трајекторија ракете у вертикалној равни, б) отклон крилаца у излазном делу млазника, в) угао пропињања ракете у вертикалној равни и г)нападни угао ракете.	104
7.4	Динамичке карактеристике ракете за различите максималне вредности угаоне брзине пропињања ракете $\dot{\theta}^{max}$; Почетни услови: $\theta_0 = 90^\circ$, $a_x = 30(g)$, $z_0 = 10(m)$, $\delta_{uwp} = \pm 8^\circ$; а) трајекторија ракете у вертикалној равни, б) отклон крилаца у излазном делу млазника, в) угао пропињања ракете у вертикалној равни и г)нападни угао ракете. . .	106
7.5	Динамичке карактеристике ракете за различите максималне вредности угаоне брзине пропињања ракете $\dot{\theta}^{max}$; Почетни услови: $\theta_0 = 90^\circ$, $a_x = 30(g)$, $z_0 = 10(m)$, $\delta_{uwp} = \pm 15^\circ$; а) трајекторија ракете у вертикалној равни, б) отклон крилаца у излазном делу млазника, в) угао пропињања ракете у вертикалној равни и г)нападни угао ракете. . .	107

- 7.6 Динамичке карактеристике ракете за различите максималне вредности угаоне брзине пропињања ракете $\dot{\theta}^{max}$; Почетни услови: $\theta_0 = 90^\circ$, $a_x = 30(g)$, $z_0 = 10(m)$, $\delta_{uwp} = \pm 25^\circ$; а) трајекторија ракете у вертикалној равни, б) отклон крилаца у излазном делу млазника, в) угао пропињања ракете у вертикалној равни и г)нападни угао ракете. 108
- 7.7 Динамичке карактеристике ракете за различите вредности аксијалног убрзања ракете у бустер фази; Почетни услови: $\theta_0 = 90^\circ$, $\dot{\theta}^{max} = 4.363(1/s)$, $z_0 = 10(m)$, $\delta_{uwp}^{max} = \pm 8^\circ$; а) трајекторија ракете у вертикалној равни, б) отклон крилаца у излазном делу млазника, в) угао пропињања ракете у вертикалној равни и г)брзина ракете у бустер фази. 110
- 7.8 Динамичке карактеристике ракете за различите вредности аксијалног убрзања ракете у бустер фази; Почетни услови: $\theta_0 = 90^\circ$, $\dot{\theta}^{max} = 4.363(1/s)$, $z_0 = 10(m)$, $\delta_{uwp}^{max} = \pm 15^\circ$; а) трајекторија ракете у вертикалној равни, б) отклон крилаца у излазном делу млазника, в) угао пропињања ракете у вертикалној равни и г)брзина ракете у бустер фази. 111
- 7.9 Динамичке карактеристике ракете за различите вредности аксијалног убрзања ракете у бустер фази; Почетни услови: $\theta_0 = 90^\circ$, $\dot{\theta}^{max} = 4.363(1/s)$, $z_0 = 10(m)$, $\delta_{uwp}^{max} = \pm 25^\circ$; а) трајекторија ракете у вертикалној равни, б) отклон крилаца у излазном делу млазника, в) угао пропињања ракете у вертикалној равни и г)брзина ракете у бустер фази. 112
- 8.1 Геометрија сусрета формираног пројектила са балистичким циљем у терминалној фази 120
- 8.2 Угао претицања гимбал бојеве главе Ω у терминалној фази у сусрет за различите испитиване вредности угла линије визирања циља λ и различите вредности угла вектора брзине γ_M у односу на инерцијални координатни систем; а) Вредност угла претицања гимбал бојеве главе у терминалној фази за углове уласка циља од $\gamma_T = 30^\circ$, б) Вредност угла претицања гимбал бојеве главе у терминалној фази за углове уласка циља од $\gamma_T = 45^\circ$ и в)Вредност угла претицања гимбал бојеве главе у терминалној фази за углове уласка циља од $\gamma_T = 60^\circ$ 123

8.3	Угао претицања гимбал бојеве главе Ω у терминалној фази у одласку за различите испитиване вредности угла линије визирања циља λ и различите вредности угла вектора брзине γ_M у односу на инерцијални координатни систем; а) Вредност угла претицања гимбал бојеве главе у терминалној фази за углове уласка циља од $\gamma_T = 30^\circ$, б) Вредност угла претицања гимбал бојеве главе у терминалној фази за углове уласка циља од $\gamma_T = 45^\circ$ и в) Вредност угла претицања гимбал бојеве главе у терминалној фази за углове уласка циља од $\gamma_T = 60^\circ$	124
8.4	Усвојена геометрија ЕФП бојеве главе за аналитички модел; 1-метални диск, 2-експлозивно пуњење, 3-кошуљица, 4-данце; Улазни параметри: D-калибар, L-дужина пуњења, l-почетак конуса, δ_1 -дебљина металног диска у средишњем делу, δ_2 -дебљина диска на крајевима, δ_3 -дебљина кошуљице, $\delta_4=\delta_5$ -дебљина данцета, α -угао конуса, R1-унутрашњи радијус, R2-спољни радијус [96,97]	128
8.5	Алгоритам програма за аналитичку методу одређивања основних перформанси ЕФП бојеве главе (програмско решење дато у прилогу)	129
8.6	Поређење експерименталних резултата са аналитичком методом (редни број експеримента 1,2,3,4 и 5 преузети из рада [91], број 6 из рада [95] а 7 и 8 преузети из рада [98]) [96]	131
8.7	Поређење експерименталних резултата са аналитичком методом (редни број експеримента 1-6 преузети из рада [99]) [96]	131
8.8	Поређење експерименталних резултата са коригованом аналитичком методом (сваки број експеримента одговара као са слике 8.6) [96] . .	132
8.9	Поређење експерименталних резултата са коригованом аналитичком методом (сваки број експеримента одговара као са слике 8.7) [96] . .	132
8.10	Конфигурација ЕФП бојеве главе (тип 1) приказана у Autodyn®-у [95]	135
8.11	Конфигурација ЕФП бојеве главе (тип 2) приказана у Autodyn®-у [95]	135
8.12	Дистрибуција кинетичке енергије и енергије пластичних деформација у функцији времена за тип 1 [95]	137
8.13	Дистрибуција кинетичке енергије и енергије пластичних деформација у функцији времена за тип 2 [95]	137
8.14	Коначна форма облика пројектила у $150\mu s$ што одговара типу 1 ЕФП бојеве главе [95]	138
8.15	Коначна форма облика пројектила у $70\mu s$ што одговара типу 2 ЕФП бојеве главе [95]	139

8.16	Облици диска у различитим временским секвенцама за конфигурацију ЕФП бојеве главе, тип 1 у укупном временском интервалу од $150\mu s$ [97]	139
8.17	Облици диска у различитим временским секвенцама за конфигурацију ЕФП бојеве главе, тип 2 у укупном временском интервалу од $70\mu s$ [97]	140
8.18	Конфигурација ЕФП бојеве главе са контролним тачкама у радном окружењу [103]	141
8.19	Секвенцијални приказ формирања диска са покретним контролним тачкама радијално распоређени	145
8.20	Ефективна пластична деформација у функцији времена за контролне тачке 2-15 [103]	145
8.21	Ефективна пластична деформација у функцији времена за контролне тачке 16-30 [103]	145
8.22	Температура елементарних запремина диска у функцији времена као последица процеса деформације за скуп контролних тачака 2-15 [103]	146
8.23	Температура елементарних запремина диска у функцији времена као последица процеса деформације за скуп контролних тачака 16-30 [103]	146
8.24	Температура елементарних запремина диска у функцији ефективне пластичне деформације за контролне тачке 2-15 [103]	147
8.25	Температура елементарних запремина диска у функцији ефективне пластичне деформације за контролне тачке 16-30 [103]	147
8.26	Вредности брзина елементарних маса у правцу формирања диска у функцији времена за скуп контролних тачака 2-15 [103]	148
8.27	Вредности брзина елементарних маса у правцу формирања диска у функцији времена за скуп контролних тачака 16-30 [103]	148
8.28	Радијалне вредности брзина елементарних маса у функцији времена за скуп контролних тачака 2-15 [103]	148
8.29	Радијалне вредности брзина елементарних маса у функцији времена за скуп контролних тачака 16-30 [103]	148

Списак табела

2.1	Сумарни приказ резултата када се циљ налази у тренутку лансирања на висини од $R_{tz0} = 10km$ за разматране средње вредности брзина ракете од $\bar{V}_M = 600m/s$ и $\bar{V}_M = 800m/s$, слика 2.8 и 2.9.	40
2.2	Сумарни приказ резултата када се циљ налази у тренутку лансирања на висини од $R_{tz0} = 15km$ за разматране средње вредности брзина ракете од $\bar{V}_M = 600m/s$ и $\bar{V}_M = 800m/s$, слика 2.6 и 2.7.	40
3.1	Одређивање калибра ракете у функцији облика тела и Маховог броја	49
3.2	Табела резултата аеродинамичких карактеристика тела	52
6.1	Процењене перформансе ракетног мотора за задату мисију	97
7.1	Улазни параметри за хипотетичку ракету и аутопилота вертикалног лансирања за потребе нелинеарне симулације	102
8.1	Димензије компонената бојеве главе и основне карактеристике коришћених материјала	135
8.2	Број елемената четвртинског модела за сваки тип бојеве главе формиран у Autodyn®-у (слика 8.10 и 8.11)	136
8.3	Параметри за ваздух из библиотеке материјала Autodyn®-а	142
8.4	JWL параметри за експлозив типа OSTOL	142
8.5	Johnson Cook параметри за бакар из библиотеке материјала Autodyn®-а	142
8.6	Основни параметри за бакар из библиотеке материјала Autodyn®-а	143

Номенклатура

Латинични симболи

Симбол	Величина	Јединица
\bar{F}_b	Средња вредност потиска у бустер фази	[N]
\ddot{a}_m	Други извод захтеваног нормалног убрзања ракете	[m/s ⁴]
δ_{uvr}	Захтевани отклон крилаца у излазном делу млазника	[rad]
$\dot{\theta}$	Угаона брзина пропињања	[rad/s]
$\dot{\theta}_C$	Захтевана вредност угаоне брзине пропињања	[rad/s]
\dot{a}_m	Први извод захтеваног нормалног убрзања ракете	[m/s ³]
\dot{p}	Угаоно убрзање ваљања	[rad/s ²]
\dot{q}	Угаоно убрзање пропињања	[rad/s ²]
\dot{r}	Угаоно убрзање скретања	[rad/s ²]
\dot{R}_T	Релативна брзина приближавања	[m/s]
\dot{i}	Компонента убрзања пројектована на x-осу тела ракете	[m/s ²]
\dot{v}	Компонента убрзања пројектована на y-осу тела ракете	[m/s ²]
\dot{w}	Компонента убрзања пројектована на z-осу тела ракете	[m/s ²]
\bar{u}_{max}	Максимална вредност нормализоване управљачке енергије	[-]
\bar{V}_m	Средња вредност брзине ракете	[m/s]
$\overset{3}{\dot{a}_m}$	Трећи извод захтеваног нормалног убрзања ракете	[m/s ⁵]
$\overset{4}{\dot{a}_m}$	Четврти извод захтеваног нормалног убрзања ракете	[m/s ⁶]
$\overset{5}{\dot{a}_m}$	Пети извод захтеваног нормалног убрзања ракете	[m/s ⁷]
θ_D	Захтевана вредност угла пропињања	[rad]
θ	Остварена вредност угла пропињања	[rad]
\vec{V}_0	Вектор почетне брзине формираног пројектила	[m/s]
\vec{V}_M	Вектор брзине ракете	[m/s]
\vec{V}_U	Вектор почетне резултујуће брзине формираног пројектила	[m/s]

A	Виткост крила	[-]
a	Брзина звука	[m/s]
a_d	Захтевана вредност нормалног убрзања ракете	[m/s ²]
a_{Mx}	Убрзање ракете пројектовано на инерцијални координатни систем посматрано на x-оси	[m/s ²]
a_{Mz}	Убрзање ракете пројектовано на инерцијални координатни систем посматрано на z-оси	[m/s ²]
A_t	Виткост крила задњих управљачких површина	[-]
a_x	Средње аксијално убрзање ракете	[g]
AR	Виткост крилаца УВП система у излазном делу млазника	[-]
b	Распон крила	[m]
c	Ширина крилца УВП система	[m]
C_{D0}	Коефицијент отпора при нултом нападном углу	[-]
C_D	Коефицијент отпора крилца уроњеног у струју млаза ракетног мотора	[-]
C_M	Коефицијент момента пропињања	[-]
C_M^α	Дериватив коефицијента момента пропињања	[1/rad]
C_M^δ	Дериватив момента пропињања по отклону управљачких површина	[1/rad]
C_{N1}	Коефицијент аеродинамичке нормалне силе канара	[-]
C_{N1}^α	Градијент коефицијента аеродинамичке нормалне силе предњих аеродинамичких површина	[1/rad]
C_{N2}	Коефицијент аеродинамичке нормалне силе стабилизатора	[-]
C_{N2}^α	Градијент коефицијента аеродинамичке нормалне силе задњих аеродинамичких површина	[1/rad]
$C_{N\delta}$	Дериватив нормалне силе при отклону крилца	[1/rad]
C_{Nn}	Коефицијент аеродинамичке нормалне силе носног дела тела ракете	[-]
C_N	Коефицијент нормалне аеродинамичке силе	[-]
C_N^α	Градијент коефицијента нормалне аеродинамичке силе	[1/rad]
C_N^α	Дериватив коефицијента нормалне аеродинамичке силе	[1/rad]
c_r	Дужина тетиве у корену крила	[m]
c_t	Дужина тетиве врха крила	[m]
C_x	Аеродинамички коефицијент силе отпора	[-]
C_y	Аеродинамички коефицијент силе пропињања	[-]
C_z	Аеродинамички коефицијент силе скретања	[-]
D	Брзина детонационог таласа	[m/s]
D	Калибар ракете	[m]
D	Сила отпора генерисана на крилцу у струји млаза ракетног мотора	[N]
d	Калибар ракете	[m]

E	Енергија детонације по јединици запремине	[-]
G	Тежина ракете	[N]
g	Гравитациона константа	[m/s ²]
I_{sp}	Специфични импулс	[m/s,s]
K	Коефицијент интерференције при нападном углу	[-]
K	Параметар у JWL једначини стања	[-]
k	Коефицијент интерференције при отклону управљачких површина	[-]
k	Коефицијент политропе продуката детонације	[-]
$K1$	Брзинско појачање	[s]
$K2$	Угаоно појачање	[1/s]
K_1	Параметар у JWL једначини стања	[-]
K_V	Коефицијент запреминске испуњености коморе ракетног мотора горивом	[%]
L	Компонента аеродинамичког момента пројектована на x-осу тела ракете	[Nm]
L	Сила узгона	[N]
L	Сила узгона генерисана на крилцу у струји млаза ракетног мотора	[N]
l	Дужина ракете	[m]
l_n	Дужина носног дела ракете	[m]
M	Компонента аеродинамичког момента пројектована на у-осу тела ракете	[Nm]
M	Махов број	[-]
m	Маса	[kg]
m_0	Стартна маса ракете	[kg]
M_1	Махов број у зони предњих аеродинамичких површина	[-]
M_2	Махов број у зони задњих аеродинамичких површина	[-]
m_{ai}	Активна маса експлозива i -тог сегмента	[kg]
M_i	Маса i -тог сегмента диска	[kg]
m_i	Маса i -тог сегмента експлозива	[kg]
M_{Ki}	Маса i -тог сегмента кошуљице	[kg]
m_p	Маса горива	[kg]
m_{rm}	Маса ракетног мотора	[kg]
N	Компонента аеродинамичког момента пројектована на z-осу тела ракете	[Nm]
N	Нормална аеродинамичка сила	[N]
N	Нормална аеродинамичка сила која се јавља на крилце у струји млаза	[N]
n	Нормално бочно убрзање изражено као бездимензиона величина	[-]

N'	Константа пропорционалне навигације	[-]
N_δ	Сила по јединици отклона крилца у излазном делу млазника	[N/rad]
p	Угаона брзина ваљања	[rad/s]
p_c	Притисак у комори ракетног мотора	[bar]
Q	Динамички притисак струје млаза	[N/m ²]
q	Динамички притисак	[N/m ²]
q	Угаона брзина пропињања	[rad/s]
Q_2	Динамички притиска који делује на задње стабилизаторе	[N/m ²]
R	Радијус кривине носног дела	[m]
r	Угаона брзина скретања	[rad/s]
R_1	Параметар у JWL једначини стања	[-]
R_2	Параметар у JWL једначини стања	[-]
R_{Mx}	Растојање ракете у односу на инерцијални координатни систем у односу на x-осу	[m]
R_{Mz}	Растојање ракете у односу на инерцијални координатни систем у односу на z-осу	[m]
R_{TMx}	Релативно растојање ракете и циља пројектовано на инерцијални координатни систем посматрано на x-осу	[m]
R_{TMz}	Релативно растојање ракете и циља пројектовано на инерцијални координатни систем посматрано на z-осу	[m]
R_{TM}	Релативно растојање између циља и ракете	[m]
R_{Tx}	Растојање циља у односу на инерцијални координатни систем у односу на x-осу	[m]
R_{tz0}	Почетна позиција циља по висини посматрано у инерцијалном координатном систему	[m]
R_{tzmaxQ}	Висина на којој циљ достиже максималну вредност динамичког притиска посматрано у инерцијалном координатном систему	[m]
R_{Tz}	Растојање циља у односу на инерцијални координатни систем у односу на z-осу	[m]
R_{tz}	Пређени пут циља у инерционом координатном систему	[m]
R_z	Промена висине у инерцијалном координатном систему	[m]
S	Површина посматраног крила	[m ²]
S_1	Површина канара/предњих крила	[m ²]
S_2	Површина стабилизатора/задњих управљачких крила	[m ²]
S_{ref}	Површина попречног пресека	[m ²]
S_{ref}	Референтна површина урођеног крилца у струју млаза	[m ²]
t	Време	[s]

T_a	Временска константа аутопилота	[s]
t_b	Време трајања активне фазе	[s]
t_{end}	Време пресретања циља	[s]
t_k	Дебљина крилца УВП система	[m]
T_x	Компонента силе потиска пројектована на x осу	[N]
T_y	Компонента силе потиска пројектована на y осу	[N]
T_z	Компонента силе потиска пројектована на z осу	[N]
u	Компонента брине ракете пројектована на x -осу тела ракете	[m/s]
u_{max}	Максимална вредност управљачке енергије	[m ² /s ³]
V	Степен ширења продуката детонације	[-]
v	Компонента брине ракете пројектована на y -осу тела ракете	[m/s]
V_{0E}	Укупна вредност формираног пројектила	[m/s]
V_{0i}	Брзина посматраног елемента диска	[m/s]
V_0	Почетна брзина ракете	[m/s]
V_b	Брзина ракете на крају активне фазе	[m/s]
V_c	Релативна брзина приближавања циља и ракете	[m/s]
V_{Mx}	Брзина ракете пројектована на инерцијални координатни систем посматрано на x -оси	[m/s]
V_{Mz}	Брзина ракете пројектована на инерцијални координатни систем посматрано на z -оси	[m/s]
V_M	Брзина ракете	[m/s]
V_{t0}	Брзина циља у тренутку захвата	[m/s]
V_{TMx}	Разлика брзина циља и ракете пројектованих на инерцијални координатни систем посматрано на x -осу	[m/s]
V_{TMz}	Разлика брзина циља и ракете пројектованих на инерцијални координатни систем посматрано на z -осу	[m/s]
V_{Tx}	Брзина циља пројектована на инерцијални координатни систем посматрано на x -оси	[m/s]
V_{Tz}	Брзина циља пројектована на инерцијални координатни систем посматрано на z -оси	[m/s]
V_t	Брзина циља	[m/s]
$V_t _{maxq}$	Брзина циља у тренутку достизања максималног динамичког притиска	[m/s]
w	Компонента брине ракете пројектована на z -осу тела ракете	[m/s]
X	Компонента аеродинамичке силе пројектована на x -осу тела ракете	[N]
x_{cg}	Позиција центра масе мерено од врха носа ракете	[m]
x_{cpr}	Позиција центра притиска носног дела	[m]

x_{cpt}	Позиција центра притиска аеродинамичких површина/задње управљачке површине	[m]
x_{cp}	Позиција укупног центра притиска мерено од врха носа ракете	[m]
x_{T0}	Пројектована координата циља за почетни посматрани тренутак	[m]
x_T	Пројектована координата циља за посматрани тренутак	[m]
Y	Компонента аеродинамичке силе пројектована на у-осу тела ракете	[N]
y_{T0}	Пројектована координата циља за посматрани тренутак	[m]
y_T	Пројектована координата циља за почетни посматрани тренутак	[m]
Z	Компонента аеродинамичке силе пројектована на z-осу тела ракете	[N]
z	Смена	[-]
z_0	Висина на којој се избацује ракета катапултом	[m]

Грчки симболи

Симбол	Величина	Јединица
α_{trim}	Тримовани нападни угао	[rad]
α	Нападни угао	[rad]
β_i	Фактор пуњења i -тог сегмента	[-]
β	Балистички коефицијент	[kg/ms]
δ_{trim}	Угао отклона управљачких површина у тримованом лету	[rad]
δ	Угао отклона крилаца	[rad]
δ	Угао отклона управљачких површина	[rad]
δ_{uvp}^{max}	Максимални отклон крилаца у излазном делу млазника	[rad]
$\dot{\lambda}$	Угаона брзина линије визирања циља	[rad/s]
$\dot{\theta}^{max}$	Максимална вредност угаоне брзине пропињања	[rad/s]
$\dot{\theta}_c^{max}$	Максимална вредност командоване угаоне брзине пропињања	[rad/s]
ϵ	Повијање струје на задњим аеродинамичким површинама	[rad]
γ_m	Угао лансирања ракете у односу на инерцијални координатни систем	[rad/deg]
γ_t	Угао уласка циља у атмосферу у односу на инерцијални координатни систем	[rad/deg]
κ	Адијабатска константа	[-]
Λ	Угао предње ивице крила	[°]
λ	Коефицијент сужења крила	[-]
λ	Угао линије визирања циља	[rad]
ν	Фактор дефинисања категорије гађања ваздушних циљева	[-]
$\omega_{\dot{\theta}}$	Сопствена фреквенца унутрашње петље по угаоној брзини	[rad/s]
ω_n	Сопствена фреквенца аутопилота	[rad/s]

Ω	Угао претицања гимбал бојеве главе у терминалној фази	[rad]
ω	Параметар у JWL једначини стања	[Pa]
ρ_c	Густина материјала коморе ракетног мотора	[kg/m ³]
ρ_{maxq}	Густина ваздуха у тренутку достизања максималне вредности динамичког притиска	[kg/m ³]
ρ_p	Густина горива	[kg/m ³]
ρ	Густина ваздуха	[kg/m ³]
σ	Затезна чврстоћа коморе ракетног мотора	[N/mm ²]
ε	Угао претицања	[rad]
φ_i	Угао између осе симетрије бојеве главе и i -те брзине сегмента нормалне на његову површину	[rad]
ζ	Фактор релативног пригушења	[-]

Скраћенице

Скраћеница Значење

АБ	Анти-Балистичка
БГ	Бојева Глава
БЦ	Балистички Циљ
ЕФП	Експлозивно Формиран Пројектил
ПВО	Против Ваздушна Одбрана
ПН	Пропорционална Навигација
ППН	Проширена Пропорционална Навигација
УВП	Управљање Вектором Потиска

Поглавље 1

Увод

1.1 Општа разматрања тактично техничких потреба гађања циљева великих брзина

Унапређење борбених карактеристика јединица за одбрану из ваздуха, своди се на допринос технолошким перформансама ракетног система односно ракете као такве чиме се способности целе војне јединице побољшавају по брзини њеног реаговања, домету као и брзини маневрисања и времена лета саме ракете до циља а узроковано је пре свега појавом циљева великих брзина и на већим дометима. Као посебан захтев за унапређење исказује се потреба за повећањем ефикасности и вероватноће поготка и уништења самог циља што се своди на питање типа корисног терета који треба да реагује у таквим ново-захтеваним условима лета саме ракете.

Концепт заштите од балистичких пројектила кратког, малог и средњег домета, добро познат у литератури [1], који се преко 20 година развија у великим земљама, довео је до конструкције ракета земља–ваздух категорије 4. и 5. генерације које се наводе у војним пројектима као најсавременије. Оваква оријентација у приступу пројектовања ракета чији би значај био допринос противваздушној одбрани

тактичким а не само територијалним јединицама представља савремени тренд у широј области научно истраживачког рада уопште.

Од перформанси нових ракетних система трупне одбране се очекује, да се супротставе артиљерисјским ракетним нападима у тактичким сукобима две стране. Такође треба напоменути, да се нова врста тактичких ракета земља-ваздух намењене трупној одбрани, развијају са тенденцијом ка вишенаменској употреби, чији је примарни задатак гађање балистичких циљева, а као секундарни задатак гађање широког спектра летелица (као што су борбени авиони, хеликоптери, крстареће ракете, безпилотне летелице итд.) па чак и циљеви на Земљи распоређени на месним угловима и већим висинама.

Значајност оваквог истраживања истиче као суштинско питање савремено пројектовање ракетног наоружања односно ракете као основног носиоца главних перформанси система а која се за задатке оваквог типа сврставају у ред савремених тактичких технологија највишег нивоа са потпуно реновираним подсклоповима. Овакво редизајнирање односи се на све подсистеме саме ракете као што су бојева глава, глава за самонавођење, погонска група и управљање потиском као и енергетски и управљачки склопови за симултано извршење различитих функција лета маневра приступа циљу и гађање.

Технолошки садржај конструкције ракета и целокупног ракетног система [2] који обезбеђује овакве перформансе захтева да се видовска и родовска организација просторног деловања реорганизује и прилагоди оваквим технологијама, пре свега са аспекта употребе али и са аспекта припреме, одржавања итд.

Са друге стране побољшање самих перформанси ракете у смислу доприноса наведеним потребама подразумева другачије технологије конструкција ракета, због појаве наведених захтева који се свде на изразита маневарска оптерећења саме ракете. Погађање нових типова циљева као што су балистички вођени пројектили

како мањег и кратког домета тако и одређене специјалне врсте аеродинамичких циљева који се јављају у форми беспилотних летелица великих брзина, основа је нових технолошких захтева ракета земља-ваздух.

То је условило убрзани развој најновијих технологија које су углавном користиле за космичке летелице а већ су биле постављени као задаци за пројектовање такозваног балистичког штита чија је основа минијатуризација подсклопова ради употребе на тактичким ракетама мањег калибра и димензија, са циљем прилагођавања перформансама великог домета и високе прецизности управљања уз истовремено коришћење материјала којима се обезбеђује минимална маса уз максималну отпорност.

Ово се посебно истиче управо у технологијама вођених ракета земља-ваздух, као нови задаци у последњих 20 година. Овакав тренд отпочео је као потреба за заштитом од ракета великог и средњег домета али је применом нових технологија постављен као захтев и за одбрану од ракета малих домета земља-ваздух и артиљеријских балистичких ракета кратког и мањег тактичког домета. На тај начин ракетна технологија ПВО одбране добија потпуно нове развојно технолошке изазове и тенденције са поменутим високоманеварским карактеристикама и заштитом на што већим дометима у ваздушном простору.

То условљава посебан захтев за гађање циљева великих брзина са аспекта веома високе прецизности и вероватноће погађања. Због тога се о прецизности и начину гађања циља размишља не само у фази пре лансирања ракете (што се односи на системе осматрања ваздушног простора и захвата и мерења динамичких параметара циља), већ се користи читав низ допунских метода и технологија за унапређење начина вођења и управљања ракетом као и њених коначних технолошких решења као последице целокупног наведене технологије гађања. Дакле конструкција ракете усклађена је са свим фазама борбене употребе ракетног система и располаже технологијама које могу да прате перформансе на свим нивоима како осматрања и

извиђања тако и захвата, нишањења и вођења ракете по фазама до поготка циља.

Најчешће коришћене технологије које задовољавају овакве захтеве нису само аеродинамичко управљање спрегнуто са системом за управљањем вектором потиска (у даљем тексту УВП) већ и оптимизације закона вођења по минималној грешци поготка и минималном утрошку енергије али и динамички управљани корисни терети у завршној фази ради остварења коначне вероватноће поготка и уништења циља. Ово подразумева допунско разматрање проблема динамичког деловања бојевим теретом у завршној фази који мора да обезбеди задовољавајуће услове прекивања коначне грешке приступа ракете циљу, настале вођењем и управљањем у току лета.

Веома мало пажње је усмерено ка интегралном истраживању начина пројектовања ракета специјалних намена са аспекта усаглашавања посебних задатака механике који намећу технолошке компромисе ради испуњења овако сложених задатака као што је погодак балистичке ракете велике брзине ракетним ударом са Земље. То пружа могућност отварања нових научних приступа у разради теоријских решења и задатака. С тим у вези, докторат је базиран на потреби за допунским истраживањем и интегрисаним приступом пројектовања ракета земља-ваздух трупне намене са наведеним иновираним задацима механике лета ракета земља-ваздух спрегнутих са спољном балистиком лета циља.

1.2 Концептуално пројектовање ракета земља-ваздух против циљева великих брзина

Базни научни концепт проучавања проблема поменутог антибалистичког ракетног концепта карактерише се, у фази развоја тактичко техничких захтева, разрађује се анализама базираним на примењеној механици (динамици), задатака гађања и лета ракете [3]. Оцењује се кроз два аспекта и то:

1. Аспект граничног кретања циља и захтеве које пред ракету поставља модел таквог кретања.
2. Аспект вредности односа захтеваног и могућег (реализованог) кретања ракете за потребе погодка са жељеном грешком.

То пред конструктора ракете поставља захтеве за маневрисање ракете, како би у моделу њеног вођења било остварено кретање ка циљу са траженом поузданошћу погодка и дејством бојевбе главе која одговара геометрији сусрета.

Анализом усвојених брзина кретања циља и његовог положаја анализирају се потребне брзине и начин кретања ракете по критеријуму минималне грешке приступа циљу. Оваквим кинематским приступом оцењују се минималне грешке приступа за сваки од случајева, на основу којих се утврђују минималне и максималне вредности времена лета ракете, бочног убрзања и управљачке енергије.

За анализиране брзине разврстава се начин погона могућ за реализацију конструкције ракете и утврђује однос потребног бустер и маршевског погона ради реализације потпуне мисије ракетног лета.

Анализом погона [4] утврђује се могуће управљање потиском било као основног или допунског система ради постизања жељених перформанси маневра у току праћења циља код ракета са концептом самонавођења. Предпостављено је да ће главни садржај бити утврђивање прецизног односа главних карактеристика погона као извора брзине ракете, затим погона као могућег дела одсека за управљање и маневрисање ракетом.

Коначни корисни бојеви терет као главни одсек свих војних ракета мора бити комплементаран са својим функцијама погодка и уништења циља. Такође његове функције морају бити усаглашене са маневрима који се могу обезбедити погонском групом нарочито у фази приступа циљу.

Задатак таквог усклађивања корисног терета ракете представља један од садржаја овог рада и огледа се у анализи и разради подсистема којим се може допунити ефикасност погађања и уништења циља директним поготком што је основ концепта поузданог гађања балистичких ракета са теретима за масовно уништење.

То подразумева разраду следећих решења:

- Решење проблема веома компликованих и оштрих захтева за реализацију маневарских трајекторија, са високим коефицијентима преоптерећења или бочног убрзања у равни, које треба компромисно разрадити са претпоставком да сама ракета има постојану отпорност конструкције.
- Решење иновираних и допуњених метода вођења на трајекторији у смислу коначне компензације кумулативне-укупне грешке вођења на циљ која би била усаглашена са допунским балистичким гађањем реализованим посебним корисним теретом ради директног поготка балистичког пројектила.
- Решење приступа аеродинамичког пројектовања ракете у функцији резултата реализације маневарских трајекторија за усвојене максималне вредности преоптерећења или бочног убрзања у равни као и кинематских параметара са аспекта оцене перформанси усвојеног закона вођења као што су управљачка енергија и промашај.
- Разрада начина управљања на основу захтеваних вредности максималног убрзања као и разматране аеродинамичке концепције у складу са задатком који се поставља пред ракетом.
- Решење балистике на циљу са задатом грешком која одговара вероватноћи директног поготка ракетом, са жељеном математички моделираном вероватноћом, у динамичким високо нестационарним условима њиховог међусобног кретања.

Примењени научно истраживачки задаци који прате овакав концептуални приступ

пројектовању ракете земља-ваздух [5] захтева разраду и проверу посебних инеграцијских тема значајних за избор наведених пројектних параметара као тактичко техничких захтева ракете који су разрађени у дисертацији. То су:

- Анализа захтева сложеног релативног и апсолутног кретања циља и ракете у току маневрисања, са високим коефицијентима преоптерећења или бочног убрзања у равни. Овако добијене механичке перформансе треба прилогадоти конструкцији и технолошким могућностима ракете употребом нових идеја и садржаја које следе из прецизне анализе и симулације оваквих механичких захтева.
- На основу предходно добијених резултата иновираним решењима управљања било да је аеродинамичко и/или УВП систем, као важан део концепта добијање конфигурације ракете за извршавање поменутих захтева. Међу њима су и концепт аутопилота за кога је кључ и одабир начина управљања. Такође, из предходне анализе се долази до прелиминарних почетних података за пројектовања погонске групе где се дефинише профил потиска као и број степени погона ракетом.
- Дефинисано дејство на циљу са задатом грешком која одговара вероватноћи директног поготка на маневришући циљ граничне брзине на који се може дејствовати иновираном конструкцијом тактичке ракете земља-ваздух.

Ови оштри захтеви постављају пред конструктора вишекритеријумске параметре и то:

- Нове захтеве избора расположивих концепција система вођења.
- Нове системе управљања спрегнуте са карактеристикама система вођења.
- Нове конструкције и типове бојевих глава односно целине корисних терета као захтева који проистичу из геометрије сусрета ракете и циља у терминалној

фази а у складу са изабраним управљањем.

- Иновиране расположиве параметре аеродинамике и динамике лета.
- Унапређене сензорске технологије за потребе самонавођења на целој путањи ракете или у завршној фази у складу са новим концепцијама корисних терета.

Оваква ракета се анализира увек са аспекта критеријума максималних перформанси сведених на минималне тактичке димензије и масе као и свеобухватна интеграција перформанси и масеног модела наменски коципиране ракете [6–8].

Иако је овакав захтев углавном везан за ракете за потребе територијалне заштите од ракетних балистичких пројектила са већим дometима, имплементација таквих захтева на тактичке антибалистичке ракете практично разрађује технологију која ће дати максимално поуздане поготке и уништења балистичких тактичких циљева мањих брзина и дometима. То су углавном артиљериске ракете и пројектили који се користе у симетричним и асиметричним оружаним сукобима.

1.3 Полазне хипотезе

У току разраде дисертације са овако сложеним интерактивним научним циљевима спрегнутим са технолошким задацима и инжењерским могућностима систематског пројектовања ракете усвојене су следеће хипотезе за разраду:

- Општа хипотеза је да се унапређење савремених ракета земља-ваздух мора вршити у правцу вероватноће поготка и уништења циљева директним поготком, а не приближним, што је тренутно стање конструкције досадашњих корисних терета на оваквим тактички ракетним пројектилима.
- Да се маневарске способности ракете у почетној фази пројектовања неограничавају по маневарским способностима односно бочним убрзањима како би

се остварио увид у граничне вредности захтеваних са аспекта минималног промашаја циља.

- Да се маневарске способности ракете не могу унапређивати новим начинима вођења пошто постоји ограничење у вези са издржљивошћу конструкције а које би захтевала избор нових технологија материјала. Ради тога се усваја хипотеза о граничним максималним коефицијентима преоптерећења у току маневра који се могу користити за недовољно поуздано погађање балистичког циља када се ради о анализи већ постојећих ракета.
- Да се овакви сложени услови интеграције могу технолошки извести и усагласити са потребама општег масеног модела конструкције ракете по принципу минимума тежине.

1.4 Преглед досадашњих истраживања

Досадашња истраживања у овој области у складу са наведеним проблемима и усвојеним хипотезама углавном описује методе везане за проблем оптималног кретања вођене ракете односно закона вођења и управљања. То се углавном односи на хипотезу 2 и 3 а тиче се хипотезе 1 док за хипотезу 4 има веома мало радова.

Истраживање на теми доктората на самом почетку ће се ослањати на рад [9] у коме је представљен предлог приступа анализи методе вођења са аспекта кинематике у простору. Аутори су представили иновирани начин закона вођења базиран на тачној пропорционалној навигацији (даље у тексту ТПН, енглески термин *True Proportional Navigation*), где је закон вођења представљен командним убрзањем и дефинисан у три равни xu , yz и xz . За сваку од дефинисаних равни, аналитички се дефинишу кретање циља и ракете, као и одређивање одговарајућег командног убрзања, након чега се врши интеграција закона из посматраних равни у складу са усвојеном геометријом сусрета. Програм који су аутори представили, омогућава

добијање резултата на основу задатог сценарија, за различите кинематске параметре циља као што су брзина, маневрабилност, даљина на којој се циљ гађа као и ракурс циља. Ракета је представљена као тело са једним степеном слободе, укључујући вредност силе потиска, аеродинамичке силе које делују на ракету у току лета, масу ракете као и максимално бочно убрзање које посматрана ракета може да обезбеди. Аутори су посебно нагласили да рад даје посебан акценат на проблем минималног растојања ракете и циља у терминалној фази. Такође се разматра и потребно време како би се циљ погодио при максималним оствареним бочним убрзањима у току његовог маневра избегавања ракете. Оно што је битно, а то је да се овакав приступ дефинисања самог сценарија може анализирати са другим доступним методама вођења а у складу са задатом мисијом. Треба додати, да се сам рад бави гађањем циљева као што је борбени авион чија је брзина неупоредиво мања у односу на балистичке циљеве. Сама докторска теза, бави се проблемима пресретања циљева великих брзина, тако да је рад одабран због могуће имплементације другачијег сценарија и његове анализе на самом почетку истраживања теме доктората. У овом раду акценат је такође стављен на геометрију сусрета у терминалној фази, чији су резултати дали визуелну могућност анализе промашаја поред такође доступних сета нумеричких вредности. То је веома важно са аспекта одабира типа и пројектовања бојевих глава за задати сценарио, о чему је детаљно истраживање представљено у литератури [10].

Аутори су представили [11] интегрисани приступ интерактивним системима вођења против стационарних [12] и покретних циљева, разматран у хоризонталној равни. Изведено решење је примењено на истовремени здружени напад четири ракете чији су појединачни закони вођења базирани на методи класичне пропорционалне навигације (даље у тексту ПН). Циљ рада је да овакав модел напада обезбеди да ракете истовремено стигну на циљ (*Swarming* или *On Time On Target*) усвајајући концепт да су испаљени са различитих даљина. Овакав начин приступа има за циљ да се повећа вероватноћа унуштења [13] циља кумулативним дејством више

пројектила на циљ [10, 14]. Са аспекта утицаја на масу сваке од ракета овакав метод има недостатке јер повећава масе због већег пређеног пута садржаног у закону пропорционалне навигације којим се обезбеђује симултани погодак са различитих даљина. Само решење проблема симултаног погађања циља своди се на то да постоји централизован координатни алгоритам који има задовољавајуће перформансе о добијању информација о времену до сусрета са циљем. У раду је предложена метода која је детаљно анализирана нелинеарном нумеричком симулацијом са веома свеобухватном анализом резултата. Поменути рад је обрађен из разлога имплементације оваквог решења у тактичке ракете земља-ваздух које имају за циљ гађање високо приоритетних циљева које поседују и велике брзине. Оно што додатно компликује а то је цео ракетни систем, односи се на комуникацију између ракета које здружено делују у лету а у циљу прикупљања информација о времену које је преостало до циља, како би ракете симултано дејствовале на посматрани циљ. Оно што треба напоменути уколико би се одабрао ракетни систем који функционише на овакав начин здруженог деловања, практично би морао поседовати већи број ракета него што је то уобичајено а у складу са вероватноћом погађања циља. Добра страна је могућност неистовременог испаливања у максимално дозвољеном временском интервалу и гађање са различитих позиција ракетног система који би покривали брањени простор.

Аутори радова [15–17], представили су модификацију постојеће методе вођења за циљеве чија је брзина већа од брзине ракете. Такав сценарио је нетипичан за садашње ПВО ракете и из тог разлога заслужује посебну пажњу како у свету науке тако и у овом докторату. У радовима је представљена компарација модификованих закона вођења базираних на ПН са жељеним углом у тачки пресретања са напоменом на нужност оваквог приступа са аспекта оптималног пројектовања неконвенционалне бојеве главе. Анализирано је пресретање циља велике брзине без ограничења у угаоном позиционирању сензора за два случаја: гађање циља у доласку (*head-on*) и гађање циља у одласку (*tail-case*). За сваки од случаја коришћене

су различите предложене методе вођења у циљу добијања зоне уништења и жељених углова приступа циљу као и оцена постојећих и предложених метода вођења. Пропраћене су и минималне грешке приступа циљу као и вредности управљачке енергије.

Веома је битно размотрити не само вођење већ и начин управљања за одређивање грешке на циљу [18, 19]. Пошто се у саму анализу укључују оба фактора као и коначно само дејство бојеве главе. У раду [20] представљена је анализа утицаја аеродинамичког управљања код вођених ракета, аеродинамичким шемама типа задњи стабилизатори и/или канари као утицаја на укупну грешку која се генерише при сусрету ракете и циља у завршној фази. Анализа је рађена за две аеродинамичке шеме одвојено, за случај када циљ маневрише. Утврђено је да ракета има бољу управљивост са аеродинамичком шемом канари у односу на шему управљања задњим стабилизаторима, где се генерише мања грешка на циљу (грешка представљена као функционална зависност времена пресретања). Међутим са аспекта стабилности, предност имају аеродинамичке шеме управљане задњим стабилизаторима. Иако је анализа добијена за случај да је брзина ракете пет пута већа од брзине циља, што није случај са темом која се истражује, ипак има значај за квантитативну оцену теме. Пошто је генерли закључак у раду дат као став да обе концепције имају својих предности и недостатака ипак концепција са задњим стабилизаторима преоручује се за циљева које имају велике брзине, високу маневралност и велике домете. Међутим свакако треба имати у виду овакав тип анализе са аспекта почетног утврђивања и дефинисања хипотеза у овом докторату, као и модел приступа разматрању саме проблематике аеродинамичког управљања.

Када је реч о аеродинамичком пројектовању вођених ракета незаобилазно је разматрати концепт вођења и управљањем као интегрисану целину [18, 21]. Већина радова као што су [1, 22, 23], који се базирају на утицају аеродинамичких карактеристика на перформансе вођења и управљања али и радова који третирају само вођење и управљање [15, 16, 24–28], углавном усвајају стандардни облик аутопило-

та који је детаљно описан у раду [29]. Представљени аутопилоти за избор кретања ракете усвојени су по стандарду за ваљање, пропињање и скретање, а развијени су и предложени у истом раду од стране *Raytheon*-а. Аутопилот пропињања и скретања се базира на синтетичкој повратној вези за коју је изведена и анализирана преносна функција нормалног убрзања у односу на захтевано нормално убрзање ракете $W_{ap}(s) = a_m/a_d$. Коришћењем изведене преносне функције аутопилота лако се може превести у временски домен [1] и анализирати перформансе ракете за различите сценарије у почетној фази пројектовања. Ово је приступ којим се руководило и у овом докторату.

У раду аутор [30], даје свеобухватни приказ перформанси УВП система са теоријским приступом и компаративном анализом теоријских и експерименталних резултата са аспекта повећање маневра ракете. Дата је јасна форма силе отпора и силе узгона (попречна управљачка сила) за случај суперсоничног опструјавања крилаца у струји млаза што одговара конструкцији УВП уроњеним крилцима у излазном делу млазника. Дефинисани изрази имају широку примену са аспекта пројектовања аутопилота и анализу перформанси ракете за случај концепта вертикалног лансирања, значајно за ракете противбалистичких циљева.

У склопу тенденције ка оптимизацији ракетних система, мултифункционалност подсистема ракете [31, 32] чији би примарни задатак био уништавање балистичких циљева великих брзина представља и избор типа бојеве главе. Уз истовремену потребу да се истим уништавају и летелица мањих брзина као и стационарни циљеви. Бојева глава дакле има мултифункционални задатак за уништавање различитог спектра циљева а притом да не нарушава ефикасност свог деловања. Оваква констатација ставља пред конструкторе веома тежак задатак са аспекта пројектовања целог ракетног система [33]. Такође треба напоменути да би овакво конципирана ракета требала имати два алгоритма закона вођења у складу са њеном мултифункционалношћу.

Као што се види из наведених радова [24, 34] ефикасност бојеве главе [13, 35] директно зависи од грешке вођења система вођења [2] која је функција брзине и манервабилности као, величина циља и вероватноће уништења. Све ово наведено директно утиче на масу бојеве главе, а самим тим и на масу целе ракете као и борбеног система што је посебно важно за усвојену хипотезу 4. На масу бојеве главе, такође утиче и број бојевих глава који ће бити у оптицају за уништење посматраног циља али то није разматрано у овој дисертацији. Уколико се посматрани циљ који треба да се уништи, третира са две или више бојевих глава више ракетом, маса једне бојеве главе може бити мања пропорционално жељеној укупној вероватноћи уништења [36].

Истраживање у овом докторату има за циљ не само да прикаже робусност бојеве главе у функцији одређених параметара већ и да анализира различите тренутке сусрета ракете и циља који директно утичу на облик и конструкцију бојеве главе [37].

Остаје став да се анализа хипотезе 4 мора у овом раду вршити синтетички без примера иностране литературе пошто концепт гађања брзоманевришућих циљева и ефикасност њихових уништења зависи не само од конструкције ракете већ и од примењене тактике гађања једном или више ракета.

Поглавље 2

Одређивање захтеваних карактеристика ракете

2.1 Карактеристике циљева великих брзина (балистички циљеви)

Тактичке ракете земља-ваздух малог домета [38], пред које се поставља као задатак одбрана трупних јединица од циљева из ваздуха, захтевују дејства на циљеве различитих типова и брзина од којих су најтежи за захват и гађање, поред аеродинамичких летелица и балистички пројектили тј. тактичке балистичке ракете кратког и малог домета. Њихово гађање и захват најтежи је задатак савремене одбране ракета земља-ваздух малог домета пре свега због веома брзог кретања кроз простор од момента откривања па до момента дејства на циљу, на копну, што екстремно смањује систему одбране време реаговања. То пре свега утиче на избор карактеристика ракете од које се захтева екстремно кретање и маневрисање да би погодила такав циљ лансирањем у екстремно кратком времену од момента откривања. Иначе балистички циљ малог домета је у тактичком смислу углавном артиљеријски класични или ракетни пројектил. Он се гађа најчешће ракетом земља-ваздух просечних брзина, намењених гађању аеродинамичких циљева, у су-

срет и/или у одласку, дакле гоњењем, и представља брзопокретни објекат у простору који карактеришу брзе промене положаја по висини и домету у току времена приступа гађаном ватреном положају.

Лет балистичког циља може се поделити у три фазе:

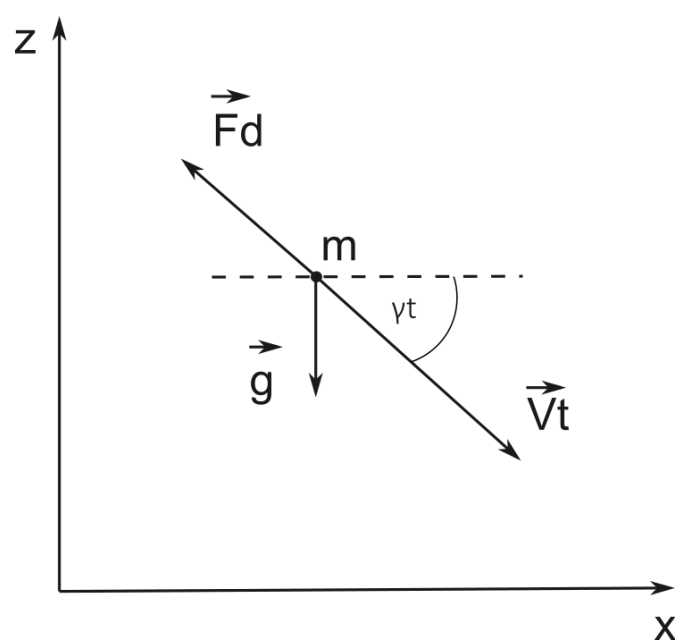
- прва се односи на активну фазу лета када је артиљеријски балистички циљ лансиран и део лета када је достигао своју коначну брзину,
- друга фаза напуштања густих слојева атмосфере и лет у пасивној фази без погона на великим висинама,
- и као трећа фаза најважнија за анализу могућности одбране трупним ракетним системом земља-ваздух је терминална фаза односно фаза када циљ улази у гушће слојеве атмосфере на висини захвата, што ће бити предмет разматрања у овом докторату.

Кинематске карактеристике циља у терминалној фази су праћене великом брзином, различитим угловима уласка у атмосферу са веома кратким временом лета до приступа циљу на коме се очекује деловање корисног терета. У раду ће се управо разматрати мање висине уласка балистичких циљева типичне за данашње тактичке балистичке ракете кратког домета (артиљеријске тактичке ракете или пројектили). То не захтева, у првој апроксимацији, сложенији модел Земље, већ је на дометима трупних ракета земља-ваздух које треба да делују на овакве циљеве, довољно је усвојити модел Земље као раван, а кретање балистичког пројектила у хомогеним пољу гравитације константне вредности, слика 2.1.

Анализа гађања ће бити вршена за најтежи поступак одбране од балистичког циља тј. директним погодком ракетом. Ово би, према могућностима антибалистичке одбране представљао најкомплекснији задатак са аспекта маневарских способности ракете. Иако овај задатак предпоставља да ракета одмах након лансирања улази у маневар ка циљу, даља симулација ка циљу у вертикалној равни реализује

кинематско кретање ка циљу. На тај начин се утврђују њене захтеване идеалне граничне способности без унапред задатих конструктивних ограничења у вези са убрзањем.

Математички модел који описује кретање циља сматраће се раванским у вертикалној равни приступа, оцењеној по правцу доласка у току његовог откривања при уласку у зону захвата и биће дефинисан према слици 2.1 у правоуглом координатном систему.



Слика 2.1: Кинематски модел кретања балистичког циља у терминалној фази

У овом случају у раду су разматрани само сила отпора и гравитације које делују на балистички циљ, без силе узгона или бочног скретања приликом уласка у зону захвата ракете земља-ваздух на задатој висини R_{tz} у атмосфери.

Очекује се и могућност да ће успорење настало дејством силе отпора бити веће од деловања гравитационог убрзања у правцу брзине, па ће балистички циљ у терминалној фази успоравати. Укупно аксијално убрзање балистичког циља може

се дефинисати на следећи начин [1]:

$$\dot{V}_{tx}(t) = \frac{-qg}{\beta} \cos \gamma_t(t), \quad (2.1)$$

$$\dot{V}_{tz}(t) = \frac{qg}{\beta} \sin \gamma_t(t) - g, \quad (2.2)$$

где је $\beta = mg/C_{D0}S_{ref}$ балистички коефицијент а $q = 0.5\rho V_t^2$ динамички притисак. Угао под којим балистички циљ улази у атмосферу дефинисан је са γ_t и представља један од кључних параметара у анализи, и може се одредити у облику:

$$\gamma_t = \arctan\left(\frac{-V_{tx}}{V_{tz}}\right). \quad (2.3)$$

Кретање балистичког пројектила, занемарујући утицај гравитације у терминалној фази може се описати на следећи начин:

$$m \frac{dV_t}{dt} = -qS_{ref}C_{D0}. \quad (2.4)$$

Узимајући у обзир израз за балистички коефицијент и динамички притисак, предходна једначина се може изразити у облику аксијалног убрзања:

$$\frac{dV_t}{dt} = \frac{-\rho g V_t^2}{2\beta}. \quad (2.5)$$

Ако се у првој апроксимацији усвоји претпоставка да је трајекторија балистичког циља у терминалној фази права линија, тада је угао уласка константна вредност током лета балистичког циља. Са слике 2.1 се може одредити компонента брзине у правцу z осе у облику:

$$V_{tz} = \frac{dR_{tz}}{dt} = -V_t \sin \gamma_t. \quad (2.6)$$

Ово представља брзину приближавања пројектила тлу и одређује време реаговања одбране као и висину на којој треба извршити гађање. За даљу анализу једначину (2.6) је погодније посматрати као промену брзине у функцији висине, па се проши-

рењем преходног израза добија једначина:

$$\frac{dV_t}{dt} = \frac{dV_t}{dR_{tz}} \frac{dR_{tz}}{dt} = -\frac{dV_t}{dR_{tz}} V_t \sin \gamma_t. \quad (2.7)$$

Ако се усвоји функционална зависност промене густине са висином у облику,

$$\rho = 1.252 \exp\left(\frac{-R_z}{7500}\right), \quad (2.8)$$

једначина (2.7) се може написати у следећем облику погодном за интегралњење.

Заменом једначине (2.5) у (2.7) добија се следећа интегрална једначина:

$$\int_{V_{t0}}^{V_t} \frac{dV_t}{V_t} = \frac{1.2525g}{2\beta \sin \gamma_t} \int_{R_{tz0}}^{R_{tz}} \exp\left(-\frac{R_{tz}}{7500}\right) dR_{tz}. \quad (2.9)$$

Након интегралњења једначине (2.9), добија се израз који дефинише промену брзине балистичког циља у функцији почетне брзине праћења, густине ваздуха, балистичког коефицијента и угла уласка балистичког циља у атмосферу у облику:

$$V_t = V_{t0} \exp\left(\frac{-7500g\rho}{2\beta \sin \gamma_t}\right). \quad (2.10)$$

Заменом израза (2.10) у израз за динамички притисак добија се вредност динамичког притиска у облику:

$$q = 0.5\rho V_{t0}^2 \exp\left(\frac{-7500g\rho}{\beta \sin \gamma_t}\right). \quad (2.11)$$

Као што је речено циљ је могуће анализирати уколико се тачно зна да ли је и када убрзање променило знак. За то је пресудно одредити вредност парцијалног извода једначином (2.11) који се добија када се он изједначи са нулом $\partial q / \partial \rho = 0$, тада израз гласи:

$$0 = 0.5V_{t0}^2 \exp\left(\frac{-7500g\rho}{\beta \sin \gamma_t}\right) - 0.5\rho V_{t0}^2 \frac{7500g}{\beta \sin \gamma_t} \exp\left(\frac{-7500g\rho}{\beta \sin \gamma_t}\right). \quad (2.12)$$

Након сређивања једначине (2.12) добија се следећи услов:

$$\beta \sin \gamma_t = 7500 \rho g. \quad (2.13)$$

Када се израз (2.13) уврсти у (2.10), добија се вредност брзине балистичког циља за случај када се достиже максимална вредност динамичког притиска:

$$V_t|_{maxq} = 0.606 V_{t0}. \quad (2.14)$$

Густина ваздуха у том тренутку максималне вредности динамичког притиска може се одредити из израза,

$$\rho_{maxq} = \frac{\beta \sin \gamma_t}{7500g}. \quad (2.15)$$

Коришћењем једначина и заменом у једначину добија се зависност максималне густине у функцији положаја циља по висини R_{tz} . Густина ваздуха у тренутку максималне вредности динамичког притиска може се изразити на следећи начин:

$$\rho_{maxq} = 1.2525 \exp\left(-\frac{R_{tzmaxQ}}{7500}\right), \quad (2.16)$$

На основу предходног израза тај положај балистичког циља се може изразити помоћу израза у функцији балистичког коефицијента и угла уласка циља у терминалну фазу:

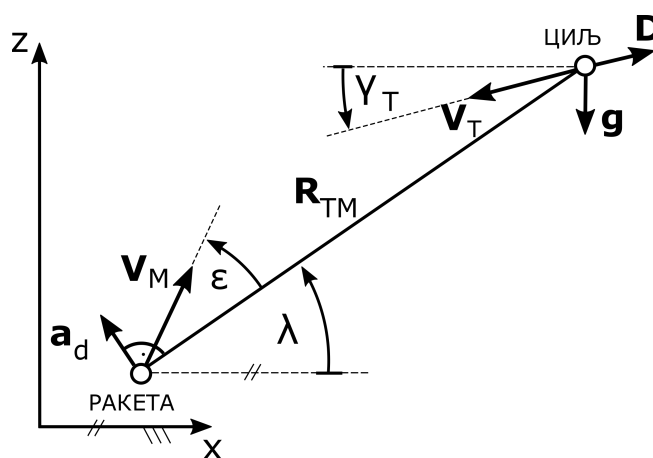
$$R_{tzmaxq} = 7500 \ln \frac{92152.688}{\beta \sin \gamma_t}. \quad (2.17)$$

На тај начин су одређена два основна параметра кретања балистичког циља а то су положаји максималног динамичког притиска и убрзање као функције приступног угла.

2.2 Карактеристике праћења циља

Математички модел кретања ракете [38] при гађању балистичког циља као и модел релативног кретања ракете и циља описана је у многим радовима од којих се издвајају [9, 16, 39]. За примене у овој анализи извршен одабир једначина неопходних за дефинисање анализе задатака гађања, рађене у даљем тексту употребом модела нелинеарне симулације у вертикалној равни кретања балистичког циља где се очекује сусрет са ракетом.

На слици 2.2 приказан је 2-Д модел кинематских параметара директног приступа циљу у вертикалној равни. Овакво гађање има хипотезу да балистички циљ напада директно ракетни положај, да је ракетна одбрана открила правац његовог приступа, па се задатак ракетне одбране своди на најсложенији задатак директног гађања. Овакво кретање представљало би извођење најрестриктивнијег маневра а промашаји би се сматрали као добијени под најтежим условима лета за саму ракету са аспекта анализе грешака поготка, собзиром да је релативна брзина приближавања балистичког циља и одбрамбене ракете земља-ваздух максимална. Релативна



Слика 2.2: Геометрија сусрета ракете и циља у равни

брзина приближавања ракете и циља може се представити као негативна вредност

извода промене њиховог тренутног растојања:

$$V_c = -\dot{R}_{TM}. \quad (2.18)$$

Већина радова [15, 17, 40] као услов за симулацију поготка оценом промашаја односно дефинисања краја даље анализе сусрета током времена лета у нелинеарној симулацији сматраће се тренутак када растојање ракете и балистичког циља почиње да се увећава $V_c < 0$. Ипак овај услов није једини, пошто се за утврђивање максималне ефикасности закона вођења, наведеним условом не добија минимална вредност промашаја. Минимална вредност промашаја може бити тренутак када растојање ракете и циља почиње да расте. Уколико се жели поставити услов за оцену грешке поготка, заустављање симулације у тренутку минималне вредности промашаја, решавајући систем диференцијалних једначина, методом Рунге-Кута четвртог реда, усваја се да је крај анализе симулација услов у облику:

$$\min R_{TM}(t). \quad (2.19)$$

Одређивање трајекторије балистичког циља у току гађања ракетом дефинисано је у инерцијалном координатном систему и добија се интеграљењем једначина (2.1) и (2.2) у облику:

$$\begin{aligned} \dot{R}_{Tx} &= V_{Tx}, \\ \dot{R}_{Tz} &= V_{Tz}. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Дефинисање трајекторије и брзине ракете којом се гађа балистички циљ, може се дефинисати у облику:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{Mx} &= a_{Mx}, \\ \dot{V}_{Mz} &= a_{Mz}, \\ \dot{R}_{Mx} &= V_{Mx}, \\ \dot{R}_{Mz} &= V_{Mz}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Релативно тренутно растојање пројектовано на инерцијални координатни систем

између ракете и балистичког циља гласи:

$$\begin{aligned} R_{TMx} &= R_{Tx} - R_{Mx}, \\ R_{TMz} &= R_{Tz} - R_{Mz}. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Најчешће коришћени и најпогоднији је закон по методи пропорционалне навигације. У закону вођења један од кинематских елемената за синтезу команде је информација угаоне брзине линије визирања [38, 40, 41]. Са слике 2.2 се види да је угао линије визирања ракете и циља:

$$\lambda_d = \arctan \frac{R_{TMz}}{R_{TMx}}. \quad (2.23)$$

Затим се диференцирањем предходне једначине добија угаона брзина линије визирања у облику:

$$\dot{\lambda}_d = \frac{1}{1 + \left(\frac{R_{TMz}}{R_{TMx}}\right)^2} \frac{R_{TMx}V_{TMz} - R_{TMz}V_{TMx}}{R_{TMx}^2}. \quad (2.24)$$

У симулационом моделу, израз (2.24) је добијен на основу геометрије познавајући позицију циља и ракете у времену. Угаона брзина линије визирања циља $\dot{\lambda}$, углавном је праћена шумовима у току одређивања њене вредности. Да би рачунар за вођење добио одговарајућу вредност, сигнал се мора пропустити кроз филтер како би се извршила естимација сигнала по угаоној брзини линије визирања циља. Филтер сензора моделиран је као преносна функција првог реда [1] чија је вредност појачања $K_f = 10$ и временска константа $T_f = 0.1 \text{ s}$ представљено у следећој форми:

$$\frac{\zeta(s)}{\zeta_d(s)} = \frac{K_f}{s + T_f}, \quad (2.25)$$

где су $\zeta(s) = d\lambda/dt$ и $\zeta_d(s) = d\lambda_d/dt$. Израз (2.25), може се представити у времен-

ском домену за потребе нелинеарне симулације у облику:

$$\ddot{\lambda} = K_f \dot{\lambda}_d - T_f \dot{\lambda}. \quad (2.26)$$

Компоненте релативне брзине ракете и циља пројектоване на инерцијални координатни систем гласе:

$$\begin{aligned} V_{TMx} &= V_{Tx} - V_{Mx}, \\ V_{TMz} &= V_{Tz} - V_{Mz}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Релативно растојање између ракете и циља може се представити преко његових компонента пројектованих у инерцијалном координатном систему:

$$R_{TM} = \sqrt{R_{TMx}^2 + R_{TMz}^2}. \quad (2.28)$$

Диференцирајући предходну једначину добија се вредност релативне брзине приближавања у облику:

$$\dot{R}_{TM} = \frac{R_{TMx} V_{TMx} + R_{TMz} V_{TMz}}{R_{TM}}. \quad (2.29)$$

као и угао претицања са слике 2.2 у облику:

$$\varepsilon = \arcsin \frac{V_T \sin(\beta + \lambda)}{V_M}. \quad (2.30)$$

У анализи промашаја применом нелинеарне симулације могуће је узети у обзир нелинеарност команде вођења типа симетричног засићења [9, 39, 42, 43] али пошто се захтева анализа добијања вредности максималног нормалног убрзања без ограничења, за задати сценарио, са хипотетичком ракетом, предпоставиће се да ракета која гађа циљ, нема ограничења по нормалном убрзању (хипотеза 2). Командно убрзање које одговара закону ПН дато је у облику [1]:

$$a_d = N' V_c \dot{\lambda}, \quad (2.31)$$

као и закон проширене пропорционалне навигације добијен за тачно дефинисане услове оптимизације [1]:

$$a_d = N' V_c \dot{\lambda} + \frac{1}{2} N' a_T. \quad (2.32)$$

Предлози примена и поређење резултата упоредне анализе пропорционалне навигације у однос на проширену пропорционалну навигацију, детаљно су представљени у раду [44]. Компоненте убрзања пројектоване на инерцијални координатни систем дате су у облику:

$$a_{Mx} = -a_d \sin \lambda, \quad (2.33)$$

$$a_{Mz} = a_d \cos \lambda. \quad (2.34)$$

У алгоритму датом на слици 2.3 такође је додат утицај аутопилота за управљање нормалним убрзањем ракете као управљачким системом, коме је ракета објекат управљања. Преносна функција аутопилота представљена је линеарним системом n -тог реда који представља понашање хипотетичке ракете у s -домену, чија је преносна функција према [24] представљена у облику:

$$\frac{a_m(s)}{s\lambda(s)} = \frac{N' V_c(s)}{\left(1 + \frac{sT_a}{n}\right)^n}. \quad (2.35)$$

Да би понашање аутопилота било веродостојније реалном сценарију праћења, у алгоритму симулације са слике 2.3 у овом раду је усвојен аутопилот петог реда ($n=5$) према препорукама у поменутом раду [1, 24], па се преносна функција (2.35) своди у облик:

$$\frac{a_m(s)}{s\lambda(s)} = \frac{N' V_c(s)}{\left(1 + \frac{sT_a}{5}\right)^5}. \quad (2.36)$$

Једначина (2.36) може се представити у временском домену за дефинисање оствареног нормалог убрзања ракете решавањем следећих диференцијалних једначина

за потребе нелинеарне симулације:

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_1 &= z_2, \\
 \dot{z}_2 &= z_3, \\
 \dot{z}_3 &= z_4, \\
 \dot{z}_4 &= z_5, \\
 \dot{z}_5 &= \frac{3125(a_d - 0.008T_a^4 z_4 - 0.08T_a^3 z_3 - 0.4T_a^2 z_2 - T_a z_1 - z_1)}{T_a^5},
 \end{aligned} \tag{2.37}$$

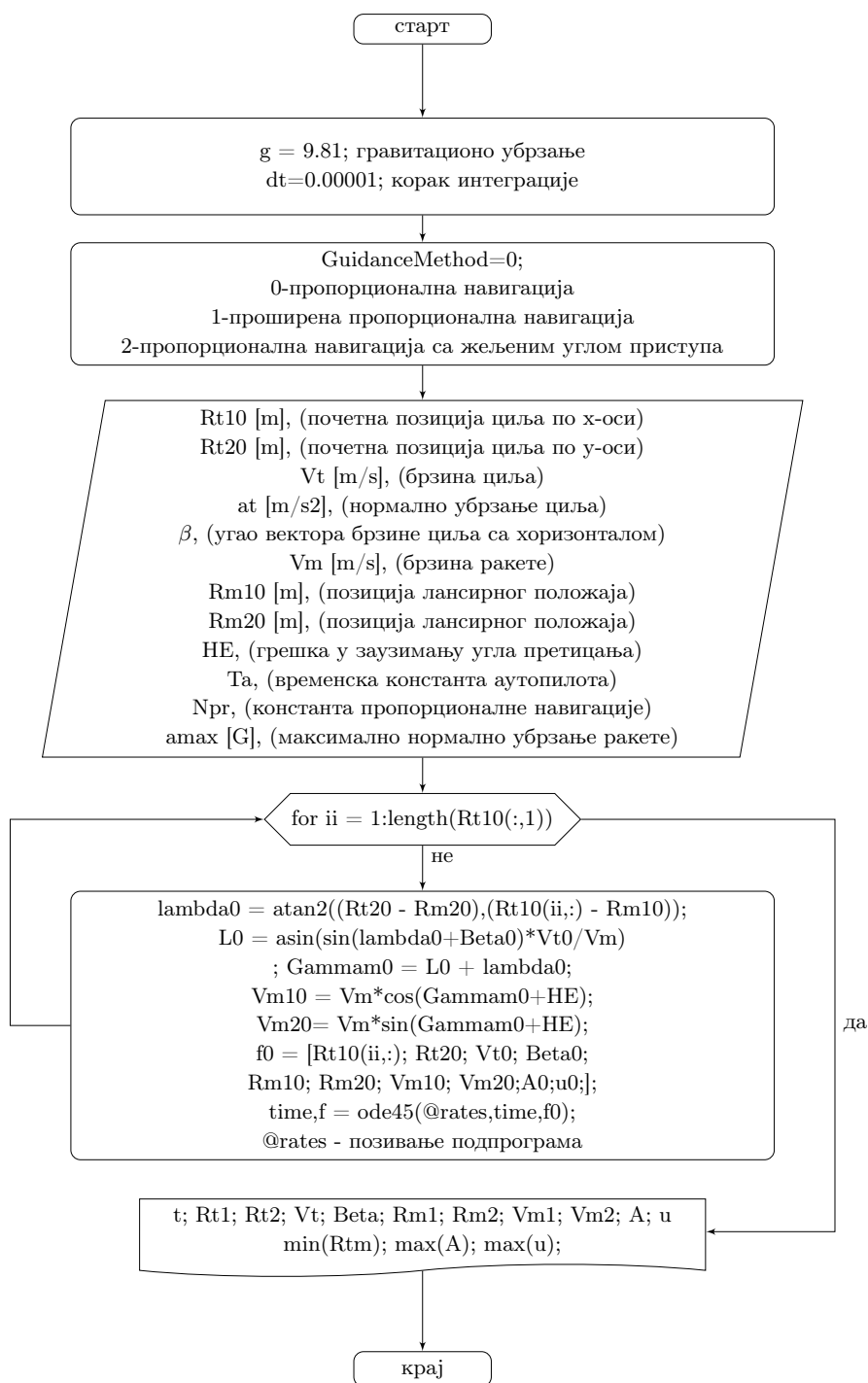
где су смене $\dot{z}_1 = \dot{a}_m$, $\dot{z}_2 = \ddot{a}_m$, $\dot{z}_3 = \overset{3}{\dot{a}_m}$, $\dot{z}_4 = \overset{4}{\dot{a}_m}$ и $\dot{z}_5 = \overset{5}{\dot{a}_m}$. На основу поставке проблема, дефинисан је алгоритам програма на слици 2.3 и подпрограма на слици 2.4 у којем се дефинишу једначине закона вођења као и изразе управљања хипотетичком ракетом.

2.3 Резултати нелинеарне нумеричке симулације

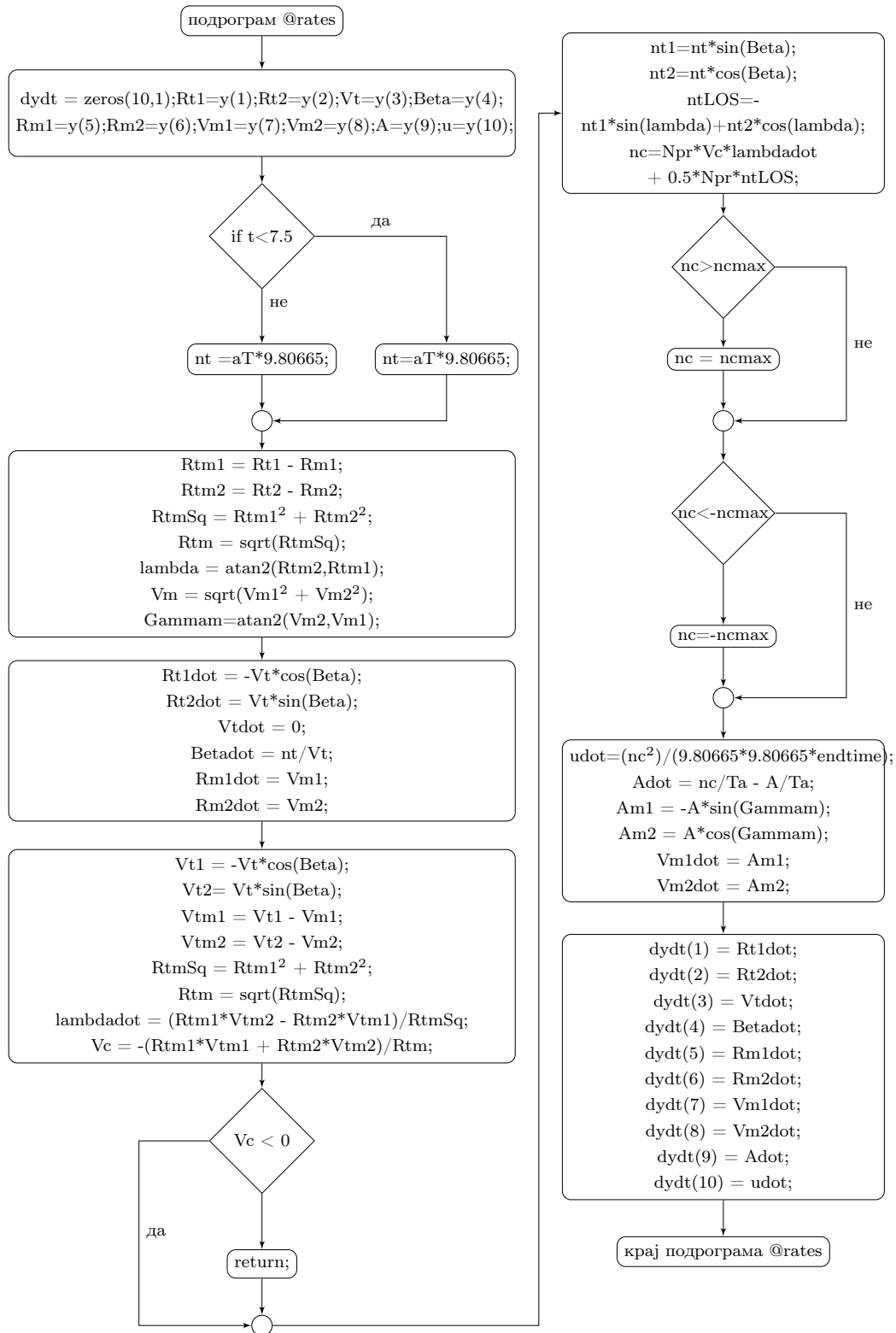
2.3.1 Претпоставке за симулацију сценарија

За потребе нелинеарне 2-Д симулације базиране на изразима у предходном делу, реализован је алгоритам за израчунавање основних перформанси ракете као и приказ трајекторија ракете и циља. Структура алгоритма базирана је на главни програм слика 2.3 и подпрограм слика 2.4. У подпрограму се налазе дефинисане једначине предходно описаног сценарија, позивајући их у главном програму како би се реализовало њихово решење са уносом почетних параметара симулације. Симулације су реализоване за следеће почетне и граничне услове, слика 2.5:

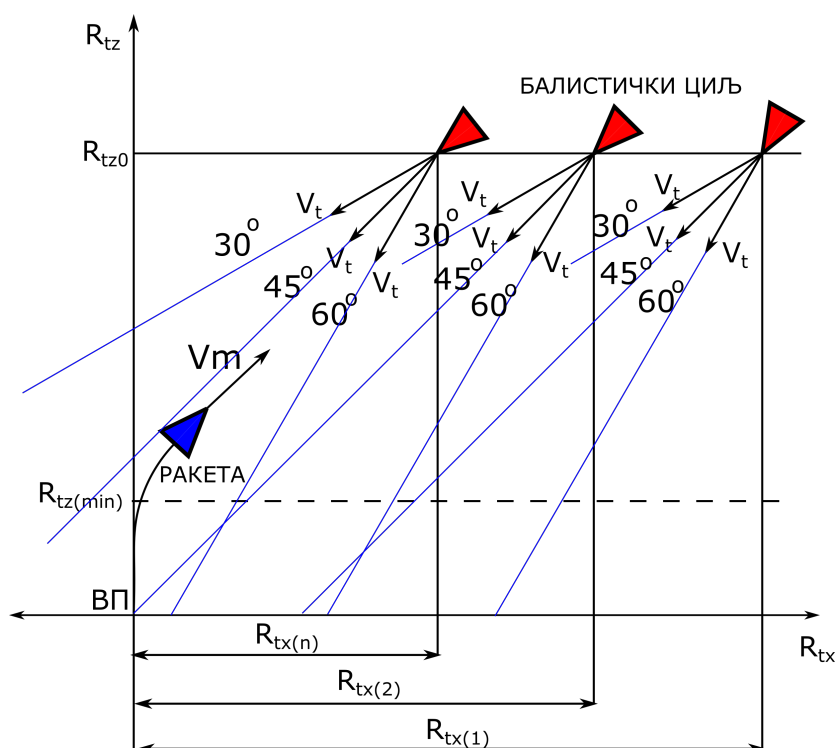
- положај циља по домету усвојен је за вредности од $7km$ до $20km$,
- промена висине циља усвојена је за два гранична услова за $10km$ и $15km$,
- средње усвојене брзине ракете од $600m/s$ и $800m/s$,



Слика 2.3: Алгоритам програма за нелинеарну симулацију



Слика 2.4: Алгоритам подпрограма “rates” за нелинеарну симулацију



Слика 2.5: Карактеристичне путање вертикалног лансирања ракете и балистичког циља за испитане граничне случајеве ($7km$ и $20km$)

- почетни услови кретања циља су представљени почетном брзином од $1300m/s$,
- приступни углови циља на поменутиим висинама у односу на x -осу инерцијалног координатног система су 30° , 45° и 60° .

Ограничење за крај симулације дато је у облику:

- минимум промашаја по софтверском моделу наведеном према изразу (8.1),
- минималној висини погодка од $1km$,
- за све анализиране случајеве ракета се лансира под углом од 90° ,
- вредност временске константе аутопилота је $T_a = 0.5s$ према препорукама [9, 22, 24, 39].

Овакав избор почетних услова одговара ракетама мањих брзина, мањег домета

савремене одбране ракета земља-ваздух за које се очекује да би побољшањем маневарских способности и коефицијента преоптерећења могле да се супротставе и артиљеријским балистичким циљевима уз одговарајућу припрему и могућност узимања елемената гађања, односно равни приступа балистичког циља одмах након вертикалног лансирања.

2.4 Критеријуми за оцену утицајних параметара на могућности приступа балистичком циљу ракетом са земље у 2-Д директном моделу гађања

Комплетна анализа има за циљ симулирање ракете земља-ваздух малог домета за трупну одбрану од балистичких циљева чија је брзина неколико пута већа од брзине ракете. Како би се окарактерисале особине закона вођења и његове могућности реализације управљачким ораганима за задати сценарио неопходно је посматрати промашај [45, 46] и величину управљачке енергије дате према [47] у облику:

$$u_{max} = \int_0^{t_{end}} a_d^2 dt, \quad (2.38)$$

сведене у овом раду на нормализовану вредност исте величине. Оваква нормализована управљачка енергија, може се дефинисати у облику:

$$\bar{u}_{max} = \frac{1}{g^2 t_{end}} \int_0^{t_{end}} a_d^2 dt. \quad (2.39)$$

Математички се користи у симулацији као допунска функција чија се вредност за одабране сценарије и мисију поготка оцењује као квалитативна анализа закона вођења и управљања. Собзиром да је временска функција, ова величина која као и друге две, убрзање и текући промашај, има своју дистрибуцију током времена лета, вредност максималног интеграла криве, представља резултат карактеристике гађања по овом бездимензионалном критеријуму за сваки симулирани случај поје-

диначно. На тај начин се оцењује након сваке симулације вредност максималне управљачке енергије у сумарној оцени сваког од сценарија, укупна управљачка енергија учествује као допунски параметар за оцену потребног нормалног убрзања. Пошто се дистрибуција управљачке енергије за све сценарије по домету за сваку изабрану висину разматра појединачно, она учествује у оцени сценарија и услова гађања ради оцене граничних перформанси које ракета треба да има за гађање оваквих циљева и избор њених тактичко-техничких захтева.

Однос брзине циља и ракете може се представити као $\nu = V_t/V_m$, где је за $\nu < 1$ сценарио гађања спорих циљева. Када је $\nu > 1$ сценарио важи за гађање циљева великих брзина односно балистичких пројектила у завршној фази. Пошто се у овој дисертацији разматра гађање циљева великих брзина од ракета у сусрету тада је $\nu > 1$, и овакав сценарио се сврстава у категорију гађања циљева великих брзина [15]. У оваквом случају, погодак циља је једино могућ када се гађање врши у сусрет, или чак у одласку али са контролисаним претицањем предходно планираним лансирањем ракете, уз почетно заузимање одговарајућег угла претицања. Други наведени случај није био предмет разматрања у овој дисертацији. Алгоритам је дефинисан тако да даје резултате за сваку промену почетног положаја циља током приступа ракетном брањеном положају по висини и по домету, слика 2.3, за фиксне вредности висине, са критеријумом да за сваку симулацију програм изврши заустављање у тренутку када ракета достиже минималну вредност промашаја. Треба напоменути да у овом истраживању нису узети у обзир различити типови закона вођења.

Симулирана су три сценарија приступа циљу:

1. Први сценарио, када циљ са углом уласка у терминалну фазу од 30° у одређеном тренутку зависно од брзине, прелази изнад ватреног положаја.
2. Други сценарио са углом од 45° када циљ иде ка лансирном положају или његовој непосредној околини.

3. Трећи случај, када циљ који улази под углом од 60° , практично има тенденцију да погоди циљ неколико километара испред тачке лансирања, што је најтежи случај са аспекта гађања ракетом.

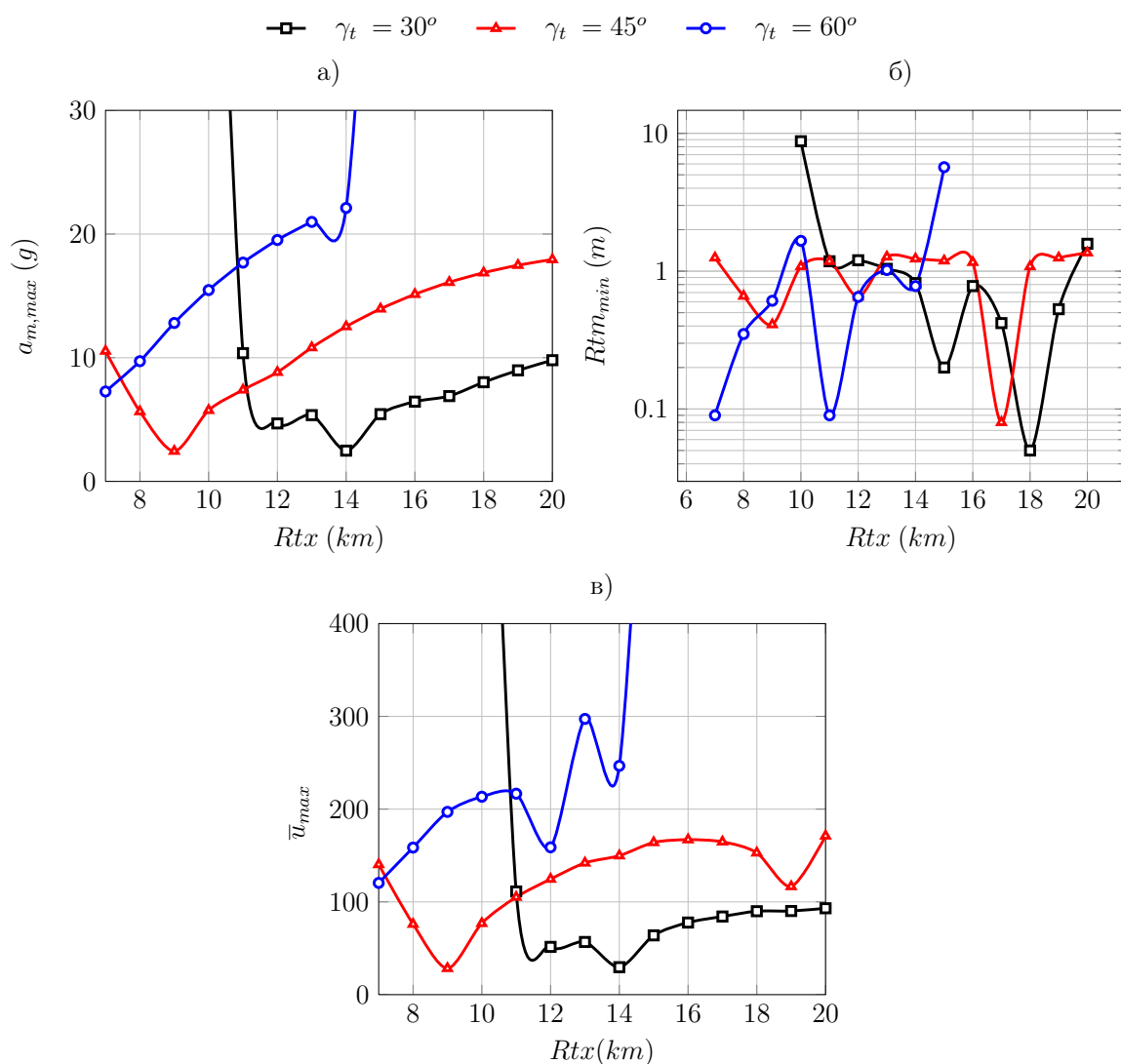
На сликама 2.6, 2.7, 2.8 и 2.9, за сваки пар брзина и висина захвата од 600 m/s односно 800 m/s , за висине 10 km односно 15 km , представљене су кинематске граничне вредности ракете земља-ваздух у мисији гађања балистичког циља при различитим условима.

Свака од слика 2.6, 2.7, 2.8 и 2.9, има испитане карактеристике и то:

- Максимално захтевано нормално убрзање током лета по домету ка циљу, за сва три сценарија уласка циља у зону захвата на одабраној висини, усвојеном средњом брзином ракете, наведено у пакету дијаграма под а).
- Минимални остварени промашај током лета по домету ка циљу, за сва три сценарија уласка циља у зону захвата на одабраној висини, усвојеном средњом брзином ракете, наведено у пакету дијаграма под б).
- Нормализована управљачка енергија током лета по домету ка циљу, за сва три сценарија уласка циља у зону захвата на одабраној висини, усвојеном средњом брзином ракете, наведено у пакету дијаграма под в).

2.4.1 Анализа захвата циља на висини од 15 km

Када циљ улази у терминалну фазу под углом од 30° на 15 km висине, ракета може да изврши погодак циља у већем распону домета од 20 km па све до 10 km за средњу вредност брзине ракете од 600 m/s , слика 2.6 а). На слици 2.7 а), ракета може да изврши поготке од 8 km до 20 km брзином од 800 m/s на циљ који улази под 30° на висини од 15 km задатом брзином циља. То је нешто већа зона поготка у поређењу са предходним случајем. Упоредјујући остварена нормална убрзања,



Слика 2.6: Кинематске граничне вредности ракете у функцији почетног положаја циља по домету R_{tx} за различите вредности угла γ_t уласка циља у терминалну фазу; а) максимално нормално убрзање ракете, б) промашај и в) управљачка енергија; Почетни услови $V_{t0} = 1300$ m/s, $R_{tz0} = 15$ km, $\beta = 14147.1$, $\bar{V}_m = 600$ m/s и $\gamma_m = 90^\circ$.

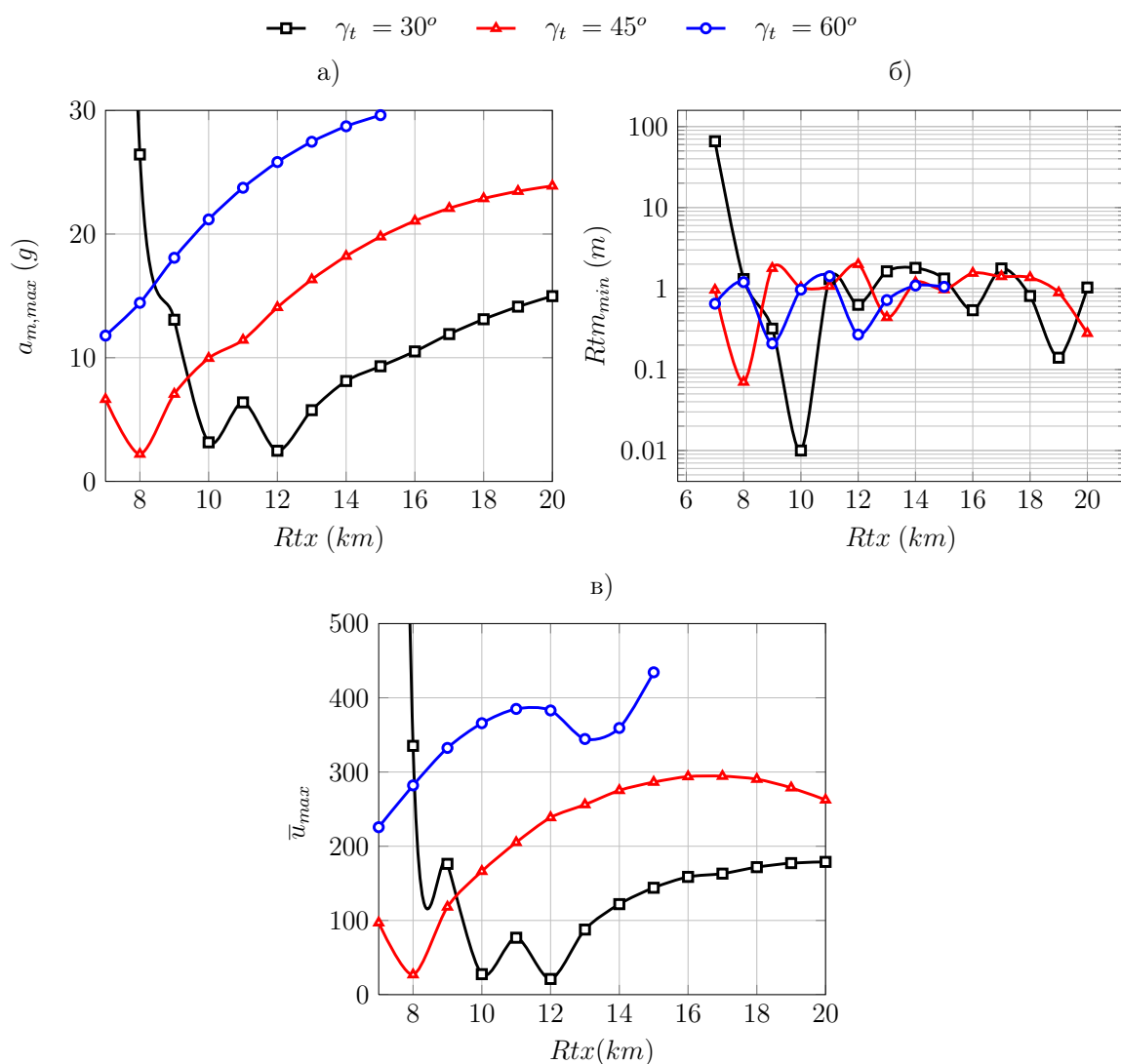
ракета са средњом вредности брзине од 800 m/s реализује већа захтевана максимална нормална убрзања у односу на ракету са 600 m/s. За случајеве са слике 2.6 и 2.7 ван поменутих зона, ракета врши неприватљиво велике промашаје уз веома високе вредности нормалних убрзања, слика 2.6 а) и слика 2.7 а), што се односи на зоне испод 10 km односно 8 km по домету. Овај случај је праћен великим промашајевима датим на слици 2.6 б) и 2.7 б) као и великим вредностима управљачких

енергија приказано на слици 2.6 в) и 2.7 в).

Разлог због којег ракета не може извршити погодак за почетне вредности положаја циља по домету за оба случаја средњих брзина ракете је то што циљ, слике 2.6 и 2.7, улази по сценарију 1 под оштрим углом у зону захвата са задатом брзином, на висини од 15 km у тренутку лансирања ракете, и практично у том распону испод 10 km односно 8 km по домету, циљ за кратко време прелази велику раздаљину по домету. На тај начин циљ прелази у леву полураван у односу на тачку лансирања, што доводи случај гађања циља у одласку у неком тренутку лета. То представља немогућ задатак за лансирану ракету, собзиром да је брзина ракете неколико пута мања од циља.

За очекиване вредности координата положаја циља по домету и висини у моменту поготка, посебно је битна очекивана висина на којој се остварује погодак, имајући у виду могуће типове балистичких циљева са различитим корисним теретима, којима се брањени простор излаже већим и/или мањим ризицима од уништења, зависно од висине на којој је уништен циљ односно његов корисни терет.

Улазак у зону захвата под углом од 45° по сценарију 2, даје нешто другачије резултате приказане на сликама 2.6 а) и 2.7 а), где се може уочити да у целом разматраном домену почетног положаја циља по домету ракета остварује поготке. Слика 2.6 б) и 2.7 б), где се уочавају прихватљиве вредности нормалног убрзања. Такође веома је битно пратити вредности управљачке енергије која је директно повезана са пројектовањем органа за управљање ракетом, слика 2.6 в) и 2.7 в). У случају уласка циља у атмосферу под углом од 45° ракета погађа циљ за све разматране почетне положаје по домету од 7 km до 20 km , слика 2.6 а) и 2.7 а), са прихватљивим вредностима промашаја у терминалној фази слика 2.6 б) и 2.7 б). Уочавају се и уобичајене вредности управљачке енергије, слика 2.6 в) и 2.7 в) упоређујући их са радовима [15, 16]. Разлог успешног поготка циља за разматране почетне позиције циља по домету, што је тај да је циљ усмерен ка лансирном поло-



Слика 2.7: Кинематске граничне вредности ракете у функцији почетног положаја циља по домету R_{tx} за различите вредности угла γ_t уласка циља у атмосферу; а) максимално нормално убрзање ракете, б) промашај и в) управљачка енергија; Почетни услови $V_{t0} = 1300$ m/s, $R_{tz0} = 15$ km, $\beta = 14147.1$, $\bar{V}_m = 800$ m/s и $\gamma_m = 90^\circ$.

жају односно зони лансирања, доводи случај гађања у услове са могућом потпуном предикцијом поготка у тачку претицања. На тај начин се минимизира промашај али и постиже ефекат смањења максималног нормалног убрзања ракете. Циљ у овом случају улази под повољним углом у односу на тачку лансирања, где је ракети потребна минимална вредност нормалног убрзања за реализацију угла претицања у условима вертикалног лансирања.

Трећи сценарио, слика 2.6 и 2.7, када циљ улази у атмосферу под углом од 60° , представља најлошије услове за гађање циљева у распону од 14 km до 20 km , ракета средње вредности брзине од 600 m/s не може погодити циљ, док ракета са средњом вредношћу брзине од 800 m/s не може да погоди циљ преко 15 km , што указује на чињеницу да се погодак ракетом сваког циља тешко може остварити. На слици 2.6 а) и 2.7 а) може се видети да су убрзања ракете пуно већа у поређењу са предходним случајевима, где ракета након 14 km домета циља за ракету чија је средња вредност брзине 600 m/s , остварује веома високе вредности максималног нормалног убрзања уз експоненцијални пораст са повећањем гађаног домета. У сва три случаја на слици 2.6 а) и 2.7 а), заједничко је то да повећањем почетног положаја циља по домету почев од 7 km у датим случајевима почиње пораст максималног нормалног убрзања са максимумом на максималном разматраном домету циља од 20 km .

Вертикално лансирање ракете за веће разматране домете, остварује велика закривљења трајекторије на самом почетку путање, што резултира порасту нормалног убрзања за сваки разматран случај. Потреба за великим вредностима командног убрзања је да за кратко време обезбеди одговарајући угао претицања како би се успешно извршио погодак под неповољним положајем ракете у односу на циљ у почетном тренутку лансирања.

На мањим висинама захвата циља разрађена је идентична анализа као за предходни случај приказано на сликама 2.8 и 2.9 за средње вредности брзина од 600 m/s и 800 m/s респективно. Слика могуће зоне уништења за случај када је средња вредност брзине ракете 600 m/s и 800 m/s , нешто је другачија у поређењу са резултатима датим на сликама 2.6 и 2.7. То указује на утицај положаја балистичког циља у моменту захвата и лансирања ракете. Разматрајући промену висине, добија се да је угао уласка циља у зону захвата од 30° по првом сценарију најповољнији. За друга два сценарија уласка од 45° и 60° зона гађања је мање повољана са аспекта домета зоне са којим се може извршити успешан погодак.

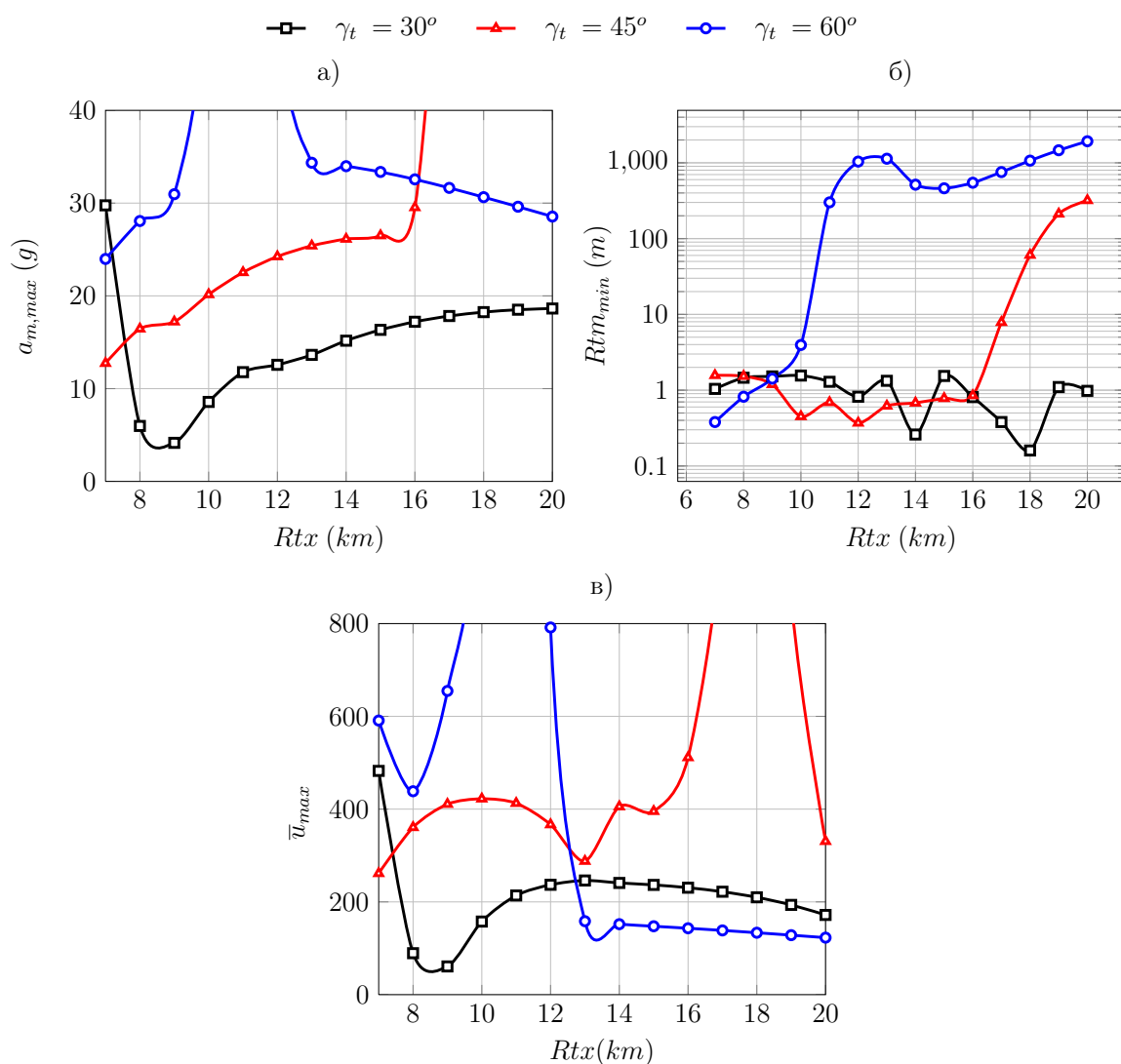
Вредности промашаја за сваки сценарио слика 2.8 б) и 2.9 б), варирају од максималне вредности до минималне вредности за сваки почетни положај циља по домету.

Вредности максималног командног убрзања ракете за сваки сценарио на сликама 2.8 а) и 2.9 а), представљају максималне захтеване вредности како би ракета успешно погодила циљ.

2.4.2 Анализа захвата циља на висини од 10 km

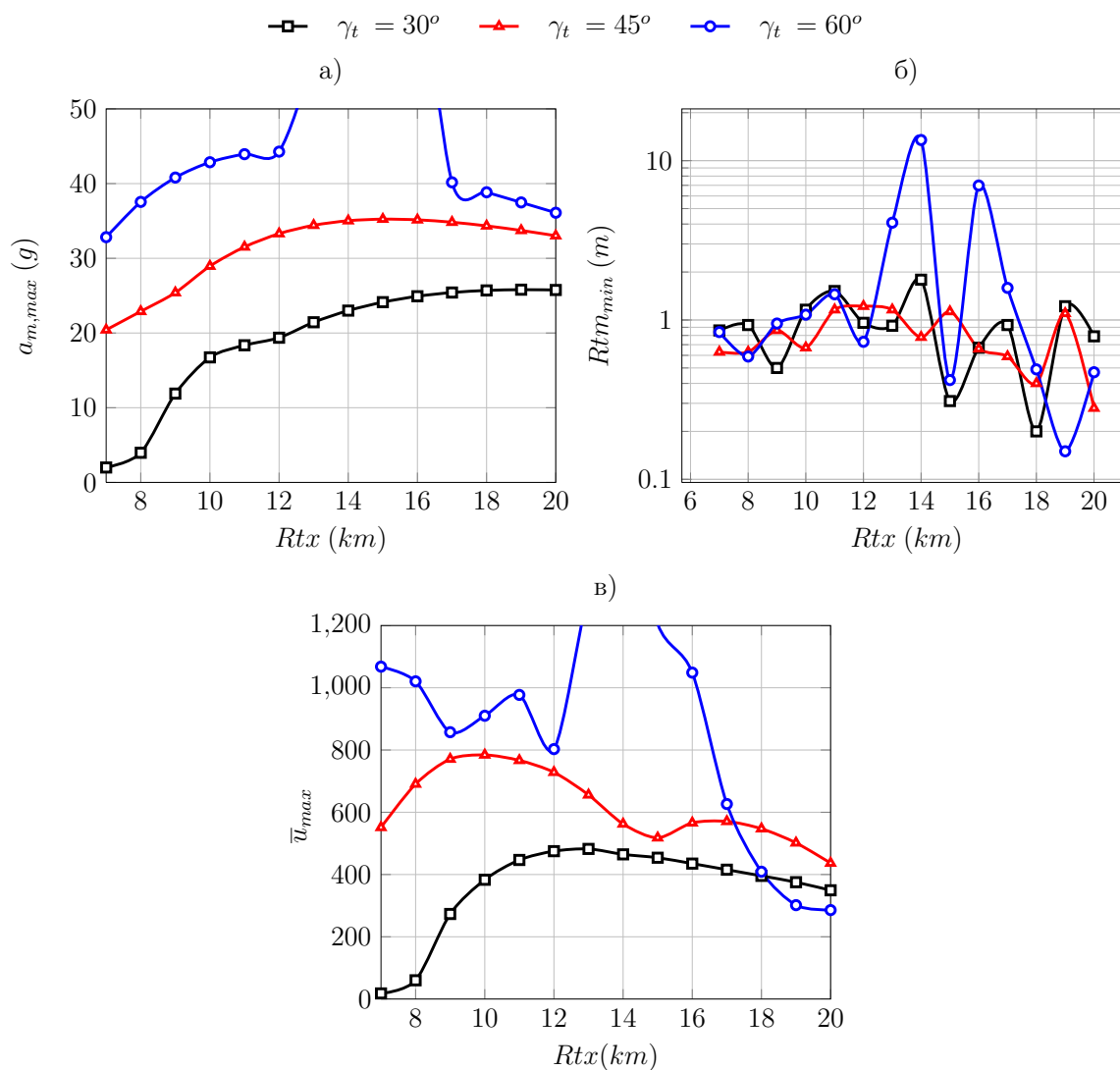
Разматрањем случаја када циљ улази у атмосферу на 10 km висине, мења ствари у погледу захтеваних перформанси ракете управо због усвојене велике вредности брзине циља неадекватне за висину захвата. Најнеповољнији случај указује да ракета мора остварити 45 g нормалног убрзања како би погодила циљ. Пораст нормалног убрзања, уколико би упоредили резултате нормалног убрзања са слике 2.8 а) и 2.9 а), јасно указује да повећањем брзине ракете добијамо веће вредности нормалног убрзања.

За усредњену вредност брзине ракете од 800 m/s циљеви се пресрећу на већим висинама у поређењу са вредностима брзина од 600 m/s, као и то да се обезбеђује нешто већа зона уништења по домету. Оно што се може приметити у свим представљеним резултатима, када циљ улази у зону захвата гађања под повољним углом са повољним координатама по домету, тада ракета остварује веома мала нормална убрзања и успешно пресреће циљ. То указује на потребу да би за гађање са мањим нормалним убрзањима ракета морала неколико тренутака пре лансирања да изврши предикцију тачке поготка а самим тим и предходну припрему за извршење гађања. То се огледа у заузимању елемената гађања као почетних услова лансирања, а обезбеђује се допунском опремом праћења, захвата и нишањења циља. Вредности нормализоване управљачке енергије на сликама 2.8 в) и 2.9 в), су вред-



Слика 2.8: Кинематске граничне вредности ракете у функцији почетног положаја циља по домету R_{tx} за различите вредности угла γ_t уласка циља у атмосферу; а) максимално нормално убрзање ракете, б) промашај и в) управљачка енергија; Почетни услови $V_{t0} = 1300$ m/s, $R_{tz0} = 10$ km, $\beta = 14147.1$, $\bar{V}_m = 600$ m/s и $\gamma_m = 90^\circ$.

ности као што је већ речено, које указују на ефикасност закона вођења које се касније рефлектују на пројектовање управљачких органа.



Слика 2.9: Кинематске граничне вредности ракете у функцији почетног положаја циља по домету R_{tx} за различите вредности угла γ_t уласка циља у атмосферу; а) максимално нормално убрзање ракете, б) промашај и в) управљачка енергија; Почетни услови $V_{t0} = 1300$ m/s, $R_{tz0} = 10$ km, $\beta = 14147.1$, $\bar{V}_m = 800$ m/s и $\gamma_m = 90^\circ$.

Табела 2.1: Сумарни приказ резултата када се циљ налази у тренутку лансирања на висини од $R_{tz0} = 10km$ за разматране средње вредности брзина ракете од $\bar{V}_M = 600m/s$ и $\bar{V}_M = 800m/s$, слика 2.8 и 2.9.

Први анализа	$R_{tz0} = 10km; \bar{V}_M = 600m/s$			$R_{tz0} = 10km; \bar{V}_M = 800m/s$		
$\gamma_t(^{\circ})$	30	45	60	30	45	60
$a_{max}(g)$	29.76	25.40	30.96	25.8	35.03	45
$\bar{R}_{tm}(m)$	1.025	0.93	0.873	0.911	0.889	0.89
$R_{tx} \in [R_{tx}^{min}, R_{tx}^{max}](km)$	$\in [7,20]$	$\in [7,13]$	$\in [7,9]$	$\in [7,20]$	$\in [7,14]$	$\in [7,10]$
$[R_{z,end}^{min}, R_{z,end}^{max}](km)$	$\in [4.6,1.5]$	$\in [3.9,1.4]$	$\in [2.6,1.1]$	$\in [5.6,2.3]$	$\in [4.5,1.7]$	$\in [3.3,1.4]$
$t_{min}; t_{max}$	8.09s; 13.73s	6.85s; 12.96s	6.90s; 8.38s	6.94s; 12.28s	6.13s; 14.99s	6.19s; 8.09s
$\bar{u}_{min}; \bar{u}_{max}$	61; 246	261; 422	439; 655	18; 482	551; 784	857; 1068

Табела 2.2: Сумарни приказ резултата када се циљ налази у тренутку лансирања на висини од $R_{tz0} = 15km$ за разматране средње вредности брзина ракете од $\bar{V}_M = 600m/s$ и $\bar{V}_M = 800m/s$, слика 2.6 и 2.7.

Друга анализа	$R_{tz0} = 15km; \bar{V}_M = 600m/s$			$R_{tz0} = 15km; \bar{V}_M = 800m/s$		
$\gamma_t(^{\circ})$	30	45	60	30	45	60
$a_{max}(g)$	10.37	17.94	22.11	26.43	23.89	29.61
$\bar{R}_{tm}(m)$	0.78	0.98	1.16	0.97	0.98	0.84
$R_{tx} \in [R_{tx}^{min}, R_{tx}^{max}](km)$	$\in [11,20]$	$\in [7,20]$	$\in [7,14]$	$\in [8,20]$	$\in [7,20]$	$\in [7,15]$
$[R_{z,end}^{min}, R_{z,end}^{max}](km)$	$\in [7,5.7]$	$\in [5.7,1.5]$	$\in [5,1]$	$\in [7.7,6.6]$	$\in [7,2.9]$	$\in [6,1.9]$
$t_{min}; t_{max}$	12.03s; 13.96s	9.89s; 15.18s	8.92s; 11.96s	10.2s; 12.61s	8.72s; 13.43s	8.04s; 11.98s
$\bar{u}_{min}; \bar{u}_{max}$	29; 111	28; 167	120; 297	21; 179	27; 294	226; 434

Напомена:

$\gamma_t(^{\circ})$ - угао уласка балистичког циља у терминалној фази, $a_{max}(g)$ - максимално остварено нормално убрзање ракете за испитани сценарио, $\bar{R}_{tm}(m)$ - средња вредност промашаја за испитани сценарио, $R_{tx} \in [R_{tx}^{min}, R_{tx}^{max}]$ - зоне у којима је могуће извршити погодак и $t_{min}; t_{max}$ - минимално и максимално остварено време лета ракете за испитани сценарио, $[R_{z,end}^{min}, R_{z,end}^{max}](km)$ - домен висина на којима је остварен погодак и $\bar{u}_{min}; \bar{u}_{max}$ - минимална и максимална вредност нормализоване управљачке енергије.

Са тог аспекта у целокупном симулираном сценарију постоје карактеристични случајеви максималних вредности нормализоване управљачке енергије. Она углавном зависи од брзине ракете и за средњу вредност брзине ракете од 600 m/s не прелази у билом ком сценарију гађања вредност од 650 док за средње вредности брзине од 800 m/s не прелази вредност од 1100. Минималне вредности које зависе искључиво од сценарија гађања износе за ракету од 600 m/s од 50 а за ракету од 800 m/s од 10. То указује на чињеницу да је утицај сценарија пресудан на вредности минималне нормализоване управљачке енергије. Разматране анализе наведених дијаграма за различите углове приступа циља тј. сценарија на различитим висинама гађаних ракетама средњим усвојеним брзинама, групно су приказане, табела 2.1 и 2.2.

2.5 Предлози

- Утицај максималних вредности брзина директно утичу на концепцију аеродинамичког пројектовања као и на вредност и величину аеродинамичких површина задужених за реализацију захтеваних нормалних убрзања.
- Начин лансирања је од суштинског значаја за избор концепције аеродинамичке шеме. Ако се од ракете захтевају оштри маневри за случај вертикалног лансирања, управљање шемом патка може имати ограничавајуће перформансе приликом остваривања великих нападних углова. У овом случају најпогоднија варијанта је управљање задњим стабилизаторима.
- Начин који је усвојен за релаизацију мисије, указује на начин управљања ракетом. Обзиром да је у питању вертикално лансирање, и посматрање профила нормалног убрзања у времену, максималне вредности остварују се на самом почетку лета, указујући на то да је неопходан систем који ће одмах реаговати и испратити захтеве који се пред ракетом постављају. Имајући у виду да се ракета лансира са Земље, где ракета за кратко време треба да

реализује максималну вредност бочног убрзања, систем управљања који би одговорио захтевима је управљање вектором потиска (УВП). Због немогућности ракете да постигне за веома кратко време довољну брзину за управљање аеродинамичким површинама, у овом случају најпогодније би било да ракета врши управљање УВП системом у бустер фази.

- Узимајући у обзир предпостављени начин управљања, од кључног аспекта је и време за које се извршава пресретање циља. Минимално време за које се остварује погодак је $\sim 7 s$, док максимално време износи $\sim 15 s$. Са аспекта пројектовања погонске групе, треба имати у виду да се ради о ракети која део енергије осим што ракети саопштава потребну максималну брзину, део енергије троши на рад УВП система током реализације веома енергичних маневара.
- Резултати нумеричке симулације указују на то да се сви поготци реализују у сусрету, водећи рачуна о томе под којим угловима ракета приступа циљу и са којим вредностима релативне брзине приближавања. Наведени кинематски параметри, заправо, имају велики утицај на одабир и захтеве почетног пројектовања бојеве главе и упаљача.
- Приближном проценом масе бојеве главе са механичко-осигуравајућим елементима добија се вредност калибра ракете. За процењену вредност калибра ракете и номиналне вредности аеродинамичког отпора, директно утичу на процену потребне количине горива ракетног мотора.

2.6 Закључци анализе за реализацију успешног гађања балистичког циља кратког домета

На основу добијених резултата могу се изнети следећи закључци:

-
- За све разматране сценарије, највећа ширина зоне уништења по домету остварује се за случајеве када циљ улази у зону захвата према сценарију 1 под углом од 30° за висине захвата од 10 km односно под 45° за висине захвата од 15 km . Највеће сужење зоне могућег гађања јављају се у сценарију три, на најмањој висини захвата од 10 km односно нешто повољније за исте услове али при захвату на 15 km .
 - Остварени кинематски промашаји за све разматране случајеве у којима је усвојено да је ракета извршила погодак, крећу се у границама од 0.01 m до 1.58 m . У реалним условима гађања, грешка сензора и остале опреме такође постоји и битно ће утицати на вредности стварног промашаја али не значајно и на вредности нормалног убрзања.
 - Максималне вредности нормалног убрзања у свим случајевима и сценаријима су за око 25% мања за захват циља на већим висинама од 15 km у односу на захват од 10 km . Ово се исказује као функционална зависност пораста нормалног убрзања почев од приступних углова циља од 30° до 60° као пропорционални пораст а такође и као порасту брзини ракете. Највећа вредност убрзања за ракету чија је средња вредност брзине 600 m/s износи 31 g , док за средњу вредност брзине од 800 m/s износи 45 g . Иначе опсег захтеваног нормалног убрзања свих могућих погодака се креће од 10.37 g до 45 g .

Поглавље 3

Аеродинамичко пројектовање

3.1 Увод

Утицај максималних вредности брзина директно утичу на концепцију аеродинамичког пројектовања као и на вредност и величину аеродинамичких површина задужених за реализацију захтеваних нормалних убрзања. Такође начин који је усвојен за реализацију мисије, указује на начин управљања ракетом.

Када је реч о аеродинамичком пројектовању, једно од кључних захтева је обезбедити стабилност и маневрабилност ракете што је у посебној вези са предходно наведеним.

Наиме, захтев за већом маневарском способношћу ракете односи се на веома мале радијусе заокрета која ракета мора да обезбеди како би успешно извршила погодак циља. Велика вредност брзине ракете и велика маневрабилност циља, захтева реализацију и одрживост велике управљачке силе. Велика захтевана сила маневрисања захтева велику вредност силе управљања како би генерисала довољно статичку и динамичку стабилност и успешно управљање током њеног лета.

Статичка стабилност представља тенденцију тела ракете да се одржи у стању за-

узетог нападног угла без обзира на његове поремећаје. Уколико је пројектована стабилност формирана одабиром аеродинамичке конфигурације и распоредом аеродинамичких површина на телу, то ће бити потребна већа или мања управљачка сила како би се савладао отпор ракете како на управљање тако и на време стабилизације заузетог нападног угла. То проузрокује смањење или повећање маневарских способности саме ракете.

Сама управљивост ракете може се дефинисати брзином постизања и брзином одржавања захтеваног нападног угла у стабилној вредности (тримован нападни угао). Пре аеродинамичког пројектовања, неопходно је разматрати вођење за задати сценарио, како би се утврдиле основне перформансе ракете као што су брзина, време до сусрета ракете и циља, профил потиска, домет, као и потребна вредност командног (нормалног) убрзања.

Део кинематске анализе оваквог сценарија и мисије ракете анализиран је у поглављу 2, док ће профил потиска и параметри погона бити анализирани у следећим поглављима. У овом поглављу анализа ће отпочети дефинисањем сила управљања као и силама и моментима које се појављују при маневрисању.

Као кључан фактор за дефинисање силе управљања као и силе маневрисања, прво треба да се успостави зависност потребног нормалног убрзања ракете у функцији маневра циља.

Уствари треба напоменути да ракете земља-ваздух, код којих се због брзине реаговања на непознати долазећи правац циља захтева вертикално лансирање, намеће тактичко-техничке захтеве ракети за остваривање перформанси са веома оштрим маневрима у почетној фази односно великим управљачким енергијама за реализацију мисије.

Изучавањем проблема аеродинамике као првог за реализацију успешног вођења [48–51], поставља проблем одабира аеродинамичке концепције.

То укључује следеће утицаје и захтеве:

- Анализа утицаја аеродинамичке шеме спрегнуте са управљањем вектором потиска као допунским ситемом управљања у циљу оптималног избора компромисне аеродинамичке конфигурације.
- Захтеви који се намећу у смислу аеродинамичког и масеног димензионисања ракете.
- Однос аеродинамичке стабилности и управљивости у распону Махових броја и нападних углова очекиваних током мисије лета.
- Тежња ка остваривању малих временских константи за одабрану аеродинамичку конфигурацију што исказује високу управљивост и релативно скромне вредности статичке стабилности.
- Разматрање осталих основних перформанси ракете као што су погон итд.

3.2 Избор аеродинамичке концепције

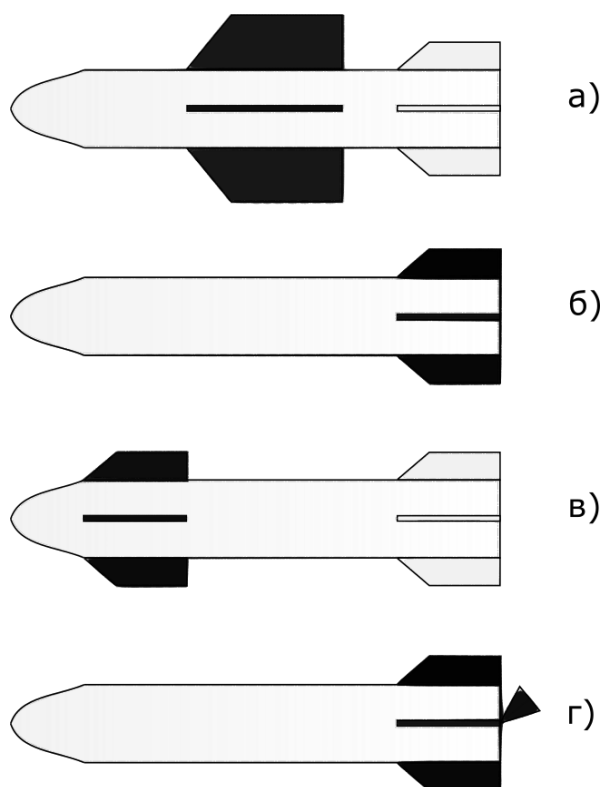
Избор аеродинамичке концепције базиран је на компаративној анализи начина управљања, перформанси лета за одабрану аеродинамичку конфигурацију као и њихова карактеристика исплативости и употребе али пре свега извршења мисије вођења и лета ракете.

Посебно се истиче захтев за минималном масом ракете у циљу остварења минималних вредности сопствених фреквентних карактеристика ради минималних временских константи управљања за тачно дефинисан тип аеродинамичке концепције. То директно утиче на постизање захтеване вредности нормалног убрзања.

Три основна концепта аеродинамичког управљања се углавном разматрају код оваквих ракета и то:

- управљање канарима (патка шема),
- управљање крилима,
- управљање задњим стабилизаторима,
- комбиновано управљање.

Прва три основна типа аеродинамичког управљања, слика 3.1, имају недостатак у постизању великих нападних углова ($\alpha \gg 35^\circ$). Избор шеме једног од три начина управљања за опсег мањих нападних углова варира зависно од одабране шеме.



Слика 3.1: Аеродинамички и хибридни начин управљања; Аеродинамичке концепције: а) нормална аеродинамичка шема, б) управљање задњим стабилизаторима, в) управљање канарима (патка шема) и г) хибридни начин управљања

Тако на пример, модел управљања канарима када је ракета под нападним углом од $\alpha \approx 20^\circ$ има проблем појаве отцепљена струја тј. појаву критичног нападног

угла при којем долази до губитка ефикасности команди. Овај феномен појављује се већ при угловима мањим од $\alpha < 15^\circ$.

Овакав феномен при управљању са задњим стабилизаторима појављује се тек при угловима већим од ($\alpha \gg 30^\circ$) па је шема са задњим стабилизаторима ефикаснија у поређењу са патка шемом.

Када се узму у обзир ова два начина аеродинамичког управљања, аеродинамичка шема управљање канарима, нуди најмање време реаговања ракете. Ово је због тога што деловање силе управљања увек у истом правцу (пропињања или скретања) ракете за разлику од шеме задњих стабилизатора код којих се командује силом супротног смера од правца пропињања или скретања.

Недостатак патка шеме је стварање неповољног утицаја отцепљења струјер на задње стабилизаторе што доводи до неповољног ефекта код ракета које имају ваљање у току лета [43, 52–54].

Када је реч о управљању крилима, по аеродинамичким карактеристикама је слична патка шеми, стим што су аеродинамичке површине ближе центру масе и самим тим морају бити веће јер се моменти пропињања и скретања морају остваривати већим управљачким силама на мањем растојању до тежишта. Нормална шема битно увећава силу узгона у интеракцији са аеродинамиком тела ракете па самим тим и носивост. Међутим, када је неопходно постићи веће нападне углове ракете, појављује се проблема ограничења снаге шарнирног момента командовања крилном аеродинамиком у вези са снагом самих актуатора [38, 43] команди лета и управљања.

Управљање задњим стабилизаторима има широку примену при појави великих нападних углова при широком спектру Махових броја, висине лета и маневру скретања. Највећа мана код употребе овакве концепције је веома велико време реаговања, због генерисања силе управљања у супротном смеру од захтеваног смера

скретања или пропињања. Друга мана је смештање актуаторске јединице у веома мали простор у околини млазничког блока и заштита од високих температура.

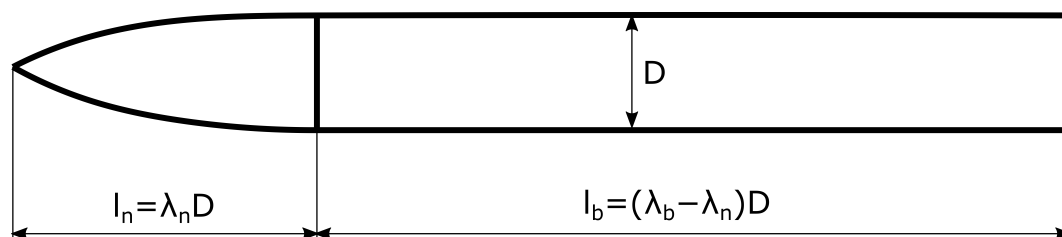
3.3 Одређивање димензија и облика тела ракете

Како би се извршила анализа основних аеродинамичких карактеристика ракете за одређен сценарио и критичну мисију са аспекта динамике лета, аеродинамичко пројектовање мора да приближно одреди димензије ракете. Методом статистичке анализе установљене су геометријске корелације тела ракете за различите функционалне зависности [55]. На сликама 3.2, 3.3 и 3.4 представљени су анализирани облици тела ракете за различите Махове бројеве. У табели 3.1 према сликама 3.2, 3.3 и 3.4, изведене су (нове сопствене) емпириске функционалне зависности расположивих виткости и облика тела ракете у функцији Махових бројева ради дефинисања израза за оцену калибра за сваки појединачни облик тела ракете такође датог у табели 3.1.

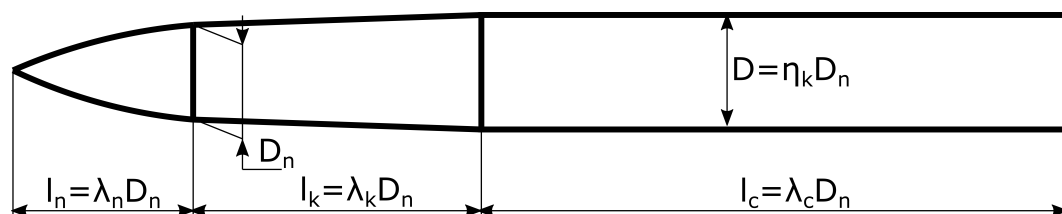
Табела 3.1: Одређивање калибра ракете у функцији облика тела и Маховог броја

$M < 6$	Слика 3.2	$D = \sqrt[3]{\frac{m_0}{1350.2(\lambda_t - \lambda_n) + 675.96\lambda_n}}, (\text{m})$ $\lambda_n = \frac{L_n}{D} \quad \lambda_t = \frac{L_b}{D}$
$M \in [6,7]$	Слика 3.3	$D = \sqrt[3]{\frac{m_0}{\rho(0.393\lambda_n + 0.262\lambda_k(1 + \eta_k + \eta_k^2) + 0.785\lambda_c\eta_k^2)}}, (\text{m})$ $\lambda_n = \frac{L_n}{D} \quad \lambda_k = \frac{L_k}{D} \quad \lambda_t = \frac{L_b}{D} \quad \eta_k = \frac{D}{D_n}$
$M > 7$	Слика 3.4	$D = \sqrt[3]{\frac{m_0}{\rho(0.393\lambda_n + 0.262\lambda_k(1 + \eta_k + \eta_k^2))}}, (\text{m})$ $\lambda_n = \frac{L_n}{D} \quad \lambda_k = \frac{L_k}{D} \quad \eta_k = \frac{D}{D_n}$

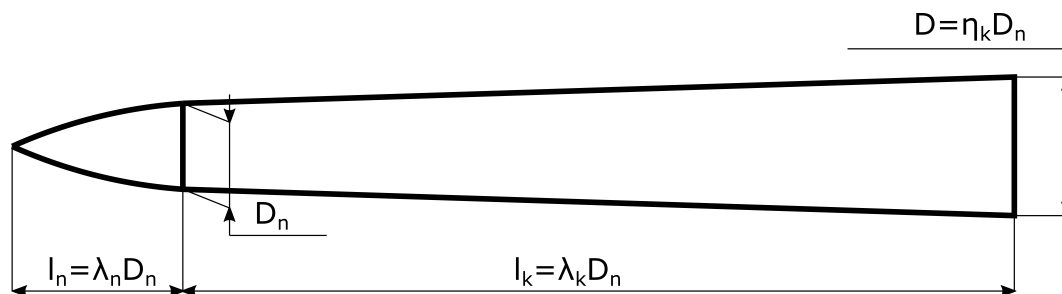
Овим поступком на бази познавања захтеваних максималних вредности брзина ракете усваја се конфигурација са слике 3.2 и одређују се габаритне димензије облика тела према једначини која одговара поменутом облику из табеле 3.1.



Слика 3.2: Облик тела ракете за Махове бројеве $M < 6$, тело ракете подељено у две секције, носни и цилиндрични део



Слика 3.3: Облик тела ракете за Махове бројеве $M \in [6, 7]$, тело ракете подељено у три секције, носни, конусни и цилиндрични део



Слика 3.4: Облик тела ракете за Махове бројеве $M > 7$ [56], тело ракете подељено у две секције, носни и конусни део

3.4 Одређивање аеродинамичких карактеристика

Постоји велики број радова на тему феномена у аеродинамици а посебно у аеродинамици вођених ракета [52, 57–59]. Аутори научних радова у последњих 40 година покушавају да теоријским путем изведу што прецизније моделе ради поређења са експерименталним резултатима [60] у циљу што прецизнијег представљања различитих утицајних фактора на ефикасност генерисања како силе узгона тако и силе отпора.

Међутим, поред свеобухватне теоријске и емпиријске анализе, мало радова се фо-

кусира на само аеродинамичко пројектовање вођених ракета и на директну повезаност са захтевима проистеклим анализом закона вођења. У нардним одељцима циљ је да се помоћу реализованих торијских модела [52,57,59] успостави иновирани начин аеродинамичког пројектовања вођених ракета и дефинисање одговарајућег софтверског програма.

Када је реч о аеродинамичким способностима код ракета специјалне намене које се разматрају у овом докторату онда се пре свега, мисли на ракете код којих је захтевано нормално убрзање екстремно. Данас, већина ракета тактичке намене земља-ваздух поседује маневарска својтва од 20 *g* до 35 *g* бочног убрзања, са тенденцијом пораста у зависности од тога који тип циља се разматра за гађање. Ово је детаљно разматрано у другом поглављу и дато у закључку где се види да су захтевана бочна убрзања од 10 *g* до 45 *g* зависно од сценарија и мисије.

Разматрање циљева већих брзина (дакле и балистичких ракета већих домета), захтева веће нормално убрзање што би се показало даљом анализом поступком изведеним у поглављу 2. Ови проблеми манифестовали би се кроз аеродинамичко пројектовање као и то да би у томе учествовала и потреба за повећањем брзине ракете.

Ти проблеми се манифестују кроз поступак аеродинамичког пројектовања и кроз одабрану концепцију управљања којом би се у одређеним тренутцима лета обезбедило максимално захтевано нормално убрзање. Према досадашњој анализи у поглављу 2 може се сматрати да је довољно усвојити 10% увећање максималног нормалног убрзања које је износило 45 *g* и проблем третирати са граничним убрзањима од 50 *g*.

Пре него што се одабере одговарајућа аеродинамичка шема управљања ракете, прво се мора утврдити укупна захтевана вредност коефицијента силе узгона тела без аеродинамичких површина а затим одредити за различите вредности витко-

Табела 3.2: Табела резултата аеродинамичких карактеристика тела

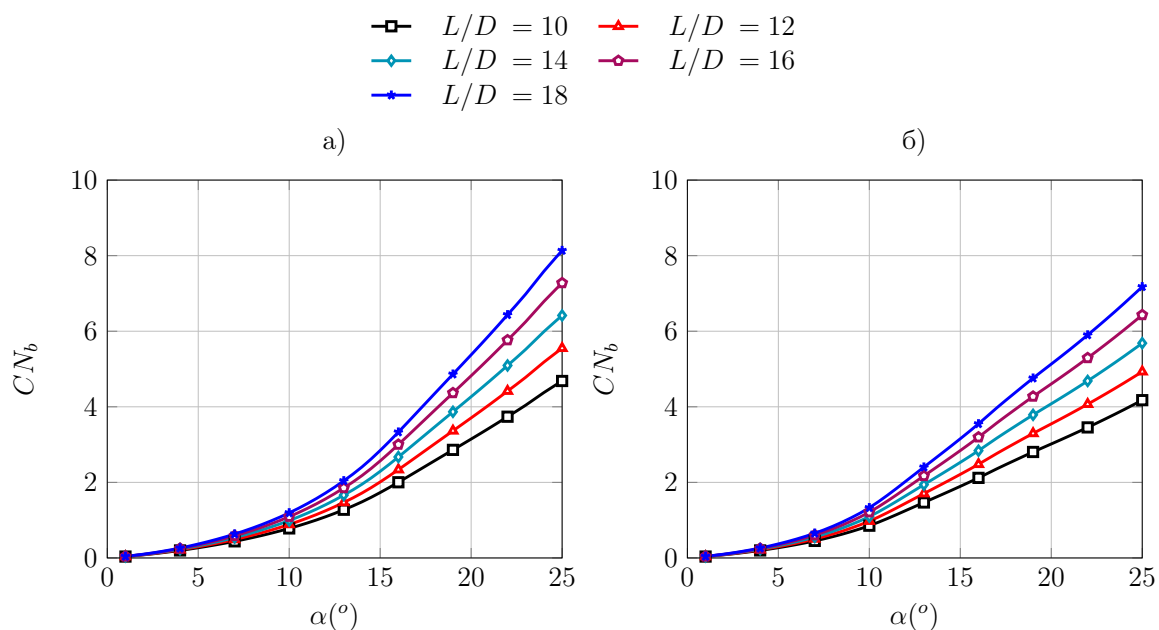
$n = 45g, M = 3, C_N = 2.9382,$		$n = 45g, M = 4, C_N = 1.6528,$	
L/D	$\alpha(^{\circ})$	L/D	$\alpha(^{\circ})$
18	14	18	10
16	15	16	11
14	16	14	12
12	18	12	13
10	20	10	14

сти тела ракете L/D вредности нападних углова којима се остварују максималне вредности захтеваног коефицијента узгона.

Тим начином се може дефинисати максимална вредност нападног угла са аспекта минималног отпора у току лета тјст. аеродинамичка полара тела ракете. Пошто се оваква полара дефинише на максималном нападном углу које даје основно тело ракете тиме се указује на могуће границе отклона аеродинамичких површина којима се остварује максимални нападни угао. У поступку алгоритма пројектовања процедура је спроведена у интервалу задатих Махових бројева.

Да би се одредила способност тела да генерише максималну вредност бочног нормалног убрзања, вредност коефицијента силе узгона тела варирана је за различите вредности нападног угла за различите вредности односа дужине и калибра ракете при тачно дефинисаном Маховом броју од 3 и 4, која одговара према усвојеној средњој вредности из поглавља 2. Предикције коефицијента нормалне силе рачуната је за вредност односа носног дела ракете и калибра за вредност од 3, и цилиндричног дела ракете имајући у виду предпостављени опсег Махових бројева и саме мисије коју ракета треба да изврши.

На сликама 3.5 а) и б) су добијене вредности коефицијента нормалне силе тела за различите вредности нападних углова као и за различите вредности виткости тела ракете добијених изразом. У табели 3.5 дати су усвојени параметри за приступ аеродинамичком пројектовању и анализи на основу којих се дефинишу максималне



Слика 3.5: Коефицијент нормалне аеродинамичке силе тела за два разматрана случаја; а) Прорачун за вредност Маховог броја 3 и б) Прорачун за вредност Маховог броја 4.

вредности коефицијента нормалне силе тела ракете. Према изразу из табеле добија се да за извршење захтеване мисије оптимална вредност виткости тела износи $L/D = 12$.

Остваривањем великих нападних углова у току лета осим што генерише одговарајућу бочну силу узгона ствара и велики аеродинамички отпор у току лета што такође мора да се узме у обзир приликом аеродинамичког пројектовања. Уколико би се ракета телом при максималном нападном углу генерисало потребно бочно убрзање, тада није неопходно укључивати аеродинамичке површине, међутим ракета у том случају мора бити управљана на целој путањи системом УВП. Ако се узму у обзир комплексности које се јављају при концепцијском избору, компромисно решење је узимање мање вредности максималног нападног угла, стим што би се захтевана вредност нормалног коефицијента задовољо додавањем аеродинамичких

површина.

3.5 Избор димензија аеродинамичких површина ракете

У предходним поглављима избор аеродинамичке концепције ракете отпочео је анализом тела ракете ради утврђивања његових карактеристика силе узгона, односно, нормалне силе у вези са питањем под којим нападним угловима тело генерише максималну бочну силу неопходну за анализу и праћење преоптерећења дефинисаних у поглављу 2, а пресудних за маневарске карактеристике неопходне ракетама које се супростављају балистичким циљевима.

Аеродинамичке површине чије су карактеристике и силе управљања директна функција брзине лета, могу аеродинамички дати задовољавајуће карактеристике али највероватније уз допуну УВП системом зависно од брзинског и маневарског режима лета тјст. пложаја на трајктероји у току вођења ка циљу што ће се показати у даљој анализи.

На самом почетку неопходно је усвојити аеродинамичку конфигурацију вођене ракете за задати сценарио. Углавном је установљено који тип аеродинамичке шеме слика (додати) се усваја за задати сценарио, међутим, увођењем хибридног начина управљања делимично мења традиционалне концепције за одређени сценарио. Постоји неколико радова који су утврдили која аеродинамичка концепција пружа минималну грешку на циљу [20].

У складу са већ рађеним анализама аеродинамике тела ракете у складу са захтевима у поглављу 2 усвојиће се концепција управљања задњим стабилизаторима [61].

Вредност димензија аеродинамичких површина су условљене захтеваним нормалним убрзањем, при дефинисаној вредности брзине лета.

3.5.1 Анализа најчешће коришћених аеродинамичких концепција код ракета земља-ваздух

Ако је реч о шеми управљање канарима (патка), тада је најпогодније да се канари сместе што је више могуће ка носу ракете, како би се повећао момент управљања са редукованим вредностима силе на тежиште ракете. Тиме се уједно смањују аеродинамичке површине канара чиме се смањује и отпор у току лета, потребна количина горива, димензије ракете и њене масе.

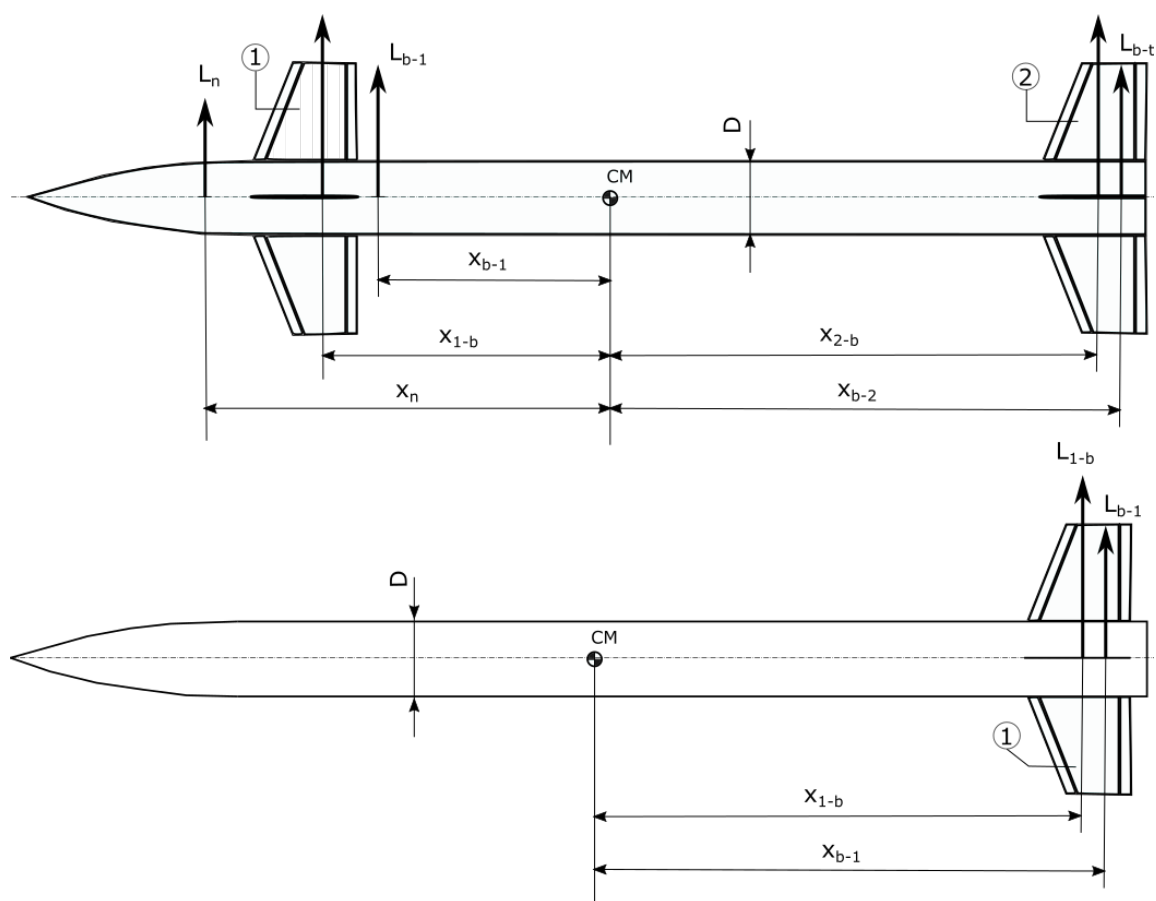
Површина задњих стабилизатора поставља се у задњем делу ракете у складу са потребама за заузимањем жељеног нападног угла а уз додатни захтев да се неизазове превелики момент стабилизације који штети управљивости и захтева веће силе управљања што није повољно за ракете које гађају циљеве великих брзина.

Ограничавајуће вредности нападних углова ракете до $\alpha = 15^\circ$, у првој апроксимацији сматраће се да је сила узгона приближно једнака аеродинамичкој сили $L \approx N$, што је дозвољено у линеарној аеродинамичкој анализи. Линеарна аеродинамика се може употребити и до нападних углова у околони $\alpha = 20^\circ$ са задовољавајућом грешком [62].

(Уколико би се посматрали нападни углови већи од $\alpha > 25^\circ$, тада би морало да се користи нелинеарна аеродинамика [63] за анализу што није неопходно за прелиминарне оцене избора концепције већ има значај искључиво при прецизном одређивању трајекторије у моделу управљања ракетом.)

Имајући у виду предходно речено, може се написати следећи израз за одређивање максималне вредности нормалне аеродинамичке силе у функцији коефицијента преоптерећења (нормално бочно убрзање изражено као бездимензиона величина) срачунатог у предходном поглављу 2 датог у облику:

$$N = nG. \quad (3.1)$$



Слика 3.6: Силе узгона које делују на разматрану аеродинамичку концепцију ракете типа “патка” када је $\alpha \neq 0$; Тело ракете је подељено у три целине означено бројевима 1) носни део ракете са цилиндричним телом, 2) предње аеродинамичке површине (канари) и 3) задње аеродинамичке површине (стабилизатори).

Ако се израз (3.1) прикаже преко коефицијента нормалне аеродинамичке силе у облику:

$$C_N^\alpha \alpha_{max} Q S_{ref} = nG. \quad (3.2)$$

Сређивањем израза (3.2) добија се захтевани градијент коефицијента нормалне аеродинамичке силе у облику:

$$C_N^\alpha = \frac{nG}{\alpha_{max} Q S_{ref}}. \quad (3.3)$$

Укупна нормална аеродинамичка сила изражена преко коефицијената аеродина-

мичке силе, може се представити на следећи начин [52, 54, 57–59]:

$$C_N Q S_{ref} = C_{Nn} Q S_{ref} + (K_{b-1} + K_{1-b}) C_{N1} Q S_1 + (K_{b-2} + K_{2-b}) C_{N2} Q_2 S_2. \quad (3.4)$$

Ако се узме у обзир да се струјање око тела ракете ремети функцијом предњих аеродинамичких површина, динамички притисак који делује на задње аеродинамичке површине неће бити исти као и динамички притиска који делује на предње аеродинамичке површине. Ово пре свега представља резултат поремећеног струјног поља насталог отклоном предњих аеродинамичких површина или променом нападаног угла, па ће у даљем раду бити неопходно увести корелациону везу која узима у обзир овакав ефекат, а може се представити као:

$$Q_2 = 0.5 \rho M_2^2 a^2 = \frac{M_2^2}{M_1^2} Q. \quad (3.5)$$

Махов број лета којим су изложене предње аеродинамичке површине је M_1 а Махов број лета којим би били изложени задње аеродинамичке површине у горњем изразу је M_2 што чини да динамички притисак задњих аеродинамичких површина који даје њихову ефикасност представљено изразом (3.5) [43, 50, 53].

Као што је напоменуто, струјање у зони задњих аеродинамичких површина тежи ка успорењу пошто је $M_2 < M_1$ због аеродинамичке интерференције предњих и задњих површина. Вредност аеродинамичког коефицијента нормалне силе целе ракете са оваквом концепцијом, може се написати заменом израза (3.5) у израз (3.4), где се добија коефицијент укупне нормалне силе у облику:

$$C_N = C_{Nn} + (K_{b-1} + K_{1-b}) C_{N1} \frac{S_1}{S_{ref}} + (K_{b-2} + K_{2-b}) C_{N2} \left(\frac{M_2}{M}\right)^2 \frac{S_2}{S_{ref}}. \quad (3.6)$$

Даљим диференцирањем по нападаном углу добија се следећи израз у облику [52,

57–59]:

$$C_N^\alpha = C_{N_n}^\alpha + (K_{b-1} + K_{1-b})C_{N1}^\alpha \frac{S_1}{S_{ref}} + (K_{b-2} + K_{2-b})C_{N2}^\alpha \left(1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha}\right) \left(\frac{M_2}{M}\right)^2 \frac{S_2}{S_{ref}}. \quad (3.7)$$

У првој апроксимацији врши се приближна процена вредности аеродинамичких површина при максималном дефинисаном нападном углу. Ради дефинисање површине S_2 у овом раду извршена је претпоставка да је површина S_1 пропорционална вредности површине S_2 односно $S_1 = kS_2$ а да коефицијент k представља статистичку вредност за ракету одређеног типа и одређених дефинисаних перформанси усвојен емпиријски. На основу израза (3.7) и горе наведеног става, да је вредност задњих површина (код концепције управљања канарима) дата у облику:

$$S_2(\alpha, M) = \frac{(C_N^\alpha - C_{N_n}^\alpha)S_{ref} - (K_{b-1} + K_{1-b})C_{N1}^\alpha S_2}{(K_{b-2} + K_{2-b})C_{N2}^\alpha \left(1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha}\right) \left(\frac{M_2}{M}\right)^2}, \quad (3.8)$$

где је $S_1 = S_c$ површина канара и $S_2 = S_t$ површина стабилизатора.

Када је у питању аеродинамичка концепција управљање задњим аеродинамичким површинама у присуству крила, тада се површина крила може одредити изразом у облику:

$$S_1(\alpha, M) = \frac{(C_N^\alpha - C_{N_n}^\alpha)S_{ref} - (K_{b-2} + K_{2-b})C_{N2}^\alpha \left(1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha}\right) \left(\frac{M_2}{M_1}\right)^2 S_2}{(K_{b-1} + K_{1-b})C_{N1}^\alpha}, \quad (3.9)$$

где је $S_1 = S_w$ површина крила и $S_2 = S_t$ површина управљачких органа у задњем делу ракете.

Када је реч о управљању искључиво само задњим аеродинамичким површинама, тада се израз (3.7) уз измене своди на добијање површине задњих управљачких површина у облику:

$$S_1(\alpha, M) = \frac{(C_N^\alpha - C_{N_n}^\alpha)S_{ref}}{(K_{b-1} + K_{1-b})C_{N1}^\alpha}, \quad (3.10)$$

где је $S_1 = S_t$. Изрази (3.8), (3.9) и (3.10) на основу којих се добијају вредности управљачких површина и стабилизатора у зависности од усвојене концепције за задату мисију, директно су повезане са захтеваним нормалним убрзањем добијеним из предходног поглавља изражено као укупни градијент коефицијента узгона приказан у изразу (3.3).

За успостављање укупне нормалне силе, почеће се од анализе градијента коефицијента нормалне силе носног дела ракете заједно са цилиндричним делом уз коришћење теорије витког тела [52, 57–59]:

$$C_{Nn}^{\alpha} = 2 + 1.5 \frac{A_p}{S_{ref}} \alpha \quad (3.11)$$

чији су коефицијенти дати изразима,

$$A_p = d(l - l_n) + A_{pn}, \quad (3.12)$$

$$A_{pn} = l_n \sqrt{R^2 - l_n^2} + R^2 \arcsin\left(\frac{l_n}{R}\right) - 2al_n, \quad (3.13)$$

$$R = \frac{d}{4} + \frac{l_n^2}{d}, \quad (3.14)$$

$$a = R - \frac{d}{2}. \quad (3.15)$$

За нападне углове тела до 180° може се користити израз [57, 62, 64]:

$$C_N = \frac{A_b}{A} \sin(2\alpha) \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \eta C_{dc} \frac{A_p}{A} \sin^2(\alpha). \quad (3.16)$$

Следи да се градијент коефицијента нормалне аеродинамичке силе код израчунавања аеродинамичких површина танког аеропрофила може проценити за два случаја. За аеропрофил чији угао предње ивице крила мањи од угла маховог та-

ласа (критеријум $A\sqrt{M^2 - 1}/4 \geq 1$), у облику [52, 54, 57–59, 62]:

$$C_{Nc/t}^\alpha = \frac{4}{\sqrt{M^2 - 1}}, \quad (3.17)$$

односно када је аеропрофил чији угао предње ивице крила већи од угла маховог таласа (критеријум $A\sqrt{M^2 - 1}/4 \leq 1$), изражен као [54, 57, 62]:

$$C_{Nc/t}^\alpha = \frac{2\pi \tan\left(\frac{\pi}{2} - \Lambda\right)}{E\left(\sqrt{1 - (\sqrt{M^2 - 1} \tan\left(\frac{\pi}{2} - \Lambda\right))^2}\right)} \quad (3.18)$$

Уколико се врши управљање задњим стабилизаторима, представљени математички модел не мора посебним извођењем да обухвата нови концепт прорачуна коефицијента нормалне силе и њеног градијента већ се може користит постојећи математички модел 3.13, 3.14 и 3.15.

.Такође у складу са хипотезом о линеарном односу између површина канара и задњих стабилизатора преко коефицијента k усвојеног као средња вредност $k=1.45$ може се одредити и површина задњих стабилизатора када су управљачке површине слика 3.8..

.У овој анализи коришћена је шема управљања са задњим стабилизаторима дата у прилогу, баш због тога што је случај управљања канарима скоро увек интегрисан са концептом неуправљивих задњих стабилизатора али који битно утичу на укупну ефикасност управљања..

.Оваквим приступом могуће је лако прећи на концепт управљања задњим стабилизаторима баш помоћу математичког модела када се у једначини 3.8 усвоји да је површина канара једнака нули односно $Sc = 0$. Резултати оваквог прорачуна дати су у прилогу коришћењем предходно изведеног математичког модела..

У даљем тексту размотриће се питање распореда односно позиције аеродинамичких

површина канара и стабилизатора.

Позиција и величина аеродинамичких површина пре свега стабилизатора од којих ће зависити позиција канара као главних управљачких органа дефинисаће се концепт аеродинамичког облика управљане ракете.

Дакле, ако се посматра ракета са шемом управљањем канарима, њени допунски задњи стабилизатори су углавном постављени што је више могуће ка задњем делу због статичке стабилности.

3.5.2 Избор димензија и оптималног положаја аеродинамичких површина крила и стабилизатора

Концепт употребе и избора положаја крила на ракети утиче на вредност површине стабилизатора којима се и врши управљање.

Уколико се крило позиционира на телу ракете тако да балансира са задњим стабилизаторима момент који се генерише у носном делу ракете посматрано у односу на центар масе, условљаваће мањим вредностима површине задњих стабилизатора.

Одговарајућа позиција крила може се посматрати са аспекта добијања неутралне стабилности, односно задатка да крило балансира својим моментом, момент генерисан у носном делу тела ракете. Ако се узме у обзир да се гориво троши у активној фази лета током времена, онда се центар масе ракете помера ка носном делу ракете. То указује да ће се након активне фазе лета ракете, појавити већа статичка стабилност собзиром на померање тежишта ка носном делу, што има за последицу повећање управљачке силе на задњим стабилизаторима.

Дакле, крило се оптимално поставља на позицију која обезбеђује минимум управљачке силе задњих стабилизатора, а самим тим и њихове минималне површине.

У случају управљања канарима овакво померање центра масе ка носном делу ракете, у току лета, смањује се крак деловања аеродинамичке силе узгона канара у односу на центар масе што доводи до повећања потребне површине канара. Алгоритамско решење анализирано у овом раду на почетку симулације по захтевним перформансама убрзања за анализиране мисије лета показала је да крила нису неопходна са аспекта носивости површина и са аспекта минимизације вредности површине стабилизатора.

На слици 3.7а дат је шематски распоред нормалних сила крила и задњих управљачких стабилизатора.

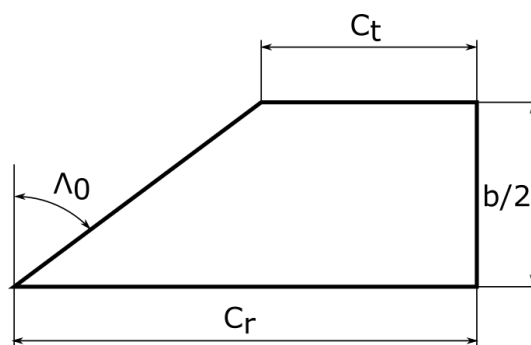
Могуће су и друге шеме, комбиноване али нису од значаја избора концепције спроведене алгоритмом у овом раду.

Што се тиче избора основних геометријских параметара крила, слика 3.7, у основи она важе и за избор геометријских параметара и предњих и задњих команди канара и задњих стабилизатора [65].

Први корак у циљу пројектовања аеродинамичких површина је усвајање облика. Неопходно је у прорачуну геометријских карактеристика такође разматрати надзвучну брзину лета као и максималне вредности нападних углова како би се дефинисале вредности виткости крила и њиховог распона [65].

Такође је важно разматрати угао предње ивице крила, као што је већ речено у надзвучној аеродинамици постоји профил таласног отпора на површину крила па је стим у вези неопходно дефинисати критеријуме приликом израчунавања аеродинамичких коефицијената нормалне силе у функцији геометрије што је и дато при дефинисању избора израза (3.17) и (3.18).

Према слици 3.7, неопходно је дефинисати следеће зависности [52, 57–59, 62, 66], однос дужине тетиве у корену крила са половином распона крила датог у облику:



Слика 3.7: Геометрија аеродинамичке површине - крила

$$\frac{c_r}{b/2} = \frac{4}{A(1 + \lambda)}, \quad (3.19)$$

однос дужине тетиве врха крила са половином распона крила датог у облику:

$$\frac{c_t}{b/2} = \frac{4\lambda}{A(1 + \lambda)}, \quad (3.20)$$

коэффициент сужења крила датог у облику:

$$\lambda = \frac{c_t}{c_r}, \quad (3.21)$$

као и изражена вредност аеродинамичке површине у функцији виткости и распона, датог у облику:

$$S = \frac{4}{A} \left(\frac{b}{2}\right)^2. \quad (3.22)$$

Анализа вредности аеродинамичких површина сведена на концепцију избора оптималне површине задњих стабилизатора [65] решавана је не директним избором геометријских карактеристика већ горе наведеним изразима датим у поменутој литератури од 3.16 до 3.19.

Усвојена су два критеријума за одређивање вредности аеродинамичке површине и њеног положаја на ракети и то:

1. Критеријум максималног угла тримовања на максималном надном углу ракете за потребе избора површине.
2. Критеријум оптималне вредности резерве статичке стабилности изражене у калибрима за потребе избора положаја.

Математички модел првог критеријума састоји се у анализи управљивости [52, 57–59, 62, 66] 3.20 и изведен је у следећем поглављу као спрегнут за одређивање управљачке површине S_t дате изразом 3.33 у који се даљом имплементацијом 3.19 итеративним путем израчунава распон аеродинамичке површине без тела ракете у облику:

$$\left(\frac{\delta}{\alpha}\right)_{trim} = -\frac{C_{Nn}^{\alpha}\Delta x_{cpn} + (k_{bt} + k_{tb})C_{Nt}^{\alpha}\frac{b_t^2}{A_t S_{ref}}\Delta x_{cpt}}{(k_{bt} + k_{tb})C_{Nt}^{\alpha}\frac{b_t^2}{A_t S_{ref}}\Delta x_{cpt}}, \quad (3.23)$$

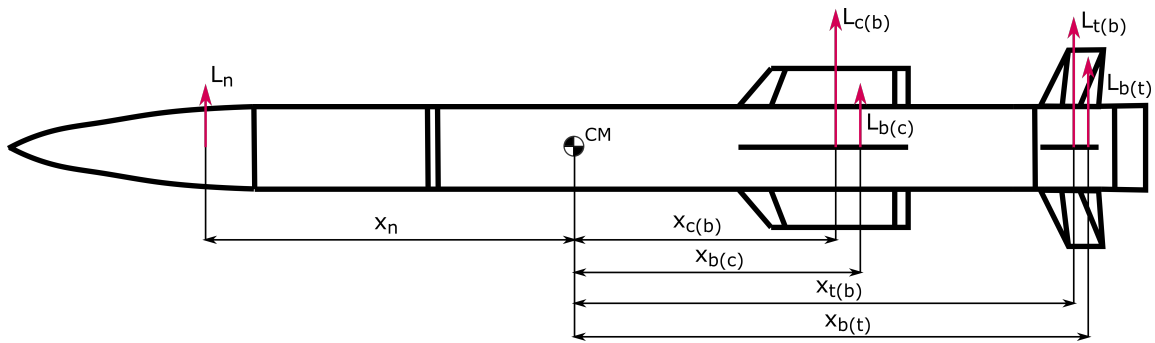
где се реверзибилним поступком одређује површина крила трапезне геометрије дате на слици 3.8.

Одређивање положаја крила и укупног центра притиска по другом критеријуму дата је изразом:

$$\frac{x_{cg} - x_{cp}}{D} = \frac{C_M^{\alpha}}{C_N^{\alpha}}. \quad (3.24)$$

3.6 Параметри управљања ракетом

У предходном одељку разматран је приступ одређивања димензија добијања аеродинамичких површина у концепту поставке жељених сила и момената као и захтеваних нормалних убрзања а на бази мисија ракете датих у поглављу 2, разматрајући предходна искуства у скалду са захтеваним нормалним убрзањем.



Слика 3.8: Аеродинамичка концепција нормална шема са задњим управљачким површинама

Са аспекта управљивости ракете, улога задњих управљачких аеродинамичких површина је да генеришу силу управљања како би ракета задржала нападни угао у току маневра.

Моментна једначина ракете може се представити у функцији нападног угла и угла отклона задњих стабилизатора, изражена преко укупног коефицијената момента:

$$C_M = C_M^\alpha \alpha + C_M^\delta \delta. \quad (3.25)$$

Моментна једначина ракете у функцији нападног угла може се представити преко коефицијената,

$$C_M^\alpha d = C_{N_n}^\alpha x_n + (K_{b-1} x_{b-1} + K_{1-b} x_{1-b}) C_{N1}^\alpha \frac{S_1}{S_{ref}} - (K_{b-2} x_{b-2} + K_{2-b} x_{2-b}) C_{N2}^\alpha \left(1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha}\right) \left(\frac{M_2}{M1}\right)^2 \frac{S_2}{S_{ref}}, \quad (3.26)$$

где је момент проузрокован отклоном предњих управљачких површина изражен преко коефицијента као,

$$C_M^\delta d = (k_{b-1} x_{b-1\delta} + k_{1-b} x_{1-b\delta}) C_{N1}^\alpha \frac{S_1}{S_{ref}}, \quad (3.27)$$

или момент проузрокован отклоном задњих управљачких површина изражен преко

коефицијента као,

$$C_M^\delta d = (k_{b-2}x_{b-2\delta} + k_{2-b}x_{2-b\delta})C_{N2}^\alpha \frac{S_2}{S_{ref}}. \quad (3.28)$$

Заменом једначина (3.26) и (3.28) у једначину (3.25) и узимајући у обзир да у тренутку достизања максималне вредности нападног угла као и угла отклона управљачких површина, важи да је $\sum_i M_{cm} = 0$, сређивајући једначину (3.25) добијемо да је површина канара,

$$S_1(\alpha, \delta, M) = \frac{\left[(K_{b-2}x_{b-2} + K_{2-b}x_{2-b})C_{N2}^\alpha \left(1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha}\right) \left(\frac{M_2}{M_1}\right)^2 S_2 - C_{Nn}^\alpha x_n S_{ref} \right] \alpha_{max}}{\left[(K_{1-b}x_{1-b} + K_{b-1}x_{b-1})\alpha_{max} + (k_{1-b}x_{1-b} + k_{b-1}x_{b-1})\delta_{max} \right] C_{N1}^\alpha}. \quad (3.29)$$

Крак на којим делује управљачка сила може се представити као,

$$x_{b(c)\alpha\delta} = l_{b(c)\alpha\delta} - l_{cg}, \quad (3.30)$$

$$x_{c(b)\alpha\delta} = l_{c(b)\alpha\delta} - l_{cg}, \quad (3.31)$$

где се деловање центра притиска управљачких површина може дефинисати као [54, 57, 59],

$$l_{b(c)\alpha\delta} = l_c + c_{rc} \left(\frac{x}{c_r}\right)_{b(c)\alpha\delta}, \quad (3.32)$$

$$l_{c(b)\alpha\delta} = l_c + c_{rc} \left(\frac{x}{c_r}\right)_{c(b)\alpha\delta}. \quad (3.33)$$

Изведени концепт потпуно је аналоган за ракете управљане канарима и ракетама управљане задњим стабилизаторима. У даљој анализи биће образложена концепција изабраног аеродинамичког управљања а параметри изведени јдначина 3.23 и 3.27 представљају одабране геометријске величине потребне за генерисање сила и момената распоређених дуж ракете управљане задњим аеродинамичким површинама, чији су типови аеродинамичких конфигурација приказани на сликама 3.9,

3.10, 3.11 и 3.12.

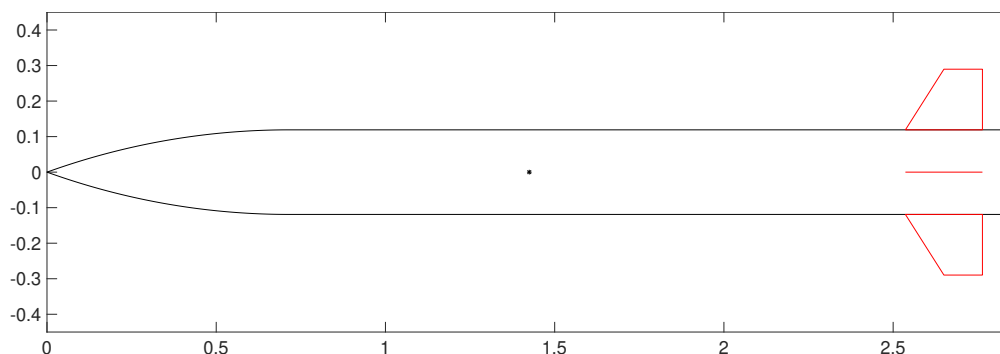
3.7 Усвајање оптималне конфигурације ракете и анализа резултата

Софтверским пакетом у којем је дефинисана математичка интерпретација избора оптималне концепције како аеродинамике тако и њене шеме управљања датом на слици (убацити резултате) показало се да је:

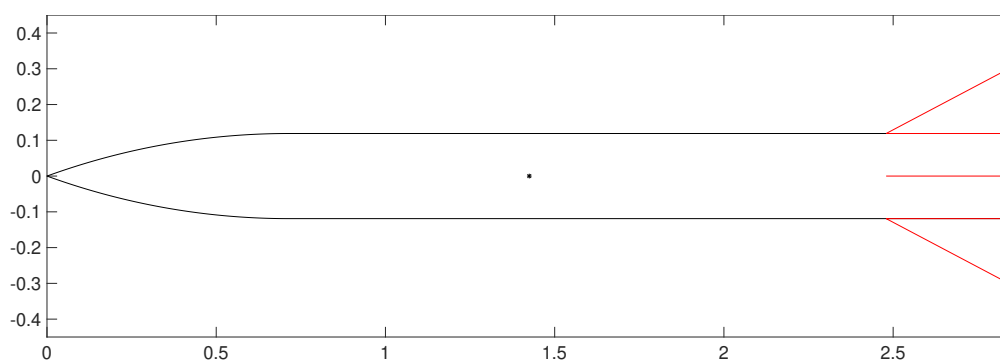
- Крилна концепција непотребна јер тело ракете обезбеђује захтевану носивост што показује у прорачуну датих на сликама тим и тим.
- Канари у скалду са литературним предлогом нису ни анализирани у концепцији ракете која се вертикално лансира у циљу брзог избора равни гађања пошто нису погодни за управљање у фази малих брзина и великих нападних углова. А притом се исти став слаже са наведеним о довољној носивости из првог става.
- Аеродинамичка концепција управљања задњим управљачким стабилизаторима где се телом ракете остварује максимална захтевана нормална сила а помоћу задњих управљачких површина обезбеђује маневар и управљање је концепција која би задовољила мисију постављену у поглављу 2.

Сасвим сигурно је, да овакав закључак није апсолутан већ да пре свега зависи од изабране брзине ракете. Овако изабрана концепција, слика 3.11 највише одговара хибридном начину управљања где се у почетној фази мора обезбедити управљање вектором потиска као компатибилно са даљим летом ракете након постизања жењене брзине. Усвојена аеродинамичка концепција поседује високу

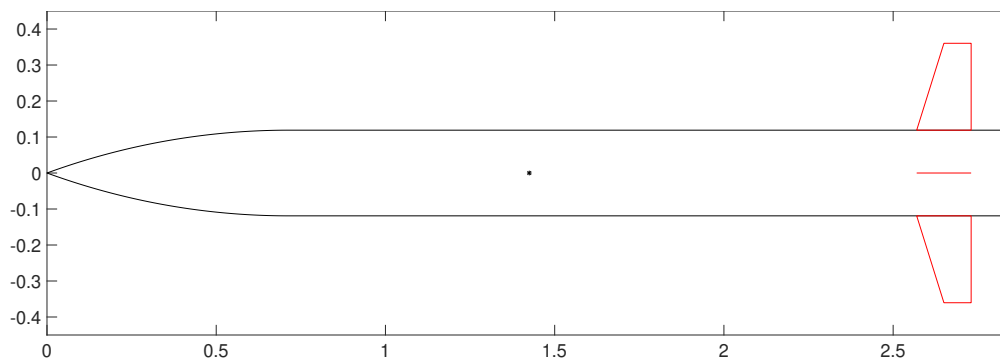
стабилност, управљивост, високо време реаговања и добру аероеластичну стабилност [2, 57–59], слика 3.11.



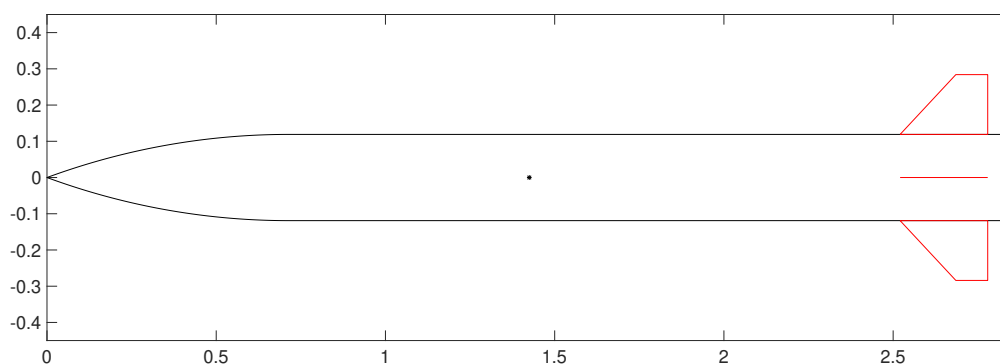
Слика 3.9: Аеродинамичка варијанта 1 за вредност Маховог броја 4, максимална вредност нападног угла $\alpha_{max} = 13^\circ$ и максимална вредност отклона $\delta_{max} = -6.3^\circ$; Геометријски параметри управљачких површина: $S_t = 0.0583 m^2$, $b_t = 0.341 m$, $c_{rt} = 0.228 m$, $c_{tt} = 0.114 m$



Слика 3.10: Аеродинамичка варијанта 2 за вредност Маховог броја 4, максимална вредност нападног угла $\alpha_{max} = 13^\circ$ и максимална вредност отклона $\delta_{max} = -6.3^\circ$; Геометријски параметри управљачких површина: $S_t = 0.058 m^2$, $b_t = 0.341 m$, $c_{rt} = 0.341 m$, $c_{tt} = 0.114 m$



Слика 3.11: Аеродинамичка варијанта 3 за вредност Маховог броја 4, максимална вредност нападног угла $\alpha_{max} = 13^\circ$ и максимална вредност отклона $\delta_{max} = -6.3^\circ$; Геометријски параметри управљачких површина: $S_t = 0.058 m^2$, $b_t = 0.483 m$, $c_{rt} = 0.161 m$, $c_{tt} = 0.08 m$



Слика 3.12: Аеродинамичка варијанта 4 за вредност Маховог броја 4, максимална вредност нападног угла $\alpha_{max} = 13^\circ$ и максимална вредност отклона $\delta_{max} = -6.3^\circ$; Геометријски параметри управљачких површина: $S_t = 0.0583 m^2$, $b_t = 0.33 m$, $c_{rt} = 0.259 m$, $c_{tt} = 0.0942 m$

Поглавље 4

Динамика ракете високоманеварских способности

4.1 Једначине поремећеног кретања за синтезу аутопилота

Када се посматра кретање ракете у простору, познате традиционалне диференцијалне једначине кретања са шест степени слободe [67], неопходно је линеаризовати како би се испитала динамика ракете у линеарном домену за потребе синтезе аутопилота. Она је оправдана када су занемарљиве мале еластичне деформације ракете и када се утицај отклона управљачких органа на укупни кинетички момент и његов извод по времену може занемарити [21, 43, 68]. Под претпоставком да је ракета круто тело, према слици 6.2, изведене су стандардне линеаризоване једначине непоремећеног кретања ракете за шест степени слободe:

$$\dot{u} = rv - qw + X + G_x + T_x, \quad (4.1)$$

$$\dot{v} = pw - ru + Y + G_y + T_y, \quad (4.2)$$

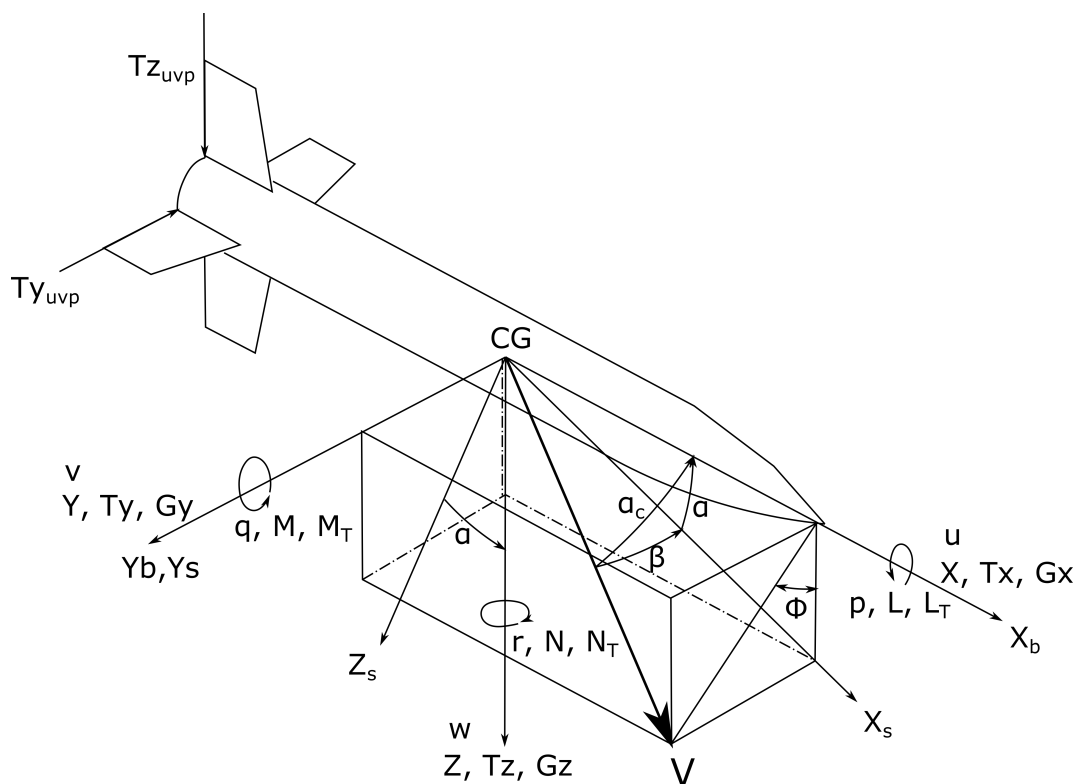
$$\dot{w} = qu - pv + Z + G_z + T_z, \quad (4.3)$$

$$\dot{p} = -L_{pq}pq - L_{qr}qr + L + L_T, \quad (4.4)$$

$$\dot{q} = -M_{pr}pr - M_{r^2p_2}(r^2 - p^2) + M + M_T, \quad (4.5)$$

$$\dot{r} = -N_{pq}pq - N_{qr}qr + N + N_T. \quad (4.6)$$

На бази њих важе линеаризоване једначине за поремећено кретање ракете [67]. На основу ових једначина вршена је даље анализа аеродинамичких сила и момента на временско понашање параметара лета ради одређивања синтезе аутопилота.



Слика 4.1: Хипотетичка ракета са представљеним координатним системима у којима је представљено деловање сила и момента као и компоненте брзина

4.1.1 Аеродинамичке силе, моменти и сила тежине

Аеродинамичке силе које делују на ракету у току лета у својим коефицијентима са-

држе не само основне вредности аеродинамичких коефицијената већ и резултујуће које настају отклоном органа аеродинамичког управљања. Представљене су преко укупних аеродинамичких коефицијената у облику:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \frac{QS}{m} \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Исто важи и за аеродинамичке моменте који делују на ракету у току лета и могу се представити као:

$$\begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} = \frac{QS}{m} \begin{bmatrix} \frac{QSl}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}(C_l I_{zz} + C_n I_{xz}) \\ \frac{QSl}{I_{yy}}C_m \\ \frac{QSl}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}(C_n I_{xx} + C_l I_{xz}) \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Деловање гравитационе силе на тело ракете може се представити као:

$$\begin{bmatrix} G_x \\ G_y \\ G_z \end{bmatrix} = g \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \sin \phi \\ \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Једначине 4.7 до 4.9 биће коришћене у моделу аеродинамичког управљања док ће се за друге типове управљања анализа извршити у следећем поглављу где су

величине представљене у једначинама дате у номенклатури.

4.1.2 Силе и моменти управљања дефинисани погонском групом ракете

Поред традиционалног аеродинамичког начина управљања, постоје и други типови управљања ракетом као што је управљање вектором потиска и управљање импулсним моторима као што је већ раније напоменуто а биће разрађено у овом одељку. За актуаторе који служе покретању извршних органа управљања код управљања УВП системом, аутопилот треба да буде пројектован да захтеване величине управљања обезбеђује посредством отклона команде δ_T , слично као и у аеродинамици али са ефектом промене утицаја на вектор потиска [69]. Код управљања са импулсним моторима који не утичу директно на главни вектор потиска, могуће су промене интензитета бочне управљачке силе. Овакав начин управљања ако ради истовремено са потиском главног мотора мења правац вектора главног потиска. Постоје управљачки системи са импулсним моторима у млазнику који у том случају мењају и правац и интензитет вектора главног потиска мотора.

Механички систем управљања вектором потиска смештен у млазнику или тако звана крила у млазнику користе се као елементи којима се управља директним отклоном команде по нападном углу. Такође импулсним дејством али механичким чиме се обезбеђује бочни импулс управљања како у равни пропињања тако и у равни скретања а погон овакве команде врши актуаторска јединица. Силе и моменти за овакав случај командовања дати су у даљем тексту.

4.1.3 Силе и моменти дефинисани УВП-ом помоћу крилаца у млазнику

Укупна вредност силе потиска у једначинама (4.1), (4.2) и (4.3) може се изразити у облику:

$$\begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} = \frac{T}{m} \begin{bmatrix} \cos \delta_{Te} \cos \delta_{Tr} \\ -\sin \delta_{Tr} \\ -\sin \delta_{Te} \cos \delta_{Tr} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Моменти ваљања, пропињања и скретања генерисани системом за УВП помоћу лопатица у излазном млазу, дефинисане као производ растојања $l_T = x_{cg} - x_{tvc}$, слика 6.2 на коме делују силе управљања генерисане на лопатицама у млазу а делују на ракету у равни пропињања и скретања. Могу се представити као:

$$\begin{bmatrix} L_T \\ M_T \\ N_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-l_T I_{xz} T \sin \delta_{Tr}}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2} \\ \frac{l_T T \sin \delta_{Te} \cos \delta_{Tr}}{I_{yy}} \\ \frac{-l_T I_{xx} T \sin \delta_{Tr}}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Параметри дати у једначини 4.11 дати су у номенклатури.

4.1.4 Начин управљања моментима дефинисаним бочним импулсним силама независно од главне погонске групе

Код ракете управљаних бочним импулсним моторима [70] без обзира да ли су фиксног или променљивог интензитета импулса важиће даља анализа. Овакви мотори углавном се позиционирају на телу ракете тако да не генеришу аксијалну силу. Систем управљања ракетом импулсним моторима обезбеђује углавном момент, пропињања и скретања а у ретким случајевима уколико се користе благо закошене млазнице у равни задавања импулса и допунски момент ваљања. Силе генерисане

поменути системом управљања могу се дефинисати као:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{T}_y \\ \hat{T}_z \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Моменти управљања генерисани импулсним моторима, дефинишу као производ растојања положаја $l_T = x_{cg} - x_{rcs}$ на којоима делују бочне силе потиска управљачких мотора а исказују се на ракети променом правца у равни пропињања и скретања. Ови моменти могу се представити у облику:

$$\begin{bmatrix} L_T \\ M_T \\ N_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{l_r \hat{T}_r}{I_{xx}} + \frac{l_T I_{xz} \hat{T}_y}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2} \\ \frac{l_T \hat{T}_z}{I_{yy}} \\ \frac{l_T I_{xx} \hat{T}_y}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

4.2 Динамика нападног угла и угла клизања

Компоненте апсолутне вредности брзине ракете може се дефинисати преко нападног угла и угла клизања, слика 6.2 пројекцијом укупне брзине на сопствени координатни систем ракете:

$$u = V \cos \alpha \cos \beta \quad (4.14)$$

$$v = V \sin \beta \quad (4.15)$$

$$w = V \sin \alpha \cos \beta \quad (4.16)$$

Једначине (4.14), (4.15) и (4.16) могу се записати као трансформација брзинског координатног система у сопствени координатни систем ракете у матричном облику:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = S_\alpha S_\beta \begin{bmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

где су S_α и S_β матрице трансформације. Када се изврши диференцирање једначине (4.17) добија се једначина:

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\alpha c\beta & -s\alpha c\beta & -c\alpha s\beta \\ s\beta & 0 & c\beta \\ s\alpha c\beta & c\alpha c\beta & -s\alpha s\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V} \\ V\dot{\alpha} \\ V\dot{\beta} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Након сређивања једначине (4.18), и увођењем једначина (4.1), (4.2) и (4.3) у једначину (4.18), добија се следећи израз:

$$\begin{bmatrix} \dot{V} \\ V\dot{\alpha} \\ V\dot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c\alpha c^2\beta & -s\beta c\beta & -c^2\beta s\alpha \\ s\alpha & 0 & -c\alpha \\ s\beta c\beta c\alpha & -c^2\beta & s\alpha s\beta c\beta \end{bmatrix} \left(- \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \\ G_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} \right) \quad (4.19)$$

где су величине у изразу дате у номенклатури. Развијена форма једначине (4.19) може се представити у облику:

$$\dot{V} = (X + G_x + T_x)c\alpha c\beta + (Y + G_y + T_y)s\beta + (Z + G_z + T_z)s\alpha c\beta \quad (4.20)$$

$$\dot{\alpha} = \frac{1}{Vc\beta} [-s\alpha(X + G_x + T_x) + c\alpha(Z + G_z + T_z)] + q - [pc\alpha + rs\alpha]\tan\beta \quad (4.21)$$

$$\dot{\beta} = \frac{1}{V} [-c\alpha s\beta(X + G_x + T_x) + c\beta(Y + G_y + T_y) - s\alpha s\beta(Z + G_z + T_z)] + ps\alpha - rc\alpha \quad (4.22)$$

Изрази 4.20 до 4.22 представљају основне вредности укупног убрзања и угаоних брзина промене аеродинамичких нападних углова пропињања и скретања.

4.3 Једначине поремећеног кретања за синтезу аутопилота пропињања

Вертикална раван или раван пропињања у којој је описано понашање нападног згла у времену као и угаоне брзине пропињања ракете дати су у једначинама (4.21) и (4.5). Ако се занемари динамика ваљања и скретања ракете и изврши линеаризација једначина у околини α_0 , само у равни пропињања добијају се следеће једначине понашања:

$$\dot{\alpha} = \frac{Z_\alpha}{V}\alpha + q + \frac{Z_\delta}{V}\delta_e - \frac{s\alpha_0}{V}T_x + \frac{c\alpha_0}{V}T_z \quad (4.23)$$

$$\dot{q} = M_\alpha\alpha + M_qq + M_\delta\delta_e + M_T \quad (4.24)$$

где су:

$$Z_\alpha = \frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial \alpha} = \left\{ \left(\frac{\partial Z}{\partial \alpha} - G_x - T_x - X \right) c\alpha - \left(\frac{\partial X}{\partial \alpha} + G_z + T_z + Z \right) s\alpha \right\}_{\alpha=\alpha_0} \quad (4.25)$$

$$Z_\delta = \frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial \delta_e} = \left\{ \frac{\partial Z}{\partial \delta_e} c\alpha - \frac{\partial X}{\partial \delta_e} s\alpha \right\}_{\alpha=\alpha_0} \quad (4.26)$$

$$M_\alpha = \frac{\partial M}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=\alpha_0}; M_q = \frac{\partial M}{\partial q} \Big|_{\alpha=\alpha_0}; M_\delta = \frac{\partial M}{\partial \delta} \Big|_{\alpha=\alpha_0} \quad (4.27)$$

аеродинамички деривативи сила и момената ракете за вертикалну раван.

У даљем тексту анализираће се само понашање ракете под дејством отклона команди за управљање УВП помоћу крилаца у млазнику. Узимајући у обзир да су угаоне команде УВП система лимитиране на мале вредности, може се сматрати да су вредности $\sin \delta_{Te} \approx \delta_{Te}$ и $\cos \delta_{Te} \approx 1$ због великих брзина продуката у млазнику где су смештене. Систем се даље своди на вредности сила и момената сређивањем из једначина 4.10 и 4.12 а вредности се добијају у облику:

$$T_x = T/m, \quad T_z = -(T/m)\delta_{Te}, \quad M_T = -(l_T T/I_{yy})\delta_{Te} \quad (4.28)$$

Уколико се управљање врши импулсним моторима коришћењем једначине 4.12, могу се написати следеће релације:

$$T_x = T/m, \quad T_z = T_{rcs}/m, \quad M_T = -(l_T/I_{yy})T_{rcs} \quad (4.29)$$

Занемарујући утицај гравитације на динамику нападног угла, комбинацијом и свођењем једначина (4.21) и (4.5) у једначине (4.23) и (4.24), добија се једначина простора стања у облику:

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_\alpha}{V} & 1 \\ M_\alpha & M_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{Z_\delta}{V} \\ M_\delta \end{bmatrix} \delta_e + \begin{bmatrix} \frac{c\alpha_0}{mV} \\ \frac{l_T}{I_{yy}} \end{bmatrix} T_{RCS} + \begin{bmatrix} \frac{T(s\alpha_0 s\delta_{T0} - c\alpha_0 c\delta_{T0})}{mV} \\ \frac{-Tl_T}{I_{yy}} \end{bmatrix} \delta_{Te} \quad (4.30)$$

Једначина простора стања може се искористити за пројектовање аутопилота пропињања при задатим почетним условима и дата је у свом општем облику припремљена за даље манипулисање. Једначина (4.30) може се свести у облик:

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B_a\mathbf{u}_a + B_{uvp}\mathbf{u}_{uvp} + C_{rcs}\mathbf{u}_{rcs}, \quad (4.31)$$

У току истраживања у овом поглављу линеаризација једначина кретања ракете биће проширена за случај вертикалног лансирања, укључујући утицај потиска и услове вертикалног пењања ракете у почетној фази. У условима такозваног тримованог лета могу се усвојити следећи услови:

- $\alpha = \beta = 0^\circ$,
- $p = q = r = 0^\circ/s$,
- $\delta_a = \delta_e = \delta_r = \delta_{Te} = \delta_{Tr} = 0$,
- $\theta = 90^\circ$.

Линеаризоване једначине кретања ракете могу се приказати у форми простора стања.

Отклони командних аеродинамичких површина као и крилаца у дивергентном делу млазника представљају управљачке органе (улазне величине) ($\Delta \bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{u}}$), где се све променљиве величине могу представити као излаз ($\Delta \bar{\mathbf{y}} = \bar{\mathbf{y}}$) система:

$$\Delta \dot{\bar{\mathbf{x}}} = A \Delta \bar{\mathbf{x}} + B \bar{\mathbf{u}}, \quad (4.32)$$

где су дел у сигнал управљања а ($\Delta \bar{\mathbf{y}} = \bar{\mathbf{y}}$) предпостављено решење једначине 4.32 које могу бити параметри кретања ракете датим у облику:

Где су константе С и D које су везане и спрегнуте како са аеродинамичким управљањем тако и управљањем УВП системом.

Матрица система А и матрица управљања В, је вектор управљања аеродинамичким површинама и крилцима у млазу системом УВП. Величине стања као и улаза у систем може се представити као:

$$\Delta \bar{\mathbf{x}} = [\Delta U \alpha \beta p q r \phi \Delta \theta]^T \quad \text{и} \quad \bar{\mathbf{u}} = [\delta_a \delta_e \delta_r \delta_{Te} \delta_{Tr}]^T. \quad (4.33)$$

Једначина (4.32), може се представити тако да се управљачки сигнал аеродинамичког упављања и управљања вектором потиска прикажу одвојено:

$$\dot{\mathbf{x}} = A \mathbf{x} + B_a \mathbf{u}_a + B_t \mathbf{u}_t, \quad (4.34)$$

или за случај хибридног управљања, израз (4.34) може се дефинисати на следећи начин у облику:

$$\dot{\mathbf{x}} = A \mathbf{x} + (B_a + K B_t) \mathbf{u}, \quad (4.35)$$

где су:

$$\mathbf{u} = [\delta_a \delta_e \delta_r]^T, \quad \delta_a = \delta_{Ae} = \frac{\delta_{Te}}{K} \quad \text{и} \quad \delta_r = \delta_{Ar} = \frac{\delta_{Tr}}{K} \quad (4.36)$$

..Једначина 4.35 представља хибридно управљање пошто се члановима у загради посебно исказује управљање аеродинамичким површинама и управљање крилцима у млазу. Величина B_a представља матрицу аеродинамичких и инерцијалних карактеристика аеродинамичких површина као и њихових аеродинамичких карактеристика у току лета. B_t представља исто што и B_a само за крилца у млазу ракетног мотора. Собзиром да је управљање задато за оба типа извршних органа на ракети истим сигналом неопхоно је такође увести скаларну вредност коефицијента K испред матричне вредности карактеристике крилаца у млазу како би се добила заједничка функција одзива на управљачку величину u ...

У даљем тексту биће разрађена синтеза аутопилота пропињања у току вертикалног лансирања ради оцене заједничких хибридних карактеристика за постизање маневарских способности у вертикалној равни код ракета неопходног за постизање гађања балистичких циљева наведеног у поглављу 2.

Поглавље 5

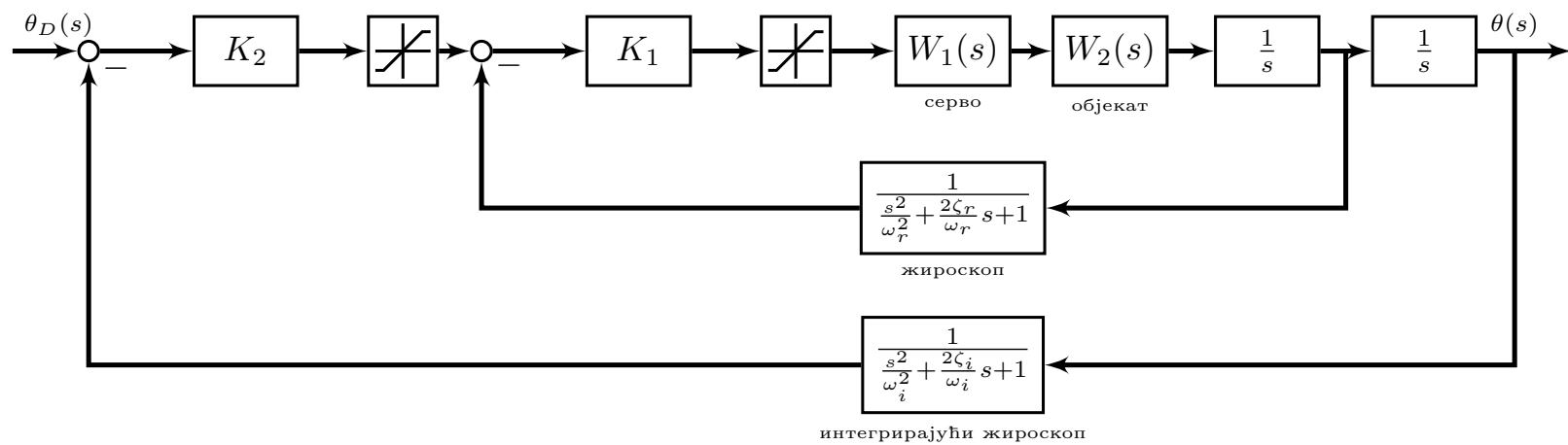
Перформансе ракете у току вертикалног лансирања

5.1 Увод

У циљу анализе понашања ракете [68] у фази лансирања у вертикалној равни модел са три степена слободе кретања интегрисан је математички и извршена његова синтеза са аутопилотом пропињања. Модел узима у обзир два трансляторна кретања и једно ротационо кретање (пропињање) ракете око центра масе. На слици 4.1 приказана је ракета у са предпостављеним силама и моментима према којима су изведене једначине кретања.

Концепција управљања ракетом која је иначе у поглављу 2, показала неопходност управљања општрим маневрима у почетној фази лансирања а у поглављу 3, показала да аеродинамичко управљање при малим брзинама то не може да обезбеди у почетној фази.

Због тога је одабрано да се у почетној фази лансирања користи УВП систем са уроњеним крилцима у дивергентном делу млазника, како би се ракетом управљало хибридно.



Слика 5.1: Блок дијаграм линеаризованог система управљања ракетом у фази вертикалног лансирања - вертикална равна

На тај начин се у хибридној контроли користи једна актуаторска јединица управљања за оба извршна органа у излазном пресеку млазника ракете.

У основи, отклон аеродинамичких површина пропорционалан је отклону крилца у излазном делу млазника [71]. На тај начин УВП систем функционише тако да се крилцима у излазном делу млазника генерише бочна сила вектора потиска, ставрајући момент управљања око тежишта ракете за потребе пропињања. То се остварује дефинисањем одређене вредности нападног угла гасодинамичких крилаца у млазу на којима се ствара сила узгона потребна за генерисање силе и момента потребне за маневрисање ракетом.

Суштина динамике лета у почетној фази лансирања је управљати вектором брзине ракете ради остваривања почетног угла претицања и брзог усмеравања ракете ка захваћеном циљу.

Компонента вектора силе узгона на гасодинамичким крилцима извршава формирање момента око тежишта ракете вршећи скретање ракете и формирање правца вектора брзине [72, 73].

У почетној фази лета, када су у питању мале вредности брзина, због ниске вредности динамичког притиска, битну улогу у генерисању захтеване силе узгона на жељеном нападном углу лета дефинисаног момента управљања а самим тим и управљањем правцем вектора брзине доприноси и сила узгона са крилаца редукована на тежиште ракете.

Како би се анализирао утицај и перформансе УВП система, пре свега неопходно је познавати аеродинамичке карактеристике усвојене конфигурације како би се могла извршити синтеза аутоплиота пропињања, вертикалног лансирања.

Угаона брзина пропињања ракете као и вредност оствареног угла пропињања, дефинишу сигнале праћене сензорима (брзински жirosкоп и интегрирајући жи-

роскоп). Карактеристике извршних органа управљања УВП система и жељене карактеристике аутопилота [74], дефинишу се помоћу карактеристика брзинског појачања $K1$ и угаоног појачања $K2$ у петљи управљања слика 5.1. Тренутак одпочињања рада аутопилота, чије време зависи прво од минималног растојања по висини након лансирања, бустер мотором или катапултом, када обично стартује главни ракетни мотор, упоређују се вредности у аутопилоту почетног оствареног угла ракете при вертикалном лансирању са жељеним углом који се захтева за потребе даљег лета ракете где разлика та два угла дефинишу сигнал грешке. Сигнал у виду грешке, дефинише на самом почетку (граничне вредности) засићење у угаоној брзини заокрета ракете, управо због велике разлике између жељеног и оствареног угла. То у почетном тренутку дефинише захтев од команди УВПа да изврши максималан отклон управљачких јединица, односно крилаца у излазном пресеку млазника ракетног мотора, што за аутопилот представља засићење. Након што УВП обезбеди угаону брзину као и жељени угао ракете у простору, тада се на УВП систему појављује проблем уравнотежења аеродинамичких сила и момената услед наглог повећања брзине лета и појаве високих вредности нападног угла.

Циљ УВП система је да обезбеди минимално време заокрета ракете чије је теме путање обезбеђено минималном висином заокрета што се оставрује максималном вредносћу брзине заокрета. И у овим случајевима постоје граничне вредности које се не могу прекорачити што ће бити објашњено у даљем тексту.

Утицајни параметри који су неопходни да се анализирају у почетној фази вертикалног лансирања ракете су време почетка иницијације вођења, утицај вредности аксијалног убрзања у бустер фази, утицај максималне вредности угла отклона крилаца УВП система као и максимална вредност угаоне брзине пропињања.

Захтеви који се постављају пред ракету су:

- висока вредност угаоне брзине пропињања/скретања,

- висока вредност нормалног убрзања што обезбеђује максималне маневарске способности као и минималне габарите саме ракете.

Мана усвојеног хибридног управљања у почетној фази лансирања ракете је смањење максималне брзине на крају активне фазе у односу на исте услове импулса ракетног мотора без оваквог управљања.

Дефинисаним отклоном крилаца у излазном делу млазника, ремети се струја излазних продуката сагоревања, што самим тим изазива губитак потиска а самим тим и импулса и почетне брзину ракете. Због тога је веома битно утврдити оптималан отклон крилаца УВП система, како се не би угрозиле основне перформансе ракете због овакве изабарне методе управљања а као последице малих вредности динамичких притисака лета и неефикасности аеродинамичког управљања.

Овакав ефекат би се могао редуковати увођењем корелационог коефицијента у синтези аутопилота, једначина (4.35), који при сигналу командовања отклона аеродинамичких површина заједно са сигналом пропорционалног командовања крилима УВП система даје еквивалентан укупни одзив и аеродинамичких површина и крилаца који је различит али чини оптимизацију почетне фазе управљања.

То заправо значи да је за генерисани сигнал отклона, отклон крилаца редукован за мању вредност од отклона аеродинамичких површина, што ће и у даљем тексту бити математички описано кроз синтезу аутопилота вертикалног лансирања.

5.2 Аутопилот почетне фазе вертикалног лансирања ракете

Са блок дијаграма, слика 5.1, изрази за управљање ракетом у вертикалној равни

у временском домену могу се представити у облику [69]:

$$\dot{\theta}_C = K_2(\theta_D - \theta), \quad (5.1)$$

$$\delta_{uwp} = K_1(\dot{\theta}_C - \dot{\theta}), \quad (5.2)$$

где су величине дате у номенклатури а коефицијенти појачања дати у табели 7.1. Ако се занемари утицај динамике актуатора, са блок дијаграма, слика 5.1, може се одредити преносна функција затворене петље система дата у облику:

$$\frac{\theta(s)}{\theta_D(s)} = \frac{\frac{2K_1K_2T_\delta}{I_{yy}}}{s^2 + \frac{2K_1T_\delta}{I_{yy}}s + \frac{2K_1K_2T_\delta}{I_{yy}}}, \quad (5.3)$$

на основу чега се преносна функција може свести у следећи облик,

$$\frac{\theta(s)}{\theta_D(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (5.4)$$

Сопствена фреквенца ω_n и фактор релативног пригушења ζ аутопилота из предходне једначине могу се дефинисати као:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{2K_1K_2T_\delta}{I_{yy}}}, \quad (5.5)$$

$$\zeta = \frac{K_1T_\delta}{\omega_n I_{yy}}. \quad (5.6)$$

Ако се усвоји у једначини да је сопствена фреквенца унутрашње петље по угаоној брзини дата изразом:

$$\omega_{\dot{\theta}} = \frac{2K_1T_\delta}{I_{yy}}, \quad (5.7)$$

представљајући да је вредност пропусног опсега у петљи угаоне брзине. Заменом једначине у једначине добија се сопствена фреквенца и фактор релативног

пригушења у облику:

$$\omega_n = \sqrt{K_2 \omega_{\dot{\theta}}}, \quad (5.8)$$

$$\zeta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega_{\dot{\theta}}}{K_2}}. \quad (5.9)$$

Гранична вредност команде угаоне брзине ракете може се представити изразом:

$$\theta_D - \theta_{tgo} = \frac{\theta_{CLIM}}{K_2}. \quad (5.10)$$

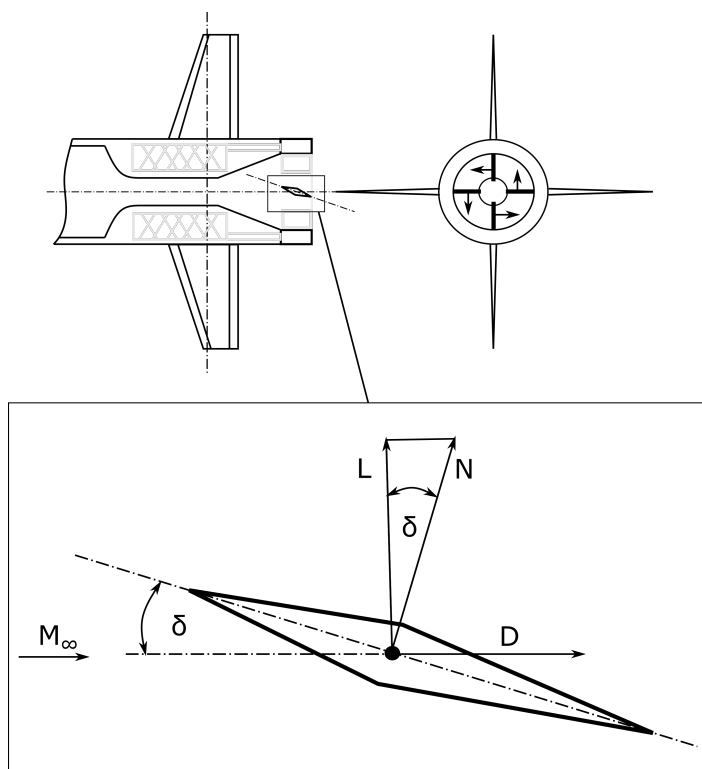
Коришћењем предходних израза, одређују се појачања у петљи затворенг кола аутоматског управљања за одговарајуће карактеристике ракете. Да би се што прецизније управљало ракетом у почетној фази као и минимизовао утицај аеродинамичких поремећаја у почетној фази, усвајају се високе вредности пропусног опсега $\omega_{\dot{\theta}}$ у унутрашњој петљи, односно, петљи угаоне брзине дата изразом 5.7.

5.3 Гасодинамичке перформансе система за управљање вектором потиска типа крилца у излазном делу млазника

За потребе анализе перформанси вертикалног лансирања неопходно је дефинисати силу управљања крилцима на поменутом типу УВП система [72, 73]. То ће бити учињено у следећим одељцима.

5.3.1 Одређивање коефицијента нормалне силе и коефицијента силе отпора крилаца у млазу

Нормална сила која делује нормално на централну осу посматраног крилца, генерисана на крилцу уроњеном у млаз продуката сагоревања слика 5.2, може се усвојити да има линеарну зависност у функцији отклона крилца до $\delta_{uvp}^{max} = \pm 25^\circ$ [30, 75],



Слика 5.2: Дејство сила при отклону крилца уроњених у излазном делу млазника

односно

$$\frac{dC_N}{d\delta} = C_{N\delta}, 0 \leq \delta_{\text{вп}} \leq 25^\circ. \quad (5.11)$$

Нормална сила дата је у облику:

$$N = C_{N\delta} \delta Q S_{ref}. \quad (5.12)$$

Прва апроксимација која је коришћена у одређивању дериватива нормалне силе C_N^δ добијена је из већ познате линеарне суперсоничне теорије за профиле крила коначних димензија мале дебљине [30, 57, 75]:

$$C_N^\delta = \frac{4}{\beta} \left(1 - \frac{1}{2\beta AR}\right) \quad (5.13)$$

где је

$$\beta = \sqrt{M^2 - 1}. \quad (5.14)$$

Сила узгона генерисана на уроњеном крилцу у излазном делу млазника нормална је на кретање струје у млазнику и може се представити у облику:

$$L = N \cos \delta_{uvp} - D \sin \delta_{uvp} \quad (5.15)$$

где се израз може поједноставити и свести у следећем облику:

$$L = N_\delta \delta_{uvp} \cos \delta_{uvp}, \quad (5.16)$$

Коефицијент силе отпора може се изразити у следећем облику [30, 57, 75]:

$$C_D = \frac{4}{\beta} \left(\delta^2 + \left(\frac{t_k}{c} \right)^2 \right). \quad (5.17)$$

Поглавље 6

Избор оптималних параметара погонске групе за кретање ракете при вертикалном лансирању

6.1 Перформансе ракетног мотора за усвојену ракету и синтеза масеног модела погона и димензија

Гађање ПВО ракетама врши се помоћу три модела расподеле укупног тоталног импулса. Први је модел да се све фазе распоређују на бустеровање при лансирању до жељене вредности брзине, затим праћења циља као и маршевања или самонавођења у форми активне фазе рада мотора што представља три фазе потиска и тотланих импулса. Други модел је случај усвојен у овом раду у коме је фаза почетног лансирања препуштена лансеру, односно моделу топлог или хладног катапулта док је фаза постизања максималних брзина гађања ракетом дефинисана наведеним захтевима. Трећи модел представља ракетни мотор са две фазе, стим што је друга фаза одложеног дејства. Овакав вид пројектовања ракетних мотора карактеристичан је за ракете земља-ваздух великог домета када се у терминалној фази захтевају велике брзине ракете [76].

Циљ овог поглавља је да се одреде оптималне вредности перформансе погонске групе [62, 77] за ракету са предходно дефинисаним захтевима и то:

- На основу одабраног параметра, максималне брзине на крају активне фазе лета од 1250 m/s и процењене масе ракете од 190 kg пројектоване су оквирне перформансе ракетног погона.
- Вредност почетне брзине од 1250 m/s , процењена је на бази исте вредности пређеног пута за интервал времена гађања а према усвојеном профилу брзина који се очекује од ракете да реализује током мисије гађање балистичког циља разређеном у поглављу 2 на даљи описани начин. Ова максимална вредност брзине одговара концепту средње вредности брзине лета на трајекторији са усвојеним моделом успорења до поготка циља средњом брзином од 800 m/s како је и разрађено у поглављу 2.
- Времена постизања максималне брзине, трајања активне фазе лета је усвојено око 60% креће од укупног времена лета ракете у мисији гађања дефинисаној средњим брзинама од 1250 m/s прорачунима датим у поглављу два табела 2.1. За наведене прорачуне усвојена су времена лета утврђена приближно у таб 2.1 у којој је реперно условљено најкритичније гађање балистичког циља захваћеног на висини од 10 km који приступа циљу под углом од 45° и бива погођен на 4.5 km по висини на 7 km домета за 6.13 s у току лета ракете. Ово је утврђено као најкритичнији случај гађања за одређивање основних перформанси ракетног мотора. Са оваквим добијеним временом рада активне фазе и укупним путем који пређе ракета по хипотези средње брзине од 800 m/s за своје израчунато време поготка једнакост пређених путева и дефинисаног времена активне фазе даје прорачуном брзину од 1250 m/s . Тако дефинисане вредности показују средње убрзање од 30 g .
- Даљом анализом, потреба рада ракетног мотора приказан је на слици брзина–време а собзиром да се поменути погодак балистичког циља очекује

након краја активне фазе лета са одређеним брзинама сусрета не мањим чије је прорачунско време трајања активне фазе убрзања процењено је на приближно $2/3$ укупног најмањег времена сусрета за наведене услове и износи 4.25 s односно за поменути интервал од 60% .

- Са овако добијеним вредностима максималне брзине даља провера текла је усајењем мањих и већих средњих вредности аксијалног убрзања и то од 20 g до 40 g за постизање исте инваријантне коначне брзине ракете од 1250 m/s из овог поглавља на основу захтева који су проистекли из поглавља 2.
- Опсег времена рада ракетног мотора дефинисан је на основу оваквих анализа, а одређен је граничном вредности максималне брзине за коју су варирана различита убрзања ракете ради реализације истог тоталног импулса и потребног потиска који ће бити дати на крају анализе у посебној табели.
- Вредности тоталног импулса дефинисаће масу горива према усвојеном специфичном импулсу од 2600 m/s а време рада мотора и ниво потиска биће ограничени убрзањем за постизање жељене коначне брзине кретања ракете једначинама променљиве масе са утицајем отпора и гравитације по моделу у вертикалној равни а у складу са дефинисаном мисијом у гл. 2 и очекиваним почетном масом ракете дефинисано поглављу 3 табела 3.1.

Важно је напоменути да ће жељене вредности потиска бити увећане за губитке током рада УВП система преко тоталног импулса увећањем масе горива. У почетној анализи тотални импулс биће одређен интегралом свих сила који делују у току постизања брзине, наравно уз уважавање ефекта промене њене масе. Тако дефинисана вредност интегралног тоталног импулса даће податке о маси потребног горива у функцији специфичног импулса односно ефективне брзине истицања гасова.

Коришћењем једначине кретања чије су силе пројектоване на правац тангенте у

брзинском координатном систему, за дефинисане вредности нападног угла, може се написати једначина у следећем облику [68, 78]:

$$m \frac{dV}{dt} = \bar{F}_b \cos \alpha - \bar{D} - G \sin \gamma. \quad (6.1)$$

Сређивањем предходне једначине погодну за интегралчење по брзини, једначину сводимо на облик:

$$\int_{V_0}^{V_b} dV = \int_0^{t_b} \frac{\bar{F}_b \cos \alpha - \bar{D}}{m} dt - \int_0^{t_b} g \sin \gamma dt. \quad (6.2)$$

У једначини (6.2), узети су у обзир средње вредности сила којима се могу дефинисати параметри лета и то потисак, сила отпора као и масе ракете која се мења у времену представљена следежим изразом у облику:

$$m = m_0 - \dot{m}_p t. \quad (6.3)$$

Увођењем упрошћења у израз за промену масе у једначину (6.2), израз сводимо на облик погодан за итегралчење:

$$V_b - V_0 = \int_0^{t_b} \frac{\bar{F}_b \cos \alpha - \bar{D}}{m_0 - \dot{m}_p t} dt - g t_b \sin \gamma dt. \quad (6.4)$$

Након интеграције једначине (6.4), добија се следећи израз у облику:

$$V_b - V_0 = \frac{\bar{F}_b \cos \alpha - \bar{D}}{m_p} t_b \ln \frac{m_0}{m_{b0}} - g t_b \sin \gamma. \quad (6.5)$$

Дакле, коначна вредност промене брзине дефинисана масом горива са задатим специфичним импулсом може се написати у облику:

$$\Delta V_b = \left(\cos \alpha - \frac{\bar{D}}{\bar{F}_b} \right) I_{sp} \ln \frac{m_0}{m_{b0}} - g t_b \sin \gamma. \quad (6.6)$$

Из израза (6.6), можемо израчунати потребну масу горива у функцији високих

вредности нападног угла, потребне силе потиска, процењене средње вредности отпора, захтеване максималне вредности брзине, процењене почетне масе ракете као и утицаја гравитације у следећем облику:

$$m_p = m_0 \left[1 - \exp \left(- \frac{\Delta V_b + gt_b \sin \gamma}{\cos \alpha - \frac{\bar{D}}{\bar{F}_b}} I_{sp} \right) \right]. \quad (6.7)$$

За максималне вредности нападног угла, максималну вредност отпора као и почетне услове брзина, израз (6.7) се може написати у следећем облику:

$$m_p = m_0 \left[1 - \exp \left(- \frac{\Delta V_{bmax} + gt_b \sin \gamma}{\cos \alpha_{max} - \frac{\bar{D}_{max}}{\bar{F}_b}} I_{sp} \right) \right]. \quad (6.8)$$

Ако се усвоји да је статистички коефицијент квалитета конструкције мотора дат у облику $\zeta_{rm} = m_p/m_{rm}$ односно однос потребне масе горива m_p и укупне масе ракетног мотора m_{rm} , онда се за ракетне motore високих технолошких карактеристика са кратким временом рада може усвојити коефицијент од $\zeta_{rm} = 0.75 \div 0.9$ зависно од запреминског степена испуњености коморе горивом ракетног мотора $K_V = V_p/V_0$. Маса ракетног мотора може се дати у облику:

$$m_{rm} = \frac{m_0}{\zeta_{rm}} \left[1 - \exp \left(- \frac{\Delta V_b + gt_b \sin \gamma}{\cos \alpha - \frac{\bar{D}}{\bar{F}_b}} I_{sp} \right) \right]. \quad (6.9)$$

Оптимална вредност притиска у комори ракетног мотора може се одредити минимизацијом масе ракетног мотора при максималној вредности тоталног импулса написана у облику:

$$\frac{d}{dp_c} \left(\frac{m_{rm}}{I_{sp} m_p} \right) = 0. \quad (6.10)$$

Диференцирајући израз (6.10) добија се израз:

$$\frac{1}{I_{sp}} \frac{d}{dp_c} \left(\frac{m_{rm}}{m_p} \right) - \frac{m_{rm}}{m_p I_{sp}^2} \frac{dI_{sp}}{dp_c} = 0, \quad (6.11)$$

у коме су садржане све компоненте оптимизације, релативна маса пуњења у односу на мотор а друга чија равнотежа обезбеђује оптимални притисак, може се одредити оптимална вредност притиска у комори ракетног мотора дефинисане су као и у једначини (6.11) оптимизацијом чврстоће коморе, густине материјала од кога је комора направљена, и њене дебљине зида за реализацију оптималног притиска. Друга компонента енергетска дефинише специфични импулс и масу пуњења преко оптималних вредности истицања и адијабатског изентропског струјања што је други члан у једначини (6.11). Спрезањем ова два оптимума, једначина за оптимизацију притиска добија се у облику:

$$\frac{\kappa - 1}{2\kappa} \frac{1}{((p_0/p_c)^{(1-\kappa)/\kappa} - 1)p_c} - \frac{2.4 \rho_c}{\rho_p \sigma} = 0. \quad (6.12)$$

За жељену бездимензиону вредност аксијалног убрзања може се проценити средње време рада ракетног мотора у облику:

$$t_b = \frac{V}{n_x g}. \quad (6.13)$$

Процењена вредност тоталног импулса ракетног мотора може се представити изразом у облику:

$$I_{tot} = m_p I_{sp} g, \quad (6.14)$$

где се процењена вредност потиска може написати у облику:

$$\bar{F}_b = \frac{I_{tot}}{t_b}. \quad (6.15)$$

Процена дужине ракетног мотора може се дефинисати на основу коефицијента виткости ракетног мотора λ_{rm} , сведено на запремину изражену коефицијентом запреминске испуњености мотора пуњењем, његова вредност гласи:

$$\lambda_{rm} = \frac{4m_p}{D^3 \pi \rho_p K_V}. \quad (6.16)$$

6.2 Одређивање карактеристика импулса, профила потиска и време рада за задате услове

Карактеристике импулса, потиска и времена рада за задате услове дефинисане мисијом ракете [78] и свим анализима у предходним поглављима указују да модел гађања балистичког циља ракетом са битно другачијим перформансама погона него што се користи код стандардних ПВО ракета. Наиме, два модела расподеле укупног тоталног импулса користе се код ПВО ракета, први је модел да све фазе бустеровања при лансирању до жељене вредности брзине, праћења циља као и маршевања до циљ током вођења или самонавођења представља три фазе потиска и тотланих импулса. Други модел је случај усвојен у овом раду у коме је фаза почетног лансирања препуштена лансеру моделу топлог или хладног катапулта. Фаза постизања максималних брзина гађања ракетом дефинисана захтевима максималних убрзања, до жељених брзина којима се може остварити погодак а фаза завршног приступа циљу остављена као пасивна и благо успоравајућа без погона где се интензитет вектора брзине очекује у области брзина са којима је могућ погодак балистичког циља изнесен у концепту мисије у поглављу два. Дакле у овом поглављу биће одређене вредности импулса и дефинисано време лета са ограничењима потиска као резуличитих максималних убрзања за дефинисану исту максималну вредност брзине. Ова максимална вредност брзине одговара концепту средње вредности брзине лета на трајекторији са усвојеним моделом успорења до поготка циља брзинама од 800 m/s . Времена постизања максималне брзине је око 60 – 70% креће од укупног времена лета ракете у мисији гађања дефинисаној средњим брзинама од 800 m/s прорачунима датим у поглављу два табела 2.1. Тако на пример за услове аксијалног убрзања од 30 g ракета остварује максимално време брзине од 1250 m/s за време од 4.25 s . Ова вредност времена лета упоређена је

Табела 6.1: Процењене перформансе ракетног мотора за задату мисију

n_x (-)	t_b (s)	m_p (kg)	I_{tot} (Ns)	F_b (N)	m_{rm} (kg)
20	6.3710	1.0318e+02	2.6316e+05	4.1306e+04	1.3757e+02
25	5.0968	1.0242e+02	2.6124e+05	5.1256e+04	1.3657e+02
30	4.2474	1.0192e+02	2.5996e+05	6.1204e+04	1.3589e+02
35	3.6406	1.0156e+02	2.5904e+05	7.1152e+04	1.3541e+02
40	3.1855	1.0129e+02	2.5834e+05	8.1099e+04	1.3505e+02

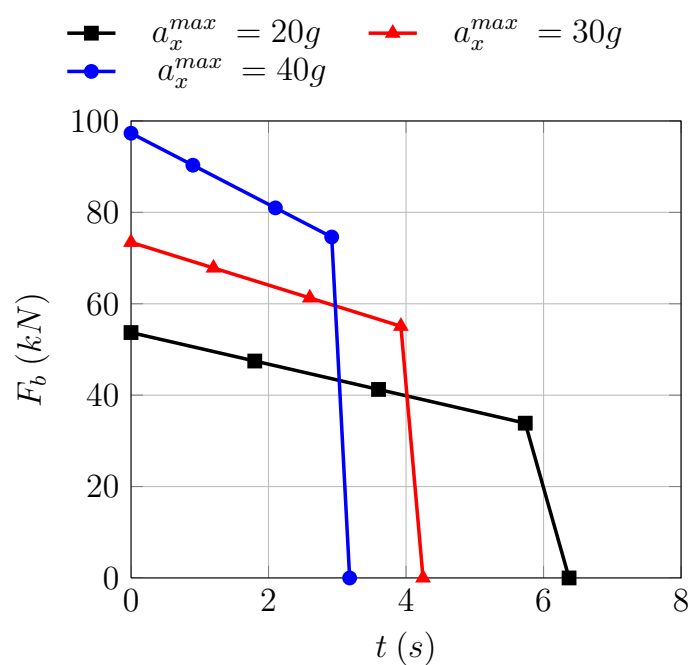
максималним временом лета ракете до циља за све разматране случајеве која износи 14.8 s. На основу оваквих анализа одређена је гранична вредност максималне брзине за коју су варирана различита убрзања ракете ради реализације тоталног импулса и потребног потиска датих у табели 6.1.

Преостало време лета за сваку појединачну мисију анализирано је са граничним вредностима сила отпора при граничним максималним угловима приступа ракете циљу, па су стога успорења од 1250,m/s до 600,m/s, екстремна у пасивној фази слободног маршевог лета без рада ракетног мотора током било које од разматраних мисија.

Профили убрзања и максималних брзина током различитих времена представљени су приближним функцијама за усвојени регресивни профил потиска дат на сликама тим као перформанса погона за одабране вредности аксијалних убрзања за вредности 20 g, 30 g и 40 g у табели 6.1.

Идеја о регресивној сили потиска руковођена је предпоставком да је у почетном временском интервалу неопходна већа вредност силе потиска али не више 20% од номиналног максималног убрзања датог у табели 6.1 односно на крају сагоревања не мања од 20% од исте задате вредности. То значи да свако наведено убрзање од 20 g до 40 g, одступа $\pm 20\%$ током активне фазе лета за време рада ракетног мотора. Дакле степен регресије сагоревања је око 40%.

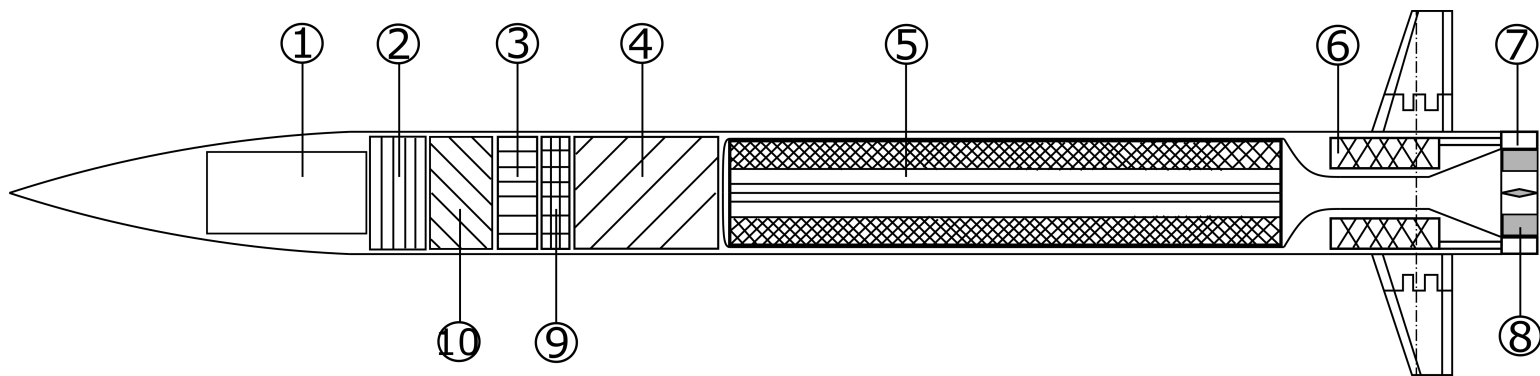
Профили потиска и времена рада датих на слици 6.1 са регресивним сагоревањем



Слика 6.1: Профили потиска за исту вредност оствареног тоталног импулса одабраних и коришћених у поглављу 7

чији је предлог концепта ракетног мотора и распоред подкомпонената дат на слици 6.2, а одговарајући профили брзина у одељку 7.3.

Што се тиче концепта гасодинамичких крилаца за хибридно управљање датих на позији 7 и 8, слика 6.2, њихови ефекти смањења тоталног притиска на излазу из млазника након завршеног ширења на улазу у крилца компензују се као што је већ напоменуто повећаном масом погонског пуњења чиме се компензује губитак потиска односно губитак тоталног импулса на излазу из млазника.



Слика 6.2: Хипотетичка ракета земља-ваздух са представљеним распоредом подсклопова;1-радарска глава за самонавођење, 2-рачунар вођења, 3-близински упаљач, 4-бојева глава, 5-ракетни мотор, 6-4х актуатор, 7-4х редуктор, 8-4х крилце у млазнику, 9-аутопилот и 10-батерија.

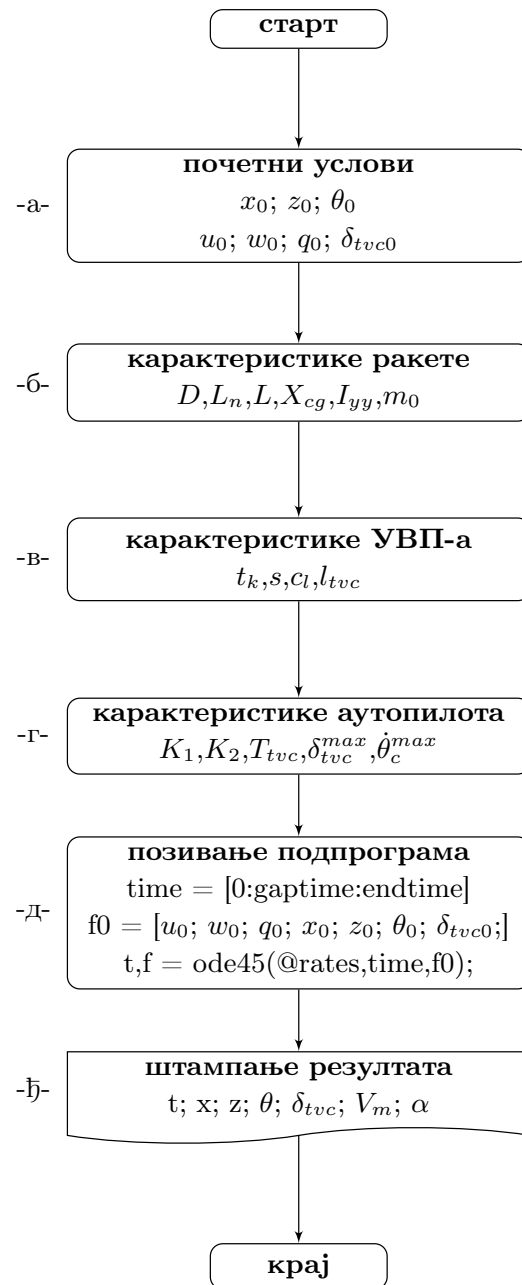
Поглавље 7

Резултати нумеричке симулације активне фазе лета при вертикалном лансирању ракете

Већина радова који се базирају на анализи функционисања подсистема или добијања прелиминарних перформанси закона вођења спрегнуто са динамиком ракете, сугеришу да је са прихватљивом грешком могуће извршити анализу са три степена слободе а касније доста комплекснију са шест степени слободе [79] или у зависности од потребе са седам степени слободе [12]. Такав приступ доприноси скраћивању времена добијања резултата са задовољавајућом грешком а може се применити и на случај анализе вертикалног лансирања са великим маневром у почетној фази као оквир за даљом анализом резултата хибридног управљања.

Аутори радова [1,20,39,42,79] су анализом раванских проблема лета ракете, доказали да се могу донети адекватни закључци, пре него што се приступи комплекснијем посматрању проблема описаног сложенијим математичким моделима.

Узимајући у обзир предходна искуства поменутих аутора [80], у циљу одређивања перформанси ракете током вертикалног лансирања [81], реализована је нумеричка симулација лансирања ракете у вертикалној равни са три степена слободе (два



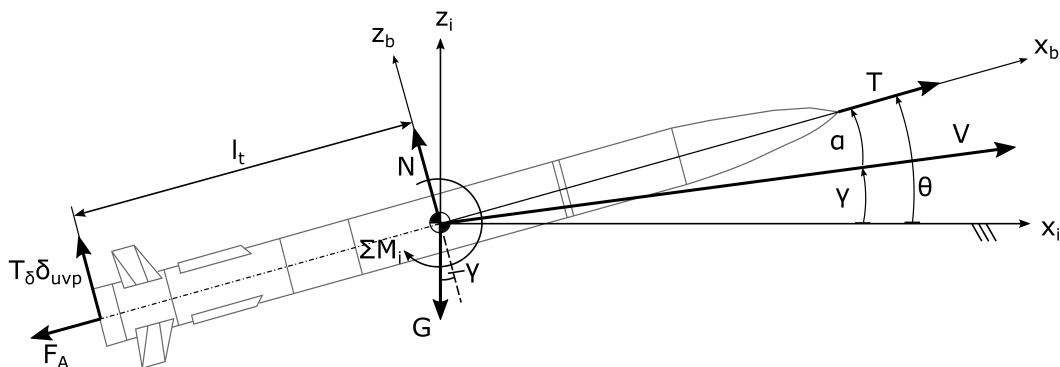
Слика 7.1: Алгоритам програма за нелинеарну симулацију одређивања перформанси ракете у току вертикалног лансирања

транслаторна кретања и једно ротационо кретање око центра масе ракете) према слици 7.2. У табели 7.1, дати су улазни параметри за анализу хипотетичке ракете

Табела 7.1: Улазни параметри за хипотетичку ракету и аутопилота вертикалног лансирања за потребе нелинеарне симулације

Одабране карактеристике и габаритне димензије хипотетичке ракете									
m_0 (kg)	I_{yy} (kgm ²)	D (m)	L_n (m)	L_b (m)	L (m)	I_{sp} (s)	x_{cg} (m)	V_{max} (m/s)	
190	128.63	0.238	0.713	2.138	2.85	260	L/2	1250	
Карактеристике ракетног мотора					Карактеристике аутопилота				
a (g)	t_b (s)	m_p (kg)	I_{tot} (Ns)	F_b (kN)	ζ	ω (rad/s)	K_1	K_2	T_{uwp} (s)
20	7.645	118.17	301410	39.424	1.5	20	0.4576	6.6667	0.008
30	5.0968	116.81	297930	58.455					
40	3.8226	116.12	296180	77.482					

и аутопилота пропињања за њено вертикално лансирање ради нелинеарне симулације моделом представљеног алгоритма, слика 7.1. Једначине транслаторног и



Слика 7.2: Кретање ракете са три степена слободе у вертикалној равни са хибридном управљањем

ротационог кретања ракете око попречне осе у току пропињања изведене су за сопствени координати систем ракете узимајући у обзир аеродинамичке карактеристике ракете, ексцентрицитет потиска, дефинисани оптимални регресивни профил потиска, промену момента инерције као и масе. Трајекторија ракете одређена је у односу на инерцијални координатни систем као и угао пропињања и угао вектора брзине. Нумерички модел представљен алгоритмом на слици 7.1, узима у обзир и карактеристике аутопилота вертикалне фазе лансирања, представљеног блок дијаграмом, приказаног на слици 5.1.

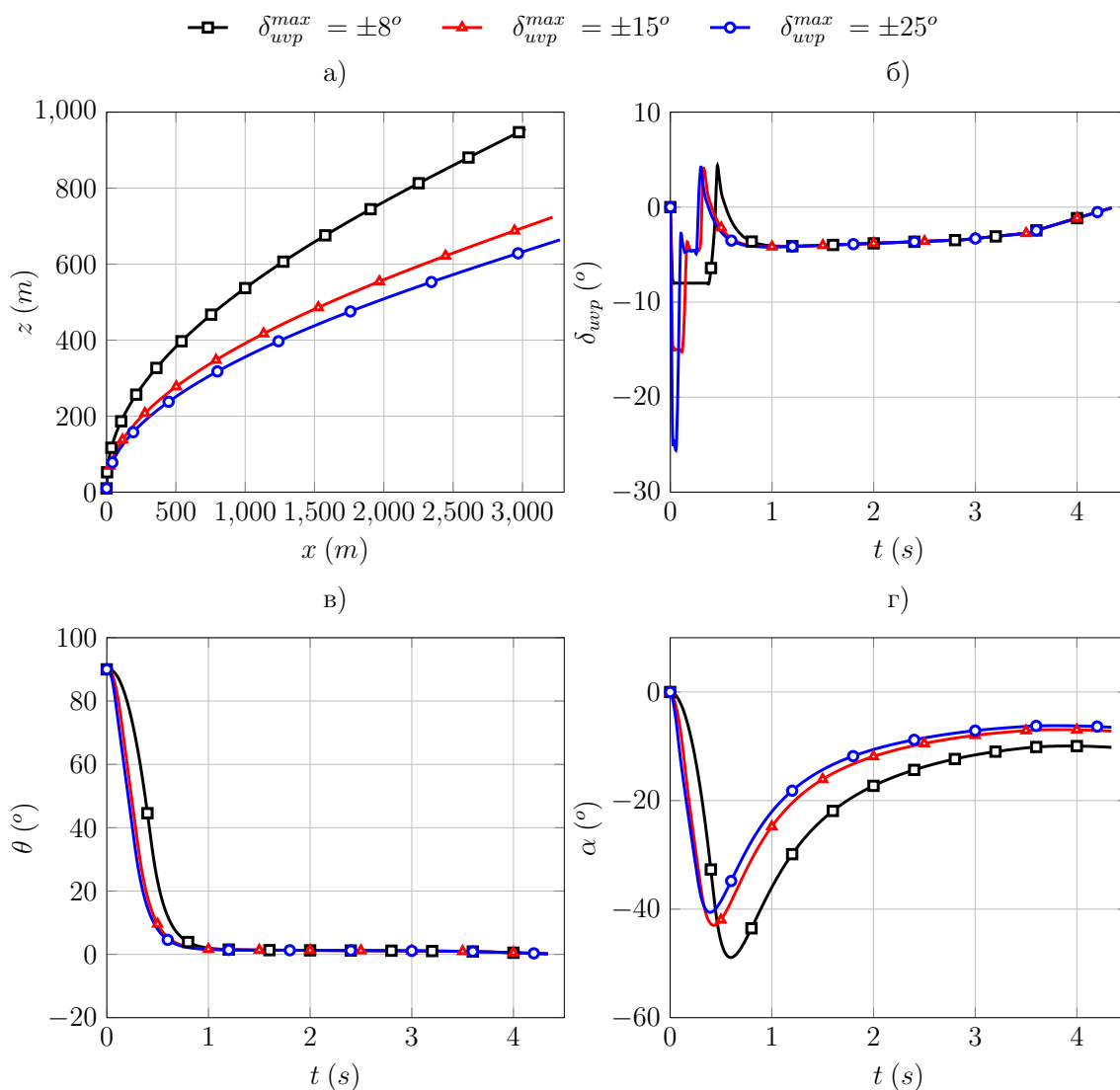
7.1 Утицај максималне вредности отклона крилаца у излазном делу млазника на динамичке карактеристике ракете

Анализиран је утицај промене максималног ограничења отклона крилаца у излазном делу млазника на вертикално лансирање ракете за максималан отклон крилаца од $\delta_{uvp}^{max} = \pm 8^\circ$, $\delta_{uvp}^{max} = \pm 15^\circ$ и $\delta_{uvp}^{max} = \pm 25^\circ$. Горња гранична вредност од $\pm 25^\circ$ представља и максималан отклон не само крилаца већ и аеродинамичких површина, собзиром да је реч о хибридном управљању. Осим поменутог, максимална вредност представља и ограничење у отклону аеродинамичких површина (због појаве одвајања ваздушне струје и губљење силе узгона) тако и ограничење крилаца за поменути максимални угао њиховог отклона у млазу ракетног мотора.

На слици 7.3 а) за различите вредности максималног отклона крилаца, приказане су остварене трајекторије ракете. За максимални отклон од $\delta_{uvp}^{max} = \pm 8^\circ$ остварује се максимална висина трајекторије. За вредности максималних отклона од $\delta_{uvp}^{max} = \pm 15^\circ$ и $\delta_{uvp}^{max} = \pm 25^\circ$ остварене трајекторије су приближно једнаке са оствареним максималним висинама од 402.46 m и 415.91 m и даљинама од 2476.43 m и 1815.33 m .

Слика 7.3 б), приказује отклон крилаца за различите вредности максималних ограничења отклона у излазном делу млазника током рада ракетног мотора. Са слике се може уочити да вредност ограничења отклона крилаца опада, крилаца остају у максималној вредности отклона како би у најкраћем времену обезбедиле успостављање максималне вредности угаоне брзине пропињања.

Када се посматра ограничење отклона од $\delta_{uvp}^{max} = \pm 8^\circ$, са слике 7.3 б) се може уочити да отклон крилаца остају урођена дуже него у остала два случаја. То указује да минимална вредност засићења не може да обезбеди захтевану вредност момента пропињања у датом тренутку. Остварени угао пропињања ракете у времену при-



Слика 7.3: Динамичке карактеристике ракете за различите максималне вредности отклоне крилаца у излазном делу млазника δ_{uvp}^{max} ; Почетни услови: $\theta_0 = 90^\circ$, $\dot{\theta}^{max} = 4.363(1/s)$, $a_x = 30(g)$, $z_0 = 10(m)$; а) трајекторија ракете у вертикалној равни, б) отклон крилаца у излазном делу млазника, в) угао пропињања ракете у вертикалној равни и г) нападни угао ракете.

казана је на слици 7.3 в) за различите вредности максималног отклоне крилаца. Може се уочити, да за максималне отклоне од $\delta_{uvp}^{max} = \pm 8^\circ$ угао пропињања касни у односу на максималне отклоне $\delta_{uvp}^{max} = \pm 15^\circ$ и $\delta_{uvp}^{max} = \pm 25^\circ$. Вредност жељеног угла пропињања ракете приближно се реализује за око 1 s, одржавајући даље заузети угао пропињања. Промена нападног угла ракете у времену приказан је на слици

7.3 г), са које се може уочити да за отклоне крилаца од $\delta_{uvp}^{max} = \pm 8^\circ$ остварују се максималне вредности, док за отклон крилаца од $\delta_{uvp}^{max} = \pm 15^\circ$ и $\delta_{uvp}^{max} = \pm 25^\circ$ имају приближне вредности, мање, упоређено са предходним случајем.

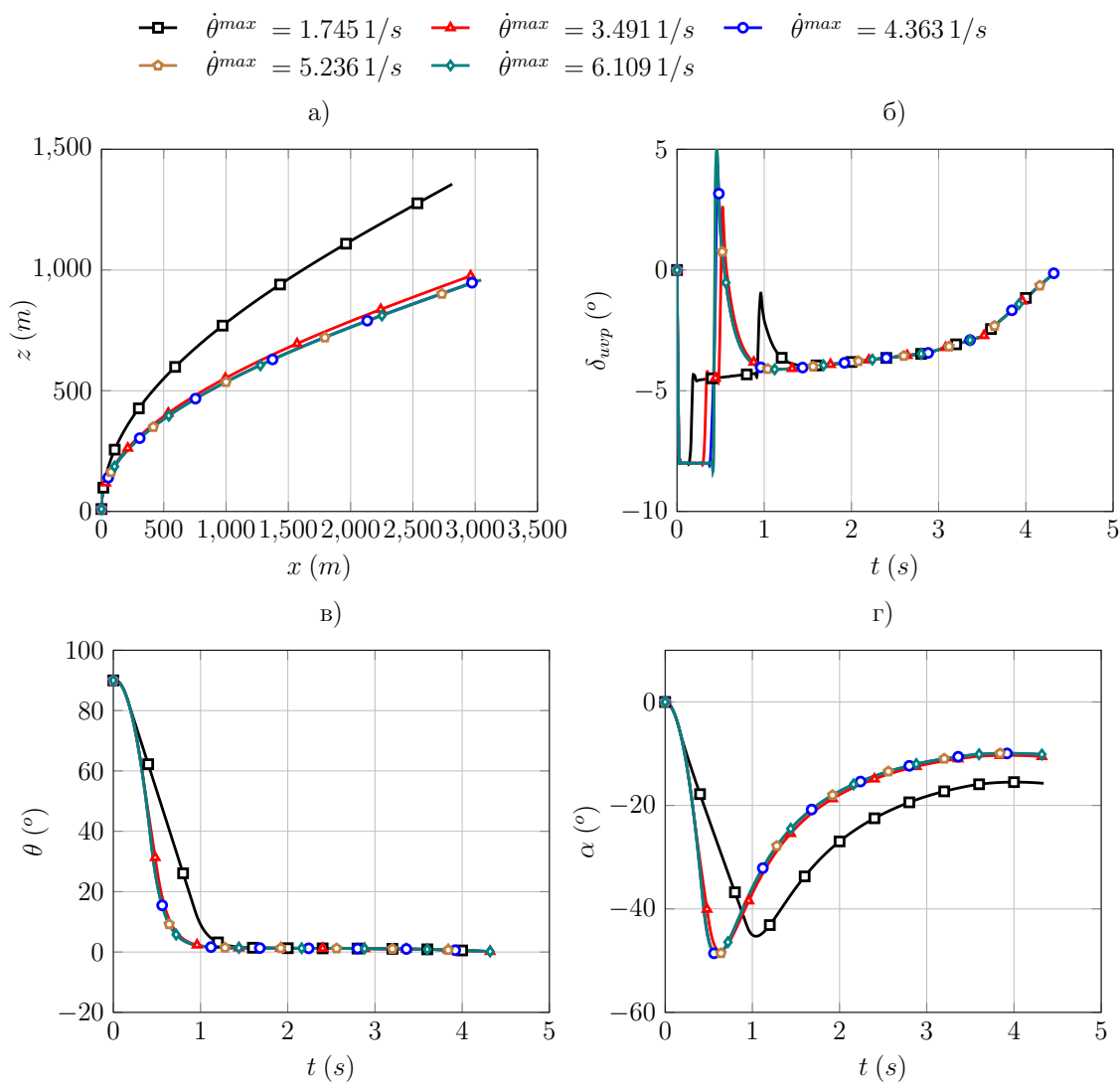
7.2 Утицај максималне вредности угаоне брзине пропињања на динамичке карактеристике ракете

У даљем току истраживања анализиран је утицај максималног отклона крилаца по максималној захтеваној вредности команде угаоне брзине пропињања за $\dot{\theta}_c^{max} = [1.745, 3.491, 4.363, 5.236, 6.109](1/s)$.

На сликама 7.4, 7.5 и 7.6, приказани су резултати нелинеарне нумеричке симулације а) трајекторија ракете, б) отклон крилаца у излазном делу млазника, в) угао пропињања ракете и г) нападни угао. Вариране су вредности максималне угаоне брзине пропињања за различите вредности максималног отклона крилаца $\delta_{uvp}^{max} = [\pm 8^\circ, \pm 15^\circ, \pm 25^\circ]$.

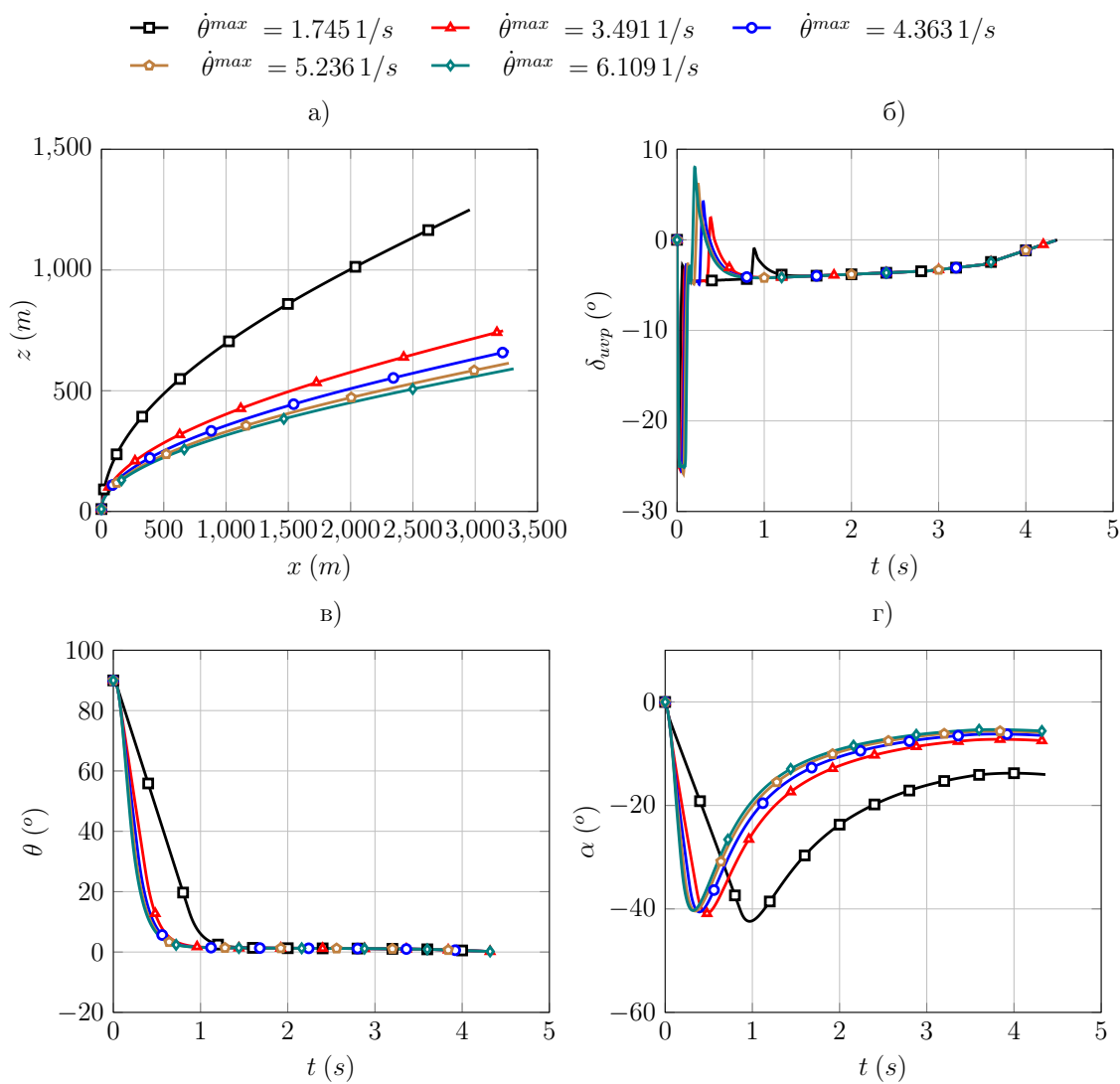
На сликама 7.4, 7.5 и 7.6 а) приказане су трајекторије ракете за случај вертикалног лансирања у току рада ракетног мотора. Резултати показују да се за максимални отклон крилаца од $\delta_{uvp}^{max} = \pm 8^\circ$ остварује мањи домет и већа висина трајекторије у поређењу са остале две вредности максималног отклона од $\delta_{uvp}^{max} = \pm 15^\circ$ и $\delta_{uvp}^{max} = \pm 25^\circ$ где су остварени приближно исти домети. Са поменутих дијаграма може се уочити да угаоне брзине немају већег утицаја на реализацију бољих перформанси ракете када је максимални отклон $\delta_{uvp}^{max} = \pm 8^\circ$, што такође важи и за друга два максималан отклона од $\delta_{uvp}^{max} = \pm 15^\circ$ и $\delta_{uvp}^{max} = \pm 25^\circ$ чији су резултати приказани на сликама 7.4, 7.5 и 7.6.

Може се уочити да се добијене трајекторије ракете за вредности $\dot{\theta}_c^{max}$ од 3.491 (1/s), 4.363 (1/s), 5.236 (1/s) и 6.109 (1/s) поклапају без великих одступања у односу на 1.745 (1/s). За максималне отклоне команди од $\delta_{uvp}^{max} = \pm 15^\circ$ трајекторије ракете



Слика 7.4: Динамичке карактеристике ракете за различите максималне вредности угаоне брзине пропињања ракете $\dot{\theta}^{max}$; Почетни услови: $\theta_0 = 90^\circ$, $a_x = 30(g)$, $z_0 = 10(m)$, $\delta_{wpr} = \pm 8^\circ$; а) трајекторија ракете у вертикалној равни, б) отклон крилаца у излазном делу млазника, в) угао пропињања ракете у вертикалној равни и г) нападни угао ракете.

при различитим вредностима $\dot{\theta}_c^{max}$ разликују се у односу на предходне добијене резултате. Стим што се за вредност максималне угаоне брзине од $\dot{\theta}_c^{max} = 1.745 \text{ (1/s)}$ незнатно добија мања остварена висина и домет трајекторије. Што се тиче осталих вредности максималних угаоних брзина по $\dot{\theta}_c^{max}$ њима се остварују мање укупне вредности остварених висина, па је тако најмања добијена вредност висине за $\pm 25^\circ$ и 6.109 (1/s) и максимална вредност висине за $\pm 15^\circ$ и 3.491 (1/s) .



Слика 7.6: Динамичке карактеристике ракете за различите максималне вредности угаоне брзине пропињања ракете $\dot{\theta}^{max}$; Почетни услови: $\theta_0 = 90^\circ$, $a_x = 30(g)$, $z_0 = 10(m)$, $\delta_{wpr} = \pm 25^\circ$; а) трајекторија ракете у вертикалној равни, б) отклон крилаца у излазном делу млазника, в) угао пропињања ракете у вертикалној равни и г) нападни угао ракете.

Угао пропињања ракете не реазликује се значајно за вредности угаоне брзине пропињања од $\dot{\theta}_c^{max} = [3.491, 4.363, 5.236, 6.109] \text{ (1/s)}$ у поређењу са $\dot{\theta}_c^{max} = 1.745 \text{ (1/s)}$. За случај максималног отклона од $\delta_{wpr}^{max} = \pm 8^\circ$ и $\delta_{wpr}^{max} = \pm 25^\circ$, достизање жељеног угла пропињања касни у односу на максимални отклон од $\delta_{wpr}^{max} = \pm 25^\circ$, док поређење максималног отклона од $\delta_{wpr}^{max} = \pm 15^\circ$ и $\delta_{wpr}^{max} = \pm 25^\circ$ практично даје мале вредности разлике. Тако за угаону брзину пропињања од $\dot{\theta}_c^{max} = 1.745 \text{ (1/s)}$ за мак-

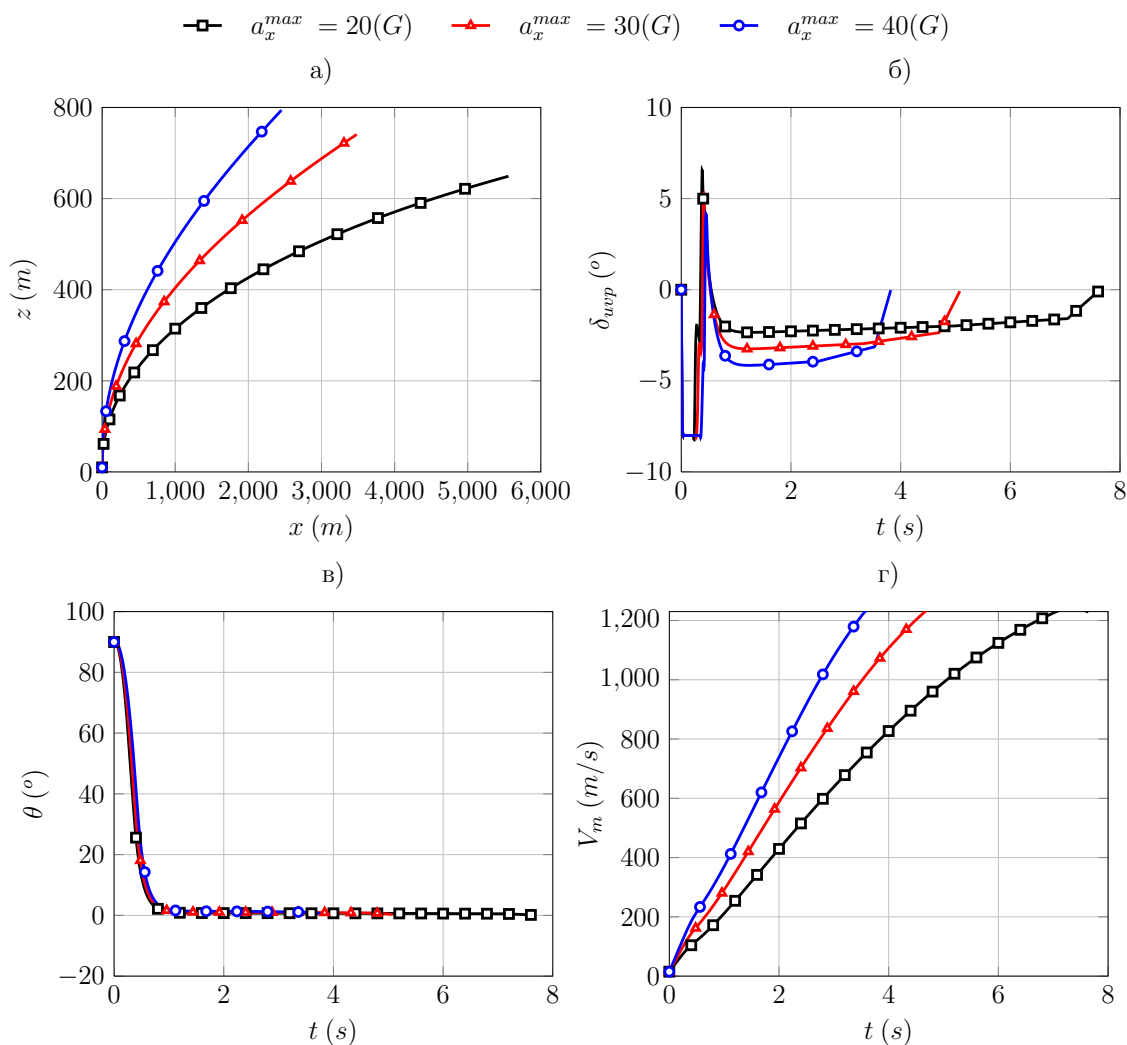
симални отклон од $\delta_{uvp}^{max} = \pm 8^\circ$ време достизања жељеног угла пропињања износи око $1.4 s$ а за максимални отклон од $\delta_{uvp}^{max} = \pm 15^\circ$ и $\delta_{uvp}^{max} = \pm 25^\circ$ време достизања жељеног угла износи око $1 s$.

Вредност нападног угла варира са почетним условима чије су вредности приказане на сликама 7.4, 7.5 и 7.6 г). За вредности угаоних брзина пропињања од $\dot{\theta}_c^{max} = [4.363, 5.236, 6.109] (1/s)$ вредности нападног угла су скоро идентични док за $\dot{\theta}_c^{max} = 1.745 (1/s)$ касни за пола секунде у свим случајевима. Треба напоменути да праћење нападног угла утиче на избор аеродинамичке концепције имајући у виду појаву великих нападних углава у првих $2 s$ за сваки случај. За прорачун аеродинамичких карактеристика са вредностима нападног угла преко $\delta_{uvp}^{max} = \pm 25^\circ$ потребно је користити нелинеарну теорију аеродинамике [63, 82] а за вредности углова мањих од $\delta_{uvp}^{max} = \pm 25^\circ$ могуће користити линеарну теорију аеродинамике.

Општи је закључак, да за све посматране вредности, максимални отклон крилаца као и параметри лета ракете немају значајнију зависност од угоне брзине пропињања веће од $4.363 (1/s)$, док за мање од $4.363 (1/s)$ сва четири посматрана параметра трајекторија, отклон крилаца, угао пропињања и нападни угао показују разлике, који су значајни, посебно за одређене параметре.

7.3 Утицај аксијалног убрзања ракете у бустер фази на динамичке карактеристике ракете

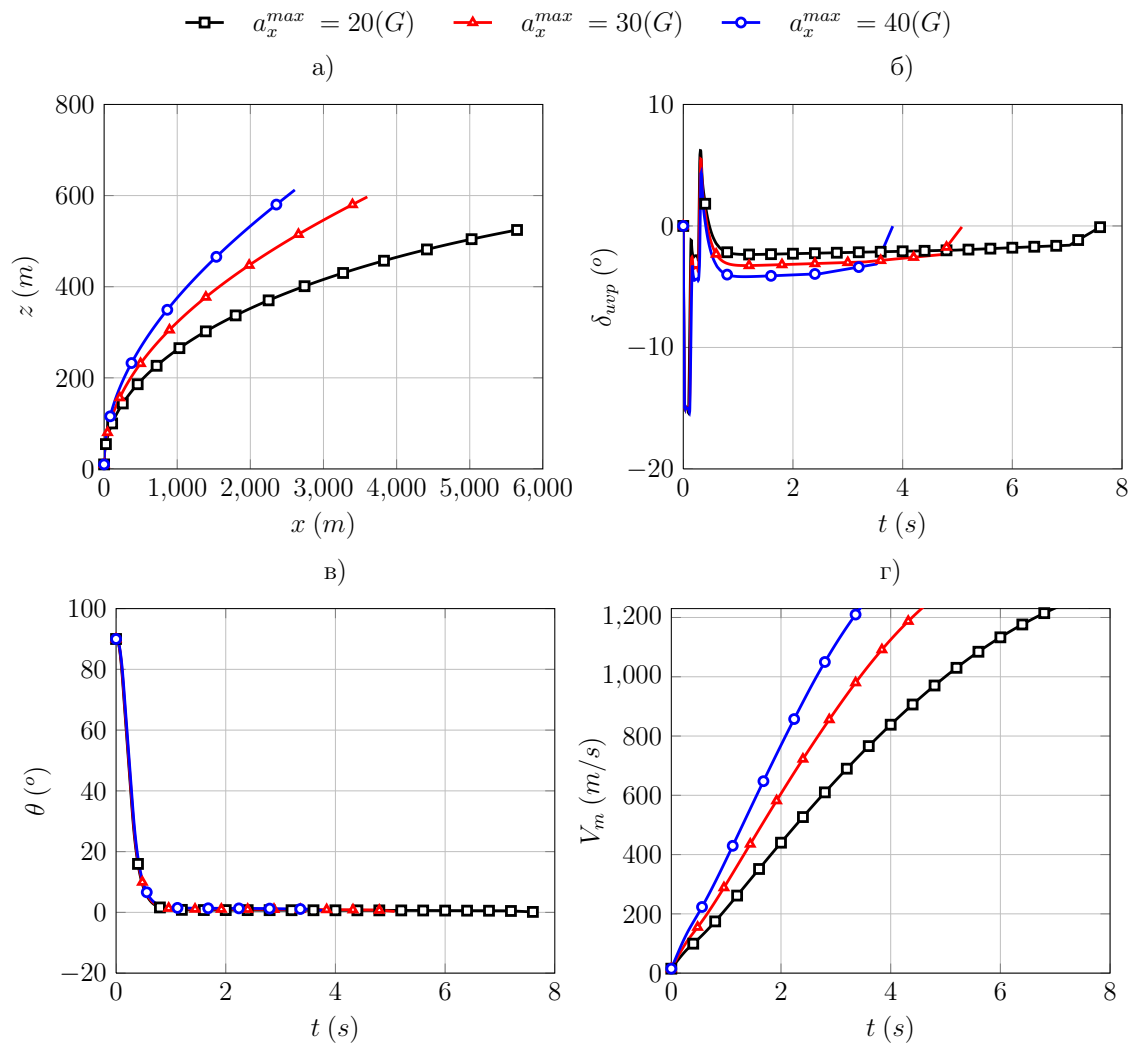
На сликама 7.7, 7.8 и 7.9, приказани су резултати нумеричке симулације при почетним условима датих у табели 7.1, ради анализа утицаја различите вредности аксијалног убрзања на динамичке карактеристике вертикалног лансирања ракете. Остварене трајекторије ракте приказане на сликама 7.7, 7.8 и 7.9 а) за различите вредности максималног отклона крилаца. Може се уочити да за аксијалну вредност убрзања од $20 g$ при свим типовима максималног отклона команди остварујемо минималне висине и максималне вредности домета док је за аксијалну вредност



Слика 7.7: Динамичке карактеристике ракете за различите вредности аксијалног убрзања ракете у бустер фази; Почетни услови: $\theta_0 = 90^\circ$, $\dot{\theta}^{max} = 4.363(1/s)$, $z_0 = 10(m)$, $\delta_{uvp}^{max} = \pm 8^\circ$; а) трајекторија ракете у вертикалној равни, б) отклон крилаца у излазном делу млазника, в) угао пропињања ракете у вертикалној равни и г) брзина ракете у бустер фази.

убрзања од $40 g$ уочљив минимални домети са максималним достигнућим висинама упоређено са мањим предходним вредностима аксијалног убрзања.

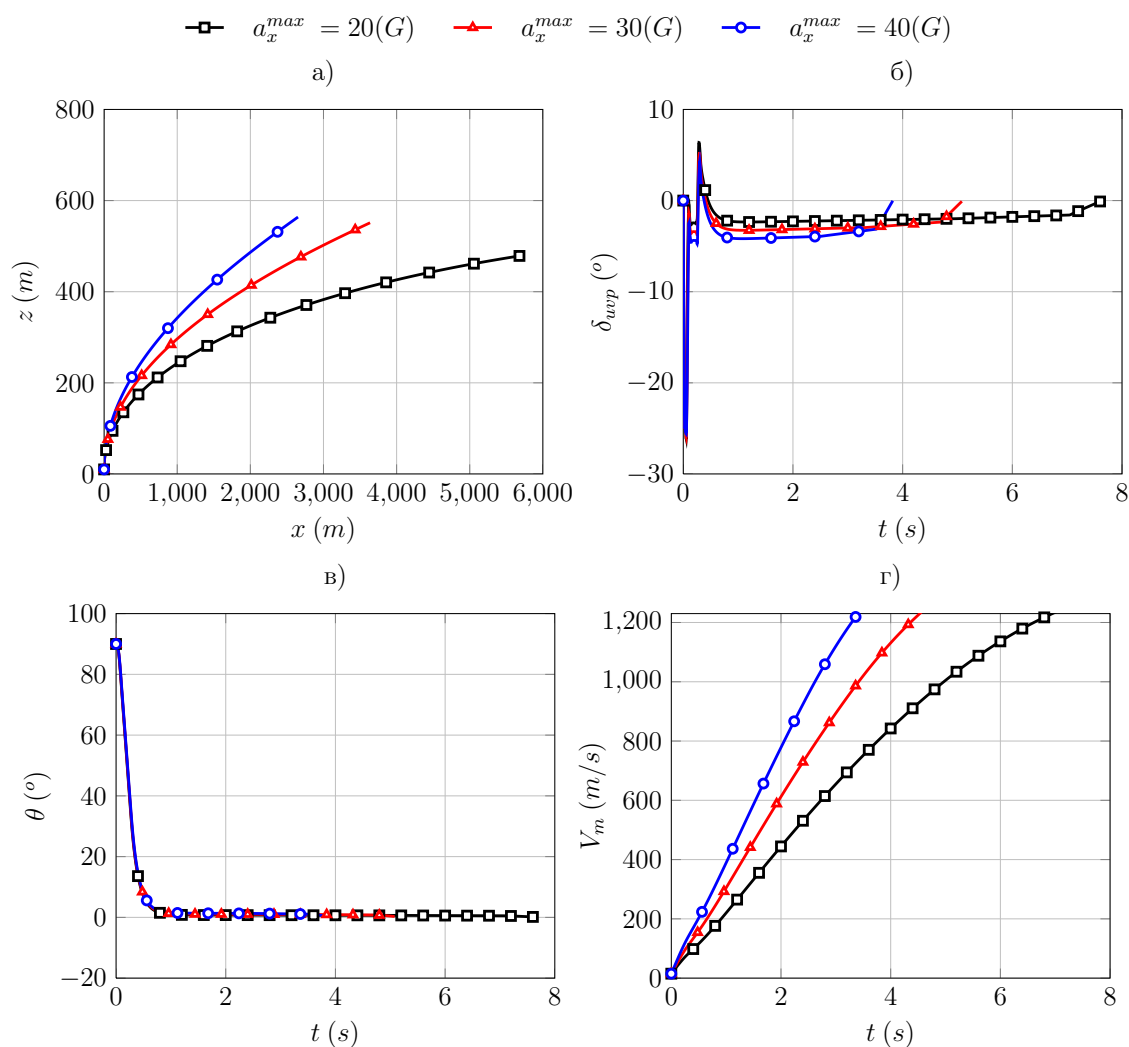
Минимална висина и максимални домет остварују се за максималан отклон крилаца од $\delta_{uvp}^{max} = \pm 25^\circ$ при аксијалном убрзању од $20 g$, док се максималне вредности висина и минимални домети остварују за максималног отклона од $\delta_{uvp}^{max} = \pm 8^\circ$ при



Слика 7.8: Динамичке карактеристике ракете за различите вредности аксијалног убрзања ракете у бустер фази; Почетни услови: $\theta_0 = 90^\circ$, $\dot{\theta}^{max} = 4.363(1/s)$, $z_0 = 10(m)$, $\delta_{uvp}^{max} = \pm 15^\circ$; а) трајекторија ракете у вертикалној равни, б) отклон крилаца у излазном делу млазника, в) угао пропињања ракете у вертикалној равни и г) брзина ракете у бустер фази.

аксијалном убрзању од $40g$.

На сликама 7.7, 7.8 и 7.9 б) дати су резултати отклона команди у времену за различите вредности аксијалног убрзања при различитим вредностима максималног отклона крилаца. Време отклона команди се разликује у зависности од аксијалног убрзања стим што за сваку вредност максималног отклона крилаца постоје разли-



Слика 7.9: Динамичке карактеристике ракете за различите вредности аксијалног убрзања ракете у бустер фази; Почетни услови: $\theta_0 = 90^\circ$, $\dot{\theta}^{max} = 4.363(1/s)$, $z_0 = 10(m)$, $\delta_{uvp}^{max} = \pm 25^\circ$; а) трајекторија ракете у вертикалној равни, б) отклон крилаца у излазном делу млазника, в) угао пропињања ракете у вертикалној равни и г) брзина ракете у бустер фази.

чити профили отклона. Тако за $\delta_{uvp}^{max} = \pm 8^\circ$ отклон команди улази нешто дуже у овој граничној вредности у односу на друга два случаја.

Што се тиче угла пропињања на сликама 7.7, 7.8 и 7.9 в) се може видети подударне криве са минималном разликом, где се жељена вредност угла пропињања достиже за мање од 1 s.

Са истих слика могу се уочити различита времена постизања максималне брзине током рада ракетног мотора активне фазе, која одговара вредностима аксијалног убрзања од $40 g$, $30 g$ и $20 g$ чије су вредности респективно $3.8 s$, $4.5 s$ и $6.9 s$, чије су вредности дефинисане за усвојене карактеристике ракетног мотора у поглављу 6.

Промена профила брзине за сваки посматрани случај зависи од аксијалног убрзања, приказано је на сликама 7.7, 7.8 и 7.9 г), која се остварује одабраном вредности силе потиска за три карактеристична профила рада ракетног мотора. За сваки од случаја, за сваку различиту вредност аксијалног убрзања ракета достиже исту максималну вредност брзине одабране профилем лета у даљој пасивној фази све до поготка циља. Дакле ракете имају приближно једнаке тоталне импулсе који се разликују само за отпоре кретања.

7.4 Закључци

На основу добијених резултата у предходним одељцима могу се изнети следећи закључци:

- Варирање вредности максималног отклона крилаца у излазном делу млазника утиче на динамичке карактеристике ракете, пре свега на дефинисању трајекторија где се за отклон крилаца од $\delta_{uvp}^{max} = \pm 8^\circ$ добијају већи радијуси кривина што условљава веће вредности постигнутих висина. Код максималног отклона крилаца од $\delta_{uvp}^{max} = \pm 15^\circ$ и $\delta_{uvp}^{max} = \pm 25^\circ$, радијуси кривина су нешто мањи са мањим оствареним висинама и нешто већим донетима. Сам отклон крилаца се разликује, стим што отклон од $\delta_{uvp}^{max} = \pm 8^\circ$ остаје дуже у струји млаза него у остала два случаја. То значи да су сама крилца изложена кинетичкој енергији струје и високим температурама па самим тим су изложена ерозији материјала као и губитцима силе узгона. Угао пропињања

ракете за отклон крилаца од $\delta_{uvp}^{max} = \pm 8^\circ$ достиже жељену вредност нешто спорије у односу на максимални отклон од $\delta_{uvp}^{max} = \pm 15^\circ$ и $\delta_{uvp}^{max} = \pm 25^\circ$. Највеће вредности нападаног угла добијају се за максималне отклоне од $\delta_{uvp}^{max} = \pm 8^\circ$ од $\alpha_{max} = 49^\circ$ у поређењу са $\delta_{uvp}^{max} = \pm 15^\circ$ и $\delta_{uvp}^{max} = \pm 25^\circ$ где су максималне вредности нападаних углова од $\alpha_{max} = 43^\circ$ и $\alpha_{max} = 40^\circ$.

- Варирањем угаоне брзине пропињања за почетне услове, добијају се мање вредности висина лета у активној фази за вредности угаоних брзина пропињања већих од $3.491 (1/s)$. Може се закључити да повећавањем угаоне брзине веће од $\dot{\theta}_c^{max} > 3.491 (1/s)$ недопрноси се значајно побољшању перформанси у виду остваривања минималних вредности висина и максималних домета. Најбоље динамичке перформансе се постижу за вредности максималних отклона од $\delta_{uvp}^{max} = \pm 15^\circ$ и $\delta_{uvp}^{max} = \pm 25^\circ$ где је занемарљива разлика у карактеристикама понашања отклона команди, остваривању захтеваног угла пропињања и вредности постигнутих нападаних углова. Максималне вредности нападаног угла добијају се за отклон крилаца од $\delta_{uvp}^{max} = \pm 8^\circ$ и угаоним брзинама пропињања већим од $\dot{\theta}_c^{max} > 3.491 (1/s)$.
- Варирањем максималне аксијалне вредности убрзања ракете у бустер фази допрноси нешто другачијим резултатима у поређењу са предходно добијеним. За вредност аксијалног убрзања од $a_x^{max} = 40 g$ добијају се велике вредности достигнутих висина и мањи домет у поређењу са аксијалним убрзањем од $a_x^{max} = 20 g$ где се добијају већи домети и мање остварене висине што је условљено мањим радијусом кривине. Треба напоменути да су резултати добијени под условима да се за сваки случај промене максималне аксијалне вредности убрзања достиже иста вредност максималне брзине. Имајући то у виду како би се домет за вредност од $a_x^{max} = 40 g$ повећао, предлаже се повећање вредности максималне брзине ракете на крају активне фазе. Максимална вредност висине и малог домета условљено великим радијусом кривине добија се за максимални отклон од $\delta_{uvp}^{max} = \pm 8^\circ$ при максималном аксијалном

убрзању од $a_x^{max} = 40 g$. Најповољније перформансе са аспекта остварених минималних висина и максималног оствареног домета добијају се за случај када је остврен максимални отклон од $\delta_{uvp}^{max} = \pm 25^\circ$ при максималном аксијалном убрзању од $a_x^{max} = 20 g$, стим што је време рада активне фазе скоро душло већи.

- На основу анализе укупног убрзања може се закључити следеће, да ће ракета са нормалним и аксијалним убрзањем дефинисаним у поглављу 2 и поглављу 6 и 7 имати резултујуће вредности убрзања.

Поглавље 8

Пројектовање и примена експлозивно формираних пројектила као потенцијални корисни терет

8.1 Увод

У поглављу 2, детаљно је размотрен концепт мисије гађања балистичких циљева ракетама са земље. Такав концепт, усвојио је развој даље анализе у поглављима 4, 5, 6 и 7 свих најважнијих елемената подсклопова и подсистема на ракети, који на свој начин доприносе анализи концепта оптималног управљања и конструкције са минималним утрошком енергије, спрегнутим и повезаним пре свега преко параметара нормалног убрзања као и осталих параметара лета који су референтни за успешно гађање мисије. Циљ овог поглавља је да систем за коначно уништење циља односно корисни терет, изврши врло захтевну мисију гађања АБ ракетом са поузданом ефикасношћу. Расположиве ПВО ракете па чак и АБ ракете, углавном користе различите модификоване облике бојевих глава са усмереним фрагментационим дејством, спрегнутим са деловањем близинског или ласерског упаљача по ускопрофилисаним сноповима захвата и дефинисаним кашњењем активирања

усмереним у зону балистичког циља.

Иначе због посебне значајности мисије гађања балистичких циљева, управо за ефекат његовог уништења, последњих 40 година, пројекти су имали другачији приступ конструкцији бојевих глава. Последњих 40 година јако је напредовала технологија усмереног дејства експлозивног пуњења бојеве главе и довела до веома моћних резултата правилног усмеравања фрагментационог дејства са различитим профилисаним фрагментима типа шипке, стрелица, обликованих парчади како би се приближни поготци у ПВО одбрани прекрили довољном ефикасношћу уништења за остварени промашај. Гађање БЦ поузданим уништењем, коначно се третира једино директним поготком и у том случају гарантује уништење БЦ упућеног у зону ПВО одбране. У последње време на свим ракетама малог средњег и већег домета ПВО одбране, све више се размишља о БГ које остварују директан погодак а уништење врше кинетичком енергијом сусрета а не вероватноћом погодака фрагментима усмерене експлозије.

За средње и велике балистичке домете одбране од балистичких циљева на сцени је савремени концепт вођеног кинетичког пројектила за који се једино сматра да је поуздан у пресретању пре свега нуклеарних пројектила у њиховој средњој фази лета. За пресретање ракета које се гађају на мањим балистичким дометима познатим као балистичке ракете кратког домета, чији је концепт разматран у почетним хипотезама поглавља 2, поузданост поготка увек је везана са степеном рањивости циља уколико се користи чак и моћнија БГ са фрагментационим усмереним дејством. Један нови тип бојеве главе који до сада није разматран у литератури за потребе интеграције ПВО ракета су пројектили са експлозивно формиран пројектили, њихова намена успешна је једино уколико изврши директан погодак али са дистанце (углавном са 150м), па самим тим представља кандидата за директан погодак БЦ али уз озбиљно разматрање начина приступа ракете непосредно пре извршења поготка и активирања ЕФПа у зони циља. Због тога ће у овом поглављу бити размотрено под којим условима конструкција корисног терета треба да реа-

лизује ефикасан погодак БЦ ЕФП главом и какви динамички параметри генерално морају бити задовољени. У том случају ЕФП БГ би била кандидат за разматрање директног поготка балистичког пројектила након остваривање минималног промашаја пројектилом оптимизираним по свим параметрима наведеним у предходним поглављима.

Важно је напоменути да овакав приступ посебно доприноси оптимизацији компензације већих промашаја. Практично посматрано поменути компликовани кинетички подпројектил корисног терета који гађа балистички циљ са пакетом вођења и сензорима као и корекционим управљачким мотоирима, представља посебно лансирање вођеног пројектила са већ вођене АБ ракете. Концепт овог рада био је да се идеја кинетичког пројектила којим се гађа циљ у завршној зони грешке поготка оптимизираом АБ ракетом, врши моделом гађања и усмеравања поготка слично као код невођених пројектила, али са релативним параметерима кретања укљученим у концепт избора елемената усмеравања ЕФП главе непосредно пре извршења поготка. На тај начи се у практичном извођењу ракете и њеног вођења могу толерисати и већи промашаји (и до $150m$).

8.2 Експлозивно формиран пројектили

Експлозивно формиран пројектили (ЕФПи) [83, 84], представљају савремен концепт пробијања са блиских растојања као и са различитих удаљености [33, 85]. У последњих двадесет година, ЕФП бојеве главе представљају значајан концепт у пројектовању ракетних бојевих глава, против циљева као што су лака и тешко оклопљена возила као и патролни чамци, бродови, ређе ваздушни циљеви итд. Главне перформансе овог типа бојеве главе су могућности гађања циљева из покрета са одговарајуће удаљености, што омогућава ракети да са одговарајуће раздаљине циљ погоди директно. Пробојност формираних пројектила је доста мања у

односу на традиционалне кумулативне бојеве главе, које се углавном користе када је циљ неопходно погодити директно са великом вероватноћом. То није проблем за концепт усвајања оваквог пројектила на атибалистичкој ракети собзиром на малу захтевану пробојност. Принцип функционисања оваквих бојевих глава заснована је на Мисизнај-Шардиновом ефекту, где се пројектил формира посредством усмерене енергије експлозива. Дејством енергије експлозива, метални диск пролази кроз пластичне деформације у току формирања, где се у врло кратком временском року трансформише у пројектил који поседује високе вредности брзина, самим тим и кинетичку енергију.

8.3 Гађање балистичких циљева ЕФП пројектилом

8.3.1 Модел сусрета ракете и циља и главни параметри

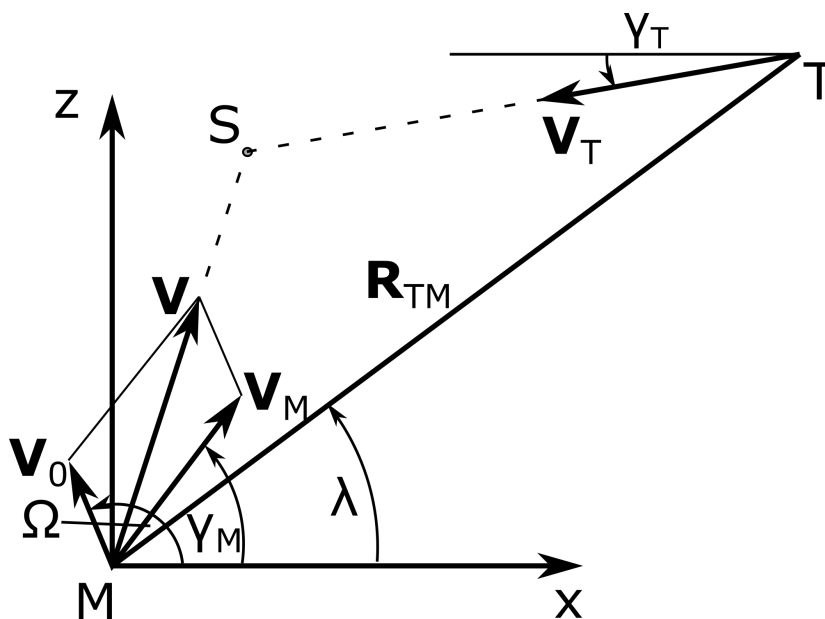
Ради адекватне примене идеје о гађању балистичких пројектила бојевом главом са ЕФП пројектилом, у овом одељку биће анализирани услови под којима се може обавити овакво гађање и под којима у општем случају приступ ракете циљу дефинише основне параметре за извршење оваковог динамичког поготка [86]. Усвојене су следеће хипотезе:

- Ракета приступа циљу у зони задатих грешака на растојању не већем од $120m$ у моменту активирања бојеве главе.
- Гађање се обавља искључиво приступом ракете балистичком циљу у сусрет.
- Време реаговања сензора који открива циљ као и система управљања правцем ЕФП бојеве главе ради усмеравања пројектила ка циљу, сматра се као задато унапред и посматра се само директно извршење гађања.

- Конструктивни детаљи смештаја ЕФП бојеве главе у носном делу ракете обезбеђују пуну ефикасност као и при њеном дејству у слободном простору. Дакле нема утицаја конструкције ракете на смањење почетне брзине ЕФП пројектила.

8.3.2 Математички модел одређивања критичних услова лансирања ЕФП пројектила

Математички модел гађања ЕФП пројектилом уз наведене хипотезе у предходном одељку, биће обрађен геометријско кинематски модел у 2-Д равни, компатибилно са разматраном концепцијом мисије у поглављу 2.



Слика 8.1: Геометрија сусрета формираног пројектила са балистичким циљем у терминалној фази

Да би се извршила реализација поготка у терминалној фази, неопходно је одредити угао претицања, као и његову кинематску функционалну зависност. Одређивање угла претицања ЕФП пројектилом, који у моменту активирања упаљача заузима вектор релативне брзине пројектила формираног са бојеве главе ради реализације

апсолутне брзине као резултанте кретања ракете и лансирања ЕФП пројектила у односу на ракету. Према слици 8.1, тачка сусрета у вертикалној равни, ако се занемари подбачај трајекторије услед гравитације оправдан великим брзинама кретања малим промашајима (мањих од 120 m), на слици је приказана као тачка S у коју стиже балистички пројетил из тачке T у моменту сустизања ЕФП пројектилом лансираним из тачке M . Као основни услов усваја се једнакост времена кретања балистичког пројектила од тачке T до тачке S и времена кретања ЕФП пројектила резултујућом брзином од тачке M до исте тачке S . Као почетак гађања одговара промашају задатом из поглавља 2 не већем од 120 m за дејство бојеве главе са оваквим пројектиlima. Услов једнакости времена дат је са изразом:

$$\frac{\overline{TS}}{V_T} = \frac{\overline{MS}}{V_M}. \quad (8.1)$$

Пројекције координате циља у времену на осе координатног система дате су у облику:

$$x_T = x_{T0} - tV_T \cos \gamma_T, \quad (8.2)$$

$$y_T = y_{T0} - tV_T \sin \gamma_T, \quad (8.3)$$

односно у функцији промашаја изразима:

$$x_T = R_{TM} \cos \lambda - tV_T \cos \gamma_T, \quad (8.4)$$

$$y_T = R_{TM} \sin \lambda - tV_T \sin \gamma_T. \quad (8.5)$$

Укупна брзина ЕФП пројектила дата је векторским изразом:

$$\vec{V}_U = \vec{V}_0 + \vec{V}_M, \quad (8.6)$$

односно његовим пројекцијама на координатне осе:

$$\vec{V}_{Ux} = V_0 \cos \Omega + V_M \cos \gamma_M, \quad (8.7)$$

$$\vec{V}_{Uy} = V_0 \sin \Omega + V_M \sin \gamma_M. \quad (8.8)$$

За почетне условек кретања следи веза између координата кретања ЕФП пројектила и његовог почетног апсолутног угла у координаном систему референтног за избор правца заузимања бојеве главе у циљу извршења гађања у облику:

$$x = t(V_0 \cos \Omega + V_M \cos \gamma_M), \quad (8.9)$$

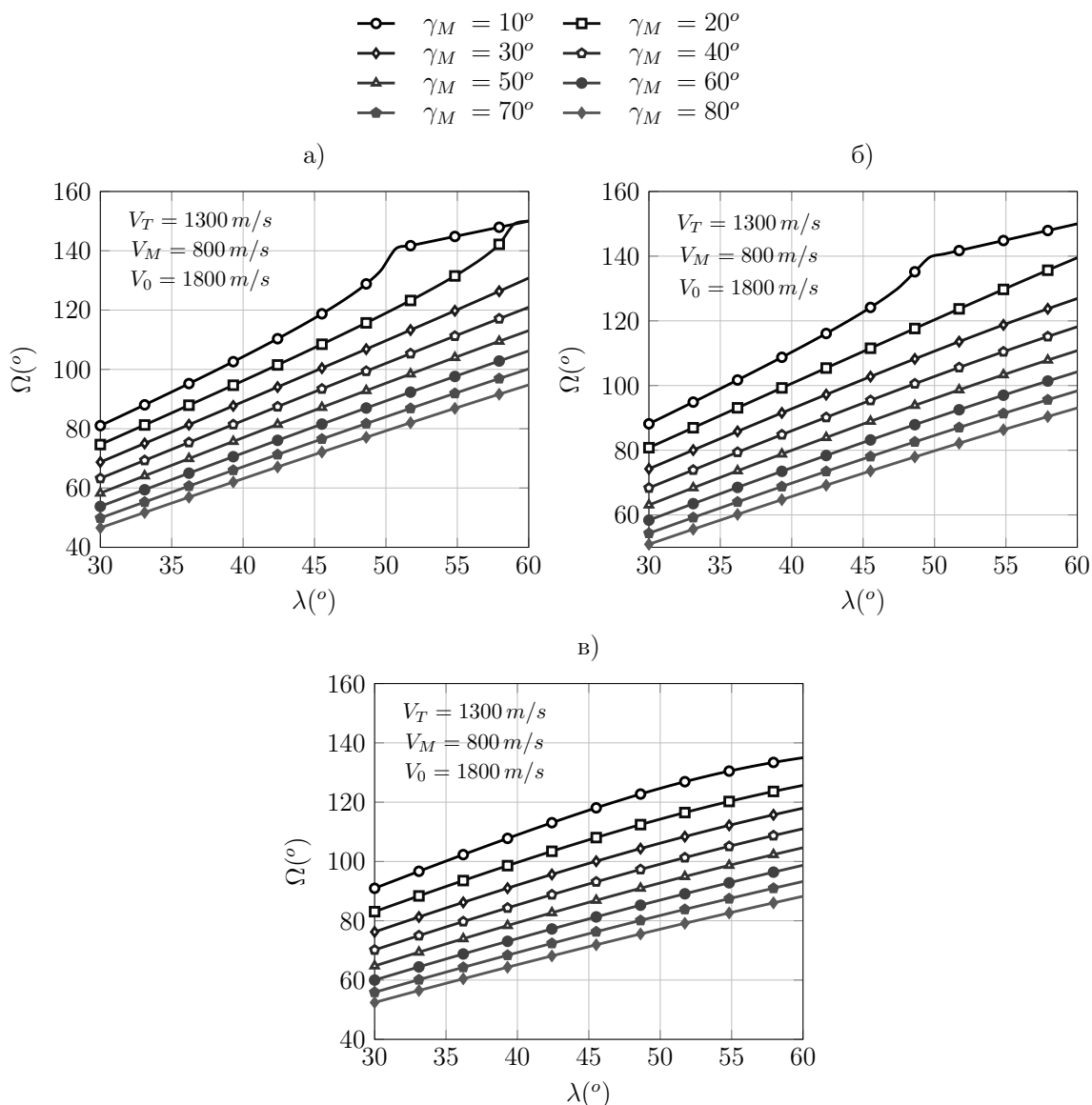
$$y = t(V_0 \sin \Omega + V_M \sin \gamma_M). \quad (8.10)$$

Са слике 8.1, може се одредити следећа релација за одређивање угла претицања гимбал бојеве главе:

$$\sin(\Omega - \lambda) = \frac{V_T \sin(\lambda - \gamma_T) - V_M \sin(\gamma_M - \lambda)}{V_0}. \quad (8.11)$$

Анализом једначине (8.11) за одабране вредности приступа ракете циљу који улази у зону гађања наведеним брзинама у складу са поглављем 2, где је детаљно анализирана геометрија приступа, варирано је 10 каактеристичних углова под којима се ракета налази на трајекторији и линије визирања циља као податку о потребном укупном углу окретања главе са ЕФП пројектилом ради директног поготка балистичког циља на приближном растојању линије визирања у границама од 30 *m* до 80 *m*. Овакав функционалан концепт анализиран је за два случаја просторног приступа циљу у 2Д равни и то у сусрет и одозго тј. са малим углом у такозваном одлету. Функционално је анализиран однос угла претицања тј. гимбала БГ у терминалној фази у односу на тренутни положај линије визирања циља као податком са којим располаже БГ и њен извршни систем у моменту нишањења и испаливања ЕФП пројектила.

Слика 8.2 и 8.3, дате су за услове приступа балистичког циља у зону уништења под различитим угловима од 30°, 45° и 60°. За гађање у одлету тј. одозго, такође је



Слика 8.2: Угао претицања гимбал бојеве главе Ω у терминалној фази у сусрет за различите испитиване вредности угла линије визирања циља λ и различите вредности угла вектора брзине γ_M у односу на инерцијални координатни систем; а) Вредност угла претицања гимбал бојеве главе у терминалној фази за углове уласка циља од $\gamma_T = 30^\circ$, б) Вредност угла претицања гимбал бојеве главе у терминалној фази за углове уласка циља од $\gamma_T = 45^\circ$ и в) Вредност угла претицања гимбал бојеве главе у терминалној фази за углове уласка циља од $\gamma_T = 60^\circ$.

приказан концепт углова гимбала БГ који за одређене случајеве прелази 90° што указује на чињеницу да би БГ ракете тј. оса ЕФП пројектила морала да заузме у односу на вектор брзине угао већи од 90° . Таква конструкција није много реал-

8.4 Одређивање почетне брзине ЕФП пројектила аналитичким моделом и програмским решењем

Када се разматра пројектовање и развој ЕФП бојеве главе, само неколико радова и литература садржи аналитички приступ за дефинисање процеса формирања као и одређивања најважнијих перформанси односно почетне брзине [87–90]. Већина научних радова базирана је на нумеричким методама одређивања почетне брзине ЕФП бојевих глава као и могућност сагледавања комплетног процеса формирања [89, 91–94], што ће бити објашњено у следећим одељцима. Развијен софтвер [95–97] омогућава прелиминарно одређивање почетне брзине пројектила бојеве главе, утврђивање њених димензија, како би се касније са што прецизнијим почетним подацима припремио поступак за нумеричку анализу. Истраживање у радовима [87, 88, 95–97], даје основу за прорачун почетних брзина и даљи развој софтвера који узима у обзир компоненте бојеве главе као што су експлозивно пуњење, различити облици металног диска, различити облици кошуљица као и материјала од којих су сачињени. Како би се програм верификао, урађена је компаративна анализа већ постојећих експерименталних тестова [91, 95, 98, 99] и упоређен са познатим аналитичким методама.

Први и основни модел који се разматра је аналитички модел базиран на активној маси експлозива. Усвојена метода се заснива на одржању енергије и размене количине кретања [87]. Ако се посматрани диск подели на n сегмената, слика 8.4, где се сваки сегмент посматра засебно, и усвоји да на сваки елемент притисак детонационог таласа делује равномерно, онда се може одредити парцијална и укупна вредност кинетичке енергије диска. Друга усвојена аналитичка метода дефинише аксијалну и радијалну енергију металног диска у току процеса формирања, што представља битан фактор како на облик формираног пројектила тако и на почетну брзину [88].

Интегрисане аналитичке методе [87, 88], омогућавају прихватљиве резултате на

основу којих је формиран софтвер за брзу процену почетне брзине ЕФП бојеве главе. Моделом дељења бојеве главе на сегменте, постиже се конвергенција резултата почетне брзине формираног пројектила. Брзина и кинетичка енергија као кинематске величине које су довољне да се процени потребна даљина на којој делује ЕФП пројектил као и његова пробојност, где се усвојена метода заснива на одржању енергије и размене количине кретања.

Почетна подела посматраних елемената диска, слика 8.4, почиње из центра и подељена је у радијалном правцу ка спољном пречнику. Такође, експлозив је једнако подељен у исти број сегмената и на исти начин као посматрани диск, слика 8.4. Сваком посматрном елементу диска одговара додељени елемент експлозива који је нормалан на површину посматраног елемента. Након експлозије сваки додељени елемент експлозива делује на посматрани елементарни део диска и саопштава парцијалну вредност брзине која је различита за сваки елемент у зависности од додељене количине елементарног експлозива као и облика диска. За даљу анализу уведене су следеће предпоставке:

1. Продукти детонације делују на диск тренутно.
2. Кретање парцијалних елемената диска врши се у аксијалном и радијалном правцу без преклапања.
3. Елемент који се налази у централном делу диска врши кретање само у аксијалном правцу.

Узмајући у обзир предходне предпоставке, као и једначину одржања енергије у процесу експлозије, брзина посматраног елемента се може представити на следећи начин [87]:

$$V_{0i} = D \sqrt{\frac{1}{k^2 - 1} \frac{3\beta_i}{3 + \beta_i}}; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (8.12)$$

где је,

$$\beta_i = \frac{m_{ai}}{M_i} \quad (8.13)$$

активна маса експлозива представљена чланом у једначини (8.12), и представља релативну фиктивну масу експлозива према маси сегмента кошуљице а узима у обзир ефекат енергије i -тог сегмента добијен експлозивом и сегмента кошуљице бојеве главе. Активна масу експлозива у једначини (8.13) може се представити према [87] као:

$$m_{ai} = \frac{m_i}{2} \left(1 + \frac{M_{Ki} - M_i}{M_i + M_{ki} + m_i} \right); \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (8.14)$$

или уколико нема кошуљице као:

$$m_{ai} = \frac{m_i^2}{2(M_i + m_i)}; \quad M_{ki} = 0, \quad (8.15)$$

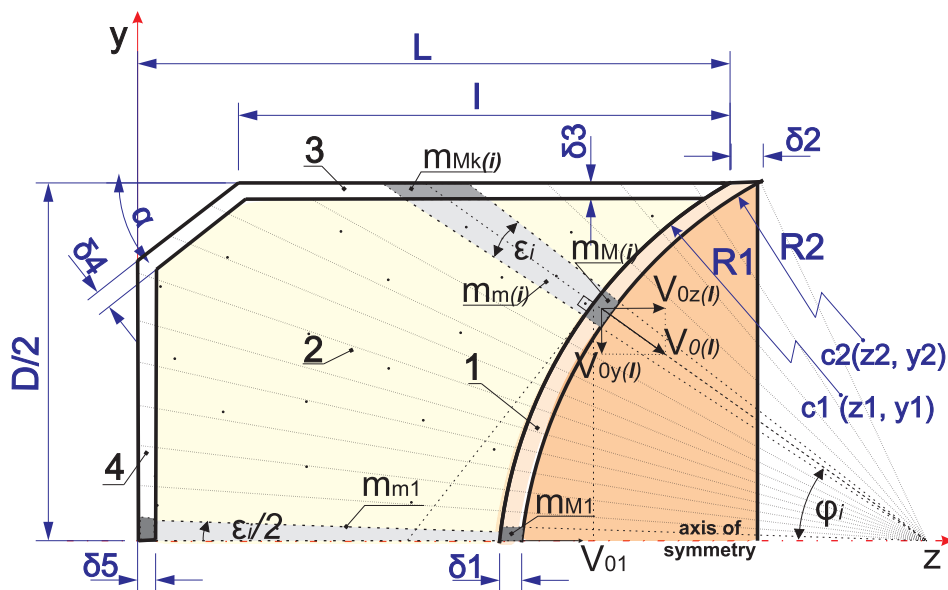
Према слици 8.4, укупна вредност брзине формираног пројектила добија се интеграцијом свих вредности брзина разматраних елемената и дефинисана је преко одржања количине кретања, у облику:

$$V_{0E} = \frac{\sum_{i=1}^n V_{0i} M_i}{\sum_{i=1}^n M_i}; \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (8.16)$$

при чему је V_{0i} брзина у правцу нормале на површину посматраног сегмента. Разлика кинетичких енергија елемената диска, одговарају пластичним деформацијама у правцу њиховог кретања (у правцу z -осе). Израз који дефинише рад деформација у аксијалном смеру може се представити једначином [88]:

$$A_{DE} = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^n M_i (V_{0i} \cos \varphi_i)^2 - \sum_{i=1}^n M_i V_{0E}^2 \right]; \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (8.17)$$

Рад радијалних деформација може се представити као сума радијалних вредности



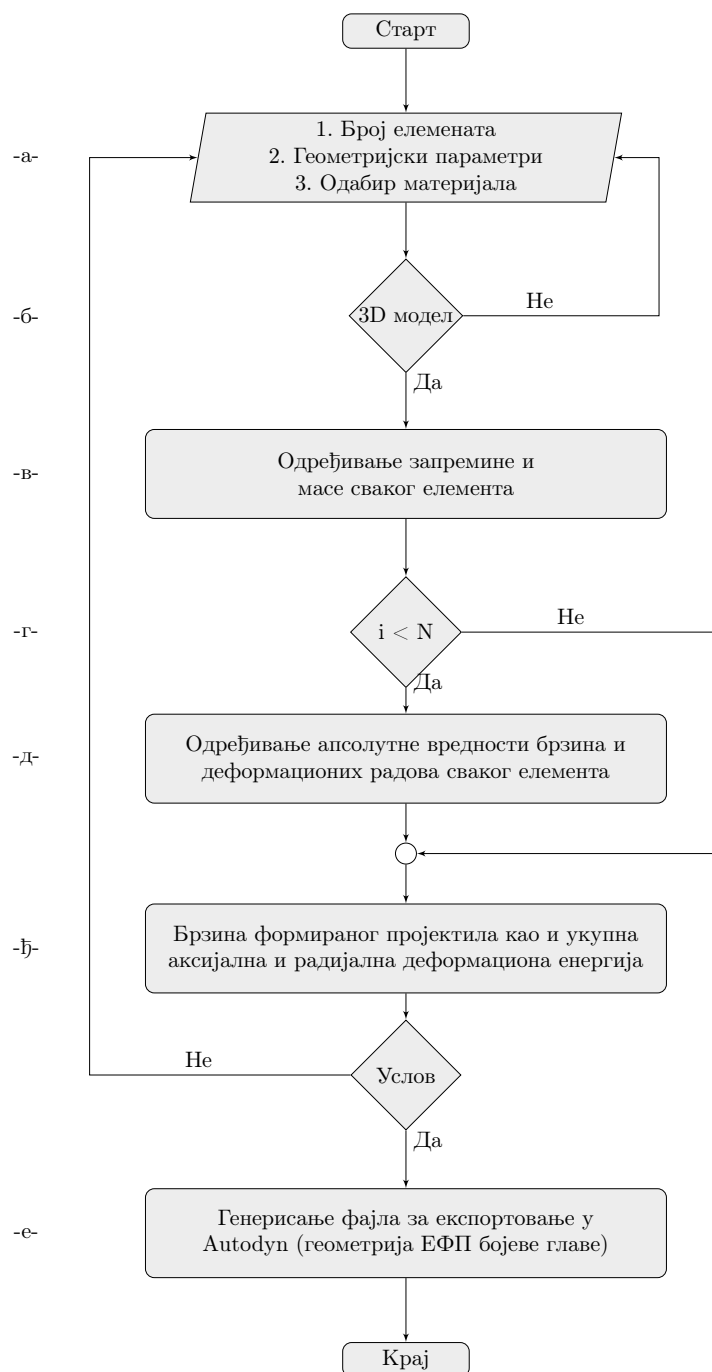
Слика 8.4: Усвојена геометрија ЕФП бојеве главе за аналитички модел; 1-метални диск, 2-експлозивно пуњење, 3-кошуљица, 4-данце; Улазни параметри: D -калибар, L -дужина пуњења, l -почетак конуса, δ_1 -дебљина металног диска у средишњем делу, δ_2 -дебљина диска на крајевима, δ_3 -дебљина кошуљице, $\delta_4=\delta_5$ -дебљина данцета, α -угао конуса, R_1 -унутрашњи радијус, R_2 -спољни радијус [96,97]

брзина сваког од посматраних елемената, дефинисана једначином [88]:

$$R_{DE} = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^n M_i (V_{0i} \sin \varphi_i)^2 \right]; \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (8.18)$$

Програм дефинисан алгоритмом представљен на слици 8.5, омогућава анализу и процену почетне брзине као и кинетичке енергије ЕФП бојеве. Варирајући улазне параметре, алгоритам обезбеђује довољно прецизне резултате као што су апсолутна вредност брзине формираног пројектила, кинетичка енергија као и деформациони радови.

Алгоритам на слици 8.5, пружа могућност одабира различитих ЕФП конфигурација, варирајући различите геометрије као и врсте материјала, као и одабран број сегмената коришћених у процесу рачунања, представљено у блоку а). Након уношења основних параметара врши се тродимензионална визуелна провера у блоку б), након чега се врши израчунавање запремине и масе сваког посматраног сег-



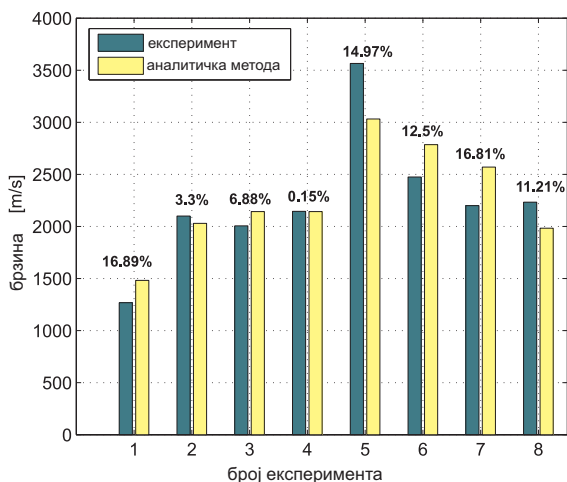
Слика 8.5: Алгоритам програма за аналитичку методу одређивања основних перформанси ЕФП бојеве главе (програмско решење дато у прилогу)

мента. Запремина сваког сегмента металног диска, кошуљице као и експлозива одређују се у блоку в) на следећи начин: прво, површина сваког сегмента одређује се двоструким интегралом, чије су границе интеграла одређене границама сваког сегмента. Запремина сваког посматраног сегмента може се добити ротацијом сегмента дефинисан линијама око осе симетрије. Након израчунавања основних параметара, израчунава се апсолутна вредност брзине сваког сегмента, у блоку д), контролисан блоком г). Затим у блоку ђ), одређује се укупна вредност брзине формираног пројектила, кинетичка енергија као и деформациони радови. Алгоритам пружа могућност експортовања геометрије ЕФП бојеве главе у нумерички софтвер Аутодин за детаљнију анализу, дефинисано блоком е).

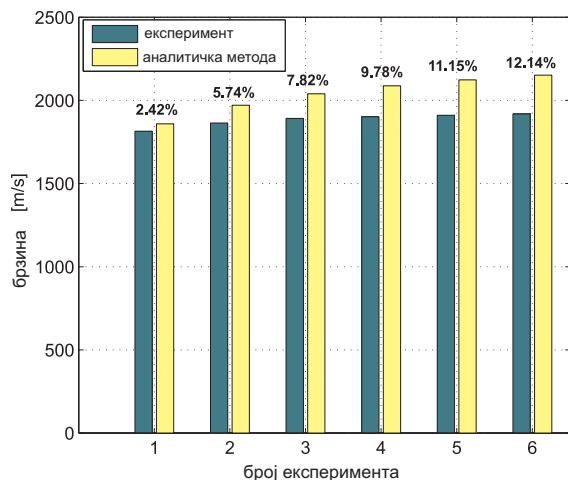
8.4.1 Провера резултата почетне брзине добијених аналитичком методом

У циљу утврђивања конвергенције резултата за одређивање почетне брзине избором задатог броја сегмената, већи број доступних експеримената је упоређено са резултатима аналитичке методе [91,95,98,99]. За конкретне експериментално испитиване случајеве у наведеним радовима вршена је нумеричка симулација аналитичком методом и утврђено да се конвергенција резултата почетне брзине пројектила постиже са не више од 70 сегмената [96].

Дефинисана геометрија ЕФП бојеве главе као и материјали који су се користили у овој анализи представљени су у радовима [95,96] као предходна истраживања у овом раду и доказују инваријантност избора броја сегмената без обзира на облик и врсту материјала ЕФП бојеве главе када је у питању процена почетне брзине. Важно је напоменути да модел има такође инваријантно понашање за ЕФП бојеве главе са или без кошуљице и показује такође исти број сегмената за одређивање вредности почетних брзина, слика 8.6 и 8.7.



Слика 8.6: Поређење експерименталних резултата са аналитичком методом (редни број експеримента 1,2,3,4 и 5 преузети из рада [91], број 6 из рада [95] а 7 и 8 преузети из рада [98]) [96]



Слика 8.7: Поређење експерименталних резултата са аналитичком методом (редни број експеримента 1-6 преузети из рада [99]) [96]

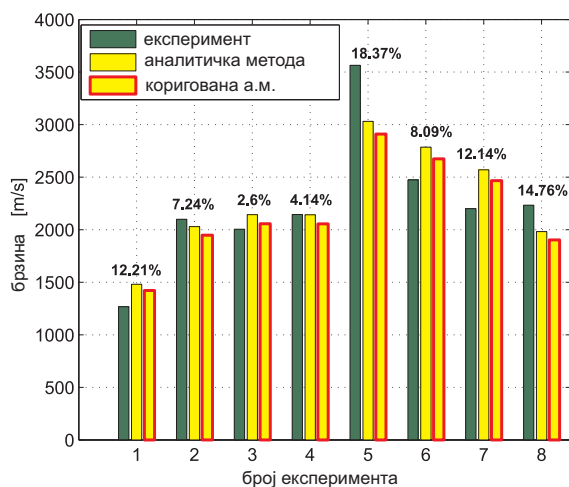
Из приказаних резултата, слика 8.6, за ЕФП бојеве главе са кошуљицом на бази 8 анализираних типова може се установити да се релативна грешка креће у границама од 0.15% до 16.89%, и њихова средња грешка износи 10.34%.

Такође на слици 8.7, представљена је компаративна анализа за 6 експерименталних резултата. Упоредени резултати дају мале релативне грешке које се крећу у интервалима од 2.42% до 14.12%, са средњом грешком од 8.2%.

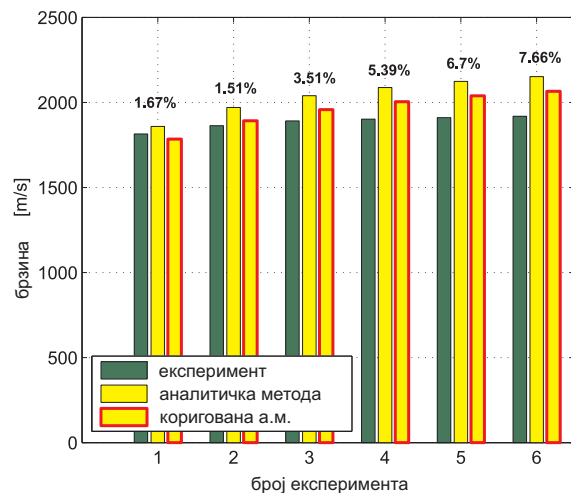
Увођењем корекционог фактора K_c , који узима у обзир процену начина формирања ЕФП пројектила у једначини (8.16), врши се израчунавање брзине пројектила аналитичком методом са корекционим фактором а према изразу:

$$V_{0E(C)} = K_C \frac{\sum_{i=1}^n V_{0i} M_i}{\sum_{i=1}^n M_i}; \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (8.19)$$

Резултати кориговане аналитичке методе на сликама 8.8 и 8.9, представљени су



Слика 8.8: Поређење експерименталних резултата са коригованом аналитичком методом (сваки број експеримента одговара као са слике 8.6) [96]



Слика 8.9: Поређење експерименталних резултата са коригованом аналитичком методом (сваки број експеримента одговара као са слике 8.7) [96]

са аналитичком методом и уведеним корекционим фактором упоређени поново са експерименталним резултатима, стим да су задржане вредности предходних аналитичких резултата како би се јасно утврдио утицај увођења додатног члана у једначину (8.16).

Са слике 8.8, може се закључити да су релативне грешке добијених резултата у границама од 2.6% до 18.37% са средњом грешком од 9.94% и од 1.67% до 7.66%, са средњом грешком од 4.1% за групу резултата, слика 8.8.

Са слике 8.8, може се закључити да су добијене брзине увођењем корекционог фактора очекивано мање упоређујући их са предходним вредностима. Релативна грешка резултата креће се у границама од 2.6% до 18.37% са средњом грешком од 9.94%.

Као што је већ речено, аналитичка метода не узима у обзир несавршености и губитке у току процеса експлозије и у току процеса формирања, тако да аналитичка метода даје нешто веће вредности у односу на експерименталне вредности резул-

тата. Неки експерименти као што су, 2, 5 и 8 на слици 8.6, дају веће резултате у поређењу са експерименталним резултатима што даје велике релативне грешке изражене у процентима. Нелогичност у добијеним резултатима, које резултирају великим релативним грешкама, може се објаснити недостатком довољних информација као што су карактеристике експлозива као и материјала који су коришћени у овом поређењу, пре свега димензија ЕФП бојеве главе у радовима [1]. Резултати који дају велике релативне грешке, ипак не прелазе драстично горњу границу од 20% која је прихватљива за резултате добијених аналитичком методом.

Врло је тешко аналитичком методом разумети и дефинисати процес формирања што је посебно важно за могућност употребе ЕФП бојеве главе на АБ ракете. Ипак се може извршити предикција облика формираног пројектила на основу деформационих радова представљених у аналитичкој методи. Како би се тачно утврдила релација између облика формираног пројектила и односа деформационих радова којима се преко коефицијента у аналитичкој методи врши предикција облика пројектила, неопходно је увести детаљнију нумеричку анализу што ће бити урађено у следећим одељцима.

8.5 Нумерички приступ интегралног пројектовања ЕФП бојеве главе

Нумерички приступ пројектовања [95,97,100] базира се на методи коначних елемената који пружа свеобухватнији приступ решавању различитих проблема у току пројектовања саме бојеве главе тако и сагледавање сложених појава које се јављају током динамичког процеса формирања.

Процес формирања диска у пројектил може се посматрати кроз две фазе. Прва фаза се односи на иницијацију експлозива, формирање детонационог таласа као

и његовог облика (уколико је неопходно) и дејство детонационог таласа на метални диск. Детонациони талас праћен је високим вредностима притиска као и температуре које делују на метални диск у веома кратком временском интервалу, саопштавајући му почетну брзину одбацивања. Саопштени импулс који је диск апсорбовао у првој фази је пресудан са аспекта начина на који ће се диск формирати у пројектил, имајући у виду облик диска. Друга фаза, састоји се од процеса обликовања диска саопштеним импулсом, са дејством притиска продуката детонације на метални диск који делује у веома кратком временском интервалу. Такође преобликовање диска у пројектил и његовим кретањем великом брзином долази до генерисања ударног таласа као и промену термодинамичких величина стања иза и испред ударног таласа.

Сама анализа рађена је у софтверском пакету *Autodyn*® [101], који представља потпуно интегрисан софтверски програм који се користи за решавање сложених нелинеарних динамичких проблема у 2D и 3D простору. Софтверски пакет користи метод коначних елемената, заједно са *Lagrangian*, *Eulerian*, *Shell* и *Smooth Particle Hydrocode* процесорима како би се моделирао задати проблем. *Autodyn*® такође има могућност симулирања вредности напона и деформације. Програм обухвата велику библиотеку различитих материјала што драстично смањује време припреме једне симулационе анализе.

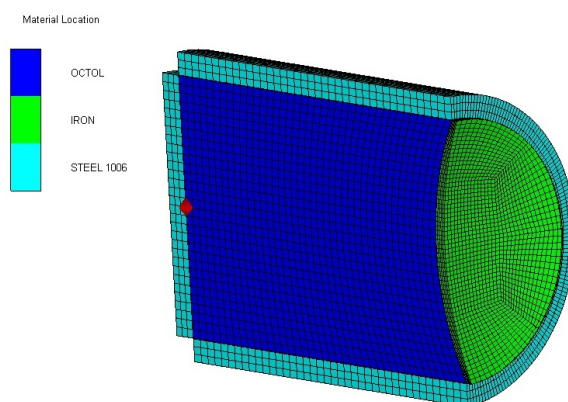
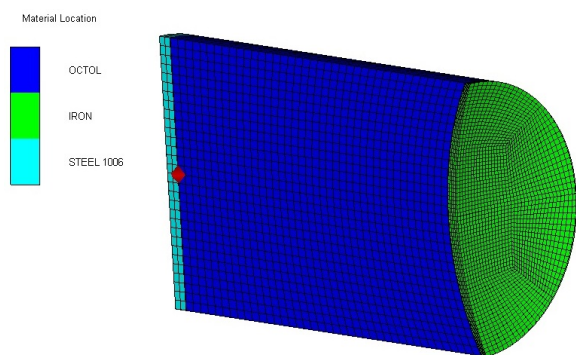
8.5.1 Анализа перформанси ЕФП бојеве главе на бази Лагранж солвера са акцентом на утицај кошуљице на процес формирања

Постоје другачији облици и димензије концепта бојеве главе зависно од намене [10, 85, 94, 98, 99, 102] али је у овом раду изабран пример за демонстрацију методе и карактеристика које ЕФП пројектил може да реализује, представљен у табели 8.1. Особености нумеричке симулације заснивају се на изабраном типу, густине мреже

Табела 8.1: Димензије компонената бојеве главе и основне карактеристике коришћених материјала

Димензије бојеве главе		Тип 1	Тип 2	
Дужина пуњења	L [mm]	85	85	
Калибар	D [mm]	57.2	57.2	
Дебљина задње кошуљице	t1 [mm]	3	5	
Дебљина кошуљице	t2 [mm]	-	5	
Унутрашњи радијус диска	R1 [mm]	71.3	60.4	
Спољашњи радијус диска	R2 [mm]	71.3	60.4	
Дебљина ивица диска	d1 [mm]	1.5	1.5	
Дебљина централног дела диска	d2 [mm]	2.7	2.7	
Тип иницијације		Тачкасто иницирање	Тачкасто иницирање	
Карактеристике материјала		Гвожђе	Октол	Челик
Густина [g/cm ³]		7.86	1.82	7.89
Детонациона брзина [m/s]		-	8480	-
Поз. компонената		3	2	5,1

за сваку компоненту посебно, чије су вредности у овом раду дати у табели 8.2. Густина мреже усвојена са аспекта граничне вредности добијања конвергенције резултата а са друге стране узето је у обзир разумно време трајања симулације.



Слика 8.10: Конфигурација ЕФП бојеве главе (тип 1) приказана у Autodyn®-у [95]

Слика 8.11: Конфигурација ЕФП бојеве главе (тип 2) приказана у Autodyn®-у [95]

На сликама 8.10 и 8.11 приказана су два типа конфигурација ЕФП бојеве главе са видљивим усвојеним густинама и типовима мреже. У току саме нумеричке анализе, посматран је процес четвртинског дела бојеве главе због смањења времена рада

Табела 8.2: Број елемената четвртинског модела за сваки тип бојеве главе формиран у Autodyn®-у (слика 8.10 и 8.11)

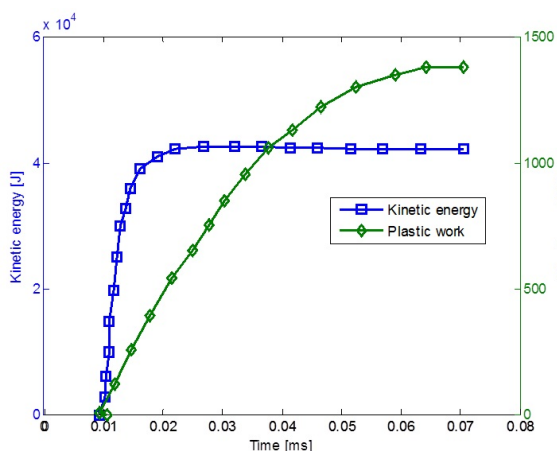
Услови/Conditions*	Тип 1**		Тип 2**		Тип мреже
	nodes*	elements*	nodes*	elements*	
Диск	7776	6125	7776	6125	Тур.2*
Експлозив	10496	9000	10496	9000	Тур.2*
Кошуљица	-	-	15006	12000	Тур.2*
Задњи део кошуљице	768	450	768	450	Тур.2*
* - називи задржани термилошки из Autodyn®-а					
** - тип бојеве главе у скалду са текстом					

симулације док је на сликама 8.10 и 8.11 приказана половина због јаснијег прегледа и саме конфигурације усвојене концепције. Сама анализа извршена је *Lagrangian* приступом где су после $35\mu s$ продукти детонације уклоњени из процеса рачунања у току симулације, пре свега због временског трајања симулације а у складу са искуствима аутора.

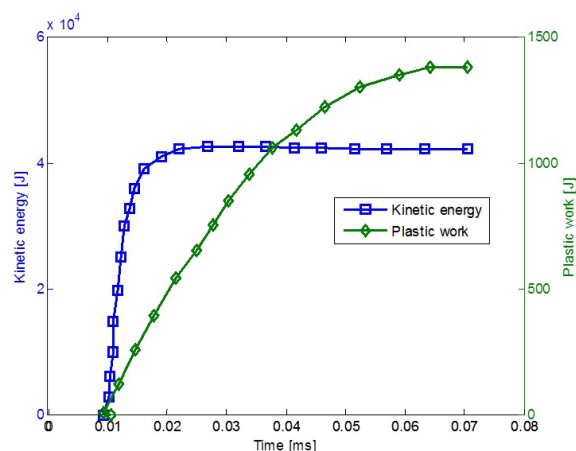
Ради дефинисања параметара притиска продуката детонације датог према [33], представљен је изразом:

$$p = K\left(1 - \frac{\omega}{R_1 V}\right)e^{-R_1 V} + K_1\left(1 - \frac{\omega}{R_2 V}\right)e^{-R_2 V} + \frac{\omega E}{V}. \quad (8.20)$$

На сликама 8.12 и 8.13, приказана је дистрибуција кинетичке и пластичне деформационе енергије у функцији времена за оба посматрана типа добијена симулацијом. Када се посматра енергија пластичних деформација која је кључна пре свега за обликовање пројектила од кога се очекује минимални отпор при дејству на балистички пројектил, веома је битан одабир материјала диска као и посебан захтев за приближно линеарном променом пластичних деформација у току процеса формирања пројектила. На поменутих сликама могу се уочити униформне дистрибуције енергије пластичних деформација, што показује да се диск у току деловања високих притисака детонационог таласа правилно формира у пројектил. Међутим,



Слика 8.12: Дистрибуција кинетичке енергије и енергије пластичних деформација у функцији времена за **тип 1** [95]

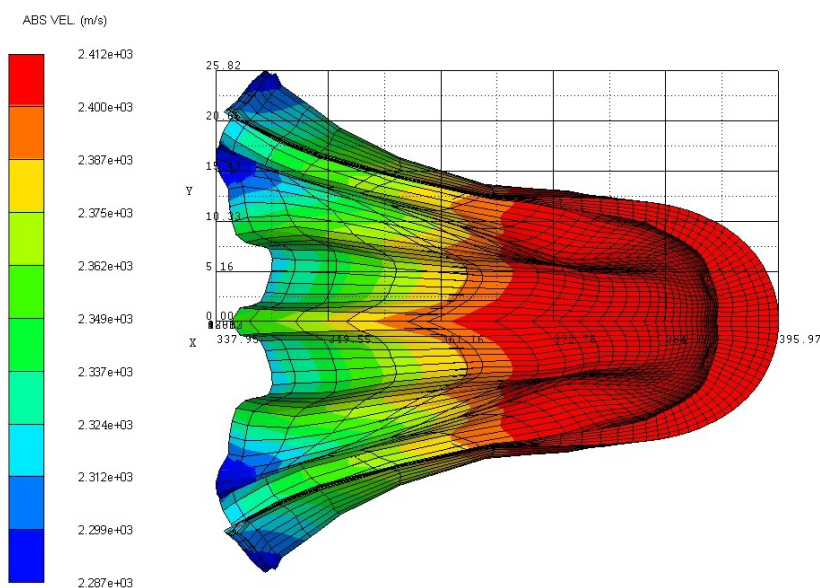


Слика 8.13: Дистрибуција кинетичке енергије и енергије пластичних деформација у функцији времена за **тип 2** [95]

треба напоменути, уколико би криве рада пластичне деформације на сликама 8.12 и 8.13, имале неуниформну дистрибуцију и одређене флукуације, то би указивало на неправилно формирање односно кидања материјала диска у току процеса. Нумеричка симулација пружа реалистичне облике формираног диска у пројектил високе брзине дате на сликама 8.14 и 8.15. За пројектил добијен, према табели 8.1 означен као конфигурација тип 1, изглед је дат на слици 8.14. Оваквом пројектилу је према симулацији, саопштена максимална вредност брзине од $2435m/s$ након $150\mu s$ на одстојању од $416mm$ мерено од центра експлозије.

На слици 8.15, представљен пројектил конфигурације типа 2, табела 8.1, за који симулација показује да достиже максималну вредност брзине од $2860m/s$ након $70\mu s$ на одстојању $265.31mm$ мерено од центра експлозије.

Такође може се уочити на основу добијених облика пројектила да почетни услови представљају главни фактор формирања различитих облика пројектила. Са аспекта прецизности и аеродинамичности тип 1, слика 8.14, показује погодност за употребу на АБ ракетама док пројектил типа 2 са слике 8.15 није подобан за прецизно дистанционо гађање које се очекује од АБ бојеве главе са ЕФП пројекти-



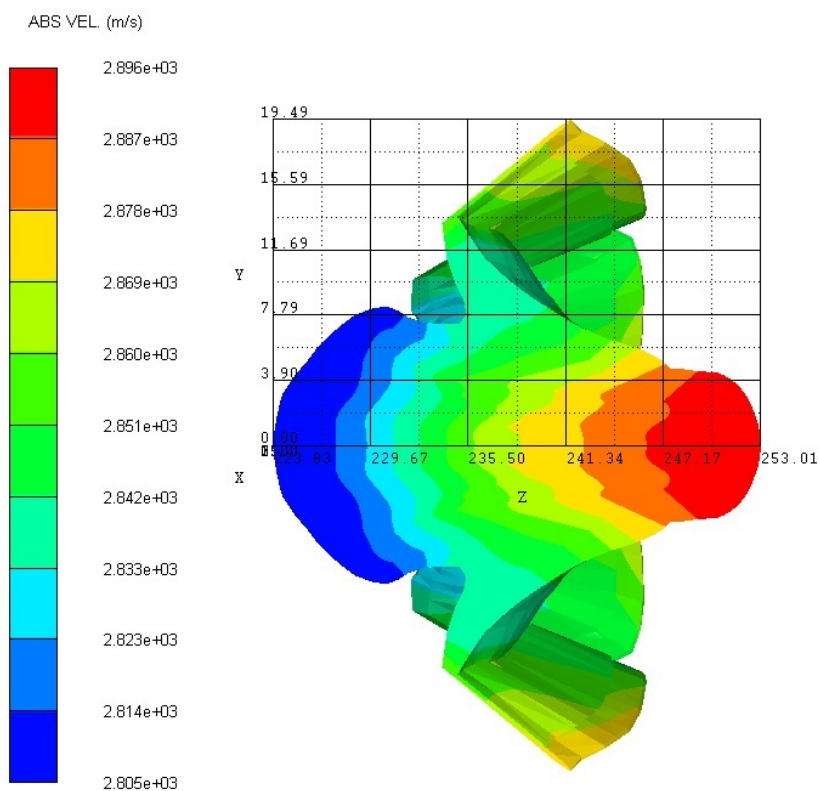
Слика 8.14: Коначна форма облика пројектила у $150\mu s$ што одговара типу 1 ЕФП бојеве главе [95]

лом. На сликама 8.16 и 8.17 секвенцијално у различитим временским тренутцима приказане су фазе формирања диска у пројектил оба типа.

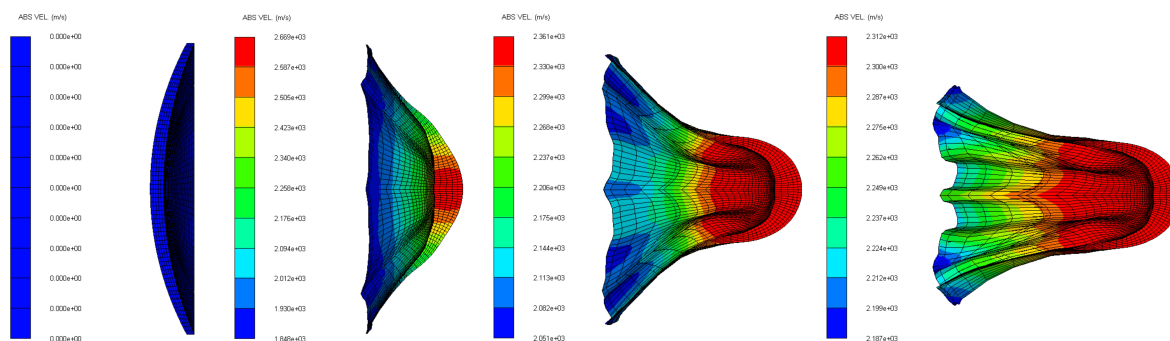
8.6 Анализа перформанси ЕФП бојеве главе на бази Ојлер солвера са акцентом на разматрање појаве температура као последица пластичних деформација

8.6.1 Утицај температуре пластичних деформација током процеса формирања пројектила

Као што је већ речено, процес настанка експлозивно формираног пројектила је доста комплексан праћен узрочно-последичним везама између деформације и температуре диска у току процеса формирања. У овом истраживању праћена је појава температуре услед пластичних деформација диска у току процеса формирања, и већи део резултата биће посвећен самом формирању диска са акцентом на концеп-



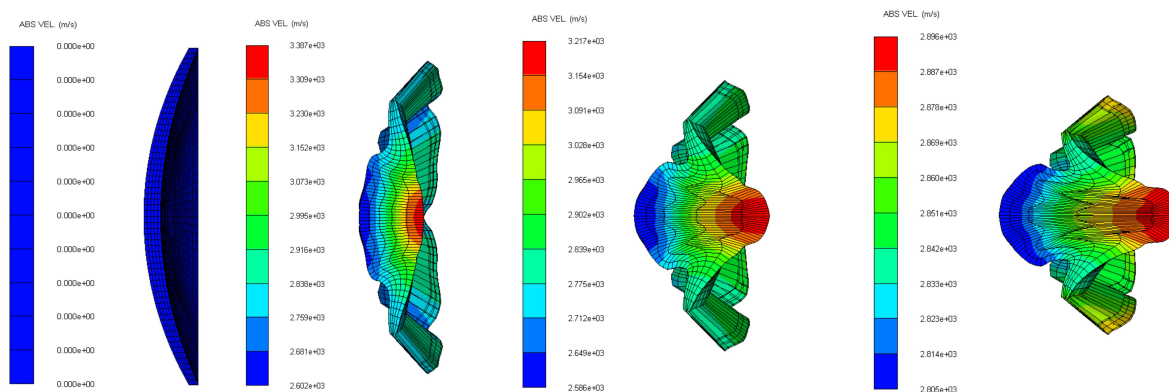
Слика 8.15: Коначна форма облика пројектила у $70\mu s$ што одговара типу 2 ЕФП бојеве главе [95]



Слика 8.16: Облици диска у различитим временским секвенцама за конфигурацију ЕФП бојеве главе, тип 1 у укупном временском интервалу од $150\mu s$ [97]

цију тип 1. Температурски проблем и њен утицај на диск у току процеса формирања представљено је у следећим одељцима.

Нумерички приступ је подешен како би се испитале вредности температуре и њен



Слика 8.17: Облици диска у различитим временским секвенцама за конфигурацију ЕФП бојеве главе, **тип 2** у укупном временском интервалу од $70\mu s$ [97]

утицај на динамичке карактеристике формираног пројектила. У литератури [87] која објашњава аналитички модел добијања почетне брзине пројектила, узима у обзир да је брзина пластичних деформација константа у времену. У овом раду, коришћен је бакар као материјал диска, за који се експерименталним и нумеричким поређењем добијају се добра поклапања са *Johnson-Cook* и *Zerilli-Armstrong* методама за напонска стања у материјалу према радовима [37, 102].

Модел који је коришћен у истраживању обезбеђује да се утврди веза између деформације и релативне температуре представљен као температурски члан у *Johnson-Cook* једначини.

Аутори у раду [91] су врло експлицитно представили средње вредности температуре у функцији пластичног деформисања за формиран пројектил, где су занемарене температуре и деформације локалних елемената диска.

Међутим, поред глобалног сагледавања проблема, чињеница је, да се током процеса формирања губи одређена маса материјала диска и то је један од проблема који је важан за тему овог доктората и који се мора сагледати детаљније.

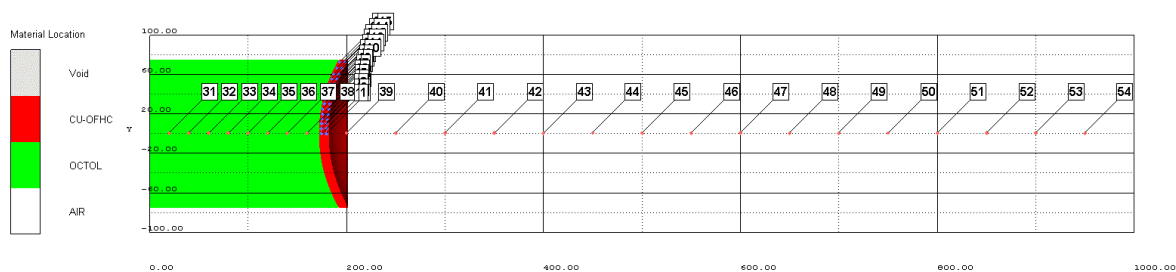
Детаљнији приступ огледао би се у испитивању селектованих зона дуж радијуса диска, односно постављање контролних тачака који би пратили задате специфич-

ности у току процеса формирања. Поменути рад [91] даје свеобухватан приказ средње вредности температура и деформација у току времена али не и детаљнија анализа и њихова расподела на посматраном пресеку диска.

Гасодинамичко стање поља испред диска зависи од његовог облика које се мења у времену и које утиче на вредност аеродинамичког коефицијента отпора. У нумеричкој анализи је узет у обзир и утицај средине у којој се одиграва процес, чији су параметри дати у табели 8.3, где су представљене термодинамичке величине стања поља испред диска у току процеса формирања.

Ради детаљне анализе поља деформација и утицаја температуре извршена је параметарска припрема окружења бојеве главе без кошуљице приказана на слици 8.18.

ЕФП бојева глава сачињена је од бакарног металног диска и експлозива типа (OCTOL), табела 8.2. За анализу процеса и праћење тачно дефинисаних карактеристика усвојена је Ојлерова мрежа, слика 8.18. На слици 8.18, могу се уочити две групе контролних тачака од укупно 54 распоређених у оквиру дефинисане мреже. Прва група контролних тачака 1-30, постављена је радијално дуж половине диска и то по 15 контролних тачака паралелно, фиксираних за диск са улогом праћење процеса формирања. Друга група фиксних контролних тачака од 31 до 54, има задатак у симулацији одређивања термодинамичких и гасодинамичких величина стања процеса. Мрежа у којој се посматра процес симулације, дефинисана је тако



Слика 8.18: Конфигурација ЕФП бојеве главе са контролним тачкама у радном окружењу [103]

Табела 8.3: Параметри за ваздух из библиотеке материјала *Autodyn*®-а

ρ (g/cm ³)	κ (kPa)	T_0 (K)	C_p (J/kgK)
1.225	1.4	288.2	717.6

Табела 8.4: JWL параметри за експлозив типа OCTOL

A (kPa)	B (kPa)	R1 -	R2 -	W -	rho0 (g/cm ³)	D (m/s)	P (kPa)	E (kJ/m ³)
7.486E08	1.338E07	4.5	1.2	0.38	1.821	8.48E03	3.42E07	9.6E06

да границе мреже пропуштају продукте детонације, неузимајући у обзир њихове термодинамичке и гасодинамичке величине стања. Такво подешавање је неопходно како би се избегла рефлексија ударног таласа и њен утицај на процес формирања пројектила. Мрежа (радни простор) у којем се симулира комплетан процес, подељена је на 2000x200 елемената дуж $x - y$ координатног система, слика 8.18, са циљем да се обезбеди конвергенција резултата у оквиру разумног времена, имајући у виду препоруке аутора који су имали сличну проблематику [33].

Притисак продуката детонације одређен је *Jones-Wilkins-Lee* једначином стања чије су вредности коефицијената за одговарајући експлозив дати у табели 8.4. Постоје различити приступи одређивању коефицијената продуката детонације од којих се издваја метод аутора [104].

Температура детонације и продуката детонације одређени су ВКВ једначином

Табела 8.5: *Johnson Cook* параметри за бакар из библиотеке материјала *Autodyn*®-а

Shear modulus (kPa)	A1 (kPa)	B1 (kPa)	n -	C -	m -	Tm (K)	$\dot{\epsilon}$ -
4.6E07	9E04	2.92E05	0.31	0.025	1.09	1.365E03	1

Табела 8.6: Основни параметри за бакар из библиотеке материјала *Autodyn*®-а

Density (g/cm ³)	Bulk modulus (kPa)	Ref. temperature (K)	Specific heat (J/kgK)
8.96	1.29E08	300	383

стања, датом у следећем облику [87]:

$$\frac{pv_g}{RT} = 1 + X e^{\beta X}, X = \frac{\chi \sum_i x_i k_i}{v_g (T + \Theta)^\alpha}. \quad (8.21)$$

У раду [105] је напоменуто да поред различитих облика ВКВ једначине стања, као што су ВКВР, ВКВС и ВКВС, различитост поменутих модификација метода се огледа искључиво у емпиријским коефицијентима. Свеобухватнија и прецизнија метода која се предлаже је ВКВС једначина стања [87, 105]. Вредности емпиријских коефицијената у једначини за коришћени експлозив дати су у табели 8.4. У току процеса формирања, детонациони талас као и продукти детонације активно учествују у процесу формирања диска. Високе вредности притисака који узрокују деформациони рад стварају деформационе температуре у току процеса формирања. Напони који се јављају приликом формирања диска у пројектил могу се представити *Johnson-Cook* једначином, следећег облика:

$$\sigma = (A + B\varepsilon^n)(1 + C \log \dot{\varepsilon}^*)(1 - T_H^m) \quad (8.22)$$

где су вредности емпиријских коефицијената за коришћени материјал дати у табели 8.5 као и карактеристике материјала датих у табели 8.6.

8.6.2 Анализа резултата симулације

Тачно дефинисана нумерација контролних тачака елементарних запремина на диску рађена је за потребе концепције 1, слика 8.14, као меродавне за потребе овог истраживања. Анализом симулације издвојена су три карактеристична времена у

току процеса формирања у складу са наведним објашњењем процеса формирања ЕФПа, слика 8.19.

Са слике 8.19, могу се уочити три фазе формирања и то:

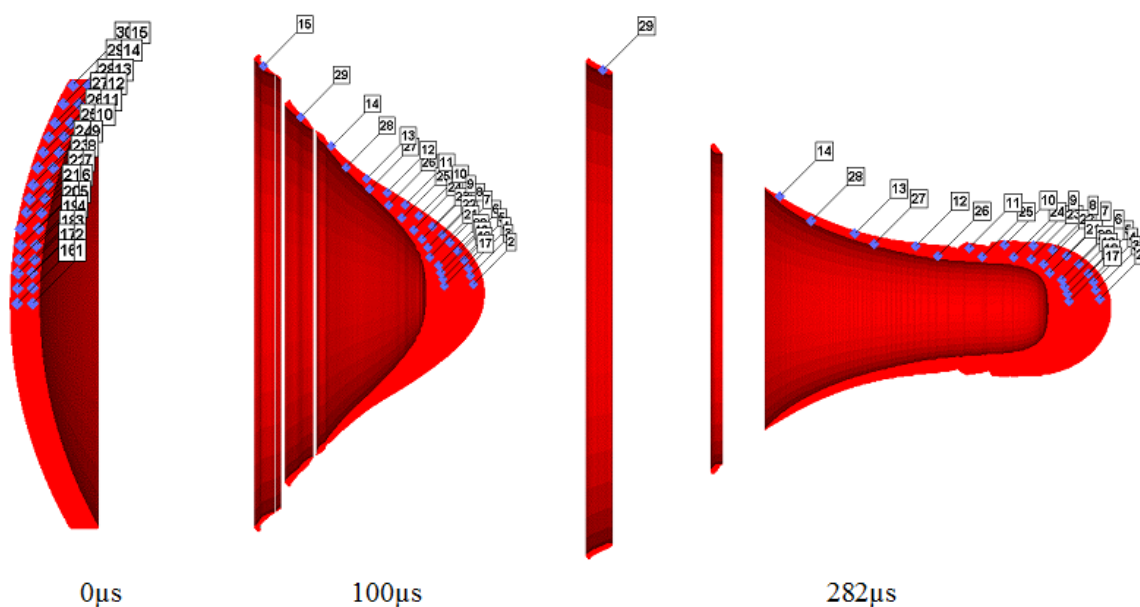
- Почетни облик диска пре процеса формирања у $0\mu s$.
- Фаза у тренутку почетка кидања током процеса преобликовања $100\mu s$.
- Фаза коначног облика и заосталих еластичних деформација у $100\mu s$.

Пластичним деформисањем металног диска добијају се различите дебљине у одређеним зонама диска, као и видљива промена распореда посматраних контролних тачака у аксијалном и радијалном правцу, као резултат посматрања унутрашњих деформација и померања током формирања диска.

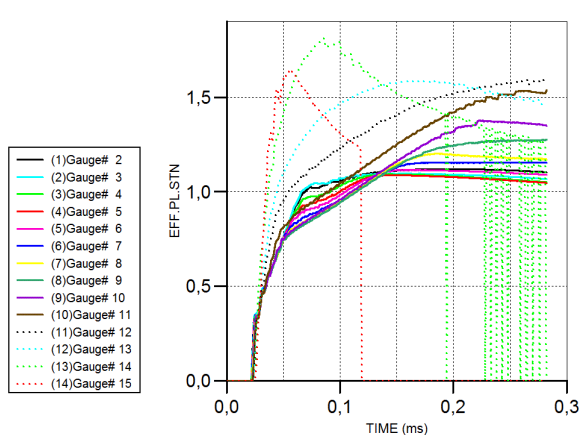
Видљиве су тачке и зоне које се одвајају (цепају под дејством пластичних деформација) као и оне које остају на трајно деформисаним растојањима на коначно формираном облику фаза 3 слика 8.19. Поређењем фазе 1 непоремећеног диска и фазе 3, јасно се виде заостале деформације између тачака почетно распоређених на диску пре експлозије у фази 1 као и губитак масе сегмената означених обележеним контролним тачкама.

Са слике 8.19 може се уочити да пластичним деформисањем металног диска добијамо различите дебљине у одређеним зонама диска као и видљивом променом распореда контролних тачака у аксијалном и радијалном правцу који су постављени на попречном пресеку диска.

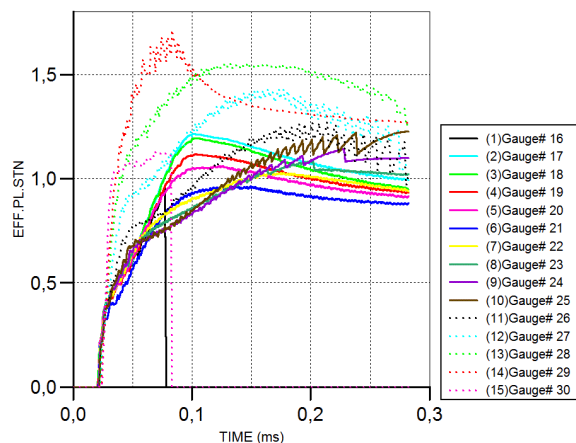
Свака контролна тачка везана је за елементарну запремину која представља ротациони прстен око осе симетрије диска. Дистрибуција ефективне пластичне деформације (*effective plastic strain*) у току процеса формирања за сваку посматрану контролну тачку елементарне запремине приказана је на слици 8.20 за групу контрол-



Слика 8.19: Секвенцијални приказ формирања диска са покретним контролним тачкама радијално распоређени

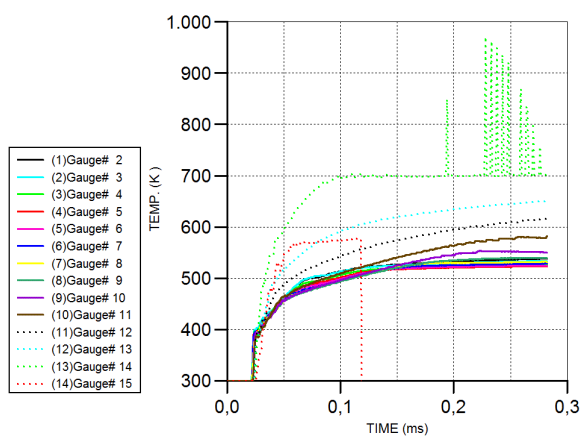


Слика 8.20: Ефективна пластична деформација у функцији времена за контролне тачке 2-15 [103]

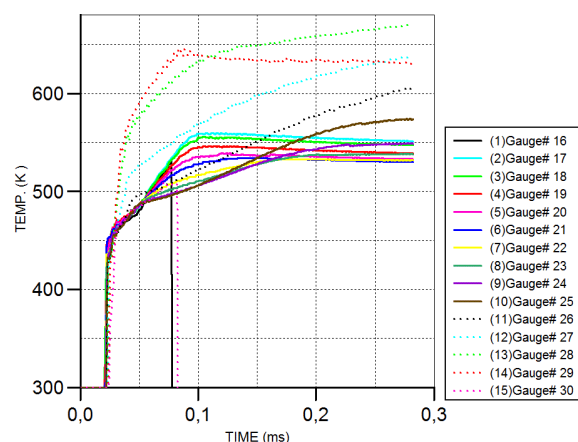


Слика 8.21: Ефективна пластична деформација у функцији времена за контролне тачке 16-30 [103]

ни тачака од 2-15 и 8.21 за групу контролних тачака од 16-30. Тачно распоређене контролне тачке јасно указују на нелинеарну дистрибуцију ефективне пластичне деформације за посматране елементарне запремине диска за обе посматране групе контролних тачака. Последица нелинеарне дистрибуције ефективне пластичне де-



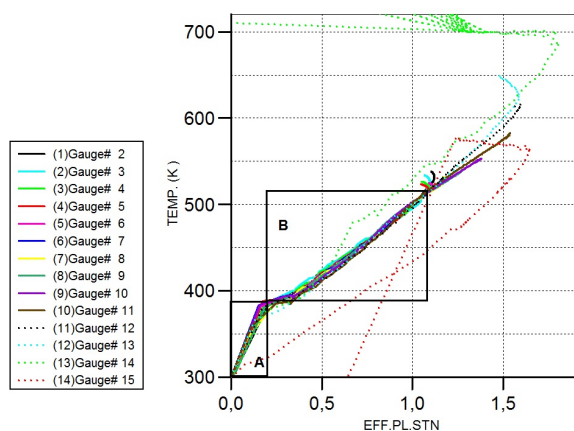
Слика 8.22: Температура елементарних запремина диска у функцији времена као последица процеса деформације за скуп контролних тачака 2-15 [103]



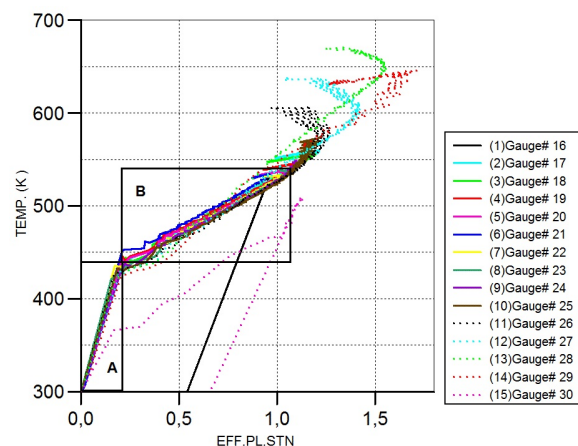
Слика 8.23: Температура елементарних запремина диска у функцији времена као последица процеса деформације за скуп контролних тачака 16-30 [103]

формације сваке контролне тачке је дејство различитих вредности притисака на диск као и утицај геометрије диска. Запремински елементи који су претрпели пластично истезање до границе кидања као и њихово одвајање од основног материјала, видљиви су на слици 8.19 (контролна тачка 29 као и 30 који није видљив на слици у датом тренутку времена, везана за елементарну запремину).

Такође, овај ефекат указује на нагли пад криве на слици 8.20, 8.21, 8.26 и 8.27 у одговарајућем тренутку због напуштања контролне површине (мреже) у којој се узима у обзир свако понашање процеса, међутим, други елементи као што су 15 и 29 су такође одвојени од основног материјала али су и даље у контролној површини (мрежи) због чега су даље разматрани у нумеричкој симулацији. Генерисане температуре услед пластичног деформисања, добијене у контролним тачкама дуж радијуса диска, представљене су на сликама 8.22 и 8.23. За сваку посматрану елементарну запремину, температура услед пластичног деформисања мања је од 760 K, што је мање у односу на температуру топљења бабра која износи од око 1100 K. Температура диска услед пластичних деформација расте са различитим градијентима за обе групе контролних тачака. Већи температурни градијент односи се на групу тачака 1-15 слика 8.22, а нешто мањи температурни градијент за групу



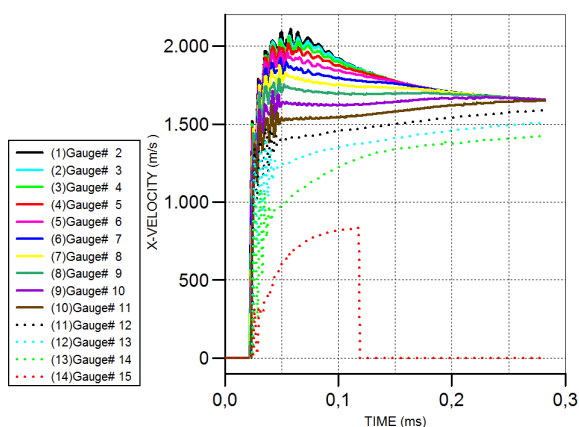
Слика 8.24: Температура елементарних запремина диска у функцији ефективне пластичне деформације за контролне тачке 2-15 [103]



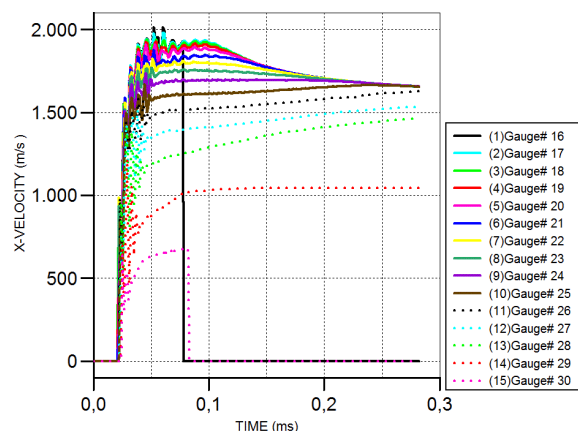
Слика 8.25: Температура елементарних запремина диска у функцији ефективне пластичне деформације за контролне тачке 16-30 [103]

контролних тачака од 16-30 слика 8.23. У веома кратком временском интервалу од неколико микро секунди, постиже се температура за прву групу контролних тачака 1-15 од 400 K, а за другу групу контролних тачака 16-30 од 450 K. Посматрана фаза “А” слика 8.24 и 8.25, указује на нагли пораст температуре за обе групе контролних тачака услед интеракције детонационог таласа са диском. Веће вредности температура појављују се у групи тачака од 1-15 у односу на групу тачака од 16-30, приказаним на сликама 8.19, 8.20, 8.23 и 8.24. Може се уочити да група тачака од 1-15 и група тачака од 16-30, а посебно тачке које се налазе на крајевима формираног диска имају веће постигнуте температуре као што су контролне тачке 12-15 и 27-30, приказано на сликама 8.19 и 8.20. Резултат је опадајућа крива температуре ка нули што указује да је одвојена маса сегмента изашла из контролне запремине нумеричке симулације.

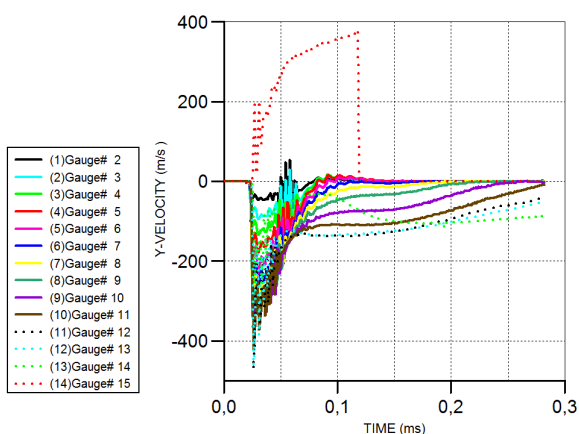
Већина контролних тачака од 16-30 достижу приближну температурну вредност од 530 K до 550 K, као и друга група контролних тачака од 1-15, где заједно имају благ пораст ка температури конвергенције. Ове мале температурне разлике су последице разлика брзина у посматраним контролним тачкама, где се веће вредности појављују у групи тачака од 1-15 у односу на групу тачака од 16-30, при-



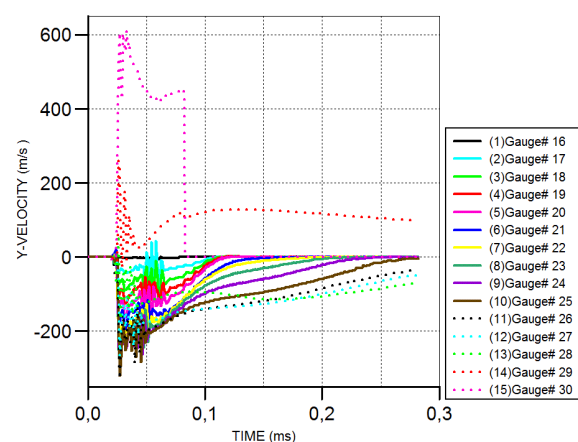
Слика 8.26: Вредности брзина елементарних маса у правцу формирања диска у функцији времена за скуп контролних тачака 2-15 [103]



Слика 8.27: Вредности брзина елементарних маса у правцу формирања диска у функцији времена за скуп контролних тачака 16-30 [103]



Слика 8.28: Радијалне вредности брзина елементарних маса у функцији времена за скуп контролних тачака 2-15 [103]



Слика 8.29: Радијалне вредности брзина елементарних маса у функцији времена за скуп контролних тачака 16-30 [103]

казаним на сликама 8.22, 8.23, 8.26 и 8.27. Може се уочити да група тачака од 1-15 и група тачака од 16-30 посебно тачке које се налазе на крајевима диска имају веће постигнуте температуре као што су контролне тачке 12-15 и 27-30, приказано на сликама 8.22 и 8.23. Резултат је опадајућа крива ка нултој вредности када одвојена маса буде избачена из контролне запремине нумеричке симулације. Веома битан закључак са дијаграма 8.24 и 8.25, је тај да однос између температуре и ефективне пластичне деформације за обе групе контролних тачака има приближно линеарну

зависност. Односи између температура и ефективне пластичне деформације у обе секвенце, задржавају константне температурне градијенте дуж свих контролних тачака на диску, међутим различите у секвенцама “А” и “В”. Група контролних тачака од 15-30 односно њихови градијенти у секвенцама “А” и “В” су исти и једнаки са групом тачака код контролних тачака од 16-30 за одговарајуће секвенце. Ове вредности за секвенцу “А” су око $dT/d\varepsilon = 464 \pm 54 [100K\%^{-1}]$ и за секвенцу “В” око $dT/d\varepsilon = 148 \pm 18 [100K\%^{-1}]$. Разлике у температурним градијентима појављују се због померња паралелних слојева обе групе контролних тачака и износе грешку око 11-12%. Деформационе грешке износе 11-12% и одговарају губитку маса тог истог процеса и након $125 \mu s$ које такође могу бити последица различитости температурних градијената. Компоненте брзина, дуж x осе, обе групе контролних тачака на диску у функцији времена приказани су на сликама 8.26 и 8.27. Посматране криве компонента брзина дуж x осе у функцији времена групе контролних тачака од 1-15, слика 8.26, и друга група контролних тачака од 16-30, слика 8.27, конвергирају у коначну апсолутну брзину пројектила од око $1569 m/s$ усмерених у правцу x осе после $283 \mu s$. Радијалне компоненте брзина усмерене у правцу y осе, који конвергирају ка нултим вредностима за обе групе контролних тачака приказаним на сликама 8.28 и 8.29, и потврђују да се процес формирања диска у радијалном правцу завршава после $283 \mu s$. Ове дистрибуције брзина одговорне су за коначно време формирања и за одговарајући коначни квалитет обликованог пројектила посредством дејства експлозије.

Резултати се поклапају са прелиминарним истраживањима у раду [87,89] а потврђују се у експерименталним истраживањима у раду [37, 102].

8.7 Закључци

На основу резултата истраживања базираних на аналитичкој и нумеричкој методи у предходним одељцима, може се закључити следеће:

- Разлике у температурним градијентима појављују се због померња паралелних слојева обе групе контролних тачака и дају грешку око 11-12%. Такође деформациона одступања имају исту вредност од 11-12% и одговарају процентуалном губитку маса формираног пројектила.
- Што се тиче брзина, њихове компоненте дуж осе симетрије, за обе групе контролних тачака на диску, у функцији времена, приказане су на сликама 8.26, 8.27, 8.28 и 8.29. Посматране криве компонента брзина дуж аксијалне и радијалне осе, у функцији времена, групе контролних тачака од 1-15, слика 8.26 и 8.28, и друга група контролних тачака од 16-30, слика 8.27 и 8.29, конвергирају у коначну апсолутну брзину пројектила од око $1569m/s$ усмерених у правцу аксијалне осе после $283\mu s$.
- Радијалне компоненте брзина, који конвергирају ка нултим вредностима после $300\mu s$ за обе групе контролних тачака приказаних на сликама 8.28 и 8.29, потврђују да се процес формирања диска у радијалном правцу завршава, и формира његов коначан облик по концепцији 1 погодно за гађање на већим даљинама.

Поглавље 9

Закључци

Истраживањем радова из области ракетне технологије може се изнети закључак да је веома мало пажње посвећено интегралном изучавању проблематике концептуалног пројектовања ракете. Управо из тог разлога извршена је синтеза тактичких ракета земља-ваздух са специфичним акцентом и наменом против циљева великих брзина. Анализа је рађена кроз 8 поглавља са задатком интегралног изучавања оваквог проблема који је свеобухватан и комплексан.

У раду су разматрати сценарији гађања као и карактеристике кретања балистичког циља у завршној фази на основу чега је вршен правилан избор закона вођења ракетом којом се циљ гађа. Имајући у виду широку лезу понуђених метода које се углавном свде на модификацију пропорционалне навигације са акцентом на њену оптимизацију, одређене су захтеване кинематске перформансе ракете. Ове перформансе зависе од много фактора од којих су најзначајнији начин лансира, врста платформе, средње захтеване вредности брзина ракете, интервал времена лета као и време реаговања ракете. То утиче на аеродинамичке и динамичке перформансе ракете. На самом почетку анализе на основу усвојених хипотеза и захтева реализовано је моделирање процеса гађања са циљем одређивања зоне униш-

тења. Анализиран је сценарио гађања циљева чије су брзине веће од брзине ракета које их пресећу као једна од главних хипотеза гађања у сусрет. Усвојен је модел вертикалног лансирања, где су варирани разни параметри и перформансе ракете. Свеобухватном анализом у поглављу 2 добијени су резултати који са собом носе велики број информација о томе како ракета треба да изгледа и функционише, како би одговорила на постављене захтеве. Излаз овакве поставке дао је увид у захтеване карактеристике ракете према којима је вршено даље пројектовање а то су промашај и бочно убрзање сведено на вредности нормализоване управљачке енергије. У поглављу 2 је доказано, да је могуће гађати циљеве чије су брзине веће од брзине ракете под условом да се сценарио одиграва једино у сусрету. Добијени резултати се поклапају са резултатима аутора који су се бавили тематиком избора закона вођења примењена управо на поменутом проблему.

Утицај одабране максималне вредности брзине ракете директно утичу на концепцију аеродинамичког пројектовања као и на вредност и величину аеродинамичких површина задужених за реализацију захтеваних нормалних убрзања. Међутим, поред усвојене вредности брзине ракете за разматрани сценаријо, веома важну улогу има и захтевано нормално убрзање ракете, које она мора остварити или само својим телом или телом заједно са аеродинамичким површинама. Пројектовање аеродинамичких површина разматра се за тренутак када ракета достиже максималну вредност очекиване брзине при задатим условима гађања. Због тога што се већи део лета ракете одвија при нападним угловима који су мањи од 20° , онда се пројектовање аеродинамичких површина рачуна по моделу линеарне аеродинамике. Закључено је да начин лансирања представља суштински значај за избор концепције аеродинамичке шеме због остваривања нападних углова. За случај вертикалног лансирања, одређене управљачке шеме могу имати ограничавајуће перформансе приликом остваривања великих нападних углова. У овом случају најпогоднија варијанта је управљање задњим стабилизаторима у складу са усвојеном мисијом лансирања.

За овакав концепт вертикалног лансирања и посматрани профил достизања максималног нормалног убрзања које се рализује на самом почетку лета показује да је неопходан систем управљања који може одмах реаговати и реализовати захтеве ракете за оштре маневре. Управо због одабраног начина лансирања и касне реализације максималне брзине за остваривање максималног убрзања за реализацију мањих вредности радијуса кривине, уводи се хибридни начин управљања за брже реаговање и остваривање мањих вредности радијуса кривине за мање вредности брзина. Поред наведених захтева за маневар ракете при вертикалном лансирању истичу се предности овог концепта и то модуларно паковање ракета ради повећања ватрене моћи система, затим покривањем целокупног азимута гађања зоне уништења од 360° што у укупном пре свега смањује брзину реаговања и доприноси ватрено моћи у свим правцима.

Детаљно је анализиран утицај вертикалног лансирања на динамичке карактеристике ракете. Утврђено је да се жељене перформансе маневра и брзина реаговања морају реализовати хибридным концептом управљања. Варирањем максималног отклона крилаца у излазном делу млазника утиче на динамичке карактеристике ракете, пре свега на дефинисању профила трајекторија. За отклоне гасодинамичких крилаца у млазнику у опсегу $\pm 15^\circ \leq \delta_{uvp}^{max} \leq \pm 25^\circ$, постижу се задовољавајуће динамичке перформансе ракете са малим разликама у оствареним резултатима. Варирањем угаоних брзина пропињања у сценарију у којем се очекује максималан маневар са максималним нормалним убрзањима варирани отклони команди хибридног управљања показују за почетне услове, да се добијају мање вредности висина лета у активној фази за вредности угаоних брзина пропињања већих од $3.491 (1/s)$. За веће угаоне брзине пропињања од $\dot{\theta}_c^{max} > 3.491 (1/s)$ недоприноси се значајно побољшању перформанси у виду остваривања минималних вредности висина и максималних домета.

Концепт максималног убрзања дефинисан је одабраним профилем потиска ракетног мотора и времена лета активне фазе у условима отклона команди како крилаца

тако и аеродинамичких површина. За вредност аксијалног убрзања од $a_x^{max} = 40 g$ достижу се велике висине на мањи дометима док се за $a_x^{max} = 20 g$ добијају већи домети на мањим висинама при ограниченој вредности нормалног убрзања.

Као посебан аналитички допринос разрађен је концепт потенцијалног корисниг терета, који се код оваквих ракета у последњих 10 година очекује да изврше директни погодак циља и делују на њега кинетичком енергијом а не близинским дејством бојеве главе са профилисаним разлетањем фрагмената. Неулазећи детаљније у концепте АБ штита код различитих ракета ове класе које су на сцени последњих 20 година у овом раду разматран је специфичан несвакидашњи концепт и покушај да се процени како би могло да се реагује директним поготком БГ са ЕФП пројектилом која би својим допунским кретањем у зони грешке приступа циља усмерила свој кинетички ЕФП пројектил директно на гађаи БЦ. Разматрана је БГ ЕФП са својим могућим ефектом дистанционог дејства. Анализа је извршена у две целине; прва која се занима на математичкој интерпретацији заузимања угла претицања фомрираног пројектила у завршној фази ради успешног поготка и друга, приступ пројектовања оптималног кинетичког пројектила оваквог типа БГ, са усвојеним аналитичким моделом уз одређивање степена конвергенције резултата. Ова анализа рађена је посебно разрађеним нумеричким приступом ради детаљне процене утицајних параметара на процес формирања кинетичког ЕФП пројектила.

У овом истраживању посебно се истиче методолошки приступ добијању свеобухватних перформанси АБ ракета за гађање тактичких артиљерисјких циљева већих брзина у завршној фази лета. Тиме се остварује допринос већ познатој идеји да се БЦ у завршној фази лета могу гађати пројектилима мањих брзина под одређеним условима и задатим параметрима сценарија уз ограничења задатим сценаријом успешног поготка у области очекиваних кинематских перформанси. Методолошки је разрађена посебна анализа пројекта ракете и захтева за концепте њених подсклопова како би могла успешно да реализује жељене захтеве сусрета са БЦ. Истиче се посебно утврђивање оквирних зона уништења циља оваквом АБ ПВО

на малим дометима и указјуе на квалитет и оштре захтеве које ракета мора да испуни да би реализовала овакав ПВО задатак. Кроз доприносе аеродинамичког концепта затим концепта спрегнутог хибридног управљања аеродинамичким и гасодинамичким извршним органима и концепта ТТза да се лансирање врши увек вертикално оставрен је разумљив допринос очекивањима глобално параметру ракетног АБ ПВО система за потребе минималног времена реаговања и критичних услова приступа циљу по висини и даљини. Посебно се истиче допринос прилагођавања идеје БГ са ЕФП као могућег облика кинетичког деловања на БЦ где се управљаном БГ врши побољшање ефикасности досадашњих концепата распрскавајућих фрагментационих усмерених БГ расположивих на досадашњим ракетама.

Литература

- [1] P. Zarchan, *Tactical and Strategic Missile Guidance*, vol. 239. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2012.
- [2] E. Fleeman, *Missile design and system engineering*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2012.
- [3] Милиновић, *Основи пројектовања ракета и лансера. Поглавља из пројектовања лансера*. Универзитет у Београду, Машински факултет, 2002.
- [4] Живковић, *Систем за управљање вектором потиска гасодинамичким интерцепторима*. PhD thesis, Универзитет у Београду, Машински факултет, 2017.
- [5] *Основы проектирования переносых зенитных ракетных комплексов*. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014.
- [6] E. Dede, “External geometry and flight performance optimization of turbojet propelled air to ground missile,” Master’s thesis, The graduate school of natural and applied sciences of middle east technical university, 2011.
- [7] M. Y. Ozturk, “Multiobjective design optimization of rockets and missiles,” Master’s thesis, The graduate school of natural and applied sciences of middle east technical university, 2009.
- [8] C. Tanil, “Optimal external configuration design of missiles,” Master’s thesis, The graduate school of natural and applied sciences of middle east technical university, 2009.
- [9] I. Moran and D. T. Altilar, “Three plane approach for 3d true proportional navigation,” in *Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, (San Francisco, California), pp. 1–16, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 15-18 August 2005.
- [10] R. Lloyd, *Conventional Warhead Systems Physics and Engineering Design*. American Institute of Aeronautic and Astronautic, 1998.
- [11] J. Zhao and R. Zhau, “Unified approach to cooperative guidance laws against stationary and maneuvering targets,” *Nonlinear Dynamics*, vol. 81, pp. 1635–1647, September 2015.
- [12] Тодић, *Оптимално вођење у условима великих поремећаја и ограничених перформанси лета ракете*. PhD thesis, Универзитет у Београду, Машински факултет, 2013.

-
- [13] M. Driels, *Weaponneering: Conventional weapon systems effectiveness*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2013.
- [14] L. Tong, Q. Lixin, and Z. Shouqi, "Study on fragment focusing mode of air-defence missile warhead," *Propellants, Explosives, Pyrotechnics*, pp. 240–243, 1998.
- [15] H. M. Prasanna and D. Ghose, "Retro-proportional-navigation: A new guidance law for interception of high-speed targets," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 35, pp. 377–386, March–April 2012.
- [16] L. Yan, J.-G. Zhao, H.-R. Shen, and Y. Li, "Biased retro-proportional navigation law for interception of high-speed targets with angular constraint," *Defence Technology*, vol. 10, pp. 60–65, March 2014.
- [17] Y. Li, L. Yan, J. guang Zhao, F. Liu, and T. Wang, "Combined proportional navigation law for interception of high-speed targets," *Defence Technology*, vol. 10, pp. 298–303, September 2014.
- [18] W. K. Al-Ashtari, "A full missile homing system design based on proportional navigation guidance law and electro-optical tracking system," *Journal of Engineering*, vol. 14, no. 3, pp. 2806–2824, 2008.
- [19] B. Ozkan, *Dynamic Modeling, Guidance, And Control Of Homing Missiles*. PhD thesis, The Graduate School Of Natural And Applied Sciences Of Middle East Technical University, 2005.
- [20] C. P. Mracek, "A miss distance study for homing missiles: Tail vs. canard control," in *AIAA Guidance, navigation and control conference and exhibit*, no. AIAA 2006-6082, pp. 1–32, 2006.
- [21] N. Palumbo and R. Blauwkamp, "Basic principles of homing guidance," *Johns Hopkins apl technical digest*, 2010.
- [22] F. W. Nesline and M. L. Nesline, "Wing size radome compensation in aerodynamically controlled radar homing missiles," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 9, no. 6, pp. 645–649, 1986.
- [23] T. Shima and O. M. Golan, "End-game guidance laws for dual-control missiles," *Aerospace Engineering*, 2004.
- [24] F. W. Nesline and P. Zarchan, "Miss distance dynamics in homing missiles," pp. 84–98, 17th Fluid Dynamics, Plasma Dynamics, and Lasers Conference, American Institute of Aeronautic and Astronautic, 1984.
- [25] W. R. Chadwick, "Miss distance of proportional navigation missile with varying velocity," vol. 8, no. 5, pp. 662–666.
- [26] D. Ćuk and S. Mandić, "Uticaj različitih metoda optimalnog vođenja na trajektoriji besplatformnih samonavodenih raketa," *Scientific technical review*, vol. XLIX, no. 6, pp. 15–24, 1999.
- [27] D. Ćuk and S. Mandić, "Sinteza autopilota propinjanja rakete sa izrazito nestacionarnim dinamičkim parametrima," *Scientific technical review*, vol. L, no. 3, pp. 19–28, 2000.

-
- [28] P. Costello, "Simulink simulation of proportional navigation and command to line of sight missile guidance," Master's thesis, Naval Postgraduate School Monterey, California, 1995.
- [29] D. V. Stallard, "An approach to autopilot design for homing interceptor missiles," pp. 99–113, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1991. AIAA-91-2612-CP.
- [30] P. A. Giragosian, "Theoretical and experimental aerodynamic correlation of jet vane control effectiveness," in *Atmospheric flight mechanic conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, August 1981. AIAA-81-1897.
- [31] D. Mao, Y. Fang, C. Zhang, and P. Yang, "Real time effectiveness evaluation of air-to-air missile based on interaction multiple model prediction," vol. II, (San Francisco, USA), Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science, October 21-23 2015.
- [32] Y. Ochi, K. Kanai, and N. Saka, "A design of normal acceleration control systems for a missile having front and rear control surfaces," pp. 164–171, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1991.
- [33] D. Bender and J. Corleone, *Tactical Missile Warheads*. American Institute of Aeronautic and Astronautic, 1993.
- [34] Q. Lixin, L. Tong, Z. Shouqi, and Y. Yunbin, "Fragment shot-line model for air-defence warhead," *Propellants, Explosives, Pyrotechnics*, pp. 92–98, 2000.
- [35] Елек, *Моделирање динамичке фрагментације у проблемима балистике на циљу*. PhD thesis, Универзитет у Београду, Машински факултет, 2008.
- [36] J. Przemieniecki, *Mathematical methods in defense analyses*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2000.
- [37] J. William, "Analytical models of the projection angle of explosive acceleration liners," in *15th International Symposium on Ballistics*, (Israel), pp. 243–251, 1995.
- [38] Мандић, "Прилог истраживању динамичког понашања ракета са пасивним самонавођењем у нестационарном режиму лета," Master's thesis, Универзитет у Београду, Машински факултет, 1991.
- [39] B. G. Park, T. H. Kim, and M. J. Tahk, "Time delay for integrated missile guidance and control," *International Journal of Aeronautical and Space Science*, vol. 12, no. 3, pp. 260–265, 2011.
- [40] Павић, *Нови алгоритми вођења ракете земља-ваздух средњег домета*. PhD thesis, Универзитет у Београду, Машински факултет, 2015.
- [41] T. Shima and O. M. Golan, "Exo-atmospheric guidance of an accelerating interceptor missile," *Journal of The Franklin Institute*, vol. 349, pp. 622–637, July 2012.
- [42] C. P. Mracek, "A miss distance study for homing missiles: Tail vs canar control," *Guidance, Navigaion and Control*, pp. 1–32, August 2006.

-
- [43] Турчин, *Синтеза алгоритма вођења за ракету са нестационарним динамичким параметрима и случајним поремећајима у лету*. PhD thesis, Универзитет у Београду, Машински факултет, 2006.
- [44] F. Imado, T. Kuroda, and A. Ichikawa, “A trade-off study between conventional and augmented proportional navigation,” *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, 1996. AIAA-96-3882.
- [45] R. R. Bennett and W. E. Mathews, “Analytical determination of miss distances for linear homing navigation systems,” tech. rep., March 1952. Hughes Tech Memo 260.
- [46] D. Bucco and R. Gorecki, “On alternative formulations for linearised miss distance analysis,” tech. rep., DSTO Defence Science and Technology Organisation, 2013.
- [47] J. Ben-Asher, *Optimal control theory with aerospace application*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2010.
- [48] M. Srboľjub, “Odgovor laganorotirajućeg projektila na dejstvo upravljačke povorke širinsko-modulisanih impulsa,” *Naučno tehnički pregled*, no. 8, pp. 3–24, 1973.
- [49] M. Vešović and J. Spasojević, “Problem inverzije u impulsnom upravljanju rotirajućim vođenim projektilima,” *Naučno tehnički pregled*, no. 10, pp. 35–41, 1976.
- [50] D. Ćuk, “Nelinearne pojave u aerodinamici projektila tipa patka sa impulsnim upravljanjem,” *Naučno tehnički pregled*, no. 8, pp. 3–14, 1983.
- [51] D. Ćuk, “Specifičnosti impulsnog upravljanja kod projektila tipa patka,” *Naučno tehnički pregled*, no. 7, pp. 11–18, 1983.
- [52] M. J. Hemsch and J. N. Nielsen, “Equivalent angle of attack method for estimating nonlinear aerodynamics of missile fins,” *J. Spacecraft*, vol. 20, pp. 356–362, August 1982.
- [53] Тук, *Нелинеарне појаве у динамици лета самовођених брзоротирајућих пројектила*. PhD thesis, Универзитет у Београду, Машински факултет, 1984.
- [54] S. Janković, *Aerodinamika projektila*. Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet, 1979.
- [55] J. Nowell, “Missile total and subsection weight and size estimation equations,” Master’s thesis, Naval Postgraduate School Monterey, California, 1992.
- [56] D. G. Hull and D. E. Salguero, “Missile sizing for ascent-phase intercept,” *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 32, pp. 445–449, May-June 1995.
- [57] N. F. Krasnov, V. N. Kosbevov, A. N. Danilov, and V. F. Zakbarcbenko, *Rocket Aerodynamics*. National aeronautics and space administration, 1971.
- [58] M. Hemsch, *Tactical Missile Aerodynamics: General Topics*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1991.
- [59] M. Menenhall, *Tactical Missile Aerodynamics: Prediction Methodology*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1991.

-
- [60] S. Mandić, M. Milošević, and S. Stojković, "Missile aerodynamic coefficients accuracy assessment by semi empirical aerodynamic prediction codes and cfd code fluent," *Scientific technical review*, vol. LIII, no. 4, pp. 46–52, 2003.
- [61] H. Jonsson and G. Malmberg, "Optimal thrust vector control for vertical launch of tactical missiles," *J. Guidance*, vol. 5, no. 1, pp. 17–21, 1982.
- [62] R. Danny, "Tactical missile conceptual design," Master's thesis, Naval Postgraduate School, 1980.
- [63] J. Nielsen, M. Hensch, and C. Smith, "A preliminary method for calculating the aerodynamic characteristics of cruciform missiles to high angles of attack including effects of roll angle and control deflections," tech. rep., Office of naval research, 1977.
- [64] E. L. Fleeman and R. C. Nelson, "Aerodynamic forces and moments on a slender body with a jet plume for angles of attack up to 180 degrees," in *AIAA 12th Aerospace Sciences Meeting*, 1974.
- [65] D. Lesieutre, M. Dillenius, and T. Lesieutre, "Multidisciplinary design optimization of missile configurations and fin planforms for improved performance," in *7th Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*, 1998.
- [66] M. Čurčin, "Missile aerodynamic design, workshop on aerodynamic design for sam." December 2016.
- [67] K. A. Wise and D. J. Broy, "Agile missile dynamics and control," pp. 1–11, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. AIAA-96-3912.
- [68] P. Zipfel, *Modeling and simulation of aerospace vehicle dynamics*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, second edition ed., 2007.
- [69] R. Tekin, O. Atesoglu, and K. Leblebicioglu, "Flight control algorithms for a vertical launch air defense missile," in *Proceedings of the EuroGNC 2013, 2nd CEAS Specialist Conference on Guidance, Navigation and Control*, (The Netherlands), Delft University of Technology, Delft, April 10-12 2013.
- [70] T. Jitpraphai, *Lateral Pulse Jet Control Of A Direct Fire Atmospheric Rocket Using An Inertial Measurement Unit Sensor System*. PhD thesis, Oregon State University, 2001.
- [71] H. Buschek, "Design and flight test of a robust autopilot for the iris-t air-to air missile," *Control engineering practice*, vol. 11, pp. 551–558, 2003.
- [72] V. Harrisson, A. deChamplain, and D. Kretschmer, "Force measurements evaluating erosion effects on jet vanes for a thrust vector control system," in *39th Joint propulsion conference and exhibit*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, July 2003. AIAA-2003-5237.
- [73] E. Orbekk, "Thrust vector model and solid rocket motor firing validations," in *44th Joint propulsion conference and exhibit*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, July 2008. AIAA 2008-5055.
- [74] S. Minović, *Osnove teorije samonavodjenih raketa*. Vojnoizdavački i novinski centar, 1988.

-
- [75] A. I. El-Sharkawy, "Experimental studies on thrust vector control in solid propellant rockets," in *13th Propulsion Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, July 1977. AIAA-77-989.
- [76] C. Phillips, "Preliminary pulse motor optimization for a surface-to-air missile," pp. 355–362, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1993.
- [77] S. Acik, "Internal ballistic design optimization of a solid rocket motor," Master's thesis, The graduate school of natural and applied sciences of middle east technical university, 2010.
- [78] *Elements of aircraft and missile propulsion*. U.S. Army Material Command, 1969.
- [79] R. Brochu and R. Lestage, "Three-degree-of-freedom (dof) missile trajectory simulation model and comparative study with a high fidelity 6dof model," tech. rep., DRDC Valcartier, December 2003. TM 2003-056.
- [80] C. Phillips and J. Chisholm, "Missile guidance and control challenges for short range anti-air warfare," pp. 1002–1019, 1995. AIAA-95-3282-CF.
- [81] T. Brian, "Use of minimum-time controllers in vertically-launched surface-to-air missiles," Master's thesis, Monterey, California. Naval Postgraduate School, 1992.
- [82] G. Aiello and M. Bateman, "Aerodynamic stability technology for maneuverable missiles," tech. rep., U.S. Air force flight dynamics laboratory, 1979.
- [83] M. D. Markovic, "Explosively formed projectiles," Master's thesis, University of Belgrade, Faculty of Mechanical engineering, Belgrade, October 2011.
- [84] S. Jaramaz, *Physics of Explosion*. Belgrade: University of Belgrade, Faculty of Mechanical engineering, 1997.
- [85] S. Jaramaz, *Warhead Design and Terminal Ballistics*. University of Belgrade, Faculty of Mechanical Engineering, 2000.
- [86] G. A. Keethler, "A method of characterizing air-to-air missile endgame models," Master's thesis, Air Force Institute of Technology, 1980.
- [87] Orlenko, *Fizika Vzryiva (part1,2)*. Moscow, Russia: Glavnaya redaktsiya fizicheskoy matematicheskoy literaturi, 2004. Physics of Explosion - in Russian.
- [88] V. Sharma, P. Kishore, A. Bhattacharyya, T. Raychaudhuri, and S. Singh, "An analytical approach for modeling efp formation and estimation of confinement on velocity," *International ballistic society*, pp. 565–574.
- [89] D. Bender, B. Chhouk, R. Fong, W. Ng, B. Rice, and E. Volkmann, "Explosively formed penetrators (efp) with canted fins," pp. 755–762, 19th International Symposium of Ballistics, May 2001.
- [90] S. Jaramaz and D. Mickovic, "Military applications of explosive propulsion," *FME Transaction*, vol. 30, no. 1, pp. 15–22, 2002.
- [91] G. Hussain, A. Hameed, and J. Hetherington, "Analytical performance study of explosively formed projectile," *Journal of applied mechanics and technical physics*, vol. 54, no. 1, pp. 10–20, 2013.

-
- [92] S. Fedorov, Y. Bayanova, and S. Ladov, "Numerical analysis of the effect of the geometric parameters of a combined shaped-charge liner on the mass and velocity of explosively formed compact elements," *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, vol. 51, no. 1, pp. 130–142, 2015.
- [93] G. Hussain, A. Malik, and A. Hameed, "Gradient valued profiles and l/d ratio of al efp with modified johnson cook model," *Journal of Materials Science and Engineering*, no. 5, pp. 599–604, 2011.
- [94] T. Teng, Y. Chu, F. Chang, and B. Shen, "Design and implementation of a high velocity projectile generator," *Fizika Goreniya I Vzryva*, vol. 43, no. 2, pp. 233–240, 2007.
- [95] M. Markovic, P. Elek, S. Jaramaz, M. Milinovic, and D. Mickovic, "Numerical and analytical approach to the modeling of explosively formed projectiles," (Belgrade), pp. 9–10, 6th International Scientific Conference - OTEH 2014, October 2014.
- [96] M. Markovic, A. M. Boulahlib, M. Milinovic, and O. Jeremic, "An analytical model for designing of explosively formed projectiles," in *11th international armament conference on scientific aspect of armament of safety technology*, (Poland-Ryn), pp. 559–570, 19-22.09.2016.
- [97] O. Jeremic, M. Milinovic, M. Markovic, and B. Rasuo, "Analytical and numerical method of velocity fields for the explosively formed projectiles," *FME Transaction*, vol. 45, pp. 38–44, 2017.
- [98] M. Živkov, "Forming process of explosively formed projectile with small explosive caliber and application in penetrating the armor," in *Symposium on explosive materials*, (Užice), pp. 251–262.
- [99] K. Weimann, "Research and development in the area of explosively formed projectiles charge technology," *Properllants, Explosives, Pzrotechnics*, vol. 18, pp. 294–298, 1993.
- [100] M. Markovic..., "Numerical modeling of temperature field on high velocity explosively formed projectile," (Sokobanja, Serbia), 17th Symposium on Thermal Science and Engineering of Serbia, September 2015.
- [101] *AUTODYN User manual version 18.0*.
- [102] S. Pappu and L. Murr, "Hydrocode and microstructural analysis of explosively formed penetrators," *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, vol. 54, no. 1, pp. 10–20, 2013.
- [103] M. Markovic, M. Milinovic, O. Jeremic, and S. Jaramaz, "Simulation of changes in temperature and pressure fields during high speed projectiles forming by explosion," *Thermal Science*, vol. 20, no. 5, pp. 1741–1752, 2016.
- [104] P. Elek, V. Džingalašević, S. Jaramaz, and D. Micković, "Determination of detonation products equation of state from cylinder test: Analytical model and numerical analysis," *Thermal Science*, vol. 19, no. 1, pp. 35–48, 2015.
- [105] M. H. Keshavarz, "Correlations for predicting detonation temperature of pure and mixed cno and chno explosives," *Indian journal of engineering and materials sciences*, vol. 12, no. 2, pp. 158–164, 2005.

Прилози А

А.1 Програмска решења за израчунавање перформанси ЕФП бојеве главе

А.1.1 3Д визуелизација ЕФП бојеве главе и провера креираних функција (*Geom3DEFP*)

```
1  %{
2  Autori      : Mohammed Amine Boulahlib , dipl.in .ele.
3              Asistent Milos D. Markovic , M.Sc.
4
5  Fakultet   : Univerzitet u Beogradu , Ma inski fakultet u Beogradu
6              Katedra za sisteme naoru anja
7
8  Datum      : 18/6/16
9
10 Naziv
11 programa   : Geom3DEFP
12
13 Opis
14 programa   : Podprogram "Geom3DEFP" je napisan: sa slede im ciljevima:
15              1. Dobijanje 3D vizuelizacije kreiranih funkcija
16              koje defini u EFP konfiguraciju ,
17              2. Za potrebe kreiranja interfejsa radnog programa.
18  %}
19
20  clc
```

```
21 clear all
22
23 L=10;
24 h=5;
25 r1=4;
26 r2=4.9;
27 segma=0.5;
28 offset=1;
29 N=20;
30 theta=0.5*pi:pi/100:pi;
31 x1=r1*cos(theta);
32 y1=r1*sin(theta);
33 x2=r2*cos(theta);
34 y2=r2*sin(theta);
35
36 % 2D model
37 figure(1)
38 hold on
39
40 plot(x1,y1,'r');
41 hold on
42 plot(x2,y2);
43 x=[x1(1) x2(1)];
44 y=[y1(1) y2(1)];
45 plot(x,y)
46 X=[x1, flip1r(x2)];
47 Y=[y1, flip1r(y2)];
48 fill(X,Y,'g')
49 X=[flip1r(x2),[0 0 -L -L -r2]];
50 Y=[flip1r(y2),[r2 h h 0 0]];
51 fill(X,Y,'r')
52 X=[0 0 -L -L];
53 Y=[h h+segma h+segma h];
54 fill(X,Y,'b')
55 X=[-L -L-segma -L-segma -L];
56 Y=[0 0 h h];
57 fill(X,Y,'b')
58
59 theta=0.5*pi:0.5*pi/N:pi
60 X1=r1*cos(theta);
61 Y1=r1*sin(theta);
62
63 for i=1:N
64     if theta(i)>atan2(h,-L)
65         X2(i)=-L;
```

```

66         Y2(i)=(X2(i)-X1(i))*tan(theta(i))+Y1(i);
67     else
68         Y2(i)=h;
69         X2(i)=[(Y2(i)-Y1(i))/tan(theta(i))]+X1(i);
70     end
71     plot([X1(i) X2(i)],[Y1(i) Y2(i)],'k')
72 end
73
74 axis([-L-offset offset 0 L+offset])
75
76 % 3D model
77     figure(2)
78
79     n = 50;
80     [rho,theta] = meshgrid(x1,linspace(0,2*pi,n));
81     Z = repmat(-y1(:) ',n,1);
82     X = rho.*cos(theta);
83     Y = rho.*sin(theta);
84     hsurf=surf(Z,X,Y);
85     hold on
86 %     set(hsurf,'edgecolor','none');
87     set(hsurf,'FaceColor',[0 1 0],'FaceAlpha',1);
88     [rho,theta] = meshgrid(x2,linspace(0,2*pi,n));
89     Z = repmat(-y2(:) ',n,1);
90     X = rho.*cos(theta);
91     Y = rho.*sin(theta);
92     hsurf=surf(Z,X,Y);
93     set(hsurf,'edgecolor','none');
94     set(hsurf,'FaceColor',[0 1 0],'FaceAlpha',1);
95     x1=0*ones(11,1);
96     y1=r2:(h-r2)/10:h;
97     [rho,theta] = meshgrid(y1,linspace(0,2*pi,n));
98     Z = repmat(x1(:) ',n,1);
99     X = rho.*cos(theta);
100    Y = rho.*sin(theta);
101    hsurf=surf(Z,X,Y);
102    set(hsurf,'edgecolor','black');
103    set(hsurf,'FaceColor',[1 0 0],'FaceAlpha',0.7);
104
105    x1=0*ones(11,1);
106    y1=r1:(r2-r1)/10:r2;
107    [rho,theta] = meshgrid(y1,linspace(0,2*pi,n));
108    Z = repmat(x1(:) ',n,1);
109    X = rho.*cos(theta);
110    Y = rho.*sin(theta);

```

```
111  hsurf=surf(Z,X,Y);
112  set(hsurf,'edgecolor','none');
113  set(hsurf,'FaceColor',[0 1 0],'FaceAlpha',1);
114  x1=-L*ones(11,1);
115  y1=0:(h)/10:h;
116  [rho,theta] = meshgrid(y1,linspace(0,2*pi,n));
117  Z = repmat(x1(:).',n,1);
118  X = rho.*cos(theta);
119  Y = rho.*sin(theta);
120  hsurf=surf(Z,X,Y);
121  set(hsurf,'edgecolor','black');
122  set(hsurf,'FaceColor',[1 0 0],'FaceAlpha',0.7);
123  x1=0:-L/10:-L;
124  y1=h*ones(11,1);
125  [rho,theta] = meshgrid(y1,linspace(0,2*pi,n));
126  Z = repmat(x1(:).',n,1);
127  X = rho.*cos(theta);
128  Y = rho.*sin(theta);
129  hsurf=surf(Z,Y,X);
130  set(hsurf,'edgecolor','black');
131  set(hsurf,'FaceColor',[1 0 0],'FaceAlpha',0.5);
132  az = 45;
133  el = 15;
134  view(az, el);
135  axis off
```

A.1.2 Program za određivanje i -te elementarne zapremine (*VolEFP*)

Program je definisan na osnovu slike 8.4 iz poglavља 8 u cilju добијања конвергенције rezultata usvoјених аналитичких метода.

```

1  %{
2  Autori      :  Mohammed Amine Boulahlib , dipl.inz.ele .
3                Asistent Milos D. Markovic , M.Sc.
4
5  Fakultet   :  Univerzitet u Beogradu , Masinski fakultet u Beogradu
6                Katedra za sisteme naoruzanja
7
8  Datum      :  09/6/16
9
10 Naziv
11 programa   :  VolEFP
12
13 Opis
14 programa   :  Podprogram "VolEFP" je napisan sa ciljem dobijanja i-te
15                elementarne zapremine (diska , eksploziva i kosuljice) za
16                usvojeni tip konfiguracije EFP bojeve glave u zavisnosti
17                od N broja izabranih elemenata numericke analize .
18                Podprogramom omogucava se konvergencija rezultata odabrane
19                analiticke metode .
20  %}
21
22
23 clear all
24 close all
25 clc
26 syms x y
27 msg = 'What is the numbere of points for integration? ';
28 N = input(msg);
29 R2D=180/pi;
30 r1=150;
31 r2=157;
32 L=175;
33 Lm=175;
34 D=75;
35 d=75;
36 segma1=7;
37 segma2=7;

```

```

38  x01=0;    y01=0;
39  x02=0;    y02=0;
40  t1=1.5;
41  t2=1.5;
42  xc2=sqrt(r2^2-D^2);
43  L=L+xc2;
44  Lm=Lm+xc2;
45  F1=sqrt(r1^2-(x-x01)^2)+y01;
46  F1i=int(F1);
47  F11=-sqrt(r1^2-(x-x01)^2)+y01;
48  F11i=int(F11);
49  F2=simplify(sqrt(r2^2-(x-x02)^2)+y02);
50  F2p=diff(F2);
51  F2i=int((F2));
52  F3=sym(D);
53  x4=-L;
54  F4=((D-d)/(L-Lm))*(x+L)+d;
55  F5=((D+t1-d)/(L+t2-Lm))*(x+Lm)+(D+t1);
56  F6=sym(D+t1);
57  teta_max=atan(D/(sqrt(r1^2-(D-y01)^2)-x01));
58  teta_limit=asin(D/r2);
59  teta_1=atan(d/L);
60  teta_2=atan(D/Lm);
61  teta_3=atan(d/(L+t2));
62  teta_4=atan((D+t1)/Lm);
63  teta=teta_max/N;
64  ezplot(F1,[0,-r1])
65  grid on
66  hold on
67  j=0;
68  k=0;
69  for i=0:1:N
70      x0(i+1)=sym(-r2*cos(i*teta));
71      yx0(i+1)=double(subs(F2, x, x0(i+1)));
72
73      if x0(i+1)==-r2
74          y1(i+1)=sym(0);
75      else
76          ypx0=double(subs(F2p, x, x0(i+1)));
77          y1(i+1)=simplify(-(x-x0(i+1))/ypx0+yx0(i+1));
78      end
79      if i*teta<atan(y01/(r1-x01))
80          j=i;
81          Sx(i+1)=min(solve(F11-y1(i+1)==0,x));
82          Sy(i+1)=double(subs(F11, x, Sx(i+1)));

```

```

83     ezplot (F11,[-r1 ,0])
84 else
85     Sx(i+1)= min(solve(F1-y1(i+1)==0,x));
86     Sy(i+1)= double(subs(F1, x, Sx(i+1)));
87 end
88
89
90 plot (Sx(i+1),Sy(i+1), 'o')
91 if i*teta<=teta_1
92     Sx1(i+1)=x4;
93     Sy1(i+1)= double(subs(y1(i+1), x, x4));
94     if D=d
95         i_2=i;
96     end
97
98 elseif i*teta<=teta_2
99     Sx1(i+1)=solve(y1(i+1)==F4,x);
100    Sy1(i+1)= double(subs(F4, x, Sx1(i+1)));
101    i_2=i;
102 else
103     Sx1(i+1)=solve(y1(i+1)==F3,x);
104     Sy1(i+1)= F3;
105 end
106
107 plot (Sx1(i+1),Sy1(i+1), 'ko')
108 ezplot(y1(i+1),[x4-t2,0])
109 if D=d
110     if i*teta<=teta_3
111         Sx2(i+1)=x4-t2;
112         Sy2(i+1)= double(subs(y1(i+1), x, x4-t2));
113         i_3=i;
114
115     elseif i*teta<=teta_4
116         Sx2(i+1)=solve(y1(i+1)==F5,x);
117         Sy2(i+1)= double(subs(F5, x, Sx2(i+1)));
118         i_4=i;
119     else
120         Sx2(i+1)=solve(y1(i+1)==F3+t1,x);
121         Sy2(i+1)= F3+t1 ;
122     end
123 else
124     if i*teta<=atan((D+t1)/(L+t2))
125         Sx2(i+1)=x4-t2;
126         Sy2(i+1)= double(subs(y1(i+1), x, x4-t2));
127         i_3=i;

```

```

128     else
129         Sx2(i+1)=solve(y1(i+1)==F3+t1,x);
130         Sy2(i+1)= F3+t1;
131     end
132 end
133 plot(Sx2(i+1),Sy2(i+1),'go')
134
135     if i*teta>teta_limit
136         x0(i+1)= double(min(solve(F2-F3==0,x)));
137         yx0(i+1)= double(F3);
138         if k==0
139             i_limit=i;
140             k=1;
141         end
142     end
143     plot(x0(i+1),yx0(i+1),'ro')
144     plot(Sx(i+1),Sy(i+1),'o')
145 end
146 X=x0;
147 x0=Sx;
148 Sx=X;
149 ezplot(F2,[0,-r1])
150 axis([x4-t2-2 0 0 double(F3+t1)+2])
151 for i=1:N
152
153     switch i
154         case num2cell(1:j)
155             A=(subs(F11i,x,x0(i))-subs(F11i,x,x0(i+1))-int(y1(i),x0(i),
x0(i)));
156             B=(int(y1(i+1)-y1(i),Sx(i+1),x0(i+1)));
157             C=(subs(F2i,x,Sx(i+1))-subs(F2i,x,Sx(i))-(int(y1(i),Sx(i),Sx(
i+1))));
158             Ap=(0.5*int(F11^2-y1(i)^2,x0(i+1),x0(i))/A);
159             Bp=(0.5*int(y1(i+1)^2-y1(i)^2,Sx(i+1),x0(i+1))/B);
160             Cp=(0.5*int(F2^2-y1(i)^2,Sx(i),Sx(i+1))/C);
161             S(i)=double(A+B+C);
162             Cen(i)=double((Ap*A+Bp*B+Cp*C)/(A+B+C));
163             V(i)=2*pi*Cen(i)*S(i);
164         case j+1
165             A=(subs(F11i,x,x0(i))-subs(F11i,x,x0(i+1))-int(y1(i),x0(i+1),
x0(i)));
166             B=(int(y1(i+1)-y1(i),Sx(i+1),x0(i+1)));
167             C=(subs(F2i,x,Sx(i+1))-subs(F2i,x,Sx(i))-(int(y1(i),Sx(i),Sx(
i+1))));
168             Ap=(0.5*int(F11^2-y1(i)^2,x0(i+1),x0(i))/A);

```



```

169         Bp=(0.5*int(y1(i+1)^2-y1(i)^2,Sx(i+1),x0(i+1))/B);
170         Cp=(0.5*int(F2^2-y1(i)^2,Sx(i),Sx(i+1))/C);
171         S(i)=(A+B+C);
172         Cen(i)=(Ap*A+Bp*B+Cp*C)/(A+B+C);
173         V(i)=2*pi*Cen(i)*S(i);
174     case num2cell(j+2:i_limt-1)
175         A=(int(y1(i+1),x0(i),x0(i+1)))-subs(F1i,x,x0(i+1))-subs(F1i,
x,x0(i)));
176         B=(int(y1(i+1)-y1(i),Sx(i+1),x0(i)));
177         C=(subs(F2i,x,Sx(i+1))-subs(F2i,x,Sx(i)))-(int(y1(i),Sx(i),Sx
(i+1))));
178         Ap=(0.5*int(y1(i+1)^2-F1^2,x0(i),x0(i+1))/A);
179         Bp=(0.5*int(y1(i+1)^2-y1(i)^2,Sx(i+1),x0(i))/B);
180         Cp=(0.5*int(F2^2-y1(i)^2,Sx(i),Sx(i+1))/C);
181         S(i)=double(A+B+C);
182         Cen(i)=double((Ap*A+Bp*B+Cp*C)/(A+B+C));
183         V(i)=2*pi*Cen(i)*S(i);
184     case i_limt
185         A=(int(y1(i+1),x0(i),x0(i+1)))-subs(F1i,x,x0(i+1))-subs(F1i,
x,x0(i)));
186         B=(int(y1(i+1)-y1(i),Sx1(i+1),x0(i)));
187         B1=(int(F3-y1(i),Sx(i+1),Sx1(i+1)));
188         C=(subs(F2i,x,Sx(i+1))-subs(F2i,x,Sx(i)))-(int(y1(i),Sx(i),Sx
(i+1))));
189         Ap=(0.5*int(y1(i+1)^2-F1^2,x0(i),x0(i+1))/A);
190         Bp=(0.5*int(y1(i+1)^2-y1(i)^2,Sx1(i+1),x0(i))/B);
191         Bp1=(0.5*int(F3^2-y1(i)^2,Sx(i+1),Sx1(i+1))/B1);
192         Cp=(0.5*int(F2^2-y1(i)^2,Sx(i),Sx(i+1))/C);
193         S(i)=double(A+B+B1+C);
194         Cen(i)=double((Ap*A+Bp*B+Cp*C+Bp1*B1)/(A+B+C+B1));
195         V(i)=2*pi*Cen(i)*S(i);
196     case num2cell(i_limt+1:N-1)
197         A=(int(y1(i+1),x0(i),x0(i+1)))-subs(F1i,x,x0(i+1))-subs(F1i,
x,x0(i)));
198         B=(int(y1(i+1)-y1(i),Sx1(i+1),x0(i)));
199         C=(int(F3-y1(i),Sx1(i),Sx1(i+1)));
200         Ap=(0.5*int(y1(i+1)^2-F1^2,x0(i),x0(i+1))/A);
201         Bp=(0.5*int(y1(i+1)^2-y1(i)^2,Sx1(i+1),x0(i))/B);
202         Cp=(0.5*int(F3^2-y1(i)^2,Sx1(i),Sx1(i+1))/C);
203         S(i)=double(A+B+C);
204         Cen(i)=double((Ap*A+Bp*B+Cp*C)/(A+B+C));
205         V(i)=2*pi*Cen(i)*S(i);
206     case N
207         A=(int(F3,x0(i),x0(i+1)))-subs(F1i,x,x0(i+1))-subs(F1i,x,x0(
i));

```

```

208         B=(int (F3-y1 ( i ) ,Sx1 ( i ) ,x0 ( i ) ) ) ;
209         Ap=(0.5*int (F3^2-F1^2,x0 ( i ) ,x0 ( i+1 ) )/A) ;
210         Bp=(0.5*int (F3^2-y1 ( i ) ^2,Sx1 ( i ) ,x0 ( i ) )/B) ;
211         S ( i )=double (A+B) ;
212         Cen ( i )=double ((Ap*A+Bp*B)/(A+B)) ;
213         V ( i )=2*pi*Cen ( i )*S ( i ) ;
214     end
215 % =====
216
217     if ( i ) *teta < teta_1
218         A=double (int (y1 ( i+1 ) -y1 ( i ) ,Sx1 ( i ) ,Sx ( i ) ) ) ;
219         B=double (int (y1 ( i+1 ) ,Sx ( i ) ,Sx ( i+1 ) ) -double (subs (F2i ,x ,Sx ( i+1 ) ) -
220         subs (F2i ,x ,Sx ( i ) ) ) ) ;
221         Ap=double (0.5*int ((y1 ( i+1 ) ) ^2-(y1 ( i ) ) ^2,Sx1 ( i ) ,Sx ( i ) ) )/A) ;
222         Bp=double (0.5*int ((y1 ( i+1 ) ) ^2-(F2)^2,Sx ( i ) ,Sx ( i+1 ) )/B) ;
223         S1 ( i )=double (A+B) ;
224         Cen1 ( i )=double ((Ap*A+Bp*B)/(A+B)) ;
225         V1 ( i )=2*pi*Cen1 ( i )*S1 ( i ) ;
226     elseif ( i ) *teta < teta_2
227         A=double (int (F4-y1 ( i ) ,Sx1 ( i ) ,Sx1 ( i+1 ) ) ) ;
228         B=double (int (y1 ( i+1 ) -y1 ( i ) ,Sx1 ( i+1 ) ,Sx ( i ) ) ) ;
229         C=double (int (y1 ( i+1 ) ,Sx ( i ) ,Sx ( i+1 ) ) -double (subs (F2i ,x ,Sx ( i+1 ) ) -
230         subs (F2i ,x ,Sx ( i ) ) ) ) ;
231         Ap=double (0.5*int (F4^2-(y1 ( i ) ) ^2,Sx1 ( i ) ,Sx1 ( i+1 ) )/A) ;
232         Bp=double (0.5*int ((y1 ( i+1 ) ) ^2-(y1 ( i ) ) ^2,Sx1 ( i+1 ) ,Sx ( i ) )/B) ;
233         Cp=double (0.5*int ((y1 ( i+1 ) ) ^2-F2^2,Sx ( i ) ,Sx ( i+1 ) )/C) ;
234         S1 ( i )=double (A+B+C) ;
235         Cen1 ( i )=double ((Ap*A+Bp*B+Cp*C)/(A+B+C)) ;
236         V1 ( i )=2*pi*Cen1 ( i )*S1 ( i ) ;
237     else
238         if Sx ( i ) >= Sx1 ( i+1 )
239             A=double (int (F3-y1 ( i ) ,Sx1 ( i ) ,Sx1 ( i+1 ) ) ) ;
240             B=double (int (y1 ( i+1 ) -y1 ( i ) ,Sx1 ( i+1 ) ,Sx ( i ) ) ) ;
241             C=double (int (y1 ( i+1 ) ,Sx ( i ) ,Sx ( i+1 ) ) -double (subs (F2i ,x ,Sx ( i+1 ) ) -
242             subs (F2i ,x ,Sx ( i ) ) ) ) ;
243             Ap=double (0.5*int (F3^2-(y1 ( i ) ) ^2,Sx1 ( i ) ,Sx1 ( i+1 ) )/A) ;
244             Bp=double (0.5*int ((y1 ( i+1 ) ) ^2-(y1 ( i ) ) ^2,Sx1 ( i+1 ) ,Sx ( i ) )/B) ;
245             Cp=double (0.5*int ((y1 ( i+1 ) ) ^2-F2^2,Sx ( i ) ,Sx ( i+1 ) )/C) ;
246             S1 ( i )=double (A+B+C) ;
247             Cen1 ( i )=double ((Ap*A+Bp*B+Cp*C)/(A+B+C)) ;
248             V1 ( i )=2*pi*Cen1 ( i )*S1 ( i ) ;
249         else
250             A=double (int (F3-y1 ( i ) ,Sx1 ( i ) ,Sx ( i ) ) ) ;
251             B=double (int (F3,Sx ( i ) ,Sx1 ( i+1 ) ) -double (subs (F2i ,x ,Sx1 ( i+1 ) ) -
252             subs (F2i ,x ,Sx ( i ) ) ) ) ;

```

```

249         C=double(int(y1(i+1),Sx1(i+1),Sx(i+1)))-double(subs(F2i,x,Sx(
193         i+1))-subs(F2i,x,Sx1(i+1)));
250         Ap=double(0.5*int(F3^2-(y1(i))^2,Sx1(i),Sx(i))/A);
251         Bp=double(0.5*int(F3^2-F2^2,Sx(i),Sx1(i+1))/B);
252         Cp=double(0.5*int((y1(i+1))^2-F2^2,Sx1(i+1),Sx(i+1))/C);
253         S1(i)=double(A+B+C);
254         Cen1(i)=double((Ap*A+Bp*B+Cp*C)/(A+B+C));
255         V1(i)=2*pi*Cen1(i)*S1(i);
256     end
257 end
258 if d~=D
259     if i==i_2+1
260         A=double(int(F4-y1(i),Sx1(i),-Lm));
261         A1=double(int(F3-y1(i),-Lm,Sx1(i+1)));
262         B=double(int(y1(i+1)-y1(i),Sx1(i+1),Sx(i)));
263         C=double(int(y1(i+1),Sx(i),Sx(i+1)))-double(subs(F2i,x,Sx(i+1)
193         )-subs(F2i,x,Sx(i)));
264         Ap=double(0.5*int(F4^2-(y1(i))^2,Sx1(i),-Lm)/A);
265         Ap1=double(0.5*int(F3^2-(y1(i))^2,-Lm,Sx1(i+1))/A1);
266         Bp=double(0.5*int((y1(i+1))^2-(y1(i))^2,Sx1(i+1),Sx(i))/B);
267         Cp=double(0.5*int((y1(i+1))^2-F2^2,Sx(i),Sx(i+1))/C);
268         S1(i)=double(A+B+C+A1);
269         Cen1(i)=double((Ap*A+Bp*B+Cp*C+Ap1*A1)/(A+B+C+A1));
270         V1(i)=2*pi*Cen1(i)*S1(i);
271     end
272 end
273 if i==i_limt
274     A=double(int(F3-y1(i),Sx1(i),Sx(i)));
275     C=double(int(F3,Sx(i),Sx(i+1)))-double(subs(F2i,x,Sx(i+1))-
193     subs(F2i,x,Sx(i)));
276     Ap=double(0.5*int(F3^2-y1(i)^2,Sx1(i),Sx(i))/A);
277     Cp=double(0.5*int(F3^2-F2^2,Sx(i),Sx(i+1))/C);
278     S1(i)=double(A+C);
279     Cen1(i)=double((Ap*A+Cp*C)/(A+C));
280     V1(i)=2*pi*Cen1(i)*S1(i);
281 end
282 %=====
283
284 if D~=d && t1~=0 && t2~=0
285     if (i)*teta < teta_3
286         A=double(int(y1(i+1)-y1(i),Sx2(i),Sx1(i)));
287         Ap=double(0.5*(int((y1(i+1))^2-(y1(i))^2,Sx2(i),Sx1(i)))/A);
288         S2(i)=double(A);
289         Cen2(i)=double((Ap*A)/(A));
290         V2(i)=2*pi*Cen2(i)*S2(i);

```

```

291 elseif (i)*teta<teta_2
292     if Sx1(i)>=Sx2(i+1)
293         A=double(int(F5-y1(i),Sx2(i),Sx2(i+1)));
294         B=double(int(y1(i+1)-y1(i),Sx2(i+1),Sx1(i)));
295         C=double(int(y1(i+1)-F4,Sx1(i),Sx1(i+1)));
296         Ap=double(0.5*int(F5^2-(y1(i))^2,Sx2(i),Sx2(i+1))/A);
297         Bp=double(0.5*int((y1(i+1))^2-(y1(i))^2,Sx2(i+1),Sx1(i))/B);
298         Cp=double(0.5*int((y1(i+1))^2-F4^2,Sx1(i),Sx1(i+1))/C);
299         S2(i)=double(A+B+C);
300         Cen2(i)=double((Ap*A+Bp*B+Cp*C)/(A+B+C));
301         V2(i)=2*pi*Cen2(i)*S2(i);
302     else
303         A=double(int(F5-y1(i),Sx2(i),Sx1(i)));
304         B=double(int(F5-F4,Sx1(i),Sx2(i+1)));
305         C=double(int(y1(i+1)-F4,Sx2(i+1),Sx1(i+1)));
306         Ap=double(0.5*int(F5^2-(y1(i))^2,Sx2(i),Sx1(i))/A);
307         Bp=double(0.5*int(F5^2-F4^2,Sx1(i),Sx2(i+1))/B);
308         Cp=double(0.5*int((y1(i+1))^2-F4^2,Sx2(i+1),Sx1(i+1))/C);
309         S2(i)=double(A+B+C);
310         Cen2(i)=double((Ap*A+Bp*B+Cp*C)/(A+B+C));
311         V2(i)=2*pi*Cen2(i)*S2(i);
312     end
313 elseif (i)*teta<teta_4
314     if Sx1(i)>=Sx2(i+1)
315         A=double(int(F5-y1(i),Sx2(i),Sx2(i+1)));
316         B=double(int(y1(i+1)-y1(i),Sx2(i+1),Sx1(i)));
317         C=double(int(y1(i+1)-F3,Sx1(i),Sx1(i+1)));
318         Ap=double(0.5*int(F5^2-(y1(i))^2,Sx2(i),Sx2(i+1))/A);
319         Bp=double(0.5*int((y1(i+1))^2-(y1(i))^2,Sx2(i+1),Sx1(i))/B);
320         Cp=double(0.5*int((y1(i+1))^2-F3^2,Sx1(i),Sx1(i+1))/C);
321         S2(i)=double(A+B+C);
322         Cen2(i)=double((Ap*A+Bp*B+Cp*C)/(A+B+C));
323         V2(i)=2*pi*Cen2(i)*S2(i);
324     else
325         A=double(int(F5-y1(i),Sx2(i),Sx1(i)));
326         B=double(int(F5-F3,Sx1(i),Sx2(i+1)));
327         C=double(int(y1(i+1)-F3,Sx2(i+1),Sx1(i+1)));
328         Ap=double(0.5*int(F5^2-(y1(i))^2,Sx2(i),Sx1(i))/A);
329         Bp=double(0.5*int(F5^2-F3^2,Sx1(i),Sx2(i+1))/B);
330         Cp=double(0.5*int((y1(i+1))^2-F3^2,Sx2(i+1),Sx1(i+1))/C);
331         S2(i)=double(A+B+C);
332         Cen2(i)=double((Ap*A+Bp*B+Cp*C)/(A+B+C));
333         V2(i)=2*pi*Cen2(i)*S2(i);
334     end
335 else

```

```

336     if Sx1(i) >= Sx2(i+1)
337         A=double(int(F6-y1(i), Sx2(i), Sx2(i+1)));
338         B=double(int(y1(i+1)-y1(i), Sx2(i+1), Sx1(i)));
339         C=double(int(y1(i+1)-F3, Sx1(i), Sx1(i+1)));
340         Ap=double(0.5*int(F6^2-(y1(i))^2, Sx2(i), Sx2(i+1))/A);
341         Bp=double(0.5*int((y1(i+1))^2-(y1(i))^2, Sx2(i+1), Sx1(i))/B);
342         Cp=double(0.5*int((y1(i+1))^2-F3^2, Sx1(i), Sx1(i+1))/C);
343         S2(i)=double(A+B+C);
344         Cen2(i)=double((Ap*A+Bp*B+Cp*C)/(A+B+C));
345         V2(i)=2*pi*Cen2(i)*S2(i);
346     else
347         A=double(int(F6-y1(i), Sx2(i), Sx1(i)));
348         B=double(int(F6-F3, Sx1(i), Sx2(i+1)));
349         C=double(int(y1(i+1)-F3, Sx2(i+1), Sx1(i+1)));
350         Ap=double(0.5*int(F6^2-(y1(i))^2, Sx2(i), Sx1(i))/A);
351         Bp=double(0.5*int(F6^2-F3^2, Sx1(i), Sx2(i+1))/B);
352         Cp=double(0.5*int((y1(i+1))^2-F3^2, Sx2(i+1), Sx1(i+1))/C);
353         S2(i)=double(A+B+C);
354         Cen2(i)=double((Ap*A+Bp*B+Cp*C)/(A+B+C));
355         V2(i)=2*pi*Cen2(i)*S2(i);
356     end
357 end
358     if i==i_3+1
359         if Sx1(i) >= Sx2(i+1)
360             A=double(int(F5-y1(i), Sx2(i), Sx2(i+1)));
361             B=double(int(y1(i+1)-y1(i), Sx2(i+1), Sx1(i)));
362             Ap=double(0.5*int(F5^2-(y1(i))^2, Sx2(i), Sx2(i+1))/A);
363             Bp=double(0.5*int((y1(i+1))^2-(y1(i))^2, Sx2(i+1), Sx1(i))/B);
364             S2(i)=double(A+B);
365             Cen2(i)=double((Ap*A+Bp*B)/(A+B));
366             V2(i)=2*pi*Cen2(i)*S2(i);
367         end
368     end
369     end
370     if i==i_2+1
371         if Sx1(i) >= Sx2(i+1)
372             A=double(int(F5-y1(i), Sx2(i), Sx2(i+1)));
373             B=double(int(y1(i+1)-y1(i), Sx2(i+1), Sx1(i)));
374             B1=double(int(y1(i+1)-F4, Sx1(i), -Lm));
375             C=double(int(y1(i+1)-F3, -Lm, Sx1(i+1)));
376             Ap=double(0.5*int(F5^2-(y1(i))^2, Sx2(i), Sx2(i+1))/A);
377             Bp=double(0.5*int((y1(i+1))^2-(y1(i))^2, Sx2(i+1), Sx1(i))/B);
378             Bp1=double(0.5*int((y1(i+1))^2-F4^2, Sx1(i), -Lm)/B1);
379             Cp=double(0.5*int((y1(i+1))^2-F3^2, -Lm, Sx1(i+1))/C);
380             S2(i)=double(A+B+C+B1);

```

```

381         Cen2(i)=double((Ap*A+Bp*B+Cp*C+Bp1*B1)/(A+B+C+B1));
382         V2(i)=2*pi*Cen2(i)*S2(i);
383     else
384         A=double(int(F5-y1(i),Sx2(i),Sx1(i)));
385         B=double(int(F5-F4,Sx1(i),-Lm));
386         B1=double(int(F5-F3,-Lm,-Sx2(i+1)));
387         C=double(int(y1(i+1)-F3,Sx2(i+1),Sx1(i+1)));
388         Ap=double(0.5*int(F5^2-(y1(i))^2,Sx2(i),Sx1(i))/A);
389         Bp=double(0.5*int(F5^2-F4^2,Sx1(i),-Lm)/B);
390         Bp1=double(0.5*int(F5^2-F3^2,-Lm,Sx2(i+1))/B1);
391         Cp=double(0.5*int((y1(i+1))^2-F3^2,Sx2(i+1),Sx1(i+1))/C);
392         S2(i)=double(A+B+C+B1);
393         Cen2(i)=double((Ap*A+Bp*B+Cp*C+Bp1*B1)/(A+B+C+B1));
394         V2(i)=2*pi*Cen2(i)*S2(i);
395     end
396 end
397 if i==i_4+1
398     if Sx1(i)>=Sx2(i+1)
399         A=double(int(F5-y1(i),Sx2(i),-Lm));
400         B1=double(int(F6-y1(i),-Lm,Sx2(i+1)));
401         B=double(int(y1(i+1)-y1(i),Sx2(i+1),Sx1(i)));
402         C=double(int(y1(i+1)-F3,Sx1(i),Sx1(i+1)));
403         Ap=double(0.5*int(F5^2-(y1(i))^2,Sx2(i),-Lm)/A);
404         Bp=double(0.5*int((y1(i+1))^2-(y1(i))^2,Sx2(i+1),Sx1(i))/B);
405         Bp1=double(0.5*int(F6^2-y1(i)^2,-Lm,Sx2(i+1))/B1);
406         Cp=double(0.5*int((y1(i+1))^2-F3^2,Sx1(i),Sx1(i+1))/C);
407         S2(i)=double(A+B+C+B1);
408         Cen2(i)=double((Ap*A+Bp*B+Cp*C+Bp1*B1)/(A+B+C+B1));
409         V2(i)=2*pi*Cen2(i)*S2(i);
410     end
411 end
412     if i==N
413         A=double(int(F6-y1(i),Sx2(i),Sx2(i+1)));
414         B=double(int(y1(i+1)-y1(i),Sx2(i+1),Sx1(i)));
415         C=double(int(y1(i+1)-F3,Sx1(i),Sx(i+1)));
416         Ap=double(0.5*int(F6^2-(y1(i))^2,Sx2(i),Sx2(i+1))/A);
417         Bp=double(0.5*int((y1(i+1))^2-(y1(i))^2,Sx2(i+1),Sx1(i))/B);
418         Cp=double(0.5*int((y1(i+1))^2-F3^2,Sx1(i),Sx(i+1))/C);
419         S2(i)=double(A+B+C);
420         Cen2(i)=double((Ap*A+Bp*B+Cp*C)/(A+B+C));
421         V2(i)=2*pi*Cen2(i)*S2(i);
422     end
423
424 else
425     if (i)*teta<teta_2

```

```

426     A=double (int (y1 (i+1)-y1 (i) ,Sx2 (i) ,Sx1 (i) ));
427     Ap=double (0.5*(int ((y1 (i+1))^2-(y1 (i))^2,Sx2 (i) ,Sx1 (i) ))/A);
428     S2 (i)=double (A);
429     Cen2 (i)=double ((Ap*A)/(A));
430     V2 (i)=2*pi*Cen2 (i)*S2 (i);
431 elseif (i)*teta<atan ((D+t1)/(L+t2))
432     A=double (int (y1 (i+1)-y1 (i) ,Sx2 (i) ,Sx1 (i) ));
433     B=double (int (y1 (i+1)-F3 ,Sx1 (i) ,Sx1 (i+1) ));
434     Ap=double (0.5*(int ((y1 (i+1))^2-(y1 (i))^2,Sx2 (i) ,Sx1 (i) ))/A);
435     Bp=double (0.5*int ((y1 (i+1))^2-F3^2,Sx1 (i) ,Sx1 (i+1) )/B);
436     S2 (i)=double (A+B);
437     Cen2 (i)=double ((Ap*A+Bp*B)/(A+B));
438     V2 (i)=2*pi*Cen2 (i)*S2 (i);
439 else
440     if Sx1 (i)>=Sx2 (i+1)
441         A=double (int (F6-y1 (i) ,Sx2 (i) ,Sx2 (i+1) ));
442         B=double (int (y1 (i+1)-y1 (i) ,Sx2 (i+1) ,Sx1 (i) ));
443         C=double (int (y1 (i+1)-F3 ,Sx1 (i) ,Sx1 (i+1) ));
444         Ap=double (0.5*int (F6^2-(y1 (i))^2,Sx2 (i) ,Sx2 (i+1) )/A);
445         Bp=double (0.5*int ((y1 (i+1))^2-(y1 (i))^2,Sx2 (i+1) ,Sx1 (i) )/B);
446         Cp=double (0.5*int ((y1 (i+1))^2-F3^2,Sx1 (i) ,Sx1 (i+1) )/C);
447         S2 (i)=double (A+B+C);
448         Cen2 (i)=double ((Ap*A+Bp*B+Cp*C)/(A+B+C));
449         V2 (i)=2*pi*Cen2 (i)*S2 (i);
450     else
451         A=double (int (F6-y1 (i) ,Sx2 (i) ,Sx1 (i) ));
452         B=double (int (F6-F3 ,Sx1 (i) ,Sx2 (i+1) ));
453         C=double (int (y1 (i+1)-F3 ,Sx2 (i+1) ,Sx1 (i+1) ));
454         Ap=double (0.5*int (F6^2-(y1 (i))^2,Sx2 (i) ,Sx1 (i) )/A);
455         Bp=double (0.5*int (F6^2-F3^2,Sx1 (i) ,Sx2 (i+1) )/B);
456         Cp=double (0.5*int ((y1 (i+1))^2-F3^2,Sx2 (i+1) ,Sx1 (i+1) )/C);
457         S2 (i)=double (A+B+C);
458         Cen2 (i)=double ((Ap*A+Bp*B+Cp*C)/(A+B+C));
459         V2 (i)=2*pi*Cen2 (i)*S2 (i);
460     end
461 end
462 if i==i_2+1 && i_2~=i_3
463     A=double (int (y1 (i+1)-y1 (i) ,Sx2 (i) ,Sx1 (i) ));
464     B=double (int (y1 (i+1)-F3 ,Sx1 (i) ,Sx1 (i+1) ));
465     Ap=double (0.5*int (y1 (i+1)^2-(y1 (i))^2,Sx2 (i) ,Sx1 (i) )/A);
466     Bp=double (0.5*int ((y1 (i+1))^2-F3^2,Sx1 (i) ,Sx1 (i+1) )/B);
467     S2 (i)=double (A+B);
468     Cen2 (i)=double ((Ap*A+Bp*B)/(A+B));
469     V2 (i)=2*pi*Cen2 (i)*S2 (i);
470 end

```

```

471     if i==N
472         A=double(int(F6-y1(i),Sx2(i),Sx2(i+1)));
473         B=double(int(y1(i+1)-y1(i),Sx2(i+1),Sx1(i)));
474         C=double(int(y1(i+1)-F3,Sx1(i),Sx(i+1)));
475         Ap=double(0.5*int(F6^2-(y1(i))^2,Sx2(i),Sx2(i+1))/A);
476         Bp=double(0.5*int((y1(i+1))^2-(y1(i))^2,Sx2(i+1),Sx1(i))/B);
477         Cp=double(0.5*int((y1(i+1))^2-F3^2,Sx1(i),Sx(i+1))/C);
478         S2(i)=double(A+B+C);
479         Cen2(i)=double((Ap*A+Bp*B+Cp*C)/(A+B+C));
480         V2(i)=2*pi*Cen2(i)*S2(i);
481     end
482
483 end
484 if t1==0 && t2==0
485     V2(i)=0;
486 end
487     i
488
489 end
490
491 VM=double(V)*10^-9;
492 Vm=double([V1(1:i_limt) zeros(1,N-i_limt)])*10^-9;
493 VMk=double(V2)*10^-9;
494 double(sum(VM*10^9))
495 double(sum(Vm*10^9))
496 double(sum(VMk*10^9))
497 angle=0.5*teta:teta:teta_max;
498 fi_stepeni=angle*R2D;
499 for i=1: 1: N
500     x=-(2*L)*cos(angle(i));
501     y=(2*L)*sin(angle(i));
502     plot([0,x],[0,y], 'r ')
503 end
504 end

```


A.1.3 Програм за израчунавање основних перформansi ЕФП бојеве главе (*CompEFP*)

Програм је дефинисан на основу израза (8.12), (8.13), (8.14), (8.15), (8.16), (8.17), (8.18) и (8.19), представљених у поглављу 8.

```

1  %{
2  Autor      :  Asistent Milos D. Markovic, M.Sc.
3
4  Fakultet   :  Univerzitet u Beogradu, Ma inski fakultet u Beogradu
5                Katedra za sisteme naoru anja
6
7  Datum      :  15/03/14
8
9  Naziv
10 programa  :  CompEFP
11
12 Opis
13 programa  :  Podprogram "CompEFP" je napisan sa ciljem dobijanja
14                osnovnih performansi formiranog projektila kao to su:
15                1. Procenjena po etna brzina projektila ,
16                2. Rad aksijalne energije ,
17                3. Rad radijalne energije.
18
19                Mogu nost pro irenja programa u cilju dobijanja procene
20                oblika formiranog projektila.
21  %}
22
23  clc
24  % .....EXPLOSIVELY FORMED PROJECTILE
25  % .....
26
27  % ma      -active mass of charge
28  % m       -mass of charge
29  % Mk      -mass of case
30  % M       -mass of metal liner
31  % beta    -coefficient
32  % D       -detonation velocity
33  % V0      -initial velocity of metal liner
34  % V0z     -component V0 in to the 0-z direction
35  % fi      -rejected angle of metal liner

```

```

35 % delta_Vj -
36 % Vj      -jet velocity of moving elements
37 %
38 % This program calculated initial velocity of the metal liner and the jet
39 % velocity of moving elements during formation.
40 %
41 %
    .....

42 % N=29
43 n   =N;%.....number of tested elements
44 % Vm  =[0.00000074 0.00000224 0.00000373 0.00000525 0.00000676
      0.0000083...
45 %      0.00000987 0.00001146 0.00001306 0.00001475 0.00001643
      0.00001811...
46 %      0.00001664 0.00001391 0.00001172 0.00000989 0.00000838 7.09E-06...
47 %      5.99E-06 0.00000503 4.2E-06 0.00000345 2.79E-06 2.19E-06 1.66E
      -06...
48 %      1.18E-06 7.2E-07 3.2E-07 2E-08];% volume of explosive by segments
49 % VM  =[0.00000001 0.00000003 0.00000004 0.00000007 0.00000008
      0.0000001...
50 %      0.00000011 0.00000014 0.00000015 0.00000017 0.00000019 0.0000002...
51 %      0.00000021 0.00000023 0.00000025 0.00000025 0.00000027
      0.00000028...
52 %      0.00000029 0.0000003 0.0000003 0.00000032 0.00000031 3.3E-07...
53 %      0.00000032 0.00000032 3.3E-07 0.00000032 0.00000022];% volume of
      liner by elements
54 % VMk =[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0];%
      volume of cover by segments
55 % VMk=zeros(1,n);
56 % fi_stepeni =[1.5 2.5 3.5 4.5 5.5 6.5 7.5 8.5 9.5 10.5 11.5 12.5 13.5...
57 %      14.5 15.5 16.5 17.5 18.5 19.5 20.5 21.5 22.5 23.5 24.5 25.5 26.5...
58 %      27.5 28.5 29.5 ];%angle between axis of symmetry and rejected
      velocity V0
59 Rb =71.3*10^-3;% [m]
60
61 disp('CONFIGURATION OF EFP WARHEAD')
62 disp('EXPLANATION> EXPLOSIVE/ METAL LINER/ CASE')
63 disp('=====')
64 disp('TYPE OF CONFIGURATION: ')
65 disp('      1- OKTOL/ IRON/ STEEL')
66 disp('      2- COMP B/ IRON/ STEEL')
67 disp('      3- LX-14/ IRON/ STEEL')
68 disp('=====')
69 disp('      4- OKTOL/ COPPER/ STEEL')

```

```

70 disp('          5- COMP B/ COPPER/ STEEL')
71 disp('          6- LX-14/ COPPER/ STEEL')
72 disp('=====')
73 disp('          7- OKTOL/ TANTALUM/ STEEL')
74 disp('          8- COMP B/ TANTALUM/ STEEL')
75 disp('          9- LX-14/ TANTALUM/ STEEL')
76 disp('=====')
77
78 itype = input('Select a number for a given type of configuration:');
79 disp('-----')
80 disp('                Results ')
81 disp('                V')
82 switch itype ,
83     case 1
84         D =8480;          %OKTOL[m/s ]
85         rho_exp=1800;    %OKTOL[kg/m^3]
86         rho_metlin=7874; %IRON[kg/m^3]
87         rho_case=7800;  %STEEL[kg/m^3]
88     case 2
89         D =7980;          %COMP B[m/s ]
90         rho_exp=1717;    %COMP B[kg/m^3]
91         rho_metlin=7874; %IRON[kg/m^3]
92         rho_case=7800;  %STEEL[kg/m^3]
93     case 3
94         D =8800;          %LX-14 [m/s ]
95         rho_exp=1835;    %LX-14[kg/m^3]
96         rho_metlin=7874; %IRON[kg/m^3]
97         rho_case=7800;  %STEEL[kg/m^3]
98
99     case 4
100        D =8480;          %OKTOL[m/s ]
101        rho_exp=1800;    %OKTOL[kg/m^3]
102        rho_metlin=8920; %COPPER[kg/m^3]
103        rho_case=7800;  %STEEL[kg/m^3]
104    case 5
105        D =7980;          %COMP B[m/s ]
106        rho_exp=1717;    %COMP B[kg/m^3]
107        rho_metlin=8920; %COPPER[kg/m^3]
108        rho_case=7800;  %STEEL[kg/m^3]
109    case 6
110        D =8800;          %LX-14 [m/s ]
111        rho_exp=1835;    %LX-14[kg/m^3]
112        rho_metlin=8920; %COPPER[kg/m^3]
113        rho_case=7800;  %STEEL[kg/m^3]
114

```

```

115     case 7
116         D =8480;           %OKTOL[m/s ]
117         rho_exp=1800;      %OKTOL[ kg/m^3]
118         rho_metlin=16900;%TANTALUM[ kg/m^3]
119         rho_case=7800;    %STEEL[ kg/m^3]
120     case 8
121         D =7980;           % COMP B[m/s ]
122         rho_exp=1717;      %COMP B[ kg/m^3]
123         rho_metlin=16900;%TANTALUM[ kg/m^3]
124         rho_case=7800;    %STEEL[ kg/m^3]
125     case 9
126         D =8800;           %LX-14 [m/s ]
127         rho_exp=1835;      %LX-14[ kg/m^3]
128         rho_metlin=16900;%TANTALUM[ kg/m^3]
129         rho_case=7800;    %STEEL[ kg/m^3]
130     end
131
132     m=rho_exp*Vm;% . . . . [ kg ]
133     M=rho_metlin*VM;% . . [ kg ]
134     Mk=rho_case*VMk;% . . [ kg ]
135     fi=fi_stepeni*pi/180;%convert angle
136
137     sum1 =0;
138     sum2 =0;
139     sum3 =0;
140     sum4 =0;
141     sum5 =0;
142     Ezk =0;
143     K =0;
144
145     ma = zeros(1,n);
146     beta= zeros(1,n);
147     V0 = zeros(1,n);
148     V0z = zeros(1,n);
149     Vj = zeros(1,n);
150     l_i = zeros(1,n);
151     z = zeros(1,n);
152     Rj0 = zeros(1,n);
153
154     ma = 0.5*m.*(1+ ((Mk - M )./(M + Mk + m ))); %active mass of
        explosive
155     beta = ma./M; %loading facor
156     V0 = 0.353 * D * sqrt((3 .* beta)./(3 + beta)); %rejected velocity of
        ich segment

```

```

157 V0z = V0 .* cos (fi); %component of rejected
      velocity along moving direction
158 Ezk = sum(0.5 .* M .* V0z.^2); %energy
159 V0E = sum(V0z .* M) / sum(M); %abs velocity
      considered in center of graviti of projectile
160
161
162 for i=1:n
163     %sum1 = sum1 + V0 (i) * cos(fi (i));%..Sum of elements velocity
      V0z [m/s]
164     sum2 = sum2 + M (i) * (i-1)^2; %.....Sum for calculating a ?????
165     sum3 = sum3 + M (i) * (i-1);%.....Sum for calculating a ???
166 end
167
168 A =sum2;
169 B =(- 2 * V0 (1) * sum3);
170 C =(V0 (1)^2) *sum(M) - 2 * Ezk;
171 dV=(-B-sqrt ((B^2)-4*A*C))/(2*A);
172
173 for i=1:n
174
175     Vj(i) = V0(1)-dV*(i-1);%linearized velocity
176     delta_t = Rb / V0(n-5);
177     l0 = (V0 (1) * delta_t) - Rb;
178     l_i = l0/n;
179     z (i) = l0 - (i-1) * l_i;
180     Rj0 (i) = sqrt(M (i) / (pi * rho_metlin * l_i));
181
182 end
183
184
185 A_de = 0.5 * [ sum(M .* (V0 .* cos(fi)).^2)- sum(M)*V0E^2 ];%axial
      deformation energy
186 R_de = 0.5 * sum(M .* (V0 .* sin(fi)).^2); %radial
      deformation energy
187
188 %disp(dV)
189 disp('_____')
190 fprintf ('The initial velocity V0E is %4.5f [m/s]\n', V0E)
191 fprintf ('The initial kinetic energy Ezk is %4.5f [J]\n', Ezk)
192 disp('_____')
193 %fprintf ('delta_t %4.10f [s]\n', delta_t)
194 fprintf ('Initial length of projectile l0 is %4.5f [m]\n', l0)
195 %fprintf ('Mass of EFP warhead %4.10f [kg]\n', M_bg)
196 disp('_____')

```

```
197 fprintf ('Axial deformation energy A_de is %4.5f [J]\n', A_de)
198 fprintf ('Radial deformation energy R_de is %4.5f [J]\n', R_de)
199 disp('-----')
200
201 rez=V0E;
202 figure(2)
203 y=2800;
204 p=1:29;
205 plot(1:n, V0, '--sk',1:n, V0z, '-ok',1:n, Vj, '-.<k',4,V0E,'d',...
206      [0 30], [2800 2800], 'MarkerFaceColor', 'k', 'MarkerEdgeColor', 'k', '
      LineWidth', 1);
207 text(4,V0E,num2str(rez), 'HorizontalAlignment', 'left')
208 hleg1 = legend('V0, initial velocity of metal liner',...
209              'V0z, component V0 in to the 0-z direction',...
210              'Vj, linear jet velocity of moving elements',...
211              'V0E, absolute velocity',0);
212 title('EFP-case 1')
213 xlabel('i-th element'); ylabel('m/s');
214 text(20,4500,'29 observed elements')
215 hold on;
```

Биографија

Милош Д. Марковић рођен је 03.07.1987. године у Београду. Основну школу *Браћа Јерковић* завршио је у Железнику-Београд, где је завршио и Средњу техничку школу *Иво Лола Рибар* на усмерењу *Техничар нумерички управљаних машина*. Носилац је већег броја награда и похвала током школовања. Године 2006. уписује Основне студије на Машинском факултету у Београду. Мастер академске студије завршава 25.10.2011. године на Катедри за системе наоружања. Основне и Мастер академске студије завршава са просечном оценом 8.55 и стиче звање Дипломирани инжењер машинства–Мастер, што одговара звању М.Сс. Завршни мастер рад реализује на Катедри за системе наоружања, на теми *Експлозивно формирану пројектили* код ментора професора др. Слободана Јарамаза.

По завршетку студија 2011. године, као стипендиста Компаније *Слобода-Чачак*, одлази на рад у Чачак, где је ангажован у производњи, као развојни инжењер на производима наоружања и војне опреме. Такође је ангажован у државном развојном тиму за трансфер домаће војне технологије за иностраног корисника, а у оквиру посебног међународног програма Војне индустрије Србије. Учествује и на новим развојно-истраживачким пројектима индустрије у Компанији *Слобода-Чачак*. Током рада, стиче посебна знања и искуства за полигонска испитивања средстава наоружања и војне опреме. Докторске студије уписује на Машинском факултету у Београду 2012. године на Катедри за системе наоружања, са професионалном и научно-истраживачком оријентацијом на рад у области конструкције

ракетног наоружања и ракетне технологије.

Од 01.08.2013. године, први пут је изабран и запослен у звању асистента Машинског факултета Универзитета у Београду за ужу научну област системи наоружања на истоименој Катедри. Као запослен на Машинском факултету Универзитета у Београду на Катедри за системе наоружања учествује у одржавању вежби на Основним академским студијама на предметима: *Увод у системе наоружања, Основи конструисања система наоружања, Конструкција ракетног наоружања*. На Мастер академским студијама учествује на предметима: *Пројектовање ракета и лансера, Системи управљања ватром и Теорија лансирања*. Такође од 2013. године учествује у настави на енглеском језику за стране студенте и то на следећим курсевима: *Missile system integration, Missile design, Fire Control Systems* и *Launching equipment*. У последњих пет година учествовао је као члан комисије за израду пет дипломских радова. Од 2013. године учествује на интердисциплинарном пројекту ИИИ 47029 под руководством др Момчила Милиновића, редовног професора са Машинског факултета у статусу асистент-истраживач сарадник.

Активно се служи и користи енглески и пасивно руски језик као и различите софтверске пакете: Matlab, GNU Octave, MathCad, SolidWorks, CorelDRAW, AutoCad, AUTODYN и Latex.

Изјава о ауторству

Потписани-а Милош Д. Марковић

број индекса Д27/12

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Синтеза тактичких ракета земља-ваздух против циљева великих брзина

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

У Београду, 13.07.2018.



Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора: Милош Д. Марковић

Број индекса: Д27/12

Студијски програм: Докторске студије

Наслов рада : Синтеза тактичких ракета земља-ваздух против циљева великих брзина

Ментор: др Момчило Милиновић, редовни професор

Потписани/а Милош Марковић

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, 13.07.2018.



Miroslav Marković

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Синтеза тактичких ракета земља-ваздух против циљева великих брзина

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство

2. Ауторство - некомерцијално

3. Ауторство – некомерцијално – без прераде

4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима

5. Ауторство – без прераде

6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

Потпис докторанда

У Београду, 13.07.2018.



1. Ауторство - Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. Ауторство – без прераде. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.