

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ

Ђорђе Д. Ђурђевић

**НАПОНСКО И ДЕФОРМАЦИЈСКО
СТАЊЕ СТРУКТУРНИХ ЕЛЕМЕНАТА
СА ДИСКОНТИНУИТЕТИМА
ГЕОМЕТРИЈЕ**

Докторска дисертација

Београд, 2018.

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

Đorđe D. Đurđević

**STRESS AND STRAIN STATE OF
STRUCTURAL ELEMENTS WITH
GEOMETRIC DISCONTINUITIES**

Doctoral dissertation

Belgrade, 2018.

Ментори:

др Нина Анђелић, редовни професор
Машински факултет, Универзитет у Београду

др Ташко Манески, редовни професор
Машински факултет, Универзитет у Београду

Чланови комисије за преглед и одбрану докторске дисертације:

др Игор Балаћ, редовни професор
Машински факултет, Универзитет у Београду

др Владимир Буљак, ванредни професор
Машински факултет, Универзитет у Београду

др Љубица Миловић, ванредни професор
Технолошко-металуршки факултет, Универзитет у Београду

Датум одбране дисертације: _____

Кандидат:

Ђорђе Ђурђевић дипл. инж. маш.

ЗАХВАЛНОСТ

При завршетку докторске дисертације осећам потребу да изразим захвалност свима који су ми директно или индиректно помогли у изради.

Захваљујем свим члановима комисије на сугестијама и корисним саветима у току израде дисертације.

Посебно захваљујем:

- менторима, професору др Нини Анђелић и професору др Ташку Манеском на изузетној и несебичној помоћи, корисним примедбама и сугестијама, као и на напору који су уложили као ментори овог рада,
- Високој инжењерској школи струковних студија Техникум Таурунум,
- др Слободану Ристићу, професору струковних студија у пензији на подршци и корисним саветима током рада,
- професору др Весни Милошевић-Митић на помоћи при моделирању и прорачуну структура,
- др Ани Петровић на помоћи при изради експеримента,
- предузећу „Еурометал“ из Уба на помоћи око припреме елемената за испитивање,
- породици на стрпљењу, разумевању и подршци коју ми је пружила током израде дисертације.

НАПОНСКО И ДЕФОРМАЦИЈСКО СТАЊЕ СТРУКТУРНИХ ЕЛЕМЕНАТА СА ДИСКОНТИНУИТЕТИМА ГЕОМЕТРИЈЕ

Резиме:

У овом раду дат је приказ резултата вишегодишњег истраживања у области понашања структурних елемената са дисконтинуитетима геометрије. Основа дисертације представља анализу комплексних геометрија разнородних носећих елемената и утицај геометрије на напонско и деформацијско стање.

Структурни елементи који ће бити предмет истраживања у овој дисертацији подељени су у две групе. Прву групу чине елементи код којих се концентрација напона јавља око отвора (ушке), односно прелаза између два различита пресека (радијуси, конуси). Другу групу чине елементи код којих се концентрација напона јавља код танкозидих носача.

У циљу сагледавања особина и понашања структурних елемената издвојени су параметри који их описују и разматрани су њихови утицаји на чврстоћу структурних елемената. Напонско и деформацијско стање прве групе елемената одређено је нумеричким, а измерено експерименталним путем док је за другу групу примењен само нумерички приступ. Нумерички приступ је изведен кроз примену методе коначних елемената и компјутерског моделирања. Експериментални приступ представља примену метода бесконтактног мерења деформација.

На крају рада приказани су резултати добијени нумеричким и експерименталним путем. Приказана је њихова упоредна анализа и дискусија.

Кључне речи: напон, деформације, дисконтинуитети геометрије, структурни елемент, коначни елемент.

Научна област: Област техничких наука, Машинство

Ужа научна област: Отпорност конструкција

УДК број: 624.016 : 539.3/4 : 620.1/2(043.3)

624.016 : 624.044(043.3)

STRESS AND STRAIN STATE OF STRUCTURAL ELEMENTS WITH GEOMETRIC DISCONTINUITIES

Abstract:

The results gained from longterm research regarding the behavior of structural elements with geomrtric discontinuities are presented in this dissertation. The base of this dissertation is the analysis of complex geometries of various loaded elemnts and the impact of the geometry on stress and strain state.

The structural elemnts being part of the research in this dissertation are divided into two groups. The first group consists of the elements where stress concentration and deformations are concentrated around the hole (connecting lug). i.e. transition between two different cross-section (radius, conus). The second group consists of the elements where stress concentration are concentraded on thin-walled beams.

In order to analyse the characteristics and the behavior of the structural elements, the parameters describing them are emphasized. Moreover, their impact on the strength of the structural elements is analyzed. Stress and strain state of the elements is determined by numerical and experimental analysis. Numerical analysis is conducted by applying finite elements method and computer modelling. Experimental analysis is conducted by conctactless stress and strain measuring.

The results gained by numerical and experimental analysis are presented in the last two chapters. Furthermore, their comparative analysis is presented.

Keywords: stress, strain, geometric discontinuities, structural element, finite element.

Research field: Technical sciences, Mechanical engineering

Specific field: Strength of constructions

UDC number: 624.016 : 539.3/4 : 620.1/2(043.3)

624.016 : 624.044(043.3)

САДРЖАЈ:

Номенклатура.....	i
УВОД.....	1
1. ПРЕГЛЕД ДОСАДАШЊИХ ИСТРАЖИВАЊА.....	3
2. ОСНОВЕ НУМЕРИЧКОГ ПРОРАЧУНА.....	7
2.1. Геометрија анализираних структурних елемената.....	7
2.2. Факор концентрације напона	9
2.3. Изводи из теорије еластичности.....	12
2.4. Основни појмови танкозидих конструкционих елемената.....	14
2.4.1. Геометријске карактеристике отвореног попречног пресека.....	16
2.4.2. Напони.....	18
2.4.2.1. Нормални напони σ	18
2.4.2.2. Напони смицања τ	20
2.4.3. Угао увијања и релативни угао увијања.....	21
2.5. Прорачун ушке и прорачун ушки по DIN стандарду (DIN 18800).....	22
2.6. Основни концепт методе коначних елемената.....	23
3. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНЕ МЕТОДЕ ИСПИТИВАЊА КОНСТРУКЦИЈА.....	26
3.1. Преглед постојећих метода експерименталне анализе конструкција....	26
3.1.1. Електроотпорна мерна трака	27
3.1.2. Метода фотоеластичности	27
3.1.2.1. Оптичко мерење померања дигиталним камерама.....	27
3.1.2.2. Оптички мерни систем ARAMIS.....	28
4. ПРОРАЧУН СТРУКТУРНИХ ЕЛЕМЕНАТА.....	40
4.1. Увод у прорачун.....	40
4.2. Прорачун еталон ушке (U5) са ознаком dxRxVxt=18x27x26x10mm.....	40
4.3. Модели прве групе структурних елемената.....	47
4.4. Прорачун прве групе структурних елемената.....	49
4.4.1. Прорачун прве подгрупе структурних елемената (ушке).....	49
4.4.1.1. Ушка U1 са ознаком dxRxVxt=8x12,5x25x10mm.....	50
4.4.1.2. Ушка U2 са ознаком dxRxVxt=8x12,5x25x10mm.....	56
4.4.1.3. Ушка U3 са ознаком dxRxVxt=14x22,5x22x10mm.....	60
4.4.1.4. Ушка U5 са ознаком dxRxVxt=18x27x26x10mm.....	65
4.4.1.5. Ушка U6 са ознаком dxRxVxt=30x35x30x10mm.....	70
4.4.1.6. Ушка U7 са ознаком dxRxVxt=20x36x30x10mm.....	75
4.4.1.7. Ушка U8 са ознаком dxRxVxt=10x15x30x10mm.....	80
4.4.1.8. Ушка U12 са ознаком dxRxVxt=30x50x50x10mm.....	85
4.4.2. Друга подгрупа структурних елемената (траке са отворима-минимизација концентрације напона).....	92
4.4.2.1. Траке са отворима U9, U10, U11.....	92
4.4.3. Трећа подгрупа структурних елемената (прелази-минимизација концентрације напона).....	96

4.4.3.1. Елементи за везу U13, U14, U15, U16.....	96
4.4.3.2. Елементи за везу U17, U19.....	100
4.4.3.3. Елементи за везу U18, U20.....	103
4.4.3.4. Елемент за везу U0.....	106
4.5. Прорачун друге групе структурних елемената (танкозиди профили).....	110
4.5.1. Z профил.....	112
4.5.2. Ω профил.....	115
4.5.3. U профил.....	119
5. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РАД.....	122
5.1. Мерно-аквизициони систем Лабораторије за Отпорност конструкција..	122
5.2. Припрема за експериментални рад.....	124
5.3. Поставка експерименталног испитивања.....	128
5.4. Поступак мерења прве групе структурних елемената.....	130
5.5. Резултати експерименталног истраживања.....	132
6. АНАЛИЗА И ДИСКУСИЈА РЕЗУЛТАТА.....	146
6.1. Дискусија нумеричких резултата.....	146
6.3. Поређење аналитичких, нумеричких и експерименталних резултата	148
6.4. Дискусија добијених дијаграма.....	150
6.5. Правци даљих истраживања.....	153
7. ЗАКЉУЧАК.....	155
ЛИТЕРАТУРА.....	158

БИОГРАФИЈА АУТОРА

Номенклатура

A	површина попречног пресека
a	димензија попречног пресека танкозидог носача
B	бимомент
$[B]$	вектор величине пригушења
b	димензија попречног пресека танкозидог носача
CCD	engl. charge-coupled device-стерео камере
DIC	engl. Digital Image Correlation-дигитална корелација слика
E	модул еластичности материјала
E_d	енергија деформисања
$\bar{E}I_\omega$	крутост по јединици дужине, према кривљењу (витоперењу) попречног пресека
F	сила
$\{F\}$	вектор оптерећења
$\{F(t)\}$	вектор динамичког оптерећења
FEM	engl. Finite Element Method-метода коначних елемената
ФИН	фактор интензитета напона
f_{\max}	максимална вредност деформације
G	модул клизања материјала
GI_t	увојна крутост по јединици дужине, према чистом увијању
ГЕД	густина енергије деформације
I_t	увојни момент инерције
I_ω	секторски момент инерције
I_x, I_y, I_{xy}	аксијални и центрифугални моменти инерције за тежишне осе
K	фактор пропорционалности-К фактор за мерне траке
КЕ	коначни елемент
$[K]$	матрица крутости
k	савојно-увојна карактеристика танкозидог попречног пресека
l	дужина танкозидог носача
$[M]$	матрица масе
$M(z)$	момент увијања у произвољном пресеку конзоле
M^*	момент увијања
МКЕ	метода коначних елемената
М1	модел 1
ММ1	мерно место 1

$M_{t_{\max}}$	момент увијања на слободном крају конзоле
M_{X_1}, M_{X_2}	моменти савијања око главних тежишних оса X_1 и X_2
P	главни пол
p	притисак
S_ω	секторски статички момент
t	дебљина лима танкозидог носача
W_t	увојни отпорни момент
W_{X_1}, W_{X_2}	отпорни моменти при савијању око главних тежишних оса X_1 и X_2
2D	дводимензионално
3D	тродимензионално
α	коефицијент за еквивалентни напон
α_k	фактор концентрације напона
γ	угао клизања
$\{\delta\}$	вектор деформација
$\{\delta(t)\}, \{\ddot{\delta}(t)\},$	убрзање
$\{\dot{\delta}(t)\}$	
ε	дилатација
θ	угао заокретања
θ'	релативни угао заокретања
μD	микродилатација
$\sigma_{X_1}, \sigma_{X_2}$	нормални напони од савијања
σ_e	еквивалентни напон
σ_n	номинални нормални напон
σ_{\max}	максимални нормални напон
τ_n	номинални тангенцијални напон
τ_{\max}	максимални тангенцијални напон
ω	главна секторска координата
η	поправни коефицијент облика профила

УВОД

Предвиђање понашања структурних елемената при реалним експлоатационим радним условима углавном се заснива на искуствима стеченим на основу понашања сличних елемената у експлоатацији. Међутим, када се ради о значајним, одговорним и скупим конструкцијама, то није довољно. Потребно је извршити и детаљну анализу која би омогућила поуздано одређивање њиховог експлоатационог понашања применом савремених нумеричко-експерименталних метода.

Циљ дисертације је да се истражи напонско и деформацијско поље на местима дисконтинуитета геометрије структурних елемената под дејством сложеног оптерећења. Теоријска и експериментална истраживања показују да у зонама где долази до нагле промене геометрије елемента, као што су разни зарези, отвори различитих облика, места нагле закривљености, као и места контакта два елемента који међусобно делују један на други, долази до локалног повећања напона. Ова појава се назива концентрација напона [1-3]. Извор најјаче концентрације напона лежи на месту које највише ремети правилност континуалног облика елемента. Последица појаве концентрације напона је неравномерна расподела напона што доводи до неравномерног искоришћења материјала. Познавањем ове појаве може се извршити интервенција везана за промену геометрије елемента и његово растерећење у критичној зони [4].

У оквиру рада на дисертацији дат је преглед постојећих истраживања из области структурних елемената са дисконтинуитетима геометрије и преглед досадашњих резултата постигнутих у овој области. Структурни елементи који ће бити предмет истраживања у овој дисертацији подељени су у две групе. Прву групу чине елементи код којих се концентрација напона јавља око отвора (ушке) и прелаза између два различита пресека (радијуси, конуси). Другу групу чине елементи код којих се концентрација напона јавља код танкозидних носача.

Све пројектоване и изведене конструкције неизбежно имају промену геометрије која изазива концентрацију напона. Основни проблем одређивања вредности напона на месту његове концентрације представља процена његове

вредности. Нумеричко-експериментални приступ примењен у овој дисертацији има задатак да што прецизније процени вредност напона.

Дисертација је подељена на увод и седам поглавља.

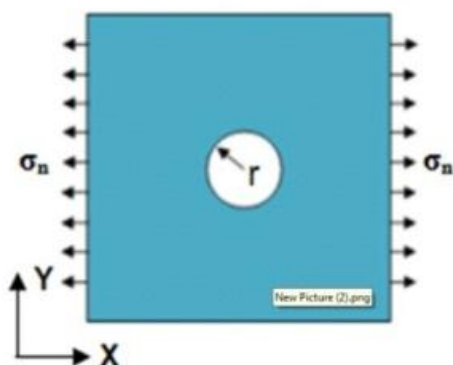
У првом поглављу је дат преглед до сада спроведених истраживања и постигнутих резултата у области напонског и деформацијског стања структурних елемената са дисконтинуитетима геометрије. У другом поглављу су приказани структурни елементи који су анализирани у овом истраживању и који су подељени у две наведене групе. Такође, у другом поглављу су дате основне информације о концентрацији напона и приказани су изводи из Теорије еластичности, основне једначине Теорије танкозидних профила, једначине за прорачун ушки, прорачун ушки по DIN стандарду и основи методе коначних елемената (МКЕ). У трећем поглављу дате су постојеће експерименталне методе испитивања конструкција, са акцентом на методу која је коришћена при изради дисертације. У четвртом поглављу приказан је прорачун свих структурних елемената у програмском пакету КОМИПС. У петом поглављу је представљен експериментални рад у оквиру дисертације. У шестом поглављу је приказана дискусија и анализа добијених резултата, док је у седмом поглављу дат закључак и предлог даљег истраживања.

1. ПРЕГЛЕД ДОСАДАШЊИХ ИСТРАЖИВАЊА

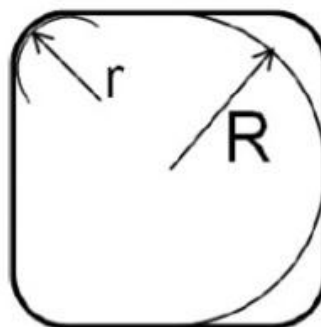
У овом поглављу дат је преглед до сада спроведених истраживања и постигнутих резултата у одређивању напонског и деформацијског стања структурних елемената са дисконтинуитетима геометрије. Област истраживања у дисертацији има ограничен број доступних литературних информација.

У литератури [3] приказане су експерименталне методе у пројектовању конструкција.

У радовима [4-7] разматран је утицај различитих облика отвора и односа његових димензија у аксијално оптерећеној плочи на концентрацију напона. Предмет истраживања је подужно оптерећена плоча (Сл. 1.1). На Сл. 1.2 приказан је један геометријски облик отвора (квадратни) разматран у наведеним радовима.



Слика 1.1 Оптерећење плоче



Слика 1.2 Однос радијуса r/R

Разматрани облик отвора у плочи је заокренут за одређени угао у равни плоче. Извршено је истраживање за више односа радијуса r/R .

У [8, 9] је приказано одређивање фактора концентрације напона за плочу са зарезима и отвором фотоеластичном методом.

У [10] је анализирано напонско и деформацијско стање ушке контејнерског терминала. За прорачун је коришћена је метода коначних елемената (линеарно еластична анализа) [11-14] и програмски пакет ABAQUS [15], при прорачуну ушки за подизање и транспорт енергетског контејнера. Добијено је да је напон у зони завареног споја већи од дозвољеног. Установљено је да тај напон највећим

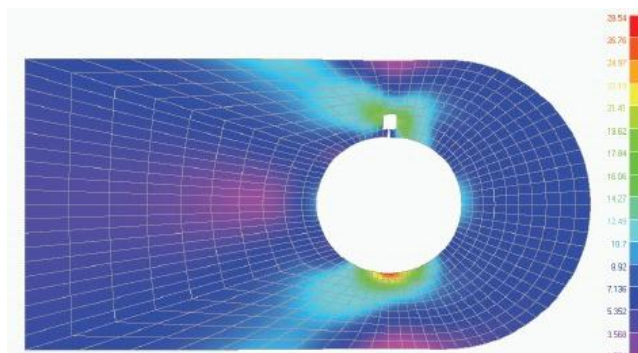
делом изазива бочна сила која врши савијање ушке (плоче) око попречне осе, а хоризонтално ребро такође има негативан утицај, па се из тих разлога приступило налажењу другог решења. Уочена концентрација напона на овом носећем елементу са променљивом геометријом има сличности са спроведеном анализом у овој дисертацији.

У раду [17] дата анализа напона на плочи са косим отвором услед оптерећења аксијалном силом вршена је методом коначних елемената. Коси отвори у плочама могу се наћи на оплатама авиона, судовима под притиском, местима везивања лопатица турбина.

H.W. McKenzie i D.J. White су урадили експериментални рад из области концентрације напона у плочи са косим отвором [18].

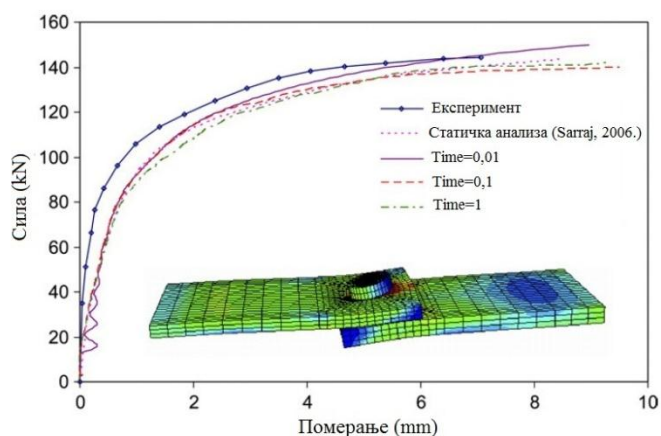
Анализирана су четири случаја са различитим угловима осе отвора према дебљини плоче. Коришћени су запремински коначни елементи. Резултати су упоређени са плочом са елиптичним отвором која је моделирана дводимензионим коначним елементом. Такође, урађено је проређење са аналитичким прорачуном плоче са елиптичним отвором [17,19]. Што је већи угао осе отвора у односу на раван плоче, то је већи напон и фактор концентрације напона.

Рад [20] је наведен да би се видела примењена мрежа коначних елемената ушке са отвором, као и расподела напона на ушки. Мрежа коначних елемената која је коришћена у овој дисертацији је слична са наведеном, као и добијена расподела напона. На *Сл. 1.3* приказан је модел коначних елемената ушке са отвором и расподела напона на ушки.



Слика 1.3 Модел МКЕ за ушку са отвором и њено напоснско стање(софтверски пакет MSC/NASTRAN)

Радови [22-25] су корисни за дисертацију због тога што је разматрано везивање две челичне плоче завртњем, што се у суштини не разликује од везивних елемената типа ушки. Такође је битна расподела напона око отвора у плочи у зони контакта. Нумеричка решења за овај проблем дали су Ју и Rowlands [23]. Експериментална и нумеричка (програм ABAQUS) анализа овог проблема је дата у радовима Sarraj M. и Antoni N.[24,30]. Упоредни резултати су приказани на Сл. 1.4.



Слика 1.4 Нумеричка и експериментална анализа завртањске везе

Сличном проблематиком су се бавили Gang Shi, Yongju Shi, Yuanquinh Wang, Mark A. Bradford [26].

Пошто се у другом делу дисертације анализирају танкозиди носачи, извршен је кратак преглед досадашњих истраживања из те области.

У радовима [27-29] посебна пажња је посвећена утицају ограниченог (ометеног) увијања код отворених танкозидних профила који су анализирани у овој дисертацији.

У раду [28] је изведен аналитички и нумерички (програми ABAQUS и КОМИПС) прорачун са њиховом упоредном анализом. Анализирани структурни елемент је уклештена конзола оптерећена моментом увијања на слободном крају. У раду се види да је напон добијен нумеричким прорачуном МКЕ применом наведених програма приближан вредности напона добијеним аналитичким прорачуном. Треба нагласити да се применом МКЕ јасно види расподела напона и да напон у уклештењу није једнак по целом попречном пресеку.

У раду [36] дати су упоредни резултати добијени нумеричком симулацијом два модела конзоле, од којих један има једну плочу за унос оптерећења, а други две плоче, како би се обезбедила приближна слика за физички експеримент. За прорачун је коришћена МКЕ уз примену програма ABAQUS. У оба случаја модел је направљен од запреминских коначних елемената. На основу резултата, може се закључити да постоји значајна разлика између модела са једном и са две плоче за унос оптерећења. Ови резултати могу бити корисни при припреми за физички експеримент [30,31].

У [31,32] дати су примери расподеле напона на рамовским конструкцијама и фактори концентрације напона за различите случајеве оптерећења.

Такође треба нагласити да промена напонског и деформацијског стања настаје услед дисконтинуитета геометрије код ребрених плоча и панела [33-35], судова под притиском на местима прикључака [36-39], као и код цевовода на рачвама [40-42].

2. ОСНОВЕ НУМЕРИЧКОГ ПРОРАЧУНА

У овом поглављу су приказани структурни елементи који су анализирани у овом истраживању, а који су подељени у две групе. Такође, у овом поглављу су дате основне информације о концентрацији напона и приказани су изводи из Теорије еластичности, основне једначине Теорије танкозидних профила, једначине за прорачун ушки, прорачун ушки по DIN стандарду и основи методе коначних елемената.

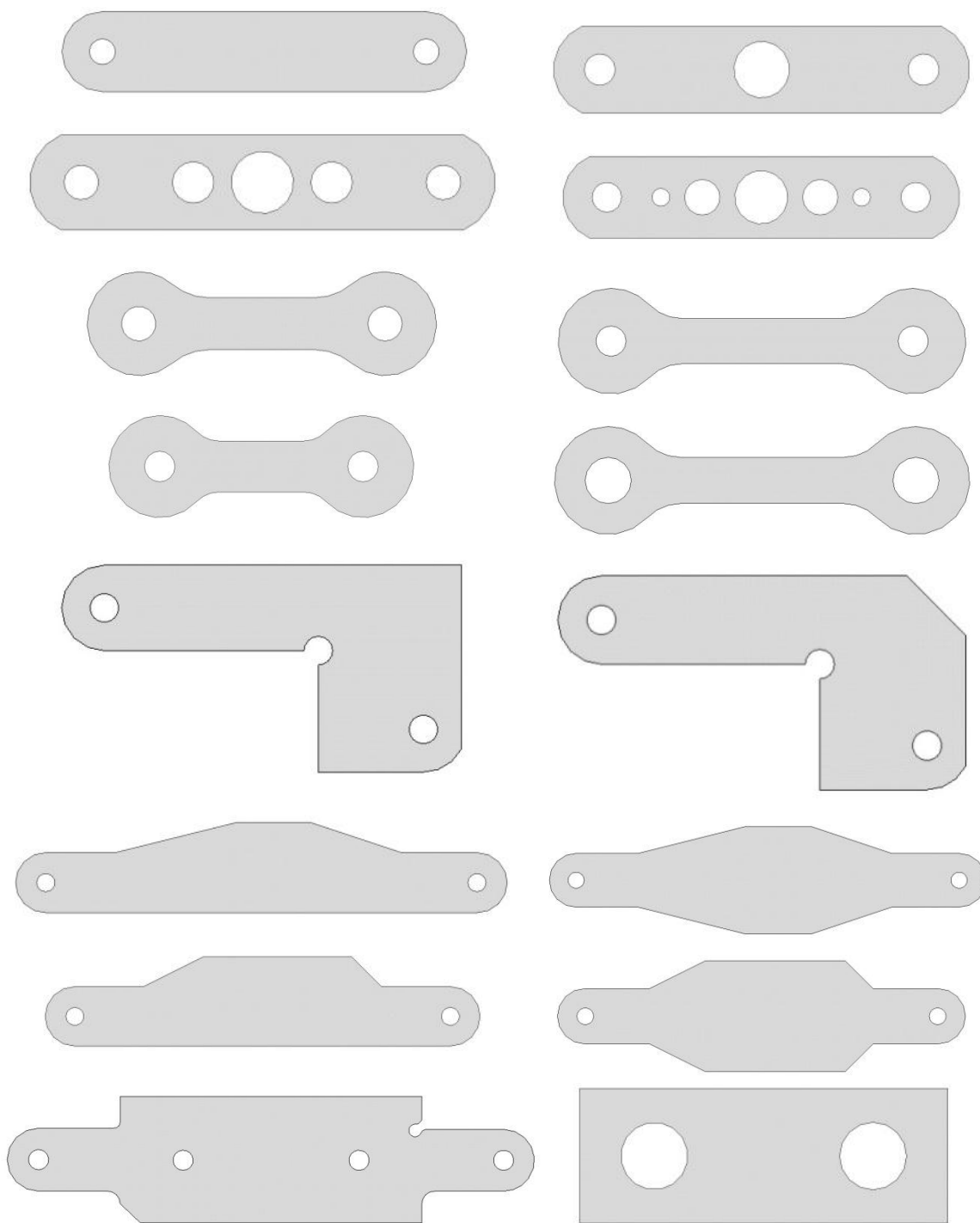
2.1. Геометрија анализираних структурних елемената

Структурни елементи који су предмет истраживања у овој дисертацији подељени су у две групе. Прву групу чине елементи код којих је извршена анализа напона и деформације око отвора ушке и око прелаза између два различита пресека (радијуси, конуси). Другу групу чине отворени танкозидни елементи код којих је анализирано напонско стање. У наставку је анализиран начин везе танкозидних носача у рамовској конструкцији. Одређен је утицај повезаности целог или делимичног попречног пресека елемента (геометрија везе) на напоско стање елемента.

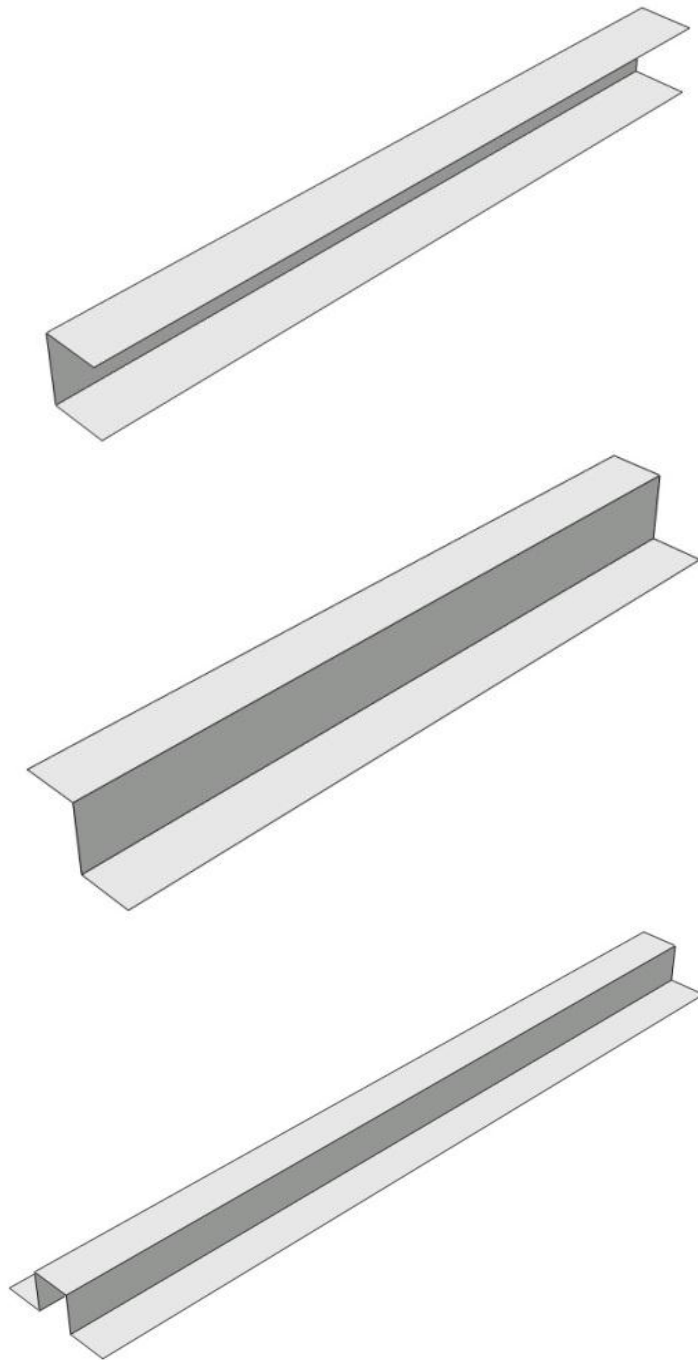
Следи приказ геометријских облика ушки које су анализирани у овој дисертацији (Сл. 2.1).

Модел ушки (Сл. 2.1) су плочасти елементи израђени од конструкционог челика S355 дебљине 10 mm. Модел су пројектовани тако да садрже скоро све геометријске облике (радијуси, отвори, конуси) који се могу срести на реалним конструкцијама.

На Сл. 2.2 су приказани танкозидни конструкциони елементи који ће бити разматрани у овој дисертацији. Сви модели танкозидних елемената су израђени од челика S235.



Слика 2.1 Геометријски облици ушки



Слика 2.2 Геометријски облици танкозидих структурних елемената

2.2. Фактор концентрације напона

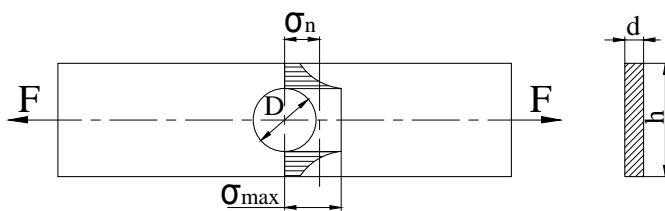
На местима промене геометрије елемената конструкције настаје концентрација и неравномерна расподела напона. Места са дисконтинуитетима геометрије су извор концентрације напона. Због тога је неопходно наћи начине како их прецизно одредити и по потреби смањити.

Однос између максималног локалног напона у зони концентрације напона и номиналног напона у посматраном пресеку назива се фактор концентрације напона [3, 43] и израчунава се према изразу:

$$\alpha_k = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n} . \quad (2.1)$$

За номинални напон се узима напон који се израчунава на основу једноставних израза из Отпорности материјала за задати случај оптерећења. Фактор концентрације напона показује колико је пута стварни напон већи од номиналног (Сл. 2.1).

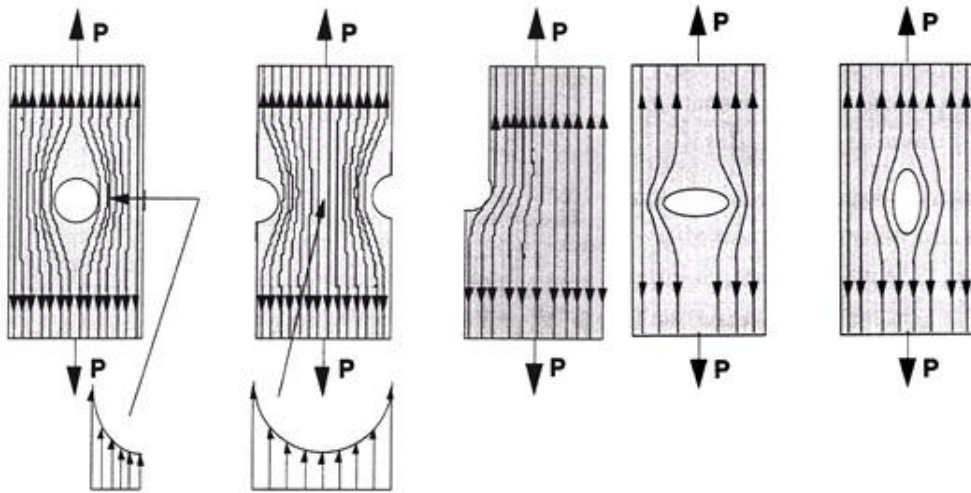
Фактор концентрације напона за један исти геометријски облик испитиваног елемента зависи од врсте оптерећења. Највећи је при затезању, нешто мањи при чистом савијању, а најмањи при увијању. За случај исте врсте оптерећења фактор концентрације напона зависи од општег облика елемента [3].



Слика 2.1 Штап са кружним отвором оптерећен аксијалном затезућом силом

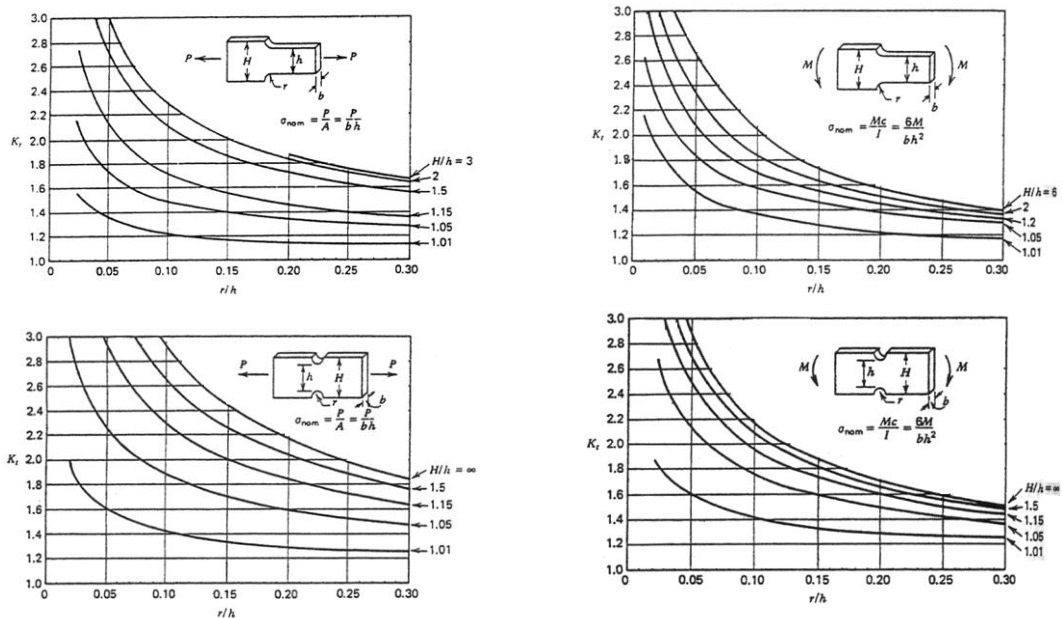
Код нумеричког решавања проблема који у себи индукују концентрацију напона, потребно је извести прорачун са више модела (од грубог ка фином). Резултат напона расте на месту концентрације са уситњавањем мреже коначних елемената.

Концентрација напона (нежељени ефекат) настаје услед дисконтинуитета геометрије конструктивних елемената. Примери концентрације око зареза и отвора дати су на Сл. 2.2 [4].

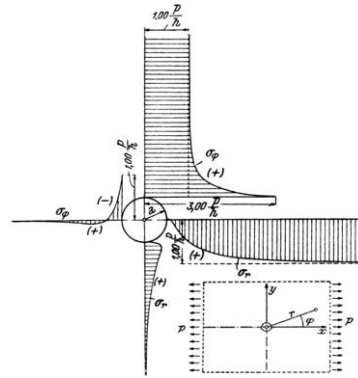
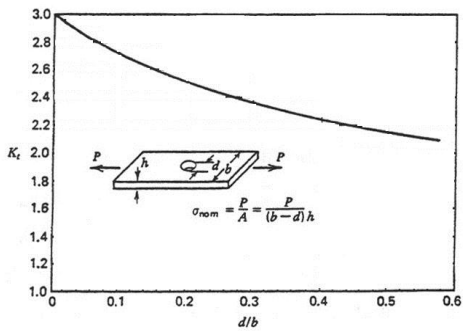


Слика 2.2 Примери концентрације напона

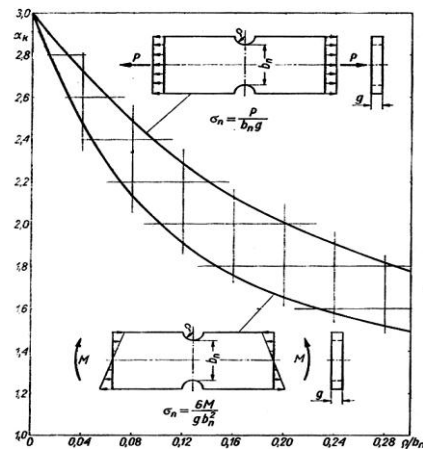
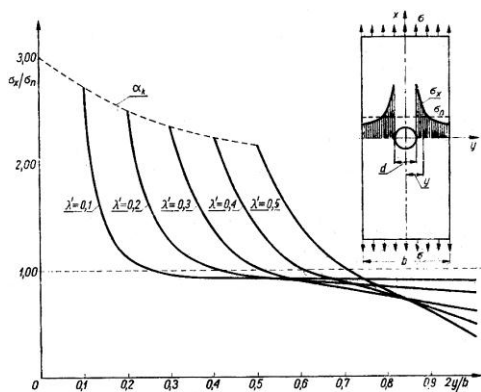
Концентрација се може минимизирати ублажавањем дисконтинуитета геометрије (нпр. постепеним преласком са једне димензије на другу). При томе треба бити обазрив да се постојеће стање не погорша. Врло често се концентрација напона минимизира одузимањем материјала. Следе примери одређивања фактора концентрације напона (Сл. 2.3) [44-48].



Слика 2.3 Примери одређивања фактора концентрације напона



Расподела напона око отвора у бесконачној плочи



Наставак слике 2.3 Примери одређивања фактора концентрације напона

2.3. Изводи из теорије еластичности [49-51]

Теорија еластичности представља једну од области Механике деформабилног тела, која дефинише везе између оптерећења, напрезања, деформација и померања код чврстог (деформабилног) тела. Сви материјали који се користе у конструкцијама показују до извесног степена еластичне особине, односно својство да им деформације настале услед деловања спољашњих сила нестају када се силе уклоне, ако силе нису прешле неку одређену границу. У разматрању ћемо претпоставити да је тело идеално еластично, хомогено, непрекидно и изотропно.

За потребе ове дисертације потребно је дати извод из Теорије еластичности који описује равно стање напона у дводимензионалном проблему.

Непознате величине које описују 2Д проблем равног стања напона било које тачке тела су вектори померања, деформације и напона који су дати у изразу 2.1а. Деформације индуковане у телу изражавају се преко померања u , v уз претпоставку да су деформације мале и да линеарно зависе од померања (израз 2.1б). Веза између деформације и померања у матричном облику је дата у изразу 2.1в. Једначина деформација-померање у матричном облику дата је у изразу 2.1в, где је са L означена матрица диференцијалних оператора.

$$\{f\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{Bmatrix}, \{\varepsilon\} = \{\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \gamma_{xy}\}^T, \{\sigma\} = \{\sigma_x \ \sigma_y \ \tau_{xy}\}^T \quad (2.1a)$$

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.1b)$$

$$\{\varepsilon\} = [L]\{f\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix}, [L] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (2.1b)$$

Пошто је тело континуално пре и после деформисања поље померања мора да остане континуално. Услови који обезбеђују континуалност називају се услови компатибилности дводимензионог проблема (израз 2.2а).

Једначине унутрашње равнотеже се обезбеђују из услова да је збир унутрашњих запреминских сила и прираштаја свих напона за одговарајуће осе једнак нули (Табела 2.1)

Веза између деформације и напона (Хуков закон) за линеарно еластично изотропно тело дата је у матричном облику у изразу 2.2б.

Еквивалентни напон који замењује сложено напрезање се у овој дисертацији рачуна према хипотези највећег специфичног деформацијског рада промене облика (Mises-Huber-Henki) дат је у изразу 2.2в.

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}, \quad \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x \partial y} = 0 \quad (2.2a)$$

$$\{\varepsilon\} = [C]\{\sigma\} + \{\varepsilon_0\}, \quad \{\sigma\} = [C]^{-1}(\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}) = [D]\{\varepsilon\} - \{\sigma_0\}$$

$$[C] = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & 0 \\ -\nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix}, \quad [D] = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}, \quad (2.2b)$$

где су C и D матрице еластичних коефицијената и матрица еластичности материјала, а ν Поасонов коефицијент

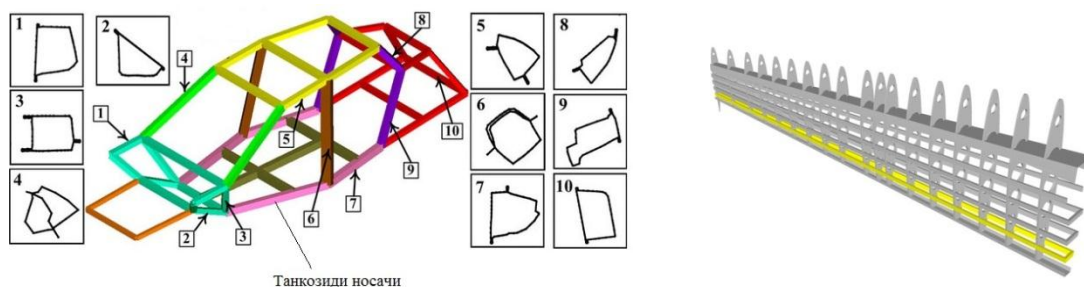
$$\sigma_{ek} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \quad (2.2b)$$

Табела 2.1 Једначине унутрашње равнотеже

	Једначине унутрашње равнотеже	Унутрашње запреминске силе	Напон
2Д проблем	$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + F_x = 0$ $\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + F_y = 0$	$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}$
Матрични приказ	$[L]^T \{\sigma\} + \{F\} = 0$	$\{F\}$	$\{\sigma\}$

2.4. Основни појмови танкозидих конструкционих елемената

У савременим конструкцијама или њиховим деловима, посебно у конструкцијама моторних возила, бродова, железничких вагона и њима сличним, у великој мери се користе танкозиди елементи (Сл. 2.4). Танкозидом конструкцијом или танкозидим елементом назива се конструкција или њен део, који је направљен од танких лимова спојених дуж њихових ивица [52-55].



Слика 2.4 Рам аутомобила и подсклоп крила авиона

Заједничка особина танкозидних елемената је то што обезбеђују велику крутост и чврстоћу при релативно малој тежини у поређењу са другим конструктивним елементима.

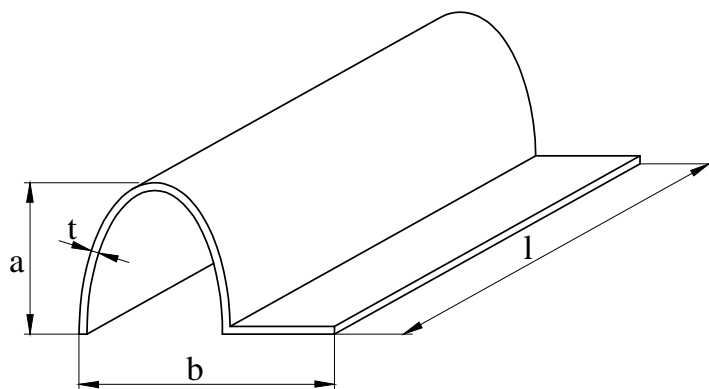
Танкозиди штап или танкозида греда је посебан прорачунски модел који је настао услед специфичности прорачуна поменутих конструкција или њихових елемената. Да би конструктивни елемент могао да буде назван штапом (линијски носећи елемент који трпи само подужно оптерећење или увијање), потребно је да му буде задовољен одређени однос карактеристичних попречних димензија и дужине (Сл. 2.5):

$$\frac{a}{l}, \frac{b}{l} \leq \left(\frac{1}{5} \div \frac{1}{10} \right), \quad (2.3)$$

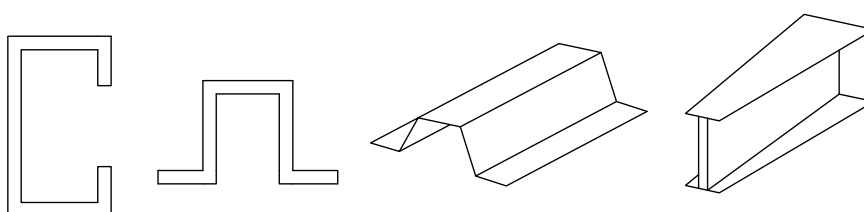
а да би тако дефинисан штап могао бити назван танкозидим, потребно је да му однос дебљине и карактеристичне димензије попречног пресека (Сл.2.5) буде [52-55],

$$\frac{t}{a}, \frac{t}{b} \leq \frac{1}{10}. \quad (2.4)$$

Тако дефинисан танкозиди штап се тада, довољно тачно, може приказати његовом средњом површи, а попречни пресек штапа његовом средњом линијом. Линијски носећи елемент изложен савијању назива се греда. На основу облика попречног пресека, танкозиде греде деле се на греде отвореног, затвореног и отворено-затвореног попречног пресека (Сл.2.6).



Слика 2.5 Танкозида греда



Слика 2.6 Танкозиде греде

2.4.1. Геометријске карактеристике отвореног попречног пресека

Поред геометријских карактеристика као што су:

A – површина попречног пресека, I_x, I_y, I_{xy} – аксијални и центрифугални моменти инерције за произвољне тежишне осе, у раду ће бити коришћене и [52-55]:

I_t – увојни момент инерције

$$I_t = \frac{\eta}{3} \sum b_i t_i^3, \quad (2.5)$$

b_i – дужина i – тог дела попречног пресека (Сл. 2.7),

t_i – дебљина i – тог дела попречног пресека (Сл.2.7),

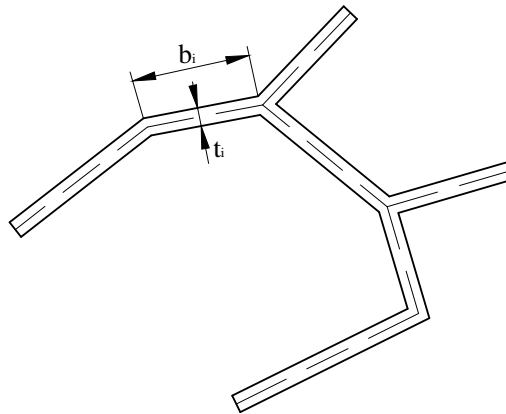
η – поправни коефицијент облика профила,

W_t – увојни отпорни момент

$$W_t = \frac{I_t}{t_{\max}}, \quad (2.6)$$

t_{\max} – највећа дебљина лима,

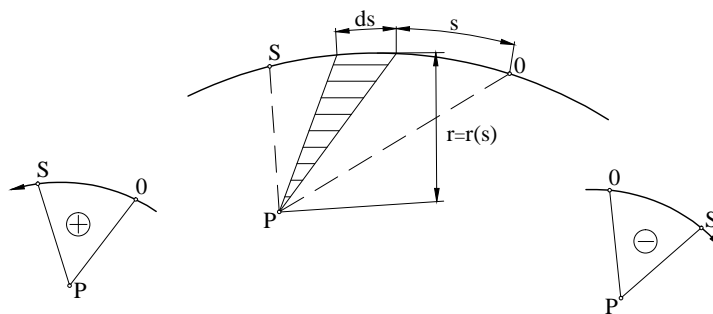
ω – главна секторска координата.



Слика 2.7 Танкозиди попречни пресека састављен од више правих делова

Секторска координата је геометријска карактеристика попречног пресека. Вредност главне секторске координате ω у произвољној тачки средње линије попречног пресека (Сл. 2.8), на одстојању s од почетне, главне нулте тачке O дефинисана је изразом [54,55]:

$$\omega(s) = \int_0^s r(s) ds. \quad (2.7)$$



Слика 2.8 Секторска координата

O – главна нулта тачка, негде на средњој линији,

P – главни пол, негде у равни попречног пресека,

\overline{PO} – почетни радијус, а \overline{PS} – радијус посматране тачке S .

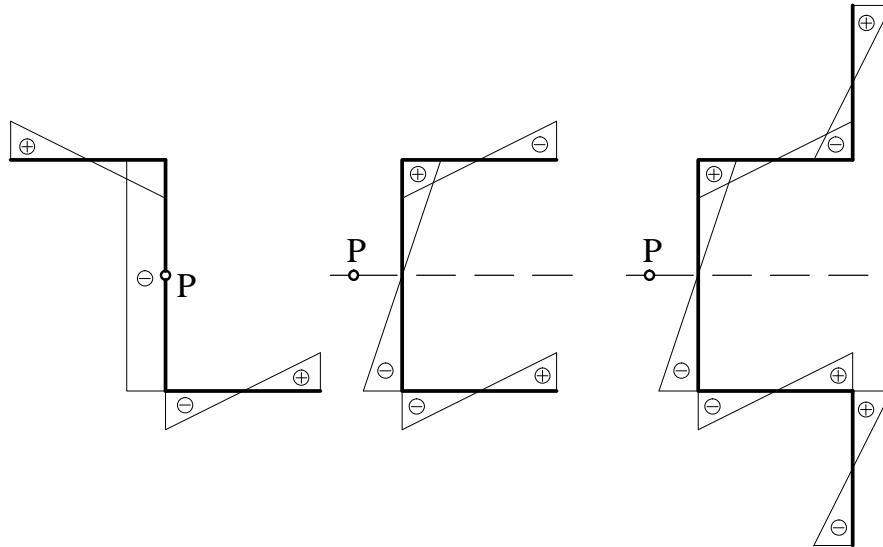
Секторске геометријске карактеристике дефинисане су секторском координатом (Сл. 2.9):

-секторски статички момент

$$S_{\omega} = \int_A \omega dA, \quad (2.8)$$

-секторски момент инерције

$$I_{\omega} = \int_A \omega^2 dA. \quad (2.9)$$



Слика 2.9 Дијаграми секторских координата за попречне пресеке облика отворених профила

2.4.2. Напони

2.4.2.1. Нормални напони σ

Нормални напони од савијања око главних тежишних оса [16, 55]

$$\sigma_X = \frac{M_X}{I_X} \cdot Y, \quad \sigma_{X \max} = \frac{M_X}{W_X} \quad (2.10)$$

$$\sigma_Y = \frac{M_Y}{I_Y} \cdot X, \quad \sigma_{Y \max} = \frac{M_Y}{W_Y} \quad (2.11)$$

M_X, M_Y – моменти савијања око главних тежишних оса X и Y ,

W_X, W_Y – отпорни моменти при савијању око главних тежишних оса X и Y .

Нормални напони од бимоментa

Ако у попречном пресеку танкозидог штапа постоје нормални напони у подужном правцу, уобичајено је да се пресечне силе (силе и моменти) дефинишу

преко нормалног напона. Аналогно томе, може се дефинисати и величина која се зове **бимомент** [52, 55]:

$$B = \int_A \sigma_z dA. \quad (2.12)$$

Ако у равни паралелној подужној оси носача делује концентрисани момент савијања (спрег) интензитет $M = F \cdot \Delta e$, као његова последица појавиће се у попречном пресеку носача бимомент једнак производу спрега M и растојања Δe равни дејства спрега M од подужне равни која пролази кроз центре смицања попречног пресека [55]. У случају истовременог деловања момента савијања M_x и M_y око главних тежишних оса X и Y на растојањима (a) и (b) од одговарајућих равни појавиће се бимомент:

$$B = -a \cdot M_x - b \cdot M_y. \quad (2.13)$$

У изразима који следе појављује се величина k која се назива савојно-увојна карактеристика танкозидог попречног пресека [55]:

$$k = \sqrt{\frac{GI_t}{\bar{E}I_\omega}}, \quad (2.14)$$

G – модул клизања,

GI_t – увојна крутост по јединици дужине, према чистом увијању,

$\bar{E}I_\omega$ – крутост по јединици дужине, према кривљењу (витоперењу)

попречног пресека

$$\bar{E} = \frac{E}{1-\nu^2}, \quad (2.15)$$

E – модул еластичности,

ν – Поасонов коефицијент,

за челик је $\bar{E} = 1,0989E$.

У случају греде дужине l која је једним крајем уклештена, а на чијем слободном крају делује концентрисани момент увијања, све тачке дуж

произвольне изводнице $s = s_0$ неће имати једнака померања што ће довести до деформација, напона и бимомената (ограничено, ометено увијање).

Бимомент је у том случају дефинисан преко следећег израза [55]:

$$B(z) = -M^* \cdot l \frac{Shk(l-z)}{klChkl}, \quad (2.16)$$

при чему је на месту уклештења

$$B_{\max} = B(0) = -M^* \cdot l \frac{Thkl}{kl}. \quad (2.17)$$

Нормални напон изазван бимоментом је тада

$$\sigma = \frac{B}{I_\omega} \cdot \omega, \text{ односно } \sigma_{\max} = \frac{B}{W_\omega}, \quad (2.18)$$

W_ω – секторски отпорни момент.

2.4.2.2. Напони смицања τ

У случају оптерећења концентрисаним моментом увијања на слободном крају конзоле, момент чистог увијања у произвољном пресеку z ће имати вредност:

$$M_t(z) = M^* l \left(1 - \frac{Chk(l-z)}{Chkl} \right), \quad (2.19)$$

при чему је на слободном крају

$$M_{t\max} = M_t(l) = M^* \left(1 - \frac{1}{Chkl} \right). \quad (2.20)$$

Напон смицања је

$$\tau = \frac{M_t}{I_t} \cdot t, \text{ односно } \tau_{\max} = \frac{M_t}{W_t}. \quad (2.21)$$

Еквивалентни напон

У случају сложеног напрезања, када се осим нормалних напона у прорачуну узимају у обзир и утицаји напона смицања, може се дефинисати еквивалентни напон [21,55]:

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_{\max}^2 + \alpha \tau_{\max}^2}. \quad (2.22)$$

Коефицијент $\alpha = 3$, ако се еквивалентни нормални напон рачуна по хипотези Hencky-Huber-Mises, односно $\alpha = 4$, ако се рачуна по хипотези Tresca.

2.4.3. Угао увијања и релативни угао увијања

Померање услед чистог увијања је угао заокретања попречног пресека.

Угао заокретања:

$$\theta = \frac{M_t l}{GI_t}. \quad (2.23)$$

Релативни угао заокретања (угао увијања):

$$\theta' = \frac{M_t}{GI_t}. \quad (2.24)$$

У случају оптерећења концентрисаним моментом увијања на слободном крају конзоле одговарајући изрази за θ и θ' су:

$$\theta(z) = \frac{M^* l}{GI_t} \left(\frac{z}{l} - \frac{Shkl - Shk(l-z)}{klChkl} \right), \quad (2.25)$$

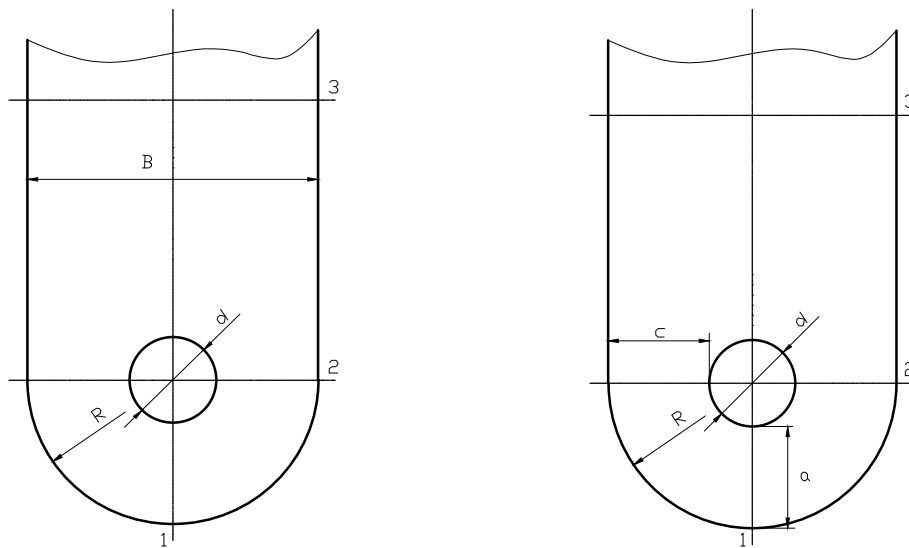
$$\theta_{\max} = \theta(l) = \frac{M^* l}{GI_t} \left(1 - \frac{Thkl}{kl} \right), \quad (2.26)$$

$$\theta'(z) = \frac{M^* l}{GI_t} \left(1 - \frac{Chk(l-z)}{Chkl} \right), \quad (2.27)$$

$$\theta'_{\max} = \theta'(z) = \frac{M^*}{GI_t} \left(1 - \frac{1}{Chkl} \right). \quad (2.28)$$

2.5. Прорачун ушке и прорачун ушки по DIN стандарду (DIN 18800) [56]

Геометрија ушке са отвором дата је на *Сл. 2.10*.



Слика 2.10 Ушка

Прорачун ушке

Нормални напон у пресеку 1-1 (Херцов притисак):

$$\sigma^{(1)} = \frac{F}{d \cdot t} \cdot \frac{4R^2 + d^2}{4R^2 - d^2} \quad (2.28)$$

Нормални напон у пресеку 2-2 (истезање и савијање ослабљеног дела ушке):

$$\sigma^{(2)} = \frac{F}{A} + \frac{M}{W} = \frac{F}{(B-d) \cdot t} + \frac{F(B+d)}{(B-d)^2 \cdot t} \quad (2.29)$$

Нормални напон у пресеку 3-3 (истезање пуног пресека ушке):

$$\sigma^{(3)} = \frac{F}{B \cdot t} \quad (2.30)$$

Површински притисак између осовине и ушке:

$$p = \frac{F}{d \cdot t} \quad (2.31)$$

Прорачун ушке DIN стандард (DIN 18800)

Одређивање димензија a према *Сл. 2.10*:

$$a_{\min} = \frac{F}{2 \cdot t \cdot \sigma_d} + \frac{2}{3}d \quad (2.32)$$

Одређивање димензије c према *Сл. 2.10*:

$$c_{\min} = \frac{F}{2 \cdot t \cdot \sigma_d} + \frac{1}{3}d \Rightarrow \sigma_d = \sigma^{(2)} = \frac{F}{2t \left(c_{\min} - \frac{1}{3}d \right)} \quad (2.33)$$

Дозвољени напон се израчунава према изразу 2.34.

$$\sigma_d = \frac{\sigma_{0,2}}{1,1} \quad (2.34)$$

$$F_{Rd} = t \cdot d \cdot \frac{\sigma_{0,2}}{1,1} \cdot 1,5 \quad (2.35)$$

$$\frac{F}{F_{Rd}} \leq 1 \quad (2.36)$$

$$F = F_{stat} \cdot 1,65. \quad (2.37)$$

2.6. Основни концепт методе коначних елемената

Статичка и динамичка анализа понашања разних конструкција се обично изводи коришћењем Методе коначних елемената (МКЕ). Квалитетна употреба методе коначних елемената захтева познавање теорије еластичности [44,11]. Основна идеја методе коначних елемената је проналажење решења компликованог проблема нумеричким методама. Континуална структура се идеализује поделом (дискретизацијом) са малим елементима правилног геометријског облика које називамо „коначним елементима“. Заједничка тачка

суседних елемената се назива „чвор“, односно чворна тачка. Она има особину да је померање свих суседних елемената у том чвору исто, односно понашање тог дела структуре је описано преко заједничког чвора. Понашање целе структуре, се тако, описује преко чворних тачака модела добијених подела.

У методи коначних елемената структура је састављена од потподела структурног елемента које називамо коначним елементима. Ови елементи су између себе повезани специфицираним тачкама који се називају „чворови“ или „чворне тачке“. Поље померања унутар структуре је непознато. Поље померања унутар коначног елемента се описује апроксимативним функцијама. Чланови апроксимативне (интерполационе) функције су дефинисани на основу вредности променљивих у чворовима елемента. Поље померања чворова добијамо из статичке једначине равнотеже разматраног модела. На основу поља померања одређује се деформација и напон коначних елемената [16].

Математичке основе МКЕ могу наћи у литератури [11-13].

Једначина статичке равнотеже глобалног система дата је изразом 2.38.

$$[K]\{\delta\} = \{F\}, \quad (2.38)$$

где су: $[K]$ – глобална матрица крутости, $\{\delta\}$ – глобални вектор померања, $\{F\}$ – глобални вектор оптерећења

Матрица крутости коначног елемента [11-13] за дводимензиони коначни елемент са равним стањем напона дефинисана је општим изразом 2.39.

$$[k]_e = \int_V [B]^T [D][B] dV, \quad (2.39)$$

где је $[B]$ - матрица везе деформације и глобалног померања

У дисертацији при моделирању ушки коришћен је дводимензиони коначни елемент плоче. Елемент плоче оптерећене у својој равни представља дводимензиони проблем (равно стање напона) описан детаљно у литератури из Теорије еластичности [48]. Матрица крутости таквог елемента је дат у изразу 2.42.

$$[k]_e = t \iint [B]^T [D][B] dA, \quad (2.42)$$

Матрица $[B]$ представља матрицу веза деформације и померања, а носи информације о функцијама облика и линеарним операторима, што спада у математичку формулацију методе коначних елемената.

У овом раду за решавање разматраних проблема методом коначних елемената коришћени су компјутерски програми КОМИПС и АВАQUS. КОМИПС омогућава моделирање и прорачун комплексних конструкција и проблема, одређивање стварне слике померања и напона, изналажење стварног понашања конструкције и њених елемената, поуздану прогнозу реаговања конструкције у експлоатацији, добијање елемената за одлучивање (режим рада, санација, реконструкција, ревитализација, оптимизација, потврђивање избора варијантног решења), одређивање узрока лошег понашања или попуштања конструкције, процену експлоатационог века и времена поузданог рада конструкције [57,58]. Поред КОМИПС-а, у дисертацији је коришћен и програм АВАQUS. КОМИПС нема опцију дефинисања контакта, а АВАQUS има.

3. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНЕ МЕТОДЕ ИСПИТИВАЊА КОНСТРУКЦИЈА

Експериментално испитивање конструкција или њихових модела је једна допунска могућност да се дође до поузданих података о стању напона, деформација или померања, као података који су неопходни за анализу конструкције. Смисао примене експерименталних метода је у изналажењу једне од три поменуте групе величина, компонената напона, компонената деформације и компонената померања у произвољној тачки тела експерименталним путем. Ако је било која од три групе величина добијена експериментално, онда је лако да се познатим једначинама Теорије еластичности или Отпорности материјала нађу и остале две групе, уз услов да су познате механичке карактеристике материјала.

Методама експерименталне анализе омогућава се добијање низа података важних за анализу конструкције, за оцену њене носивости или стабилности, посебно у односу на дејство локалних концентрација напона, стварања пластичних подручја, механизам лома, као и на утицај промене механичких карактеристика зависно од времена и температурних промена. Експерименталне методе добијају свој пуни значај у случајевима када се због сложености проблема јављају тешкоће при теоријском, па и нумеричком решавању задатака. Посебан значај имају те методе у случајевима када се на конструкцији јављају неки сингуларитети, изражене концентрације напона (услед зареза, наглих промена облика, деловања концентрисаних сила и сл.), које су често биле узрок разним хаваријама у машинству и грађевинарству и неким другим гранама техничке праксе [3].

Методе експерименталних испитивања конструкција могу се примењивати на оригиналним конструкцијама или на њиховим моделима у лабораторијским условима [3].

3.1. Преглед постојећих метода експерименталних испитивања конструкција

Методе експерименталних испитивања конструкција могу да се сврстају у неколико основних категорија. То су: екстензометријске методе, оптичке методе и посебне методе. У посебне методе спадају метода кртих лакова, метода Моаре,

интерферометрија и холографија, које се неће разматрати и примењивати у овој дисертацији У наредном тексту даје се кратки информативни преглед најзначајнијих од тих метода..

3.1.1. Електроотпорна мерна трака [3]

Електроотпорна мерна трака мери деформацију оптерећеног елемента променом отпора у танкој бакарној жици. У овој дисертацији је коришћен сензор за мерење оптерећења (типа S beam) који ради на овом принципу.

3.1.2. Метода фотоеластичности [3]

Методом фотоеластичности добија се слика стања напона користећи оптичку активност неких провидних пластичних маса да у оптерећеном стању постају оптички анизотропне. Експериментална испитивања се врше на моделу који одговара тој реалној конструкцији. На овој методи се заснивају савремене развијене оптичке методе мерења деформације и напона.

3.1.2.1. Оптичко мерење померања дигиталним камерама

Оптичко мерење померања дигиталним камерама представља најсавременију методу која је заснована на корелацији дигиталних слика DIC (engl. Digital Image Correlation). Ова техника укључује дигитализацију припремљене мерне површине сликаног објекта пре и после дејства оперећења, тј. деформисања. Овом методом може се добити понашање дела конструкције, уз илустрацију градијента промене деформације и конкретних вредности деформације у критичним зонама (места концентрације напона) [60-64]. Ово је посебно битно за места наглих геометријских промена, где је најчешће повећан напон и из тог разлога интересантан за мерење. На таквим прелазима деформацију је скоро немогуће измерити класичним методама мерења, пре свега због чињенице да је тешко прићи самој локацији, која је обично много мања од самог сензора.

Све промене почетних тачака или малих површина на сликама се пореде са претходним сликама у низу, коришћењем корелационих функција, до проналажења што приближније сличности. Сваки пиксел на слици има своју нумеричку вредност и поређењем слика пореде се низови тих вредности. Техника корелације дигиталних слика је нашла широку примену у експерименталној механици [60]. DIC у механици је први пут коришћена 1982. за мерење деформација малих вредности [65]. Од тада до данас, ова метода се развила и постала популарна као систем за анализу померања и деформација за мерне објекте који захтевају бесконтактна и високо сензитивна мерења [66, 67, 68-70].

Софтвер Aramis [61] и опрема за снимање представља комерцијални систем за оптичку анализу деформација/померања. Aramis врши, кроз низ слика, превођење промена координата пиксела у векторе померања.

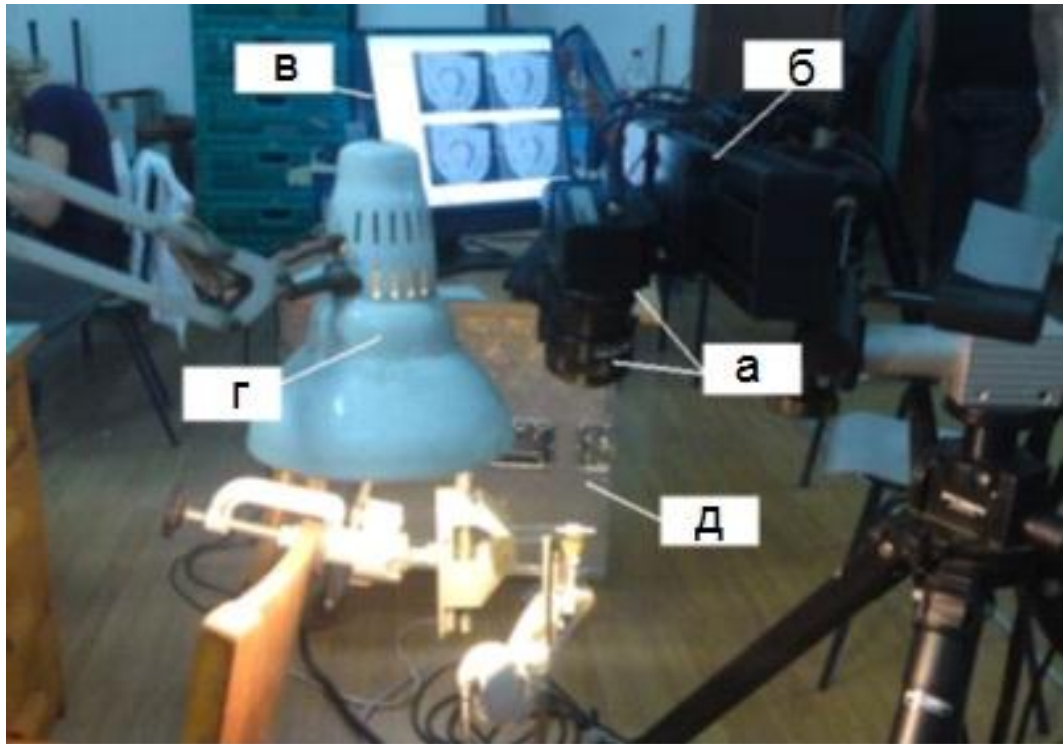
3.1.2.2. Оптички мерни систем ARAMIS

Оптички мерни систем ARAMIS приказан је на *Сл. 3.8.*



Слика 3.8 Aramis систем [61]

Опрема за експерименталну оптичку анализу деформација/померања састоји се из програмског пакета Aramis, сензорске јединице, постоља, рачунар, светла и управљачке кутије (Сл. 3.9). Опрема је производ фирме GOM [62].



Слика 3.9 Поставка за оптичку анализу деформација/померања:
а) камере; б) постоље; в) рачунар; г) светло; д) управљачка кутија [68]

Потребни корци за извођење процедуре при мерењу [68]:

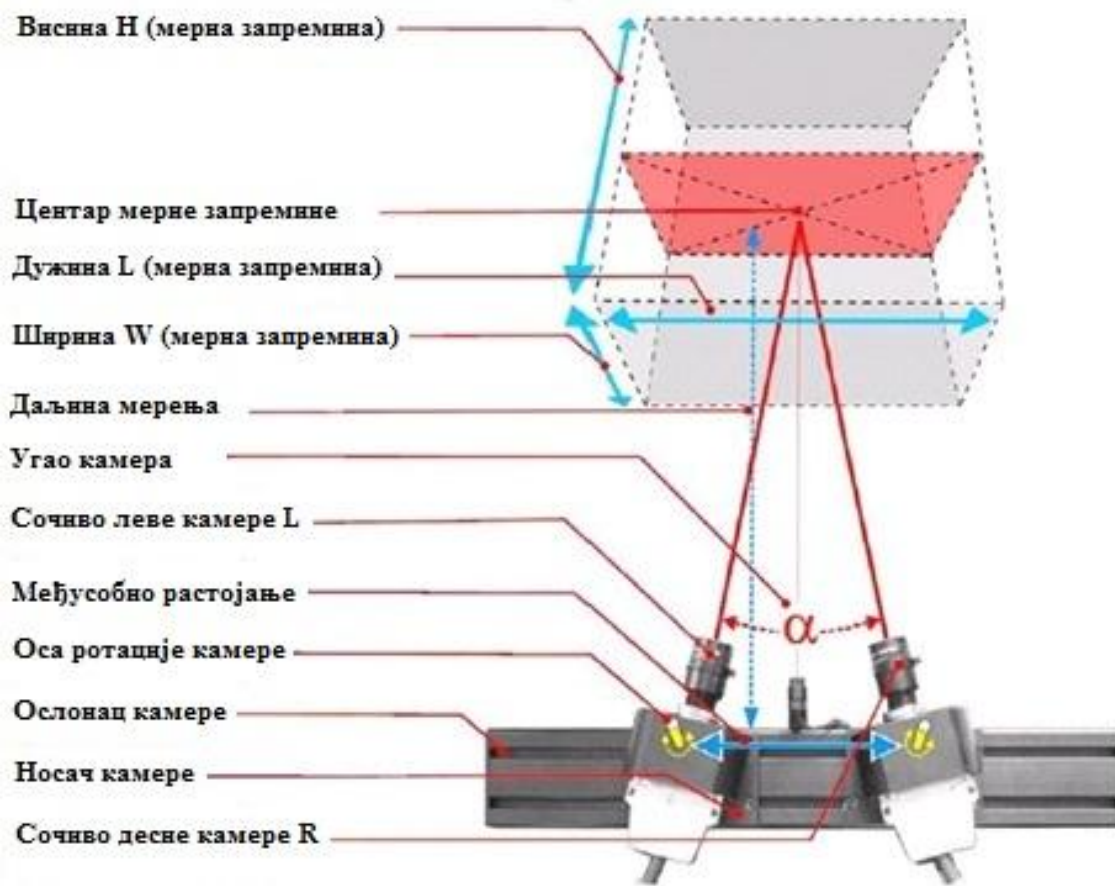
- пре почетка мерења потребно је дефинисати димензије мерног објекта, тако да се мерни објекат налази унутар дефинисане мерне површине у свим корацима деформисања,
- припрема узорка,
- калибрација мерне површине,
- дефинисање његових параметара (мале површине, опсег деформација, кључне речи, параметри корака,...),
- подешавање начина снимања слика,
- снимање слика током мерења.

Програм Agamis [68] захтева дефинисање потребних информација за обраду слика и извршава обраду и анализу слика кроз следеће кораке:

- дефинисање прорачунског оквира у сликама за мерење,
- дефинисање почетлизане тачке за поступак прорачуна,
- прорачун пројекта,
- избор приказивања резултата,
- трансформације координатног система,
- претпроцесирање података ради уклањања сметњи при мерењу, интерполирање недостајућих 3D тачака, наглашавање локалних утицаја итд,
- дефинисање елемената за анализу пресека и тачака у корацима,
- документовање резултата (извештаји, приказивање у другим софтверима,...).

Дефинисање мерне површине

Мерна површина представља анализирано поље померања и деформација и мора да се налази унутар мерне области у сваком тренутку снимања. У зависности од величине мерне површине и расположивих сочива, одговарајућа мерна област се може изабрати из таблица по упутству произвођача [63, 68]. Изабраном мерном површином одређује се растојање између сензорске јединице и мерног узорка (Сл. 3.10). За различите димензије мерних површина потребно је обезбедити одговарајућа сочива за сензорску јединицу.



Слика 3.10 Сензорска јединица и запремина мерења [67]

Пре употребе система, неопходно је подешавање сензорске јединице, односно потребно је извршити хардверску калибрацију система. Потребно је подесити угао између сочива, фокус и бленду. Потом се цео систем калибрише уз помоћ калибрационих плоча или крстова. Када се калибрацијом успешно подеси запремина мерења, може се почети са експерименталним мерењима.

Припрема мерне површине

Структура површине је веома важна при припреми мерне површине и реализације мерења. Површина узорка мора да задовољи следеће захтеве:

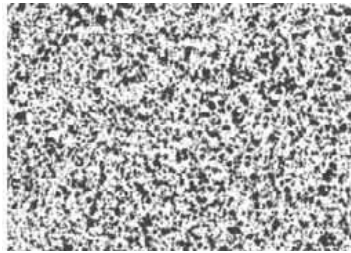
- површина мерног објекта мора имати нанету fino дисперговану боју, како би се јасно дефинисали пиксели на сликама снимљеним камерама. Из тог разлога, област пиксела на референтној слици може бити додељена одговарајућој области пиксела на наредној слици,

- нанета диспергована боја мора пратити контуру мерне површине, не сме се разливати и ломити,
- оптимална површина је релативно равна. Изразито храпаве површине могу направити проблем при одређивању малих површина и прорачуна 3D тачака,
- нанета диспергована боја на узорку мора да има добар контраст, јер у супротном додељивање пиксела неће бити успешно,
- нанета диспергована боја на површини мора бити мат, како би се елиминисала појава рефлексije. Рефлектована светлост изазива лош контраст и разлику у осветљењу између леве и десне камере, која није пожељна и даје лоше резултате при прорачуну малих површина у областима где се она јавља,

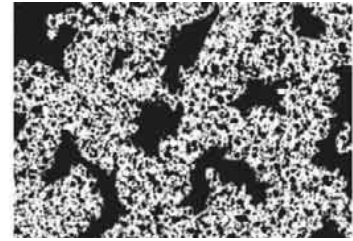
Са једне стране, величина фино диспергованих тачака мора бити довољно мала да омогући фини распоред малих површина током прорачуна, а са друге стране мора бити довољно крупна да би у потпуности била препознатљива за камере. Најбоље су стохастичне шаре које су прилагођене контролној површини, резолуцији камере и величини малих површина. У зависности од задатка мерења и услова у којима се одвија мерење користе се различити лакови и боје у спреју. Мерна површина се мора прво очистити од нечистоћа (без трагова масти, уља) како би се нанела стохастичка шара. У првом кораку потребно је нанети белу мат боју. Као други корак, потребно је нанети црни стохастично дисперговани слој чиме се добија погодна површина за мерење – шара. Мање мерне површине захтевају финију шару од већих мерних површина. Да би се проверило да ли је постигнута одговарајућа шара за одређену мерну површину, потребно је добијену шару упоредити са референтним шарама препорученим од стране произвођача.



Непогодна стохастичка шара ниског контраста



Добра стохастичка шара високог контраста



Непогодна стохастичка шара високог контраста са великим тачкама

Слика 3.11 Примери лоших и добрих стохастичких шара [61].

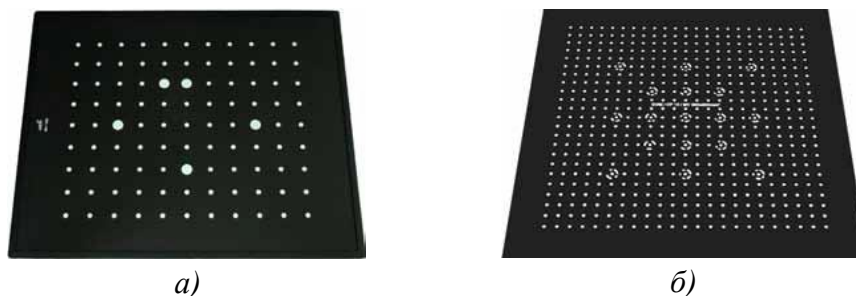
Калибрација система

Калибрација је процес обезбеђивања димензионе конзистенције система за мерење. Калибрација се врши уз помоћ калибрационог тела, које у зависности од димензија мерне површине може бити плоча или крст. Калибрационе плоче се користе за мале, а калибрациони крстови за велике мерне површине [63, 68]. Када се калибрацијом успешно подеси површина мерења, може се почети са експерименталним мерењима [71]. Успешност калибрације директно утиче на резултате мерења.



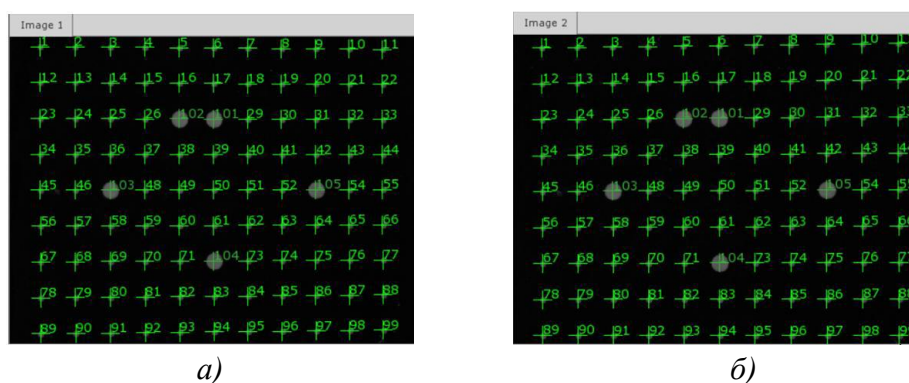
Слика 3.12 Калибрација система [72]

Цео систем је изузетно осетљив, па и минимална померања камера, сензора, сочива, промене осветљења, нивоа контраста на мерној површини, успешност калибрације, ниво резолуције камера у односу на мерну површину, квалитет дисперзије контраста (тамних тачкица на белој површини) па и грешке саме методе корелације могу пореметити процес мерења [73-77]. На *Сл. 3.13a* приказана је калибрациона плоча коришћена у оквиру овог рада.



Слика 3.13 Изглед калибрационих плоча: а) са једном референтном дужином, б) са две референтне дужине [75]

Поступак калибрације се састоји из 13 корака (дефинисано од стране произвођача), при чему за исправну калибрацију софтвер мора да препозна у сваком кораку референтне тачке на калибрационој плочи. Један од параметара успешне калибрације је да систем препозна и нумерише референтне тачке на калибрационој плочи у сваком кораку (*Сл. 3.14*).



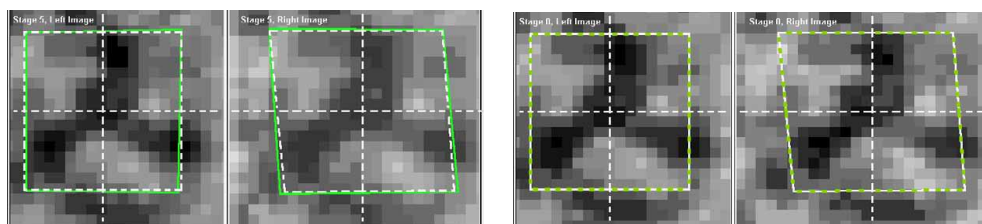
Слика 3.14 Нумерација тачака у току калибрације: а) лева камера, б) десна камера [74]

Калибрацију треба урадити пре првог мерења. Ако се подешавање сочива или позиција камера једне у односу на другу мења, систем захтева да буде калибрисан поново. Трећи случај када поново треба калибрисати систем је када се исти декалибрисао, а што се може уочити присуством жутих тачака на сликама после прорачуна (поље треба да буде зелено).

Калибрацију представља низ слика калибрационог објекта, на којима се мења положај објекта у односу на камере на начине како захтева калибрациона процедура. Софтвер у сваком кораку препознаје и нумерише референтне тачке на калибрационој плочи. Да би калибрација могла да се сматра успешном, одступање мора да буде између 0,01 и 0,04 пиксела. Одступање калибрације је израчунато као одступање свих тачака током процеса калибрације [77].

Дефинисање величине „малих површина“

Мерење се заснива на томе да систем посматра површину узорка (са стохастичком шаром) короз различите стадијуме деформисања, кроз маску која се састоји од „малих површина“ (фазета, пиксела). Величина пиксела се може мењати у зависности од захтева мерења. Уобичајена „мала површина“ од 15x15 пиксела и корака између, од два пиксела преклапања, је оптимално решење између тачности резултата и времена прорачуна. На *Сл. 3.15* приказана је промена „мале површине“ пре и после деформисања, где је зеленом линијом приказано деформисано стање [77].



Слика 3.15 Промена мале површине пре и после деформисања [74]

Увек се мора дефинисати почетна тачка. Почетна тачка је „мала површина“ од које почиње упоређивање и прерачунавање осталих. На основу њеног положаја софтвер зна позицију осталих тачака, а у идентификацији тачака помаже

стохастичка шара, која мора бити ситнија од величине саме „мале површине“. Када софтвер заврши прорачун координата свих тачака у једном кораку, прелази на следећи корак [77].

Белом испрекиданом линијом је приказано недеформисано стање, а на основу углова зелене линије малих површина и резултујућих центара систем одређује дводимензионалне координате малих површина (Сл. 3.15). На основу координата „мале површине“ посматране кроз леву камеру и „мале површине“ посматране кроз десну камеру добијамо заједничке тродимензионалне координате. Након успешног прорачуна, подаци пролазе процедуру процесуирања, а измерени резултат је доступан у тродимензионалном приказу.

Облик „мале површине“ (квадрат, правоугаоник и четвороугао) утиче на мерење. Квадратне и правоугаоне мале површине у нултом кораку су увек сложене тако да одговарају орјентацији X-Y на дводимензионалној слици [74]. За мерење деформација, где је узорак изложен малим деформацијама, потребно је користити правоугаони облик мале површине.

Дефинисање почетне тачке

За прорачун малих површина у свим корацима дефинисане су почетне тачке. Могуће је користити и више различитих почетних тачака у једном пројекту мерења, али у општем случају почетна тачка се односи на исту малу површину у свим корацима. При одабиру почетних тачака посебна пажња је посвећена томе да унутар мале површине буде одговарајућа шара, и да позиција почетних тачака не улази у поље највећих померања, како оне не би напустиле видно поље једне од камера у свим корацима снимања. Софтвер омогућава три различита начина за дефинисање почетних тачака:

- ручно или полуаутоматско дефинисање почетне тачке,
- аутоматско дефинисање почетних тачака,
- дефинисање сложених тачака.

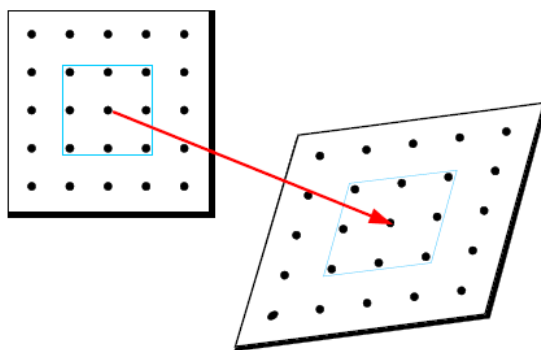
Почетне тачке за мерна места цилиндричне посуде са прикључцима су постављене полуаутоматски у зони најмањих деформација.

Прорачун деформације

За прорачун деформације Арамис користи две методе, прорачун линеарне деформације и прорачун параметарском методом деформације. У овој дисертацији коришћен је прорачун методом линеарне деформације, који се користи код већине мерења, која се изводе применом овог система. Изузетак представља потреба за одређивањем деформација у областима великих геометријских дисконтинуитета на узорцима, када се користи прорачун параметарском методом деформација.

Метода линеарне деформације

На Сл. 3.16 су приказани делови узорка у деформисаном и недеформисаном стању. У овом примеру узета је у обзир деформација мерне тачке (црвена стрелица) заједно са околним тачкама (плави четвороугао). Деформација се одређује у вези са околним мерним тачкама које директно проистичу из малих површина. Предности ове методе су: брзи прорачун деформација, мале сметње при мерењу, стварне тачке су референтне локације за деформацију. Мане које се јављају применом ове методе огледају се у томе што је тешко одредити деформацију за кривине малих радијуса, које су мање или једнаке величини мале површине. Важно је да плави четвороугао нема велико закривљење, јер у супротном настаје неодговарајућа површина за прорачун деформације, што захтева примену друге методе прорачуна.

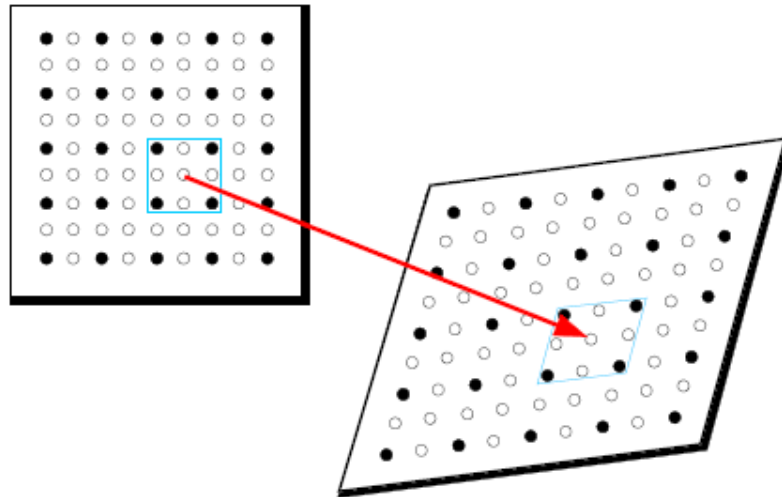


Слика 3.16 Графички приказ принципа линеарне методе прорачуна деформације [74]

При методи линеарне деформације најзначајнији параметар је прорачунска величина поља, која подразумева број околних тачака око тачке прорачуна деформације. Најчешће коришћена вредност за величину поља је и најмања могућа, а то је три. Ово значи да се тродимензионално поље мерних тачака величине 3x3 користи да би се израчунала вредност деформације средишње тачке. Ова величина поља је нарочито корисна за одређивање локалних деформација. Са повећањем величине поља долази до смањења шума при снимању, а у граничним областима се могу одредити и мање деформације. Уколико не постоје све суседне мерне тачке око средишње тачке, прорачун деформације средишње мерне тачке се опет може израчунати. Број неопходних суседних мерних тачака које морају да постоје да би се извео прорачун се одређује софтверски. Најчешће се поставља услов да мора постојати минимум 55 % суседних тачака.

Параметарска метода за прорачун деформације

На *Сл. 3.17* приказан је изглед недеформисаног и деформисаног стања. Црне тачке на слици представљају мерне тачке које проистичу директно из малих површина, док су беле тачке добијене интерполацијом из црних тачака користећи параметарску функцију. У овом случају, при прорачуну деформација узимају се у обзир и вредности белих тачака. Предност ове методе је одговарајућа вредност добијене деформације у свим случајевима облика узорка. Мане ове методе су дуже време прорачуна деформација услед већег броја тачака, већи ниво шума при мерењу и то што интерполиране тачке представљају референтну локацију за прорачун деформација [74].



Слика 3.17 Графички приказ принципа параметарске методе прорачуна деформација [74]

4. ПРОРАЧУН СТРУКТУРНИХ ЕЛЕМЕНАТА

4.1. Увод у прорачун

Софтверски пакет КОМИПС (Компјутерско моделирање и прорачун структура), који је коришћен за прорачун, развијен је на Машинском факултету у Београду у оквиру докторске дисертације [78].

Прорачун обухвата израчунавање померања, напона и апсолутне енергије деформисаног модела.

Апсолутна енергија деформисања [Nmm] је коришћена ради ближег описивања и разумевања проблема концентрације напона пошто у себи везује две физичке величине (деформисање и оптерећење).

Због симетрије модела и оптерећења код еталон ушке **U5** биће разматрана само једна четвртина елемента.

Модел је креиран тако да се састоји од два типа коначних елемената: типа плоче и штапа (Сл. 4.1). На моделу штапови заклапају жељене углове контакта од 180° , 162° , 126° , 90° , 54° и 36° (Сл. 4.1). У свим прорачунским моделима штапови који описују контакт су оптерећени на притисак. Осовиница (плоча велике дебљине) има велику крутост.

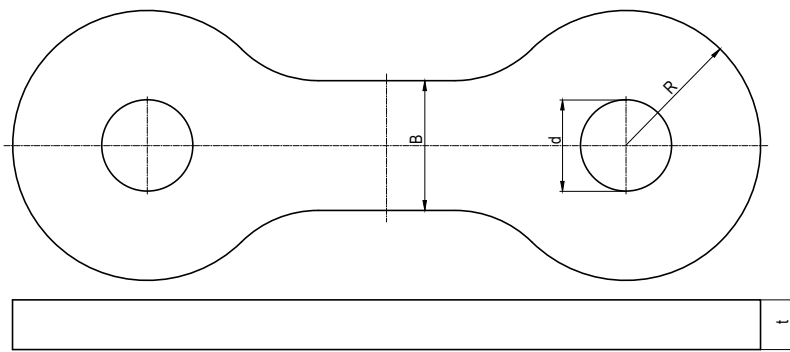
4.2. Прорачун еталон ушке (U5) са ознаком $dxRxVxt = 18x27x26x10 \text{ mm}$

У овом поглављу је дефинисана густина мреже коначних елемената, анализирана потреба за површинским и запреминским моделом и извршена је упоредна анализа.

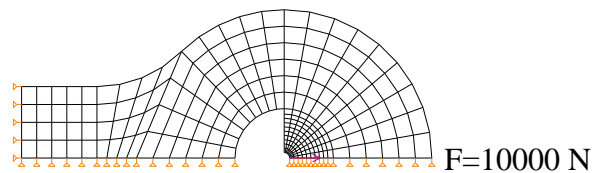
У оквиру истраживања разматрани су 2Д и 3Д модели ушке U5 креирани у КОМИПС-у, да би се усвојио модел за даљи прорачун. Ушка U5 је узета случајним избором. Такође, варирана је и густина мреже коначних елемената и анализирани су добијени резултати напонског и деформацијског поља као и апсолутне енергије деформисања. Модел 0 је креиран тако да се састоји од ушке (континуални површински KE), осовине велике крутости и еластичних штапова преко којих се остварује контакт између осовине и ушке. Аксијална сила је унета преко осовине (Сл. 4.1 Модел 0), а њен интензитет је 10000N.

Прво је креиран Модел 1 (Сл. 4.1) са грубом мрежом коначних елемената (девет подела по четвртини круга отвора ушке). Након тога креирани су модели са ситнијом (гушћом) мрежом коначних елемената и приказани су као Модел 2, Модел 3 и Модел 4 (Сл. 4.1). Циљ је био да се усвоји број подела на мрежи коначних елемената за даљи прорачун.

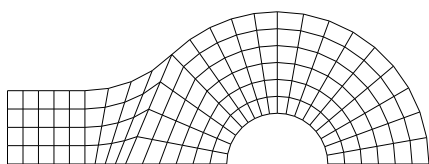
Треба нагласити, да су моделу задати гранични услови тако да су онемогућене ротације тачака око све три осе и транслација у правцу z осе. Тачкама које се поклапају са уздужном осом омогућена је само транслација по x осе, док су тачкама које се поклапају са вертикалном осом ушке, онемогућено померање по x осе.



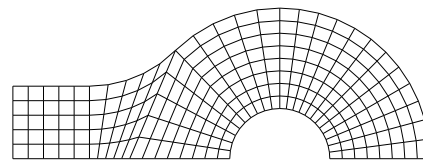
Еталон ушка ознаке $dxRxVxt = 18x27x26x10$ mm



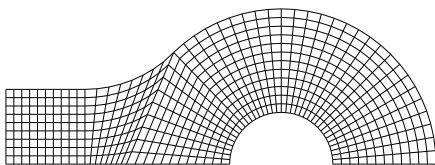
Рачунски модел: мрежа модела 1, гранични услови осањања и оптерећења



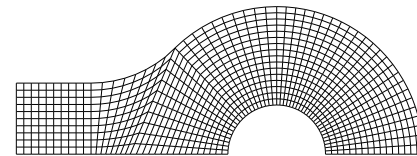
Мрежа модела 1



Мрежа модела 2



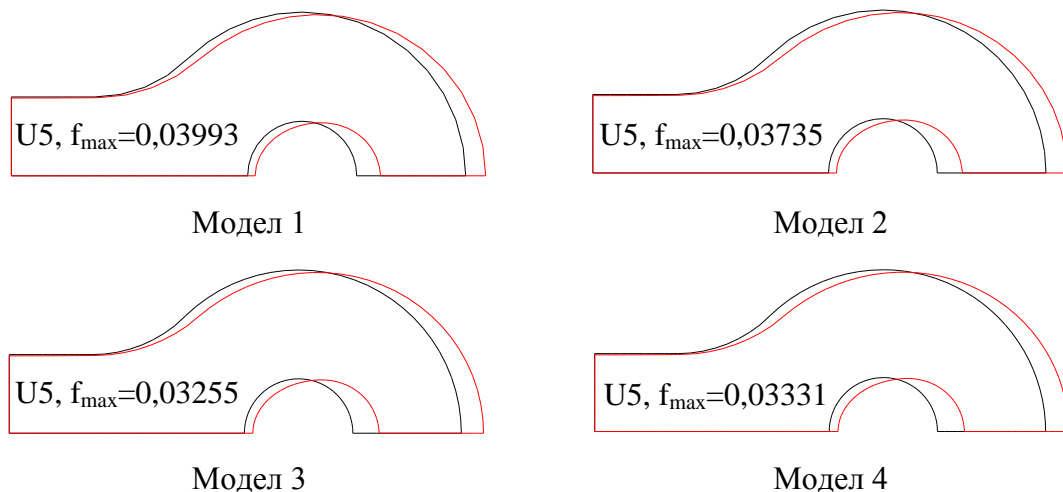
Мрежа модела 3



Мрежа модела 4

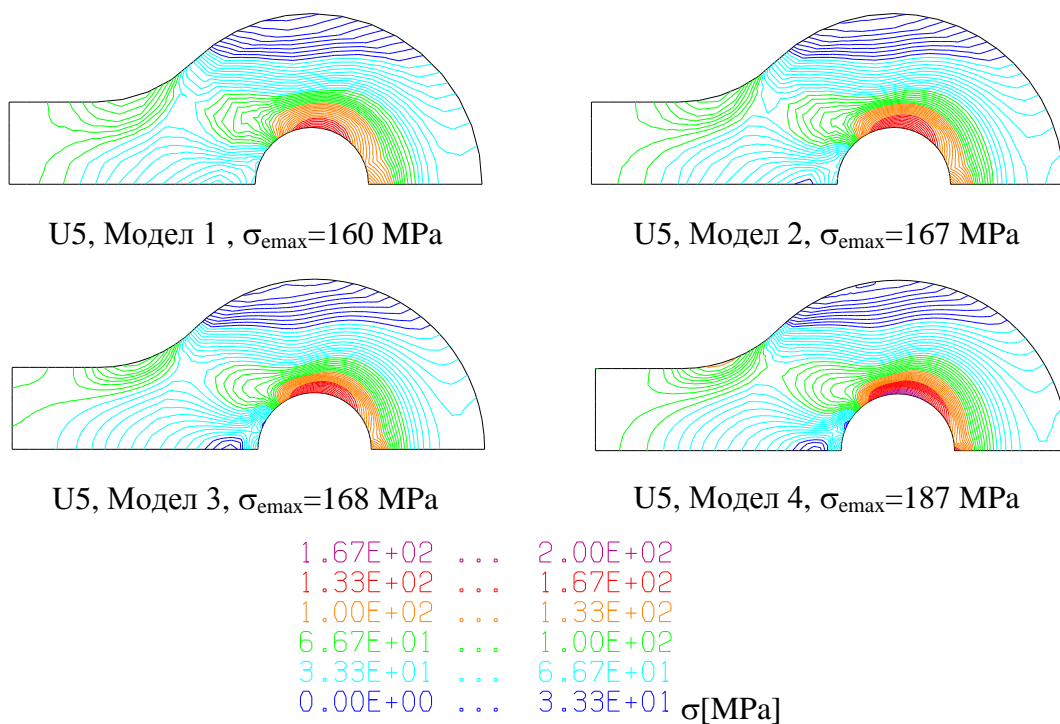
Слика 4.1 Еталон ишка (U5) и рачунски модели

На Сл. 4.2 приказана су померања модела ушке U5 у зависности од густине мреже коначних елемената, за претходно наведене моделе у програмском пакету КОМИПС.

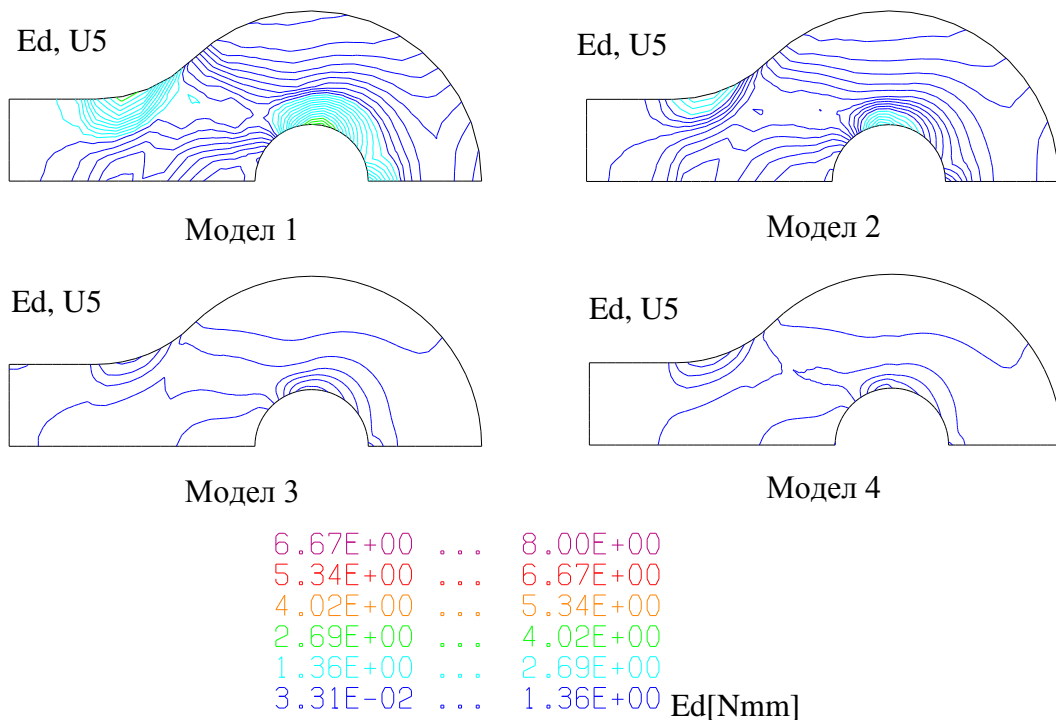


Слика 4.2 Деформисани облик модела еталон ушке, максимално померање [mm]

На Сл. 4.3 и Сл. 4.4 приказано је напонско поље модела ушке U5 (Von Mises-ов еквивалентни напон) и апсолутна енергија деформисања у зависности од густине мреже коначних елемената у програмском пакету КОМИПС.



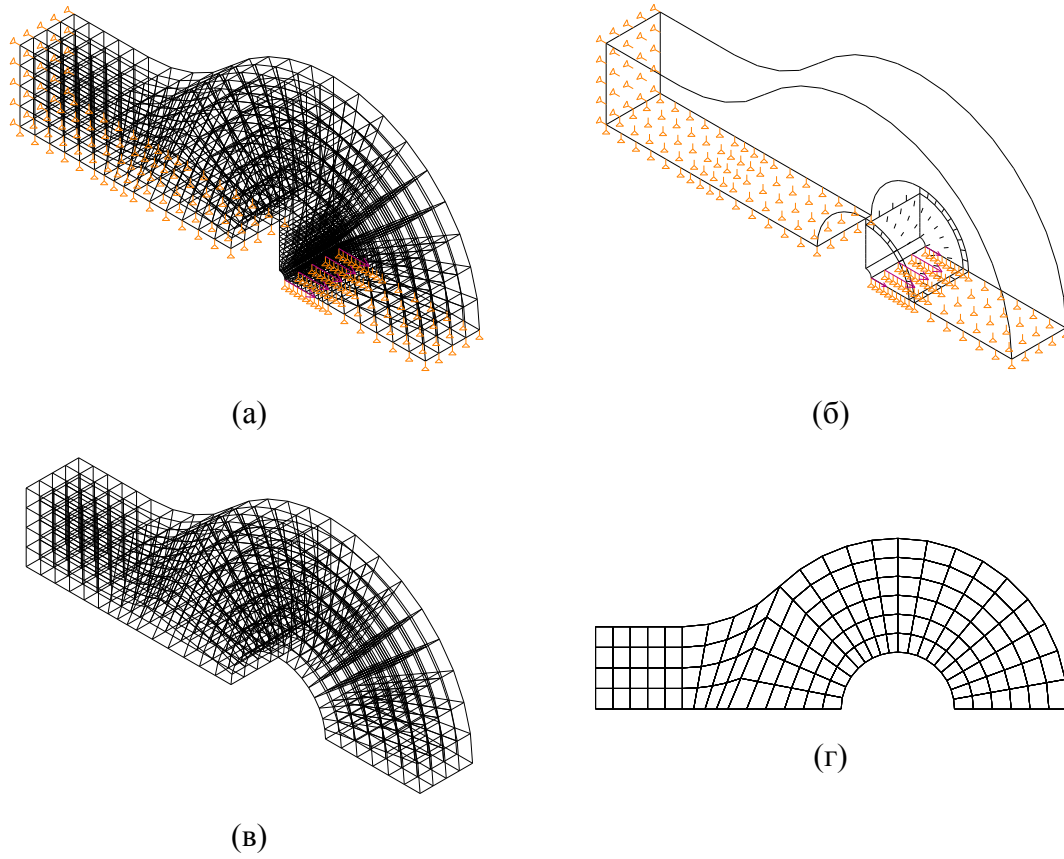
Слика 4.3 Приказ напонског поља (σ) модела еталон ушке



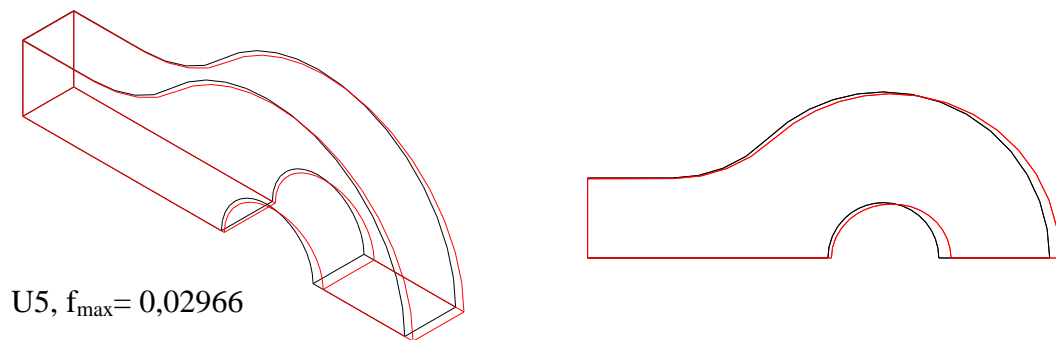
Слика 4.4 Приказ напонског поља (σ) и апсолутне енергије деформисања (E_d) модела еталон ушке

После површинских модела, приступило се испитивању запреминских модела применом методе коначних елемената, што је приказано на *Сл. 4.54*. Код запреминског модела није варирана густина мреже коначних елемената, јер то није био циљ. Одговарајуће деформације и напонско поље за запремински модел су приказани на *Сл. 4.6* и *4.7*.

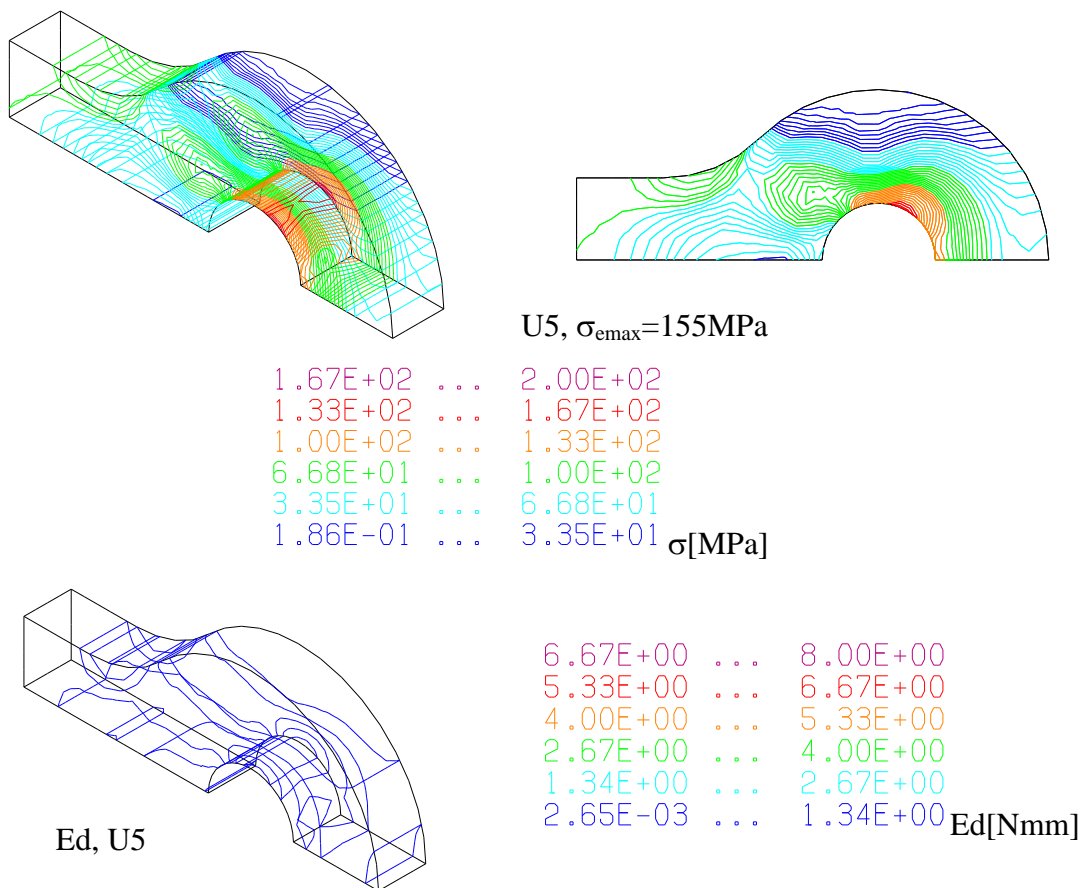
На *Сл. 4.5* приказан је запремински модел еталон ушке U5 модела 1. На *Сл. 4.5a* и *б* приказани су модели ушке са граничним условима и оптерећењем, док је на *Сл. 4.5в* и *г* приказана ушка са мрежом коначних елемената у изометрији (*в*) и фронталној пројекцији (*г*). Оптерећење (аксијалне силе) је унето преко осовине која се ослања на ушку преко еластичних штапова (*Сл. 4.5 а* и *б*). Збир аксијалних сила има интензитет је 10000 N.



Слика 4.5 Запремински рачунски модел ушке



Слика 4.6 Деформисани облик модела са максималним померањем у [mm]



Слика 4.7 Приказ напонског поља (σ) и апсолутне енергије деформисања (Ed)

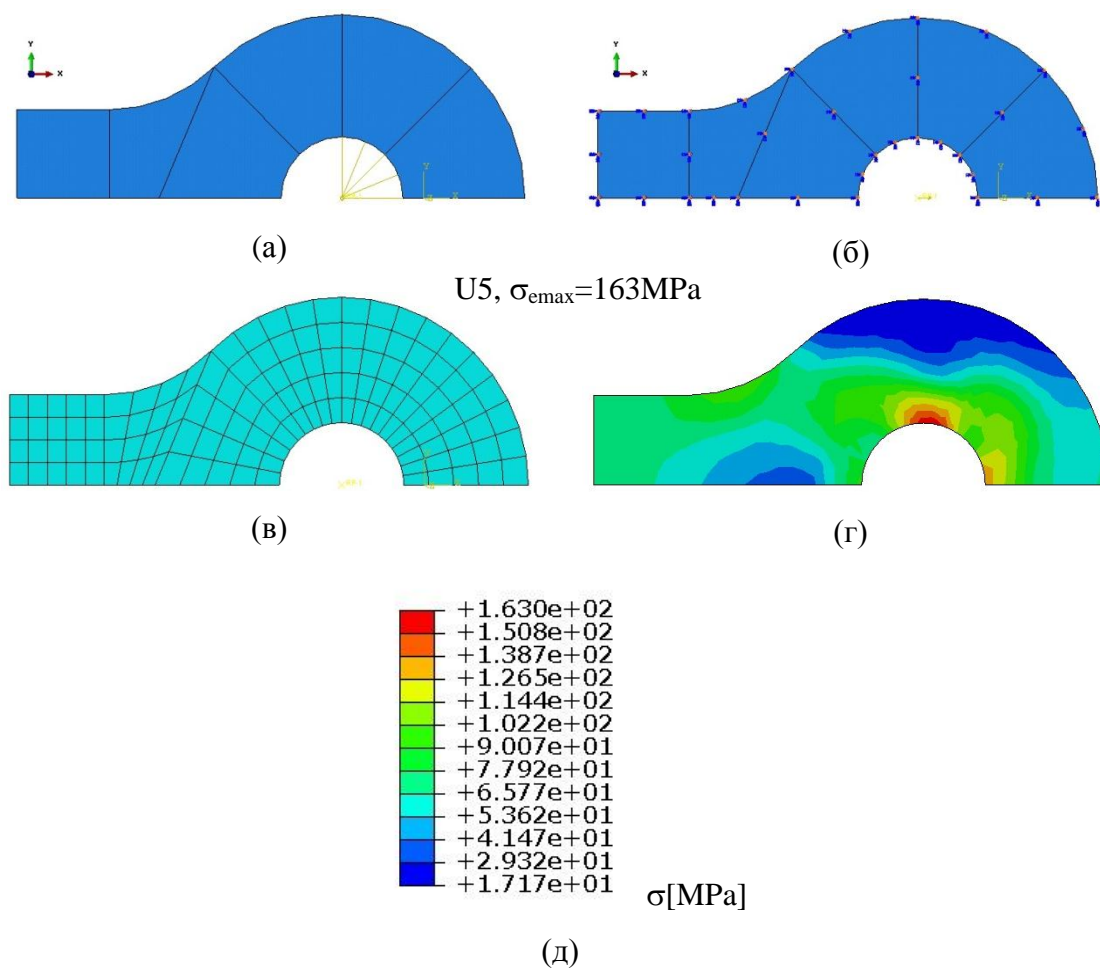
На претходним сликама разматрани су површински и запремински модели ушке U5 креирани у КОМИПСУ, да би се усвојио модел за даљи прорачун. Такође варирана је и густина мреже коначних елемената.

Закључено је да је оптимална подела од 9-10 коначних елемената по четвртини круга отвора ушке и да нема потребе за запреминским моделом, зато што се добију слични резултати површинским моделом, а далеко је једноставнији за рад. Аксијално оптерећење је унето преко штапова, преко којих се остварује контакт. Аксијална сила је $F=10000\text{N}$.

На Сл. 4.8 приказан је исти модел ушке U5 са истом поделом, ограничењима и оптерећењем у програмском пакету ABAQUS. Разликује се само у томе што ABAQUS има имплементиран модул за унос и расподелу оптерећења (еластични штапови Сл. 4.8).

На Сл. 4.8а приказан је модел ушке U5 са одговарајућим примитивима типа плоче. На Сл. 4.8б приказан је модел са граничним условима и оптерећењем који

си исти као у софтверу КОМИПС. На Сл. 4.8в приказана је мрежа коначних елемената, док је на Сл. 4.8г и д приказана је расподела Von Mises-овог напона и одговарајућа скала.



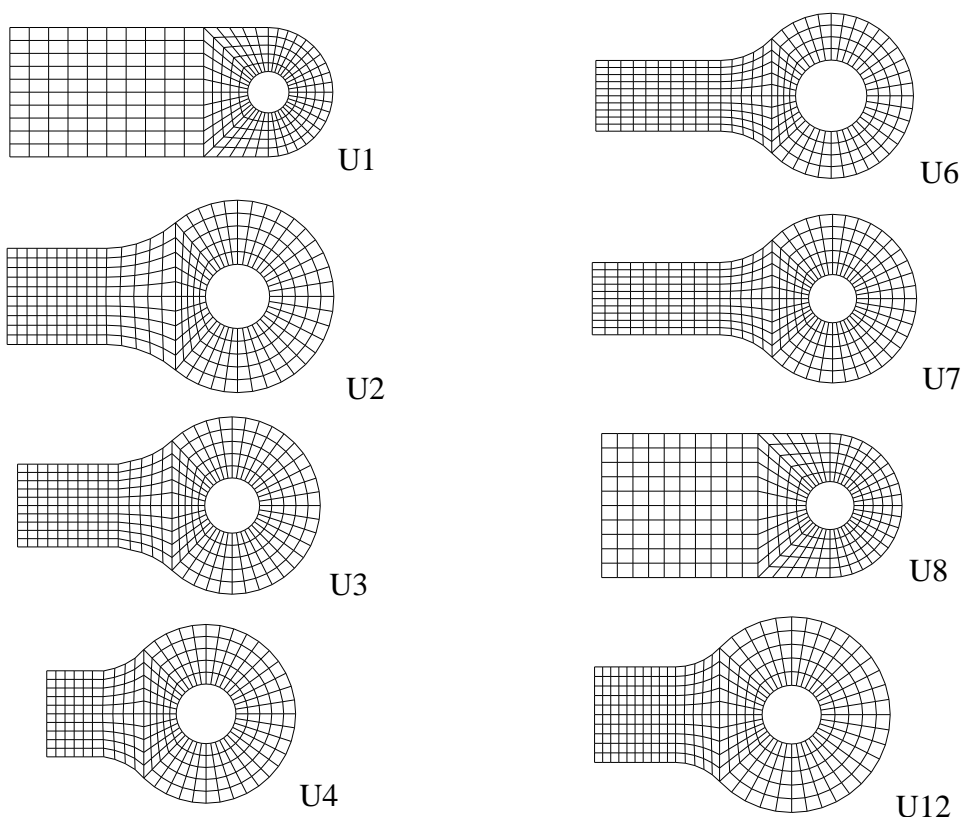
Слика 4.8 Приказ напонског поља (σ) са одговарајућом скалом у програмском пакету ABAQUS

Резултати добијени коришћењем ова два софтвера се задовољавајуће поклапају. За даљи прорачун у оквиру дисертације користиће се као еталон Модел 1 (Сл. 4.1) и програмски пакет КОМИПС.

4.3. Модели прве групе структурних елемената

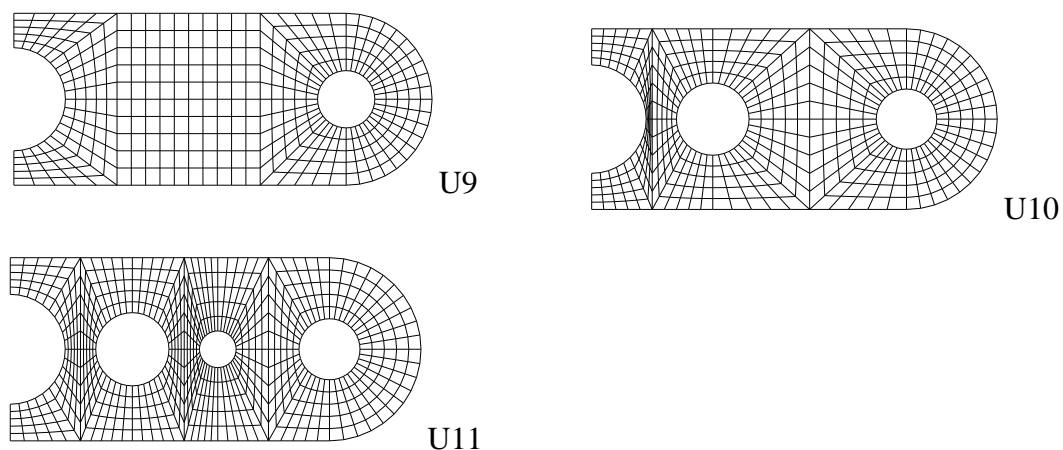
Структурни елементи који ће бити предмет истраживања у овој дисертацији подељени су у две групе. Прву групу чине елементи код којих се концентрација напона и деформације јављају око отвора (ушке), односно прелаза између два различита пресека (радијуси, конуси). Другу групу чине елементи код којих се концентрација напона и енергије деформације јавља код рамовских конструкција на местима уведених укрућења (танкозиди носачи).

У оквиру дисертације, прва група структурних елемената је подељена у три подгрупе. Прву подгрупу структурних елемената чине ушке које су приказане на *Сл. 4.9*. Такође на *Сл. 4.9* приказани су облици ушки са одговарајућом ознаком (U1, U2, U3, U4, U6, U7, U8, U12) и мрежом коначних елемената. Димензије и оптерећење за сваку ушку биће дато у наредним потпоглављима. Силе којима су оптерећене ушке, су одређене на основу максималне дозвољене силе на динамометру при експерименталном мерењу и дозвољеног напона за материјал осовиница при чистом смицању.



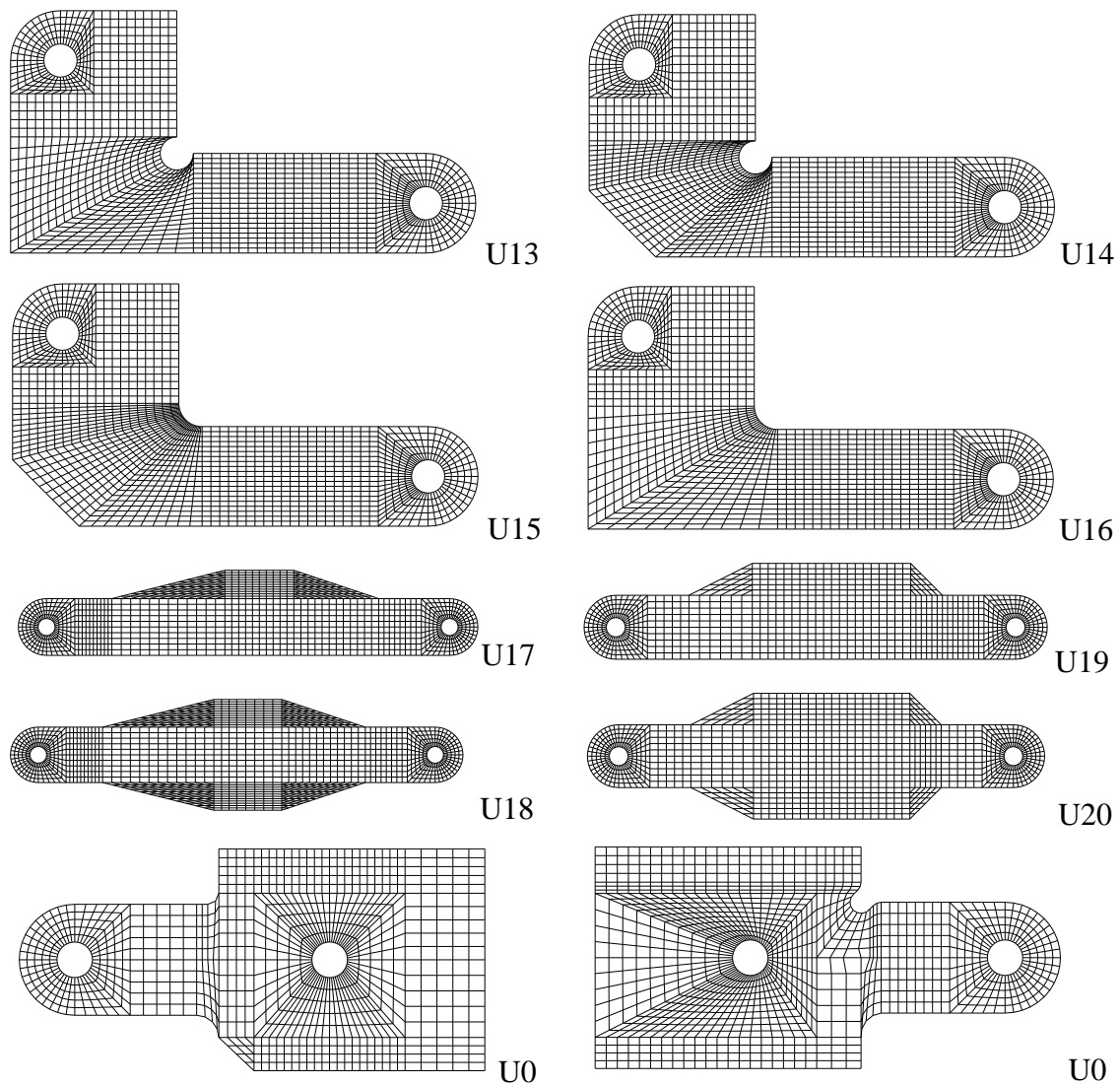
Слика 4.9 Прва подгрупа структурних елемената (ушке)

Другу подгрупу структурних елемената чине траке са отворима које су приказане на *Сл. 4.10*. Такође на *Сл. 4.10* приказани су облици трака са одговарајућом ознаком и мрежом коначних елемената. Циљ прорачуна ових структурних елемената јесте да се прикаже могућност смањења концентрације напона одузимањем материјала (бушењем отвора).



Слика 4.10 Друга подгрупа структурних елемената (траке са отворима)

Трећу подгрупу структурних елемената чине елементи за везу који су приказани на *Сл. 4.11*. Такође на *Сл. 4.11* приказани су облици елемената за везу са одговарајућом ознаком и мрежом коначних елемената. Циљ ове подгрупе елемената јесте да се прикаже минимизација концентрације напона на прелазима. Анализирани су случајеви додавања и одузимања материјала код елемената U0, U13 до U16, док су код елемената U17 до U20 анализирани конусни прелази и њихов утицај на концентрацију напона. Сви прорачуни применом методе коначних елемената треба касније да се верификују експерименталним путем.



Слика 4.11 Трећа подгрупа структурних елемената (елементи за везу)

4.4. Прорачун прве групе структурних елемената

Прву групу чине елементи код којих се концентрација напона јављају око отвора (ушке), односно прелаза између два различита пресека (радијуси, конуси).

4.4.1. Прорачун прве подгрупе структурних елемената (ушке)

Прву подгрупу структурних елемената чине ушке које су приказане на Сл. 4.9. У оквиру анализе применом методе коначних елемената у софтверу КОМИПС израчунаће се вредности померања и напона структурних елемената и

приказати њихова расподела. Код ушки (U1, U2, U3, U5, U6, U7, U8 и U12) биће разматрана деформација и расподела напона и енергија деформисања у зависности од угла контакта, тј. зазора између осовине и отвора ушке. За сваку ушку приказаће се три дијаграма (максимална померање, напонско поље и апсолутна енергија деформисања зависна од укупног угла контакта).

4.4.1.1. Ушка U1 са ознаком dxRxVxt = 8x12,5x25x10 mm

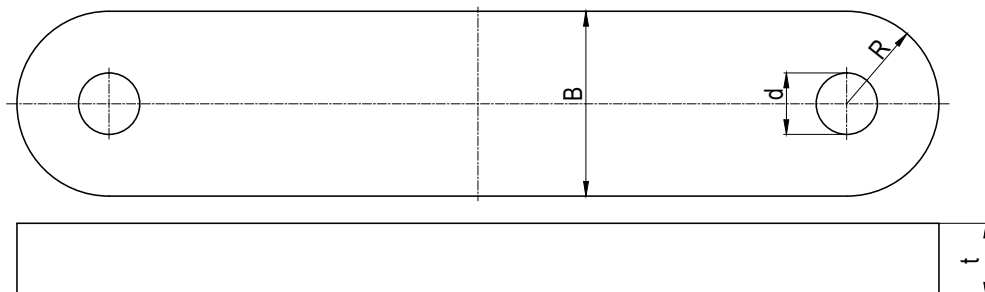
На *Сл. 4.21* приказан је геометријски облик ушке, и модел ушке са мрежом коначних елемената.

Све ушке су аксијално оптерећене прорачунате МКЕ (Методом коначних елемената) у софтверском пакету КОМИПС. У практичној примени на реалним конструкцијама структурни елементи типа ушке су најчешће елементи за пренос терета и елементи за везу, тако да су оне најчешће оптерећене аксијалним силама, а ређе сложенем напрезању (ако је могуће треба елиминисати савијање ушке око осе са минималним моментом инерције). Због симетрије модела и оптерећења биће разматрана само једна половина елемента.

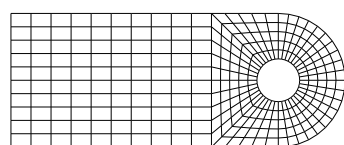
Модел је креиран тако да се састоји од два елемента типа плоче и елемената типа штапа (*Сл. 4.12*). На моделу штапови заклапају угао од 180° (*Сл. 4.12в*), а каснијим симетричним укидањем штапова добијају се контакти од 162° , 126° , 90° , 54° , 36° . Све ушке у првој подгрупи имају претходно наведене углове контакта између осовине и отвора ушке. Укидање штапова се врши у датотеци елемената, што је једна од предности софтвера КОМИПС, јер можемо приступити свим датотекама и вршити контролу. Осовина (плоча велике дебљине) има велику крутост, зато што она није била предмет истраживања, јер се лако може проверити на смицање помоћу познатих образаца из Отпорности материјала. На *Сл. 4.12г* приказан комплетан модел са мрежом КЕ, ослонцима и оптерећењем.

За ову ушку укупан угао контакта осовине и ушке је: 36° , 54° , 90° , 126° , 162° и 180°

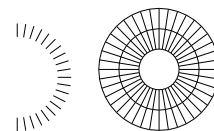
Сила којом је оптерећена ушка: $F=10000\text{ N}$.



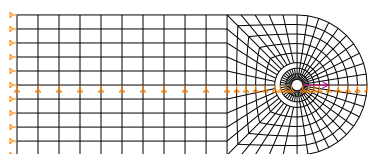
а) Ушка U1 ознаке $d \times R \times B \times t = 8 \times 12,5 \times 25 \times 10\text{ mm}$



б)



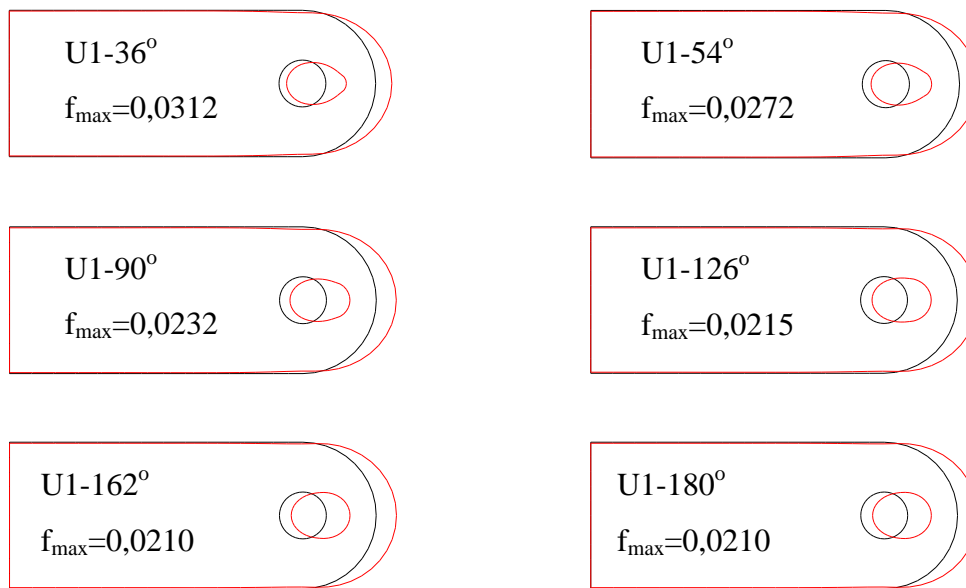
в)



г)

Слика 4.12 Ушка U1 а) радионички цртеж, б) модел ушке са мрежом коначних елемената, в) модел осовине и штапова за унос оптерећења, г) рачунски модел са ослоњцима и аксијалном силом од $F=10000\text{ N}$

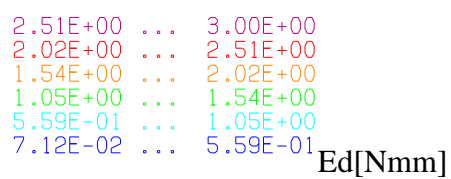
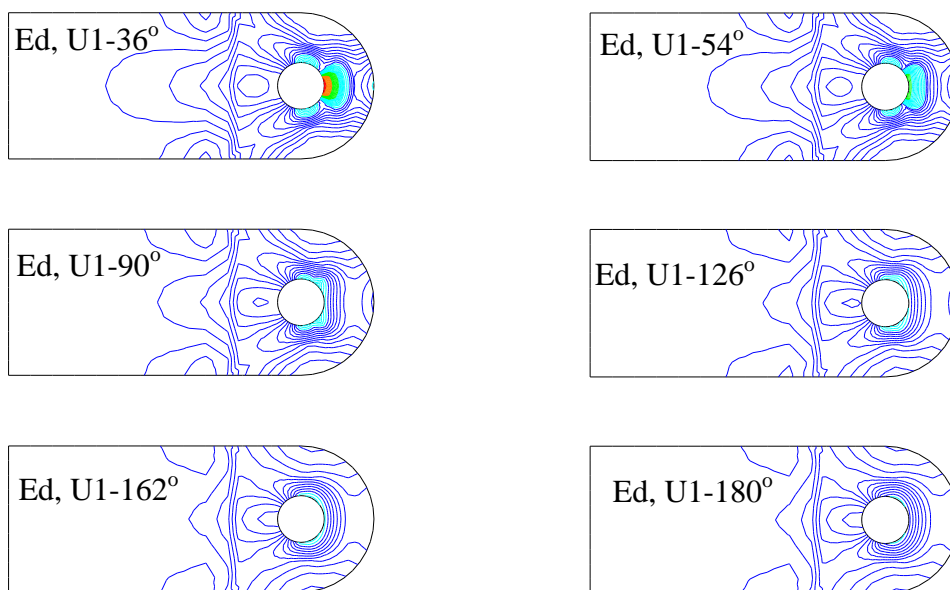
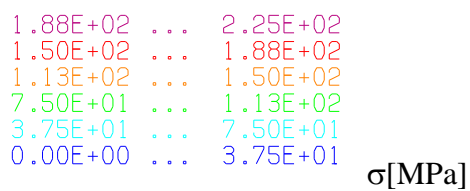
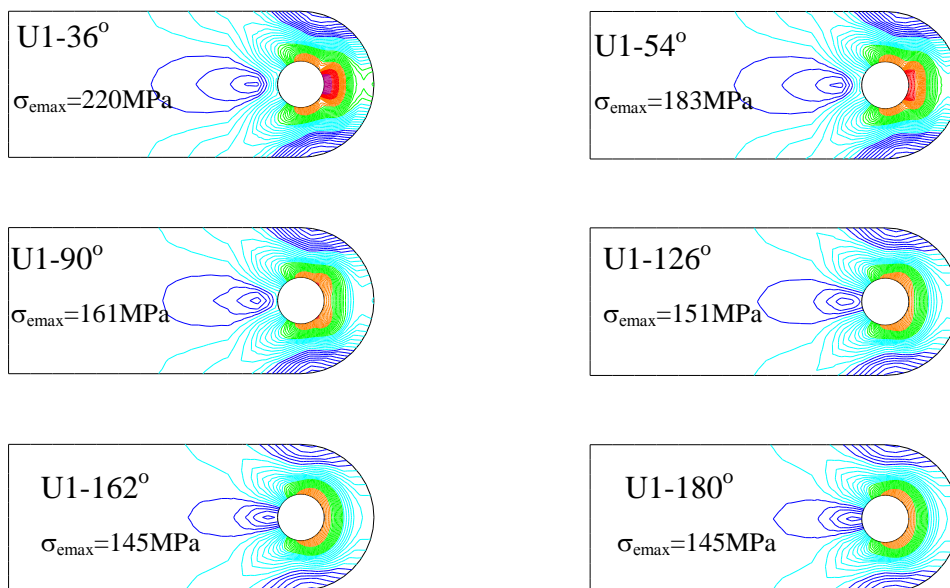
На Сл. 4.13 је приказан деформисан облик модела у зависности од укупног угла контакта осовине и ушке, и за сваки модел је дато максимално померање f_{max} у милиметрима.



Слика 4.13 Деформисани облик модела ушке U1 са максималним померањем у [mm]

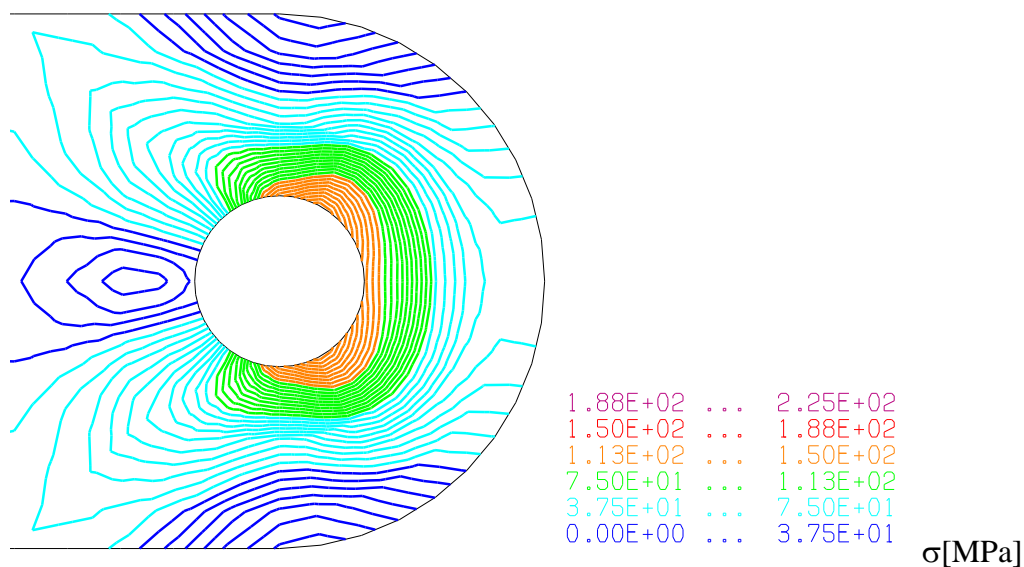
Са Сл. 4.13 се може закључити да се максимална деформација ушке смањује са повећањем укупног угла контакта између осовине и ушке. Такође, са повећањем угла контакта деформација отвора ушке има равномернији облик елипсе.

На Сл. 4.14 приказана је расподела еквивалентних напона и апсолутне енергије деформисања у зависности од укупног угла контакта између осовине и ушке са одговарајућим скалама.



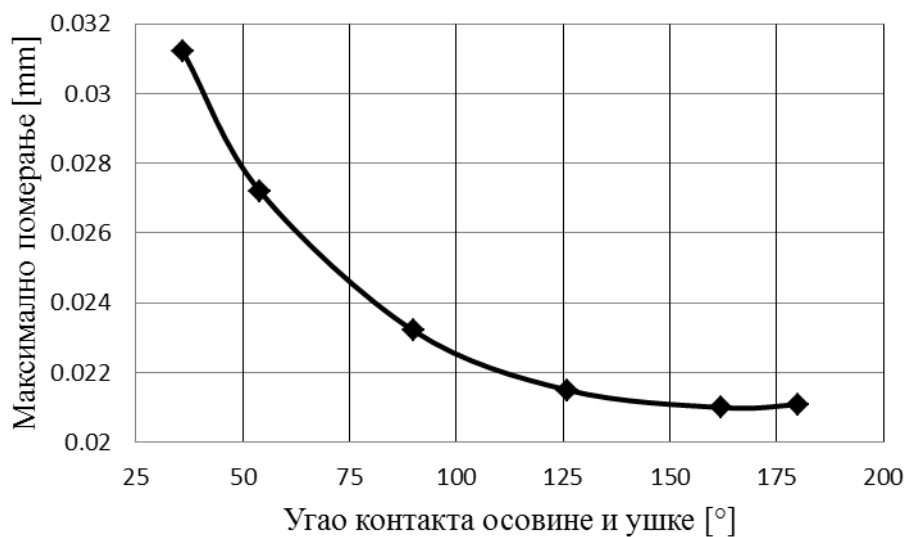
Слика 4.14 Приказ напонског поља (σ) и апсолутне енергије деформисања (Ed)

На Сл. 4.15 је дат увеличан детаљ ушке U1-126°, са приказом расподеле напонског стања.. Увећање је дато да би се јасно видела потпуна симетрија напонских линија.

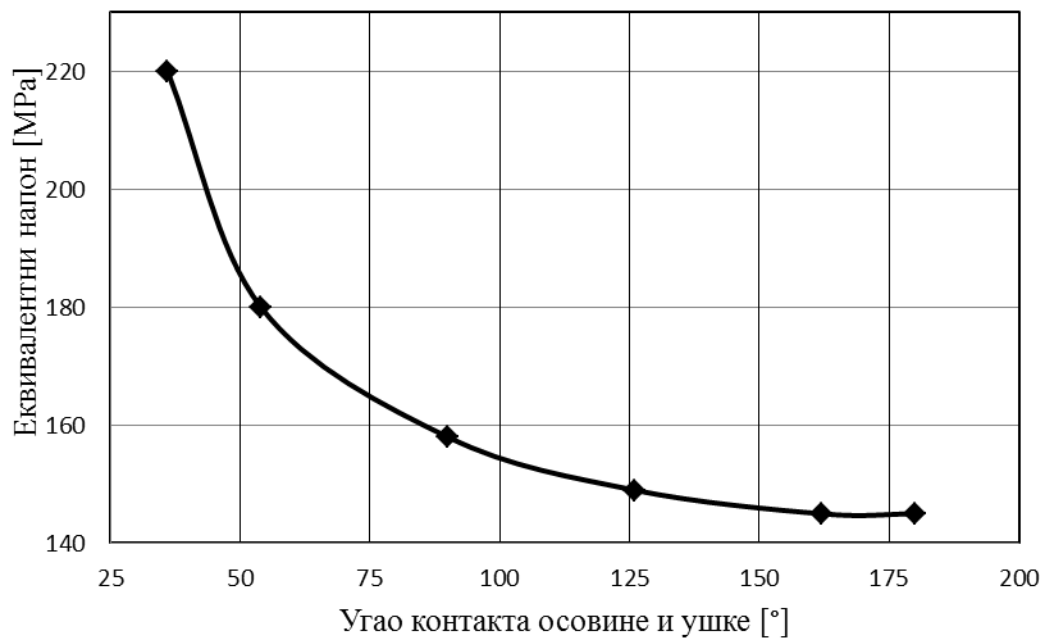


Слика 4.15 Приказ напонског поља (σ) око отвора ушке($\sigma_{\text{max}}=151\text{MPa}$)

На следећим сликама су дати дијаграми зависности максималног померања (Сл. 4.16), еквивалентног напна (Сл. 4.17) и енергије деформисања (Сл. 4.18), од укупног угла контакта између осовине и отвора ушке.



Слика 4.16 Дијаграм зависности максималног померања од укупног угла контакта осовине и ушке



Слика 4.17 Дијаграм зависности еквивалентног напона од укупног угла контакта осовине и ушке



Слика 4.18 Дијаграм зависности апсолутне енергије деформисања од укупног угла контакта осовине и ушке

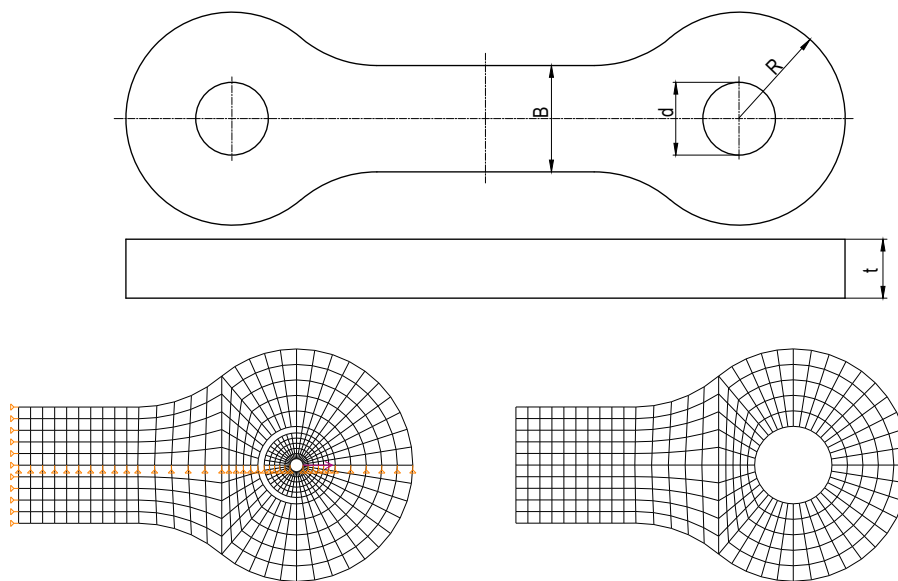
За прорачуне ушки U2, U3, U5, U6, U7, U8 и U12 је коришћена иста метода, тако да је опис модела и приказ резултата прорачуна исти као и за ушку U1.

Резултати добијени прорачуном применом методе коначних елемената у програму КОМИПС, биће анализирани и дискутовани у Поглављу 6.

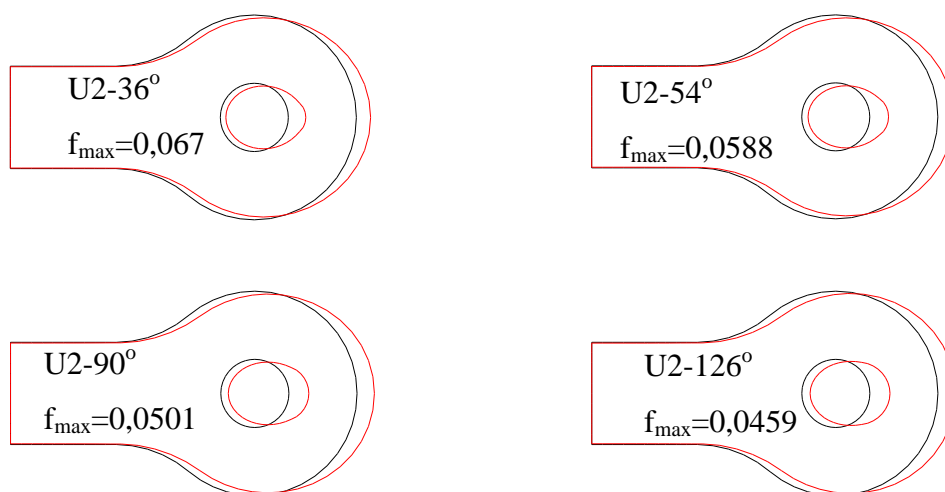
4.4.1.2. Ушка U2 са ознаком $dxRxVxt = 12x18x18x10$ mm

За ову ушку укупан угао контакта осовине и ушке је: 36° , 54° , 90° , 126° , 162° и 180°

Сила којом је оптерећена ушка: $F=20000N$



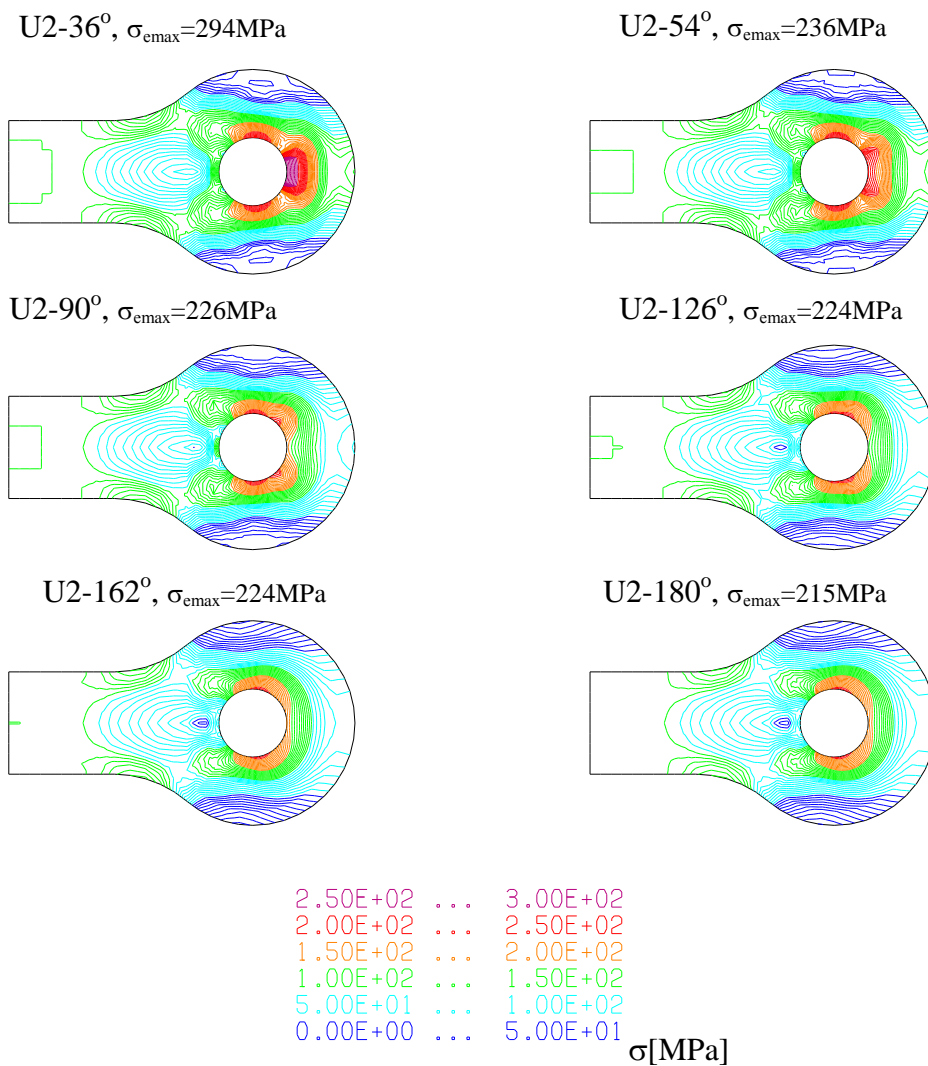
Слика 4.19 Ушка U2 и рачунски модел



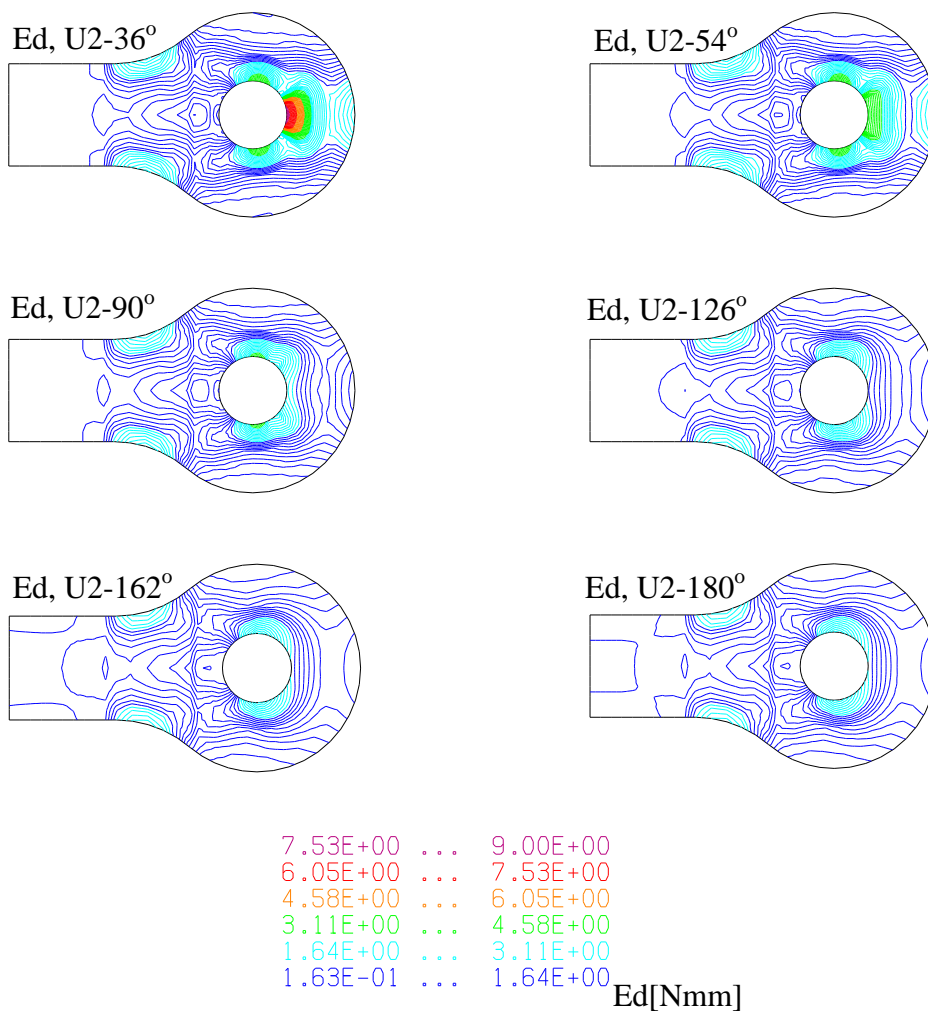
Слика 4.20 Деформисани облик модела U2 са максималним померањем у [mm]



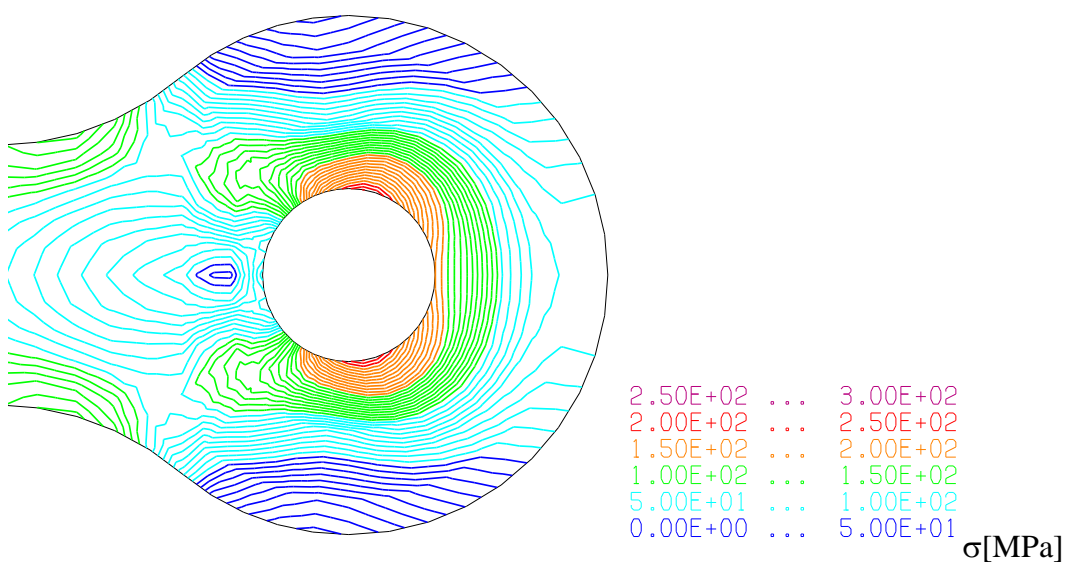
Слика 4.20 (наставкак) Деформисани облик модела U2 са максималним померањем y [mm]



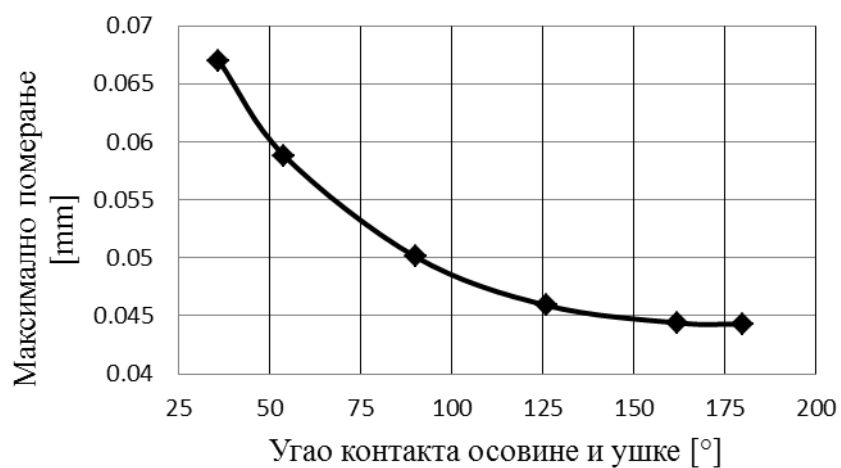
Слика 4.21 Приказ напонског поља (σ) модела ушке U2



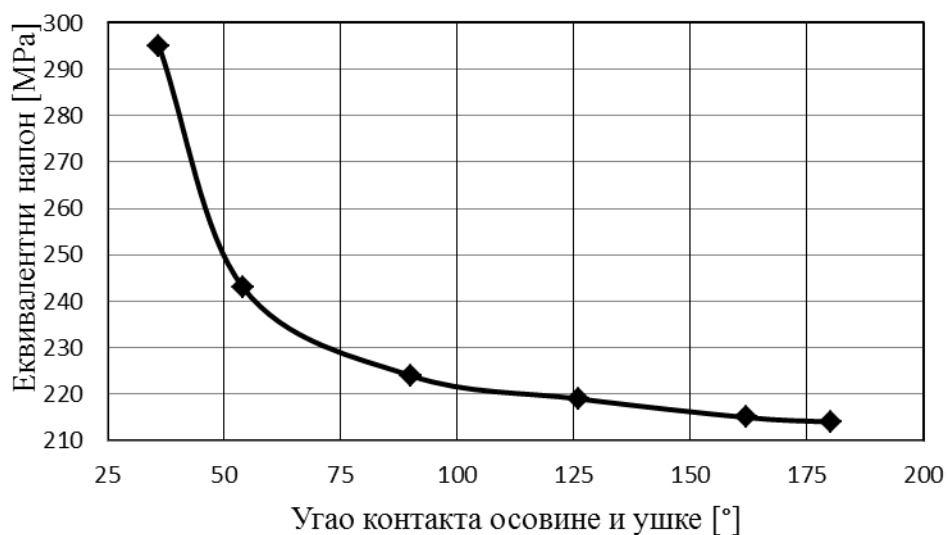
Слика 4.22 Приказ апсолутне енергије деформисања (E_d) модела ушке U2



Слика 4.23 Приказ напонског поља (σ) око отвора ушке модела U2



Слика 4.24 Дијаграм зависности максималног померања од укупног угла контакта осовине и ушке модела U2



Слика 4.25 Дијаграм зависности еквивалентног напона од укупног угла контакта осовине и ушке модела U2

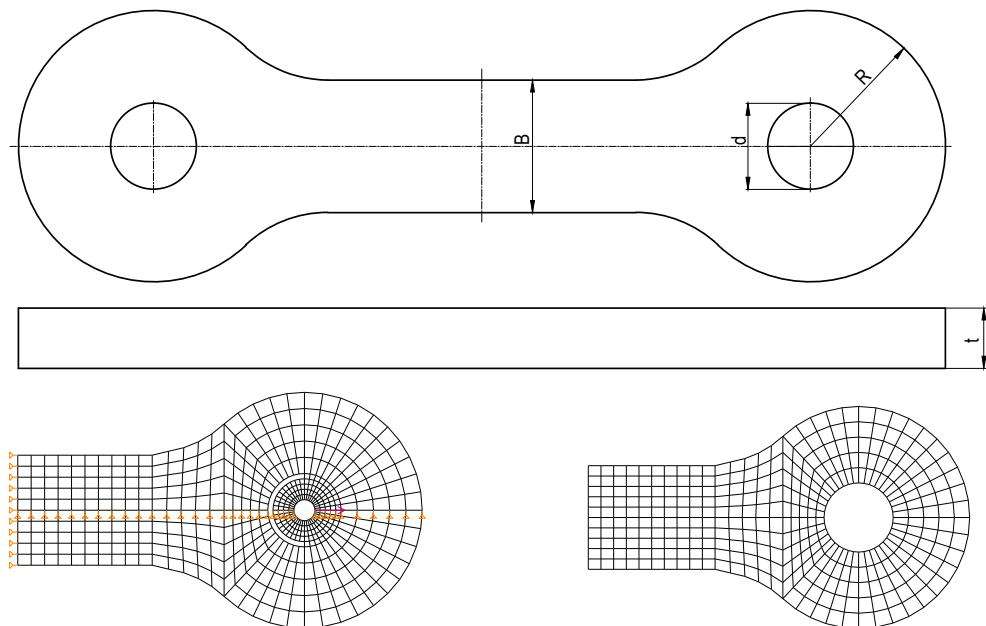


Слика 4.26 Дијаграм зависности апсолутне енергије деформисања од укупног угла контакта осовине и ушке модела U2

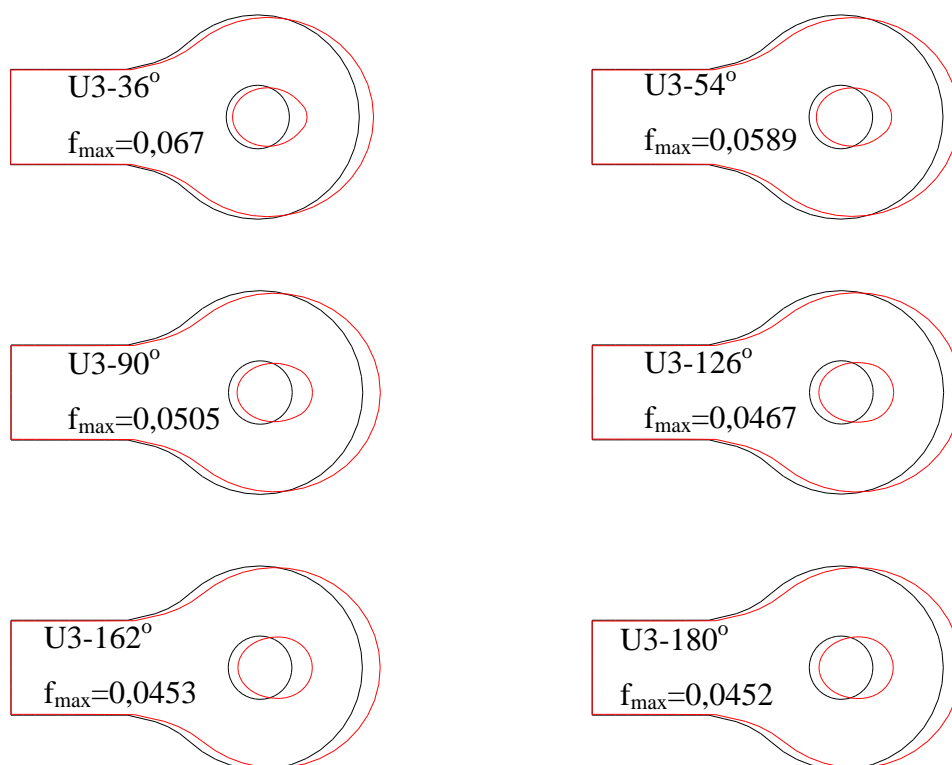
4.4.1.3. Ушка U3 са ознаком dxRxVxt = 14x22,5x22x10 mm

За ову ушку укупан угао контакта осовине ушке је: 36°, 54°, 90°, 126°, 162° и 180°

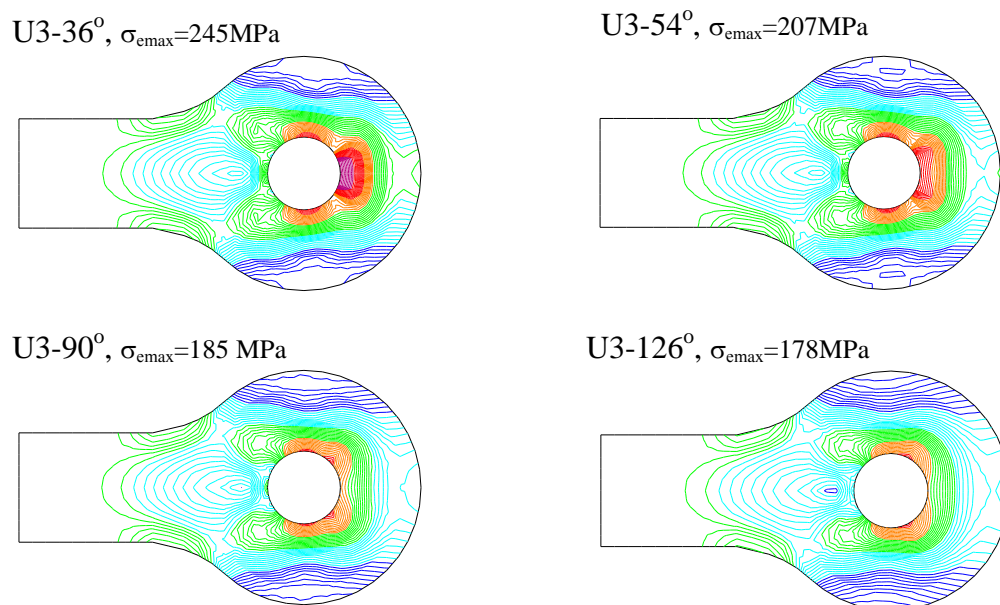
Сила којом је оптерећена ушка: F=20000 N.



Слика 4.27 Ушка U3 и рачунски модел



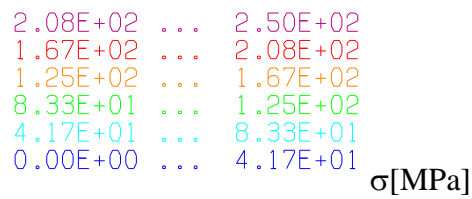
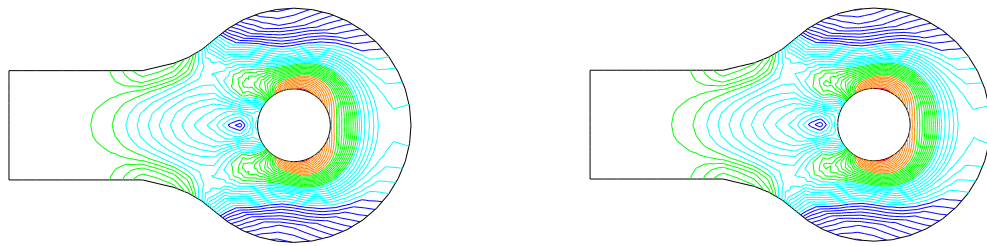
Слика 4.28 Деформисани облик модела U2 са максималним померањем у [mm]



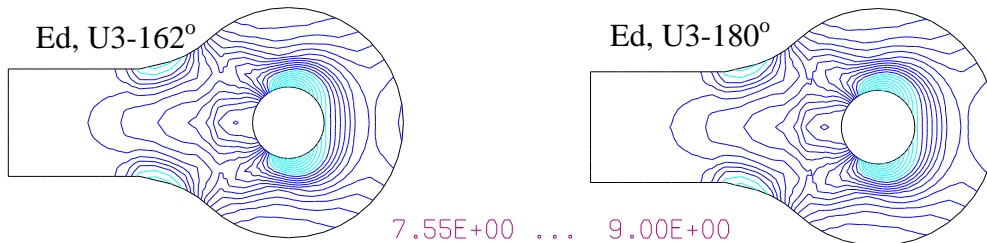
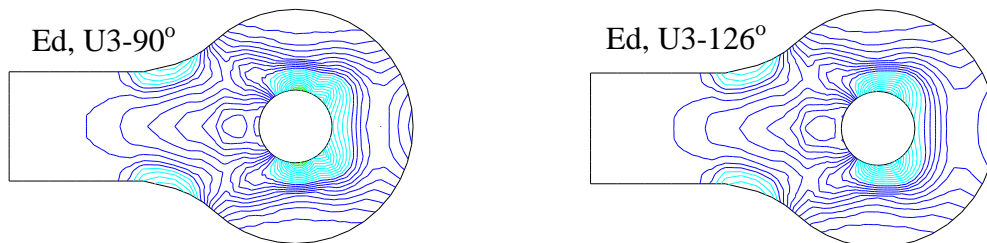
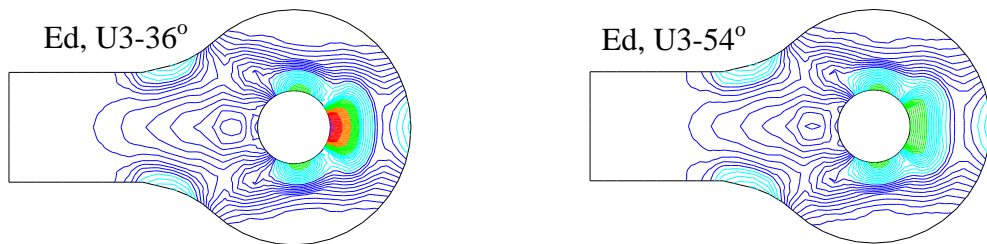
Слика 4.29 Приказ напонског поља (σ) модела U3

U3-162°, $\sigma_{\max}=171\text{MPa}$

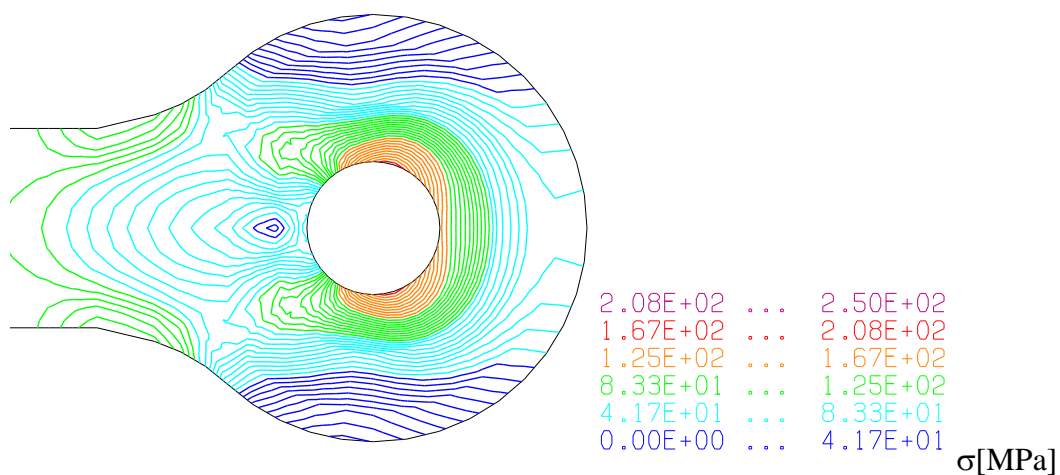
U3-180°, $\sigma_{\max}=170\text{MPa}$



Слика 4.29 (наставак) Приказ напонског поља (σ) модела U3



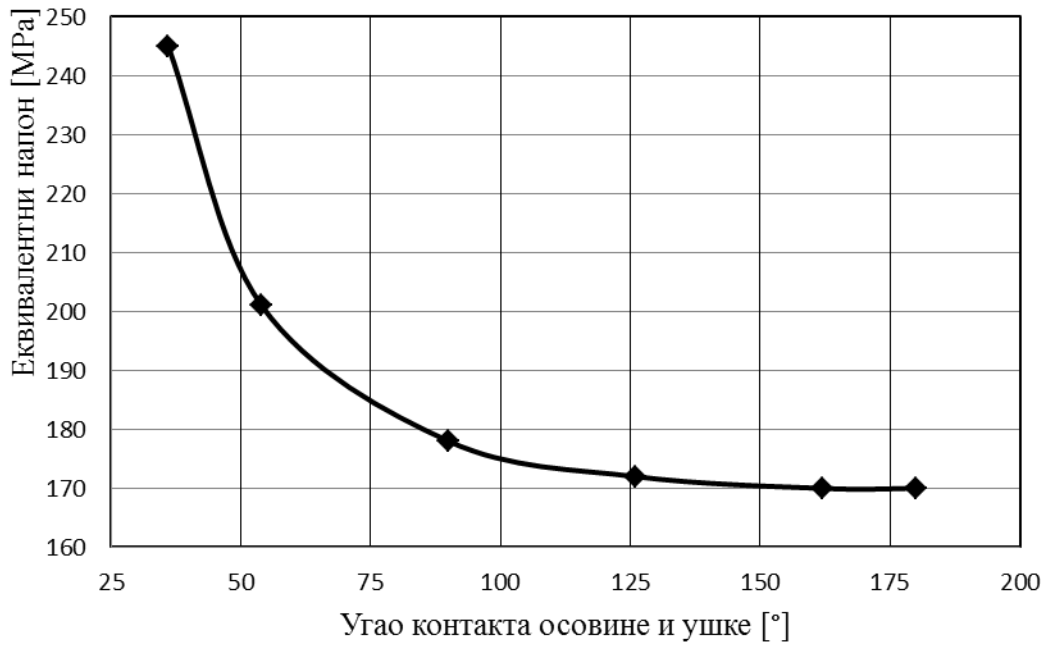
Слика 4.30 Приказ апсолутне енергије деформисања (E_d) модела U3



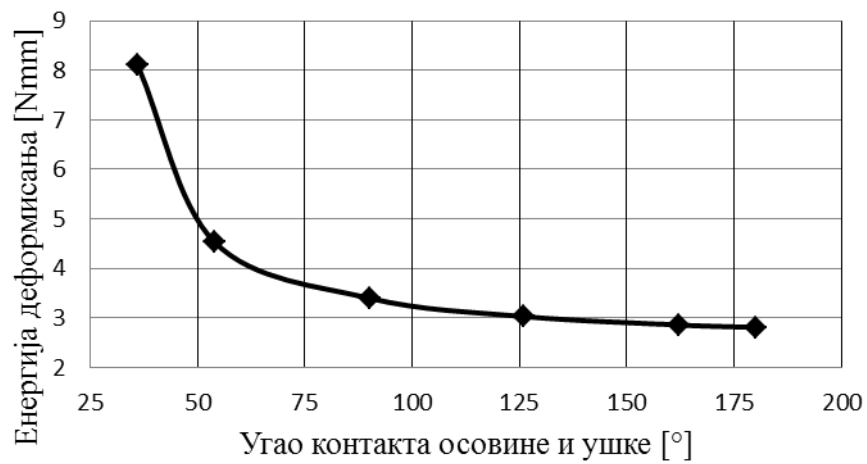
Слика 4.31 Приказ напонског поља (σ) око отвора ушке модела U3



Слика 4.32 Дијаграм зависности максималног померања од укупног угла контакта осовине и ушке модела U3



Слика 4.33 Дијаграм зависности еквивалентног напона од укупног угла контакта осовине и ушке модела U3

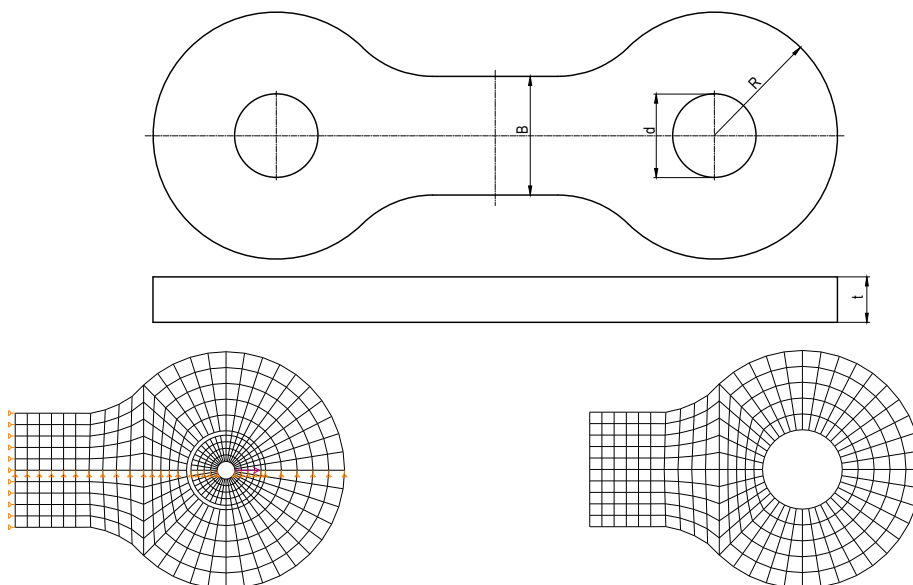


Слика 4.34 Дијаграм зависности апсолутне енергије деформисања од укупног угла контакта осовине и ушке модела U3

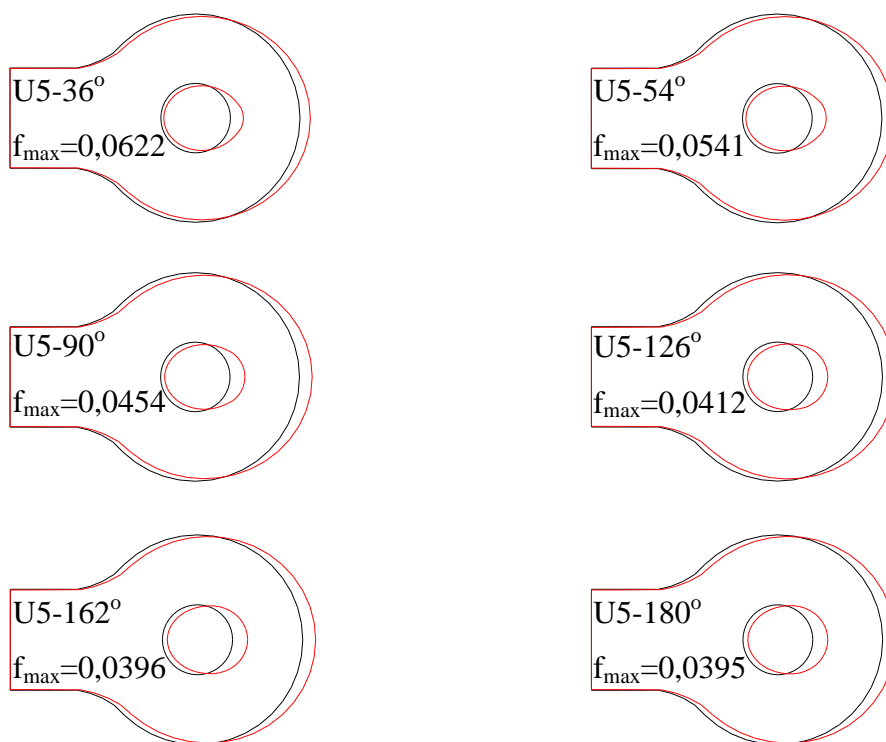
4.4.1.4. Ушка U5 са ознаком $dxRxBxt = 18x27x26x10$ mm

За ову ушку укупан угао контакта осовине ушке је: 36° , 54° , 90° , 126° , 162° и 180°

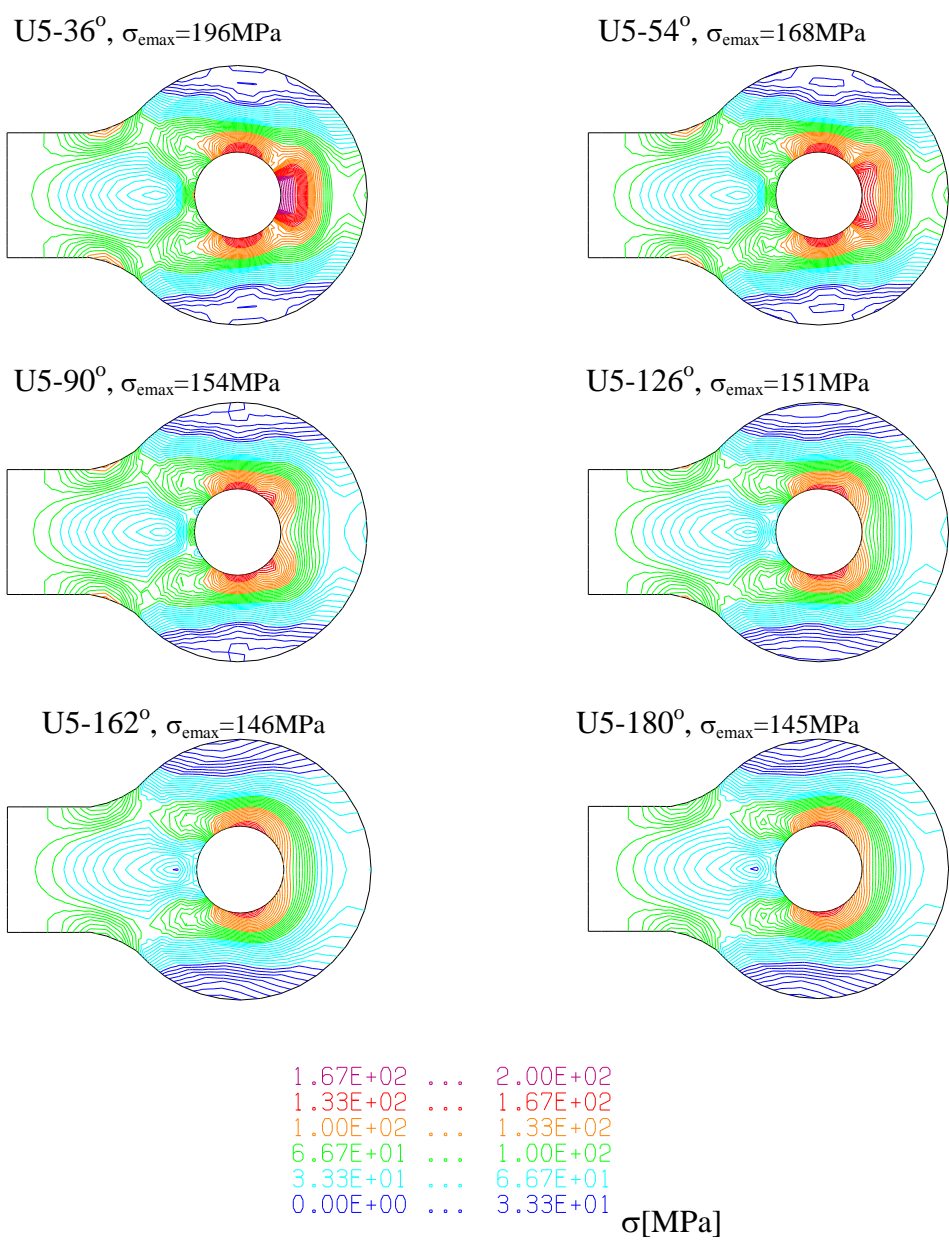
Сила којом је оптерећена ушка: $F=20000$ N.



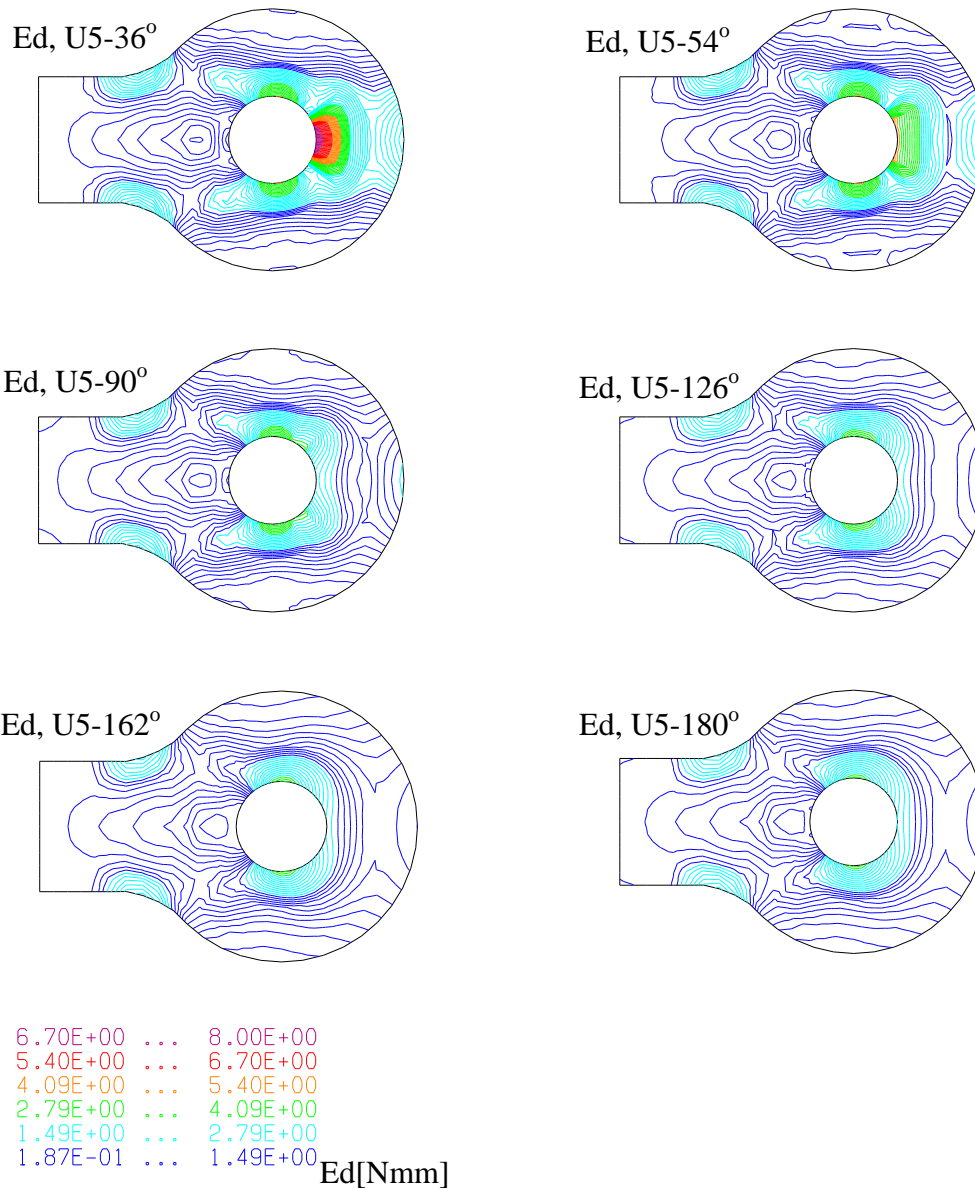
Слика 4.35 Ушка и рачунски модел



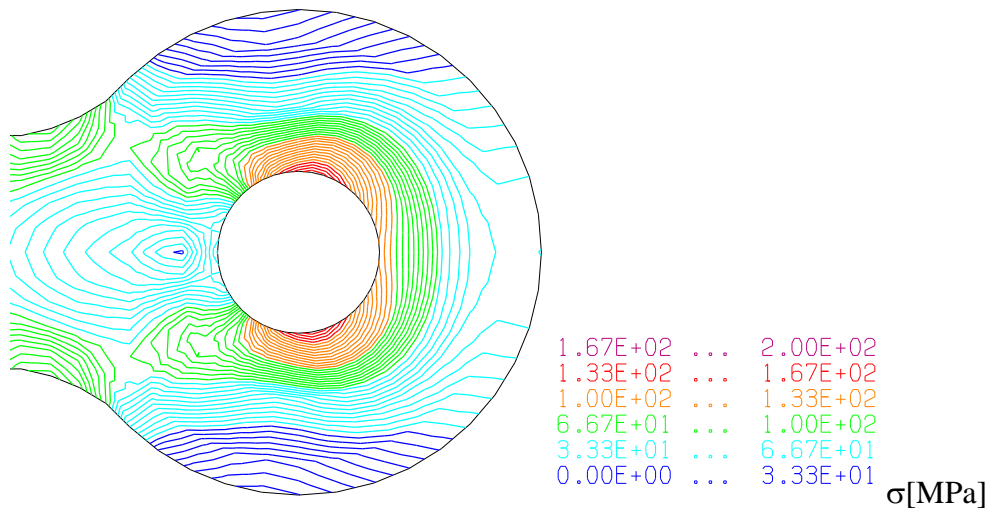
Слика 4.36 Деформисани облик модела U5 са максималним померањем у [mm]



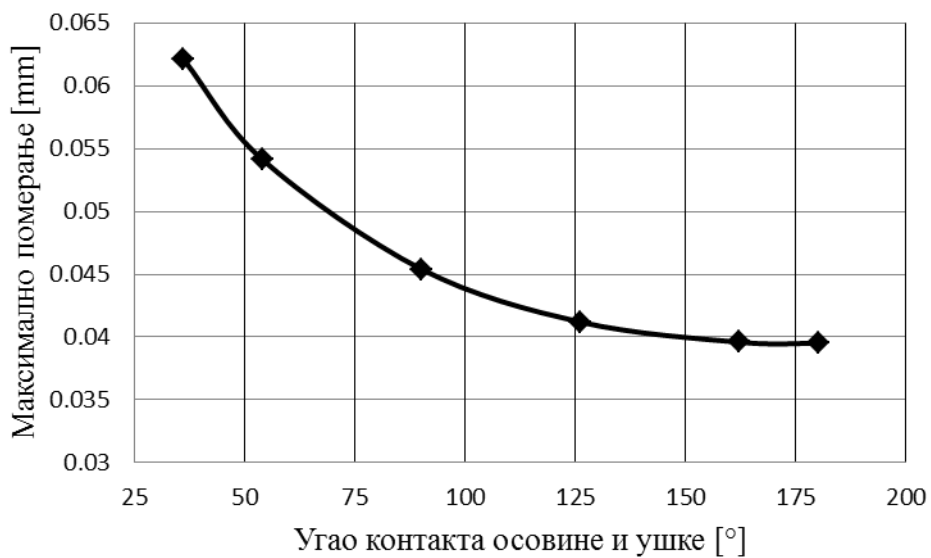
Слика 4.37 Приказ напонског поља (σ) модела U5



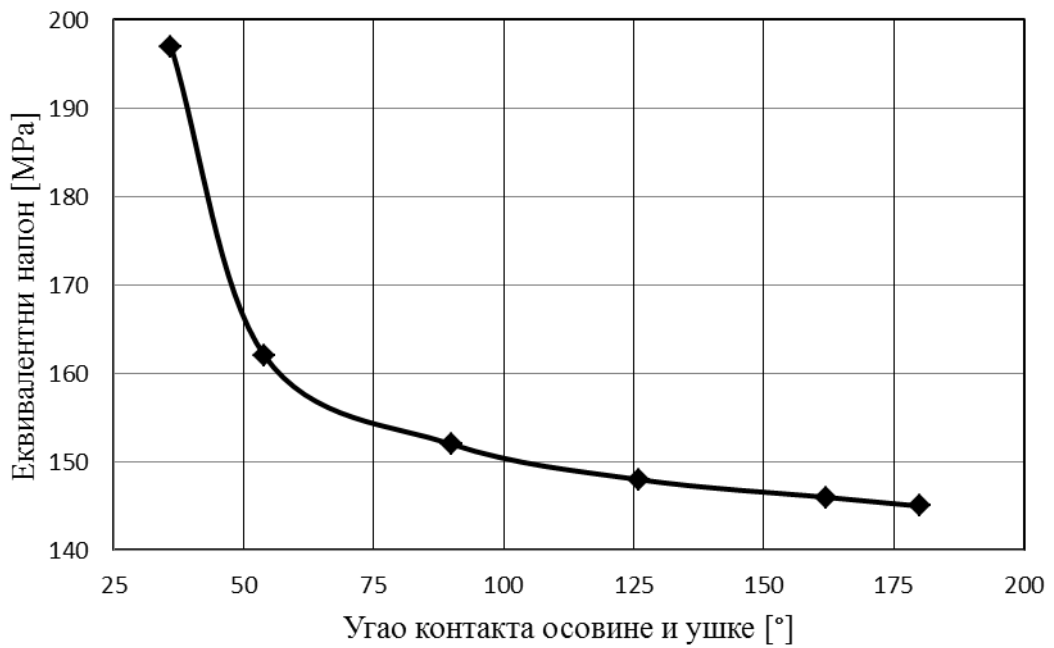
Слика 4.38 Приказ апсолутне енергије деформисања (Ed) модела U5



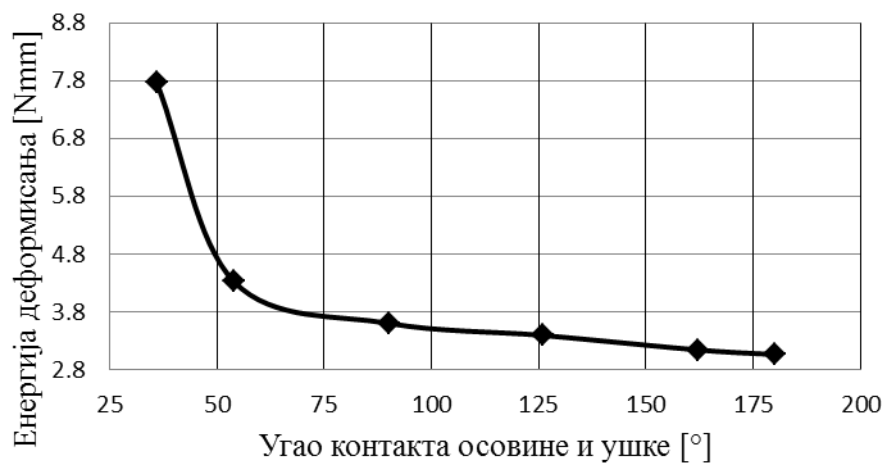
Слика 4.39 Приказ напонског поља (σ) око отвора ушке модела U5



Слика 4.40 Дијаграм зависности максималног померања од укупног угла контакта осовине и ушке модела U5



Слика 4.41 Дијаграм зависности еквивалентног напона од укупног угла контакта осовине и ушке модела U5

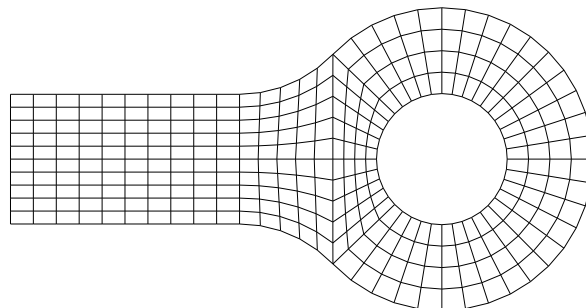
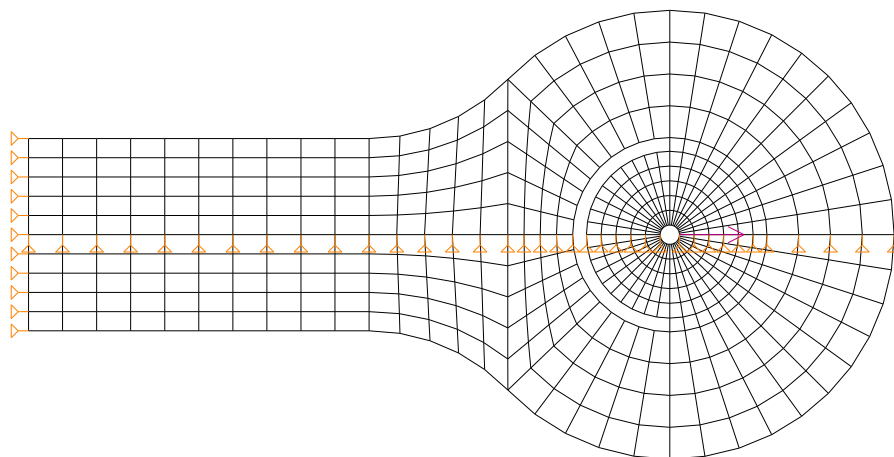
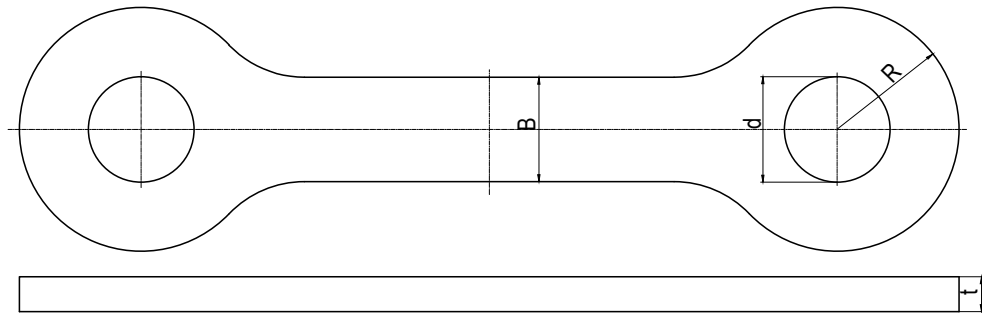


Слика 4.42 Дијаграм зависности апсолутне енергије деформисања од укупног угла контакта осовине и ушке модела U5

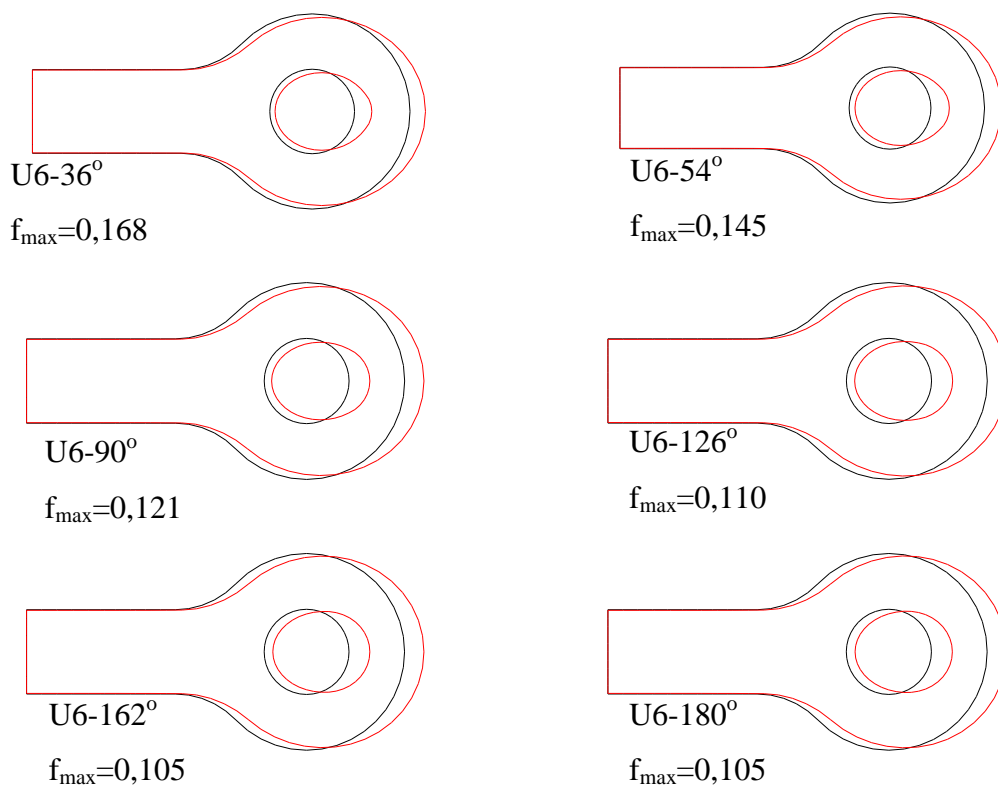
4.4.1.5. Ушка U6 са ознаком $dxRxBxt = 30x35x30x10$ mm

За ову ушку укупан угао контакта осовине ушке је: 36° , 54° , 90° , 126° , 162° и 180° .

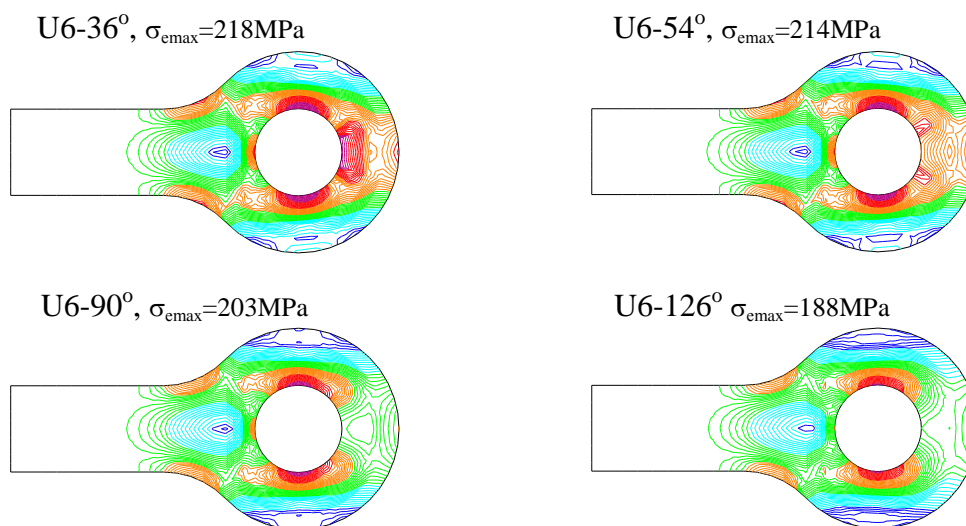
Сила којом је оптерећена ушка: $F = 30000$ N.



Слика 4.43 Радионички цртеж ушке модела U6 и модел са мрежом коначних елемената, ослоњцима и оптерећењем

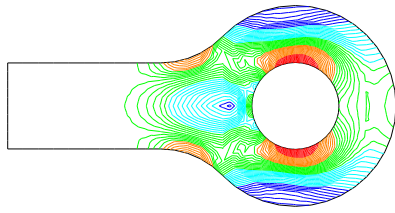


Слика 4.44 Деформисани облик модела U6 са максималним померањем у [mm]

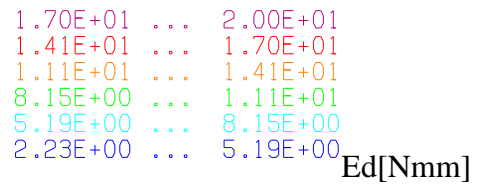
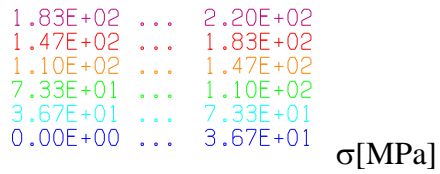
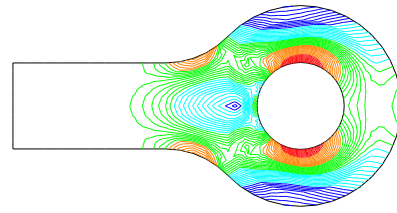


Слика 4.45 Приказ напонског поља (σ) и апсолутне енергије деформисања (E_d) модела U6

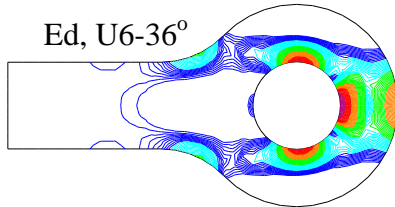
U6-162°, $\sigma_{\text{max}}=182\text{MPa}$



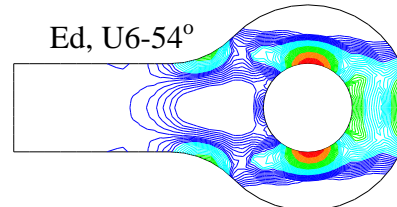
U6-180°, $\sigma_{\text{max}}=180\text{MPa}$



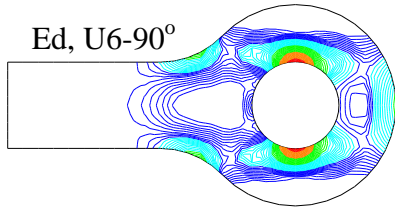
Ed, U6-36°



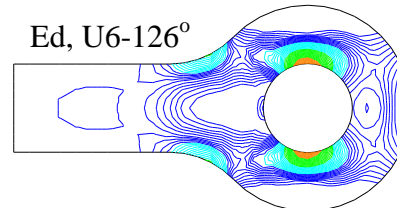
Ed, U6-54°



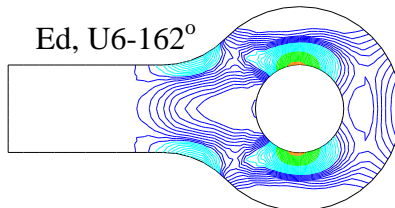
Ed, U6-90°



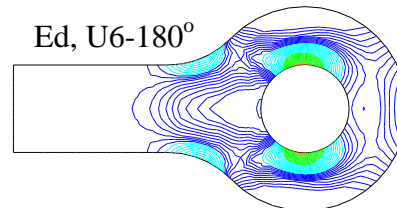
Ed, U6-126°



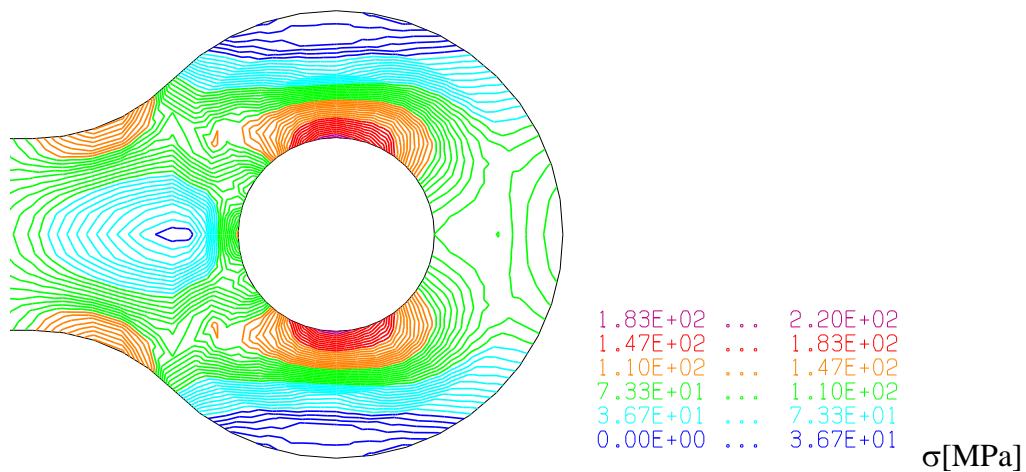
Ed, U6-162°



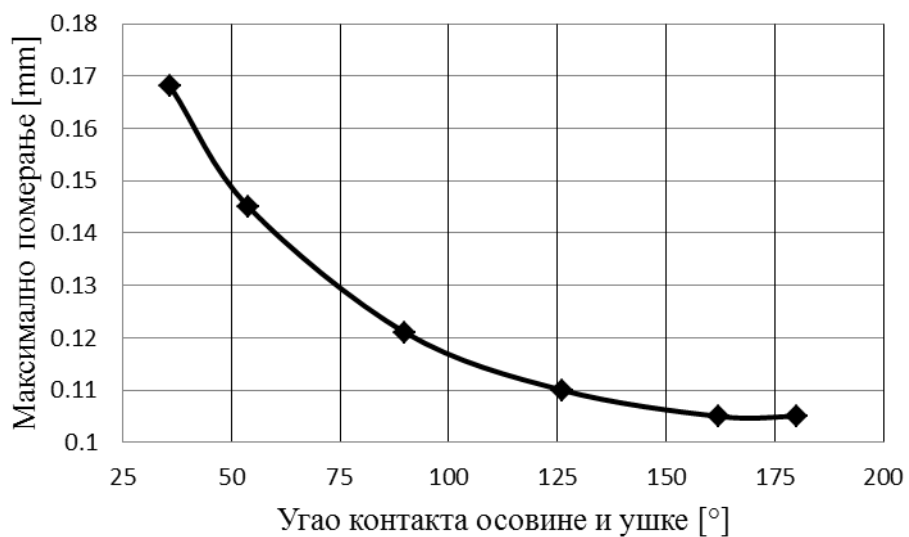
Ed, U6-180°



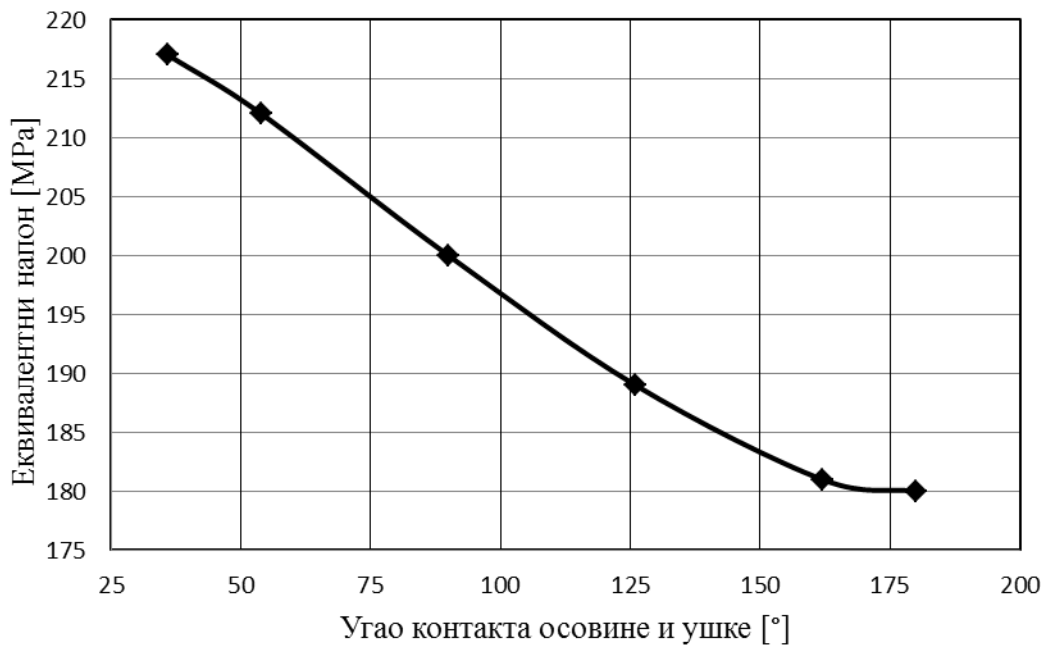
Слика 4.45 Приказ напонског поља (σ) и апсолутне енергије деформисања (Ed) модела U6



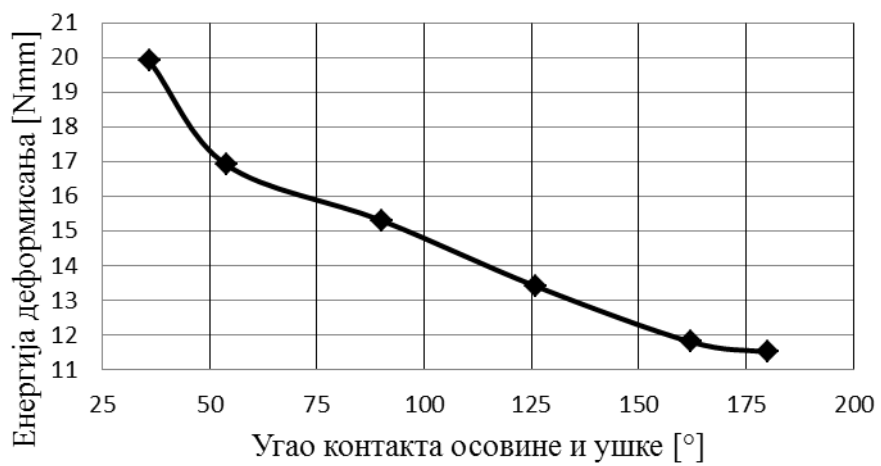
Слика 4.46 Приказ напонског поља (σ) око отвора ушке модела U6



Слика 4.47 Дијаграм зависности максималног померања од укупног угла контакта осовине и ушке модела U6



Слика 4.48 Дијаграм зависности еквивалентног напона од укупног угла контакта осовине и ушке модела U6

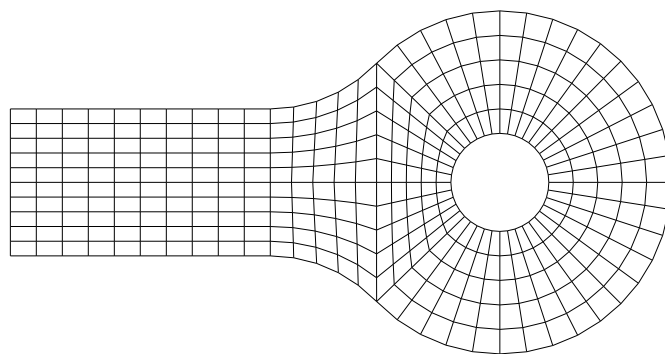
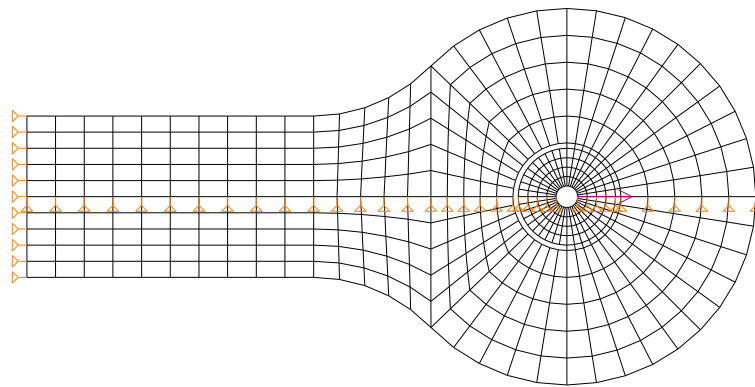
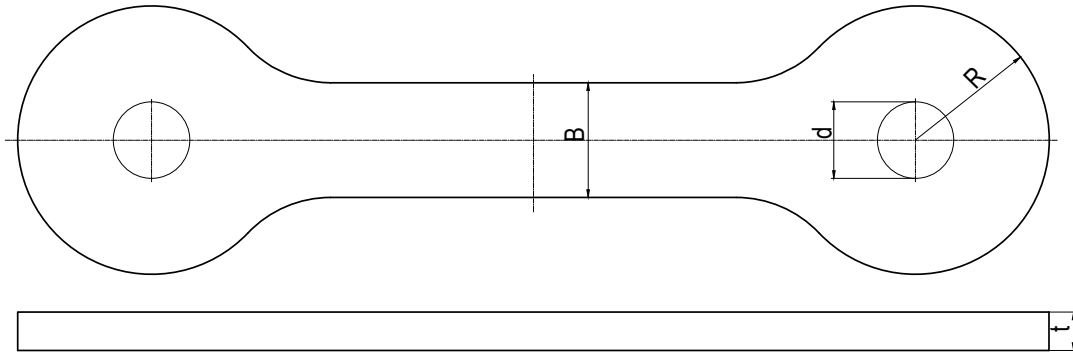


Слика 4.49 Дијаграм зависности апсолутне енергије деформисања од укупног угла контакта осовине и ушке модела U6

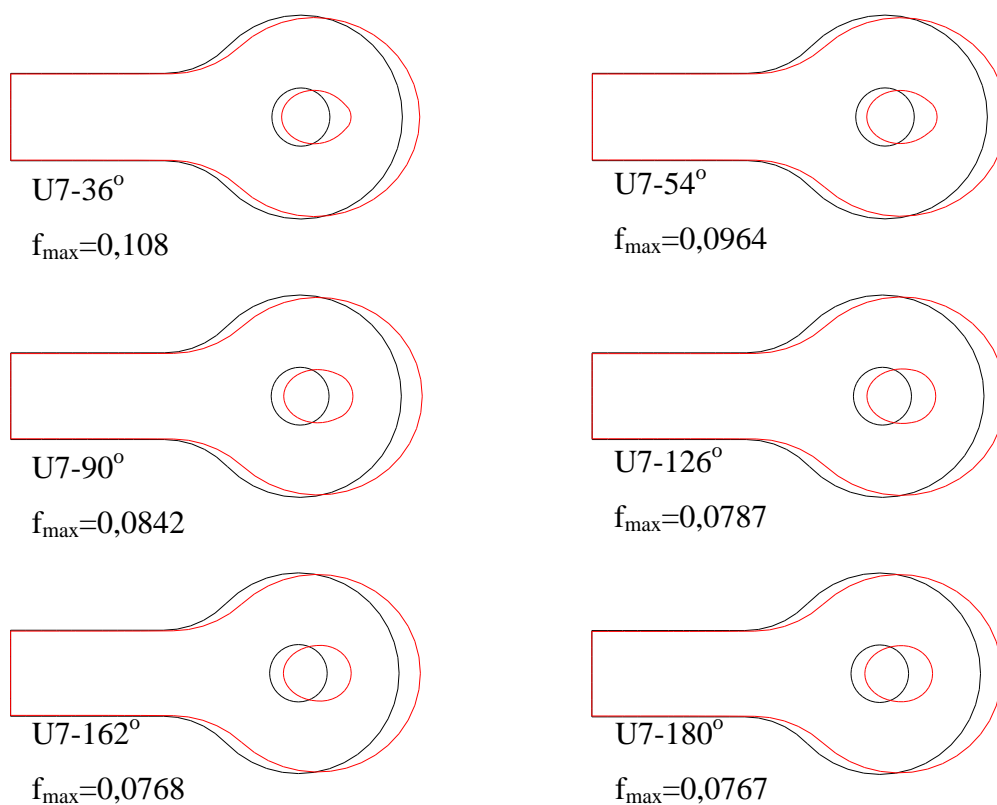
4.4.1.6. Ушка U7 са ознаком $d \times R \times V \times t = 20 \times 35 \times 30 \times 10$ mm

За ову ушку укупан угао контакта осовине ушке је: 36° , 54° , 90° , 126° , 162° и 180°

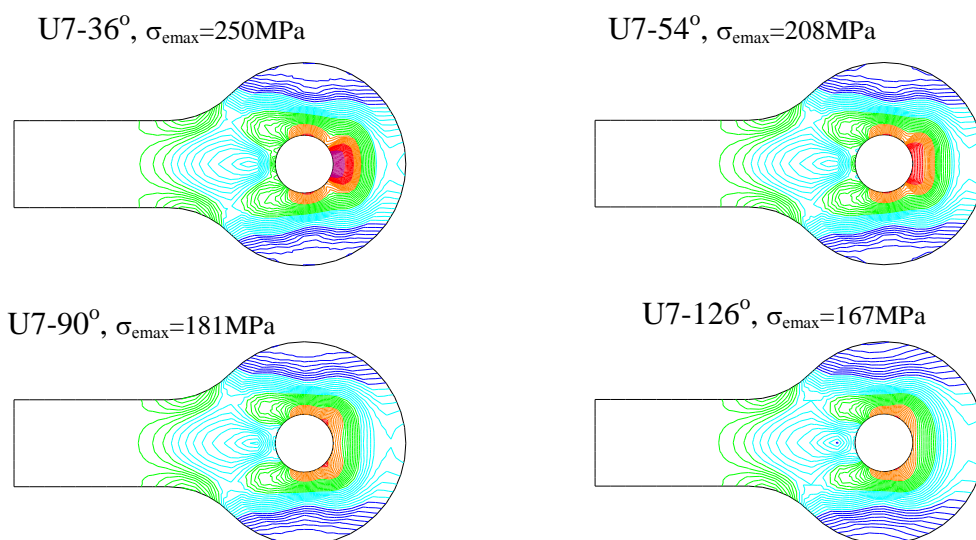
Сила којом је оптерећена ушка: $F=30000$ N.



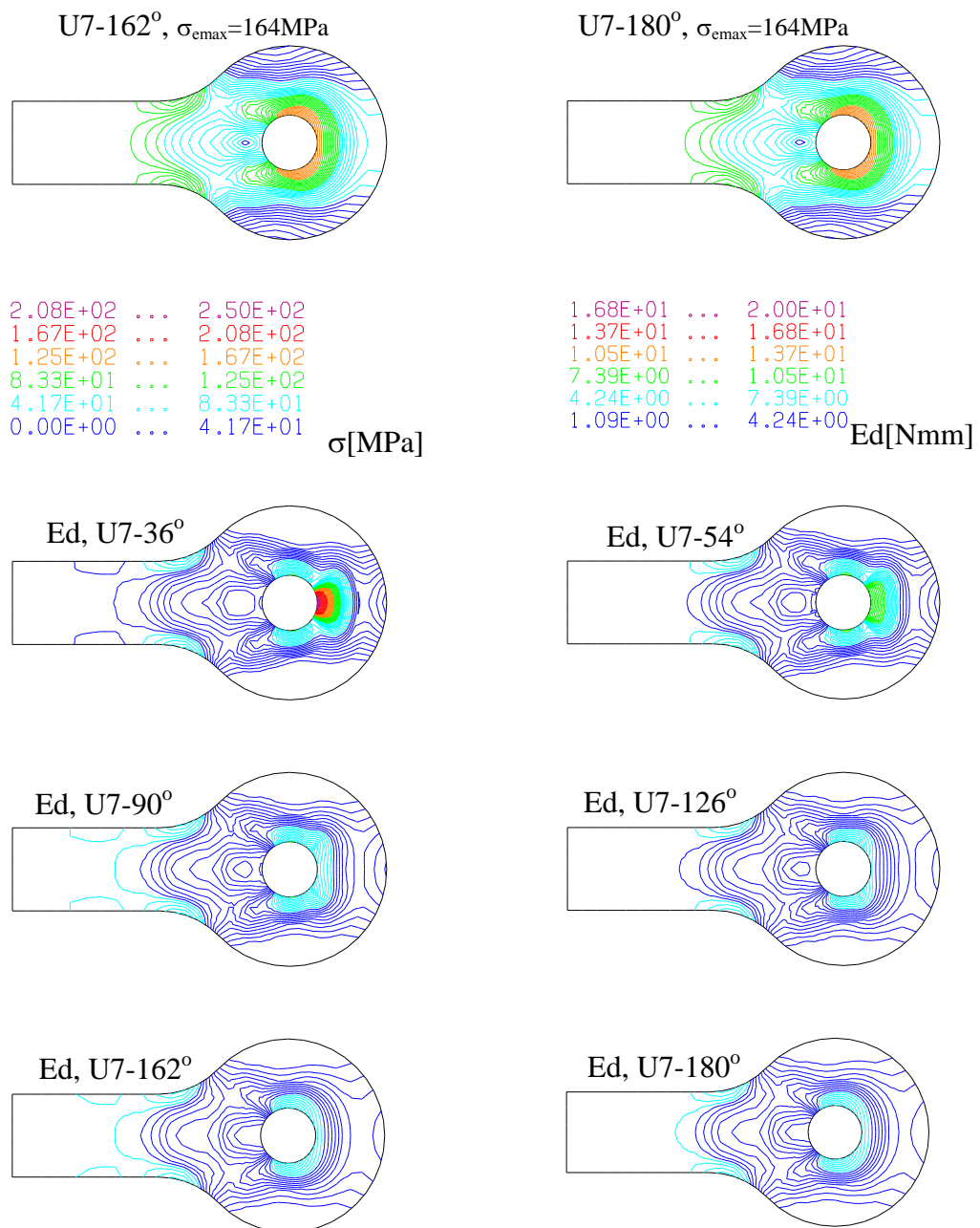
Слика 4.50 Ушка модела U7 и рачунски модел



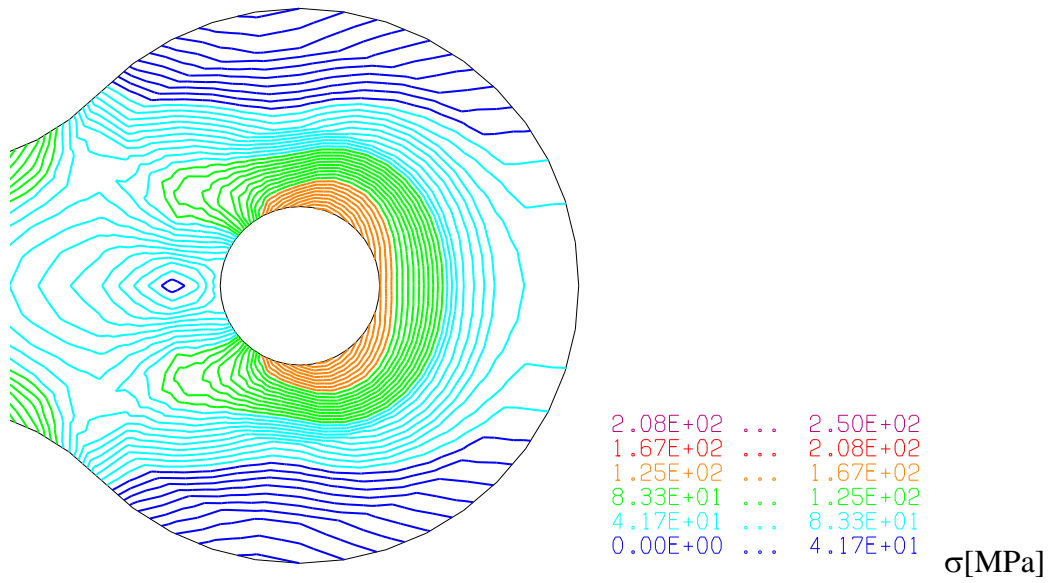
Слика 4.51 Деформисани облик модела U7 са максималним померањем у [mm]



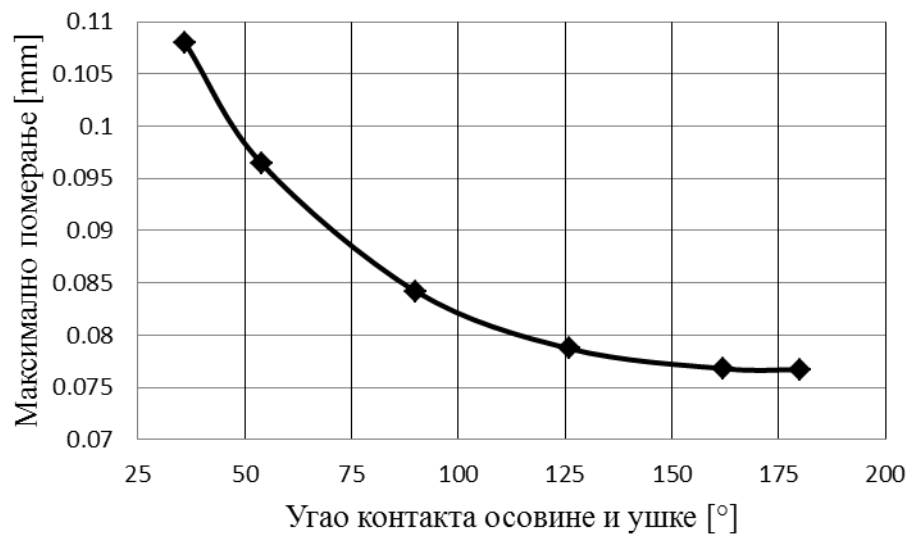
Слика 4.52 Приказ напонског поља (σ) и апсолутне енергије деформисања (Ed) модела U7



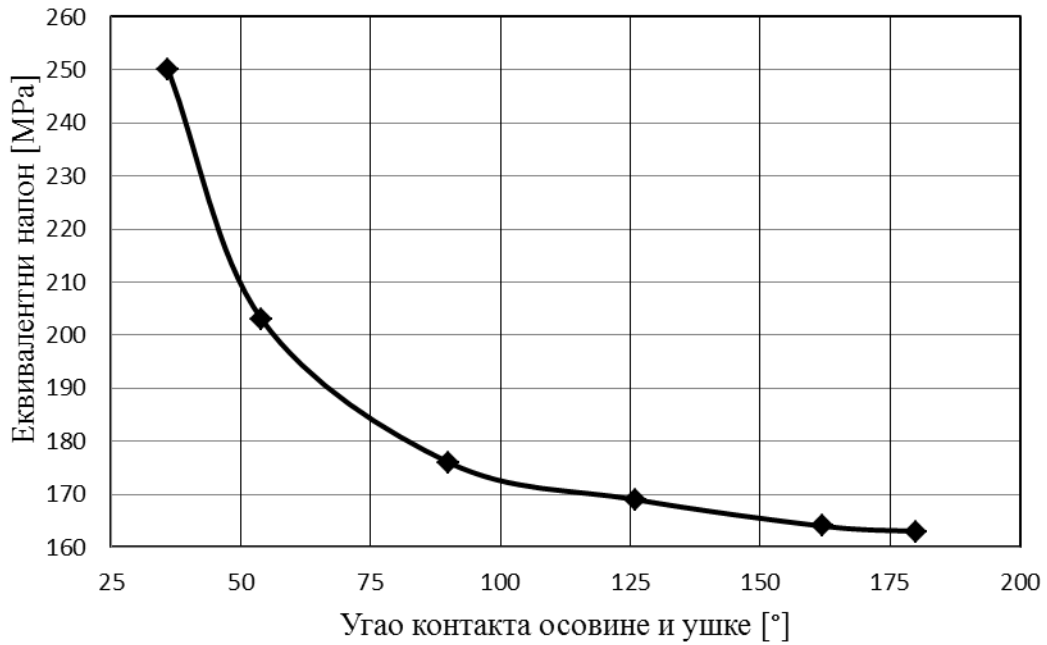
Слика 4.52 (наставкак) Приказ напонског поља (σ) и апсолутне енергије деформисања (Ed) модела U7



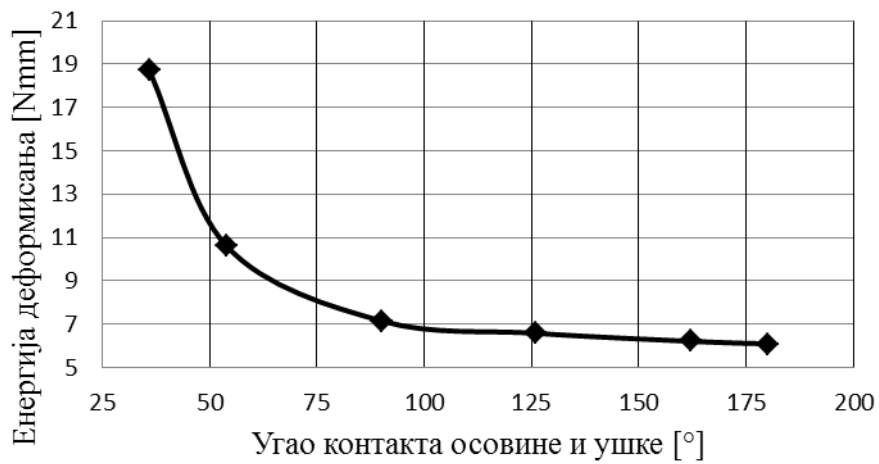
Слика 4.53 Приказ напонског поља (σ) око отвора ушке модела U7



Слика 4.54 Дијаграм зависности максималног померања од укупног угла контакта осовине и ушке модела U7



Слика 4.55 Дијаграм зависности еквивалентног напона од укупног угла контакта осовине и ушке модела U7

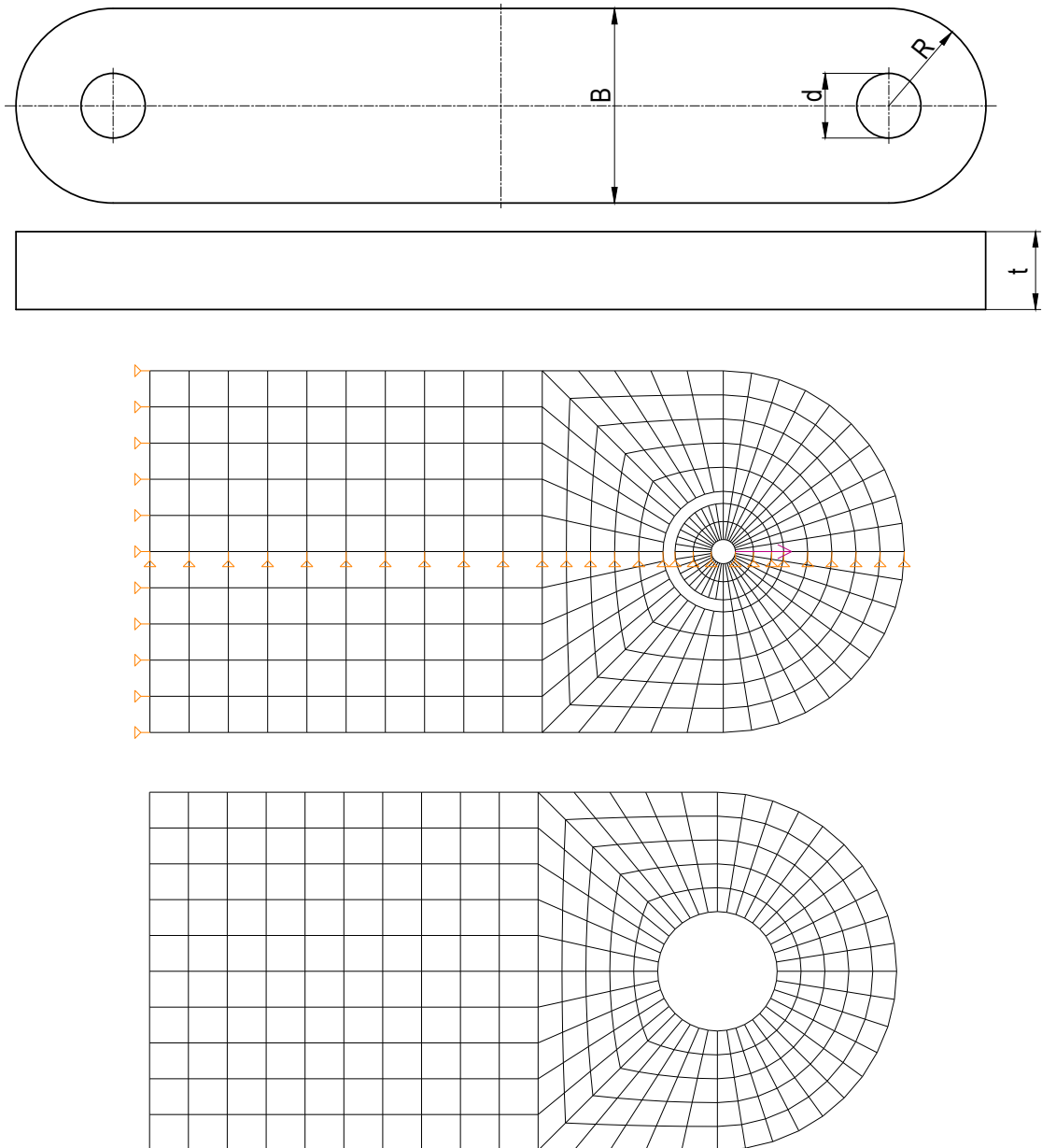


Слика 4.56 Дијаграм зависности апсолутне енергије деформисања од укупног угла контакта осовине и ушке модела U7

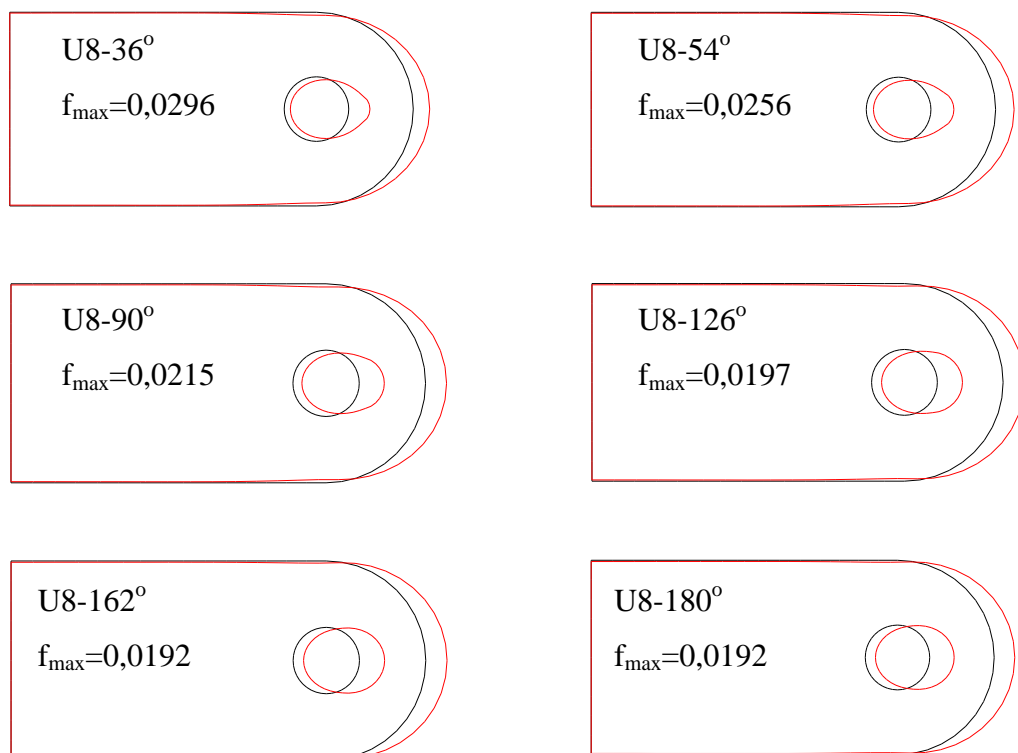
4.4.1.7. Ушка U8 са ознаком $dxRxBxt = 10x15x30x10$ mm

За ову ушку укупан угао контакта осовине и ушке је: 36° , 54° , 90° , 126° , 162° и 180°

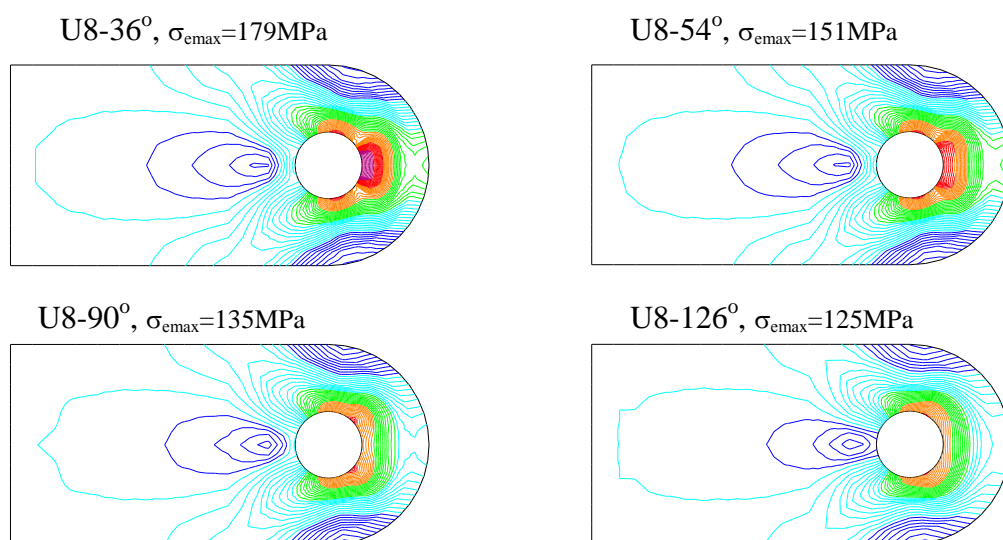
Сила којом је оптерећена ушка: $F=10000$ N.



Слика 4.57 Ушка U8 и рачунски модел

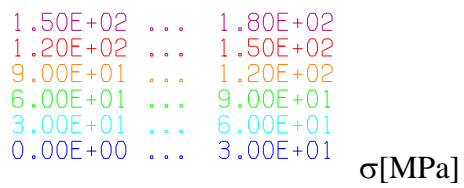
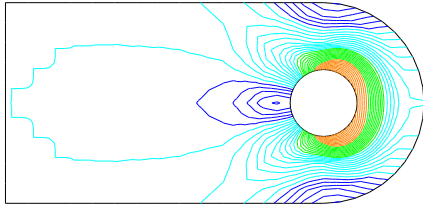


Слика 4.58 Деформисани облик модела U8 са максималним померањем у [mm]

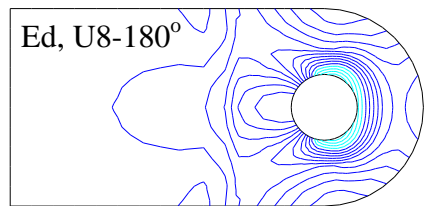
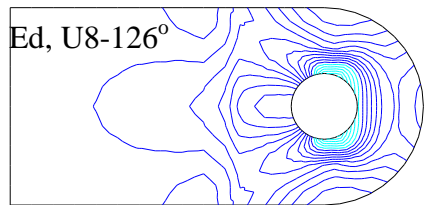
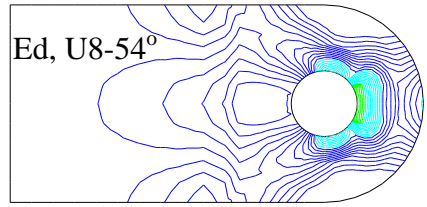
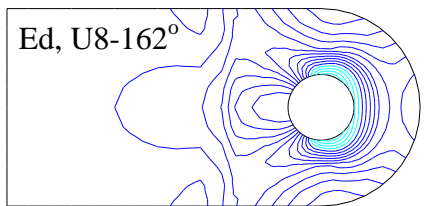
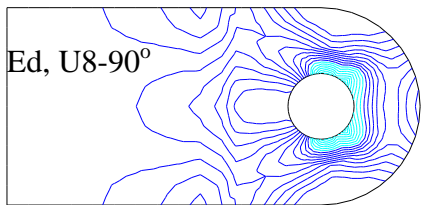
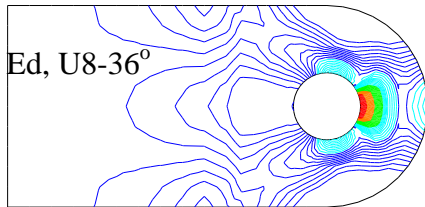
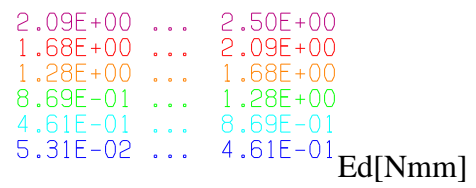
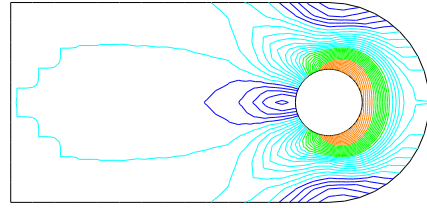


Слика 4.59 Приказ напонског поља (σ) и апсолутне енергије деформисања (E_d) модела U8

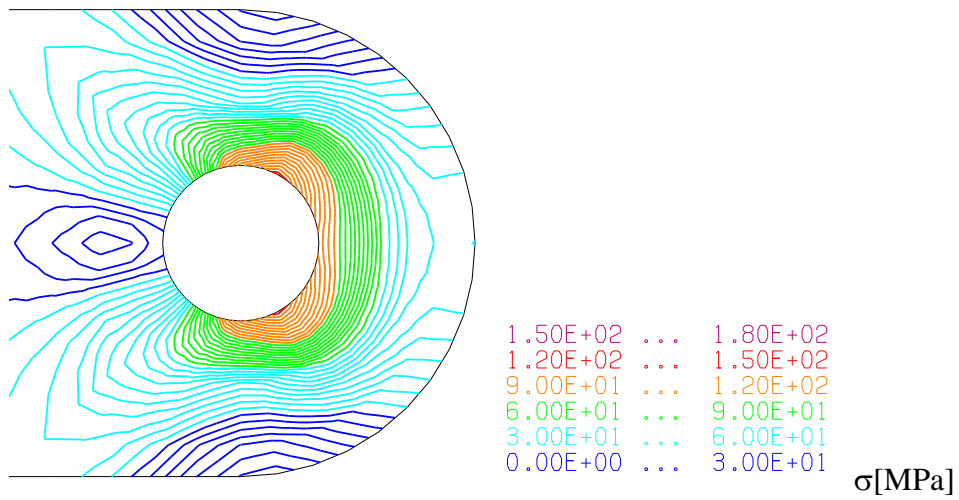
U8-162°, $\sigma_{\text{max}}=121\text{MPa}$



U8-180°, $\sigma_{\text{max}}=121\text{MPa}$



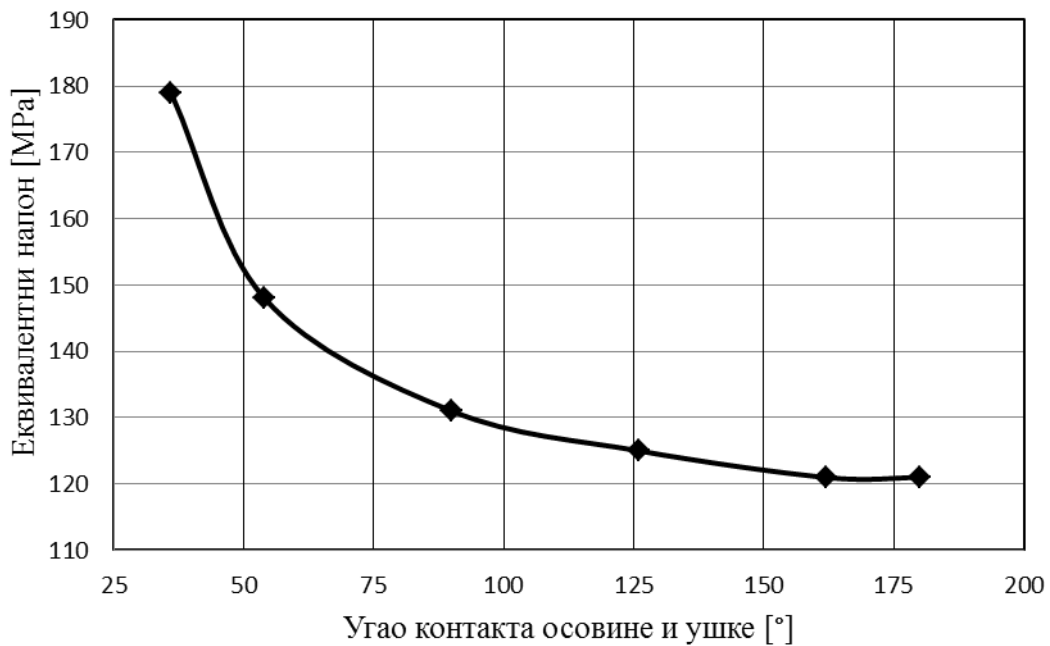
Слика 4.59 (наставак) Приказ напонског поља (σ) и апсолутне енергије деформисања (Ed) модела U8



Слика 4.60 Приказ напонског поља (σ) око отвора ушке модела U8



Слика 4.61 Дијаграм зависности максималног померања од укупног угла контакта осовине и ушке модела U8



Слика 4.62 Дијаграм зависности еквивалентног напона од укупног угла контакта осовине и ушке модела U8

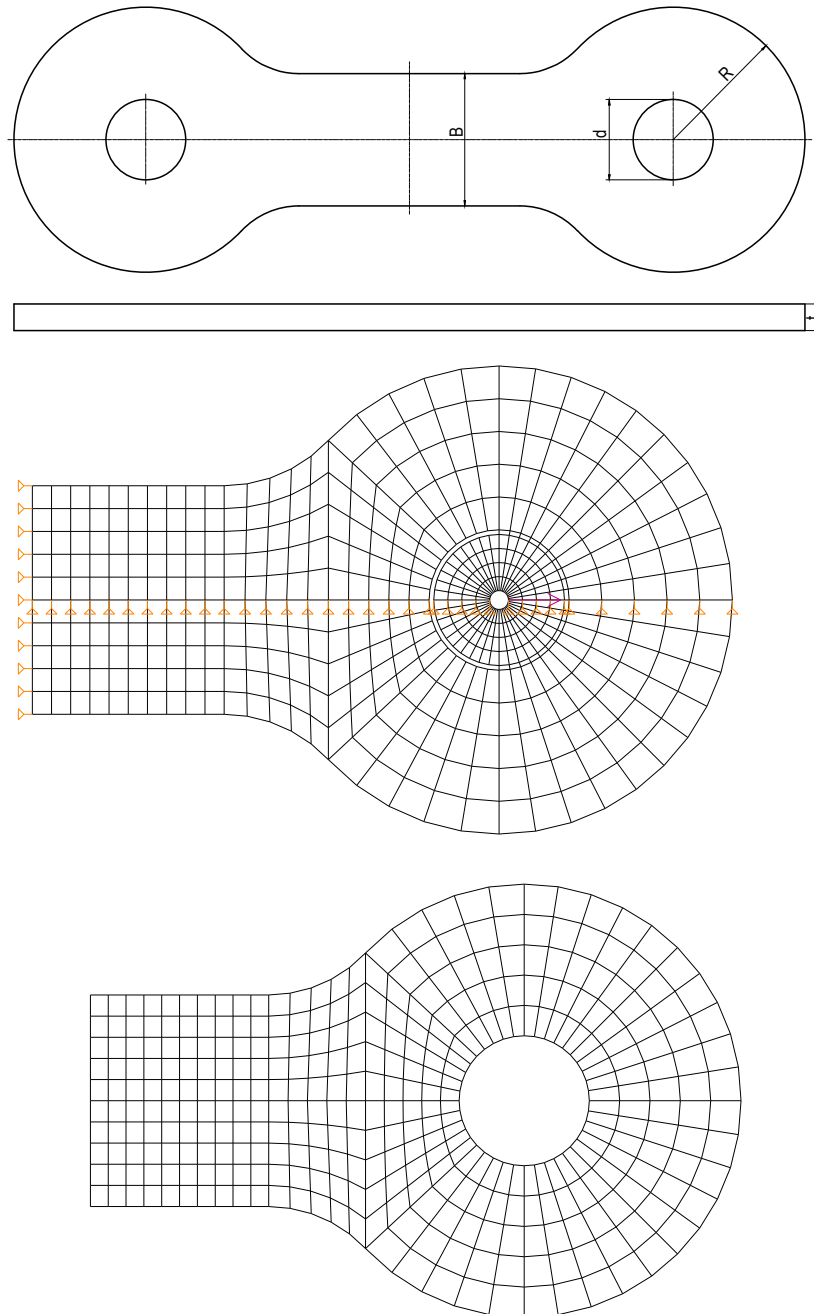


Слика 4.63 Дијаграм зависности апсолутне енергије деформисања од укупног угла контакта осовине и ушке модела U8

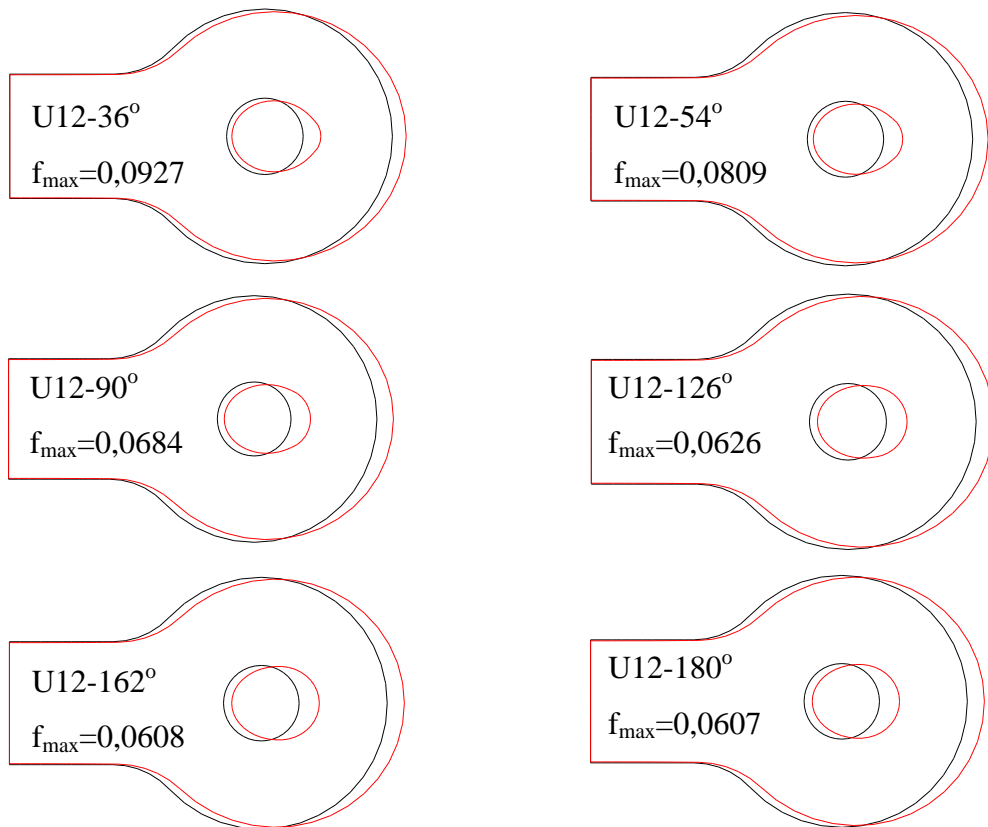
4.4.1.8. Ушка U12 са ознаком $dxRxBxt = 30x50x50x10$ mm

За ову ушку укупан угао контакта осовине и ушке је: 36° , 54° , 90° , 126° , 162° и 180°

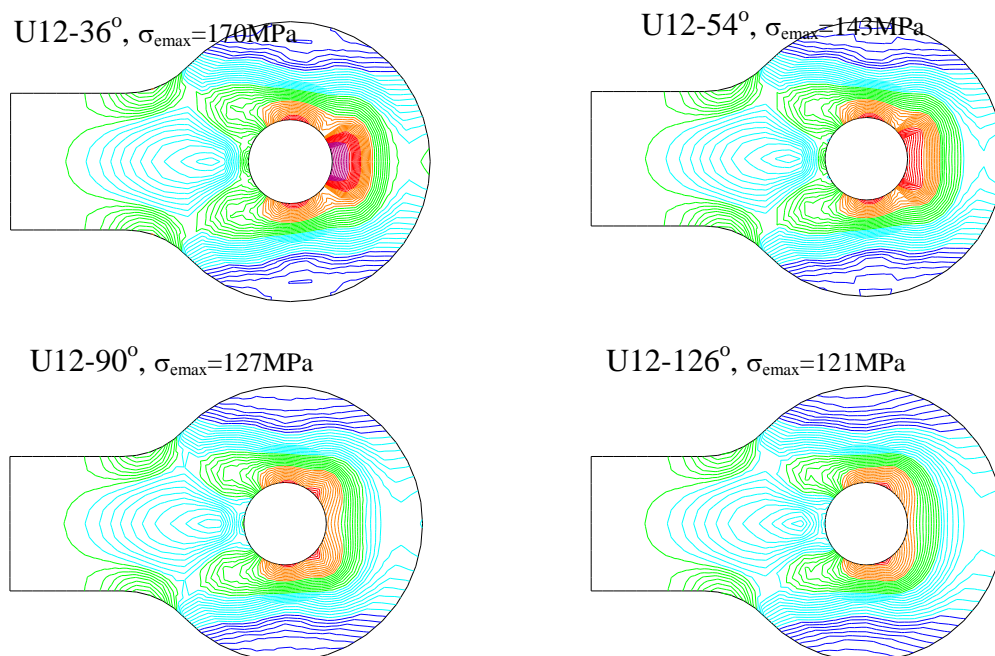
Сила којом је оптерећена ушка: $F=30000$ N.



Слика 4.64 Ушка U12 и рачунски модел

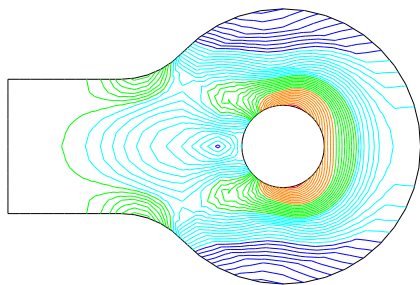


Слика 4.65 Деформисани облик модела U12 са максималним померањем у [mm]

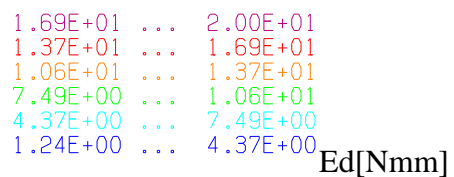
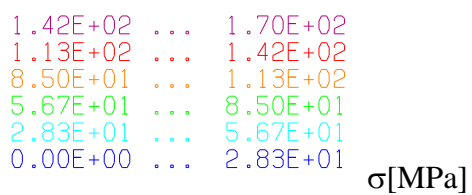
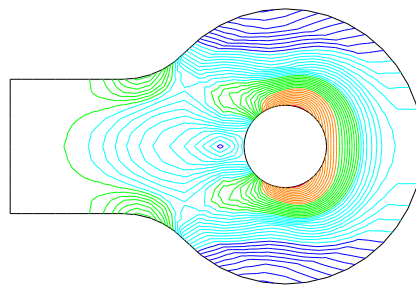


Слика 4.66 Приказ напонског поља (σ) и апсолутне енергије деформисања (Ed) модела U12

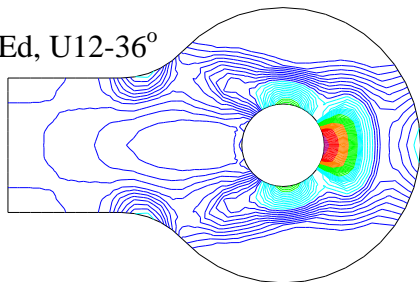
U12-162°, $\sigma_{\text{max}}=116\text{MPa}$



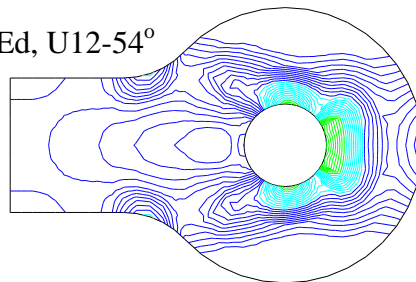
U12-180°, $\sigma_{\text{max}}=116\text{MPa}$



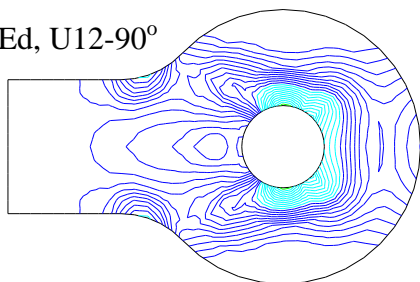
Ed, U12-36°



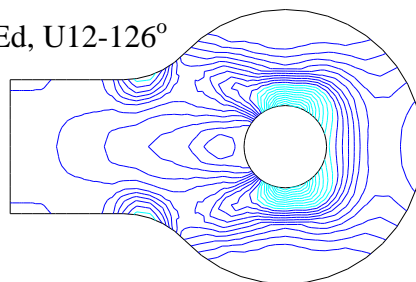
Ed, U12-54°



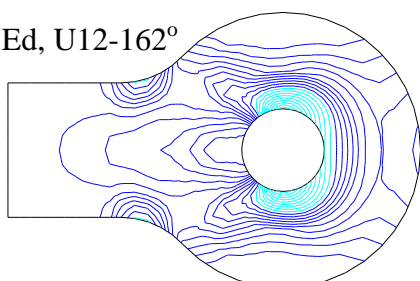
Ed, U12-90°



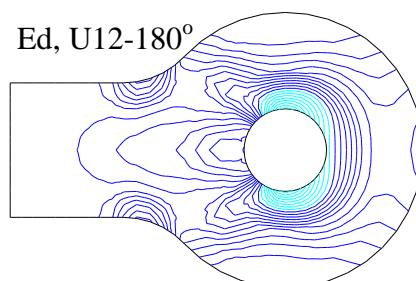
Ed, U12-126°



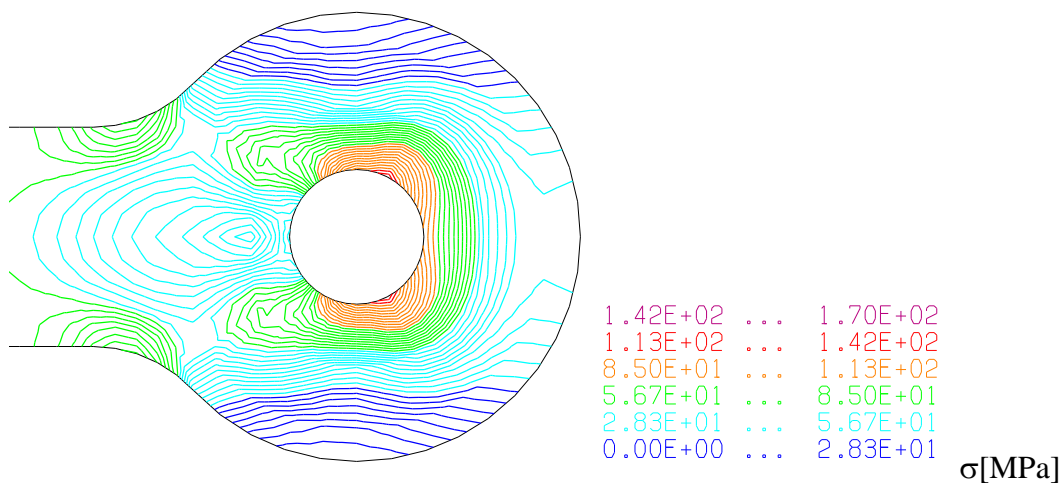
Ed, U12-162°



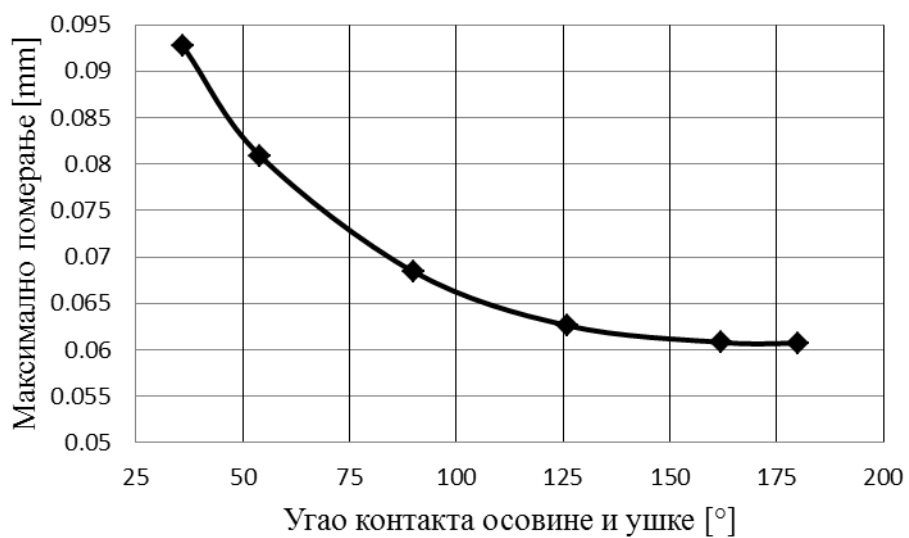
Ed, U12-180°



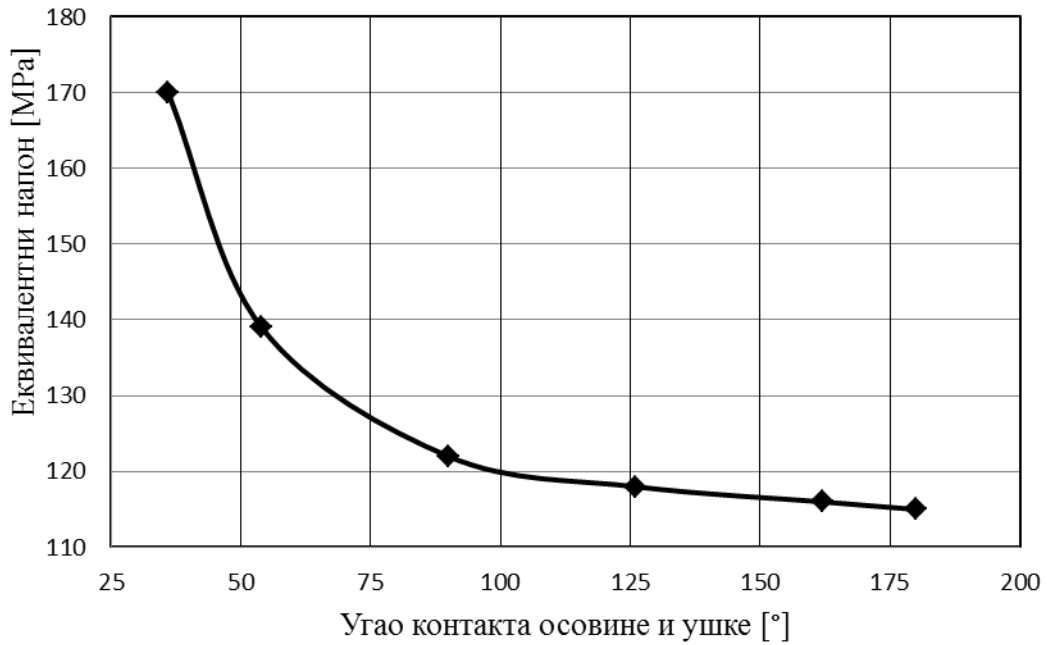
Слика 4.66 (наставкак) Приказ напонског поља (σ) и апсолутне енергије деформисања (Ed) модела U12



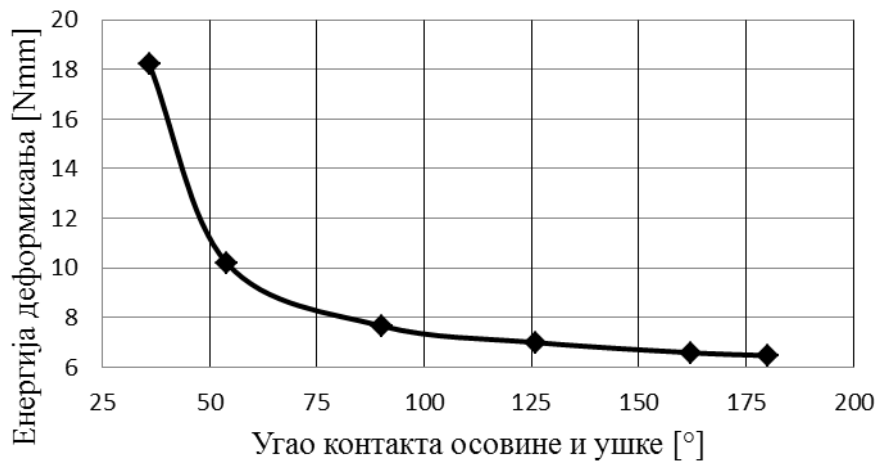
Слика 4.67 Приказ напонског поља (σ) око отвора ушке модела U12



Слика 4.68 Дијаграм зависности максималног померања од укупног угла контакта осовине и ушке модела U12

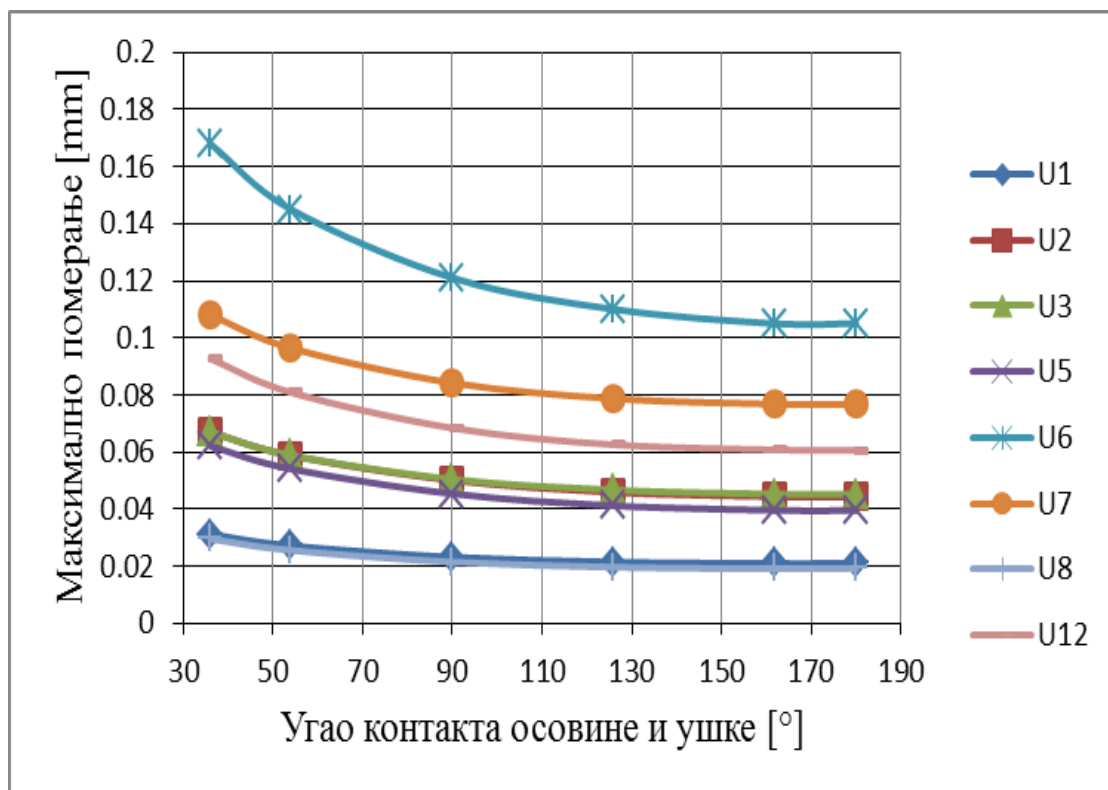


Слика 4.69 Дијаграм зависности еквивалентног напона од укупног угла контакта осовине и ушке модела U12

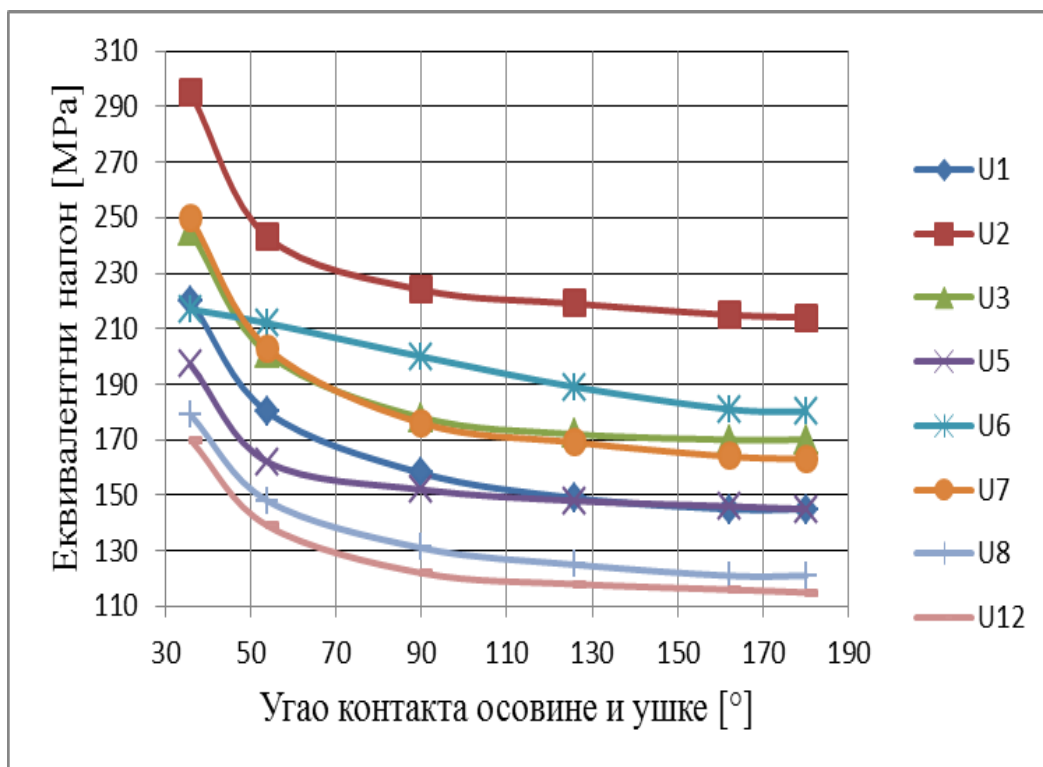


Слика 4.70 Дијаграм зависности апсолутне енергије деформисања од укупног угла контакта осовине и ушке модела U12

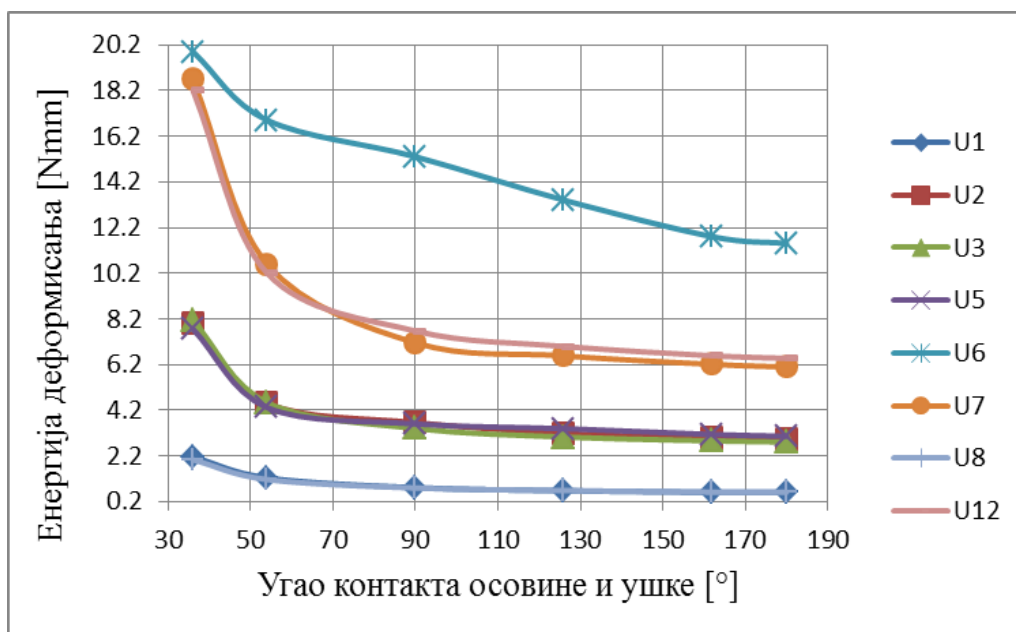
За све разматране ушке направљени су упоредни дијаграми (1), (2) и (3) зависности максималне деформације, еквивалентног напона и апсолутне енергије деформисања од укупног угла контакта између осовинице и отвора ушке.



Слика 4.71 Упоредни дијаграм зависности максималног померања од укупног угла контакта (1)



Слика 4.72 Упоредни дијаграм зависности еквивалентног напона од укупног угла контакта (2)



Слика 4.73 Упоредни дијаграм зависности апсолутне енергије деформисања од укупног угла контакта (3)

Упоредни дијаграми ће бити анализирани и дискутовани у Поглављу 6.

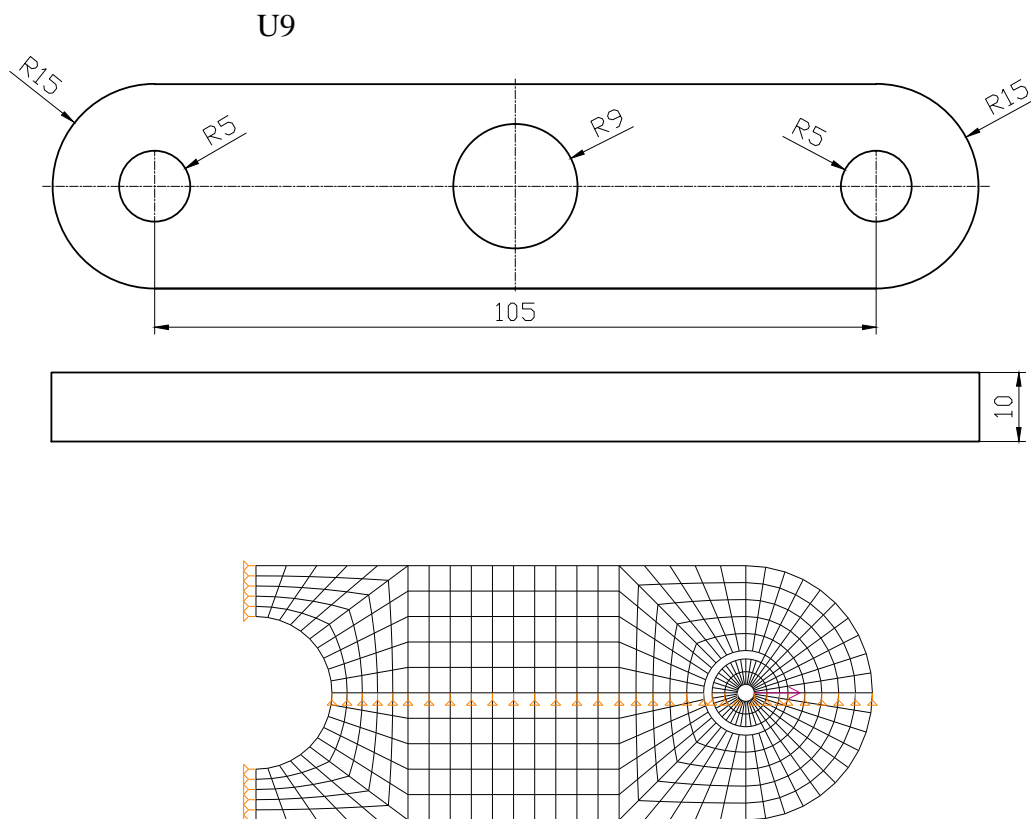
4.4.2. Друга подгрупа структурних елемената (траке са отворима-минимизација концентрације напона)

У овом потпоглављу биће приказани структурни елементи у облику челичних трака са отворима. Разматрана је могућност смањења концентрације напона одузимањем материјала (бушењем отвора одређених пречника).

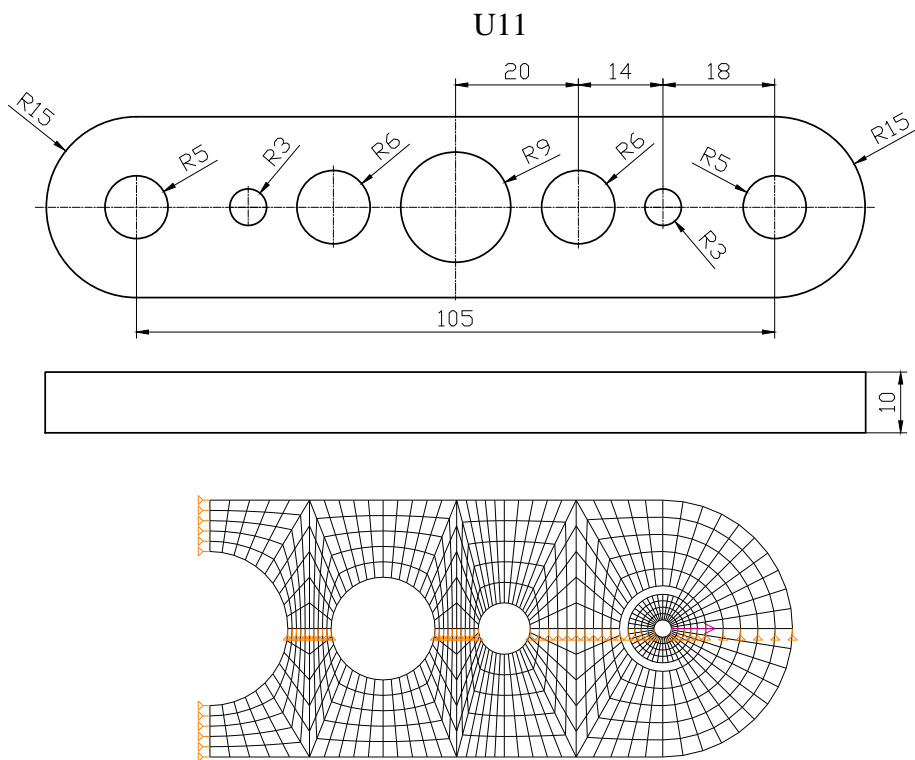
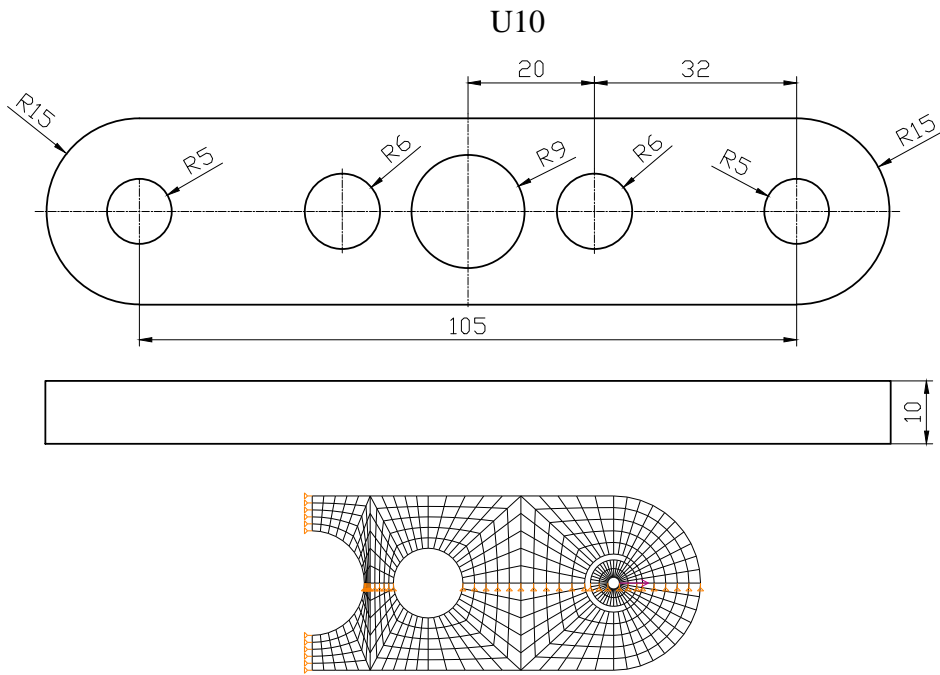
4.4.2.1. Траке са отворима U9, U10, U11

На *Сл. 4.74* приказани су геометријски облици трака са одговарајућим ознакама, као и рачунски модели који обухватају мрежу коначних елемената, ослонце и оптерећење. Након спровођења прорачуна, добијене су одговарајуће деформације, напонска поља и енергије деформације које су приказане на *Сл. 4.75-4.75*.

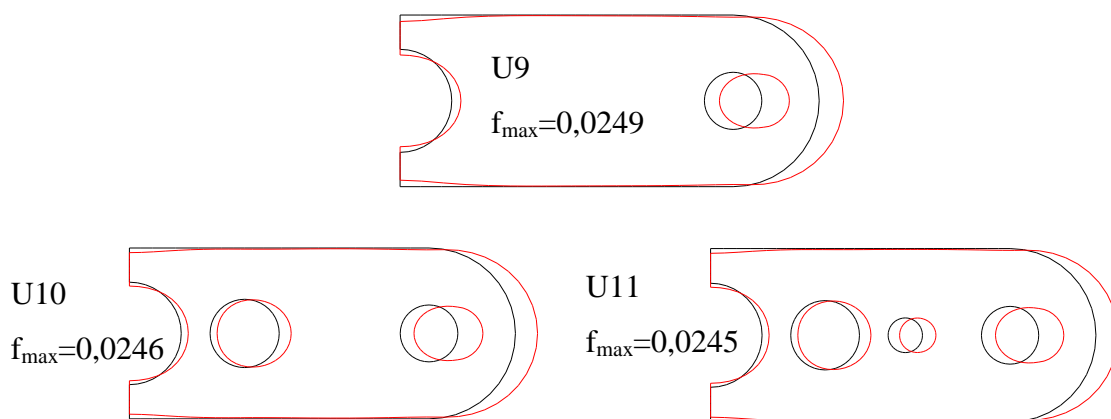
Сила којом су оптерећене траке: $F=10000\text{ N}$.



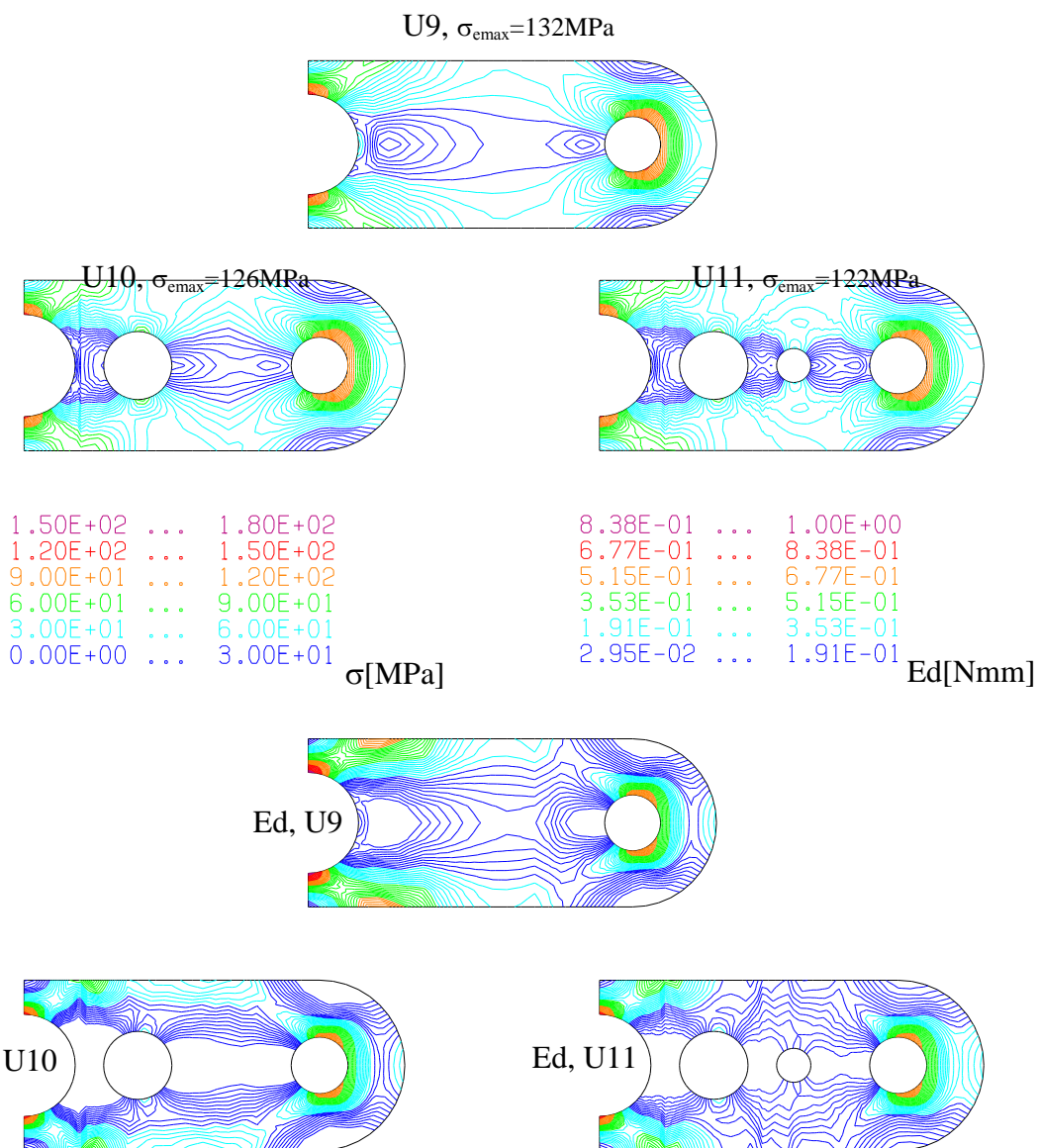
4.74 Траке и рачунски модели



4.74 (наставка) Траке и рачунски модели

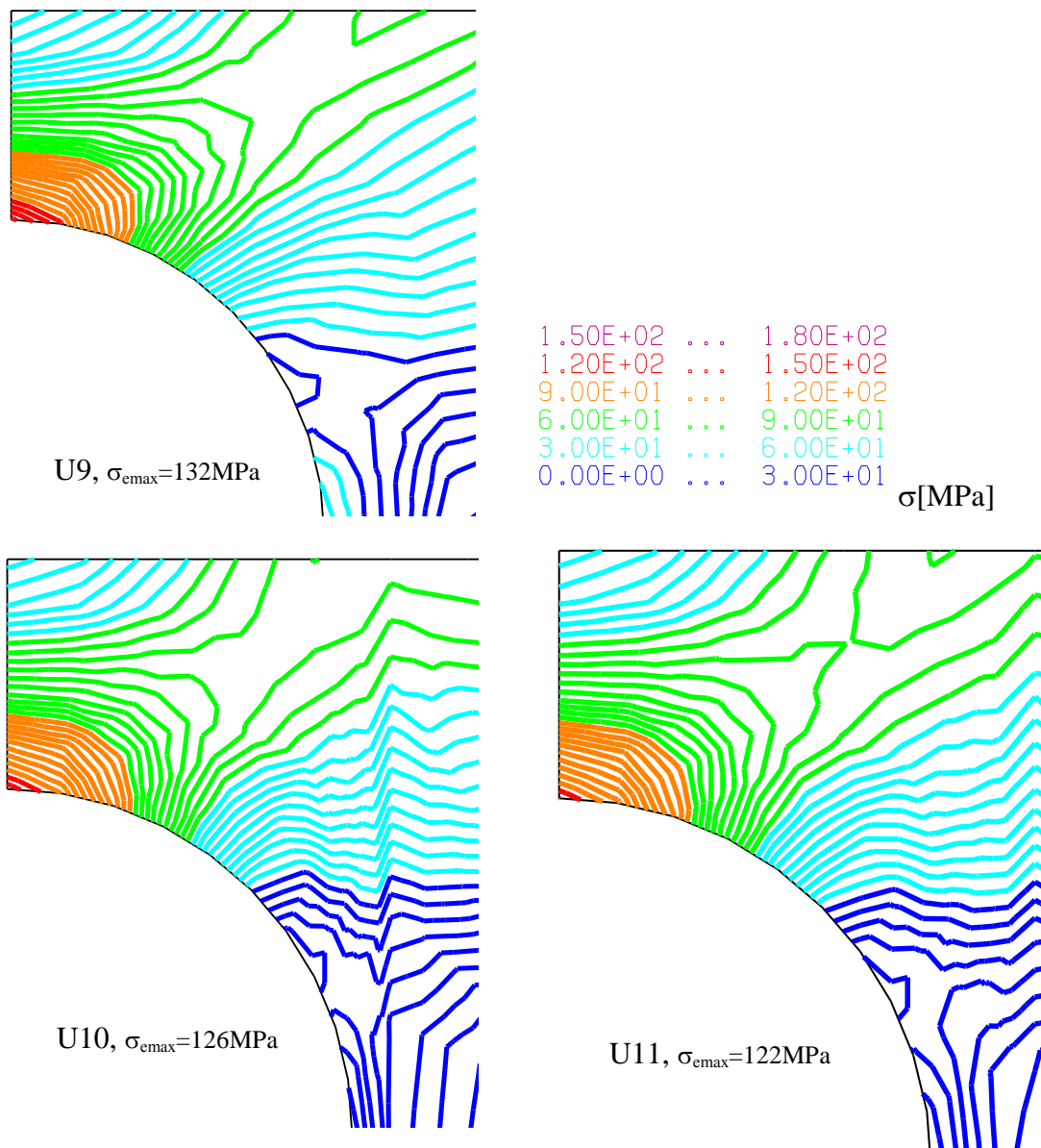


Слика 4.75 Деформисани облик модела са максималним померањем у [mm]



Слика 4.76 Приказ напонског поља (σ) и апсолутне енергије деформисања (Ed)

Да би се извршила боља анализа слика напонског поља око централног отвора трака (критичан пресек), дат је увећан приказ детаља трака са одговарајућим скалама (Сл. 4.77).



Слика 4.77 Приказ напонског поља (σ) око отвора

Резултати добијени прорачуном применом методе коначних елемената у програму КОМИПС, (Сл. 4.76 и 4.77) биће анализирани и дискутовани у Поглављу 6. Вредности еквивалентних напона су приказани на Сл. 4.76.

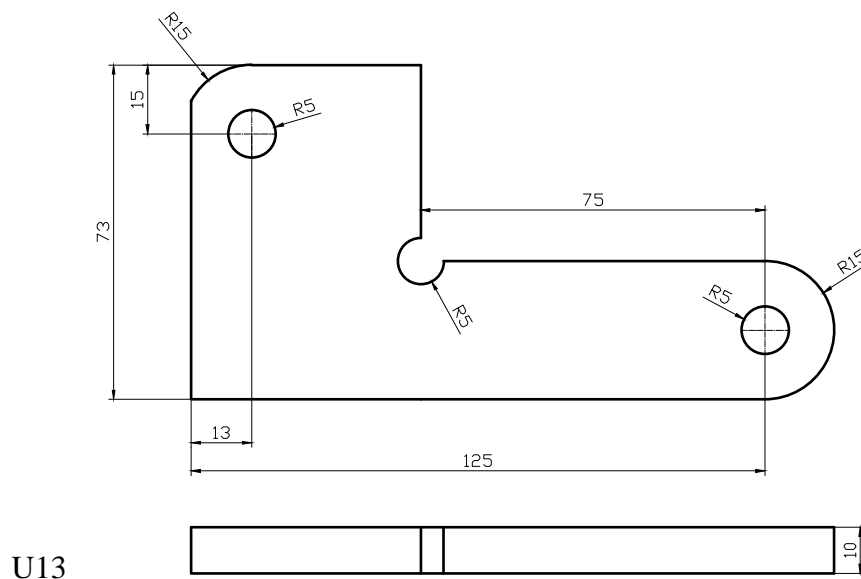
4.4.3. Трећа подгрупа структурних елемената (прелази-минимизација концентрације напона)

Као што је речено, трећу подгрупу структурних елемената чине челични елементи за везу. Циљ прорачуна ове подгрупе структурних елемената биће минимизација концентрације напона додавањем и одузимањем материјала и утицај конусних прелаза на концентрацију напона.

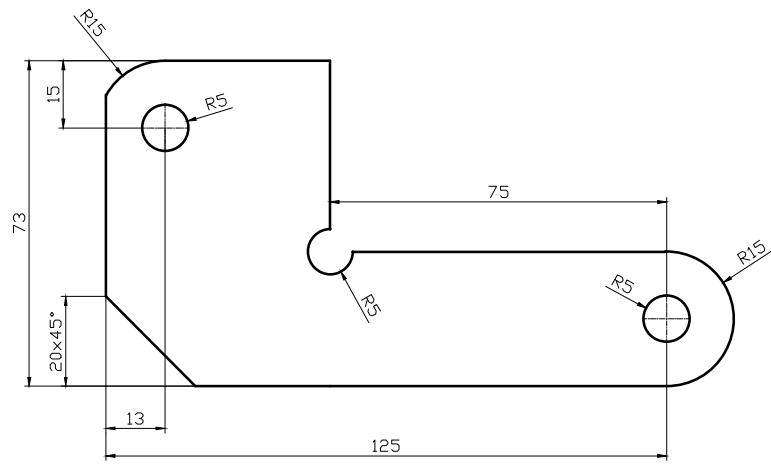
4.4.3.1. Елементи за везу U13, U14, U15, U16

У овом поглављу биће разматран утицај одузимања и додавања материјала на расподелу напона и концентрацију напона. Геометријски облици, димензије и рачунски модели елемената за везу су приказани на *Сл. 4.78*. Прорачун је извршен за четири варијанте геометријских облика и за вредност силе $F=10000\text{N}$. Као што је претходно речено, сила којом су оптерећени елементи за везу одређена је на основу дозвољене силе за динамометар и дозвољеног напона за материјал осовиница преко којих је уношена сила. Сила F је разложена на две компоненте као што је приказано на *Сл. 4.78*. Правац силе F се налази на дужи која центре отвора.

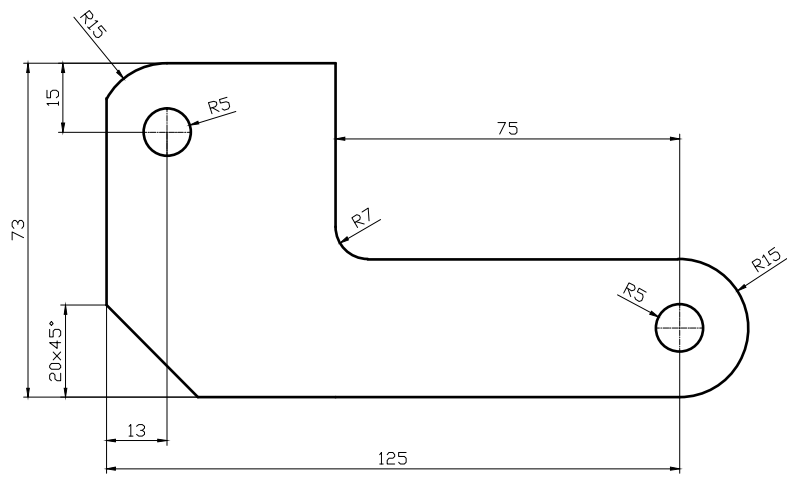
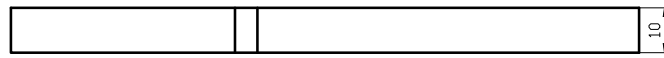
Сила којом су оптерећени елементи за везу: $F=10000\text{ N}$.



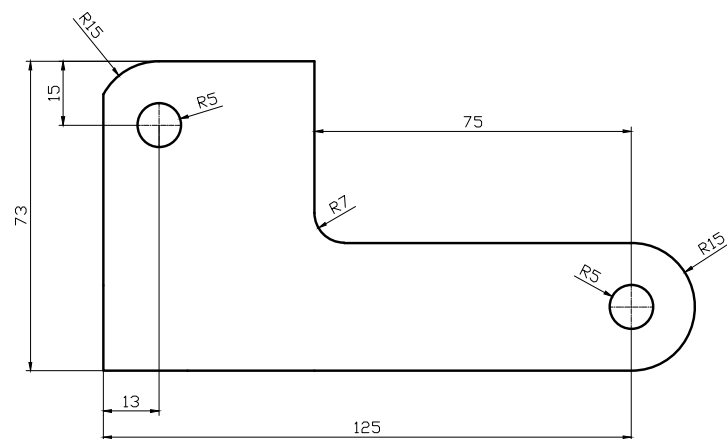
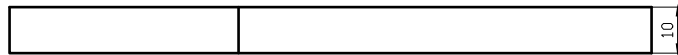
4.74 Елементи за везу и рачунски модели



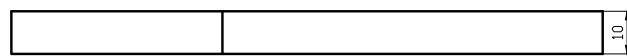
U14



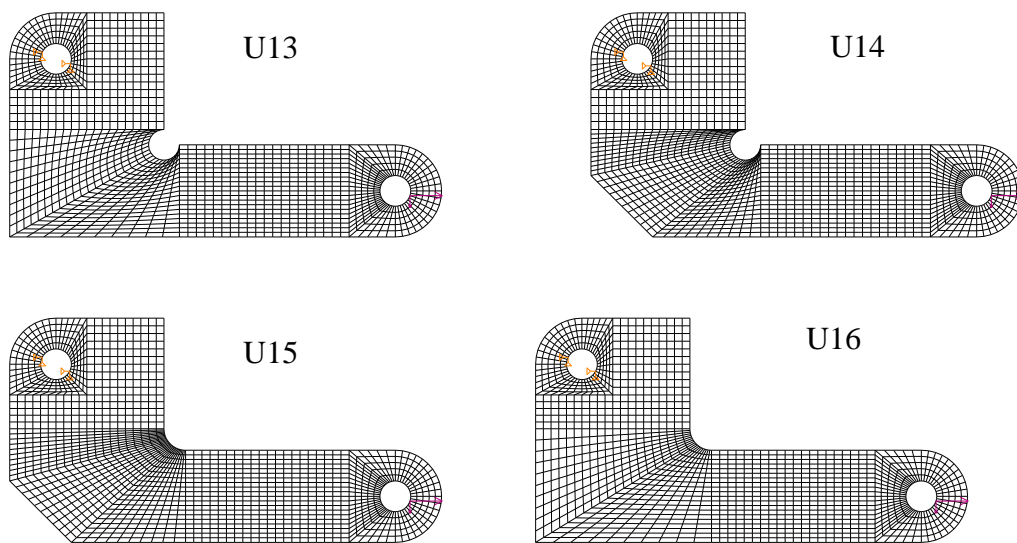
U15



U16

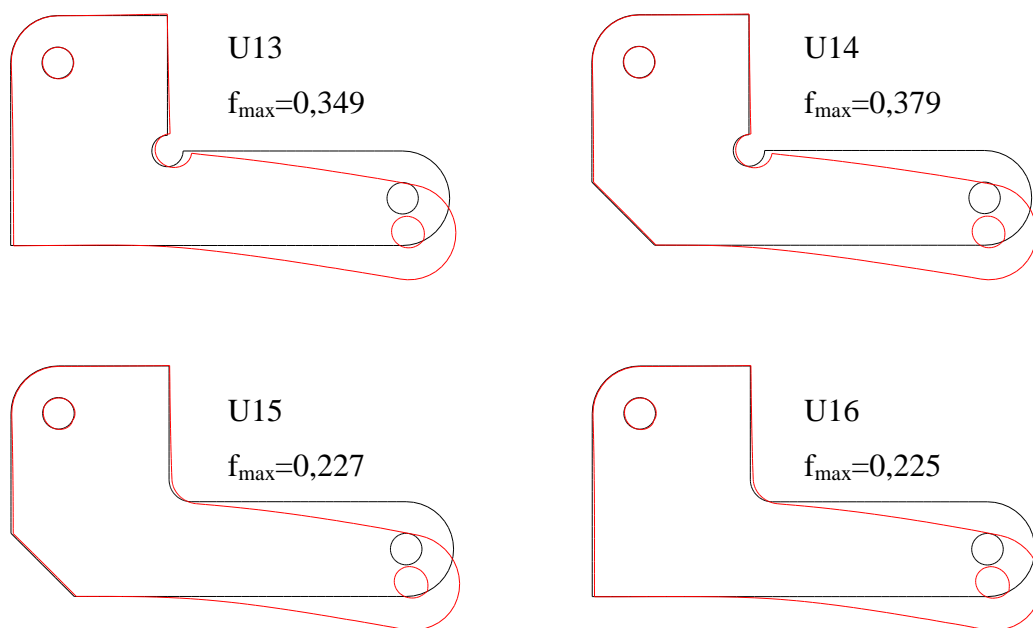


4.78 (наставка) Елементи за везу и рачунски модели

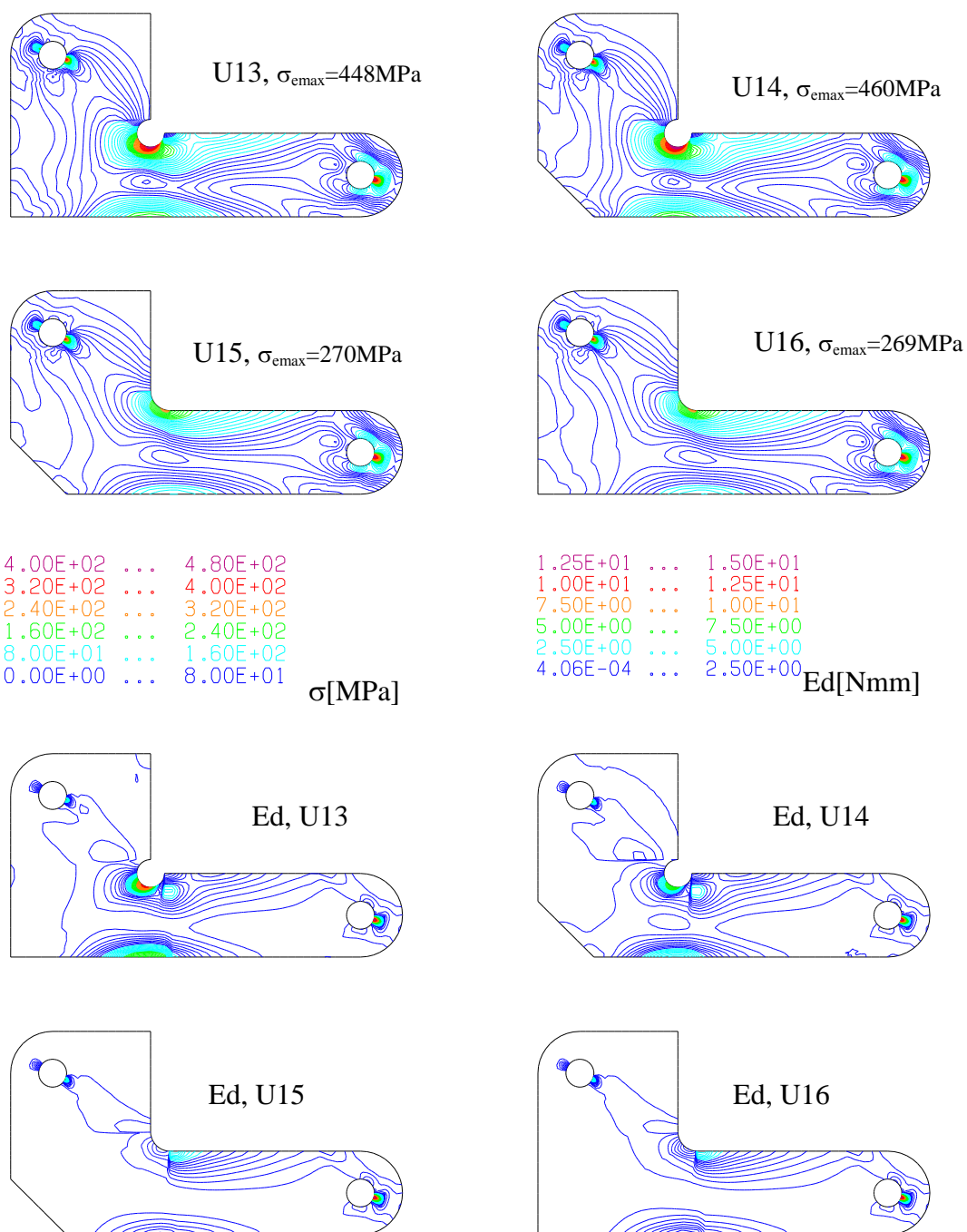


4.78 (наставак) Елементи за везу и рачунски модели

Израчуната су померања и дефинисано је напонско поље и енергија деформисња. Одговарајући приказ дат је на *Сл. 4.79-4.80*.

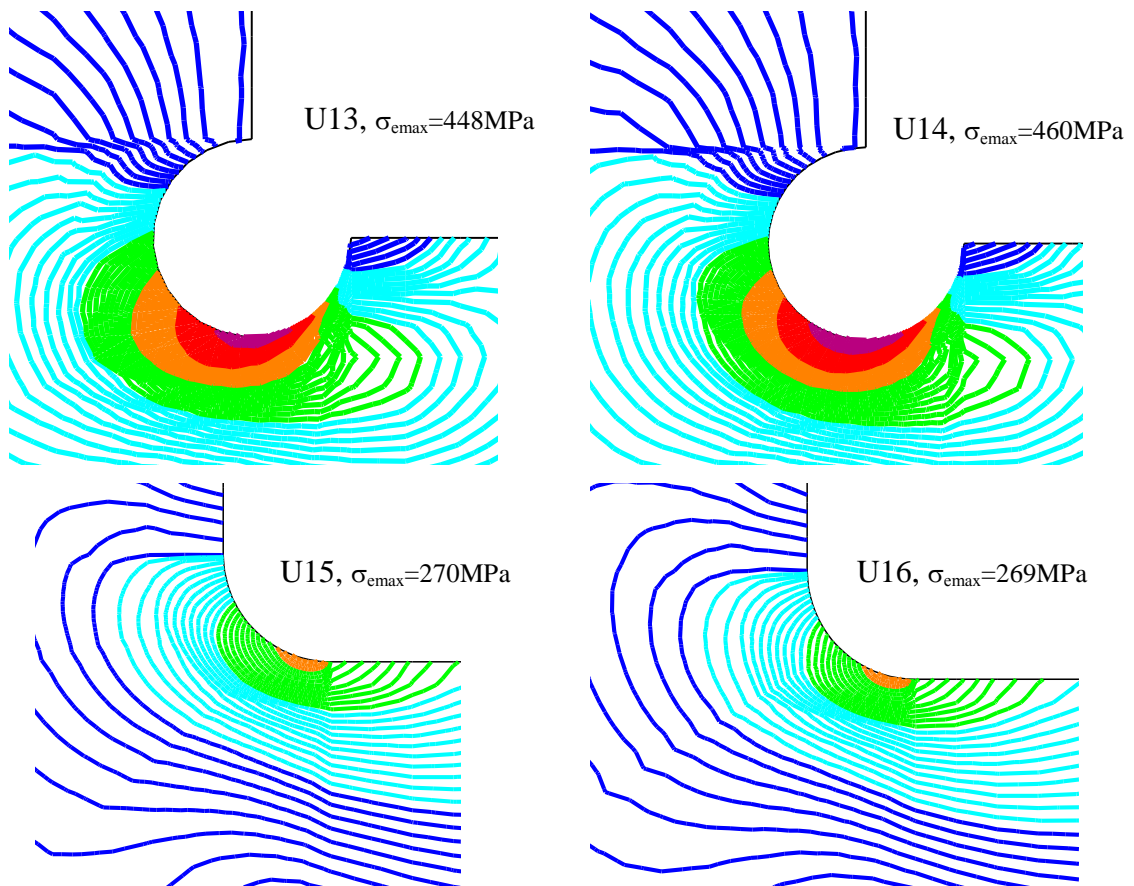


Слика 4.79 Деформисани облик модела са максималним померањем у [mm]



Слика 4.80 Приказ напонског поља (σ) и апсолутне енергије деформисања (Ed) са одговарајућим скалама

У овом поглављу су детаљно разматрани напони око одузетих и доданих радијуса, па је ради лакше анализе и дискусије на Сл. 4.81 дат њихов увећан приказ.



Слика 4.81 Приказ напонског поља (σ) око одузетог и додатог радијуса

4.4.3.2. Елементи за везу U17, U19

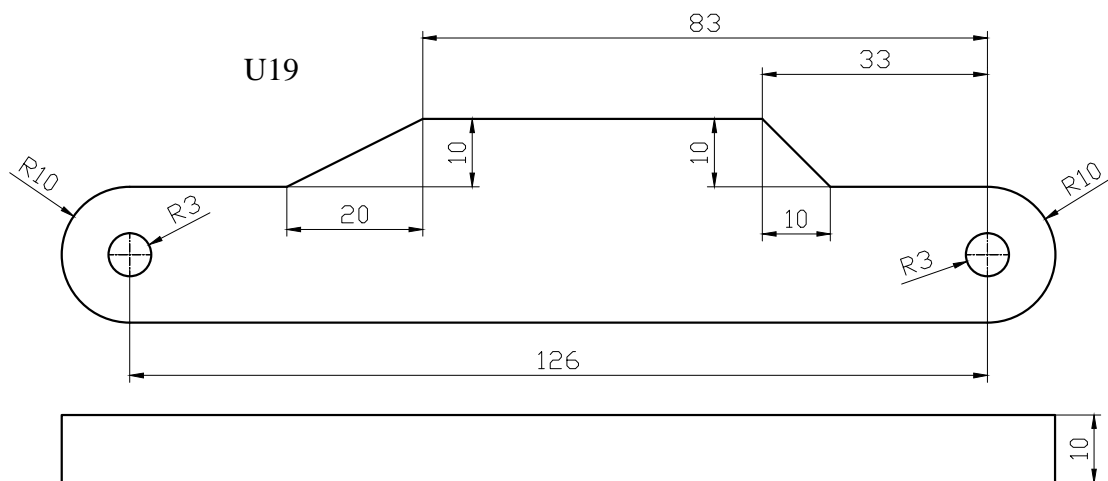
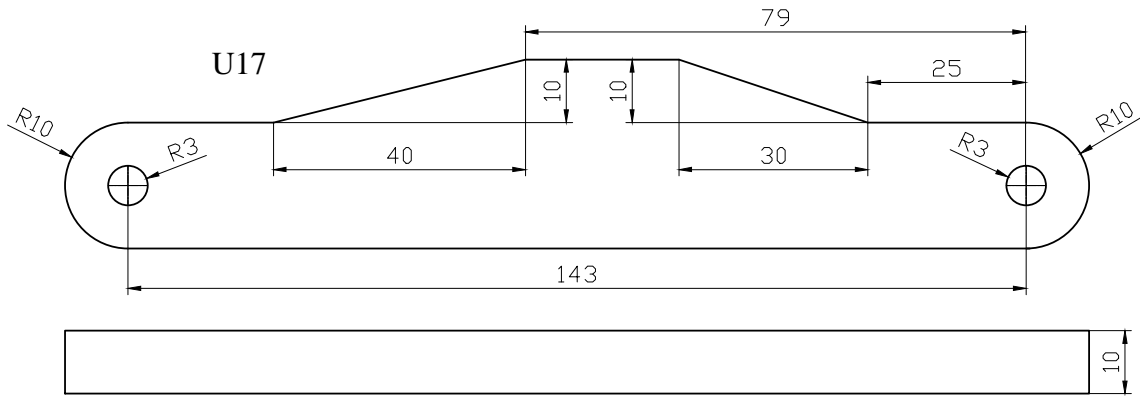
У овом поглављу биће разматран утицај конусних прелаза на расподелу напона и концентрацију напона.

Геометријски облици, димензије и рачунски модели елемената за везу су приказани на Сл. 4.82. Прорачун је извршен за две варијанте геометријских облика. Елемент за везу U17 садржи два конусна прелаза (Сл. 4.82), док структурни елемент U19 такође садржи два конусна прелаза, али стрмија (Сл. 4.82). Структурни елементи U17 и U19 су узети за упоредну анализу деформација и напона због тога што имају исти геометријски облик, само им се димензије

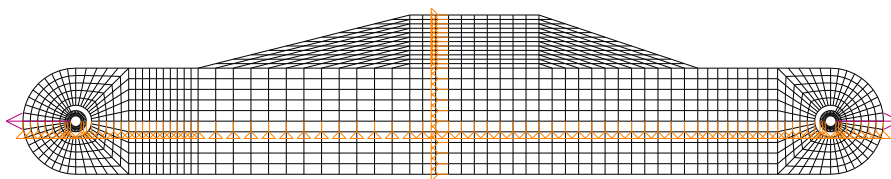
разликују. Специфичност ових модела јесте у томе што имају конусне прелазе само са једне стране, тј. реч је о несиметрији.

Анализа и дискусија добијених резултата биће дата у Поглављу 6.

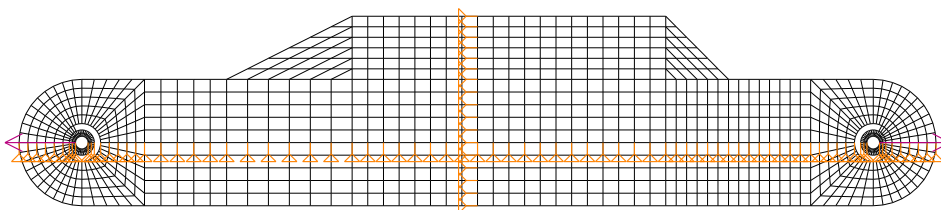
Сила којом су оптерећени елементи за везу: $F=12500\text{ N}$.



U17

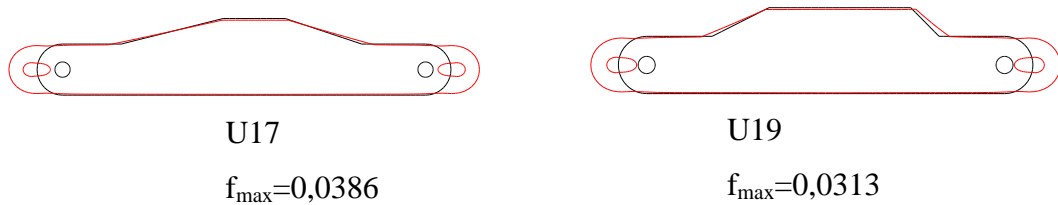


U19



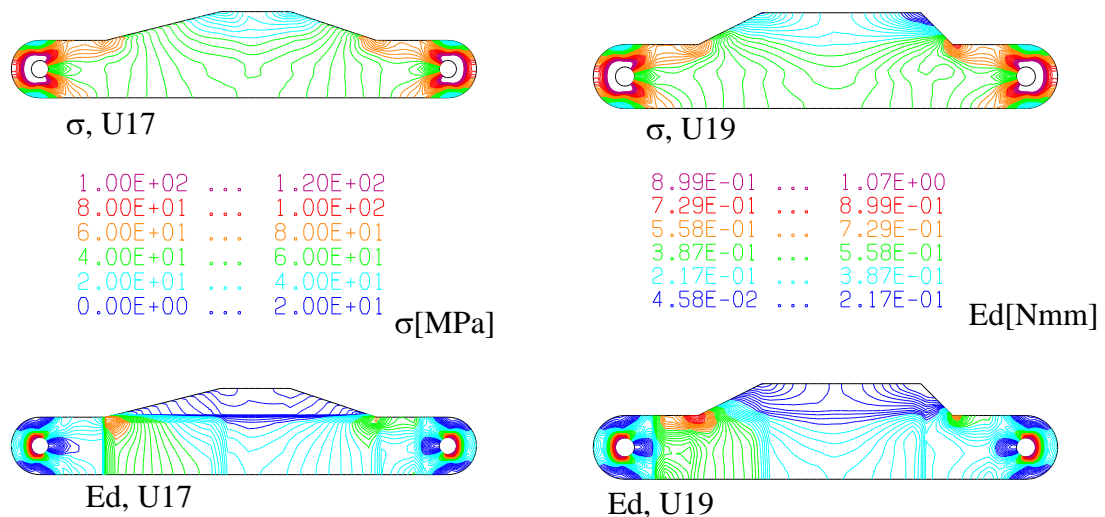
4.82 Елементи за везу и рачунски модели

Приказ деформације модела U17 и U19, и вредности њихових максималних деформација у милиметрима су дати на Сл. 4.83.



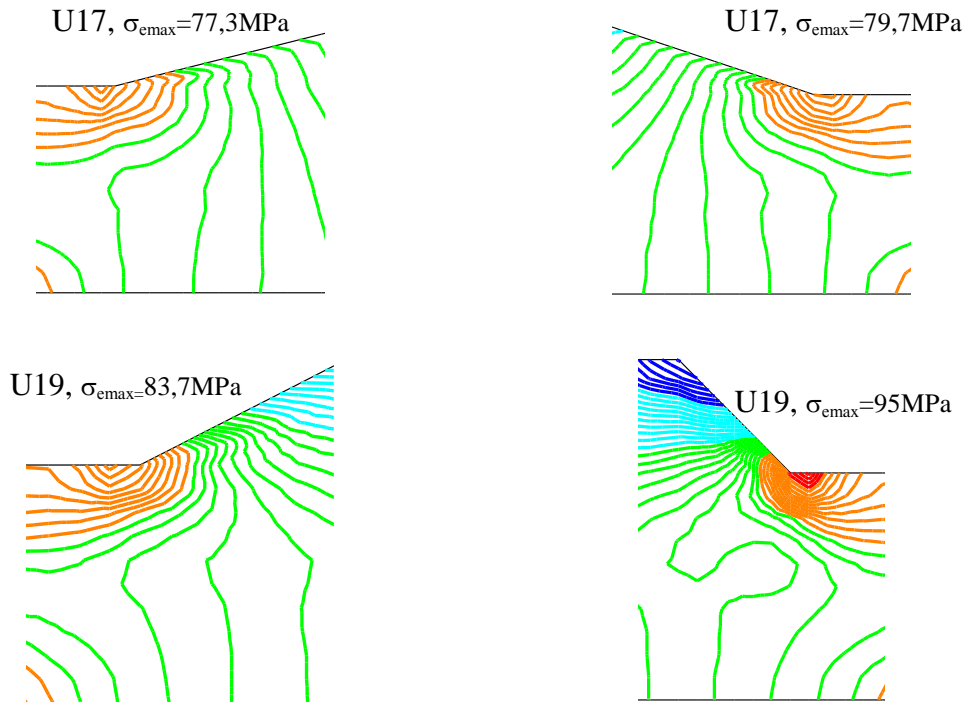
Слика 4.83 Деформисани облик модела са максималним померањем у [mm]

Дефинисано је напонско поље и енергија деформисања. Одговарајући приказ дат је на Сл. 4.84.



Слика 4.84 Приказ напонског поља (σ) и апсолутне енергије деформисања (Ed) са одговарајућим скалама

У овом поглављу су детаљно разматрани напони око конусних прелаза, па је ради лакше анализе и дискусије на Сл. 4.85 дат њихов увећан приказ.



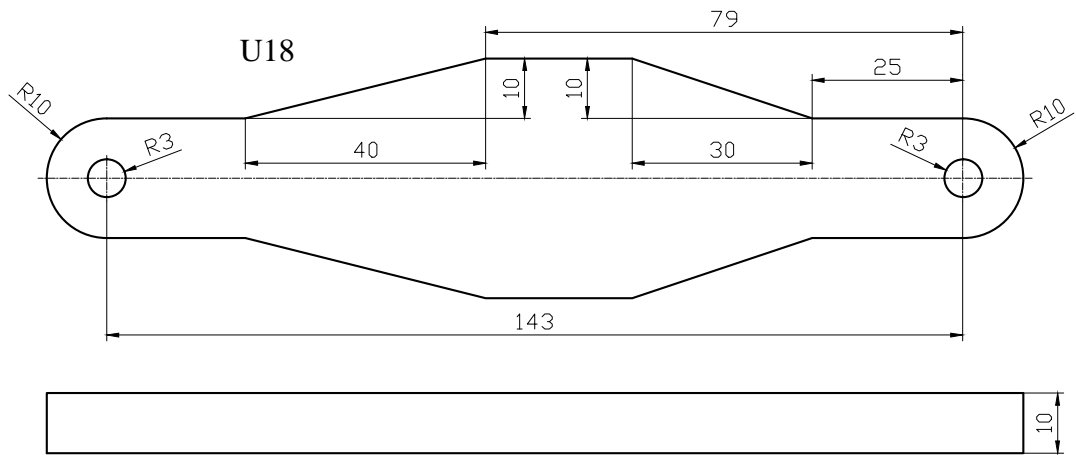
Слика 4.85 Приказ напонског поља (σ) око конуса

4.4.3.3. Елементи за везу U18, U20

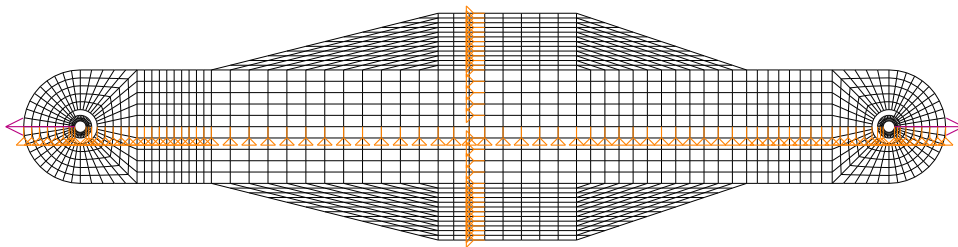
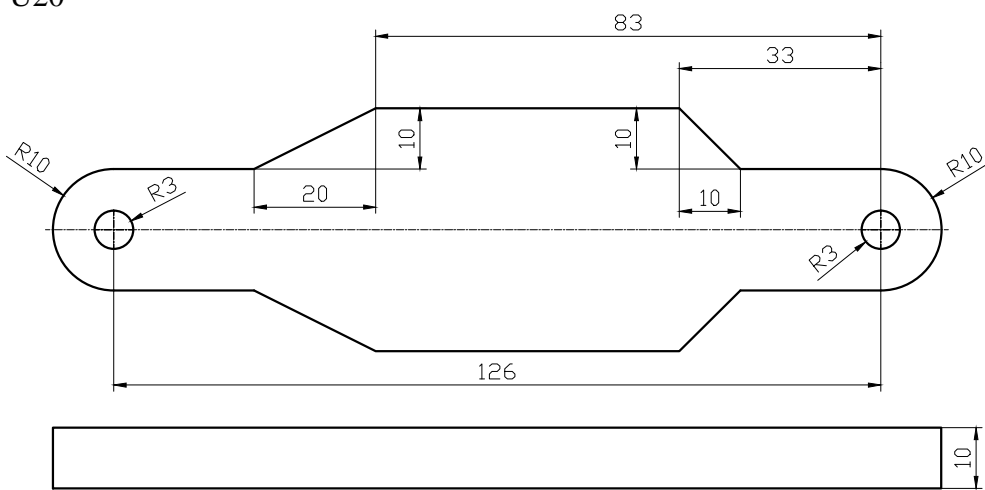
У овом поглављу биће разматран утицај конусних прелаза на расподелу напона и концентрацију напона код симетричних модела, тј. модела који садрже конусне прелазе са обе стране.

Геометријски облици, димензије и рачунски модели елемената за везу су приказани на Сл. 4.86. Прорачун је извршен за две варијанте геометријских облика. Елемент за везу U18 садржи четири конусна прелаза (Сл. 4.86), док структурни елемент U20 такође садржи четири конусна прелаза, али стрмија (Сл. 4.86). Структурни елементи U18 и U20 су узети за упоредну анализу деформација и напона због тога што имају исти геометријски облик, само им се димензије разликују. Специфичност ових модела јесте у томе што имају конусне прелазе са обе стране, тј. реч је о симетрији.

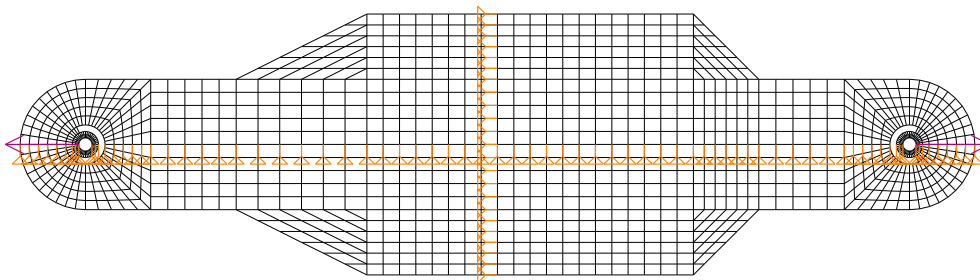
Сила којом су оптерећени елементи за везу: $F=12500\text{ N}$.



U20



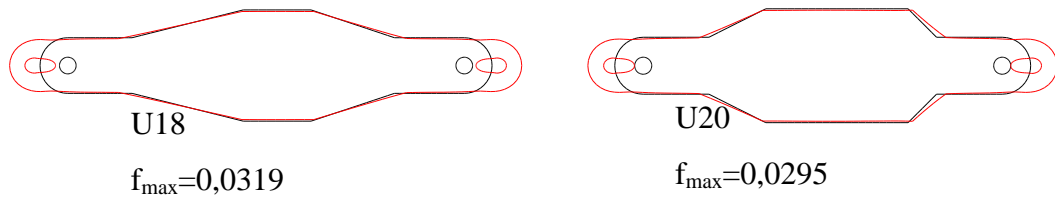
U18



U20

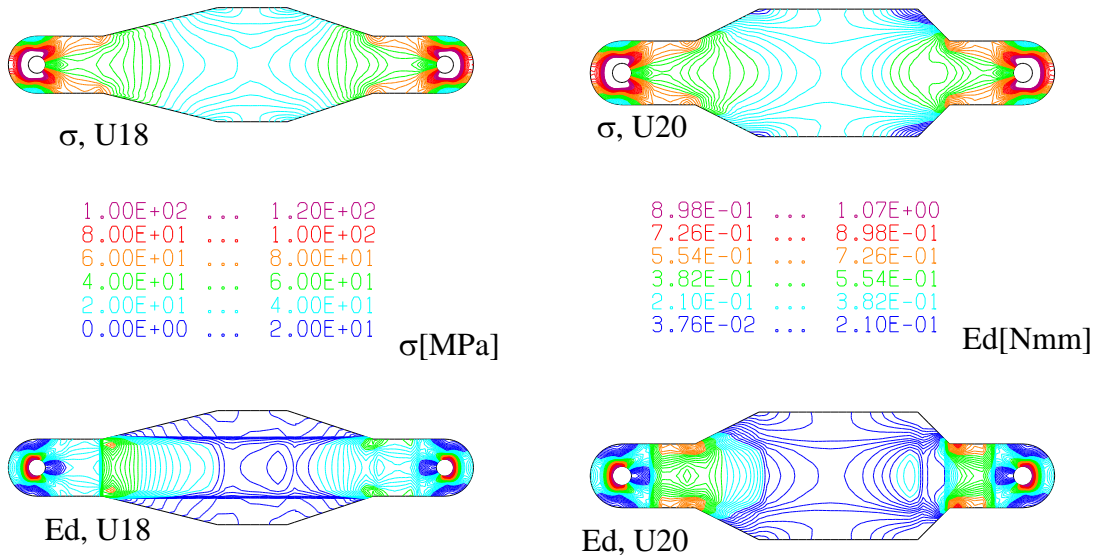
Слика 4.86 Елементи за везу и рачунски модели

Приказ деформације модела U18 и U20, и вредности њихових максималних деформација у милиметрима су дате на Сл. 4.87.



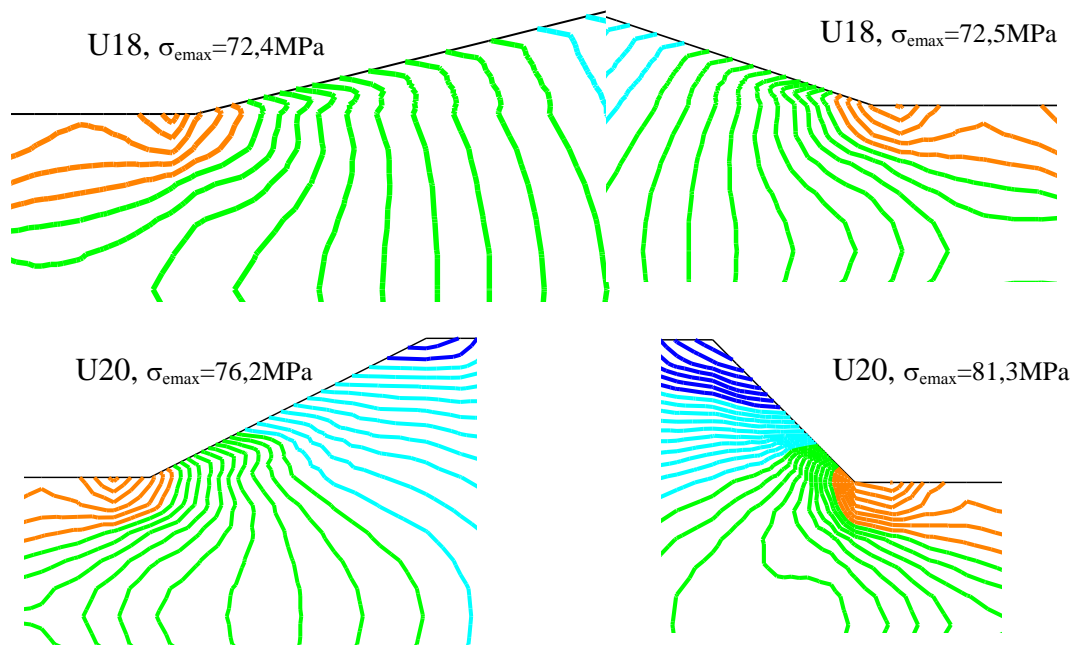
Слика 4.87 Деформисани облик модела са максималним померањем у [mm]

Приказ напонског поља (σ) и енергије деформисања (Ed) са одговарајућим скалама дат је на Сл. 4.88.



Слика 4.88 Приказ напонског поља (σ) и апсолутне енергије деформисања (Ed) са одговарајућим скалама

У овом поглављу су детаљно разматрани напони око конусних прелаза за симетричне елементе за везу, па је ради лакше анализе и дискусије на Сл. 4.89 дат њихов увећан приказ.

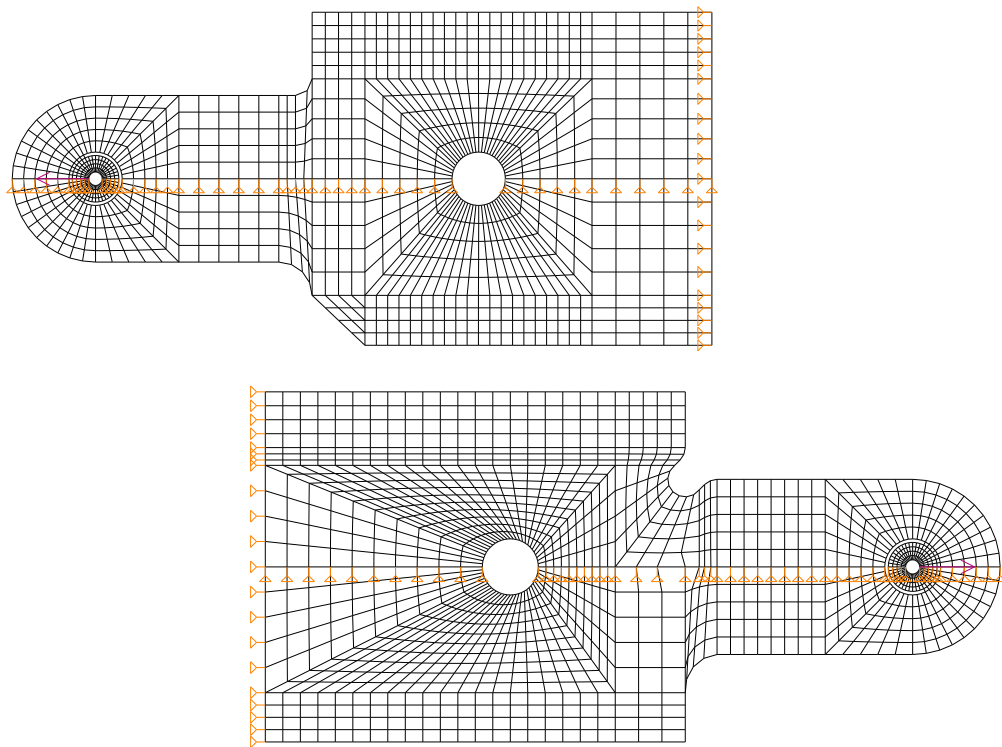
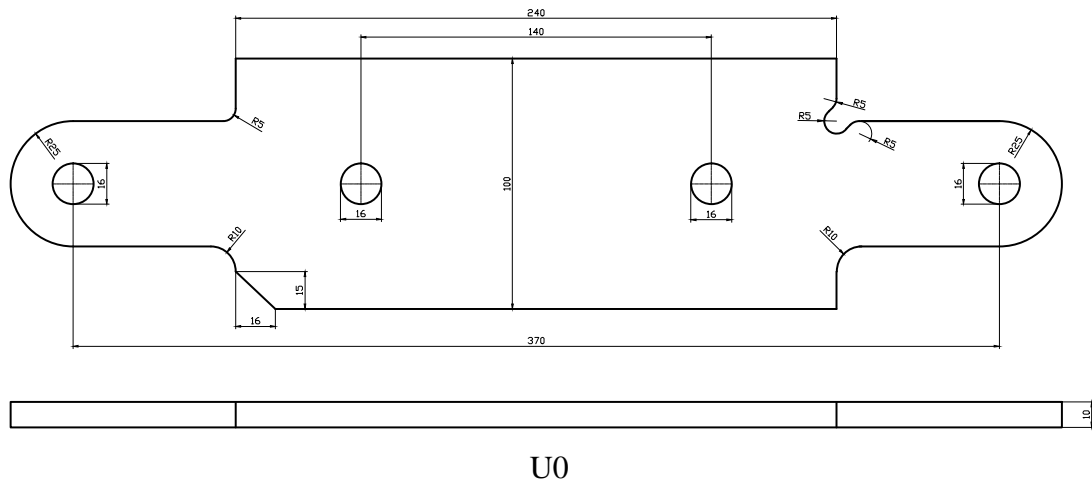


Слика 4.89 Приказ напонског поља (σ) око конуса

4.4.3.4. Елемент за везу U0

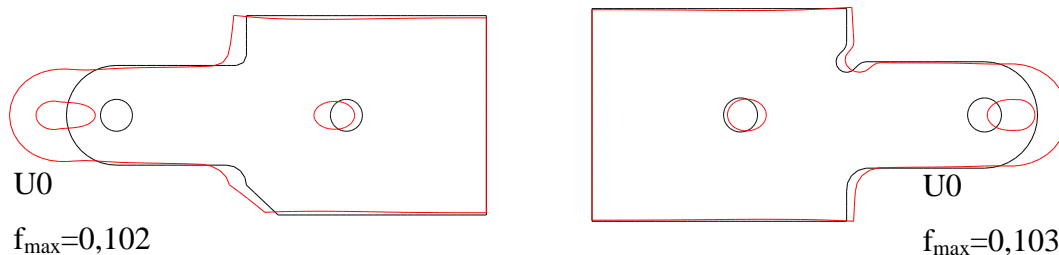
У овом поглављу биће разматран утицај различитих облика прелаза на деформацију, расподелу напона и концентрацију напона код елемента за везу приказаном на *Сл. 4.90*. Геометријски облик, димензије и рачунски модел елемента за везу је приказан на *Сл. 4.90*. Елемент за везу U0 садржи четири различита облика прелаза прелаза (*Сл. 4.90*). Реч је о два додатна радијуса различитих пречника, једном одузетом радијусу и једном додатом радијусу који у наставку има оборену ивицу. Специфичност овог модела је у томе што на једном месту имамо четири врсте прелаза, оптерећене аксијалним силама у исто време. Ради лакшег моделирања и анализе резултата, лева и десна страна елемента су разматране посебно.

Сила којом је оптерећен елемент за везу: $F=40000\text{ N}$.



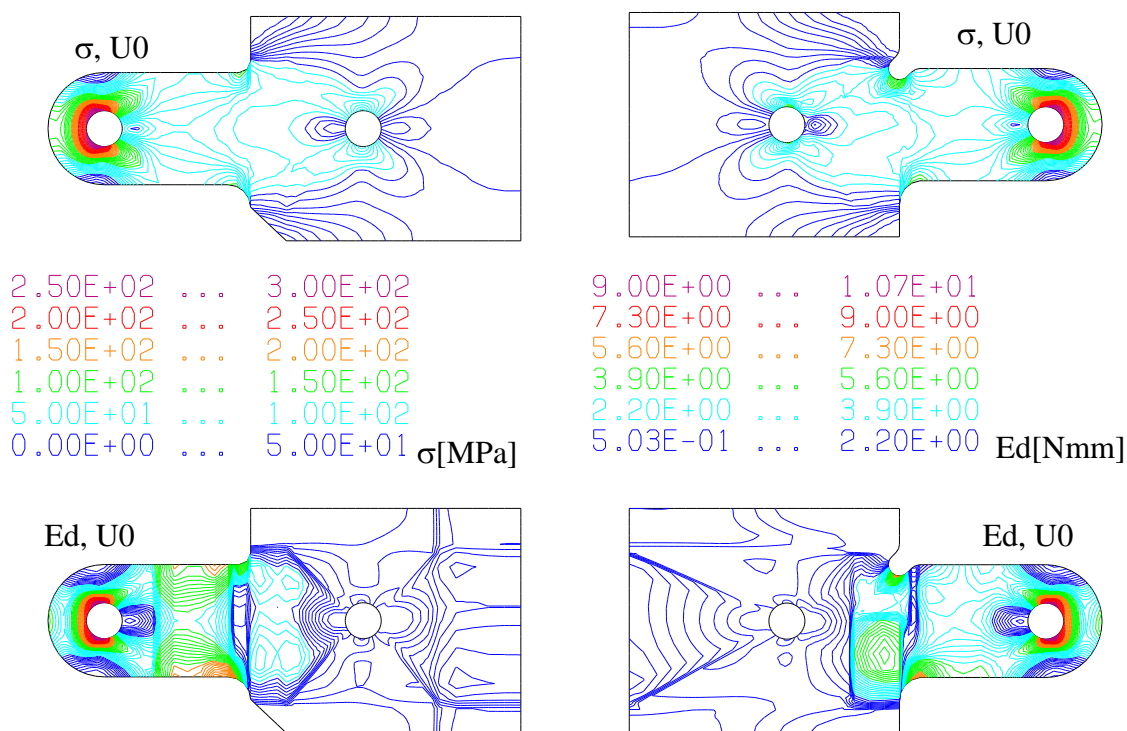
Слика 4.90 Елемент за везу и рачунски модели

Приказ деформације леве и десне стране модела U0, и вредности њихових максималних деформација у милиметрима су дате на Сл. 4.87.



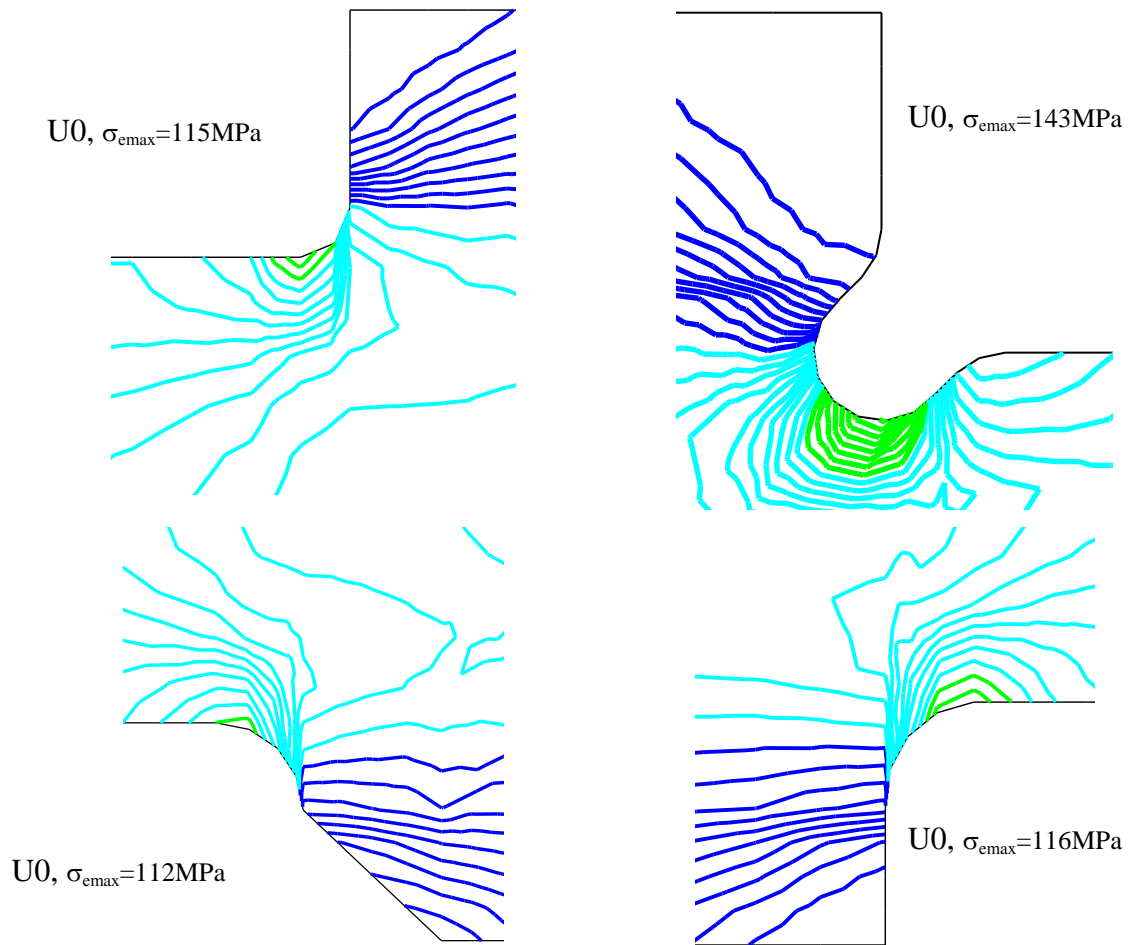
Слика 4.91 Деформисани облик модела са максималним померањем у [mm]

Приказ напонског поља (σ) и апсолутне енергије деформисања (E_d) леве и десне стране модела U0 са одговарајућим скалама дат је на Сл. 4.92.



Слика 4.92 Приказ напонског поља (σ) и апсолутне енергије деформисања (E_d) са одговарајућим скалама

У овом поглављу су детаљно разматрани напони око различитих типова прелаза елемената за везу, па је ради лакше анализе и дискусије на Сл. 4.93 дат њихов увећан приказ.



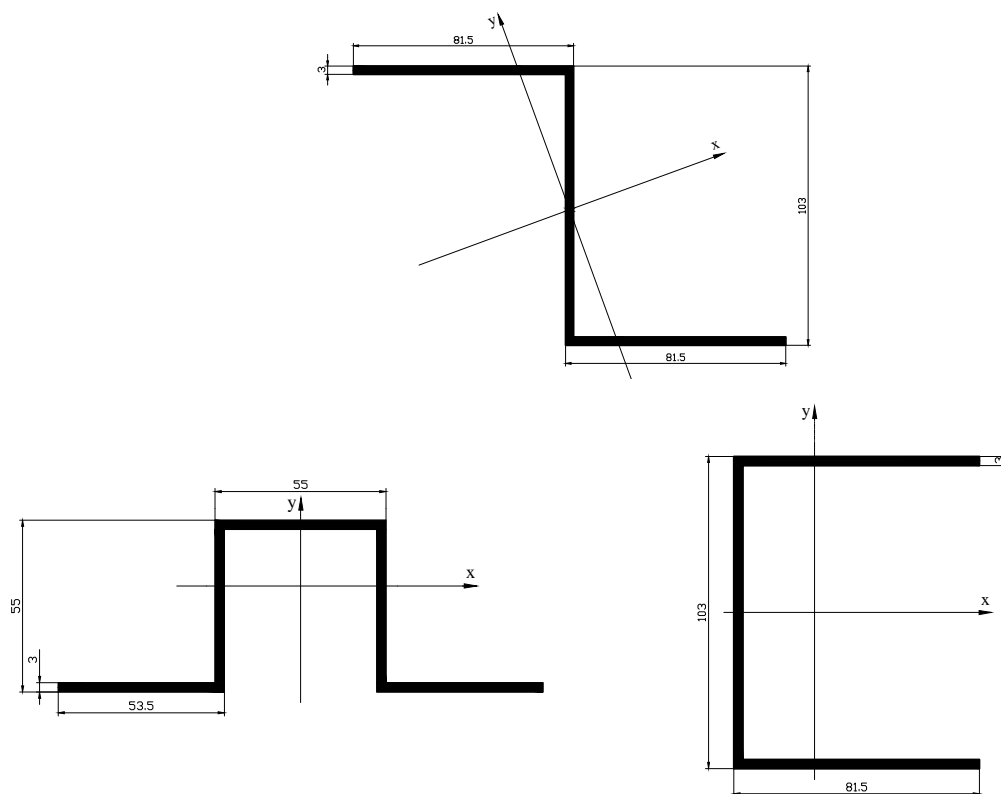
Слика 4.93 Приказ напонског поља (σ)

4.5. Прорачун друге групе структурних елемената (танкозиди профили)

Другу групу чине елементи код којих се концентрација напона јавља на местима веза танкозидих профила у оквиру рамовских конструкција. Танкозиди профили због своје специфичности, чине посебну групу структурних елемената.

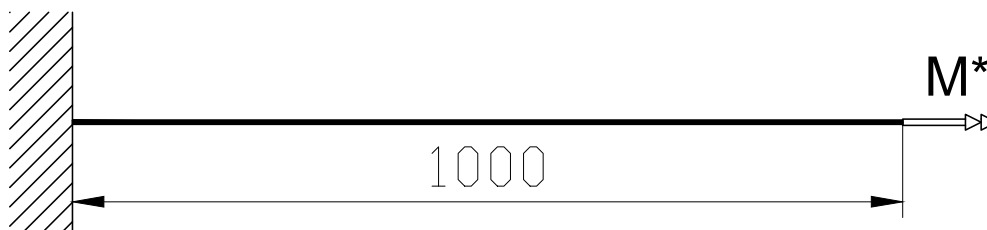
Нарочито треба нагласити утицај геометрије ослонаца (везе два профила) на концентрацију напона при увијању танкозидих носача отворених попречних пресека.

На *Сл. 4.94* приказани су облици танкозидих попречних отворених пресека.



Слика 4.94 Облици разматраних попречних пресека

Прорачун је извршен при ометеном увијању конзоле, где је један крај уклештен, а други крај слободан (*Сл. 4.95*). Сви штапови задатих попречних пресека су дужине 1000 mm и израђени су од конструкционог челика S235.



Слика 4.95 Ометено увијање штапа (конзоле)

На основу једначина приказаних у Поглављу 3 добијене су геометријске карактеристике попречних пресека задатих облика (Сл. 4.94) и приказане су у Табели 4.1.

Табела 4.1 Геометријске карактеристике попречних пресека

Профил	A [cm ²]	I _x [cm ⁴]	I _y [cm ⁴]	W _x [cm ³]	W _y [cm ³]	I _t [cm ⁴]	W _t [cm ³]	I _ω [cm ⁶]
	7,8	145,1	102,42	28,17	12,80	0,262	0,873	1377,3
	7,8	36,68	116,3	11,22	14,91	0,398	1,326	377,29
	7,8	145,1	55,22	28,17	9,97	0,262	0,873	971,03

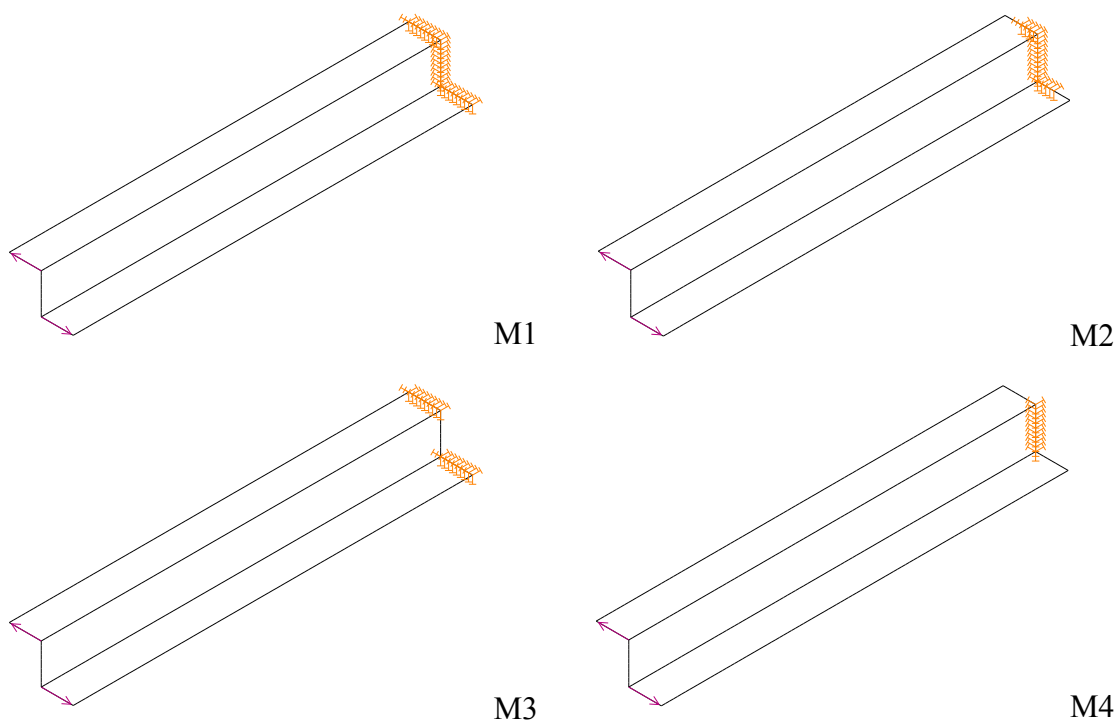
Према једначинама датим у Поглављу 3 и [54, 55] добијени су нормални, тангенцијални, еквивалентни напони и деформације. Добијене вредности су приказане у Табели 4.2. Модели су конципирани тако да сви имају исту површину попречног пресека и оптерећени су истим интензитетом момента увијања.

Табела 4.2 Напони и деформације

Профил	M* [kNcm]	B _{max} [kNcm ²]	σ _{max} [kN/cm ²]	τ _{max} [kN/cm ²]	σ _e [kN/cm ²]	θ _{max} [°]
	1,57	130,61	3,646	0,467	3,73	0,712
	1,57	78,255	3,068	0,844	3,39	1,404
	1,57	121,14	2,925	0,216	2,95	0,97

4.5.1. Z профил

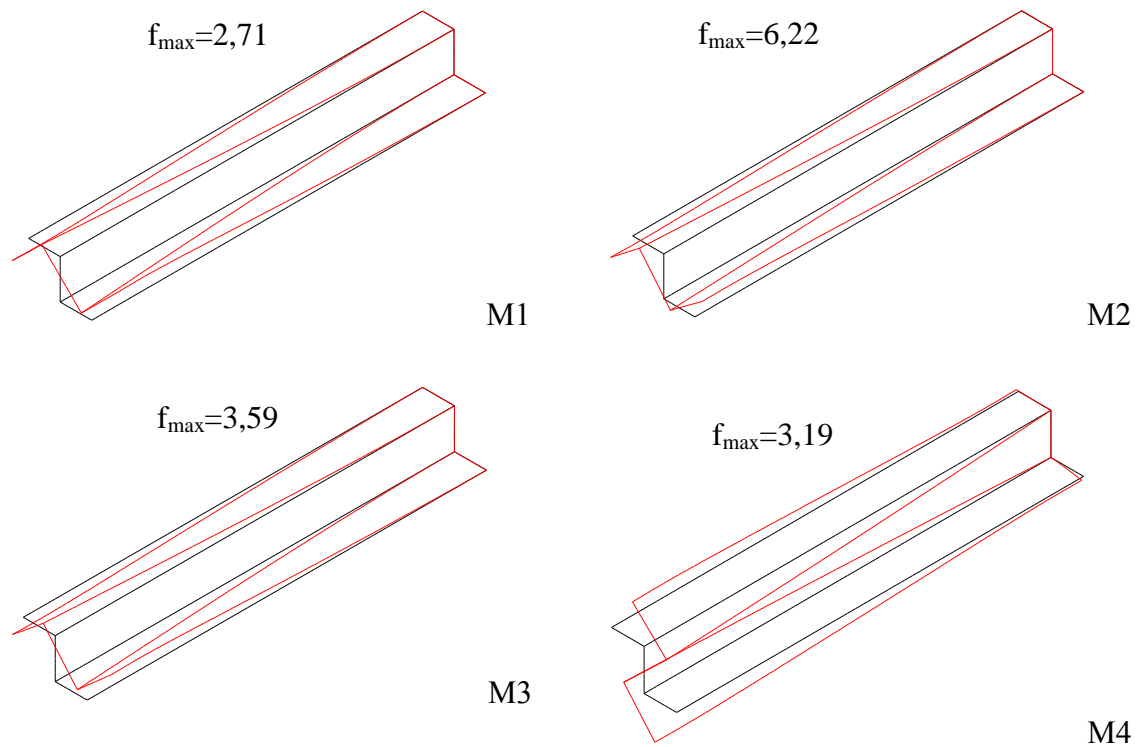
На Сл. 4.96 приказани су рачунски модели танкозидих структурних елемената облика Z профила са могућим начином ослањања (уклештења). Код свих анализираних модела реч је о уклештењу, тј. ограничене су све три ротације и транслације чворних тачака коначних елемената. За моделирање и прорачун танкозидих носача коришћен је софвер КОМИПС. За сваки профил биће приказани модели са различитим начином ослањања, деформација модела и расподела еквивалентних Von Mises-ових напона. Модели су означени са М1 до М4. М1 је скраћена ознака од Модел 1. Код модела М1 уклештење је остварено по целом попречном пресеку. Код модела М2, вертикални појас је цео уклештен, док су хоризонтални лимови уклештени до пола. Модел М3 је уклештен само преко хоризонталних лимова, а моделу М4 је уклештен само вертикални појас.



Слика 4.96 Z профил-рачунски модели

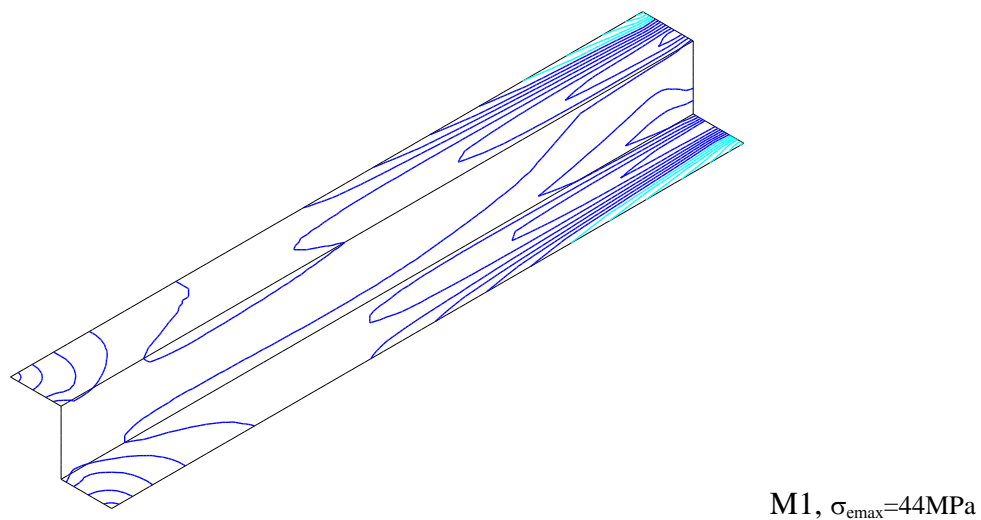
Момент увијања је унет преко спрега сила интензитета $F=0,157$ kN кроз тежиште попречног пресека, а момент увијања који оне проузрокују износи $M^*=1,57$ kNcm.

Померања модела су приказане на *Сл. 4.97*, и за сваки модел је дата максимално померање f_{\max} у милиметрима.

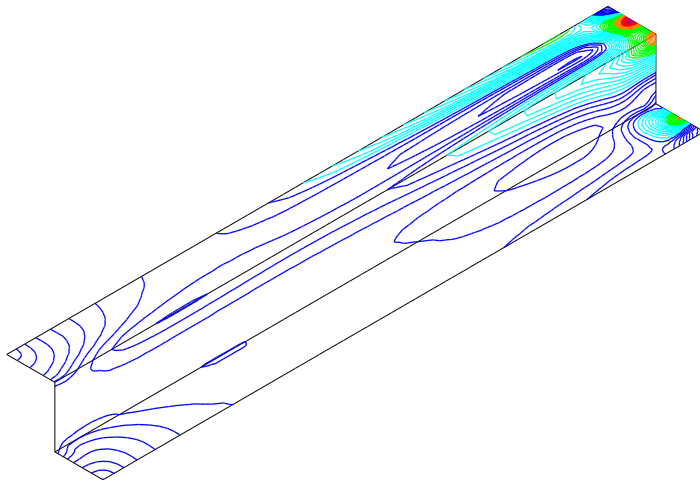


Слика 4.97 Деформисани модел са максималним померањем у [mm]

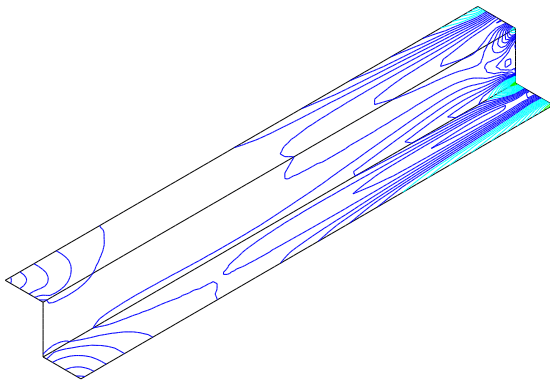
На *Сл. 4.98* приказана је расподела еквивалентних напона са одговарајућом скалом за свих шест модела ослањања.



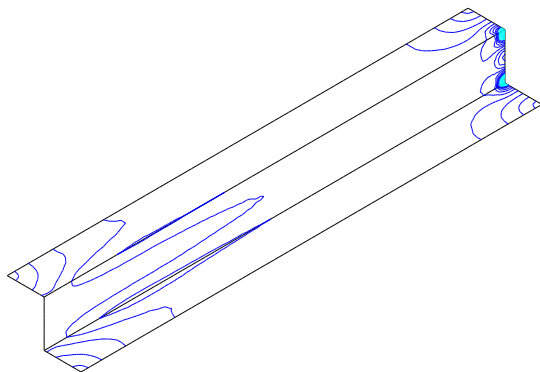
Слика 4.98 Приказ напонског поља (σ_e)



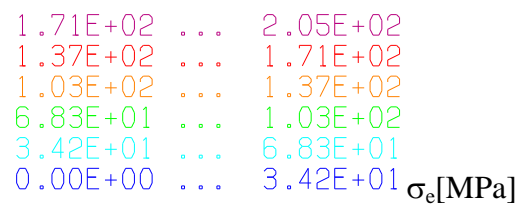
M2, $\sigma_{\text{max}}=180\text{MPa}$



M4, $\sigma_{\text{max}}=85\text{MPa}$



M4, $\sigma_{\text{max}}=35\text{MPa}$

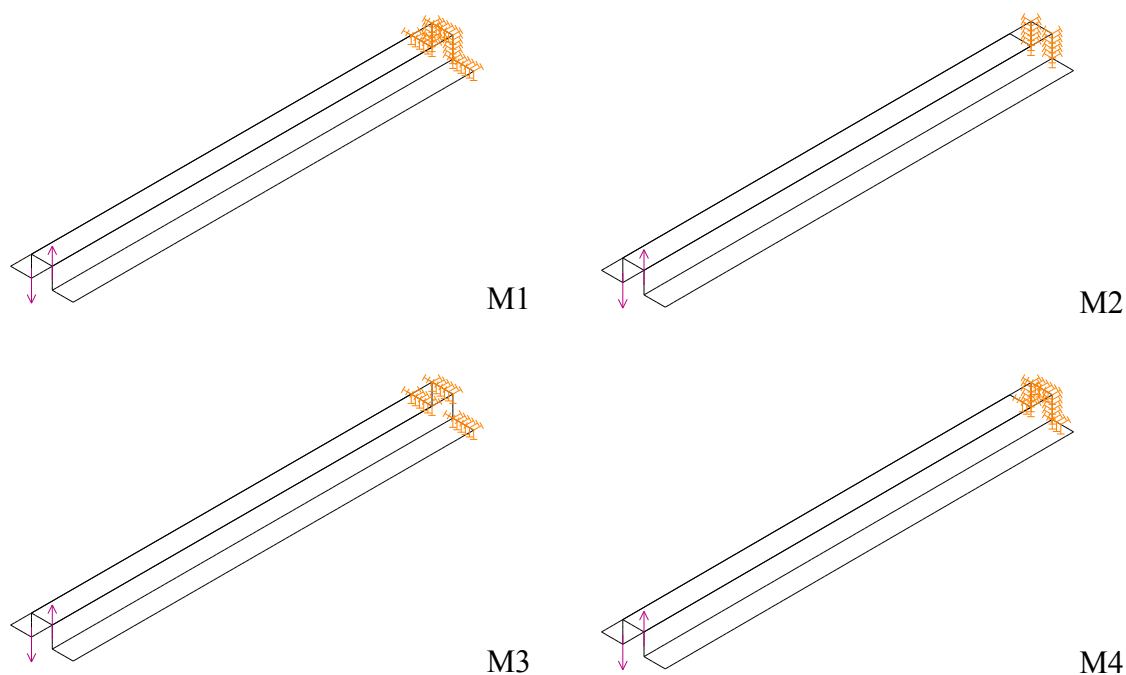


Слика 4.98 (наставак) Приказ напонског поља (σ_e)

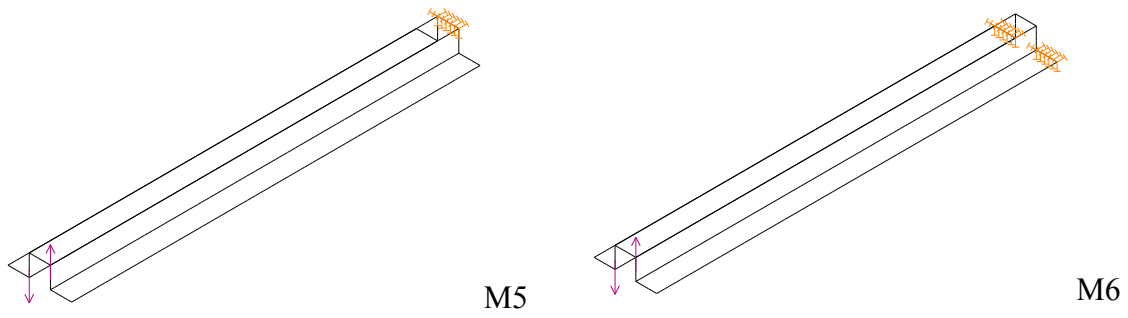
4.5.2. Ω профил

На Сл. 4.99 приказани су рачунски модели танкозидих структурних елемената облика Ω профила са могућим начином ослањања (уклештења). Код свих анализираних модела реч је о уклештењу, тј. ограничене су све три ротације и транслације чворних тачака коначних елемената. За сваки профил биће приказани модели са различитим начином ослањања, деформација модела и расподела еквивалентних Von Mises-ових напона. Модели су означени са М1 до М6. Код модела М1 уклештење је остварено по целом попречном пресеку. Код модела М2 само су вертикални појасеви уклештени. Модел М3 је уклештен преко сва три хоризонтална лима. Модел М4 је уклештен само вертикални појас.

Момент увијања је унет преко спрега сила интензитета $F=0,3019$ kN кроз тежиште попречног пресека, а момент увијања који оне проузрокују износи $M^*=1,57$ kNcm.

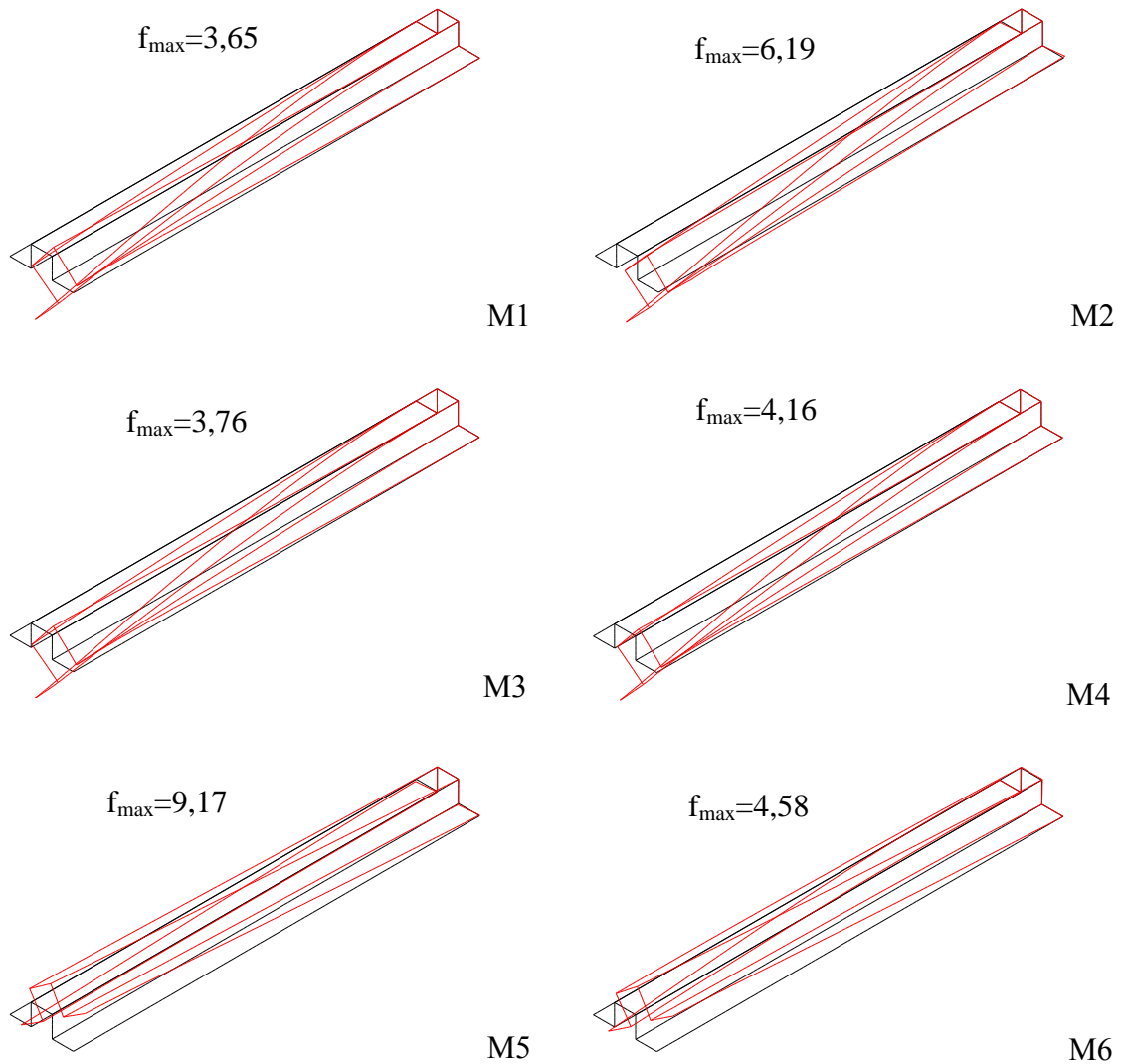


Слика 4.99 Ω профил-рачунски модели



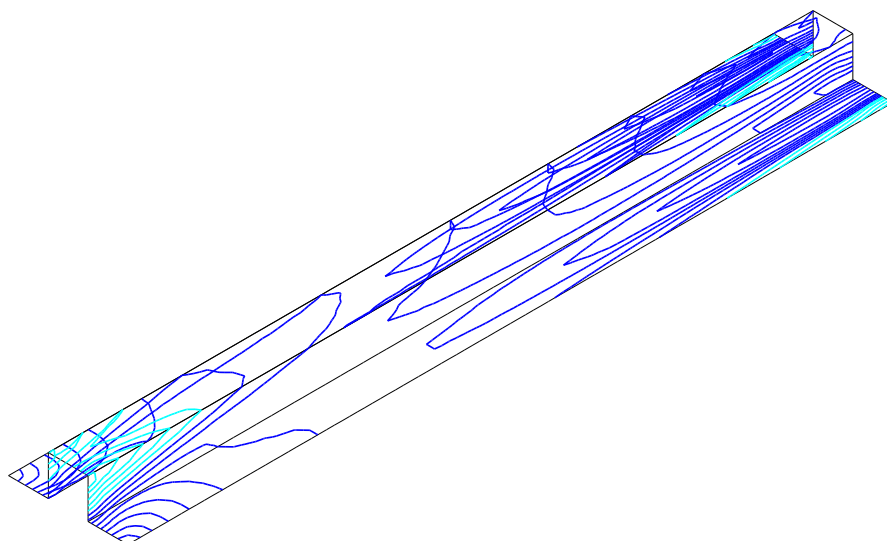
Слика 4.99 (наставак) Ω профил-рачунски модели

Померања модела су приказана на Сл. 4.100, и за сваки модел је дата максимално померање f_{\max} у милиметрима.

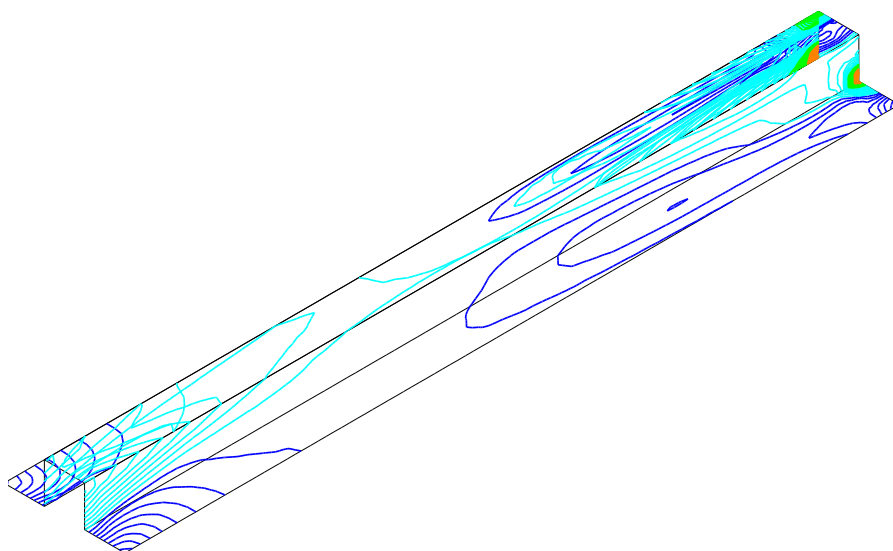


Слика 4.100 Деформисани модел са максималним померањем у [mm]

На *Сл. 4.101* приказана је расподела еквивалентних напона са одговарајућом скалом за свих шест модела ослањања.

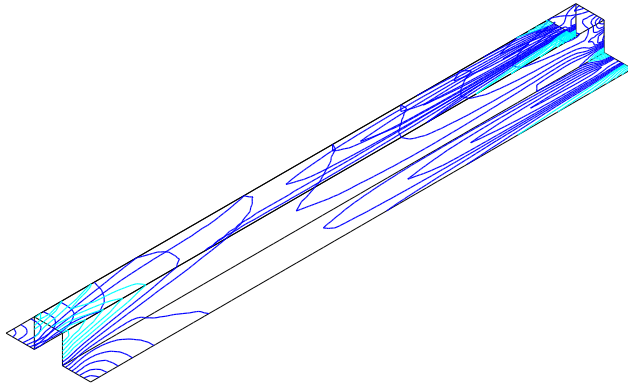


M1, $\sigma_{\max}=40\text{MPa}$

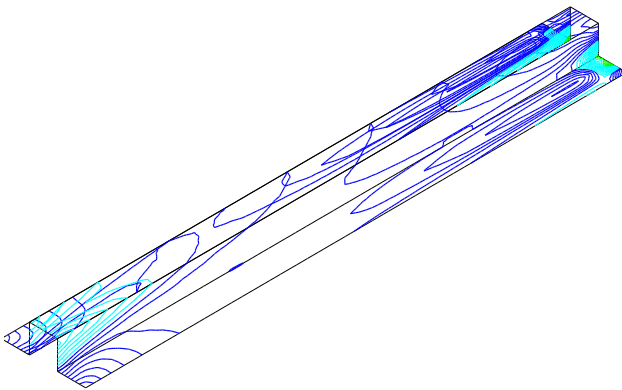


M2, $\sigma_{\max}=159\text{MPa}$

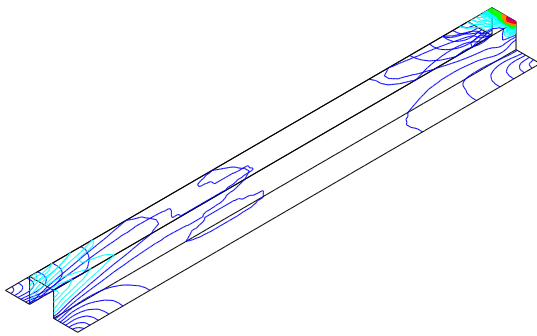
4.101 Приказ напонског поља (σ_e)



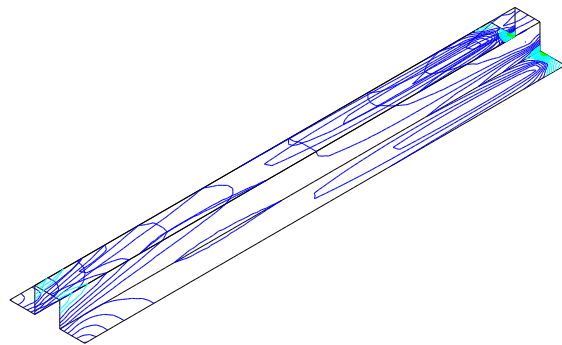
M3, $\sigma_{\text{max}}=45\text{MPa}$



M4, $\sigma_{\text{max}}=94\text{MPa}$



M5, $\sigma_{\text{max}}=185\text{MPa}$



M6, $\sigma_{\text{max}}=101\text{MPa}$

1.54E+02	...	1.85E+02
1.23E+02	...	1.54E+02
9.25E+01	...	1.23E+02
6.17E+01	...	9.25E+01
3.08E+01	...	6.17E+01
0.00E+00	...	3.08E+01

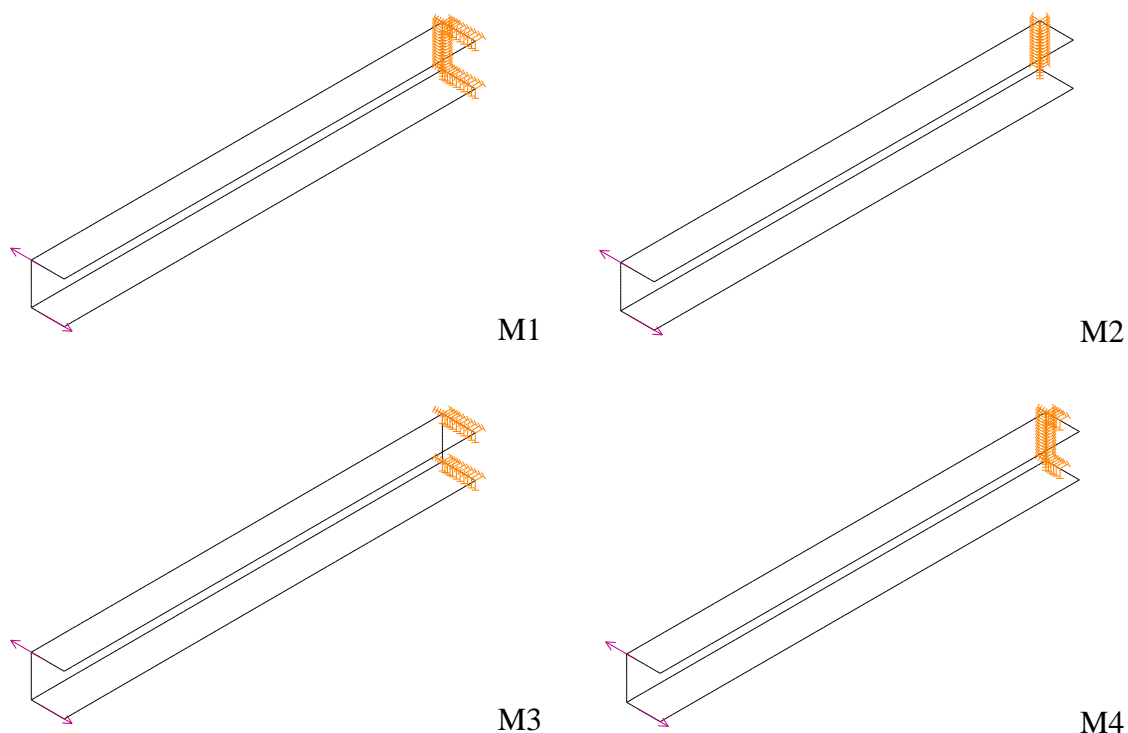
$\sigma_e[\text{MPa}]$

4.101 (наставка) Приказ напонског поља (σ_e)

4.5.3. U профил

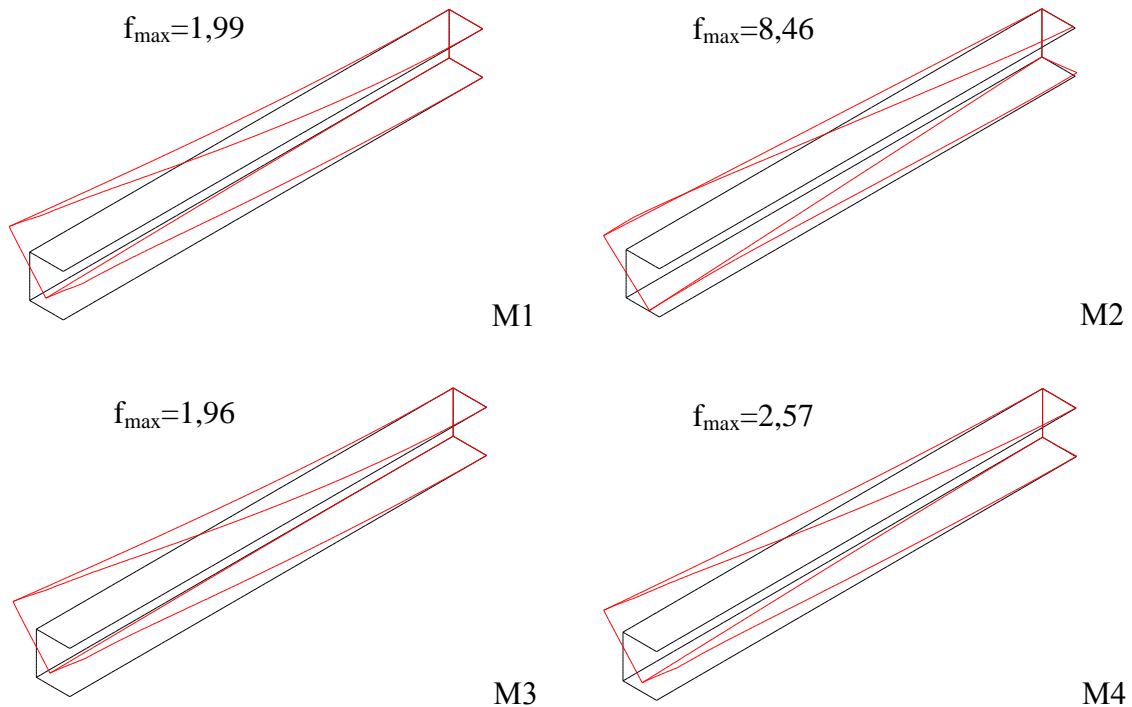
На Сл. 4.102 приказани су рачунски модели танкозидих структурних елемената облика U профила са могућим начином ослањања (уклештења).. За сваки профил биће приказани модели са различитим начином ослањања, деформација модела и расподела еквивалентних Von Mises-ових напона. Модели су означени са M1 до M4. Код модела M1 уклештење је остварено по целом попречном пресеку. Код модела M2 само је вертикални појас уклештен по целој дужини. Модел M3 је уклештен само преко хоризонталних лимова, а код модела M4 уклештен је вертикални појас и хоризонтални лимови до половине своје дужине.

При прорачуну танкозидог носача облика U профила момент увијања је унет преко спрега сила интензитета $F=0,157 \text{ kN}$ кроз тежиште попречног пресека, а момент увијања који оне проузрокују износи $M^*=1,57 \text{ kNcm}$.



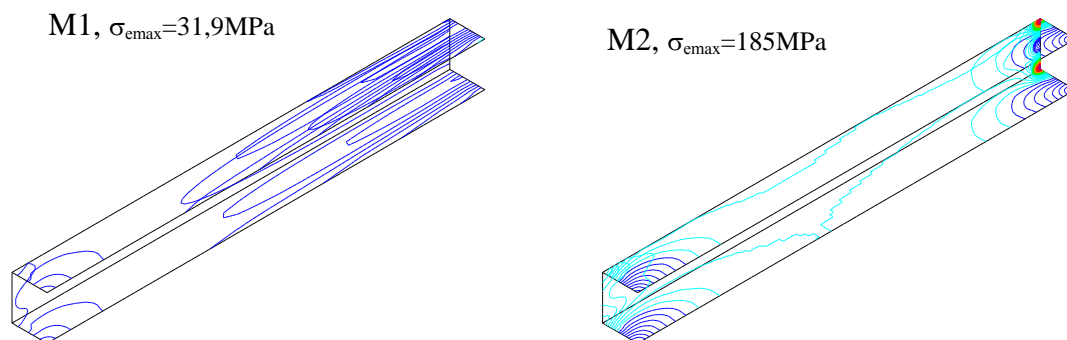
Слика 4.102 U профил-рачунски модели

Померања модела су приказана на *Сл. 4.103*, и за сваки модел је дата максимално померање f_{\max} у милиметрима.

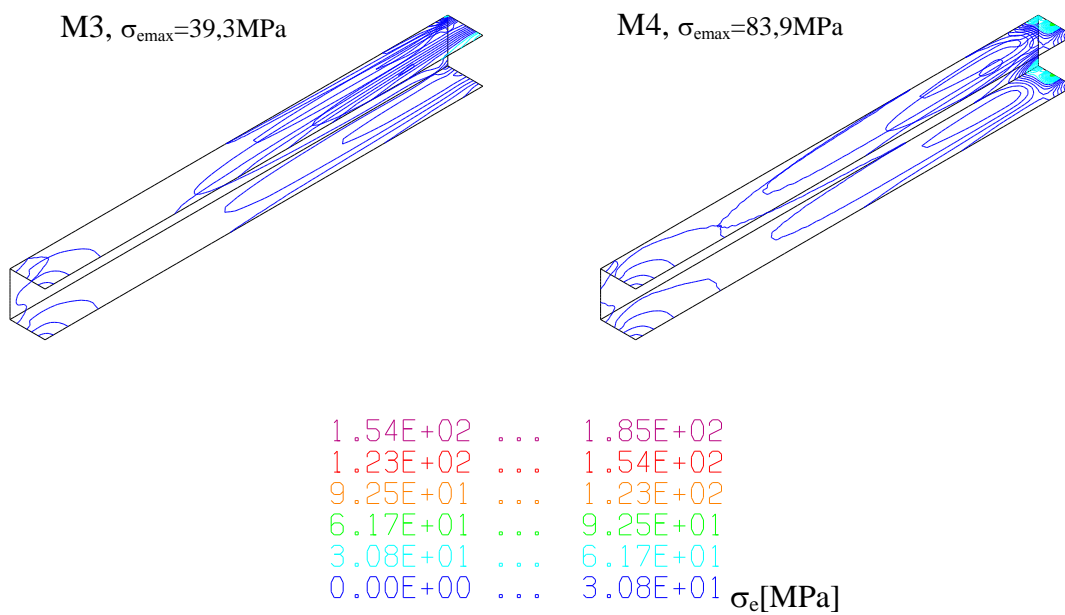


Слика 4.103 Деформисани модел са максималним померањем у [mm]

На *Сл. 4.104* приказана је расподела еквивалентних напона са одговарајућом скалом за свих шест модела ослањања.



Слика 4.104 Приказ напонског поља (σ_e)

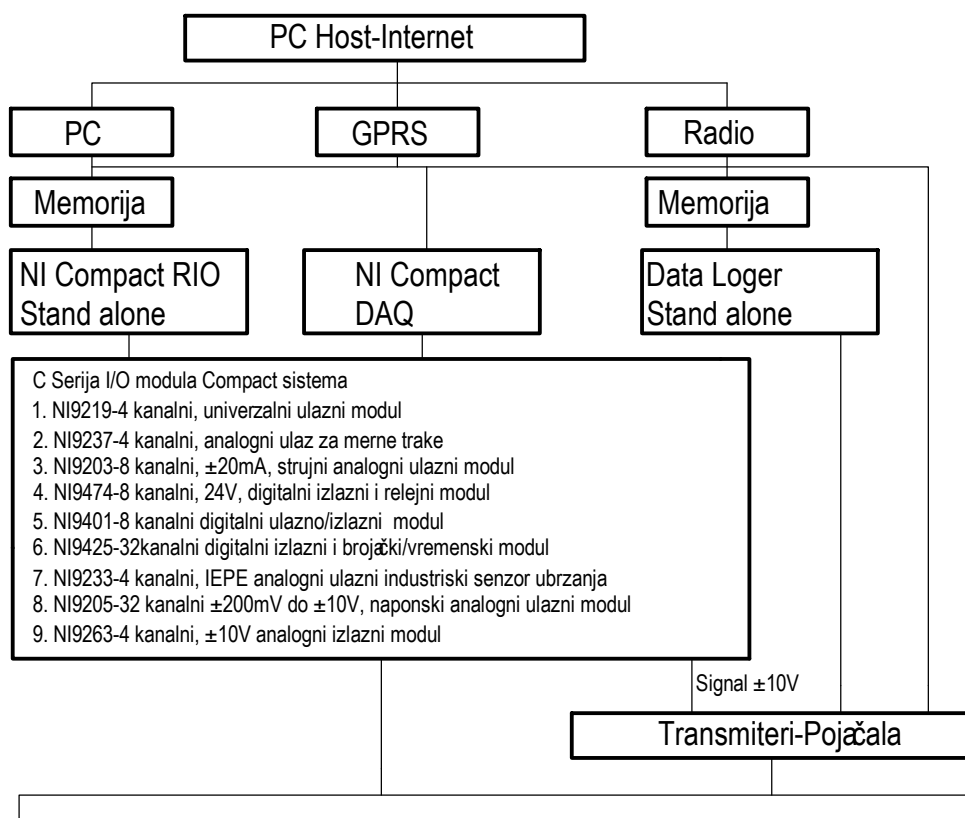


Слика 4.104 (наставак) Приказ напонског поља (σ_e)

5. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РАД

5.1. Мерно-аквизициони систем Лабораторије за Отпорност конструкција

Шема мерно-аквизиционог система Лабораторије за мерење напона и деформације Катедре за Отпорност конструкција Машинског факултета у Београду дата је на *Сл. 5.1.*



Слика 5.1 Мерно-аквизициони систем Лабораторије за мерење напона и деформације [79]

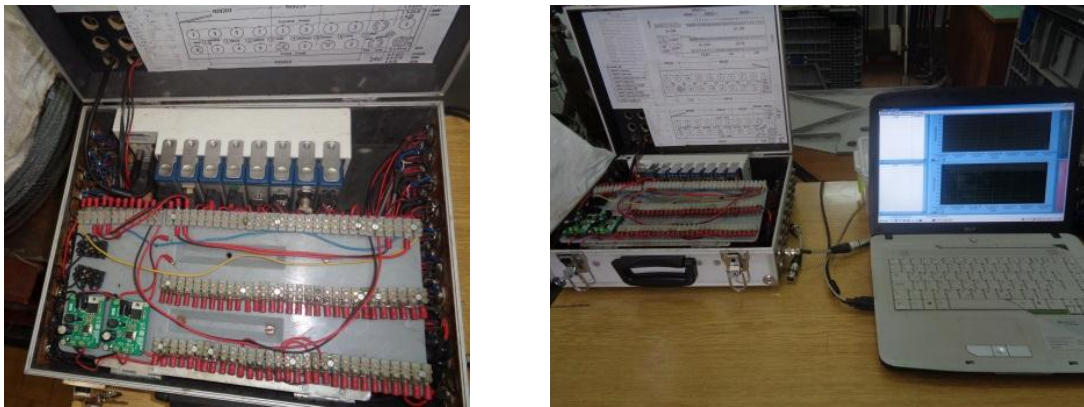
Сензори којима располаже Лабораторија за мерење напона и деформације Катедре за Отпорност конструкција Машинског факултета у Београду, приказани су на *Сл. 5.2.*

Senzori:

- dinamometri do 400 kN, 2 kom., HBM Nemačka
- dinamometri do 1,5 i 10 kN, Tiedemann Austrija
- dinamometri od 50 kN, SHJ Kina
- dinamometri od 20 do 10 kN, laboratorija OK, Mašinski fakultet Beograd
- senzor temperatura (PT 100-200°C i PT 1000-600°C), IHTM Srbija
- laserski senzor-merač temperature
- senzor pritiska fluida (60, 120, 200 bar), IHTM Srbija
- ubrzanje, piezoelektrčni 50g, 0,3Hz do 10kHz, 4 kom., IMI sensors, USA
- ubrzanje 3g, 1500Hz, 10 kom., OK, Mikroelektronika, Srbija, Analog Device, USA
- induktivni senzor napona, izlaz 0 do 5V, S-DVRT-MAG, MicroStrain, USA
- linearni digitalni senzor dužine od 220, 660 i 1200mm, SINO Kina
- ekstenziometrijsko merenje deformacije mernim trakama
- linearni induktivni senzori pomeranja, 6 kom., Micro-epsilon, USA
- magnetni merač rastojanja, 6 kom., Micro-epsilon, USA
- senzor struje pogona i410, i400 i multimer 87V, Fluke, Nemačka
- senzor struje pogona firme DECODE, Srbija

Слика 5.2 Сензори Лабораторије за мерење напона и деформације [79]

Систем аквизиције података Лабораторије за мерење напона и деформације Катедре за Отпорност конструкција приказан је на Сл. 5.3.



Слика 5.3 Изглед система аквизиције података [80]

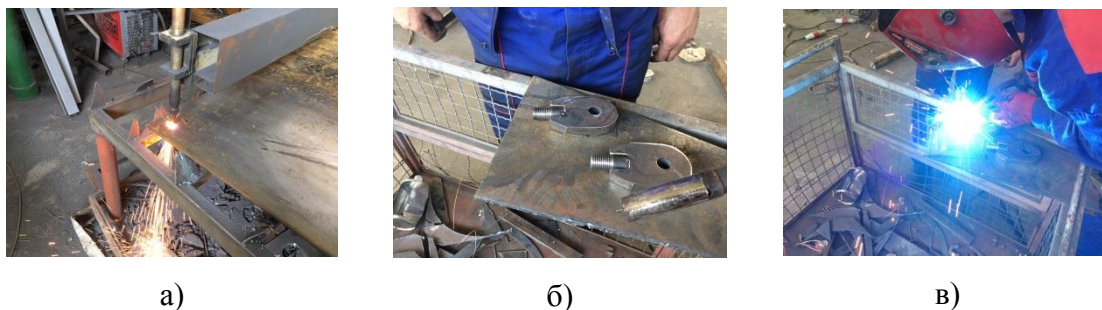
5.2. Припрема за експериментални рад

Ушке које су испитиване експерименталним путем израђене су од конструкционог челика S355 и исечене су ласером из табле лима дебљине 10mm. Механичка својства материјала приказана су у *Табели 5.1*. Све ушке су испитиване на затезање (аксијално напрезање).

Табела 5.1 Чврстоћа материјала S355 [48]

R_e [MPa]	R_m [MPa]
355	490-630

Поред структурних елемената (ушки), неопходно је било припремити и помоћне елементе, без којих не би могао да се реализује експеримент. Помоћни елементи су израђени у радионицама фирме Еурометал из Уба и Високе инжењерске школе струковних студија-ТЕХНИКУМ ТАУРУНУМ из Земуна (*Сл. 5.4 до 5.6*).



а)

б)

в)

Слика 5.4 Помоћни елементи у фази израде а) гасно резање, б) позиционирање и в) заваривање

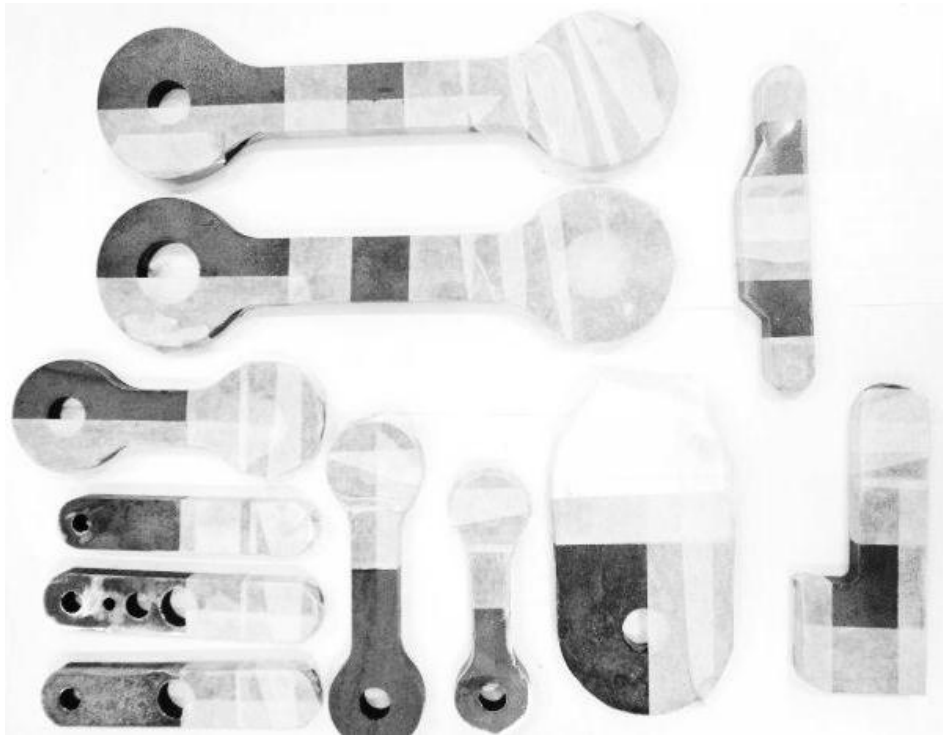


Слика 5.5 Помоћне ушке

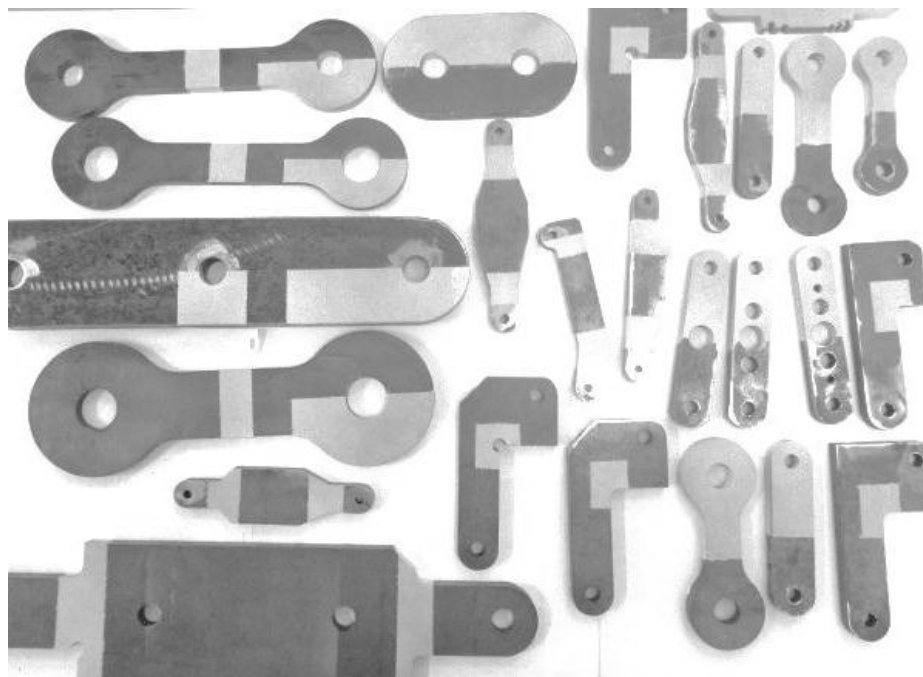


Слика 5.6 Осовине и чауре

На *Сл. 5.7* приказани су структурни елементи заштићени и припремљени за бојење. Пре бојења обавезно треба одмастити површину. На *Сл. 5.8* приказани су структурни елементи са нанетом стохастичком шаром. Стохастичка шара се формира тако што се прво спрејом нанесе бела мат боја, а касније благо се прсне црном са одређеног растојања, да би се нанеле црне тачкице.



Слика 5.7 Структурни елементи заштићени и припремљени за бојење



Слика 5.8 Нанета стохастичка шара на мерна места

У окру припреме експеримента, неопходно је било баждарити динамометар, како би била позната сила којом оптерећујемо ушке (Сл. 5.7).

Бажарење динамометра је изведено помоћу оловних тегова познате тежине у Лабораторији за мерење напона и деформације.



*Слика 5.7 Динамометар до
5 тона*



*Слика 5.8 Манометар
хидроцилиндра*

За ушке које су оптерећиване силом 30000N динамометар је морао да се скине јер је би он трпео оптерећење од 60000N, зато што су увек две ушке биле у пару.

За такве ушке са оптерећењем преко 50000N баждарен је манометар на основу динамометра (Сл. 5.8). Манометар је прикључен на хидроцилиндар и избаждарен је тако да је једна подела на спољашњем прстену 10000N.

Пре почетка мерења, а у оквиру припреме за експериментални рад, калибрисане су стерео камере. На Сл. 5.9 приказани су резултати калибрације за калибрациону плочу.

Calibration object	
Calibration object type	Panel
Name	CP20 30x24
Calibration scale	21.000 mm
Certification temperature	20.0 °C
Expansion coefficient	$4.00 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$
Measurement temperature	20.0 °C
Calibration settings	
Focal length (Camera)	50.00 mm
Calibration Result	
Calibration deviation	0.026 pixels
Camera angle	25.5°
Angle variance	-12.4 / 12.1°
Height variance	3.0 mm
Measuring volume	35 / 25 / 15 mm
<input type="button" value="Save protocol"/> <input type="button" value="OK"/> <input type="button" value="Cancel"/>	

Слика 5.9 Резултати калибрације за калибрациону плочу

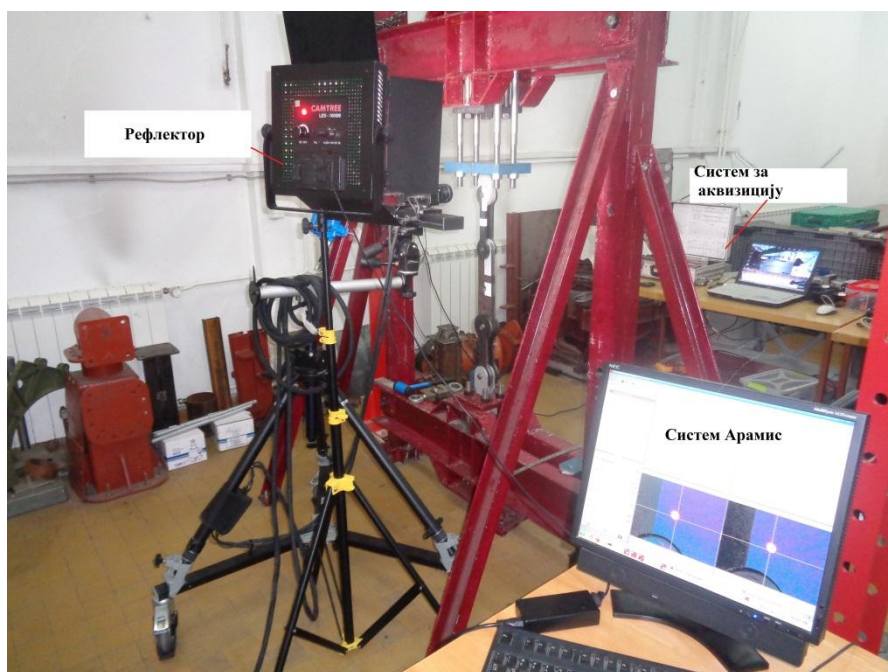
5.3. Поставка експерименталног испитивања

Циљ експерименталних испитивања је био да се верификује нумерички прорачун модела на физичким (претходно израђеним) лабораторијским моделима. Експеримент је изведен у Лабораторији за мерење напона и деформација Катедре за отпорност конструкција на Машинском факултету Универзитета у Београду.

Експериментална метода која је коришћена је метода за бесконтактно оптичко мерење деформација. Систем за бесконтактно оптичко мерење деформација састоји се од сетова две камере и сочива. Систем чини још и постоље, напајање, рачунар са инсталираним софтвером Арамис и управљачке кутије. Мерна опрема примењена током извођења експеримента приказана је на Сл. 5.10 и 5.11.



Слика 5.10 Распоред мерне опреме



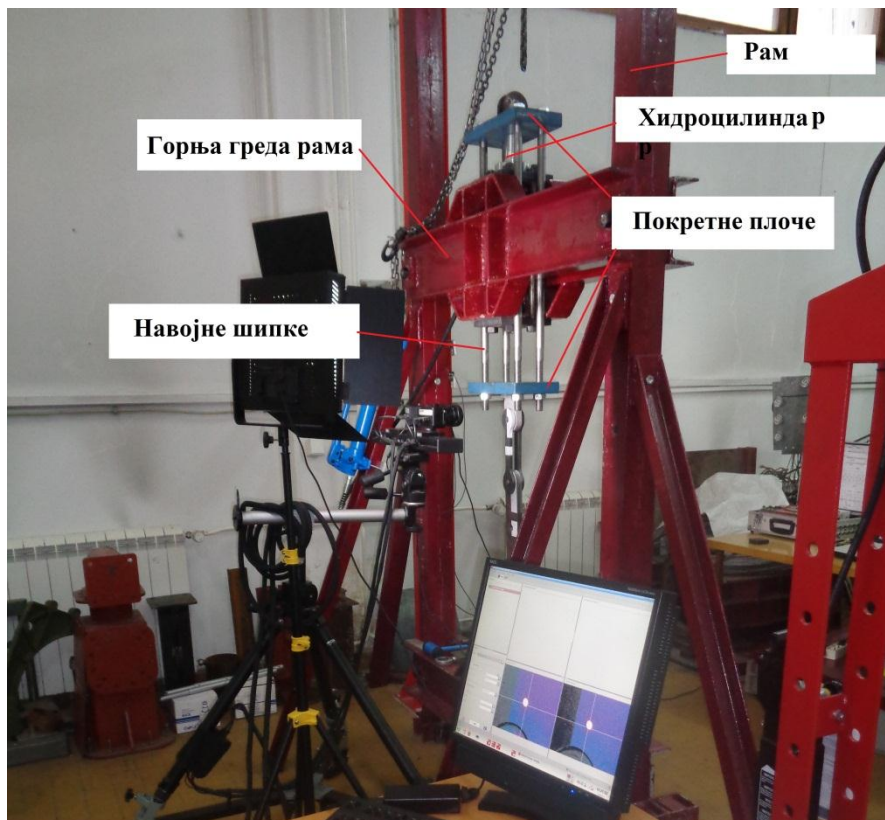
Слика 5.11 Мерни систем

Рад система базира се на дигиталној корелацији слика, која је објашњена у Поглављу 4. Модели за испитивање су позиционирани како је приказано на Сл. 5. 10 и 5.11. Вертикална сила је изазвана хидроцилиндром ослоњеним о горњу хоризонталну греду. Циљ је био да се оптерећење задржи у затвореној контури

крутог рама где две хоризонталне греде рама и вертикалне греде чине затворену контуру.

5.4. Поступак мерења прве групе структурних елемената

Свако од изведених мерења је подразумевало поступни унос силе коришћењем хидроцилиндра, са кораком од 10000 N. За читавање и контролу уноса силе коришћен је динамометар са мерним тракама максималне силе 50000N (Сл. 5.7). Пошто су испитиване ушке биле у пару, интензитет силе делио се на пола очитане вредности са динамометра. Хидроцилиндар за унос оптерећења монтиран је на средини горње греде рама (Сл. 5.12) и обезбеђен му је ход нагоре, а подсклопом, који чине две плоче спојене навојним шипкама, унета је затежућа сила на ушке (Сл. 5.12). Навојне шипке и плоче чине покретни део конструкције.



Слика 5.12 Подсклоп за унос оптерећења

Да би се мерење померања успешно извело, неопходно је било формирати ланац који су сачињавале ушке које су испитиване, динамометар, помоћне ушке, осовине и чауре (Сл. 5.10). Осовине и чауре различитих пречника (Сл. 5.6), омогућиле су унос оптерећења. Софтвер Арамис, на основу померања израчунава деформацију.

Ограничења при испитивању била су максимална сила на динамометру (50000 N) и дозвољени напон смицања за осовине. Осовине су израђене од челика S235. За свако мерење померања се уносила максимална сила коју је осовина могла да пренесе, тако да се за осовину пречника 8 mm услед замора материјала јавила иницијална прелина и дошло је до лома (Сл. 5.13).



Слика 5.13 Лом осовина при чистом смицању

Системом за аквизицију за свако појединачно мерење померања записивана су читавања са динамометра. Мерења су понављана онолико пута, колико је различитих места било потребно снимити системом за бесконтактно мерење померања и деформације. За свако застајање у оптерећивању, снимљена је по једна фотографија. Када је једно мерење завршено, вршено је растерећење конструкције, а систем Арамис је био позициониран на следеће мерно место и цео циклус је потом понављан за сваку ушку.

На Сл. 5.14 приказани су структурни елементи позиционирани за мерење.



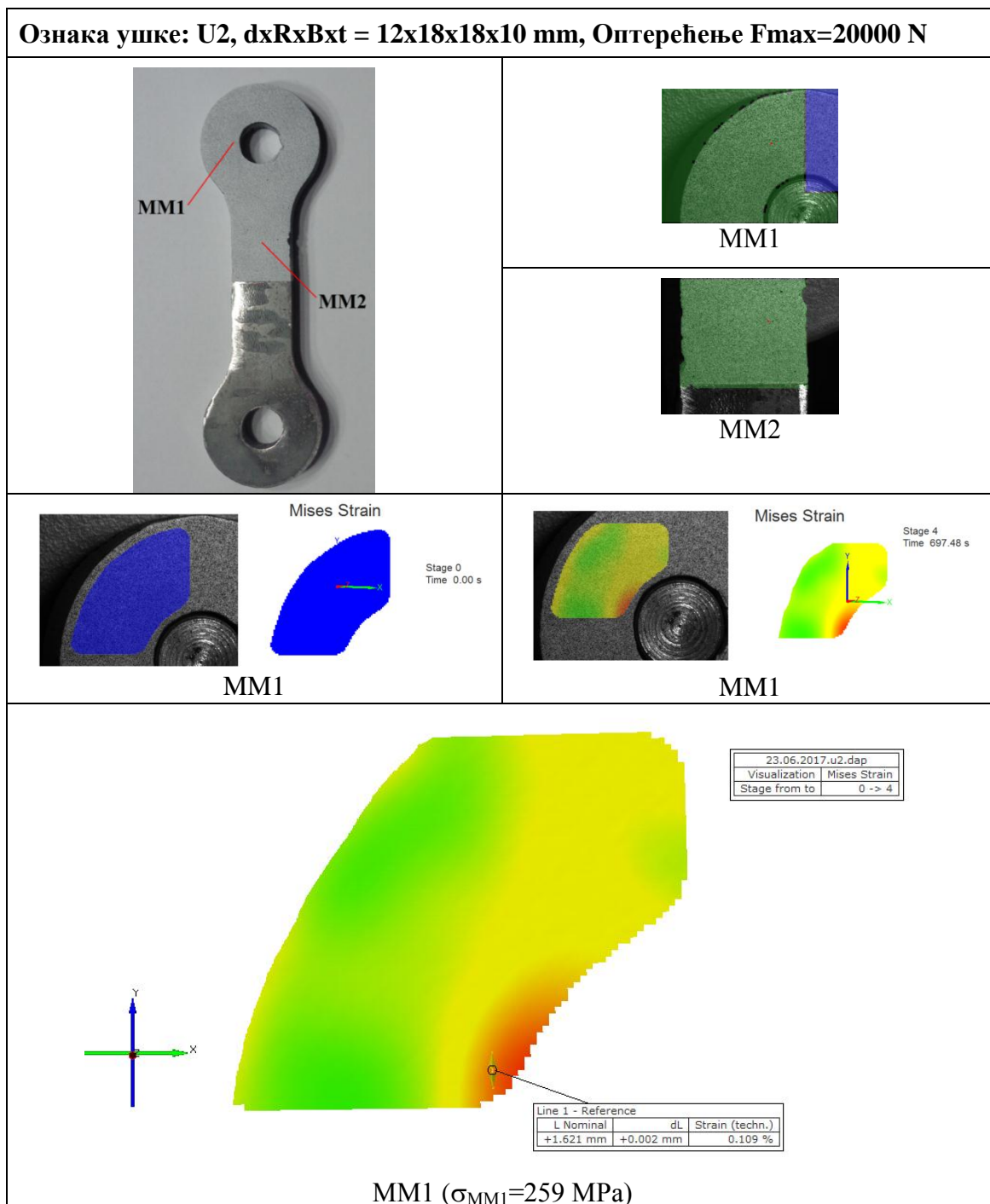
Слика 5.14 Ушке позициониране за мерење

5.5. Резултати експерименталног истраживања

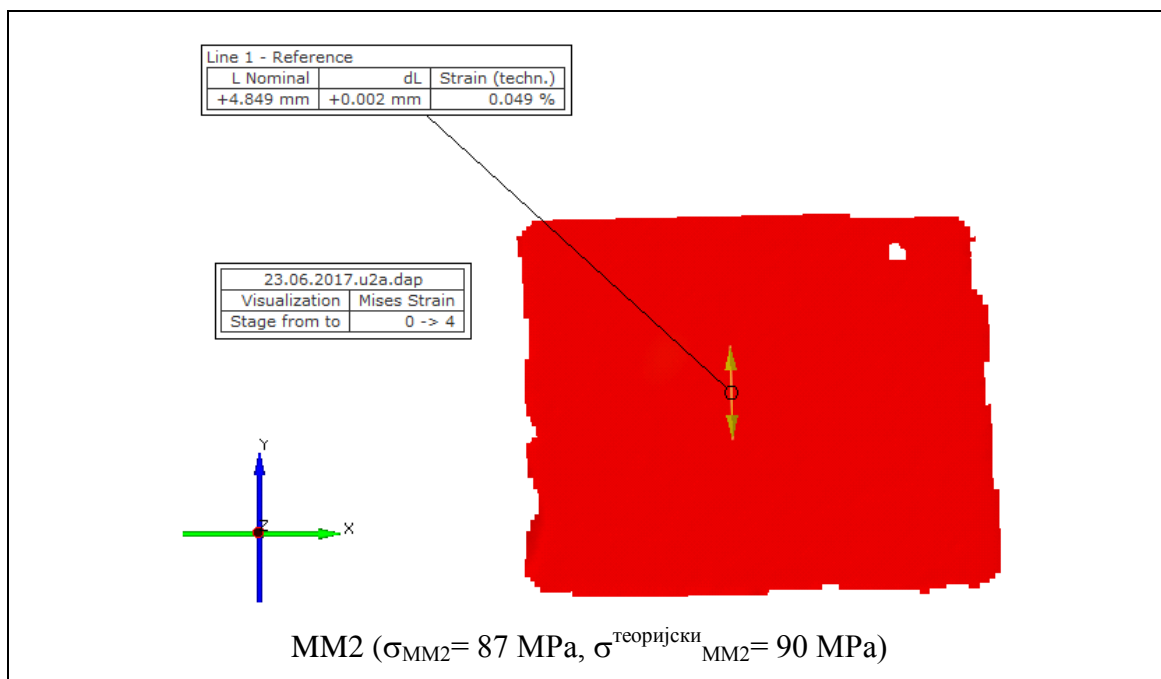
У овом поглављу су приказани резултати експерименталног мерења померања. За ушку U2 приказана је стохастичка шара мерних места, затим приказ расподеле еквивалентних деформација (Mises strain) оптерећене ушке (Сл. 5.15). У наредним приказима резултата биће дата само расподела и вредност еквивалентних деформација за ушку оптерећену максимално прорачунском силом. За неке ушке приказано је и мерно место MM2 (Сл. 5.15), да би се потврдили већ познати прорачуни при аксијалном напрезању из науке о Отпорности материјала.

Програм Agamis даје као основни излаз поље деформације и прерачунава поље напона. У овој дисертацији је за анализу усвојено поље деформације које боље дефинише проблем. Програм омогућава интерактивно прорачун напона у изабраном правцу и месту помоћу претходно унете виртуалне линије (симулација

виртуалне мерне траке) (Сл. 5.15, Сл. 5.16). На основу тога, напон се рачуна према следећем изразу: $\sigma = E \cdot \frac{dL}{L}$, где је Е модул еластичности материјала, dL издужење виртуалне линије, L дужина виртуалне линије.



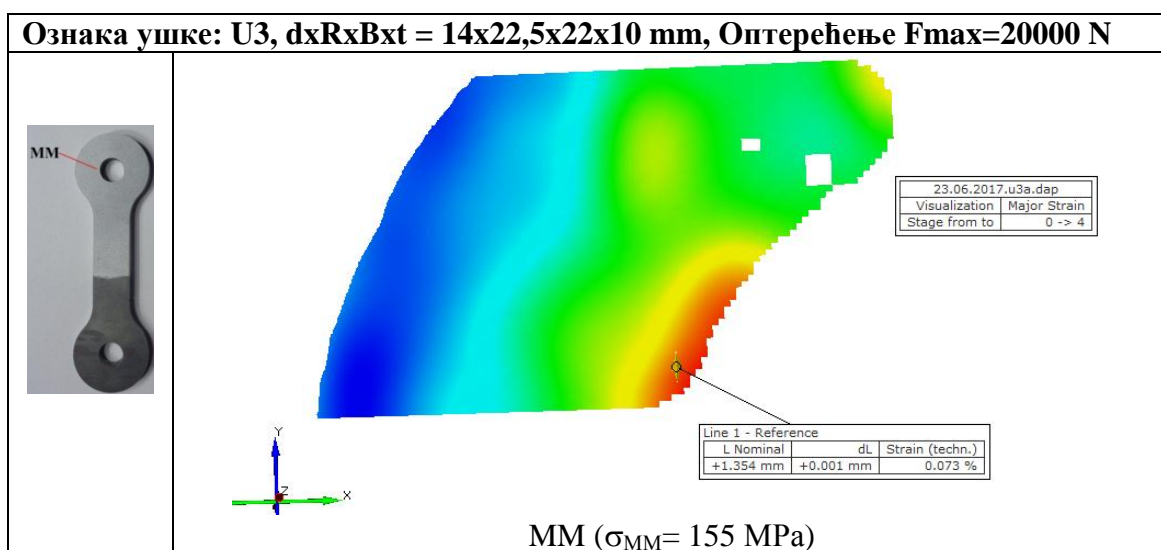
Слика 5.15 Приказ поља деформација и израчунати напон за ушку U2 на мерном месту MM1



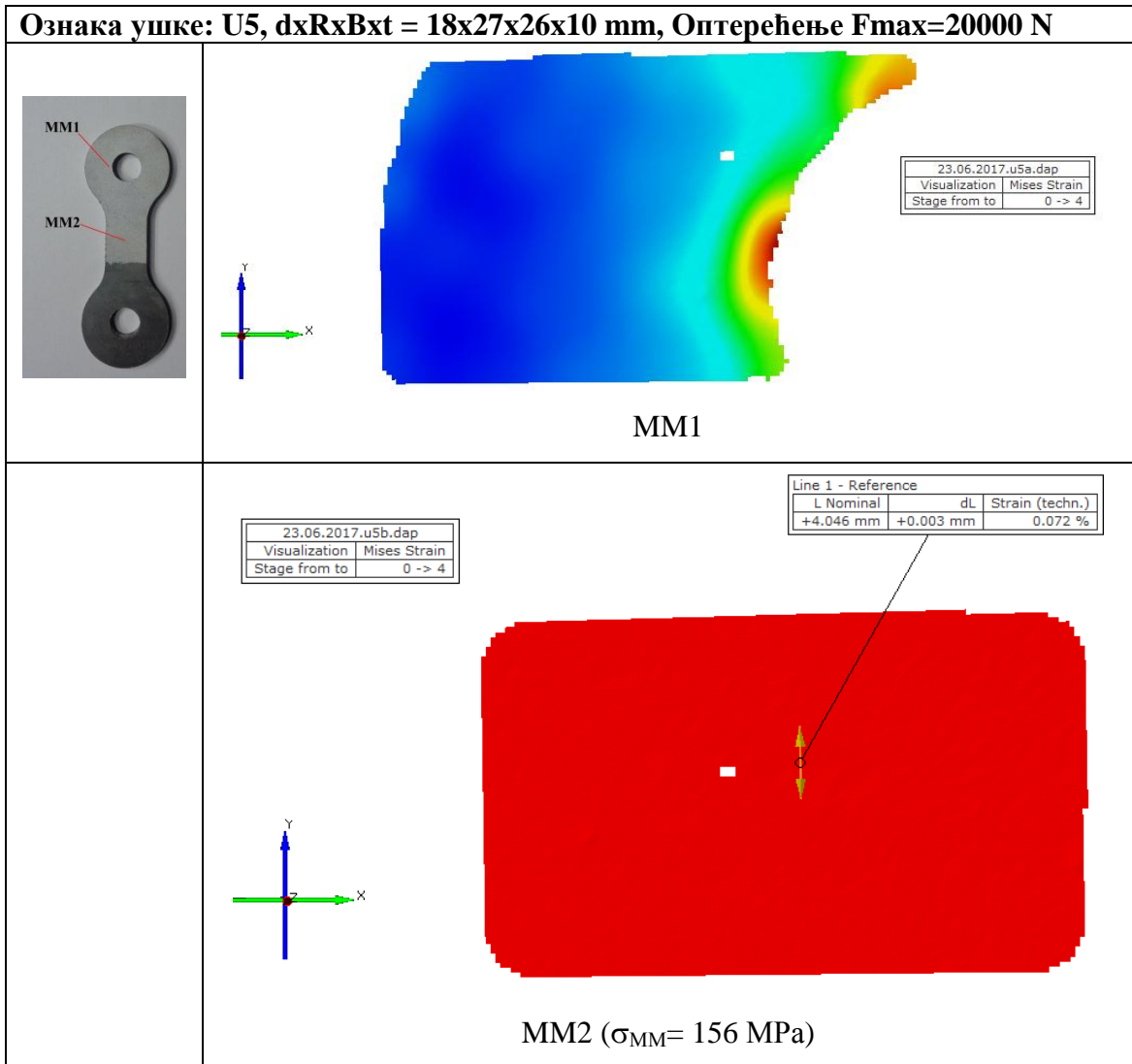
Слика 5.16 Приказ поља деформација и израчунати напон за ушку U2 на мерном месту MM2

Израчунати напони за ушку U2 на мерном месту MM1 износи 259 MPa, а на мерном месту MM2 износи 87 MPa (теоријска вредност напона износи 90 MPa).

На сликама 5.17 до 5.28 дати су резултати мерења за ушке U3, U5, U6, U7, U8, U12, U13, U14, U15, U16 и U0.

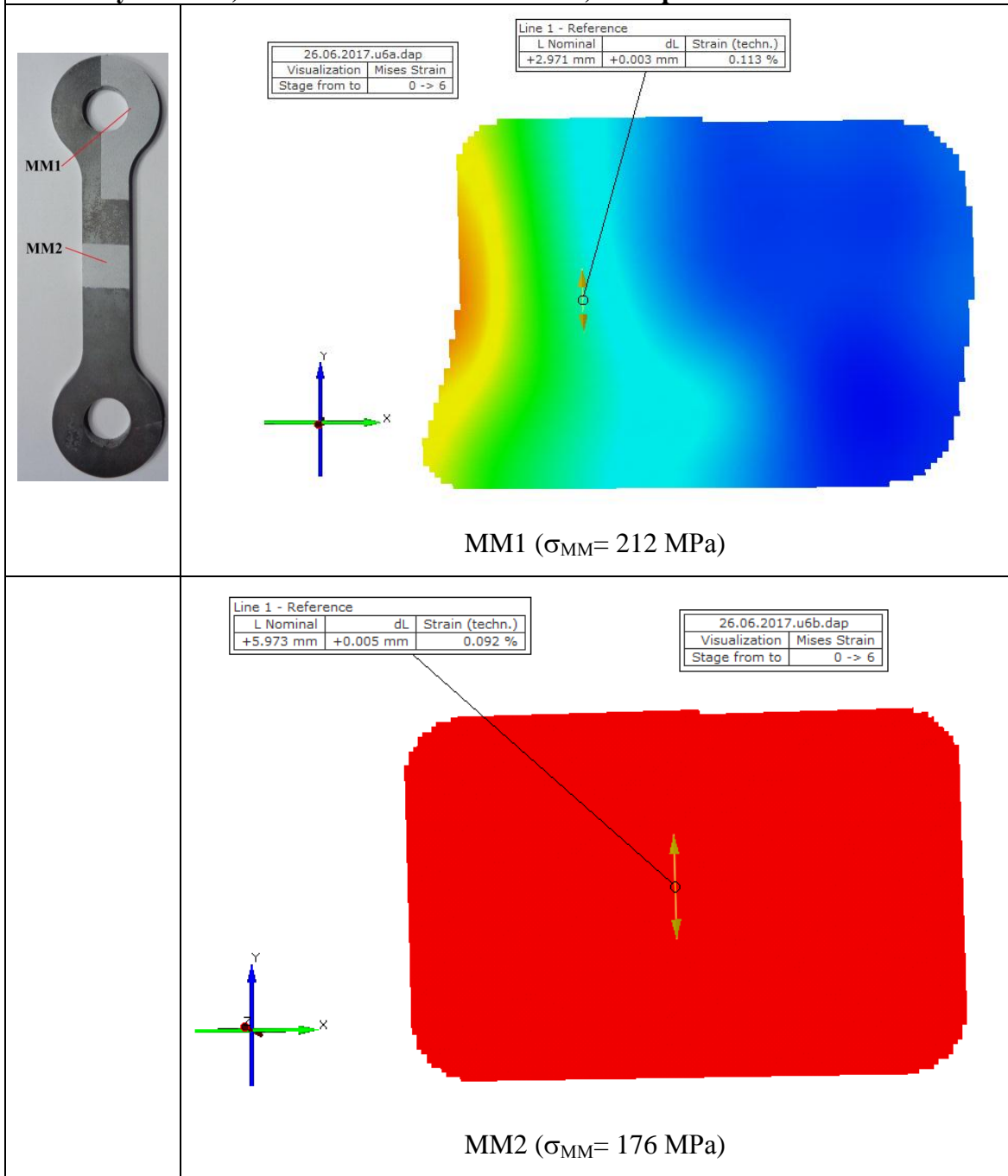


Слика 5.17 Приказ поља деформација и израчунати напон за ушку U3 на мерном месту MM



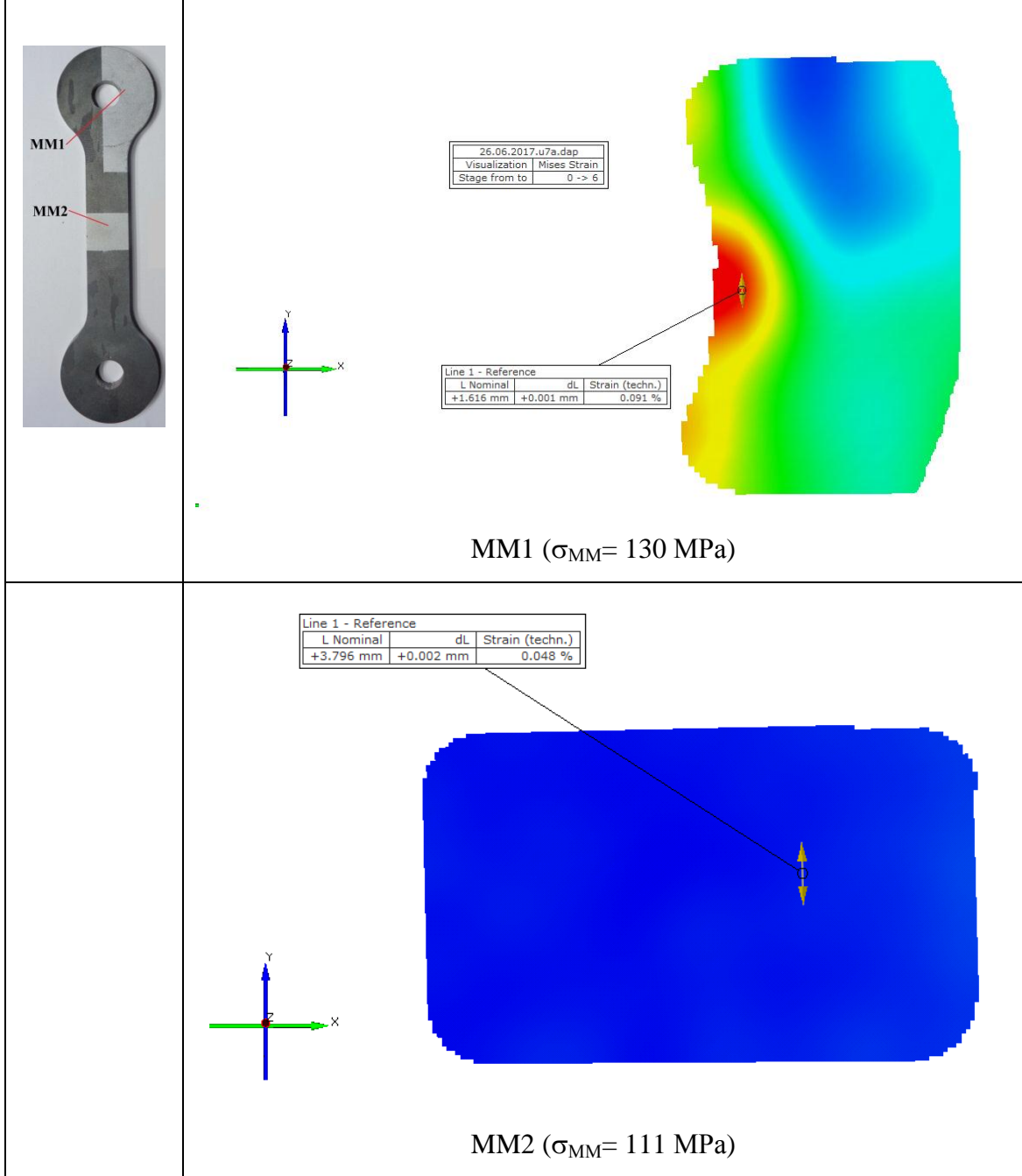
Слика 5.18 Приказ поља деформација и израчунати напони за ушку U5 на мерним местима MM1 и MM2

Ознака ушке: U6, dxRxVxt = 30x35x30x10 mm, Оптерећење Fmax=30000 N

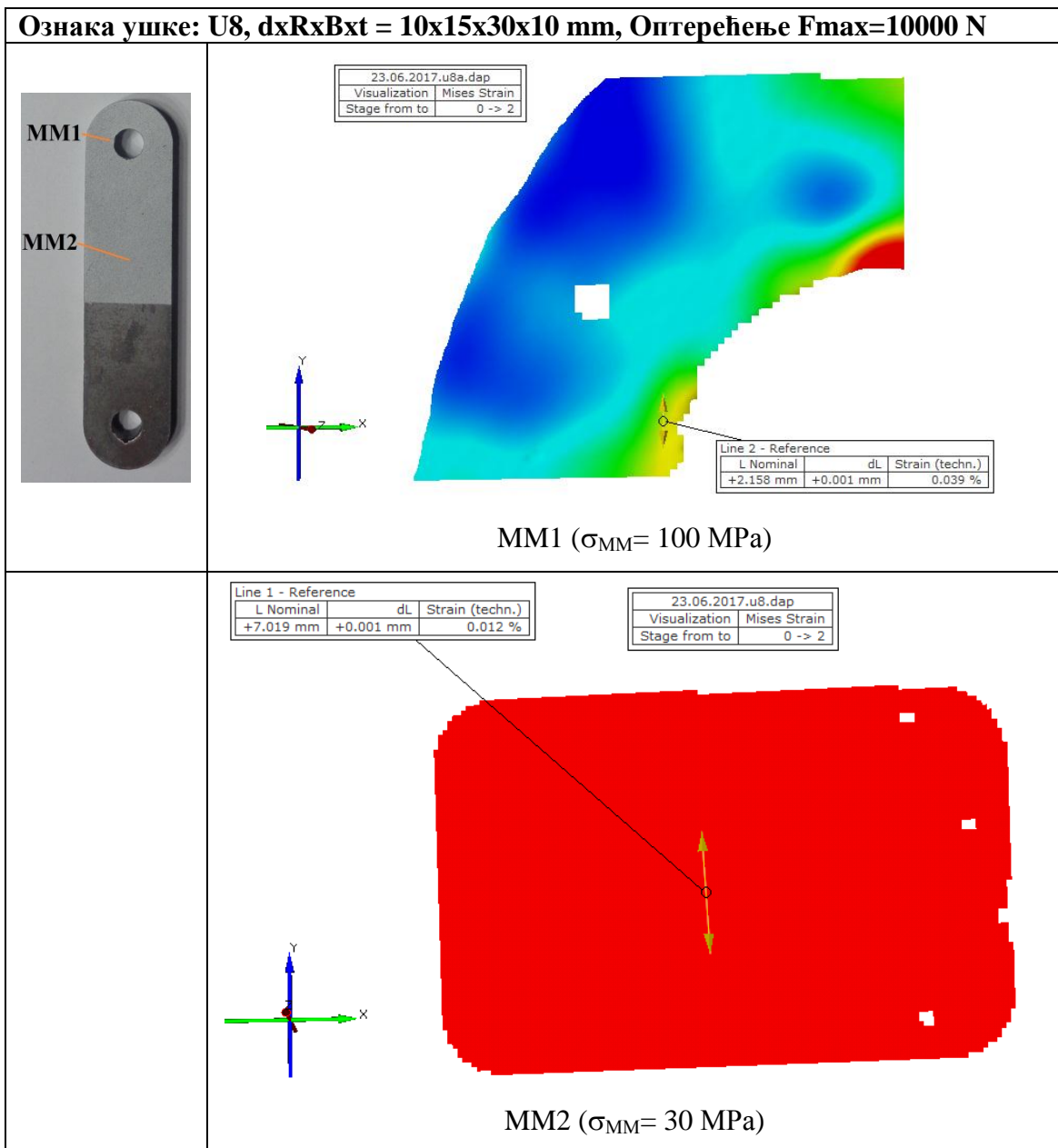


Слика 5.19 Приказ поља деформација и израчунати напони за ушку U6 на мерним местима MM1 и MM2

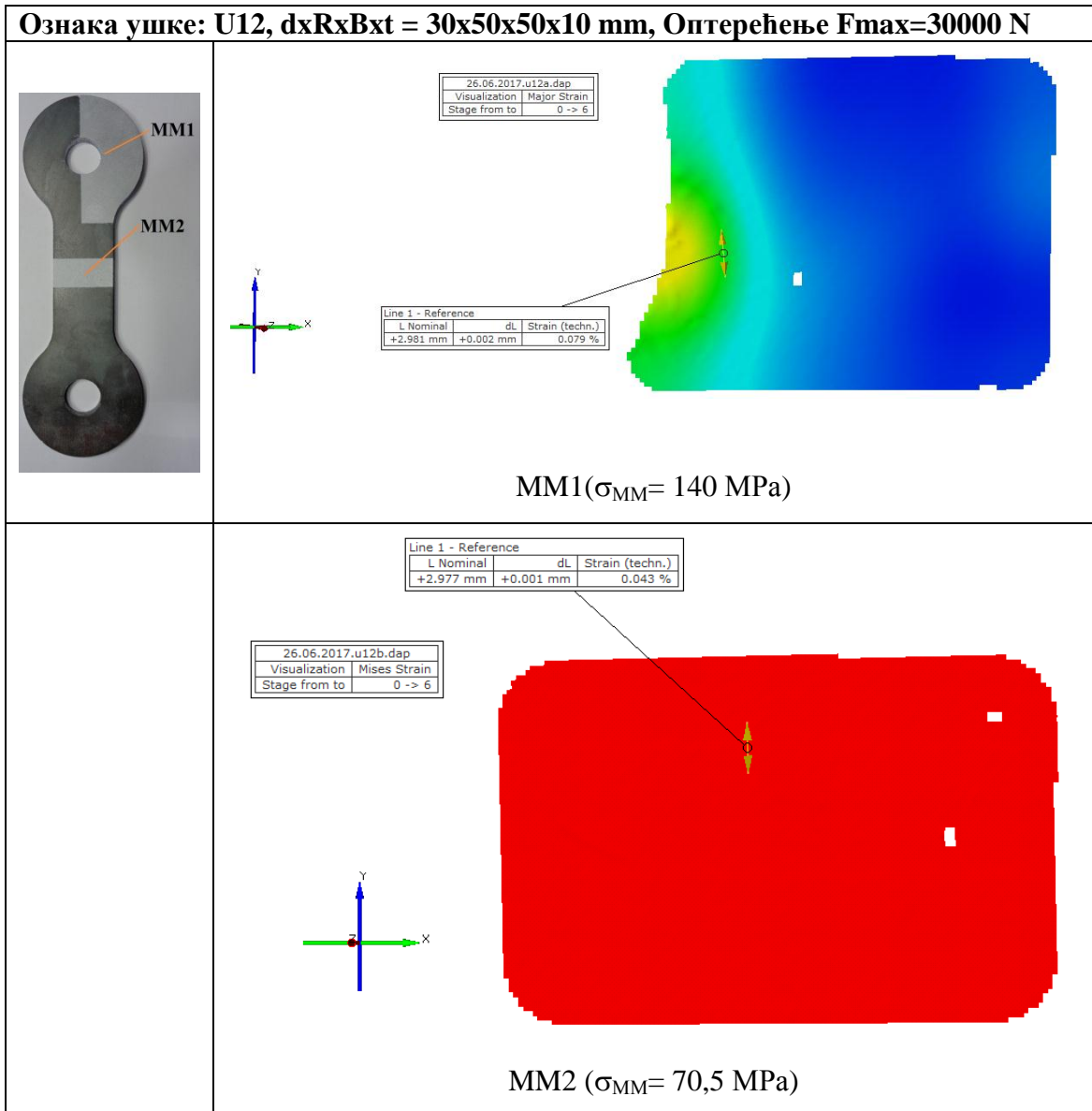
Ознака ушке: U7, dxRxVxt = 20x35x30x10 mm, Оптерећење Fmax=30000 N



Слика 5.20 Приказ поља деформација и израчунати напони за ушку U7 на мерним местима MM1 и MM2

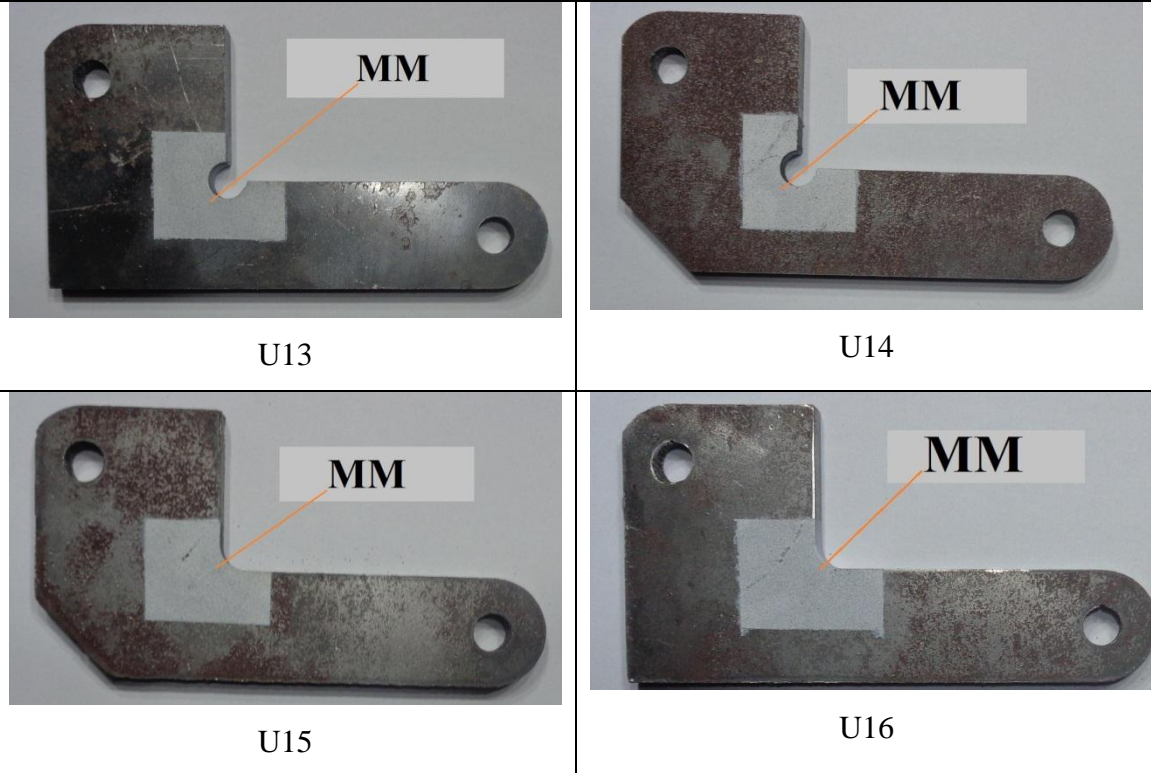


Слика 5.21 Приказ поља деформација и израчунати напони за ушку U8 на мерним местима MM1 и MM2

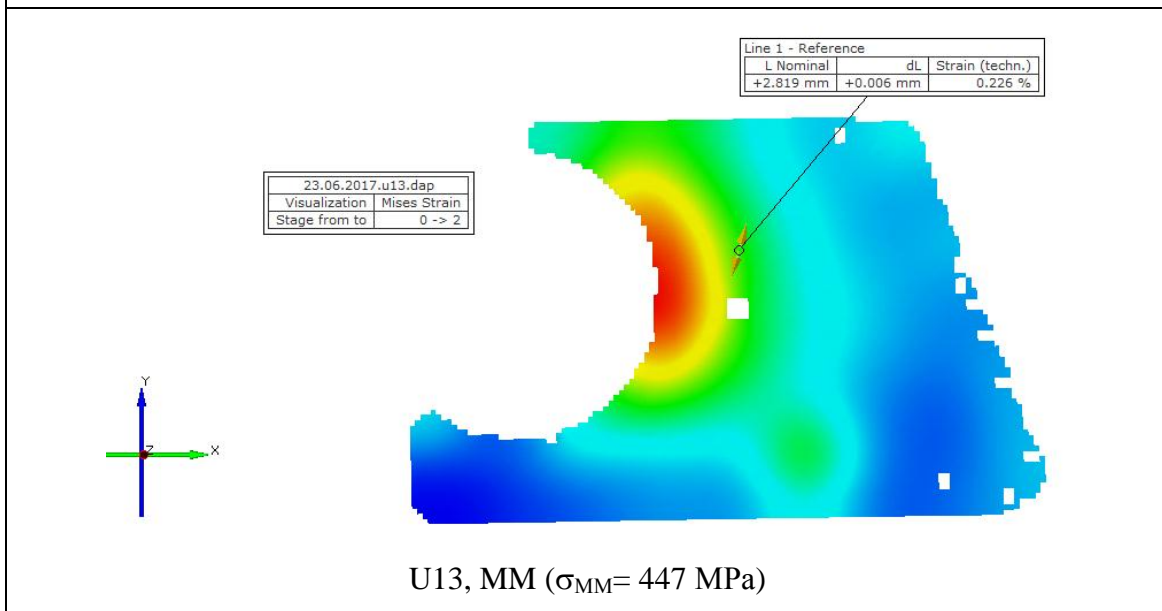


Слика 5.22 Приказ поља деформација и израчунати напони за ушку U12 на мерним местима MM1 и MM2

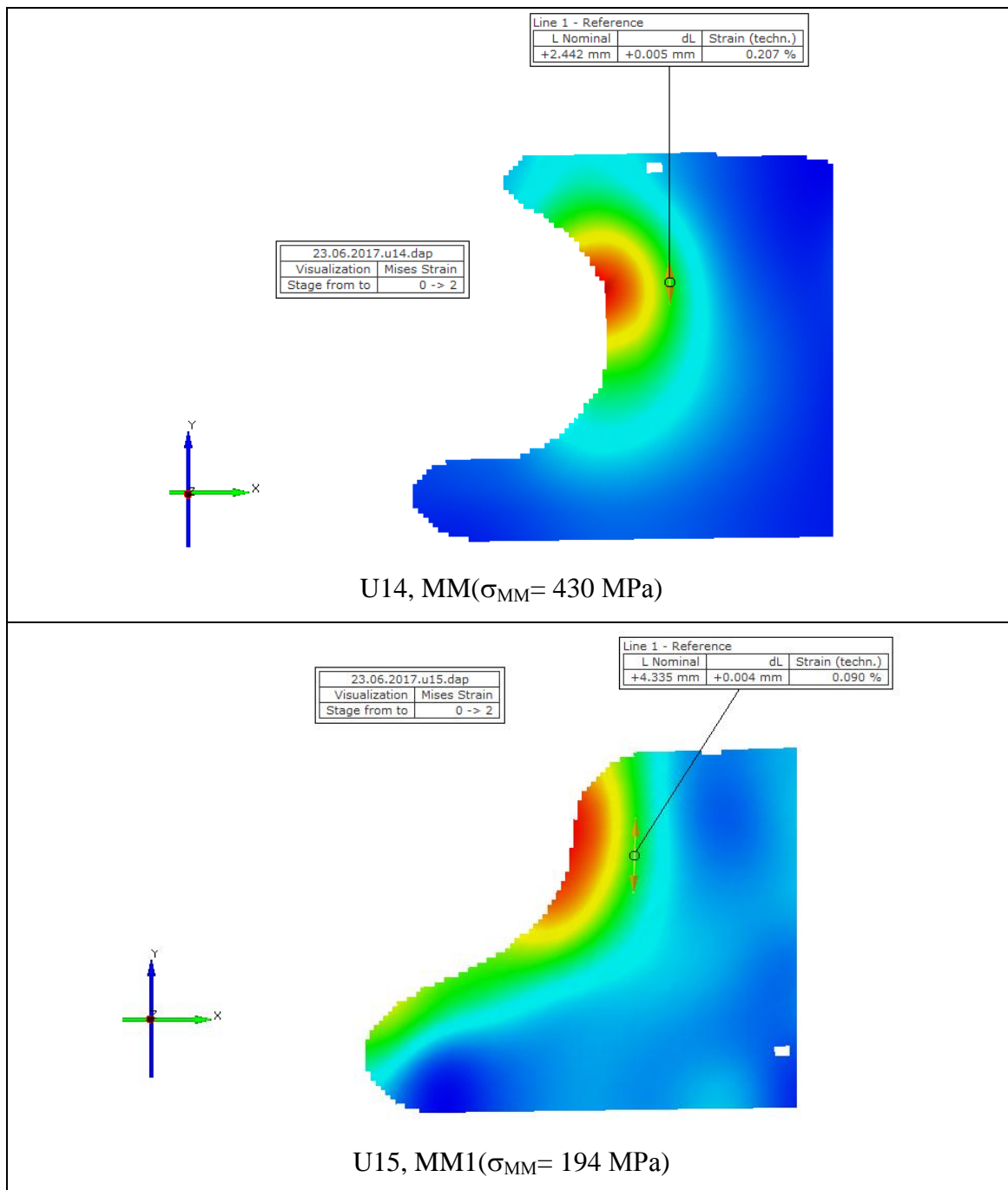
Ознаке елемената за везу: U13, U14, U15, U16



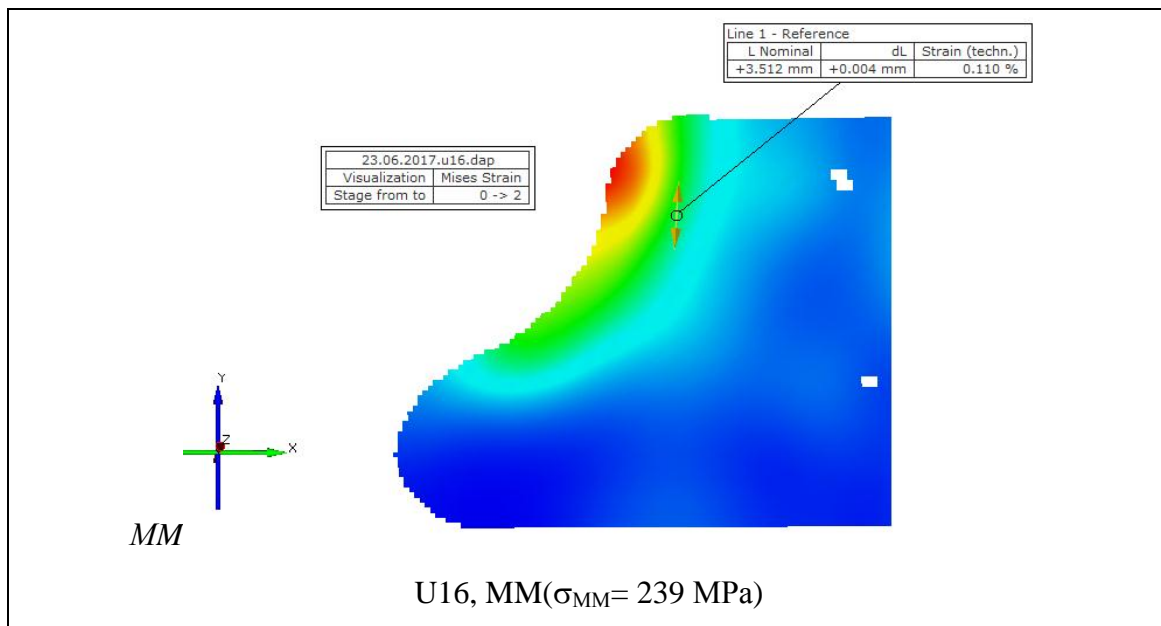
Оптерећење $F_{max}=10000\text{ N}$



Слика 5.23 Мерни модели ушки U13, U14, U15 и U16 и приказ поља деформација и израчунати напон за ушку U13 на мерном месту MM



Слика 5.24 Приказ поља деформација и израчунати напон за ушке U14 и U15 на мерном месту MM



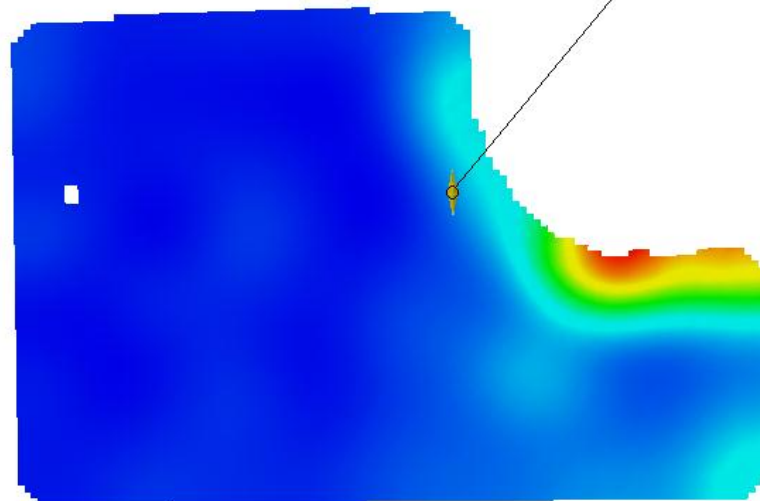
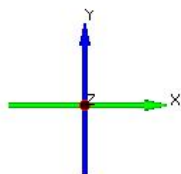
Слика 5.25 Приказ поља деформација и израчунати напон за ушку U16 на мерном месту MM

Ознака елемента за везу: U0, Оптерећење $F_{max}=40000\text{ N}$



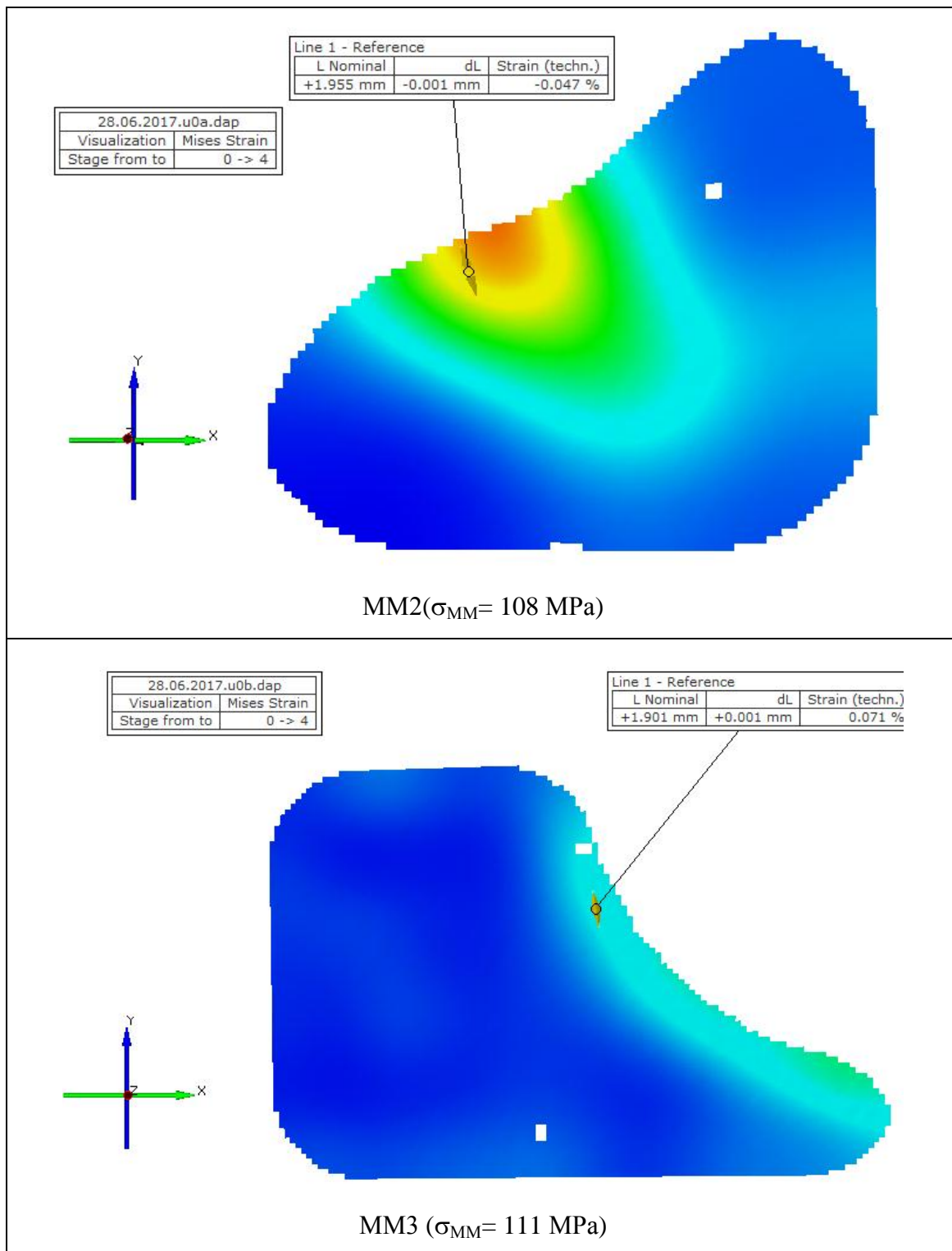
28.06.2017.u0.dap	
Visualization	Mises Strain
Stage from to	0 -> 4

Line 1 - Reference		
L Nominal	dL	Strain (techn.)
+1.900 mm	+0.001 mm	0.035 %

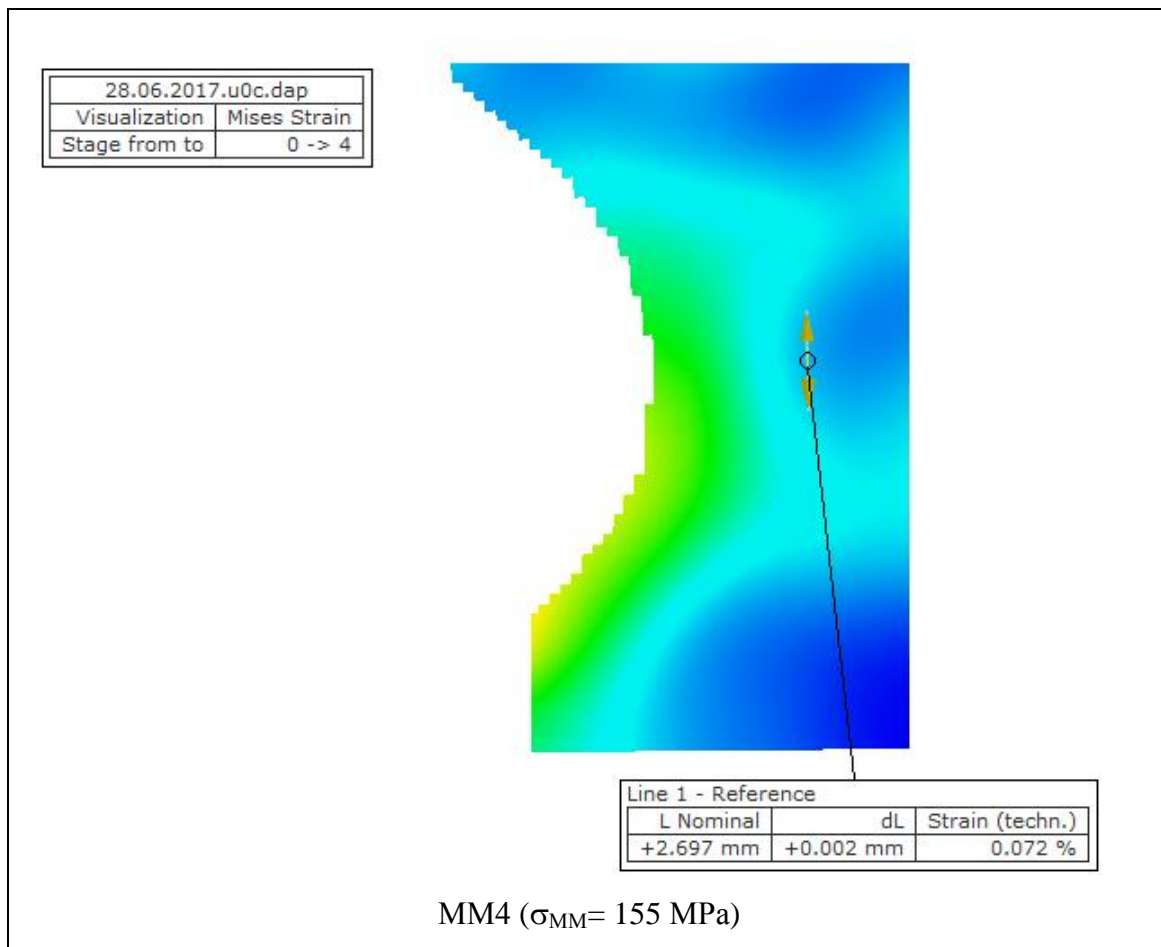


MM1($\sigma_{MM}= 111\text{ MPa}$)

Слика 5.26 Мерни модел ушке U0 и приказ поља деформација и израчунати напон за ушку U0 на мерном месту MM1



Слика 5.27 Приказ поља деформација и израчунати напони за ушку U0 на мерним местима MM2 и MM3



Слика 5.28 Приказ поља деформација и израчунати напон за ушку U0 на мерном месту MM4

6. АНАЛИЗА И ДИСКУСИЈА РЕЗУЛТАТА

У оквиру ове дисертације приказана је анализа нумеричког и експерименталног одређивања деформацијског и напонског стања структурних елемената са дисконтинуитетима геометрије.

6.1. Дискусија нумеричких резултата

У оквиру МКЕ анализе израчунате су вредности померања и напона за обе групе структурних елемената. Код ушки (U1, U2, U3, U5, U6, U7, U8 и U12) је разматрана деформација и расподела напона и апсолутне енергије деформисања у зависности од угла контакта. За сваку ушку су дата три дијаграма (максимално померање, максимални напон и максимална апсолутна енергија деформисања на разматраном месту у зависности од укупног угла контакта осовинице и ушке). Такође, за одређене ушке је урађен прорачун ушки по класичној теорији и DIN стандарду.

Најповољнији случај се добија када се контакт између осовинице и отвора ушке оствари са што већим углом контакта. Оптимални угао контакта је око 120° .

За траке са отворима (модели U9, U10 и U11) су урађени прорачуни тако да се покаже могућност смањења померања и концентрације напона одузимањем материјала (бушењем отвора). Закључено је да се може смањити концентрација напона бушењем отвора на оси елемента за око 8% (Сл. 4.71 до 4.73).

Код структурних елемената U13, U14, U15, U16, U17, U18, U19 и U20 разматрани су утицаји геометријских прелаза на концентрацију напона.

Код елемената за везу U13, U14, U15 и U16 мања концентрација напона се јавља код елемената са доданим радијусима. Код ових елемената код којих је одузет материјал изазвано је велико повећање вредности напона за око 80%.

Код елемената за везу са конусним прелазима (модели U17, U18, U19 и U20) треба тежити ка блажим конусним прелазима. Предлаже се примену конусног прелаза односа 1:4 који обезбеђује смањење напона за око 20% у односу на конусни прелаз односа 1:1.

Структурни елемент за везу U0 је модел код кога се налазе четири врсте прелаза истовремено (Сл. 4.86). Што се тиче напонског поља, најповољнији геометријски случај место са додатим радијусом и обореном ивицом (Сл. 4.89). На овом месту је добијено смањење напона за око 22% у односу на место са одузетим материјалом.

Код танкозидих конзола оптерећених моментом увијања на слободном крају деформација и Von Mises-ов напон зависи од начина ослањања, тј. уклештења. Разматране су танкозиде конзоле попречних пресека облика U, Z и Ω профила и различити начини уклештења.

Код танкозиде конзоле попречног пресека облика Z профила, разматрана су четири модела (M1, M2, M3 и M4). Сви модели имају различити начин уклештења, тј. различиту дужину и положај ослонаца. Модел M1 је уклештен по целом попречном пресеку, и он има најмању вредност максималне деформације. Еквивалентни напон добијен аналитичким путем приказан у Табели 4.2 за Z профил и добијеним нумеричким путем применом методе коначних елемената (Сл. 4.94) се разликују за 15%. Модел M2 (Сл. 4.94, M2) има најнеповољнији начин ослањања. Модел M3 (Сл. 4.94, M3) има нешто већу вредност напона од модела M1. Модел M4 (Сл. 4.94, M4) има најповољнији начин осањања који обезбеђује смањење вредности напона за око 20% у односу на модел M1.

Код танкозиде конзоле попречног пресека облика Ω профила разматрано је шест модела (M1 до M6), (Сл. 4.95). Напони добијени аналитичким и нумеричким (Сл. 4.97) путем који су приказани у Табели 4.2 за Ω профил се разликују за око 15%. Модел M5 (Сл. 4.97, M5) има најнеповољнији начин ослањања. Модели M1 и M3 (Сл. 4.97, M1, M3) имају најповољнији начин осањања.

Код танкозиде конзоле попречног пресека облика U профила, разматрано је четири модела (M1 до M4), (Сл. 4.98). Напони добијени аналитичким и нумеричким путем који су приказани у Табели 4.2 за U профил и добијеним нумеричким (Сл. 4.100) путем применом методе коначних елемената се разликују за око 8%. Модел M2 (Сл. 4.100, M2) има најнеповољнији начин ослањања. Модели M1 и M3 (Сл. 4.100, M1, M3) имају најповољнији начин осањања.

6.2. Поређење аналитичких, нумеричких и експерименталних резултата

У овом потпоглављу је извршено поређење резултата добијених аналитичким, нумеричким и експерименталним путем. Упоредни приказ резултата дат је у Табели 6.1.

Табела 6.1 Упоредна анализа резултата структурних елемената (ушки)

Редни број		Упоредна анализа напона				
		Класична теорија	DIN Стандард	МКЕ (КОМИПС)	Експеримент	
		Угао контакта	Напон на месту поређења			
		[°]	[МПа]			
U2	1	36	250	206,3	248	259
	2	54			236	
	3	90			226	
	4	126			213	
	5	162			213	
	6	180			213	
U3	1	36	187,4	152,3	185	155
	2	54			182	
	3	90			175	
	4	126			166	
	5	162			158	
	6	180			158	

Табела 6.1(наставак) Упоредна анализа резултата структурних елемената (ушки)

U6	1	36	262,5	247,5	218	212
	2	54			214	
	3	90			203	
	4	126			188	
	5	162			182	
	6	180			180	
U7	1	36	168	135	173	130
	2	54			170	
	3	90			164	
	4	126			157	
	5	162			151	
	6	180			150	
U8	1	36	150	124	127	100
	2	54			125	
	3	90			120	
	4	126			113	
	5	162			110	
	6	180			110	
U12	1	36	122,4	99	124	140
	2	54			122	
	3	90			118	
	4	126			112	
	5	162			113	
	6	180			113	

Разлика вредности напона у резултатима добијеним нумеричким и експерименталним је у прихватљивим границама. Резултати вредности напона добијених прорачуном применом класичне теорије и DIN стандарда се у неким случајевима знатно разликују у односу на резултате добијене нумеричким и експерименталним путем.

6.4. Дискусија добијених дијаграма

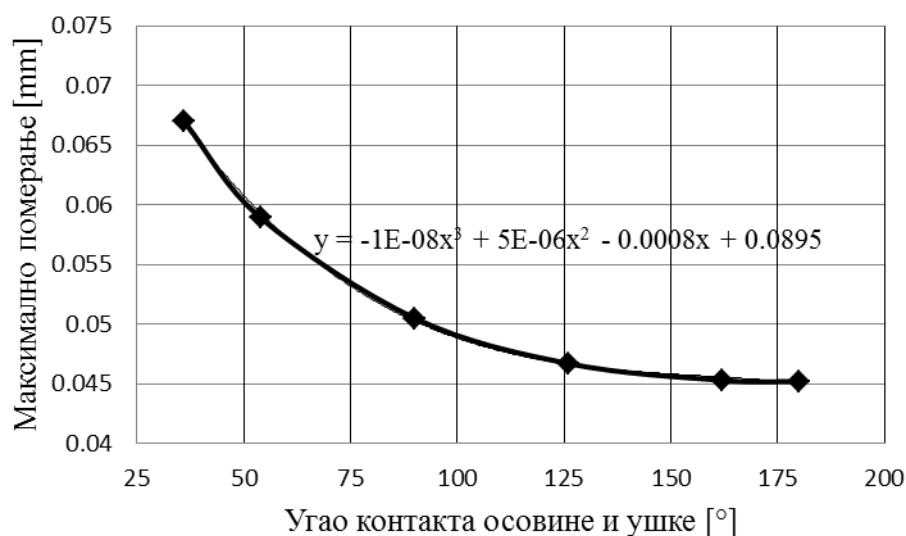
За сваку ушку из прве подгрупе структурних елемената (потпоглавље 4.4.1.), на основу нумеричког прорачуна, добијена су три дијаграма (дијаграм зависности максималног померања, максималног напона и апсолутне енергије деформисања од укупног угла контакта осовиници и ушке).

Такође, за претходно наведену подгрупу свих структурних елемената дата су три упоредна дијаграма који су приказани на *Сликама 4.67-4.69*. Са упоредних дијаграма се види да све ушке имају нагли пад вредности максималног померања, еквивалентног напона и енергије деформисања са порастом угла контакта, осим ушке U6. Код ове ушке промена наведених вредности постепено пада. Ушка U7 има исте спољашње димензије као ушка U6, али са мањим пречником отвора. Код ушке U7 добијени су бољи резултати прорачуна и дијаграма.

Може се приметити да однос спољашњег и унутрашњег пречника ушке утиче на њено понашање. Када је тај однос већи од три, ушка има оптимално понашање.

На примеру ушке U3 приказана је функција зависности наведених вредности у функцији угла контакта осовинице и ушке за задато оптерећење. Добијена функција има за циљ израчунавање наведених вредности за било који угао контакта.

Можемо закључити да приказане упоредне криве анализираних величина за угао контакта који је већи од 120° теже константној минималној вредности.



Слика 6.1 Дијаграм зависности максималног померања од укупног угла контакта осовине и ушке са једначином трећег степена која описује криву

Једначина у облику полинома трећег степена која описује криву зависности максималне деформације од укупног угла контакта за задато оптерећење је:

$$y = -10^{-8}x^3 + 5 \cdot 10^{-6}x^2 - 0,0008x + 0,0895. \quad (6.1)$$

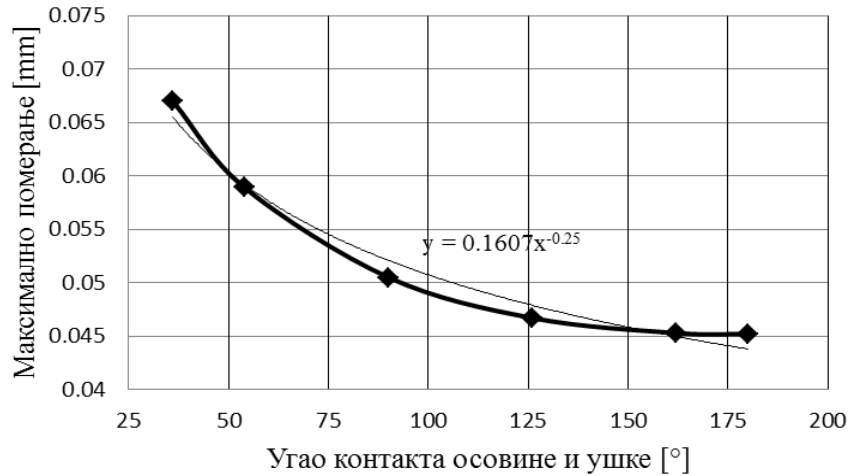
Помоћу једначине 6.1 можемо израчунати максималну деформацију ушке за било који угао контакта осовине и отвора ушке, за задато оптерећење. Добијене вредности максималних деформација према МКЕ за модел ушке U3 дате су Табели 6.2.

Табела 6.2 Максимално померање модела ушке U3 у зависности од укупног угла контакта

Ушка U3	
Укупан угао контакта [°]	Максимално померање [mm]
36	0,067
54	0,0589
90	0,0505
126	0,0467
162	0,0453
180	0,0452

Такође, криве приказане на дијаграмима (Сл. 6.2-6.4) су описане експоненцијалним једначинама. Наредни дијаграми и једначине су приказане за ушку U3. Једначина помоћу које се може израчунати максимално померање за задато оптерећење и било који угао контакта је:

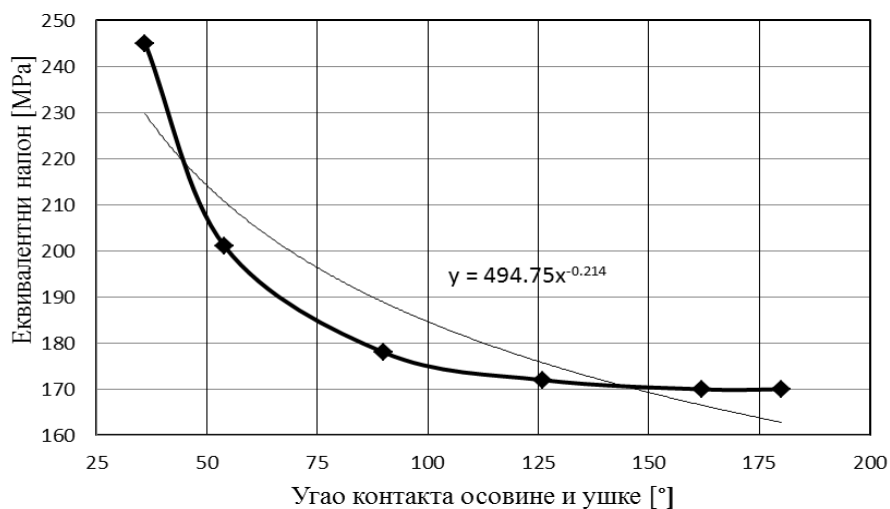
$$y = 0,1607x^{-0,25} . \quad (6.2)$$



Слика 6.2 Дијаграм зависности максималног померања од укупног угла контакта осовине и ушке са једначином која описује криву

Једначина помоћу које се може израчунати еквивалентни напон за било који угао контакта од 0 до 180° за задато оптерећење је:

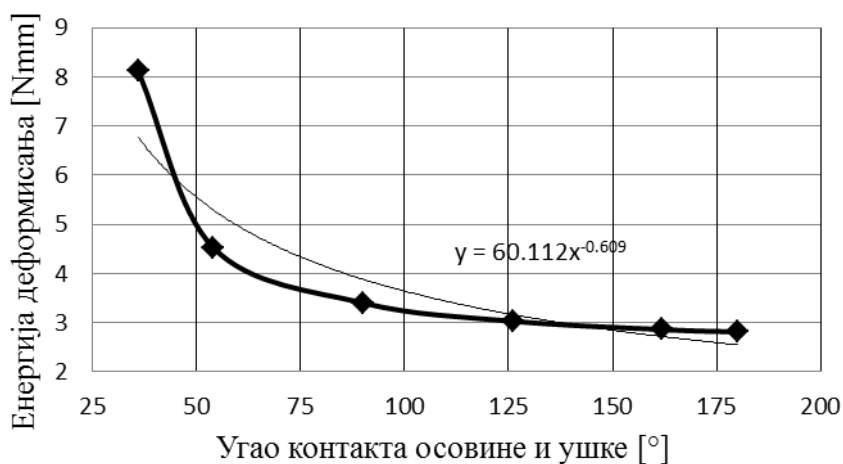
$$y = 494,75x^{-0,214} . \quad (6.3)$$



Слика 6.3 Дијаграм зависности еквивалентног напона од укупног угла контакта осовине и ушке са једначином која описује криву

Једначина помоћу које се може израчунати енергија деформисања за било који угао контакта од 0 до 180° гласи,

$$y = 60,112x^{-0,609} . \quad (6.3)$$



Слика 6.4 Дијаграм зависности апсолутне енергије деформисања од укупног угла контакта осовине и ушке са једначином која описује криву

Треба нагласити да наведене експоненцијалне једначине имају одређену грешку. Тиме је показано да зависност максималног померања, еквивалентног напона и енергије деформисања у функцији угла контакта не треба апроксимирати експоненцијалном функцијом.

6.5. Правци даљих истраживања

Структурни елементи, који су били предмет истраживања, су у току експлоатације изложени различитим врстама оптерећења. У оквиру ове дисертације спроведена је анализа утицаја величине угла контакта на деформацијско и напонско стање ушки при аксијалном оптерећењу. У наставку истраживања потребно је анализирати напонско и деформацијско стање при сложеном оптерећењу (оптерећење у два или више правца истовремено). Такође је потребно анализирати ушке са аспекта интегритета конструкције (нумеричком

методом и експериментално), тј. уводити прслине на очекиваним местима и пратити њихов раст.

У даљем истраживању проблема ушки пажња ће се посветити добијању функција зависности померања и напона од величине угла контакта које ће имати општи карактер. На основу изведене анализе можемо приметити да ће општи карактер функције зависити од односа спољашњег и унутрашњег пречника ушке.

Код друге групе структурних елемената (танкозиди носачи), треба анализирати заварене спојеве, јер они представљају извор концентрације напона, тако да у даља истраживања треба укључити и утицај завареног споја.

Такође за танкозиде носаче треба извршити експериментална мерења деформација и напона како на самим носачима тако и у завареним спојевима, зависно од врсте уклештења, и тим потврдити нумеричке резултате.

У наставку истраживања потребно је анализирати понашање обе групе структурних елемената при динамичком оптерећењу.

7. ЗАКЉУЧАК

Докторска дисертација је проистекла као резултат вишегодишњег истраживања деформацијског и напонског стања структурних елемената са дисконтинуитетима геометрије.

Дата су почетна разматрања која обухватају преглед досадашњих истраживања напонског и деформацијског стања структурних елемената са дисконтинуитетима геометрије, као и преглед доступне литературе. Размотрене су методе дијагностике чврстоће које су коришћене при изради дисертације. То су метода коначних елемената, као нумеричка и метода за дигиталну корелацију слика, као експериментална метода.

У оквиру дисертације урађено је следеће:

Урађени су прорачунски модели структурних елемената. Спроведен је статички прорачун применом методе коначних елемената. Идентификоване су зоне концентрације напона и приказан је поступак смањења напона и његове концентрације.

Урађени су модели на којима је приказана расподела напонског и деформацијског стања, у зависности од величине контакта између носећих елемената.

Спроведена су бесконтактна оптичка мерења померања на ушкама и везним елементима. Резултати мерења су обрађени, анализирани и упоређени са резултатима нумеричког и аналитичког прорачуна. Добијена су задовољавајућа поклапања резултата на изабраним мерним местима и може се закључити да су нумерички модели верификовани на овај начин.

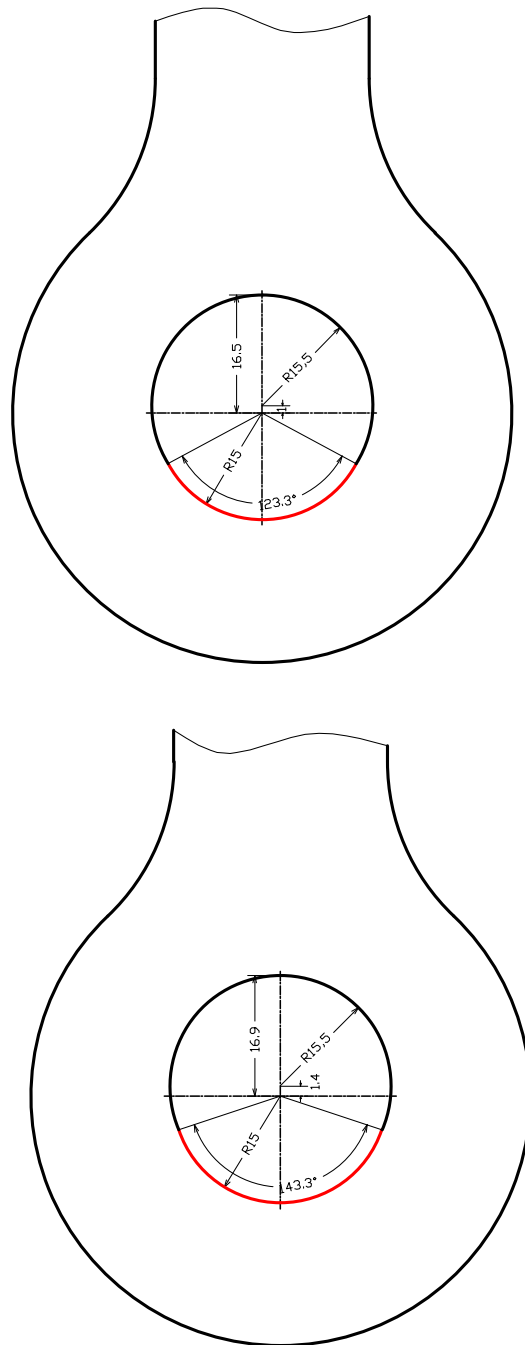
Квалитетан резултат нумеричко-експерименталних испитивања великог броја ушки представља одређивање зависности угла контакта између осовине и отвора ушке и њеног напонско-деформационог стања.

Даљи допринос дисертације јесте развијање оптималног геометријског облика отвора ушке. Развијени оптимални облици ушки обезбеђује угао контакта осовине и отвора ушке већи од 120° , чиме се обезбеђује драстично смањење вредности напона.

Проширење доприноса у дисертацији представља могућност примене резултата добијених анализом ушки на анализу напонско-деформацијског стања

танкозидих носача.

На *Сл. 7.1* приказана су два оптимална геометријска облика отвора ушке. Овакве отворе за одговорне конструкције треба израдити на CNC машини глодањем. Тиме се лако може направити лежиште за осовиницу (црвена боја на *Сл. 7.1*).



Слика 7.1 Оптимални геометријски облици отвора ушки

Добијени резултати испитивања напонског и деформацијског стања структурних елемената са дисконтинуитетима геометрије се у пракси могу препоручити за употребу. Закључци добијени испитивањем овог типа структура могу бити укључени у процес пројектовања нових сличних структура. Сазнања добијена током реализације овог рада могу бити директно примењена за идентификацију понашања реалних структура у њиховим радним условима.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Анђелић Н., Милованчевић М.: „Отпорност материјала“, Машински факултет, Универзитет у Београду, 2010.
- [2] Базјанац Д.: „Наука о чврстоћи“, Техничка књига, Загреб, 1968.
- [3] Брчић В., Чукић В.: „Експерименталне методе у пројектовању конструкција“, ИРО Грађевинска књига, Београд, 1988.
- [4] Mohan K.M., Rajesh S., Yogesh H., Yeshaswini B.: „Study on the Effect of Stress Concentration on Cutout Orientation of Plates with Various Cutouts and Bluntness“, International Journal of Modern Engineering Research, 3, pp. 1295-1303, 2013.
- [5] Theocaris P.S., Petrou L.: „Stress distributions and intensities at corners of equilateral triangular holes“, International Journal of Fracture, 31, pp. 271-289, 1986.
- [6] Pilkey W.D., Pilkey D.F., Peterson R.E.: „Peterson s Stress Concentration Factors“, John Wiley and Sons, New York, 2008.
- [7] Savin G.N.: „Stress Concentration around Holes Pergamon Press“, New York, 1961.
- [8] Wahl M.A., Beeuwkes R., Pittsburgh P.A.: „Stress Concentration Produced by Holes and Notches“, 56, APM-56-11, 1966.
- [9] Weibel E.E.: „Studies in Photoelastic Stress Determination“, A.S.M.E.Trans, 56, APM-56-13, 1965.
- [10] Ђурђевић Ђ., Анђелић Н., Манески Т., Ђурђевић А.: „Нумеричка анализа напона ушке на контејнерском терминалу 10800x3400“ 40. Јупитер конференција, Машински факултет, Универзитет у Београду, 2016.
- [11] Манески Т.: „Компјутерско моделирање и прорачун структура“, Машински факултет, Универзитет у Београду, 1998.
- [12] Манески Т.: „Решени проблеми чврстоће конструкција“, Машински факултет, Универзитет у Београду, 2002.
- [13] Секуловић М.: „Метод коначних елемената“, Грађевинска књига, Београд, 1984.

- [14] Meghre A.S., Kadam K.N.: „Finite Element Method and and Structural Analysis“, Khanna publishers, 2010.
- [15] Abaqus User s Manual
- [16] Катедра за отпорност конструкција: „Таблице из Отпорности материјала“, Машински факултет, Универзитет у Београду, 2015.
- [17] Patle B.C., Bhoje D.V.: „Evaluation Of Stress Concentration Factors In Plate With Oblique Hole“, Journal of Mechanical and Civil Engineering, 2 (2), pp. 28-32, 2012.
- [18] McKenzie H.W., White D.J.: „Stress concentration caused by an oblique round hole in a flat plate under uniaxial tension“, Strain Analysis, 3 (2), 1968.
- [19] Stanley P., Starr A.G.: „Stress concentration at aon oblique hole in a thick plate“, Juornal of Strain Analysis, vol. 35 (2), pp. 143-147, 2000.
- [20] Максимовић К., Максимовић М.: „Одређивање параметара механике лома и преосталог века код проблема ушки за везу крило-труп авиона“, Техничка дијагностика, 9 (3), стр. 11-16, 2010.
- [21] Максимовић К.: „Анализа чврстоће елемената конструкција са аспекта допустивих оштећења при динамичком оптерећењу“, Магистарски рад, Машински факултет, Универзитет у Београду, 2004.
- [22] Hongxia Y., Burgess I.W., Davison J.B., Plank R.J.: „Numerical simulation of bolted steel connections in fire using explicit dynamic analysis“, Journal of Constructional Steel Research, 64, pp. 515-525, 2007.
- [23] Yu S.H., Rowlands R.E.A.: „Three dimensional frictional contact element whose stiffness matrix is symmetric“, J. Appl. Mech, 66 (2), pp. 460-467, 1999.
- [24] Saraj M., Burgess I.W., Davison J.B., Plank R.J.: „Finite element modelling of steel fin plate connections in fire“, Fire Safety Journal, 42 (6-7), pp. 315-326, 2007.
- [25] Antoni N., Gaisne F.: „Analytical modelling for static stress analysis of pin-loaded with bush fitting“, Applied Mathematical Modeling, 35, pp. 1-21, 2011.
- [26] Gang S., Yongju S., Yuanquinh W., Mark A. B.: „Numerical simulation of stell pretensioned end-plate connections of different types and details“, Engineering Structures, 30, pp. 2676-2686, 2008.

- [27] Anđelić N.: „Torsional Analysis of Open Section Thin-Walled Beams“, FME Transactions, 40 (2), pp. 93 – 98, 2012.
- [28] Đurđević Đ., Anđelić N., Maneski T., Milošević-Mitić V., Milovančević M., Đurđević A.: „Analytical and numerical calculation of the equivalent stress of open section thin-walled U profile at constrained torsion“, 7th International Scientific and Expert Conference TEAM 2015 (Technique, Education, Agriculture & Management), 7 (1), pp. 502-505, Belgrade, 2015.
- [29] Anđelić N., Milošević-Mitić V., Maneski T., Milovančević M., Đurđević Đ.: „Optimum design of open section thin-walled structural elements according to stress constraint“, Proceedings of the 6th International Symposium on Industrial Engineering, pp. 345-348, Belgrade, Serbia, 2015.
- [30] Đurđević Đ., Radojković M., Sedmak S., Đorđević B., Tatić U.: „Comparison of two numerical models of connected steel beams as separate and combined plates“, 32nd Danubia-Adria Symposium on Advances in Experimental Mechanics, Starý Smokovec, Slovakia, pp. 116-117, 2015.
- [31] Sedmak S., Tatić U., Đorđević B., Vučetić F., Džindo E.: „Numerical calculation of steel support structure for a pipeline using finite element method“, 32nd Danubia-Adria Symposium on Advances in Experimental Mechanics, Starý Smokovec, Slovakia, 2015.
- [32] Rencis J.J., Terdalker S.: „Stress Concentrations and Static Failure for Common Elements used in Finite Element Stress Analysis“, Proceedings of the 2007 Midwest Section Conference of the American Society for Engineering Education, 2007.
- [33] Nagiar M. H., Maneski Đ. T., Milošević-Mitić O. V., Gaćeša M. B., Anđelić M. N.: „Modeling of the buckstay system of membrane walls in watertube boiler construction“ THERMAL SCIENCE, 18 (Suppl. 1), pp. S59-S72, 2014.
- [34] Momčilović N., Motok M., Maneski T.: „Simplified numerical analysis of stiffened panels“, 11th HSTAM International Congress on Mechanics Athens, Greece, 2016.
- [35] Momčilović N., Motok M., Maneski T.: „Stress concentration on the contour of plate opening: analytical, numerical and experimental approach“, Journal of theoretical and applied mechanics, 51 (4), pp. 1003-1012, Warsaw 2013.

- [36] Gaćeša B., Milošević-Mitić V., Maneski T., Kozak D., Sertić J.: „Numerical and experimental strength analysis of fire-tube boiler construction“, Technical Gazette, 18 (2), pp. 237-242, 2011.
- [37] Maneski T., Čukić R.: „Optimal repairment solution for reactor DC-303“, Structural integrity and life, pp. 41-46, 2001.
- [38] Maneski T., Sedmak A., Anđelić N., Milović Lj.: „Optimal repairment solution for reactor DC-303“, Structural integrity and life, 8 (8), pp. 171-180, 2008.
- [39] Maneski T., Sedmak A., Milović Lj., Fertilio A., Sedmak S.: „Fitness-for-purpose assessment of repaired feedwater heater“, Structural integrity and life, 6 (3), pp. 111-120, 2006.
- [40] Skopinsky V.N.: „Stress analysis of nonradial cylindrical shell intersections subjected to external loading“, International Journal of Pressure Vessel and Piping, 67, pp. 145 – 153, 1996.
- [41] Lathuef S.A., Sekhar K.C.: „Design and Structural Analysis of Pressure Vessel Due to Change of Nozzle Location and Shell Thickness“, International Journal of Advanced Engineering Research and Studies, (I), pp. 218 – 221, 2012.
- [42] Sang Z.F., Xue L.P., Lin Y.J., Widera G.E.O.: „Limit and burst pressures for a cylindrical shell intersection with intermediate diameter ratio“, International Journal of Pressure Vessel and Piping, 79, pp. 341 – 349, 2002.
- [43] Огњановић М.: „Машински елементи“ Машински факултет, Универзитет у Београду, 2010.
- [44] Манески Т., Милошевић-Митић В., Острић Д.: „Поставке чврстоће конструкција“, Машински факултет, Универзитет у Београду, 2002.
- [45] Awerbuch J.: „Fundamentals of the Mechanical Behavior of Materials“, John Wiley&Sons, 2001.
- [46] Girkman K.: „Површински системи носача (превод Крушевић Р.)“, Грађевинска књига, Београд, 1965.
- [47] Jacubowich A., Orloš Z.: „Wztrzymałość materialow“ Wydawnictwa Nukowo-Techniczne, Warszawa, 1978.
- [48] Тимошенко С., Гудиер Ј.: „Теорија еластичности (превод Брчић В.)“, Грађевинска књига, Београд, 1962.

- [49] Тимошенко С., Војиновски-Кригер С.: „Теорија плоча и љуски (превод Хлитчијев Ј.)“, Грађевинска књига, Београд, 1962.
- [50] Петковић З.: „Металне конструкције у машиноградњи 2“ Машински факултет, Универзитет у Београду, 2005.
- [51] Рашковић Д.: „Теорија еластичности“, Научна књига, Београд, 1985.
- [52] Kollbruner C.F., Hajdin N.: „Dunnwandige Stabe“, Band 1, Springer Verlag, 1972.
- [53] Kollbruner C.F., Hajdin N.: „Dunnwandige Stabe“, Band 2, Springer Verlag, 1975.
- [54] Ружић Д.: „Отпорност конструкција“, Машински факултет, Универзитет у Београду, 1995.
- [55] Анђелић Н.: „Оптимизација танкозидих конструкционих елемената“, Задужбина Андрејевић, Београд, 2005.
- [56] Стандард DIN 18800
- [57] Maneski T., Sedmak A.: „Анализа стања, дијагностика понашања, процена преостале чврстоће и радног века, ревитализација“, Интегритет и век конструкција, 2, стр. 107-110, 2002.
- [58] Maneski T., Ignjatović D.: „Structural performance diagnostics“, Structural integrity and life, 4 (1), pp. 3-7, 2004.
- [59] <https://www.google.rs/search?q=tankozidi+nosaci&biw>
- [60] <https://www.google.rs/search?q=thin+walled+structures>
- [61] <https://www.google.rs/search?q=strain+gage&biw=1366&bih>
- [62] <https://www.gom.com>
- [63] Ghafoori E., Motovalli M.: „Analytical calculation of stress intensity factor of cracked steel of I - beams with experimental analysis and 3D image correlation measurements“, Engineering Fracture Mechanics, 78 (18), pp. 3226- 3242, 2011.
- [64] Yu J.H., Dehmer P.: „Dynamic impact deformation analysis using high speed cameras and Aramis photogrammetry software“, Army Research Laboratory – Report, USA, 2010.
- [65] Eriksen R., Berggren C., Boyd S.W., Dulieu - Barton J.M: „Toward high velocity deformation characterization of metals and composites using digital

- image correlation”, ICEM 14 - 14th International Conference on Experimental Mechanics, 6, pp. 8, 2010.
- [66] Momcilovic N., Motok M., Maneski T.: „Stress concentration on the contour of a plate opening: analytical, numerical and experimental approach”, J. Theor. Appl. Mech., 51 (4), pp. 1003-1012, 2013.
- [67] Peters W.H.: „Digital imaging techniques in experimental stress analysis“, Optical engineering, pp. 427-431, 1982.
- [68] Милошевић М.: „Тродимензионална оптичка анализа деформација полимеризацијске контракције стоматолошких композитних материјала на бази смоле“, Докторска дисертација, Машински факултет, Универзитет у Београду, 2012.
- [69] Hertele S., de Waele W., Denys R., Verstraete M.: „Investigation of strain measurements in (curved) wide plate specimens using digital image correlation and finite element analysis“, J. Strain Anal Eng, 47 (5), pp. 276-88, 2012.
- [70] Mileić V., Manojlović D., Milošević M., Mitrović N., Stanković T.S., Maneski T.: „Analysis of lokal shrinkage patterns of self-adhering and flowable composites using 3D digital image correlation“, Quintessence Int., 42, pp.797-804, 2011.
- [71] Sedmak A., Mitrović N., Petrović A., Maneski T.: „Digital image correlation in experimental mechanical analysis“, Structural integrity and life, 12 (1), pp. 39-42, 2012.
- [72] Момчиловић Н.: „Моделирање чврстоће ортотропних панела бродске конструкције еквивалентним неоребреним плочама“, Докторска дисертација, Машински факултет, Универзитет у Београду, 2014.
- [73] Milošević M., Miletić M., Mitrović N., Manojlović D., Stanković T.S., Maneski T.: „Measurement of Local Deformation Fields in Dental Composites Using 3D Optical System“, Chem Listy, 105, S751-S3, 2011.
- [74] Балаћ М.: „Међусобни утицај прикључака на стање напона и деформација на цилиндричном омотачу посуде под притиском“, Докторска дисертација, Машински факултет, Универзитет у Београду, 2014.

- [75] Fazzini M., Mistou S., Dalverny O., Robert L.: „Study of image characteristics on digital image correlation error assessment”, *Optics and Lasers in Engineering*, 48, pp. 335-339, 2010.
- [76] Schreier H.W., Braasch J.R., Sutton M.A.: „Systematic errors in digital image correlation caused by intensity interpolation”, *Optical Engineering*, 39 (11), pp. 2915-2921, 2006.
- [77] Петровић А.: „Моделско испитивање чврстоће структура сложене просторне геометрије“, Докторска дисертација, Машински факултет, Универзитет у Београду, 2017.
- [78] Манески Т.: „Прилог развоју система пројектовања применом рачунара носећих структура машина алатки“, Докторска дисертација, Машински факултет, Универзитет у Београду, 1991.
- [79] Ћеловић Ш.: „Нумеричко-експериментална карактеризација чврстоће расклопивих контејнера“, Докторска дисертација, Машински факултет, Универзитет у Београду, 2015.
- [80] Мерно-аквизициони систем Лабораторије за мерење напона и деформације Катедре за Отпорност конструкција, Машински факултет Београд, 2017.

БИОГРАФИЈА

Име и презиме: Ђорђе Ђурђевић
Датум рођења: 20.08.1985.
Место рођења: Ваљево
Породично стање: Ожењен, двоје деце

Школовање:

1992-2000. Основна школа „Милан Муњас“ у Убу
2000-2004. „Техничка школа“ у Убу
2004-2010. Студије на Машинском факултету у Београду, одсек Производно машинство
11.06.2010. Одбрањен дипломски рад на Машинском факултету у Београду, са темом „Пројектовање технолошких процеса и технолошке ћелије за израду фамилије вратила на принципу групне технологије“ са оценом 10
2013-до данас Докторске студије на Машинском факултету у Београду. У предвиђеном року (три године) положени сви испити на Докторским студијама са просечном оценом 9,81. Одлуком Декана, а на основу сагласности Већа научних области техничких наука Универзитета у Београду, одобрен рад на Докторској дисертацији са радни насловом „Напонско и деформацијско стање структурних елемената са дисконтинуитетима геометрије“.

Кретање у послу:

2010-2014. професор машинске групе предмета у Политехници-школи за нове технологије, Нови Београд
2014-до данас асистент из предмета Отпорност материјала А и Б на Високој инжењерској школи струковних студија ТЕХНИКУМ ТАУРУНУМ, Београд-Земун

Прилог 1.

ИЗЈАВА О АУТОРСТВУ

Потписани Ђорђе Ђурђевић

број индекса Д45/2013

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Напонско и деформацијско стање структурних елемената са

дисконтинуитетима геометрије

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

У Београду, _____



Прилог 2.

**ИЗЈАВА О ИСТОВЕТНОСТИ ШТАМПАНЕ И ЕЛЕКТРОНСКЕ ВЕРЗИЈЕ
ДОКТОРСКОГ РАДА**

Име и презиме аутора Ђорђе Ђурђевић

Број индекса Д45/2013

Студијски програм _____

Наслов рада **Напонско и деформацијско стање структурних елемената са
дисконтинуитетима геометрије**

Ментори проф. др Нина Анђелић, проф. др Ташко Манески

Потписани Ђорђе Д. Ђурђевић

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, _____



Прилог 3.

ИЗЈАВА О КОРИШЋЕЊУ

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

**Напонско и деформацијско стање структурних елемената са
дисконтинуитетима геометрије**

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио.

1. Ауторство
2. Ауторство - некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

Потпис докторанда

У Београду, _____



1. Ауторство - Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. Ауторство – без прераде. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.