

## Научно-наставном већу Математичког факултета

### Универзитета у Београду

На седници Научно-наставног већа Математичког факултета, која је одржана 19.05.2017. године, одређени смо за чланове комисије за писање извештаја о докторској дисертацији *Оператор Хилбертове матрице и Либерин оператор на просторима холоморфних функција* кандидата Бобана Карапетровића. После прегледа рукописа који је Бобан Карапетровић предао комисији, подносимо Научно-наставном већу Математичког факултета следећи

## ИЗВЕШТАЈ

Докторска дисертација *Оператор Хилбертове матрице и Либерин оператор на просторима холоморфних функција* написана је на 108+xii+IX страница. Структура рада је следећа:

### Увод

### Основни појмови, тврђења и ознаке

#### 1 Оператор Хилбертове матрице на просторима низова

- 1.1 Ханкелови оператори
- 1.2 Хилбертова матрица као оператор
- 1.3 Хилбертова матрица на  $\ell^p$  просторима

#### 2 Хилбертова матрица на Хардијевим просторима

- 2.1 Дејство Хилбертове матрице  $H$  на  $H^p$  просторима
  - 2.1.1 Оператор  $H$  на простору  $H^\infty$
  - 2.1.2 Оператор  $H$  на простору  $H^1$
  - 2.1.3 Оператор  $H$  на  $H^p$  просторима када је  $0 < p < 1$
- 2.2 Норма  $\|H\|_{H^p \rightarrow H^p}$  када је  $1 < p < \infty$ 
  - 2.2.1 Једна теорема Нехаријевог типа
  - 2.2.2 Горње ограничење за  $\|H\|_{H^p \rightarrow H^p}$  када је  $1 < p < \infty$
  - 2.2.3 Доње ограничење за  $\|H\|_{H^p \rightarrow H^p}$  када је  $1 < p < \infty$

#### 3 Хилбертова матрица на Бергмановим просторима

- 3.1 Хилбертова матрица на Бергмановим просторима  $A^p$
- 3.2 Норма  $\|H\|_{A^p \rightarrow A^p}$  када је  $2 < p < \infty$ 
  - 3.2.1 Горње ограничење за  $\|H\|_{A^p \rightarrow A^p}$  када је  $4 \leq p < \infty$
  - 3.2.2 Горње ограничење за  $\|H\|_{A^p \rightarrow A^p}$  када је  $2 < p < 4$
  - 3.2.3 Доње ограничење за  $\|H\|_{A^p \rightarrow A^p}$  када је  $2 < p < \infty$
- 3.3 Хилбертова матрица на тежинским Бергмановим просторима  $A^{p,\alpha}$

- 4 Хилбертова матрица на просторима Бергмановог типа**
  - 4.1 Ограниченост оператора  $H$  на  $H_{\nu}^{p,q,\alpha}$  просторима
  - 4.2 Примена дуалности
- 5 Хилбертова матрица на логаритамско тежинским просторима**
  - 5.1 Неки помоћни резултати
  - 5.2 Оператор  $H$  на логаритамско тежинским Бергмановим просторима
  - 5.3 Оператор  $H$  на логаритамско тежинским Блоховим просторима
  - 5.4 Оператор  $H$  на логаритамско тежинским Харди-Блоховим просторима
- 6 Хилбертова матрица на просторима Бесова**
  - 6.1 Хилбертова матрица на простору  $VMOA$
  - 6.2 Хилбертова матрица на потпросторима простора  $H^1$
- 7 Либериин оператор на просторима мешовите норме**
  - 7.1 Дефиниција Либериног оператора
  - 7.2 Либериин оператор на просторима  $H_{\nu}^{p,q,\alpha}$
- 8 Либериин оператор на логаритамско тежинским просторима**
  - 8.1 Оператор  $\mathcal{L}$  на логаритамско тежинским Бергмановим просторима
  - 8.2 Оператор  $\mathcal{L}$  на логаритамско тежинским Блоховим просторима
  - 8.3 Оператор  $\mathcal{L}$  на логаритамско тежинским Харди-Блоховим просторима
- 9 Принцип максимума у Бергмановим просторима**
  - 9.1 Принцип максимума у  $A^p$  просторима ако је  $p \geq 1$
  - 9.2 Принцип максимума у  $A^p$  просторима ако је  $p < 1$

**Литература** (број библиографских јединица: 67)

**Списак симбола**

**Биографија аутора**

## ПРИКАЗ САДРЖАЈА ДИСЕРТАЦИЈЕ

Ова докторска дисертација припада научној области *Комплексна анализа*, а конкретни проблеми који се у њој разматрају припадају *Теорији оператора*, као и *Теорији Хардијевих и Бергманових простора*. Наиме, разматра се дејство оператора Хилбертове матрице и Либериног оператора на просторима холоморфних функција. Тема ове докторске дисертације је последњих година веома актуелна и привлачи велики број истраживача. Заправо, модерна теорија посвећена Хилбертовој матрици, која пре свега обухвата дејство оператора Хилбертове матрице на неким класичним просторима холоморфних функција на јединичном диску, почиње са радовима у којима се разматра дејство оператора Хилбертове матрице на Хардијевим просторима  $H^p$  и Бергмановим просторима  $A^p$ .

Првих шест глава ове докторске дисертације посвећено је оператору Хилбертове матрице и његовом дејству на просторима холоморфних функција.

Прва глава је уводног карактера, састоји се од познатих и класичних резултата који се односе на Ханкелове операторе и дејство Хилбертове матрице као оператора на просторима низова, пре свега на  $\ell^p$  просторима. Друга глава је посвећена дејству Хилбертове матрице на Хардијевим просторима и доказу да је норма  $\|H\|_{H^p \rightarrow H^p}$  једнака  $\frac{\pi}{\sin \frac{\pi}{p}}$  за све  $1 < p < \infty$ . Један део друге главе је оригиналан. Наиме, наведен је потпуно нови доказ за доње ограничење  $\|H\|_{H^p \rightarrow H^p} \geq \frac{\pi}{\sin \frac{\pi}{p}}$  за све  $1 < p < \infty$ , при чему је примењена нова техника која користи хипергеометријске функције. Наведени доказ је једноставнији је и елегантнији од оног већ постојећег. Главни резултат треће главе је коначно разрешење отвореног проблема који се односи на норму оператора Хилбертове матрице на Бергмановом простору  $A^p$  у случају када је  $2 < p < 4$ . Наиме, доказано је да важи  $\|H\|_{A^p \rightarrow A^p} = \frac{\pi}{\sin \frac{2\pi}{p}}$  за  $2 < p < 4$ , при чему је у доказу примењена једна нова техника, која се базира на новом приступу монотоности интегралних средина холоморфних функција. Са друге стране, користећи технику хипергеометријских функција, дат је нов и оригиналан доказ за доње ограничење  $\|H\|_{A^p \rightarrow A^p} \geq \frac{\pi}{\sin \frac{2\pi}{p}}$  за све  $2 < p < \infty$ . Наведени доказ је знатно упростио претходно постојећи доказ. Четврта глава доноси потпуну карактеризацију ограничености оператора Хилбертове матрице на просторима Бесова и просторима мешовите норме и тиме разрешава још један претходно познат отворен проблем који датира из неких претходних радова из те области. У петој глави се разматра дејство оператора Хилбертове матрице на логаритамско тежинским просторима Бергмана, Блоха и Харди-Блоха. Поред тога, у шестој глави се, између осталог, описује дејство оператора Хилбертове матрице на просторима Бесова. Један од главних резултата добијених у овој глави јесте да оператор Хилбертове матрице  $H$  не пресликава простор  $VMOA$  у Блохов простор  $\mathcal{B}$ . Такође, разматра се и дејство оператора  $H$  на потпросторима простора  $H^1$ .

Седма и осма глава ове докторске дисертације су посвећене разматрању Либериног оператора на просторима холоморфних функција. У седмој глави је дата потпуна карактеризација ограничености Либериног оператора  $\mathcal{L}$  на просторима  $H^{p,q,\alpha}$ . У осмој глави се посматра дејство Либериног оператора на логаритамско тежинским просторима Бергмана, Блоха и Харди-Блоха. Доказано је да ако важи  $\alpha > 1$ , тада се логаритамско тежински Бергманов простор  $A_{\log^\alpha}^2$  пресликава са Либериним оператором  $\mathcal{L}$  у простор  $A_{\log^{\alpha-1}}^2$ , док у случају када је  $\alpha \in \mathbb{R}$ , Либерин оператор  $\mathcal{L}$  пресликава логаритамско тежински Блохов простор  $\mathcal{B}_{\log^\alpha}$  у самог себе. Са друге стране, показано је и да је претходно познати резултат о дејству Либериног оператора  $\mathcal{L}$  на логаритамско тежинским просторима Харди-Блоха, у извесном смислу најбољи могући.

Девета глава ове докторске дисертације је посвећена одговору на отворено питање тачности Коренблумовог принципа максимума у Бергмановим просторима  $A^p$  код којих је  $0 < p < 1$  и разрешењу преосталог дела Коренблумове хипотезе. Наиме, у деветој глави се доказује да Коренблумов принцип максимума не важи у Бергмановим просторима  $A^p$  код којих је  $0 < p < 1$ . Осим тога, у деветој глави се доказује тачност Коренблумовог принципа максимума у Бергмановим просторима  $A^p$  код којих је  $1 \leq p < \infty$ .

Наведен је и списак литературе који се састоји од 67 библиографских јединица. Након тога, наведен је и списак симбола који се користе у дисертацији, као и биографија аутора ове докторске дисертације.

Резултати аутора који се односе на тему дисертације објављени су у четири рада (сви са SCI листе), од којих је један самосталан. Поред тога,

аутор ове дисертације има и три рада на рецензији, од којих је такође, један самосталан и који се односе на тему дисертације. У наставку наводимо списак радова аутора дисертације који су објављени или прихваћени за објављивање, као и списак радова који су на рецензији.

## Списак научних радова кандидата

### Објављени или прихваћени радови (сви у часописима са SCI листе)

- М. Јевтић, В. Карапетровић, *Hilbert matrix on spaces of Bergman-type*, Journal of Mathematical Analysis and Applications, **453** (2017), 241–254. IF2015=1.014, ISSN 0022-247X.
- В. Карапетровић, *Libera and Hilbert matrix operator on logarithmically weighted Bergman, Bloch and Hardy-Bloch spaces*, Czechoslovak Mathematical Journal (accepted for publication). IF2015= 0.284, ISSN 0011-4642.
- М. Јевтић, В. Карапетровић, *Hilbert matrix operator on Besov spaces*, Publicationes Mathematicae Debrecen, **90/3-4** (2017), 359–371. IF2015=0.438, ISSN 0033 - 3883.
- М. Јевтић, В. Карапетровић, *Libera operator on mixed norm spaces  $H_V^{p,q,\alpha}$  when  $0 < p < 1$* , Filomat (accepted for publication). IF2015= 0.603, ISSN 0354-5180 .

### Радови на рецензији

- В. Карапетровић, *Norm of the Hilbert matrix operator on the weighted Bergman spaces*.
- В. Вожин, В. Карапетровић, *Norm of the Hilbert matrix on Bergman spaces* (у овом раду решен је отворен проблем који се односи на одређивање норме оператора Хилбертове матрице  $H$  на Бергмановом простору  $A^p$  у случају када је  $2 < p < 4$ ).
- В. Вожин, В. Карапетровић, *Failure of the Korenblum's maximum principle in Bergman spaces with small exponents* (у овом раду решен је отворен проблем који се односи на Коренблумову хипотезу о принципу максимума у Бергмановим просторима  $A^p$  у случају када је  $0 < p < 1$ ).

## ЗАКЉУЧАК И ПРЕДЛОГ

Рукопис *Оператор Хилбертове матрице и Либерин оператор на просторима холоморфних функција* кандидата Бобана Карапетровића садржи вредан научни допринос у области простора холоморфних функција, посебно у теорији Бергманових простора, као и у области која се односи на изучавање класичних оператора комплексне анализе, оператора Хилбертове матрице и Либериног оператора. Кандидат се успешно бави научним радом у овој области. Објавио је четири рада у часописима са SCI листе, који се односе на тему дисертације и од којих је један самосталан. Осим тога, три рада кандидата су на рецензији од којих је један самосталан и који се односе на тему дисертације.

Имајући у виду све наведено, предлажемо Научно-наставном већу Математичког факултета да рукопис *Оператор Хилбертове матрице и Либерин оператор на просторима холоморфних функција* кандидата Бобана Карапетровића прихвати као докторску дисертацију и да одреди комисију за одбрану.

У Београду, мај 2017.

Чланови комисије:

---

др Владимир Божин (ментор), доцент  
Математички факултет, Универзитет у Београду

---

проф. др Миодраг Матељевић, редовни професор  
Математички факултет, Универзитет у Београду  
дописни члан САНУ

---

проф. др Мирољуб Јевтић (проф. у пензији)

---

проф. др Милош Арсеновић, редовни професор  
Математички факултет, Универзитет у Београду